



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ

Τμήμα Διδακτικής της Τεχνολογίας & Ψηφιακών Συστημάτων

**Τεχνικές και Αλγόριθμοι Επεξεργασίας Σήματος
για τη Μείωση της Πολυπλοκότητας του Υλικού
σε Ασύρματα Συστήματα Επικοινωνιών
Πολλαπλών Εισόδων - Πολλαπλών Εξόδων**

ΔΙΔΑΚΤΟΡΙΚΗ ΔΙΑΤΡΙΒΗ

του

ΠΑΝΑΓΙΩΤΗ-ΘΕΟΦΙΛΟΥ Ν. ΘΕΟΦΙΛΑΚΟΥ

Διπλωματούχου Ηλεκτρολόγου Μηχανικού &
Μηχανικού Υπολογιστών Ε.Μ.Π.

Πειραιάς, Ιούνιος 2009



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ

ΤΜΗΜΑ ΔΙΔΑΚΤΙΚΗΣ ΤΗΣ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ &
ΨΗΦΙΑΚΩΝ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ

**Τεχνικές και Αλγόριθμοι Επεξεργασίας Σήματος για τη
Μείωση της Πολυπλοκότητας του Υλικού σε Ασύρματα
Συστήματα Επικοινωνιών Πολλαπλών Εισόδων -
Πολλαπλών Εξόδων**

ΔΙΔΑΚΤΟΡΙΚΗ ΔΙΑΤΡΙΒΗ

ΤΟΥ

ΠΑΝΑΓΙΩΤΗ-ΘΕΟΦΙΛΟΥ Ν. ΘΕΟΦΙΛΑΚΟΥ

Διπλωματούχου Ηλεκτρολόγου Μηχανικού &
Μηχανικού Υπολογιστών Ε.Μ.Π.

Συμβουλευτική Επιτροπή: Αθανάσιος Γ. Κανάτας
Γεώργιος Ευθύμογλου
Φίλιππος Κωνσταντίνου

Εγκρίθηκε από την επταμελή εξεταστική επιτροπή την 30^η Ιουνίου 2009.

.....
Α. Γ. Κανάτας

Αναπλ. Καθηγητής
Παν/μίου Πειραιώς

.....
Γ. Ευθύμογλου

Επικ. Καθηγητής
Παν/μίου Πειραιώς

.....
Φ. Κωνσταντίνου

Καθηγητής Ε.Μ.Π.

.....
Π. Δεμέστιχας

Αναπλ. Καθηγητής
Παν/μίου Πειραιώς

.....
Σ. Κάτσικας

Καθηγητής
Παν/μίου Πειραιώς

.....
Α. Ρούσκας

Επικ. Καθηγητής
Παν/μίου Αιγαίου

.....
Π. Κωττής

Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Πειραιάς, Ιούνιος 2009

...

ΠΑΝΑΓΙΩΤΗΣ-ΘΕΟΦΙΛΟΣ Ν. ΘΕΟΦΙΛΑΚΟΣ

Ηλεκτρολόγος Μηχανικός & Μηχανικός Υπολογιστών,
Διδάκτωρ Πανεπιστημίου Πειραιώς

Copyright© 2009 - Παναγιώτης-Θεόφιλος Ν. Θεοφιλάκος

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τον συγγραφέα. Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν τον συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις του Πανεπιστημίου Πειραιώς.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΡΔΑ

στην οικογένειά μου

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Η εκπόνηση της διδακτορικής διατριβής αποδείχτηκε μια δύσκολη και επίπονη διαδικασία, η οποία απαιτούσε όχι μόνο κόπο και χρόνο, αλλά και ψυχική δύναμη. Από την άλλη πλευρά, μου δόθηκε η ευκαιρία να αποκτήσω αξιόλογες γνώσεις στον κλάδο των ασύρματων και κινητών επικοινωνιών, να κάνω τα πρώτα μου επαγγελματικά βήματα ως συνεργάτης σε ερευνητικά προγράμματα, να γνωρίσω πολλούς αξιόλογους ανθρώπους και να αποκτήσω σημαντικές εμπειρίες ζωής. Όλα αυτά δεν θα είχαν πραγματοποιηθεί χωρίς την ουσιαστική συμβολή και στήριξη ορισμένων ανθρώπων, τους οποίους αισθάνομαι την ανάγκη να ευχαριστήσω.

Ξεκινώ από τον επιβλέποντά μου κ. Θανάση Κανάτα, αναπληρωτή καθηγητή του Πανεπιστημίου Πειραιώς, όχι μόνο επειδή θα ήταν αδύνατη η ολοκλήρωση της διδακτορικής μου διατριβής χωρίς την αδιάκοπη στήριξή του, αλλά και επειδή αισθάνομαι ότι μου στάθηκε και σαν φίλος. Πιστεύω ότι αποτελεί ένα υπόδειγμα ακαδημαϊκού δασκάλου που δυστυχώς σπανίζει στα ελληνικά πανεπιστήμια. Τον ευχαριστώ ολόψυχα για όλα όσα μου προσέφερε όλα αυτά τα χρόνια και του εύχομαι καλή συνέχεια και προσωπική ευτυχία.

Κατόπιν θα ήθελα να ευχαριστήσω τον κ. Γιώργο Ευθύμογλου, επίκουρο καθηγητή του Πανεπιστημίου Πειραιώς και μέλος της συμβουλευτικής μου επιτροπής, διότι με τη συνεργασία του συνέβαλε στην ολοκλήρωση ενός σημαντικού μέρους της ερευνητικής μου προσπάθειας.

Είχα την τύχη να μοιραστώ τις αμέτρητες ώρες που πέρασα στο Πανεπιστήμιο με αξιόλογους συναδέλφους και φίλους, με τους οποίους συνεργάστηκα σε διάφορες εκπαιδευτικές και ερευνητικές δραστηριότητες του εργαστηρίου μας. Ήμασταν παρέα στα δύσκολα λοιπόν με τους Κώστα Κυρίτση, Γιώργο Μπράβο, Βλάση Μπαρούση, Μάνο Μιχαηλίδη και Χρήστο Σπηλιωτόπουλο και τους ευχαριστώ γι' αυτό. Τους εύχομαι ταχεία ολοκλήρωση της διδακτορικής τους διατριβής (σε όσους δεν την έχουν ολοκληρώσει) και καλή σταδιοδρομία.

Δεν παραλείπω να ευχαριστήσω ιδιαίτερα τους διάφορους φοιτητές του τμήματός μας που είχα την χαρά να γνωρίσω κατά τη διάρκεια εκπόνησης της διδακτορικής

μου διατριβής. Μέσα από αυτές τις συναναστροφές, προέκυψαν πολλές χαρούμενες στιγμές και νέες φιλίες, οι οποίες μου έδωσαν δύναμη για να συνεχίσω την προσπάθειά μου.

Εκτός από τους νέους φίλους, οφείλω ευγνωμοσύνη στους παλιούς καλούς φίλους για τη συνεχή και υπομονετική στήριξή τους όλα αυτά τα χρόνια. Τους ευχαριστώ από καρδιάς.

Τέλος, ευχαριστώ την οικογένειά μου, τον πατέρα μου Νίκο, τη μητέρα μου Βασιλική και τον αδερφό μου Δημήτρη για την παντοτινή τους αγάπη και την αδιάκοπη στήριξη. Σαν ελάχιστη ένδειξη ευγνωμοσύνης και αγάπης, τους αφιερώνω το πιο ξεχωριστό μου επίτευγμα, τη διδακτορική μου διατριβή.

Παναγιώτης Θεόφιλος Ν. Θεοφιλάκος

Πειραιάς, Ιούνιος 2009

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η διδακτορική διατριβή πραγματεύεται την ανάπτυξη και αξιολόγηση τεχνικών επεξεργασίας σήματος για την επίτευξη της μείωσης της πολυπλοκότητας του υλικού στα ασύρματα συστήματα επικοινωνιών πολλαπλών εισόδων - πολλαπλών εξόδων (MIMO). Παρά το γεγονός ότι τα συστήματα MIMO μπορούν να προσφέρουν δραματική βελτίωση της αξιοπιστίας της ζεύξης και της φασματικής απόδοσης, δεν έχουν τύχει ευρείας πρακτικής εφαρμογής, λόγω (μεταξύ των άλλων) της υψηλής πολυπλοκότητας του υλικού των πομποδεκτών, η οποία οφείλεται στην ανάγκη χρήσης πολλαπλών αλυσίδων RF. Τα ερευνητικά αποτελέσματα της διατριβής στρέφονται γύρω από δυο άξονες:

Αφενός, ακολουθώντας τη μέθοδο των ροπογεννήτριων συναρτήσεων, αναπτύσσονται θεωρητικές εκφράσεις κλειστού τύπου που οδηγούν στον υπολογισμό της πιθανότητας σφάλματος του συνδυασμού μεγίστου λόγου με υβριδική επιλογή (HS/-MRC), όταν οι διαλείψεις του διαύλου ακολουθούν την κατανομή \mathcal{K} . Η εν λόγω κατανομή προσεγγίζει τη Rayleigh-λογαριθμοκανονική, η οποία μοντελοποιεί από κοινού τα φαινόμενα των διαλείψεων μικρής κλίμακας και σκίασης και έχει πρακτική αξία σε συστήματα επίγειων και δορυφορικών κινητών επικοινωνιών.

Αφετέρου, αναπτύσσεται και αξιολογείται μια καινοτόμος τεχνική μείωσης της πολυπλοκότητας του υλικού, η δημιουργία υποστοιχειοκεραιών (antenna subarray formation), σύμφωνα με την οποία, σε κάθε αλυσίδα RF οδηγείται ένας γραμμικός συνδυασμός των αποκρίσεων ενός διαφορετικού υποσυνόλου των διαθέσιμων κεραιοστοιχείων. Με τον τρόπο αυτό, αυξάνεται δραματικά η επίδοση σε σχέση με τη συμβατική τεχνική της επιλογής κεραιοστοιχείων και μπορεί να γίνει συγκρίσιμη με την επίδοση του αντίστοιχου συστήματος πλήρους πολυπλοκότητας. Για την παραγωγή των γραμμικών συνδυασμών, αποδεικνύεται ότι αρκούν οι στροφείς φάσης για την επίτευξη υψηλής επίδοσης. Αναπτύσσονται νέοι, αναλυτικοί αλγόριθμοι δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών, οι οποίοι στοχεύουν στη μεγιστοποίηση της χωρητικότητας, είτε με βάση την ακριβή γνώση του διαύλου στο δέκτη, είτε με βάση τα στατιστικά χαρακτηριστικά του. Η επίδοση των προτεινόμενων αλγορίθμων καθώς και οι παράγοντες του συστήματος που την επηρεάζουν εξετάζονται διεξοδικά. Με-

ταξύ των άλλων, εξετάζεται και η ευρωστία της προτεινόμενης τεχνικής παρουσία μη ιδανικοτήτων που εμφανίζονται στην πράξη. Τέλος, διερευνώντας τις δυνατότητες της νέας τεχνικής, προτείνονται θεωρητικά άνω φράγματα της εργοδικής χωρητικότητας σε περιβάλλον πλήρους σκέδασης.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΡΑΙΑ

ABSTRACT

This doctoral dissertation deals with the development and evaluation of signal processing techniques for reducing the hardware complexity of MIMO systems. Despite their potential of dramatic improvements in terms of link reliability and spectral efficiency, the practical application of MIMO systems has been limited, mainly due to the increased manufacture cost and energy consumption of the RF chains. The research results of the dissertation are presented in two parts:

In the first part, the performance analysis of HS/MRC receivers operating over independent and identically distributed (i.i.d.) \mathcal{K} fading channels is evaluated through a moments generating function based approach. The \mathcal{K} distribution is known to accurately approximate the Rayleigh-lognormal distribution, which is commonly used to model fading over terrestrial mobile or land mobile satellite environments.

In the second part, antenna subarray formation, a novel RF preprocessing technique for reducing the hardware complexity of MIMO systems, is developed and explored. With this method, each RF chain is allocated to a combined and complex-weighted response of a subset of antenna elements. Therefore, the performance is dramatically improved with respect to conventional antenna selection and can even approach the performance of the full-complexity system. Novel, analytical, antenna subarray formation algorithms based on either instantaneous channel state information or long-term channel statistics, are introduced. The capacity performance of the proposed algorithms, as well as the system parameters effecting it, are thoroughly examined. Furthermore, the impact of hardware and signal processing non-idealities on the performance is examined. Finally, tight theoretical upper-bounds on the ergodic capacity of the proposed technique in rich scattering environments are derived.

Περιεχόμενα

1	Εισαγωγή	1
1.1	Ερευνητικό αντικείμενο της διατριβής	1
1.2	Καινοτομικά στοιχεία της διατριβής	3
1.3	Δομή της διατριβής	4
2	Συστήματα ασύρματων επικοινωνιών MIMO	11
2.1	Σχέσεις εισόδων - εξόδων στα συστήματα πολλαπλών κεραιοστοιχείων ..	13
2.1.1	Συστήματα SISO	13
2.1.2	Συστήματα SIMO	16
2.1.3	Συστήματα MISO	16
2.1.4	Σύστημα MIMO	18
2.2	Οφέλη από την χρήση πολλαπλών κεραιών	19
2.2.1	Κέρδος συστοιχίας	19
2.2.2	Κέρδος χωρικού διαφορισμού	20
2.2.3	Κέρδος κωδικοποίησης	21
2.2.4	Κέρδος χωρικής πολυπλεξίας	22
2.3	Χωρητικότητα διαύλων MIMO	24
2.3.1	Χωρητικότητα στατικών διαύλων	25
2.3.1.1	Τέλεια γνώση του διαύλου στον πομπό	26
2.3.1.2	Μη διαθέσιμη γνώση του διαύλου στον πομπό	26
2.3.2	Χωρητικότητα εργοδικών διαύλων	27
2.3.2.1	Τέλεια γνώση του διαύλου στον πομπό	28
2.3.2.2	Μη διαθέσιμη γνώση του διαύλου στον πομπό	28
2.3.3	Σύνδεση της χωρητικότητας με τα κέρδη διαφορισμού, συστοιχίας και χωρικής πολυπλεξίας	29
2.3.3.1	Στατιστικός χαρακτηρισμός της χωρητικότητας	29
2.3.3.2	Κέρδος διαφορισμού ανά ροή δεδομένων	30
2.3.3.3	Σχέση κέρδους χωρικής πολυπλεξίας - διαφορισμού	31
2.4	Αρχιτεκτονική συστημάτων MIMO	35

2.5	Τεχνικές χωρικού διαφορισμού	37
2.5.1	Για συστήματα SIMO: Τεχνικές διαφορικής λήψης.....	37
2.5.2	Τέλεια γνώση του διαύλου στον πομπό.....	40
2.5.2.1	Για συστήματα MISO	40
2.5.2.2	Για συστήματα MIMO	41
2.5.3	Μη διαθέσιμη γνώση του διαύλου στον πομπό.....	42
2.5.3.1	Πλεγματικοί κώδικες χώρου-χρόνου STTC	43
2.5.3.2	Κώδικες συστάδας χώρου-χρόνου STBC	46
2.6	Συστήματα χωρικής πολυπλεξίας	49
2.6.1	Μετάδοση δεδομένων	49
2.6.2	Διατάξεις δεκτών για συστήματα χωρικής πολυπλεξίας	51
2.6.2.1	Ανίχνευση μεγίστης πιθανοφάνειας	51
2.6.2.2	Γραμμικοί δέκτες	52
2.6.2.3	Δέκτης διαδοχικής ακύρωσης παρεμβολών	53
3	Τεχνικές μείωσης της πολυπλοκότητας του υλικού	55
3.1	Αναγκαιότητα της μείωσης της πολυπλοκότητας του υλικού	56
3.2	Κατηγοριοποίηση υπάρχουσών τεχνικών μείωσης της πολυπλοκότητας του υλικού	57
3.3	Η τεχνική της επιλογής κεραιοστοιχείων.....	58
3.3.1	Περιγραφή συστήματος και μαθηματική μοντελοποίηση	59
3.3.2	Κατηγοριοποίηση των αλγορίθμων επιλογής κεραιοστοιχείων	62
3.3.3	Επιλογή κεραιοστοιχείων βασισμένη στη στιγμιαία εκτίμηση του διαύλου για συστήματα διαφορισμού	65
3.3.3.1	Τάξη διαφορισμού	67
3.3.3.2	Αλγόριθμος επιλογής.....	69
3.3.4	Επιλογή κεραιοστοιχείων βασισμένη στη στιγμιαία εκτίμηση του διαύλου για συστήματα χωρικής πολυπλεξίας με στόχο τη μεγιστοποίηση της χωρητικότητας	70
3.3.4.1	Τάξη διαφορισμού του συστήματος με επιλογή κεραιοστοιχείων στο δέκτη	74
3.3.4.2	Αλγόριθμος βασισμένος στη μέγιστη νόρμα (NBS)	76
3.3.4.3	Αλγόριθμος Gorokhov.....	77
3.3.4.4	Αλγόριθμος Gharavi-Alkhansari	80
3.3.4.5	Αλγόριθμοι βασισμένοι στη συσχέτιση των γραμμών ή στηλών του πίνακα μεταφοράς του διαύλου	86

3.3.5	Επιλογή κεραιοστοιχείων βασισμένη στη στιγμιαία εκτίμηση του διαύλου για συστήματα χωρικής πολυπλεξίας με στόχο την ελαχιστοποίηση της πιθανότητας σφάλματος	88
3.3.5.1	Τάξη διαφορισμού του συστήματος με επιλογή κεραιοστοιχείων στον πομπό	89
3.3.5.2	Αλγόριθμος επιλογής σε δέκτες μεγίστης πιθανοφάνειας	90
3.3.5.3	Αλγόριθμοι επιλογής σε γραμμικούς δέκτες	91
3.3.6	Επιλογή κεραιοστοιχείων βασισμένη στα στατιστικά χαρακτηριστικά του διαύλου	92
3.3.6.1	Αλγόριθμος για την ελαχιστοποίηση της πιθανότητας σφάλματος σε συστήματα με κωδικοποίηση OSTBC	93
3.3.6.2	Αλγόριθμοι για τη μεγιστοποίηση της χωρητικότητας σε συστήματα χωρικής πολυπλεξίας	94
3.3.6.3	Αλγόριθμοι για την ελαχιστοποίηση της πιθανότητας σφάλματος σε συστήματα χωρικής πολυπλεξίας	96
3.3.7	Ζητήματα πρακτικής εφαρμογής της επιλογής κεραιοστοιχείων ..	97
3.3.7.1	Δίαυλος διαλείψεων επιλεκτικών ως προς τη συχνότητα .	97
3.3.7.2	Εκτίμηση του διαύλου	98
3.3.7.3	Ανισοσταθμία αλυσίδων RF	99
3.3.7.4	Αμοιβαία σύζευξη των κεραιοστοιχείων	100
3.4	Η προεπεξεργασία στο πεδίο των ραδιοσυχνοτήτων	100
3.4.1	Η τεχνική «στροφή φάσης και επιλογή» (PSS)	101
3.4.1.1	Η τεχνική PSS βασισμένη στη στιγμιαία εκτίμηση του διαύλου (TV-PSS)	104
3.4.1.2	Η τεχνική PSS βασισμένη στα στατιστικά χαρακτηριστικά του διαύλου (TI-PSS)	105
3.4.2	Ομαδοποίηση κεραιοστοιχείων στον πομπό	106
4	Επίδοση της τεχνικής του γενικευμένου συνδυασμού επιλογής	109
4.1	Ο γενικευμένος συνδυασμός επιλογής (GSC)	110
4.1.1	Συνδυασμός μεγίστου λόγου με υβριδική επιλογή (HS/MRC)....	112
4.1.2	Συνδυασμός ίσου κέρδους με υβριδική επιλογή (HS/EGC)	112
4.2	Υπολογισμός πιθανότητας σφάλματος της τεχνικής HS/MRC με την χρήση ροπογεννήτριων συναρτήσεων	113
4.2.1	Υπάρχουσες προσεγγίσεις για τον υπολογισμό της πιθανότητας σφάλματος	114

4.2.2	Υπολογισμός της ροπογεννήτριας συνάρτησης του ενεργού σηματοθορυβικού λόγου με την χρήση της αποκομμένης ροπογεννήτριας συνάρτησης	115
4.2.3	Υπολογισμός των στατιστικών χαρακτηριστικών του ενεργού σηματοθορυβικού λόγου	118
4.2.4	Υπολογισμός της μέσης πιθανότητας σφάλματος συμβόλου	120
4.3	Επίδοση της τεχνικής HS/MRC σε διαύλους \mathcal{K} -διαλείψεων	122
4.3.1	Δίαυλοι \mathcal{K} -διαλείψεων	122
4.3.1.1	Στατιστικά χαρακτηριστικά της κατανομής \mathcal{K}	123
4.3.1.2	Σύνδεση της κατανομής \mathcal{K} με την Rayleigh-λογαριθμοκανονική κατανομή	124
4.3.2	Υπολογισμός της περιθώριας ροπογεννήτριας συνάρτησης	125
4.3.2.1	Η παράμετρος διαλείψεων ισούται με έναν ακέραιο συν $1/2$	125
4.3.2.2	Η παράμετρος διαλείψεων ισούται με $1/2$	127
4.3.3	Ενδεικτικά αποτελέσματα	127
5	Η τεχνική της δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών	133
5.1	Εισαγωγή	133
5.2	Περιγραφή του συστήματος και υποθέσεις εργασίας	134
5.3	Μαθηματική μοντελοποίηση της τεχνικής της δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών στο δέκτη	136
5.4	Παραλλαγές της τεχνικής της δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών	139
5.4.1	Αυστηρά δομημένη δημιουργία υποστοιχειοκεραιών (SS-ASF) ...	139
5.4.2	Χαλαρά δομημένη δημιουργία υποστοιχειοκεραιών (RS-ASF) ...	139
5.4.3	Ισορροπημένη δημιουργία υποστοιχειοκεραιών (EB-ASF)	140
5.4.4	Δημιουργία υποστοιχειοκεραιών με μειωμένη πολυπλοκότητα υλικού (RHC-ASF)	141
5.5	Χωρητικότητα της τεχνικής της δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών	141
5.5.1	Υπολογισμός της χωρητικότητας	142
5.5.1.1	Ντετερμινιστική χωρητικότητα	142
5.5.1.2	Εργοδική χωρητικότητα	143
5.5.1.3	Χωρητικότητα με πιθανότητα προσωρινής διακοπής	144
5.5.2	Υπολογισμός της χωρητικότητας για SS-ASF και RHC-SS-ASF ..	144
5.6	Θεωρητικό άνω φράγμα της εργοδικής χωρητικότητας	145
5.7	Απαιτούμενες μικροηλεκτρονικές κατασκευές	151

6	Αλγόριθμοι δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών	153
6.1	Αλγόριθμοι μεγιστοποίησης της χωρητικότητας, βασισμένοι στη στιγμιαία εκτίμηση του διαύλου	154
6.1.1	Διερεύνηση του προβλήματος και παραδοχές	154
6.1.1.1	Διερεύνηση πιθανών προσεγγίσεων	154
6.1.1.2	Προτεινόμενη προσέγγιση για RS-ASF, EB-ASF και SS-ASF	156
6.1.1.3	Προτεινόμενη προσέγγιση για RHC-ASF	159
6.1.2	Αλγόριθμος βασισμένος στην απώλεια της χωρητικότητας	160
6.1.3	Αλγόριθμος βασισμένος στην Frobenius νόρμα	162
6.1.4	Αλγόριθμος βασισμένος στην ελαχιστοποίηση του τετραγωνικού σφάλματος του πίνακα μετασχηματισμού	167
6.1.4.1	Ισοδυναμία με τον αλγόριθμο βασισμένο στην απώλεια της χωρητικότητας	170
6.1.4.2	Διαισθητική ερμηνεία των παραλλαγών της τεχνικής με τη βοήθεια του αλγόριθμου MSEB	172
6.1.5	Αλγόριθμος εξαντλητικής αναζήτησης	175
6.2	Αλγόριθμοι δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών για τη μεγιστοποίηση της χωρητικότητας, βασισμένοι στα στατιστικά χαρακτηριστικά του διαύλου	175
6.2.1	Διερεύνηση του προβλήματος και παραδοχές	178
6.2.1.1	Υποθέσεις εργασίας	179
6.2.1.2	Προτεινόμενη προσέγγιση	180
6.2.2	Αλγόριθμος βασισμένος στα στατιστικά χαρακτηριστικά του διαύλου (CSB)	182
7	Επίδοση της τεχνικής της δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών	187
7.1	Παραδοχές	187
7.2	Επίδοση των αλγορίθμων βασισμένων στη στιγμιαία εκτίμηση του διαύλου	192
7.2.1	Σύγκριση των αλγορίθμων	192
7.2.2	Σύγκριση ανάμεσα στις διάφορες παραλλαγές της τεχνικής	199
7.2.3	Κέρδος διαφορισμού της δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών	203
7.2.4	Επίδραση του αριθμού των ενισχυτών χαμηλού θορύβου ή/και των στροφών φάσης	204
7.2.5	Επίδραση του αριθμού των κεραιοστοιχείων του δέκτη	208
7.2.6	Επίδραση της συσχέτισης του διαύλου	208

7.2.7 Σύγκριση με υπάρχουσες τεχνικές μείωσης της πολυπλοκότητας του υλικού	210
7.2.7.1 Σύγκριση με την επιλογή κεραιοστοιχείων	210
7.2.7.2 Σύγκριση με τη «στροφή φάσης και επιλογή»	216
7.2.8 Σύγκριση με το σύστημα πλήρους πολυπλοκότητας	217
7.3 Επίδοση αλγόριθμου βασισμένου στα στατιστικά χαρακτηριστικά του διαύλου	217
7.3.1 Σύγκριση των παραλλαγών της τεχνικής	219
7.3.2 Επίδραση του αριθμού των ενισχυτών χαμηλού θορύβου ή/και στροφέων φάσης	221
7.3.3 Επίδραση του αριθμού των κεραιοστοιχείων του δέκτη	222
7.3.4 Επίδραση της χωρικής συσχέτισης του διαύλου	222
7.3.5 Σύγκριση με υπάρχουσες τεχνικές μείωσης της πολυπλοκότητας του υλικού	223
7.3.5.1 Σύγκριση με την επιλογή κεραιοστοιχείων	226
7.3.5.2 Σύγκριση με την τεχνική «στροφή φάσης και επιλογή» ..	226
7.4 Επιπτώσεις διαφόρων σφαλμάτων και μη ιδανικών συμπεριφορών του εξοπλισμού στην επίδοση της τεχνικής	227
7.4.1 Μοντελοποίηση σφαλμάτων	227
7.4.1.1 Σφάλματα εκτίμησης διαύλου	227
7.4.1.2 Μη ιδανική συμπεριφορά των στροφέων φάσης	228
7.4.2 Ενδεικτικά αποτελέσματα	228
7.5 Σύνοψη συμπερασμάτων	234
8 Συμπεράσματα	239
8.1 Σύνοψη	239
8.2 Συμπεράσματα	240
8.3 Προτάσεις για μελλοντική έρευνα	243
Βιβλιογραφία	247
Κατάλογος Δημοσιεύσεων του συγγραφέα	261
Βιογραφικό Σημείωμα	263

Κατάλογος Σχημάτων

2.1 Σύστημα SISO	14
2.2 Σύστημα SIMO	17
2.3 Σύστημα MISO	18
2.4 Σύστημα MIMO	19
2.5 Επίδραση των κερδών διαφορισμού, κωδικοποίησης και συστοιχίας στην καμπύλη της μέσης πιθανότητας σφάλματος ως προς το μέσο σηματοθορυβικό λόγο (λογαριθμικό διάγραμμα)	21
2.6 Εφαρμογή μετασχηματισμού ιδιόμορφων τιμών σε δίαυλο MIMO.	22
2.7 Ανάλυση συστήματος MIMO σε παράλληλους και ανεξάρτητους διαύλους.	23
2.8 Σε περιβάλλον πλήρους σκέδασης, τα συστήματα MIMO επιτυγχάνουν κέρδος χωρικής πολυπλεξίας με το διαχωρισμό των χωρικών υπογραφών σήματος.	24
2.9 Επίδραση των κερδών διαφορισμού, χωρικής πολυπλεξίας και συστοιχίας στην καμπύλη της συμπληρωματικής αθροιστικής συνάρτησης κατανομής (ecdf) της χωρητικότητας.	31
2.10 Μεταβολή της εργοδικής χωρητικότητας ως προς τον αριθμό των κεραιοστοιχείων	33
2.11 Επίδειξη των κερδών διαφορισμού και συστοιχίας στην καμπύλη της συμπληρωματικής αθροιστικής συνάρτησης κατανομής της χωρητικότητας	33
2.12 Σχέση κέρδους χωρικής πολυπλεξίας και διαφορισμού ανά ροή δεδομένων	34
2.13 Δομικό διάγραμμα χωρο-χρονικού συστήματος ασυρμάτων επικοινωνιών	35
2.14 Γενική αρχή λειτουργίας των τεχνικών διαφορικής λήψης για την επίτευξη χωρικού διαφορισμού δέκτη.	38
2.15 Αναπαράσταση πλέγματος κωδίκων STTC.	45
2.16 Παράδειγμα κωδικοποίησης STTC με τη βοήθεια της αναπαράστασης πλέγματος.	45

2.17 Οριζόντια και κάθετη κωδικοποίηση σε συστήματα χωρικής πολυπλεξίας.....	50
2.18 Διαγώνια κωδικοποίηση για συστήματα χωρικής πολυπλεξίας.	51
2.19 Γενική αρχή λειτουργίας γραμμικών δεκτών για συστήματα χωρικής πολυπλεξίας.....	52
3.1 Τυπική διάταξη αλυσίδας RF στο δέκτη.....	56
3.2 Διάταξη πομποδεκτών ενός συστήματος MIMO με επιλογή κεραιοστοιχείων.	59
3.3 Αρχιτεκτονική συστήματος MIMO με εφαρμογή της επιλογής κεραιοστοιχείων	60
3.4 Πίνακας μεταφοράς του διαύλου συστήματος με επιλογή κεραιοστοιχείων σε πομπό και δέκτη.	61
3.5 Μεταβολή της εργοδικής χωρητικότητας του συστήματος με επιλογή κεραιοστοιχείων ως προς τον αριθμό των επιλεγόμενων στοιχείων σε υψηλούς σηματοθορυβικούς λόγους.....	72
3.6 Εργοδική χωρητικότητα της επιλογής κεραιοστοιχείων στο δέκτη (αλγόριθμος εξαντλητικής αναζήτησης) για $M_R = 8$ και $M_T = 4$	73
3.7 Ανάλυση συστήματος MIMO σε παράλληλους διαύλους για την εύρεση ενός κάτω φράγματος για την χωρητικότητα.....	74
3.8 Επίδειξη της τάξης διαφορισμού ενός συστήματος με επιλογή κεραιοστοιχείων, μέσω της εμπειρικής συμπληρωματικής αθροιστικής συνάρτησης κατανομής της χωρητικότητας	76
3.9 Γεωμετρική ερμηνεία του αλγόριθμου επιλογής κεραιοστοιχείων των Gharavi-Alkhansari.	85
3.10 Πίνακας συσχέτισης του δέκτη σε σύστημα με επιλογή κεραιοστοιχείων στο δέκτη.....	94
3.11 Ποσοστιαία απώλεια της χωρητικότητας της επιλογής κεραιοστοιχείων στο δέκτη (αλγόριθμος εξαντλητικής αναζήτησης) ως προς το σύστημα πλήρους πολυπλοκότητας.....	101
3.12 Αρχιτεκτονική συστήματος MIMO με εφαρμογή της προεπεξεργασίας στο πεδίο των ραδιοσυχνοτήτων	102
3.13 Γενική αρχή λειτουργίας της τεχνικής της στροφής φάσης και επιλογής (PSS) στο δέκτη	103
3.14 Δομικό διάγραμμα συστήματος με εφαρμογή της τεχνικής PSS σε πομπό και δέκτη.	103
3.15 Γενική αρχή λειτουργίας της τεχνικής της ομαδοποίησης κεραιοστοιχείων στον πομπό.....	107

4.1	Σχέση των τεχνικών γενικευμένου συνδυασμού επιλογής HS/MRC και HS/EGC με τις τεχνικές MRC και EGC και το συνδυασμό επιλογής	111
4.2	Επίδοση της τεχνικής HS/MRC σε διαύλους διαλείψεων \mathcal{K} , για διάφορες τιμές της παραμέτρου διαλείψεων.	128
4.3	Επίδοση της τεχνικής HS/MRC σε διαύλους διαλείψεων \mathcal{K} , για διάφορες τιμές του αριθμού των επιλεγμένων κεραιοστοιχείων N_R και $M_R = 8$	129
4.4	Επίδοση της τεχνικής HS/MRC σε διαύλους διαλείψεων \mathcal{K} ως προς την παράμετρο διαλείψεων, για διάφορες τιμές του αριθμού των επιλεγμένων κεραιοστοιχείων N_R , $M_R = 8$ και σηματοθορυβικό λόγο 10dB.	129
4.5	Επίδοση της τεχνικής HS/MRC σε διαύλους διαλείψεων \mathcal{K} , για διάφορες τιμές του αριθμού των συνολικών κεραιοστοιχείων, όταν επιλέγονται $N_R = 2$ κεραιοστοιχεία.	131
4.6	Επίδοση της τεχνικής HS/MRC σε διαύλους διαλείψεων \mathcal{K} , για διάφορες τιμές του αριθμού των επιλεγμένων κεραιοστοιχείων N_R και $M_R = 8$	131
5.1	Αρχιτεκτονική συστήματος MIMO με εφαρμογή της δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών	135
5.2	Γενική αρχή λειτουργίας της τεχνικής της δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών στο δέκτη	137
5.3	Δομικό διάγραμμα συστήματος με εφαρμογή της τεχνικής δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών στο δέκτη.	138
5.4	Παραλλαγές της τεχνικής της δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών	140
5.5	Ανάλυση συστήματος MIMO σε παράλληλους διαύλους για την εύρεση ενός άνω φράγματος για την χωρητικότητα.	145
5.6	Παραδοχές για την εύρεση του άνω φράγματος της χωρητικότητας της δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών	147
5.7	Σύγκριση των φραγμάτων επί της εργοδικής χωρητικότητας της δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών με την επίδοση του αλγόριθμου εξαντλητικής αναζήτησης.	150
6.1	Ισοδυναμία του αλγορίθμου βασισμένου στο ελάχιστο τετραγωνικό σφάλμα με άλλους αλγορίθμους δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών	173
6.2	Σχέση ανάμεσα στις τεχνικές βέλτιστης προεπεξεργασίας στο πεδίο των ραδιοσυχνοτήτων, PSS, RS-ASF και RHC-RS-ASF με την χρήση του αλγορίθμου MSEB	174

7.1	Σενάριο πολυδιαδρομικής διάδοσης στο μοντέλο 3GPP SCM.....	191
7.2	Σύγκριση των αλγορίθμων δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών για τις τεχνικές RS-ASF και RHC-RS-ASF με την χρήση της εμπειρικής cdf της χωρητικότητας.....	193
7.3	Σύγκριση των αλγορίθμων δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών για τις τεχνικές (RHC-)SS-ASF και (RHC-)EB-ASF με την χρήση της εμπειρικής cdf της χωρητικότητας	194
7.4	Διαφορά επίδοσης (ως προς την εργοδική χωρητικότητα) ανάμεσα στους αλγόριθμους δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών για τις τεχνικές EB-ASF και RHC-EB-ASF	195
7.5	Διαφορά επίδοσης (ως προς την εργοδική χωρητικότητα) ανάμεσα στους αλγόριθμους δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών για τις τεχνικές RS-ASF και RHC-RS-ASF	196
7.6	Ποσοστιαία διαφορά επίδοσης (ως προς την χωρητικότητα με πιθανότητα προσωρινής διακοπής 10%) των αλγορίθμων δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών σε σχέση με τον αλγόριθμο εξαντλητικής αναζήτησης, για την τεχνική SS-ASF.....	198
7.7	Ποσοστιαία διαφορά επίδοσης (ως προς την χωρητικότητα με πιθανότητα προσωρινής διακοπής 10%) ανάμεσα στις παραλλαγές της δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών	199
7.8	Ποσοστιαία διαφορά επίδοσης (ως προς την χωρητικότητα με πιθανότητα προσωρινής διακοπής 10%) ανάμεσα στις παραλλαγές της δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών	200
7.9	Ποσοστιαία απώλεια επίδοσης (ως προς την εργοδική χωρητικότητα) των παραλλαγών μειωμένης πολυπλοκότητας υλικού της τεχνικής δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών για κάθε αλγόριθμο	201
7.10	Ποσοστιαία απώλεια επίδοσης (ως προς τη χωρητικότητα με πιθανότητα προσωρινής διακοπής 10%) των παραλλαγών μειωμένης πολυπλοκότητας υλικού της τεχνικής δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών σε συνάρτηση με τον αριθμό των στροφών φάσης .	202
7.11	Μεταβολή της τυπικής απόκλισης της χωρητικότητας της δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών σε συνάρτηση με τον αριθμό των κεραιοστοιχείων του δέκτη	204
7.12	Χωρητικότητα με πιθανότητα προσωρινής διακοπής 10% των τεχνικών RS-ASF και RHC-RS-ASF ως προς τον αριθμό των στροφών φάσης και το σηματοθορυβικό λόγο	205

7.13 Ποσοστιαία απώλεια στην χωρητικότητα με πιθανότητα προσωρινής διακοπής 10% των τεχνικών RS-ASF και RHC-RS-ASF σε σχέση με την τεχνική TV-PSS, συναρτήσει του K_R και του σηματοθορυβικού λόγου	207
7.14 Ποσοστιαία απώλεια στην χωρητικότητα με πιθανότητα προσωρινής διακοπής 10% της τεχνικής RHC-RS-ASF σε σχέση με την τεχνική TV-PSS, συναρτήσει του K_R και του σηματοθορυβικού λόγου	207
7.15 Μεταβολή της χωρητικότητας με πιθανότητα προσωρινής διακοπής 10% της τεχνικής της δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών συναρτήσει του αριθμού των κεραιοστοιχείων στο δέκτη και του σηματοθορυβικού λόγου	209
7.16 Ποσοστιαία απώλεια στην χωρητικότητα με πιθανότητα προσωρινής διακοπής 10% των τεχνικών RHC-RS-ASF και RHC-SS-ASF σε σχέση με τις RS-ASF και SS-ASF αντίστοιχα, συναρτήσει του M_R και του σηματοθορυβικού λόγου	210
7.17 Μεταβολή της χωρητικότητας με πιθανότητα προσωρινής διακοπής 10% των τεχνικών (RHC-)RS-ASF σε συνάρτηση με τον παράγοντα σκέδασης και το σηματοθορυβικό λόγο	211
7.18 Μεταβολή της χωρητικότητας με πιθανότητα προσωρινής διακοπής 10% των τεχνικών (RHC-)SS-ASF σε συνάρτηση με τον παράγοντα σκέδασης και το σηματοθορυβικό λόγο	211
7.19 Ποσοστιαίο κέρδος στην χωρητικότητα με πιθανότητα προσωρινής διακοπής 10% της δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών σε σχέση με την επιλογή κεραιοστοιχείων, συναρτήσει του σηματοθορυβικού λόγου	213
7.20 Ποσοστιαίο κέρδος στην χωρητικότητα με πιθανότητα προσωρινής διακοπής 10% της τεχνικής RHC-RS-ASF σε σχέση με την επιλογή κεραιοστοιχείων, συναρτήσει του αριθμού των στροφών φάσης και του σηματοθορυβικού λόγου	213
7.21 Ποσοστιαίο κέρδος στην χωρητικότητα με πιθανότητα προσωρινής διακοπής 10% της τεχνικής RHC-RS-ASF σε σχέση με την επιλογή κεραιοστοιχείων, συναρτήσει του αριθμού των κεραιοστοιχείων στο δέκτη και του σηματοθορυβικού λόγου	214
7.22 Ποσοστιαίο κέρδος στην χωρητικότητα με πιθανότητα προσωρινής διακοπής 10% της τεχνικής RHC-RS-ASF σε σχέση με την επιλογή κεραιοστοιχείων, συναρτήσει του παράγοντα σκέδασης και του σηματοθορυβικού λόγου	215

7.23 Ποσοστιαία απώλεια στην χωρητικότητα με πιθανότητα προσωρινής διακοπής 10% της τεχνικής RHC-RS-ASF σε σχέση με την τεχνική TV-PSS	216
7.24 Ποσοστιαία απώλεια στην χωρητικότητα με πιθανότητα προσωρινής διακοπής 10% της τεχνικής της δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών σε σχέση με το σύστημα πλήρους πολυπλοκότητας	218
7.25 Εμπειρική cdf της χωρητικότητας του αλγορίθμου δημιουργίας υποστοιχειοκεραίων CBS	220
7.26 Χωρητικότητα με πιθανότητα προσωρινής διακοπής 10% της τεχνικής RHC-RS-ASF βασισμένης στα στατιστικά χαρακτηριστικά του διαύλου, συναρτήσει του αριθμού των στροφών φάσης και του σηματοθορυβικού λόγου	221
7.27 Μεταβολή της χωρητικότητας με πιθανότητα προσωρινής διακοπής 10% της δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών βασισμένης στα στατιστικά χαρακτηριστικά του διαύλου, συναρτήσει του αριθμού των κεραιοστοιχείων στο δέκτη και του σηματοθορυβικού λόγου	223
7.28 Μεταβολή της χωρητικότητας με πιθανότητα προσωρινής διακοπής 10% της δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών βασισμένης στα στατιστικά χαρακτηριστικά του διαύλου, συναρτήσει του παράγοντα σκέδασης και του σηματοθορυβικού λόγου	224
7.29 Μεταβολή της χωρητικότητας με πιθανότητα προσωρινής διακοπής 10% της TI-PSS και της επιλογής κεραιοστοιχείων, βασισμένων στα στατιστικά χαρακτηριστικά του διαύλου, σε συνάρτηση με τον παράγοντα σκέδασης και το σηματοθορυβικό λόγο	224
7.30 Ποσοστιαία διαφορά στην χωρητικότητα με πιθανότητα προσωρινής διακοπής 10% της τεχνικής RHC-RS-ASF βασισμένης στα στατιστικά χαρακτηριστικά του διαύλου, σε σχέση με την επιλογή κεραιοστοιχείων και την τεχνική TI-PSS	225
7.31 Εμπειρική cdf της χωρητικότητας, παρουσία σφαλμάτων εκτίμησης του διαύλου	230
7.32 Ποσοστιαία απώλεια της χωρητικότητας με πιθανότητα προσωρινής διακοπής 10% της δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών σε σχέση με την TV-PSS, παρουσία σφαλμάτων εκτίμησης του διαύλου	230
7.33 Εμπειρική cdf της χωρητικότητας, παρουσία σφαλμάτων κβάντισης της φάσης	231

7.34 Ποσοστιαία απώλεια στην χωρητικότητα με πιθανότητα προσωρινής διακοπής 10% της τεχνικής RHC-RS-ASF σε σχέση με την PSS, παρουσία σφαλμάτων κβάντισης της φάσης	231
7.35 Ποσοστιαία απώλεια στην χωρητικότητα με πιθανότητα προσωρινής διακοπής 10% της τεχνικής RHC-RS-ASF σε σχέση με την PSS, παρουσία σφαλμάτων φάσης	232
7.36 Από κοινού επίδραση των σφαλμάτων εκτίμησης του διαύλου, σφαλμάτων κβάντισης της φάσης και μετατόπισης φάσης στην επίδοση της δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών	233

Κατάλογος Πινάκων

2.1 Προσεγγιστικές σχέσεις για την εργοδική χωρητικότητα και τη διακύμανση της χωρητικότητας	30
2.2 Σύγκριση τεχνικών συνδυασμού στο δέκτη	39
3.1 Κατηγοριοποίηση αλγορίθμων επιλογής κεραιοστοιχείων	65
3.2 Πιθανότητα σφάλματος συστημάτων με κωδικοποίηση χώρου-χρόνου και με επιλογή κεραιοστοιχείων	66
3.3 Τάξη διαφορισμού επιλογής κεραιοστοιχείων στο δέκτη σε συστήματα με κωδικοποίηση STTC	68
3.4 Κριτήρια επιλογής κεραιοστοιχείων με βάση τα στατιστικά χαρακτηριστικά του διαύλου για την ελαχιστοποίηση της πιθανότητας σφάλματος σε συστήματα χωρικής πολυπλεξίας	96
4.1 Σύγκριση του γενικευμένου συνδυασμού επιλογής με το συνδυασμό μεγίστου λόγου και το συνδυασμό επιλογής.	113
4.2 Συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας και περιθώρια ροπογεννήτρια συνάρτηση του σηματοθορυβικού λόγου για διάφορες κατανομές διαλείψεων	118
4.3 Υπολογισμός της μέσης πιθανότητας σφάλματος συμβόλου με την χρήση της ροπογεννήτριας συνάρτησης	121
4.4 Συγκεντρωτικός πίνακας παραδοχών για τα σχήματα 4.2 – 4.6	128
5.1 Συγκεντρωτικός πίνακας των παραλλαγών της τεχνικής της δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών	141
5.2 Υπάρχουσες τεχνολογίες κατασκευής μικροκυματικών στροφών φάσης	152
6.1 Παραδοχές για τους αλγόριθμους δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών με βάση τη στιγμιαία εκτίμηση του διαύλου	159
6.2 Πολυπλοκότητα αλγορίθμων δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών βασισμένων στη στιγμιαία εκτίμηση του διαύλου στο δέκτη	172

7.1	Παραδοχές για τους αλγόριθμους δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών με βάση τη στιγμιαία εκτίμηση του διαύλου	188
7.2	Σύγκριση κυριότερων τεχνικών μείωσης της πολυπλοκότητας του υλικού	235
7.3	Συγκριτικός πίνακας των παραλλαγών της δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών	236
7.4	Επίδραση διαφόρων παραγόντων στην επίδοση της δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών	237

Κατάλογος Αλγορίθμων

3.1	Αλγόριθμος επιλογής κεραιοστοιχείων για συστήματα διαφορισμού	70
3.2	Επαυξητικός αλγόριθμος επιλογής κεραιοστοιχείων του Gorokhov	81
3.3	Μειωτικός αλγόριθμος επιλογής κεραιοστοιχείων του Gorokhov	81
3.4	Ο αλγόριθμος επιλογής κεραιοστοιχείων του Gharavi-Alkhansari	83
3.5	Ερμηνεία του αλγόριθμου επιλογής κεραιοστοιχείων του Gharavi-Alkhansari με βάση τη διάσπαση QR	84
3.6	Αλγόριθμος επιλογής κεραιοστοιχείων βασισμένος στη συσχέτιση (CBS)	87
3.7	Ο αλγόριθμος επιλογής κεραιοστοιχείων βασισμένος στους κύκλους του Gerschgorin	88
3.8	Αλγόριθμος επιλογής κεραιοστοιχείων για τη μεγιστοποίηση της χωρητικότητας, βασισμένος στα στατιστικά χαρακτηριστικά του διαύλου: εξαντλητική αναζήτηση	95
3.9	Αλγόριθμος επιλογής κεραιοστοιχείων για τη μεγιστοποίηση της χωρητικότητας, βασισμένος στα στατιστικά χαρακτηριστικά του διαύλου: άπληστος αλγόριθμος	95
3.10	Αλγόριθμος ομαδοποίησης κεραιοστοιχείων στον πομπό	108
6.1	Αλγόριθμοι δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών στο δέκτη, βασισμένοι στη στιγμιαία εκτίμηση του διαύλου	176
6.2	Αλγόριθμοι δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών στο δέκτη με μειωμένη πολυπλοκότητα υλικού, βασισμένοι στη στιγμιαία εκτίμηση του διαύλου (για RHC-ASF)	177
6.3	Αλγόριθμος δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών στο δέκτη, βασισμένος στα στατιστικά χαρακτηριστικά του διαύλου	185
6.4	Αλγόριθμος δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών στο δέκτη, βασισμένος στα στατιστικά χαρακτηριστικά του διαύλου (για RHC-ASF)	186

Κατάλογος Συντμήσεων

3GPP	:	3rd Generation Partnership Project
ΕΜΠ	:	Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο
ADC	:	Analog to Digital Converter
AG	:	Antenna Grouping
ASEP	:	Average Symbol Error Probability
ASF	:	Antenna Subarray Formation
bps	:	Bits Per Second
ccdf	:	Complementary Cumulative Density Function
cdf	:	Cumulative Density Function
CLB	:	Capacity Loss Based (algorithm)
CSB	:	Channel Statistics Based
CSI	:	Channel State Information
CSIR	:	Channel State Information at the Receiver
CSIT	:	Channel State Information at the Transmitter
DAC	:	Digital to Analog Converter
EB-ASF	:	Equally Balanced Antenna Subarray Formation
EGC	:	Equal Gain Combining
ES	:	Exhaustive Search
EVD	:	Eigenvalue Decomposition
FDD	:	Frequency Division Duplexing
FNB	:	Frobenius Norm Based (algorithm)
FFT	:	Fast Fourier Transform
GSC	:	Generalized Selection Combining
HS/MRC	:	Hybrid Selection Maximal Ratio Combining
IFFT	:	Inverse Fast Fourier Transform
i.i.d.	:	Independently and Identically Distributed
LNA	:	Low Noise Amplifier
LoS	:	Line of Sight
MAC	:	Medium Access Control

MIMO	:	Multiple Input Multiple Output
MISO	:	Multiple Input Single Output
MMIC	:	Monolithic Microwave Integrated Circuit
MMSE	:	Minimum Mean Square Error
MRC	:	Maximal Ratio Combining
MSEB	:	Maximum Squared Error Based (algorithm)
NBS	:	Norm-Based Selection
pdf	:	Probability Density Function
PSS	:	Phase-Shift and Selection
Rx	:	Receiver
RF	:	Radio Frequency
RHC-ASF	:	Reduced Hardware Complexity Antenna Subarray Formation
RS-ASF	:	Relaxed Structured Antenna Subarray Formation
SIC	:	Successive Interference Cancellation
SIMO	:	Single Input Multiple Output
SINR	:	Signal to Interference plus Noise Ratio
SISO	:	Single Input Single Output
SNR	:	Signal to Noise Ratio
SS-ASF	:	Strictly-Structured Antenna Subarray Formation
STBC	:	Space Time Block Coding
STTC	:	Space Time Trellis Coding
SVD	:	Singular Value Decomposition
TI-PSS	:	Time-Invariant Phase-Shift and Selection
TV-PSS	:	Time-Variant Phase-Shift and Selection
Tx	:	Transmitter
ULA	:	Uniform Linear Array
UPA	:	Uniform Power Allocation
UMTS	:	Universal Mobile Telecommunication System
WLAN	:	Wireless Local Area Network
ZF	:	Zero Forcing
ZMCSCG	:	Zero-Mean Circularly Symmetric Complex Gaussian

Κατάλογος Συμβόλων

$(\cdot)^*$: συζυγές
$(\cdot)^T$: ανάστροφος
$(\cdot)^H$: αναστροφοσυζυγής
$(\cdot)^{-1}$: αντίστροφος
$(\cdot)^\dagger$: ψευδοαντίστροφος
$\ \cdot\ $: Ευκλείδεια νόρμα (μέτρο διανύσματος)
$\ \cdot\ _F$: Frobenius νόρμα
\otimes	: γινόμενο Kronecker
\odot	: γινόμενο Hadamard
$[\cdot]_{m,n}$: το στοιχείο (m, n) ενός πίνακα
$\det[\cdot]$: ορίζουσα πίνακα
$\text{rank}[\cdot]$: βαθμός πίνακα
$\text{tr}\{\cdot\}$: ίχνος πίνακα
$\lambda_m(\cdot)$: ιδιοτιμή, η m -οστή κατά φθίνουσα διάταξη
$\sigma_m(\cdot)$: ιδιόμορφη τιμή, η m -οστή κατά φθίνουσα διάταξη
$ \cdot $: πλήθος στοιχείων συνόλου
j	: φανταστική μονάδα ($j^2 = -1$)
$\Re\{\cdot\}$: πραγματικό μέρος
$\Im\{\cdot\}$: φανταστικό μέρος
$\arg\{\cdot\}$: φάση μιγαδικού αριθμού
$\mathbb{E}[\cdot]$: τελεστής μέσης τιμής
$\Pr\{\cdot\}$: πιθανότητα
$(\cdot)^+$: $\max(0, \cdot)$
$\mathbf{I}_M \in \mathbb{R}^{M \times M}$: μοναδιαίος πίνακας
$\text{diag}_{k=1}^K[\alpha_k]$: διαγώνιος πίνακας $K \times K$ του οποίου τα διαγώνια στοιχεία είναι $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_K$
$\mathbf{1}_n$: διάνυσμα $n \times 1$, του οποίου όλα τα στοιχεία είναι ίσα με 1

$\mathbf{d}_j^{(r)}$: διάνυσμα $r \times 1$, του οποίου όλα τα r στοιχεία είναι μη-δενικά, εκτός από το j -οστό στοιχείο που είναι ίσο με 1
$o(x)$: παράγοντας με την ιδιότητα $\lim_{x \rightarrow 0} o(x)/x = 0$
σ_X	: τυπική απόκλιση της τυχαίας μεταβλητής X
σ_X^2	: διακύμανση (ή διασπορά ή μεταβλητότητα) της τυχαίας μεταβλητής X
C	: η σταθερά του Euler ($C \approx 0,577\,215\,66$) [1, εξ. (8.367)]
$\Gamma(x)$: συνάρτηση γάμμα [1, εξ. (8.310)]
$\gamma(\alpha, x)$: ατελής συνάρτηση γάμμα [1, εξ. (8.350.1)]
$\Gamma(\alpha, x)$: συμπληρωματική ατελής συνάρτηση γάμμα (συνάρτηση του Prym) [1, εξ. (8.350.2)]
$\delta(\cdot)$: κρουστική συνάρτηση
$D_\nu(\cdot)$: παραβολική κυλινδρική συνάρτηση [1, εξ. (9.240)]
$\text{Ei}(\cdot)$: εκθετική ολοκληρωτική συνάρτηση πρώτης τάξης [1, εξ. (8.211.1)]
$I_\nu(\cdot)$: ν -οστής τάξης τροποποιημένη συνάρτηση Bessel πρώτου τύπου
$K_\nu(\cdot)$: ν -οστής τάξης τροποποιημένη συνάρτηση Bessel δεύτερου τύπου
$W_{\lambda, \mu}(\cdot)$: συνάρτηση Whittaker [1, εξ. (9.220)]
$\Psi(\cdot, \cdot; \cdot)$: confluent hypergeometric function [1, εξ. (9.210.2)] ή συνάρτηση δεύτερου τύπου του Kummer
$\psi(\cdot)$: συνάρτηση ψ του Euler [1, εξ. (8.360)]
$H(\cdot)$: εντροπία
$H(\cdot \cdot)$: εντροπία υπό συνθήκη
$I(\cdot; \cdot)$: αμοιβαία πληροφορία
\bar{P}_e	: μέση πιθανότητα σφάλματος
λ	: μήκος κύματος
M_R	: πλήθος κεραιοστοιχείων δέκτη
M_T	: πλήθος κεραιοστοιχείων πομπού
N_R	: πλήθος αλυσίδων RF δέκτη
N_T	: πλήθος αλυσίδων RF πομπού
P_T	: συνολικά μεταδιδόμενη ισχύς
κ	: $\min(M_R, M_T)$
K	: $\max(M_R, M_T)$

K_R	:	αριθμός ενισχυτών χαμηλού θορύβου ή/και στροφέων φάσης στο δέκτη
Δ_R	:	απόσταση διαχωρισμού κεραιοστοιχείων δέκτη
Δ_T	:	απόσταση διαχωρισμού κεραιοστοιχείων πομπού
d	:	απόσταση
δ	:	κανονικοποιημένη απόσταση ως προς το μήκος κύματος
ρ	:	μέσος σηματοθορυβικός λόγος σε κάθε κεραιοστοιχείο
γ	:	στιγμιαίος σηματοθορυβικός λόγος σε κάθε κεραιοστοιχείο
γ_o	:	στιγμιαίος ενεργός σηματοθορυβικός λόγος
η_k	:	λόγος σήματος προς παρεμβολή και θόρυβο της k -οστής ροής δεδομένων μετά το διαχωρισμό των ροών στο δέκτη (για συστήματα χωρικής πολυπλεξίας)
\mathcal{C}_{SM}	:	σύνολο όλων των πιθανών διανυσμάτων συμβόλων προς μετάδοση σε συστήματα χωρικής πολυπλεξίας
C_H	:	χωρητικότητα του MIMO διαύλου H
G_a	:	κέρδος συστοιχίας
G_d	:	τάξη διαφορισμού
G_d°	:	κέρδος διαφορισμού ανά ροή δεδομένων
G_{sm}	:	κέρδος χωρικής πολυπλεξίας
\mathcal{S}	:	σύνολο δεικτών επιλεγμένων κεραιοστοιχείων
\mathcal{S}_j	:	σύνολο δεικτών κεραιοστοιχείων που συμμετέχουν στην j -οστή υποστοιχειοκεραία
$ \mathcal{S}_j $:	αριθμός κεραιοστοιχείων που συμμετέχουν στην j -οστή υποστοιχειοκεραία
T_s	:	διάρκεια μετάδοσης συμβόλου
W	:	εύρος ζώνης μεταδιδόμενων σημάτων
$H \in \mathbb{C}^{M_R \times M_T}$:	πίνακας μεταφοράς του διαύλου (πλήρους πολυπλοκότητας)
$\mathbf{h}_j \in \mathbb{C}^{M_R \times 1}$:	η j -οστή στήλη του πίνακα μεταφοράς του διαύλου
$\underline{\mathbf{h}}_j \in \mathbb{C}^{M_T \times 1}$:	το αναστροφosuzyγές διάνυσμα της j -οστής γραμμής του πίνακα μεταφοράς του διαύλου
$\mathbf{s} \in \mathbb{C}^{M_T \times 1}$:	διάνυσμα μεταδιδόμενων σημάτων
$\mathbf{y} \in \mathbb{C}^{M_R \times 1}$:	διάνυσμα λαμβανόμενων σημάτων
$\mathbf{n} \in \mathbb{C}^{M_R \times 1}$:	διάνυσμα θορύβου
$\tilde{H} \in \mathbb{C}^{N_R \times N_T}$:	ενεργός πίνακας μεταφοράς

$\tilde{\mathbf{H}}_n$:	ενεργός πίνακας μεταφοράς διαύλου στο n -οστό βήμα του αλγορίθμου
$\tilde{\mathbf{h}}_j \in \mathbb{C}^{N_T \times 1}$:	το αναστροφοσυζυγές διάνυσμα της j -οστής γραμμής του ενεργού πίνακα μεταφοράς
$\tilde{\mathbf{y}} \in \mathbb{C}^{N_R \times 1}$:	διάνυσμα σημάτων που οδηγούνται στις αλυσίδες RF του δέκτη
$\tilde{\mathbf{n}} \in \mathbb{C}^{N_R \times 1}$:	διάνυσμα ενεργού θορύβου
$\Phi_R \in \mathbb{C}^{M_R \times N_R}$:	πίνακας μετασχηματισμού της τεχνικής της στροφής φάσης και επιλογής (PSS) στο δέκτη
$\Phi_T \in \mathbb{C}^{M_T \times N_T}$:	πίνακας μετασχηματισμού της τεχνικής της στροφής φάσης και επιλογής (PSS) στον πομπό
$\mathbf{A} \in \mathbb{C}^{M_R \times N_R}$:	πίνακας μετασχηματισμού της τεχνικής της δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών
$\check{\mathbf{A}} \in \mathbb{C}^{M_R \times N_R}$:	πίνακας μετασχηματισμού της τεχνικής της δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών μειωμένης πολυπλοκότητας υλικού
$\mathbf{a}_j \in \mathbb{C}^{M_R \times 1}$:	διάνυσμα μιγαδικών βαρών για την j -οστή υποστοιχειοκεραία
$a_{ij} \in \mathbb{C}$:	μιγαδικό βάρος με το οποίο συμμετέχει το i -οστό κεραιοστοιχείο στη j -οστή στοιχειοκεραία
$\check{a}_{ij} \in \mathbb{C}$:	μιγαδικό βάρος με το οποίο συμμετέχει το i -οστό κεραιοστοιχείο στη j -οστή στοιχειοκεραία κατά την τεχνική RHC-ASF
\mathbf{U}	:	πίνακας αριστερών ιδιόμορφων διανυσμάτων του πίνακα μεταφοράς του διαύλου πλήρους πολυπλοκότητας \mathbf{H}
\mathbf{u}_k	:	το k -οστό κυρίαρχο ιδιόμορφο διάνυσμα του πίνακα μεταφοράς του διαύλου πλήρους πολυπλοκότητας \mathbf{H}
u_{ij}	:	το (i, j) στοιχείο του πίνακα αριστερών ιδιόμορφων διανυσμάτων του πίνακα μεταφοράς του διαύλου πλήρους πολυπλοκότητας \mathbf{H}
μ_R	:	μέση γωνία άφιξης ή αναχώρησης
η_R	:	παράγοντας σκέδασης
$\mathbf{R}_{\mathbf{x}\mathbf{x}} \in \mathbb{C}^{M \times M}$:	πίνακας συνδιακύμανσης του τυχαίου διανύσματος $\mathbf{x} \in \mathbb{C}^{M \times 1}$
$\mathbf{R}_{\mathbf{T}\mathbf{x}} \in \mathbb{C}^{M_T \times M_T}$:	πίνακας συσχέτισης στοιχειοκεραίας πομπού
$\mathbf{R}_{\mathbf{R}\mathbf{x}} \in \mathbb{C}^{M_R \times M_R}$:	πίνακας συσχέτισης στοιχειοκεραίας δέκτη
$\tilde{\mathbf{R}}_{\mathbf{T}\mathbf{x}} \in \mathbb{C}^{N_T \times N_T}$:	πίνακας συσχέτισης στοιχειοκεραίας πομπού με επιλογή κεραιοστοιχείων

$\tilde{\mathbf{R}}_{\text{Rx}} \in \mathbb{C}^{N_R \times N_R}$: πίνακας συσχέτισης στοιχειοκεραίας δέκτη με επιλογή
κεραιοστοιχείων

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΡΔΑ

Κεφάλαιο 1

Εισαγωγή

1.1 Ερευνητικό αντικείμενο της διατριβής

Το ερευνητικό αντικείμενο της διατριβής είναι η ανάπτυξη και αξιολόγηση τεχνικών επεξεργασίας σήματος για την επίτευξη της μείωσης της πολυπλοκότητας του υλικού στα ασύρματα συστήματα επικοινωνιών πολλαπλών εισόδων - πολλαπλών εξόδων (MIMO). Τα ασύρματα συστήματα MIMO έχουν ελκύσει το έντονο ενδιαφέρον της ερευνητικής κοινότητας τα τελευταία χρόνια, επειδή, χρησιμοποιώντας πολλαπλές κεραίες στα άκρα της ζεύξης, μπορούν να βελτιώσουν σημαντικά την αξιοπιστία της ζεύξης και να οδηγήσουν σε δραματική αύξηση της χωρητικότητας, χωρίς την χρήση επιπρόσθετου εύρους ζώνης ή αυξημένων επιπέδων ισχύος. Ωστόσο, η χρήση πολλαπλών κεραιών απαιτεί και την χρήση πολλαπλών αλυσίδων RF (που αναλαμβάνουν τη μετατροπή των αναλογικών σημάτων ραδιοσυχνοτήτων σε ψηφιακά σήματα βασικής ζώνης ή αντίστροφα), με αποτέλεσμα να αυξάνεται ιδιαίτερα η πολυπλοκότητα του υλικού, η οποία συνίσταται σε υψηλό κόστος κατασκευής, μεγάλο μέγεθος και αυξημένη ενεργειακή κατανάλωση των πομποδεκτών. Το γεγονός ότι η πολυπλοκότητα του υλικού υπήρξε ένας από τους σημαντικότερους λόγους για τους οποίους τα συστήματα MIMO δεν έχουν τύχει ακόμα ευρείας εφαρμογής στην πράξη καταδεικνύει την καθοριστική σημασία του εν λόγω προβλήματος.

Δεδομένης της αναγκαιότητας ανάπτυξης έξυπνων τεχνικών που αφενός να μειώνουν τον αριθμό των απαιτούμενων αλυσίδων RF και αφετέρου να εκμεταλλεύονται τα σπουδαία οφέλη που προσφέρει η τεχνολογία MIMO, η παρούσα διδακτορική διατριβή επιδιώκει την ανάπτυξη και αξιολόγηση τέτοιων τεχνικών, οι οποίες επιτυγχάνουν το στόχο τους χρησιμοποιώντας κατάλληλες τεχνικές και αλγόριθμους επεξεργασίας των σημάτων των γραμμικών στοιχειοκεραιών. Πιο συγκεκριμένα, η ερευνητική εργασία έχει στραφεί προς δυο κατευθύνσεις: α) στον στατιστικό χαρακτηρισμό της επίδοσης της τεχνικής του συνδυασμού μεγίστου λόγου με υβριδική

επιλογή (HS/MRC) όταν εφαρμόζεται σε σύνθετα μοντέλα διαύλων και β) στην ανάπτυξη και διερεύνηση της τεχνικής της «δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών» (antenna subarray formation), που αποτελεί μια πρωτότυπη μέθοδο προεπεξεργασίας των αποκρίσεων των κεραιών στο πεδίο των ραδιοσυχνοτήτων, με σκοπό τη μείωση της πολυπλοκότητας του υλικού, χωρίς σημαντική μείωση της επίδοσης σε σχέση με το πλήρες σύστημα.

Αφενός, ακολουθώντας τη μέθοδο των ροπογεννήτριων συναρτήσεων, έχουν αναπτυχθεί θεωρητικές εκφράσεις κλειστού τύπου που οδηγούν στον υπολογισμό της πιθανότητας σφάλματος της τεχνικής HS/MRC (η οποία αποτελεί εφαρμογή της επιλογής κεραιοστοιχείων σε συστήματα SIMO), όταν οι διαλείψεις του διαύλου ακολουθούν την κατανομή \mathcal{K} . Η σημασία αξιολόγησης της επίδοσης σε διαύλους διαλείψεων κατανομής \mathcal{K} έγκειται στο γεγονός ότι η εν λόγω κατανομή προσεγγίζει τη Rayleigh-λογαριθμοκανονική κατανομή, η οποία μοντελοποιεί από κοινού τα φαινόμενα των διαλείψεων μικρής κλίμακας και σκίασης του διαύλου και έχει πρακτική αξία σε συστήματα επίγειων και δορυφορικών κινητών επικοινωνιών.

Αφετέρου, αναπτύσσεται και αξιολογείται μια καινοτόμος τεχνική μείωσης της πολυπλοκότητας του υλικού, η λεγόμενη *δημιουργία υποστοιχειοκεραιών* (antenna subarray formation). Σύμφωνα με την εν λόγω τεχνική, σε κάθε υποβιβαστή συχνότητας του δέκτη (ή αναβιβαστή συχνότητας στον πομπό) οδηγείται ένας γραμμικός συνδυασμός των αποκρίσεων ενός διαφορετικού υποσυνόλου (δηλαδή μιας «υποστοιχείας») των διαθέσιμων κεραιοστοιχείων. Με τον τρόπο αυτό, ο αριθμός των αλυσίδων RF γίνεται μικρότερος από τον αριθμό των κεραιοστοιχείων, δηλαδή μειώνεται η πολυπλοκότητα του υλικού, ενώ αυξάνεται δραματικά η επίδοση σε σχέση με τη συμβατική τεχνική της επιλογής κεραιοστοιχείων, πλησιάζοντας ακόμα και την επίδοση του αντίστοιχου συστήματος πλήρους πολυπλοκότητας (το οποίο διαθέτει τόσες αλυσίδες RF όσα και κεραιοστοιχεία). Στα πλαίσια της διδακτορικής διατριβής, αναπτύσσονται νέοι, αναλυτικοί, υποθέλιστοι αλλά αποτελεσματικοί αλγόριθμοι δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών, οι οποίοι στοχεύουν στη μεγιστοποίηση της χωρητικότητας, είτε με βάση την ακριβή γνώση του διαύλου στο δέκτη είτε με βάση τα στατιστικά χαρακτηριστικά του. Η επίδοση των προτεινόμενων αλγορίθμων καθώς και οι παράγοντες του συστήματος που την επηρεάζουν εξετάζονται διεξοδικά. Μεταξύ των άλλων, εξετάζεται αν η προτεινόμενη τεχνική είναι εύρωστη παρουσία σφαλμάτων εκτίμησης του διαύλου και μη ιδανικοτήτων του υλικού. Τέλος, διερευνώντας τις δυνατότητες της νέας τεχνικής, έχει προταθεί ένα θεωρητικό άνω φράγμα της εργοδικής χωρητικότητας που μπορεί να επιτευχθεί σε περιβάλλον πλήρους σκέδασης.

1.2 Καινοτομικά στοιχεία της διατριβής

Η πρωτοτυπία και η συμβολή της παρούσας διδακτορικής διατριβής στο ερευνητικό αντικείμενο των τεχνικών επεξεργασίας σήματος για τη μείωση της πολυπλοκότητας του υλικού στα συστήματα MIMO έγκειται στα εξής σημεία :

- Παρουσιάζονται νέες θεωρητικές εκφράσεις που οδηγούν στον υπολογισμό της επίδοσης ενός συστήματος διαφορισμού με επιλογή κεραιοστοιχείων (τεχνική HS/MRC), όταν οι διαλείψεις του διαύλου ακολουθούν την κατανομή \mathcal{K} . Στην ήδη υπάρχουσα βιβλιογραφία δεν είναι διαθέσιμη η μελέτη της τεχνικής HS/MRC σε διαύλους που να επηρεάζονται συγχρόνως από τις διαλείψεις μικρής κλίμακας και το φαινόμενο της σκίασης. Η εύρεση τέτοιων θεωρητικών εκφράσεων θεωρείται ένα δύσκολο μαθηματικό πρόβλημα.
- Αναπτύσσονται νέοι αναλυτικοί αλγόριθμοι για τη δημιουργία υποστοιχειοκεραιών, οι οποίοι, αν και υποβέλτιστοι, παρουσιάζουν πολύ καλή επίδοση και χαμηλή υπολογιστική πολυπλοκότητα.
- Επιτυγχάνεται περαιτέρω μείωση της πολυπλοκότητας υλικού της τεχνικής της δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών, προτείνοντας την χρήση μόνο ρυθμιζόμενων στροφών φάσης (και όχι και ενισχυτών χαμηλού θορύβου, όπως είχε προταθεί αρχικά). Για την εφαρμογή της τροποποιημένης τεχνικής, προτείνεται η επέκταση των αναλυτικών αλγορίθμων που είχαν σχεδιαστεί για την αρχική μορφή της τεχνικής.
- Αναπτύσσεται ένας νέος αναλυτικός αλγόριθμος δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών που βασίζεται στα στατιστικά χαρακτηριστικά του διαύλου, επιτρέποντας έτσι την χρήση κυκλωματικών διατάξεων με λιγότερο απαιτητικές προδιαγραφές λειτουργίας και επομένως με μικρότερη πολυπλοκότητα και κόστος.
- Εισάγεται η πρωτότυπη και ενδιαφέρουσα ιδέα ότι ένας αλγόριθμος δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών μπορεί να ειδωθεί σαν μια «επέκταση» της λογικής των τεχνικών HS/MRC και HS/EGC για τη μείωση της πολυπλοκότητας υλικού στα συστήματα MIMO.
- Παρουσιάζονται νέες θεωρητικές εκφράσεις κλειστού τύπου που παρέχουν ένα στενό άνω φράγμα για την εργοδική χωρητικότητα της τεχνικής της δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών, όταν αυτή εφαρμόζεται σε περιβάλλον πλήρους σκέδασης με ασυσχέτιστες διαλείψεις Rayleigh.
- Διερευνώνται οι επιπτώσεις διαφόρων σφαλμάτων και μη ιδανικών συμπεριφορών του εξοπλισμού που εμφανίζονται συχνά στην πράξη, αλλά συνήθως αμελούνται κατά την θεωρητική ανάλυση των συστημάτων.

Τα ερευνητικά αποτελέσματα της παρούσας διατριβής έχουν δημοσιευτεί εν μέρει σε 3 άρθρα σε διεθνή επιστημονικά περιοδικά και στα πρακτικά 5 διεθνών επιστημονικών συνεδρίων με κριτές. Συγκεντρωτικός κατάλογος των δημοσιεύσεων παρατίθεται στο τέλος του κειμένου. Επιπλέον, μέρος των αποτελεσμάτων έχουν συμπεριληφθεί στο τελικό παραδοτέο του ερευνητικού προγράμματος Antenna Centre of Excellence (ACE), το οποίο χρηματοδοτήθηκε από το 6^ο πρόγραμμα-πλαίσιο της Ευρωπαϊκής Ένωσης. Επίσης, μέρος των αποτελεσμάτων έχουν παρουσιαστεί στα πλαίσια της δράσης COST 2100.

Στη συνέχεια παρουσιάζεται η δομή της διδακτορικής διατριβής, όπου και αναφέρονται οι επιστημονικές δημοσιεύσεις του συγγραφέα που αντιστοιχούν σε κάθε κεφάλαιο του κειμένου.

1.3 Δομή της διατριβής

Το παρόν κείμενο έχει ως στόχο την παρουσίαση των αποτελεσμάτων που προέκυψαν κατά τη μελέτη του ερευνητικού αντικειμένου της διδακτορικής διατριβής. Η δομή του κειμένου έχει ως εξής:

Κεφάλαιο 2 Το δεύτερο κεφάλαιο της διατριβής αποτελεί μια εισαγωγή στα συστήματα MIMO. Αφού περιγραφούν οι σχέσεις εισόδων-εξόδων των συστημάτων που διαθέτουν πολλαπλές κεραιές είτε στη μια πλευρά της ζεύξης (SIMO, MISO) είτε και στις δυο (MIMO), αναλύονται τα οφέλη που προσφέρει η χρήση πολλαπλών κεραιών. Στη συνέχεια, μελετάται η χωρητικότητα των συστημάτων MIMO, ανάλογα με την πληροφορία για την κατάσταση του διαύλου που είναι διαθέσιμη στο δέκτη ή/και στον πομπό και το υιοθετούμενο μοντέλο μεταβλητότητας του διαύλου (οιωνεί στατικός ή εργοδικός δίαυλος). Ιδιαίτερη έμφαση δίνεται στη σύνδεση της χωρητικότητας με τα κέρδη διαφορισμού, συστοιχίας και χωρικής πολυπλεξίας και πώς αυτά επηρεάζουν τη μορφή της καμπύλης της συμπληρωματικής αθροιστικής συνάρτησης κατανομής της χωρητικότητας. Τέλος, μελετάται η αρχιτεκτονική ενός συστήματος MIMO και αναφέρονται οι κυριότερες τεχνικές μετάδοσης που έχουν προταθεί για τη μεγιστοποίηση είτε του κέρδους διαφορισμού είτε του κέρδους χωρικής πολυπλεξίας του συστήματος.

Στόχος του κεφαλαίου είναι η όσο το δυνατόν σύντομη, περιεκτική και ουσιαστικής παρουσίαση βασικών εννοιών και αποτελεσμάτων που αφορούν τα συστήματα MIMO, τα οποία είναι χρήσιμα για την ουσιαστική κατανόηση και αξιολόγηση των αποτελεσμάτων που παρουσιάζονται σε επόμενα κεφάλαια της διατριβής.

Κεφάλαιο 3 Το τρίτο κεφάλαιο της διατριβής παρουσιάζει τις κυριότερες τεχνικές επεξεργασίας σήματος που έχουν προταθεί στη βιβλιογραφία για τη μείωση της πολυπλοκότητας του υλικού των συστημάτων MIMO. Αρχικά, μελετάται η σημασία του προβλήματος της πολυπλοκότητας του υλικού στα συστήματα MIMO και παρουσιάζονται όλες οι προσεγγίσεις που έχουν προταθεί για την αντιμετώπισή του. Έμφαση δίδεται στις τεχνικές επεξεργασίας σήματος, οι οποίες διακρίνονται σε δυο μεγάλες κατηγορίες: την επιλογή κεραιοστοιχείων (antenna selection) και την προεπεξεργασία στο πεδίο των ραδιοσυχνοτήτων (RF preprocessing). Για κάθε μια από τις κατηγορίες αυτές, εξετάζονται τα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματα, μελετάται η ευρωστία τους στα προβλήματα που μπορεί να εμφανίζει ένα πρακτικό σύστημα και παρουσιάζονται οι σημαντικότεροι αλγόριθμοι που έχουν προταθεί στη βιβλιογραφία για διάφορα κριτήρια επίδοσης (όπως ελαχιστοποίηση της πιθανότητας σφάλματος και μεγιστοποίηση της χωρητικότητας).

Στόχος του κεφαλαίου είναι η παρουσίαση του ερευνητικού αντικειμένου της μείωσης της πολυπλοκότητας του υλικού στα συστήματα MIMO, το οποίο έχει προσελκύσει το έντονο ενδιαφέρον της ερευνητικής κοινότητας. Η παρουσίαση γίνεται με όσο το δυνατόν σύντομο, πλήρη και περιεκτικό τρόπο, δίνοντας ιδιαίτερη έμφαση στο πρόβλημα της μεγιστοποίησης της χωρητικότητας, με το οποίο ασχολείται ιδιαίτερα η παρούσα διατριβή.

Το κεφάλαιο αυτό δεν περιέχει καινοτόμα ερευνητικά αποτελέσματα· ωστόσο, η επιλογή και ο τρόπος παρουσίασης του βιβλιογραφικού υλικού είναι αρκετά πρωτότυπος και αποτελεί καρπό μιας ιδιαίτερα σχολαστικής βιβλιογραφικής αναζήτησης.

Κεφάλαιο 4 Το τέταρτο κεφάλαιο του κειμένου πραγματεύεται την θεωρητική μελέτη της επίδοσης της επιλογής κεραιοστοιχείων σε συστήματα απλής εισόδου - πολλαπλών εξόδων (SIMO), δηλαδή των τεχνικών γενικευμένου συνδυασμού επιλογής. Αρχικά, μελετάται η αρχιτεκτονική και η λειτουργία των τεχνικών αυτών. Κατόπιν, γίνεται μια σύντομη παρουσίαση των προσεγγίσεων που έχουν προταθεί για την εύρεση θεωρητικών εκφράσεων χαρακτηρισμού της πιθανότητας σφάλματος του γενικευμένου συνδυασμού επιλογής για διαύλους διαλείψεων διαφόρων κατανομών. Ιδιαίτερη έμφαση δίνεται στη μέθοδο που βασίζεται στις ροπογεννήτριες συναρτήσεις και σε μια μεθοδολογία εύρεσης της ροπογεννήτριας συνάρτησης του ενεργού σηματοθορυβικού λόγου του συστήματος, η οποία βασίζεται στη λεγόμενη περιθώρια ροπογεννήτρια συνάρτηση και είναι γενικά εφαρμόσιμη, οποιαδήποτε και αν είναι η κατανομή των διαλείψεων του διαύλου. Χρησιμοποιώντας τη μεθοδολογία αυτή, εφευρίσκονται νέες θεωρητικές εκφράσεις κλειστής μορφής (που εμπεριέχουν αθροίσματα πεπερασμένων όρων και γνωστές μαθηματικές συναρτήσεις που υπολογίζονται

εύκολα με τη βοήθεια σύγχρονου μαθηματικού λογισμικού) για την περιθώρια ροπο-γεννήτρια συνάρτηση της κατανομής \mathcal{K} , η οποία χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό της πιθανότητας σφάλματος της τεχνικής HS/MRC σε διαύλους διαλείψεων \mathcal{K} . Η κατανομή \mathcal{K} έχει προταθεί για την προσέγγιση της Rayleigh-λογαριθμοκανονικής κατανομής, η οποία ισχύει σε διαύλους επίγειων και δορυφορικών κινητών επικοινωνιών, όπου εκτός από τις διαλείψεις μικρής κλίμακας, λαμβάνεται ταυτόχρονα υπόψη και το φαινόμενο της σκίασης.

Τα ερευνητικά αποτελέσματα του κεφαλαίου 4 έχουν οδηγήσει σε μια δημοσίευση σε διεθνές επιστημονικό περιοδικό:

- P. Theofilakos, A. G. Kanatas and G. P. Efthymoglou, "Performance of Generalized Selection Combining Receivers in K fading channels," *IEEE Communications Letters*, vol. 12, no. 11, pp. 816 – 818, Nov. 2008.

Κεφάλαιο 5 Το κεφάλαιο αυτό έχει ως στόχο την παρουσίαση της τεχνικής της *δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών (antenna subarray formation)*, η οποία είναι μια πρωτότυπη τεχνική μείωσης της πολυπλοκότητας του υλικού που εντάσσεται στην κατηγορία των τεχνικών προεπεξεργασίας στο πεδίο των ραδιοσυχνοτήτων. Αρχικά περιγράφεται η προτεινόμενη τεχνική, αναφέρονται και δικαιολογούνται οι υποθέσεις εργασίας και αναλύεται η μαθηματική μοντελοποίηση της δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών στο δέκτη. Κατόπιν, προτείνονται διάφορες διαφοροποιήσεις της τεχνικής, οι οποίες, ανάλογα με το διαθέσιμο αριθμό ενισχυτών χαμηλού θορύβου ή/και στροφών φάσης, διευκολύνουν την πρακτική εφαρμογή της και μειώνουν περαιτέρω την πολυπλοκότητα του υλικού του συστήματος. Στη συνέχεια, μελετάται η χωρητικότητα του συστήματος που προκύπτει από την εφαρμογή της τεχνικής: πρώτα αποδεικνύεται ο ακριβής τύπος υπολογισμού της χωρητικότητας και έπειτα προτείνονται θεωρητικές εκφράσεις που αποτελούν ένα στενό άνω φράγμα επί της εργοδικής χωρητικότητας της τεχνικής, όταν εφαρμόζεται σε διαύλους Rayleigh i.i.d. Τέλος, το κεφάλαιο καταλήγει με τη μελέτη των επιπρόσθετων μικροηλεκτρονικών διατάξεων που είναι απαραίτητες για τη λειτουργία της τεχνικής, δίνοντας έμφαση στους ρυθμιστικούς στροφείς φάσης που λειτουργούν στην περιοχή των μικροκυματικών συχνοτήτων.

Τα ερευνητικά αποτελέσματα του κεφαλαίου έχουν δημοσιευτεί σε ένα άρθρο σε διεθνές επιστημονικό περιοδικό και στα πρακτικά ενός διεθνούς επιστημονικού συνεδρίου με κριτές:

- P. Theofilakos and A. G. Kanatas, "Capacity Performance of Adaptive Receive Antenna Subarray Formation for MIMO Systems," *EURASIP Journal*

on *Wireless Communications and Networking*, vol. 2007, Article ID 56471, 2007.

- P. Theofilakos and A. G. Kanatas, "Reduced Hardware Complexity Receive Antenna Subarray Formation for MIMO Systems Based on Frobenius Norm Criterion," in *Proc. of IEEE International Symposium on Wireless Communication Systems, ISWCS 2006, Valencia, 6-8 Sept. 2006*.

Κεφάλαιο 6 Το έκτο κεφάλαιο της διατριβής πραγματεύεται την ανάπτυξη αποδοτικών αναλυτικών αλγορίθμων δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών. Αρχικά, γίνεται μια ακριβής μαθηματική θεμελίωση του προβλήματος και διερευνώνται διεξοδικά οι πιθανές προσεγγίσεις επίλυσής του, εξετάζοντας γνωστές μεθοδολογίες βελτιστοποίησης με περιορισμούς (constrained optimization) και μελετώντας παρόμοια προβλήματα, όπως για παράδειγμα τη σχεδίαση προκωδικοποιητών - αποκωδικοποιητών (precoders - decoders) για συστήματα MIMO. Στη συνέχεια, παρουσιάζεται η προτεινόμενη προσέγγιση για την ανάπτυξη νέων, αναλυτικών, υπο-βέλτιστων αλλά αποτελεσματικών αλγορίθμων δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών, οι οποίοι έχουν ως στόχο τη μεγιστοποίηση της χωρητικότητας. Οι εν λόγω αλγόριθμοι διακρίνονται σε αλγόριθμους που βασίζονται στη στιγμιαία εκτίμηση του διαύλου και σε αλγόριθμους βασισμένους στα στατιστικά χαρακτηριστικά του διαύλου. Για κάθε αλγόριθμο, παρουσιάζεται αναλυτικά η ανάπτυξή του και η απαραίτητη τροποποίησή του, ώστε να μπορεί να χρησιμοποιηθεί για οποιαδήποτε διαφοροποίηση της τεχνικής. Τέλος, παρουσιάζονται και αποδεικνύονται κάποιες ισοδυναμίες ανάμεσα στους προτεινόμενους αλγόριθμους (που ισχύουν υπό προϋποθέσεις) και συγκρίνονται από πλευράς υπολογιστικής πολυπλοκότητας, τόσο μεταξύ τους όσο και με την επιλογή κεραιοστοιχείων.

Τα ερευνητικά αποτελέσματα του παρόντος κεφαλαίου έχουν δημοσιευτεί σε ένα άρθρο διεθνούς επιστημονικού περιοδικού και στα πρακτικά 3 διεθνών επιστημονικών συνεδρίων με κριτές, τα οποία είναι τα εξής:

- P. Theofilakos and A. G. Kanatas, "Maximising Capacity of MIMO Systems with Receive Antenna Subarray Formation," *IET Electronics Letters*, vol. 44, no. 20, pp. 1204 - 1205, Sep. 2008.
- P. Theofilakos and A. G. Kanatas, "Frobenius Norm Based Receive Antenna Subarray Formation for MIMO Systems," in *Proc. of European Conference on Antennas and Propagation, EuCap 2006, Nice, 6-10 Nov. 2006*.
- P. Theofilakos and A. G. Kanatas, "Receive Antenna Subarray Formation for MIMO Systems in Correlated Channels," in *Proc. of IEEE 18th International*

Symposium on Personal Indoor and Mobile Radio Communications, PIMRC 2007, Athens, Greece, 2-7 Sept. 2007.

- P. Theofilakos and A. G. Kanatas, "Reducing Hardware Complexity of MIMO Systems with Antenna Subarray Formation," in Proc. of *European Conference on Antennas and Propagation, EuCap 2007*, Edinburgh, UK, 11-16 Nov. 2007.

Κεφάλαιο 7 Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζεται μια πληθώρα ενδεικτικών αποτελεσμάτων που επιδεικνύουν την αποτελεσματικότητα και την ευρωστία της δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών. Τα αποτελέσματα αυτά έχουν προκύψει από προσομοιώσεις τύπου Monte Carlo μέσω ηλεκτρονικού υπολογιστή. Η παρουσίαση των αποτελεσμάτων γίνεται σε τρεις βασικούς άξονες:

- Μελέτη της επίδοσης των αλγόριθμων που βασίζονται στη στιγμιαία εκτίμηση του διαύλου.
- Μελέτη της επίδοσης του αλγόριθμου που βασίζεται στα στατιστικά χαρακτηριστικά του διαύλου.
- Μελέτη της επίδρασης των σφαλμάτων εκτίμησης του διαύλου και μη ιδανικότητων των στροφών φάσης στην επίδοση της τεχνικής.

Οι δυο πρώτες ενότητες ξεκινούν με τη σύγκριση της επίδοσης ανάμεσα των προτεινόμενων αλγορίθμων και διαφοροποιήσεων της τεχνικής και συνεχίζουν με τη διεξοδική μελέτη των διαφόρων παραμέτρων που δυνητικά επηρεάζουν την επίδοση του συστήματος, όπως ο αριθμός των ενισχυτών χαμηλού θορύβου ή/και στροφών φάσης, ο αριθμός των κεραιοστοιχείων στο δέκτη και η χωρική συσχέτιση του διαύλου. Η προτεινόμενη τεχνική συγκρίνεται ως προς την επίδοση με τη συμβατική τεχνική της επιλογής κεραιοστοιχείων και την τεχνική «στροφή φάσης και επιλογή», που είναι μια τεχνική προεπεξεργασίας στο πεδίο των ραδιοσυχνοτήτων. Μέσα από την παρουσίαση των αποτελεσμάτων, διερευνάται υπό ποιες προϋποθέσεις είναι συμφέρουσα η εφαρμογή της προτεινόμενης τεχνικής, δηλαδή σε ποιες περιπτώσεις επιτυγχάνεται αξιοσημείωτη βελτίωση της επίδοσης ή μείωση της πολυπλοκότητας σε σχέση με τις υπάρχουσες τεχνικές μείωσης της πολυπλοκότητας του υλικού.

Η τρίτη ενότητα του κεφαλαίου διερευνά την ευρωστία της δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών παρουσία μη ιδανικοτήτων που εμφανίζονται συχνά στην πράξη, αλλά συνήθως αγνοούνται στις θεωρητικές μελέτες των συστημάτων. Οι μη ιδανικότητες που εξετάζονται είναι τα σφάλματα εκτίμησης του διαύλου, τα σφάλματα κβάντισης της φάσης στους ψηφιακούς στροφείς φάσης και τα σφάλματα φάσης και βαθμονό-

Κεφάλαιο 1. Εισαγωγή

μησης των στροφών φάσης, που οδηγούν σε μια μετατόπιση (offset) της επιθυμητής φάσης.

Τέλος, το κεφάλαιο καταλήγει με μια σύνοψη συμπερασμάτων για την επίδοση της δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών.

Τα ερευνητικά αποτελέσματα του κεφαλαίου 7 έχουν δημοσιευτεί εν μέρει στις δημοσιεύσεις του κεφαλαίου 6. Τα αποτελέσματα της μελέτης επίδρασης των μη ιδανικοτήτων στην επίδοση της δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών έχουν δημοσιευτεί στα πρακτικά του ακόλουθου διεθνούς επιστημονικού συνεδρίου με κριτές:

- P. Theofilakos and A. G. Kanatas, "Robustness of Receive Antenna Subarray Formation to Hardware and Signal Non-Idealities," in Proc. of *IEEE 65th Vehicular Technology Conference, VTC 2007 Spring*, pp. 324 – 328, Dublin, Ireland, 23–25 April 2007.

Κεφάλαιο 8 Το όγδοο κεφάλαιο ολοκληρώνει τη διδακτορική διατριβή, συνοψίζοντας και τονίζοντας τα κυριότερα ερευνητικά πορίσματα που προέκυψαν. Επίσης, αναγνωρίζονται και προτείνονται θέματα για μελλοντική ερευνητική δραστηριότητα.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΡΔΑ

Κεφάλαιο 2

Συστήματα ασύρματων επικοινωνιών πολλαπλών εισόδων – πολλαπλών εξόδων

Κατά τη σχεδίαση των συστημάτων ασύρματων επικοινωνιών, πρέπει να αντιμετωπιστούν διάφορα προβλήματα, στα οποία περιλαμβάνονται η περιορισμένη διαθεσιμότητα του φάσματος και η πολυπλοκότητα που εισάγει το χρονικά και χωρικά μεταβαλλόμενο περιβάλλον διάδοσης των ραδιοκυμάτων. Επιπρόσθετα, τα μελλοντικά δίκτυα ασύρματων επικοινωνιών θα έχουν όλο και μεγαλύτερες απαιτήσεις για υψηλούς ρυθμούς μετάδοσης, βελτιωμένη ποιότητα υπηρεσίας και υψηλότερη χωρητικότητα. Κατά τη διάρκεια των τελευταίων χρόνων, τα συστήματα πολλαπλών εισόδων - πολλαπλών εξόδων (multiple input - multiple output – MIMO) έχουν προσελκύσει το έντονο ενδιαφέρον της ερευνητικής κοινότητας, επειδή είναι μια πολλά υποσχόμενη τεχνολογία που μπορεί να αντιμετωπίσει τις παραπάνω προκλήσεις. Ως συστήματα MIMO αναφέρονται τα συστήματα με πολλαπλές κεραίες τόσο στον πομπό όσο και στο δέκτη. Η λειτουργία των συστημάτων αυτών βασίζεται στην κεντρική ιδέα ότι τα σήματα δειγματοληπτούνται χωρικά σε πομπό και δέκτη και συνδυάζονται με τέτοιο τρόπο, ώστε, είτε να μεταδοθούν παράλληλα ανεξάρτητες ροές δεδομένων (με αποτέλεσμα την αύξηση του ρυθμού μετάδοσης), είτε να βελτιωθεί η ποιότητα επικοινωνίας (δηλαδή να μειωθεί ο ρυθμός σφαλμάτων).

Είναι εμφανές ότι τα οφέλη από την χρήση πολλαπλών κεραιών οφείλονται στην εκμετάλλευση μιας νέας διάστασης, του χώρου. Έτσι, επειδή η χωρική διάσταση χρησιμοποιείται συμπληρωματικά με τον χρόνο, οι ασύρματες επικοινωνίες MIMO είναι γνωστές ως επικοινωνίες χώρου-χρόνου.

Μέχρι το 1990, οι συστοιχίες κεραιοστοιχείων χρησιμοποιούνταν στη μια άκρη της ζεύξης, κυρίως για την εκτίμηση της διεύθυνσης άφιξης ή για τη διαφορική λήψη

των σημάτων. Οι τεχνικές μορφοποίησης των λοβών ακτινοβολίας (beamforming) είχαν αρχίσει να χρησιμοποιούνται από τη δεκαετία του 1970 για την προσαρμοστική στόχευση της ενέργειας προς μια επιθυμητή κατεύθυνση, ώστε να μεγιστοποιηθεί ο σηματοθορυβικός λόγος ή να καταπιεστούν οι παρεμβολές. Από την άλλη πλευρά, οι τεχνικές χωρικού διαφορισμού (spatial diversity) εκμεταλλεύονται την πολυδιαδρομική διάδοση, ώστε να προκύψει βελτιωμένος σηματοθορυβικός λόγος από τον κατάλληλο συνδυασμό των σημάτων που καταφτάνουν σε ασυσχέτιστα κεραιοστοιχεία.

Στις αρχές της δεκαετίας του 1990 προτάθηκαν νέες ιδέες, σύμφωνα με τις οποίες οι στοιχειοκεραίες μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την αύξηση της χωρητικότητας των ασύρματων ζευξέων. Οι καινοτόμες τεχνικές MIMO εκμεταλλεύονται, αντί να αντιμετωπίζουν, τις τυχαίες διαλείψεις του διαύλου που προκύπτουν από την πολυδιαδρομική διάδοση, προς όφελος του συστήματος επικοινωνιών. Οι Roy και Ottersten πρότειναν το 1996 την χρήση των κεραιών του σταθμού βάσης για την εξυπηρέτηση πολλαπλών ομοδιαυλικών χρηστών [2]. Οι Paulraj και Kailath πρότειναν το 1994 μια τεχνική για την αύξηση της χωρητικότητας μιας ασύρματης ζεύξης, χρησιμοποιώντας πολλαπλές κεραιές σε πομπό και δέκτη [3]. Η δυνατότητα δραματικής βελτίωσης της επίδοσης των συστημάτων αυτών, χωρίς την αύξηση του εύρους ζώνης του διαύλου, αποδείχτηκε στην φημισμένη εργασία του Telatar [4]. Συγχρόνως, η θεμελιώδης έρευνα στα συστήματα MIMO συνεχίστηκε με την ανάπτυξη του αλγορίθμου V-BLAST [5], ο οποίος επιτυγχάνει φασματική απόδοση (spectral efficiency) της τάξης των 10–20 bits/s/Hz, και με τη σχεδίαση των πρώτων κωδίκων χώρου-χρόνου. Έτσι, έγινε η απαρχή μιας νέας επανάστασης στην θεωρία πληροφορίας και επικοινωνιών και τα συστήματα MIMO συγκέντρωσαν το έντονο ενδιαφέρον της ερευνητικής κοινότητας.

Το μειονέκτημα των τεχνικών MIMO είναι ότι εισάγουν αυξημένη πολυπλοκότητα στα συστήματα επικοινωνιών, που αφορά τόσο την πολυπλοκότητα του υλικού των πομποδεκτών (λόγω της ανάγκης για περισσότερες αλυσίδες RF), όσο και την υπολογιστική πολυπλοκότητα αποκωδικοποίησης των λαμβανόμενων σημάτων. Για το λόγο αυτό, οι τεχνικές αυτές δεν έχουν εφαρμοστεί ευρέως στην πράξη. Ωστόσο, σήμερα η τεχνολογία MIMO έχει υιοθετηθεί στις προδιαγραφές των καινούριων συστημάτων ευρυζωνικών επικοινωνιών, τόσο για ασύρματα τοπικά δίκτυα (IEEE 802.11n), όσο και για ασύρματα δίκτυα ευρείας περιοχής (WiMax, UMTS LTE).

Στη συνέχεια, θα εξεταστούν αναλυτικότερα τα οφέλη που προκύπτουν από τα συστήματα πολλαπλών κεραιών καθώς και οι κυριότερες τεχνικές που χρησιμοποιούνται για την εκμετάλλευσή τους σε πρακτικά συστήματα επικοινωνιών.

2.1 Σχέσεις εισόδων – εξόδων στα συστήματα πολλαπλών κεραιοστοιχείων

2.1.1 Συστήματα SISO

Με τον όρο συστήματα *απλής εισόδου - απλής εξόδου* (Single-Input Single-Output – SISO) αναφέρονται τα συστήματα που διαθέτουν μια κεραία σε πομπό και δέκτη (βλ σχήμα 2.1).

Έστω $h_c(\tau; t)$ η χρονικά μεταβαλλόμενη κρουστική απόκριση του συστήματος που ορίζεται από το φίλτρο μορφοποίησης παλμών στον πομπό, το ραδιοδιάλυο και το προσαρμοσμένο φίλτρο του δέκτη. Ορίζουμε ως $h_c(\tau; t)$ τη μιγαδική περιβάλλουσα (ισοδύναμο σήμα βασικής ζώνης) της απόκρισης την χρονική στιγμή t σε μια μοναδιαία κρουστική είσοδο που εκπέμπεται την χρονική στιγμή $t - \tau$. Για λόγους ευκολίας, η $h_c(\tau; t)$ θα αναφέρεται καταχρηστικά ως η κρουστική απόκριση του διαύλου ανάμεσα στην κεραία του πομπού στην κεραία του δέκτη.

Αν μεταδίδεται το σήμα $s(t)$ από τον πομπό, το λαμβανόμενο σήμα στο δέκτη είναι

$$y(t) = \int_0^{\tau_{tot}} h_c(t; \tau) s(t - \tau) d\tau + n(t) = h_c(t; \tau) \star s(t) + n(t) \quad (2.1)$$

όπου με \star συμβολίζεται η συνέλιξη και $n(t)$ είναι το σήμα του λευκού προσθετικού Gaussian θορύβου στο δέκτη με φασματική πυκνότητα ισχύος N_o . Σημειώνεται πως τα $s(t)$, $y(t)$ και $n(t)$ είναι οι μιγαδικές περιβάλλουσες σημάτων στενής ζώνης. Έχουμε υποθέσει ότι η κρουστική απόκριση του διαύλου έχει διάρκεια τ_{tot} , η οποία συνδέεται με την χρονική διασπορά του διαύλου.

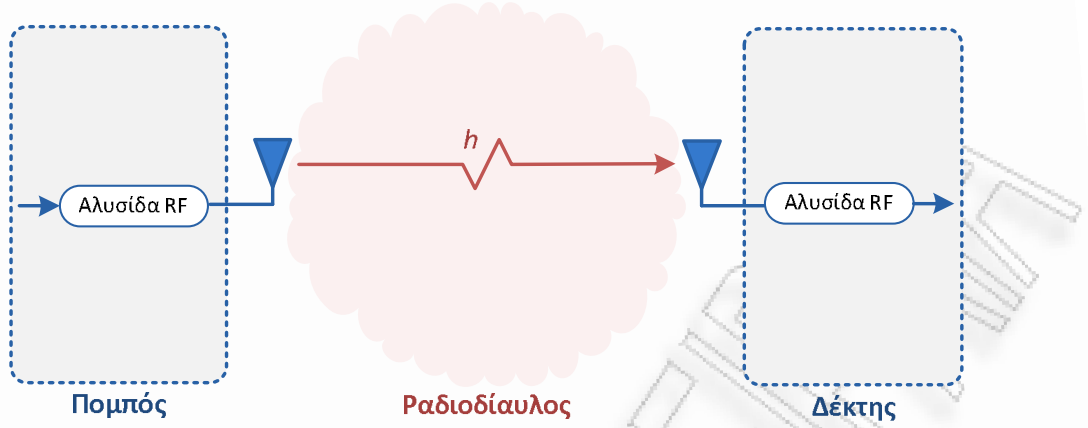
Αν μεταδίδεται η ακολουθία συμβόλων $s[l]$, με $l = 0, 1, 2, \dots$, τότε το λαμβανόμενο σήμα γράφεται ως

$$\begin{aligned} y(t) &= h_c(\tau; t) \star \left(\sum_l \sqrt{E_s} s[l] \delta(t - lT_s) \right) + n(t) \\ &= \sum_l \sqrt{E_s} s[l] h_c(t - lT_s; t) + n(t) \end{aligned} \quad (2.2)$$

όπου T_s είναι η διάρκεια συμβόλου ($T_s \approx 1/W$, όπου W είναι το εύρος ζώνης των μεταδιδόμενων σημάτων) και $\delta(\cdot)$ είναι η κρουστική συνάρτηση.

Αν το σήμα συνεχούς χρόνου $y(t)$ δειγματοληπτηθεί με περίοδο δειγματοληψίας T_s , δηλαδή κατά τις χρονικές στιγμές $t = kT_s$, τότε προκύπτει το λαμβανόμενο σήμα διακριτού χρόνου

$$y[k] = \sum_l s[l] h_c[k - l; k] + n[k] \quad (2.3)$$



Σχήμα 2.1: Σύστημα SISO

όπου $n[k]$ είναι τα δείγματα του λευκού προσθετικού θορύβου.

Όταν $T_s \gg \tau_{tot}$, ή ισοδύναμα, όταν το εύρος ζώνης των μεταδιδόμενων σημάτων είναι αρκετά μικρότερο από το εύρος ζώνης συνοχής του διαύλου (coherence bandwidth), ο δίαυλος παρουσιάζει *επίπεδες διαλείψεις ως προς τη συχνότητα* (frequency flat fading channel). Σε αυτή την περίπτωση, $h_c[l; k] = 0$ για $l \neq 0$ και κατά συνέπεια η σχέση εισόδου-εξόδου απλοποιείται ως εξής:

$$y[k] = h_c[k] s[k] + n[k] \quad (2.4)$$

όπου $h_c[k] \equiv h_c[0; k]$ είναι το μιγαδικό κέρδος του διαύλου (complex channel gain).

Για ένα δεδομένο περιβάλλον διάδοσης και για δεδομένες θέσεις πομπού και δέκτη, ο παράγοντας $h_c[k]$ αναλύεται ως εξής:

$$h_c[k] = G_{PL} G_{sh} h[k], \quad (2.5)$$

όπου

- G_{PL} είναι ένας πραγματικός συντελεστής που εκφράζει την *απώλεια διάδοσης* (path loss), δηλαδή τη μέση εξασθένιση του σήματος συναρτήσει της απόστασης πομπού - δέκτη.
- G_{sh} είναι μια πραγματική τυχαία μεταβλητή που εκφράζει την τυχαία μεταβολή της εξασθένισης για δεδομένη απόσταση, η οποία οφείλεται στο φαινόμενο της *σκίασης* (shadowing). Τα φαινόμενα της απώλειας διάδοσης και της σκίασης εντάσσονται στις λεγόμενες διαλείψεις μεγάλης κλίμακας.
- $h[k]$ είναι μια μιγαδική τυχαία μεταβλητή που εκφράζει τις *διαλείψεις μικρής κλίμακας*, δηλαδή τη μεταβολή των χαρακτηριστικών του σήματος (πλάτους και φάσης) για μετατοπίσεις του κινητού σταθμού της τάξης του $\frac{\lambda}{2}$. Οι δια-

λείψεις μικρής κλίμακας οφείλονται στη χρονική διασπορά του σήματος λόγω πολυδιαδρομικής διάδοσης και στη χρονική μεταβολή του διαύλου, λόγω μετατόπισης του δέκτη ή και των σκεδαστών που συμμετέχουν στη διάδοση. Αφού η εξασθένιση του σήματος εκφράζεται από τους παράγοντες G_{PL} και G_{sh} , θεωρούμε πως το μιγαδικό κέρδος του διαύλου λόγω διαλείψεων μικρής κλίμακας $h[k]$ δε μεταβάλλει την ισχύ του σήματος και κατά συνέπεια $\mathbb{E}\{|h[k]|^2\} = 1$.

Συνήθως, στη μελέτη επίδοσης ψηφιακών τεχνικών, θεωρούμε ότι επιτυγχάνεται ένας δεδομένος μέσος λόγος ενέργειας συμβόλου προς θόρυβο E_s/N_o , όπου $E_s = \mathbb{E}[s^2]$ είναι η μέση εκπεμπόμενη ενέργεια ανά περίοδο συμβόλου. Για το λόγο αυτό συνηθίζεται να αγνοούνται οι επιδράσεις των διαλείψεων μεγάλης κλίμακας. Αυτή η πρακτική ακολουθείται στο μεγαλύτερο μέρος της παρούσας διατριβής (με εξαίρεση το κεφάλαιο 4, όπου μελετάται η συνδυασμένη επίδραση των διαλείψεων μικρής κλίμακας και της σκίασης). Έτσι, εγκαταλείποντας τη χρονική ένδειξη $[k]$ για λόγους απλότητας, ξαναγράφουμε την (2.4) ως

$$y = hs + n. \quad (2.6)$$

όπου η τυχαία μεταβλητή του λευκού προσθετικού θορύβου n είναι μιγαδική κυκλικά συμμετρική¹ Gaussian με μηδενική μέση τιμή (zero-mean circularly symmetric complex Gaussian – ZMCSCG) και διακύμανση² N_o .

Στη συνέχεια μελετάται πώς επεκτείνεται η παραπάνω σχέση εισόδου-εξόδου σε συστήματα με πολλαπλές κεραίες. Σε αυτή την περίπτωση, ο δίαυλος αναλύεται σε τόσους διαύλους SISO όσα είναι και όλα τα ζεύγη που μπορούν να σχηματιστούν ανάμεσα στα κεραιοστοιχεία του πομπού και του δέκτη, οι οποίοι όμως δεν είναι παράλληλοι. Σημειώνεται πως στα συστήματα με πολλαπλές κεραίες, η επίδραση των διαλείψεων μεγάλης κλίμακας μπορούν να αγνοηθούν μόνο αν καθένας από τους διαύλους SISO εμφανίζουν την ίδια απώλεια διαδρομής και την ίδια σκίαση. Αν η απόσταση ανάμεσα στα κεραιοστοιχεία είναι πολύ μικρότερη από την απόσταση πομπού-δέκτη και όλα τα κεραιοστοιχεία έχουν την ίδια πόλωση, τότε η υπόθεση αυτή είναι συνήθως αποδεκτή. Από εδώ και στο εξής λοιπόν, θα θεωρούμε ότι ο δίαυλος παρουσιάζει επίπεδες διαλείψεις και ότι μοντελοποιείται μόνο το φαινόμενο των διαλείψεων μικρής κλίμακας, εκτός αν αναφέρεται διαφορετικά.

¹Μια μιγαδική τυχαία μεταβλητή, που ακολουθεί την κατανομή Gauss με μέση τιμή $\mu = 0$ και διακύμανση σ^2 , χαρακτηρίζεται ως *κυκλικά συμμετρική*, όταν το πραγματικό και φανταστικό της μέρος είναι ανεξάρτητες τυχαίες μεταβλητές, που ακολουθούν την κατανομή Gauss με μέση τιμή $\mu = 0$ και διακύμανση $\sigma^2/2$.

²Η διακύμανση του θορύβου κανονικά είναι $\sigma_n^2 = N_o W$. Ωστόσο, για λόγους απλότητας, θα θεωρήσουμε ότι ο δίαυλος έχει μοναδιαίο εύρος ζώνης, επομένως $\sigma_n^2 = N_o$. Επειδή η υπόθεση αυτή γίνεται πολύ συχνά και χωρίς βλάβη της γενικότητας, υιοθετείται και στην παρούσα διατριβή.

2.1.2 Συστήματα SIMO

Όταν ο δέκτης είναι εφοδιασμένος με μια στοιχειοκεραία M_R κερατοστοιχείων και ο δέκτης διαθέτει μόνο μια κεραία, το σύστημα χαρακτηρίζεται ως *απλής εισόδου - πολλαπλών εξόδων* (Single-Input, Multiple-Output – SIMO).

Ο διάυλος SIMO μπορεί να αναλυθεί σε M_R SISO διαύλους (βλ. σχήμα 2.2). Έστω h_i το μιγαδικό κέρδος του διαύλου ανάμεσα στην κεραία του πομπού (υποθέτοντας επίπεδες διαλείψεις) και το i -οστό κερατοστοιχείο του δέκτη. Το λαμβανόμενο σήμα στο i -οστό κερατοστοιχείο του δέκτη θα είναι

$$y_i = h_i s + n_i, \quad (2.7)$$

όπου n_i είναι ο λευκός προσθετικός θόρυβος στο i -οστό κερατοστοιχείο του δέκτη. Σημειώνεται ότι ο θόρυβος είναι και χωρικά λευκός, δηλαδή τα σήματα του θορύβου που εμφανίζονται στα διαφορετικά κερατοστοιχεία του δέκτη είναι ανεξάρτητα. Κατά συνέπεια, $\mathbb{E}[n_i n_k] = 0$ για κάθε $i \neq k$, δεδομένου ότι $\mathbb{E}[n_i] = 0$ για κάθε $i = 1, \dots, M_R$.

Ορίζοντας το διάνυσμα των λαμβανόμενων σημάτων στο δέκτη $\mathbf{y} = [y_1 \ y_2 \ \dots \ y_{M_R}]^T$, η σχέση εισόδου-εξόδων σε ένα σύστημα SIMO μπορεί να γραφτεί σε διανυσματική μορφή:

$$\mathbf{y} = \mathbf{h}s + \mathbf{n}, \quad (2.8)$$

όπου

$$\mathbf{h} = [h_1 \ h_2 \ \dots \ h_{M_R}]^T \quad (2.9)$$

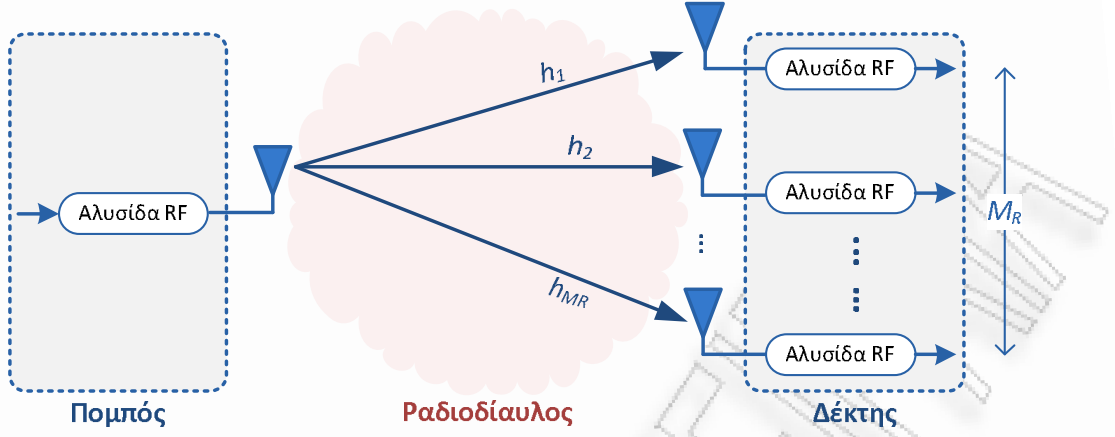
είναι το διάνυσμα μεταφοράς του διαύλου SIMO και $\mathbf{n} \in \mathbb{C}^{M_R \times 1}$ είναι το ZMCSCG τυχαίο διάνυσμα³ του λευκού προσθετικού θορύβου με πίνακα συνδιακύμανσης $N_o \mathbf{I}_{M_R}$. Επειδή ο θόρυβος είναι και χωρικά και χρονικά λευκός, $\mathbb{E}\{\mathbf{n}[k] \mathbf{n}[l]^H\} = N_o \mathbf{I}_{M_R} \delta[k - l]$.

2.1.3 Συστήματα MISO

Όταν ο πομπός είναι εφοδιασμένος με μια στοιχειοκεραία M_T κερατοστοιχείων και ο πομπός διαθέτει μόνο μια κεραία, το σύστημα χαρακτηρίζεται ως *πολλαπλών εισόδων - απλής εξόδου* (Multiple-Input, Single-Output – MISO).

³Γενικότερα, ένα μιγαδικό τυχαίο διάνυσμα \mathbf{x} που ακολουθεί την κατανομή Gauss είναι *κυκλικά συμμετρικό* με μέση τιμή $\mathbf{m} = \mathbb{E}[\mathbf{x}]$ και πίνακα συνδιακύμανσης $\mathbf{\Sigma} = \mathbb{E}[(\mathbf{x} - \mathbf{m})(\mathbf{x} - \mathbf{m})^H]$, όταν το πραγματικό διάνυσμα $\hat{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \Re(\mathbf{x}) \\ \Im(\mathbf{x}) \end{bmatrix}$ ακολουθεί την κατανομή Gauss με μέση τιμή $\hat{\mathbf{m}} = \begin{bmatrix} \Re(\mathbf{m}) \\ \Im(\mathbf{m}) \end{bmatrix}$

και πίνακα συνδιακύμανσης $\hat{\mathbf{\Sigma}} = \mathbb{E}[(\hat{\mathbf{x}} - \hat{\mathbf{m}})(\hat{\mathbf{x}} - \hat{\mathbf{m}})^H] = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \Re(\mathbf{\Sigma}) & -\Im(\mathbf{\Sigma}) \\ \Im(\mathbf{\Sigma}) & \Re(\mathbf{\Sigma}) \end{bmatrix}$.



Σχήμα 2.2: Σύστημα SIMO

Ο διάυλος MISO μπορεί να αναλυθεί σε M_T SISO διαύλους (βλ. σχήμα 2.3). Έστω h_j το μιγαδικό κέρδος του διαύλου ανάμεσα στο j -οστό κεραιοστοιχείο του πομπού και στην κεραία του δέκτη (υποθέτοντας επίπεδες διαλείψεις) και s_j το σήμα που εκπέμπεται από το αντίστοιχο κεραιοστοιχείο. Το συνολικά λαμβανόμενο σήμα y στο δέκτη θα αποτελεί υπέρθεση των σημάτων που καταφτάνουν, μέσω του περιβάλλοντος πολυδιαδρομικής διάδοσης, από κάθε κεραιοστοιχείο του πομπού, δηλαδή

$$y = \sum_{j=1}^{M_T} h_j s_j + n, \quad (2.10)$$

όπου n είναι ο λευκός προσθετικός θόρυβος στο δέκτη, που είναι μια ZMCSCG τυχαία μεταβλητή με διακύμανση N_0 . Αν $\mathbf{s} = [s_1 \ s_2 \ \dots \ s_{M_T}]^T$ είναι το διάνυσμα των εκπεμπόμενων σημάτων, η (2.10) μπορεί να γραφτεί ως

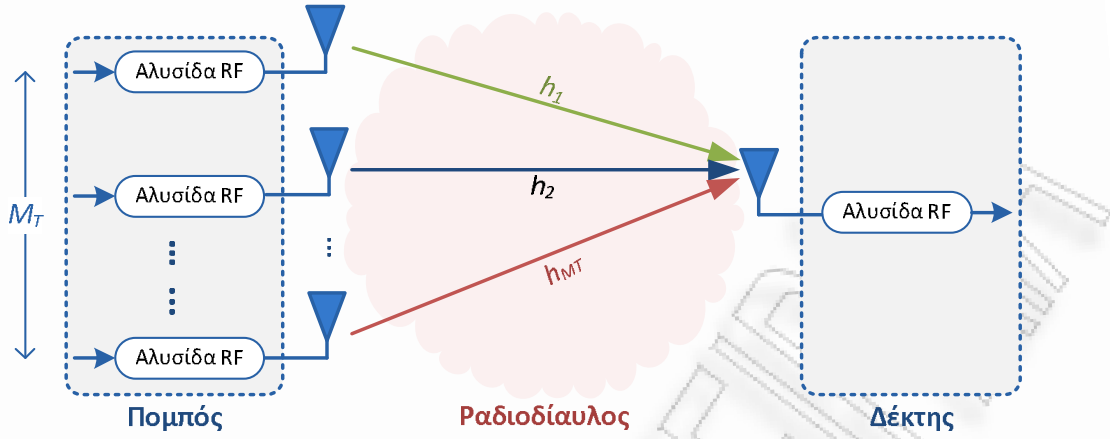
$$y = \mathbf{h}\mathbf{s} + n, \quad (2.11)$$

όπου

$$\mathbf{h} = [h_1 \ h_2 \ \dots \ h_{M_T}] \quad (2.12)$$

είναι το διάνυσμα μεταφοράς του διαύλου MISO.

Για να μπορούμε να κάνουμε μια δίκαιη σύγκριση της επίδοσης συστημάτων με διαφορετικό αριθμό κεραιοστοιχείων στον πομπό, υποθέτουμε ότι η μέση ολική εκπεμπόμενη ισχύς ανά περίοδο συμβόλου $P_T = \sum_{j=1}^{M_T} \mathbb{E}[|s_j|^2]$ παραμένει σταθερή και ανεξάρτητη του M_T . Αν η κατανομή της ισχύος ανάμεσα στα κεραιοστοιχεία του πομπού γίνεται ομοιόμορφα, η μέση ενέργεια $E_s = \mathbb{E}[|s_j|^2]$ (για οποιοδήποτε j) που εκπέμπεται σε κάθε περίοδο συμβόλου από κάθε κεραιοστοιχείο του πομπού θα είναι $E_s = P_T/M_T$. Ο σηματοθορυβικός λόγος που παρατηρείται στο δέκτη είναι



Σχήμα 2.3: Σύστημα MISO

$$\rho = P_T/N_o, \text{ δηλαδή } \rho = \frac{E_s}{M_T N_o}.$$

2.1.4 Σύστημα MIMO

Στα συστήματα πολλαπλών εισόδων - πολλαπλών εξόδων, ο πομπός και ο δέκτης είναι εφοδιασμένοι με στοιχειοκεραίες που διαθέτουν M_R και M_T κεραιοστοιχεία αντίστοιχα.

Ο δίαυλος MIMO μπορεί να αναλυθεί σε $M_R M_T$ SISO διαύλους, όσα είναι δηλαδή και τα πιθανά ζεύγη που μπορούν να σχηματιστούν ανάμεσα στα κεραιοστοιχεία του πομπού και του δέκτη (βλ. σχήμα 2.4). Έστω h_{ij} το μιγαδικό κέρδος του διαύλου ανάμεσα στο j -οστό κεραιοστοιχείο του πομπού και το i -οστό κεραιοστοιχείο του δέκτη. Το λαμβανόμενο σήμα στο i -οστό κεραιοστοιχείο του δέκτη θα είναι

$$y_i = \sum_{j=1}^{M_T} h_{ij} s_j + n_i, \quad (2.13)$$

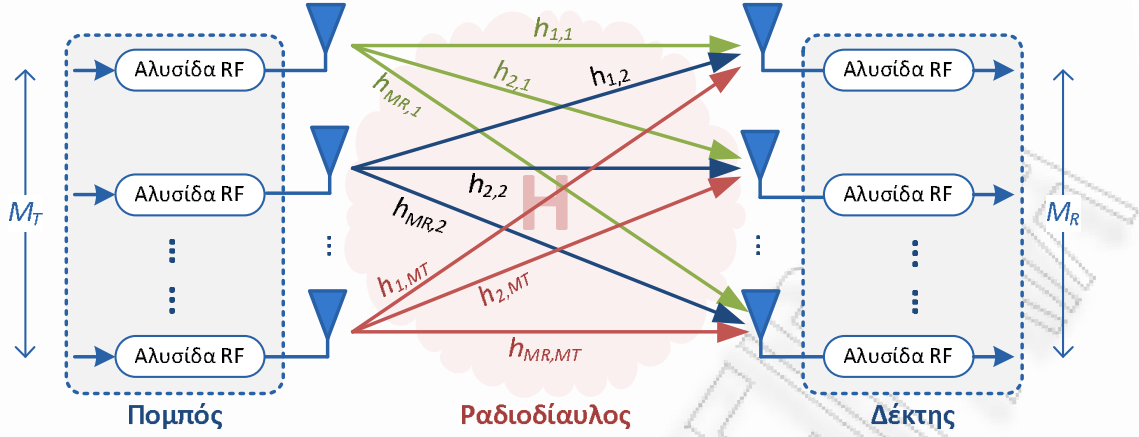
Αν $\mathbf{s} = [s_1 \ s_2 \ \dots \ s_{M_T}]^T$ είναι το διάνυσμα των εκπεμπόμενων σημάτων, το διάνυσμα λαμβανόμενων σημάτων στο δέκτη $\mathbf{y} = [y_1 \ y_2 \ \dots \ y_{M_R}]^T$ θα είναι

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{s} + \mathbf{n} \quad (2.14)$$

όπου

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & \dots & h_{1M_T} \\ h_{21} & h_{22} & \dots & h_{2M_T} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{M_R1} & h_{M_R2} & \dots & h_{M_R M_T} \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

είναι ο πίνακας μεταφοράς του διαύλου MIMO (διαστάσεων $M_R \times M_T$) και $\mathbf{n} \in$



Σχήμα 2.4: Σύστημα MIMO

$\mathbb{C}^{M_R \times 1}$ είναι το ZMCSCG τυχαίο διάνυσμα του λευκού προσθετικού θορύβου με πίνακα συνδιακύμανσης $N_o \mathbf{I}_{M_R}$. Όπως και στα συστήματα MISO, θεωρούμε ότι η μέση ενέργεια $E_s = \mathbb{E}[s_j]$ (για οποιοδήποτε j) που εκπέμπεται σε κάθε περίοδο συμβόλου από κάθε κεραιοστοιχείο του πομπού είναι $E_s = P_T/M_T$ και ο μέσος σηματοθορυβικός λόγος που εμφανίζεται σε κάθε κεραιοστοιχείο του δέκτη είναι

$$\rho = \frac{P_T}{N_o} = \frac{E_s}{M_T N_o}. \quad (2.16)$$

2.2 Οφέλη από την χρήση πολλαπλών κεραιών

Τα οφέλη από την αύξηση του πλήθους των κεραιών στην επίδοση της ζεύξης μπορούν να διακριθούν σε: κέρδος συστοιχίας (array gain), κέρδος κωδικοποίησης (coding gain), κέρδος διαφορισμού (diversity gain) και κέρδος χωρικής πολυπλεξίας (spatial multiplexing gain) [6]. Σημειώνεται πως υφίσταται μια συμπληρωματική σχέση ανάμεσα στα κέρδη διαφορισμού και χωρικής πολυπλεξίας, υπό την έννοια ότι δεν είναι εφικτή η ταυτόχρονη μεγιστοποίησή τους.

2.2.1 Κέρδος συστοιχίας

Ο όρος κέρδος συστοιχίας αναφέρεται στη μέση αύξηση του σηματοθορυβικού λόγου στο δέκτη που προκύπτει από το συμφασικό συνδυασμό (coherent combining) των σημάτων των κεραιών λήψης ή/και εκπομπής, δηλαδή

$$G_a = \frac{\rho_o}{\rho}, \quad (2.17)$$

όπου με G_a συμβολίζεται το κέρδος συστοιχίας, ρ είναι ο μέσος σηματοθορυβικός λόγος σε κάθε κεραιοστοιχείο του δέκτη και ρ_o είναι ο μέσος ενεργός σηματοθορυβικός λόγος που προκύπτει μετά το συμφασικό συνδυασμό, δηλαδή ο σηματοθορυβικός λόγος του σήματος που οδηγείται στον ανιχνευτή του δέκτη.

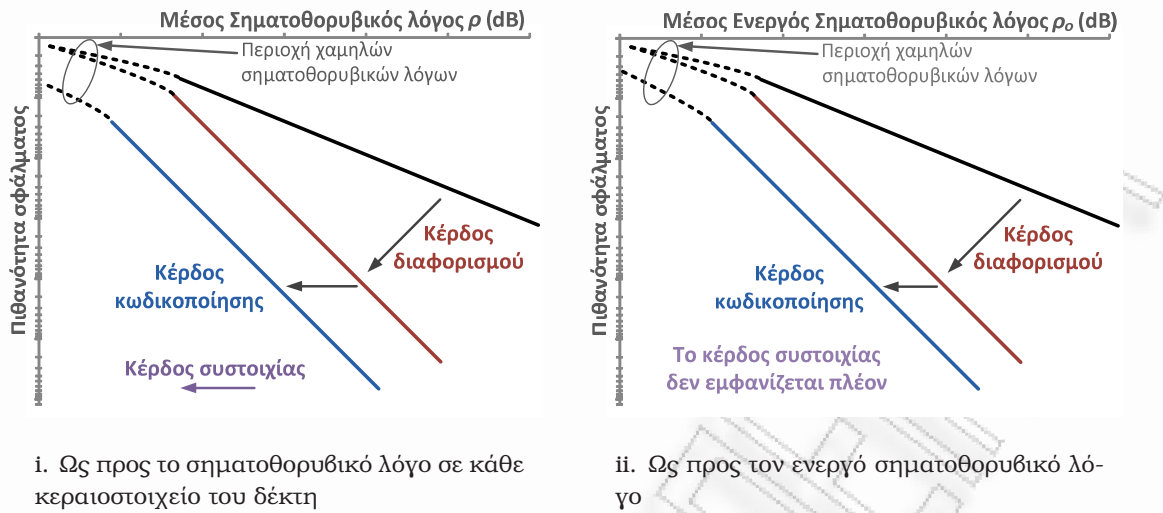
Ο συμφασικός συνδυασμός των μιγαδικών ισοδύναμων σημάτων βασικής ζώνης μπορεί να γίνει μόνο όταν είναι διαθέσιμη η ακριβής γνώση του διαύλου. Όταν η στοιχειοκεραία χρησιμοποιείται μόνο στο δέκτη, η αύξηση της μέσης λαμβανόμενης ισχύος είναι ανάλογη με το πλήθος των κεραιοστοιχείων του.

