



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ
ΣΧΟΛΗ ΧΡΗΜΑΤΟΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗΣ ΚΑΙ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ
ΤΜΗΜΑ ΧΡΗΜΑΤΟΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΡΑΠΕΖΙΚΗΣ ΔΙΟΙΚΗΤΙΚΗΣ
ΠΜΣ «ΧΡΗΜΑΤΟΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗ ΚΑΙ ΤΡΑΠΕΖΙΚΗ» ΜΕ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ
«ΧΡΗΜΑΤΟΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΓΙΑ ΣΤΕΛΕΧΗ».

Τίτλος διατριβής:

«Μετοχές ως λοταρίες. Μία θεώρηση μη αναμενόμενης ωφέλειας»

Όνοματεπώνυμο φοιτητή: **Αναστάσιος Δ. Αδαμαντίδης**

Επιβλέπων : **Δημήτριος Βολιώτης** **Επίκουρος Καθηγητής**

Επιτροπή : **Άγγελος Α. Αντζουλάτος** **Καθηγητής**
Δημήτριος Βολιώτης **Επίκουρος Καθηγητής**
Αντωνία Μπότσαρη **Λέκτορας**

ΠΕΙΡΑΙΑΣ
Φεβρουάριος 2017

Ευχαριστίες

Η παρούσα διατριβή πραγματοποιήθηκε στα πλαίσια του Μεταπτυχιακού Προγράμματος Σπουδών «Χρηματοοικονομική και Τραπεζική» με κατεύθυνση «Χρηματοοικονομική Ανάλυση για Στελέχη».

Θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον επιβλέποντα, επίκουρο καθηγητή κ. Δημήτριο Βολιώτη, για τη δυνατότητα που μου έδωσε να πραγματοποιήσω τη συγκεκριμένη διατριβή, καθώς και για την καθοδήγησή του, η οποία κατέστησε δυνατή τη εκπόνησή της. Θα ήθελα επίσης να ευχαριστήσω τη σύζυγό μου Μάρω και τον γιο μου Νικήτα για την υπομονή τους.

Περίληψη

Στην παρούσα εργασία εξετάσαμε τη **θεωρία προοπτικών (prospect theory)** και τη βελτιωμένη **αθροιστική θεωρία προοπτικών (cumulative prospect theory)**, δίνοντας ιδιαίτερη έμφαση στη συνιστώσα της στάθμισης των πιθανοτήτων, βασισμένοι στη μελέτη των Nicholas Barberis και Ming Huang 'Stocks as Lotteries: The Implications of Probability Weighting for Security Prices' (2008). Κύριος σκοπός μας ήταν να μελετήσουμε αν αυτές οι θεωρίες αποτελούν μία αξιόπιστη εναλλακτική στην αποτίμηση των στοιχείων ενός χαρτοφυλακίου.

Διαπιστώσαμε ότι σύμφωνα με φυσιολογικές παραδοχές υπάρχει **ισορροπία CAPM**, ενώ το χαρτοφυλάκιο των επενδυτών μπορεί να αποκτήσει και ενδιαφέρουσα διαφοροποίηση ενσωματώνοντας ένα περιουσιακό στοιχείο το οποίο καλείται **ασύμμετρο χρεόγραφο** λόγω των εξαιρετικά διαφορετικών αποδόσεων που προσφέρει.

Στη μαθηματική μοντελοποίηση που ακολουθήσαμε διαπιστώσαμε πως υπάρχει ένα βέλτιστο ποσοστό ίσο με 8,5% του συνολικού χαρτοφυλακίου, στο οποίο το ασύμμετρο χρεόγραφο αποτελεί την πρέπουσα επιλογή για τους επενδυτές οι οποίοι θέλουν να το εντάξουν στο χαρτοφυλάκιό τους.

Στο πρακτικό τμήμα της εργασίας ασχοληθήκαμε με την ανάλυση περιπτώσεων με στόχο τη **σύγκριση της αθροιστικής θεωρίας προοπτικών με την κλασική οικονομική θεωρία** και αποκομίσαμε χρήσιμα συμπεράσματα τα οποία διαφοροποιούνται ανάλογα με τις προσδοκώμενες αποδόσεις.

Σε περιπτώσεις σχετικά μικρών αποδόσεων των χρεογράφων, η αποτίμηση μέσω της αθροιστικής θεωρίας προοπτικών είναι μία επιλογή η οποία **αποστρέφεται τον κίνδυνο**, ενώ όταν αποτιμώνται χαρτοφυλάκια τα οποία έχουν τη δομή μιας λοταρίας, το προσδοκώμενο αποτέλεσμα υπερμεγεθύνεται. Τέλος, επιβεβαιώσαμε και τη βασική παραδοχή της **αθροιστικής θεωρίας προοπτικών** αλλά και της απλής **θεωρίας των προοπτικών**, η οποία καταδεικνύει πως οι επενδυτές υπολογίζουν τις ζημιές με μεγαλύτερο αντίκτυπο στην ψυχολογία τους και στην επενδυτική τους συμπεριφορά, από ενδεχόμενα ισόποσα κέρδη.

Περιεχόμενα

Περίληψη.....	3
1. Εισαγωγή.....	5
2. Έρευνα βιβλιογραφίας.....	7
Το παραδοσιακό οικονομικό υπόδειγμα.....	7
Η χρήση της αναμενόμενης χρησιμότητας.....	9
Η κριτική της εκτεταμένης χρήσης της αναμενόμενης χρησιμότητας.....	9
3. Θεωρία Προοπτικών (Prospect Theory).....	13
4. Διαφορές μεταξύ της θεωρίας της χρησιμότητας και της συνάρτησης στάθμισης των πιθανοτήτων.....	15
Παραδείγματα.....	17
Η συνάρτηση χρησιμότητας στη Θεωρία Προοπτικών.....	18
Framing Effect (Επίδραση του Πλαισίου).....	20
5. Αθροιστική θεωρία προοπτικών (Cumulative prospect theory).....	22
Θεωρία προοπτικών και βέλτιστη κατανομή των περιουσιακών στοιχείων.....	23
Αθροιστική Θεωρία των Προοπτικών (Cumulative Prospect Theory).....	23
Μαθηματική Μοντελοποίηση Αθροιστικής Θεωρίας των Προοπτικών.....	24
Πειραματικά δεδομένα και εκτίμηση συντελεστών.....	26
Η αποτίμηση των πολυμεταβλητών κανονικών χρεογράφων.....	27
Υποθέσεις Αθροιστικής Θεωρίας Προοπτικών.....	28
ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ CAPM.....	31
Η αιτιολόγηση της ισορροπίας CAPM.....	32
Η αποτίμηση ασύμμετρων χρεογράφων.....	33
Η σημασία του συντελεστή στάθμισης του πλούτου χ	36
Παράδειγμα.....	37
Αποτίμηση Χαρτοφυλακίου Αγοράς.....	38
Αποτίμηση Ασύμμετρου Χρεογράφου.....	38
Πώς η αναμενόμενη απόδοση διαφοροποιείται με την ασυμμετρία;.....	40
6. Πρακτική εφαρμογή και σύγκριση Αθροιστικής Θεωρίας Προοπτικών με την Κλασική Θεωρία.....	42
ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΠΙΝΑΚΩΝ.....	51
ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΩΝ.....	51
Βιβλιογραφία.....	52

1. Εισαγωγή

Για αρκετά χρόνια η χρηματοοικονομική επιστήμη βασίστηκε στην υπόθεση ότι οι αποφάσεις των επενδυτών είναι ορθολογικές και αντανακλούν τις ορθολογικά διαμορφωμένες προσδοκίες τους. Δηλαδή προσπαθούν να μεγιστοποιήσουν την αναμενόμενη χρησιμότητά τους, αναλύοντας και αξιολογώντας τίτλους, οι οποίοι διαπραγματεύονται στην αγορά. Ωστόσο, οι επιστημονικές έρευνες που διεξήχθησαν με το πέρασμα των ετών απέδειξαν πως οι επενδυτές δεν είναι πάντα ορθολογικοί καθώς αρκετές φορές επηρεάζονται και καθοδηγούνται από την ψυχολογία τους. Ειδικότερα, σε συνθήκες αβεβαιότητας ο ψυχολογικός αντίκτυπος στις προτιμήσεις των επενδυτών είναι βαρύνουσας σημασίας.

Μέσα σε αυτό το πλαίσιο της αβεβαιότητας, στο οποίο ο επενδυτής καλείται να συνθέσει το χαρτοφυλάκιό του το οποίο θα αποτελείται τουλάχιστον από μετοχές, αναπτύχθηκαν διάφορες θεωρίες οι οποίες είχαν ως στόχο να εξηγήσουν τη συμπεριφορά του επενδυτή. Το βασικό ερώτημα που κλήθηκαν να απαντήσουν οι ερευνητές ήταν το εξής: *Με ποιο κριτήριο θα επιλέξουν οι επενδυτές τα περιουσιακά στοιχεία που θα έχουν στο χαρτοφυλάκιό τους υπό καθεστώς αβεβαιότητας;*

Επομένως, κρίθηκε αναγκαία η κατασκευή μιας συνάρτησης χρησιμότητας έτσι ώστε οι επενδυτές να δημιουργούν χαρτοφυλάκια τέτοια που θα τους μεγιστοποιούν τη χρησιμότητά τους. Με τον όρο “χρησιμότητα” νοείται η ωφέλεια που θα αποκομίσει ο επενδυτής σε χρηματικές μονάδες εάν παίξει το “στοίχημα”. Η θεωρία λοιπόν περί των επιλογών του επενδυτή, χρησιμοποιεί τη θεωρία της αναμενόμενης χρησιμότητας. Η θεωρία της αναμενόμενης χρησιμότητας αποτελεί μέρος της ευρύτερης θεωρίας χρησιμότητας και θεμελιώνεται από πέντε αξιώματα περί της συμπεριφοράς του επενδυτή, τα οποία είναι: το αξίωμα της συγκρισιμότητας, της μεταβατικότητας, της ισχυρής ανεξαρτησίας, της μετρησιμότητας και της διαβάθμισης.

Αναλυτικότερα

Το συγκεκριμένο μοντέλο έχει μεγάλη εφαρμογή, καθώς μπορεί να εφαρμοστεί για την ανάλυση τυχερών παιχνιδιών, παιχνιδιών στρατηγικής καθώς και για

την ερμηνεία και την ανάλυση των επενδυτικών αποφάσεων που σχετίζονται με το χαρτοφυλάκιο του επενδυτή. Σε καταστάσεις αντικειμενικής αβεβαιότητας οι προσδοκίες βασίζονται στις πιθανότητες του στόχου που εμπλέκονται, ενώ σε καταστάσεις υποκειμενικής αβεβαιότητας οι προσδοκίες εκπροσωπούνται από τις προσωπικές ή τις υποκειμενικές πιθανότητες του ατόμου. Παρά την ευελιξία του μοντέλου της αναμενόμενης χρησιμότητας, οι επιστημονικές μελέτες έχουν αποδείξει ότι τα άτομα δεν συμπεριφέρονται σύμφωνα με τα αξιώματα και τις προβλέψεις της θεωρίας της αναμενόμενης χρησιμότητας (Maurice Allais, 1953).

Ξεκινώντας στις αρχές της δεκαετίας του 1960 οι ερευνητές έχουν αποκαλύψει μία σειρά από συστηματικές παραβιάσεις. Χαρακτηριστικό παράδειγμα αποτελεί η έρευνα του Daniel Ellsberg (1961) το εύρημα της οποίας ήταν ότι οι επενδυτές προτιμούν στοιχήματα με αντικειμενικές και όχι με υποκειμενικές πιθανότητες ένα φαινόμενο που έχει ονομαστεί ως "ambiguity aversion" (αποστροφή ασάφειας).

Προκειμένου να περιοριστούν αυτές οι παραβιάσεις οι ερευνητές έχουν αναπτύξει με το πέρασμα των ετών, μία σειρά από μοντέλα εναλλακτικά σχετικά με τις προτιμήσεις και τις πεποιθήσεις των επενδυτών ως προς τον κίνδυνο. Τα νέα αυτά υποδείγματα της μη αναμενόμενης χρησιμότητας σχετικά με τις προτιμήσεις των επενδυτών ως προς τον κίνδυνο μπορούν να αντιμετωπίσουν τα προβλήματα που προκύπτουν κατά την εφαρμογή και την παραβίαση των αξιωμάτων.

Σύμφωνα με τη θεωρία των Kahneman and Tversky (1979) γνωστή και ως θεωρία προοπτικών (prospect theory), οι άνθρωποι αξιολογούν τον κίνδυνο χρησιμοποιώντας μία συνάρτηση που ορίζεται γύρω από τα κέρδη και τις ζημίες ενώ οι πιθανότητες λαμβάνονται από αντικειμενικές πιθανότητες εφαρμόζοντας μια συνάρτηση στάθμισης. Βασιζόμενοι στην prospect theory οι **Barberis and Huang (2008)** απέδειξαν στην έρευνα που πραγματοποίησαν πως σε συνθήκες ισορροπίας και με κανονικές και ομοιογενείς προτιμήσεις των επενδυτών, το μοντέλο αποτίμησης κεφαλαιακών στοιχείων CAPM μπορεί να εφαρμοστεί ακόμα και όταν οι επενδυτές αξιολογούν τον κίνδυνο με την **αθροιστική θεωρία προοπτικών** (cumulative prospect theory) . Σε συνθήκες λοιπόν ομαλότητας, οι επιπτώσεις στην τιμολόγηση των χρηματοοικονομικών τίτλων είναι ίδιες και στην θεωρία της αναμενόμενης χρησιμότητας αλλά και στην 'cumulative prospect theory'. Αντίθετα, όταν οι συνθήκες ομαλότητας

χαλαρώνουν τότε τα ευρήματα που ανακύπτουν από τις δύο προαναφερθείσες θεωρίες δεν είναι ίδια.

Βασιζόμενοι λοιπόν στην μελέτη των **Barberis and Huang (2008)** καθώς και σε όσα αναφέρθηκαν και αναλύθηκαν, θα ερευνήσουμε τη συμπεριφορά των επενδυτών και τον τρόπο με τον οποίο οι τελευταίοι λαμβάνουν αποφάσεις αλλά και πιο είναι το αντίκτυπο των συγκεκριμένων αποφάσεων στην τιμολόγηση των χρηματοοικονομικών τίτλων. Μέσω της βιβλιογραφικής ανασκόπησης που θα πραγματοποιηθεί, θα καταγραφούν όλες οι έρευνες που έχουν γίνει στο εν λόγω ερευνητικό ζήτημα, ενώ μέσω της εκτενούς ανάλυσης των ευρημάτων θα προσπαθήσουμε να εντοπίσουμε το κενό το οποίο ενδεχομένως υπάρχει στο συγκεκριμένο πεδίο και να επεκτείνουμε τον τρόπο αυτόν στην ήδη υφιστάμενη διεθνή βιβλιογραφία.

2. Έρευνα βιβλιογραφίας

Το παραδοσιακό οικονομικό υπόδειγμα

Κύριος στόχος στο παραδοσιακό οικονομικό υπόδειγμα είναι η κατανόηση των χρηματοοικονομικών αγορών χρησιμοποιώντας μοντέλα στα οποία οι επενδυτές είναι ορθολογικοί. Λέγοντας ορθολογισμό εννοούμε δύο πράγματα.

Πρώτον, γίνεται η υπόθεση πως όταν οι επενδυτές λαμβάνουν νέες πληροφορίες ενημερώνουν τις πεποιθήσεις τους σωστά με το θεώρημα Bayes, δηλαδή το πως μια υποκειμενική άποψη θα πρέπει αναλογικά να αλλάζει, ορίστηκε δε μαθηματικά ως η ακόλουθη εξίσωση:

όπου A και B είναι γεγονότα.

$P(A)$ και $P(B)$ είναι οι πιθανότητες των A και B που είναι ανεξάρτητα μεταξύ τους.

