

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ



**ΤΜΗΜΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ
ΚΑΙ ΑΣΦΑΛΙΣΤΙΚΗΣ ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ**

**ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΣΠΟΥΔΩΝ
ΣΤΗΝ
ΑΝΑΛΟΓΙΣΤΙΚΗ ΕΠΙΣΤΗΜΗ ΚΑΙ ΔΙΟΙΚΗΤΙΚΗ ΚΙΝΔΥΝΟΥ**

**ΑΠΟ ΚΟΙΝΟΥ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗ ΠΕΡΙΟΥΣΙΑΚΩΝ
ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΚΑΙ ΥΠΟΧΡΕΩΣΕΩΝ
ΜΕ ΤΗ ΧΡΗΣΗ ΜΕΘΟΔΩΝ ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΟΥ
ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ**

Αθηνά Θ. Βλάχου

Διπλωματική Εργασία
που υποβλήθηκε στο Τμήμα Στατιστικής και
Ασφαλιστικής Επιστήμης του Πανεπιστημίου
Πειραιώς ως μέρος των απαιτήσεων για την απόκτηση
του Μεταπτυχιακού Διπλώματος Ειδίκευσης στην
Αναλογιστική Επιστήμη και Διοικητική Κινδύνου

Πειραιάς
Απρίλιος 2013

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ



**ΤΜΗΜΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ
ΚΑΙ ΑΣΦΑΛΙΣΤΙΚΗΣ ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ**

**ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΣΠΟΥΔΩΝ
ΣΤΗΝ
ΑΝΑΛΟΓΙΣΤΙΚΗ ΕΠΙΣΤΗΜΗ ΚΑΙ ΔΙΟΙΚΗΤΙΚΗ ΚΙΝΔΥΝΟΥ**

**ΑΠΟ ΚΟΙΝΟΥ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗ ΠΕΡΙΟΥΣΙΑΚΩΝ
ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΚΑΙ ΥΠΟΧΡΕΩΣΕΩΝ
ΜΕ ΤΗ ΧΡΗΣΗ ΜΕΘΟΔΩΝ ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΟΥ
ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ**

Αθηνά Θ. Βλάχου

Διπλωματική Εργασία
που υποβλήθηκε στο Τμήμα Στατιστικής και
Ασφαλιστικής Επιστήμης του Πανεπιστημίου
Πειραιώς ως μέρος των απαιτήσεων για την απόκτηση
του Μεταπτυχιακού Διπλώματος Ειδίκευσης στην
Αναλογιστική Επιστήμη και Διοικητική Κινδύνου

Πειραιάς
Απρίλιος 2013

Η παρούσα Διπλωματική Εργασία εγκρίθηκε ομόφωνα από την Τριμελή Εξεταστική Επιτροπή που ορίστηκε από τη ΓΣΕΣ του Τμήματος Στατιστικής και Ασφαλιστικής Επιστήμης του Πανεπιστημίου Πειραιώς στην υπ' αριθμ. συνεδρίασή του σύμφωνα με τον Εσωτερικό Κανονισμό Λειτουργίας του Προγράμματος Μεταπτυχιακών Σπουδών στην Αναλογιστική Επιστήμη και Διοικητική Κινδύνου.

Τα μέλη της Επιτροπής ήταν :

- Βρόντος Σπυρίδων (Επιβλέπων)
- Νεκτάριος Μιλτιάδης
- Πανοπούλου Αικατερίνη

Η έγκριση της Διπλωματικής Εργασίας από το Τμήμα Στατιστικής και Ασφαλιστικής Επιστήμης του Πανεπιστημίου Πειραιώς δεν υποδηλώνει αποδοχή από τον συγγραφέα

UNIVERSITY OF PIRAEUS



**DEPARTMENT OF STATISTICS
AND INSURANCE SCIENCE**

**POSTGRADUATE PROGRAM IN
ACTUARIAL SCIENCE AND RISK MANAGEMENT**

**ASSET LIABILITY MANAGEMENT
USING STOCHASTIC PROGRAMMING**

Athina Th. Vlachou

MSc Dissertation

submitted to the department of Statistic and Insurance
Science of the University of Piraeus in partial
fulfillment of the requirements for the degree of Master
of Science in Actuarial Science and Risk Management

Piraeus, Greece
April 2013

Περίληψη

Σκοπό της παρούσης Διπλωματικής Εργασία αποτελεί η παρουσίαση και η εφαρμογή μεθόδων διαχείρισης των Περιουσιακών Στοιχείων και των Υποχρεώσεων σε ένα κοινό πλαίσιο. Η μεθοδολογία αυτή στηρίζεται στην ανάπτυξη μοντέλων επενδυτικού σχεδιασμού χρησιμοποιώντας εξελιγμένα μαθηματικά εργαλεία και αποσκοπώντας στην ενσωμάτωση της πολυπεριοδικής φύσης των στοιχείων του ισολογισμού με τις οποίες έρχονται αντιμέτωποι τα χρηματοοικονομικά ιδρύματα. Ουσιαστικά, επιδιώκεται η βελτιστοποίηση, είτε υπό μορφή μεγιστοποίησης είτε υπό μορφή ελαχιστοποίησης, μιας συνάρτησης στόχου.

Ο Γραμμικός Προγραμματισμός αποτελεί την πιο απλή μορφή επίλυσης προβλημάτων βελτιστοποίησης. Ωστόσο, η αναγκαιότητα ενσωμάτωσης της αβεβαιότητας που διέπει τόσο τα Περιουσιακά Στοιχεία όσο και της Υποχρεώσεις, εξ αιτίας των διάφορων κοινωνικών και οικονομικών μεταβολών, επιβάλλει τη χρήση προσεγγίσεων Στοχαστικού Προγραμματισμού. Στην περίπτωση αυτή εφαρμόζονται επιπρόσθετα βοηθητικά μοντέλα (επιτοκίων) με σκοπό την αποτύπωση της υφιστάμενης αβεβαιότητας τόσο των στοιχείων του Ενεργητικού όσο και των στοιχείων του Παθητικού.

Συγκεκριμένα, επιδιώκεται η κατασκευή ενός χαρτοφυλακίου το οποίο θα αντιστοιχίζει τις χρηματορροές που προκύπτουν από τα περιουσιακά στοιχεία με εκείνες που προκύπτουν από τις υποχρεώσεις. Η εφαρμογή των μοντέλων πραγματοποιήθηκε για τα ασφαλιστικά σχήματα Ι.Κ.Α. – Ε.Τ.Α.Μ., Ο.Α.Ε.Ε. και Ο.Γ.Α. με βάση τα στοιχεία της Αναλογιστικής Μελέτης, τα ευρήματα της οποίας δημοσιεύθηκαν το 2010.

Τα αποτελέσματα τα οποία εξήχθησαν αφορούν τα κόστη αρχικής επένδυσης, τα σχηματισθέντα ανά περίπτωση πλεονάζοντα κεφάλαια, το ύψος δανεισμού (όπου κρίνεται απαραίτητος) και τα ποσά επένδυσης σε ομόλογα.

Abstract

The aim of this thesis is the representation and the implementation of methods for Asset/Liability Management in a unified framework. The methodology is based on modeling investment planning using sophisticated mathematical tools and intending to integrating the multi – stage nature of the total balance sheet's elements to which the financial institutions are facing. In essence, the optimization of an objective function is pursued, either by maximizing or by minimizing it.

Linear Programming represents the simplest form of solving optimization problems. However, the necessity to integrate the uncertainty that governs both the assets and the liabilities, due to various social and economic changes, requires the use of Stochastic Programming approaches. In such a case, additional auxiliary models (interest rate models) are implemented in order to capture the current uncertainty of both the assets and liabilities.

In particular, we pursue the construction of a portfolio that matches the cash flows arising from the assets with those resulting from the liabilities. The application of the models was performed for the social security schemes of I.K.A. – E.T.A.M., O.A.E.E. and O.G.A., based on the data of the Actuarial Study (2010).

Our results are related to the initial investment costs, the surpluses that were formed in each case, the amount of borrowing (where necessary) and the amount of investment in bonds.

Περιεχόμενα

Κατάλογος Μοντέλων	iii
Κατάλογος Πινάκων	v
Κατάλογος Διαγραμμάτων	ix
ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....	1
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 ^ο	16
1.1 Βραχυχρόνια Χρηματοδότηση	16
1.1.1 Χαρακτηριστικά Προβλημάτων Γραμμικού Προγραμματισμού	17
1.2 DEDICATION	18
1.2.1 Μεγάλα Μεγέθη, Κόστη Συναλλαγών και Επανεξέταση (Αναθεώρηση Χαρτοφυλακίου)	22
1.2.2 Διαφοροποίηση (Diversification).....	23
1.3 DYNAMIC MODELS.....	24
1.3.1 Καθορισμός της Βάσης για τα Δυναμικά Μοντέλα	24
1.3.2 Δομές Πλέγματος (Lattice Structures) και Δομές Γραμμικού Σεναρίου (Linear Scenario Structure).....	25
1.3.3 Κανόνες Απόφασης για Δυναμικές Στρατηγικές Χαρτοφυλακίου.....	26
1.4 STOCHASTIC DEDICATION.....	27
1.4.1 Απαραίτητες Προϋποθέσεις για ανοσοποίηση σεναρίου	28
1.5 STOCHASTIC PROGRAMMING	30
1.5.1 Μοντέλα Δύο - Επιπέδων	31
1.5.2 Μοντέλα Πολλαπλών Επιπέδων.....	34
1.5.2.1 Περιορισμοί πρώτου επιπέδου	35
1.5.2.2 Περιορισμοί χρονικών περιόδων.....	36
1.5.2.3 Περιορισμοί τέλους ορίζοντα.....	38
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 ^ο	41
2.1 ΠΡΟΚΛΗΣΗ ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗΣ ΚΑΙ ΕΠΙΛΟΓΕΣ	43
2.2 ΑΠΛΟΠΟΙΗΣΗ ΜΟΝΤΕΛΟΥ	51
2.2.1 Αντιστοίχιση Ταμειακών Ροών (Cash – Flow Matching)	52
2.2.2 Αντιστοίχιση Διάρκειας (Duration Matching)	54
2.2.3 Στοχαστική Αντιστοίχιση Παρούσας Αξίας / Απόδοσης Ορίζοντα	56
2.2.4 Απλοποίηση της Αναπαράστασης της Αβεβαιότητας.....	60
2.3 ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΟΣ ΓΡΑΜΜΙΚΟΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ ΔΥΟ ΣΤΑΔΙΩΝ ΜΕ GAMS 62	
2.4 ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗ ΚΙΝΔΥΝΟΥ ΜΕ ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΗ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΠΟΛΛΑΠΛΩΝ ΣΤΑΔΙΩΝ.....	70

2.5 ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΩΝ	78
2.5.1 Βελτιστοποίηση Ενιαίου Σταδίου έναντι Πολλαπλών Σταδίων	78
2.5.2 Διάρκεια και Κυρτότητα	79
2.5.3 Προσομοιώσεις εκτός αρχικού δείγματος (Out – of – Sample)	80
2.5.4 Αποτελέσματα Μεγάλης Κλίμακας.....	82
2.6 ΠΡΟΓΕΝΕΣΤΕΡΑ “ALM” ΜΟΝΤΕΛΑ	82
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 ^ο	84
3.1 ΕΛΛΗΝΙΚΟΙ ΦΟΡΕΙΣ ΚΟΙΝΩΝΙΚΗΣ ΑΣΦΑΛΙΣΗΣ – ΙΣΤΟΡΙΚΗ ΑΝΑΔΡΟΜΗ.....	84
3.2 ΦΟΡΕΙΣ ΚΟΙΝΩΝΙΚΗΣ ΑΣΦΑΛΙΣΗΣ & ΑΠΟΔΟΣΕΙΣ ΑΠΟΘΕΜΑΤΙΚΩΝ ΠΕΡΙΟΔΟΥ 1997 – 2009	85
3.3 ΑΝΑΛΟΓΙΣΤΙΚΕΣ ΜΕΛΕΤΕΣ ΑΣΦΑΛΙΣΤΙΚΩΝ ΣΧΗΜΑΤΩΝ & ΕΥΡΗΜΑΤΑ.....	86
3.4 ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΑΝΑΛΟΓΙΣΤΙΚΗΣ ΜΕΛΕΤΗΣ 2010	92
3.5 ΣΥΣΤΗΜΑ ΚΟΙΝΩΝΙΚΗΣ ΑΣΦΑΛΙΣΗΣ & ΣΥΝΕΠΕΙΕΣ ΤΗΣ ΚΡΑΤΙΚΗΣ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ ΤΟΥ	97
3.6 ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ ΑΣΦΑΛΙΣΤΙΚΩΝ ΤΑΜΕΙΩΝ - 2012	97
3.7 ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΕΦΑΡΜΟΓΗ.....	99
3.8 ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ, ΜΟΝΤΕΛΩΝ ΚΑΙ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ.....	100
3.8.1 Μοντέλο Γραμμικού Προγραμματισμού	100
3.8.2 Μοντέλο “Dedication”	106
3.8.3 Μοντέλο Μεγιστοποίησης Αποδόσεως Τελικού Πλεονάσματος.....	114
3.8.4 Μοντέλο Στοχαστικής Αφοσίωσης	120
3.8.4.1 Δημιουργία σεναρίων	122
3.8.5 ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΗΣ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ.....	127
3.8.6 ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΔΥΟ ΕΠΙΠΕΔΩΝ.....	163
3.9 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ.....	173
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ.....	175

Κατάλογος Μοντέλων

1.1 Απλός Γραμμικός Προγραμματισμός.....	17
1.2.1 Portfolio Dedication.....	20
1.2.2 Portfolio Horizon Returns.....	21
1.4.1 Put/Call efficient frontier for stochastic dedication.....	28
1.4.2 Stochastic dedication.....	29
1.5.1 Two – Stage stochastic linear program with recourse.....	32
1.5.2 Stochastic programming for dynamic strategies.....	39
2.3 Μοντέλο τυπικής μεταφοράς.....	64
2.4.1 Στοχαστική Βελτιστοποίηση ενιαίου σταδίου – Ελαχιστοποίηση κινδύνου.....	70
2.4.2 Στοχαστική Βελτιστοποίηση πολλαπλών σταδίων – Ελαχιστοποίηση κινδύνου.....	72
2.4.3 Στοχαστική Βελτιστοποίηση πολλαπλών σταδίων – Μεγιστοποίηση Κ.Π.Α.....	73
3.8.1 Μοντέλο Γραμμικού Προγραμματισμού 2008 – 2060 – Ελαχιστοποίηση κεφαλαιακών απαιτήσεων”.....	101
3.8.2 “Αντιστοίχιση χρηματορροών 2012-2040 (Dedication)”-“Ελαχιστοποίηση κόστους αρχικής επένδυσης”.....	107
3.8.3 “Απόδοση τελικού πλεονάσματος (Horizon Returns)”.....	114
3.8.4 “Μοντέλο Στοχαστικής Αφοσίωσης – 2012-2040 (Stochastic Dedication)”.....	121
3.8.5 “Στοχαστικό Πρόγραμμα Δύο Επιπέδων ”.....	164

Κατάλογος Πινάκων

3.3.1 “Δομή και Οικονομική Κατάσταση Συνταξιοδοτικών Σχημάτων έτους 2008”.....	90
3.3.2 “Βασικές Μακροοικονομικές Προϋποθέσεις”.....	90
3.3.3 “Παραδοχές που χρησιμοποιήθηκαν για τις προβολές (I.K.A., O.A.E.E., O.Γ.A.)”.....	91
3.4.1 “Προβολή Παροχών I.K.A. 2008 – 2060 (εκατ. ευρώ) – Status quo Scenario”.....	94
3.4.2 “Προβολή Παροχών I.K.A. 2008 – 2060 (εκατ. ευρώ) – Reform Scenario”.....	94
3.4.3 “Οικονομική Προβολή I.K.A. 2008 – 2060 (εκατ. ευρώ) – Status quo Scenario”.....	94
3.4.4 “Οικονομική Προβολή I.K.A. 2008 – 2060 (εκατ. ευρώ) – Reform Scenario”.....	94
3.4.5 “Προβολή Παροχών O.A.E.E. 2008 – 2060 (εκατ. ευρώ) – Status quo Scenario”.....	95
3.4.6 “Προβολή Παροχών O.A.E.E. 2008 – 2060 (εκατ. ευρώ) – Reform Scenario”.....	95
3.4.7 “Οικονομική Προβολή O.A.E.E. 2008 – 2060 (εκατ. ευρώ) – Status quo Scenario”.....	95
3.4.8 “Οικονομική Προβολή O.A.E.E. 2008 – 2060 (εκατ. ευρώ) – Reform Scenario”.....	95
3.4.9 “Προβολή Παροχών O.Γ.A. 2008 – 2060 (εκατ. ευρώ) – Status quo Scenario”.....	96
3.4.10 “Προβολή Παροχών O.Γ.A. 2008 – 2060 (εκατ. ευρώ) – Reform Scenario”.....	96
3.4.11 “Οικονομική Προβολή O.Γ.A. 2008 – 2060 (εκατ. ευρώ) – Status quo Scenario”.....	96
3.4.12 “Οικονομική Προβολή O.Γ.A. 2008 – 2060 (εκατ. ευρώ) – Reform Scenario”.....	96
3.8.1 “Υψος Πλεοναζόντων Κεφαλαίων ανά περίπτωση – I.K.A. – E.T.A.M.”.....	103
3.8.2 “Υψος Πλεοναζόντων Κεφαλαίων ανά περίπτωση – O.A.E.E. ”.....	104
3.8.3 “Υψος Πλεοναζόντων Κεφαλαίων ανά περίπτωση – O.Γ.A.”.....	105
3.8.4 “Χαρακτηριστικά ομολόγων χαρτοφυλακίου”.....	109
3.8.5 “Status quo Scenario – Αγορά ομολόγων – I.K.A – E.T.A.M.”.....	110
3.8.6 “Reform Scenario – Αγορά ομολόγων – I.K.A – E.T.A.M.”.....	110
3.8.7 “Status quo Scenario – Ποσό αρχικής επένδυσης & Αγορά ομολόγων – O.A.E.E.”....	111
3.8.8 “Reform Scenario – Ποσό αρχικής επένδυσης & Αγορά ομολόγων – O.A.E.E.”.....	112
3.8.9 “Status quo Scenario – Ποσό αρχικής επένδυσης & Αγορά ομολόγων – O.Γ.A.”.....	113
3.8.10 “Reform Scenario – Ποσό αρχικής επένδυσης & Αγορά ομολόγων – O.Γ.A.”.....	113

3.8.11 “Status quo Scenario – Αγορά ομολόγων – I.K.A – E.T.A.M.”.....	116
3.8.12 “Reform Scenario – Αγορά ομολόγων – I.K.A – E.T.A.M.”.....	116
3.8.13 “Status quo Scenario – Τελικό Πλεόνασμα & Αγορά ομολόγων – O.A.E.E.”.....	117
3.8.14 “Reform Scenario – Τελικό Πλεόνασμα & Αγορά ομολόγων – O.A.E.E.”.....	118
3.8.15 “Status quo Scenario – Τελικό Πλεόνασμα & Αγορά ομολόγων – O.Γ.Α.”.....	119
3.8.16 “Reform Scenario – Τελικό Πλεόνασμα & Αγορά ομολόγων – O.Γ.Α.”.....	119
<u>I.K.A.- E.T.A.M.</u>	
[Ομοιόμορφη Κατανομή]	
3.8.17 “Αγορά Ομολόγων”.....	127
3.8.18 “Ποσό αρχικής επένδυσης και Πλεονάζοντα κεφάλαια κατά έτος και σενάριο – Status Quo Scenario”.....	128
3.8.19 “Ποσό αρχικής επένδυσης και Πλεονάζοντα κεφάλαια κατά έτος και σενάριο – Reform Scenario”.....	129
3.8.20 “Ποσό Δανεισμού κατά έτος και σενάριο – Reform Scenario”.....	130
[Κανονική Κατανομή (1.2 , 0.8)]	
3.8.21 “Αγορά Ομολόγων”.....	131
3.8.22 “Ποσό αρχικής επένδυσης και Πλεονάζοντα κεφάλαια κατά έτος και σενάριο – Status Quo Scenario”.....	132
3.8.23 “Ποσό Δανεισμού κατά έτος και σενάριο – Status Quo Scenario”.....	132
3.8.24 “Ποσό αρχικής επένδυσης και Πλεονάζοντα κεφάλαια κατά έτος και σενάριο – Reform Scenario”.....	133
3.8.25 “Ποσό Δανεισμού κατά έτος και σενάριο – Reform Scenario”.....	134
[Κανονική Κατανομή (1.2 , 1.0)]	
3.8.26 “Αγορά Ομολόγων”.....	135
3.8.27 “Ποσό αρχικής επένδυσης και Πλεονάζοντα κεφάλαια κατά έτος και σενάριο – Status Quo Scenario”.....	136
3.8.28 “Ποσό Δανεισμού κατά έτος και σενάριο – Status Quo Scenario”.....	137
3.8.29 “Ποσό αρχικής επένδυσης και Πλεονάζοντα κεφάλαια κατά έτος και σενάριο – Reform Scenario”.....	138
3.8.30 “Ποσό Δανεισμού κατά έτος και σενάριο – Reform Scenario”.....	139

Ο.Α.Ε.Ε.

[Ομοιόμορφη Κατανομή]

- 3.8.31 “Αγορά Ομολόγων”..... 140
- 3.8.32 “Ποσό αρχικής επένδυσης και Πλεονάζοντα κεφάλαια κατά έτος και σενάριο – Status Quo Scenario” 141
- 3.8.33 “Ποσό αρχικής επένδυσης και Πλεονάζοντα κεφάλαια κατά έτος και σενάριο – Reform Scenario” 142

[Κανονική Κατανομή (1.2 , 0.8)]

- 3.8.34 “Αγορά Ομολόγων”..... 143
- 3.8.35 “Ποσό αρχικής επένδυσης και Πλεονάζοντα κεφάλαια κατά έτος και σενάριο – Status Quo Scenario” 144
- 3.8.36 “Ποσό Δανεισμού κατά έτος και σενάριο – Status Quo Scenario” 145
- 3.8.37 “Ποσό αρχικής επένδυσης και Πλεονάζοντα κεφάλαια κατά έτος και σενάριο – Reform Scenario” 145
- 3.8.38 “Ποσό Δανεισμού κατά έτος και σενάριο – Reform Scenario” 146

[Κανονική Κατανομή (1.2 , 1.0)]

- 3.8.39 “Αγορά Ομολόγων” 147
- 3.8.40 “Ποσό αρχικής επένδυσης και Πλεονάζοντα κεφάλαια κατά έτος και σενάριο – Status Quo Scenario” 148
- 3.8.41 “Ποσό Δανεισμού κατά έτος και σενάριο – Status Quo Scenario” 149
- 3.8.42 “Ποσό αρχικής επένδυσης και Πλεονάζοντα κεφάλαια κατά έτος και σενάριο – Reform Scenario” 150
- 3.8.43 “Ποσό Δανεισμού κατά έτος και σενάριο – Reform Scenario” 151

Ο.Γ.Α.

[Ομοιόμορφη Κατανομή]

- 3.8.44 “Αγορά Ομολόγων”..... 152
- 3.8.45 “Ποσό αρχικής επένδυσης και Πλεονάζοντα κεφάλαια κατά έτος και σενάριο – Status Quo Scenario” 153
- 3.8.46 “Ποσό Δανεισμού κατά έτος και σενάριο – Status Quo Scenario” 153

3.8.47 “Ποσό αρχικής επένδυσης και Πλεονάζοντα κεφάλαια κατά έτος και σενάριο – Reform Scenario”	154
3.8.48 “Ποσό Δανεισμού κατά έτος και σενάριο – Reform Scenario”	154
[Κανονική Κατανομή (1.2 , 0.8)]	
3.8.49 “Αγορά Ομολόγων”	156
3.8.50 “Ποσό αρχικής επένδυσης και Πλεονάζοντα κεφάλαια κατά έτος και σενάριο – Status Quo Scenario”	156
3.8.51 “Ποσό Δανεισμού κατά έτος και σενάριο – Status Quo Scenario”	157
3.8.52 “Ποσό αρχικής επένδυσης και Πλεονάζοντα κεφάλαια κατά έτος και σενάριο – Reform Scenario”	158
3.8.53 “Ποσό Δανεισμού κατά έτος και σενάριο – Reform Scenario”	158
[Κανονική Κατανομή (1.2 , 1.0)]	
3.8.54 “Αγορά Ομολόγων”	159
3.8.55 “Ποσό αρχικής επένδυσης και Πλεονάζοντα κεφάλαια κατά έτος και σενάριο – Status Quo Scenario”	160
3.8.56 “Ποσό Δανεισμού κατά έτος και σενάριο – Status Quo Scenario”	161
3.8.57 “Ποσό αρχικής επένδυσης και Πλεονάζοντα κεφάλαια κατά έτος και σενάριο – Reform Scenario”	161
3.8.58 “Ποσό Δανεισμού κατά έτος και σενάριο – Reform Scenario”	162
3.8.59 “Αγορά δεικτών – T0”	167
3.8.60 “Αγορά, Πώληση και Διακράτηση δεικτών – T1”	168
3.8.61 “Πώληση δεικτών – T2”	168
3.8.62 “Αγορά δεικτών – T0”	169
3.8.63 “Αγορά, Πώληση και Διακράτηση δεικτών – T1”	170
3.8.64 “Πώληση δεικτών – T2”	170
3.8.65 “Αγορά δεικτών – T0”	171
3.8.66 “Αγορά, Πώληση και Διακράτηση δεικτών – T1”	171
3.8.67 “Πώληση δεικτών – T2”	172

Κατάλογος Διαγραμμάτων

2.4.1 “Διάγραμμα (α)”	74
2.4.2 “Διάγραμμα (b)”	74
2.4.3 “Διάγραμμα (c)”	75
3.8.1 “Διάγραμμα (d)”	75
<u>I.K.A.- E.T.A.M.</u>	
3.8.2 & 3.8.3 “Υψος ετήσιου πλεονάσματος ανά σενάριο”	130
3.8.4 & 3.8.5 “Υψος ετήσιου πλεονάσματος ανά σενάριο”	135
3.8.6 & 3.8.7 “Υψος ετήσιου πλεονάσματος ανά σενάριο”	140
<u>O.A.E.E.</u>	
3.8.8 & 3.8.9 “Υψος ετήσιου πλεονάσματος ανά σενάριο”	143
3.8.10 & 3.8.11 “Υψος ετήσιου πλεονάσματος ανά σενάριο”	147
3.8.12 & 3.8.13 “Υψος ετήσιου πλεονάσματος ανά σενάριο”	151
<u>O.Γ.A.</u>	
3.8.14 & 3.8.15 “Υψος ετήσιου πλεονάσματος ανά σενάριο”	155
3.8.16 & 3.8.17 “Υψος ετήσιου πλεονάσματος ανά σενάριο”	159
3.8.18 & 3.8.19 “Υψος ετήσιου πλεονάσματος ανά σενάριο”	162

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η οικονομική ευρωστία κάθε εταιρείας, και πιο συγκεκριμένα εκείνη των χρηματοοικονομικών ιδρυμάτων, αντανακλάται στον ισολογισμό της εταιρείας. Η κατάλληλη διαχείριση μιας επιχείρησης απαιτεί επιστάμενη προσοχή και στις δύο πλευρές του ισολογισμού. Πολλές μελέτες των χρηματοοικονομικών μαθηματικών επικεντρώνονται στη Διαχείριση Περιουσιακών Στοιχείων / Υποχρεώσεων (Asset Liability Management) η οποία χρησιμοποιεί εξελιγμένα μαθηματικά εργαλεία για μια ολοκληρωμένη διαχείριση των δύο αυτών στοιχείων του ισολογισμού. Η Διαχείριση Περιουσιακών Στοιχείων / Υποχρεώσεων αναγνωρίζει ότι τα στατικά, μιας – περιόδου μοντέλα επενδυτικού σχεδιασμού (όπως η βελτιστοποίηση Μέσου – Διακύμανσης) αποτυγχάνουν να ενσωματώσουν την πολυπεριοδική φύση των υποχρεώσεων που αντιμετωπίζει μια εταιρεία. Συχνά απαιτείται ένα μοντέλο πολλαπλών περιόδων που να δίνει έμφαση στην κάλυψη των υποχρεώσεων σε κάθε περίοδο για ένα πεπερασμένο (ή πιθανόν άπειρο) ορίζοντα. Καθώς οι αποδόσεις των Υποχρεώσεων και των Περιουσιακών Στοιχείων έχουν συνήθως τυχαίες συνιστώσες, η βέλτιστη διαχείρισή τους απαιτεί εργαλεία “βελτιστοποίησης υπό καθεστώς αβεβαιότητας” και συγκεκριμένα, προσεγγίσεις στοχαστικού προγραμματισμού.

Όπως γίνεται αντιληπτό, η σύγχρονη οικονομία γίνεται όλο και περισσότερο τεχνική, απαιτώντας τη χρήση εξελιγμένων μαθηματικών εργαλείων τόσο στην έρευνα όσο και στην πρακτική. Πολλοί βρήκα τη ρίζα αυτής της τάσης στα μοντέλα και στις μεθόδους επιλογής χαρτοφυλακίων που περιέγραψε ο Markowitz¹ στη δεκαετία του '50 και στις φόρμουλες τιμολόγησης δικαιωμάτων προαίρεσης που αναπτύχθηκαν από τους Black, Scholes, και Merton στα τέλη της δεκαετίας του '60 και στις αρχές της δεκαετίας του '70. Η θεωρία της βέλτιστης επιλογής χαρτοφυλακίων, “*Mean – Variance Analysis*”, που αναπτύχθηκε από τον Harry Markowitz στα 1950, έθεσε τα θεμέλια στη θεωρία του σύγχρονου χαρτοφυλακίου και προκάλεσε τον πολλαπλασιασμό των μοντέλων βελτιστοποίησης αναφορικά με τον οικονομικό σχεδιασμό. Το έργο του δε επισημοποίησε την αρχή της διαφοροποίησης στην επιλογή χαρτοφυλακίων. Στη δεκαετία του '50 ξεκινούν να αναπτύσσονται και μοντέλα ανοσοποίησης χαρτοφυλακίου, αποσκοπώντας στην αντιμετώπιση του κινδύνου που ελλοχεύει από τις μεταβολές των επιτοκίων και που επηρεάζει τις τιμές και των δύο πλευρών του ισολογισμού. Ωστόσο οι περίπλοκες αλληλεπιδράσεις μεταξύ πολλαπλών παραγόντων

¹ Markowitz, H.M. (1952), “Portfolio Selection”, *Journal of Finance*, 7(1), 77-91

κινδύνου ή οι συχνές μη γραμμικές σχέσεις μεταξύ των μεταβολών στους παράγοντες κινδύνου και των μεταβολών των τιμών, απαιτούν τη χρήση μοντέλων που να διαμορφώνουν το προφίλ κινδύνου του χαρτοφυλακίου στην παρουσία πολλαπλών παραγόντων κινδύνου. Αυτό επιτυγχάνεται, μεταξύ άλλων, με ακριβή μοντέλα προσομοίωσης που λαμβάνουν υπ' όψιν όλους τους σχετικούς παράγοντες κινδύνου στα σενάρια. Επιπρόσθετα, τα μοντέλα σεναρίων βελτιστοποίησης μπορούν να εξαγάγουν συμπεράσματα σχετικά με το κόστος των περιορισμών του χαρτοφυλακίου και να υπολογίσουν τιμές για πιο πολύπλοκα χρεόγραφα.

Η τεχνική της Χρηματοοικονομικής Θεωρίας αποτελεί το συνδυασμό της θεωρητικής οικονομίας με προσομοιώσεις σε υπολογιστή, με σκοπό την υποστήριξη της λήψης χρηματοοικονομικών αποφάσεων σε πρακτικά θέματα. Ασχολείται με την αναπαράσταση χρηματοοικονομικών πράξεων, εφαρμόζοντας παράλληλα επιστημονικά εργαλεία. Ο σχεδιασμός νέων χρεογράφων, η σύνθεση χαρτοφυλακίων επενδυτών και η κατασκευή της χρηματοοικονομικής δομής των ιδρυμάτων βασίζεται στη χρήση των τεχνικών της σύγχρονης οικονομικής. Όπως είναι φυσικό καθίσταται αναγκαία η χρήση μοντέλων βελτιστοποίησης ώστε να επιτευχθούν οι στόχοι που τίθενται, αναφορικά με τον κίνδυνο και την απόδοση. Επιπρόσθετα, οι κανονιστικές απαιτήσεις, οι θεσμικές πολιτικές και οι ανάγκες των επενδυτών πρέπει να ικανοποιούνται εξίσου ικανοποιητικά και με ανάλογη τήρηση των ισορροπιών.

Η Βελτιστοποίηση είναι ένας κλάδος εφαρμοσμένων μαθηματικών που γεννά τη σημαντικότητά του τόσο από την ευρεία ποικιλία των εφαρμογών της όσο και από την διαθεσιμότητα ικανοποιητικών αλγορίθμων. Μαθηματικά αναφέρεται στην μεγιστοποίηση ή στην ελαχιστοποίηση μιας συνάρτησης στόχου, με πολλές μεταβλητές απόφασης που ικανοποιούν συναρτησιακούς περιορισμούς. Ένα τυπικό μοντέλο βελτιστοποίησης αντιμετωπίζει την κατανομή περιορισμένων πόρων μεταξύ πιθανών εναλλακτικών χρήσεων με σκοπό τη μεγιστοποίηση μιας αντικειμενικής συνάρτησης όπως το συνολικό κέρδος. Οι μεταβλητές απόφασης, η αντικειμενική συνάρτηση και οι περιορισμοί είναι τα τρία βασικά στοιχεία κάθε προβλήματος βελτιστοποίησης.

Ένα από τα πιο συνήθη προβλήματα βελτιστοποίησης είναι η *Γραμμική Βελτιστοποίηση* ή το πρόβλημα *Γραμμικού Προγραμματισμού* (*Linear Programming Problem – LP*). Στην περίπτωση αυτή βελτιστοποιείται μια γραμμική συνάρτηση στόχος η οποία υπόκειται σε περιορισμούς γραμμικών ισοτήτων και ανισοτήτων. Αντίθετα, αν κάποια από τις συναρτήσεις είναι μη γραμμική τότε αναφερόμαστε σε πρόβλημα *Μη Γραμμικού Προγραμματισμού* (*NonLinear Programming – NLP*). Οι πιο γνωστές και πιο επιτυχημένες μέθοδοι επίλυσης *Γραμμικών Προγραμματισμών* είναι οι μονόδρομοι και εσωτερικού σημείου μέθοδοι, ενώ

στους *Μη Γραμμικούς Προγραμματισμούς* χρησιμοποιούνται τεχνικές αναζήτησης κλίσης καθώς και προσεγγίσεις βασισμένες στη μέθοδο του Newton, όπως εσωτερικού σημείου (interior point methods – IPMs) και διαδοχικές τετραγωνικές (Simplex Methods) μέθοδοι προγραμματισμού. Ένα πιο γενικό πρόβλημα βελτιστοποίησης είναι αυτό της *τετραγωνικής βελτιστοποίησης* ή *τετραγωνικού προγραμματισμού* (Quadratic Programming – QP) όπου η αντικειμενική συνάρτηση είναι μια τετραγωνική συνάρτηση μεταβλητών. Μια άλλη γενίκευση αποτελεί το πρόβλημα *κωνικής βελτιστοποίησης* (Conic Optimization – CO) στην περίπτωση που οι μη αρνητικοί περιορισμοί αντικαθίστανται από περιορισμούς γενικής κωνικής ενσωμάτωσης. Δύο σημαντικές υποκατηγορίες *κωνικής βελτιστοποίησης* είναι οι : α) κώνος βελτιστοποίησης δεύτερης τάξης (second – order cone optimization) και β) ημικαθορισμένη βελτιστοποίηση (semidefinite optimization). Ο *ακέραιος προγραμματισμός* (Integer Programming – IP) απαιτεί μερικές ή όλες οι μεταβλητές να παίρνουν ακέραιους αριθμούς, καθιστώντας ωστόσο εξαιρετικά δύσκολη την επίλυση των προβλημάτων. Ο *δυναμικός προγραμματισμός* (Dynamic Programming – DP) αναφέρεται σε μία υπολογιστική μέθοδο η οποία αρχικά διαχωρίζει το πρόβλημα σε “επίπεδα” με σκοπό να παρουσιάσει αναδρομικά τη βελτιστοποίηση.

Στις παραπάνω κατηγορίες προγραμματισμού τα δεδομένα του προβλήματος θεωρούνται γνωστά. Κάτι τέτοιο ωστόσο δεν υφίσταται πάντα, καθώς οι παράμετροι του προβλήματος αντιστοιχούν σε ποσότητες που θα πραγματοποιηθούν στο μέλλον ή που δεν μπορούν να είναι γνωστές ακριβώς τη στιγμή που πρέπει το πρόβλημα να διατυπωθεί και να λυθεί. Τέτοιες περιπτώσεις είναι συνήθεις σε μοντέλα που περιλαμβάνουν χρηματοοικονομικές ποσότητες όπως αποδόσεις επενδύσεων, κινδύνους, κλπ.. Η βελτιστοποίηση με δεδομένα αβεβαιότητας επιτυγχάνεται μέσω δύο θεμελιωδών διαφορετικών προσεγγίσεων. Ο *Στοχαστικός Προγραμματισμός* (Stochastic Programming – SP) είναι μία προσέγγιση που χρησιμοποιείται όταν τα δεδομένα αβεβαιότητας είναι τυχαία και μπορούν να ερμηνευθούν μέσω κάποιας κατανομής πιθανοτήτων. Το υποκείμενο πρόβλημα βελτιστοποίησης μπορεί να είναι ένα πρόγραμμα γραμμικό, ένα ακέραιο πρόγραμμα ή ένα μη γραμμικό πρόγραμμα. Η πιο σημαντική περίπτωση είναι αυτή των *Στοχαστικών Γραμμικών Προγραμμάτων* (Stochastic Linear Programs). Η *Ευσταθής Βελτιστοποίηση* (Robust Optimization – RO) χρησιμοποιείται όταν επιδιώκεται η λύση να συμπεριφέρεται καλά σε όλες τις πιθανές πραγματοποιήσεις των τυχαίων μεταβλητών. Υπό αυτή την έννοια, η προσέγγιση αυτή αποκλίνει από την υπόθεση τυχαιότητας του Στοχαστικού Προγραμματισμού (SP) και δίνει την ίδια σημασία σε όλες τις πιθανές πραγματοποιήσεις. Οι δύο αυτές εναλλακτικές προσεγγίσεις δεν αποτελούν

κατηγορίες προβλήματος αλλά τεχνικές μοντελοποίησης για την αντιμετώπιση της αβεβαιότητας των δεδομένων.

Προβλήματα του πραγματικού κόσμου που προέρχονται από διάφορους επιστημονικούς κλάδους όπως η κοινωνιολογία, οι μεταφορές, η οικονομία, ο σχεδιασμός της παραγωγής και ο προγραμματισμός του πληρώματος των αεροπορικών εταιρειών έχουν διατυπωθεί και επιλυθεί επιτυχώς με τη χρήση Γραμμικών Προγραμματισμών (LPs). Για το λόγο αυτό ο Γραμμικός Προγραμματισμός (LP) είναι αναμφισβήτητα ο πλέον γνωστός και το πιο συχνά επιλυόμενο πρόβλημα βελτιστοποίησης. Ο τύπος επίλυσής του καλείται *Τυπική Μορφή Γραμμικού Προγραμματισμού (Standard Form LP)* και δεν είναι περιοριστικός αφού επιτρέπει την αναδιατύπωση των ανισοτήτων (εκτός των περιορισμών μη αρνητικότητας) ως ισότητες μετά την εισαγωγή μιας λεγόμενης “χαλαρής” (slack) ή “πλεονασματικής” (surplus) μεταβλητής η οποία πρέπει να είναι μη-αρνητική. Επιπλέον προβλήματα μεγιστοποίησης μπορούν να αναδιατυπωθούν ως προβλήματα ελαχιστοποίησης. Ο Γραμμικός Προγραμματισμός (LP) καλείται *εφικτός (feasible)* εάν οι περιορισμοί του είναι συνεπείς και *απεριόριστος (unbounded)* εάν υπάρχει μια ακολουθία εφικτών διανυσμάτων $\{x^k\}$ τέτοιων ώστε $c^T x^k \rightarrow -\infty$. Μια *Εφικτή λύση* ικανοποιεί τους περιορισμούς, ενώ η *Βέλτιστη Λύση* ικανοποιεί τους περιορισμούς και ελαχιστοποιεί την αντικειμενική αξία. Όταν ο Γραμμικός Προγραμματισμός (LP) είναι εφικτός αλλά όχι απεριόριστος, έχει βέλτιστη λύση. Ένα βασικό αποτέλεσμα της θεωρίας του Γραμμικού Προγραμματισμού (LP) είναι ότι όταν ένα πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού έχει μια βέλτιστη λύση, τότε πρέπει να έχει μια βέλτιστη λύση που να είναι ένα ακραίο σημείο. Η σημασία αυτού του αποτελέσματος έγκειται στο γεγονός ότι επίκεντρο στην αναζήτηση μιας βέλτιστης λύσης μπορεί να αποτελέσει μόνο η αντικειμενική αξία των λύσεων ακραίου σημείου.

Ο Γραμμικός Προγραμματισμός (LP) αποτελεί σημαντικό βοήθημα για επιχειρήσεις, ενδιάμεσους χρηματοπιστωτικούς οργανισμούς καθώς και μη χρηματοπιστωτικά ιδρύματα που αντιμετωπίζουν συχνά προβλήματα χρηματοδότησης των υποχρεώσεών τους. Βοηθά στον υπολογισμό ενός βέλτιστου συνδυασμού χρηματοοικονομικών εργαλείων με σκοπό την κάλυψη των υποχρεώσεών τους. Η εφαρμογή του γραμμικού προγραμματισμού απαιτεί τρία βήματα. Αρχικά μοντελοποιείται το πρόβλημα (χρηματοδότησης) και γράφεται σε γλώσσες προγραμματισμού (GAMS, AMPL, MOSEL, OPL) βάσει κανόνων. Βασικά σημεία αποτελούν οι *μεταβλητές ελέγχου*, ο *στόχος* και οι *περιορισμοί*. Στη συνέχεια επιλύεται μέσω ειδικών υπολογιστικών προγραμμάτων και τέλος ερμηνεύεται το αποτέλεσμα της λύσης. Ωστόσο, η χρησιμότητα του Γραμμικού Προγραμματισμού συνδέεται άμεσα με το πόσο στενά ταυτίζεται

η πραγματικότητα με τις διάφορες παραδοχές [αναλογικότητας (proportionality), σώρευσης (additivity), διαιρετότητας (divisibility), βεβαιότητας (certainty)] που διατυπώνονται.

Μια τεχνική γραμμικού προγραμματισμού που χρησιμοποιείται για τη αντιμετώπιση του προβλήματος της χρηματοδότησης είναι η *αντιστοίχιση των χρηματορροών* ή “*Dedication*” (*Αφοσίωση*)¹. Όπως αναφέρθηκε, οι επιχειρήσεις συχνά βρίσκονται αντιμέτωπες με ροές υποχρεώσεων που εκτείνονται και στο μέλλον. Οι ροές αυτές συχνά είναι αβέβαιες και παριστάνονται από τυχαίες μεταβλητές. Ωστόσο, μπορεί να είναι γνωστές με βεβαιότητα όπως για παράδειγμα οι υποχρεώσεις που προκύπτουν από την πώληση ενός *Συμβολαίου Εγγυημένων Επενδύσεων (Guaranteed Investment Contract)*, οι υποχρεώσεις ενός συνταξιοδοτικού ταμείου καθορισμένων παροχών, ή γνωστές με κάποια βεβαιότητα όπως οι χρηματορροές που απαιτούνται για μελλοντικές εξαγορές, επεκτάσεις ή ανάπτυξη προϊόντων. Σκοπός είναι η δημιουργία ενός χαρτοφυλακίου περιουσιακών στοιχείων του οποίου οι εισροές θα αντισταθμίζουν πλήρως τις εκροές των υποχρεώσεων. Ως εκ τούτου, οι υποχρεώσεις θα μπορούν να αποπληρωθούν μόλις καταστούν ληξιπρόθεσμες χωρίς να απαιτείται η αγορά ή η πώληση περιουσιακών στοιχείων. Το χαρτοφυλάκιο σχηματίζεται σήμερα και κρατείται μέχρι την αποπληρωμή όλων των υποχρεώσεων. Τα “*Dedicated*” χαρτοφυλάκια συνήθως αποτελούνται μόνο από ακίνδυνα μη-εξαγοράσιμα (risk – free non – callable bonds) ομόλογα καθώς οι μελλοντικές εισροές του χαρτοφυλακίου πρέπει να είναι γνωστές όταν κατασκευάζεται το χαρτοφυλάκιο. Με τον τρόπο αυτό εξαλείφεται πλήρως ο επιτοκιακός κίνδυνος. Τυπικά κοστίζουν περισσότερο από τα “ανοσοποιημένα” χαρτοφυλάκια τα οποία κατασκευάζονται με βάση την αντιστοίχιση της παρούσας αξίας, της διάρκειας και της κυρτότητας των περιουσιακών στοιχείων με εκείνες των υποχρεώσεων. Ένα τέτοιο χαρτοφυλάκιο, το οποίο κατασκευάζεται ταιριάζοντας τους τρεις αυτούς παράγοντες, μπορεί να ανοσοποιείται στις παράλληλες μεταβολές της καμπύλης απόδοσης αλλά παραμένει αρκετά εκτεθειμένο και ευάλωτο σε άλλους τύπους μεταβολών οι οποίοι πρέπει να διαχειρίζονται άμεσα, κάτι το οποίο είναι αρκετά κοστοβόρο. Αντίθετα, τα “*Dedicated*” χαρτοφυλάκια δεν χρειάζονται περαιτέρω διαχείριση μετά την κατασκευή τους.

Ένα ολοκληρωμένο μοντέλο Διαχείρισης Περιουσιακών Στοιχείων και Υποχρεώσεων αντιστοιχίζει τις χρηματορροές που προκύπτουν από τα περιουσιακά στοιχεία με εκείνες των υποχρεώσεων. Η πιο απλή μορφή ενός τέτοιου μοντέλου αγνοεί την ύπαρξη δανεισμού ή επανεπένδυσης του πλεονάσματος, αγνοώντας κατ’ επέκταση τον κίνδυνο του επιτοκίου. Ωστόσο, οι πιο ρεαλιστικές περιπτώσεις περιλαμβάνουν δανεισμό και επανεπενδύσεις. Στη

¹ Zenios S.A., “Practical Financial Optimization : Decision making for financial engineers”, Draft of July 22, 2005.

γενικευμένη μορφή, το μοντέλο επιτρέπει αρνητικές ταμειακές ροές στα περιουσιακά στοιχεία. Αυτές οι περιπτώσεις προκύπτουν από επενδύσεις που απαιτούν μια σειρά προκαταβολικών πληρωμών προτού αποδώσουν μια θετική ταμειακή ροή. Στην προκειμένη, το μοντέλο τροποποιείται για να προσδιορίσει το τελευταίο χρηματικό ποσό που απαιτείται να καταβληθεί για επενδύσεις. Το ποσό αυτό δηλώνεται ως οι *αρχικές συμμετοχές* σε επενδύσεις μηδενικού κινδύνου (v_0). Εάν όλα τα περιουσιακά στοιχεία έχουν θετικές ταμειακές ροές (F_{it}) στις περιόδους μετά του αρχικού χρονικού σημείου ($t = 0$), τότε η αξία των συνολικών ταμειακών ροών στο χρονικό σημείο 0 είναι στην ουσία το ποσό που πρέπει να καταβληθεί σήμερα ώστε να ληφθούν οι μελλοντικές χρηματοροές, δηλαδή το κόστος του χαρτοφυλακίου. Η λύση δε του γενικευμένου αυτού μοντέλου προκύπτει από την ελαχιστοποίηση των αρχικών συμμετοχών σε επενδύσεις μηδενικού κινδύνου ως προς την αξία των συνολικών ταμειακών ροών στο $t = 0$ ($\sum_{i=1}^n F_{0i}x_i$).

Η ολική ταύτιση των ταμειακών ροών μπορεί να επιτευχθεί μόνο αν τα χρεόγραφα είναι διαθέσιμα με χρονοδιάγραμμα, το οποίο συμπίπτει με αυτό των ταμειακών ροών των υποχρεώσεων. Σε γενικές γραμμές όμως, οι πληρωμές υποχρεώσεων προκύπτουν σε άτακτα χρονικά διαστήματα, σε οποιαδήποτε μέρα του μήνα. Αντίθετα οι πληρωμές των κουπονιών ενός ομολόγου και οι διάρκειες είναι συγκεκριμένες, όπως για παράδειγμα κάθε έξι μήνες. Είναι προφανές ότι δεν μπορεί να είναι διαθέσιμο κανένα μέσο με ημερομηνία λήξης την ημερομηνία εμφάνισης της υποχρέωσης, ή μπορεί να είναι διαθέσιμα ομόλογα καλύτερης τιμής με ημερομηνίες λήξης διαφορετικές από αυτές των υποχρεώσεων. Στις περιπτώσεις αυτές είναι προτιμότερο είτε να αγοραστεί ένα ομόλογο που λήγει πριν την υποχρέωση και το κεφάλαιο που λαμβάνεται να επανεπενδυθεί σε βραχυχρόνιες αγορές χρήματος, είτε δανεισμός μετρητών από ομόλογα που λήγουν μετά την υποχρέωση. Με τον τρόπο αυτό εισάγονται τα διανύσματα ελλείμματος και πλεονάσματος. Η στρατηγική αυτή διαχείρισης περιουσιακών στοιχείων και υποχρεώσεων, που επιτρέπει έλλειμμα ή πλεόνασμα στις πληρωμές των υποχρεώσεων, αναφέρεται ως *Συμμετρική Αντιστοίχιση Χρηματοροών* (*Symmetric Cash Flow Matching*). Ωστόσο, πρέπει να τεθεί ρητά μηδενικό έλλειμμα στην τελευταία χρονική περίοδο, καθώς το μοντέλο δεν διαθέτει μηχανισμό αποπληρωμής δανείων πέρα του ορισθέντος χρονικού ορίζοντα. Παρ' αυτά το μοντέλο είναι μυωπικό αφού αγνοούνται οι επιδράσεις της πολιτικής του χαρτοφυλακίου στο τέλος του ορίζοντα. Για να αποφευχθούν προβλήματα ταυτόχρονης μείωσης των αρχικών επενδύσεων (v_0) και μεγιστοποίησης του τελικού πλεονάσματος (v_T^+), υποθέτουμε την ύπαρξη ενός δεδομένου προϋπολογισμού (b_0).

Αρκετές εκτιμήσεις του πραγματικού κόσμου μπορεί να καταστήσουν τις λύσεις του μοντέλου μη πρακτικές. Παρότι μπορούν να αποκτηθούν γνώσεις για δομές ικανοποιητικών

χαρτοφυλακίων από τις λύσεις των μοντέλων, μπορεί να καθίσταται αδύνατη η αγορά του βέλτιστου χαρτοφυλακίου. Ως εκ τούτου, παρουσιάζονται ζητήματα πρακτικών ρυθμίσεων, τα οποία προσπαθούν να ενσωματώσουν τα μοντέλα. Σε πρώτη φάση, απαιτείται η κατασκευή ενός χαρτοφυλακίου που να είναι εύκολα διαπραγματεύσιμο. Ένας μεγάλος αριθμός μικρών συναλλαγών όμως είναι ακριβός όταν περιλαμβάνονται κόστη συναλλαγών. Επιπλέον, μπορεί να είναι εξαιρετικά δύσκολη η εκτέλεση μικρών συναλλαγών. Από την άλλη, περιττές συναλλαγές συνεπάγονται κίνδυνο ρευστότητας, καθώς οι συναλλασσόμενοι προτιμούν να διαπραγματεύονται ακόμα περισσότερα. Για να αποφευχθούν μικρές συναλλαγές και να διασφαλιστούν οι αγορές εισάγονται ακέραιες μεταβλητές. Ωστόσο, υπάρχει περίπτωση ορισμένα μεγέθη ποσοτήτων να θεωρηθούν πολύ μικρά για να συμπεριληφθούν στο χαρτοφυλάκιο. Για το λόγο αυτό τίθενται περιορισμοί ως προς το ελάχιστο και μέγιστο επιτρεπτό μέγεθος ποσότητας. Επιπρόσθετα, κάθε συναλλαγή συνεπάγεται την επιβάρυνση των συναλλακτικών κοστών είτε ως προμήθειες είτε με τη μορφή διαφορών μεταξύ προσφοράς και ζήτησης. Συνήθως υπάρχει ένα σταθερό κόστος που σχετίζεται με κάθε συναλλαγή, ανεξάρτητα του πόσο μικρή είναι, και ένα επιπρόσθετο κόστος το οποίο είναι ανάλογο του μεγέθους της συναλλαγής. Τα μεταβλητά κόστη συναλλαγών μοντελοποιούνται εύκολα αφαιρώντας το κατάλληλο ποσοστό από τις αρχικές ταμειακές ροές του χρεογράφου, ώστε να υπολογιστεί το ποσοστό που χρησιμοποιείται για την κάλυψη των μεταβλητών κοστών από αυτές τις ταμειακές ροές. Τα σταθερά κόστη μοντελοποιούνται με τη χρήση δείκτριων μεταβλητών. Τέλος στην περίπτωση αναθεώρησης χαρτοφυλακίου δηλώνονται οι αρχικές συμμετοχές στα περιουσιακά στοιχεία του υπάρχοντος χαρτοφυλακίου και οι συμμετοχές στο βέλτιστο χαρτοφυλάκιο συναρτήσεως των αγορών και πωλήσεων του εκάστοτε περιουσιακού στοιχείου. Τα κόστη συναλλαγών χρεώνονται σε κάθε μεταβολή του χαρτοφυλακίου και όχι στη συνολική έκθεση. Ο περιορισμός αναφορικά με το μέγιστο και ελάχιστο μέγεθος ποσότητας εφαρμόζεται στη συνολική έκθεση. Ωστόσο, ελάχιστα μεγέθη συναλλαγών μπορούν να επιβληθούν στις αγορές και στις πωλήσεις κάθε περιουσιακού στοιχείου. Οι διαχειριστές χαρτοφυλακίου έρχονται συχνά αντιμέτωποι και με περιορισμούς που επιβάλλονται σε κάθε υποκατηγορία χρεογράφων ώστε να αντανakλάται η εταιρική πολιτική αναφορικά με την ποιότητα, τον τομέα, την έκδοση ή τον εκδότη. Έτσι περιορίζονται οι συμμετοχές σε χρεόγραφα διαφορετικών ποιοτήτων, ώστε να μην παραβιάζονται τα προκαθορισμένα όρια.

Πολλά προβλήματα βελτιστοποίησης χαρακτηρίζονται από αβέβαιες παραμέτρους. Ένας τρόπος ενσωμάτωσης αυτής της αβεβαιότητας στις τιμές και στις ταμειακές ροές είναι ο *Στοχαστικός Προγραμματισμός (Stochastic Programming – SP)*. Η Προσέγγιση αυτή αποτελεί

μια επέκταση των “*Portfolio Dedication Models*”, και ένα εργαλείο μαθηματικού προγραμματισμού που διευκολύνει τη βελτιστοποίηση των δυναμικών στρατηγικών με “*δέντρα εκδήλωσης γεγονότων*” (*event trees*). Το μοντέλο *Στοχαστικής Αφοσίωσης* (*Stochastic Dedication Model*) βελτιστοποιεί αποφάσεις λήψης ή χορήγησης δανείου καθώς καταφθάνουν νέες πληροφορίες, ενώ επιτρέπει επανεξισορρόπηση του χαρτοφυλακίου μόνο όταν είναι διαθέσιμες οι νέες πληροφορίες και οι αποφάσεις δεν βασίζονται σε διορατικότητα. Η *Στοχαστική Αφοσίωση* (*Stochastic Dedication*) μπορεί να θεωρηθεί ως μία στρατηγική αγοράς και διακράτησης (buy-and-hold strategy), με μια δυναμική συνιστώσα δανειοληψίας και δανειοδότησης. Τα σενάρια περιγράφουν μεταβολές που υπερβαίνουν τις παράλληλες μετατοπίσεις της καμπύλης απόδοσης. Ως εκ τούτου, η στοχαστική αφοσίωση επεκτείνει τη δυνατότητα εφαρμογής της κλασικής αφοσίωσης χαρτοφυλακίου πέρα από αυτό που είχε επιτευχθεί με την ανοσοποίηση.

Τα μοντέλα στοχαστικού προγραμματισμού μπορεί να περιλαμβάνουν είτε *διορατικές* (*anticipative*) είτε *προσαρμοζόμενες* (*adaptive*) μεταβλητές απόφασης, είτε και τα δύο. Οι διορατικές μεταβλητές ανταποκρίνονται στις αποφάσεις εκείνες που πρέπει να ληφθούν “*εδώ και τώρα*” (*here-and-now*) και οι οποίες δεν μπορούν να εξαρτώνται από μελλοντικές παρατηρήσεις ή μερική πραγματοποίηση των τυχαίων παραμέτρων. Ένα διορατικό μοντέλο επιλέγει μια πολιτική η οποία οδηγεί σε μερικά επιθυμητά χαρακτηριστικά όσον αφορά τις συναρτήσεις περιορισμού και στόχου βάση των πραγματοποιήσεων του τυχαίου διανύσματος. Οι προσαρμοζόμενες μεταβλητές αντιστοιχούν σε αποφάσεις “*αναμονής*” (*wait-and-see*) οι οποίες μπορούν ληφθούν μετά από την παρατήρηση ορισμένων ή και όλων των τυχαίων παραμέτρων. Σε ένα προσαρμοζόμενο μοντέλο, οι παρατηρήσεις που σχετίζονται με την αβεβαιότητα γίνονται διαθέσιμες πριν τη λήψη της απόφασης, έτσι ώστε η βελτιστοποίηση να λαμβάνει χώρα σε ένα γνωστό περιβάλλον. Ωστόσο, είναι λογικό ότι οι παρατηρήσεις που διατίθενται παρέχουν μερική πληροφόρηση για τις τυχαίες μεταβλητές, διαφορετικά το μοντέλο θα ανέμενε τις παρατηρήσεις από όλες τις τυχαίες μεταβλητές, λαμβάνοντας μια απόφαση που προέρχεται από τη λύση ενός ντετερμινιστικού μαθηματικού προγράμματος. Ο συνδυασμός διορατικών και προσαρμοζόμενων μεταβλητών σε ένα κοινό μαθηματικό πλαίσιο αφορά τα “*μοντέλα προσφυγής*” (*recourse models*). Στην περίπτωση αυτή, αναζητείται μια πολιτική που όχι μόνο προβλέπει μελλοντικές παρατηρήσεις αλλά λαμβάνει υπόψη ότι οι παρατηρήσεις γίνονται για την αβεβαιότητα, έχοντας έτσι τη δυνατότητα να προσαρμοστεί με τη λήψη “*αποφάσεων προσφυγής*”. Χρησιμοποιώντας μια πολλαπλών επίπεδων προσομοίωση στοχαστικού προγραμματισμού, με “*μεταβλητές προσφυγής*” (*recourse variables*) σε κάθε επίπεδο, μπορεί να μοντελοποιηθεί ένα περιβάλλον απόφασης όπου η πληροφορία

αποκαλύπτεται σταδιακά και οι αποφάσεις προσαρμόζονται σε κάθε νέα πληροφορία. Για παράδειγμα, στον επενδυτικό σχεδιασμό, κάθε νέα ευκαιρία συναλλαγής παριστάνει μια νέα απόφαση που πρέπει να ληφθεί. Ως εκ τούτου, οι ημέρες συναλλαγών, κατά τις οποίες τα χαρτοφυλάκια επενδύσεων μπορούν να επανεξισορροπηθούν, γίνονται φυσικές επιλογές για τα στάδια απόφασης. Σε ένα πολυ-επίπεδο στοχαστικό πρόγραμμα (multi-stage stochastic programming) με “προσφυγή” (recourse), οι αποφάσεις προσφυγής (recourse decisions) μπορούν να ληφθούν σε διάφορα χρονικά σημεία τα οποία καλούνται *επίπεδα* (stages). Τα επίπεδα αυτά αντιστοιχούν στα χρονικά διαστήματα που μεσολαβούν από τη στιγμή αποκάλυψης μιας πληροφορίας έως τη στιγμή λήψης της απόφασης. Σε κάθε επίπεδο, τα σενάρια διακλαδίζονται καθώς ενδέχεται να διαφοροποιούνται. Για το λόγο αυτό, εισάγεται το “*δέντρο σεναρίων*” (scenario tree) με σκοπό να διευκολύνει τη διαδικασία και να αποτυπώσει τις διακλαδώσεις αυτές. Έτσι, το τελευταίο επίπεδο έχει τόσους κόμβους όσα και τα σενάρια, οι οποίοι καλούνται *τερματικοί κόμβοι* (terminal nodes).

Σε κάθε ημερομηνία συναλλαγής, ο διαχειριστής πρέπει να αξιολογεί τις συνθήκες της αγοράς (τιμές, επιτόκια), που επικρατούν στην τρέχουσα οικονομική κατάσταση, καθώς και τις πιθανές διακυμάνσεις στα επιτόκια, στις τιμές και στις ταμειακές ροές σε πιθανές καταστάσεις της οικονομίας για την επόμενη συναλλακτική ημερομηνία. Πρέπει δηλαδή, αρχικά, να εκτιμήσει τις πληροφορίες στις διάδοχες καταστάσεις και στη συνέχεια να τις ενσωματώσει σε μια ακολουθία συναλλαγών αγοράς και πώλησης τίτλων, και βραχυχρόνιας δανειοληψίας και δανειοδότησης. Την επόμενη συναλλακτική ημέρα, ο διαχειριστής του χαρτοφυλακίου έχει ένα ώριμο χαρτοφυλάκιο και, αντιμέτωπος με ένα καινούργιο σύνολο πιθανών μελλοντικών μεταβολών, πρέπει να ενσωματώσει τις καινούργιες πληροφορίες ώστε να μπορούν να εκτελεστούν οι συναλλαγές. Το μοντέλο καθορίζει μια σειρά επενδυτικών αποφάσεων σε διακριτές περιόδους συναλλαγών. Οι αποφάσεις λαμβάνονται στην αρχή κάθε περιόδου. Ο διαχειριστής ξεκινά με ένα δεδομένο χαρτοφυλάκιο και ένα σύνολο σεναρίων για τις διάδοχες καταστάσεις της οικονομίας, το οποίο ενσωματώνεται στην επενδυτική απόφαση. Η σύνθεση του τρέχοντος χαρτοφυλακίου εξαρτάται από τις συναλλαγές του προηγούμενου σημείου απόφασης και από το σενάριο που πραγματοποιήθηκε στο ενδιάμεσο. Ένα άλλο σύνολο επενδυτικών αποφάσεων λαμβάνεται, ενσωματώνοντας τόσο την τρέχουσα κατάσταση του χαρτοφυλακίου όσο και τη νέα πληροφορία για μελλοντικά σενάρια. Το μοντέλο στοχαστικού προγραμματισμού θα αποφανθεί για μια βέλτιστη απόφαση σε κάθε κατάσταση του δέντρου εκδήλωσης γεγονότων (event tree), δοθείσης της πληροφορίας που είναι διαθέσιμη σε κάθε σημείο. Καθώς υπάρχουν πολλαπλές διάδοχες καταστάσεις, οι βέλτιστες αποφάσεις δε θα εξαρτηθούν από τη διορατικότητα, αλλά θα πρέπει να προβλέψουν μελλοντικά γεγονότα.

Στα περισσότερα μοντέλα βελτιστοποίησης χαρτοφυλακίου υπάρχουν δύο βασικοί περιορισμοί. Ο ένας εξετάζει τις ταμειακές ροές για λογαριασμό των ακίνδυνων περιουσιακών στοιχείων, δηλαδή μετρητά, και ο άλλος αφορά μια εξίσωση ισοζυγίου αποθεμάτων για κάθε τίτλο ή κατηγορία περιουσιακών στοιχείων σε όλες τις ημερομηνίες διεξαγωγής συναλλαγών και όλες τις καταστάσεις. Σε κάθε επίπεδο, οι αποφάσεις είναι ανάλογες της κατάστασης της οικονομίας. Για το λόγο αυτό, σε κάθε κατάσταση υφίσταται ένα σύνολο περιορισμών. Ανάλογα με την εφαρμογή, κάποιες συνθήκες μπορεί να χρειάζεται να μοντελοποιηθούν ως περιορισμοί. Σε μερικές εφαρμογές, λόγω χάρη, απαιτούνται πολλαπλοί λογαριασμοί μετρητών. Για παράδειγμα, η διαχείριση διεθνούς χαρτοφυλακίου απαιτεί διαφορετικό χειρισμό των μετρητών σε διάφορα νομίσματα όταν αντισταθμίζονται συναλλαγματικές ισοτιμίες. Καταθέσεις από διαφορετικές γραμμές παραγωγής μπορεί να πραγματοποιούνται σε διαφορετικούς λογαριασμούς, όταν οι αρχές εφαρμόζουν διαφορετικούς κανόνες για διαφορετικές πηγές. Σε αυτή την περίπτωση ανήκουν τα Ιαπωνικά ασφαλιστήρια συμβόλαια τύπου εξοικονόμησης, τα οποία αντιμετωπίζονται διαφορετικά από ότι τα συμβατικά ασφαλιστήρια συμβόλαια. Η μοντελοποίηση αυτών των ρυθμίσεων απαιτεί την εισαγωγή πολλαπλών μεταβλητών δανειοδότησης και δανειοληψίας, μία για κάθε νόμισμα ή κάθε λογαριασμό, και διατύπωση πολλαπλών λογιστικών εξισώσεων ταμειακών ροών. Άλλες συνθήκες μπορεί να περιλαμβάνουν όρια στις θέσεις μιας δοθείσης κατηγορίας περιουσιακού στοιχείου, όπως τα όρια που επιβάλλουν οι ρυθμιστικές αρχές αναφορικά με την έκθεση των Ιταλικών Ασφαλιστικών Εταιρειών σε εταιρικά ομόλογα ή διεθνή κρατικά ομόλογα. Ένα άλλο παράδειγμα αφορά τις επενδύσεις των Ιαπωνικών Ασφαλιστικών Εταιρειών σε “tokkin” κεφάλαια (θυγατρικές εταιρείες που δημιουργήθηκαν για να επενδύσουν κεφάλαια και να πληρώσουν μέρισμα στη μητρική εταιρεία), οι οποίες δεν υπερβαίνουν ένα ορισμένο ποσοστό των συνολικών περιουσιακών στοιχείων όπως προβλέπεται από τις ρυθμιστικές αρχές. Τέλος, οι φόροι πρέπει να υπολογίζονται διαχωρίζοντας τη δήλωση εισοδήματος (income return – απόδοση εσόδων) από την απόδοση των τιμών, ενώ μπορούν να επιβληθούν περιορισμοί μόχλευσης από ρυθμιστικές αρχές, απαιτώντας τον υπολογισμό του λόγου του χρέους προς τα ίδια κεφάλαια στη χρηματοδότηση των υποχρεώσεων.

Η δημιουργία μιας συνάρτησης στόχου για μεγάλα χρονικά διαστήματα είναι σχετικά πολύπλοκη για το μέσο επενδυτή. Αρχικά, πρέπει να εκτιμηθούν οι διαχρονικές εκτιμήσεις συναλλαγών βραχυχρόνιας απόδοσης σε σχέση με τους μακροπρόθεσμους στόχους. Επιπρόσθετα, η αβεβαιότητα σε εκτεταμένες χρονικές περιόδους περιπλέκει τη διαδικασία λήψης αποφάσεων. Ο συνδυασμός της επιλογής μιας συνάρτησης στόχου με αποδεκτές θεωρίες σχετικά με τις προτιμήσεις των επενδυτών και τις συναρτήσεις ωφελιμότητας είναι

ένα σημαντικό βήμα στη διαδικασία μοντελοποίησης. Κάθε μετρό κινδύνου και απόδοσης μπορεί να ενσωματωθεί στη διατύπωση ενός προβλήματος στοχαστικού προγραμματισμού. Έτσι, η ενσωμάτωση της αποστροφής του κινδύνου σε μια στρατηγική δυναμικού χαρτοφυλακίου μπορεί να επιτευχθεί με την εισαγωγή μιας συνάρτησης ωφελιμότητας τελικού πλούτου. Ο στόχος του μοντέλου βελτιστοποίησης χαρτοφυλακίου είναι η μεγιστοποίηση της αναμενόμενης αυτής ωφελιμότητας. Ωστόσο, ανάλογα με τις περιπτώσεις, οι συναρτήσεις στόχοι ποικίλουν. Για συνταξιοδοτικά ταμεία καθορισμένης παροχής και για σταθερές υποχρεώσεις, μια κατάλληλη συνάρτηση στόχος είναι η ελαχιστοποίηση του αναμενόμενου κόστους χρηματοδότησης. Μερικές φορές, μια συνάρτηση στόχος πολλών κριτηρίων που να μεγιστοποιεί τον τελικό πλούτο, από τον οποίο έχουν αφαιρεθεί τα αναμενόμενα ελλείμματα, μπορεί να είναι πιο κατάλληλη. Η απόδοση των ιδίων κεφαλαίων (*Return-on-Equity*) των μετόχων, ως δείκτης της αξίας των μετοχών, είναι επίσης μια κατάλληλη συνάρτηση η οποία έχει χρησιμοποιηθεί σε προβλήματα μοντελοποίησης χαρτοφυλακίου κερδοσκοπικών ιδρυμάτων. Για δείκτες αμοιβαίων κεφαλαίων, η συνάρτηση στόχος είναι ένα μέτρο της απόκλισης των αποδόσεων του χαρτοφυλακίου από το δείκτη – στόχο.

Ο Στοχαστικός Προγραμματισμός (*Stochastic Programming – SP*) ανήκει στη γενική κατηγορία των στοχαστικών μοντέλων πολλαπλών περιόδων για διαχείριση κινδύνου. Το πλαίσιο “Μέσου – Διακύμανσης” (*Mean – Variance*) θεωρείται ως η βάση των μοντέλων για βέλτιστη επένδυση. Ωστόσο, η διακύμανση, ως μέτρο κινδύνου, επιβάλλει κυρώσεις και στις θετικές αποδόσεις και στις αρνητικές αποδόσεις αντίστοιχα. Είναι σημαντικό να γίνει μια διάκριση μεταξύ των θετικών και αρνητικών αποδόσεων, εάν η κατανομή του χαρτοφυλακίου είναι ασύμμετρη. Παρ’ αυτά, οι περισσότερες κατανομές αποδόσεων μετοχών είναι λοξές. Επιπλέον, αν προστεθούν παράγωγα όπως δικαιώματα προαίρεσης (*call/put*) στο σύνολο των επενδυτικών ευκαιριών, τότε η κατανομή απόδοσης του χαρτοφυλακίου μπορεί να γίνει ασύμμετρη. Η αντιμετώπιση αυτών των προβλημάτων επιτεύχθηκε με εναλλακτικά μέτρα κινδύνου. Τα μοντέλα βελτιστοποίησης σεναρίου δεν περιορίζονται από την παραδοχή της κανονικότητας που υπογραμμίζει το πλαίσιο “Μέσου – Διακύμανσης”. Ωστόσο, τόσο τα μοντέλα “Μέσου – Διακύμανσης” όσο και τα μοντέλα βελτιστοποίησης σεναρίου είναι μυωπικά, καθώς ομαδοποιούν όλες τις μελλοντικές περιόδους ως μια, και κοιτούν μόνο ένα βήμα μπροστά. Ένα ζήτημα, το οποίο μένει αναπάντητο από τα μοντέλα αυτά, είναι ότι δεν επιτρέπουν σε μελλοντικές ευκαιρίες να αλλάξουν την επενδυτική στρατηγική.

