

**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ**



**Τμήμα Στατιστικής και Ασφαλιστικής  
Επιστήμης**

**Π.Μ.Σ. στην «Αναλογιστική Επιστήμη και Διοικητική  
Κινδύνου»**

**Βέλτιστες Πολιτικές Οικονομικής Αντασφάλισης.  
Πώς οι Εταιρίες Αντισταθμίζουν τους Κινδύνους τους?**

**Αικατερίνη Σ. Μωραΐτη**

**Πειραιάς,  
Μάρτιος 2017**

**UNIVERSITY OF PIRAEUS**



**Department of Statistics and Insurance  
Science**

**M.Sc. in "Actuarial Science and Risk Management"**

**Why and How Firms Should Hedge**

**Aikaterini S. Moraiti**

*Piraeus,  
March 2017*

## Ευχαριστίες

Θα ήθελα να εκφράσω τις θερμές μου ευχαριστίες στον κύριο Βασίλειο Σεβρόγλου, Επίκουρο Καθηγητή του Τμήματος Στατιστικής και Ασφαλιστικής Επιστήμης του Πανεπιστημίου Πειραιώς, για την πολύ σημαντική υποστήριξη, καθοδήγηση και βοήθεια καθ' όλη τη διάρκεια εκπόνησης της παρούσας εργασίας. Επίσης, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον κύριο Μιχαήλ Γκλεζάκο, Καθηγητή του Τμήματος Στατιστικής και Ασφαλιστικής Επιστήμης, καθώς και την κυρία Γεωργία Βερροπούλου, Αναπληρώτρια Καθηγήτρια του ιδίου Τμήματος, για τη συμμετοχή τους στην τριμελή Επιτροπή.

Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω τους γονείς μου Σπυρίδωνα και Ελένη για την αμέριστη συμπαράσταση και υποστήριξή τους σε κάθε μου βήμα, καθώς και την αδερφή μου Πηγή, για την αγάπη της και τη στήριξή της όλα αυτά τα χρόνια.



## Περίληψη

Στην εργασία αυτή θα μελετήσουμε τρόπους αντιστάθμισης κινδύνων από μεγάλες εταιρίες και επιχειρήσεις, καθώς και τον τρόπο με τον οποίο αντισταθμίζουν τους κινδύνους αυτούς. Αν και τα τελευταία χρόνια οι μελέτες διαφόρων επιστημόνων έχουν εξηγήσει γιατί οι εταιρίες πρέπει να αντισταθμίζουν τους κινδύνους τους, παρ' όλα τ' αυτά δεν έχουν πλήρως μελετηθεί οι τρόποι με τους οποίους αντισταθμίζουν τους κινδύνους αυτούς. Υποθέτουμε ότι οι επιχειρήσεις μπορούν να βιώσουν δαπανηρές φυσικές καταστάσεις και γι' αυτό το λόγο χρησιμοποιούν κατάλληλα παράγωγα χρηματοοικονομικά προϊόντα τύπου "vanilla" ή εξωτικά παράγωγα με στόχο την επίτευξη βέλτιστων στρατηγικών αντιστάθμισης κινδύνων. Ιδιαίτερα, τα παράγωγα αυτά χρησιμοποιούνται γενικά από εταιρίες που θέλουν να μεγιστοποιήσουν την αξία τους και αντιμετωπίζουν τόσο αντισταθμιζόμενους τιμολογιακούς κινδύνους όσο και μη - αντισταθμιζόμενους ποσοτικούς κινδύνους. Τα προσαρμοσμένα εξωτικά παράγωγα τυπικά είναι καλύτερα από τα συμβόλαια τύπου "vanilla" όταν η συσχέτιση μεταξύ τιμών και ποσότητας είναι μεγάλη και όταν οι ποσοτικοί κίνδυνοι είναι σημαντικά μεγαλύτεροι από τους κινδύνους τιμών. Τέλος, θα παρουσιάσουμε εφαρμογή του παραπάνω μοντέλου δίνοντας κατάλληλα παραδείγματα.

## Abstract

In this paper, we will study ways of risk hedging for large companies and corporations. Although through the last years various scientists have studied the reasons why the companies should hedge their risks, however there hasn't been a thorough research on the ways of hedging those risks. We assume that the companies may suffer costly states of nature and that is the reason to use suitable derivatives such as "vanilla" and "exotic" ones, aiming to attain optimal risk hedging strategies. In particular, these derivatives are being used in general by companies which want to maximize their value and confront hedgable price risks as well as non – hedgable quantity risks. The exotic derivatives are usually better than the "*vanilla*" when the correlation between price and quantity is oversized and when quantity risks are significantly higher than price risks. Finally, we will present an application of the aforementioned model by giving suitable examples.

## Πρόλογος

Τις τελευταίες δεκαετίες η χρήση χρηματοοικονομικών παραγώγων έχει γίνει συχνή και σε μη – χρηματοοικονομικές επιχειρήσεις (βλ. [3]). Σημαντικό μέρος έρευνας έχει επικεντρωθεί στους λόγους που οι επιχειρήσεις χρησιμοποιούν τέτοια χρηματοοικονομικά εργαλεία για τη διαχείριση των κινδύνων τους, ωστόσο δεν έχει επεκταθεί στους τρόπους χρήσης τους για την αντιστάθμιση των κινδύνων αυτών. Για παράδειγμα, η σύγχρονη βιβλιογραφία δεν έχει δώσει απαντήσεις σχετικά με το πότε είναι καλύτερο μια επιχείρηση να χρησιμοποιήσει δικαιώματα προαίρεσης αντί για Προθεσμιακά Συμβόλαια, πότε και τα δύο ή αν είναι καλύτερο να συνάψει ένα προσαρμοσμένο συμβόλαιο. Θα αντιμετωπίσουμε αυτό το ερώτημα, κατασκευάζοντας ένα απλό μοντέλο μη – χρηματοοικονομικής εταιρίας, η οποία θα έχει την ευχέρεια να χρησιμοποιήσει μία ποικιλία συμβολαίων παραγώγων. Αρχικά θα συγκρίνουμε την αποτελεσματικότητα διαφορετικών στρατηγικών αντιστάθμισης κινδύνων και θα εντοπίσουμε ποια χαρακτηριστικά της εταιρίας αυτής είναι τα πιο σημαντικά για τον καθορισμό της δομής της στρατηγικής που θα χρησιμοποιήσει για την αντιστάθμιση των κινδύνων που αντιμετωπίζει.

Όπως σημειώθηκε ήδη, ένα σημαντικό κομμάτι έρευνας έχει εστιάσει στους λόγους για τους οποίους η αντιστάθμιση κινδύνων είναι χρήσιμη στην εταιρική διαχείριση κινδύνων. Για παράδειγμα, προηγούμενα αποτελέσματα δείχνουν ότι οι εταιρίες μεγιστοποίησης αξίας πρέπει να αντισταθμίζουν αν αντιμετωπίζουν ένα κυρτό επιχειρησιακό φορολογικό πρόγραμμα ή κόστος που σχετίζεται με οικονομική στενότητα (βλ. [27]). Αυτό το κόστος υπερβαίνει το άμεσο κόστος που σχετίζεται με τη χρεοκοπία. Πελάτες, προμηθευτές και άλλα ενδιαφερόμενα μέρη, προβλέποντας οικονομική στενότητα, είναι πιθανό να αναζητούν τρόπους να μειώσουν την εξάρτησή τους από εταιρίες με μεγάλη πιθανότητα χρεοκοπίας (βλ. [25]). Άλλο έμμεσο κόστος που προκύπτει από καταστάσεις οικονομικής στενότητας είναι αυτό που σχετίζεται με το πρόβλημα υποεπενδύσεων (βλ. [21]). Επίσης, την αντιστάθμιση κινδύνων ενθαρρύνουν οι ατέλειες της αγοράς. Όταν η πρόσβαση σε εξωτερικές κεφαλαιακές αγορές προκαλεί μεγάλο κόστος προτείνεται η χρήση της διαχείρισης κινδύνων για τη μείωση του αναμενόμενου κόστους των μελλοντικών οικονομικών επενδύσεων (βλ. [12]).

Από τις παραπάνω μελέτες προκύπτει ότι το μεγάλο κόστος εμφανίζεται σε συγκεκριμένες φυσικές καταστάσεις, κατά τις οποίες μία εταιρία πρέπει να χρησιμοποιήσει την αντιστάθμιση κινδύνων. Ο στόχος μας δεν είναι να επεκταθούμε στους λόγους που αντισταθμίζουμε σε κάποιες φυσικές καταστάσεις, αλλά τους θεωρούμε δεδομένους και αντλούμε τη βέλτιστη στρατηγική αντιστάθμισης για μία εταιρία μεγιστοποίησης αξίας. Υποθέτουμε επίσης, ότι οι

εταιρίες αντιμετωπίζουν πολλαπλές πηγές αβεβαιότητας, μερικές από τις οποίες δεν μπορούν να αντισταθμιστούν. Για παράδειγμα, μία εταιρία μπορεί να προβλέψει – και αντίστοιχα να αντισταθμίσει – τις πωλήσεις σε συνάλλαγμα βραχυπρόθεσμα, ενώ είναι πιο δύσκολο να τις προβλέψει και να τις αντισταθμίσει μακροπρόθεσμα, καθώς οι πωλήσεις θα είναι περισσότερο αβέβαιες.

Οι υποθέσεις των φυσικών καταστάσεων που προκαλούν κόστος και των κινδύνων που δεν αντισταθμίζονται, μας επιτρέπουν να αντλήσουμε ένα μοντέλο μίας περιόδου για τη βέλτιστη στρατηγική αντιστάθμισης, χρησιμοποιώντας διαφορετικούς τύπους συμβολαίων παραγώγων. Στην πραγματικότητα, αυτές οι παραδοχές αντιπροσωπεύουν το καθαρό ελάχιστο για το οποίο η εταιρία επιλέγει τη χρήση στρατηγικών αντιστάθμισης. Αν δεν υπάρχει μεγάλο κόστος, η εταιρία δεν έχει κανένα λόγο να αντισταθμίσει. Χωρίς μη – αντισταθμιζόμενο κίνδυνο η βέλτιστη στρατηγική αντιστάθμισης είναι απλά να πωληθεί ολόκληρη η έκθεση forward, κάτι που καταλήγει σε τέλεια αντιστάθμιση. Αυτή η απλή τοποθέτηση παρέχει αφενός ένα πλούσιο σύνολο βέλτιστων στρατηγικών αντιστάθμισης και αφετέρου μας επιτρέπει να αναγνωρίσουμε πιο εύκολα τους περισσότερο και τους λιγότερο σημαντικούς παράγοντες για την εταιρική διαχείριση κινδύνων. Το μοντέλο μας μάς παρέχει το βασικό πλαίσιο, το οποίο μπορεί εύκολα να επεκταθεί και να ενσωματώσει χαρακτηριστικά όπως οι πολλαπλές μελλοντικές χρονικές περίοδοι, οι απόψεις της αγοράς και οι εναλλακτικές στρατηγικές αντιστάθμισης που δεν συμπεριλαμβάνουν παράγωγα χρηματοοικονομικά προϊόντα.

Αναλύουμε δύο γενικούς τύπους στρατηγικών αντιστάθμισης. Καταρχήν, υποθέτουμε ότι η πολιτική της εταιρικής διαχείρισης κινδύνων επιτρέπει τη χρήση παραγώγων τύπου “vanilla” όπως τα Προθεσμιακά Συμβόλαια ή τα δικαιώματα προαίρεσης. Στην περίπτωση των Προθεσμιακών Συμβολαίων, η βέλτιστη αντιστάθμιση κινδύνων μπορεί να εκφραστεί σε κλειστή μορφή. Η ανάλυσή μας θα μας οδηγήσει σε μία σειρά ενστικτωδών αποτελεσμάτων. Για παράδειγμα, όταν οι τιμές είναι αρνητικά συσχετισμένες με την παραχθείσα ποσότητα, η εταιρία θα έπρεπε τυπικά να αντισταθμίσει λιγότερο από την αναμενόμενη έκθεσή της. Επίσης, βρίσκουμε ότι εταιρικοί παράγοντες όπως η μεταβλητότητα των μελλοντικών πωλήσεων και παράγοντες της αγοράς όπως η μεταβλητότητα των κινδύνων των τιμών που αντισταθμίζονται, έχουν μεγάλο αντίκτυπο στη βέλτιστη αντιστάθμιση με Προθεσμιακά Συμβόλαια. Δείχνουμε ότι η αντιστάθμιση ελάχιστης διακύμανσης με Προθεσμιακά Συμβόλαια είναι ειδική περίπτωση του γενικού μας μοντέλου, που οδηγεί όμως σε μεγάλο κόστος που είναι τουλάχιστον τόσο μεγάλο όσο και εκείνα της βέλτιστης αντιστάθμισης. Βλέπουμε επίσης πώς μία εταιρία θα μπορούσε να χρησιμοποιήσει δικαιώματα πώλησης ή ένα χαρτοφυλάκιο παραγώγων τύπου “vanilla” σαν εργαλείο αντιστάθμισης.



Για παράδειγμα, μία θέση Long σε δικαιώματα πώλησης συχνά υπερέχει της πώλησης Προθεσμιακών Συμβολαίων όταν οι κίνδυνοι τιμής και ποσότητας έχουν αρνητική συσχέτιση.

Ο δεύτερος τύπος στρατηγικής περιλαμβάνει την παραγωγή μιας λύσης κλειστού τύπου για τη συνάρτηση βέλτιστης “exotic” πληρωμής. Αυτή η συνάρτηση περιγράφει την πληρωμή που θα έπρεπε να επιλέξει η εταιρία αν μπορεί να συνάψει συμβόλαιο με ένα οποιοδήποτε δίκαια τιμολογημένο παράγωγο. Δείχνουμε ότι υπάρχει στενή σχέση μεταξύ του βέλτιστου αριθμού Προθεσμιακών Συμβολαίων και της βέλτιστης exotic αντιστάθμισης, καθώς στην τιμή forward του εμπορεύματος προς πώληση, το βέλτιστο Προθεσμιακό Συμβόλαιο και η βέλτιστη αντιστάθμιση έχουν όμοια deltas. Σε τιμές διαφορετικές από την τιμή forward, η αντιστάθμιση με “exotic” παράγωγα εναρμονίζει την έκθεση της εταιρίας προσθέτοντας ή αφαιρώντας κυρτότητα.

Από τη στιγμή που τα αποτελέσματά μας εκφράζονται σε κλειστή μορφή μπορούμε εύκολα να αναγνωρίσουμε ποιος τύπος εταιρίας έχει μεγαλύτερο όφελος από την αγορά μη – γραμμικής αντιστάθμισης με χρήση exotic παραγώγων. Δείχνουμε ότι η συσχέτιση τιμής και ποσότητας, ο βαθμός της μεταβλητότητας της τιμής και της ποσότητας και ο δείκτης αυτών των κινδύνων είναι πρωταρχικοί και καθοριστικοί παράγοντες της κυρτότητας της βέλτιστης αντιστάθμισης. Για παράδειγμα, όταν η συσχέτιση είναι αρνητική, τότε οι εταιρίες θα πρέπει να αγοράσουν κυρτότητα. Όταν η συσχέτιση είναι θετική, συνήθως η βέλτιστη αντιστάθμιση απαιτεί η εταιρία να πουλήσει κυρτότητα. Ο ακριβής βαθμός της κυρτότητας καθορίζεται από τον κίνδυνο τιμής και ποσότητας και σε μικρότερο βαθμό από τη σχετική κυρτότητα της συνάρτησης κόστους.

Ένα μεγάλο πλεονέκτημα στην προσέγγιση του καθορισμού της βέλτιστης αντιστάθμισης είναι ότι επιτρέπει μια απλή αλλά ισχυρή σύγκριση μεταξύ διαφορετικών οργάνων αντιστάθμισης. Επειδή η εταιρία θέλει να μειώσει το κόστος με διαφορετικές στρατηγικές αντιστάθμισης, μπορούμε να ποσοτικοποιήσουμε τη σχετική αποτελεσματικότητα των διάφορων εναλλακτικών. Για παράδειγμα, ανακαλύπτουμε ότι οι εταιρίες μπορούν να ωφεληθούν περισσότερο από μη – γραμμικές exotic πληρωμές όταν η συσχέτιση μεταξύ τιμής και ποσότητας είναι αρνητική και ο κίνδυνος ποσότητας μεγάλος. Αν η συσχέτιση μεταξύ τιμής και ποσότητας είναι αμελητέα, τα Προθεσμιακά Συμβόλαια είναι πολύ αποτελεσματικά εργαλεία αντιστάθμισης. Όταν η συσχέτιση είναι θετική τα exotic παράγωγα προσφέρουν πρόσθετο κέρδος σε σχέση με τα Προθεσμιακά Συμβόλαια ή τα δικαιώματα προαίρεσης και αυτά τα κέρδη αυξάνουν με μεγαλύτερο ποσοτικό κίνδυνο και λιγότερο τιμολογιακό κίνδυνο.

Παρόμοια προβλήματα, για το πώς μία εταιρία μεγιστοποίησης αξίας με κιν-

δύνους που δεν αντισταθμίζονται πρέπει να δομεί το πρόγραμμα αντιστάθμισης που θα ακολουθήσει, έχουν αναλυθεί σε άλλους κλάδους. Έχουν διενεργηθεί σχετικές με την παρούσα ανάλυση έρευνες, στις οποίες ορίζονται οι βέλτιστες συναρτήσεις πληρωμών για συγκεκριμένες συναρτήσεις χρησιμότητας (βλ. [4], [7]). Επίσης, σχετική έρευνα εξετάζει τους επενδυτές που αντισταθμίζουν την έκθεση που δε διαπραγματεύεται με συνεχείς συναλλαγές συσχετισμένων περιουσιακών στοιχείων που διαπραγματεύονται, για παράδειγμα, μέσω Συμβολαίων Μελλοντικής Εκπλήρωσης. Γενικά οι δυναμικές στρατηγικές διαπραγμάτευσης σε πλήρεις αγορές είναι ισοδύναμες με τα “exotic” παράγωγα που χρησιμοποιούμε. Προηγούμενες έρευνες επίσης καταλήγουν σε παρόμοια με της παρούσας εργασίας αποτελέσματα, δηλαδή ότι για συγκεκριμένες παραμετρικές τιμές μία δυναμική αντιστάθμιση καταλήγει σε σημαντικά μικρότερη διακύμανση (βλ. [1], [10]).

Επιπλέον, σχετική με το μοντέλο μας είναι προηγούμενη έρευνα κατά την οποία εξετάζεται η επιλογή και η βέλτιστη στρατηγική αντιστάθμισης χαρτοφυλακίου, όταν ο επενδυτής έχει μη – διαπραγματεύσιμα, εξωγενή και στοχαστικά έσοδα και αποδεικνύεται ότι η λύση για το βέλτιστο χαρτοφυλάκιο διαπραγματεύσιμων στοιχείων περιέχει ένα συστατικό που αντισταθμίζει τον κίνδυνο μη – διαπραγματεύσιμων εσόδων των επενδυτών (βλ. [30]). Επίσης, σχετική με το μοντέλο μας είναι η έρευνα που λαμβάνει υπόψη την επιλογή του βέλτιστου χαρτοφυλακίου σε μη – πλήρεις αγορές (βλ. [8], [9], [11], [15]).

Υπάρχουν, ωστόσο, δύο λεπτές αλλά σημαντικές διαφορές ανάμεσα σε προηγούμενες έρευνες και το μοντέλο που παρουσιάζεται εδώ. Πρώτον, οι αρχικές έρευνες λύνουν ένα πρόβλημα μεγιστοποίησης ωφελιμότητας για ένα μοναδικό agent, ενώ εμείς επικεντρωνόμαστε αποκλειστικά σε μία εταιρία μεγιστοποίησης αξίας. Οι διαφορές μεταξύ των προβλημάτων αντιστάθμισης έχουν ήδη αναφερθεί και εξεταστεί ενδελεχώς σε προηγούμενες έρευνες (βλ. [6], [13]). Η διαφορά είναι διαισθητική αν σκεφτούμε την απλή περίπτωση των πλήρων αγορών. Αν οι αγορές είναι πλήρεις και η εταιρία έχει κόστος που σχετίζεται με καταστάσεις χαμηλού κέρδους, η εταιρία θα αντισταθμίσει πλήρως την έκθεση σε στοιχεία που ενέχουν κίνδυνο. Αυτό συγκρίνεται με έναν επενδυτή που δε θέλει κίνδυνο, ο οποίος θα αποκτήσει μερική έκθεση σε «επικίνδυνα» στοιχεία για λόγους κερδοσκοπίας.

Δεύτερον, αντί να υπολογίζουμε έναν πρόσθετο, αλλά σχετικό, μη – διαπραγματεύσιμο κίνδυνο, λαμβάνουμε υπόψη μια εταιρία που αντιμετωπίζει έναν «ποσοτικό κίνδυνο» όπου η τιμή και η ποσότητα της παραγωγής είναι αβέβαιες. Αυτός ο πολλαπλασιαστικός κίνδυνος χαρακτηρίζει καλύτερα το πρόβλημα μιας μη – χρηματοοικονομικής εταιρίας και οδηγεί σε λύσεις που είναι διαφορετικές από αυτές στην υπάρχουσα βιβλιογραφία για την αντιστάθμιση μέσης διακύμαν-

σης και επιλογής χαρτοφυλακίου. Στην εργασία μας αφενός επικεντρωνόμαστε εννοιολογικά σε μη – χρηματοοικονομικές εταιρίες αντί για χρηματοοικονομικά ιδρύματα και αφετέρου επικεντρωνόμαστε στη δημιουργία ασφαλών παραγόντων αντιστάθμισης (αντί για τη δομή επένδυσης και κεφαλαίου).

Πιο «κοντά» στην ανάλυση που παρουσιάζεται εδώ είναι τα προβλήματα αντιστάθμισης με μη – διαπραγματεύσιμο κίνδυνο (κίνδυνο ποσότητας), τα οποία έχουν αναλυθεί στη βιβλιογραφία αγροτικής οικονομίας. Για παράδειγμα, υπάρχει έρευνα κατά την οποία αντλείται η βέλτιστη στρατηγική αντιστάθμισης με Συμβόλαια Μελλοντικής Εκπλήρωσης για ένα κράτος, υποθέτοντας ότι η χρησιμότητα του κράτους αυτού μπορεί να εκφραστεί ως συνάρτηση των συνολικών εσόδων (βλ. [23]). Επίσης, έχει διενεργηθεί ανάλυση της βέλτιστης αντιστάθμισης για έναν αγρότη που αποστρέφεται τον κίνδυνο, ο οποίος μπορεί να χρησιμοποιήσει τόσο δικαιώματα προαίρεσης όσο και Συμβόλαια Μελλοντικής Εκπλήρωσης (βλ. [18], [20]). Τέλος, άλλοι ερευνητές έχουν λύσει το πρόβλημα αντιστάθμισης για μια «αβέβαιη ποσότητα», για εταιρίες οι οποίες θέλουν να αντισταθμίσουν τη διακύμανση των συνολικών εσόδων (βλ. [26]).

Η εργασία διαρθρώνεται ως εξής: Στο πρώτο κεφάλαιο γίνεται μία εισαγωγή στα παράγωγα χρηματοοικονομικά προϊόντα, τα είδη και τη χρησιμότητά τους, όπως επίσης και σε στρατηγικές της χρήσης τους. Στο δεύτερο κεφάλαιο παρουσιάζεται το μοντέλο και οι λύσεις για βέλτιστες πολιτικές αντιστάθμισης. Στο τρίτο κεφάλαιο αναλύεται η βέλτιστη αντιστάθμιση σε διαφορετικά σενάρια και η ευαισθησία του μοντέλου στις αλλαγές των υποθέσεων. Στο τέταρτο κεφάλαιο συζητούνται η εφαρμογή του μοντέλου σε πραγματικά δεδομένα, τα γενικά εμπειρικά αποτελέσματα, πώς σχετίζονται με υπάρχοντα εμπειρικά αποτελέσματα και παρουσιάζονται τα συμπεράσματα.

# Περιεχόμενα

<b>1</b>	<b>Εισαγωγή στα Παράγωγα Χρηματοοικονομικά Προϊόντα</b>	<b>9</b>
1.1	Παράγωγα Προϊόντα - Βασικές Έννοιες . . . . .	9
1.2	Προθεσμιακά Συμβόλαια και Συμβόλαια Μελλοντικής Εκπλήρωσης	11
1.2.1	Προθεσμιακά Συμβόλαια (ΠΣ) . . . . .	11
1.2.2	Συμβόλαια Μελλοντικής Εκπλήρωσης (ΣΜΕ) . . . . .	12
1.2.3	Διαφορές και Ομοιότητες των Προθεσμιακών Συμβολαίων και των Συμβολαίων Μελλοντικής Εκπλήρωσης . . . . .	13
1.3	Δικαιώματα Προαίρεσης (Options) . . . . .	14
1.3.1	Γενικά Χαρακτηριστικά των Δικαιωμάτων Προαίρεσης Τύπου Vanilla . . . . .	14
1.3.2	Είδη Δικαιωμάτων . . . . .	15
1.3.3	Στρατηγικές Θέσεις επί των Δικαιωμάτων Προαίρεσης . . . . .	16
1.4	Σύνθετες Στρατηγικές Αγοραπωλησιών Μετοχών και Δικαιωμάτων Προαίρεσης . . . . .	19
1.4.1	Στρατηγικές Θέσεις για μία μετοχή και ένα Δικαίωμα Προαίρεσης . . . . .	20
1.4.2	Στρατηγικές Θέσεις για Δικαιώματα Προαίρεσης ίδιου τύπου επί της Ίδιας Μετοχής . . . . .	20
1.4.3	Στρατηγικές Θέσεις για Δικαιώματα Αγοράς και Πώλησης επί της Ίδιας Μετοχής . . . . .	22

1.5	Swaps . . . . .	24
1.5.1	Γενικά . . . . .	24
1.5.2	Interest Rate Swaps (IRS) . . . . .	24
1.5.3	Swaptions . . . . .	24
1.6	Εισαγωγή στην Αντιστάθμιση Κινδύνων . . . . .	25
1.6.1	Κατηγορίες Αντισταθμιζόμενων Κινδύνων . . . . .	26
1.6.2	Λόγοι Αντιστάθμισης Κινδύνων από Εταιρίες . . . . .	27
1.6.3	Στρατηγικές Αντιστάθμισης Κινδύνων . . . . .	28
<b>2</b>	<b>Βέλτιστες Εταιρικές Πολιτικές Αντιστάθμισης</b>	<b>30</b>
2.1	Εισαγωγικές Έννοιες . . . . .	30
2.2	Γενικό Πλαίσιο του Μοντέλου . . . . .	31
2.3	Λειτουργικό Περιβάλλον Εταιρίας Παραγωγής Ενός Αγαθού . . . . .	36
2.4	Βέλτιστη Αντιστάθμιση με Παράγωγα Τύπου Vanilla . . . . .	38
2.5	Τέλεια Αντιστάθμιση με Εξωτικά Παράγωγα . . . . .	42
<b>3</b>	<b>Σύγκριση των Βέλτιστων Στρατηγικών Αντιστάθμισης</b>	<b>48</b>
3.1	Ρύθμιση παραμέτρων . . . . .	48
3.2	Μορφή και Αποτελεσματικότητα της Βέλτιστης Αντιστάθμισης . . . . .	49
3.3	Ορίζοντες Αντιστάθμισης . . . . .	59
3.4	Εναλλακτικές Συναρτήσεις Κόστους και Κατανομές Τιμής - Ποσότητας . . . . .	61
3.5	Πολλαπλοί Τιμολογιακοί Κίνδυνοι . . . . .	65
<b>4</b>	<b>Εφαρμογές και Εμπειρικά Αποτελέσματα</b>	<b>71</b>

4.1	Εφαρμογή του μοντέλου στην πράξη . . . . .	71
4.2	Εμπειρικά Αποτελέσματα . . . . .	75
4.3	Συμπεράσματα . . . . .	78

# Κεφάλαιο 1

## Εισαγωγή στα Παράγωγα Χρηματοοικονομικά Προϊόντα

Σε αυτό το κεφάλαιο θα κάνουμε μία εισαγωγή στην έννοια των Παράγωγων Χρηματοοικονομικών Προϊόντων, στα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματά τους. Θα ξεχωρίσουμε τις διάφορες κατηγορίες τους, θα αναλύσουμε μερικά από τα κυριότερα χρηματοοικονομικά προϊόντα και θα δώσουμε τον ορισμό τους. Επιπλέον, θα δούμε τα χαρακτηριστικά και τις ιδιαιτερότητές τους, θα εξετάσουμε τη χρησιμότητά τους, δίνοντας μερικά παραδείγματα και θα αναφέρουμε επίσης και κάποιες άλλες βασικές έννοιες, όπως οι στρατηγικές αγοραπωλησίας (βλ. [17], [33], [36]). Τέλος, θα κάνουμε μία εισαγωγή στην αντιστάθμιση κινδύνων και τους λόγους για τους οποίους οι εταιρίες εφαρμόζουν αυτή τη στρατηγική.

### 1.1 Παράγωγα Προϊόντα - Βασικές Έννοιες

Ως παράγωγα χρηματοοικονομικά προϊόντα θεωρούνται εκείνα τα χρηματοοικονομικά προϊόντα που δεν είναι αυθύπαρκτα, αλλά τα χαρακτηριστικά τους προκύπτουν από άλλα προϊόντα ή μεταβλητές όπως για παράδειγμα μετοχές, ομολογίες, δείκτες μετοχών κλπ. (βλ. [17], [33], [36]).

Τα παράγωγα χρηματοοικονομικά προϊόντα είναι συμβάσεις μεταξύ δύο μερών, τα οποία συνοψίζονται σε τρεις βασικές κατηγορίες:

1. Τα Προθεσμιακά Συμβόλαια (ΠΣ) και τα Συμβόλαια Μελλοντικής Εκπλήρωσης (ΣΜΕ) - (forwards, futures)

2. Τα Δικαιώματα Προαίρεσης (options)
3. Swaps (Ανταλλαγή δικαιωμάτων και υποχρεώσεων)

Τα παράγωγα χρηματοοικονομικά προϊόντα χρησιμοποιούνται στις ακόλουθες διαδικασίες:

- Για Αντιστάθμιση Κινδύνου - Hedging: χρήση των παραγώγων με σκοπό την εξουδετέρωση κινδύνων, που απορρέουν από επενδυτική δραστηριότητα.
- Για Εκμετάλλευση των Μεταβολών της Αγοράς (της μεταβλητότητας): χρήση των παραγώγων με σκοπό την εξασφάλιση κέρδους με ελάχιστο ή και καθόλου κίνδυνο.
- Για Κερδοσκοπία: χρήση των παραγώγων με σκοπό το κέρδος.
- Για Arbitrage: για παράδειγμα εκμετάλλευση των διαφορών μεταξύ της αγοράς αξιών - περιουσιακών στοιχείων και της αγοράς παραγώγων.

Η χρήση των παραγώγων χρηματοοικονομικών προϊόντων στις οικονομικές αγορές έχει πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα, μερικά από τα οποία είναι τα κάτωθι:

### Πλεονεκτήματα

- Το κόστος των συναλλαγών είναι χαμηλότερο σε σχέση με τις συναλλαγές αξιών στο χρηματιστήριο.
- Συγκρατούν τη μεγάλη άνοδο των τιμών.
- Χρησιμεύουν στη διαμόρφωση προβλέψεων στις τιμές υποβοηθώντας τη λήψη επιχειρηματικών αποφάσεων.
- Δεν υπάρχει κίνδυνος αντισυμβαλλομένου. Πιο συγκεκριμένα, δεν υπάρχει πιστωτικός κίνδυνος ή πιθανότητα αθέτησης συμβολαίου από τους αντισυμβαλλόμενους, τουλάχιστον για τα παράγωγα που διαπραγματεύονται ενδοχρηματιστηριακά.
- Αντιστάθμιση Κινδύνων: Υπάρχει η δυνατότητα επιλογής του μέρους του κινδύνου (σε ποσοστιαίες μονάδες) που θα αντισταθμιστεί. Προφανώς ένα μέρος του κινδύνου δε θα εξουδετερωθεί, ώστε να υπάρχει η πιθανότητα κέρδους. Σε περίπτωση πλήρους αντιστάθμισης, η προσδοκία κέρδους περιορίζεται στην απόδοση των ασφαλών επενδύσεων.



- Δίνεται η δυνατότητα να υπάρξει κέρδος, όποιες συνθήκες κι αν επικρατούν στην αγορά, δηλαδή να υπάρξει κέρδος ακόμα και αν η αγορά έχει καθοδική τάση ή να υπάρξει κέρδος με βάση τις προβλέψεις για την κίνηση της αγοράς.
- Μόχλευση: Ο επενδυτής καλείται να καταβάλει ένα μικρό μόνο μέρος της αξίας των αγορών, ενώ σε περίπτωση που έχουμε πώληση δικαιωμάτων τα χρήματα προκαταβάλλονται.

### Μειονεκτήματα

- Μόχλευση: Σε περίπτωση δυσμενών εξελίξεων στις αγορές, οι ζημιές πολλαπλασιάζονται, όπως ανάλογα συμβαίνει και με τα κέρδη σε περιπτώσεις ανοδικής τάσης των αγορών.
- Σε περίπτωση λανθασμένης επιλογής στη στρατηγική αντιστάθμισης, αντί για κέρδη έχουμε ζημιές, αφού τα κέρδη από ενδεχόμενη θετική έκβαση χάνονται στην προσπάθεια να αντισταθμίσουμε τις αρνητικές εξελίξεις.
- Σε περιόδους κρίσης επηρεάζεται η πτώση ακόμα περισσότερο λόγω της μεγαλύτερης προσφοράς τίτλων.