2.2.2 Κέρδος χωρικού διαφορισμού

Το κέρδος χωρικού διαφορισμού (spatial diversity gain) περιγράφει τη βελτίωση της συμπεριφοράς του συστήματος έναντι των βαθιών διαλείψεων του διαύλου, ύστερα από κατάλληλη επεξεργασία των σημάτων των διαθέσιμων κεραιών. Η βελτίωση αυτή επιτυγχάνεται χάρη στο φαινόμενο της πολυδιαδρομικής διάδοσης: στο δέκτη γίνεται κατάλληλος συνδυασμός πολλαπλών αντιγράφων του εκπεμπόμενου σήματος, τα οποία έχουν υποστεί στατιστικά ανεξάρτητες διαλείψεις, εφόσον τα αντίγραφα αυτά έχουν διαδοθεί από διαφορετικές και ανεξάρτητες διαδρομές εντός του περιβάλλοντος διάδοσης. Το κέρδος διαφορισμού λοιπόν είναι ο αριθμός των ανεξάρτητων διαδρομών μέσω των οποίων φτάνουν στο δέκτη ανεξάρτητα αντίγραφα του ίδιου μεταδιδόμενου σήματος και η μέγιστη τιμή που μπορεί να λάβει είναι $M_R M_T$. Το κέρδος αυτού του είδους διακρίνεται στο χωρικό διαφορισμό δέκτη (receive antenna diversity) και στο χωρικό διαφορισμό πομπού (transmit antenna diversity).

Στην πρώτη περίπτωση, ο δέκτης συνδυάζει αντίγραφα του σήματος που καταφτάνουν στα διαφορετικά κεραιοστοιχεία του δέκτη μέσω διαφορετικών διαδρομών, έτσι ώστε η περιβάλλουσα του σήματος που προκύπτει να παρουσιάζει μικρότερες διακυμάνσεις. Αυτό μπορεί να επιτευχθεί, αν ο δέκτης διαθέτει τέλεια γνώση του διαύλου.

Αντίστοιχα, στην περίπτωση του χωρικού διαφορισμού πομπού, γίνεται κατάλληλη προεπεξεργασία των προς μετάδοση σημάτων, έτσι ώστε, συνδυαζόμενα στο δέκτη, να οδηγήσουν στη λήψη ενός σήματος, που έχει προκύψει από την κατάλληλη υπέρθεση των πολλαπλών αντιγράφων του σήματος πληροφορίας, τα οποία έχουν μεταδοθεί από τα διαφορετικά κεραιοστοιχεία του πομπού. Έτσι, προκύπτει ένα λαμβανόμενο σήμα με μικρότερες διακυμάνσεις στην περιβάλλουσα. Αυτό είναι εφικτό χωρίς πληροφορία για την κατάσταση του διαύλου στον πομπό, με την χρήση τεχνικών κωδικοποίησης χώρου-χρόνου (space-time coding), οι οποίες κωδικοποιούν το σήμα πληροφορίας ταυτόχρονα στο χρόνο και στις διαφορετικές κεραίες εκπομπής (χώρο), ώστε να μειωθούν οι διαλείψεις του λαμβανόμενου σήματος.



Σχήμα 2.5: Επίδραση των κερδών διαφορισμού, κωδικοποίησης και συστοιχίας στην καμπύλη της μέσης πιθανότητας σφάλματος ως προς το μέσο σηματοθορυβικό λόγο (λογαριθμικό διάγραμμα)

Για υψηλούς σηματοθορυβικούς λόγους, το κέρδος χωρικού διαφορισμού εμφανίζεται ως αύξηση της κλίσης της καμπύλης της μέσης πιθανότητας σφάλματος \bar{P}_e ως προς το μέσο σηματοθορυβικό λόγο σε κάθε κεραιοστοιχείο του δέκτη ρ , όταν έχει σχεδιαστεί σε λογαριθμικό διάγραμμα (βλ. σχήμα 2.5). Αυτό σημαίνει ότι, για αρκετά υψηλούς σηματοθορυβικούς λόγους, η πιθανότητα σφάλματος μειώνεται εκθετικά με την αύξηση του σηματοθορυβικού λόγου. Η απόλυτη τιμή της κλίσης της καμπύλης αυτής λέγεται *τάξη διαφορισμού* (diversity order) του συστήματος και η μέγιστη τιμή που μπορεί να λάβει είναι $M_R M_T$. Επομένως, η τάξη διαφορισμού ορίζεται ως

$$G_d = - \lim_{\rho \rightarrow \infty} \frac{\log \bar{P}_e(\rho)}{\log \rho}. \quad (2.18)$$

2.2.3 Κέρδος κωδικοποίησης

Για αρκετά υψηλούς σηματοθορυβικούς λόγους, το *κέρδος κωδικοποίησης* (coding gain) G_c εκφράζει την μετατόπιση προς τα αριστερά της καμπύλης της μέσης πιθανότητας σφάλματος \bar{P}_e ως προς το μέσο σηματοθορυβικό λόγο σε κάθε κεραιοστοιχείο του δέκτη ρ , όταν έχει σχεδιαστεί σε λογαριθμικό διάγραμμα (βλ. σχήμα 2.5i). Το κέρδος αυτό οφείλεται στην εφαρμογή τεχνικών κωδικοποίησης χώρου-χρόνου, δηλαδή στην εισαγωγή πλεονάζουσας πληροφορίας με σκοπό τη μείωση των σφαλμάτων, τόσο στο πεδίο του χρόνου όσο και στο πεδίο του χώρου (λόγω των πολλαπλών κεραιών). Σε αντίθεση με το κέρδος διαφορισμού, το κέρδος κωδικοποίησης παραμένει σταθερό με την αύξηση του ρ , αρκεί ο σηματοθορυβικός λόγος να είναι αρκετά υψηλός.



Σχήμα 2.6: Εφαρμογή μετασχηματισμού ιδιομορφών τιμών σε δίαυλο MIMO.

Παρόμοια επίδραση έχει και το κέρδος συστοιχίας. Ωστόσο, υπάρχει μια θεμελιώδης διαφορά ανάμεσα στο κέρδος κωδικοποίησης και το κέρδος συστοιχίας [7]: Σε αντίθεση με το κέρδος συστοιχίας, το κέρδος κωδικοποίησης εμφανίζεται ακόμα και όταν γίνει η γραφική παράσταση της πιθανότητας σφάλματος ως προς το μέσο ενεργό σηματοθορυβικό λόγο, δηλαδή το σηματοθορυβικό λόγο του σήματος που οδηγείται στον ανιχνευτή (βλ. σχήμα 2.5ii).

Το κέρδος κωδικοποίησης, όπως και η τάξη διαφορισμού, μπορούν να βρεθούν από την έκφραση της μέσης πιθανότητας σφάλματος για υψηλούς σηματοθορυβικούς λόγους, η οποία μπορεί να γραφτεί προσεγγιστικά ως

$$\bar{P}_e \approx \mathcal{K}(G_c \rho)^{-G_d} + o(\rho^{-G_d}), \quad (2.19)$$

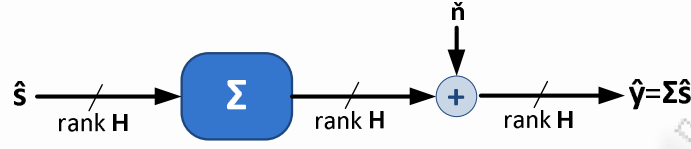
όπου G_c είναι το κέρδος κωδικοποίησης, G_d είναι το κέρδος χωρικού διαφορισμού, \mathcal{K} είναι μια σταθερά και $o(x)$ είναι ένας παράγοντας με την ιδιότητα $\lim_{x \rightarrow 0} o(x)/x = 0$.

2.2.4 Κέρδος χωρικής πολυπλεξίας

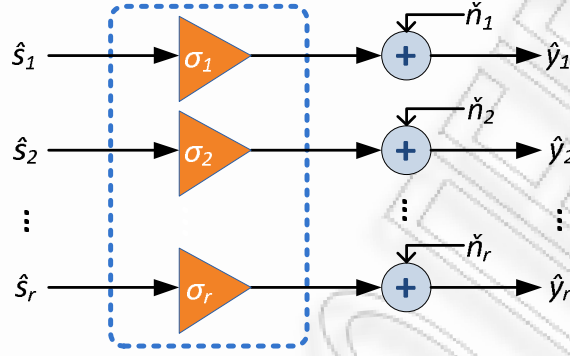
Το κέρδος χωρικής πολυπλεξίας είναι δυνατό να επιτευχθεί μόνο σε συστήματα MIMO και αναφέρεται στη γραμμική αύξηση της χωρητικότητας, χωρίς επιπλέον αύξηση της ισχύος ή του εύρους ζώνης. Η επίτευξη του κέρδους χωρικής πολυπλεξίας γίνεται με την εκμετάλλευση της έμφυτης ορθογωνιότητας που εισάγει ο ραδιοδίαυλος λόγω της έντονης σκέδασης των κυμάτων που μεταφέρουν το σήμα πληροφορίας από τις κεραίες πομπού στις κεραίες του δέκτη.

Ας εξετάσουμε αναλυτικότερα πώς τα συστήματα MIMO συμβάλλουν στην αύξηση της χωρητικότητας και αποδίδουν το κέρδος χωρικής πολυπλεξίας. Έστω $\mathbf{H} = \mathbf{U}\mathbf{\Sigma}\mathbf{V}^H$ η διάσπαση ιδιομορφών τιμών⁴ (singular value decomposition – SVD) του πίνακα μεταφοράς του διαύλου. Εφαρμόζοντας τους μετασχηματισμούς $\mathbf{s} = \mathbf{V}\hat{\mathbf{s}}$ στα εκπεμπόμενα σήματα και $\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{U}^H \mathbf{y}$ στα λαμβανόμενα σήματα (βλ. σχήμα 2.6),

⁴Χρησιμοποιείται η λεγόμενη «λεπτή» διάσπαση ιδιομορφών τιμών (thin SVD), στην οποία ο πίνακας $\mathbf{\Sigma} \in \mathbb{R}^{r \times r}$ ($r = \text{rank}(\mathbf{H})$) είναι ένας διαγώνιος πίνακας που περιέχει σε φθίνουσα διάταξη τις r μη μηδενικές ιδιοτιμές $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_r$ του πίνακα $\mathbf{H}\mathbf{H}^H$ (ή ισοδύναμα, του πίνακα $\mathbf{H}^H\mathbf{H}$), $\mathbf{U} \in \mathbb{C}^{M_R \times r}$ είναι ο πίνακας των αντίστοιχων ιδιοδιανυσμάτων του $\mathbf{H}\mathbf{H}^H$ και $\mathbf{V} \in \mathbb{C}^{M_T \times r}$ είναι ο πίνακας ιδιοδιανυσμάτων του $\mathbf{H}^H\mathbf{H}$. Στην παρούσα διατριβή, όπου αναφέρεται η διάσπαση ιδιομορφών τιμών, θα εννοείται η παραπάνω «λεπτή» διάσπαση, εκτός αν αναφέρεται διαφορετικά.



i. Μπλοκ διάγραμμα ισοδύναμου συστήματος



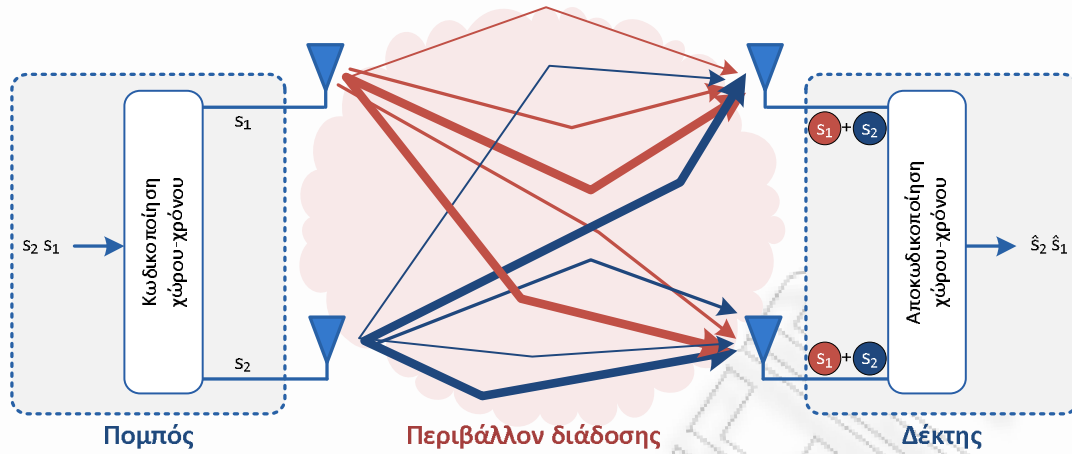
ii. Παράλληλοι και ανεξάρτητοι δίαυλοι SISO

Σχήμα 2.7: Ανάλυση συστήματος MIMO σε παράλληλους και ανεξάρτητους διαύλους.

προκύπτει η εξής η σχέση εισόδων-εξόδων του συστήματος:

$$\hat{\mathbf{y}} = \Sigma \hat{\mathbf{s}} + \hat{\mathbf{n}} \quad (2.20)$$

όπου $\hat{\mathbf{n}} = \mathbf{U}^H \mathbf{n}$. Αφού ο πίνακας Σ είναι διαγώνιος, το σύστημα μπορεί να αναλυθεί σε $r = \text{rank} \mathbf{H}$ παράλληλους και ανεξάρτητους διαύλους SISO, σε καθέναν από τους οποίους η σχέση εισόδου-εξόδου περιγράφεται από την εξίσωση $\hat{y}_j = \sigma_j \hat{s}_j + \hat{n}_j$, για $j = 1, \dots, r$ (βλ. σχήμα 2.7). Είναι εμφανές ότι το κέρδος ισχύος καθενός από τους παράλληλους διαύλους ισούται με την αντίστοιχη ιδιόμορφη τιμή του πίνακα μεταφοράς του διαύλου. Εδώ πρέπει να τονιστεί ότι οι προαναφερθέντες παράλληλοι δίαυλοι είναι εικονικοί, με την έννοια ότι προκύπτουν από μαθηματική επεξεργασία και όχι από φυσική παρακολούθηση. Ωστόσο, με την παραπάνω ανάλυση αποδεικνύεται ότι η χωρητικότητα αυξάνεται γραμμικά ως προς το βαθμό του πίνακα μεταφοράς του διαύλου, για τον οποίο ισχύει $r \leq \min(M_T, M_R)$. Αν η διάδοση επηρεάζεται από πολλούς σκεδαστές, δηλαδή το περιβάλλον είναι πλήρους σκέδασης (full ή rich scattering), τότε ο πίνακας μεταφοράς του διαύλου είναι πλήρους βαθμού (full rank) και η χωρητικότητα αυξάνεται γραμμικά ως προς το $\min(M_T, M_R)$. Αντίθετα, αν οι σκεδαστές είναι λίγοι ή εμφανίζεται μεγάλη χωρική συσχέτιση, ο πίνακας μεταφοράς του διαύλου είναι ελλιπούς βαθμού (rank deficient) και ο βαθμός μπορεί να φτάσει μέχρι και την τιμή 1.



Σχήμα 2.8: Σε περιβάλλον πλήρους σκέδασης, τα συστήματα MIMO επιτυγχάνουν κέρδος χωρικής πολυπλεξίας με το διαχωρισμό των χωρικών υπογραφών σήματος

Το κέρδος χωρικής πολυπλεξίας εκφράζει ακριβώς αυτή τη γραμμική αύξηση της χωρητικότητας που συνεπάγεται της χρήσης πολλαπλών κεραιοστοιχείων σε πομπό και δέκτη. Είναι εμφανές ότι το κέρδος χωρικής πολυπλεξίας μεγιστοποιείται όταν το περιβάλλον διάδοσης είναι πλήρους σκέδασης και καθορίζεται από το $\min(M_R, M_T)$.

Η επίτευξη του κέρδους χωρικής πολυπλεξίας είναι δυνατή, επειδή οι διαφορετικές διαδρομές μετάδοσης της πληροφορίας στο ασύρματο μέσο δημιουργούν διαφορετικές χωρικές υπογραφές σήματος στα κεραιοστοιχεία του δέκτη, οι οποίες μπορούν να διαχωριστούν μεταξύ τους όταν ο δίαυλος MIMO είναι γνωστός με ακρίβεια στο δέκτη. Μια σχηματική αναπαράσταση του παραπάνω συλλογισμού απεικονίζεται στο σχήμα 2.8, όπου φαίνονται οι διαφορετικές χωρικές υπογραφές των διαφορετικών συμβόλων που εκπέμπει κάθε κεραία.

Τέλος, για υψηλούς σηματοθορυβικούς λόγους, αν $C(\rho)$ είναι η χωρητικότητα⁵ του διαύλου, το κέρδος χωρικής πολυπλεξίας ορίζεται ως

$$G_{sm} = \lim_{\rho \rightarrow \infty} \frac{C(\rho)}{\log_2(\rho)}. \quad (2.21)$$

2.3 Χωρητικότητα διαύλων MIMO

Σύμφωνα με την πρωτοποριακή εργασία του Shannon, χωρητικότητα είναι ο μέγιστος ρυθμός μετάδοσης δεδομένων που μπορεί να υποστηριχθεί σε ένα δίαυλο, με ασυμπτωτικά μικρή πιθανότητα σφάλματος, υποθέτοντας πως δεν υπάρχουν περιορισμοί για την καθυστέρηση ή για την πολυπλοκότητα του κωδικοποιητή και αποκωδικοποιητή. Με άλλα λόγια, εκφράζει ένα θεωρητικό άνω φράγμα στο ρυθμό μετάδοσης δεδομένων που μπορεί να υποστηρίξει μια ζεύξη, χωρίς ωστόσο να είναι

⁵Η χωρητικότητα των διαύλων MIMO παρουσιάζεται στην παράγραφο 2.3.

γνωστές κάποιες πρακτικές τεχνικές που να επιτυγχάνουν αυτό το ρυθμό μετάδοσης. Αν ο ρυθμός μετάδοσης υπερβεί την χωρητικότητα, τότε η πιθανότητα σφάλματος είναι αδύνατο να τείνει προς το μηδέν.

Στη συνέχεια θα μελετήσουμε την χωρητικότητα των διαύλων MIMO, η οποία εξαρτάται από τη διαθέσιμη πληροφορία για την κατάσταση του διαύλου (channel state information – CSI) και την κατανομή που ακολουθούν τα σήματα στον πομπό και/ή στο δέκτη. Σε κάθε περίπτωση, θεωρούμε ότι ο δίαυλος παρουσιάζει επίπεδες διαλείψεις και ο δέκτης διαθέτει τέλεια εκτίμηση του διαύλου.

2.3.1 Χωρητικότητα στατικών διαύλων

Στην περίπτωση που υιοθετείται το μοντέλο *στατικού* (ή *μη εργοδικού*) διαύλου, θεωρούμε πως ο πίνακας μεταφοράς του διαύλου, παρότι είναι τυχαίος, όταν καθοριστεί, παραμένει σταθερός καθόλη τη διάρκεια της μετάδοσης. Αυτό σημαίνει ότι κάθε κωδική λέξη, όσο μεγάλης διάρκειας και αν είναι, θα επηρεαστεί από μόνο μια υλοποίηση του τυχαίου διαύλου [8]. Η παραδοχή αυτή είναι αποδεκτή σε διαύλους αργών διαλείψεων, δηλαδή όταν η περίοδος συμβόλου είναι πολύ μεγαλύτερη από τον χρόνο συνοχής του διαύλου.

Σε αυτή την περίπτωση, η κατά Shannon χωρητικότητα του διαύλου είναι η λεγόμενη *ντετερμινιστική χωρητικότητα*, η οποία δίδεται με τη βοήθεια της αμοιβαίας πληροφορίας $I(\mathbf{s}; \mathbf{y})$ ανάμεσα στο διάνυσμα μεταδιδόμενων σημάτων \mathbf{s} και το διάνυσμα των λαμβανόμενων σημάτων στο δέκτη \mathbf{y} , δηλαδή

$$C_{\mathbf{H}} = \max_{\substack{f(\mathbf{s}) \\ \text{tr}(\mathbf{R}_{\mathbf{ss}}) = P_T}} I(\mathbf{s}; \mathbf{y}) = \max_{f(\mathbf{s})} [H(\mathbf{y} | \mathbf{H}) - H(\mathbf{y} | \mathbf{s}, \mathbf{H})], \quad (2.22)$$

όπου $H(\cdot)$ είναι η εντροπία, $f(\cdot)$ είναι η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας και $\text{tr}(\mathbf{R}_{\mathbf{ss}}) = P_T$ είναι ο περιορισμός ισχύος στον πομπό. Από τον ορισμό της εντροπίας, προκύπτει ότι $H(\mathbf{y} | \mathbf{s}) = H(\mathbf{n})$. Αφού η εντροπία του θορύβου είναι ανεξάρτητη των μεταδιδόμενων σημάτων, η μεγιστοποίηση της αμοιβαίας πληροφορίας ισοδυναμεί με τη μεγιστοποίηση της εντροπίας του \mathbf{y} .

Αποδεικνύεται ότι για όλα τα τυχαία διανύσματα με πίνακα συνδιακύμανσης $\mathbf{R}_{\mathbf{yy}}$, η εντροπία του \mathbf{y} μεγιστοποιείται αν και μόνο αν το \mathbf{y} είναι ένα ZMCSCG τυχαίο διάνυσμα [9], το οποίο μπορεί να ισχύει μόνο όταν το \mathbf{s} είναι ένα ZMCSCG τυχαίο διάνυσμα. Σε αυτή την περίπτωση,

$$H(\mathbf{y}) = \log_2 \det[\pi e \mathbf{R}_{\mathbf{yy}}], \quad (2.23)$$

όπου

$$\mathbf{R}_{yy} = \mathbb{E}[\mathbf{y}\mathbf{y}^H] = \mathbf{H}\mathbf{R}_{ss}\mathbf{H}^H + \mathbf{I}_{M_R} \quad (2.24)$$

είναι ο πίνακας συνδιακύμανσης του \mathbf{y} . Επίσης, $H(\mathbf{n}) = \log_2 \det[\pi e N_o \mathbf{I}_{M_R}]$. Κατά συνέπεια, η χωρητικότητα του διαύλου (σε bps/Hz) θα είναι [4]

$$C_{\mathbf{H}} = \log_2 \det [\mathbf{I}_{M_R} + \mathbf{H}\mathbf{R}_{ss}\mathbf{H}^H] . \quad (2.25)$$

2.3.1.1 Τέλεια γνώση του διαύλου στον πομπό

Όπως αναφέρθηκε στην παράγραφο 2.2.4, με χρήση της διάσπασης ιδιόμορφων τιμών του πίνακα \mathbf{H} , ο δίαυλος MIMO αναλύεται σε $r = \text{rank} \mathbf{H}$ παράλληλους και ανεξάρτητους διαύλους (βλ. σχήμα 2.7ii). Αντικαθιστώντας $\mathbf{H} = \mathbf{U}\Sigma\mathbf{V}^H$ στην (2.25) και εκμεταλλευόμενοι τις ιδιότητες των ορθομοναδιαίων πινάκων, καταλήγουμε ότι η χωρητικότητα με γνώση του διαύλου σε πομπό και δέκτη είναι ίση με

$$C_{\mathbf{H},\text{CSIT}} = \max_{P_i: \sum_i P_i \leq P_T} \sum_i \log_2 \left(1 + \rho \frac{P_i}{P_T} \sigma_i^2 \right), \quad (2.26)$$

όπου P_i είναι η ισχύς που αποδίδεται στο i -οστό κεραιοστοιχείο του πομπού. Η βέλτιστη κατανομή ισχύος στον πομπό ικανοποιεί τη συνθήκη

$$\frac{P_i}{P_T} = \begin{cases} \frac{1}{\gamma_0} - \frac{1}{\rho \sigma_i} & \text{για } \sigma_i \geq \frac{\gamma_0}{\rho} \\ 0 & \text{για } \sigma_i < \frac{\gamma_0}{\rho} \end{cases}, \quad (2.27)$$

για κάποια τιμή αποκοπής (cutoff value) γ_0 , υπό τον περιορισμό $\sum_i P_i = P_T$. Η λύση του προβλήματος δίνεται από τον αλγόριθμο «συμπλήρωσης νερού» (waterfilling) [4, 10]. Η χωρητικότητα που προκύπτει είναι ίση με

$$C_{\mathbf{H},\text{CSIT}} = \sum_{i: \rho \sigma_i \geq \gamma_0} \log_2 \left(\frac{\rho \sigma_i}{\gamma_0} \right). \quad (2.28)$$

2.3.1.2 Μη διαθέσιμη γνώση του διαύλου στον πομπό

Έστω ότι μόνο ο δέκτης διαθέτει τέλεια εκτίμηση του διαύλου. Χωρίς πληροφορία για την κατάσταση του διαύλου, ο πομπός δε μπορεί να βελτιστοποιήσει την κατανομή ισχύος ή τη δομή του πίνακα συνδιακύμανσης \mathbf{R}_{ss} . Για το λόγο αυτό, φαίνεται λογικό να γίνεται *ομοιόμορφη κατανομή της ισχύος*, δηλαδή $\mathbf{R}_{ss} = \frac{P_T}{M_T} \mathbf{I}_{M_T}$, η οποία μάλιστα αποδεικνύεται ότι είναι η βέλτιστη δυνατή κατανομή ισχύος χωρίς γνώση του διαύλου στον πομπό, αν ο δίαυλος είναι Rayleigh i.i.d. [11]. Σε αυτή την περίπτωση,

η χωρητικότητα⁶ είναι

$$C_{\mathbf{H},\text{CSIR}} = \log_2 \det \left[\mathbf{I}_{M_R} + \frac{\rho}{M_T} \mathbf{H} \mathbf{H}^H \right], \quad (2.29)$$

ή, ισοδύναμα, χρησιμοποιώντας τη διάσπαση ιδιομορφών τιμών του \mathbf{H} ,

$$C_{\mathbf{H},\text{CSIR}} = \sum_{i=1}^{\text{rank} \mathbf{H}} \log_2 \left(1 + \frac{\rho}{M_T} \sigma_i^2 \right). \quad (2.30)$$

Για χαμηλούς σηματοθορυβικούς λόγους, η (2.29) γράφεται προσεγγιστικά ως [12]

$$C_{\mathbf{H},\text{CSIR}} \approx \log_2 \left(1 + \frac{\rho}{M_T} \|\mathbf{H}\|_F^2 \right). \quad (2.31)$$

Σε ένα στατικό δίαυλο, αν ο πομπός δε γνωρίζει τη συγκεκριμένη υλοποίηση του διαύλου ή τη μέση αμοιβαία πληροφορία του διαύλου, τότε δε γνωρίζει ποιος είναι ο ενδεξιγμένος ρυθμός μετάδοσης, ώστε η πληροφορία να αποκωδικοποιηθεί σωστά στο δέκτη. Σε αυτή την περίπτωση, ενδείκνυται η χρήση της *χωρητικότητας με πιθανότητα προσωρινής διακοπής* (outage capacity). Θεωρώντας ότι ο ρυθμός μετάδοσης είναι σταθερός και ίσος με R , τα μεταδιδόμενα δεδομένα δεν θα ληφθούν χωρίς σφάλματα, ή ισοδύναμα, η αμοιβαία πληροφορία θα είναι μικρότερη από το ρυθμό μετάδοσης R με πιθανότητα P_{out} , που δεν τείνει στο μηδέν. Έτσι, η χωρητικότητα με πιθανότητα προσωρινής διακοπής P_{out} στο σύστημα ορίζεται ως

$$C_{\mathbf{H},\text{CSIR}} = R : \Pr \left\{ \log_2 \det \left[\mathbf{I}_{M_R} + \frac{\rho}{M_T} \mathbf{H} \mathbf{H}^H \right] < R \right\} = P_{\text{out}}. \quad (2.32)$$

2.3.2 Χωρητικότητα εργοδικών διαύλων

Ο δίαυλος χαρακτηρίζεται ως *εργοδικός*, όταν μεταβάλλεται αρκετά γρήγορα, ώστε όταν μεταδοθεί μια κωδική λέξη αρκετά μεγάλης διάρκειας, να επηρεαστεί από όλες τις δυνατές καταστάσεις του διαύλου. Σε αυτή την περίπτωση, ο δίαυλος ορίζεται από μια ανεξάρτητα και πανομοιότυπα κατανεμημένη στοχαστική ανέλιξη. Θεωρούμε πως ο δίαυλος είναι εργοδικός, όταν εμφανίζει γρήγορες διαλείψεις, ή όταν σε έναν αργά χρονικά μεταβαλλόμενο δίαυλο γίνεται διεμπλοκή (interleaving) χωρίς περιορισμούς ως προς την καθυστέρηση [8].

Στους εργοδικούς διαύλους, εισέρχεται η έννοια της *εργοδικής χωρητικότητας*

⁶Εδώ δεν πρόκειται στην πραγματικότητα για την χωρητικότητα σύμφωνα με τον ορισμό του Shannon, αλλά απλά για την *αμοιβαία πληροφορία*, αφού, με γνώση του διαύλου, είναι δυνατή η εύρεση ενός κατάλληλου πίνακα συνδιακύμανσης \mathbf{R}_{ss} που να αποδίδει υψηλότερη αμοιβαία πληροφορία. Ωστόσο, πολύ συχνά χρησιμοποιείται καταχρηστικά ο όρος *χωρητικότητα*, ο οποίος υιοθετείται και στην παρούσα διατριβή.

(ergodic capacity), που ορίζεται ως ο στατιστικός μέσος όρος της χωρητικότητας που αντιστοιχεί σε κάθε τυχαία υλοποίηση του διαύλου, δηλαδή

$$\bar{C}_{\mathbf{H}} = \mathbb{E}_{\mathbf{H}} \left\{ \max_{f(\mathbf{s})} [H(\mathbf{y}|\mathbf{H}) - H(\mathbf{y}|\mathbf{s}, \mathbf{H})] \right\}. \quad (2.33)$$

2.3.2.1 Τέλεια γνώση του διαύλου στον πομπό

Όταν η τέλεια εκτίμηση του διαύλου είναι διαθέσιμη σε πομπό και δέκτη, ο πομπός μπορεί να εφαρμόσει την κατάλληλη στρατηγική μετάδοσης για κάθε υλοποίηση του διαύλου τυχαίων διαλείψεων, οπότε η χωρητικότητα είναι πράγματι ο στατιστικός μέσος όρος της χωρητικότητας που αντιστοιχεί σε κάθε τυχαία υλοποίηση του διαύλου.

Αν η συνολικά εκπεμπόμενη ισχύς για κάθε τυχαία υλοποίηση του διαύλου είναι ίση με τον περιορισμό επί της μέσης συνολικά εκπεμπόμενης ισχύος P_T (βραχυπρόθεσμος περιορισμός ισχύος), τότε η εργοδική χωρητικότητα του διαύλου είναι

$$\bar{C}_{\mathbf{H}, \text{CSIT}} = \mathbb{E} \left\{ \max_{P_i: \sum_i P_i \leq P_T} \sum_i \log_2 \left(1 + \rho \frac{P_i}{P_T} \sigma_i^2 \right) \right\}. \quad (2.34)$$

Ωστόσο, μπορεί ο περιορισμός ισχύος να είναι πιο χαλαρός: να επιτρέπεται η συνολικά εκπεμπόμενη ισχύς για διαφορετικές υλοποιήσεις του διαύλου \mathcal{P}_T να μην είναι σταθερή, αλλά η μέση συνολικά εκπεμπόμενη ισχύς να είναι P_T (μακροπρόθεσμος περιορισμός ισχύος). Σε αυτή την περίπτωση, η χωρητικότητα θα είναι

$$\bar{C}_{\mathbf{H}} = \max_{\mathbb{E}[\mathcal{P}_T] = P_T} \mathbb{E}_{\mathbf{H}} \left\{ \max_{\mathbf{R}_{\text{ss}}: \text{tr}(\mathbf{R}_{\text{ss}}) = \mathcal{P}_T} \log_2 \det [\mathbf{I}_{M_R} + \mathbf{H} \mathbf{R}_{\text{ss}} \mathbf{H}^H] \right\}. \quad (2.35)$$

Στην πρώτη περίπτωση γίνεται «συμπλήρωση νερού» ως προς τα κεραιοστοιχεία του πομπού (όπως και στην περίπτωση των στατικών διαύλων), ενώ στη δεύτερη περίπτωση πρέπει να εφαρμοστεί δισδιάστατη «συμπλήρωση νερού», τόσο ως προς τα κεραιοστοιχεία του πομπού (χώρος), όσο και ως προς κάθε υλοποίηση του διαύλου (χρόνος).

2.3.2.2 Μη διαθέσιμη γνώση του διαύλου στον πομπό

Όταν ο πομπός δε διαθέτει ακριβή γνώση του διαύλου και η υλοποίηση του διαύλου σε κάθε χρήση του είναι στατιστικά ανεξάρτητη από τις υπόλοιπες υλοποιήσεις, ο δίαυλος μπορεί να υποστηρίξει ένα σταθερό ρυθμό πληροφορίας για μεγάλο χρονικό διάστημα, ο οποίος είναι ίσος με την *εργοδική χωρητικότητα*. Όπως και στους στατικούς διαύλους, υποθέτουμε ότι γίνεται ομοιόμορφη κατανομή της ισχύος στον

πομπό, οπότε η εργοδική χωρητικότητα θα είναι

$$\bar{C}_{\mathbf{H}, \text{CSIR}} = \mathbb{E}_{\mathbf{H}} \left\{ \log_2 \det \left[\mathbf{I}_{M_R} + \frac{\rho}{M_T} \mathbf{H} \mathbf{H}^H \right] \right\}. \quad (2.36)$$

Έστω $\kappa = \min(M_R, M_T)$ και $K = \max(M_R, M_T)$. Για υψηλούς σηματοθορυβικούς λόγους, η εργοδική χωρητικότητα των διαύλων διαλείψεων Rayleigh i.i.d. δίνεται προσεγγιστικά από τη σχέση

$$\bar{C}_{\mathbf{H}} \approx \kappa \log_2 \left(\frac{\rho}{M_T} \right) + \frac{1}{\ln 2} \left(\sum_{j=1}^{\kappa} \sum_{p=1}^{K-j} \frac{1}{p} - C\kappa \right), \quad (2.37)$$

όπου $C \approx 0,57721566$ είναι η σταθερά του Euler [1, εξ. (8.367)]. Η (2.37) δείχνει γραμμική αύξηση της εργοδικής χωρητικότητας ως προς το κ , το οποίο είναι το κέρδος χωρικής πολυπλεξίας, επιβεβαιώνοντας το συμπέρασμα της παραγράφου 2.2.4.

Εκτός από την εργοδική χωρητικότητα, μπορεί να χρησιμοποιηθεί και η *χωρητικότητα με πιθανότητα προσωρινής διακοπής* P_{out} [εξίσωση (2.33)], η οποία εκφράζει το μέγιστο ρυθμό μετάδοσης που μπορεί να υποστηριχθεί από το δίαυλο στο $100(1 - P_{\text{out}})\%$ των πιθανών τυχαίων υλοποιήσεων του διαύλου.

2.3.3 Σύνδεση της χωρητικότητας με τα κέρδη διαφορισμού, συστοιχίας και χωρικής πολυπλεξίας

Στην παράγραφο αυτή θα μελετηθεί η επίδραση των κερδών διαφορισμού, συστοιχίας και χωρικής πολυπλεξίας στα στατιστικά χαρακτηριστικά της χωρητικότητας⁷, υποθέτοντας πως ο δίαυλος παρουσιάζει επίπεδες διαλείψεις Rayleigh i.i.d. και πως ο πομπός δε διαθέτει γνώση του διαύλου. Αφού παρουσιαστούν προσεγγιστικές σχέσεις για τα στατιστικά χαρακτηριστικά της χωρητικότητας, θα εξεταστεί πώς επηρεάζονται από τα παραπάνω κέρδη και πώς αυτά μεταβάλλονται καθώς μεταβάλλεται ο αριθμός των κεραιοστοιχείων σε κάθε πλευρά της ζεύξης.

2.3.3.1 Στατιστικός χαρακτηρισμός της χωρητικότητας

Όταν ο αριθμός των κεραιοστοιχείων είναι πολύ μεγάλος ($M_R, M_T \rightarrow \infty$), η χωρητικότητα τείνει να είναι μια τυχαία μεταβλητή που ακολουθεί την κατανομή Gauss. Μάλιστα, έχει αποδειχτεί ότι η προσέγγιση αυτή είναι πάρα πολύ καλή, ακόμα για μικρούς αριθμούς κεραιοστοιχείων [13, 14]. Επομένως, η χωρητικότητα με πιθανό-

⁷Υπενθυμίζεται ότι στην πραγματικότητα πρόκειται για την *αμοιβαία πληροφορία*.

Πίνακας 2.1: Εργοδική χωρητικότητα και διακύμανση της χωρητικότητας, με βάση την προσέγγιση ότι η χωρητικότητα ακολουθεί την κατανομή Gauss [14, Section II]

	$\mu_C = \bar{C}_H$	σ_C^2
$M_R \rightarrow \infty$	$M_T \log_2 \left(1 + \rho \frac{M_R}{M_T} \right)$	$(\log_2 e)^2 \frac{M_T}{M_R}$
$M_T \rightarrow \infty$	$M_R \log_2(1 + \rho)$	$(\log_2 e)^2 \left(\frac{\rho}{1 + \rho} \right)^2 \frac{M_R}{M_T}$
$M_R, M_T \rightarrow \infty$ και $\rho \rightarrow 0$	$M_R \rho \log_2 e$	$(\log_2 e)^2 \rho^2 \frac{M_R}{M_T}$
$M_R, M_T \rightarrow \infty$ και $\rho \rightarrow \infty$	$\kappa \log_2 \left(\frac{\rho}{M_T} \right) + \kappa \log_2 e \left(\sum_{i=1}^{K-\kappa} \frac{1}{i} - \gamma \right) + \log_2 e \sum_{i=1}^{\kappa-1} \frac{i}{K-i}$	$(\log_2 e)^2 \left[\sum_{i=1}^{\kappa-1} \frac{i}{(K-\kappa+i)^2} + \kappa \left(\frac{\pi^2}{6} - \sum_{i=1}^{K-\kappa} \frac{1}{i^2} \right) \right]$

τητα προσωρινής διακοπής P_{out} δίνεται προσεγγιστικά από τον τύπο

$$C_{H,CSIR} \approx \mu_C - \sigma_C Q^{-1}(P_{out}), \quad (2.38)$$

όπου μ_C και σ_C^2 είναι ο στατιστικός μέσος όρος και η διακύμανση της χωρητικότητας αντίστοιχα και $Q^{-1}(\cdot)$ είναι η αντίστροφη συνάρτηση Q του Gauss. Οι τιμές των μ_C και σ_C^2 για $M_R \rightarrow \infty$ ή/και $M_T \rightarrow \infty$ παρουσιάζονται στον πίνακα 2.1.

Επιπρόσθετα, ακολουθώντας διαφορετική προσέγγιση [12], έχει βρεθεί ότι η διακύμανση της χωρητικότητας σ_C^2 για υψηλούς σηματοθορυβικούς λόγους ισούται προσεγγιστικά με⁸

$$\sigma_C^2 \approx (\log_2 e)^2 \left[\frac{\pi^2}{6} \kappa - \sum_{j=1}^{\kappa} \sum_{i=1}^{K-j} \frac{1}{i^2} \right] \quad (2.39)$$

Μια λιγότερο ακριβής προσεγγιστική σχέση για τη διακύμανση της χωρητικότητας είναι η [12, εξ. (32)]

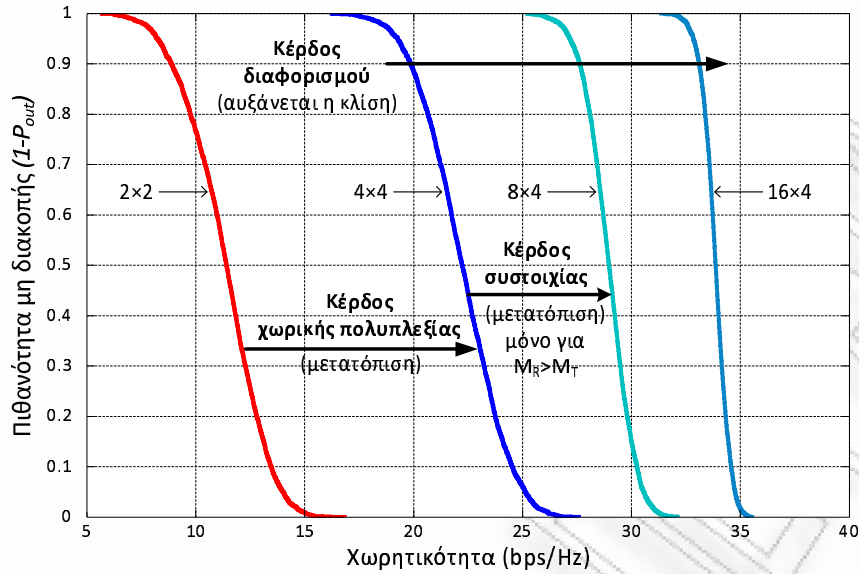
$$\sigma_C^2 \approx (\log_2 e)^2 \sum_{j=1}^{\kappa} \frac{1}{K-j+1} = (\log_2 e)^2 \sum_{j=1}^{\kappa} \frac{1}{K-\kappa+j}. \quad (2.40)$$

2.3.3.2 Κέρδος διαφορισμού ανά ροή δεδομένων

Η διακύμανση της χωρητικότητας ενός συστήματος SIMO είναι περίπου ίση με [15]

$$\sigma_{C,SIMO}^2 \approx \frac{(\log_2 e)^2}{M_R}, \quad (2.41)$$

⁸Στην αναφορά [12] δίνεται μια έκφραση της σ_C^2 που περιέχει απειροσειρά. Εδώ παρατίθεται μια εναλλακτική έκφραση σε κλειστή μορφή, αντικαθιστώντας την [12, εξ. (34)] στην [12, εξ. (33)] και εκμεταλλευόμενοι την [1, εξ. (8.366.11)].



Σχήμα 2.9: Επίδραση των κερδών διαφορισμού, χωρικής πολυπλεξίας και συστοιχίας στην καμπύλη της συμπληρωματικής αθροιστικής συνάρτησης κατανομής (ccdf) της χωρητικότητας.

δηλαδή είναι αντιστρόφως ανάλογη προς την τάξη διαφορισμού του συστήματος. Επομένως, η διακύμανση της χωρητικότητας αποτελεί ένα κριτήριο για τον χαρακτηρισμό του κέρδους διαφορισμού.

Με αφορμή την (2.41) και θεωρώντας πως χρησιμοποιούνται ανεξάρτητες και πανομοιότυπα κατανεμημένες κωδικές λέξεις από τα κεραιοστοιχεία του δέκτη, ορίζουμε το κέρδος διαφορισμού ανά ροή δεδομένων ως [12]

$$G_d^{\circ}(G_{sm}) \triangleq \frac{(\log_2 e)^2}{\frac{\sigma_C^2}{G_{sm}}}, \quad (2.42)$$

όπου το κέρδος χωρικής πολυπλεξίας G_{sm} έχει οριστεί στην (2.21).

Επομένως, αύξηση του κέρδους διαφορισμού του συστήματος συνεπάγεται μείωση της διακύμανσης της χωρητικότητας, δηλαδή αύξηση της κλίσης της καμπύλης της συμπληρωματικής αθροιστικής συνάρτησης κατανομής (ccdf) της χωρητικότητας. Φυσικά, αύξηση της εργοδικής χωρητικότητας σημαίνει μετατόπιση της εν λόγω καμπύλης προς τα δεξιά. Η επίδραση των κερδών χωρικής πολυπλεξίας και διαφορισμού (ανά ροή δεδομένων) στην καμπύλη της ccdf φαίνεται στο σχήμα 2.9.

Ας εξετάσουμε τη σχέση κέρδους διαφορισμού - κέρδους χωρικής πολυπλεξίας και πώς επιβεβαιώνεται ότι έχει πράγματι νόημα ο ορισμός (2.42).

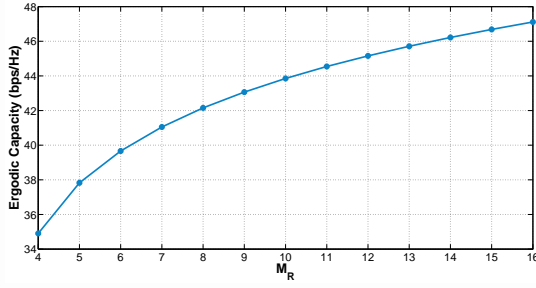
2.3.3.3 Σχέση κέρδους χωρικής πολυπλεξίας - διαφορισμού

Τα κέρδη χωρικής πολυπλεξίας και διαφορισμού δεν είναι δυνατόν να μεγιστοποιηθούν ταυτόχρονα: καθώς μεταβάλλεται ο αριθμός των κεραιοστοιχείων του συστή-

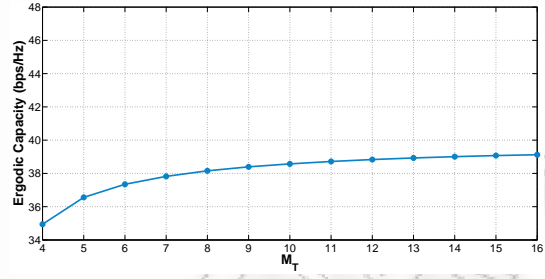
ματος, όταν αυξάνεται το κέρδος χωρικής πολυπλεξίας, μειώνεται το κέρδος διαφορισμού, ενώ όταν παραμένει σταθερό το κέρδος χωρικής πολυπλεξίας, αυξάνεται το κέρδος διαφορισμού [12]. Ας εξετάσουμε αναλυτικότερα τι συμβαίνει όταν μεταβάλλεται ο αριθμός των κεραιοστοιχείων και ο σηματοθορυβικός λόγος είναι *υψηλός*.

- Το M_T διατηρείται σταθερό και αυξάνεται το M_R
 - Αν $M_T > M_R$, τότε αύξηση του M_R συνεπάγεται αύξηση του κ και επομένως αύξηση του κέρδους χωρικής πολυπλεξίας (δηλαδή έχουμε γραμμική αύξηση της εργοδικής χωρητικότητας). Ταυτόχρονα, αυξάνεται η διακύμανση της χωρητικότητας [εξ. (2.40)] και επομένως μειώνεται το κέρδος διαφορισμού ανά ροή δεδομένων. Αυτό είναι λογικό, γιατί οι επιπρόσθετοι βαθμοί ελευθερίας (που προκύπτουν από την αύξηση του M_R) χρησιμοποιούνται για την αύξηση της χωρητικότητας και όχι του κέρδους διαφορισμού.
 - Αν $M_R > M_T$, τότε περαιτέρω αύξηση του M_R δεν μπορεί να αποδώσει επιπλέον κέρδος χωρικής πολυπλεξίας και άρα να αυξήσει γραμμικά την χωρητικότητα. Ωστόσο, παρατηρείται λογαριθμική αύξηση της εργοδικής χωρητικότητας (βλ. πίνακα 2.1, σειρά 1 και σχήμα 2.10i), η οποία ερμηνεύεται ως αύξηση του κέρδους συστοιχίας [12]. Επίσης, παρατηρούμε ότι η διακύμανση της χωρητικότητας μειώνεται, άρα αυξάνεται το κέρδος διαφορισμού. Αυτό είναι λογικό, διότι, αφού δεν είναι εφικτή η αύξηση του κέρδους χωρικής πολυπλεξίας, αναγκαστικά οι επιπλέον βαθμοί ελευθερίας θα οδηγήσουν στην αύξηση του κέρδους διαφορισμού. Κατά συνέπεια, με αύξηση του M_R παρατηρείται μετατόπιση της καμπύλης cdf προς τα δεξιά λόγω υψηλότερου κέρδους συστοιχίας και αύξηση της κλίσης λόγω αυξημένου κέρδους διαφορισμού (βλ. σχήμα 2.11i).
- Το M_R διατηρείται σταθερό και αυξάνεται το M_T
 - Αν $M_R < M_T$, τότε αύξηση του M_T συνεπάγεται αύξηση του κέρδους χωρικής πολυπλεξίας, ενώ ταυτόχρονα αυξάνεται η διακύμανση της χωρητικότητας [εξ. (2.40)] και επομένως μειώνεται το κέρδος διαφορισμού ανά ροή δεδομένων.
 - Αν $M_T > M_R$, τότε περαιτέρω αύξηση του M_T δεν μπορεί να αποδώσει επιπλέον κέρδος χωρικής πολυπλεξίας. Σε αντίθεση με ότι συνέβαινε όταν αυξανόταν το M_R , εδώ η εργοδική χωρητικότητα παραμένει σχεδόν σταθερή για μεγάλο M_T (βλ. πίνακα 2.1, σειρά 2 και σχήμα 2.10ii), αφού κέρδος συστοιχίας μπορούμε να έχουμε μόνο όταν είναι διαθέσιμη η

Κεφάλαιο 2. Συστήματα ασύρματων επικοινωνιών MIMO

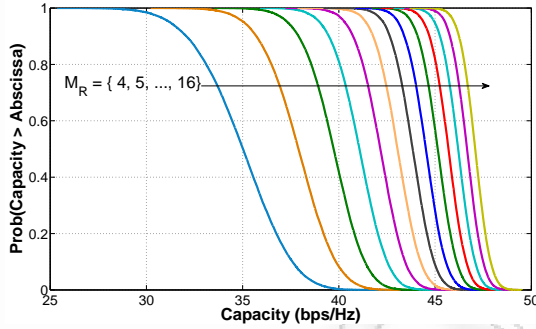


i. Για $M_T = 4$ σταθερό και $M_R \geq M_T$

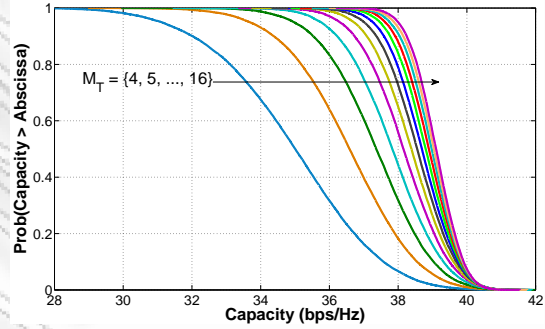


ii. Για $M_R = 4$ σταθερό και $M_T \geq M_R$

Σχήμα 2.10: Μεταβολή της εργοδικής χωρητικότητας ως προς τον αριθμό των κεραιοστοιχείων, όταν ο αριθμός των κεραιοστοιχείων στη μια πλευρά της ζεύξης παραμένει σταθερός, ενώ αυξάνεται στην άλλη. Όταν $M_R > M_T$ η αύξηση της εργοδικής χωρητικότητας είναι αρκετά μεγαλύτερη, λόγω εμφάνισης του κέρδους συστοιχίας. Ο σηματοδορυθμικός λόγος είναι 30dB και ο διάυλος παρουσιάζει διαλείψεις Rayleigh i.i.d.



i. Για $M_T = 4$ σταθερό και $M_R \geq M_T$

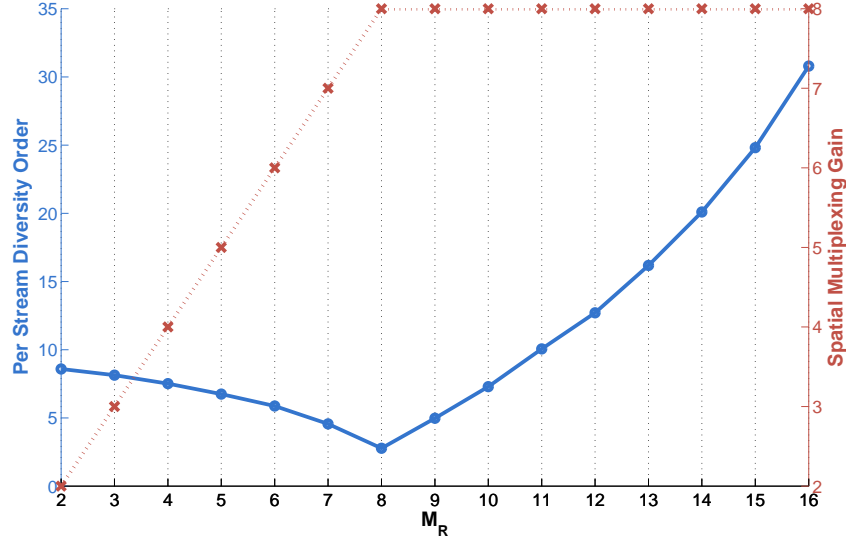


ii. Για $M_R = 4$ σταθερό και $M_T \geq M_R$

Σχήμα 2.11: Επίδειξη των κερδών διαφορισμού και συστοιχίας στην καμπύλη της συμπληρωματικής αθροιστικής συνάρτησης κατανομής της χωρητικότητας, όταν ο αριθμός των κεραιοστοιχείων στη μια πλευρά της ζεύξης παραμένει σταθερός, ενώ αυξάνεται στην άλλη. Ο σηματοδορυθμικός λόγος είναι 30dB και ο διάυλος παρουσιάζει διαλείψεις Rayleigh i.i.d.

ακριβής γνώση του διαύλου. Για το λόγο αυτό μάλιστα, όταν $M_R = M_T$, είναι προτιμότερο να προστεθεί ένα κεραιοστοιχείο στο δέκτη, παρά στον πομπό [12]. Από την άλλη πλευρά, η διακύμανση της χωρητικότητας μειώνεται και επομένως αυξάνεται το κέρδος διαφορισμού. Κατά συνέπεια, με αύξηση του M_T παρατηρείται αύξηση της κλίσης της καμπύλης cdf, λόγω αυξημένου κέρδους διαφορισμού, αλλά καμία μετατόπιση, αφού δεν υπάρχει κέρδος συστοιχίας (βλ. σχήμα 2.11ii).

- Αν $M_R = M_T$, τότε το κέρδος χωρικής πολυπλεξίας μεγιστοποιείται, ενώ το κέρδος διαφορισμού ελαχιστοποιείται [προκύπτει αν θέσουμε $K = \kappa$ στην (2.40) – βλ. και σχήμα 2.12].



Σχήμα 2.12: Σχέση κέρδους χωρικής πολυπλεξίας (spatial multiplexing gain) και διαφορισμού ανά ροή δεδομένων (per stream diversity order) σε διαύλους Rayleigh i.i.d. για υψηλούς σηματοθορυβικούς λόγους, με $M_T = 8$. Τα κέρδη χωρικής πολυπλεξίας και διαφορισμού ανά ροή δεδομένων αναπαρίστανται με συνεχή και εστιγμένη γραμμή αντίστοιχα.

Συνοψίζοντας, μπορούμε να πούμε ότι καθοριστική σημασία για την χωρητικότητα έχει ο παράγοντας $\kappa = \min(M_R, M_T)$, από τον οποίο η χωρητικότητα εξαρτάται γραμμικά. Από εκεί και πέρα, όσο αυξάνεται η διαφορά $K - \kappa$, τόσο περισσότεροι είναι οι βαθμοί ελευθερίας που δεν μπορούν να αξιοποιηθούν υπέρ του κέρδους χωρικής πολυπλεξίας και αναγκαστικά αυξάνουν το κέρδος διαφορισμού, δηλαδή μειώνουν τη διακύμανση της χωρητικότητας. Επιπρόσθετα, αν αυξάνεται το M_R με το κ σταθερό, τότε η εργοδική χωρητικότητα αυξάνεται λογαριθμικά, λόγω του επιπλέον κέρδους συστοιχίας, το οποίο δεν επιτυγχάνεται με αύξηση του M_T , επειδή ο πομπός δε διαθέτει πληροφορία για την κατάσταση του διαύλου. Τα συμπεράσματα αυτά επιβεβαιώνονται απολύτως από τον πίνακα 2.1 και το σχήμα 2.12. Τέλος, συμπεραίνουμε πως η επιλογή της διακύμανσης της χωρητικότητας ως μέτρο του κέρδους διαφορισμού δικαιώνεται πλήρως.

Κλείνοντας την ενότητα αυτή, πρέπει να τονίσουμε ότι τα παραπάνω συμπεράσματα ισχύουν μόνο όταν ο σηματοθορυβικός λόγος είναι υψηλός. Για χαμηλούς σηματοθορυβικούς λόγους, η διακύμανση της χωρητικότητας είναι

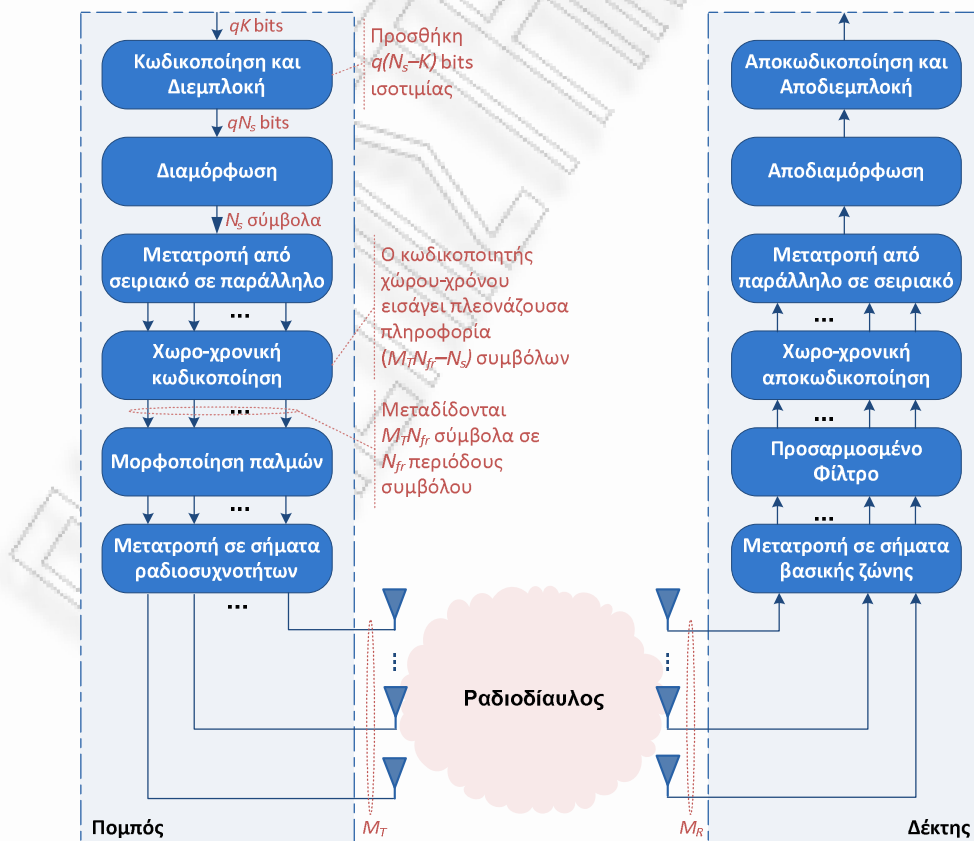
$$\sigma_C^2 \approx (\log_2 e)^2 \rho^2 \frac{M_R}{M_T}, \quad (2.43)$$

δηλαδή είναι ανάλογη του αριθμού των κεραιοστοιχείων στο δέκτη και αντιστρόφως ανάλογη του αριθμού των κεραιοστοιχείων στον πομπό.

2.4 Αρχιτεκτονική συστημάτων MIMO

Η εκμετάλλευση της χωρικής διάστασης στα συστήματα ασυρμάτων επικοινωνιών με την εισαγωγή πολλαπλών κεραιών άλλαξε την αρχιτεκτονική των παραδοσιακών πομποδεκτών. Στον πομπό, η σημαντικότερη τροποποίηση είναι η προσθήκη του κωδικοποιητή χώρου-χρόνου (space-time encoder), ο οποίος αναλαμβάνει την προσθήκη πλεονάζουσας πληροφορίας, ή γενικότερα την επεξεργασία των σημάτων πληροφορίας, τόσο στο πεδίο του χώρου (δηλαδή στις πολλαπλές κεραιές), όσο και στο πεδίο του χρόνου (σε διαδοχικές χρονοσχισμές), ώστε να αξιοποιηθούν τα οφέλη που έχουν τα συστήματα πολλαπλών κεραιών. Επιπλέον, η επεξεργασία του σήματος μπορεί να γίνεται και στο πεδίο της συχνότητας (πχ. συστήματα MIMO-OFDM). Από την άλλη πλευρά, στο δέκτη, λειτουργίες όπως αποδιαμόρφωση, αποκωδικοποίηση, εκτίμηση διαύλου, συγχρονισμός κλπ. τροποποιήθηκαν ώστε να ικανοποιήσουν τις ανάγκες ενός συστήματος πολλαπλών κεραιών. Ένα απλοποιημένο μπλοκ διάγραμμα ενός χωρο-χρονικού πομποδέκτη απεικονίζεται στο σχήμα 2.13, όπου φαίνεται ποιοτικά πώς η αρχιτεκτονική MIMO επιδρά σε όλες τις βαθμίδες επεξεργασίας σήματος σε ψηφιακή και αναλογική μορφή και στα δύο άκρα.

Ας εξετάσουμε αναλυτικότερα τη διαδικασία που ακολουθείται στον πομπό κατά



Σχήμα 2.13: Δομικό διάγραμμα χωρο-χρονικού συστήματος ασυρμάτων επικοινωνιών

τη μετάδοση σε συστήματα με πολλαπλές κεραίες. Έστω ότι πρόκειται να μεταδοθεί ένα μπλοκ από qK bits ωφέλιμης πληροφορίας, τα οποία πρώτα μπορεί να κωδικοποιηθούν χρονικά (temporal coding) — σύμφωνα με κάποιον από τους γνωστούς κώδικες ανίχνευσης και διόρθωσης σφαλμάτων — και να υποστούν διεμπλοκή (interleaving). Έστω ότι λόγω της κωδικοποίησης προστίθενται $q(N_s - K)$ bits ισοτιμίας (parity bits) και τελικά στέλνονται προς μετάδοση qN_s bits. Αν χρησιμοποιηθεί ένα M -αδικό σχήμα ψηφιακής διαμόρφωσης, με $M = 2^q$, τότε προκύπτουν τελικά N_s σύμβολα προς μετάδοση. Τα N_s σύμβολα καταλήγουν σε έναν κωδικοποιητή χώρου-χρόνου (space-time coder), ο οποίος με τη σειρά του προσθέτει πλεονάζουσα πληροφορία, ώστε να δημιουργηθεί ένα πλαίσιο από $M_T \times N_{fr}$ σύμβολα, τα οποία θα μεταδοθούν σε N_{fr} περιόδους συμβόλου. Με άλλα λόγια, σε κάθε περίοδο συμβόλου, κάθε κεραία μεταδίδει ένα σύμβολο και τελικά μέσα σε N_{fr} περιόδους συμβόλου θα έχουν μεταδοθεί από τον πομπό qK bits ωφέλιμης πληροφορίας.

Κατά συνέπεια, ο ρυθμός μετάδοσης ωφέλιμης πληροφορίας του συστήματος είναι

$$\begin{aligned} \frac{qK}{N_{fr}} &= q \cdot \frac{qK}{qN_s} \cdot \frac{N_s}{N_{fr}} \\ &= q r_t r_s, \end{aligned} \quad (2.44)$$

όπου $r_t = K/N_s$ είναι ο ρυθμός του εξωτερικού χρονικού κώδικα και $r_s = N_s/N_{fr}$ είναι ο ρυθμός του κώδικα χώρου-χρόνου, που ορίζεται ως ο μέσος αριθμός των ανεξάρτητων συμβόλων που μεταδίδονται από τις M_T κεραίες του πομπού σε N_{fr} περιόδους συμβόλου. Ανάλογα με την τεχνική κωδικοποίησης χώρου-χρόνου που θα επιλεγεί, ο ρυθμός r_s μπορεί να είναι από 0 έως M_T .

Στη συνέχεια παρουσιάζονται οι κυριότερες τεχνικές κωδικοποίησης χώρου-χρόνου και οι αντίστοιχες τεχνικές αποκωδικοποίησης στο δέκτη, για διαύλους επίπεδων διαλείψεων. Οι τεχνικές αυτές μπορούν να διακριθούν σε δυο μεγάλες κατηγορίες:

Τεχνικές χωρικού και χωρο-χρονικού διαφορισμού (space και space-time diversity αντίστοιχα) που έχουν ως στόχο τη μεγιστοποίηση του κέρδους διαφορισμού ή/και κωδικοποίησης και συστοιχίας. Φυσικά, οι τεχνικές αυτές δεν προσφέρουν κέρδος χωρικής πολυπλεξίας και ο ρυθμός τους είναι $r_s \leq 1$. Ενδείκνυνται όταν στόχος είναι η βελτίωση της αξιοπιστίας (reliability) της ζεύξης, ή, με άλλα λόγια, η καταπολέμηση του φαινομένου των βαθιών διαλείψεων και η ελαχιστοποίηση της πιθανότητας σφάλματος.

Τεχνικές χωρικής πολυπλεξίας (spatial multiplexing), που μεγιστοποιούν το κέρδος χωρικής πολυπλεξίας, προσφέροντας ρυθμό $r_s = M_T$. Ενδείκνυνται όταν

στόχος είναι η μεγιστοποίηση του ρυθμού μετάδοσης δεδομένων του συστήματος.

2.5 Τεχνικές χωρικού διαφορισμού

Οι τεχνικές χωρικού διαφορισμού είναι ένας πολύ αποδοτικός (και συχνά αρκετά εύκολος) τρόπος για να αντιμετωπιστούν οι επιπτώσεις των διαλείψεων και να βελτιωθεί η ποιότητα μιας ασύρματης ζεύξης. Οι τεχνικές αυτές μεγιστοποιούν τον αριθμό των πολλαπλών αντιγράφων του ιδίου σήματος πληροφορίας που λαμβάνει ο δέκτης, ώστε να μεγιστοποιηθεί το κέρδος διαφορισμού. Φυσικά, οι τεχνικές αυτές δεν ενδείκνυνται για την αύξηση του ρυθμού μετάδοσης, αφού τα κεραιοστοιχεία χρησιμοποιούνται αποκλειστικά για την αύξηση της τάξης διαφορισμού του συστήματος.

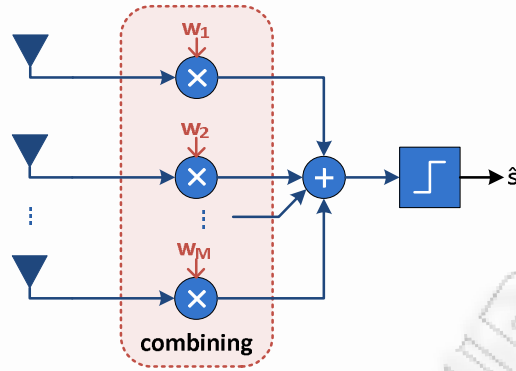
Μπορούμε να διακρίνουμε δυο κατηγορίες τεχνικών που μεγιστοποιούν το κέρδος διαφορισμού:

Χωρικός διαφορισμός (space diversity), όπου γίνεται εκμετάλλευση μόνο της χωρικής διάστασης του συστήματος. Αυτό σημαίνει ότι ένα ανεξάρτητο σύμβολο μεταδίδεται σε κάθε περίοδο συμβόλου, δηλαδή $N_{fr} = 1$. Οι τεχνικές αυτές έχουν ρυθμό $r_s = 1$, είναι απλές όταν εφαρμόζονται στο δέκτη, αλλά απαιτείται τέλεια γνώση του διαύλου στον πομπό όταν πρόκειται εφαρμοστούν τεχνικές χωρικού διαφορισμού πομπού.

Χωροχρονικός διαφορισμός (space-time diversity), όπου γίνεται εκμετάλλευση τόσο της χωρικής όσο και της χρονικής διάστασης του συστήματος ($N_{fr} \geq 1$) για να επιτευχθεί το κέρδος διαφορισμού. Το πλεονέκτημα των τεχνικών αυτών (στις οποίες συχνά αναφερόμαστε απλά με τον όρο *κωδικοποίηση χώρου-χρόνου*) είναι ότι δεν χρειάζονται γνώση της κατάστασης του διαύλου στον πομπό και σε αρκετές περιπτώσεις η αποκωδικοποίηση είναι απλή. Ωστόσο, για να επιτευχθεί υψηλή τάξη διαφορισμού ή/και υψηλό κέρδος κωδικοποίησης, μπορεί να χρειαστεί μείωση του ρυθμού μετάδοσης ωφέλιμης πληροφορίας του συστήματος (σε σχέση με ένα αντίστοιχο συμβατικό σύστημα SISO με την ίδια περίοδο συμβόλου), αφού ο ρυθμός των κωδίκων χώρου-χρόνου είναι $r_s \leq 1$.

2.5.1 Για συστήματα SIMO: Τεχνικές διαφορικής λήψης

Στα συστήματα SIMO μπορεί να γίνει εκμετάλλευση μόνο του χωρικού διαφορισμού δέκτη, χρησιμοποιώντας τεχνικές *διαφορικής λήψης*, οι οποίες εκτελούν κατάλληλο *συνδυασμό* (combining) των πολλαπλών αντιγράφων του μεταδιδόμενου σήματος



Σχήμα 2.14: Γενική αρχή λειτουργίας των τεχνικών διαφορικής λήψης για την επίτευξη χωρικού διαφορισμού δέκτη.

που λαμβάνονται στα M_R κεραιοστοιχεία του δέκτη, χωρίς να εκμεταλλεύονται την χρονική διάσταση ($N_{fr} = 1$).

Έστω $\mathbf{y} = \mathbf{h}s + \mathbf{n}$ το διάνυσμα των λαμβανόμενων σημάτων στο δέκτη. Υποθέτουμε ότι ο μέσος σηματοθορυβικός λόγος σε κάθε κεραιοστοιχείο του δέκτη είναι $\rho = \frac{E_s}{N_0}$. Οι τεχνικές αυτές παράγουν ένα γραμμικό συνδυασμό των M_R διαθέσιμων διαφορετικών αντιγράφων του μεταδιδόμενου σήματος s , έτσι ώστε το σήμα z που θα οδηγηθεί στο διαμορφωτή να έχει το μεγαλύτερο δυνατό στιγμιαίο σηματοθορυβικό λόγο γ_o , τον οποίο θα αποκαλούμε *ενεργό σηματοθορυβικό λόγο*. Στον ανιχνευτή λοιπόν θα οδηγηθεί το σήμα

$$z = \sum_{i=1}^{M_R} w_i y_i = \mathbf{w}^T \mathbf{y} = \mathbf{w}^T \mathbf{h} s + \mathbf{w}^T \mathbf{n} \quad (2.45)$$

όπου $\mathbf{w} = [w_1 \ w_2 \ \dots \ w_{M_R}]$ είναι το διάνυσμα των μιγαδικών συντελεστών στάθμισης. Η αρχή λειτουργίας του συστήματος παρουσιάζεται στο σχήμα 2.14.

Οι κυριότερες τεχνικές συνδυασμού που έχουν προταθεί είναι οι εξής:

Συνδυασμός μεγίστου λόγου (maximal ratio combining – MRC): Η τεχνική αυτή μεγιστοποιεί τον ενεργό σηματοθορυβικό λόγο, θέτοντας $w_i = |h_i| \exp[-j \arg h_i]$ ή ισοδύναμα $\mathbf{w} = \mathbf{h}^*$. Αυτό σημαίνει ότι όσο μεγαλύτερη τιμή έχει ο στιγμιαίος σηματοθορυβικός λόγος σε ένα κεραιοστοιχείο, τόσο μεγαλύτερη βαρύτητα πρέπει να έχει η απόκριση του κεραιοστοιχείου αυτού. Επιπρόσθετα, οι φάσεις των μιγαδικών συντελεστών πρέπει να είναι τέτοιες, ώστε τα τελικά σήματα που αθροίζονται να γίνουν συμφασικά.

Συνδυασμός ίσου κέρδους (equal gain combining – EGC): Η τεχνική αυτή είναι μια απλουστευμένη έκδοση του συνδυασμού μεγίστου λόγου που εφαρμόζεται όταν η ρύθμιση του πλάτους των συντελεστών στάθμισης δεν είναι εφικτή. Όλα

Πίνακας 2.2: Σύγκριση τεχνικών συνδυασμού στο δέκτη.

	MRC	EGC	SC
Συντελεστές στάθμισης w_i	$h_i^* = h_i e^{-j\varphi_i}$	$e^{-j\varphi_i}$	$\begin{cases} h_i^* & \text{αν } i = \arg \max h_i ^2 \\ 0 & \text{διαφορετικά} \end{cases}$
Στιγμιαίος ενεργός SNR	$\rho \sum_{i=1}^{M_R} h_i ^2$	$\frac{\rho}{M_R} \left(\sum_{i=1}^{M_R} h_i \right)^2$	$\rho \max_{i=1, \dots, M_R} h_i ^2$
Μέσος ενεργός SNR	$M_R \rho$	$[1 + (M_R - 1) \frac{\pi}{4}] \rho$	$\sum_{n=1}^{M_R} \frac{1}{n} \rho$
Κέρδος συστοιχίας	M_R	$[1 + (M_R - 1) \frac{\pi}{4}]$	$\sum_{n=1}^{M_R} \frac{1}{n}$
Τάξη διαφορισμού	M_R	M_R	M_R

τα πλάτη τίθενται ίσα, αλλά οι φάσεις ρυθμίζονται έτσι ώστε τα τελικά σήματα που αθροίζονται να γίνουν συμφασικά, δηλαδή $w_i = \exp[-j \arg h_i]$.

Συνδυασμός επιλογής (selection combining – SC): Ο συνδυασμός επιλογής απλοποιεί κατά πολύ τη διάταξη του δέκτη, επιλέγοντας για αποδιαμόρφωση το σήμα που προέρχεται από το κεραιοστοιχείο του δέκτη που αντιστοιχεί στο μεγαλύτερο στιγμιαίο σηματοθορυβικό λόγο, δηλαδή στο μεγαλύτερο $|h_i|^2$. Η όλη διαδικασία της επιλογής πρέπει να γίνεται γρήγορα, σε χρονικό διάστημα πολύ μικρότερο από τον χρόνο συνοχής του διαύλου. Η τεχνική αυτή είναι εύκολη στην υλοποίηση, γιατί απαιτεί μόνο τη μέτρηση του στιγμιαίου σηματοθορυβικού λόγου σε κάθε κεραιοστοιχείο και ένα μεταγωγέα για να οδηγηθεί η απόκριση του επιλεγμένου κεραιοστοιχείου στον ανιχνευτή.

Αν ο χρόνος συνοχής του διαύλου είναι αρκετά μικρός, τότε η επιλογή δε γίνεται σε κάθε περίοδο εκπαίδευσης του συστήματος, αλλά μόνο όταν ο στιγμιαίος σηματοθορυβικός λόγος του επιλεγμένου κεραιοστοιχείου πέσει κάτω από μια προκαθορισμένη τιμή κατωφλίου. Σε αυτή την περίπτωση, η τεχνική ονομάζεται *συνδυασμός «μεταγωγής και παραμονής»* (switch-and-stay combining) ή *συνδυασμός κατωφλίου* (threshold combining).

Ο πίνακας 2.2 παρουσιάζει συγκριτικά τις παραπάνω τεχνικές διαφορικής λήψης. Όλες οι τεχνικές επιτυγχάνουν τάξη διαφορισμού ίση με M_R . Το πιο ενδιαφέρον είναι ότι την ίδια τάξη διαφορισμού επιτυγχάνει ακόμα και ο συνδυασμός επιλογής, παρόλο που επιλέγεται η απόκριση μόλις ενός κεραιοστοιχείου! Αυτή η πολύ σπουδαία ιδιότητα του συνδυασμού επιλογής έδωσε το έναυσμα για την ανάπτυξη των τεχνικών επιλογής κεραιοστοιχείων, αρχικά για συστήματα SIMO (τεχνικές γενικευμένου συνδυασμού επιλογής) και στη συνέχεια στα συστήματα MIMO⁹.

⁹Οι τεχνικές επιλογής κεραιοστοιχείων παρουσιάζονται στο κεφάλαιο 3. Ειδικότερα, οι τεχνικές γενικευμένου συνδυασμού επιλογής για συστήματα διαφορισμού SIMO αναλύονται στο κεφάλαιο 4.

Φυσικά, οι τεχνικές αυτές δεν παρουσιάζουν το ίδιο κέρδος συστοιχίας, με αποτέλεσμα να μην έχουν την ίδια επίδοση. Τη βέλτιστη επίδοση προσφέρει ο συνδυασμός μεγίστου λόγου και η τεχνική με το μικρότερο κέρδος συστοιχίας είναι ο συνδυασμός επιλογής. Θεωρητικές εκφράσεις για την πιθανότητα σφάλματος των παραπάνω τεχνικών για διάφορα μοντέλα διαύλου παρουσιάζονται στην αναφορά [16].

2.5.2 Τέλεια γνώση του διαύλου στον πομπό

Για να είναι εφαρμόσιμες οι τεχνικές χωρικού διαφορισμού πομπού, χωρίς εκμετάλλευση της χρονικής διάστασης ($N_{fr} = 1$), είναι απαραίτητη η τέλεια γνώση του διαύλου στον πομπό. Ας εξετάσουμε τις τεχνικές αυτές χωριστά για συστήματα MISO και MIMO.

2.5.2.1 Για συστήματα MISO

Στα συστήματα MISO, από κάθε κεραιοστοιχείο του πομπού μεταδίδεται το σήμα $s_i = w_i s$, όπου s είναι το μεταδιδόμενο σήμα πληροφορίας και w_i είναι ένας συντελεστής στάθμισης. Έτσι, στο κεραιοστοιχείο του δέκτη λαμβάνεται το σήμα

$$y = \sum_{i=1}^{M_T} h_i w_i s + n = \mathbf{h} \mathbf{w} s + n, \quad (2.46)$$

όπου το \mathbf{h} έχει οριστεί στην (2.12) και $\mathbf{w} = [w_1 \ w_2 \ \dots \ w_{M_T}]$ είναι το διάνυσμα των μιγαδικών συντελεστών στάθμισης στον πομπό, στο οποίο επιβάλλεται ο περιορισμός $\|\mathbf{w}\|^2 = 1$, ώστε να παραμένει η μέση συνολικά εκπεμπόμενη ισχύς $P_T = E_s$ σταθερή και ανεξάρτητη των συντελεστών w_i . Ο μέσος σηματοθορυβικός λόγος στο δέκτη που θα είχαμε χωρίς την εφαρμογή της τεχνικής είναι $\rho = \frac{E_s}{N_o}$.

Στόχος είναι η μεγιστοποίηση του στιγμιαίου ενεργού σηματοθορυβικού λόγου, ή ισοδύναμα του $|\mathbf{h} \mathbf{w}|^2$. Λόγω της ανισότητας Cauchy-Schwarz, ισχύει $|\mathbf{h} \mathbf{w}|^2 \leq \|\mathbf{h}\|^2 \|\mathbf{w}\|^2 = \|\mathbf{h}\|^2$, όπου η ισότητα ισχύει αν και μόνο αν το διάνυσμα \mathbf{w} είναι παράλληλο προς το \mathbf{h} . Κατά συνέπεια, το διάνυσμα των συντελεστών στάθμισης θα είναι

$$\mathbf{w} = \frac{\mathbf{h}^H}{\|\mathbf{h}\|}. \quad (2.47)$$

Η τεχνική αυτή είναι γνωστή ως *συνδυασμός μεγίστου λόγου στον πομπό* (transmit-maximal ratio combining — T-MRC) ή *προσαρμοσμένη μορφοποίηση λοβών ακτινοβολίας* (matched beamforming) ή *συμβατική μορφοποίηση λοβών ακτινοβολίας* (conventional beamforming). Από την (2.47) είναι εμφανές ότι οι συντελεστές υπολογίζονται σχεδόν όπως και στο συνδυασμό μεγίστου λόγου.

Ο στιγμιαίος και μέσος ενεργός σηματοθορυβικός λόγος που προκύπτει από την εφαρμογή της τεχνικής είναι $\gamma_{\text{eff}} = \rho \sum_{i=1}^{M_T} |h_i|^2$ και $\rho_o = M_T \rho$ αντίστοιχα. Επομένως, το κέρδος συστοιχίας είναι M_T . Επίσης, η πιθανότητα σφάλματος σε διαύλους Rayleigh i.i.d. και για υψηλούς σηματοθορυβικούς λόγους είναι περίπου [6]

$$\bar{P}_s \approx \bar{N}_e \left(\frac{\rho d_{\min}}{4} \right)^{-M_T}, \quad (2.48)$$

όπου \bar{N}_e και d_{\min} είναι ο αριθμός των πλησιέστερων γειτονικών συμβόλων και η ελάχιστη απόσταση των συμβόλων του σηματικού αστερισμού. Άρα, η τάξη διαφορισμού είναι M_T .

2.5.2.2 Για συστήματα MIMO

Όταν η τέλεια γνώση του διαύλου είναι διαθέσιμη και σε πομπό και σε δέκτη, είναι δυνατή η εκμετάλλευση του χωρικού διαφορισμού σε πομπό και δέκτη, χωρίς να χρησιμοποιηθεί η χρονική διάσταση ($N_{fr} = 1$).

Έστω ότι το διάνυσμα των μεταδιδόμενων σημάτων είναι $\mathbf{s} = \mathbf{w}_T s$, με $\|\mathbf{w}_T\|^2 = 1$. Το διάνυσμα των λαμβανόμενων σημάτων είναι $\mathbf{y} = \mathbf{H} \mathbf{w}_T s + \mathbf{n}$. Στο δέκτη, δημιουργείται γραμμικός συνδυασμός των λαμβανόμενων σημάτων (όπως στις τεχνικές διαφορικής λήψης) με συντελεστές στάθμισης τα στοιχεία του διανύσματος \mathbf{w}_R . Έτσι, στον ανιχνευτή του δέκτη οδηγείται το σήμα

$$z = \mathbf{w}_R^H \mathbf{y} = \mathbf{w}_R^H \mathbf{H} \mathbf{w}_T s + \mathbf{w}_R^H \mathbf{n}. \quad (2.49)$$

Στόχος είναι η μεγιστοποίηση του ενεργού σηματοθορυβικού λόγου, ή ισοδύναμα του $\|\mathbf{w}_R^H \mathbf{H} \mathbf{w}_T\|^2 / \|\mathbf{w}_R\|^2$. Η λύση του προβλήματος μεγιστοποίησης με τον περιορισμό $\|\mathbf{w}_T\|^2 = 1$ δίνεται με τη βοήθεια της διάσπασης ιδιόμορφων τιμών του πίνακα μεταφοράς του διαύλου \mathbf{H} ως εξής [6]:

$$\mathbf{w}_T = \mathbf{v}_1 \quad (2.50)$$

$$\mathbf{w}_R = \mathbf{u}_1 \quad (2.51)$$

όπου \mathbf{v}_1 και \mathbf{u}_1 είναι το πρώτο κυρίαρχο δεξί και αριστερό ιδιόμορφο διάνυσμα αντίστοιχα. Δηλαδή, το \mathbf{v}_1 (\mathbf{u}_1) είναι το ιδιοδιάνυσμα του πίνακα $\mathbf{H}^H \mathbf{H}$ ($\mathbf{H} \mathbf{H}^H$) που αντιστοιχεί στη μεγαλύτερη ιδιοτιμή του. Έτσι, το σήμα που οδηγείται στον ανιχνευτή του δέκτη είναι

$$z = \sigma_{\max} s + \mathbf{w}_R^H \mathbf{n}, \quad (2.52)$$

όπου σ_{\max} είναι η μέγιστη ιδιόμορφη τιμή του πίνακα \mathbf{H} . Το κέρδος συστοιχίας

είναι $G_a = \mathbb{E}[\sigma_{\max}]$, για το οποίο ισχύει $\max(M_R, M_T) \leq G_a \leq M_R M_T$ αν ο διάυλος παρουσιάζει διαλείψεις Rayleigh i.i.d.. Η τάξη διαφορισμού της τεχνικής είναι $M_R M_T$.

2.5.3 Μη διαθέσιμη γνώση του διαύλου στον πομπό

Όταν ο πομπός δε διαθέτει γνώση του διαύλου, τότε πρέπει να χρησιμοποιηθούν τεχνικές χωροχρονικού διαφορισμού, κατά τις οποίες τα σήματα πληροφορίας μεταδίδονται τόσο από διαφορετικά κεραιοστοιχεία του πομπού όσο και κατά τη διάρκεια διαφορετικών χρονικών σχισμών (time slots), ώστε να μεγιστοποιηθεί η τάξη διαφορισμού και το κέρδος κωδικοποίησης. Οι κώδικες χώρου-χρόνου εμφανίζουν πάντοτε ρυθμό $r_s \leq 1$. Αν $r_s = 1$, τότε ο κώδικας χαρακτηρίζεται ως *πλήρους ρυθμού* (full rate) και δεν εμφανίζει μικρότερο ρυθμό μετάδοσης δεδομένων σε σχέση με ένα αντίστοιχο σύστημα SISO με την ίδια περίοδο συμβόλου.

Έστω ότι χρειάζονται N_{fr} περίοδοι συμβόλου για να ολοκληρωθεί η μετάδοση N_s συμβόλων. Ορίζουμε ως *κωδική λέξη* (codeword) \mathbf{S} έναν πίνακα $M_T \times N_{fr}$ που περιέχει τα σήματα που μεταδίδονται από τα M_T κεραιοστοιχεία του πομπού κατά τη διάρκεια N_{fr} περιόδων συμβόλου (χρονικών σχισμών), δηλαδή $\mathbf{S} = [\mathbf{s}_1 \ \mathbf{s}_2 \ \dots \ \mathbf{s}_{N_{fr}}]$, όπου \mathbf{s}_n είναι το διάνυσμα των μεταδιδόμενων σημάτων κατά την n -οστή χρονική σχισμή. Θεωρώντας πως ο διάυλος είναι *οιωνεί στάσιμος*¹⁰ (quasi-static) και παρουσιάζει επίπεδες διαλείψεις, η σχέση εισόδων-εξόδων του συστήματος γράφεται ως εξής:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{H}\mathbf{S} + \mathbf{N} \quad (2.53)$$

όπου $\mathbf{Y} = [\mathbf{y}_1 \ \mathbf{y}_2 \ \dots \ \mathbf{y}_{N_{fr}}]$ και $\mathbf{N} = [\mathbf{n}_1 \ \mathbf{n}_2 \ \dots \ \mathbf{n}_{N_{fr}}]$ είναι οι πίνακες λαμβανόμενων σημάτων και θορύβου αντίστοιχα με διαστάσεις $M_R \times N_{fr}$.

Η αποκωδικοποίηση στο δέκτη γίνεται με ανίχνευση μεγίστης πιθανοφάνειας (maximum likelihood detection). Η εκτιμηθείσα κωδική λέξη είναι

$$\hat{\mathbf{S}} = \arg \min_{\mathbf{S}} \|\mathbf{Y} - \mathbf{H}\mathbf{S}\|_F^2, \quad (2.54)$$

όπου η ελαχιστοποίηση γίνεται ως προς όλες τις πιθανές κωδικές λέξεις \mathbf{S} . Αν η εκτιμηθείσα κωδική λέξη $\hat{\mathbf{S}}$ διαφέρει από την κωδική λέξη \mathbf{S} που μεταδόθηκε, τότε έχει εμφανιστεί σφάλμα. Ως *πίνακα σφάλματος* ορίζουμε λοιπόν τον πίνακα $\mathbf{E} = \mathbf{S} - \hat{\mathbf{S}}$.

Στους κώδικες χώρου-χρόνου, επειδή η ακριβής εύρεση της πιθανότητας σφάλ-

¹⁰Ένας διάυλος χαρακτηρίζεται ως *οιωνεί στάσιμος* (quasi-static) όταν παραμένει αμετάβλητος κατά τη διάρκεια μετάδοσης του πλαισίου, δηλαδή για N_{fr} περιόδους συμβόλου και στη συνέχεια μεταβάλλεται τυχαία.

ματος είναι αρκετά δύσκολη, πολύ συχνά χρησιμοποιείται η έννοια της *πιθανότητας σφάλματος κατά ζεύγη* (pairwise error probability) $P(\mathbf{S} \rightarrow \hat{\mathbf{S}})$, η οποία είναι η πιθανότητα να ανιχνευτεί εσφαλμένα η κωδική λέξη $\hat{\mathbf{S}}$, ενώ μεταδόθηκε η \mathbf{S} . Αποδεικνύεται πως η πιθανότητα σφάλματος κατά ζεύγη για υψηλούς σηματοθορυβικούς λόγους ($\rho \gg 1$) φράσσεται άνωθεν ως εξής:

$$P(\mathbf{S} \rightarrow \hat{\mathbf{S}}) \leq \frac{1}{\left(\prod_{k=1}^{\text{rank}(\mathbf{E})} \sigma_k(\mathbf{E})\right)^{M_R}} \left(\frac{\rho}{4M_T}\right)^{-\text{rank}(\mathbf{E}) \cdot M_R} \quad (2.55)$$

Από την (2.55) συνεπάγονται τα δυο γνωστά κριτήρια για τη σχεδίαση ενός κώδικα χώρου-χρόνου [17]:

Κριτήριο βαθμού (rank criterion): Το κριτήριο αυτό αποσκοπεί στη μέγιστη δυνατή εκμετάλλευση του χωρικού διαφορισμού. Από την (2.55) παρατηρούμε ότι η τάξη διαφορισμού που επιτυγχάνεται είναι $M_R \text{rank}(\mathbf{E})$. Επομένως, για να μεγιστοποιηθεί το κέρδος διαφορισμού, ο κώδικας πρέπει να έχει σχεδιαστεί έτσι, ώστε ο πίνακας σφάλματος να είναι πλήρους βαθμού για όλα τα πιθανά ζεύγη $(\mathbf{S}, \hat{\mathbf{S}})$. Σε αυτή την περίπτωση, ο κώδικας χαρακτηρίζεται ως *πλήρους βαθμού* (full-rank code) και η τάξη διαφορισμού του είναι $M_R M_T$. Διαφορετικά, χαρακτηρίζεται ως *ελλιπούς βαθμού* (rank deficient code).

Κριτήριο ορίζουσας (determinant criterion): Το κριτήριο αυτό αφορά τη μεγιστοποίηση του κέρδους κωδικοποίησης. Από την (2.55) προκύπτει ότι το κέρδος κωδικοποίησης είναι ανάλογο του γινομένου των ιδιομορφών τιμών του πίνακα \mathbf{E} , το οποίο ισούται με την ορίζουσα του $\mathbf{E}\mathbf{E}^H$. Συνεπώς, για να μεγιστοποιηθεί το κέρδος κωδικοποίησης, πρέπει να μεγιστοποιηθεί η ελάχιστη ορίζουσα του $\mathbf{E}\mathbf{E}^H$ για όλα τα πιθανά ζεύγη $(\mathbf{S}, \hat{\mathbf{S}})$.

2.5.3.1 Πλεγματοί κώδικες χώρου-χρόνου STTC

Οι πλεγματοί κώδικες χώρου-χρόνου (Space-Time Trellis Codes — STTC) είναι οι πρώτοι κώδικες χώρου-χρόνου που προτάθηκαν στη βιβλιογραφία και αποτελούν γενίκευση των συμβατικών συνελκτικών κωδίκων (convolutional coding) για πομπούς με πολλαπλές κεραίες [17]. Η έξοδος ενός κωδικοποιητή STTC δεν εξαρτάται μόνο από τα τρέχοντα bits πληροφορίας στην είσοδο, αλλά και από την κατάσταση στην οποία βρίσκεται, η οποία καθορίζεται από τα προηγούμενα bits πληροφορίας στην είσοδο. Η κωδικοποίηση STTC είναι μια κωδικοποίηση *με μνήμη*, στην οποία οφείλεται το αυξημένο κέρδος κωδικοποίησης που προσφέρει σε σχέση με την κωδικοποίηση STBC.

Κωδικοποίηση-Αποκωδικοποίηση Σε κάθε χρονική στιγμή k , Q bits εισέρχονται στον κωδικοποιητή STTC. Κατ' αναλογία με τους κλασικούς συνελκτικτικούς κωδικοποιητές, καθένα από τα Q bits εισέρχονται σε έναν κωδικοποιητή πλέγματος (trellis encoder), αποτελούμενο από έναν καταχωρητή ολίσθησης, του οποίου το μέγεθος μνήμης συμβολίζεται με v_j . Η έξοδος του κωδικοποιητή εξαρτάται από από τα Q bits στην είσοδο και την κατάσταση του, δηλαδή από τα προηγούμενα $v = \sum_{j=1}^Q v_j$ bits εισόδου. Κατά συνέπεια, ο αριθμός των καταστάσεων του κωδικοποιητή είναι 2^v . Ο κωδικοποιητής αρχικοποιείται και τερματίζει στην κατάσταση 0. Αν η i -οστή στήλη του πίνακα \mathbf{B} είναι ένα διάνυσμα αποτελούμενο από τα Q bits που εισέρχονται την χρονική στιγμή $k - i + 1$, τότε η έξοδος του κωδικοποιητή την χρονική στιγμή k είναι

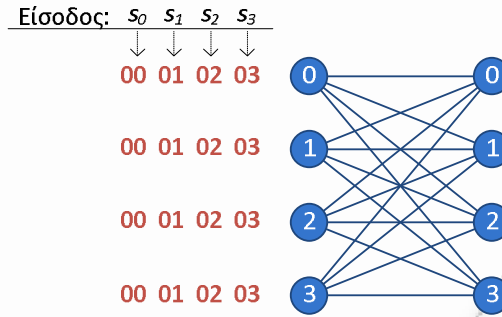
$$\mathbf{c}_k = [\mathbf{G}^T \text{vec}(\mathbf{B})] \bmod M \quad (2.56)$$

όπου M είναι το μέγεθος του σηματικού αστερισμού και \mathbf{G} είναι ο πίνακας γεννήτορας του κώδικα (code generator matrix). Η j -οστή στήλη του \mathbf{G} είναι ο πίνακας γεννήτορας του κώδικα πλέγματος που χρησιμοποιείται στο j -οστό κεραιοστοιχείο του πομπού. Τα στοιχεία του \mathbf{G} ανήκουν στο σύνολο $\{0, \dots, M - 1\}$. Στη συνέχεια, κάθε στοιχείο του διανύσματος \mathbf{x}_k αντιστοιχίζεται σε ένα σύμβολο του σηματικού αστερισμού, δημιουργώντας έτσι το διάνυσμα \mathbf{c}_k , που είναι η k -οστή στήλη της κωδικής λέξης \mathbf{C} .

Στο δέκτη, η αποκωδικοποίηση μεγίστης πιθανοφάνειας του λαμβανόμενου πλαισίου γίνεται με τη βοήθεια του γνωστού αποκωδικοποιητή Viterbi.

Αναπαράσταση πλέγματος Η αναπαράσταση ενός κώδικα STTC γίνεται συνήθως με τη βοήθεια ενός πλέγματος (trellis). Το πλέγμα αποτελείται από δυο παράλληλες στήλες κόμβων, κάθε μια από τις οποίες διαθέτει 2^Q κόμβους, όσες δηλαδή είναι και οι καταστάσεις του κώδικα. Μια γραμμή ενώνει τον p -οστό κόμβο της αριστερής στήλης με τον q -οστό κόμβο της δεξιάς, όταν επιτρέπεται η μετάβαση από την κατάσταση p στην κατάσταση q . Για κάθε κόμβο, η έξοδος του κωδικοποιητή που αντιστοιχεί σε κάθε πιθανή είσοδο αναγράφεται στα αριστερά. Έτσι, αν ο κωδικοποιητής βρίσκεται στην κατάσταση p (p -οστός κόμβος στην αριστερή στήλη) και δεχτεί σαν τρέχουσα είσοδο το σύμβολο s_m , τότε η έξοδος του αποκωδικοποιητή αντιστοιχεί στην m -οστή ακολουθία αριθμών (η οποία αποτελείται από M_T στοιχεία) που αναγράφεται στα αριστερά του p -οστού κόμβου. Ο κωδικοποιητής μεταβαίνει στην q -οστή κατάσταση, την οποία δείχνει η m -οστή γραμμή του p -οστού κόμβου, απαριθμώντας με ωρολογιακή φορά. Το i -οστό στοιχείο της προαναφερθείσας ακολουθίας αριθμών δείχνει ποιο σύμβολο θα μεταδοθεί από το i -οστό κεραιοστοιχείο.

Για παράδειγμα, ας εξετάσουμε τον κώδικα που αναπαρίσταται από το πλέγμα

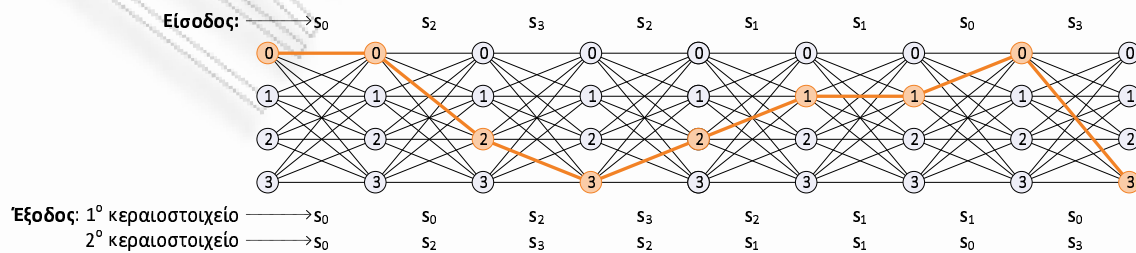


Σχήμα 2.15: Αναπαράσταση πλέγματος κωδίκων STTC.

του σχήματος 2.15, το οποίο αποτελείται από 4 καταστάσεις και έχει σχεδιαστεί για $M_T = 2$. Ο πίνακας γεννήτορας του κώδικα είναι

$$\mathbf{G}^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (2.57)$$

Επειδή $M = 4$, τα σύμβολα που μπορούν να μεταδοθούν είναι τα s_0, s_1, s_2, s_3 . Έστω ότι ακολουθία συμβόλων στην είσοδο είναι η $s_0, s_2, s_3, s_2, s_1, s_1, s_0, s_3$. Ο κωδικοποιητής αρχικοποιείται από την κατάσταση 0. Το πρώτο σύμβολο εισόδου είναι το s_0 , οπότε μεταδίδεται το $\mathbf{c}_1 = [s_0 \ s_0]^T$ (από το πρώτο και δεύτερο κεραιοστοιχείο αντίστοιχα) και ο κωδικοποιητής παραμένει στην κατάσταση 0. Το επόμενο σύμβολο εισόδου είναι το s_2 και επομένως μεταδίδεται $\mathbf{c}_2 = [s_0 \ s_2]^T$ (πρώτη γραμμή του πίνακα λόγω κατάστασης 0, τρίτη στήλη αφού στην είσοδο βρίσκεται το s_2) και ο κωδικοποιητής μεταβαίνει στην κατάσταση 2. Στη συνέχεια, εισέρχεται το s_3 και επομένως $\mathbf{c}_3 = [s_2 \ s_3]^T$ (τρίτη γραμμή του πίνακα λόγω κατάστασης 2, τέταρτη στήλη επειδή μεταδίδεται το s_3). Συνεχίζοντας ομοίως, προκύπτει ότι μεταδίδεται η ακολουθία $s_0, s_0, s_2, s_3, s_2, s_1, s_1, s_0$ από το πρώτο κεραιοστοιχείο και η ακολουθία $s_0, s_2, s_3, s_2, s_1, s_1, s_0, s_3$ από το δεύτερο κεραιοστοιχείο (βλ. σχήμα 2.16). Ο κώδικας του παραδείγματος είναι ένας πολύ δημοφιλής κώδικας, που λέγεται και κώδικας καθυστέρησης-διαφορισμού (delay-diversity code), επειδή τα σύμβολα που μεταδίδονται από τη μια κεραία, μεταδίδονται και από την άλλη με κάποια καθυστέρηση.



Σχήμα 2.16: Παράδειγμα κωδικοποίησης STTC με τη βοήθεια της αναπαράστασης πλέγματος.

Πολυπλοκότητα αποκωδικοποίησης Οι κώδικες STTC προσφέρουν αυξημένο κέρδος κωδικοποίησης, λόγω της μνήμης, αλλά, όταν μεγιστοποιείται η τάξη διαφορισμού τους, η πολυπλοκότητά τους αυξάνεται εκθετικά ως προς τον αριθμό των κεραιοστοιχείων στον πομπό. Πιο συγκεκριμένα, ένας κώδικας με ρυθμό R bits/s/Hz και (ελάχιστο) βαθμό r_{\min} διαθέτει τουλάχιστον $2^{R(r_{\min}-1)}$ καταστάσεις στο πλέγμα του [17]. Προφανώς, ο αριθμός των καταστάσεων καθορίζει την πολυπλοκότητα αποκωδικοποίησης.

2.5.3.2 Κώδικες συστάδας χώρου-χρόνου STBC

Οι κώδικες συστάδας¹¹ χώρου-χρόνου (Space-Time Block Codes – STBC) παρουσιάζουν αρκετά μικρότερη πολυπλοκότητα αποκωδικοποίησης από τους κώδικες STTC, αφού δε διαθέτουν μνήμη.

Ένας κώδικας STBC χρειάζεται N_{fr} περιόδους συμβόλου για να μεταδώσει N_s σύμβολα πληροφορίας, κατά τη διάρκεια των οποίων ο δίαυλος θεωρείται αμετάβλητος. Ο μέγιστος ρυθμός που μπορούν να επιτύχουν είναι $r_s = 1$. Έχουν προταθεί διάφορες κατηγορίες κωδίκων STBC. Οι κυριότεροι είναι οι *ορθογώνιοι κώδικες συστάδας χώρου-χρόνου* (orthogonal STBC – OSTBC), στους οποίους συγκαταλέγεται η δημοφιλής *τεχνική Alamouti* και οι *οιονεί ορθογώνιοι κώδικες συστάδας χώρου-χρόνου* (quasi-orthogonal STBC – QOSTBC).

Η τεχνική Alamouti Η τεχνική Alamouti είναι μια πολύ δημοφιλής, απλή και αποτελεσματική τεχνική διαφορικής εκπομπής για δυο κεραιοστοιχεία στον πομπό, που μεγιστοποιεί την τάξη διαφορισμού του συστήματος, χωρίς γνώση του διαύλου στον πομπό. Σύμφωνα με την τεχνική αυτή, χρειάζονται 2 περίοδοι συμβόλου για την εκπομπή 2 συμβόλων πληροφορίας, έστω s_1, s_2 . Κατά την πρώτη περίοδο συμβόλου μεταδίδονται τα σύμβολα s_1, s_2 από το πρώτο και δεύτερο κεραιοστοιχείο του πομπού αντίστοιχα, ενώ κατά τη δεύτερη περίοδο συμβόλου μεταδίδονται τα $-s_2^*, s_1^*$.

Ας υποθέσουμε αρχικά ότι το σύστημα είναι MISO με διάνυσμα μεταφοράς \mathbf{h} . Τα λαμβανόμενα σήματα $y^{[1]}, y^{[2]}$ κατά την πρώτη και δεύτερη περίοδο συμβόλου αντίστοιχα είναι

$$y^{[1]} = h_1 s_1 + h_2 s_2 + n^{[1]} \quad (2.58)$$

$$y^{[2]} = -h_1 s_2^* + h_2 s_1^* + n^{[2]} \quad (2.59)$$

¹¹Οι κώδικες συστάδας χώρου-χρόνου λέγονται και κώδικες *πλοκάδας* χώρου-χρόνου, σύμφωνα με τη μετάφραση της λέξης *block* που προτείνει ο ΕΛΟΤ [18].

ή ισοδύναμα

$$\tilde{\mathbf{y}} = \begin{bmatrix} y^{[1]} \\ y^{[2]*} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} h_1 & h_2 \\ -h_1^* & h_2^* \end{bmatrix}}_{\check{\mathbf{H}}} \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2^* \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n^{[1]} \\ n^{[2]*} \end{bmatrix}, \quad (2.60)$$

όπου $\tilde{\mathbf{y}} \triangleq [y^{[1]} y^{[2]*}]^T$, $\check{\mathbf{n}} \triangleq [n^{[1]} n^{[2]*}]^T$ και $\check{\mathbf{H}}$ ο ισοδύναμος πίνακας μεταφοράς (equivalent transfer matrix), ο οποίος είναι ορθογώνιος με $\check{\mathbf{H}}\check{\mathbf{H}}^H = \|\mathbf{h}\|^2 \mathbf{I}_2$. Η αποκωδικοποίηση γίνεται πολύ εύκολα πολλαπλασιάζοντας την (2.60) από αριστερά με $\check{\mathbf{H}}^H$. Τα σήματα z_1, z_2 που θα οδηγηθούν στον ανιχνευτή για να προκύψουν οι εκτιμήσεις \hat{s}_1 και \hat{s}_2 αντίστοιχα είναι

$$\begin{bmatrix} z_1 \\ z_2^* \end{bmatrix} = \check{\mathbf{H}}^H \tilde{\mathbf{y}} = \|\mathbf{h}\|^2 \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2^* \end{bmatrix} + \check{\mathbf{H}}^H \check{\mathbf{n}}. \quad (2.61)$$

Ο ενεργός σηματοθορυβικός λόγος είναι

$$\rho_o = \frac{2E_s \mathbb{E}[\|\mathbf{h}\|^4]}{2N_o \mathbb{E}[\|\mathbf{h}\|^2]} = \frac{2E_s}{N_o} = \rho, \quad (2.62)$$

δηλαδή η τεχνική Alamouti δεν αποδίδει κέρδος συστοιχίας σε συστήματα MIMO, αφού ο δίαυλος δεν είναι γνωστός στον πομπό.

Ας υποθέσουμε τώρα ότι το σύστημα είναι MIMO με $M_T = 2$. Ακολουθώντας την ίδια λογική για καθένα από τα M_R συστήματα MISO στα οποία αναλύεται το σύστημα MIMO, προκύπτει

$$\tilde{\mathbf{y}} = \check{\mathbf{H}} \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2^* \end{bmatrix} + \check{\mathbf{n}} \quad (2.63)$$

όπου $\tilde{\mathbf{y}} \triangleq [\tilde{\mathbf{y}}_1^T, \dots, \tilde{\mathbf{y}}_{M_R}^T]^T$, $\check{\mathbf{n}} \triangleq [\check{\mathbf{n}}_1^T, \dots, \check{\mathbf{n}}_{M_R}^T]^T$, με $\tilde{\mathbf{y}}_i \triangleq [y_i^{[1]} y_i^{[2]*}]^T$ και $\check{\mathbf{n}}_i \triangleq [n_i^{[1]} n_i^{[2]*}]^T$. Ο ενεργός πίνακας μεταφοράς ορίζεται ως $\check{\mathbf{H}} \triangleq [\check{\mathbf{H}}_1^T, \dots, \check{\mathbf{H}}_{M_R}^T]^T$, όπου

$$\check{\mathbf{H}}_i \triangleq \begin{bmatrix} h_{i,1} & h_{i,2} \\ -h_{i,1}^* & h_{i,2}^* \end{bmatrix}. \quad (2.64)$$

Τα σήματα z_1, z_2 που θα οδηγηθούν στον ανιχνευτή για να προκύψουν οι εκτιμήσεις \hat{s}_1 και \hat{s}_2 αντίστοιχα είναι

$$\begin{bmatrix} z_1 \\ z_2^* \end{bmatrix} = \check{\mathbf{H}}^H \tilde{\mathbf{y}} = \|\mathbf{H}\|_F^2 \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2^* \end{bmatrix} + \check{\mathbf{H}}^H \check{\mathbf{n}}. \quad (2.65)$$

Ο ενεργός σηματοθορυβικός λόγος είναι

$$\rho_o = \frac{2E_s \mathbb{E}[\|\mathbf{H}\|_F^4]}{2N_o \mathbb{E}[\|\mathbf{H}\|_F^2]} = M_R \frac{2E_s}{N_o} = M_R \rho, \quad (2.66)$$

δηλαδή προκύπτει κέρδος συστοιχίας M_R λόγω των πολλαπλών κεραιοστοιχειών στο δέκτη.

Ορθογώνιοι STBC Η μεταδιδόμενη κωδική λέξη της τεχνικής Alamouti είναι

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} s_1 & -s_2^* \\ s_2 & s_1^* \end{bmatrix}. \quad (2.67)$$

Αυτή η κωδική λέξη έχει τις παρακάτω επιθυμητές ιδιότητες, που καθιστούν την τεχνική Alamouti απλή και αποτελεσματική:

- Είναι ορθομοναδιαίος πίνακας, αφού $\mathbf{S}\mathbf{S}^H = \mathbf{S}^H\mathbf{S} = (|s_1|^2 + |s_2|^2)\mathbf{I}$.
- Επιτυγχάνει χωρικό ρυθμό $r_s = 1$, το μέγιστο δυνατό για τους συμβατικούς κώδικες συστάδας χώρου-χρόνου. Είναι δηλαδή ένας κώδικας χώρου-χρόνου πλήρους ρυθμού (full rate).

Οι κώδικες συστάδας χώρου-χρόνου με τις παραπάνω ιδιότητες χαρακτηρίζονται ως *ορθογώνιοι*.

Δυστυχώς, η τεχνική Alamouti είναι ο μοναδικός κώδικας OSTBC πλήρους ρυθμού, όταν ο σηματοδότης είναι μιγαδικός. Για $M_T > 2$, υπάρχουν κώδικες OSTBC μόνο για πραγματικούς σηματοδότες (BPSK), γεγονός που οδηγεί σε μειωμένη φασματική απόδοση, αφού δεν μπορούν να χρησιμοποιηθούν M -αδικοί σηματοδότες με $M > 2$. Οι κώδικες αυτοί μπορούν να κατασκευαστούν για οποιοδήποτε M_T χρησιμοποιώντας τη λύση του προβλήματος των Hurwitz-Radon [19].

Οιονεί ορθογώνιοι STBC Για να μπορέσουμε να χρησιμοποιήσουμε τους κώδικες συστάδας χώρου-χρόνου για $M_T > 2$ χρησιμοποιώντας μιγαδικούς σηματοδότες, έχουν εισαχθεί οι *οιονεί ορθογώνιοι* ή *γενικευμένοι ορθογώνιοι* κώδικες STBC (quasi-orthogonal ή generalized orthogonal STBC), οι οποίοι διαφέρουν από τους ορθογώνιους στα εξής:

- Οι κωδικές λέξεις δεν είναι τετραγωνικοί πίνακες.
- Ο ρυθμός τους είναι μικρότερος της μονάδας.
- Η συνθήκη της ορθογωνιότητας ισχύει μόνο στο πεδίο του χρόνου (γι' αυτό χαρακτηρίζονται ως *οιονεί ορθογώνιοι*), δηλαδή ισχύει

$$\mathbf{S}\mathbf{S}^H = \left(\sum_{i=1}^{M_T} |s_i|^2 \right) \mathbf{I}_{M_T} \quad (2.68)$$

αλλά $\mathbf{S}^H \mathbf{S} \neq \mathbf{I}_{N_{fr}}$. Ωστόσο, αυτή η συνθήκη αρκεί για να εξασφαλιστεί απλότητα στην αποκωδικοποίηση, όπως και στην τεχνική Alamouti.

Παρόλο που οι οιονεί ορθογώνιοι κώδικες STBC αποτελούν μια ελκυστική επιλογή λόγω της απλότητάς τους, έχουν χειρότερη επίδοση από τους κατάλληλα σχεδιασμένους πλεγματικούς κώδικες. Ωστόσο, ο κατάλληλος συνδυασμός κωδίκων STBC με συμβατικούς κώδικες διόρθωσης και ανίχνευσης σφαλμάτων μπορεί να ανταγωνιστεί ακόμα και τους καλύτερα σχεδιασμένους πλεγματικούς κώδικες χώρου-χρόνου ως προς την πιθανότητα σφάλματος.

2.6 Συστήματα χωρικής πολυπλεξίας

Τα συστήματα MIMO μπορούν να προσφέρουν δραματική αύξηση της χωρητικότητας, η οποία είναι ανάλογη του $\min(M_R, M_T)$. Η αύξηση αυτή μπορεί να επιτευχθεί με τα συστήματα χωρικής πολυπλεξίας (spatial multiplexing), στα οποία σε κάθε περίοδο συμβόλου μεταδίδονται M_T ανεξάρτητα σύμβολα πληροφορίας από τα κεραιοστοιχεία του πομπού (δηλαδή $r_s = M_T$). Παρόλο που η μετάδοση σε ένα σύστημα χωρικής πολυπλεξίας είναι πολύ απλή, απαιτείται αυξημένη πολυπλοκότητα στο δέκτη ώστε να ανιχνευτεί η μεταδιδόμενη πληροφορία με χαμηλή πιθανότητα σφάλματος. Στην ενότητα αυτή, υποθέτουμε $M_R \geq M_T$, που είναι απαραίτητη προϋπόθεση για να είναι εφικτός ο διαχωρισμός των ροών δεδομένων στο δέκτη.

2.6.1 Μετάδοση δεδομένων

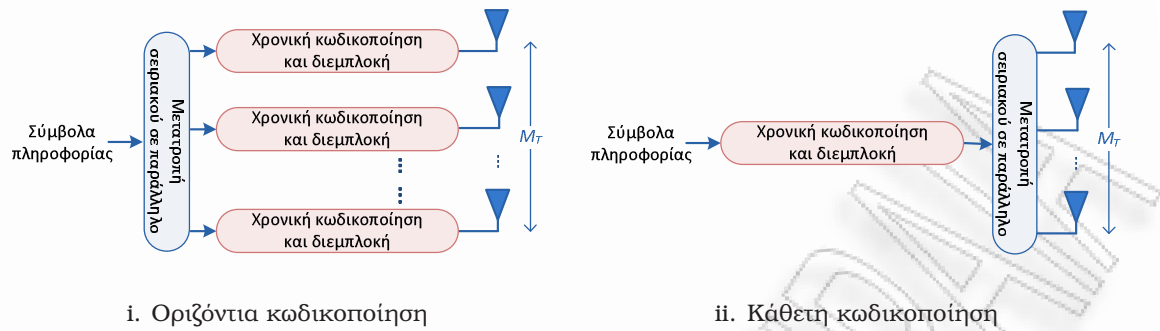
Η μετάδοση των δεδομένων στα συστήματα χωρικής πολυπλεξίας μπορεί να γίνει με έναν από τους ακόλουθους τρόπους:

Χωρίς κωδικοποίηση Κατά τη μετάδοση χωρίς κωδικοποίηση, τα προς μετάδοση δεδομένα διαχωρίζονται σε M_T ανεξάρτητες ροές δεδομένων, κάθε μια από τις οποίες μεταδίδεται από ένα διαφορετικό κεραιοστοιχείο, χωρίς να υποστεί χρονική κωδικοποίηση.

Έστω ότι μεταδόθηκε το διάνυσμα συμβόλων \mathbf{s} και ο δέκτης ανίχνευσε λανθασμένα το διάνυσμα $\hat{\mathbf{s}}$. Η πιθανότητα σφάλματος κατά ζεύγη φράσσεται άνωθεν ως εξής:

$$P(\mathbf{s} \rightarrow \hat{\mathbf{s}}) \leq \frac{1}{\|\mathbf{s} - \hat{\mathbf{s}}\|^2} \left(\frac{\rho}{4M_T} \right)^{M_R} \quad (2.69)$$

Είναι εμφανές ότι η τάξη διαφορισμού είναι M_R , δηλαδή το σύστημα εκμεταλλεύεται πλήρως το διαφορισμό στο δέκτη, αλλά δεν μπορεί να εκμεταλλευτεί το διαφορισμό στον πομπό.



Σχήμα 2.17: Οριζόντια και κάθετη κωδικοποίηση σε συστήματα χωρικής πολυπλεξίας.

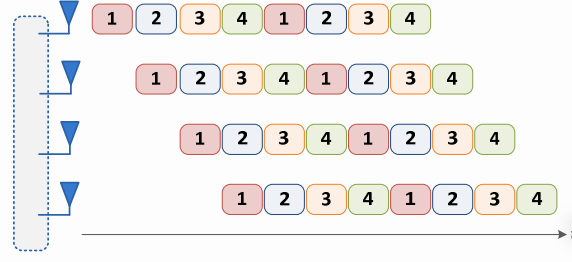
Οριζόντια κωδικοποίηση Κατά την οριζόντια κωδικοποίηση (horizontal encoding), τα σύμβολα πληροφορίας διαχωρίζονται σε M_T ροές, κάθε μια από τις οποίες υπόκειται σε ανεξάρτητη χρονική κωδικοποίηση και διεμπλοκή (σχήμα 2.17i). Η μέγιστη δυνατή τάξη διαφορισμού που επιτυγχάνεται είναι και πάλι M_R , αφού κάθε bit πληροφορίας θα μεταδοθεί από μία και μόνο κεραία, αλλά η χρονική κωδικοποίηση μπορεί να αποδώσει μικρότερη πιθανότητα σφάλματος σε σχέση με την μη κωδικοποιημένη μετάδοση. Η τεχνική αυτή δεν είναι βέλτιστη, εν τούτοις επιτρέπει την χρήση απλοποιημένης διάταξης στο δέκτη.

Κάθετη κωδικοποίηση Στην κάθετη κωδικοποίηση (vertical encoding), η χρονική κωδικοποίηση και διεμπλοκή προηγούνται του διαχωρισμού των συμβόλων πληροφορίας (σχήμα 2.17ii). Αυτή η τεχνική μπορεί να προσεγγίσει την βέλτιστη επίδοση, αφού κάθε bit πληροφορίας μπορεί δυνητικά να μεταδοθεί από όλα τα κεραιοστοιχεία. Ωστόσο, απαιτείται από κοινού αποκωδικοποίηση των ροών δεδομένων στο δέκτη (joint decoding), η οποία μπορεί να αυξήσει πάρα πολύ την πολυπλοκότητα. Ο ρυθμός του χωρικού κώδικα είναι $r_s = M_T$, ενώ επιτυγχάνεται τάξη διαφορισμού μεγαλύτερη από M_R .

Διαγώνια κωδικοποίηση Για να συνδυαστεί η απλότητα της οριζόντιας με τη βελτιωμένη επίδοση της κάθετης κωδικοποίησης, δημιουργήθηκαν διάφοροι συνδυασμοί των παραπάνω τεχνικών, στις οποίες εντάσσεται η διαγώνια κωδικοποίηση (diagonal encoding). Η πιο γνωστή τεχνική διαγώνιας κωδικοποίησης είναι η D-BLAST (βλ. σχήμα 2.18).

Κατά τη διαγώνια κωδικοποίηση, η πληροφορία υπόκειται πρώτα σε οριζόντια κωδικοποίηση και στη συνέχεια κάθε κωδική λέξη χωρίζεται σε πλαίσια. Τα πλαίσια οδηγούνται σε έναν στροφέα ροών (stream rotator), ο οποίος τα κατανέμει στα κεραιοστοιχεία με τέτοιο τρόπο, ώστε η αντιστοιχία πλαισίου-κεραιοστοιχείου εκπομπής να ακολουθεί κυκλική πορεία.

Οι τεχνικές διαγώνιας κωδικοποίησης, όπως ο D-BLAST, μπορούν πετύχουν



Σχήμα 2.18: Διαγράμμιση κωδικοποίησης για συστήματα χωρικής πολυπλεξίας.

τάξη διαφορισμού ίση με $M_R M_T$, αν η χρονική κωδικοποίηση με περιστροφή των ροών δεδομένων είναι βέλτιστη. Το κέρδος κωδικοποίησης εξαρτάται από τον χρονικό κώδικα και το κέρδος συστοιχίας μπορεί να φτάσει μέχρι M_R . Το μειονέκτημα του D-BLAST είναι ότι αρχικά δε μεταδίδονται δεδομένα από όλα τα κεραιοστοιχεία, οδηγώντας σε μείωση του ρυθμού μετάδοσης.

2.6.2 Διατάξεις δεκτών για συστήματα χωρικής πολυπλεξίας

Στα συστήματα χωρικής πολυπλεξίας, εμφανίζεται αυξημένη πολυπλοκότητα στο δέκτη, επειδή ο δέκτης πρέπει να αναλάβει το διαχωρισμό των ανεξάρτητων ροών δεδομένων που μεταδίδονται παράλληλα από τα κεραιοστοιχεία του πομπού. Ο δέκτης λαμβάνει γραμμικούς συνδυασμούς των μεταδιδόμενων σημάτων πληροφορίας και έτσι εμφανίζεται το πρόβλημα της *πολυροϊκής παρεμβολής* (multistream interference), το οποίο είναι αντίστοιχο του προβλήματος της διασυμβολικής παρεμβολής (intersymbol interference) που εμφανίζεται όταν το εύρος ζώνης του σήματος υπερβαίνει το εύρος ζώνης του διαύλου, ή της ακύρωσης παρεμβολών (interference cancelation) στα πολυχρηστικά συστήματα ασύρματων επικοινωνιών.

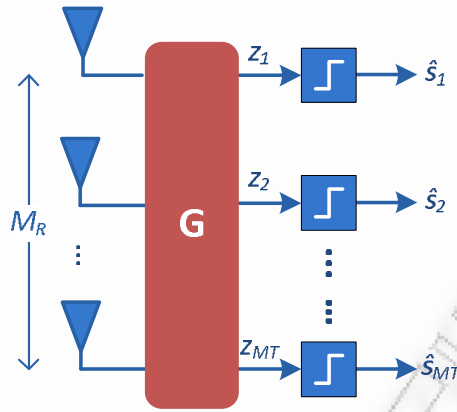
2.6.2.1 Ανίχνευση μεγίστης πιθανοφάνειας

Ο βέλτιστος διαχωρισμός και ανίχνευση των δεδομένων μπορεί να γίνει με τον ανιχνευτή μεγίστης πιθανοφάνειας:

$$\hat{\mathbf{s}} = \arg \min_{\mathbf{s}} \|\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{s}\|^2, \quad (2.70)$$

όπου η ελαχιστοποίηση γίνεται με εξαντλητική αναζήτηση όλων των πιθανών διανυσμάτων συμβόλων $\mathbf{s} \in \mathbb{C}^{M_T \times 1}$. Ο ανιχνευτής μεγίστης πιθανοφάνειας παρουσιάζει υψηλή υπολογιστική πολυπλοκότητα, η οποία αυξάνεται εκθετικά ως προς το M_T .

Το πρόβλημα της ανίχνευσης μεγίστης πιθανοφάνειας μπορεί να επιλυθεί αποδοτικότερα με την χρήση του *αποκωδικοποιητή σφαίρας* (sphere decoding). Η κεντρική



Σχήμα 2.19: Γενική αρχή λειτουργίας γραμμικών δεκτών για συστήματα χωρικής πολυπλεξίας.

ιδέα είναι ότι η πολυπλοκότητα μπορεί να μειωθεί μέσω της αναζήτησης του καταλληλότερου διανύσματος \mathbf{s} , ανάμεσα στα διανύσματα $\mathbf{H}\mathbf{s}$ που βρίσκονται στα όρια μιας συγκεκριμένης υπερσφαίρας ακτίνας R γύρω από το διάνυσμα λαμβανόμενων σημάτων \mathbf{y} . Η ακτίνα R πρέπει να είναι αρκετά μικρή, ώστε ο χώρος αναζήτησης να μην είναι πολύ μεγάλος, αλλά και αρκετά μεγάλη ώστε να αποκλειστεί η πιθανότητα να μην υπάρχει κανένα διάνυσμα $\mathbf{H}\mathbf{s}$ εντός της υπερσφαίρας.

2.6.2.2 Γραμμικοί δέκτες

Για την περαιτέρω μείωση της υπολογιστικής πολυπλοκότητας, ο διαχωρισμός των ροών δεδομένων στο δέκτη μπορεί να γίνει με την χρήση γραμμικού φίλτρου. Στη συνέχεια, κάθε ροή δεδομένων αποκωδικοποιείται ανεξάρτητα. Σε αυτή την περίπτωση, ο δέκτης χαρακτηρίζεται ως *γραμμικός* (linear receiver).

Το διάνυσμα \mathbf{z} , του οποίου κάθε στοιχείο αποκωδικοποιείται ανεξάρτητα, δίνεται από τη σχέση

$$\mathbf{z} = \mathbf{G}\mathbf{y} \quad (2.71)$$

όπου \mathbf{G} είναι ο πίνακας του γραμμικού φίλτρου. Οι κυριότεροι γραμμικοί δέκτες που έχουν προταθεί είναι οι εξής:

Δέκτης επιβολής μηδενισμών (ZF) (Zero Forcing). Ο δέκτης ZF επιβάλλει μηδενισμό της πολυροϊκής παρεμβολής, θέτοντας

$$\mathbf{G} = \mathbf{H}^\dagger = (\mathbf{H}^H \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^H \quad (2.72)$$

όπου \mathbf{H}^\dagger είναι ο ψευδοαντίστροφος του πίνακα \mathbf{H} , του οποίου ο χώρος στηλών υποτίθεται πως είναι πλήρης. Το δεξί μέλος της (2.72) έχει προκύψει επειδή $M_R \geq M_T$ και $\text{rank} \mathbf{H} = M_T$.