Τα περισσότερα προβλήματα διαχείρισης περιουσιακών στοιχείων – υποχρεώσεων καλύπτουν μια μακροχρόνια περίοδο διακριτού χρόνου, με πολλαπλές ευκαιρίες αλλαγής του επενδυτικού χαρτοφυλακίου. Καθίσταται, όμως, ακατάλληλη η μοντελοποίηση μερικών δεκαετιών σε μια

και μόνο περίοδο, χωρίς δυνατότητα συναλλαγών για να ρυθμιστεί το επενδυτικό χαρτοφυλάκιο. Ο περιορισμός μεμονωμένης περιόδου του μοντέλου “Μέσου – Διακύμανσης” ξεπεράστηκε με την μεγιστοποίηση μιας συνάρτησης ωφελιμότητας του πλούτου στο τέλος του ορίζοντα. Μια τέτοια συνάρτηση έχει την ιδιότητα της σταθερής αποστροφής κινδύνου, με αποτέλεσμα τα βάρη του χαρτοφυλακίου να είναι ίσα σε κάθε περίοδο, ανεξάρτητα από τον πλούτο του επενδυτή ή το χρονικό ορίζοντα. Από την πλευρά τους, οι επενδυτές συμπεριφέρονται όμοια με ένα επενδυτή μεμονωμένης περιόδου, με αποτέλεσμα οι επενδυτικές πολιτικές να καθίστανται μυωπικές. Υπό την προϋπόθεση, όμως, των ανεξάρτητα κατανεμημένων αποδόσεων των περιουσιακών στοιχείων, χωρίς κόστη συναλλαγών και έγχυση μετρητών ή αναλήψεις, μια σειρά μυωπικών μοντέλων είναι βέλτιστα για έναν επενδυτή πολλαπλών περιόδων. Επιπλέον, όταν βελτιστοποιείται η λογαριθμική συνάρτηση ωφελιμότητας, η σειρά των μυωπικών μοντέλων είναι βέλτιστη για επενδυτές πολλαπλών περιόδων, ακόμα και όταν οι αποδόσεις των περιουσιακών στοιχείων είναι συσχετισμένες και τα έσοδα είναι στοχαστικά. Ωστόσο, πολλές από αυτές τις παραδοχές απέτυχαν στις σύγχρονες αγορές κεφαλαίου, ειδικά σε τίτλους σταθερού εισοδήματος και παραγώγων. Χαρακτηριστικά όπως αθετήσεις, προπληρωμές, επιλογές εξαγοράς, προβλέψεις ανάκλησης έχουν ως αποτέλεσμα αναλήψεις μετρητών από το χαρτοφυλάκιο, ενώ μερικές προβλέψεις είναι εξαρτημένες. Η επιλογή μιας λογαριθμική συνάρτησης ωφελιμότητας, επίσης, περιορίζεται στο να επιτρέψει τη μοντελοποίηση διαφορετικών επιπέδων αποστροφής κινδύνου που μπορεί να είναι κατάλληλα για διαφορετικούς ιδιώτες ή ιδρύματα.

Η διατύπωση μοντέλων δυναμικού προγραμματισμού πολλαπλών περιόδων διακριτού χρόνου για διαχείριση κινδύνου καθίσταται δυνατή με δέντρα εκδήλωσης γεγονότων (event trees). Τα μοντέλα αυτά οδηγούν σε ενδιαφέρουσες απόψεις, καθώς οι βέλτιστες πολιτικές προκύπτουν με μορφή ανατροφοδότησης. Ωστόσο, η εκθετική αύξηση του μεγέθους του προβλήματος με την προσθήκη επιπέδων, περιορίζει τους τύπους των μοντέλων που μπορούν να επιλυθούν. Μοντέλα, με περισσότερες των τριών ή τεσσάρων μεταβλητές, αντιμετωπίζουν σοβαρά υπολογιστικά προβλήματα και δυσκολία στο χειρισμό των κοστών συναλλαγής. Μια εναλλακτική προσέγγιση είναι ο καθορισμός ενός “κανόνα απόφασης” (*decision rule*), με σκοπό την αλλαγή της επενδυτικής στρατηγικής εκ των προτέρων, και η βελτιστοποίηση των παραμέτρων του δοθέντος αυτού κανόνα. Τα μοντέλα με κανόνες απόφασης παρουσιάζουν αρκετά πλεονεκτήματα. Αρχικά, μπορούν να χειριστούν τα κόστη συναλλαγής και τους λειτουργικούς, ρυθμιστικούς ή εταιρικούς περιορισμούς σχετικά με την επενδυτική στρατηγική. Επιπλέον, ο βέλτιστος κανόνας ερμηνεύεται και κατανοείται εύκολα από τους λήπτες αποφάσεων. Ένα βασικό πρόβλημα είναι ότι στο μοντέλο μπορεί να υπάρχουν

πολλαπλές τοπικές λύσεις, και ως εκ τούτου να απαιτείται η εφαρμογή ένας αλγόριθμου συνολικής βελτιστοποίησης. Όμως, οι αλγόριθμοι αυτοί μπορούν να χειριστούν μόνο ένα μικρό αριθμό μεταβλητών απόφασης. Τέλος, δεν διασφαλίζεται ποτέ το γεγονός ότι ένας κανόνας απόφασης είναι πραγματικά βέλτιστος για το πρόβλημα, καθώς ενδέχεται κάποιος άλλος κανόνας δυναμικής επένδυσης να είναι πιο αποτελεσματικός. Κατά συνέπεια, μπορεί να χρειαστεί ένας μεγάλος αριθμός διαφορετικών προσδιορισμών για τον κανόνα απόφασης, προτού αποφανθεί κάποιος για ένα κανόνα με σχετικά καλή επίδοση.

Στη μοντέρνα χρηματοοικονομική θεωρία, τα μοντέλα συνεχούς χρόνου παίζουν σημαντικό ρόλο. Το πρόβλημα συμπεριφοράς επενδύσεων μπορεί να μοντελοποιηθεί σε ένα πλαίσιο συνεχούς χρόνου, όπου η χρονική φάση μεταξύ διαδοχικών ημερομηνιών συναλλαγών μειώνεται οριακά στο μηδέν. Οι τιμές των περιουσιακών στοιχείων θεωρείται ότι ακολουθούν γεωμετρικές κινήσεις Brown, που αντιστοιχεί σε μια λογαριθμοκανονική κατανομή απόδοσης, ωστόσο όλο και περισσότερο χρησιμοποιούνται πιο περίτεχνες στοχαστικές διαδικασίες. Για την κατηγορία της συνάρτησης ωφελιμότητας, οι μυωπικές επενδυτικές πολιτικές που προκύπτουν ως λύση στα μοντέλα συνεχούς χρόνου είναι βέλτιστες. Τα μοντέλα συνεχούς χρόνου είναι περιορισμένης πρακτικής αξίας για τη διαχείριση κινδύνου μεγάλων ιδρυμάτων. Οι παραδοχές αναφορικά με τη συνάρτηση ωφελιμότητας και τις τιμές των περιουσιακών στοιχείων περιορίζονται. Επιπλέον, είναι πολύ σημαντικό το γεγονός ότι, στο πλαίσιο διαχείρισης κινδύνου μεγάλων επιχειρήσεων, τα μοντέλα αυτά μπορεί να αγνοούν κόστη και περιορισμούς συναλλαγών που τίθενται από τις ρυθμιστικές αρχές ή υπαγορεύονται από την εταιρική πολιτική. Ένα πλεονέκτημα του πλαισίου αυτού εργασίας είναι ότι οι βέλτιστοι κανόνες απόφασης μπορούν να προκύψουν από κάποια βασικά μοντέλα. Επιπρόσθετα, ο αντίκτυπος των κοστών συναλλαγών, των ορίων συναλλαγών, της προβλεψιμότητας της απόδοσης, της αβεβαιότητας των παραμέτρων και της ατέλειας της αγοράς μπορεί να αναλυθεί με αρκετή ακρίβεια από μοντέλα τα οποία επικεντρώνονται σε ένα ή δύο από αυτά τα ζητήματα μεμονωμένα. Ωστόσο, γενικά μοντέλα που ενσωματώνουν όλα αυτά τα ζητήματα ταυτόχρονα δεν έχουν επιλυθεί ακόμα. Παρόμοια, πρακτικοί περιορισμοί που αντανάκλουν περιορισμούς ρυθμιστικών αρχών, λειτουργικές απαιτήσεις ή εταιρική πολιτική δεν έχουν ενσωματωθεί. Εξάλλου, μια προσπάθεια επίλυσης τέτοιων γενικών μοντέλων είναι πολύ πιθανό να οδηγήσει σε υπολογιστικά προβλήματα λόγω του προβλήματος της διαστατικότητας.

Τα μοντέλα συνεχούς χρόνου και τα μοντέλα διακριτού χρόνου που επιλύονται με δυναμικό προγραμματισμό και βέλτιστο έλεγχο μπορούν να παράσχουν εξαιρετικά ποιοτικές γνώσεις για θεμελιώδη θέματα στη διαχείριση επενδύσεων και κινδύνου, καθώς οι βέλτιστοι κανόνες

απόφασης είναι σε μορφή ανατροφοδότησης. Ωστόσο, η πρακτική τους χρήση, ως εργαλείο λήψης αποφάσεων, περιορίζεται από τις πολλές παραδοχές απλούστευσης που απαιτούνται για να προκύψουν λύσεις σε ένα λογικό χρονικό διάστημα. Η προσέγγιση του στοχαστικού προγραμματισμού μπορεί να θεωρηθεί ως μία πρακτική πολυπεριοδική προέκταση της κανονιστικής προσέγγισης “Μέσου – Διακύμανσης” και των πολυάριθμων επεκτάσεών της στη βελτιστοποίηση σεναρίου. Το πλεονέκτημα των μοντέλων στοχαστικού προγραμματισμού για προβλήματα διαχείρισης κινδύνου πολλαπλών περιόδων σε όλη την επιχείρηση έγκειται στο γεγονός ότι πρακτικά ζητήματα όπως τα κόστη συναλλαγών, οι πολλαπλές μεταβλητές, η ατέλεια της αγοράς, οι φόροι και τα όρια συναλλαγών, οι περιορισμοί των ρυθμιστικών αρχών και οι απαιτήσεις της εταιρικής πολιτικής μπορούν να αντιμετωπιστούν ταυτόχρονα στο πλαίσιο αυτό. Ωστόσο, η ευελιξία αυτή έχει ένα κόστος και ο στοχαστικός προγραμματισμός έχει ένα μειονέκτημα. Όσο αυξάνεται ο αριθμός των επιπέδων απόφαση σε ένα πολυεπίπεδο μοντέλο στοχαστικού προγραμματισμού, η υπολογιστική προσπάθεια καταλήγει να μετατρέπεται σε μία ιδιαίτερα χρονοβόρα διαδικασία. Ως εκ τούτου, συχνά καθίσταται υποχρεωτικός ένας συμβιβασμός μεταξύ του αριθμού των επιπέδων απόφασης στο μοντέλο και του αριθμού των κόμβων στο δέντρο εκδήλωσης που χρησιμοποιείται για την προσέγγιση των κατανομών των υποκείμενων αποδόσεων. Κατά τη σύσταση των μοντέλων στοχαστικού προγραμματισμού είναι πολύ σημαντικό να λαμβάνεται υπόψη ότι ένα κανονιστικό μοντέλο δεν είναι απαραίτητο να περιλαμβάνει κάθε πιθανή στιγμή απόφασης του προγραμματισμένου ορίζοντα. Ο εντοπισμός των πρώτων ευκαιριών με ακρίβεια μπορεί να είναι αρκετός για να ληφθεί μια τεκμηριωμένη απόφαση. Ο στοχαστικός προγραμματισμός μπορεί να ασχοληθεί ταυτόχρονα με όλες τις σημαντικές πτυχές ενός συστήματος διαχείρισης κινδύνου. Ωστόσο, ένας μεγάλος αριθμός λεπτομερειών μπορεί να οδηγήσει σε σύγχυση αντί να υποστηρίξει τον λήπτη αποφάσεων, ακόμα και αν το πρόβλημα μπορεί να λυθεί. Όπως και οι εναλλακτικές μεθοδολογίες, οι εφαρμογές του στοχαστικού προγραμματισμού στη διαχείριση κινδύνου έχουν έντονο το στοιχείο της “τέχνης”. Έτσι ο στοχαστικός προγραμματισμός απολαμβάνει αρκετών πλεονεκτημάτων έναντι των εναλλακτικών, αλλά παρουσιάζει και ελλείψεις.

Στα κεφάλαια που ακολουθούν παρουσιάζεται η μεθοδολογία της βελτιστοποίησης, οι βασικές αρχές, οι παραδοχές που απαιτούνται και οι προβληματισμοί που ανακύπτουν. Επιπρόσθετα, παρουσιάζονται μοντέλα βελτιστοποίησης, τα οποία εφαρμόζονται υπό μορφή απλών μοντέλων. Τα μοντέλα αυτά επικεντρώνονται κυρίως στην αντιστοίχιση χρηματορροών ισολογισμού υπό μορφή τόσο γραμμικού προβλήματος, όσο και στοχαστικού. Αναλυτικότερα:

Στο 1^ο Κεφάλαιο παρουσιάζονται και αναλύονται μοντέλα γραμμικού προβλήματος αντιστοίχισης χρηματορροών, “Dedication Model”, Δυναμικών Μοντέλων και Μοντέλων Στοχαστικού Προγραμματισμού (Stochastic Programming – SP).

Το 2^ο Κεφάλαιο περιλαμβάνει τις προκλήσεις και τις επιλογές βελτιστοποίησης, ενώ περιγράφονται αναλυτικά οι βασικοί παράμετροι και οι απλοποιήσεις του μοντέλου. Επιπλέον, παρουσιάζεται η στοχαστική βελτιστοποίηση πολλαπλών σταδίων, το πρόβλημα επιλυσιμότητας της και οι τρόποι αντιμετώπισης του. Τέλος, συγκρίνονται τα αποτελέσματα Βελτιστοποίησης Ενιαίου έναντι Πολλαπλών σταδίων.

Στο 3^ο Κεφάλαιο παρουσιάζεται η οικονομική κατάσταση των Ελληνικών Ασφαλιστικών Σχημάτων κατά τη διάρκεια των τελευταίων δεκαετιών, οι Αναλογιστικές Μελέτες για το κάθε Ταμείο και τα ευρήματα αυτών.

Τέλος, το 4^ο Κεφάλαιο πραγματεύεται την τρέχουσα οικονομική κατάσταση των Ασφαλιστικών Ταμείων *I.K.A. – E.T.A.M., O.A.E.E., O.G.A.*, ενώ γίνεται περιγραφή των προβλημάτων, εφαρμογή των Μοντέλων και παρουσίαση των αποτελεσμάτων που προκύπτουν. Επιπρόσθετα, παρατίθεται πρόβλημα βελτιστοποίησης τελικού πλούτου, το οποίο επιλύεται σε ένα μοντέλο δύο επιπέδων. Τα δεδομένα δε του προβλήματος θεωρείται ότι προέρχονται από ένα ασφαλιστήριο συμβόλαιο εφάπαξ καταβολής ασφαλίστρου, μιας απλής εκδοχής ενός συμβολαίου “Single Premium Deferred Annuity”.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1^ο

1.1 Βραχυχρόνια Χρηματοδότηση

Οι επιχειρήσεις έρχονται αντιμέτωπες συχνά με το πρόβλημα της χρηματοδότησης των βραχυχρόνιων χρηματικών δεσμεύσεών τους. Ο Γραμμικός Προγραμματισμός μπορεί να βοηθήσει στην αναζήτηση του βέλτιστου συνδυασμού χρηματοοικονομικών εργαλείων που ανταποκρίνονται σε αυτές τις δεσμεύσεις. Έστω, για παράδειγμα, μια εταιρεία με τις ακόλουθες χρηματοροές :

Time	T1	T2	T3	T4	T5	T6
Net Cash Flow	-200	-250	400	-150	100	150

Επιπλέον, τα κεφάλαια της εταιρείας προέρχονται από μια πιστωτική γραμμή (line of credit) έως €150 με μηνιαίο επιτόκιο 1%, από 90-ημερών εμπορικά χρεόγραφα που έχει τη δυνατότητα να εκδώσει και τα οποία φέρουν ένα συνολικό επιτόκιο 2% για την τρίμηνη περίοδο, και από πλεονάζοντα κεφάλαια που μπορούν να επενδυθούν με μηνιαίο επιτόκιο 0,3%.

Στη φάση αυτή ανακύπτουν διάφορα ερωτήματα στα οποία η εταιρεία θέλει απαντήσεις. Ο Γραμμικός Προγραμματισμός παρέχει ένα μηχανισμό για να απαντηθούν εύκολα και γρήγορα αυτές οι ερωτήσεις, δίνοντας ταυτόχρονα απαντήσεις και σε ερωτήματα σχετικά με μεταβολές στα δεδομένα, χωρίς ωστόσο να χρειάζεται να επιλυθεί το πρόβλημα. Η εφαρμογή του γραμμικού προγραμματισμού απαιτεί τρία βήματα : Μοντελοποίηση, Επίλυση και Ερμηνεία.

Κατά τη Μοντελοποίηση, το πρόβλημα γράφεται σε γλώσσα γραμμικού προγραμματισμού βάσει κανόνων με σκοπό να διασφαλίζεται η επιτυχία των υπολειπόμενων βημάτων της διαδικασίας (Επίλυση και Ερμηνεία). Βασικά σημεία του γραμμικού προγράμματος αποτελούν οι μεταβλητές απόφασης (*decision variables*), ο στόχος (*objective*) και οι περιορισμοί (*constraints*).

Οι μεταβλητές απόφασης εκφράζουν (άγνωστες) αποφάσεις οι οποίες πρέπει να ληφθούν (σε αντίθεση με τα δεδομένα του προβλήματος (*problem data*) όπου εκφράζουν τιμές είτε δοσμένες είτε υπολογισμένες βάσει των δεδομένων). Για το πρόβλημα βραχυχρόνιας χρηματοδότησης, υπάρχουν διάφορες επιλογές μεταβλητών απόφασης. Στο περιγραφόμενο

πρόβλημα χρησιμοποιούνται, το ποσό “ x_i ” που προέρχεται από την πιστωτική γραμμή κατά το μήνα i , το ποσό “ y_i ” του εμπορικού χρεογράφου εκδοθέν κατά το μήνα i , τα πλεονάζοντα κεφάλαια “ z_i ” το μήνα i και ο πλούτος της εταιρείας v τον Ιούνιο. Εναλλακτικά, θα μπορούσαν να χρησιμοποιηθούν μόνο οι μεταβλητές απόφασης “ x_i ” και “ y_i ”, καθώς τα πλεονάζοντα κεφάλαια και ο πλούτος της εταιρείας μπορούν να προκύψουν από αυτές τις μεταβλητές. Ο στόχος είναι είτε η ελαχιστοποίηση είτε η μεγιστοποίηση και υφίσταται σε κάθε γραμμικό πρόγραμμα. Πρέπει να συνδέεται γραμμικά με τις μεταβλητές απόφασης, το οποίο σημαίνει ότι πρέπει να είναι το άθροισμα των σταθερών πολλαπλασιαζόμενο με τις μεταβλητές απόφασης. Στην προκειμένη περίπτωση, στόχος είναι η μεγιστοποίηση του πλούτου. Τέλος, κάθε γραμμικό πρόβλημα έχει περιορισμούς ώστε να περιορίζονται οι εφικτές αποφάσεις. Εδώ υπάρχουν τρία είδη περιορισμών : (α) εισροές = εκροές για κάθε μήνα, (β) άνω φράγματα για το “ x_i ” και (γ) μη-αρνητικότητα για τις μεταβλητές απόφασης “ x_i ”, “ y_i ” και “ z_i ”. Το μοντέλο διαμορφώνεται ως εξής :

Model 1.1

Απλός Γραμμικός Προγραμματισμός

Max v

$$\begin{array}{rcllclclcl}
 x_1 & + & y_1 & & & & - & z_1 & = & 200 \\
 x_2 & + & y_2 & - & 1,01x_1 & + & 1,003z_1 & - & z_2 & = & 250 \\
 x_3 & + & y_3 & - & 1,01x_2 & + & 1,003z_2 & - & z_3 & = & -400 \\
 x_4 & - & 1.02y_1 & - & 1,01x_3 & + & 1,003z_3 & - & z_4 & = & 150 \\
 x_5 & + & 1.02y_2 & - & 1,01x_4 & + & 1,003z_4 & - & z_5 & = & -100 \\
 & & - & 1.02y_3 & - & 1,01x_5 & + & 1,003z_5 & - & v & = & -150 \\
 x_1 & \leq & 150 & & & & & & & & & \\
 x_2 & \leq & 150 & & & & & & & & & \\
 x_3 & \leq & 150 & & & & & & & & & \\
 x_4 & \leq & 150 & & & & & & & & & \\
 x_5 & \leq & 150 & & & & & & & & & \\
 x_i, y_i, z_i & \geq & 0 & & & & & & & & &
 \end{array}$$

1.1.1 Χαρακτηριστικά Προβλημάτων Γραμμικού Προγραμματισμού

Τα γραμμικά προγράμματα μπορούν να διατυπωθούν μέσω της χρήσης γλωσσών μοντελοποίησης όπως GAMS, AMPL, ή OPL. Η ανάγκη χρήσης αυτών των γλωσσών προέκυψε από την αδυναμία άλλων προγραμμάτων να ανταποκριθούν στο αυξανόμενο μέγεθος του προβλήματος. Η γλώσσα μοντελοποίησης επιτρέπει τη χρήση κοινών συμβολισμών και γνωστών εννοιών στη διατύπωση μοντέλων βελτιστοποίησης και στην

εξέταση λύσεων. Ωστόσο, το πιο σημαντικό είναι ότι μεγάλα προβλήματα μπορούν να επιλυθούν με συμπαγή τρόπο. Μόλις το πρόβλημα διατυπωθεί με χρήση μιας γλώσσας μοντελοποίησης, μπορεί να λυθεί μέσω πολλαπλών λυτών, και εν συνεχεία να ερμηνευθούν τα ευρήματα της εκάστοτε λύσης.

Παρ' αυτά, η χρησιμότητα του μοντέλου συνδέεται άμεσα με το πόσο στενά ταυτίζεται η πραγματικότητα με τις διάφορες παραδοχές. Οι πρώτες δύο παραδοχές προκύπτουν από τη γραμμική μορφή των συναρτήσεων. Αρχικά, η συνεισφορά κάθε μεταβλητής απόφασης στο στόχο είναι ανάλογη της αξίας της μεταβλητής αυτής. Όμοια, η συνεισφορά κάθε μεταβλητής σε κάθε περιορισμό είναι ανάλογη της αξίας της μεταβλητής. Αυτή είναι η *Παραδοχή της Αναλογικότητας (Proportionality Assumption)*. Επιπρόσθετα, υφίσταται η *Παραδοχή της Προσθετικότητας (Additivity Assumption)*, καθώς η συνεισφορά μιας μεταβλητής στο στόχο και στους περιορισμούς είναι ανεξάρτητη των αξιών των άλλων μεταβλητών. Στο ερώτημα, κατά πόσο είναι πιθανό να ληφθεί ένα μέρος από κάθε μεταβλητή, απαντά η *Παραδοχή της Διαιρετότητας (Divisibility Assumption)*. Μια κλασματική ποσότητα παραγωγής μπορεί να είναι ανησυχητική εάν παράγεται μικρή ποσότητα πολεμικών πλοίων ή ακίνδυνη εάν πρόκειται για παραγωγή εκατομμυρίων συνδετήρων. Εάν η *Παραδοχή της Διαιρετότητας* είναι σημαντική και δεν ισχύει, τότε απαιτείται η χρήση της τεχνικής του *Ακέραιου Προγραμματισμού (Integer Programming)* παρά γραμμικού. Η τελευταία παραδοχή αφορά αυτή της *Βεβαιότητας (Certainty)*, καθώς ο γραμμικός προγραμματισμός δεν επιτρέπει αβεβαιότητα σχετικά με τα δεδομένα του προβλήματος. Είναι αρκετά σπάνιο, ένα πρόβλημα να πληρεί επακριβώς όλες της παραδοχές. Ωστόσο, αυτό δεν αναιρεί την χρησιμότητα ενός μοντέλου. Ένα μοντέλο μπορεί ακόμα να αποδίδει χρήσιμες διαχειριστικές γνώσεις ακόμα και αν η πραγματικότητα διαφέρει ελαφρώς από τις αυστηρές απαιτήσεις του μοντέλου.

1.2 DEDICATION

Η "*Dedication*" ή *αντίστοιχη των ταμειακών ροών (cash flow matching)* είναι μια τεχνική που χρησιμοποιείται στη χρηματοδότηση γνωστών μελλοντικών υποχρεώσεων. Αποσκοπεί στη διαμόρφωση ενός χαρτοφυλακίου περιουσιακών στοιχείων των οποίων οι εισροές θα αντισταθμίζουν ακριβώς τις εκροές των υποχρεώσεων. Με τον τρόπο αυτό, οι υποχρεώσεις θα αποπληρώνονται χωρίς να απαιτείται πώληση ή αγορά περιουσιακών στοιχείων στο μέλλον. Το χαρτοφυλάκιο διαμορφώνεται σήμερα και διακρατάται μέχρι την αποπληρωμή όλων των υποχρεώσεων. Τα "*Dedicated*" χαρτοφυλάκια συνήθως αποτελούνται από ακίνδυνα, με ρήτρα

επαναγοράς ομόλογα, καθώς οι μελλοντικές ταμειακές ροές του χαρτοφυλακίου πρέπει να είναι γνωστές κατά την κατασκευή του. Ως εκ τούτου, εξουδετερώνεται τελείως ο επιτοκιακός κίνδυνος. Η τεχνική αυτή χρησιμοποιείται εν γένει από συνταξιοδοτικά ταμεία. Αξίζει να σημειωθεί ότι τα “Dedicated” χαρτοφυλάκια κοστίζουν από 3% έως 7% περισσότερο από τα “ανοσοποιημένα” χαρτοφυλάκια. Τα τελευταία εξασφαλίζουν ανοσοποίηση στις παράλληλες μεταβολές της καμπύλης επιτοκίων, καθώς η κατασκευή τους βασίζεται στην αντιστοίχιση της παρούσας αξίας, της διάρκειας και της κυρτότητας μεταξύ των περιουσιακών στοιχείων και των υποχρεώσεων. Ωστόσο, ο μεγάλος βαθμός έκθεσης και ευπάθειας των “ανοσοποιημένων” χαρτοφυλακίων σε άλλους τύπους μεταβολών απαιτεί την άμεση διαχείριση των χαρτοφυλακίων αυτών, το οποίο είναι ιδιαίτερα δαπανηρό. Αντίθετα, τα “Dedicated” χαρτοφυλάκια δεν χρειάζονται περαιτέρω διαχείριση μετά την κατασκευή τους.

Αναζητείται λοιπόν ένα χαρτοφυλάκιο χαμηλού κόστους, τέτοιο ώστε οι ταμειακές ροές που προέρχονται από τα περιουσιακά στοιχεία να αντιστοιχίζονται με εκείνες των υποχρεώσεων σε κάθε χρονικό σημείο, ή να τις υπερβαίνουν. Αρχικά, επιτρέπονται οι αρνητικές χρηματοροές στα περιουσιακά στοιχεία, ως αποτέλεσμα επενδύσεων που απαιτούν μια σειρά προκαταβολικών πληρωμών πριν αποδώσουν μια θετική ταμειακή ροή. Έτσι το μοντέλο τροποποιείται για να αναζητήσει το χρηματικό ποσό “ v_0 ” που απαιτείται να καταβληθεί για επενδύσεις. Εάν όλα τα περιουσιακά στοιχεία έχουν θετικές χρηματοροές στις περιόδους μετά την αρχική ($t = 0$), τότε το ποσό που πρέπει να καταβληθεί σήμερα, για να ληφθούν οι μελλοντικές ταμειακές ροές, αντιστοιχεί στο κόστος του χαρτοφυλακίου. Ελαχιστοποιώντας το ποσό αυτό παρέχεται η λύση “ v_0 ”. Στην περίπτωση που δεν επιτρέπεται δανεισμός ή επανεπένδυση του πλεονάσματος, ο επιτοκιακός κίνδυνος αγνοείται τελείως. Ωστόσο, κάτι τέτοιο είναι μη ρεαλιστικό. Η ολική ταύτιση των ταμειακών ροών μπορεί να επιτευχθεί μόνο αν οι τίτλοι είναι διαθέσιμοι με χρονοδιάγραμμα χρηματοροών που να συμπίπτει με το χρονοδιάγραμμα των υποχρεώσεων. Σε γενικές γραμμές, οι καταβολές των αποζημιώσεων ποικίλουν χρονικά, σε αντίθεση με εκείνες διάφορων χρηματοοικονομικών εργαλείων οι οποίες εμφανίζονται σε καθορισμένα χρονικά σημεία, όπως για παράδειγμα οι καταβολές κουπονιών ενός ομολόγου κάθε έξι μήνες. Είναι πιθανό, η ημερομηνία εμφάνισης μια υποχρέωσης να μην ταυτίζεται με την ημερομηνία λήξης ενός εργαλείου, ή να είναι διαθέσιμες καλύτερες τιμές ομολόγων με ημερομηνίες λήξεως διαφορετικές από τις ημερομηνίες των υποχρεώσεων. Σε αυτές τις περιπτώσεις, είναι προτιμότερο είτε να αγοραστεί ένα ομόλογο που να λήγει πριν την υποχρέωση και να επανεπενδυθεί το κεφάλαιο που λαμβάνεται σε βραχυχρόνιες αγορές χρήματος, είτε δανεισμός μετρητών από τα ομόλογα που λήγουν μετά την υποχρέωση. Μια στρατηγική διαχείρισης περιουσιακών στοιχείων και υποχρεώσεων που επιτρέπει ελλείμματα

ή πλεονάσματα κατά την ημερομηνία καταβολής της αποζημίωσης καλείται συνήθως “Συμμετρική αντιστοίχιση χρηματορροών” (*Symmetric cash flow matching*). Έτσι εισάγονται, το διάνυσμα $v^+ = (v_1^+, v_2^+, \dots, v_t^+, \dots, v_T^+)$ για να δηλωθούν οι μεταβλητές των πλεοναζόντων μετρητών σε κάθε περίοδο t που επανεπενδύονται σε βραχυχρόνιες καταθέσεις, και το διάνυσμα $v^- = (v_1^-, v_2^-, \dots, v_t^-, \dots, v_T^-)$ για ελλείμματα σε κάθε περίοδο t που καλύπτονται με βραχυχρόνιο δανεισμό. Επιπρόσθετα, τίθεται ένα επιτόκιο επανεπενδύσεων “ r_{ft} ” για τα μετρητά που επανεπενδύονται στην περίοδο t μέχρι $t + 1$ και ένα επιτόκιο δανεισμού ($r_{ft} + \delta$) για μετρητά δανειζόμενα για μια περίοδο στο t . Ως εκ τούτου, το μοντέλο αποφασίζει ένα χαρτοφυλάκιο ελάχιστου κόστους αφοσιωμένο να αντιστοιχίσει τις χρηματορροές των υποχρεώσεων ως εξής :

Model 1.2.1

Portfolio Dedication

Minimize v_0

Subject to
$$\sum_{i=1}^n F_{0i}x_i + v_0 + v_0^- = v_0^+ ,$$

$$\sum_{i=1}^n F_{ti}x_i + (1 + r_{f(t-1)})v_{t-1}^+ + v_t^- = L_t + v_t^+ + (1 + r_{f(t-1)} + \delta)v_{t-1}^-$$

for all $t = 1, \dots, T,$

$$x, v^+, v^- \geq 0$$

όπου :

v_0 : το κόστος του χαρτοφυλακίου

$v^+ = (v_1^+, v_2^+, \dots, v_t^+, \dots, v_T^+)$: διανύσματα τα οποία δηλώνουν τις μεταβλητές των πλεοναζόντων μετρητών σε κάθε περίοδο t που επανεπενδύονται σε βραχυχρόνιες καταθέσεις

$v^- = (v_1^-, v_2^-, \dots, v_t^-, \dots, v_T^-)$: διανύσματα το οποίο δηλώνουν ελλείμματα σε κάθε περίοδο t τα οποία καλύπτονται με βραχυχρόνιο δανεισμό

r_{ft} : επιτόκιο επανεπενδύσεων για τα μετρητά τα οποία επανεπενδύονται στην περίοδο t μέχρι $t + 1$

$(r_{ft} + \delta)$: το επιτόκιο δανεισμού για μετρητά δανειζόμενα για μια περίοδο στο t , και δ το spread των επιτοκίων

$\sum_{i=1}^n F_{ti}x_i$: το σύνολο των εισροών των ομολόγων στο t , και $\sum_{i=1}^n F_{0i}x_i$ η αξία των ομολόγων στο σύνολο τους στο $t = 0$

L_t : οι υποχρεώσεις οι οποίες πρέπει να καλυφθούν για $t = 1, \dots, T$

Πρέπει να τεθεί ρητά ο περιορισμός σύμφωνα με τον οποίο $v_T^- = 0$, ώστε να αποκλειστεί η δυνατότητα δανεισμού στο τέλος του χρονικού ορίζοντα, αφού το μοντέλο δεν διαθέτει μηχανισμό επαναπληρωμής υφιστάμενων δανείων μετά το T .

Ωστόσο, το “Dedicated” χαρτοφυλάκιο είναι μυωπικό καθώς αγνοεί τις επιπτώσεις της πολιτικής του χαρτοφυλακίου στο τέλος του σχεδιαζόμενου ορίζοντα. Αγνοεί, δηλαδή, τι συμβαίνει στο τελικό πλεόνασμα “ v_T^+ ”. Κατά συνέπεια, το μοντέλο μπορεί να επαναδιατυπωθεί στρέφοντας την προσοχή του στις αποδόσεις του χρονικού ορίζοντα (horizon returns). Για να αποφευχθεί το πρόβλημα της ταυτόχρονης ελαχιστοποίησης της αρχικής επένδυσης “ v_0 ” και μεγιστοποίησης του τελικού πλεονάσματος “ v_T^+ ”, θεωρείται ένας δοσμένος προϋπολογισμός “ b_0 ”, ο οποίος ισοδυναμεί με την αρχική επένδυση.

Model 1.2.2

Portfolio Horizon Returns

Maximize v_T^+

Subject to
$$\sum_{i=1}^n F_{0i}x_i + b_0 + v_0^- = v_0^+,$$

$$\sum_{i=1}^n F_{ti}x_i + (1 + r_{f(t-1)})v_{t-1}^+ + v_t^- = L_t + v_t^+ + (1 + r_{f(t-1)} + \delta)v_{t-1}^-,$$

for all $t = 1, \dots, T,$

$$x, v^+, v^- \geq 0$$

όπου :

v_T^+ : το τελικό πλεόνασμα

b_0 : αρχικός προϋπολογισμός

$v^+ = (u_1^+, u_2^+, \dots, u_t^+, \dots, u_T^+)$: διανύσματα τα οποία δηλώνουν τις μεταβλητές των πλεοναζόντων μετρητών σε κάθε περίοδο t που επανεπενδύονται σε βραχυχρόνιες καταθέσεις

$v^- = (u_1^-, u_2^-, \dots, u_t^-, \dots, u_T^-)$: διανύσματα τα οποία δηλώνουν ελλείμματα σε κάθε περίοδο t τα οποία καλύπτονται με βραχυχρόνιο δανεισμό

r_{ft} : επιτόκιο επανεπενδύσεων για τα μετρητά τα οποία επανεπενδύονται στην περίοδο t μέχρι $t + 1$

$(r_{ft} + \delta)$: το επιτόκιο δανεισμού για μετρητά δανειζόμενα για μια περίοδο στο t , και δ το spread των επιτοκίων

$\sum_{i=1}^n F_{ti}x_i$: το σύνολο των εισροών των ομολόγων στο t , και $\sum_{i=1}^n F_{0i}x_i$ η αξία των ομολόγων στο σύνολο τους στο $t = 0$

L_t : οι υποχρεώσεις οι οποίες πρέπει να καλυφθούν για $t = 1, \dots, T$

Όπως και στην περίπτωση του “Portfolio Dedication”, το u_T^- πρέπει να τεθεί ρητά ίσο με το μηδέν.

1.2.1 Μεγάλα Μεγέθη, Κόστη Συναλλαγών και Επανεξέταση (Αναθεώρηση Χαρτοφυλακίου)

Η λύση που προκύπτει από τα μοντέλα αυτά ενδέχεται να μην είναι πρακτική. Παρότι μπορούν να αποκτηθούν σημαντικές ιδέες σχετικά με ικανοποιητικές δομές χαρτοφυλακίου μέσω της λύσης των μοντέλων, η κατασκευή ενός βέλτιστου χαρτοφυλακίου μπορεί να είναι ανέφικτη. Αρχικά, απαιτείται η απόκτηση ενός χαρτοφυλακίου το οποίο είναι εύκολα διαπραγματεύσιμο. Για παράδειγμα, στην περίπτωση που περιλαμβάνονται κόστη συναλλαγών, ένας μεγάλος όγκος μικρών συναλλαγών είναι ιδιαίτερα δαπανηρός. Επιπλέον, ενδέχεται να υπάρχει αδυναμία στην εκτέλεση μικρών συναλλαγών, ενώ περιττά μεγέθη συναλλαγών επιβαρύνουν με τον κίνδυνο ρευστότητας. Για να αγνοηθούν οι μικρές συναλλαγές και να διασφαλιστούν οι αγορές, οι οποίες είναι πολλαπλάσια μερικών επιθυμητών ακόμα μεγαλύτερων μεγεθών, εισάγονται ακέραιες μεταβλητές. Εάν, λόγω χάρη, οι ονομαστική αξία ενός ομολόγου είναι €100, τότε ο περιορισμός $x_i = 1000Y_i$, διασφαλίζει ότι όλες οι κρατήσεις του χαρτοφυλακίου

“ x_i ” είναι μεγέθους €100.000. “ Y_i ” είναι μία ακέραια μεταβλητή, η οποία δηλώνει τον αριθμό ποσοτήτων μεγέθους 1000 που αγοράστηκαν από περιουσιακά στοιχεία i . Επιπρόσθετα, η παρακολούθηση ενός χαρτοφυλακίου μερικών μικρών θέσεων είναι προβληματική. Ενδέχεται μερικά μεγέθη να θεωρούνται πολύ μικρά για να συμπεριληφθούν στο χαρτοφυλάκιο. Για το λόγο αυτό εισάγονται περιορισμοί τις ακόλουθης μορφής :

$$\underline{x}_i Z_i \leq x_i \leq \overline{x}_i Z_i \quad [1]$$

όπου “ Z_i ” μια δείκτρια μεταβλητή, “ \underline{x}_i ” και “ \overline{x}_i ” το ελάχιστο και το μέγιστο επιτρεπτό μέγεθος αντίστοιχα. Για $Z_i = 0$ τότε $x_i = 0$, και για $Z_i = 1$ τότε $\underline{x}_i \leq x_i \leq \overline{x}_i$, δηλαδή εντός του οριζόμενου εύρους. Όπως είναι λογικό, κάθε συναλλαγή συνοδεύεται από τα αντίστοιχα κόστη συναλλαγών, είτε με τη μορφή μεσιτικών αμοιβών, είτε ως διαφορές μεταξύ προσφοράς και ζήτησης (bid – ask spreads). Συνήθως υπάρχει ένα σταθερό κόστος, ανεξάρτητα του μεγέθους της συναλλαγής, και ένα επιπρόσθετο κόστος το οποίο είναι ανάλογο του μεγέθους της. Τα σταθερά συναλλακτικά κόστη μοντελοποιούνται μέσω της χρήσης δεικτρών μεταβλητών “ Z_i ”. Αντίθετα, τα μεταβλητά κόστη συναλλαγών μοντελοποιούνται ευκολότερα, αφαιρώντας απλά το κατάλληλο ποσοστό από την ταμειακή ροή του τίτλου στο $t = 0$, ώστε να ληφθεί το ποσοστό της ταμειακής ροής που χρησιμοποιήθηκε για την κάλυψη των μεταβλητών κοστών. Τέλος, στην περίπτωση αναθεώρησης ενός υφιστάμενου χαρτοφυλακίου, εισάγεται η παράμετρος “ x_{0i} ” για να δηλωθεί η συμμετοχή στα περιουσιακά στοιχεία i του τρέχοντος χαρτοφυλακίου. Σε ένα βελτιστοποιημένο χαρτοφυλάκιο, οι συμμετοχές δηλώνονται ως εξής :

$$x_i = x_{0i} + y_{+i} - y_{-i} \quad [2]$$

όπου “ y_{+i} ” και “ y_{-i} ” οι αγορές και οι πωλήσεις του i -οστού περιουσιακού στοιχείου αντίστοιχα. Τα κόστη συναλλαγών πρέπει να χρεώνονται στις μεταβολές “ y_{+i} ” και “ y_{-i} ” του χαρτοφυλακίου και όχι στη συνολική έκθεση “ x_i ” στην οποία εφαρμόζεται και η εξίσωση ελάχιστου μεγέθους (minimum lot size equation – [1]).

1.2.2 Διαφοροποίηση (Diversification)

Οι διαχειριστές χαρτοφυλακίων έρχονται αντιμέτωποι με περιορισμούς, οι οποίοι επιβάλλονται για λόγους πολιτικής, με σκοπό να αντανακλάται η ποιότητα, ο τομέας, η έκδοση και ο εκδότης ενός τίτλου. Έτσι περιορίζονται οι συμμετοχές σε ένα τίτλο, ώστε να

παραμένουν εντός των προκαθορισμένων ορίων. Εάν, για παράδειγμα, ως “ U_{Tr} ” δηλώνεται ένα σύνολο κρατικών αξιογράφων (Treasury securities), εισάγεται ο ακόλουθος περιορισμός :

$$0,2\nu_0 \leq \sum_{i \in U_{Tr}} F_{0i} x_i \leq \nu_0 \quad [3]$$

1.3 DYNAMIC MODELS

1.3.1 Καθορισμός της Βάσης για τα Δυναμικά Μοντέλα

Τα περισσότερα προβλήματα λήψης χρηματοοικονομικών αποφάσεων περιλαμβάνουν ροές υποχρεώσεων, οι οποίες εκτείνονται και στο μέλλον. Ο χρονικός ορίζοντας για τα περισσότερα ασφαλιστικά προϊόντα, λόγω χάρη, εκτείνονται πέρα από μία δεκαετία, για συνταξιοδοτικά ταμεία για περισσότερο από 30 έτη και για σχέδια κοινωνικής ασφάλισης ίσως και πάνω από 50 χρόνια. Σε τέτοια ζητήματα είναι λογικό να εξετάζονται βέλτιστες δυναμικές στρατηγικές (optimal dynamic strategies) που να επιτρέπουν στους διαχειριστές χαρτοφυλακίου να επανεξισορροπούν το χαρτοφυλάκιό τους σε κάποιες διακριτές ημερομηνίες συναλλαγών στο μέλλον, ανταποκρινόμενοι σε νέες πληροφορίες. Το θέμα του διακριτού χρόνου, διακριτού σεναρίου προσαρμόζεται απόλυτα στη μοντελοποίηση δυναμικών στρατηγικών.

Μια δυναμική στρατηγική είναι μία ακολουθία αποφάσεων αγοράς και πώλησης, που περιλαμβάνει βραχυχρόνια δανειδότητα και δανειοληψία. Η εκτέλεση μιας τέτοιας στρατηγικής απαιτεί την καταβολή κοστών συναλλαγής, την αντιμετώπιση περιορισμών σε πιστωτικές γραμμές και διαφορές μεταξύ των επιτοκίων λήψης και χορήγησης δανείων. Περιορισμοί, επίσης, μπορεί να επιβάλλονται στη σύνθεση του χαρτοφυλακίου λόγω κανονιστικών περιορισμών ή εταιρικής πολιτικής. Οι αποφάσεις του χαρτοφυλακίου μπορούν να ληφθούν σε πεπερασμένο αριθμό χρονικών σημείων τα οποία καλούνται “*ημερομηνίες συναλλαγών*”(trading dates) και εκτείνονται από σήμερα ($t = 0$) έως την τελευταία ημερομηνία πριν το τέλος του χρονικού ορίζοντα ($t = T - 1$). Υποτίθεται ότι στο ενδιάμεσο των ημερομηνιών που πραγματοποιούνται συναλλαγές δεν λαμβάνονται αποφάσεις και δεν πραγματοποιούνται πληρωμές κουπονιών ή μερισμάτων.

1.3.2 Δομές Πλέγματος (Lattice Structures) και Δομές Γραμμικού Σεναρίου (Linear Scenario Structure)

Οι τιμές των χρεογράφων και οι υποχρεώσεις θεωρούνται γνωστές στο χρόνο $t = 0$, αλλά αβέβαιες στο μέλλον. Για το λόγο αυτό εφαρμόζεται το “*binomial lattice*” (διωνυμικό πλέγμα), ώστε να απεικονιστούν όλες οι πιθανές καταστάσεις (states) της οικονομίας, οι οποίες εμπεριέχουν τη νέα πληροφορία που καταφθάνει στην αντίστοιχη ημερομηνία συναλλαγής. Με τον όρο “διωνυμικό” υποδηλώνεται ότι μόνο δύο μεταβάσεις είναι πιθανές κατά την επόμενη χρονική περίοδο, και αναφέρονται ως μετάβαση σε “up” (ανοδική) ή “down” (καθοδική) κατάσταση. Με τον όρο “lattice” υποδηλώνεται ότι οι μεταβάσεις μπορεί να επανασυνδέονται. Μια “up” κίνηση, δηλαδή, που ακολουθείται από μια “down” κίνηση οδηγείται στην ίδια κατάσταση με αυτή μιας “down” κίνησης που ακολουθείται από μια “up”. Σε ένα “διωνυμικό πλέγμα”, οι καταστάσεις αναπαριστώνται με το γράμμα s και το σύνολο των πιθανών καταστάσεων στην ημερομηνία συναλλαγής t με Σ_t .

Ένα μονοπάτι μεταξύ καταστάσεων από το $t = 0$ στο T είναι μία ακολουθία $(s_0, s_1, \dots, s_T) \in \Sigma_0 \times \Sigma_1 \times \dots \times \Sigma_T$, ένα σενάριο δηλαδή, και αναπαριστάται με το γράμμα l . Τα σύνολα όλων των καταστάσεων που ενδέχεται να εμφανιστούν με θετική πιθανότητα στο $t + 1$ καλούνται “*διάδοχος*” (*successor*) καταστάσεις του s και δηλώνονται ως “ s^+ ”, ενώ αντίστροφα κάθε κατάσταση (στο $t > 0$) που ενδέχεται να προέλθει από μια τουλάχιστον κατάσταση στο $t - 1$ καλείται “*προκάτοχος*” (*predecessor*) του s και δηλώνεται ως “ s^- ”.

Όμως, για να μοντελοποιηθούν δυναμικές στρατηγικές συναλλαγών σε μία δομή γραμμικού σεναρίου, πρέπει να αντιμετωπιστεί ένα δίλημμα. Είτε να μην επιτρέπεται συναλλαγή σε περιόδους πέραν τις αρχικής, εκτός από δανεισμό βραχυχρόνιων ταμειακών ροών για κάλυψη ελλειμμάτων και από δανειοδότηση πλεονάσματος, είτε να επιτρέπεται συναλλαγή που μπορεί να διαφέρει κατά μήκος των σεναρίων ακόμα και όταν έχουν κοινές καταστάσεις. Η πρώτη επιλογή είναι καθαρά περιοριστική, αφού δεν παρέχει στους επενδυτές την ευελιξία επανεξισορρόπησης του χαρτοφυλακίου τους, καθώς νέες πληροφορίες καθίστανται διαθέσιμες. Η μόνη αντίδρασή τους στις νέες αυτές πληροφορίες είναι η δανειοληψία και η δανειοδότηση. Η δεύτερη επιλογή αποτελεί μια χαλάρωση του πραγματικού προβλήματος. Στην πραγματικότητα, οι στρατηγικές συναλλαγών δεν μπορούν να βασίζονται σε μελλοντικά συμβάντα, και όταν δύο σενάρια μοιράζονται την ίδια ιστορία μέχρι μιας ημερομηνίας, τότε η βέλτιστη στρατηγική συναλλαγής μέχρι εκείνη την ημερομηνία πρέπει να είναι ίδια και για τα δύο μονοπάτια. Αποφάσεις που δεν είναι πανομοιότυπες παραβιάζουν την απαίτηση για απουσία διορατικότητας.

1.3.3 Κανόνες Απόφασης για Δυναμικές Στρατηγικές Χαρτοφυλακίου

Οι δυναμικές στρατηγικές χαρτοφυλακίου μπορούν να καθοριστούν μέσω απλών κανόνων απόφασης. Οι κανόνες απόφασης είναι διαισθητικά ελκυστικοί, καθώς είναι εύκολο να επικοινωνούν με τους διαχειριστές και να εφαρμόζονται στην πράξη. Εξυπηρετούν στην εισαγωγή ζητημάτων γύρω από την βελτιστοποίηση δυναμικών στρατηγικών και χρησιμοποιούνται συχνά ως σημεία αναφοράς με τα οποία συγκρίνονται οι βελτιστοποιημένες δυναμικές στρατηγικές. Διακρίνονται τέσσερις κανόνες απόφασης :

(α) Η στρατηγική “αγορά και διακράτηση” (*buy-and-hold*) καθορίζει το ποσοστό του αρχικού πλούτου που επενδύεται με ακίνδυνο (*risk – free*) επιτόκιο και αυτό που επενδύεται σε επισφαλή περιουσιακά στοιχεία στο $t = 0$. Το χαρτοφυλάκιο αυτό διακρατάται μέχρι τη λήξη σύμφωνα με όλα τα σενάρια. Κατά συνέπεια, δεν υφίσταται κάτι πραγματικά δυναμικό αναφορικά με τη στρατηγική αυτή εκτός του γεγονότος ότι η αξία του χαρτοφυλακίου ποικίλει με τα σενάρια.

(β) Η “στρατηγική σταθερού συνδυασμού” (*constant mix strategy*) καθορίζει ότι το ποσοστό των ακίνδυνων και των επισφαλών περιουσιακών στοιχείων στο συνολικό πλούτο του χαρτοφυλακίου πρέπει να παραμένει σταθερό σε όλες τις ημερομηνίες συναλλαγών και σε όλες τις καταστάσεις. Έτσι, το χαρτοφυλάκιο πρέπει να επανεξισορροπείται στις διάφορες διακυμάνσεις του δείκτη αγοράς ώστε η αναλογία μεταξύ ακίνδυνων και επισφαλών περιουσιακών στοιχείων να παραμένει σταθερή. Για παράδειγμα, μια μείωση του δείκτη αγοράς απαιτεί πώληση ακίνδυνων και αγορά επισφαλών περιουσιακών στοιχείων ώστε να επιτευχθεί η επανεξισορρόπηση του χαρτοφυλακίου και η διατήρηση της έκθεσής του στο δείκτη αγοράς. Αντίστροφα, αύξηση του δείκτη αγοράς απαιτεί την πώληση περιουσιακών στοιχείων υψηλού κινδύνου ώστε να αγοραστούν ακίνδυνα. Πρόκειται για μια πραγματικά δυναμική στρατηγική, αφού το χαρτοφυλάκιο επανεξισορροπείται στις διάφορες μεταβολές της αγοράς.

(γ) Η “στρατηγική σταθερής αναλογίας” (*constant proportion strategy*) καθορίζει ένα ποσοστό περιουσιακών στοιχείων που επενδύεται σε επισφαλή περιουσιακά στοιχεία, και καθώς η αξία των περιουσιακών στοιχείων του χαρτοφυλακίου μεταβάλλεται το χαρτοφυλάκιο επανεξισορροπείται ώστε το ποσοστό αυτό να παραμένει σταθερό. Στην πραγματικότητα, η στρατηγική αυτή παρέχει ένα κάτω φράγμα, κάτω από το οποίο δεν επιτρέπεται να πέσει η αξία του περιουσιακού στοιχείου. Με τη “στρατηγική σταθερής αναλογίας”, καθώς η αξία των περιουσιακών στοιχείων του χαρτοφυλακίου μειώνεται, τα επισφαλή περιουσιακά στοιχεία

πωλούνται, ενώ όσο η αξία τους αυξάνεται, αυξάνεται και η έκθεση σε επικίνδυνα περιουσιακά στοιχεία. Είναι αξιοσημείωτο ότι εάν ένας μεγάλος αριθμός επενδυτών, ή επενδυτές με μεγάλο αριθμό θέσεων, ακολουθήσουν τη στρατηγική αυτή, οι ενέργειές τους θα επιδεινώσουν την πτώση μιας καθοδικής αγοράς. Η πώληση περιουσιακών στοιχείων υψηλού κινδύνου, σε περίοδο πτωτικής τάσης της αγοράς, αυξάνει τους κινδύνους ρευστότητας και θέτει επιπρόσθετες πιέσεις στην αγορά.

(δ) Η “*option – based portfolio insurance*” στρατηγική καθορίζει ένα χαρτοφυλάκιο από ακίνδυνα και επισφαλή περιουσιακά στοιχεία ώστε η αποπληρωμή του (payoff) να αντιστοιχίζεται με εκείνη ενός χαρτοφυλακίου που αποτελείται από ακίνδυνα περιουσιακά στοιχεία και δικαιώματα προαίρεσης αγοράς (call options). Ειδικότερα, τα ακίνδυνα περιουσιακά στοιχεία διατηρούνται ίσα με ένα καθορισμένο κάτω φράγμα (floor), ενώ οποιαδήποτε υπερβάλλουσα αξία πέραν του φράγματος αυτού επενδύεται σε ισοδύναμα δικαιώματα προαίρεσης αγοράς.

1.4 STOCHASTIC DEDICATION

Το “Stochastic Dedication” (στοχαστική αφοσίωση) αποτελεί μία προέκταση του “Portfolio Dedication” με σκοπό την ενσωμάτωση της αβεβαιότητας των τιμών και των χρηματοροών μέσω των σεναρίων, ενώ παρέχει μοντέλα βελτιστοποίησης δυναμικών στρατηγικών. Ένα “Stochastic Dedication” μοντέλο βελτιστοποιεί αποφάσεις βραχυχρόνιας λήψης και χορήγησης δανείων καθώς νέες πληροφορίες καταφθάνουν, αλλά δεν επιτρέπει την επανεξισορρόπηση του χαρτοφυλακίου. Η βελτιστοποίηση λαμβάνει χώρα σε ένα δέντρο γραμμικού σεναρίου (linear scenario tree). Η στοχαστική αφοσίωση μπορεί να θεωρηθεί ως μία βελτιστοποιημένη “buy-and-hold” στρατηγική με ένα δυναμικό στοιχείο δανειοληψίας και δανειοδότησης. Τα σενάρια περιγράφουν τις μεταβολές που υπερβαίνουν τις παράλληλες μετατοπίσεις της καμπύλης. Έτσι, η στοχαστική αφοσίωση επεκτείνει την εφαρμοσιμότητα της κλασικής αφοσίωσης χαρτοφυλακίου (Portfolio Dedication) πέρα από ό, τι έχει επιτευχθεί με την ανοσοποίηση χαρτοφυλακίου. Σημείο εκκίνησης για την ανάπτυξη του μοντέλου αποτελούν οι απαραίτητες συνθήκες για ανοσοποίηση.

1.4.1 Απαραίτητες Προϋποθέσεις για ανοσοποίηση σεναρίου

Αρχικά, τίθεται η παραδοχή ότι οι αξίες των περιουσιακών στοιχείων και των υποχρεώσεων δεν εξαρτώνται από το σενάριο. Εν συνεχεία, γίνεται η παραδοχή ότι τα επιτόκια λήψης βραχυχρόνιου δανείου για χρηματοδότηση ελλειμμάτων και τα επιτόκια χορήγησης βραχυχρόνιου δανείου ως επένδυση πλεονάσματος είναι ίσα. Επιπλέον, για να παραμείνει το χαρτοφυλάκιο αφοσιωμένο σε όλα τα σενάρια επιβάλλεται μία συνθήκη ανοσοποίησης σε κάθε σενάριο. Πιο συγκεκριμένα, επιβάλλεται η παρούσα αξία των περιουσιακών στοιχείων του χαρτοφυλακίου να ισούται με την παρούσα αξία των υποχρεώσεων σε όλα τα σενάρια. Αντί να αναζητείται μια λύση που διατηρείται σε όλα τα σενάρια, το μοντέλο στοχαστικής αφοσίωσης εναλλάσσεται μεταξύ της απόδοσης, όταν τα περιουσιακά στοιχεία του χαρτοφυλακίου υπερβαίνουν τις υποχρεώσεις, και του κινδύνου όταν το χαρτοφυλάκιο υποαποδίδει. Η εναλλαγή αυτή μεταξύ κινδύνου και απόδοσης είναι ιδιαίτερα εμφανής στα “Put/Call” μοντέλα. Για το λόγο αυτό, στη συνέχεια παρουσιάζεται μία εκδοχή των μοντέλων αυτών. Το μοντέλο που ακολουθεί εντοπίζει τα αποτελεσματικά όρια “put/call” για στοχαστική αφοσίωση με αρχικό προϋπολογισμό “ v_0 ” και διατυπώνεται ως εξής :

Model 1.4.1 Put/Call efficient frontier for stochastic dedication

$$\begin{aligned}
 & \text{Maximize } \sum_{l \in \Omega} p^l y_+^l \\
 & \text{subject to } \sum_{i=1}^n P_{0i} x_{0i} \leq v_0 \\
 & \quad \sum_{l \in \Omega} p^l y_-^l \leq \omega, \\
 & y_+^l - y_-^l - \sum_{i=1}^n P_{0i}^l x_{0i} = P_L^l, \quad \text{for all } l \in \Omega \\
 & \quad y_+^l, y_-^l \geq 0
 \end{aligned}$$

όπου :

$\sum_{l \in \Omega} p^l y_+^l$: αναμενόμενο περιθώριο ανόδου

$\sum_{i=1}^n P_{0i}^l x_{0i}$: η παρούσα αξία των περιουσιακών στοιχείων του χαρτοφυλακίου για κάθε σενάριο l

P_L^l : η παρούσα αξία των υποχρεώσεων για κάθε σενάριο l .

Η μεταβλητή “ y_+^l ” είναι μη μηδενική στα σενάρια που η αξία των περιουσιακών στοιχείων υπερβαίνει την αξία των υποχρεώσεων και μετρά τα περιθώρια ανόδου (upside potential) του χαρτοφυλακίου για την κάλυψη των υποχρεώσεων, ενώ η μεταβλητή “ y_-^l ” είναι μη μηδενική όταν η αξία των περιουσιακών στοιχείων υπολείπεται της αξίας των υποχρεώσεων και μετρά τον “downside” κίνδυνο του χαρτοφυλακίου για μη κάλυψη των υποχρεώσεων - στόχων. Ωστόσο, με τη διατύπωση αυτή δεν εξασφαλίζεται ότι μόνο μια από τις μεταβλητές “ y_+^l ” και “ y_-^l ” θα είναι μη μηδενικές για κάθε σενάριο l . Για το λόγο αυτό, μπορεί να εισαχθεί μια ίδια αυθαίρετη τιμή τόσο στην μεταβλητή “ y_+^l ” όσο και στην “ y_-^l ” για κάθε σενάριο. Έτσι, για να μεγιστοποιηθεί η συνάρτηση στόχος, η βέλτιστη λύση θα αυξάνει αυθαίρετα τη μεταβλητή “ y_+^l ” ενώ ταυτόχρονα θα αυξάνεται η “ y_-^l ”. Ωστόσο, κάτι τέτοιο καθίσταται ανέφικτο. Μια αυστηρή διατύπωση του μοντέλου απαιτεί τις δύο μεταβλητές να ισούνται με το μηδέν για όλα τα σενάρια. Αυτοί είναι μη γραμμικοί περιορισμοί που περιπλέκουν σημαντικά το μοντέλο. Πρακτικά, η κατασκευή ενός αφοσιωμένου χαρτοφυλακίου με τον ελάχιστο “downside” κίνδυνο μπορεί να επιτευχθεί με τον καθορισμό μικρών τιμών του ω , αγνοώντας την ανάγκη προσθήκης μη γραμμικών περιορισμών. Ως εκ τούτου, ένα μοντέλο στοχαστικής αφοσίωσης με δανειοδότηση και δανειοληψία διατυπώνεται ως εξής :

Model 1.4.2

Stochastic Dedication

Minimize v_0

$$\text{subject to } \sum_{i=1}^n F_{0i} x_i + v_0 + v_0^- = L_0^0 + v_0^+,$$

$$\sum_{i=1}^n F_{(t-1)i}^s x_{0i} + (1 + r_{f(t-1)}^s) v_{t-1}^{+s} + v_t^{-s} = L_t^s + v_t^{+s} + (1 + r_{f(t-1)}^s + \delta) v_{t-1}^{-s},$$

for all $t = 1, \dots, T, s \in \Sigma_t$,

$$x, v^+, v^- \geq 0$$

όπου :

v_0 : το κόστος του χαρτοφυλακίου

$v^{+s} = (v_1^{+s}, v_2^{+s}, \dots, v_t^{+s}, \dots, v_T^{+s})$: πλεονάζοντα μετρητά σε κάθε περίοδο t τα οποία επανεπενδύονται σε βραχυχρόνιες καταθέσεις σε κάθε κατάσταση s

$v^{-s} = (v_1^{-s}, v_2^{-s}, \dots, v_t^{-s}, \dots, v_T^{-s})$: ελλείμματα σε κάθε περίοδο t και κάθε κατάσταση s τα οποία καλύπτονται με βραχυχρόνιο δανεισμό

r_{ft}^s : επιτόκιο επενδύσεων για τα μετρητά τα οποία επανεπενδύονται για περίοδο t μέχρι $t + 1$ και κάθε κατάσταση s

$(r_{ft}^s + \delta)$: το επιτόκιο δανεισμού για μετρητά δανειζόμενα για μια περίοδο στο t και κάθε κατάσταση s , και δ το spread των επιτοκίων

$\sum_{i=1}^n F_{ti}^s x_{0i}$: το σύνολο των εισροών των ομολόγων σε κάθε κατάσταση s , και $\sum_{i=1}^n F_{0i} x_i$ η αξία των ομολόγων στο σύνολο τους στο $t = 0$

L_t^s : οι υποχρεώσεις τις οποίες πρέπει να καλύψει αντίστοιχα σε κάθε κατάσταση s και ημερομηνία συναλλαγής t

Όπως και στην αφοσίωση χαρτοφυλακίου, τίθεται ρητά $v_T^{-s} = 0$ ώστε να αγνοηθεί ο δανεισμός στην τελευταία χρονική περίοδο. Το μοντέλο ακολουθεί στενά τη διατύπωση της κλασικής αφοσίωσης χαρτοφυλακίου. Αρχικά, διατυπώνεται η λογιστική εξίσωση των ταμειακών ροών (cashflow accounting equation) στο $t = 0$, και στη συνέχεια η εξίσωση αντιστοίχισης των ταμειακών ροών των περιουσιακών στοιχείων με εκείνες των υποχρεώσεων σε μελλοντικές ημερομηνίες συναλλαγών και για όλες τις καταστάσεις. Αντίστοιχα, διατυπώνεται και το μοντέλο “horizon return portfolio”. Στην προκειμένη περίπτωση, η συνάρτηση στόχος του στοχαστικού μοντέλου για χρονικές αποδόσεις (horizon returns) είναι η ακόλουθη :

$$\text{Maximize } \sum_{l \in \Omega} p^l v_T^{+s}$$

Και σε αυτή την περίπτωση, οι περιορισμοί οι οποίοι εφαρμόζονται είναι κοινοί με αυτούς του μοντέλου στοχαστικής αφοσίωσης ελαχιστοποίησης κόστους.

1.5 STOCHASTIC PROGRAMMING

Τα μοντέλα για δυναμικές στρατηγικές χαρτοφυλακίου καθορίζονται και βελτιστοποιούνται σε δέντρα εκδήλωσης γεγονότος (event trees). Τα μοντέλα αυτά αναπτύσσουν πραγματικά

δυναμικές στρατηγικές οι οποίες είναι βέλτιστες και ικανοποιούν τους λογικούς “non-anticipativity” περιορισμούς. Η επανεξισορρόπηση του χαρτοφυλακίου επιτρέπεται, καθώς νέες πληροφορίες καθίστανται διαθέσιμες, και οι αποφάσεις του χαρτοφυλακίου δεν εξαρτώνται από τη διορατικότητα. Ο όρος “Στοχαστικό Πρόγραμμα” αναφέρεται σε ένα μαθηματικό πρόγραμμα στο οποίο τα δεδομένα του προβλήματος είναι άγνωστα. Ως εκ τούτου, ο “Στοχαστικός Προγραμματισμός” (Stochastic Programming) υποθέτει ότι οι αβέβαιοι παράμετροι είναι τυχαίες μεταβλητές με γνωστές κατανομές πιθανότητας. Η πληροφορία αυτή στη συνέχεια χρησιμοποιείται για να μετατρέψει το υποκείμενο μαθηματικό πρόγραμμα σε ένα “ισοδύναμο ντετερμινιστικό” (deterministic equivalent), το οποίο μπορεί να είναι γραμμικό, ακέραιο ή μη γραμμικό. Τα στοχαστικά μοντέλα προγραμματισμού μπορεί να περιλαμβάνουν είτε “anticipative” (προβλεπόμενες), είτε “adaptive” (προσαρμοζόμενες) μεταβλητές απόφασης. Οι “anticipative” μεταβλητές αντιστοιχούν σε εκείνες τις αποφάσεις που πρέπει να ληφθούν “εδώ και τώρα” (here-and-now) και οι οποίες δεν εξαρτώνται από μελλοντικές παρατηρήσεις ή μερικές πραγματοποιήσεις των τυχαίων παραμέτρων. Οι “adaptive” μεταβλητές αντιστοιχούν στις αποφάσεις εκείνες οι οποίες λαμβάνονται αφού παρατηρηθούν κάποιες (ή και όλες μερικές φορές) τυχαίες παράμετροι. Ενδέχεται, μοντέλα στοχαστικού προγραμματισμού να περιλαμβάνουν τόσο “anticipative” όσο και “adaptive” μεταβλητές. Τα μοντέλα αυτά καλούνται “recourse” (προσφυγής) μοντέλα. Χρησιμοποιώντας μια διατύπωση ενός στοχαστικού προγραμματισμού πολλαπλών επιπέδων (multi – stage stochastic programming) με μεταβλητές προσφυγής (recourse variables) σε κάθε επίπεδο, μπορεί να μοντελοποιηθεί ένα περιβάλλον απόφασης όπου οι πληροφορίες αποκαλύπτονται σταδιακά και οι αποφάσεις προσαρμόζονται σε κάθε νέα πληροφορία. Στον επενδυτικό σχεδιασμό, κάθε νέα ευκαιρία συναλλαγής αντιπροσωπεύει μια νέα απόφαση που πρέπει να ληφθεί. Έτσι, οι ημέρες συναλλαγών, κατά τις οποίες τα επενδυτικά χαρτοφυλάκια μπορούν να επανεξισορροπηθούν, γίνονται οι φυσικές επιλογές για τα επίπεδα απόφασης, και τα προβλήματα αυτά μπορούν να διατυπωθούν εύκολα ως προβλήματα στοχαστικού προγραμματισμού πολλαπλών επιπέδων με προσφυγή (recourse).

1.5.1 Μοντέλα Δύο - Επιπέδων

Για παράδειγμα, ένα “στοχαστικό γραμμικό πρόβλημα δύο επιπέδων με προσφυγή” (*two – stage stochastic linear program with recourse*) γράφεται ως εξής :

Model 1.5.1. Two – stage stochastic linear program with recourse

$$\begin{aligned} \max \quad & c^1 x^1 + E[\max c^2(\omega) x^2(\omega)] \\ \text{subject to} \quad & A^1 x^1 = b^1, \\ & B^2(\omega) x^1 + A^2(\omega) x^2(\omega) = b^2(\omega), \\ & x^1 \geq 0, x^2(\omega) \geq 0 \end{aligned}$$

όπου οι αποφάσεις πρώτου επιπέδου (first stage) αναπαριστώνται με το διάνυσμα x^1 και οι αποφάσεις δευτέρου επιπέδου (second stage) από το διάνυσμα $x^2(\omega)$ το οποίο εξαρτάται από την πραγματοποίηση ω του τυχαίου γεγονότος. Τα A^1 και b^1 ορίζουν ντετερμινιστικούς περιορισμούς στις αποφάσεις πρώτου επιπέδου x^1 , ενώ τα $A^2(\omega)$, $B^2(\omega)$ και $b^2(\omega)$ ορίζουν στοχαστικούς περιορισμούς συνδέοντας τις αποφάσεις προσφυγής (recourse decisions) $x^2(\omega)$ με τις αποφάσεις πρώτου επιπέδου. Η συνάρτηση στόχος περιέχει ένα ντετερμινιστικό όρο $c^1 x^1$ και την προσδοκία του στόχου δευτέρου επιπέδου $c^2(\omega) x^2(\omega)$ λαμβάνοντας όλες τις πραγματοποιήσεις του τυχαίου γεγονότος ω .

Είναι αξιοσημείωτο ότι μετά τη λήψη των αποφάσεων πρώτου επιπέδου x^1 και την πραγματοποίηση του τυχαίου γεγονότος ω , καθίσταται δυνατός ο υπολογισμός των βέλτιστων αποφάσεων δευτέρου επιπέδου λύνοντας το ακόλουθο γραμμικό πρόγραμμα :

$$\begin{aligned} f(x^1, \omega) \quad &= \max c^2(\omega) x^2(\omega) \\ \text{subject to} \quad & A^2(\omega) x^2(\omega) = b^2(\omega) - B^2(\omega) x^1 \\ & x^2(\omega) \geq 0 \end{aligned}$$

Έστω $f(x^1) = E[f(x^1, \omega)]$ δηλώνει την αναμενόμενη αξία του $f(x^1, \omega)$. Τότε το στοχαστικό γραμμικό πρόγραμμα δύο επιπέδων μετατρέπεται σε ένα μη γραμμικό πρόγραμμα και διαμορφώνεται ως εξής :

$$\begin{aligned} \max \quad & c^1 x^1 + f(x^1) \\ \text{subject to} \quad & A^1 x^1 = b^1, \\ & x^1 \geq 0, \end{aligned}$$

Όταν τα $c^2(\omega)$, $A^2(\omega)$, $B^2(\omega)$ και $b^2(\omega)$ περιγράφονται με τη χρήση κατανομών πιθανοτήτων, μπορεί να αποδειχθεί ότι η “ f ” είναι τμηματικά γραμμική και κοίλη. Όταν τα δεδομένα περιγράφονται από συνεχείς κατανομές πιθανότητας και έχουν πεπερασμένες δεύτερες ροπές, μπορεί να αποδειχθεί ότι η “ f ” είναι διαφορίσιμη και κοίλη. Και στις δύο αυτές περιπτώσεις, πρόκειται για ένα κυρτό πρόγραμμα με γραμμικούς περιορισμούς για τους οποίους είναι διαθέσιμοι ειδικοί αλγόριθμοι.

Ωστόσο, αντί να επιλυθεί μια σειρά μαθηματικών προγραμμάτων (ένα LP και ένα NLP στο 2-επιπέδων στοχαστικό πρόγραμμα), μπορεί να χρησιμοποιηθεί μια άλλη προσέγγιση που συνίσταται στη διακριτοποίηση των τυχαίων γεγονότων και διατύπωση του στοχαστικού προγράμματος 2-επιπέδων ως ένα μεμονωμένο μεγάλης κλίμακας LP. Έστω $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_K$ οι πιθανές πραγματοποιήσεις του τυχαίου γεγονότος (σενάρια) και p_k οι αντίστοιχες πιθανότητες. Τότε το πρόβλημα έχει ως εξής :

$$\begin{aligned} \max \quad & c^1 x^1 + \sum_{k=1}^K p_k c^2(\omega_k) x^2(\omega_k) \\ \text{subject to} \quad & A^1 x^1 = b^1, \\ & B^2(\omega_k) x^1 + A^2(\omega_k) x^2(\omega_k) = b^2(\omega_k), \text{ for } k = 1, \dots, K \\ & x^1 \geq 0, x^2(\omega_k) \geq 0 \end{aligned}$$

όπου οι αποφάσεις πρώτου επιπέδου αναπαριστώνται με το διάνυσμα x^1 , ενώ στο δεύτερο επίπεδο υπάρχουν K διαφορετικά διανύσματα των μεταβλητών αποφάσεις $x^2(\omega_k)$. Η μεγιστοποίηση στο στόχο επιτυγχάνεται βελτιστοποιώντας ταυτόχρονα όλες τις μεταβλητές x^1 και $x^2(\omega_k)$. Αυτό είναι ένα ντετερμινιστικό πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού το οποίο καλείται “*deterministic equivalent*” (ισοδύναμο ντετερμινιστικό) του πρωτότυπου αβέβαιου

προβλήματος. Το πρόβλημα έχει K – επαναλήψεις των μεταβλητών απόφασης δευτέρου επιπέδου και ως εκ τούτου μπορεί να είναι εξαιρετικά μεγαλύτερο από το πρωτότυπο πρόβλημα πριν ληφθεί υπόψη η αβεβαιότητα των παραμέτρων.

