



Πανεπιστήμιο Πειραιώς – Τμήμα Πληροφορικής

Πρόγραμμα Μεταπτυχιακών Σπουδών

«Προηγμένα Συστήματα Πληροφορικής»

Μεταπτυχιακή Διατριβή

| | |
|-----------------------|--|
| Τίτλος Διατριβής | Επέκταση διαδικτυακής εφαρμογής περιβάλλουσας ανάλυσης δεδομένων (WebDEA) Extending the web based application of data envelopment analysis (WebDEA) |
| Όνοματεπώνυμο Φοιτητή | Λαμπίδης Λεωνίδας του Ηλία |
| Αριθμός Μητρώου | ΜΠΣΠ09021 |
| Κατεύθυνση | Συστήματα Υποστήριξης Αποφάσεων (ΣΥΑ) |
| Επιβλέπων | Δημήτρης Δεσπότης, Καθηγητής |

Πανεπιστήμιο Πειραιώς-Τμήμα Πληροφορικής
Πρόγραμμα Μεταπτυχιακών Σπουδών στα
Προηγμένα Συστήματα Πληροφορικής

Ημερομηνία Παράδοσης **Μάιος 2013**

Τριμελής Εξεταστική Επιτροπή

Δ. Δεσπότης

Καθηγητής

Δ. Αποστόλου

Επικ. Καθηγητής

Κ. Μεταξιώτης

Επικ. Καθηγητής

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η Περιβάλλουσα Ανάλυση δεδομένων είναι μια από τις σπουδαιότερες τεχνικές μέτρησης αποδοτικότητας σε ένα σύστημα μονάδων απόφασης. Η ΠΑΔ για να εφαρμοστεί σε ένα σύστημα μονάδων απόφασης απαιτεί την επίλυση γραμμικών προβλημάτων, άρα για την εφαρμογή της σε μεγάλα συστήματα μονάδων απόφασης κρίνεται απαραίτητη η ανάπτυξη ειδικού λογισμικού που να εκτελεί τα μοντέλα της ΠΑΔ και να παρουσιάζει τα αποτελέσματα στο χρήστη. Στην παρούσα μεταπτυχιακή διατριβή επεκτάθηκαν οι δυνατότητες το λογισμικού WebDEA έτσι ώστε να υποστηρίζει το προσθετικό μοντέλο (additive model) και να μπορεί να δεχθεί πολλαπλούς τύπους περιορισμών στα βάρη. Επίσης δημιουργήθηκε μια νέα ενότητα στην εφαρμογή η οποία εκτελεί αναλύσεις μετά την εκτέλεση της ΠΑΔ (Post DEA Analysis). Οι υποστηριζόμενες μέθοδοι της ενότητας αυτής είναι η διασταύρωση αποδοτικότητας (Cross Efficiencies) και τα μοντέλα Aggressive και Benevolent.

ABSTRACT

Data Envelopment Analysis is one of the most important techniques of evaluating the efficiency scores in a system of decision making units. In order to apply DEA in a system of decision making units it is required to solve linear problems. Therefore, the development of special software to execute the DEA models and present the execution results to the user is a necessity. In this post graduate thesis the functionality of WebDEA software is extended in order to support the additive model and can also accept multiple weights restrictions types. Furthermore, a new entry that executes post DEA analysis has also been developed in WebDEA application. The supported post DEA analysis methods are cross efficiencies and the models Aggressive and Benevolent.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

| | | |
|--------|---|----|
| 1. | Εισαγωγή..... | 7 |
| 1.1. | Περιβάλλουσα Ανάλυση Δεδομένων | 7 |
| 1.2. | Εφαρμογή Περιβάλλουσας Ανάλυσης WebDEA | 8 |
| 2. | Περιβάλλουσα ανάλυση δεδομένων (ΠΑΔ)..... | 9 |
| 2.1. | Βασικά μοντέλα ΠΑΔ | 12 |
| 2.1.1. | Το μοντέλο CCR | 12 |
| 2.1.2. | Το μοντέλο BCC | 14 |
| 2.1.3. | Το προσθετικό μοντέλο | 16 |
| 2.2. | Περιορισμοί στα βάρη | 18 |
| 2.2.1. | Απόλυτοι περιορισμοί (Absolute Restrictions)..... | 19 |
| 2.2.2. | Περιορισμοί τύπου Assurance Region Type I..... | 19 |
| 2.2.3. | Περιορισμοί τύπου Assurance Region Type II | 20 |
| 2.2.4. | Περιορισμοί στις εικονικές εκροές..... | 20 |
| 2.2.5. | Περιορισμοί στις εικονικές εισροές..... | 21 |
| 2.3. | Post DEA Analysis | 21 |
| 2.3.1. | Διασταύρωση Αποδοτικότητας (Cross Efficiencies) | 21 |
| 2.3.2. | Επιθετικό μοντέλο (Aggressive model)..... | 22 |
| 2.3.3. | Επιεικές μοντέλο (Benevolent model) | 23 |
| 3. | Υλοποίηση Εφαρμογής..... | 25 |
| 3.1. | Πρωτόκολλα επικοινωνίας | 25 |
| 3.2. | Βάση δεδομένων..... | 26 |
| 3.3. | Φιλοξενία εφαρμογής..... | 27 |
| 3.4. | Τεχνολογίες ανάπτυξης εφαρμογής..... | 27 |
| 3.5. | Επέκταση εφαρμογής | 28 |
| 3.5.1. | Προσθετικό μοντέλο (Additive model) | 28 |
| 3.5.2. | Περιορισμοί στα βάρη (Weights Restrictions) | 31 |
| 3.5.3. | Post DEA Analysis..... | 36 |
| 3.6. | Βελτίωση εφαρμογής | 39 |
| 3.6.1. | Μείωση χρόνου απόκρισης | 39 |
| 3.6.2. | Βελτίωση ακρίβειας αποτελεσμάτων | 40 |
| 3.6.3. | Βελτίωση γραφικού περιβάλλοντος | 40 |
| 4. | Συμπεράσματα | 41 |
| 5. | Βιβλιογραφία..... | 42 |
| 6. | Ηλεκτρονικές πηγές | 43 |

ΕΙΚΟΝΕΣ

| | |
|---|----|
| Εικόνα 1: Αποδοτικότητα μονάδων σε σύστημα αξόνων | 9 |
| Εικόνα 2: Αύξηση αποδοτικότητας μονάδας A..... | 10 |
| Εικόνα 3: Αποδοτικότητα σε κλίμακα μεταβλητών αποδόσεων | 11 |
| Εικόνα 4: Βελτίωση μονάδας A | 12 |
| Εικόνα 5: Μοντέλο Client – Server | 25 |
| Εικόνα 6: Διαστρωμάτωση πρωτοκόλλων διασύνδεσης..... | 26 |
| Εικόνα 7: Επικοινωνία Client – Web Server – Database Server | 27 |
| Εικόνα 8: Κύριο μενού επιλογών εφαρμογής | 29 |
| Εικόνα 9: Εικονίδιο εισαγωγής περιορισμών βαρών..... | 31 |
| Εικόνα 10: Οθόνη εισαγωγής περιορισμών βαρών | 32 |
| Εικόνα 11: Ενεργοποίηση/Απενεργοποίηση περιορισμών βαρών | 35 |
| Εικόνα 12: Σφάλμα εκτέλεσης γραμμικού προβλήματος | 36 |
| Εικόνα 13: Οθόνη προβολής Cross Efficiencies..... | 37 |
| Εικόνα 14: Λειτουργίες Cross Efficiencies..... | 37 |
| Εικόνα 15: Λήψη αρχείου Post DEA Analysis | 38 |
| Εικόνα 16: Εκτύπωση αποτελεσμάτων Cross Efficiencies | 39 |

ΠΙΝΑΚΕΣ

| | |
|--|----|
| Πίνακας 1: Παράδειγμα με οχτώ μονάδες απόφασης, μια εισροή και μια εκροή | 9 |
| Πίνακας 2: Παράδειγμα με εννιά μονάδες απόφασης, δύο εισροές και μια εκροή | 11 |
| Πίνακας 3: Λήψη αποτελεσμάτων επίλυσης γραμμικού προβλήματος από τον επιλυτή | 29 |
| Πίνακας 4: Δήλωση μεταβλητής ελεύθερου πρόσημου στον επιλυτή | 30 |
| Πίνακας 5: Δήλωση lower bounds μεταβλητών στον επιλυτή | 30 |
| Πίνακας 6: Client-side script ελέγχου δεδομένων weights restrictions | 32 |
| Πίνακας 7: Δημιουργία πίνακα αποθήκευσης περιορισμών βαρών | 34 |
| Πίνακας 8: Διαχείριση σφαλμάτων γραμμικού προβλήματος | 35 |

Πανεπιστήμιο Πειραιώς

1. Εισαγωγή

Στις μέρες μας υπάρχει όλο και μεγαλύτερη ανάγκη για τη μεγιστοποίηση της αποδοτικότητας των επιχειρήσεων και των οργανισμών. Με βάση όλες τις οικονομικές συγκυρίες οι οποίες συμβαίνουν το τελευταίο χρονικό διάστημα κρίνεται επιβεβλημένο κάθε οργανισμός να λειτουργεί κάνοντας την ελάχιστη δυνατή χρήση πόρων και παράγοντας το μέγιστο δυνατό προϊόν. Έτσι λοιπόν έχουν αναπτυχθεί και συνεχίζονται να αναπτύσσονται τεχνικές μέτρησης της απόδοσης κάθε οργανισμού αλλά κάθε μονάδας αυτού με στόχο την όσο πιο αντικειμενική αξιολόγησή τους. Επίσης είναι σημαντικό πέρα από τη μέτρηση της αποδοτικότητας να προσδιοριστούν και οι παράγοντες οι οποίοι την επηρεάζουν έτσι ώστε να μπορούν να ληφθούν οι κατάλληλες αποφάσεις με σκοπό τη βελτιστοποίησή της.

Με τον όρο αποδοτικότητα εννοούμε τη δυνατότητα κάθε μονάδας να μετασχηματίζει αποτελεσματικά τις εισροές που λαμβάνει σε παραγόμενες εκροές. Έχουν αναπτυχθεί διάφορες μέθοδοι για τη μέτρηση της αποδοτικότητας. Τις μεθόδους αυτές μπορούμε να τις χωρίσουμε σε δύο μεγάλες κατηγορίες, τις παραμετρικές και τις μη παραμετρικές. Στις παραμετρικές τεχνικές δημιουργούνται και χρησιμοποιούνται θεωρητικές συναρτήσεις παραγωγής και στη συνέχεια ελέγχεται η καταλληλότητά τους σε πραγματικά δεδομένα. Το 1957 ο Farrell διατύπωσε μια εναλλακτική τεχνική με την οποία μπορεί η αποτίμηση της αποδοτικότητας να γίνεται με εμπειρικά δεδομένα χωρίς να γίνεται χρήση συναρτήσεων παραγωγής. Η τεχνική αυτή βασίζεται στην εμπειρική μέτρηση των εισροών και των εκροών του συστήματος και η αποδοτικότητα του συστήματος προκύπτει από το λόγο των συνολικών εκροών προς τις συνολικές εισροές του συστήματος.