$P(A | B)$, η υπό συνθήκη πιθανότητα, είναι η πιθανότητα του A δεδομένου του B να είναι αληθής.

$P(B | A)$, είναι η πιθανότητα του B δεδομένου του A να είναι αληθής.

Τότε ισχύει ο τύπος:

$$P(A|B) = \frac{P(B|A)*P(A)}{P(B)} \quad (1)$$

Δεύτερον, δεδομένων των πεπιοθήσεων τους, κάνουν επιλογές που είναι κανονιστικά αποδεκτές με την έννοια ότι είναι συνεπείς με το κριτήριο του Savage, “regret” δηλαδή την ελαχιστοποίηση της «θλίψης» ή απώλεια ευκαιρίας, δηλαδή την ελαχιστοποίηση της διαφοράς μεταξύ της αξίας του αποτελέσματος και αυτού που θα μπορούσε να πραγματοποιηθεί.

Ενώ το παραδοσιακό πλαίσιο εμφανίζεται απλό και θα μπορούσε να πληροί τις απαιτήσεις εάν οι προβλέψεις επιβεβαιώνονταν από τα δεδομένα, ωστόσο, με τις διάφορες έρευνες που έχουν γίνει με το πέρασμα των ετών έχει αποδειχθεί πως το αντιπροσωπευτικό δείγμα των μέσων αποδόσεων και η ατομική συμπεριφορά δεν είναι εύκολο να κατανοηθούν μέσα σε αυτό το πλαίσιο.

Η συμπεριφορική χρηματοοικονομική αποτελεί προσέγγιση των χρηματοοικονομικών αγορών που έχει προκύψει τουλάχιστον κατά ένα μέρος, εξαιτίας των δυσκολιών που αντιμετώπιζε το παραδοσιακό υπόδειγμα. Με γενικούς όρους υποστηρίζει ότι μερικά χρηματοοικονομικά φαινόμενα μπορούν να κατανοηθούν καλύτερα χρησιμοποιώντας μοντέλα στα οποία **οι επενδυτές δεν είναι τελείως ορθολογικοί**. Συγκεκριμένα, αναλύει τι συμβαίνει όταν χαλαρώσουν κάποιες αρχές της ατομικής ορθολογικότητας. Σε μερικά χρηματοοικονομικά μοντέλα, τα άτομα αποτυγχάνουν να ενημερώσουν τις πεπιοθήσεις τους σωστά. Σε άλλα μοντέλα, εφαρμόζουν ορθά τον νόμο του Bayes αλλά κάνουν επιλογές που είναι κανονιστικά αμφισβητήσιμες, δεδομένου ότι είναι αντίθετες με τη θεωρία χρησιμότητας.

Μία από τις μεγαλύτερες επιτυχίες της συμπεριφορικής χρηματοοικονομικής είναι μία σειρά από δημοσιεύσεις (Thorsten Hens & Marc Oliver Rieger, 2010) τα οποία δείχνουν ότι σε μία οικονομία όπου όλοι οι επενδυτές, ορθολογικοί και μη, αλληλοεπιδρούν μεταξύ τους με τέτοιο τρόπο ώστε η μη ορθολογικότητα μπορεί να έχει μία σημαντική και μακροχρόνια απήχηση στις τιμές. Τα

συμπεριφορικά μοντέλα χρειάζεται να προσδιορίσουν τον τύπο της ορθολογικότητας των επενδυτών. Ένα βασικό ερώτημα το οποίο θα πρέπει να απαντηθεί είναι πως οι άνθρωποι δεν εφαρμόζουν το νόμο του Bayes ή αποκλίνουν από τη θεωρία της χρησιμότητας. Οι συμπεριφορικοί οικονομολόγοι προσφεύγουν σε ένα πειραματικό στοιχείο καταρτισμένο από γνωστικούς ψυχολόγους, που είναι η μεροληψία που προκύπτει όταν οι άνθρωποι κατατάσσουν τις πεποιθήσεις και τις προτιμήσεις τους ή στο πως παίρνουν τις αποφάσεις δεδομένων των πεποιθήσεών τους. Σημαντικός παράγοντας που επηρεάζει είναι και η ψυχολογία.

Η χρήση της αναμενόμενης χρησιμότητας

Ένα βασικό συστατικό κάθε μοντέλου το οποίο προσπαθεί να κατανοήσει τις τιμές των περιουσιακών στοιχείων ή την εμπορική συμπεριφορά, είναι μία υπόθεση για τις προτιμήσεις του επενδυτή ή για το πώς οι επενδυτές αξιολογούν τα επικίνδυνα παίγνια. Η μεγαλύτερη πλειοψηφία αυτών των μοντέλων υποθέτουν ότι οι επενδυτές εκτιμούν αυτά τα παίγνια σύμφωνα με την θεωρία της αναμενόμενης χρησιμότητας.

Το θεωρητικό κίνητρο για αυτό προήλθε από τους Von Neumann και Morgenstern(1947), οι οποίοι έδειξαν ότι οι προτιμήσεις των ανθρώπων ικανοποιούν κάποια αξιώματα όπως αυτό

- της πληρότητας,
- της μεταβατικότητας,
- της συνέχειας και τέλος
- της ανεξαρτησίας

και έτσι μπορούν αυτές οι προτιμήσεις να παρουσιαστούν με μια συνάρτηση αναμενόμενης χρησιμότητας.

Η κριτική της εκτεταμένης χρήσης της αναμενόμενης χρησιμότητας

Δυστυχώς, οι πειραματικές μελέτες έδειξαν ότι οι άνθρωποι παραβιάζουν συστηματικά την θεωρία της αναμενόμενης χρησιμότητας όταν επιλέγουν

μεταξύ ριψοκίνδυνων παιγνίων. Χαρακτηριστικό είναι το παράδειγμα των Tversky and Kahneman (1996) οι οποίοι αμφισβήτησαν την υπόθεση ότι τα άτομα δρουν ορθολογικά, κυρίως λόγω της περιπλοκότητας των διαδικασιών λήψης αποφάσεων στον πραγματικό κόσμο και την περιορισμένη γνωσιακή ικανότητα του ανθρώπινου νου.

Στην έρευνά τους “The Framing of Decisions and the Psychology of Choice” (1981) παρουσίασαν το ακόλουθο case study:

Το πρόβλημα της Ασιατικής ασθένειας, που αποτέλεσε το εφιαλτήριο της επανάστασης στον τομέα αυτό. Σύμφωνα λοιπόν με την υπόθεσή τους ένα γκρουπ 600 ατόμων πρόκειται να μολυνθεί από μια επικείμενη θανατηφόρα ασθένεια. Ζητήθηκε από τους συμμετέχοντες στο πείραμα να αξιολογήσουν δύο εναλλακτικά ιατρικά πλάνα που προτάθηκαν για τη διάσωση των υποτιθέμενων ασθενών.

Πλάνο 1

Η μια εναλλακτική είχε σίγουρα αποτελέσματα.

Πλάνο 2

Η δεύτερη εναλλακτική διακινδύνευε το αποτέλεσμα παρότι είχε ισοδύναμα αναμενόμενα οφέλη.

Τα αποτελέσματα των δύο εναλλακτικών προτάσεων παρουσιάστηκαν είτε από το θετικό τους πλαίσιο είτε από το αρνητικό.

Θετική παρουσίαση: οι συμμετέχοντες ενημερώθηκαν ότι αν επέλεγαν το πλάνο 1, τότε 200 άτομα που βρίσκονταν σε κίνδυνο θα διασώζονταν σίγουρα. Ενώ αν επέλεγαν το πλάνο 2, τότε θα υπήρχε 1/3 πιθανότητα να σωθούν και τα 600 άτομα και 2/3 πιθανότητα να μην τα καταφέρει κανείς.

Αρνητική παρουσίαση: τα ίδια αποτελέσματα αναφέρονταν σε ζωές που χάνονται. Οι συμμετέχοντες ενημερώθηκαν πως αν επέλεγαν το πλάνο 1, τότε 400 άτομα θα πέθαιναν στα σίγουρα. Ενώ αν επέλεγαν το πλάνο 2, θα υπήρχε 1/3 πιθανότητα κανείς να μην πεθάνει και 2/3 πιθανότητα να πεθάνουν και οι 600.

Κάτω από το θετικό πλαίσιο, η πλειοψηφία των συμμετεχόντων (72%) ήταν ενάντια στον κίνδυνο. Προτίμησαν το σίγουρο αποτέλεσμα του πλάνου 1 έναντι

του ισοδύναμου αλλά ριψοκίνδυνου πλάνου 2. Παρόλα αυτά, όταν τα ίδια αποτελέσματα παρουσιάστηκαν με την αρνητική σκοπιά, αυτή των χαμένων ζωών δηλαδή, σε διαφορετική ομάδα συμμετεχόντων, η πλειοψηφία (78%) προτίμησε τη ριψοκίνδυνη λύση. Στο πρώτο πείραμα συμμετείχαν 152 άτομα, ενώ στο δεύτερο 155. Όλοι οι συμμετέχοντες ήταν φοιτητές του Stanford ή του British Columbia. [Tversky et al, 1981].

Για το λόγο αυτό **δημιουργήθηκαν κάποιες θεωρίες μη αναμενόμενης χρησιμότητας** όπως ονομάστηκαν, οι οποίες προσπαθούν να υπερνικήσουν αυτές τις ανωμαλίες που υπήρχαν με την θεωρία της αναμενόμενης χρησιμότητας, δηλαδή την παραβίαση βασικών αξιωμάτων.

Μερικές θεωρίες από αυτές καθώς και οι εφευρέτες τους είναι:

- η σταθμική συνάρτηση χρησιμότητας (Chew και MacCrimmon(1979), Chew(1983)), μέσω της οποίας η αρχική συνάρτηση χρησιμότητας αντιστοιχίζεται με χρήση μαθηματικών μετασχηματισμών στην σταθμική, η οποία παρουσιάζει καλύτερα αποτελέσματα για τα περιγραφέντα πειράματα.
- η απόλυτη αναμενόμενη χρησιμότητα (Chew (1989), Dekel (1986)), στην οποία η κλασική αναμενόμενη χρησιμότητα εμπλουτίζεται με τις επιλογές του κάθε επενδυτή μέσω μίας ατομικής συνάρτησης.
- η θεωρία της μεταμέλειας (regret theory), (Bell (1982), Loomes και Sugden (1982)), η οποία αναφέρει ότι λόγω της δυσκολίας των ανθρώπων να αποδεχτούν τις λάθος επιλογές που είναι πιθανό να κάνουν, τους οδηγεί στο να μην αποφασίζουν να δράσουν ακόμα και αν το αποτέλεσμα είναι ξεκάθαρα θετικό για αυτούς
- οι θεωρίες κατάταξης των συναρτήσεων της χρησιμότητας (Quiggin (1982), Segal(1987,1989), Yari (1987)) στις οποίες ο κάθε επενδυτής κατατάσσει διάφορες συναρτήσεις χρησιμότητας σύμφωνα με τις επιλογές του και δεν έχει μόνο μία που εκφράζει τις πεποιθήσεις του.
- και η θεωρία προοπτικών [Kahneman και Tversky (1979), Tversky και Kahneman (1992)].

Η αναμενόμενη χρησιμότητα είναι μία πολύ καλή προσέγγιση στο πως οι άνθρωποι αξιολογούν τα ριψοκίνδυνα παίγνια όπως για παράδειγμα την αγορά των μετοχών έστω και αν δεν εξηγούνται συμπεριφορές για τα είδη των παιγνίων που μελετιούνται σε πειραματικό επίπεδο. Η δυσκολία που αντιμετωπίζει η θεωρία της αναμενόμενης χρησιμότητας στην εξήγηση των βασικών γεγονότων της αγοράς μετοχών προτρέπει στην καλύτερη μελέτη των πειραματικών γεγονότων.

Πράγματι, πρόσφατη μελέτη έχει δείξει ότι στην συμπεριφορική χρηματοοικονομική τα μαθήματα που πήραμε από την παραβίαση των αξιωμάτων της αναμενόμενης χρησιμότητας μπορούν να μας βοηθήσουν ώστε να κατανοήσουμε έναν αριθμό οικονομικών φαινομένων. **Από όλες τις θεωρίες μη αναμενόμενης χρησιμότητας αυτή που ξεχωρίζει και είναι πολλά υποσχόμενη είναι η θεωρία προοπτικών (prospect theory).** Ο λόγος που θα εστιάσουμε περισσότερο σε αυτήν την θεωρία είναι στο ότι μας βοηθάει να κατανοήσουμε με επιτυχία τα πειραματικά αποτελέσματα. Αυτό δεν πρέπει να μας εκπλήσσει.

Τα περισσότερα από τα άλλα μοντέλα μη αναμενόμενης χρησιμότητας τα οποία αποκαλούνται και οιωνοί κανονιστικά, προσπαθούν να κατανοήσουν μερικές από τις ανωμαλίες των πειραματικών γεγονότων αποδυναμώνοντας τα αξιώματα των Von Neumann και Morgenstern. Η δυσκολία με τέτοιου είδους μοντέλα είναι ότι στην προσπάθειά τους να επιτύχουν δύο στόχους, αυτούς της κανονιστικότητας και της περιγραφικότητας έχουν σαν αποτέλεσμα να μην πετυχαίνουν καλά κανέναν από τους δύο. Σε αντίθεση η θεωρία προοπτικών (prospect theory) δεν προσδοκά να γίνει μια κανονιστική θεωρία, είναι απλό να προσπαθείς να συλλάβεις τη στάση των ανθρώπων στα ριψοκίνδυνα παίγνια στα οικονομικά όσο αυτό είναι πιθανό.

Οι Tversky και Kahneman (1986) υποστήριξαν ότι οι κανονιστικές προσεγγίσεις είναι καταδικασμένες σε αποτυχία, επειδή οι άνθρωποι στην καθημερινότητα κάνουν επιλογές οι οποίες είναι απλά απίθανο να ικανοποιήσουν κανονιστικά πεδία, αφού παραβιάζουν την κυριαρχία ή τη μη διακύμανση.

Αυτό συμβαίνει διότι οι επιλογές τους δεν είναι απόλυτα συμβατές με την κυριαρχία (δηλαδή επιλέγουν βάσει πεπαιθώσεων και όχι ορθολογικά βάσει της κυριαρχίας της μίας επιλογής- μεγαλύτερο προσδοκώμενο αποτέλεσμα- έναντι της άλλης) και μη λαμβάνοντας υπόψη τη μεγάλη διακύμανση που μπορεί να

έχουν οι επιλογές τους σε αντίθεση με ίσου αποτελέσματος και περισσότερο σίγουρες επιλογές.

3. Θεωρία Προοπτικών

Σύμφωνα με τους Kahneman & Tversky (1979), η αρχική θεωρία (Prospect Theory) βασίζεται στο ακόλουθο παίγνιο.

Ας υποθέσουμε πως έχουμε μία κλήρωση δύο αποτελεσμάτων (πχ η ρίψη ενός νομίσματος ή το αποτέλεσμα μίας είδησης για την εξαγορά ή όχι μίας εταιρείας από μία άλλη) με τα δυνατά αποτελέσματα να μπορούν να αποτυπωθούν ως εξής:

p : η πιθανότητα επιτυχούς έκβασης (πχ deal μεταξύ των εταιρειών)

q : η πιθανότητα αποτυχίας

επειδή οι πιθανότητες αυτές καλύπτουν όλο το δειγματικό χώρο, έχουμε ότι $p+q=1$.

Επίσης ας πούμε πως το αποτέλεσμα της πιθανότητας p είναι ίσο με x , ενώ της q είναι y .