## 1.2 Προθεσμιακά Συμβόλαια και Συμβόλαια Μελλοντικής Εκπλήρωσης

### 1.2.1 Προθεσμιακά Συμβόλαια (ΠΣ)

Τα ΠΣ (forward contracts) είναι η πιο απλή κατηγορία παραγώγων χρηματοοικονομικών προϊόντων. Το κύριο χαρακτηριστικό τους είναι ότι διαπραγματεύονται εξωχρηματιστηριακά. Πρόκειται για ένα συμβόλαιο μεταξύ δύο ενδιαφερόμενων μερών, τα οποία δεσμεύονται το ένα να πουλήσει και το άλλο να αγοράσει – λαμβάνοντας θέσεις short και long αντίστοιχα – μία δεδομένη ποσότητα ενός προϊόντος, όπως για παράδειγμα μετοχές, υπό όρους οι οποίοι αναφέρονται ρητά στο συμβόλαιο, δηλαδή σε συγκεκριμένη μελλοντική ημερομηνία, σε τιμή που ορίζεται την ημέρα σύναψης του συμβολαίου (βλ. [17], [33], [36]). Έστω ότι  $S_T$  είναι η τιμή του υπό θεώρηση στοιχείου κατά το χρόνο λήξης του συμβολαίου και  $K$  είναι η τιμή που καθορίζεται την ημερομηνία σύναψης του συμβολαίου αυτού. Το κέρδος του αγοραστή του συμβολαίου ορίζεται ως  $S_T - K$ , ενώ το

- Δίνεται η δυνατότητα να υπάρξει κέρδος, όποιες συνθήκες κι αν επικρατούν στην αγορά, δηλαδή να υπάρξει κέρδος ακόμα και αν η αγορά έχει καθοδική τάση ή να υπάρξει κέρδος με βάση τις προβλέψεις για την κίνηση της αγοράς.
- Μόχλευση: Ο επενδυτής καλείται να καταβάλει ένα μικρό μόνο μέρος της αξίας των αγορών, ενώ σε περίπτωση που έχουμε πώληση δικαιωμάτων τα χρήματα προκαταβάλλονται.

### Μειονεκτήματα

- Μόχλευση: Σε περίπτωση δυσμενών εξελίξεων στις αγορές, οι ζημιές πολλαπλασιάζονται, όπως ανάλογα συμβαίνει και με τα κέρδη σε περιπτώσεις ανοδικής τάσης των αγορών.
- Σε περίπτωση λανθασμένης επιλογής στη στρατηγική αντιστάθμισης, αντί για κέρδη έχουμε ζημιές, αφού τα κέρδη από ενδεχόμενη θετική έκβαση χάνονται στην προσπάθεια να αντισταθμίσουμε τις αρνητικές εξελίξεις.
- Σε περιόδους κρίσης επηρεάζεται η πτώση ακόμα περισσότερο λόγω της μεγαλύτερης προσφοράς τίτλων.

## 1.2 Προθεσμιακά Συμβόλαια και Συμβόλαια Μελλοντικής Εκπλήρωσης

### 1.2.1 Προθεσμιακά Συμβόλαια (ΠΣ)

Τα ΠΣ (forward contracts) είναι η πιο απλή κατηγορία παραγώγων χρηματοοικονομικών προϊόντων. Το κύριο χαρακτηριστικό τους είναι ότι διαπραγματεύονται εξωχρηματιστηριακά. Πρόκειται για ένα συμβόλαιο μεταξύ δύο ενδιαφερόμενων μερών, τα οποία δεσμεύονται το ένα να πουλήσει και το άλλο να αγοράσει – λαμβάνοντας θέσεις short και long αντίστοιχα – μία δεδομένη ποσότητα ενός προϊόντος, όπως για παράδειγμα μετοχές, υπό όρους οι οποίοι αναφέρονται ρητά στο συμβόλαιο, δηλαδή σε συγκεκριμένη μελλοντική ημερομηνία, σε τιμή που ορίζεται την ημέρα σύναψης του συμβολαίου (βλ. [17], [33], [36]). Έστω ότι  $S_T$  είναι η τιμή του υπό θεώρηση στοιχείου κατά το χρόνο λήξης του συμβολαίου και  $K$  είναι η τιμή που καθορίζεται την ημερομηνία σύναψης του συμβολαίου αυτού. Το κέρδος του αγοραστή του συμβολαίου ορίζεται ως  $S_T - K$ , ενώ το

ράδοση. Πιο συγκεκριμένα, οι περισσότεροι επενδυτές δεν κρατούν τα ΣΜΕ μέχρι τη λήξη. Πάνω από 95% των συμβολαίων ουσιαστικά ακυρώνεται μέσω της διαδικασίας αυτής. Τα τυποποιημένα ΣΜΕ ορίζουν την τιμή, την ποσότητα και το μήνα της παράδοσης. Έχουν τις ρίζες τους στην αγροτική οικονομία, αλλά σήμερα εμπορεύονται μία μεγάλη ποικιλία προϊόντων, από το σιτάρι μέχρι το φυσικό αέριο και τα πολύτιμα μέταλλα.

### 1.2.3 Διαφορές και Ομοιότητες των Προθεσμιακών Συμβολαίων και των Συμβολαίων Μελλοντικής Εκπλήρωσης

Στις δύο αυτές περιπτώσεις πρόκειται για συμβόλαια που δεσμεύουν και τα δύο ενδιαφερόμενα μέρη να πουλήσουν ή να αγοράσουν ένα περιουσιακό στοιχείο υπό όρους που αναφέρονται ρητά στο συμβόλαιο. Τα ενδιαφερόμενα μέρη δεν ανταλλάσσουν χρήματα κατά την αρχική συμφωνία. Τα χρήματα ανταλλάσσονται στη λήξη του συμβολαίου, με την παράδοση – παραλαβή του περιουσιακού στοιχείου. Τα ΠΣ και τα ΣΜΕ μπορούν να χρησιμοποιηθούν για αντιστάθμιση των αλλαγών των τιμών ή για κερδοσκοπία πάνω στις αλλαγές των τιμών, στην προσπάθεια να μειωθεί ο κίνδυνος. Το κόστος σύναψης τέτοιου είδους συμβολαίων είναι μικρότερο σε σχέση με μία θέση long σε δικαιώματα προαίρεσης. Μπορεί όμως να καταλήξουν σε μεγαλύτερες απώλειες, λόγω του ότι δεσμεύουν τους επενδυτές.

Παρόλο που τα ΠΣ και τα ΣΜΕ είναι δύο παρόμοιοι τύποι συμβολαίων, που ολοκληρώνονται σε μελλοντικές ημερομηνίες, υπάρχουν μεταξύ τους ορισμένες διαφορές. Τα συμβόλαια ΣΜΕ είναι τυποποιημένα και εμπορεύονται στις χρηματιστηριακές αγορές. Τα ΠΣ διαπραγματεύονται ιδιωτικά και όχι σε χρηματιστηριακές αγορές. Τα ΣΜΕ απαιτούν περιθώρια (margins) και διαδικασία mark – to – market, κατά την οποία η καταγραφή αναπαριστά την τρέχουσα τιμή αγοράς και όχι την τιμή κλεισίματος, για να διασφαλιστεί ότι κανένα από τα δύο μέρη δεν έχει την πρόθεση να πτωχεύσει. Έτσι, τα ΣΜΕ μπορούν να συναλλάσσονται με ασφάλεια σε αγορές, ανάμεσα σε μέρη που δεν γνωρίζονται, δε χρειάζεται δηλαδή η φυσική παρουσία των δύο μερών. Τα ΠΣ δεν έχουν τέτοιου είδους προϋποθέσεις.

## 1.3 Δικαιώματα Προαίρεσης (Options)

### 1.3.1 Γενικά Χαρακτηριστικά των Δικαιωμάτων Προαίρεσης Τύπου Vanilla

Τα δικαιώματα προαίρεσης είναι μία από τις γνωστότερες κατηγορίες παραγώγων. Πρόκειται για μία συμφωνία μεταξύ δύο μερών, που πραγματοποιείται μέσω του Χρηματιστηρίου Παραγώγων. Ένα δικαίωμα προαίρεσης δίνει σ' εκείνον που το αγοράζει το δικαίωμα, αλλά όχι την υποχρέωση, να «αγοράσει» ή να «πουλήσει» (δικαίωμα αγοράς και πώλησης αντίστοιχα) μία συγκεκριμένη ποσότητα ενός αγαθού, σε μία συγκεκριμένη μελλοντική ημερομηνία και σε συγκεκριμένη τιμή. Το ακριβώς αντίστροφο ισχύει για τον πωλητή του δικαιώματος. Η ποσότητα, η ημερομηνία και η τιμή προκαθορίζονται. (βλ. [17], [33], [36])

Πρόκειται για παράγωγα πιο σύνθετα από τα ΠΣ και τα ΣΜΕ. Καταρχήν, πρόκειται για δικαίωμα, όχι για συμβόλαιο. Ο αγοραστής του δικαιώματος δεν έχει την υποχρέωση εξάσκησης του δικαιώματός του, αν κρίνει ότι δεν τον συμφέρει. Ο πωλητής όμως του δικαιώματος έχει την υποχρέωση να ενεργήσει κατά τη βούληση του αγοραστή του δικαιώματος. Γι' αυτό το λόγο, ο αγοραστής καταβάλλει στον πωλητή ένα ποσό ως ασφάλιστρο.

Τα κύρια χαρακτηριστικά των Δικαιωμάτων Προαίρεσης είναι τα εξής:

- Υποκείμενο Αγαθό: Είναι το προϊόν, το οποίο ο ιδιοκτήτης του δικαιώματός του μπορεί να αγοράσει ή να πουλήσει - ανάλογα με το δικαίωμα που έχει (δικαίωμα αγοράς ή δικαίωμα πώλησης). Το αγαθό αυτό μπορεί να είναι τίτλος, μετοχή, αγαθά, εμπορεύματα κλπ.
- Μέγεθος Συμβολαίου: Είναι ο αριθμός των τίτλων (μετοχών) στους οποίους αναφέρεται το δικαίωμα.
- Ημερομηνία Λήξης: Είναι ο χρόνος που μεσολαβεί μέχρι να λήξει το συμβόλαιο, όπου εξασκείται ή όχι το δικαίωμα
- Τιμή Εκτέλεσης/Εξάσκησης: Είναι η τιμή στην οποία ο ιδιοκτήτης του δικαιώματος θα αγοράσει ή θα πουλήσει, εάν κι εφόσον εξασκήσει το δικαίωμα. Η τιμή εκτέλεσης/εξάσκησης είναι συγκεκριμένη, προκαθορίζεται και δεν αλλάζει ενδιάμεσα.
- Ασφάλιστρο ή Τιμή Δικαιώματος: Είναι το αντίτιμο που αποδίδει ο αγοραστής του δικαιώματος στον πωλητή του για την εκχώρηση του δικαιώ-

ματος αγοράς ή πώλησης του υποκείμενου προϊόντος, ανεξαρτήτως αν ασκηθεί το δικαίωμα ή όχι. Η τιμή αυτή ορίζεται από την προσφορά και ζήτηση της αγοράς στην οποία διαπραγματεύεται.

### 1.3.2 Είδη Δικαιωμάτων

Τα δικαιώματα προαίρεσης δύναται να κατηγοριοποιηθούν είτε σύμφωνα με τον τρόπο πραγματοποίησης των συναλλαγών είτε σύμφωνα με το χρόνο άσκησής τους (βλ. [33], [36]).

#### Τρόπος πραγματοποίησης των συναλλαγών επί των Δικαιωμάτων

**Exchange-traded Options:** Τα δικαιώματα αυτά διαπραγματεύονται σε χρηματιστηριακές αγορές και είναι τυποποιημένα. Το γεγονός αυτό διευκολύνει την εφαρμογή μοντέλων τιμολόγησής τους. Οι συναλλαγές πραγματοποιούνται μέσω ενδιάμεσων μερών (χρηματιστηριακές εταιρίες). Με αυτόν τον τρόπο εξαλείφεται ο κίνδυνος αθέτησης αντισυμβαλλομένων.

Τα κυριότερα δικαιώματα προαίρεσης αυτής της κατηγορίας είναι τα εξής:

- Δικαίωμα προαίρεσης αγοράς/πώλησης μετοχών (είναι κυρίως τα Αμερικάνικα Δικαιώματα)
- Δικαίωμα προαίρεσης αγοράς/πώλησης εμπορευμάτων
- Δικαίωμα προαίρεσης ομολόγων
- Δικαίωμα επί του επιτοκίου
- Δικαίωμα προαίρεσης συνδεδεμένο με δείκτες, χρηματιστηριακούς ή άλλους
- Δικαίωμα προαίρεσης επί των ΣΜΕ και
- Δικαίωμα προαίρεσης όπου τα μέρη συνδέονται με επιτόκια, το ένα με σταθερό και το άλλο με κυμαινόμενο

**Over-the-counter Options:** Τα δικαιώματα τέτοιου τύπου δεν διαπραγματεύονται στο χρηματιστήριο, διαπραγματεύονται δηλαδή ιδιωτικά, και δεν είναι τυποποιημένα συμβόλαια αλλά προσαρμόζονται σύμφωνα με τις ανάγκες των ενδιαφερόμενων μερών. Οι συναλλαγές μπορούν να γίνουν είτε απευθείας μεταξύ των δύο μερών είτε μέσω διαμεσολαβητών, αλλά σε μη – οργανωμένες αγορές.

Τα κυριότερα δικαιώματα προαίρεσης αυτής της κατηγορίας είναι:

- Δικαίωμα προαίρεσης επιτοκίου
- Δικαίωμα προαίρεσης επί των σταυρωτών επιτοκίων νομισμάτων
- Δικαίωμα προαίρεσης συμβολαίων swaps και swaptions

### Χρόνος άσκησης των δικαιωμάτων

Σύμφωνα με αυτό το κριτήριο τα δικαιώματα κατηγοριοποιούνται ως εξής:

- European Options: Τα δικαιώματα αυτά μπορούν να ασκηθούν αποκλειστικά στην ημερομηνία λήξης τους.
- American Options: Τα δικαιώματα αυτά μπορούν να ασκηθούν σε οποιαδήποτε ενδιάμεση χρονική στιγμή μέχρι την ημερομηνία λήξης τους.
- Bermudan Options: Τα δικαιώματα αυτά μπορούν να ασκηθούν σε ενδιάμεσους χρόνους μέχρι τη λήξη τους, αλλά σε συγκεκριμένες ημερομηνίες.
- Barrier Options: Τα δικαιώματα αυτά μπορούν να ασκηθούν μόνο υπό την προϋπόθεση ότι η τιμή του υποκείμενου αγαθού ξεπερνάει ένα προκαθορισμένο φράγμα.
- Exotic Options: Τα δικαιώματα αυτά διαφέρουν στη δομή από τα συνήθη Ευρωπαϊκά ή Αμερικανικά Δικαιώματα Προαίρεσης (vanilla). Είναι πολύ πιο σύνθετα και διαθέτουν ένα ευρύ φάσμα τιμών άσκησης. Συνήθως είναι over – the – counter ή ενσωματωμένα σε δομημένα ομόλογα.

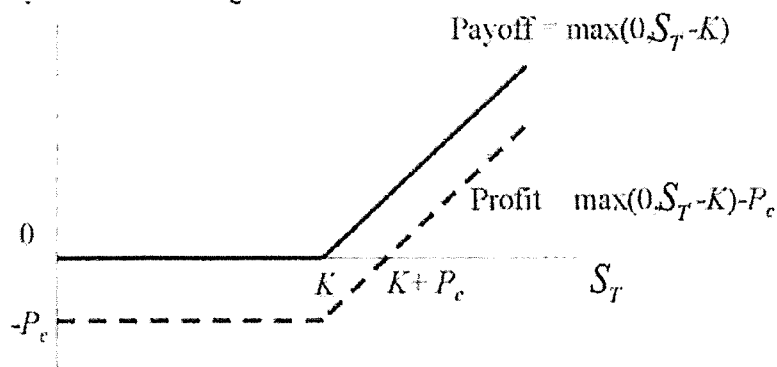
### 1.3.3 Στρατηγικές Θέσεις επί των Δικαιωμάτων Προαίρεσης

Στην αγορά δικαιωμάτων παρατηρούμε ανάλογα με τη συναλλαγή που κάνουμε τέσσερις βασικές θέσεις (βλ. [17], [33], [36]), τις οποίες παραθέτουμε στη συνέχεια, δίνοντας ένα μικρό παράδειγμα για την καθεμία:

- Long call: Ένας επενδυτής αγοράζει το δικαίωμα αγοράς μίας συγκεκριμένης ποσότητας ενός προϊόντος σε μία συγκεκριμένη μελλοντική ημερομηνία, σε συγκεκριμένη τιμή συναλλαγής, παράγοντες που προκαθορίζονται.

Ο επενδυτής προσδοκά αύξηση της τιμής μιας μετοχής, δεν επιθυμεί όμως να αναλάβει τον κίνδυνο αγοράς της μετοχής αυτής και αγοράζει ένα δικαίωμα αγοράς επί της μετοχής, το οποίο του δίνει το δικαίωμα να εκμεταλλευτεί την ενδεχόμενη αύξηση της τιμής του υποκείμενου προϊόντος. Αν η τιμή της μετοχής στη λήξη παρουσιάσει τελικά άνοδο, τότε ο επενδυτής έχει κέρδος. Στην αντίθετη περίπτωση έχει ζημία, και θα χάσει το ποσό που κατέβαλε για την αγορά του δικαιώματος. Η στρατηγική αυτή μπορεί να παρασταθεί γραφικά ως εξής:

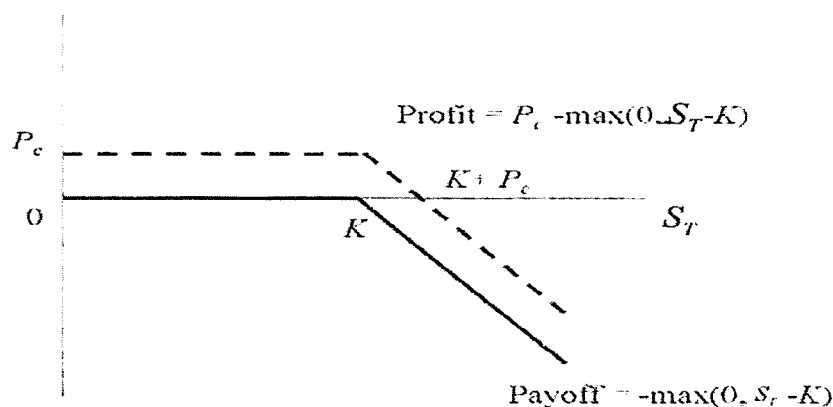
Payoff Profit Long Call



- Short call: Ένας επενδυτής πουλάει ένα δικαίωμα αγοράς, έχει δηλαδή την υποχρέωση να πουλήσει μία συγκεκριμένη ποσότητα ενός προϊόντος, σε συγκεκριμένη μελλοντική ημερομηνία, σε συγκεκριμένη τιμή συναλλαγής, παράγοντες που προκαθορίζονται.

Ο επενδυτής έχει στην κυριότητά του έναν αριθμό μετοχών και πιστεύει ότι η τιμή της μετοχής αυτή θα παραμείνει στάσιμη ή θα πέσει. Σε μία περίοδο στάσιμη, θα πουλήσει ένα δικαίωμα στην τιμή άσκησής του και θα λάβει το ασφάλιστρο. Στην περίπτωση που η τιμή της μετοχής δεν αλλάξει (στασιμότητα) τότε ο αγοραστής του δικαιώματος δε θα το εξασκήσει και ο πωλητής θα έχει κερδίσει το ασφάλιστρο. Αν η τιμή της μετοχής ανέβει ο αγοραστής θα εξασκήσει το δικαίωμα και ο πωλητής θα χάσει, γιατί θα πουλήσει στην τιμή εξάσκησης που θα είναι μικρότερη. Ο κίνδυνος που αναλαμβάνει ο επενδυτής – πωλητής σε αυτήν την περίπτωση είναι μεγαλύτερος. Η στρατηγική αυτή παριστάνεται γραφικά ως εξής:

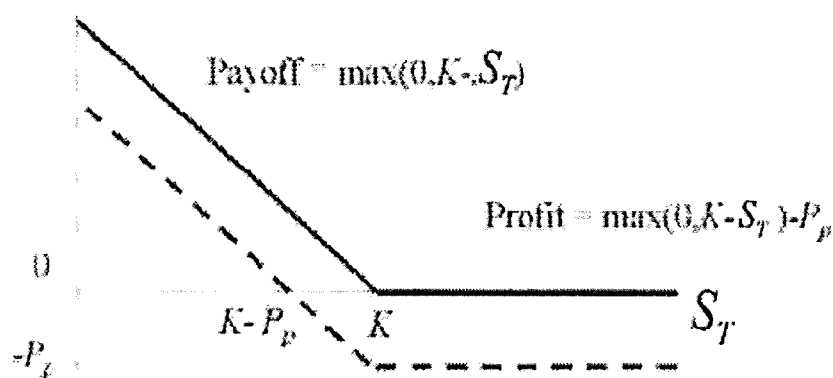
### Payoff / Profit Short Call



- Long put: Ένας επενδυτής αγοράζει το δικαίωμα πώλησης μίας συγκεκριμένης ποσότητας ενός προϊόντος, σε συγκεκριμένη μελλοντική ημερομηνία και σε συγκεκριμένη τιμή συναλλαγής, παράγοντες που προκαθορίζονται.

Ο επενδυτής έχει στην κυριότητά του έναν αριθμό μετοχών και προσδοκά πτώση των τιμών, δε θέλει όμως να πουλήσει τις μετοχές και αγοράζει ένα δικαίωμα πώλησης. Σε περίπτωση καθόδου των τιμών ο επενδυτής θα ασκήσει το δικαίωμα και θα έχει κέρδος. Αντίθετα, σε περίπτωση ανόδου δε θα εξασκήσει το δικαίωμά του και θα ζημιωθεί με το ποσό του ασφαλιστρού. Η στρατηγική αυτή σχηματικά έχει ως εξής:

### Payoff / Profit Long Put



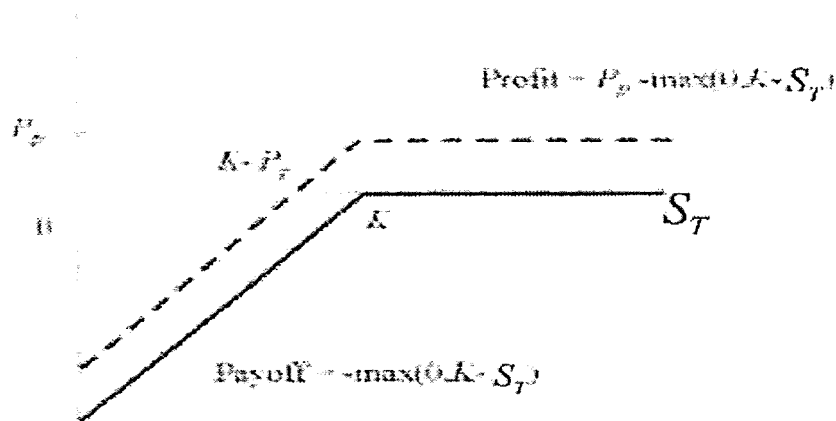
- Short put: Ένας επενδυτής πουλάει το δικαίωμα πώλησης μίας συγκεκριμένης ποσότητας ενός προϊόντος, σε συγκεκριμένη μελλοντική ημερομηνία, σε συγκεκριμένη τιμή συναλλαγής, παράγοντες που προκαθορίζονται. Στη στρατηγική αυτή θέση, ο επενδυτής έχει την υποχρέωση να αγοράσει



αυτήν την ποσότητα σύμφωνα με τους όρους του συμβολαίου.

Ο επενδυτής προσδοκά ότι η μετοχή του θα παραμείνει σταθερή ή θα έχει μικρή άνοδο. Πουλάει ένα δικαίωμα πώλησης επί της μετοχής αυτής και λαμβάνει το ασφάλιστρο. Αν η τιμή της μετοχής επιβεβαιώσει τις προσδοκίες του, ο αγοραστής δε θα ασκήσει το δικαίωμά του και ο επενδυτής θα έχει κέρδος ίσο με το ποσό του ασφαλίστρου. Σε αντίθετη κίνηση της τιμής της μετοχής αυτής ο αγοραστής θα ασκήσει το δικαίωμα και ο επενδυτής θα έχει ζημία. Και σε αυτήν την περίπτωση, όπως και στο short call είναι μεγάλος ο κίνδυνος που αναλαμβάνει ο επενδυτής. Η γραφική παράσταση του short put είναι η εξής:

Payoff Profit Short Put



#### 1.4 Σύνθετες Στρατηγικές Αγοραπωλησιών Μετοχών και Δικαιωμάτων Προαίρεσης

Εξετάσαμε σε προηγούμενη παράγραφο τις στρατηγικές θέσεις επί των δικαιωμάτων προαίρεσης. Από αυτές τις θέσεις μπορούν να προκύψουν περισσότερες, πιο σύνθετες, θέσεις με την ταυτόχρονη χρήση περισσότερων δικαιωμάτων προαίρεσης (βλ. [33], [36]), κάποιες από τις οποίες θα εξετάσουμε στη συνέχεια της παραγράφου.

### 1.4.1 Στρατηγικές Θέσεις για μία μετοχή και ένα Δικαίωμα Προαίρεσης

Οι τέσσερις κύριες στρατηγικές για μία μετοχή και ένα δικαίωμα προαίρεσης επί αυτής της μετοχής είναι οι εξής:

1. Πώληση δικαιώματος αγοράς (short call) της μετοχής Z και παράλληλα αγορά της μετοχής Z (covered call) Στην περίπτωση αυτή, ο επενδυτής επιτυγχάνει την κάλυψή του, σε ενδεχόμενη άνοδο της τιμής της μετοχής, με την αγορά της ίδιας της μετοχής.
2. Αγορά δικαιώματος αγοράς (long call) της μετοχής Z και παράλληλα πώληση της μετοχής Z (short selling) Είναι στρατηγική αντίθετη της πρώτης. Ο επενδυτής επιτυγχάνει την κάλυψή του σε περίπτωση που η τιμή της μετοχής μειωθεί στο μέλλον, πουλώντας τώρα τη μετοχή και αγοράζοντας ένα Δικαίωμα Αγοράς.
3. Αγορά δικαιώματος πώλησης (long put) της μετοχής Z και παράλληλα αγορά της μετοχής Z (protective put).
4. Πώληση δικαιώματος πώλησης (short put) της μετοχής Z και παράλληλα πώληση της μετοχής Z (short selling). (Στρατηγική αντίθετη της περίπτωσης 3.)

### 1.4.2 Στρατηγικές Θέσεις για Δικαιώματα Προαίρεσης ίδιου τύπου επί της Ίδιας Μετοχής

Πρόκειται για συνδυασμό δικαιωμάτων προαίρεσης ίδιου τύπου, δηλαδή αποκλειστικά δικαιωμάτων αγοράς ή αποκλειστικά δικαιωμάτων πώλησης.

1. Bull spread – Ανοδικό Άνοιγμα  
Η στρατηγική αυτή περιλαμβάνει την αγορά ενός δικαιώματος αγοράς (long call) με τιμή άσκησης  $E_1$  και παράλληλα την πώληση ενός δικαιώματος αγοράς (short call) με τιμή άσκησης  $E_2 > E_1$ . Πρόκειται για δύο δικαιώματα προαίρεσης επί της ίδιας μετοχής και με όμοια ημερομηνία άσκησης. Το κόστος των δικαιωμάτων προαίρεσης είναι  $C_1$  και  $C_2$  αντίστοιχα. Το κέρδος δίνεται από τον εξής τύπο:

$$\begin{aligned}
& (S_T - E_1)_+ - C_1 + C_2 - (S_T - E_2)_+ \\
& = \begin{cases} C_2 - C_1, & \text{αν } S_T < E_1 \\ (S_T - E_1) + C_2 - C_1, & \text{αν } E_1 \leq S_T \leq E_2 \\ E_2 - E_1 + C_2 - C_1, & \text{αν } E_2 < S_T \end{cases}
\end{aligned}$$

Όσο η τιμή άσκησης  $E$  ανεβαίνει, τόσο μειώνεται η τιμή του δικαιώματος, έτσι ισχύει ότι  $C_1 > C_2$ . Έχουμε 3 περιπτώσεις bull spread :

- όταν τα δύο δικαιώματα είναι in - the - money στο χρόνο  $t$ , δηλαδή αν είχε ο επενδυτής κέρδος κατά το χρόνο άσκησης  $t$ , ή αλλιώς αν  $S_T > E$
- όταν τα δύο δικαιώματα είναι out - of - the - money στο χρόνο  $t$ , δηλαδή αν είχε ο επενδυτής ζημία στο χρόνο άσκησης  $t$ , ή αλλιώς αν  $S_T < E$
- όταν το ένα δικαιώματα είναι in - the - money και το δεύτερο out - of - the - money

Ο επενδυτής επιλέγει αυτή την στρατηγική όταν περιμένει αύξηση των τιμών. Αντίστοιχο bull spread μπορεί να επιτευχθεί και με δικαιώματα πώλησης. Η στρατηγική αυτή επιλέγεται όταν ένας επενδυτής περιμένει ότι η τιμή της μετοχής θα κινηθεί ανοδικά. Υπάρχει όμως ένα άνω φράγμα όσον αφορά το κέρδος και γι' αυτό χρειάζεται μικρότερη επένδυση στην αρχή.

## 2. Bear spread - Καθοδικό άνοιγμα

Η στρατηγική αυτή περιλαμβάνει την αγορά ενός δικαιώματος αγοράς και την πώληση ενός δικαιώματος αγοράς, με τη διαφορά ότι αυτή τη φορά αντί για  $E_2 > E_1$  επιλέγουμε  $E_2 < E_1$ . Πρόκειται και πάλι για δύο δικαιώματα επί της ίδιας μετοχής με όμοια ημερομηνία άσκησης. Ο τύπος με τον οποίο υπολογίζεται το κέρδος είναι ο εξής:

$$\begin{aligned}
& (S_T - E_1)_+ - C_1 + C_2 - (S_T - E_2)_+ \\
& = \begin{cases} C_2 - C_1, & \text{αν } S_T < E_2 \\ -(S_T - E_2) + C_2 - C_1, & \text{αν } E_2 \leq S_T \leq E_1 \\ E_2 - E_1 + C_2 - C_1, & \text{αν } E_1 < S_T \end{cases}
\end{aligned}$$

Χρησιμοποιώντας αυτή την στρατηγική, ο επενδυτής θα έχει κέρδος το πολύ την αρχική του είσπραξη και σε περίπτωση ζημίας θα χάσει το πολύ τη διαφορά των τιμών άσκησης συν την αρχική είσπραξη, δηλαδή  $E_2 - E_1 + C_2 - C_1$ . Αντίστοιχα αποτελέσματα μπορούν να επιτευχθούν χρησιμοποιώντας δικαιώματα πώλησης.

Η στρατηγική αυτή επιλέγεται όταν ένας επενδυτής περιμένει ότι η τιμή της μετοχής θα πέσει. Υπάρχει όμως ένα κάτω φράγμα όσον αφορά τη ζημιά και γι' αυτό το λόγο το ασφάλιστρο που καταβάλλεται είναι μικρότερο.

### 3. Butterfly Spread

Η στρατηγική αυτή περιλαμβάνει τρία διαφορετικά είδη δικαιωμάτων προαίρεσης, με διαφορετικές τιμές άσκησης το καθένα. Περιλαμβάνει την αγορά δύο δικαιωμάτων αγοράς με τιμές άσκησης αντίστοιχα  $E_1$  και  $E_3$  ( $E_1 < E_3$ ) και παράλληλα την πώληση δύο δικαιωμάτων αγοράς με τιμή άσκησης  $E_2$ . Πρόκειται, όπως και στις δύο προηγούμενες περιπτώσεις, για δικαιώματα επί της ίδιας μετοχής και με όμοιες ημερομηνίες άσκησης. Συνήθως ισχύει ότι  $E_2 = \frac{E_1 + E_3}{2}$  και συνήθως κυμαίνεται στα πλαίσια της τιμής της μετοχής.

Με τη συγκεκριμένη στρατηγική έχουμε θετικά αποτελέσματα (κέρδος) όταν η τιμή της μετοχής κατά την ημερομηνία λήξης βρίσκεται κοντά στην τιμή  $E_2$ , δηλαδή κοντά στην τιμή άσκησης του δικαιώματος προαίρεσης που πουλάει ο επενδυτής. Σε περιπτώσεις έντονης αύξησης ή μεγάλης καθόδου των τιμών έχουμε ζημιά. Συνήθως, τη στρατηγική αυτή την εφαρμόζουν επενδυτές που δεν περιμένουν μεγάλες αλλαγές της τιμής της μετοχής.

## 1.4.3 Στρατηγικές Θέσεις για Δικαιώματα Αγοράς και Πώλησης επί της Ίδιας Μετοχής

Πρόκειται για στρατηγικές θέσεις επί της ίδιας μετοχής με την ταυτόχρονη χρήση δικαιωμάτων αγοράς και πώλησης.

### Straddle

Πρόκειται για στρατηγική που περιλαμβάνει την αγορά ενός δικαιώματος αγοράς και ενός δικαιώματος πώλησης, με ίδια ημερομηνία και τιμή άσκησης και επί της ίδιας μετοχής. Με την στρατηγική αυτή επιτυγχάνεται κέρδος όταν η

τιμή της μετοχής  $S_T$  κατά την ημερομηνία λήξης του δικαιώματος απέχει πολύ από την τιμή άσκησης  $E$ . Όσο μεγαλύτερη η διαφορά ανάμεσα στην τιμή της μετοχής και την τιμή άσκησης, τόσο μεγαλύτερο το κέρδος. Αν η τιμή της μετοχής όμως δεν έχει μεγάλη διαφορά από την τιμή άσκησης τότε έχουμε αρνητικό κέρδος (ζημία). Χρησιμοποιείται όταν περιμένουμε έντονες αλλαγές στην τιμή της μετοχής χωρίς ωστόσο να γνωρίζουμε αν θα είναι ανοδικές ή καθοδικές. Τα αντίθετα αποτελέσματα επιτυγχάνονται σε περίπτωση πώλησης δικαιωμάτων, αν δηλαδή αντί να αγοράσουμε δύο δικαιώματα, πουλήσουμε ένα δικαίωμα αγοράς και ένα δικαίωμα πώλησης. Μία τέτοιου είδους επένδυση, με πώληση δικαιωμάτων, ενέχει μεγάλο ρίσκο, καθώς δεν υπάρχει φράγμα.