1.1 Περιβάλλουσα Ανάλυση Δεδομένων

Μετά τη διατύπωση του Farrell, οι Charnes, Cooper και Rhodes το 1978 εισήγαγαν μια νέα τεχνική μέτρησης της αποδοτικότητας η οποία ονομάστηκε περιβάλλουσα ανάλυση δεδομένων (ΠΑΔ – Data Envelopment Analysis – DEA). Η περιβάλλουσα ανάλυση δεδομένων είναι μια από τις πιο δημοφιλείς μεθόδους μέτρησης αποδοτικότητας μονάδων ενός συστήματος. Η ΠΑΔ ανήκει στην κατηγορία των μη παραμετρικών τεχνικών μέτρησης αποδοτικότητας μονάδων και στηρίζεται στην επίλυση μοντέλων γραμμικού προγραμματισμού. Τα αντικείμενα τα οποία αναλύει η ΠΑΔ, δηλαδή οι μονάδες των οποίων αποτιμά την αποδοτικότητα ονομάζονται μονάδες απόφασης (Decision Making Units – DMU) οι οποίες ανάλογα με το σύστημα το οποίο μελετάται αντιπροσωπεύουν και ένα μέρος αυτού. Έτσι η ΠΑΔ μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να μετρήσει την αποδοτικότητα σε πολλές εφαρμογές όπως τραπεζικά συστήματα, στο χώρο της υγείας, στην εκπαίδευση και σχεδόν σε κάθε επιχείρηση. Σύμφωνα με την ΠΑΔ κάθε μονάδα απόφασης λαμβάνει κάποιες εισροές και παράγει κάποιες εκροές. Οι εισροές και οι εκροές μπορεί να είναι περισσότερες από μία και να έχουν διαφορετικές μονάδες μέτρησης, αλλά πρέπει να είναι οι ίδιες για κάθε μονάδα. Κάθε μονάδα απόφασης όμως μπορεί να έχει διαφορετικά επίπεδα (τιμές) σε κάθε εισροή και εκροή απ' ό,τι οι υπόλοιπες μονάδες.

Η ΠΑΔ έχει γίνει πολύ δημοφιλής μέθοδος μέτρησης αποδοτικότητας μονάδων συστημάτων επειδή μπορεί να εφαρμοστεί σε πάρα πολλά διαφορετικά συστήματα και λύνει το πρόβλημα του καθορισμού συντελεστών στάθμισης (βάρη) στις εισροές και εκροές κάθε μονάδας απόφασης. Η ΠΑΔ καθορίζει τα βάρη των εισροών και εκροών κάθε μονάδας οπότε δεν επιδρούν υποκειμενικοί παράγοντες όπως συμβαίνει σε μεθόδους στις οποίες είναι αναγκαίος ο καθορισμός των βαρών των εισροών και εκροών από τον αναλυτή. Η ΠΑΔ στηρίζεται στο γραμμικό προγραμματισμό έτσι ώστε να αποτιμήσει κάθε μονάδα απόφασης ενός συστήματος και στη συνέχεια παρουσιάζει στον αποφασίζοντα όλες τις απαραίτητες πληροφορίες ώστε να μπορέσει να κατανοήσει τους λόγους για τους οποίους μια μονάδα είναι ή δεν είναι αποδοτική και να προβεί στη λήψη των ανάλογων αποφάσεων.

1.2 Εφαρμογή Περιβάλλουσας Ανάλυσης WebDEA

Τα τελευταία χρόνια στο εργαστήριο Συστημάτων Υποστήριξης Αποφάσεων έχει αναπτυχθεί και λειτουργεί η εφαρμογή περιβάλλουσας ανάλυσης «WebDEA». Η εφαρμογή WebDEA είναι μια διαδικτυακή εφαρμογή η οποία έχει δημιουργηθεί με τις πιο σύγχρονες τεχνολογίες ανάπτυξης διαδικτυακού λογισμικού έτσι ώστε να έχει αυξημένη διαθεσιμότητα, ταχύτητα και αξιοπιστία. Η server side γλώσσα προγραμματισμού που έχει χρησιμοποιηθεί είναι η PHP ενώ Client Side έχουν χρησιμοποιηθεί HTML, Javascript, CSS και το jQuery framework καθώς και κάποιες επεκτάσεις αυτού για τη δημιουργία πιο πλούσιου δυναμικού User Interface. Για τις ανάγκες αποθήκευσης δεδομένων της εφαρμογής έχει χρησιμοποιηθεί βάση δεδομένων MySQL και παράλληλα γίνεται αποθήκευση αρχείων CSV στο server έτσι ώστε να επιτυγχάνεται μέγιστη λειτουργικότητα. Η εφαρμογή σύμφωνα με το Google Analytics κρίνεται αρκετά δημοφιλής καθώς δέχεται καθημερινά πολυάριθμες επισκέψεις από χρήστες σε όλο τον κόσμο.

Η WebDEA έχει σχεδιαστεί έτσι ώστε να υπολογίζει την αποδοτικότητα μονάδων απόφασης χρησιμοποιώντας την τεχνική της Περιβάλλουσας Ανάλυσης Δεδομένων. Στην τρέχουσα έκδοσή της η εφαρμογή υποστηρίζει τα βασικά μοντέλα της ΠΑΔ, τα CCR και BCC με δυνατότητα επιλογής μεταξύ προσανατολισμού στις εισροές (Input Orientation) ή στις εκροές (Output Orientation) για το καθένα από αυτά. Μετά την εκτέλεση κάθε μοντέλου η εφαρμογή παρουσιάζει τα αποτελέσματα, στα οποία περιλαμβάνεται η αποδοτικότητα κάθε μονάδας, τα βάρη κάθε εισροής και εκροής κάθε μονάδας καθώς και τις χαλαρές μεταβλητές (slacks). Επίσης παρουσιάζονται αναλυτικά οι αποδοτικές και μη αποδοτικές μονάδες και το σύνολο αναφοράς τους (Reference Set). Ειδικότερα για τις μη αποδοτικές μονάδες η εφαρμογή υπολογίζει το πόσο πρέπει να μεταβληθούν οι εισροές ή και οι εκροές τους ώστε να καταστούν αποδοτικές. Επίσης η εφαρμογή υποστηρίζει εισαγωγή δεδομένων από αρχεία τύπου excel και csv έτσι ώστε να μπορούν να εισαχθούν πολύ εύκολα δεδομένα. Η εξαγωγή των αποτελεσμάτων από την εκτέλεση της εφαρμογής γίνεται με τρεις τρόπους. Πρώτον με την εμφάνιση των αποτελεσμάτων στην οθόνη για απευθείας μελέτη από τον αναλυτή (αποφασίζοντα), δεύτερον υπάρχει δυνατότητα εκτύπωσης των αποτελεσμάτων ώστε να μπορούν να αρχειοθετηθούν και τρίτον εξαγωγή σε αρχεία τύπου excel έτσι ώστε να μπορεί να γίνει περεταίρω σύγκριση και επεξεργασία των αποτελεσμάτων. Για να χρησιμοποιήσει κανείς την εφαρμογή πρέπει να έχει λογαριασμό στο εργαστήριο των συστημάτων υποστήριξης αποφάσεων ή να συνδεθεί με τον demo λογαριασμό ώστε να δοκιμάσει τη λειτουργία της εφαρμογής. Κάθε εγγεγραμμένος χρήστης μπορεί να αποθηκεύσει κάποια μοντέλα (projects) ώστε να μπορεί ανά πάσα στιγμή να τα εκτελεί.

Στα πλαίσια της παρούσας διατριβής η εφαρμογή βελτιώθηκε από πλευράς φιλικότητας στη χρήση, αξιοπιστίας και λειτουργικότητας. Πιο συγκεκριμένα αναβαθμίστηκε η εμπειρία χρήσης της εφαρμογής δημιουργώντας ένα μεγαλύτερο user interface ώστε να μειωθεί η συχνότητα του scrolling και να μπορεί ο χρήστης να έχει στην οθόνη του πολύ περισσότερη πληροφορία, αξιολογώντας τη με μια ματιά. Βελτιώθηκε επίσης η αξιοπιστία της εφαρμογής καθώς αυξήθηκε η ακρίβεια όλων των υπολογισμών, ελέγχθηκαν όλοι οι υπολογισμοί που γίνονται κατά την εκτέλεση της εφαρμογής έτσι ώστε να μην υπάρξουν σφάλματα πεδίου τιμών όπως overflow μεταβλητών και διαιρέσεων με μηδέν. Τέλος το βασικότερο είναι ότι αυξήθηκε η λειτουργικότητα της εφαρμογής με την υποστήριξη του προσθετικού μοντέλου (additive model) με δυο είδη κλίμακας (σταθερών αποδόσεων – CRS και μεταβλητών αποδόσεων – VRS). Προστέθηκε επίσης δυνατότητα για περιορισμό των παραγόμενων βαρών έτσι ώστε να μπορεί ο αναλυτής να περιορίσει την ανεξέλεγκτη διακύμανση των βαρών που παράγει η ΠΑΔ. Στην εφαρμογή προστέθηκε επίσης μια ενότητα η οποία χρησιμοποιείται για ανάλυση των παραγόμενων δεδομένων από την ΠΑΔ (Post DEA Analysis). Στην ενότητα αυτή μελετάται πως συμπεριφέρεται κάθε μονάδα απόφασης αν σε αυτή εφαρμοστούν τα βάρη των άλλων μονάδων. Η μελέτη αυτή γίνεται με τρεις μεθόδους. Με τον υπολογισμό των διασταυρώσεων αποδοτικότητας (Cross Efficiencies) ή εφαρμόζοντας το επιεικές μοντέλο (Benevolent) ή το επιθετικό (Aggressive). Όλοι οι υπολογισμοί για την Post DEA Analysis έχουν γίνει με τέτοιο τρόπο ώστε να μην επηρεάζεται ο συνολικός χρόνος εκτέλεσης της ΠΑΔ, αφού γίνονται on demand όταν ζητηθούν από το χρήστη.

2. Περιβάλλουσα Ανάλυση Δεδομένων (ΠΑΔ)

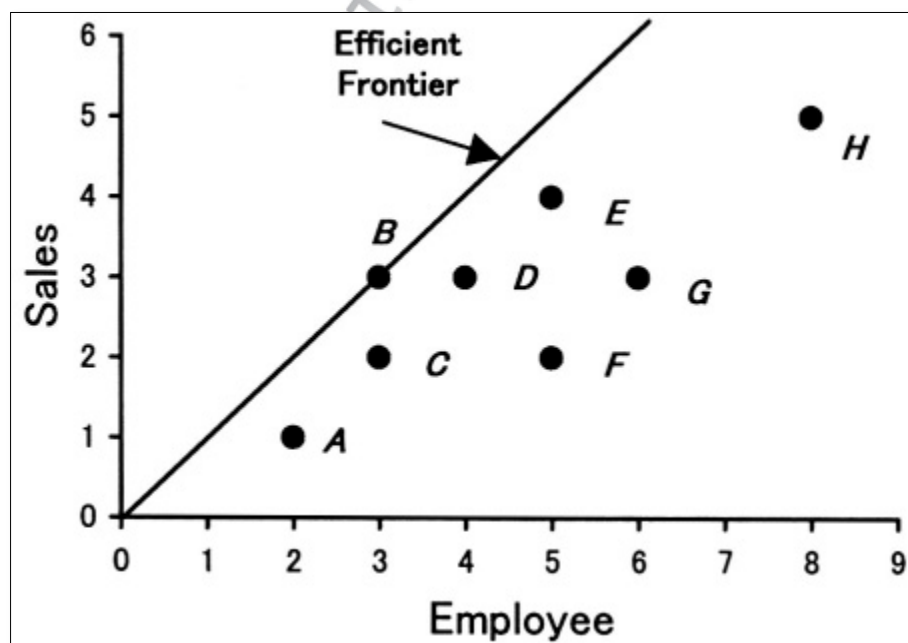
Τα αντικείμενα τα οποία αναλύει η ΠΑΔ ονομάζονται μονάδες απόφασης (Decision Making Units – DMUs). Κάθε μονάδα απόφασης καταναλώνει κάποιες εισροές τις οποίες μετασχηματίζει και παράγει κάποιες εκροές. Σύμφωνα με την ΠΑΔ κάθε μονάδα απόφασης έχει τις ίδιες εισροές και τις ίδιες εκροές. Η αποδοτικότητα κάθε μονάδας απόφασης ορίζεται ως το πηλίκο των σταθμισμένων εκροών της μονάδας προς τις σταθμισμένες εισροές. Παρατίθενται παρακάτω παραδείγματα από το βιβλίο των William W. Cooper, Lawrence M. Seiford και Kaoru Tone, Data Envelopment Analysis ώστε να γίνουν πιο κατανοητές οι βασικές έννοιες της ΠΑΔ.