- Το ανωτέρω φαινόμενο μπορεί να γραφτεί συνοπτικά ως $(x, p; y, q)$, το οποίο διαβάζεται ως εξής: παίρνουμε αποτέλεσμα x με πιθανότητα p , αποτέλεσμα y με πιθανότητα q όπου ισχύει είτε να διαβαστεί ως «κέρδος x με πιθανότητα p και y με πιθανότητα q , ανεξάρτητα από άλλους κινδύνους», όπου $x \leq 0 \leq y$ ή $y \leq 0 \leq x$, και όπου $p + q = 1$

- Η τιμή αυτού του παιγνίου προσδιορίζεται από τους ανθρώπους ως

$$\pi(p) * u(x) + \pi(q)u(y) \quad (2)$$

Στην οικονομική θεωρία έχει καθιερωθεί η έννοια της χρησιμότητας (u) στην αποτίμηση των οικονομικών αποτελεσμάτων.

Επίσης έχει αποδειχθεί πως σημαντικό ρόλο στη συμπεριφορά των επενδυτών έχει η αρχική τους περιουσία (wealth) την οποία συμβολίζουμε W .

Λαμβάνοντας υπόψη όλα τα ανωτέρω, καταλαβαίνουμε ότι η σχέση

$$p * u(W + x) + q * u(W + y) \quad (3)$$

εκφράζει το περιγραφέν παίγνιο.

Υπάρχουν όμως περιπτώσεις από την συμπεριφορά των επενδυτών οι οποίες δεν καλύπτονται από την ανωτέρω θεωρία και μπορούν να συνοψιστούν στις ακόλουθες τρεις περιπτώσεις:

1. Οι επενδυτές δείχνουν να προτιμούν σίγουρα κέρδη (risk averse) εν αντιθέσει με μεγαλύτερες αλλά όχι βέβαιες προσδοκώμενες αποδόσεις. Δηλαδή επιλέγουν να πάρουν 400 χρηματικές μονάδες χωρίς να υπάρχει αβεβαιότητα (σίγουρο κέρδος), από να συμμετάσχουν σε ένα παίγνιο με μέση τιμή 500 $(1000, \frac{1}{2}; 0, \frac{1}{2}) = (x, p; y, q)$
Άρα η συνάρτηση χρησιμότητας επί των κερδών είναι κοίλη.
2. Οι επενδυτές δείχνουν να προτιμούν τον κίνδυνο (risk lovers) σε περιπτώσεις όπου το τελικό αποτέλεσμα είναι ζημιογόνο για αυτούς. Αυτό σημαίνει πως αν στο προηγούμενο παίγνιο αλλάζαμε τα x και τα y ως εξής
 $x = -1000$ και τα $y = 0$, δηλαδή $(-1000, \frac{1}{2}; 0, \frac{1}{2})$ τότε δε θα ήθελαν να ανταλλάξουν το συγκεκριμένο λαχνό με το να πληρώσουν 400 χρηματικές μονάδες. Άρα, απλώς προτιμούν να αναλάβουν ρίσκο, επιλέγοντας ένα παίγνιο με προσδοκώμενη απώλεια μεγαλύτερη από 400 (είναι 500).
3. Οι πάρα πολύ μικρές πιθανότητες δείχνουν να γίνονται πιστευτές όταν η πραγματοποίησή τους δίνει μεγάλα κέρδη. Έτσι πολλοί επενδυτές είναι διατεθειμένοι να πληρώσουν αρκετά περισσότερο από την δίκαιη τιμή για να συμμετάσχουν σε μία λοταρία (πχ τυχερά παιχνίδια) από όσο πραγματικά θα ήταν ορθολογικό να κάνουν. Για παράδειγμα ας υποθέσουμε πως μία λοταρία δίνει 400.000 ευρώ με πιθανότητες 1 στα 14 εκατομμύρια. Τότε κάποιος ορθολογικός επενδυτής θα έπρεπε να πληρώσει μέχρι $400.000/14.000.000 = 2,9$ λεπτά του ευρώ (0,029 €)
Στην καθημερινότητά μας βλέπουμε αρκετούς να παίζουν 50 λεπτά και παραπάνω (πχ στο τζόκερ του ΟΠΑΠ) για ανάλογων αποδόσεων παιχνίδι, επηρεαζόμενοι προφανώς από το μεγάλο χρηματικό ποσό, αγνοώντας την πολύ μικρή πιθανότητα. Και σε αυτή την περίπτωση η συμπεριφορά των επενδυτών δεν είναι ορθολογική.

Τα ανωτέρω 3 παραδείγματα κέντρισαν το ενδιαφέρον Kahneman & Tversky (1979) να διατυπώσουν τη Θεωρία Προοπτικών (**Prospect Theory**), η οποία μέσω της ερμηνείας των διαφορετικών πεποιθήσεων των επενδυτών σε διαφορετικές καταστάσεις κατάφεραν να ερμηνεύσουν ανάλογα φαινόμενα. Σύμφωνα με αυτή τη θεωρία οι επενδυτές δεν χρησιμοποιούν αντικειμενικές πιθανότητες όταν αξιολογούν το αποτέλεσμα ενός παιγνίου, αλλά μετασχηματισμένες πιθανότητες που λαμβάνονται από αντικειμενικές πιθανότητες μέσω της συνάρτησης στάθμισης πιθανοτήτων $\pi(\cdot)$.

Πιο συγκεκριμένα:

$$\pi(p)v(x) + \pi(q)v(y) \quad (4)$$

όπου $v(\cdot)$ και $\pi(\cdot)$ είναι γνωστές, ως συνάρτηση αξίας και συνάρτηση στάθμισης πιθανοτήτων, αντίστοιχα.

Υπάρχουν τέσσερις σημαντικές διαφορές μεταξύ των (3) και (4).

4. Διαφορές μεταξύ της θεωρίας της χρησιμότητας και της συνάρτησης στάθμισης των πιθανοτήτων

- η πρώτη διαφορά στη θεωρία των προοπτικών αφορά στο γεγονός ότι η αποτίμηση βασίζεται μόνο στο πρόσκαιρο κέρδος και δεν συνδυάζεται με τον πρότερο ή τον τελικό πλούτο. Το όρισμα της $v(\cdot)$ στην (3) είναι x , όχι $W + x$.
- η δεύτερη διαφορά οφείλεται στο γεγονός ότι ενώ η συνάρτηση χρησιμότητας είναι κοίλη παντού, δηλαδή η συμπεριφορά των επενδυτών αποστρέφεται τον κίνδυνο, η συνάρτηση στάθμισης πιθανοτήτων είναι κοίλη μόνο επί των κερδών, αντιθέτως είναι κυρτή επί των ζημιών, άρα οι επενδυτές δείχνουν να αποζητούν τον κίνδυνο όταν πρόκειται να έχουν ζημιά, υπό την έννοια ότι προτιμούν, όπως είδαμε, $(-1.000, 1/2)$ από την ορισμένη ζημιά των 500.
- η τρίτη διαφορά πηγάζει από την αναγκαιότητα να εκφράσουμε με μαθηματικούς τύπους τη δεύτερη. Επειδή η συνάρτηση στάθμισης των

πιθανοτήτων πρέπει να είναι κοίλη στα κέρδη και κυρτή στις ζημιές, σημαίνει ότι δεν μπορεί να είναι παντού παραγωγίσιμη, αφού αυτό είναι απίθανο στο σημείο συστροφής. Ο επενδυτής είναι πιο ευαίσθητος σε ζημιές –ακόμη και σε μικρές ζημιές– από ότι σε κέρδη του ίδιου μεγέθους.

Αυτό το στοιχείο της θεωρίας των προοπτικών είναι γνωστό ως «αποστροφή ζημίας». Οι Kahneman & Tversky (1979) το συνάγουν από την ευρεία αποστροφή προς στοιχήματα όπως (\$110, 1/2· -\$100, 1/2). Αυτή η αποστροφή είναι δύσκολο να εξηγηθεί με διαφορίσιμες συναρτήσεις χρησιμότητας, είτε η χρησιμότητα είναι αναμενόμενη είτε μη αναμενόμενη, επειδή η αποστροφή προς τον πολύ υψηλό τοπικό κίνδυνο που απαιτείται για να γίνει αυτό, συνήθως προβλέπει αβάσιμα υψηλή αποστροφή προς το ρίσκο υψηλής κλίμακας (Larry Epstein & Stanley Zin, 1990· Matthew Rabin, 2000· Barberis, Huang & Thaler, 2006).

- Και η τελευταία διαφορά πηγάζει από τον τρόπο που πρέπει να αξιολογήσουμε αυτές τις δύο πιθανότητες. Παρότι στη θεωρία χρησιμότητας οι πιθανότητες αυτές είναι πραγματικές, στη θεωρία των προοπτικών αναφέρεται σε μετασχηματισμένες πραγματικές πιθανότητες, οι οποίες εκφράζουν τη στάση των επενδυτών έναντι ενός συγκεκριμένου στοιχήματος.

Έχει παρατηρηθεί ότι στην περίπτωση που έχουμε πολύ μεγάλα κέρδη η συνάρτηση αυτή μεγεθύνει μικρές πιθανότητες.

$$(\$5, 1) < (\$5000, 0,001)$$

$$\Rightarrow v(5)\pi(1) < v(5000)\pi(0,001) < 1000 v(5)\pi(0,001)$$

$$\Rightarrow \pi(0,001) > 0,001,$$

οπότε οι χαμηλές πιθανότητες υπερσταθμίζονται. Ένας παρόμοιος υπολογισμός στην περίπτωση του ρίσκου (5.000, 0,001), χρησιμοποιώντας το γεγονός ότι η $v(\cdot)$ είναι κυρτή πάνω από τις ζημιές, παράγει το ίδιο αποτέλεσμα.

Μία άλλη εξήγηση της υπερστάθμισης των χαμηλών πιθανοτήτων είναι να παρατηρήσουμε πως ο επενδυτής έχει ιδιαίτερα διαφορετική αξιολόγηση σε ένα αποτέλεσμα μη εφικτό, και κάτι που εμφανίζει εξαιρετικά μικρή πιθανότητα.

Οι μετασχηματισμοί στις πιθανότητες πρέπει να λαμβάνονται υπόψη όχι ως πιθανότητες, αλλά ως επιλογή συντελεστών οι οποίοι σταθμίζουν τις αντικειμενικές πιθανότητες των υφισταμένων επιλογών.

Στο πλαίσιο των Kahneman & Tversky (1979), ένας επενδυτής που αξιολογεί το ρίσκο που μοιάζει με λοταρία (5.000, 0,001) κατανοεί ότι θα λάβει τις \$5.000 μόνο με πιθανότητα 0,001. Η υπερστάθμιση της τάξεως του 0.001 που εισήχθη από τη θεωρία των προοπτικών είναι απλώς ένα επιπρόσθετο μοντελοποίησης που αποτυπώνει την προτίμηση του πράκτορα για τη λοταρία έναντι συγκεκριμένων 5 μονάδων (5.000x0,001).

Από τα παραπάνω μπορούμε να συμπεράνουμε πως η χρησιμότητα καθορίζεται πάνω στα κέρδη και τις ζημιές παρά πάνω στον πλούτο. Το 1979 οι Kahneman και Tversky παρουσίασαν το παρακάτω παράδειγμα ώστε να δείξουν την παραβίαση της αναμενόμενης χρησιμότητας λόγω του ότι οι άνθρωποι εστιάζουν την προσοχή τους στα κέρδη και τις ζημιές.

Παραδείγματα

Έτσι σε κάποια άτομα ζητήθηκε να αποφασίσουν για τις επιλογές: Άσχετα με το οτιδήποτε κατέχεις, σου δίνεται 1000. Διάλεξε λοιπόν μεταξύ των: $A=(1000,0.5)$ $B=(500,1)$ Η απάντηση B ήταν η πιο δημοφιλής.

Επίσης, άσχετα με οτιδήποτε κατέχεις, σου δίνεται 2000. Διάλεξε μεταξύ των:

$C=(-1000,0.5)$ $D=(-500,1)$

Αυτή την φορά η πιο δημοφιλής απάντηση ήταν το C. Πρέπει να σημειώσουμε ότι και τα δύο προβλήματα είναι πανομοιότυπα σε σχέση με τον τελικό πλούτο αλλά και πάλι τα άτομα διαλέγουν διαφορετικά. Κυρίως επικεντρώνονται στα κέρδη και τις ζημιές. Πράγματι όταν δεν τους δίνονται πληροφορίες σχετικά με τα προηγούμενα παίγνια, διαλέγουν το B από το A και το C από το D.

Η συνάρτηση χρησιμότητας στην θεωρία προοπτικών

Ένα άλλο σημαντικό χαρακτηριστικό είναι το σχήμα της συνάρτησης u , δηλαδή είναι **κοίλη στο τμήμα των κερδών και κυρτή στο τμήμα των ζημιών**. Θέτοντάς το πιο απλά θα μπορούσαμε να πούμε ότι οι άνθρωποι αποστρέφονται τον κίνδυνο (*risk averse*) όταν πρόκειται για κέρδη, ενώ αποζητούν τον κίνδυνο (*risk lovers*) όταν πρόκειται για ζημιές. Απόδειξη των όσων αναφέρουμε, είναι πάλι το αποτέλεσμα του πιο πάνω παραδείγματος, ότι δηλαδή απουσία κάθε πληροφορίας για τα προηγούμενα παιχνίδια τα άτομα προτιμούν αυστηρά το παίγνιο B από το A και το C από το D.

Επιπλέον, η συνάρτηση χρησιμότητας παρουσιάζει μια καμπύλη γεγονός που μας υποδεικνύει ότι υπάρχει μεγαλύτερη ευαισθησία στις ζημιές παρά στα κέρδη, ένα χαρακτηριστικό που είναι γνωστό ως αποστροφή στο κίνδυνο (*loss aversion*).

Το τελευταίο μέρος τη θεωρίας προοπτικών είναι ο μετασχηματισμός της μη γραμμικής πιθανότητας. Μικρές πιθανότητες υπερισχύουν δηλαδή $\pi(p) > p$. Επίσης οι άνθρωποι είναι πιο ευαίσθητοι σε διαφορές στις πιθανότητες σε υψηλά επίπεδα πιθανότητας.

Η θεωρία προοπτικών (*prospect theory*) επίσης εξηγεί προτιμήσεις για ασφάλειες ή για αγορά λαχνών. Παρόλο που η κοιλότητα της u στην περιοχή των κερδών παράγει γενικά αποστροφή στο κίνδυνο, για λοταρίες που προσφέρουν μικρές πιθανότητες για μεγάλα κέρδη η υπερίσχυση μικρών πιθανοτήτων κυριαρχεί οδηγώντας σε αναζήτηση κινδύνου. Ενώ η κυρτότητα της u στην περιοχή των ζημιών οδηγεί σε αναζήτηση κινδύνου, η ίδια υπερίσχυση των μικρών πιθανοτήτων προκαλούν αποστροφή στο κίνδυνο σε παίγνια τα οποία έχουν μικρή πιθανότητα σε μεγάλες ζημιές.

Το 1992 ο Tversky και ο Kahneman πρότειναν μια γενίκευση της θεωρίας προοπτικών η οποία μπορεί να εφαρμοστεί σε παίγνια με περισσότερα από δύο αποτελέσματα.

Η θεωρία των Kahneman και Tversky μπορεί να μην είχε την αναμενόμενη ανταπόκριση από τους ψυχολόγους ή τους οικονομολόγους, έθεσε όμως τα θεμέλια για την αμφισβήτηση των κλασικών απόψεων με απώτερο στόχο

φυσικά την ανακάλυψη της αλήθειας. Απόηχος των εξελίξεων αυτών στον τομέα της οικονομίας ήταν η προσπάθεια για μια πιο ρεαλιστική αντίληψη της ανθρώπινης φύσης όπως αυτή προσιδιάζει στις οικονομικές συναλλαγές.

Οι μέθοδοι των οικονομικών αναλυτών – ο μεθοδολογικός ατομικισμός, η μαθηματική τυποποίηση των υποθέσεων, η λογική ανάλυση των αποτελεσμάτων αυτών των υποθέσεων και τα εξεζητημένα εμπειρικά δεδομένα, έχουν πολλά θετικά αλλά δημιουργούν ένα αναγκαίο κακό. Η χρήση υπεραπλουστευμένων μοντέλων νόησης επιλογών και συμπεριφοράς σε κάθε περίπτωση παραβλέπουν την ψυχολογική πραγματικότητα. Για να σχηματιστούν ακριβείς και ελέγξιμες υποθέσεις αναπόφευκτα πρέπει να αγνοηθούν κάποιες πτυχές της ανθρώπινης φύσης.