### Strip and Strap

Οι στρατηγικές αυτές είναι παρόμοιες με την στρατηγική straddle που περιγράψαμε προηγουμένως. Η στρατηγική strip περιλαμβάνει την αγορά ενός δικαιώματος αγοράς και δύο δικαιωμάτων πώλησης, επί της ίδιας μετοχής με όμοια ημερομηνία και τιμή άσκησης. Η στρατηγική strap περιλαμβάνει την αγορά δύο δικαιωμάτων αγοράς και ενός δικαιώματος πώλησης, επί της ίδιας μετοχής, με όμοια ημερομηνία και τιμή άσκησης. Με τις δύο αυτές στρατηγικές επιτυγχάνεται κέρδος όταν η τιμή της μετοχής αποκλίνει σημαντικά από την τιμή άσκησης, είτε πρόκειται για άνοδο είτε για πτώση της τιμής. Ωστόσο, στη στρατηγική strip ο επενδυτής θεωρεί πιθανότερη την κάθοδο, όπου το κέρδος είναι μεγαλύτερο, ενώ στην στρατηγική strap θεωρεί πιθανότερη την ανοδική πορεία της τιμής.

### Strangles

Πρόκειται για στρατηγική επίσης παρόμοια με την straddle. Περιλαμβάνει την αγορά ενός δικαιώματος αγοράς και ενός δικαιώματος πώλησης, επί της ίδιας μετοχής με όμοια ημερομηνία άσκησης, διαφέρουν όμως οι τιμές άσκησης ( $E_1 < E_2$ ). Η στρατηγική αυτή έχει κέρδος όταν η τιμή της μετοχής έχει μεγάλη διαφορά από την τιμή άσκησης  $E$ , είτε έχουμε άνοδο είτε κάθοδο της τιμής της μετοχής.

## 1.5 Swaps

### 1.5.1 Γενικά

Ως swap θεωρείται μία συμφωνία μεταξύ δύο συμβαλλομένων για μελλοντική ανταλλαγή χρηματορροών με όρους που καθορίζονται σήμερα. Η συμφωνία αυτή ορίζει, ανάμεσα σε άλλα, τις ημερομηνίες στις οποίες πραγματοποιείται η ανταλλαγή αυτή και τον τρόπο που υπολογίζονται οι χρηματορροές. Οι κυριότεροι τύποι swaps είναι τα swaps επιτοκίων (Interest Rate Swaps), τα swaps συναλλάγματος και τα Total Return Swaps. Η βασική αιτία της δημιουργίας και της ανάπτυξης αυτών των παράγωγων χρηματοοικονομικών προϊόντων είναι η αντιμετώπιση των κινδύνων που προκαλούν οι μεταβολές των τιμών των επιτοκίων, του συναλλάγματος, των εμπορευμάτων, κλπ. (βλ. [33])

### 1.5.2 Interest Rate Swaps (IRS)

Με τα Interest Rate Swaps αντικείμενο ανταλλαγής είναι οι χρηματοροές τόκων, οι οποίες υπολογίζονται με σταθερό και με κυμαινόμενο επιτόκιο για ένα συγκεκριμένο κεφάλαιο. Μέσω του IRS συμφωνούν δύο μέρη, το ένα να καταβάλλει το ποσό των τόκων που υπολογίζονται με σταθερό επιτόκιο και το άλλο να πληρώνει το αντίστοιχο ποσό που υπολογίζεται με κυμαινόμενο επιτόκιο, επί του ίδιου κεφαλαίου. Αρχικά τα IRS δημιουργήθηκαν με σκοπό την αντιστάθμιση κινδύνων, ωστόσο στη συνέχεια σκοπός ήταν η κερδοσκοπία. Θεμελιώδης για την πραγματοποίηση τέτοιων συναλλαγών είναι η ικανότητα να προσδιορίζεται η τιμή σε διαδοχικά χρονικά διαστήματα, για παράδειγμα τρίμηνα, έτη, κλπ, γι' αυτό το λόγο διαμορφώθηκαν εξειδικευμένοι δείκτες ανά νόμισμα, όπως το Libor και το Euribor.

### 1.5.3 Swaptions

Είναι η κατηγορία παράγωγων χρηματοοικονομικών προϊόντων, η οποία δίνει σε εκείνον που τα αγοράζει δικαίωμα προαίρεσης σε ένα Swap. Υπάρχουν δύο είδη Swaption. Αυτά είναι:

- payer swaption (put)
- receiver swaption (call)

Το πρώτο δίνει στον κάτοχο το δικαίωμα να συνάψει ένα swap έχοντας την υποχρέωση να πληρώσει το σταθερό επιτόκιο και το δικαίωμα να λάβει το κυμαινόμενο. Το δεύτερο δίνει το δικαίωμα στον κάτοχο να συνάψει ένα swap έχοντας αντίστοιχα την υποχρέωση να πληρώσει το κυμαινόμενο επιτόκιο και να εισπράξει το σταθερό. Οι μεγαλύτερες κατηγορίες των swaptions, χωρίζονται ανάλογα με τον χρόνο εξάσκησης του δικαιώματος (όπως και στην περίπτωση των options), και είναι οι κάτωθι:

1. Αμερικάνικο Swaption: Ο κάτοχός του μπορεί να ασκήσει το δικαίωμα της ανταλλαγής σε οποιαδήποτε χρονική στιγμή.
2. Ευρωπαϊκό Swaption: Ο κάτοχός του μπορεί να ασκήσει το δικαίωμα της ανταλλαγής σε συγκεκριμένη ημερομηνία.
3. Swaption Βερμούδων: Ο κάτοχός του μπορεί να ασκήσει το δικαίωμα της ανταλλαγής σε μία σειρά από προκαθορισμένες ημερομηνίες.

Τα παράγωγα αυτά που μπορούν να χρησιμοποιηθούν για κερδοσκοπία. Μπορούν επίσης να τα χρησιμοποιήσουν εταιρίες που θέλουν να έχουν τη δυνατότητα να το σταματήσουν όποτε θελήσουν. Τέλος, μπορούν να χρησιμοποιηθούν από εταιρίες που θα χρειαστούν ένα swap μελλοντικά και θέλουν να επωφεληθούν από το σταθερό επιτόκιο που ισχύει σήμερα. Παρ' όλ' αυτά διατηρούν την ευελιξία να μην πραγματοποιήσουν την ανταλλαγή ή να την πραγματοποιήσουν με καλύτερο επιτόκιο.

## 1.6 Εισαγωγή στην Αντιστάθμιση Κινδύνων

Αντιστάθμιση Κινδύνων είναι η διαδικασία εξουδετέρωσης των κινδύνων μίας επιχείρησης μέσω της χρήσης παραγώγων, λαμβάνοντας θέσεις short ή long. Πρόκειται για μία τεχνική άμβλυσης του κινδύνου που αντιμετωπίζουν εταιρίες ή επενδυτές να χάσουν κεφάλαια από τις δυσμενείς συνθήκες της αγοράς και τις απότομες αλλαγές της. Η διαδικασία αυτή είναι κλάδος της διαχείρισης κινδύνων και για να επιτευχθεί γίνεται χρήση διαχείρισης στοιχείων ενεργητικού/παθητικού (asset/liability management), χρηματοοικονομικών παραγώγων και παραγώγων εμπορευμάτων καθώς και λειτουργικών μέτρων (operational measures) (βλ. [2]). Τα χρηματοοικονομικά εργαλεία που μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να κατασκευαστεί η αντιστάθμιση ποικίλουν

και περιλαμβάνουν μετοχές, προθεσμιακά συμβόλαια, συμβόλαια μελλοντικής εκπλήρωσης, πολλά είδη over – the – counter παραγώγων, κλπ. ([41]).

### 1.6.1 Κατηγορίες Αντισταθμιζόμενων Κινδύνων

Υπάρχουν πολλοί τύποι κινδύνων από τους οποίους μπορεί να μας προστατεύσει η αντιστάθμιση ([41]). Μερικοί από αυτούς είναι:

- **Κίνδυνος Εμπορευμάτων**  
Ο κίνδυνος αυτός δημιουργείται από τις πιθανές κινήσεις στην αξία των συμβολαίων εμπορευμάτων, τα οποία περιλαμβάνουν αγροτικά ή ενεργειακά προϊόντα, μέταλλα, κλπ.
- **Πιστωτικός Κίνδυνος**  
Ο κίνδυνος πτώχευσης, δηλαδή ο κίνδυνος ο πιστούχος να αθετήσει τις υποχρεώσεις του.
- **Λειτουργικός Κίνδυνος**  
Σύμφωνα με την Bank of International Settlement λειτουργικός θεωρείται ο κίνδυνος να εμφανιστεί ζημία λόγω ανεπαρκών ή αποτυχημένων εσωτερικών διαδικασιών, ανθρώπινων ενεργειών και συστημάτων ή εξωτερικών γεγονότων. Ο ορισμός αυτός περιέχει το νομικό κίνδυνο, αλλά όχι τον στρατηγικό κίνδυνο και τον κίνδυνο φήμης. (βλ. [37])
- **Συναλλαγματικός Κίνδυνος**  
Ο κίνδυνος που προκύπτει από τη μεταβλητότητα των συναλλαγματικών ισοτιμιών. (βλ. [39])
- **Κίνδυνος Επιτοκίων**  
Ο κίνδυνος που πηγάζει από τις μεταβολές των επιτοκίων και μπορεί να επηρεάσει τα περιουσιακά στοιχεία εκείνα που είναι ευαίσθητα στις μεταβολές αυτές (μετοχές, ομόλογα, κλπ.)
- **Κίνδυνος Μεταβλητότητας – Volatility Risk**  
Ο κίνδυνος αλλαγής των τιμών ενός χαρτοφυλακίου εξαιτίας των μεταβολών της μεταβλητότητας κάποιου παράγοντα κινδύνου. Συνήθως υπάρχει σε χαρτοφυλάκια παραγώγων, όπου η μεταβλητότητα των υπό θεώρηση στοιχείων επηρεάζει σημαντικά την αξία του.



## 1.6.2 Λόγοι Αντιστάθμισης Κινδύνων από Εταιρίες

Ποιοι είναι οι λόγοι που οι εταιρίες αποφασίζουν να αντισταθμίσουν; Μη – χρηματοοικονομικές επιχειρήσεις χρησιμοποιούν όλο και περισσότερο την αντιστάθμιση για να προστατευθούν ενάντια στους χρηματοοικονομικούς κινδύνους. Σύμφωνα με εμπειρικά δεδομένα, εταιρίες με μεγαλύτερη μόχλευση είναι πιο πιθανό να χρησιμοποιήσουν την αντιστάθμιση. Μερικές από τις αιτίες αντιστάθμισης είναι οι εξής ([2], [32]) :

1. Η ελαχιστοποίηση του συναλλαγματικού κινδύνου. Οι εταιρίες έχουν την ευχέρεια να αντισταθμίσουν με μεγαλύτερη απόδοση από ότι ένας μεμονωμένος επενδυτής και με αυτό τον τρόπο να μειώσουν το κόστος των συναλλαγών τους.
2. Μείωση του προβλήματος υποεπενδύσεων (underinvestment problem). Η αντιστάθμιση κινδύνων μπορεί να μειώσει τον κίνδυνο των επενδυτικών σχεδίων και να κάνει λιγότερο πιθανή την εμφάνιση του συγκεκριμένου προβλήματος (είναι το πρόβλημα κατά το οποίο η εταιρία αρνείται να επενδύσει σε περιουσιακά στοιχεία χαμηλού κινδύνου, για να μεγιστοποιήσει τον πλούτο της σε βάρος των ομολογιούχων).
3. Η διαχείριση των κερδών τους. Η αντιστάθμιση είναι ένας τρόπος να εξομαλύνουν και να αποκαταστήσουν τα κέρδη τους, σταθεροποιώντας τις χρηματοροές (έσοδα/έξοδα).
4. Μείωση του προβλήματος υποκατάστασης περιουσιακών στοιχείων (asset substitution problem). Η αντιστάθμιση μπορεί να αποτρέψει τη μείωση της εταιρικής αξίας σε επίπεδα στα οποία υπάρχουν κίνητρα για αύξηση του κινδύνου. Συνήθως σε χαμηλή εταιρική αξία η μεταφορά πλούτου από ομολογιούχους σε μετόχους είναι πολύ μεγάλη.
5. Η επίτευξη στόχων. Οι εταιρίες πολλές φορές μεταχειρίζονται την αντιστάθμιση προς καλύτερευση των αποτελεσμάτων τους, ακόμα και σε περιπτώσεις που τα αποτελέσματα είναι σταθερά, δηλαδή δεν έχουν μεταβληθεί, ή έχουν πτωτική τάση.
6. Η κερδοσκοπία. Υπάρχει η περίπτωση, ανάλογα με τις προβλέψεις του επενδυτή για την πορεία της αγοράς, να χρησιμοποιήσει την αντιστάθμιση ως μέσο κερδοσκοπίας.

Η αντιστάθμιση κινδύνων είναι ένας τρόπος αύξησης της αξίας των μετοχών, καθώς και ένας τρόπος αύξησης της εταιρικής αξίας. Επιπλέον, μπορεί να

βοηθήσει στην ευθυγράμμιση ανάμεσα στις εσωτερικές χρηματορροές και την ανάγκη κεφαλαίων με σκοπό την εταιρική επένδυση, μειώνοντας έτσι το κόστος των εξωτερικών χρηματοδοτήσεων.

### 1.6.3 Στρατηγικές Αντιστάθμισης Κινδύνων

Με τον όρο αυτό αναφερόμαστε στη γενική πολιτική διαχείρισης κινδύνων που υιοθετεί μία εταιρία, χρηματοοικονομική ή μη, για να ελαχιστοποιήσει τους κινδύνους που αντιμετωπίζει. Η μείωση του κινδύνου συνήθως επιτυγχάνεται με τη χρήση χρηματοοικονομικών εργαλείων. Συνήθως με τον όρο «Στρατηγική Αντιστάθμισης Κινδύνων» εννοούμε κάποιο μοντέλο που χρησιμοποιεί η εταιρία, όπως αυτό που θα κατασκευάσουμε στο επόμενο κεφάλαιο ([41]). Μερικές Στρατηγικές είναι:

1. **Back – to – back hedging** Είναι η στρατηγική κατά την οποία οποιαδήποτε ανοιχτή θέση κλείνει αμέσως. Αυτή η τεχνική εφαρμόζεται συχνά στην αγορά εμπορευμάτων.
  2. **Tracker hedging** Είναι μία προσέγγιση προ-αγοράς, όπου η ανοιχτή θέση μειώνεται όσο πλησιάζουμε την ημερομηνία λήξης.
  3. **Risk reversal** Με αυτήν τη στρατηγική ταυτόχρονα αγοράζουμε ένα δικαίωμα αγοράς και πουλάμε ένα δικαίωμα πώλησης. Έτσι προσομοιώνουμε μία θέση long σε μία μετοχή ή κάποιο εμπόρευμα.
  4. **Delta hedging** Είναι η στρατηγική κατά την οποία ο χρηματοοικονομικός κίνδυνος ενός δικαιώματος προαίρεσης μειώνεται μέσω της αντιστάθμισης των αλλαγών στην τιμή του υποκείμενου στοιχείου. Αποκαλείται έτσι, γιατί το Delta είναι η πρώτη παράγωγος της αξίας του δικαιώματος προαίρεσης ως προς την τιμή του υποκείμενου στοιχείου. Στην πράξη εφαρμόζεται με την αγορά ενός χρηματοοικονομικού παράγωγου προϊόντος με αντίστροφη κίνηση της τιμής. Ουσιαστικά, είναι η διαδικασία της κατασκευής μίας αντιστάθμισης ουδέτερου κινδύνου. Το Delta των δικαιωμάτων αγοράς είναι θετικό, ενώ το Delta των δικαιωμάτων πώλησης είναι αρνητικό. Τα Deltas αλλάζουν με την πάροδο του χρόνου ([48]).
- Hedge Ratio (delta) ενός δικαιώματος προαίρεσης είναι ο ρυθμός μεταβολής της τιμής του δικαιώματος προς την αλλαγή της τιμής του υπό θεώρηση στοιχείου:

$$H = \frac{C^{up} - C^{down}}{S_1^{up} - S_1^{down}} \quad (1.1)$$

Ο δείκτης αυτός μας δίνει τον αριθμό των μονάδων του υπό θεώρηση στοιχείου που πρέπει να κατέχουμε για κάθε Δικαίωμα Αγοράς που πουλάμε, ώστε να δημιουργήσουμε αντιστάθμιση μηδενικού κινδύνου ([33]).

## 5. Αντιστάθμιση με Συμβόλαια Μελλοντικής Εκπλήρωσης και Προθεσμιακά Συμβόλαια

Τα Συμβόλαια Μελλοντικής Εκπλήρωσης και τα Προθεσμιακά Συμβόλαια μπορούν να χρησιμοποιηθούν για αντιστάθμιση έναντι των διακυμάνσεων των τιμών. Το κόστος για τη σύναψη τέτοιων συμβολαίων είναι μικρότερο από την κατοχή μίας long θέσης σε δικαιώματα προαίρεσης. Ωστόσο, δεδομένου ότι δεσμεύουν τους κατόχους τους (σε αντίθεση με τα δικαιώματα προαίρεσης) μπορεί να καταλήξουν σε μεγαλύτερη ζημία. Υπάρχουν δύο στρατηγικές αντιστάθμισης με ΣΜΕ και ΠΣ ([46], [48]):

- **Short Hedge – Αντιστάθμιση Πώλησης:** Η στρατηγική αυτή είναι κατάλληλη όταν ένα περιουσιακό στοιχείο αναμένεται να πωληθεί στο μέλλον. Χρησιμοποιείται για να κλειδώσει στο παρόν την τιμή του περιουσιακού στοιχείου που πρόκειται να πωληθεί στο μέλλον. Ο επενδυτής λαμβάνει μία θέση short ενώ έχει στην κατοχή του το υπό θεώρηση στοιχείο που πρόκειται να πωληθεί, έτσι αν η τιμή μειωθεί το κέρδος της short θέσης θα αντισταθμίσει αυτήν την πτώση της αξίας.
- **Long Hedge – Αντιστάθμιση Αγοράς:** Η στρατηγική αυτή είναι κατάλληλη όταν ένα περιουσιακό στοιχείο αναμένεται να αγοραστεί στο μέλλον. Χρησιμοποιείται για να κλειδώσει στο παρόν την τιμή του περιουσιακού στοιχείου που πρόκειται να αγοραστεί στο μέλλον. Ο επενδυτής λαμβάνει μία θέση long, έτσι αν η τιμή του περιουσιακού στοιχείου αυξηθεί, το κέρδος από τη θέση αυτή θα αντισταθμίσει την αύξηση του κόστους αγοράς.

## Κεφάλαιο 2

# Βέλτιστες Εταιρικές Πολιτικές Αντιστάθμισης

Στο κεφάλαιο αυτό θα θέσουμε το γενικό πλαίσιο του μοντέλου που θα εξετάσουμε και θα ορίσουμε τις συναρτήσεις κέρδους και κόστους. Θα δούμε την εφαρμογή του μοντέλου μας στο λειτουργικό περιβάλλον εταιρίας παραγωγής ενός αγαθού. Επίσης, θα δούμε πώς λειτουργεί η βέλτιστη αντιστάθμιση με παράγωγα τύπου “vanilla” και η τέλεια αντιστάθμιση με εξωτικά παράγωγα (βλ. [5]).

### 2.1 Εισαγωγικές Έννοιες

Θα ορίσουμε μερικές έννοιες, οι οποίες χρησιμοποιούνται ευρέως στη συνέχεια του κεφαλαίου.

#### **Εταιρία price – taking:**

Για τις ανάγκες του μοντέλου, θεωρούμε μία εταιρία price – taker, δηλαδή μία εταιρία που δεν μπορεί να επηρεάσει τις τιμές της αγοράς μέσω της ποσότητας που παράγει ([45]). Αυτό στην πράξη σημαίνει ότι η εταιρία δεν έχει μεγάλη δύναμη, κατέχει ένα μικρό ποσοστό στην αγορά με αποτέλεσμα να μπορεί να πουλήσει όση ποσότητα μπορεί να παράξει στην τιμή της αγοράς, η οποία προκύπτει από το νόμο προσφοράς και ζήτησης (που προκύπτει από το σύνολο των καταναλωτών και από το σύνολο των εταιριών αντίστοιχα). Στις περισσότερες αγορές οι εταιρίες είναι price – takers ([43]).

Λόγω του ότι η εταιρία μπορεί να πουλήσει όσα περισσότερα μπορεί να

παράξει, το περιθωριακό κέρδος (έσοδα) για κάθε μονάδα που πουλήθηκε είναι ίσο με την τιμή και το μέσο κέρδος είναι επίσης ίσο με την τιμή, αφού κάθε μονάδα κοστίζει το ίδιο, έτσι διαιρώντας τα συνολικά έσοδα με τις μονάδες που πουλήθηκαν παίρνουμε την τιμή.

Υπάρχουν δύο κανόνες:

- Κανόνας περιθωριακής απόδοσης  
Η εταιρία παράγει σε μία απόδοση όπου η τιμή είναι ίση με το περιθωριακό κόστος παραγωγής.
- Κανόνας Κλεισίματος  
Η εταιρία θα κλείσει αν το μέσο κέρδος (έσοδα) είναι χαμηλότερο από το μέσο κόστος σε όλα τα επίπεδα παραγωγής. Αφού η τιμή είναι ίση με το μέσο κέρδος, η εταιρία θα κλείσει αν η τιμή είναι χαμηλότερη από το μέσο συνολικό κόστος σε όλα τα επίπεδα.

Η εταιρία αυτή υποθέτουμε ότι αντιμετωπίζει **deadweight costs**. Ως **deadweight cost** ορίζεται:

Η έκταση στην οποία ο άμεσος αντίκτυπος μιας αύξησης ή μείωσης στους φόρους (ή τις επιδοτήσεις) μειώνεται από την έμμεση επίδρασή της. Στη συνέχεια του κεφαλαίου θα αναφέρεται ως κόστος. Αυτό το κόστος μπορεί να προκύψει από την αυξομείωση των φόρων, από άμεσο ή έμμεσο κόστος χρεοκοπίας, από την αυξομείωση του εξωτερικού κεφαλαίου, από κυρτά προγράμματα φόρων, κλπ ([44]).

Το κυρτό πρόγραμμα φόρων (**Convex tax schedule**) ορίζεται ως εξής:

Ένας προοδευτικός φορολογικός πίνακας, στον οποίο ο μέσος ρυθμός φόρου αυξάνει όσο αυξάνεται το εισόδημα προ φόρων. Ο πίνακας αυτός υποδεικνύει ότι ο ρυθμός φόρου θα αυξάνεται πάντα για μερικούς τύπους εισοδήματος, αλλά δε θα μειώνεται ποτέ με την αύξηση του εισοδήματος ([40]).

## 2.2 Γενικό Πλαίσιο του Μοντέλου

Θεωρούμε μία εταιρία *price – taker*, η οποία λαμβάνει αβέβαια συνολικά έσοδα σε μία μελλοντική ημερομηνία. Το κέρδος της εταιρίας προκύπτει από τον πολλαπλασιασμό της τιμής με την ποσότητα, μειωμένο κατά το κόστος της παραγωγής, ενώ υπάρχουν δύο πηγές αβεβαιότητας. Η πρώτη είναι οι ποσότητες

των προϊόντων που παρήχθησαν ή/και χρησιμοποιήθηκαν στην παραγωγή, αβεβαιότητα η οποία δεν αντισταθμίζεται και η δεύτερη πηγή είναι οι τιμές των προϊόντων που εξάγονται ή/και εισάγονται, οι οποίες – αν και αβέβαιες – αντισταθμίζονται με παράγωγα χρηματοοικονομικά προϊόντα. Υποθέτουμε ότι η εταιρία αντιμετωπίζει κόστος, το οποίο είναι συνάρτηση των μελλοντικών φυσικών καταστάσεων. Το κόστος αυτό, είναι εξωγενές και μπορεί να εκφραστεί ως μία συνάρτηση των καθαρών κερδών της εταιρίας, δηλαδή κέρδος από τη λειτουργία συν το κέρδος της αντιστάθμισης. Η εταιρία μπορεί επομένως να έχει κίνητρο να χρησιμοποιήσει παράγωγα χρηματοοικονομικά προϊόντα για να τροποποιήσει τις ταμειακές ροές σε μελλοντικές καταστάσεις.

Υποθέτουμε μία εταιρία που παράγει ένα και μοναδικό εμπόρευμα, η οποία σε μία μελλοντική ημερομηνία, έστω  $t=1$ , θα αποκτήσει μία αβέβαια ποσότητα παραγωγής,  $q$ . Όσο ισχύει η υπόθεση ότι η εταιρία παράγει αβέβαιη ποσότητα, σύμφωνα με το μοντέλο οι εισαγωγές στην παραγωγή μοντελοποιούνται ως αρνητικές ποσότητες παραγωγής. Παρόμοια, το μοντέλο μπορεί να επεκταθεί ώστε να συμπεριλάβει πολλαπλές παραγόμενες και καταναλώσιμες αβέβαιες ποσότητες. Στη μελλοντική ημερομηνία που ορίσαμε, αβέβαιη είναι επίσης και η τιμή  $p$  της παραχθείσας ποσότητας. Τα κέρδη από τη λειτουργία της επιχείρησης ορίζονται από τη συνάρτηση  $f(p,q)$ . Η εταιρία καθορίζει τη βέλτιστη αντιστάθμιση χρησιμοποιώντας μία προσαρμοσμένη στον κίνδυνο από κοινού συνάρτηση πυκνότητας κινδύνου των  $p$  και  $q$ , που ορίζεται από την  $h(p,q)$ .

Πρόκειται για εταιρία μεγιστοποίησης αξίας, δηλαδή για εταιρία που αυξάνει τον πλούτο του ιδιοκτήτη μεγιστοποιώντας την αξία της μετοχής της ([47]). Σύμφωνα με ήδη διενεργηθείσες έρευνες (βλ. [2],[22], [27], [29]), οι λόγοι για τους οποίους αντισταθμίζει τους κινδύνους της μία τέτοια εταιρία – πέρα από εκείνους που αναπτύχθηκαν νωρίτερα – είναι:

- για τη μείωση του φορολογικού βάρους  
Η αντιστάθμιση μπορεί να μειώσει το φορολογικό βάρος, μέσω της μείωσης της μεταβλητότητας των εσόδων προ φόρων.
- για τη μείωση του κόστους χρεοκοπίας και οικονομικής πίεσης/δυσπραγίας  
Η χρεοκοπία προκαλεί σημαντικό κόστος στην εταιρία, το οποίο έχει αρνητικό αντίκτυπο στην αξία της. Η αντιστάθμιση μπορεί να αυξήσει την αξία της εταιρίας, μειώνοντας τη μεταβλητότητα των χρηματοροών και κατά συνέπεια της εταιρικής αξίας.
- για την αποφυγή ανάληψης κινδύνου από τα διοικητικά στελέχη (managerial risk aversion – αποστροφή κινδύνου).  
Σε περιπτώσεις που οι μέτοχοι μιας εταιρίας προσπαθούν να μειώσουν

συμπεριφορές μη μεγιστοποίησης, προκύπτουν κάποια διοικητικά έξοδα (agency costs), τα οποία μειώνονται μέσω της αντιστάθμισης κι έτσι εδραιώνεται η «αποστροφή κινδύνου».

Η εταιρία αυτή αντιμετωπίζει μία εξωγενή συνάρτηση κόστους  $C(P)$ , όπου  $P$  είναι το αβέβαιο κέρδος στο  $t=1$ , καθαρό από τις πληρωμές που προκύπτουν από τις συναλλαγές των χρηματοοικονομικών παραγώγων της εταιρίας. Υποθέτουμε ότι αυτό το κόστος μπορεί να περιληφθεί με ακρίβεια σαν μία συνάρτηση των καθαρών κερδών της εταιρίας,  $P$ . Σε αυτές τις παραμέτρους μπορούν να περιληφθούν τα περισσότερα από τα δημοφιλή κίνητρα για τα οποία η εταιρία αντισταθμίζει τους κινδύνους της. Για παράδειγμα, ένα κυρτό πρόγραμμα φόρων μπορεί να παρουσιαστεί σαν μία γραμμική συνάρτηση κόστους, η οικονομική δυσχέρεια μπορεί να παρουσιαστεί ως κόστος σε κατάσταση χαμηλών κερδών, εξωτερικό κεφάλαιο μεγάλου κόστους μπορεί να παρουσιαστεί προσδιορίζοντας το κόστος σε καταστάσεις κέρδους, όπου πρόσθετα κεφάλαια πρέπει να δημιουργηθούν εκτός επιχείρησης, κλπ.

Για να αντισταθμίσει η εταιρία τους κινδύνους της αγοράς, μπορεί να μπει σε ένα συμβόλαιο στο  $t=0$ , που πληρώνει  $x(p;a)$  στο  $t=1$ , όπου το δάνυσμα  $a$  αντιπροσωπεύει τις παραμέτρους του συμβολαίου (για παράδειγμα αριθμός συμβολαίων, τιμές άσκησης κλπ.). Το δίκαια τιμολογημένο συμβόλαιο  $x(p;a)$  κοστίζει στην εταιρία  $X(a)$ . Χωρίς βλάβη της γενικότητας, υποθέτουμε ότι το επιτόκιο μηδενικού κινδύνου είναι 0, τέτοιο ώστε

$$X(a) = \int_p x(p; a) \cdot g^*(p) dp \quad (2.1)$$

όπου  $g^*(p)$  είναι η μηδενικού κινδύνου ένταση τιμολόγησης του  $p$ . Η συνάρτηση καθαρού κέρδους της εταιρίας προ κόστους μπορεί να γραφτεί ως εξής:

$$P(p, q; a) = f(p, q) + x(p; a) - X(a) \quad (2.2)$$

Το κόστος του παραγώγου πληρώνεται στο  $t=1$ , γιατί όλα τα παράγωγα είναι όργανα αναβαλλόμενων πληρωμών. Το γεγονός αυτό αποτρέπει την εταιρία από το να χρησιμοποιεί παράγωγα για να μεταφέρει μετρητά στο χρόνο. Υποθέτουμε ότι η εταιρία μεγιστοποιεί το αναμενόμενο καθαρό οικονομικό κέρδος,  $\pi(a)$ , το οποίο είναι το καθαρό κέρδος μετά την αφαίρεση του κόστους. Η εταιρία επιλύει δηλαδή το εξής πρόβλημα μεγιστοποίησης:

$$\max \pi(a) = \int_p \int_q \{f(p, q) + x(p; a) - C[P(p, q; a)]\} \cdot h(p, q) dqdp - X(a) \quad (2.3)$$

Ως εκ τούτου, η εταιρία παίρνει την από κοινού κατανομή του  $(p, q)$  όπως δίνεται και επιλέγει τις παραμέτρους  $a$  των διαθέσιμων συμβολαίων παραγώγων για να μεγιστοποιήσει το αναμενόμενο καθαρό οικονομικό κέρδος,  $\pi(a)$ . Αν υποθέσουμε ότι ο πίνακας  $\frac{\partial^2 \pi(a)}{\partial a \partial a'}$  είναι αρνητικά ημιορισμένος, τότε η μεγιστοποίηση αξίας είναι ισοδύναμη με τη επίλυση της συνθήκης πρώτης τάξης, δηλαδή της εξίσωσης:

$$\frac{\partial \pi(a)}{\partial a} = \int_p \int_q \left\{ \frac{\partial x(p; a)}{\partial a} - \frac{\partial C(P)}{\partial P} \cdot \frac{\partial P(p, q; a)}{\partial a} \right\} \cdot h(p, q) dq dp - \frac{\partial X(a)}{\partial a} = 0 \quad (2.4)$$

Για περιπτώσεις όπου η περιθώρια πυκνότητα του  $p$ ,  $g(p) = \int_q h(p, q) dq$  ισούται με την πυκνότητα ουδέτερου κινδύνου, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τον περιορισμό τιμολόγησης παραγώγων, οπότε με τη βοήθεια της εξίσωσης (2.1), η εξίσωση (2.4) μετά από πράξεις παίρνει τη μορφή

$$\begin{aligned} \frac{\partial \pi(a)}{\partial a} &= \int_p \int_q \left\{ \frac{\partial x(p; a)}{\partial a} - \frac{\partial C(P)}{\partial P} \cdot \frac{\partial P(p, q; a)}{\partial a} \right\} \cdot h(p, q) dq dp - \frac{\partial X(a)}{\partial a} \\ &= \int_p \int_q \frac{\partial x(p; a)}{\partial a} \cdot h(p, q) dq dp - \int_p \int_q \frac{\partial C(P)}{\partial P} \cdot \frac{\partial P(p, q; a)}{\partial a} \cdot h(p, q) dq dp \\ &\quad - \frac{\partial \int_p x(p; a) \cdot g^*(p) dp}{\partial a} \\ &= \int_p \int_q \frac{\partial x(p; a)}{\partial a} \cdot h(p, q) dq dp - \int_p \int_q \frac{\partial C(P)}{\partial P} \cdot \frac{\partial P(p, q; a)}{\partial a} \cdot h(p, q) dq dp \\ &\quad - \frac{\partial \int_p x(p; a) \cdot [\int_q h(p, q) dq] dp}{\partial a} \\ &= \int_p \int_q \frac{\partial x(p; a)}{\partial a} \cdot h(p, q) dq dp - \int_p \int_q \frac{\partial C(P)}{\partial P} \cdot \frac{\partial P(p, q; a)}{\partial a} \cdot h(p, q) dq dp \\ &\quad - \frac{\partial \int_p [\int_q x(p; a) \cdot h(p, q) dq] dp}{\partial a} \\ &= \int_p \int_q \frac{\partial x(p; a)}{\partial a} \cdot h(p, q) dq dp - \int_p \int_q \frac{\partial C(P)}{\partial P} \cdot \frac{\partial P(p, q; a)}{\partial a} \cdot h(p, q) dq dp \\ &\quad - \frac{\partial \int_p \int_q x(p; a) \cdot h(p, q) dq dp}{\partial a} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
&= \int_p \int_q \frac{\partial x(p; a)}{\partial a} \cdot h(p, q) dqdp - \int_p \int_q \frac{\partial C(P)}{\partial P} \cdot \frac{\partial P(p, q; a)}{\partial a} \cdot h(p, q) dqdp \\
&\quad - \int_p \int_q \left[ \frac{\partial x(p; a)}{\partial a} \cdot h(p, q) + x(p; a) \frac{\partial h(p, q)}{\partial a} \right] dqdp \\
&= \int_p \int_q \frac{\partial x(p; a)}{\partial a} \cdot h(p, q) dqdp - \int_p \int_q \frac{\partial C(P)}{\partial P} \cdot \frac{\partial P(p, q; a)}{\partial a} \cdot h(p, q) dqdp \\
&\quad - \int_p \int_q \frac{\partial x(p; a)}{\partial a} \cdot h(p, q) dqdp \\
&= - \int_p \int_q \frac{\partial C(P)}{\partial P} \cdot \frac{\partial P(p, q; a)}{\partial a} \cdot h(p, q) dqdp \tag{2.5}
\end{aligned}$$

Ο πρώτος – τάξης όρος απλοποιήθηκε ως εξής:

$$- \int_p \int_q \frac{\partial C(P)}{\partial P} \cdot \frac{\partial P(p, q; a)}{\partial a} \cdot h(p, q) dqdp = 0$$

Σε αυτήν την περίπτωση, στην οποία θα επικεντρωθεί η παρούσα ανάλυση, η μεγιστοποίηση του προσαρμοσμένου στον κίνδυνο καθαρού οικονομικού κέρδους είναι ίση με τη μεγιστοποίηση της αξίας. Σε ένα πιο γενικό πλαίσιο, μπορούμε να επιτρέψουμε στην εταιρία να ενσωματώσει τη θεωρία σε επίπεδο μελλοντικών τιμών εμπορευμάτων, η οποία είναι  $g(p) \neq g^*(p)$ .