Στο παρακάτω παράδειγμα έχουμε 8 καταστήματα τα οποία έχουν ως εισροή τους εργαζόμενους και ως εκροή τις πωλήσεις.

| Καταστήματα | A | B | C | D | E | F | G | H |
|---------------------------|-----|---|-------|------|-----|-----|-----|-------|
| Εργαζόμενοι | 2 | 3 | 3 | 4 | 5 | 5 | 6 | 8 |
| Πωλήσεις | 1 | 3 | 2 | 3 | 4 | 2 | 3 | 5 |
| Πωλήσεις / Εργαζόμενοι | 0.5 | 1 | 0.667 | 0.75 | 0.8 | 0.4 | 0.5 | 0.625 |

Πίνακας 1: Παράδειγμα με οχτώ μονάδες απόφασης, μια εισροή και μια εκροή

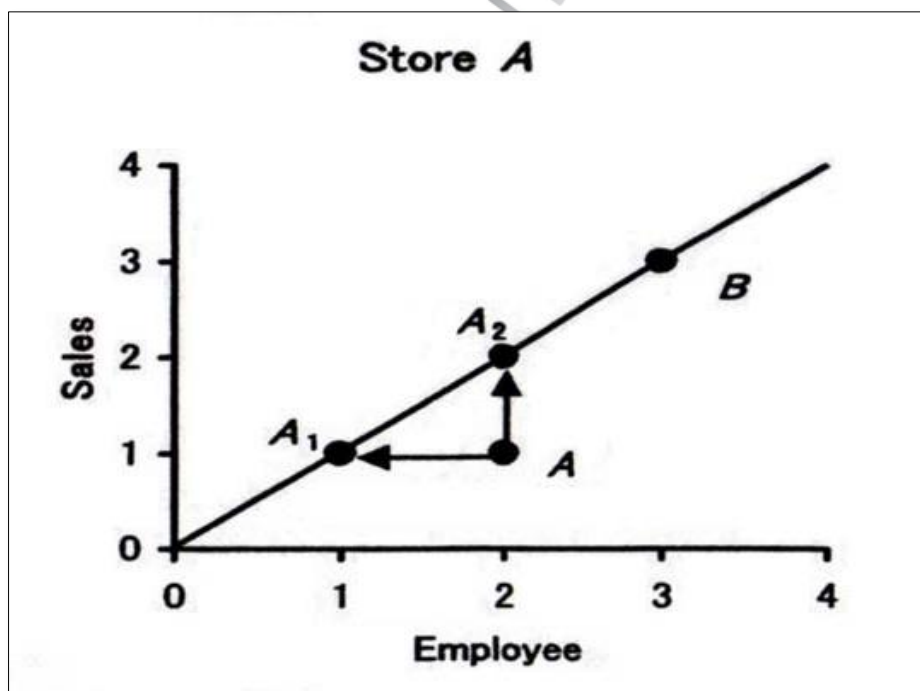
Στον παραπάνω πίνακα παρουσιάζονται οχτώ στήλες, μια για κάθε κατάσταση, και τρεις γραμμές στις οποίες παρουσιάζονται οι εργαζόμενοι, οι πωλήσεις και το πηλίκο πωλήσεις προς εργαζόμενους κάθε καταστήματος. Η αποδοτικότητα κάθε καταστήματος στο παράδειγμα του πίνακα 1 εκφράζεται ως το πηλίκο των εκροών προς τις εισροές, δηλαδή των πωλήσεων προς τους εργαζόμενους. Αν κάθε κατάσταση (μονάδα απόφασης) το παρουσιάσουμε γραφικά σε ένα σύστημα αξόνων x και y με τον άξονα x να συμβολίζει τους εργαζόμενους και τον άξονα y να συμβολίζει τις πωλήσεις έχουμε το παρακάτω γράφημα.



Εικόνα 1: Αποδοτικότητα μονάδων σε σύστημα αξόνων

Αν στο διάγραμμα της εικόνας 1 για καθένα από τα σημεία σχεδιάσουμε την ευθεία που διέρχεται από την αρχή των αξόνων παρατηρούμε ότι η ευθεία που διέρχεται από το σημείο B έχει τη μεγαλύτερη κλίση, σε αντίθεση με την ευθεία που διέρχεται από το σημείο F η οποία έχει τη μικρότερη κλίση. Η κλίση κάθε ευθείας εκφράζει την αποδοτικότητα της μονάδας από την οποία διέρχεται η ευθεία. Η μονάδα B η οποία έχει αποδοτικότητα 1 (ή 100%) είναι αποδοτική και η ευθεία η οποία διέρχεται απ' την αρχή των αξόνων και το σημείο B ονομάζεται σύνορο αποδοτικότητας (efficient frontier). Παρατηρούμε στο διάγραμμα της εικόνας 1 ότι καμία μονάδα δεν υπερβαίνει το σύνορο αποδοτικότητας πράγμα το οποίο επαληθεύεται και από τα δεδομένα του πίνακα 1 αφού όλες οι μονάδες εκτός της B έχουν αποδοτικότητα μικρότερη του ένα. Στο παρόν παράδειγμα στηριζόμαστε στην υπόθεση περί κλίμακας σταθερών αποδόσεων (CRS) γι' αυτό και το σύνορο αποδοτικότητας είναι μια ευθεία η οποία διέρχεται απ' την αρχή των αξόνων, έχει σταθερή κλίση, μπορεί να επεκταθεί ως το άπειρο και περικλείει τις μη αποδοτικές μονάδες. Αν είχαμε μεταβλητές αποδόσεις κλίμακας (VRS) το σύνορο αποδοτικότητας θα ήταν η τεθλασμένη γραμμή η οποία διέρχεται από τις αποδοτικές μονάδες.

Στο παράδειγμα του πίνακα 1 οι μονάδες A,C,D,E,F,G και H δεν είναι αποδοτικές. Για να γίνουν αποδοτικές θα πρέπει να μετακινηθούν προς το σύνορο αποδοτικότητας. Αυτό μπορεί να γίνει με δύο τρόπους. Ο πρώτος τρόπος είναι να μειώσουμε τις εισροές (προσανατολισμός στις εισροές – Input Oriented) κρατώντας σταθερές τις εκροές ενώ ο δεύτερος τρόπος είναι να αυξήσουμε τις εκροές (προσανατολισμός στις εκροές – Output Oriented) κρατώντας σταθερές τις εισροές.



Εικόνα 2: Αύξηση αποδοτικότητας μονάδας A

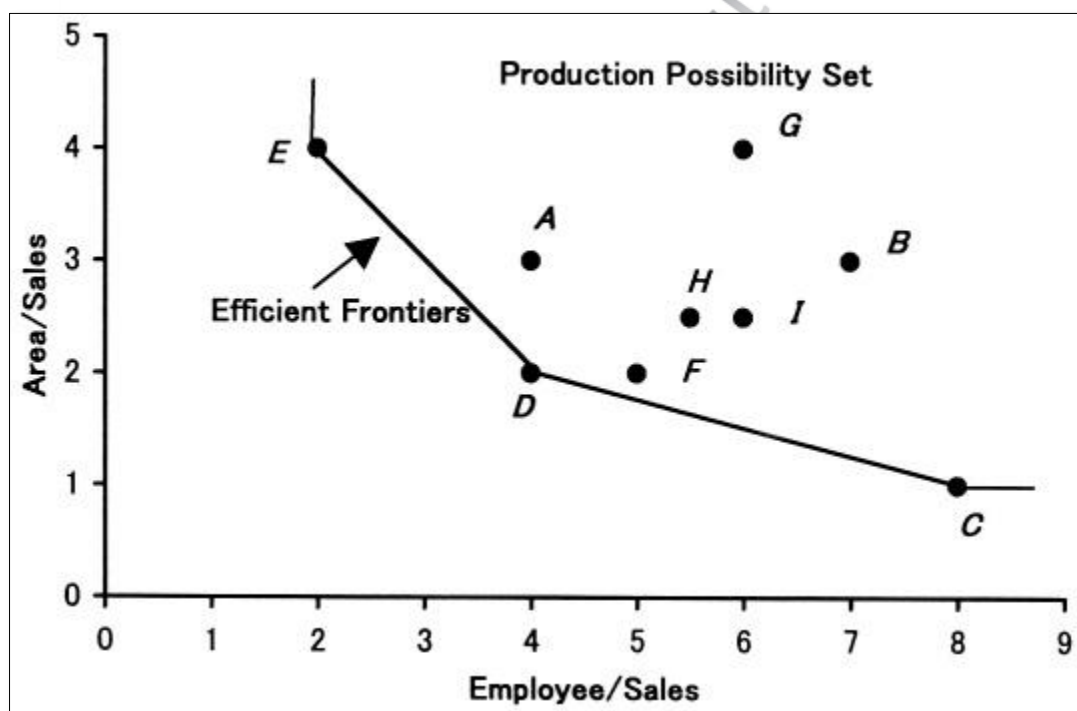
Στο διάγραμμα της εικόνας 2 βλέπουμε τους δύο τρόπους με τους οποίους μπορούμε να κάνουμε τη μη αποδοτική μονάδα A, αποδοτική. Μετακινώντας τη μονάδα A στη θέση A1 μειώνουμε τις εισροές κρατώντας σταθερές τις εκροές οπότε έχουμε προσανατολισμό στις εισροές. Μετακινώντας τη μονάδα A στη θέση A2 αυξάνουμε τις εκροές έχοντας σταθερές εισροές άρα έχουμε προσανατολισμό στις εκροές.

Το παραπάνω παράδειγμα (πίνακας 1) βασίζεται στην υπόθεση περί κλίμακας σταθερών αποδόσεων. Στο παράδειγμα που ακολουθεί (πίνακας 2) έχουμε εννιά μονάδες απόφασης δύο εισροές και μια εκροή.

| Καταστήματα | | A | B | C | D | E | F | G | H | I |
|--------------------|-------|---|---|---|---|---|---|---|-----|-----|
| Εργαζόμενοι | x_1 | 4 | 7 | 8 | 4 | 2 | 5 | 6 | 5.5 | 6 |
| Επιφάνεια Εργασίας | x_2 | 3 | 3 | 1 | 2 | 4 | 2 | 4 | 2.5 | 2.5 |
| Πωλήσεις | y | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

Πίνακας 2: Παράδειγμα με εννιά μονάδες απόφασης, δύο εισροές και μια εκροή

Στον παραπάνω πίνακα παρουσιάζονται εννιά στήλες, μια για κάθε κατάσταση, και τρεις γραμμές στις οποίες παρουσιάζονται οι εργαζόμενοι (εισροή x_1), η διαθέσιμη επιφάνεια εργασίας (εισροή x_2) και οι πωλήσεις (εκροή y). Αν παραστήσουμε γραφικά τα καταστήματα ως σημεία σε ένα ορθοκανονικό σύστημα αξόνων όπου ο άξονας X αναπαριστά το πηλίκο x_1 / y και ο άξονας Y αναπαριστά το πηλίκο x_2 / y προκύπτει το παρακάτω διάγραμμα.