Αντίθετα, η ψυχολογία ψάχνει σε βάθος λεπτομέρειες γύρω από την ανθρώπινη φύση και δεν είναι τόσο προσηλωμένη στη μαθηματική διατύπωση και ακρίβεια, στις γενικότητες και τις εμπειρικές εφαρμογές των ευρημάτων της. Αποτέλεσμα όλων αυτών των τάσεων ήταν η ανάπτυξη μιας νέας θεωρίας που τροφοδοτείται με γνώσεις και από την ψυχολογία και από τα οικονομικά και ονομάστηκε Behavioral Economics (Συμπεριφορική Οικονομική).

Ουσιαστικά πρόκειται για τη μελέτη του πώς οι άνθρωποι λαμβάνουν αποφάσεις στην πραγματικότητα υπολογίζοντας όμως παράλληλα τους γνωσιακούς περιορισμούς του ανθρώπινου νου σε αντίθεση με το κλασικό μοντέλο του Homo Economicus [Lambert, 2006]. Οι υποστηρικτές αυτής της θεωρίας κατακρίνουν την κλασική άποψη σε τρία κυρίως σημεία:

- Ο homo economicus είναι ατομιστής: Παρόλα αυτά στην καθημερινότητά μας συναντάμε πάρα πολλά παραδείγματα αλτρουιστικών συμπεριφορών τις οποίες το μοντέλο αυτό αδυνατεί να εξηγήσει, γιατί δε λαμβάνει υπόψη παράγοντες όπως οικολογικοί και κοινωνικοί θεσμοί και παραδόσεις. [Landa et al, 2001]
- Η ασυνέπεια του χρόνου: Οι άνθρωποι τείνουν να υποβαθμίζουν τις μακροπρόθεσμες ζημιές για χάρη των βραχυπρόθεσμων κερδών και συνεπώς παραβιάζεται η σταθερότητα των προτιμήσεών τους.
- Αν ο άνθρωπος αποτύχει να φερθεί όπως ορίζει η κλασική άποψη, τότε είναι ανορθολογικός. Στην πραγματικότητα όμως μπορεί να έχει άγνοια ή να έχει πέσει θύμα παραπληροφόρησης ή να υπόκειται σε γνωσιακούς περιορισμούς

του ανθρώπινου εγκεφάλου, τους οποίους θα μελετήσουμε αναλυτικά παρακάτω. [Becker, 1992]

Framing Effect (Επίδραση του Πλαισίου)

Παραπάνω είδαμε πως η θεωρία προοπτικών μπορεί να εξηγήσει γιατί οι άνθρωποι κάνουν **διαφορετικές επιλογές σε καταστάσεις με ίδια επίπεδα πλούτου**. Αυτό επεξηγεί ένα σημαντικό χαρακτηριστικό στην θεωρία, δηλαδή προσαρμόζει τις επιπτώσεις ενός προβλήματος περιγραφής ή όπως αλλιώς ονομάζεται framing (Kahneman 2003a, Rabin 1998, Tversky et al, 1981).

Καμία κανονιστική θεωρία επιλογής δεν μπορεί να προσαρμόσει τέτοιες συμπεριφορές αφού μια πρώτη αρχή της ορθολογικής επιλογής είναι ότι οι επιλογές πρέπει να είναι ανεξάρτητες τους προβλήματος περιγραφής ή αντιπροσώπευσης. Το Πλαίσιο (Framing) αναφέρεται στο τρόπο με τον οποίο το πρόβλημα τίθεται σε αυτόν που θα πάρει την απόφαση.

Για να κατανοήσουμε καλύτερα αυτό θα παραθέσουμε ένα παράδειγμα. Υποθέτουμε ότι ένας παίκτης πάει στον ιππόδρομο και κερδίζει 200 € στο πρώτο στοίχημα αλλά χάνει 50 € στο δεύτερο. Αντιλαμβάνεται το αποτέλεσμα του δεύτερου στοιχήματος ως χάσιμο των 50\$ ή ως μείωση των κερδών του από το πρώτο στοίχημα; Με άλλα λόγια είναι η χρησιμότητα της δεύτερης ζημίας $u(-50)$ ή είναι $u(150)-u(200)$;

Η διαδικασία με την οποία οι άνθρωποι διατυπώνουν τέτοια προβλήματα ονομάζεται mental accounting. Το mental accounting υπολογίζεται επειδή στην θεωρία προοπτικών η u είναι μη-γραμμική. Ένα σημαντικό χαρακτηριστικό του mental accounting είναι το narrow framing, το οποίο έχει την τάση να συμπεριφέρεται στα ατομικά παίγνια ξεχωριστά για άλλα 44 τμήματα πλούτου. Με άλλα λόγια όταν προσφέρεται ένα παίγνιο οι άνθρωποι συχνά το εκτιμούν σαν να ήταν το μοναδικό παίγνιο που αντικρίζουν στο κόσμο.

Σε μια άλλη μελέτη που διεξήχθη κατά τη διάρκεια μιας έρευνας λήψης ιατρικών αποφάσεων, δόθηκαν στα άτομα που λάμβαναν μέρος στην έρευνα αυτή στατιστικές πληροφορίες σχετικά με τα αποτελέσματα δύο εναλλακτικών θεραπειών για το καρκίνο του πνεύμονα. Τα ίδια στατιστικά στοιχεία παρουσιάστηκαν στη μία ομάδα με κλίμακα θνησιμότητας ενώ στην άλλη σε κλίμακα επιβίωσης. Οι πληροφορίες που δόθηκαν ήταν οι εξής:

A) Πρόβλημα από τη σκοπιά της επιβίωσης

Λύση εγχείρησης: Από τους 100 ανθρώπους που υπεβλήθησαν σε εγχείρηση, 90 επέζησαν της μετεγχειρητικής περιόδου, 68 είναι ζωντανοί στο τέλος του επόμενου χρόνου και 34 είναι ζωντανοί μετά από 5 χρόνια.

Λύση χημειοθεραπείας: Από τους 100 ανθρώπους που έκαναν χημειοθεραπεία, όλοι επέζησαν της θεραπείας, 77 είναι ζωντανοί στο τέλος του επόμενου χρόνου και 22 βρίσκονται εν ζωή μετά το πέρας 5 ετών.

B) Πρόβλημα από τη σκοπιά της θνησιμότητας

Λύση εγχείρησης: Από τα 100 άτομα που έκαναν την εγχείρηση 10 από αυτά πέθαναν κατά τη διάρκεια της διαδικασίας ή την αμέσως επόμενη περίοδο της ανάρρωσης, 32 είχαν πεθάνει μέχρι το τέλος του πρώτου έτους και 66 στα 5 χρόνια.

Λύση χημειοθεραπείας: Από τα 100 άτομα που υπεβλήθησαν σε χημειοθεραπεία, κανένας δεν πέθανε κατά τη διάρκεια της θεραπείας, 23 πέθαναν μέχρι το τέλος του πρώτου έτους και 78 στα 5 χρόνια.

Το γενικό ποσοστό των συμμετεχόντων που προτίμησαν τη λύση της χημειοθεραπείας αυξήθηκε από 18% (από τη σκοπιά της επιβίωσης) στο 44% (από τη σκοπιά της θνησιμότητας). Η επιλογή της χημειοθεραπείας έναντι της εγχείρησης δεσπόζει πλεονεκτικότερη όταν παρουσιάζεται ως μείωση της πιθανότητας άμεσου θανάτου από 10% σε 0% από όταν παρουσιάζεται ως αύξηση της πιθανότητας από 90% σε 100% όσον αφορά στην επιβίωση. [Rabin, 1998]

Γενικότερα, οι Tversky και Kahneman ισχυρίζονται ότι οι άνθρωποι αξιολογούν τις πράξεις με τα ελάχιστα δυνατά κριτήρια, τα οποία περιλαμβάνουν μονάχα τις άμεσες επιπτώσεις των πράξεων αυτών. Η απόφαση για τη συμμετοχή σε ένα στοίχημα για παράδειγμα περιλαμβάνει τα κερδισμένα ή χαμένα χρήματα και αποκλείει άλλες πτυχές των αποτελεσμάτων προηγούμενων στοιχημάτων. Συνήθως, οι άνθρωποι υιοθετούν τις ελάχιστες εκτιμήσεις γιατί με αυτόν τον τρόπο πλαισίου (α) απλοποιείται η αξιολόγηση και μειώνεται η κατανάλωση γνωσιακών πόρων, (β) αντανακλάται η διαίσθηση ότι οι συνέπειες πρέπει να συνδέονται αιτιακά με τις πράξεις και (γ) ταιριάζει περισσότερο στις ιδιότητες

της ηδονιστικής εμπειρίας, η οποία είναι πιο ευαίσθητη στις επιθυμητές και μη επιθυμητές αλλαγές παρά σε σταθερές καταστάσεις. (Tvesky et al, 1981)

5. Αθροιστική θεωρία προοπτικών (Cumulative prospect theory)

Το βασικό πρόβλημα της θεωρίας προοπτικών ήταν ότι καταπατούσε την στοχαστική κυριαρχία πρώτου βαθμού (stochastic dominance) εφόσον οι επιλογές των επενδυτών δεν ήταν ορθολογικές και προκαλούσαν διαφορετικές από τις αναμενόμενες επιπτώσεις.

Για παράδειγμα η στοχαστική κυριαρχία επιβάλλει οι επενδυτές να επιλέγουν πάντοτε τα καλύτερα τελικά αποτελέσματα, δηλαδή τον περισσότερο πλούτο. Όπως είδαμε στα ανωτέρω παραδείγματα, συχνά αποφασίζουν με την εκτίμηση που έχουν βάσει των πεποιθήσεων τους, και όχι βάσει το τελικό αποτέλεσμα. Αυτό οδηγεί σε περιπτώσεις όπου διαφορετικά αποτελέσματα είναι ισοδύναμα, με προφανή καταπάτηση της στοχαστικής κυριαρχίας πρώτου βαθμού. (Στοχαστική κυριαρχία 1^{ου} βαθμού αναφέρεται στην ιδιότητα των πιθανοτήτων κατά την οποία ένας λαχνός με τουλάχιστον αποτέλεσμα x να δίνει μεγαλύτερη πιθανότητα από ένα λαχνό με αποτέλεσμα το πολύ x)

Επίσης, όπως έχει διαπιστωθεί πολλά προβλήματα στη θεωρία της προοπτικών έχουν προκληθεί από την υπερστάθμιση των μικρών πιθανοτήτων. Κατά μία έννοια οι αναλυτές στα παραδείγματα που χρησιμοποίησαν για την παραβίαση της στοχαστικής κυριαρχίας βασίστηκαν στο γεγονός ότι ένας μεγάλος αριθμός από γεγονότα μικρών πιθανοτήτων **προσθέτουν μία υποκειμενική πιθανότητα η οποία είναι μεγαλύτερη της μονάδας.** Η βασική ιδέα ήταν να αντικατασταθούν οι πιθανότητες με τις διαφορές των αθροιστικών πιθανοτήτων.

Οι δύο φόρμουλες της θεωρίας των προοπτικών και της αθροιστικής διαφέρουν ελαφρώς αλλά όχι πολύ. Η διαφορά μεταξύ των δύο αυτών μοντέλων είναι στην ουσία ότι στη θεωρία των προοπτικών κάθε πιθανότητα είναι ανεξάρτητη από την έκβασή τους ενώ στην αθροιστική θεωρία των προοπτικών συνήθως μόνο οι πιθανότητες που απεικονίζουν ακραία αποτελέσματα τείνουν να παρουσιάζουν υπεροχή και πιθανότητες που αντικατοπτρίζουν τα αποτελέσματα.

Σε πολλά εφαρμοσμένα προβλήματα οι κατανομές των πιθανοτήτων μοιάζουν με κανονικές πιθανότητες όπου εξαιρετικά χαμηλά και εξαιρετικά υψηλά αποτελέσματα είναι σπάνια ενώ τα μεσαία (mid-range) αποτελέσματα είναι

συχνά. Αυτό το χαρακτηριστικό εξηγεί και γιατί η διαφορά μεταξύ της θεωρίας προοπτικών και της αθροιστικής είναι μικρή, όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως. Λαμβάνοντας υπόψη ότι οι αυξημένες μικρές πιθανότητες στη θεωρία των προοπτικών σχετίζονται με ακραία αποτελέσματα, στην αθροιστική θεωρία τα αυξημένα (overweights) ακραία αποτελέσματα έχουν μικρές πιθανότητες. Παρόλα αυτά ενδέχεται να υπάρξουν περιπτώσεις όπου οι δύο θεωρίες να αποκλίνουν σημαντικά.

Θεωρία προοπτικών και βέλτιστη κατανομή των περιουσιακών στοιχείων

Απαραίτητο για την εξεύρεση μιας κατανομής των περιουσιακών στοιχείων που αντανακλά στις προτιμήσεις του επενδυτή είναι η επιλογή μιας συνάρτησης χρησιμότητας. Προκειμένου να μπορέσει κάποιος επενδυτής να προβεί στην κατάλληλη επιλογή, θα πρέπει να καθορίσει κάποιο κατάλληλο κριτήριο στο οποίο η συνάρτηση χρησιμότητας θα ικανοποιείται. Υπενθυμίζοντας την εκτεταμένη βιβλιογραφία που υπάρχει για την ατομική λήψη αποφάσεων υπό συνθήκες αβεβαιότητας, ένα κοινό κριτήριο για τη συνάρτηση χρησιμότητας είναι ότι κάποιος επενδυτής χρησιμοποιεί ό,τι θεωρεί σωστό για να καθορίσει την βέλτιστη κατανομή των περιουσιακών στοιχείων. Αυτό σημαίνει πως η συμπεριφορά των ατόμων που προέρχονται από τη μεγιστοποίηση αυτής της συνάρτησης χρησιμότητας, πρέπει να είναι σε συναίνεση με την πραγματική συμπεριφορά των ατόμων που παρατηρούνται σε πειραματικά εργαστήρια ή στην πραγματικότητα.

Επιπλέον η κατανομή των περιουσιακών στοιχείων που προκύπτουν από την επίλυση ενός προβλήματος βελτιστοποίησης που βασίζεται στη λειτουργία της κοινής ωφέλειας, θα πρέπει να είναι ισχυρή σε μικρές αλλαγές των λειτουργικών παραμέτρων. Τελικά, η κατανομή των περιουσιακών στοιχείων με βάση τη συνάρτηση χρησιμότητας θα πρέπει να ελεγχθεί για δύο κεφάλαια της θεωρίας του διαχωρισμού που απαιτεί ότι το βάρος και όχι ο συνδυασμός των επισφαλών περιουσιακών στοιχείων προσαρμόζεται στις αλλαγές τις προτιμήσεις των επενδυτών.

Αθροιστική Θεωρία των Προοπτικών (Cumulative Prospect Theory)

Όλη η ανωτέρω ανάλυση κατέδειξε την αναγκαιότητα να υπάρξει μία τροποποιημένη εκδοχή της Θεωρίας των Προοπτικών, η Αθροιστική Θεωρία των

Προοπτικών , στην οποία οι Tversky & Kahneman (1992) προτείνουν σαφείς συναρτησιακούς τύπους για τις $v(\cdot)$ και $\pi(\cdot)$, οι οποίοι βρίσκουν εφαρμογή σε ένα ευρύ φάσμα περιπτώσεων.

Καταρχάς ο νέος σχεδιασμός καταπολέμησε τα προβλήματα της μη στοχαστικής ανεξαρτησίας της αρχικής θεωρίας, ενώ εμπλουτίστηκε για να περιλαμβάνει και αποτελέσματα με λαχνούς που έχουν παραπάνω από δύο διαφορετικά αποτελέσματα. Επίσης για να επιτραπεί η εξαγωγή συμπερασμάτων μέσω μαθηματικών μεθόδων που προϋποθέτουν παραγωγή, η νέα συνάρτηση στάθμισης πιθανοτήτων είναι δίκλαδη, περιλαμβάνοντας στον κάθε κλάδο δύο συναρτήσεις οι οποίες είναι παραγωγίσιμες.