Θεωρούμε, τέλος, δεδομένη την επένδυση και τη δομή κόστους της εταιρίας. Επιπλέον, από τη στιγμή που δεν έχουμε μοντελοποιήσει ρητά τη δομή κεφαλαίου της εταιρίας, μπορούμε να θεωρήσουμε τις απαιτήσεις εξυπηρέτησης του χρέους σαν μέρος της συνάρτησης καθαρού κέρδους της εταιρίας. Ενώ μακροπρόθεσμα αυτοί οι παράγοντες είναι πιθανότατα ορισμένοι από κοινού με την πολιτική αντιστάθμισης που εφαρμόζει η εταιρία, προτιμούμε να θεωρούμε αυτό το μοντέλο ως περιγραφικό της βέλτιστης στρατηγικής αντιστάθμισης για την επόμενη περίοδο. Για παράδειγμα, έχει δημιουργηθεί ένα εργοστάσιο κατασκευής υπολογιστών, έχει κάνει επενδύσεις στην έρευνα και στην ανάπτυξη κι έχει ήδη ορίσει τη βέλτιστη δομή του κεφαλαίου του. Από τη στιγμή που αυτοί οι παράγοντες είναι ακριβοί και χρονοβόροι για να προσαρμοστούν, η εταιρία προσβλέπει στο πρόγραμμα διαχείρισης του κινδύνου της, για να ορίσει τη βέλτιστη βραχυχρόνια στρατηγική αντιστάθμισης, η οποία εξαρτάται από τις βραχυπρόθεσμες προβλέψεις της τιμής, της ζήτησης, των συνθηκών της αγοράς, κλπ. Στην πραγματικότητα, η απουσία ευελιξίας στις αποφάσεις

που αφορούν τη δομή των επενδύσεων και των κεφαλαίων είναι μία πιθανή πηγή κόστους που οδηγεί το πρόγραμμα αυτό. Η υπόθεση ότι αυτοί οι παράγοντες είναι προκαθορισμένοι, μας επιτρέπει να συγκεντρωθούμε στην απόφαση του πώς η εταιρία θα έπρεπε να αντισταθμίσει βραχυπρόθεσμα, χωρίς να προσπαθήσει να δηλώσει οτιδήποτε για το πώς η εταιρία θεωρεί βέλτιστο να προσαρμόσει το επίπεδο των επενδύσεών της, της δομής κεφαλαίου της και της μίξης των προϊόντων μακροπρόθεσμα.

## 2.3 Λειτουργικό Περιβάλλον Εταιρίας Παραγωγής Ενός Αγαθού

Οι εφαρμογές αντιστάθμισης του μοντέλου μας εξηγούνται πιο εύκολα θεωρώντας ένα συγκεκριμένο παράδειγμα εταιρίας που παράγει ένα μόνο προϊόν. Κάνουμε λειτουργικό το μοντέλο μας ορίζοντας μία συνάρτηση παραγωγής, μία από κοινού πυκνότητα για τα  $(p, q)$ , υποθέτοντας μία συνάρτηση κόστους  $C(P)$  και περιορίζοντας το σετ των διαθέσιμων παραγώγων. Το κόστος παραγωγής υποθέτουμε ότι είναι γραμμικό ως προς την ποσότητα, με ένα γνωστό ανά μονάδα μεταβλητό κόστος  $s_1$  κι ένα γνωστό σταθερό κόστος  $s_2$ , ώστε το κέρδος της επιχείρησης να είναι

$$f(p, q) = pq - s_1q - s_2, \quad s_1, s_2 \in \mathbf{R}_+$$

Υποθέτουμε ότι η από κοινού πυκνότητα της  $(p, q)$  είναι διμεταβλητή - κανονική με συντελεστή συσχέτισης  $\rho$ , αναμενόμενο επίπεδο τιμών  $\mu_p$ , αναμενόμενο επίπεδο ποσότητας  $\mu_q$ , τυπική απόκλιση της τιμής  $\sigma_p$ , και τυπική απόκλιση της ποσότητας  $\sigma_q$ . Είναι γνωστό από τη Θεωρία Πιθανοτήτων, ότι ο συντελεστής συσχέτισης  $\rho$  ισούται με τη συνδιακύμανση δύο μεταβλητών προς το γινόμενο των τυπικών αποκλίσεων των μεταβλητών αυτών, δηλαδή  $\rho = \frac{\sigma_{pq}}{\sigma_p \sigma_q}$  (βλ. [34]). Μέσω του συντελεστή αυτού μπορούμε να έχουμε μία μέτρηση κατά πόσο αλληλοεξαρτώνται οι μεταβλητές. Σημειώνουμε επίσης, ότι η υπόθεσή μας σχετικά με το επιτόκιο μηδενικού κινδύνου ( $= 0$ ), υποδηλώνει ότι  $\mu_p = p$ .

Θα δείξουμε αργότερα ότι τα συμπεράσματά μας είναι μη - ευαίσθητα στην ακριβή υπόθεση κατανομής. Προς το παρόν ορίζουμε την εξωγενή συνάρτηση κόστους ως εκθετική της μορφής:

$$C(P) = c_1 \cdot e^{-c_2 P}, \quad c_1, c_2 \in \mathbf{R}_+ \quad (2.6)$$

Αυτή η συνάρτηση βρίσκει εφαρμογή σε εταιρίες που έχουν υψηλά κόστη όταν τα κέρδη είναι χαμηλά και σε εταιρίες που έχουν χαμηλά κόστη όταν τα κέρδη είναι υψηλά. Για παράδειγμα, έμμεσα κόστη χρεοκοπίας στο  $t=1$ , που επηρεάζουν τα έσοδα σε χρόνο  $t > 1$ , θα μπορούσαν να επηρεάσουν την απόφαση αντιστάθμισης με τρόπο που προσεγγίζεται από μία φθίνουσα εκθετική συνάρτηση κόστους. Ένα ακόμα παράδειγμα θα μπορούσε να είναι μία εταιρία που αντιμετωπίζει κοστοβόρα πρόσβαση σε εξωτερικές κεφαλαιακές αγορές, όπου εξωτερικά χρηματοδοτικά κόστη αυξάνουν εκθετικά στο ποσό των αντληθέντων κεφαλαίων.

Η παράμετρος  $c_1$  μετράει το συνολικό επίπεδο του κόστους, ενώ η παράμετρος  $c_2$  ελέγχει την κλίση και την καμπυλότητα. Αν το  $c_2$  είναι μικρό, τότε το κόστος που συνοδεύεται από καταστάσεις χαμηλού κέρδους είναι λίγο μεγαλύτερο από αυτό που πραγματοποιήθηκε σε καλές φυσικές καταστάσεις. Αντίστροφα, αν το  $c_2$  είναι μεγάλο, το κόστος σε καταστάσεις μικρού κέρδους είναι πολύ μεγαλύτερο από εκείνο σε καλές φυσικές καταστάσεις. Για παράδειγμα, δοθέντων κάποιου λογικού κόστους παραγωγής και κάποιων παραμέτρων κατανομής, οι τιμές  $c_1 = 0.1$  και  $c_2 = \{2, 5, 8\}$  καταλήγουν σε αναμενόμενα κόστη περίπου του  $\{1.3\%, 2.9\%, 4.2\%\}$  των αναμενόμενων εσόδων αν δεν υπάρξει αντιστάθμιση. Υποθέτουμε ότι οι μεταβλητότητες της τιμής και της ποσότητας είναι 20%, η συσχέτιση μεταξύ τιμής και ποσότητας είναι  $\rho = -0.5$ , οι αναμενόμενες τιμές και ποσότητες κανονικοποιούνται στο 1, το μεταβλητό κόστος παραγωγής είναι  $s_1 = 0.25$  και το σταθερό κόστος  $s_2 = 0.4$ . Να σημειωθεί ότι παρόλο που τα κόστη εμφανίζονται μικρά, είναι ποσοστά επί των εσόδων και όχι επί των κερδών. Τέλος, να σημειώσουμε ότι ισχύει  $C_{PP}(P) > 0$  για όλα τα  $P$ .

Μπορούμε τώρα να λύσουμε το πρόβλημα μεγιστοποίησης που αντιμετωπίζει η εταιρία για ένα συγκεκριμένο σετ συμβολαίων παραγώγων. Πρώτα, ορίζουμε το δείκτη βέλτιστης αντιστάθμισης για μια εταιρία που χρησιμοποιεί forwards ως μοναδικό εργαλείο διαχείρισης κινδύνων. Αυτή η συγκεκριμενοποίηση δέχεται μία κλειστού τύπου λύση για τη βέλτιστη αντιστάθμιση όταν η εταιρία είναι ουδέτερη στον κίνδυνο. Συζητάμε επίσης τη βέλτιστη θέση για μία εταιρία που χρησιμοποιεί δικαιώματα vanilla ή ένα χαρτοφυλάκιο ΠΣ και δικαιωμάτων σαν αντιστάθμιση. Στη συνέχεια, αντλούμε το βέλτιστο exotic παράγωγο μεγιστοποιώντας τα αναμενόμενα κέρδη στο κενό όλων των πιθανών συμβολαίων παραγώγων.

## 2.4 Βέλτιστη Αντιστάθμιση με Παράγωγα Τύπου Vanilla

Παράγωγα με γραμμικές πληρωμές, όπως τα ΠΣ, είναι τα πιο δημοφιλή χρηματοοικονομικά εργαλεία στη διαχείριση κινδύνου. Συνεπώς, ξεκινάμε υποθέτοντας ότι η  $x(p; a)$  έχει μία πληρωμή της μορφής

$$x(p; a) = a(p - \mu_p), \quad a \in \mathbb{R} \quad (2.7)$$

Η παράμετρος  $a$  είναι ο αριθμός των ΠΣ που αγοράζει η εταιρία, έτσι ώστε  $a < 0$  να δείχνει ότι η εταιρία πουλάει forward. Εξ ορισμού, το κόστος της εισόδου σε ένα συμβόλαιο  $X(a) = 0$ . Για  $g(p) = g^*(p)$ , ο βέλτιστος αριθμός ΠΣ πρέπει να ικανοποιεί τη συνθήκη πρώτης τάξης:

$$\frac{\partial \pi(a)}{\partial a} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (p - \mu_p) e^{-c_2[pq - s_1q - s_2 + a(p - \mu_p)]} h(p, q) dq dp = 0 \quad (2.8)$$

Η περιθώρια συνάρτηση καθαρού κέρδους για μία εταιρία που αντιμετωπίζει εκθετική συνάρτηση κόστους της μορφής (2.6) και χρησιμοποιεί ΠΣ για τον τιμολογιακό κίνδυνο μπορεί να γραφεί και ως εξής:

$$\frac{\partial \pi(a)}{\partial a} = c_1 c_2 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (p - \mu_p) e^{-c_2[pq - s_1q - s_2 + a(p - \mu_p)]} h(p, q) dq dp \quad (2.9)$$

όπου ο όρος  $h(p, q)$  είναι η διμεταβλητή συνάρτηση κανονικής πυκνότητας:

$$h(p, q) = \frac{1}{2\pi\sigma_p\sigma_q\sqrt{1-\rho^2}} e^{\frac{-1}{2(1-\rho^2)} \left[ \frac{(p-\mu_p)^2}{\sigma_p^2} - 2\rho \frac{(p-\mu_p)(q-\mu_q)}{\sigma_p\sigma_q} + \frac{(q-\mu_q)^2}{\sigma_q^2} \right]}$$

Παίρνοντας κοινούς παράγοντες η (2.9) γίνεται:

$$\frac{\partial \pi(a)}{\partial a} = A e^{d_6(a)} \int_{-\infty}^{\infty} (p - \mu_p) e^{-d_1 p^2 + d_2(a)p} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-d_4 q^2 + d_3 p q + d_5 q} dq dp \quad (2.10)$$

όπου

$$\begin{aligned}
A &= \frac{c_1 c_2}{2\pi \sigma_p \sigma_q \sqrt{1 - \rho^2}} \\
B &= \frac{1}{2(1 - \rho^2)} \\
d_1 &= \frac{B}{\sigma_p^2} \\
d_2(a) &= 2B \left( \frac{\mu_p}{\sigma_p^2} - \frac{\rho \mu_q}{\sigma_p \sigma_q} \right) - c_2 a \\
d_3 &= c_2 - \frac{2B\rho}{\sigma_p \sigma_q} \\
d_4 &= \frac{B}{\sigma_q^2} \\
d_5 &= c_2 s_1 + 2B \left( \frac{\mu_q}{\sigma_q^2} - \frac{\rho \mu_p}{\sigma_p \sigma_q} \right) \\
d_6(a) &= c_2 (s_2 + a \mu_p) - B \left( \frac{\mu_p^2}{\sigma_p^2} - \frac{2\rho \mu_p \mu_q}{\sigma_p \sigma_q} + \frac{\mu_q^2}{\sigma_q^2} \right)
\end{aligned}$$

Με μία επιπλέον αντικατάσταση,  $d_7 = d_5 - d_3 p$ , μπορούμε να γράψουμε την (2.10) ως εξής:

$$\frac{\partial \pi(a)}{\partial a} = A e^{d_6(a)} \int_{-\infty}^{\infty} (p - \mu_p)^{-d_1 p^2 + d_2(a)p} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-d_4 q^2 + d_7 q} dq dp \quad (2.11)$$

Ολοκληρώνοντας ως προς  $q$  έχουμε

$$\frac{\partial \pi(a)}{\partial a} = A e^{d_6(a)} \int_{-\infty}^{\infty} (p - \mu_p)^{-d_1 p^2 + d_2(a)p} \sqrt{\frac{\pi}{d_4}} e^{\frac{d_7^2}{4d_4}} dq dp \quad (2.12)$$

Αντικαθιστώντας το  $d_7$

$$\frac{\partial \pi(a)}{\partial a} = A \sqrt{\frac{\pi}{d_4}} e^{d_6(a) + \frac{d_7^2}{4d_4}} \int_{-\infty}^{\infty} (p - \mu_p) e^{-\frac{1}{2}[(2d_1 - \frac{d_3^2}{2d_4})p^2 + (-2d_2(a) + \frac{d_3 d_5}{d_4})p]} dp \quad (2.13)$$

Το ολοκλήρωμα έχει μία λύση όταν  $\frac{2d_1-d_3^2}{2d_4} > 0$ . Αυτός ο περιορισμός μπορεί να τεθεί ως εξής:

$$Q_2(c_2) = 1 + 2c_2\rho\sigma_p\sigma_q - (1 - \rho^2)c_2^2\sigma_p^2\sigma_q^2 > 0 \quad (2.14)$$

Υποδεικνύει ότι η παράμετρος κόστους  $c_2$  δεν μπορεί να είναι αυθαίρετα μεγάλη. Πρέπει να ορίζεται έτσι, ώστε  $Q_2(c_2) > 0$  και να βρίσκεται μεταξύ των λύσεων της εξίσωσης  $Q_2(c_2) = 0$ .

Επομένως, θα πρέπει να βρίσκεται μεταξύ των εξής ορίων:

$$\frac{-1}{(1 + \rho)\sigma_p\sigma_q} < c_2 < \frac{1}{(1 + \rho)\sigma_p\sigma_q} \quad (2.15)$$

Αυτός ο περιορισμός ικανοποιείται από όλα τα παραδείγματα που έχουν παρουσιαστεί. Με  $Q_2(c_2) > 0$  συνεχίζουμε ολοκληρώνοντας ως προς  $p$ . Η εξίσωση του περιθωριακού καθαρού κέρδους μπορεί να επαναπροσδιοριστεί ως συνάρτηση της μεταβλητής  $a$  (ο αριθμός των ΠΣ).

Δείξαμε πώς μπορούμε να εκφράσουμε τη συνθήκη πρώτης τάξης σε κλειστή μορφή ως εξής:

$$\frac{\partial\pi(a)}{\partial a} = P_1(a)e^{P_2(a)} \quad (2.16)$$

όπου  $P_1(a)$  και  $P_2(a)$  είναι γραμμικές και τετραγωνικές συναρτήσεις του  $a$  και ορίζονται ως εξής:

$$P_1(a) = \frac{-c_1c_2^2\sigma_p^2a^2 + c_1c_2[c_2\mu_q\sigma_p^2 - (1 - \rho^2)(s_1 - \mu_p)c_2^2\sigma_q^2\sigma_p^2 + (s_1 - \mu_p)c_2\rho\sigma_q\sigma_p]}{[1 + 2c_2\rho\sigma_q\sigma_p - (1 - \rho^2)c_2^2\sigma_q^2\sigma_p^2]^{\frac{3}{2}}} \quad (2.17)$$

$$P_2(a) = \frac{\frac{1}{2}c_2^2\sigma_p^2a^2 + c_2[c_2\mu_q\sigma_p^2 - (1 - \rho^2)(\mu_p - s_1)c_2^2\sigma_q^2\sigma_p^2 + (s_1 - \mu_p)c_2\rho\sigma_q\sigma_p]a}{1 + 2c_2\rho\sigma_q\sigma_p - (1 - \rho^2)c_2^2\sigma_q^2\sigma_p^2} + \frac{c_2[\mu_q(s_1 - \mu_p) + s_2]}{1 + 2c_2\rho\sigma_q\sigma_p - (1 - \rho^2)c_2^2\sigma_q^2\sigma_p^2}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{c_2^2(\frac{1}{2}\mu_q^2\sigma_p^2 + (\frac{1}{2}(s_1 + \mu_p^2) - \mu_p s_1)\sigma_q^2 + (\mu_q(s_1 - \mu_p) + 2s_2)\rho\sigma_q\sigma_p)}{1 + 2c_2\rho\sigma_q\sigma_p - (1 - \rho^2)c_2^2\sigma_q^2\sigma_p^2} \\
& - \frac{c_2^2 s_2(1 - \rho^2)\sigma_q^2\sigma_p^2}{1 + 2c_2\rho\sigma_q\sigma_p - (1 - \rho^2)c_2^2\sigma_q^2\sigma_p^2}. \tag{2.18}
\end{aligned}$$

Επομένως, η βέλτιστη πολιτική αντιστάθμισης μπορεί να προσδιοριστεί ως η λύση  $\hat{a}$  της απλοποιημένης συνθήκης (κλειστή μορφή)

$$\frac{\partial \pi(a)}{\partial a} = P_1(a)e^{P_2(a)} = 0 \tag{2.19}$$

Από την (2.19) εύκολα προκύπτει ότι  $P_1(a) = 0$ . Με τη βοήθεια της (2.17) η γραμμική εξίσωση  $P_1(a) = 0$  ανάγεται στην

$$\frac{-c_1 c_2^2 \sigma_p^2 a^2 + c_1 c_2 [c_2 \mu_q \sigma_p^2 - (1 - \rho^2)(s_1 - \mu_p) c_2^2 \sigma_q^2 \sigma_p^2 + (s_1 - \mu_p) c_2 \rho \sigma_q \sigma_p]}{[1 + 2c_2 \rho \sigma_q \sigma_p - (1 - \rho^2) c_2^2 \sigma_q^2 \sigma_p^2]^{\frac{3}{2}}} = 0 \tag{2.20}$$

ή ισοδύναμα στην

$$-c_1 c_2^2 \sigma_p^2 a^2 + c_1 c_2 [c_2 \mu_q \sigma_p^2 - (1 - \rho^2)(s_1 - \mu_p) c_2^2 \sigma_q^2 \sigma_p^2 + (s_1 - \mu_p) c_2 \rho \sigma_q \sigma_p] = 0. \tag{2.21}$$

Λύνοντας την τελευταία ως προς  $\hat{a}$  παίρνουμε:

$$\hat{a} = \mu_q - (1 - \rho^2)(s_1 - \mu_p) c_2 \sigma_q^2 + (s_1 - \mu_p) \rho \frac{\sigma_q}{\sigma_p}, \tag{2.22}$$

ή ισοδύναμα

$$\hat{a} = -\mu_q + (1 - \rho^2)(\mu_p - s_1) c_2 \sigma_q^2 - (\mu_p - s_1) \rho \frac{\sigma_q}{\sigma_p}. \tag{2.23}$$

Ο πρώτος όρος στο δεξί μέρος δείχνει ότι η εταιρία θα έπρεπε να αντισταθμίσει όλη την παραγωγή της με ΠΣ όταν η ποσότητα που έχει παραχθεί είναι γνωστή με βεβαιότητα. Αυτή η διαδικασία αποκαλείται «αθώα» αντιστάθμιση με ΠΣ. Ο δεύτερος και τρίτος όρος της εξίσωσης  $\hat{a}$  είναι προσαρμογές στην αθώα αντιστάθμιση που εξαρτώνται από συγκεκριμένες εταιρικές παραμέτρους. Αυτή η λύση δείχνει ότι ο ορισμός του βέλτιστου αριθμού των ΠΣ είναι τετριμμένος. Οι δείκτες βέλτιστης αντιστάθμισης εξαρτώνται από τη συσχέτιση μεταξύ τιμής και ποσότητας, τη μεταβλητότητα της τιμής και της ποσότητας, τη σχετική δριμύτητα των φυσικών καταστάσεων που προκαλούν κόστος και το μεταβλητό κόστος παραγωγής.

Αυτή η βέλτιστη αντιστάθμιση μπορεί να συγκριθεί με τη forward θέση που ελαχιστοποιεί τη διακύμανση των προσόδων της εταιρίας. (Είναι μία μορφή αντιστάθμισης, η οποία έχει στόχο την ελαχιστοποίηση της διακύμανσης των τιμών και όχι στη δημιουργία κέρδους.) Κάτω από τις υποθέσεις κατανομής που έχουμε κάνει, η αντιστάθμιση ελάχιστης διακύμανσης δίνεται από την εξίσωση

$$\hat{a}_{mv} = -\mu_q - \rho \frac{\sigma_q}{\sigma_p} \mu_p \quad (2.24)$$

Η αντιστάθμιση μέσω της αναμενόμενης αξίας μεγιστοποίησης και της ελάχιστης διακύμανσης ισούται με την «αθώα» αντιστάθμιση όταν δεν υπάρχει καθόλου κίνδυνος ποσότητας ( $s_q = 0$ ). Ωστόσο, υπάρχει σημαντική διαφορά ανάμεσα σ' αυτούς τους δύο τρόπους αντιστάθμισης όταν η παραχθείσα ποσότητα είναι αβέβαιη. Η αντιστάθμιση ελάχιστης διακύμανσης δεν λαμβάνει υπόψιν της το κόστος παραγωγής. Επιπρόσθετα, η επίδραση του κόστους αγνοείται.

Αν αντί της χρήσης ΠΣ η εταιρία περιοριστεί στη χρήση vanilla δικαιωμάτων πώλησης, μπορεί να προκύψει μία απόλυτη εξίσωση για τον βέλτιστο αριθμό δικαιωμάτων πώλησης. Χρησιμοποιώντας αυτή την εξίσωση, η βέλτιστη ενδεικτική αξία των δικαιωμάτων αυτών και η τιμή άσκησης μπορούν να βρεθούν αριθμητικά. Γενικότερα, είναι πιθανό να βρούμε τη βέλτιστη θέση αντιστάθμισης χρησιμοποιώντας οποιοδήποτε συνδυασμό vanilla παραγώγων με αριθμητικές τεχνικές βελτιστοποίησης. Οι αριθμητικές τεχνικές επιτρέπουν επίσης τη χρήση εναλλακτικών συναρτήσεων κόστους και υποθέσεων κατανομής.

## 2.5 Τέλεια Αντιστάθμιση με Εξωτικά Παράγωγα

Ενώ τα συμβόλαια παραγώγων vanilla είναι δημοφιλή εργαλεία αντιστάθμισης, δεν υπάρχει λόγος να πιστεύουμε ότι μόνο η χρήση περιορισμένου αριθμού ΠΣ και δικαιωμάτων προαίρεσης αποδίδει τη βέλτιστη αντιστάθμιση. Κάναμε ήδη μία σύντομη αναφορά στα exotic δικαιώματα. Τύποι εξωτικών δικαιωμάτων (βλ. [24]) είναι:

- τα ασιατικά δικαιώματα (asian options), για τα οποία η τιμή κατά την άσκηση εξαρτάται από τη μέση τιμή του υπό θεώρηση στοιχείου κατά το χρόνο που μεσολαβεί ανάμεσα στο  $t=0$  και το χρόνο της άσκησης ή σε κάποιο τμήμα αυτού του χρονικού διαστήματος,



- τα δικαιώματα που ανατρέχουν στο παρελθόν (lookback options), για τα οποία τιμή εξάσκησης ορίζεται η ελάχιστη τιμή κλεισίματος κατά το χρονικό διάστημα που μεσολαβεί έως την άσκηση του δικαιώματος.
- τα δικαιώματα με μη – γραμμικές απολαβές, για τα οποία η πληρωμή είναι της μορφής  $f(y) - E$ , όπου  $y = S(t)$ , δηλαδή η τιμή  $S$  εκφράζεται ως συνάρτηση του χρόνου (δεν είναι δηλαδή της μορφής  $S$  όπως στα δικαιώματα vanilla που παίρνουν μία συγκεκριμένη τιμή στη λήξη).

Επίσης στα εξωτικά δικαιώματα μπορούμε να συμπεριλάβουμε και τα Barrier Options που είδαμε στο πρώτο κεφάλαιο, τα οποία ασκούνται μόνο όταν η τιμή του υπό θεώρηση στοιχείου ξεπεράσει μία τιμή φράγματος.

Συνεπώς, γενικοποιούμε τα διαθέσιμα συμβόλαια παραγώγων, έτσι ώστε η εταιρία να μπορέσει να δημιουργήσει οποιαδήποτε ενδεχόμενη κατάσταση πληρωμών. Λύνουμε έτσι την τέλεια exotic αντιστάθμιση. Αυτό μας επιτρέπει να απαντήσουμε σε πολλά ερωτήματα, όπως:

- Ποια είναι τα πλεονεκτήματα ενός βέλτιστου συμβολαίου παραγώγων;
- Πόσο καλύτερα μπορεί η εταιρία να αντισταθμίσει τους κινδύνους της αν χρησιμοποιεί προσαρμοσμένα exotic παράγωγα;
- Είναι εύκολο να προσεγγίσει κανείς το βέλτιστο παράγωγο συνδυάζοντας μερικά εργαλεία vanilla ή είναι απαραίτητη η ύπαρξη exotic τύπου πληρωμών;

Για να απαντήσουμε στις ερωτήσεις αυτές, πρέπει να τροποποιήσουμε το γενικό μοντέλο που περιγράψαμε νωρίτερα. Αφού ενδιαφερόμαστε περισσότερο να ορίσουμε τη βέλτιστη συνάρτηση πληρωμών από τις παραμέτρους ενός προπροσδιορισμένου προφίλ πληρωμών, πρέπει να τροποποιήσουμε το πρόβλημα βελτιστοποίησης για να μεγιστοποιήσουμε το αναμενόμενο κέρδος πάνω από όλες τις πιθανές συναρτήσεις πληρωμών  $x(p)$ , όπου το  $x$  είναι μία πραγματική συνάρτηση τιμών. Το γενικό πρόβλημα βελτιστοποίησης για μία εταιρία με ένα προϊόν είναι:

$$\max_{x(p)} \pi(x(p)), \quad \text{τέτοιο ώστε} \quad \int_{-\infty}^{\infty} x(p)g(p) dp = 0 \quad (2.25)$$

όπου

$$\pi(x(p)) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} pq - s_1q - s_2 - c_1 e^{-c_2(pq - s_1q - s_2 + x(p))} h(p, q) dp dq \quad (2.26)$$

Μπορούμε να απλοποιήσουμε τη συνάρτηση καθαρού κέρδους χρησιμοποιώντας τον ορισμό της διμεταβλητής συνάρτησης κανονικής πυκνότητας  $h(p,q)$ , ολοκληρώνοντας ως προς  $q$ , καθώς και ολοκληρώνοντας όλους τους όρους που δεν εξαρτώνται από τη συνάρτηση  $x(p)$  ως προς  $p$ . Αυτό μας επιτρέπει να γράψουμε το αναμενόμενο καθαρό κέρδος στην εξής μορφή:

$$\pi(x(p)) = \rho\sigma_q\sigma_p + \mu_p\mu_q - s_1\mu_q - s_2 - \int_{-\infty}^{\infty} K e^{-\frac{1}{2}(Ap^2+Bp+C)-c_2x(p)} dp \quad (2.27)$$

όπου

$$\begin{aligned} K &= \frac{c_1}{\sqrt{2\pi}\sigma_p} \\ A &= \frac{1}{\sigma_p^2} + 2c_2\rho\frac{\sigma_q}{\sigma_p} - (1-\rho^2)c_2^2\sigma_q^2 \\ B &= \frac{-2\mu_p}{\sigma_p^2} + 2c_2\mu_q - 2(\mu_p + s_1)c_2\rho\frac{\sigma_q}{\sigma_p} + 2(1-\rho^2)s_1c_2^2\sigma_q^2 \\ C &= \frac{\mu_p^2}{\sigma_p^2} - 2c_2(\mu_q s_1 + s_2) + 2c_2s_1\mu_p\rho\frac{\sigma_q}{\sigma_p} - (1-\rho^2)s_1^2c_2^2\sigma_q^2 \end{aligned} \quad (2.28)$$

Μπορούμε τώρα να μεγιστοποιήσουμε το αναμενόμενο καθαρό κέρδος της εταιρίας που υπόκειται στον περιορισμό ότι η πληρωμή του παραγωγού δεν έχει κόστος. Ορίζουμε το μετασχηματισμό Lagrange:

$$L = \pi(x(p)) - \lambda \int_{-\infty}^{\infty} x(p)g(p) dp \quad (2.29)$$

Στη συνέχεια, παίρνουμε τη μερική παράγωγο ως προς  $x(p)$  για όλα τα  $p$  και ως προς  $\lambda$ , θέτοντας το αποτέλεσμα ίσο με το 0, δηλαδή:

$$\frac{\partial L}{\partial x(p)} = g(p)dp + c_2 K e^{-\frac{1}{2}(Ap^2+Bp+C)-c_2x(p)} dp - \lambda g(p)dp = 0 \quad \forall p \quad (2.30)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = - \int_{-\infty}^{\infty} x(p)g(p) dp = 0 \quad (2.31)$$

Λύνοντας αυτές τις εξισώσεις καταλήγουμε στο βέλτιστο συμβόλαιο παραγωγών. Αυτό το πρόβλημα βελτιστοποίησης καταλήγει σε μία συνάρτηση βέλτιστων πληρωμών με μία απλή τετραγωνική μορφή, δηλαδή σε μία δευτεροβάθμια εξίσωση:

$$x(p) = \alpha_2 p^2 + \alpha_1 p + \alpha_0 \quad (2.32)$$

όπου

$$\begin{aligned} \alpha_2 &= -\rho \frac{\sigma_q}{\sigma_p} + \frac{1}{2}(1 - \rho^2)c_2\sigma_q^2 \\ \alpha_1 &= -\mu_q + (\mu_p + s_1)\rho \frac{\sigma_q}{\sigma_p} - (1 - \rho^2)s_1c_2\sigma_q^2 \\ \alpha_0 &= -\alpha_2(\sigma_p^2 + \mu_p^2) - \alpha_1\mu_p \end{aligned}$$

Οι παράμετροι αυτής της συνάρτησης βέλτιστων πληρωμών μας επιτρέπουν να ορίσουμε με ακρίβεια ποιες εταιρίες θα έπρεπε να χρησιμοποιούν μη - γραμμικά εργαλεία αντιστάθμισης.