Ο λόγος σήματος προς παρεμβολή και θόρυβο της k -οστής αποκωδικοποιημένης ροής δεδομένων είναι ίσος με

$$\eta_k = \frac{\rho}{M_T} \left[(\mathbf{H}^H \mathbf{H})^{-1} \right]_{kk}^{-1} \quad (2.73)$$

Ο δέκτης ZF οδηγεί σε σημαντική επιδείνωση του συστήματος, αφού ο πολλαπλασιασμός με τον ψευδοαντίστροφο οδηγεί σε σημαντική ενίσχυση του θορύβου, ο οποίος πλέον δεν είναι λευκός. Η τάξη διαφορισμού του συστήματος όταν χρησιμοποιείται οριζόντια κωδικοποίηση είναι $M_R - M_T + 1$, αντί της M_R που επιτυγχάνεται από τον ανιχνευτή μεγίστης πιθανοφάνειας.

Δέκτης ελάχιστου τετραγωνικού σφάλματος (MMSE) Ο δέκτης MMSE (Minimum Mean Square Error) αντιμετωπίζει το πρόβλημα της ενίσχυσης του θορύβου, ελαχιστοποιώντας το μέσο τετραγωνικό σφάλμα του δέκτη, δηλαδή

$$\mathbf{G} = \arg \min_{\mathbf{G}} \mathbb{E} \{ \|\mathbf{G}\mathbf{y} - \mathbf{s}\|^2 \} \quad (2.74)$$

Με χρήση της αρχής της ορθογωνιότητας, δηλαδή $\mathbb{E}[(\mathbf{G}\mathbf{y} - \mathbf{s})\mathbf{y}^H] = \mathbf{O}_{M_T \times M_R}$, προκύπτει ο πίνακας του γραμμικού φίλτρου του δέκτη MMSE

$$\mathbf{G} = \left(\mathbf{H}^H \mathbf{H} + \frac{M_T}{\rho} \mathbf{I} \right)^{-1} \mathbf{H}^H. \quad (2.75)$$

Ο λόγος σήματος προς θόρυβο και παρεμβολή της k -οστής αποκωδικοποιημένης ροής δεδομένων είναι ίσος με

$$\eta_k = \left[\left(\frac{\rho}{M_T} \mathbf{H}^H \mathbf{H} + \mathbf{I}_{M_T} \right)^{-1} \right]_{kk}^{-1} - 1. \quad (2.76)$$

Γενικά, ο δέκτης MMSE εμφανίζει καλύτερη επίδοση από τον ZF. Για χαμηλούς σηματοθορυβικούς λόγους, προσεγγίζει το προσαρμοσμένο φίλτρο (matched filter), ενώ για υψηλούς σηματοθορυβικούς λόγους συγκλίνει προς το δέκτη ZF και η αναμενόμενη τάξη διαφορισμού του είναι $M_R - M_T + 1$.

2.6.2.3 Δέκτης διαδοχικής ακύρωσης παρεμβολών

Ο δέκτης *διαδοχικής ακύρωσης παρεμβολών* (Successive Interference Cancellation — SIC) είναι ένας μη γραμμικός δέκτης που αποτελεί γενίκευση του εξισωτή ανάδρασης απόφασης (decision feedback equalizer) που χρησιμοποιείται στα συστήματα SISO. Οι αλγόριθμοι διαδοχικής ακύρωσης παρεμβολών ακολουθούν τα εξής βήματα:

- Αποκωδικοποιείται μια ροή δεδομένων, χρησιμοποιώντας κάποιον γραμμικό δέκτη (ZF ή MMSE), όπου κάθε μη αποκωδικοποιημένη ροή δεδομένων αντιμετωπίζεται ως παρεμβολή (μηδενισμός παρεμβολών).
- Θεωρώντας πως η αποκωδικοποίηση έγινε σωστά, αφαιρείται η παρεμβολή που έχει προκαλέσει η ροή αυτή από το διάνυσμα των λαμβανόμενων σημάτων (ακύρωση παρεμβολών).
- Συνεχίζεται η ίδια διαδικασία και για τις υπόλοιπες ροές δεδομένων, μέχρι να αποκωδικοποιηθούν όλες.

Ο αλγόριθμος μπορεί να αρχίζει αποκωδικοποιώντας τη ροή δεδομένων που εμφανίζει το μεγαλύτερο λόγο προς παρεμβολή και θόρυβο (SINR) και να συνεχίζει δίνοντας προτεραιότητα στις ροές με τα μεγαλύτερα SINR. Σε αυτή την περίπτωση, πρόκειται για το δέκτη *διατεταγμένης διαδοχικής ακύρωσης παρεμβολών* (ordered successive interference cancelation). Σε αυτή την κατηγορία ανήκει και ο γνωστός αλγόριθμος V-BLAST.

Κεφάλαιο 3

Τεχνικές μείωσης της πολυπλοκότητας του υλικού σε συστήματα MIMO

Τα συστήματα επικοινωνιών πολλαπλών εισόδων - πολλαπλών εξόδων μπορούν να μειώσουν την πιθανότητα σφάλματος ή να αυξήσουν την χωρητικότητα του διαύλου, χωρίς αύξηση του εύρους ζώνης ή της εκπεμπόμενης ισχύος. Ωστόσο, η χρήση πολλαπλών κεραιών σε πομπό και δέκτη απαιτεί την χρήση πολλαπλών αλυσίδων ραδιοσυχνοτήτων (RF chains), ο αριθμός των οποίων είναι ίσος με τον αριθμό των χρησιμοποιούμενων κεραιοστοιχείων. Οι επιπλέον αλυσίδες RF αυξάνουν το κόστος κατασκευής, την ενεργειακή κατανάλωση και το μέγεθος των πομποδεκτών, με αποτέλεσμα να είναι δύσκολη η πρακτική εφαρμογή συστημάτων MIMO με μεγάλο αριθμό κεραιοστοιχείων. Για το λόγο αυτό, έχουν προταθεί διάφορες τεχνικές που να μειώνουν τον απαιτούμενο αριθμό των αλυσίδων RF, αλλά διατηρούν όσο το δυνατόν περισσότερο τα οφέλη της χρήσης πολλαπλών κεραιών, δηλαδή το κέρδος διαφορισμού και χωρικής πολυπλεξίας.

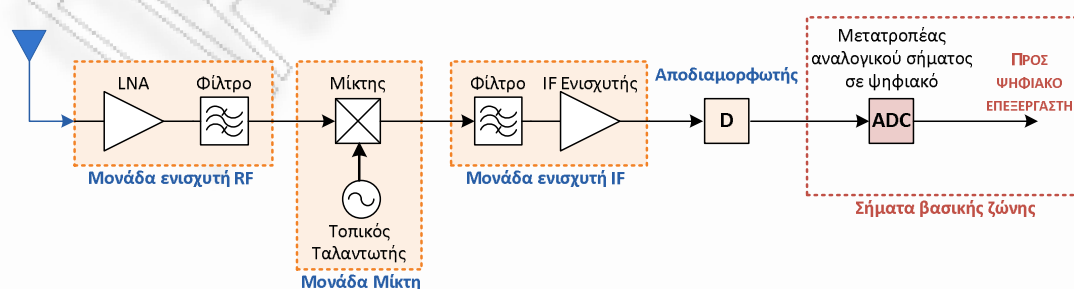
Στο κεφάλαιο αυτό, αφού εξεταστεί διεξοδικότερα η αναγκαιότητα μείωσης της πολυπλοκότητας του υλικού στα συστήματα MIMO, παρουσιάζονται οι υπάρχουσες προσεγγίσεις για την αντιμετώπιση του προβλήματος. Έμφαση δίδεται στις τεχνικές επεξεργασίας σήματος, οι οποίες διακρίνονται σε δυο μεγάλες κατηγορίες: την επιλογή κεραιοστοιχείων (antenna selection) και την προεπεξεργασία στο πεδίο των ραδιοσυχνοτήτων (RF preprocessing). Για κάθε μια από τις τεχνικές αυτές, εξετάζονται τα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματα και παρουσιάζονται οι σημαντικότεροι αλγόριθμοι που έχουν προταθεί στη βιβλιογραφία για διάφορα κριτήρια επίδοσης, με ιδιαίτερη έμφαση στη μεγιστοποίηση της χωρητικότητας. Επιπλέον, μελετώνται τα προβλήματα που μπορούν να προκύψουν κατά την πρακτική εφαρμογή τους.

3.1 Αναγκαιότητα της μείωσης της πολυπλοκότητας του υλικού

Ένας από τους σημαντικότερους παράγοντες που καθορίζουν το κόστος και την ενεργειακή κατανάλωση ενός πομποδέκτη είναι οι αλυσίδες ραδιοσυχνοτήτων (αλυσίδες RF). Μια αλυσίδα RF στον πομπό αναλαμβάνει τη μετατροπή των ψηφιακών σημάτων βασικής ζώνης σε ζωνοπερατά σήματα στο πεδίο των ραδιοσυχνοτήτων, ώστε να μπορούν να εκπνευθούν από το αντίστοιχο κεραιοστοιχείο. Αποτελείται από ένα μετατροπέα ψηφιακού σήματος σε αναλογικό (digital-to-analog converter – DAC), ένα μετατροπέα σημάτων βασικής ζώνης σε ζωνοπερατά σήματα ραδιοσυχνοτήτων (αναβιβαστής συχνότητας – frequency upconverter) και έναν ενισχυτή ισχύος (power amplifier). Από την άλλη πλευρά, μια αλυσίδα RF στο δέκτη ακολουθεί την αντίστροφη διαδικασία, δηλαδή μετατρέπει τα λαμβανόμενα ζωνοπερατά σήματα ραδιοσυχνοτήτων σε ψηφιακά σήματα βασικής ζώνης, ώστε να μπορούν να οδηγηθούν προς επεξεργασία και αποκωδικοποίηση από έναν ψηφιακό επεξεργαστή σήματος. Έτσι, η αλυσίδα RF στο δέκτη αποτελείται από έναν ενισχυτή χαμηλού θορυβου (low noise amplifier – LNA), ένα μετατροπέα ζωνοπερατών σημάτων ραδιοσυχνοτήτων σε σήματα βασικής ζώνης (υποβιβαστής συχνότητας – frequency downconverter) και ένα μετατροπέα αναλογικού σήματος σε ψηφιακό (analog-to-digital converter – ADC) (βλ. σχήμα 3.1).

Ο αριθμός των ανεξάρτητων αλυσίδων RF που απαιτούνται σε έναν κλασικό πομποδέκτη με πολλαπλά κεραιοστοιχεία είναι ίσος με τον αριθμό των κεραιοστοιχείων, με αποτέλεσμα το κόστος και η ενεργειακή κατανάλωση να είναι ιδιαίτερα αυξημένα σε σχέση με έναν κλασικό πομποδέκτη με μια κεραία. Η αύξηση του κόστους οφείλεται σχεδόν αποκλειστικά στις επιπλέον αλυσίδες RF και όχι στα επιπλέον κεραιοστοιχεία, των οποίων το κόστος κατασκευής είναι κατά κανόνα αρκετά χαμηλό.

Επιπρόσθετα, όταν αυξάνεται ο αριθμός των κεραιοστοιχείων, αυξάνεται και η πολυπλοκότητα αποκωδικοποίησης και ανίχνευσης των συμβόλων στο δέκτη, η οποία μερικές φορές αυξάνεται ακόμα και εκθετικά σε σχέση με τον αριθμό των κεραιο-



Σχήμα 3.1: Τυπική διάταξη αλυσίδας RF στο δέκτη.

στοιχείων.

Το πρόβλημα της πολυπλοκότητας του υλικού είναι ένας από τους σημαντικότερους λόγους για τους οποίους οι τεχνικές MIMO δεν έχουν τύχει ακόμα ευρείας πρακτικής εφαρμογής στα συστήματα κινητών και ασύρματων επικοινωνιών, ιδιαίτερα για περισσότερα από 2 κεραιοστοιχεία, παρόλο που μπορούν να προσφέρουν τεράστια οφέλη τόσο στην αντιμετώπιση των βαθιών διαλείψεων του διαύλου όσο και στη βελτίωση της φασματικής απόδοσης (spectral efficiency). Πράγματι, μόλις πρόσφατα άρχισαν να περιλαμβάνονται τεχνικές MIMO στα καινούρια πρότυπα ασύρματων τοπικών δικτύων (IEEE 802.11n [20]) και ασύρματων δικτύων ευρείας περιοχής (3GPP LTE [21, 22], WiMax [23]). Μάλιστα προβλέπεται μικρός αριθμός κεραιοστοιχείων (το πολύ μέχρι 4), ενώ οι προδιαγραφές συμβατότητας του εξοπλισμού με τα νέα πρότυπα συνήθως δεν επιβάλλουν στους κατασκευαστές την χρήση περισσότερων από 2 κεραιοστοιχείων.

3.2 Κατηγοριοποίηση υπάρχουσών τεχνικών μείωσης της πολυπλοκότητας του υλικού

Η ερευνητική κοινότητα έχει στρέψει το ενδιαφέρον της τα τελευταία χρόνια στην αναζήτηση τεχνικών που θα συνδυάζουν υψηλές επιδόσεις (εφάμιλλες με αυτές των συστημάτων MIMO με περισσότερα από 2 κεραιοστοιχεία) και χαμηλή πολυπλοκότητα υλικού (εφάμιλλη με αυτή των πομποδεκτών με λίγα κεραιοστοιχεία). Προς την κατεύθυνση αυτή, έχουν προταθεί κυρίως οι εξής τεχνικές:

Επιλογή κεραιοστοιχείων (antenna selection): Με την επιλογή κεραιοστοιχείων, μόνο ένα κατάλληλο υποσύνολο των κεραιοστοιχείων συνδέεται με τις αλυσίδες RF, με την χρήση ενός μεταγωγέα.

Προεπεξεργασία στο πεδίο των ραδιοσυχνοτήτων (RF preprocessing): Με την προεπεξεργασία στο πεδίο των ραδιοσυχνοτήτων, σε κάθε αλυσίδα RF αντιστοιχείται ένα σήμα που προκύπτει από ένα γραμμικό συνδυασμό των αποκρίσεων όλων των διαθέσιμων κεραιοστοιχείων. Για την παραγωγή των γραμμικών συνδυασμών, απαιτούνται ενισχυτές χαμηλού θορύβου ή/και στροφείς φάσης που να λειτουργούν στις μικροκυματικές συχνότητες.

Επεξεργασία στο πεδίο των λοβών ακτινοβολίας Οι τεχνικές επεξεργασίας στο πεδίο των λοβών ακτινοβολίας (beam-space processing), χρησιμοποιούν τους βαθμούς ελευθερίας που προκύπτουν από την κατάλληλη εκμετάλλευση της κατευθυντικότητας των διαγραμμάτων ακτινοβολίας. Αυτό μπορεί να επιτευ-

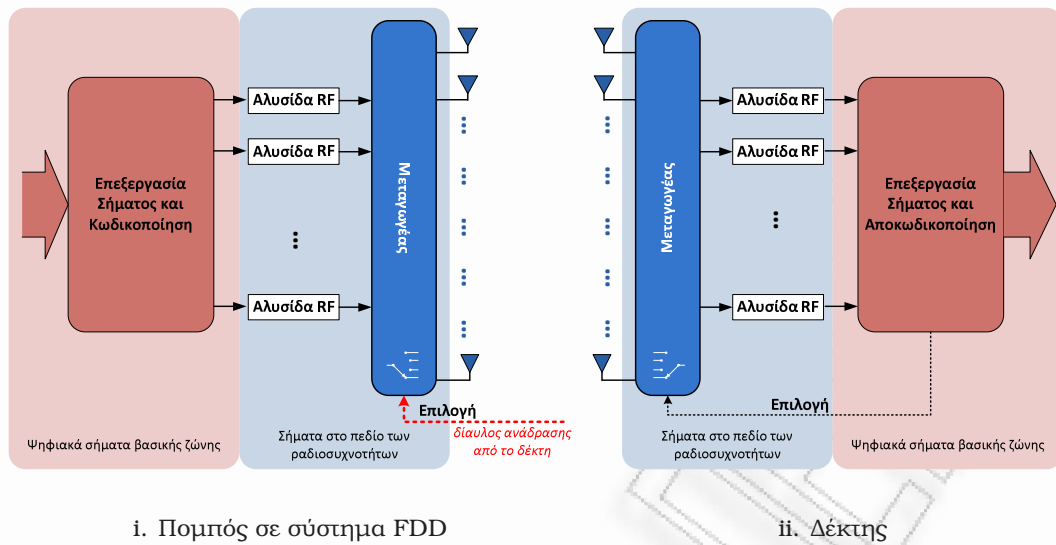
χθεί αν η αντιστοίχιση των συμβόλων πληροφορίας γίνει σε διαφορετικές κατευθύνσεις, αντί σε διαφορετικά κεραιοστοιχεία. Επομένως, δεν είναι απαραίτητη μια στοιχειοκεραία με πολλαπλές αλυσίδες RF, αλλά αρκεί μια συμπαγής «έξυπνη» κεραία με παρασιτικά στοιχεία και ρυθμιζόμενο διάγραμμα ακτινοβολίας (όπως για παράδειγμα η ESPAR). Έτσι, καθίσταται δυνατή η εκμετάλλευση των πλεονεκτημάτων των συστημάτων MIMO, χρησιμοποιώντας πολύ λιγότερες (ή ακόμα και μια) αλυσίδες RF. Η τεχνική αυτή έχει εφαρμοστεί σε συστήματα διαφορισμού εκπομπής [24] και χωρικής πολυπλεξίας με περιορισμένη ανάδραση [25].

Κατά τη λήψη, ένας κατευθυντικός λοβός ακτινοβολίας περιστρέφεται κατά 360° εντός μιας περιόδου συμβόλου. Το λαμβανόμενο σήμα έχει υποστεί διασπορά φάσματος και περιλαμβάνει πολλαπλούς ανεξάρτητους γραμμικούς συνδυασμούς των μεταδιδόμενων σημάτων, οι οποίοι μπορούν να διαχωριστούν στο πεδίο της συχνότητας. Έτσι, η χωρική πολυπλεξία μετατρέπεται σε συχνοτική πολυπλεξία! Επομένως, με τη γωνιακή δειγματοληψία (angular sampling) επιτυγχάνονται τα οφέλη της χωρικής δειγματοληψίας, καθιστώντας εφικτή τη δημιουργία ενός δέκτη MIMO με μόνο μια αλυσίδα RF [26].

Στη συνέχεια θα ασχοληθούμε με την αναλυτικότερη μελέτη των δυο πρώτων τεχνικών, οι οποίες εφαρμόζονται κυρίως σε στοιχειοκεραίες, απαιτώντας ελάχιστες τροποποιήσεις στην κλασική αρχιτεκτονική των πομποδεκτών.

3.3 Η τεχνική της επιλογής κεραιοστοιχείων

Η επιλογή κεραιοστοιχείων είναι η πρώτη τεχνική μείωσης της πολυπλοκότητας του υλικού που προτάθηκε και αποτελεί επέκταση της τεχνικής συνδυασμού επιλογής (selection combining) στα συστήματα MIMO. Με την τεχνική αυτή, μόνο ένα κατάλληλα επιλεγμένο υποσύνολο των διαθέσιμων κεραιοστοιχείων συνδέεται με τις αλυσίδες RF. Πιο συγκεκριμένα, όταν η τεχνική εφαρμόζεται στο δέκτη, μόνο οι αποκρίσεις ενός υποσυνόλου των διαθέσιμων κεραιοστοιχείων (το οποίο επιλέγεται με την χρήση ενός μεταγωγέα) οδηγούνται στις αλυσίδες RF για να μετατραπούν σε σήματα βασικής ζώνης, ψηφιοποιηθούν και καταλήξουν στον επεξεργαστή σήματος του δέκτη (βλ. σχήμα 3.2ii). Από την άλλη πλευρά, όταν η τεχνική εφαρμόζεται στον πομπό, με τη βοήθεια ενός μεταγωγέα επιλέγεται το υποσύνολο των διαθέσιμων κεραιοστοιχείων που θα αναλάβει να εκπέμψει τις παράλληλες ροές δεδομένων. Η διάταξη των πομποδεκτών και η αρχιτεκτονική ενός συστήματος MIMO με επιλογή κεραιοστοιχείων σε πομπό και δέκτη παρουσιάζεται στα σχήματα 3.2 και 3.3 αντίστοιχα.



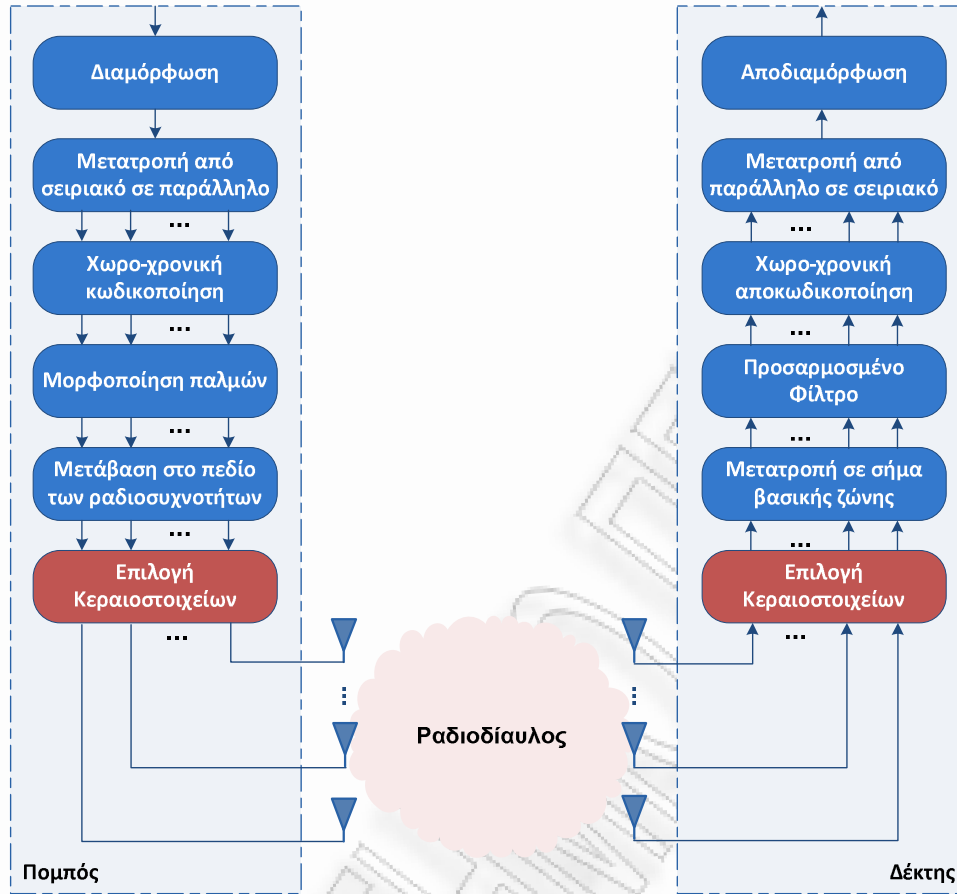
Σχήμα 3.2: Διάταξη πομποδεκτών ενός συστήματος MIMO με επιλογή κεραιοστοιχείων.

Η επιλογή κεραιοστοιχείων επιτυγχάνει μείωση της πολυπλοκότητας του υλικού με απλό και σε πολλές περιπτώσεις αρκετά αποτελεσματικό τρόπο. Η απλότητα της τεχνικής έγκειται στο γεγονός ότι χρειάζεται μόνο ένας μεταγωγέας για την πραγματοποίηση της επιλογής. Όταν η τεχνική εφαρμόζεται στο δέκτη, ο αλγόριθμος επιλογής εκτελείται στον ψηφιακό επεξεργαστή του δέκτη. Όταν εκτελείται στον πομπό και το σύστημα χρησιμοποιεί συχνοδιακριτική αμφιδρόμηση (FDD), τότε ο αλγόριθμος επιλογής εκτελείται στον ψηφιακό επεξεργαστή του δέκτη και η πληροφορία για τα κεραιοστοιχεία προς επιλογή αποστέλλεται μέσω ενός διαύλου ανάδρασης [βλ. σχήμα 3.2i]. Ο διάυλος ανάδρασης εισάγει επιπρόσθετη πολυπλοκότητα στο σύστημα και απαιτεί κατανάλωση πόρων, αλλά ευτυχώς η πληροφορία που πρέπει να αποσταλεί είναι μόλις λίγα bits.

Η αποτελεσματικότητα της τεχνικής οφείλεται στο γεγονός ότι στις περισσότερες περιπτώσεις διατηρεί την τάξη διαφορισμού του συστήματος ίση με αυτή του συστήματος πλήρους πολυπλοκότητας (περισσότερες λεπτομέρειες αναφέρονται στις παραγράφους 3.3.3.1, 3.3.4.1 και 3.3.5.1). Φυσικά, παρατηρείται κάποια επιδείνωση της επίδοσης του συστήματος, η οποία οφείλεται στην απώλεια κέρδους συστοιχίας.

3.3.1 Περιγραφή συστήματος και μαθηματική μοντελοποίηση

Έστω ένα ασύρματο σύστημα επικοινωνιών MIMO με μια ζεύξη από σημείο σε σημείο, όπου ο διάυλος παρουσιάζει επίπεδες διαλαίψεις. Αν ο πομπός και ο δέκτης διαθέτουν M_T και M_R κεραιοστοιχεία αντίστοιχα, η σχέση εισόδων-εξόδων του συ-



Σχήμα 3.3: Αρχιτεκτονική συστήματος MIMO με εφαρμογή της επιλογής κεραιοστοιχείων. Σημειώνεται πως, γενικά, η επιλογή κεραιοστοιχείων μπορεί να εφαρμοστεί τόσο στον πομπό, όσο και στο δέκτη, όπως φαίνεται στο σχήμα.

στήματος πλήρους πολυπλοκότητας περιγράφεται από την εξίσωση

$$\mathbf{y} = \sqrt{\frac{\rho}{M_T}} \mathbf{H} \mathbf{s} + \mathbf{n}, \quad (3.1)$$

όπου $\mathbf{H} \in \mathbb{C}^{M_R \times M_T}$ είναι ο πίνακας μεταφοράς του διαύλου πλήρους πολυπλοκότητας, $\mathbf{s} \in \mathbb{C}^{M_T \times 1}$ είναι το διάνυσμα των μεταδιδόμενων σημάτων από τα M_T διαθέσιμα κεραιοστοιχεία του πομπού, $\mathbf{y} \in \mathbb{C}^{M_R \times 1}$ είναι το διάνυσμα των λαμβανόμενων σημάτων στα M_R διαθέσιμα κεραιοστοιχεία του δέκτη, $\mathbf{n} \in \mathbb{C}^{M_R \times 1}$ είναι το ZMCSCG διάνυσμα του θορύβου στο δέκτη με πίνακα αυτοσυσχέτισης $\mathbf{R}_{nn} = \mathbf{I}_{M_R}$ και ρ ο μέσος σηματοθορυβικός λόγος σε κάθε κεραιοστοιχείο του δέκτη.

Έστω N_T και N_R ο αριθμός των αλυσίδων RF που διαθέτει ο πομπός και ο δέκτης αντίστοιχα. Αν η επιλογή κεραιοστοιχείων γίνεται στον πομπό μόνο ($N_R = M_R$ και $N_T < M_T$), τότε ο ενεργός πίνακας μεταφοράς του διαύλου με επιλογή κεραιοστοιχείων $\tilde{\mathbf{H}}$ προκύπτει από τον πίνακα μεταφοράς του διαύλου πλήρους πολυπλοκότητας, αφαιρώντας τις στήλες που αντιστοιχούν στα μη επιλεγμένα κεραιοστοιχεία.

$$\tilde{\mathbf{H}} = \begin{bmatrix} h_{11} & \cdots & h_{1j} & \cdots & h_{1M_T} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{i1} & \cdots & h_{ij} & \cdots & h_{iM_T} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{M_R 1} & \cdots & h_{M_R j} & \cdots & h_{M_R M_T} \end{bmatrix}$$

αφαιρείται το j -οστό
κεραιοστοιχείο του πομπού

αφαιρείται το i -οστό
κεραιοστοιχείο του δέκτη

Σχήμα 3.4: Πίνακας μεταφοράς του διαύλου συστήματος με επιλογή κεραιοστοιχείων σε πομπό και δέκτη.

α. Με άλλα λόγια, αν το επιλεγμένο υποσύνολο κεραιοστοιχείων στον πομπό είναι $\mathcal{S}_T = \{j_1, j_2, \dots, j_{N_T}\}$ με $j_1 < j_2 < \dots < j_{N_T}$, τότε ο ενεργός πίνακας μεταφοράς του διαύλου είναι $\tilde{\mathbf{H}} = [\mathbf{h}_{j_1} \ \mathbf{h}_{j_2} \ \dots \ \mathbf{h}_{j_{N_T}}]$ όπου \mathbf{h}_j είναι η j -οστή στήλη του πίνακα \mathbf{H} .

Από την άλλη πλευρά, όταν η επιλογή κεραιοστοιχείων γίνεται στο δέκτη μόνο ($N_T = M_T$ και $N_R < M_R$), ο ενεργός πίνακας μεταφοράς του διαύλου με επιλογή κεραιοστοιχείων $\tilde{\mathbf{H}}$ προκύπτει από τον πίνακα μεταφοράς του διαύλου πλήρους πολυπλοκότητας, αφαιρώντας τις γραμμές που αντιστοιχούν στα μη επιλεγμένα κεραιοστοιχεία. Με άλλα λόγια, αν το επιλεγμένο υποσύνολο κεραιοστοιχείων στο δέκτη είναι $\mathcal{S}_R = \{i_1, i_2, \dots, i_{N_R}\}$ με $i_1 < i_2 < \dots < i_{N_R}$, τότε ο ενεργός πίνακας μεταφοράς του διαύλου είναι $\tilde{\mathbf{H}} = [\mathbf{h}_{i_1} \ \mathbf{h}_{i_2} \ \dots \ \mathbf{h}_{i_{N_R}}]^H$ όπου \mathbf{h}_i είναι το αναστροφosuζυγές διάνυσμα της i -οστής γραμμής του πίνακα \mathbf{H} (δηλαδή η i -οστή στήλη του \mathbf{H}^H).

Τέλος, αν η επιλογή κεραιοστοιχείων γίνεται από κοινού σε πομπό και δέκτη, τότε ο ενεργός πίνακας μεταφοράς του διαύλου με επιλογή κεραιοστοιχείων $\tilde{\mathbf{H}}$ προκύπτει από τον πίνακα μεταφοράς του διαύλου πλήρους πολυπλοκότητας \mathbf{H} , αφαιρώντας τις στήλες και γραμμές που αντιστοιχούν στα μη επιλεγμένα κεραιοστοιχεία σε πομπό και δέκτη αντίστοιχα. Στο σχήμα 3.4 παρουσιάζεται παραστατικά ο τρόπος εύρεσης του πίνακα $\tilde{\mathbf{H}}$ από τον πίνακα \mathbf{H} .

Σε κάθε περίπτωση, η σχέση εισόδων-εξόδων του συστήματος με επιλογή κεραιοστοιχείων θα περιγράφεται από την εξίσωση

$$\tilde{\mathbf{y}} = \sqrt{\frac{\rho}{N_T}} \tilde{\mathbf{H}} \mathbf{s} + \tilde{\mathbf{n}}, \quad (3.2)$$

όπου $\tilde{\mathbf{y}} \in \mathbb{C}^{N_R \times 1}$ και $\tilde{\mathbf{n}} \in \mathbb{C}^{N_R \times 1}$ είναι τα διανύσματα των λαμβανόμενων σημάτων και του θορύβου στα επιλεγμένα κεραιοστοιχεία του δέκτη, αντίστοιχα.

3.3.2 Κατηγοριοποίηση των αλγορίθμων επιλογής κεραιοστοιχείων

Για τους λόγους που αναφέρθηκαν παραπάνω, η επιλογή κεραιοστοιχείων έχει προσελκύσει ιδιαίτερο ερευνητικό ενδιαφέρον τα τελευταία χρόνια. Οι αλγόριθμοι που έχουν προταθεί μπορούν να ενταχθούν σε διάφορες κατηγορίες, ανάλογα με το κριτήριο κατηγοριοποίησης:

- Η επιλογή κεραιοστοιχείων μπορεί να γίνεται μόνο στο δέκτη (receive antenna selection), μόνο στον πομπό (transmit antenna selection) ή απο κοινού σε πομπό και δέκτη (joint antenna selection). Σημειώνεται πως συνήθως το πιο δύσκολο πρόβλημα είναι η από κοινού επιλογή.
- Έχουν χρησιμοποιηθεί διάφορα κριτήρια βελτιστοποίησης, τα οποία εξαρτώνται άμεσα από το σύστημα. Στα συστήματα διαφορισμού, στόχος είναι η ελαχιστοποίηση της πιθανότητας σφάλματος. Στα συστήματα χωρικής πολυπλεξίας, είτε μεγιστοποιείται η χωρητικότητα του συστήματος που προκύπτει (θεωρώντας πως ο δέκτης είναι ιδανικός), είτε ελαχιστοποιείται η πιθανότητα σφάλματος, υποθέτοντας ότι χρησιμοποιείται κάποιος πρακτικός δέκτης (πχ. σφαιρικής αποκωδικοποίησης, επιβολής μηδενισμών, ελαχιστοποίησης μέσου τετραγωνικού σφάλματος, V-BLAST, κλπ). Επιπρόσθετα, έχει εξεταστεί και μια διεπίπεδη (cross-layer) προσέγγιση του προβλήματος, κατά την οποία το κριτήριο βελτιστοποίησης είναι η διεκπεραιωτικότητα (throughput) του δικτύου στο στρώμα ζεύξης δεδομένων [27].
- Το κριτήριο επιλογής εξαρτάται άμεσα από το κριτήριο βελτιστοποίησης. Στα συστήματα διαφορισμού, το κριτήριο επιλογής είναι συνήθως η μεγιστοποίηση του ενεργού σηματοθορυβικού λόγου, ή ισοδύναμα της Frobenius νόρμας του πίνακα μεταφοράς του διαύλου που προκύπτει. Στα συστήματα χωρικής πολυπλεξίας έχουν προταθεί διάφορα κριτήρια, όπως θα δούμε και στη συνέχεια.
- Ο αλγόριθμος μπορεί να βασίζεται είτε στη στιγμιαία εκτίμηση του διαύλου στο δέκτη, είτε στα στατιστικά χαρακτηριστικά του διαύλου. Η επιλογή με βάση τη στιγμιαία εκτίμηση του διαύλου συνήθως παρουσιάζει αρκετά υψηλότερη επίδοση, αλλά, σε γρήγορα μεταβαλλόμενους διαύλους, η επιλογή με βάση τα στατιστικά χαρακτηριστικά είναι προτιμότερη για πρακτικούς λόγους.
- Για την εύρεση του κατάλληλου υποσυνόλου κεραιοστοιχείων, έχουν ακολουθηθεί διάφορες αλγοριθμικές προσεγγίσεις, οι οποίες προσπαθούν να βελτιστοποιήσουν το συγκεκριμένο ανάμεσα στην επίδοση και την υπολογιστική πολυπλοκότητα. Οι σημαντικότερες προσεγγίσεις που έχουν προταθεί στη βιβλιογραφία είναι οι ακόλουθες:

- Ο αλγόριθμος *εξαντλητικής αναζήτησης* (exhaustive search) είναι ο μόνος που μπορεί να εγγυηθεί ότι η λύση είναι βέλτιστη. Ωστόσο, η υπολογιστική του πολυπλοκότητα είναι αρκετά μεγάλη και πολλές φορές απαγορευτική για πρακτικές εφαρμογές, ιδίως αν ο αριθμός των συνολικών κεραιοστοιχείων είναι μεγάλος. Πράγματι, ο αλγόριθμος πρέπει να εξετάσει όλους τους δυνατούς συνδυασμούς των επιλεγμένων κεραιοστοιχείων, δηλαδή $\binom{M_R}{N_R}$ συνδυασμούς για επιλογή στο δέκτη, $\binom{M_T}{N_T}$ για επιλογή στον πομπό και $\binom{M_R}{N_R} \binom{M_T}{N_T}$ για την από κοινού επιλογή.
- Οι *άπληστοι αλγόριθμοι* (greedy algorithms) έχουν χρησιμοποιηθεί κατά κόρον στην επιλογή κεραιοστοιχείων, επειδή, αν και υποβέλτιστοι, παρουσιάζουν πολύ καλή επίδοση (μερικές φορές σχεδόν βέλτιστη) με σχετικά χαμηλή υπολογιστική πολυπλοκότητα. Οι άπληστοι αλγόριθμοι για την επιλογή κεραιοστοιχείων σε κάθε βήμα επιλέγουν (ή απορρίπτουν) το κεραιοστοιχείο εκείνο που συμβάλλει στη μεγαλύτερη δυνατή αύξηση (ή στην ελάχιστη δυνατή μείωση) της επίδοσης του συστήματος. Η επιλογή γίνεται εξετάζοντας *μόνο* το υποσύνολο των κεραιοστοιχείων που δεν έχουν ακόμα επιλεγεί (ή δεν έχουν ακόμα απορριφθεί) στο συγκεκριμένο βήμα του αλγορίθμου. Όταν ο αλγόριθμος σε κάθε βήμα προσθέτει ένα κεραιοστοιχείο στο υποσύνολο των επιλεγμένων κεραιοστοιχείων, τότε λέγεται *επαυξητικός* (incremental), ενώ όταν αφαιρεί ένα κεραιοστοιχείο σε κάθε βήμα μέχρι να προκύψει το επιθυμητό υποσύνολο επιλεγμένων κεραιοστοιχείων, λέγεται *μειωτικός* (decremental). Στη συνέχεια θα μελετηθούν αναλυτικά οι σημαντικότεροι άπληστοι αλγόριθμοι για τη μεγιστοποίηση της χωρητικότητας: ο αλγόριθμος Gorokhov (παρ. 3.3.4.3) και ο αλγόριθμος Gharavi-Alkhansari (παρ. 3.3.4.4). Περισσότερες πληροφορίες για τους άπληστους αλγόριθμους γενικά δίνονται στην αναφορά [28, Κεφ. 16].
- Όπως και σε πολλές περιπτώσεις δύσκολων προβλημάτων βελτιστοποίησης, οι *εξελικτικοί αλγόριθμοι* (evolutionary algorithms) έχουν χρησιμοποιηθεί για την επιλογή κεραιοστοιχείων. Παρόλο που οι αλγόριθμοι αυτοί έχουν πολύ καλή επίδοση, υστερούν σε υπολογιστική πολυπλοκότητα. Εξελικτικοί γενετικοί αλγόριθμοι για την από κοινού επιλογή κεραιοστοιχείων σε πομπό και δέκτη με στόχο τη μεγιστοποίηση της χωρητικότητας έχουν προταθεί στην αναφορά [29].
- Επίσης, οι αλγόριθμοι *διακριτής στοχαστικής προσέγγισης* (discrete stochastic approximation) έχουν χρησιμοποιηθεί για την αντιμετώπιση του προβλήματος της επιλογής κεραιοστοιχείων [30]. Οι τεχνικές διακριτής

στοχαστικής προσέγγισης [31, 32] ακολουθούν παρόμοια λογική με τους κλασικούς αλγόριθμους των προσαρμοστικών φίλτρων (πχ. LMS), υπό την έννοια ότι, σε κάθε επανάληψη, πλησιάζουν ακόμα περισσότερο στη βέλτιστη λύση, μέχρι να συγκλίνουν (ασυμπτωτικά) σε αυτή. Ωστόσο, οι παράμετροι προς βελτιστοποίηση (δηλαδή τα κεραιοστοιχεία που επιλέγονται) μπορούν να λάβουν μόνο διακριτές τιμές.

- Τέλος, αλγόριθμοι *κυρτής βελτιστοποίησης* (convex optimization) έχουν χρησιμοποιηθεί για την επιλογή κεραιοστοιχείων. Σε αυτή την περίπτωση, ο πίνακας μεταφοράς του διαύλου μετά την επιλογή κεραιοστοιχείων γράφεται με τη μορφή $\tilde{\mathbf{H}} = \tilde{\mathbf{D}}\mathbf{H}$, όπου $\tilde{\mathbf{D}}$ είναι ένας διαγώνιος πίνακας, του οποίου το j -οστό διαγώνιο στοιχείο είναι ίσο με ένα αν το j -οστό κεραιοστοιχείο στο δέκτη έχει επιλεγεί, διαφορετικά είναι ίσο με μηδέν. Η προσέγγιση που ακολουθείται είναι η εξής: Αρχικά, θέτουμε $\tilde{\mathbf{H}} = \mathbf{D}\mathbf{H}$, όπου \mathbf{D} είναι ένας διαγώνιος πίνακας, του οποίου τα διαγώνια στοιχεία λαμβάνουν τιμές στο διάστημα $[0, 1]$. Στη συνέχεια, επιλύουμε το πρόβλημα κυρτής βελτιστοποίησης ως προς τα διαγώνια στοιχεία του \mathbf{D} με κάποιον γνωστό αλγόριθμο [συνήθως με τη μέθοδο του φράγματος (barrier method)], αφού έχουμε αποδείξει ότι η αντικειμενική συνάρτηση είναι κυρτή ως προς τα διαγώνια στοιχεία του \mathbf{D} . Τέλος, ο πίνακας $\tilde{\mathbf{D}}$ προκύπτει θέτοντας τα μεγαλύτερα N_R (ή N_T) στοιχεία του \mathbf{D} ίσα με ένα και τα υπόλοιπα ίσα με μηδέν. Η παραπάνω προσέγγιση έχει ακολουθηθεί για τη μεγιστοποίηση της χωρητικότητας [33] και την ελαχιστοποίηση της πιθανότητας σφάλματος [34] σε συστήματα χωρικής πολυπλεξίας με επιλογή κεραιοστοιχείων. Περισσότερες πληροφορίες για το πρόβλημα της κυρτής βελτιστοποίησης και τους σχετικούς αλγόριθμους περιέχονται στην αναφορά [35].

- Έχουν προταθεί αλγόριθμοι που ταυτόχρονα με την επιλογή κεραιοστοιχείων διενεργούν και *προσαρμογή της ζεύξης* (link adaptation), ώστε να μεγιστοποιηθεί η επίδοση του συστήματος. Η προσαρμογή ζεύξης έγκειται στη ρύθμιση των παραμέτρων μετάδοσης του πομπού, όπως

- Η κατανομή ισχύος στα κεραιοστοιχεία του πομπού (*έλεγχος ισχύος* — power control)
- Ο σηματικός αστερισμός που χρησιμοποιείται κατά τη διαμόρφωση ή/και ο ρυθμός (χρονικής) κωδικοποίησης της μεταδιδόμενης πληροφορίας. Σε αυτή την περίπτωση μιλάμε για *προσαρμογή του ρυθμού μετάδοσης* (rate adaptation), επειδή με αυτόν τρόπο ελέγχεται ουσιαστικά ο ρυθμός με-

Πίνακας 3.1: Κατηγοριοποίηση αλγορίθμων επιλογής κεραιοστοιχείων

Πλευρά του συστήματος όπου γίνεται η επιλογή	— στον πομπό — στο δέκτη — από κοινού σε πομπό και δέκτη
Κριτήριο βελτιστοποίησης	— πιθανότητα σφάλματος — χωρητικότητα — διεκπεραιωτικότητα
Πληροφορία για την κατάσταση του διαύλου	— στιγμιαία εκτίμηση του διαύλου — στατιστικά χαρακτηριστικά του διαύλου
Αλγοριθμική προσέγγιση	— Εξαντλητική αναζήτηση — Άπληστοι αλγόριθμοι (επαυξητικοί ή μειωτικοί) — Εξελικτικοί αλγόριθμοι — Διακριτή στοχαστική προσέγγιση — Κυρτή βελτιστοποίηση
Από κοινού προσαρμογή ζεύξης (link adaptation)	— προσαρμογή ρυθμού (rate adaptation) — έλεγχος ισχύος (power control)

τάδοσης δεδομένων, με σταθερό εύρος ζώνης.

Ενδεικτικά αναφέρεται ότι αλγόριθμοι που, από κοινού, επιλέγουν κεραιοστοιχεία σε πομπό και δέκτη και προσαρμόζουν τη ζεύξη, έχουν προταθεί στις αναφορές [36, 37].

Οι κατηγορίες στις οποίες μπορούν να διακριθούν οι αλγόριθμοι επιλογής κεραιοστοιχείων συνόψίζονται στον πίνακα 3.1. Στη συνέχεια εξετάζεται η επίδοση της επιλογής κεραιοστοιχείων καθώς και οι κυριότεροι αλγόριθμοι επιλογής, τόσο για συστήματα διαφορισμού, όσο και για συστήματα χωρικής πολυπλεξίας. Όπου δεν αναφέρεται διαφορετικά, υποθέτουμε ότι ισχύουν οι παραδοχές της παραγράφου 3.3.1.

3.3.3 Επιλογή κεραιοστοιχείων βασισμένη στη στιγμιαία εκτίμηση του διαύλου για συστήματα διαφορισμού

Είναι γνωστό ότι η χρήση τεχνικών διαφορισμού σε ένα σύστημα επικοινωνιών επιτυγχάνει υψηλή τάξη διαφορισμού, διευκολύνοντας έτσι την ικανοποίηση απαιτητικών προδιαγραφών σε ποιότητα υπηρεσίας. Η χρήση μόνο ενός κεραιοστοιχείου στον πομπό (σύστημα SIMO) δυστυχώς δεν παρέχει πάντοτε ικανοποιητικά αποτελέσματα, αφού η τάξη διαφορισμού τους είναι ίση με M_R . Για $M_T = 2$, ο Alamouti έχει προτείνει μια απλή και αποδοτική τεχνική διαφορισμού που δεν απαιτεί γνώση του διαύλου στον πομπό και επιτυγχάνει τάξη διαφορισμού ίση με $2M_R$. Ωστόσο, όταν $M_T > 2$, οι τεχνικές διαφορισμού εμφανίζουν κάποιες πρακτικές δυσκολίες. Από

Πίνακας 3.2: Πιθανότητα σφάλματος συστημάτων με κωδικοποίηση χώρου-χρόνου και με επιλογή κεραιστοιχείων για διαύλους διαβιμμενων Rayleigh i.i.d.

Κώδικας Χώρου-Χρόνου	Επιλογή σε	Προϋποθέσεις	Πιθανότητα σφάλματος	Αναφορά
Πλήρους βαθμού	Δέκτη	$N_R = 1$	$P(\mathbf{S} \rightarrow \hat{\mathbf{S}}) \leq \mathcal{K}_1 \frac{M_R!}{(M_R - N_R)! N_R! (M_T!)^{M_R - N_R}} \left(\prod_{i=1}^{M_T} \sigma_i \right)^{-1} \left(\frac{\rho}{4M_T} \right)^{-M_R M_T}$	[38, εξ.(39)]
Ελλιπούς βαθμού	Δέκτη	$N_R = 1$	$P(\mathbf{S} \rightarrow \hat{\mathbf{S}}) \approx \frac{M_R!}{(M_R - N_R)! N_R! (M_T!)^{M_R - N_R}} \frac{\mathcal{K}_2}{(M_R - N_R + 1)^{M_T M_R - r}} \left(\prod_{i=1}^r \sigma_i \right)^{-1} \left(\frac{\rho}{4M_T} \right)^{-N_R r}$ όπου $r = \text{rank}(\mathbf{S} - \hat{\mathbf{S}})$ και σ_i ιδιομορφη τιμή του $\mathbf{S} - \hat{\mathbf{S}}$	[38, εξ.(41)]
OSTBC	Δέκτη	μικρό $N_R, \rho \gg 1$	$P_b \leq \frac{M_R! M_T! M_T (M_R - N_R + 1) - 1!}{2(M_R - N_R)(M_T!)^{M_R - N_R + 1}} (1 + \rho)^{-M_R M_T}$	[39, εξ.(20)]
OSTBC	Δέκτη	μεγάλο N_R	$P_b \approx \left(\frac{2^{M_R M_T - 1}}{M_R M_T} \right) \left(4 \frac{N_R}{M_R} \rho \right)^{-M_R M_T}$	[39, εξ.(23)]
Alamouti	Πομπό	MPSK	$P_b \leq \left(1 - \frac{1}{M_c} \right) \frac{M_T \Gamma(M_R M_T)}{M_R [\Gamma(M_R)]^2 (M_R!)^{M_T - 2}} \frac{{}_2F_1(1, M_R M_T; M_R M_T - M_R + 1; \frac{1}{2})}{[\sin^2(\pi/M_c) \cdot \rho + 2]^{M_R M_T}}$	[40, εξ.(27)]
Alamouti	Πομπό	BPSK, $M_R = 1$	$P_b \approx \frac{(2M_T - 1)!}{2^{2M_T - 1} (M_T - 1)!} \cdot \rho^{-M_T}$	[41, εξ.(7)]
Alamouti	Πομπό	BPSK, $M_R = 2$	$P_b \approx \frac{M_T (4M_T - 1)!}{2^{5M_T - 1} (2M_T - 1) (2M_T - 1)!} \cdot \rho^{-2M_T}$	[41, εξ.(8)]
ορθομοναδιαίος διαφορικός	Δέκτη	$\rho \gg 1$ (χωρίς CSI στο δέκτη)	$P(\mathbf{S} \rightarrow \hat{\mathbf{S}}) \leq \frac{M_R! M_T^{M_R N_R}}{2(M_R - N_R)! N_R! N_R! M_T^{M_T N_R} \pi^{T N_R}} \rho^{-M_R M_T} + o(\rho^{-M_R M_T})$ όπου T το μήκος του κώδικα	[42, εξ.(56)]

τη μια, δεν υπάρχουν κώδικες συστάδας χώρου-χρόνου (STBC) που να μπορούν να αποδώσουν πλήρη ρυθμό κώδικα με μιγαδικούς σηματοδότες, με αποτέλεσμα να μειώνεται αναγκαστικά ο ρυθμός μετάδοσης. Από την άλλη πλευρά, η χρήση πλεγματοκωδικών χώρου-χρόνου (STTC) πλήρους τάξης διαφορισμού οδηγεί σε απαγορευτικά υψηλή πολυπλοκότητα αποκωδικοποίησης.

Για τους παραπάνω λόγους, είναι χρήσιμη η εφαρμογή μιας τεχνικής που να επιτυγχάνει υψηλή τάξη διαφορισμού με χαμηλή πολυπλοκότητα υλοποίησης. Μια από τις πιθανές λύσεις του προβλήματος είναι η χρήση της επιλογής κεραιοστοιχείων στον πομπό, σε συνδυασμό με μια από τις ήδη γνωστές τεχνικές διαφορισμού για συστήματα MIMO. Για παράδειγμα, εφαρμόζοντας την τεχνική Alamouti σε ένα σύστημα με επιλογή $N_T = 2$ κεραιοστοιχείων από τα M_T συνολικά διαθέσιμα, συνδυάζονται τα οφέλη της απλότητας αποκωδικοποίησης που προσφέρει η τεχνική Alamouti και της αυξημένης τάξης διαφορισμού ($M_R M_T$ αντί $2M_R$) που προσφέρει η επιλογή κεραιοστοιχείων. Φυσικά, το μειονέκτημα της επιλογής κεραιοστοιχείων στον πομπό είναι ότι χρειάζεται ένα δίαυλο ανάδρασης ώστε να πληροφορηθεί ο πομπός για το υποσύνολο κεραιοστοιχείων που θα χρησιμοποιηθεί. Ευτυχώς, η πληροφορία που μεταδίδεται μέσω του διαύλου ανάδρασης είναι μόλις μερικά bits.

3.3.3.1 Τάξη διαφορισμού

Η επιλογή κεραιοστοιχείων είναι μια αποτελεσματική τεχνική για συστήματα διαφορισμού MIMO επειδή επιτυγχάνει *τάξη διαφορισμού ίση με αυτή του πλήρους συστήματος*, δηλαδή $M_R M_T$. Πράγματι, παρατηρώντας τις εκφράσεις της πιθανότητας σφάλματος για διάφορες περιπτώσεις συστημάτων διαφορισμού με επιλογή κεραιοστοιχείων (είτε στον πομπό, είτε στο δέκτη) του πίνακα 3.2, προκύπτει ότι η πιθανότητα σφάλματος για υψηλούς σηματοθορυβικούς λόγους μπορεί να γραφτεί προσεγγιστικά με τη μορφή

$$P_b \approx K \rho^{-M_R M_T} + o(\rho^{-M_R M_T}), \quad (3.3)$$

όπου K είναι μια σταθερά ανεξάρτητη του ρ και $o(x)$ είναι ένας παράγοντας με την ιδιότητα $\lim_{x \rightarrow 0} o(x)/x = 0$. Φυσικά, παρατηρείται απώλεια του κέρδους κωδικοποίησης, το οποίο εξαρτάται από τον αριθμό των επιλεγμένων κεραιοστοιχείων.

Ωστόσο, πρέπει να σημειωθεί ότι η τάξη διαφορισμού της επιλογής κεραιοστοιχείων είναι $M_R M_T$ μόνο όταν ο κώδικας χώρου-χρόνου είναι πλήρους βαθμού. Όταν ο κώδικας είναι ελλιπούς βαθμού (rank deficient), τότε η επιλογή κεραιοστοιχείων στο δέκτη παρουσιάζει τάξη διαφορισμού ίση με $N_R r$, (όπου r είναι ο βαθμός του κώδικα), η οποία είναι αρκετά μικρότερη από την $M_R r$ του πλήρους συστήματος, ό-

Πίνακας 3.3: Τάξη διαφορισμού επιλογής κεραιοστοιχείων στο δέκτη σε συστήματα με κωδικοποίηση STTC [45]. Υποθέτουμε ότι ο διάυλος παραμένει πρακτικά αμετάβλητος για T_c περιόδους συμβόλου (δηλαδή το T_c εκφράζει τον χρόνο συνοχής του διαύλου) και μεταδίδεται ένα πλαίσιο δεδομένων διάρκειας N_{fr} περιόδων συμβόλου. \mathbf{E}^l είναι ο πίνακας σφάλματος που αντιστοιχεί στη l -οστή συστάδα δεδομένων ($1 \leq l \leq \frac{N_{fr}}{T_c}$) που περιλαμβάνεται σε ένα πλαίσιο και $\mu = |\Delta|$, όπου Δ είναι το σύνολο των δεικτών l για τους οποίους ισχύει $\mathbf{E}^l \neq \mathbf{0}$.

	T_c	Τάξη Διαφορισμού	
		$N_R = M_R$	$1 \leq N_R < M_R$
Γρήγορες διαλείψεις	1	μM_R	μN_R
Διαλείψεις κατά μπλοκ	$1 < T_c < N_{fr}$	$M_R \sum \text{rank} \mathbf{E}^l$	$N_R \sum \text{rank} \mathbf{E}^l$
Αργές διαλείψεις	N_{fr}	$M_R M_T$	$M_R M_T$

πως φαίνεται και από την έκφραση της πιθανότητας σφάλματος για κώδικα ελλιπούς βαθμού που δίνεται στη δεύτερη σειρά του πίνακα 3.2. Το γεγονός αυτό έχει επίσης αποδειχτεί για κώδικες STTC ελλιπούς βαθμού στην αναφορά [43], όπου αποδεικνύεται ότι η πιθανότητα σφάλματος φράσσεται άνωθεν και κάτωθεν από εκφράσεις της μορφής $K\rho^{-N_{Rr}} + o(\rho^{-N_{Rr}})$, και δικαιολογείται ως εξής: Όταν ο βαθμός του κώδικα είναι r , τότε τα r κεραιοστοιχεία του πομπού αρκούν για τη μεγιστοποίηση της τάξης διαφορισμού του συστήματος, ενώ τα επιπλέον $(M_T - r)$ κεραιοστοιχεία δεν μπορούν να προσφέρουν στο δέκτη επιπλέον ωφέλιμη πληροφορία και γι' αυτό δεν αυξάνουν την τάξη διαφορισμού. Με την επιλογή κεραιοστοιχείων, υπάρχει ο κίνδυνος να επιλεγεί ένα «ακατάλληλο» υποσύνολο κεραιοστοιχείων, όπου δεν μπορούν να προσφέρουν όλα τα κεραιοστοιχεία ωφέλιμη πληροφορία, με αποτέλεσμα τη ραγδαία επιδείνωση της επίδοσης. Ακόμα και αν αυτό δε συμβεί καθ' όλη τη διάρκεια της μετάδοσης, οι εσφαλμένες επιλογές θα επηρεάσουν οπωσδήποτε την ασυμπτωτική συμπεριφορά της πιθανότητας σφάλματος, οδηγώντας σε μείωση της τάξης διαφορισμού.

Επιπρόσθετα, η τάξη διαφορισμού της επιλογής κεραιοστοιχείων σε συστήματα με κωδικοποίηση STTC εξαρτάται από την ταχύτητα των διαλείψεων του διαύλου (βλ. πίνακα 3.3). Σε διαύλους αργών διαλείψεων, η τάξη διαφορισμού είναι ίση με αυτή του συστήματος πλήρους πολυπλοκότητας [44]. Ωστόσο, σε διαύλους γρήγορων διαλείψεων, οι κώδικες STTC είναι ελλιπούς βαθμού [43]. Περισσότερες πληροφορίες για τη συμπεριφορά των συστημάτων με επιλογή κεραιοστοιχείων και κωδικοποίηση STTC περιέχονται στην αναφορά [45, παρ. 11.3].

Στη βιβλιογραφία είναι διαθέσιμες αρκετές θεωρητικές μελέτες της συμπεριφοράς των συστημάτων διαφορισμού με επιλογή κεραιοστοιχείων. Μερικές προσεγγιστικές σχέσεις ή στενά φράγματα που έχουν βρεθεί για την πιθανότητα σφάλματος συστημάτων με κώδικες χώρου-χρόνου και επιλογή κεραιοστοιχείων παρουσιάζονται

ενδεικτικά στον πίνακα 3.2. Επιπλέον, στην αναφορά [46] γίνεται μελέτη της πιθανότητας σφάλματος για συστήματα όπου επιλέγεται ένα κεραιοστοιχείο στον πομπό και στο δέκτη πραγματοποιείται συνδυασμός μεγίστου λόγου (MRC). Η πιθανότητα σφάλματος της επιλογής κεραιοστοιχείων στον πομπό με κωδικοποίηση OSTBC σε διαύλους διαλείψεων Rayleigh i.i.d. έχει υπολογιστεί στις αναφορές [47, 48]. Η χωρητικότητα συστημάτων με κωδικοποίηση OSTBC και επιλογή κεραιοστοιχείων έχει υπολογιστεί στην αναφορά [49].

3.3.3.2 Αλγόριθμος επιλογής

Υποθέτουμε ότι το σύστημα χρησιμοποιεί κωδικοποίηση OSTBC. Έστω \mathbf{H} και $\tilde{\mathbf{H}}$ οι πίνακες μεταφοράς του διαύλου του συστήματος πλήρους πολυπλοκότητας και του συστήματος με επιλογή κεραιοστοιχείων αντίστοιχα. Ο ενεργός σηματοθορυβικός λόγος του συστήματος είναι

$$\gamma_o = \frac{\rho}{N_T} \|\tilde{\mathbf{H}}\|^2 \quad (3.4)$$

και η πιθανότητα εσφαλμένου συμβόλου φράσσεται άνωθεν ως εξής:

$$P_s \leq \exp \left(-d_0 \frac{\rho}{N_T} \|\tilde{\mathbf{H}}\|^2 \right), \quad (3.5)$$

όπου d_0 είναι μια σταθερά που εξαρτάται από το σηματοδοτικό αστερισμό που χρησιμοποιείται.

Είναι λοιπόν εμφανές ότι η επιλογή κεραιοστοιχείων πρέπει να γίνεται με κριτήριο τη μεγιστοποίηση του κέρδους ισχύος του διαύλου, δηλαδή τη μεγιστοποίηση του $\|\tilde{\mathbf{H}}\|^2$ [50]. Επομένως, όταν η επιλογή κεραιοστοιχείων γίνεται στον πομπό, επιλέγονται τα κεραιοστοιχεία με τη μεγαλύτερη συνεισφορά στο κέρδος ισχύος του διαύλου, δηλαδή με τα μεγαλύτερα $\|\mathbf{h}_k\|$, όπου \mathbf{h}_k είναι η k -οστή στήλη του πίνακα \mathbf{H} , με $k = 1, \dots, M_T$. Αντίστοιχα, όταν η επιλογή κεραιοστοιχείων γίνεται στο δέκτη, επιλέγονται τα κεραιοστοιχεία με τα μεγαλύτερα $\|\underline{\mathbf{h}}_k\|$, όπου $\underline{\mathbf{h}}_k$ είναι η k -οστή στήλη του πίνακα \mathbf{H}^H , με $k = 1, \dots, M_R$.

Το προτεινόμενο κριτήριο επιλογής, γνωστό και ως κριτήριο επιλογής βασισμένο στη νόρμα (Norm Based Selection — NBS), είναι βέλτιστο για συστήματα με κωδικοποίηση STBC, όπως εύκολα προκύπτει από την (3.5). Επίσης, είναι βέλτιστο και για συστήματα με επιλογή κεραιοστοιχείων στον πομπό και συνδυασμό μεγίστου λόγου στο δέκτη. Ωστόσο, το ίδιο κριτήριο επιλογής χρησιμοποιείται και γενικότερα σε όλα τα συστήματα διαφορισμού με κωδικοποίηση χώρου-χρόνου. Η χρήση του κριτηρίου για κωδικοποίηση STTC έχει δικαιολογηθεί στις αναφορές [44, 51].

Ο αλγόριθμος επιλογής NBS εμφανίζει πολυπλοκότητα $O(N_R M_R M_T)$ ή $O(N_T M_R M_T)$

Αλγόριθμος 3.1 Αλγόριθμος επιλογής κεραιοστοιχείων στο δέκτη (αριστερά) και στον πομπό (δεξιά) για συστήματα διαφορισμού

Απαιτήσεις: $N_R < M_R$	Απαιτήσεις: $N_T < M_T$
1: Αλγόριθμος RECEIVE_NBS(M_R, N_R, \mathbf{H})	1: Αλγόριθμος TRANSMIT_NBS(M_T, N_T, \mathbf{H})
2: $\mathcal{S} \leftarrow \emptyset$	2: $\mathcal{S} \leftarrow \emptyset$
3: για $i = 1$ έως M_R	3: για $j = 1$ έως M_T
4: $\alpha_i \leftarrow \mathbf{h}_i^H \mathbf{h}_i$	4: $\alpha_j \leftarrow \mathbf{h}_j^H \mathbf{h}_j$
5: τέλος για	5: τέλος για
6: για $n = 1$ έως N_R	6: για $n = 1$ έως N_T
7: $q \leftarrow \arg \max_{i \notin \mathcal{S}} \alpha_i$	7: $q \leftarrow \arg \max_{j \notin \mathcal{S}} \alpha_j$
8: $\mathcal{S} \leftarrow \mathcal{S} \cup \{q\}$	8: $\mathcal{S} \leftarrow \mathcal{S} \cup \{q\}$
9: τέλος για	9: τέλος για
10: τέλος αλγορίθμου	10: τέλος αλγορίθμου

όταν εφαρμόζεται στο δέκτη ή στον πομπό αντίστοιχα. Για την από κοινού επιλογή κεραιοστοιχείων σε πομπό και δέκτη απαιτείται εξαντλητική αναζήτηση. Τα βήματα του αλγορίθμου παρουσιάζονται αναλυτικά στον αλγόριθμο 3.1.

3.3.4 Επιλογή κεραιοστοιχείων βασισμένη στη στιγμιαία εκτίμηση του διαύλου για συστήματα χωρικής πολυπλεξίας με στόχο τη μεγιστοποίηση της χωρητικότητας

Για τα συστήματα χωρικής πολυπλεξίας, έχει νόημα η μεγιστοποίηση της χωρητικότητας του συστήματος που προκύπτει, θεωρώντας πως ο δέκτης είναι ιδανικός. Υποθέτοντας ότι ο πομπός δε διαθέτει πληροφορία για το δίαυλο και ότι ο δέκτης διαθέτει τέλεια εκτίμηση του στιγμιαίου πίνακα μεταφοράς του διαύλου πλήρους πολυπλοκότητας, η χωρητικότητα του συστήματος με επιλογή κεραιοστοιχείων θα δίνεται από τη σχέση

$$C_{\tilde{\mathbf{H}}} = \log_2 \det \left(\mathbf{I}_{N_T} + \frac{\rho}{N_T} \tilde{\mathbf{H}}^H \tilde{\mathbf{H}} \right) \quad (3.6)$$

$$= \log_2 \det \left(\mathbf{I}_{N_R} + \frac{\rho}{N_T} \tilde{\mathbf{H}} \tilde{\mathbf{H}}^H \right) \quad (3.7)$$

Οι σχέσεις (3.6) και (3.7) είναι ισοδύναμες λόγω της γνωστής ιδιότητας από τη γραμμική άλγεβρα $\det(\mathbf{I}_m + \mathbf{AB}) = \det(\mathbf{I}_n + \mathbf{BA})$, που ισχύει αν $\mathbf{A} \in \mathbb{C}^{m \times n}$ και $\mathbf{B} \in \mathbb{C}^{n \times m}$.

Σημειώνεται ότι οι σχέσεις (3.6) και (3.7) ισχύουν με την προϋπόθεση ότι δεν υφίστανται παρεμβολές. Η χωρητικότητα του συστήματος παρουσία παρεμβολών καθώς και οι βέλτιστοι \mathbf{R}_{ss} για τη μεγιστοποίηση της συνολικής χωρητικότητας του συστήματος παρουσιάζονται στις αναφορές [52] και [53] αντίστοιχα.

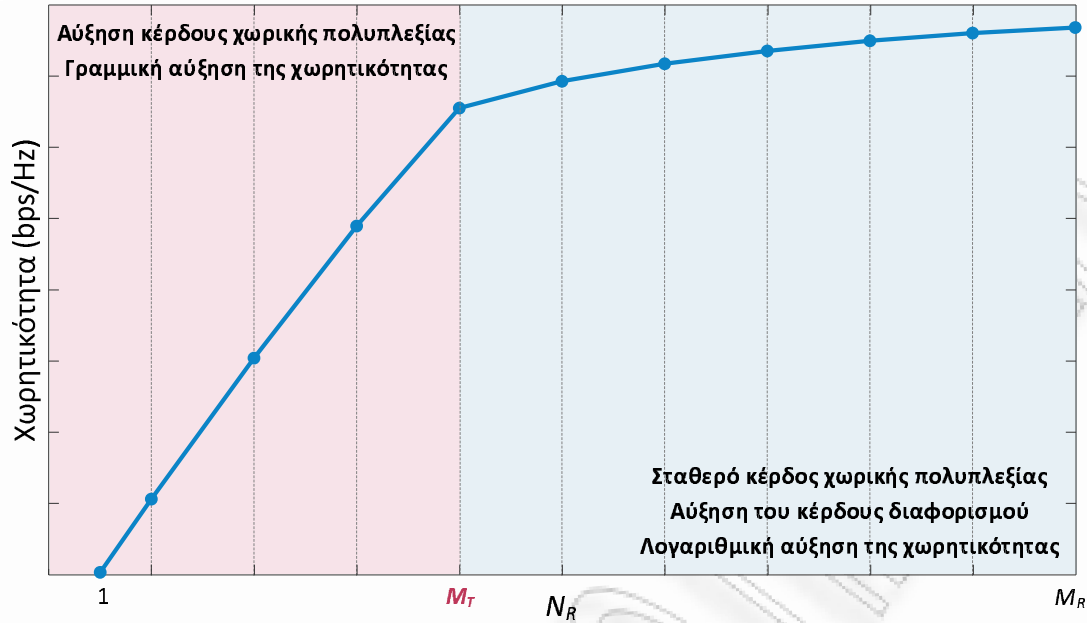
Κατανομή Ισχύος Οι σχέσεις (3.6) και (3.7) ισχύουν για ομοιόμορφη κατανομή της ισχύος στα κεραιοστοιχεία εκπομπής, δηλαδή όταν $\mathbf{R}_{ss} = \frac{\rho}{N_T} \mathbf{I}_{N_T}$. Στα συστήματα πλήρους πολυπλοκότητας, η στρατηγική αυτή είναι βέλτιστη, όταν ο πομπός δε διαθέτει πληροφορία για το δίαυλο. Ωστόσο, δεν ισχύει το ίδιο και στα συστήματα με επιλογή κεραιοστοιχείων στον πομπό, επειδή τα στοιχεία του πίνακα μεταφοράς του διαύλου που προκύπτει μετά την επιλογή παύουν να είναι κυκλικά συμμετρικά Gaussian. Σε αυτή την περίπτωση, έχει αποδειχθεί ότι ο βέλτιστος πίνακας αυτοσυσχέτισης του διανύσματος των μεταδιδόμενων σημάτων είναι [54]

$$\mathbf{R}_{ss} = \frac{\rho}{N_T} [\alpha \mathbf{I}_{N_T} + (1 - \alpha) \mathbf{1}_{N_T} \mathbf{1}_{N_T}^T], \quad (3.8)$$

όπου $\mathbf{1}_{N_T}$ είναι ένα διάνυσμα $N_T \times 1$ που έχει όλα τα στοιχεία του ίσα με 1 και α είναι ένας συντελεστής που λαμβάνει τιμές στο διάστημα $[0, \frac{N_T}{N_T-1}]$. Δυστυχώς, η βέλτιστη τιμή του α πρέπει να αναζητηθεί με αριθμητικές μεθόδους. Στην αναφορά [55] (που είναι προγενέστερη της [54]), έχει προταθεί $\alpha = 0$ ως μια λύση του προβλήματος. Ωστόσο, για λόγους απλότητας, πολύ συχνά στη βιβλιογραφία υποτίθεται ότι γίνεται ομοιόμορφη κατανομή της ισχύος (δηλαδή $\alpha = 1$), ακριβώς όπως στα συστήματα πλήρους πολυπλοκότητας και την ίδια ακριβώς υπόθεση θα υιοθετήσουμε από εδώ και στο εξής.

Πότε έχει νόημα η επιλογή κεραιοστοιχείων Ας εξετάσουμε τώρα υπό ποιες συνθήκες έχει νόημα η επιλογή κεραιοστοιχείων. Είναι προφανές ότι ο μέγιστος αριθμός των παράλληλων ροών δεδομένων που μπορούν να μεταδοθούν ισούται με τον αριθμό των κεραιοστοιχείων του πομπού. Από την άλλη πλευρά, ο αριθμός των κεραιοστοιχείων του δέκτη πρέπει να είναι τουλάχιστον ίσος με τον αριθμό των παράλληλων ροών δεδομένων, ώστε να είναι δυνατός ο διαχωρισμός και η αποδιαμόρφωσή τους στο δέκτη. Επομένως, η χωρητικότητα εξαρτάται γραμμικά από το $\min(N_R, N_T)$. Από εκεί και πέρα, αν $N_R > \min(N_R, N_T)$ ή $N_T > \min(N_R, N_T)$, τότε παρατηρείται μόνο αύξηση του κέρδους διαφορισμού, που οδηγεί σε λογαριθμική αύξηση της χωρητικότητας. Ας εξετάσουμε τι συμβαίνει πιο συγκεκριμένα όταν η επιλογή κεραιοστοιχείων γίνεται στον πομπό ή στο δέκτη ξεχωριστά.

Έστω ότι η επιλογή κεραιοστοιχείων γίνεται στο δέκτη και $M_R > M_T = \text{rank}(\mathbf{H})$. Αν $N_R < M_T$, τότε αναγκαστικά ο αριθμός των παράλληλων εκπεμπόμενων ροών δεδομένων να είναι το πολύ $N_d = N_R < M_T$, αφού διαφορετικά ο δέκτης δεν θα μπορεί να διαχωρίσει και να αποκωδικοποιήσει τις παράλληλες ροές δεδομένων. Κατά συνέπεια, για να έχουμε μέγιστη εκμετάλλευση του κέρδους χωρικής πολυπλεξίας θα πρέπει $M_T \leq N_R < M_R$, όπου η τελευταία ανισότητα είναι αυτονόητη. Όταν $N_R > M_T$, τότε $N_d = M_T$, δηλαδή δεν αυξάνει το κέρδος χωρικής πολυ-

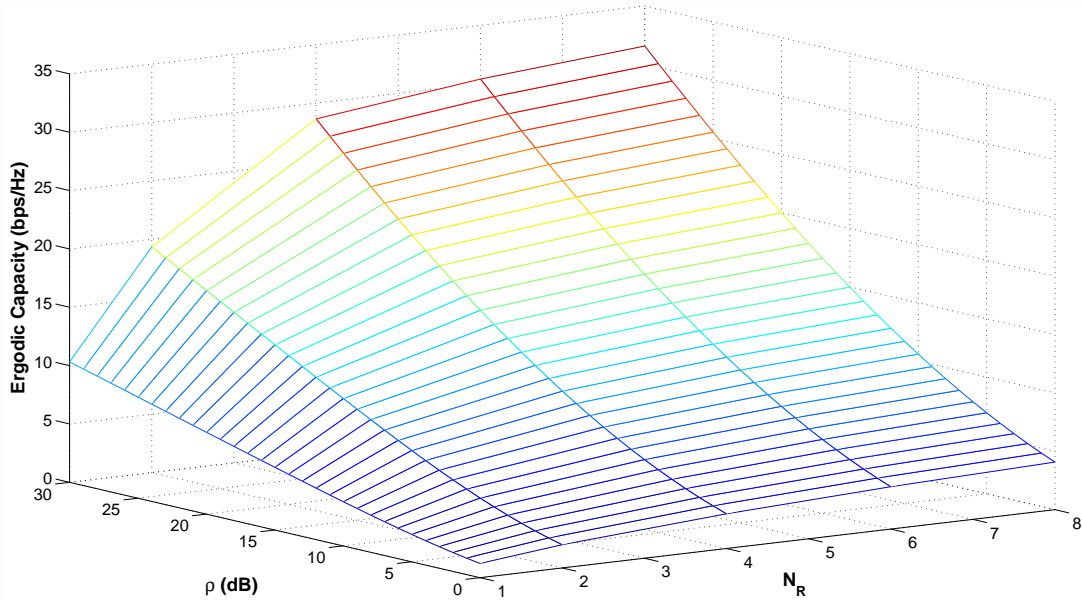


Σχήμα 3.5: Μεταβολή της εργοδικής χωρητικότητας του συστήματος με επιλογή κεραιοστοιχείων ως προς τον αριθμό των επιλεγόμενων στοιχείων σε υψηλούς σηματοθορυβικούς λόγους.

πλεξίας, αλλά παρατηρείται μόνο αύξηση του κέρδους διαφορισμού, που οδηγεί σε λογαριθμική αύξηση της χωρητικότητας (βλ. σχήματα 3.5 και 3.6). Για το λόγο αυτό, συνηθίζεται στη βιβλιογραφία να γίνεται η υπόθεση ότι $N_R = M_T$. Αν ο πίνακας μεταφοράς του διαύλου δεν είναι πλήρους βαθμού, τότε το M_T πρέπει να αντικατασταθεί από το $\text{rank} \mathbf{H}$. Σημειώνεται πως οπωσδήποτε θα υπάρχει απώλεια στην χωρητικότητα σε σχέση με το σύστημα πλήρους πολυπλοκότητας, αφού οποιοδήποτε υποσύνολο κεραιοστοιχείων και να επιλεγεί, η απώλεια ισχύος λόγω απόρριψης μερικών κεραιοστοιχείων θα οδηγήσει αναπόφευκτα σε μείωση της χωρητικότητας.

Έστω ότι η επιλογή κεραιοστοιχείων γίνεται στον πομπό και ισχύει $M_T > M_R = \text{rank} \mathbf{H}$. Αντίστοιχα, αν $N_T > M_R$, τότε αναγκαστικά θα πρέπει ο αριθμός των παράλληλων εκπεμπόμενων ροών δεδομένων να είναι το πολύ $N_d = M_R < N_T$. Άρα, το κέρδος χωρικής πολυπλεξίας μεγιστοποιείται όταν $M_R < N_T < M_T$. Όταν $N_T > M_R$, τότε $N_d = M_T$, δηλαδή δεν αυξάνεται το κέρδος χωρικής πολυπλεξίας, αλλά παρατηρείται μόνο αύξηση του κέρδους διαφορισμού. Για το λόγο αυτό είναι λογικό να επιλέξουμε $N_T = M_R$. Αν ο πίνακας μεταφοράς του διαύλου δεν είναι πλήρους βαθμού, τότε το M_R πρέπει να αντικατασταθεί από το $\text{rank} \mathbf{H}$.

Σε αντίθεση με την επιλογή κεραιοστοιχείων στο δέκτη, η επίλογή στον πομπό μπορεί να οδηγήσει στην αύξηση της χωρητικότητας σε σχέση με το σύστημα πλήρους πολυπλοκότητας, αφού η συνολικά εκπεμπόμενη ισχύς μοιράζεται ανάμεσα σε λιγότερα κεραιοστοιχεία και επομένως η εκπεμπόμενη ισχύς κάθε κεραιοστοιχείου αυξάνεται. Έτσι, με την προϋπόθεση ότι δεν μειώνεται ο αριθμός των παράλληλων



Σχήμα 3.6: Εργοδική χωρητικότητα της επιλογής κεραιοστοιχείων στο δέκτη (αλγόριθμος εξαντλητικής αναζήτησης) για $M_R = 8$ και $M_T = 4$. Ο διάυλος παρουσιάζει συσχετισμένες διαλείψεις Rayleigh.

ροών δεδομένων, μια κατάλληλη κατανομή της ισχύος σε λιγότερα κεραιοστοιχεία μπορεί να οδηγήσει σε μεγαλύτερη χωρητικότητα! Εναλλακτικά, η επιλογή κεραιοστοιχείων στον πομπό μπορεί να ειδοωθεί σαν μια μορφή πληροφορίας για την κατάσταση του διαύλου στον πομπό (αφού ο δέκτης πληροφορεί τον πομπό για το ποια κεραιοστοιχεία του είναι καταλληλότερα προς μετάδοση), η οποία επιφέρει αύξηση της χωρητικότητας, σε σχέση με ένα σύστημα χωρίς πληροφορία για το δίαυλο στον πομπό. Βελτίωση της χωρητικότητας αναμένεται όταν ο δίαυλος του συστήματος πλήρους πολυπλοκότητας είναι ελλιπούς βαθμού (rank deficient) [56], δηλαδή όταν εμφανίζονται φαινόμενα οπής (keyhole ή pinhole channels) [57], ή όταν η συσχέτιση ανάμεσα στα κεραιοστοιχεία είναι πολύ ισχυρή [58]. Σημειώνεται ωστόσο πως η χωρητικότητα του συστήματος με επιλογή κεραιοστοιχείων δεν μπορεί σε καμία περίπτωση να είναι μεγαλύτερη από την χωρητικότητα του συστήματος πλήρους πολυπλοκότητας με τέλεια γνώση του διαύλου στον πομπό [56].

Στη συνέχεια, πριν προχωρήσουμε στην παρουσίαση και σύγκριση των σημαντικότερων αλγορίθμων που έχουν προταθεί στη βιβλιογραφία για την επιλογή κεραιοστοιχείων με στόχο τη μεγιστοποίηση της χωρητικότητας, θα εξετάσουμε θεωρητικά την τάξη διαφορισμού του συστήματος που προκύπτει. Όπως και στα συστήματα διαφορισμού, θα δείξουμε ότι η επιλογή κεραιοστοιχείων επιτυγχάνει την ίδια τάξη διαφορισμού με το σύστημα πλήρους πολυπλοκότητας.

3.3.4.1 Τάξη διαφορισμού του συστήματος με επιλογή κεραιοστοιχείων στο δέκτη

Για τα συστήματα MIMO πλήρους πολυπλοκότητας είναι γνωστό ότι η χωρητικότητα φράσσεται κάτωθεν ως εξής [59]:

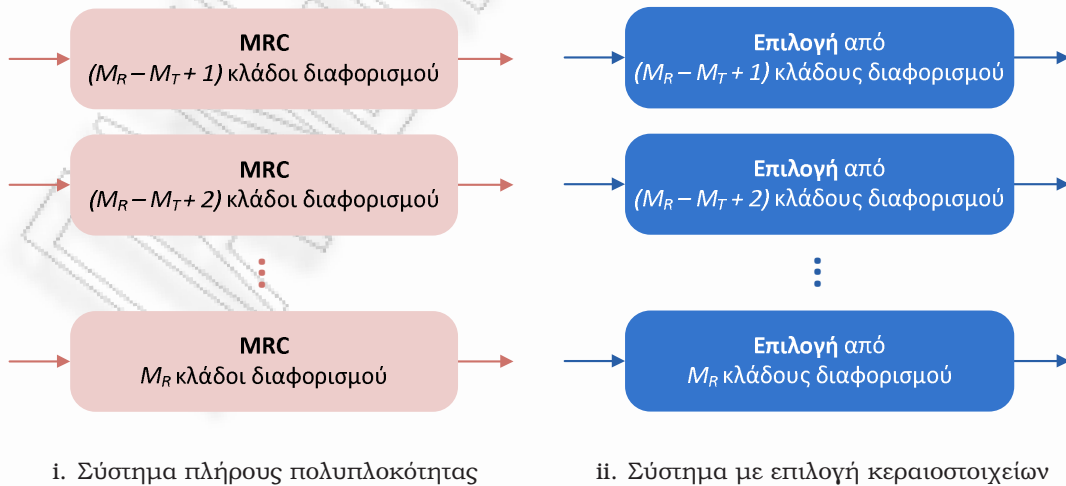
$$C_H > \sum_{k=1}^{M_T} \log_2 \left(1 + \frac{\rho}{M_T} \gamma_{M-k+1}^2 \right) \quad (3.9)$$

όπου με γ_n^2 συμβολίζεται η τυχαία μεταβλητή που ακολουθεί την κατανομή γάμμα με n βαθμούς ελευθερίας. Αυτό σημαίνει ότι ένα κάτω φράγμα της χωρητικότητας ενός συστήματος MIMO μπορεί να βρεθεί από την χωρητικότητα M_T παράλληλων διαύλων SIMO με αντίστοιχες τάξεις διαφορισμού από $(M_R - M_T + 1)$ έως M_R (βλ. σχήμα 3.7i). Σημειώνεται ότι παρόμοια ανάλυση μπορεί να γίνει ακόμα και όταν ο πίνακας αυτοσυσχέτισης του πομπού δεν είναι πλήρους βαθμού, αντικαθιστώντας το M_T με το βαθμό του πίνακα αυτοσυσχέτισης του πομπού.

Για να δείξουμε ότι με την επιλογή κεραιοστοιχείων εμφανίζεται η ίδια τάξη διαφορισμού με το σύστημα πλήρους πολυπλοκότητας, αρκεί να δείξουμε ότι ισχύει μια αντίστοιχη σχέση με την (3.9). Πράγματι, αποδεικνύεται ότι [60, Section IV-B]

$$C_{\tilde{H}} > \sum_{k=1}^{M_T} \log_2 \left(1 + \frac{\rho}{M_T} \xi_k^2 \right), \quad (3.10)$$

όπου οι τυχαίες μεταβλητές ξ_k^2 είναι στατιστικά ανεξάρτητες με αθροιστική συνάρτηση



Σχήμα 3.7: Ανάλυση συστήματος MIMO σε παράλληλους διαύλους για την εύρεση ενός κάτω φράγματος για την χωρητικότητα.

κατανομής

$$\Pr\{\xi_k^2 < x\} = (1 - \exp(-x))^{M_R - k + 1}. \quad (3.11)$$

Με άλλα λόγια, οι παράγοντες ξ_k^2 ισούνται με το κέρδος της επιλογής ενός κεραιοστοιχείου σε συστήματα SIMO με $(M_R - k + 1)$ κεραιοστοιχεία. Κατά συνέπεια, επαληθεύεται ότι η χωρητικότητα του συστήματος με επιλογή κεραιοστοιχείων φράσσεται κάτωθεν από την χωρητικότητα M_T παράλληλων συστημάτων SIMO με αντίστοιχες τάξεις διαφορισμού από $(M_R - M_T + 1)$ έως M_R , σε καθένα από τα οποία πραγματοποιείται επιλογή ενός κεραιοστοιχείου (βλ. σχήμα 3.7ii), — ενώ αντίστοιχα για το σύστημα πλήρους πολυπλοκότητας, σε κάθε σύστημα SIMO εκτελείται συνδυασμός μεγίστου λόγου (σχ. 3.7i). Αφού η επιλογή ενός κεραιοστοιχείου σε ένα σύστημα διαφορισμού SIMO εμφανίζει την ίδια τάξη διαφορισμού με ένα σύστημα διαφορισμού όπου εκτελείται συνδυασμός μεγίστου λόγου MRC, γίνεται εμφανές από την (3.10) ότι το σύστημα με την επιλογή κεραιοστοιχείων παρουσιάζει την ίδια τάξη διαφορισμού με το σύστημα πλήρους πολυπλοκότητας.

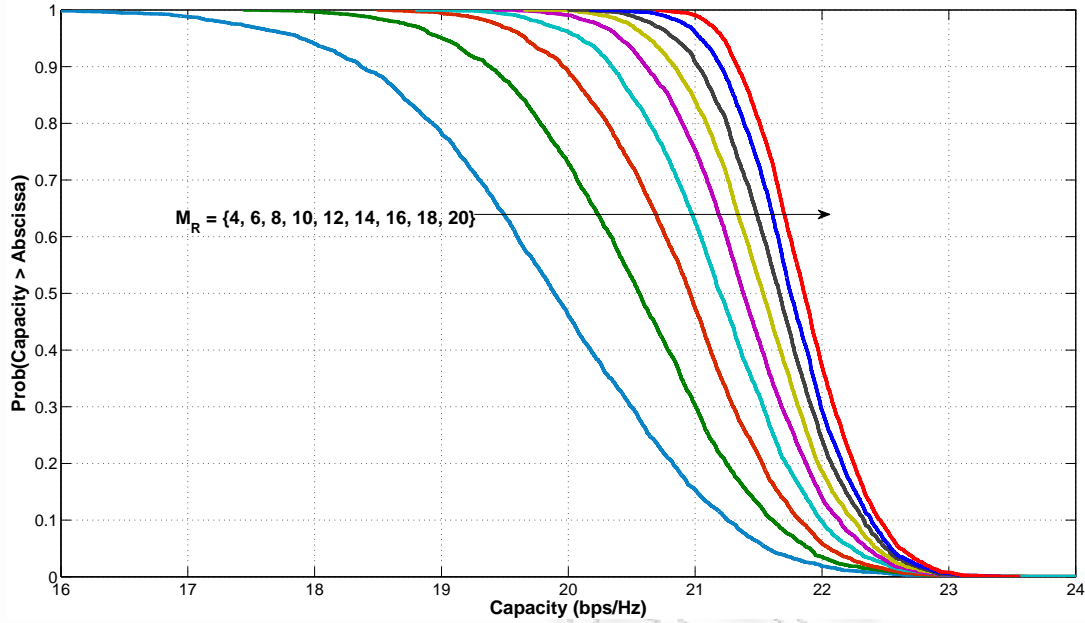
Το γεγονός αυτό επιβεβαιώνεται και εμπειρικά, όπως φαίνεται στο σχήμα 3.8, όπου, διατηρώντας τον αριθμό των επιλεγμένων κεραιοστοιχείων $N_R = 2$ σταθερό και αυξάνοντας τον αριθμό των συνολικών κεραιοστοιχείων του δέκτη M_R , αυξάνεται η κλίση της καμπύλης της εμπειρικής συμπληρωματικής αθροιστικής συνάρτησης κατανομής (ccdf) της χωρητικότητας. Με άλλα λόγια, όσο αυξάνεται το M_R αυξάνεται και το κέρδος διαφορισμού ανά ροή δεδομένων του συστήματος, ακριβώς όπως συμβαίνει για τα αντίστοιχα συστήματα πλήρους πολυπλοκότητας.

Η τάξη διαφορισμού ενός συστήματος με επιλογή κεραιοστοιχείων μπορεί να βρεθεί και από θεωρητικές εκφράσεις της χωρητικότητας του διαύλου με πιθανότητα προσωρινής διακοπής (outage capacity). Συγκεκριμένα, έχει βρεθεί ότι, αν ο ρυθμός μετάδοσης δεδομένων είναι ίσος με R , τότε η πιθανότητα προσωρινής διακοπής, λόγω της μη δυνατότητας του διαύλου να υποστηρίξει το συγκεκριμένο ρυθμό μετάδοσης, φράσσεται άνωθεν ως εξής [61]:

$$\Pr\{C < R\} \leq \frac{\Gamma\left[M_R M_T, \frac{2^R - 1}{R} \left(\frac{M_R}{N_R}\right) \frac{M_R M_T}{\rho}\right]}{\Gamma(M_R M_T)} \quad (3.12)$$

$$\rightarrow \frac{\left[\frac{2^R - 1}{R} \left(\frac{M_R}{N_R}\right) M_R M_T\right]^{M_R M_T}}{(M_R M_T)!} \rho^{-M_R M_T}, \quad (3.13)$$

όπου $\Gamma(\cdot)$ και $\Gamma(\cdot, \cdot)$ είναι η συνάρτηση γάμμα [1, εξ. (8.310)] και η συμπληρωματική ατελής συνάρτηση γάμμα [1, εξ. (8.350.2)] αντίστοιχα. Από τον παράγοντα $\rho^{-M_R M_T}$ της (3.13), η οποία ισχύει για υψηλούς σηματοθορυβικούς λόγους, φαίνεται ότι η τάξη διαφορισμού είναι $M_R M_T$, δηλαδή ίση με αυτή του συστήματος πλήρους



Σχήμα 3.8: Επίδειξη της τάξης διαφορισμού ενός συστήματος με επιλογή κεραιοστοιχείων (αλγόριθμος εξαντλητικής αναζήτησης), μέσω της εμπειρικής συμπληρωματικής αθροιστικής συνάρτησης κατανομής της χωρητικότητας. Ο αριθμός των επιλεγμένων στοιχείων $N_R = 2$ και ο σηματοδορυβικός λόγος $\rho = 30\text{dB}$ διατηρούνται σταθερά. Ο διαύλος έχει μοντελοποιηθεί ως Rayleigh i.i.d. Παρατηρούμε πως όσο αυξάνεται ο αριθμός των κεραιοστοιχείων του δέκτη M_R , αυξάνεται και η κλίση της καμπύλης, δηλαδή η τάξη διαφορισμού του συστήματος.

πολυπλοκότητας και ανεξάρτητη του αριθμού των επιλεγμένων κεραιοστοιχείων. Σημειώνεται πως το φράγμα της (3.12) δεν είναι στενό, αλλά χρησιμοποιείται για την εύρεση της τάξης διαφορισμού. Στενότερα φράγματα για την πιθανότητα προσωρινής διακοπής με επιλογή κεραιοστοιχείων στο δέκτη δίνονται επίσης στην αναφορά [61].

3.3.4.2 Αλγόριθμος βασισμένος στη μέγιστη νόρμα (NBS)

Ο αλγόριθμος επιλογής κεραιοστοιχείων βασισμένος στη μέγιστη νόρμα (norm-based selection – NBS) είναι ένας απλός και σε ορισμένες περιπτώσεις αρκετά αποδοτικός αλγόριθμος επιλογής κεραιοστοιχείων για τη μεγιστοποίηση της χωρητικότητας.

Σύμφωνα με τον αλγόριθμο, η επιλογή κεραιοστοιχείων πρέπει να γίνει έτσι ώστε να μεγιστοποιηθεί η Frobenius νόρμα του πίνακα μεταφοράς του διαύλου, δηλαδή το κέρδος ισχύος του, ακριβώς όπως γίνεται και στα συστήματα διαφορισμού. Το κριτήριο επιλογής δικαιολογείται από το γεγονός ότι σε χαμηλούς σηματοδορυβικούς λόγους, η χωρητικότητα του συστήματος είναι προσεγγιστικά ίση με

$$C_{\tilde{\mathbf{H}}} \approx \log_2 \left(1 + \frac{\rho}{N_T} \|\tilde{\mathbf{H}}\|_F^2 \right). \quad (3.14)$$

Επομένως, ο αλγόριθμος NBS ενδείκνυται περισσότερο για χαμηλούς σηματοδορυ-

βικούς λόγους.

Επιπλέον, όταν οι γραμμές του πίνακα μεταφοράς του διαύλου πλήρους πολυπλοκότητας είναι αμοιβαία ορθογώνιες, τότε αποδεικνύεται εύκολα ότι

$$C_{\mathbf{H}} = \log_2 \left[\prod_{j=1}^{N_R} \left(1 + \frac{\rho}{M_T} \|\underline{\mathbf{h}}_j\|^2 \right) \right], \quad (3.15)$$

δηλαδή η συμβολή κάθε κεραίας στην χωρητικότητα καθορίζεται αποκλειστικά από την Ευκλείδεια νόρμα της αντίστοιχης γραμμής του πίνακα μεταφοράς του διαύλου. Κατά συνέπεια, ο αλγόριθμος NBS για επιλογή κεραιοστοιχείων στο δέκτη είναι βέλτιστος. Αντίστοιχα, αν οι στήλες του πίνακα μεταφοράς του διαύλου είναι αμοιβαία ορθογώνιες, τότε η επιλογή κεραιοστοιχείων στον πομπό με τον αλγόριθμο NBS είναι βέλτιστη.

Γενικά, ο αλγόριθμος NBS είναι υποβέλτιστος για συστήματα χωρικής πολυπλεξίας και σε μερικές περιπτώσεις δεν παρουσιάζει ικανοποιητικά αποτελέσματα. Αυτό ερμηνεύεται από το γεγονός ότι η χωρητικότητα επηρεάζεται πολύ περισσότερο από τις διαφορές φάσης ανάμεσα στα κεραιοστοιχεία, παρά από το στιγμιαίο ενεργό σηματοθορυβικό λόγο [62]. Σε υψηλούς σηματοθορυβικούς λόγους, παρουσιάζει ικανοποιητική επίδοση όταν ο δίαυλος είναι σχεδόν ασυσχέτιστος. Ωστόσο, όταν ο πίνακας μεταφοράς του διαύλου δεν είναι πλήρους βαθμού, η επίδοση του αλγορίθμου είναι απογοητευτική. Μια γεωμετρική ερμηνεία του γεγονότος αυτού παρουσιάζεται με τη βοήθεια ενός απλού παραδείγματος στην παράγραφο 3.3.4.4.

Ο αλγόριθμος NBS εμφανίζει πολυπλοκότητα $O(M_R N_R)$ ή $O(M_T N_T)$ όταν εφαρμόζεται στο δέκτη ή στον πομπό αντίστοιχα. Θεωρητική ανάλυση του αλγορίθμου και η επίδοσή του όταν υπάρχουν σφάλματα εκτίμησης του διαύλου παρουσιάζονται στην αναφορά [63]. Τα βήματα του αλγορίθμου για επιλογή κεραιοστοιχείων στον πομπό ή στο δέκτη έχουν παρουσιαστεί στον αλγόριθμο 3.1 (σελ. 70).

3.3.4.3 Αλγόριθμος Gorokhov

Οι Gorokhov et al [64, 60] έχουν προτείνει απλούς αλγόριθμους επιλογής κεραιοστοιχείων που επιτυγχάνουν σχεδόν βέλτιστη επίδοση ως προς την χωρητικότητα με υπολογιστική πολυπλοκότητα $O(M_T^2 M_R^2)$. Συγκεκριμένα, έχουν προταθεί δυο αλγόριθμοι για διαύλους επίπεδων διαλείψεων: ο επαυξητικός (incremental) και ο μειωτικός (decremental). Ο επαυξητικός αλγόριθμος επιλέγει σε κάθε βήμα ένα κεραιοστοιχείο, έτσι ώστε να μεγιστοποιείται η αύξηση της χωρητικότητας που συνεπάγεται από την προσθήκη του κεραιοστοιχείου και τερματίζει ύστερα από N_R βήματα. Από την άλλη πλευρά, ο μειωτικός αλγόριθμος αρχίζει θεωρώντας ότι όλα τα

διαθέσιμα κεραιοστοιχεία έχουν επιλεγεί και σε κάθε βήμα αφαιρεί ένα κεραιοστοιχείο, έτσι ώστε η μείωση της χωρητικότητας που συνεπάγεται από την αφαίρεση του κεραιοστοιχείου να είναι η ελάχιστη. Ο αλγόριθμος τερματίζει ύστερα από $(M_R - N_R)$ βήματα.

Στη συνέχεια περιγράφονται αναλυτικά και οι δυο αλγόριθμοι. Θεωρούμε πως η επιλογή κεραιοστοιχείων γίνεται στο δέκτη και επομένως η προσθήκη ή αφαίρεση ενός κεραιοστοιχείου συνεπάγεται τη προσθήκη ή αφαίρεση μιας γραμμής του πίνακα μεταφοράς του διαύλου αντίστοιχα. Οι παρακάτω αλγόριθμοι εύκολα επεκτείνονται στην περίπτωση της επιλογής κεραιοστοιχείων στον πομπό, αν αντικαταστήσουμε τον πίνακα \mathbf{H} με τον πίνακα \mathbf{H}^H .

Επαυξητικός αλγόριθμος Έστω ότι στο n -οστό βήμα του αλγορίθμου έχουν επιλεγεί n κεραιοστοιχεία και ο πίνακας μεταφοράς του διαύλου που έχει προκύψει είναι $\tilde{\mathbf{H}}_n$. Αν στο $(n + 1)$ -οστό βήμα προστεθεί το i_{n+1} κεραιοστοιχείο, τότε θα ισχύει

$$\tilde{\mathbf{H}}_{n+1}^H \tilde{\mathbf{H}}_{n+1} = \tilde{\mathbf{H}}_n^H \tilde{\mathbf{H}}_n + \underline{\mathbf{h}}_{i_{n+1}} \underline{\mathbf{h}}_{i_{n+1}}^H. \quad (3.16)$$

Επομένως, η χωρητικότητα του συστήματος που έχει προκύψει θα είναι

$$C_{\tilde{\mathbf{H}}_{n+1}} = \log_2 \det \left(\mathbf{I}_{M_T} + \frac{\rho}{M_T} \tilde{\mathbf{H}}_{n+1}^H \tilde{\mathbf{H}}_{n+1} \right) \quad (3.17)$$

$$= \log_2 \det \left[\mathbf{I}_{M_T} + \frac{\rho}{M_T} \tilde{\mathbf{H}}_n^H \tilde{\mathbf{H}}_n + \frac{\rho}{M_T} \underline{\mathbf{h}}_{i_{n+1}} \underline{\mathbf{h}}_{i_{n+1}}^H \right] \quad (3.18)$$

$$= \log_2 \det \left\{ \left(\mathbf{I}_{M_T} + \frac{\rho}{M_T} \tilde{\mathbf{H}}_n^H \tilde{\mathbf{H}}_n \right) \times \left[\mathbf{I}_{M_T} + \frac{\rho}{M_T} \left(\mathbf{I}_{M_T} + \frac{\rho}{M_T} \tilde{\mathbf{H}}_n^H \tilde{\mathbf{H}}_n \right)^{-1} \underline{\mathbf{h}}_{i_{n+1}} \underline{\mathbf{h}}_{i_{n+1}}^H \right] \right\} \quad (3.19)$$

$$= C_{\tilde{\mathbf{H}}_n} + \log_2 \left[1 + \underline{\mathbf{h}}_{i_{n+1}}^H \left(\frac{M_T}{\rho} \mathbf{I}_{M_T} + \tilde{\mathbf{H}}_n^H \tilde{\mathbf{H}}_n \right)^{-1} \underline{\mathbf{h}}_{i_{n+1}} \right], \quad (3.20)$$

όπου η (3.20) έχει προκύψει από την (3.19) κατόπιν πράξεων και χρησιμοποιώντας τη γνωστή ιδιότητα από τη γραμμική άλγεβρα $\det(\mathbf{I}_m + \mathbf{AB}) = \det(\mathbf{I}_n + \mathbf{BA})$, που ισχύει αν $\mathbf{A} \in \mathbb{C}^{m \times n}$ και $\mathbf{B} \in \mathbb{C}^{n \times m}$.

Είναι πλέον εμφανές ότι για να μεγιστοποιηθεί η χωρητικότητα, το κεραιοστοιχείο πρέπει να επιλεγεί με βάση το ακόλουθο κριτήριο:

$$i_{n+1} = \arg \max_{i \notin S} \underline{\mathbf{h}}_i^H \mathbf{B}_n \underline{\mathbf{h}}_i, \quad (3.21)$$

όπου ως \mathbf{B}_n ορίζουμε

$$\mathbf{B}_n = \left(\frac{M_T}{\rho} \mathbf{I}_{M_T} + \tilde{\mathbf{H}}_n^H \tilde{\mathbf{H}}_n \right)^{-1} \quad (3.22)$$

και με \mathcal{S} συμβολίζεται το υποσύνολο των επιλεγμένων κεραιοστοιχείων.

Η ποσότητα $\underline{\mathbf{h}}_i^H \mathbf{B}_n \underline{\mathbf{h}}_i$ στο κριτήριο απόφασης της (3.21) εκφράζει την αύξηση της χωρητικότητας που θα παρατηρηθεί αν προστεθεί το i -οστό κεραιοστοιχείο, δεδομένων των επιλογών που έχουν ήδη γίνει στα προηγούμενα βήματα.

Ο υπολογισμός του πίνακα \mathbf{B}_n μπορεί να διευκολυνθεί αν παρατηρήσουμε ότι λόγω της (3.16) ισχύει η αναδρομική σχέση $\mathbf{B}_{n+1} = (\mathbf{B}_n^{-1} + \underline{\mathbf{h}}_{i_{n+1}} \underline{\mathbf{h}}_{i_{n+1}}^H)^{-1}$, η οποία με εφαρμογή του λήμματος αντιστροφής πινάκων [65] γράφεται ως

$$\mathbf{B}_{n+1} = \mathbf{B}_n - \mathbf{B}_n \underline{\mathbf{h}}_{i_{n+1}} (1 + \underline{\mathbf{h}}_{i_{n+1}}^H \mathbf{B}_n \underline{\mathbf{h}}_{i_{n+1}})^{-1} \underline{\mathbf{h}}_{i_{n+1}}^H \mathbf{B}_n. \quad (3.23)$$

Τα βήματα του αλγορίθμου παρουσιάζονται συγκεντρωτικά στον αλγόριθμο 3.2.

Μειωτικός αλγόριθμος Ο μειωτικός αλγόριθμος αρχίζει θεωρώντας πως όλα τα M_R διαθέσιμα κεραιοστοιχεία έχουν επιλεγεί και σε κάθε βήμα αφαιρεί ένα κεραιοστοιχείο, μέχρι να απομείνουν N_R επιλεγμένα κεραιοστοιχεία. Έστω ότι μετά την ολοκλήρωση του n -οστού βήματος του αλγορίθμου έχουν παραμείνει $(M_R - n)$ επιλεγμένα κεραιοστοιχεία και ο πίνακας μεταφοράς του διαύλου του συστήματος είναι $\tilde{\mathbf{H}}_n$. Αν στο $(n+1)$ -οστό βήμα του αλγορίθμου, αφαιρεθεί το i_{n+1} κεραιοστοιχείο, τότε θα ισχύει:

$$\tilde{\mathbf{H}}_{n+1}^H \tilde{\mathbf{H}}_{n+1} = \tilde{\mathbf{H}}_n^H \tilde{\mathbf{H}}_n - \underline{\mathbf{h}}_{i_{n+1}} \underline{\mathbf{h}}_{i_{n+1}}^H. \quad (3.24)$$

Εργαζόμενοι όπως στις εξισώσεις (3.17) – (3.20), βρίσκουμε ότι η χωρητικότητα του συστήματος που προκύπτει είναι

$$C_{\tilde{\mathbf{H}}_{n+1}} = C_{\tilde{\mathbf{H}}_n} + \log_2 \left[1 - \underline{\mathbf{h}}_{i_{n+1}}^H \left(\frac{M_T}{\rho} \mathbf{I}_{M_T} + \tilde{\mathbf{H}}_n^H \tilde{\mathbf{H}}_n \right)^{-1} \underline{\mathbf{h}}_{i_{n+1}} \right]. \quad (3.25)$$

Για να μεγιστοποιηθεί η χωρητικότητα, το κεραιοστοιχείο προς αφαίρεση πρέπει να επιλεγεί με βάση το ακόλουθο κριτήριο:

$$i_{n+1} = \arg \min_{i \in \mathcal{S}} \underline{\mathbf{h}}_i^H \mathbf{B}_n \underline{\mathbf{h}}_i, \quad (3.26)$$

όπου ο πίνακας \mathbf{B}_n ορίζεται όπως στην (3.22). Για τον υπολογισμό του \mathbf{B}_n ισχύει η αναδρομική σχέση

$$\mathbf{B}_{n+1} = \mathbf{B}_n + \mathbf{B}_n \underline{\mathbf{h}}_{i_{n+1}} (1 - \underline{\mathbf{h}}_{i_{n+1}}^H \mathbf{B}_n \underline{\mathbf{h}}_{i_{n+1}})^{-1} \underline{\mathbf{h}}_{i_{n+1}}^H \mathbf{B}_n. \quad (3.27)$$

Η ποσότητα $\mathbf{h}_i^H \mathbf{B}_n \mathbf{h}_i$ στο κριτήριο απόφασης της (3.26) εκφράζει την απώλεια της χωρητικότητας που θα παρατηρηθεί αν αφαιρεθεί το i -οστό κεραιοστοιχείο, δεδομένου του υποσυνόλου των κεραιοστοιχείων που έχει παραμείνει επιλεγμένο μέχρι το n -οστό βήμα.

Ο μειωτικός αλγόριθμος χρειάζεται $(M_R - N_R)$ βήματα για να τερματίσει. Παρουσιάζει ελαφρώς μεγαλύτερη υπολογιστική πολυπλοκότητα σε σχέση με τον επαυξητικό, λόγω της αντιστροφής πίνακα που απαιτείται κατά την αρχικοποίηση. Από την άλλη πλευρά, αποδίδει καλύτερα από τον επαυξητικό αλγόριθμο, επειδή σε κάθε βήμα η απόφαση λαμβάνεται συνυπολογίζοντας τη συμβολή στην χωρητικότητα κάθε ενός από τα (εναπομείναντα) κεραιοστοιχεία. Ωστόσο, η διαφορά στην επίδοση των δυο αλγορίθμων δεν είναι ιδιαίτερα σημαντική.

Τα βήματα του μειωτικού αλγορίθμου παρουσιάζονται συγκεντρωτικά στον αλγόριθμο 3.3.

3.3.4.4 Αλγόριθμος Gharavi-Alkhansari

Ο αλγόριθμος που προτάθηκε από τους M. Gharavi-Alkhansari και A. B. Gershman [66] είναι ένας άπληστος επαυξητικός αλγόριθμος, ο οποίος αποτελεί μια παραλλαγή του επαυξητικού αλγορίθμου του Gorokhon και επιτυγχάνει μια αξιοσημείωτη μείωση της πολυπλοκότητας. Όπως και στον αλγόριθμο του Gorokhon, θεωρούμε χωρίς βλάβη της γενικότητας ότι η επιλογή κεραιοστοιχείων εφαρμόζεται στο δέκτη.

Ανάπτυξη και απόδειξη του αλγορίθμου Ο αλγόριθμος αρχίζει θεωρώντας πως καμία στοιχειοκεραία δεν έχει επιλεγεί, δηλαδή το σύνολο των επιλεγμένων κεραιοστοιχείων \mathcal{S} είναι κενό. Στο n -οστό βήμα του αλγορίθμου, ο πίνακας μεταφοράς του διαύλου που έχει προκύψει λόγω της επιλογής n κεραιοστοιχείων είναι ο $\tilde{\mathbf{H}}_n$.

Έστω ότι στο $(n + 1)$ -οστό βήμα του αλγορίθμου επιλέγεται το i_{n+1} -οστό κεραιοστοιχείο. Λόγω της (3.20), η χωρητικότητα του συστήματος μετά την επιλογή του i_{n+1} -οστού κεραιοστοιχείου θα είναι ίση με

$$C_{\tilde{\mathbf{H}}_{n+1}} = C_{\tilde{\mathbf{H}}_n} + \log_2 \left[1 + \frac{\rho}{M_T} \mathbf{h}_{i_{n+1}}^H \left(\mathbf{I}_{M_T} + \frac{\rho}{M_T} \tilde{\mathbf{H}}_n^H \tilde{\mathbf{H}}_n \right)^{-1} \mathbf{h}_{i_{n+1}} \right]. \quad (3.28)$$

Ορίζοντας

$$\mathbf{B}_n = \left(\mathbf{I}_{M_T} + \frac{\rho}{M_T} \tilde{\mathbf{H}}_n^H \tilde{\mathbf{H}}_n \right)^{-1} \quad (3.29)$$

$$\alpha_{j,n+1} = \mathbf{h}_j^H \mathbf{B}_n \mathbf{h}_j \quad (3.30)$$

Αλγόριθμος 3.2 Επαυξητικός αλγόριθμος επιλογής κεραιοστοιχείων του Gorokhov

Απαιτήσεις: $N_R < M_R$

- 1: **Αλγόριθμος** GOROKHOVINCREMENTAL($M_T, M_R, N_R, \mathbf{H}, \rho$)
 - 2: $\mathcal{S} \leftarrow \emptyset$
 - 3: $\mathbf{B}_n \leftarrow \frac{\rho}{M_T} \mathbf{I}_{M_T}$
 - 4: **για** $n = 1$ έως N_R
 - 5: **για** κάθε $i \notin \mathcal{S}$
 - 6: $\alpha_i \leftarrow \underline{\mathbf{h}}_i^H \mathbf{B}_n \underline{\mathbf{h}}_i$
 - 7: **τέλος για**
 - 8: $q \leftarrow \arg \max_{i \notin \mathcal{S}} \alpha_i$
 - 9: $\mathcal{S} \leftarrow \mathcal{S} \cup \{q\}$
 - 10: **αν** $n < N_R$ **τότε**
 - 11: $\mathbf{B}_{n+1} \leftarrow \mathbf{B}_n - (1 + \alpha_q)^{-1} \mathbf{B}_n \underline{\mathbf{h}}_q \underline{\mathbf{h}}_q^H \mathbf{B}_n$
 - 12: **τέλος αν**
 - 13: **τέλος για**
 - 14: **τέλος αλγορίθμου**
-

Αλγόριθμος 3.3 Μειωτικός αλγόριθμος επιλογής κεραιοστοιχείων του Gorokhov

Απαιτήσεις: $N_R < M_R$

- 1: **Αλγόριθμος** GOROKHOVDECREMENTAL($M_T, M_R, N_R, \mathbf{H}, \rho$)
 - 2: $\mathcal{S} \leftarrow \{1, \dots, M_R\}$
 - 3: $\mathbf{B}_n \leftarrow \left(\frac{M_T}{\rho} \mathbf{I}_{M_T} + \tilde{\mathbf{H}}_n^H \tilde{\mathbf{H}}_n \right)^{-1}$
 - 4: **για** $n = 1$ έως $M_R - N_R$
 - 5: **για** κάθε $i \in \mathcal{S}$
 - 6: $\alpha_i \leftarrow \underline{\mathbf{h}}_i^H \mathbf{B}_n \underline{\mathbf{h}}_i$
 - 7: **τέλος για**
 - 8: $q \leftarrow \arg \min_{i \in \mathcal{S}} \alpha_i$
 - 9: $\mathcal{S} \leftarrow \mathcal{S} \setminus \{q\}$
 - 10: **αν** $n < M_R - N_R$ **τότε**
 - 11: $\mathbf{B}_{n+1} \leftarrow \mathbf{B}_n + (1 - \alpha_q)^{-1} \mathbf{B}_n \underline{\mathbf{h}}_q \underline{\mathbf{h}}_q^H \mathbf{B}_n$
 - 12: **τέλος αν**
 - 13: **τέλος για**
 - 14: **τέλος αλγορίθμου**
-

η χωρητικότητα γράφεται ως εξής:

$$C_{\tilde{\mathbf{H}}_{n+1}} = \tilde{\mathbf{H}}_{n+1} + \log_2 \left(1 + \frac{\rho}{M_T} \alpha_{i_{n+1}, n+1} \right), \quad (3.31)$$

όπου η ποσότητα $\alpha_{j, n+1}$ εκφράζει τη συμβολή της j -οστής στοιχειοκεραίας στην χωρητικότητα του συστήματος που θα προκύψει αν αυτή επιλεγεί κατά το $(n+1)$ -οστό βήμα του αλγορίθμου. Είναι πλέον εμφανές ότι για να μεγιστοποιηθεί η χωρητικότητα θα πρέπει

$$i_{n+1} = \arg \max_j \alpha_{j, n+1}. \quad (3.32)$$

Εφαρμόζοντας το λήμμα αντιστροφής πινάκων, προκύπτει η ακόλουθη αναδρομική σχέση υπολογισμού του πίνακα \mathbf{B}_n :

$$\begin{aligned} \mathbf{B}_{n+1} &= \mathbf{B}_n - \frac{1}{\frac{M_T}{\rho} + \alpha_{i_{n+1}, n+1}} \mathbf{B}_n \underline{\mathbf{h}}_{i_{n+1}} \underline{\mathbf{h}}_{i_{n+1}}^H \mathbf{B}_n^H \\ &= \mathbf{B}_n - \mathbf{a}_{n+1} \mathbf{a}_{n+1}^H, \end{aligned} \quad (3.33)$$

όπου

$$\mathbf{a}_{n+1} = \sqrt{\frac{1}{\frac{M_T}{\rho} + \alpha_{i_{n+1}, n+1}}} \mathbf{B}_n \underline{\mathbf{h}}_{i_{n+1}}. \quad (3.34)$$

Με διαδοχική εφαρμογή και αντικατάσταση της (3.33) και αναγνωρίζοντας ότι $\mathbf{B}_0 = \mathbf{I}_{M_T}$, έπεται ότι

$$\mathbf{B}_n = \mathbf{I}_{M_T} - \sum_{k=1}^n \mathbf{a}_k \mathbf{a}_k^H \quad (3.35)$$

Αντικαθιστώντας την (3.35) στην (3.34), προκύπτει η ακόλουθη αναδρομική σχέση:

$$\mathbf{a}_{n+1} = \sqrt{\frac{1}{\frac{M_T}{\rho} + \alpha_{i_{n+1}, n+1}}} \left[\underline{\mathbf{h}}_{i_{n+1}} - \sum_{k=1}^n (\mathbf{a}_k^H \underline{\mathbf{h}}_{i_{n+1}}) \mathbf{a}_k \right]. \quad (3.36)$$

Επιπλέον, αντικαθιστώντας την (3.33) στην (3.30), προκύπτει μια αναδρομική σχέση για την ποσότητα $\alpha_{j, n+1}$:

$$\alpha_{j, n+1} = \alpha_{j, n} - |\mathbf{a}_n^H \underline{\mathbf{h}}_j|^2 \quad (3.37)$$

όπου για το πρώτο βήμα του αλγορίθμου θα έχουμε $\alpha_{j, 1} = \underline{\mathbf{h}}_j^H \underline{\mathbf{h}}_j = \|\underline{\mathbf{h}}_j\|^2$, δηλαδή η πρώτη κεραία επιλέγεται χρησιμοποιώντας το κριτήριο της μέγιστης νόρμας (NBS).

Η υπολογιστική πολυπλοκότητα του αλγορίθμου είναι $O(M_T M_R N_R)$, η οποία είναι αρκετά μικρότερη από την πολυπλοκότητα του αλγορίθμου του Gorokhov, ενώ η πολυπλοκότητα μνήμης είναι $O(M_R + N_R M_T)$. Τα βήματα του αλγορίθμου

Αλγόριθμος 3.4 Ο αλγόριθμος επιλογής κεραιοστοιχείων του Gharavi-Alkhansari [66]

Απαιτήσεις: $N_R < M_R$

- 1: **Αλγόριθμος** GHARAVI-ALKHANSARI($M_T, M_R, N_R, \mathbf{H}, \rho$)
- 2: $\mathcal{S} \leftarrow \emptyset$
- 3: **για** $j = 1$ έως M_R
- 4: $\alpha_j \leftarrow \|\underline{\mathbf{h}}_j\|^2$
- 5: **τέλος για**
- 6: **για** $n = 1$ έως N_R
- 7: $q \leftarrow \arg \max_{j \notin \mathcal{S}} \alpha_j$
- 8: $\mathcal{S} \leftarrow \mathcal{S} \cup \{q\}$
- 9: **αν** $n < N_R$ **τότε**
- 10: $\mathbf{a}_n \leftarrow \left(\sqrt{\frac{M_T}{\rho}} + \alpha_q \right)^{-1} \left[\underline{\mathbf{h}}_q - \sum_{k=1}^{n-1} (\mathbf{a}_k^H \underline{\mathbf{h}}_q) \mathbf{a}_k \right]$
- 11: **για κάθε** $j \notin \mathcal{S}$
- 12: $\alpha_j \leftarrow \alpha_j - |\mathbf{a}_n^H \underline{\mathbf{h}}_j|^2$
- 13: **τέλος για**
- 14: **τέλος αν**
- 15: **τέλος για**
- 16: **τέλος αλγορίθμου** επιστρέψε \mathcal{S}

παρουσιάζονται συγκεντρωτικά στον αλγόριθμο 3.4.

Ερμηνεία του αλγορίθμου με βάση τη διάσπαση QR Ο αλγόριθμος επιλογής κεραιοστοιχείων στο δέκτη για τη μεγιστοποίηση της χωρητικότητας τείνει να αποφεύγει την επιλογή των γραμμών του πίνακα μεταφοράς του διαύλου πλήρους πολυπλοκότητας \mathbf{H} που οδηγούν σε πίνακα μεταφοράς ελλιπούς βαθμού. Το γεγονός αυτό θα φανεί ξεκάθαρα αν ερμηνευτεί με βάση τη διάσπαση QR.

Από την (3.36) φαίνεται ότι ο αλγόριθμος 3.4 μοιάζει πολύ με την ορθογωνιοποίηση Gram-Schmidt, με την οποία μάλιστα ταυτίζεται για υψηλούς σηματοθορυβικούς λόγους ($\rho \rightarrow \infty$). Αποδεικνύεται ότι για οποιαδήποτε τιμή του σηματοθορυβικού λόγου, ο αλγόριθμος 3.4 αντιστοιχεί στην ορθογωνιοποίηση Gram-Schmidt των γραμμών του πίνακα $\mathbf{G} \in \mathbb{C}^{M_R \times M_R}$, ο οποίος ορίζεται έτσι ώστε

$$\frac{M_R}{\rho} \mathbf{I}_{M_R} + \mathbf{H} \mathbf{H}^H = \mathbf{G} \mathbf{G}^H. \quad (3.38)$$

Έστω $\mathbf{G}^H = \mathbf{Q} \mathbf{R}$ η διάσπαση QR του πίνακα \mathbf{G}^H , όπου \mathbf{Q} είναι ένας $M_R \times M_R$ ορθογώνιος πίνακας και \mathbf{R} είναι ένας άνω τριγωνικός πίνακας. Χρησιμοποιώντας τη διάσπαση QR του \mathbf{G}^H και εφαρμόζοντας γνωστές ιδιότητες της γραμμικής άλγεβρας, καταλήγουμε ότι η χωρητικότητα του συστήματος πλήρους πολυπλοκότητας δίνεται

Αλγόριθμος 3.5 Εναλλακτική μορφή του αλγόριθμου επιλογής κεραιοστοιχείων του Gharavi-Alkhansari [66] που οδηγεί στην ερμηνεία του με βάση τη διάσπαση QR

Απαιτήσεις: $N_R < M_R$

```

1: Αλγόριθμος GHARAVI-ALKHANSARI( $M_T, M_R, N_R, \mathbf{G}, \rho$ )
2:    $\mathcal{S} \leftarrow \emptyset$ 
3:   για  $j = 1$  έως  $M_R$ 
4:      $\beta_j \leftarrow \|\mathbf{g}_j\|^2$ 
5:   τέλος για
6:   για  $n = 1$  έως  $N_R$ 
7:      $q \leftarrow \arg \max_{j \notin \mathcal{S}} \beta_j$ 
8:      $\mathcal{S} \leftarrow \mathcal{S} \cup \{q\}$ 
9:     αν  $n < N_R$  τότε
10:        $\hat{\mathbf{g}}_n \leftarrow (\sqrt{\beta_q})^{-1} [\mathbf{g}_q - \sum_{k=1}^{n-1} (\hat{\mathbf{g}}_k^H \mathbf{g}_q) \hat{\mathbf{g}}_k]$ 
11:       για κάθε  $j \notin \mathcal{S}$ 
12:          $\beta_j \leftarrow \beta_j - |\hat{\mathbf{g}}_n^H \mathbf{g}_j|^2$ 
13:       τέλος για
14:     τέλος αν
15:   τέλος για
16: τέλος αλγορίθμου

```

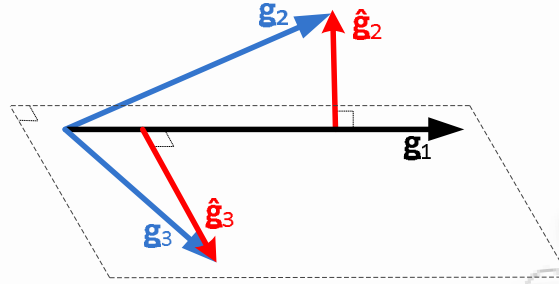
από τη σχέση

$$C_H = N_R \log_2 \frac{\rho}{M_T} + \log_2 \left(\prod_{j=1}^{M_R} R_{jj} \right)^2. \quad (3.39)$$

όπου R_{jj} είναι το j -οστό διαγώνιο στοιχείο του πίνακα \mathbf{R} . Το στοιχείο R_{jj} ισούται με το μέτρο του διανύσματος $\hat{\mathbf{g}}_j$, το οποίο υπολογίζεται κατά το j -οστό βήμα της ορθογωνιοποίησης Gram-Schmidt των στηλών \mathbf{g}_i του πίνακα \mathbf{G}^H και προκύπτει αν αφαιρεθούν από το \mathbf{g}_j οι συνιστώσες του κατά τις διευθύνσεις των ορθοκανονικών διανυσμάτων που έχουν ήδη βρεθεί [67].

Μια αναδιάταξη των γραμμών του πίνακα \mathbf{H} οδηγεί σε μια συνακόλουθη αναδιάταξη των γραμμών του \mathbf{G} , με αποτέλεσμα να αλλάξει η σειρά με την οποία θα γίνει η ορθογωνιοποίηση. Οι τιμές των R_{jj} εξαρτώνται από τη σειρά με την οποία γίνεται η ορθογωνιοποίηση, αλλά δεν ισχύει το ίδιο και για το γινόμενο $\prod_{j=1}^{M_R} R_{jj}$, αφού δε γίνεται να μεταβληθεί η χωρητικότητα με μια αναδιάταξη των γραμμών. Επομένως, η (3.39) μας οδηγεί στο να αναδιατάξουμε τις γραμμές του \mathbf{G} , έτσι ώστε η πρώτη γραμμή να αντιστοιχεί στο μεγαλύτερο δυνατό R_{11} , η δεύτερη γραμμή στο μεγαλύτερο δυνατό R_{22} , κλπ. Σε αυτή την περίπτωση, οι πρώτες N_R γραμμές του νέου πίνακα θα αντιστοιχούν στα κεραιοστοιχεία που πρέπει να επιλεγούν. Ένας αλγόριθμος που βασίζεται σε αυτή τη λογική είναι ο αλγόριθμος 3.5.

Η παραπάνω εναλλακτική μέθοδος επιλογής κεραιοστοιχείων δεν είναι αποδοτική για πρακτική εφαρμογή. Ωστόσο, αποδεικνύεται ότι είναι ισοδύναμη με τον αλγό-



Σχήμα 3.9: Γεωμετρική ερμηνεία του αλγόριθμου επιλογής κεραιοστοιχείων των Gharavi-Alkhansari.

ριθμο Gharavi-Alkhansari και για το λόγο αυτό προσφέρεται για μια γεωμετρική ερμηνεία του.

Παράδειγμα: Για να γίνει περισσότερο κατανοητή η γεωμετρική ερμηνεία, θα εξεταστεί ένα παράδειγμα. Έστω $\underline{g}_1, \underline{g}_2, \underline{g}_3$ οι γραμμές του πίνακα \mathbf{G} , για τις οποίες υποθέτουμε για λόγους απλότητας ότι είναι πραγματικά τρισδιάστατα διανύσματα, όπως φαίνεται στο σχήμα 3.9. Σύμφωνα με τον αλγόριθμο 3.5, το πρώτο κεραιοστοιχείο που θα επιλεγεί είναι αυτό που αντιστοιχεί στη γραμμή με τη μεγαλύτερη Ευκλείδεια νόρμα, δηλαδή στη \underline{g}_1 . Στη συνέχεια πρέπει να γίνει επιλογή ανάμεσα στις \underline{g}_2 και \underline{g}_3 . Έστω $\hat{\underline{g}}_2$ και $\hat{\underline{g}}_3$ τα διανύσματα που προκύπτουν αν αφαιρέσουμε από τις \underline{g}_2 και \underline{g}_3 , αντίστοιχα, την προβολή τους προς το \underline{g}_1 . Σύμφωνα με όσα αναφέρθηκαν παραπάνω, θα πρέπει να επιλεγεί το κεραιοστοιχείο 3, αφού $\|\hat{\underline{g}}_2\| < \|\hat{\underline{g}}_3\|$, που ισχύει, επειδή η προβολή της \underline{g}_2 είναι μεγαλύτερη από την προβολή της \underline{g}_3 προς τη \underline{g}_1 . Δηλαδή, με άλλα λόγια, το \underline{g}_2 παρουσιάζει «μεγαλύτερη συσχέτιση» με το \underline{g}_1 . Μάλιστα, σε αντίθεση με τον αλγόριθμο NBS, προτιμάται η \underline{g}_3 έναντι της \underline{g}_2 , παρόλο που $\|\underline{g}_2\| > \|\underline{g}_3\|$. Έτσι εξηγείται γιατί ο αλγόριθμος NBS είναι λιγότερο αποδοτικός ως προς τη μεγιστοποίηση της χωρητικότητας, ειδικά όταν κάποιες γραμμές του πίνακα \mathbf{H} είναι γραμμικά εξαρτημένες.