Εικόνα 3: Αποδοτικότητα σε κλίμακα μεταβλητών αποδόσεων

Το παράδειγμα του πίνακα 2 βασίζεται στην υπόθεση περί κλίμακας μεταβλητών αποδόσεων, οπότε παρατηρούμε στο γράφημα της εικόνας 3 ότι το σύνορο αποδοτικότητας είναι μια κυρτή γραμμή η οποία διέρχεται από όλα τα σημεία τα οποία αποτελούν τις αποδοτικές μονάδες. Η περιοχή η οποία περικλείεται από το σύνορο αποδοτικότητας ονομάζεται Σύνολο Παραγωγικών Δυνατοτήτων (Production Possibility Set).

Η αποδοτικότητα των μονάδων οι οποίες δε βρίσκονται επάνω στο σύνορο αποδοτικότητας μπορεί να υπολογιστεί ως εξής. Έστω ότι θέλουμε να υπολογίσουμε την αποδοτικότητα της μονάδας A, τότε OA είναι η απόσταση του σημείου A από την αρχή των αξόνων και P το σημείο τομής της ευθείας OA και του συνόρου αποδοτικότητας. Η αποδοτικότητα της μονάδας A εκφράζεται από το λόγο OP / OA .



Εικόνα 4: Βελτίωση μονάδας A

Παρατηρούμε στο γράφημα της εικόνας 4 ότι το σημείο P βρίσκεται στο ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει τα σημεία E και D. Οι μονάδες E και D αποτελούν το σύνολο αναφοράς (Reference Set) της μονάδας A. Το σύνολο αναφοράς κάθε μη αποδοτικής μονάδας μπορεί να διαφέρει από μονάδα σε μονάδα.

Η μονάδα A είναι μη αποδοτική. Για να καταστεί αποδοτική πρέπει να μετατοπιστεί από το σημείο A (εικόνα 4) επάνω στο σύνολο αποδοτικότητας. Αυτό μπορεί να γίνει μετακινώντας τη μονάδα A στο σημείο P μειώνοντας τις εισροές της μονάδας A ώστε να γίνουν, $x_1 = 3.4$ και $x_2 = 2.6$. Επίσης η μονάδα A μπορεί να μετατοπιστεί κατακόρυφα στο σημείο D μειώνοντας την εισροή x_2 από 3 σε 2.

2.1 Βασικά μοντέλα ΠΑΔ

Στην παρούσα ενότητα θα παρουσιάσουμε τα βασικά μοντέλα της Περιβάλλουσας Ανάλυσης Δεδομένων. Τα βασικά μοντέλα της ΠΑΔ είναι τα CCR, BCC και Additive.

2.1.1. Το μοντέλο CCR

Το μοντέλο CCR έχει πάρει την ονομασία του από τους τρεις εμπνευστές του. Το μοντέλο αυτό προτάθηκε από τους Charnes, Cooper και Rhodes το 1978. Το CCR είναι το βασικότερο και πιο διαδεδομένο μοντέλο της ΠΑΔ και βασίζεται στην υπόθεση περί κλίμακας σταθερών αποδόσεων. Επίσης το CCR στηρίζεται στην επίλυση γραμμικών προβλημάτων για την αποτίμηση της αποδοτικότητας κάθε μονάδας απόφασης. Το CCR έχει δύο μορφές. Η μια μορφή του χρησιμοποιείται για μοντέλα προσανατολισμένα στις εισροές ενώ η άλλη για μοντέλα προσανατολισμένα στις εκροές.

Έστω ότι έχουμε ένα σύστημα το οποίο αποτελείται από n μονάδες απόφασης και θέλουμε να αποτιμήσουμε την αποδοτικότητά του. Κάθε μονάδα απόφασης έχει m πλήθος εισροών και s πλήθος εκροών. Επίσης έχουμε τον πίνακα εισροών X διαστάσεων (m, n) και τον

πίνακα εκρών Y με διαστάσεις (s, n) . Η αποτίμηση της αποδοτικότητας της μονάδας 0 γίνεται ως εξής.

$$\max A = uy_0 \quad (1)$$

Subject to:

$$vx_0 = 1$$

$$uY - vX \leq 0$$

$$u \geq \varepsilon$$

$$v \geq \varepsilon$$

Το παραπάνω γραμμικό πρόγραμμα (1) αποτιμά την αποδοτικότητα της μονάδας απόφασης 0 και είναι προσανατολισμένο στις εισροές. Το μοντέλο αυτό ονομάζεται πολλαπλασιαστικό μοντέλο (multiplier model).

$$\min \theta \quad (2)$$

Subject to:

$$Y\lambda - y_0 \geq 0$$

$$\theta x_0 - X\lambda \geq 0$$

$$\lambda \geq 0$$

$$\theta \text{ free}$$

Το παραπάνω γραμμικό πρόγραμμα (2) αποτιμά την αποδοτικότητα της μονάδας απόφασης 0 και είναι προσανατολισμένο στις εισροές. Το μοντέλο αυτό είναι το δυικό (dual) του (1) και ονομάζεται envelopment model.

Η αποτιμώμενη μονάδα 0 είναι αποδοτική όταν η βέλτιστη τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης είναι ίση με ένα. Αν έχουμε επιλύσει το πρωτεύον είναι $A^* = 1$ ενώ αν έχουμε λύσει το δυικό είναι $\theta^* = 1$. Στο γραμμικό πρόγραμμα (1) οι μεταβλητές u_1, \dots, u_s αντιπροσωπεύουν τα βάρη με τα οποία σταθμίζονται οι εκροές, ενώ οι μεταβλητές v_1, \dots, v_m αντιπροσωπεύουν τα βάρη με τα οποία σταθμίζονται οι εισροές. Κάθε φορά που αποτιμάται μια μονάδα απόφασης υπολογίζονται τα βάρη των εισροών και εκρών της με τέτοιο τρόπο ώστε να εξασφαλίζεται η μέγιστη αποδοτικότητα της μονάδας σε σχέση με τις υπόλοιπες μονάδες. Τα βάρη παίρνουν τιμές γνήσια θετικές και μικρότερες ή ίσες του ένα. Αυτό επιτυγχάνεται με το δεύτερο και τρίτο σετ περιορισμών του πρωτεύοντος γραμμικού προβλήματος. Το ε είναι ένας πολύ μικρός ακέραιος θετικός αριθμός τις τάξεως του 10^{-9} ο οποίος μας διασφαλίζει ότι τα βάρη των εισροών και εκρών δε θα μηδενιστούν. Αν το βάρος κάποιας εισροής ή εκροής λάμβανε μηδενική τιμή αυτό θα σήμαινε ότι ή αντίστοιχη εισροή ή εκροή δε λήφθηκε υπ' όψιν στον υπολογισμό της αποδοτικότητας της μονάδας απόφασης. Λύνοντας το δυικό γραμμικό πρόγραμμα μπορούμε να

αποκομίσουμε ενδιαφέροντα στοιχεία για τη μονάδα απόφασης την οποία αποτιμούμε, όπως το σύνολο αναφοράς, μέσω των μεταβλητών λ του προβλήματος. Κάθε φορά που λύνουμε ένα γραμμικό πρόγραμμα αποτιμάται η αποδοτικότητα μιας μονάδας απόφασης, συνεπώς είναι ανάγκη να λύσουμε n γραμμικά προγράμματα, δηλαδή τόσα όσα οι μονάδες απόφασης.

Τα γραμμικά μοντέλα (πρωτεύον και δυϊκό) που αναφέρθηκαν παραπάνω έχουν ως στόχο την ελαχιστοποίηση των εισροών κρατώντας σταθερές τις εκροές, είναι δηλαδή προσανατολισμένα στις εισροές. Αν θέλαμε να μεγιστοποιήσουμε τις εκροές κρατώντας σταθερές τις εισροές, δηλαδή προσανατολισμό στις εκροές τα γραμμικά μοντέλα θα διαμορφωθούν ως εξής.

$$\min vx_0 \quad (3)$$

Subject to:

$$uy_0 = 1$$

$$-vX + uY \leq 0$$

$$v \geq \varepsilon$$

$$u \geq \varepsilon$$

Το παραπάνω γραμμικό πρόγραμμα (3) αποτιμά την αποδοτικότητα της μονάδας απόφασης 0 και είναι προσανατολισμένο στις εκροές. Το μοντέλο αυτό ονομάζεται πολλαπλασιαστικό μοντέλο.

$$\max \theta \quad (4)$$

Subject to:

$$x_0 - X\lambda \geq 0$$

$$\theta y_0 - Y\lambda \leq 0$$

$$\lambda \geq 0$$

$$\theta \text{ free}$$

Το παραπάνω γραμμικό πρόγραμμα (4) αποτιμά την αποδοτικότητα της μονάδας απόφασης 0 και είναι προσανατολισμένο στις εκροές. Το μοντέλο αυτό είναι το δυϊκό του (3) και ονομάζεται envelopment model.

2.1.2. Το μοντέλο BCC

Το μοντέλο BCC έχει πάρει την ονομασία του από τους τρεις εμπνευστές του. Το μοντέλο αυτό προτάθηκε από τους Banker, Charnes και Cooper το 1984. Ενώ το CCR βασίζεται στην υπόθεση περί σταθερών αποδόσεων κλίμακας το BCC βασίζεται στην υπόθεση περί

μεταβλητών αποδόσεων κλίμακας. Το BCC όπως και το CCR βασίζεται στην επίλυση γραμμικών προβλημάτων για την αποτίμηση της αποδοτικότητας κάθε μονάδας απόφασης και έχει δύο μορφές. Μια για μοντέλα προσανατολισμένα στις εισροές και μια για μοντέλα προσανατολισμένα στις εκροές.

Έστω ότι έχουμε ένα σύστημα το οποίο αποτελείται από n μονάδες απόφασης και θέλουμε να αποτιμήσουμε την αποδοτικότητα του. Κάθε μονάδα απόφασης έχει m πλήθος εισροών και s πλήθος εκροών. Επίσης έχουμε τον πίνακα εισροών X διαστάσεων (m, n) και τον πίνακα εκροών Y με διαστάσεις (s, n) . Η αποτίμηση της αποδοτικότητας της μονάδας 0 με βάση το μοντέλο BCC γίνεται ως εξής.

$$\max z = uy_0 - u_0 \quad (5)$$

Subject to:

$$vx_0 = 1$$

$$uY - vX - u_0e \leq 0$$

$$u \geq 0$$

$$v \geq 0$$

$$u_0 \text{ free}$$

Το παραπάνω γραμμικό πρόγραμμα (5) αποτιμά την αποδοτικότητα της μονάδας απόφασης 0 και είναι προσανατολισμένο στις εισροές. Το μοντέλο αυτό ονομάζεται πολλαπλασιαστικό μοντέλο.

$$\min \theta \quad (6)$$

Subject to:

$$Y\lambda - y_0 \geq 0$$

$$\theta x_0 - X\lambda \geq 0$$

$$e\lambda = 1$$

$$\lambda \geq 0$$

Το παραπάνω γραμμικό πρόγραμμα (6) αποτιμά την αποδοτικότητα της μονάδας απόφασης 0 και είναι προσανατολισμένο στις εισροές. Το μοντέλο αυτό είναι το δυϊκό του (5) και ονομάζεται envelopment model.

Είναι προφανές ότι οι διαφορές του BCC με το CCR όσον αφορά το πολλαπλασιαστικό μοντέλο είναι η μεταβλητή ελεύθερου πρόσημου u_0 . Ενώ στο envelopment model παρατηρούμε ότι έχει προστεθεί ένας ακόμη περιορισμός $e\lambda = 1$.