Η παραγωγή της συνάρτησης (2.32) έγινε σε δύο βήματα. Πρώτον, αφαιρέσαμε την εξάρτηση από τη μεταβλητή της αναντιστάθμιτης ποσότητας, ολοκληρώνοντας ως προς  $q$ . Σαν αποτέλεσμα, αυτό το βήμα μείωσε το πρόβλημα της μη - αποτελεσματικής αγοράς με τον κίνδυνο της ποσότητας που δεν αντισταθμίζεται, σε ένα πρόβλημα αποτελεσματικής αγοράς όπου μένουμε με μία συνάρτηση αναμενόμενου κόστους που εξαρτάται μόνο από τη μεταβλητή της τιμής (που αντισταθμίζεται) και τη συνάρτηση πληρωμής του παραγωγού  $x(p)$ , την οποία επιθυμούμε να ορίσουμε. Η συνάρτηση  $x(p)$  πρέπει να αντισταθμίσει και την εναπομείνασα αβεβαιότητα στο αναμενόμενο κέρδος που προκύπτει από την αβεβαιότητα των τιμών (που αντισταθμίζονται). Ο ακριβής τύπος της  $x(p)$  ορίστηκε στο δεύτερο βήμα, όπου σχηματίσαμε τον πολλαπλασιαστή Lagrange και λύσαμε τους σχετικούς όρους πρώτης τάξης για όλα τα  $p$ . Η προέλευση της τετραγωνικής μορφής της  $x(p)$  γίνεται προφανής όταν παρατηρούμε ότι οι όροι πρώτης τάξης της  $x(p)$  για όλα τα  $p$  μπορούν να εκφραστούν ως:

$$\lambda - 1 = c_1 c_2 e^{a_2 c_2 p^2 + a_1 c_2 p + A - c_2 x(p)} \quad (2.33)$$

Αυτή η εξίσωση δείχνει ότι ο μόνος τρόπος να είναι το δεξί μέλος της σταθερός αριθμός είναι αν ο όρος μέσα στο εκθετικό είναι σταθερός αριθμός και έτσι, η  $x(p)$  πρέπει να είναι τετραγωνική συνάρτηση. Η κλίση της συνάρτησης

πληρωμών για μία δοθείσα τιμή μετράει την τοπική έκθεση που δίνεται από το πρόγραμμα αντιστάθμισης. Για παράδειγμα, αν η συνάρτηση βέλτιστης πληρωμής είναι γραμμική ( $\alpha_2 = 0$ ) και η κλίση  $\alpha_1 + 2\alpha_2 p = -1$ , η έκθεση είναι πανομοιότυπη με εκείνη που έχουμε όταν πουλάμε ένα μοναδικό ΠΣ. Γενικά, η κλίση της συνάρτησης βέλτιστης πληρωμής ισούται με:

$$\begin{aligned}\frac{dx(p)}{dp} &= (-2\rho\frac{\sigma_q}{\sigma_p} + (1 - \rho^2)c_2\sigma_q^2)p - \mu_q + (\mu_p + s_1)\rho\frac{\sigma_q}{\sigma_p} - (1 - \rho^2)s_1c_2\sigma_q^2 \\ &= -\mu_q - \rho\frac{\sigma_q}{\sigma_p}(2p - \mu_p - s_1) + (1 - \rho^2)c_2\sigma_q^2(p - s_1)\end{aligned}\quad (2.34)$$

Ας θεωρήσουμε την κλίση του βέλτιστου exotic παραγώγου στο σημείο που  $p = \mu_p$ . Σ' αυτό το επίπεδο τιμής η κλίση είναι ίδια με το δείκτη αντιστάθμισης της βέλτιστης αντιστάθμισης με ΠΣ [(2.23)], δείχνοντας ότι η αντιστάθμιση με ΠΣ πλησιάζει τη βέλτιστη αντιστάθμιση exotic δημιουργώντας ίδιες εκθέσεις στην τιμή forward,  $\mu_p$ . Όσο η τιμή αποκλείνει από το  $\mu_p$ , η απόλυτη διαφορά ανάμεσα στις κλίσεις της αντιστάθμισης με exotic και της αντιστάθμισης με ΠΣ αυξάνει σε βαθμό ίδιο με την κυρτότητα της exotic αντιστάθμισης. Ορίζουμε την κυρτότητα ως το δεύτερο παράγωγο της συνάρτησης πληρωμών:

$$\frac{d^2x(p)}{dp^2} = -2\rho\frac{\sigma_q}{\sigma_p} + (1 - \rho^2)c_2\sigma_q^2\quad (2.35)$$

Η κυρτότητα του βέλτιστου συμβολαίου εξαρτάται μόνο από τον κίνδυνο τιμής και ποσότητας, τη συσχέτιση και την παράμετρο κόστους  $c_2$ . Εύκολα βλέπουμε γιατί η βέλτιστη αντιστάθμιση τείνει να είναι κυρτή όταν η τιμή και η ποσότητα είναι αρνητικά συσχετισμένες. Ξέρουμε ότι η αβεβαιότητα που αντισταθμίζεται εκμηδενίζεται από την αντιστάθμιση της τιμής. Αρνητική συσχέτιση μεταξύ τιμής και ποσότητας σημαίνει ότι, ανάλογα με την τιμή, τα αναμενόμενα έσοδα είναι μία συνάρτηση κοίλη, η αντιστάθμιση θα πρέπει να καλύπτει αυτή τη συνάρτηση κι έτσι η αντιστάθμιση θα πρέπει να είναι κυρτή. Το αντίθετο ισχύει όταν η τιμή και η ποσότητα είναι θετικά συσχετισμένες. Μαθηματικά, η εταιρία πρέπει να αγοράσει κυρτότητα αν η συσχέτιση ικανοποιεί την παρακάτω σχέση:

$$\rho < \frac{-1 + \sqrt{1 + (c_2\sigma_p\sigma_q)^2}}{c_2\sigma_p\sigma_q}\quad (2.36)$$

Να σημειώσουμε ότι το δεξί μέρος της εξίσωσης αυτής είναι πάντα θετικό.

Αυτό σημαίνει ότι αν η εταιρία έχει αρνητική συσχέτιση τιμής – ποσότητας, πρέπει πάντα να αγοράζει κυρτή αντιστάθμιση. Αυτό το αποτέλεσμα είναι ανεξάρτητο από όλες τις άλλες παραμέτρους. Επίσης, για αρνητική συσχέτιση, η κυρτότητα της βέλτιστης προσαρμοσμένης αντιστάθμισης αυξάνει στον ποσοτικό κίνδυνο καθώς και στην παράμετρο κόστους  $c_2$ , ενώ μειώνεται στον κίνδυνο τιμών.

## Κεφάλαιο 3

# Σύγκριση των Βέλτιστων Στρατηγικών Αντιστάθμισης

Στο κεφάλαιο αυτό θα συγκρίνουμε τις δύο βέλτιστες στρατηγικές αντιστάθμισης που είδαμε στο προηγούμενο κεφάλαιο. Θα εξετάσουμε το σχήμα και την αποτελεσματικότητά τους, και θα δούμε τι αντίκτυπο έχει ο ορίζοντας αντιστάθμισης στις συναρτήσεις πληρωμών. Θα δούμε επίσης εναλλακτικές συναρτήσεις κόστους και κατανομές, ενώ θα κάνουμε αναφορά στους πολλαπλούς τιμολογιακούς κινδύνους (βλ. [5]).

### 3.1 Ρύθμιση παραμέτρων

Στρέφουμε τώρα την προσοχή μας στην εξέταση των λύσεων που προκύπτουν στην προηγούμενη ενότητα. Αναλύοντας προσεκτικά τους παράγοντες που καθορίζουν τις παραμέτρους της βέλτιστης αντιστάθμισης, βλέπουμε ποιες συγκεκριμένες ιδιότητες της εταιρίας είναι οι πιο σημαντικές για τον καθορισμό των χαρακτηριστικών της βέλτιστης αντιστάθμισης. Ξεκινάμε με τη βασική περίπτωση των λογικών εκτιμήσεων των παραμέτρων και μετά αναλύουμε το αποτέλεσμα της διαταραχής των αρχικών αυτών τιμών:

- Η αναμενόμενη ποσότητα και η τιμή κανονικοποιούνται στο 1.0, ώστε τα αναμενόμενα συνολικά έσοδα να είναι περίπου 1.0 (εξαρτάται από τη συσχέτιση τιμής – ποσότητας). Αυτό επιτρέπει να θεωρήσουμε την παράμετρο  $\hat{a}$  της βέλτιστης αντιστάθμισης με ΠΣ ως δείκτη αντιστάθμισης.

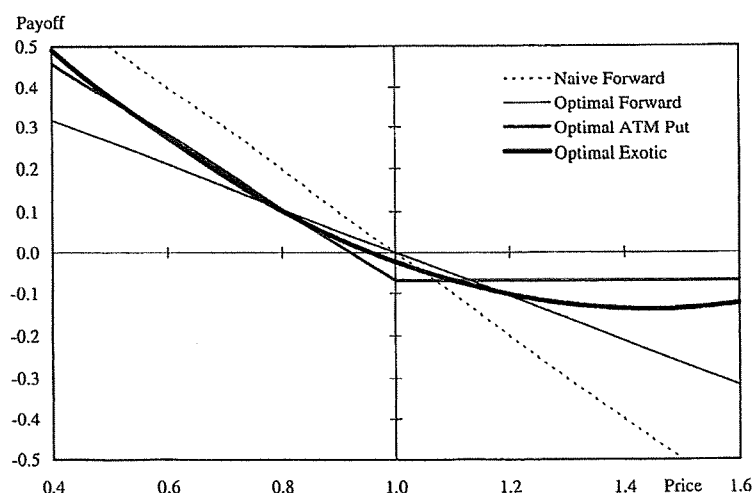
- Η μεταβλητότητα της βασικής περίπτωσης για την τιμή και την ποσότητα είναι 0.20 ή 20%
- Η εκθετική συνάρτηση κόστους έχει παράμετρο επιπέδου  $c_1 = 0.1$  και παράμετρο καμπυλότητας  $c_2 = 5.0$ . Αυτά δίνουν ως αποτέλεσμα ένα αναμενόμενο κόστος περίπου στο 3.4% των εσόδων (για μηδενική συσχέτιση και άλλες παραμέτρους της βασικής υπόθεσης).
- Το σταθερό κόστος της βασικής υπόθεσης είναι  $s_2 = 0.4$  και το μεταβλητό κόστος είναι  $s_1 = 0.25$ , ώστε τα αναμενόμενα κέρδη,  $\pi$ , για την εταιρία να είναι περίπου 0.3 (και πάλι εξαρτάται από τη συσχέτιση τιμής – ποσότητας)

Η ενότητα αυτή περιέχει 4 τμήματα. Το πρώτο συγκρίνει τις διαφορετικές στρατηγικές αντιστάθμισης και αναλύει τους καθοριστικούς παράγοντες για τη βέλτιστη κυρτότητα exotic αντιστάθμισης. Στο δεύτερο, κοιτάζουμε τα συμπεράσματα για αντιστάθμιση σε διαφορετικούς χρονικούς ορίζοντες. Στη συνέχεια, εξετάζονται λύσεις με εναλλακτικές συναρτήσεις κόστους και μεταβλητές που έχουν λογαριθμοκανονική κατανομή. Τέλος, δίνουμε παράδειγμα της εφαρμογής σε πολύπλοκη υπόθεση.

## 3.2 Μορφή και Αποτελεσματικότητα της Βέλτιστης Αντιστάθμισης

Στο διάγραμμα 3.1 παρουσιάζεται σχηματικά η βέλτιστη αντιστάθμιση για τις παραμέτρους της βασικής υπόθεσης, δηλαδή η τιμή και η ποσότητα κανονικοποιούνται στο 1, με μεταβλητότητα στο 20% και συσχέτιση ίση με  $-0.5$ . Το μεταβλητό κόστος παραγωγής είναι  $s_1 = 0.25$  και το σταθερό κόστος  $s_2 = 0.4$ . Ο πίνακας A δείχνει τη γραφική παράσταση των πληρωμών στην «αθώα» αντιστάθμιση με ΠΣ, τη βέλτιστη αντιστάθμιση με ΠΣ, τη βέλτιστη αντιστάθμιση με at – the – money δικαιώματα πώλησης και τη βέλτιστη exotic αντιστάθμιση ως συνάρτηση του επιπέδου τιμών. Η διακεκομμένη γραμμή δείχνει την «αθώα» αντιστάθμιση και η ελαφριά γραμμή δείχνει τη βέλτιστη αντιστάθμιση με ΠΣ ( $\hat{a} = -0.51$ ). Η μεσαίου βάρους γραμμή δείχνει την καθαρή πληρωμή στο βέλτιστο αριθμό των at-the-money δικαιωμάτων πώλησης ( $\hat{a} = 0.88$ ), ενώ η βαριά γραμμή δείχνει την τέλεια exotic αντιστάθμιση. Όπως υποδεικνύει η εξίσωση (2.34), η κλίση της βέλτιστης αντιστάθμισης μέσω ΠΣ είναι πανομοιότυπη με εκείνη της βέλτιστης προσαρμοσμένης αντιστάθμισης όταν η τιμή ισούται με  $\mu_p$  ( $p = \mu_p = 1.0$ ).

Panel A: Derivative payoff by price



Panel B: Deadweight costs and efficiency

Hedge	Hedge ratio	E[DWC]	Efficiency
No hedge	0.00	2.959%	0.0%
Naive forward	-1.00	2.912%	9.5%
Optimal forward	-0.51	2.495%	92.3%
Optimal ATM put option	0.88	2.482%	94.9%
Optimal exotic	NA	2.456%	100.0%

Διάγραμμα 3.1: **Βέλτιστη Αντιστάθμιση με εκθετική συνάρτηση κόστους – Αρνητική Συσχέτιση.** Η εκθετική συνάρτηση έχει παραμέτρους  $c_1 = 0.1$  και  $c_2 = 5.0$

Όπως είναι αναμενόμενο, η βέλτιστη αντιστάθμιση τείνει να πληρώνει θετικά ποσά σε καταστάσεις χαμηλών τιμών και αρνητικά ποσά σε καταστάσεις υψηλών τιμών. Από τη στιγμή που στο διάγραμμα 3.1 υποθέτουμε αρνητική συσχέτιση τιμής – ποσότητας, είναι προφανής η κυρτότητα του βέλτιστου προσαρμοσμένου συμβολαίου. Επίσης, προφανές είναι ότι η βέλτιστη θέση σε at – the – money δικαιώματα πώλησης επιλέγεται ώστε να προσομοιάζει τη βέλτιστη exotic αντιστάθμιση, ειδικά σε καταστάσεις χαμηλών τιμών όπου το κόστος είναι πιο πιθανό να είναι μεγάλο.

Μπορούμε τώρα να συγκρίνουμε το βαθμό της αποτελεσματικότητας της αντιστάθμισης που επιτυγχάνεται με τη χρήση ΠΣ, δικαιωμάτων προαίρεσης με μία και μοναδική άσκηση, και του τέλει exotic παραγώγου. Γι' αυτό το λόγο κατασκευάζουμε μία κλίμακα αποτελεσματικότητας που συγκρίνει τη μείωση στο αναμενόμενο κόστος από αντιστάθμιση με τη μείωση σε αναμενόμενο κόστος που κερδίζουμε με τη βέλτιστη προσαρμοσμένη αντιστάθμιση. Η αποτελεσματικότητα της αντιστάθμισης  $i$ ,  $\zeta_i$  ορίζεται ως:

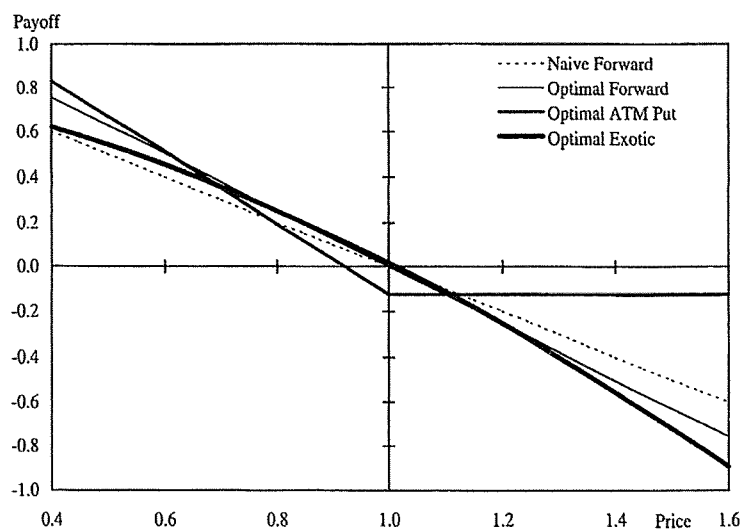


$$\zeta_i = \frac{E[C_{NH}] - E[C_i]}{E[C_{NH}] - E[C_{OPT}]} \quad (3.1)$$

όπου  $E[C_i]$ ,  $E[C_{OPT}]$ ,  $E[C_{NH}]$  είναι το αναμενόμενο κόστος της  $i$  αντιστάθμισης, της βέλτιστης προσαρμοσμένης αντιστάθμισης και καμίας αντιστάθμισης αντίστοιχα. Από κατασκευής, η μέγιστη κλίμακα αποτελεσματικότητας που μπορεί να έχει οποιαδήποτε αντιστάθμιση είναι 100%, και αποτελεσματικότητα μικρότερη του 0% δείχνει ότι η αντιστάθμιση που εξετάζεται καταλήγει σε υψηλότερο αναμενόμενο κόστος από εκείνο που αναμένεται χωρίς τη χρήση αντιστάθμισης. Ο πίνακας Β δείχνει το δείκτη αντιστάθμισης, το αναμενόμενο κόστος ως ποσοστό των αναμενόμενων εσόδων και τη σχετική αποτελεσματικότητα των διάφορων σεναρίων αντιστάθμισης. Η σχετική αποτελεσματικότητα της αντιστάθμισης μετράει την αναμενόμενη μείωση του κόστους σχετικά με τη μεγαλύτερη δυνατή μείωση που επιτυγχάνεται από την εφαρμογή της βέλτιστης exotie αντιστάθμισης. Η αθώα αντιστάθμιση έχει αποτελεσματικότητα  $\zeta_{Naive} = 9.5\%$ , δείχνοντας ότι η απλή πώληση αναμενόμενης παραγωγής forward δεν είναι αποτελεσματική αντιστάθμιση. Αντίθετα, η βέλτιστη αντιστάθμιση με ΠΣ έχει σχετικά καλύτερα αποτελέσματα, μειώνοντας το κόστος που αντισταθμίζεται κατά 92.3%. Η αντιστάθμιση μπορεί να βελτιωθεί περαιτέρω χρησιμοποιώντας at - the - money δικαιώματα πώλησης ( $\zeta_{Put} = 94.9\%$ ).

Όπως σημειώθηκε νωρίτερα, οι εταιρίες συνήθως δεν περιορίζονται στη χρήση ΠΣ ή δικαιωμάτων προαίρεσης, και στις περισσότερες περιπτώσεις μπορούν να δημιουργήσουν αντιστάθμιση που απαρτίζεται και από τα δύο είδη παραγωγών. Αν στη θέση ενός υψηλά προσαρμοσμένου εργαλείου αντιστάθμισης μπορεί να κατασκευαστεί ένα απλό χαρτοφυλάκιο με ΠΣ και δικαιώματα πώλησης με υψηλή αποτελεσματικότητα, αυτό μπορεί να προτιμηθεί από την εταιρία εξαιτίας της υψηλότερης ρευστότητας, του χαμηλότερου κόστους παρακολούθησης και μεταφοράς ή για άλλους εσωτερικούς εταιρικούς λόγους. Μπορούμε να προσεγγίσουμε το βέλτιστο exotie στον πίνακα Α, αφήνοντας την εταιρία να εισέλθει ταυτόχρονα σε ΠΣ και δικαιώματα πώλησης με μία μόνο άσκηση. Λαμβάνουμε μία σχεδόν τέλεια αντιστάθμιση πουλώντας 0.26 ΠΣ και αγοράζοντας 0.52 δικαιώματα πώλησης με τιμή άσκησης 0.99. Η αριθμητική λύση αυτού του προβλήματος έχει περιγραφεί στην ενότητα 2.4. Αυτό το χαρτοφυλάκιο οδηγεί σε αποτελεσματικότητα 99.1%. Επομένως, ανάλογα με τα διαθέσιμα συμβόλαια, η εταιρία μπορεί να είναι ικανή να κατασκευάσει μία αντιστάθμιση υψηλής αποτελεσματικότητας χρησιμοποιώντας ΠΣ και δικαιώματα προαίρεσης με περιορισμένο αριθμό τιμών άσκησης. Αυτό είναι συνεπές με εμπειρικά στοιχεία που δείχνουν ότι η πλειοψηφία των εταιριών χρησιμοποιούν ταυτόχρονα γραμμικά συμβόλαια και δικαιώματα προαίρεσης στα προγράμματα αντιστάθμισής τους.

Panel A: Derivative payoff by price



Panel B: Deadweight costs and efficiency

Hedge	Hedge ratio	E[DWC]	Efficiency
No hedge	0.00	3.843%	0.0%
Naive forward	-1.00	2.003%	96.3%
Optimal forward	-1.26	1.945%	99.3%
Optimal ATM put option	1.60	2.344%	78.5%
Optimal exotic	NA	1.932%	100.0%

Διάγραμμα 3.2: Βέλτιστη Αντιστάθμιση με εκθετική συνάρτηση κόστους – Θετική Συσχέτιση. Η εκθετική συνάρτηση έχει παραμέτρους  $c_1 = 0.1$  και  $c_2 = 5.0$

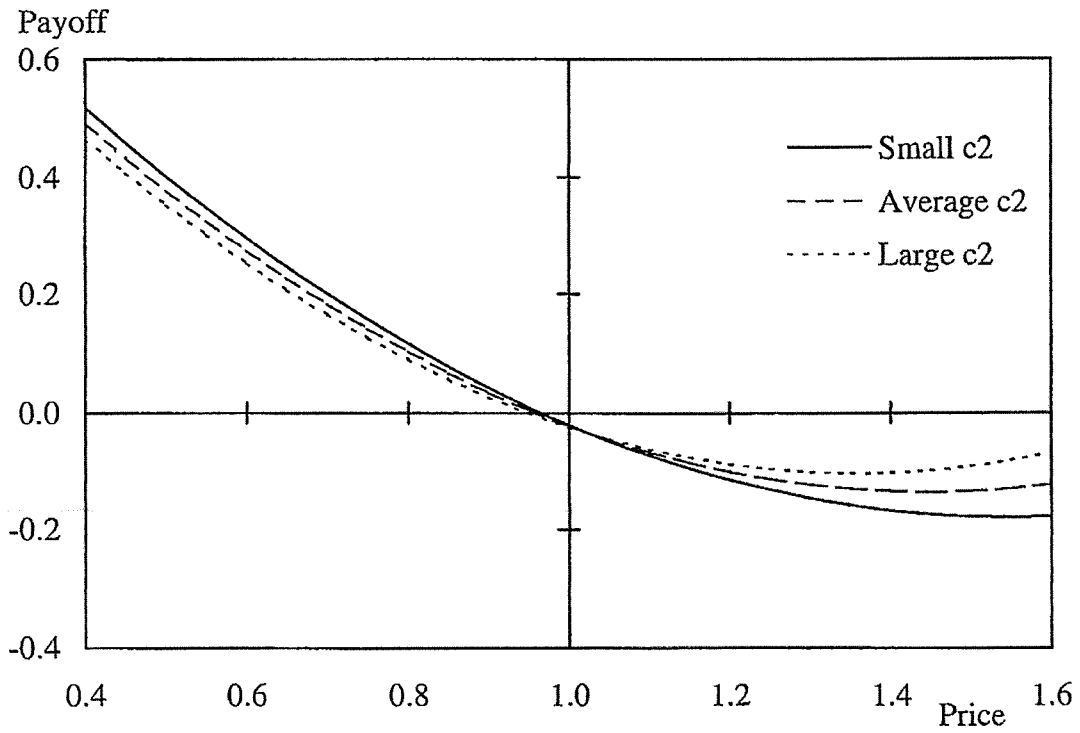
Το διάγραμμα 3.2 δείχνει τα αποτελέσματα του ίδιου προβλήματος βελτιστοποίησης που συζητήσαμε προηγουμένως, με τις ίδιες παραμετρικές τιμές αλλά με θετική συσχέτιση 0.5. Ο πίνακας A του διαγράμματος δείχνει τη γραφική παράσταση των πληρωμών στην «αθώα» αντιστάθμιση με ΠΣ, τη βέλτιστη αντιστάθμιση με at – the – money δικαιώματα πώλησης και τη βέλτιστη exotic αντιστάθμιση ως συνάρτηση του επιπέδου τιμών. Η πιο σημαντική διαφορά από την υπόθεση της αρνητικής συσχέτισης είναι στο σχήμα της βέλτιστης προσαρμοσμένης αντιστάθμισης. Σε αντίθεση με το προηγούμενο παράδειγμα, η προσαρμοσμένη αντιστάθμιση είναι κοίλη. Αυτό προκύπτει απευθείας από την εξίσωση (2.35), η οποία δείχνει ότι η κυρτότητα της βέλτιστης αντιστάθμισης είναι αρνητική γι' αυτές τις παραμέτρους. Ωστόσο, το μέγεθος της κυρτότητας είναι μικρότερο στην υπόθεση της θετικής συσχέτισης, δείχνοντας ότι η γραμμική αντιστάθμιση είναι σχετικά πιο αποτελεσματική. Όπως φαίνεται στην εξίσωση (2.34), η προσαρμοσμένη πληρωμή έχει πιο απότομη κλίση κοντά στο  $p = \mu_p$  απ' ό,τι στην υπόθεση αρνητικής συσχέτισης. Γενικά, η εταιρία θα έπρεπε να αντισταθμίζει πιο πολύ στις περισσότερες τιμολογιακές καταστάσεις

για να αποζημιώνει για την αυξανόμενη έκθεση που σχετίζεται με τη θετική συσχέτιση τιμής – ποσότητας.

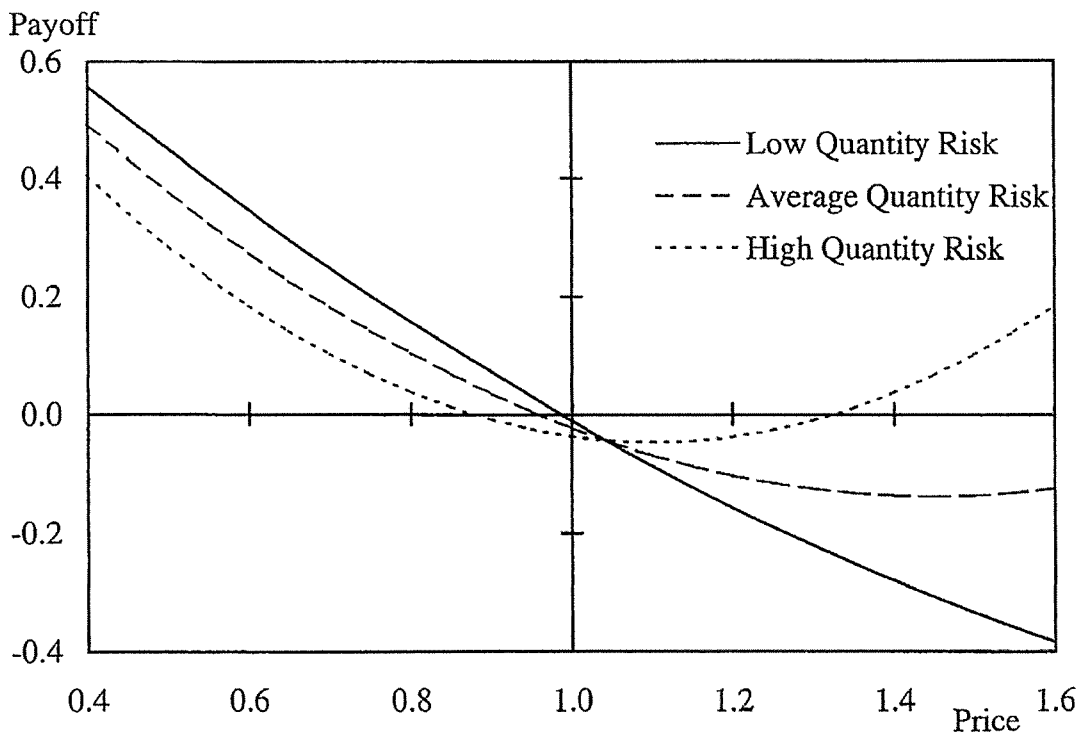
Στην περίπτωση της θετικής συσχέτισης, τα οφέλη της αντιστάθμισης είναι πολύ μεγαλύτερα. Ο πίνακας Β του σχεδιαγράμματος 2 παρουσιάζει το δείκτη αντιστάθμισης, το αναμενόμενο κόστος ως ποσοστό των αναμενόμενων εσόδων και τη σχετική αποτελεσματικότητα για τα διάφορα σενάρια αντιστάθμισης. Η σχετική αποτελεσματικότητα της αντιστάθμισης μετράει την αναμενόμενη μείωση κόστους σχετικά με τη μεγαλύτερη δυνατή μείωση που επιτυγχάνεται με την εφαρμογή της βέλτιστης *exotic* αντιστάθμισης. Πιο συγκεκριμένα, μας δείχνει ότι τα αναμενόμενα κόστη μπορούν να μειωθούν από το 3.84% όταν η εταιρία δεν αντισταθμίζει στο 1.93% όταν η εταιρία αντισταθμίζει βέλτιστα. Η σχεδόν γραμμική προσαρμοσμένη αντιστάθμιση εξηγεί την υψηλή αποτελεσματικότητα (99.3%) της βέλτιστης αντιστάθμισης με ΠΣ. Όμοια, λόγω του ότι η αθώα αντιστάθμιση με ΠΣ είναι αρκετά κοντά στη βέλτιστη αντιστάθμιση με ΠΣ, είναι επίσης αποτελεσματική προσέγγιση στη βέλτιστη προσαρμοσμένη αντιστάθμιση (96.3%). Αντίθετα, η βέλτιστη αντιστάθμιση με *at - the - money* δικαιώματα πώλησης είναι μόνο 78.5% αποτελεσματική. Ο πίνακας Α αποκαλύπτει γιατί τα δικαιώματα πώλησης είναι κατώτερα των ΠΣ σε αυτήν την περίπτωση: μία θέση *long* σε δικαιώματα πώλησης έχει κυρτές πληρωμές, ενώ η βέλτιστη προσαρμοσμένη αντιστάθμιση είναι κοίλη. Βλέπουμε ότι ειδικά αυτό το τελευταίο αποτέλεσμα είναι πολύ ενδιαφέρον, με δεδομένο ότι το κόστος είναι κυρτή συνάρτηση του κέρδους.

Όπως σημειώθηκε, η κυρτότητα της βέλτιστης *exotic* αντιστάθμισης εξαρτάται μόνο από τη συσχέτιση, τις μεταβλητότητες τιμής και ποσότητας και από το σχήμα της συνάρτησης κόστους ( $c_2$ ). Το διάγραμμα 3.3 δείχνει πώς λογικές διαφοροποιήσεις σε αυτές τις παραμέτρους επηρεάζουν τη βέλτιστη συνάρτηση πληρωμών. Δείχνει δηλαδή τις βέλτιστες *exotic* αντισταθμίσεις για διαφορετικές παραμέτρους κόστους και διαφορετικά επίπεδα τιμολογιακής και ποσοτικής μεταβλητότητας, ενώ διατηρούνται άλλες παράμετροι σταθερές. Σαν βασική περίπτωση, ορίζουμε τη βέλτιστη αντιστάθμιση όταν η αναμενόμενη τιμή και η αναμενόμενη ποσότητα έχουν τιμή 1 και η συσχέτιση ανάμεσα στην τιμή και την ποσότητα -0.5. Υποθέτουμε ότι τα κόστη παραγωγής είναι  $\{s_1, s_2\} = \{0.25, 0.4\}$  και η συνάρτηση κόστους έχει παραμέτρους  $\{c_1, c_2\} = \{0.1, 5.0\}$ . Ο πίνακας Α δείχνει τη γραφική παράσταση *exotic* αντισταθμίσεων για μικρή (2), μέση (5) και μεγάλη (8) τιμή του  $c_2$ . Εξαιρώντας την πληρωμή σε καταστάσεις σχετικά υψηλών τιμών, η μεγάλη διαφοροποίηση στην κυρτότητα της συνάρτησης κόστους έχει μικρή επιρροή στη βέλτιστη προσαρμοσμένη αντιστάθμιση. Αυτό δείχνει ότι οι εταιρίες δε χρειάζεται να γνωρίζουν την ακριβή παραμετροποίηση του κόστους τους, για να επωφεληθούν ουσιαστικά από την αντιστάθμιση.