1.5.2 Μοντέλα Πολλαπλών Επιπέδων

Παρ' αυτά, ένα μοντέλο προσφυγής δεν περιορίζεται σε μια διατύπωση δύο επιπέδων. Είναι πιθανό να πραγματοποιούνται παρατηρήσεις σε διαφορετικά επίπεδα και να περιέχονται σε σύνολα πληροφοριών. Τα επίπεδα αντιστοιχούν στα χρονικά διαστήματα από την αποκάλυψη της πληροφορίας έως τη λήψη μιας απόφασης. Στην περίπτωση αυτή, η χρήση των δέντρων σεναρίου διευκολύνει τη μοντελοποίηση, καθώς απεικονίζεται ο τρόπος με τον οποίο διακλαδίζονται τα σενάρια σε κάθε επίπεδο. Σε κάθε επίπεδο υπάρχει ένας κόμβος, όπου η “ρίζα” είναι ο μοναδικός κόμβος στο επίπεδο 1. Τα μονοπάτια από τη “ρίζα” προς τα “φύλλα” αναπαριστούν τα σενάρια. Κατά συνέπεια, το τελευταίο επίπεδο έχει τόσους κόμβους όσα και τα σενάρια. Οι κόμβοι αυτοί ονομάζονται “τερματικοί” (*terminals*). Στην περίπτωση διακριτών κατανομών πιθανότητας, είναι πιθανόν το μοντέλο πολλαπλών επιπέδων (multistage model) να διατυπωθεί ως ισοδύναμο ντετερμινιστικό μεγάλη κλίμακας μη γραμμικό πρόγραμμα (deterministic equivalent large – scale nonlinear program). Επιπλέον, ενδέχεται το ισοδύναμο ντετερμινιστικό γραμμικό πρόγραμμα να διατυπωθεί ακολουθώντας τα σενάρια χρησιμοποιώντας μια “πρώτα κατά βάθος” (depth-first) στρατηγική αναζήτησης στο πλέγμα ή μία “breadth – first” (πρώτα κατά πλάτος ή εύρος) στρατηγική. Σε κάθε περίπτωση, όλα τα σενάρια και τα ενδεχόμενα συνυπολογίζονται ώστε να διατηρηθούν οι σχέσεις χρονικής προτεραιότητας, παρότι η σειρά είναι διαφορετική στις πολλαπλές καταστάσεις του πλέγματος.

Σε κάθε ημερομηνία συναλλαγής, ένας διαχειριστής πρέπει να αξιολογήσει τις συνθήκες της αγοράς (τιμές, επιτόκια, κλπ.) που επικρατούν στην τρέχουσα κατάσταση της οικονομίας. Επιπλέον, πρέπει να αξιολογήσει τις ενδεχόμενες διακυμάνσεις επιτοκίων, τιμών και χρηματορροών σε πιθανές καταστάσεις της οικονομίας στη μετέπειτα περίοδο συναλλαγής. Ουσιαστικά, η πληροφορία στους διάδοχους κόμβους πρέπει να εκτιμηθεί. Η πληροφορία αυτή ενσωματώνεται σε μία σειρά συναλλαγών αγοράς και πώλησης χρεογράφων, και βραχυχρόνιας λήψης και χορήγησης δανείων. Στην επόμενη ημερομηνία συναλλαγής, ο διαχειριστής του χαρτοφυλακίου διαθέτει ένα “ώριμο” χαρτοφυλάκιο και, καθώς έρχεται

αντιμέτωπος με ένα νέο σύνολο πιθανών μελλοντικών κινήσεων, πρέπει να ενσωματώσει τις νέες πληροφορίες ώστε να εκτελεστούν οι συναλλαγές. Το μοντέλο καθορίζει μια σειρά επενδυτικών αποφάσεων σε διακριτούς χρόνους συναλλαγών. Οι αποφάσεις λαμβάνονται την αρχή κάθε περιόδου. Ο διαχειριστής του χαρτοφυλακίου ξεκινά με ένα δοσμένο χαρτοφυλάκιο και ένα σύνολο σεναρίων σχετικά με διάδοχες καταστάσεις της οικονομίας οι οποίες είναι ενσωματωμένες στην επενδυτική απόφαση. Η σύνθεση του τρέχοντος χαρτοφυλακίου εξαρτάται από συναλλαγές σε προηγούμενα σημεία απόφασης και από πραγματοποιηθέντα σενάρια στο ενδιάμεσο. Ένα άλλο σύνολο επενδυτικών αποφάσεων λαμβάνεται, το οποίο ενσωματώνει τόσο την παρούσα κατάσταση του χαρτοφυλακίου όσο και τις νέες πληροφορίες για μελλοντικά σενάρια. Το μοντέλο στοχαστικού προγραμματισμού θα αποφανθεί για μια βέλτιστη απόφαση για κάθε κατάσταση του δέντρου γεγονότος, δοθείσης τις διαθέσιμης πληροφορίας στο σημείο αυτό. Καθώς υπάρχουν πολλαπλές διαδεχόμενες καταστάσεις, οι βέλτιστες αποφάσεις δεν θα εξαρτώνται από τη διορατικότητα, αλλά θα πρέπει να προβλέπουν μελλοντικά γεγονότα.

Στα μοντέλα στοχαστικού προγραμματισμού για βελτιστοποίηση χαρτοφυλακίου υφίστανται δύο βασικοί περιορισμοί. Ο πρώτος λαμβάνει υπόψη τις ταμειακές ροές που αντιπροσωπεύουν τα ακίνδυνα περιουσιακά στοιχεία, δηλαδή τα μετρητά, και ο άλλος αποτελεί μια *εξίσωση ισοζυγίου αποθεμάτων (inventory balance equation)* για κάθε χρεόγραφο ή κατηγορία περιουσιακών στοιχείων σε όλες τις ημερομηνίες συναλλαγών και για όλες τις καταστάσεις.

1.5.2.1 Περιορισμοί πρώτου επιπέδου

Στο πρώτο επίπεδο, όλες οι τιμές είναι γνωστές με βεβαιότητα, όπως και η σύνθεση του χαρτοφυλακίου. Για κάθε χρεόγραφο ή κατηγορία περιουσιακών στοιχείων υφίσταται μια εξίσωση ισοζυγίου αποθεμάτων, η οποία έχει ως εξής :

$$z_{0i}^0 = b_{0i} + x_{0i}^0 - y_{0i}^0$$

όπου :

$z_{0i}^0 = (z_{0i}^s, \dots, z_{0n}^s)$ δηλώνει τις αρχικές διακρατήσεις χρεογράφων ή περιουσιακών στοιχείων

$b_{0i} = (b_{0i}, \dots, b_{0n})$ δηλώνει τα αρχικά αποθέματα (inventory) σε κάθε κατηγορία του Ενεργητικού, δηλαδή τη σύνθεση του χαρτοφυλακίου

$x_{0i}^s = (x_{0i}^s, \dots, x_{0n}^s)$ & $y_{0i}^s = (y_{0i}^s, \dots, y_{0n}^s)$ δηλώνονται οι αγορές και οι πωλήσεις τίτλων αντίστοιχα.

Η εξίσωση *ισοζυγίου ταμειακών ροών* καθορίζει ότι το σύνολο της αρχικής κεφαλαιοποίησης σε ακίνδυνα περιουσιακά στοιχεία και κάθε εσόδου από ρευστοποιημένα μέρη του υφιστάμενου χαρτοφυλακίου ισούται με το σύνολο του ποσού που επενδύθηκε για την αγορά νέων χρεογράφων, των καταβολών για υποχρεώσεις και του ποσού που επενδύθηκε σε ακίνδυνα περιουσιακά στοιχεία

$$\sum_{i=1}^n P_{0i}^{b0} y_{0i}^0 + v_0 + v_0^{-0} = \sum_{i=1}^n P_{0i}^{a0} x_{0i}^0 + v_0^{+0} + L_0^0$$

όπου :

v_0 : αρχικό κόστος επενδύσεων

v_0^{+0} : πλεονάζοντα κεφάλαια στο $t = 0$ και $s = 0$ τα οποία επανεπενδύονται σε ακίνδυνα περιουσιακά στοιχεία

v_0^{-0} : ελλείμματα στο $t = 0$ και $s = 0$ τα οποία καλύπτονται με βραχυχρόνιο δανεισμό

$\sum_{i=1}^n P_{0i}^{b0} y_{0i}^0$: ύψος πωλήσεων χρεογράφων i στο $t = 0$ και $s = 0$ (b : τιμή προσφοράς)

$\sum_{i=1}^n P_{0i}^{a0} x_{0i}^0$: ποσό επενδύσεων σε νέα χρεόγραφα i στο $t = 0$ και $s = 0$ (a : τιμή ζήτησης)

L_0^0 : το ύψος των προς κάλυψη υποχρεώσεων.

1.5.2.2 Περιορισμοί χρονικών περιόδων

Οι αποφάσεις που λαμβάνεται σε μελλοντικές ημερομηνίες συναλλαγών εξαρτώνται από την κατάσταση της οικονομίας. Έτσι, σε κάθε χρονική περίοδο, υφίσταται ένα σύνολο περιορισμών για κάθε κατάσταση. Οι αποφάσεις αυτές εξαρτώνται επίσης από τις επενδυτικές αποφάσεις που ελήφθησαν κατά την προηγούμενη ημερομηνία συναλλαγής. Οι εξισώσεις *ισοζυγίου αποθεμάτων περιουσιακών στοιχείων* περιορίζουν το ποσό κάθε χρεογράφου που πωλείται ή διακρατάται στο χαρτοφυλάκιο να ισούται με το σύνολο του οφειλόμενου ποσού της παρούσας αξίας που μεταφέρεται από την προηγούμενη ημερομηνία συναλλαγών και κάθε ποσού που αγοράστηκε στην τρέχουσα ημερομηνία συναλλαγής.

$$z_{ti}^s = a_{(t-1)i}^s z_{(t-1)i}^{s-} + x_{ti}^s - y_{ti}^s ,$$

όπου :

z_{ti}^s : οι διακρατήσεις τίτλων σε κάθε κατάσταση και κάθε ημερομηνία συναλλαγής

x_{ti}^s & y_{ti}^s : οι αγορές και οι πωλήσεις τίτλων αντίστοιχα

a : παράγοντες απόσβεσης.

Το *ισοζύγιο ταμειακών ροών* απαιτεί ότι το ποσό που επενδύθηκε για την αγορά νέων χρεογράφων και ακίνδυνων περιουσιακών στοιχείων ισούται με το σύνολο του εσόδου, που προκύπτει από το υφιστάμενο χαρτοφυλάκιο κατά τη διάρκεια της περιόδου διακράτησης, και κάθε χρηματικού ποσού που προέρχεται από πωλήσεις και ποσού που επανεπενδύθηκε σε προηγούμενη περίοδο μείον τις καταβολές υποχρεώσεων.

$$\sum_{i=1}^n F_{(t-1)i}^s z_{(t-1)i}^{s-} + \sum_{i=1}^n P_{ti}^{bs} y_{ti}^s + (1 + r_{f(t-1)}^s) v_{t-1}^{+s-} = L_t^s + \sum_{i=1}^n P_{ti}^{as} x_{ti}^s + v_t^{+s}$$

όπου :

z_{ti}^s : οι διακρατήσεις τίτλων σε κάθε κατάσταση και κάθε ημερομηνία συναλλαγής

x_{ti}^s & y_{ti}^s : οι αγορές και οι πωλήσεις τίτλων αντίστοιχα

$v_t^{+s} = (v_1^{+s}, v_2^{+s}, \dots, v_t^{+s}, \dots, v_T^{+s})$: πλεονάζοντα κεφάλαια σε κάθε περίοδο t τα οποία επανεπενδύονται σε βραχυχρόνιες καταθέσεις σε κάθε κατάσταση s (σημειώνεται ότι με τον όρο " v_{t-1}^{+s-} " δηλώνονται τα πλεονάζοντα κεφάλαια προηγούμενης περιόδου)

r_{ft}^s : επιτόκιο επανεπενδύσεων για τα μετρητά τα οποία επανεπενδύονται στην περίοδο t μέχρι $t + 1$ και κάθε κατάσταση s

$\sum_{i=1}^n F_{(t-1)i}^s z_{(t-1)i}^{s-}$: το σύνολο εισροών από διακρατήσεις τίτλων σε κάθε κατάσταση s

$\sum_{i=1}^n P_{ti}^{bs} y_{ti}^s$: ύψος πωλήσεων υφιστάμενων χρεογράφων στο χρόνο t και σε κάθε κατάσταση s (b : τιμή προσφοράς)

$\sum_{i=1}^n P_{ti}^{as} x_{ti}^s$: ύψος επένδυσης σε νέα χρεόγραφα στο χρόνο t και σε κάθε κατάσταση s (a : τιμή ζήτησης)

L_t^s : οι υποχρεώσεις τις οποίες πρέπει να καλύψει αντίστοιχα σε κάθε κατάσταση s και ημερομηνία συναλλαγής t

Ο περιορισμός αυτός όμως δεν περιλαμβάνει δανεισμό. Ο δανεισμός θα συνεισφέρει στις εισροές, αλλά πρέπει να πληρωθούν δάνεια προηγούμενων χρονικών περιόδων με ανάλογο επιτόκιο σε επόμενες περιόδους. Κάτι τέτοιο συνεπάγεται αύξηση των εκροών.

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^n F_{(t-1)i}^s z_{(t-1)i}^{s-} + \sum_{i=1}^n P_{ti}^{bs} y_{ti}^s + (1 + r_{f(t-1)}^s) v_{t-1}^{+s-} + v_t^{-s} \\ & = L_t^s + \sum_{i=1}^n P_{ti}^{as} x_{ti}^s + v_t^{+s} + (1 + r_{f(t-1)}^s + \delta) v_{t-1}^{-} \end{aligned}$$

όπου :

$v_t^{-s} = (v_1^{-s}, v_2^{-s}, \dots, v_t^{-s}, \dots, v_T^{-s})$: ελλείμματα σε κάθε περίοδο t και κάθε κατάσταση s τα οποία καλύπτονται με βραχυχρόνιο δανεισμό

$(r_{ft}^s + \delta)$: το επιτόκιο δανεισμού για μετρητά δανειζόμενα για μια περίοδο στο t και κάθε κατάσταση s , και δ το spread των επιτοκίων.

1.5.2.3 Περιορισμοί τέλους ορίζοντα

Στο τέλος του χρονικού ορίζοντα, εκτιμάται ο τελικός πλούτος του χαρτοφυλακίου. Αυτό εξαρτάται από τις συμμετοχές στις διάφορες κατηγορίες περιουσιακών στοιχείων, συμπεριλαμβανομένων των μετρητών, και την κατάσταση της οικονομίας

$$W_T^s = v_T^{+s} + \sum_{i=1}^n P_{Ti}^{bs} z_{Ti}^s$$

όπου “ v_T^{+s} ” το ύψος του τελικού πλεονάσματος και “ $\sum_{i=1}^n P_{Ti}^{bs} z_{Ti}^s$ ” η συνολική αξία των διακρατήσεων i όπως αυτή διαμορφώνεται στο τέλος του χρονικού ορίζοντα.

Όπως και στα προηγούμενα μοντέλα τίθεται ρητά $v_T^{-s} = 0$.

Τέλος, για να ενσωματωθεί η αποστροφή στον κίνδυνο (risk aversion) σε μια δυναμική στρατηγική χαρτοφυλακίου εισάγεται η συνάρτηση ωφελιμότητας του τελικού πλούτου. Ο στόχος του μοντέλου βελτιστοποίησης χαρτοφυλακίου είναι η μεγιστοποίηση της

αναμενόμενης ωφελιμότητας του τελικού πλούτου. Ως εκ τούτου, το μοντέλο διατυπώνεται ως εξής :

Model 1.5.2. Stochastic programming for dynamic strategies

$$\text{Maximize} \quad \sum_{s \in \Sigma_T} p^s \mathcal{U}(W_T^s)$$

$$\text{Subject to} \quad \sum_{i=1}^n P_{0i}^{b0} y_{0i}^0 + v_0 + v_0^{-0} = \sum_{i=1}^n P_{0i}^{\alpha} x_{0i}^0 + v_0^{+0} + L_0^0,$$

$$z_{0i}^0 = b_{0i} + x_{0i}^0 - y_{0i}^0,$$

for all $i \in U$,

$$z_{ti}^s = a_{(t-1)i}^s z_{(t-1)i}^{s-} + x_{ti}^s - y_{ti}^s,$$

for all $i \in T, s \in \Sigma_t, i \in U$,

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n F_{(t-1)i}^s z_{(t-1)i}^{s-} + \sum_{i=1}^n P_{ti}^{bs} y_{ti}^s + (1 + r_{f(t-1)}^s) v_{t-1}^{+s-} + v_t^{-s} \\ = \sum_{i=1}^n P_{ti}^{\alpha s} x_{ti}^s + v_t^{+s} + (1 + r_{f(t-1)}^s + \delta) v_{t-1}^{-} + L_t^s \end{aligned}$$

for all $t \in T, s \in \Sigma_t, i \in U$,

$$W_T^s = v_T^{+s} + \sum_{i=1}^n P_{Ti}^{bs} z_{Ti}^s$$

Όπου “ $\sum_{s \in \Sigma_T} p^s \mathcal{U}(W_T^s)$ ” η συνάρτηση ωφελιμότητας τελικού πλούτου, (“ p^s ” η πιθανότητα σεναρίου s , “ W_T^s ” ο τελικός πλούτος και “ \mathcal{U} ” η συνάρτηση ωφελιμότητας).

Πέραν της συνάρτησης ωφελιμότητας ως συνάρτηση στόχου, και ανάλογα με το ζητούμενο του προβλήματος, μπορούν να επιλεγθούν και άλλες πιο ικανοποιητικές συναρτήσεις στόχου. Για παράδειγμα, για ένα συνταξιοδοτικό ταμείο προκαθορισμένων παροχών με σταθερές (σε γενικές γραμμές) υποχρεώσεις, η ελαχιστοποίηση του αναμενόμενου κόστους χρηματοδότησης θεωρείται κατάλληλη συνάρτηση στόχος. Επίσης, μια συνάρτηση στόχος πολλών κριτηρίων που να μεγιστοποιεί τον τελικό πλούτο έχοντας αφαιρέσει τα αναμενόμενα

ελλείμματα μπορεί να είναι ακόμα καταλληλότερη. Μια άλλη συνάρτηση η οποία χρησιμοποιείται στη μοντελοποίηση προβλημάτων χαρτοφυλακίων σχετίζεται με την απόδοση της καθαρής θέσης των μετόχων (Return-On-Equity). Τέλος, στην περίπτωση των αμοιβαίων κεφαλαίων, η απόκλιση των αποδόσεων του χαρτοφυλακίου από ένα ενδεικτικό στόχο αποτελεί το μέτρο στη συνάρτηση στόχο. Ωστόσο, αρκετά συχνά ελαχιστοποιούνται μόνο οι αρνητικές αποκλίσεις.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2^Ο

Παρότι, ο Γραμμικός Προγραμματισμός (*Linear Programming*) παρέχει ένα ευέλικτο και δυναμικό τρόπο μοντελοποίησης της διαχείρισης περιουσιακών στοιχείων και υποχρεώσεων χρησιμοποιώντας στοχαστικό προγραμματισμό με recourse, υπάρχουν δύο προκλήσεις με τα “δυναμικά” αυτά μοντέλα¹. Η πρώτη αφορά την επιλογή της μοντελοποίησης μέσα από μία πληθώρα επιλογών, ενώ η δεύτερη πρόκληση σχετίζεται με την δυσκολία επίλυσης των μοντέλων εξαιτίας του μεγάλου αριθμού σεναρίων, τα οποία αυξάνονται εκθετικά με τον αριθμό των χρονικών περιόδων.

Παρά τις προκλήσεις αυτές, ωστόσο, ο Γραμμικός Προγραμματισμός (LP) θεωρείται αξιόλογος για τουλάχιστον τέσσερις λόγους. Αρχικά, τα μοντέλα Γραμμικού Προγραμματισμού μπορούν να προβούν σε συγκεκριμένες συστάσεις στα ενεργά στοιχεία του Ενεργητικού, με σκοπό την ενίσχυση της καθαρής θέσης (*στόχος*), παρά σε απλή εκτίμηση μιας στατικής σύστασης ή παροχή μόνο γενικών συστάσεων όσον αφορά τις κατηγορίες περιουσιακών στοιχείων. Επιπλέον, οι ρυθμιστικές απαιτήσεις και οι απαιτήσεις ρευστότητας (*περιορισμοί*), καθώς και η χρήση των αποτελεσμάτων βοηθητικού επιτοκίου και μοντέλων ταμειακών ροών διευκολύνονται με το Γραμμικό Προγραμματισμό. Ο Γραμμικός Προγραμματισμός, επιπρόσθετα, μπορεί να ενσωματώσει διαχρονικά “ατέλειες” όσον αφορά τους φόρους, τα κόστη συναλλαγής, και ρυθμιστικές ή συγκεκριμένες για το ίδρυμα απαιτήσεις, περισσότερο ευέλικτα από άλλες προσεγγίσεις. Τέλος, πρόσφατες πρόοδοι στην τεχνολογική επίλυση προβλημάτων Γραμμικού Προγραμματισμού και στο στοχαστικό προγραμματισμό ενισχύουν τη χρήση του LP. Ωστόσο, τα πλεονεκτήματα αυτά δεν έχουν μεταφραστεί σε ευρεία χρήση μοντέλων δυναμικού Γραμμικού Προγραμματισμού παρά τις αναφερόμενες επιτυχίες. Ενδεικτικά, η παγκόσμια κατανομή δαπανών για αγορά “*ALM Software*” έχει ως εξής : 79% στον τραπεζικό κλάδο, 4% στον ασφαλιστικό κλάδο και 17% στα συνταξιοδοτικά ταμεία (Keppler 2004²)

Σύμφωνα με αρθρογράφο των “*Financial Times*”, οι ειδικοί θεωρούν τα δυναμικά μοντέλα ως “υπερβολικά περίπλοκα” με δυσκολίες στην επεξήγηση του “downside κινδύνου ακόμη και μιας βέλτιστης λύσης”, ενώ συμφωνούν στο ότι “απομένει πολύ περισσότερη δουλειά να

¹ Sodhi M. S., *LP Modeling for Asset – Liability Management : A Survey of Choices and Simplifications*, Operations Research, Vol. 53, No. 2, March – April 2005, pp. 181 – 196.

² Keppler, P. 2004. *ALM Systems Spending 2004 – 2009 : Signs of Life. Financial Insights*, an IDC Company, Framingham, MA.

γίνει” προτού υιοθετηθούν ευρέως (Riley 2002)¹. Τα τραπεζικά ιδρύματα χρησιμοποιούν ανεπτυγμένα χρηματοοικονομικά μοντέλα τιμολόγησης παραγώγων, ενώ υπάρχουν αναφορές για χρήση στατικών Γραμμικού Προγραμματισμού μοντέλων (static LP – based models) (Dembo 1990², Ruffel 1986³). Η ασφαλιστική βιομηχανία παρουσιάζει υστερήσεις στην διαχείριση Περιουσιακών Στοιχείων και Υποχρεώσεων (ALM) και ως εκ τούτου στη μοντελοποίηση Γραμμικού Προγραμματισμού, όπως αποδεικνύεται με σχετική αναφορά της “Swiss Reinsurance Company” στην οποία προτρέπεται η υιοθέτηση ALM πρακτικών στις ασφαλίσεις ζωής και στις γενικές ασφαλίσεις (Swiss Reinsurance Company 2000)⁴. Αξίζει να σημειωθεί ότι η “Asset – Liability Management” (ALM) εξελίχθηκε από μία λογιστική διαδικασία στις δεκαετίες του ’60 και ’70 σε μια συγκεντρωτική, “ολοκληρωμένη” λειτουργία διαχείρισης κινδύνου η οποία εφαρμόστηκε σε ολόκληρο τον ισολογισμό στα μέσα της δεκαετίας του ’90 (Jarrow & van Deventer 1998⁵) και διάφορες εταιρείες τοποθετούνται σε διαφορετικές “βαθμίδες” της εξέλιξης αυτής (Mulvey et al. 1997⁶, Mulvey & Ziemba 1999⁷). Για αναρίθμητους λόγους, καθίσταται ύψιστης σημασίας η αναζήτηση τρόπων απλοποίησης δυναμικών Γραμμικού Προγραμματισμού (LP) μοντέλων (όπως αυτές στις οποίες προέβησαν λόγω χάρη οι Gaivoronski & de Lange 2000⁸ χρησιμοποιώντας καθορισμένο συνδυασμό “fix-mix” ή ο Mulvey et al. 1999⁹ χρησιμοποιώντας υβριδικούς τίτλους) προτού ενταχθούν σε πακέτα ALM λογισμικού ως υβρίδια με προσομοίωση (Boender 1997¹⁰ και Seshadri et al. 1999¹¹).

¹ Riley, B. 2002. Industry divided over maths : Can a career in modelling lead to optimum asset allocation? *Financial Times* (December 2) 28.

² Dembo, R. S. 1990. *Scenario Optimization*. *Ann. Oper. Res.* **30** 63-80.

³ Ruffel, C. 1986. The rise of the structured bond business. *Euromoney* (3) 150 – 158.

⁴ Swiss Reinsurance Company. 2000. Asset – Liability management for insurers. Sigma Report, No. 6, www.swissre.com.

⁵ Jarrow, R., D. R. van Deventer, eds. 1998. *Asset and Liability Management : A Synthesis of New Methodologies*. The Kamakura Corporation and Risk Books, London, UK.

⁶ Mulvey, J. M., D. P. Rosenbaum, B. Shetty. 1997. Strategic financial risk management and operations research. *Eur. J. Oper. Res.* **97** 1 – 16.

⁷ Mulvey, J. M., W. T. Ziemba. 1999. Asset and Liability management systems for long – term investors : Discussion of the issues. W. T. Ziemba, J. M. Mulvey, eds. *Worldwide Asset and Liability Modeling*. Cambridge University Press, Cambridge, UK.

⁸ Gaivoronski, A. A., P. E. de Lange. 2000. An asset liability management model for casualty insurers : Complexity reduction versus parameterized decision rules. *Ann. Oper. Res.* **99** 227 – 250.

⁹ Mulvey, J. M., C. Madsen, F. Morin. 1999. Linking strategic and tactical planning systems for asset and liability management. *Ann. Oper. Res.* **85** 249 – 266.

¹⁰ Boender, G. C. E. 1997. A hybrid simulation/optimization scenario model for asset/liability management. *Eur. J. Oper. Res.* **99** (1) 126 – 135.

¹¹ Seshadri, S., A. Khanna, F. Harche, R. Wyle. 1999. A method for strategic asset – liability management system with an application to the Federal Home Loan Bank of New York. *Oper. Res.* **47**(3) 345 – 360.

2.1 ΠΡΟΚΛΗΣΗ ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗΣ ΚΑΙ ΕΠΙΛΟΓΕΣ

Ο μεγάλος αριθμός των επιλογών μοντελοποίησης αποτελεί μία πρόκληση εξαιτίας της ανάγκης για συνέπεια και των συμβιβασμών μεταξύ της πληρότητας του μοντέλου και της ευαισθησίας που συνεπάγονται οι επιλογές αυτές. Οι επιλογές σχετίζονται με την αναπαράσταση της αβεβαιότητας, τη χρήση εκτιμηθέντων τιμών ή τιμών αγοράς και την αποφυγή κερδοσκοπίας χωρίς κίνδυνο, την αναπαράσταση των χρονικών περιόδων και τον ορίζοντα απόφασης, τη συνάρτηση στόχο, τους περιορισμούς, τα κόστη συναλλαγών και τους φόρους.

α) Αναπαράσταση της αβεβαιότητας

Η μοντελοποίηση της αβεβαιότητας απαιτεί, αρχικά, την επιλογή των παραγόντων που υπογραμμίζουν την εκάστοτε αβεβαιότητα και εν συνεχεία τη χρήση κατάλληλου βοηθητικού μοντέλου (Black et al. 1990¹ και Ho & Lee 1986²) για δημιουργία σεναρίων στα οποία επιτυγχάνεται η βελτιστοποίηση. Στο πλαίσιο των μοντέλων διακριτού χρόνου, πολλοί ερευνητές υποθέτουν ότι όλα τα υπό εξέταση στοιχεία του Ενεργητικού και οι υποχρεώσεις είναι παράγωγα ενός μεμονωμένου παράγοντα αβεβαιότητας, του βραχυπρόθεσμου επιτοκίου. Ωστόσο, τα στοιχεία αναφορικά με την ερμηνεία των τιμών ομολόγων και άλλων τίτλων σταθερού εισοδήματος από ένα μεμονωμένο παράγοντα δεν είναι καθησυχαστικά (Dattatreya & Fabozzi 1995, Chapter 1³). Ένας επιπλέον παράγοντας που προστίθεται σε αυτή τη διαπίστωση είναι το μακροπρόθεσμο επιτόκιο. Ο Mulvey (1996)⁴ χρησιμοποιεί το μοντέλο δύο παραγόντων των Brennan & Schwatz αποσκοπώντας στη δημιουργία ενός δείγματος σεναρίων επιτοκίου. Ο Hull (2003, Chapters 23 & 24)⁵ περιγράφει τα μοντέλα επιτοκίου και την εκτίμηση τέτοιων τίτλων παραγώγων ως επιλογές ομολόγων. Οι Kusy & Ziemba (1986)⁶ επικεντρώνονται στη αβεβαιότητα των τραπεζικών καταθέσεων παρά των επιτοκίων. Η χρήση των δύο αυτών παραγόντων επαρκεί για προσομοίωση, αλλά καθίσταται προβληματική σε κάθε μοντέλο Γραμμικού Προγραμματισμού το οποίο απαιτεί όλα τα σεναρία. Στην

¹ Black, F., E. Derman, W. Toy. 1990. A one – factor model of interest rates and its application to treasury bond options. *Financial Analysts J.* **46**(1) 33 – 39.

² Ho, T., S. Lee. 1986. Term structure movements and pricing interest rate contingent claims. *J. Finance* **41** 1011 – 1029.

³ Dattatreya, R. E., F. J. Fabozzi. 1995. *Active Total Return Management of Fixed – Income Portfolio*. Irwin, Burr Ridge IL.

⁴ Mulvey, J. M. 1996. Generating scenarios for the Towers Perrin investment system. *Interfaces* **26**(2) 1 – 15.

⁵ Hull, J. 2003. *Options, Futures and Other Derivatives*, 5th ed. Pearson Education, Inc., Upper Saddle River, NJ.

⁶ Kusy, M. I., W. T. Ziemba. 1986. A bank asset and liability management model. *Oper. Res.* **34**(3) 356 – 376.

περίπτωση αυτή δύναται να χρησιμοποιηθεί το μοντέλο των Bradley & Crane (1972)¹ ως διαφορετικά μονοπάτια γεγονότων σε ένα “*n* – αδικό” δέντρο, χωρίς ωστόσο να διευκολύνεται η επίλυση. Ως εκ τούτου, οι ερευνητές λαμβάνουν ένα δείγμα δυνατών σεναρίων (Mulvey & Thorlacius 1999²). Αρκετοί δε, περιορίζονται σε ένα και μόνο παράγοντα επιτοκίου και χρησιμοποιούν ένα βοηθητικό μοντέλο (μια στοχαστική διαδικασία) με καθορισμένες παραμέτρους, αντιστοιχίζοντας τις εκτιμηθείσες τιμές με τις τιμές αγοράς συγκεκριμένων τίτλων αναφοράς, όπως κρατικά ομόλογα και δικαιώματα προαίρεσης σε αυτά. Η πιο απλή αναπαράσταση μιας στοχαστικής διαδικασίας σε διακριτό χρόνο είναι ένα διωνυμικό δέντρο (*binary tree*). Παρ’ αυτά, το διωνυμικά δέντρα δεν χρησιμοποιούνται σε όλα τα μοντέλα (Heath et al. 1990³). Επιπλέον, υπάρχουν μοντέλα που επιτρέπουν αρνητικά επιτόκια (Ho & Lee 1986⁴), τα οποία ωστόσο είναι αρκετά ασυνήθιστα στην πράξη. Πολλά μοντέλα επιτοκίων χρησιμοποιούν την “ουδετερότητα στον κίνδυνο” (*risk neutrality*). Η ιδέα έγκειται στο γεγονός ότι όλοι οι επενδυτές, ανεξαρτήτου προφίλ κινδύνου, θα πλήρωναν το ίδιο ποσό για ένα χρεόγραφο, η αξία του οποίου εξαρτάται από κάποιο βασικό παράγοντα, στην περίπτωση που άλλα περιουσιακά στοιχεία στην αγορά μπορούν να συνδυαστούν δυναμικά ώστε να αναπαραχθούν χρηματικές ροές από αυτό το χρεόγραφο και να αντισταθμιστεί η αβεβαιότητά του (Trigeorgis & Mason 1987⁵, Varian 1987⁶). Για να αποφευχθεί ο υπολογισμός τέτοιων χαρτοφυλακίων, οι επενδυτές αντιμετωπίζονται ως κινδυνουδέτεροι. Η ιδέα αυτή βασίζεται στην ανάγκη διασφάλισης ότι η αγοραστική αξία ενός συνόλου χρεογράφων, συνήθως ομολόγων και δικαιωμάτων προαίρεσης, ισούται με την αναμενόμενη παρούσα αξία των μελλοντικών ταμειακών ροών τους. Υπενθυμίζεται ότι μία επίπτωση της ουδετερότητας του κινδύνου είναι ότι όλα τα χρεόγραφα έχουν την ίδια αναμενόμενη απόδοση με κινδυνουδέτερες πιθανότητες, η οποία είναι ίση με το χωρίς κίνδυνο επιτόκιο σε κάθε περίοδο (Cox & Ross 1976⁷, Harrison & Kreps 1979⁸, Klaassen 1998¹). Κατά συνέπεια, μία

¹ Bradley, S. P., D. B. Crane. 1972. A dynamic model for bond portfolio management, *Management Sci.* **19**(2) 139 – 151.

² Mulvey, J. M., A. E. Thorlacius. 1999. The Towers Perrin global capital market scenario generation system. W. T. Ziemba, J. M. Mulvey, eds. *Worldwide Asset and Liability Modeling*. Cambridge University Press, Cambridge, UK.

³ Heath, D., R. Jarrow, A. Morton. 1990. Bond pricing and the term structure of interest rates :A discrete time approximation. *J. Financial Quantitative Anal.* **25**(4) 419 – 440.

⁴ Ho, T., S. Lee. 1986. Term structure movements and pricing interest rate contingent claims. *J. Finance* **41** 1011 – 1029.

⁵ Trigeorgis, L., S. P. Mason. 1987. Valuing managerial flexibility. *Midland Corporate Finance J.* **5**(1) 14 – 21.

⁶ Varian, H. R. 1987. The arbitrage principle in financial economics. *Econom. Perspectives* **1**(2) 55 – 72.

⁷ Cox, J. C., S. A. Ross. 1976. The valuation of options for alternative stochastic processes. *J. Financial Econom.* **3** 145 – 166.

⁸ Harrison, M. J., D. M. Kreps. 1979. Martingales and arbitrage in multiperiod securities markets. *J. Econom. Theory* **20** 381 – 408.

συνάρτηση στόχος η οποία μεγιστοποιεί την αναμενόμενη καθαρή παρούσα αξία χρησιμοποιώντας αυτές τις πιθανότητες είναι ισχυρή μόνο για ένα κινδυνουδέτερο επενδυτή. Τέλος, έχουν αναπτυχθεί μοντέλα τα οποία στηρίζονται στην αντιστοίχιση των πρώτων ροπών των από κοινού συνεχών πιθανοτήτων των αποδόσεων (προερχόμενα από ιστορικά δεδομένα ή μελλοντικές προσδοκίες) με εκείνες που προκύπτουν από το δέντρο του μοντέλου (Kouwenberg 2001², Gaivoronski & de Lange 2000³, Hoyland & Wallace 2001a⁴), μοντέλα που περιλαμβάνουν αυτοπαλίνδρομες εξισώσεις τρίτη τάξης με σκοπό την παραγωγή ετήσιων αποδόσεων για παρόμοιες κατηγορίες περιουσιακών στοιχείων (Consigli & Dempster 1998⁵), ή “*vector autoregressive*” μοντέλα για πληθωριστικές πιέσεις μισθών και τιμών (Dert 1999⁶). Οι Pflug et al. (2000)⁷ χρησιμοποίησαν την ανάλυση κύριων συνιστωσών (Principal Component Analysis) σε ιστορικά στοιχεία ώστε να εξαχθούν οι παράγοντες αβεβαιότητας οι οποίοι καθοδηγούν τις αποδόσεις των περιουσιακών στοιχείων και τα επιτόκια και οι οποίοι χρησιμοποιούνται για την δημιουργία δέντρων σεναρίου αντιστοιχίζοντας στατιστικές ιδιότητες. Οι προαναφερθέντες ερευνητές χρησιμοποιούν επιπρόσθετα κινδυνόφοβες ή κίνδυνο – ουδέτερες συναρτήσεις στόχους.

β) Εξωτερική και Εσωτερική Συνέπεια (External – Internal Consistency)

Ενδεχομένως να θεωρείται εύλογη η αντιστοίχιση των τιμών αγοράς με τις τιμές που αποδίδει το μοντέλο. Ωστόσο, κάτι τέτοιο δεν υφίσταται πάντα. Στις περιπτώσεις λοιπόν που δεν εφαρμόζεται η αντιστοίχιση, ένα μοντέλο Γραμμικού Προγραμματισμού, το οποίο επιδιώκει να μεγιστοποιήσει την αναμενόμενη καθαρή παρούσα αξία, θα συνιστούσε την αγορά περισσότερων από ένα χρεόγραφο που φαίνεται φθηνό δοθέντων των ταμειακών ροών του και ανεξάρτητα από το πόσο καλά καλύπτει τις υποχρεώσεις (*external consistency*).

¹ Klaassen, P. 1998. Financial asset – pricing theory and stochastic programming models for asset/liability management : A synthesis. *Management Sci.* **44**(1) 31 – 48.

² Kouwenberg, R. 2001. Scenario generation and stochastic programming models for asset liability management. *Eur. J. Oper. Res.* **134** 279 – 292.

³ Gaivoronski, A. A., P. E. de Lange. 2000. An asset liability management model for casualty insurers : Complexity reduction versus parameterized decision rules. *Ann. Oper. Res.* **99** 227 – 250.

⁴ Hoyland, K., S. Wallace. 2001a. Generating scenario trees for multistage problems. *Management Sci.* **47** 295 – 307.

⁵ Consigli, G., M. A. H. Dempster. 1998. Dynamic stochastic programming for asset – liability management. *Ann. Oper. Res.* **81** 131 – 161.

⁶ Dert, C. L. 1999. A dynamic model for asset liability management for defined benefit pension funds. W. T. Ziemba, J. M. Mulvey, eds. *Worldwide Asset and Liability Modeling*. Cambridge University Press, Cambridge, UK (reprinted).

⁷ Pflug, G. Ch., A. Swietanowski, E. Dockner, H. Moritsch. 2000. The AURORA financial management system : Model and parallel implementation design. *Ann. Oper. Res.* **99** 189 – 206.

Εάν ένα χρεόγραφο μπορούσε να προσφέρει μεγαλύτερη απόδοση από ό,τι όλα τα άλλα χρεόγραφα σε μια συγκεκριμένη κατάσταση επιτοκίων και την ίδια απόδοση σε διαφορετικές καταστάσεις, ένα LP μοντέλο μεγιστοποίησης της αναμενόμενης καθαρής παρούσας αξίας θα επιδίωκε μεγαλύτερη επένδυση σε αυτό το χρεόγραφο (*internal consistency*). Η λύση θα μπορούσε ακόμη να είναι απεριόριστη εάν η απόδοση του χρεογράφου αυτού είναι μεγαλύτερη από το επιτόκιο δανεισμού σε κάθε κατάσταση. Η ελαχιστοποίηση των ορίων και άλλων περιορισμών μπορεί να καλύψει το πρόβλημα αυτό, αλλά η λύση θα ήταν μεροληπτική σε τέτοια χρεόγραφα.

γ) Χρονικές Περίοδοι και Ορίζοντας Απόφασης

Οι χρονικές περίοδοι θα πρέπει να αντικατοπτρίζουν (δυναμικές) ημερομηνίες συναλλαγών. Ωστόσο, στα βοηθητικά μοντέλα επιτοκίου, οι χρονικές περίοδοι ενδέχεται να εξαρτώνται από τις ημερομηνίες αυτές. Επιπλέον, τέτοιου είδους μοντέλα χρησιμοποιούν τιμές και ταμειακές ροές επιλεγμένων χρεογράφων αναφοράς, όπως κρατικά ομόλογα και δικαιώματα προαίρεσης σε αυτά, ώστε να προσδιοριστεί η διαδικασία του επιτοκίου. Σε κάθε περίπτωση, το μέγεθος του χρονικού διαστήματος αποτελεί μία πρόκληση. Εάν τα χρονικά διαστήματα είναι μικρά, παρουσιάζονται περισσότερα σενάρια, περιορισμοί και μεταβλητές. Για παράδειγμα, ένα LP μοντέλο με μηνιαία διαστήματα ($T=24$) και $n=50$ χρεόγραφα έχει περισσότερους από 1,7 δισεκατομμύρια περιορισμούς και 5,1 δισεκατομμύρια μεταβλητές απόφασης. Εάν πάλι, τα χρονικά διαστήματα είναι πολύ μεγάλα, τότε η δημιουργία παραμέτρων για το βοηθητικό μοντέλο επιτοκίου καθίσταται προβληματική. Στην προσπάθειά τους να μειώσουν το T , οι ερευνητές παίρνουν διαδοχικές χρονικές περιόδους αυξανόμενου μήκους (Cariño et al. 1994¹, Cariño & Ziemba 1998², Cariño et al. 1998³). Ο συμβιβασμός αυτός θα μπορούσε να αποφευχθεί εντελώς λαμβάνοντας ένα σύντομο ημερολογιακό ορίζοντα. Ωστόσο, κάτι τέτοιο ενδέχεται να οδηγήσει σε “φτωχές” λύσεις καθώς ο σύντομος ορίζοντας δεν καταγράφει τα χαρακτηριστικά του κινδύνου των περισσότερων χρεογράφων σταθερής απόδοσης. Ως εκ τούτου, παραμένει το ερώτημα αναφορικά με τον τρόπο αντιμετώπισης πολύ μεγάλων οριζόντων απόφασης, λόγω χάρη μερικές δεκαετίες.

¹ Cariño, D. R., T. Kent, D. H. Myers, C. Stacy, M. Sylvanus, A. L. Turner, K. Watanabe, W. T. Ziemba. 1994. The Russell – Yasuda Kasai Model : An asset/liability model for a Japanese insurance company using multistage stochastic programming. *Interfaces* 24(1) 24 – 49.

² Cariño, D. R., W. T. Ziemba. 1998. Formulation of the Russell – Yasuda Kasai financial planning model. *Oper. Res.* 46(4) 433 – 449.

³ Cariño, D. R., D. H. Myers, W. T. Ziemba. 1998. Concepts, technical issues, and uses of the Russell – Yasuda Kasai financial planning model. *Oper. Res.* 46(4) 450 – 462.

δ) Μεταβλητές Στόχοι (Decision Variables)

Όπως σε κάθε μοντέλο πολλαπλών σταδίων, υπάρχουν οι *τρέχουσες* (*current*) ή *λειτουργικές* (*operational*) μεταβλητές για αποφάσεις που λαμβάνονται στο παρόν ($t=0$) και οι *μελλοντικές* (*future*) ή μεταβλητές “*recourse*” (λήψη στο $1 \leq t \leq T$) για εκτίμηση μελλοντικών κοστών τα οποία εξαρτώνται από τις μεταβολές του επιτοκίου. Επιπλέον, υπάρχουν μεταβλητές απογραφής (*inventory variables*) για την παρακολούθηση των εκμεταλλεύσεων του Ενεργητικού διαχρονικά. Ιδανικά, η αποφυγή των ακριβότερων περιττών μερών, μπορεί να επιτευχθεί περιορίζοντας τόσο τις τρέχουσες όσο και τις μελλοντικές μεταβλητές να παίρνουν ακέραιες τιμές, όπως αγορά ή μη ολόκληρου του ποσού ενός συγκεκριμένου στεγαστικού δανείου (ή δόσης). Παρ’ αυτά, οι ερευνητές αγνοούν τον περιορισμό αυτό για να αποφύγουν το υπολογιστικό βάρος. Αρχικά, μέσω της κατηγοριοποίησης των χρεογράφων ώστε να μειωθεί ο αριθμός τους στο μοντέλο (Mulvey 1994¹). Ωστόσο, κάτι τέτοιο εγείρει δύσκολα ερωτήματα αναφορικά με την ισοδυναμία μεταξύ της αγοράς ενός τέτοιου χρεογράφου και της απαίτησης αναλογικής αγοράς όλων των περιουσιακών στοιχείων αυτής της κατηγορίας και σε τι ποσοστό, καθώς και με τον τρόπο αντικατάστασης των ληξιπρόθεσμων περιουσιακών στοιχείων. Επιπρόσθετα, το υπολογιστικό βάρος δύναται να μειωθεί χρησιμοποιώντας ομαδοποίηση σε μελλοντικές χρονικές περιόδους ώστε να ελαχιστοποιηθεί ο αριθμός των μεταβλητών απόφασης (Klaassen 1998²). Τέλος, ένας σύντομος ορίζοντας για recourse $T_I < T$ οδηγεί σε μείωση του αριθμού των μεταβλητών απόφασης, με ακραία περίπτωση αυτή των στατικών μοντέλων με $T_I = 0$. Για εξειδικευμένους εταιρικούς περιορισμούς μπορούν να χρησιμοποιηθούν επιπρόσθετες μεταβλητές. Ο Dert 1999³ χρησιμοποιεί δείκτριες μεταβλητές ώστε να μοντελοποιήσει τυχαίους περιορισμούς (*chance constraints*) οι οποίοι περιορίζουν την πιθανότητα υποχρηματοδότησης σε κάθε κόμβο στο δέντρο σεναρίου, προτείνοντας ένα ευρετικό μηχανισμό επίλυσης ενός *Μεμειγμένου Ακέραιου Γραμμικού Προγραμματισμού* “Mixed Integer Linear Programming” (MILP) μοντέλου. Οι Drijver et al. 2000⁴ προσθέτουν υπό όρους περιορισμούς με δείκτριες μεταβλητές στο μοντέλο του Dert.

¹ Mulvey, J. M. 1994. Financial planning via multistage stochastic programs. J. R. Birge, K.G. Murthy, eds. *Mathematical Programming : State of the Art 1994*. The University of Michigan, Ann. Arbor, MI.

² Klaassen, P. 1998. Financial asset – pricing theory and stochastic programming models for asset/liability management : A synthesis. *Management Sci.* **44**(1) 31 – 48.

³ Dert, C. L. 1999. A dynamic model for asset liability management for defined benefit pension funds. W. T. Ziemba, J. M. Mulvey, eds. *Worldwide Asset and Liability Modeling*. Cambridge University Press, Cambridge, UK (reprinted).

⁴ Drijver, S. J., W. K. K. Haneveld, M. H. van der Vlerk. 2000. Asset liability management modeling using multistage mixed – integer stochastic programming. Working paper, SOM, University of Groningen, Groningen, The Netherlands, <http://www.ub.rug.nl/eldoc/som/e/00E52/00E52.pdf>.

ε) Συνάρτηση Στόχος (Objective Function)

Οι ερευνητές χρησιμοποιούν τον ορίζοντα του πλούτου κάθε σεναρίου τερματικής περιόδου σε διάφορες συναρτήσεις στόχου. Η “Μεγιστοποίηση της αναμενόμενης καθαρής παρούσας αξίας” (*Maximizing Expected Net Present Value*) είναι συνεπής με τη μεγιστοποίηση της αξίας της επιχείρησης, εάν ο λήπτης της απόφασης είναι ουδέτερος απέναντι στον κίνδυνο και οι πιθανότητες είναι υποκειμενικές παρά κινδυνουδέτερες (Kusy & Ziemba 1986¹). Σε πολλά μοντέλα χρησιμοποιείται η “Ελαχιστοποίηση του αρχικού κόστους επένδυσης” (*Minimizing Initial Investment*) (Dahl 1993², Dahl et al. 1993³), η οποία όμως είναι αρκετά συντηρητική καθώς δεν επιδιώκει την μεγιστοποίηση αποδόσεων (Ambachtsheer 1987⁴). Στην περίπτωση αυτή μπορεί να γίνει χρήση κινδυνουδέτερων πιθανοτήτων. Παρόμοια συνάρτηση στόχος προκύπτει για τη διαχείριση καθορισμένων παροχών συνταξιοδοτικών ταμείων όπου επιδιώκεται η ελαχιστοποίηση των αναμενόμενων κοστών χρηματοδότησης (Dert 1999⁵). Η “Μεγιστοποίηση της αναμενόμενης αξίας ή απόδοσης ορίζοντα” (*Maximizing Expected Horizon Return or Value*) αποσκοπεί στη διάδοση της απόδοσης ορίζοντα ως μέτρο στη διαχείριση χαρτοφυλακίων. Η απόδοση ορίζοντα (ο ετησιοποιημένος λόγος δηλαδή της αναμενόμενης αξίας ορίζοντα του χαρτοφυλακίου και της παρούσας αγοραστικής αξίας) είναι ένα δημοφιλές μέτρο σε πρακτικές σταθερής απόδοσης (Dattatreya & Fabozzi 1995⁶, Chapter 4), καθιστώντας έτσι ελκυστική τη μεγιστοποίηση της απόδοσης ορίζοντα (Adamidou et al. 1993⁷, Worzel et al. 1994⁸). Τα μοντέλα Μέσου – Διακύμανσης (*Mean – Variance*) που υιοθετούνται για ALM μεγιστοποιούν επίσης την απόδοση ορίζοντα, ελαχιστοποιώντας τον κίνδυνο. Μια άλλη συνάρτηση στόχος που χρησιμοποιείται από τους ερευνητές είναι η “Μεγιστοποίηση της ωφελιμότητας” (*Maximizing Utility*) ως συνάρτηση της διακριτής υποκειμενικής κατανομής πιθανότητας του πλούτου σε τερματικά σεναρία (καθορισμένα

¹ Kusy, M. I., W. T. Ziemba. 1986. A bank asset and liability management model. *Oper. Res.* **34**(3) 356 – 376.

² Dahl, H. 1993. A flexible approach to interest rate risk management. S. Zenios, ed. *Financial Optimization*. Cambridge University Press, New York.

³ Dahl, H., A. Meeraus, S. Zenios. 1993. Some financial optimization models : I. Risk Management. S. Zenios, ed. *Financial Optimization*. Cambridge University Press, New York.

⁴ Ambachtsheer, K. 1987. Pension fund asset allocation : In defense of a 60/40 equity/debt asset mix. *Financial Analysts J.* **43**(5) 14 – 24.

⁵ Dert, C. L. 1999. A dynamic model for asset liability management for defined benefit pension funds. W. T. Ziemba, J. M. Mulvey, eds. *Worldwide Asset and Liability Modeling*. Cambridge University Press, Cambridge, UK (reprinted).

⁶ Dattatreya, R. E., F. J. Fabozzi. 1995. *Active Total Return Management of Fixed – Income Portfolio*. Irwin, Burr Ridge IL.

⁷ Adamidou, E., Y. Ben – Dov, L. Pendergast, V. Pica. 1993. The optimal portfolio system : Targeting horizon total returns under varying interest – rate scenarios. S. Zenios, ed. *Financial Optimization*. Cambridge University Press, New York.

⁸ Worzel, K. J., C. Vassiadou – Zenio, S. A. Zenios. 1994. Integrated simulation and optimization models for tracking indices of fixed – income securities. *Oper. Res.* **42**(2) 223 – 233.

συνήθως από τους χρήστες) (Klaassen 1997¹). Κάθε στόχος βασιζόμενος στην ωφελιμότητα συνεπάγεται μη γραμμικές συναρτήσεις, όπως η αναμενόμενη λογαριθμική αξία της υπερβάλλουσας απόδοσης ορίζοντα (Worzel et al. 1994²). Προσπάθειες αποφυγής της μη-γραμμικότητας αυτής σχετίζονται με τη μεγιστοποίηση της αναμενόμενης ωφελιμότητας διαφορετικών προφίλ πλούτου στο χρονικό διάστημα μεταξύ αρχικής ημερομηνίας και επιλεγμένου χρονικού ορίζοντα (Mulvey 1994³), με την προσθήκη περιορισμών στη μοντελοποίηση της αποστροφής του κινδύνου (Kusy & Ziemba 1986⁴, Cariño et al. 1994⁵, Cariño & Ziemba 1998⁶, Cariño et al. 1998⁷), και τέλος με τη συνάφεια των διαφορετικών μορφών κοίλων συναρτήσεων ωφελιμότητας οι οποίες παρουσιάζουν παρόμοια αποτελέσματα εάν η μέση αποστροφή του κινδύνου είναι ίδια (Kallberg & Ziemba 1983⁸).

στ) Περιορισμοί

Καθίσταται απαραίτητη η ύπαρξη τουλάχιστον δύο συνόλων περιορισμών για κάθε σενάριο, αφενός για την ισορροπία των μετρητών, συμπεριλαμβανομένης και της κάλυψης των υποχρεώσεων, και αφετέρου για την εξισορρόπηση των εκμεταλλεύσεων των χρεογράφων μετά τις συναλλαγές και σε κάθε χρονική περίοδο. Επιπλέον, ενδέχεται να οριοθετηθεί η λήψη δανείων μεμονωμένης περιόδου (ως λιγότερο αυστηρός περιορισμός) και επιπρόσθετα να απαιτηθεί ένα ελάχιστο επίπεδο δανειοδότησης συγκεκριμένης περιόδου για λόγους ρευστότητας. Η οριοθέτηση της λήψης δανείων και της ανοικτής πώλησης ποικίλει στα μοντέλα (Dahl et al. 1993⁹). Οι περιορισμοί διαφοροποίησης, οι οποίοι επιβάλλονται στην εκμετάλλευση των χρεογράφων (ή στις αγορές) είναι όχι μόνο περιττοί σε ένα καλό

¹ Klaassen, P. 1997. Discretized reality and spurious profits in stochastic programming models for asset/liability management. *Eur. J. Oper. Res.* **101**(2) 374 – 392.

² Worzel, K. J., C. Vassiadou – Zenio, S. A. Zenios. 1994. Integrated simulation and optimization models for tracking indices of fixed – income securities. *Oper. Res.* **42**(2) 223 – 233.

³ Mulvey, J. M. 1994. Financial planning via multistage stochastic programs. J. R. Birge, K.G. Murthy, eds. *Mathematical Programming : State of the Art 1994*. The University of Michigan, Ann. Arbor, MI.

⁴ Kusy, M. I., W. T. Ziemba. 1986. A bank asset and liability management model. *Oper. Res.* **34**(3) 356 – 376.

⁵ Cariño, D. R., T. Kent, D. H. Myers, C. Stacy, M. Sylvanus, A. L. Turner, K. Watanabe, W. T. Ziemba. 1994. The Russell – Yasuda Kasai Model : An asset/liability model for a Japanese insurance company using multistage stochastic programming. *Interfaces* **24**(1) 24 – 49.

⁶ Cariño, D. R., W. T. Ziemba. 1998. Formulation of the Russell – Yasuda Kasai financial planning model. *Oper. Res.* **46**(4) 433 – 449.

⁷ Cariño, D. R., D. H. Myers, W. T. Ziemba. 1998. Concepts, technical issues, and uses of the Russell – Yasuda Kasai financial planning model. *Oper. Res.* **46**(4) 450 – 462.

⁸ Kallberg, J. G., W. T. Ziemba. 1983. Comparison of alternative utility functions in the portfolio selection problems. *Management Sci.* **29**(11) 1257 – 1276.

⁹ Dahl, H., A. Meeraus, S. Zenios. 1993. Some financial optimization models : I. Risk Management. S. Zenios, ed. *Financial Optimization*. Cambridge University Press, New York.

στοχαστικό μοντέλο, αλλά και μη επιθυμητοί καθώς υποβαθμίζουν την βελτιστοποίηση (Birge & Louveaux 1997¹). Επιλεκτικά, μπορεί να γίνει και επιβολή περιορισμών ειδικού πλαισίου, όπως εκείνοι που σχετίζονται με τη νομιμότητα και την τακτική. Επιπρόσθετοι περιορισμοί ενδέχεται να ανακύψουν από την ενσωμάτωση της αποστροφής του κινδύνου με σκοπό την αποφυγή χρήσης κοίλων συναρτήσεων ωφελιμότητας στο στόχο. Για παράδειγμα, οι Bradley & Crane (1972)² επέβαλλαν ένα ελάχιστο όριο στη μέγιστη απώλεια σε κάθε ακολουθία γεγονότων. Οι Dahl et al. (1993)³ περιόρισαν την “scenario – specific” παρούσα αξία του χαρτοφυλακίου να υπερβαίνει την “scenario – specific” παρούσα αξία των υποχρεώσεων σε όλα τα δημιουργηθέντα σενάρια. Οι Adamidou et al. (1993)⁴ επίσης απαιτούν μια ελάχιστη “scenario – specific” απόδοση κάτω από κάθε σενάριο. Οι Worzel et al. (1994)⁵ περιορίζουν την απόδοση ορίζοντα να υπερβαίνει το δείκτη απόδοσης μειωμένο κατά μία ποσότητα ε κάτω από όλα τα σενάρια.

ζ) Κόστη Συναλλαγών και Φόροι

Η διατήρηση των κοστών συναλλαγών σε χαμηλά επίπεδα αποτελεί στόχο για κάθε δυναμικό μοντέλο. Οι περισσότεροι επενδυτές λαμβάνουν το κόστος συναλλαγής να είναι ανάλογο με την αγοραστική αξία ενός χρεογράφου τη στιγμή που πραγματοποιείται η συναλλαγή, με συγκεκριμένη σταθερά αναλογικότητας στην κατηγορία του τίτλου (Kusy & Ziemba 1986⁶, Klaassen 1998⁷). Τα αναλογικά κόστη συναλλαγών είναι ίδια με τα κόστη αγοράς στην τιμή ζήτησης και πώλησης στην τιμή προσφοράς (Bradley & Crane 1972). Η μοντελοποίηση των κοστών συναλλαγής είναι ιδιαίτερης σημασίας καθώς η μη συμπερίληψή τους οδηγεί σε φτωχότερες επιδόσεις (Logue & Maloney 1988⁸, Mulvey 1993¹). Όσον αφορά τους φόρους, η

¹ Birge, J. R., F. Louveaux. 1997. *Introduction to Stochastic Programming*. Springer Verlag, New York.

² Bradley, S. P., D. B. Crane. 1972. A dynamic model for bond portfolio management, *Management Sci.* **19**(2) 139 – 151.

³ Dahl, H., A. Meeraus, S. Zenios. 1993. Some financial optimization models : I. Risk Management. S. Zenios, ed. *Financial Optimization*. Cambridge University Press, New York.

⁴ Adamidou, E., Y. Ben – Dov, L. Pendergast, V. Pica. 1993. The optimal portfolio system : Targeting horizon total returns under varying interest – rate scenarios. S. Zenios, ed. *Financial Optimization*. Cambridge University Press, New York.

⁵ Worzel, K. J., C. Vassiadou – Zenio, S. A. Zenios. 1994. Integrated simulation and optimization models for tracking indices of fixed – income securities. *Oper. Res.* **42**(2) 223 – 233.

⁶ Kusy, M. I., W. T. Ziemba. 1986. A bank asset and liability management model. *Oper. Res.* **34**(3) 356 – 376.

⁷ Klaassen, P. 1998. Financial asset – pricing theory and stochastic programming models for asset/liability management : A synthesis. *Management Sci.* **44**(1) 31 – 48.

⁸ Logue, D., K. Maloney. 1988. What’s ‘passive’ about a structured bond portfolio. *Investment Management Rev.* **2**(2) 39 – 48.

μοντελοποίησης τους μπορεί είτε να μοντελοποιηθεί ρητά (Bradley & Crane 1972², Kusy & Ziemba 1986³, Cariño et al. 1994⁴, Cariño & Ziemba 1998⁵, Cariño et al. 1998⁶) είτε να αγνοηθεί για λόγους απλούστευσης ανάλογα με το γενικό πλαίσιο και το σκοπό του μοντέλου. Η αγνόηση αυτή δικαιολογείται, σε ένα περιβάλλον συχνών συναλλαγών όπου εφαρμόζεται ο ίδιος φόρος εισοδήματος σε όλα τα κέρδη και τις ζημιές. Οι αποδόσεις των αφορολόγητων χρηματοοικονομικών εργαλείων, όπως δημοτικά και κυβερνητικά ομόλογα, αναπροσαρμόζονται προς τα πάνω ώστε να επιτρέπεται η χρήση τους στο μοντέλο ως άλλα φορολογούμενα χρεόγραφα (Sodhi 1996⁷).

2.2 ΑΠΛΟΠΟΙΗΣΗ ΜΟΝΤΕΛΟΥ

Ένας τρόπος απλοποίησης μοντέλου είναι η αγνόηση των επιλογών “recourse” και της αβεβαιότητας ώστε να προκύψουν τα επονομαζόμενα στατικά μοντέλα. Παρότι το ενδιαφέρον για τα μοντέλα αυτά χάνεται λόγω των ελαττωμάτων τους και εξαιτίας των ωφελειών των δυναμικών μοντέλων, η προβολή τους ως απλοποιήσεις μοντελοποίησης των δυναμικών μοντέλων πιθανόν να αποτελέσει κίνητρο στην ανάπτυξη υβριδικών στατικών – δυναμικών μοντέλων. Στην περίπτωση παράβλεψης των επιλογών “recourse”, τα στατικά μοντέλα ενδέχεται μακροπρόθεσμα να αποδώσουν χαρτοφυλάκια υψηλότερου κόστους (Dert 1999⁸). Επιπλέον, κάθε έννοια εξωτερικής και εσωτερικής συνέπειας που πιθανότατα οδηγεί σε

¹ Mulvey, J. M. 1993. Incorporating transaction costs in models for asset allocation. S. Zenios, ed. *Financial Optimization*. Cambridge University Press, New York.

² Bradley, S. P., D. B. Crane. 1972. A dynamic model for bond portfolio management, *Management Sci.* **19**(2) 139 – 151.

³ Kusy, M. I., W. T. Ziemba. 1986. A bank asset and liability management model. *Oper. Res.* **34**(3) 356 – 376.

⁴ Cariño, D. R., T. Kent, D. H. Myers, C. Stacy, M. Sylvanus, A. L. Turner, K. Watanabe, W. T. Ziemba. 1994. The Russell – Yasuda Kasai Model : An asset/liability model for a Japanese insurance company using multistage stochastic programming. *Interfaces* **24**(1) 24 – 49.

⁵ Cariño, D. R., W. T. Ziemba. 1998. Formulation of the Russell – Yasuda Kasai financial planning model. *Oper. Res.* **46**(4) 433 – 449.

⁶ Cariño, D. R., D. H. Myers, W. T. Ziemba. 1998. Concepts, technical issues, and uses of the Russell – Yasuda Kasai financial planning model. *Oper. Res.* **46**(4) 450 – 462.

⁷ Sodhi, M. S. 1996. Implementation of a fixed – income DSS using OOP. *Interfaces* **26**(2) 22 – 33.

⁸ Dert, C. L. 1999. A dynamic model for asset liability management for defined benefit pension funds. W. T. Ziemba, J. M. Mulvey, eds. *Worldwide Asset and Liability Modeling*. Cambridge University Press, Cambridge, UK (reprinted).

απεριόριστες λύσεις μπορεί να μην υφίσταται στα μοντέλα αυτά, εκτός εάν επιβάλλονται τεχνητά όρια διαφοροποίησης.

2.2.1 Αντιστοίχιση Ταμειακών Ροών (Cash – Flow Matching)

Έστω το ακόλουθο σύνολο απλοποιήσεων μοντελοποίησης ενός μοντέλου βασισμένου σε σενάρια. Αρχικά, επιτρέπεται η σύμπτυξη των σεναρίων σε ένα ενιαίο γραμμικό μονοπάτι ή σενάριο, έτσι ώστε το σενάριο που τελειώνει στο t να ισούται με το t ($\zeta_t = t$) για κάθε t , ενώ δεν επιτρέπεται καμία μελλοντική συναλλαγή, λήψη και χορήγηση δανείων. Το μοντέλο που προκύπτει χωρίς αβεβαιότητα και “recourse”, καλείται αντιστοίχιση ταμειακών ροών και έχει ως εξής:

$$\begin{array}{l}
 (CF_t) \\
 \min \quad \sum_{i=1}^N \pi_i x_i \\
 \text{s. t.} \quad \sum_i \kappa_{i,t} x_i \geq Lt, \quad \forall t \\
 \quad \quad x_i \geq 0 \quad \forall i,
 \end{array}$$

όπου :

L_t : το ύψος των υποχρεώσεων στην περίοδο t και για χρεόγραφο i ομάδας N – χρεογράφων,

x_i : το ποσό που αγοράστηκε στο παρόν ($t=0$) με αγοραστική τιμή “ π_i ” και “ $\kappa_{i,t}$ ” ταμειακές ροές παραγόμενες στην περίοδο t . Σημειώνεται η ύπαρξη T περιορισμών. Το ενιαίο τερματικό σενάριο μπορεί να βασιστεί στην τρέχουσα καμπύλη απόδοσης των κρατικών ομολόγων.

Στην περίπτωση κατά την οποία προστίθενται πολλαπλά σενάρια (Hiller & Schaak 1990¹) στα οποία επιτρέπεται δανεισμός (λήψη και χορήγηση) σε μελλοντικές περιόδους, όχι όμως αγοραπωλησίες περιουσιακών στοιχείων, το παραπάνω μοντέλο επαναπροσδιορίζεται. Στην προκειμένη, εξαιτίας των απαιτούμενων περιορισμών “nonanticipatory”, γίνεται χρήση σεναρίων εξέλιξης “ ζ_t ” σε όλες τις περιόδους ($0 \leq t \leq T$) αντί τερματικών σεναρίων “ ζ_T ”, ενώ όλα τα τερματικά σενάρια πρέπει να έχουν τις ίδιες αποφάσεις έως το χρόνο t ώστε να αποφευχθεί η χρήση των ιδανικών γνώσεων του μέλλοντος που αφορούν εξειδικευμένα τερματικά σενάρια.

¹ Hiller, R. S., C. Schaak. 1990. A classification of structured bond portfolio modeling techniques. *J. Portfolio Management* 17(1) 37 – 48.

(CF₂)

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{i=1}^N \pi_i x_i + (b_0 - l_0) \\ \text{s. t.} \quad & \sum_i \kappa_{i,\zeta} x_i + l_{\zeta_{t-1}}(1 + \rho_{\zeta_{t-1}}) + b_{\zeta_t} - l_{\zeta_t} - b_{\zeta_{t-1}}(1 + \rho_{\zeta_{t-1}} + D) = L_{\zeta_t} \quad \forall \zeta_t, \forall t, \\ & x_i \geq 0 \quad \forall i, \\ & l_{\zeta_t}, b_{\zeta_t} \geq 0 \quad \forall \zeta_t, \forall t, \end{aligned}$$

όπου :

x_i : το ύψος αγορασθέντων χρεογράφων στο $t=0$

π_i : αγοραστική τιμή των προς αγορά τίτλων

$\kappa_{i,\zeta}$: ταμειακές ροές παραγόμενες σε κάθε σενάριο εξέλιξης ζ

$\sum_{i=1}^N \pi_i x_i$: το συνολικό ύψος κεφαλαίου που καταβάλλεται για αγορά τίτλων

b_0 & b_{ζ_t} : ύψος δανεισμού στο $t = 0$ και σε κάθε σενάριο αντίστοιχα

l_0 & l_{ζ_t} : ύψος δανειοδότησης στο $t = 0$ και σε κάθε σενάριο αντίστοιχα

$\sum_i \kappa_{i,\zeta} x_i$: το άθροισμα των χρηματοροών παραγόμενων σε κάθε σενάριο

$\rho_{\zeta_{t-1}}$: επιτόκιο επενδύσεων σε κάθε σενάριο εξέλιξης ζ_t

$(\rho_{\zeta_{t-1}} + D)$: επιτόκιο δανεισμού σε κάθε σενάριο εξέλιξης ζ_t , και D το spread των επιτοκίων

L_{ζ_t} : το ύψος των υποχρεώσεων σε κάθε σενάριο εξέλιξης ζ_t

Το μοντέλο αυτό είναι ένα στατικό δυναμικό υβρίδιο με αβεβαιότητα και μελλοντικές λήψεις και χορηγήσεις δανείων ενιαίας περιόδου. Ο αριθμός των περιορισμών αυξάνεται από T στο μοντέλο (CF₁) σε “ $2^{t+1} - 1$ ” στο (CF₂). Επιπλέον, η απουσία αποφάσεων “recourse” ελαχιστοποιεί τις μεταβλητές στο μοντέλο. Ωστόσο, η προσθήκη αποφάσεων recourse για τις τόσες πολλές πρώτες περιόδους καθιστά το μοντέλο πιο δυναμικό.

2.2.2 Αντιστοίχιση Διάρκειας (Duration Matching)

Οι T – περιορισμοί του ντετερμινιστικού μοντέλου (CF_I) μπορούν να γίνουν περισσότερο ελαστικοί μέσω της συγκέντρωσής τους σε ένα ενιαίο περιορισμό. Εάν “ δ_i ” τα βάρη συγκέντρωσης, τότε το προκύπτον “Μοντέλο Αντιστοίχισης Παρούσας Αξίας (Present – Value Matching Model – PM)” έχει ως εξής :

$$\begin{aligned} & (PM) \\ & \min \sum_{i=1}^N \pi_i x_i \\ & s. t. \sum_{i=1}^N P_i x_i \geq P_L \\ & x_i \geq 0 \quad \forall i, \end{aligned}$$

με ένα ενιαίο περιορισμό σύμφωνα με τον οποίο η παρούσα αξία των μελλοντικών ταμειακών ποσών “ $P_i = \sum_i \kappa_{i,t} \delta_t$ ” απαιτείται να υπερβαίνει την παρούσα αξία των υποχρεώσεων. Εάν η εξωτερική συνέπεια στο μοντέλο (CF_I) παραβλέπεται, δεν απαιτείται ισότητα μεταξύ των “ P_i ” (τιμή εξειδικευμένου σεναρίου) και “ π_i ” (τρέχουσα τιμή αγοράς), το οποίο όμως οδηγεί σε μεροληπτική λύση όσον αφορά τα φθηνότερα χρεόγραφα. Περισσότεροι περιορισμοί μπορούν να προστεθούν στο μοντέλο αυτό, με χρήση της πρώτης παραγώγου του “ P_i ” σε σχέση με τα επιτόκια και η οποία καλείται *διάρκεια* (*duration*) “ D_i ” και της δεύτερης παράγωγό του η οποία καλείται *κυρτότητα* (*convexity*) “ C_i ”. Το κίνητρο για την προσθήκη των περιορισμών αυτών προκύπτει από το γεγονός ότι μια μικρή μεταβολή των επιτοκίων θα επέτρεπε στις παρούσες αξίες του Ενεργητικού και του Παθητικού να παραμείνουν αντιστοιχούμενες μόνο όταν ισούνταν οι διάρκειες τους. Ωστόσο, μεταβολή των επιτοκίων συνεπάγεται και μεταβολή στις διάρκειες. Ως εκ τούτου, απαιτείται ισότητα στις κυρτότητες καθώς και διασφάλιση ότι οι διάρκειες παραμένουν ίδιες. Με τον τρόπο αυτό προκύπτει το ακόλουθο μοντέλο :

(DM)

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{i=1}^N \pi_i x_i \\ \text{s. t.} \quad & \sum_{i=1}^N P_i x_i \geq P_L, \\ & \sum_{i=1}^N D_i x_i = D_L, \\ & \sum_{i=1}^N C_i x_i \geq C_L, \\ & x_i \geq 0 \quad \forall i, \end{aligned}$$

όπου :

$\sum_{i=1}^N \pi_i x_i$: το συνολικό καταβαλλόμενο ποσό για αγορά τίτλων

P_i, D_i, C_i & P_L, D_L, C_L : παρούσα αξία, διάρκεια και κυρτότητα των περιουσιακών στοιχείων και των υποχρεώσεων αντίστοιχα

$\sum_{i=1}^N P_i x_i$: συνολική παρούσα αξία τίτλων $i = 1, \dots, N$

$\sum_{i=1}^N D_i x_i$: συνολική διάρκεια τίτλων $i = 1, \dots, N$

$\sum_{i=1}^N C_i x_i$: συνολική κυρτότητα τίτλων $i = 1, \dots, N$

Παρότι η παρούσα αξία των ταμειακών ροών είναι γραμμική, η επιλογή των ορισμών της διάρκειας και της κυρτότητας, μέσα από πλειάδα υφιστάμενων ορισμών, διασφαλίζει τη γραμμικότητα αυτή. Κατά καιρούς, διάφοροι ορισμοί (όπως οι “*Macaulay duration*” και “*dollar duration*”) έχουν προταθεί λαμβάνοντας υπ’ όψιν τη συνθήκη σύμφωνα με την οποία μία μικρή παράλληλη μετατόπιση σε ολόκληρη την καμπύλη απόδοσης αντιστοιχεί σε ανάλογη ποσοστιαία μεταβολή της αξίας του Ενεργητικού (Hicks 1939¹). Μια τέτοια πρόταση αφορά την αντικατάσταση του “ δ_t ” με το “ e^{-y^t} ”, όπου “ y ” η συνεχώς ανατοκιζόμενη τιμή απόδοσης, η οποία όμως καθίσταται λανθασμένη εκτός αν η καμπύλη απόδοσης είναι σταθερή (Weil 1973², Ingresoll et al. 1978¹).