Μαθηματική Μοντελοποίηση Αθροιστική Θεωρία των Προοπτικών

Σύμφωνα με την αθροιστική θεωρία των προοπτικών, ο επενδυτής αξιολογεί το ακόλουθο ρίσκο που προκύπτει από διαφορετικά προσδοκώμενα αποτελέσματα τα οποία έχουν διαφορετικές πιθανότητες εμφάνισης.

$$(x_{-m}, p_{-m}; \dots x_{-1}, p_{-1}; x_0, p_0; x_1, p_1; \dots; x_n, p_n)$$

Όπου $x_i < x_j$, $i < j$ και $x_0 = 0$ αποτιμώντας με την συνάρτηση αξίας

$$\sum_{i=-m}^n \pi_i v(x_i) \quad (5)$$

Όπου

$$\pi_i = \begin{cases} w^+(p_i + \dots + p_n) - w^+(p_{i+1} + \dots + p_n) & \text{όταν } 0 \leq i \leq n \\ w^-(p_{-m} + \dots + p_i) - w^-(p_{-m} + \dots + p_{i-1}) & \text{όταν } -m \leq i \leq 0 \end{cases} \quad (6)$$

και όπου $w^+(\cdot)$ και $w^-(\cdot)$ οι συναρτήσεις στάθμισης πιθανοτήτων για κέρδη και ζημιές, αντίστοιχα. Οι Tversky & Kahneman (1992) προτείνουν τους συναρτησιακούς τύπους

$$v(x) = \begin{cases} x^\alpha & \text{για } x \geq 0 \\ -\lambda(-x)^\beta & \text{για } x < 0 \end{cases} \quad (7)$$

Και
$$w^+(P) = \frac{P^\gamma}{(P^\gamma + (1-P)^\gamma)^{1/\gamma}} \quad (8)$$

Και
$$w^-(P) = \frac{P^\delta}{(P^\delta + (1-P)^\delta)^{1/\delta}} \quad (9)$$

Είναι φανερό ότι $\alpha \in (0, 1)$, $\beta \in (0, 1)$ και $\lambda > 1$, η συνάρτηση αξίας $v(\cdot)$ στην (7) είναι κοίλη στα κέρδη, κυρτή στις ζημιές και επιδεικνύει μεγαλύτερη ευαισθησία στις ζημιές από τα κέρδη αφού ο παράγοντας $\lambda > 1$ και μεγεθύνει το αποτέλεσμα. Το λ λέγεται συντελεστής αποστροφής ζημίας.

Αν παρατηρήσουμε καλύτερα τις ανωτέρω εξισώσεις καταλαβαίνουμε ότι για $\gamma \in (0, 1)$ και $\delta \in (0, 1)$, οι συναρτήσεις στάθμισης $w^+(\cdot)$ και $w^-(\cdot)$ αποτυπώνουν την υπερστάθμιση των χαμηλών πιθανοτήτων αφού για παράδειγμα αν $P=1\%$ προκύπτει $w(P) = 3,97\%$ δεδομένου $\gamma=0,69$, οπότε προφανώς έχουμε $w(P) > P$.

Ένα άλλο σημείο άξιο προσοχής είναι ότι η εξίσωση (6) δείχνει ότι σύμφωνα με την αθροιστική θεωρία των προοπτικών, η συνάρτηση στάθμισης εφαρμόζεται στην αθροιστική κατανομή πιθανοτήτων και όχι στην συνάρτηση πυκνότητας πιθανοτήτων.

Αυτό σημαίνει ότι η βαρύτητα πιθανοτήτων π_i λαμβάνεται παίρνοντας τη συνολική πιθανότητα όλων των αποτελεσμάτων ίση ή χειρότερη από x_i . Η επίπτωση της εφαρμογής της συνάρτησης στάθμισης σε μια αθροιστική κατανομή πιθανοτήτων, είναι ο επενδυτής να υπερσταθμίσει τις ουρές της εν λόγω κατανομής.

Άρα έχουμε το αποτέλεσμα ένας επενδυτής σύμφωνα με την αθροιστική θεωρία της προοπτικών να προτιμά είτε θετικά ασύμμετρες είτε κατανομές πλούτου που μοιάζουν με λοταρία.

Πειραματικά δεδομένα και εκτίμηση συντελεστών

Μία ακόμα σημαντική επίδραση στην θεωρία των προοπτικών που προσέδωσαν οι Tversky & Kahneman (1992), αφορά στην εκτεταμένη έρευνα που οδήγησε στα ακόλουθα αποτελέσματα τα οποία χρησιμοποιούνται σε όλες τις παρεμφερείς μελέτες.

Χρησιμοποιώντας λοιπόν πειραματικά δεδομένα, εκτίμησαν τα έξης:

$$\alpha = 0,88 \text{ και } \beta = 0,88$$

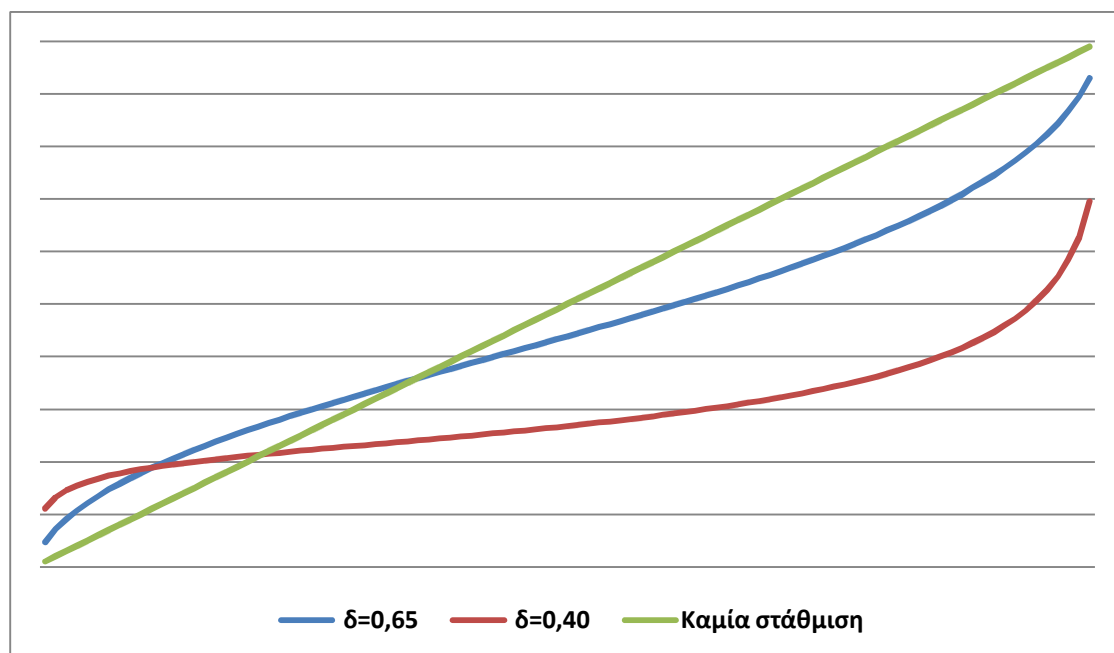
$$\lambda = 2,25,$$

$$\gamma = 0,61$$

$$\delta = 0,69.$$

Το μεγαλείο της συγκεκριμένης έρευνας καταδεικνύεται από πληθώρα μελετών που χρησιμοποιούν ή ταυτόχρονα επανυπολογίζουν τα ανάλογα νούμερα.

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 1



Στο σχήμα φαίνεται η συνάρτηση στάθμισης $w(\cdot)$ για $\delta = 0,65$ (η μπλε γραμμή), για $\delta = 0,4$ (η κόκκινη γραμμή) και για $\delta = 1$ (η πράσινη γραμμή), η οποία δεν αντιστοιχεί σε καμία στάθμιση πιθανοτήτων. Η υπερστάθμιση των χαμηλών πιθανοτήτων είναι ορατή.

Η αποτίμηση των πολυμεταβλητών κανονικών χρεογράφων

Στην παρούσα ενότητα, μελετάμε τιμές χρεογράφων όπου οι επενδυτές αξιολογούν τον κίνδυνο χρησιμοποιώντας την αθροιστική θεωρία των προοπτικών. Αρχικά θα ασχοληθούμε με τη συνάρτηση στάθμισης πιθανοτήτων, και πως αυτή επηρεάζει την αποτίμηση πολυμεταβλητών κανονικών χρεογράφων.

Ας υποθέσουμε ότι ένας επενδυτής χρησιμοποιεί την αθροιστική θεωρία των προοπτικών για την αξιολόγηση του κινδύνου και ότι ο πλούτος του στην έναρξη W_0 και στη λήξη της περιόδου είναι \tilde{W} τότε ισχύει $\tilde{W} = W_0 \tilde{R}$, όπου R μικτή απόδοση.

Στη θεωρία των προοπτικών όπως και στην κλασική οικονομική θεωρία η αξιολόγηση των αποτελεσμάτων μίας επένδυσης αποτιμάται ως η διαφορά του πλούτου των επενδυτών μείον το αρχικό επίπεδο πλουτισμού.

Με σύμβολα, το κέρδος ή απώλεια πλούτου, \hat{W} , είναι $\hat{W} = \tilde{W} - W_0$ όπου W_0 ο αρχικός πλούτος.

Αν στον ανωτέρω υπολογισμό θέλουμε να συμπεριλάβουμε και το risk free rate R_f η σχέση γράφεται

$$\hat{W} = \tilde{W} - W_0 R_f \quad (10)$$

Όπου αρχικός πλούτος W_0 την χρονική στιγμή t_0 .

$$\hat{W} = \tilde{W} - W_0 R_f$$

Ίσως ο τελευταίος τύπος να ερμηνεύει καλύτερα το πως αντιλαμβάνεται την επίδραση της αλλαγής στην περιουσιακή του κατάσταση ο επενδυτής. Θεωρεί τη μεταβολή στον πλούτο του ως κέρδος μόνο εάν αυτή υπερβαίνει τη μεταβολή που θα είχε σημειωθεί επενδύοντας στο επιτόκιο μηδενικού κινδύνου.

Στη συνέχεια παρουσιάζονται οι κύριες υποθέσεις της θεωρίας της αναμενόμενης χρησιμότητας.

Υποθέσεις αθροιστικής θεωρίας προοπτικών

ΥΠΟΘΕΣΗ 1:

Η προσδοκώμενη απόδοση είναι προφανώς μικρότερη του απείρου, όπως και η μεταβλητότητα του χαρτοφυλακίου η οποία εκφράζεται μέσω της διασποράς.

$$|E(\widehat{W})| < \infty \quad (1)$$

και

$$|Var(\widehat{W})| < \infty \quad (2)$$

Επίσης, κάθε επενδυτής έχει προτιμήσεις της αθροιστικής θεωρίας των προοπτικών, ή ακόμα και αν υπάρχουν άτομα όπου δεν την εφαρμόζουν, όπως και έχει αναφερθεί ανωτέρω, η συνολική αποτίμηση των χαρτοφυλακίων μπορεί να βασιστεί στην θεωρία των προοπτικών.

Συγκεκριμένα, κάθε επενδυτής έχει τη συνάρτηση αποτίμησης

$$U(\widetilde{W}) = V(\widehat{W}) = V(\widehat{W}^+) + V(\widehat{W}^-) \quad (3)$$

$$\text{όπου } \widehat{W}^+ = \max(\widehat{W}, 0) \quad , \quad \widehat{W}^- = \min(\widehat{W}, 0) \quad (4)$$

Στους παρακάτω τύπους το P είναι η αθροιστική συνάρτηση κατανομής του (\widehat{W})

Η συνάρτηση αξίας επί των μέγιστων κερδών ορίζεται ως εξής:

$$V(\widehat{W}^+) = - \int_0^{\infty} v(W) dw^+ (1 - P(W)) \quad (5)$$

Η συνάρτηση αξίας επί των μέγιστων ζημιών ορίζεται ως εξής:

$$V(\widehat{W}^-) = \int_{-\infty}^0 v(W) dw^- (P(W)) \quad (6)$$

ΥΠΟΘΕΣΗ 2:

Οι συναρτήσεις στάθμισης πιθανοτήτων $w^+(\cdot)$ και $w^-(\cdot)$ είναι οι εξής:

$$w^+(P) = \frac{P^\gamma}{(P^\gamma + (1-P)^\gamma)^{1/\gamma}}$$

$$w^-(P) = \frac{P^\delta}{(P^\delta + (1-P)^\delta)^{1/\delta}}$$

ΥΠΟΘΕΣΗ 3:

Εφόσον οι τιμές που βρίσκουμε σε πειραματικά δεδομένα είναι πολύ κοντά για γ και δ δεν είναι λάθος να ορίζουμε $\gamma = \delta$.

Αυτό μας οδηγεί στο να έχουμε ίδιες συναρτήσεις στάθμισης πιθανοτήτων για κέρδη και ζημίες, δηλαδή $w^+(\cdot) = w^-(\cdot) = w(\cdot)$.

Τώρα αν αναλύσουμε μέσω παραγώγων την μονοτονία της συνάρτησης, διαπιστώνουμε ότι πρέπει $\gamma = \delta \in (0.28, 1)$, για να εξασφαλίσουμε το ότι η συνάρτηση στάθμισης θα είναι γνησίως αύξουσα (το P ως πιθανότητα ανήκει στο $[0, 1]$)

Έτσι λοιπόν η πειραματική τιμή $\delta \approx 0,65$ είναι εντός του διαστήματος $(0.28, 1)$.

ΥΠΟΘΕΣΗ 4:

Η συνάρτηση αξίας $v(\cdot)$ παίρνει τη μορφή

$$v(x) = \begin{cases} x^\alpha, & x \geq 0 \\ -\lambda(-x)^\beta, & x < 0 \end{cases}$$

Εφόσον οι εμπειρικά εκτιμώμενες τιμές των α και β είναι κατά πολύ παρόμοιες, ορίζουμε $\alpha = \beta$.

Για να έχει η συνάρτηση για $x \geq 0$ την μορφή της καμπυλότητας που εκφράζει όσα έχουμε αναλύσει ανωτέρω απαιτούμε $\alpha \in (0, 1)$ και φυσικά όταν $x < 0$ πρέπει $\lambda > 1$ για να μην αλλάζει και εδώ η μορφή της συνάρτησης σύμφωνα με τις προσδοκίες.

Τα πειραματικά στοιχεία δίνουν $\alpha \approx 0,88$ και $\lambda \approx 2,25$ που αποτελέσματα που ανταποκρίνονται στις προσδοκίες μας.

ΥΠΟΘΕΣΗ 5:

$\alpha < 2\delta$. σύμφωνα με Tversky & Kahneman (1992) είναι η προϋπόθεση να διασφαλιστεί ότι η

$$V(\widehat{W}^+) = - \int_0^{\infty} v(W) dw^+ (1 - P(W))$$

έχει οριστεί σωστά.

Οι τιμές των α και δ των πειραματικών δεδομένων που υπολογίστηκαν από τους Tversky & Kahneman (1992) ικανοποιούν αυτή την προϋπόθεση.

Οι πρώτες πέντε παραδοχές είναι απαραίτητες για να αποτιμήσουμε με το μοντέλο της αθροιστικής θεωρίας των προοπτικών, ενώ οι επόμενες είναι αναγκαίες για να ισχύει το μοντέλο αποτίμησης περιουσιακών στοιχείων (CAPM). Θα αποδείξουμε ότι οι επιπτώσεις αποτίμησης της αθροιστικής θεωρίας των προοπτικών δεν διαφέρουν από εκείνες της αναμενόμενης χρησιμότητας. Για να προκύψει το αποτέλεσμα του CAPM, κάνουμε τις ακόλουθες υποθέσεις:

ΥΠΟΘΕΣΗ 6:

Μελετάμε μια οικονομία μιας περιόδου με δύο ημερομηνίες, $t = 0$ και $t = 1$, δηλαδή δουλεύουμε στον διακριτό χρόνο με δύο περιόδους.