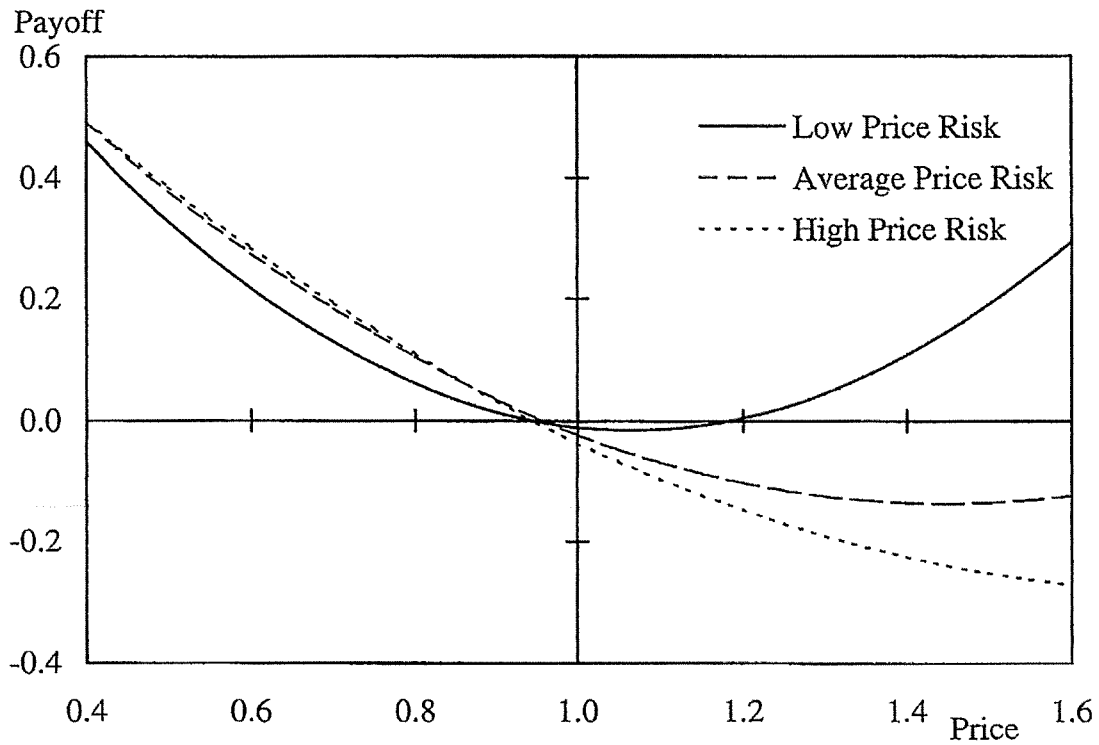
Panel A: Various deadweight costs



Panel B: Various quantity risks



Panel C: Various price risks



Panel D: Efficiency of forward hedge for different scenarios

Scenario	Efficiency of forward hedge
<b>Panel A: Deadweight costs</b>	
Small $c_2$	94.0%
Average $c_2$	92.3%
Large $c_2$	90.8%
<b>Panel B: Quantity risk</b>	
Low	99.3%
Average	92.3%
High	38.1%
<b>Panel C: Price risk</b>	
Low	46.0%
Average	92.3%
High	96.0%

Διάγραμμα 3.3: Βέλτιστη Προσαρμοσμένη Αντιστάθμιση για διάφορα κόστη και διάφορες μεταβλητότητες

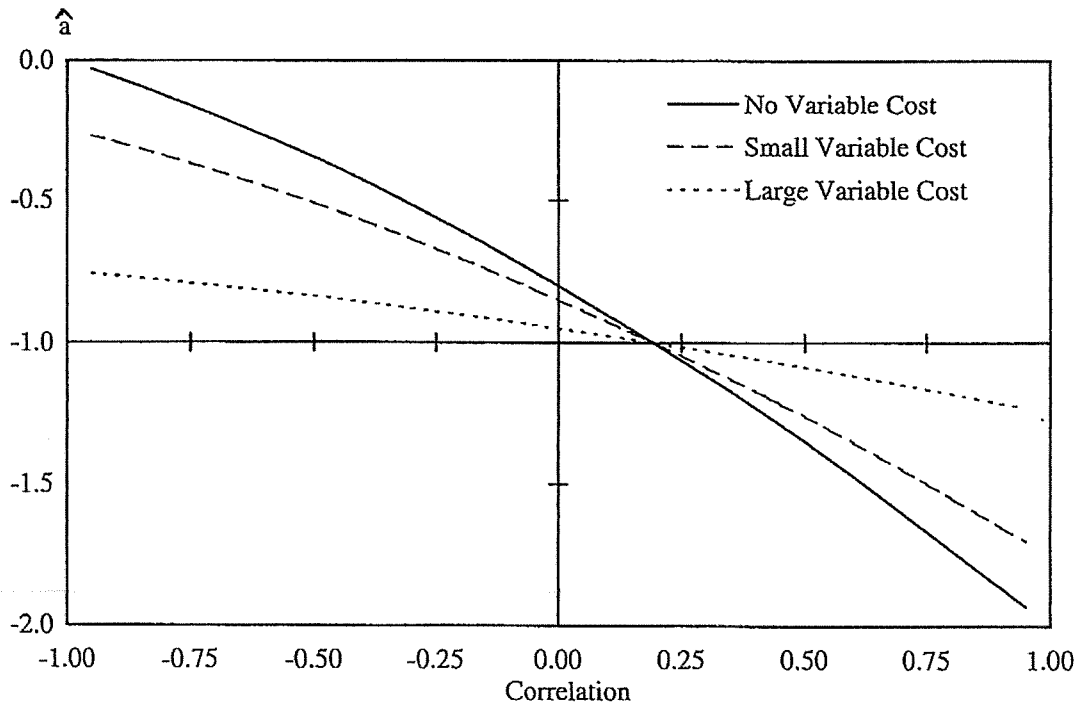
Τα προηγούμενα παραδείγματα έχουν χρησιμοποιήσει μεταβλητότητα 20% για την τιμή αλλά και για την ποσότητα. Ο πίνακας Β του διαγράμματος 3.3 δείχνει τη γραφική παράσταση των βέλτιστων προσαρμοσμένων (exotic) αντισταθμίσεων για χαμηλό (10%), μέσο (20%) και υψηλό (30%) ποσοτικό κίνδυνο (μεταβλητότητα ποσότητας). Ο χαμηλός ποσοτικός κίνδυνος οδηγεί σε βέλτιστη αντιστάθμιση, η οποία είναι σχεδόν γραμμική για όλες τις σχετικές τιμολογιακές καταστάσεις. Αυτό είναι ένα ενστικτώδες αποτέλεσμα: από τη στιγμή που ο ποσοτικός κίνδυνος είναι 0, οι αγορές είναι πλήρεις (αποτελεσματικές) και η βέλτιστη αντιστάθμιση είναι γραμμική. Όταν ο ποσοτικός κίνδυνος είναι μεγάλος, η κυρτότητα γίνεται πολύ σημαντική. Συγκεκριμένα, με μεγάλο ποσοτικό κίνδυνο η πληρωμή της βέλτιστης προσαρμοσμένης αντιστάθμισης μοιάζει με straddle ή strangle. Αυτό επιβεβαιώνεται εξετάζοντας την εξίσωση (2.35), η οποία δείχνει ότι η βέλτιστη κυρτότητα εξαρτάται τετραγωνικά από τον ποσοτικό κίνδυνο.

Ο πίνακας C του διαγράμματος 3.3 δείχνει την επιρροή του τιμολογιακού κινδύνου όταν η συσχέτιση είναι αρνητική. Βλέπουμε λοιπόν τη γραφική παράσταση της βέλτιστης exotic αντιστάθμισης για μικρή (10%), μέση (20%) και υψηλή (30%) μεταβλητότητα τιμής. Για μεταβλητότητα υψηλής τιμής, η βέλτιστη αντιστάθμιση προσεγγίζεται καλά από τη γραμμική αντιστάθμιση. Όσο ο κίνδυνος τιμής μειώνεται, η βέλτιστη προσαρμοσμένη αντιστάθμιση γίνεται πιο κυρτή. Όμοια με το προηγούμενο παράδειγμα, μία θέση σε options τύπου strangle μπορεί να είναι μια καλή προσέγγιση στη βέλτιστη προσαρμοσμένη αντιστάθμιση. Η διαίσθηση προκύπτει από την ικανότητα αντιστάθμισης του τιμολογιακού κινδύνου. Όσο αυξάνεται ο τιμολογιακός κίνδυνος συγκριτικά με τον ποσοτικό κίνδυνο, η αντιστάθμιση γίνεται πιο γραμμική, από τη στιγμή που ο αναντιστάθμητος κίνδυνος είναι λιγότερο σημαντικός. Όμως, όσο ο τιμολογιακός κίνδυνος μειώνεται, το αναντιστάθμητο συστατικό του συνολικού κινδύνου αυξάνεται, όπως και η κυρτότητα της βέλτιστης αντιστάθμισης. Η εξίσωση (2.35) επιβεβαιώνει ότι όταν η συσχέτιση είναι αρνητική, μία μείωση του τιμολογιακού κινδύνου αυξάνει την κυρτότητα της βέλτιστης αντιστάθμισης.

Τέλος, ο πίνακας D δείχνει την αποτελεσματικότητα της βέλτιστης αντιστάθμισης με ΠΣ για κάθε περίπτωση που παρουσιάζεται στους πίνακες Α, Β και C του διαγράμματος 3.3. Όπως είναι φανερό από τα διαγράμματα στους πίνακες Β και C, η αποτελεσματικότητα της βέλτιστης αντιστάθμισης με ΠΣ είναι υψηλή όταν ο ποσοτικός κίνδυνος είναι χαμηλός και ο τιμολογιακός κίνδυνος υψηλός. Ωστόσο, όταν ο ποσοτικός κίνδυνος είναι ουσιώδης, ή ο τιμολογιακός κίνδυνος χαμηλός, η αποτελεσματικότητα της βέλτιστης γραμμικής αντιστάθμισης μειώνεται δραματικά. Αυτό συμβαίνει γιατί ο δείκτης της βέλτιστης αντιστάθμισης με ΠΣ είναι μικρός. Να σημειώσουμε ότι αυτό δε σημαίνει ότι

από την αντιστάθμιση θα έχουμε μικρά οφέλη ή ότι το μέγεθος της βέλτιστης αντιστάθμισης είναι μικρό σε όλες τις τιμολογιακές καταστάσεις. Δείχνει μόνο ότι σε αυτές τις περιπτώσεις, μη – γραμμικές αντισταθμίσεις είναι απαραίτητες για την αποτελεσματική διαχείριση του κινδύνου.

Αντίθετα, με την αντιστάθμιση ελάχιστης διακύμανσης στην εξίσωση (2.24), τα αποτελέσματά μας δείχνουν ότι το κόστος παραγωγής, ή ισοδύναμα η λειτουργική μόχλευση, μπορούν να έχουν ουσιώδη επίρεια στη βέλτιστη αντιστάθμιση. Αυτό φαίνεται από το διάγραμμα 3.4, όπου παρουσιάζεται η βέλτιστη αντιστάθμιση ΠΣ ως συνάρτηση της συσχέτισης για διαφορετικό μεταβλητό κόστος,  $s_1$  (από τις υποθέσεις μας η κυρτότητα είναι ανεξάρτητη του λειτουργικού κόστους). Δείχνει δηλαδή το βέλτιστο αριθμό  $\hat{a}$  ΠΣ που πρέπει να αγοράσει η εταιρία για διαφορετικά επίπεδα μεταβλητού κόστους. Η συσχέτιση μεταξύ τιμής και ποσότητας παρουσιάζεται στον οριζόντιο άξονα και ο δείκτης αντιστάθμισης των ΠΣ παρουσιάζεται στον κάθετο άξονα. Οι άξονες τέμνονται στη μηδενική συσχέτιση και όταν  $\hat{a} = -1.0$  («αθώα» αντιστάθμιση). Για τη βασική περίπτωση, η αναμενόμενη τιμή καθώς και η αναμενόμενη ποσότητα είναι 1.0 με μεταβλητότητα 20%. Υποθέτουμε ότι το μεταβλητό κόστος παραγωγής είναι  $s_1 = 0.25$  και το σταθερό κόστος  $s_2 = 0.4$ . Διακρίνουμε τρεις περιπτώσεις, για μηδενικό μεταβλητό κόστος 0.0, για μικρό μεταβλητό κόστος 0.25 και για μεγάλο μεταβλητό κόστος 0.75. Το σταθερό κόστος ορίζεται για να κρατά τα αναμενόμενα κέρδη όμοια στα διάφορα σενάρια. Αν το μεταβλητό κόστος της εταιρίας είναι αμελητέο και το αναμενόμενο περιθώριο κέρδους είναι μεγάλο (συνεχόμενη γραμμή), τότε η βέλτιστη αντιστάθμιση είναι πολύ ευαίσθητη σε αλλαγές της συσχέτισης. Από την άλλη μεριά, αν το μεταβλητό κόστος είναι ίσο με την αναμενόμενη τιμή (αν για παράδειγμα το αναμενόμενο περιθώριο συνεισφοράς  $\mu_p - s_1 = 0$ ) η βέλτιστη αντιστάθμιση είναι πανομοιότυπη με την αθώα αντιστάθμιση (εξίσωση (2.23)). Με μια πρώτη ματιά αυτό μπορεί να φαίνεται αντιφατικό επειδή το αναμενόμενο κέρδος των λειτουργιών είναι 0, όμως η εταιρία παραμένει εντελώς έκθετη σε τιμολογιακές διακυμάνσεις που διαχειρίζονται πιο αποτελεσματικά μέσω της αθώας αντιστάθμισης. Η βέλτιστη αντιστάθμιση δεν εξαρτάται από τη συσχέτιση τιμής και ποσότητας όταν  $s_1 = \mu_p$ . Αυτό συμβαίνει επειδή τα οφέλη (περιθωριακή μείωση στη μεταβλητότητα) που σχετίζονται με την «ποσοτική αντιστάθμιση» σε τιμολογιακές καταστάσεις με αρνητικό περιθωριακό κέρδος ( $p < s_1$ ) είναι ακριβές αντιστάθμισμα του κόστους (περιθωριακή αύξηση στη μεταβλητότητα) που σχετίζεται με την «ποσοτική αντιστάθμιση» σε τιμολογιακές καταστάσεις με θετικά περιθωριακά κέρδη ( $p > s_1$ ). Αυτό το αποτέλεσμα προέρχεται από την εκθετική φύση της συνάρτησης κόστους και δεν ισχύει απαραίτητα για πιο γενικές συναρτήσεις κόστους.



Διάγραμμα 3.4: Βέλτιστη Αντιστάθμιση και Λειτουργική Μόχλευση

Η ευαισθησία της βέλτιστης αντιστάθμισης στις αλλαγές των μεταβλητών κόστους δίνει μία ακόμα ενδιαφέρουσα οπτική. Γενικά, υπάρχει η πεποίθηση ότι οι λιγότερο επικερδείς εταιρίες έχουν μεγαλύτερο κίνητρο να αντισταθμίσουν από τις περισσότερο επικερδείς, επειδή είναι πιο πιθανό οι πρώτες να αντιμετωπίσουν φυσικές καταστάσεις με τεράστιο κόστος. Για παράδειγμα, υπάρχει ο ισχυρισμός ότι οι εταιρίες εξόρυξης χρυσού με υψηλό κόστος εξόρυξης (κόστος σε μετρητά) θα έπρεπε να αντισταθμίσουν περισσότερο από τις εταιρίες με χαμηλό κόστος εξόρυξης (βλ. [31]). Το μοντέλο μας δείχνει ότι αυτό το επιχειρήμα είναι σωστό μόνο όταν η συσχέτιση ανάμεσα στην τιμή και την ποσότητα είναι αρκετά μικρή. Όταν

$$\rho > -\frac{1}{2c_2\sigma_p\sigma_q} + \sqrt{1 + \frac{1}{4(c_2\sigma_p\sigma_q)^2}} \quad (3.2)$$

η βέλτιστη αντιστάθμιση μειώνεται ( $\hat{a}$  αυξάνεται) όταν και το μεταβλητό κόστος αυξάνεται. Επιπλέον, όταν

$$\rho = -\frac{1}{2c_2\sigma_p\sigma_q} + \sqrt{1 + \frac{1}{4(c_2\sigma_p\sigma_q)^2}} \quad (3.3)$$

η βέλτιστη αντιστάθμιση είναι ανεξάρτητη του μεταβλητού κόστους  $s_1$ . Στο διάγραμμα 3.4 αυτό συμβαίνει κοντά στο  $\rho = 0.2$ . Αυτό το σενάριο είναι συνεπές



με προηγούμενη έρευνα, η οποία ανακαλύπτει ότι η αντισταθμιστική δραστηριότητα στη βιομηχανία εξόρυξης χρυσού είναι στατιστικά ασυσχέτιστη με το κόστος εξόρυξης (βλ. [31]). Υποθέτουμε ότι οι εταιρίες εξόρυξης αυξάνουν την ποσότητα παραγωγής όταν η τιμή του παραγόμενου εμπορεύματος αυξάνεται.

Τέλος, σημειώνουμε ότι η εξίσωση (2.23) δεν περιέχει την παράμετρο σταθερού κόστους  $s_2$ . Αυτή η παράμετρος δεν επηρεάζει τη βέλτιστη αντιστάθμιση όταν  $g(p) = g^*(p)$  επειδή ακυρώνει τη συνθήκη πρώτης – τάξης στην εξίσωση (2.19). Ενστικτώδως η εταιρία αντισταθμίζει μόνο τη σχετική δαπανηρότητα των καταστάσεων και από τη στιγμή που το σταθερό κόστος είναι εξ ορισμού όμοιο σε όλες τις καταστάσεις, διαφορετικά επίπεδα σταθερού κόστους δεν καταλήγουν σε διαφορετικές βέλτιστες αντισταθμίσεις. Αυτό το αποτέλεσμα και πάλι προκύπτει από την εκθετική φύση της συνάρτησης κόστους  $C(P)$ .

Συνολικά, αυτή η ενότητα έχει δείξει ότι οι πιο σημαντικοί παράγοντες στην κατασκευή βέλτιστης αντιστάθμισης είναι οι συσχετίσεις ανάμεσα στην τιμή και την ποσότητα και οι σχετικές μεταβλητότητες του τιμολογιακού και του ποσοτικού κινδύνου. Η τεχνολογία της παραγωγής (όπως η λειτουργική μόχλευση) είναι σημαντική για τον καθορισμό του μεγέθους της αντιστάθμισης, όχι όμως για την κυρτότητά της. Ένα αποτέλεσμα που προκαλεί έκπληξη είναι ότι η μεταβολή στην καμπυλότητα της συνάρτησης κόστους είναι σχετικά ασήμαντη. Επιπλέον, η ανάλυσή μας δείχνει ότι ευρετικές στρατηγικές αντιστάθμισης όπως η «αντιστάθμιση αναμενόμενης παραγωγής» ή η «ελαχιστοποίηση της διακύμανσης των κερδών» είναι κατώτερες από τη στρατηγική μεγιστοποίησης της αξίας. Τέλος, σε αντίθεση με μερικά συμπεράσματα σχετικών ερευνών, οι δείκτες βέλτιστης αντιστάθμισης εξαρτώνται σημαντικά από τα λειτουργικά χαρακτηριστικά της εταιρίας, όπως επίσης και από τις επικρατούσες συνθήκες της αγοράς.

### 3.3 Ορίζοντες Αντιστάθμισης

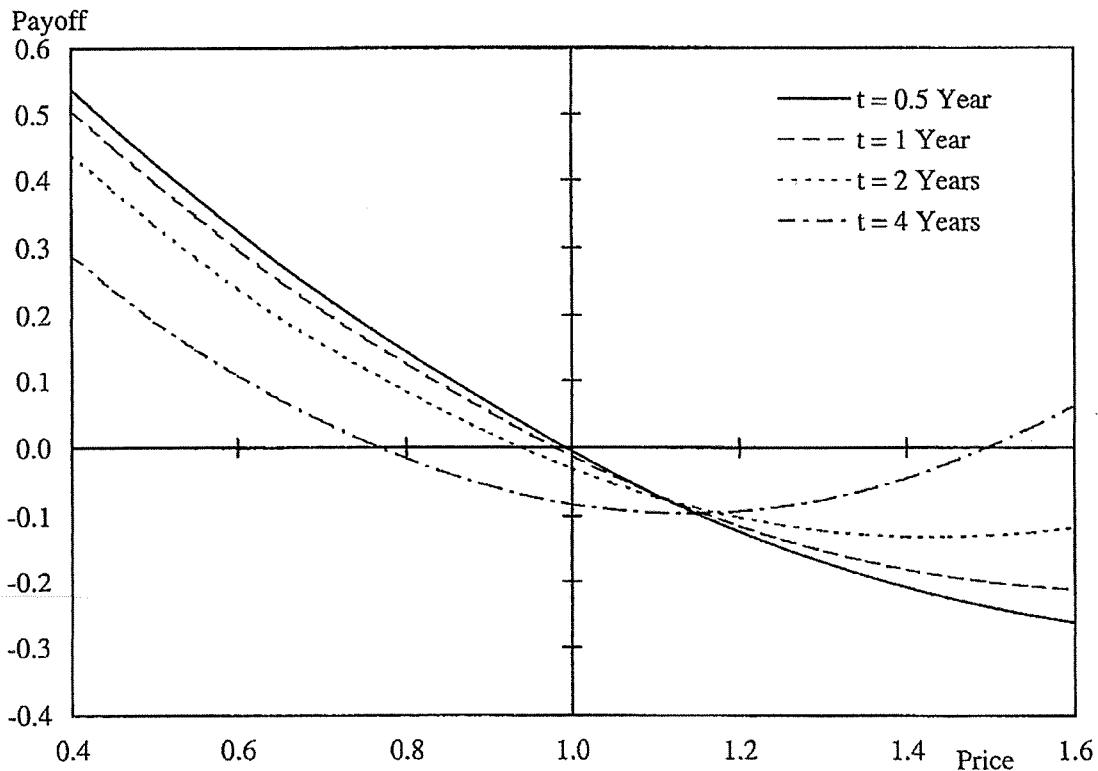
Μία απλή επέκταση του μοντέλου μας κάνει πιθανή την ανάλυση του αντίκτυπου του ορίζοντα αντιστάθμισης στη συνάρτηση βέλτιστων exotic πληρωμών. Υποθέτουμε ότι η αβεβαιότητα της τιμής και της ποσότητας περιγράφονται καλά από κινήσεις Brown. Η κίνηση Brown – ή αλλιώς στοχαστική διαδικασία Wiener – είναι ένας τυχαίος περίπατος σε συνεχή χρόνο με συνεχείς κινήσεις και χαρακτηρίζεται από μία οικογένεια τυχαίων μεταβλητών  $Z_t$  (βλ. [35]). Για μία κίνηση Brown  $Z(t)$ , η οποία αρχίζει από το  $z_0$ , ισχύουν οι εξής ιδιότητες (βλ. [38]):

- $Z(0) = z_0$
- Οι τροχιές της κίνησης Brown είναι συνεχείς με πιθανότητα 1, δηλαδή η  $Z(t)$  είναι συνεχής συνάρτηση του  $t$
- Οι διαφορές  $Z(t+s) - Z(t)$  είναι κανονικά κατανομημένες με μέσο 0 και διασπορά  $s \sim N(0, s)$
- Οι διαφορές  $Z(t+s_1) - Z(t), Z(t) - Z(t-s_2)$  είναι ανεξάρτητες τυχαίες μεταβλητές με  $s_1, s_2 \geq 0$

Με αυτή την υπόθεση, μπορούμε να μοντελοποιήσουμε διαφορετικούς ορίζοντες αντιστάθμισης πολλαπλασιάζοντας όλες τις ετήσιες μεταβλητότητες με  $\sqrt{t}$ , όπου το  $t$  μετρείται σε χρόνια.

Το διάγραμμα 3.5 δείχνει βέλτιστες exotie αντισταθμίσεις στην υπόθεση της αρνητικής συσχέτισης για διαφορετικούς ορίζοντες αντιστάθμισης, που εκτείνονται από 2 τρίμηνα έως 4 χρόνια, ενώ κρατάμε άλλες παραμέτρους σταθερές. Ως βασική υπόθεση, ορίζουμε τη βέλτιστη αντιστάθμιση όταν η αναμενόμενη τιμή και ποσότητα είναι 1.0 και η συσχέτιση ανάμεσα σε τιμή και ποσότητα είναι  $-0.5$ . Υποθέτουμε ότι τα κόστη παραγωγής είναι  $\{s_1, s_2\} = \{0.25, 0.4\}$  και η συνάρτηση κόστους έχει παραμέτρους  $\{c_1, c_2\} = \{0.1, 5.0\}$ . Οι μεταβλητότητες τιμής και ποσότητας ορίζονται ως συνάρτηση του χρόνου. Συγκεκριμένα, η μεταβλητότητα τιμής και ποσότητας είναι  $0.20t^{0.5}$ . Πρέπει να σκεφτούμε δύο σημαντικά αποτελέσματα. Πρώτον, ότι η αντιστάθμιση κινείται αντίθετα με τους δείκτες του ρολογιού όσο ο ορίζοντας μακραίνει, ή ισοδύναμα όσο οι θεωρητικές τιμές της βέλτιστης αντιστάθμισης με ΠΣ μειώνονται. Για να τεθεί πιο απλά, η εταιρία αντισταθμίζει λιγότερο όταν η έκθεση που αντισταθμίζει είναι πιο μακριά στο μέλλον. Αυτό μπορεί να παρατηρηθεί αναλυτικά μέσω της εξίσωσης (2.34). Πολλαπλασιάζοντας τους όρους μεταβλητότητας με  $\sqrt{t}$  έχουμε ως αποτέλεσμα τη μείωση στην αντιστάθμιση όταν η κλίση της βέλτιστης αντιστάθμισης είναι αρνητική, από τη στιγμή που οι νέοι παράγοντες ακυρώνουν το δεύτερο όρο.

Το δεύτερο αποτέλεσμα είναι επίσης προφανές από το διάγραμμα 3.5. Η βέλτιστη exotie αντιστάθμιση γίνεται πιο κυρτή όσο αυξάνεται ο ορίζοντας αντιστάθμισης. Αυτό δείχνει ότι παρόμοιες εταιρίες με μακρικούς ορίζοντες αντιστάθμισης θα έπρεπε να χρησιμοποιούν περισσότερα δικαιώματα προαίρεσης από αυτές με μικρούς ορίζοντες αντιστάθμισης. Το αποτέλεσμα της κυρτότητας μπορεί να επιβεβαιωθεί αναλυτικά, από την εξίσωση (2.35). Πολλαπλασιάζοντας τους όρους μεταβλητότητας με  $\sqrt{t}$  έχουμε ως αποτέλεσμα την αύξηση της κυρτότητας. Όταν η συσχέτιση είναι αρνητική, αυτό πάντα θα οδηγεί σε αύξηση της βελτιστοποίησης της αντιστάθμισης.



Διάγραμμα 3.5: Βέλτιστη exotic αντιστάθμιση για διαφορετικούς χρονικούς ορίζοντες

Σε περιπτώσεις που η βέλτιστη αντιστάθμιση είναι κοίλη, όσο ο χρονικός ορίζοντας θα αυξάνεται η βέλτιστη αντιστάθμιση θα γίνεται όλο και λιγότερο κοίλη και θα καταλήγει κυρτή. Το βασικό συμπέρασμα αυτής της ανάλυσης είναι διαπισθητικά ικανοποιητικό και συνεπές με εμπειρικά στοιχεία, προτείνοντας περιορισμένη μακροπρόθεσμη αντιστάθμιση σε μη - χρηματιστηριακές εταιρίες (βλ. [3], [16]). Οι εταιρίες μπορεί να είναι απρόθυμες να κλειδώσουν σε μία μεγάλη αντιστάθμιση στο μακρινό μέλλον εξαιτίας της δυσκολίας ακριβούς πρόβλεψης της έκθεσης. Με τον ίδιο τρόπο, η αντιστάθμιση που θα επιλέξουν είναι πιο πιθανό να αποτελείται από θέσεις long σε δικαιώματα προαίρεσης για να αποτρέψουν μεγάλες πληρωμές που θα ήταν πιθανές με γραμμικά εργαλεία (βλ. [19]).

### 3.4 Εναλλακτικές Συναρτήσεις Κόστους και Κατανομές Τιμής - Ποσότητας

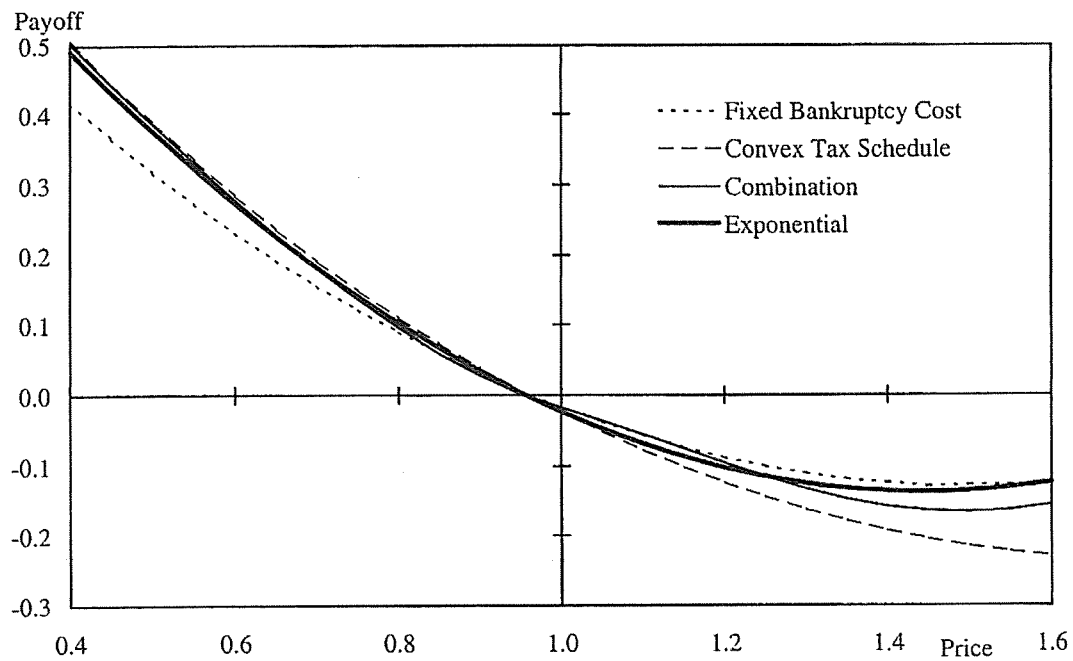
Ένα πιθανό μειονέκτημα της κλειστού - τύπου λύσης είναι η εξάρτηση από την εκθετική συνάρτηση κόστους. Ενώ μερικά θεωρητικά κόστη μπορούν να προσεγγιστούν αποτελεσματικά από μία εκθετική συνάρτηση (όπως για παράδειγμα εξωτερικό κεφάλαιο σε καταστάσεις χαμηλού κέρδους, έμμεσα κόστη

χρεοκοπίας κλπ.), κάποια άλλα δεν μπορούν να προσεγγιστούν (για παράδειγμα φόροι, εξωτερικό κεφάλαιο για εταιρία με ευκαιρίες για μεγάλες επενδύσεις σε καταστάσεις υψηλού κέρδους, κλπ.). Για να ορίσουμε πόσο ευαίσθητη είναι η βέλτιστη στρατηγική αντιστάθμισης στις αλλαγές του κόστους, αντικαθιστούμε την εκθετική συνάρτηση κόστους με τρεις εναλλακτικούς προσδιορισμούς κόστους και λύνουμε αριθμητικά ως προς τη βέλτιστη exotic αντιστάθμιση.

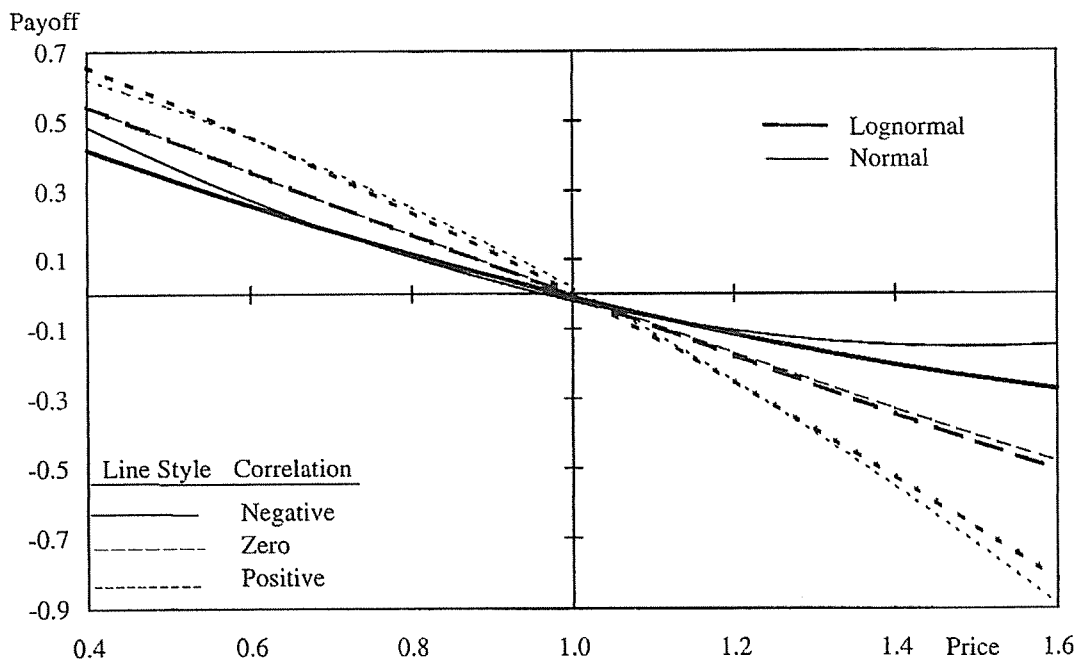
Πρώτα θεωρούμε μία εταιρία που μπορεί να αντιμετωπίζει ένα συγκεκριμένο κόστος σε καταστάσεις χαμηλού κέρδους. Στο διάγραμμα 3.6 δείχνουμε τη βέλτιστη exotic αντιστάθμιση για εναλλακτικές συναρτήσεις κόστους (πίνακας A) και για λογαριθμοκανονικά κατανομημένες μεταβλητές της τιμής και της ποσότητας (πίνακας B), για περιπτώσεις που έχουμε θετική (0.5), μηδενική και αρνητική (-0.5) συσχέτιση. Στον πίνακα A, η αναμενόμενη τιμή και η αναμενόμενη ποσότητα έχουν τιμή 1, οι μεταβλητότητες είναι 20% και η συσχέτιση ανάμεσα σε τιμή και ποσότητα είναι -0.5. Υποθέτουμε ότι τα μεταβλητά κόστη παραγωγής είναι  $s_1 = 0.25$  και τα σταθερά κόστη παραγωγής  $s_2 = 0.4$ . Σχηματίζουμε τις γραφικές παραστάσεις για τις βέλτιστες exotic αντισταθμίσεις που σχετίζονται με σταθερό κόστος (deadweight), με ένα κυρτό πρόγραμμα φόρων και με ένα συνδυασμό από εκθετικές, σταθερές και σχετιζόμενες με φόρους συναρτήσεις κόστους (deadweight). Ως αναφορά παρουσιάζεται η βέλτιστη αντιστάθμιση με τη χρήση εκθετικής συνάρτησης κόστους. Φαίνεται ότι δεν υπάρχει μεγάλη διαφορά ανάμεσα στη βέλτιστη προσαρμοσμένη αντιστάθμιση για αυτή τη συνάρτηση κόστους και στην περίπτωση εκθετικού κόστους (η ίδια αντιστάθμιση που δείχνει το διάγραμμα 1). Και πάλι, η πληρωμή δείχνει όμοια με εκείνη ενός χαρτοφυλακίου δικαιωμάτων προαίρεσης. Η βέλτιστη exotic αντιστάθμιση γι' αυτό το σενάριο κόστους είναι ελαφρώς λιγότερο κυρτή από εκείνη της εκθετικής συνάρτησης κόστους. Η αντιστάθμιση είναι ακόμα αποτελεσματική στο να μειώνει το αναμενόμενο κόστος. Το αναμενόμενο κόστος μειώνεται περίπου 58%.