Από το ίδιο παράδειγμα μπορεί να γίνει κατανοητό γιατί ένας άπληστος αλγόριθμος δεν μπορεί ποτέ να είναι βέλτιστος. Ο αλγόριθμος ξεκινάει πάντα επιλέγοντας το κεραιοστοιχείο που αντιστοιχεί στη γραμμή με τη μεγαλύτερη Ευκλείδεια νόρμα. Ωστόσο, όπως είδαμε, έχει μεγάλη σημασία οι επιλεγόμενες γραμμές να έχουν όσο το δυνατόν μικρότερη συσχέτιση μεταξύ τους. Από το σχήμα 3.9 φαίνεται ότι τα \underline{g}_2 και \underline{g}_3 είναι τα διανύσματα με τη μικρότερη συσχέτιση. Δυστυχώς όμως ο αλγόριθμος δεν επιστρέφει αυτή τη λύση. Επιλέγει πρώτα την \underline{g}_1 επειδή έχει τη μεγαλύτερη Ευκλείδεια νόρμα και, δεδομένης αυτής της επιλογής, εξετάζει ποια από τις \underline{g}_2 και \underline{g}_3 είναι καταλληλότερη. Το ενδεχόμενο να επιλεγεί ο συνδυασμός \underline{g}_2 και \underline{g}_3 δεν εξετάζεται καν. Επειδή λοιπόν οι επιλογές στα προηγούμενα βήματα δεσμεύουν κατά κάποιο τρόπο τις επιλογές που θα εξεταστούν στα επόμενα βήματα, χωρίς να υπάρχει κάποια δυνατότητα επανεξέτασης άλλων εναλλακτικών, ο αλγόριθμος δεν μπορεί να

βρει τη βέλτιστη λύση.

Το συμπέρασμα λοιπόν που προκύπτει από την παραπάνω ανάλυση είναι το εξής: Ένας αποδοτικός αλγόριθμος επιλογής κεραιοστοιχείων στο δέκτη (ή στον πομπό) για τη μεγιστοποίηση της χωρητικότητας πρέπει να επιλέγει τα κεραιοστοιχεία που αντιστοιχούν σε γραμμές (ή στήλες) του πίνακα μεταφοράς του διαύλου που αφενός έχουν όσο το δυνατόν μεγαλύτερη Ευκλείδεια νόρμα και αφετέρου είναι όσο το δυνατόν ασυσχέτιστες μεταξύ τους.

3.3.4.5 Αλγόριθμοι βασισμένοι στη συσχέτιση των γραμμών ή στηλών του πίνακα μεταφοράς του διαύλου

Με βάση την προαναφερθείσα γεωμετρική ερμηνεία, έχουν προταθεί αλγόριθμοι επιλογής κεραιοστοιχείων που βασίζονται απευθείας στη συσχέτιση μεταξύ των επιλεγόμενων κεραιών. Στη συνέχεια εξετάζονται δυο από αυτούς.

Αλγόριθμος επιλογής βασιμμένης στη συσχέτιση (CBS) Χωρίς βλάβη της γενικότητας, μπορούμε να υποθέσουμε ότι η επιλογή κεραιοστοιχείων εφαρμόζεται στο δέκτη. Ο αλγόριθμος τροποποιείται εύκολα για εφαρμογή στον πομπό, αν αντικατασταθούν οι γραμμές από στήλες. Ας υποθέσουμε ότι δυο γραμμές του πίνακα μεταφοράς του διαύλου πλήρους πολυπλοκότητας είναι ίδιες. Είναι προφανές ότι πρέπει μόνο μια από αυτές να επιλεγεί, αφού εμπεριέχουν την ίδια ακριβώς πληροφορία. Επιπλέον, αν μια από αυτές έχει μεγαλύτερη ισχύ (δηλαδή μεγαλύτερη Ευκλείδεια νόρμα), αυτή είναι η καταλληλότερη προς επιλογή. Αν δεν υπάρχουν γραμμές που να ταυτίζονται, τότε είναι λογικό να εντοπίσουμε ένα ζεύγος γραμμών που παρουσιάζουν μεγάλη συσχέτιση μεταξύ τους και να διαγράψουμε αυτή με τη μικρότερη ισχύ. Με βάση αυτή την απλή λογική, ο αλγόριθμος επιλογής βασιμμένης στη συσχέτιση (Correlation Based Selection — CBS) [68, Section IV] υπολογίζει τη συσχέτιση ανάμεσα σε όλα τα πιθανά ζεύγη διαθέσιμων κεραιοστοιχείων. Αν βρει ένα ζεύγος κεραιοστοιχείων με μεγάλη συσχέτιση, τότε διαγράφει το κεραιοστοιχείο με τη μικρότερη ισχύ. Η διαδικασία συνεχίζεται μέχρι να μείνουν επιλεγμένα N_R κεραιοστοιχεία (βλ. αλγόριθμο 3.6).

Αλγόριθμος βασισμένος στους κύκλους του Gerschgorin Ένας άλλος επαυξητικός αλγόριθμος για την επιλογή κεραιοστοιχείων στον πομπό, που βασίζεται στους κύκλους του Gerschgorin και καταλήγει στην προαναφερθείσα γεωμετρική ερμηνεία, έχει προταθεί από τους H. Zhang και H. Dai [69].

Έστω \tilde{H} ο πίνακας μεταφοράς του διαύλου μετά την επιλογή των κεραιοστοιχείων. Για να μεγιστοποιηθεί η χωρητικότητα, πρέπει να ελαχιστοποιηθεί ο αριθμός κατά-

Αλγόριθμος 3.6 Αλγόριθμος επιλογής κεραιοστοιχείων βασισμένος στη συσχέτιση (CBS) [68, Section IV]

Απαιτήσεις: $N_R < M_R$

```

1: Αλγόριθμος CBS( $M_T, M_R, N_R, \mathbf{H}, \rho$ )
2:    $\mathcal{S} \leftarrow \{1, \dots, M_R\}$ 
3:   για  $k = 1$  έως  $M_R - 1$ 
4:     για  $l = k + 1$  έως  $M_R$ 
5:        $\Xi(k, l) \leftarrow |\mathbf{h}_k^H \mathbf{h}_l|$ 
6:     τέλος για
7:   τέλος για
8:   επανάλαβε
9:      $(i_0, j_0) \leftarrow \arg \max_{i, j \in \mathcal{S}} \Xi(i, j)$ 
10:    αν  $\|\mathbf{h}_{i_0}\| > \|\mathbf{h}_{j_0}\|$  τότε
11:       $\mathcal{S} \leftarrow \mathcal{S} \setminus \{j_0\}$ 
12:    αλλιώς
13:       $\mathcal{S} \leftarrow \mathcal{S} \setminus \{i_0\}$ 
14:    τέλος αν
15:  μέχρι  $|\mathcal{S}| = N_R$ 
16: τέλος αλγορίθμου

```

στασης του διαύλου, ο οποίος ορίζεται ως $\kappa = \sqrt{\sigma_{\max}(\tilde{\mathbf{H}})/\sigma_{\min}(\tilde{\mathbf{H}})}$, όπου $\sigma_{\min}(\tilde{\mathbf{H}})$ και $\sigma_{\max}(\tilde{\mathbf{H}})$ είναι η ελάχιστη (μη μηδενική) και μέγιστη ιδιόμορφη τιμή του $\tilde{\mathbf{H}}$. Λόγω του θεωρήματος διαχωρισμού του Poincaré (Poincaré separation theorem) [70, Πρόταση 4.3.16], ισχύει $\sigma_{\max}(\tilde{\mathbf{H}}) \leq \sigma_{\max}(\mathbf{H})$ και κατά συνέπεια ο αλγόριθμος μπορεί εστιαστεί στη μεγιστοποίηση της ελάχιστης ιδιόμορφης τιμής $\sigma_{\min}(\tilde{\mathbf{H}})$.

Έστω ότι στο n -οστό βήμα του αλγορίθμου προστίθεται το i_n -οστό κεραιοστοιχείο. Στόχος του αλγορίθμου είναι να επιλεγεί μια στήλη του \mathbf{H} ώστε να ελαχιστοποιηθεί η ελάττωση της $\sigma_{\min}(\tilde{\mathbf{H}})$. Εφαρμόζοντας το θεώρημα των κύκλων του Gerschgorin [70] για τις ιδιοτιμές του πίνακα $\tilde{\mathbf{H}}^H \tilde{\mathbf{H}}$ βρίσκουμε ότι

$$|\tilde{\sigma}_n - \|\mathbf{h}_{i_n}\|^2| \leq \sum_{k < n} |\mathbf{h}_{i_k}^H \mathbf{h}_{i_n}|, \quad (3.40)$$

όπου $\tilde{\sigma}_n$ είναι ιδιόμορφη τιμή του πίνακα $\tilde{\mathbf{H}}$ και \mathbf{h}_j είναι η j -οστή στήλη του πίνακα \mathbf{H} . Κατά συνέπεια, στο n -οστό βήμα του αλγορίθμου, η ελάχιστη ιδιόμορφη τιμή του $\tilde{\mathbf{H}}$ φράσσεται κάτωθεν ως εξής:

$$\sigma_{\min}(\tilde{\mathbf{H}}) \geq \min_{l \leq n} \left(\|\mathbf{h}_{i_l}\|^2 - \sum_{k \neq l, k \leq n} |\mathbf{h}_{i_k}^H \mathbf{h}_{i_l}| \right) \quad (3.41)$$

Για να ελαχιστοποιηθεί η μείωση της $\sigma_{\min}(\tilde{\mathbf{H}})$ λόγω της επιλογής κεραιοστοιχείων, η επιλογή γίνεται έτσι, ώστε να μεγιστοποιείται σε κάθε βήμα το κάτω φράγμα της

Αλγόριθμος 3.7 Ο αλγόριθμος επιλογής κεραιοστοιχείων βασισμένος στους κύκλους του Gerschgorin [69]

Απαιτήσεις: $N_T < M_T$, $M_R \geq M_T$

```

1: Αλγόριθμος GERSCHGORINCIRCLESBASED( $M_R, M_T, N_T, \mathbf{H}$ )
2:    $i_1 \leftarrow \arg \max_{k=1, \dots, N_T} \|\mathbf{h}_k\|$ 
3:    $\mathcal{S} \leftarrow \{i_1\}$ 
4:   για  $n = 2$  έως  $N_T$ 
5:     για κάθε  $q \notin \mathcal{S}$ 
6:        $\mathcal{S}_{\text{temp}} \leftarrow \mathcal{S} \cup \{q\}$ 
7:       για κάθε  $k \in \mathcal{S}_{\text{temp}}$ 
8:          $\beta_k \leftarrow \|\mathbf{h}_k\| - \sum_{j \in \mathcal{S}_{\text{temp}} \setminus \{k\}} |\mathbf{h}_j^H \mathbf{h}_k|$ 
9:       τέλος για
10:       $\alpha_q \leftarrow \min \beta_k$ 
11:    τέλος για
12:     $i_n \leftarrow \arg \max_q \alpha_q$ 
13:     $\mathcal{S} \leftarrow \mathcal{S} \cup \{i_n\}$ 
14:  τέλος για
15: τέλος αλγορίθμου

```

(3.41). Πλέον γίνεται εμφανής η γεωμετρική ερμηνεία του αλγορίθμου: σε κάθε βήμα επιλέγεται το κεραιοστοιχείο που έχει αφενός μεγάλη Ευκλείδεια νόρμα και αφετέρου μικρή συσχέτιση με όλα τα ήδη επιλεγμένα κεραιοστοιχεία.

Τα βήματα του αλγορίθμου παρουσιάζονται συγκεντρωτικά στον αλγόριθμο 3.7. Ο αλγόριθμος παρουσιάζει μικρότερη υπολογιστική πολυπλοκότητα από τον CBS, διότι δεν υπολογίζει τη συσχέτιση ανάμεσα σε όλα τα πιθανά ζεύγη των διαθέσιμων κεραιοστοιχείων. Επίσης, επιτυγχάνει καλύτερη επίδοση, ιδιαίτερα όταν η χωρική συσχέτιση δεν είναι έντονη.

3.3.5 Επιλογή κεραιοστοιχείων βασισμένη στη στιγμιαία εκτίμηση του διαύλου για συστήματα χωρικής πολυπλεξίας με στόχο την ελαχιστοποίηση της πιθανότητας σφάλματος

Όταν αναφερόμαστε σε πρακτικά συστήματα χωρικής πολυπλεξίας, εκτός από τη μεγιστοποίηση της χωρητικότητας, μας ενδιαφέρει η ελαχιστοποίηση της πιθανότητας σφάλματος. Στη συνέχεια, θα περιγράψουμε τους κυριότερους αλγόριθμους επιλογής κεραιοστοιχείων σε συστήματα με πρακτικούς δέκτες χωρικής πολυπλεξίας, αφού πρώτα εξετάσουμε την τάξη διαφορισμού του συστήματος που προκύπτει.

3.3.5.1 Τάξη διαφορισμού του συστήματος με επιλογή κεραιοστοιχείων στον πομπό

Από αποτελέσματα προσομοίωσης έχει παρατηρηθεί ότι στα πρακτικά συστήματα χωρικής πολυπλεξίας, η επιλογή κεραιοστοιχείων στον πομπό παρέχει μεγαλύτερο κέρδος διαφορισμού σε σχέση με το σύστημα χωρίς επίλογό κεραιοστοιχείων (δηλαδή σύστημα με M_R και N_T κεραιοστοιχεία στο δέκτη και τον πομπό αντίστοιχα). Πέρα από αυτή την εμπειρική παρατήρηση, έχει γίνει θεωρητική διερεύνηση της τάξης διαφορισμού των συστημάτων χωρικής πολυπλεξίας με επιλογή κεραιοστοιχείων, κυρίως για γραμμικούς δέκτες και δέκτες με ανάδραση απόφασης, η οποία καταλήγει στο ακόλουθο θεώρημα:

Θεώρημα 3.3.1. Έστω ότι η επιλογή κεραιοστοιχείων γίνεται στον πομπό και ότι στο σύστημα χωρικής πολυπλεξίας μεταδίδονται N_T παράλληλες, ανεξάρτητες και ξεχωριστά κωδικοποιημένες ροές δεδομένων. Αν ο διαχωρισμός των παράλληλων ροών δεδομένων γίνεται είτε γραμμικά (με δέκτη ZF ή MMSE), είτε με την χρήση ανάδρασης απόφασης (δέκτης ZF ή MMSE με ανάδραση απόφασης, όπως για παράδειγμα είναι ο V-BLAST) και ο δίαυλος είναι Rayleigh i.i.d., τότε:

- Αν $N_T = 2$, τότε η μέγιστη τάξη διαφορισμού d_{opt} που μπορεί να επιτευχθεί είναι

$$d_{\text{opt}} = (M_T - 1)(M_R - 1) \quad (3.42)$$

υπό την προϋπόθεση ότι $M_R > 2$ και $N_T > 2$.

- Για $N_T > 2$, η μέγιστη τάξη διαφορισμού d_{opt} που μπορεί να επιτευχθεί φράσσεται ως εξής:

$$(M_T - N_T + 1)(M_R - N_T + 1) \leq d_{\text{opt}} \leq (M_T - N_T + 1)(M_R - 1). \quad (3.43)$$

υπό την προϋπόθεση ότι $M_T \geq N_T$ και $M_R \geq N_T$.

- Για $N_T < \min(M_T, M_R)$, η μέγιστη τάξη διαφορισμού που μπορεί να επιτευχθεί είναι ίση με το κάτω φράγμα της (3.43), δηλαδή

$$d_{\text{opt}} = (M_T - N_T + 1)(M_R - N_T + 1) \quad (3.44)$$

Απόδειξη. Για το πρώτο σκέλος του θεωρήματος, η απόδειξη δίνεται στην αναφορά [71, Section III] και βασίζεται σε μια γεωμετρική ερμηνεία. Σημειώνεται ότι το πρώτο σκέλος του θεωρήματος μπορεί να προκύψει εύκολα από το δεύτερο, θέτοντας $N_T = 2$.

Για το δεύτερο σκέλος του θεωρήματος, η απόδειξη με βάση μια γεωμετρική ερμηνεία δίνεται στην αναφορά [71, Section IV].

Το τρίτο σκέλος του θεωρήματος παρουσιάζεται σαν παρατήρηση στο [71]. Η απόδειξή του για γραμμικούς δέκτες ZF και δέκτες ZF με ανάδραση απόφασης και βέλτιστη διάταξη ανίχνευσης δίνεται στην αναφορά [72]. Η απόδειξη αυτή μπορεί να επεκταθεί για γραμμικούς δέκτες MMSE και δέκτες MMSE με ανάδραση απόφασης (αλλά με προκαθορισμένη διάταξη ανίχνευσης), ακολουθώντας τη λογική της αναφοράς [71]. \square

3.3.5.2 Αλγόριθμος επιλογής σε δέκτες μέγιστης πιθανοφάνειας

Έστω \mathcal{C}_{SM} το σύνολο όλων των πιθανών διανυσμάτων συμβόλων \mathbf{s} προς μετάδοση. Σε ένα δέκτη μέγιστης πιθανοφάνειας, για να ελαχιστοποιηθεί η πιθανότητα σφάλματος αρκεί να μεγιστοποιηθεί η ελάχιστη απόσταση ανάμεσα σε δυο λαμβανόμενα διανύσματα συμβόλων, δηλαδή πρέπει να μεγιστοποιηθεί η

$$d_{\text{Rx,min}}^2 = \min_{\mathbf{s}_i, \mathbf{s}_j \in \mathcal{C}_{SM}} \frac{\|\tilde{\mathbf{H}}(\mathbf{s}_i - \mathbf{s}_j)\|^2}{N_T} \quad (3.45)$$

Αποδεικνύεται ότι [73]

$$d_{\text{Rx,min}}^2 \geq \frac{\sigma_{\min}(\tilde{\mathbf{H}})}{N_T} \min_{\mathbf{s}_i, \mathbf{s}_j \in \mathcal{C}_{SM}} \|\mathbf{s}_i - \mathbf{s}_j\|^2. \quad (3.46)$$

Επομένως, η επιλογή κεραιοστοιχείων πρέπει να γίνει έτσι ώστε ο πίνακας μεταφοράς του διαύλου που θα προκύψει να είναι

$$\tilde{\mathbf{H}} = \arg \max_{\mathbf{H}} \sigma_{\min}(\mathbf{H}), \quad (3.47)$$

δηλαδή πρέπει να *μεγιστοποιηθεί η ελάχιστη ιδιοτιμή* του πίνακα μεταφοράς του διαύλου, ή με άλλα λόγια, ο πίνακας μεταφοράς να «προσεγγίζει» όσο το δυνατόν περισσότερο έναν ορθομοναδιαίο πίνακα.

Σε αυτή την περίπτωση, αποδεικνύεται ότι η πιθανότητα σφάλματος συμβόλου φράσσεται άνωθεν ως εξής [73]:

$$P_e < (|\mathcal{C}_{SM}| - 1) \cdot Q \left(\sqrt{\frac{\rho \cdot \sigma_{\min}^2(\tilde{\mathbf{H}}) \cdot d_{\min}^2}{2N_T}} \right) \quad (3.48)$$

όπου $|\mathcal{C}_{SM}|$ είναι ο αριθμός όλων των πιθανών μεταδιδόμενων διανυσμάτων συμβόλων, και $Q(\cdot)$ η συνάρτηση Q του Gauss.

3.3.5.3 Αλγόριθμοι επιλογής σε γραμμικούς δέκτες

Όταν χρησιμοποιούνται γραμμικοί δέκτες [επιβολής μηδενισμών (ZF) ή ελάχιστου μέσου τετραγωνικού σφάλματος (MMSE)], η παράμετρος που καθορίζει την πιθανότητα σφάλματος του συστήματος είναι ο λόγος σήματος προς παρεμβολή και θόρυβο (SINR) των παράλληλων ροών δεδομένων μετά το διαχωρισμό τους από το δέκτη, ο οποίος για την k -οστή ροή δεδομένων δίνεται από τη σχέση

$$\eta_k(\tilde{\mathbf{H}}) = \begin{cases} \frac{\rho}{N_T} \left[\left(\tilde{\mathbf{H}}^H \tilde{\mathbf{H}} \right)^{-1} \right]_{kk}^{-1} & \text{για δέκτη ZF} \\ \left[\left(\frac{\rho}{N_T} \tilde{\mathbf{H}}^H \tilde{\mathbf{H}} + \mathbf{I}_{N_T} \right)^{-1} \right]_{kk}^{-1} - 1 & \text{για δέκτη MMSE} \end{cases} \quad (3.49)$$

Πιο συγκεκριμένα, η επίδοση του συστήματος θα επηρεάζεται από τη ροή δεδομένων που μετά το διαχωρισμό παρουσιάζει το ελάχιστο SINR. Επομένως, ένα κριτήριο επιλογής κεραιοστοιχείων, είτε αυτή εφαρμόζεται στον πομπό είτε στο δέκτη, είναι η *μεγιστοποίηση του ελάχιστου SINR* που εμφανίζεται μετά το διαχωρισμό των παράλληλων ροών δεδομένων. Με άλλα λόγια, το προτεινόμενο κριτήριο επιλογής εστιάζεται στη βελτιστοποίηση της χειρότερης περίπτωσης, που είναι η ροή δεδομένων με το μικρότερο SINR. Έτσι, ο πίνακας μεταφοράς του διαύλου με επιλογή κεραιοστοιχείων θα αναζητηθεί με εξαντλητική αναζήτηση σύμφωνα με το κριτήριο [73]

$$\tilde{\mathbf{H}} = \arg \max_{\mathbf{H}} \min_k \eta_k(\mathbf{H}). \quad (3.50)$$

Μάλιστα, αποδεικνύεται ότι σε ένα σύστημα χωρικής πολυπλεξίας με γραμμικό δέκτη (ZF ή MMSE), όπου οι μεταδιδόμενες ροές δεδομένων κωδικοποιούνται ξεχωριστά, το κριτήριο επιλογής κεραιοστοιχείων της (3.50) επιτυγχάνει τη *βέλτιστη τάξη διαφορισμού* [71, Λήμμα I], η οποία δίνεται από το Θεώρημα 3.3.1.

Για το δέκτη επιβολής μηδενισμών, αποδεικνύεται ότι το ελάχιστο SINR φράσσεται κάτωθεν ως εξής [73]:

$$\eta_{\min} \geq \frac{\rho}{N_T} \sigma_{\min}^4(\tilde{\mathbf{H}}). \quad (3.51)$$

Άρα, αρκεί να βρεθεί το υποσύνολο των κεραιοστοιχείων που *μεγιστοποιεί τη μικρότερη ιδιόμορφη τιμή* του πίνακα μεταφοράς του διαύλου που θα προκύψει, ακριβώς όπως και στο δέκτη μεγίστης πιθανοφάνειας.

3.3.6 Επιλογή κεραιοστοιχείων βασισμένη στα στατιστικά χαρακτηριστικά του διαύλου

Τα στατιστικά χαρακτηριστικά του διαύλου εξαρτώνται από τη γεωμετρία της στοιχειοκεραίας και το περιβάλλον σκέδασης και για το λόγο αυτό μεταβάλλονται με αρκετά πιο αργούς ρυθμούς σε σχέση με τις διαλείψεις μικρής κλίμακας [74]. Επομένως, αν ο αλγόριθμος βασιστεί στα στατιστικά χαρακτηριστικά του διαύλου, η επιλογή των κεραιοστοιχείων μπορεί να γίνεται με αρκετά πιο αργούς ρυθμούς σε σχέση με τους αλγόριθμους που βασίζονται στη στιγμιαία εκτίμηση του διαύλου, επιτρέποντας έτσι την χρήση κυκλωματικών διατάξεων με λιγότερο απαιτητικές προδιαγραφές λειτουργίας (κυρίως ως προς τον μέγιστο ανεκτό χρόνο μεταγωγής των μεταγωγέων). Από την άλλη πλευρά, στα συστήματα συχνοδιακριτικής αμφιδρόμησης (FDD), αρκετές φορές παρατηρείται σημαντική καθυστέρηση μετάδοσης στο δίαυλο ανάδρασης (μέσω του οποίου αποστέλλονται από το δέκτη οι πληροφορίες για τα κεραιοστοιχεία που θα επιλεγούν στον πομπό), με αποτέλεσμα να έχει μεταβληθεί η κατάσταση του διαύλου και το επιλεγμένο υποσύνολο κεραιοστοιχείων στον πομπό να είναι πλέον ακατάλληλο, οδηγώντας έτσι σε χαμηλή επίδοση του συστήματος. Αυτό το πρόβλημα δεν εμφανίζεται αν η επιλογή βασιστεί στα στατιστικά χαρακτηριστικά του διαύλου, αφού μεταβάλλονται με αρκετά αργούς ρυθμούς.

Για τους παραπάνω λόγους, έχουν προταθεί στη βιβλιογραφία αλγόριθμοι επιλογής κεραιοστοιχείων που βασίζονται στα στατιστικά χαρακτηριστικά του διαύλου, τόσο για τη μεγιστοποίηση της χωρητικότητας όσο και για την ελαχιστοποίηση της πιθανότητας σφάλματος σε συστήματα χωρικής πολυπλεξίας. Πριν εξεταστούν οι κυριότεροι αλγόριθμοι, θα παρουσιαστούν οι πρόσθετες υποθέσεις που θα γίνουν στην παράγραφο αυτή.

Μοντέλο διαύλου Για τη μοντελοποίηση του χωρικά συσχετισμένου διαύλου, υιοθετούμε το μοντέλο γινομένου του Kronecker, το οποίο χρησιμοποιείται συχνά, λόγω της απλότητάς του. Έτσι, ο πίνακας μεταφοράς του διαύλου του συστήματος πλήρους πολυπλοκότητας δίνεται από τη σχέση

$$\mathbf{H} = \mathbf{R}_{\text{Rx}}^{1/2} \mathbf{H}_w \mathbf{R}_{\text{Tx}} \quad (3.52)$$

όπου τα στοιχεία του πίνακα $\mathbf{H}_w \in \mathbb{C}^{M_R \times M_T}$ είναι ανεξάρτητα και πανομοιότυπα κατανομημένα (i.i.d.) και ακολουθούν την κατανομή Gauss με μηδενική μέση τιμή και μοναδιαία διακύμανση. Με \mathbf{R}_{Rx} και \mathbf{R}_{Tx} συμβολίζονται οι πίνακες συσχέτισης

στο δέκτη και στο πομπό αντίστοιχα, οι οποίοι ορίζονται ως

$$\mathbf{R}_{\text{Rx}} = \frac{1}{M_T} \mathbb{E}_{\mathbf{H}} [\mathbf{H}\mathbf{H}^H] \quad (3.53)$$

$$\mathbf{R}_{\text{Tx}} = \frac{1}{M_R} \mathbb{E}_{\mathbf{H}} [\mathbf{H}^H\mathbf{H}]. \quad (3.54)$$

Κατά την επιλογή κεραιοστοιχείων στο δέκτη, όταν αφαιρείται το j -οστό κεραιοστοιχείο, τότε αφαιρείται η j -οστή γραμμή του πίνακα μεταφοράς \mathbf{H} και κατά συνέπεια, λόγω της (3.53), αφαιρούνται η j -οστή γραμμή και η j -οστή στήλη του πίνακα συσχέτισης στο δέκτη \mathbf{R}_{Rx} (σχήμα 3.10). Αντίστοιχα, κατά την επιλογή κεραιοστοιχείων στον πομπό, η αφαίρεση του j -οστού κεραιοστοιχείου στον πομπό συνεπάγεται την αφαίρεση της j -οστής στήλης του πίνακα μεταφοράς \mathbf{H} και κατά συνέπεια, λόγω της (3.54), αφαιρούνται η j -οστή γραμμή και η j -οστή στήλη του πίνακα συσχέτισης στον πομπό \mathbf{R}_{Tx} .

Σημειώνεται ότι ο δέκτης εξακολουθεί να διαθέτει τέλεια στιγμιαία εκτίμηση του πίνακα μεταφοράς του διαύλου, η οποία είναι απαραίτητη για το διαχωρισμό και την αποκωδικοποίηση των λαμβανόμενων παράλληλων ροών δεδομένων στο δέκτη, αλλά δεν χρησιμοποιείται για την επιλογή των κεραιοστοιχείων.

Στη συνέχεια θα εξεταστούν οι κυριότεροι αλγόριθμοι επιλογής κεραιοστοιχείων για συστήματα χωρικής πολυπλεξίας, βασισμένοι στα στατιστικά χαρακτηριστικά του διαύλου. Με $\tilde{\mathbf{H}}$, $\tilde{\mathbf{R}}_{\text{Rx}}$ και $\tilde{\mathbf{R}}_{\text{Tx}}$ συμβολίζονται ο πίνακας μεταφοράς του διαύλου, ο πίνακας συσχέτισης στο δέκτη και στον πομπό αντίστοιχα του συστήματος που προκύπτει από την επιλογή κεραιοστοιχείων.

3.3.6.1 Αλγόριθμος για την ελαχιστοποίηση της πιθανότητας σφάλματος σε συστήματα με κωδικοποίηση OSTBC

Αποδεικνύεται [50] ότι η πιθανότητα σφάλματος κατά ζεύγη ενός συστήματος διαφορισμού με ορθογωνική κωδικοποίηση συστάδας χώρου-χρόνου (OSTBC) φράσσεται άνωθεν ως εξής:

$$P(\mathbf{S} \rightarrow \hat{\mathbf{S}}) \leq \frac{\rho^{-M_R M_T}}{\det(\mathbf{R}_{\text{Rx}})^{M_T} \det(\mathbf{R}_{\text{Tx}})^{M_R}} \det(\mathbf{E}\mathbf{E}^H)^{M_T}, \quad (3.55)$$

όπου $\mathbf{E} = \mathbf{S} - \hat{\mathbf{S}}$ είναι ο πίνακας σφάλματος που προκύπτει όταν ο δέκτης ανιχνεύει την κωδική λέξη¹ $\hat{\mathbf{S}}$ αντί της \mathbf{S} που έχει μεταδώσει ο πομπός.

Είναι εμφανές από την (3.55) ότι η επιλογή κεραιοστοιχείων σε πομπό και δέκτη

¹Ως κωδική λέξη (codeword) \mathbf{S} ορίζεται ένας πίνακας $M_T \times N_{f_r}$ που περιέχει τα σήματα που μεταδίδονται από τα M_T κεραιοστοιχεία του πομπού κατά τη διάρκεια N_{f_r} περιόδων συμβόλου.

$$\tilde{\mathbf{R}}_{\text{Rx}} = \begin{bmatrix} E[\mathbf{h}_1^H \mathbf{h}_1] & \cdots & E[\mathbf{h}_1^H \mathbf{h}_j] & \cdots & E[\mathbf{h}_1^H \mathbf{h}_{M_R}] \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ E[\mathbf{h}_j^H \mathbf{h}_1] & \cdots & E[\mathbf{h}_j^H \mathbf{h}_j] & \cdots & E[\mathbf{h}_j^H \mathbf{h}_{M_R}] \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ E[\mathbf{h}_{M_R}^H \mathbf{h}_1] & \cdots & E[\mathbf{h}_{M_R}^H \mathbf{h}_j] & \cdots & E[\mathbf{h}_{M_R}^H \mathbf{h}_{M_R}] \end{bmatrix}$$

αφαιρείται το j -οστό
κεραιοστοιχείο του δέκτη

Σχήμα 3.10: Πίνακας συσχέτισης του δέκτη σε σύστημα με επιλογή κεραιοστοιχείων στο δέκτη.

θα γίνει έτσι ώστε να μεγιστοποιηθούν οι $\det(\tilde{\mathbf{R}}_{\text{Tx}})$ και $\det(\tilde{\mathbf{R}}_{\text{Rx}})$ αντίστοιχα. Για την από κοινού επιλογή κεραιοστοιχείων σε πομπό και δέκτη, αρκεί να γίνει ξεχωριστά η βέλτιστη επιλογή σε πομπό και δέκτη. Φυσικά ο αλγόριθμος είναι υποβέλτιστος, αφού βασίζεται σε ένα φράγμα της πιθανότητας σφάλματος κατά ζεύγη.

Γενικά, το κέρδος διαφορισμού του συστήματος με επιλογή κεραιοστοιχείων είναι και σε αυτή την περίπτωση ίσο με αυτό του συστήματος πλήρους πολυπλοκότητας. Ωστόσο, αν από την επιλογή κεραιοστοιχείων με βάση το προτεινόμενο κριτήριο προκύψει ένας πίνακας συσχέτισης ελλιπούς βαθμού, τότε αναμένεται μείωση της τάξης διαφορισμού του συστήματος [50].

3.3.6.2 Αλγόριθμοι για τη μεγιστοποίηση της χωρητικότητας σε συστήματα χωρικής πολυπλεξίας

Η σχεδίαση των αλγόριθμων για τη μεγιστοποίηση της χωρητικότητας θα βασιστεί στην ακόλουθη πρόταση:

Πρόταση 3.3.2. Για υψηλούς σηματοδορυθμικούς λόγους, η βέλτιστη επιλογή κεραιοστοιχείων που μεγιστοποιεί την χωρητικότητα με βάση τα στατιστικά χαρακτηριστικά του διαύλου γίνεται ως εξής:

- Στον πομπό, επιλέγονται τα κατάλληλα κεραιοστοιχεία ώστε να μεγιστοποιηθεί η $\det(\tilde{\mathbf{R}}_{\text{Tx}})$.
- Στο δέκτη, επιλέγονται τα κατάλληλα κεραιοστοιχεία ώστε να μεγιστοποιηθεί η $\det(\tilde{\mathbf{R}}_{\text{Rx}})$.
- Για την από κοινού επιλογή κεραιοστοιχείων σε πομπό και δέκτη, αρκεί να γίνει ξεχωριστά η βέλτιστη επιλογή σε πομπό και δέκτη.

Απόδειξη. Βλ. [75, Section III].

□

Αλγόριθμος 3.8 Αλγόριθμος επιλογής κεραιοστοιχείων για τη μεγιστοποίηση της χωρητικότητας (CSA), βασισμένος στα στατιστικά χαρακτηριστικά του διαύλου: εξαντλητική αναζήτηση [75, Αλγόριθμος I]

Απαιτήσεις: $N_T < M_T$, $M_R \geq M_T$

- 1: **Αλγόριθμος** CSA($M_R, N_R, \mathbf{R}_{Rx}$)
- 2: $N_{\text{comb}} \leftarrow \binom{M_R}{N_R}$
- 3: \mathcal{C}_j : ο j -οστός δυνατός συνδυασμός M_R κεραιών ανά N_R ($j = 1, \dots, N_{\text{comb}}$).
- 4: $\tilde{\mathbf{R}}_{Rx}^{(j)}$: ο πίνακας συσχέτισης στο δέκτη που αντιστοιχεί στο υποσύνολο \mathcal{C}_j
- 5: $\xi^C \leftarrow 0$
- 6: **για** $n = 1$ έως N_{comb}
- 7: **αν** $\det \tilde{\mathbf{R}}_{Rx}^{(n)} \geq \xi^C$ **τότε**
- 8: $\xi^C \leftarrow \det \tilde{\mathbf{R}}_{Rx}^{(n)}$
- 9: $\mathcal{S} \leftarrow \mathcal{C}_n$
- 10: **τέλος αν**
- 11: **τέλος για**
- 12: **τέλος αλγορίθμου**

Αλγόριθμος 3.9 Αλγόριθμος επιλογής κεραιοστοιχείων για τη μεγιστοποίηση της χωρητικότητας (L-CSA), βασισμένος στα στατιστικά χαρακτηριστικά του διαύλου: άπληστος αλγόριθμος [75, Αλγόριθμος II]

Απαιτήσεις: $N_T < M_T$, $M_R \geq M_T$

- 1: **Αλγόριθμος** L-CSA($M_R, N_R, \mathbf{R}_{Rx}$)
- 2: $\tilde{\mathbf{R}}_{Rx}^{(\mathcal{S})}$: ο πίνακας συσχέτισης στο δέκτη που αντιστοιχεί στο υποσύνολο \mathcal{S}
- 3: $\mathcal{S} \leftarrow \{1, 2, \dots, M_R\}$
- 4: **για** $n = 1$ έως $(M_R - N_R)$
- 5: **για** κάθε $j \in \mathcal{S}$
- 6: $\xi_j \leftarrow \det \tilde{\mathbf{R}}_{Rx}^{(\mathcal{S} \setminus \{j\})}$
- 7: **τέλος για**
- 8: $q \leftarrow \arg \max_j \xi_j$
- 9: $\mathcal{S} \leftarrow \mathcal{S} \setminus \{q\}$
- 10: **τέλος για**
- 11: **τέλος αλγορίθμου**

Η επιλογή κεραιοστοιχείων, όταν γίνεται σύμφωνα με την πρόταση 3.3.2, είναι βέλτιστη για υψηλούς σηματοθορυβικούς λόγους. Ωστόσο, έχει αποδειχτεί μέσω προσομοιώσεων ότι είναι εξίσου αποδοτική και για χαμηλούς σηματοθορυβικούς λόγους. Με βάση λοιπόν τα παραπάνω, έχει προταθεί ένας αλγόριθμος εξαντλητικής αναζήτησης που μεγιστοποιεί την ορίζουσα του πίνακα συσχέτισης του δέκτη ή του πομπού (αλγόριθμος 3.8) και ένας άπληστος μειωτικός αλγόριθμος, που σε κάθε βήμα αφαιρεί το κεραιοστοιχείο εκείνο που θα οδηγήσει στην ελάχιστη μείωση της τιμής της ορίζουσας του πίνακα συσχέτισης (αλγόριθμος 3.9).

Πίνακας 3.4: Κριτήρια επιλογής κεραιοστοιχείων με βάση τα στατιστικά χαρακτηριστικά του διαύλου για την ελαχιστοποίηση της πιθανότητας σφάλματος σε συστήματα χωρικής πολυπλεξίας

Επιλογή σε	Δέκτης ML	Γραμμικός Δέκτης
Πομπό	$\min_{\tilde{\mathbf{R}}_{\text{Tx}}} \sum_{k=1}^{D_e} f_k \cdot (\mathbf{e}_k^H \tilde{\mathbf{R}}_{\text{Tx}} \mathbf{e}_k)^{-\text{rank} \tilde{\mathbf{R}}_{\text{Rx}}}$	$\max \sigma_{\min}^2(\tilde{\mathbf{R}}_{\text{Tx}})$
Δέκτη	$\max \det(\tilde{\mathbf{R}}_{\text{Rx}})$	$\max \sigma_{\min}^2(\tilde{\mathbf{R}}_{\text{Rx}})$

3.3.6.3 Αλγόριθμοι για την ελαχιστοποίηση της πιθανότητας σφάλματος σε συστήματα χωρικής πολυπλεξίας

Η σχεδίαση αλγόριθμων επιλογής κεραιοστοιχείων για πρακτικά συστήματα χωρικής πολυπλεξίας με στόχο την ελαχιστοποίηση της πιθανότητας σφάλματος εξαρτάται από τον τύπο του δέκτη που χρησιμοποιείται.

Έτσι, για ένα δέκτη μεγίστης πιθανοφάνειας, αποδεικνύεται ότι, σε υψηλούς σηματοθορυβικούς λόγους, η πιθανότητα εσφαλμένου συμβόλου φράσσεται άνωθεν ως εξής [76]:

$$P_e \leq \frac{1}{M \rho^{\text{rank} \mathbf{R}_{\text{Rx}}} \left(\prod_{m=1}^{\text{rank} \mathbf{R}_{\text{Rx}}} \sigma_m \right)} \sum_{k=1}^{D_e} \frac{f_k}{(\mathbf{e}_k^H \mathbf{R}_{\text{Tx}} \mathbf{e}_k)^{\text{rank} \mathbf{R}_{\text{Rx}}}} \quad (3.56)$$

όπου M είναι ο αριθμός όλων των δυνατών συνδυασμών N_T συμβόλων που μπορεί να εκπέμψει ο πομπός και $\mathbf{e}_k = \mathbf{s} - \hat{\mathbf{s}}$ είναι το διάνυσμα της διαφοράς του διανύσματος συμβόλων $\hat{\mathbf{s}}$ που ανίχνευσε ο δέκτης από το διάνυσμα συμβόλων \mathbf{s} που μετέδωσε ο πομπός. Ο παράγοντας f_k λαμβάνει υπόψη τη συχνότητα εμφάνισης του διανύσματος σφάλματος \mathbf{e}_k και D_e είναι ο αριθμός όλων των δυνατών περιπτώσεων σφαλμάτων. Κατά συνέπεια, η επιλογή κεραιοστοιχείων στο δέκτη θα γίνει έτσι ώστε να μεγιστοποιηθεί η $\det(\tilde{\mathbf{R}}_{\text{Rx}})$, ενώ στον πομπό θα επιλεγεί το υποσύνολο εκείνο που ελαχιστοποιεί την ποσότητα $\sum_{k=1}^{D_e} f_k \cdot (\mathbf{e}_k^H \mathbf{R}_{\text{Tx}} \mathbf{e}_k)^{-\text{rank} \mathbf{R}_{\text{Rx}}}$.

Σε ένα δέκτη επιβολής μηδενισμών, δεν είναι εύκολη η εύρεση μιας έκφρασης για τη μέση πιθανότητα σφάλματος. Έτσι, ακολουθείται η λογική της μεγιστοποίησης του SINR_{\min} , δηλαδή του λόγου σήματος προς παρεμβολή και θόρυβο (SINR) της ροής δεδομένων που μετά το διαχωρισμό εμφανίζει το μικρότερο SINR. Αποδεικνύεται λοιπόν ότι [76]

$$\text{SINR}_{\min} \geq \frac{\rho}{M_T} \sigma_{\min}^2(\mathbf{H}_w) \cdot \sigma_{\min}^2(\mathbf{R}_{\text{Tx}}) \cdot \sigma_{\min}^2(\mathbf{R}_{\text{Rx}}), \quad (3.57)$$

όπου ο πίνακας \mathbf{H}_w ορίζεται όπως στην (3.52). Επομένως, η επιλογή κεραιοστοιχείων σε πομπό και δέκτη θα γίνει έτσι ώστε να μεγιστοποιηθεί η ελάχιστη ιδιόμορφη τιμή των αντίστοιχων πινάκων συσχέτισης, δηλαδή το γινόμενο $\sigma_{\min}^2(\mathbf{R}_{\text{Tx}}) \cdot \sigma_{\min}^2(\mathbf{R}_{\text{Rx}})$.

Σημειώνεται πως και στο δέκτη μεγίστης πιθανοφάνειας και στο δέκτη επιβολής

μηδενισμών, οι προτεινόμενοι αλγόριθμοι εκτελούν εξαντλητική αναζήτηση. Ωστόσο, για την από κοινού επιλογή σε πομπό και δέκτη, αρκεί να γίνει ξεχωριστά η κατάλληλη επιλογή σε πομπό και δέκτη. Τα κριτήρια επιλογής παρουσιάζονται συγκεντρωτικά στον πίνακα 3.4.

3.3.7 Ζητήματα πρακτικής εφαρμογής της επιλογής κεραιοστοιχείων

Στην παραπάνω ανάλυση, έχουμε θεωρήσει ότι ισχύουν οι ακόλουθες υποθέσεις:

- Ο δίαυλος είναι επίπεδων διαλείψεων, δηλαδή η χρονική διασπορά των πολυδιαδρομικών συνιστωσών είναι αμελητέα.
- Ο δίαυλος διαθέτει τέλεια στιγμιαία εκτίμηση του διαύλου του συστήματος πλήρους πολυπλοκότητας.
- Ο δίαυλος υπακούει σε μοντέλο διαλείψεων κατά μπλοκ (block fading channel), δηλαδή ο δίαυλος παραμένει αμετάβλητος ανάμεσα σε δυο διαδοχικές περιόδους εκπαίδευσης.
- Οι μη ιδανικότητες που οφείλονται στο υλικό των πομποδεκτών είναι αμελητέες.

Οι παραπάνω υποθέσεις γίνονται πολύ συχνά στη βιβλιογραφία ώστε να απλοποιηθεί η θεωρητική μελέτη των συστημάτων ασύρματων επικοινωνιών. Ωστόσο, στη συνέχεια θα εξετάσουμε πώς επηρεάζεται η επίδοση της επιλογής κεραιοστοιχείων όταν δεν ισχύουν οι παραπάνω υποθέσεις.

3.3.7.1 Δίαυλος διαλείψεων επιλεκτικών ως προς τη συχνότητα

Όταν ο δίαυλος είναι επιλεκτικός ως προς τη συχνότητα, τα συστήματα MIMO συνήθως χρησιμοποιούν τεχνικές OFDM. Σε αυτή την περίπτωση, ο πομπός μεταδίδει την πληροφορία σε πολλαπλά, (επικαλυπτόμενα, αλλά αμοιβαία ορθογώνια), φέροντα, έτσι ώστε κάθε φέρον να «βλέπει» ένα δίαυλο επίπεδων διαλείψεων. Για καθέναν από αυτούς τους υποδιαύλους, το βέλτιστο υποσύνολο κεραιοστοιχείων που πρέπει να επιλεγεί είναι διαφορετικό. Κατά συνέπεια, η επιλογή κεραιοστοιχείων μπορεί να γίνει με δυο διαφορετικούς τρόπους [77]: είτε να επιλεγεί ένα υποσύνολο που θα χρησιμοποιηθεί για όλους τους υποδιαύλους, είτε να γίνει ξεχωριστή επιλογή ανά υποδίαυλο.

Η επιλογή ενός υποσυνόλου για όλους τους υποδιαύλους δεν αποδίδει ιδιαίτερα οφέλη, όταν ο αριθμός των υποδιαύλων είναι αρκετά μεγάλος. Σε αυτή την περίπτωση, παρέχονται τόσο πολλοί βαθμοί ελευθερίας από το διαφορισμό συχνότητας, που η συμβολή του διαφορισμού λόγω της επιλογής κεραιοστοιχείων γίνεται αμελητέα.

Η επιλογή ανά υποδιάυλο δε μειώνει την πολυπλοκότητα υλικού, αφού ο αριθμός των απαιτούμενων αλυσίδων RF είναι ίσος με τον αριθμό των κεραιοστοιχείων. Ωστόσο, μπορεί να μειώσει την πολυπλοκότητα αποκωδικοποίησης και ανίχνευσης συμβόλων καθώς και την απαιτούμενη ανάδραση πληροφορίας από το δέκτη στον πομπό, αφού η επιλογή κεραιοστοιχείων στον πομπό μπορεί να ειπωθεί ως μια μορφή υποβέλτιστης προκωδικοποίησης (precoding).

Η διαφορά στην επίδοση των δυο τεχνικών δεν είναι ιδιαίτερα σημαντική [77], οπότε προτιμάται συνήθως η επιλογή ενός υποσυνόλου κεραιοστοιχείων για όλους τους υποδιαύλους.

3.3.7.2 Εκτίμηση του διαύλου

Για να εφαρμοστεί η επιλογή κεραιοστοιχείων, πρέπει ο δέκτης να διαθέτει πληροφορία για το δίαυλο του συστήματος πλήρους πολυπλοκότητας. Δηλαδή, στην περίπτωση που η επιλογή κεραιοστοιχείων βασίζεται στη στιγμιαία εκτίμηση του διαύλου, σε κάθε περίοδο εκπαίδευσης, ο δίαυλος πρέπει να εκτιμήσει τους $M_R M_T$ μιγαδικούς συντελεστές από τους οποίους αποτελείται ο πίνακας μεταφοράς του διαύλου του συστήματος πλήρους πολυπλοκότητας, παρόλο που θα χρησιμοποιηθούν μόνο τα N_T και N_R κεραιοστοιχεία σε πομπό και δέκτη αντίστοιχα. Από τη στιγμή όμως που είναι διαθέσιμες μόνο N_T και N_R αλυσίδες RF σε πομπό και δέκτη αντίστοιχα, η εκτίμηση του διαύλου πλήρους πολυπλοκότητας θα πρέπει να γίνει ύστερα από πολλαπλή επανάληψη της ακολουθίας εκπαίδευσης (training sequence), ως εξής:

Έστω $q_T = M_T/N_T$ και $q_R = M_R/N_R$. Για λόγους απλότητας, ας υποθέσουμε ότι τα q_T και q_R είναι ακέραιοι. Σε αυτή την περίπτωση, τα κεραιοστοιχεία μπορούν να χωριστούν σε q_T και q_R υποσύνολα σε πομπό και δέκτη αντίστοιχα. Σε κάθε επανάληψη της ακολουθίας εκπαίδευσης, ένα διαφορετικό υποσύνολο κεραιοστοιχείων πρέπει να συνδεθεί στις αλυσίδες RF σε πομπό και δέκτη, έτσι ώστε, ύστερα από $q_R q_T$ επαναλήψεις, να έχουν εκτιμηθεί όλοι οι $M_R M_T$ μιγαδικοί συντελεστές. Επιπλέον, αν η επιλογή κεραιοστοιχείων γίνεται στον πομπό και το σύστημα χρησιμοποιεί συγχρονιστική αμφιδρόμηση (FDD), ο δέκτης πρέπει να ενημερώσει τον πομπό για το υποσύνολο κεραιοστοιχείων που θα χρησιμοποιηθούν για μετάδοση.

Είναι φανερό λοιπόν ότι, με την επιλογή κεραιοστοιχείων, χάνεται αρκετός χρόνος για την εκτίμηση του διαύλου και για την αποστολή πληροφορίας στον πομπό μέσω του διαύλου ανάδρασης, με αποτέλεσμα να μειώνεται ο ρυθμός μετάδοσης ωφέλιμων

δεδομένων, δηλαδή η φασματική απόδοση του συστήματος. Φυσικά, θα πρέπει να φροντίσουμε ο συνολικός χρόνος εκπαίδευσης να είναι αρκετά μικρότερος από τον χρόνο συνοχής του διαύλου (coherence time), διαφορετικά δεν θα έχει καμία χρησιμότητα η διαδικασία της εκτίμησης του διαύλου.

Στα ασύρματα τοπικά δίκτυα εσωτερικού χώρου, ο δίαυλος μεταβάλλεται αρκετά αργά. Για το λόγο αυτό, έχει προταθεί ένα πρωτόκολλο εκπαίδευσης με επιλογή κερααιοστοιχείων για το επίπεδο MAC του νέου πρότυπου ασύρματων τοπικών δικτύων IEEE802.11n [78]. Αντί να γίνει τροποποίηση στο φυσικό επίπεδο του δικτύου, ώστε να επιμηκυνθεί η ακολουθία εκπαίδευσης, η εκτίμηση του διαύλου γίνεται με την αποστολή και λήψη πακέτων από και προς διαφορετικά υποσύνολα κερααιοστοιχείων [79]. Αφού σε κάθε πακέτο περιλαμβάνονται όχι μόνο η ακολουθία εκπαίδευσης, αλλά και ωφέλιμα δεδομένα, η απώλεια σε φασματική απόδοση ελαχιστοποιείται. Επιπλέον, ο μέγιστος επιτρεπόμενος χρόνος μεταγωγής σε αυτή την περίπτωση είναι ίσος με τον χρόνο φύλαξης (guard time) ανάμεσα στα πακέτα, ο οποίος είναι της τάξης των μερικών msec. Επομένως, μπορούν να χρησιμοποιηθούν στροφείς φάσης μικροηλεκτρομηχανικών συστημάτων (MEMS), οι οποίοι ναι μεν παρουσιάζουν υψηλό χρόνο μεταγωγής, αλλά εισάγουν πολύ χαμηλές απώλειες παρεμβολής [80].

Από την άλλη πλευρά, σε γρήγορα μεταβαλλόμενους διαύλους, το πρόβλημα μπορεί να επιλυθεί με την χρήση αλγορίθμων επιλογής κερααιοστοιχείων που βασίζονται στα στατιστικά χαρακτηριστικά του διαύλου, όπως αναφέρθηκε στην παράγραφο 3.3.6.

3.3.7.3 Ανισοσταθμία αλυσίδων RF

Ένα από τα πρακτικά προβλήματα που πολλές φορές δε λαμβάνονται υπόψη στη μελέτη της επιλογής κερααιοστοιχείων είναι η ανισοσταθμία των αλυσίδων RF (RF imbalance). Η ανισοσταθμία οφείλεται στο γεγονός ότι, για κάθε συνδυασμό κερααιοστοιχείου – αλυσίδας RF, παρουσιάζονται διαφορές στις παραμέτρους που επηρεάζουν την προσαρμογή του κερααιοστοιχείου με την αντίστοιχη αλυσίδα RF. Αυτό σημαίνει πως, αν συνδεθεί το ίδιο κερααιοστοιχείο σε διαφορετικές αλυσίδες RF, θα προκύψει αρκετά διαφορετική εκτίμηση του διαύλου, ακόμα και αν ο δίαυλος δεν έχει μεταβληθεί [77].

Για να αντιμετωπιστεί το πρόβλημα, προτείνεται η προσαρμοστική εύρεση (κατά την εκπομπή μιας ακολουθίας εκπαίδευσης) κάποιων *συντελεστών βαθμονόμησης* (calibration coefficients), με τη βοήθεια των οποίων θα αντισταθμίζεται το φαινόμενο της ανισοσταθμίας [79]. Αν δεν υπάρχει διαφωνία (cross-talk) ανάμεσα στις αλυσίδες RF, είναι δυνατό να γίνει πλήρης αντιστάθμιση του φαινομένου, πολλαπλασιάζοντας τα σήματα βασικής ζώνης που προέρχονται από (ή στέλνονται σε) κάθε αλυσίδα

RF με τους αντίστοιχους συντελεστές βαθμονόμησης. Επειδή τα χαρακτηριστικά των διατάξεων των αλυσίδων RF μεταβάλλονται ανάλογα με τις συνθήκες του περιβάλλοντος (πχ. με τη θερμοκρασία), η διαδικασία της εκτίμησης των συντελεστών βαθμονόμησης πρέπει να επαναλαμβάνεται περιοδικά, αλλά αρκετά σπάνια.

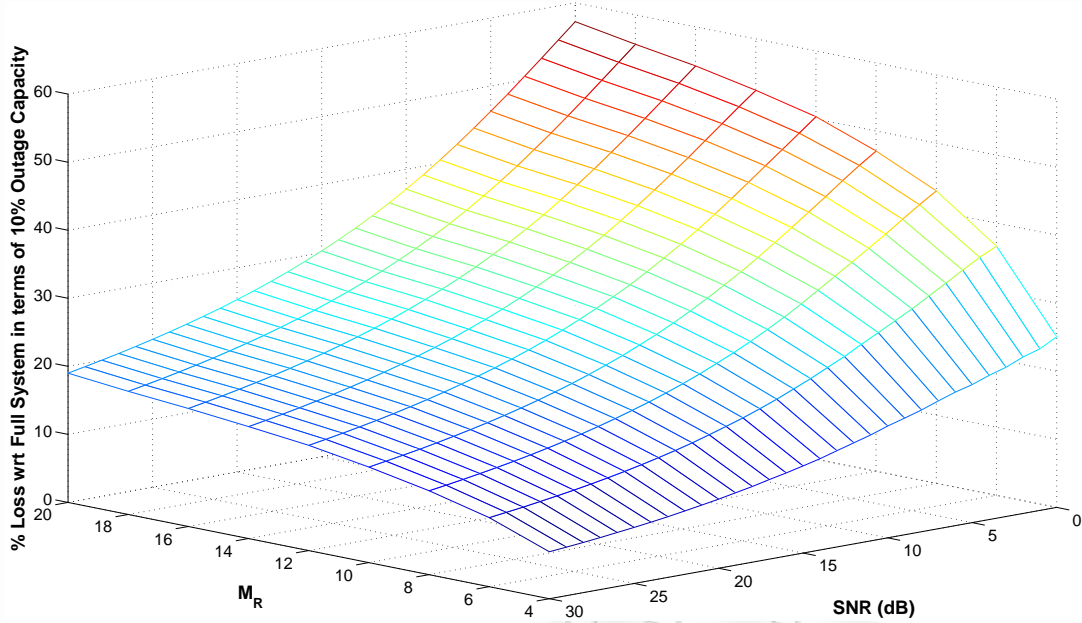
3.3.7.4 Αμοιβαία σύζευξη των κεραιοστοιχείων

Όταν η απόσταση διαχωρισμού των κεραιοστοιχείων είναι αρκετά μικρή, η αμοιβαία σύζευξη (mutual coupling) των κεραιοστοιχείων δεν μπορεί να θεωρηθεί αμελητέα. Σε αυτή την περίπτωση, η εφαρμογή της επιλογής κεραιοστοιχείων μπορεί να οδηγήσει σε αύξηση της επίδοσης σε σχέση με ένα σύστημα πλήρους πολυπλοκότητας [81]! Αυτό σημαίνει πως όταν υπάρχει αμοιβαία σύζευξη, είναι προτιμότερο να μην χρησιμοποιήσουμε όλα τα κεραιοστοιχεία, ώστε να έχουμε μικρότερη σύζευξη ανάμεσα στα κεραιοστοιχεία που έχουν επιλεγεί.

3.4 Η προεπεξεργασία στο πεδίο των ραδιοσυχνοτήτων

Όπως είδαμε, η επιλογή κεραιοστοιχείων είναι μια αρκετά δημοφιλής τεχνική για τη μείωση της πολυπλοκότητας του υλικού. Η αποτελεσματικότητά της οφείλεται στο γεγονός ότι διατηρεί το κέρδος διαφορισμού του συστήματος ίσο με αυτό του συστήματος πλήρους πολυπλοκότητας. Ωστόσο, σε πολλές περιπτώσεις εμφανίζεται αξιοσημείωτη απώλεια στην επίδοση του συστήματος, σε σχέση με το σύστημα πλήρους πολυπλοκότητας, η οποία οφείλεται στη μείωση του κέρδους συστοιχίας. Η απώλεια αυτή γίνεται ακόμα μεγαλύτερη, όσο αυξάνεται ο αριθμός των διαθέσιμων κεραιοστοιχείων και όσο μειώνεται ο σηματοθορυβικός λόγος (για παράδειγμα, βλ. σχήμα 3.11).

Για το λόγο αυτό, έχει προταθεί μια εναλλακτική αντιμετώπιση του προβλήματος, με την οποία κάθε διαθέσιμη αλυσίδα RF δεν τροφοδοτείται με την απόκριση κάποιου επιλεγμένου κεραιοστοιχείου, αλλά με ένα *γραμμικό συνδυασμό των αποκρίσεων των διαθέσιμων κεραιοστοιχείων*. Οι τεχνικές που ακολουθούν τη λογική αυτή λέγονται *τεχνικές προεπεξεργασίας στο πεδίο των ραδιοσυχνοτήτων* (RF preprocessing). Οι τεχνικές αυτές επιτυγχάνουν μείωση της πολυπλοκότητας του υλικού του συστήματος (αφού ο αριθμός των αλυσίδων RF είναι μικρότερος του αριθμού των κεραιοστοιχείων) με παράλληλη δραματική αύξηση της επίδοσης του συστήματος, η οποία μερικές φορές προσεγγίζει την επίδοση του συστήματος πλήρους πολυπλοκότητας. Η αύξηση του κέρδους συστοιχίας οφείλεται στο γεγονός ότι οι τεχνικές αυτές



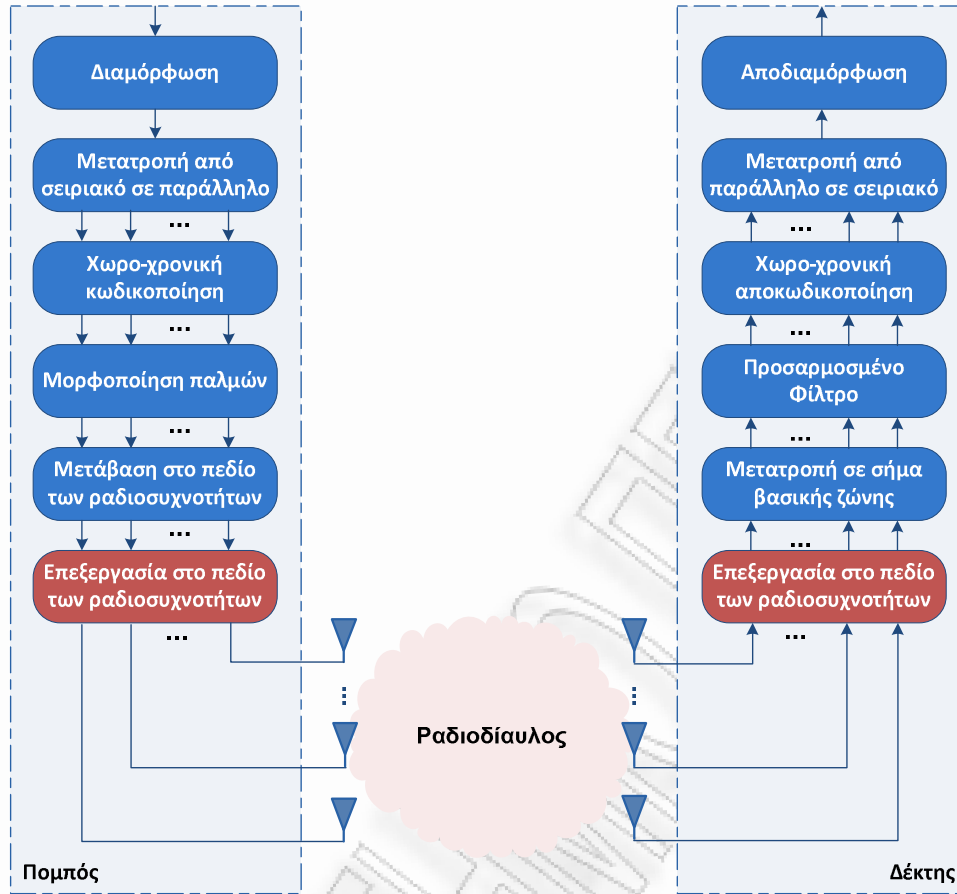
Σχήμα 3.11: Ποσοστιαία απώλεια της χωρητικότητας (με πιθανότητα προσωρινής διακοπής 10%) της επιλογής κεραιοστοιχείων στο δέκτη (αλγόριθμος εξαντλητικής αναζήτησης) ως προς το σύστημα πλήρους πολυπλοκότητας για $N_R = M_T = 2$. Ο διάυλος παρουσιάζει διαλείψεις Rayleigh i.i.d.

εκμεταλλεύονται κατάλληλα όλα τα διαθέσιμα κεραιοστοιχεία. Το απαιτούμενο επιπλέον κόστος έγκειται στην χρήση στροφών φάσης ή και (προαιρετικά) γραμμικών ενισχυτών μεταβλητού κέρδους στο πεδίο των ραδιοσυχνοτήτων. Η αρχιτεκτονική του συστήματος με προεπεξεργασία στο πεδίο των ραδιοσυχνοτήτων παρουσιάζεται στο σχήμα 3.12.

Στις τεχνικές προεπεξεργασίας στο πεδίο των ραδιοσυχνοτήτων εντάσσεται και η δημιουργία υποστοιχειοκεραιών (antenna subarray formation), η μελέτη της οποίας αποτελεί ένα βασικό μέρος της συμβολής της παρούσας διατριβής (κεφάλαια 5 – 7). Στη συνέχεια της ενότητας αυτής θα παρουσιαστούν οι υπόλοιπες τεχνικές προεπεξεργασίας στο πεδίο των ραδιοσυχνοτήτων που έχουν προταθεί στη βιβλιογραφία. Εκτός αν αναφέρεται διαφορετικά, ισχύουν οι παραδοχές της παραγράφου 3.3.1. Υπενθυμίζεται ότι η σχέση εισόδων-εξόδων του συστήματος πλήρους πολυπλοκότητας περιγράφεται από την (3.1).

3.4.1 Η τεχνική «στροφή φάσης και επιλογή» (PSS)

Η τεχνική «στροφή φάσης και επιλογή» (Phase-Shift and Selection – PSS) εκτελεί την επεξεργασία στο πεδίο των ραδιοσυχνοτήτων, χρησιμοποιώντας μόνο στροφείς φάσης, οι οποίοι μπορούν να κατασκευαστούν με χαμηλό κόστος, λόγω της ραγδαίας ανάπτυξης της τεχνολογίας MMIC (περισσότερες πληροφορίες αναφέρονται στην



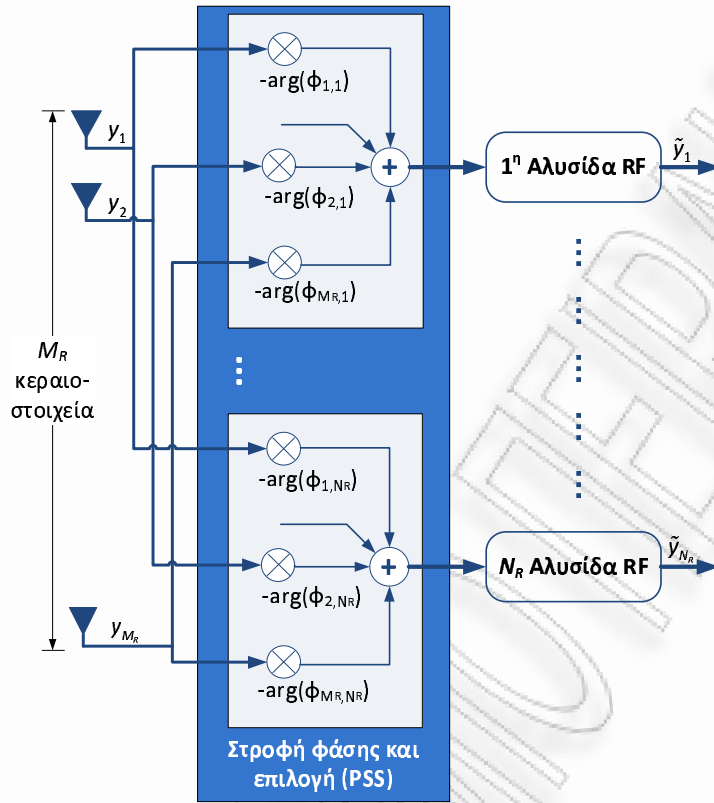
Σχήμα 3.12: Αρχιτεκτονική συστήματος MIMO με εφαρμογή της προε-επεξεργασίας στο πεδίο των ραδιοσυχνότητων. Σημειώνεται πως, γενικά, η τεχνική μπορεί να εφαρμοστεί τόσο στον πομπό, όσο και στο δέκτη, όπως φαίνεται στο σχήμα.

παράγραφο 5.7). Ενισχυτές χαμηλού θορύβου (LNA) δεν χρησιμοποιούνται κατά τη δημιουργία γραμμικών συνδυασμών, διότι αυξάνουν σημαντικά το κόστος κατασκευής των πομποδεκτών.

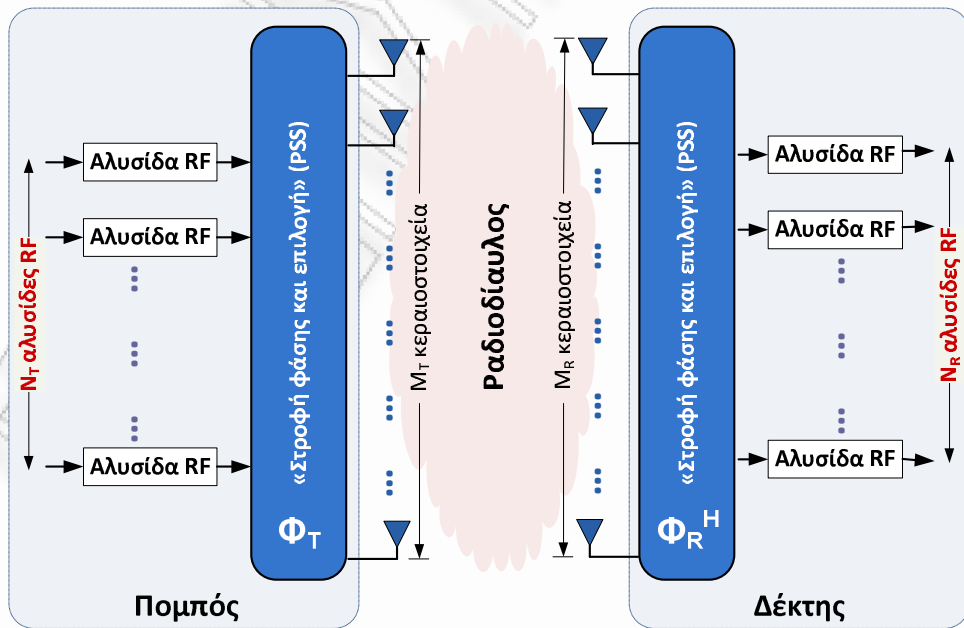
Επειδή κάθε αλυσίδα RF του δέκτη τροφοδοτείται με ένα γραμμικό συνδυασμό των αποκρίσεων κάθε κεραιοστοιχείου του δέκτη (βλ. σχήμα 3.13), το διάνυσμα των σημάτων που οδηγούνται στις αλυσίδες RF του δέκτη είναι $\tilde{\mathbf{y}} = \Phi_R^H \mathbf{y}$ και η σχέση εισόδων-εξόδων του συστήματος δίνεται από τη σχέση :

$$\tilde{\mathbf{y}} = \Phi_R^H \mathbf{H} \tilde{\mathbf{s}} + \Phi_R^H \mathbf{n}, \quad (3.58)$$

όπου $\Phi_R \in \mathbb{C}^{M_R \times N_R}$ είναι ο πίνακας μετασχηματισμού της τεχνικής της στροφής φάσης και επιλογής στο δέκτη και $\tilde{\mathbf{s}}$ είναι το διάνυσμα των εκπεμπόμενων σημάτων. Αν η τεχνική εφαρμόζεται μόνο στο δέκτη, τότε $\tilde{\mathbf{s}} \equiv \mathbf{s}$. Αν όμως η τεχνική εφαρμόζεται



Σχήμα 3.13: Γενική αρχή λειτουργίας της τεχνικής της στροφής φάσης και επιλογής (PSS) στο δέκτη



Σχήμα 3.14: Δομικό διάγραμμα συστήματος με εφαρμογή της τεχνικής PSS σε πομπό και δέκτη.

και στον πομπό, τότε το διάνυσμα εκπεμπόμενων σημάτων γράφεται ως

$$\tilde{\mathbf{s}} = \Phi_T \mathbf{s}, \quad (3.59)$$

όπου $\Phi_T \in \mathbb{C}^{M_T \times N_T}$ είναι ο πίνακας μετασχηματισμού της τεχνικής της στροφής φάσης και επιλογής στον πομπό. Αν η συνολικά μεταδιδόμενη ισχύς είναι P_T , τότε θα πρέπει να ικανοποιείται ο περιορισμός ισχύος $\|\Phi_T\|_F^2 = P_T$.

Από τις διαστάσεις των πινάκων Φ_T και Φ_R γίνεται εμφανές ότι, για την πραγματοποίηση των γραμμικών μετασχηματισμών, η τεχνική PSS χρειάζεται $M_T N_T$ και $M_R N_R$ μικροκυματικούς στροφείς φάσης σε πομπό και δέκτη αντίστοιχα. Το δομικό διάγραμμα του συστήματος παρουσιάζεται στο σχήμα 3.14.

Η στιγμιαία χωρητικότητα του συστήματος που προκύπτει μετά την εφαρμογή της τεχνικής σε πομπό και δέκτη είναι [82]

$$C_{\text{PSS}} = \log_2 \det \left[\mathbf{I}_{N_T} + \frac{\rho}{N_T} (\Phi_R^H \mathbf{H} \Phi_T)^H (\Phi_R^H \Phi_R)^{-1} \Phi_R^H \mathbf{H} \Phi_T \right]. \quad (3.60)$$

Η τεχνική μπορεί να βασίζεται είτε στη στιγμιαία εκτίμηση του διαύλου, οπότε στόχος είναι η μεγιστοποίηση της στιγμιαίας χωρητικότητας του συστήματος, είτε στα στατιστικά χαρακτηριστικά του διαύλου, οπότε στόχος είναι η μεγιστοποίηση της εργοδικής χωρητικότητας του συστήματος. Στην πρώτη περίπτωση η τεχνική θα ονομάζεται *χρονικά μεταβαλλόμενη στροφή φάσης και επιλογή* (time-variant phase-shift and selection – TV-PSS) [82], ενώ στη δεύτερη περίπτωση θα λέγεται *χρονικά αμετάβλητη στροφή φάσης και επιλογή* (time-invariant phase-shift and selection – TI-PSS) [83]. Στη συνέχεια θα εξετάσουμε πώς υπολογίζονται οι πίνακες Φ_R και Φ_T σε κάθε περίπτωση.

3.4.1.1 Η τεχνική PSS βασισμένη στη στιγμιαία εκτίμηση του διαύλου (TV-PSS)

Για λόγους απλότητας, ας υποθέσουμε ότι $N_R = N_T = N$. Ο υπολογισμός των Φ_R και Φ_T θα βασιστεί στο εξής θεώρημα:

Θεώρημα 3.4.1. Η βέλτιστη λύση του προβλήματος μεγιστοποίησης της στιγμιαίας χωρητικότητας του συστήματος, η οποία δίνεται από την (3.60), χωρίς περιορισμούς στη δομή των πινάκων Φ_R και Φ_T , είναι

$$\Phi_{T,\text{opt}} = \begin{bmatrix} \mathbf{v}_1 & \mathbf{v}_2 & \dots & \mathbf{v}_N \end{bmatrix} \text{diag}_{i=1}^N \left[\sqrt{\mu - \frac{P_T}{\rho \sigma_i^2(\mathbf{H})}}^+ \right] \mathbf{W}_T \quad (3.61)$$

$$\Phi_{R,\text{opt}} = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_1 & \mathbf{u}_2 & \dots & \mathbf{u}_N \end{bmatrix} \mathbf{W}_R, \quad (3.62)$$

όπου \mathbf{u}_k και \mathbf{v}_k είναι αντίστοιχα το k -οστό κυρίαρχο αριστερό και δεξί ιδιόμορφο διάνυσμα (dominant left/right singular vector) του πίνακα μεταφοράς του διαύλου \mathbf{H} , $\sigma_k(\mathbf{H})$ είναι η k -οστή μεγαλύτερη ιδιόμορφη τιμή του πίνακα \mathbf{H} και μ είναι μια σταθερά, τέτοια ώστε $\sum_{i=1}^N [\mu - (P_T / \rho \sigma_i^2(\mathbf{H}))^+] = P_T$. Ο πίνακας $\mathbf{W}_T \in \mathbb{C}^{N \times N}$ μπορεί να είναι ένας οποιοσδήποτε ορθομοναδιαίος πίνακας και ο $\mathbf{W}_R \in \mathbb{C}^{N \times N}$ μπορεί να είναι ένας οποιοσδήποτε πίνακας πλήρους βαθμού. Με $\text{diag}_{i=1}^N [\alpha_i]$ συμβολίζεται ένας διαγώνιος πίνακας του οποίου τα διαγώνια στοιχεία είναι $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N$ και $(\cdot)^+ \triangleq \max(0, \cdot)$.

Απόδειξη. Βλ. [82, App. C]. □

Επειδή όμως η τεχνική χρησιμοποιεί μόνο στροφείς φάσης, όλα τα στοιχεία των πινάκων μετασχηματισμού πρέπει να έχουν ίσο μέτρο, δηλαδή να είναι της μορφής $\alpha \exp(-j\varphi_{ij})$. Ο υπολογισμός της βέλτιστης λύσης του προβλήματος με τον παραπάνω περιορισμό είναι δύσκολος. Για το λόγο αυτό, έχει προταθεί η εξής προσεγγιστική λύση [82]:

$$[\Phi_T]_{ij} = \frac{1}{\sqrt{P_T}} \exp\left(-j \cdot \arg\left\{[\Phi_{T,\text{opt}}]_{ij}\right\}\right) \quad (3.63)$$

$$[\Phi_R]_{ij} = \exp\left(j \cdot \arg\left\{[\Phi_{R,\text{opt}}]_{ij}\right\}\right), \quad (3.64)$$

όπου ο συμβολισμός $[\cdot]_{ij}$ σημαίνει το (i, j) στοιχείο ενός πίνακα.

Με άλλα λόγια, η στροφή φάσης που εισάγει κάθε στοιχείο των πινάκων Φ_R και Φ_T μπορεί να βρεθεί αν εξάγουμε και αντιστρέψουμε τη φάση των αντίστοιχων στοιχείων των πινάκων $\Phi_{R,\text{opt}}$ και $\Phi_{T,\text{opt}}$. Διαισθητικά, μπορούμε να πούμε ότι η τεχνική ακολουθεί τη λογική του συνδυασμού ίσου κέρδους (equal gain combining – EGC) που χρησιμοποιείται στα συστήματα διαφορισμού SIMO.

3.4.1.2 Η τεχνική PSS βασισμένη στα στατιστικά χαρακτηριστικά του διαύλου (TI-PSS)

Όπως και στην παράγραφο 3.3.6, υποθέτουμε ότι ισχύει το μοντέλο του γινομένου Kronecker για το δίαυλο του συστήματος πλήρους πολυπλοκότητας. Αν η τεχνική TI-PSS εφαρμοστεί μόνο στο δέκτη, τότε το κριτήριο βελτιστοποίησης είναι

$$C_{\text{TI-PSS}} = \mathbb{E}_{\mathbf{H}} \left\{ \log_2 \det \left[\mathbf{I}_{M_T} + \frac{\rho}{M_T} \mathbf{H}^H \Phi_R (\Phi_R^H \Phi_R)^{-1} \Phi_R^H \mathbf{H} \right] \right\} \quad (3.65)$$

Σύμφωνα με το [83, Θεώρημα 3], η βέλτιστη λύση του προβλήματος, χωρίς περιορισμούς στη δομή του πίνακα Φ_R είναι η

$$\Phi_{R,\text{opt}} = \begin{bmatrix} \mathbf{q}_1 & \mathbf{q}_2 & \dots & \mathbf{q}_{M_T} \end{bmatrix} \mathbf{B}, \quad (3.66)$$

όπου \mathbf{q}_k είναι το ιδιοδιάνυσμα του πίνακα συσχέτισης του δέκτη \mathbf{R}_{Rx} που αντιστοιχεί στην k -οστή μεγαλύτερη ιδιοτιμή και $\mathbf{B} \in \mathbb{C}^{M_T \times M_T}$ είναι ένας αντιστρέψιμος πίνακας. Σε αυτή την περίπτωση, η εργοδική χωρητικότητα του συστήματος που έχει προκύψει είναι ίση με την εργοδική χωρητικότητα του συστήματος πλήρους πολυπλοκότητας.

Σκεπτόμενοι όπως στην παρ. 3.4.1.1, βρίσκουμε την προσεγγιστική λύση του προβλήματος μεγιστοποίησης της εργοδικής χωρητικότητας με τους περιορισμούς της τεχνικής PSS ως εξής:

$$[\Phi_{\text{R}}]_{ij} = \exp\left(j \cdot \arg\left\{[\Phi_{\text{R}, \text{opt}}]_{ij}\right\}\right). \quad (3.67)$$

3.4.2 Ομαδοποίηση κεραιοστοιχείων στον πομπό

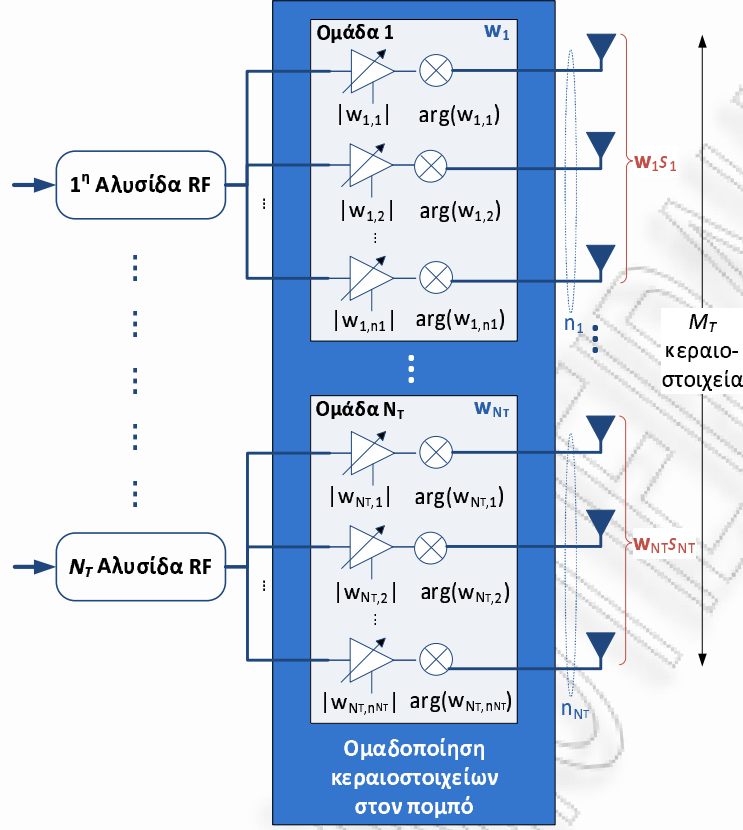
Η τεχνική της ομαδοποίησης κεραιοστοιχείων στον πομπό (antenna grouping) συνδυάζει τη διαμόρφωση λοβών ακτινοβολίας (beamforming) με την χωρική πολυπλεξία, με σκοπό τη μεγιστοποίηση της χωρητικότητας [84]. Σύμφωνα με την τεχνική αυτή, τα κεραιοστοιχεία που είναι αρκετά συσχετισμένα μεταξύ τους εντάσσονται στην ίδια ομάδα, όπου εφαρμόζεται η διαμόρφωση λοβών ακτινοβολίας, η οποία συνήθως ενδείκνυται όταν η χωρική συσχέτιση είναι αρκετά μεγάλη. Από κάθε ομάδα κεραιοστοιχείων, μεταδίδονται διαφορετικά και ανεξάρτητα σύμβολα, όπως ακριβώς στα συστήματα χωρικής πολυπλεξίας. Η διάταξη του πομπού όταν εφαρμόζεται η ομαδοποίηση κεραιοστοιχείων παρουσιάζεται στο σχήμα 3.15.

Χωρίς βλάβη της γενικότητας, ας υποθέσουμε ότι $N_T = M_R$ με $M_T > M_R$. Η υπόθεση αυτή δικαιολογείται από το σχήμα 3.5 και τη σχετική ανάλυση στη σελ. 72. Έστω ότι η i -οστή ομάδα κεραιοστοιχείων στον πομπό περιέχει n_i κεραιοστοιχεία. Για να μεγιστοποιηθεί το κέρδος χωρικής πολυπλεξίας, πρέπει να μεταδίδονται ταυτόχρονα M_R ανεξάρτητα σύμβολα και επομένως πρέπει να δημιουργηθούν M_R ομάδες. Προφανώς πρέπει να ισχύει ο περιορισμός $\sum_{i=1}^{M_R} n_i = M_T$.

Έστω $\mathbf{w}_i \in \mathbb{C}^{n_i \times 1}$ το διάνυσμα διαμόρφωσης λοβού ακτινοβολίας (beamforming vector) που αντιστοιχεί στην i -οστή ομάδα και $\mathbf{H}_i \in \mathbb{C}^{M_R \times n_i}$ ένας πίνακας που αποτελείται από τις στήλες του πίνακα μεταφοράς του διαύλου πλήρους πολυπλοκότητας που αντιστοιχούν στα κεραιοστοιχεία που συμμετέχουν στην i -οστή ομάδα. Η σχέση εισόδων-εξόδων του συστήματος με ομαδοποίηση κεραιοστοιχείων είναι

$$\mathbf{y} = \sum_{i=1}^{M_R} \mathbf{H}_i \mathbf{w}_i s_i + \mathbf{n}. \quad (3.68)$$

Υποθέτουμε ότι κάθε σύμβολο μεταδίδεται με την ίδια ισχύ (ομοιόμορφη κατανομή ισχύος στον πομπό), επομένως πρέπει $\|\mathbf{w}_i\|^2 = M_T/M_R$.



Σχήμα 3.15: Γενική αρχή λειτουργίας της τεχνικής της ομαδοποίησης κεραιοστοιχείων στον πομπό, όπου συνδυάζεται η διαμόρφωση λοβού ακτινοβολίας (για τα κεραιοστοιχεία που ανήκουν στην ίδια ομάδα) και η χωρική πολυπλεξία (διαφορετικά σύμβολα μεταδίδονται από διαφορετικές ομάδες).

Η χωρητικότητα του συστήματος που προκύπτει είναι

$$C_{AG} = \log_2 \det \left(\mathbf{I}_{M_R} + \frac{\rho}{M_T} \sum_{i=1}^{M_R} \mathbf{H}_i \mathbf{w}_i \mathbf{w}_i^H \mathbf{H}_i^H \right), \quad (3.69)$$

η οποία φράσσεται κάτωθεν ως εξής [84, Θεώρημα 1]:

$$C_{AG} \geq \log_2 \left(1 + \frac{\rho}{M_T M_R} \sum_{i=1}^{M_R} \mathbf{w}_i^H \mathbf{H}_i^H \mathbf{H}_i \mathbf{w}_i \right) \quad (3.70)$$

Με βάση το φράγμα της (3.70), υπολογίζεται ο αριθμός των κεραιοστοιχείων που θα συμμετέχουν σε κάθε ομάδα (τα n_i) και το αντίστοιχο διάνυσμα \mathbf{w}_i , που είναι το πρώτο κυρίαρχο δεξι ιδιόμορφο διάνυσμα του πίνακα \mathbf{H}_i (δηλαδή το ιδιοδιάνυσμα που αντιστοιχεί στη μεγαλύτερη ιδιοτιμή του $\mathbf{H}_i^H \mathbf{H}_i$). Περισσότερες λεπτομέρειες παρουσιάζονται στον αλγόριθμο 3.10.

Αλγόριθμος 3.10 Αλγόριθμος ομαδοποίησης κεραιοστοιχείων στον πομπό [84]

Απαιτήσεις: $N_T = M_R$, $M_T \geq M_R$

- 1: **Αλγόριθμος** ANTENNAGROUPING(M_R, M_T, \mathbf{H})
 - 2: $G \leftarrow \mathbf{H}^H \mathbf{H}$
 - 3: $C_o \leftarrow 0$
 - 4: $\mathcal{G}_o \leftarrow \emptyset$
 - 5: **για** κάθε διατεταγμένο σύνολο $\mathcal{G} \leftarrow \{n_1, n_2, \dots, n_{M_R}\}$ με $n_i \in \mathbb{N}$, τέτοιο ώστε $\sum_{i=1}^{M_R} n_i = M_T$
 - 6: **για** $i = 1$ έως M_R
 - 7: $m_i \leftarrow \sum_{k=1}^i n_k$
 - 8: $\mathbf{R}_i \leftarrow \mathbf{R}(m_{i-1} + 1 : m_i, m_{i-1} + 1 : m_i)$
 - 9: $\mathbf{H}_i \leftarrow \mathbf{H}(:, m_{i-1} + 1 : m_i)$
 - 10: $\mathbf{q}_i \leftarrow$ το ιδιοδιάνυσμα που αντιστοιχεί στη μεγαλύτερη ιδιοτιμή του \mathbf{R}_i
 - 11: **τέλος για**
 - 12: $C \leftarrow \sum_{i=1}^{M_R} \mathbf{w}_i^H \mathbf{H}_i^H \mathbf{H}_i \mathbf{w}_i$
 - 13: **αν** $C > C_o$ **τότε**
 - 14: $C \leftarrow C_o$
 - 15: $\mathcal{G}_o \leftarrow \mathcal{G}$
 - 16: **για** $i = 1$ έως M_R
 - 17: $\mathbf{w}_i \leftarrow \mathbf{q}_i$
 - 18: **τέλος για**
 - 19: **τέλος αν**
 - 20: **τέλος για**
 - 21: **τέλος αλγορίθμου**
-

Κεφάλαιο 4

Επίδοση της τεχνικής του γενικευμένου συνδυασμού επιλογής

Το κεφάλαιο αυτό πραγματεύεται την θεωρητική μελέτη της επίδοσης της τεχνικής του συνδυασμού μεγίστου λόγου με υβριδική επιλογή (που αποτελεί εφαρμογή της επιλογής κεραιοστοιχείων σε συστήματα απλής εισόδου - πολλαπλών εξόδων), όταν οι διαλείψεις του διαύλου ακολουθούν την κατανομή \mathcal{K} . Η κατανομή \mathcal{K} έχει προταθεί για την προσέγγιση της Rayleigh-λογαριθμοκανονικής κατανομής, η οποία ισχύει σε διαύλους επίγειων και δορυφορικών κινητών επικοινωνιών, όπου εκτός από τις διαλείψεις μικρής κλίμακας, λαμβάνεται ταυτόχρονα υπόψη και το φαινόμενο της σκίασης.

Αρχικά, μελετάται η αρχιτεκτονική και η λειτουργία των τεχνικών γενικευμένου συνδυασμού επιλογής και γίνεται μια σύντομη παρουσίαση των προσεγγίσεων που έχουν προταθεί για την εύρεση θεωρητικών εκφράσεων χαρακτηρισμού της πιθανότητας σφάλματος για διαύλους διαλείψεων διαφόρων κατανομών. Ιδιαίτερη έμφαση δίνεται στη μέθοδο που βασίζεται στις ροπογεννήτριες συναρτήσεις. Η μεθοδολογία αυτή χρησιμοποιείται για την εύρεση νέων θεωρητικών εκφράσεων κλειστής μορφής (που εμπεριέχουν αθροίσματα πεπερασμένων όρων και γνωστές μαθηματικές συναρτήσεις που υπολογίζονται εύκολα με τη βοήθεια σύγχρονων μαθηματικών υπολογιστικών προγραμμάτων) για την περιθώρια ροπογεννήτρια συνάρτηση της κατανομής \mathcal{K} , η οποία χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό της πιθανότητας σφάλματος της τεχνικής HS/MRC σε διαύλους διαλείψεων \mathcal{K} . Τα θεωρητικά αποτελέσματα συνοδεύονται και από ενδεικτικές γραφικές παραστάσεις της πιθανότητας σφάλματος ως προς το σηματοθορυβικό λόγο, από τις οποίες επαληθεύονται οι γνωστές ιδιότητες της τεχνικής HS/MRC για διαύλους που επηρεάζονται συγχρόνως από διαλείψεις μικρής κλίμακας και σκίαση.

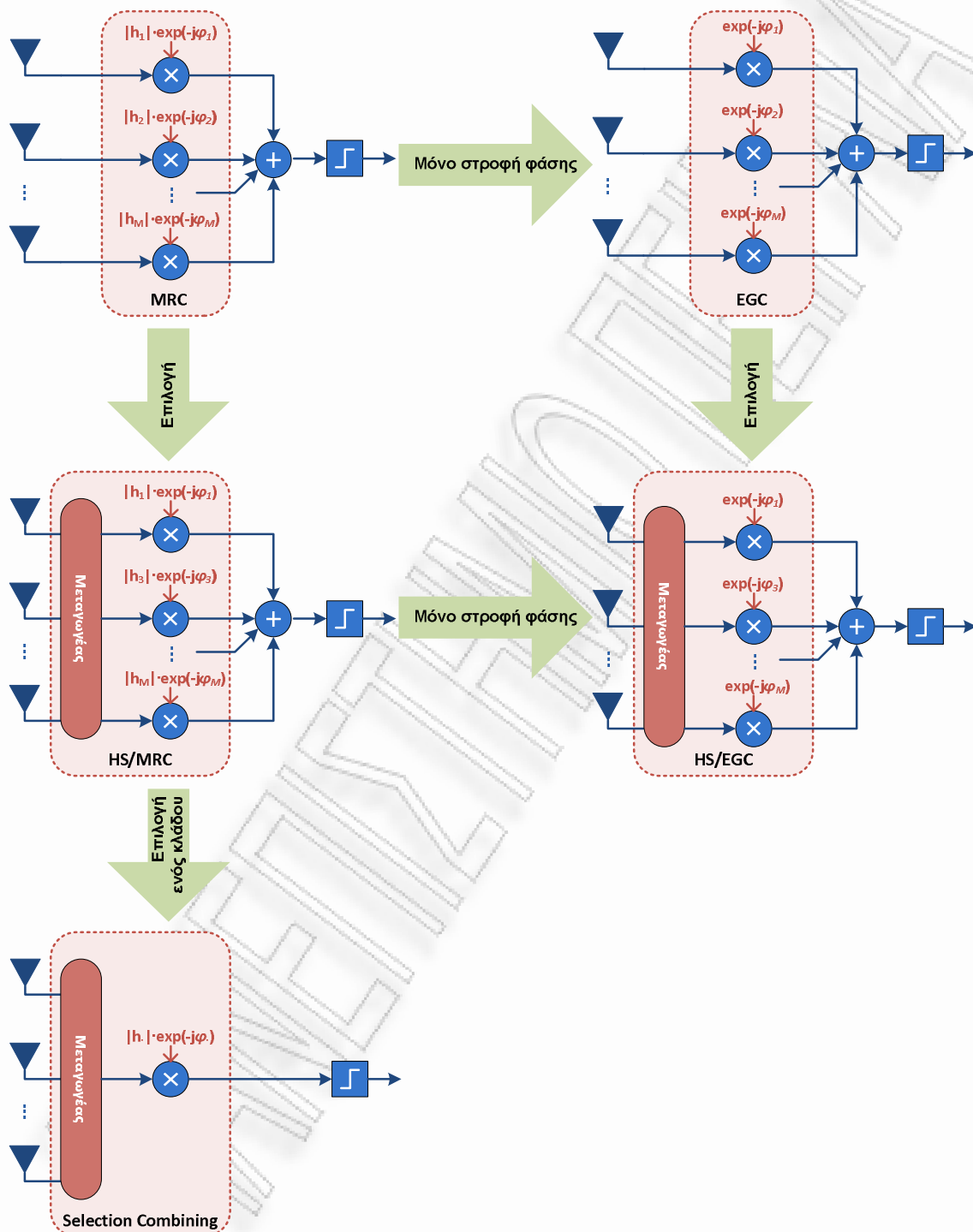
4.1 Ο γενικευμένος συνδυασμός επιλογής (GSC)

Στα συστήματα SIMO, η μέγιστη τάξη διαφορισμού επιτυγχάνεται με το συμφασικό συνδυασμό των αποκρίσεων των κεραιοστοιχείων του δέκτη. Αφενός, η βέλτιστη τεχνική συνδυασμού είναι ο συνδυασμός μεγίστου λόγου (MRC). Αφετέρου, σημαντική απλούστευση του δέκτη επιτυγχάνεται με το συνδυασμό επιλογής (SC), όπου επιλέγεται ο κλάδος διαφορισμού με το μεγαλύτερο στιγμιαίο σηματοθορυβικό λόγο.

Ωστόσο, με το συνδυασμό επιλογής εμφανίζεται σημαντική επιδείνωση της επίδοσης, λόγω μείωσης του κέρδους συστοιχίας. Για να επιτευχθεί μείωση της πολυπλοκότητας του δέκτη (σε σχέση με το συνδυασμό μεγίστου λόγου) με παράλληλη αύξηση του κέρδους συστοιχίας (σε σχέση με το συνδυασμό επιλογής), έχει προταθεί μια υβριδική τεχνική, κατά την οποία επιλέγονται και συνδυάζονται συμφασικά οι αποκρίσεις ενός υποσυνόλου των κεραιοστοιχείων στο δέκτη, η οποία είναι γενικά γνωστή ως *γενικευμένος συνδυασμός επιλογής* (generalized selection combining — GSC). Με άλλα λόγια, με τον όρο γενικευμένος συνδυασμός επιλογής αναφέρεται η τεχνική της επιλογής κεραιοστοιχείων (και ο συμφασικός συνδυασμός των αποκρίσεών τους) σε συστήματα SIMO.

Όταν ο συνδυασμός των αποκρίσεων των επιλεγμένων κεραιοστοιχείων γίνεται σύμφωνα με την τεχνική του συνδυασμού μεγίστου λόγου, τότε αναφερόμαστε στο *συνδυασμό μεγίστου λόγου με υβριδική επιλογή* (hybrid selection maximum ratio combining — HS/MRC). Αντίστοιχα, όταν ο συνδυασμός γίνεται σύμφωνα με την τεχνική συνδυασμού ίσου λόγου, τότε αναφερόμαστε στο συνδυασμό ίσου λόγου με υβριδική επιλογή (hybrid selection equal gain combining — HS/EGC). Η σχέση ανάμεσα στις τεχνικές HS/MRC και HS/EGC με τις MRC, EGC και SC παρουσιάζεται παραστατικά στο σχήμα 4.1.

Το πλεονέκτημα των τεχνικών αυτών είναι ότι προσφέρουν μεγαλύτερο κέρδος συστοιχίας από το συνδυασμό επιλογής και την ίδια τάξη διαφορισμού με το συνδυασμό μεγίστου λόγου, δηλαδή $G_d = M_R$. Επιπρόσθετα, όταν υπάρχουν σφάλματα εκτίμησης του διαύλου, η τεχνική HS/MRC αναμένεται να είναι πιο εύρωστη, αφού οι κλάδοι διαφορισμού με το μικρότερο στιγμιαίο σηματοθορυβικό λόγο (δηλαδή αυτοί που είναι περισσότερο εκτεθειμένοι στα σφάλματα) δεν συμπεριλαμβάνονται στο συμφασικό συνδυασμό [85]. Στη συνέχεια περιγράφονται αναλυτικότερα οι τεχνικές HS/MRC και HS/EGC.



Σχήμα 4.1: Σχέση των τεχνικών γενικευμένου συνδυασμού επιλογής HS/MRC και HS/EGC με τις τεχνικές MRC και EGC και το συνδυασμό επιλογής (selection combining).

4.1.1 Συνδυασμός μεγίστου λόγου με υβριδική επιλογή (HS/MRC)

Έστω ένα σύστημα SIMO με M_R κεραιοστοιχεία και N_R αλυσίδες RF στο δέκτη. Η σχέση εισόδου-εξόδων του συστήματος περιγράφεται από τη σχέση

$$\mathbf{y} = \mathbf{h}s + \mathbf{n}, \quad (4.1)$$

όπου s είναι το μεταδιδόμενο σύμβολο, $\mathbf{h} = [h_1 \ h_2 \ \dots \ h_{M_R}]$ είναι το διάνυσμα μεταφοράς του διαύλου και \mathbf{n} είναι το ZMCSCG διάνυσμα των σημάτων θορύβου στο δέκτη με πίνακα διακύμανσης $N_o \mathbf{I}_{M_R}$.

Η τεχνική HS/MRC επιλέγει τα N_R κεραιοστοιχεία με τους μεγαλύτερους σηματοθορυβικούς λόγους και τα συνδυάζει χρησιμοποιώντας συνδυασμό μεγίστου λόγου. Επομένως, το σήμα που οδηγείται στον ανιχνευτή θα είναι

$$z = \sum_{i=1}^{M_R} \alpha_i h_i^* y_i \quad (4.2)$$

όπου

$$\alpha_i = \begin{cases} 1 & \text{αν } \gamma_i \geq \gamma_{[N_R]} \\ 0 & \text{διαφορετικά} \end{cases} \quad (4.3)$$

Με $\gamma_i = |h_i|^2 \bar{\gamma}$ συμβολίζεται ο στιγμιαίος σηματοθορυβικός λόγος στο i -οστό κεραιοστοιχείο του δέκτη, $\bar{\gamma}$ είναι ο μέσος σηματοθορυβικός λόγος ανά σύμβολο σε κάθε κεραιοστοιχείο και με $\gamma_{[.]}$ αναπαρίσταται η διάταξη των στοιχείων γ_i με φθίνουσα σειρά, ώστε $\gamma_{[1]} > \gamma_{[2]} > \dots > \gamma_{[M_R]}$. Επειδή οι γ_i είναι συνεχείς τυχαίες μεταβλητές, το ενδεχόμενο $\gamma_{[i]} = \gamma_{[j]}$ έχει αποκλειστεί με πιθανότητα 1.

Ο ενεργός σηματοθορυβικός λόγος στην έξοδο του συνδυαστή HS/MRC θα είναι

$$\gamma_{\text{HS/MRC}} = \sum_{i=1}^{N_R} \gamma_{[i]} \quad (4.4)$$

Στον πίνακα 4.1 παρουσιάζεται η σύγκριση των τεχνικών HS/MRC με το MRC και SC.

4.1.2 Συνδυασμός ίσου κέρδους με υβριδική επιλογή (HS/EGC)

Η τεχνική HS/EGC επιλέγει τα N_R κεραιοστοιχεία με τους μεγαλύτερους σηματοθορυβικούς λόγους και τα συνδυάζει χρησιμοποιώντας συνδυασμό ίσου κέρδους.

Πίνακας 4.1: Σύγκριση του γενικευμένου συνδυασμού επιλογής με το συνδυασμό μεγίστου λόγου και το συνδυασμό επιλογής.

	MRC	HS/MRC	SC
Συντελεστές στάθμισης w_i	$h_i^* = h_i e^{-j\varphi_i}$	$\begin{cases} h_i^* & \text{αν } \gamma_i \geq \gamma_{[N_R]} \\ 0 & \text{διαφορετικά} \end{cases}$	$\begin{cases} h_i^* & \text{αν } \gamma_i = \gamma_{[1]} \\ 0 & \text{διαφορετικά} \end{cases}$
Στιγμιαίος ενεργός SNR	$\sum_{i=1}^{M_R} \gamma_i$	$\sum_{i=1}^{N_R} \gamma_{[i]}$	$\gamma_{[1]}$
Μέσος ενεργός SNR	$M_R \bar{\gamma}$	$N_R \left(1 + \sum_{n=N_R+1}^{M_R} \frac{1}{n}\right) \bar{\gamma}$	$\sum_{n=1}^{M_R} \frac{1}{n} \bar{\gamma}$
Κέρδος συστοιχίας	M_R	$N_R + N_R \sum_{n=N_R+1}^{M_R} \frac{1}{n}$	$\sum_{n=1}^{M_R} \frac{1}{n}$
Τάξη διαφορισμού	M_R	M_R	M_R

Επομένως, το σήμα που οδηγείται στον ανιχνευτή θα είναι

$$z = \sum_{i=1}^{M_R} \alpha_i \cdot \exp[-j \cdot \arg(h_i)] \cdot y_i, \quad (4.5)$$

όπου τα α_i ορίζονται όπως στην (4.3).

Ο ενεργός σηματοθορυβικός λόγος στην έξοδο του συνδυαστή HS/MRC θα είναι

$$\gamma_{\text{HS/MRC}} = \frac{\left(\sum_{i=1}^{N_R} \sqrt{\gamma_{[i]}}\right)^2}{N_R}. \quad (4.6)$$

4.2 Υπολογισμός πιθανότητας σφάλματος της τεχνικής HS/MRC με την χρήση ροπογεννήτριων συναρτήσεων

Στη συνέχεια, αφού παρουσιαστούν εν συντομία οι προσεγγίσεις που έχουν προταθεί για την εύρεση θεωρητικών εκφράσεων χαρακτηρισμού της πιθανότητας σφάλματος του γενικευμένου συνδυασμού επιλογής για διαύλους διαλείψεων διαφόρων κατανομών, μελετάται η μέθοδος που βασίζεται στις ροπογεννήτριες συναρτήσεις. Ειδικότερα, αναλύεται μια μεθοδολογία εύρεσης της ροπογεννήτριας συνάρτησης του ενεργού σηματοθορυβικού λόγου του συστήματος, η οποία βασίζεται στη λεγόμενη περιθώρια ροπογεννήτρια συνάρτηση. Το πλεονέκτημα της μεθοδολογίας αυτής είναι ότι είναι γενικά εφαρμόσιμη, οποιαδήποτε και αν είναι η κατανομή των διαλείψεων του διαύλου. Για το λόγο αυτό, θα χρησιμοποιηθεί αργότερα για τον υπολογισμό της πιθανότητας σφάλματος της τεχνικής HS/MRC σε διαύλους διαλείψεων \mathcal{K} .

4.2.1 Υπάρχουσες προσεγγίσεις για τον υπολογισμό της πιθανότητας σφάλματος

Όπως για κάθε τεχνική στις ψηφιακές επικοινωνίες, είναι σημαντική η εύρεση θεωρητικών εκφράσεων που να δίνουν τη μέση πιθανότητα σφάλματος συμβόλου (average symbol error probability – ASEP) της τεχνικής HS/MRC, όταν ο δίαυλος υπόκειται σε διαλείψεις διαφόρων κατανομών.

Γενικά, η επίλυση του προβλήματος είναι δύσκολη, αφού οι διατεταγμένες κατά φθίνουσα σειρά τυχαίες μεταβλητές $\gamma_{[1]} > \gamma_{[2]} > \dots > \gamma_{[N_R]}$ δεν είναι αμοιβαία ανεξάρτητες, παρόλο που οι τυχαίες μεταβλητές γ_i είναι. Αυτό γίνεται εμφανές από την έκφραση της από κοινού συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας των $\gamma_{[i]}$, ($i = 1, \dots, M_R$) [86, 87]:

$$f_{\gamma_{[1]}, \gamma_{[2]}, \dots, \gamma_{[N_R]}}(x_1, x_2, \dots, x_{N_R}) = N_R! \binom{M_R}{N_R} [F_\gamma(x_{N_R})]^{M_R - N_R} \prod_{i=1}^{N_R} f_\gamma(x_i). \quad (4.7)$$

Οι προσεγγίσεις που έχουν προταθεί στη βιβλιογραφία για την επίλυση του προβλήματος μπορούν να ενταχθούν σε δυο μεγάλες κατηγορίες:

Τεχνική των εικονικών κλάδων (virtual branch technique). Επειδή οι τυχαίες μεταβλητές $\gamma_{[i]}$ δεν είναι ανεξάρτητες, η τεχνική των εικονικών κλάδων εφαρμόζει έναν κατάλληλο μετασχηματισμό, ώστε οι νέες τυχαίες μεταβλητές v_i που θα προκύψουν να είναι ανεξάρτητες. Για διαύλους διαλείψεων Rayleigh, ο μετασχηματισμός¹ ορίζεται από τη σχέση [89]

$$\gamma_{[l]} = \gamma_{[l+1]} + \frac{\bar{\gamma}}{l} v_l, \quad (4.8)$$

ενώ για διαλείψεις Nakagami-m [90]

$$v_l = t_l(\gamma_{[l]} - \gamma_{[l-1]}), \quad (4.9)$$

όπου

$$t_l \triangleq \sum_{i=1}^l \frac{m_i}{\bar{\gamma}_i}. \quad (4.10)$$

και m_i είναι η παράμετρος διαλείψεων της κατανομής Nakagami-m στον i -οστό κλάδο διαφορισμού. Χρησιμοποιώντας πλέον τις ανεξάρτητες τυχαίες

¹Η τεχνική των εικονικών κλάδων για διαύλους διαλείψεων Rayleigh αποτελεί ουσιαστικά εφαρμογή της ιδιότητας διαμερισμού (spacing property) των διατεταγμένων τυχαίων μεταβλητών εκθετικής κατανομής [88], σύμφωνα με την οποία οι τυχαίες μεταβλητές x_i , οριζόμενες ως $x_i \triangleq \gamma_{[i+1]} - \gamma_{[i]}$ για $i = 1, \dots, M_R - 1$ και $x_{M_R} = \gamma_{M_R}$, είναι ανεξάρτητες.

μεταβλητές v_i , μπορεί να υπολογιστεί η μέση πιθανότητα σφάλματος [89, 90] ή οι στατιστικές ανώτερης τάξης του ενεργού σηματοθορυβικού λόγου γ_o [91].

Μέθοδος βασισμένη στη ροπογεννήτρια συνάρτηση (moment generating function based), με την οποία υπολογίζεται η ροπογεννήτρια συνάρτηση του ενεργού σηματοθορυβικού λόγου $\mathcal{M}_{\gamma_o}(s) = \mathbb{E}_{\gamma_o}[e^{-s\gamma_o}] = \int_0^\infty e^{-sx} f_{\gamma_o}(x) dx$. Αφού υπολογιστεί η ροπογεννήτρια συνάρτηση, είτε αναλυτικά είτε αριθμητικά, είναι δυνατός ο υπολογισμός της μέσης τιμής, της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας και της αθροιστικής συνάρτησης κατανομής του ενεργού σηματοθορυβικού λόγου καθώς και της μέσης πιθανότητας σφάλματος συμβόλου για διάφορες τεχνικές ψηφιακής διαμόρφωσης.

4.2.2 Υπολογισμός της ροπογεννήτριας συνάρτησης του ενεργού σηματοθορυβικού λόγου με την χρήση της αποκομμένης ροπογεννήτριας συνάρτησης

Αν οι διαλείψεις σε κάθε κλάδο διαφορισμού είναι ανεξάρτητα και πανομοιότυπα κατανεμημένες, τότε υπάρχει ένας μαθηματικός τύπος που επιτρέπει τον υπολογισμό της ροπογεννήτριας συνάρτησης του ενεργού σηματοθορυβικού λόγου της τεχνικής HS/MRC, για οποιαδήποτε κατανομή διαλείψεων, όπως φαίνεται στο ακόλουθο θεώρημα [92]:

Θεώρημα 4.2.1. Έστω ότι με την τεχνική HS/MRC επιλέγονται N_R από τους M_R διαθέσιμους κλάδους διαφορισμού και οι διαλείψεις σε κάθε κλάδο είναι ανεξάρτητα και πανομοιότυπα κατανεμημένες. Η ροπογεννήτρια συνάρτηση του στιγμιαίου ενεργού σηματοθορυβικού λόγου γ_o δίνεται από την εξίσωση

$$\mathcal{M}_{\gamma_o}(s) = N_R \binom{M_R}{N_R} \int_0^\infty e^{-sx} f_\gamma(x) [F_\gamma(x)]^{M_R-N_R} [\phi_\gamma(s, x)]^{N_R-1} dx \quad (4.11)$$

όπου $f_\gamma(\cdot)$ και $F_\gamma(\cdot)$ είναι η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας και η αθροιστική συνάρτηση κατανομής αντίστοιχα του στιγμιαίου σηματοθορυβικού λόγου γ σε κάθε κλάδο διαφορισμού και $\phi_\gamma(s, x)$ είναι η περιθώρια ροπογεννήτρια συνάρτηση² (marginal moment generating function) του γ , που ορίζεται ως

$$\phi_\gamma(s, x) \triangleq \int_x^\infty e^{-sx} f_\gamma(x) dx. \quad (4.12)$$

²Η περιθώρια ροπογεννήτρια συνάρτηση (marginal moment generating function) είναι επίσης γνωστή ως αποκομμένη (truncated) [93] ή συμπληρωματική ατελής (complementary incomplete) [94] ροπογεννήτρια συνάρτηση.

Απόδειξη. Έστω γ_i ο στιγμιαίος σηματοθορυβικός λόγος στο i -οστό κεραιοστοιχείο και $\gamma_{[i]}$ ο i -οστός μεγαλύτερος σηματοθορυβικός λόγος, δηλαδή $\gamma_{[1]} > \gamma_{[2]} > \dots > \gamma_{[M_R]}$. Από τη στατιστική είναι γνωστό ότι η από κοινού συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας των διατεταγμένων (κατά φθίνουσα σειρά) τυχαίων μεταβλητών $\gamma_{[1]}, \gamma_{[2]}, \dots, \gamma_{[N_R]}$ είναι [86, 87]

$$f_{\gamma_{[1]}, \gamma_{[2]}, \dots, \gamma_{[N_R]}}(x_1, x_2, \dots, x_{N_R}) = N_R! \binom{M_R}{N_R} [F_\gamma(x_{N_R})]^{M_R - N_R} \prod_{i=1}^{N_R} f_\gamma(x_i) \quad (4.13)$$

Αφού ο ενεργός σηματοθορυβικός λόγος είναι $\gamma_o = \sum_{i=1}^{N_R} \gamma_{[i]}$, η ροπογεννήτρια συνάρτησή του υπολογίζεται ως εξής:

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{\gamma_o}(s) &= \int_0^\infty e^{-sx_1} \int_0^{x_1} e^{-sx_2} \dots \\ &\quad \times \int_0^{x_{N_R-1}} e^{-sx_{N_R}} f_{\gamma_{[1]}, \gamma_{[2]}, \dots, \gamma_{[N_R]}}(x_1, x_2, \dots, x_{N_R}) dx_{N_R} \dots dx_2 dx_1 \\ &= N_R! \binom{M_R}{N_R} \int_0^\infty e^{-sx_1} f_\gamma(x_1) \int_0^{x_1} e^{-sx_2} f_\gamma(x_2) \dots \\ &\quad \times \int_0^{x_{N_R-1}} e^{-sx_{N_R}} f_\gamma(x_{N_R}) [F_\gamma(x_{N_R})]^{M_R - N_R} dx_{N_R} \dots dx_2 dx_1 \\ &= N_R! \binom{M_R}{N_R} \int_0^\infty e^{-sx_{N_R}} f_\gamma(x_{N_R}) [F_\gamma(x_{N_R})]^{M_R - N_R} \\ &\quad \times \underbrace{\int_{x_{N_R}}^\infty e^{-sx_{N_R-1}} f_\gamma(x_{N_R-1}) \dots \int_{x_2}^\infty e^{-sx_1} f_\gamma(x_1) dx_1 \dots dx_{N_R-1} dx_{N_R}}_{\mathcal{I}(s, x_{N_R})} \end{aligned} \quad (4.14)$$

Με τη μέθοδο της επαγωγής, θα αποδείξουμε ότι

$$\mathcal{I}(s, x_{N_R}) = \frac{[\phi_\gamma(s, x_{N_R})]^{N_R-1}}{(N_R-1)!}, \quad N_R \geq 2. \quad (4.15)$$

όπου το $\mathcal{I}(s, x_{N_R})$ είναι ένα $(N_R - 1)$ -απλό ολοκλήρωμα που ορίζεται όπως φαίνεται στην τελευταία σειρά της (4.14). Για $N_R = 2$, από τον ορισμό του $\mathcal{I}(s, x_{N_R})$ έπεται ότι

$$\mathcal{I}(s, x_2) = \int_{x_2}^\infty e^{-sx_1} f_\gamma(x_1) dx_1 = \phi_\gamma(s, x_2), \quad (4.16)$$

δηλαδή ισχύει η (4.15) για $N_R = 2$. Έστω ότι ισχύει η (4.15) για $N_R = K - 1$, δηλαδή

$$\mathcal{I}(s, x_{K-1}) = \frac{[\phi_\gamma(s, x_{K-1})]^{K-2}}{(K-2)!}. \quad (4.17)$$

Από τον ορισμό του $\mathcal{I}(s, x_K)$, υποθέτοντας ότι ισχύει η (4.17) και εφαρμόζοντας παραγοντική ολοκλήρωση, προκύπτει ότι

$$\begin{aligned}\mathcal{I}(s, x_K) &= \int_{x_K}^{\infty} e^{-sx_{K-1}} f(x_{K-1}) \frac{[\phi_{\gamma}(s, x_{K-1})]^{K-2}}{(K-2)!} dx_{K-1} \\ &= -\phi_{\gamma}(s, x_{K-1}) \frac{[\phi_{\gamma}(s, x_{K-1})]^{K-2}}{(K-2)!} \Big|_{x_K}^{\infty} \\ &\quad - \int_{x_K}^{\infty} e^{-sx_{K-1}} f(x_{K-1}) \frac{[\phi_{\gamma}(s, x_{K-1})]^{K-3}}{(K-3)!} e^{-sx_{K-1}} \\ &\quad \times f(x_{K-1}) \phi_{\gamma}(s, x_{K-1}) dx_{K-1}.\end{aligned}\tag{4.18}$$

Δεδομένου ότι $\phi_{\gamma}(s, \infty) = 0$, η προηγούμενη εξίσωση απλοποιείται ως εξής:

$$\mathcal{I}(s, x_K) = \frac{[\phi_{\gamma}(s, x_K)]^{K-1}}{(K-2)!} - (K-1) \mathcal{I}(s, x_K)\tag{4.19}$$

Άρα, ισχύει η (4.15) για $N_R = K$ και επομένως ολοκληρώθηκε η απόδειξη της (4.15) για κάθε ακέραιο $N_R \geq 2$.

Αντικαθιστώντας την (4.15) στην (4.14), καταλήγουμε εύκολα κατόπιν πράξεων στην (4.11). \square

Είναι λοιπόν εμφανές ότι το παραπάνω θεώρημα μας επιτρέπει να υπολογίσουμε τη ροπογεννήτρια συνάρτηση του ενεργού σηματοθορυβικού λόγου του HS/MRC, αρκεί να υπολογίσουμε την περιθώρια ροπογεννήτρια συνάρτηση $\phi_{\gamma}(s, x)$ του σηματοθορυβικού λόγου σε κάθε κλάδο διαφορισμού. Η έκφραση της περιθώριας ροπογεννήτριας συνάρτησης καθώς και της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας (probability density function – pdf) για διάφορες γνωστές κατανομές διαλείψεων παρουσιάζονται στον πίνακα 4.2. Σημειώνεται πως η αθροιστική συνάρτηση κατανομής προκύπτει εύκολα από την περιθώρια ροπογεννήτρια συνάρτηση, αφού $F_{\gamma}(x) = 1 - \phi_{\gamma}(0, x)$.

Από τη στιγμή που η περιθώρια ροπογεννήτρια συνάρτηση έχει βρεθεί σε κλειστή μορφή, η ροπογεννήτρια συνάρτηση του ενεργού σηματοθορυβικού λόγου \mathcal{M}_{γ_o} μπορεί να υπολογιστεί με την χρήση τεχνικών αριθμητικής ολοκλήρωσης. Για να διευκολυνθούν οι αριθμητικοί υπολογισμοί, η (4.11) μπορεί να γραφτεί ισοδύναμα ως [92, εξ. (6)]

$$\begin{aligned}\mathcal{M}_{\gamma_o}(s) &= N_R \binom{M_R}{N_R} \int_0^{\pi/2} e^{-s \tan \theta} f_{\gamma}(\tan \theta) [1 - \phi(0, \tan \theta)]^{M_R - N_R} \\ &\quad \times [\phi_{\gamma}(s, \tan \theta)]^{N_R - 1} \sec^2 \theta d\theta.\end{aligned}\tag{4.20}$$

Πίνακας 4.2: Συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας και περιθώρια ροπογεννήτρια συνάρτηση του σηματοθορυβικού λόγου για διάφορες κατανομές διαλείψεων. $\bar{\gamma} \triangleq \mathbb{E}(\gamma)$ είναι ο μέσος σηματοθορυβικός λόγος ανά κλάδο διαφορισμού. Οι σχέσεις ισχύουν για $x \geq 0$ και $s \geq 0$.

Διαλείψεις	PDF και περιθώρια MGF του σηματοθορυβικού λόγου ανά κλάδο διαφορισμού	
Rayleigh	$f_{\gamma}(x) = \frac{1}{\bar{\gamma}} \exp(-x/\bar{\gamma})$ $\phi_{\gamma}(s, x) = \frac{\exp[-x(s+1/\bar{\gamma})]}{1+s\bar{\gamma}}$	
Rician	$f_{\gamma}(x) = \frac{1+K}{\bar{\gamma}} \exp\left[-K - \frac{1+K}{\bar{\gamma}}x\right] I_0\left(2\sqrt{\frac{K(K+1)}{\bar{\gamma}}}x\right)$ $\phi_{\gamma}(s, x) = \frac{1+K}{s\bar{\gamma}+K+1} \exp\left[\frac{-sK\bar{\gamma}}{s\bar{\gamma}+K+1}\right] Q_1\left(\sqrt{\frac{2K(K+1)}{s\bar{\gamma}+K+1}}, \sqrt{\frac{2(s\bar{\gamma}+K+1)}{\bar{\gamma}}}x\right)$	$K \geq 0$
Nakagami-m	$f_{\gamma}(x) = \frac{1}{\Gamma(m)} \left(\frac{m}{\bar{\gamma}}\right)^m x^{m-1} \exp\left(-\frac{m}{\bar{\gamma}}x\right)$ $\phi_{\gamma}(s, x) = \frac{1}{\Gamma(m)} \left(\frac{m}{m+s\bar{\gamma}}\right)^m \Gamma\left(m, (s + \frac{m}{\bar{\gamma}})x\right)$	$m \geq 0.5$

Η (4.20) έχει πεπερασμένα άκρα ολοκλήρωσης και μπορεί να υπολογιστεί πολύ αποδοτικά με τη μέθοδο αριθμητικής ολοκλήρωσης των Gauss-Chebyshev.

Τέλος, αξίζει να αναφερθεί ότι η περιθώρια ροπογεννήτρια συνάρτηση χρησιμεύει επίσης στη μελέτη της επίδοσης της τεχνικής HS/MRC με ανεξάρτητους αλλά όχι πανομοιότυπα κατανεμημένους κλάδους διαφορισμού [94] και διαφόρων τροποποιημένων τεχνικών γενικευμένης επιλογής συνδυασμού, όπως για παράδειγμα της γενικευμένης «μεταγωγής και παραμονής» (Generalized Switch-and-Examine Combining — GSEC) [95]. Με κατάλληλη τροποποίηση του θεωρήματος 4.2.1 μπορεί να υπολογιστεί και η επίδοση της τεχνικής HS/EGC με την χρήση ροπογεννήτριων συναρτήσεων [96].

4.2.3 Υπολογισμός των στατιστικών χαρακτηριστικών του ενεργού σηματοθορυβικού λόγου

Αφού έχει υπολογιστεί η ροπογεννήτρια συνάρτηση του ενεργού σηματοθορυβικού λόγου, είναι δυνατός ο υπολογισμός διαφόρων άλλων στατιστικών μεγεθών του, όπως η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας, η αθροιστική συνάρτηση κατανομής, ο στατιστικός μέσος όρος, κλπ.

Συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας Είναι γνωστό από τη στατιστική ότι η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας και η ροπογεννήτρια συνάρτηση συνδέονται μέσω του μετασχηματισμού Laplace. Πιο συγκεκριμένα [97],

$$f_{\gamma_o}(x) = \mathcal{L}^{-1}\{\mathcal{M}_{\gamma_o}(-s)\}, \quad (4.21)$$

όπου ο συμβολισμός $\mathcal{L}^{-1}\{\cdot\}$ δηλώνει τον αντίστροφο μετασχηματισμό Laplace. Ωστόσο, όταν δεν είναι διαθέσιμη η αναλυτική έκφραση της ροπογεννήτριας συνάρτησης ή δεν είναι δυνατόν να υπολογιστεί αναλυτικά ο αντίστροφος μετασχηματισμός Laplace, τότε η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας μπορεί να υπολογιστεί αριθμητικά σύμφωνα με τον τύπο [98]

$$f_{\gamma_o} \approx \frac{4}{T} \sum_{\substack{n=1 \\ n \text{ περιττός}}} \Re \left[\mathcal{M}_{\gamma_o} \left(-j \frac{2\pi n}{T} \right) \exp \left(-j \frac{2\pi n x}{T} \right) \right], \quad (4.22)$$

όπου T είναι ένας αρκετά μεγάλος συντελεστής, ώστε $\Pr(x > T) \leq \epsilon$ για μια πολύ μικρή τιμή του ϵ .

Αθροιστική συνάρτηση κατανομής Η εύρεση της αθροιστικής συνάρτησης κατανομής είναι σημαντική, διότι οδηγεί στην πιθανότητα προσωρινής διακοπής (outage probability), η οποία χαρακτηρίζει την επίδοση ενός συστήματος. Αν η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας είναι γνωστή σε αναλυτική μορφή, τότε $F_{\gamma_o}(x) = \int_0^x f_{\gamma_o}(x) dx$. Αν δεν είναι εφικτός ο αναλυτικός υπολογισμός, τότε μπορεί να υπολογιστεί αριθμητικά, χρησιμοποιώντας την αριθμητική μέθοδο αντιστροφής του μετασχηματισμού Laplace που προτείνεται στην αναφορά [99], ως εξής [92]:

$$F_{\gamma_o} \approx 2^{1-C} e^{A/2} \sum_{c=0}^C \binom{C}{c} \sum_{b=0}^{c+B} (-1)^b \alpha_b \Re \left[\mathcal{M}_{\gamma_o} \left(\frac{A + j2\pi b}{2x} \right) / (A + j2\pi b) \right], \quad (4.23)$$

όπου $\alpha_0 = 0.5$, $\alpha_b = 1$ για κάθε $b \geq 1$ και οι σταθερές A, B, C λαμβάνουν αυθαίρετα τις τιμές 30, 18 και 24 αντίστοιχα, ώστε να επιτευχθεί ικανοποιητική ακρίβεια.

Στατιστικός μέσος όρος Ο στατιστικός μέσος όρος υπολογίζεται με βάση τη ροπογεννήτρια συνάρτηση χρησιμοποιώντας τον τύπο [86]

$$\bar{\gamma}_o = \left. \frac{d}{ds} \ln[\mathcal{M}_{\gamma_o}(s)] \right|_{s=0}. \quad (4.24)$$

Ωστόσο, προκύπτει μια πολύ πιο απλή έκφραση αν υπολογίσουμε απευθείας το στατιστικό μέσο όρο του γ_o . Λαμβάνοντας υπόψη τη σχέση (4.6) και τον τύπο υπολογισμού της περιθώριας συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας (marginal pdf) του $\gamma_{[l]}$ [87]

$$f_{\gamma_{[l]}}(x) = l \binom{M_R}{l} [F_{\gamma}(x)]^{M_R-l} [1 - F_{\gamma}(x)]^{l-1} f_{\gamma}(x), \quad (4.25)$$

έπεται ότι [92]

$$\bar{\gamma}_o = \sum_{l=1}^{N_R} l \binom{M_R}{l} \int_0^\infty x [F_\gamma(x)]^{M_R-l} [1 - F_\gamma(x)]^{l-1} f_\gamma(x) dx. \quad (4.26)$$

Ο υπολογισμός του ολοκληρώματος στην (4.26) μπορεί να γίνει αριθμητικά, χρησιμοποιώντας για παράδειγμα τη μέθοδο Gauss-Legendre.