Τα γραμμικά μοντέλα (5) και (6) που αναφέρθηκαν έχουν ως στόχο την ελαχιστοποίηση των εισροών κρατώντας σταθερές τις εκροές (προσανατολισμός στις εισροές). Αν θέλαμε να μεγιστοποιήσουμε τις εκροές κρατώντας σταθερές τις εισροές (προσανατολισμός στις εκροές) τα γραμμικά μοντέλα θα διαμορφωθούν ως εξής.

$$\min z = vx_0 - u_0 \quad (7)$$

Subject to:

$$uy_0 = 1$$

$$vX - uY - u_0e \geq 0$$

$$u \geq 0$$

$$v \geq 0$$

$$u_0 \text{ free}$$

Το παραπάνω γραμμικό πρόγραμμα (7) αποτιμά την αποδοτικότητα της μονάδας απόφασης 0 και είναι προσανατολισμένο στις εκροές. Το μοντέλο αυτό ονομάζεται πολλαπλασιαστικό μοντέλο.

$$\max \theta \quad (8)$$

Subject to:

$$X\lambda - x_0 \leq 0$$

$$\theta y_0 - Y\lambda \leq 0$$

$$e\lambda = 1$$

$$\lambda \geq 0$$

$$\theta \text{ free}$$

Το παραπάνω γραμμικό πρόγραμμα (8) αποτιμά την αποδοτικότητα της μονάδας απόφασης 0 και είναι προσανατολισμένο στις εκροές. Το μοντέλο αυτό είναι το δυϊκό του (7) και ονομάζεται envelopment model.

2.1.3. Το προσθετικό μοντέλο

Στα μοντέλα CCR και BCC είναι αναγκαίο να διακρίνουμε αν το μοντέλο μας είναι προσανατολισμένο στις εισροές ή στις εκροές. Στο προσθετικό μοντέλο (additive model) όμως δεν υπάρχει η ανάγκη για επιλογή προσανατολισμού. Το προσθετικό μοντέλο στηρίζεται στη μεγιστοποίηση των χαλαρών μεταβλητών (slacks) που παρουσιάζουν οι εισροές και εκροές κάθε μονάδας απόφασης. Κατά το προσθετικό μοντέλο μια μονάδα είναι αποδοτική αν και μόνον αν $s^- = 0$ και $s^+ = 0$. Το προσθετικό μοντέλο χρησιμοποιείται για το διαχωρισμό των

Επέκταση διαδικτυακής εφαρμογής περιβάλλουσας ανάλυσης δεδομένων (WebDEA)

αποδοτικών μονάδων από τις μη αποδοτικές, σε αντίθεση όμως με τα CCR και BCC δεν υπολογίζει την αποδοτικότητα των μονάδων απόφασης.

Έστω ότι έχουμε ένα σύστημα το οποίο αποτελείται από n μονάδες απόφασης και θέλουμε να αποτιμήσουμε την αποδοτικότητά του. Κάθε μονάδα απόφασης έχει m πλήθος εισροών και s πλήθος εκροών. Επίσης έχουμε τον πίνακα εισροών X διαστάσεων (m, n) και τον πίνακα εκροών Y με διαστάσεις (s, n) .

$$\min w = vx_0 - uy_0 \quad (9)$$

Subject to:

$$vX - uY \geq 0$$

$$u \geq e$$

$$v \geq e$$

Το παραπάνω γραμμικό μοντέλο (9) βασίζεται στην υπόθεση περί σταθερών αποδόσεων κλίμακας, και ονομάζεται πολλαπλασιαστικό μοντέλο.

$$\max z = es^- + es^+ \quad (10)$$

Subject to:

$$X\lambda + s^- = x_0$$

$$Y\lambda - s^+ = y_0$$

$$\lambda \geq 0$$

$$s^- \geq 0$$

$$s^+ \geq 0$$

Το παραπάνω γραμμικό μοντέλο (10) βασίζεται στην υπόθεση περί σταθερών αποδόσεων κλίμακας, είναι το δυικό μοντέλο του (9) και ονομάζεται envelopment model.

Τα δύο παραπάνω γραμμικά προγράμματα (9) και (10) βασίζονται στην υπόθεση περί σταθερών αποδόσεων κλίμακας οπότε μια μονάδα χαρακτηρίζεται ως αποδοτική κατά το προσθετικό μοντέλο αν και μόνον αν είναι αποδοτική κατά το CCR μοντέλο. Όπως στα μοντέλα CCR και BCC, έτσι και στο προσθετικό μοντέλο θα πρέπει να εκτελέσουμε τόσα γραμμικά προγράμματα όσες οι μονάδες απόφασης ώστε να διακρίνουμε ποιες από τις μονάδες απόφασης του συστήματος το οποίο μελετάμε είναι αποδοτικές και ποιες μη αποδοτικές.

$$\min w = vx_0 - uy_0 + u_0 \quad (11)$$

Subject to:

$$vX - uY + u_0e \geq 0$$

$$u \geq e$$

$$v \geq e$$

$$u_0 \text{ free}$$

Το παραπάνω γραμμικό μοντέλο (11) βασίζεται στην υπόθεση περί μεταβλητών αποδόσεων κλίμακας και αποτελεί το πολλαπλασιαστικό μοντέλο.

$$\max z = es^- + es^+ \quad (12)$$

Subject to:

$$X\lambda + s^- = x_0$$

$$Y\lambda - s^+ = y_0$$

$$e\lambda = 1$$

$$\lambda \geq 0$$

$$s^- \geq 0$$

$$s^+ \geq 0$$

Το παραπάνω γραμμικό μοντέλο βασίζεται στην υπόθεση περί μεταβλητών αποδόσεων κλίμακας, είναι το δυϊκό προσθετικό μοντέλο και ονομάζεται envelopment model.

Τα δύο παραπάνω γραμμικά προγράμματα (11) και (12) βασίζονται στην υπόθεση περί μεταβλητών αποδόσεων κλίμακας οπότε μια μονάδα χαρακτηρίζεται ως αποδοτική κατά το προσθετικό μοντέλο αν και μόνον αν είναι αποδοτική κατά το BCC μοντέλο.

Είναι φανερό ότι οι διαφορές του προσθετικού μοντέλου με κλίμακα σταθερών αποδόσεων σε σχέση με το προσθετικό μοντέλο με κλίμακα δυναμικών αποδόσεων είναι η προσθήκη της μεταβλητής ελεύθερου πρόσημου u_0 όσον αφορά το πολλαπλασιαστικό μοντέλο, ενώ όσον αφορά το envelopment model έχει προστεθεί ένας ακόμη περιορισμός $e\lambda = 1$.

2.2 Περιορισμοί στα βάρη

Η περιβάλλουσα ανάλυση δεδομένων είναι μια μέθοδος αποτίμησης της αποδοτικότητας των μονάδων απόφασης η οποία δεν απαιτεί από το χρήστη (αναλυτή) την εισαγωγή των βαρών για κάθε εισροή ή εκροή κάθε μονάδας απόφασης. Η ΠΑΔ υπολογίζει τα βάρη κάθε εισροής και κάθε εκροής της αποτιμώμενης μονάδας έτσι ώστε να μεγιστοποιείται η αποδοτικότητα της σε σχέση με τις υπόλοιπες μονάδες.

Είναι σαφές λοιπόν ότι για κάθε αποτιμώμενη μονάδα επιλέγονται τα βέλτιστα βάρη. Η ελευθερία επιλογής βαρών ενδέχεται να αντικρούει τις προτιμήσεις του αποφασίζοντα. Σε αυτές τις περιπτώσεις είναι αναγκαία η εισαγωγή περιορισμών στα βάρη.

Οι περιορισμοί των βαρών μπορούν να εφαρμοστούν σε όλα τα μοντέλα που έχουν αναφερθεί μέχρι τώρα (CCR, BCC, Additive CRS και Additive VRS) ανεξαρτήτως αν το μοντέλο είναι προσανατολισμένο στις εισροές ή τις εκροές. Έτσι η ΠΑΔ γίνεται πιο ευέλικτη μέθοδος και αυξάνεται το φάσμα των προβλημάτων στα οποία μπορεί να εφαρμοστεί ώστε να αποτιμήσει την αποδοτικότητα των μονάδων απόφασης σε πιο ρεαλιστικές συνθήκες.

Έχουν προταθεί πολλαπλοί τύποι περιορισμού των βαρών έτσι ώστε να μπορεί ο αποφασίζοντας ανάλογα με της ανάγκες του να χρησιμοποιήσει τον πιο κατάλληλο. Μερικοί από τους τύπους περιορισμού βαρών εισροών και εκροών παρουσιάζονται συνοπτικά στη συνέχεια.

2.2.1. Απόλυτοι περιορισμοί (Absolute Restrictions)

Χρησιμοποιείται για να περιοριστεί η τιμή του βάρους μιας εκροής μεταξύ δύο αριθμητικών τιμών μεγαλύτερων του μηδενός. Ο τύπος περιορισμού βαρών είναι ο ακόλουθος.

$$a_r \leq u_r \leq b_r$$

Αναλυτικά στον παραπάνω τύπο υπολογισμού οι μεταβλητές δηλώνουν:

a_r : Ελάχιστη τιμή βάρους u_r

b_r : Μέγιστη τιμή βάρους u_r

u_r : Το βάρος της εκροής που θέλουμε να περιορίσουμε

Ο παραπάνω τύπος μπορεί να χρησιμοποιηθεί ομοίως για τον περιορισμό εισροών

2.2.2. Περιορισμοί τύπου Assurance Region Type I

Ο περιορισμός βαρών Assurance Region Type I έχει δυο μορφές μαθηματικών σχέσεων. Η πρώτη μορφή χρησιμοποιείται για να περιοριστεί ο λόγος δυο βαρών μεταξύ δύο αριθμητικών τιμών μεγαλύτερων ή ίσων του μηδενός καθώς τα βάρη παίρνουν τιμές μεγαλύτερες ή ίσες απ' το μηδέν. Αυτός ο περιορισμός βαρών εκφράζεται με την ακόλουθη μαθηματική σχέση.

$$a_{kl} \leq \frac{u_k}{u_l} \leq b_{kl}$$

Αναλυτικά στον παραπάνω τύπο υπολογισμού οι μεταβλητές δηλώνουν:

a_{kl} : Ελάχιστη τιμή του πηλίκου u_k προς u_l

b_{kl} : Μέγιστη τιμή του πηλίκου u_k προς u_l

u_k : Το βάρος της εκροής που θέλουμε να περιορίσουμε και βρίσκεται στον αριθμητή του τύπου υπολογισμού

u_l : Το βάρος της εκροής που θέλουμε να περιορίσουμε και βρίσκεται στον παρονομαστή του τύπου υπολογισμού

Ο παραπάνω τύπος μπορεί να χρησιμοποιηθεί ομοίως για τον περιορισμό εισροών

Η δεύτερη μορφή του περιορισμού βαρών Assurance Region Type I είναι η ακόλουθη και χρησιμοποιείται αν θέλουμε το άθροισμα των γινομένων των βαρών δύο εισροών ή εκροών επί κάποια τιμή να είναι μικρότερο ή ίσο του βάρους κάποιας εισροής ή εκροής.

$$w_r u_r + w_k u_k \leq u_l$$

Αναλυτικά στον παραπάνω τύπο υπολογισμού οι μεταβλητές δηλώνουν:

w_r : Τιμή την οποία δίνει ο χρήστης (αναλυτής) η οποία θα πολλαπλασιαστεί με το βάρος u_r

u_r : Το βάρος της εισροής ή εκροής r.

w_k : Τιμή την οποία δίνει ο χρήστης (αναλυτής) η οποία θα πολλαπλασιαστεί με το βάρος u_k

u_k : Το βάρος της εισροής ή εκροής k.

u_l : Το βάρος της εισροής ή εκροής l.