¹ Hicks, J. R. 1939. *Value and Capital*. Clarendon Press, Oxford, UK.

² Weil, R. L. 1973. Macaulay’s duration : An appreciation. *J. Bus.* 46(4) 589 – 592.

Οι ερευνητές έχουν προχωρήσει σε διάφορες παραλλαγές, οι οποίες προσθέτουν περισσότερους περιορισμούς ή επαναπροσδιορίζουν τη διάρκεια. Οι παραλλαγές αυτές σχετίζονται είτε με τη διαφοροποίηση στην ποσοστιαία σύνθεση του χαρτοφυλακίου (Adamidou et al. 1993²), είτε με την τμηματοποίηση των υποχρεώσεων σε χρονικά τμήματα, διαφορετικούς τομείς και αξιολογήσεις πιστοληπτικής ικανότητας και αντιστοίχιση της διάρκειας ξεχωριστά για κάθε ένα τμήμα (Dahl et al. 1993³). Η αύξηση όμως του αριθμού των περιορισμών οδηγεί στο μη-ενσωματωμένο μοντέλο (CF_I) καταλήγοντας σε χαρτοφυλάκια υψηλότερου βέλτιστου κόστους τα οποία θα έπρεπε να απαιτούν λιγότερες συναλλαγές σε μελλοντικές περιόδους. Αφενός, η αντιστοίχιση διάρκειας, ως σύνολο αντιστοιχίσεων ταμειακών ροών (CF_I), επιλύεται ευκολότερα, αφετέρου στα μειονεκτήματα του (CF_I) προστίθενται ένα λειτουργικό και ένα θεωρητικό πρόβλημα. Το λειτουργικό πρόβλημα σχετίζεται με την ανάγκη πραγματοποίησης συχνών συναλλαγών αφού οι μεταβολές στη διάρκεια λόγω μεταβολών στα επιτόκια είναι πιθανόν να οδηγήσουν σε υψηλότερα κόστη συναλλαγών. Το θεωρητικό πρόβλημα είναι ότι οι παράλληλες μετατοπίσεις, οι οποίες τίθενται έμμεσα στον ορισμό της διάρκειας, είναι πρώτον ασυνεπείς με την απουσία κερδοσκοπίας χωρίς κίνδυνο, και ως εκ τούτου “παραδοσιακά μέτρα διάρκειας αποδίδουν κατά καιρούς παραπλανητικές μετρήσεις κινδύνου” (Ingersoll et al. 1978⁴, Dahl et al. 1993), και δεύτερον διαθέτουν “την κρυφή συνθήκη της μεγιστοποίησης μη ελεγχόμενων κινδύνων” (Dahl et al. 1993).

2.2.3 Στοχαστική Αντιστοίχιση Παρούσας Αξίας / Απόδοσης Ορίζοντα

Μερικά μοντέλα αντιστοιχίζουν την παρούσα αξία των περιουσιακών στοιχείων με εκείνη των υποχρεώσεων σύμφωνα με όλα τα διαφορετικά σενάρια επιτοκίου. Στην περίπτωση αυτή δεν είναι αναγκαία η αντιστοίχιση της διάρκειας. Επιπρόσθετα, τα μοντέλα αυτά είναι στατικά – δυναμικά υβρίδια με την έννοια ότι η αβεβαιότητα μοντελοποιείται ρητά σε αντίθεση με τις

¹ Ingersoll, J. E., Jr., J. Skelton, R. L. Weil. 1978. Duration : Forty years later. *J. Financial Quantitative Anal.* **13**(4) 627 – 650.

² Adamidou, E., Y. Ben – Dov, L. Pendergast, V. Pica. 1993. The optimal portfolio system : Targeting horizon total returns under varying interest – rate scenarios. S. Zenios, ed. *Financial Optimization*. Cambridge University Press, New York.

³ Dahl, H., A. Meeraus, S. Zenios. 1993. Some financial optimization models : I. Risk Management. S. Zenios, ed. *Financial Optimization*. Cambridge University Press, New York.

⁴ Ingersoll, J. E., Jr., J. Skelton, R. L. Weil. 1978. Duration : Forty years later. *J. Financial Quantitative Anal.* **13**(4) 627 – 650.

“recourse” μεταβλητές (Dembo 1993¹, Hiller & Eckstein 1993²). Στην συνέχεια, παρατίθενται ενδεικτικά δύο περιπτώσεις τέτοιων μοντέλων. Στην πρώτη περίπτωση, προσδιορίζεται το ελάχιστο κόστος χαρτοφυλακίου για κάθε τερματικό σενάριο “ ζ_T ” χωριστά ως υποπροβλήματα ειδικού σεναρίου και έπειτα χρησιμοποιείται ένα “συντονισμένο” μοντέλο το οποίο προσδιορίζει το συνολικό χαρτοφυλάκιο (Dembo 1993). Για κάθε σενάριο, η παρούσα αξία του βέλτιστου ειδικού σεναρίου χαρτοφυλακίου πρέπει να ταυτίζεται με την ειδικού σεναρίου παρούσα αξία των υποχρεώσεων “ P_{L,ζ_T} ” ως εξής :

(Scenario- ζ_T)

$$\min \quad v_{\zeta_T} = \sum_{i=1}^N \pi_{i,\zeta_T} x_{i,\zeta_T}$$

$$s. t. \quad \sum_{i=1}^N P_{i,\zeta_T} x_i = P_{L,\zeta_T} ,$$

$$l_{\zeta_t} \leq x_{i,\zeta_T} \leq v_i \quad \forall i ,$$

όπου “ P_{i,ζ_T} ” η ειδικού σεναρίου παρούσα αξία του αγορασθέντος χρεογράφου “ i ” και “ P_{L,ζ_T} ” η αντίστοιχη παρούσα αξία για τις υποχρεώσεις υπό το σενάριο “ ζ_T ”. Η ειδικού σεναρίου τιμή αγοράς “ π_{i,ζ_T} ” ενδέχεται να παρουσιάζει μικρές διαφορές σε σχέση με την πραγματική τιμή αγοράς “ π_i ”, η εκτίμηση της δε βασίζεται στη χρήση βοηθητικού μοντέλου. Το μοντέλο αυτό δεν επιτρέπει διαφοροποίηση. Για να επιτευχθεί κάτι τέτοιο, πρέπει αρχικά να διαταχθούν τα χρεόγραφα “ i ” με βάση το λόγο $\frac{P_{i,\zeta_T}}{\pi_{i,\zeta_T}}$ και εν συνεχεία τα πιθανά μέγιστα κάθε ενός έως ότου ταυτιστεί η παρούσα αξία των υποχρεώσεων. Ο συνδυασμών των ανωτέρω λύσεων οδηγεί σε ένα διαφοροποιημένο χαρτοφυλάκιο με ένα “*coordination*” μοντέλο :

¹ Dembo, R. S. 1993. Scenario immunization. S. Zenios, ed. *Financial Optimization*. Cambridge University Press, New York.

² Hiller, R. S., J. Eckstein. 1993. Stochastic dedication : Designing fixed income portfolios using massively parallel Benders’ decomposition. *Management Sci.* **39**(11) 1422 – 1438.

(coordination)

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{\zeta_T} p_{\zeta_T} \left\{ \left\| \pi x - v_{\zeta}^* \right\| + \left\| \sum_{i=1}^N P_{i,\zeta_T} x_i - P_{L,\zeta_T} \right\| \right\} \\ \text{s. t.} \quad & \sum_i \pi_i x_i \leq C, \\ & l \leq x \leq u, \end{aligned}$$

όπου :

$\|\cdot\|$ κάθε επιλεγμένος τύπος

v_{ζ}^* : η βέλτιστη αξία ειδικού σεναρίου, ήτοι το συνολικό καταβαλλόμενο ποσό για αγορά τίτλων στο τερματικό σενάριο “ ζ_T ”

p_{ζ_T} : η πιθανότητα πραγματοποίησης σεναρίου “ ζ_T ”

C : προϋπολογισμός

$\sum_{i=1}^N P_{i,\zeta_T} x_i$: το άθροισμα των ειδικού σεναρίου παρουσών αξιών των αγορασθέντων χρεογράφων i

P_{L,ζ_T} : η παρούσα αξία των υποχρεώσεων υπό το σενάριο “ ζ_T ”.

$\sum_i \pi_i x_i$: η συνολική αγοραστική αξία αποκτηθέντων τίτλων i

Αντί των παρουσών αξιών του Ενεργητικού και του Παθητικού, μπορεί να αντιστοιχηθεί η Αξία Ορίζοντα ή Απόδοση Ορίζοντα. Για να ελεγχθεί ο κίνδυνος, απαιτείται, σε όλα τα τερματικά σενάρια, η απόδοση ορίζοντα ενός χαρτοφυλακίου ειδικού σεναρίου να υπερβαίνει τη μέση απόδοση ορίζοντα μειωμένη κατά μία μεταβλητή ποινής. Επιπλέον, καθίσταται αναγκαίο η αναμενόμενη απόδοση χαρτοφυλακίου να υπερβαίνει την απόδοση των υποχρεώσεων “ λ_L ” ως ακολούθως :

$$\begin{aligned}
 & \text{(MV)} \\
 & \max \eta \sum_i \rho_i x_i - (1 - \eta) \sum_{\zeta_T} d_{\zeta_T} \\
 & \text{s. t. } \sum_{i=1}^N (R_{i,\zeta_T} - \rho_i) x_i + d_{\zeta_T} \geq 0 \quad \forall \zeta_T, \\
 & \quad \sum_i x_i = 1, \\
 & \quad \sum_i \rho_i x_i \geq \lambda_L, \\
 & \quad x_i \geq 0 \quad \forall i,
 \end{aligned}$$

όπου για κάθε i -οστό χρεόγραφο, “ ρ_i ” η αναμενόμενη απόδοση ορίζοντα κατά μήκος όλων των σεναρίων και “ R_{i,ζ_T} ” η απόδοση ειδικού σεναρίου. “ d_{ζ_T} ” η ειδικού σεναρίου “*downside*” απόκλιση της απόδοσης χαρτοφυλακίου ειδικού σεναρίου από την αναμενόμενη απόδοση και “ λ_L ” οι υποχρεώσεις. Το μοντέλο αυτό αποδεικνύεται μια παραλλαγή του “*Μοντέλου Μέσου – Διακύμανσης (Mean – Variance Model)*” του Markowitz (1991)¹ για χαρτοφυλάκια μετοχών, με μόνη διαφορά αυτή της χρήσης της “*downside*” απόκλισης αντί της διακύμανσης ως μέτρο κινδύνου. Εάν προστεθεί μία συμμετρική *upside* απόκλιση, το μέτρο του κινδύνου μετατρέπεται σε “*Μέση Απόλυτη Απόκλιση (Mean Absolute Deviation)*” (Zenios 1995², Wagner 1959³, Konno & Yamazaki 1991⁴), ενώ σε πιο εξελιγμένες εκδοχές μπορούν να χρησιμοποιηθούν συσχετίσεις (Mulvey & Zenios 1994⁵).

¹ Markowitz, H. M. 1991. *Portfolio Choice : Efficient Diversification of Investments*, 2nd ed. Blackwell Publishers, Oxford, UK.

² Zenios, S. A. 1995. Asset/liability management under uncertainty for fixed income securities. *Ann. Oper. Res.* **59** 77 – 98.

³ Wagner, W. U. 1959. Linear programming techniques for linear programming. *J. Amer. Stat. Assoc.* **54** 206 – 212.

⁴ Konno, H., H. Yamazaki. 1991. Mean – absolute deviation portfolio optimization model and its applications to Tokyo Stock Market. *Management Sci.* **37**(5) 519 – 531.

⁵ Mulvey, J. M., S. A. Zenios. 1994. Capturing the correlations of fixed – income instruments. *Management Sci.* **40** 1329 – 1342.

2.2.4 Απλοποίηση της Αναπαράστασης της Αβεβαιότητας

Οι περισσότεροι ερευνητές έχουν δώσει έμφαση στην επίλυση μοντέλων με n – αδικό δέντρο σεναρίων, στο οποίο τα μονοπάτια είναι τα δυνατά σενάρια. Η δυσκολία επίλυσης τέτοιων μεγάλων προβλημάτων οδήγησε τους ερευνητές είτε στη χρήση αποσύνθεσης είτε στην προσέγγιση της αβεβαιότητας με διάφορους τρόπους όπως λαμβάνοντας για παράδειγμα μόνο ένα (τυχαίο) δείγμα σεναρίων, όπως σε μερικές στοχαστικές επεκτάσεις των στατικών μοντέλων. Ωστόσο, παρά τα πλεονεκτήματα της αποσύνθεσης, ο μεγάλος αριθμός σεναρίων συνεπάγεται ότι οι ερευνητές πρέπει να προσεγγίσουν με κάποιο τρόπο την αβεβαιότητα για μία βέλτιστη λύση.

α) Ενσωμάτωση (*Aggregation*)

Ένας εύλογος τρόπος προσέγγισης της αβεβαιότητας είναι η ενσωμάτωση. Η απουσία όμως εξωτερικής και εσωτερικής συνέπειας σε ορισμένες ενσωματώσεις αποτελεί πρόκληση (Klaassen 1997¹, 2002²). Προσεγγίσεις αβεβαιότητας με λήψη ενός μόνο δείγματος σεναρίων προερχόμενων από στοχαστική διαδικασία χωρίς “*arbitrage*” κατέληξαν σε απεριόριστες ή μεροληπτικές λύσεις εξαιτίας της ύπαρξης ψευδών ευκαιριών κερδοσκοπίας χωρίς κίνδυνο στο μοντέλο (Klaassen 1997, 2002) ή ακόμα σε λύσεις κακής ποιότητας (Kouwenberg 2001³) λόγω του τρόπου με τον οποίο παρήχθησαν τα σενάρια. Επιπλέον, σε κάθε μέτρηση (εκτέλεση) είναι πιθανόν οι λύσεις να διαφέρουν αρκετά σε σχέση με τις προηγούμενες ιδίων εισροών λύσεις. Το γεγονός αυτό οφείλεται στο ότι ο αριθμός των τυχαία παραγόμενων σεναρίων αντιστοιχεί σε ένα πολύ μικρό ποσοστό ενός μεγάλου πληθυσμού εξαιρετικά διαφορετικών σεναρίων. Από την άλλη πλευρά, η απλοποίηση των μεταβλητών απόφασης, όπως λόγω χάρη η χρήση απλών ποσοστών διάφορων περιουσιακών στοιχείων μετά τις πρώτες μία ή δύο περιόδους, προτείνεται ως προτιμότερος τρόπος προσέγγισης αντί της ενσωμάτωσης σεναρίων (Gaiivoronski & de Lange 2000⁴).

¹ Klaassen, P. 1997. Discretized reality and spurious profits in stochastic programming models for asset/liability management. *Eur. J. Oper. Res.* **101**(2) 374 – 392.

² Klaassen, P. 2002. Comment on “Generating scenario trees for multistage decision problems”. *Management Sci.* **48**(11) 1512 – 1516.

³ Kouwenberg, R. 2001. Scenario generation and stochastic programming models for asset liability management. *Eur. J. Oper. Res.* **134** 279 – 292.

⁴ Gaiivoronski, A. A., P. E. de Lange. 2000. An asset liability management model for casualty insurers : Complexity reduction versus parameterized decision rules. *Ann. Oper. Res.* **99** 227 – 250.

β) Ενσωμάτωση σεναρίων ως *Υπό-Διήθηση (ή επιμέρους διήθηση)* (*Aggregating Scenarios as Sub-Filtration*)

Στο πλαίσιο αυτό, η ενσωμάτωση συνδέεται με τη δημιουργία “χονδρότερης” (coarser) δομής πληροφοριών με διάφορους τρόπους (Wright 1994¹). Για παράδειγμα, η ενσωμάτωση δύο σεναρίων στο σύνολο των πιθανοτήτων της περιόδου “ $T - I$ ” μπορεί να μειώσει τα σεναρία τελικής περιόδου από “ 2^T ” σε “ 2^{T-I} ”. Παρ’ αυτά, είναι απαραίτητη η διατήρηση της διαδοχικής βελτίωσης (*successive refinement*), αλλά ταυτόχρονα και δύσκολη να επιτευχθεί αφού δεν χαρτογραφούνται όλες οι ενσωματώσεις σε τμήματα διαδοχικής βελτίωσης, ενώ δεν παρουσιάζουν ενδιαφέρον διαδοχικές βελτιώσεις σε περιπτώσεις όπου η ενσωμάτωση οδηγεί σε παραβίαση της εξωτερικής και εσωτερικής συνέπειας. Οι απαιτήσεις αυτές αντιστοιχούν στο ενσωματωμένο πρόβλημα το οποίο είναι πρωταρχικά (primal) και δυϊκά (dual) εφικτό όπως και το αρχικό πρόβλημα. Στην προκειμένη περίπτωση, ο στοχαστικός Γραμμικός Προγραμματισμός έχει πεπερασμένο αριθμό διακριτών σεναρίων και ως εκ τούτου είναι ένας συνήθης Γραμμικός Προγραμματισμός. Επομένως, η ενσωμάτωση σεναρίων μπορεί να εκληφθεί και από άποψη ενσωμάτωσης στηλών αρχικά (Zipkin 1980a²), και εν συνεχεία ενσωμάτωσης είτε γραμμών (Zipkin 1980b³) είτε στηλών σε διπλό σύστημα (ή εις διπλούν – in the dual). Τέλος, η παραγωγή ορίων σφάλματος απαιτεί πρωταρχική και δυϊκή στασιμότητα τόσο του αρχικού όσο και του ενσωματωμένου προβλήματος.

γ) Ενσωμάτωση Καταστάσεων και Χρονικών Περιόδων (*Aggregating States and Time Periods*)

Στην περίπτωση κατά την οποία ένα ενσωματωμένο πρόβλημα είναι οριοθετημένο και εφικτό, τα εκτιμώμενα αποτελέσματα και σφάλματα ορίου για αυθαίρετα διαδοχικά τμήματα διατηρούνται. Ωστόσο, κάθε αυθαίρετη ενσωμάτωση ακόμα και με διαδοχική τμηματοποίηση δεν χρειάζεται να διατηρεί την εφικτότητα και την οριοθέτηση. Ο Klaassen (1998)⁴ πρότεινε στην ενσωμάτωση καταστάσεων για ένα διωνυμικού - δέντρου μοντέλο επιτοκίου όπως αυτό

¹ Wright, S. E. 1994. Primal – dual aggregation and disaggregation for stochastic linear programs. *Math. Oper. Res.* **19**(4) 893 – 908.

² Zipkin, P. 1980a. Bounds on the effect of aggregating variables in linear programs. *Oper. Res.* **28**(2) 403 – 418.

³ Zipkin, P. 1980b. Bounds for row – aggregation in linear programming. *Oper. Res.* **28**(4) 903 – 916.

⁴ Klaassen, P. 1998. Financial asset – pricing theory and stochastic programming models for asset/liability management : A synthesis. *Management Sci.* **44**(1) 31 – 48.

των Ho & Lee (1986)¹ ή των Black et al. (1990)². Με την ενσωμάτωση καταστάσεων, επιτυγχάνεται η διατήρηση των “*arbitrage – free*” σχέσεων από μη – ενσωματωμένο μοντέλο. Από την άλλη πλευρά, στην περίπτωση της ενσωμάτωσης χρονικών περιόδων, η εσωτερική συνέπεια δεν παραβιάζεται, κυρίως αν η ενσωματωμένη χρονική περίοδος θεωρηθεί ως μία κατάσταση “αδράνειας” όπου δεν υφίστανται αγοραπωλησίες χρεογράφων και το τμήμα των πιθανών τελικής περιόδου σεναρίων δεν διαμεριστεί περαιτέρω. Ωστόσο, η ενσωμάτωση χρονικών περιόδων προκαλεί ασυνέπειες μεταξύ των τιμών αγοράς και των υπολογισθέντων τιμών. Μια πιθανή λύση του προβλήματος αυτού έγκειται στην μετά – ενσωμάτωσης προσαρμογή των ταμειακών ροών σε μελλοντικές χρονικές περιόδους και εκτίμηση των τιμών ώστε οι υπολογισθείσες τιμές να αντιστοιχούν στις τιμές αγοράς για όλα τα χρεόγραφα. Κάτι τέτοιο όμως χρίζει εμπειρικής επαλήθευσης. Τέλος, η ταυτόχρονη ενσωμάτωση καταστάσεων και χρονικών περιόδων αναφέρεται στην προσέγγιση μιας διαδοχικής ενσωμάτωσης και επιμερισμού, η οποία αποσκοπεί στην εύρεση περισσότερο επακριβών λύσεων, με έμφαση στην σταθεροποίηση των βέλτιστων τιμών των τρεχουσών μεταβλητών.

2.3 ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΟΣ ΓΡΑΜΜΙΚΟΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ ΔΥΟ ΣΤΑΔΙΩΝ ΜΕ GAMS³

Με τα τρέχοντα τυποποιημένα λογισμικά που περιλαμβάνουν συστήματα μοντελοποίησης όπως η AMPL και η GAMS, δυναμικές επιλύσεις μεγάλης κλίμακας και γενικής χρήσης όπως η “*Cplex*” και εξειδικευμένες επιλύσεις στοχαστικού προγραμματισμού όπως οι “*OSL – SE*” και “*DECIS*”, οι τελικοί χρήστες μπορούν να αναπτύξουν ρεαλιστικά μοντέλα στοχαστικού προγραμματισμού και να τα επιλύσουν σε τυποποιημένα λογισμικά υπολογιστών.

- Προβλήματα στοχαστικού γραμμικού προγραμματισμού δύο – σταδίων

Τέτοιου είδους προβλήματα μπορούν να διατυπωθούν ως εξής :

¹ Ho, T., S. Lee. 1986. Term structure movements and pricing interest rate contingent claims. *J. Finance* **41** 1011 – 1029.

² Black, F., E. Derman, W. Toy. 1990. A one – factor model of interest rates and its application to treasury bond options. *Financial Analysts J.* **46**(1) 33 – 39.

³ Kalvelagen, E. 2008. Two Stage Stochastic Linear Programming with GAMS.

$$\begin{array}{l}
 \text{minimize}_x \quad c^T x + E_\omega Q(x, \omega) \\
 \text{SLP} \quad \quad \quad Ax = b \\
 \quad \quad \quad \quad \quad x \geq 0
 \end{array}$$

όπου $Q(x, \omega) = \min_x d_\omega^T y$

$$\begin{array}{l}
 T_\omega x + W_\omega y = h_\omega \\
 y \geq 0
 \end{array}$$

Με τον όρο “ E_ω ” δηλώνεται η προσδοκία και με ω ένα σενάριο ή πιθανό αποτέλεσμα ως προς τον πιθανοτικό χώρο (Ω, P) . Οι μεταβλητές “ x ” και “ y ” καλούνται *μεταβλητές πρώτου και δεύτερου σταδίου* και μπορούν να εκτιμηθούν μετά την γνωστοποίηση του αποτελέσματος ω . Στην περίπτωση διακριτών κατανομών “ P , $E_\omega Q(x, \omega) = \sum_{\omega \in \Omega} p(\omega) Q(x, \omega)$ ”.

Μέσω της τελευταίας ισότητας μπορεί να διατυπωθεί ένας μεγάλος Γραμμικός Προγραμματισμός που αποτελεί το *ντετερμινιστικό ισοδύναμο πρόβλημα* :

$$\begin{array}{l}
 \min \quad c^T x + \sum_{\omega \in \Omega} p(\omega) d_\omega^T y_\omega \\
 Ax = b \\
 T_\omega x_\omega + W_\omega y_\omega = h_\omega \quad \forall \omega \\
 x \geq 0, y_\omega \geq 0
 \end{array}$$

Στο μοντέλο αυτό τα γεγονότα εκτυλίσσονται ως εξής : αρχικά ο λήπτης της απόφασης εκτελεί τις αποφάσεις πρώτου σταδίου “ x ”. Έπειτα, το σύστημα θα πρέπει να υπόκειται στην τυχαία διαδικασία που περιγράφεται από (Ω, P) , καταλήγοντας σε ένα αποτέλεσμα $\omega \in \Omega$. Τέλος, ο λήπτης εκτελεί τις αποφάσεις δευτέρου σταδίου “ y ” αναλόγως.

Ένα παράδειγμα στο οποίο μπορεί να διατυπωθεί η στοχαστική βελτιστοποίηση δύο επιπέδων με απλό και ευδιάκριτο τρόπο είναι αυτό του μοντέλου τυπικής μεταφοράς (*standard transportation model*). Επιπλέον, μέσω του μοντέλου αυτού διευκολύνεται η παρουσίαση των

διατυπώσεων “DECIS”, “OSL – SE” και της “Benders Decomposition” στα πλαίσια της προσπάθειας μείωσης του αριθμού σεναρίων.

➤ Παράδειγμα

Ακολουθεί το μοντέλο τυπικής μεταφοράς (*standard transportation model*):

Μοντέλο 2.3 Τυπικής Μεταφοράς

$$\begin{array}{l} \text{TRANSPORT} \\ \\ \text{minimize } \sum_{i,j} c_{i,j} x_{i,j} \\ \\ \sum_j x_{i,j} = s_i \quad \forall i \\ \\ \sum_i x_{i,j} = d_j \quad \forall j \\ \\ x_{i,j} \geq 0 \end{array}$$

όπου “ $c_{i,j}$ ” η μονάδα κόστους συναλλαγών, “ s_i ” η προσφορά στην τοποθέτηση i και “ d_j ” η ζήτηση στη θέση j .

Αν, στη συνέχεια, η ζήτηση “ d_j ” θεωρηθεί στοχαστική, τότε το μοντέλο αναπροσαρμόζεται ακολούθως. Αρχικά, τίθεται η παραδοχή ότι τα προϊόντα αποστέλλονται προτού παρατηρηθεί η πραγματική ζήτηση. Μετά την άφιξη των προϊόντων σε κάθε θέση j , η ζήτηση γνωστοποιείται. Στην περίπτωση που η ζήτηση δεν ικανοποιηθεί, οι πωλήσεις χάνονται. Εάν πάλι η αποστολή είναι μεγαλύτερη από την τελική ζήτηση, τα υπολειπόμενα προϊόντα απορρίπτονται. Τα κόστη μονάδας διάθεσης θεωρούνται γνωστά. Για να μοντελοποιηθεί η περίπτωση αυτή, αρχικά η ζήτηση θεωρείται κατά κάποιο τρόπο γνωστή. Κατ’ επέκταση, δημιουργείται μία μη-στοχαστική εκδοχή του μοντέλου, η οποία καλείται “*core model*” (βασικό μοντέλο). Το μοντέλο αποσκοπεί στην μεγιστοποίηση του κέρδους ως εξής :

$$\max \sum_j p_j Sales_j - \sum_{i,j} c_{i,j} Ship_{i,j} - \sum_i c_i Prod_i - \sum_j c_j Waste_j$$

$$Prod_i = \sum_j Ship_{i,j}$$

$$Prod_i = cap_i$$

$$\sum_j Ship_{i,j} = Sales_j + Waste_j$$

$$Sales_j \leq demand_j$$

$$Sales_j \geq 0, Ship_{i,j} \geq 0, Prod_i \geq 0, Waste_j \geq 0$$

όπου “ $\sum_j p_j Sales_j$ ” τα έσοδα από τις πωλήσεις, “ $\sum_{i,j} c_{i,j} Ship_{i,j}$ ” τα κόστη μεταφοράς, “ $\sum_i c_i Prod_i$ ” τα κόστη παραγωγής, “ $\sum_j c_j Waste_j$ ” τα κόστη διάθεσης απορριφθέντων.

Κατά την επίλυση του μοντέλου αυτού, αναμένεται ότι το μοντέλο θα επιλέξει “ $Waste_j = 0$ ”. Θα θεωρήσει δηλαδή ότι τα κόστη διάθεσης απορριφθέντων προϊόντων δεν συνεισφέρουν στο κέρδος. Αντικαθιστώντας όμως αυτής της τιμής, προκύπτει αμέσως το μοντέλο μεταφοράς (*transportation model*). Η άμεση αξιολόγηση της ορθότητας του μοντέλου, επιτυγχάνεται μέσα από την επίλυση μερικών παραδειγμάτων του μοντέλου αυτού. Ωστόσο, απαιτούνται ορισμένες τιμές για τη ζήτηση. Εάν διατίθενται μόνο κατανομές, τότε κάποιες από αυτές θεωρούνται καλές υποψήφιες καθώς καθορίζουν τη ζήτηση ($demand_j$) με βάση το μέσο (*mean*), τις χειρότερες ή καλύτερες πιθανές περιπτώσεις, ή τη χρήση μερικών τυχαίων σχεδίων. Αν πάλι η ζήτηση ($demand_j$) μετατραπεί σε στοχαστική, το πρόβλημα γίνεται πιο περίπλοκο. Στην περίπτωση αυτή απαιτείται ο ορισμός της κατανομής πιθανότητας. Εν συνεχεία, οι κατανομές τίθεται ανεξάρτητες και υπολογίζονται οι από κοινού πιθανότητες για όλες τις αγορές ζήτησης. Με τον τρόπο αυτό διατυπώνεται το ακόλουθο ντετερμινιστικό ισοδύναμο του στοχαστικού μοντέλου.

$$\max Profit = \sum_{j,\omega} p_j prob_{\omega} Sales_{j,\omega} - \sum_{i,j} c_{i,j} Ship_{i,j} - \sum_i c_i Prod_i - \sum_{j,\omega} c_j prob_{\omega} Waste_{j,\omega}$$

$$Prod_i = \sum_j Ship_{i,j}$$

$$Prod_i = cap_i$$

$$\sum_j Ship_{i,j} = Sales_{j,\omega} + Waste_{j,\omega}$$

$$Sales_{j,\omega} \leq demand_j$$

$$Sales_{j,\omega} \geq 0, Ship_{i,j} \geq 0, Prod_i \geq 0, Waste_{j,\omega} \geq 0$$

Πρέπει να σημειωθεί ότι ο περιορισμός

$$\sum_j Ship_{i,j} = Sales_{j,\omega} + Waste_{j,\omega}$$

δεν είναι ιδιαίτερα αποδοτικός, καθώς με τον τρόπο που ορίζεται, ο όρος “ $\sum_j Ship_{i,j}$ ” επαναλαμβάνεται για όλες τις πιθανές τιμές του ω . Στην περίπτωση αυτή, είναι προτιμότερο να εισάγεται ένα μικρό ποσό επιπρόσθετων ενδιάμεσων μεταβλητών και εξισώσεων ώστε να επιτευχθεί μια σημαντική μείωση στον αριθμό μη-μηδενικών στοιχείων. Ως εκ τούτου, προτιμάται η ακόλουθη διατύπωση :

$$Received_j = \sum_j Ship_{i,j}$$

$$Received_j = Sales_{j,\omega} + Waste_{j,\omega}$$

Το δεύτερο στάδιο του μοντέλου εμπεριέχει μόνο τον τρόπο αντιμετώπισης των προϊόντων που παρελήφθησαν και τα οποία είτε πωλούνται (ως το $demand_j$) είτε απορρίπτονται. Σε πιο περίπλοκες καταστάσεις, μόλις μια παρατήρηση $\omega \in \Omega$ γίνει διαθέσιμη, απαιτείται είτε επίλυση ενός (μικρότερου) LP μοντέλο δεύτερου σταδίου, είτε επιλογή των σωστών τιμών λύσης στην περίπτωση που έχουν καταγραφεί όλες οι μεταβλητές του δεύτερου σταδίου. Τέλος, στο παραπάνω παράδειγμα, η παραδοχή ότι τα γεγονότα για κάθε ζήτηση της αγοράς είναι

ανεξάρτητα, ενδέχεται να στερείται εγκυρότητας. Αυτό οφείλεται στη συσχέτιση των αγορών, αφού εάν η αγορά j παρουσιάζει πτώση τότε είναι περισσότερο πιθανό και η αγορά k να υποστεί ανάλογη πτώση. Στην περίπτωση δε τέλει συσχέτισης, το μέγεθος του μοντέλου περιορίζεται αρκετά.

➤ Διατύπωση “DECIS”

Το σύστημα “DECIS” για προβλήματα στοχαστικού γραμμικού προγραμματισμού δύο σταδίων είναι προσαρμοσμένο για μοντέλα με μεγάλο αριθμό σεναρίων. Το μοντέλο αποτελείται από το βασικό μοντέλο καθώς και από ξεχωριστά αρχεία με σεναρία. Στο σύστημα αυτό χρησιμοποιούνται προηγμένες τεχνικές στατιστικής δειγματοληψίας ώστε να χρησιμοποιηθεί μόνο ένα υποσύνολο από όλα τα πιθανά σεναρία, παρέχοντας ένα ικανοποιητικά μεγάλο επίπεδο εμπιστοσύνης. Αρχικά, απαιτείται η ύπαρξη ενός βασικού μοντέλου. Το υπόλοιπο συστατικά μιας “DECIS” διατύπωσης είναι μια σταδίου 1/σταδίου 2 ταξινόμηση όλων των μεταβλητών και των εξισώσεων, και ο προσδιορισμός της κατανομής πιθανοτήτων. Η μεταβλητή “*Ship*” ανήκει στο πρώτο στάδιο, ενώ οι “*Sales*” και “*Waste*” είναι μεταβλητές δευτέρου σταδίου.

➤ Διατύπωση “OSL – SE”

Η διατύπωση αυτή βασίζεται στο ντετερμινιστικό ισοδύναμο και αποτελεί στοχευμένη επίλυση προβλημάτων πολλαπλών σταδίων. Ως εκ τούτου, η διατύπωση οργανώνεται γύρω από την έννοια ενός δέντρου σεναρίου. Σε όλες τις μεταβλητές και τις εξισώσεις (εκτός του στόχου) τίθεται ένας επιπλέον δείκτης n , ο οποίος αναγνωρίζεται μέσω ενός επεξηγηματικού θέματος “*nodes*” (κόμβοι). Όλες οι μεταβλητές και οι εξισώσεις πρώτου σταδίου χαρακτηρίζονται με το στοιχείο “*root*” (ρίζα), ενώ οι αντίστοιχες του δευτέρου με το στοιχείο που υποδεικνύει το σενάριο. Ένα μειονέκτημα της διατύπωσης αυτής είναι η δυσκολία που αντιμετωπίζει στην παραγωγή μεγάλου μοντέλου με άνεση. Ωστόσο, ένα πλεονέκτημα είναι η δυνατότητα επαλήθευσης χρησιμοποιώντας απλώς μία τυποποιημένη LP επίλυση.

➤ BENDERS DECOMPOSITION

Στο πλαίσιο του αλγόριθμου αυτού, απαιτείται η επίλυση δύο διαφορετικών ειδών μοντέλων γραμμικού προγραμματισμού. Το κύριο πρόβλημα το οποίο επικεντρώνεται στις μεταβλητές πρώτου σταδίου και μια σειρά υποπροβλημάτων η οποία σχετίζεται με τις μεταβλητές δευτέρου σταδίου. Το κύριο πρόβλημα στην επανάληψη v διατυπώνεται ως εξής :

$$\begin{array}{l}
 \min \quad c^T x + \theta \\
 Ax = b \\
 \theta \geq \sum_{\omega \in \Omega} p_{\omega}(-\bar{\pi}_{\omega}^{\ell} [T_{\omega} x + W_{\omega} \bar{y}_{\omega}^{\ell} - h_{\omega}]) , \ell = 1, \dots, v-1 \\
 x \geq 0
 \end{array}$$

όπου

θ : Benders' Optimality Cut

$\bar{\pi}_{\omega}^{\ell}$: τα δυικά στοιχεία του υποπροβλήματος στην επανάληψη ℓ και

\bar{y}_{ω}^{ℓ} : οι βέλτιστες μεταβλητές δύο σταδίων του υποπροβλήματος στην επανάληψη ℓ .

Το υποπρόβλημα στην επανάληψη ℓ λαμβάνει την ακόλουθη μορφή :

$$\begin{array}{l}
 \min \quad d_{\omega}^T y_{\omega} \\
 W_{\omega} y_{\omega} = h_{\omega} - T_{\omega} \bar{x}^v \\
 y_{\omega} \geq 0
 \end{array}$$

Όπου “ \bar{x}^v ” οι τιμές των μεταβλητών πρώτου σταδίου όπως υποδηλώνονται από το κύριο πρόβλημα.

Παρ' αυτά, μια διπλή διατύπωση των υποπροβλημάτων προκαλεί περισσότερο ενδιαφέρον, καθώς το πρόβλημα μπορεί να λυθεί ακόμα και χωρίς τη χρήση λύσης γραμμικού προγραμματισμού. Το αρχικό πρόβλημα μπορεί να διατυπωθεί ως εξής :

$$\min - \sum_j p_j Sales_j + \sum_j c_j Waste_j$$

$$Sales_j + Waste_j = received_j$$

$$Sales_j + SlackSales_j = demand_j$$

$$Sales_j \geq 0, Waste_j \geq 0, SlackSales_j \geq 0$$

Ενώ το δυικό του προβλήματος αυτού :

$$\max \sum_j received_j \pi_j^{(1)} + \sum_j demand_j \pi_j^{(2)}$$

$$\pi_j^{(1)} + \pi_j^{(2)} \leq -p_j$$

$$\pi_j^{(1)} \leq c_j$$

$$\pi_j^{(2)} \leq 0$$

Το οποίο έχει την ακόλουθη βέλτιστη λύση :

$$\pi_j^{(1)} = \begin{cases} c_j & \text{εάν } received_j > demand_j \\ -p_j & \text{διαφορετικά} \end{cases}$$

και

$$\pi_j^{(2)} = \begin{cases} -p_j - c_j & \text{εάν } received_j > demand_j \\ 0 & \text{διαφορετικά} \end{cases}$$

2.4 ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗ ΚΙΝΔΥΝΟΥ ΜΕ ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΗ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΠΟΛΛΑΠΛΩΝ ΣΤΑΔΙΩΝ

Η εφαρμογή της στοχαστικής βελτιστοποίησης στη διαχείριση και στη μεγιστοποίηση των αναμενόμενων αποδόσεων έναντι κινδύνων είναι ιδιαίτερα σημαντική. Η σημασία αυτή αποτυπώνεται στη συνέχεια μέσω παραδείγματος, στο οποίο αναζητείται η βέλτιστη χρηματοδότηση μιας ομάδας στεγαστικών δανείων παρόμοιων σταθερών επιτοκίων εκδίδοντας ομόλογα, με ή χωρίς ρήτρα επαναγοράς, διάφορων λήξεων. Επιπρόσθετα, επισημαίνονται οι ουσιώδεις διαφορές μεταξύ στατικής (ενιαίου σταδίου) και δυναμικής (πολλαπλών σταδίων) στοχαστικής βελτιστοποίησης.

✓ Στοχαστική Βελτιστοποίηση Ενιαίου Σταδίου¹

Το μοντέλο ενιαίου σταδίου βελτιστοποιεί τη χρηματοδότηση στρατηγικών με βάση κανόνες απόφασης, οι οποίοι καθορίζονται για το σύνολο του χρονικού ορίζοντα (π.χ. $T = 360$ περίοδοι). Η Καθαρή Παρούσα Αξία κάθε επενδυτικής στρατηγικής, η οποία αρχικά χρησιμοποιεί ομόλογα ℓ και εφαρμόζει κανόνες απόφασης εκτιμάται μέσω της χρήσης προσομοίωσης. Η βελτιστοποίηση ενός χρηματοδοτικού μείγματος ως προς τις αναμενόμενες αποδόσεις και τον κίνδυνο επιτυγχάνεται με την επίλυση του ακόλουθου γραμμικού προγράμματος, στο οποίο επιδιώκεται η ελαχιστοποίηση του κινδύνου, ο οποίος εκφράζεται ως η αναμενόμενη αξία της τιμής “ v^ω ”:

Μοντέλο 2.4.1 Στοχαστική βελτιστοποίηση ενιαίου σταδίου – Ελαχιστοποίηση κινδύνου

$$\begin{aligned} \min \quad & \frac{1}{N} \sum v^\omega = \bar{v} \\ \text{s. t.} \quad & \sum_{\ell} r_{\ell}^{\omega} x_{\ell} + v^{\omega} \geq u, \quad \omega \in S \\ & \sum_{\ell} \bar{r}_{\ell} x_{\ell} \geq \rho \\ & \sum_{\ell} x_{\ell} = 1 \\ & x_{\ell} \geq 0 \end{aligned}$$

¹ Infanger, G. 1999. Managing risk using Multi – Stage Stochastic Optimization. 7

όπου :

r_ℓ^ω : η καθαρή παρούσα αξία της ροής των καταβολών για όλες τις αρχικές επιλογές χρηματοδότησης $\ell \in L$, και “ \bar{r}_ℓ ” η αναμενόμενη καθαρή παρούσα αξία της ροής αυτής,

x_ℓ : μη αρνητικά βάρη, το άθροισμα των οποίων ισούται με τη μονάδα,

u^ω : το αρνητικό μέρος της απόκλισης της καθαρής παρούσας αξίας του χαρτοφυλακίου χρηματοδότησης από ένα προκαθορισμένο στόχο u , και “ \bar{u} ” η αναμενόμενη τιμή του μέρους αυτού,

ρ : μια προκαθορισμένη τιμή, την οποία η αναμενόμενη καθαρή παρούσα αξία του χαρτοφυλακίου πρέπει να υπερβαίνει ή να ισοδυναμεί, ενώ ισχύει ότι $\rho \leq \rho^{max} = \max_\ell \{\bar{r}_\ell\}$.

✓ Στοχαστικός Προγραμματισμός Πολλαπλών Σταδίων¹

Μετριάζοντας την εφαρμογή των κανόνων απόφασης σε συγκεκριμένα σημεία απόφασης μέσα στον σχεδιαζόμενο ορίζοντα και βελτιστοποιώντας τις αποφάσεις χρηματοδότησης στα σημεία αυτά προκύπτει το στοχαστικό μοντέλο πολλαπλών σταδίων.

Αναλυτικότερα, ο σχεδιαζόμενος ορίζοντας $\langle 0, T \rangle$ αρχικά επιμερίζεται σε n – υποορίζοντες $\langle T_1, T_2 \rangle$, $\langle T_2, T_3 \rangle$, ..., $\langle T_m, T_{n+1} \rangle$ όπου “ $T_1 = 0$ ” και “ $T_{n+1} = T$ ”. Αν για παράδειγμα θεωρηθούν $n = 3$ υποορίζοντες, τότε τα στάδια απόφασης διαμορφώνονται ως “ $T_1 = 0$ ”, “ $T_2 = 12$ ”, “ $T_3 = 60$ ” και “ $T_4 = 360$ ”. Τα σημεία απόφασης επισημαίνονται στο χρόνο ως στάδια απόφασης, ενώ η ληφθείσα χρηματοδότηση επισημαίνεται ως “ $\ell_1 \in L_1$ ”, “ $\ell_2 \in L_2$ ”, “ $\ell_3 \in L_3$ ” σύμφωνα με τα στάδια αυτά. Οι κανόνες σχεδιασμού εφαρμόζονται ανάμεσα στα συγκεκριμένα σημεία απόφασης, ενώ δεν χρησιμοποιούνται μονοπάτια επιτοκίου όπως στο μοντέλο ενιαίου σταδίου αλλά δέντρο επιτοκίου με κόμβους στα “ T_1 ”, “ T_2 ”, “ T_3 ” και “ T_4 ”. Το δέντρο περιλαμβάνει $\{S_2 \times S_3 \times S_4\}$ τελικά σημεία. Στο σημείο αυτό, μπορεί κάποιος να ερμηνεύσει ως $S = \{S_2 \times S_3 \times S_4\}$ και ως $\omega = (\omega_2, \omega_3, \omega_4)$. Ω εκ τούτου, ένα συγκεκριμένο μονοπάτι στο δέντρο επισημαίνεται πλέον ως $\omega = (\omega_2, \omega_3, \omega_4)$. Πιο συγκεκριμένα, μεταξύ “ T_1 ” και “ T_2 ” λαμβάνονται $|S_2|$ μονοπάτια $\omega_2 \in S_2$, μεταξύ “ T_2 ” και “ T_3 ” για κάθε κόμβο $\omega_2 \in S_2$ λαμβάνονται $|S_3|$ μονοπάτια $\omega_3 \in S_3$, μεταξύ “ T_3 ” και “ T_4 ” για κάθε κόμβο $(\omega_2, \omega_3) \in \{S_2 \times S_3\}$ λαμβάνοντας $|S_4|$ μονοπάτια $\omega_4 \in S_4$. Η προσομοίωση για κάθε τμήμα του ορίζοντα πραγματοποιείται με τέτοιο τρόπο που η δυναμική της διαδικασίας επιτοκίων και η συνάρτηση των προκαταβολών μεταφέρονται πλήρως από το ένα τμήμα στο επόμενο. Με τον τρόπο αυτό,

¹ Infanger, G. 1999. Managing risk using Multi – Stage Stochastic Optimization. Technical Report SOL 99 – 2. 7 – 10

το (στοχαστικό) γραμμικό πρόγραμμα πολλαπλών σταδίων για βελτιστοποίηση μείγματος χρηματοδότησης διαμορφώνεται ως εξής :

Μοντέλο 2.4.2 Στοχαστική βελτιστοποίηση πολλαπλών σταδίων – Ελαχιστοποίηση κινδύνου

$$\begin{aligned}
 \min \quad & E v^\omega = \bar{v} \\
 \text{s.t.} \quad & \\
 & \sum_{\ell_1 \in L_1} x_{\ell_1} = 1 \\
 & - \sum_{\ell_1 \in L_{11}^{\omega_2}} x_{\ell_1} + \sum_{\ell_2 \in L_2} x_{\ell_2}^{\omega_2} = 0 \\
 & - \sum_{\ell_1 \in L_{12}^{\omega_2 \omega_3}} x_{\ell_1} + \sum_{\ell_2 \in L_{22}^{\omega_2 \omega_3}} x_{\ell_2}^{\omega_2} + \sum_{\ell_3 \in L_3} x_{\ell_3}^{\omega_2 \omega_3} = 0 \\
 & \sum_{\ell_1 \in L_1} R_{\ell_1}^\omega x_{\ell_1} + \sum_{\ell_2 \in L_2} R_{\ell_2}^\omega x_{\ell_2}^{\omega_2} + \sum_{\ell_3 \in L_3} R_{\ell_3}^\omega x_{\ell_3}^{\omega_2 \omega_3} - \omega^\omega = 0 \\
 & v^\omega + \omega^\omega \geq u \\
 & E \omega^\omega \geq \rho \\
 & x_{\ell_1}, x_{\ell_2}^{\omega_2}, x_{\ell_3}^{\omega_2 \omega_3}, v^\omega \geq 0
 \end{aligned}$$

όπου :

$E \omega^\omega = \frac{1}{N} \sum \omega^\omega$: η εκτίμηση της καθαρής παρούσας αξίας και

$E v^\omega = \frac{1}{N} \sum v^\omega$: η εκτίμηση του κινδύνου,

ρ : η προκαθορισμένη τιμή για την αναμενόμενη καθαρή παρούσα αξία του χαρτοφυλακίου, και “ ρ^{max} ” η μέγιστη τιμή της η οποία είναι δυνατόν να τεθεί χωρίς να γίνει ανέφικτο το γραμμικό πρόβλημα. Ξεκινώντας με “ $\rho = \rho^{max}$ ”, και μειώνοντας το ρ διαδοχικά έως ότου “ $\rho = 0$ ”, εντοπίζεται ένα ικανοποιητικό όριο και εκτιμάται η αντίστοιχη τιμή του κινδύνου “ \bar{v} ” για κάθε επίπεδο του ρ μέσω της επίλυσης του παραπάνω προβλήματος,

$\ell_1 \in L_1, \ell_2 \in L_2, \ell_3 \in L_3$: τα σύνολα των διαθέσιμων χρεογράφων στα “ T_1 ”, “ T_2 ” και “ T_3 ” αντίστοιχα,

$L_{11}^{\omega_2}$, $L_{12}^{\omega_2\omega_3}$, $L_{13}^{\omega_2\omega_3\omega_4}$: τα σύνολα των χρεογράφων που εκδίδονται στο “ T_1 ” και τα οποία λήγουν ή απαιτούνται κατά τη διάρκεια του 1^{ου}, 2^{ου} και 3^{ου} τμήματος του ορίζοντα αντίστοιχα. Σημειώνεται ότι “ $L_1 = L_{11}^{\omega_2} \cup L_{12}^{\omega_2\omega_3} \cup L_{13}^{\omega_2\omega_3\omega_4}$ ” για κάθε σενάριο $(\omega_2, \omega_3, \omega_4) \in \{S_2 \times S_3 \times S_4\}$, ενώ με τους όρους “ $r_{\ell_1}^{\omega_2}(11)$ ”, “ $r_{\ell_2}^{\omega_2\omega_3}(12)$ ” και “ $r_{\ell_3}^{\omega_2\omega_3\omega_4}(13)$ ” εκφράζονται οι αντίστοιχες καθαρές παρούσες αξίες των εργαλείων αυτών και συνολικά “ $R_{\ell_1}^{\omega} = r_{\ell_1}^{\omega_2}(11) + r_{\ell_2}^{\omega_2\omega_3}(12) + r_{\ell_3}^{\omega_2\omega_3\omega_4}(13)$ ”,

$L_{22}^{\omega_2\omega_3}$, $L_{23}^{\omega_2\omega_3\omega_4}$: τα σύνολα των χρεογράφων που εκδίδονται στο “ T_2 ” και τα οποία λήγουν ή απαιτούνται κατά τη διάρκεια του 2^{ου} και 3^{ου} τμήματος του ορίζοντα αντίστοιχα. Σημειώνεται ότι “ $L_2 = L_{12}^{\omega_2\omega_3} \cup L_{13}^{\omega_2\omega_3\omega_4}$ ” για κάθε σενάριο $(\omega_2, \omega_3, \omega_4) \in \{S_2 \times S_3 \times S_4\}$, ενώ “ $R_{\ell_2}^{\omega} = r_{\ell_2}^{\omega_2\omega_3}(22) + r_{\ell_3}^{\omega_2\omega_3\omega_4}(23)$ ” η συνολική καθαρή παρούσα αξία των εργαλείων αυτών,

$L_3 = L_{33} = L_{33}^{\omega_2\omega_3\omega_4}$: το σύνολο των χρεογράφων που εκδίδονται στο “ T_3 ” και τα οποία λήγουν ή απαιτούνται κατά τη διάρκεια του 3^{ου} τμήματος του ορίζοντα και “ $R_{\ell_3}^{\omega} = r_{\ell_3}^{\omega_2\omega_3\omega_4}(33)$ ”.

Η ποσότητα του “ ρ^{max} ”, η μέγιστη δηλαδή αναμενόμενη καθαρή παρούσα αξία χωρίς κίνδυνο μπορεί να προκύψει επιλύοντας το ακόλουθο γραμμικό πρόγραμμα :

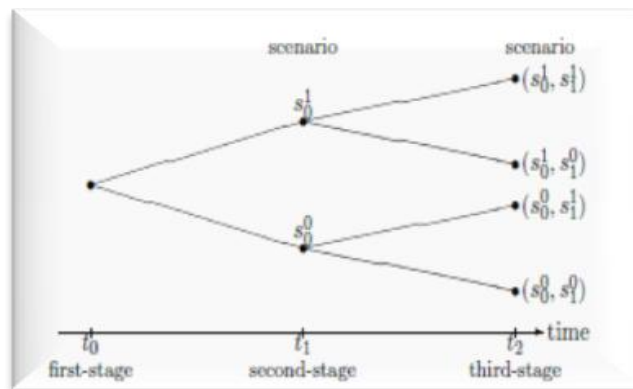
Μοντέλο 2.4.3 Στοχαστική βελτιστοποίηση πολλαπλών σταδίων – Μεγιστοποίηση Καθαρής Παρούσας Αξίας

$$\begin{aligned}
 & \max E \omega^\omega = \rho^{max} \\
 & \text{s. t.} \\
 & \sum_{\ell_1 \in L_1} x_{\ell_1} = 1 \\
 & - \sum_{\ell_1 \in L_{11}^{\omega_2}} x_{\ell_1} + \sum_{\ell_2 \in L_2} x_{\ell_2}^{\omega_2} = 0 \\
 & - \sum_{\ell_1 \in L_{12}^{\omega_2\omega_3}} x_{\ell_1} + \sum_{\ell_2 \in L_{22}^{\omega_2\omega_3}} x_{\ell_2}^{\omega_2} + \sum_{\ell_3 \in L_3} x_{\ell_3}^{\omega_2\omega_3} = 0 \\
 & \sum_{\ell_1 \in L_1} R_{\ell_1}^{\omega} x_{\ell_1} + \sum_{\ell_2 \in L_2} R_{\ell_2}^{\omega} x_{\ell_2}^{\omega_2} + \sum_{\ell_3 \in L_3} R_{\ell_3}^{\omega} x_{\ell_3}^{\omega_2\omega_3} - \omega^\omega = 0 \\
 & x_{\ell_1}, x_{\ell_2}^{\omega_2}, x_{\ell_3}^{\omega_2\omega_3}, v^\omega \geq 0
 \end{aligned}$$

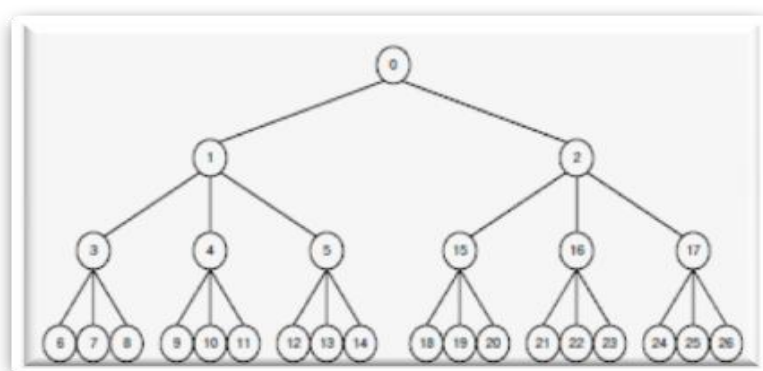
Το παραπάνω μοντέλο δεν εκλαμβάνει τα ομόλογα με ρήτρα επαναγοράς ως αντικείμενα στα στάδια απόφασης της βελτιστοποίησης. Αντίθετα, τα ομόλογα αυτά αντιμετωπίζονται μέσω του κανόνα “calling” ως μέρος της προσομοίωσης. Η βελτιστοποίηση των ομολόγων με ρήτρα επαναγοράς απαιτεί απλά μία μικρή επέκταση στη διατύπωση του μοντέλου.

Στη συνέχεια παρατίθενται απεικονίσεις μοντέλου πολλαπλών σταδίων. Στη γραφική παράσταση (a)¹ παρουσιάζονται τα σενάρια και η ροή των πληροφοριών διαχρονικά σε ένα διωνυμικό δέντρο γεγονότων ενός μοντέλου τριών σταδίων. Στα διαγράμματα (b) και (c)² παρουσιάζονται τα σενάρια ενός πολυπεριοδικού δέντρου καθώς και η δημιουργία τους βήμα προς βήμα, όπου τα έντονα τόξα αναπαριστούν το τρέχον δημιουργηθέν υποδέντρο και οι διακεκομμένες γραμμές αναπαριστούν τα μέρη του δέντρου τα οποία δεν έχουν συμπεριληφθεί ακόμα στη διαδικασία.

2.4.1 Διάγραμμα (a)



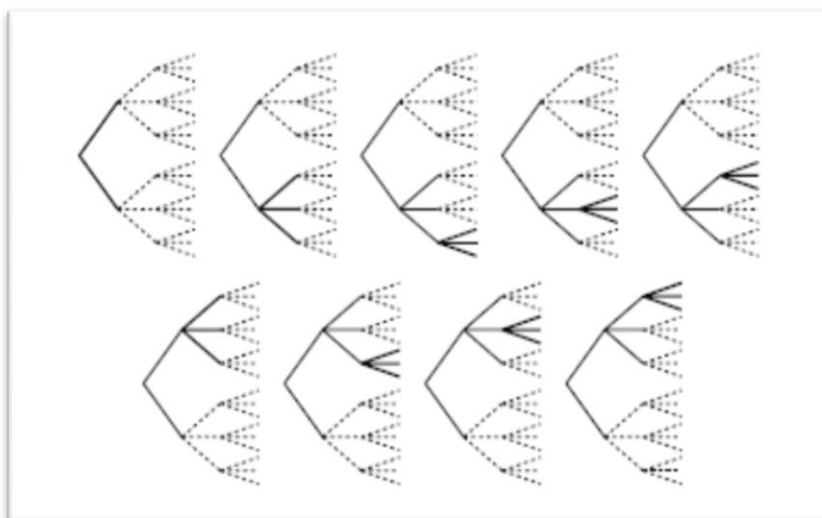
2.4.2 Διάγραμμα (b)



¹ Kouwenberg, R., Zenios S.A. 2001. Stochastic Programming Models for Asset Liability Management. Working paper 01-01

² Kaut, M., Wallace S.W. 2003. Scenario tree generation for stochastic programming : Case from finance. Paper 4 – Multi – period scenario – tree generation using moment matching : Example from option pricing. 105 – 106

2.4.3 Διάγραμμα (c)



✓ Διάρκεια και Κυρτότητα (*Duration and Convexity*)¹

Ιδιαίτερης σημασίας τυγχάνει η αναπαράσταση της μεταβολής της καθαρής παρούσας αξίας μια ομάδας στεγαστικών δανείων ως αποτέλεσμα των μεταβολών στα επιτόκια αφού οι προκαταβολές εξαρτώνται από την καμπύλη απόδοσης των επιτοκίων και την ιστορία της από την έναρξη έως τη ομαδοποίηση των δανείων. Το ίδιο ισχύει και για τα ομόλογα. Το ζήτημα δε, είναι ιδιαίτερα σημαντικό για ομόλογα με ρήτρα επαναγοράς.

Οι προσεγγίσεις πρώτης τάξης (γραμμική ή “delta”) και δεύτερη τάξης (τετραγωνική ή “gamma”), δηλαδή της διάρκειας (*duration*) και της κυρτότητας (*convexity*), διευκολύνουν στην εκτίμηση των μεταβολών που παρουσιάζει η αναμενόμενη καθαρή παρούσα αξία. Αξίζει να σημειωθεί ότι στην περίπτωση των ομολόγων χωρίς ρήτρα επαναγοράς, η διάρκεια και η κυρτότητα μπορούν να υπολογιστούν αναλυτικά, ενώ η διάρκεια και η κυρτότητα μιας ομάδας στεγαστικών δανείων και ομολόγων με ρήτρα επαναγοράς δύναται να εκτιμηθούν μόνο με προσομοίωση. Στην τελευταία δε περίπτωση καλούνται *Αποτελεσματική Διάρκεια* (*Effective Duration*) και “*Αποτελεσματική Κυρτότητα*” (*Effective Convexity*). Οι ποσότητες αυτές αναπαριστούν μία τοπικής πρώτης τάξης (διάρκεια) και δεύτερης τάξης (διάρκεια και κυρτότητα) Προσέγγιση *Taylor* της καθαρής παρούσας αξίας των καταβολών της ομάδας των στεγαστικών δανείων συναρτήσει της απόδοσης. Η προσέγγιση εξετάζει τις επιπτώσεις από μια σταθερή μετατόπιση ολόκληρης της καμπύλης απόδοσης σε κάθε χρονικό σημείο t , “ $t=1, \dots, T$ ”.

¹ Infanger, G. 1999. Managing risk using Multi – Stage Stochastic Optimization. Technical Report SOL 99 – 2. 10 – 14

Με βάση τον τρόπο υπολογισμού, αναμένεται θετική τιμή για τη διάρκεια, που σημαίνει ότι μείωση επιτοκίων συνεπάγεται μεγαλύτερη αναμενόμενη καθαρή παρούσα αξία και αντίστροφα, και αρνητική τιμή για την κυρτότητα, που σημαίνει ότι η συνάρτηση της τιμής σε σχέση με την απόδοση είναι τοπικά κοίλη.

Εφόσον στην περίπτωση των ομολόγων χωρίς ρήτρα επαναγοράς, οι εισροές είναι σταθερές, οι μεταβολές στην αναμενόμενη καθαρή παρούσα αξία λόγω μεταβολών στα επιτόκια επηρεάζονται μόνο από το συντελεστή προεξόφλησης. Ως εκ τούτου, αναμένεται αφενός θετική διάρκεια, και αφετέρου θετική κυρτότητα, που σημαίνει ότι η συνάρτηση αναμενόμενης καθαρής παρούσας αξίας σε σχέση με τα επιτόκια είναι τοπικά κυρτή. Αντίθετα, στα ομόλογα με ρήτρα επαναγοράς η συμπεριφορά της συνάρτησης της καθαρής παρούσας αξίας σε σχέση με τα επιτόκια επηρεάζεται, πέραν του συντελεστή προεξόφλησης, και από τον κανόνα “calling”. Εάν λοιπόν τα επιτόκια μειωθούν, το ομόλογο ενδέχεται να απαιτηθεί και να αποδοθεί το κεφάλαιο. Τα ομόλογα με ρήτρα επαναγοράς παρουσιάζουν παρόμοια συμπεριφορά με αυτή των στεγαστικών δανείων, αναμένεται δηλαδή θετική διάρκεια και αρνητική κυρτότητα.

Στην περίπτωση του μοντέλου ενιαίου σταδίου, προστίθεται το ακόλουθο ζευγάρι περιορισμών στο γραμμικό πρόγραμμα :

$$\sum_{\ell} dur_{\ell} x_{\ell} - dg = dur \quad (1)$$

$$\sum_{\ell} con_{\ell} x_{\ell} - cg = con \quad (2)$$

όπου $-dg^{max} \leq dg \leq dg^{max}$, $-cg^{max} \leq cg \leq cg^{max}$,

και :

dg : το χάσμα διάρκειας, ήτοι η απόλυτη τιμή της διαφοράς στη διάρκεια μεταξύ της ομάδας στεγαστικών δανείων και χρηματοδότησης χαρτοφυλακίου,

cg : το χάσμα κυρτότητας,

dg^{max} και cg^{max} : προκαθορισμένα άνω φράγματα των απόλυτων τιμών του χάσματος διάρκειας και κυρτότητας αντίστοιχα.

Στο μοντέλο πολλαπλών σταδίων, οι περιορισμοί των χασμάτων διάρκειας και κυρτότητας εφαρμόζονται όχι μόνο στο πρώτο αλλά σε κάθε στάδιο απόφασης και για κάθε σενάριο. Κατά συνέπεια, σε ένα τεσσάρων σταδίων εμφανίζονται ένα ζευγάρι περιορισμών στο πρώτο στάδιο, $\omega_2 \in S_2$ ζευγάρια στο δεύτερο και $(\omega_2, \omega_3) \in \{S_2 \times S_3\}$ ζευγάρια στο τρίτο στάδιο. Ανάλογα πραγματοποιούνται και οι υπολογισμοί της διάρκειας και της κυρτότητας σε κάθε σημείο απόφασης, για όλα τα στάδια, όπως παρουσιάζεται παρακάτω :

1^ο στάδιο

$$\sum_{\ell_1 \in L_1} dur_{\ell_1} x_{\ell_1} - dg_1 = dur_1$$

$$\sum_{\ell_1 \in L_1} con_{\ell_1} x_{\ell_1} - cg_1 = con_1$$

Όπου $-dg^{max} \leq dg_1 \leq dg^{max}$, $-cg^{max} \leq cg_1 \leq cg^{max}$

2^ο στάδιο για κάθε $\omega_2 \in S_2$

$$\sum_{\ell_2 \in L_2} dur_{\ell_2}^{\omega_2} x_{\ell_2}^{\omega_2} + \sum_{\ell_1 \in L_{12}^{\omega_2}} dur_{\ell_1(12)}^{\omega_2} x_{\ell_1} - dg_2^{\omega_2} = dur_2^{\omega_2}$$

$$\sum_{\ell_2 \in L_2} con_{\ell_2}^{\omega_2} x_{\ell_2}^{\omega_2} + \sum_{\ell_1 \in L_{12}^{\omega_2}} con_{\ell_1(12)}^{\omega_2} x_{\ell_1} - cg_2^{\omega_2} = con_2^{\omega_2}$$

Όπου $-dg^{max} \leq dg_2^{\omega_2} \leq dg^{max}$, $-cg^{max} \leq cg_2^{\omega_2} \leq cg^{max}$

3^ο στάδιο για κάθε $(\omega_2, \omega_3) \in \{S_2 \times S_3\}$

$$\sum_{\ell_3 \in L_3} dur_{\ell_3}^{\omega_2, \omega_3} x_{\ell_3}^{\omega_2, \omega_3} + \sum_{\ell_2 \in L_{23}^{\omega_2, \omega_3}} dur_{\ell_2(23)}^{\omega_2, \omega_3} x_{\ell_2}^{\omega_2} + \sum_{\ell_1 \in L_{13}^{\omega_2, \omega_3}} dur_{\ell_1(13)}^{\omega_2, \omega_3} x_{\ell_1} - dg_3^{\omega_2, \omega_3} = dur_3^{\omega_2, \omega_3}$$

$$\sum_{\ell_3 \in L_3} con_{\ell_3}^{\omega_2, \omega_3} x_{\ell_3}^{\omega_2, \omega_3} + \sum_{\ell_2 \in L_{23}^{\omega_2, \omega_3}} con_{\ell_2(23)}^{\omega_2, \omega_3} x_{\ell_2}^{\omega_2} + \sum_{\ell_1 \in L_{13}^{\omega_2, \omega_3}} con_{\ell_1(13)}^{\omega_2, \omega_3} x_{\ell_1} - cg_3^{\omega_2, \omega_3} = con_3^{\omega_2, \omega_3}$$

Όπου $-dg^{max} \leq dg_3^{\omega_2, \omega_3} \leq dg^{max}$, $-cg^{max} \leq cg_3^{\omega_2, \omega_3} \leq cg^{max}$

dur και con : η διάρκεια και η κυρτότητα.

Πιο αναλυτικά :

dur_1 , $dur_2^{\omega_2}$, $dur_3^{\omega_2, \omega_3}$ και con_1 , $con_2^{\omega_2}$, $con_3^{\omega_2, \omega_3}$: της ομάδας των στεγαστικών δανείων στο πρώτο, στάδιο και τρίτο στάδιο,

dur_{ℓ_1} , $dur_{\ell_2}^{\omega_2}$, $dur_{\ell_3}^{\omega_2, \omega_3}$ και con_{ℓ_1} , $con_{\ell_2}^{\omega_2}$, $con_{\ell_3}^{\omega_2, \omega_3}$: των εργαλείων χρηματοδότησης “ $\ell_1 \in L_1$ ” εκδοθέντων στο πρώτο στάδιο, “ $\ell_2 \in L_2$ ” εκδοθέντων στο δεύτερο στάδιο και “ $\ell_3 \in L_3$ ” εκδοθέντων στο τρίτο στάδιο,

$dur_{\ell_1(12)}^{\omega_2}$, $con_{\ell_1(12)}^{\omega_2}$ και $dur_{\ell_1(13)}^{\omega_2, \omega_3}$, $con_{\ell_1(13)}^{\omega_2, \omega_3}$: των εργαλείων χρηματοδότησης “ $\ell_1 \in L_{12}^{\omega_2}$ ” και “ $\ell_1 \in L_{13}^{\omega_2, \omega_3}$ ” αντίστοιχα, τα οποία εκδόθηκαν στο πρώτο στάδιο και παραμένουν διαθέσιμα στο δεύτερο και τρίτο στάδιο αντίστοιχα,

$dur_{\ell_2(23)}^{\omega_2, \omega_3}$, $con_{\ell_2(23)}^{\omega_2, \omega_3}$: των χρηματοδοτικών εργαλείων “ $\ell_2 \in L_{23}^{\omega_2, \omega_3}$ ” εκδοθέντα στο δεύτερο στάδιο, τα οποία παραμένουν σε διαθεσιμότητα στο τρίτο στάδιο,

dg_1 , $dg_2^{\omega_2}$, $dg_3^{\omega_2, \omega_3}$ και cg_1 , $cg_2^{\omega_2}$, $cg_3^{\omega_2, \omega_3}$: τα χάσματα διάρκειας και κυρτότητας στα στάδια απόφασης 1,2 και 3, και για κάθε ένα από τα σενάρια $\omega_2 \in S_2$ και $(\omega_2, \omega_3) \in \{S_2 \times S_3\}$.

Τέλος σε κάθε κόμβο απόφασης, οι απόλυτες τιμές των χασμάτων της διάρκειας και της κυρτότητας περιορίζονται από τα “ dg^{max} ” και “ cg^{max} ” αντίστοιχα.

2.5 ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΩΝ

2.5.1 Βελτιστοποίηση Ενιαίου Σταδίου έναντι Πολλαπλών Σταδίων

Βασική προϋπόθεση αποτελεί ο υπολογισμός του αποτελεσματικού ορίου (*efficient frontier*). Μεταξύ των δύο αυτών βελτιστοποιήσεων παρουσιάζονται εντυπωσιακές διαφορές μεταξύ προφίλ κινδύνου – απόδοσης και αναμενόμενης καθαρής παρούσας αξίας των στρατηγικών χρηματοδότησης. Η στοχαστική βελτιστοποίηση πολλαπλών σταδίων αποδίδει σημαντικά μεγαλύτερη αναμενόμενη καθρή παρούσα αξία σε ίδιο ή μικρότερο επίπεδο κινδύνου και

εξαιρετικά διαφορετικές στρατηγικές χρηματοδότησης συγκριτικά με την ενιαίου σταδίου βελτιστοποίηση. Η χρήση στοχαστικής βελτιστοποίησης πολλαπλών σταδίων οδηγεί, κατά μέσο όρο, σε σημαντικά κέρδη σε σχέση με τη χρήση ενιαίου σταδίου στρατηγικών χρηματοδότησης.

2.5.2 Διάρκεια και Κυρτότητα

Χρηματοδοτώντας μία ομάδα στεγαστικών δανείων μέσω ενός χαρτοφυλακίου ομολόγων το οποίο αντιστοιχίζει τις (αρνητικές) τιμές της διάρκειας και της κυρτότητας, η αναμενόμενη καθαρή παρούσα αξία τόσο της ομάδας των δανείων όσο και των ομολόγων παραμένει αμετάβλητη σε μικρές αλλαγές των επιτοκίων. Ωστόσο, η διάρκεια και η κυρτότητα παρέχουν μόνο μια τοπική προσέγγιση, και ως εκ τούτου το χαρτοφυλάκιο πρέπει να ενημερώνεται με την πάροδο του χρόνου και για τις αλλαγές των επιτοκίων. Επιπρόσθετα, η αντιστάθμισή τους είναι μονοδιάστατη αφού εξετάζονται μόνο μεταβολές ίδιου ύψους σε ολόκληρη την καμπύλη απόδοσης και όχι διαφορετικές μετατοπίσεις για διαφορετικές λήξεις. Αντίθετα, το μοντέλο στοχαστικής βελτιστοποίησης πολλαπλών σταδίων λαμβάνει υπ' όψιν πολυδιάστατες μεταβολές επιτοκίων και εξετάζει ολόκληρη την κατανομή των πιθανών εξελίξεων της καμπύλης απόδοσης.