4.2.4 Υπολογισμός της μέσης πιθανότητας σφάλματος συμβόλου

Στην παράγραφο αυτή παρουσιάζεται μια μεθοδολογία υπολογισμού της μέσης πιθανότητας σφάλματος συμβόλου, που χρησιμοποιεί τη ροπογεννήτρια συνάρτηση του ενεργού σηματοθορυβικού λόγου. Η μεθοδολογία αυτή [97, 100] μπορεί να εφαρμοστεί για τη μελέτη επίδοσης οποιασδήποτε τεχνικής διαφορισμού ή γενικότερα ψηφιακής επεξεργασίας σε ένα ασύρματο σύστημα ψηφιακών επικοινωνιών και για οποιαδήποτε κατανομή διαλείψεων.

Γενικά, είναι γνωστό ότι η μέση πιθανότητα σφάλματος συμβόλου οποιασδήποτε τεχνικής ψηφιακής μετάδοσης σε ασύρματους διαύλους υπολογίζεται από το ολοκλήρωμα

$$\bar{P}_e = \int_0^\infty P_{e|\gamma_o}(u) f_{\gamma_o}(u) du \quad (4.27)$$

όπου γ_o είναι ο στιγμιαίος σηματοθορυβικός λόγος του σήματος που οδηγείται στον ανιχνευτή (και εξαρτάται από την κατανομή διαλείψεων του διαύλου και την τεχνική διαφορισμού που ενδεχομένως να χρησιμοποιείται) και $f_{\gamma_o}(\cdot)$ είναι η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας του γ_o . Με $P_{e|\gamma_o}(\cdot)$ συμβολίζεται η δεσμευμένη πιθανότητα σφάλματος συμβόλου της χρησιμοποιούμενης τεχνικής διαμόρφωσης, δηλαδή η πιθανότητα σφάλματος σε διαύλους λευκού προσθετικού θορύβου (AWGN) για σηματοθορυβικό λόγο ίσο με γ_o .

Πολλές φορές, η δεσμευμένη πιθανότητα σφάλματος $P_{e|\gamma_o}(\cdot)$ εκφράζεται³ συναρτήσει της συνάρτησης $Q(\cdot)$ του Gauss, η οποία μπορεί να γραφεί στην εξής ολοκληρωτική μορφή

$$Q(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi/2} \exp\left(-\frac{x^2}{2 \sin^2 \theta}\right) d\theta. \quad (4.28)$$

Κατά συνέπεια, μπορούμε να υποθέσουμε ότι η δεσμευμένη πιθανότητα σφάλματος

³Η δεσμευμένη πιθανότητα σφάλματος $P_{e|\gamma_o}(\cdot)$ για διάφορους τύπους διαμορφώσεων δίνεται στην αναφορά [101, Πίνακας 17.1]

Κεφάλαιο 4. Επίδοση της τεχνικής του γενικευμένου συνδυασμού επιλογής

Πίνακας 4.3: Υπολογισμός της μέσης πιθανότητας σφάλματος συμβόλου (ή bit για τις δυαδικές διαμορφώσεις) με την χρήση της ροπογεννήτριας συνάρτησης $\mathcal{M}_{\gamma_o}(s)$ του ενεργού σηματοδορυβικού λόγου

MPSK	$\bar{P}_e = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi-\pi/M} \mathcal{M}_{\gamma_o} \left(\frac{\sin^2(\pi/M)}{\sin^2 \theta} \right) d\theta$
BPSK	$\bar{P}_e = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi/2} \mathcal{M}_{\gamma_o} \left(\frac{1}{\sin^2 \theta} \right) d\theta$
MQAM	$\bar{P}_e = \frac{4}{\pi} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{M}} \right) \int_0^{\pi/2} \mathcal{M}_{\gamma_o} \left(\frac{g_{\text{QAM}}}{\sin^2 \theta} \right) d\theta$ $-\frac{4}{\pi} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{M}} \right)^2 \int_0^{\pi/4} \mathcal{M}_{\gamma_o} \left(\frac{g_{\text{QAM}}}{\sin^2 \theta} \right) d\theta$ όπου $g_{\text{QAM}} = \frac{3}{2(M-1)}$
ορθογώνιο BFSK	$\bar{P}_e = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi/2} \mathcal{M}_{\gamma_o} \left(\frac{1}{2 \sin^2 \theta} \right) d\theta$
BFSK ελάχ. συσχ.	$\bar{P}_e = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi/2} \mathcal{M}_{\gamma_o} \left(\frac{0.715}{\sin^2 \theta} \right) d\theta$
DPSK	$\bar{P}_e = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi-\pi/M} \mathcal{M}_{\gamma_o} \left(\frac{\sin^2(\pi/M)}{1+\cos(\pi/M) \cos \theta} \right) d\theta$
BDPSK	$\bar{P}_e = \mathcal{M}_{\gamma_o} \left(\frac{1}{2} \right)$

$P_{e|\gamma_o}(\cdot)$ μπορεί να γραφεί γενικά υπό τη μορφή

$$P_{e|\gamma_o}(x) = \sum \int_{\theta_1}^{\theta_2} h(\theta) e^{-g(\theta)x} d\theta. \quad (4.29)$$

Αντικαθιστώντας την (4.29) στην (4.27) και εναλλάσσοντας τη σειρά άθροισης και ολοκλήρωσης, προκύπτει ότι

$$\bar{P}_e = \sum \int_{\theta_1}^{\theta_2} h(\theta) \int_0^\infty e^{-g(\theta)u} f_{\gamma_o}(u) du d\theta \quad (4.30)$$

$$= \sum \int_{\theta_1}^{\theta_2} h(\theta) \mathcal{M}_{\gamma_o}(g(\theta)) d\theta. \quad (4.31)$$

Άρα, χρησιμοποιώντας την (4.31) και εκφράζοντας τη δεσμευμένη πιθανότητα σφάλματος $P_{e|\gamma_o}$ (που εξαρτάται αποκλειστικά από την χρησιμοποιούμενη διαμόρφωση) υπό τη μορφή της (4.29), προκύπτουν οι μαθηματικές εκφράσεις για τον υπολογισμό της μέσης πιθανότητας σφάλματος συναρτήσει της ροπογεννήτριας συνάρτησης. Οι εκφράσεις αυτές βρίσκονται σε ολοκληρωτική μορφή με πεπερασμένα άκρα ολοκλήρωσης και υπολογίζονται είτε αναλυτικά (αν έχει βρεθεί η ροπογεννήτρια συνάρτηση αναλυτικά) είτε αριθμητικά. Η μέση πιθανότητα σφάλματος συμβόλου για διάφορες τεχνικές ψηφιακής διαμόρφωσης δίνεται από τον πίνακα 4.3.

4.3 Επίδοση της τεχνικής HS/MRC σε διαύλους Κ-διαλείψεων

4.3.1 Δίαυλοι Κ-διαλείψεων

Στη βιβλιογραφία συνηθίζεται η μοντελοποίηση του διαύλου να λαμβάνει υπόψη μόνο τις διαλείψεις μικρής κλίμακας, αγνοώντας το φαινόμενο της σκίασης. Παρόλο που η παραδοχή αυτή είναι πολλές φορές αποδεκτή, στην πράξη εμφανίζονται πιο σύνθετα περιβάλλοντα διάδοσης, όπου το φαινόμενο της σκίασης πρέπει να λαμβάνεται επίσης υπόψη.

Ένα γνωστό στοχαστικό μοντέλο για διαύλους επίπεδων διαλείψεων που χρησιμοποιείται στις επίγειες κινητές επικοινωνίες, αλλά και στις δορυφορικές κινητές επικοινωνίες σε αστικά περιβάλλοντα, είναι η *Rayleigh-λογαριθμοκανονική* (Rayleigh-lognormal) κατανομή. Στο μοντέλο αυτό, η λογαριθμοκανονική κατανομή μοντελοποιεί την τυχαία χρονική μεταβολή της μέσης λαμβανόμενης ισχύος, που οφείλεται στο φαινόμενο της σκίασης, ενώ οι διαλείψεις μικρής κλίμακας μοντελοποιούνται με την κατανομή Rayleigh. Πιο συγκεκριμένα, είναι γνωστό ότι αν μια μιγαδική τυχαία μεταβλητή h είναι ZMCSCG με διακύμανση $2\sigma^2$, τότε η περιβάλλουσα (signal envelope) $R \triangleq |h|$ ακολουθεί την κατανομή Rayleigh με παράμετρο σ^2 και η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της είναι

$$f_{R|\sigma^2}(x|\sigma^2 = y) = \frac{x}{y} \exp\left(-\frac{x^2}{2y}\right) \quad (4.32)$$

Αν η τυχαία μεταβλητή σ^2 ακολουθεί την λογαριθμοκανονική κατανομή⁴ με παραμέτρους μ και λ , τότε η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της είναι

$$f_{\sigma^2}(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\lambda^2 y}} \exp\left[-\frac{(\ln y - \mu)^2}{2\lambda^2}\right], \quad y \geq 0 \quad (4.33)$$

Επομένως, η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της τυχαίας μεταβλητής R θα δίνεται από τη σχέση

$$f_R(x) = \int_0^\infty f_{R|\sigma^2}(x|\sigma^2 = y) f_{\sigma^2}(y) dy \quad (4.34)$$

$$= \int_0^\infty \frac{x}{y^2 \sqrt{2\pi\lambda^2}} \exp\left[\frac{x^2}{2y} - \frac{(\ln y - \mu)^2}{2\lambda^2}\right] dy \quad (4.35)$$

Δυστυχώς, δεν είναι δυνατός ο υπολογισμός του ολοκληρώματος της (4.35) σε

⁴Μια τυχαία μεταβλητή Y ακολουθεί την λογαριθμοκανονική κατανομή με παραμέτρους μ και λ όταν η τυχαία μεταβλητή $\ln Y$ ακολουθεί την κατανομή Gauss με μέση τιμή μ και διακύμανση λ^2 .

κλειστή μορφή, με αποτέλεσμα ο θεωρητικός υπολογισμός της επίδοσης σε διαύλους που ακολουθούν τη Rayleigh-λογαριθμοκανονική κατανομή να καθίσταται αρκετά δύσκολος.

Για το λόγο αυτό, έχει προταθεί μια πιο εύχρηστη κατανομή, που προσεγγίζει με αρκετά καλή ακρίβεια τη Rayleigh-λογαριθμοκανονική, η κατανομή \mathcal{K} [102, 103], η οποία αποτελεί συνδυασμό των κατανομών Rayleigh και γάμμα. Το πλεονέκτημα της κατανομής αυτής είναι ότι η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας δίνεται σε κλειστή μορφή, με αποτέλεσμα να είναι ευκολότερη η χρήση γνωστών μεθοδολογιών για τον θεωρητικό υπολογισμό της επίδοσης διαφόρων ψηφιακών τεχνικών.

4.3.1.1 Στατιστικά χαρακτηριστικά της κατανομής \mathcal{K}

Ας δούμε πιο συγκεκριμένα πώς προκύπτει η κατανομή \mathcal{K} . Το φαινόμενο των διαλείψεων μικρής κλίμακας μοντελοποιείται με τη κατανομή Rayleigh, επομένως ισχύει η (4.32). Ωστόσο, για τη μοντελοποίηση της σκίασης, χρησιμοποιείται η κατανομή γάμμα, η οποία έχει χρησιμοποιηθεί για την προσέγγιση της λογαριθμοκανονικής κατανομής [104, 105]. Η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της κατανομής γάμμα είναι

$$f_{\sigma^2}(y) = \frac{y^{k-1}}{\Omega^k \Gamma(k)} \exp\left(-\frac{2y}{\Omega}\right). \quad (4.36)$$

Επομένως, με εφαρμογή της (4.34), προκύπτει η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της περιβάλλουσας ενός σήματος που έχει υποστεί διαλείψεις κατανομής \mathcal{K} :

$$f_R(x) = \frac{4}{\Gamma(k)\sqrt{\Omega}} \left(\frac{x}{\sqrt{\Omega}}\right)^k K_{k-1}\left(\frac{2}{\sqrt{\Omega}}x\right), \quad (4.37)$$

όπου k είναι η παράμετρος των διαλείψεων και $\Omega = \mathbb{E}[R^2]/k$ είναι η μέση ισχύς. Με $\Gamma(\cdot)$ και $K_\nu(\cdot)$ συμβολίζονται η συνάρτηση γάμμα και η ν -οστής τάξης τροποποιημένη συνάρτηση Bessel δεύτερου τύπου αντίστοιχα. Σημειώνεται πως η κατανομή \mathcal{K} μπορεί να προκύψει ως ειδική περίπτωση της γενικευμένης κατανομής \mathcal{K} [106, 107], θέτοντας $m = 1$ στην [106, εξ. (1)].

Ο στιγμιαίος σηματοθορυβικός λόγος ανά σύμβολο σε κάθε κεραιοστοιχείο του δέκτη είναι $\gamma = R^2 E_s / N_o$. Με κατάλληλη αλλαγή μεταβλητής, προκύπτει από την (4.37) η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας του στιγμιαίου σηματοθορυβικού λόγου:

$$f_\gamma(\gamma) = \frac{2\Xi^{\frac{k+1}{2}}}{\Gamma(k)} \gamma^{\frac{k-1}{2}} K_{k-1}\left(2\sqrt{\Xi}\gamma\right), \quad \gamma \geq 0, \quad (4.38)$$

όπου $\Xi \triangleq k/\bar{\gamma}$ και $\bar{\gamma} = k\Omega E_s / N_o$ είναι ο μέσος σηματοθορυβικός λόγος σε κάθε κεραιοστοιχείο του δέκτη.

Η αθροιστική συνάρτηση κατανομής (cdf) του γ δίνεται από τη σχέση $F_\gamma(\gamma_{th}) = \int_0^{\gamma_{th}} f_\gamma(\gamma) d\gamma$, και προκύπτει χρησιμοποιώντας την [1, εξ. (6.561.8)]:

$$F_\gamma(\gamma_{th}) = 1 - \frac{2(\Xi\gamma_{th})^{k/2}}{\Gamma(k)} K_k\left(2\sqrt{\Xi\gamma_{th}}\right), \quad \gamma_{th} \geq 0. \quad (4.39)$$

Χρησιμοποιώντας την [1, εξ. (6.643.3)], αποδεικνύεται ότι η ροπογεννήτρια συνάρτηση (MGF) του γ , οριζόμενη ως $\mathcal{M}_\gamma(s) = \int_0^\infty e^{-s\gamma} f_\gamma(\gamma) d\gamma$, είναι

$$\mathcal{M}_\gamma(s) = \left(\frac{\Xi}{s}\right)^{k/2} \exp\left(\frac{\Xi}{2s}\right) W_{-\frac{k}{2}, \frac{k-1}{2}}\left(\frac{\Xi}{s}\right), \quad (4.40)$$

όπου $W_{\lambda, \mu}(\cdot)$ είναι η συνάρτηση Whittaker [1, εξ. (9.220)].

Σημειώνεται ότι η κατανομή \mathcal{K} προσεγγίζει την κατανομή Rayleigh όταν $k \rightarrow \infty$.

4.3.1.2 Σύνδεση της κατανομής \mathcal{K} με την Rayleigh-λογαριθμοκανονική κατανομή

Η κατανομή \mathcal{K} προτάθηκε για την προσέγγιση της Rayleigh-λογαριθμοκανονικής κατανομής. Αποδεικνύεται [102, 103] ότι η κατανομή \mathcal{K} με παράμετρο διαλείψεων k και μέση ισχύ Ω προσεγγίζει τη Rayleigh-λογαριθμοκανονική κατανομή [με συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας που δίνεται από την (4.35)] με παραμέτρους

$$\mu = \psi(k) + \ln\left(\frac{\Omega}{2}\right) \quad (4.41)$$

$$\lambda^2 = \psi'(k). \quad (4.42)$$

Αν η παράμετρος διαλείψεων ισούται με έναν ακέραιο συν $1/2$, δηλαδή $k = q + \frac{1}{2}$ με $q = 0, 1, \dots$, τότε, αντικαθιστώντας την [1, εξ. (8.366.3)] στην (4.41) και την [1, εξ. (8.366.12)] στην (4.42) έπεται ότι

$$\mu = \ln\left(\frac{\Omega}{2}\right) + 2 \left[\sum_{m=1}^q \frac{1}{2m-1} - \ln 2 \right] - C \quad (4.43)$$

$$\lambda^2 = \frac{\pi^2}{2} - 4 \sum_{m=1}^q \frac{1}{(2m-1)^2} \quad (4.44)$$

όπου $C \approx 0,577\,215\,66$ είναι η σταθερά του Euler [1, εξ. (8.367)].

4.3.2 Υπολογισμός της περιθώριας ροπογεννήτριας συνάρτησης

Στην παράγραφο αυτή θα βρεθεί η περιθώρια ροπογεννήτρια συνάρτηση, η οποία είναι απαραίτητη για τον υπολογισμό της ροπογεννήτριας συνάρτησης του ενεργού σηματοθορυβικού λόγου και στη συνέχεια της πιθανότητας σφάλματος της τεχνικής HS/MRC σε διαύλους όπου οι διαλείψεις ακολουθούν την κατανομή \mathcal{K} . Αντικαθιστώντας την (4.38) στην (4.12) και εφαρμόζοντας την αλλαγή μεταβλητής $u = \sqrt{t}$, η περιθώρια ροπογεννήτρια συνάρτηση του γ γράφεται ως εξής:

$$\phi_\gamma(s, x) = \frac{4\Xi^{\frac{k+1}{2}}}{\Gamma(k)} \int_{\sqrt{x}}^{\infty} u^k e^{-su^2} K_{k-1}(2\sqrt{\Xi}u) du. \quad (4.45)$$

Γενικά, είναι δύσκολο να βρεθεί μια έκφραση κλειστής μορφής της περιθώριας ροπογεννήτριας συνάρτησης (4.45) για οποιαδήποτε τιμή της παραμέτρου διαλείψεων k . Ωστόσο, μπορεί να βρεθεί λύση του προβλήματος όταν η παράμετρος k ισούται με έναν ακέραιο συν ένα δεύτερο. Σε αυτή την περίπτωση, προκύπτουν εκφράσεις κλειστής μορφής που εμπεριέχουν αθροίσματα με πεπερασμένους όρους και γνωστές συναρτήσεις που μπορούν να υπολογιστούν με τη βοήθεια σύγχρονων μαθηματικών υπολογιστικών προγραμμάτων. Στη συνέχεια, θα διακρίνουμε δυο περιπτώσεις: α) $k = q + \frac{1}{2}$ όπου $q = 1, 2, \dots$ και β) $k = \frac{1}{2}$.

4.3.2.1 Η παράμετρος διαλείψεων ισούται με έναν ακέραιο συν 1/2

Για την εύρεση της περιθώριας ροπογεννήτριας συνάρτησης για $k = q + \frac{1}{2}$ με $q = 1, 2, \dots$, εκμεταλλευόμαστε την παρακάτω ιδιότητα της τροποποιημένης συνάρτησης Bessel δεύτερου τύπου $K_\nu(\cdot)$, η οποία ισχύει όταν η τάξη ν ισούται με έναν ακέραιο συν ήμισυ [1, εξ. (8.468)], δηλαδή για $\nu = n + \frac{1}{2}$ και $n = 0, 1, \dots$

$$K_{n+\frac{1}{2}}(z) = \sqrt{\frac{\pi}{2z}} e^{-z} \sum_{m=0}^n \frac{(n+m)!}{m! (n-m)! (2z)^m}. \quad (4.46)$$

Εκμεταλλευόμενοι την (4.46), εναλλάσσοντας τη σειρά άθροισης και ολοκλήρωσης στην (4.45), εφαρμόζοντας την αλλαγή μεταβλητής $t = u - \sqrt{x}$ και κατόπιν πράξεων προκύπτει ότι

$$\begin{aligned} \phi_\gamma(s, x) = \frac{4\Xi^{\frac{k+1}{2}} \sqrt{\pi}}{\Gamma(k)} \sum_{l=0}^{q-1} \frac{(q+l-1)!}{l! (q-l-1)!} (4\sqrt{\Xi})^{-l-\frac{1}{2}} \\ \times \exp(-sx - 2\sqrt{\Xi}x) \mathcal{G}(s, x), \end{aligned} \quad (4.47)$$

όπου

$$\mathcal{G}(s, x) \triangleq \int_0^{\infty} (\tau + \sqrt{x})^{q-l} \exp \left[-s\tau^2 - 2 \left(s\sqrt{x} + \sqrt{\Xi} \right) \tau \right] d\tau. \quad (4.48)$$

Αφού ο εκθέτης $(q - l)$ στην (4.48) είναι ακέραιος και θεωρώντας $x \neq 0$, μπορεί να χρησιμοποιηθεί η διωνυμική ταυτότητα [1, εξ. (1.111)], με εφαρμογή της οποίας έπεται ότι

$$\mathcal{G}(s, x) = \sum_{m=0}^{q-l} \binom{q-l}{m} x^{\frac{q-l-m}{2}} \mathcal{J}_m(s, x), \quad (4.49)$$

όπου

$$\mathcal{J}_m(s, x) \triangleq \int_0^{\infty} \tau^m \exp \left[-s\tau^2 - 2 \left(s\sqrt{x} + \sqrt{\Xi} \right) \tau \right] d\tau. \quad (4.50)$$

Υπό τη συνθήκη ότι $\Re[s] > 0$, το ολοκλήρωμα $\mathcal{J}_m(s, x)$ υπολογίζεται σύμφωνα με την [1, εξ. (3.462.1)]

$$\mathcal{J}_m(s, x) = (2s)^{-\frac{m+1}{2}} \Gamma(m+1) \exp \left[\frac{(s\sqrt{x} + \sqrt{\Xi})^2}{2s} \right] D_{-m-1} \left[\frac{2(s\sqrt{x} + \sqrt{\Xi})}{\sqrt{2s}} \right] \quad (4.51)$$

όπου $D(\cdot)$ είναι η παραβολική κυλινδρική συνάρτηση (parabolic cylinder function) [1, εξ. (9.240)], για την οποία ισχύει [108, εξ. (4)]

$$D_{\nu}(z) = 2^{\nu/2} e^{-z^2/4} \Psi \left(-\frac{\nu}{2}, \frac{1}{2}; \frac{z^2}{2} \right) \quad (4.52)$$

όπου $\Psi(\cdot, \cdot; \cdot)$ είναι μια συρρέουσα υπεργεωμετρική συνάρτηση (confluent hypergeometric function) [1, εξ. (9.210.2)] ή συνάρτηση δεύτερου τύπου του Kummer [109], η οποία μπορεί να υπολογιστεί με τη βοήθεια σύγχρονων μαθηματικών υπολογιστικών προγραμμάτων (όπως για παράδειγμα το Mathematica).

Αντικαθιστώντας την (4.52) στην (4.51), εκμεταλλευόμενοι την ιδιότητα $\Gamma(m+1) = m!$ (που ισχύει όταν ο m είναι ακέραιος [1, εξ. (8.339.1)]) και κατόπιν πράξεων καταλήγουμε ότι

$$\mathcal{J}_m(s, x) = m! (4s)^{-\frac{m+1}{2}} \Psi \left[\frac{m+1}{2}, \frac{1}{2}; \left(\sqrt{sx} + \sqrt{\frac{\Xi}{s}} \right)^2 \right], \quad (4.53)$$

Κατά συνέπεια, η περιθώρια ροπογεννήτρια συνάρτηση του γ για $\Re[s] > 0$ και

$x \neq 0$ ισούται με

$$\begin{aligned} \phi_\gamma(s, x) = & \frac{4\sqrt{\pi}\Xi^{\frac{k+1}{2}}}{\Gamma(k)} \exp(-sx - 2\sqrt{\Xi}x) \sum_{l=0}^{k-\frac{3}{2}} \frac{(k-\frac{1}{2}-l)(k-\frac{3}{2}+l)!}{l!} (4\sqrt{\Xi})^{-l-\frac{1}{2}} \\ & \times \sum_{m=0}^{k-l-\frac{1}{2}} \frac{x^{\frac{1}{2}(k-l-m-\frac{1}{2})} (4s)^{-\frac{m+1}{2}}}{(k-l-m-\frac{1}{2})!} \Psi\left[\frac{m+1}{2}, \frac{1}{2}; \left(\sqrt{sx} + \sqrt{\frac{\Xi}{s}}\right)^2\right] \end{aligned} \quad (4.54)$$

Τονίζεται ότι $\phi_\gamma(s, 0) = \mathcal{M}_\gamma(s)$ και $\phi_\gamma(0, x) = 1 - F_\gamma(x)$ [92].

4.3.2.2 Η παράμετρος διαλείψεων ισούται με 1/2

Στην ειδική περίπτωση όπου $k = \frac{1}{2}$, έχουμε [1, εξ. (8.469.3)]

$$K_{\frac{1}{2}}(z) = \sqrt{\frac{\pi}{2z}} e^{-z} \quad (4.55)$$

Αντικαθιστώντας την (4.55) στην (4.45) και κάνοντας την αλλαγή μεταβλητής $\tau = u - \sqrt{x}$ προκύπτει

$$\phi_\gamma(s, x) = 2\sqrt{\Xi} e^{-sx - \sqrt{\Xi}x} \int_0^\infty e^{-s\tau^2 - 2(s\sqrt{x} + \sqrt{\Xi})\tau} d\tau. \quad (4.56)$$

Με τη βοήθεια της [1, εξ. (3.462.1)] και της [1, εξ. (9.254.1)] καταλήγουμε ότι

$$\phi_\gamma(s, x) = \sqrt{\frac{\pi\Xi}{s}} \exp\left(\frac{\Xi}{s}\right) \operatorname{erfc}\left(\sqrt{sx} + \sqrt{\frac{\Xi}{s}}\right), \quad (4.57)$$

όπου $\operatorname{erfc}(\cdot)$ είναι η συμπληρωματική συνάρτηση σφάλματος [1, εξ. (8.520.4)].

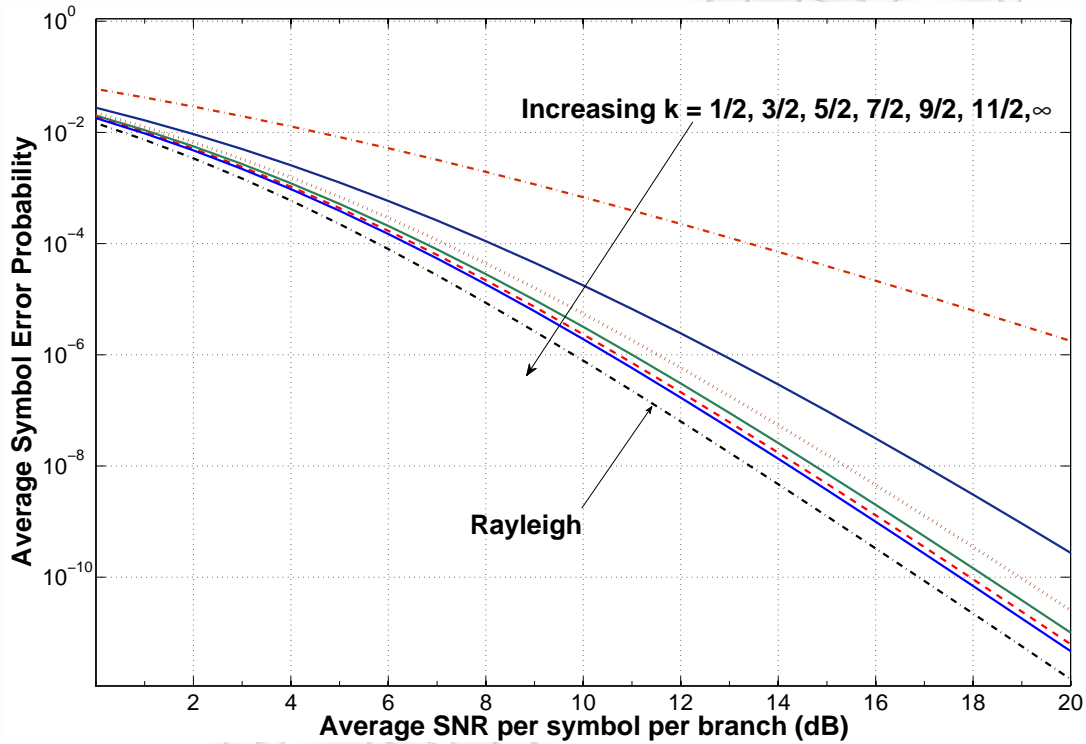
4.3.3 Ενδεικτικά αποτελέσματα

Στο σημείο αυτό παρουσιάζονται μερικά ενδεικτικά αποτελέσματα που δείχνουν την επίδοση της τεχνικής HS/MRC, χρησιμοποιώντας ως κριτήριο επίδοσης τη μέση πιθανότητα σφάλματος. Ο υπολογισμός της ροπογεννήτριας συνάρτησης του ενεργού σηματοθορυβικού λόγου έχει γίνει με την προσαρμοστική μέθοδο αριθμητικής ολοκλήρωσης του Gauss. Στη συνέχεια, χρησιμοποιώντας το κατάλληλο ολοκλήρωμα του πίνακα 4.3 (ανάλογα με τη διαμόρφωση που χρησιμοποιείται), η μέση πιθανότητα σφάλματος υπολογίζεται αριθμητικά με τη μέθοδο του τραπεζίου.

Στο σχήμα 4.2 παρουσιάζεται η καμπύλη της μέσης πιθανότητας σφάλματος

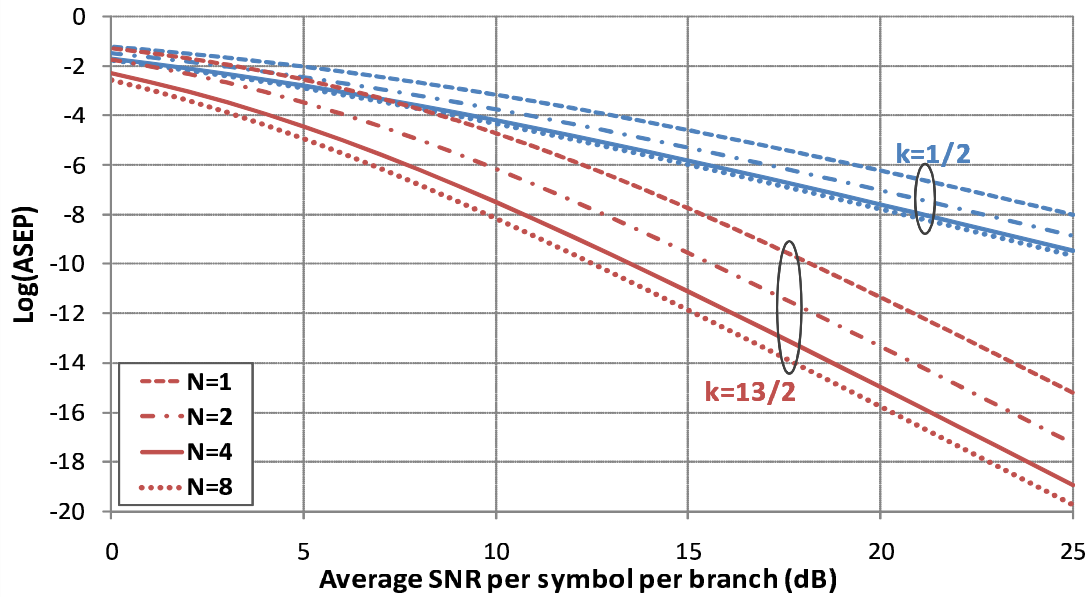
Πίνακας 4.4: Συγκεντρωτικός πίνακας παραδοχών για τα σχήματα 4.2 - 4.6

Σχήμα	4.2	4.3	4.4	4.5	4.6
ASEP ως προς	SNR	SNR	k	SNR	M_R
M_R	6	8	8	2, 4, 6, 8	1, 2, ..., 8
N_R	3	1, 2, 4, 8	1, 2, ..., 5	2	1, 2, ..., 7
k	$\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \dots, \frac{11}{2}$	$\frac{1}{2}, \frac{13}{2}$	$\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \dots, \frac{13}{2}$	$\frac{1}{2}, \frac{5}{2}$	$\frac{3}{2}$
SNR (dB)	0, 1, ..., 20	0, 1, ..., 20	10	0, 1, ..., 20	10
Διαμόρφωση	BPSK	DBPSK	DBPSK	QPSK	DBPSK

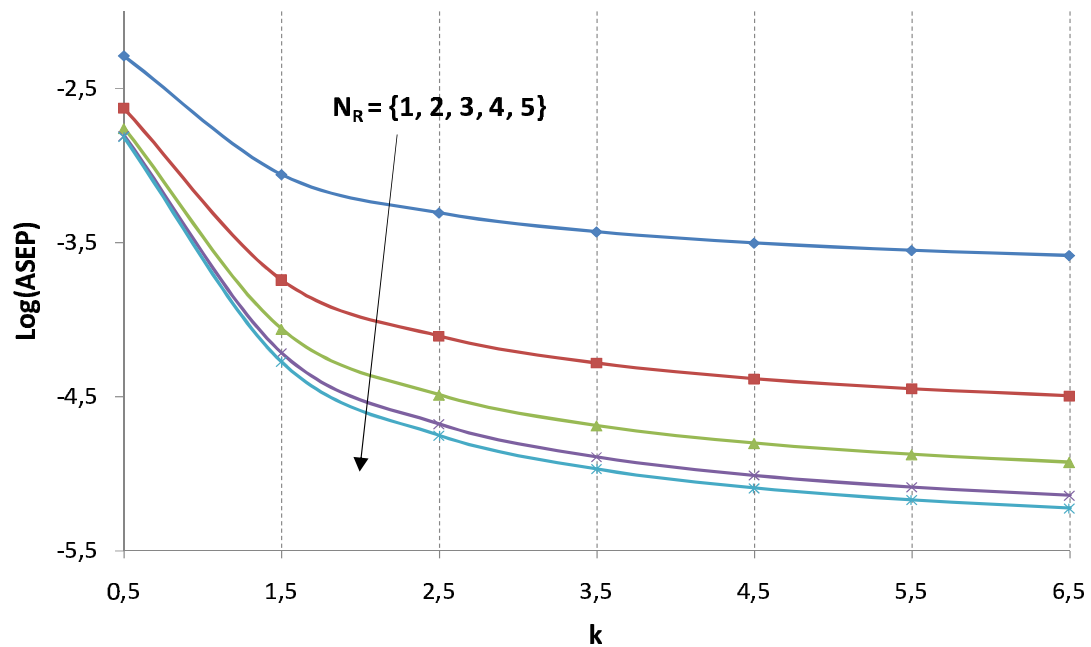


Σχήμα 4.2: Επίδοση της τεχνικής HS/MRC σε διαύλους διαλείψεων K , για διάφορες τιμές της παραμέτρου διαλείψεων.

συμβόλου ως προς το μέσο σηματοθορυβικό λόγο ανά κλάδο διαφορισμού, όταν επιλέγονται $N_R = 3$ από $M_R = 6$ κεραιοστοιχεία και χρησιμοποιείται διαμόρφωση BPSK. Η παράμετρος διαλείψεων λαμβάνει τιμές από το σύνολο $k \in \{\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \frac{7}{2}, \frac{9}{2}, \frac{11}{2}\}$. Σημειώνεται πως με τις παραπάνω τιμές της παραμέτρου διαλείψεων προσεγγίζεται η Rayleigh-λογαριθμοκανονική κατανομή με $\lambda \in \{2.22, 0.97, 0.70, 0.57, 0.50, 0.45\}$ αντίστοιχα. Επιπρόσθετα, τα αποτελέσματα συγκρίνονται με την επίδοση σε διαύλους διαλείψεων Rayleigh, δηλαδή για $k \rightarrow \infty$. Είναι εμφανές ότι η μέση πιθανότητα σφάλματος μειώνεται καθώς αυξάνεται η παράμετρος διαλείψεων, αφού βελτιώνεται η κατάσταση του διαύλου. Επιπλέον, για πεπερασμένη παράμετρο διαλείψεων εμφανίζεται χειρότερη επίδοση σε σχέση με τους διαύλους διαλείψεων Rayleigh, ακριβώς όπως αναμενόταν.



Σχήμα 4.3: Επίδοση της τεχνικής HS/MRC σε διαύλους διαλείψεων \mathcal{K} , για διάφορες τιμές του αριθμού των επιλεγμένων κεραιοστοιχείων N_R και $M_R = 8$.



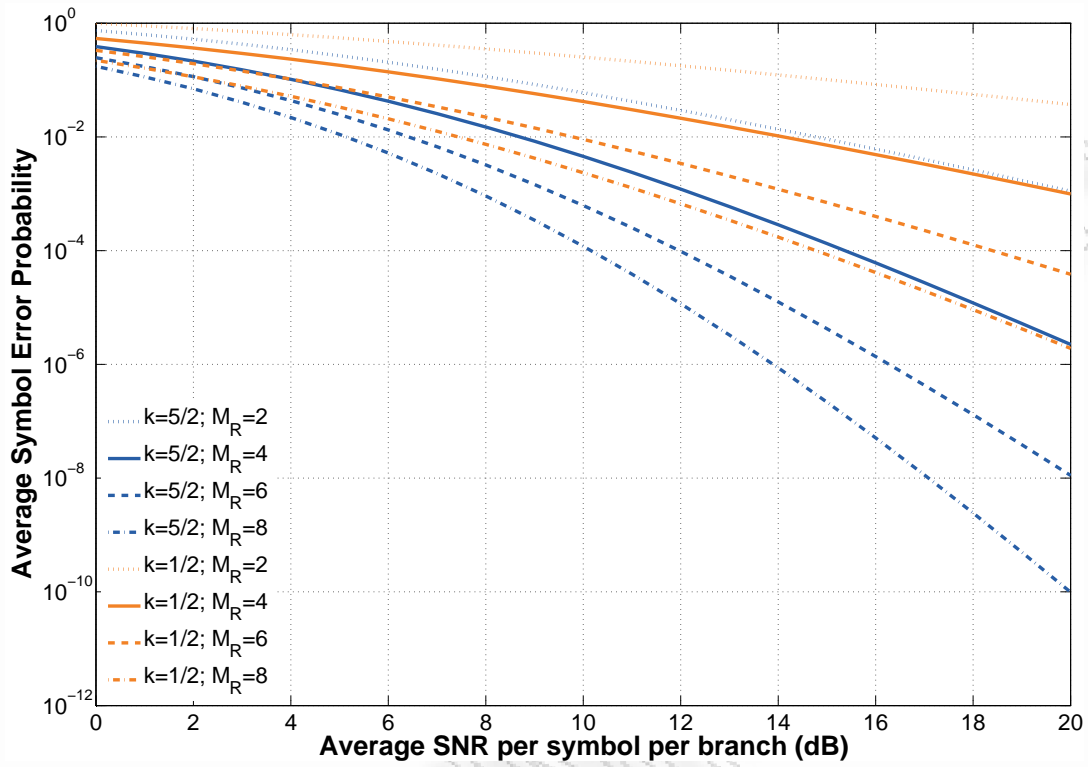
Σχήμα 4.4: Επίδοση της τεχνικής HS/MRC σε διαύλους διαλείψεων \mathcal{K} ως προς την παράμετρο διαλείψεων, για διάφορες τιμές του αριθμού των επιλεγμένων κεραιοστοιχείων N_R , $M_R = 8$ και σηματοθορυδικό λόγο 10dB.

Το σχήμα 4.3 δείχνει την επίδοση ως προς τη μέση πιθανότητα σφάλματος συμβόλου για $M_R = 8$ και $N_R \in \{1, 2, 4, 8\}$. Εξετάζονται οι περιπτώσεις όπου $k = \frac{1}{2}$ και $k = \frac{13}{2}$ και χρησιμοποιείται η διαμόρφωση DPSK. Προφανώς η καλύτερη και η χειρότερη επίδοση εμφανίζονται για $N_R = 8$ και $N_R = 1$ αντίστοιχα, δηλαδή στην τεχνική συνδυασμού μεγίστου λόγου και επιλεκτικού συνδυασμού αντίστοιχα. Όσο αυξάνεται το N_R , παρατηρείται μετατόπιση των καμπυλών προς τα αριστερά λόγω αύξησης του κέρδους συστοιχίας, η οποία ωστόσο γίνεται μικρότερη όσο αυξάνεται η αρχική τιμή του N_R . Για παράδειγμα, η βελτίωση της επίδοσης που παρατηρείται όταν το N_R αυξάνεται από 2 σε 4 είναι μεγαλύτερη από την αντίστοιχη βελτίωση όταν αυξάνεται από 4 σε 8. Ακριβώς η ίδια συμπεριφορά έχει παρατηρηθεί και για διάφορες άλλες κατανομές διαλείψεων (π.χ. Rayleigh και Nakagami).

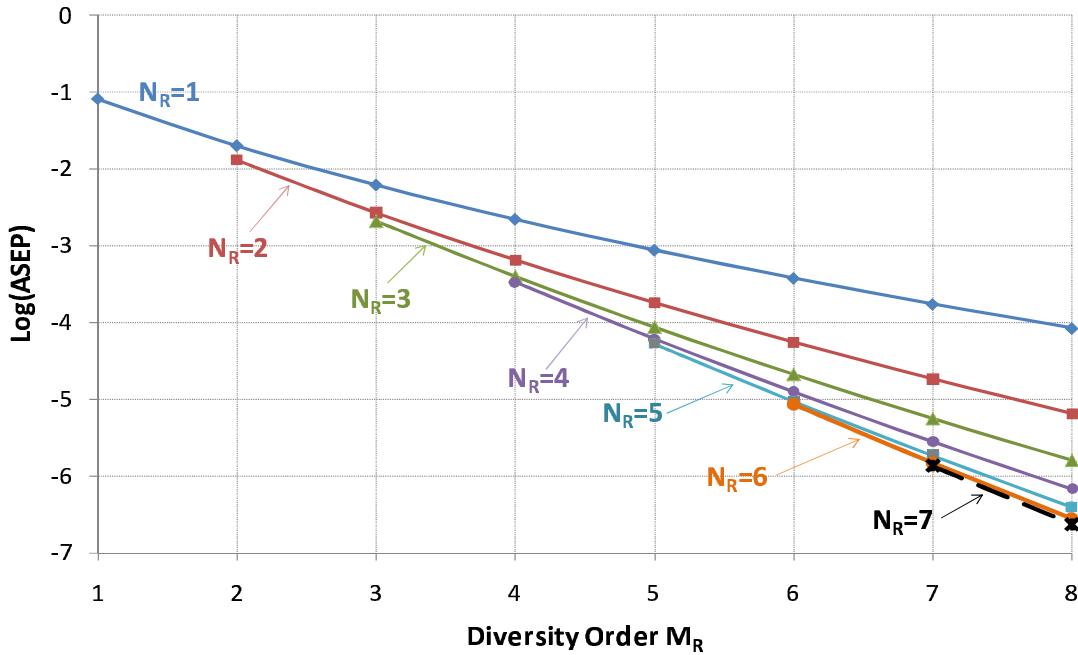
Επιπρόσθετα, η επιδείνωση της επίδοσης της τεχνικής HS/MRC σε σχέση με την τεχνική MRC γίνεται μεγαλύτερη καθώς αυξάνεται η παράμετρος διαλείψεων, δηλαδή καθώς βελτιώνεται η κατάσταση του διαύλου. Η παρατήρηση αυτή επιβεβαιώνεται και στο σχήμα 4.4, όπου παρουσιάζεται η μεταβολή της πιθανότητας σφάλματος ως προς την παράμετρο διαλείψεων για διάφορες τιμές του N_R και για σηματοθορυβικό λόγο 10 dB. Επομένως, όσο πιο έντονο γίνεται το φαινόμενο της σκίασης (μικρότερο k), τόσο μικρότερο αντίκτυπο στην επίδοση του συστήματος έχει η μείωση του N_R . Αντίστοιχες παρατηρήσεις έχουν αναφερθεί σε διαύλους διαλείψεων Rician και Nakagami [92].

Το σχήμα 4.5 δείχνει την επίδοση ως προς τη μέση πιθανότητα σφάλματος συμβόλου για $N_R = 2$ και $M_R \in \{2, 4, 6, 8\}$. Εξετάζονται οι περιπτώσεις όπου $k = \frac{1}{2}$ και $k = \frac{5}{2}$ και χρησιμοποιείται διαμόρφωση QPSK. Είναι εμφανές ότι η κλίση της καμπύλης για υψηλούς σηματοθορυβικούς λόγους αυξάνεται καθώς αυξάνεται ο αριθμός των διαθέσιμων κεραιοστοιχείων M_R , ανεξάρτητα του αριθμού των επιλεγμένων κεραιοστοιχείων, ακριβώς όπως συμβαίνει και στο συνδυασμό μεγίστου λόγου. Με άλλα λόγια, επιβεβαιώνεται και σε αυτή την περίπτωση ότι η τάξη διαφορισμού του συστήματος με HS/MRC είναι ίση με αυτή του συστήματος πλήρους πολυπλοκότητας (MRC).

Τέλος, στο σχήμα 4.6 παρουσιάζεται η μεταβολή της μέσης πιθανότητας σφάλματος συμβόλου ως προς την τάξη διαφορισμού του συστήματος M_R . Με τη βοήθεια του σχήματος αυτού μπορεί να μελετηθεί η σχέση ανάμεσα σε επίδοση και πολυπλοκότητα του συστήματος, για διάφορες τιμές των N_R και M_R και για διαμόρφωση DPSK. Για παράδειγμα, αν η επιθυμητή πιθανότητα σφάλματος είναι 10^{-4} και ο μέσος σηματοθορυβικός λόγος είναι 10 dB, τότε μπορεί να χρησιμοποιηθεί ένας δέκτης με επιλογή 3 από 5 κεραιοστοιχεία, ή 2 από 6 κεραιοστοιχεία, ή 1 από 8 κεραιοστοιχεία. Επίσης, παρατηρείται πως, για $M_R = 8$, είναι πιο ωφέλιμο να αυξηθεί το



Σχήμα 4.5: Επίδοση της τεχνικής HS/MRC σε διαύλους διαλείψεων \mathcal{K} , για διάφορες τιμές του αριθμού των συνολικών κεραιοστοιχείων, όταν επιλέγονται $N_R = 2$ κεραιοστοιχεία.



Σχήμα 4.6: Επίδοση της τεχνικής HS/MRC σε διαύλους διαλείψεων \mathcal{K} , για διάφορες τιμές του αριθμού των επιλεγμένων κεραιοστοιχείων N_R και $M_R = 8$.

N_R από 2 σε 3, παρά από 3 σε 4, επιβεβαιώνοντας έτσι το συμπέρασμα του σχήματος 4.3. Από την άλλη πλευρά, επιβεβαιώνεται πως αύξηση του M_R με σταθερό N_R συνεπάγεται σημαντική βελτίωση της επίδοσης, λόγω αύξησης της τάξης διαφορισμού του συστήματος.

Κεφάλαιο 5

Η τεχνική της δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών

5.1 Εισαγωγή

Η τεχνική της δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών (antenna subarray formation) είναι μια νέα εναλλακτική τεχνική μείωσης της πολυπλοκότητας του υλικού στα συστήματα MIMO, η οποία εντάσσεται στην κατηγορία των τεχνικών προ-επεξεργασίας στο πεδίο των ραδιοσυχνοτήτων, δηλαδή προηγείται ή έπεται (αναλόγως αν εφαρμόζεται στο δέκτη ή στον πομπό αντίστοιχα) της μετάβασης των σημάτων στη βασική ζώνη. Με την τεχνική αυτή, κάθε διαθέσιμη αλυσίδα RF δεν τροφοδοτείται με την απόκριση κάποιου επιλεγμένου κεραιοστοιχείου, αλλά με έναν γραμμικό συνδυασμό των αποκρίσεων ενός κατάλληλα επιλεγμένου υποσυνόλου των διαθέσιμων κεραιοστοιχείων. Έτσι, επιτυγχάνεται η σχεδίαση ενός συστήματος με μειωμένη πολυπλοκότητα υλικού, αλλά με αυξημένη επίδοση σε σχέση με ένα συμβατικό σύστημα επιλογής κεραιοστοιχείων, η οποία, υπό κατάλληλες προϋποθέσεις, μπορεί να προσεγγίσει την επίδοση του πλήρους συστήματος. Το απαιτούμενο επιπλέον κόστος της προτεινόμενης τεχνικής έγκειται στην χρήση στροφών φάσης ή και (προαιρετικά) γραμμικών ενισχυτών μεταβλητού κέρδους που να λειτουργούν στην περιοχή των ραδιοσυχνοτήτων.

Το κεφάλαιο αυτό στοχεύει στην αναλυτική περιγραφή και μελέτη της δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών. Αρχικά περιγράφεται η προτεινόμενη τεχνική, αναφέρονται και δικαιολογούνται οι υποθέσεις εργασίας και αναλύεται η μαθηματική μοντελοποίηση της δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών στο δέκτη. Κατόπιν, προτείνονται κάποιες παραλλαγές της τεχνικής, οι οποίες, ανάλογα με το διαθέσιμο αριθμό ενισχυτών χαμηλού θορύβου ή/και στροφών φάσης, διευκολύνουν την πρακτική εφαρμογή της και μειώνουν περαιτέρω την πολυπλοκότητα του υλικού του συστήματος. Στη συνέ-

χεια, μελετάται η χωρητικότητα του συστήματος που προκύπτει από την εφαρμογή της τεχνικής: πρώτα αποδεικνύεται ο ακριβής τύπος υπολογισμού της χωρητικότητας και έπειτα προτείνονται θεωρητικές εκφράσεις που αποτελούν ένα στενό άνω φράγμα επί της εργοδικής χωρητικότητας της τεχνικής, όταν εφαρμόζεται σε διαύλους Rayleigh i.i.d. Τέλος, το κεφάλαιο καταλήγει με τη μελέτη των επιπρόσθετων μικροηλεκτρονικών διατάξεων που είναι απαραίτητες για τη λειτουργία της τεχνικής, δίνοντας έμφαση τους ρυθμιστικούς στροφείς φάσης που λειτουργούν στην περιοχή των μικροκυματικών συχνοτήτων. Οι αλγόριθμοι δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών και η επίδοσή τους αναλύονται στα κεφάλαια 6 και 7 αντίστοιχα.

5.2 Περιγραφή του συστήματος και υποθέσεις εργασίας

Υποθέτουμε ότι έχουμε ένα ασύρματο σύστημα επικοινωνιών MIMO με μια ζεύξη από σημείο σε σημείο, όπου ο διάυλος παρουσιάζει επίπεδες διαλείψεις. Στις δυο άκρες της ζεύξης είναι εγκατεστημένες χωρικά ομοιόμορφες γραμμικές στοιχειοκεραίες με ομοιοκατευθυντικά στοιχεία. Αν στον πομπό και στο δέκτη διατίθενται M_T και M_R κεραιοστοιχεία αντίστοιχα, η σχέση εισόδων-εξόδων του συστήματος πλήρους πολυπλοκότητας περιγράφεται από την εξίσωση

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{s} + \mathbf{n}, \quad (5.1)$$

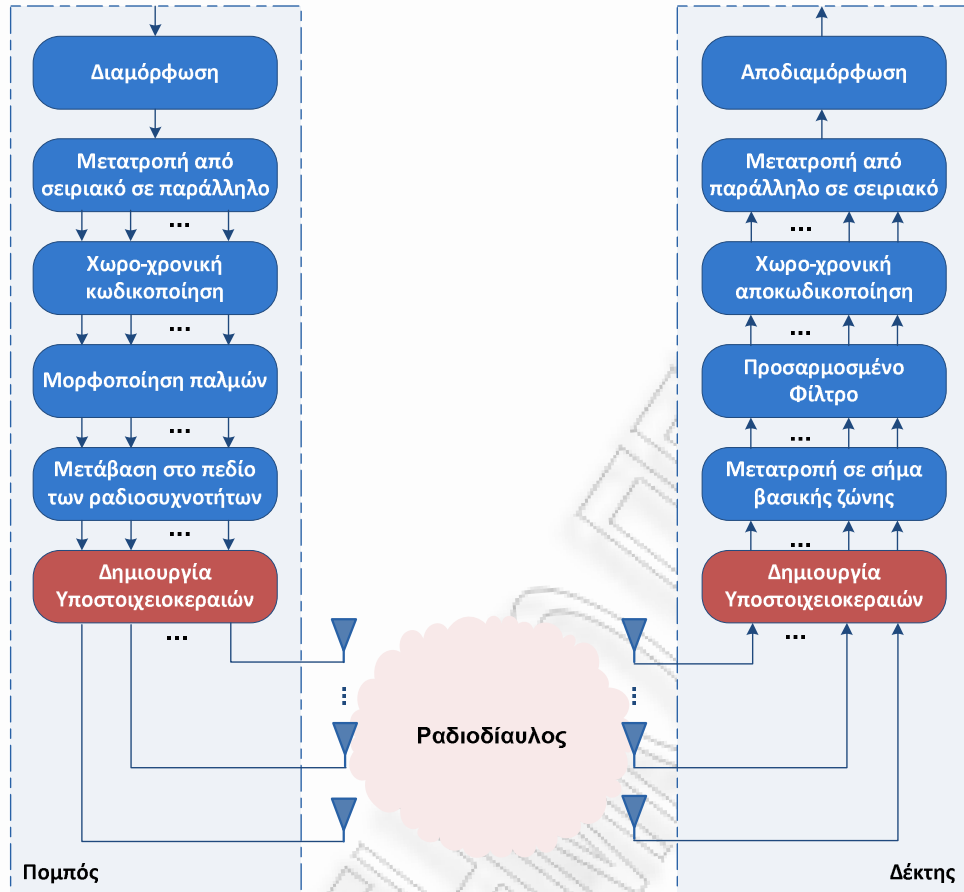
όπου $\mathbf{H} \in \mathbb{C}^{M_R \times M_T}$ είναι ο πίνακας μεταφοράς του διαύλου πλήρους πολυπλοκότητας, $\mathbf{s} \in \mathbb{C}^{M_T \times 1}$ είναι το διάνυσμα των μεταδιδόμενων σημάτων από τα M_T διαθέσιμα κεραιοστοιχεία του πομπού, $\mathbf{y} \in \mathbb{C}^{M_R \times 1}$ είναι το διάνυσμα των λαμβανόμενων σημάτων στα M_R διαθέσιμα κεραιοστοιχεία του δέκτη και $\mathbf{n} \in \mathbb{C}^{M_R \times 1}$ είναι το ZMCSCG διάνυσμα του θορύβου στο δέκτη με πίνακα συνδιακύμανσης $\mathbf{R}_{nn} = N_0 \cdot \mathbf{I}_{M_R}$. Θεωρώντας ότι η συνολικά μεταδιδόμενη ισχύς είναι P_T , ο μέσος σηματοθορυβικός λόγος σε κάθε κεραιοστοιχείο του δέκτη είναι

$$\rho = \frac{P_T}{N_0}, \quad (5.2)$$

ενώ επιβάλλεται ο ακόλουθος περιορισμός για τον πίνακα αυτοσυσχέτισης του διανύσματος των μεταδιδόμενων σημάτων (περιορισμός συνολικής εκπεμπόμενης ισχύος):

$$\text{tr} \{ \mathbf{E} [\mathbf{s}\mathbf{s}^H] \} = P_T. \quad (5.3)$$

Επίσης, όπου δεν αναφέρεται διαφορετικά, θεωρούμε ότι ο δέκτης επιτυγχάνει



Σχήμα 5.1: Αρχιτεκτονική συστήματος MIMO με εφαρμογή της δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών. Σημειώνεται πως, γενικά, η δημιουργία υποστοιχειοκεραιών μπορεί να εφαρμοστεί τόσο στον πομπό, όσο και στο δέκτη, όπως φαίνεται στο σχήμα.

τέλεια εκτίμηση του πίνακα μεταφοράς του διαύλου του πλήρους συστήματος \mathbf{H} , ενώ ο πομπός δε διαθέτει καμία πληροφορία για το δίαυλο. Κατά συνέπεια, υποθέτουμε ομοιόμορφη κατανομή της ισχύος στα κεραιοστοιχεία του πομπού, δηλαδή

$$\mathbf{R}_{ss} = \frac{P_T}{M_T} \mathbf{I}_{M_T}. \quad (5.4)$$

Έστω N_T και N_R ο αριθμός των αλυσίδων RF που διαθέτει ο πομπός και ο δέκτης αντίστοιχα. Γενικά, η δημιουργία υποστοιχειοκεραιών μπορεί να εφαρμοστεί και στον πομπό και στο δέκτη, όπως φαίνεται στο διάγραμμα αρχιτεκτονικής του συστήματος (σχήμα 5.1). Ωστόσο, για λόγους απλότητας, στη συνέχεια η τεχνική της δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών εφαρμόζεται κυρίως στο δέκτη. Για το λόγο αυτό, μπορούμε να θεωρήσουμε ότι $N_T = M_T$ και $M_R > M_T$. Επιπλέον, χωρίς βλάβη της γενικότητας, υποθέτουμε ότι $N_R = N_T$. Η υπόθεση αυτή γίνεται συχνά στη βιβλιογραφία που αφορά την εφαρμογή της επιλογής κεραιοστοιχείων σε συστήματα χωρικής πολυπλεξίας και μπορεί να δικαιολογηθεί ως εξής: Ο αριθμός των ροών δε-

δομένων που μπορούν να μεταδοθούν παράλληλα σε ένα σύστημα MIMO δεν μπορεί να υπερβεί τον αριθμό των αλυσίδων RF του πομπού. Έτσι, αν ο δέκτης διαθέτει περισσότερες αλυσίδες RF από τον πομπό, οι επιπλέον αλυσίδες RF του δέκτη δεν μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την αύξηση του κέρδους χωρικής πολυπλεξίας παρά μόνο για την αύξηση του κέρδους διαφορισμού¹. Η υπόθεση αυτή έχει νόημα αν ο πίνακας μεταφοράς του διαύλου του πλήρους συστήματος είναι πλήρους βαθμού, δηλαδή $\text{rank}[\mathbf{H}] = M_T$. Ωστόσο, πρέπει να σημειωθεί ότι, γενικά, η τεχνική δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών μπορεί να εφαρμοστεί ανεξάρτητα του αριθμού των διαθέσιμων αλυσίδων RF.

5.3 Μαθηματική μοντελοποίηση της τεχνικής της δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών στο δέκτη

Όπως φαίνεται και στο σχήμα 5.2, με την τεχνική της δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών, στην είσοδο της j -οστής αλυσίδας RF του δέκτη οδηγείται ένας γραμμικός συνδυασμός των αποκρίσεων των κεραιοστοιχείων, ο οποίος δίνεται από την ακόλουθη σχέση:

$$\tilde{y}_j = \sum_{i=1}^{M_R} a_{ij}^* y_i = \mathbf{a}_j^H \mathbf{y}, \quad (5.5)$$

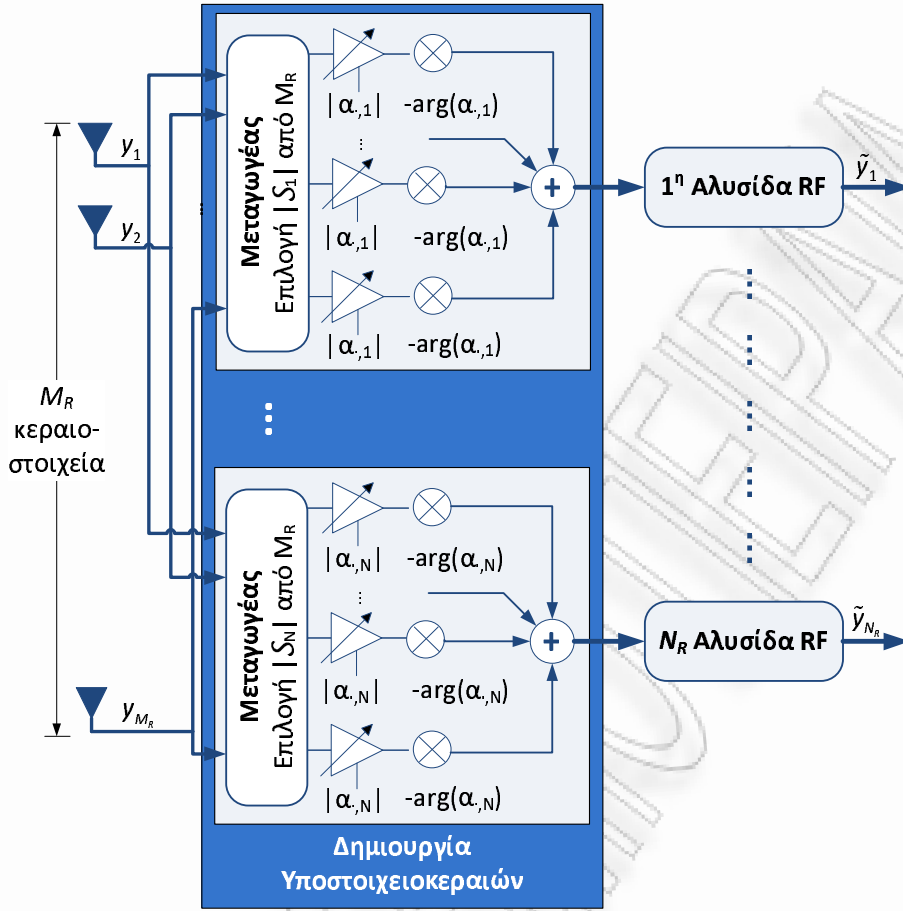
όπου $\mathbf{a}_j = [a_{1,j} \ a_{2,j} \ \cdots \ a_{M_R,j}]^T$ είναι το διάνυσμα των μιγαδικών βαρών με τα οποία παράγεται ο γραμμικός συνδυασμός που θα οδηγηθεί στην j -οστή αλυσίδα RF και a_{ij} είναι το μιγαδικό βάρος με το οποίο συμμετέχει η απόκριση του i -οστού κεραιοστοιχείου του δέκτη στη j -οστή υποστοιχειοκεραία. Για τα μιγαδικά βάρη a_{ij} ισχύει ο ακόλουθος περιορισμός:

$$a_{ij} = 0, \quad \text{αν } i \notin \mathcal{S}_j, \quad (5.6)$$

όπου με \mathcal{S}_j συμβολίζεται το σύνολο των κεραιοστοιχείων που χρησιμοποιούνται στη j -οστή υποστοιχειοκεραία.

Το διάνυσμα $\tilde{\mathbf{y}} \in \mathbb{C}^{N_R \times 1}$ των σημάτων που οδηγούνται στις αλυσίδες RF του δέκτη

¹Για περισσότερες λεπτομέρειες, βλ. σχήμα 3.5 και τη σχετική ανάλυση στη σελ. 72.



Σχήμα 5.2: Γενική αρχή λειτουργίας της τεχνικής της δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών στο δέκτη

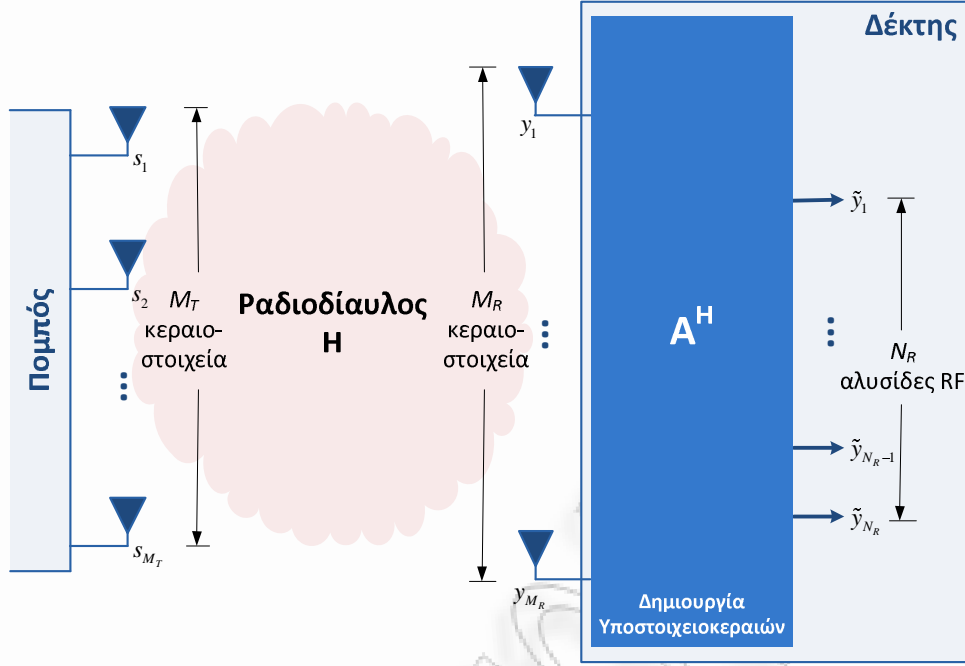
μετά την εφαρμογή της δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών μπορεί να βρεθεί ως εξής:

$$\tilde{\mathbf{y}} = \begin{bmatrix} \tilde{y}_1 \\ \tilde{y}_2 \\ \vdots \\ \tilde{y}_{N_R} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{a}_1^H \mathbf{y} \\ \mathbf{a}_2^H \mathbf{y} \\ \vdots \\ \mathbf{a}_{N_R}^H \mathbf{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{a}_1^H \\ \mathbf{a}_2^H \\ \vdots \\ \mathbf{a}_{N_R}^H \end{bmatrix} \mathbf{y} = \mathbf{A}^H \mathbf{y}, \quad (5.7)$$

όπου ως $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{a}_1 & \mathbf{a}_2 & \cdots & \mathbf{a}_{N_R} \end{bmatrix}$ έχει οριστεί ο πίνακας μετασχηματισμού της τεχνικής της δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών ($\mathbf{A} \in \mathbb{C}^{M_R \times N_R}$). Αντικαθιστώντας την (5.1) στην (5.7), τελικά προκύπτει η σχέση εισόδων-εξόδων της τεχνικής:

$$\tilde{\mathbf{y}} = \mathbf{A}^H \mathbf{H} \mathbf{s} + \mathbf{A}^H \mathbf{n}. \quad (5.8)$$

Γίνεται πλέον εμφανές ότι η συνδυαστική επίδραση του περιβάλλοντος διάδοσης και της τεχνικής της δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών στα μεταδιδόμενα σήματα περιγράφεται από τον ενεργό πίνακα μεταφοράς (effective transfer matrix)



Σχήμα 5.3: Δομικό διάγραμμα συστήματος με εφαρμογή της τεχνικής δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών στο δέκτη.

$$\tilde{\mathbf{H}} \in \mathbb{C}^{N_R \times N_T}:$$

$$\tilde{\mathbf{H}} = \mathbf{A}^H \mathbf{H}. \quad (5.9)$$

Επιπλέον, σύμφωνα με την (5.8), το διάνυσμα του ενεργού θορύβου στο σύστημα δίνεται από τη σχέση

$$\tilde{\mathbf{n}} = \mathbf{A}^H \mathbf{n}, \quad (5.10)$$

όπου το $\tilde{\mathbf{n}} \in \mathbb{C}^{N_R \times 1}$ είναι ένα ZMCSCG διάνυσμα με πίνακα συνδιακύμανσης

$$\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{n}}\tilde{\mathbf{n}}} = \mathbb{E} [\tilde{\mathbf{n}}\tilde{\mathbf{n}}^H] = N_0 \mathbf{A}^H \mathbf{A}. \quad (5.11)$$

Το δομικό διάγραμμα του συστήματος που έχει προκύψει παρουσιάζεται στο σχήμα 5.3. Σημειώνεται ότι ο αριθμός των χρησιμοποιούμενων στροφών φάσης ή και ενισχυτών χαμηλού θορύβου K_R αποτελεί παράμετρο σχεδίασης του συστήματος και καθορίζει το κόστος και την επίδοση του δέκτη. Είναι προφανές λοιπόν ότι θα πρέπει να ληφθεί υπόψη ο περιορισμός

$$K_R = \sum_{j=1}^{N_R} |\mathcal{S}_j|. \quad (5.12)$$

όπου $|\mathcal{S}_j|$ είναι ο αριθμός των κεραιοστοιχείων που συμμετέχουν στην j -οστή υποστοιχειοκεραία.

5.4 Παραλλαγές της τεχνικής της δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών

Γενικά, δεν απαιτούνται επιπλέον περιορισμοί για τον πίνακα μετασχηματισμού \mathbf{A} , εκτός από αυτούς που καθορίζονται από τις (5.6) και (5.12). Ωστόσο, ανάλογα με τον αριθμό των διαθέσιμων στροφών φάσης και γραμμικών ενισχυτών μεταβλητού κέρδους, μπορεί να χρειαστούν επιπλέον περιορισμοί στη δομή του πίνακα \mathbf{A} . Για το λόγο αυτό, προτείνονται οι ακόλουθες παραλλαγές της τεχνικής (βλ. και σχήμα 5.4):

5.4.1 Αυστηρά δομημένη δημιουργία υποστοιχειοκεραιών (SS-ASF)

Στην *αυστηρά δομημένη δημιουργία υποστοιχειοκεραιών* (strictly-structured antenna subarray formation — SS-ASF), κάθε κεραιοστοιχείο μπορεί να συμμετέχει σε μία μόνο υποστοιχειοκεραία, δηλαδή

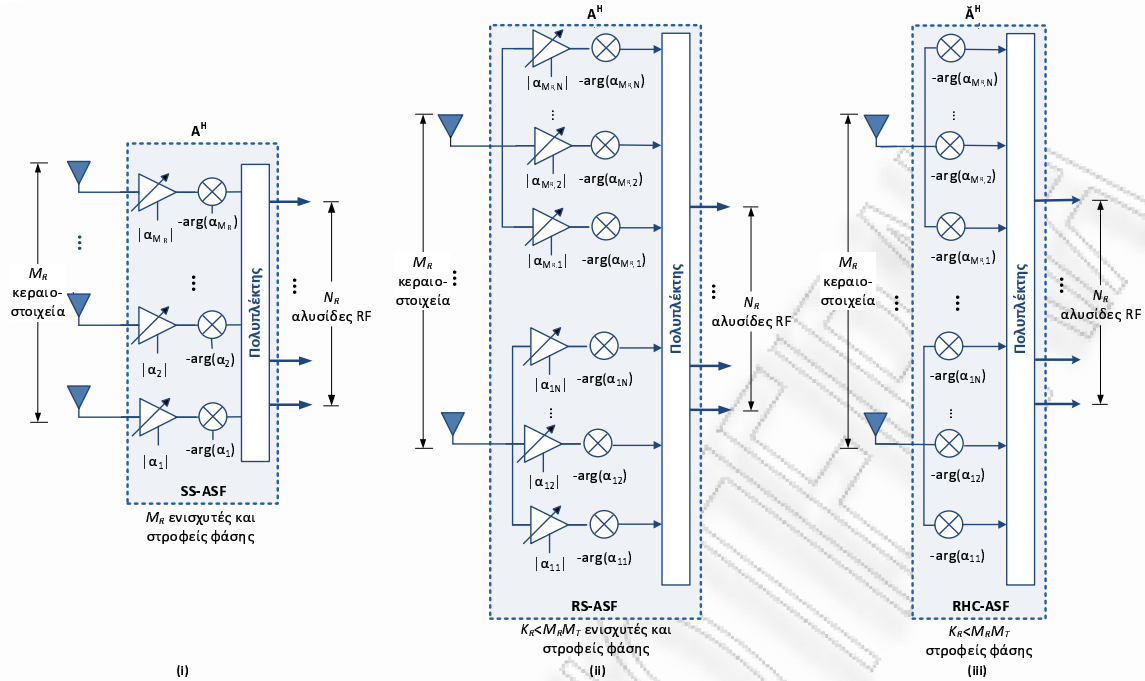
$$\mathcal{S}_j \cap \mathcal{S}_q = \emptyset, \quad \forall j \neq q. \quad (5.13)$$

Αυτό σημαίνει πως κάθε γραμμή του πίνακα μετασχηματισμού μπορεί να περιέχει ένα και μόνο ένα μη μηδενικό στοιχείο. Επίσης, όλες οι στήλες του πίνακα μετασχηματισμού είναι αμοιβαία ορθογώνιες, δηλαδή για κάθε $j \neq q$ θα ισχύει $\mathbf{a}_j^H \mathbf{a}_q = 0$. Κανένας πρόσθετος περιορισμός ως προς τις στήλες του πίνακα \mathbf{A} δεν είναι απαραίτητος.

Σε αυτή την περίπτωση, χρειάζονται ακριβώς $K_R = M_R$ στροφείς φάσης και γραμμικοί ενισχυτές χαμηλού θορύβου (σχήμα 5.4i). Σημειώνεται ότι η τεχνική δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών προτάθηκε αρχικά χρησιμοποιώντας τους περιορισμούς αυτούς [110].

5.4.2 Χαλαρά δομημένη δημιουργία υποστοιχειοκεραιών (RS-ASF)

Στην *χαλαρά δομημένη δημιουργία υποστοιχειοκεραιών* (relaxed structured antenna subarray formation — RS-ASF), κανένας επιπλέον περιορισμός δεν επιβάλλεται. Ο αριθμός των απαιτούμενων στροφών φάσης και γραμμικών ενισχυτών μεταβλητού κέρδους $K_R < M_R N_R$ επιλέγεται ελεύθερα κατά τη σχεδίαση και καθορίζει φυσικά την πολυπλοκότητα και την επίδοση της τεχνικής (σχήμα 5.4ii).



Σχήμα 5.4: Παραλλαγές της τεχνικής της δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών: (α) αυστηρά δομημένη δημιουργία υποστοιχειοκεραιών (SS-ASF), (β) χαλαρά δομημένη δημιουργία υποστοιχειοκεραιών (RS-ASF), (γ) δημιουργία υποστοιχειοκεραιών με μειωμένη πολυπλοκότητα υλικού (RHC-ASF).

5.4.3 Ισορροπημένη δημιουργία υποστοιχειοκεραιών (EB-ASF)

Ένα πρακτικό μειονέκτημα τόσο της αυστηρά δομημένης όσο και της χαλαρά δομημένης δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών είναι ότι δεν είναι γνωστό εκ των προτέρων πόσα κεραιοστοιχεία συμμετέχουν σε κάθε υποστοιχειοκεραία, με αποτέλεσμα να μη γνωρίζουμε τις προδιαγραφές για το μεταγωγέα RF (RF switch) που χρησιμοποιείται για κάθε υποστοιχειοκεραία (βλ. σχήμα 5.2). Για το λόγο αυτό, προτείνεται μια τροποποίηση της τεχνικής, η *ισορροπημένη δημιουργία υποστοιχειοκεραιών* (equally balanced antenna subarray formation – EB-ASF), στην οποία ο αριθμός των κεραιοστοιχείων που συμμετέχουν σε κάθε υποστοιχειοκεραία είναι ο ίδιος, δηλαδή

$$|S_1| = |S_2| = \dots = |S_{N_R}| = \frac{K_R}{N_R} \quad (5.14)$$

Προφανώς η (5.14) έχει νόημα αν ο $\frac{K_R}{N_R}$ είναι θετικός ακέραιος και μικρότερος του M_R , δηλαδή

$$K_R \bmod N_R = 0 \quad (5.15- i)$$

$$0 < \frac{K_R}{N_R} < M_R \quad (5.15- ii)$$

Πίνακας 5.1: Συγκεντρωτικός πίνακας με τις παραλλαγές της τεχνικής της δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών, τους αντίστοιχους περιορισμούς και τις χρησιμοποιούμενες συντομογραφίες

Ονομασία τεχνικής	Περιορισμός	Χρησιμοποιούνται LNA;	
		ΝΑΙ	ΟΧΙ
Χαλαρά δομημένη	$\sum_{j=1}^{N_R} S_j = K_R < M_R N_R$	RS-ASF	RHC-RS-ASF
Ισορροπημένη	$ S_j = \frac{K_R}{N_R} < M_R$	EB-ASF	RHC-EB-ASF
Αυστηρά δομημένη	$S_j \cap S_q = \emptyset, \quad \forall j \neq q$	SS-ASF	RHC-SS-ASF

5.4.4 Δημιουργία υποστοιχειοκεραιών με μειωμένη πολυπλοκότητα υλικού (RHC-ASF)

Στην πράξη, είναι δύσκολο να κατασκευαστούν γραμμικοί ενισχυτές χαμηλού θορύβου (LNA) μεταβλητού κέρδους για την περιοχή των ραδιοσυχνοτήτων με τα επιθυμητά τεχνικά χαρακτηριστικά και με χαμηλό κόστος. Από την άλλη πλευρά, λόγω της ραγδαίας ανάπτυξης της τεχνολογίας MMIC, είναι σήμερα εφικτή η κατασκευή στροφέων φάσης για τις μικροκυματικές συχνότητες με σχετικά χαμηλό κόστος (περισσότερες πληροφορίες αναφέρονται στην παράγραφο 5.7). Για το λόγο αυτό, προτείνεται η εφαρμογή της τεχνικής της δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών χρησιμοποιώντας μόνο στροφείς φάσης (σχήμα 5.4iii). Σε αυτή την περίπτωση, η τεχνική αποκαλείται *δημιουργία υποστοιχειοκεραιών με μειωμένη πολυπλοκότητα υλικού* (reduced hardware complexity antenna subarray formation — RHC-ASF), η οποία επιτυγχάνει περαιτέρω μείωση της πολυπλοκότητας του υλικού με αμελητέα μείωση της επίδοσης του συστήματος.

Σημειώνεται ότι η παραλλαγή RHC μπορεί να εφαρμοστεί σε συνδυασμό με οποιαδήποτε από τις προαναφερθείσες παραλλαγές. Έτσι, όταν χρησιμοποιούνται μόνο στροφείς φάσης (και όχι LNA), οι παραλλαγές SS-ASF, EB-ASF και RS-ASF αναφέρονται ως RHC-SS-ASF, RHC-EB-ASF και RHC-RS-ASF αντίστοιχα. Οι συντομογραφίες που χρησιμοποιούνται για κάθε παραλλαγή της δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών παρουσιάζονται συγκεντρωτικά στον πίνακα 5.1.

5.5 Χωρητικότητα της τεχνικής της δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών

Στη συνέχεια, μελετάται η χωρητικότητα του συστήματος που προκύπτει από την εφαρμογή της προτεινόμενης τεχνικής. Αρχικά, αποδεικνύεται ο τύπος υπολογισμού της χωρητικότητας για τη δημιουργία υποστοιχειοκεραιών, ο οποίος δεν ταυτίζεται με το γενικό τύπο υπολογισμού της χωρητικότητας των συστημάτων MIMO, αλλά ακολουθείται η ίδια αποδεικτική διαδικασία. Κατόπιν, προτείνονται στενά θεωρη-

τικά άνω φράγματα επί της εργοδικής χωρητικότητας της τεχνικής, όταν ο διάυλος ακολουθεί διαλείψεις Rayleigh i.i.d.

5.5.1 Υπολογισμός της χωρητικότητας

5.5.1.1 Ντετερμινιστική χωρητικότητα

Η έννοια της ντετερμινιστικής χωρητικότητας έχει νόημα όταν υιοθετείται το στατικό μοντέλο διαύλου, το οποίο σημαίνει ότι ο πίνακας μεταφοράς του διαύλου, παρότι είναι τυχαίος, όταν καθοριστεί, παραμένει σταθερός καθόλη τη διάρκεια της μετάδοσης. Σε αυτή την περίπτωση, η κατά Shannon χωρητικότητα της δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών δίδεται με τη βοήθεια της αμοιβαίας πληροφορίας ανάμεσα στο διάνυσμα μετάδοσης \mathbf{s} και το διάνυσμα των σημάτων που οδηγούνται στις αλυσίδες RF του δέκτη $\tilde{\mathbf{y}}$, δηλαδή

$$C_{\tilde{\mathbf{H}}} = \max_{\substack{f(\mathbf{s}) \\ \text{tr}(\mathbf{R}_{\mathbf{ss}})=P_T}} I(\mathbf{s}; \tilde{\mathbf{y}}) = \max_{f(\mathbf{s})} [H(\tilde{\mathbf{y}}|\mathbf{H}) - (H\tilde{\mathbf{y}}|\mathbf{s}, \mathbf{H})], \quad (5.16)$$

όπου $H(\cdot)$ είναι η εντροπία, $f(\cdot)$ είναι η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας και $\text{tr}(\mathbf{R}_{\mathbf{ss}}) = P_T$ είναι ο περιορισμός ισχύος στον πομπό [βλ. και (5.3)]. Αφού τα μεταδιδόμενα σήματα είναι ανεξάρτητα του θορύβου και αφού το διάνυσμα του ενεργού θορύβου $\tilde{\mathbf{n}}$ είναι ZMCSCG με πίνακα συνδιακύμανσης $\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{n}}\tilde{\mathbf{n}}} = N_0 \mathbf{A}^H \mathbf{A}$, προκύπτει ότι [9]

$$H(\tilde{\mathbf{y}}|\mathbf{s}, \mathbf{H}) = H(\tilde{\mathbf{n}}|\mathbf{H}) = \log_2 \det(\pi e N_0 \mathbf{A}^H \mathbf{A}). \quad (5.17)$$

Επομένως, η αμοιβαία πληροφορία μεγιστοποιείται όταν μεγιστοποιείται και η εντροπία του $\tilde{\mathbf{y}}$, για την οποία ισχύει το ακόλουθο άνω φράγμα:

$$H(\tilde{\mathbf{y}}|\mathbf{H}) \leq \log_2 \det(\pi e \mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{y}}\tilde{\mathbf{y}}}), \quad (5.18)$$

όπου η ισότητα ισχύει αν και μόνο αν το διάνυσμα $\tilde{\mathbf{y}}$ είναι ZMCSCG. Κατά συνέπεια, η αμοιβαία πληροφορία θα μεγιστοποιείται όταν το διάνυσμα \mathbf{s} είναι ZMCSCG και θα ισούται με

$$C_{\tilde{\mathbf{H}}} = \max_{\substack{f(\mathbf{s}) \\ \text{tr}(\mathbf{R}_{\mathbf{ss}})=P_T}} I(\mathbf{s}; \tilde{\mathbf{y}}) = \log_2 \det(\pi e \mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{y}}\tilde{\mathbf{y}}}) - \log_2 \det(\pi e N_0 \mathbf{A}^H \mathbf{A}), \quad (5.19)$$

όπου ο πίνακας συνδιακύμανσης του διανύσματος $\tilde{\mathbf{y}}$ ισούται με

$$\begin{aligned}\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{y}}\tilde{\mathbf{y}}} &= \mathbb{E} \left[(\mathbf{A}^H \mathbf{H} \mathbf{s} + \mathbf{A}^H \mathbf{n}) (\mathbf{A}^H \mathbf{H} \mathbf{s} + \mathbf{A}^H \mathbf{n})^H \right] \\ &= \mathbf{A}^H \mathbf{H} \mathbb{E} [\mathbf{s} \mathbf{s}^H] \mathbf{H}^H \mathbf{A} + \mathbf{A}^H \mathbf{H} \mathbb{E} [\mathbf{s} \mathbf{n}^H] \mathbf{A} \\ &\quad + \mathbf{A}^H \mathbb{E} [\mathbf{n} \mathbf{s}^H] \mathbf{H}^H \mathbf{A} + \mathbf{A}^H \mathbb{E} [\mathbf{n} \mathbf{n}^H] \mathbf{A} \\ &= \mathbf{A}^H \mathbf{H} \mathbf{R}_{\mathbf{ss}} \mathbf{H}^H \mathbf{A} + N_0 \mathbf{A}^H \mathbf{A}.\end{aligned}\tag{5.20}$$

Επομένως, η χωρητικότητα του συστήματος είναι

$$\begin{aligned}C_{\tilde{\mathbf{H}}} &= \max_{\substack{\mathbf{R}_{\mathbf{ss}} \\ \text{tr}(\mathbf{R}_{\mathbf{ss}}) = P_T}} \log_2 \frac{\det [\pi e (N_0 \mathbf{A}^H \mathbf{A} + \mathbf{A}^H \mathbf{H} \mathbf{R}_{\mathbf{ss}} \mathbf{H}^H \mathbf{A})]}{\det [\pi e N_0 \mathbf{A}^H \mathbf{A}]} \\ &= \max_{\substack{\mathbf{R}_{\mathbf{ss}} \\ \text{tr}(\mathbf{R}_{\mathbf{ss}}) = P_T}} \log_2 \det \left[(N_0 \mathbf{A}^H \mathbf{A} + \mathbf{A}^H \mathbf{H} \mathbf{R}_{\mathbf{ss}} \mathbf{H}^H \mathbf{A}) (N_0 \mathbf{A}^H \mathbf{A})^{-1} \right] \\ &= \max_{\substack{\mathbf{R}_{\mathbf{ss}} \\ \text{tr}(\mathbf{R}_{\mathbf{ss}}) = P_T}} \log_2 \det \left[\mathbf{I}_{M_T} + \frac{1}{N_0} \mathbf{R}_{\mathbf{ss}} \mathbf{H}^H \mathbf{A} (\mathbf{A}^H \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^H \mathbf{H} \right].\end{aligned}\tag{5.21}$$

Λαμβάνοντας υπόψη ότι η εκπεμπόμενη ισχύς ισοκατανέμεται στα κεραιοστοιχεία του πομπού, αντικαθιστούμε την (5.4) στην (5.21) και βρίσκουμε ότι η χωρητικότητα της τεχνικής της δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών ισούται με

$$C_{\tilde{\mathbf{H}}} = \log_2 \det \left[\mathbf{I}_{M_T} + \frac{\rho}{M_T} \mathbf{H}^H \mathbf{A} (\mathbf{A}^H \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^H \mathbf{H} \right].\tag{5.22}$$

Η χωρητικότητα του συστήματος που έχει προκύψει φράσσεται άνωθεν από την χωρητικότητα του πλήρους συστήματος $C_{\mathbf{H}}$, δηλαδή

$$C_{\tilde{\mathbf{H}}} \leq C_{\mathbf{H}} = \log_2 \det \left(\mathbf{I}_{M_R} + \frac{\rho}{M_T} \mathbf{H} \mathbf{H}^H \right).\tag{5.23}$$

Η (5.23) αποδεικνύεται εύκολα, ως πόρισμα του θεωρήματος 6.1.1 (σελ. 156).

5.5.1.2 Εργοδική χωρητικότητα

Όταν ο δίαυλος είναι χρονικά μεταβαλλόμενος και δεν υπάρχουν περιορισμοί ως προς την καθυστέρηση, υπάρχει κατάλληλος κώδικας που είναι αρκετά μεγάλος, ώστε μια λαμβανόμενη κωδική λέξη να έχει επηρεαστεί από όλες τις δυνατές καταστάσεις διαλείψεων του διαύλου. Σε αυτή την περίπτωση, ο δίαυλος χαρακτηρίζεται ως *εργοδικός* και έχει σημασία ο υπολογισμός της *εργοδικής χωρητικότητας*, η οποία ορίζεται ως ο στατιστικός μέσος όρος της χωρητικότητας του στατικού διαύλου, υπολογισμένης ως προς την κατανομή του πίνακα μεταφοράς του διαύλου \mathbf{H} . Επομένως,

η εργοδική χωρητικότητα του συστήματος που έχει προκύψει ισούται με :

$$\bar{C}_{\tilde{\mathbf{H}}} = \mathbb{E}_{\mathbf{H}} \left[\log_2 \det \left(\mathbf{I}_{M_T} + \frac{\rho}{M_T} \mathbf{H}^H \mathbf{A} (\mathbf{A}^H \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^H \mathbf{H} \right) \right] \quad (5.24)$$

5.5.1.3 Χωρητικότητα με πιθανότητα προσωρινής διακοπής

Η χωρητικότητα με πιθανότητα προσωρινής διακοπής (*outage capacity*) έχει σημασία σε αργά μεταβαλλόμενους διαύλους. Θεωρώντας ότι ο ρυθμός μετάδοσης είναι σταθερός και ίσος με R , τα λαμβανόμενα δεδομένα δε θα ανιχνευτούν σωστά, ή ισοδύναμα, η αμοιβαία πληροφορία θα είναι μικρότερη από το ρυθμό μετάδοσης R , με πιθανότητα P_{out} , που δεν τείνει στο μηδέν. Έτσι, η χωρητικότητα με πιθανότητα προσωρινής διακοπής P_{out} στο σύστημα ορίζεται ως

$$C_{\tilde{\mathbf{H}}} = R : \Pr \left\{ \log_2 \det \left(\mathbf{I}_{M_T} + \frac{\rho}{M_T} \mathbf{H}^H \mathbf{A} (\mathbf{A}^H \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^H \mathbf{H} \right) < R \right\} = P_{\text{out}}. \quad (5.25)$$

5.5.2 Υπολογισμός της χωρητικότητας για SS-ASF και RHC-SS-ASF

Όπως αναφέρθηκε στην παράγραφο 5.4.1, στην αυστηρά δομημένη δημιουργία υποστοιχειοκεραιών (SS-ASF), καθώς και στην αντίστοιχη παραλλαγή μειωμένης πολυπλοκότητας υλικού (RHC-SS-ASF), οι στήλες του πίνακα μετασχηματισμού είναι αμοιβαία ορθογώνιες, δηλαδή για κάθε $j \neq q$ ισχύει $\mathbf{a}_j^H \mathbf{a}_q = 0$. Επομένως, θα ισχύει

$$\mathbf{A}^H \mathbf{A} = \text{diag} \{ \|\mathbf{a}_j\|^2 \}_{j=1, \dots, M_T}. \quad (5.26)$$

Αν οι στήλες \mathbf{a}_j του πίνακα μετασχηματισμού κανονικοποιηθούν κατάλληλα ώστε

$$\|\mathbf{a}_j\|^2 = 1, \quad (5.27)$$

τότε $\mathbf{A}^H \mathbf{A} = \mathbf{I}_{N_R}$ και με αντικατάσταση στην (5.22) προκύπτει η ντετερμινιστική χωρητικότητα του συστήματος :

$$\begin{aligned} C_{\tilde{\mathbf{H}}, \text{SS-ASF}} &= \log_2 \det \left(\mathbf{I}_{M_T} + \frac{\rho}{M_T} \mathbf{H}^H \mathbf{A} \mathbf{A}^H \mathbf{H} \right) \\ &= \log_2 \det \left(\mathbf{I}_{M_T} + \frac{\rho}{M_T} \tilde{\mathbf{H}}^H \tilde{\mathbf{H}} \right). \end{aligned} \quad (5.28)$$

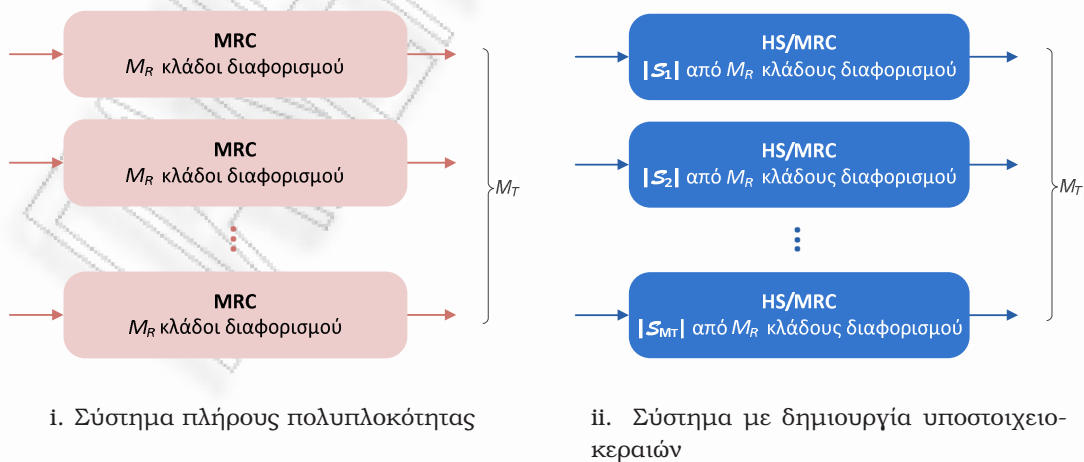
5.6 Θεωρητικό άνω φράγμα της εργοδικής χωρητικότητας

Σε ένα σύστημα MIMO πλήρους πολυπλοκότητας, ένα άνω φράγμα της (ντετερμινιστικής) χωρητικότητας δίνεται από τη σχέση

$$C_{FS} \leq \sum_{i=1}^{M_T} \log_2 \left(1 + \frac{\rho}{M_T} \gamma_i \right), \quad (5.29)$$

όπου οι τυχαίες μεταβλητές γ_i ακολουθούν την κατανομή χ^2 με $2M_R$ βαθμούς ελευθερίας. Η ισότητα στην (5.29) θα μπορούσε να ισχύει στην ιδανική περίπτωση που τα μεταδιδόμενα σύμβολα από τα M_T κεραιοστοιχεία του πομπού διαδίδονται μέσω M_T αμοιβαία ανεξάρτητων διαύλων, από τους οποίους ο καθένας διαθέτει ένα ανεξάρτητο σύνολο M_R κεραιοστοιχείων λήψης [59]. Με άλλα λόγια, η ισότητα θα μπορούσε να ισχύει όταν το πλήρες σύστημα MIMO αναλύεται σε M_T διαφορετικά και ανεξάρτητα *παράλληλα* συστήματα απλής εισόδου - πολλαπλών εξόδων (SIMO), σε καθένα από τα οποία τα σήματα λήψης συνδυάζονται σύμφωνα με την τεχνική του συνδυασμού μεγίστου λόγου (MRC) (βλ. σχήμα 5.5i).

Ομοίως, στην περίπτωση της τεχνικής της δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών, μπορεί να θεωρηθεί ότι το σύστημα που έχει προκύψει απαρτίζεται από M_T διαφορετικά και ανεξάρτητα παράλληλα συστήματα SIMO (βλ. σχήμα 5.5ii), όπου το j -οστό σύστημα SIMO σχηματίζεται από το j -οστό κεραιοστοιχείο του πομπού και την j -οστή υποστοιχειοκεραία στο δέκτη (βλ. σχήμα 5.6). Επομένως, υποτίθεται ότι σε κάθε υποστοιχειοκεραία λαμβάνεται μόνο ένα σύμβολο από μία κεραία εκπομπής, χωρίς



Σχήμα 5.5: Ανάλυση συστήματος MIMO σε παράλληλους διαύλους για την εύρεση ενός άνω φράγματος για την χωρητικότητα.

να υφίσταται καμία παρεμβολή από τα μεταδιδόμενα σύμβολα των υπόλοιπων κεραίων. Φυσικά αυτή η υπόθεση δεν είναι καθόλου ρεαλιστική, αλλά σίγουρα οδηγεί σε ένα θεωρητικό άνω φράγμα της χωρητικότητας.

Κάθε υποστοιχειοκεραία αντιστοιχεί σε ένα ανεξάρτητο σύστημα SIMO και στην πραγματικότητα δημιουργείται από το γραμμικό συνδυασμό των αποκρίσεων ενός κατάλληλα επιλεγμένου υποσυνόλου των διαθέσιμων κεραιοστοιχείων. Επομένως, μπορούμε να πούμε ότι σε κάθε σύστημα SIMO τα σήματα λήψης συνδυάζονται σύμφωνα με την τεχνική του γενικευμένου συνδυασμού επιλογής (GSC). Σε αυτή την περίπτωση, ο σηματοθορυβικός λόγος (και επομένως και η χωρητικότητα) μεγιστοποιείται όταν χρησιμοποιείται η τεχνική του συνδυασμού μεγίστου λόγου με υβριδική επιλογή (HS/MRC).

Θεωρώντας ότι σε κάθε υποστοιχειοκεραία συμμετέχει ένας προκαθορισμένος αριθμός κεραιοστοιχείων (έστω $|S_j|$ κεραιοστοιχεία στην j -οστή υποστοιχειοκεραία), ένα άνω φράγμα της χωρητικότητας του συστήματος που προκύπτει από την εφαρμογή της δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών είναι το εξής:

$$C_{\tilde{\mathbf{H}}} \leq \sum_{j=1}^{M_T} \log_2 (1 + \xi_j), \quad (5.30)$$

όπου ξ_j είναι ο σηματοθορυβικός λόγος που προκύπτει από τον HS/MRC όταν επιλέγονται $|S_j|$ από τα M_R κεραιοστοιχεία.

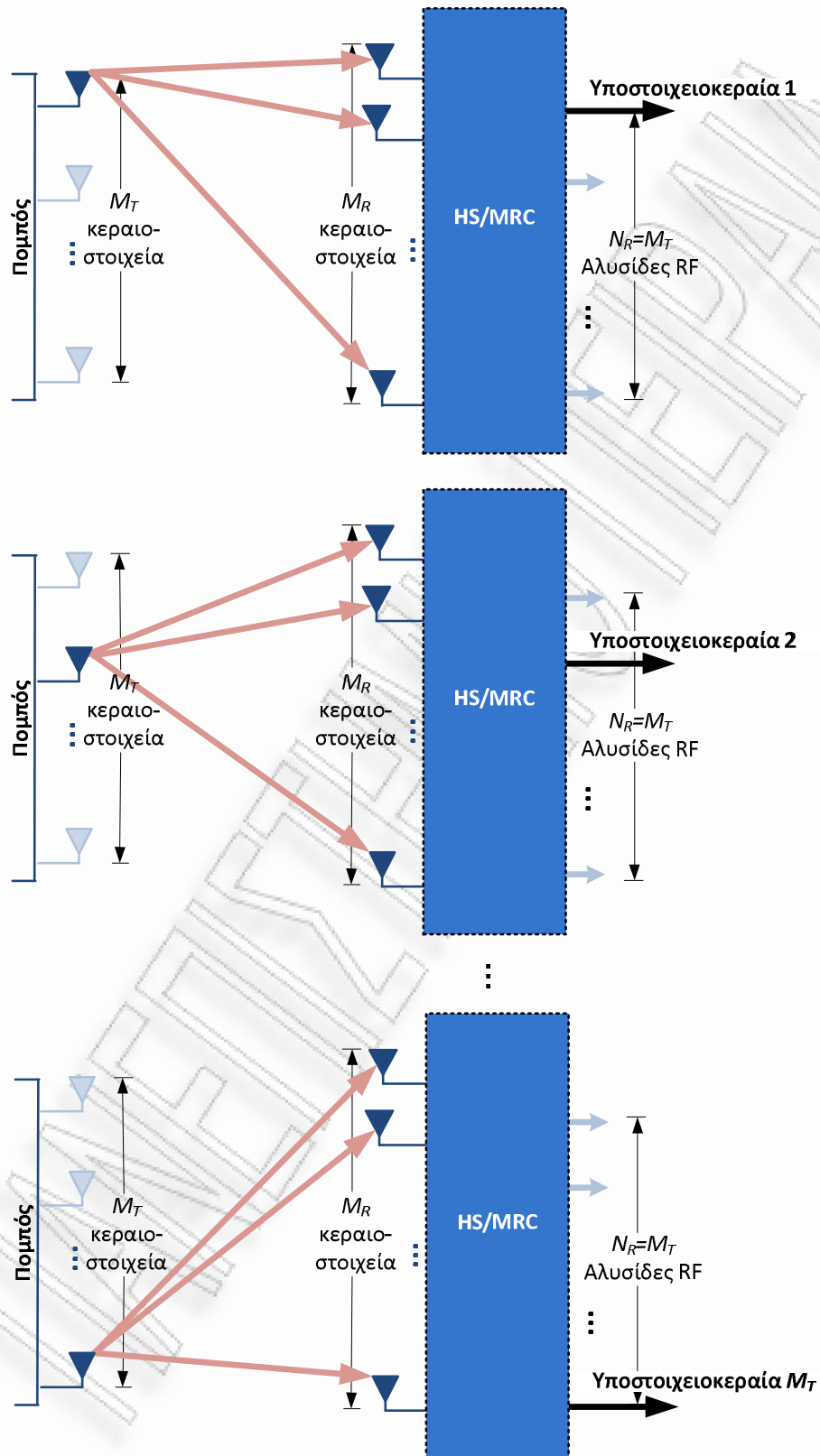
Υποθέτοντας ότι δεν υπάρχουν περιορισμοί ως προς την καθυστέρηση, ο διάυλος χαρακτηρίζεται ως *εργοδικός* και επομένως έχει σημασία η εύρεση ενός άνω φράγματος για την *εργοδική χωρητικότητα*, το οποίο είναι

$$\bar{C}_{\tilde{\mathbf{H}}} \leq \sum_{j=1}^{M_T} \mathbb{E} [\log_2 (1 + \xi_j)], \quad (5.31)$$

όπου

$$\mathbb{E} [\log_2 (1 + \xi_j)] = \int_0^\infty \log_2 (1 + \xi) \cdot p_{\xi_j}(\xi) d\xi \quad (5.32)$$

και $p_{\xi_j}(\xi)$ είναι η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας του ξ_j , η οποία για διαύλους



Σχήμα 5.6: Παραδοχές για την εύρεση του άνω φράγματος της χωρητικότητας της δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών: Θεωρούμε ότι το σύστημα αναλύεται σε $N_R = M_T$ παράλληλα και ανεξάρτητα συστήματα SIMO.

Rayleigh i.i.d ισούται με [16]

$$p_{\xi_j}(\xi) = \binom{M_R}{|\mathcal{S}_j|} \left[\left(\frac{M_T}{\rho} \right)^{|\mathcal{S}_j|} \frac{\xi^{|\mathcal{S}_j|-1} e^{-(M_T/\rho)\xi}}{(|\mathcal{S}_j|-1)!} + \frac{M_T}{\rho} \sum_{l=1}^{M_R-|\mathcal{S}_j|} (-1)^{|\mathcal{S}_j|+l-1} \binom{M_R-|\mathcal{S}_j|}{l} \left(\frac{|\mathcal{S}_j|}{l} \right)^{|\mathcal{S}_j|-1} \times e^{-(M_T/\rho)\xi} \left(e^{-\frac{M_T \cdot l}{\rho |\mathcal{S}_j|} \xi} - \sum_{m=0}^{|\mathcal{S}_j|-2} \frac{1}{m!} \left(-\frac{M_T \cdot l}{\rho |\mathcal{S}_j|} \xi \right)^m \right) \right]. \quad (5.33)$$

Αντικαθιστώντας την (5.33) στην (5.32) προκύπτει ότι

$$\mathbb{E}[\log_2(1 + \xi_j)] = \frac{1}{\ln 2} \binom{M_R}{|\mathcal{S}_j|} \left\{ \left(\frac{M_T}{\rho} \right)^{|\mathcal{S}_j|} \frac{\mathcal{I}_{|\mathcal{S}_j|}(M_T/\rho)}{(|\mathcal{S}_j|-1)!} + \frac{M_T}{\rho} \sum_{l=1}^{M_R-|\mathcal{S}_j|} (-1)^{|\mathcal{S}_j|+l-1} \binom{M_R-|\mathcal{S}_j|}{l} \left(\frac{|\mathcal{S}_j|}{l} \right)^{|\mathcal{S}_j|-1} \times \left[\mathcal{I}_1 \left(\frac{M_T}{\rho} \left\{ 1 + \frac{l}{|\mathcal{S}_j|} \right\} \right) - \sum_{m=0}^{|\mathcal{S}_j|-2} \frac{1}{m!} \left(-\frac{M_T \cdot l}{\rho |\mathcal{S}_j|} \xi \right)^m \mathcal{I}_{m+1} \left(\frac{M_T}{\rho} \right) \right] \right\}, \quad (5.34)$$

όπου ως $\mathcal{I}_n(x)$ ορίζεται το ολοκλήρωμα

$$\mathcal{I}_n(x) \triangleq \int_0^\infty t^{n-1} \ln(1+t) e^{-xt} dt \quad x > 0; n = 1, 2, \dots, \quad (5.35)$$

το οποίο υπολογίζεται σύμφωνα με τον ακόλουθο τύπο [100, εξ. (78)]

$$\mathcal{I}_n(x) = (n-1)! e^x \sum_{q=1}^n \frac{\Gamma(-n+q, x)}{x^q} \quad (5.36)$$

και για $n = 1$ απλοποιείται ως εξής [1, εξ. (8.212.16)]:

$$\mathcal{I}_1(x) = -e^x \frac{\text{Ei}(-x)}{x}. \quad (5.37)$$

Σημειώνεται ότι $\text{Ei}(x)$ είναι η εκθετική ολοκληρωτική συνάρτηση πρώτης τάξης (exponential integral function of first order) [1, εξ. (8.211.1)] και ορίζεται ως $\text{Ei}(x) \triangleq$

$-\int_{-x}^{\infty} \frac{e^{-t}}{t} dt$. Επίσης, $\Gamma(\alpha, x)$ είναι η συμπληρωματική ατελής συνάρτηση γάμμα (ή συνάρτηση του Prym) [1, εξ. (8.350.2)], που ορίζεται ως $\Gamma(\alpha, x) \triangleq \int_x^{\infty} t^{\alpha-1} e^{-t} dt$ και για $(n - q)$ θετικό ακέραιο υπολογίζεται ως εξής²:

$$\Gamma(-n + q, x) = \frac{(-1)^{n-q}}{(n - q)!} \left[-\text{Ei}(-x) - e^{-x} \sum_{m=0}^{n-q-1} (-1)^m \frac{m!}{x^{m+1}} \right]. \quad (5.38)$$

Συνεπώς, το άνω φράγμα της εργοδικής χωρητικότητας της τεχνικής της δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών στο δέκτη δίδεται σε κλειστή μορφή ως εξής:

$$\begin{aligned} \bar{C}_{\mathbf{H}} \leq \frac{1}{\ln 2} \sum_{j=1}^{M_T} \binom{M_R}{|\mathcal{S}_j|} & \left\{ \left(\frac{M_T}{\rho} \right)^{|\mathcal{S}_j|} \frac{\mathcal{I}_{|\mathcal{S}_j|}(M_T/\rho)}{(|\mathcal{S}_j| - 1)!} \right. \\ & + \frac{M_T}{\rho} \sum_{l=1}^{M_R - |\mathcal{S}_j|} (-1)^{|\mathcal{S}_j|+l-1} \binom{M_R - |\mathcal{S}_j|}{l} \left(\frac{|\mathcal{S}_j|}{l} \right)^{|\mathcal{S}_j|-1} \\ & \times \left[\mathcal{I}_1 \left(\frac{M_T}{\rho} \left\{ 1 + \frac{l}{|\mathcal{S}_j|} \right\} \right) \right. \\ & \left. \left. - \sum_{m=0}^{|\mathcal{S}_j|-2} \frac{1}{m!} \left(-\frac{M_T \cdot l}{\rho |\mathcal{S}_j|} \right)^m \mathcal{I}_{m+1} \left(\frac{M_T}{\rho} \right) \right] \right\}. \end{aligned} \quad (5.39)$$

Ένα άνω φράγμα της εργοδικής χωρητικότητας με απλούστερη μορφή μπορεί να βρεθεί ως εξής: Αφού η συνάρτηση $\log_2(\cdot)$ είναι κυρτή, εφαρμόζουμε την ανισότητα του Jensen [35, παρ. 3.1.8] στην (5.31) και βρίσκουμε ότι

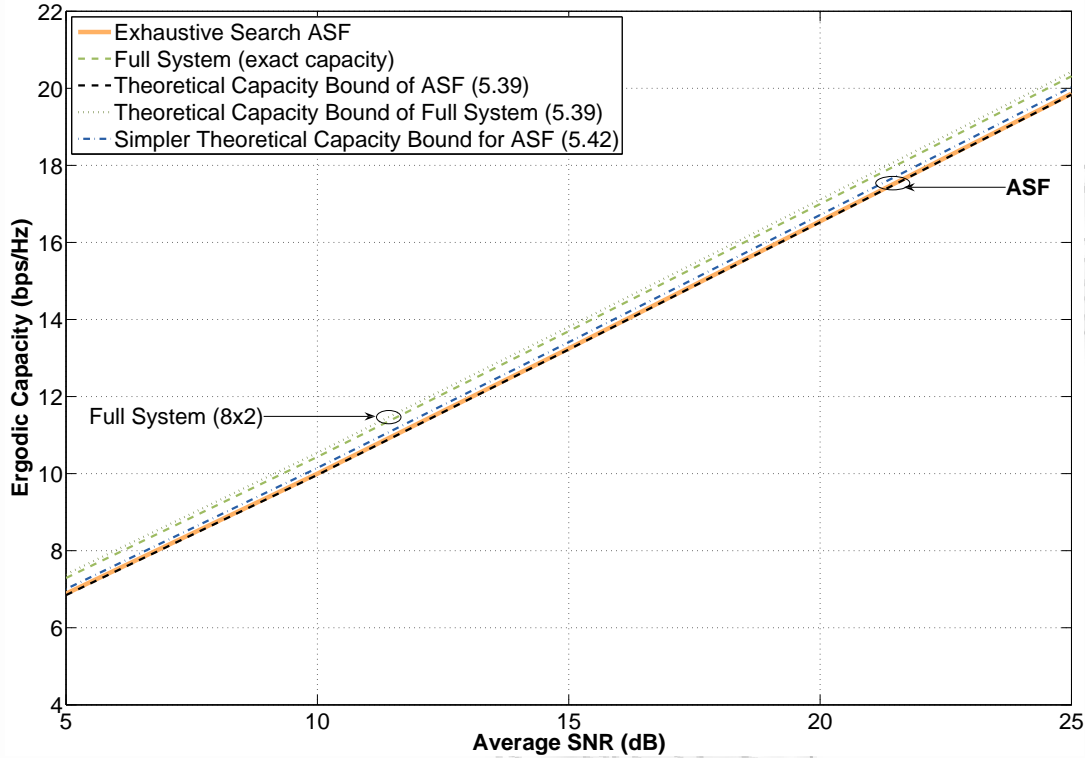
$$\mathbb{E} [\log_2 (1 + \xi_j)] \leq \log_2 (1 + \mathbb{E} [\xi_j]). \quad (5.40)$$

Είναι γνωστό ότι η μέση τιμή του σηματοθορυβικού λόγου που προκύπτει από την εφαρμογή του HS/MRC σε διαύλους Rayleigh i.i.d είναι [16]

$$\mathbb{E} [\xi_j] = \frac{\rho}{M_T} |\mathcal{S}_j| \left(1 + \sum_{l=|\mathcal{S}_j|+1}^{M_R} \frac{1}{l} \right). \quad (5.41)$$

Επομένως, από τις (5.31), (5.40) και (5.41) προκύπτει το ακόλουθο άνω φράγμα

²H (5.38) προκύπτει με αντικατάσταση της [1, εξ. (8.359.1)] στην [1, εξ. (8.352.8)].



Σχήμα 5.7: Σύγκριση των φραγμάτων επί της εργοδικής χωρητικότητας της δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών με την επίδοση του αλγόριθμου εξαντλητικής αναζήτησης, για $M_T = 2$, $M_R = 8$, $N_R = 2$ και $K_R = 8$. Υποθέτουμε ότι σε κάθε υποστοιχειοκεραία ανατίθεται ο ίδιος αριθμός κεραιοστοιχείων ($|\mathcal{S}_1| = |\mathcal{S}_2| = 4$). Για λόγους σύγκρισης, παρατίθεται το άνω φράγμα και η ακριβής επίδοση του συστήματος πλήρους πολυπλοκότητας.

της εργοδικής χωρητικότητας:

$$\bar{C}_{\tilde{\mathbf{H}}} \leq \sum_{j=1}^{M_T} \log_2 \left[1 + \frac{\rho}{M_T} |\mathcal{S}_j| \left(1 + \sum_{l=|\mathcal{S}_j|+1}^{M_R} \frac{1}{l} \right) \right]. \quad (5.42)$$

Η (5.42) παρέχει μια πιο απλή έκφραση για το άνω φράγμα της εργοδικής χωρητικότητας σε σχέση με την (5.39), αλλά είναι λιγότερο στενό. Ωστόσο και τα δυο φράγματα είναι αρκετά στενά, όπως φαίνεται από το σχήμα 5.7, όπου τα προτεινόμενα άνω φράγματα συγκρίνονται με την εργοδική χωρητικότητα που προκύπτει από την εφαρμογή του αλγόριθμου εξαντλητικής αναζήτησης της δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών³. Σημειώνεται ότι αν θέσουμε $|\mathcal{S}_j| = M_R$ στην (5.39), τότε πρέπει να προκύψει ένα άνω φράγμα της εργοδικής χωρητικότητας του συστήματος πλήρους πολυπλοκότητας. Πράγματι, αυτό ισχύει, όπως επιβεβαιώνεται από το σχήμα 5.7.

³Ο αλγόριθμος εξαντλητικής αναζήτησης αναζητά την καλύτερη δυνατή λύση, εξετάζοντας όλους τους δυνατούς συνδυασμούς ανάθεσης κεραιοστοιχείων σε υποστοιχειοκεραίες, δοθέντος ότι ισχύουν οι περιορισμοί που εισάγει η τεχνική. Περισσότερες πληροφορίες αναφέρονται στην παράγραφο 6.1.5.

5.7 Απαιτούμενες μικροηλεκτρονικές κατασκευές

Η τεχνική της δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών, να μιν μειώνει την πολυπλοκότητα του υλικού σε σχέση με το πλήρες σύστημα (αφού μειώνει τον αριθμό των απαιτούμενων αλυσίδων RF), αλλά απαιτεί την χρήση επιπλέον μεταγωγών, ενισχυτών χαμηλού θορύβου ή/και μεταβλητών στροφών φάσης που να λειτουργούν στην περιοχή των ραδιοσυχνοτήτων. Για το λόγο αυτό, είναι σκόπιμο να διερευνηθεί αν υπάρχει ή αναμένεται να εξελιχθεί σύντομα η απαιτούμενη τεχνολογία για την ενσωμάτωση των στοιχείων αυτών στον πομποδέκτη, χωρίς να αυξάνεται σημαντικά η πολυπλοκότητα και το κόστος της κατασκευής.

Ευτυχώς, η ραγδαία ανάπτυξη της τεχνολογίας των μονολιθικών μικροκυματικών ολοκληρωμένων κυκλωμάτων (Monolithic Microwave Integrated Circuits — MMIC) υπόσχεται την κατασκευή των μικροηλεκτρονικών στοιχείων ενός πομποδέκτη σε ένα ενιαίο ολοκληρωμένο κύκλωμα με χαμηλό κόστος. Τα στοιχεία αυτά μπορεί να είναι ενισχυτές χαμηλού θορύβου, μικροκυματικοί στροφείς φάσης ή μεταγωγείς. Επειδή το κυριότερο στοιχείο που απαιτείται για τη λειτουργία της τεχνικής της δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών είναι οι μικροκυματικοί στροφείς φάσης, στη συνέχεια θα εξετάσουμε τη διαθέσιμη μέχρι τώρα τεχνολογία κατασκευής στροφών φάσης και τα πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα που χαρακτηρίζουν κάθε μια. Σημειώνεται ότι αντίστοιχη τεχνολογία χρησιμοποιείται και για την κατασκευή των μεταγωγών.

Στροφείς φάσης

Επειδή οι συντελεστές στάθμισης των αποκρίσεων των κεραιοστοιχείων είναι μιγαδικοί, είναι απαραίτητη η χρήση στροφών φάσης που να λειτουργούν στην περιοχή των ραδιοσυχνοτήτων. Οι στροφείς φάσης έχουν πολλές εφαρμογές στα ραντάρ και στις ασύρματες τηλεπικοινωνίες, όπως για παράδειγμα στις φασικά ελεγχόμενες στοιχειοκεραίες (phased array antennas). Για το λόγο αυτό, το πρόβλημα της υλοποίησης μικροκυματικών στροφών φάσης έχει προσελκύσει το ενδιαφέρον των σχεδιαστών μικροηλεκτρονικών κυκλωμάτων.

Για την κατασκευή των στοιχείων μεταγωγής των στροφών φάσης, έχουν προταθεί διάφορες τεχνολογίες [112], κάθε μια από τις οποίες έχουν τα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματά τους, όπως φαίνεται στον πίνακα 5.2. Οι κρίσιμες παράμετροι σχεδίασης των στροφών φάσης είναι η απώλεια παρεμβολής (insertion loss), η μεταβολή του πλάτους, οι χρόνοι μεταγωγής (switching times), η δυνατότητα αντοχής σε ισχύ, η απαιτούμενη ισχύς εισόδου για τη λειτουργία του στροφέα φάσης, η ευμεταβλητότητα της φάσης (phase agility) και η σταθερότητα σε σχέση με τη θερμοκρασία. Επίσης σημαντικά είναι οι διαστάσεις και το βάρος του στροφέα φάσης,

Πίνακας 5.2: Υπάρχουσες τεχνολογίες κατασκευής μικροκυματικών στροφέων φάσης

Στοιχεία μεταγωγής	Πλεονεκτήματα	Μειονεκτήματα
Ημιαγωγοί	χαμηλό κόστος μικρές διαστάσεις χαμηλό βάρος μικρός χρόνος μεταγωγής	σημαντική απώλεια παρεμβολής
<i>Δίοδοι</i> <i>Τρανζίστορ FET</i>	χαμηλή κατανάλωση ισχύος εύκολη ενσωμάτωση σε MMIC χαμηλή κατανάλωση ισχύος	μέτρια απώλεια παρεμβολής υψηλή απώλεια παρεμβολής
MEMS (μικροηλεκτρομηχανικά συστήματα) [80]	ελάχιστες απώλειες παρεμβολής χαμηλή κατανάλωση ισχύος μικρές διαστάσεις χαμηλό βάρος	υψηλός χρόνος μεταγωγής μικρότερος χρόνος ζωής υψηλότερο κόστος
Φερροηλεκτρικά υλικά [111]	μικρός χρόνος μεταγωγής χαμηλές απώλειες παρεμβολής πολύ χαμηλή κατανάλωση ισχύος χαμηλό κόστος (υπό προϋποθέσεις)	εκκρεμή κατασκευαστικά προβλήματα (ειδικά για μαζική παραγωγή) αστάθεια σε σχέση με τη θερμοκρασία

τα κυκλώματα ελέγχου και φυσικά το κόστος κατασκευής του.

Στην περίπτωση της δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών, μας ενδιαφέρει ιδιαίτερα το χαμηλό κόστος, οι μικρές διαστάσεις, οι χαμηλές απώλειες παρεμβολής (ώστε να μην απαιτηθεί η χρήση επιπλέον ενισχυτών χαμηλού θορύβου) και οι μικροί χρόνοι μεταγωγής, ιδιαίτερα αν η δημιουργία υποστοιχειοκεραιών βασίζεται στη στιγμιαία εκτίμηση του διαύλου. Επομένως, η χρήση φερροηλεκτρικών υλικών ως στοιχείων μεταγωγής ίσως να είναι η πλέον κατάλληλη, εφόσον ωριμάσει η τεχνολογία κατασκευής τους, επιλυθούν κάποια πρακτικά προβλήματα και μειωθεί το κόστος.

Κεφάλαιο 6

Αλγόριθμοι δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών

Στόχος του κεφαλαίου 6 είναι η σχεδίαση απλών και αποτελεσματικών αλγορίθμων που να επιλεγούν τα κεραιοστοιχεία που συμμετέχουν σε κάθε υποστοιχειοκεραία και να καθορίζουν τους συντελεστές στάθμισης που χρησιμοποιούνται κατά τη δημιουργία των γραμμικών συνδυασμών. Με άλλα λόγια, το πρόβλημα που πραγματεύεται είναι ο υπολογισμός του κατάλληλου πίνακα μετασχηματισμού A υπό τους περιορισμούς που εισάγει η (5.6).

Αφού διερευνηθούν μερικοί πιθανοί τρόποι αντιμετώπισης του προβλήματος, προτείνονται διάφοροι αλγόριθμοι δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών, με κριτήριο βελτιστοποίησης την χωρητικότητα του προκύπτοντος συστήματος. Αρχικά, παρουσιάζονται αλγόριθμοι βασισμένοι στη στιγμιαία εκτίμηση του διαύλου, οι οποίοι μπορούν να επιτύχουν χωρητικότητα συγκρίσιμη με την χωρητικότητα του συστήματος πλήρους πολυπλοκότητας. Στη συνέχεια, προτείνεται ένας αλγόριθμος βασισμένος στα στατιστικά χαρακτηριστικά του διαύλου, υποθέτοντας ότι ισχύει το μοντέλο του γινομένου Kronecker για συσχετισμένους διαύλους Rayleigh, ο οποίος να μην επιτυγχάνει χαμηλότερη χωρητικότητα, αλλά παρέχει τη δυνατότητα χρήσης κυκλωματικών διατάξεων με λιγότερο απαιτητικές προδιαγραφές λειτουργίας και επομένως με μικρότερη πολυπλοκότητα και κόστος. Η επίδοση των αλγορίθμων διερευνάται διεξοδικά με τη βοήθεια αποτελεσμάτων προσομοίωσης στο κεφάλαιο 7.

6.1 Αλγόριθμοι μεγιστοποίησης της χωρητικότητας, βασισμένοι στη στιγμιαία εκτίμηση του διαύλου

6.1.1 Διερεύνηση του προβλήματος και παραδοχές

Υποθέτοντας ότι η τεχνική θα εφαρμοστεί σε συστήματα χωρικής πολυπλεξίας και ότι ο υπολογισμός του πίνακα μετασχηματισμού θα βασίζεται στη στιγμιαία εκτίμηση του διαύλου, επιλέγεται ως κριτήριο βελτιστοποίησης η ντετερμινιστική χωρητικότητα του συστήματος. Επομένως, το πρόβλημα προς επίλυση διατυπώνεται ως εξής:

$$\mathbf{A} = \arg \max_{\mathbf{A}} \log_2 \det \left[\mathbf{I}_{M_T} + \frac{\rho}{M_T} \mathbf{H}^H \mathbf{A} (\mathbf{A}^H \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^H \mathbf{H} \right] \quad (6.1- i)$$

υπό τους περιορισμούς

$$a_{ij} = 0 \quad \text{αν } i \notin \mathcal{S}_j \quad (6.1- ii)$$

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^{N_R} |\mathcal{S}_j| = K_R & \text{για RS-ASF και RHC-RS-ASF} \\ |\mathcal{S}_j| = \frac{K_R}{N_R}, \forall j = 1, \dots, N_R & \text{για EB-ASF και RHC-EB-ASF} \\ \mathcal{S}_j \cap \mathcal{S}_q = \emptyset \quad (\forall j \neq q) & \text{για SS-ASF και RHC-SS-ASF} \end{cases} \quad (6.1- iii)$$

Σημειώνεται ότι για να έχει νόημα η (6.1- i), πρέπει ο πίνακας $\mathbf{A}^H \mathbf{A}$ να είναι αντιστρέψιμος, δηλαδή ο πίνακας μετασχηματισμού \mathbf{A} να είναι πλήρους βαθμού, ή ισοδύναμα, οι στήλες του πίνακα \mathbf{A} να είναι γραμμικά ανεξάρτητες, αφού $M_R > N_R$.

Με άλλα λόγια, το πρόβλημα μπορεί να χωριστεί στα εξής επιμέρους προβλήματα:

- Αποφάσισε ποια κεραιοστοιχεία δεν θα συμμετέχουν σε κάθε στοιχειοκεραία, δηλαδή ποια στοιχεία του πίνακα μετασχηματισμού \mathbf{A} θα είναι μηδενικά.
- Για κάθε υποστοιχειοκεραία, βρες τους συντελεστές στάθμισης της απόκρισης κάθε κεραιοστοιχείου που συμμετέχει στην υποστοιχειοκεραία, δηλαδή υπολόγισε τα μη μηδενικά στοιχεία του πίνακα μετασχηματισμού \mathbf{A} .

6.1.1.1 Διερεύνηση πιθανών προσεγγίσεων

Αφού το πρόβλημα προς επίλυση είναι ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης με περιορισμούς, θα εξετάσουμε κατά πόσο οι κυριότερες γνωστές μέθοδοι επίλυσης προβλημάτων βελτιστοποίησης που έχουν προταθεί στη βιβλιογραφία είναι εφαρμόσιμες στην περίπτωση αυτή.

Για την επίλυση των προβλημάτων *κυρτής βελτιστοποίησης* (convex optimization), είναι διαθέσιμη μια πληθώρα αποτελεσματικών εργαλείων και αλγορίθμων [35]. Για το λόγο αυτό, ακόμα και όταν η συνάρτηση βελτιστοποίησης δεν είναι κυρτή, πολλές φορές καταβάλλεται προσπάθεια μετασχηματισμού της σε κυρτή συνάρτηση, ώστε να είναι εφαρμόσιμοι οι εν λόγω αλγόριθμοι. Αυτή η προσέγγιση έχει χρησιμοποιηθεί πολλές φορές στο αντικείμενο των τηλεπικοινωνιών, όπως κατά τη σχεδίαση προκωδικοποιητών - αποκωδικοποιητών (precoders - decoders) και τη σχεδίαση κωδίκων χώρου - χρόνου για συστήματα MIMO. Ωστόσο, στη δική μας περίπτωση αυτό δεν είναι δυνατό, διότι, ενώ η αντικειμενική συνάρτηση (6.1- i) είναι κοίλη [35, παρ. 3.1.5], οι περιορισμοί (6.1- ii) και (6.1- iii) δεν είναι και ούτε μπορούν να μετασχηματιστούν εύκολα σε κυρτές συναρτήσεις.