2.2.3. Περιορισμοί τύπου Assurance Region Type II

Ο περιορισμός βαρών Assurance Region Type II χρησιμοποιείται αν θέλουμε το γινόμενο του βάρους κάποιας εισροής επί κάποια τιμή να είναι μεγαλύτερο ή ίσο από το βάρος κάποιας εκροής.

$$a_i v_i \geq u_r$$

Αναλυτικά στον παραπάνω τύπο υπολογισμού οι μεταβλητές δηλώνουν:

a_i : Τιμή την οποία δίνει ο χρήστης (αναλυτής) η οποία θα πολλαπλασιαστεί με το βάρος v_i

v_i : Το βάρος της εισροής i

u_r : Το βάρος της εκροής r

2.2.4. Περιορισμοί στις εικονικές εκροές

Ο τύπος περιορισμών βαρών στις εικονικές εκροές (Restrictions on virtual outputs) χρησιμοποιείται για να περιορίσουμε το πηλίκο του γινομένου του βάρους κάποιας εκροής μιας μονάδας απόφασης επί την τιμή της εκροής αυτής προς το virtual output της, μεταξύ δύο σταθερών αριθμών μεγαλύτερων ή ίσων του μηδενός. Το virtual output μιας μονάδας απόφασης είναι το άθροισμα των γινομένων των βαρών των εκροών της επί τις τιμές των αντίστοιχων εκροών. Η μαθηματική σχέση είναι η ακόλουθη.

$$a_r \leq \frac{y_{rj} u_r}{\sum_{r=1}^s y_{rj} u_r} \leq b_r$$

Αναλυτικά στον παραπάνω τύπο υπολογισμού οι μεταβλητές δηλώνουν:

a_r : Ελάχιστη τιμή περιορισμού

b_r : Μέγιστη τιμή περιορισμού

u_r : Το βάρος της εκροής r της μονάδας απόφασης j

y_{rj} : Η τιμή της εκροής r της μονάδας απόφασης j

$\sum_{r=1}^s y_{rj} u_r$: Virtual Output της μονάδας απόφασης j.

2.2.5. Περιορισμοί στις εικονικές εισροές

Ο τύπος περιορισμών βαρών στις εικονικές εισροές (Restrictions on virtual inputs) χρησιμοποιείται για να περιορίσουμε το πηλίκο του γινομένου του βάρους κάποιας εισροής μιας μονάδας απόφασης επί την τιμή της εισροής αυτής προς το virtual input της, μεταξύ δύο σταθερών αριθμών μεγαλύτερων ή ίσων του μηδενός. Το virtual input μιας μονάδας απόφασης είναι το άθροισμα των γινομένων των βαρών των εισροών της επί τις τιμές των αντίστοιχων εισροών. Ο μαθηματικός τύπος υπολογισμού είναι ο ακόλουθος.

$$a_r \leq \frac{x_{rj} v_r}{\sum_{r=1}^m x_{rj} v_r} \leq b_r$$

Αναλυτικά στον παραπάνω τύπο υπολογισμού οι μεταβλητές δηλώνουν:

a_r : Ελάχιστη τιμή περιορισμού

b_r : Μέγιστη τιμή περιορισμού

v_r : Το βάρος της εισροής r της μονάδας απόφασης j

x_{rj} : Η τιμή της εισροής r της μονάδας απόφασης j

$\sum_{r=1}^m x_{rj} v_r$: Virtual Input της μονάδας απόφασης j .

2.3 Post DEA Analysis

Μετά την εφαρμογή της περιβάλλουσας ανάλυσης δεδομένων σε ένα σύστημα μονάδων απόφασης για την εκτίμηση της αποδοτικότητας των μονάδων, πολλές φορές είναι αναγκαίο να αναζητηθούν πρόσθετα στοιχεία για τις αποδοτικές μονάδες. Ειδικότερα αν υπάρχουν πάρα πολλές μονάδες απόφασης οι οποίες έχουν εκτιμηθεί ως αποδοτικές από την ΠΑΔ τότε κρίνεται ιδιαίτερα αναγκαία η διερεύνηση της συμπεριφοράς τους. Η διερεύνηση αυτή γίνεται σε δεύτερο στάδιο και αφού έχει ολοκληρωθεί η περιβάλλουσα ανάλυση δεδομένων. Υπάρχουν διάφορες μέθοδοι για τη διερεύνηση αυτή, με την πιο διαδεδομένη να είναι η διασταύρωση αποδοτικότητας (Cross Efficiencies) το επιεικές μοντέλο (Benevolent) και το επιθετικό μοντέλο (Aggressive).

2.3.1. Διασταύρωση Αποδοτικότητας (Cross Efficiencies)

Κατά την εκτέλεση της ΠΑΔ για τη μέτρηση της αποδοτικότητας των μονάδων απόφασης ενός συστήματος, τα βάρη κάθε μονάδας εκτιμώνται με τέτοιο τρόπο ώστε η μονάδα να έχει μέγιστη αποδοτικότητα. Δηλαδή κάθε μονάδα επιλέγει τις τιμές των βαρών κάθε εισροής και κάθε εκροής της έτσι ώστε να μεγιστοποιήσει την αποδοτικότητά της. Χρησιμοποιώντας τη Διασταύρωση Αποδοτικότητας μπορούν να υπολογιστούν νέες τιμές αποδοτικότητας για όλες τις μονάδες οι οποίες ωστόσο μπορεί να μην είναι ευνοϊκές για την εκάστοτε αποτιμώμενη μονάδα αφού χρησιμοποιούνται τα βάρη των άλλων μονάδων.

Έστω ότι έχουμε ένα σύστημα n μονάδων απόφασης. Προϋπόθεση για την διασταύρωση αποδοτικότητας είναι να έχουμε εκτελέσει την ΠΑΔ και να έχουμε συλλέξει τα βέλτιστα βάρη κάθε εισροής και κάθε εκροής κάθε μονάδας απόφασης που παρήχθησαν από την ΠΑΔ. Στη συνέχεια δημιουργούμε τον πίνακα διασταύρωσης αποδοτικότητας. Ο πίνακας διασταύρωσης αποδοτικότητας (C) είναι ένας τετραγωνικός πίνακας διαστάσεων $(n \times n)$. Το κάθε στοιχείο του πίνακα είναι το c_{ij} όπου $i = 1, \dots, n$ και $j = 1, \dots, n$. Τα στοιχεία κάθε γραμμής i

αντιστοιχούν στην αποδοτικότητα της μονάδας απόφασης i η οποία έχει υπολογιστεί με τα βάρη που έχουν εκτιμηθεί για την εκάστοτε μονάδα j . Κάθε γραμμή του πίνακα διασταυρώσεως αποδοτικότητας μας δείχνει τη συμπεριφορά κάθε μονάδας αν σε αυτή εφαρμοστούν τα βάρη που υπολογίστηκαν από την ΠΑΔ για τις άλλες μονάδες. Κάθε στήλη j του πίνακα C μας δείχνει μια εικόνα των μονάδων απόφασης στη σκιά της μονάδας j . Δηλαδή με δεδομένα τα βάρη της μονάδας j πως συμπεριφέρονται οι υπόλοιπες μονάδες. Στην κύρια διαγώνιο του πίνακα C είναι προφανές ότι υπάρχει η μέγιστη αποδοτικότητα κάθε μονάδας έτσι όπως έχει υπολογιστεί από την ΠΑΔ.

Με τον πίνακα διασταύρωσης αποδοτικότητας μπορούμε να διαπιστώσουμε τη συμπεριφορά κάθε μονάδας απόφασης αν σε αυτή εφαρμοστούν τα βέλτιστα βάρη που έχουν παραχθεί για τις υπόλοιπες μονάδες απόφασης.

2.3.2. Επιθετικό μοντέλο (Aggressive model)

Μια άλλη μέθοδος Post DEA Analysis είναι το επιθετικό μοντέλο. Το μοντέλο αυτό στηρίζεται στην υπόθεση για την πιθανή ύπαρξη εναλλακτικών βέλτιστων λύσεων (βαρών) για την αποτιμώμενη μονάδα. Όπως και στη διασταύρωση αποδοτικότητας έτσι και στο επιθετικό μοντέλο είναι αναγκαίο να έχουμε εκτελέσει την ΠΑΔ και να έχουμε συλλέξει τα μέγιστα βάρη κάθε εισροής και κάθε εκροής κάθε μονάδας απόφασης, όπως επίσης και την αποδοτικότητα κάθε μονάδας.

Στο επιθετικό μοντέλο διατηρώντας σταθερή την αποδοτικότητα της εκάστοτε αποτιμώμενης μονάδας προσπαθούμε να ελαχιστοποιήσουμε την αποδοτικότητα των υπόλοιπων μονάδων. Για να το πετύχουμε αυτό επιλύουμε το παρακάτω γραμμικό πρόγραμμα μια φορά για κάθε μονάδα απόφασης και έτσι παράγονται νέες τιμές για τα βάρη κάθε μονάδας απόφασης τις οποίες μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε για να υπολογίσουμε τις νέες τιμές αποδοτικότητας κάθε μονάδας. Όπως και στη διασταύρωση αποδοτικότητας, τα αποτελέσματα τα εισάγουμε σε ένα τετραγωνικό πίνακα C διάστασης n , όπου n είναι το πλήθος των μονάδων απόφασης. Κάθε γραμμή i του πίνακα C παρουσιάζει την αποδοτικότητα των παραγωγικών μονάδων η οποία προκύπτει από τα βάρη που έχουν παραχθεί από το επιθετικό μοντέλο για κάθε μονάδα j υπό το πρίσμα της μονάδας i .

Το γραμμικό πρόγραμμα του επιθετικού μοντέλου προσανατολισμένο στις εισροές με n πλήθος μονάδων απόφασης, m πλήθος εισροών και s πλήθος εκροών, πίνακα εισροών X διαστάσεων (m, n) και πίνακα εκροών Y με διαστάσεις (s, n) είναι το ακόλουθο (13).

$$\min z = \sum_{i=1, i \neq i_0}^n (\sum_{j=1}^s u_{ij} y_{ij} - \sum_{l=1}^m v_{il} x_{il}) \quad (13)$$

Subject to:

$$vx_0 = 1$$

$$uy_0 = e_0$$

$$uY - vX \leq 0$$

$$u \geq 0$$

$$v \geq 0$$

Αν επιθυμούμε να εκτελέσουμε το επιθετικό μοντέλο στο ίδιο σύστημα μονάδων απόφασης αλλά με προσανατολισμό στις εκροές τότε το γραμμικό πρόγραμμα που πρέπει να επιλυθεί είναι το παρακάτω (14).

$$\min z = \sum_{i=1, i \neq i_0}^n (\sum_{j=1}^s u_{ij} y_{ij} - \sum_{l=1}^m v_{il} x_{il}) \quad (14)$$

Subject to:

$$vx_0 = 1/e_0$$

$$uy_0 = 1$$

$$uY - vX \leq 0$$

$$u \geq 0$$

$$v \geq 0$$

2.3.3. Επαικές μοντέλο (Benevolent model)

Το επιαικές μοντέλο όπως και το επιθετικό στηρίζεται στην υπόθεση για την πιθανή ύπαρξη εναλλακτικών βέλτιστων λύσεων (βαρών) για την κάθε αποτιμώμενη μονάδα. Όπως στη διασταύρωση αποδοτικότητας και το επιθετικό μοντέλο έτσι και στο επιαικές μοντέλο είναι αναγκαίο να έχουμε εκτελέσει την ΠΑΔ και να έχουμε συλλέξει τα μέγιστα βάρη κάθε εισροής και κάθε εκροής κάθε μονάδας απόφασης, όπως επίσης και την αποδοτικότητα κάθε μονάδας.