Επιπρόσθετα, οι περιορισμοί που προστίθενται, τόσο στο ενιαίου σταδίου όσο και στο πολλαπλών σταδίων μοντέλο, αποσκοπούν στο να καθίστανται όσο τον δυνατόν πλησιέστερες η διάρκεια και η κυρτότητα της ομάδας των δανείων με τις αντίστοιχες του χαρτοφυλακίου χρηματοδότησης σε κάθε σημείο απόφασης. Η διαδοχική μείωση του χάσματος διάρκειας και κυρτότητας μεταξύ αυτών των δύο κατηγοριών επιτυγχάνεται μεγιστοποιώντας τις αναμενόμενες αποδόσεις. Παρ' αυτά, μία υπερβολική άμβλυνση του χάσματος κυρτότητας ενδέχεται να καταστήσει το πρόβλημα ανέφικτο. Μια σύγκριση του αποτελεσματικού ορίου (*efficient frontier*), το οποίο προκύπτει ελαχιστοποιώντας τον πτωτικό κίνδυνο (χωρίς περιορισμούς περίπτωση) για διάφορα επίπεδα αναμενόμενων αποδόσεων, με το προφίλ κινδύνου – απόδοσης, το οποίο λαμβάνεται από τον περιορισμό των χασμάτων διάρκειας και κυρτότητας, οδηγεί στο συμπέρασμα ότι υφίσταται μια αντιστρόφως ανάλογη σχέση μεταξύ πτωτικού κινδύνου και χασμάτων διάρκειας και κυρτότητα, ενώ ο πρώτος παρουσιάζεται εξαιρετικά μεγαλύτερος από τον ελαχιστοποιημένο πτωτικό κίνδυνο του αποτελεσματικού ορίου. Εξετάζοντας τον κίνδυνο από πλευράς τυπικής απόκλισης, τόσο η ελαχιστοποίηση του

πτωτικού κινδύνου όσο και ο έλεγχος των χασμάτων διάρκειας και κυρτότητας οδηγεί σε μικρότερες τιμές τυπικής απόκλισης.

Αξίζει να σημειωθεί ότι, στις περιπτώσεις χρηματοδοτικών στρατηγικών, η χρηματοδότηση στο δεύτερο στάδιο διαφέρει σημαντικά στα διάφορα σενάρια και στα δύο περιπτώσεις. Το ύψος καθενός από τα σενάρια αυτά εξαρτάται από τη δυναμική της διαδικασίας και τις κατανομές των επιτοκίων. Η στρατηγική ελάχιστου πτωτικού κινδύνου τείνει περισσότερο σε μακροχρόνια δάνεια όταν τα επιτόκια είναι χαμηλά και σε βραχυχρόνια όταν τα επιτόκια είναι υψηλά. Από την άλλη, η στρατηγική περιορισμένης διάρκειας και κυρτότητας αδυνατεί να επωφεληθεί από τα επίπεδα των επιτοκίων και η χρηματοδότηση εξισορροπείται ώστε να αντιστοιχιστούν η διάρκεια και η κυρτότητα της ομάδας των δανείων.

Τα παραπάνω αποτελέσματα είναι πανομοιότυπα για τα διάφορες μορφές της καμπύλης επιτοκίων (Κανονική – “Normal”, Σταθερή – “Flat”, Απότομη – “Steep”).

2.5.3 Προσομοιώσεις εκτός αρχικού δείγματος (Out – of – Sample)

Για να εκτιμηθεί η επίδοση των διάφορων στρατηγικών με ένα αμερόληπτο τρόπο, πρέπει να εκτελεστεί μια πραγματική “Out – of – Sample” εκτίμηση. Οποιαδήποτε λύση σε κάθε κόμβο μέσα στο δέντρο, η οποία λήφθηκε με βελτιστοποίηση, πρέπει να εκτιμηθεί μέσω της χρήσης ανεξάρτητου δειγματοληπτικού συνόλου παρατηρήσεων. Για το μοντέλο ενιαίου σταδίου, η εκτίμηση αυτή είναι μάλλον άμεση. Έχοντας αποκτήσει μία βέλτιστη λύση από ένα τέτοιο μοντέλο (δεδομένα συνόλου 1), επανεκτελούνται προσομοιώσεις με διαφορετική βάση (seed). Εν συνεχεία, χρησιμοποιώντας το νέο ανεξάρτητο δείγμα (δεδομένα συνόλου 2) και ορίζοντα τη βέλτιστη λύση στις τιμές που προκύπτουν από τη βελτιστοποίηση βάσει των δεδομένων συνόλου 1, η βελτιστοποίηση επαναλαμβάνεται. Τέλος, μέσω της χρήσης του δεύτερου συνόλου παρατηρήσεων των δεδομένων συνόλου 2, εκτιμάται ο κίνδυνος και οι αναμενόμενες αποδόσεις.

Στην περίπτωση ενός μοντέλου N – σταδίων, η ανεξάρτητη εκτίμηση των αποτελεσμάτων απαιτεί την ύπαρξη “ N ” ανεξάρτητων συνόλων από N – σταδίων δέντρα παρατηρήσεων. Η διαδικασία της εκτίμησης αυτής, ωστόσο, είναι ιδιαίτερα επίπονη. Αν για παράδειγμα, υφίσταται ένα μοντέλο τριών σταδίων, τότε ο τελικός υπολογισμός του κινδύνου και της απόδοσης, βάσει των δεδομένων συνόλου 4, απαιτεί τον καθορισμό της απόφασης πρώτου

σταδίου, όλων των αποφάσεων δεύτερου σταδίου και όλων των αποφάσεων τρίτου σταδίου στις τιμές που προκύπτουν από τη βελτιστοποίηση βάσει των δεδομένων συνόλου 1,2 και 3 αντίστοιχα. Πρακτικά, η επίλυση ενός πολλαπλών σταδίων μοντέλου (βάσει δεδομένων συνόλου 1) καταλήγει σε μία βέλτιστη πρώτου σταδίου λύση (*αρχικό χαρτοφυλάκιο*), η οποία και εφαρμόζεται. Η στρατηγική αυτή ακολουθείται έως την άφιξη της απόφασης δεύτερου σταδίου. Στο σημείο αυτό, μπορεί να πραγματοποιηθεί βελτιστοποίηση δεδομένου ότι το αρχικό χαρτοφυλάκιο έχει εφαρμοστεί και ότι έχουν παρατηρηθεί συγκεκριμένα επιτόκια και καταβολές (βάσει δεδομένων συνόλου 2). Εν συνεχεία, εφαρμόζεται η βέλτιστη λύση για το δεύτερο στάδιο, ενώ η στρατηγική ακολουθείται έως την άφιξη της απόφασης τρίτου σταδίου. Και εδώ, παρέχεται η δυνατότητα επαναβελτιστοποίησης, δοθείσης των εφαρμογών του αρχικού χαρτοφυλακίου και μιας δεύτερου σταδίου ενημέρωσης, καθώς και της εμφάνισης συγκεκριμένων επιτοκίων και καταβολών (βάσει δεδομένων συνόλου 3). Η ίδια τακτική ακολουθείται έως το τέλος του σχεδιασμένου ορίζοντα. Με τον τρόπο αυτό, επιτυγχάνεται η εκτίμηση ενός πιθανού μονοπατιού χρήσης του μοντέλου. Οι ανωτέρω αποφάσεις δεν εμπεριέχουν πληροφορίες για συγκεκριμένα αποτελέσματα επιτοκίων και καταβολών. Για το λόγο αυτό, ο υπολογισμός τους στηρίζεται σε εκτελέσεις μοντέλου χρησιμοποιώντας δεδομένα τα οποία είναι ανεξάρτητα από την παρατηρηθείσα πραγματοποίηση της εκτίμησης που προκύπτει από την προσομοίωση. Τέλος, η διαδικασία αυτή εκτίμησης αποδίδει *N* – “*Out – of – Sample*” προσομοιώσεις, παρέχοντας τη δυνατότητα παραγωγής στατιστικών στοιχείων για “*Out – of – Sample*” αναμενόμενες αποδόσεις και κίνδυνο.

Οι “*Out – of – Sample*” εκτιμήσεις καταδεικνύουν με σαφήνεια την υπεροχή του μοντέλου πολλαπλών σταδίων σε σχέση με το μοντέλο ενιαίου επιπέδου. Σε κάθε επίπεδο κινδύνου, το πολλαπλών σταδίων μοντέλο παρουσιάζει καλύτερες επιδόσεις, οι οποίες μεταφράζονται με μικρότερο πτωτικό κίνδυνο και μεγαλύτερες αναμενόμενες αποδόσεις. Σε όρους τυπικής αποκλίσης, η στρατηγική περιορισμένης διάρκειας ελαχιστοποιεί τον κίνδυνο σε τυπικές αποκλίσεις, επιβαρύνοντας όμως με ταυτόχρονη μείωση και τις αναμενόμενες αποδόσεις. Ωστόσο, οι τιμές της μείωσης αυτής του κινδύνου είναι μικρότερες απ’ ότι στη χωρίς περιορισμούς περίπτωση. Ωστόσο, πρέπει να σημειωθεί ότι το μοντέλο στοχαστικού προγραμματισμού πολλαπλών σταδίων επικρατεί στις προσεγγίσεις σταθερού μείγματος. Ο βαθμός της κυριαρχίας αυτής είναι πολύ μικρότερος σε “*Out – of – Sample*” απ’ ότι σε “*In – Sample*”.

2.5.4 Αποτελέσματα Μεγάλης Κλίμακας

Είναι αποδεκτό το γεγονός ότι η χρήση δειγμάτων μεγαλύτερων μεγεθών καταλήγει σε καλύτερες αποδόσεις και περισσότερο ακριβείς προβλέψεις. Ως εκ τούτου, απαιτείται ο καθορισμός ενός μεγάλου αριθμού σεναρίων τα οποία όμως θα πρέπει να παρουσιάζουν μικρά σφάλματα εκτίμησης όσον αφορά τις αναμενόμενες αποδόσεις και τον κίνδυνο, αλλά και πολύ σταθερά αποτελέσματα. Για την άμεση λύση των γραμμικών αυτών προγραμμάτων χρησιμοποιούνται εξειδικευμένοι αλγόριθμοι βελτιστοποίησης γραμμικού προγραμματισμού, όπως ο “*CPLEX*” και ο “*DECIS*”, ενώ επιτυγχάνεται ταυτόχρονα και σημαντική μείωση στο χρόνο εκτέλεσης του προγράμματος.

2.6 ΠΡΟΓΕΝΕΣΤΕΡΑ “ALM” ΜΟΝΤΕΛΑ

Τη βάση για τις σύγχρονες προσεγγίσεις ποσοτικής διαχείρισης Ενεργητικού έθεσε ο *Markowitz*¹ μέσω του “*Μοντέλο Μέσου – Διακύμανσης (Mean – Variance)*”, το οποίο αποτελεί χρήσιμο πρότυπο. Η βασική ιδέα έγκειται στον συμβιβασμό μεταξύ επιθυμητής μέσης απόδοσης και ανεπιθύμητης διακύμανσης ως μέτρο κινδύνου. Το μοντέλο αυτό χρησιμοποιείται ευρέως, ενώ αποτελεί ένα συστηματικό τρόπο αντιμετώπισης του υπολειπόμενου κινδύνου. Ωστόσο, εμπεριέχει αυστηρές παραδοχές, καθώς οι αποδόσεις ακολουθούν την κανονική κατανομή και η προτίμηση του επενδυτή χαρακτηρίζεται από κάποια συνάρτηση ωφελιμότητας για το μέσο και τη διακύμανση του χαρτοφυλακίου. Ο *Markowitz*² απέδειξε ότι για ένα μεγάλο εύρος συναρτήσεων ωφελιμότητας και ιστορικών κατανομών, η γνώση του μέσου και της διακύμανσης των κατανομών οδηγεί στην αναμενόμενη *ωφελιμότητα* της κατανομής. Όταν η διακύμανση παραμετροποιείται, αποδίδει μία κοίλη καμπύλη, η οποία αποτελεί ένα “*Markowitz Mean – Variance*” ικανοποιητικό όριο (*efficient frontier*) και ένα βέλτιστο συμβιβασμό μεταξύ μέσου και διακύμανσης. Το μοντέλο αυτό επιβάλλει ποινές τόσο στις θετικές όσο και στις αρνητικές αποκλίσεις. Εναλλακτικές του μοντέλου αυτού αποτελούν οι βελτιστοποιήσεις “*Μέσης τυπικής απόκλισης (Mean absolute*

¹ Markowitz, H. M. 1952. Portfolio selection. *Journal of Finance*, 7(1) 77 – 91.

² Markowitz, H. M. 1987. Mean – Variance Analysis in Portfolio Choice and Capital Markets. *Basil Blackwell*, New York.

deviation optimization)” (Konno & Yamazaki¹) και “Μέσης ημί-διακύμανσης (*Mean – semi – variance optimization*)” (Markowitz et al.²). Τέλος, πέραν του μοντέλου αυτού, η ανάπτυξη σύγχρονων προσεγγίσεων στην κατανομή των περιουσιακών στοιχείων βασίζεται και σε άλλα μοντέλα, καθώς επίσης και στις προεκτάσεις αυτών, όπως το “Μοντέλο Ανοσοποίησης (*Immunization Model*)” και το “Μοντέλο Αφοσίωσης (*Dedication Model*)”, τα οποία χρησιμοποιούνται για σταθερής απόδοσης χαρτοφυλάκια και περιουσιακά στοιχεία αντίστοιχα, το “Μοντέλο Αναμενόμενης Ωφελιμότητας (*Expected Utility Model*)” και τα “Μοντέλα Απόφασης Πολλαπλών Κριτηρίων (*Multicriteria Decision Models*)”.

¹ Konno, H., H. Yamazaki. 1991. Mean – absolute deviation portfolio optimization model and its applications to Tokyo Stock Market. *Management Sci.* **37**(5) 519 – 531.

² Markowitz, H. M., P. Todd, G. Xu, Y. Yamane. 1993. Computation of mean – semivariance efficient sets by the critical line algorithm. *Ann. Oper. Res.* **45** 309 – 318.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3^Ο

3.1 ΕΛΛΗΝΙΚΟΙ ΦΟΡΕΙΣ ΚΟΙΝΩΝΙΚΗΣ ΑΣΦΑΛΙΣΗΣ – ΙΣΤΟΡΙΚΗ ΑΝΑΔΡΟΜΗ¹

Η οικονομική κρίση ανέδειξε έντονα τα προβλήματα που αντιμετωπίζουν τα ασφαλιστικά ταμεία στον Ελλαδικό χώρο όσον αφορά τη βιωσιμότητά τους, κλονίζοντας κατά συνέπεια και την αξιοπιστία του εθνικού συστήματος κοινωνικής ασφάλισης. Οι συζητήσεις περί αδιεξόδου του Ελληνικού συστήματος κοινωνικής ασφάλισης και ανάγκης εύρεσης πόρων για την δημιουργία αποθεματικού με σκοπό την χρηματοδότηση των μελλοντικών ελλειμμάτων, καθιστούν ύψιστης σημασίας τα ζητήματα που σχετίζονται με την περιουσία των φορέων κοινωνικής ασφάλισης.

Μέχρι τα μέσα της δεκαετίας του 1990, η επιβολή ασφυκτικών περιορισμών στο πλαίσιο διαχείρισης των αποθεματικών των Ελληνικών Φορέων Κοινωνικής Ασφάλισης είχε ως αποτέλεσμα την υστέρηση των αποδόσεων των ταμείων σε σχέση με τον πληθωρισμό. Επιπλέον, οι αυξήσεις μισθών και συντάξεων την ίδια χρονική περίοδο οδήγησαν σε σημαντική αύξηση των μελλοντικών υποχρεώσεων του συστήματος κοινωνικής ασφάλισης. Στα μέσα της δεκαετίας του 1990, η μερική φιλελευθεροποίηση του κανονιστικού πλαισίου όσον αφορά στις επενδύσεις των συνταξιοδοτικών ταμείων και ιδιαίτερα η κατάργηση της υποχρεωτικής κατάθεσης με ειδικό επιτόκιο στην Τράπεζα της Ελλάδος, έδωσε στους Ελληνικούς Φορείς Κοινωνικής Ασφάλισης έστω και περιορισμένη πρόσβαση σε επενδυτικά προϊόντα που προσέφεραν διαφορετικούς συνδυασμούς αποδόσεων – κινδύνου. Συνεπώς, οι πενιχρές αποδόσεις των αποθεματικών την περίοδο 1950 – 1994 σε σχέση με την αύξηση των υποχρεώσεων των ταμείων οφείλονται κατά ένα μέρος για τη σημερινή κρίση του ασφαλιστικού συστήματος.

Στα πλαίσια του αναδιανεμητικού συστήματος συντάξεων (*pay-as-you-go system*), οι Ελληνικοί Φορείς Κοινωνικής Ασφάλισης ανήκουν στην κατηγορία των *ταμείων αποθεματικών κοινωνικής ασφάλισης (social security reserve funds)* ως μέρος του δημόσιου συστήματος κοινωνικής ασφάλισης. Τα αποθεματικά που διαχειρίζονται δημιουργούνται όταν το διανεμητικό σύστημα έχει πλεονάσματα. Στην περίπτωση δηλαδή κατά την οποία τα συσσωρευμένα από τις εισφορές έσοδα είναι μεγαλύτερα από το ποσό που διατίθεται για τις πληρωμές συντάξεων. Σκοπός των αποθεματικών είναι η χρηματοδότηση των μελλοντικών

¹ <http://www.edekt.gr/link1.html>

υποχρεώσεων του δημόσιου συστήματος συντάξεων, όταν οι εισφορές δεν θα επαρκούν για την πληρωμή των μελλοντικών συντάξεων. Στην Ελλάδα, οι Φορείς Κοινωνικής Ασφάλισης ανέρχονταν (έως το 2010) σε 21 (έναντι των 133 φορέων και κλάδων που υπήρχαν πριν την εφαρμογή του Ν. 3655/2008) ενώ η περιουσία τους αντιπροσώπευε το 12,3% του ΑΕΠ. Ως ποσοστό του ΑΕΠ, το χαρτοφυλάκιο του Ελληνικού συστήματος κοινωνικής ασφάλισης είναι υψηλότερο σε σύγκριση με εκείνο των περισσότερων χωρών της Ευρωπαϊκής Ένωσης.

3.2 ΦΟΡΕΙΣ ΚΟΙΝΩΝΙΚΗΣ ΑΣΦΑΛΙΣΗΣ & ΑΠΟΘΕΣΕΙΣ ΑΠΟΘΕΜΑΤΙΚΩΝ ΠΕΡΙΟΔΟΥ 1997 – 2009¹

Με βάση το πλαίσιο διαχείρισης, μέχρι και το 1994, τα αποθεματικά των Φορέων Κοινωνικής Ασφάλισης κατατίθεντο υποχρεωτικά στην Τράπεζα της Ελλάδος με ειδικό επιτόκιο που όριζε η Νομισματική Επιτροπή. Το 1975, επιτράπη η επένδυση μέρους των αποθεματικών σε έντοκα γραμμάτια του δημοσίου, ενώ το 1979 δόθηκε η δυνατότητα επένδυσης σε μετοχές (μέχρι 10% των αποθεματικών). Πριν το 1973, η υποχρεωτική κατάθεση των αποθεματικών στην Τράπεζα της Ελλάδος με ειδικό επιτόκιο 4% είχε σαν αποτέλεσμα αποδόσεις σαφώς κατώτερες των τρεχόντων επιτοκίων καταθέσεων τα οποία κυμάνθηκαν μεταξύ 4%-8%. Μετά την πετρελαϊκή κρίση και την έκρηξη του πληθωρισμού, το ειδικό επιτόκιο καταθέσεων στην Τράπεζα της Ελλάδος αυξήθηκε. Η αύξηση αυτή ωστόσο ήταν μικρότερη σε σχέση με τα τρέχοντα επιτόκια καταθέσεων αλλά και με τον πληθωρισμό. Σε πραγματικές τιμές, η μείωση της περιουσίας των ταμείων κατά την διάρκεια της έντονα πληθωριστικής περιόδου 1973-1994 (μέσος ετήσιος πληθωρισμός 17%), ήταν σημαντική. Το 1996, τα ταμεία είχαν επενδύσει σε καταθέσεις και έντοκα γραμμάτια του Δημοσίου το 67% της περιουσίας τους, ενώ σε ομόλογα είχε επενδυθεί το 18% της περιουσίας τους. Στο τέλος του 2009, τα αντίστοιχα ποσοστά ήταν 54% και 30%. Η μέση ετήσια επένδυση σε επενδυτικά προϊόντα χαμηλού επενδυτικού κινδύνου, όπως ομόλογα και καταθέσεις, ήταν 76%. Το χαμηλότερο ποσοστό επένδυσης σε τέτοιες επενδύσεις παρατηρείται το 1999, εξαιτίας της μεγάλης ανόδου του Χρηματιστηρίου Αθηνών και της σημαντικής μεγέθυνσης του χαρτοφυλακίου των μετόχων εκείνη τη χρονιά. Το μέσο ετήσιο ποσοστό επένδυσης σε μετοχές και αμοιβαία κεφάλαια ήταν περίπου 20%. Το ποσοστό αυτό διπλασιάστηκε το 1999, σε αντίθεση με σήμερα που σημειώνει το χαμηλότερο

¹ <http://www.edekt.gr/link1.html>

επίπεδο της περιόδου (12%). Το ποσοστό επένδυσης σε ακίνητα κυμάνθηκε μεταξύ 3% και 8%.

Οι επενδύσεις των ασφαλιστικών ταμείων την περίοδο 1997-2009 γίνονταν με βάση το πλέον περιοριστικό κανονιστικό πλαίσιο διαχείρισης επενδύσεων ταμείων στην Ευρωπαϊκή Ένωση. Βασικό χαρακτηριστικό του πλαισίου επενδύσεων την περίοδο αυτή ήταν το σχετικά χαμηλό ποσοστό σε επενδυτικά προϊόντα υψηλού επενδυτικού κινδύνου και η απαγόρευση επενδύσεων σε τίτλους διαπραγματευόμενους εκτός της Ελληνικής επικράτειας (η δυνατότητα επενδύσεων σε τίτλους των χωρών μελών της ευρωζώνης δίνεται για πρώτη φορά το 2007). Έτσι για την περίοδο 1997-2009, η μέση ετήσια απόδοση του συνολικού χαρτοφυλακίου των φορέων κοινωνικής ασφάλισης ήταν 6,5%. Την ίδια περίοδο, η μέση απόδοση των καταθέσεων ήταν 5,7% και των κρατικών ομολόγων 6,9%. Εάν τα αποθεματικά είχαν επενδυθεί στο μετοχικό χαρτοφυλάκιο των Φορέων Κοινωνικής Ασφάλισης, η μέση ετήσια απόδοση θα ήταν 12,5%, παρά την σημαντική πτώση των μετοχικών αξιών την τριετία 2000-2002 και το κραχ του 2008. Την ίδια περίοδο, ο μέσος πληθωρισμός ήταν μόλις 3,5% ετησίως. Η μεγάλη θέση του χαρτοφυλακίου των Φορέων σε καταθέσεις, έντοκα γραμμάτια και ομόλογα, παρότι κατά την μεγάλη κρίση του 2008 λειτούργησε προστατευτικά, η ίδια θέση οδήγησε σε σχετικά χαμηλές αποδόσεις (+3,7%) το 2009, ενώ υπέστησαν ζημιές κατά την πρόσφατη απομείωση των ομολόγων.

3.3 ΑΝΑΛΟΓΙΣΤΙΚΕΣ ΜΕΛΕΤΕΣ ΑΣΦΑΛΙΣΤΙΚΩΝ ΣΧΗΜΑΤΩΝ & ΕΥΡΗΜΑΤΑ

Ο 20^{ος} αιώνας αποτέλεσε μια περίοδο ανάπτυξης και εξελίξεων των συστημάτων κοινωνικής ασφάλισης στην Ευρωπαϊκή Ένωση και στην Ελλάδα μέχρι τις αρχές του 21^{ου} αιώνα όπου και συντελείται η απορρύθμισή τους.

Την τελευταία δεκαετία, το ελληνικό σύστημα κοινωνική ασφάλισης αμφισβητείται έντονα, ενώ επικρατεί η άποψη ότι η ανάπτυξη του κράτους πρόνοιας και των συστημάτων κοινωνικής ασφάλισης λειτουργεί ανασταλτικά, αποσταθεροποιώντας τα δημόσια οικονομικά. Επιπλέον, η αύξηση των κοινωνικών δαπανών συμβάλλει στην αύξηση των φορολογικών βαρών, θέτοντας

έτσι σε κίνδυνο την ανταγωνιστικότητα των επιχειρήσεων και υπονομεύοντας κατά συνέπεια το δυναμισμό της ελληνικής και κατ' επέκταση της ευρωπαϊκής οικονομίας.

Μα πρώτη προσπάθεια ανατροπής αυτής της άποψης επιχειρήθηκε τον Απρίλιο του 2001, σε μία περίοδο συνεχόμενων μεταβολών και εξελίξεων στο κοινωνικό – ασφαλιστικό σύστημα της χώρας, μέσω της “*Αναλογιστικής Μελέτης του Συστήματος Κοινωνικής Ασφάλισης*”¹. Η μελέτη αυτή κάλυπτε το σύνολο του Συστήματος Κοινωνικής Ασφάλισης της χώρας, πλην μερικών εξαιρέσεων (*ΔΗΜΟΣΙΟ, ΟΓΑ* και κατά περίπτωση *NAT*).

Τον Απρίλιο του 2005, παρουσιάστηκαν τα πρώτα αλλά βασικά ευρήματα νέας Αναλογιστικής Μελέτης η οποία κάλυπτε μόνο το *I.K.A. – E.T.A.M.* και στηριζόταν στη μέθοδο “*άτομο προς άτομο*” οδηγώντας σε περισσότερο αξιόπιστα συμπεράσματα και πορίσματα. Οι διαφορές ωστόσο μεταξύ των δύο αυτών αναλογιστικών μελετών δικαιολογούνται από τη νέα κοινωνικό – οικονομική πραγματικότητα που είχε διαμορφωθεί.

Η δημοσιονομική κατάσταση της χώρας και η αναγκαιότητα λήψης νέων μέτρων οδήγησε την Εθνική Αναλογιστική Αρχή της Ελλάδος, το Μάιο του 2010, να ζητήσει τη συνδρομή του Τμήματος Κοινωνικής Ασφάλισης του Διεθνούς Γραφείου Εργασίας (*ILO*). Σκοπός της κίνησης αυτής ήταν η ανεξάρτητη εκτίμηση της χρηματοοικονομικής εξέλιξης του Ελληνικού Συνταξιοδοτικού Συστήματος. Εντέλει, το Δεκέμβριο του ίδιου έτους, η Εθνική Αναλογιστική Αρχή διενήργησε μελέτη. Καθότι η παροχή αναλυτικών προβολών για κάθε συνταξιοδοτικό σχήμα ήταν αδύνατη, η μελέτη πραγματοποιήθηκε για τα σημαντικότερα σχήματα : *το Ίδρυμα Κοινωνικών Ασφαλίσεων – Ενιαίο Ταμείο Ασφάλισης Μισθωτών (I.K.A – E.T.A.M.), τον Οργανισμό Γεωργικών Ασφαλίσεων (Ο.Γ.Α.) και τον Οργανισμό Ασφάλισης Ελευθέρων Επαγγελματιών (Ο.Α.Ε.Ε.)*. Τα ταμεία αυτά ασφάλιζαν αθροιστικά, την περίοδο εκείνη, το 80% του συνόλου των ενεργών ασφαλισμένων καθώς και το 78% του συνόλου των συνταξιούχων της Ελλάδος. Για την εκπόνηση της αναλογιστικής μελέτης χρησιμοποιήθηκαν ιστορικά δεδομένα στατιστικών και οικονομικών στοιχείων, καθώς και αναλυτικών πληροφοριών τα οποία παρασχέθηκαν από τα προαναφερθέντα ταμεία. Τέλος, οι εκτιμήσεις πραγματοποιήθηκαν τόσο για το σενάριο του ισχύοντος καθεστώτος (*status quo scenario*) όσο και για το μεταρρυθμιστικό σενάριο (*reform scenario*) το οποίο στηρίχθηκε στο σχέδιο νόμου

¹ Ρομπόλης Σ., Ρωμανιάς Γ., Μαργιός Β.. Απρίλιος 2001. Αναλογιστική Μελέτη του Συστήματος Κοινωνικής Ασφάλισης στην Ελλάδα [Δέσμη Προτάσεων]. *Ινστιτούτο Εργασίας Γ.Σ.Ε.Ε. - Α.Δ.Ε.Δ.Υ.*

του Υπουργείου Εργασίας και Κοινωνικής Ασφάλισης με τίτλο “*Το νέο Σύστημα Κοινωνικής Ασφάλισης και σχετικές διατάξεις*”¹, όπως αυτό διαμορφώθηκε το Μάιο του 2010.

Σύμφωνα με το Τεχνικό Σημείωμα του Διεθνούς Γραφείου Εργασίας – Τμήμα Κοινωνικής Ασφάλισης, προς την Εθνική Αναλογιστική Αρχή (*Γενεύη 2010*)², οι εκτιμήσεις αφορούν το σύστημα υποχρεωτικής ασφάλισης για την κύρια σύνταξη του 1^{ου} πυλώνα της Ελλάδος και όχι υποχρεωτικά για σχήματα επικουρικής ασφάλισης. Οι εκτιμήσεις των τελευταίων απαιτούν ειδική ανάλυση της χρηματοοικονομικής τους κατάστασης υπό την προϋπόθεση παροχής εγγυήσεων φερεγγυότητας ή ελαχίστων παροχών από την Κυβέρνηση.

Από τα σχήματα που μελετήθηκαν, το αναλογιστικό μοντέλο του Ι.Κ.Α. – Ε.Τ.Α.Μ. μελετήθηκε λεπτομερώς. Αξίζει να σημειωθεί ότι το συγκεκριμένο σχήμα, την περίοδο της εκπόνησης της αναλογιστικής μελέτης κάλυπτε το 52% των ενεργών ασφαλισμένων της χώρας. Οι εκτιμήσεις του εκάστοτε σχήματος, τόσο για το σενάριο του ισχύοντος καθεστώτος (*status quo scenario*) όσο και για το μεταρρυθμιστικό σενάριο (*reform scenario*), βασίστηκαν σε προηγούμενες προβολές του Διεθνούς Γραφείου Εργασίας /Εθνικής Αναλογιστικής Αρχής (*I.L.O./E.A.A.*)³, οι οποίες και επικαιροποιήθηκαν με τη χρήση των νέων οικονομικών και δημογραφικών προβολών.

Στις μακροοικονομικές παραδοχές τέθηκε ένα σταθερό ποσοστό ανεργίας σε μακροχρόνια βάση ύψους 8,3% το οποίο δεν εξαρτάται από την αυξανόμενη δημογραφική πίεση. Το γεγονός αυτό σε συνδυασμό με την παραδοχή της παραγωγικότητας έχει ως αποτέλεσμα πτωτικά ποσοστά μεταβολής του Ακαθάριστου Εγχώριου Προϊόντος από το 2030 έως το 2050. Οι προβολές του συνόλου του εργατικού δυναμικού και του συνόλου των απασχολούμενων, ήταν αποτέλεσμα του συνδυασμού των μακροοικονομικών παραδοχών και των παραδοχών που τέθηκαν για τις δημογραφικές προβολές του συνόλου του πληθυσμού και του δείκτη απασχολησιμότητας. Αναλυτικότερα, το συνολικό πλήθος των ενεργών εισφερόντων ασφαλισμένων στον Ο.Γ.Α. θεωρήθηκε ότι θα μειώνεται κατά 1% ανά έτος μετά το 2008, ενώ το Ι.Κ.Α. – Ε.Τ.Α.Μ. και ο Ο.Α.Ε.Ε. θα απορροφά το υπολειπόμενο εργατικό δυναμικό (δηλαδή τα μέρη εκείνα του εργατικού δυναμικού τα οποία δεν ασφαλιζονται στα λοιπά προαναφερθέντα σχήματα), αναλογικά με τους ενεργούς ασφαλισμένους τους. Επιπρόσθετα, οι αναλογίες των ενεργών ασφαλισμένων στον Ο.Α.Ε.Ε. ανά ηλικία και φύλο θα παρέμεναν

¹ <http://www.ypakp.gr/uploads/docs/3780.pdf>

² <http://www.hellenicparliament.gr/UserFiles/c8827c35-4399-4fbb-8ea6-aebdc768f4f7/2asfalistikio.pdf>

³ [ILO (2008). *Greece : Report to the National Actuarial Authority – Actuarial Projections as of December 2005 of the National Pension Schemes IKA for private sector workers and OGA for agriculture workers; ILO (2008) : Actuarial projections of the National Pensions Schemes of the OAEΕ; ILO (2008) : Actuarial projections of the National Pensions Schemes of the OAEΕ*].

σταθερές. Τέλος, από 1/1/2013 οι νέοι ασφαλισμένοι θα εντάσσονται στο Ι.Κ.Α, ενώ όλοι οι ανασφάλιστοι υπερήλικες θα απορροφούνται από τον Ο.Γ.Α., εφόσον δε θα λαμβάνουν σύνταξη από οποιοδήποτε άλλο των προαναφερθέντων σχήμα. Στον υπολογισμό τη σύνταξης (εξαιρουμένου του Ο.Γ.Α.) ελήφθη υπ' όψιν η καταβολή της 12 φορές το χρόνο από τον Ιούνιο του 2010.

Οι ακόλουθοι πίνακες περιγράφουν χαρακτηριστικά τόσο τη δομή και την οικονομική κατάσταση των συνταξιοδοτικών σχημάτων όπως είχαν διαμορφωθεί το 2008, όσο και τις βασικές χρηματοοικονομικές προϋποθέσεις. Επιπλέον, παρέχεται πίνακας ο οποίος παρουσιάζει συνοπτικά τις βασικές παραδοχές που χρησιμοποιήθηκαν για την εκπόνηση της αναλογιστικής μελέτης και την εξαγωγή εκτιμήσεων. Ο Πίνακας 3.3.1 παρέχει πληροφορίες για το σύνολο των ενεργών εισφερόντων και το σύνολο των συνταξιούχων, για τις δαπάνες, τις εισφορές, τις αναφερόμενες καθώς και τις λοιπές πηγές επιχορηγήσεων (σε εκατ. ευρώ), για το πρωτογενές έλλειμμα/πλεόνασμα (σε εκατ. ευρώ και ως % του Α.Ε.Π.). Οι πληροφορίες δεν αφορούν μόνο τα τέσσερα μεγαλύτερα σχήματα (Ι.Κ.Α.- Ε.Τ.Α.Μ., Ο.Γ.Α., Ο.Α.Ε.Ε. και Δημόσιος Τομέας) αλλά και μικρότερα σχήματα όπως των Τραπεζών (Ε.Τ.Ε., Α.Τ.Ε., Ε.Τ.Β.Α., Τ.Α.Π.Ι.Α.Τ.), των τηλεπικοινωνιών (Τ.Α.Π.Ο.Τ.Ε.), της Δ.Ε.Η. (Ηλεκτρισμός), της Τράπεζας της Ελλάδος, των Ε.Τ.Α.Α., Ε.Τ.Α.Π. – Μ.Μ.Ε. (δημοσιογράφων), Ν.Α.Τ. και λοιπών (Τ.Σ.Π. – Η.Σ.Α.Π., Τ.Σ.Ε.Α.Π.Γ.Σ.Ο., κλπ.). Στο σημείο πρέπει να σημειωθεί ότι για το Δημόσιο Τομέα, τα δεδομένα αποτελούν προβλέψεις οι οποίες προέρχονται από μελέτη του 2008 (έτος βάσης 2005 – 2007), ενώ για το ταμείο των δημοσιογράφων (Ε.Τ.Α.Π. – Μ.Μ.Ε.), τα δεδομένα προέρχονται από την έκθεση του Κρατικού Προϋπολογισμού του 2008. Τα δεδομένα για το σχήμα του “Όργανισμου Τηλεπικοινωνιών Ελλάδος” (Τ.Α.Π.Ο.Τ.Ε.) αφορούν μόνο το πρώτο μισό του έτους εξαιτίας της συγχώνευσης του ταμείου με το Ι.Κ.Α. – Ε.Τ.Α.Μ.. Στον Πίνακα 3.3.2, παρουσιάζεται η εξέλιξη διαφόρων μακροοικονομικών δεικτών για την υπό μελέτη περίοδο (2008 – 2060), όπως των ποσοστών απασχόλησης, ανεργίας και συμμετοχής, καθώς και του ρυθμού αύξησης τους (για την ηλικιακή ομάδα 15 – 64), του Ακαθάριστου Εγχώριου Προϊόντος σε τιμές του 2007 (σε δισεκατ. ευρώ), τους ρυθμούς αύξησης του Πραγματικού Α.Ε.Π., του εργατικού δυναμικού και της παραγωγικότητας, κλπ., τόσο για το βασικό σενάριο (*baseline scenario*) όσο και για το σενάριο με τη συνταξιοδοτική μεταρρύθμιση (*scenario with pensions reform*). Στον Πίνακα 3.3.3 δίνεται μια εικόνα της υπολογιστικής οδού που ακολουθήθηκε βάση των παραδοχών που ελήφθησαν για τα τρία μεγαλύτερα ασφαλιστικά σχήματα (Ι.Κ.Α. – Ε.Τ.Α.Μ. Ο.Α.Ε.Ε. και Ο.Γ.Α.).

Πίνακας 3.3.1

“Δομή και Οικονομική Κατάσταση Συνταξιοδοτικών Σχημάτων έτους 2008”

Pension Funds	ACTIVE	PENSIONERS	CONTRIBUTIONS (mill. Euro)	EXPENDITURES (mill. Euro)	Reported SUBSIDY (mill. Euro)	Other resources (mill. Euro)	Primary deficit/sur plus (+), Mill. Euro	State subsidy due, Mill. Euro	State subsidy due, in% of GDP	State Subsidy due in % of Total
	contributors									
	Total	Total	in millions							
Public Sector ^a	548,555	335,529	911	5,525	0	0	-4,614	-4614	-1.93	36
KA****	2,558,954	1,003,900	6,313	8,238	2,407	0	-1,925	-1925	-0.80	14
OAEF	749,881	278,979	1,925	2,329	629	0	-404	-404	-0.17	3
OGA	710,463	774,901	305	4,834	4,697	0	-4,529	-4529	-1.89	34
Subtotal: the big four	4,567,853	2,383,309						-11,472	-4.80	66
BANKS (ETE/ATE/ETB/ATPLT)	21,001	25,557	226	392	0	53	-113	-113	-0.05	1
TAPOTE (Telecommunication) ***	29,962	50,170	341	1,072	347	0	-731	-731	-0.31	5
DEH (Electricity)	24,532	32,446	333	778	19	497	52	0	0.00	0
BANK OF GREECE	2,460	4,704	52	85		8	-25	-25	-0.01	0
ETAA	254,516	28,975	1,076	900	211	156	332	0	0.00	0
ETAP-IME (Journalists)**	22,000	5,200	90	106	3	94	78	0	0.00	0
NAT	21,500	69,784	100	1,020	912	28	-892	-892	-0.37	7
OTHERS/TSP-HSAPITSEAPSG	23,975	15,286	94	221	1		-127	-127	-0.05	1
Subtotal. Smaller schemes	399,946	232,122	2,312	4,574	1,493	636	-1,426	-1,888	-0.79	14
TOTAL	4,967,799	2,625,431	11,766	25,500	9,226	636	-12,898	-13,360	-5.59	100

Πίνακας 3.3.2

“Βασικές Μακροοικονομικές Προϋποθέσεις”

Baseline scenario	Year:												
	2008	2009	2010	2015	2020	2025	2030	2035	2040	2045	2050	2055	2060
MAIN VARIABLES													
Real GDP (growth rate)	2.0	-2.0	-4.0	2.2	2.8	2.1	1.5	1.4	1.1	1.0	1.2	1.3	1.4
Labour input (growth rate)	0.3	-1.0	-2.6	0.5	0.2	0.0	-0.1	-0.6	-0.7	-0.6	-0.5	-0.4	-0.3
Employment growth (15-71)	0.1	-1.2	-2.6	0.5	0.2	0.0	-0.1	-0.6	-0.7	-0.6	-0.5	-0.4	-0.3
Changes in Hours worked per employee (growth rate)	0.2	0.1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
Labour productivity (growth rate, per hour)	1.7	-0.9	-1.4	1.7	2.6	2.1	1.6	1.9	1.8	1.6	1.7	1.7	1.7
TFP (growth rate)	1.0	-1.7	-2.7	1.8	2.1	1.3	1.0	1.3	1.2	1.1	1.1	1.1	1.1
Capital deepening (contribution to labour productivity growth)	0.7	0.8	1.3	-0.1	0.5	0.8	0.6	0.7	0.6	0.6	0.6	0.6	0.6
GDP in 2007 prices (in billions euro)	231.0	226.5	217.3	227.7	258.4	289.9	316.0	338.9	359.9	378.5	399.4	425.4	455.9
Employment growth (15-64)	1.8	-1.2	-1.8	0.5	0.2	0.0	-0.1	-0.6	-0.7	-0.7	-0.4	-0.3	-0.3
Population growth (working age:15-64)	0.3	0.3	0.1	0.0	-0.2	-0.2	-0.4	-0.6	-0.8	-0.7	-0.5	-0.2	-0.2
Participation rate (15-64)	67.5	67.8	68.2	69.3	69.4	68.8	68.3	68.3	68.4	68.7	69.1	69.0	68.8
Employment rate (15-64)	62.3	61.4	60.2	59.7	61.1	61.8	62.6	62.6	62.7	63.0	63.4	63.3	63.1
Unemployment rate (15-64)	7.7	9.5	11.6	13.8	12.0	10.1	8.3	8.3	8.3	8.3	8.3	8.3	8.3
scenario with pensions reform	Year:												
MAIN VARIABLES													
Real GDP (growth rate)	2.0	-2.0	-4.0	2.5	3.1	2.3	1.6	1.5	1.1	0.9	1.1	1.3	1.5
Labour input (growth rate)	0.3	-1.0	-2.6	0.9	0.5	0.2	0.0	-0.4	-0.7	-0.7	-0.5	-0.4	-0.2
Employment growth (15-71)	0.1	-1.2	-2.6	0.9	0.5	0.2	0.1	-0.4	-0.7	-0.7	-0.5	-0.4	-0.2
Changes in Hours worked per employee (growth rate)	0.2	0.1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
Labour productivity (growth rate, per hour)	1.7	-0.9	-1.4	1.7	2.6	2.1	1.6	1.9	1.8	1.6	1.7	1.7	1.7
TFP (growth rate)	1.0	-1.7	-2.7	1.8	2.1	1.3	1.0	1.3	1.2	1.1	1.1	1.1	1.1
Capital deepening (contribution to labour productivity growth)	0.7	0.8	1.3	-0.1	0.5	0.8	0.6	0.7	0.6	0.6	0.6	0.6	0.6
GDP in 2007 prices (in billions euro)	231.0	226.5	217.3	229.2	264.1	299.4	328.2	354.9	377.9	396.1	416.6	443.4	475.4
Employment growth (15-64)	1.8	-1.2	-1.8	0.9	0.5	0.1	0.1	-0.4	-0.7	-0.7	-0.5	-0.3	-0.2
Population growth (working age:15-64)	0.3	0.3	0.1	0.0	-0.2	-0.2	-0.4	-0.6	-0.8	-0.7	-0.5	-0.2	-0.2
Participation rate (15-64)	67.5	67.8	68.2	70.1	71.5	71.5	71.3	72.1	72.4	72.4	72.6	72.4	72.2
Employment rate (15-64)	62.3	61.4	60.2	60.4	62.9	64.2	65.4	66.1	66.3	66.3	66.5	66.4	66.2
Unemployment rate (15-64)	7.7	9.5	11.6	13.8	12.0	10.1	8.3	8.3	8.3	8.3	8.3	8.3	8.3

Πίνακας 3.3.3

“Παραδοχές που χρησιμοποιήθηκαν για τις προβολές (Ι.Κ.Α., Ο.Α.Ε.Ε., Ο.Γ.Α.)”

ΙΚΑ-Προϋποθέσεις που χρησιμοποιήθηκαν για τις προβολές		Status quo scenario	Reform scenario
Θνησιμότητα/Πληθυσμός		ECOFIN/AWG - Baseline scenario	ECOFIN/AWG - Reform New 2 scenario
Αναπροσαρμογή Μισθών	2009	Παραγωγικότητα+Πληθωρισμός	Παραγωγικότητα+Πληθωρισμός
	2010, 2011, 2012, 2013	Παραγωγικότητα+Πληθωρισμός	0,00%
	2014 +	Παραγωγικότητα+Πληθωρισμός	Παραγωγικότητα+Πληθωρισμός
Αναπροσαρμογή Παροχών	2009	Πληθωρισμός + 0.5%	Πληθωρισμός
	2010, 2011, 2012, 2013	Πληθωρισμός + 0.5%	0,00%
	2014 +	Πληθωρισμός + 0.5%	Πληθωρισμός
Εισφορές %	2008, 2009, 2010	20.0% & 23.6%	20.0% & 23.6%
	2011	20.0% & 23.6%	21.0% & 24.6%
	2012	20.0% & 23.6%	22.0% & 25.6%
	2013	20.0% & 23.6%	23.0% & 26.6%
	2014 +	20.0% & 23.6%	23.0% & 26.6%
Αναπροσαρμογή μισθών για τον υπολογισμό του συντάξιμου μισθού		Αύξηση Παροχών	Αύξηση Μισθών
Πλήθος ετών για τον υπολογισμό του συντάξιμου μισθού		5	ως το 2014 / 5 2015 / 6 2016 / 7 σύνολο ετών καριέρας
Μέσος όρος αναγνώρισης όλα τα έτη			1,5
Αναπροσαρμογή Ασφαλιστικών Κατηγοριών		Αναπροσαρμογή Παροχών	-
Μεταβολή ΑΕΠ		ECOFIN - Baseline scenario	ECOFIN - Reform New 2 scenario

ΟΑΕΕ-Προϋποθέσεις που χρησιμοποιήθηκαν για τις προβολές		Status quo scenario	Reform scenario
Θνησιμότητα/Πληθυσμός		ECOFIN/AWG - Baseline scenario	ECOFIN/AWG - Reform New 2 scenario
Αναπροσαρμογή Ασφαλιστικών Κατηγοριών	2009	Παραγωγικότητα+Πληθωρισμός	Παραγωγικότητα+Πληθωρισμός
	2010-2013	Παραγωγικότητα+Πληθωρισμός	0,00%
	2014 +	Παραγωγικότητα+Πληθωρισμός	Παραγωγικότητα+Πληθωρισμός
Αναπροσαρμογή Παροχών	2009	Πληθωρισμός + 0.5%	Πληθωρισμός
	2010-2013	Πληθωρισμός + 0.5%	0,00%
	2014 +	Πληθωρισμός + 0.5%	Πληθωρισμός
Εισφορές		20%	20%
Μέσος όρος αναγνώρισης όλα τα έτη			1,5
Αναπροσαρμογή Ασφαλιστικών Κατηγοριών για τον υπολογισμό του συντάξιμου μισθού		Αναπροσαρμογή Παροχών	Αναπροσαρμογή Ασφαλιστικών Κατηγοριών
Μεταβολή ΑΕΠ		ECOFIN - Baseline scenario	ECOFIN - Reform New 2 scenario

ΟΓΑ-Προϋποθέσεις που χρησιμοποιήθηκαν για τις προβολές		Status quo scenario	Reform scenario
Θνησιμότητα/Πληθυσμός		ECOFIN/AWG - Baseline scenario	ECOFIN/AWG - Reform New 2 scenario
Αναπροσαρμογή Ασφαλιστικών Κατηγοριών	2009	Πληθωρισμός + 0.5%	Πληθωρισμός
	2010-2013	Πληθωρισμός + 0.5%	0,00%
	2014 +	Πληθωρισμός + 0.5%	Πληθωρισμός
Αναπροσαρμογή Παροχών	2009	Πληθωρισμός + 0.5%	Πληθωρισμός
	2010-2013	Πληθωρισμός + 0.5%	0,00%
	2014 +	Πληθωρισμός + 0.5%	Πληθωρισμός
Εισφορές		7%	7%
Αναπροσαρμογή Ασφαλιστικών Κατηγοριών για τον υπολογισμό του συντάξιμου μισθού		Αναπροσαρμογή Παροχών	Αναπροσαρμογή Ασφαλιστικών Κατηγοριών
Μεταβολή ΑΕΠ		ECOFIN - Baseline scenario	ECOFIN - Reform New 2 scenario

3.4 ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΑΝΑΛΟΓΙΣΤΙΚΗΣ ΜΕΛΕΤΗΣ 2010

Για το ασφαλιστικό σχήμα του *I.K.A – E.T.A.M.* και αναφορικά με το δημογραφικό πρόβλημα, οι προβλέψεις για το λόγο συνταξιούχων προς εισφέροντες υποδεικνύουν αύξηση από 0,39 το 2008 σε 1,01 το 2060 με βάση το ισχύον καθεστώς. Ωστόσο, με βάση το μεταρρυθμιστικό σενάριο, η αύξηση αυτή του λόγου παρουσιάζεται μικρότερη, καθώς καταλήγει σε 0,77 το 2060, ήτοι μειωμένος κατά 23% σε σχέση με το σενάριο του ισχύοντος καθεστώτος “*status quo*”. Εν συνεχεία, οι εκτιμήσεις, βασιζόμενες στο ισχύον καθεστώς ασφάλισης (έως τον Ιούλιο του 2010), παρουσιάζουν υπερδιπλασιασμό των παροχών από 3,48% του Ακαθάριστου Εγχώριου Προϊόντος το 2008 σε 7,16% το 2060, ενώ με τη μεταρρύθμιση “*reform scenario*”, η αύξηση των παροχών είναι της τάξης του 1,24% του Α.Ε.Π., δηλαδή από 3,48% του Α.Ε.Π. εκτιμήθηκε ότι θα φθάσουν στο 4,72% του Α.Ε.Π., φανερά μικρότερη σε σχέση με τις εκτιμήσεις του “*status quo*” σεναρίου. Επιπλέον, ο λόγος των παροχών προς το Α.Ε.Π. για το έτος 2009 εκτιμάται ότι θα αυξηθεί κατά 1,11% του Α.Ε.Π. σε σχέση με αυτόν του έτους 2060 με βάση το “*reform scenario*”. Τέλος, τα αποτελέσματα για το έλλειμμα, με βάση το ισχύον καθεστώς, υποδεικνύουν αύξηση της τάξης του 0,86% του Α.Ε.Π. μέχρι το 2025, ήτοι από 0,76% του Α.Ε.Π. το 2008 φθάνει στο 1,62% το 2025, καταλήγοντας ωστόσο το 2060 το έλλειμμα να ανέρχεται στο 4,50% του Α.Ε.Π.. Αντίθετα, με τη μεταρρύθμιση και τη μείωση των χρηματοοικονομικών πιέσεων, το έλλειμμα του 2060 παρουσιάζει μείωση κατά 2,85% του Α.Ε.Π. σε σχέση με το “*status quo scenario*”, καθώς από 0,76% του Α.Ε.Π. το 2008, το έλλειμμα εκτιμάται σε -0,4% το 2025, όπου και φαίνεται να μηδενίζεται, καταλήγοντας σε 1,65% το 2060.

Για τον “*Οργανισμό Ασφάλισης Ελεύθερων Επαγγελματιών (Ο.Α.Ε.Ε.)*”, ο λόγος συνταξιούχων προς εισφέροντες εκτιμάται αυξανόμενος από 0,37 το 2008 σε 0,86 το 2060 για το ισχύον καθεστώς και σε 0,79 για το μεταρρυθμιστικό σενάριο. Παρατηρείται μείωση του λόγου της τάξης του 7% μεταξύ των δύο σεναρίων. Αναφορικά με τις παροχές, η αύξησή τους εμφανίζεται αρκετά μικρότερη με την εφαρμογή της μεταρρύθμισης, καθώς από 1,00% του Α.Ε.Π. το 2008 εκτιμώνται σε 1,95% του Α.Ε.Π. το 2060, δηλαδή αύξηση ύψους 0,95% σε σχέση με την αντίστοιχη του ισχύοντος καθεστώτος η οποία ανέρχεται σε 1,68% του Α.Ε.Π.. Επιπλέον, ο λόγος παροχών προς Α.Ε.Π. για το 2009 εκτιμάται ότι θα αυξηθεί κατά 0,88% του Ακαθάριστου Εγχώριου Προϊόντος σε σχέση με αυτόν του 2060 για το “*reform scenario*”. Τέλος, αποτέλεσμα της μεταρρύθμισης, πέραν της μείωσης των μακροοικονομικών πιέσεων, είναι η μείωση του ελλείμματος του 2060 κατά 0,7% του Α.Ε.Π.. Αναλυτικότερα, το έλλειμμα με βάση το ισχύον καθεστώς ασφάλισης (έως τον Ιούλιο του 2010) εκτιμήθηκε από 0,20% το

2008, σε 0,80% το 2025 (αύξηση ύψους 0,60%) και 1,84% του Α.Ε.Π. το 2060. Τα αντίστοιχα αποτελέσματα για το “*reform scenario*” υποδεικνύουν μικρότερες αυξήσεις, καθώς το 2025 εκτιμάται έλλειμμα 0,54% (αύξηση ύψους 0,34%) καταλήγοντας σε 1,14% του Α.Ε.Π. το 2060.

Τέλος, για τον “*Οργανισμό Γεωργικών Ασφαλίσεων*” πρέπει να σημειωθεί σε πρώτη φάση ότι δεν περιλαμβάνεται στη μεταρρύθμιση του 2010 (Ν. 3863/2010). Ως εκ τούτου, οι διαφορές που παρουσιάζονται μεταξύ των δύο σεναρίων οφείλονται αποκλειστικά στις δημογραφικές και μακροοικονομικές παραδοχές, καθώς και στις αλλαγές στις συντάξεις αναπηρίας. Το πλήθος των συντάξεων, τόσο στο ισχύον καθεστώς ασφάλισης (προ 2010 περίοδος) όσο και στο μεταρρυθμιστικό σενάριο (μετά το 2010) παρουσιάζεται να ακολουθεί πτωτική πορεία. Ωστόσο, η μεταρρύθμιση εκτιμάται ότι οδηγεί σε μεγαλύτερη μείωση του πλήθους των συντάξεων (4,5% μεγαλύτερη από το “*status quo*” σενάριο). Φυσικό επακόλουθο αποτελεί και η μείωση των παροχών. Κατά συνέπεια, εκτιμήθηκε ότι, με βάση το ισχύον καθεστώς, οι παροχές θα μειώνονταν κατά 1,43% του Α.Ε.Π., από 1,91% το 2008 σε 0,48% του Α.Ε.Π. το 2060. Ανάλογη μείωση παρουσιάζεται και στο μεταρρυθμιστικό σενάριο, καθώς οι παροχές φθάνουν το 2060 το 0,34% του Α.Ε.Π., μείωση δηλαδή κατά 1,57% του Α.Ε.Π.. Επιπρόσθετα, ο λόγος των παροχών προς το Ακαθάριστο Εγχώριο Προϊόν για το 2009 αναμένεται να μειωθεί κατά 1,59% του Α.Ε.Π. σε σχέση με αυτόν του 2060 (*reform scenario*). Τέλος, με βάση το “*status quo scenario*”, το έλλειμμα εκτιμάται να φθάσει από 1,79% το 2008 σε 0,44% του Α.Ε.Π. το 2060, ενώ στο “*reform scenario*” αναμένεται να καταλήξει στο 0,78% του Α.Ε.Π.. Ουσιαστικά, μεταξύ των δύο σεναρίων παρουσιάζεται μείωση του ελλείμματος κατά 0,13% του Α.Ε.Π. το 2060 ως αποτέλεσμα της μεταρρύθμισης του 2010.

Τα κυριότερα αποτελέσματα των εκτιμήσεων παρουσιάζονται στους ακόλουθους πίνακες :

Πίνακες 3.4.1 & 3.4.2

“Προβολή Παροχών Ι.Κ.Α. 2008-2060 (εκατ. ευρώ) – Status quo & Reform Scenario”

(Status quo scenario)						(Reform scenario)					
Έτος	Γήρατος	Ανικανότητας	Θανάτου	Σύνολο Παροχών	Παροχές (% του ΑΕΠ)	Έτος	Γήρατος	Ανικανότητας	Θανάτου	Σύνολο Παροχών	Παροχές (% του ΑΕΠ)
2008	5.753	930	1.555	8.238	3,48	2008	5.753	930	1.555	8.238	3,48
2009	5.961	962	1.602	8.525	3,63	2009	5.933	956	1.582	8.471	3,60
2010	6.251	1.004	1.663	8.918	3,88	2010	5.676	923	1.488	8.087	3,59
2011	6.592	1.052	1.725	9.369	4,10	2011	5.781	933	1.471	8.185	3,73
2012	6.841	1.103	1.790	9.734	4,13	2012	5.862	940	1.483	8.285	3,73
2013	7.045	1.159	1.857	10.061	4,10	2013	5.884	944	1.495	8.323	3,67
2014	7.248	1.222	1.927	10.397	4,07	2014	6.017	963	1.538	8.518	3,60
2015	7.494	1.292	1.999	10.785	4,05	2015	6.128	981	1.582	8.691	3,51
2016	7.781	1.367	2.075	11.223	4,04	2016	6.246	1.001	1.628	8.875	3,42
2017	8.098	1.450	2.153	11.700	4,03	2017	6.367	1.023	1.676	9.066	3,34
2018	8.446	1.538	2.233	12.218	4,03	2018	6.520	1.049	1.724	9.293	3,26
2019	8.830	1.634	2.316	12.780	4,02	2019	6.698	1.079	1.774	9.551	3,19
2020	9.250	1.736	2.402	13.388	4,02	2020	6.915	1.112	1.826	9.853	3,12
2025	12.233	2.359	2.869	17.462	4,23	2025	8.518	1.344	2.112	11.974	3,00
2030	17.197	3.162	3.412	23.771	4,78	2030	11.523	1.695	2.449	15.666	3,22
2035	24.165	4.101	4.056	32.322	5,49	2035	15.791	2.157	2.855	20.803	3,58
2040	32.612	5.165	4.840	42.617	6,18	2040	21.195	2.735	3.362	27.292	3,99
2045	41.547	6.309	5.805	53.661	6,70	2045	29.064	3.401	4.004	36.469	4,56
2050	50.405	7.477	7.015	64.897	6,95	2050	37.068	4.065	4.828	45.961	4,93
2055	60.287	8.739	8.534	77.560	7,07	2055	43.064	4.741	5.886	53.691	4,85
2060	72.506	10.221	10.340	93.067	7,16	2060	49.281	5.529	7.161	61.971	4,72

Πίνακες 3.4.3 & 3.4.4

“Οικονομική Προβολή Ι.Κ.Α. 2008-2060 (εκατ. ευρώ) – Status quo & Reform Scenario”

(Status quo scenario)					(Reform scenario)				
Έτος	Εισφορές	Παροχές	Ετήσιο Έλλειμμα	Ετήσιο Έλλειμμα (% του ΑΕΠ)	Έτος	Εισφορές	Παροχές	Ετήσιο Έλλειμμα	Ετήσιο Έλλειμμα (% του ΑΕΠ)
2008	6.426	8.238	1.812	0,76	2008	6.426	8.238	1.812	0,76
2009	6.705	8.525	1.820	0,77	2009	6.705	8.471	1.766	0,75
2010	6.624	8.918	2.294	1,00	2010	6.610	8.087	1.478	0,66
2011	6.503	9.369	2.866	1,25	2011	6.754	8.185	1.431	0,65
2012	6.634	9.734	3.100	1,32	2012	7.037	8.285	1.248	0,56
2013	6.892	10.061	3.169	1,29	2013	7.389	8.323	933	0,41
2014	7.138	10.397	3.258	1,28	2014	7.530	8.518	988	0,42
2015	7.391	10.785	3.394	1,28	2015	7.840	8.691	851	0,34
2016	7.655	11.223	3.568	1,28	2016	8.167	8.875	708	0,27
2017	7.933	11.700	3.767	1,30	2017	8.515	9.066	551	0,20
2018	8.232	12.218	3.985	1,31	2018	8.882	9.293	411	0,14
2019	8.559	12.780	4.220	1,33	2019	9.286	9.551	266	0,09
2020	8.912	13.388	4.476	1,34	2020	9.716	9.853	137	0,04
2025	10.780	17.462	6.682	1,62	2025	12.117	11.974	-143	-0,04
2030	12.797	23.771	10.973	2,21	2030	14.583	15.666	1.083	0,22
2035	15.142	32.322	17.181	2,92	2035	17.267	20.803	3.536	0,61
2040	17.932	42.617	24.685	3,58	2040	20.405	27.292	6.888	1,01
2045	20.999	53.661	32.662	4,08	2045	23.899	36.469	12.570	1,57
2050	24.697	64.897	40.200	4,31	2050	28.170	45.961	17.791	1,91
2055	29.220	77.560	48.340	4,40	2055	33.818	53.691	19.874	1,79
2060	34.581	93.067	58.486	4,50	2060	40.292	61.971	21.679	1,65

Πίνακες 3.4.5 & 3.4.6

“Προβολή Παροχών Ο.Α.Ε.Ε. 2008-2060 (εκατ. ευρώ)– Status quo & Reform Scenario”

(Status quo scenario)						(Reform scenario)					
Έτος	Γήρατος	Ανικανότητας	Θανάτου	Σύνολο Παροχών	Παροχές (% του ΑΕΠ)	Έτος	Γήρατος	Ανικανότητας	Θανάτου	Σύνολο Παροχών	Παροχές (% του ΑΕΠ)
2008	1.682	248	437	2.366	1,00	2008	1.682	248	437	2.366	1,00
2009	1.821	275	458	2.553	1,09	2009	1.805	271	447	2.523	1,07
2010	1.975	304	484	2.762	1,20	2010	1.778	276	429	2.483	1,10
2011	2.110	334	511	2.955	1,29	2011	1.835	292	432	2.559	1,17
2012	2.236	366	540	3.142	1,33	2012	1.900	305	444	2.649	1,19
2013	2.366	401	572	3.338	1,36	2013	1.966	315	456	2.736	1,21
2014	2.511	438	605	3.554	1,39	2014	2.090	329	478	2.897	1,22
2015	2.694	477	641	3.812	1,43	2015	2.250	342	502	3.094	1,25
2016	2.907	519	679	4.104	1,48	2016	2.421	354	527	3.303	1,27
2017	3.133	562	720	4.415	1,52	2017	2.592	368	553	3.513	1,29
2018	3.363	608	762	4.733	1,56	2018	2.761	381	581	3.723	1,30
2019	3.606	656	808	5.070	1,59	2019	2.944	395	610	3.949	1,32
2020	3.868	706	856	5.429	1,63	2020	3.145	409	640	4.195	1,33
2025	5.500	985	1.136	7.621	1,84	2025	4.389	488	814	5.691	1,43
2030	7.672	1.300	1.485	10.457	2,10	2030	6.070	577	1.024	7.671	1,57
2035	10.289	1.639	1.905	13.833	2,35	2035	7.954	675	1.264	9.893	1,70
2040	12.866	2.000	2.390	17.256	2,50	2040	9.978	789	1.528	12.294	1,80
2045	15.645	2.396	2.921	20.962	2,62	2045	12.306	923	1.804	15.033	1,88
2050	18.438	2.846	3.473	24.756	2,65	2050	14.679	1.084	2.087	17.850	1,91
2055	21.687	3.407	4.020	29.114	2,65	2055	17.530	1.289	2.374	21.193	1,91
2060	26.135	4.100	4.552	34.787	2,68	2060	21.436	1.542	2.667	25.645	1,95

Πίνακες 3.4.7 & 3.4.8

“Οικονομική Προβολή Ο.Α.Ε.Ε. 2008-2060 (εκατ. ευρώ) – Status quo & Reform Scenario”

(Status quo scenario)					(Reform scenario)				
Έτος	Εισφορές	Παροχές	Ετήσιο Έλλειμμα	Ετήσιο Έλλειμμα (% του ΑΕΠ)	Έτος	Εισφορές	Παροχές	Ετήσιο Έλλειμμα	Ετήσιο Έλλειμμα (% του ΑΕΠ)
2008	1.889	2.366	477	0,20	2008	1.889	2.366	477	0,20
2009	1.879	2.553	674	0,29	2009	1.875	2.523	648	0,28
2010	1.866	2.762	896	0,39	2010	1.852	2.483	631	0,28
2011	1.874	2.955	1.081	0,47	2011	1.815	2.559	744	0,34
2012	1.941	3.142	1.202	0,51	2012	1.817	2.649	831	0,37
2013	2.024	3.338	1.313	0,54	2013	1.839	2.736	898	0,40
2014	2.110	3.554	1.444	0,57	2014	1.881	2.897	1.016	0,43
2015	2.199	3.812	1.613	0,61	2015	1.966	3.094	1.128	0,46
2016	2.293	4.104	1.811	0,65	2016	2.054	3.303	1.248	0,48
2017	2.394	4.415	2.021	0,70	2017	2.149	3.513	1.364	0,50
2018	2.505	4.733	2.228	0,73	2018	2.251	3.723	1.472	0,52
2019	2.624	5.070	2.446	0,77	2019	2.363	3.949	1.586	0,53
2020	2.752	5.429	2.677	0,80	2020	2.481	4.195	1.713	0,54
2025	3.402	7.621	4.219	1,02	2025	3.147	5.691	2.544	0,64
2030	4.083	10.457	6.374	1,28	2030	3.858	7.671	3.813	0,78
2035	4.844	13.833	8.989	1,53	2035	4.631	9.893	5.262	0,91
2040	5.724	17.256	11.532	1,67	2040	5.504	12.294	6.790	0,99
2045	6.689	20.962	14.273	1,78	2045	6.480	15.033	8.553	1,07
2050	7.836	24.756	16.920	1,81	2050	7.603	17.850	10.247	1,10
2055	9.225	29.114	19.889	1,81	2055	9.029	21.193	12.164	1,10
2060	10.888	34.787	23.899	1,84	2060	10.687	25.645	14.958	1,14

Πίνακες 3.4.9 & 3.4.10

“Προβολή Παροχών Ο.Γ.Α. 2008-2060 (εκατ. ευρώ)– Status quo & Reform Scenario”

(Status quo scenario)							(Reform scenario)						
Έτος	Γήρατος	Ανικανότητας	Θανάτου	Σύνολο	Παροχές (% ασφαλισμένων αποδοχών)	Παροχές (% του ΑΕΠ)	Έτος	Γήρατος	Ανικανότητας	Θανάτου	Σύνολο	Παροχές (% ασφαλισμένων αποδοχών)	Παροχές (% του ΑΕΠ)
2008	3.621	880	30	4.531	113,1	1,91	2008	3.621	880	30	4.531	113,1	1,91
2009	3.605	894	33	4.532	113,0	1,93	2009	3.605	895	33	4.532	113,0	1,93
2010	3.645	916	36	4.597	114,2	2,00	2010	3.559	891	35	4.486	114,2	1,99
2011	3.704	936	39	4.679	117,4	2,05	2011	3.533	884	37	4.454	117,4	2,03
2012	3.760	955	42	4.757	117,9	2,02	2012	3.503	873	39	4.414	117,8	1,99
2013	3.797	973	45	4.815	117,7	1,96	2013	3.455	858	40	4.353	117,3	1,92
2014	3.829	991	47	4.866	117,1	1,91	2014	3.469	857	42	4.368	116,5	1,84
2015	3.868	1.007	49	4.924	116,9	1,85	2015	3.492	855	44	4.391	116,0	1,77
2016	3.904	1.023	51	4.978	116,6	1,79	2016	3.512	852	45	4.410	115,5	1,70
2017	3.928	1.037	52	5.017	115,8	1,73	2017	3.521	849	46	4.417	114,6	1,62
2018	3.941	1.051	54	5.046	114,8	1,66	2018	3.521	846	48	4.415	113,4	1,55
2019	3.951	1.064	56	5.072	113,8	1,60	2019	3.520	841	49	4.410	112,2	1,47
2020	3.961	1.076	58	5.095	112,8	1,53	2020	3.518	836	51	4.404	111,0	1,40
2025	3.950	1.121	67	5.138	106,7	1,24	2025	3.466	801	57	4.324	104,7	1,08
2030	3.908	1.135	77	5.119	100,3	1,03	2030	3.397	746	63	4.206	98,5	0,86
2035	3.987	1.126	86	5.199	96,1	0,88	2035	3.432	680	69	4.181	94,7	0,72
2040	4.122	1.103	97	5.322	91,9	0,77	2040	3.501	613	75	4.190	91,0	0,61
2045	4.259	1.073	105	5.437	86,8	0,68	2045	3.554	552	80	4.186	86,1	0,52
2050	4.497	1.042	113	5.652	83,7	0,61	2050	3.664	499	84	4.247	83,1	0,46
2055	4.791	1.016	120	5.926	81,6	0,54	2055	3.786	454	87	4.327	80,6	0,39
2060	5.171	1.005	124	6.300	80,7	0,48	2060	3.968	421	88	4.477	79,5	0,34

Πίνακες 3.4.11 & 3.4.12

“Οικονομική Προβολή Ο.Γ.Α., 2008-2060 (εκατ. ευρώ) – Status quo & Reform Scenario”

(Status quo scenario)					(Reform scenario)				
Έτος	Εισφορές	Παροχές	Ετήσιο Έλλειμμα	Ετήσιο Έλλειμμα (% του ΑΕΠ)	Έτος	Εισφορές	Παροχές	Ετήσιο Έλλειμμα	Ετήσιο Έλλειμμα (% του ΑΕΠ)
2008	1.889	2.366	477	0,20	2008	1.889	2.366	477	0,20
2009	1.879	2.553	674	0,29	2009	1.875	2.523	648	0,28
2010	1.866	2.762	896	0,39	2010	1.852	2.483	631	0,28
2011	1.874	2.955	1.081	0,47	2011	1.815	2.559	744	0,34
2012	1.941	3.142	1.202	0,51	2012	1.817	2.649	831	0,37
2013	2.024	3.338	1.313	0,54	2013	1.839	2.736	898	0,40
2014	2.110	3.554	1.444	0,57	2014	1.881	2.897	1.016	0,43
2015	2.199	3.812	1.613	0,61	2015	1.966	3.094	1.128	0,46
2016	2.293	4.104	1.811	0,65	2016	2.054	3.303	1.248	0,48
2017	2.394	4.415	2.021	0,70	2017	2.149	3.513	1.364	0,50
2018	2.505	4.733	2.228	0,73	2018	2.251	3.723	1.472	0,52
2019	2.624	5.070	2.446	0,77	2019	2.363	3.949	1.586	0,53
2020	2.752	5.429	2.677	0,80	2020	2.481	4.195	1.713	0,54
2025	3.402	7.621	4.219	1,02	2025	3.147	5.691	2.544	0,64
2030	4.083	10.457	6.374	1,28	2030	3.858	7.671	3.813	0,78
2035	4.844	13.833	8.989	1,53	2035	4.631	9.893	5.262	0,91
2040	5.724	17.256	11.532	1,67	2040	5.504	12.294	6.790	0,99
2045	6.689	20.962	14.273	1,78	2045	6.480	15.033	8.553	1,07
2050	7.836	24.756	16.920	1,81	2050	7.603	17.850	10.247	1,10
2055	9.225	29.114	19.889	1,81	2055	9.029	21.193	12.164	1,10
2060	10.888	34.787	23.899	1,84	2060	10.687	25.645	14.958	1,14

3.5 ΣΥΣΤΗΜΑ ΚΟΙΝΩΝΙΚΗΣ ΑΣΦΑΛΙΣΗΣ & ΣΥΝΕΠΕΙΕΣ ΤΗΣ ΚΡΑΤΙΚΗΣ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗΣ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ ΤΟΥ

Σύμφωνα με την Ετήσια Έκθεση (2012) του “Ινστιτούτου Εργασίας Γ.Σ.Ε.Ε.” με τίτλο “ Η Ελληνική Οικονομία και η Απασχόληση”¹, τις τρεις τελευταίες δεκαετίες η κρατική διαχείριση του κοινωνικού κεφαλαίου αποσκοπούσε στη μείωση των ελλειμμάτων του κρατικού προϋπολογισμού. Αποτέλεσμα, όμως, της πολιτικής αυτής ήταν η αξιοποίηση των περιουσιακών στοιχείων της κοινωνικής ασφάλισης να στερείται μεγαλύτερων πραγματικών αποδόσεων. Σήμερα, η χρηματοοικονομική κατάσταση του συστήματος κοινωνικών ασφαλίσεων έχει συρρικνωθεί σε σημαντικό βαθμό. Η συρρίκνωση αυτή αποτελεί την κοινή συνισταμένη διαφόρων γεγονότων. Πιο συγκεκριμένα, οφείλεται στο συνδυασμό της συστηματικής αποστέρησης πόρων, εξαιτίας της μη αποδοτικής αξιοποίησης της περιουσίας του, όπως προαναφέρθηκε, με τη μη είσπραξη εσόδων (εισφοροδιαφυγή 6 δις. ευρώ στο Ι.Κ.Α., 2012), με τον περιορισμό της συμμετοχής του κρατικού προϋπολογισμού στο σύστημα κοινωνικής ασφάλισης, με τη μερική ή συνολική ανασφάλιστη εργασία, με την απώλεια πόρων από την αύξηση της ανεργίας και τη μείωση των μισθών. Κατά συνέπεια, το πρόβλημα στην κοινωνική αποτελεσματικότητα και στη βιωσιμότητα του συστήματος κοινωνικής ασφάλισης, όχι μόνο στην Ελλάδα αλλά και στην Ευρώπη, έγκειται στην παρατεταμένη οικονομική κρίση και ύφεση, στην απουσία δυναμικής ανάπτυξης, στις αυξητικές τάσεις της ανεργίας και τις πτωτικές εξελίξεις της απασχόλησης, τη σταδιακή μείωση της κρατικής επιχορήγησης. Όσον αφορά την Ελλάδα, σε όλα τα παραπάνω έρχεται να προστεθεί και η μη ορθολογική διαχείριση των πόρων του συστήματος κοινωνικής ασφάλισης. Αξίζει να σημειωθεί ότι την περίοδο 1950 – 1985 σημειώθηκαν απώλειες ύψους 58 δις. ευρώ. Αποτέλεσμα όλων αυτών ήταν η ανησυχητική συρρίκνωση του αποθεματικού κεφαλαίου της κοινωνικής ασφάλισης.