Σε περιπτώσεις δύσκολων προβλημάτων βελτιστοποίησης, πολλές φορές χρησιμοποιούνται αλγόριθμοι *στοχαστικής βελτιστοποίησης* [για παράδειγμα, γενετικοί αλγόριθμοι (genetic algorithms), προσομοιωμένη ανόπτηση (simulated annealing), αλγόριθμοι αποικίας μυρμηγκιών (ant colony), βελτιστοποίηση σμήνους σωματιδίων (particle swarm optimization — PSO)]. Για την αντιμετώπιση του προβλήματος της δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών, έχει ήδη αναπτυχθεί ένας εξελικτικός γενετικός αλγόριθμος [110], ο οποίος, ενώ είναι ιδιαίτερα αποτελεσματικός, παρουσιάζει υψηλή υπολογιστική πολυπλοκότητα. Επειδή οι αλγόριθμοι που θα σχεδιαστούν θα βασίζονται στη στιγμιαία εκτίμηση του διαύλου, η λύση πρέπει να υπολογίζεται σε πολύ σύντομο χρονικό διάστημα, κατά πολύ μικρότερο από το χρονικό διάστημα κατά το οποίο ο δίαυλος θεωρείται πρακτικά αμετάβλητος, ώστε να μην χάνεται πολύτιμος χρόνος μετάδοσης ωφέλιμων δεδομένων. Κατά συνέπεια, αλγόριθμοι με υψηλή υπολογιστική πολυπλοκότητα, όπως οι στοχαστικοί, δεν μπορούν να εφαρμοστούν πρακτικά, παρά την αποτελεσματικότητά τους.

Επιπλέον, παρά την ομοιότητα του προβλήματος σχεδίασης προκωδικοποιητών - αποκωδικοποιητών¹ με τη δημιουργία υποστοιχειοκεραιών, οι τεχνικές που έχουν χρησιμοποιηθεί κατά τη σχεδίαση προκωδικοποιητών - αποκωδικοποιητών (για παράδειγμα, κυρτή βελτιστοποίηση, majorization [113]) δεν μπορούν να εφαρμοστούν κατά τη δημιουργία υποστοιχειοκεραιών, λόγω των ιδιοτεροτήτων της τελευταίας τεχνικής. Βέβαια, και στη δημιουργία υποστοιχειοκεραιών διαμορφώνεται ένας λο-

¹Οι προκωδικοποιητές και οι αποκωδικοποιητές (precoders - decoders) εκτελούν ένα γραμμικό συνδυασμό των σημάτων βασικής ζώνης σε πομπό και δέκτη αντίστοιχα, με στόχο την εκμετάλλευση της εγγενούς ορθογωνιότητας του διαύλου και τη μεγιστοποίηση της επίδοσης του συστήματος. Αποτελούν ουσιαστικά εφαρμογή της διαμόρφωσης λοβών ακτινοβολίας (beamforming) στα συστήματα MIMO. Στα συστήματα χωρικής πολυπλεξίας, διαμορφώνονται πολλαπλοί λοβοί ακτινοβολίας, σε καθέναν από τους οποίους ανατίθεται ένα ανεξάρτητο σύμβολο πληροφορίας. Αντίστοιχη διαδικασία διαμόρφωσης λοβών ακολουθείται στο δέκτη. Περισσότερες πληροφορίες περιλαμβάνονται στις αναφορές [113, 114, 115, 116, 117, 118].

βός ακτινοβολίας για κάθε αλυσίδα RF, χρησιμοποιώντας ωστόσο ένα υποσύνολο των διαθέσιμων κεραιοστοιχείων κατά τη διαμόρφωση των λοβών. Από την άλλη πλευρά όμως, κατά τη σχεδίαση προκωδικοποιητών -αποκωδικοποιητών, δεν υπάρχει ο επιπρόσθετος περιορισμός του μηδενισμού ορισμένων στοιχείων του πίνακα μετασχηματισμού. Επιπλέον, σε αντίθεση με τη σχεδίαση προκωδικοποιητών - αποκωδικοποιητών, στη δημιουργία υποστοιχειοκεραιών, ο πίνακας μετασχηματισμού δεν είναι τετραγωνικός (αφού $M_R > N_R$). Κατά συνέπεια, είναι αναγκαίο να ακολουθηθεί μια διαφορετική προσέγγιση για την επίλυση του προβλήματος.

6.1.1.2 Προτεινόμενη προσέγγιση για RS-ASF, EB-ASF και SS-ASF

Επειδή για τους παραπάνω λόγους δε φαίνεται εφικτή η άμεση επίλυση του προβλήματος (6.1), προτείνεται μια διαφορετική προσέγγιση, η οποία ναι μεν δεν είναι βέλτιστη, αλλά προσφέρει μια αποτελεσματική λύση με σχετικά χαμηλή υπολογιστική πολυπλοκότητα. Αρχικά θα αναζητηθεί λύση για τις τεχνικές RS-ASF, EB-ASF και SS-ASF. Για να διευκολυνθεί η επίλυση του προβλήματος, η εύρεση του πίνακα μετασχηματισμού \mathbf{A} θα βασιστεί στη βέλτιστη λύση του προβλήματος βελτιστοποίησης (6.1 - i), χωρίς τους περιορισμούς (6.1 - ii) και (6.1 - iii). Στη συνέχεια, απομένει να βρεθεί ποια κεραιοστοιχεία δεν θα συμμετέχουν σε κάθε υποστοιχειοκεραία, δηλαδή ποια στοιχεία του πίνακα μετασχηματισμού \mathbf{A} θα μηδενιστούν.

Για το πρώτο στάδιο της προτεινόμενης προσέγγισης, είναι απαραίτητο το ακόλουθο θεώρημα:

Θεώρημα 6.1.1. Η βέλτιστη λύση του προβλήματος μεγιστοποίησης της χωρητικότητας

$$\mathbf{A}_o = \arg \max_{\mathbf{A}} \log_2 \det \left[\mathbf{I}_{M_T} + \frac{\rho}{M_T} \mathbf{H}^H \mathbf{A} (\mathbf{A}^H \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^H \mathbf{H} \right] \quad (6.2)$$

είναι της μορφής

$$\mathbf{A}_o = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_1 & \mathbf{u}_2 & \dots & \mathbf{u}_{M_T} \end{bmatrix} \mathbf{Q}, \quad (6.3)$$

όπου \mathbf{u}_k είναι το k -οστό κυρίαρχο αριστερό ιδιόμορφο διάνυσμα (dominant left singular vector) του πίνακα μεταφοράς του διαύλου \mathbf{H} και \mathbf{Q} είναι ένας πίνακας με ορθογώνιες γραμμές και στήλες. Σε αυτή την περίπτωση, η χωρητικότητα του συστήματος που έχει προκύψει είναι ίση με την χωρητικότητα του συστήματος πλήρους πολυπλοκότητας.

Απόδειξη. Έστω $\mathbf{A} = \mathbf{U}_A \mathbf{\Sigma}_A \mathbf{V}_A^H$ η διάσπαση ιδιόμορφων τιμών (singular value de-

composition) του πίνακα \mathbf{A} . Λόγω της ισότητας

$$\begin{aligned}\mathbf{A} (\mathbf{A}^H \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^H &= \mathbf{U}_A \Sigma_A \mathbf{V}_A^H (\mathbf{V}_A \Sigma_A^2 \mathbf{V}_A^H)^{-1} \mathbf{V}_A \Sigma_A \mathbf{U}_A^H \\ &= \mathbf{U}_A \Sigma_A \mathbf{V}_A^H \mathbf{V}_A \Sigma_A^{-2} \mathbf{V}_A^H \mathbf{V}_A \Sigma_A \mathbf{U}_A^H \\ &= \mathbf{U}_A \mathbf{U}_A^H,\end{aligned}\quad (6.4)$$

η αντικειμενική συνάρτηση $C(\mathbf{A}) = \log_2 \det \left[\mathbf{I}_{M_T} + \frac{\rho}{M_T} \mathbf{H}^H \mathbf{A} (\mathbf{A}^H \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^H \mathbf{H} \right]$ του προβλήματος βελτιστοποίησης γράφεται ως

$$C(\mathbf{A}) = \log_2 \det \left(\mathbf{I}_{M_T} + \frac{\rho}{M_T} \mathbf{H}^H \mathbf{U}_A \mathbf{U}_A^H \mathbf{H} \right) \quad (6.5)$$

Εφαρμόζοντας τη γνωστή ιδιότητα για τις οριζουσες $\det (\mathbf{I} + \mathbf{AB}) = \det (\mathbf{I} + \mathbf{BA})$, συμπεραίνουμε ότι

$$C(\mathbf{A}) = \log_2 \det \left(\mathbf{I}_{M_T} + \frac{\rho}{M_T} \mathbf{U}_A^H \mathbf{H} \mathbf{H}^H \mathbf{U}_A \right), \quad (6.6)$$

ή, ισοδύναμα

$$C(\mathbf{A}) = \sum_{m=1}^{M_T} \log_2 \left[1 + \frac{\rho}{M_T} \lambda_m (\mathbf{U}_A^H \mathbf{H} \mathbf{H}^H \mathbf{U}_A) \right], \quad (6.7)$$

όπου με $\lambda_m(\cdot)$ συμβολίζεται η m -οστή ιδιοτιμή κατά φθίνουσα διάταξη.

Σύμφωνα με το θεώρημα διαχωρισμού του Poincaré (Poincaré separation theorem) [70, Πρόρισμα 4.3.16, σελ. 190],

$$\lambda_m (\mathbf{U}_A^H \mathbf{H} \mathbf{H}^H \mathbf{U}_A) \leq \lambda_m (\mathbf{H} \mathbf{H}^H), \quad (6.8)$$

όπου η ισότητα ισχύει όταν οι στήλες του πίνακα \mathbf{U}_A είναι τα M_T κυρίαρχα αριστερά ιδιόμορφα διανύσματα του πίνακα \mathbf{H} . Επομένως,

$$\begin{aligned}C(\mathbf{A}) &\leq \sum_{m=1}^{M_T} \log_2 \left(1 + \frac{\rho}{M_T} \lambda_m (\mathbf{H} \mathbf{H}^H) \right) \\ &= \log_2 \det \left(\mathbf{I}_{M_R} + \frac{\rho}{M_T} \mathbf{H} \mathbf{H}^H \right) = C_{\text{πλήρους συστήματος}},\end{aligned}\quad (6.9)$$

όπου η ισότητα ισχύει όταν $\mathbf{U}_A = [\mathbf{u}_1 \ \mathbf{u}_2 \ \dots \ \mathbf{u}_{M_T}]$, δηλαδή όταν

$$\mathbf{A}_o = [\mathbf{u}_1 \ \mathbf{u}_2 \ \dots \ \mathbf{u}_{M_T}] \Sigma_A \mathbf{V}_A^H, \quad (6.10)$$

όπου ο πίνακας $\Sigma_A \mathbf{V}_A^H$ έχει ορθογώνιες γραμμές και στήλες. Κατά συνέπεια, απο-

δείχτηκε το ζητούμενο. \square

Οι αλγόριθμοι που παρουσιάζονται στη συνέχεια χρησιμοποιούν ως σημείο εκκίνησης μια βέλτιστη λύση του προβλήματος βελτιστοποίησης (6.1-i), η οποία σύμφωνα με το θεώρημα 6.1.1 είναι η $\mathbf{A}_o = \mathbf{U}$ (όπου $\mathbf{H} = \mathbf{U}\mathbf{\Sigma}\mathbf{V}^H$ είναι η διάσπαση ιδιόμορφων τιμών του πίνακα μεταφοράς του διαύλου \mathbf{H}) και στη συνέχεια αποφασίζουν ποια στοιχεία του πίνακα \mathbf{A}_o θα μηδενιστούν. Με άλλα λόγια, τα στοιχεία του πίνακα μετασχηματισμού \mathbf{A} θα ισούνται με

$$a_{ij} = \begin{cases} u_{ij} & \text{αν } i \in \mathcal{S}_j \\ 0 & \text{αν } i \notin \mathcal{S}_j \end{cases} \quad (6.11)$$

Εναλλακτικά, μπορούμε να γράψουμε τον πίνακα μετασχηματισμού υπό τη μορφή

$$\mathbf{A} = \mathbf{S} \odot \mathbf{U} \quad (6.12)$$

όπου $\mathbf{S} \in \{0, 1\}^{M_R \times N_R}$ είναι ο πίνακας ανάθεσης κεραιοστοιχείων στις υποστοιχειοκεραίες. Τα στοιχεία του πίνακα \mathbf{S} θα ισούνται με:

$$s_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{αν } i \in \mathcal{S}_j \\ 0 & \text{αν } i \notin \mathcal{S}_j \end{cases} \quad (6.13)$$

Επομένως, το πρόβλημα προς επίλυση γράφεται πλέον ως

$$\mathbf{S} = \arg \max_{\substack{\mathbf{S} \\ \mathbf{A} = \mathbf{S} \odot \mathbf{U}}} \log_2 \det \left[\mathbf{I}_{M_T} + \frac{\rho}{M_T} \mathbf{H}^H \mathbf{A} (\mathbf{A}^H \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^H \mathbf{H} \right] \quad (6.14- i)$$

υπό τους περιορισμούς

$$s_{ij} \in \{0, 1\} \quad (6.14- ii)$$

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^{N_R} \sum_{i=1}^{M_R} s_{ij} = K_R & \text{για RS-ASF} \\ \sum_{i=1}^{M_R} s_{ij} = \frac{K_R}{N_R}, \quad (\forall j = 1, \dots, N_R) & \text{για EB-ASF} \\ \sum_{j=1}^{N_R} s_{ij} = 1, \quad (\forall i = 1, \dots, M_R) & \text{για SS-ASF} \end{cases} \quad (6.14- iii)$$

Συνοψίζοντας, ο υπολογισμός του πίνακα μετασχηματισμού \mathbf{A} για τις τεχνικές SS-ASF, EB-ASF και RS-ASF θα γίνει σε δυο στάδια:

Αρχικοποίηση $\mathbf{A}_{\text{αρχ}} = \mathbf{A}_o = \mathbf{U}$, όπου $\mathbf{H} = \mathbf{U}\mathbf{\Sigma}\mathbf{V}^H$ η διάσπαση ιδιόμορφων τιμών

Πίνακας 6.1: Παραδοχές για τους αλγόριθμους δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών με βάση τη στιγμιαία εκτίμηση του διαύλου

	Στον πομπό	Στο δέκτη
Κεραιοστοιχεία Αλυσίδες RF	M_T $N_T = M_T$	$M_R > M_T$ $N_R = M_T$
Ενισχυτές χαμηλού θορύβου	0	$\begin{cases} M_R & \text{για SS-ASF} \\ K_R < M_R N_R & \text{για RS-ASF} \\ 0 & \text{για RHC-ASF} \end{cases}$
Στροφείς φάσης	0	$\begin{cases} M_R & \text{για SS-ASF} \\ K_R < M_R N_R & \text{για RS-ASF} \\ K_R < M_R N_R & \text{για RHC-ASF} \end{cases}$
Δίαυλος Γνώση διαύλου	Μη διαθέσιμη	Επίπεδων διαλείψεων Τέλεια
Συχνότητα υπολογισμού του \mathbf{A} Αρχικοποίηση αλγορίθμων	Μετά από κάθε περίοδο εκπαίδευσης $\mathbf{A}_{\text{αρχ}} = \mathbf{U}$	

του πίνακα μεταφοράς του διαύλου του συστήματος πλήρους πολυπλοκότητας.

Αλγόριθμος ανάθεσης κεραιοστοιχείων στις υποστοιχειοκεραίες Βρίσκει ποια στοιχεία του πίνακα \mathbf{A}_0 θα μηδενιστούν, με βάση το κριτήριο που χρησιμοποιεί ο αλγόριθμος και τηρώντας τους περιορισμούς της (6.1- iii) [ή ισοδύναμα της (6.14- iii)].

Οι παραδοχές που ισχύουν για τους αλγόριθμους που ακολουθούν συνοψίζονται στον Πίνακα 6.1. Οι αλγόριθμοι παρουσιάζονται αναλυτικά στις παραγράφους 6.1.2 – 6.1.4 και συγκεντρωτικά στις σελίδες 176–177.

6.1.1.3 Προτεινόμενη προσέγγιση για RHC-ASF

Με την τεχνική RHC-ASF, δεν χρησιμοποιούνται ενισχυτές χαμηλού θορύβου κατά τη δημιουργία των υποστοιχειοκεραιών, αλλά μόνο στροφείς φάσης. Αυτό σημαίνει ότι τα μη μηδενικά στοιχεία του πίνακα μετασχηματισμού θα πρέπει να έχουν μοναδιαίο πλάτος, δηλαδή να είναι της μορφής $e^{j\phi}$.

Η εύρεση του πίνακα μετασχηματισμού $\tilde{\mathbf{A}}$ της τεχνικής RHC-ASF βασίζεται στη λύση που έχει βρεθεί για την τεχνική RS-ASF ή EB-ASF ή SS-ASF (ανεξάρτητα του αλγορίθμου που έχει χρησιμοποιηθεί) ως εξής:

$$\tilde{a}_{ij} = \begin{cases} \exp [j \arg (a_{ij})] & \text{αν } i \in \mathcal{S}_j \text{ (δηλ. } a_{ij} \neq 0) \\ 0 & \text{διαφορετικά} \end{cases} \quad (6.15)$$

όπου \check{a}_{ij} είναι το (i, j) στοιχείο του πίνακα μετασχηματισμού της τεχνικής RHC-ASF και $a_{ij} = |a_{ij}| e^{j \arg(a_{ij})}$ είναι το (i, j) στοιχείο του πίνακα μετασχηματισμού \mathbf{A} της τεχνικής RS-ASF ή SS-ASF.

Διαισθητικά, μπορούμε να πούμε ότι η τεχνική ακολουθεί τη λογική του συνδυασμού ίσου κέρδους (equal gain combining – EGC) που χρησιμοποιείται στα συστήματα διαφορισμού SIMO. Παρόμοια λογική έχει ακολουθηθεί και στην τεχνική PSS που επίσης χρησιμοποιεί μόνο στροφείς φάσης (βλ. παράγραφο 3.4.1).

6.1.2 Αλγόριθμος βασισμένος στην απώλεια της χωρητικότητας

Στόχος του αλγόριθμου *βασισμένου στην απώλεια της χωρητικότητας* (capacity loss based algorithm – CLB) [119] είναι η ελαχιστοποίηση της χωρητικότητας που χάνεται σε σχέση με το σύστημα πλήρους πολυπλοκότητας και οφείλεται στο μηδενισμό στοιχείων του βέλτιστου πίνακα μετασχηματισμού $\mathbf{A}_o = \mathbf{U}$.

Έστω ότι μηδενίζεται το (i, j) στοιχείο του πίνακα \mathbf{U} , ο οποίος αποτελεί και το σημείο εκκίνησης του αλγόριθμου. Η χωρητικότητα του συστήματος λόγω του μηδενισμού γίνεται ίση με

$$C_{\tilde{\mathbf{H}}} = \log_2 \det \left[\left(\mathbf{I}_{M_T} + \frac{\rho}{M_T} \mathbf{H}^H \mathbf{H} \right) - \frac{\rho}{M_T} (u_{ij} \underline{\mathbf{h}}_i \mathbf{u}_j^H \mathbf{H} - u_{ij}^* \mathbf{H}^H \mathbf{u}_j \underline{\mathbf{h}}_i^H + |u_{ij}|^2 \underline{\mathbf{h}}_i \underline{\mathbf{h}}_i^H) \right] \quad (6.16)$$

όπου \mathbf{u}_j είναι η j -οστή στήλη του πίνακα \mathbf{U} και $\underline{\mathbf{h}}_j \in \mathbb{C}^{M_T \times 1}$ είναι το αναστροφοσυζυγές διάνυσμα της j -οστής γραμμής του πίνακα μεταφοράς του διαύλου πλήρους πολυπλοκότητας \mathbf{H} . Εφαρμόζοντας το λήμμα αντιστροφής πινάκων των Sherman-Morrison [65] και ύστερα από μαθηματικές πράξεις καταλήγουμε ότι

$$C_{\tilde{\mathbf{H}}} = C_{\mathbf{H}} + \log_2 (1 + \zeta_{ij}) \quad (6.17)$$

όπου $C_{\mathbf{H}}$ είναι η χωρητικότητα του συστήματος πλήρους πολυπλοκότητας. Η ποσότητα ζ_{ij} εκφράζει την απώλεια χωρητικότητας (σε σχέση με το σύστημα πλήρους πολυπλοκότητας) λόγω του μηδενισμού του (i, j) στοιχείου και είναι ίση με

$$\begin{aligned} \zeta_{ij} = & 2 \frac{\rho}{M_T} \operatorname{Re} \{ u_{ij}^* \underline{\mathbf{h}}_i^H \mathbf{G} \mathbf{H}^H \mathbf{u}_j \} - \left| \frac{\rho}{M_T} u_{ij}^* \underline{\mathbf{h}}_i^H \mathbf{G} \mathbf{H}^H \mathbf{u}_j \right|^2 \\ & - \frac{\rho}{M_T} |u_{ij}|^2 \underline{\mathbf{h}}_i^H \mathbf{G} \underline{\mathbf{h}}_i + \left(\frac{\rho}{M_T} \right)^2 |u_{ij}|^2 \underline{\mathbf{h}}_i^H \mathbf{G} \underline{\mathbf{h}}_i \cdot \mathbf{u}_j^H \mathbf{H} \mathbf{G} \mathbf{H}^H \mathbf{u}_j \end{aligned} \quad (6.18)$$

όπου

$$\mathbf{G} \triangleq \left(\frac{M_T}{\rho} \mathbf{I}_{M_T} + \mathbf{H}^H \mathbf{H} \right)^{-1} \quad (6.19)$$

Ο αλγόριθμος μηδενίζει τα στοιχεία του πίνακα \mathbf{U} που επιφέρουν την ελάχιστη απώλεια χωρητικότητας, δηλαδή που αντιστοιχούν στα μικρότερα ζ_{ij} . Κατά συνέπεια, τα στοιχεία του πίνακα μετασχηματισμού \mathbf{A} προκύπτουν ως εξής:

Για την τεχνική RS-ASF

Όταν δεν υπάρχει κάποιος πρόσθετος περιορισμός για τον πίνακα \mathbf{A} , τα στοιχεία του δίνονται από τον τύπο:

$$a_{ij} = \begin{cases} u_{ij} & \text{αν } \zeta_{ij} \geq \zeta_{[K_R]} \\ 0 & \text{διαφορετικά} \end{cases} \quad (6.20)$$

όπου $\zeta_{[.]}$ είναι τα στοιχεία ζ_{ij} ($i = 1, \dots, M_R$ και $j = 1 \dots N_R$) διατεταγμένα κατά φθίνουσα σειρά, έτσι ώστε $\zeta_{[1]} > \zeta_{[2]} > \dots > \zeta_{[M_R N_R]}$.

Για την τεχνική RHC-RS-ASF

Εφαρμόζοντας την (6.15) στα στοιχεία a_{ij} της (6.20), βρίσκουμε τα στοιχεία \check{a}_{ij} του πίνακα μετασχηματισμού που προκύπτουν από τον αλγόριθμο CLB για την τεχνική RHC-RS-ASF, ως εξής:

$$\check{a}_{ij} = \begin{cases} \exp [j \arg (u_{ij})] & \text{αν } \zeta_{ij} \geq \zeta_{[K_R]} \\ 0 & \text{διαφορετικά} \end{cases} \quad (6.21)$$

Για την τεχνική EB-ASF

Υπό τον περιορισμό της ισορροπημένης δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών, τα στοιχεία του πίνακα \mathbf{A} δίνονται από τον τύπο:

$$a_{ij} = \begin{cases} u_{ij} & \text{αν } \zeta_{ij} \geq \zeta_{\left[\frac{K_R}{N_R}\right], j} \\ 0 & \text{διαφορετικά} \end{cases} \quad (6.22)$$

όπου $\zeta_{[.], j}$ είναι τα στοιχεία ζ_{ij} , για $i = 1, \dots, M_R$ και j σταθερό, διατεταγμένα κατά φθίνουσα σειρά, έτσι ώστε $\zeta_{[1], j} > \zeta_{[2], j} > \dots > \zeta_{[M_R], j}$.

Για την τεχνική RHC-EB-ASF

Εφαρμόζοντας την (6.15) στα στοιχεία a_{ij} της (6.22), βρίσκουμε τα στοιχεία \check{a}_{ij} του πίνακα μετασχηματισμού που προκύπτουν από τον αλγόριθμο CLB για την τεχνική

RHC-EB-ASF, ως εξής:

$$\check{a}_{ij} = \begin{cases} \exp [j \arg (u_{ij})] & \text{αν } \zeta_{ij} \geq \zeta_{\lfloor \frac{K_R}{N_R} \rfloor, j} \\ 0 & \text{διαφορετικά} \end{cases} \quad (6.23)$$

Για την τεχνική SS-ASF

Υπό τους πρόσθετους περιορισμούς της αυστηρά δομημένης δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών, τα στοιχεία του πίνακα \mathbf{A} ισούνται με:

$$a_{ij} = \begin{cases} u_{ij} & \text{αν } j = \arg \max_k \{\zeta_{ik}\} \\ 0 & \text{διαφορετικά} \end{cases} \quad (6.24)$$

Υπενθυμίζεται ότι για να είναι εφαρμόσιμη η (5.28) για τον υπολογισμό της χωρητικότητας, θα πρέπει να κανονικοποιηθούν οι στήλες του πίνακα \mathbf{A} , έτσι ώστε $\|\mathbf{a}_j\| = 1$.

Για την τεχνική RHC-SS-ASF

Εφαρμόζοντας την (6.15) στα στοιχεία a_{ij} της (6.24), βρίσκουμε τα στοιχεία \check{a}_{ij} του πίνακα μετασχηματισμού που προκύπτουν από τον αλγόριθμο CLB για την τεχνική RHC-SS-ASF, ως εξής:

$$\check{a}_{ij} = \begin{cases} \exp [j \arg (u_{ij})] & \text{αν } j = \arg \max_k \{\zeta_{ik}\} \\ 0 & \text{διαφορετικά} \end{cases} \quad (6.25)$$

Υπενθυμίζεται ότι και για την RHC-SS-ASF ισχύει η (5.28) για την χωρητικότητα, υπό την προϋπόθεση ότι έχουν κανονικοποιηθεί οι στήλες του πίνακα \mathbf{A} , έτσι ώστε $\|\mathbf{a}_j\| = 1$.

6.1.3 Αλγόριθμος βασισμένος στην Frobenius νόρμα

Ο αλγόριθμος *βασισμένος στην Frobenius νόρμα* (Frobenius norm based algorithm – FNB) αρχικά δημιουργήθηκε για την τεχνική SS-ASF και στη συνέχεια επεκτάθηκε για τις υπόλοιπες παραλλαγές της δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών.

Για την τεχνική SS-ASF

Παρατηρώντας προσεχτικά την (5.28), γίνεται εμφανές ότι η χωρητικότητα της τεχνικής SS-ASF προκύπτει από την εφαρμογή του τύπου που δίνει την χωρητικότητα

ενός συστήματος MIMO, αν ο πίνακας μεταφοράς του διαύλου αντικατασταθεί από τον ενεργό πίνακα μεταφοράς που δίδεται από την (5.9).

Η κεντρική ιδέα του αλγόριθμου FNB είναι να ελαχιστοποιηθεί η απόσταση ανάμεσα στους υποχώρους που ορίζουν ο πίνακας $\tilde{\mathbf{H}}_o = \mathbf{U}^H \mathbf{H}$ (δηλαδή του ενεργού πίνακα μεταφοράς που προκύπτει από την χρήση του πίνακα $\mathbf{A}_o = \mathbf{U}$ ως πίνακα μετασχηματισμού) και του ενεργού πίνακα μεταφοράς $\tilde{\mathbf{H}}$. Κατά συνέπεια, ελαχιστοποιείται το ακόλουθο κριτήριο απόστασης ανάμεσα στους πίνακες $\tilde{\mathbf{H}}_o$ και $\tilde{\mathbf{H}}$:

$$\eta(\mathbf{A}) = \|\tilde{\mathbf{H}}_o - \tilde{\mathbf{H}}\|_F^2 = \|(\mathbf{U} - \mathbf{A})^H \mathbf{H}\|_F^2. \quad (6.26)$$

Έστω $\mathbf{E} \triangleq \mathbf{U} - \mathbf{A}$ ο πίνακας σφάλματος ανάμεσα στον πίνακα μετασχηματισμού \mathbf{A} της δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών και στη βέλτιστη λύση \mathbf{U} του προβλήματος χωρίς τους περιορισμούς (6.1- ii) και (6.1- iii). Ορίζοντας επιπλέον τον πίνακα $\mathbf{F} \triangleq \mathbf{E}^H \mathbf{H}$, η (6.26) γράφεται ως εξής:

$$\eta(\mathbf{A}) \triangleq \|\mathbf{F}\|_F^2 = \sum_{j=1}^{N_R} \left(\sum_{i=1}^{M_T} |f_{ji}|^2 \right) = \sum_{j=1}^{N_R} \|\underline{\mathbf{f}}_j\|^2, \quad (6.27)$$

όπου f_{ji} είναι το (j, i) στοιχείο του πίνακα $\mathbf{F} \in \mathbb{C}^{N_R \times M_T}$. Επιπλέον, με $\underline{\mathbf{f}}_j \in \mathbb{C}^{M_T \times 1}$ συμβολίζεται το αναστροφοσυζυγές διάνυσμα της j -οστής γραμμής του πίνακα \mathbf{F} , το οποίο ισούται με

$$\underline{\mathbf{f}}_j = \mathbf{H}^H \mathbf{e}_j = \sum_{i \notin \mathcal{S}_j} e_{ij} \underline{\mathbf{h}}_i, \quad (6.28)$$

όπου e_{ij} είναι το (i, j) στοιχείο του πίνακα \mathbf{E} , $\mathbf{e}_j \in \mathbb{C}^{M_R \times 1}$ είναι η j -στήλη του πίνακα \mathbf{E} και $\underline{\mathbf{h}}_i \in \mathbb{C}^{M_T \times 1}$ είναι το αναστροφοσυζυγές διάνυσμα της i -οστής γραμμής του πίνακα μεταφοράς του διαύλου \mathbf{H} του πλήρους συστήματος. Σημειώνεται ότι το δεξί μέλος της (6.28) προκύπτει λαμβάνοντας υπόψη ότι το γινόμενο ενός πίνακα (από αριστερά) με ένα διάνυσμα δίδεται από τον γραμμικό συνδυασμό των στηλών του πίνακα, όπου συντελεστές στάθμισης είναι τα στοιχεία του διανύσματος [120, σελ. 6].

Αντικαθιστώντας την (6.28) στην (6.27) και λαμβάνοντας υπόψη ότι

$$e_{ij} = u_{ij} - a_{ij} = \begin{cases} u_{ij} & \text{αν } i \notin \mathcal{S}_j \\ 0 & \text{αν } i \in \mathcal{S}_j \end{cases}. \quad (6.29)$$

προκύπτει ότι

$$\eta(\mathbf{A}) = \sum_{j=1}^{M_T} \left\| \sum_{i \notin \mathcal{S}_j} e_{ij} \underline{\mathbf{h}}_i \right\|^2 = \sum_{j=1}^{M_T} \left\| \sum_{i \notin \mathcal{S}_j} u_{ij} \underline{\mathbf{h}}_i \right\|^2 \leq \sum_{j=1}^{M_T} \sum_{i \notin \mathcal{S}_j} |u_{ij}|^2 \|\underline{\mathbf{h}}_i\|^2, \quad (6.30)$$

όπου το δεξί μέλος της (6.30) έχει προκύψει από την εφαρμογή της τριγωνικής ανισότητας.

Ο αλγόριθμος FNB ελαχιστοποιεί το άνω φράγμα στην (6.30), το οποίο είναι ισοδύναμο με τη μεγιστοποίηση της ποσότητας

$$\tilde{p} = \sum_{j=1}^{M_T} \sum_{i \in \mathcal{S}_j} |u_{ij}|^2 \|\underline{\mathbf{h}}_i\|^2, \quad (6.31)$$

η οποία αποτελεί ένα άνω φράγμα της ισχύος του ενεργού πίνακα μεταφοράς $\|\tilde{\mathbf{H}}\|_{\text{F}}^2$. Πράγματι, εργαζόμενοι όπως στις εξισώσεις (6.27) – (6.30), συμπεραίνουμε ότι

$$\begin{aligned} \|\tilde{\mathbf{H}}\|_{\text{F}}^2 &= \sum_{j=1}^{M_T} \|\tilde{\mathbf{h}}_j\|^2 = \sum_{j=1}^{M_T} \|\mathbf{H}^H \mathbf{a}_j\|^2 = \sum_{j=1}^{M_T} \left\| \sum_{i \in \mathcal{S}_j} u_{ij} \underline{\mathbf{h}}_i \right\|^2 \\ &\leq \sum_{j=1}^{M_T} \sum_{i \in \mathcal{S}_j} |u_{ij}|^2 \|\underline{\mathbf{h}}_i\|^2 = \tilde{p}, \end{aligned} \quad (6.32)$$

όπου $\tilde{\mathbf{h}}_j \in \mathbb{C}^{1 \times M_T}$ είναι η j -οστή γραμμή του ενεργού πίνακα μεταφοράς $\tilde{\mathbf{H}}$. Κατά συνέπεια, η ελαχιστοποίηση ενός άνω φράγματος της απόστασης (6.26) μεταξύ των πινάκων $\tilde{\mathbf{H}}$ και $\tilde{\mathbf{H}}_0$ είναι ισοδύναμη με τη μεγιστοποίηση ενός άνω φράγματος της ισχύος του ενεργού πίνακα μεταφοράς $\|\tilde{\mathbf{H}}\|_{\text{F}}^2$ (έτσι δικαιολογείται και η ονομασία του). Σίγουρα, η μεγιστοποίηση της ισχύος του ενεργού πίνακα μεταφοράς δεν εγγυάται τη μεγιστοποίηση της χωρητικότητας σε συστήματα χωρικής πολυπλεξίας. Ωστόσο, μπορεί να οδηγήσει σε αύξηση της χωρητικότητας, αφού προκύπτει εύκολα από την εφαρμογή της [12, εξ. (23)] ότι

$$C_{\tilde{\mathbf{H}}, \text{SS-ASF}} \geq \log_2 \det \left(1 + \frac{\rho}{M_T} \|\tilde{\mathbf{H}}\|_{\text{F}}^2 \right). \quad (6.33)$$

Ο αλγόριθμος FNB αναθέτει τα κατάλληλα κεραιοστοιχεία σε κάθε υποστοιχειοκεραία, έτσι ώστε να μεγιστοποιείται η (6.31), δηλαδή για την τεχνική SS-ASF τα

στοιχεία του πίνακα μετασχηματισμού \mathbf{A} επιλέγονται ως εξής:

$$a_{ij} = \begin{cases} u_{ij} & \text{αν } j = \arg \max_k |u_{ik}|^2 \|\underline{\mathbf{h}}_i\|^2 \\ 0 & \text{διαφορετικά} \end{cases}. \quad (6.34)$$

Υπενθυμίζεται ότι για να ισχύει η (5.28) για την χωρητικότητα, θα πρέπει να κανονικοποιηθούν οι στήλες του πίνακα \mathbf{A} έτσι ώστε $\|\mathbf{a}_j\| = 1$.

Για την τεχνική RHC-SS-ASF

Εφαρμόζοντας την (6.15) στα στοιχεία a_{ij} της (6.34), βρίσκουμε τα στοιχεία \check{a}_{ij} του πίνακα μετασχηματισμού που προκύπτουν από τον αλγόριθμο FNB για την τεχνική RHC-SS-ASF, ως εξής:

$$\check{a}_{ij} = \begin{cases} \exp [j \arg (u_{ij})] & \text{αν } j = \arg \max_k |u_{ik}|^2 \|\underline{\mathbf{h}}_i\|^2 \\ 0 & \text{διαφορετικά} \end{cases}. \quad (6.35)$$

Υπενθυμίζεται ότι και για την RHC-SS-ASF η χωρητικότητα υπολογίζεται σύμφωνα με την (5.28), υπό την προϋπόθεση ότι έχουν κανονικοποιηθεί οι στήλες του πίνακα \mathbf{A} , έτσι ώστε $\|\mathbf{a}_j\| = 1$.

Για την τεχνική RS-ASF

Ενώ ο αλγόριθμος FNB έχει σχεδιαστεί για την τεχνική SS-ASF, η εφαρμογή του μπορεί να επεκταθεί και στην τεχνική RS-ASF, λόγω του ακόλουθου θεωρήματος:

Θεώρημα 6.1.2. Για υψηλούς σηματοδορυθμικούς λόγους, η χωρητικότητα της χαλαρά δομημένης δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών (5.22) φράσσεται κάτωθεν από την εξίσωση (5.28) που δίνει την χωρητικότητα της αυστηρά δομημένης δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών, δηλαδή

$$\log_2 \det \left[\mathbf{I}_{M_T} + \frac{\rho}{M_T} \mathbf{H}^H \mathbf{A} (\mathbf{A}^H \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^H \mathbf{H} \right] \geq \log_2 \det \left(\mathbf{I}_{M_T} + \frac{\rho}{M_T} \mathbf{H}^H \mathbf{A} \mathbf{A}^H \mathbf{H} \right). \quad (6.36)$$

Απόδειξη. Έστω $\mathbf{A} = \mathbf{U}_\mathbf{A} \Sigma_\mathbf{A} \mathbf{V}_\mathbf{A}^H$ η διάσπαση ιδιόμορφων τιμών (singular value decomposition) του πίνακα \mathbf{A} . Εφαρμόζοντας την ανισότητα του Hadarmard για τις

ορίζουσες [70, εξ. (7.8.1)] και ύστερα από πράξεις, καταλήγουμε ότι

$$\begin{aligned} \det(\Sigma_{\mathbf{A}}^2) &= \det(\mathbf{V}_{\mathbf{A}} \Sigma_{\mathbf{A}}^2 \mathbf{V}_{\mathbf{A}}^H) = \det(\mathbf{A}^H \mathbf{A}) \\ &\leq \prod_{k=1}^{M_T} [\mathbf{A}^H \mathbf{A}]_{kk} = \prod_{k=1}^{M_T} \mathbf{a}_k^H \mathbf{a}_k = \prod_{k=1}^{M_T} \|\mathbf{a}_k\|^2 \leq 1, \end{aligned} \quad (6.37)$$

όπου με \mathbf{a}_j συμβολίζεται η j -οστή στήλη του πίνακα μετασχηματισμού \mathbf{A} . Η τελευταία ανισότητα στην (6.37) προκύπτει από την ιδιότητα $\|\mathbf{a}_k\| \leq \|\mathbf{u}_k\| = 1$ (όπου \mathbf{u}_k είναι το k -οστό κυρίαρχο αριστερό ιδιόμορφο διάνυσμα του πίνακα μεταφοράς του διαύλου πλήρους πολυπλοκότητας) και δικαιολογείται από το γεγονός ότι τα στοιχεία του πίνακα \mathbf{A} επιλέγονται σύμφωνα με την (6.11).

Χρησιμοποιώντας τη διάσπαση ιδιόμορφων τιμών $\mathbf{A} = \mathbf{U}_{\mathbf{A}} \Sigma_{\mathbf{A}} \mathbf{V}_{\mathbf{A}}^H$ και την (6.37), προκύπτουν, για υψηλούς σηματοθορυβικούς λόγους ($\rho \gg 1$), τα εξής:

$$\begin{aligned} \det\left(\mathbf{I}_{M_T} + \frac{\rho}{M_T} \mathbf{H}^H \mathbf{A} \mathbf{A}^H \mathbf{H}\right) &\simeq \det\left(\frac{\rho}{M_T} \mathbf{H}^H \mathbf{U}_{\mathbf{A}} \Sigma_{\mathbf{A}}^2 \mathbf{U}_{\mathbf{A}}^H \mathbf{H}\right) \\ &= \det(\Sigma_{\mathbf{A}}^2) \det\left(\frac{\rho}{M_T} \mathbf{H}^H \mathbf{U}_{\mathbf{A}} \mathbf{U}_{\mathbf{A}}^H \mathbf{H}\right) \\ &\leq \det\left(\frac{\rho}{M_T} \mathbf{H}^H \mathbf{U}_{\mathbf{A}} \mathbf{U}_{\mathbf{A}}^H \mathbf{H}\right). \end{aligned} \quad (6.38)$$

Από την άλλη πλευρά, εκμεταλλευόμενοι την (6.5), μπορούμε να γράψουμε:

$$\begin{aligned} \det\left[\mathbf{I}_{M_T} + \frac{\rho}{M_T} \mathbf{H}^H \mathbf{A} (\mathbf{A}^H \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^H \mathbf{H}\right] &= \det\left(\mathbf{I}_{M_T} + \frac{\rho}{M_T} \mathbf{H}^H \mathbf{U}_{\mathbf{A}} \mathbf{U}_{\mathbf{A}}^H \mathbf{H}\right) \\ &\simeq \det\left(\frac{\rho}{M_T} \mathbf{H}^H \mathbf{U}_{\mathbf{A}} \mathbf{U}_{\mathbf{A}}^H \mathbf{H}\right). \end{aligned} \quad (6.39)$$

Από τις (6.38) και (6.39) είναι προφανές ότι έχει αποδειχτεί το ζητούμενο. \square

Κατά συνέπεια, ο αλγόριθμος FNB μπορεί να χρησιμοποιηθεί και για την τεχνική RS-ASF, όπου θα αναθέτει τα κατάλληλα κεραιοστοιχεία σε κάθε υποστοιχειοκεραία, έτσι ώστε να μεγιστοποιείται η (6.31). Δηλαδή, για την τεχνική RS-ASF, τα στοιχεία του πίνακα μετασχηματισμού \mathbf{A} επιλέγονται ως εξής:

$$a_{ij} = \begin{cases} u_{ij} & \text{αν } p_{ij} \geq p_{[K_R]} \\ 0 & \text{διαφορετικά} \end{cases} \quad (6.40)$$

όπου $p_{[.]}$ είναι τα στοιχεία $p_{ij} \triangleq |u_{ij}|^2 \|\underline{\mathbf{h}}_i\|^2$ ($i = 1, \dots, M_R$ και $j = 1 \dots N_R$) διατεταγμένα κατά φθίνουσα σειρά, έτσι ώστε $p_{[1]} > p_{[2]} > \dots > p_{[M_R N_R]}$.

Για την τεχνική RHC-RS-ASF

Εφαρμόζοντας την (6.15) στα στοιχεία a_{ij} της (6.40), βρίσκουμε τα στοιχεία \check{a}_{ij} του πίνακα μετασχηματισμού που προκύπτουν από τον αλγόριθμο FNB για την τεχνική RHC-RS-ASF, ως εξής:

$$\check{a}_{ij} = \begin{cases} \exp [j \arg (u_{ij})] & \text{αν } p_{ij} \geq p_{[K_R]} \\ 0 & \text{διαφορετικά} \end{cases} \quad (6.41)$$

Για την τεχνική EB-ASF

Για να ικανοποιηθούν οι περιορισμοί της ισορροπημένης δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών, τροποποιείται η (6.40) ως εξής:

$$a_{ij} = \begin{cases} u_{ij} & \text{αν } p_{ij} \geq p_{[\frac{K_R}{N_R}],j} \\ 0 & \text{διαφορετικά} \end{cases} \quad (6.42)$$

όπου $p_{[·],j}$ είναι τα στοιχεία $p_{ij} \triangleq |u_{ij}|^2 \|\underline{\mathbf{h}}_i\|^2$, για $i = 1, \dots, M_R$ και j σταθερό, διατεταγμένα κατά φθίνουσα σειρά, έτσι ώστε $p_{[1],j} > p_{[2],j} > \dots > p_{[M_R],j}$.

Για την τεχνική RHC-EB-ASF

Εφαρμόζοντας την (6.15) στα στοιχεία a_{ij} της (6.42), βρίσκουμε τα στοιχεία \check{a}_{ij} του πίνακα μετασχηματισμού που προκύπτουν από τον αλγόριθμο FNB για την τεχνική RHC-EB-ASF, ως εξής:

$$\check{a}_{ij} = \begin{cases} \exp [j \arg (u_{ij})] & \text{αν } p_{ij} \geq p_{[\frac{K_R}{N_R}],j} \\ 0 & \text{διαφορετικά} \end{cases} \quad (6.43)$$

6.1.4 Αλγόριθμος βασισμένος στην ελαχιστοποίηση του τετραγωνικού σφάλματος του πίνακα μετασχηματισμού

Ο αλγόριθμος βασισμένος στην ελαχιστοποίηση του τετραγωνικού σφάλματος του πίνακα μετασχηματισμού (minimum squared error based algorithm – MSEB) στοχεύει στην ελαχιστοποίηση του τετραγωνικού σφάλματος $\epsilon(\mathbf{A}) \triangleq \|\mathbf{U} - \mathbf{A}\|_{\mathbb{F}}^2$ ανάμεσα στον πίνακα μετασχηματισμού \mathbf{A} της δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών και στη βέλτιστη λύση $\mathbf{A}_o = \mathbf{U}$ του προβλήματος χωρίς τους περιορισμούς (6.1- ii) και (6.1- iii), δηλαδή

$$\mathbf{A} = \arg \min_{\mathbf{A}} \|\mathbf{U} - \mathbf{A}\|_{\mathbb{F}}^2, \quad (6.44)$$

υπό τους περιορισμούς των (6.11) και (6.1- iii).

Λόγω της (6.11), τα στοιχεία του πίνακα σφάλματος $\mathbf{E} \triangleq \mathbf{U} - \mathbf{A}$ θα είναι

$$e_{ij} = u_{ij} - a_{ij} = \begin{cases} u_{ij} & \text{αν } i \notin \mathcal{S}_j \\ 0 & \text{αν } i \in \mathcal{S}_j \end{cases}. \quad (6.45)$$

και η αντικειμενική συνάρτηση λαμβάνει τη μορφή

$$\epsilon(\mathbf{A}) = \sum_{j=1}^{N_R} \sum_{i \notin \mathcal{S}_j} |u_{ij}|^2. \quad (6.46)$$

Η ελαχιστοποίηση της (6.46) είναι ισοδύναμη με την *μεγιστοποίηση* της

$$\bar{\epsilon}(\mathbf{A}) = \sum_{j=1}^{N_R} \sum_{i \in \mathcal{S}_j} |u_{ij}|^2. \quad (6.47)$$

Για την τεχνική RS-ASF

Λόγω της (6.47), τα στοιχεία του πίνακα μετασχηματισμού της χαλαρά δομημένης δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών δίνονται από τη σχέση

$$a_{ij} = \begin{cases} u_{ij} & \text{αν } |u_{ij}| > |u_{[K_R]}| \\ 0 & \text{διαφορετικά} \end{cases}, \quad (6.48)$$

όπου $u_{[.]}$ είναι τα στοιχεία u_{ij} ($i = 1, \dots, M_R$ και $j = 1 \dots N_R$) διατεταγμένα κατά φθίνουσα σειρά των πλάτων τους, έτσι ώστε $|u_{[1]}| > |u_{[2]}| > \dots > |u_{[M_R N_R]}|$.

Είναι εμφανές ότι ο αλγόριθμος δεν μηδενίζει τα K_R στοιχεία του πίνακα \mathbf{U} που έχουν το μεγαλύτερο πλάτος. Ο αλγόριθμος δηλαδή μοιάζει, ως προς τη λογική που ακολουθεί, με την τεχνική συνδυασμού μεγίστου λόγου με υβριδική επιλογή (HS/MRC) που χρησιμοποιείται στα συστήματα διαφορισμού SIMO, αφού η τεχνική HS/MRC επιλέγει για συνδυασμό τους κλάδους διαφορισμού που παρουσιάζουν τους μεγαλύτερους σηματοθορυβικούς λόγους, δηλαδή μιγαδικά κέρδη διαύλου (ανάμεσα στην κεραία του πομπού και την αντίστοιχη κεραία του δέκτη) με τα μεγαλύτερα πλάτη. Επομένως, ο αλγόριθμος MSEB μπορεί να ειπωθεί ως μια επέκταση της λογικής του HS/MRC στις τεχνικές της προεπεξεργασίας στο πεδίο των ραδιοσυχνοτήτων (στις οποίες ανήκει η δημιουργία υποστοιχειοκεραιών).

Για την τεχνική RHC-RS-ASF

Εφαρμόζοντας την (6.15) στα στοιχεία a_{ij} της (6.48), βρίσκουμε τα στοιχεία \check{a}_{ij} του πίνακα μετασχηματισμού που προκύπτουν από τον αλγόριθμο MSEB για την τεχνική RHC-RS-ASF, ως εξής:

$$\check{a}_{ij} = \begin{cases} \exp [j \arg (u_{ij})] & \text{αν } |u_{ij}| \geq |u_{[K_R]}| \\ 0 & \text{διαφορετικά} \end{cases} \quad (6.49)$$

Ο αλγόριθμος MSEB για την τεχνική RHC-ASF ακολουθεί τη λογική του συνδυασμού ίσου κέρδους με υβριδική επιλογή (HS/EGC) που χρησιμοποιείται στα συστήματα διαφορισμού SIMO.

Για την τεχνική EB-ASF

Για να ικανοποιηθούν οι περιορισμοί της ισορροπημένης δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών, η (6.48) τροποποιείται ως εξής:

$$a_{ij} = \begin{cases} u_{ij} & \text{αν } |u_{ij}| > |u_{[\frac{K_R}{N_R}],j}| \\ 0 & \text{διαφορετικά} \end{cases}, \quad (6.50)$$

όπου $u_{[·],j}$ είναι τα στοιχεία u_{ij} ($i = 1, \dots, M_R$ και j σταθερό) της j -οστής στήλης του \mathbf{U} , διατεταγμένα κατά φθίνουσα σειρά των πλατών τους, έτσι ώστε $|u_{[1],j}| > |u_{[2],j}| > \dots > |u_{[M_R],j}|$.

Για την τεχνική RHC-EB-ASF

Εφαρμόζοντας την (6.15) στα στοιχεία a_{ij} της (6.50), βρίσκουμε τα στοιχεία \check{a}_{ij} του πίνακα μετασχηματισμού που προκύπτουν από τον αλγόριθμο MSEB για την τεχνική RHC-EB-ASF, ως εξής:

$$\check{a}_{ij} = \begin{cases} \exp [j \arg (u_{ij})] & \text{αν } |u_{ij}| > |u_{[\frac{K_R}{N_R}],j}| \\ 0 & \text{διαφορετικά} \end{cases} \quad (6.51)$$

Για την τεχνική SS-ASF

Υπό τους πρόσθετους περιορισμούς της αυστηρά δομημένης δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών, τα στοιχεία του πίνακα \mathbf{A} είναι ίσα με:

$$a_{ij} = \begin{cases} u_{ij} & \text{αν } j = \arg \max_k |u_{ik}| \\ 0 & \text{διαφορετικά} \end{cases} \quad (6.52)$$

Είναι αξιοσημείωτο ότι ο αλγόριθμος MSEB είναι *ισοδύναμος* (δηλαδή δίνει τις ίδιες ακριβώς λύσεις) με τον αλγόριθμο FNB για την τεχνική SS-ASF. Πράγματι, παρατηρώντας προσεκτικά την (6.34), διαπιστώνουμε ότι ο όρος $\|\underline{\mathbf{h}}_i\|$ δεν επηρεάζει καθόλου το κριτήριο απόφασης, αφού η μεγιστοποίηση γίνεται ως προς το k . Κατά συνέπεια, οι εξισώσεις (6.34) και (6.52) ταυτίζονται.

Τέλος, υπενθυμίζεται ότι για να ισχύει η (5.28) για την χωρητικότητα, θα πρέπει να κανονικοποιηθούν οι στήλες του πίνακα \mathbf{A} έτσι ώστε $\|\mathbf{a}_j\| = 1$.

Για την τεχνική RHC-SS-ASF

Εφαρμόζοντας την (6.15) στα στοιχεία a_{ij} της (6.52), βρίσκουμε τα στοιχεία \check{a}_{ij} του πίνακα μετασχηματισμού που προκύπτουν από τον αλγόριθμο MSEB για την τεχνική RHC-SS-ASF, ως εξής:

$$\check{a}_{ij} = \begin{cases} \exp [j \arg (u_{ij})] & \text{αν } j = \arg \max_k |u_{ik}| \\ 0 & \text{διαφορετικά} \end{cases} \quad (6.53)$$

6.1.4.1 Ισοδυναμία με τον αλγόριθμο βασισμένο στην απώλεια της χωρητικότητας

Μια πολύ ενδιαφέρουσα παρατήρηση είναι ότι ο αλγόριθμος που βασίζεται στην ελαχιστοποίηση του τετραγωνικού σφάλματος του πίνακα μετασχηματισμού είναι *ισοδύναμος* με τον αλγόριθμο που βασίζεται στην ελαχιστοποίηση της απώλειας της χωρητικότητας, όταν ο σηματοθορυβικός λόγος είναι υψηλός ($\rho \gg 1$). Αυτό αποδεικνύεται με τη βοήθεια του ακόλουθου θεωρήματος:

Θεώρημα 6.1.3. Έστω u_{ij} και u_{mn} δυο διαφορετικά στοιχεία του πίνακα \mathbf{U} , ο οποίος έχει προκύψει από τη διάσπαση ιδιόμορφων τιμών $\mathbf{H} = \mathbf{U}\mathbf{\Sigma}\mathbf{V}^H$ του πίνακα μεταφοράς

του διαύλου. Αν

$$\begin{aligned} \zeta(u_{ij}) \triangleq & 2 \frac{\rho}{M_T} \operatorname{Re} \{ u_{ij}^* \underline{\mathbf{h}}_i^H \mathbf{G} \mathbf{H}^H \mathbf{u}_j \} - \left| \frac{\rho}{M_T} u_{ij}^* \underline{\mathbf{h}}_i^H \mathbf{G} \mathbf{H}^H \mathbf{u}_j \right|^2 \\ & - \frac{\rho}{M_T} |u_{ij}|^2 \underline{\mathbf{h}}_i^H \mathbf{G} \underline{\mathbf{h}}_i + \left(\frac{\rho}{M_T} \right)^2 |u_{ij}|^2 \underline{\mathbf{h}}_i^H \mathbf{G} \underline{\mathbf{h}}_i \cdot \mathbf{u}_j^H \mathbf{H} \mathbf{G} \mathbf{H}^H \mathbf{u}_j, \end{aligned} \quad (6.54)$$

όπου \mathbf{u}_j είναι η j -οστή στήλη του πίνακα \mathbf{U} , $\underline{\mathbf{h}}_j$ είναι το αναστροφοσυζυγές διάνυσμα της j -οστής γραμμής του πίνακα \mathbf{H} και ο πίνακας \mathbf{G} ορίζεται όπως στην (6.19), τότε $\zeta(u_{ij}) > \zeta(u_{mn})$ αν και μόνον αν $|u_{ij}| > |u_{mn}|$.

Απόδειξη. Καταρχήν, είναι απαραίτητο το ακόλουθο λήμμα από τη γραμμική άλγεβρα [70]:

Οι τετραγωνικοί πίνακες \mathbf{X} και $(\kappa \mathbf{I} + \mathbf{X})$ έχουν τα ίδια ιδιοδιανύσματα, ενώ οι ιδιοτιμές τους συνδέονται με τη σχέση $\lambda_i(\kappa \mathbf{I} + \mathbf{X}) = \kappa + \lambda_i(\mathbf{X})$.

Με εφαρμογή του παραπάνω λήμματος και από τη διάσπαση ιδιοτιμών (eigenvalue decomposition) του πίνακα \mathbf{G} της (6.19) προκύπτει ότι

$$\mathbf{G} = \mathbf{V} \left(\frac{M_T}{\rho} \mathbf{I}_{M_T} + \Sigma^2 \right)^{-1} \mathbf{V}^H. \quad (6.55)$$

Η συνέχεια της απόδειξης διευκολύνεται αν λάβουμε υπόψη την εξής πρόταση:

Αν \mathbf{b}_j είναι η j -οστή στήλη ενός πίνακα $\mathbf{B} \in \mathbb{C}^{t \times r}$, τότε $\mathbf{b}_j = \mathbf{B} \mathbf{d}_j^{(r)}$, όπου ως $\mathbf{d}_j^{(r)}$ ορίζεται το $r \times 1$ διάνυσμα, του οποίου όλα τα στοιχεία είναι μηδενικά, εκτός από το j -οστό στοιχείο που είναι ίσο με 1.

Κατά συνέπεια, τα διανύσματα \mathbf{u}_j και $\underline{\mathbf{h}}_j$ μπορούν να γραφούν ως $\mathbf{u}_j = \mathbf{U} \mathbf{d}_j^{(M_T)}$ και $\underline{\mathbf{h}}_j = \mathbf{H}^H \mathbf{d}_j^{(M_R)}$ αντίστοιχα. Αντικαθιστώντας την (6.55) και τη διάσπαση ιδιομορφών τιμών του πίνακα \mathbf{H} στην (6.54) και εφαρμόζοντας την παραπάνω πρόταση, βρίσκουμε κατόπιν πράξεων ότι

$$\zeta(u_{ij}) = |u_{ij}|^2 \left[w_j (2 - w_j |u_{ij}|^2) + \sum_{k=1}^{N_R} w_k (1 - w_k) |u_{ik}|^2 \right], \quad (6.56)$$

όπου $w_k = [1 + (M_T/\rho) \sigma_k^{-2}]^{-1}$ και σ_k είναι η k -οστή ιδιοτιμή του πίνακα \mathbf{H} σε φθίνουσα διάταξη. Ωστόσο, επειδή ο σηματοθορυβικός λόγος είναι υψηλός, θα ισχύει $w_k \rightarrow 1$, οπότε καταλήγουμε ότι

$$\zeta(u_{ij}) = 2|u_{ij}|^2 - |u_{ij}|^4. \quad (6.57)$$

Πίνακας 6.2: Πολυπλοκότητα αλγορίθμων δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών βασισμένων στη στιγμιαία εκτίμηση του διαύλου στο δέκτη και σύγκριση με τον αλγόριθμο επιλογής κεραιοστοιχειών (AS) της αναφοράς [66]

Βήμα αλγορίθμου 6.1	CLB	FNB	MSEB	AS [66]
2	$O(12M_T M_R^2 + 9M_R^3)$			—
3–13	$O(M_T^3 M_R)$	$O(M_T^2 M_R)$	$O(M_R M_T)$	—
18–26	$O(M_R M_T)$			—
27–33	$O(K_R M_R M_T)$			—
34–42	$O(K_R M_R)$			—
Συνολική	$O(M_T^3 M_R + M_R^3)$	$O(M_R^3)$	$O(M_R^3)$	$O(M_T^2 M_R)$

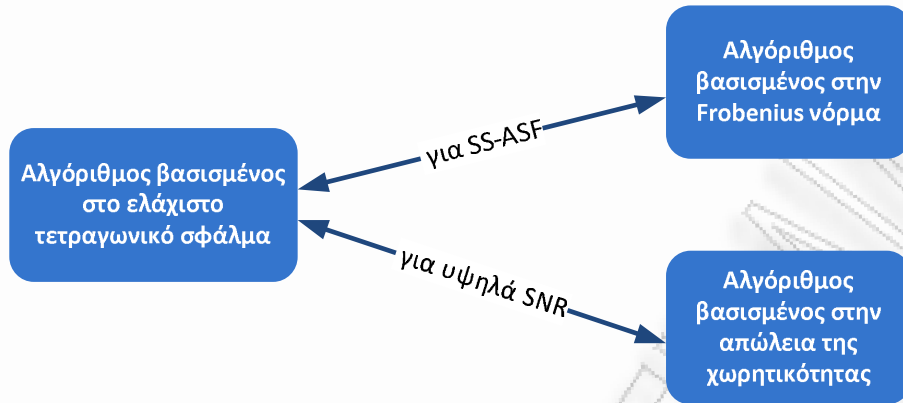
Αποδεικνύεται εύκολα ότι η συνάρτηση $f(x) = 2x - x^2$ είναι γνησίως αύξουσα όταν $x < 1$. Κατά συνέπεια, θέτοντας $x = |u_{ij}|^2 < 1$ στην $f(x)$, προκύπτει το ζητούμενο. \square

Προφανής συνέπεια του παραπάνω θεωρήματος είναι ότι οι εξισώσεις (6.48) και (6.20) για την τεχνική RS-ASF, (6.49) και (6.21) για την τεχνική RHC-RS-ASF, (6.50) και (6.22) για την τεχνική EB-ASF, (6.51) και (6.23) για την τεχνική RHC-EB-ASF, (6.52) και (6.24) για την τεχνική SS-ASF και οι εξισώσεις (6.74) και (6.25) για την τεχνική RHC-SS-ASF ταυτίζονται. Επομένως, αποδείχτηκε ότι ο αλγόριθμος MSEB είναι ισοδύναμος με τον αλγόριθμο CLB για υψηλούς σηματοθορυβικούς λόγους, ανεξάρτητα της παραλλαγής της τεχνικής της δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών που χρησιμοποιείται. Ωστόσο, ο αλγόριθμος MSEB πλεονεκτεί από πλευράς υπολογιστικής πολυπλοκότητας, η οποία είναι $O(M_R^3)$ αντί για $O(M_T^3 M_R + M_R^3)$ (βλ. πίνακα 6.2).

Στο σχήμα 6.1 παρουσιάζονται οι ισοδυναμίες του αλγορίθμου MSEB με άλλους αλγόριθμους και υπό ποιες συνθήκες ισχύουν.

6.1.4.2 Διαισθητική ερμηνεία των παραλλαγών της τεχνικής με τη βοήθεια του αλγορίθμου MSEB

Κλείνοντας την παρουσίαση του αλγορίθμου MSEB, έχει ενδιαφέρον να εξετάσουμε συγκεντρωτικά τη σχέση ανάμεσα στις διάφορες παραλλαγές της δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών με την PSS και τη βέλτιστη προεπεξεργασία στο πεδίο των ραδιοσυχνοτήτων, καθώς και την αναλογία που παρουσιάζουν με τις τεχνικές γενικευμένου συνδυασμού επιλογής, συνδυασμού ίσου κέρδους και συνδυασμού μεγίστου λόγου αντίστοιχα. Η «αναλογία» αυτή έχει νόημα μόνο όταν χρησιμοποιείται ο αλγόριθμος MSEB.

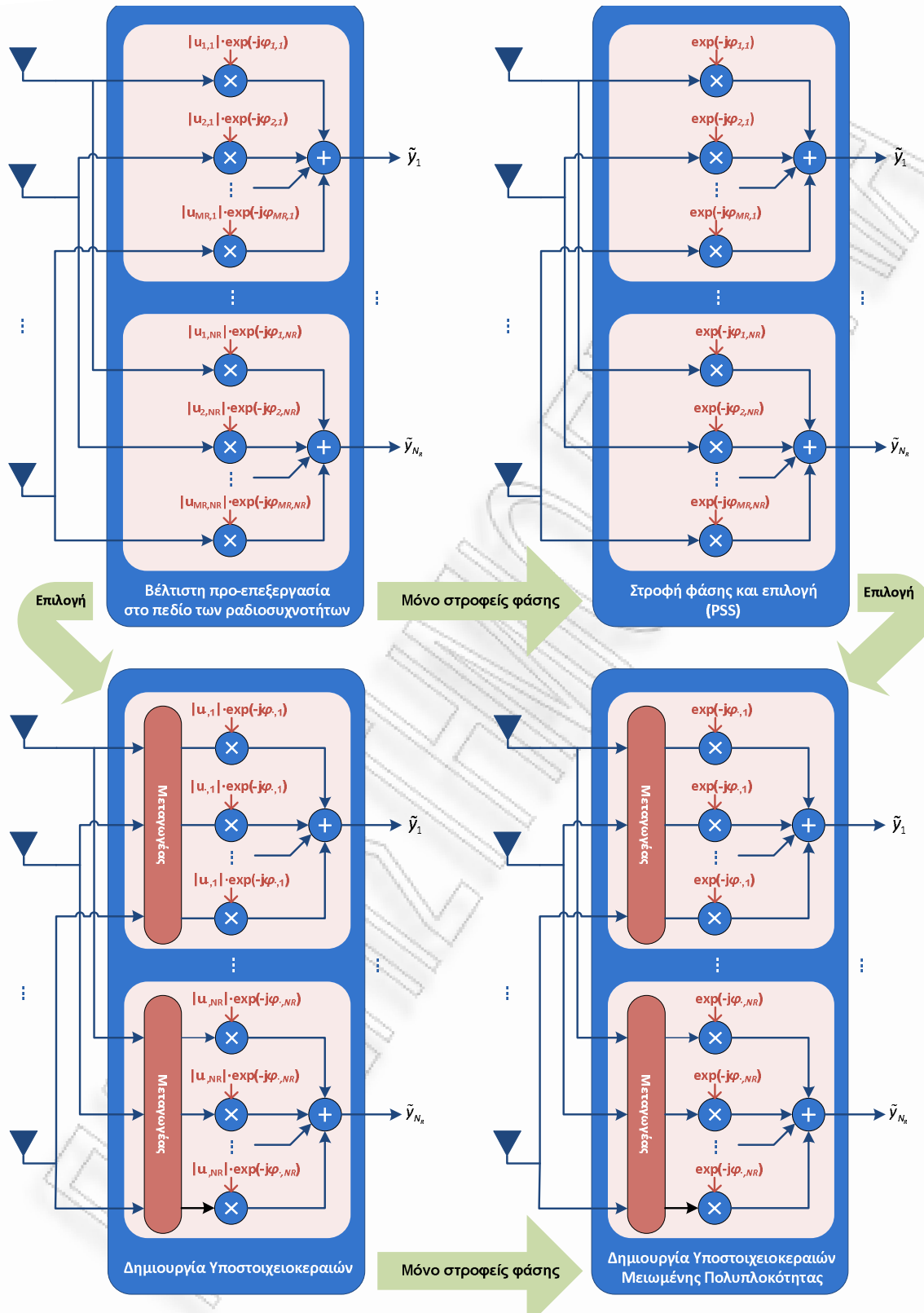


Σχήμα 6.1: Ισοδυναμία του αλγορίθμου βασισμένου στο ελάχιστο τετραγωνικό σφάλμα με άλλους αλγορίθμους δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών. Το διπλό βέλος δηλώνει ισοδυναμία και η συνθήκη υπό την οποία ισχύει η ισοδυναμία αναγράφεται πάνω στο βέλος.

Έστω ότι χρησιμοποιούνται τεχνικές βασισμένες στη στιγμιαία εκτίμηση του διαύλου. Ο πίνακας μετασχηματισμού της βέλτιστης προεπεξεργασίας στο πεδίο των ραδιοσυχνοτήτων είναι ο πίνακας \mathbf{U} (θεώρημα 6.1.1), οι στήλες του οποίου είναι τα κυρίαρχα αριστερά ιδιόμορφα διανύσματα του πίνακα μεταφοράς του διαύλου. Αυτό σημαίνει ότι για κάθε αλυσίδα RF διαμορφώνεται ένας «λοβός ακτινοβολίας», χρησιμοποιώντας ως συντελεστές στάθμισης τα στοιχεία του αντίστοιχου αριστερού ιδιόμορφου διανύσματος· πρόκειται με άλλα λόγια για τη λεγόμενη «διαμόρφωση ιδιολοβών» (eigenbeamforming). Το μειονέκτημα όμως της βέλτιστης προεπεξεργασίας είναι ότι χρειάζεται $M_R N_R$ στροφείς φάσης και ενισχυτές χαμηλού θορύβου. Αν δε θέλουμε να χρησιμοποιήσουμε ενισχυτές χαμηλού θορύβου (που αυξάνουν το κόστος), τότε αφαιρούμε τους ενισχυτές που χρησιμοποιεί η βέλτιστη προεπεξεργασία και έχουμε την τεχνική PSS. Με το ίδιο ακριβώς σκεπτικό προκύπτει ο συνδυασμός ίσου κέρδους από το συνδυασμό μεγίστου λόγου (που είναι η βέλτιστη τεχνική συνδυασμού).

Ας έρθουμε τώρα στη δημιουργία υποστοιχειοκεραιών, χρησιμοποιώντας πάντα τον αλγόριθμο MSEB. Η παραλλαγή RS-ASF μπορούμε να πούμε ότι έχει προκύψει από τη βέλτιστη προεπεξεργασία, αφαιρώντας μερικούς ενισχυτές χαμηλού θορύβου και στροφείς φάσης, ακριβώς με την ίδια λογική με την οποία προέκυψε η τεχνική HS/MRC από την MRC. Ειδικότερα, λόγω του αλγορίθμου MSEB, με την τεχνική RS-ASF αντιστοιχίζεται σε κάθε αλυσίδα RF ένας «λοβός ακτινοβολίας», ο οποίος προκύπτει από την εφαρμογή της λογικής του HS/MRC επί των συντελεστών στάθμισης του αντίστοιχου «ιδιολοβού» (eigenbeam), αφού επιλέγονται τα στοιχεία του αντίστοιχου αριστερού ιδιόμορφου διανύσματος με τα μεγαλύτερα πλάτη.

Κατ' αναλογία, η τεχνική RHC-RS-ASF προκύπτει από την RS-ASF αφαιρώντας τους ενισχυτές χαμηλού θορύβου, ακριβώς με την ίδια λογική που η τεχνική



Σχήμα 6.2: Σχέση ανάμεσα στις τεχνικές βέλτιστης προεπεξεργασίας στο πεδίο των ραδιοσυχνοτήτων, PSS, RS-ASF και RHC-RS-ASF, όταν χρησιμοποιείται ο αλγόριθμος MSE. Η «αναλογία» των τεχνικών με τις τεχνικές συνδυασμού στα συστήματα SIMO προκύπτει με αντιπαραβολή του σχήματος με το σχήμα 4.1.

HS/EGC προκύπτει από την HS/MRC. Είναι εμφανές ότι με την τεχνική RHC-RS-ASF, για κάθε αλυσίδα RF διαμορφώνεται ένας λοβός, ο οποίος προκύπτει από την εφαρμογή της λογικής του HS/EGC επί των συντελεστών στάθμισης του αντίστοιχου «ιδιολοβού».

Κατά συνέπεια, γίνεται πλέον εμφανές γιατί ο αλγόριθμος MSEB ακολουθεί «διαίσημα» τη λογική των HS/MRC και HS/EGC για τις παραλλαγές RS-ASF και RHC-RS-ASF αντίστοιχα. Η προαναφερθείσα σχέση ανάμεσα στις παραλλαγές της δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών φαίνεται παραστατικά στο σχήμα 6.2 και η αναλογία με τις τεχνικές συνδυασμού στα συστήματα SIMO φαίνεται εύκολα με αντιπαράβολή του σχήματος 6.2 με το σχήμα 4.1 (σελ. 111).

6.1.5 Αλγόριθμος εξαντλητικής αναζήτησης

Ο αλγόριθμος της εξαντλητικής αναζήτησης (exhaustive search algorithm — ES) αναζητά την καλύτερη δυνατή λύση, εξετάζοντας όλους τους δυνατούς συνδυασμούς ανάθεσης κεραιοστοιχείων σε υποστοιχειοκεραιές, δοθέντος ότι ισχύουν οι (6.1- iii) και (6.11). Η εξαντλητική αναζήτηση δεν προσφέρει τη βέλτιστη λύση, διότι δεν υπάρχει καμία εγγύηση ότι η βέλτιστη λύση του προβλήματος της δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών έχει τη μορφή (6.12), δηλαδή ότι τα μη μηδενικά στοιχεία του πίνακα μετασχηματισμού προέρχονται από τον πίνακα \mathbf{U} . Παρόλα αυτά, θα χρησιμοποιηθεί ως μέτρο σύγκρισης της επίδοσης των υπόλοιπων αλγορίθμων, αφού η βέλτιστη λύση του προβλήματος δεν είναι γνωστή.

Η εξαντλητική αναζήτηση εξετάζει $\binom{M_R N_R}{K_R}$ πιθανούς συνδυασμούς για την τεχνική RS-ASF, $\binom{M_R}{K_R/N_R}^{N_R}$ πιθανούς συνδυασμούς για την τεχνική EB-ASF και $N_R^{M_R}$ πιθανούς συνδυασμούς για την τεχνική SS-ASF. Για τις τεχνικές RHC-RS-ASF, RHC-EB-ASF και RHC-SS-ASF, ο αλγόριθμος βασίζεται στη λύση που βρέθηκε για τις RS-ASF, EB-ASF και SS-ASF αντίστοιχα, εφαρμόζοντας την (6.15). Κατά συνέπεια, η υπολογιστική πολυπλοκότητά της είναι απαράδεκτα υψηλή, ειδικά όταν ο αριθμός των διαθέσιμων κεραιοστοιχείων είναι μεγάλος.

6.2 Αλγόριθμοι δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών για τη μεγιστοποίηση της χωρητικότητας, βασισμένοι στα στατιστικά χαρακτηριστικά του διαύλου

Στη συνέχεια προτείνεται ένας αλγόριθμος δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών που έχει ως στόχο τη μεγιστοποίηση της εργοδικής χωρητικότητας, βασισμένος στα στατιστικά

Αλγόριθμος 6.1 Αλγόριθμοι δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών στο δέκτη, βασισμένοι στη στιγμιαία εκτίμηση του διαύλου: Όλοι οι αλγόριθμοι για τις διαφοροποιήσεις RS-ASF, SS-ASF και EB-ASF σε μια ενοποιημένη παρουσίαση

Απαιτήσεις: $M_T \geq 2, M_R > M_T, N_R = M_T, K_R < M_R N_R$ και $\mathbf{H} \in \mathbb{C}^{M_R \times M_T}$

Απαιτήσεις: $K_R \bmod N_R = 0$ για EB-ASF

```

1: Αλγόριθμος ΔΗΜΙΟΥΡΓΙΑ ΥΠΟΣΤΟΙΧΕΙΟΚΕΡΑΙΩΝ( $M_T, M_R, N_R, K_R, \mathbf{H}$ )
2:    $\mathbf{H} = \mathbf{U}\Sigma\mathbf{V}^H$  ▷ SVD του πίνακα  $\mathbf{H}$ 
3:   για  $i = 1$  έως  $M_R$  ▷ Υπολογισμός κριτηρίου απόφασης
4:     για  $j = 1$  έως  $N_R$ 
5:       αν χρησιμοποιείται ο αλγόριθμος CLB τότε
6:          $F(i, j) \leftarrow \zeta_{i,j}$  ▷ ορίζεται στην (6.18)
7:       αλλιώς αν χρησιμοποιείται ο αλγόριθμος FNB τότε
8:          $F(i, j) \leftarrow |U(i, j)|^2 \|\mathbf{H}(i, :)\|^2$ 
9:       αλλιώς αν χρησιμοποιείται ο αλγόριθμος MSEB τότε
10:         $F(i, j) \leftarrow |U(i, j)|^2$ 
11:      τέλος αν
12:    τέλος για
13:  τέλος για
14:  για  $j = 1$  έως  $N_R$ 
15:     $\mathcal{S}_j \leftarrow \emptyset$ 
16:  τέλος για
17:   $\mathbf{A} \leftarrow \mathbf{O}_{M_R \times N_R}$  ▷ αρχικοποίηση: όλα τα  $a_{ij} \leftarrow 0$ ,
18:  αν χρησιμοποιείται η τεχνική SS-ASF τότε
19:    για  $i_0 = 1$  έως  $M_R$ 
20:       $j_0 \leftarrow \arg \max_j F(i_0, j)$ 
21:       $\mathcal{S}_{j_0} \leftarrow \mathcal{S}_{j_0} \cup \{i_0\}$ 
22:       $A(i_0, j_0) \leftarrow U(i_0, j_0)$ 
23:    τέλος για
24:    για  $j = 1$  έως  $N_R$ 
25:       $\mathbf{A}(:, j) \leftarrow \mathbf{A}(:, j) / \|\mathbf{A}(:, j)\|$  ▷ κανονικοποίηση των στηλών του  $\mathbf{A}$ 
26:    τέλος για
27:  αλλιώς αν χρησιμοποιείται η τεχνική RS-ASF τότε
28:    για  $k = 1$  έως  $K_R$ 
29:       $(i_0, j_0) \leftarrow \arg \max_{(i,j)} F(i, j)$ 
30:       $\mathcal{S}_{j_0} \leftarrow \mathcal{S}_{j_0} \cup \{i_0\}$ 
31:       $A(i_0, j_0) \leftarrow U(i_0, j_0)$ 
32:       $F(i_0, j_0) \leftarrow 0$ 
33:    τέλος για
34:  αλλιώς αν χρησιμοποιείται η τεχνική EB-ASF τότε
35:    για  $j_0 = 1$  έως  $N_R$ 
36:      για  $k = 1$  έως  $K_R/N_R$ 
37:         $i_0 \leftarrow \arg \max_i F(i, j_0)$ 
38:         $\mathcal{S}_{j_0} \leftarrow \mathcal{S}_{j_0} \cup \{i_0\}$ 
39:         $A(i_0, j_0) \leftarrow U(i_0, j_0)$ 
40:         $F(i_0, j_0) \leftarrow 0$ 
41:      τέλος για
42:    τέλος για
43:  τέλος αν
44: τέλος αλγορίθμου ▷ επιστρέφεται ο πίνακας μετασχηματισμού  $\mathbf{A}$ 

```

Αλγόριθμος 6.2 Αλγόριθμοι δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών στο δέκτη, βασισμένοι στη στιγμιαία εκτίμηση του διαύλου: Όλοι οι αλγόριθμοι για τις διαφοροποιήσεις RHC-RS-ASF, RHC-SS-ASF και RHC-EB-ASF σε μια ενοποιημένη παρουσίαση

Απαιτήσεις: $M_T \geq 2, M_R > M_T, N_R = M_T, K_R < M_R N_R$ και $\mathbf{H} \in \mathbb{C}^{M_R \times M_T}$

Απαιτήσεις: $K_R \bmod N_R = 0$ για RHC-EB-ASF

- 1: **Αλγόριθμος** ΔΗΜΙΟΥΡΓΙΑ ΥΠΟΣΤΟΙΧΕΙΟΚΕΡΑΙΩΝ ΜΕΙΩΜΕΝΗΣ ΠΟΛΥΠΛΟΚΟΤΗΤΑΣ ΥΛΙΚΟΥ $(M_T, M_R, N_R, K_R, \mathbf{H})$
- 2: $\mathbf{H} = \mathbf{U}\Sigma\mathbf{V}^H$ ▷ SVD του πίνακα \mathbf{H}
- 3: **για** $i = 1$ έως M_R ▷ Υπολογισμός κριτηρίου απόφασης
- 4: **για** $j = 1$ έως N_R
- 5: **αν** χρησιμοποιείται ο αλγόριθμος *CLB* **τότε**
- 6: $F(i, j) \leftarrow \zeta_{i,j}$ ▷ ορίζεται στην (6.18)
- 7: **αλλιώς αν** χρησιμοποιείται ο αλγόριθμος *FNB* **τότε**
- 8: $F(i, j) \leftarrow |U(i, j)|^2 \|\mathbf{H}(i, :)\|^2$
- 9: **αλλιώς αν** χρησιμοποιείται ο αλγόριθμος *MSEB* **τότε**
- 10: $F(i, j) \leftarrow |U(i, j)|^2$
- 11: **τέλος αν**
- 12: **τέλος για**
- 13: **τέλος για**
- 14: **για** $j = 1$ έως N_R
- 15: $\mathcal{S}_j \leftarrow \emptyset$
- 16: **τέλος για**
- 17: $\mathbf{A} \leftarrow \mathbf{O}_{M_R \times N_R}$ ▷ αρχικοποίηση: όλα τα $a_{ij} \leftarrow 0$,
- 18: **αν** χρησιμοποιείται η τεχνική *RHC-SS-ASF* **τότε**
- 19: **για** $i_0 = 1$ έως M_R
- 20: $j_0 \leftarrow \arg \max_j F(i_0, j)$
- 21: $\mathcal{S}_{j_0} \leftarrow \mathcal{S}_{j_0} \cup \{i_0\}$
- 22: $A(i_0, j_0) \leftarrow U(i_0, j_0)/|U(i_0, j_0)|$ ▷ $\Leftrightarrow A(i_0, j_0) \leftarrow \exp\{j \arg [U(i_0, j_0)]\}$
- 23: **τέλος για**
- 24: **για** $j = 1$ έως N_R
- 25: $\mathbf{A}(:, j) \leftarrow \mathbf{A}(:, j)/\|\mathbf{A}(:, j)\|$ ▷ κανονικοποίηση των στηλών του \mathbf{A}
- 26: **τέλος για**
- 27: **αλλιώς αν** χρησιμοποιείται η τεχνική *RHC-RS-ASF* **τότε**
- 28: **για** $k = 1$ έως K_R
- 29: $(i_0, j_0) \leftarrow \arg \max_{(i,j)} F(i, j)$
- 30: $\mathcal{S}_{j_0} \leftarrow \mathcal{S}_{j_0} \cup \{i_0\}$
- 31: $A(i_0, j_0) \leftarrow U(i_0, j_0)/|U(i_0, j_0)|$
- 32: $F(i_0, j_0) \leftarrow 0$
- 33: **τέλος για**
- 34: **αλλιώς αν** χρησιμοποιείται η τεχνική *RHC-EB-ASF* **τότε**
- 35: **για** $j_0 = 1$ έως N_R
- 36: **για** $k = 1$ έως K_R/N_R
- 37: $i_0 \leftarrow \arg \max_i F(i, j_0)$
- 38: $\mathcal{S}_{j_0} \leftarrow \mathcal{S}_{j_0} \cup \{i_0\}$
- 39: $A(i_0, j_0) \leftarrow U(i_0, j_0)/|U(i_0, j_0)|$
- 40: $F(i_0, j_0) \leftarrow 0$
- 41: **τέλος για**
- 42: **τέλος για**
- 43: **τέλος αν**
- 44: **τέλος αλγορίθμου** ▷ επιστρέφεται ο πίνακας μετασχηματισμού \mathbf{A}

χαρακτηριστικά του διαύλου και όχι στη στιγμιαία εκτίμησή του.

Τα στατιστικά χαρακτηριστικά του διαύλου εξαρτώνται από τη γεωμετρία της στοιχειοκεραίας και το περιβάλλον σκέδασης και για το λόγο αυτό μεταβάλλονται με αρκετά πιο αργούς ρυθμούς σε σχέση με τις διαλείψεις μικρής κλίμακας [74]. Επομένως, με τον τρόπο αυτό, η επιλογή των κεραιοστοιχείων και των αντίστοιχων συντελεστών στάθμισης που απαιτούνται κατά την εφαρμογή της δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών μπορεί να γίνεται με αρκετά πιο αργούς ρυθμούς σε σχέση με τους αλγόριθμους που βασίζονται στη στιγμιαία εκτίμηση του διαύλου, επιτρέποντας έτσι την χρήση κυκλωματικών διατάξεων με λιγότερο απαιτητικές προδιαγραφές λειτουργίας (κυρίως ως προς τον μέγιστο ανεκτό χρόνο μεταγωγής των μεταγωγέων και των στροφέων φάσης) και επομένως με μικρότερη πολυπλοκότητα και κόστος. Στη βιβλιογραφία έχουν προταθεί αλγόριθμοι βασισμένοι στα στατιστικά χαρακτηριστικά του διαύλου, τόσο για την επιλογή κεραιοστοιχείων [121, 76, 75] (βλ. παράγραφο 3.3.6), όσο και για προεπεξεργασία στο πεδίο των ραδιοσυχνοτήτων [83].

6.2.1 Διερεύνηση του προβλήματος και παραδοχές

Υποθέτοντας ότι η τεχνική θα εφαρμοστεί σε συστήματα χωρικής πολυπλεξίας και ότι ο υπολογισμός του πίνακα μετασχηματισμού θα βασίζεται στα στατιστικά χαρακτηριστικά του διαύλου, επιλέγεται ως κριτήριο βελτιστοποίησης η εργοδική χωρητικότητα του συστήματος. Επομένως, το πρόβλημα προς επίλυση διατυπώνεται ως εξής:

$$\mathbf{A} = \arg \max_{\mathbf{A}} \mathbb{E}_{\mathbf{H}} \left\{ \log_2 \det \left[\mathbf{I}_{M_T} + \frac{\rho}{M_T} \mathbf{H}^H \mathbf{A} (\mathbf{A}^H \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^H \mathbf{H} \right] \right\} \quad (6.58- i)$$

υπό τους περιορισμούς

$$a_{ij} = 0 \quad \text{αν } i \notin \mathcal{S}_j \quad (6.58- ii)$$

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^{N_R} |\mathcal{S}_j| = K_R & \text{για RS-ASF και RHC-RS-ASF} \\ |\mathcal{S}_j| = \frac{K_R}{N_R}, \forall j = 1, \dots, N_R & \text{για EB-ASF και RHC-EB-ASF} \\ \mathcal{S}_j \cap \mathcal{S}_q = \emptyset \quad (\forall j \neq q) & \text{για SS-ASF και RHC-SS-ASF} \end{cases} \quad (6.58- iii)$$

Σημειώνεται ότι για να έχει νόημα η (6.58- i), πρέπει ο πίνακας $\mathbf{A}^H \mathbf{A}$ να είναι αντιστρέψιμος, δηλαδή ο πίνακας μετασχηματισμού \mathbf{A} να είναι πλήρους βαθμού, ή ισοδύναμα, οι στήλες του πίνακα \mathbf{A} να είναι γραμμικά ανεξάρτητες, αφού $M_R > N_R$.

6.2.1.1 Υποθέσεις εργασίας

Για τον αλγόριθμο βασιζόμενο στα στατιστικά χαρακτηριστικά του διαύλου ισχύουν όλες οι παραδοχές του πίνακα 6.1. Επιπρόσθετα, υποθέτουμε ότι ο δίαυλος είναι χωρικά συσχετισμένος και περιγράφεται από το γνωστό μοντέλο γινομένου του Kronecker. Τέλος, στο δέκτη είναι διαθέσιμα τόσο τα στατιστικά χαρακτηριστικά του διαύλου, όσο και η στιγμιαία εκτίμησή του. Ας μελετήσουμε αναλυτικότερα τις πρόσθετες παραδοχές:

Μοντέλο διαύλου Για τη μοντελοποίηση του χωρικά συσχετισμένου διαύλου, υιοθετούμε το μοντέλο γινομένου του Kronecker, το οποίο χρησιμοποιείται συχνά, λόγω της απλότητάς του. Έτσι, ο πίνακας μεταφοράς του διαύλου του συστήματος πλήρους πολυπλοκότητας δίνεται από τη σχέση

$$\mathbf{H} = \mathbf{R}_{\text{Rx}}^{1/2} \mathbf{H}_w (\mathbf{R}_{\text{Tx}}^{1/2})^T \quad (6.59)$$

όπου τα στοιχεία του πίνακα $\mathbf{H}_w \in \mathbb{C}^{M_R \times M_T}$ είναι ZMCSCG με μοναδιαία διακύμανση. Με \mathbf{R}_{Rx} και \mathbf{R}_{Tx} συμβολίζονται οι πίνακες συσχέτισης στο δέκτη και στο πομπό αντίστοιχα, οι οποίοι ορίζονται ως

$$\mathbf{R}_{\text{Rx}} = \frac{1}{M_T} \mathbb{E}_{\mathbf{H}} [\mathbf{H} \mathbf{H}^H] \quad (6.60)$$

$$\mathbf{R}_{\text{Tx}} = \frac{1}{M_R} \mathbb{E}_{\mathbf{H}} [\mathbf{H}^H \mathbf{H}] \quad (6.61)$$

Οι πίνακες συσχέτισης προσδιορίζουν την χωρική συσχέτιση των διαλείψεων σε δέκτη και πομπό χωριστά, η οποία πρακτικά εξαρτάται τόσο από τη γεωμετρία και τα χαρακτηριστικά των κεραιών (π.χ. αποστάσεις στοιχείων, διάγραμμα ακτινοβολίας), όσο και από την διασπορά της ισχύος στα πεδία κατεύθυνσης διάδοσης, στις κοντινές περιοχές του δέκτη και του πομπού αντίστοιχα. Η εύρεση ρεαλιστικών τιμών των πινάκων συσχέτισης βασίζεται στο γεγονός ότι οι πολυδιαδρομικές συνιστώσες μπορούν να ομαδοποιηθούν και να αντιστοιχηθούν σε ομάδες σκεδαστών (clusters of scatterers) [122], για κάθε μια από τις οποίες η γωνιακή φασματική πυκνότητα ισχύος ακολουθεί κάποια γνωστή κατανομή, π.χ. αποκομμένη λαπλασιανή (truncated laplacian), αποκομμένη γκαουσιανή (truncated gaussian), ομοιόμορφη (uniform) κλπ, ανάλογα με το περιβάλλον [123]. Εναλλακτικοί τρόποι προσδιορισμού των συντελεστών των πινάκων συσχέτισης έχουν προταθεί σε διάφορες άλλες εμπειρικές μέletes, (για παράδειγμα, [124]). Επίσης, σημειώνεται ότι οι πίνακες \mathbf{R}_{Rx} και \mathbf{R}_{Tx} είναι Ερμητιανοί και έχουν τη δομή Toeplitz, αφού οι στοιχειοκεραίες είναι χωρικά ομοιόμορφες γραμμικές και η συσχέτιση των στοιχείων θεωρείται ότι

εξαρτάται μόνο από την μεταξύ τους απόσταση και όχι από τη θέση τους.

Το μοντέλο του γινομένου Kronecker, παρά την απλότητά του, δεν ισχύει γενικά για συσχετισμένους διαύλους, αλλά υπό τη συνθήκη της χωρικής στατικότητας στην περιοχή του πομπού και του δέκτη. Αυτό σημαίνει ότι μικρές μετατοπίσεις στην στοιχειοκεραία του πομπού δεν επηρεάζουν τη χωρική συσχέτιση των διαλείψεων στις κεραίες του δέκτη και αντίστροφα. Επομένως, ικανή συνθήκη για την εφαρμογή του μοντέλου Kronecker είναι η ανεξαρτησία των ιδιοτήτων χωρικής συσχέτισης του ενός άκρου από εκείνες του άλλου [125]. Σημειώνεται ότι η συνθήκη της χωρικής διαχωρισιμότητας εισάγει περιορισμούς στην κατευθυντική περιγραφή του διαύλου, όπως σημειώνεται στο [126].

Διαθέσιμη πληροφορία για το δίαυλο Η δημιουργία υποστοιχειοκεραιών βασίζεται αποκλειστικά στη γνώση των στατιστικών χαρακτηριστικών του διαύλου, (συγκεκριμένα, του πίνακα συσχέτισης στο δέκτη \mathbf{R}_{Rx}), τα οποία υποθέτουμε ότι παραμένουν σταθερά καθ' όλη τη διάρκεια της μετάδοσης. Παρόλα αυτά, ο δέκτης διαθέτει πλήρη και τέλεια γνώση του διαύλου, την οποία, ναι μεν δεν χρησιμοποιεί για να προσδιορίσει τα κεραιοστοιχεία που απαρτίζουν κάθε υποστοιχειοκεραία και τους αντίστοιχους συντελεστές στάθμισης, αλλά την χρειάζεται για να προχωρήσει στην εκτίμηση του εκπεμπόμενου διανύσματος συμβόλων \mathbf{s} . Επομένως, η προτεινόμενη προσέγγιση δεν έχει ως στόχο την απαλλαγή του συστήματος από τη διαδικασία εκτίμησης του διαύλου, αλλά τη μείωση του ρυθμού με τον οποίο μεταβάλλονται οι υποστοιχειοκεραίες, επιτρέποντας έτσι την κατασκευή πιο απλού και οικονομικού κυκλώματος δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών.

6.2.1.2 Προτεινόμενη προσέγγιση

Για τους λόγους που αναφέρθηκαν στην παράγραφο 6.1.1.1, δεν φαίνεται εφικτή η άμεση επίλυση του προβλήματος (6.58). Κατά συνέπεια, ακολουθείται και σε αυτή την περίπτωση η λογική με βάση την οποία κατασκευάστηκαν οι αλγόριθμοι που βασίζονται στη στιγμιαία εκτίμηση του διαύλου. Η προσέγγιση αυτή, ναι μεν δεν είναι βέλτιστη, αλλά προσφέρει μια αποτελεσματική λύση με σχετικά χαμηλή υπολογιστική πολυπλοκότητα.

Αρχικά θα αναζητηθεί λύση για τις τεχνικές RS-ASF, EB-ASF και SS-ASF. Για να διευκολυνθεί η επίλυση του προβλήματος, η εύρεση του πίνακα μετασχηματισμού \mathbf{A} θα βασιστεί στη βέλτιστη λύση του προβλήματος βελτιστοποίησης (6.58-i), χωρίς τους περιορισμούς (6.58-ii) και (6.58-iii). Στη συνέχεια, απομένει να βρεθεί ποια κεραιοστοιχεία δεν θα συμμετέχουν σε κάθε υποστοιχειοκεραία, δηλαδή ποια στοιχεία του πίνακα μετασχηματισμού \mathbf{A} θα μηδενιστούν.

Για το πρώτο στάδιο της προτεινόμενης προσέγγισης, είναι απαραίτητο το ακόλουθο θεώρημα [83, Θεώρημα 3]:

Θεώρημα 6.2.1. *Αν η χωρική συσχέτιση του διαύλου \mathbf{H} περιγράφεται από το μοντέλο του γινομένου του Kronecker, τότε η βέλτιστη λύση του προβλήματος μεγιστοποίησης της εργοδικής χωρητικότητας*

$$\mathbf{A}_o = \arg \max_{\mathbf{A}} \mathbb{E}_{\mathbf{H}} \left\{ \log_2 \det \left[\mathbf{I}_{M_T} + \frac{\rho}{M_T} \mathbf{H}^H \mathbf{A} (\mathbf{A}^H \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^H \mathbf{H} \right] \right\} \quad (6.62)$$

είναι της μορφής

$$\mathbf{A}_o = \begin{bmatrix} \mathbf{q}_1 & \mathbf{q}_2 & \dots & \mathbf{q}_{M_T} \end{bmatrix} \mathbf{B}, \quad (6.63)$$

όπου \mathbf{q}_k είναι το ιδιοδιάνυσμα του πίνακα συσχέτισης του δέκτη \mathbf{R}_{Rx} που αντιστοιχεί στην k -οστή μεγαλύτερη ιδιοτιμή και $\mathbf{B} \in \mathbb{C}^{M_T \times M_T}$ είναι ένας αντιστρέψιμος πίνακας. Σε αυτή την περίπτωση, η εργοδική χωρητικότητα του συστήματος που έχει προκύψει είναι ίση με την εργοδική χωρητικότητα του συστήματος πλήρους πολυπλοκότητας.

Παρατηρούμε ότι η λύση του προβλήματος μεγιστοποίησης της εργοδικής χωρητικότητας, χωρίς τους περιορισμούς της δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών, είναι ισοδύναμη με την ανάλυση πρωτεύουσών συνιστωσών (principal component analysis) [127].

Ακολουθώντας τη λογική της παραγράφου 6.1.1.2 και με βάση το θεώρημα 6.2.1, το πρόβλημα προς επίλυση διατυπώνεται ως εξής:

$$\mathbf{S} = \arg \max_{\substack{\mathbf{S} \\ \mathbf{A} = \mathbf{S} \odot \mathbf{Q}}} \mathbb{E}_{\mathbf{H}} \left\{ \log_2 \det \left[\mathbf{I}_{M_T} + \frac{\rho}{M_T} \mathbf{H}^H \mathbf{A} (\mathbf{A}^H \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^H \mathbf{H} \right] \right\} \quad (6.64- \text{i})$$

υπό τους περιορισμούς

$$s_{ij} \in \{0, 1\} \quad (6.64- \text{ii})$$

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^{N_R} \sum_{i=1}^{M_R} s_{ij} = K_R & \text{για RS-ASF} \\ \sum_{i=1}^{M_R} s_{ij} = \frac{K_R}{N_R}, \quad (\forall j = 1, \dots, N_R) & \text{για EB-ASF} \\ \sum_{j=1}^{N_R} s_{ij} = 1, \quad (\forall i = 1, \dots, M_R) & \text{για SS-ASF} \end{cases} \quad (6.64- \text{iii})$$

όπου τα στοιχεία s_{ij} του πίνακα \mathbf{S} ορίζονται από την (6.13). Οι στήλες του πίνακα \mathbf{Q} είναι τα N_R ιδιοδιανύσματα του πίνακα συσχέτισης του δέκτη \mathbf{R}_{Rx} που αντιστοιχούν στις N_R μεγαλύτερες ιδιοτιμές του.

Συνοψίζοντας, ο υπολογισμός του πίνακα μετασχηματισμού \mathbf{A} για τις τεχνικές

SS-ASF, EB-ASF και RS-ASF θα γίνει σε δυο στάδια :

Αρχικοποίηση $A_{\text{αρχ}} = A_o = Q$, όπου οι στήλες του πίνακα Q είναι τα N_R ιδιοδιανύσματα του πίνακα συσχέτισης του δέκτη R_{Rx} που αντιστοιχούν στις N_R μεγαλύτερες ιδιοτιμές του.

Αλγόριθμος ανάθεσης κεραιοστοιχείων στις υποστοιχειοκεραίες Βρίσκει ποια στοιχεία του πίνακα A_o θα μηδενιστούν, με βάση το κριτήριο που χρησιμοποιεί ο αλγόριθμος και τηρώντας τους περιορισμούς της (6.1- iii) [ή ισοδύναμα της (6.14- iii)].

6.2.2 Αλγόριθμος βασισμένος στα στατιστικά χαρακτηριστικά του διαύλου (CSB)

Ο αλγόριθμος *βασισμένος στα στατιστικά χαρακτηριστικά του διαύλου* (channel statistics based – CSB) στοχεύει στην ελαχιστοποίηση του τετραγωνικού σφάλματος $\epsilon(A) \triangleq \|Q - A\|_F^2$ ανάμεσα στον πίνακα μετασχηματισμού A της δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών και στη βέλτιστη λύση $A_o = Q$ του προβλήματος χωρίς τους περιορισμούς (6.58- ii) και (6.58- iii), δηλαδή

$$A = \arg \min_A \|Q - A\|_F^2, \quad (6.65)$$

υπό τους περιορισμούς των (6.11) και (6.1- iii).

Λόγω της (6.11), τα στοιχεία του πίνακα σφάλματος $E \triangleq Q - A$ θα είναι

$$e_{ij} = q_{ij} - a_{ij} = \begin{cases} q_{ij} & \text{αν } i \notin \mathcal{S}_j \\ 0 & \text{αν } i \in \mathcal{S}_j \end{cases}. \quad (6.66)$$

και η αντικειμενική συνάρτηση λαμβάνει τη μορφή

$$\epsilon(A) = \sum_{j=1}^{N_R} \sum_{i \notin \mathcal{S}_j} |q_{ij}|^2. \quad (6.67)$$

Η ελαχιστοποίηση της (6.67) είναι ισοδύναμη με την *μεγιστοποίηση* της

$$\bar{\epsilon}(A) = \sum_{j=1}^{N_R} \sum_{i \in \mathcal{S}_j} |q_{ij}|^2. \quad (6.68)$$

Για την τεχνική RS-ASF

Λόγω της (6.68), τα στοιχεία του πίνακα μετασχηματισμού της χαλαρά δομημένης δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών δίνονται από τη σχέση

$$a_{ij} = \begin{cases} q_{ij} & \text{αν } |q_{ij}| > |q_{[K_R]}|, \\ 0 & \text{διαφορετικά} \end{cases}, \quad (6.69)$$

όπου $q_{[\cdot]}$ είναι τα στοιχεία q_{ij} ($i = 1, \dots, M_R$ και $j = 1, \dots, N_R$) διατεταγμένα κατά φθίνουσα σειρά των πλατών τους, έτσι ώστε $|q_{[1]}| > |q_{[2]}| > \dots > |q_{[M_R N_R]}|$.

Για την τεχνική RHC-RS-ASF

Εφαρμόζοντας την (6.15) στα στοιχεία a_{ij} της (6.69), βρίσκουμε τα στοιχεία \check{a}_{ij} του πίνακα μετασχηματισμού που προκύπτουν από τον αλγόριθμο CSB για την τεχνική RHC-RS-ASF, ως εξής:

$$\check{a}_{ij} = \begin{cases} \exp [j \arg (q_{ij})] & \text{αν } |q_{ij}| \geq |q_{[K_R]}|, \\ 0 & \text{διαφορετικά} \end{cases}. \quad (6.70)$$

Για την τεχνική EB-ASF

Για να ικανοποιηθούν οι περιορισμοί της ισορροπημένης δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών, η (6.69) τροποποιείται ως εξής:

$$a_{ij} = \begin{cases} q_{ij} & \text{αν } |q_{ij}| > |q_{[\frac{K_R}{N_R}, j]}|, \\ 0 & \text{διαφορετικά} \end{cases}, \quad (6.71)$$

όπου $q_{[\cdot], j}$ είναι τα στοιχεία q_{ij} ($i = 1, \dots, M_R$ και j σταθερό) της j -οστής στήλης του \mathbf{Q} , διατεταγμένα κατά φθίνουσα σειρά των πλατών τους, έτσι ώστε $|q_{[1], j}| > |q_{[2], j}| > \dots > |q_{[M_R], j}|$.

Για την τεχνική RHC-EB-ASF

Εφαρμόζοντας την (6.15) στα στοιχεία a_{ij} της (6.71), βρίσκουμε τα στοιχεία \check{a}_{ij} του πίνακα μετασχηματισμού που προκύπτουν από τον αλγόριθμο CSB για την τεχνική RHC-EB-ASF, ως εξής:

$$\check{a}_{ij} = \begin{cases} \exp [j \arg (q_{ij})] & \text{αν } |q_{ij}| > |q_{[\frac{K_R}{N_R}, j]}|, \\ 0 & \text{διαφορετικά} \end{cases}. \quad (6.72)$$

Για την τεχνική SS-ASF

Υπό τους πρόσθετους περιορισμούς της αυστηρά δομημένης δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών, τα στοιχεία του πίνακα \mathbf{A} είναι ίσα με:

$$a_{ij} = \begin{cases} q_{ij} & \text{αν } j = \arg \max_k |q_{ik}| \\ 0 & \text{διαφορετικά} \end{cases} \quad (6.73)$$

Τέλος, υπενθυμίζεται ότι για να ισχύει η (5.28) για την χωρητικότητα, θα πρέπει να κανονικοποιηθούν οι στήλες του πίνακα \mathbf{A} έτσι ώστε $\|\mathbf{a}_j\| = 1$.

Για την τεχνική RHC-SS-ASF

Εφαρμόζοντας την (6.15) στα στοιχεία a_{ij} της (6.52), βρίσκουμε τα στοιχεία \check{a}_{ij} του πίνακα μετασχηματισμού που προκύπτουν από τον αλγόριθμο CSB για την τεχνική RHC-SS-ASF, ως εξής:

$$\check{a}_{ij} = \begin{cases} \exp [j \arg (q_{ij})] & \text{αν } j = \arg \max_k |q_{ik}| \\ 0 & \text{διαφορετικά} \end{cases} \quad (6.74)$$

Αλγόριθμος 6.3 Αλγόριθμος δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών στο δέκτη, βασισμένος στα στατιστικά χαρακτηριστικά του διαύλου, για τις διαφοροποιήσεις RS-ASF, SS-ASF και EB-ASF

Απαιτήσεις: $M_T \geq 2, M_R > M_T, N_R = M_T, K_R < M_R N_R$ και $\mathbf{R}_{Rx} \in \mathbb{C}^{M_R \times M_R}$

Απαιτήσεις: $K_R \bmod N_R = 0$ για EB-ASF

- 1: **Αλγόριθμος** ΔΗΜΙΟΥΡΓΙΑ ΥΠΟΣΤΟΙΧΕΙΟΚΕΡΑΙΩΝ CSB($M_T, M_R, N_R, K_R, \mathbf{R}_{Rx}$)
- 2: $\mathbf{R}_{Rx} = \mathbf{Q}\mathbf{\Lambda}\mathbf{Q}^H$ ▷ EVD του πίνακα \mathbf{R}_{Rx}
- 3: **για** $i = 1$ έως M_R ▷ Υπολογισμός κριτηρίου απόφασης
- 4: **για** $j = 1$ έως N_R
- 5: $F(i, j) \leftarrow |Q(i, j)|^2$
- 6: **τέλος για**
- 7: **τέλος για**
- 8: **για** $j = 1$ έως N_R
- 9: $\mathcal{S}_j \leftarrow \emptyset$
- 10: **τέλος για**
- 11: $\mathbf{A} \leftarrow \mathbf{O}_{M_R \times N_R}$ ▷ αρχικοποίηση: όλα τα $a_{ij} \leftarrow 0$,
- 12: **αν** χρησιμοποιείται η τεχνική SS-ASF **τότε**
- 13: **για** $i_0 = 1$ έως M_R
- 14: $j_0 \leftarrow \arg \max_j F(i_0, j)$
- 15: $\mathcal{S}_{j_0} \leftarrow \mathcal{S}_{j_0} \cup \{i_0\}$
- 16: $A(i_0, j_0) \leftarrow Q(i_0, j_0)$
- 17: **τέλος για**
- 18: **για** $j = 1$ έως N_R
- 19: $A(:, j) \leftarrow \frac{\mathbf{A}(:, j)}{\|\mathbf{A}(:, j)\|}$ ▷ κανονικοποίηση των στηλών του \mathbf{A}
- 20: **τέλος για**
- 21: **αλλιώς αν** χρησιμοποιείται η τεχνική RS-ASF **τότε**
- 22: **για** $k = 1$ έως K_R
- 23: $(i_0, j_0) \leftarrow \arg \max_{(i, j)} F(i, j)$
- 24: $\mathcal{S}_{j_0} \leftarrow \mathcal{S}_{j_0} \cup \{i_0\}$
- 25: $A(i_0, j_0) \leftarrow Q(i_0, j_0)$
- 26: $F(i_0, j_0) \leftarrow 0$
- 27: **τέλος για**
- 28: **αλλιώς αν** χρησιμοποιείται η τεχνική EB-ASF **τότε**
- 29: **για** $j_0 = 1$ έως N_R
- 30: **για** $k = 1$ έως K_R/N_R
- 31: $i_0 \leftarrow \arg \max_i F(i, j_0)$
- 32: $\mathcal{S}_{j_0} \leftarrow \mathcal{S}_{j_0} \cup \{i_0\}$
- 33: $A(i_0, j_0) \leftarrow Q(i_0, j_0)$
- 34: $F(i_0, j_0) \leftarrow 0$
- 35: **τέλος για**
- 36: **τέλος για**
- 37: **τέλος αν**
- 38: **τέλος αλγορίθμου** ▷ επιστρέφεται ο πίνακας μετασχηματισμού \mathbf{A}

Αλγόριθμος 6.4 Αλγόριθμος δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών στο δέκτη, βασισμένος στα στατιστικά χαρακτηριστικά του διαύλου, για τις διαφοροποιήσεις RHC-RS-ASF, RHC-SS-ASF και RHC-EB-ASF

Απαιτήσεις: $M_T \geq 2, M_R > M_T, N_R = M_T, K_R < M_R N_R$ και $\mathbf{R}_{Rx} \in \mathbb{C}^{M_R \times M_R}$

Απαιτήσεις: $K_R \bmod N_R = 0$ για EB-ASF

- 1: **Αλγόριθμος** ΔΗΜΙΟΥΡΓΙΑ ΥΠΟΣΤΟΙΧΕΙΟΚΕΡΑΙΩΝ CSB ΜΕΙΩΜΕΝΗΣ ΠΟΛΥΠΛΟΚΟΤΗΤΑΣ ΥΛΙΚΟΥ
($M_T, M_R, N_R, K_R, \mathbf{R}_{Rx}$)
- 2: $\mathbf{R}_{Rx} = \mathbf{Q}\mathbf{\Lambda}\mathbf{Q}^H$ ▷ EVD του πίνακα \mathbf{R}_{Rx}
- 3: **για** $i = 1$ έως M_R ▷ Υπολογισμός κριτηρίου απόφασης
- 4: **για** $j = 1$ έως N_R
- 5: $F(i, j) \leftarrow |Q(i, j)|^2$
- 6: **τέλος για**
- 7: **τέλος για**
- 8: **για** $j = 1$ έως N_R
- 9: $\mathcal{S}_j \leftarrow \emptyset$
- 10: **τέλος για**
- 11: $\mathbf{A} \leftarrow \mathbf{O}_{M_R \times N_R}$ ▷ αρχικοποίηση: όλα τα $a_{ij} \leftarrow 0$,
- 12: **αν** χρησιμοποιείται η τεχνική RHC-SS-ASF **τότε**
- 13: **για** $i_0 = 1$ έως M_R
- 14: $j_0 \leftarrow \arg \max_j F(i_0, j)$
- 15: $\mathcal{S}_{j_0} \leftarrow \mathcal{S}_{j_0} \cup \{i_0\}$
- 16: $A(i_0, j_0) \leftarrow \frac{Q(i_0, j_0)}{|Q(i_0, j_0)|}$ ▷ $\Leftrightarrow A(i_0, j_0) \leftarrow \exp\{j \arg [Q(i_0, j_0)]\}$
- 17: **τέλος για**
- 18: **για** $j = 1$ έως N_R
- 19: $\mathbf{A}(:, j) \leftarrow \frac{\mathbf{A}(:, j)}{\|\mathbf{A}(:, j)\|}$ ▷ κανονικοποίηση των στηλών του \mathbf{A}
- 20: **τέλος για**
- 21: **αλλιώς αν** χρησιμοποιείται η τεχνική RHC-RS-ASF **τότε**
- 22: **για** $k = 1$ έως K_R
- 23: $(i_0, j_0) \leftarrow \arg \max_{(i, j)} F(i, j)$
- 24: $\mathcal{S}_{j_0} \leftarrow \mathcal{S}_{j_0} \cup \{i_0\}$
- 25: $A(i_0, j_0) \leftarrow \frac{Q(i_0, j_0)}{|Q(i_0, j_0)|}$
- 26: $F(i_0, j_0) \leftarrow 0$
- 27: **τέλος για**
- 28: **αλλιώς αν** χρησιμοποιείται η τεχνική RHC-EB-ASF **τότε**
- 29: **για** $j_0 = 1$ έως N_R
- 30: **για** $k = 1$ έως K_R/N_R
- 31: $i_0 \leftarrow \arg \max_i F(i, j_0)$
- 32: $\mathcal{S}_{j_0} \leftarrow \mathcal{S}_{j_0} \cup \{i_0\}$
- 33: $A(i_0, j_0) \leftarrow \frac{Q(i_0, j_0)}{|Q(i_0, j_0)|}$
- 34: $F(i_0, j_0) \leftarrow 0$
- 35: **τέλος για**
- 36: **τέλος για**
- 37: **τέλος αν**
- 38: **τέλος αλγορίθμου** ▷ επιστρέφεται ο πίνακας μετασχηματισμού \mathbf{A}

Κεφάλαιο 7

Επίδοση της τεχνικής της δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζεται συγκεντρωτικά η επίδοση όλων των αλγορίθμων δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών για κάθε παραλλαγή της τεχνικής. Η επίδραση διαφόρων παραμέτρων (όπως ο αριθμός των κεραιοστοιχείων στο δέκτη, ο αριθμός των ενισχυτών χαμηλού θορύβου ή/και στροφέων στροφέων φάσης, τα χαρακτηριστικά του διαύλου και ο σηματοθορυβικός λόγος) στην επίδοση των αλγορίθμων διερευνάται διεξοδικά μέσα από ενδεικτικά αποτελέσματα προσομοίωσης. Η επίδοση της τεχνικής συγκρίνεται με υπάρχουσες τεχνικές μείωσης της πολυπλοκότητας του υλικού, όπως η επιλογή κεραιοστοιχείων και η «στροφή φάσης και επιλογή». Επιπλέον, διερευνάται η επίδραση διαφόρων σφαλμάτων και μη ιδανικοτήτων που αναμένεται να εμφανιστούν κατά την πρακτική εφαρμογή της τεχνικής, όπως τα σφάλματα εκτίμησης του διαύλου και η μη ιδανική συμπεριφορά των απαιτούμενων ρυθμιζόμενων στροφέων φάσης. Τέλος, το κεφάλαιο καταλήγει με μια σύνοψη συμπερασμάτων για την τεχνική της δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών.

7.1 Παραδοχές

Τα αποτελέσματα του κεφαλαίου αυτού βασίζονται σε προσομοίωση τύπου Monte Carlo του συστήματος υπό μελέτη, με τη βοήθεια ηλεκτρονικού υπολογιστή. Για την παραγωγή των αποτελεσμάτων, έχουν γίνει 1000 ανεξάρτητες υλοποιήσεις του διαύλου. Για να βελτιωθεί η εμφάνιση των καμπυλών της εμπειρικής συμπληρωματικής αθροιστικής συνάρτησης κατανομής (empirical complementary cumulative distribution function — empirical ccdf) της χωρητικότητας, χωρίς να αυξηθεί η υπολογιστική πολυπλοκότητα, γίνεται παρεμβολή δεδομένων με την χρήση ενός συμμετρικού βαθυπερατού φίλτρου πεπερασμένης κρουστικής απόκρισης (FIR). Η

Πίνακας 7.1: Παραδοχές για τους αλγόριθμους δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών με βάση τη στιγμιαία εκτίμηση του διαύλου

	Στον πομπό	Στο δέκτη
Κεραιοστοιχεία	M_T	$M_R > M_T$
Αλυσίδες RF	$N_T = M_T$	$N_R = M_T$
Ενισχυτές χαμηλού θορύβου	0	$\begin{cases} M_R & \text{για SS-ASF} \\ K_R < M_R N_R & \text{για RS-ASF} \\ 0 & \text{για RHC-ASF} \end{cases}$
Στροφείς φάσης	0	$\begin{cases} M_R & \text{για SS-ASF} \\ K_R < M_R N_R & \text{για RS-ASF} \\ K_R < M_R N_R & \text{για RHC-ASF} \end{cases}$
Δίαυλος	Επίπεδων διαλείψεων	
Γνώση διαύλου	Μη διαθέσιμη	Τέλεια
Συχνότητα υπολογισμού του \mathbf{A}	Μετά από κάθε περίοδο εκπαίδευσης	
Αρχικοποίηση αλγορίθμων	$\mathbf{A}_{\text{αρχ}} = \mathbf{U}$	

σχεδίαση του φίλτρου ακολουθεί το κριτήριο ελαχιστοποίησης του μέσου τετραγωνικού σφάλματος (MMSE) και έχει γίνει με τέτοιο τρόπο ώστε να μην αλλοιώνονται τα αρχικά δεδομένα [128, Alg. 8.1]. Έτσι, τριπλασιάζεται ο αριθμός των υλοποιήσεων της χωρητικότητας που χρησιμοποιούνται για την απεικόνιση των αποτελεσμάτων.

Για τους αλγόριθμους βασισμένους στη στιγμιαία εκτίμηση του διαύλου (παρ. 7.2), ισχύουν οι παραδοχές του πίνακα 6.1, ο οποίος για διευκόλυνση του αναγνώστη επαναλαμβάνεται στον πίνακα 7.1. Από την άλλη πλευρά, για τον αλγόριθμο βασισμένο στα στατιστικά χαρακτηριστικά του διαύλου, ισχύει ο πίνακας 7.1, με τις εξής διαφορές:

- Η στιγμιαία εκτίμηση του διαύλου είναι διαθέσιμη στο δέκτη χωρίς σφάλματα, αλλά χρησιμοποιείται μόνο για το διαχωρισμό των παράλληλων ροών δεδομένων που στέλνονται από τον πομπό.
- Ο υπολογισμός του πίνακα μετασχηματισμού \mathbf{A} γίνεται μόνο όταν μεταβάλλονται τα στατιστικά χαρακτηριστικά του διαύλου και όχι μετά από κάθε περίοδο εκπαίδευσης.
- Η αρχικοποίηση του αλγορίθμου γίνεται από τον πίνακα $\mathbf{A}_{\text{αρχ}} = \mathbf{Q}$, όπου ο πίνακας \mathbf{Q} προέρχεται από τη διάσπαση ιδιοτιμών του πίνακα αυτοσυσχέτισης του δέκτη \mathbf{R}_{Rx} .

Επίσης, κατά την προσομοίωση των διαύλων, έχουν χρησιμοποιηθεί διάφορα γνωστά μοντέλα, τα οποία περιγράφουμε εν συντομία:

Δίαυλος Rayleigh i.i.d. Το μοντέλο Rayleigh i.i.d. είναι ένα πολύ γνωστό στοχαστικό μοντέλο, που έχει προκύψει ως γενίκευση του μοντέλου διαλείψεων

Rayleigh των συμβατικών συστημάτων SISO. Όπως και σε ένα δίαυλο SISO, το μοντέλο αυτό ισχύει όταν εμφανίζονται έντονα φαινόμενα πολυδιαδρομικής διάδοσης και ισοτροπική σκέδαση, δηλαδή οι σκεδαστές του περιβάλλοντος χώρου είναι πολλοί και ομοιόμορφα κατανομημένοι γύρω από το δέκτη, έτσι ώστε να μπορούμε να θεωρούμε ότι οι γωνίες άφιξης των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων στο δέκτη κατανέμονται ομοιόμορφα στο διάστημα $[-180, 180]^\circ$, χωρίς να υπάρχει κάποια συνιστώσα οπτικής ζεύξης. Επιπλέον, υποθέτουμε ότι η απόσταση ανάμεσα στα κεραιοστοιχεία, τόσο του πομπού όσο και του δέκτη, είναι αρκετά μεγάλη (τυπικά της τάξης του $\lambda/2$), ώστε να μην εμφανίζεται συσχέτιση ανάμεσα στα κεραιοστοιχεία (χωρικά ασυσχέτιστος δίαυλος). Υπό τις παραπάνω υποθέσεις, τα στοιχεία του πίνακα πλήρους πολυπλοκότητας \mathbf{H}_w είναι ανεξάρτητες και πανομοιότυπα κατανομεμένες (i.i.d.) ZMCSCG τυχαίες μεταβλητές με μοναδιαία διακύμανση. Η από κοινού συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας των στοιχείων του πίνακα \mathbf{H}_w είναι

$$f_{\mathbf{h}_w}(\mathbf{h}_w) = \pi^{-M_R M_T} \exp(-\mathbf{h}_w^H \mathbf{h}_w) \quad (7.1)$$

όπου¹ $\mathbf{h}_w \triangleq \text{vec}(\mathbf{H}_w)$ είναι ένα ZMCSCG τυχαίο διάνυσμα με πίνακα συνδιακύμανσης $\mathbf{I}_{M_R M_T}$. Η παραπάνω περιγραφή του πίνακα \mathbf{H}_w διακρίνεται για την απλότητα της και χρησιμοποιήθηκε εκτεταμένα στις πρωταρχικές μελέτες των συστημάτων MIMO [59]. Αυτή η αναπαράσταση του ραδιοδιαύλου μπορεί να οδηγήσει σε υπερεκτιμημένα αποτελέσματα επίδοσης (π.χ. σε υπολογισμούς χωρητικότητας διαύλου) που δεν συναντώνται στην πράξη. Ωστόσο, επειδή έχει χρησιμοποιηθεί κατά κόρον στη βιβλιογραφία, τα αποτελέσματα που προκύπτουν μπορούν να χρησιμοποιηθούν για τη σύγκριση της επίδοσης διαφόρων τεχνικών. Η περιγραφή πραγματικών συνθηκών διάδοσης απαιτεί ένα πιο ρεαλιστικό προσδιορισμό του πίνακα συνδιακύμανσης $\mathbf{R}_H = E[\mathbf{h}\mathbf{h}^H]$.

Δίαυλος Rayleigh με μοντέλο χωρικής συσχέτισης Kronecker Για τη μοντελοποίηση της χωρικής συσχέτισης σε διαύλους διαλείψεων Rayleigh, πρέπει να προσδιοριστεί ο πίνακας συνδιακύμανσης \mathbf{R}_H . Ωστόσο, αν υποθέσουμε ότι ισχύει η ανεξαρτησία των ιδιοτήτων χωρικής συσχέτισης του ενός άκρου από εκείνες του άλλου της ζεύξης [125], τότε μπορεί να χρησιμοποιηθεί το απλούστερο μοντέλο του γινομένου του Kronecker, σύμφωνα με το οποίο

$$\mathbf{H} = \mathbf{R}_{R_x}^{1/2} \mathbf{H}_w (\mathbf{R}_{T_x}^{1/2})^T \quad (7.2)$$

¹Αν $\mathbf{H} = [\mathbf{h}_1 \quad \mathbf{h}_2 \quad \dots \quad \mathbf{h}_{M_T}]$ είναι ένας $M_R \times M_T$ πίνακας και $\mathbf{h}_1, \mathbf{h}_2, \dots, \mathbf{h}_{M_T}$ είναι οι στήλες του, τότε ορίζεται $\mathbf{h} = \text{vec}(\mathbf{H}) = [\mathbf{h}_1^T \quad \mathbf{h}_2^T \quad \dots \quad \mathbf{h}_{M_T}^T]^T$, όπου το διάνυσμα-στήλη \mathbf{h} περιέχει τα $M_R M_T$ στοιχεία του πίνακα \mathbf{H} .

όπου ο πίνακας $\mathbf{H}_w \in \mathbb{C}^{M_R \times M_T}$ μοντελοποιείται ως Rayleigh i.i.d. Με \mathbf{R}_{R_x} και \mathbf{R}_{T_x} συμβολίζονται οι πίνακες συσχέτισης στο δέκτη και στο πομπό αντίστοιχα, οι οποίοι ορίζονται ως

$$\mathbf{R}_{R_x} = \frac{1}{M_T} \mathbb{E}_{\mathbf{H}} [\mathbf{H}\mathbf{H}^H] \quad (7.3)$$

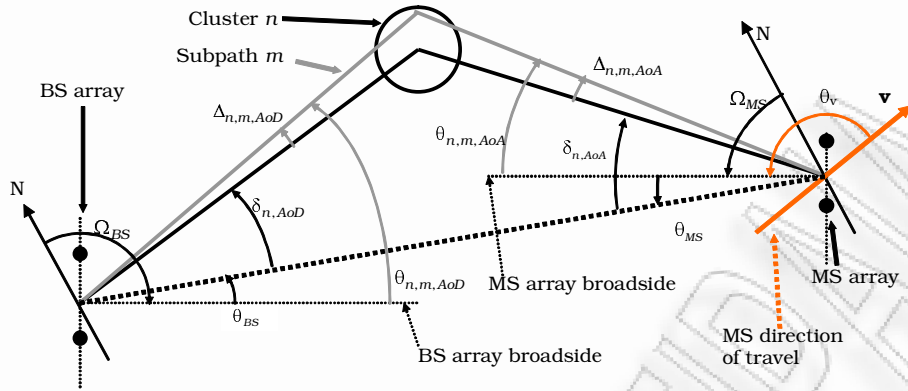
$$\mathbf{R}_{T_x} = \frac{1}{M_R} \mathbb{E}_{\mathbf{H}} [\mathbf{H}^H\mathbf{H}] \quad (7.4)$$

Έχουν προταθεί διάφοροι τρόποι προσδιορισμού των στοιχείων των πινάκων αυτοσυσχέτισης \mathbf{R}_{R_x} και \mathbf{R}_{T_x} . Στο κεφάλαιο αυτό, επειδή όλοι οι αλγόριθμοι που μελετώνται εφαρμόζονται μόνο στο δέκτη, υποθέτουμε χωρίς βλάβη της γενικότητας ότι ο πομπός είναι χωρικά ασυσχέτιστος, δηλαδή $\mathbf{R}_{T_x} = \frac{1}{M_R} \mathbf{I}_{M_T}$. Για τον προσδιορισμό των στοιχείων του \mathbf{R}_{R_x} , υιοθετείται ο τρόπος προσδιορισμού που προτείνεται στην εμπειρική μελέτη των Abdi και Kaveh [124], σύμφωνα με την οποία ο συντελεστής συσχέτισης ανάμεσα σε δυο ομοιοκατευθυντικά κεραιοστοιχεία του δέκτη που απέχουν απόσταση d είναι

$$\rho(\delta) = \frac{I_0 \left(\sqrt{\eta_R^2 - 4\pi\delta^2} + j 4\pi\eta_R\delta \sin \mu_R \right)}{I_0(\eta_R)}, \quad (7.5)$$

όπου $\delta = \frac{d}{\lambda}$, $\mu_R \in [-\pi, \pi)$ είναι η μέση γωνία άφιξης των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων και $I_0(\cdot)$ είναι η μηδενικής τάξης τροποποιημένη συνάρτηση Bessel του πρώτου τύπου. Ο παράγοντας η_R καθορίζει τη σκέδαση των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων που προκαλεί το περιβάλλον διάδοσης, λαμβάνοντας τιμές από 0 για ισοτροπική σκέδαση έως ∞ για έντονα μη ισοτροπική σκέδαση. Προφανώς, όσο αυξάνεται ο παράγοντας η_R , τόσο η συσχέτιση του διαύλου γίνεται πιο έντονη.