ΥΠΟΘΕΣΗ 7:

Στην οικονομία που εξετάζουμε έχουμε τα ακόλουθα:

- ένα περιουσιακό στοιχείο του ενεργητικού ελεύθερο κινδύνου (risk free asset) , το οποίο είναι σε τέλεια ελαστική προσφορά και έχει μικτή απόδοση R_f .
- Υπάρχουν επίσης J τον αριθμό επισφαλή περιουσιακά στοιχεία του ενεργητικού. Συνήθως επιλέγουμε μετοχές ευρείας διασποράς για να ερμηνεύσουμε το φαινόμενο.

ΥΠΟΘΕΣΗ 8:

Η Κατανομή που ακολουθούν τα επισφαλή περιουσιακά στοιχεία είναι η κανονική κατανομή πολλών μεταβλητών.

ΥΠΟΘΕΣΗ 9:

Η οικονομία περιλαμβάνει ικανό αριθμό επενδυτών οι οποίοι έχουν τις ίδιες επιλογές. Αυτό σημαίνει πως οι παράμετροι α , δ , και λ είναι κοινές για τους επενδυτές.

ΥΠΟΘΕΣΗ 10:

Όλοι οι επενδυτές ακολουθούν την ίδια κατανομή πιθανοτήτων για τις μελλοντικές χρηματοροές και για τις αποδόσεις των χρεογράφων.

ΥΠΟΘΕΣΗ 11:

Χρονική στιγμή t_0 : Κάθε επενδυτής ξεκινά με θετικό wealth το οποίο αποτιμάται με τη μορφή εμπορεύσιμων χρεογράφων.

ΥΠΟΘΕΣΗ 12:

Δεν υπάρχουν περιορισμοί στις συναλλαγές που να αλλοιώνουν την ελευθερία στις επιλογές των επενδυτών.

ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ CAPM

Αποδεικνύεται πως όταν ισχύουν οι υποθέσεις 1-12 υπάρχει ισορροπία **CAPM** και ο τύπος δεν διαφέρει από αυτόν της κλασικής θεωρίας.

$$E(\widetilde{R}_j) - R_f = \beta_j (E(\widetilde{R}_M) - R_f) \quad \text{για } j=1, \dots, J \quad (7)$$

$$\text{όπου } \beta_j = \frac{\text{Cov}(\widetilde{R}_j, \widetilde{R}_M)}{\text{Var}(\widetilde{R}_M)} \quad (8)$$

και όπου (\widetilde{R}_M) είναι η απόδοση της αγοράς.

Η απόδοση της αγοράς πάνω από το risk free είναι

$$\widehat{R}_M = \widetilde{R}_M - R_f \quad (9)$$

και ικανοποιεί την ακόλουθη εξίσωση

$$V(\widehat{R}_M) = - \int_{-\infty}^0 w(P(\widehat{R}_M)) dv(\widehat{R}_M) + \int_0^{\infty} w(1 - P(\widehat{R}_M)) dv(\widehat{R}_M) = 0 \quad (10)$$

Επίσης η μέση τιμή της απόδοσης της αγοράς είναι μεγαλύτερη του μηδενός:

$$E(\widehat{R}_M) > 0 \quad (11)$$

Όπως έχει αναφερθεί και ανωτέρω, η αθροιστική θεωρία των προοπτικών ικανοποιεί τη στοχαστική κυριαρχία πρώτου βαθμού.

Σύμφωνα με την βιβλιογραφία σε ορισμένες κατηγορίες κατανομών επίσης τη στοχαστική κυριαρχία δεύτερου βαθμού (Tversky & Kahneman ,1992).

Η αιτιολόγηση της ισορροπία CAPM

Δεδομένου ότι η αθροιστική θεωρία των προοπτικών ικανοποιεί τη στοχαστική κυριαρχία πρώτου βαθμού, όλοι οι επενδυτές κάνουν τις βέλτιστες επιλογές τους με τέτοιο τρόπο ώστε να επιλέγουν ένα χαρτοφυλάκιο που συνδυάζει το ελεύθερο κινδύνου στοιχείο του ενεργητικού και το εφαπτόμενο χαρτοφυλάκιο. Σύμφωνα με την κλασική χρηματοοικονομική θεωρία, αυτό συμβαίνει στο σύνορο της περιοχής που εκφράζει τις διαφορετικές επιλογές χαρτοφυλακίου (Markowitz).

Επίσης, η θεώρηση της ύπαρξης των αποτελεσματικών αγορών, σημαίνει ότι η αγορά θα εξισορροπήσει, και το εφαπτόμενο χαρτοφυλάκιο στο σύνορο θα είναι το χαρτοφυλάκιο της αγοράς.

Όλα τα παραπάνω οδηγούν στην κλασική ισορροπία CAPM.

Στη συνέχεια θα προσπαθήσουμε να αποδείξουμε τις ανωτέρω διαισθητικές παρατηρήσεις.

Η αποτίμηση ασύμμετρων χρεογράφων

Στο σημείο αυτό θα εμπλουτίσουμε το χαρτοφυλάκιο μας με ένα νέο χρεόγραφο, το οποίο χαρακτηρίζεται ασύμμετρο, λόγω του ότι οι αποδόσεις του δεν είναι συμμετρικές. Χαρακτηριστικό παράδειγμα το τζοκέρ στο οποίο υπάρχει απειροελάχιστη πιθανότητα να κερδίσεις μεγάλα χρηματικά ποσά, ενώ υπάρχει μεγάλη πιθανότητα στο να μην κερδίσεις τίποτα. Επειδή το αποτέλεσμα δεν έχει ζημία, λέγεται και θετικά ασύμμετρο.

Θα ασχοληθούμε με ένα χρεόγραφο το οποίο προσομοιώνει το ανωτέρω παράδειγμα και θα εξετάσουμε τι συμβαίνει στην απόδοση του χαρτοφυλακίου μας.

Μελετάμε μια οικονομία στην οποία οι υποθέσεις 6-12 εξακολουθούν να ισχύουν, αλλά η οποία εκτός από το ελεύθερο κινδύνου στοιχείο του ενεργητικού και τα κανονικά καταναμημένα επισφαλής στοιχεία του ενεργητικού J, περιέχει και ένα **θετικά ασύμμετρο χρεόγραφο**.

Κάνουμε επίσης τις ακόλουθες υποθέσεις:

ΥΠΟΘΕΣΗ 13

Ανεξαρτησία. Η απόδοση του ασύμμετρου χρεογράφου είναι ανεξάρτητη από τις αποδόσεις των αρχικών επισφαλών χρεογράφων J.

ΥΠΟΘΕΣΗ 14

Προσφορά. Η εξόφληση του ασύμμετρου ομολόγου είναι σχετικά μικρή εν συγκρίσει με τη συνολική εξόφληση των αρχικών επισφαλών χρεογράφων J.

Σύμφωνα με την κλασική οικονομική θεωρία που βασίζεται στη θεωρία της αναμενόμενης χρησιμότητας με την κοίλη συνάρτηση χρησιμότητας, ένα θετικά ασύμμετρο χρεόγραφο έχει απόδοση τουλάχιστον λίγο πάνω από το risk free rate. Αυτό συμβαίνει γιατί αυτή η «υπερβάλλουσα απόδοση» είναι το κίνητρο που προσελκύει τους επενδυτές στο επικινδυνότερο ασύμμετρο χρεόγραφο έναντι του risk free asset.

Σύμφωνα με τη θεωρία της αθροιστικής θεωρίας προοπτικών, αποδεικνύουμε παρακάτω πως το **θετικά ασύμμετρο χρεόγραφο μπορεί να αποφέρει αρνητική μέση πλεονασματική απόδοση**.

Οι υποθέσεις που πρέπει να κάνουμε για την ανάλυση που ακολουθεί ξεκινούν με την **παραδοχή πως στην ισορροπία όλοι οι επενδυτές πρέπει να κατέχουν χαρτοφυλάκια τα οποία είναι κάποιος συνδυασμός του risk free asset του ασύμμετρου χρεογράφου και του εφαιπτόμενου χαρτοφυλακίου T** (που αποτελούν το αρχικό χαρτοφυλάκιο των επενδυτών με επισφαλή στοιχεία του ενεργητικού J.)

Θεωρούμε ότι ένας επενδυτής διαθέτει ένα ποσοστό θ του πλούτου του στο **ασύμμετρο χρεόγραφο**, οπότε ένα ποσοστό $(1 - \theta)$ του πλούτου του σε **ένα χαρτοφυλάκιο P** που είναι κάποιος συνδυασμός του ελεύθερου **κινδύνου** στοιχείου του ενεργητικού και των αρχικών επισφαλών στοιχείων του ενεργητικού J.

Αν οι ακαθάριστες αποδόσεις του χαρτοφυλακίου P και του ασύμμετρου χρεογράφου είναι (\widetilde{R}_P) και (\widetilde{R}_n) αντίστοιχα, η αναμενόμενη απόδοση και η διακύμανση είναι:

$$E = (1 - \theta)E(\widetilde{R}_P) + \theta E(\widetilde{R}_n) \quad (12)$$

και

$$V = (1 - \theta)^2 Var(\widetilde{R}_P) + \theta^2 Var(\widetilde{R}_n) \quad (13)$$

Όπως έχουμε ήδη αναφέρει, η αθροιστική θεωρία της προοπτικών ικανοποιεί τη στοχαστική κυριαρχία πρώτου βαθμού.

Αυτό έχει ως αποτέλεσμα ο επενδυτής να ενδιαφέρεται για χαρτοφυλάκια τα οποία για δεδομένη διακύμανση (που εκφράζει τον κίνδυνο του χαρτοφυλακίου) να μεγιστοποιούν την αναμενόμενη απόδοση όπως φαίνεται στην εξίσωση της μέσης απόδοσης.

Για το ποσοστό των επενδύσεων που κατανέμονται στο J χαρτοφυλάκιο (δηλαδή $1-\theta$), ισχύει ότι **οι ορθολογικές επιλογές αποκλείουν το ασύμμετρο χρεόγραφο από το χαρτοφυλάκιο της αγοράς** και κάθε επενδυτής έχει ένα

ποσοστό του χαρτοφυλακίου της αγοράς που σχηματίζεται μόνο από τα αρχικά επισφαλή στοιχεία του ενεργητικού J και το risk free asset.

Παρόλα αυτά, αν ονομάσουμε το τελευταίο χαρτοφυλάκιο «χαρτοφυλάκιο αγοράς-J», καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι όλοι οι επενδυτές κατέχουν χαρτοφυλάκια που είναι κάποιος συνδυασμός του ελεύθερου κινδύνου στοιχείου του ενεργητικού, του χαρτοφυλακίου αγοράς-J και του ασύμμετρου χρεογράφου. Το γεγονός αυτό συμβαίνει λόγω της ισορροπία της αγοράς. Αναλυτικότερα:

Η απλούστερη υποψήφια ισορροπία, είναι μια ισορροπία όπου όλοι οι επενδυτές κατέχουν το ίδιο χαρτοφυλάκιο.

Συγκεκριμένα ψάχνουμε για μια ισορροπία με την ακόλουθη δομή:

- όλοι οι επενδυτές στην πρώτη ομάδα κατέχουν ένα χαρτοφυλάκιο που συνδυάζει το ελεύθερο κινδύνου στοιχείο του ενεργητικού και το χαρτοφυλάκιο αγοράς-J, αλλά δεν παίρνουν καμία θέση στο ασύμμετρο χρεόγραφο
- όλοι οι επενδυτές στη δεύτερη ομάδα κατέχουν ένα χαρτοφυλάκιο που συνδυάζει το ελεύθερο κινδύνου στοιχείο του ενεργητικού, το χαρτοφυλάκιο αγοράς-J και μια μακρά θέση στο ασύμμετρο χρεόγραφο

Οι ετερογενείς συμμετοχές στην προτεινόμενη ισορροπία μας δεν προέρχονται από ετερογενείς προτιμήσεις αλλά από **την ύπαρξη μη μοναδικών βέλτιστων χαρτοφυλακίων** (αυτό σημαίνει ότι η υπόθεση 10 εξακολουθεί να ισχύει).

Έστω ότι \widehat{R}_M και $\widehat{R}_M = \widetilde{R}_n - R_f$ είναι οι αποδόσεις του χαρτοφυλακίου αγοράς-J και του ασύμμετρου χρεογράφου, αντίστοιχα. Τότε οι συνθήκες για την προτεινόμενη ισορροπία μας είναι

$$V(\widehat{R}_M) = V(\widehat{R}_M + x^* \widehat{R}_n) = 0 \quad (14)$$

$$V(\widehat{R}_M + x \widehat{R}_n) < 0, \quad 0 < x \neq x^* \quad (15)$$

$$V(\widehat{R}_n) < 0 \quad (16)$$

Και

$$V(\widehat{R}_M + x\widehat{R}_n) = -\int_{-\infty}^0 w(P_X(R))dv(R) + \int_0^x w(1 - P_X(R))dv(R) \quad (17)$$

Και

$$P_x(R) = Pr(\widehat{R}_M + x\widehat{R}_n \leq R) \quad (18)$$

Η σημασία του συντελεστή στάθμισης του πλούτου x

Η σημαντικότερη επιλογή των επενδυτών είναι το ποσοστό του πλούτου που διατίθεται στο ασύμμετρο χρεόγραφο σε σχέση με το κλάσμα που διατίθεται στο χαρτοφυλάκιο αγοράς.

Θα αναζητήσουμε αν είναι αυτές οι κατάλληλες συνθήκες ισορροπίας.

Κάθε επενδυτής στην πρώτη ομάδα κατέχει ένα χαρτοφυλάκιο με απόδοση

$$(1 - \theta)R_f + \theta\widetilde{R}_M \quad \theta \geq 0, \quad (19)$$

$$U((W_0((1 - \theta)R_f + \theta\widetilde{R}_M)) = V(W_0\theta\widehat{R}_M) = W_0^\alpha \theta^\alpha V(\widehat{R}_M) \quad (20)$$

Κάθε επενδυτής στη δεύτερη ομάδα κατέχει ένα χαρτοφυλάκιο με απόδοση

$$(1 - \varphi_1 - \varphi_2)R_f + \varphi_1\widetilde{R}_M + \varphi_2\widetilde{R}_n \quad \text{με } \varphi_1 > 0 \text{ και } \varphi_2 > 0. \quad (21)$$

Γενικά όταν ένα νέο χρεόγραφο εισάγεται σε μια οικονομία, οι τιμές των υφιστάμενων χρεογράφων επηρεάζονται.