3.6 ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ ΑΣΦΑΛΙΣΤΙΚΩΝ ΤΑΜΕΙΩΝ - 2012

Σήμερα, τα ασφαλιστικά ταμεία αντιμετωπίζουν έντονο πρόβλημα όσον αφορά την οικονομική τους κατάσταση αλλά και τη βιωσιμότητά τους σε γενικό επίπεδο. Αυτό γίνεται φανερό από μια απλή αναφορά των πρόσφατα δημοσιοποιημένων οικονομικών στοιχείων. Πιο

¹ <http://www.inegsee.gr/sitefiles/studies/EKTHESH%2014.pdf>

συγκεκριμένα, στο οκτάμηνο του 2012, το σύνολο των ανεκπλήρωτων υποχρεώσεων των τριών μεγαλύτερων ασφαλιστικών ταμείων σε φορείς εκτός Κυβέρνησης ανέρχονταν σε 109.808.730 ευρώ, εκ των οποίων τα 85.971.565 ευρώ ήταν ληξιπρόθεσμες υποχρεώσεις. Αναλυτικότερα, για το ΙΚΑ οι απλήρωτες υποχρεώσεις ήταν 17.455.050 ευρώ, εκ των οποίων ληξιπρόθεσμες 12.963.639 ευρώ, για τον Ο.Γ.Α. 653.715 ευρώ και για τον Ο.Α.Ε.Ε. 2.489.841 ευρώ, εκ των οποίων ληξιπρόθεσμες 2.488.625 ευρώ. Επιπλέον, σημειώνεται ότι οι συντάξεις που καταβάλλει το Δημόσιο σε μηνιαία βάση στους συνταξιούχους του, έφθασαν το 2011 στα 6.569.301.000 ευρώ και για το 2012 (μέχρι και τον μήνα Οκτώβριο) στο ποσό των 5.354.086.000 ευρώ. Αναφορικά με την πίστωση επιχορήγησης, αυτή διαμορφώθηκε στα 10.144.218.875 ευρώ, εκ των οποίων τα 8.534.691.000 ευρώ χορηγήθηκαν στο εννεάμηνο, ενώ μέχρι το τέλος του 2012 απομένει ποσό ύψους 1.609.527.875 ευρώ προς διάθεση. Από την αρχή του 2012 έως το τέλος Σεπτεμβρίου, για το “Ίδρυμα Κοινωνικών Ασφαλίσεων” χορηγήθηκαν 3.155.091.000 ευρώ, με υπόλοιπο προς διάθεση και έως την 31η Δεκεμβρίου 504.127.875 ευρώ, διαμορφώνοντας το συνολικό ποσό πίστωσης επιχορήγησης στα 3.659.218.875 ευρώ. Επιπλέον, για τον “Όργανισμό Γεωργικών Ασφαλίσεων” και τον “Όργανισμό Ασφάλισης Ελεύθερων Επαγγελματιών”, η διαμορφωμένη πίστωση επιχορήγησης ανέρχεται σε 4,135 δισ. Ευρώ (3,44 δισ. ευρώ χορηγηθέντα στο εννεάμηνο και 695 εκατ. Ευρώ έως το τέλος του 2012) και 1,35 δισ. ευρώ (1,105 δισ. ευρώ χορηγηθέντα στο εννεάμηνο και 245 εκατ. ευρώ υπολειπόμενη επιχορήγηση έως το τέλος του χρόνου) αντίστοιχα.

Έμφαση, ωστόσο, δίνεται στο ασφαλιστικό σχήματα του Ι.Κ.Α., καθώς συγκεντρώνει τα μεγαλύτερα ποσοστά εισφερόντων και συνταξιούχων, αποτελώντας το βασικότερο ασφαλιστικό φορέα της χώρας. Σύμφωνα με επίσημα στοιχεία του Ι.Κ.Α. και της Πανελλήνιας Ομοσπονδίας Συλλόγων των εργαζομένων στο Ι.Κ.Α., και με βάση τα προαναφερθέντα, διαφαίνεται ότι στο εννεάμηνο το “Ίδρυμα Κοινωνικών Ασφαλίσεων – Ενιαίο Ταμείο Ασφάλισης Μισθωτών” έχει ήδη απορροφήσει το 87,9% της ετήσιας κρατικής επιχορήγησης του 2012. Το οικονομικό πρόβλημα του ΙΚΑ προέρχεται από τη μείωση των εσόδων (ως επακόλουθο των επιπτώσεων της ύφεσης) και τον αυξανόμενο αριθμό των συνταξιούχων. Στους πρώτους οκτώ μήνες του 2012, παρατηρείται μείωση εσόδων 18% - 19% κατά μέσο όρο συγκριτικά με τα έσοδα της αντίστοιχης περσινής περιόδου, ενώ σε μηνιαία βάση ανέρχονται σε 522 εκατ. ευρώ, δηλαδή στα 6,240 δισ. σε ετήσια βάση. Συνυπολογίζοντας την ήδη απορροφηθείσα κρατική επιχορήγηση, τα έσοδα ξεπερνούν τα 10 δισ. ευρώ περίπου, καθώς οι υποχρεώσεις του ταμείου για πληρωμές συντάξεων ανέρχονται σε 11,08 δισ. ευρώ τουλάχιστον. Σημειώνεται ότι ο αριθμός των συνταξιούχων παρουσίασε αύξηση από

1.168.730 το 2011 σε 1.205.000 το 2012. Ως εκ τούτου, αναμένεται έλλειμμα περίπου 780 εκατ. ευρώ, το οποίο ανέρχεται συνολικά στα 1,5 δισ. ευρώ, αν συνυπολογιστεί και η προκαταβολή του 2012, η οποία δόθηκε στο τέλος του 2011 ώστε να καλυφθούν οι τότε υποχρεώσεις.

3.7 ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΕΦΑΡΜΟΓΗ

Στις επόμενες παραγράφους παρουσιάζονται ενδεικτικά τα κυριότερα μοντέλα που αποτυπώθηκαν σε προηγούμενα κεφάλαια. Η εφαρμογή των μοντέλων αυτών αποδίδει μια πρώτη εικόνα όσον αφορά τους τρόπους επίλυσης οικονομικών προβλημάτων, όπως τα προβλήματα τα οποία προαναφέρθηκαν και τα οποία αντιμετωπίζουν τις τελευταίες συναπτές δεκαετίες τα ασφαλιστικά ταμεία, τα οποία πηγάζουν είτε από ανορθολογική διαχείριση περιουσιακών στοιχείων, είτε από ανικανότητα δημιουργίας επαρκούς αποθεματικού το οποίο να εξασφαλίζει οικονομική βιωσιμότητα.

Αξιοποιώντας τα αποτελέσματα της αναλογιστικής μελέτη του 2010, επιχειρείται η από κοινού διαχείριση των περιουσιακών στοιχείων και των υποχρεώσεων των τριών μεγαλύτερων ασφαλιστικών σχημάτων της χώρας. Ο σκοπός αυτός επιτελείται μέσω της επίλυσης προβλημάτων είτε με απλό γραμμικό προγραμματισμό, είτε με χρήση στοχαστικών μεθόδων προγραμματισμού ώστε να εκτιμηθεί η πιθανή έκβαση διαφόρων μεγεθών όπως λόγου χάρη οι κινήσεις επιτοκίων, δίνοντας ωστόσο μεγαλύτερη έμφαση στις στοχαστικές μεθόδους. Και στις δύο περιπτώσεις, οι στόχοι παραμένουν κοινοί, και αφορούν τη μεγιστοποίηση του πλούτου του εκάστοτε ταμείου, την ελαχιστοποίηση του κόστους αρχικής επένδυσης του χαρτοφυλακίου στα πλαίσια της αντιστοίχισης των ταμειακών ροών (Dedication Model), τη μεγιστοποίηση του τελικού πλεονάσματος (Portfolio Horizon Return Model). Πρέπει να τονισθεί ότι τα ταμεία είναι εξ' αρχής ελλειμματικά. Ωστόσο, το έλλειμμα αυτό παρουσιάζεται μικρότερο με το μεταρρυθμιστικό σενάριο, ενώ σε ορισμένες χρονικές περιόδους οι εκτιμήσεις υποδεικνύουν πλεόνασμα. Εύκολα θα μπορούσε να εξαχθεί ένα πρώιμο συμπέρασμα για το ύψος των επενδύσεων οι οποίες θα έπρεπε να πραγματοποιηθούν ώστε τα ταμεία αυτά να αποκτήσουν επαρκή αποθεματικά και να διασφαλίσουν τη βιωσιμότητά τους. Επιπλέον, καθίσταται αδύνατη η επίτευξη βελτιστοποίησης για όλο το χρονικό εύρος της αναλογιστικής μελέτης. Αυτό οφείλεται στο ότι οι επενδυτικές κινήσεις οι οποίες μπορούν να πραγματοποιηθούν, και που στην προκειμένη αφορούν την αγορά ομολόγων, περιορίζονται

καθώς η μέγιστη διάρκεια ομολόγων είναι τα 30 έτη. Παρ' αυτά, τα αποτελέσματα τα οποία εξάγονται παρέχουν μια σχετικά αντιπροσωπευτική εικόνα, καθώς πρέπει να εκληφθεί υπ' όψιν και οι μεγάλες διακυμάνσεις που παρουσιάζονται στις τρέχουσες περιόδους εξ' αιτίας της "κρίσης". Στη συνέχεια, περιγράφονται τα μοντέλα τα οποία χρησιμοποιήθηκαν, και πιο συγκεκριμένα οι περιορισμοί οι οποίοι τέθηκαν, οι μεταβλητές και οι "στόχοι" του εκάστοτε μοντέλου, ενώ ακολουθεί η παράθεση των αποτελεσμάτων και ο σχολιασμός τους.

3.8 ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ, ΜΟΝΤΕΛΩΝ ΚΑΙ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ

Αρχικά, παρατίθεται η πιο απλή μορφή προβλήματος από κοινού διαχείρισης περιουσιακών στοιχείων και υποχρεώσεων. Πρόκειται για πρόβλημα γραμμικού συστήματος, στο οποίο επιδιώκεται η ελαχιστοποίηση των κεφαλαιακών απαιτήσεων του εκάστοτε ταμείου για πραγματοποίηση επενδύσεων. Ως εκ τούτου, στόχος του μοντέλου είναι η εκτίμηση όλων εκείνων των παραμέτρων ώστε να επιτευχθεί η ελαχιστοποίηση. Τα κυριότερα μέρη του προβλήματος, Υποχρεώσεις και Περιουσιακά Στοιχεία, στηρίζονται στα ευρήματα της Αναλογιστικής Μελέτης του 2010 για τις Μελλοντικές Παροχές και Εισφορές των ασφαλιστικών σχημάτων.

3.8.1 Μοντέλο Γραμμικού Προγραμματισμού

Όπως είναι φυσικό, το εκάστοτε ταμείο πρέπει να είναι σε θέση να καλύψει μελλοντικές υποχρεώσεις – παροχές προς τους ασφαλισμένους του. Αυτό επιχειρείται με το ακόλουθο μοντέλο γραμμικού προγραμματισμού. Το ταμείο, προκειμένου να ανταποκριθεί στις υποχρεώσεις του οι οποίες αφορούν κυρίως τις πληρωμές των συντάξεων, πέραν των εισφορών που εισπράττει, μπορεί να προβεί και σε ανάληψη ποσού " x_i " από την πιστωτική του γραμμή, αλλά και σε επένδυση των πλεοναζόντων κεφαλαίων z_i . Για παράδειγμα, στο έτος 2008, διαθέτοντας ένα ποσό προερχόμενο από εισφορές και ένα ποσό το οποίο έχει αναληφθεί από την πιστωτική του γραμμή, το ταμείο επιχειρεί να καλύψει τις υποχρεώσεις του έτους. Την επόμενη χρονιά, εκτός από τις εισφορές του τρέχοντος έτους, πραγματοποιείται εκ νέου ανάληψη ποσού από την πιστωτική γραμμή του ταμείου ενώ η προηγούμενη ανάληψη καθώς και επένδυση των πλεοναζόντων κεφαλαίων του έτους αυτού έχουν τοκιστεί με αντίστοιχα

επιτόκια. Στην τρίτη κατά σειρά χρονιά, προστίθεται και η απόδοση που λαμβάνεται από τα επενδεδυμένα πλεονάζοντα κεφάλαια της προηγούμενης χρονιάς, κ.ο.κ.. Ουσιαστικά, επιδιώκεται η αντιστοίχιση των δύο μερών του ισολογισμού. Με τον τρόπο αυτό, το μοντέλο διαμορφώνεται ως εξής :

3.8.1. “Μοντέλο Γραμμικού Προγραμματισμού 2008 – 2060”

“Ελαχιστοποίηση Κεφαλαιακών Απαιτήσεων”

Minimizing VO

$$\begin{array}{rcll}
 x_{2008} & + & & + c_{2008} & - z_{2008} & + VO & = & L_{2008} \\
 x_{2009} & - & 1,02x_{2008} & + (1+i)z_{2008} & + c_{2009} & - z_{2009} & = & L_{2009} \\
 x_{2010} & - & 1,02x_{2009} & + (1+i)z_{2009} & + c_{2010} & - z_{2010} & = & L_{2010} \\
 & & \dots & & & & & \\
 x_{2025} & - & 1,02^5x_{2020} & + (1+i)^5z_{2020} & + c_{2025} & - z_{2025} & = & L_{2025} \\
 x_{2030} & - & 1,02^5x_{2025} & + (1+i)^5z_{2025} & + c_{2030} & - z_{2030} & = & L_{2030} \\
 x_{2035} & - & 1,02^5x_{2030} & + (1+i)^5z_{2030} & + c_{2035} & - z_{2035} & = & L_{2035} \\
 & & \dots & & & & & \\
 x_{2055} & - & 1,02^5x_{2050} & + (1+i)^5z_{2050} & + c_{2055} & - z_{2055} & = & L_{2055} \\
 & & - 1,02^5x_{2055} & + (1+i)^5z_{2055} & + c_{2060} & & = & L_{2060} \\
 x_t & \leq & 100.000.000, & & & & & \text{for all } t = 2008, \dots, 2055, \\
 x_p, z_t & \geq & 0 & & & & &
 \end{array}$$

όπου :

VO : το ύψος των κεφαλαίων που απαιτούνται.

x_t : το ποσό το οποίο χρησιμοποιείται από την πιστωτική γραμμή σε ετήσια βάση και το οποίο τοκίζεται με επιτόκιο 2%

z_t : το ύψος των πλεοναζόντων κεφαλαίων το οποίο επενδύεται και αποδίδει $i\%$. Για την απόδοση i ελέχθησαν δύο περιπτώσεις. Στην πρώτη περίπτωση, το επιτόκιο επανεπένδυσης των πλεοναζόντων κεφαλαίων επιλέχθηκε να είναι μικρότερο από το επιτόκιο με το οποίο τοκίζεται το ποσό που εξήχθη από την πιστωτική γραμμή του ιδρύματος ($i=1\%$), ενώ στη δεύτερη περίπτωση το επιτόκιο δανεισμού είναι μικρότερο από την απόδοση των πλεοναζόντων κεφαλαίων ($i=3\%$).

c_p, L_t : οι εισφορές που λαμβάνει σε ετήσια βάση το ταμείο και οι υποχρεώσεις τις οποίες πρέπει να καλύψει αντίστοιχα.

Απαραίτητη είναι η λήψη περιορισμών ώστε να περιορίζονται οι εφικτές αποφάσεις. Στο συγκεκριμένο μοντέλο υφίστανται τρία είδη περιορισμών. Πρώτον, οι εισφορές πρέπει να

ισούνται με τις εκροές. Δεύτερον, εφαρμόζεται ένα άνω φράγμα για τη μεταβλητή απόφασης x_i , και τρίτον επιβάλλεται μη αρνητικότητα για τις μεταβλητές απόφασης x_i , z_i .

Σύμφωνα με τα εξαχθέντα αποτελέσματα και αναφορικά με το “I.K.A. – E.T.A.M.”, το ελάχιστο απαιτούμενο κεφάλαιο, στην περίπτωση κατά την οποία το επιτόκιο δανεισμού είναι “ $r = 2\%$ ” και η απόδοση επενδύσεων “ $i = 1\%$ ”, ανέρχεται στο ποσό των 198,74 δισ. ευρώ περίπου για το “Status quo Scenario”, ενώ για το “Reform Scenario” στα 66,34 δισ. ευρώ περίπου. Αν πάλι η απόδοση επενδύσεων διαμορφωθεί στο 3%, τότε στην περίπτωση του “Status quo Scenario” το ελάχιστο κεφάλαιο που απαιτείται είναι περίπου 108,45 δισ. ευρώ, ενώ για το “Reform Scenario” 34,68 δισ. ευρώ περίπου. Σημειώνεται ότι το ποσό x_i το οποίο χρησιμοποιείται ετησίως από την πιστωτική γραμμή περιορίζεται στα 100.000.000 ευρώ. Ωστόσο, στην περίπτωση που το επιτόκιο δανεισμού (r) υπερβαίνει το επιτόκιο επανεπένδυσης (i) δεν πραγματοποιείται δανεισμός από την πιστωτική γραμμή, καθώς όπως είναι φυσικό κάτι τέτοιο δεν αποτελεί συμφέρουσα επιλογή. Αντίθετα, στην περίπτωση που η απόδοση των επενδύσεων είναι μεγαλύτερη του επιτοκίου δανεισμού, παρατηρείται δανεισμός στο μέγιστο ποσό που έχει οριστεί, ήτοι στα 100 εκατ. ευρώ. Επιπλέον, τα πλεονάζοντα κεφάλαια διαμορφώνονται ως εξής κατά περίπτωση :

Πίνακας 3.8.1

“Ύψος Πλεοναζόντων Κεφαλαίων ανά περίπτωση” – Ι.Κ.Α. – Ε.Τ.Α.Μ.

Έτος	Status Quo Scenario		Reform Scenario	
	r = 2%, i = 1%	r = 2%, i = 3%	r = 2%, i = 1%	r = 2%, i = 3%
2008	196,93	106,73	64,53	33,87
2009	197,08	108,11	63,41	33,10
2010	196,75	109,06	62,57	32,59
2011	195,85	109,46	61,76	32,12
2012	194,71	109,65	61,13	31,82
2013	193,49	109,76	60,81	31,82
2014	192,17	109,80	60,43	31,76
2015	190,69	109,69	60,18	31,85
2016	189,03	109,42	60,08	32,07
2017	187,16	108,93	60,13	32,46
2018	185,04	108,21	60,32	33,01
2019	182,67	107,23	60,66	33,71
2020	180,02	105,97	61,12	34,57
2025	182,52	116,16	64,39	40,11
2030	180,86	123,67	66,59	45,31
2035	172,90	126,18	66,45	48,89
2040	157,04	121,58	62,95	49,69
2045	132,39	108,27	53,59	44,92
2050	98,94	85,31	38,53	34,19
2055	55,65	50,55	20,63	19,65

Σύμφωνα με το ισχύον (έως 2010) καθεστώς, και στην περίπτωση όπου δεν υφίσταται δανεισμός ($r > i$), τα ετήσια πλεονάσματα παρουσιάζουν πτωτική τάση καταλήγοντας το 2055 στα 55,65 δις. ευρώ, γεγονός απόλυτα λογικό εξ' αιτίας των αυξημένων μελλοντικών υποχρεώσεων, όπως αυτές έχουν εκτιμηθεί στην αναλογιστική μελέτη. Στο ποσό των 50,55 δις. ευρώ καταλήγει και το πλεόνασμα στην περίπτωση που πραγματοποιείται και ετήσιος δανεισμός ($r < i$). Ωστόσο, στην προκειμένη το ύψος των πλεοναζόντων κεφαλαίων διαμορφώνεται σε μικρότερα επίπεδα. Πιο συγκεκριμένα, παρουσιάζονται μειωμένα κατά 80 περίπου δισεκατομμύρια ευρώ. Στην περίπτωση του μεταρρυθμιστικού σεναρίου (Reform Scenario) το ετήσιο πλεόνασμα διαφαίνεται αισθητά μικρότερο σε σχέση με το αντίστοιχο στο “Status Quo Scenario”. Αξίζει να σημειωθεί ότι η αναλογία πλεοναζόντων κεφαλαίων

μεταρρυθμιστικού σεναρίου προς ισχύοντος καθεστώτος διαμορφώνεται στο 1 προς 3. Επιπλέον, παρότι έως το 2015 περίπου παρατηρείται συνεχής μείωση του πλεονάσματος, από το 2016 και μέχρι το 2035 τα πλεονάζοντα κεφάλαια παρουσιάζουν ετήσια σταδιακή αύξηση, ενώ στη συνέχεια ακολουθούν φθίνουσα πορεία. Το γεγονός αυτό οφείλεται στις εκτιμήσεις περί σταδιακής μείωσης του ετήσιου ελλείμματος του ασφαλιστικού σχήματος του Ι.Κ.Α. – Ε.Τ.Α.Μ. οι οποίες εμφανίζονται στο χρονικό διάστημα 2016 – 2035. Τα αντίστοιχα αποτελέσματα για τα ταμεία Ο.Α.Ε.Ε. και Ο.Γ.Α. έχουν ως εξής :

Πίνακας 3.8.2

“Υψος Πλεοναζόντων Κεφαλαίων ανά περίπτωση” – Ο.Α.Ε.Ε.

	Status Quo Scenario		Reform Scenario	
	r = 2%, i = 1%	r = 2%, i = 3%	r = 2%, i = 1%	r = 2%, i = 3%
Ελάχιστο Απαιτούμενο Κεφάλαιο (δισ. ευρώ)	90,11	50,11	56,17	31,49
Έτος				
2008	89,63	49,73	55,69	32,00
2009	89,86	50,55	55,60	32,29
2010	89,86	51,17	55,53	32,61
2011	89,68	51,62	55,34	32,83
2012	89,37	51,97	55,06	32,96
2013	88,95	52,21	54,71	33,03
2014	88,40	52,33	54,25	32,99
2015	87,67	52,28	53,66	32,83
2016	86,73	52,04	52,95	32,54
2017	85,58	51,58	52,11	32,13
2018	84,21	50,90	51,16	31,61
2019	82,60	49,97	50,09	30,95
2020	80,75	48,80	48,87	30,14
2025	80,65	52,34	48,82	32,30
2030	78,39	54,29	47,50	33,52
2035	73,40	53,94	44,66	33,50
2040	65,62	50,98	40,15	31,94
2045	54,69	44,82	33,65	28,37
2050	40,56	35,03	25,11	22,53
2055	22,74	20,71	14,23	13,86

Στο συγκεκριμένο ασφαλιστικό σχήμα, τόσο στο “Status Quo” όσο και στο “Reform” σενάριο, παρατηρείται σταδιακή μείωση του ετήσιου πλεονάσματος, το οποίο καταλήγει στα 22,74 δισ. ευρώ και 14,23 δισ. ευρώ στην περίπτωση κατά την οποία ο δανεισμός δεν αποτελεί συμφέρουσα επιλογή καθώς η απόδοση επανεπένδυσης των πλεοναζόντων κεφαλαίων είναι χαμηλή. Αντίθετα, όταν το ταμείο προβαίνει σε ετήσιο δανεισμό, τα πλεονάζοντα κεφάλαια παρουσιάζουν διακυμάνσεις, ενώ οι μέγιστες τιμές πλεονάσματος παρατηρούνται το 2035.

Πίνακας 3.8.3

“Ύψος Πλεοναζόντων Κεφαλαίων ανά περίπτωση” – Ο.Γ.Α.

	Status Quo Scenario		Reform Scenario	
	r = 2%, i = 1%	r = 2%, i = 3%	r = 2%, i = 1%	r = 2%, i = 3%
Ελάχιστο Απαιτούμενο Κεφάλαιο (δισ. ευρώ)	84,46	64,77	73,18	57,34
Έτος				
2008	80,21	60,62	68,93	53,19
2009	76,76	58,19	65,36	50,53
2010	73,21	55,62	61,81	47,83
2011	69,54	52,88	58,24	45,08
2012	65,76	49,99	54,94	42,55
2013	61,89	46,96	51,40	39,73
2014	57,94	43,79	47,80	36,81
2015	53,89	40,48	44,16	33,79
2016	49,75	37,01	40,45	30,66
2017	45,53	33,40	36,71	27,43
2018	41,25	29,67	32,94	24,11
2019	36,90	25,79	29,13	20,69
2020	32,49	21,79	25,30	17,19
2025	29,35	20,45	22,55	15,88
2030	26,08	18,93	19,80	14,49
2035	22,59	17,11	16,93	12,91
2040	18,83	14,91	13,93	11,09
2045	14,79	12,28	10,79	9,00
2050	10,36	9,05	7,46	6,54
2055	5,47	5,06	3,88	3,62

Όπως στο μοντέλο του I.K.A – E.T.A.M., έτσι και στα υπόλοιπα δύο ασφαλιστικά σχήματα, το ποσό x_t το οποίο διατίθεται από την πιστωτική γραμμή περιορίζεται στα 100 εκατ. ευρώ, ενώ ο δανεισμός πραγματοποιείται μόνο στην περίπτωση που η απόδοση των επενδύσεων είναι μεγαλύτερη του επιτοκίου δανεισμού και μέχρι του ανώτατου ορίου, όπως αυτό έχει οριστεί, δηλαδή στα 100 εκατ. ευρώ. Όπως είναι φυσικό, αν το επιτόκιο επανεπένδυσης (i) είναι μικρότερο του επιτοκίου δανεισμού (r), ο δανεισμός δε συνίσταται και κατά συνέπεια το x_t είναι μηδενικό.

3.8.2 Μοντέλο “Dedication”

Εν συνεχεία, και αποσκοπώντας στη διαμόρφωση ενός χαρτοφυλακίου περιουσιακών στοιχείων των οποίων οι εισροές θα αντισταθμίζουν ακριβώς τις εκροές των υποχρεώσεων, χρησιμοποιείται η τεχνική “Dedication” ή αντιστοίχισης των ταμειακών ροών (*cash flow matching*). Υπενθυμίζεται ότι με τη συγκεκριμένη τεχνική, επιτυγχάνεται η αποπληρωμή των υποχρεώσεων χωρίς να απαιτείται πώληση ή αγορά περιουσιακών στοιχείων στο μέλλον. Επιπλέον, υιοθετείται η στρατηγική “buy – and – hold”. Το χαρτοφυλάκιο αποτελείται (συνήθως) από χαμηλού κινδύνου, με ρήτρα επαναγοράς ομόλογα, καθώς οι μελλοντικές ταμειακές ροές του χαρτοφυλακίου είναι γνωστές εξ αρχής, ενώ διακρατάται μέχρι την αποπληρωμή όλων των υποχρεώσεων. Ως εκ τούτου, εξουδετερώνεται τελείως ο επιτοκιακός κίνδυνος.

Στην προκείμενη περίπτωση, λοιπόν, αναζητείται ένα χαρτοφυλάκιο χαμηλού κόστους, τέτοιο ώστε οι ταμειακές ροές που προέρχονται από τα περιουσιακά στοιχεία να ταυτίζονται με εκείνες των υποχρεώσεων σε κάθε χρονικό σημείο, ή να τις υπερβαίνουν. Το μοντέλο, επί της ουσίας, αναζητά το χρηματικό ποσό “ v_0 ” που απαιτείται να καταβληθεί για επενδύσεις, στοχεύοντας στην ελαχιστοποίηση του. Για το λόγο αυτό, αρχικά, επιτρέπονται οι αρνητικές χρηματορροές στα περιουσιακά στοιχεία, ως αποτέλεσμα επενδύσεων που απαιτούν μια σειρά προκαταβολικών πληρωμών πριν αποδώσουν μια θετική ταμειακή ροή. Επιπρόσθετα, χρησιμοποιείται η στρατηγική “Συμμετρικής αντιστοίχισης χρηματορροών” (*Symmetric cash flows matching*). Ο λόγος χρήσης της στρατηγικής αυτής οφείλεται στην έλλειψη ταύτισης της ημερομηνίας εμφάνισης μια υποχρέωσης με την ημερομηνία λήξης ενός τίτλου. Με τον τρόπο αυτό, επιτρέπονται ελλείμματα ή πλεονάσματα κατά την ημερομηνία καταβολής της αποζημίωσης. Ως εκ τούτου, το μοντέλο αποφασίζει ένα χαρτοφυλάκιο ελάχιστου κόστους αφοσιωμένο να αντιστοιχίσει τις ροές των υποχρεώσεων ως εξής :

3.8.2. “Αντιστοίχιση χρηματορροών 2012-2040 (Dedication)”

“Ελαχιστοποίηση κόστους αρχικής επένδυσης”

$$\begin{aligned}
 & \text{Minimize} \quad v_0 \\
 & \text{subject to} \quad \sum_{i=1}^n F_{0i}x_i + v_0 + v_0^- + c_0 = L_0 + v_0^+, \\
 & \sum_{i=1}^n F_{ti}x_i + (1 + r_{f(t-1)})v_{t-1}^+ + v_t^- + c_t = L_t + v_t^+ + (1 + r_{f(t-1)} + \delta)v_{t-1}^-, \\
 & \text{for all } t = 2012, \dots, 2040, \\
 & x, v^+, v^- \geq 0 \\
 & v_t^- = 65\% * v_t^+
 \end{aligned}$$

όπου :

v_0 : το κόστος του χαρτοφυλακίου

$v^+ = (v_1^+, v_2^+, \dots, v_t^+, \dots, v_T^+)$: διανύσματα τα οποία δηλώνουν τις μεταβλητές των πλεοναζόντων μετρητών σε κάθε περίοδο t που επανεπενδύονται σε βραχυχρόνιες καταθέσεις

$v^- = (v_1^-, v_2^-, \dots, v_t^-, \dots, v_T^-)$: διανύσματα το οποίο δηλώνουν ελλείμματα σε κάθε περίοδο t τα οποία καλύπτονται με βραχυχρόνιο δανεισμό

r_{ft} : επιτόκιο επανεπενδύσεων για τα μετρητά τα οποία επανεπενδύονται στην περίοδο t μέχρι $t + 1$, στην προκείμενη 2,5%

$(r_{ft} + \delta)$: το επιτόκιο δανεισμού για μετρητά δανειζόμενα για μια περίοδο στο t , και $\delta = 1,7\%$ το spread των επιτοκίων

$\sum_{i=1}^n F_{ti}x_i$: το σύνολο των εισροών των ομολόγων στο t , και $\sum_{i=1}^n F_{0i}x_i$ η αξία των ομολόγων στο σύνολο τους στο $t = 0$

c_t & L_t : οι εισφορές που λαμβάνει σε ετήσια βάση το ταμείο και οι υποχρεώσεις τις οποίες πρέπει να καλύψει αντίστοιχα για $t = 2012, \dots, 2040$.

Σημειώνεται ότι ο χρονικός ορίζοντα του προβλήματος εκτίνεται έως το έτος 2040, καθώς η μέγιστη διάρκεια ομολόγων φθάνει τα 30 έτη. Ως εκ τούτου, για τα υπολειπόμενα έτη, πέραν του 2040, δεν δύναται βελτιστοποίηση. Επιπρόσθετα, χρησιμοποιείται ενδεικτικά περιορισμός σύμφωνα με τον οποίο ο δανεισμός θα ισούται με το 65% του υφιστάμενου σε κάθε έτος πλεονάσματος. Ωστόσο, πρέπει να τεθεί ρητά ότι το $u_T^- = 0$, ώστε να αγνοηθεί οποιοσδήποτε δανεισμός στο τέλος του χρονικού ορίζοντα, καθώς το μοντέλο δεν διαθέτει μηχανισμό επαναπληρωμής υφιστάμενων δανείων μετά το T .

Τόσο στο μοντέλο αυτό, όσο και στα επόμενα μοντέλα που ακολουθούν, το χαρτοφυλάκιο εμπλουτίστηκε με ομόλογα του γερμανικού δημοσίου. Η επιλογή δημιουργίας ενός χαρτοφυλακίου το οποίο να εμπεριέχει μόνο γερμανικά κρατικά ομόλογα (*Bunds*) έγινε με γνώμονα τον ελάχιστο δυνατό κίνδυνο. Τα γερμανικά κρατικά ομόλογα παραμένουν αναγνωρισμένα σημεία αναφοράς μεταξύ των ευρώ – προϊόντων σταθερού εισοδήματος. Η ελκυστικότητα της αγοράς των προϊόντων αυτών οφείλεται στη ρευστότητά τους, καθώς υπάρχει πάντα ένας επαρκής αριθμός εθελοντικών ειδικών διαπραγματευτών να εγγυηθεί υψηλά επίπεδα ρευστότητας στη δευτερογενή αγορά. (Όσον αφορά την ελαχιστοποίηση του κινδύνου, αξίζει να σημειωθεί ότι με τη στρατηγική επιλογής ομολόγων που εφαρμόζεται δεν επιτελείται ικανοποιητική διασπορά του κινδύνου).

Τα δεδομένα των ομολόγων (τιμές, κουπόνια, διάρκειες) προήλθαν από τη Γερμανική Ομοσπονδιακή Τράπεζα¹ και εκδόθηκαν στις αρχές του Ιανουαρίου του 2012, ενώ οι διάρκειες ποικίλουν από 6 μήνες έως 30 έτη. Στον πίνακα που ακολουθεί παρουσιάζονται τα χαρακτηριστικά του εκάστοτε ομολόγου :

¹http://www.bundesbank.de/Navigation/EN/Service/Federal_securities/Prices_and_yields/prices_and_yields.html

Πίνακας 3.8.4
“Χαρακτηριστικά Ομολόγων Χαρτοφυλακίου”

Κωδικός Ομολόγου	Τιμή	Λήξη	Κουπόνι
Bund-02-II	102.520	4-7-2012	5.000
Bund-03	104.540	4-1-2013	4.500
Bund-03	108.175	4-1-2014	4.250
Bund-05	109.615	4-7-2015	3.250
Bund-86-II	122.850	20-6-2016	6.000
Bund-07-II	117.490	4-7-2017	4.250
Bund-08	118.860	4-7-2018	4.250
Bund-09	114.370	4-7-2019	3.500
Bund-09	112.670	4-1-2020	3.250
Bund-10	106.610	4-1-2021	2.500
Bund-11	101.270	4-1-2022	2.000
Bund-94	143.780	4-1-2024	6.250
Bund-97	153.300	4-7-2027	6.500
Bund-98	142.320	4-1-2028	5.625
Bund-00	153.630	4-1-2030	6.250
Bund-00	144.500	4-1-2031	5.500
Bund-03	138.390	4-7-2034	4.750
Bund-05	128.000	4-1-2037	4.000
Bund-07-I	135.950	4-7-2039	4.250
Bund-08	147.150	4-7-2040	4.750

Τα αποτελέσματα τα οποία προκύπτουν από την εκτέλεση του παραπάνω μοντέλου, υποδεικνύουν ότι για το ισχύον, έως 2010, καθεστώς η απόκτηση ένα χαρτοφυλακίου ελάχιστου κόστους αφοσιωμένου να αντιστοιχίσει τις ροές των υποχρεώσεων απαιτεί περίπου το ποσό των 66,7 δισ. ευρώ. Το αντίστοιχο ποσό για το μεταρρυθμιστικό σενάριο ανέρχεται στα 12,6 δισ.. Τα ποσά τα οποία διατίθεται για την αγορά ομολόγων, επιλεγθέντων από το

πρόγραμμα ως πλέον κατάλληλα για την επίτευξη της βελτιστοποίησης, οι αντίστοιχες ποσότητες των ομολόγων αυτών, καθώς και το ποσοστό καθενός επί της συνολικής αξίας, τόσο για το “Status Quo Scenario”, όσο και για το “Reform Scenario” παρουσιάζονται στους πίνακες που ακολουθούν :

Πίνακας 3.8.5

“Status Quo Scenario” – Αγορά Ομολόγων – I.K.A – E.T.A.M.

CODE-Maturity	FACE VALUE (σε δις. €)	% επί της συνολικής αξίας	QUANTITY
Bund-03-4-1-2013	1,01	2,15%	9.664.625,98
Bund-03-4-1-2014	1,15	2,44%	10.592.142,36
Bund-05-4-7-2015	1,33	2,83%	12.128.832,73
Bund-86-II-20-6-2016	1,55	3,30%	12.590.240,13
Bund-07-II-4-7-2017	1,84	3,92%	15.648.259,43
Bund-08-4-7-2018	2,14	4,55%	17.967.785,63
Bund-09-4-7-2019	2,46	5,25%	21.521.517,88
Bund-09-4-1-2020	2,80	5,97%	24.874.101,36
Bund-00-4-1-2030	2,08	4,42%	13.510.505,76
Bund-03-4-7-2034	10,58	22,55%	76.479.514,42
Bund-08-4-7-2040	20,00	42,61%	156.231.250,00

Πίνακας 3.8.6

“Reform Scenario” – Αγορά Ομολόγων – I.K.A – E.T.A.M.

CODE-Maturity	FACE VALUE (σε δις. €)	% επί της συνολικής αξίας	QUANTITY
Bund-03-4-1-2013	0,55	6,55%	5.229.544,67
Bund-03-4-1-2014	0,63	7,49%	5.780.428,93
Bund-05-4-7-2015	0,51	6,17%	4.697.104,41
Bund-86-II-20-6-2016	0,39	4,65%	3.163.259,26
Bund-07-II-4-7-2017	0,25	3,05%	2.169.740,40
Bund-08-4-7-2018	0,13	1,51%	1.058.026,25
Bund-03-4-7-2034	0,31	3,75%	2.264.340,63
Bund-08-4-7-2040	5,58	66,83%	37.915.276,93

Όπως είναι φυσικό, τα ποσά που απαιτούνται για την αγορά ομολόγων είναι αρκετά μεγαλύτερα στην περίπτωση του ισχύοντος καθεστώτος. Η συνολική ονομαστική αξία των ομολόγων που επιλέγονται για το χαρτοφυλάκιο ανέρχεται στα 8,35 δισ. ευρώ για το “Reform Scenario” και 46,94 δισ. ευρώ για το “Status Quo Scenario”, ήτοι τετραπλάσιο ποσό, ενώ δίνεται μεγαλύτερη βαρύτητα σε ομόλογα μεγάλης διάρκειας. Πιο συγκεκριμένα, το 65% περίπου της συνολικής ονομαστικής αξίας αποτελείται από ομόλογα διάρκειας 12 και 18 ετών στο σενάριο του ισχύοντος καθεστώτος, ενώ για το μεταρρυθμιστικό σενάριο το ομόλογο λήξεως το 2040 καλύπτει το 67% περίπου της συνολικής ονομαστικής αξίας.

Στους πίνακες που ακολουθούν παρατίθενται τα ποσά τα οποία απαιτούνται ως αρχική επένδυση σε κάθε σενάριο, τόσο για τον Ο.Α.Ε.Ε. όσο και για τον Ο.Γ.Α., η ονομαστική αξία των ομολόγων που επιλέγει το μοντέλο για αγορά, οι αντίστοιχες ποσότητες των ομολόγων αυτών και το ποσοστό τους επί της συνολικής αξίας, όπου αυτά παρουσιάζονται, για την κάθε περίπτωση.

Πίνακας 3.8.7

“Status Quo Scenario” – Ποσό αρχικής επένδυσης & Αγορά Ομολόγων – Ο.Α.Ε.Ε.

Upfront Investment = 34,48 δισ. ευρώ			
CODE-Maturity	FACE VALUE (σε δισ. €)	% επί της συνολικής αξίας	QUANTITY
Bund-03-4-1-2013	0,18	0,73%	1.705.509,85
Bund-03-4-1-2014	0,32	1,30%	2.924.124,80
Bund-05-4-7-2015	0,50	2,04%	4.550.113,58
Bund-86-II-20-6-2016	0,71	2,92%	5.803.584,86
Bund-07-II-4-7-2017	0,97	3,96%	8.219.837,43
Bund-08-4-7-2018	1,21	4,97%	10.211.955,24
Bund-09-4-7-2019	1,48	6,08%	12.970.000,87
Bund-09-4-1-2020	1,77	7,24%	15.676.728,50
Bund-94-4-1-2024	0,01	0,04%	61.391,63
Bund-00-4-1-2030	2,17	8,87%	14.098.418,28
Bund-03-4-7-2034	5,76	23,60%	41.624.633,28
Bund-08-4-7-2040	9,34	38,27%	63.487.584,10

Πίνακας 3.8.8

“Reform Scenario” – Ποσό αρχικής επένδυσης & Αγορά Ομολόγων – Ο.Α.Ε.Ε.

Upfront Investment = 21,71 δισ. ευρώ			
CODE-Maturity	FACE VALUE (σε δισ. €)	% επί της συνολικής αξίας	QUANTITY
Bund-03-4-1-2013	0,18	1,17%	1.728.641,67
Bund-03-4-1-2014	0,31	1,99%	2.845.798,94
Bund-05-4-7-2015	0,43	2,80%	3.949.529,72
Bund-86-Π-20-6-2016	0,57	3,67%	4.623.506,72
Bund-07-Π-4-7-2017	0,72	4,63%	6.103.308,37
Bund-08-4-7-2018	0,86	5,53%	7.197.993,44
Bund-09-4-7-2019	1,01	6,50%	8.795.269,74
Bund-09-4-1-2020	1,17	7,55%	10.376.515,49
Bund-94-4-1-2024	0,05	0,30%	318.874,88
Bund-00-4-1-2030	1,33	8,57%	8.629.961,60
Bund-03-4-7-2034	3,37	21,75%	24.320.543,39
Bund-08-4-7-2040	5,50	35,54%	37.381.257,22

Παρόμοια συμπεράσματα με αυτά του I.K.A. – E.T.A.M. εξάγονται και για το ασφαλιστικό σχήμα του Ο.Α.Ε.Ε.. Και εδώ, ομόλογα διάρκειας μεγαλύτερης των 10 ετών καλύπτουν ποσοστό μεγαλύτερο του 50% της συνολικής ονομαστικής αξίας. Όσον αφορά το ποσό που απαιτείται ως αρχική επένδυση, αυτό ανέρχεται στα 34,48 δισ. για το “Status Quo” και στα 21,71 δισ. ευρώ για το “Reform” σενάριο.

Πίνακας 3.8.9

“Status Quo Scenario” – Ποσό αρχικής επένδυσης & Αγορά Ομολόγων – Ο.Γ.Α.

Upfront Investment = 52,39 δισ. ευρώ			
CODE-Maturity	FACE VALUE (σε δισ. €)	% επί της συνολικής αξίας	QUANTITY
Bund-03-4-1-2013	2,79	7,18%	26.705.672,47
Bund-03-4-1-2014	2,96	7,62%	27.394.897,16
Bund-05-4-7-2015	3,14	8,09%	28.676.631,85
Bund-86-II-20-6-2016	3,30	8,48%	26.825.795,69
Bund-07-II-4-7-2017	3,53	9,08%	30.030.487,70
Bund-08-4-7-2018	3,70	9,52%	31.147.854,62
Bund-09-4-7-2019	3,88	9,99%	33.938.786,40
Bund-09-4-1-2020	4,04	10,38%	35.825.286,23
Bund-94-4-1-2024	1,92	4,93%	13.328.508,83
Bund-00-4-1-2030	2,34	6,01%	15.205.715,03
Bund-03-4-7-2034	3,29	8,47%	23.791.986,42
Bund-08-4-7-2040	3,98	10,25%	27.069.758,75

Πίνακας 3.8.10

“Reform Scenario” – Ποσό αρχικής επένδυσης & Αγορά Ομολόγων – Ο.Γ.Α.

Upfront Investment = 45,40 δισ. ευρώ			
CODE-Maturity	FACE VALUE (σε δισ. €)	% επί της συνολικής αξίας	QUANTITY
Bund-03-4-1-2013	2,58	8,41%	24.712.062,37
Bund-03-4-1-2014	2,71	8,83%	25.076.514,91
Bund-05-4-7-2015	2,85	9,27%	25.981.298,18
Bund-86-II-20-6-2016	2,96	9,63%	24.074.057,79
Bund-07-II-4-7-2017	3,14	10,22%	26.716.724,83
Bund-08-4-7-2018	3,27	10,64%	27.489.088,00
Bund-09-4-7-2019	3,40	11,07%	29.721.220,60
Bund-09-4-1-2020	3,51	11,42%	31.145.717,58
Bund-94-4-1-2024	1,68	5,48%	11.702.218,67
Bund-00-4-1-2030	1,95	6,36%	12.707.225,15
Bund-03-4-7-2034	2,67	8,68%	19.265.814,00
Bund-08-4-7-2040	3,14	10,21%	21.309.656,81

Στην περίπτωση του Ο.Γ.Α παρατηρείται σχετικά ισοσκελισμένη αγορά ομολόγων. Τόσο στο ισχύον καθεστώς όσο και στο μεταρρυθμιστικό, εκτός από το ομόλογο διάρκειας 18 ετών, βαρύτητα δίνεται και στα ομόλογα λήξεως το 2017, 2018, 2019 και 2020. Τέλος, το ύψος της αρχικής επένδυσης για το ταμείο του Ο.Γ.Α. διαμορφώνεται στα 52,39 δις. και 45,50 δις. ευρώ για το “Status Quo” και “Reform” σενάριο αντίστοιχα.

Σημειώνεται ότι, για όλες τις περιπτώσεις, το επιτόκιο έχει τεθεί 2,5%, ενώ το spread ανέρχεται στο 1,7%.

3.8.3 Μοντέλο Μεγιστοποίησης Αποδόσεως Τελικού Πλεονάσματος

Στρέφοντας την προσοχή στις επιπτώσεις που έχει η πολιτική του χαρτοφυλακίου στο τέλος του χρονικού ορίζοντα που έχει τεθεί, το τελευταίο μοντέλο επαναδιατυπώνεται. Όπως έχει προαναφερθεί (Κεφάλαιο 1^ο), τα “Dedicated” χαρτοφυλάκια αγνοούν τις επιπτώσεις στο τελικό πλεονάσμα “ v_T^+ ”. Τη λύση στο πρόβλημα αυτό παρέχει το ακόλουθο μοντέλο “Απόδοσης τελικού πλεονάσματος”. Το μοντέλο αναζητά τις βέλτιστες αποδόσεις του χρονικού ορίζοντα (horizon returns) του χαρτοφυλακίου, έχοντας στη διάθεσή του ομόλογα γερμανικού δημοσίου, όπως και παραπάνω. Επιπλέον τίθεται προϋπολογισμός “ b_0 ”, ο οποίος ισοδυναμεί με την αρχική επένδυση, ώστε να αποφευχθεί το πρόβλημα της ταυτόχρονης ελαχιστοποίησης της αρχικής επένδυσης “ v_0 ” και μεγιστοποίησης του τελικού πλεονάσματος “ v_T^+ ”.

3.8.3. “Απόδοση τελικού πλεονάσματος (Horizon Returns)”

$$\begin{aligned} & \text{Maximize} && v_T^+ \\ & \text{subject to} && \sum_{i=1}^n F_{0i}x_i + b_0 + v_0^- + c_0 = L_0 + v_0^+, \\ & && \sum_{i=1}^n F_{ti}x_i + (1 + r_{f(t-1)})v_{t-1}^+ + v_t^- + c_t = L_t + v_t^+ + (1 + r_{f(t-1)} + \delta)v_{t-1}^-, \\ & && \text{for all } t = 2012, \dots, 2040, \\ & && x, v^+, v^- \geq 0 \\ & && v_t^- = 65\% * v_t^+ \end{aligned}$$

όπου :

u_T^+ : το τελικό πλεόνασμα

b_0 : αρχικός προϋπολογισμός

$u^+ = (u_1^+, u_2^+, \dots, u_t^+, \dots, u_T^+)$: διανύσματα τα οποία δηλώνουν τις μεταβλητές των πλεοναζόντων μετρητών σε κάθε περίοδο t που επανεπενδύονται σε βραχυχρόνιες καταθέσεις

$u^- = (u_1^-, u_2^-, \dots, u_t^-, \dots, u_T^-)$: διανύσματα τα οποία δηλώνουν ελλείμματα σε κάθε περίοδο t τα οποία καλύπτονται με βραχυχρόνιο δανεισμό

r_{ft} : επιτόκιο επανεπενδύσεων για τα μετρητά τα οποία επανεπενδύονται στην περίοδο t μέχρι $t + 1$

$(r_{ft} + \delta)$: το επιτόκιο δανεισμού για μετρητά δανειζόμενα για μια περίοδο στο t , και δ το spread των επιτοκίων

$\sum_{i=1}^n F_{ti}x_i$: το σύνολο των εισροών των ομολόγων στο t , και $\sum_{i=1}^n F_{0i}x_i$ η αξία των ομολόγων στο σύνολο τους στο $t = 0$

c_t & L_t : οι εισφορές που λαμβάνει σε ετήσια βάση το ταμείο και οι υποχρεώσεις τις οποίες πρέπει να καλύψει αντίστοιχα για $t = 2012, \dots, 2040$.

Όπως και στην περίπτωση του μοντέλου “Αντιστάθμισης χρηματορροών”, το u_T^- πρέπει να τεθεί ρητά ίσο με το μηδέν, ενώ ο ετήσιος δανεισμός τίθεται ίσος με το 65% του εκάστοτε πλεονάσματος που προκύπτει σε ετήσια βάση.

Για το “Ίδρυμα Κοινωνικών Ασφαλίσεων”, στην περίπτωση του “Status Quo” σεναρίου, η απόδοση τελικού πλεονάσματος διαμορφώνεται περίπου στα 6,18 δις. ευρώ λαμβάνοντας υπ’ όψιν την ύπαρξη διαθέσιμου αρχικού προϋπολογισμού ύψους 70 δις. ευρώ. Επιπλέον το ασφαλιστικό σχήμα προβαίνει στην αγορά ομολόγων, όπως αυτά παρουσιάζονται στον ακόλουθο πίνακα :

Πίνακας 3.8.11

“Status Quo Scenario” – Αγορά Ομολόγων – I.K.A. – E.T.A.M.

CODE-Maturity	FACE VALUE (σε δισ. €)	% επί της συνολικής αξίας	QUANTITY
Bund-03-4-1-2013	0,92	3,86%	8.845.020,09
Bund-03-4-1-2014	1,06	4,40%	9.764.437,25
Bund-05-4-7-2015	1,24	5,15%	11.277.279,57
Bund-86-II-20-6-2016	1,45	6,05%	11.805.738,71
Bund-07-II-4-7-2017	1,74	7,24%	14.778.747,13
Bund-08-4-7-2018	2,03	8,46%	17.071.765,10
Bund-09-4-7-2019	2,35	9,80%	20.550.747,57
Bund-09-4-1-2020	2,69	11,21%	23.854.193,66
Bund-00-4-1-2030	0,92	3,85%	6.011.980,73
Bund-03-4-7-2034	9,59	39,98%	69.292.795,72

Στην περίπτωση του μεταρρυθμιστικού σεναρίου, η επίτευξη ίδιας περίπου απόδοσης ορίζοντα με αυτή του “Status Quo Scenario” απαιτεί αρχικό προϋπολογισμό σαφώς μικρότερου ύψους και αγορά λιγότερων ομολόγων. Αναλυτικότερα, με αρχικό διαθέσιμο “budget” 16,00 δισ. ευρώ, επιτυγχάνεται ισόποση σχεδόν απόδοση με αυτή που προέκυψε στο σενάριο του ισχύοντος καθεστώτος, ήτοι 6,13 δισ. ευρώ ενώ πραγματοποιούνται οι κάτωθι αγορές ομολόγων :

Πίνακας 3.8.12

“Reform Scenario” – Αγορά Ομολόγων – I.K.A. – E.T.A.M.

CODE-Maturity	FACE VALUE (σε δισ. €)	% επί της συνολικής αξίας	QUANTITY
Bund-03-4-1-2013	0,43	4,08%	4.157.400,04
Bund-03-4-1-2014	0,51	4,77%	4.697.686,16
Bund-05-4-7-2015	0,39	3,69%	3.583.173,84
Bund-86-II-20-6-2016	0,26	2,46%	2.137.033,78
Bund-07-II-4-7-2017	0,12	1,14%	1.032.314,24
Bund-08-4-7-2040	8,94	83,87%	60.741.264,02

Σημειώνεται ότι το επιτόκιο τίθεται ίσο με 2,5% και το spread με 1,7%.

Μεταξύ των δύο σεναρίων, και αποσκοπώντας στην επίτευξη ισόποσης απόδοσης (για λόγους σύγκρισης), γίνεται εμφανής η αναγκαιότητα σαφώς μεγαλύτερου ποσού αρχικού προϋπολογισμού ώστε να πραγματοποιηθεί η επενδυτική πολιτική του ασφαλιστικού σχήματος. Συγκεκριμένα, για το σενάριο ισχύοντος καθεστώτος το διαθέσιμο αρχικό “budget” είναι τετραπλάσιο από το αντίστοιχο για το μεταρρυθμιστικό σενάριο. Επιπρόσθετα, το ταμείο για να μπορέσει να ανταποκριθεί στις απαιτήσεις προβαίνει σε ετήσιο δανεισμό ο οποίος ανέρχεται στο 65% του πλεονάσματος όπως αυτό διαμορφώνεται κάθε έτος. Στο “Status Quo Scenario” ο αριθμός των προς αγορά ομολόγων είναι μεγαλύτερος, ωστόσο και στις δύο περιπτώσεις έμφαση δίνεται στα ομόλογα μακροχρόνιας διάρκειας. Στο μεταρρυθμιστικό σενάριο, το ομόλογο λήξεως το 2040 (“Bund-08-4-7-2040”) παρουσιάζεται να καλύπτει το 84% της συνολικής ονομαστικής αξίας.

Όσον αφορά τα ταμεία Ο.Α.Ε.Ε. και Ο.Γ.Α., ακολουθούν τα αποτελέσματα που προκύπτουν για τις αποδόσεις ορίζοντα και την αγορά ομολόγων αντίστοιχα.

Πίνακας 3.8.13

“Status Quo Scenario” – Τελικό Πλεόνασμα & Αγορά Ομολόγων – Ο.Α.Ε.Ε.

Horizon Return = 34,48 δισ. Ευρώ			
CODE-Maturity	FACE VALUE (σε δισ. €)	% επί της συνολικής αξίας	QUANTITY
Bund-03-4-1-2013	0,16	0,67%	1.576.305,72
Bund-03-4-1-2014	0,30	1,22%	2.793.643,63
Bund-05-4-7-2015	0,48	1,96%	4.415.873,74
Bund-86-Π-20-6-2016	0,70	2,82%	5.679.914,53
Bund-07-Π-4-7-2017	0,95	3,84%	8.082.766,19
Bund-08-4-7-2018	1,20	4,84%	10.070.705,03
Bund-09-4-7-2019	1,47	5,93%	12.816.971,23
Bund-09-4-1-2020	1,75	7,07%	15.515.949,23
Bund-00-4-1-2030	1,99	8,04%	12.950.367,77
Bund-03-4-7-2034	5,60	22,65%	40.483.228,56
Bund-08-4-7-2040	10,14	40,98%	68.892.966,36

Πίνακας 3.8.14

“Reform Scenario” – Τελικό Πλεόνασμα & Αγορά Ομολόγων – Ο.Α.Ε.Ε.

Horizon Return = 1,00 δισ. Ευρώ			
CODE-Maturity	FACE VALUE (σε δισ. €)	% επί της συνολικής αξίας	QUANTITY
Bund-03-4-1-2013	0,17	1,06%	1.602.656,40
Bund-03-4-1-2014	0,29	1,86%	2.718.568,06
Bund-05-4-7-2015	0,42	2,65%	3.818.633,40
Bund-86-II-20-6-2016	0,55	3,50%	4.502.917,38
Bund-07-II-4-7-2017	0,70	4,44%	5.969.651,89
Bund-08-4-7-2018	0,84	5,31%	7.060.262,49
Bund-09-4-7-2019	0,99	6,26%	8.646.043,54
Bund-09-4-1-2020	1,15	7,29%	10.219.739,06
Bund-00-4-1-2030	1,18	7,44%	7.654.097,51
Bund-03-4-7-2034	3,21	20,30%	23.171.804,32
Bund-08-4-7-2040	6,30	39,89%	42.821.433,91

Στο σενάριο του ισχύοντος καθεστώτος και για το ασφαλιστικός σχήμα του Ο.Α.Ε.Ε τίθεται αρχικός προϋπολογισμός ύψους 35 δισ. ευρώ, ενώ αντίστοιχα για τον Ο.Γ.Α 52,5 δισ. ευρώ.

Όπως και στο μοντέλο “Αντιστάθμισης χρηματορροών”, και αποσκοπώντας στην επίτευξη ισόποσης απόδοσης ορίζοντας, ήτοι κατά προσέγγιση 1 δισ. ευρώ και 0,23 δισ. ευρώ, για τον Ο.Α.Ε.Ε και τον Ο.Γ.Α. αντίστοιχα, αναδεικνύοντας ταυτόχρονα με τον τρόπο αυτό τις διαφορές μεταξύ των δύο σεναρίων, λαμβάνονται τα ακόλουθα αποτελέσματα. Στην περίπτωση του Ο.Α.Ε.Ε. ο αρχικός προϋπολογισμός ανέρχεται στα 22,23 δισ. ευρώ και στα 45,5 δισ. ευρώ για τον Ο.Γ.Α. :

Πίνακας 3.8.15

“Status Quo Scenario” – Τελικό Πλεόνασμα & Αγορά Ομολόγων – Ο.Γ.Α.

Horizon Return = 0,21 δισ. Ευρώ			
CODE-Maturity	FACE VALUE (σε δισ. €)	% επί της συνολικής αξίας	QUANTITY
Bund-03-4-1-2013	2,79	7,16%	26.679.529,37
Bund-03-4-1-2014	2,96	7,60%	27.368.486,25
Bund-05-4-7-2015	3,14	8,06%	28.649.464,03
Bund-86-II-20-6-2016	3,29	8,46%	26.800.773,30
Bund-07-II-4-7-2017	3,53	9,05%	30.002.749,17
Bund-08-4-7-2018	3,70	9,50%	31.119.274,78
Bund-09-4-7-2019	3,88	9,96%	33.907.816,74
Bund-09-4-1-2020	4,03	10,36%	35.792.739,86
Bund-94-4-1-2024	1,90	4,87%	13.188.955,35
Bund-00-4-1-2030	2,31	5,94%	15.043.852,11
Bund-03-4-7-2034	3,26	8,37%	23.543.442,45
Bund-08-4-7-2040	4,16	10,67%	28.246.822,97

Πίνακας 3.8.16

“Reform Scenario” – Τελικό Πλεόνασμα & Αγορά Ομολόγων – Ο.Γ.Α.

Horizon Return = 0,23 δισ. Ευρώ			
CODE-Maturity	FACE VALUE (σε δισ. €)	% επί της συνολικής αξίας	QUANTITY
Bund-03-4-1-2013	2,58	7,61%	24.692.596,14
Bund-03-4-1-2014	2,71	7,99%	25.056.861,57
Bund-05-4-7-2015	2,85	8,39%	25.961.072,85
Bund-86-II-20-6-2016	2,96	8,71%	24.055.425,32
Bund-07-II-4-7-2017	3,14	9,25%	26.696.076,26
Bund-08-4-7-2018	3,26	9,63%	27.467.810,87
Bund-09-4-7-2019	3,40	10,02%	29.698.163,85
Bund-09-4-1-2020	3,51	10,34%	31.121.496,41
Bund-94-4-1-2024	1,65	4,88%	15.517.972,05
Bund-00-4-1-2030	1,92	5,67%	18.982.344,23
Bund-03-4-7-2034	2,62	7,73%	18.236.235,92
Bund-08-4-7-2040	3,32	9,78%	21.628.206,13

Για το ταμείο του Ο.Γ.Α. τέλος, οι διαφορές μεταξύ των δύο σεναρίων είναι μικρές όσον αφορά τον τρόπο με τον οποίο διανέμονται τα κεφάλαια για την αγορά ομολόγων. Τα μεγαλύτερα ποσά διατίθενται για την αγορά ομολόγων λήξεως το 2019, 2020 και 2040, ύψους κατά μέσο όρο 4 δισ. ευρώ στο σενάριο ισχύοντος καθεστώτος και 3 δισ. ευρώ για το μεταρρυθμιστικό σενάριο.

Σε γενικές γραμμές και όσον αφορά τα αποτελέσματα τα οποία εξάγονται από την εφαρμογή των μοντέλων “Αντιστάθμισης χρηματορροών” & “Απόδοσης τελικού πλεονάσματος”, παρατηρείται ότι παρέχοντας έναν αρχικό προϋπολογισμό, ο οποίος υπερβαίνει κατά ένα ποσό το κόστος επενδύσεων (όπως αυτό υπολογίστηκε με το μοντέλο “ Αντιστάθμισης χρηματορροών”), παράγεται ικανοποιητικό πλεόνασμα το οποίο ενδεχομένως να αποτελεί μια λύση σε πιθανά προβλήματα από αθετήσεις μελλοντικών υποχρεώσεων. Αφενός το μοντέλο της αντιστάθμισης χρηματορροών παρέχει σημαντικές πληροφορίες όσον αφορά τη βέλτιστη στρατηγική επενδύσεων με το μικρότερο κόστος, αφετέρου το μοντέλο τελικού πλεονάσματος αποφαίνεται για τη συνολική απόδοση της βέλτιστης επένδυσης. Η λύση ίσως βρίσκεται κάπου στη μέση. Καθώς, ένας συνδυασμός των δύο αυτών μοντέλων να οδηγεί σε ακόμα καλύτερες αποφάσεις.

3.8.4 Μοντέλο Στοχαστικής Αφοσίωσης

Σε περιόδους οικονομικής αστάθειας και διαρκών μεταβολών, όπως τα τελευταία έτη, τα “Dedication” μοντέλα κάθε άλλο παρά ρεαλιστικά παρουσιάζονται. Αποσκοπώντας, λοιπόν, στην ενσωμάτωση της αβεβαιότητας τόσο των τιμών όσο και των χρηματορροών, εισάγεται το μοντέλο “Στοχαστικής Αφοσίωσης” (Stochastic Dedication), το οποίο ουσιαστικά αποτελεί μια προέκταση του “Dedication” μοντέλου. Η ενσωμάτωση της υπάρχουσας αβεβαιότητας επιτυγχάνεται με την προσθήκη σεναρίων τα οποία περιγράφουν τις μεταβολές που υπερβαίνουν τις παράλληλες μετατοπίσεις της καμπύλης. Στόχος του μοντέλου, η βελτιστοποίηση αποφάσεων βραχυχρόνιας λήψης και χορήγησης δανείων καθώς νέες πληροφορίες καταφθάνουν, χωρίς ωστόσο να επιτρέπεται η επανεξισορρόπηση του χαρτοφυλακίου. Υπενθυμίζεται ότι σημείο εκκίνησης για την ανάπτυξη του μοντέλου αποτελούν οι απαραίτητες συνθήκες για ανοσοποίηση. Αρχικά, διατυπώνεται η λογιστική εξίσωση των ταμειακών ροών (cashflow accounting equation) στο $t = 0$, και στη συνέχεια η

εξίσωση αντιστοίχισης των ταμειακών ροών των περιουσιακών στοιχείων με εκείνες των υποχρεώσεων σε μελλοντικές ημερομηνίες συναλλαγών και για όλες τις καταστάσεις. Ως εκ τούτου, το μοντέλο στοχαστικής αφοσίωσης για το ταμείο διατυπώνεται ως εξής :

3.8.4 “Μοντέλο Στοχαστικής Αφοσίωσης – 2012-2040 (Stochastic Dedication)”

$$\begin{aligned}
 & \text{Minimize} \quad v_0 \\
 & \text{subject to} \quad \sum_{i=1}^n F_{0i} x_i + v_0 + v_0^{-0} + c_0^0 = L_0^0 + v_0^{+0}, \\
 & \sum_{i=1}^n F_{(t-1)i}^s x_{0i} + (1 + r_{f(t-1)}^s) v_{t-1}^{+s-} + v_{t-1}^{-s} + c_t^s = L_t^s + v_t^{+s} + (1 + r_{f(t-1)}^s + \delta) v_{t-1}^{-s-}, \\
 & \quad \text{for all } t = 1, \dots, T, \quad s \in \Sigma_t, \\
 & \quad x, v^+, v^- \geq 0
 \end{aligned}$$

όπου :

v_0 : το κόστος του χαρτοφυλακίου

$v^{+s} = (v_1^{+s}, v_2^{+s}, \dots, v_t^{+s}, \dots, v_T^{+s})$: πλεονάζοντα κεφάλαια σε κάθε περίοδο t τα οποία επανεπενδύονται σε βραχυχρόνιες καταθέσεις σε κάθε κατάσταση s

$v^{-s} = (v_1^{-s}, v_2^{-s}, \dots, v_t^{-s}, \dots, v_T^{-s})$: ελλείμματα σε κάθε περίοδο t και κάθε κατάσταση s τα οποία καλύπτονται με βραχυχρόνιο δανεισμό

r_{ft}^s : επιτόκιο επανεπενδύσεων για κεφάλαια τα οποία επανεπενδύονται στην περίοδο t μέχρι $t + 1$ και κάθε κατάσταση s

$(r_{ft}^s + \delta)$: το επιτόκιο δανεισμού για κεφάλαια δανειζόμενα για μια περίοδο στο t και κάθε κατάσταση s , και δ το spread των επιτοκίων

$\sum_{i=1}^n F_{(t-1)i}^s x_{0i}$: το σύνολο των εισροών των ομολόγων σε κάθε κατάσταση s , και $\sum_{i=1}^n F_{0i} x_i$ η αξία των ομολόγων στο σύνολο τους στο $t = 0$

c_t^s & L_t^s : οι εισφορές που αναμένεται να λάβει το ταμείο και οι υποχρεώσεις τις οποίες πρέπει να καλύψει αντίστοιχα σε κάθε κατάσταση s και ημερομηνία συναλλαγής t

Όπως και στην αφοσίωση χαρτοφυλακίου, τίθεται ρητά $v_T^{-s} = 0$ ώστε να αγνοηθεί ο δανεισμός στην τελευταία χρονική περίοδο. Εύκολα διαπιστώνεται ότι το μοντέλο ακολουθεί στενά τη διατύπωση της κλασικής αφοσίωσης χαρτοφυλακίου (Dedication).

3.8.4.1 Δημιουργία σεναρίων

Βασικό συστατικό του ανωτέρω μοντέλου αποτελεί, όπως προαναφέρθηκε, η ύπαρξη σεναρίων τα οποία περιγράφουν την υφιστάμενη αβεβαιότητα στις οικονομικές καταστάσεις και τις χρηματοοικονομικές αγορές. Επιτυγχάνεται με τον τρόπο αυτό, η ενσωμάτωση ανόμοιων κινδύνων σε ένα κοινό πλαίσιο καθώς και οι διάφορες πληροφορίες που λαμβάνονται σε βάθος χρόνου. Η αβεβαιότητα αντιμετωπίζεται μέσω της χρήσης διακριτών τυχαίων μεταβλητών σε συνδυασμό με τις αντίστοιχες πιθανότητες τους. Καθώς ο χρόνος εξελίσσεται σε διακριτά στάδια, οι τυχαίες μεταβλητές λαμβάνουν ένα εκ των πεπερασμένων τιμών σύνολο, το οποίο αποτελεί το δειγματικό χώρο. Τα στοιχεία του χώρου αυτού λαμβάνουν το δείκτη l από ένα σύνολο Ω και αποτελούν τα σενάρια με πιθανότητα $p^l \geq 0$ και $\sum_{l \in \Omega} p^l = 1$. Τα σενάρια δεν αποτελούν προβλέψεις αλλά τρόπο αναγνώρισης των πιθανών μελλοντικών γεγονότων και ορισμού μιας πιθανότητας για κάθε ένα γεγονός. Η χρήση σεναρίων αποφέρει μια σειρά από πλεονεκτήματα. Αφενός, τα σενάρια συντελεστών κινδύνου επιτρέπουν την ενσωμάτωση ανόμοιων πηγών κινδύνου δημιουργώντας πιθανές τιμές για κάθε μια από αυτές. Με τον τρόπο αυτό διευκολύνεται η διαχείριση του κινδύνου, καθώς η αβεβαιότητα ενός χαρτοφυλακίου μπορεί να αποδοθεί σε συγκεκριμένους συντελεστές. Αφετέρου, απορρέουν και υπολογιστικά πλεονεκτήματα. Για παράδειγμα, με δεδομένα σενάρια πολλαπλών συντελεστών κινδύνου, καθίσταται δυνατή η δημιουργία σεναρίων για τιμές χαρτοφυλακίου με βάση τις τιμές του συντελεστή κινδύνου και την έκθεση των περιουσιακών στοιχείων του χαρτοφυλακίου στους συντελεστές αυτούς. Νέα χαρτοφυλάκια και χρηματοοικονομικά εργαλεία μπορούν να αναλυθούν από κοινού με τα υπάρχοντα χαρτοφυλάκια καθώς οι συσχετίσεις περιγράφονται μέσω κοινών συντελεστών. Ως εκ τούτου, δεν καθίσταται αναγκαίος ο επανυπολογισμός κοινών σεναρίων τόσο για υπάρχοντα όσο και για νέα χρηματοοικονομικά εργαλεία καθώς οι τιμές των νέων μπορούν να παραχθούν αναλόγως από τις τιμές των παραγόντων κινδύνου.