Προτυποποίηση 3GPP SCM Στα πλαίσια ενσωμάτωσης της αρχιτεκτονικής MIMO στην προτυποποίηση των συστημάτων κινητών επικοινωνιών 3ης γενιάς (3GPP/-3GPP2) ως μία από τις τεχνικές της τεχνολογίας High Speed Downlink Packet Access (HSDPA), αναπτύχθηκε ένα απλό χωρικό μοντέλο διαύλου MIMO για εξωτερικούς χώρους, ονομαζόμενο 3GPP Spatial Channel Model (3GPP SCM). Το 3GPP SCM ακολουθεί την προσέγγιση μοντελοποίησης των γεωμετρικών στοχαστικών μοντέλων για την περιγραφή αστικών και ημιαστικών περιβαλλόντων διάδοσης σε μακρο- και μικροκυψέλες. Η διάδοση θεωρείται ότι επηρεάζεται από 6 το πλήθος ομάδες σκεδαστών (clusters), όπου οι πολυδιαδρομικές συνιστώσες που αντιστοιχούν σε κάθε ομάδα (subpaths) είναι 20 το πλήθος, όμοιας ισχύος αλλά μη διακρίσιμες μεταξύ τους. Η θέση των ομάδων επιλέγεται τυχαία στο χώρο ώστε να ικανοποιούν παραμέτρους προσομοίωσης για



Σχήμα 7.1: Σενάριο πολυδιαδρομικής διάδοσης στο μοντέλο 3GPP SCM

το μοντελοποιούμενο περιβάλλον όπως είναι η διασπορά γωνίας, η διασπορά καθυστέρησης και η λογαριθμοκανονική σκίαση. Στο μοντέλο υπολογίζεται η κρουστική απόκριση μεταξύ κεραιοστοιχείων πομπού και δέκτη ως η υπέρθεση όλων των διαδιδόμενων πολυδιαδρομικών συνιστωσών σύμφωνα με το σενάριο διάδοσης που απεικονίζεται στο σχήμα 7.1. Η χρονομεταβλητότητα του διαύλου στο συγκεκριμένο μοντέλο εξασφαλίζεται από την κίνηση του κινητού σταθμού. Λεπτομερής περιγραφή της διαδικασίας προσδιορισμού των πινάκων μεταφοράς του διαύλου δίνεται στην αναφορά [129].

Μετρημένος δίαυλος Για να εξεταστεί η επίδοση των προτεινόμενων αλγορίθμων σε ρεαλιστικές συνθήκες διάδοσης, χρησιμοποιούνται πίνακες μεταφοράς του διαύλου που έχουν προκύψει από μετρήσεις εξωτερικού χώρου με συνθήκες διάδοσης οπτικής επαφής, που ελήφθησαν στην Πολυτεχνειούπολη Ζωγράφου. Η ζεύξη είχε εγκατασταθεί ανάμεσα στην οροφή του κτιρίου Β των Γενικών Εδρών και στην οροφή του κτιρίου της Σχολής Ηλεκτρολόγων Μηχανικών. Η απόσταση ανάμεσα σε πομπό και δέκτη ήταν περίπου 180m. Οι μετρήσεις έγιναν στην κεντρική συχνότητα των 5,2GHz με εύρος ζώνης 120MHz, χρησιμοποιώντας $M_T = 4$ κεραιοστοιχεία στον πομπό και $M_R = 16$ κεραιοστοιχεία στο δέκτη. Η απόσταση διαχωρισμού των κεραιοστοιχείων στο δέκτη ήταν $\Delta_R = 0,4\lambda$. Περισσότερες πληροφορίες για τη μετρητική διάταξη που χρησιμοποιήθηκε και για τα αποτελέσματα των μετρήσεων δίνονται στις αναφορές [130, 131].

Ανεξάρτητα του υιοθετούμενου μοντέλου διαύλου, υποθέτουμε ότι ο πίνακας μεταφοράς του διαύλου \mathbf{H} μοντελοποιεί μόνο τις διαλείψεις μικρής κλίμακας και επομένως ο δίαυλος δεν εξασθενεί (ούτε φυσικά ενισχύει) κατά μέσο όρο τα μεταδιδόμενα σήματα. Κατά συνέπεια, είναι λογικό να ισχύει $E[|h_{mn}|^2] = 1$. Για να επιβληθεί αυτή η συνθήκη, πρέπει να γίνει κατάλληλη κανονικοποίηση των υλοποιήσεων του πίνα-

κα μεταφοράς του διαύλου. Αν $\hat{h}_{mn}^{[k]}$ και $h_{mn}^{[k]}$ είναι το (m, n) στοιχείο της k -οστής υλοποίησης του πίνακα μεταφοράς του διαύλου πριν και μετά την κανονικοποίηση αντίστοιχα, τότε θα πρέπει

$$\frac{1}{LM_RM_T} \sum_{l=1}^L \sum_{p=1}^{M_R} \sum_{q=1}^{M_T} |h_{pq}^{[l]}|^2 = 1, \quad (7.6)$$

όπου L είναι ο αριθμός των υλοποιήσεων. Θέτοντας $h_{pq}^{[k]} = A\hat{h}_{pq}^{[k]}$, επιλύουμε την (7.6) ως προς την σταθερά κανονικοποίησης A (που είναι κοινή για όλες τις υλοποιήσεις) και καταλήγουμε τελικά ότι

$$h_{mn}^{[k]} = \left(\frac{1}{LM_RM_T} \sum_{l=1}^L \sum_{p=1}^{M_R} \sum_{q=1}^{M_T} |\hat{h}_{pq}^{[l]}|^2 \right)^{-\frac{1}{2}} \hat{h}_{mn}^{[k]}. \quad (7.7)$$

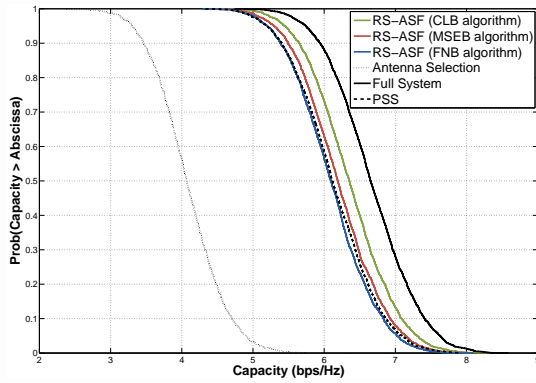
Με την προτεινόμενη κανονικοποίηση, επιβάλλεται η συνθήκη μοναδιαίας ισχύος του διαύλου και διευκολύνεται η σύγκριση των αποτελεσμάτων [132, Section IV].

7.2 Επίδοση των αλγορίθμων βασισμένων στη στιγμιαία εκτίμηση του διαύλου

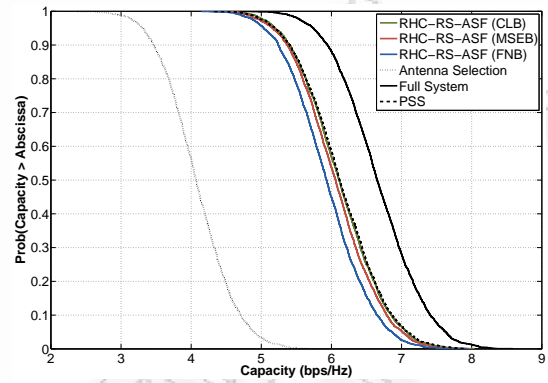
Στην παράγραφο αυτή παρουσιάζεται η επίδοση των αλγορίθμων επιλογής υποστοιχειοκεραιών που βασίζονται στη στιγμιαία εκτίμηση του διαύλου, δηλαδή του αλγόριθμου βασισμένου στην απώλεια της χωρητικότητας (CLB), του αλγόριθμου βασισμένου στη Frobenious νόρμα (FNB) και του αλγόριθμου βασισμένου στην ελαχιστοποίηση του τετραγωνικού σφάλματος (MSEB). Οι αλγόριθμοι αυτοί έχουν αναπτυχθεί στην παράγραφο 6.1.

7.2.1 Σύγκριση των αλγορίθμων

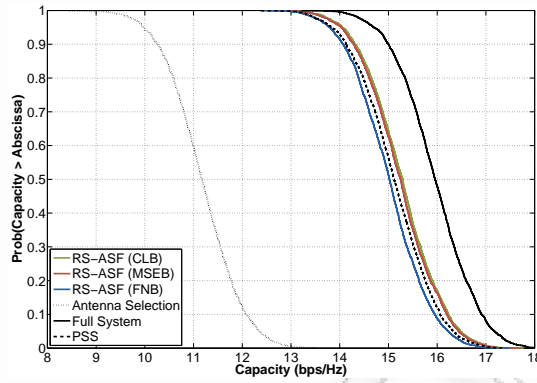
Τα σχήματα 7.2 - 7.5 αναφέρονται την επίδοση όλων των προτεινόμενων αλγορίθμων που βασίζονται στη στιγμιαία εκτίμηση του διαύλου, όταν αυτοί εφαρμόζονται σε ένα σύστημα με $M_R = 16$ και $M_T = 4$ κεραιοστοιχεία σε δέκτη και πομπό αντίστοιχα. Σε κάθε πλευρά της ζεύξης διατίθενται $N_R = N_T = 4$ αλυσίδες RF και στο δέκτη χρησιμοποιούνται $K_R = 32$ ενισχυτές χαμηλού θορύβου ή/και στροφείς φάσης. Φυσικά, όπου αναφέρεται η τεχνική SS-ASF ή RHC-SS-ASF, εξυπακούεται ότι ο αριθμός των χρησιμοποιούμενων ενισχυτών χαμηλού θορύβου και στροφέων φάσης είναι ίσος με M_R , δηλαδή 16. Ο δίαυλος μοντελοποιείται σύμφωνα με την προτυποποίηση 3GPP SCM.



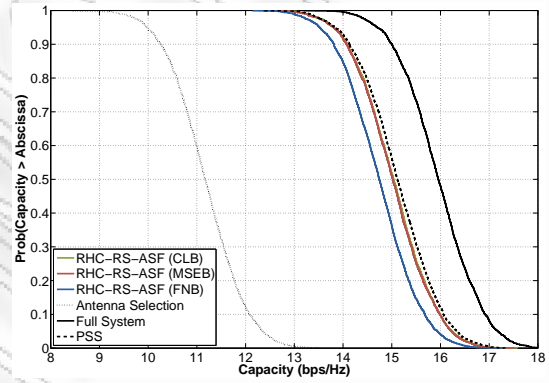
i. RS-ASF για $\rho = 0$ dB



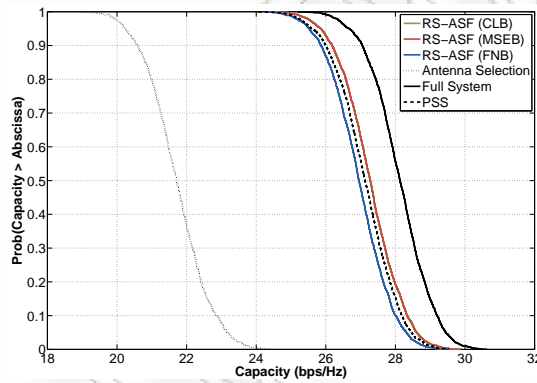
ii. RHC-RS-ASF για $\rho = 0$ dB



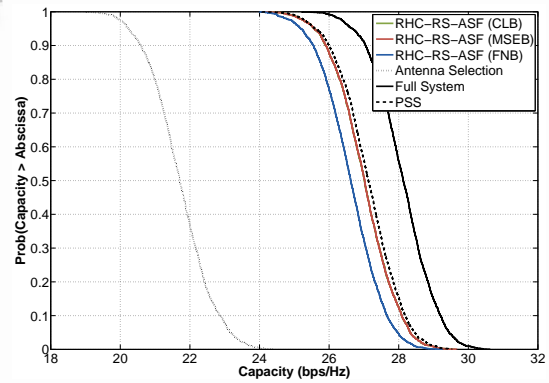
iii. RS-ASF για $\rho = 10$ dB



iv. RHC-RS-ASF για $\rho = 10$ dB

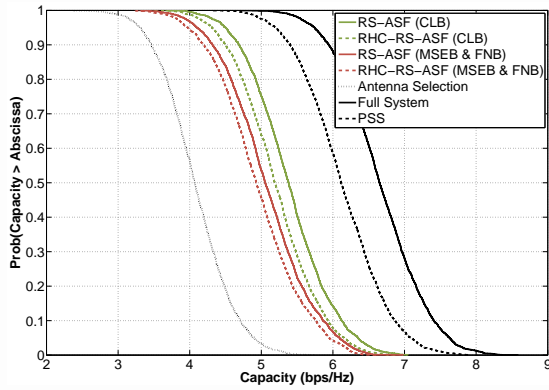


v. RS-ASF για $\rho = 20$ dB

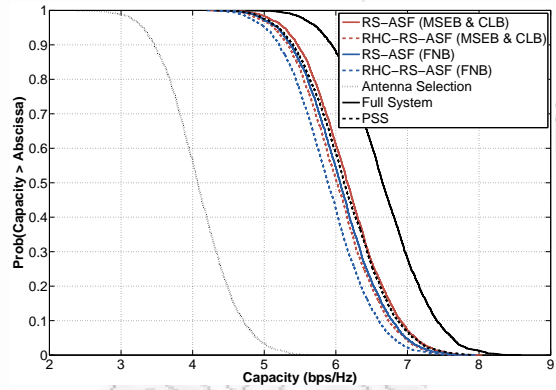


vi. RHC-RS-ASF για $\rho = 20$ dB

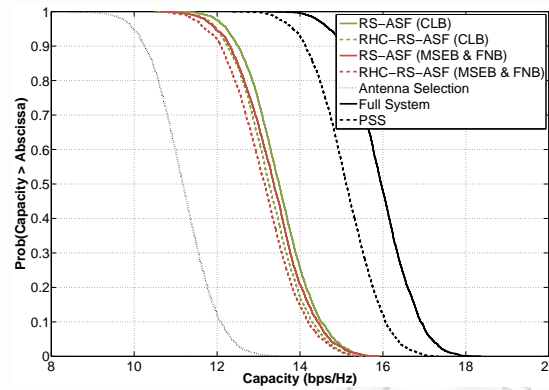
Σχήμα 7.2: Σύγκριση των αλγορίθμων δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών για τις τεχνικές RS-ASF και RHC-RS-ASF με την χρήση της εμπειρικής cdf της χωρητικότητας, για $M_T = 4$, $M_R = 16$, $N_R = 4$ και $K_R = 32$. Ο δίαυλος μοντελοποιείται σύμφωνα με το πρότυπο 3GPP SCM.



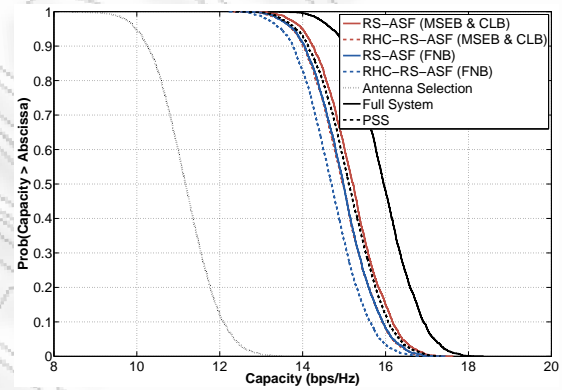
i. SS-ASF και RHC-SS-ASF για $\rho = 0$ dB



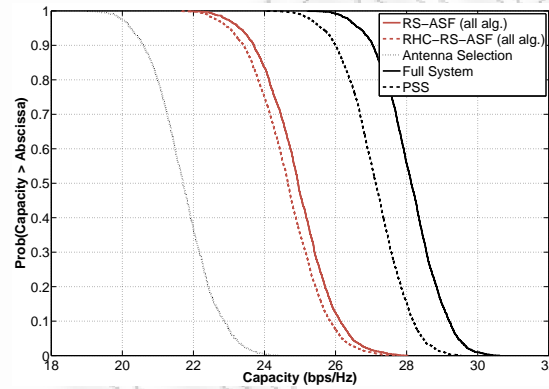
ii. EB-ASF και RHC-EB-ASF για $\rho = 0$ dB



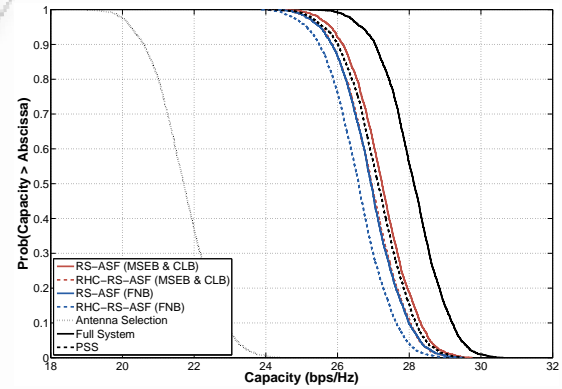
iii. SS-ASF και RHC-SS-ASF για $\rho = 10$ dB



iv. EB-ASF και RHC-EB-ASF για $\rho = 10$ dB

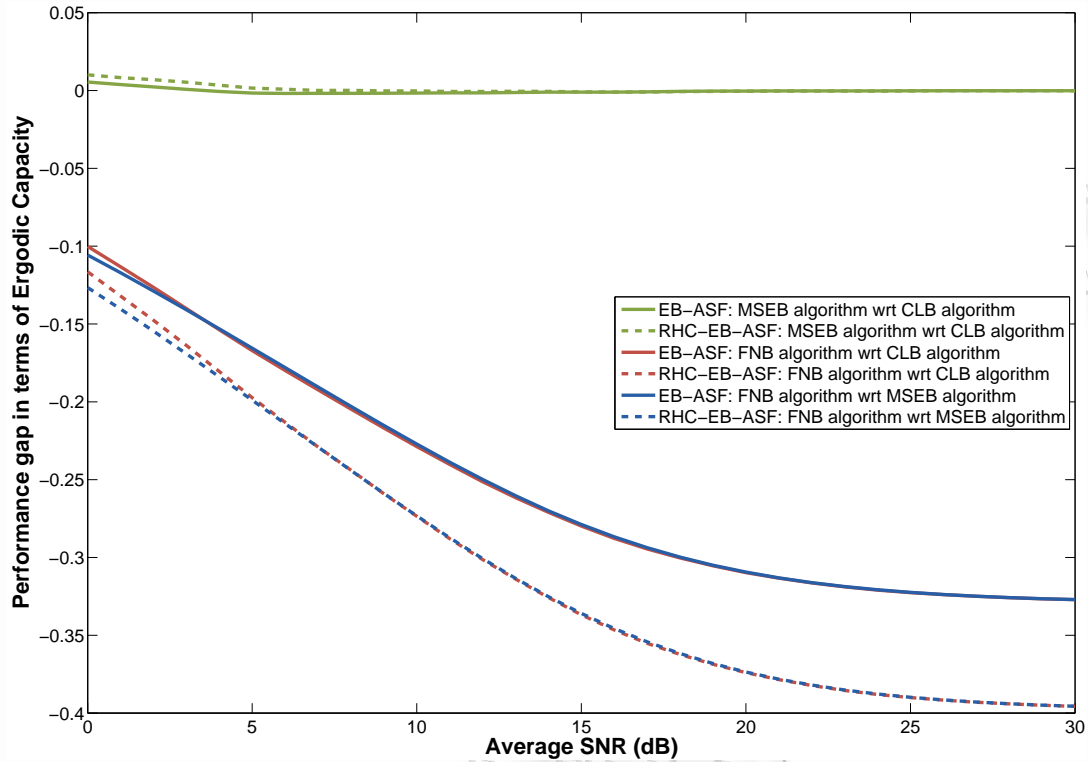


v. SS-ASF και RHC-SS-ASF για $\rho = 20$ dB



vi. EB-ASF και RHC-EB-ASF για $\rho = 20$ dB

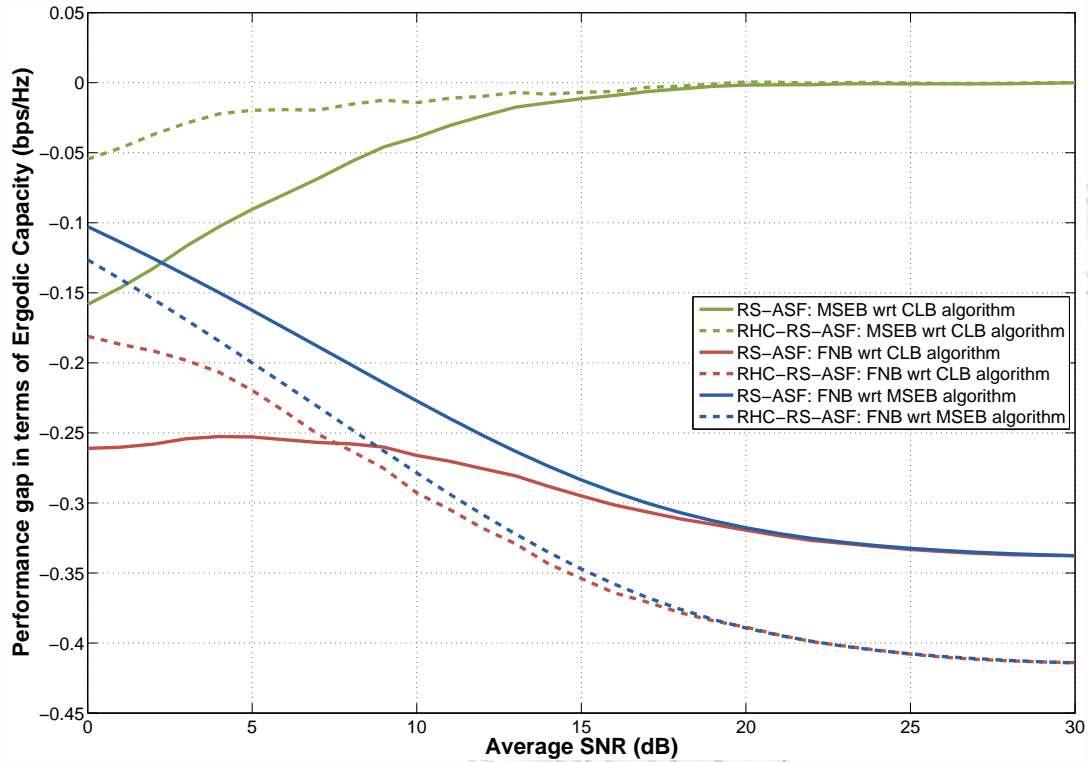
Σχήμα 7.3: Σύγκριση των αλγορίθμων δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών για τις τεχνικές (RHC-)SS-ASF και (RHC-)EB-ASF με την χρήση της εμπειρικής cdf της χωρητικότητας, για $M_T = 4$, $M_R = 16$, $N_R = 4$ και $K_R = 32$. Ο δίαυλος μοντελοποιείται σύμφωνα με το πρότυπο 3GPP SCM.



Σχήμα 7.4: Διαφορά επίδοσης (ως προς την εργοδική χωρητικότητα) ανάμεσα στους αλγόριθμους δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών για τις τεχνικές EB-ASF και RHC-EB-ASF, για $M_T = 4$, $M_R = 16$, $N_R = 4$ και $K_R = 32$. Ο δίαυλος μοντελοποιείται σύμφωνα με το πρότυπο 3GPP SCM.

Τα σχήματα 7.2 και 7.3 παρουσιάζουν την εμπειρική συμπληρωματική αθροιστική συνάρτηση κατανομής cdf της χωρητικότητας που επιτυγχάνουν οι εν λόγω αλγόριθμοι για διάφορες τιμές του σηματοθορυβικού λόγου ($\rho = 0, 10, 20$ dB). Το σχήμα 7.2 δείχνει την επίδοση των αλγορίθμων για τις παραλλαγές RS-ASF (αριστερή στήλη) και RHC-RS-ASF (δεξιά στήλη), ενώ το σχήμα 7.3 για τις παραλλαγές SS-ASF, RHC-SS-ASF (αριστερή στήλη) και EB-ASF, RHC-EB-ASF (δεξιά στήλη). Η επίδοση των αλγορίθμων συγκρίνεται με την επίδοση της επιλογής κεραιοστοιχείων (ακολουθώντας το μειωτικό αλγόριθμο του Gorokhov, ο οποίος είναι σχεδόν βέλτιστος), της χρονικά μεταβαλλόμενης στροφής φάσης και επιλογής (TV-PSS ή απλά PSS) και του συστήματος πλήρους πολυπλοκότητας.

Τα σχήματα 7.4 και 7.5 δείχνουν τη διαφορά επίδοσης ανάμεσα στους αλγόριθμους δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών ως προς το σηματοθορυβικό λόγο, όταν εφαρμόζονται σε διάφορες παραλλαγές της τεχνικής. Το κριτήριο επίδοσης είναι η εργοδική χωρητικότητα του τελικού συστήματος. Όταν για παράδειγμα στο υπόμνημα αναφέρεται "RS-ASF: MSEB algorithm wrt CLB algorithm", σημαίνει ότι η αντίστοιχη καμπύλη δείχνει τη διαφορά της επιτυγχανόμενης εργοδικής χωρητικότητας του αλγορίθμου CLB από την εργοδική χωρητικότητα του αλγορίθμου MSEB



Σχήμα 7.5: Διαφορά επίδοσης (ως προς την εργοδική χωρητικότητα) ανάμεσα στους αλγόριθμους δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών για τις τεχνικές RS-ASF και RHC-RS-ASF, για $M_T = 4$, $M_R = 16$, $N_R = 4$ και $K_R = 32$. Ο δίαυλος μοντελοποιείται σύμφωνα με το πρότυπο 3GPP SCM.

(δηλαδή $\bar{C}_{\text{MSEB}} - \bar{C}_{\text{CLB}}$) σε bps/Hz, όταν εφαρμόζεται η τεχνική RS-ASF.

Παρατηρώντας προσεκτικά τα σχήματα 7.2 – 7.5, καταλήγουμε στα εξής συμπεράσματα :

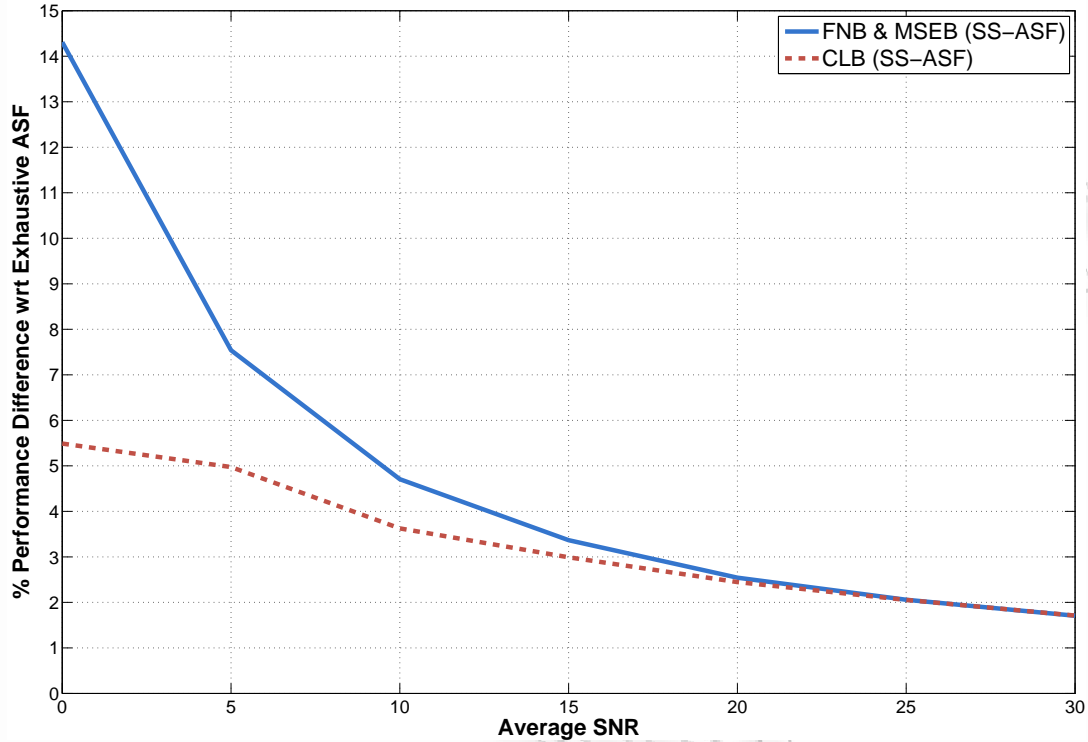
- Ο αλγόριθμος CLB είναι λίγο καλύτερος από τους υπόλοιπους, στις εξής περιπτώσεις :
 - Όταν χρησιμοποιείται η τεχνική (RHC-)RS-ASF για οποιαδήποτε τιμή του σηματοθορυβικού λόγου.
 - Όταν χρησιμοποιείται η τεχνική (RHC-)SS-ASF για χαμηλούς σηματοθορυβικούς λόγους.

Σε κάθε περίπτωση, η διαφορά ως προς την εργοδική χωρητικότητα είναι αρκετά μικρή, αυξάνεται ελαφρά καθώς αυξάνεται ο σηματοθορυβικός λόγος και για $\rho = 30$ dB δεν ξεπερνά τα 0,45 bps/Hz.

- Όταν χρησιμοποιείται η τεχνική (RHC-)EB-ASF, ο αλγόριθμος CLB υπερτερεί λίγο του FNB. Η διαφορά ως προς την εργοδική χωρητικότητα αυξάνεται καθώς αυξάνεται ο σηματοθορυβικός λόγος και για $\rho = 30$ dB δεν ξεπερνά τα 0,4 bps/Hz.

- Επαληθεύεται πως ο αλγόριθμος MSEB είναι ισοδύναμος με:
 - Τον αλγόριθμο FNB όταν χρησιμοποιείται η τεχνική SS-ASF και για οποιαδήποτε τιμή του σηματοθορυβικού λόγου (όπως αποδείχτηκε στην παρ. 6.1.4)
 - Τον αλγόριθμο CLB για υψηλούς σηματοθορυβικούς λόγους, ανεξάρτητα της χρησιμοποιούμενης παραλλαγής της τεχνικής, ακριβώς όπως προβλέπει το θεώρημα 6.1.3. Όπως φαίνεται και από τα αποτελέσματα προσομοίωσης, η διαφορά γίνεται σχεδόν αμελητέα ακόμα και για σηματοθορυβικό λόγο 10dB.
- Η επίδοση του αλγόριθμου MSEB σχεδόν ταυτίζεται με αυτή του CLB, όταν χρησιμοποιείται η τεχνική EB-ASF. Σε χαμηλούς σηματοθορυβικούς λόγους, η διαφορά είναι πολύ μικρή υπέρ του MSEB, ενώ για σηματοθορυβικούς λόγους άνω των 5 dB, η διαφορά είναι περίπου μηδενική.
- Γενικά, ο αλγόριθμος FNB είναι υποδεέστερος των υπολοίπων.
- Ανεξάρτητα της χρησιμοποιούμενης παραλλαγής, οι προτεινόμενοι αλγόριθμοι υπερτερούν σημαντικά σε σχέση με τη συμβατική τεχνική της επιλογής κεραιοστοιχείων. Μάλιστα, προσεγγίζουν ή ακόμα και ξεπερνούν (για RS-ASF και $K_R = 32$) την επίδοση της τεχνικής PSS.
- Για υψηλούς σηματοθορυβικούς λόγους, η διαφορά επίδοσης (ως προς την εργοδική χωρητικότητα) ανάμεσα στους αλγόριθμους είναι σχεδόν η ίδια, είτε χρησιμοποιείται RS-/EB-ASF είτε RHC-RS-/RHC-EB-ASF αντίστοιχα.
- Η δημιουργία υποστοιχειοκεραιών εμφανίζει *την ίδια τάξη διαφορισμού* με το σύστημα πλήρους πολυπλοκότητας, αφού οι καμπύλες ccdF της χωρητικότητας που αντιστοιχούν σε όλους τους αλγόριθμους και όλες τις παραλλαγές της δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών είναι παράλληλες με τις καμπύλες που αντιστοιχούν στο σύστημα πλήρους πολυπλοκότητας (σχήματα 7.2 και 7.3). Έτσι, ο ρυθμός μετάδοσης που μπορεί να υποστηριχθεί δεν μειώνεται σημαντικά για σχετικά χαμηλές πιθανότητες προσωρινής διακοπής.

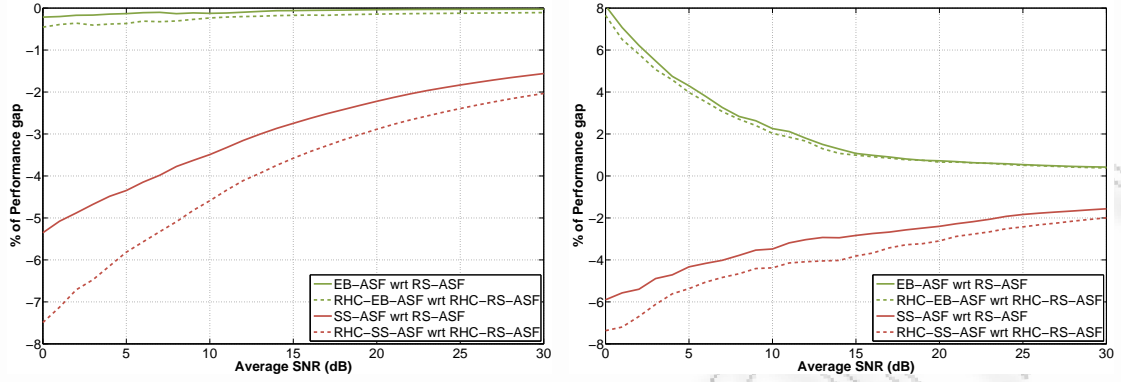
Επειδή οι προτεινόμενοι αλγόριθμοι είναι υποβέλτιστοι και δεν επιλύουν το πρόβλημα μεγιστοποίησης της χωρητικότητας άμεσα, είναι σημαντικό να εξεταστεί κατά πόσο οι αλγόριθμοι αποκλίνουν από τη βέλτιστη λύση του προβλήματος. Δυστυχώς, η βέλτιστη λύση δεν είναι γνωστή, οπότε συγκρίνεται η επίδοση των προτεινόμενων αλγορίθμων με αυτή του αλγόριθμου εξαντλητικής αναζήτησης για τη δημιουργία υποστοιχειοκεραιών. Στο σχήμα 7.6 παρουσιάζεται η ποσοστιαία διαφορά της επίδοσης των προτεινόμενων αλγορίθμων όταν χρησιμοποιείται η τεχνική SS-ASF και



Σχήμα 7.6: Ποσοστιαία διαφορά επίδοσης (ως προς την χωρητικότητα με πιθανότητα προσωρινής διακοπής 10%) των αλγόριθμων δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών σε σχέση με τον αλγόριθμο εξαντλητικής αναζήτησης, για την τεχνική SS-ASF, για $M_T = 2$, $M_R = 8$ και $N_R = 2$. Οι υλοποιήσεις του διαύλου έχουν προκύψει από μετρήσεις.

κριτήριο επίδοσης είναι η χωρητικότητα με πιθανότητα προσωρινής διακοπής 10%. Η ποσοστιαία διαφορά της χωρητικότητας υπολογίζεται ως $\frac{C_{\text{αλγορίθμου}} - C_{\text{εξαντλ. αναζ.}}}{C_{\text{εξαντλ. αναζ.}}} \cdot 100\%$. Οι υλοποιήσεις του διαύλου έχουν προκύψει από μετρήσεις, για $M_R = 8$ και $M_T = 2$. Παρατηρούμε πως για χαμηλούς σηματοθορυβικούς λόγους (0 dB), οι FNB και MSEB υπολείπονται του αλγόριθμου εξαντλητικής αναζήτησης κατά 14% περίπου, ενώ ο CLB μόλις κατά περίπου 5,5%. Για υψηλούς σηματοθορυβικούς λόγους, η απόκλιση όλων των αλγορίθμων γίνεται ακόμα μικρότερη, της τάξης του 1,7% για $\rho = 30$ dB. Φυσικά, δε μπορούμε να ισχυριστούμε ότι ο αλγόριθμος είναι σχεδόν βέλτιστος για SS-ASF, αφού δε γνωρίζουμε τη βέλτιστη λύση του προβλήματος. Ωστόσο, τα αποτελέσματα αυτά αποτελούν μια πολύ καλή ένδειξη ότι είναι δύσκολο να βρεθεί ένας εναλλακτικός αλγόριθμος που να υπερτερεί σημαντικά από τους προτεινόμενους.

Από τις παραπάνω παρατηρήσεις, είναι εμφανές ότι ο αλγόριθμος MSEB σε πολλές περιπτώσεις ταυτίζεται με τον CLB, είναι πάντοτε καλύτερος του FNB και στις περιπτώσεις που είναι χειρότερος του CLB, η διαφορά είναι σχεδόν αμελητέα. Δεδομένου ότι παρουσιάζει και μικρότερη υπολογιστική πολυπλοκότητα από τον CLB (βλ. πίνακα 6.2), καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι είναι προτιμότερη η χρήση



i. Διάυλος Rayleigh i.i.d.

ii. Οι υλοποιήσεις του διαύλου έχουν προκύψει από μετρήσεις

Σχήμα 7.7: Ποσοστιαία διαφορά επίδοσης (ως προς την χωρητικότητα με πιθανότητα προσωρινής διακοπής 10%) ανάμεσα στις παραλλαγές της τεχνικής της δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών, για $M_T = 4$, $M_R = 16$, $N_R = 4$ και $K_R = 16$.

του αλγόριθμου MSEB, υπό την έννοια ότι επιτυγχάνει τον καλύτερο συγκερασμό επίδοσης και υπολογιστικής πολυπλοκότητας. Για το λόγο αυτό, στη συνέχεια θα χρησιμοποιείται μόνο ο MSEB, εκτός αν αναφέρεται διαφορετικά.

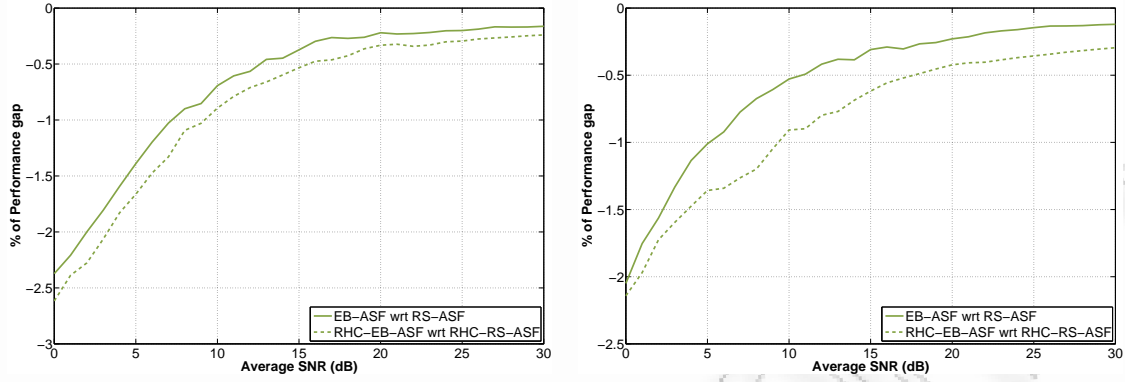
7.2.2 Σύγκριση ανάμεσα στις διάφορες παραλλαγές της τεχνικής

Στη συνέχεια θα ασχοληθούμε με τη σύγκριση των διαφόρων προτεινόμενων παραλλαγών της τεχνικής.

Σύγκριση (RHC-)SS-ASF, (RHC-)EB-ASF και (RHC-)RS-ASF

Για να έχει νόημα η σύγκριση της τεχνικής (RHC-)SS-ASF με τις (RHC-)EB-ASF και (RHC-)RS-ASF, θα πρέπει σε κάθε περίπτωση να υποθέσουμε ότι διαθέτουμε $K_R = M_R$ ενισχυτές χαμηλού θορύβου ή/και στροφείς φάσης. Έστω ότι εφαρμόζεται ο αλγόριθμος MSEB σε ένα σύστημα με $M_R = 16$ και $M_T = 4$ κεραιοστοιχεία σε δέκτη και πομπό αντίστοιχα. Σε κάθε πλευρά της ζεύξης διατίθενται $N_R = N_T = 4$ αλυσίδες RF και στο δέκτη χρησιμοποιούνται $K_R = 16$ ενισχυτές χαμηλού θορύβου ή/και στροφείς φάσης.

Ακολουθώντας τις παραπάνω παραδοχές, το σχήμα 7.7 παρουσιάζει την ποσοστιαία διαφορά της επίδοσης ανάμεσα στις παραλλαγές της δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών. Το κριτήριο επίδοσης είναι η χωρητικότητα με πιθανότητα προσωρινής διακοπής 10%. Όταν για παράδειγμα στο υπόμνημα αναφέρεται "EB-ASF wrt RS-ASF", σημαίνει ότι η αντίστοιχη καμπύλη δείχνει την ποσοστιαία διαφορά στην χω-



i. Για $K_R = 32$

ii. Για $K_R = 48$

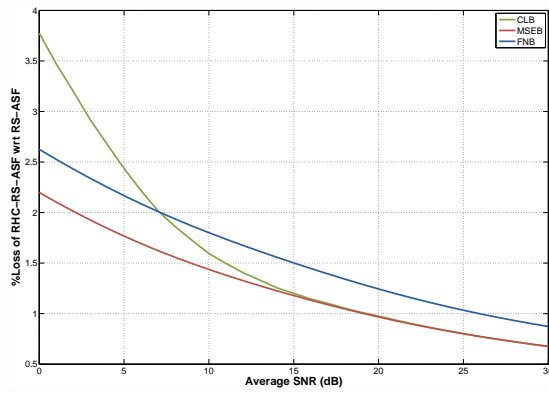
Σχήμα 7.8: Ποσοστιαία διαφορά επίδοσης (ως προς την χωρητικότητα με πιθανότητα προσωρινής διακοπής 10%) ανάμεσα στις παραλλαγές της τεχνικής της δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών, για $M_T = 4$, $M_R = 16$ και $N_R = 4$. Οι υλοποιήσεις του διαύλου έχουν προκύψει από μετρήσεις.

ρητικότητα, υπολογιζόμενη ως $\frac{C_{EB-ASF} - C_{RS-ASF}}{C_{RS-ASF}} \cdot 100\%$. Παρατηρούμε πως η τεχνική SS-ASF υπολείπεται κατά περίπου 5% της RS-ASF όταν ο σηματοθορυβικός λόγος είναι 0 dB, ενώ όσο αυξάνεται ο σηματοθορυβικός λόγος, η διαφορά μειώνεται. Έτσι, για σηματοθορυβικό λόγο 30 dB, η διαφορά είναι περίπου 2% για το δίαυλο που έχει προκύψει από μετρήσεις και περίπου 1.5% για δίαυλο Rayleigh i.i.d. Για τις αντίστοιχες τεχνικές μειωμένης πολυπλοκότητας υλικού, οι ποσοστιαίες αποκλίσεις ανάμεσα στις RHC-SS-ASF και RHC-RS-ASF είναι λίγο μεγαλύτερες, ιδιαίτερα για χαμηλούς σηματοθορυβικούς λόγους.

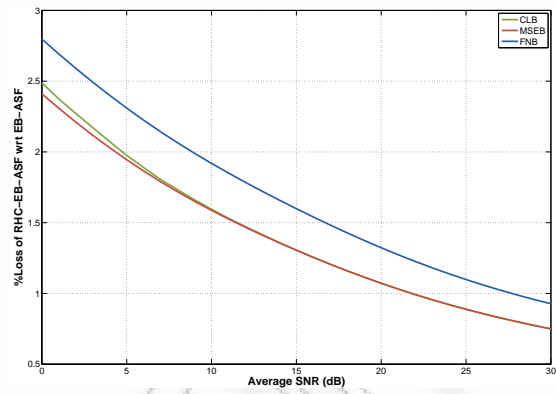
Επιπλέον, είναι εμφανές ότι για δίαυλο Rayleigh i.i.d., η τεχνική (RHC-)EB-ASF είναι ουσιαστικά ισοδύναμη με την (RHC-)RS-ASF. Ωστόσο, για το δίαυλο που έχει προκύψει από μετρήσεις, η τεχνική (RHC-)EB-ASF υπερτερεί της (RHC-)RS-ASF, όταν ο σηματοθορυβικός λόγος είναι χαμηλός.

Σύγκριση (RHC-)EB-ASF και (RHC-)RS-ASF για $K_R > M_R$

Η σύγκριση ανάμεσα στις τεχνικές (RHC-)EB-ASF και (RHC-)RS-ASF μπορεί να γίνει και όταν $K_R > M_R$. Το σχήμα 7.8 ακολουθεί τις προαναφερθείσες παραδοχές, με τη διαφορά ότι οι υλοποιήσεις του διαύλου έχουν προκύψει από μετρήσεις και ο αριθμός των ενισχυτών χαμηλού θορύβου ή/και στροφών φάσης είναι $K_R = 32$ (σχήμα 7.8i) και $K_R = 48$ (σχήμα 7.8ii). Από τα σχήματα αυτά προκύπτει ότι η τεχνική (RHC-)RS-ASF υπερτερεί της (RHC-)EB-ASF. Η διαφορά αυξάνεται όσο μειώνεται ο σηματοθορυβικός λόγος και δεν υπερβαίνει το 2,5%. Το αποτέλεσμα αυτό είναι λογικό, αφού η τεχνική RS-ASF δεν επιβάλλει περιορισμούς στις θέσεις



i. Σύγκριση RS-ASF και RHC-RS-ASF



ii. Σύγκριση EB-ASF και RHC-EB-ASF

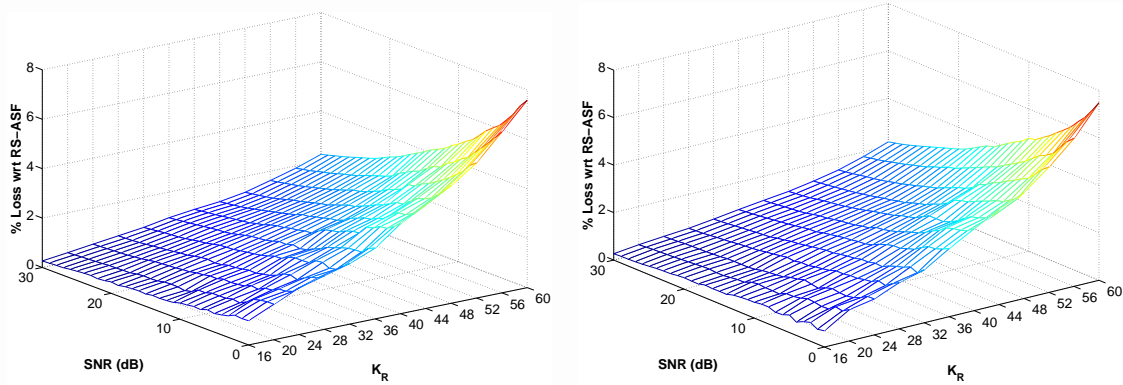
Σχήμα 7.9: Ποσοστιαία απώλεια επίδοσης (ως προς την εργοδική χωρητικότητα) των παραλλαγών μειωμένης πολυπλοκότητας υλικού της τεχνικής δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών, για $M_T = 4$, $M_R = 16$, $N_R = 4$ και $K_R = 32$. Ο διάυλος μοντελοποιείται σύμφωνα με το πρότυπο 3GPP SCM.

των μηδενισμών του πίνακα μετασχηματισμού \mathbf{A} .

Σύγκριση παραλλαγών μειωμένης πολυπλοκότητας υλικού με τις αντίστοιχες μη μειωμένης πολυπλοκότητας

Στο σημείο αυτό θα πρέπει να μελετηθεί και η απώλεια της επίδοσης που προκύπτει από τις τεχνικές μειωμένης πολυπλοκότητας υλικού (RHC), δηλαδή από την χρήση μόνο στροφών φάσης και όχι ενισχυτών χαμηλού θορύβου. Ήδη από τα σχήματα 7.2 και 7.3 έχει γίνει εμφανές ότι οι τεχνικές μειωμένης πολυπλοκότητας υλικού παρουσιάζουν αρκετά μικρή, πρακτικά αμελητέα απώλεια στην χωρητικότητα. Για να μελετηθεί καλύτερα η διαφορά αυτή, το σχήμα 7.9 παρουσιάζει τη ποσοστιαία απώλεια επίδοσης που επιφέρουν οι παραλλαγές μειωμένης πολυπλοκότητας υλικού. Ειδικότερα, το σχήμα 7.9i δείχνει την ποσοστιαία απώλεια επίδοσης της τεχνικής RHC-RS-ASF σε σχέση με τη RS-ASF και το σχήμα 7.9ii την ποσοστιαία απώλεια επίδοσης της τεχνικής RHC-EB-ASF σε σχέση με τη EB-ASF. Το κριτήριο επίδοσης είναι η εργοδική χωρητικότητα.

Από το σχήμα 7.9 φαίνεται ότι η διαφορά στην επίδοση εξαρτάται από τον αλγόριθμο που χρησιμοποιείται. Η μεγαλύτερη απώλεια παρατηρείται με τον αλγόριθμο CLB, όταν χρησιμοποιείται η τεχνική RS-ASF σε χαμηλούς σηματοθορυβικούς λόγους. Όταν χρησιμοποιείται η τεχνική EB-ASF ή όταν χρησιμοποιείται η RS-ASF σε μέτριους και υψηλούς σηματοθορυβικούς λόγους, μεγαλύτερη απώλεια εμφανίζεται με τον αλγόριθμο FNB. Σε κάθε περίπτωση, η απόκλιση δεν ξεπερνά το 7%. Γενικά, με τον αλγόριθμο MSEB, η εμφανιζόμενη απώλεια των παραλλαγών μειωμένης



i. Σύγκριση EB-ASF και RHC-EB-ASF

ii. Σύγκριση RS-ASF και RHC-RS-ASF

Σχήμα 7.10: Ποσοστιαία απώλεια επίδοσης (ως προς τη χωρητικότητα με πιθανότητα προσωρινής διακοπής 10%) των παραβληγών μειωμένης πολυπλοκότητας υλικού της τεχνικής δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών σε συνάρτηση με το K_R , για $M_T = 4$, $M_R = 16$, $N_R = 4$ και για τον αλγόριθμο MSEB. Ο δίαυλος μοντελοποιείται σύμφωνα με το πρότυπο 3GPP SCM.

πολυπλοκότητας υλικού είναι η μικρότερη. Καθώς αυξάνεται ο σηματοθορυβικός λόγος, η απώλεια μειώνεται και σε κάθε περίπτωση γίνεται μικρότερη του 1% όταν ο σηματοθορυβικός λόγος είναι 30 dB.

Ένα τελευταίο ερώτημα που παραμένει είναι κατά πόσο η απώλεια επίδοσης που παρουσιάζουν οι παραλλαγές μειωμένης πολυπλοκότητας υλικού εξαρτάται από τον αριθμό των χρησιμοποιούμενων ενισχυτών χαμηλού θορύβου ή/και στροφών φάσης K_R . Τα σχήματα 7.10i και 7.10ii παρουσιάζουν τη μεταβολή της ποσοστιαίας απώλειας της επίδοσης της τεχνικής RHC-EB-ASF σε σχέση με τη EB-ASF και της RHC-RS-ASF σε σχέση με τη RS-ASF αντίστοιχα, συναρτήσει του K_R και του σηματοθορυβικού λόγου, όταν χρησιμοποιείται ο αλγόριθμος MSEB. Το κριτήριο επίδοσης είναι η χωρητικότητα με πιθανότητα προσωρινής διακοπής 10%. Ο πομπός και ο δέκτης διαθέτουν $M_T = 4$ και $M_R = 16$ κεραιοστοιχεία αντίστοιχα και ο δίαυλος μοντελοποιείται σύμφωνα με το πρότυπο 3GPP SCM.

Στα σχήματα 7.10i και 7.10ii παρατηρούμε ότι η ποσοστιαία απώλεια αυξάνεται καθώς αυξάνεται το K_R και καθώς μειώνεται ο σηματοθορυβικός λόγος και σε κάθε περίπτωση δεν υπερβαίνει το 8%. Μάλιστα, στην περίπτωση που $K_R = \frac{M_R M_T}{2} = 32$, η οποία είναι πρακτικά πιο ενδιαφέρουσα, η απώλεια δεν υπερβαίνει το 3% για σηματοθορυβικό λόγο 0 dB.

Όπως αναφέρθηκε στην παράγραφο 6.1.1.3, ο πίνακας μετασχηματισμού $\tilde{\mathbf{A}}$ για τις τεχνικές μειωμένης πολυπλοκότητας υλικού (RHC) προκύπτει από μια «προσέγγιση» του πίνακα μετασχηματισμού \mathbf{A} της αντίστοιχης τεχνικής μη μειωμένης πολυπλοκότητας. Η προσέγγιση αυτή εφαρμόζεται μόνο στα μη μηδενικά στοιχεία του πίνακα \mathbf{A} , ο αριθμός των οποίων είναι ίσος με K_R . Επομένως, όσο αυξάνεται

το K_R , τόσο μεγαλύτερος είναι ο αριθμός των στοιχείων του πίνακα \mathbf{A} που υπόκεινται την εν λόγω προσέγγιση, με αποτέλεσμα η απώλεια της χωρητικότητας λόγω της χρήσης μόνο στροφών φάσης να γίνεται μεγαλύτερη. Από την άλλη πλευρά, όσο μειώνεται ο σηματοθορυβικός λόγος, η χωρητικότητα εξαρτάται περισσότερο από το κέρδος διαφορισμού και συστοιχίας, αφού το κέρδος χωρικής πολυπλεξίας εμφανίζεται σε υψηλότερους σηματοθορυβικούς λόγους. Έτσι, φαίνεται πως το κέρδος συστοιχίας παρουσιάζει μεγαλύτερη ευαισθησία στην προαναφερθείσα προσέγγιση των στοιχείων του \mathbf{A} , με αποτέλεσμα να εμφανίζεται μείωση της χωρητικότητας.

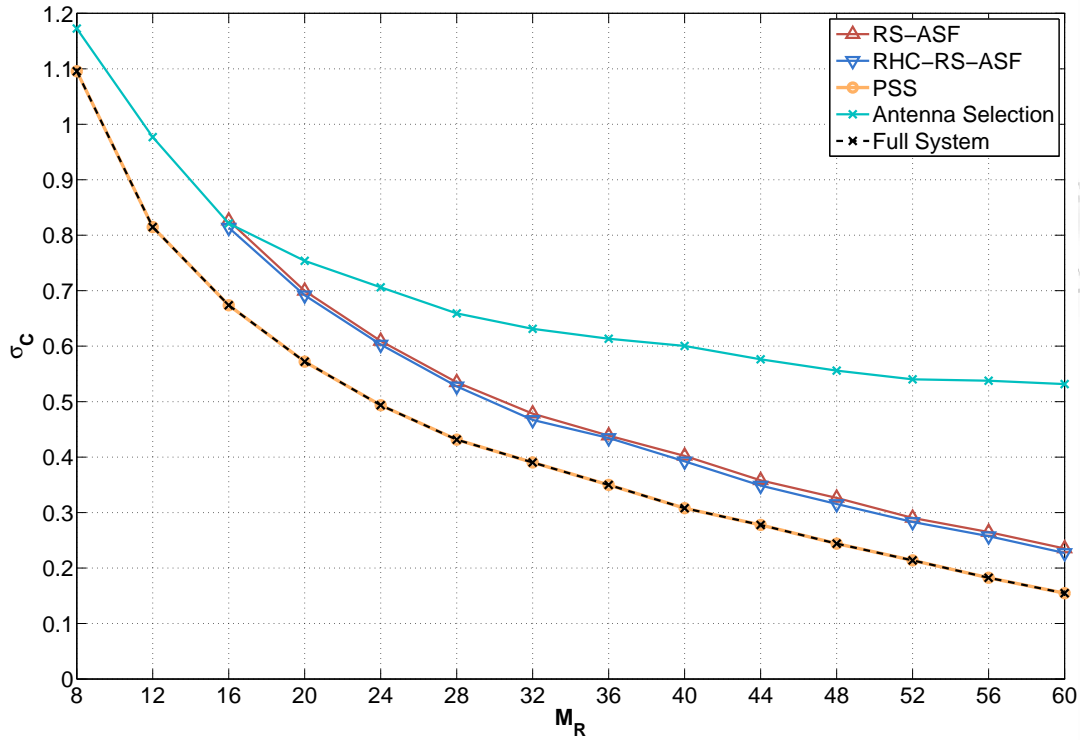
Το σημαντικότερο συμπέρασμα από την παράγραφο αυτή είναι ότι η απώλεια χωρητικότητας λόγω της χρήσης μόνο στροφών φάσης είναι αρκετά μικρή, η οποία φαίνεται να είναι *σχεδόν αμελητέα*, αν αναλογιστούμε τη μείωση του κόστους και της πολυπλοκότητας του υλικού που επιτυγχάνεται με την απαλλαγή των πομποδεκτών από τους ενισχυτές χαμηλού θορύβου².

7.2.3 Κέρδος διαφορισμού της δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών

Πριν προχωρήσουμε στη μελέτη των παραγόντων που επηρεάζουν την χωρητικότητα, είναι απαραίτητο να μελετήσουμε το κέρδος διαφορισμού του συστήματος που προκύπτει από την εφαρμογή της προτεινόμενης τεχνικής. Για το σκοπό αυτό, θα μελετήσουμε τη μεταβολή της τυπικής απόκλισης της χωρητικότητας σ_C σε συνάρτηση με τον αριθμό των κεραιοστοιχείων του δέκτη, η οποία αναπαρίσταται στο σχήμα 7.11. Η επιλογή του σχήματος αυτού δικαιολογείται από δυο σημαντικές παρατηρήσεις που έχουν γίνει για την επίδραση του κέρδους διαφορισμού στην χωρητικότητα (παράγραφος 2.3.3.2): Αφενός, για υψηλούς σηματοθορυβικούς λόγους, το κέρδος διαφορισμού ανά ροή δεδομένων ενός συστήματος είναι αντιστρόφως ανάλογο της διακύμανσης της χωρητικότητας σ_C^2 και αφετέρου, για σταθερό $\min(M_R, M_T)$, αύξηση του κέρδους διαφορισμού μπορεί να εμφανιστεί με την αύξηση του αριθμού των κεραιοστοιχείων στο δέκτη.

Όπως φαίνεται από το σχήμα 7.11, η δημιουργία υποστοιχειοκεραιών εμφανίζει μικρότερη τυπική απόκλιση της χωρητικότητας από την επιλογή κεραιοστοιχείων και ελαφρώς μεγαλύτερη από το σύστημα πλήρους πολυπλοκότητας. Δεδομένου ότι έχει αποδειχτεί και θεωρητικά ότι το σύστημα με επιλογή κεραιοστοιχείων εμφανίζει την ίδια τάξη διαφορισμού με το σύστημα πλήρους πολυπλοκότητας, η παρατήρηση αυτή αποτελεί μια πολύ καλή ένδειξη ότι και η δημιουργία υποστοιχειοκεραιών έχει την ίδια τάξη διαφορισμού με το σύστημα πλήρους πολυπλοκότητας. Το συμ-

²Εννοείται ότι δεν χρησιμοποιούνται ενισχυτές χαμηλού θορύβου για την τεχνική της δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών. Ωστόσο, η χρήση ενισχυτών χαμηλού θορύβου σε κάθε αλυσίδα RF μπορεί να είναι αναγκαία και δεν οφείλεται στην τεχνική της δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών.

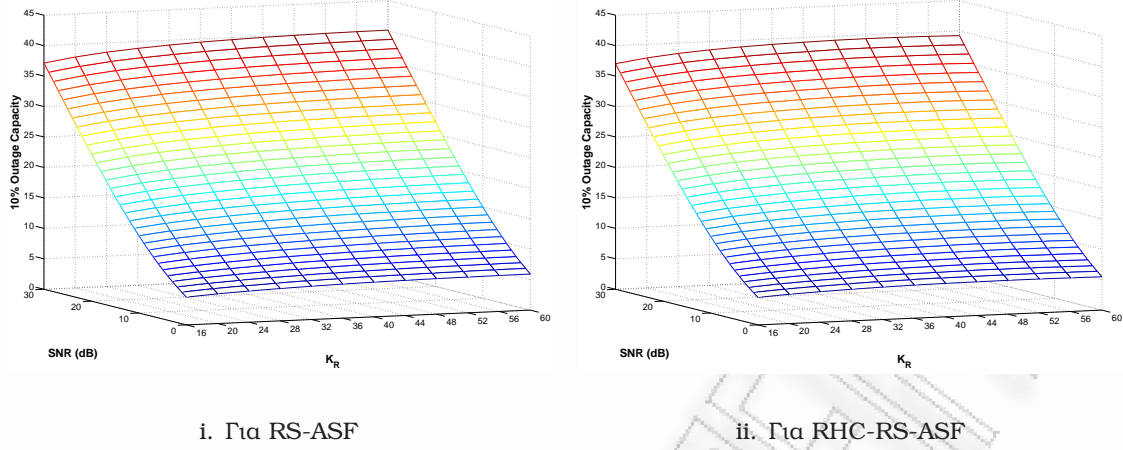


Σχήμα 7.11: Μεταβολή της τυπικής απόκλισης σ_C της χωρητικότητας της δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών σε συνάρτηση με τον αριθμό των κεραιοστοιχείων του δέκτη, για $M_T = 4$, $M_R = 16$, $N_R = 4$, $K_R = 32$ και $\rho = 30$ dB. Ο διαυθλος μοντελοποιείται ως Rayleigh i.i.d.

πέρασμα αυτό δεν είναι αυθαίρετο, αφού είναι γνωστό ότι, αν η χωρητικότητα ενός συστήματος φράσσεται άνωθεν και κάτωθεν από εκφράσεις της μορφής $\mathcal{K}(G_c \rho)^{G_d}$ (που υποδηλώνουν τάξη διαφορισμού G_d), τότε η τάξη διαφορισμού του συστήματος αυτού είναι επίσης G_d . Κατ' αντιστοιχία λοιπόν, αφού η τυπική απόκλιση (που εκφράζει το κέρδος διαφορισμού) της χωρητικότητας της δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών φράσσεται άνωθεν και κάτωθεν από την τυπική απόκλιση δυο συστημάτων με την ίδια τάξη διαφορισμού, είναι αναμενόμενο ότι και η δημιουργία υποστοιχειοκεραιών έχει επίσης την ίδια τάξη διαφορισμού, που ισούται με την τάξη του συστήματος πλήρους πολυπλοκότητας. Φυσικά, η παρατήρηση αυτή δε μπορεί σε καμία περίπτωση να υποκαταστήσει μια θεωρητική απόδειξη· ωστόσο, αποτελεί μια πολύ καλή ένδειξη.

7.2.4 Επίδραση του αριθμού των ενισχυτών χαμηλού θορύβου ή/και των στροφέων φάσης

Όπως έχει αναφερθεί, ο αριθμός των ενισχυτών χαμηλού θορύβου ή/και στροφέων φάσης K_R είναι μια παράμετρος σχεδίασης του συστήματος, η οποία καθορίζει την επίδοση της τεχνικής και την πολυπλοκότητα του υλικού. Προφανώς, όσο αυξάνεται



Σχήμα 7.12: Χωρητικότητα με πιθανότητα προσωρινής διακοπής 10% των τεχνικών RS-ASF και RHC-RS-ASF ως προς τον αριθμό των ενισχυτών χαμηλού θορύβου ή/και στροφών φάσης και το σηματοθορυβικό λόγο, για $M_T = 4$, $M_R = 16$, $N_R = 4$ και για τον αλγόριθμο MSEB. Ο διάυλος μοντελοποιείται σύμφωνα με το πρότυπο 3GPP SCM.

το K_R , αυξάνεται η πολυπλοκότητα του υλικού, αλλά αυξάνεται και η επίδοση του συστήματος. Στην παράγραφο αυτή θα μελετήσουμε πώς επηρεάζεται η επίδοση του συστήματος με τη μεταβολή του K_R , ώστε να μπορούμε να πετύχουμε τον καλύτερο συγκεκριμένο πολυπλοκότητας και επίδοσης, ανάλογα φυσικά με τις απαιτήσεις μας.

Τα σχήματα 7.12i και 7.12ii δείχνουν τη μεταβολή της χωρητικότητας με πιθανότητα προσωρινής διακοπής 10% των τεχνικών RS-ASF και RHC-RS-ASF αντίστοιχα, συναρτήσει του K_R και του σηματοθορυβικού λόγου, για $M_R = 16$, $M_T = 4$ και $N_T = 4$, όταν χρησιμοποιείται ο αλγόριθμος MSEB. Ο διάυλος μοντελοποιείται σύμφωνα με το πρότυπο 3GPP SCM. Από τα σχήματα αυτά παρατηρείται αξιοσημείωτη αύξηση της χωρητικότητας, καθώς το K_R αυξάνεται από 16 μέχρι περίπου 32. Από εκεί και πέρα, η χωρητικότητα αυξάνεται πιο αργά σε σχέση με το K_R . Αυτό σημαίνει ότι η αύξηση του K_R είναι πιο αποδοτική όταν η αρχική τιμή του K_R είναι σχετικά μικρή, μικρότερη περίπου του 32, δηλαδή του $\frac{M_R M_T}{2}$. Επομένως, η τιμή $K_R = 32$ φαίνεται προσεγγιστικά να επιτυγχάνει το βέλτιστο συγκεκριμένο πολυπλοκότητας υλικού και επίδοσης.

Τα σχήματα 7.13i και 7.13ii δείχνουν την ποσοστιαία απώλεια στην χωρητικότητα με πιθανότητα προσωρινής διακοπής 10% των τεχνικών RS-ASF και RHC-RS-ASF σε σχέση με την τεχνική TV-PSS, συναρτήσει του K_R και του σηματοθορυβικού λόγου. Η ποσοστιαία απώλεια της χωρητικότητας υπολογίζεται ως $\frac{C_{PSS} - C_{ASF}}{C_{PSS}} \cdot 100\%$. Είναι εμφανές ότι για χαμηλούς σηματοθορυβικούς λόγους και μικρό K_R , η τεχνική PSS³ υπερτερεί σημαντικά. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι στους χαμηλούς σηματοθορυβικούς λόγους έχει μεγάλη σημασία η διατήρηση υψηλού κέρδους συστοιχίας, το

³Στη συνέχεια της ενότητας αυτής η τεχνική TV-PSS θα αναφέρεται απλά ως PSS.

οποίο είναι λογικό να μειώνεται όσο μειώνεται ο αριθμός των στροφών φάσης⁴ K_R .

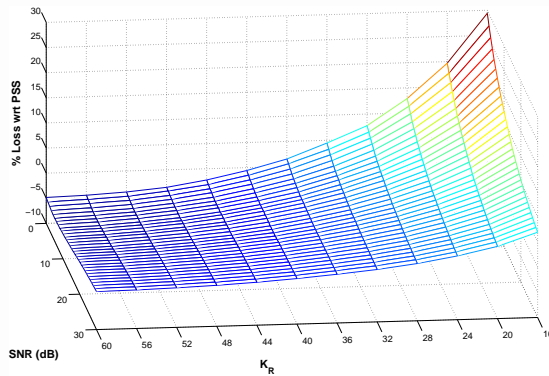
Όταν είναι διαθέσιμοι 32 ενισχυτές χαμηλού θορύβου και στροφείς φάσης (τεχνική RS-ASF — σχήμα 7.13i), η δημιουργία υποστοιχειοκεραιών όχι μόνο πλησιάζει, αλλά και ξεπερνά την επίδοση της PSS, αν ο σηματοθορυβικός λόγος είναι πάνω από 6 dB, ενώ για $K_R > 36$, η τεχνική RS-ASF ξεπερνά την PSS. Βέβαια, η σύγκριση των RS-ASF και TV-PSS ίσως να μην είναι δίκαιη, διότι η RS-ASF χρησιμοποιεί ενισχυτές χαμηλού θορύβου, ενώ η PSS όχι. Ωστόσο, δείχνει πόσο καλή επίδοση μπορεί να πετύχει η προτεινόμενη τεχνική, με την κατάλληλη επιλογή του K_R .

Από την άλλη πλευρά, η σύγκριση των RHC-RS-ASF και PSS είναι δίκαιη, αφού και οι δυο τεχνικές χρησιμοποιούν μόνο στροφείς φάσης. Στο σχήμα 7.13ii φαίνεται ότι αν επιλεγεί $K_R = 32$, η απόκλιση μεταξύ των δυο τεχνικών είναι ουσιαστικά μηδενική (κάτω του 0,1%), ενώ αν επιλεγεί $K_R = 40$, η RHC-RS-ASF υπερτερεί ελάχιστα της PSS για $\rho > 12$ dB. Για $K_R > 40$, η RHC-RS-ASF υπερτερεί ανεξάρτητα του σηματοθορυβικού λόγου, αλλά η διαφορά δεν υπερβαίνει σε καμία περίπτωση το 1%. Το σημαντικό στοιχείο που προκύπτει εδώ είναι ότι, παρόλο που η RHC-RS-ASF επιβάλλει μηδενισμούς στον πίνακα μετασχηματισμού, οι μηδενισμοί αυτοί, όχι μόνο δεν προκαλούν δραματική μείωση της χωρητικότητας, αλλά με κατάλληλη επιλογή του K_R μπορούν ακόμα και να αυξήσουν, έστω ελάχιστα, την χωρητικότητα! Το γεγονός αυτό δείχνει την ευρωστία, την αποτελεσματικότητα και τη αξία της προτεινόμενης τεχνικής. Το όφελος της τεχνικής RHC-RS-ASF γίνεται πλέον εμφανές: Η RHC-RS-ASF μπορεί να πετύχει σχεδόν την ίδια επίδοση με την PSS, χρησιμοποιώντας τους μισούς στροφείς φάσης σε σχέση με την PSS.

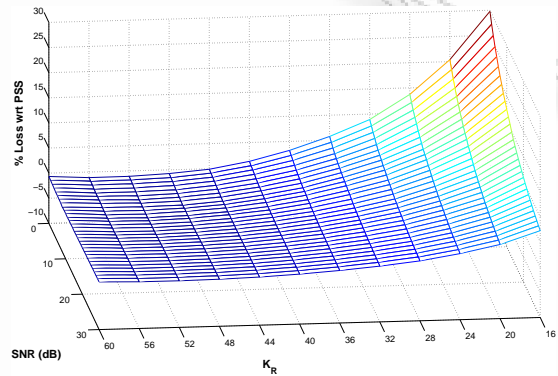
Επιπρόσθετα, το σχήμα 7.14 εμφανίζει επίσης τη μεταβολή της ποσοστιαίας απώλειας της χωρητικότητας με πιθανότητα προσωρινής διακοπής 10% της τεχνικής RHC-RS-ASF σε σχέση με την PSS για διάφορες τιμές του αριθμού των κεραιοστοιχείων σε πομπό και δέκτη. Αφενός, για $M_R = 8$ και $M_T = 2$ (σχήμα 7.14i), η ποσοστιαία απώλεια της χωρητικότητας δεν ξεπερνά το 5%, ακόμα και για $K_R = 8$. Αφετέρου, για $M_R = 32$ και $M_T = 8$ (σχήμα 7.14ii), η ποσοστιαία απώλεια είναι κάτω του 1% για $K_R = \frac{M_R M_T}{2} = 128$, ενώ απώλεια κάτω του 5% μπορεί να επιτευχθεί για χαμηλούς σηματοθορυβικούς λόγους με $K_R = 100$. Επιβεβαιώνεται λοιπόν ότι πράγματι η RHC-RS-ASF μπορεί να πετύχει σχεδόν την ίδια επίδοση με την PSS, χρησιμοποιώντας τους μισούς στροφείς φάσης σε σχέση με την PSS, ή και με λιγότερους στροφείς φάσης, αν ο αριθμός των κεραιοστοιχείων είναι μεγάλος.

Σημειώνεται πως παρόμοιες παρατηρήσεις προκύπτουν και για την τεχνική EB-ASF, η επίδοση της οποίας δε διαφέρει ουσιαστικά από την RS-ASF. Ωστόσο, δεν

⁴Υπενθυμίζεται ότι για την τεχνική PSS έχουμε $K_R = M_R M_T$ στροφείς φάσης, δηλαδή εδώ $K_R =$
64

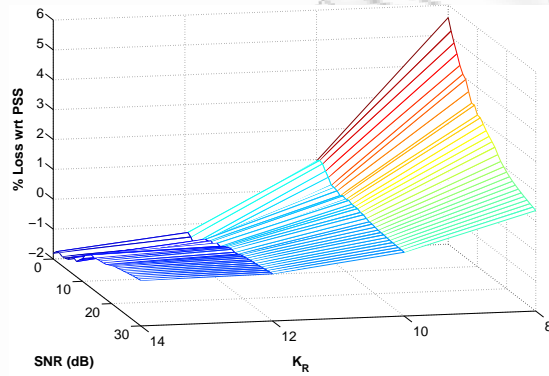


i. Για RS-ASF

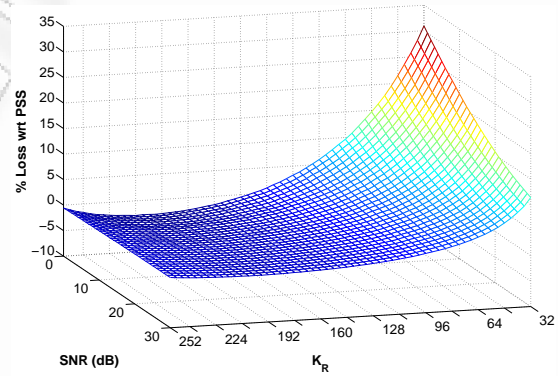


ii. Για RHC-RS-ASF

Σχήμα 7.13: Ποσοστιαία απώλεια στην χωρητικότητα με πιθανότητα προσωρινής διακοπής 10% των τεχνικών RS-ASF και RHC-RS-ASF σε σχέση με την τεχνική TV-PSS συναρτήσει του K_R και του σηματοδορυδικού λόγου, για $M_T = 4$, $M_R = 16$, $N_R = 4$ και για τον αλγόριθμο MSEB. Οι υλοποιήσεις του διαύλου έχουν προκύψει από μετρήσεις.



i. $M_R = 8$ και $N_R = M_T = 2$



ii. $M_R = 32$ και $N_R = M_T = 8$

Σχήμα 7.14: Ποσοστιαία απώλεια στην χωρητικότητα με πιθανότητα προσωρινής διακοπής 10% της τεχνικής RHC-RS-ASF σε σχέση με την τεχνική TV-PSS συναρτήσει του K_R και του σηματοδορυδικού λόγου, για $M_T = 2$, $M_R = 8$, $N_R = 2$ και για $M_T = 8$, $M_R = 32$, $N_R = 8$ με την χρήση του αλγόριθμου MSEB. Ο δίαυλος μοντελοποιείται ως συσχετισμένος Rayleigh με $\Delta_R = \frac{\lambda}{2}$, $\mu = 90^\circ$ και $\eta_R = 20$.

παρουσιάζονται αντίστοιχα αποτελέσματα για την EB-ASF, για λόγους οικονομίας χώρου.

7.2.5 Επίδραση του αριθμού των κεραιοστοιχείων του δέκτη

Στην πλειονότητα των αποτελεσμάτων που έχουν παρουσιαστεί μέχρι στιγμής, ο αριθμός κεραιοστοιχείων σε πομπό και δέκτη είναι $M_T = 4$ και $M_R = 16$. Στην ενότητα αυτή θα εξεταστεί κατά πόσο αποδοτική είναι η προτεινόμενη τεχνική, καθώς αυξάνεται ο αριθμός των κεραιοστοιχείων στο δέκτη.

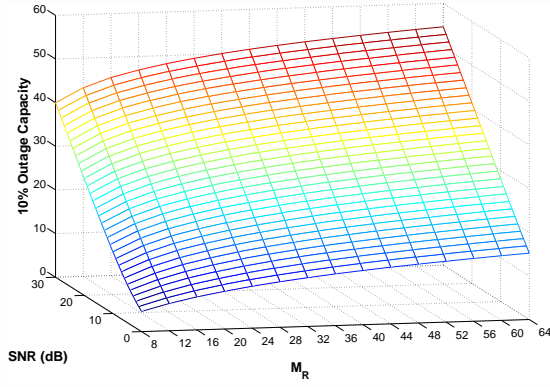
Το σχήμα 7.15 δείχνει τη μεταβολή της χωρητικότητας με πιθανότητα προσωρινής διακοπής 10% συναρτήσει του αριθμού των κεραιοστοιχείων του δέκτη M_R και του σηματοθορυβικού λόγου. Καθώς μεταβάλλεται το M_R , δεν θα ήταν δίκαιη η σύγκριση αν το K_R παρέμενε σταθερό. Για το λόγο αυτό, θεωρούμε πως σε κάθε περίπτωση, $K_R = \frac{M_R M_T}{2}$ (εκτός φυσικά από την περίπτωση που χρησιμοποιείται η τεχνική (RHC-)SS-ASF, όπου $K_R = M_R$). Εφαρμόζεται ο αλγόριθμος MSEB και ο δίαυλος μοντελοποιείται ως Rayleigh i.i.d. Είναι εμφανές ότι οι προτεινόμενες παραλλαγές της τεχνικής παρουσιάζουν πολύ καλή επίδοση, καθώς αυξάνεται το M_R και τα M_T , N_R διατηρούνται σταθερά και ίσα με 4.

Ακολουθώντας τις ίδιες παραδοχές, τα σχήματα 7.16i και 7.16ii δείχνουν την ποσοστιαία απώλεια της επίδοσης των τεχνικών RS-ASF και SS-ASF σε σχέση με τις RHC-RS-ASF και RHC-SS-ASF αντίστοιχα, συναρτήσει του M_R και του σηματοθορυβικού λόγου. Η επίδοση χαρακτηρίζεται από την χωρητικότητα με πιθανότητα προσωρινής διακοπής 10%. Παρατηρούμε ότι και στην περίπτωση που αυξάνεται ο αριθμός των κεραιοστοιχείων του δέκτη, η απώλεια που επιφέρουν στην επίδοση οι παραλλαγές μειωμένης πολυπλοκότητας υλικού είναι σχεδόν αμελητέες (όχι πάνω από 3,5%).

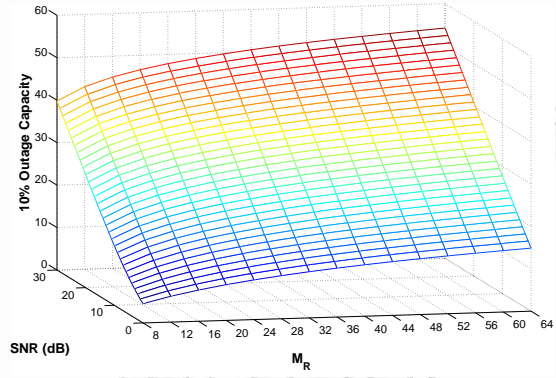
7.2.6 Επίδραση της συσχέτισης του διαύλου

Έστω ότι ο δίαυλος παρουσιάζει διαλείψεις Rayleigh, αλλά υπάρχει και χωρική συσχέτιση, η οποία μοντελοποιείται σύμφωνα με το μοντέλο του γινομένου του Krongnecker. Οι συντελεστές του πίνακα αυτοσυσχέτισης του δέκτη προκύπτουν από το μοντέλο των Abdi και Kaveh [124]. Υποθέτουμε ότι η απόσταση διαχωρισμού των κεραιοστοιχείων του δέκτη είναι $\Delta_R = \frac{\lambda}{2}$ και η μέση γωνία άφιξης των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων είναι $\mu_R = 90^\circ$. Για τη μεταβολή της συσχέτισης, μεταβάλλουμε τον παράγοντα η_R , ο οποίος εκφράζει κατά πόσο ιστροπική είναι η σκέδαση. Για $\eta_R = 0$ η σκέδαση είναι ιστροπική και όσο αυξάνεται το η_R , τόσο λιγότερο ιστροπική γίνεται, δηλαδή γίνεται εντονότερη η συσχέτιση στο δέκτη.

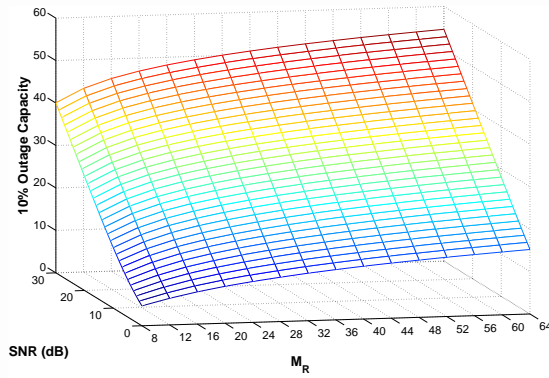
Κεφάλαιο 7. Επίδοση της τεχνικής της δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών



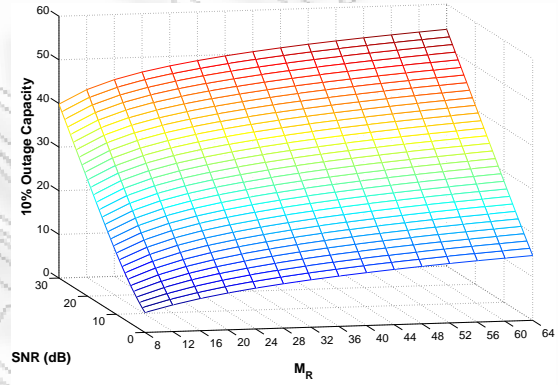
i. RS-ASF



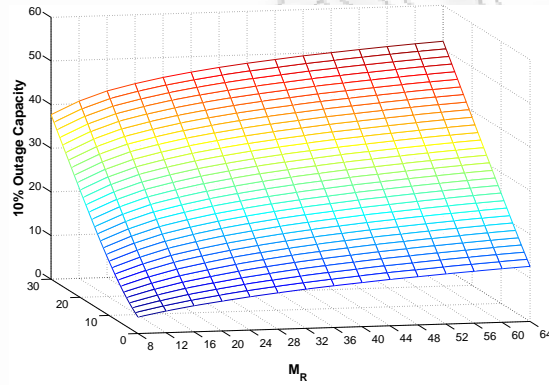
ii. RHC-RS-ASF



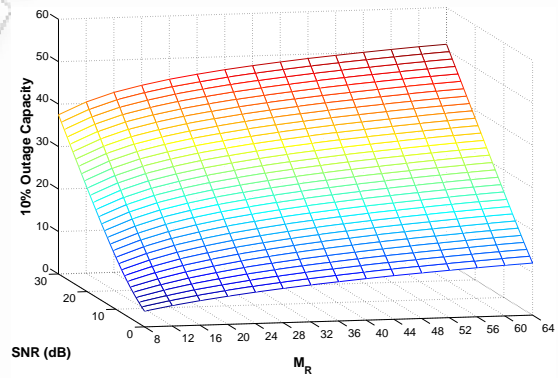
iii. EB-ASF



iv. RHC-EB-ASF

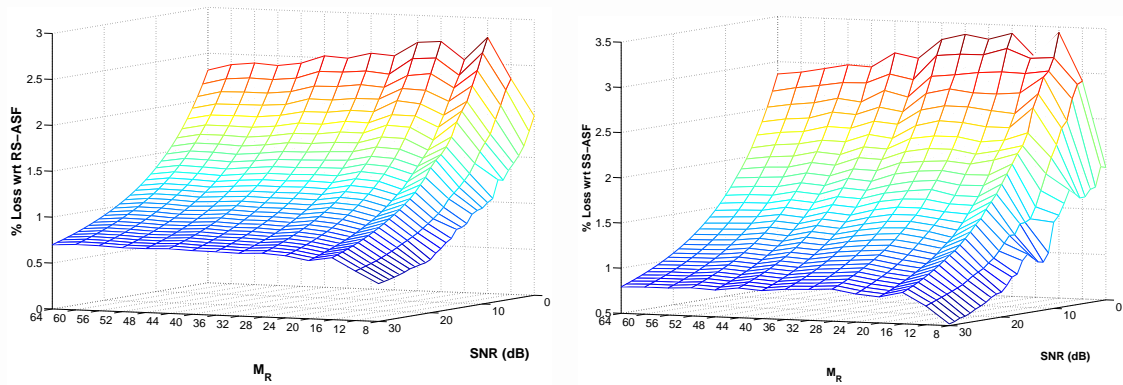


v. SS-ASF



vi. RHC-SS-ASF

Σχήμα 7.15: Μεταβολή της χωρητικότητας με πιθανότητα προσωρινής διακοπής 10% της τεχνικής της δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών συναρτήσει του αριθμού των κεραιοστοιχείων στο δέκτη M_R και του σηματοδορυβικού λόγου, για $M_T = 4$, $N_R = 4$ και $K_R = \frac{M_R M_T}{2}$ (εκτός από την περίπτωση της (RHC-)SS-ASF, όπου $K_R = M_R$). Χρησιμοποιείται ο αλγόριθμος MSEB. Ο δίαυλος μοντελοποιείται ως Rayleigh i.i.d..



i. Για RHC-RS-ASF

ii. Για RHC-SS-ASF

Σχήμα 7.16: Ποσοστιαία απώλεια στην χωρητικότητα με πιθανότητα προσωρινής διακοπής 10% των τεχνικών RHC-RS-ASF και RHC-SS-ASF σε σχέση με τις RS-ASF και SS-ASF αντίστοιχα, συναρτήσει του M_R και του σηματοθορυβικού λόγου, για $M_T = 4$, $N_R = 4$ και $K_R = \frac{M_R M_T}{2}$ (εκτός από την περίπτωση της RHC-SS-ASF, όπου $K_R = M_R$). Χρησιμοποιείται ο αλγόριθμος MSEB. Ο διάυλος μοντελοποιείται ως Rayleigh i.i.d..

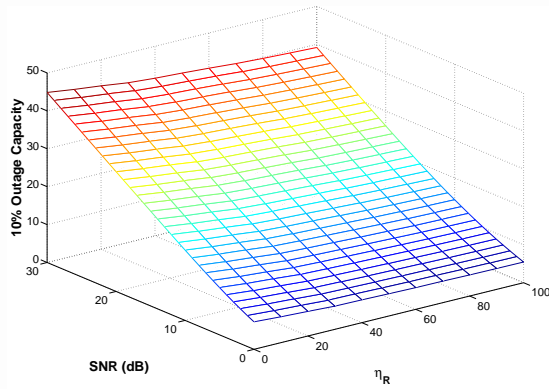
Τα σχήματα 7.17 και 7.18 δείχνουν τη μεταβολή της χωρητικότητας με πιθανότητα προσωρινής διακοπής 10% σε συνάρτηση με τον παράγοντα σκέδασης η_R και το σηματοθορυβικό λόγο, για τις τεχνικές (RHC-)RS-ASF και (RHC-)SS-ASF αντίστοιχα. Παρατηρούμε ότι, καθώς αυξάνεται ο παράγοντας σκέδασης, δηλαδή αυξάνεται η συσχέτιση του διαύλου, μειώνεται η επίδοση της προτεινόμενης τεχνικής, ακριβώς όπως συμβαίνει και στα συστήματα πλήρους πολυπλοκότητας.

7.2.7 Σύγκριση με υπάρχουσες τεχνικές μείωσης της πολυπλοκότητας του υλικού

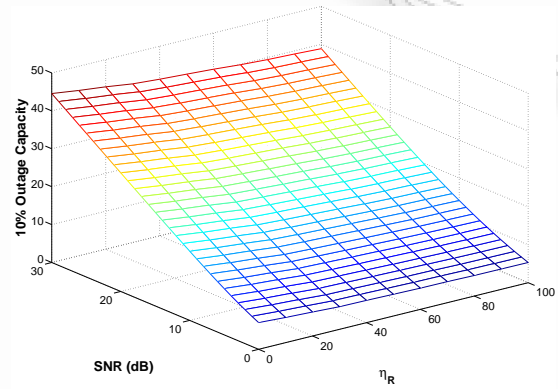
Μέχρι τώρα μελετήθηκε η μεταβολή της επίδοσης της δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών καθώς μεταβάλλονται διάφορες παράμετροι του συστήματος και έχει γίνει εμφανές ότι η προτεινόμενη τεχνική είναι εύρωστη και αποτελεσματική. Ένα άλλο ερώτημα όμως που γεννάται είναι κατά πόσο η προτεινόμενη τεχνική μπορεί να προσφέρει καλύτερα αποτελέσματα από τις υπάρχουσες τεχνικές μείωσης της πολυπλοκότητας του υλικού. Το ερώτημα αυτό θα απαντηθεί στην παράγραφο αυτή, όπου η δημιουργία υποστοιχειοκεραιών συγκρίνεται με την επιλογή κεραιοστοιχείων και την τεχνική «στροφή φάσης και επιλογή» (PSS).

7.2.7.1 Σύγκριση με την επιλογή κεραιοστοιχείων

Η δημιουργία υποστοιχειοκεραιών παρουσιάζει αυξημένη πολυπλοκότητα υλικού σε σχέση με την επιλογή κεραιοστοιχείων, όχι λόγω των αλυσίδων RF, αλλά λόγω των

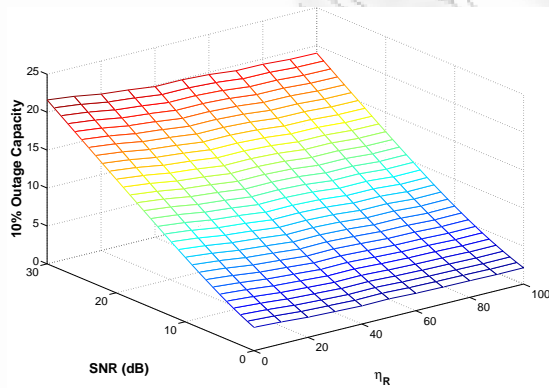


i. RS-ASF

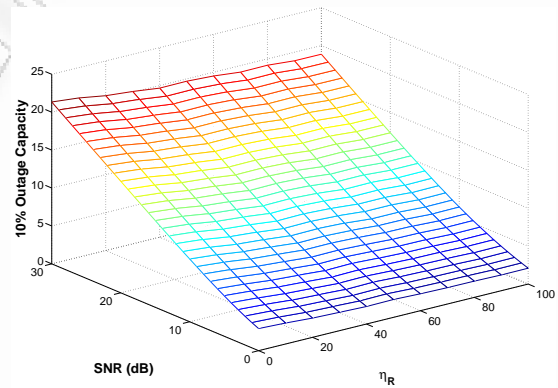


ii. RHC-RS-ASF

Σχήμα 7.17: Μεταβολή της χωρητικότητας με πιθανότητα προσωρινής διακοπής 10% των τεχνικών (RHC-)RS-ASF σε συνάρτηση με τον παράγοντα σκέδασης η_R και το σηματοθορυβικό λόγo, για $M_T = 4$, $M_R = 16$ και $N_R = 4$. Χρησιμοποιείται ο αλγόριθμος MSEB. Ο δίαυλος είναι συσχετισμένος Rayleigh με $\Delta_R = \frac{\lambda}{2}$ και $\mu_R = 90^\circ$.



i. SS-ASF



ii. RHC-SS-ASF

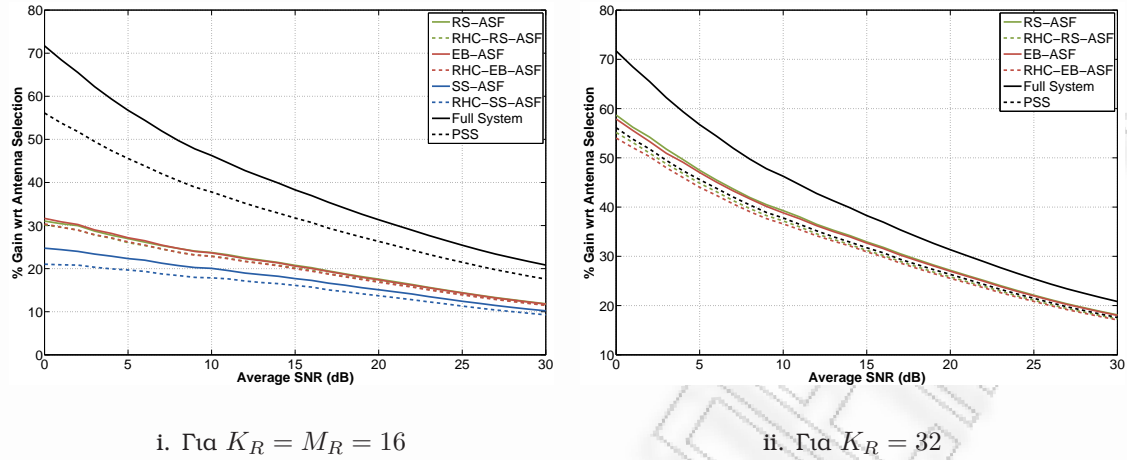
Σχήμα 7.18: Μεταβολή της χωρητικότητας με πιθανότητα προσωρινής διακοπής 10% των τεχνικών (RHC-)SS-ASF σε συνάρτηση με τον παράγοντα σκέδασης η_R και το σηματοθορυβικό λόγo, για $M_T = 2$, $M_R = 8$ και $N_R = 2$. Χρησιμοποιείται ο αλγόριθμος MSEB. Ο δίαυλος είναι συσχετισμένος Rayleigh με $\Delta_R = \frac{\lambda}{2}$ και $\mu_R = 90^\circ$.

επιπρόσθετων ενισχυτών χαμηλού θορύβου ή/και στροφών φάσης που απαιτούνται. Για το λόγο αυτό, είναι πολύ σημαντικό να συγκριθεί η επίδοση των δυο τεχνικών, ώστε να εξεταστεί αν πράγματι συμφέρει η χρήση της δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών, αντί της επιλογής κεραιοστοιχείων. Για την επιλογή κεραιοστοιχείων εφαρμόζεται ο μειωτικός αλγόριθμος του Gorokhov, ο οποίος είναι ένας σχεδόν βέλτιστος αλγόριθμος όταν το κριτήριο επίδοσης είναι η χωρητικότητα.

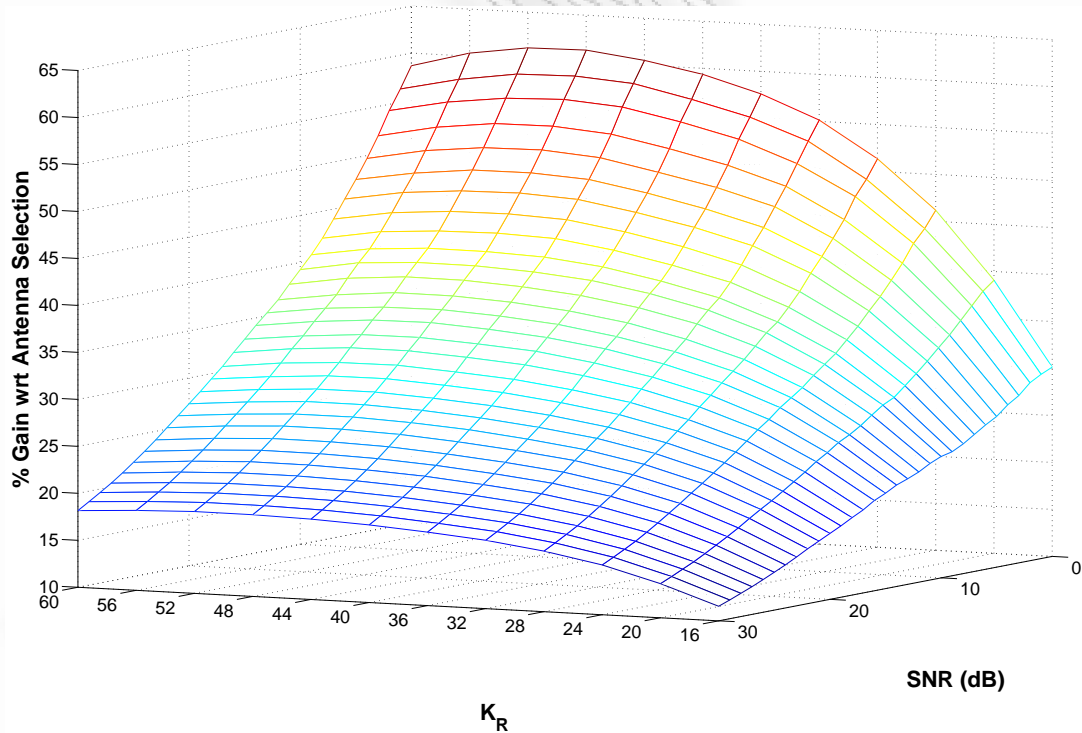
Τα σχήματα 7.19 – 7.22 δείχνουν το ποσοστιαίο κέρδος ως προς την χωρητικότητα με πιθανότητα προσωρινής διακοπής 10% που αποδίδει η δημιουργία υποστοιχειοκεραιών σε σχέση με την επιλογή κεραιοστοιχείων, το οποίο υπολογίζεται ως $\frac{C_{ASF}-C_{AS}}{C_{AS}} \cdot 100\%$, όπου C_{AS} είναι η χωρητικότητα της επιλογής κεραιοστοιχείων. Πιο συγκεκριμένα, στο σχήμα 7.19 μελετάται το κέρδος των διάφορων παραλλαγών της τεχνικής σε συνάρτηση με το σηματοθορυβικό λόγο και για διάφορες τιμές του K_R . Ο δίαυλος μοντελοποιείται σύμφωνα με το πρότυπο 3GPP SCM. Στο ίδιο σχήμα φαίνεται για λόγους σύγκρισης και το κέρδος της τεχνικής PSS καθώς και του συστήματος πλήρους πολυπλοκότητας σε σχέση με την επιλογή κεραιοστοιχείων. Στο σχήμα 7.20 παρουσιάζεται το κέρδος της τεχνικής RHC-RS-ASF σε συνάρτηση με τον αριθμό των στροφών φάσης K_R και το σηματοθορυβικό λόγο, ενώ στο σχήμα 7.21 παρουσιάζεται το κέρδος σε συνάρτηση με τον αριθμό των κεραιοστοιχείων του δέκτη και του σηματοθορυβικού λόγου. Ο δίαυλος μοντελοποιείται σύμφωνα με το πρότυπο 3GPP SCM στο σχήμα 7.20 και ως συσχετισμένος Rayleigh με $\Delta_R = \frac{\lambda}{2}$, $\mu_R = 45^\circ$ και $\eta_R = 20$ στο σχήμα 7.21. Τέλος, το σχήμα 7.22, για συσχετισμένο δίαυλο Rayleigh, όπου η χωρική συσχέτιση στο δέκτη περιγράφεται από το μοντέλο των Abdi και Kaveh, δείχνει το ποσοστιαίο κέρδος σε συνάρτηση με τον παράγοντα σκέδασης η_R .

Παρατηρώντας προσεκτικά τα σχήματα 7.19 – 7.22 προκύπτουν τα εξής συμπεράσματα:

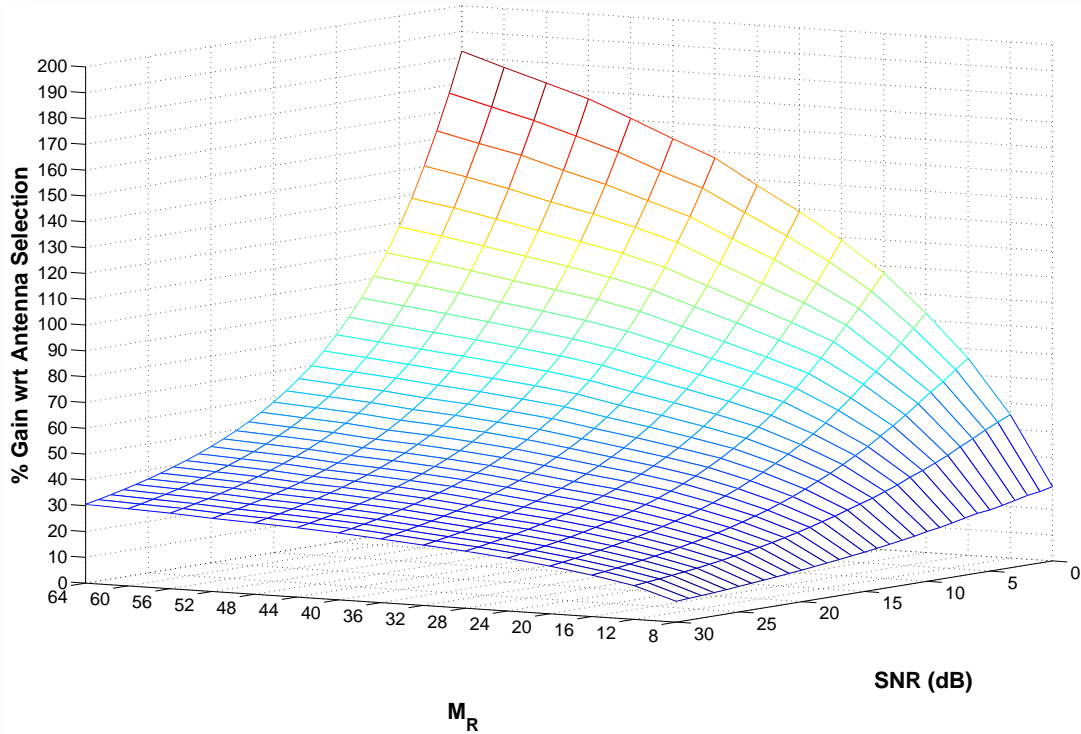
- Η δημιουργία υποστοιχειοκεραιών αποδίδει αξιοσημείωτη (και σε μερικές περιπτώσεις δραματική) βελτίωση της χωρητικότητας του συστήματος (για ίδιο αριθμό κεραιοστοιχείων και αλυσίδων RF).
- Η σχετική βελτίωση που παρουσιάζει η δημιουργία υποστοιχειοκεραιών σε σχέση με την επιλογή κεραιοστοιχείων γίνεται μεγαλύτερη όσο
 - Αυξάνεται ο αριθμός των κεραιοστοιχείων M_R του δέκτη (με σταθερό αριθμό αλυσίδων RF και σταθερή αναλογία ανάμεσα στα K_R και M_R). Αυτό οφείλεται στο αυξημένο κέρδος συστοιχίας που προσφέρει η δημιουργία υποστοιχειοκεραιών, το οποίο αυξάνεται με την αύξηση του $(M_R - M_T)$.
 - Αυξάνεται ο αριθμός των στροφών φάσης K_R (αλλά φαίνεται πως όταν



Σχήμα 7.19: Ποσοστιαίο κέρδος στην χωρητικότητα με πιθανότητα προσωρινής διακοπής 10% της δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών σε σχέση με την επιλογή κεραιοστοιχείων, συναρτήσει του σηματοδορυβικού λόγου, για $M_T = 4$, $M_R = 16$ και $N_R = 4$. Χρησιμοποιείται ο αλγόριθμος MSEB. Ο δίαυλος μοντελοποιείται σύμφωνα με το πρότυπο 3GPP SCM.



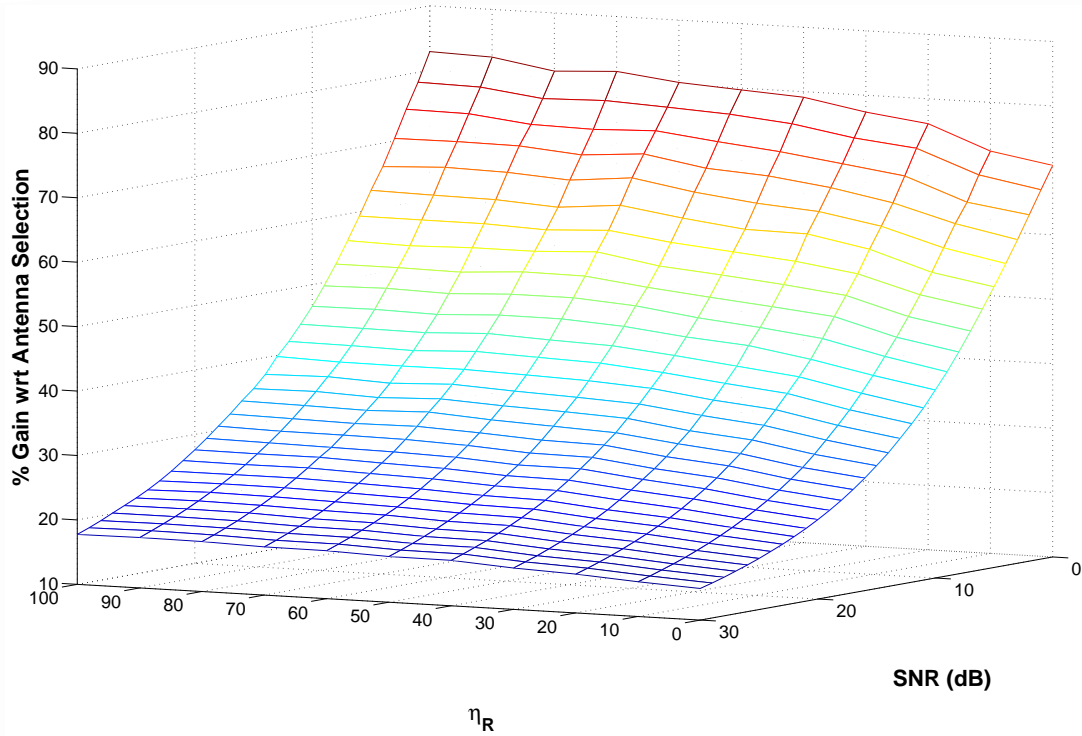
Σχήμα 7.20: Ποσοστιαίο κέρδος στην χωρητικότητα με πιθανότητα προσωρινής διακοπής 10% της τεχνικής RHC-RS-ASF σε σχέση με την επιλογή κεραιοστοιχείων, συναρτήσει του K_R και του σηματοδορυβικού λόγου, για $M_T = 4$, $M_R = 16$ και $N_R = 4$. Χρησιμοποιείται ο αλγόριθμος MSEB. Ο δίαυλος μοντελοποιείται σύμφωνα με το πρότυπο 3GPP SCM.



Σχήμα 7.21: Ποσοστιαίο κέρδος στην χωρητικότητα με πιθανότητα προσωρινής διακοπής 10% της τεχνικής RHC-RS-ASF σε σχέση με την επιλογή κεραιοστοιχείων, συνάρτησε του M_R και του σηματοθορυβικού λόγου, για $M_T = 4$, $N_R = 4$ και $K_R = \frac{M_R M_T}{2}$. Χρησιμοποιείται ο αλγόριθμος MSEB. Ο διάυλος είναι συσχετισμένος Rayleigh με $\Delta_R = \frac{\lambda}{2}$, $\mu_R = 45^\circ$ και $\eta_R = 20$.

$K_R > \frac{M_R M_T}{2}$, η αύξηση δεν είναι ιδιαίτερα σημαντική).

- Μειώνεται ο σηματοθορυβικός λόγος.
 - Αυξάνεται ο παράγοντας σκέδασης, δηλαδή η χωρική συσχέτιση του διαύλου.
- Η βελτίωση αυτή είναι στην χειρότερη περίπτωση της τάξης του 10%, η οποία έχει παρατηρηθεί για υψηλούς σηματοθορυβικούς λόγους και για την τεχνική SS-ASF (δηλαδή για μικρό αριθμό στροφών φάσης).
 - Όταν η διαφορά ανάμεσα στον αριθμό των κεραιοστοιχείων και τον αριθμό των αλυσίδων RF του δέκτη αυξάνεται, η βελτίωση που εμφανίζει η δημιουργία υποστοιχειοκεραιών είναι μεγάλη. Ενδεικτικά αναφέρεται ότι, για $M_R = 64$ και $N_R = 4$, το ποσοστιαίο κέρδος της δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών σε σχέση με την επιλογή κεραιοστοιχείων ξεκινά από περίπου 30% για $\rho = 30$ dB και ξεπερνά το 180% για $\rho = 0$ dB (σχήμα 7.20).
 - Η χρήση της τεχνικής της δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών γίνεται περισσότερο συμφέρουσα, υπό την έννοια ότι προσφέρει ακόμα υψηλότερη επίδοση,

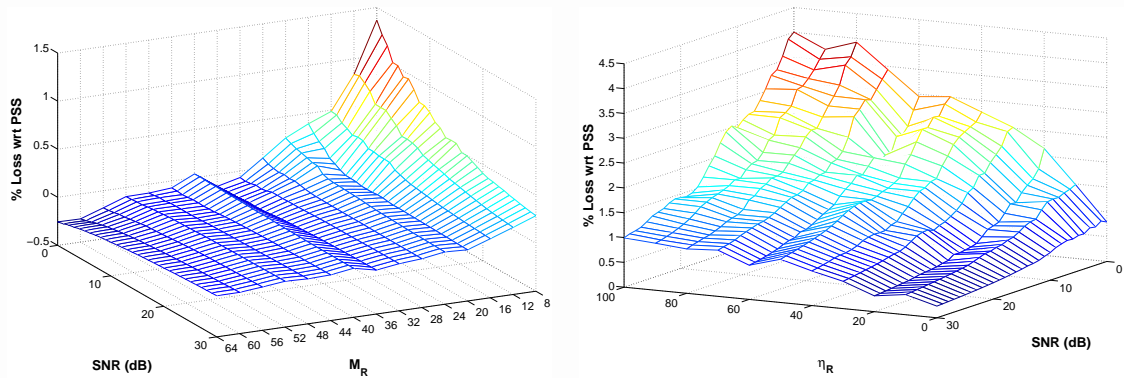


Σχήμα 7.22: Ποσοστιαίο κέρδος στην χωρητικότητα με πιθανότητα προσωρινής διακοπής 10% της τεχνικής RHC-RS-ASF σε σχέση με την επιλογή κεραιοστοιχείων, συναρτήσει του παράγοντα σκέδασης η_R και του σηματοθορυβικού λόγου, για $M_T = 4$, $M_R = 16$, $N_R = 4$ και $K_R = 32$. Χρησιμοποιείται ο αλγόριθμος MSEB. Ο διαύλος είναι συσχετισμένος Rayleigh με $\Delta_R = \frac{\lambda}{2}$ και $\mu_R = 90^\circ$.

όταν αυξάνεται η χωρική συσχέτιση του διαύλου.

Αυτή η αξιοσημείωτη βελτίωση της επίδοσης οφείλεται στο γεγονός ότι η δημιουργία υποστοιχειοκεραιών, όπως άλλωστε όλες οι τεχνικές προεπεξεργασίας στο πεδίο των ραδιοσυχνοτήτων, προσφέρει αυξημένο κέρδος συστοιχίας σε σχέση με την επιλογή κεραιοστοιχείων. Το αυξημένο κέρδος συστοιχίας επηρεάζει περισσότερο την χωρητικότητα του συστήματος όταν ο σηματοθορυβικός λόγος είναι χαμηλός, με αποτέλεσμα η επιλογή κεραιοστοιχείων να εμφανίζει σημαντική μείωση της επίδοσης σε χαμηλούς σηματοθορυβικούς λόγους, κάτι που δε συμβαίνει με την επιλογή κεραιοστοιχείων. Από την άλλη πλευρά, όταν ο αριθμός των κεραιοστοιχείων είναι αρκετά μεγάλος, η απώλεια του κέρδους συστοιχίας λόγω της επιλογής κεραιοστοιχείων είναι σημαντική, με αποτέλεσμα να εμφανίζεται μεγάλη διαφορά στην επίδοση ανάμεσα στη δημιουργία υποστοιχειοκεραιών και την επιλογή κεραιοστοιχείων.

Κατά συνέπεια, η χρήση της δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών, αντί της συμβατικής επιλογής κεραιοστοιχείων, είναι συμφέρουσα, υπό την έννοια ότι προσφέρει σημαντικά βελτιωμένη επίδοση ως προς την χωρητικότητα. Μάλιστα, η χρήση της γίνεται ακόμα περισσότερο συμφέρουσα, όσο ο αριθμός των κεραιοστοιχείων στο δέκτη



i. Μεταβολή ως προς M_R για δίαυλο Rayleigh i.i.d.

ii. Μεταβολή ως προς η_R για συσχετισμένο δίαυλο Rayleigh

Σχήμα 7.23: Ποσοστιαία απώλεια στην χωρητικότητα με πιθανότητα προσωρινής διακοπής 10% της τεχνικής RHC-RS-ASF σε σχέση με την τεχνική TV-PSS, για $M_T = 4$, $M_R = 16$, $N_R = 4$, $K_R = 32$ και για τον αλγόριθμο MSEB.

αυξάνεται και η διαφορά του με τον αριθμό των αλυσίδων RF γίνεται μεγαλύτερη.

7.2.7.2 Σύγκριση με τη «στροφή φάσης και επιλογή»

Ήδη έχει παρατηρηθεί (από το σχήμα 7.13) ότι η δημιουργία υποστοιχειοκεραιών μπορεί να αποδώσει περίπου την ίδια ή και ακόμα καλύτερη επίδοση σε σχέση με τη «στροφή φάσης και επιλογή» (TV-PSS), με κατάλληλη επιλογή του αριθμού των στροφέων φάσης. Θα εξετάσουμε κατά πόσο πράγματι ισχύει η παρατήρηση αυτή, όταν μεταβάλλονται διάφορες παράμετροι του συστήματος.

Το σχήμα 7.23 δείχνει την ποσοστιαία απώλεια σε χωρητικότητα με πιθανότητα προσωρινής διακοπής 10% της τεχνικής RHC-RS-ASF σε σχέση με την τεχνική PSS, σε συνάρτηση με τον αριθμό των κεραιοστοιχείων στο δέκτη (σχήμα 7.23i) και τον παράγοντα σκέδασης (δηλαδή τη συσχέτιση του διαύλου) (σχήμα 7.23ii). Μελετώντας τα σχήματα αυτά, προκύπτει ότι η απώλεια της δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών σε σχέση με την PSS μειώνεται καθώς:

- Αυξάνεται ο σηματοθορυβικός λόγος (σχήματα 7.23i και 7.23ii).
- Αυξάνεται ο αριθμός των κεραιοστοιχείων του δέκτη (σχήμα 7.23i).
- Μειώνεται η συσχέτιση του διαύλου (σχήμα 7.23ii).

Η απώλεια που παρατηρείται είναι πολύ μικρή (κατά κανόνα κάτω του 1% και σε καμία περίπτωση άνω του 4%) και σε αρκετές περιπτώσεις λαμβάνει αρνητικό πρόσημο, δηλαδή έχουμε κέρδος σε σχέση με την PSS, το οποίο ωστόσο είναι πολύ μικρό. Κατά συνέπεια, έχουμε πρακτικά την ίδια επίδοση με την PSS, χρησιμοποιώντας όμως το μισό αριθμό στροφέων φάσης σε σχέση με την PSS!

7.2.8 Σύγκριση με το σύστημα πλήρους πολυπλοκότητας

Παρατηρώντας τα σχήματα 7.2 και 7.3, βλέπουμε ότι, ανάλογα με τον αριθμό των στροφών φάσης που χρησιμοποιούνται, η επίδοση της δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών μπορεί να πλησιάζει αυτή του συστήματος πλήρους πολυπλοκότητας.

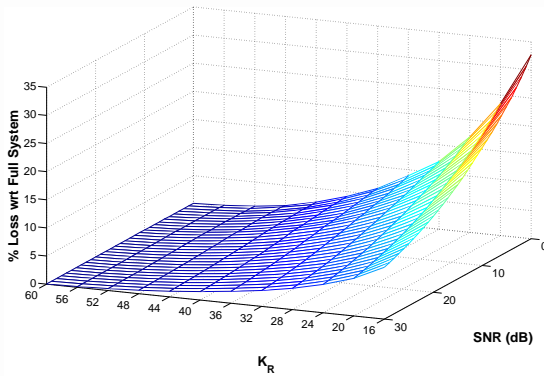
Το σχήμα 7.24 εξετάζει πιο διεξοδικά τη σύγκριση με το σύστημα πλήρους πολυπλοκότητας, παρουσιάζοντας την ποσοστιαία απώλεια σε χωρητικότητα με πιθανότητα προσωρινής διακοπής 10% της δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών, σε σχέση με το σύστημα πλήρους πολυπλοκότητας. Υπενθυμίζεται ότι με τον όρο «σύστημα πλήρους πολυπλοκότητας» εννοείται ένα σύστημα που διαθέτει M_R κεραιοστοιχεία και M_R (αντί για N_R) αλυσίδες RF. Με προσεκτική παρατήρηση των σχημάτων αυτών, προκύπτει ότι η απώλεια μειώνεται καθώς

- Αυξάνεται ο σηματοθορυβικός λόγος.
- Αυξάνεται ο αριθμός των στροφών φάσης (αλλά παραμένει πρακτικά σταθερή όταν $K_R > \frac{M_R M_T}{2}$).
- Αυξάνεται ο αριθμός των κεραιοστοιχείων (και παραμένει σχεδόν σταθερή για υψηλούς σηματοθορυβικούς λόγους).
- Αυξάνεται η συσχέτιση του διαύλου (και παραμένει σχεδόν σταθερή για υψηλούς σηματοθορυβικούς λόγους).

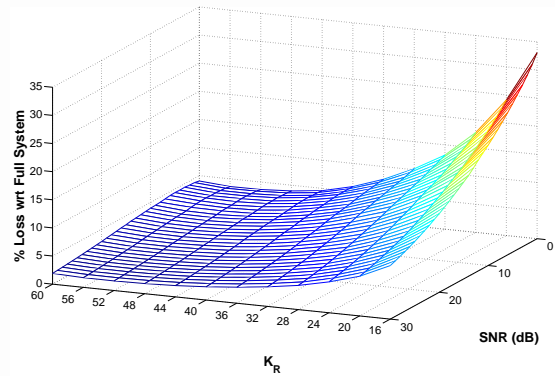
Όταν ο αριθμός των στροφών φάσης είναι αρκετά μικρός (για παράδειγμα ίσος με M_R), η δημιουργία υποστοιχειοκεραιών παρουσιάζει σημαντικά χειρότερη επίδοση σε σχέση με το σύστημα πλήρους πολυπλοκότητας. Ωστόσο, για $K_R = \frac{M_R M_T}{2}$, παρατηρούμε ότι η απώλεια είναι αρκετά μικρή. Έτσι, προκύπτει ένα πολύ σπουδαίο συμπέρασμα που χαρακτηρίζει την αποτελεσματικότητα της τεχνικής: χρησιμοποιώντας μόνο $N_R = 4$ αλυσίδες RF, η επίδοση της προτεινόμενης τεχνικής είναι συγκρίσιμη με την επίδοση ενός συστήματος με $M_R = 16$ αλυσίδες RF! Άρα, με κατάλληλο αριθμό στροφών φάσης, η δημιουργία υποστοιχειοκεραιών επιτυγχάνει επίδοση συγκρίσιμη με αυτή του συστήματος πλήρους πολυπλοκότητας, ακόμα και αν το τελευταίο διαθέτει πολλαπλάσιο αριθμό αλυσίδων RF.

7.3 Επίδοση αλγόριθμου βασισμένου στα στατιστικά χαρακτηριστικά του διαύλου

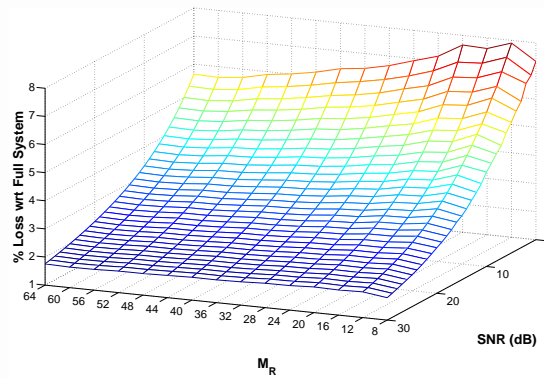
Στην παρούσα ενότητα εξετάζεται η επίδοση της δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών με την χρήση του αλγόριθμου βασισμένου στα στατιστικά χαρακτηριστικά του διαύλου (CSB), ο οποίος παρουσιάστηκε στην παράγραφο 6.2.2. Μελετάται η επίδραση



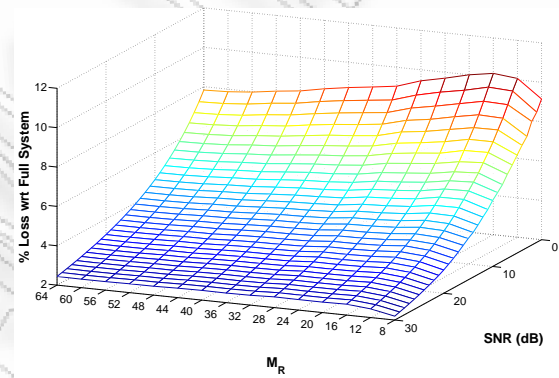
i. RS-ASF: Μεταβολή ως προς K_R για μετρημένο δίαυλο



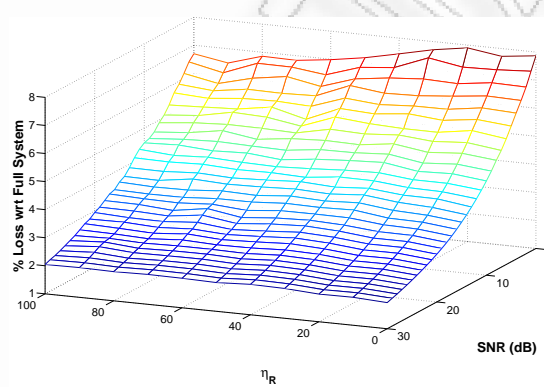
ii. RHC-RS-ASF: Μεταβολή ως προς K_R για μετρημένο δίαυλο



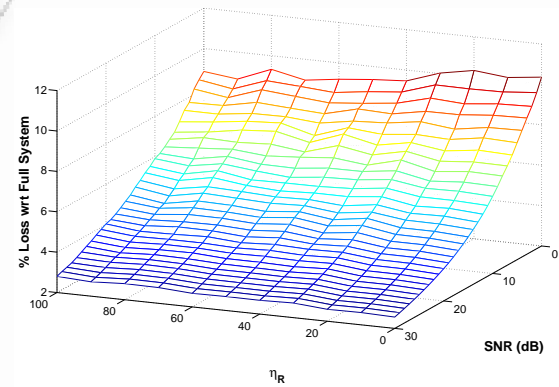
iii. RS-ASF: Μεταβολή ως προς M_R για δίαυλο Rayleigh i.i.d.



iv. RHC-RS-ASF: Μεταβολή ως προς M_R για δίαυλο Rayleigh i.i.d.



v. RS-ASF: Μεταβολή ως προς η_R για συσχετισμένο δίαυλο Rayleigh



vi. RHC-RS-ASF: Μεταβολή ως προς η_R για συσχετισμένο δίαυλο Rayleigh

Σχήμα 7.24: Ποσοστιαία απώλεια στην χωρητικότητα με πιθανότητα προσωρινής διακοπής 10% της τεχνικής της δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών σε σχέση με το σύστημα πλήρους πολυπλοκότητας. Χρησιμοποιείται ο αλγόριθμος MSEB. Εκτός αν αναφέρεται διαφορετικά, ισχύει $M_R = 16$, $M_T = 4$ και $K_R = 32$.

διαφόρων παραμέτρων στην επίδοση του αλγορίθμου, η οποία συγκρίνεται με υπάρχουσες τεχνικές μείωσης της πολυπλοκότητας του υλικού και με το σύστημα πλήρους πολυπλοκότητας. Οι υιοθετούμενες παραδοχές έχουν ήδη αναφερθεί στη σελίδα 188. Η επίδοση εξετάζεται πάντοτε για συσχετισμένο δίαυλο Rayleigh, όπου η χωρική συσχέτιση στο δέκτη μοντελοποιείται σύμφωνα με την εμπειρική μελέτη των Abdi και Kaveh [124].

Η σύγκριση του αλγορίθμου CSB μπορεί να γίνει μόνο με τεχνικές που βασίζονται στα στατιστικά χαρακτηριστικά του διαύλου. Είναι ευνόητο ότι οι τεχνικές που βασίζονται στη στιγμιαία εκτίμηση του διαύλου προσφέρουν σαφώς καλύτερη επίδοση, αφού μπορούν να προσαρμόζονται στις χρονικές μεταβολές της κατάστασης του διαύλου. Ο στόχος των τεχνικών που βασίζονται στα στατιστικά χαρακτηριστικά του διαύλου δεν είναι να ανταγωνιστούν από πλευράς επίδοσης τους αλγόριθμους που βασίζονται στη στιγμιαία εκτίμηση του διαύλου (εξάλλου κάτι τέτοιο θα ήταν εξαιρετικά δύσκολο), αλλά να επιτρέψουν την χρήση κυκλωματικών διατάξεων με λιγότερο απαιτητικές προδιαγραφές λειτουργίας (κυρίως ως προς το μέγιστο ανεκτό χρόνο μεταγωγής των μεταγωγέων ή/και των στροφών φάσης). Για το λόγο αυτό, ο προτεινόμενος αλγόριθμος συγκρίνεται με άλλες τεχνικές μείωσης της πολυπλοκότητας του υλικού που βασίζονται στα στατιστικά χαρακτηριστικά του διαύλου.

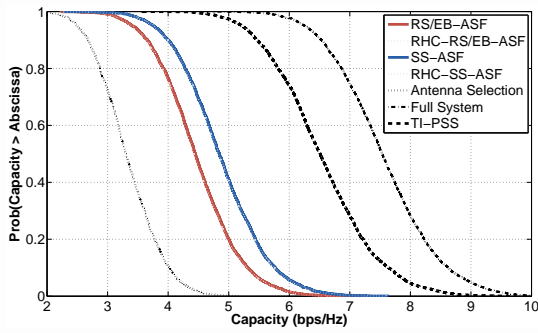
Πιο συγκεκριμένα, η σύγκριση γίνεται με τον αλγόριθμο επιλογής κερατιστοιχείων της αναφοράς [75], που μεγιστοποιεί την χωρητικότητα του συστήματος με βάση τα στατιστικά χαρακτηριστικά του διαύλου (παράγραφος 3.3.6.2). Ο εν λόγω αλγόριθμος είναι βέλτιστος για υψηλούς σηματοθορυβικούς λόγους, ενώ είναι σχεδόν βέλτιστος για χαμηλούς σηματοθορυβικούς λόγους. Από την άλλη πλευρά, ο προτεινόμενος αλγόριθμος δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών συγκρίνεται με τον αλγόριθμο της «χρονικά αμετάβλητης στροφής φάσης και επιλογής» (TI-PSS), που βασίζεται στα στατιστικά χαρακτηριστικά του διαύλου (παράγραφος 3.4.1.2).