Ένα ενδιαφέρον χαρακτηριστικό της προτεινόμενης ισορροπίας που προκύπτει σύμφωνα με την βιβλιογραφία (Barberis, N. and Huang, M., 2008), η εισαγωγή του ασύμμετρου χρεογράφου δεν επηρεάζει τις τιμές των αρχικών επισφαλών στοιχείων του ενεργητικού J

Παράδειγμα

Από την υπόθεση 8, η πλεονασματική απόδοση του χαρτοφυλακίου αγοράς που αποκλείει το ασύμμετρο χρεόγραφο κατανέμεται κανονικά

$$\widehat{R}_M \sim N(\mu_M, \sigma_M^2) \quad (22)$$

Μοντελοποιούμε το ασύμμετρο χρεόγραφο με τον απλούστερο δυνατό τρόπο, χρησιμοποιώντας μια διωνυμική κατανομή με κάποια χαμηλή πιθανότητα q , το χρεόγραφο πληρώνει ένα μεγάλο «τζακ ποτ» L , και με πιθανότητα $1 - q$ δεν πληρώνει τίποτα. Χρησιμοποιώντας τον προηγούμενο συμβολισμό μας, η κατανομή της εξόφλησης είναι:

$$(L, q; 0, 1-q)$$

Για πολύ μεγάλη L και πολύ χαμηλή q , αυτό μοιάζει με την κατανομή εξόφλησης λαχείου. Αν η τιμή του εν λόγω χρεογράφου είναι p_n , η ακαθάριστη απόδοση του \widetilde{R}_n και η πλεονασματική απόδοσή του \widehat{R}_n συνδέονται με τον τύπο $\widehat{R}_n = \widetilde{R}_n - R_f$ και κατανέμονται ως ακολούθως:

$$\widetilde{R}_n \sim \left(\frac{L}{p_n}, q; 0, 1 - q\right) \quad (23)$$

και

$$\widehat{R}_n \sim \left(\frac{L}{p_n} - R_f, q; -R_f, 1 - q\right) \quad (24)$$

Αποτίμηση Χαρτοφυλακίου Αγοράς

Τώρα ορίζουμε τις παραμέτρους προτίμησης (α , δ , λ), τις παραμέτρους εξόφλησης (L , q) του ασύμμετρου χρεογράφου, το ελεύθερο κινδύνου επιτόκιο R_f και την τυπική απόκλιση της απόδοσης της αγοράς- J σ_M και ψάχνουμε για μια μέση πλεονασματική απόδοση της αγοράς- J , μ_M , και μια τιμή p_n για το ασύμμετρο χρεόγραφο τέτοιες που να ισχύουν οι συνθήκες (23)-(25).

Συγκεκριμένα, λαμβάνουμε τη μονάδα χρόνου ως ένα έτος και ορίζουμε την ετήσια τυπική απόκλιση της χρηματιστηριακής αγοράς σε

- $\sigma_M = 0,15$
- και το ετήσιο μικτό ελεύθερο κινδύνου επιτόκιο σε $R_f = 1,02$.
- Ορίζουμε $L = 10$ και
- $q = 0,09$, που συνεπάγεται σημαντική θετική ασυμμετρία στην εξόφληση του νέου χρεογράφου.
- Τέλος, ορίζουμε $(\alpha, \delta, \lambda) = (0,88, 0,65, 2,25)$, τις αξίες που υπολογίστηκαν από τους Tversky & Kahneman (1992).

Χρησιμοποιούμε αριθμητική ολοκλήρωση για να υπολογίσουμε $V(\widehat{R}_M)$ στην (23). Για τις τιμές των παραμέτρων παραπάνω, διαπιστώνουμε ότι η συνθήκη $V(\widehat{R}_M) = 0$ συνεπάγεται $\mu_M = 0,075$

Αυτό σημαίνει ότι σύμφωνα με τις ανωτέρω παραδοχές η μέση απόδοση του χαρτοφυλακίου της αγοράς (η οποία αποκλείει το ασύμμετρο χρεόγραφο) είναι 7,5%.

Αποτίμηση Ασύμμετρου Χρεογράφου

Τώρα ψάχνουμε για μια τιμή p_n του ασύμμετρου χρεογράφου τέτοια που οι συνθήκες (23)-(25) να ισχύουν. Για να γίνει αυτό, πρέπει να υπολογίσουμε το $P_x(R)$, που ορίζεται στην (27). Δεδομένων των υποθέσεών μας σχετικά με την κατανομή των αποδόσεων του χρεογράφου,

$$P_x(R) = Pr(\widehat{R}_M + x\widehat{R}_n \leq R) \quad (25)$$

Χρησιμοποιώντας το θεώρημα της ολικής πιθανότητας και δεδομένου ότι το ασύμμετρο χρεόγραφο έχει μόνο δύο αποτελέσματα

$$= Pr\left(\widehat{R}_n = \frac{L}{p_n} - R_f\right) Pr\left(\widehat{R}_M \leq R - x\left(\frac{L}{p_n} - R_f\right)\right) \\ + Pr\left(\widehat{R}_n = -R_f\right) Pr\left(\widehat{R}_M \leq R + xR_f\right)$$

Κάνοντας την γνωστή κανονικοποίηση στην $N(0,1)$ (τυπική κανονική) έχουμε

$$q * N\left(\frac{R - x\left(\frac{L}{p_n} - R_f\right) - \mu_M}{\sigma_M}\right) + (1 - q)N\left(\frac{R + xR_f - \mu_M}{\sigma_M}\right)$$

Αντικαθιστώντας στην ανωτέρω σχέση τα νούμερα υπολογίζουμε τη τιμή της $P_x(R)$. Λύνοντας και το ολοκλήρωμα με μεθόδους αριθμητικής ανάλυσης, βρίσκουμε $p_n = 0.925$ ικανοποιεί τις συνθήκες (23)-(25).

Για την ανωτέρω τιμή $p_n = 0.925$, όπου x είναι το ποσό που διατίθεται στο ασύμμετρο χρεόγραφο σε σχέση με το ποσό που διατίθεται στο χαρτοφυλάκιο της αγοράς- J , η λύση της εξίσωσης

$$V(\widehat{R}_M + x^* \widehat{R}_n) = 0$$

Μας δίνει δύο τιμές $x = 0$ και $x = 0,085$.

Αυτό λοιπόν σημαίνει ότι σε ισορροπία υπάρχουν δύο βέλτιστες επιλογές σχετικά με το ποσοστό των χρημάτων των επενδυτών που πρέπει να τοποθετηθούν στο ασύμμετρο.

Είτε τίποτα (άρα έχει το χαρτοφυλάκιο της αγοράς δηλαδή $x=0$) ή έχει ποσοστό **8,5%** των επενδύσεων του στο ασύμμετρο χρεόγραφο.

Εφόσον το ασύμμετρο χρεόγραφο είναι σε απειροελάχιστη προσφορά, μπορούμε να εξισορροπήσουμε την αγορά για αυτό αποδίδοντας σε κάθε επενδυτή τη μία από τις δύο καθολικές βέλτιστες τιμές. Δεδομένης της κατανομής αποδόσεων στην (33), η ισορροπία μέσης πλεονασματικής απόδοσης για το ασύμμετρο χρεόγραφο είναι

$$E(\widehat{R}_n) = \frac{qL}{p_n} - R_f = \frac{(0.09)(10)}{0.925} - 1.02 = -0.047$$

οπότε η μέση καθαρή απόδοση είναι

$$E(\widehat{R}_n) - 1 = E(\widehat{R}_n) + R_f - 1 = -0.027$$

Πώς η αναμενόμενη απόδοση διαφοροποιείται με την ασυμμετρία;

Η ασυμμετρία της απόδοσης του χρεογράφου εξαρτάται κυρίως από το q (την πιθανότητα επιτυχίας να συμβεί το προσοδοφόρο γεγονός). Όταν το q είναι χαμηλό, έχουμε μεγάλη ασυμμετρία. Όσο το q αυξάνεται, μειώνεται αντίστοιχα και η ασυμμετρία. Στην ενότητα αυτή θα μελετήσουμε πως αλλάζει η προσδοκώμενη απόδοση για διαφορετικά q .

Ουσιαστικά θα κάνουμε την αναζήτηση μεταξύ πολλών διαφορετικών τιμών του q πέρα από την τιμή $q = 0,09$ που χρησιμοποιήσαμε στο παράδειγμα.

Συγκεκριμένα, για $q < 0,1035$, μπορεί να κατασκευαστεί μια ισορροπία ετερογενών συναλλαγών αλλά όχι μια ισορροπία ομοιογενών συναλλαγών.

Η διαισθητική μας παρατήρηση είναι ότι όταν το q είναι χαμηλό, το ασύμμετρο χρεόγραφο είναι ιδιαίτερα χρήσιμο γιατί μπορεί να προσθέσει μεγάλη ασυμμετρία στα αποτελέσματα των επενδύσεων, οπότε εθελοντικά χαμηλώνουν την αναμενόμενη απόδοση που απαιτούν από αυτό, αφού τους δίνει τη δυνατότητα να αποκτήσουν μεγάλα κέρδη έστω μια με μικρή πιθανότητα.

Αντίθετα αν $q > 0,1035$, με άλλα λόγια για ένα ασύμμετρο χρεόγραφο που είναι μόνο ελαφρώς ασύμμετρο, ισχύει το αντίθετο, μπορεί να κατασκευαστεί μια ισορροπία ομοιογενών συναλλαγών αλλά **όχι μια ισορροπία ετερογενών συναλλαγών**.

Ο λόγος που η ισορροπία ετερογενών συναλλαγών καταρρέει για υψηλότερες τιμές του q είναι ότι το νέο χρεόγραφο δεν είναι επαρκώς ασύμμετρο, οπότε οι επενδυτές δεν αποζημιώνονται επαρκώς για την έλλειψη διαφοροποίησης που έχει το χαρτοφυλάκιό τους, ακόμα και αν η στάθμιση του ασύμμετρου χρεογράφου στο χαρτοφυλάκιο είναι μεγάλη. (Tversky & Kahneman (1992)).

Παράδειγμα

Θα ακολουθήσουμε την προηγούμενη μοντελοποίηση δηλαδή

- $\sigma_M = 0,15$
- το ετήσιο μικτό ελεύθερο κινδύνου επιτόκιο σε $R_f = 1,02$.
- Ορίζουμε $L = 10$ και
- Τέλος, ορίζουμε $(\alpha, \delta, \lambda) = (0,88, 0,65, 2,25)$, τις αξίες που υπολογίστηκαν από τους Tversky & Kahneman (1992).
- $\mu_M = 0,075$

αλλά εδώ θα αλλάξουμε το q από 0,09 σε 0,2

Το Σχήμα 4 αναπαριστά την επιθυμητή συνάρτηση για διάφορες τιμές του ρ_n , δηλαδή, $\rho_n = 2,5$ (διακεκομμένη γραμμή), $\rho_n = 1,96$ (συνεχόμενη γραμμή) και $\rho_n = 1,35$ (διακεκομμένη γραμμή με κουκίδες).

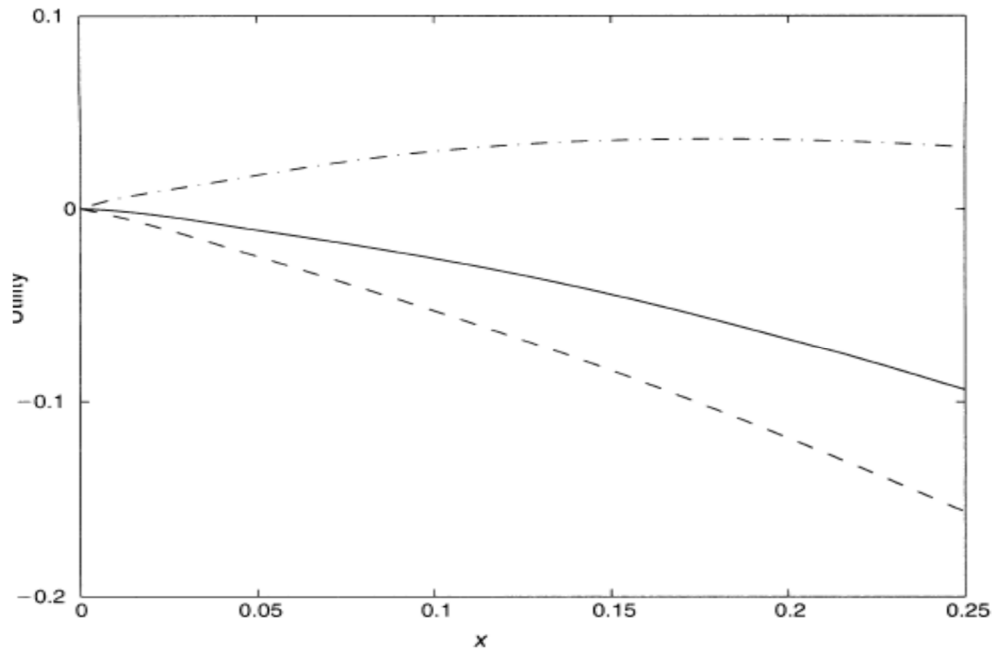


FIGURE 4. A HOMOGENEOUS HOLDINGS EQUILIBRIUM

Πηγή: Barberis, N. and Huang, M., (2008)

6. Πρακτική εφαρμογή και σύγκριση αθροιστικής Θεωρίας προοπτικών με την κλασική Θεωρία

Στην ενότητα αυτή θα κάνουμε μία αξιολόγηση της αθροιστικής θεωρίας προοπτικών και θα την συγκρίνουμε με τη κλασική οικονομική θεωρία με την οποία η αποτίμηση γίνεται μέσω συναρτήσεων χρησιμότητας.

Στα πλαίσια της όσο το δυνατόν καλύτερης σύγκρισης, εξετάζουμε διαφορετικά σενάρια αποδόσεων τα οποία θα μας δώσουν και ξεχωριστές αποτιμήσεις μέσω των διαφορετικών μεθόδων, και όπου αυτές είναι αξιοποιήσιμες θα προκύψει η διαφορά του risk premium, από την επιλογή της μη αναμενόμενης ωφέλειας.

Τα δεδομένα που χρησιμοποιήσαμε αφορούν τέσσερις διαφορετικές αποδόσεις της ίδιας μετοχής οι οποίες επιτυγχάνονται με κάποιες πιθανότητες.

Στα πέντε εναλλακτικά παραδείγματα που εξετάσαμε προσπαθήσαμε να καλύψουμε τις σημαντικότερες περιπτώσεις της θεωρητικής ανάλυσης που προηγήθηκε δημιουργώντας τις ανάλογες πειραματικές συνθήκες.

Αναλυτικότερα:

Παράδειγμα 1

Μία μετοχή με σχετικά μικρή απόδοση και πιθανότητες οι οποίες δεν είναι ίδιες αλλά δεν έχουν μεγάλες διαφορές.

Το παράδειγμα αυτό περιλαμβάνει περιπτώσεις όπου η μετοχή θα έχει ήπια ανοδική πορεία αντικατοπτρίζοντας κάποιο θετικό, αλλά αναμενόμενο για την εταιρεία που αντιπροσώπευε η μετοχή, γεγονός.

Παράδειγμα 2

Μία μετοχή με δύο αποτελέσματα και με δύο μηδενικές αποδόσεις. Οι πιθανότητες οι οποίες δεν είναι ίδιες αλλά δεν έχουν μεγάλες διαφορές.

Το παράδειγμα αυτό περιλαμβάνει περιπτώσεις όπου η μετοχή θα έχει ανοδική πορεία αντικατοπτρίζοντας κάποιο θετικό γεγονός, ενώ υπάρχουν και δύο εναλλακτικές περιπτώσεις που θα έχουν μηδενική απόδοση.

Παράδειγμα 3

Μία μετοχή με μόνο με 2 δυνατά αποτελέσματα (η περίπτωση του λαχείου στο οποίο έχουμε μεγάλα κέρδη με πολύ μικρή πιθανότητα).

Το παράδειγμα αυτό περιλαμβάνει περιπτώσεις όπου η εταιρεία θα προβεί σε κάποια σημαντική ανακοίνωση μόνο στην περίπτωση που πετύχει κάτι σημαντικό (πχ η ανακάλυψη ενός φαρμάκου για μία ανίατη ασθένεια). Κατανοούμε πως η ανακάλυψη αυτή είναι πολύ σπάνιο να συμβεί και τη διαπίστωση αυτή την εκφράζουμε με πολύ μικρή πιθανότητα.

Παράδειγμα 4

Μία μετοχή μόνο με 2 δυνατά αποτελέσματα ισοπίθανα (η περίπτωση του στριψίματος του νομίσματος). Για παράδειγμα μία εταιρεία βρισκόμενη σε έρευνα με δικαστικές περιπέτειες αναμένει το πόρισμα του ελέγχου κάποιας ανεξάρτητης αρχής. Αν ο έλεγχος αυτός την απαλλάσσει θα έχουμε θετικά αποτελέσματα, αν όχι, παραμένει υπό επιτήρηση και δεν διαπραγματεύεται.