Τα σενάρια πρέπει να ικανοποιούν κάποιες προϋποθέσεις έτσι ώστε να είναι χρήσιμα στον οικονομικό σχεδιασμό. Η πρώτη προϋπόθεση αφορά την ορθότητα. Κατά συνέπεια, τα σενάρια θα πρέπει να προέρχονται από ένα “ορθό” θεωρητικό μοντέλο μιας τυχαίας μεταβλητής. Επιπλέον, τα σενάρια, ως διακριτοποιήσεις συνεχών συναρτήσεων κατανομών πιθανοτήτων, πρέπει να προσεγγίζουν με ακρίβεια το θεωρητικό μοντέλο από το οποίο προέρχονται. Η ακρίβεια διασφαλίζεται, μεταξύ άλλων, μέσω της αντιστοίχισης της πρώτης και των μεγαλύτερων ροπών των σεναρίων με εκείνες των υποκείμενων θεωρητικών κατανομών. Τέλος, σενάρια τα οποία μοντελοποιούν περισσότερες από μία μεταβλητές πρέπει

να διασφαλίζουν ότι οι τιμές των μεταβλητών αυτών είναι εσωτερικά συνεπείς. Ιδιαίτερη προσοχή απαιτείται στην περίπτωση πολλαπλών ομολόγων διαφορετικών λήξεων, όπως στην προκείμενη περίπτωση. Οι τιμές ομολόγων με διάφορες διάρκειες κατευθύνονται από ένα μικρό αριθμό παραγόντων κινδύνου όπως τα βραχυπρόθεσμα επιτόκια, τη μακροχρόνια απόδοση και το πιστωτικό περιθώριο (credit spread). Η στενή αυτή σχέση μεταξύ τιμών ομολόγων και επιτοκίων καθιστά απαραίτητη την ύπαρξη συνέπειας μεταξύ των διακυμάνσεων των τιμών των ομολόγων ίδιου τύπου αλλά διαφορετικών διαρκειών. Για παράδειγμα, η ύπαρξη ευκαιριών κερδοσκοπίας χωρίς κίνδυνο μεταξύ βραχυχρόνιων και μακροχρόνιων επιτοκίων πρέπει να αγνοείται στα μοντέλα.

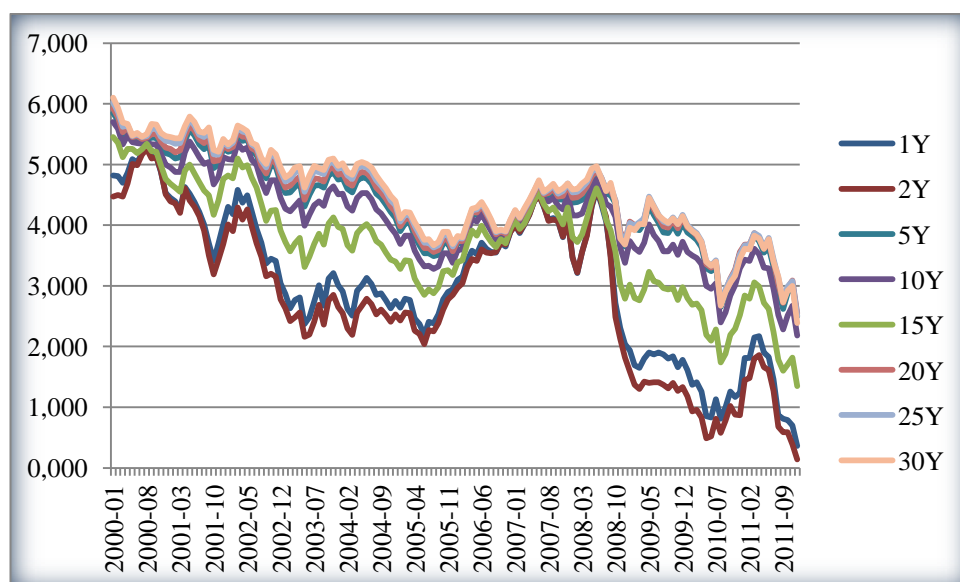
Το πλαίσιο για τη δημιουργία σεναρίων αποτελείται από μία σειρά μοντέλων, ιεραρχικά τοποθετημένων. Στο πρώτο επίπεδο της ιεραρχίας μοντελοποιούνται οι μακροοικονομικές μεταβλητές (Α.Ε.Π., Πληθωρισμός [τιμές, ρυθμός], βραχυχρόνια επιτόκια), οι οποίες καθοδηγούν τις χρηματοοικονομικές αγορές και τις υποχρεώσεις. Στο αμέσως επόμενο επίπεδο αναλύονται τα βασικά στοιχεία των αγορών και οι μοντελοποιήσεις της καμπύλης αποδόσεων, των πιστωτικών περιθωρίων (credit spreads), συναλλαγματικών επιτοκίων και μερισμάτων. Οι πληροφορίες για τις αγορές χρησιμοποιούνται στο τρίτο επίπεδο ώστε να προσδιοριστούν οι τιμές και οι αποδόσεις των σχετικών περιουσιακών στοιχείων. Η ιεραρχία των μοντέλων ολοκληρώνεται με ένα ανατροφοδοτικό μηχανισμό ο οποίος επιτρέπει την παρέμβαση του ειδικού. Σε κάθε επίπεδο της ιεραρχίας καθίσταται δυνατή η υιοθέτηση διαφόρων μεθοδολογιών με σκοπό τη δημιουργία σεναρίων. Οι τρεις επικρατέστερες μέθοδοι αφορούν τη δειγματοληψία με επανάθεση ιστορικών δεδομένων ώστε να αναπτυχθούν σενάρια από τυχαία μεταβλητή επιτοκίου, την ανάπτυξη στατιστικών μοντέλων ώστε να προσαρμοστούν τα παρατηρηθέντα δεδομένα και εν συνεχεία να δοκιμαστούν οι προσαρμοσμένες κατανομές πιθανοτήτων, και τέλος την ανάπτυξη θεωρητικών μοντέλων συνεχούς χρόνου με παραμέτρους υπολογισμένες να προσαρμόζονται στα ιστορικά δεδομένα.

Στην παρούσα εργασία, η μέθοδος η οποία εφαρμόστηκε είναι αυτή της δειγματοληψία με επανάθεση, της άμεσης δοκιμής ιστορικών δεδομένων υπό την υπόθεση ότι οι ιστορικές αυτές παρατηρήσεις αποτελούν γεγονότα τα οποία παρέχουν ένα αντιπροσωπευτικό δείγμα πιθανών μελλοντικών γεγονότων. Εφόσον όλα τα σενάρια αποτελούν συνδυασμούς δεδομένων αγοράς τα οποία έχουν παρατηρηθεί στην πράξη, κατά συνέπεια ικανοποιούνται οι προϋποθέσεις της ορθότητας και της συνέπειας. Επιπλέον, για μεγάλα δείγματα, τα σενάρια αυτά μπορούν να είναι επαρκώς ακριβή. Πιο αναλυτικά, στη μέθοδο αυτή, κάθε σενάριο αποτελεί ένα δείγμα αποδόσεων περιουσιακών στοιχείων το οποίο έχει ληφθεί από δείγματα αποδόσεων παρατηρηθέντων στο παρελθόν. Οι ημερομηνίες από τα διαθέσιμα ιστορικά δεδομένα

επιλέγονται τυχαία, ενώ για κάθε ημερομηνία στο δείγμα ερμηνεύονται οι αποδόσεις όλων των τάξεων των περιουσιακών στοιχείων, τα οποία παρατηρήθηκαν κατά τη διάρκεια του προηγούμενου μήνα. Ως εκ τούτου, τα δείγματα αυτά αποτελούν σενάρια μηνιαίων αποδόσεων.

Στην προκείμενη εργασία, χρησιμοποιήθηκαν οι μηνιαίες αποδόσεις ομολόγων γερμανικού δημοσίου διάρκειας 1 έτους έως 30 ετών, για την περίοδο Ιανουάριος 2000 – Δεκέμβριος 2011. Σημειώνεται ότι η χρονική περίοδος του δείγματος περιλαμβάνει γεγονότα όπως τη δημιουργία του ευρώ (1999) και την πρόσφατη οικονομική και χρηματοοικονομική κρίση (2008-2009). Στο ακόλουθο διάγραμμα παρουσιάζονται διαγραμματικά οι αποδόσεις των ομολόγων διάρκειας 1,2,5,10,15,20,25 και 30 ετών ενδεικτικά :

3.8.1 Διάγραμμα (d)



Εφαρμόζοντας τη μέθοδο της τη δειγματοληψία με επανάθεση στα ιστορικά δεδομένα, λαμβάνονται η καμπύλη αποδόσεων (Bund Term Structure), τα “spot rates” (Bund Spot Rates) και τα ποσοστά απόδοσης των ομολόγων (Bund Yield Rates).

Στην παρούσα φάση, και για μπορέσει να ολοκληρωθεί η δημιουργία των σεναρίων, καθίσταται αναγκαία η ανάλυση της καμπύλης αποδόσεων. Για το λόγο αυτό χρησιμοποιείται η μέθοδος “Principal Components Analysis – Ανάλυση Κύριων Συνιστωσών” (PCA). Η προσέγγιση αυτή στηρίζεται στην Nelson & Siegel (1987) αποσύνθεση της καμπύλης αποδόσεων σε τρεις *λανθάνοντες παράγοντες (latent factors)*, οι οποίοι επιτρέπουν από κοινού την περιγραφή της μορφής της καμπύλης αποδόσεων σε κάθε στιγμή. Οι παράγοντες αυτοί ερμηνεύθηκαν από τους Litterman & Scheinkman (1991) και Diebold & Li (2006) ως επίπεδο

(level), κλίση (slope) και καμπυλότητα (curvature) και αποτυπώνουν το 99% περίπου των μεταβολών στις αποδόσεις των κρατικών ομολόγων. Επιπλέον, ο παράγοντας “επίπεδο” (ή συνιστώσα παράλληλης κίνησης) αποτελεί τον πλέον σημαντικότερο παράγοντα, αντιπροσωπεύοντας κατά μέσο όρο το 89% των διακυμάνσεων που παρατηρούνται στα δεδομένα μεταβολών απόδοσης. Οι Nelson & Siegel (1987) πρότειναν το “φειδωλό” μοντέλο της καμπύλης αποδόσεων, στο οποίο η καμπύλη μοντελοποιείται χρησιμοποιώντας μια παραλλαγή της εκθετικής προσέγγισης τριών συνιστωσών της τομής των αποδόσεων σε κάθε χρονική στιγμή :

$$y(\tau) = \beta_1 + \beta_2 \left(\frac{1 - e^{-\lambda\tau}}{\lambda\tau} \right) + \beta_3 \left(\frac{1 - e^{-\lambda\tau}}{\lambda\tau} - e^{-\lambda\tau} \right)$$

όπου $y_t(\tau)$ δηλώνει το σύνολο των (μηδενικού – κουπονιού) αποδόσεων και “ τ ” η αντίστοιχη διάρκεια. Η διατύπωση των “Nelson – Siegel” ερμηνεύεται ως ένα δυναμικό μοντέλο “λανθάνοντος” παράγοντα (dynamic latent factor model) όπου β_{1t} , β_{2t} , β_{3t} είναι (χρονικά μεταβαλλόμενες) παράμετροι οι οποίοι καταγράφουν τα επίπεδο (level – L), την κλίση (slope – S) και την κυρτότητα (curvature – C) της καμπύλης αποδόσεων σε κάθε περίοδο “ t ”, ενώ οι όροι οι οποίοι πολλαπλασιάζουν τους παράγοντες είναι τα αντίστοιχα φορτία παραγόντων (factor loadings) :

$$y_t(\tau) = L_t + S_t \left(\frac{1 - e^{-\lambda\tau}}{\lambda\tau} \right) + C_t \left(\frac{1 - e^{-\lambda\tau}}{\lambda\tau} - e^{-\lambda\tau} \right)$$

Το “ L_t ” μπορεί ξεκάθαρα να ερμηνευθεί ως ένα συνολικό επίπεδο της καμπύλης αποδόσεων, καθώς οι σταθμίσεις του (loadings) είναι ίσες για όλες τις διάρκειες, ωστόσο τυπικά συνδέεται με το μακροχρόνιο της καμπύλης αφού οι άλλοι δύο λανθάνοντες παράγοντες έχουν μηδενικές σταθμίσεις στις μεγαλύτερες διάρκειες. Οι σταθμίσεις του “ S_t ” παρουσιάζουν ένα μέγιστο (ίσο με το 1) στις βραχυχρόνιες διάρκειες και έπειτα φθίνουν μονότονα στο μηδέν όσο οι διάρκειες αυξάνονται, ενώ οι σταθμίσεις του “ C_t ” είναι μηδενικές στις βραχυχρόνιες διάρκειες, αυξάνουν έως ένα μέγιστο στο μέσο του φάσματος της διάρκειας και εν συνεχεία τείνουν στο μηδέν όσο οι διάρκειες αυξάνονται. Ως εκ τούτου, τα “ S_t ” και “ C_t ” μπορούν να ερμηνευθούν ως οι βραχυχρόνιες και μεσοπρόθεσμες άδηλες (latent – κρυφές) συνιστώσες της καμπύλης αποδόσεων, με το συντελεστή λ να διέπει το ρυθμό της φθοράς της στάθμισης του βραχυχρόνιου παράγοντα και τη διάρκεια στην οποία ο μεσοπρόθεσμος παράγοντας έχει μέγιστη σταθμισμό. Τόσο το “ S_t ” όσο και το “ L_t ” ερμηνεύονται και αιτιολογούνται διαισθητικά, καθιστώντας με τον τρόπο αυτό σχετικά άμεση τη σύνδεσή τους με τις μακροοικονομικές μεταβλητές. Η κλίση έχει συνδεθεί με τις μεταβολές στα ακίνδυνα επιτόκια

και κατ' επέκταση στις ενέργειες της νομισματικής πολιτικής στην κυκλική κατάσταση της οικονομίας. Το επίπεδο τυπικά σχετίζεται με το μακροχρόνιο ονομαστικό σημείο αναφοράς (Long-run nominal anchor), ήτοι το στόχο (και τις προσδοκίες) για πληθωρισμό. Αντίθετα, το “ C_t ” είναι η δεύτερη παράγωγος της καμπύλης των αποδόσεων. Η κύρτωση σε ενδιάμεσες διάρκειες μιας τυπικής κοίλης καμπύλης αποδόσεων σημαίνει ότι η αγορά τιμολογεί τον κίνδυνο των ενδιάμεσων διαρκειών έναντι των αναληφθεισών (vis-à-vis) βραχυχρόνιων περισσότερο από ότι τιμολογεί τον κίνδυνο των μακροχρόνιων έναντι των αναληφθεισών ενδιάμεσων διαρκειών (η “βουτιά” σε μία κυρτή καμπύλη σημαίνει ότι η διαφορά των ενδιάμεσων έναντι των αναληφθεισών βραχυπρόθεσμων διαρκειών είναι μικρότερη από τη διαφορά των μεγαλύτερων έναντι των αναληφθεισών ενδιάμεσων διαρκειών).

Ως εκ τούτου, η εκτίμηση του κινδύνου και η μορφή και η ένταση της κυρτότητας, εξαρτάται από διάφορους παράγοντες. Παρότι αρκετοί είναι δύσκολο να γίνουν αντιληπτοί, τα βραχυπρόθεσμα επιτόκια αποτελούν ένα παράγοντα γνωστό για τις επιδράσεις του στην κυρτότητα. Όσο μεγαλύτερη είναι η μεταβλητότητα των βραχυχρόνιων επιτοκίων, τόσο πιο κοίλη παρουσιάζεται η καμπύλη επιτοκίων (παρότι δεν ανοσοποιείται σε αυτό, η κλίση επηρεάζεται αρκετά λιγότερο από τη μεταβλητότητα των βραχυχρόνιων επιτοκίων). Η μακροοικονομική λογοτεχνία δεν έχει καθορίσει μέχρι στιγμής μια ξεκάθαρη σχέση μεταξύ της κυρτότητας της απόδοσης και οποιασδήποτε άλλης συγκεκριμένης μακροοικονομικής ή πολιτικής μεταβλητής¹.

Ο Lars Svensson (1994) θέλησε να προσδώσει περισσότερη ευελιξία, βελτιώνοντας την προσαρμογή του μοντέλου των “Nelson – Siegel”. Εισήγαγε μια δεύτερη μορφή κύρτωσης προσθέτοντας τις παραμέτρους “ β_4 ” και “ λ_2 ” στον αρχικό τύπο, δηλώνοντας με τον τρόπο αυτό την παρουσία του στιγμιαίου “forward” επιτοκίου :

$$y(\tau) = \beta_1 + \beta_2 \left(\frac{1 - e^{-\lambda_1 \tau}}{\lambda_1 \tau} \right) + \beta_3 \left(\frac{1 - e^{-\lambda_1 \tau}}{\lambda_1 \tau} - e^{-\lambda_1 \tau} \right) + \beta_4 \left(\frac{1 - e^{-\lambda_2 \tau}}{\lambda_2 \tau} - e^{-\lambda_2 \tau} \right)$$

Τέλος, μια εξίσου σημαντική προέκταση του μοντέλου των “Nelson – Siegel” αποτελεί αυτό των Diebold & Li (2006). Στην προκείμενη περίπτωση, τα “ L_t ”, “ S_t ” και “ C_t ” ακολουθούν μία διαδικασία αυτοπαλίνδρομου διανύσματος (vector autoregressive process) πρώτης τάξης, η οποία επιτρέπει την χύτευση (cast) του μοντέλου άδηλου παράγοντας της καμπύλης αποδόσεων σε μορφή χώρου – κατάστασης (“state-space”), και έπειτα χρησιμοποιώντας το

¹ Alfonso^{a,b,*} A., Martins^c M.F. M.. “Level, slope, curvature of the sovereign yield curve, and fiscal behaviour”, Journal of Banking & Finance 36 (2012) 1789 – 1807

φίλτρο “Kalman” τη λήψη εκτιμήσεων μέγιστης πιθανοφάνειας των υπερ – παραμέτρων και τις τεκμαρτές εκτιμήσεις των παραμέτρων “ L_t ”, “ S_t ” και “ C_t ”.

3.8.5 ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΗΣ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ

I.K.A. – E.T.A.M.

Στους ακόλουθους πίνακες παρουσιάζονται τα αποτελέσματα που εξήχθησαν από την εφαρμογή του στοχαστικού μοντέλου. Οι εφαρμογές πραγματοποιήθηκαν με χρήση Ομοιόμορφης Κατανομής με παραμέτρους (0.8 , 1.2) και Κανονικής Κατανομής με παραμέτρους (1.2 , 0.8) και (1.2 , 1.0). Ως εκ τούτου, περιγράφονται το ύψος των κεφαλαίων που απαιτούνται για αγορά ομολόγων (όπου αυτή υφίσταται) καθώς και τα ομόλογα τα οποία επιλέγονται, το πλεόνασμα και το ύψος του δανεισμού (όταν και όπως αυτά διαμορφώνονται ανά σενάριο και έτος). Τα σενάρια, τα οποία εφαρμόζονται, αφορούν μεταβολές των συντελεστών της καμπύλης των “Spot Rates”. Ως εκ τούτου, τα SS_1 και SS_2, SS_3 και SS_4, SS_5 και SS_6 σενάρια περιγράφουν μεταβολές +1% και -1% στο επίπεδο, στην κλίση και στην κυρτότητα της καμπύλης αντίστοιχα. Αναλυτικότερα :

- Στοχαστική Βελτιστοποίησης με χρήση Ομοιόμορφης Κατανομής

Το ταμείο προβαίνει σε αγορά ομολόγων (όπως παρουσιάζεται στον πίνακα 3.8.17 και για τα δύο σενάρια), ενώ σημειώνεται ότι για το “Status Quo Scenario” ο δανεισμός είναι μηδενικός. Στην περίπτωση του “Reform Scenario”, δανεισμός υφίσταται μόνο στο 2^ο σενάριο (SS_2) (πίνακας 3.8.20). Όσον αφορά το ποσό αρχικής επένδυσης και τα πλεονάζοντα κεφάλαια, παρουσιάζονται αναλυτικά στους πίνακες 3.8.18 και 3.8.19.

Πίνακας 3.8.17

“Αγορά Ομολόγων”

ΟΜΟΛΟΓΟ	FACE VALUE (SQS)	FACE VALUE (RS)
Bund-03-4-1-2013	4,33	3,04
Bund-98-4-1-2028	3,08	0,44

Όπως παρουσιάζεται στον πρώτο πίνακα, για το ισχύον καθεστώς καταβάλλονται 7,41 δις. ευρώ για αγορά ομολόγων διάρκειας 1 και 16 ετών. Το αντίστοιχο ποσό στο μεταρρυθμιστικό σενάριο ανέρχεται στα 3,48 δις. ευρώ, ήτοι στο μισό περίπου, ενώ αφορά την αγορά των ίδιων ομολόγων.

Πίνακας 3.8.18

“Ποσό Αρχικής Επένδυσης και Πλεονάζοντα Κεφάλαια κατά έτος και σενάριο – Status Quo Scenario”

Upfront Investment (Status Quo Scenario) = 43,30 δις. ευρώ						
	SS_1	SS_2	SS_3	SS_4	SS_5	SS_6
2012	33,33	29,35	31,20	31,14	32,87	29,46
2013	35,87	30,82	32,63	32,50	35,46	33,03
2014	35,55	26,27	28,32	30,15	35,89	29,50
2015	31,50	24,16	28,87	30,43	33,33	28,43
2016	29,65	20,14	27,74	29,31	32,35	28,34
2017	23,19	16,53	25,79	27,44	27,44	27,65
2018	19,70	15,03	21,69	27,78	23,92	26,30
2019	14,77	13,27	18,36	22,18	17,10	25,87
2020	13,15	7,89	14,15	20,99	12,25	19,82
2021	13,57	8,27	14,63	21,59	12,72	20,40
2022	14,04	8,62	15,19	22,29	13,17	21,16
2023	14,52	8,99	15,75	23,00	13,64	21,95
2024	14,98	9,36	16,38	23,82	14,10	22,66
2025	6,17	2,63	8,91	18,31	11,59	17,28
2026	6,51	2,87	9,32	18,94	12,02	17,91
2027	6,85	3,14	9,70	19,60	12,50	18,57
2028	10,72	6,89	12,64	23,85	15,53	22,29
2029	11,00	7,04	12,98	24,52	15,92	22,95
2030	-	-	-	17,49	4,01	13,79

Πίνακας 3.8.19

“Ποσό Αρχικής Επένδυσης και Πλεονάζοντα Κεφάλαια κατά έτος και σενάριο – Reform Scenario”

Upfront Investment (Reform Scenario) = 8,34 δισ. ευρώ						
	SS_1	SS_2	SS_3	SS_4	SS_5	SS_6
2012	5,21	1,44	3,12	2,94	4,71	1,63
2013	7,67	3,19	4,63	4,44	7,28	5,31
2014	8,50	0,14	1,86	3,81	8,99	3,46
2015	6,19	-	3,73	5,63	8,17	4,24
2016	6,12	-	4,62	6,43	8,88	6,04
2017	2,43	-	4,95	7,16	6,83	7,53
2018	1,42	-	4,18	9,87	6,77	8,94
2019	0,26	-	4,73	7,99	3,66	11,54
2020	1,72	-	5,12	10,52	3,04	9,33
2021	1,77	-	5,26	10,77	3,14	9,55
2022	1,84	-	5,43	11,04	3,23	9,84
2023	1,90	-	5,58	11,32	3,33	10,14
2024	1,97	-	5,77	11,67	3,43	10,40
2025	0,62	-	5,23	12,44	6,89	10,34
2026	0,66	-	5,39	12,77	7,08	10,62
2027	0,70	-	5,52	13,12	7,28	10,93
2028	1,25	-	6,06	13,96	7,86	11,68
2029	1,28	-	6,22	14,35	8,06	12,03
2030	-	-	3,73	15,94	5,99	11,61

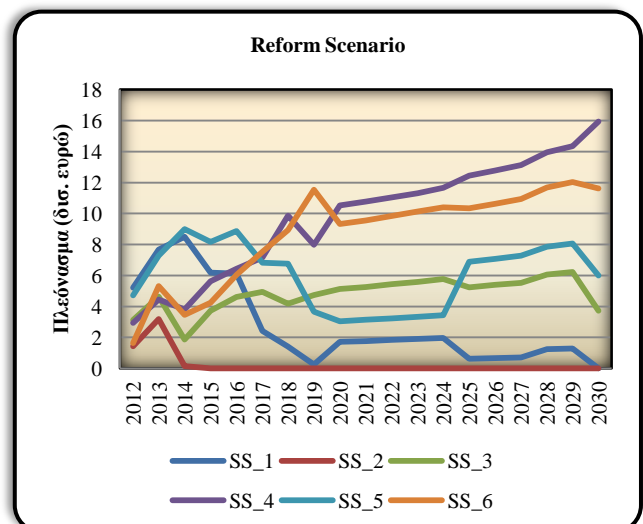
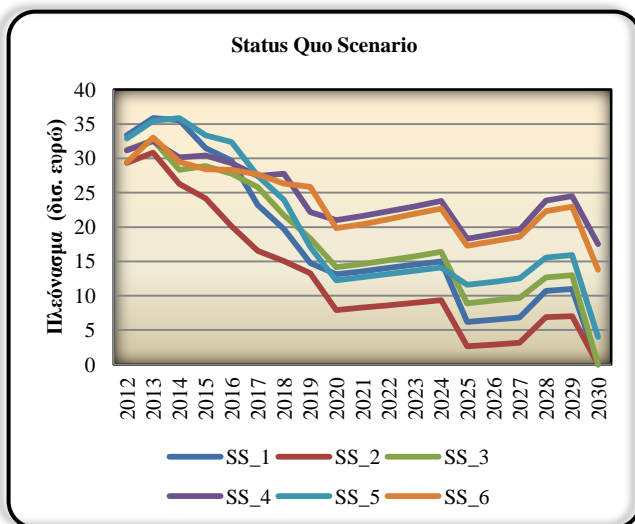
Πίνακας 3.8.20

“Ποσό Δανεισμού κατά έτος και σενάριο – Reform Scenario”

	SS_2
2016	2,08
2017	3,31
2018	2,26
2019	1,12
2020	2,44
2021	2,53
2022	2,60
2023	2,68
2024	2,76
2025	2,24
2026	2,31
2027	2,38
2028	1,95
2029	2,03

Διάγραμμα 3.8.2 & 3.8.3

“Υψος ετήσιου πλεονάσματος ανά σενάριο”



Σε γενικές γραμμές, παρατηρείται ότι ενδεχόμενη μετατόπιση του επιπέδου της καμπύλης των επιτοκίων κατά $\pm 1\%$ έχει ως αποτέλεσμα μικρότερα ποσά πλεονάσματος (ή και καθόλου – έτος 2030) σε σχέση με αντίστοιχες μεταβολές στην κλίση και στην κυρτότητα της καμπύλης. Επιπλέον, στην μεταρρυθμιστική περίπτωση και πιο συγκεκριμένα στο σενάριο μετατόπισης του επιπέδου της καμπύλης κατά -1% , για την περίοδο 2016 – 2030 τα ταμείο προβαίνει σε δανεισμό. Όπως είναι φυσικό, τα πλεονάσματα της περιόδου αυτής είναι μηδενικά. Κατά βάση, το ύψος των πλεοναζόντων κεφαλαίων είναι μεγαλύτερο στα πρώτα χρόνια στην περίπτωση του σεναρίου ισχύοντος καθεστώτος. Το αντίθετο, ωστόσο παρατηρείται για το μεταρρυθμιστικό σενάριο όπου τα πλεονάζοντα κεφάλαια ακολουθούν ανοδική πορεία στο χρόνο.

- Στοχαστική Βελτιστοποίησης με χρήση Κανονικής Κατανομής

Στους ακόλουθους πίνακες συνοψίζονται τα αποτελέσματα που προέκυψαν από την εφαρμογή του μοντέλου με Κανονική Κατανομή (1.2 , 0.8) :

Πίνακας 3.8.21

“Αγορά Ομολόγων”

ΟΜΟΛΟΓΟ	FACE VALUE (SQS)	FACE VALUE (RS)
Bund-03-4-1-2013	7,45	7,69
Bund-03-4-1-2014	11,41	16,49
Bund-05-4-7-2015	38,65	35,48

Στην περίπτωση που η στοχαστική διαδικασία ακολουθεί την Κανονική Κατανομή με μέση τιμή $\mu=1,2$ και διακύμανση $\sigma^2=0,8$, το ταμείο επιλέγει ομόλογα βραχυχρόνιας διάρκειας (έως 3 έτη) για τα οποία καταβάλλει ποσά ύψους 57,51 δισ. ευρώ (περίπτωση ισχύοντος καθεστώτος) και 59,66 δισ. ευρώ (περίπτωση μεταρρύθμισης).

Πίνακας 3.8.22

“Ποσό Αρχικής Επένδυσης και Πλεονάζοντα Κεφάλαια κατά έτος και σενάριο – Status Quo Scenario”

Upfront Investment (Status Quo Scenario) = 67,93 δισ. ευρώ						
	SS_1	SS_2	SS_3	SS_4	SS_5	SS_6
2013	-	23,77	-	-	-	11,74
2014	-	34,32	-	2,80	-	19,69
2015	13,06	50,40	58,35	78,48	52,68	65,29
2016	17,17	52,56	65,94	90,07	37,98	57,78
2017	20,83	52,56	60,23	93,88	40,01	65,36
2018	9,38	52,47	56,57	83,37	1,93	75,73
2019	32,99	48,19	45,34	76,70	3,98	74,03
2020	21,22	40,09	49,79	88,97	-	55,69
2021	21,80	41,32	52,38	91,88	-	54,50
2022	22,73	43,31	55,86	97,41	-	54,04
2023	23,82	44,60	58,86	96,19	-	54,62
2024	23,57	45,50	59,56	97,89	-	56,10
2025	0,64	40,88	14,36	83,57	0,98	57,82
2026	0,67	42,12	15,19	87,76	0,99	59,13
2027	0,68	43,25	15,19	93,02	1,05	60,06
2028	0,67	44,60	15,65	98,15	1,12	59,45
2029	0,70	45,61	15,64	104,39	1,16	61,31
2030	-	-	-	131,74	-	29,91

Πίνακας 3.8.23

“Ποσό Δανεισμού κατά έτος και σενάριο – Status Quo Scenario”

	SS_1	SS_2	SS_3	SS_4	SS_5	SS_6
2012	34,62	14,61	26,71	22,35	32,06	15,30
2013	36,33	-	16,75	12,28	32,57	-
2014	27,64	-	21,27	-	24,03	-
2020	-	-	-	-	4,87	-
2021	-	-	-	-	5,21	-
2022	-	-	-	-	5,47	-
2023	-	-	-	-	5,72	-
2024	-	-	-	-	5,95	-

Σε όλα τα σενάρια, το ασφαλιστικό σχήμα ξεκινά με δανεισμό ο οποίος εκτείνεται και στο 2013, ενίοτε και στο 2014. Κατά συνέπεια, στα έτη αυτά το πλεόνασμα είναι μηδενικό. Επιπλέον δανεισμός παρατηρείται για το χρονικό διάστημα 2020 – 2024 στην περίπτωση κατά την οποία η κυρτότητα της καμπύλης μετατοπίζεται κατά 1% (SS_5). Σε ενδεχόμενη μετατόπιση του επιπέδου της καμπύλης κατά 1% (SS_1), τα πλεονάζοντα κεφάλαια διαμορφώνονται σε αισθητά μικρά επίπεδα συγκριτικά με τα υπόλοιπα σενάρια, κυρίως δε κατά την τελευταία πενταετία (2025 – 2030), με απότομη μείωση από τα 23,57 δισ. ευρώ στα 0,64 δισ. ευρώ. Την ίδια σχετικά πορεία διαγράφουν τα ετήσια πλεονάσματα και στην περίπτωση μεταβολής της κλίσης της καμπύλης κατά 1%, το ύψος ωστόσο των πλεοναζόντων κεφαλαίων είναι αρκετά υψηλότερο. Τέλος, σε ενδεχόμενες αρνητικές μετατοπίσεις κατά 1 ποσοστιαία μονάδα των τριών συντελεστών της καμπύλης, τα ετήσια πλεονάσματα παρουσιάζουν διακυμάνσεις. Καταλήγοντας άλλοτε σε μηδενικό πλεόνασμα (SS_2), άλλοτε στο υψηλότερο δυνατό έχοντας διαγράψει ανοδική πορεία (SS_4) και άλλοτε σε σχετικά μικρό ύψος παρουσιάζοντας απότομη πτώση (SS_6).

Πίνακας 3.8.24

“Ποσό Αρχικής Επένδυσης και Πλεονάζοντα Κεφάλαια κατά έτος και σενάριο – Reform Scenario”

Upfront Investment (Reform Scenario) = 27,84 δισ. ευρώ						
	SS_1	SS_2	SS_3	SS_4	SS_5	SS_6
2015	-	15,20	19,79	41,99	19,44	36,84
2016	-	19,98	29,52	53,73	8,20	32,23
2017	-	24,33	26,95	60,76	11,42	42,67
2018	-	25,86	22,94	52,88	-	54,41
2019	14,78	22,98	12,37	49,62	-	60,44
2020	8,16	18,70	19,97	67,28	-	50,30
2021	8,38	19,27	21,01	69,49	-	49,22
2022	8,74	20,20	22,40	73,67	-	48,81
2023	9,16	20,80	23,60	72,75	-	49,33
2024	9,06	21,22	23,89	74,04	-	50,67
2025	-	24,46	-	68,06	-	56,38
2026	-	25,21	-	71,47	-	57,66
2027	-	25,88	-	75,76	-	58,56
2028	-	26,69	-	79,93	-	57,97
2029	-	27,29	-	85,02	-	59,78
2030	-	-	-	116,38	-	41,67

Πίνακας 3.8.25

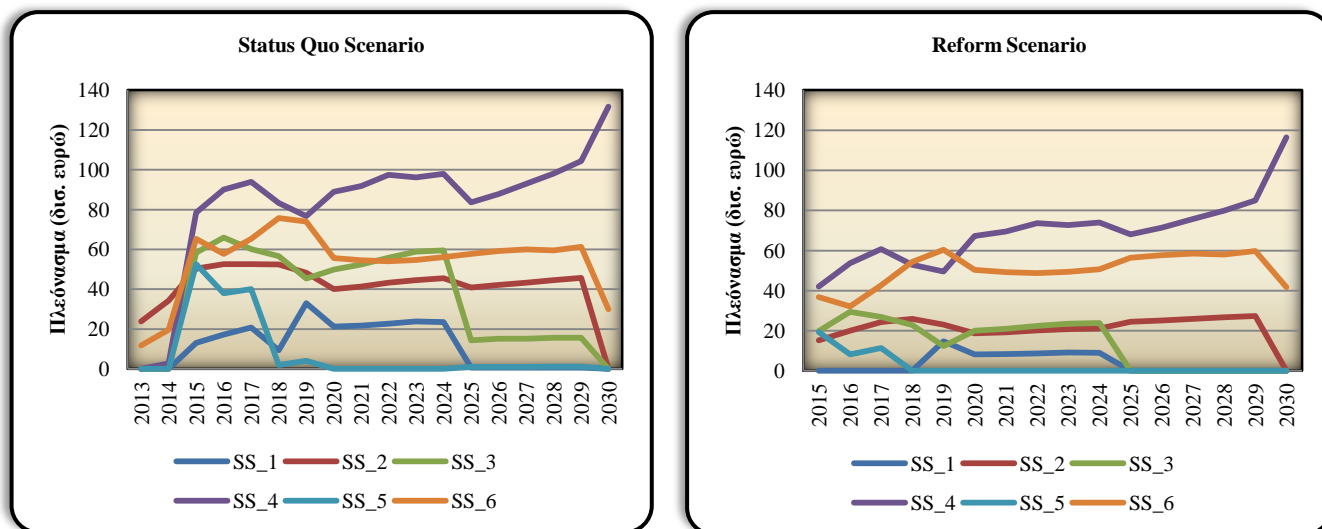
“Ποσό Δανεισμού κατά έτος και σενάριο – Reform Scenario”

	SS_1	SS_2	SS_3	SS_4	SS_5	SS_6
2012	68,72	51,07	62,63	59,66	67,74	52,29
2013	70,65	15,07	50,84	47,88	68,47	22,53
2014	56,14	2,25	54,07	29,26	51,92	8,01
2015	15,68	-	-	-	-	-
2016	9,56	-	-	-	-	-
2017	5,48	-	-	-	-	-
2018	13,02	-	-	-	19,15	-
2019	-	-	-	-	14,25	-
2020	-	-	-	-	16,64	-
2021	-	-	-	-	17,80	-
2022	-	-	-	-	18,68	-
2023	-	-	-	-	19,55	-
2024	-	-	-	-	20,33	-
2025	4,02	-	4,67	-	6,27	-
2026	4,22	-	5,01	-	6,45	-
2027	4,40	-	5,10	-	6,99	-
2028	4,39	-	5,34	-	7,56	-
2029	4,64	-	5,43	-	7,91	-

Στην περίπτωση του μεταρρυθμιστικού σεναρίου και ιδιαίτερα στις περιπτώσεις κατά τις οποίες υφίστανται πιθανές θετικές μετατοπίσεις του επιπέδου και της κλίσης της καμπύλης, παρατηρείται δανεισμός στα πρώτα έτη και στην τελευταία πενταετία. Ωστόσο, τα πλεονάσματα που διαμορφώνονται στο SS_1 σενάριο είναι πολύ μικρότερα από τα αντίστοιχα στο SS_2. Όσο αφορά ενδεχόμενη θετική μετατόπιση της κυρτότητας της καμπύλης των επιτοκίων, οδηγεί σε διαρκή δανεισμό. Αντίθετα, υψηλότερα πλεονάζοντα κεφάλαια παρατηρούνται σε πιθανές αρνητικές μεταβολές των συντελεστών της καμπύλης επιτοκίων (SS_2, SS_4, SS_6), κυρίως δε όταν αυτές εφαρμόζονται στην κλίση και στην κυρτότητα της καμπύλης.

Διάγραμμα 3.8.4 & 3.8.5

“Υψος ετήσιου πλεονάσματος ανά σενάριο”



- Στοχαστική Βελτιστοποίησης με χρήση Κανονικής Κατανομής

[Normal(1.2 , 1.0)]

Πίνακας 3.8.26

“Αγορά Ομολόγων”

ΟΜΟΛΟΓΟ	FACE VALUE (SQS)	FACE VALUE (RS)
Bund-03-4-1-2013	8,16	8,19
Bund-03-4-1-2014	12,10	16,82
Bund-05-4-7-2015	38,43	35,18

Ορίζοντας τη διακύμανση να ισούται με 1,0 , τα κεφάλαια τα οποία απαιτούνται για την αγορά ομολόγων διάρκειας 1, 2 και 3 ετών ανέρχονται συνολικά στα 58,69 δισ. ευρώ για το “Status Quo Scenario” και 60,19 δισ. ευρώ για το “Reform Scenario”, ελαφρώς υψηλότερα σε σύγκριση με τα αποτελέσματα που εξήχθησαν με χρήση Κανονικής Κατανομής (1,2 , 0,8). Γεγονός το οποίο δικαιολογείται από την αύξηση της μεταβλητότητας από 0,8 σε 1,0.

Πίνακας 3.8.27

“Ποσό Αρχικής Επένδυσης και Πλεονάζοντα Κεφάλαια κατά έτος και σενάριο – Status Quo Scenario”

Upfront Investment (Status Quo Scenario) = 71,80 δισ. ευρώ						
	SS_1	SS_2	SS_3	SS_4	SS_5	SS_6
2013	-	34,58	-	-	-	20,55
2014	-	45,45	-	5,29	-	27,64
2015	7,13	54,04	62,89	88,37	58,07	73,67
2016	13,27	57,51	73,10	103,81	40,27	65,52
2017	18,70	58,20	66,92	109,88	43,71	76,04
2018	5,36	58,95	63,51	97,83	-	90,15
2019	35,88	54,68	50,37	90,72	0,69	89,58
2020	22,44	45,79	57,37	107,82	-	68,15
2021	23,03	47,19	60,67	111,43	-	65,81
2022	24,08	49,68	65,25	118,97	-	64,62
2023	25,35	51,16	69,14	116,23	-	65,01
2024	24,83	52,06	69,66	117,92	-	66,72
2025	-	48,29	15,17	101,60	-	70,50
2026	-	49,77	16,15	107,20	-	71,97
2027	-	51,06	16,03	114,43	-	72,84
2028	-	52,67	16,52	121,46	-	71,38
2029	-	53,76	16,38	130,20	-	73,63
2030	-	-	-	167,72	-	37,42

Στον πίνακα πλεονασμάτων που παρατίθεται, παρατηρούνται ιδιαίτερα υψηλά πλεονάσματα, κυρίως στην περίπτωση που η κλίση της καμπύλης των επιτοκίων μεταβάλλεται αρνητικά κατά 1%. Στις περιπτώσεις δε θετικής μετατόπισης του επιπέδου της καμπύλης (SS_1) και της κυρτότητά της (SS_5) δεν υφίστανται πλεονάσματα στην πλειονότητα των ετών του χρονικού ορίζοντα. Στην προκειμένη, το μοντέλο προβαίνει σε δανεισμό όπως γίνεται φανερό στον ακόλουθο πίνακα :

Πίνακας 3.8.28

“Ποσό Δανεισμού κατά έτος και σενάριο – Status Quo Scenario”

	SS_1	SS_2	SS_3	SS_4	SS_5	SS_6
2012	37,88	12,87	27,99	22,53	34,68	13,72
2013	41,39	-	16,19	11,14	34,97	-
2014	32,71	-	25,10	-	26,43	-
2018	-	-	-	-	2,96	-
2020	-	-	-	-	9,38	-
2021	-	-	-	-	10,08	-
2022	-	-	-	-	10,59	-
2023	-	-	-	-	11,08	-
2024	-	-	-	-	11,50	-
2025	1,94	-	-	-	1,31	-
2026	2,03	-	-	-	1,34	-
2027	2,12	-	-	-	1,46	-
2028	2,09	-	-	-	1,60	-
2029	2,21	-	-	-	1,67	-

Πίνακας 3.8.29

“Ποσό Αρχικής Επένδυσης και Πλεονάζοντα Κεφάλαια κατά έτος και σενάριο – Reform Scenario”

Upfront Investment (Reform Scenario) = 31,29 δισ. ευρώ						
	SS_1	SS_2	SS_3	SS_4	SS_5	SS_6
2014	-	7,57	-	-	-	0,57
2015	-	18,40	23,32	51,12	24,36	46,21
2016	-	24,53	35,61	66,12	10,28	41,11
2017	-	29,94	32,62	75,44	14,46	54,48
2018	-	31,86	27,89	65,81	-	69,45
2019	18,13	28,33	14,63	61,94	-	77,55
2020	9,98	23,05	24,26	84,56	-	65,24
2021	10,25	23,76	25,66	87,39	-	63,00
2022	10,71	25,02	27,60	93,31	-	61,86
2023	11,28	25,76	29,24	91,16	-	62,24
2024	11,04	26,21	29,46	92,48	-	63,87
2025	-	30,32	-	84,71	-	70,64
2026	-	31,25	-	89,37	-	72,11
2027	-	32,06	-	95,40	-	72,98
2028	-	33,07	-	101,26	-	71,52
2029	-	33,75	-	108,55	-	73,77
2030	-	-	-	148,19	-	51,25

Στην περίπτωση του “Reform Scenario”, αφενός απαιτείται η καταβολή μικρότερου ποσού για πραγματοποίηση επενδύσεων και αφετέρου τα ύψη των σχηματισθέντων πλεονασμάτων είναι μικρότερα σε σχέση με το σενάριο ισχύοντος καθεστώτος. Ωστόσο, παρότι το μοντέλο προβαίνει σε δανεισμό (στα έτη που υφίστανται μηδενικά πλεονάσματα), τα ποσά δανεισμού είναι μικρότερα, σε γενικές γραμμές, από τα αντίστοιχα του “Status Quo Scenario”.

Πίνακας 3.8.30

“Ποσό Δανεισμού κατά έτος και σενάριο – Reform Scenario”

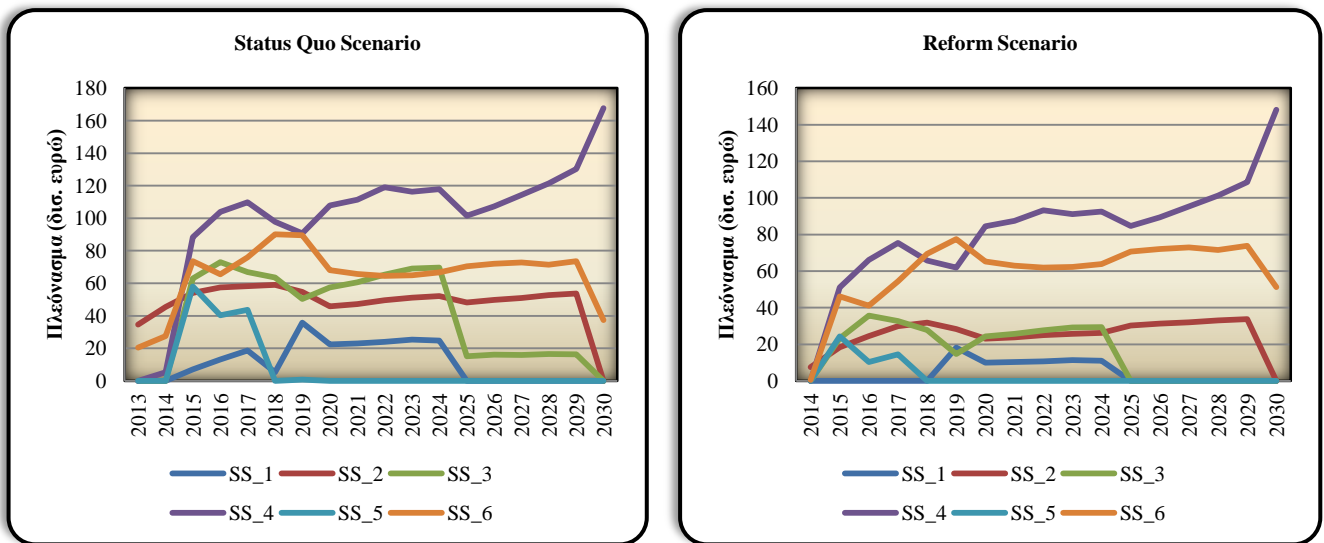
	SS_1	SS_2	SS_3	SS_4	SS_5	SS_6
2012	70,09	48,01	62,47	58,76	68,85	49,55
2013	74,27	4,19	49,01	45,68	70,30	12,84
2014	60,47	-	57,89	26,89	53,85	-
2015	20,50	-	-	-	-	-
2016	12,52	-	-	-	-	-
2017	7,31	-	-	-	-	-
2018	16,64	-	-	-	23,69	-
2019	-	-	-	-	17,44	-
2020	-	-	-	-	20,58	-
2021	-	-	-	-	22,13	-
2022	-	-	-	-	23,24	-
2023	-	-	-	-	24,32	-
2024	-	-	-	-	25,25	-
2025	5,32	-	6,20	-	7,96	-
2026	5,59	-	6,71	-	8,15	-
2027	5,82	-	6,77	-	8,90	-
2028	5,73	-	7,09	-	9,70	-
2029	6,07	-	7,15	-	10,16	-

Κατά βάση, η εφαρμογή της Κανονικής Κατανομής με μέση τιμή $\mu=1,2$ και διακύμανση $\sigma=1,0$ οδηγεί αφενός σε δανεισμό ο οποίος εκτείνεται σε περισσότερα έτη (“Status Quo Scenario”) και με υψηλότερα ποσά απ’ ότι στην περίπτωση της Κανονικής Κατανομής (1,2 , 0,8), και αφετέρου σε υψηλότερα πλεονάσματα, εξ’ αιτίας της ύπαρξης μεγαλύτερης μεταβλητότητας.

Στη συνέχεια, παρατίθεται διαγραμματική απεικόνιση των πλεονασμάτων όπως αυτά διαμορφώνονται σε ετήσια βάση και ανά σενάριο :

Διάγραμμα 3.8.6 & 3.8.7

“Ύψος ετήσιου πλεονάσματος ανά σενάριο”



Ο.Α.Ε.Ε.

- Στοχαστική Βελτιστοποίησης με χρήση Ομοιόμορφης Κατανομής

[Uniform(0.8 , 1.2)]

Πίνακας 3.8.31

“Αγορά Ομολόγων”

ΟΜΟΛΟΓΟ	FACE VALUE (SQS)	FACE VALUE (RS)
Bund-03-4-1-2013	-	0,36
Bund-94-4-1-2024	1,01	-
Bund-97-4-7-2027	0,29	-
Bund-98-4-1-2028	-	0,43

Σύμφωνα με τον πίνακα 3.8.31, το ασφαλιστικό σχήμα του Ο.Α.Ε.Ε. διαθέτει ποσό ύψους 1,30 δισ. ευρώ για την αγορά ομολόγων λήξεως το 2024 και το 2027 με βάση το ισχύον (έως 2010)

καθεστώς, ενώ για το μεταρρυθμιστικό σενάριο το ποσό περιορίζεται στα 0,79 δισ. ευρώ για αγορά ομολόγων διάρκειας 1 και 16 ετών.

Πίνακας 3.8.32

“Ποσό Αρχικής Επένδυσης και Πλεονάζοντα Κεφάλαια κατά έτος και σενάριο – Status Quo Scenario”

Upfront Investment (Status Quo Scenario) = 22,83 δισ. ευρώ						
	SS_1	SS_2	SS_3	SS_4	SS_5	SS_6
2012	20,16	18,94	19,52	19,52	20,03	18,96
2013	19,74	17,74	18,78	18,39	19,69	18,91
2014	19,48	16,14	17,27	17,42	19,67	17,59
2015	17,89	15,09	17,20	17,23	18,58	16,91
2016	16,92	13,39	16,44	16,44	17,91	16,48
2017	14,19	11,67	15,24	15,19	15,65	15,72
2018	12,42	10,53	13,08	14,67	13,62	14,60
2019	9,80	9,18	10,93	11,83	10,38	13,65
2020	8,43	6,27	8,30	10,43	7,61	10,60
2021	8,67	6,53	8,57	10,75	7,86	10,91
2022	8,96	6,76	8,90	11,07	8,12	11,30
2023	9,23	7,00	9,20	11,42	8,39	11,71
2024	10,65	8,40	10,71	12,69	9,77	13,07
2025	5,47	4,00	6,16	8,99	7,20	9,70
2026	5,65	4,11	6,34	9,23	7,39	9,95
2027	6,05	4,57	6,84	9,79	7,82	10,52
2028	6,18	4,68	7,03	10,01	8,04	10,80
2029	6,34	4,78	7,22	10,29	8,24	11,12
2030	-	-	-	5,61	1,56	5,68

Πίνακας 3.8.33

“Ποσό Αρχικής Επένδυσης και Πλεονάζοντα Κεφάλαια κατά έτος και σενάριο – Reform Scenario”

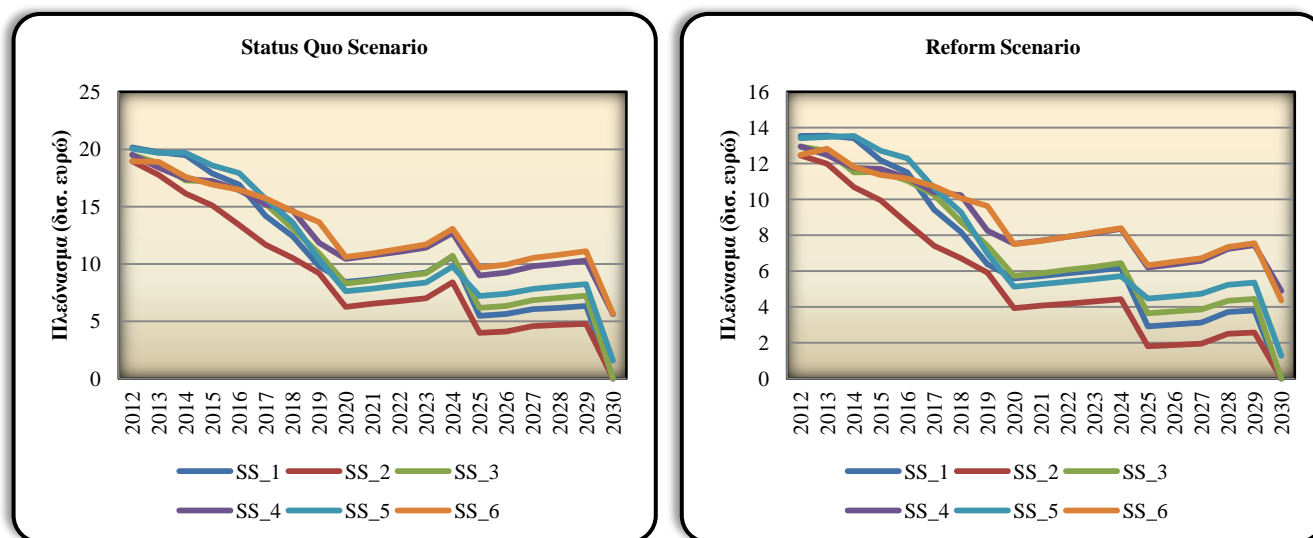
Upfront Investment (Reform Scenario) = 14,89 δισ. ευρώ						
	SS_1	SS_2	SS_3	SS_4	SS_5	SS_6
2012	13,54	12,46	12,96	12,95	13,42	12,49
2013	13,56	11,98	12,71	12,47	13,49	12,83
2014	13,42	10,69	11,50	11,75	13,55	11,80
2015	12,18	9,96	11,54	11,71	12,72	11,36
2016	11,50	8,66	11,04	11,20	12,29	11,16
2017	9,43	7,41	10,25	10,40	10,63	10,74
2018	8,18	6,72	8,76	10,24	9,29	10,08
2019	6,38	5,91	7,41	8,26	6,96	9,63
2020	5,59	3,94	5,73	7,52	5,13	7,50
2021	5,72	4,08	5,88	7,71	5,27	7,68
2022	5,88	4,19	6,07	7,91	5,42	7,92
2023	6,03	4,31	6,24	8,12	5,56	8,17
2024	6,18	4,43	6,45	8,37	5,71	8,39
2025	2,92	1,81	3,64	6,20	4,46	6,33
2026	3,03	1,88	3,76	6,38	4,59	6,52
2027	3,13	1,95	3,86	6,57	4,73	6,72
2028	3,71	2,51	4,34	7,24	5,23	7,35
2029	3,81	2,57	4,45	7,45	5,37	7,56
2030	-	-	-	4,89	1,27	4,36

Όπως είναι φανερό, στην περίπτωση του ασφαλιστικού σχήματος του Ο.Α.Ε.Ε., δεν πραγματοποιείται δανεισμός σε κανένα σενάριο τόσο στην περίπτωση του ισχύοντος καθεστώτος όσο και στην περίπτωση του μεταρρυθμιστικού σεναρίου. Επιπρόσθετα, τα πλεονάζοντα κεφάλαια ως επί το πλείστον διαγράφουν πτωτική πορεία. Ωστόσο, για τη διετία 2022 – 2024 (“Status Quo Scenario”) και για το χρονικό διάστημα 2021 – 2024 (“Reform Scenario”) παρατηρούνται διαρκώς αυξανόμενα πλεονάσματα. Η ανοδική αυτή τάση των πλεοναζόντων κεφαλαίων ακολουθείται από απότομη πτώση ύψους κατά μέσο 3,5 δισ. ευρώ και μετέπειτα ανοδική πορεία, καταλήγοντας είτε σε μηδενικά πλεονάσματα και είτε σε μειωμένα πλεονάσματα συγκριτικά με το προηγούμενο έτος και στις δύο περιπτώσεις.

Τα διαγράμματα που ακολουθούν διευκολύνουν την απεικόνιση της πορείας των πλεοναζόντων κεφαλαίων ανά έτος και σενάριο, τόσο για το ισχύον καθεστώς όσο και για το μεταρρυθμιστικό σενάριο :

Διάγραμμα 3.8.8 & 3.8.9

“Ύψος ετήσιου πλεονάσματος ανά σενάριο”



- Στοχαστική Βελτιστοποίησης με χρήση Κανονικής Κατανομής

[Normal(1.2 , 0.8)]

Πίνακας 3.8.34

“Αγορά Ομολόγων”

ΟΜΟΛΟΓΟ	FACE VALUE (SQS)	FACE VALUE (RS)
Bund-03-4-1-2013	2,53	2,06
Bund-03-4-1-2014	0,54	2,00
Bund-05-4-7-2015	12,20	9,91
Bund-09-4-1-2020	0,79	-

Τα αποτελέσματα τα οποία εξάγονται με χρήση Κανονικής Κατανομής (1,2 , 0,8) στη στοχαστική βελτιστοποίηση παρουσιάζουν αγορά ομολόγων διάρκειας 1, 2, 3 και 8 ετών συνολικής ονομαστικής αξίας 16,06 δισ. ευρώ στην περίπτωση του ισχύοντος καθεστώτος και 13,97 δισ. ευρώ για αγορά ομολόγων διάρκειας έως 3 έτη για το μεταρρυθμιστικό σενάριο.

Πίνακας 3.8.35

“Ποσό Αρχικής Επένδυσης και Πλεονάζοντα Κεφάλαια κατά έτος και σενάριο – Status Quo Scenario”

Upfront Investment (Status Quo Scenario) = 31,93 δισ. ευρώ						
	SS_1	SS_2	SS_3	SS_4	SS_5	SS_6
2012	-	6,37	2,65	4,16	1,00	6,24
2013	-	18,84	5,68	7,18	1,88	14,76
2014	-	20,20	4,62	9,61	1,41	14,74
2015	11,21	24,57	29,73	32,93	25,37	28,53
2016	12,00	24,69	31,68	36,54	19,94	25,57
2017	13,04	23,61	29,12	36,89	20,35	27,33
2018	8,27	23,19	28,09	32,75	6,03	30,37
2019	14,84	21,38	24,31	29,58	5,89	27,73
2020	11,01	19,74	25,40	33,04	1,64	19,08
2021	11,31	20,34	26,72	34,12	1,73	18,67
2022	11,79	21,32	28,50	36,18	1,78	18,51
2023	12,35	21,96	30,03	35,73	1,84	18,71
2024	12,22	22,40	30,38	36,36	1,88	19,22
2025	1,49	18,61	9,97	28,96	2,30	18,70
2026	1,54	19,17	10,55	30,41	2,33	19,13
2027	1,58	19,69	10,55	32,24	2,48	19,43
2028	1,55	20,30	10,87	34,01	2,64	19,23
2029	1,61	20,76	10,86	36,18	2,72	19,83
2030	-	-	-	44,68	-	5,32

Πίνακας 3.8.36

“Ποσό Δανεισμού κατά έτος και σενάριο – Status Quo Scenario”

	SS_1
2013	0,16
2014	0,65

Στα σενάρια SS_1 και SS_5 το ύψος των πλεοναζόντων κεφαλαίων είναι αισθητά μικρότερο αναλογικά με τα υπόλοιπα σενάρια, ενώ στο SS_4 παρατηρούνται τα υψηλότερα πλεονάσματα. Τέλος τα πλεονάζοντα κεφάλαια των σεναρίων SS_2 και SS_6, παρουσιάζουν διακυμάνσεις, καταλήγοντας άλλοτε μειωμένα και άλλοτε μηδενικά. Σημειώνεται ότι στο σενάριο SS_1 το ταμείο προβαίνει σε δανεισμό για τα έτη 2013 και 2014.

Πίνακας 3.8.37

“Ποσό Αρχικής Επένδυσης και Πλεονάζοντα Κεφάλαια κατά έτος και σενάριο – Reform Scenario”

Upfront Investment (Reform Scenario) = 22,05 δισ. ευρώ						
	SS_1	SS_2	SS_3	SS_4	SS_5	SS_6
2012	-	1,44	-	-	-	1,24
2013	-	11,97	0,87	2,08	-	8,64
2014	-	14,14	-	5,33	-	9,86
2015	6,63	17,81	20,20	24,38	17,63	21,32
2016	7,55	18,17	22,10	27,52	13,27	19,03
2017	8,51	17,74	20,21	28,20	13,71	20,88
2018	4,90	17,56	19,22	24,94	2,26	23,67
2019	11,19	16,21	15,96	22,64	2,52	22,44
2020	7,30	13,50	16,90	25,50	-	16,35
2021	7,49	13,91	17,78	26,34	-	16,00
2022	7,81	14,58	18,96	27,92	-	15,87
2023	8,19	15,02	19,98	27,57	-	16,04
2024	8,10	15,32	20,22	28,06	-	16,47
2025	0,42	13,30	5,28	23,03	0,64	16,68
2026	0,43	13,71	5,58	24,19	0,65	17,05
2027	0,44	14,07	5,58	25,64	0,69	17,32
2028	0,44	14,51	5,75	27,05	0,74	17,15
2029	0,45	14,84	5,75	28,77	0,76	17,68
2030	-	-	-	36,88	-	7,41

Και στην περίπτωση του “Reform Scenario”, τα υψηλότερα πλεονάσματα σχηματίζονται στην περίπτωση αρνητικής μετατόπισης της κλίσης της καμπύλης των επιτοκίων (SS_4). Σημειώνεται ότι, όπως και στις προηγούμενες περιπτώσεις, το ποσό το οποίο απαιτείται για πραγματοποίηση επενδύσεων είναι αρκετά μικρότερο σε σχέση με το ποσό που απαιτείται στο “Status Quo Scenario”. Επιπλέον, συγκριτικά με το σενάριο ισχύοντος καθεστώτος, το μοντέλο προβαίνει σε δανεισμό στα σενάρια SS_1 για την πρώτη διετία (2012 – 2014), SS_3 για τα έτη 2012 και 2014, SS_4 για το έτος 2012. Ενώ για το SS_5, δανεισμός παρουσιάζεται στα πρώτα τρία έτη και κατά την πενταετία 2020 – 2024, όπως φαίνεται στον πίνακα που ακολουθεί. Οι χρονικές περίοδοι αυτοί παρουσιάζουν μηδενικά πλεονάσματα.

Πίνακας 3.8.38

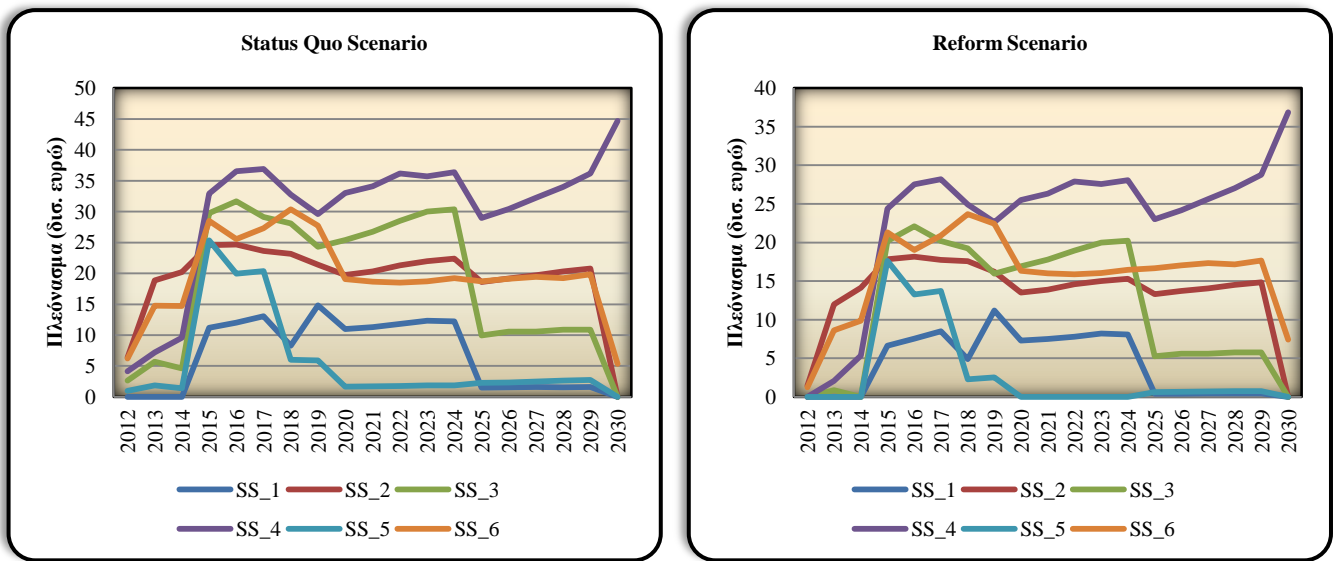
“Ποσό Δανεισμού κατά έτος και σενάριο – Reform Scenario”

	SS_1	SS_3	SS_4	SS_5
2012	4,01	1,87	0,69	3,33
2013	4,33	-	-	3,09
2014	3,04	0,19	-	1,83
2020	-	-	-	0,72
2021	-	-	-	0,77
2022	-	-	-	0,80
2023	-	-	-	0,84
2024	-	-	-	0,87

Η πορεία των πλεονασμάτων σε κάθε περίπτωση απεικονίζεται στα διαγράμματα 3.8.10 & 3.8.11 :

Διάγραμμα 3.8.10 & 3.8.11

“Ύψος ετήσιου πλεονάσματος ανά σενάριο”



➤ Στοχαστική Βελτιστοποίησης με χρήση Κανονικής Κατανομής

Στην περίπτωση κατά την οποία η εφαρμογή του μοντέλου πραγματοποιείται με χρήση Κανονικής Κατανομής με παραμέτρους (1,2 , 1,0), τα αποτελέσματα τα οποία προκύπτουν υποδεικνύουν αγορά ομολόγων ίδιας διάρκειας με εκείνα που επιλέγονται στην περίπτωση της Κανονικής με μέση τιμή 1,2 και διακύμανση 0,8. Ωστόσο, η αύξηση της διακύμανσης από 0,8 σε 1,0 οδηγεί σε αύξηση του ποσού το οποίο καταβάλλεται για την αγορά των ομολόγων αυτών. Ως εκ τούτου, απαιτείται συνολικό ποσό ύψους 17,08 δισ. ευρώ και 14,37 δισ. ευρώ για την περίπτωση του ισχύοντος καθεστώτος και του μεταρρυθμιστικού σεναρίου αντίστοιχα. Στον πίνακα 3.8.39 παρατίθεται η ονομαστική αξία κάθε ομολόγου για κάθε σενάριο :

Πίνακας 3.8.39

“Αγορά Ομολόγων”

ΟΜΟΛΟΓΟ	FACE VALUE (SQS)	FACE VALUE (RS)
Bund-03-4-1-2013	2,77	2,27
Bund-03-4-1-2014	0,84	2,23
Bund-05-4-7-2015	12,44	9,87
Bund-09-4-1-2020	1,03	-

Τα πλεονάζοντα κεφάλαια τα οποία σχηματίζονται στο σενάριο ισχύοντος καθεστώτος είναι υψηλότερα συγκριτικά με την περίπτωση κατά την οποία η στοχαστική βελτιστοποίηση εφαρμόζεται με χρήση Κανονικής Κατανομής με παραμέτρους (1.2 , 0.8). Ωστόσο, στην περίπτωση θετικής μετατόπισης της κυρτότητας της καμπύλης των επιτοκίων (SS_5), το μοντέλο παρουσιάζει μηδενικά πλεονάσματα, κάτι το οποίο δεν παρατηρήθηκε στην αντίστοιχη περίπτωση της στοχαστικής βελτιστοποίησης με χρήση Κανονικής (1.2 , 0.8). Κατά συνέπεια, για τα έτη στα οποία δεν εμφανίζονται πλεονάσματα, το μοντέλο προβαίνει σε δανεισμό. Στους πίνακες που παρατίθενται στη συνέχεια, παρουσιάζονται αναλυτικά τα ύψη των πλεονασμάτων, όπου αυτά υφίστανται, καθώς και τα ποσά δανεισμού, ενώ η διαγραμματική απεικόνιση διευκολύνει στην παρατήρηση της πορείας των πλεονασμάτων διαχρονικά.

Πίνακας 3.8.40

“Ποσό Αρχικής Επένδυσης και Πλεονάζοντα Κεφάλαια κατά έτος και σενάριο – Status Quo Scenario”

Upfront Investment (Status Quo Scenario) = 33,23 δισ. ευρώ						
	SS_1	SS_2	SS_3	SS_4	SS_5	SS_6
2012	-	5,54	0,89	2,78	-	5,38
2013	-	20,93	4,47	6,16	-	16,21
2014	-	22,92	3,06	9,50	-	16,35
2015	8,49	25,03	31,64	35,85	26,91	30,58
2016	9,96	25,57	34,43	40,80	20,47	27,37
2017	11,70	24,63	31,72	41,83	21,46	30,06
2018	6,24	24,61	31,04	37,25	4,07	34,45
2019	15,04	22,95	26,89	33,95	4,55	31,87
2020	11,22	22,10	28,94	39,26	-	21,42
2021	11,52	22,77	30,61	40,57	-	20,69
2022	12,04	23,98	32,92	43,32	-	20,31
2023	12,67	24,69	34,89	42,32	-	20,44
2024	12,41	25,12	35,15	42,94	-	20,97
2025	0,18	21,62	10,89	34,79	1,31	21,46
2026	0,19	22,28	11,59	36,71	1,32	21,91
2027	0,19	22,86	11,50	39,18	1,42	22,17
2028	0,18	23,58	11,85	41,59	1,52	21,73
2029	0,19	24,07	11,75	44,58	1,57	22,41
2030	-	-	-	57,12	-	6,08

Πίνακας 3.8.41

“Ποσό Δανεισμού κατά έτος και σενάριο – Status Quo Scenario”

	SS_1	SS_5
2012	2,42	1,17
2013	3,12	-
2014	3,47	0,26
2020	-	0,24
2021	-	0,26
2022	-	0,27
2023	-	0,28
2024	-	0,29

Όπως φαίνεται στον πίνακα 3.8.40, στο σενάριο αρνητικής μεταβολής κατά 1% του επιπέδου της καμπύλης επιτοκίων, τα πλεονάζοντα κεφάλαια διαγράφουν σχετικά σταθερή πορεία ενώ κυμαίνονται από 20 έως 25 δισ. ευρώ περίπου. Εξάιρεση αποτελεί το έτος 2012 όπου το πλεόνασμα ανέρχεται στα 5,54 δισ. ευρώ. Στα σενάρια SS_1 & SS_5, παρουσιάζονται τα μικρότερα πλεονάζοντα κεφάλαια, ενώ πραγματοποιείται και δανεισμός. Στην περίπτωση θετική μετατόπισης της κλίσης της καμπύλης επιτοκίων, τα πλεονάσματα είναι ιδιαίτερα υψηλά σε σχέση με τα υπόλοιπα σενάρια, καταλήγοντας στο μέγιστο ποσό των 57,12 δισ. ευρώ το 2030.

Πίνακας 3.8.42

“Ποσό Αρχικής Επένδυσης και Πλεονάζοντα Κεφάλαια κατά έτος και σενάριο – Reform Scenario”

Upfront Investment (Reform Scenario) = 23,21 δισ. ευρώ						
	SS_1	SS_2	SS_3	SS_4	SS_5	SS_6
2012	-	1,85	-	-	-	1,61
2013	-	14,85	0,94	2,30	-	10,98
2014	-	17,30	-	6,05	-	12,09
2015	4,93	18,97	21,63	26,99	19,09	23,67
2016	6,41	19,69	24,25	31,23	13,85	21,21
2017	7,92	19,41	22,22	32,52	14,73	23,89
2018	3,77	19,51	21,40	28,83	0,77	27,79
2019	12,01	18,23	17,67	26,40	1,52	26,78
2020	7,62	15,31	19,40	30,59	-	19,72
2021	7,83	15,78	20,51	31,62	-	19,05
2022	8,18	16,62	22,06	33,76	-	18,70
2023	8,61	17,11	23,38	32,98	-	18,82
2024	8,44	17,41	23,55	33,46	-	19,31
2025	-	15,65	5,64	27,81	-	20,21
2026	-	16,13	6,00	29,34	-	20,64
2027	-	16,55	5,95	31,32	-	20,88
2028	-	17,07	6,14	33,25	-	20,47
2029	-	17,42	6,09	35,64	-	21,11
2030	-	-	-	46,92	-	9,34

Όπως και στις προηγούμενες αντίστοιχες περιπτώσεις, στα σενάρια SS_1 & SS_5 η απουσία πλεονασμάτων οδηγεί σε δανεισμό. Στο σενάριο SS_2 το ετήσιο σχηματισθέν πλεόνασμα διαγράφει σχετικά σταθερή πορεία παρουσιάζοντας μηδενικό πλεόνασμα το 2030. Στην περίπτωση θετικής μετατόπισης της κλίσης της καμπύλης επιτοκίων (SS_3) παρατηρείται απότομη πτώση του πλεονάσματος στο έτος 2025, το οποίο παραμένει σε χαμηλά επίπεδα έως το τέλος του χρονικού ορίζοντα.