Το κόστος μπορεί επίσης να προκύψει και σε «καλές» φυσικές καταστάσεις. Για παράδειγμα, αν μία εταιρία αντιμετωπίζει ένα κυρτό φορολογικό πρόγραμμα, βασισμένο σε κέρδη, τα μεγαλύτερα κέρδη θα οδηγήσουν σε μεγαλύτερη φορολογική κλίμακα (βλ. [14], [27]). Για να μοντελοποιήσουμε αυτή τη δομή κόστους, ορίζουμε τη συνάρτηση κόστους ίση με ένα φορολογικό συντελεστή 35% σε κέρδη πάνω από 0.3, το οποίο σημαίνει  $C(P) = 0.35 \max(P - 0.3, 0)$ . Ο πίνακας A του διαγράμματος 3.6 δείχνει και πάλι ότι το βέλτιστο προσαρμοσμένο παράγωγο είναι κυρτό στην τιμή και ποιοτικά παρόμοιο με το βέλτιστο exotic παράγωγο για την εκθετική συνάρτηση κόστους.

Panel A: Optimal hedges with alternative deadweight cost functions



Panel B: Optimal exotic hedges for lognormal distribution



Διάγραμμα 3.6: Εγκυρότητα των αποτελεσμάτων. Αυτό το διάγραμμα δείχνει τη βέλτιστη exotic αντιστάθμιση για εναλλακτικές συναρτήσεις κόστους (πίνακας A) και τις λογαριθμοκανονικά κατανομημένες μεταβλητές της τιμής και της ποσότητας (πίνακας B) Τα διαγράμματα δείχνουν περιπτώσεις με θετική (0.5), μηδενική και αρνητική (- 0.5) συσχέτιση.

Το αναμενόμενο κόστος είναι μειωμένο σχεδόν κατά 23%, από 0.0312 στο 0.0240. Σαν τελευταίο παράδειγμα, υποθέτουμε μία συνάρτηση κόστους που τη συνθέτουν εκθετικά κόστη, σταθερά κόστη χρεοκοπίας και το εταιρικό φορολογικό πρόγραμμα που περιγράψαμε παραπάνω. Στον πίνακα Β του διαγράμματος 3.6 βλέπουμε βέλτιστες exotic αντιστάθμισεις όταν η τιμή και η ποσότητα είναι από κοινού λογαριθμοκανονικά κατανεμημένες συγκριτικά με τις από κοινού κανονικά κατανεμημένες. Οι τιμές των παραμέτρων είναι όμοιες με του πίνακα Α, με την εκθετική συνάρτηση κόστους να έχει παραμέτρους  $\{c_1, c_2\} = \{0.1, 5.0\}$ . Η πληρωμή στο βέλτιστο προσαρμοσμένο παράγωγο ακόμα μοιάζει στην πληρωμή του παραγώγου στην πιο απλή εκθετική περίπτωση.

Υπάρχει μία διαισθητική εξήγηση στο γιατί η βέλτιστη exotic αντιστάθμιση είναι σχετικά μη – ευαίσθητη στη συνάρτηση συγκεκριμένου κόστους. Το κόστος σαν συνάρτηση της τιμής είναι ένας μέσος του κόστους κατά μήκος όλων των ποσοτικών καταστάσεων. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα τη «λείανση» των συναρτήσεων ακανόνιστου κόστους. Στην περίπτωση του σταθερού κόστους, η τελική συνάρτηση της τιμής μοιάζει έντονα με την εκθετική συνάρτηση σε καταστάσεις υψηλών πιθανοτήτων. Αυτό ενισχύει τη λογική που παρουσιάστηκε στις προηγούμενες ενότητες, όπου αναγνωρίσαμε τη συσχέτιση και τη μεταβλητότητα ως τους βασικούς παράγοντες του σχήματος της βέλτιστης exotic αντιστάθμισης. Δηλαδή, τα ποιοτικά στοιχεία της βέλτιστης αντιστάθμισης ορίζονται πρωταρχικά από τα άλλα χαρακτηριστικά της εταιρίας.

Η όψη του μοντέλου μας έχει σημαντικές πρακτικές διακλαδώσεις. Δείχνει ότι οι εταιρίες δε χρειάζεται να ξέρουν ακριβώς τη συνάρτηση κόστους τους για να ωφεληθούν σημαντικά από ένα πρόγραμμα αντιστάθμισης. Για παράδειγμα, αν υποθέσουμε ότι μια εταιρία εσφαλμένα πιστεύει ότι αντιμετωπίζει μία εκθετική συνάρτηση κόστους ενώ στην πραγματικότητα αντιμετωπίζει μία άγνωστη σύνθετη συνάρτηση κόστους. Κατά συνέπεια, η εταιρία αναλαμβάνει τη λάθος βέλτιστη αντιστάθμιση (για παράδειγμα την αντιστάθμιση του διαγράμματος 3.1 αντί για το συνδυασμό αντιστάθμισης στο διάγραμμα 3.6). Η αποτελεσματικότητα της λανθασμένης βέλτιστης προσαρμοσμένης αντιστάθμισης ωστόσο, είναι 98.8%, πολύ καλύτερη από την αθώα αντιστάθμιση με ΠΣ (44.9%) και ακόμα καλύτερη από τη σωστή βέλτιστη αντιστάθμιση με ΠΣ (95.0%).

Ένα ακόμα συμπέρασμα των κλειστού – τύπου λύσεων είναι η από κοινού κανονική πυκνότητα τιμής και ποσότητας. Κατά συνέπεια, ορίζουμε την ευαισθησία των αποτελεσμάτων μας στις αλλαγές των υποθέσεων κατανομής. Σαν παράδειγμα, επαναλαμβάνουμε την αριθμητική διαδικασία που περιγράψαμε νωρίτερα για την εκθετική συνάρτηση κόστους και τις λογαριθμοκανονικά κατανεμημένες τιμές και ποσότητες. Ο πίνακας Β του διαγράμματος 3.6 δείχνει τις βέλτιστες exotic αντιστάθμισεις που προκύπτουν από αυτή τη διαδικασία

για τρεις διαφορετικές συσχετίσεις ανάμεσα σε τιμή και ποσότητα. Οι άλλες παράμετροι του προβλήματος μένουν σταθερές (και είναι οι ίδιες με εκείνες που χρησιμοποιήθηκαν στα διαγράμματα 3.1 και 3.2). Πρώτα, εξετάζουμε την περίπτωση της αρνητικής συσχέτισης (συνεχείς γραμμές). Η πιο σκούρη συνεχής γραμμή δείχνει τη βέλτιστη exotie αντιστάθμιση όταν οι τιμές και οι ποσότητες είναι από κοινού λογαριθμοκανονικές, ενώ η πιο ανοιχτή συνεχής γραμμή δείχνει τη βέλτιστη exotie αντιστάθμιση όπως φαίνεται στο διάγραμμα 3.1, για σύγκριση (η κανονική υπόθεση). Πρώτα να σημειώσουμε ότι οι κανονικές και λογαριθμοκανονικές αντισταθμίσεις είναι ποιοτικά παρόμοιες. Στις περισσότερες τιμολογιακές καταστάσεις τα μεγέθη των δύο αντισταθμίσεων είναι περίπου ίσα. Η μεγαλύτερη απόκλιση συμβαίνει σε υψηλές τιμολογιακές καταστάσεις, όπου η κανονική αντιστάθμιση είναι σημαντικά μικρότερη σε μέγεθος. Παρ' όλ' αυτά, η κυρτότητα της λογαριθμοκανονικής αντιστάθμισης είναι θετική όπως και η κυρτότητα της κανονικής αντιστάθμισης. Ωστόσο, μπορούμε να ισχυριστούμε με ασφάλεια ότι η κυρτότητα της λογαριθμοκανονικής αντιστάθμισης είναι μικρότερη από εκείνη της κανονικής αντιστάθμισης.

Αυτά τα χαρακτηριστικά ισχύουν επίσης στις περιπτώσεις θετικής και μηδενικής συσχέτισης. Σε κάθε περίπτωση, τα κατά προσέγγιση μεγέθη (θεωρητικές αξίες) της κανονικής και λογαριθμοκανονικής αντιστάθμισης είναι παρόμοια. Κατά τον ίδιο τρόπο, στην περίπτωση θετικής συσχέτισης, η κυρτότητα είναι καθαρά αρνητική και για τις δύο αντισταθμίσεις, και οι σχεδόν γραμμικές αντισταθμίσεις είναι βέλτιστες όταν η συσχέτιση είναι 0. Από το σχήμα φαίνεται (και επιβεβαιώνεται από άλλες περιπτώσεις) ότι το μέγεθος της κυρτότητας για την λογαριθμοκανονική περίπτωση είναι πάντα μικρότερο από την κανονική. Το πιο σημαντικό συμπέρασμα αυτής της ανάλυσης είναι ότι δεν είναι η υπόθεση συγκεκριμένης κατανομής που οδηγεί τα ποιοτικά χαρακτηριστικά των αποτελεσμάτων μας. Η διαίσθηση που αφορά το μέγεθος και την κυρτότητα της βέλτιστης αντιστάθμισης ισχύει και στη λογαριθμοκανονική και στην κανονική περίπτωση.

### 3.5 Πολλαπλοί Τιμολογιακοί Κίνδυνοι

Μέχρι τώρα η ανάλυση έχει επικεντρωθεί σε εταιρίες με ένα μόνο προϊόν που πωλείται σε μία αγορά. Ένα τέτοιο μοντέλο μπορεί να ταιριάζει σε εταιρίες με ένα και μοναδικό εμπόρευμα, για παράδειγμα μία εταιρία εξόρυξης χρυσού ή έναν αγρότη, δεν μπορεί όμως να περιγράψει με ακρίβεια την έκθεση μιας μεγάλης πολυεθνικής εταιρίας. Για παράδειγμα, αν ένας εγχώριος κατασκευαστής πουλάει τα προϊόντα του σε μία ξένη αγορά, τότε πιθανό να πουλάει και σε

άλλες αγορές του εξωτερικού. Αυτό δημιουργεί πολλαπλούς συσχετισμένους κινδύνους συναλλάγματος. Μία άλλη περίπτωση είναι αυτή μίας εταιρίας που μπορεί να έχει τυχαίες τιμές εισαγωγής αλλά και τυχαίες τιμές εξαγωγής. Σε αυτήν την ενότητα θα συζητήσουμε σύντομα αυτές τις περιπτώσεις, χρησιμοποιώντας την έννοια της σταυροειδούς αντιστάθμισης (cross - hedge). Γενικά, η σταυροειδής αντιστάθμιση εμφανίζεται όταν έχουμε δύο διαφορετικά προϊόντα των οποίων την τιμή θέλουμε να αντισταθμίσουμε (βλ. [17]). Εμείς θα προσαρμόσουμε αυτή τη διαδικασία σε συγκεκριμένα παραδείγματα.

Πρώτα, θεωρούμε την περίπτωση ενός πολυεθνικού κατασκευαστή. Η εταιρία παράγει ένα μοναδικό προϊόν τοπικά και το πουλάει στο εξωτερικό σε δύο χώρες. Για απλοποίηση, υποθέτουμε ότι τα έσοδα σε κάθε χώρα έχουν τέλεια συσχέτιση (με μέσο 1.0 και τυπική απόκλιση 0.2.). Ωστόσο, οι συσχετίσεις ανάμεσα στις δύο συναλλαγματικές ισοτιμίες (τιμή 1 και τιμή 2) και το επίπεδο των ξένων εσόδων είναι διαφορετικές. Συγκεκριμένα, υποθέτουμε μία συσχέτιση ανάμεσα στα έσοδα και την τιμή 1 στο - 0.5 και μία συσχέτιση ανάμεσα στα έσοδα και την τιμή 2 στο 0.5. Τέλος, η συσχέτιση ανάμεσα στην τιμή 1 και την τιμή 2 είναι 0.5. Το πρόβλημα ολοκληρώνεται με τον ορισμό των παραμέτρων κόστους,  $\{c_1, c_2\} = \{0.1, 5.0\}$  και των παραμέτρων κόστους παραγωγής  $\{s_{11}, s_{12}, s_2\} = \{0.25, 0.25, 0.4\}$ . Επιτρέπουμε στην εταιρία να κλείνει συμβόλαια σε ένα τετραγωνικό παράγωγο μηδενικής τιμής δύο περιουσιακών στοιχείων με την ακόλουθη συνάρτηση καθαρών πληρωμών:

$$X(p_1, p_2) = \kappa_{12}p_1^2 + \kappa_{11}p_1 + \kappa_x p_2 p_1 + \kappa_{22}p_2^2 + \kappa_{21}p_2 + \kappa_0 \quad (3.4)$$

Λύνουμε το πρόβλημα αντιστάθμισης της εταιρίας αριθμητικά όπως περιγράφηκε στην ενότητα 2.3, για να βρούμε τις παραμέτρους που μεγιστοποιούν τα κέρδη  $\kappa = \{\kappa_{12}, \kappa_{11}, \kappa_x, \kappa_{22}, \kappa_{21}, \kappa_0\}$ .

Το ενδιαφέρον εδώ, είναι η προσθήκη του όρου  $(\kappa_x p_2 p_1)$ , που επιτρέπει στην εταιρία να αντισταθμίσει το προϊόν δύο τιμών. Στη συγκεκριμένη περίπτωση θεωρούμε ότι είναι ο όρος της σταυροειδούς αντιστάθμισης, αφού η εταιρία θα αντισταθμίζει τη διασυναλλαγματική ισοτιμία. Η ανάγκη για τέτοιου είδους αντιστάθμιση προσθέτει μία νέα διάσταση στη στρατηγική βέλτιστης αντιστάθμισης που υιοθετεί η εταιρία, από τη στιγμή που μπορεί να μην είναι πλέον εφικτό για την εταιρία να προσεγγίσει αρκετά τη βέλτιστη exotic αντιστάθμιση με χαρτοφυλάκιο vanilla. Αν το  $\kappa_x$  είναι σημαντικά διαφορετικό του 0, τότε για να αντισταθμίσει αποτελεσματικά η εταιρία πρέπει να κατασκευάσει ένα παράγωγο που πληρώνει σε εθνικό νόμισμα ένα ποσό που εξαρτάται από το προϊόν των δύο συναλλαγματικών τιμών. Έτσι, η πληρωμή μοιάζει με ένα ΠΣ.

Η βέλτιστη στρατηγική αντιστάθμισης για αυτό το παράδειγμα παριστάνε-

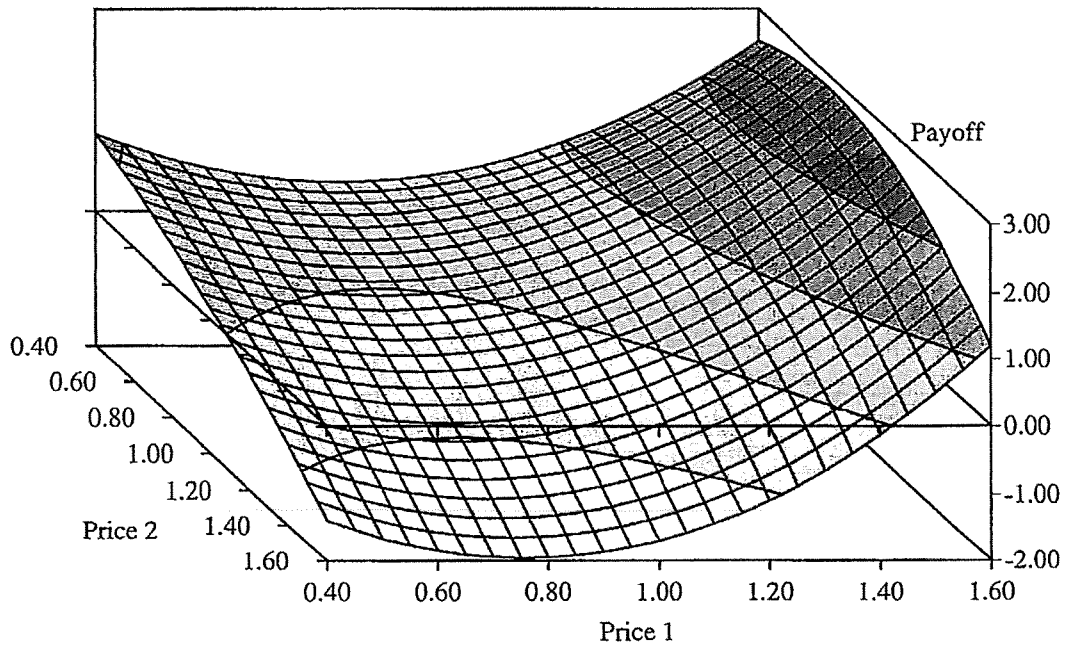


ται γραφικά στον πίνακα A διαγράμματος 3.7, ο οποίος δείχνει την πληρωμή της βέλτιστης αντιστάθμισης με δύο τυχαίες τιμές. Οι αναμενόμενες τιμές και ποσότητες έχουν τιμή 1 με μεταβλητότητες 20%. Τα μεταβλητά κόστη είναι 0.25 και τα σταθερά κόστη 1.0. Ας προσέξουμε το σχήμα της συνάρτησης πληρωμής για κάθε μία από τις δύο τιμολογιακές διαστάσεις. Ένα κομμάτι στη διάσταση της τιμής 1 αποκαλύπτει μία κυρτή αντιστάθμιση, όπως μπορούμε να προβλέψουμε από την αρνητική συσχέτιση ανάμεσα στην τιμή 1 και τα ξένα έσοδα. Όμοια, ένα κομμάτι της διάστασης της τιμής 2 αποκαλύπτει μία κοίλη αντιστάθμιση, όπως μπορούμε να προβλέψουμε από τη θετική συσχέτιση ανάμεσα στην τιμή 2 και τα ξένα έσοδα. Λιγότερο φανερό είναι το συστατικό της σταυροειδούς αντιστάθμισης.

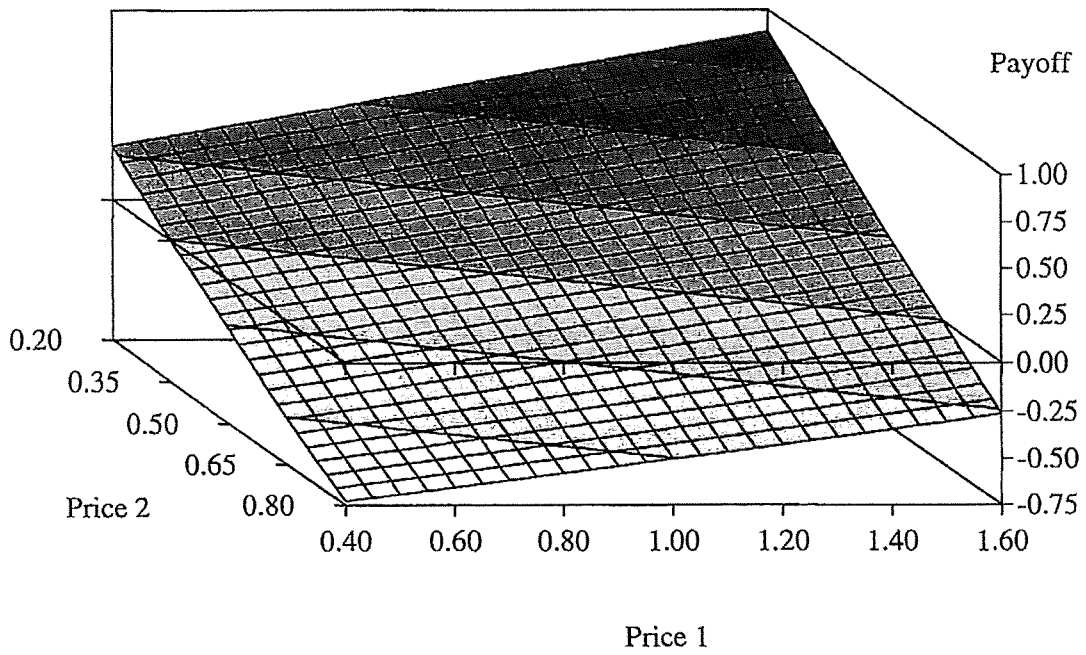
Για να εξετάσουμε την σημασία του όρου της σταυροειδούς αντιστάθμισης, θεωρούμε εναλλακτικές στρατηγικές για μια εταιρία που δεν θέλει ή δεν μπορεί να την εφαρμόσει. Μία στρατηγική θα μπορούσε να είναι η διαχείριση κάθε έκθεσης ξεχωριστά, χρησιμοποιώντας την ανάλυση της ενότητας 2.5, δηλαδή εφαρμόζοντας την εξίσωση (2.32) ξεχωριστά για την τιμή 1 και την τιμή 2. Ο πίνακας C του διαγράμματος 3.7, ο οποίος δείχνει το αναμενόμενο κόστος και τη βαθμολογία αποτελεσματικότητας για κατά προσέγγιση στρατηγικές cross – hedging για τα σενάρια στους πίνακες A και B, μας δείχνει ότι θα ήταν μερικώς αποτελεσματική μέθοδος αντιστάθμισης (αποτελεσματικότητα 46.4%). Μία άλλη στρατηγική θα ήταν να επιχειρήσουμε τη βελτιστοποίηση που περιγράφηκε παραπάνω, αλλά να παραλείψουμε όλα τα εργαλεία της σταυροειδούς αντιστάθμισης από το τελικό χαρτοφυλάκιο αντιστάθμισης. Η τρίτη γραμμή του πίνακα C, η οποία παρουσιάζει τις αξίες για μία αντιστάθμιση που βελτιστοποιήθηκε με τον όρο σταυροειδούς αντιστάθμισης, μας δείχνει ότι αυτό θα ήταν ένα λάθος με μεγάλο κόστος, που θα κατέληγε σε μεγάλο αρνητικό βαθμό αποτελεσματικότητας. Τελική, και προτιμητέα στρατηγική είναι να λύσουμε ξανά το πρόβλημα βελτιστοποίησης παραλείποντας τον όρο σταυροειδούς αντιστάθμισης από τη συνάρτηση πληρωμών (τέταρτη γραμμή του πίνακα C). Η διαδικασία επαναβελτιστοποίησης καταλήγει σε βελτιωμένο βαθμό αποτελεσματικότητας (81.9%). Αυτά τα αποτελέσματα δείχνουν ότι η σταυροειδής αντιστάθμιση μπορεί να επηρεάσει σε πολύ σημαντικό βαθμό την αποτελεσματικότητα της αντιστάθμισης.

Μία άλλη περίπτωση πολλαπλών τιμολογιακών κινδύνων είναι μία εταιρία έκθετη σε τιμολογιακούς κινδύνους εισαγωγών και παραγωγών. Για παράδειγμα, ένα διυλιστήριο πετρελαίου εκτίθεται στην τιμή του μαζούτ σαν μεγάλη εισαγωγή και στην τιμή της βενζίνης σαν μεγάλη παραγωγή. Η δομή συσχέτισης ανάμεσα στους δύο αυτούς τιμολογιακούς κινδύνους διαφέρει σημαντικά από εκείνη στην περίπτωση του πολυεθνικού κατασκευαστή.

**Panel A: Optimal hedging strategy for firm with revenue in 2 currencies**



**Panel B: Optimal hedging strategies for an oil refiner**



Panel C: Efficiency of alternative hedges

Hedging strategy	Panel A		Panel B	
	E[DWC]	Efficiency	E[DWC]	Efficiency
No hedge	0.076	0.0%	0.053	0.0%
No cross hedge (assume 1-D parameters)	0.066	46.4%	0.028	98.6%
No cross hedge (ignore cross terms)	0.112	-166.9%	0.029	95.6%
No cross hedge (reoptimize)	0.058	81.9%	0.028	99.9%
Optimal quadratic hedge	0.054	100.0%	0.028	100.0%

Διάγραμμα 3.7: Αντιστάθμιση με πολλαπλούς τιμολογιακούς κινδύνους. Ο πίνακας A δείχνει την πληρωμή της βέλτιστης αντιστάθμισης με δύο τυχαίες τιμές. Οι συσχετίσεις μεταξύ της τιμής και της τυχαίας ποσότητας είναι -0.5 για την τιμή 1 και 0.5 για την τιμή 2. Στον πίνακα C, η δεύτερη γραμμή δείχνει αξίες για αντιστάθμιση όπου κάθε τιμολογιακός κίνδυνος διαχειρίζεται ξεχωριστά μέσω της ανάλυσης στην ενότητα 3. Η τρίτη γραμμή δείχνει αξίες για αντιστάθμιση που βελτιστοποιήθηκε με τον cross-term, όμως η αντιστάθμιση τον παραλείπει. Η τέταρτη γραμμή δείχνει αξίες για αντιστάθμιση που βελτιστοποιήθηκε αφού παραλείφθηκε ο cross-term.

Συγκεκριμένα, κάποιος θα περίμενε ότι η συσχέτιση ανάμεσα στην τιμή του μαζούτ και την τιμή της βενζίνης θα ήταν πολύ υψηλή. Υποθέτουμε ότι είναι 0.9. Θα περίμενε κανείς επίσης, ότι υπάρχει αρνητική συσχέτιση ανάμεσα την τιμή του μαζούτ ή της βενζίνης και της ποσότητας που καταναλώθηκε. Υποθέτουμε συσχέτιση - 0.2 ανάμεσα στην τυχαία ποσότητα και καθεμία από τις τιμές. Υποθέτουμε και πάλι τέλεια συσχέτιση ανάμεσα στις δύο ποσότητες και ότι η αναμενόμενη τιμή της βενζίνης είναι 1.0 (τιμή input 0.5 και τιμή output 1.0) και του μαζούτ 0.65, με μεταβλητότητα 20%, ενώ το σταθερό κόστος είναι 0.2 και οι παράμετροι κόστους  $\{c_1, c_2\} = \{0.1, 5.0\}$ . Ο πίνακας B του διαγράμματος 3.7 δείχνει τη βέλτιστη στρατηγική αντιστάθμισης για το διυλιστήριο. Σε αυτήν την περίπτωση η βέλτιστη αντιστάθμιση μοιάζει περισσότερο με επίπεδη. Η καμπυλότητα της επιφάνειας είναι μικρή, κάτι που περιμέναμε από τη μικρή συσχέτιση μεταξύ τιμής και ποσότητας. Επιπρόσθετα, η δυνατή θετική συσχέτιση μεταξύ της τιμής εισαγωγής και τιμής παραγωγής παρέχει μία καλή φυσική αντιστάθμιση για την εταιρία και στην πορεία μειώνει την ανάγκη για σταυροειδή αντιστάθμιση. Όπως φαίνεται στον πίνακα C, και σε αντίθεση με την προηγούμενη περίπτωση, καθεμία από τις στρατηγικές της κατά προσέγγιση αντιστάθμισης που δεν περιλαμβάνει σταυροειδή αντιστάθμιση είναι ιδιαίτερα αποτελεσματική.

Το αποτέλεσμα των δύο αυτών περιπτώσεων δείχνει ότι το πρόβλημα αντιστάθμισης για μία εταιρία με πολλαπλούς κινδύνους εξαρτάται σε μεγάλο βαθμό από τους παράγοντες της αγοράς που σχετίζονται με την εταιρία. Τέ-

λος, σημειώνουμε ότι για τις δύο περιπτώσεις που παρουσιάστηκαν, υποθέσαμε μία μοναδική αβέβαιη ποσότητα. Πρακτικά, οι εταιρίες συχνά έχουν πολλές αβέβαιες ποσότητες. Για παράδειγμα, ξένα έσοδα σε διαφορετικές χώρες είναι πιθανό να μην έχουν υψηλή συσχέτιση, ιδιαίτερα αν δεν συσχετίζονται και οι συναλλαγματικοί δείκτες. Ομοίως, ένα διυλιστήριο παράγει πολλά προϊόντα από μαζούτ, όπως πετρέλαιο θέρμανσης και πολυμερή, επιπρόσθετα της βενζίνης. Σχετικές τιμές αυτών των παραγωγών επηρεάζουν τις ποσότητες που παράγονται από το καθένα. Παρ' όλ' αυτά, αυτά τα πιο ρεαλιστικά προβλήματα μπορούν να επιλυθούν με τον τρόπο που περιγράψαμε παραπάνω.

## Κεφάλαιο 4

# Εφαρμογές και Εμπειρικά Αποτελέσματα

Στο κεφάλαιο αυτό θα παρουσιάσουμε την εφαρμογή του μοντέλου μας στην πράξη, καθώς και μερικά εμπειρικά αποτελέσματα και συμπεράσματα που θα προκύψουν από αυτήν την εφαρμογή.

### 4.1 Εφαρμογή του μοντέλου στην πράξη

Τα ποσοτικά μοντέλα δεν έχουν εισχωρήσει στην εταιρική χρηματοδότηση σε μεγάλο βαθμό, συγκριτικά με τις επενδυτικές εφαρμογές και τις εφαρμογές παραγωγών. Υπάρχουν πολλές πιθανές εξηγήσεις, αλλά δύο βασικοί λόγοι είναι: πρώτον, ότι τα χρηματοοικονομικά εταιρικά μοντέλα τείνουν να απλοποιούν προβλήματα για να τονίσουν τους σκοπούς τους ή να παραμείνουν ευέλικτα και δεύτερον, οι εισαγωγικές παράμετροι στα μοντέλα είναι συχνά δύσκολο ή και αδύνατο να εκτιμηθούν. Ενώ το μοντέλο μας είναι πολύ πιο πρακτικό, αντιμετωπίζει αυτές τις προκλήσεις. Σε αυτήν την ενότητα περιγράφουμε την εφαρμογή του μοντέλου μας για τη διαχείριση συναλλαγματικού κινδύνου σε μία επιχείρηση με συναλλαγές στο εξωτερικό.

Η JSO Corp. (τυχαίο όνομα) είναι μία εταιρία κατασκευής μηχανολογικού εξοπλισμού με έδρα την Αμερική. Περίπου τα μισά από τα έσοδα της εταιρίας (1 δις δολάρια) για το 2010 προέρχονται από πωλήσεις στο εξωτερικό. Η JSO κάνει ενεργή χρήση παραγωγών συναλλάγματος για να αντισταθμίσει την έκθεσή της σε κινήσεις του συναλλαγματικού δείκτη. Για παράδειγμα, το 2010 η εταιρία ανέλαβε περίπου 1.5 δις δολάρια σε συναλλαγές συναλλαγματικών πα-

ραγώγων και κράτησε χοντρικά 0.3 δις. δολάρια σε συναλλαγματικά παράγωγα στο τέλος του οικονομικού έτους. Το 2011, το μοντέλο που περιγράφουμε προσαρμόστηκε και χρησιμοποιήθηκε από την ομάδα διαχείρισης συναλλαγματικών κινδύνων της εταιρίας.

Πρακτικά, η JSO έχει αρκετά περιορισμένη συναλλαγματική στρατηγική αντιστάθμισης. Για παράδειγμα, η εταιρική πολιτική που εφάρμοσε το διοικητικό συμβούλιο, έθεσε ελάχιστες και μέγιστες ονομαστικές αξίες σαν ποσοστό έκθεσης για αντιστάθμιση. Επιπρόσθετα, για να αποκτήσει χρήση λογιστικής αντιστάθμισης για τα συναλλαγματικά της παράγωγα, η εταιρία ξεχωρίζει την έκθεσή της ως προς το νόμισμα και το οικονομικό τρίμηνο (από εδώ και στο εξής θα αναφέρεται ως νόμισμα – τρίμηνο) και επιλέγει δικαιώματα plain vanilla και ΠΣ. Με άμεση συναλλαγματική έκθεση σε περίπου 25 διαφορετικά νομίσματα και ένα τυπικό ορίζοντα αντιστάθμισης ενός χρόνου (τέσσερα τρίμηνα), η JSO μπορεί να έχει θέση σε 100 διαφορετικές αντισταθμίσεις. Οι παράμετροι των συναλλαγματικών παραγώγων επιλέγονται από την ομάδα διαχείρισης συναλλαγματικού κινδύνου, έτσι ώστε να παρέχει μία πιο αποτελεσματική αντιστάθμιση για αυτό το νόμισμα – τρίμηνο. Πρακτικά, ο στόχος της εφαρμογής του μοντέλου είναι να ποσοτικοποιήσει την έννοια της «πιο αποτελεσματικής αντιστάθμισης» και να τη μετατρέψει σε συγκεκριμένη θέση σε συναλλαγματικά παράγωγα.

Ο καθορισμός της ποιότητας μιας αποτελεσματικής αντιστάθμισης είναι παρόμοιος με τον καθορισμό της μορφής της συνάρτησης του  $C(P)$ . Η JSO δεν επιθυμεί να ομαδοποιήσει την έκθεσή της στα νομίσματα, γι' αυτό η ερμηνεία της  $C(P)$  διαφέρει από εκείνη που παρουσιάζεται εδώ. Συγκεκριμένα, η  $C(P)$  όπως εφαρμόζεται στην αντισταθμιστική πρακτική της JSO θεωρείται περισσότερο μία συνάρτηση ποινής που ποσοτικοποιεί τη σχετική επιθυμία για διαφορετικές καταστάσεις χρηματικών ροών για κάθε νόμισμα – τρίμηνο, παρά μία εταιρική συνάρτηση κόστους. Για παράδειγμα, πρωταρχικός στόχος του προγράμματος αντιστάθμισης που χρησιμοποιεί η JSO είναι να αποτρέψει μία μείωση στα κέρδη που προκύπτουν από συναλλαγματικές κινήσεις. Μέσα από συζητήσεις με τη διαχείριση διαθεσίμων, αποφασίστηκε ότι η κατάλληλη συνάρτηση κόστους θα έπρεπε να ποινικοποιεί τη μεταβολή στις χρηματορροές δολλαρίων, αλλά με μεγαλύτερη ποινή για τη μεταβολή προς τα κάτω (μείωση). Συγκεκριμένα, η συνάρτηση

$$C(P) = \beta[\alpha \max(0, E[P] - P)^2 + (1 - \alpha) \max(0, P - E[P])^2], \quad (4.1)$$

όπου  $\alpha \in [0, 1]$  και  $\beta \in (0, \infty)$ , επιλέχθηκε ώστε το  $\alpha > 0.5$  να βαρύνει τη μεταβολή κάτω από το μέσο όρο περισσότερο από τη μεταβολή πάνω από

το μέσο όρο και το  $\beta$  ορίζει το συνολικό κόστος της μεταβολής. Όπως και σε περιπτώσεις άλλων συναρτήσεων κόστους, η μεταβολή στο  $\alpha$  ή στο  $\beta$  έχει σχετικά χαμηλό αντίκτυπο στη σύνθεση της βέλτιστης αντιστάθμισης.