Στο επιαικές μοντέλο διατηρώντας σταθερή την αποδοτικότητα της εκάστοτε αποτιμώμενης μονάδας προσπαθούμε να μεγιστοποιήσουμε την αποδοτικότητα των υπόλοιπων μονάδων απόφασης. Για να το πετύχουμε αυτό επιλύουμε το παρακάτω γραμμικό πρόγραμμα μια φορά για κάθε μονάδα απόφασης και έτσι παράγονται νέες τιμές για τα βάρη κάθε μονάδας τις οποίες χρησιμοποιώντας τις μπορούμε να υπολογίσουμε τις νέες τιμές αποδοτικότητας κάθε μονάδας. Όπως και στη διασταύρωση αποδοτικότητας τα αποτελέσματα τα εισάγουμε σε ένα τετραγωνικό πίνακα C διάστασης n, όπου n είναι το πλήθος των μονάδων

απόφασης. Κάθε γραμμή i του πίνακα C παρουσιάζει την αποδοτικότητα των παραγωγικών μονάδων η οποία προκύπτει από τα βάρη που έχουν παραχθεί από το επιεικές μοντέλο για κάθε μονάδα j υπό το πρίσμα της μονάδας i .

Το γραμμικό πρόγραμμα του επιεικούς μοντέλου προσανατολισμένο στις εισροές με n πλήθος μονάδων απόφασης, m πλήθος εισροών και s πλήθος εκροών, πίνακα εισροών X διαστάσεων (m, n) και πίνακα εκροών Y με διαστάσεις (s, n) είναι το ακόλουθο (15).

$$\max z = \sum_{i=1, i \neq i_0}^n \left(\sum_{j=1}^s u_{ij} y_{ij} - \sum_{l=1}^m v_{il} x_{il} \right) \quad (15)$$

Subject to:

$$vx_0 = 1$$

$$uy_0 = e_0$$

$$uY - vX \leq 0$$

$$u \geq 0$$

$$v \geq 0$$

Αν επιθυμούμε να εκτελέσουμε το επιεικές μοντέλο στο ίδιο σύστημα μονάδων απόφασης αλλά με προσανατολισμό στις εκροές τότε το γραμμικό πρόγραμμα που πρέπει να επιλυθεί είναι το παρακάτω (16).

$$\max z = \sum_{i=1, i \neq i_0}^n \left(\sum_{j=1}^s u_{ij} y_{ij} - \sum_{l=1}^m v_{il} x_{il} \right) \quad (16)$$

Subject to:

$$vx_0 = 1/e_0$$

$$uy_0 = 1$$

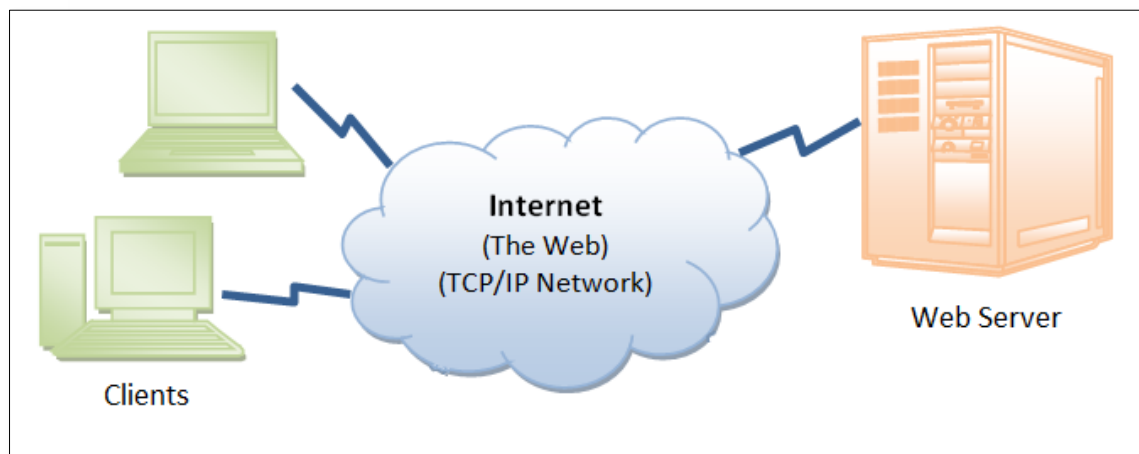
$$uY - vX \leq 0$$

$$u \geq 0$$

$$v \geq 0$$

3. Υλοποίηση εφαρμογής

Η WebDEA είναι μια διαδικτυακή εφαρμογή η οποία έχει υλοποιηθεί και λειτουργεί στα πλαίσια του εργαστηρίου συστημάτων υποστήριξης αποφάσεων του πανεπιστημίου Πειραιά. Καθότι η WebDEA είναι διαδικτυακή εφαρμογή υλοποιεί το μοντέλο πελάτη – εξυπηρετητή (Client – Server) μέσω διαδικτύου. Στο μοντέλο αυτό ο τελικός χρήστης χρησιμοποιεί ένα πρόγραμμα φιλομετρητή (browser) με το οποίο στέλνει αιτήματα (requests) στον εξυπηρετητή (server) στον οποίο είναι εγκατεστημένη η εφαρμογή και λαμβάνει τις απαντήσεις (response) στα αιτήματα αυτά.

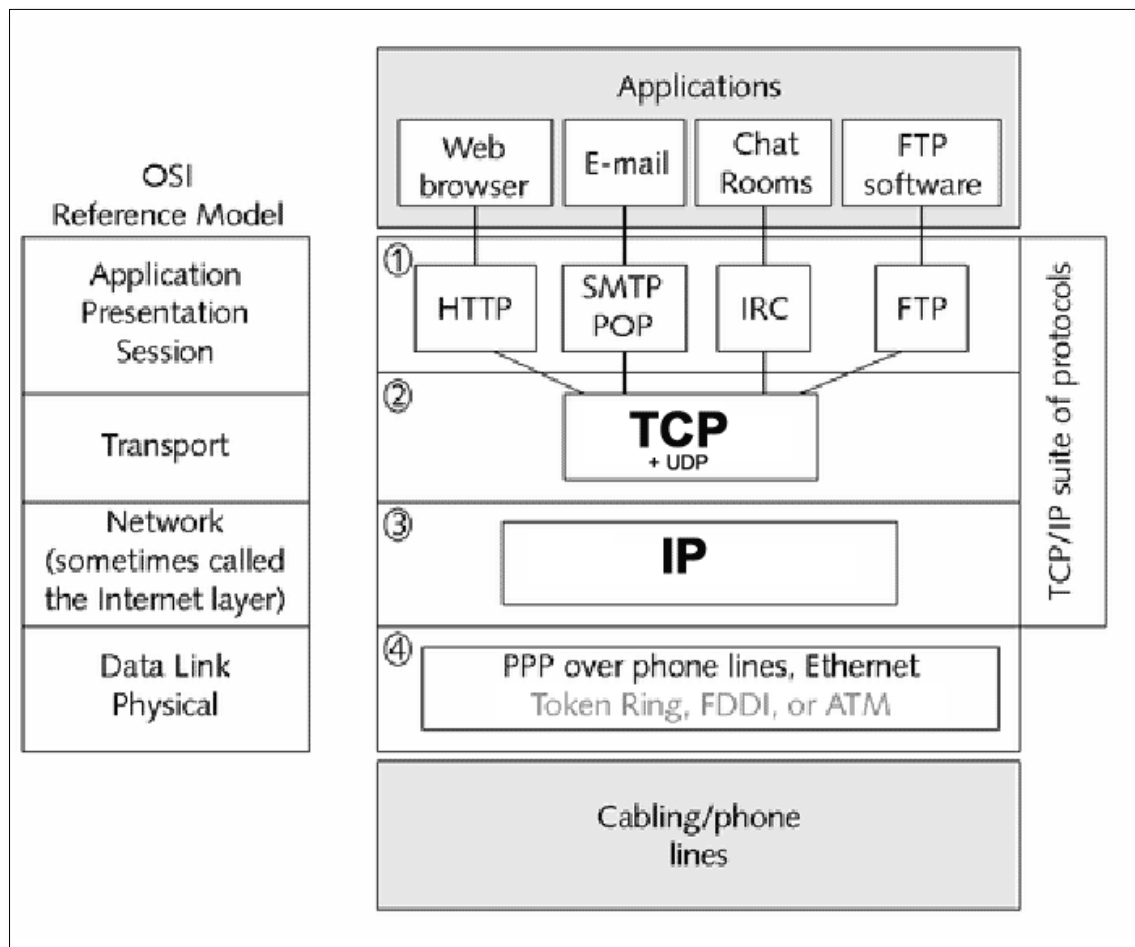


Εικόνα 5: Μοντέλο Client – Server

Στην εικόνα 5 παρατηρούμε τον τρόπο με τον οποίο επικοινωνούν οι clients στους οποίους έχει πρόσβαση ο τελικός χρήστης με το Web Server ο οποίος είναι εγκατεστημένος στο εργαστήριο των Συστημάτων Υποστήριξης Αποφάσεων του πανεπιστημίου Πειραιά στον οποίο εκτελείται η διαδικτυακή εφαρμογή WebDEA.

3.1 Πρωτόκολλα επικοινωνίας

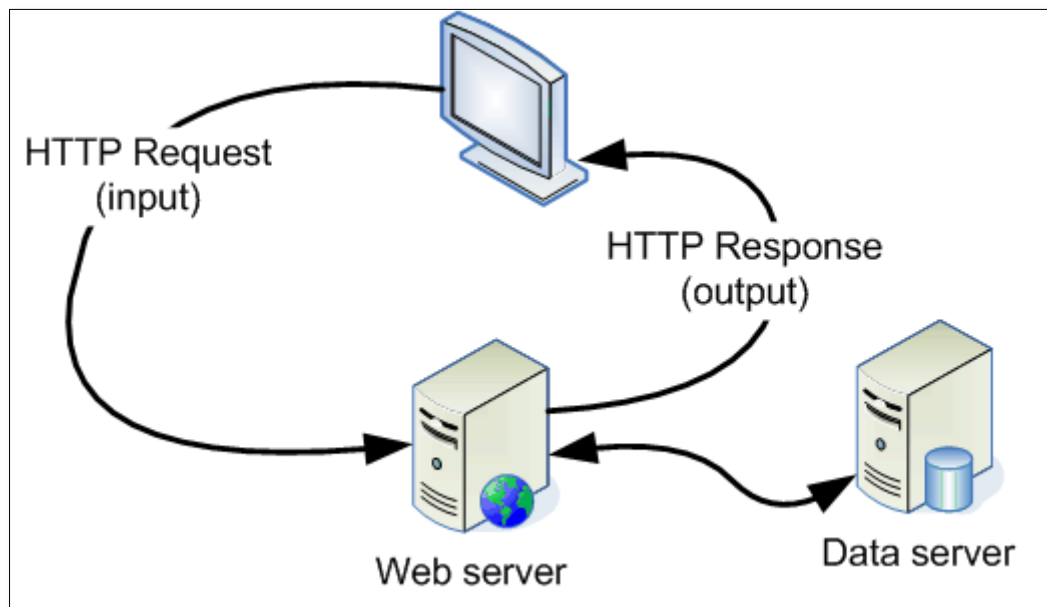
Τα πρωτόκολλα που χρησιμοποιούνται για τη λειτουργία της εφαρμογής είναι στο επίπεδο εφαρμογής το HTTP, το οποίο χρησιμοποιείται για να πραγματοποιούνται αιτήσεις/απαντήσεις από και προς το Web Server. Στο επίπεδο μεταφοράς του μοντέλου OSI χρησιμοποιούνται πρωτόκολλα της οικογένειας πρωτοκόλλων TCP τα οποία αναλαμβάνουν να τεμαχίσουν ή να επανασυναρμολογήσουν τις HTTP αιτήσεις/απαντήσεις σε πακέτα τα οποία θα ταξιδέψουν στο δίκτυο. Στο επίπεδο δικτύου χρησιμοποιείται το πρωτόκολλο IP το οποίο με χρήση κατάλληλων ετικετών τις οποίες προσαρτά επάνω στα TCP πακέτα τα προετοιμάζει για τη δρομολόγησή τους στο δίκτυο. Στο επίπεδο διασύνδεσης δεδομένων ή αλλιώς φυσικό επίπεδο τα IP πακέτα μεταφέρονται μεταξύ Client και Server μέσω καλωδιώσεων ή οπτικών ινών σε διάφορα είδη δικτύων όπως Ethernet, PPP, ATM κλπ. Την επικοινωνία και τη διαστρωμάτωση των πρωτοκόλλων διασύνδεσης μεταξύ Client και Web Server μπορούμε να τα δούμε και γραφικά στην εικόνα 6.