7.3.1 Σύγκριση των παραλλαγών της τεχνικής

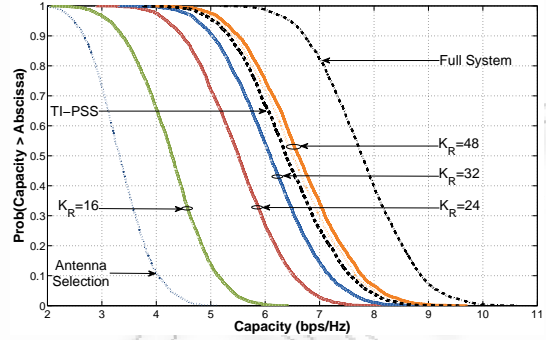
Στο σχήμα 7.25 παρουσιάζεται η εμπειρική cdf της χωρητικότητας του αλγορίθμου CBS, για τις διάφορες παραλλαγές της τεχνικής και για διάφορες τιμές του αριθμού των ενισχυτών χαμηλού θορύβου ή/και στροφών φάσης.

Πιο συγκεκριμένα, στην αριστερή στήλη του σχήματος 7.25 γίνεται σύγκριση της επίδοσης ανάμεσα στις τεχνικές (RHC-)SS-ASF, (RHC-)RS-ASF και (RHC-)EB-ASF, όταν $K_R = 16$. Με προσεκτική παρατήρηση των σχημάτων 7.25i, 7.25iii και 7.25v, προκύπτει πως, ανεξάρτητα του σηματοθορυβικού λόγου:

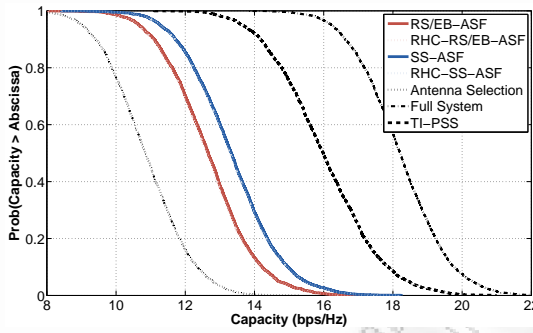
- Η επίδοση της τεχνικής EB-ASF ουσιαστικά ταυτίζεται με την επίδοση της RS-ASF (χωρίς αυτό να σημαίνει ότι έχουν τον ίδιο πίνακα μετασχηματισμού). Το



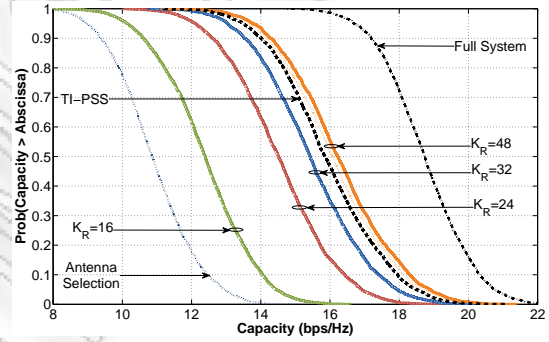
i. $K_R = 16$ για $\eta_R = 50$ και $\rho = 0$ dB



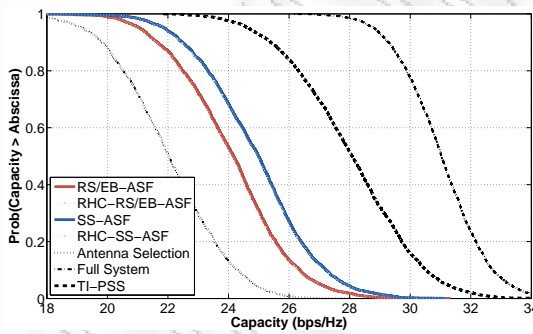
ii. RS-ASF (συνεχής γραμμή) και RHC-RS-ASF (εστιαγμένη γραμμή) για $K_R \geq 16$, $\eta_R = 30$ και $\rho = 0$ dB



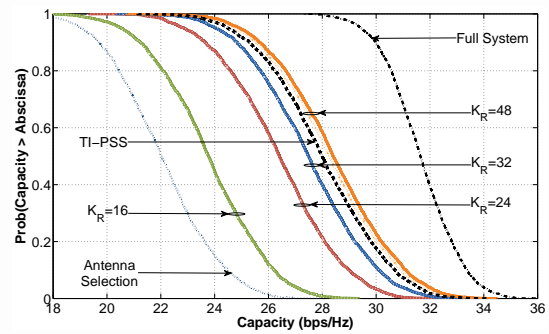
iii. $K_R = 16$ για $\eta_R = 50$ και $\rho = 10$ dB



iv. RS-ASF (συνεχής γραμμή) και RHC-RS-ASF (εστιαγμένη γραμμή) για $K_R \geq 16$, $\eta_R = 30$ και $\rho = 10$ dB

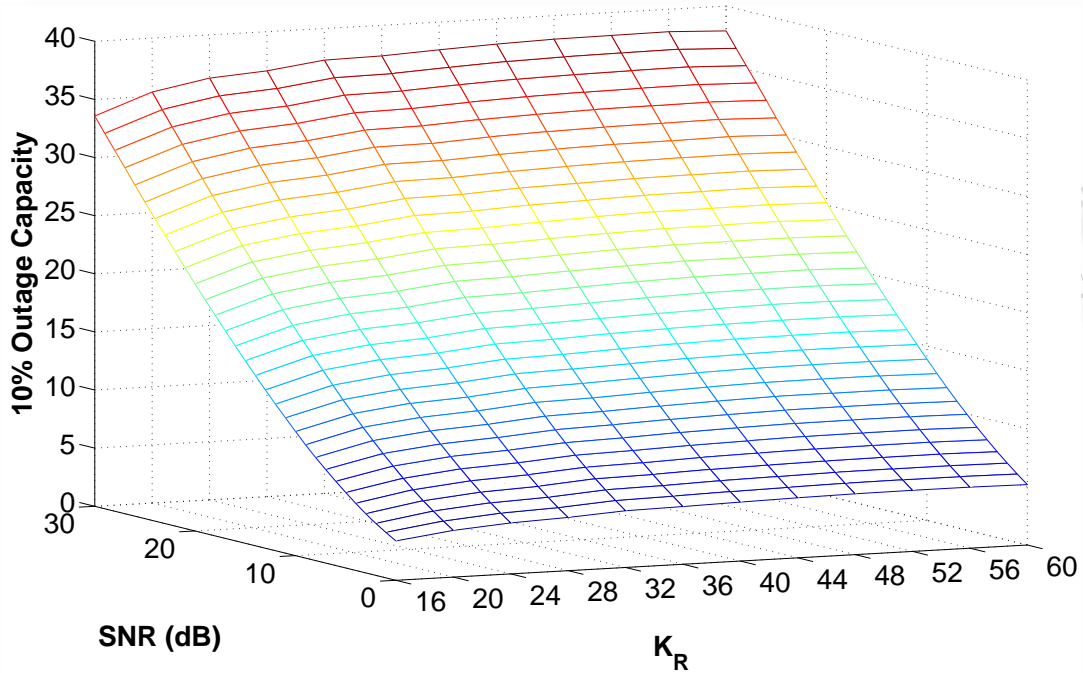


v. $K_R = 16$ για $\eta_R = 50$ και $\rho = 20$ dB



vi. RS-ASF (συνεχής γραμμή) και RHC-RS-ASF (εστιαγμένη γραμμή) για $K_R \geq 16$, $\eta_R = 30$ και $\rho = 20$ dB

Σχήμα 7.25: Εμπειρική cdf της χωρητικότητας της δημιουργίας υποστοιχειοκεραίων, βασισμένης στα στατιστικά χαρακτηριστικά του διαύλου, για $M_T = 4$, $M_R = 16$ και $N_R = 4$. Ο δίαυλος είναι συσχετισμένος Rayleigh με $\Delta_R = \frac{\lambda}{2}$ και $\mu_R = 90^\circ$.



Σχήμα 7.26: Χωρητικότητα με πιθανότητα προσωρινής διακοπής 10% της τεχνικής RHC-RS-ASF βασισμένης στα στατιστικά χαρακτηριστικά του διαύλου, συναρτήσει του K_R και του σηματοδορυβικού λόγου, για $M_T = 4$, $M_R = 16$ και $N_R = 4$. Ο δίαυλος είναι συσχετισμένος Rayleigh με $\Delta_R = \frac{\lambda}{2}$, $\mu_R = 90^\circ$ και $\eta_R = 30$.

ίδιο ισχύει και για τις RHC-EB-ASF και RHC-RS-ASF.

- Η επίδοση των τεχνικών μειωμένης πολυπλοκότητας υλικού (RHC) πρακτικά ταυτίζεται με την επίδοση των αντίστοιχων τεχνικών μη μειωμένης πολυπλοκότητας υλικού. Το συμπέρασμα αυτό ισχύει ανεξάρτητα του K_R , όπως φαίνεται στη δεξιά στήλη του σχήματος 7.25. Επομένως, δεν υπάρχει κανένας λόγος χρήσης ενισχυτών χαμηλού θορύβου, όταν η δημιουργία υποστοιχειοκεραιών βασίζεται στα στατιστικά χαρακτηριστικά του διαύλου.
- Για $K_R = 16$, η παραλλαγή SS-ASF προσφέρει καλύτερη επίδοση από τις RS/EB-ASF, όταν χρησιμοποιείται ο αλγόριθμος CSB.
- Για $K_R = 16$, η επίδοση της δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών υπολείπεται σημαντικά της τεχνικής TI-PSS, αλλά παραμένει αξιοσημείωτα καλύτερη από την επίδοση της επιλογής κεραιοστοιχείων.

7.3.2 Επίδραση του αριθμού των ενισχυτών χαμηλού θορύβου ή/και στροφών φάσης

Η δεξιά στήλη του σχήματος 7.25 δείχνει την εμπειρική ccdf της χωρητικότητας των τεχνικών RS-ASF και RHC-RS-ASF, για διάφορες τιμές του K_R . Ανεξάρτητα της

τιμής του σηματοθορυβικού λόγου, παρατηρούμε ότι:

- Αύξηση του K_R οδηγεί σε αύξηση της επίδοσης. Όταν το K_R από 16 γίνεται 24 (προσθήκη μόλις 8 στροφών φάσης), η βελτίωση της επίδοσης είναι ιδιαίτερα σημαντική. Επίσης αξιοσημείωτη, αν και μικρότερη, είναι η βελτίωση όταν το K_R από 24 γίνεται 32.
- Όταν $K_R = 32$, δηλαδή $K_R = \frac{M_R M_T}{2}$, η επίδοση του συστήματος προσεγγίζει την επίδοση της TI-PSS.
- Όταν $K_R = 48$, η επίδοση του συστήματος ξεπερνά την επίδοση της TI-PSS.

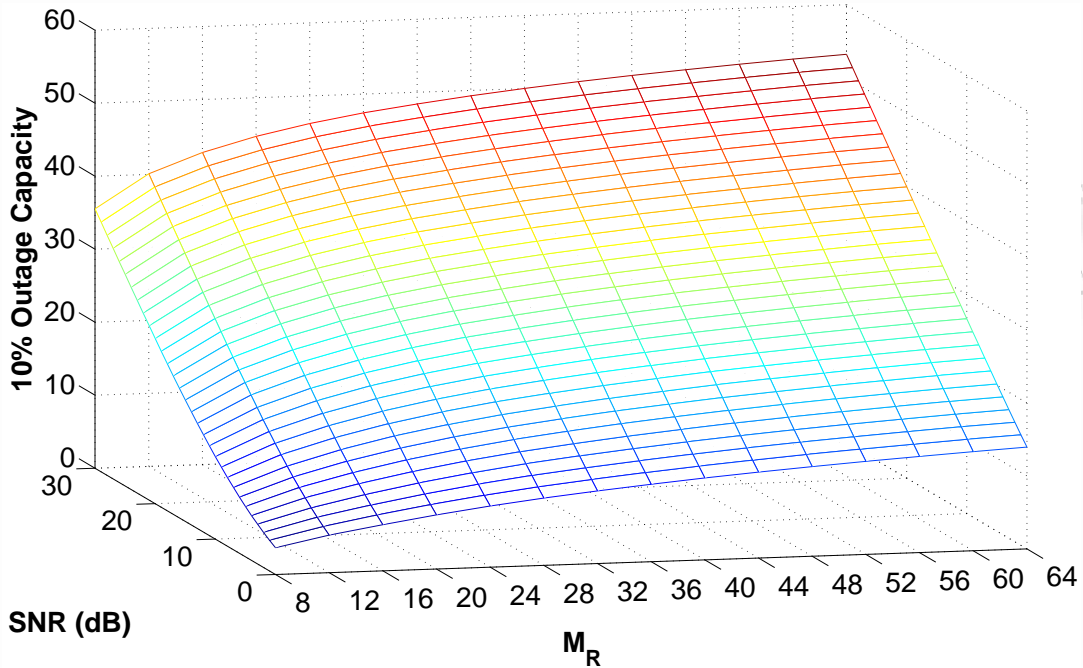
Για την καλύτερη μελέτη της επίδρασης του K_R στην επίδοση του αλγόριθμου CSB, το σχήμα 7.26 παρουσιάζει την χωρητικότητα με πιθανότητα προσωρινής διακοπής 10% της τεχνικής RHC-RS-ASF σε συνάρτηση με το K_R και το σηματοθορυβικό λόγο. Πράγματι, η χωρητικότητα αυξάνεται με την αύξηση του K_R . Ωστόσο, η βελτίωση παύει να είναι αξιοσημείωτη όταν $K_R > 32$, δηλαδή $K_R > \frac{M_R M_T}{2}$. Επομένως, η προσθήκη στροφών φάσης είναι αποδοτική για μικρές τιμές του K_R , ενώ δεν έχει ιδιαίτερο νόημα όταν $K_R > \frac{M_R M_T}{2}$.

7.3.3 Επίδραση του αριθμού των κεραιοστοιχείων του δέκτη

Το σχήμα 7.27 δείχνει τη μεταβολή της χωρητικότητας με πιθανότητα προσωρινής διακοπής 10% της τεχνικής RHC-RS-ASF, σε συνάρτηση με τον αριθμό των κεραιοστοιχείων στο δέκτη M_R και το σηματοθορυβικό λόγο. Καθώς μεταβάλλεται το M_R , δεν θα ήταν δίκαιη η σύγκριση αν το K_R παρέμενε σταθερό. Για το λόγο αυτό, θεωρούμε πως σε κάθε περίπτωση $K_R = \frac{M_R M_T}{2}$. Είναι εμφανές ότι, διατηρώντας σταθερό τον αριθμό των κεραιοστοιχείων στον πομπό και τον αριθμό των αλυσίδων RF του δέκτη $N_R = M_T = 4$, ο αλγόριθμος CSB εξακολουθεί να είναι αποτελεσματικός, καθώς αυξάνεται ο αριθμός των κεραιοστοιχείων του δέκτη.

7.3.4 Επίδραση της χωρικής συσχέτισης του διαύλου

Στο σχήμα 7.28 εμφανίζεται η μεταβολή της χωρητικότητας με πιθανότητα προσωρινής διακοπής 10% της τεχνικής RHC-RS-ASF, σε συνάρτηση με τον παράγοντα σκέδασης η_R και το σηματοθορυβικό λόγο. Σε αντίθεση με τους αλγόριθμους που βασίζονται στη στιγμιαία εκτίμηση του διαύλου, η επίδοση του αλγόριθμου CSB βελτιώνεται καθώς αυξάνεται ο παράγοντας σκέδασης, δηλαδή καθώς η χωρική συσχέτιση του διαύλου γίνεται πιο έντονη. Η βελτίωση αυτή γίνεται αισθητή όταν ο παράγοντας διάταξης λαμβάνει τιμές από 0 έως 40. Επομένως, η δημιουργία υποστοιχειοκεραιών βασισμένη στα στατιστικά χαρακτηριστικά του διαύλου *εκμεταλλεύ-*

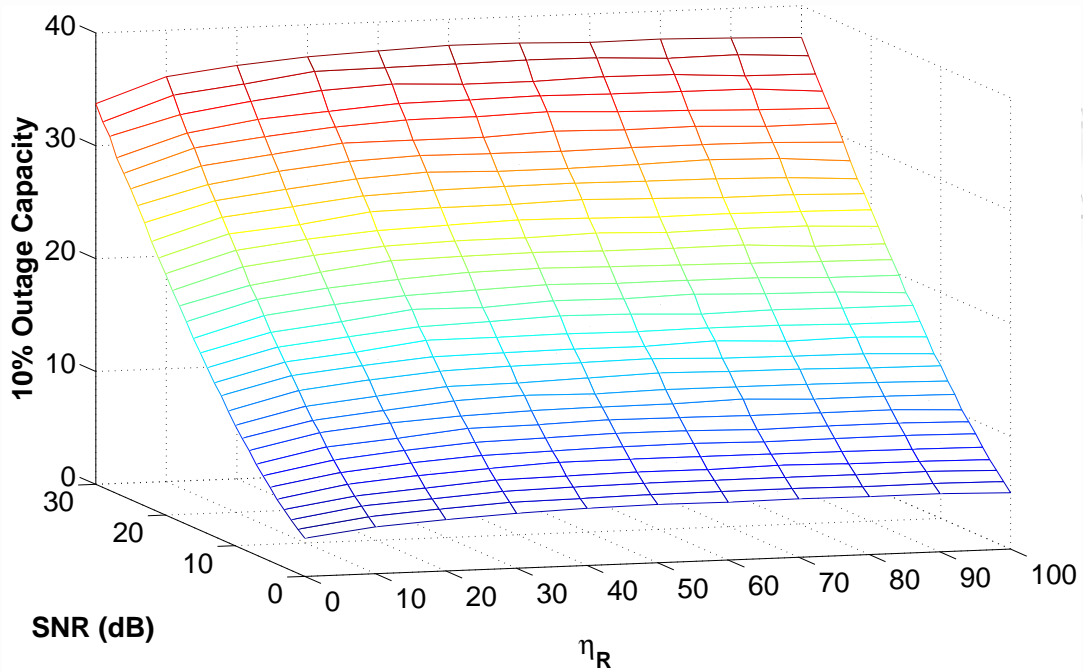


Σχήμα 7.27: Μεταβολή της χωρητικότητας με πιθανότητα προσωρινής διακοπής 10% της δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών βασισμένης στα στατιστικά χαρακτηριστικά του διαύλου, συναρτήσει του αριθμού των κεραιοστοιχείων στο δέκτη M_R και του σηματοδορυδικού λόγου, για $M_T = 4$, $N_R = 4$ και $K_R = \frac{M_R M_T}{2}$. Ο διάυλος είναι συσχετισμένος Rayleigh με $\Delta_R = \frac{\lambda}{2}$, $\mu_R = 90^\circ$ και $\eta_R = 20$.

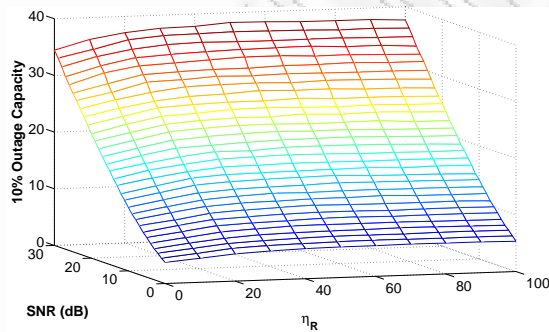
εται τη συσχέτιση στο δέκτη προς όφελος της επίδοσης του συστήματος. Παρόμοια συμπεριφορά παρουσιάζει και η τεχνική TI-PSS (σχήμα 7.29i), ενώ η επίδοση της επιλογής κεραιοστοιχείων παραμένει πρακτικά αμετάβλητη με την αύξηση του παράγοντα σκέδασης (σχήμα 7.29ii).

7.3.5 Σύγκριση με υπάρχουσες τεχνικές μείωσης της πολυπλοκότητας του υλικού

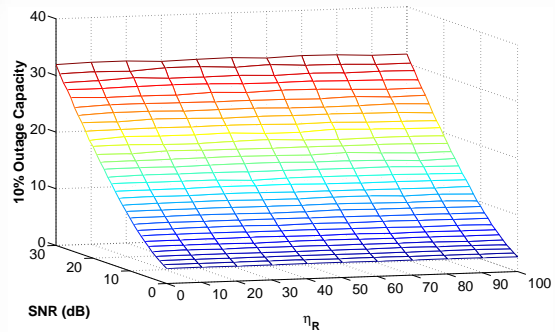
Μέχρι τώρα μελετήθηκε η μεταβολή της επίδοσης της δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών καθώς μεταβάλλονται διάφορες παράμετροι του συστήματος και έχει γίνει εμφανές ότι ο αλγόριθμος CSB είναι εύρωστος και αποτελεσματικός. Ένα άλλο ερώτημα όμως που γεννάται είναι κατά πόσο η προτεινόμενη τεχνική μπορεί να προσφέρει καλύτερα αποτελέσματα από τις υπάρχουσες τεχνικές μείωσης της πολυπλοκότητας του υλικού, οι οποίες βασίζονται επίσης στα στατιστικά χαρακτηριστικά του διαύλου. Αυτό το ερώτημα θα απαντηθεί στην παράγραφο αυτή, όπου ο αλγόριθμος CSB για τη δημιουργία υποστοιχειοκεραιών συγκρίνεται με τον αλγόριθμο επιλογής κεραιοστοιχείων της αναφοράς [75] και την τεχνική TI-PSS.



Σχήμα 7.28: Μεταβολή της χωρητικότητας με πιθανότητα προσωρινής διακοπής 10% της δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών βασισμένης στα στατιστικά χαρακτηριστικά του διαύλου, συνάρτησε του παράγοντα σκέδασης η_R και του σηματοδορυθμικού λόγου, για $M_T = 4$, $M_R = 16$, $N_R = 4$ και $K_R = 32$. Ο διάυλος είναι συσχετισμένος Rayleigh με $\Delta_R = \frac{\lambda}{2}$ και $\mu_R = 90^\circ$.

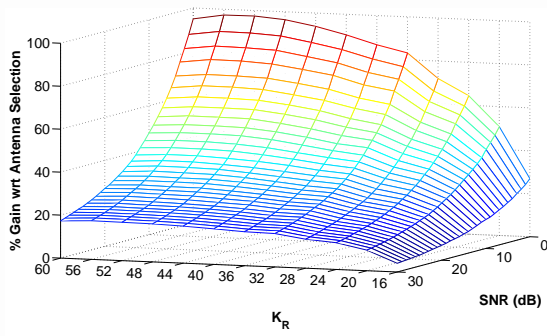


i. TI-PSS

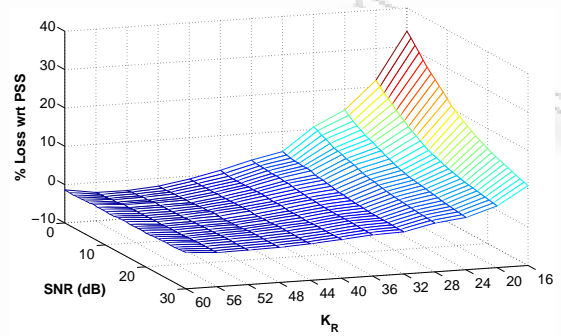


ii. Επιλογή κεραιοστοιχείων

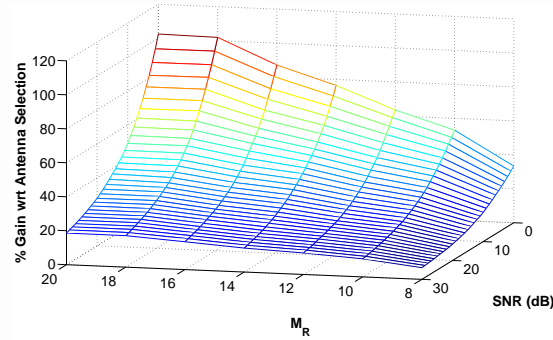
Σχήμα 7.29: Μεταβολή της χωρητικότητας με πιθανότητα προσωρινής διακοπής 10% της TI-PSS και της επιλογής κεραιοστοιχείων, βασισμένων στα στατιστικά χαρακτηριστικά του διαύλου, σε συνάρτηση με τον παράγοντα σκέδασης η_R και το σηματοδορυθμικό λόγο, για $M_T = 4$, $M_R = 16$ και $N_R = 4$. Ο διάυλος είναι συσχετισμένος Rayleigh με $\Delta_R = \frac{\lambda}{2}$ και $\mu_R = 90^\circ$.



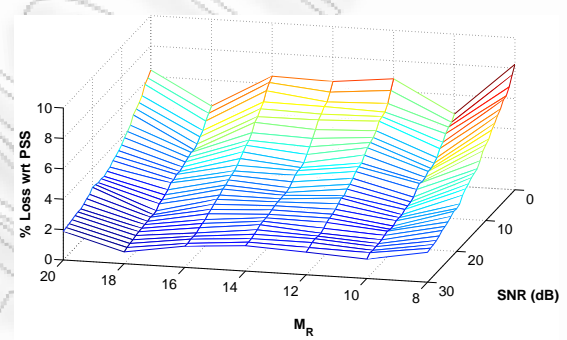
i. Κέρδος ως προς την επιλογή κεραιοστοιχείων σε συνάρτηση με το K_R



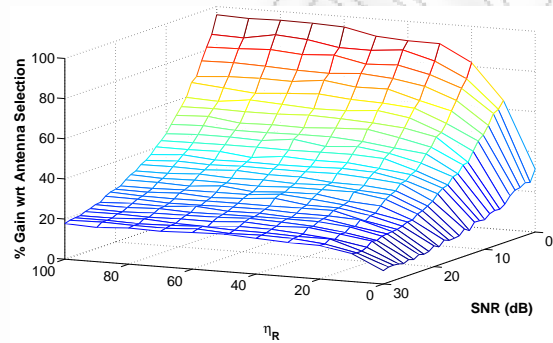
ii. Απώλεια ως προς την TI-PSS σε συνάρτηση με το K_R



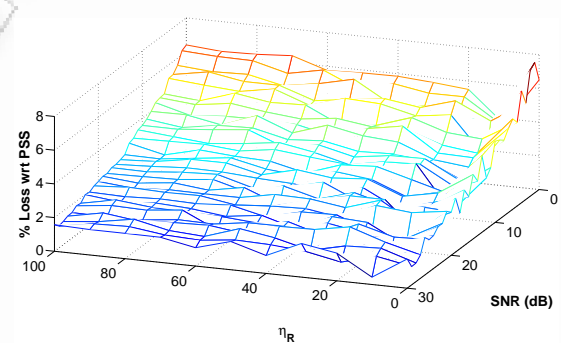
iii. Κέρδος ως προς την επιλογή κεραιοστοιχείων σε συνάρτηση με το M_R



iv. Απώλεια ως προς την TI-PSS σε συνάρτηση με το M_R



v. Κέρδος ως προς την επιλογή κεραιοστοιχείων σε συνάρτηση με το η_R



vi. Απώλεια ως προς την TI-PSS σε συνάρτηση με το η_R

Σχήμα 7.30: Ποσοστιαία διαφορά στην χωρητικότητα με πιθανότητα προσωρινής διακοπής 10% της τεχνικής RHC-RS-ASF βασισμένης στα στατιστικά χαρακτηριστικά του διαύλου, σε σχέση με την επιλογή κεραιοστοιχείων (αριστερά) και την τεχνική TI-PSS (δεξιά). Εκτός αν αναφέρεται διαφορετικά, ισχύει $M_T = 4$, $N_R = 4$, $M_R = 16$, $K_R = 32$ και $\eta_R = 30$.

7.3.5.1 Σύγκριση με την επιλογή κεραιοστοιχείων

Στην αριστερή στήλη του σχήματος 7.30 παρουσιάζεται το ποσοστιαίο κέρδος ως προς την χωρητικότητα με πιθανότητα προσωρινής διακοπής 10% που αποδίδει η τεχνική RHC-RS-ASF με τον αλγόριθμο CSB σε σχέση με την επιλογή κεραιοστοιχείων, το οποίο υπολογίζεται ως $\frac{C_{ASF}-C_{AS}}{C_{AS}} \cdot 100\%$, όπου C_{AS} είναι η χωρητικότητα της επιλογής κεραιοστοιχείων. Πιο συγκεκριμένα, τα σχήματα 7.30i, 7.30iii και 7.30v δείχνουν τη μεταβολή του ποσοστιαίου κέρδους σε συνάρτηση με τον αριθμό των στροφών φάσης K_R , τον αριθμό των κεραιοστοιχείων του δέκτη M_R και τον παράγοντα σκέδασης η_R αντίστοιχα. Παρατηρώντας προσεκτικά τα σχήματα αυτά, γίνεται εμφανές ότι το σχετικό κέρδος στην επίδοση της δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών ως προς την επιλογή κεραιοστοιχείων γίνεται μεγαλύτερο όταν:

- Αυξάνεται ο αριθμός των στροφών φάσης.
- Αυξάνεται ο αριθμός των κεραιοστοιχείων του δέκτη.
- Η χωρική συσχέτιση του διαύλου γίνεται πιο έντονη.
- Μειώνεται ο μέσος σηματοθορυβικός λόγος λειτουργίας του συστήματος.

7.3.5.2 Σύγκριση με την τεχνική «στροφή φάσης και επιλογή»

Στην δεξιά στήλη του σχήματος 7.30 παρουσιάζεται η ποσοστιαία απώλεια ως προς την χωρητικότητα με πιθανότητα προσωρινής διακοπής 10% που εμφανίζει η τεχνική RHC-RS-ASF με τον αλγόριθμο CSB σε σχέση με την τεχνική TI-PSS, το οποίο υπολογίζεται ως $\frac{C_{TI-PSS}-C_{ASF}}{C_{TI-PSS}} \cdot 100\%$, όπου C_{TI-PSS} είναι η χωρητικότητα της τεχνικής TI-PSS. Πιο συγκεκριμένα, τα σχήματα 7.30ii, 7.30iv και 7.30vi δείχνουν τη μεταβολή της ποσοστιαίας απώλειας σε συνάρτηση με τον αριθμό των στροφών φάσης K_R , τον αριθμό των κεραιοστοιχείων του δέκτη M_R και τον παράγοντα σκέδασης η_R αντίστοιχα. Από τα σχήματα αυτά, γίνεται εμφανές ότι η σχετική απώλεια στην επίδοση της δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών ως προς την TI-PSS:

- Μειώνεται όταν αυξάνεται ο αριθμός των στροφών φάσης.
- Παραμένει πρακτικά σταθερή όταν μεταβάλλεται ο αριθμός των κεραιοστοιχείων του δέκτη.
- Παραμένει πρακτικά σταθερή όταν η χωρική συσχέτιση του διαύλου γίνεται πιο έντονη.
- Μειώνεται όταν αυξάνεται ο μέσος σηματοθορυβικός λόγος λειτουργίας του συστήματος.

7.4 Επιπτώσεις διαφόρων σφαλμάτων και μη ιδανικών συμπεριφορών του εξοπλισμού στην επίδοση της τεχνικής

Μέχρι τώρα, μελετήθηκε διεξοδικά η επίδοση της δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών, θεωρώντας πως η εκτίμηση του διαύλου είναι τέλεια και δεν εισάγονται σφάλματα από τον εξοπλισμό. Ωστόσο, κατά την πρακτική εφαρμογή της προτεινόμενης τεχνικής, τα αποτελέσματα μπορεί να αλλοιώνονται από διάφορες μη ιδανικότητες που εμφανίζονται συχνά στην πράξη. Πιο συγκεκριμένα, επειδή η εύρεση του πίνακα μετασχηματισμού A βασίζεται σε στιγμιαία γνώση του διαύλου (ο οποίος εκτιμάται κατά τη διάρκεια της περιόδου εκπαίδευσης), είναι σημαντικό να γνωρίζουμε κατά πόσο χειροτερεύει η επίδοση λόγω σφαλμάτων εκτίμησης του διαύλου. Επιπλέον, η αναπόφευκτη χρήση ρυθμιστικών στροφών φάσης που λειτουργούν στις ραδιοκυματικές συχνότητες επιφέρει διάφορα σφάλματα (κβάντισης, φάσης) που μπορεί να έχουν αρνητικό αντίκτυπο στην επίδοση του συστήματος και να καταστήσουν ανένεμνη την πρακτική εφαρμογή της τεχνικής. Στην ενότητα αυτή διερευνάται η επίπτωση των παραπάνω σφαλμάτων στην επίδοση της τεχνικής, ώστε να εξεταστεί αν θα μπορούσε να εφαρμοστεί αποτελεσματικά στην πράξη.

7.4.1 Μοντελοποίηση σφαλμάτων

Στη συνέχεια, εξετάζονται αναλυτικότερα τα κυριότερα σφάλματα που υπεισέρχονται στα πρακτικά συστήματα και διερευνάται η μοντελοποίησή τους

7.4.1.1 Σφάλματα εκτίμησης διαύλου

Μέχρι στιγμής, έχουμε υποθέσει ότι ο δέκτης διαθέτει τέλεια στιγμιαία εκτίμηση του διαύλου. Κατά την περίοδο εκπαίδευσης, για να εκτιμηθούν και οι $M_R M_T$ συντελεστές του πίνακα μεταφοράς του διαύλου, ενώ διατίθενται μόνο N_R αλυσίδες RF στο δέκτη, ακολουθείται η ίδια διαδικασία που ακολουθείται και στην επιλογή κεραιοστοιχείων (βλ. παράγραφο 3.3.7.2). Όσο περισσότερα σύμβολα εκπαίδευσης αποστέλλονται κατά την περίοδο εκπαίδευσης, τόσο περισσότερο ακριβής γίνεται η εκτίμηση του διαύλου, αλλά παράλληλα αυξάνεται η διάρκεια της περιόδου εκπαίδευσης, με αποτέλεσμα να μειώνεται ο χρόνος που απομένει για τη μετάδοση ωφέλιμων δεδομένων και άρα να μειώνεται η φασματική απόδοση του συστήματος [133]. Έτσι, η ακρίβεια της εκτίμησης του διαύλου εξαρτώνται άμεσα από τη διάρκεια της περιόδου εκπαίδευσης, η οποία μπορεί να αυξάνεται χωρίς σημαντική μείωση της

φασματικής απόδοσης, μόνο όταν η κατάσταση του διαύλου μεταβάλλεται με αρκετά αργούς ρυθμούς.

Οι κυριότεροι λόγοι που οδηγού σε σφάλματα εκτίμησης του διαύλου είναι ο θόρυβος κατά τη διάρκεια της περιόδου εκπαίδευσης και η χρονική μεταβλητότητα του διαύλου κατά τη διάρκεια της μετάδοσης δεδομένων [134]. Παρόλο που κατά την προσομοίωση των συστημάτων συνήθως υποτίθεται ότι κατά τη μετάδοση δεδομένων ο δίαυλος παραμένει αμετάβλητος, στην πράξη κάτι τέτοιο δεν ισχύει, ακόμα και στους διαύλους επίπεδων διαλείψεων: ο δίαυλος μεταβάλλεται, αλλά με τόσο αργό ρυθμό, ώστε να είναι εφικτή η ισοστάθμιση (ή εξίσωση – equalization) του διαύλου. Τα σφάλματα εκτίμησης του διαύλου οδηγούν γενικά σε ελάττωση του ενεργού σηματοθορυβικού λόγου του συστήματος [135] και σε μείωση του ρυθμού δεδομένων [136].

Ο *εκτιμημένος* πίνακας μεταφοράς του διαύλου $\hat{\mathbf{H}}$ μοντελοποιείται ως

$$\hat{\mathbf{H}} = \mathbf{H} + \mathbf{H}_e, \quad (7.8)$$

όπου \mathbf{H} είναι ο πραγματικός πίνακας μεταφοράς του διαύλου και \mathbf{H}_e είναι ο πίνακας σφαλμάτων της εκτίμησης του διαύλου. Όπως συνηθίζεται στη βιβλιογραφία (βλ. για παράδειγμα [134] – [136]), υποθέτουμε ότι τα στοιχεία του \mathbf{H}_e είναι ZMCSCG με διακύμανση σ_e^2 . Έτσι και τα στοιχεία του $\hat{\mathbf{H}}$ είναι επίσης ZMCSCG.

7.4.1.2 Μη ιδανική συμπεριφορά των στροφών φάσης

Σε πρακτικές εφαρμογές, χρησιμοποιούνται ψηφιακοί στροφείς φάσης μικροκυματικών συχνοτήτων, οι οποίοι φυσικά παρουσιάζουν πεπερασμένη ακρίβεια, η οποία εξαρτάται από τον αριθμό των bits που χρησιμοποιούν για την αναπαράσταση της στροφής φάσης. Κατά συνέπεια, παρουσιάζονται *σφάλματα λόγω κβάντισης* της φάσης.

Επιπρόσθετα, στους στροφείς φάσης εμφανίζονται σφάλματα φάσης και βαθμονόμησης (calibration error), τα οποία δημιουργούν μια *μετατόπιση* (offset) στην επιθυμητή φάση. Βασίζόμενοι σε τυπικές τιμές σφαλμάτων που έχουν δημοσιευτεί στη βιβλιογραφία (βλ. για παράδειγμα [80]), υποθέτουμε πως τα προαναφερθέντα σφάλματα κατανέμονται ομοιόμορφα με μέση τιμή 0° και εύρος 20° .

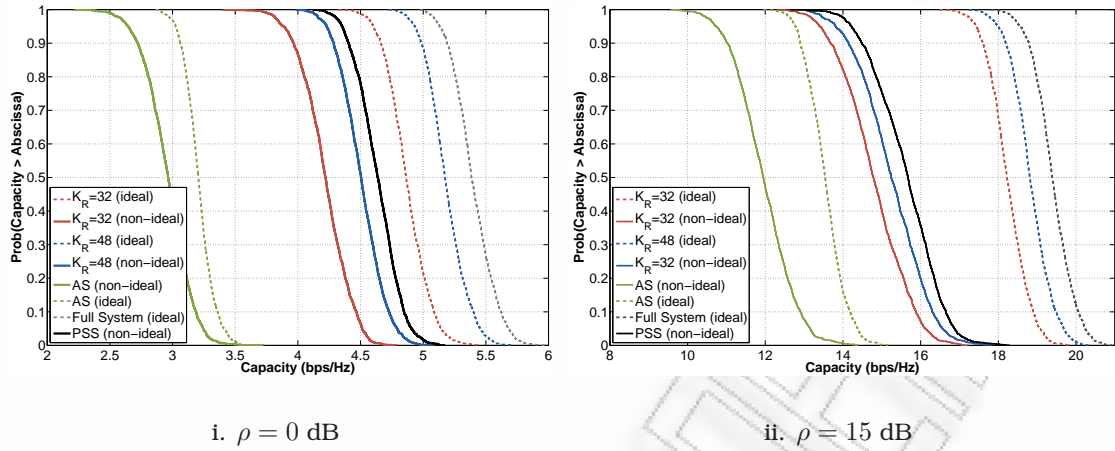
7.4.2 Ενδεικτικά αποτελέσματα

Στη συνέχεια, μελετάμε, μέσω ενδεικτικών αποτελεσμάτων προσομοίωσης, την επίπτωση των προαναφερθέντων σφαλμάτων στην τεχνική RHC-RS-ASF, όταν βασίζεται στη στιγμιαία εκτίμηση του διαύλου. Επειδή, όπως είδαμε στην παράγραφο 7.2.2,

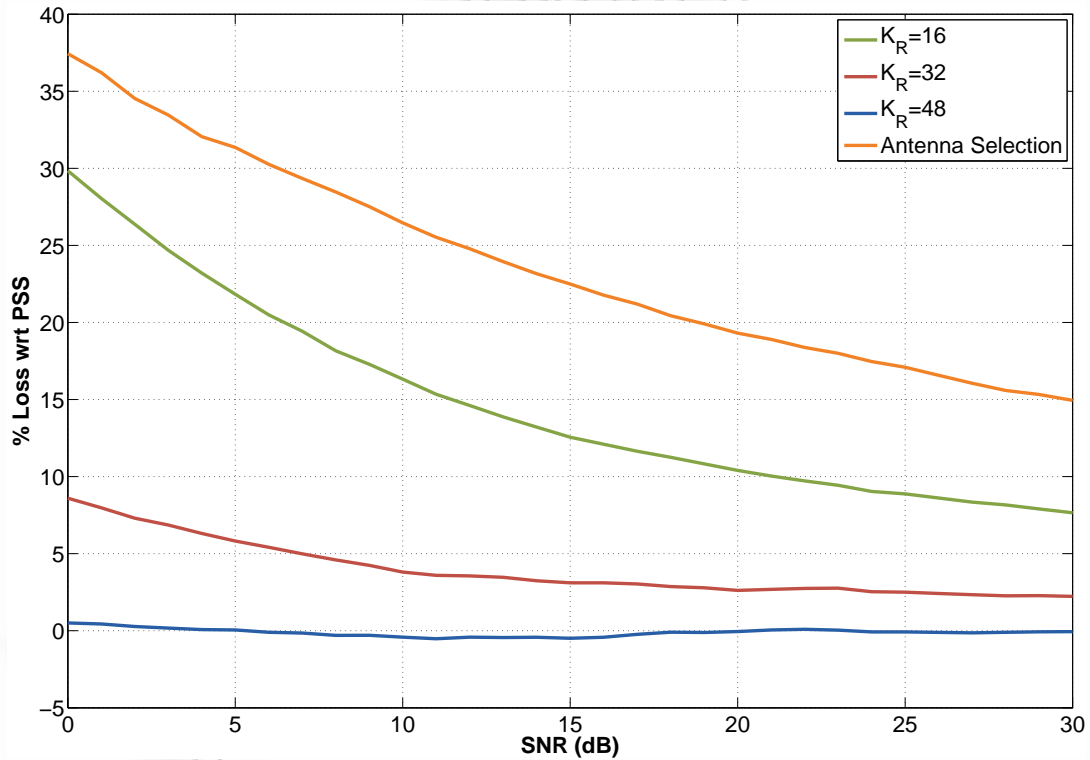
η απώλεια χωρητικότητας λόγω της χρήσης μόνο στροφών φάσης είναι σχεδόν αμελητέα και η μείωση του κόστους και της πολυπλοκότητας του υλικού που επιτυγχάνεται είναι σημαντική, στην ενότητα αυτή θα ασχοληθούμε μόνο με την τεχνική RHC-RS-ASF. Προφανώς, αντίστοιχα συμπεράσματα θα ισχύουν και για τις τεχνικές RHC-EB-ASF και RHC-SS-ASF. Στα σχήματα, υποθέτουμε ότι ο πομπός διαθέτει $M_T = 4$ κεραιοστοιχεία και ο δέκτης $M_R = 16$ κεραιοστοιχεία, $N_R = 4$ αλυσίδες RF και $K_R = 32$ στροφείς φάσης. Ο διάυλος μοντελοποιείται σύμφωνα με την προτυποποίηση 3GPP SCM.

Επίδραση των σφαλμάτων εκτίμησης του διαύλου Το σχήμα 7.31 δείχνει την επίδραση των σφαλμάτων εκτίμησης του διαύλου στην επίδοση της δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών, για $\sigma_e = 0,5$, υποθέτοντας ότι οι στροφείς φάσης είναι ιδανικοί. Είναι εμφανές ότι τα σφάλματα εκτίμησης του διαύλου επιφέρουν αξιοσημείωτη επιδείνωση του συστήματος. Ωστόσο, η επιδείνωση αυτή είναι αναπόφευκτη, ανεξάρτητα της τεχνικής που χρησιμοποιείται (πχ. επιλογή κεραιοστοιχείων ή TV-PSS). Συγκρίνοντας την επίδοση της δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών με την επίδοση της PSS και της επιλογής κεραιοστοιχείων παρουσία σφαλμάτων εκτίμησης του διαύλου, προκύπτει ότι η δημιουργία υποστοιχειοκεραιών εξακολουθεί να προσφέρει τα οφέλη που αναφέρθηκαν στην παράγραφο 7.2. Πράγματι, η παρατήρηση αυτή επιβεβαιώνεται από το σχήμα 7.32, το οποίο δείχνει ότι η ποσοστιαία απώλεια στην χωρητικότητα με πιθανότητα προσωρινής διακοπής της RHC-RS-ASF σε σχέση με την TV-PSS γίνεται πολύ μικρή με κατάλληλη επιλογή του αριθμού των στροφών φάσης και μειώνεται με την αύξηση του σηματοθορυβικού λόγου. Από την άλλη πλευρά, η επίδοση της επιλογής κεραιοστοιχείων είναι αρκετά χειρότερη της PSS και επομένως και της δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών.

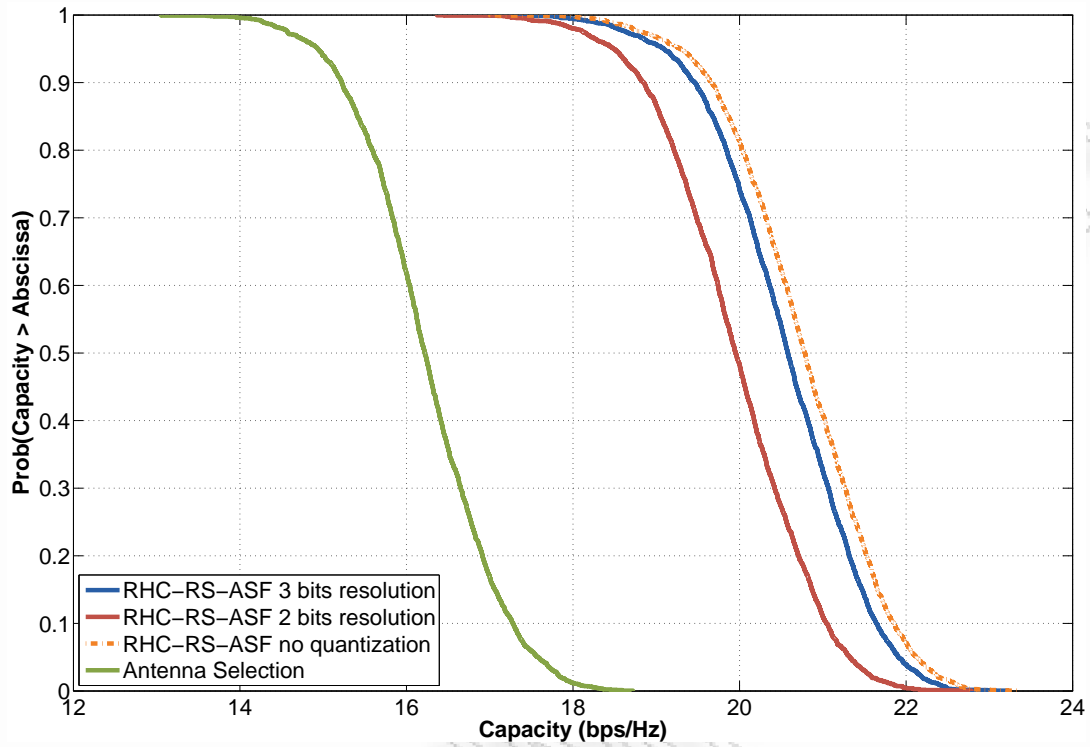
Επίδραση των σφαλμάτων κβάντισης των στροφών φάσης Το σχήμα 7.33 παρουσιάζει την εμπειρική cdf της χωρητικότητας, όταν η εκτίμηση του διαύλου είναι τέλεια, αλλά παρουσιάζονται σφάλματα κβάντισης της φάσης, για σηματοθορυβικό λόγο $\rho = 15$ dB. Εξετάζονται οι περιπτώσεις που η φάση αναπαρίσταται με 2 και με 3 bits, οι οποίες συγκρίνονται με την περίπτωση που δεν υπάρχουν σφάλματα κβάντισης και με την επιλογή κεραιοστοιχείων. Φυσικά η επιλογή κεραιοστοιχείων δεν επηρεάζεται από τα σφάλματα κβάντισης της φάσης, αλλά παρουσιάζεται για λόγους σύγκρισης. Είναι εμφανές ότι όταν χρησιμοποιούνται 3 bits, η επιδείνωση της επίδοσης είναι αμελητέα, ενώ όταν χρησιμοποιούνται 2 bits, η επιδείνωση εξακολουθεί να είναι μικρή (η διαφορά στην χωρητικότητα με πιθανότητα προσωρινής διακοπής 10% είναι κάτω του 1 bps/Hz). Από την άλλη πλευρά, η δημιουργία υποστοιχειοκεραιών εξακολουθεί να έχει πολύ καλύτερη επίδοση από την επιλογή



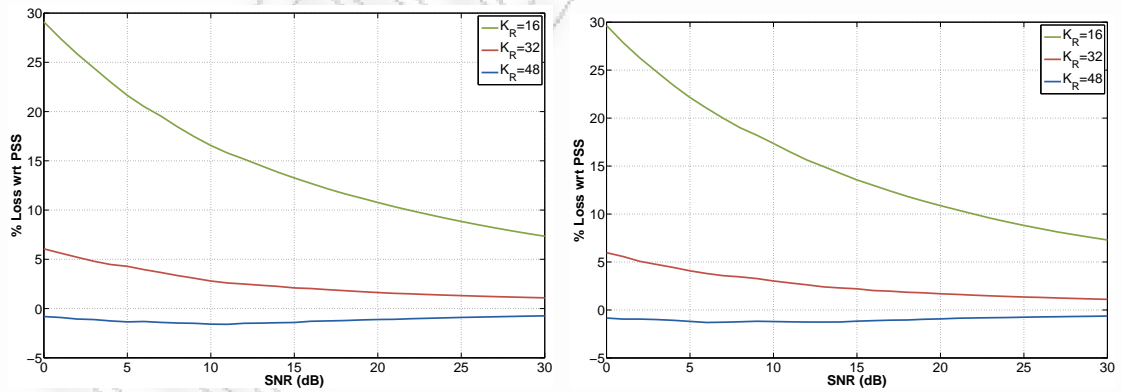
Σχήμα 7.31: Εμπειρική cdf της χωρητικότητας, παρουσία σφαλμάτων εκτίμησης του διαύλου ($\sigma_e = 0, 5$), για $M_T = 4$, $M_R = 16$ και $N_R = 4$. Χρησιμοποιείται ο αλγόριθμος MSEB. Οι υλοποιήσεις του διαύλου έχουν προκύψει από μετρήσεις.



Σχήμα 7.32: Ποσοστιαία απώλεια της χωρητικότητας με πιθανότητα προσωρινής διακοπής 10% της δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών σε σχέση με την TV-PSS, παρουσία σφαλμάτων εκτίμησης του διαύλου ($\sigma_e = 0, 5$), για $M_T = 4$, $M_R = 16$ και $N_R = 4$. Χρησιμοποιείται ο αλγόριθμος MSEB. Οι υλοποιήσεις του διαύλου έχουν προκύψει από μετρήσεις.



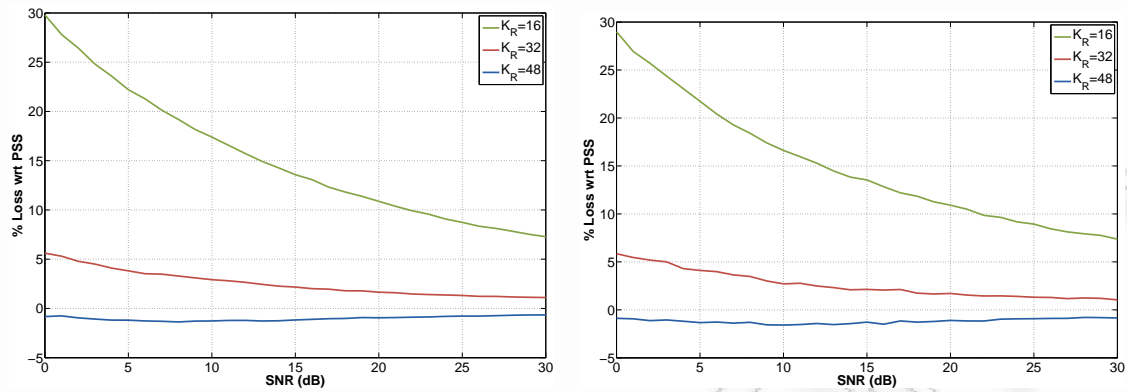
Σχήμα 7.33: Εμπειρική cdf της χωρητικότητας, παρουσία σφαλμάτων κβάντισης της φάσης, για $M_T = 4$, $M_R = 16$, $N_R = 4$, $K_R = 32$ και $\rho = 15$ dB. Ο διάυλος μοντελοποιείται σύμφωνα με το πρότυπο 3GPP SCM.



i. Διακριτική ικανότητα φάσης 2 bits

ii. Διακριτική ικανότητα φάσης 3 bits

Σχήμα 7.34: Ποσοστιαία απώλεια στην χωρητικότητα με πιθανότητα προσωρινής διακοπής 10% της τεχνικής RHC-RS-ASF σε σχέση με την PSS, παρουσία σφαλμάτων κβάντισης της φάσης, για $M_T = 4$, $M_R = 16$ και $N_R = 4$. Χρησιμοποιείται ο αλγόριθμος MSEB. Οι υλοποιήσεις του διαύλου έχουν προκύψει από μετρήσεις.



i. Μετατόπιση φάσης $\pm 10^\circ$ χωρίς σφάλματα κβάντισης

ii. Μετατόπιση φάσης $\pm 10^\circ$ με διακριτική ικανότητα φάσης 2 bits

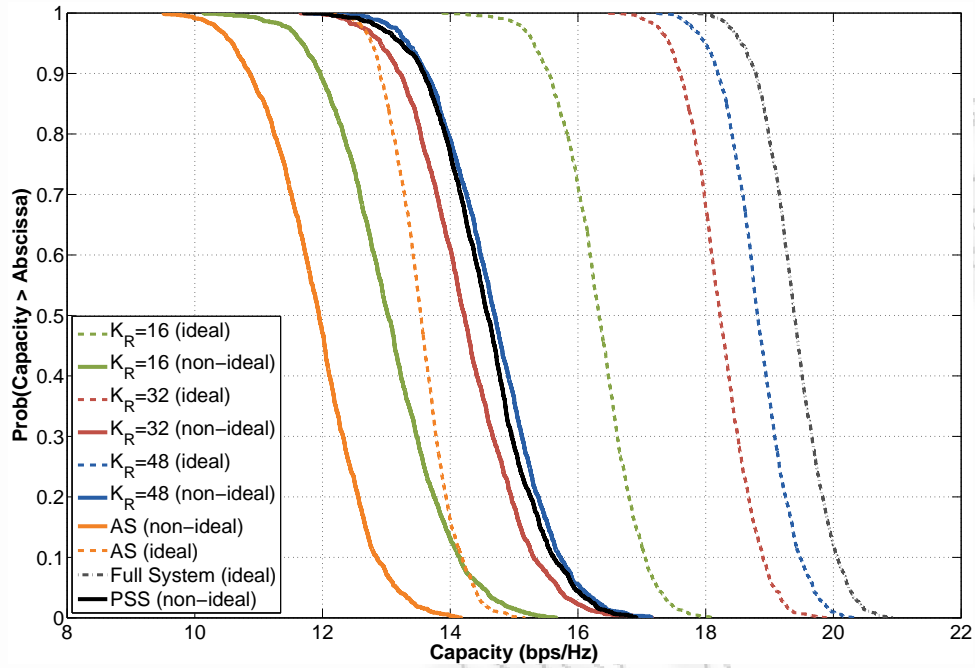
Σχήμα 7.35: Ποσοστιαία απώλεια στην χωρητικότητα με πιθανότητα προσωρινής διακοπής 10% της τεχνικής RHC-RS-ASF σε σχέση με την PSS, παρουσία σφαλμάτων φάσης, για $M_T = 4$, $M_R = 16$ και $N_R = 4$. Χρησιμοποιείται ο αλγόριθμος MSEB. Οι υλοποιήσεις του διαύλου έχουν προκύψει από μετρήσεις.

κεραιοστοιχείων, παρόλο που η τελευταία δεν επηρεάζεται από τα σφάλματα κβάντισης των στροφών φάσης.

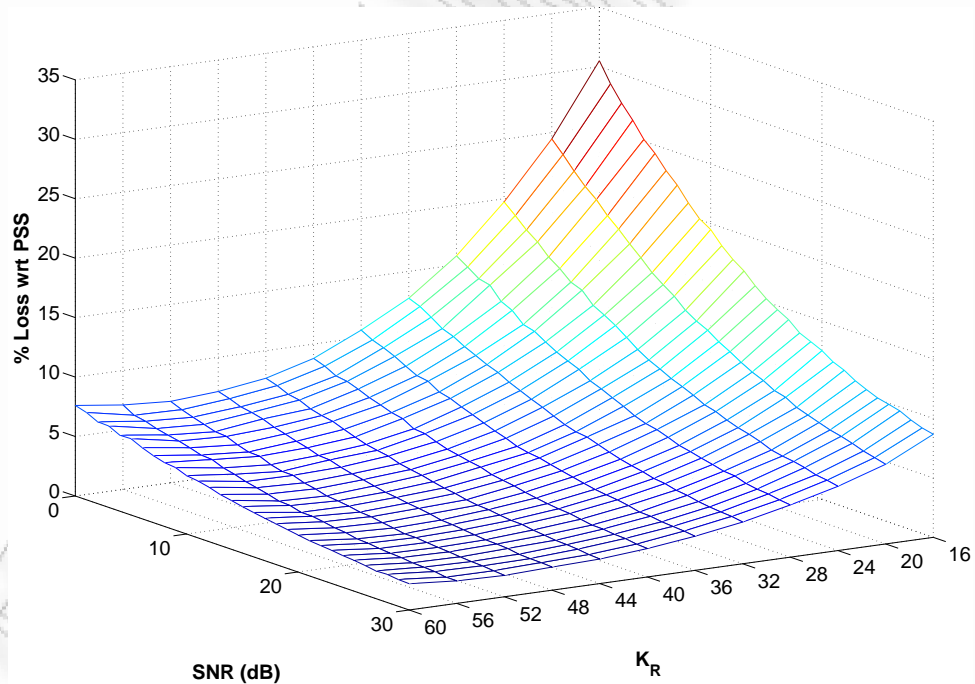
Συγκρίνοντας τη δημιουργία υποστοιχειοκεραίων με την TV-PSS (η οποία επηρεάζεται επίσης από τα σφάλματα κβάντισης της φάσης), παρατηρούμε ότι ισχύουν τα συμπεράσματα της παραγράφου 7.2.7.2 (σχήμα 7.34).

Επίδραση της μετατόπισης της φάσης Το σχήμα 7.35i δείχνει την ποσοστιαία απώλεια στην χωρητικότητα με πιθανότητα προσωρινής διακοπής 10% της τεχνικής RHC-RS-ASF σε σχέση με την PSS, όταν υφίσταται μετατόπιση φάσης, λόγω σφαλμάτων ρύθμισης της φάσης και βαθμονόμησης, χωρίς την παρουσία σφαλμάτων κβάντισης της φάσης. Επιπλέον, το σχήμα 7.35 δείχνει την ποσοστιαία απώλεια στην χωρητικότητα με πιθανότητα προσωρινής διακοπής 10% της τεχνικής RHC-RS-ASF σε σχέση με την PSS, όταν υφίσταται μετατόπιση φάσης, λόγω σφαλμάτων ρύθμισης της φάσης και βαθμονόμησης και σφάλματα κβάντισης της φάσης. Και στις δυο περιπτώσεις, βλέπουμε ότι ισχύουν οι παρατηρήσεις της παραγράφου 7.2.7.2. Επομένως, τα σφάλματα στους στροφείς φάσης δεν επηρεάζουν το γεγονός ότι, με κατάλληλη επιλογή του αριθμού των στροφών φάσης, η δημιουργία υποστοιχειοκεραίων μπορεί να έχει παρόμοια επίδοση με αυτή της τεχνικής στροφής και επιλογής.

Από κοινού επίδραση των σφαλμάτων εκτίμησης του διαύλου και των μη ιδανικοτήτων των στροφών φάσης Αφού μελετήσαμε ξεχωριστά κάθε παράγοντα σφάλματος που μπορεί να επηρεάσει την επίδοση της τεχνικής, στο σημείο



i. Εμπειρική cdf της χωρητικότητας για $K_R = 32$ και $\rho = 15$ dB



ii. Ποσοστιαία απώλεια στην χωρητικότητα με πιθανότητα προσωρινής διακοπής 10% της τεχνικής RHC-RS-ASF σε σχέση με την PSS

Σχήμα 7.36: Επίδραση σφαλμάτων εκτίμησης του διαύλου ($\sigma_e = 0, 5$), σφαλμάτων κβάντισης της φάσης (διακριτική ικανότητα 2 bits) και μετατόπισης φάσης ($\pm 10^\circ$), για $M_T = 4$, $M_R = 16$ και $N_R = 4$. Οι υλοποιήσεις του διαύλου έχουν προκύψει από μετρήσεις.

αυτό θα εξεταστεί η επιδείνωση που υφίσταται το σύστημα όταν συνυπάρχουν σφάλματα εκτίμησης του διαύλου και των στροφών φάσης. Το σχήμα 7.36i παρουσιάζει την εμπειρική ccdf της χωρητικότητας, παρουσία σφαλμάτων εκτίμησης του διαύλου ($\sigma_e = 0,5$), σφαλμάτων κβάντισης της φάσης (διακριτική ικανότητα 2 bits) και μετατόπισης φάσης ($\pm 10^\circ$). Επιπλέον, δείχνει την εμπειρική ccdf της χωρητικότητας για τη δημιουργία υποστοιχειοκεραιών, την επιλογή κεραιοστοιχείων και την TV-PSS, για την ιδανική περίπτωση που δεν υπάρχουν σφάλματα εκτίμησης διαύλου και φάσης. Παρατηρώντας προσεκτικά το σχήμα 7.36i, προκύπτει ότι

- Ανεξάρτητα της χρησιμοποιούμενης τεχνικής, η επιδείνωση του συστήματος λόγω μη ιδανικοτήτων είναι αξιοσημείωτη.
- Η επιλογή κεραιοστοιχείων παρουσιάζει μικρότερη επιδείνωση. Άλλωστε, δεν επηρεάζεται από τα σφάλματα των στροφών φάσης.
- Παρά την επιδείνωση της επίδοσης της δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών, η προτεινόμενη τεχνική εξακολουθεί να παρουσιάζει σαφώς καλύτερη επίδοση από την επιλογή κεραιοστοιχείων. Επιπλέον, με κατάλληλη επιλογή του αριθμού των στροφών φάσης, παρουσιάζει παρόμοια επίδοση με την τεχνική TV-PSS. Το συμπέρασμα αυτό επαληθεύεται και από το σχήμα 7.36ii.

7.5 Σύνοψη συμπερασμάτων

Στο κεφάλαιο αυτό έγινε μια διεξοδική μελέτη της επίδοσης της δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών, κυρίως με τη βοήθεια αποτελεσμάτων προσομοίωσης. Μελετήθηκε η μεταβολή της χωρητικότητας του συστήματος σε συνάρτηση με διάφορες παραμέτρους. Εξετάστηκε η επίδοση όλων των προτεινόμενων αλγορίθμων και παραλλαγών της τεχνικής και μελετήθηκε η σύγκρισή της με την επιλογή κεραιοστοιχείων και την τεχνική PSS.

Στη συνέχεια, παρατίθενται συνοπτικά τα κυριότερα συμπεράσματα που προέκυψαν:

- Η δημιουργία υποστοιχειοκεραιών είναι μια τεχνική μείωσης της πολυπλοκότητας του υλικού που επιτυγχάνει πολύ καλή επίδοση και μάλιστα αρκετά μεγαλύτερη από την επίδοση της συμβατικής τεχνικής της επιλογής κεραιοστοιχείων.
- Η αποτελεσματικότητα της δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών οφείλεται κυρίως στο γεγονός ότι επιτυγχάνει αυξημένο κέρδος συστοιχίας (σε σχέση με την επιλογή κεραιοστοιχείων), χωρίς φυσικά απώλεια των κερδών χωρικής πολυπλεξίας και διαφορισμού.

Πίνακας 7.2: Σύγκριση κυριότερων τεχνικών μείωσης της πολυπλοκότητας του υλικού

	Επιλογή κεραιοστοιχείων	Δημιουργία υπο- στοιχειοκεραιών	«Στροφή φάσης και επιλογή»	Βέλτιστη προεπεξεργασία
Αλυσίδες RF	$N_R < M_R$	$N_R < M_R$	$N_R < M_R$	$N_R < M_R$
Χρησιμοποιούμενα κεραιοστοιχεία	N_R	M_R	M_R	M_R
Ενισχυτές χαμηλού θορύβου	—	K_R προαιρετικά	—	$M_R M_T$
Στροφείς φάσης	—	$K_R < M_R M_T$	$M_R M_T$	$M_R M_T$
Επίδοση ως προς την χωρητικότητα	Μέτρια	Αρκετά καλή ως σχεδόν βέλτιστη	Σχεδόν βέλτιστη	Βέλτιστη

- Η δημιουργία υποστοιχειοκεραιών μπορεί να πετύχει επίδοση ισοδύναμη της τεχνικής «στροφή φάση και επιλογή», με κατάλληλη επιλογή του K_R . Από τα αποτελέσματα προσομοίωσης φαίνεται πως η κατάλληλη τιμή είναι περίπου $K_R = \frac{M_R M_T}{2}$.
- Η δημιουργία υποστοιχειοκεραιών μπορεί να εφαρμοστεί αποτελεσματικά χρησιμοποιώντας μόνο στροφείς φάσης. Σε αυτή την περίπτωση, η απώλεια της χωρητικότητας λόγω της μη χρήσης των ενισχυτών χαμηλού θορύβου είναι ασήμαντη, ενώ η μείωση της πολυπλοκότητας του υλικού είναι αξιοσημείωτη.
- Ο αλγόριθμος MSEB είναι ο προτιμότερος αλγόριθμος δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών που βασίζεται στη στιγμιαία εκτίμηση του διαύλου, υπό την έννοια ότι επιτυγχάνει το βέλτιστο συγκερασμό επίδοσης και υπολογιστικής πολυπλοκότητας. Επιπρόσθετα, ο αλγόριθμος MSEB παρουσιάζει μια ενδιαφέρουσα ιδιότητα: «επεκτείνει» κατά κάποιο τρόπο τη λογική της τεχνικής HS/MRC (που εφαρμόζεται στα συστήματα διαφορισμού SIMO) στα συστήματα MIMO, επιτυγχάνοντας μεγιστοποίηση της χωρητικότητας.
- Για $K_R = M_R$, αποδοτικότερη είναι η τεχνική RS-ASF όταν βασίζεται στη στιγμιαία εκτίμηση του διαύλου, ενώ η τεχνική SS-ASF είναι αποδοτικότερη όταν βασίζεται στα στατιστικά χαρακτηριστικά του διαύλου.
- Για $K_R > M_R$, οι τεχνικές RS-ASF και EB-ASF δεν παρουσιάζουν ιδιαίτερη διαφορά ως προς την επίδοση. Ωστόσο, από πλευράς απλότητας, πλεονεκτεί η EB-ASF, αφού ο αριθμός των κεραιοστοιχείων που επιλέγεται σε κάθε υποστοιχειοκεραία είναι σταθερός. Έτσι, το πλήθος των κεραιοστοιχείων που επιλέγει ο μεταγωγέας σε κάθε υποστοιχειοκεραία δεν χρειάζεται να είναι μεταβλητό.
- Η δημιουργία υποστοιχειοκεραιών είναι μια εύρωστη τεχνική παρουσία μη ιδανικοτήτων που συναντώνται συχνά στην πράξη. Επομένως, φαίνεται πως είναι δυνατή η αποτελεσματική εφαρμογή της στην πράξη.

Πίνακας 7.3: Συγκριτικός πίνακας των παραλλαγών της δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών

Ονομασία τεχνικής	Περιορισμός	Αρ. στροφών φάσης	Πλεονεκτήματα και Μειονεκτήματα
Χαλαρά δομημένη	$\sum_{j=1}^{N_R} S_j = K_R$	$M_R \leq K_R < M_R M_T$	+ Καλύτερη επίδοση - Μη σταθερός αριθμός επιλεγόμενων κεραιοστοιχείων ανά υποστοιχειοκεραία
Ισορροπημένη	$ S_j = \frac{K_R}{N_R} < M_R$	$M_R \leq K_R < M_R M_T$	+ Σταθερός αριθμός επιλεγόμενων κεραιοστοιχείων ανά υποστοιχειοκεραία
Αυστηρά δομημένη	$S_j \cap S_q = \emptyset$	M_R	+ Καλύτερη επίδοση για αλγ. CLB - Χειρότερη σε όλες τις υπόλοιπες περιπτώσεις

Ο πίνακας 7.2 παρουσιάζει εν συντομία τη σύγκριση ανάμεσα στη δημιουργία υποστοιχειοκεραιών και τις κυριότερες τεχνικές μείωσης της πολυπλοκότητας του υλικού: την επιλογή κεραιοστοιχείων, την τεχνική PSS και τη βέλτιστη προεπεξεργασία⁵ στο πεδίο των ραδιοσυχνοτήτων. Η επίδραση διαφόρων παραμέτρων του συστήματος στην επίδοση της δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών συνοψίζεται στον πίνακα 7.4.

⁵Υπενθυμίζεται ότι ο βέλτιστος πίνακας μετασχηματισμού των τεχνικών προεπεξεργασίας στο πεδίο των ραδιοσυχνοτήτων δίνεται από το θεώρημα 6.1.1 όταν βασίζεται στη στιγμιαία γνώση του διαύλου και από το θεώρημα 6.2.1 όταν βασίζεται στα στατιστικά χαρακτηριστικά του διαύλου.

Πίνακας 7.4: Επίδραση διαφόρων παραγόντων στην επίδοση της δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών

Παράγοντας	Επίδοση	Βελτίωση ως προς AS	Απώλεια ως προς TV-PSS
K_R : αυξάνεται	αυξάνεται	αυξάνεται	μειώνεται
M_R : αυξάνεται	αυξάνεται	αυξάνεται	μειώνεται
SNR: αυξάνεται	αυξάνεται	μειώνεται	αυξάνεται
Χωρ. συσχέτιση: αυξάνεται	μειώνεται	αυξάνεται	αυξάνεται

i. Με βάση τη στιγμιαία εκτίμηση του διαύλου

Παράγοντας	Επίδοση	Βελτίωση ως προς AS	Απώλεια ως προς TI-PSS
K_R : αυξάνεται	αυξάνεται	αυξάνεται	μειώνεται
M_R : αυξάνεται	αυξάνεται	αυξάνεται	πρακτικά σταθερή
SNR: αυξάνεται	αυξάνεται	μειώνεται	αυξάνεται
Χωρ. συσχέτιση: αυξάνεται	αυξάνεται	αυξάνεται	πρακτικά σταθερή

ii. Με βάση τα στατιστικά χαρακτηριστικά του διαύλου

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΡΔΑ

Κεφάλαιο 8

Συμπεράσματα

8.1 Σύνοψη

Αν και τα συστήματα MIMO προσφέρουν πολύ σημαντικά οφέλη ως προς την αξιοπιστία της ζεύξης και τη φασματική απόδοση, μειονεκτούν από πλευράς πολυπλοκότητας του υλικού, η οποία οφείλεται κυρίως στις πολλαπλές αλυσίδες RF. Η ανάγκη μείωσης της πολυπλοκότητας του υλικού ήταν το κίνητρο για την ανάπτυξη και αξιολόγηση των σχετικών τεχνικών. Ειδικότερα, αξιολογήθηκε, με τη βοήθεια θεωρητικών εκφράσεων κλειστής μορφής, η επίδοση της κλασικής τεχνικής HS/MRC, όταν εφαρμόζεται σε διαύλους επίγειων και δορυφορικών κινητών επικοινωνιών όπου το φαινόμενο της σκίασης δεν είναι αμελητέο. Επιπρόσθετα, μελετήθηκε μια πρωτότυπη τεχνική μείωσης της πολυπλοκότητας του υλικού, η δημιουργία υποστοιχειοκεραιών, η οποία, εκμεταλλευόμενη της αποκρίσεις όλων των διαθέσιμων κεραιοστοιχείων, προσφέρει δραματική βελτίωση της επίδοσης σε σχέση με τη συμβατική τεχνική της επιλογής κεραιοστοιχείων. Για την τεχνική αυτή, βρέθηκαν θεωρητικά άνω φράγματα της εργοδικής χωρητικότητας, προτάθηκαν νέοι αναλυτικοί αλγόριθμοι, βασισμένοι τόσο στη στιγμιαία γνώση όσο και στα στατιστικά χαρακτηριστικά του διαύλου και μελετήθηκαν διεξοδικά οι παράγοντες που επηρεάζουν την επίδοση, συμπεριλαμβανομένων και των σφαλμάτων που οφείλονται στην εκτίμηση του διαύλου και τη μη ιδανική συμπεριφορά του υλικού.

Στο κεφάλαιο 2 παρουσιάστηκαν βασικές έννοιες και οι κυριότερες τεχνικές μετάδοσης και λήψης των συστημάτων MIMO. Η αναγκαιότητα μείωσης της πολυπλοκότητας του υλικού και οι σημαντικότερες σχετικές τεχνικές που έχουν προταθεί στη βιβλιογραφία μελετήθηκαν στο κεφάλαιο 3. Στο κεφάλαιο 4 βρέθηκαν νέες θεωρητικές εκφράσεις που οδηγούν στον υπολογισμό της πιθανότητας σφάλματος της τεχνικής HS/MRC σε διαύλους των οποίων οι διαλείψεις μοντελοποιούνται με την κατανομή \mathcal{K} . Κατόπιν, στο κεφάλαιο 5 παρουσιάστηκε η πρωτότυπη τεχνική της

δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών και διάφορες παραλλαγές της και βρέθηκαν στενά θεωρητικά άνω φράγματα επί της εργοδικής χωρητικότητας για περιβάλλοντα πλήρους σκέδασης. Αναλυτικοί αλγόριθμοι δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών, βασισμένοι τόσο στη στιγμιαία γνώση, όσο και στα στατιστικά χαρακτηριστικά του διαύλου, αναπτύχθηκαν στο κεφάλαιο 6. Τέλος, η επίδοση της προτεινόμενης τεχνικής και οι παράγοντες που την επηρεάζουν εξετάστηκαν διεξοδικά στο κεφάλαιο 7. Στη συνέχεια, συνοψίζονται τα κυριότερα συμπεράσματα που προέκυψαν και αναγνωρίζονται σχετικά θέματα για μελλοντική ερευνητική δραστηριότητα.

8.2 Συμπεράσματα

Στα πλαίσια της παρούσας διατριβής, τεκμηριώθηκαν τα ακόλουθα συμπεράσματα :

- Η τεχνική της δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών αποτελεί μια εναλλακτική πρωτότυπη τεχνική μείωσης της πολυπλοκότητας υλικού σε ασύρματα συστήματα επικοινωνιών πολλαπλών εισόδων - πολλαπλών εξόδων, η οποία παρουσιάζει πολύ καλύτερη επίδοση σε σχέση με την κλασική τεχνική επιλογής κεραιοστοιχείων, αφού εκμεταλλεύεται τις αποκρίσεις όλων των διαθέσιμων κεραιοστοιχείων. Εν τούτοις, απαιτούνται ρυθμιζόμενοι στροφείς φάσης που να λειτουργούν στις μικροκυματικές συχνότητες. Προαιρετικά, μπορούν να χρησιμοποιηθούν και ενισχυτές χαμηλού θορύβου· ωστόσο η βελτίωση που προκύπτει είναι πρακτικά αμελητέα.
- Για την τεχνική της δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών, έχουν προταθεί διάφορες παραλλαγές, οι οποίες έχουν ως σκοπό είτε την ευκολότερη σχεδίαση των αντίστοιχων αλγορίθμων, είτε τη διευκόλυνση της πρακτικής εφαρμογής τους. Γενικά, την καλύτερη επίδοση παρουσιάζει η παραλλαγή (RHC-)RS-ASF. Εν τούτοις, η πιο αξιόλογη παραλλαγή είναι η (RHC-)EB-ASF, υπό την έννοια ότι επιτυγχάνει ταυτόσημη επίδοση με την (RHC-)RS-ASF και επιπρόσθετα χρησιμοποιεί ένα σταθερό και προκαθορισμένο αριθμό επιλεγόμενων κεραιοστοιχείων ανά υποστοιχειοκεραία, διευκολύνοντας έτσι την εφαρμογή της στην πράξη.
- Η επίδοση της νέας τεχνικής καθορίζεται από τον αριθμό των χρησιμοποιούμενων στροφών φάσης, ο οποίος αποτελεί παράμετρο σχεδίασης του συστήματος. Με κατάλληλη επιλογή του αριθμού των στροφών φάσης, επιτυγχάνεται ο επιθυμητός συγκεκρισμός επίδοσης και την πολυπλοκότητας του πομποδέκτη.
- Η επίδοση της δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών είναι πολύ καλύτερη από την κλασική τεχνική της επιλογής κεραιοστοιχείων, επειδή προσφέρει αρκετά με-

γαλύτερο κέρδος συστοιχίας. Η χρήση της νέας τεχνικής γίνεται ακόμα περισσότερο συμφέρουσα (με την έννοια ότι επιτυγχάνεται ακόμα μεγαλύτερη σχετική βελτίωση) όταν

- αυξάνεται η διαφορά ανάμεσα στα κεραιοστοιχεία δέκτη και πομπού¹,
 - η χωρική συσχέτιση του διαύλου γίνεται εντονότερη και
 - μειώνεται ο σηματοθορυβικός λόγος.
- Ανάλογα με τον αριθμό των στροφών φάσης, η επίδοση της δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών μπορεί να ταυτίζεται ή ακόμα και να υπερβαίνει ελάχιστα την επίδοση της τεχνικής «στροφή φάσης και επιλογή». Από την εμπειρική μελέτη φάνηκε πως αυτό μπορεί να επιτευχθεί χρησιμοποιώντας περίπου τους μισούς στροφείς φάσης σε σχέση με τη στροφή φάσης και επιλογή, ή και ακόμα λιγότερους για μεγάλο αριθμό κεραιοστοιχείων.
 - Η σχεδίαση των υποστοιχειοκεραιών μπορεί να γίνει αποδοτικά με την χρήση αναλυτικών αλγόριθμων, οι οποίοι βασίζονται στη στιγμιαία εκτίμηση του διαύλου και μεγιστοποιούν την χωρητικότητα. Οι αλγόριθμοι αυτοί παρουσιάζουν σχετικά χαμηλή πολυπλοκότητα και χαρακτηρίζονται από πολύ καλή επίδοση, παρόλο που είναι υποβέλτιστοι.
 - Η σχεδίαση των υποστοιχειοκεραιών μπορεί επίσης να γίνει με βάση τα στατιστικά χαρακτηριστικά του διαύλου. Παρά την επιδείνωση της επίδοσης σε σχέση με τους προαναφερθέντες αλγόριθμους, η επιλογή των κεραιοστοιχείων και των αντίστοιχων συντελεστών στάθμισης μπορεί να γίνεται με αρκετά πιο αργούς ρυθμούς, επιτρέποντας έτσι την χρήση κυκλωματικών διατάξεων με λιγότερο απαιτητικές προδιαγραφές λειτουργίας και επομένως με μικρότερη πολυπλοκότητα και κόστος.
 - Ένα πολύ ενδιαφέρον συμπέρασμα που προκύπτει από την αξιολόγηση της επίδοσης του αλγόριθμου που βασίζεται στα στατιστικά χαρακτηριστικά του διαύλου είναι ότι *εκμεταλλεύεται* την χωρική συσχέτιση προς όφελος της επίδοσης του συστήματος, σε αντίθεση με το αντίστοιχο σύστημα πλήρους πολυπλοκότητας.
 - Ένας από τους προτεινόμενους αλγόριθμους μοιάζει, ως προς τον τρόπο επιλογής των κεραιοστοιχείων που συμμετέχουν σε κάθε υποστοιχειοκεραία, με

¹Η χρήση ενός σχετικά μεγάλου αριθμού κεραιοστοιχείων μπορεί να μην ακούγεται ρεαλιστική· ωστόσο, με την ανάπτυξη συστημάτων με συχνότητες λειτουργίας της τάξης των 60 GHz, η μείωση του μήκους κύματος θα επιτρέψει τη μείωση της απαιτούμενης απόστασης διαχωρισμού των κεραιοστοιχείων και επομένως την εγκατάσταση ενός σχετικά μεγάλου αριθμού κεραιοστοιχείων σε περιορισμένο χώρο.

την κλασική τεχνική του γενικευμένου συνδυασμού επιλογής (GSC), η οποία εφαρμόζεται σε συστήματα διαφορισμού SIMO. Έτσι, ο προτεινόμενος αλγόριθμος μπορεί να ειπωθεί σαν μια «επέκταση» της λογικής του HS/MRC (για την παραλλαγή RS-ASF) ή του HS/EGC (για την παραλλαγή RHC-RS-ASF) στις τεχνικές προεπεξεργασίας στο πεδίο των ραδιοσυχνοτήτων, με στόχο τη μείωση της πολυπλοκότητας του υλικού στα συστήματα MIMO. Είναι επίσης αξιοσημείωτο ότι η λογική αυτή είναι εφαρμόσιμη, είτε η τεχνική βασίζεται στην στιγμιαία εκτίμηση του διαύλου (αλγόριθμος MSEB), είτε στα στατιστικά χαρακτηριστικά του (αλγόριθμος CSB).

- Θεωρητικά άνω φράγματα για την εργοδική χωρητικότητα της υπό μελέτη τεχνικής μπορεί να προκύψουν θεωρώντας ότι τα συστήματα SIMO που σχηματίζονται ανάμεσα σε μια κεραία του πομπού με όλες τις κεραίες του δέκτη είναι παράλληλα και αμοιβαία ανεξάρτητα, δε δημιουργεί παρεμβολές το ένα στο άλλο και χρησιμοποιούν τη γνωστή τεχνική συνδυασμού HS/MRC. Τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων δείχνουν μάλιστα ότι τα φράγματα που προκύπτουν είναι αρκετά «στενά» (tight).
- Διάφορα σφάλματα και μη ιδανικότητες που εμφανίζονται συχνά στην πράξη, όπως εσφαλμένη εκτίμηση διαύλου, σφάλματα στους στροφείς φάσης και σφάλματα κβάντισης, δεν υπονομεύουν την αποτελεσματικότητα της προτεινόμενης τεχνικής. Έτσι, φαίνεται πως η τεχνική μπορεί να είναι εφαρμόσιμη σε πρακτικούς πομποδέκτες με πολλαπλές κεραίες.
- Βρέθηκε μια θεωρητική έκφραση (της περιθώριας ροπογεννήτριας συνάρτησης) που επιτρέπει τον υπολογισμό της πιθανότητας σφάλματος της τεχνικής HS/MRC, όταν οι διαλείψεις του διαύλου ακολουθούν την κατανομή \mathcal{K} , η οποία χρησιμοποιείται για την προσέγγιση της Rayleigh-λογαριθμοκανονικής κατανομής. Η θεωρητική έκφραση είναι κλειστής μορφής και περιέχει πεπερασμένα αθροίσματα και γνωστές μαθηματικές συναρτήσεις που υπολογίζονται εύκολα με τη βοήθεια σύγχρονων μαθηματικών υπολογιστικών προγραμμάτων. Ο τελικός υπολογισμός της πιθανότητας σφάλματος γίνεται αποδοτικά με τη βοήθεια γνωστών τεχνικών αριθμητικής ολοκλήρωσης.
- Επιβεβαιώνεται ότι τα γνωστά χαρακτηριστικά που παρουσιάζει η τεχνική HS/MRC για συνηθισμένα μοντέλα διαύλου, εμφανίζονται επίσης και όταν ο δίαυλος υπόκειται συγχρόνως σε φαινόμενα διαλείψεων μικρής κλίμακας και σκίασης. Τα χαρακτηριστικά αυτά είναι τα εξής:

- Η τάξη διαφορισμού εξαρτάται μόνο από το συνολικό αριθμό των κεραιοστοιχείων.

- Αύξηση του αριθμού των επιλεγόμενων κεραιοστοιχείων απλώς μετατοπίζει την καμπύλη της πιθανότητας σφάλματος ως προς το σηματοθορυβικό λόγο προς τα αριστερά.
- Καθώς τα φαινόμενα σκίασης γίνονται εντονότερα, η επιδείνωση της επίδοσης του συστήματος λόγω μείωσης του αριθμού των επιλεγμένων κεραιοστοιχείων γίνεται λιγότερο αισθητή.

8.3 Προτάσεις για μελλοντική έρευνα

Η ερευνητική δραστηριότητα που πραγματοποιήθηκε στα πλαίσια της παρούσας διδακτορικής διατριβής ήταν εκτενής, αφενός προτείνοντας νέους αλγόριθμους και φωτίζοντας αρκετές πτυχές της νέας τεχνικής της δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών και αφετέρου αναπτύσσοντας νέες θεωρητικές εκφράσεις για τον υπολογισμό της πιθανότητας σφάλματος της τεχνικής HS/MRC σε διαύλους που υπόκεινται συγχρόνως σε διαλείψεις μικρής κλίμακας και σε σκίαση. Εντούτοις, παραμένουν ανοικτά αρκετά ζητήματα που χρήζουν περαιτέρω διερεύνησης. Παρακάτω αναφέρονται ορισμένα από τα πιο ενδιαφέροντα ανοικτά ερευνητικά ζητήματα:

Για την αξιολόγηση της επίδοσης του συνδυασμού γενικευμένης επιλογής

Είναι ενδιαφέρον να βρεθούν θεωρητικές εκφράσεις για την πιθανότητα σφάλματος της τεχνικής HS/MRC στις εξής περιπτώσεις:

- Όταν οι διαλείψεις του διαύλου περιγράφονται από την *γενικευμένη κατανομή K* (generalized K distribution — \mathcal{K}_G distribution) [106]. Η κατανομή \mathcal{K}_G είναι γενικότερη της \mathcal{K} και υποθέτει ότι οι διαλείψεις μικρής κλίμακας και η σκίαση μοντελοποιούνται από τις κατανομές Nakagami- m και γάμμα αντίστοιχα. Σε αυτή την περίπτωση, η παράμετρος k χαρακτηρίζει τη σκίαση (όπως και στην κατανομή \mathcal{K}) και η παράμετρος m χαρακτηρίζει τις διαλείψεις μικρής κλίμακας (πρόκειται για την παράμετρο m της κατανομής Nakagami- m).

Όταν η παράμετρος k (ή m) είναι ακέραιος και η m (ή k) είναι ένας ακέραιος συν $\frac{1}{2}$, τότε μπορεί να εφαρμοστεί εύκολα η προσέγγιση που ακολουθήθηκε στην παράγραφο 4.3.

Ωστόσο, το πρόβλημα γίνεται ακόμα πιο δύσκολο όταν οι παράμετροι m , k λαμβάνουν αυθαίρετες τιμές. Σε αυτή την περίπτωση, μια πιθανή λύση προέρχεται από την αναφορά [137], όπου ολοκληρώματα της μορφής $\int_0^x e^{\alpha t^2} t^\mu K_\nu(t) dt$ υπολογίζονται με τη βοήθεια των διπλών υπεργεωμετρικών συναρτήσεων του Kampé de Fériet [138]. Δυστυχώς, οι εν λόγω συναρτήσεις παράγονται από

απειροσειρές υπεργεωμετρικών συναρτήσεων και δεν έχουν υλοποιηθεί μέχρι στιγμής στα σύγχρονα μαθηματικά υπολογιστικά προγράμματα.

- Όταν ο διάυλος παρουσιάζει *συσχετισμένες* διαλείψεις που ακολουθούν την κατανομή \mathcal{K} ή \mathcal{K}_G .
- Όταν οι διαλείψεις του διαύλου ακολουθούν την κατανομή \mathcal{G} , σύμφωνα με την οποία η σκίαση μοντελοποιείται με την ανεστραμμένη Γκαουσιανή κατανομή (inverse Gaussian distribution) και οι διαλείψεις μικρής κλίμακας με την κατανομή Rayleigh. Η εν λόγω κατανομή έχει προταθεί πρόσφατα για την ακριβέστερη προσέγγιση της Rayleigh-λογαριθμοκανονικής κατανομής [139]. Το γεγονός ότι η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας του σηματοθορυβικού λόγου ανά κλάδο διαφορισμού είναι της μορφής $f_\gamma(x) = A \frac{x^{m-1}}{(\sqrt{\alpha+\beta x})^{m+\frac{1}{2}}} K_{m+\frac{1}{2}}(b\sqrt{\alpha+\beta x})$ [140] δείχνει ότι το πρόβλημα μπορεί να λυθεί για ακέραιο m ακολουθώντας παρόμοια προσέγγιση με αυτή της παραγράφου 4.3.

Για τη δημιουργία υποστοιχειοκεραιών

Τα πιο ενδιαφέροντα ανοικτά ερευνητικά ζητήματα για την τεχνική της δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών είναι τα ακόλουθα:

- Επέκταση των αλγορίθμων για τη δημιουργία υποστοιχειοκεραιών στον πομπό. Επειδή σε αυτή την περίπτωση, οι συντελεστές στάθμισης θα στέλνονται από το δέκτη στον πομπό μέσω ενός διαύλου ανάδρασης, θα πρέπει να ληφθεί κατάλληλη μέριμνα ώστε η πληροφορία που θα σταλεί μέσω του διαύλου ανάδρασης να είναι περιορισμένη (σύστημα περιορισμένης ανάδρασης — limited feedback system).
- Αφού προταθούν αλγόριθμοι δημιουργίας υποστοιχειοκεραιών στο πομπό, ιδιαίτερο ενδιαφέρον θα παρουσιάζει η ανάπτυξη αλγορίθμων για την *από κοινού* εφαρμογή της τεχνικής σε πομπό και δέκτη.
- Η τάξη διαφορισμού του συστήματος που προκύπτει από την εφαρμογή της τεχνικής πρέπει να προσδιοριστεί θεωρητικά. Μια πιθανή ιδέα είναι να ακολουθηθεί προσέγγιση ανάλογη με αυτή που ακολουθήθηκε για την εύρεση της τάξης διαφορισμού της επιλογής κεραιοστοιχείων με κριτήριο τη μεγιστοποίηση της χωρητικότητας (παράγραφος 3.3.4.1). ωστόσο, η δυσκολία έγκειται στο στατιστικό χαρακτηρισμό των αντίστοιχων τυχαίων μεταβλητών ξ_k^2 της ανίσωσης (3.10).
- Εύρεση ακριβούς θεωρητικής έκφρασης για την χωρητικότητα που επιτυγχάνεται με τη δημιουργία υποστοιχειοκεραιών (όταν βασίζεται είτε στην ακριβή

γνώση του διαύλου, είτε στα στατιστικά χαρακτηριστικά), έτσι ώστε να επιδειχθεί και θεωρητικά η εξάρτηση της επίδοσης από τις διάφορες παραμέτρους του συστήματος (όπως ο αριθμός στροφών φάσης και κεραιοστοιχείων και η χωρική συσχέτιση).

- Σχεδίαση κατάλληλου αλγόριθμου που να έχει ως στόχο την ελαχιστοποίηση της πιθανότητας σφάλματος, σε διαύλους είτε στενής είτε ευρείας ζώνης.
- Ανάπτυξη αλγορίθμων που να μη βασίζονται στη διάσπαση ιδιόμορφων τιμών του πίνακα μεταφοράς του διαύλου, ώστε να μειωθεί περαιτέρω η υπολογιστική πολυπλοκότητα.
- Ανάπτυξη αλγορίθμων που να αντιμετωπίζουν συγχρόνως και το πρόβλημα των ομοδιαυλικών παρεμβολών.
- Για την επίτευξη ενός κατάλληλου συγκερασμού ανάμεσα στους αλγόριθμους που βασίζονται στη στιγμιαία γνώση του διαύλου και στον αλγόριθμο που βασίζεται στα στατιστικά χαρακτηριστικά του, θα ήταν ενδιαφέρον να αναπτυχθεί ένας αλγόριθμος που να ακολουθεί τη λογική της «μεταγωγής και παραμονής» (switch and stay): Ο επανακαθορισμός των επιλεγόμενων κεραιοστοιχείων ανά υποστοιχειοκεραία και των αντίστοιχων συντελεστών στάθμισης να μη γίνεται κάθε φορά που αλλάζει η κατάσταση του διαύλου, αλλά μόνο όταν η επίδοση του συστήματος πέσει κάτω από ένα προκαθορισμένο κατώφλι. Ο αλγόριθμος θα μπορούσε ενδεχομένως να σχεδιαστεί έτσι ώστε να επιτευχθεί βέλτιστος συγκερασμός ανάμεσα στη μεγιστοποίηση της επίδοσης και την ελαχιστοποίηση της συχνότητας επαναπροσδιορισμού του πίνακα μετασχηματισμού.

□

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΡΔΑ

Βιβλιογραφία

- [1] I. S. Gradshteyn and I. M. Ryzhik, *Table of Integrals, Series and Products*, 7th ed. New York, NY, USA: Academic Press, 2007.
- [2] R. Roy and B. Ottersten, "Spatial division multiple access wireless communications systems," *US Patent*, no. 5 515 378, May 1996.
- [3] A. Paulraj and T. Kailath, "Increasing capacity in wireless broadcast systems using distributed transmission/directional reception," *US Patent*, no. 5 345 599, 1994.
- [4] I. E. Telatar, "Capacity of multi-antenna gaussian channels," *European Transactions on Telecommunications*, pp. 585 – 596, Nov. 1999.
- [5] P. W. Wolniansky, G. J. Foschini, G. D. Golden, and R. A. Valenzuela, "V-BLAST: an architecture for realizing very high data rates over the rich-scattering wireless channel," in *ISSSE 98*, Pisa, Italy, 1998.
- [6] A. J. Paulraj, R. Nabar, and D. A. Gore, *Introduction to Space-Time Wireless Communications*. Cambridge University Press, 2003.
- [7] C. Oestges and B. Clerckx, *MIMO wireless communications: from real-world propagation to space-time code design*. Academic Press, 2007.
- [8] E. Biglieri and G. Taricco, *Transmission and reception with multiple antennas: theoretical foundations*. Now Publishers Inc., 2004.
- [9] F. Neeser and J. Massey, "Proper complex random processes with applications to information theory," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 39, no. 4, pp. 1293 – 1302, July 1993.
- [10] T. M. Cover and J. A. Thomas, *Elements of Information Theory*. John Wiley and Sons, 1991.

- [11] I. E. Telatar , “Capacity of multi-antenna gaussian channels,” AT&T Bell Labs, Tech. Rep., Jun 1995.
- [12] O. Oyman, R. U. Nabar, H. Bölcskei, and A. J. Paulraj, “Characterizing the statistical properties of mutual information in MIMO channels,” *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 51, no. 11, pp. 2784 – 2795, 2003.
- [13] A. L. Moustakas, S. H. Simon, and A. M. Sengupta, “MIMO capacity through correlated channels in the presence of correlated interferers and noise: a (not so) large N analysis,” *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 49, no. 10, pp. 2545 – 2561, Oct. 2003.
- [14] B. M. Hochwald, T. L. Marzetta, and V. Tarokh, “Multiple-antenna channel hardening and its implications for rate feedback and scheduling,” *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 50, no. 9, pp. 1893 – 1909, Sept. 2004.
- [15] R. U. Nabar, H. Bölcskei, and A. J. Paulraj, “Influence of propagation conditions on the outage capacity of space-time block codes,” in *European Wireless Conference*, Florence, Italy, Feb. 2002, pp. 629 – 634.
- [16] M. K. Simon and M. S. Alouini, *Digital Communication over Fading Channels*, 1st ed. New York, NY, USA: John Wiley and Sons, 2000.
- [17] V. Tarokh, N. Seshadri, and A. R. Calderbank, “Space-time codes for high data rate wireless communication: performance criterion and code construction,” *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 44, no. 2, pp. 744 – 765, Mar. 1998.
- [18] ΕΛΟΤ, ΟΤΕ και ΕΛΕΤΟ, “Teleterm: Βάση Τηλεπικοινωνιακών Όρων,” Διαθέσιμο στο διαδίκτυο, <http://www.moto-teleterm.gr>.
- [19] J. Radon, “Lineare scharen orthogonaler matrizen,” *Abhandlungen aus dem Mathematischen Seminar der Universität Hamburg*, vol. 1, no. 1, pp. 1 – 14, Dec. 1922.
- [20] T. K. Paul and T. Ogunfunmi, “Wireless LAN comes of age: Understanding the IEEE 802.11n amendment,” *IEEE Circuits and Systems Magazine*, vol. 8, no. 1, pp. 28 – 54, First Quarter 2008.
- [21] B. Furht and S. A. Ahson, *3GPP LTE Handbook: 3GPP LTE Radio and Cellular Technology*. CRC Press, 2009.

- [22] S. Sesia, I. Toufik, and M. Baker, *LTE – The UMTS Long Term Evolution*. Wiley, 2009.
- [23] J. G. Andrews, A. Ghosh, and R. Muhamed, *Fundamentals of WiMAX: Understanding Broadband Wireless Networking*. Prentice-Hall, 2007.
- [24] A. Kalis, A. G. Kanatas, and C. Papadias, “A novel approach to MIMO transmission using a single RF front end,” *IEEE Journal on Selected Areas on Communications*, vol. 26, no. 8, pp. 972 – 980, Aug. 2008.
- [25] V. Barousis, A. Kalis, A. G. Kanatas, and C. Papadias, “A limited feedback technique for beamspace mimo systems with single rf front-end,” in *IEEE PIMRC*, Cannes, France, Sept. 2008.
- [26] R. Bains and R. R. Müller, “Using parasitic elements for implementing the rotating antenna for MIMO receivers,” *IEEE Transactions on Wireless Communications*, vol. 7, no. 11, pp. 4522 – 4533, Nov. 2008.
- [27] J. L. Vicario, M. A. Lagunas, and C. Antón-Haro, “A cross-layer approach to transmit antenna selection,” *IEEE Transactions on Wireless Communications*, vol. 5, no. 8, pp. 1993 – 1997, Aug. 2006.
- [28] T. H. Cormen, C. E. Leiserson, R. L. Rivest, and C. Stein, *Introduction to Algorithms*, 2nd ed. MIT Press, 2001.
- [29] P. Karamalis, N. Skentos, and A. Kanatas, “Selecting array configurations for MIMO systems: an evolutionary computation approach,” *IEEE Transactions on Wireless Communications*, vol. 3, no. 6, pp. 1994 – 1998, 2004.
- [30] I. Berenguer, X. Wang, and V. Krishnamurthy, “Adaptive MIMO antenna selection via discrete stochastic optimization,” *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 53, no. 11, pp. 4315 – 4329, Nov. 2005.
- [31] S. Andradottir, “A global search method for discrete stochastic optimization,” *SIAM Journal on Optimization*, vol. 6, no. 2, pp. 513 – 530, May 1996.
- [32] T. H. de Mello, “Variable-sample methods for stochastic optimization,” *ACM Transactions on Modeling and Computer Simulation*, vol. 13, no. 2, pp. 108 – 133, Apr. 2003.
- [33] A. Dua, K. Medepalli, and A. J. Paulraj, “Receive antenna selection in MIMO systems using convex optimization,” *IEEE Transactions on Wireless Communications*, vol. 5, no. 9, pp. 2353 – 2357, Sept. 2006.

- [34] K. T. Phan and C. Tellambura, "Receive antenna selection based on union-bound minimization using convex optimization," *IEEE Signal Processing Letters*, vol. 14, no. 9, pp. 609 – 612, Sept. 2007.
- [35] S. Boyd and L. Vandenberghe, *Convex Optimization*. Cambridge University Press, march 2004.
- [36] R. Narasimhan, "Spatial multiplexing with transmit antenna and constellation selection for correlated MIMO fading channels," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 51, no. 11, pp. 2829 – 2838, Nov. 2003.
- [37] Q. Zhou and H. Dai, "Joint antenna selection and link adaptation for MIMO systems," *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 55, no. 1, pp. 243 – 255, Jan. 2006.
- [38] I. Bahceci, T. M. Duman, and Y. Altunbasak, "Antenna selection for multiple-antenna transmission systems: performance analysis and code construction," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 49, no. 10, pp. 2669 – 2681, Oct. 2003.
- [39] X. N. Zeng and A. Ghrayeb, "Performance bounds for space-time block codes with receive antenna selection," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 50, no. 9, pp. 2130 – 2137, Sept. 2004.
- [40] L. Yang and J. Qin, "Performance of Alamouti scheme with transmit antenna selection for M-ary signals," *IEEE Transactions on Wireless Communications*, vol. 5, no. 12, pp. 3365 – 3369, Dec. 2006.
- [41] Z. Chen, J. Yuan, and Z. Zhou, "Performance of Alamouti scheme with transmit antenna selection," *Electronics Letters*, vol. 39, no. 23, pp. 1666 – 1668, Nov. 2003.
- [42] Q. Ma and C. Tepedelenlioglu, "Antenna selection for unitary space-time modulation," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 51, no. 10, pp. 3620 – 3631, Oct. 2005.
- [43] A. Sanei, A. Ghrayeb, Y. Shayan, and T. M. Duman, "On the diversity order of space-time trellis codes with receive antenna selection over fast fading channels," *IEEE Transactions on Wireless Communications*, vol. 5, no. 7, pp. 1579 – 1585, July 2006.

- [44] A. Ghrayeb and T. M. Duman, "Performance analysis of MIMO systems with antenna selection over quasi-static fading channels," *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 52, no. 2, pp. 281 – 288, Mar. 2003.
- [45] T. M. Duman and A. Ghrayeb, *Coding for MIMO Communication Systems*. John Wiley and Sons, 2007.
- [46] Z. Chen, J. Yuan, and B. Vucetic, "Analysis of transmit antenna selection/maximal ratio combining in Rayleigh fading channels," *IEEE Transaction on Vehicular Technology*, vol. 54, no. 4, pp. 1312 – 1321, July 2005.
- [47] D. J. Love, "On the probability of error of antenna-subset selection with space-time block codes," *IEEE Transactions on Communications*, 2005.
- [48] S. Kaviani and C. Tellambura, "Closed-form BER analysis for antenna selection using orthogonal space-time block codes," *IEEE Communications Letters*, vol. 10, no. 10, pp. 704 – 706, Oct. 2006.
- [49] K. T. Phan and C. Tellambura, "Capacity analysis for transmit antenna selection using orthogonal space-time block codes," *IEEE Communications Letters*, vol. 11, no. 5, pp. 423 – 425, May 2007.
- [50] D. A. Gore and A. J. Paulraj, "MIMO antenna subset selection with space-time coding," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 50, no. 10, pp. 2580 – 2588, Oct. 2002.
- [51] Z. Chen, B. Vucetic, J. Yuan, and Z. . Zhou, "Performance analysis of space-time trellis codes with transmit antenna selection in Rayleigh fading channels," in *IEEE WCNC*, Mar. 2004, pp. 2456 – 2462.
- [52] T. Shu and Z. Niu, "A near-optimal antenna selection in MIMO system by using maximum total eigenmode gains," in *IEEE Globecom*, Dec. 2003, pp. 297 – 301.
- [53] R. S. Blum, "Maximum mimo system mutual information with antenna selection and interference," *EURASIP Journal on Applied Signal Processing*, vol. 2004, no. 5, pp. 676–684, 2004.
- [54] P. J. Voltz, "Characterization of the optimum transmitter correlation matrix for MIMO with antenna subset selection," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 51, no. 11, pp. 1779 – 1782, Nov. 2003.

- [55] R. S. Blum and J. H. Winters, "On optimum MIMO with antenna selection," *IEEE Communications Letters*, vol. 6, no. 8, pp. 322 – 324, Aug. 2002.
- [56] D. A. Gore, R. U. Nabar, and A. Paulraj, "Selecting an optimal set of transmit antennas for a low rank matrix channel," in *IEEE ICASSP*, vol. 5, May 2000.
- [57] D. Chizhik, G. Foschini, M. Gans, and R. Valenzuela, "Keyholes, correlations, and capacities of multielement transmit and receive antennas," *IEEE Transactions on Wireless Communications*, vol. 1, no. 2, pp. 361 – 368, Apr. 2002.
- [58] M. K. Ozdemir, E. Arvas, and H. Arslan, "Dynamics of spatial correlation and implications on MIMO systems," *IEEE Communications Magazine*, vol. 42, no. 6, pp. S14 – S19, June 2004.
- [59] G. J. Foschini and M. J. Gans, "On limits of wireless communications in fading environments when using multiple antennas," *Wireless Personal Communications*, vol. 6, pp. 311 – 335, 1998.
- [60] A. Gorokhov, D. A. Gore, and A. J. Paulraj, "Receive antenna selection for MIMO spatial multiplexing: theory and algorithms," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 51, no. 11, pp. 2796 – 2807, Nov. 2003.
- [61] H. Shen and A. Ghrayeb, "Analysis of outage probability for MIMO systems with receive antenna selection," *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 55, no. 4, pp. 1435 – 1441, July 2006.
- [62] P. F. Driessen and G. J. Foschini, "On the capacity formula for multiple input - multiple output wireless channels: a geometric interpretation," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 47, no. 2, pp. 173 – 176, Feb. 1999.
- [63] P. J. Smith, T. W. King, L. M. Garth, and M. Dohler, "A power scaling analysis of norm-based antenna selection," *IEEE Transactions on Wireless Communications*, vol. 7, no. 8, pp. 3140 – 3149, Aug. 2008.
- [64] A. Gorokhov, D. A. Gore, and A. J. Paulraj, "Receive antenna selection for MIMO spatial multiplexing: theory and algorithms," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 49, no. 10, pp. 2687 – 2696, Oct. 2003.
- [65] H. V. Henderson and S. R. Seale, "On deriving the inverse of a sum of matrices," *SIAM Review*, vol. 23, no. 1, pp. 53 – 60, Jan. 1981.

- [66] M. Gharavi-Alkhansari and A. B. Gershman, "Fast antenna subset selection in MIMO systems," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 52, no. 2, pp. 339 – 347, Oct. 2004.
- [67] G. Strang, *Linear Algebra and its Applications*. Thomson Learning, 1988.
- [68] A. F. Molisch, M. Z. Win, Y.-S. Choi, and J. H. Winters, "Capacity of MIMO systems with antenna selection," *IEEE Transactions on Wireless Communications*, vol. 4, no. 4, pp. 1759 – 1771, July 2005.
- [69] H. Zhang and H. Dai, "Fast MIMO transmit antenna selection algorithms: a geometric approach," *IEEE Communications Letters*, vol. 10, no. 11, pp. 754 – 756, Nov. 2006.
- [70] R. A. Horn and C. R. Johnson, *Matrix Analysis*. Cambridge University Press, 1985.
- [71] H. Zhang, H. Dai, Q. Zhou, and B. L. Hughes, "On the diversity order of spatial multiplexing systems with transmit antenna selection: a geometrical approach," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 52, no. 12, pp. 5297 – 5311, Dec. 2006.
- [72] J. Jaldén and B. Ottersten, "On the maximal diversity order of spatial multiplexing with transmit antenna selection," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 53, no. 11, pp. 4273 – 4276, Nov. 2007.
- [73] J. Heath, R. W., S. Sandhu, and A. Paulraj, "Antenna selection for spatial multiplexing systems with linear receivers," *IEEE Communications Letters*, vol. 5, no. 4, pp. 142 – 144, Apr. 2001.
- [74] J. Salz and J. Winters, "Effect of fading correlation on adaptive arrays in digital mobile radio," *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 43, no. 6, pp. 1049 – 1055, Nov. 1994.
- [75] L. Dai, S. Sfar, and K. B. Letaief, "Optimal antenna selection based on capacity maximization for MIMO systems in correlated channels," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 54, no. 3, pp. 563 – 573, Mar. 2006.
- [76] D. A. Gore, R. W. Heath, and A. J. Paulraj, "Statistical antenna selection for spatial multiplexing systems," in *IEEE ICC*, vol. 1, New York, NY, USA, Apr. 28 – May 2 2002, pp. 450–454.

- [77] A. F. Molisch, N. B. Mehta, H. Zhang, P. Almers, and J. Zhang, "Implementation aspects of antenna selection for MIMO systems," in *Communications and Networking in China*, 25 – 27Oct. 2006, pp. 1 – 7.
- [78] I.P802.11n/D.1.0, "Draft amendment to wireless LAN media access control (MAC) and physical layer (PHY) specifications: enhancements for higher throughput," IEEE 802.11n Working Group, Tech. Rep., Mar. 2006.
- [79] H. Zhang, A. F. Molisch, and J. Zhang, "Applying antenna selection in WLANs for achieving broadband multimedia communications," *IEEE Transactions on Broadcasting*, vol. 52, no. 4, pp. 475 – 482, Dec. 2006.
- [80] G. M. Rebeiz, G.-L. Tan, and J. S. Hayden, "RF MEMS phase-shifters: Design and applications," *IEEE Microwave Magazine*, pp. 72 – 81, June 2002.
- [81] Z. Xu, S. Sfar, and R. Blum, "On the importance of modeling the mutual coupling for antenna selection for closely-spaced arrays," in *Conference on Information Sciences and Systems*, 22 – 24 Mar. 2006, pp. 1351 – 1355.
- [82] X. Zhang, A. F. Molisch, and S. Y. Kung, "Variable-phase-shift-based RF-baseband codesign for MIMO antenna selection," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 53, no. 11, pp. 4091 – 4103, nov 2005.
- [83] S. P., N. B. Mehta, A. F. Molisch, and J. Zhang, "Channel statistics-based RF pre-processing with antenna selection," *IEEE Transactions on Wireless Communications*, vol. 5, no. 12, pp. 3501 – 3511, Dec. 2006.
- [84] I. H. Kim, K. Lee, and J. Chun, "A MIMO antenna structure that combines transmit beamforming and spatial multiplexing," *IEEE Transactions on Wireless Communications*, vol. 6, no. 3, pp. 775 – 779, Mar. 2007.
- [85] T. Eng, N. Kong, and L. B. Milstein, "Comparison of diversity combining techniques for Rayleigh-fading channels," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 44, no. 9, pp. 1117 – 1129, Sept. 1996.
- [86] A. Papoulis and S. U. Pillai, *Probability, Random Variables and Stochastic Processes*. McGraw-Hill, 2002.
- [87] H. A. David and H. N. Nagaraja, *Order Statistics*, 3rd ed. Hoboken, New Jersey: John Wiley & Sons, 2003.
- [88] P. V. Suhatme, "Tests of significance for samples of the χ^2 population with two degrees of freedom," *Annals of Eugenics*, vol. 8, pp. 52 – 55, 1937.

- [89] M. Z. Win and J. H. Winters, "Virtual branch analysis of symbol error probability for hybrid selection/maximal-ratio combining in Rayleigh fading," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 49, no. 11, pp. 1926 – 1934, Nov. 2001.
- [90] J. Cheng and T. Berger, "Capacity and performance analysis for hybrid selection/maximal-ratio combining in nakagami fading with unequal fading parameters and branch powers," vol. 5, May 2003, pp. 3031 – 3035.
- [91] M. Z. Win, R. K. Mallik, and G. Chrisikos, "Higher order statistics of antenna subset diversity," *IEEE Transactions on Wireless Communications*, vol. 2, no. 5, pp. 871 – 875, Sept. 2003.
- [92] A. Annamalai, G. Deora, and C. Tellambura, "Analysis of generalized selection diversity systems in wireless channels," *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 55, no. 6, pp. 1765 – 1775, Nov. 2006.
- [93] Y. Ma, Z. Wang, and S. Pasupathy, "Asymptotic performance of hybrid-selection/maximal-ratio combining over fading channels," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 54, no. 5, pp. 770 – 777, May 2006.
- [94] Y. Ma and S. Pasupathy, "Efficient performance evaluation for generalized selection combining on generalized fading channels," *IEEE Transactions on Wireless Communications*, vol. 3, no. 1, pp. 29 – 34, Jan. 2004.
- [95] H. C. Yang and M.-S. Alouini, "Generalized switch-and-examine combining (GSEC): A low-complexity combining scheme for diversity-rich environments," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 52, no. 10, pp. 1711 – 1721, Oct. 2004.
- [96] Y. Ma and J. Jin, "Unified performance analysis of hybrid-selection/equal-gain combining," *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 56, no. 4, pp. 1866 – 1873, July 2007.
- [97] M.-S. Alouini and M. K. Simon, "An MGF-based performance analysis of generalized selection combining over Rayleigh fading channels," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 48, no. 3, pp. 401 – 415, Mar. 2000.
- [98] N. C. Beaulieu, "An infinite series for the computation of the complementary probability distribution function of a sum of independent random variables and its application to the sum of Rayleigh random variables," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 38, no. 9, pp. 1463 – 1474, Sept. 1990.

- [99] J. Abate and W. Whitt, "Numerical inversion of Laplace transforms of probability distribution," *ORSA Journal on Computing*, vol. 7, no. 1, pp. 36 – 43, 1995.
- [100] M.-S. Alouini and A. J. Goldsmith, "A unified approach for calculating error rates of linearly modulated signals over generalized fading channels," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 47, no. 9, pp. 1324 – 1334, Sept. 1999.
- [101] R. Ganesh, K. Pahlavan, and Z. Zvonar, *Wireless Multimedia Network Technologies*. Kluwer Academic Publishers, 2002, ch. 17.
- [102] A. Abdi and M. Kaveh, "K distribution: an appropriate substitute for Rayleigh-lognormal distribution in fading-shadowing wireless channels," *IET Electronics Letters*, vol. 34, no. 9, pp. 851 – 852, Apr. 1998.
- [103] A. Abdi, H. A. Barger, and M. Kaveh, "A simple alternative to the lognormal model of shadow fading in terrestrial and satellite channels," in *Proc. 54th IEEE VTC 2001 Fall*, vol. 4, Nov. 7–11, 2001, pp. 2058 – 2062.
- [104] J. R. Clark and S. Karp, "Approximations for lognormally fading optical signals," *Proceedings of IEEE*, vol. 58, no. 12, pp. 1964 – 1965, 1970.
- [105] N. L. Johnson and S. Kotz, *Distributions in statistics: continuous univariate distributions*. New York: Wiley, 1970.
- [106] P. S. Bithas, N. C. Sagias, P. T. Mathiopoulos, G. K. Karagiannidis, and A. A. Rontogiannis, "On the performance analysis of digital communications over generalized-K fading channels," *IEEE Communications Letters*, vol. 10, no. 5, pp. 353 – 355, May 2006.
- [107] P. S. Bithas, P. T. Mathiopoulos, and S. A. Kotsopoulos, "Diversity reception over generalized-K (KG) fading channels," *IEEE Transactions on Wireless Communications*, vol. 6, no. 12, pp. 4238 – 4243, Dec. 2007.
- [108] E. W. Weisstein. Parabolic cylinder function. MathWorld – A Wolfram Web Resource. [Online]. Available: <http://mathworld.wolfram.com/ParabolicCylinderFunction.html>
- [109] ——. Confluent hypergeometric function of the second kind. MathWorld – A Wolfram Web Resource. [Online]. Available: <http://mathworld.wolfram.com/ConfluentHypergeometricFunctionoftheSecondKind.html>

- [110] P. D. Karamalis, N. D. Skentos, and A. G. Kanatas, "Adaptive antenna sub-array formation for MIMO systems," *IEEE Transactions on Wireless Communications*, vol. 3, no. 6, pp. 1994 – 1998, Nov. 2004.
- [111] W. Hu, D. Zhang, M. J. Lancaster, T. W. Button, and B. Su, "Investigation of ferroelectric thick-film varactors for microwave phase shifters," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 55, no. 2, pp. 418 – 424, Feb. 2007.
- [112] O. G. Vendik, I. Vendik, and M. A. Nikol'ski, "Comparison of MMIC phase shifters using figure of merit as the main characteristic," in *MIKON-2004*, vol. 1, May 17 – 19, 2004, pp. 333 – 335.
- [113] D. P. Palomar, "A unified framework for communications through MIMO channels," Ph.D. dissertation, Departament de Teoria del Senyal i Comunicacions, Universitat Politècnica de Catalunya, 2003.
- [114] G. G. Raleigh and C. J. M., "Spatio-temporal coding for wireless communication," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 46, no. 3, pp. 357 – 366, Mar. 1998.
- [115] A. Scaglione, G. B. Giannakis, and S. Barbarossa, "Redundant filterbank precoders and equalizers part i: Unification and optimal designs," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 47, no. 7, pp. 1988 – 2006, July 1999.
- [116] H. Sampath, P. Stoica, and A. Paulraj, "Generalized linear precoder and decoder design for mimo channels using the weighted mmse criterion," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 49, no. 12, pp. 2198 – 2206, Dec. 2001.
- [117] A. Scaglione, P. Stoica, S. Barbarossa, G. B. Giannakis, and H. Sampath, "Optimal designs for space-time linear precoders and decoders," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 50, no. 5, pp. 1051 – 1064, May 2002.
- [118] D. P. Palomar, J. M. Cioffi, and M. A. Lagunas, "Joint Rx-Tx beamforming design for multicarrier MIMO channels: A unified framework for convex optimization," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 51, no. 9, pp. 2381 – 2401, Sept. 2003.

- [119] A. G. Kanatas, "A receive antenna subarray formation algorithm for MIMO systems," *IEEE Communications Letters*, vol. 11, no. 5, pp. 396 – 398, 2007.
- [120] G. H. Golub and C. F. Van Loan, *Matrix Computations*, 3rd ed. John Hopkins University Press, 1996.
- [121] D. A. Gore, R. W. Heath, and A. J. Paulraj, "Transmit selection in spatial multiplexing systems," *IEEE Communication Letters*, vol. 6, no. 11, pp. 491 – 493, Nov. 2002.
- [122] K. Kalliola, J. Laurila, M. Toeltsch, K. Hugl, P. Vainikainen, and E. Bonek, "3-D directional wideband dual-polarized measurement of urban mobile radio channel with synthetic aperture technique." Davos, Switzerland: Millenium conference on Antennas & Propagation, Apr. 2000.
- [123] L. Schumacher, K. I. Pedersen, and P. E. Mogensen, "From antenna spacings to theoretical capacities - Guidelines for simulating MIMO systems," in *IEEE Personal Indoor and Mobile Radio Communications (PIMRC)*, vol. 2, Sept. 2002, pp. 587-592.
- [124] A. Abdi and M. Kaveh, "A space-time correlation model for multielement antenna systems in mobile fading channels," *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. 20, no. 3, pp. 550 – 560, Apr. 2002.
- [125] M. Bengtsson and P. Zetterberg, "Some notes on the Kronecker model," *submitted to EURASIP Journal on Communications and Networking*, Apr. 2006.
- [126] E. Bonek, H. Özcelik, M. Herdin, W. Weichselberger, and J. W. Wallace, "Deficiencies of a popular stochastic MIMO radio channel model." Yokosuka, Japan: WPMC, Oct. 2003.
- [127] I. T. Jolliffe, *Principal component analysis*, 2nd ed. Springer, 2002.
- [128] IEEE Digital Signal Processing Committee, *Programs for Digital Signal Processing*. New York: IEEE Press, 1979.
- [129] 3GPP/3GPP2 Spatial Channel Model Ad hoc Group, "Spatial channel model for Multiple-Input Multiple Output (MIMO) simulations v.6.0.1," Tech. Rep., Sep 2003.

- [130] N. D. Skentos, A. G. Kanatas, P. I. Dallas, and P. Constantinou, "MIMO channel characterization for short range fixed wireless propagation environments," *Wireless Personal Communications*, vol. 36, no. 4, pp. 339 – 361, 2006.
- [131] Σκέντος, Ν. Δ., "Πολυδιάστατος χαρακτηρισμός ραδιοδιαύλου για ευρυζωνικά συστήματα ασύρματων επικοινωνιών," Διδακτορική Διατριβή, Σχολή Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, 2007.
- [132] J. W. Wallace, M. A. Jensen, A. L. Swindlehurst, and B. D. Jeffs, "Experimental characterization of the MIMO wireless channel: data acquisition and analysis," *IEEE Transactions on Wireless Communications*, vol. 2, no. 2, pp. 335 – 343, Mar. 2003.
- [133] B. Hassibi and B. M. Hochwald, "How much training is needed in multiple-antenna wireless links?" *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 49, no. 4, pp. 951 – 963, Apr. 2003.
- [134] Q. Sun and D. C. Cox, "Estimation of continuous flat fading MIMO channels," *IEEE Transactions on Wireless Communications*, vol. 1, no. 4, pp. 549 – 553, Oct. 2002.
- [135] T. Yoo and A. Goldsmith, "Capacity of fading MIMO channels with channel estimation error," in *IEEE International Conference on Communications*, vol. 2, June 2004, pp. 808 – 813.
- [136] D. Samardzija and N. Mandayam, "Pilot-assisted estimation of MIMO fading channel response and achievable data rates," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 51, no. 11, Nov. 2003.
- [137] A. R. Miller and I. S. Moskowitz, "Incomplete weber integrals of cylindrical functions," *Journal of the Franklin Institute*, vol. 328, no. 4, pp. 445 – 457, 1991.
- [138] P. Appell and J. K. De Feriet, *Fonctions hypergéométriques et hypersphériques: polynomes d'Hermite*. Paris: Gauthier-Villars, 1926.
- [139] Karmeshu and R. Agrawal, "On efficacy of Rayleigh-inverse Gaussian distribution over K-distribution for wireless fading channels," *Wireless Communications and Mobile Computing*, vol. 7, no. 1, pp. 1 – 7, Jan. 2007.

- [140] A. Laourine, M.-S. Alouini, S. Affes, and A. Stéphenne, "On the performance analysis of composite multipath/shadowing channels using the G-distribution," in *IEEE ICC*, 2008, pp. 1333 – 1338.

Κατάλογος δημοσιεύσεων του συγγραφέα

Δημοσιεύσεις του συγγραφέα σε επιστημονικά περιοδικά

1. P. Theofilakos and A. G. Kanatas, "Capacity Performance of Adaptive Receive Antenna Subarray Formation for MIMO Systems," *EURASIP Journal on Wireless Communications and Networking*, vol. 2007, Article ID 56471, 2007.
2. P. Theofilakos and A. G. Kanatas, "Maximising Capacity of MIMO Systems with Receive Antenna Subarray Formation," *IET Electronics Letters*, vol. 44, no. 20, pp. 1204 – 1205, Sep. 2008.
3. P. Theofilakos, A. G. Kanatas and G. P. Efthymoglou, "Performance of Generalized Selection Combining Receivers in K fading channels," *IEEE Communications Letters*, vol. 12, no. 11, pp. 816 – 818, Nov. 2008.

Δημοσιεύσεις του συγγραφέα σε επιστημονικά συνέδρια

4. P. Theofilakos and A. G. Kanatas, "Frobenius Norm Based Receive Antenna Subarray Formation for MIMO Systems," in Proc. of *European Conference on Antennas and Propagation, EuCap 2006*, Nice, 6–10 Nov. 2006.
5. P. Theofilakos and A. G. Kanatas, "Reduced Hardware Complexity Receive Antenna Subarray Formation for MIMO Systems Based on Frobenius Norm Criterion," in Proc. of *IEEE International Symposium on Wireless Communication Systems, ISWCS 2006*, Valencia, 6–8 Sept. 2006.
6. P. Theofilakos and A. G. Kanatas, "Robustness of Receive Antenna Subarray Formation to Hardware and Signal Non-Idealities," in Proc. of *IEEE 65th Vehicular Technology Conference, VTC 2007 Spring*, pp. 324 – 328, Dublin, Ireland, 23–25 April 2007.

7. P. Theofilakos and A. G. Kanatas, "Receive Antenna Subarray Formation for MIMO Systems in Correlated Channels," in Proc. of *IEEE 18th International Symposium on Personal Indoor and Mobile Radio Communications, PIMRC 2007*, Athens, Greece, 2-7 Sept. 2007.
8. P. Theofilakos and A. G. Kanatas, "Reducing Hardware Complexity of MIMO Systems with Antenna Subarray Formation," in Proc. of *European Conference on Antennas and Propagation, EuCap 2007*, Edinburgh, UK, 11-16 Nov. 2007.

□

Βιογραφικό Σημείωμα

Ο Παναγιώτης-Θεόφιλος Ν. Θεοφιλάκος είναι διπλωματούχος Ηλεκτρολόγος Μηχανικός και Μηχανικός Υπολογιστών ΕΜΠ από το φθινόπωρο του 2003. Έλαβε το μεταπτυχιακό δίπλωμα ειδίκευσης στο αντικείμενο της Επεξεργασίας Σήματος για Επικοινωνίες και Πολυμέσα από το τμήμα Πληροφορικής και Τηλεπικοινωνιών του Εθνικού και Καποδιστριακού Πανεπιστημίου Αθηνών το 2006. Από το φθινόπωρο του 2004 είναι μέλος του Εργαστηρίου Ασύρματων Επικοινωνιών του Πανεπιστημίου Πειραιώς. Τα ερευνητικά του ενδιαφέροντα εστιάζονται στη μελέτη αξιολόγησης επίδοσης του φυσικού στρώματος των συστημάτων ασύρματων επικοινωνιών και στην ανάπτυξη αλγορίθμων επεξεργασίας σήματος για τις τηλεπικοινωνίες, με έμφαση στα ασύρματα συστήματα πολλαπλών εισόδων – πολλαπλών εξόδων. Συμμετείχε ενεργά στο ευρωπαϊκό δίκτυο αριστείας ACE και στην παρούσα φάση συμμετέχει στη δράση COST 2100. Είναι μέλος του ΤΕΕ από το 2004 και του ΙΕΕΕ από το 2006. Παράλληλα με την ερευνητική του δραστηριότητα, ασκεί το επάγγελμα του ηλεκτρολόγου μηχανικού, είναι εργαστηριακός συνεργάτης στο Τμήμα Ηλεκτρονικής του ΤΕΙ Πειραιά και έχει συμμετάσχει ως εισηγητής σε διάφορα προγράμματα επαγγελματικής κατάρτισης.

□