Παράδειγμα 5

Μία μετοχή μόνο με 2 δυνατά αποτελέσματα ισοπίθανα (η περίπτωση του στριψίματος του νομίσματος), αλλά εδώ ο αποφασίζων χάνει τα 100 ευρώ.

Είναι το αντίθετο παράδειγμα από το 4. Εφαρμόζουμε την ανάλυση για το παράδειγμα 4 αλλά από την σκοπιά του προστίμου που ενδέχεται να λάβει η επιχείρηση. Είτε θα πληρώσει το πρόστιμο είτε όχι.

Μέθοδος αποτίμησης 1

Σύμφωνα με την μέθοδο της **αθροιστικής θεωρίας προοπτικών** και με τις γνωστές παραδοχές:

$$\alpha = 0,88$$

$$\beta = 0,88$$

$$\lambda = 2,25$$

$$\gamma = 0,61$$

$$\delta = 0,69.$$

Μέθοδοι κλασικής οικονομικής Θεωρίας

Είναι γνωστό πως στην κλασική οικονομική θεωρία η μέση απόδοση δίνεται από τον τύπο:

$$EU(x) = \sum_{i=1}^n p_i * u(x_i) \quad (26)$$

Στην περίπτωσή μας έχουμε 4 δυνατά αποτελέσματα οπότε ο τύπος γίνεται

$$EU(x) = p_1 * u_{x1} + p_2 * u_{x2} + p_3 * u_{x3} + p_4 * u_{x4}$$

Στη συνέχεια θα χρησιμοποιήσουμε διαφορετικές συναρτήσεις χρησιμότητας μέσω των οποίων εκφράζονται οι διαφορετικές ως προς τον κίνδυνο επιλογές των επενδυτών.

Μέθοδος αποτίμησης 2

Σύμφωνα με την κλασική οικονομική θεωρία και συνάρτησης χρησιμότητας

$$u(x) = x \text{ (Risk neutral)} \quad (27)$$

Μέθοδος αποτίμησης 3

Σύμφωνα με την κλασική οικονομική θεωρία και συνάρτησης χρησιμότητας

$$u(x) = \frac{x^{0.8}}{1.08} \text{ (Risk averse 1)} \quad (28)$$

Μέθοδος αποτίμησης 4

Σύμφωνα με την κλασική οικονομική θεωρία και συνάρτησης χρησιμότητας την

εκθετική με $u(x) = \frac{1-e^{-\alpha x}}{\alpha}$ με $\alpha > 0$, εδώ επιλέξαμε $\alpha=3$.

$$u(x) = \frac{1-e^{-3x}}{3} \text{ (Risk averse 2)} \quad (29)$$

Μέθοδος αποτίμησης 5

Σύμφωνα με την κλασική οικονομική θεωρία και συνάρτησης χρησιμότητας

την εκθετική με $u(x) = \frac{1-e^{-\alpha x}}{\alpha}$ με $\alpha < 0$, εδώ επιλέξαμε $\alpha=-3$.

$$u(x) = \frac{1-e^{-(-3)x}}{-3} = \frac{e^{3x}-1}{3} \text{ (Risk lovers)} \quad (30)$$

Αποτελέσματα πειραματικής δοκιμασίας

Παράδειγμα 1

Μία μετοχή με σχετικά μικρή απόδοση και πιθανότητες οι οποίες δεν είναι ίδιες αλλά δεν έχουν μεγάλες διαφορές:

Απόδοση Χρεογράφου	Πιθανότητες Πραγματοποίησης
3%	15%
4%	35%
2%	25%
5%	25%

Αποτελέσματα

C.P.T.	Risk Neutral	Risk Averse (1)	Risk Averse (2)	Risk Lovers
3,30%	3,60%	5,58%	3,40%	3,82%
Πίνακας risk premium λόγω επιλογής CPT				
	Risk Neutral	Risk Averse (1)	Risk Averse (2)	Risk Lovers
Risk Premium	-0,30%	-2,28%	-0,10%	-0,52%

Βλέπουμε λοιπόν πως σε ήπιες ανοδικές περιόδους η **αθροιστική θεωρία προοπτικών** αποτιμά τα προσδοκώμενα κέρδη χαμηλότερα και από τις risk averse επιλογές. Είναι κάτι που περιμέναμε αφού υπερθεματίζει τα άκρα της κατανομής των αποτελεσμάτων και κατά συνέπεια μειώνει την αποτίμηση των φυσιολογικών αποτελεσμάτων.

Παράδειγμα 2

Μία μετοχή και με 2 μηδενικές αποδόσεις με πιθανότητες οι οποίες δεν είναι ίδιες αλλά δεν έχουν μεγάλες διαφορές:

Απόδοση Χρεογράφου	Πιθανότητες Πραγματοποίησης
0%	15%
0%	35%
10%	25%
5%	25%

Αποτελέσματα

C.P.T.	Risk Neutral	Risk Averse (1)	Risk Averse (2)	Risk Lovers
3,14%	3,75%	4,93%	3,32%	4,26%
Πίνακας risk premium λόγω επιλογής CPT				
	Risk Neutral	Risk Averse (1)	Risk Averse (2)	Risk Lovers
Risk Premium	-0,61%	-1,79%	-0,18%	-1,12%

Και εδώ επαναλαμβάνεται το συμπέρασμα του παραδείγματος 1. Ο περιορισμός των θετικών αποτελεσμάτων σε δυο δεν επιδρά διαφορετικά. Και εδώ **αθροιστική θεωρία προοπτικών** μειώνει την αποτίμηση των φυσιολογικών αποτελεσμάτων.

Παράδειγμα 3

Μία μετοχή μόνο με 2 δυνατά αποτελέσματα (η περίπτωση του λαχείου στο οποίο έχουμε μεγάλα κέρδη με πολύ μικρή πιθανότητα)

Απόδοση Χρεογράφου	Πιθανότητες Πραγματοποίησης
0	39%
0	35%
500.000,00	1%
0	25%

Αποτελέσματα

C.P.T.	Risk Neutral	Risk Averse (1)	Risk Averse (2)
18.618,57	5.000,00	335,55	0,0033
Πίνακας risk premium λόγω επιλογής CPT			
	Risk Neutral	Risk Averse (1)	Risk Averse (2)
Risk Premium	13.618,57	18.283,02	18.618,57

Εδώ βλέπουμε πως η **αθροιστική θεωρία προοπτικών** αποτιμά τα προσδοκώμενα κέρδη με 3,7 φορές πάνω από τη risk neutral επιλογή. Είναι κάτι που περιμέναμε γιατί σε αυτή υπερθεματίζονται τα άκρα της κατανομής των αποτελεσμάτων και το προσδοκώμενο αποτέλεσμα είναι εξαιρετικά μεγάλο. Θα μπορούσαμε να πούμε πως η αθροιστική θεωρία

προοπτικών εκφράζει ορθά την ψυχολογία των επενδυτών σε ανάλογες καταστάσεις. Η μόνη παρατήρηση που έχουμε να κάνουμε αφορά το ύψος της διαφοράς της αποτίμησης η οποία είναι αρκετά μεγαλύτερο από ότι περιμέναμε.

Παράδειγμα 4

Μία μετοχή μόνο με 2 δυνατά αποτελέσματα ισοπίθανα (η περίπτωση του στριψίματος του νομίσματος).

Απόδοση Χρεογράφου	Πιθανότητες Πραγματοποίησης
0	0%
0	0%
100,00	50%
0	50%

Αποτελέσματα

C.P.T.	Risk Neutral	Risk Averse (1)	Risk Averse (2)
37,38	50	18,43	0,17
Πίνακας risk premium λόγω επιλογής CPT			
	Risk Neutral	Risk Averse (1)	Risk Averse (2)
Risk Premium	-12,62	18,95	37,21

Εδώ βλέπουμε πως στην **αθροιστική θεωρία προοπτικών** έχει καταλλήλως εκφραστεί η μη ορθολογική στάση των επενδυτών για σίγουρα κέρδη αν είναι να αποφύγουν μία κλήρωση με μέσο κέρδος μεγαλύτερο. (37,38 ευρώ έναντι της risk neutral επιλογής των 50 ευρώ)

Παράδειγμα 5

Μία μετοχή μόνο με 2 δυνατά αποτελέσματα ισοπίθανα (η περίπτωση του στριψίματος του νομίσματος), αλλά εδώ ο αποφασίζων χάνει τα 100 ευρώ.

Απόδοση Χρεογράφου	Πιθανότητες Πραγματοποίησης
0	0%
0	0%
- 100,00	50%
0	50%

Εδώ υπενθυμίζουμε την συνάρτηση αξίας

$$v(x) = \begin{cases} x^a & \text{για } x \geq 0 \\ -\lambda(-x)^\beta & \text{για } x < 0 \end{cases}$$

Ο παράγοντας $\lambda > 1$ μεγεθύνει το αποτέλεσμα των ζημιών.

Αποτελέσματα

C.P.T.	Risk Neutral	Risk Averse (1)	Risk Lovers
-40,76	-50	-18,43	-0,17
Πίνακας risk premium λόγω επιλογής CPT			
	Risk Neutral	Risk Averse (1)	Risk Lovers
Risk Premium	9,24	-22,33	-40,59

Και εδώ βλέπουμε πως στην **αθροιστική θεωρία προοπτικών** έχει καταλλήλως εκφραστεί η risk lovers επιλογή των επενδυτών σε σύγκριση με τα κέρδη, αφού σε απόλυτες τιμές το 40,76 ευρώ με το οποίο θα αντάλλαζαν το αποτέλεσμα του πειράματος διαφέρει από 37,38 ευρώ της περίπτωσης των κερδών.

Συμπεράσματα

Στα πλαίσια της παρούσας εργασίας εξετάσαμε τη **θεωρία προοπτικών (prospect theory)** και τη βελτιωμένη **αθροιστική θεωρία προοπτικών (cumulative prospect theory)**.

Μέσω της ενδελεχούς μελέτης της βιβλιογραφίας, της ανάλυσής της αλλά και μέσω των εφαρμογών της με παραδείγματα διαπιστώσαμε πως η αθροιστική θεωρία προοπτικών είναι μία αξιόπιστη εναλλακτική στην αποτίμηση στοιχείων χαρτοφυλακίου.

Λαμβάνοντας υπόψη παραδοχές που κάνουμε και στην κλασική οικονομική θεωρία (όπως κανονικότητα, έλλειψη περιορισμών στις συναλλαγές κ.α.) δείξαμε ότι υπάρχει ισορροπία CAPM, ενώ το χαρτοφυλάκιο των επενδυτών μπορεί να αποκτήσει και ένα περιουσιακό στοιχείο με «ενδιαφέρουσα» συμπεριφορά, το ασύμμετρο χρεόγραφο.

Η προσθήκη ενός μικρού ποσοστού του πλούτου στο ασύμμετρο χρεόγραφο, όταν ήδη υπάρχει ένα χαρτοφυλάκιο με άλλες επενδύσεις, χαμηλώνει την αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου δεδομένου ότι το ασύμμετρο χρεόγραφο έχει αρνητική μέση απόδοση.

Υπάρχει όμως ένα ποσοστό ίσο με 8,5% του συνολικού χαρτοφυλακίου, στο οποίο το ασύμμετρο χρεόγραφο προσθέτει σημαντική ασυμμετρία στην απόδοση του χαρτοφυλακίου του επενδυτή και πιθανότατα να γίνεται αποδεκτό σε περιπτώσεις που τα χαρτοφυλάκια των επενδυτών δεν βασίζονται μόνο στη μέγιστη μέση απόδοση, αλλά και στην ισχυρή διαφοροποίηση.

Στις περιπτώσεις αυτές, ο επενδυτής υπερσταθμίζει τις ουρές της κατανομής του πλούτου του (όπως στις περιπτώσεις των λαχμών των τυχερών παιγνίων) και η επίπτωση της ασυμμετρίας αντισταθμίζει τις επιπτώσεις της αρνητικής απόδοσης του ασύμμετρου χρεογράφου.

Μάλιστα σε επίπεδο τιμής $\rho_n = 0,925$, τα αποτελέσματα με ή χωρίς τη χρήση του ασύμμετρου χρεογράφου είναι ισοδύναμα.

Ως παράπλευρο αποτέλεσμα από την παραπάνω ανάλυση καταδεικνύεται και κάτι εξίσου σημαντικό αλλά όχι και τόσο προφανές. Αν το ποσοστό αυξηθεί πάνω από 8,5%, παρότι το χαρτοφυλάκιο του επενδυτή διατηρεί μια δομή σαν λοταρία, μειώνεται η διαφοροποίηση και αποτίμηση του χαρτοφυλακίου μειώνεται.

Αυτό σημαίνει πως όποιος επενδυτής θέλει να αποκτήσει στο χαρτοφυλάκιο του ασύμμετρο χρεόγραφο πρέπει να το κάνει σε ποσοστό 8,5% για να αποκτήσει την κατάλληλη διαφοροποίηση και να μην αλλοιώσει τα άλλα στοιχεία του χαρτοφυλακίου του υπερσταθμίζοντας το ασύμμετρο χρεόγραφο.

Στην ανάλυση περιπτώσεων που ακολούθησε χρησιμοποιήσαμε την αθροιστική θεωρία προοπτικών για να αποτιμήσουμε διαφορετικά χαρτοφυλάκια συγκρίνοντας την απόδοσή τους με αυτήν της κλασικής θεωρίας.

Διαπιστώσαμε πως σε περιπτώσεις φυσιολογικών αποδόσεων χρεογράφων η αποτίμηση μέσω της αθροιστικής θεωρίας προοπτικών είναι μία επιλογή που αποστρέφεται τον κίνδυνο, ενώ όταν αποτιμώνται χαρτοφυλάκια τα οποία έχουν τη δομή μιας λοταρίας η αθροιστική θεωρία προοπτικών υπερμεγεθύνει το προσδοκώμενο αποτέλεσμα.

Τέλος διαπιστώσαμε πως οι ζημιές είναι σημαντικότερα επιζήμιες από τα ισόποσα κέρδη και αποτιμώνται με μεγαλύτερη απολυτή τιμή.

ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΠΙΝΑΚΩΝ

ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΟΣ 1	45
ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΟΣ 2	45
ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΟΣ 3	46
ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΟΣ 4	47
ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΟΣ 5	47

ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΟΣ 1	45
ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΟΣ 2	46
ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΟΣ 3	46
ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΟΣ 4	47
ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΟΣ 5	48

ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΩΝ

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 1	26
--------------------------	-----------

Βιβλιογραφία

Barberis, N., Huang, M., and T. Santos (2001), "Prospect Theory and Asset Prices," *Quarterly Journal of Economics* 116, 1-53.

Barberis, N., Huang, M., and R. Thaler (2006), "Individual Preferences, Monetary Gambles, and Stock Market Participation: A Case for Narrow Framing," *American Economic Review* 96, 1069-1090.

Barberis, N. and Huang, M., (2008) , Stocks as lotteries : "The implications of probability weighting for security prices" , *American Economic Review*

Dahlquist, M. and F. De Jong (2004), "Pseudo Market Timing: Fact or Fiction?" Working paper, Stockholm Institute for Financial Research.

De Giorgi, E., Hens, T., and H. Levy (2003), "Prospect Theory and the CAPM: A Contradiction or Co-existence?" Working paper, University of Zurich.

Kahneman, D. (2003), "Maps of Bounded Rationality: Psychology for Behavioral Economics," *American Economic Review* 93, 1449-75.

Kahneman, D. and A. Tversky (1979), "Prospect Theory: An Analysis of Decision under Risk," *Econometrica* 47, 263-291.

Kane, A. (1982), "Skewness Preference and Portfolio Choice," *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 17, 15-25.

Kraus, A. and R. Litzenberger (1976), "Skewness Preference and the Valuation of Risk Assets," *Journal of Finance* 31, 1085-1100.

Ritter, J. (1991), "The Long-run Performance of Initial Public Offerings," *Journal of Finance* 46, 3-27.

Schultz, P. (2003), "Pseudo Market Timing and the Long Run Performance of IPOs," *Journal of Finance* 58, 483-518.