Μεγαλύτερη πρόκληση για την εφαρμογή του μοντέλου αποτελεί η εκτίμηση άλλων παραμέτρων, που δεν έχουν εκτιμηθεί, όπως η μεταβλητότητα των ξένων εσόδων και η συσχέτιση μεταξύ ξένων εσόδων και συναλλαγματικών δεικτών. Η εκτίμηση αυτών των παραμέτρων από ιστορικά λογιστικά δεδομένα (χρονοσειρές) γίνεται πιο δύσκολη, λόγω της ταχείας ανάπτυξης σε κάποιες από τις αγορές που δραστηριοποιείται η JSO. Για να αφαιρέσουμε ένα κομμάτι της τάσης της ανάπτυξης, επιλέγουμε να εκτιμήσουμε παραμέτρους από ποσοστιαίες αποκλίσεις από εσωτερικές προβλέψεις σε κατάλληλους ορίζοντες. Για παράδειγμα, η μεταβολή των ξένων εσόδων σε ορίζοντα τριών τριμήνων εκτιμάται με τη χρήση της ποσοστιαίας διαφοράς ανάμεσα στις τριμηνιαίες προβλέψεις εσόδων σε ορίζοντα τριών τριμήνων και των βεβαιωμένων αξιών για εκείνο το τρίμηνο. Οι συσχετίσεις υπολογίζονται με παρόμοια δεδομένα πρόβλεψης: χρησιμοποιούμε την ποσοστιαία αλλαγή σε προβλεπόμενα έσοδα και στο τέλος του τριμήνου την ποσοστιαία αλλαγή στους δείκτες συναλλάγματος. Οι συσχετίσεις εκτιμώνται κοντά στο 0 για τις περισσότερες αγορές (κατά μέσο όρο περίπου 0.04) και έχουν εύρος από  $-0.26$  έως  $0.34$ . Οι μεταβλητότητες των ξένων εσόδων εξαρτώνται πολύ περισσότερο από τις ξένες αγορές. Οι ετησιοποιημένες μεταβλητότητες εσόδων έχουν εύρος από  $15.8\%$  (στην Ισπανία) έως  $116.0\%$  (στο Χονγκ Κονγκ). Οι εναπομείνουσες παράμετροι εκτιμώνται πολύ πιο εύκολα. Ο αναμενόμενος συναλλαγματικός δείκτης υποθέτουμε ότι είναι ο δείκτης *forward*, οι μεταβλητότητες του συναλλαγματικού δείκτη εκτιμώνται από εφαρμοσμένες μεταβλητότητες δικαιωμάτων προαίρεσης και το κόστος της παραγωγής είναι διαθέσιμο από εσωτερικές προβλέψεις.

Για να ορίσουμε τις βέλτιστες στρατηγικές αντιστάθμισης, οι προηγούμενες παράμετροι συνδυάζονται με τους περιορισμούς της στρατηγικής της JSO για την ονομαστική αξία του χαρτοφυλακίου αντιστάθμισης και το χρηματικό χαρακτήρα των δικαιωμάτων προαίρεσης (για παράδειγμα, *at - the - money* ΠΣ συν ή πλην  $5\%$ ). Το μοντέλο λύνεται αριθμητικά όπως περιγράφεται στην ενότητα 2.3 για μία ποικιλία εναλλακτικών στρατηγικών αντιστάθμισης, συμπεριλαμβανομένης της βέλτιστης *exotic* αντιστάθμισης.

Στις περισσότερες περιπτώσεις το νόμισμα - τρίμηνο που μας ενδιαφέρει ήδη θα διέθετε ένα χαρτοφυλάκιο αντιστάθμισης και οι διαχειριστές κινδύνου της JSO ενδιαφέρονται για την αποτελεσματικότητα της τρέχουσας αντιστάθμισης και της βέλτιστης μεθόδου ώστε να ενημερώνεται η αντιστάθμιση. Για παράδειγμα, θα έπρεπε η εταιρία να πουλήσει τα τρέχοντα δικαιώματα προαίρεσης και να κατασκευάσει ένα καινούριο χαρτοφυλάκιο ή μπορεί να δημιουργηθεί ένα

παρόμοιο χαρτοφυλάκιο αντιστάθμισης απλά προσθέτοντας νέες θέσεις στο ήδη υπάρχον, ίσως και με λιγότερα έξοδα; Χρησιμοποιώντας το βέλτιστο exotic παράγωγο ως σημείο αναφοράς, είναι εύκολο να ποσοτικοποιηθεί η απάντηση σ' αυτήν την ερώτηση, αλλά και σε άλλες όπως το κόστος της περιοριστικής πολιτικής στην ονομαστική αξία και τον τύπο των εργαλείων αντιστάθμισης.

Γενικά, ανακαλύπτουμε ότι μία υψηλά αποτελεσματική αντιστάθμιση μπορεί να κατασκευαστεί μόνο από δύο δικαιώματα προαίρεσης με διαφορετικές τιμές άσκησης και ΠΣ. Όπως προτείνεται στην ενότητα 3.2, βραχυπρόθεσμη αντιστάθμιση μόνο με χρήση ΠΣ συνήθως είναι πολύ αποτελεσματική. Όπως έχουμε αναφέρει στην ενότητα 2.4, πολλαπλά δικαιώματα είναι πιο σημαντικά όταν τα ξένα έσοδα είναι μεταβλητά. Μία τέτοια υπόθεση ίσχυε και για τις περισσότερες μικρές και νέες ξένες αγορές της JSO και αυτό δυστυχώς δείχνει πιθανή αδυναμία του μοντέλου μας. Πολλές από τις μικρότερες αγορές στις οποίες απευθύνεται η JSO προσπαθούν ακόμα να ξεπεράσουν την Ασιατική χρηματοοικονομική κρίση και η ρευστότητα στην αγορά συναλλαγματικών δικαιωμάτων προαίρεσης ήταν περιορισμένη. Χωρίς να ενσωματώνεται ρητά το κόστος συναλλαγής για δικαιώματα προαίρεσης με διαφορετικές τιμές άσκησης, είναι δύσκολο να εκτιμήσουμε το αληθινό κόστος και τα οφέλη της αντιστάθμισης με δικαιώματα προαίρεσης.

Η επιθυμία της JSO να διαχωρίσει την αντιστάθμιση ανά νόμισμα και τρίμηνο απλοποιεί εξαιρετικά το πρόβλημα βελτιστοποίησης, μειώνοντας τη διάσταση του χώρου (state space). Ωστόσο, όπως σημειώθηκε στην ενότητα 3.5 αυτό έχει κόστος. Ιδανικά η JSO θα λάμβανε υπόψιν όλη της την έκθεση στα νομίσματα και το χρόνο όταν θα καθόριζε τη βέλτιστη στρατηγική αντιστάθμιση. Για την εταιρία αυτή, αυτό είναι ένα δύσκολο αριθμητικό πρόβλημα ( $N \simeq 100$ ). Δύο πειράματα μας επιτρέπουν να εκτιμήσουμε το κόστος του προγράμματος περιορισμού της JSO χωρίς να χρειαστεί να λύσουμε ολόκληρο το πρόβλημα.

Πρώτον, η βέλτιστη αντιστάθμιση για ένα μοναδικό νόμισμα, αλλά για όλα τα προβλεπόμενα τρίμηνα, καθορίζεται λύνοντας το πολυπεριοδικό πρόβλημα. Για την υπόθεση αυτή χρησιμοποιούμε μία μέθοδο προσομοίωσης που γεννάει μονοπάτια για συσχετισμένη τιμή και ξένα έσοδα. Αυτή η μέθοδος έχει το πρόσθετο όφελος να μπορεί να δειγματίσει την από κοινού διαδικασία σε υψηλή συχνότητα (π.χ. σε καθημερινή βάση) και να εκτιμήσει ένα πλουσιότερο σετ συμβολαίων παραγώγων με χαρακτηριστικά εξαρτώμενα από το μονοπάτι, όπως Ασιατικά ή Barrier options. Τα αποτελέσματα αυτού του πειράματος δείχνουν ότι τα χαρτοφυλάκια δικαιωμάτων vanilla και ΠΣ με διαφορετικές ημερομηνίες λήξης είναι εξαιρετικά αποτελεσματικά εργαλεία αντιστάθμισης για τις περισσότερες λογικές τιμές παραμέτρων. Τα χαρακτηριστικά των Ασιατικών δίνουν ξεκάθαρο πλεονέκτημα μόνο όταν τα ξένα έσοδα και οι συναλλαγματικοί δεί-



κτες έχουν υψηλή συσχέτιση. Τέλος, τα χαρακτηριστικά των Barrier τυπικά μειώνουν ελαφρώς την αποτελεσματικότητα της αντιστάθμισης, αλλά μπορούν να μειώσουν αισθητά τα προκαταβληθέντα ασφάλιστρα των δικαιωμάτων προαίρεσης. Αυτό υποδεικνύει ότι (αντίθετα με την περίπτωση της JSO) αν σε ένα πρόβλημα αντιστάθμισης δινόταν περιορισμένος προϋπολογισμός των ασφαλιστρών των δικαιωμάτων προαίρεσης, θα έπρεπε να χρησιμοποιηθούν Barrier options.

Ένα δεύτερο πείραμα διαστέλλει το πρόβλημα σε ένα μεγαλύτερο σετ νομισμάτων, για να μετρήσει το κόστος για την JSO της μη χρήσης σταυροειδούς αντιστάθμισης. Τα αποτελέσματα αυτών των πειραμάτων επιβεβαιώνουν τα αποτελέσματα της ενότητας 3.5. Όσο η συσχέτιση μεταξύ των συναλλαγματικών δεικτών δολλαρίου είναι υψηλή, είναι πιθανή η ιδιαίτερα αποτελεσματική αντιστάθμιση με παράγωγα που βασίζονται σε μοναδικούς συναλλαγματικούς δείκτες με βάση το δολλάριο. Αυτό το πείραμα επίσης παρέχει μέτρηση των ωφελειών των basket options και άλλων παραγώγων που βασίζονται σε πολλαπλούς συναλλαγματικούς δείκτες (που παρέχουν σταυροειδή αντιστάθμιση). Όπως και με τα Ασιατικά δικαιώματα, τα χαρακτηριστικά των basket μπορούν να μειώσουν τα ασφάλιστρα, αλλά αυξάνουν την αποτελεσματικότητα δραστικά μόνο σε συγκεκριμένα σενάρια συσχέτισης. Σε αυτήν την περίπτωση, αυξάνουν την αποτελεσματικότητα όταν οι συσχετίσεις μεταξύ νομισμάτων είναι χαμηλές. Συνοψίζοντας, η πολιτική της JSO στο χειρισμό του κάθε νομίσματος – τριμήνου ξεχωριστά δε δείχνει να μειώνει την αποτελεσματικότητα του προγράμματος αντιστάθμισης που χρησιμοποιεί. Ωστόσο, οι περιορισμοί που τίθενται από την πολιτική αυτή, αυξάνουν τα προκαταβληθέντα έξοδα σε ασφάλιστρα δικαιωμάτων. Από την άποψη της απόδοσης χρήματος, αυτό μπορεί να συνεπάγεται ένα σημαντικό κόστος ευκαιρίας για την εταιρία.

## 4.2 Εμπειρικά Αποτελέσματα

Το μοντέλο αντιστάθμισης που παρουσιάζεται έχει μία πληθώρα αποτελεσμάτων, εκ των οποίων κάποια επιβεβαιώνουν τις επικρατούσες θεωρίες της εταιρικής διαχείρισης κινδύνων. Ποιοτικά το μοντέλο μας επιβεβαιώνει μερικά διαμορφωμένα εμπειρικά δεδομένα. Πρώτον, οι εταιρίες κατά μέσο όρο αντισταθμίζουν μόνο ένα μέρος της έκθεσής τους. Αυτό οφείλεται στο ότι οι εταιρίες «αντισταθμίζουν επιλεκτικά» με το βλέμμα στα μελλοντικά επίπεδα της αγοράς (βλ. [28]). Το μοντέλο μας δίνει μία εναλλακτική ερμηνεία, κατά την οποία ο δείκτης βέλτιστης αντιστάθμισης θα είναι μικρότερος του 1, αν κατά μέσο όρο η συσχέτιση μεταξύ τιμής και ποσότητας είναι αρνητική. Δεύτερον, οι εταιρίες συχνά

χρησιμοποιούν μία ποικιλία τύπων παραγώγων. Το μοντέλο μας προτείνει ότι υπάρχει κίνητρο μεγιστοποίησης της αξίας για αυτή τη συμπεριφορά.

Οι πρόσφατες εμπειρικές αποδείξεις όσον αφορά την εγκυρότητα των υπαρχουσών θεωριών είναι μικτές. Υπάρχουν αποδείξεις ότι οι εταιρίες χρησιμοποιούν τη διαχείριση κινδύνων για να μειώσουν την πιθανότητα οικονομικής δυσπραγίας, να εξασφαλίσουν τη διαθεσιμότητα των εσωτερικά δημιουργημένων κεφαλαίων, να ελαχιστοποιήσουν την αναμενόμενη φορολογική ευθύνη και να μειώσουν το πρόβλημα υποεπένδυσης. Υπάρχουν στοιχεία ότι η ακριβής φύση των οικονομικών απαιτήσεων της ανώτερης διοίκησης στις μετοχές της εταιρίας επηρεάζει τη στρατηγική αντιστάθμισης (βλ. [31]). Οι διαχειριστές κινδύνου που διαθέτουν περισσότερα δικαιώματα προαίρεσης αντισταθμίζουν λιγότερο από εκείνους με μεγάλες θέσεις σε μετοχές.

Ένα μεγάλο μέρος της εμπειρικής βιβλιογραφίας μέχρι στιγμής έχει κάνει δοκιμές μονοπαραγοντικών σχέσεων, όπως προβλέπεται από θεωρίες που επικεντρώνονται σε έναν συγκεκριμένο καθοριστικό παράγοντα που δίνει κίνητρο για εταιρική αντιστάθμιση. Συχνά, οι εντολές για ένα παράγοντα είναι εσωτερικά καθορισμένες από εξωγενή εταιρικά χαρακτηριστικά και το εταιρικό λειτουργικό περιβάλλον. Για παράδειγμα, τα μοντέλα μονοπαραγοντικής μείωσης κόστους προβλέπουν ότι μία εταιρία με υψηλότερη μόχλευση είναι πιο πιθανό να ωφεληθεί από την αντιστάθμιση, γιατί είναι πιο κοντά σε κατάσταση οικονομικής δυσπραγίας. Αυτό το επιχείρημα αγνοεί το γεγονός ότι οι εταιρίες που λειτουργούν σε σταθερό περιβάλλον έχουν περισσότερες πιθανότητες να έχουν υψηλή μόχλευση από ότι οι εταιρίες σε επικίνδυνα και ασταθή επιχειρηματικά περιβάλλοντα. Οι εταιρίες υψηλής μόχλευσης λειτουργούν σε σταθερά περιβάλλοντα, γι' αυτό η υψηλή ενδογενής μόχλευση μπορεί να μην είναι αρκετά μεγάλη ώστε να προκαλέσει η οικονομική πίεση μεγάλη ανησυχία. Υπάρχει όμως ανάγκη να ορίσουμε και να δοκιμάσουμε σχέσεις ανάμεσα στις εξωγενείς μεταβλητές όπως η θεμελιώδης επιχείρηση και ο τιμολογιακός κίνδυνος (και ίσως η συσχέτιση μεταξύ μεταβλητών θεμελιωδών για τα κέρδη της εταιρίας) και την ενδογενή απόφαση για στρατηγική αντιστάθμισης.

Για παράδειγμα, το μοντέλο μας προτείνει τις ακόλουθες δοκιμαστικές σχέσεις.

- Όταν οι θεμελιώδεις επιχειρηματικοί κίνδυνοι (για παράδειγμα μεταβολές στις πωλήσεις) και οι τιμολογιακοί κίνδυνοι είναι ασυσχέτιστοι τα ΠΣ και τα swaps είναι εργαλεία αποτελεσματικής διαχείρισης κινδύνων. Αυτό μας δείχνει ότι εταιρίες με χαμηλή συσχέτιση ανάμεσα στο μέγεθος πωλήσεων και τον τιμολογιακό κίνδυνο είναι λιγότερο πιθανό να χρησιμοποιήσουν δικαιώματα προαίρεσης ή exotic παράγωγα. Αυτό μπορεί να μας βοηθήσει

να εξηγήσουμε τη δημοφιλία των εργαλείων γραμμικής αντιστάθμισης σε σχέση με τα μη – γραμμικά παράγωγα.

- Εταιρίες με αρνητική συσχέτιση τιμής – ποσότητας είναι πιο πιθανό να ωφεληθούν από δικαιώματα προαίρεσης ή exotic παράγωγα. Η ανάλυση στο κεφάλαιο 3.2 δείχνει ότι παρόλο που τα συνολικά οφέλη από την αντιστάθμιση είναι χαμηλότερα όταν η εταιρία αντιμετωπίζει αρνητική συσχέτιση, το όφελος από τη χρήση μη – γραμμικής στρατηγικής είναι αναλογικά μεγαλύτερο, με όρους αποτελεσματικότητας. Οι εταιρίες με αρνητική συσχέτιση τιμής – ποσότητας είναι πιο πιθανό να αγοράσουν δικαιώματα προαίρεσης και αντίστοιχα εταιρίες με θετική συσχέτιση τιμής – ποσότητας να πουλήσουν. Επειδή είμαστε σε θέση να ορίσουμε συγκεκριμένα ποιες εταιρίες θα έπρεπε να αγοράσουν και να πουλήσουν κυρτότητα, γνωρίζουμε επίσης και ποιες εταιρίες θα έπρεπε να αγοράσουν και να πουλήσουν δικαιώματα προαίρεσης σαν μέρος της στρατηγικής αντιστάθμισης.
- Εταιρίες με σχετικά υψηλό ποσοτικό κίνδυνο ή χαμηλό τιμολογιακό κίνδυνο και σημαντικά θετική ή αρνητική συσχέτιση τιμής – ποσότητας θα έπρεπε να αντισταθμίζουν περισσότερο με δικαιώματα προαίρεσης. Κατά συνέπεια, εταιρίες με περισσότερο σταθερή παραγωγή ποσότητας ή πωλήσεων θα έχουν διαφορετικές βέλτιστες πολιτικές αντιστάθμισης από εταιρίες με πιο μεταβλητές ποσότητες. Για παράδειγμα, αν υποθέσουμε αρνητική συσχέτιση τιμής – ποσότητας, ένας παραγωγός λαδιού για τον οποίο η παραγωγή είναι λιγότερο μεταβλητή, θα μπορούσε να αντισταθμίσει περισσότερο με ΠΣ από ότι ένας παραγωγός σιταριού, για τον οποίο η παραγωγή είναι περισσότερο μεταβλητή.
- Η βέλτιστη αντιστάθμιση για εταιρίες με μικρότερα περιθώρια συνεισφοράς (margins) θα είναι λιγότερο ευαίσθητη στη συσχέτιση τιμής – ποσότητας. Παρ' όλ' αυτά, δε θα έπρεπε να υπάρχει απευθείας σχέση μεταξύ του μεταβλητού κόστους και της κυρτότητας της αντιστάθμισης. Επίσης, προβλέπουμε ότι εταιρίες με υψηλά επίπεδα σταθερών επενδύσεων θα έπρεπε κατά μέσο όρο να αντισταθμίζουν τον τιμολογιακό κίνδυνο περισσότερο από εταιρίες με χαμηλά επίπεδα σταθερών επενδύσεων.
- Αν η ποσοτική παραγωγή γίνεται μελλοντικά όλο και λιγότερο βέβαιη, τότε οι εταιρικές αποφάσεις αντιστάθμισης θα εξαρτώνται από το χρόνο βεβαίωσης των εσόδων. Με εξαίρεση την περίπτωση που η συσχέτιση τιμής – ποσότητας είναι σημαντικά θετική, οι εταιρίες θα τείνουν να αντισταθμίζουν λιγότερο με ΠΣ όσο τα έσοδα μετατίθενται αργότερα στο

χρόνο. Αυτό γενικά είναι συνεπές με ευρήματα και δεδομένα ότι οι εταιρίες πρωταρχικά αντισταθμίζουν άμεσους μελλοντικούς κινδύνους. (βλ. [3])

### 4.3 Συμπεράσματα

Η βέλτιστη αντιστάθμιση για μία εταιρία μεγιστοποίησης αξίας είναι ουσιαστικά πολύ πιο πολύπλοκη διαδικασία από ότι δείχνουν προηγούμενες έρευνες. Δείξαμε, αναλύοντας ένα απλό μοντέλο μιας τέτοιας εταιρίας, ότι η απλή πώληση της αναμενόμενης παραγωγής forward σπάνια είναι η βέλτιστη στρατηγική διαχείρισης κινδύνων.

Στο μοντέλο μας:

- χρησιμοποιήσαμε μεγιστοποίηση αξίας αντί για ελάχιστη διακύμανση σαν στόχο της εταιρίας
- εκθέσαμε την εταιρία σε ποσοτικούς κινδύνους που δεν αντισταθμίζονται
- εξαπλώσαμε το σεν των διαθέσιμων συμβολαίων με τα οποία η εταιρία μπορεί να αντισταθμίσει για να συμπεριλάβουμε δικαιώματα προαίρεσης και προσαρμοσμένα παράγωγα και
- επιτρέψαμε στην τεχνολογία παραγωγής να πάρει μέρος στην απόφαση αντιστάθμισης

Εξαιτίας της υπερογκής έρευνας που έχει γίνει για τους λόγους αντιστάθμισης, δεν προτείνουμε μία ακόμα ερμηνεία, αντίθετα υποθέτουμε ότι οι εταιρίες θεωρούν κάποιες φυσικές καταστάσεις περισσότερο ή λιγότερο κοστοβόρες, εξαιτίας των ατελειών της αγοράς (π.χ. κόστος χρεοκοπίας, κόστος χρηματοδότησης κλπ.). Υποθέτουμε ότι το κόστος είναι μεγάλο για τους μετόχους της εταιρίας και ότι αυτό το κόστος συνοψίζεται με ακρίβεια ως συνάρτηση του εταιρικού κέρδους. Αυτό μας επιτρέπει να επικεντρωθούμε σε πιο πρακτικά ερωτήματα για τους τρόπους αντιστάθμισης.

Βρίσκουμε πολλούς παράγοντες που επηρεάζουν τη βέλτιστη αντιστάθμιση. Αυτοί περιλαμβάνουν τη μεταβλητότητα των τιμών των αγαθών, τη μεταβλητότητα της ποσότητας αυτών των αγαθών και τον πιο σημαντικό, τη συσχέτιση μεταξύ της τιμής και της ποσότητας. Στην πραγματικότητα, αν η εταιρία αγνοήσει τον αντίκτυπο της συσχέτισης τιμής – ποσότητας μπορεί να οδηγηθεί

στο να πουλήσει ΠΣ ενώ κανονικά θα έπρεπε να αγοράζει. Επίσης μεγάλης σημασίας είναι το κόστος παραγωγής (ή ισοδύναμα η λειτουργική μόχλευση). Η μορφή της συνάρτησης κόστους (ο θεμελιώδης λόγος για τον οποίο μία εταιρία αντισταθμίζει) είναι λιγότερο σημαντικός στον καθορισμό των ποιοτικών χαρακτηριστικών της βέλτιστης αντιστάθμισης.

Το μοντέλο μας καταλήγει σε συγκεκριμένα συμπεράσματα όσον αφορά τις μη – γραμμικές στρατηγικές αντιστάθμισης. Δείχνουμε ότι η κλίση του βέλτιστου exotic παραγωγού σε τιμή forward είναι ίση με το βέλτιστο αριθμό των ΠΣ που θα έπρεπε να αγοράσει η εταιρία. Όσο το επίπεδο τιμών αποκλίνει από την τιμή forward, το βέλτιστο exotic παράγωγο προσθέτει κυρτότητα στη γραμμική πληρωμή του ΠΣ για να κατασκευαστεί η συνάρτηση πληρωμής μεγιστοποίησης αξίας. Από τη στιγμή που μπορούμε να δημιουργήσουμε μία αναλυτική λύση για το τέλειο exotic παράγωγο, μπορούμε να απομονώσουμε ποιοι τύποι εταιρίας απαιτούν μη – γραμμική αντιστάθμιση.

Ανακαλύπτουμε ότι εταιρίες με αρνητική συσχέτιση τιμής – ποσότητας συχνά ωφελούνται σημαντικά από δικαιώματα προαίρεσης και exotic παράγωγα. Η μεταβλητότητα υψηλής ποσότητας ή η μεταβλητότητα μικρής τιμής μεγιστοποιεί αυτά τα πλεονεκτήματα. Εταιρίες με θετική συσχέτιση τιμής – ποσότητας θα έχουν μικρότερο κέρδος από μη – γραμμικές πληρωμές, και εταιρίες με αμελητέα συσχέτιση θα μπορούσαν επίσης να χρησιμοποιήσουν μόνο ΠΣ. Μπορούμε επίσης να συμπεράνουμε ότι εταιρίες με αρνητική συσχέτιση τιμής – ποσότητας γενικά ωφελούνται από την αγορά δικαιωμάτων προαίρεσης και εταιρίες με θετική συσχέτιση τυπικά ωφελούνται αντίστοιχα από την πώληση.

Τέλος, μένουμε με καινούρια αναπάντητα ερωτήματα. Η συγκεκριμένη υπόθεση που αναλύουμε λαμβάνει υπόψιν τα βασικά χαρακτηριστικά της εταιρίας: ένα μοναδικό προϊόν, εταιρία price – taking με γραμμική παραγωγή κόστους παίρνει μία απόφαση για αντιστάθμιση μιας περιόδου. Ένα πιο λεπτομερές μοντέλο της εταιρίας θα έπρεπε ρητά να περιλαμβάνει χρηματοοικονομικές αποφάσεις και αποτελέσματα της αντιστάθμισης στη δομή του κεφαλαίου. Επίσης, θα μπορούσε να μας πληροφορεί ώστε να ανακαλύψουμε πώς οι εμπειρικές κατανομές αλλάζουν τη βέλτιστη επιλογή της εταιρίας για το εργαλείο αντιστάθμισης, από τη στιγμή που αυτές οι κατανομές τυπικά έχουν μεγαλύτερες στιγμές που αποκλίνουν σημαντικά από τις κανονικές και λογαριθμοκανονικές κατανομές που αναλύονται σε αυτήν την εργασία. Αφήνουμε αυτά τα ερωτήματα σε μελλοντικές έρευνες.

## Βιβλιογραφία

- [1] Adler, M., J. Detemple, 1988, "On the Optimal Hedge of a Nontraded Cash Position", *Journal of Finance*, Vol. 43, pp. 143-153
- [2] Aretz K., S. M.Bartram, G. Dufey, 2007 "Why hedge? Rationales for corporate hedging and value implications", *The Journal of Risk Finance*, Vol. 8, pp. 434-449
- [3] Bodnar, G., G. Hyat, R. Marston, 1998, "1998 Wharton Survey of Financial Risk Management by US Non-Financial Firms", Vol. 27, pp. 70-91
- [4] Brennan, M., R. Solanski, 1981, "Optimal Portfolio Insurance", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, Vol. 16, pp. 279-300
- [5] Brown G., K. Bjerre Toft, 2002, "How Firms Should Hedge", *The Review of Financial Studies*, Vol.15, pp. 1283-1324
- [6] Brown, G., Z. Khokher, 2001, "Corporate Hedging, Market Imperfections and Speculative Motives", working paper, University of North Carolina at Chapel Hill
- [7] Carr, P., X. Jin, D. Madan, 2001, "Optimal Investment in Derivative Securities", *Finance and Stochastics*, Vol. 5, pp. 33-59
- [8] Cuoco, D., 1997, "Optimal Consumption and Equilibrium Prices with Portfolio Constraints and Stochastic Income", *Journal of Economic Theory*, Vol. 72, pp. 33-73
- [9] Duffie, D., W. Fleming, H. M. Soner, T. Zariphopoulou, 1997, "Hedging in Incomplete Markets with HARA Utility", *Journal of Economic Dynamics and Control*, Vol. 21, pp. 753-782
- [10] Duffie, D., H. Richardson, 1991, "Mean – Variance Hedging in Continuous Time", *Annals of Applied Probability*, Vol. 1, pp. 1-15

- [11] Duffie, D., T. Zariphopoulou, 1993, "Optimal Investment with Undiversifiable Income Risk", *Mathematical Finance*, Vol. 3, pp. 135-148
- [12] Froot, K., D. Scharfstein, J. Stein, 1993, "Risk Management: Coordinating Corporate Investment and Financing Policies", Vol. 48, pp. 1629-1658
- [13] Froot, K., J. Stein, 1998, "Risk Management, Capital Budgeting and Capital Structure Policy for Financial Institutions: An Integrated Approach", *Journal of Financial Economics*, Vol. 47, pp. 55-82
- [14] Graham, J., C. Smith Jr., 1999, "Tax Incentives to Hedge", *Journal of Finance*, Vol. 54, pp. 2241-2262
- [15] He, H., H. Pagès, 1993, "Labor Income, Borrowing Constraints, and Equilibrium Asset Prices", *Economic Theory*, Vol. 3, pp. 663-696
- [16] Hentschel, L., S.P. Kothari, 2001, "Are Corporations Reducing or Taking Risks with Derivatives?", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, Vol. 36, pp. 93-118
- [17] Hull, J., 2012, "Options, Futures and Other Derivatives", 8th Edition, Prentice Hall
- [18] Lapan, H., G. Moschini, S. Hanson, 1991, "Production, Hedging, and Speculative Decisions with Options and Futures Markets", *American Journal of Agricultural Economics*, Vol. 73, pp. 66-74
- [19] Mello, A., J. Parsons, 2000, "Hedging and Liquidity", *Review of Financial Studies*, Vol. 13, pp. 127-153
- [20] Moschini, G. H. Lapan, 1995, "The Hedging Role of Options and Futures Under Joint Price, Basis, and Production Risk", *International Economic Review*, Vol. 36, pp. 1025-1049
- [21] Myers, S., 1977, "Determinants of Corporate Borrowing", *Journal of Financial Economics*, Vol. 5, pp. 147-175
- [22] Nance D., C. Smith, C. Smithson, 1993, "On the Determinants of Corporate Hedging", *Journal of Finance*, Vol. 48, pp. 267-284
- [23] Rolfo, J., 1980, "Optimal Hedging Under Price and Quantity Uncertainty: The Case of a Cocoa Producer", *Journal of Political Economy*, Vol. 88, pp. 100-116

- [24] Ross S., 2007, «Στοιχειώδης εισαγωγή στα Χρηματοοικονομικά Μαθηματικά, Δικαιώματα και άλλα θέματα», Εκδόσεις Πανεπιστημίου Μακεδονίας
- [25] Shapiro, A., S. Titman, 1986, “An Integrated Approach to Corporate Risk Management”, in J. Stern and D. Chew, *The Revolution in Corporate Finance*, Basil Blackwell, Oxford
- [26] Siegel, D. R., D. F. Siegel, 1988, *Futures Markets*, Dryden Press, Orlando, FL
- [27] Smith C., R. Stulz, 1985, “The Determinants of Firms’ Hedging Policies”, *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, Vol. 20, pp. 391-402
- [28] Stulz, R., 1984, “Optimal Hedging Policies”, *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, Vol. 19, pp. 127-140
- [29] Stulz R., 1996, “Rethinking Risk Management”, *Journal of Applied Corporate Finance*, Vol. 9, pp. 8-24
- [30] Svensson, L., I. Werner, 1993, “Nontraded Assets in Incomplete Markets: Pricing and Portfolio Choice”, *European Economic Review*, Vol. 37, pp. 1149-1168
- [31] Tufano, P., 1996, “Who Manages Risk? An Empirical Examination of Risk Management Practices in the Gold Mining Industry”, *Journal of Finance*, Vol. 51, pp. 1097-1137
- [32] Αναστασοπούλου Λίνα, Σημειώσεις Μαθήματος «Στρατηγικές Διοικητικής Κινδύνων»
- [33] Γκλεζάκος Μιχαήλ, Σημειώσεις Μαθήματος «Παράγωγα Χρηματοοικονομικά Προϊόντα»
- [34] Κούτρας Μάρκος, 2004, «Εισαγωγή στις Πιθανότητες, Θεωρία και Εφαρμογές, Μέρος II», Εκδόσεις Σταμούλη
- [35] Μαχαιράς Ν.Δ., «Σημειώσεις Στοχαστικής Ανάλυσης»
- [36] Μπούτσικας Μιχαήλ, Σημειώσεις Μαθήματος «Παράγωγα Χρηματοοικονομικά Προϊόντα, Εισαγωγή στη στοχαστική χρηματοοικονομική ανάλυση»
- [37] Τολίκας Κωνσταντίνος, Σημειώσεις Μαθήματος «Λειτουργικοί Κίνδυνοι και Κίνδυνοι Αγοράς»



- [38] Σεβρόγλου Βασίλειος, Σημειώσεις Μαθήματος «Οικονομικά Μαθηματικά»
- [39] Χατζηβασίλογλου Ιωάννης, Σημειώσεις Μαθήματος «Αρχές Διοικητικής Κινδύνου»
- [40] [businessdictionary.com](http://businessdictionary.com)
- [41] [en.wikipedia.org](http://en.wikipedia.org)
- [42] [euretirio.com](http://euretirio.com)
- [43] [investopedia.com](http://investopedia.com)
- [44] [lexicon.ft.com](http://lexicon.ft.com)
- [45] [mnmeconomics.wordpress.com](http://mnmeconomics.wordpress.com)
- [46] [montana.edu](http://montana.edu)
- [47] [nasdaq.com](http://nasdaq.com)
- [48] [theoptionsguide.com](http://theoptionsguide.com)