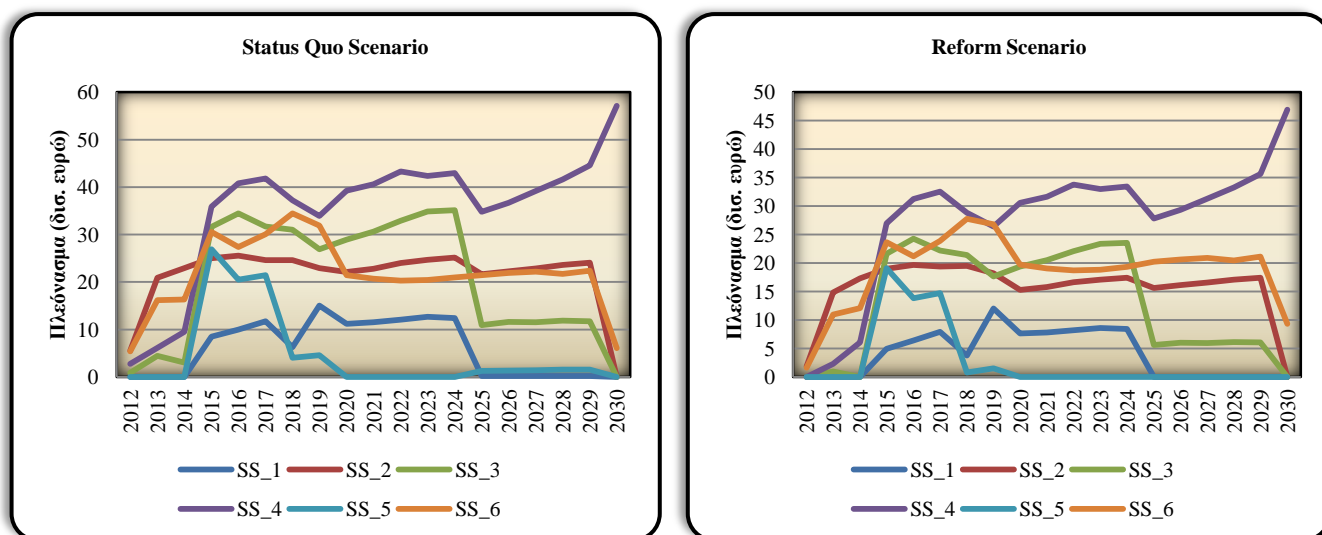
Πίνακας 3.8.43

“Ποσό Δανεισμού κατά έτος και σενάριο – Reform Scenario”

	SS_1	SS_3	SS_4	SS_5
2012	4,97	2,28	0,81	4,11
2013	5,78	0,00	-	3,73
2014	4,39	0,97	-	2,38
2020	-	-	-	2,13
2021	-	-	-	2,29
2022	-	-	-	2,41
2023	-	-	-	2,52
2024	-	-	-	2,61
2025	0,45	-	-	0,11
2026	0,47	-	-	0,11
2027	0,49	-	-	0,12
2028	0,48	-	-	0,13
2029	0,51	-	-	0,14

Διάγραμμα 3.8.12 & 3.8.13

“Ύψος ετήσιου πλεονάσματος ανά σενάριο”



Ο.Γ.Α.

- Στοχαστική Βελτιστοποίηση με χρήση Ομοιόμορφης Κατανομής

Εφαρμόζοντας στοχαστική βελτιστοποίηση για το ασφαλιστικό σχήματα του Ο.Γ.Α. με χρήση Ομοιόμορφης Κατανομής με παραμέτρους (0.8 , 1.2), το μοντέλο καταφεύγει σε αγορά ομολόγων διάρκειας 1 και 15 ετών τόσο στην περίπτωση του ισχύοντος καθεστώτος όσο και την περίπτωση του μεταρρυθμιστικού σεναρίου. Προβαίνει λοιπόν στην αγορά ομολόγων συνολικής ονομαστικής αξίας 6,21 δισ. ευρώ για το “Status Quo Scenario” και 5,69 δισ. ευρώ για το “Reform Scenario”. Στον πίνακα που ακολουθεί παρατίθενται αναλυτικά τα ποσά :

Πίνακας 3.8.44

“Αγορά Ομολόγων”

ΟΜΟΛΟΓΟ	FACE VALUE (SQS)	FACE VALUE (RS)
Bund-03-4-1-2013	2,35	2,37
Bund-97-4-7-2027	3,86	3,32

Όσον αφορά τα πλεονάζοντα κεφάλαια, αυτά παρουσιάζουν σταθερά πτωτική πορεία έως το 2020. Στη συνέχεια παρατηρείται μικρή άνοδος έως το 2024 η οποία ακολουθείται από απότομη πτώση το 2025 και μετέπειτα άνοδο το 2026. Η επόμενη τριετία χαρακτηρίζεται από σχετική σταθερότητα καταλήγοντας στο 2030 σε μειωμένα ή και μηδενικά πλεονάσματα. Η πορεία αυτή των πλεονασμάτων παρατηρείται για όλα τα σενάρια. Στον πίνακα 3.8.45 παρουσιάζονται τα πλεονάζοντα κεφάλαια, όπως αυτά διαμορφώνονται σε κάθε σενάριο και έτος, ενώ ο πίνακας 3.8.46 περιλαμβάνει τα ποσά δανεισμού για τα έτη 2025 και 2026 στα οποία δεν παρουσιάζεται πλεόνασμα εξαιτίας αρνητικής μετατόπισης του επιπέδου (SS_2) και θετικής μετατόπισης της κλίσης (SS_3) της καμπύλης των επιτοκίων αντίστοιχα :

Πίνακας 3.8.45

“Ποσό Αρχικής Επένδυσης και Πλεονάζοντα Κεφάλαια κατά έτος και σενάριο – Status Quo Scenario”

Upfront Investment (Status Quo Scenario) = 45,24 δισ. ευρώ						
	SS_1	SS_2	SS_3	SS_4	SS_5	SS_6
2012	32,97	31,84	32,53	32,76	32,98	31,68
2013	32,41	30,23	31,39	31,41	32,22	30,83
2014	29,64	26,16	27,29	27,38	29,41	26,76
2015	25,69	22,14	24,63	24,36	25,62	23,12
2016	22,45	18,25	21,20	21,00	22,68	19,88
2017	17,61	14,34	17,70	17,06	17,98	16,61
2018	13,96	10,94	13,04	14,08	13,27	13,04
2019	9,22	7,47	8,30	9,31	8,28	9,64
2020	5,87	2,72	3,23	5,55	3,38	5,04
2021	6,20	3,04	3,59	5,95	3,75	5,40
2022	6,60	3,34	3,93	6,29	4,10	5,81
2023	7,02	3,71	4,24	6,69	4,40	6,21
2024	7,39	4,06	4,66	7,14	4,73	6,60
2025	2,04	-	-	2,89	0,98	2,92
2026	2,30	-	-	3,17	1,23	3,21
2027	5,68	3,95	4,86	7,58	4,56	7,27
2028	5,80	4,04	5,00	7,75	4,69	7,47
2029	5,96	4,13	5,13	7,97	4,81	7,69
2030	1,29	-	-	4,08	-	3,55

Πίνακας 3.8.46

“Ποσό Δανεισμού κατά έτος και σενάριο – Status Quo Scenario”

	SS_2	SS_3
2025	1,04	0,25
2026	0,79	0,03

Πίνακας 3.8.47

“Ποσό Αρχικής Επένδυσης και Πλεονάζοντα Κεφάλαια κατά έτος και σενάριο – Reform Scenario”

Upfront Investment (Reform Scenario) = 39,53 δισ. ευρώ						
	SS_1	SS_2	SS_3	SS_4	SS_5	SS_6
2012	28,63	27,64	28,25	28,45	28,64	27,51
2013	28,30	26,43	27,39	27,45	28,12	26,90
2014	25,79	22,75	23,67	23,80	25,56	23,22
2015	22,25	19,15	21,27	21,09	22,16	19,95
2016	19,36	15,68	18,22	18,10	19,54	17,07
2017	15,08	12,23	15,12	14,62	15,39	14,18
2018	11,88	9,24	11,04	12,00	11,26	11,05
2019	7,76	6,22	6,91	7,85	6,92	8,08
2020	4,86	2,12	2,53	4,61	2,68	4,10
2021	5,14	2,39	2,84	4,94	2,99	4,41
2022	5,47	2,64	3,12	5,24	3,28	4,75
2023	5,83	2,95	3,38	5,57	3,54	5,09
2024	6,14	3,24	3,73	5,95	3,82	5,42
2025	1,65	-	-	2,38	0,67	2,33
2026	1,88	-	-	2,62	0,88	2,57
2027	4,78	3,24	3,99	6,42	3,75	6,07
2028	4,88	3,32	4,10	6,56	3,85	6,23
2029	5,01	3,39	4,21	6,75	3,95	6,41
2030	1,19	-	-	3,56	-	3,02

Πίνακας 3.8.48

“Ποσό Δανεισμού κατά έτος και σενάριο – Reform Scenario”

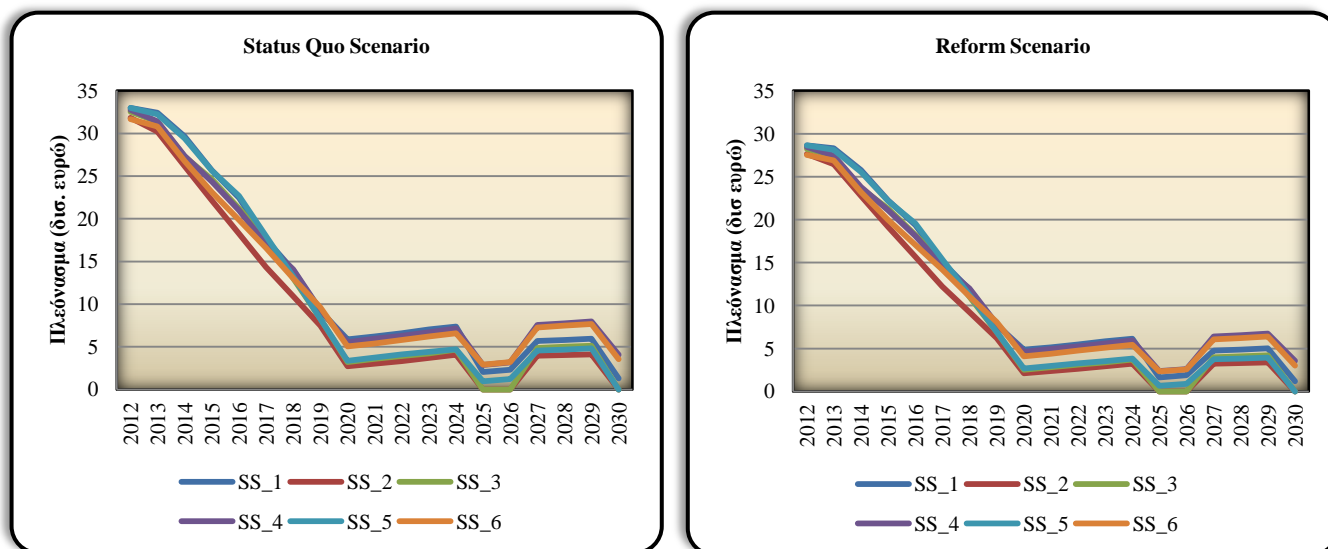
	SS_2	SS_3
2025	1,04	0,39
2026	0,83	0,21

Παρόμοια πορεία διαγράφουν και τα πλεονάσματα που σχηματίζονται στην περίπτωση του μεταρρυθμιστικού σεναρίου. Αξίζει να σημειωθεί ότι την περίπτωση αυτή το ποσό που απαιτείται για την πραγματοποίηση επενδύσεων ανέρχεται στα 39,53 δισ. ευρώ σε σχέση με το

αντίστοιχο στο “Status Quo Scenario” το οποίο ανέρχεται σε 45,24 δισ. ευρώ. Στα διαγράμματα που ακολουθούν διαφαίνεται η ομοιότητα την οποία παρουσιάζουν τα δύο σενάρια όσον αφορά τα σχηματισθέντα πλεονάσματα :

Διάγραμμα 3.8.14 & 3.8.15

“Ύψος ετήσιου πλεονάσματος ανά σενάριο”



➤ Στοχαστική Βελτιστοποίησης με χρήση Κανονικής Κατανομής

Στην περίπτωση κατά την οποία η στοχαστική βελτιστοποίηση εφαρμοστεί με χρήση Κανονικής Κατανομής (1.2 , 0.8), τα αποτελέσματα τα οποία προκύπτουν διαφέρουν αρκετά με εκείνα στην περίπτωση χρήσης Ομοιόμορφης Κατανομής. Αρχικά, το μοντέλο επιλέγει αγορά τεσσάρων ομολόγων βραχυχρόνιας διάρκειας (1, 2,3 και 4 ετών) έναντι δύο (περίπτωση Ομοιόμορφης Κατανομής). Το συνολικό ποσό το οποίο απαιτείται για την αγορά των ομολόγων αυτών ανέρχεται σε 36,1 δισ. ευρώ για το “Status Quo Scenario” και 31,7 δισ. ευρώ για το “Reform Scenario”. Στον πίνακα 3.8.49 παρατίθενται αναλυτικά οι ονομαστικές αξίες των προς αγορά ομολόγων για τα δύο σενάρια :

Πίνακας 3.8.49

“Αγορά Ομολόγων”

ΟΜΟΛΟΓΟ	FACE VALUE (SQS)	FACE VALUE (RS)
Bund-03-4-1-2013	3,88	3,48
Bund-03-4-1-2014	12,25	10,87
Bund-05-4-7-2015	12,90	11,32
Bund-86-Π-20-6-2016	7,07	6,03

Πίνακας 3.8.50

“Ποσό Αρχικής Επένδυσης και Πλεονάζοντα Κεφάλαια κατά έτος και σενάριο – Status Quo Scenario”

Upfront Investment (Status Quo Scenario) = 57,92 δισ. ευρώ						
	SS_1	SS_2	SS_3	SS_4	SS_5	SS_6
2012	-	4,66	1,44	5,16	-	5,70
2013	-	19,68	4,54	5,67	5,49	13,68
2014	6,38	31,14	-	15,56	8,39	14,91
2015	15,85	33,55	17,23	37,51	32,09	23,93
2016	25,36	41,50	32,82	40,12	32,74	32,07
2017	24,65	35,82	26,95	35,33	31,19	28,97
2018	18,13	33,83	25,74	30,29	17,25	28,46
2019	16,11	31,76	23,38	25,31	13,98	19,78
2020	9,34	27,09	19,81	20,90	6,01	9,43
2021	9,60	27,92	20,84	21,58	6,32	9,22
2022	10,00	29,26	22,22	22,88	6,53	9,15
2023	10,49	30,14	23,41	22,60	6,72	9,25
2024	10,38	30,74	23,69	23,00	6,87	9,49
2025	2,01	26,08	8,76	16,44	3,11	7,29
2026	2,07	26,87	9,27	17,27	3,15	7,45
2027	2,13	27,59	9,27	18,30	3,36	7,57
2028	2,09	28,45	9,55	19,31	3,57	7,49
2029	2,17	29,09	9,54	20,54	3,68	7,73
2030	-	18,84	-	21,37	-	-

Έως το 2016 τα πλεονάζοντα κεφάλαια ακολουθούν ανοδική πορεία. Στη περίπτωση που το επίπεδο της καμπύλης των επιτοκίων μετατοπιστεί θετικά κατά 1% το μοντέλο προβαίνει σε δανεισμό για τα δύο πρώτα έτη. Επιπρόσθετα, μετατόπιση της καμπύλης, είτε θετική είτε αρνητική (SS_5 & SS_6 αντίστοιχα), οδηγεί σε πλεονάσματα τα οποία παρουσιάζουν πτωτική τάση. Την προκείμενη περίπτωση, αυτό παρουσιάζεται κυρίως από το έτος 2020 και έως το τέλος του σχεδιαζόμενου ορίζοντα.

Πίνακας 3.8.51

“Ποσό Δανεισμού κατά έτος και σενάριο – Status Quo Scenario”

	SS_1	SS_3
2012	3,78	-
2013	3,77	-
2014	-	5,33

Ο πίνακας 3.8.52 παραθέτει τα σχηματισθέντα ανά σενάριο πλεονάσματα για την περίπτωση του μεταρρυθμιστικού σεναρίου. Και εδώ, στο σενάριο SS_1, το μοντέλο προβαίνει σε δανεισμό για τα δύο πρώτα χρόνια, ενώ στα υπόλοιπα σενάρια τα πλεονάζοντα κεφάλαια είναι αρκετά μικρά συγκριτικά με τα υπόλοιπα έτη. Μετά το 2013, ωστόσο, παρατηρείται έντονη άνοδος των πλεονασμάτων με ακόλουθη πτώση. Η πορεία τους είναι παρόμοια με εκείνη του “Status Quo Scenario”. Παρ’ αυτά, το ύψος των πλεονασμάτων στο μεταρρυθμιστικό σενάριο είναι μικρότερο σε σύγκριση με εκείνο στο σενάριο ισχύοντος καθεστώτος. Πρέπει όμως να τονιστεί ότι και το ποσό το οποίο απαιτείται για επενδύσεις ανέρχεται σε 50,64 δισ. ευρώ, ήτοι 7 δισ. ευρώ περίπου λιγότερα από ότι στο “Status Quo Scenario”.

Πίνακας 3.8.52

“Ποσό Αρχικής Επένδυσης και Πλεονάζοντα Κεφάλαια κατά έτος και σενάριο – Reform Scenario”

Upfront Investment (Reform Scenario) = 50,64 δισ. ευρώ						
	SS_1	SS_2	SS_3	SS_4	SS_5	SS_6
2012	-	4,08	1,26	4,49	-	4,97
2013	-	17,56	3,95	4,88	4,88	12,08
2014	5,64	27,71	-	13,65	7,32	13,06
2015	13,78	29,70	14,82	32,80	27,98	20,84
2016	21,79	36,36	28,00	35,01	28,31	27,52
2017	21,15	31,36	22,80	30,79	26,93	24,77
2018	15,44	29,62	21,70	26,37	14,73	24,31
2019	13,68	27,83	19,64	22,04	11,89	16,74
2020	7,82	23,81	16,51	18,26	4,99	7,78
2021	8,03	24,53	17,37	18,86	5,25	7,62
2022	8,38	25,72	18,53	19,99	5,42	7,55
2023	8,78	26,49	19,52	19,74	5,58	7,63
2024	8,69	27,02	19,76	20,09	5,71	7,84
2025	1,65	23,16	7,19	14,59	2,55	5,99
2026	1,70	23,86	7,60	15,32	2,58	6,12
2027	1,74	24,50	7,60	16,24	2,75	6,22
2028	1,71	25,26	7,83	17,14	2,93	6,16
2029	1,78	25,83	7,83	18,23	3,02	6,35
2030	-	17,48	-	18,96	-	-

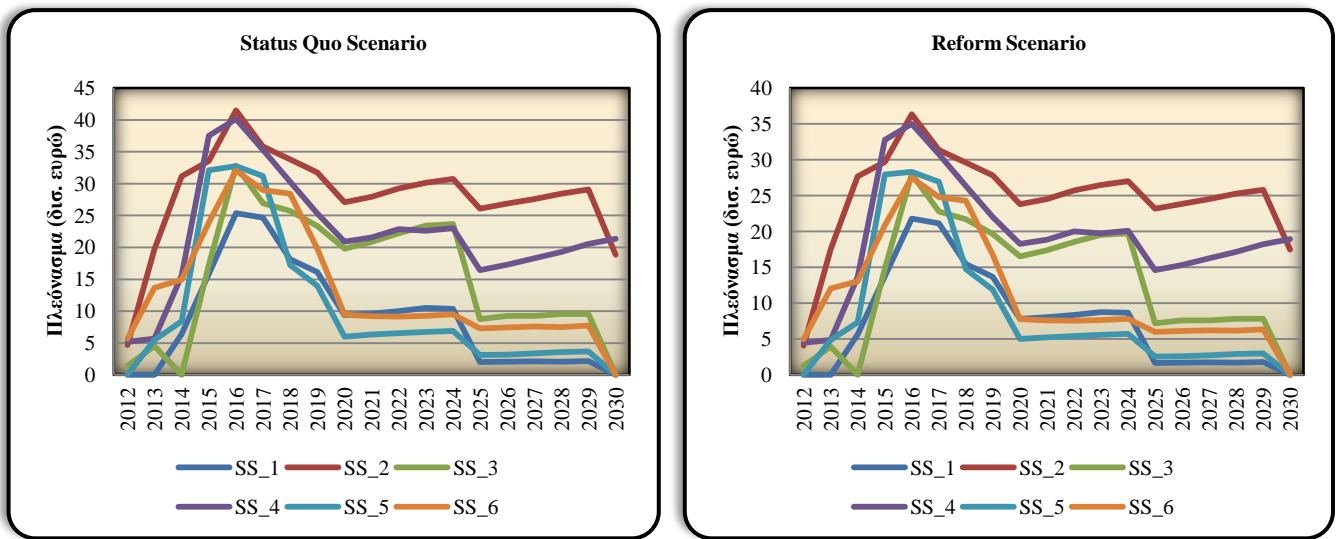
Πίνακας 3.8.53

“Ποσό Δανεισμού κατά έτος και σενάριο – Reform Scenario”

	SS_1	SS_3
2012	3,28	0,00
2013	3,29	0,00
2014	0,00	4,86

Διάγραμμα 3.8.16 & 3.8.17

“Υψος ετήσιου πλεονάσματος ανά σενάριο”



➤ Στοχαστική Βελτιστοποίησης με χρήση Κανονικής Κατανομής

Εφαρμόζοντας στοχαστική βελτιστοποίηση με χρήση Κανονικής Κατανομής με μέση τιμή 1,2 και διακύμανση 1.0, το μοντέλο επιλέγει τέσσερα ομόλογα για τα οποία καταβάλλει μεγαλύτερο ποσό, όπως είναι φυσικό, σε σχέση με το αντίστοιχο στην περίπτωση που η διακύμανση της Κανονικής Κατανομής ισούται με 0,8. Όπως παρουσιάζεται στον πίνακα 3.8.54, επιλέγονται ομόλογα συνολικής ονομαστικής αξίας 42,88 δισ. ευρώ για το “Status Quo Scenario” και 37,6 δισ. ευρώ για το “Reform Scenario”. Αναλυτικά τα ποσά έχουν ως εξής :

Πίνακας 3.8.54

“Αγορά Ομολόγων”

ΟΜΟΛΟΓΟ	FACE VALUE (SQS)	FACE VALUE (RS)
Bund-03-4-1-2013	4,29	3,83
Bund-03-4-1-2014	14,57	12,89
Bund-05-4-7-2015	14,89	13,05
Bund-86-Π-20-6-2016	9,13	7,83

Πίνακας 3.8.55

“Ποσό Αρχικής Επένδυσης και Πλεονάζοντα Κεφάλαια κατά έτος και σενάριο – Status Quo Scenario”

Upfront Investment (Status Quo Scenario) = 58,51 δισ. ευρώ						
	SS_1	SS_2	SS_3	SS_4	SS_5	SS_6
2013	-	14,95	-	-	-	8,12
2014	-	28,03	-	8,40	-	8,30
2015	9,57	29,40	8,93	37,82	31,88	19,03
2016	24,35	41,90	33,43	40,20	33,69	32,68
2017	24,65	35,90	27,30	35,33	32,94	30,02
2018	17,74	34,56	27,03	30,19	16,73	30,63
2019	16,49	33,17	25,32	25,16	13,92	21,12
2020	9,36	28,58	22,28	20,88	5,28	9,52
2021	9,61	29,46	23,56	21,58	5,59	9,19
2022	10,05	31,02	25,34	23,04	5,77	9,03
2023	10,57	31,94	26,85	22,51	5,95	9,08
2024	10,36	32,50	27,05	22,84	6,07	9,32
2025	1,26	27,97	9,80	15,91	2,69	7,93
2026	1,30	28,83	10,43	16,79	2,71	8,09
2027	1,33	29,58	10,35	17,92	2,92	8,19
2028	1,29	30,51	10,67	19,02	3,13	8,03
2029	1,35	31,14	10,58	20,39	3,23	8,28
2030	-	19,61	-	22,69	-	-

Στην περίπτωση μεταβολής της καμπύλης των επιτοκίων κατά 1%, είτε θετικά είτε αρνητικά, το μοντέλο παρουσιάζει μειωμένα πλεονάζοντα κεφάλαια κυρίως από το έτος 2020 και έως το 2029 ενώ καταλήγει το 2030 σε μηδενικό πλεόνασμα. Στο σενάριο SS_4, παρατηρείται το μεγαλύτερο πλεόνασμα για το έτος 2030, ενώ στο σενάριο SS_2 παρατηρούνται τα υψηλότερα συνολικά πλεονάσματα. Τέλος, αξίζει να σημειωθεί ότι στα πρώτα δύο η απουσία πλεονάσματος οδηγεί σε δανεισμό για την πλειονότητα των σεναρίων, όπως παρουσιάζεται και στον πίνακα που ακολουθεί :

Πίνακας 3.8.56

“Ποσό Δανεισμού κατά έτος και σενάριο – Status Quo Scenario”

	SS_1	SS_2	SS_3	SS_4	SS_5	SS_6
2012	14,84	4,28	8,31	3,66	10,11	2,99
2013	15,13	-	3,89	2,85	2,83	0,00
2014	3,13	-	20,62	-	-	-

Πίνακας 3.8.57

“Ποσό Αρχικής Επένδυσης και Πλεονάζοντα Κεφάλαια κατά έτος και σενάριο – Reform Scenario”

Upfront Investment (Reform Scenario) = 51,15 δις. ευρώ						
	SS_1	SS_2	SS_3	SS_4	SS_5	SS_6
2013	-	13,56	-	-	-	7,30
2014	-	25,14	-	7,42	-	7,30
2015	8,30	26,21	7,55	33,10	27,81	16,56
2016	20,92	36,82	28,48	35,17	29,16	28,03
2017	21,16	31,54	23,04	30,88	28,49	25,65
2018	15,11	30,38	22,75	26,37	14,30	26,17
2019	14,02	29,18	21,25	22,00	11,86	17,88
2020	7,85	25,23	18,58	18,34	4,38	7,84
2021	8,06	26,01	19,65	18,95	4,64	7,57
2022	8,43	27,38	21,13	20,24	4,79	7,44
2023	8,87	28,20	22,39	19,77	4,94	7,48
2024	8,69	28,69	22,56	20,06	5,04	7,68
2025	1,03	24,96	8,03	14,25	2,21	6,51
2026	1,07	25,72	8,55	15,03	2,22	6,65
2027	1,09	26,39	8,49	16,04	2,39	6,73
2028	1,06	27,22	8,75	17,03	2,56	6,59
2029	1,10	27,79	8,68	18,26	2,64	6,80
2030	-	18,39	-	20,21	-	-

Πίνακας 3.8.58

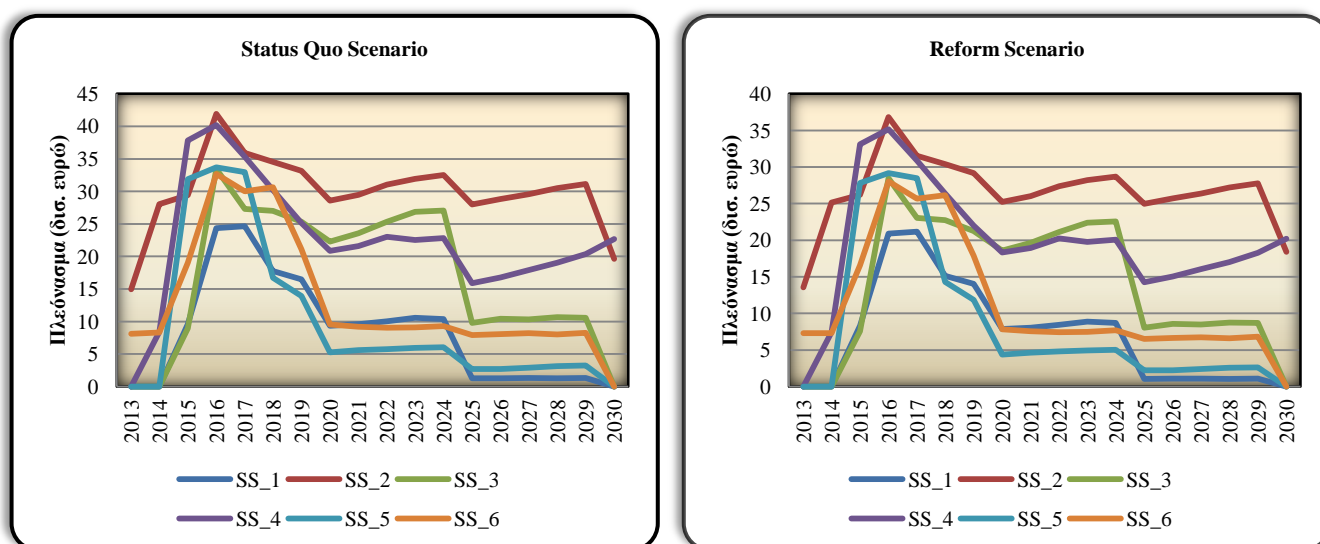
“Ποσό Δανεισμού κατά έτος και σενάριο – Reform Scenario”

	SS_1	SS_2	SS_3	SS_4	SS_5	SS_6
2012	12,90	3,70	7,23	3,19	8,80	2,59
2013	13,17	-	3,37	2,54	2,33	-
2014	2,62	-	18,23	-	-	-

Ανάλογα αποτελέσματα με αυτά του σεναρίου ισχύοντος καθεστώτος εξάγονται και για το μεταρρυθμιστικό σενάριο όσον αφορά τα σχηματισθέντα ανά έτος πλεονάσματα και τα ποσά δανεισμού όπου αυτά παρουσιάζονται.

Διάγραμμα 3.8.18 & 3.8.19

“Ύψος ετήσιου πλεονάματος ανά σενάριο”



3.8.6 ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΔΥΟ ΕΠΙΠΕΔΩΝ

Η ελλειμματική φύση και παρουσία των ασφαλιστικών σχημάτων και ο βραχυχρόνιος ορίζοντας ενός στοχαστικού προβλήματος δύο επιπέδων καθιστά εξαιρετικά δύσκολη έως ανέφικτη την εφαρμογή ενός τέτοιου προγράμματος.

Για την εφαρμογή, λοιπόν, ενός τέτοιου προγράμματος επιλέχθηκε ένα προϊόν της μορφής “Single Premium Deferred Annuity”, μια σύμβαση δηλαδή στην οποία ο κάτοχος καταβάλλει ένα εφάπαξ ποσό. Με τον τρόπο αυτό, ο δημιουργός και πωλητής του ασφαλιστικού προϊόντος έχει στη διάθεσή του εξ αρχής ένα ποσό το οποίο πρέπει να επενδύσει με τέτοιο τρόπο ώστε να μεγιστοποιήσει την τελική αναμενόμενη αξία του τελικού χαρτοφυλακίου του. Ως εκ τούτου, διατίθεται το ποσό των 100.000 ευρώ το οποίο επενδύεται για διάστημα ενός έτους και το οποίο επαναπροσαρμόζεται ένα χρόνο μετά, χωρίς ωστόσο να εισφέρονται νέα μετρητά. Η διατύπωση του στοχαστικού προγράμματος δύο επιπέδων αρχικά απαιτεί την ανάπτυξη του προγράμματος σε συνοπτική μορφή. Η διατύπωση περιλαμβάνει ένα μεμονωμένο σύνολο μεταβλητών πρώτου επιπέδου και περιορισμούς που συνδέουν τις αποφάσεις πρώτου και δεύτερου επιπέδου.

Αναλυτικότερα, τίθεται η υπόθεση ύπαρξης αρχικού προϋπολογισμού 100.000 ευρώ δημιουργηθέντος από πώληση συμβολαίων “Single Premium Deferred Annuity”. Η επένδυση του αρχικού προϋπολογισμού πραγματοποιείται στους δείκτες DAX, S&P500, FTSE100 και CAC40, αποσκοπώντας στην μελλοντική χρηματοδότηση των Υποχρεώσεων. Το μοντέλο περιγράφεται σε τρία στάδια, τα οποία σχετίζονται με τις διακρατήσεις των τίτλων, την ταμειακή κατάσταση (cash position) και το στόχο του μοντέλου ενώ η ολοκληρωμένη αλγεβρική και σημειογραφική του μορφή παρουσιάζεται ως εξής :

3.8.5 “Στοχαστικό Πρόγραμμα Δύο Επιπέδων”

$$\begin{aligned}
 & \text{maximize} && \frac{1}{S} \sum_{s \in S} U_a(W^s/E) \\
 & \text{subject to} && \sum_{i \in \mathcal{U}} y_{0i} + u_1^s = 100.000, && \text{for all } s \in S, \\
 & && \sum_{i \in \mathcal{U}} \left((1 - \gamma) z_{pi}^s - y_{pi}^s \right) - u_{p+1}^s + (1 + r_p^s) u_p^s = L_p^s, && \text{for all } s \in S, p = 1, \dots, Y - 1, \\
 & && \sum_{i \in \mathcal{U}} (1 - \gamma) z_{Yi}^s + (1 + r_Y^s) u_Y^s = L_Y^s + W^s, && \text{for all } s \in S, \\
 & && x_{1i}^s = y_{0i}^s, && \text{for all } s \in S, i \in \mathcal{U}, \\
 & && x_{(p+1)i}^s = m_{pi}^s x_{pi}^s - z_{pi}^s + y_{pi}^s, && \text{for all } s \in S, i \in \mathcal{U}, p = 1, \dots, Y - 1, \\
 & && z_{Yi}^s = m_{Yi}^s x_{Yi}^s, && \text{for all } s \in S, i \in \mathcal{U} \\
 & && y_{pi}^s, z_{pi}^s, x_{pi}^s \leq 95.000 && \text{for all } s \in S, i \in \mathcal{U}, p = 1, \dots, Y - 1, \\
 & && u_p^s \leq 100.000 && \text{for all } s \in S, i \in \mathcal{U}, p = 1, \dots, Y - 1,
 \end{aligned}$$

όπου :

y_{0i} : συμμετοχή του τίτλου i (σε αγοραστική αξία) στο αρχικό χαρτοφυλάκιο (μεταβλητές 1^{00} επιπέδου)

y_{pi}^s : αγορά τίτλου i στην περίοδο p υπό το σενάριο s

z_{Yi}^s : πώληση τίτλου i στην περίοδο p υπό το σενάριο s

x_{pi}^s : διακράτηση του τίτλου i κατά τη διάρκεια της περιόδου p υπό το σενάριο s

u_p^s : κεφάλαια επενδεδυμένα με βραχυχρόνια επιτόκια στην περίοδο p

W^s : τελικός πλούτος υπό το σενάριο s

C : το αρχικό προς επένδυση ποσό, αποτελούμενο από τα ασφάλιστρα των “Single Premium Deferred Annuities” [στο ποσό αυτό ωστόσο περιλαμβάνονται και Ίδια Κεφάλαια (Equity – E)]

r_p^s : το βραχυχρόνιο επιτόκιο κατά τη διάρκεια της περιόδου p υπό το σενάριο s

m_{pi}^s : μεταβολή της αξίας του συμμετέχοντος τίτλου i στην περίοδο p υπό το σενάριο s

L_p^s : οι Υποχρεώσεις κατά τη διάρκεια της περιόδου p υπό το σενάριο s

γ : κόστος συναλλαγών (ως ποσοστό των συναλλαγών).

Ο περιορισμός " $x_{1i}^s = y_{0i}^s$, for all $s \in S$, $i \in \mathcal{U}$ " δηλώνει την ισότητα μεταξύ των αρχικών διακρατήσεων και των αρχικών επενδύσεων, ενώ ο περιορισμός " $x_{(p+1)i}^s = m_{pi}^s x_{pi}^s - z_{pi}^s + y_{pi}^s$, για όλα τα $s \in S$, $i \in \mathcal{U}$, $p = 1, \dots, Y - 1$ " καθορίζει τις μεταβολές στη χρηματική αξία των διακρατήσεων οι οποίες οφείλονται στις αποδόσεις, τις πωλήσεις και τις αγορές των τίτλων. Το τελικό χαρτοφυλάκιο πρέπει να ρευστοποιηθεί, κάτι το οποίο διασφαλίζεται με τον περιορισμό " $z_{Yi}^s = m_{Yi}^s x_{Yi}^s$, για όλα τα $s \in S$, $i \in \mathcal{U}$ " σύμφωνα με τον οποίο οι πωλήσεις μετά την τελευταία περίοδο πρέπει να ισούνται με τις διακρατήσεις μετά την περίοδο αυτή. Όσον αφορά την ταμειακή κατάσταση, τα μετρητά χρησιμοποιούνται για την αγορά τίτλων και την κάλυψη των υποχρεώσεων, ενώ προέρχονται από την πραγματοποίηση πωλήσεων. Κατά τη διάρκεια κάθε περιόδου, το υπερβάλλον ποσό μετρητών επενδύεται με βραχυχρόνιο επιτόκιο. Ως εκ τούτου, ο περιορισμός πρώτης περιόδου " $\sum_{i \in \mathcal{U}} y_{0i} + u_1^s = C$, για όλα τα $s \in S$ " δηλώνει ότι το αρχικό διαθέσιμο ποσό μετρητών C πρέπει να ισούται με το ύψος του ποσού το οποίο επενδύεται στους τίτλους ή που διακρατάται σε μετρητά κατά τη διάρκεια της πρώτης περιόδου, ενώ απαραίτητη είναι και η ύπαρξη της αντίστοιχης εξίσωσης ισορροπίας για τις ενδιάμεσες περιόδους " $\sum_{i \in \mathcal{U}} ((1 - \gamma)z_{pi}^s - y_{pi}^s) - u_{p+1}^s + (1 + r_p^s)u_p^s = L_p^s$, για όλα τα $s \in S$, $p = 1, \dots, Y - 1$ ". Τέλος, ο περιορισμός των ταμειακών χρηματοροών για τη τελευταία περίοδο " $\sum_{i \in \mathcal{U}} (1 - \gamma)z_{Yi}^s + (1 + r_Y^s)u_Y^s = L_Y^s + W^s$, για όλα τα $s \in S$ " δεν επιτρέπει αγορές τίτλων, ενώ ορίζει τον τελικό πλούτο σε κάθε σενάριο ως το πλεονάζον ποσό μετρητών μετά την κάλυψη και της τελευταίας υποχρέωσης " L_Y^s ". Στόχος του μοντέλου είναι η μεγιστοποίηση της αναμενόμενης αξίας του τελικού πλούτου στα σενάρια. Πιο συγκεκριμένα, μεγιστοποιείται η *Αναμενόμενη Ωφελιμότητα της Απόδοσης των Ιδίων Κεφαλαίων (Expected Utility of Return on Equity)*. Η *Απόδοση των Ιδίων Κεφαλαίων (Return on Equity, ROE)* σε κάθε σενάριο ορίζεται ως $r^s = W^s / E$, όπου " E " τα Ίδια Κεφάλαια. Για τη μέτρηση της ωφελιμότητας χρησιμοποιείται

η οικογένεια των *Ισο-ελαστικών συναρτήσεων ωφελιμότητας (Iso-elastic utility functions)* (Ingersoll, 1987)¹ :

$$U_{\alpha}(r) = \begin{cases} \frac{1}{1-\alpha}(r^{1-\alpha} - 1), & \alpha \neq 1, \\ \log(r), & \alpha = 1, \end{cases}$$

όπου $\alpha \geq 0$ η παράμετρος αποστροφής κινδύνου. Υψηλότερες τιμές της παραμέτρου α υποδηλώνουν μεγαλύτερη αποστροφή, δηλαδή λιγότερη ανεκτικότητα στον κίνδυνο από πλευράς επενδυτή. Η τιμή $\alpha = 0$ οδηγεί σε μία γραμμική συνάρτηση ωφελιμότητας η οποία αντιστοιχεί σε ένα κινδυνουδέτερο επίπεδο, ενώ η τιμή $\alpha = 1$ σε μία λογαριθμική συνάρτηση ωφελιμότητας η οποία αντιστοιχεί σε ένα μέτριο επίπεδο αποστροφής κινδύνου και η οποία είναι γνωστή ως *στρατηγική βέλτιστης ανάπτυξης (growth – optimal strategy)* (McLean, Ziemba & Blazenko, 1992)².

Το μοντέλο επιλύεται σε 5 υπομοντέλα αναδεικνύοντας με τον τρόπο αυτό τις όποιες μεταβολές σημειώνονται στον αναμενόμενο τελικό πλούτο, καθώς και στα ύψη διακρατήσεων, αγορών και πωλήσεων των εκάστοτε τίτλων. Αναλυτικότερα, στο “Μοντέλο 1” δεν λαμβάνονται υπ’ όψιν τα κόστη συναλλαγών ενώ στο “Μοντέλο 2” το ύψος των κοστών συναλλαγών τίθεται ίσο με 0,01. Στόχο στο “Μοντέλο 3” αποτελεί η μεγιστοποίηση της “περίπτωσης της χειρότερης έκβασης (worst case outcome)”, η οποία ορίζεται να είναι μικρότερη του πλούτου σε κάθε σενάριο. Στο “Μοντέλο 4” επιδιώκεται η μεγιστοποίηση της αναμενόμενης ωφελιμότητας. Σημειώνεται ότι στην περίπτωση του υπομοντέλου αυτού, η παράμετρος της αποστροφής του κινδύνου ισούται με τη μονάδα ($\alpha = 1$) και ως εκ τούτου μεγιστοποιείται η λογαριθμική συνάρτηση ωφελιμότητας. Τέλος, στο “Μοντέλο 5” τίθεται η παραδοχή σύμφωνα με την οποία ο λόγος των Περιουσιακών Στοιχείων προς τις Υποχρεώσεις είναι μεγαλύτερος του 1,1. Επιπλέον, στο υπομοντέλο αυτό ο πλούτος σε κάθε σενάριο ορίζεται να είναι μεγαλύτερος του ανωτέρω λόγου μειωμένου κατά ένα ποσοστό ανεκτικότητας στον κίνδυνο. Το ποσοστό αυτό ανεκτικότητας τίθεται στο 0,09.

Τα αποτελέσματα τα οποία εξάγονται από τα ανωτέρω υπομοντέλα, όσον αφορά τον αναμενόμενο τελικό πλούτο, υποδηλώνουν και την επίδραση που ασκούν οι εκάστοτε παράγοντες που εισήχθησαν στη διαμόρφωση των μοντέλων. Αναλυτικότερα στην περίπτωση

¹ Jr. Ingersoll, J.E. *Theory of Financial Decision Making*. Studies in Financial Economics, Rowman & Littlefield, 1987.

² L.C. MacLean, W.T. Ziemba, and G. Blazenko. Growth versus security in dynamic investment analysis. *Management Science*, 38(11):1562-1585, Nov. 1992

που δεν υφίστανται κόστη συναλλαγών (Μοντέλο 1), ο τελικός αναμενόμενος πλούτος διαμορφώνεται στα 1,668. Ωστόσο, όπως είναι φυσικό, η εισαγωγή των κοστών συναλλαγής (Μοντέλο 2) έχει ως αποτέλεσμα την μείωση του αναμενόμενου τελικού πλούτου ο οποίος ισούται με 1,631, ενώ στη “χειρότερη περίπτωση” (Μοντέλο 3), ο αναμενόμενος τελικός πλούτος περιορίζεται στα 1,133. Η βέλτιστη αναμενόμενη ωφελιμότητα ισούται με 0,481 όπως αυτή προκύπτει στο “Μοντέλο 4”. Τέλος στο “Μοντέλο 5”, ο βέλτιστος αναμενόμενος τελικός πλούτος διαμορφώνεται στα 1,659. Στους πίνακες που ακολουθούν, παρατίθενται αναλυτικά τα αποτελέσματα του εκάστοτε υπομοντέλου όσον αφορά τις πραγματοποιηθείσες αγοραπωλησίες και διακρατήσεις τίτλων και τον όγκο αυτών σε κάθε σενάριο.

➔ Μοντέλο 1

Κατά τη χρονική περίοδο T0, στο “Μοντέλο 1”, πραγματοποιούνται αγορές των δεικτών “DAX” & “S&P500”. Το ύψος του ποσού των αγορών αυτών είναι κοινό σε κάθε σενάριο όπως παρουσιάζονται στον Πίνακα 3.8.59, ενώ διακρατάται μέχρι την επόμενη περίοδο T1 :

Πίνακας 3.8.59

“Αγορά δεικτών – T0”

	UU	DD	DU	UD
T0.DAX	35.939,64	35.939,64	35.939,64	35.939,64
T0.S&P500	64.060,36	64.060,36	64.060,36	64.060,36

Στη χρονική περίοδο T1, πραγματοποιούνται πωλήσεις επί των δεικτών “FTSE100” & “DAX” στα σενάρια “DU” και “UD”, ενώ το μοντέλο προβαίνει σε αγορά επί των δεικτών “DAX” (σενάρια “UU” και “DD”) & “CAC40” και επαναγορά επί του δείκτη “FTSE100” (σενάρια “DU” και “UD”). Τα ύψη των συναλλαγών (όπου αυτές παρατηρούνται) και η σύσταση του χαρτοφυλακίου από επενδυτικής πλευράς (ύψος διακρατήσεων) παρατίθενται στον Πίνακα 3.8.60 :

Πίνακας 3.8.60

“Αγορά, Πώληση και Διακράτηση δεικτών – T1”

		UU	DD	DU	UD
Πωλήσεις	T1.DAX	35.104,26	25.544,31	-	-
	T1.S&P500	73.605,35	69.313,31	70.914,81	72.003,84
Αγορές	T1.DAX	-	-	32.724,48	30.316,52
	T1.FTSE	363,48	363,48	-	-
	T1.CAC40	76.060,85	76.060,85	19.369,53	19.369,53
Διακρατήσεις	T1.DAX	13.845,54	13.845,54	75.456,71	75.456,71
	T1.FTSE	363,48	363,48	-	-
	T1.CAC40	76.060,85	76.060,85	19.369,53	19.369,53

Τέλος, στη χρονική περίοδο T2, το μοντέλο πραγματοποιεί μόνο πωλήσεις όπως είναι φυσικό. Οι συναλλαγές, όπως αυτές διαμορφώνονται σε κάθε σενάριο, περιγράφονται στον ακόλουθο πίνακα :

Πίνακας 3.8.61

“Πώληση δεικτών – T2”

	UU	DD	DU	UD
T2.DAX	18.968,39	15.271,63	89.868,94	95.000,00
T2.FTSE100	411,83	391,84	-	-
T2.CAC40	95.000,00	83.058,45	22.236,22	23.030,37

➔ Μοντέλο 2 & Μοντέλο 3

Στα υπομοντέλα αυτά, τα αποτελέσματα των συναλλαγών παρουσιάζονται κοινά καθώς η μόνη διαφοροποίηση που παρουσιάζεται οφείλεται στην περαιτέρω αναζήτηση του αποτελέσματος της “χειρότερης περίπτωσης”.

Αρχικά, τα μοντέλα προβαίνουν στην αγορά των δεικτών “DAX” & “FTSE100”. Σημειώνεται ότι σε όλα τα σενάρια το ύψος της αρχικής αγοράς είναι το ίδιο σε κάθε δείκτη. Επιπλέον το εκάστοτε αυτό ποσό δακρατάται έως τη χρονική περίοδο T1. Ο Πίνακας 3.8.62 συγκεντρώνει τα αποτελέσματα αγοράς και διακράτησης αρχικής περιόδου :

Πίνακας 3.8.62

“Αγορά δεικτών T0”

	UU	DD	DU	UD
T0.DAX	75.311,74	75.311,74	75.311,74	75.311,74
T0.FTSE100	24.688,26	24.688,26	24.688,26	24.688,26

Κατά τη διάρκεια της χρονικής περιόδου T1, πραγματοποιούνται συναλλαγές σε όλα τα σενάρια και για τους 4 δείκτες. Στον Πίνακα 3.8.63 παρατίθενται τα ποσά των αγορών και των πωλήσεων, καθώς και οι διακρατήσεις της περιόδου όπως αυτές διαμορφώνονται μετά την ολοκλήρωση των συναλλαγών. Στην πλειονότητα των συναλλαγών, αυτές πραγματοποιούνται στο μέγιστο επιτρεπτό ύψος, ήτοι στα **95.000,00**, κατά μήκος των σεναρίων, ενώ στην περίπτωση του σεναρίου “UD” δεν παρατηρούνται αγορές και πωλήσεις (εξαιρουμένης της πώλησης επί του δείκτη “DAX” :

Πίνακας 3.8.63

“Αγορά, Πώληση και Διακρατήση δεικτών – T1”

	UU	DD	DU	UD	
Αγορές	T1.DAX	-	20.032,92	69.270,77	-
	T1.FTSE100	93.716,21	95.000,00	95.000,00	-
	T1.SNP500	95.000,00	-	95.000,00	-
	T1.CAC40	54.226,05	95.000,00	95.000,00	-
Πωλήσεις	T1.DAX	95.000,00	95.000,00	95.000,00	30.775,12
	T1.FTSE100	95.000,00	95.000,00	94.679,05	-
	T1.SNP500	95.000,00	-	95.000,00	-
	T1.CAC40	-	40.773,95	95.000,00	-
Διακρατήσεις	T1.DAX	7.574,59	7.574,59	63.816,43	63.816,43
	T1.FTSE100	26.663,32	26.663,32	27.453,35	27.453,35
	T1.CAC40	54.226,05	54.226,05	-	-

Τέλος, ο Πίνακας 3.8.64 παρουσιάζει τις πωλήσεις κατά τη διάρκεια της χρονικής περιόδου T2:

Πίνακας 3.8.64

“ Πώληση δεικτών – T2”

	UU	DD	DU	UD
T2.DAX	10.377,19	8.354,77	76.005,37	80.344,89
T2.FTSE100	30.209,54	28.743,06	30.143,77	30.528,12
T2.CAC40	67.728,34	59.214,85	-	-

➔ Μοντέλο 4 & Μοντέλο 5

Τα αποτελέσματα όσον αφορά τις συναλλαγές στα δύο υπομοντέλα είναι κοινά, καθώς διαφοροποιούνται μόνο οι συναρτήσεις στόχοι χωρίς να μεταβάλλονται τα υπόλοιπα συστατικά των μοντέλων. Όπως παρουσιάζεται λοιπόν στον Πίνακα 3.8.65, τα μοντέλα αυτά προβαίνουν στην αγορά των δεικτών “DAX” & “FTSE100”. Σημειώνεται δε ότι σε όλα τα σενάρια το ύψος της αρχικής αγοράς είναι το ίδιο σε κάθε δείκτη. Επιπλέον το εκάστοτε αυτό ποσό δακρατάται έως τη χρονική περίοδο T1 :

Πίνακας 3.8.65

“Αγορά δεικτών – T0”

	UU	DD	DU	UD
T0.DAX	70.304,05	70.304,05	70.304,05	70.304,05
T0.FTSE100	29.695,95	29.695,95	29.695,95	29.695,95

Κατά τη διάρκεια της χρονικής περιόδου T1, συναλλαγές πραγματοποιούνται κατά κύριο λόγο στο σενάριο “UU”. Στον Πίνακα 3.8.66 παρατίθενται τα ποσά των αγορών και των πωλήσεων (όπου αυτές εμφανίζονται), καθώς και οι διακρατήσεις της περιόδου όπως αυτές διαμορφώνονται μετά την ολοκλήρωση των συναλλαγών :

Πίνακας 3.8.66

“Αγορά, Πώληση και Διακράτηση δεικτών – T1”

		UU	DD	DU	UD
Αγορές	T1.FTSE100	95.000,00	22.175,60	386,05	-
	T1.SNP500	95.000,00	-	-	-
Πωλήσεις	T1.DAX	59.719,95	41.019,07	19.009,43	23.719,80
	T1.FTSE100	74.368,59	-	-	-
	T1.SNP500	95.000,00	-	-	-
Διακρατήσεις	T1.DAX	36.034,17	36.034,17	64.582,09	64.582,09
	T1.FTSE100	54.247,22	54.247,22	33.021,89	33.021,89

Τέλος, ο Πίνακας 3.8.67 παρουσιάζει τις πωλήσεις στις οποίες προβαίνουν τα μοντέλα κατά τη διάρκεια της χρονικής περιόδου T2 :

Πίνακας 3.8.67

“Πώληση δεικτών – T2”

	UU	DD	DU	UD
T2.DAX	49.366,81	39.745,69	76.917,27	81.308,85
T2.FTSE100	61.462,10	58.478,50	36.258,04	36.720,35

3.9 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Κύριο στόχο της παρούσης εργασίας αποτέλεσε η ανάπτυξη και η παρουσίαση μοντέλων επενδυτικού σχεδιασμού, αποσκοπώντας στην κάλυψη μελλοντικών υποχρεώσεων.

Οι εφαρμογές πραγματοποιήθηκαν για τα ασφαλιστικά σχήματα Ι.Κ.Α. – Ε.Τ.Α.Μ., Ο.Α.Ε.Ε. και Ο.Γ.Α., ενώ τα δεδομένα που χρησιμοποιήθηκαν, όσον αφορά τις υποχρεώσεις (παροχές) και τις εισφορές, αποτελούν εκτιμήσεις οι οποίες προέκυψαν από την Αναλογιστική Μελέτη του 2010. Επιπλέον, τα μοντέλα τα οποία χρησιμοποιήθηκαν, εφαρμόστηκαν τόσο για την περίπτωση του ισχύοντος (έως 2008) καθεστώτος (Status Quo Scenario) όσο και για το μεταρρυθμιστικό σενάριο (Reform Scenario) (από Ιούνιο 2010).

Για τη μοντελοποίηση και την επίλυση των προβλημάτων επιλέχθηκε η γλώσσα προγραμματισμού GAMS (General Algebraic Modeling System). Αρχικά, εφαρμόστηκε η πλέον απλή μορφή βελτιστοποίησης, ήτοι ο Απλός Γραμμικός Προγραμματισμός. Στην προκειμένη, η βελτιστοποίηση πραγματοποιήθηκε για την περίοδο 2008 – 2060, ενώ στόχος του μοντέλου αποτέλεσε η ελαχιστοποίηση των κεφαλαίων που απαιτούνται ώστε το εκάστοτε ασφαλιστικό σχήμα να μπορέσει να ανταποκριθεί σε υποχρεώσεις που ανακύπτουν στο χρόνο. Τα αποτελέσματα ωστόσο που εξήχθησαν από την επίλυση του μοντέλου απέδωσαν αρκετά υψηλά ποσά. Το γεγονός αυτό οφείλεται στο ότι το μοντέλο προβαίνει σε ανάληψη ποσού από την πιστωτική του γραμμή ενώ η μόνη μορφή επενδύσεων αφορά την επένδυση των πλεοναζόντων κεφαλαίων με σταθερό επιτόκιο για όλο τον ορίζοντα. Κατά συνέπεια, το μοντέλο δεν ενσωματώνει τον παράγοντα της αβεβαιότητας, η παρουσία του οποίου καθίσταται εξαιρετικά σημαντική λόγω του μεγάλου χρονικού ορίζοντα (2008 – 2060). Ενδεχομένως, το μοντέλο αυτό να καθίσταται χρησιμότερο για βραχυχρόνιες περιόδους (χωρίς σημαντικές οικονομικές μεταβολές).

Επιζητώντας ακόμα καλύτερα αποτελέσματα, επιλέχθηκε η εφαρμογή της τεχνικής της Αφοσίωσης ή Αντιστοίχισης χρηματορροών (Dedication). Στην περίπτωση αυτή, εφαρμόστηκε ένα μοντέλο ελαχιστοποίησης των κεφαλαιακών απαιτήσεων και ένα μοντέλο μεγιστοποίησης του τελικού πλεονάσματος. Η τεχνική της Αφοσίωσης επιτρέπει επενδύσεις σε ακίνδυνα, χωρίς ρήτρα επαναγοράς ομόλογα. Ως εκ τούτου, επιλέχθηκαν ομόλογα γερμανικού δημοσίου διαφόρων λήξεων, ενώ ο χρονικός ορίζοντας των δύο μοντέλων εκτείνεται έως το 2040. Σε γενικές γραμμές, η τεχνική αυτή αποδίδει καλύτερα αποτελέσματα σε σχέση με την περίπτωση του Απλού Γραμμικού Προγραμματισμού, καθώς, όσον αφορά το κόστος επενδύσεων, αυτό παρουσιάζεται αρκετά χαμηλότερο. Τέλος συνδυάζοντας τα αποτελέσματα

τα οποία εξάγονται από το μοντέλο μεγιστοποίησης της απόδοσης τελικού πλεονάσματος, ενδεχομένως να υπάρχει δυνατότητα ακόμα καλύτερων αποφάσεων.

Παρ' αυτά, και εδώ ο παράγοντας της αβεβαιότητας δεν εμπεριέχεται. Για το λόγο αυτό, εφαρμόστηκε το μοντέλο Στοχαστικής Αφοσίωσης, κύριο χαρακτηριστικό του οποίου είναι η ενσωμάτωση της υφιστάμενης αβεβαιότητας μέσω προσθήκης σεναρίων τα οποία περιγράφουν τις μεταβολές της καμπύλης των επιτοκίων. Πρέπει να σημειωθεί ότι το χαρτοφυλάκιο αποτελείται από ακίνδυνα, χωρίς ρήτρα επαναγοράς ομόλογα και διακρατάται έως το τέλος του σχεδιαζόμενου ορίζοντα. Κατά συνέπεια δεν επανεξισορροπείται. Ωστόσο, το μοντέλο αποδίδει ακόμα μικρότερα ύψη κεφαλαίων συγκριτικά με τα δύο προηγούμενα.

Αποσκοπώντας τέλος στην παρουσίαση ενός στοχαστικού μοντέλου το οποίο να επιτρέπει επανεξισορρόπηση χαρτοφυλακίου επιλέχθηκε ένα στοχαστικό μοντέλο δύο επιπέδων. Οι επενδύσεις πραγματοποιήθηκαν σε δείκτες ενώ ο αρχικός προϋπολογισμός θεωρήθηκε ότι προήλθε από πωλήσεις συμβολαίων τη μορφής "Single Premium Deferred Annuities". Το μοντέλο επιδίωξε τη μεγιστοποίηση της αναμενόμενης ωφελιμότητας του πλούτου, παρέχοντας παράλληλα και απαντήσεις σε ερωτήματα όσον αφορά τι επιδράσεις των κοστών συναλλαγής στον τελικό πλούτο αλλά και το πώς διαμορφώνονται οι αγορές, οι πωλήσεις και οι διακρατήσεις στους δείκτες αν στον τελικό πλούτο εφαρμοστούν περιορισμοί.

Εύκολα λοιπόν γίνεται αντιληπτή η χρησιμότητα των μοντέλων βελτιστοποίησης στη διαχείριση των στοιχείων του ισολογισμού. Αφενός παρέχουν μία εικόνα όσον αφορά βέλτιστους επενδυτικούς σχεδιασμούς, αφετέρου η επίλυση τους διευκολύνεται με υπολογιστικά προγράμματα και διαθεσιμότητα πολλαπλών αλγόριθμων. Ιδιαίτερα σημαντική καθίσταται η επιλογή του κατάλληλου μοντέλου ανάλογα με τα δεδομένα και τη φύση του εκάστοτε προβλήματος. Διαφορετικά, ελλοχεύει ο κίνδυνος παραπλανητικών αποτελεσμάτων. Τέλος, στο σημείο αυτό πρέπει να σημειωθεί ότι οποιεσδήποτε αποκλίσεις παρουσιάστηκαν στα μοντέλα που εφαρμόστηκαν για τα ασφαλιστικά σχήματα οφείλονται σε ενδεχόμενες αποκλίσεις των εκτιμήσεων της Αναλογιστικής Μελέτης από όπου και ελήφθησαν τα δεδομένα.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Ελληνική

Ρομπόλης Σ., Ρωμανιάς Γ., Μαργιός Β.. Απρίλιος 2001. Αναλογιστική Μελέτη του Συστήματος Κοινωνικής Ασφάλισης στην Ελλάδα [Δέσμη Προτάσεων]. *Ινστιτούτο Εργασίας Γ.Σ.Ε.Ε.- Α.Δ.Ε.Δ.Υ.*

<http://www.edekt.gr/link1.html>

<http://www.hellenicparliament.gr/UserFiles/c8827c35-4399-4fbb-8ea6-aebdc768f4f7/2asfalistiko.pdf>

<http://www.inegsee.gr/sitefiles/studies/EKTHESH%2014.pdf>

<http://www.ypakp.gr/uploads/docs/3780.pdf>

Ξένη

Adamidou, E., Y. Ben – Dov, L. Pendergast, V. Pica. 1993. The optimal portfolio system : Targeting horizon total returns under varying interest – rate scenarios. S. Zenios, ed. *Financial Optimization*. Cambridge University Press, New York.

Ambachtsheer, K. 1987. Pension fund asset allocation : In defense of a 60/40 equity/debt asset mix. *Financial Analysts J.* **43**(5) 14 – 24.

Birge, J. R., F. Louveaux. 1997. *Introduction to Stochastic Programming*. Springer Verlag, New York.

Black, F., E. Derman, W. Toy. 1990. A one – factor model of interest rates and its application to treasury bond options. *Financial Analysts J.* **46**(1) 33 – 39.

Boender, G. C. E. 1997. A hybrid simulation/optimization scenario model for asset/liability management. *Eur. J. Oper. Res.* **99** (1) 126 – 135.

Bradley, S. P., D. B. Crane. 1972. A dynamic model for bond portfolio management, *Management Sci.* **19**(2) 139 – 151.

Cariño, D. R., D. H. Myers, W. T. Ziemba. 1998. Concepts, technical issues, and uses of the Russell – Yasuda Kasai financial planning model. *Oper. Res.* **46**(4) 450 – 462.

Cariño, D. R., W. T. Ziemba. 1998. Formulation of the Russell – Yasuda Kasai financial planning model. *Oper. Res.* **46**(4) 433 – 449.

- Cariño, D. R., T. Kent, D. H. Myers, C. Stacy, M. Sylvanus, A. L. Turner, K. Watanabe, W. T. Ziemba. 1994. The Russell – Yasuda Kasai Model : An asset/liability model for a Japanese insurance company using multistage stochastic programming. *Interfaces* **24**(1) 24 – 49.
- Consigli, G., M. A. H. Dempster. 1998. Dynamic stochastic programming for asset – liability management. *Ann. Oper. Res.* **81** 131 – 161.
- Cox, J. C., S. A. Ross. 1976. The valuation of options for alternative stochastic processes. *J. Financial Econom.* **3** 145 – 166.
- Dahl, H. 1993. A flexible approach to interest rate risk management. S. Zenios, ed. *Financial Optimization*. Cambridge University Press, New York.
- Dahl, H., A. Meeraus, S. Zenios. 1993. Some financial optimization models : I. Risk Management. S. Zenios, ed. *Financial Optimization*. Cambridge University Press, New York.
- Dattatreya, R. E., F. J. Fabozzi. 1995. *Active Total Return Management of Fixed – Income Portfolio*. Irwin, Burr Ridge IL.
- Dembo, R. S. 1990. *Scenario Optimization*. *Ann. Oper. Res.* **30** 63-80.
- Dembo, R. S. 1993. Scenario immunization. S. Zenios, ed. *Financial Optimization*. Cambridge University Press, New York.
- Dert, C. L. 1999. A dynamic model for asset liability management for defined benefit pension funds. W. T. Ziemba, J. M. Mulvey, eds. *Worldwide Asset and Liability Modeling*. Cambridge University Press, Cambridge, UK (reprinted).
- Drijver, S. J., W. K. K. Haneveld, M. H. van der Vlerk. 2000. Asset liability management modeling using multistage mixed – integer stochastic programming. Working paper, SOM, University of Groningen, Groningen, The Netherlands, <http://www.ub.rug.nl/eldoc/som/e/00E52/00E52.pdf>.
- Gaivoronski, A. A., P. E. de Lange. 2000. An asset liability management model for casualty insurers : Complexity reduction versus parameterized decision rules. *Ann. Oper. Res.* **99** 227 – 250.
- Harrison, M. J., D. M. Kreps. 1979. Martingales and arbitrage in multiperiod securities markets. *J. Econom. Theory* **20** 381 – 408.
- Heath, D., R. Jarrow, A. Morton. 1990. Bond pricing and the term structure of interest rates : A discrete time approximation. *J. Financial Quantitative Anal.* **25**(4) 419 – 440.
- Hicks, J. R. 1939. *Value and Capital*. Clarendon Press, Oxford, UK.
- Hiller, R. S., C. Schaak. 1990. A classification of structured bond portfolio modeling techniques. *J. Portfolio Management* **17**(1) 37 – 48.
- Ho, T., S. Lee. 1986. Term structure movements and pricing interest rate contingent claims. *J. Finance* **41** 1011 – 1029.

Hoyland, K., S. Wallace. 2001a. Generating scenario trees for multistage problems. *Management Sci.* **47** 295 – 307.

http://www.bundesbank.de/Navigation/EN/Service/Federal_securities/Prices_and_yields/prices_and_yields.html

Hull, J. 2003. *Options, Futures and Other Derivatives*, 5th ed. Pearson Education, Inc., Upper Saddle River, NJ.

ILO (2008). Greece : Report to the National Actuarial Authority – Actuarial Projections as of December 2005 of the National Pension Schemes IKA for private sector workers and OGA for agriculture workers; ILO (2008) : Actuarial projections of the National Pensions Schemes of the OAEE; ILO (2008) : Actuarial projections of the National Pensions Schemes of the OAEE

Infanger, G. 1999. Managing risk using Multi – Stage Stochastic Optimization. 7

Infanger, G. 1999. Managing risk using Multi – Stage Stochastic Optimization. Technical Report SOL 99 – 2. 7 – 10

Infanger, G. 1999. Managing risk using Multi – Stage Stochastic Optimization. Technical Report SOL 99 – 2. 10 – 14

Ingersoll, J. E., Jr., J. Skelton, R. L. Weil. 1978. Duration : Forty years later. *J. Financial Quantitative Anal.* **13**(4) 627 – 650.

Ingersoll, Jr., J.E. *Theory of Financial Decision Making*. Studies in Financial Economics, Rowman & Littlefield, 1987

Jarrow, R., D. R. van Deventer, eds. 1998. *Asset and Liability Management : A Synthesis of New Methodologies*. The Kamakura Corporation and Risk Books, London, UK.

Kallberg, J. G., W. T. Ziemba. 1983. Comparison of alternative utility functions in the portfolio selection problems. *Management Sci.* **29**(11) 1257 – 1276.

Kalvelagen, E. 2008. Two Stage Stochastic Linear Programming with GAMS.

Kaut, M., Wallace S.W. 2003. Scenario tree generation for stochastic programming : Case from finance. Paper 4 – Multi – period scenario – tree generation using moment matching : Example from option pricing. 105 – 106

Keppler, P. 2004. *ALM Systems Spending 2004 – 2009 : Signs of Life. Financial Insights*, an IDC Company, Framingham, MA.

Klaassen, P. 1997. Discretized reality and spurious profits in stochastic programming models for asset/liability management. *Eur. J. Oper. Res.* **101**(2) 374 – 392.

Klaassen, P. 1998. Financial asset – pricing theory and stochastic programming models for asset/liability management : A synthesis. *Management Sci.* **44**(1) 31 – 48.

- Klaassen, P. 2002. Comment on “Generating scenario trees for multistage decision problems”. *Management Sci.* **48**(11) 1512 – 1516.
- Konno, H., H. Yamazaki. 1991. Mean – absolute deviation portfolio optimization model and its applications to Tokyo Stock Market. *Management Sci.* **37**(5) 519 – 531.
- Kouwenberg, R. 2001. Scenario generation and stochastic programming models for asset liability management. *Eur. J. Oper. Res.* **134** 279 – 292.
- Kouwenberg, R., Zenios S.A. 2001. Stochastic Programming Models for Asset Liability Management. Working paper 01–01
- Kusy, M. I., W. T. Ziemba. 1986. A bank asset and liability management model. *Oper. Res.* **34**(3) 356 – 376.
- Logue, D., K. Maloney. 1988. What’s ‘passive’ about a structured bond portfolio. *Investment Management Rev.* **2**(2) 39 – 48.
- MacLean, L.C., W.T. Ziemba, and G. Blazenko. Growth versus security in dynamic investment analysis. *Management Science*, 38(11):1562-1585, Nov. 1992
- Markowitz, H. M. 1952. Portfolio selection. *Journal of Finance*, **7**(1) 77 – 91.
- Markowitz, H. M. 1987. Mean – Variance Analysis in Portfolio Choice and Capital Markets. *Basil Blackwell*, New York.
- Markowitz, H. M. 1991. *Portfolio Choice : Efficient Diversification of Investments*, 2nd ed. Blackwell Publishers, Oxford, UK.
- Markowitz, H. M., P. Todd, G. Xu, Y. Yamane. 1993. Computation of mean – semivariance efficient sets by the critical line algorithm. *Ann. Oper. Res.* **45** 309 – 318.
- Mulvey, J. M. 1993. Incorporating transaction costs in models for asset allocation. S. Zenios, ed. *Financial Optimization*. Cambridge University Press, New York.
- Mulvey, J. M. 1994. Financial planning via multistage stochastic programs. J. R. Birge, K.G. Murthy, eds. *Mathematical Programming : State of the Art 1994*. The University of Michigan, Ann. Arbor, MI.
- Mulvey, J. M. 1996. Generating scenarios for the Towers Perrin investment system. *Interfaces* **26**(2) 1 – 15.
- Mulvey, J. M., A. E. Thorlacius. 1999. The Towers Perrin global capital market scenario generation system. W. T. Ziemba, J. M. Mulvey, eds. *Worldwide Asset and Liability Modeling*. Cambridge University Press, Cambridge, UK.
- Mulvey, J. M., C. Madsen, F. Morin. 1999. Linking strategic and tactical planning systems for asset and liability management. *Ann. Oper. Res.* **85** 249 – 266.

- Mulvey, J. M., D. P. Rosenbaum, B. Shetty. 1997. Strategic financial risk management and operations research. *Eur. J. Oper. Res.* **97** 1 – 16.
- Mulvey, J. M., S. A. Zenios. 1994. Capturing the correlations of fixed – income instruments. *Management Sci.* **40** 1329 – 1342.
- Mulvey, J. M., W. T. Ziemba. 1999. Asset and Liability management systems for long – term investors : Discussion of the issues. W. T. Ziemba, J. M. Mulvey, eds. *Worldwide Asset and Liability Modeling*. Cambridge University Press, Cambridge, UK.
- Pflug, G. Ch., A. Swietanowski, E. Dockner, H. Moritsch. 2000. The AURORA financial management system : Model and parallel implementation design. *Ann. Oper. Res.* **99** 189 – 206.
- Riley, B. 2002. Industry divided over maths : Can a career in modelling lead to optimum asset allocation? *Financial Times* (December 2) 28.
- Ruffel, C. 1986. The rise of the structured bond business. *Euromoney* (3) 150 – 158.
- Seshadri, S., A. Khanna, F. Harche, R. Wyle. 1999. A method for strategic asset – liability management system with an application to the Federal Home Loan Bank of New York. *Oper. Res.* **47**(3) 345 – 360.
- Sodhi M. S., *LP Modeling for Asset – Liability Management : A Survey of Choices and Simplifications*, Operations Research, Vol. 53, No. 2, March – April 2005, pp. 181 – 196.
- Sodhi, M. S. 1996. Implementation of a fixed – income DSS using OOP. *Interfaces* **26**(2) 22 – 33.
- Swiss Reinsurance Company. 2000. Asset – Liability management for insurers. Sigma Report, No. 6, www.swissre.com.
- Trigeorgis, L., S. P. Mason. 1987. Valuing managerial flexibility. *Midland Corporate Finance J.* **5**(1) 14 – 21.
- Varian, H. R. 1987. The arbitrage principle in financial economics. *Econom. Perspectives* **1**(2) 55 – 72.
- Wagner, W. U. 1959. Linear programming techniques for linear programming. *J. Amer. Stat. Assoc.* **54** 206 – 212.
- Weil, R. L. 1973. Macaulay’s duration : An appreciation. *J. Bus.* **46**(4) 589 – 592.
- Worzel, K. J., C. Vassiadou – Zenio, S. A. Zenios. 1994. Integrated simulation and optimization models for tracking indices of fixed – income securities. *Oper. Res.* **42**(2) 223 – 233.
- Wright, S. E. 1994. Primal – dual aggregation and disaggregation for stochastic linear programs. *Math. Oper. Res.* **19**(4) 893 – 908.

Zenios S.A., “Practical Financial Optimization : Decision making for financial engineers”,
Draft of July 22, 2005

Zenios, S. A. 1995. Asset/liability management under uncertainty for fixed income securities.
Ann. Oper. Res. **59** 77 – 98.

Zipkin, P. 1980a. Bounds on the effect of aggregating variables in linear programs. *Oper. Res.*
28(2) 403 – 418.