Εικόνα 6: Διαστρωμάτωση πρωτοκόλλων διασύνδεσης

3.2 Βάση δεδομένων

Η WebDEA δεδομένου ότι είναι διαδικτυακή εφαρμογή απαιτείται να αποθηκεύει δεδομένα τα οποία αφορούν τα στοιχεία των χρηστών που τη χρησιμοποιούν αλλά και τα projects των χρηστών όπως επίσης και τα αποτελέσματα εκτέλεσης των projects αυτών. Για τις ανάγκες αποθήκευσης δεδομένων έχει χρησιμοποιηθεί βάση δεδομένων MySQL η οποία φιλοξενείται στο ίδιο μηχάνημα με το Web Server και στα δεδομένα της έχει πρόσβαση μόνο ο Web Server. Έτσι είναι διάφανος στον τελικό χρήστη ο τρόπος αποθήκευσης δεδομένων και επίσης υπάρχει μεγάλη ασφάλεια δεδομένων από επιθέσεις κακόβουλων χρηστών. Στην εικόνα 7 παρατηρούμε τον τρόπο επικοινωνίας του τελικού χρήστη της εφαρμογής με τη βάση δεδομένων για αποθήκευση και ανάκτηση δεδομένων.



Εικόνα 7: Επικοινωνία Client – Web Server – Database Server

3.3 Φιλοξενία εφαρμογής

Όπως όλες οι διαδικτυακές εφαρμογές έτσι και η WebDEA για να λειτουργήσουν πρέπει να εγκατασταθούν σε κάποιο Web Server. Ο Web Server ο οποίος έχει επιλεγεί για τη φιλοξενία της εφαρμογής είναι ο Apache. Το μηχάνημα στο οποίο έχει εγκατασταθεί ο Web Server είναι ένας υπολογιστής με περιβάλλον Windows. Δεδομένου ότι η εφαρμογή εκτός από τον Apache Server απαιτεί για τη λειτουργία της MySQL Database Server και PHP επιλέχθηκε το πακέτο λογισμικού Wamp το οποίο περιλαμβάνει όλα τα απαραίτητα εργαλεία για τη φιλοξενία και λειτουργία της εφαρμογής.

3.4 Τεχνολογίες ανάπτυξης εφαρμογής

Για την υλοποίηση της εφαρμογής επιλέχθηκε ως γλώσσα ανάπτυξης του server side κώδικα η PHP. Η PHP είναι μια ανοιχτού κώδικα (open source) γλώσσα προγραμματισμού η οποία έχει χρησιμοποιηθεί για την ανάπτυξη της πλειοψηφίας των δυναμικών σελίδων του διαδικτύου. Καθότι είναι open source δεν απαιτείται κανένα χρηματικό κόστος για τη χρήση της σε εφαρμογές και παράλληλα υπάρχει μια τεράστια κοινότητα χρηστών η οποία τη συντηρεί και την αναβαθμίζει συνεχώς. Έτσι κρίνεται η καταλληλότερη επιλογή για τη χρήση της στην ανάπτυξη της WebDEA. Εφόσον η εφαρμογή υλοποιήθηκε με γλώσσα PHP, ήταν πολύ εύκολη η ενσωμάτωση και χρήση κάποιων έτοιμων PHP βιβλιοθηκών για την επέκταση των δυνατοτήτων της WebDEA.

Για την ανάπτυξη της διεπαφής χρήστη (User Interface) χρησιμοποιήθηκε η γλώσσα HTML. Για να γίνει πιο πλούσιο και γρήγορο το γραφικό περιβάλλον της εφαρμογής χρησιμοποιήθηκε η γλώσσα JavaScript για client side scripting. Δεδομένου ότι χρησιμοποιήθηκε JavaScript ενσωματώθηκαν στην εφαρμογή κάποια JavaScript frameworks όπως το jQuery και κάποια JavaScript components όπως το lightbox ώστε να γίνει πιο διαδραστικό και φιλικό προς το χρήστη το περιβάλλον της εφαρμογής. Για το layout και τους χρωματισμούς του γραφικού περιβάλλοντος χρησιμοποιήθηκε CSS έκδοσης 3.

Λόγω της χρήσης βάσης δεδομένων MySQL για την αποθήκευση δεδομένων χρησιμοποιήθηκε η γλώσσα SQL για την επικοινωνία με τη βάση δεδομένων ώστε να γίνει ανάκτηση των ήδη αποθηκευμένων δεδομένων καθώς και καταχώρηση νέων.

Δεδομένου ότι η εφαρμογή διαχειρίζεται μεγάλο όγκο δεδομένων πολλές φορές πρέπει να μεταφέρεται μεγάλος όγκος δεδομένων από και προς τον client. Για να επιταχυνθεί η διαδικασία μεταφοράς δεδομένων στον client χρησιμοποιήθηκε η τεχνολογία Ajax στην οποία τα δεδομένα μεταφέρονται με τη μορφή xml.

Λόγω της ανάγκης επίλυσης γραμμικών προβλημάτων χρησιμοποιήθηκε ο επιλυτής LpSolve ο οποίος είναι open source και είναι συμβατός με το λειτουργικό σύστημα windows το οποίο είναι εγκατεστημένο στο server που φιλοξενεί την εφαρμογή. Το LpSolve υλοποιεί αλγορίθμους της μεθόδου simplex για την επίλυση γραμμικών προγραμμάτων. Μέσω του κατάλληλου plugin το οποίο εγκαθίσταται στον apache server το lpsolve μπορεί να χρησιμοποιηθεί μέσα από ιστοσελίδες οι οποίες είναι γραμμένες με τη γλώσσα PHP.

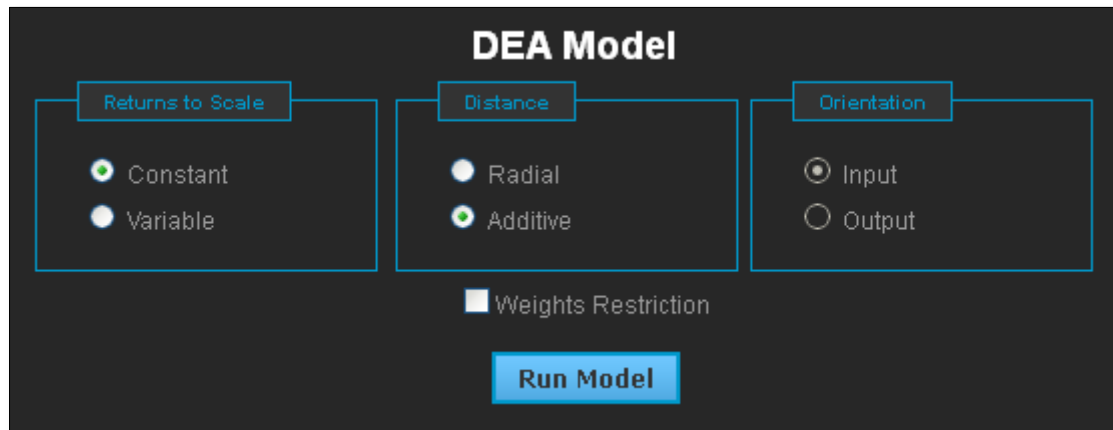
3.5 Επέκταση εφαρμογής

Στα πλαίσια της παρούσας διατριβής η εφαρμογή επεκτάθηκε ώστε να καλύψει περισσότερες ανάγκες και να γίνει πιο πλήρης σε σχέση με την πρώτη έκδοση της. Συνοπτικά οι λειτουργίες οι οποίες προστέθηκαν είναι οι ακόλουθες.

- Υποστήριξη προσθετικού μοντέλου
- Εισαγωγή και διαχείριση πολλαπλών περιορισμών στα βάρη για κάθε διαθέσιμο μοντέλο
- Δυνατότητα Post DEA Analysis με διάσταύρωση αποδοτικότητας, επιθετικό μοντέλο και επιεικές μοντέλο.

3.5.1 Προσθετικό μοντέλο (Additive model)

Για την επίλυση του προσθετικού μοντέλου ο χρήστης εισάγει τα δεδομένα στην εφαρμογή μέσω του ενσωματωμένου editor είτε μέσω αρχείων excel ή csv. Στη συνέχεια αυτά αποθηκεύονται στη βάση δεδομένων ώστε να είναι έτοιμα προς επεξεργασία. Όταν ο χρήστης ολοκληρώσει την εισαγωγή ή επεξεργασία των δεδομένων εισόδου από το μενού επιλογών της εφαρμογής (εικόνα 8) επιλέγει στο Distance, Additive και στο Returns to scale επιλέγει Constant ή Variable ανάλογα αν το μοντέλο του είναι CRS ή VRS. Λόγω του ότι το προσθετικό μοντέλο δεν έχει προσανατολισμό στις εισροές ή εκροές, παρατηρούμε ότι το section Orientation παραμένει απενεργοποιημένο όταν επιλέξουμε το προσθετικό μοντέλο.



Εικόνα 8: Κύριο μενού επιλογών εφαρμογής

Στην εφαρμογή έχει υλοποιηθεί το πολλαπλασιαστικό μοντέλο του προσθετικού μοντέλου έτσι ώστε να μπορούν να εισαχθούν εύκολα σε αυτό περιορισμοί στα βάρη. Λόγω του μεγάλου αριθμού περιορισμών που μπορούν να υπάρξουν όταν χρησιμοποιούμε το πολλαπλασιαστικό μοντέλο ο επιλυτής διαθέτει ειδικούς αλγόριθμους έτσι ώστε να επιλύει αν χρειαστεί το δίκιο γραμμικό πρόγραμμα αντί του πρωτεύοντος που έλαβε, με σκοπό τη μείωση του χρόνου εκτέλεσης. Παρ' όλα αυτά σε κάθε επίλυση γραμμικού προβλήματος λαμβάνουμε από τον επιλυτή και τη λύση του πρωτεύοντος αλλά και τη λύση του δικού προβλήματος (πίνακας 3).

```
$obj = lpolve('get_objective', $lp);
$duals = lpolve('get_solution', $lp);
$x = lpolve('get_variables', $lp);
$dualsolution = lpolve('get_dual_solution', $lp);
```

Πίνακας 3: Λήψη αποτελεσμάτων επίλυσης γραμμικού προβλήματος από τον επιλυτή

Το γραμμικό μοντέλο που επιλύεται αν ο χρήστης επιλέξει να τρέξει προσθετικό μοντέλο με τη ρύθμιση Returns to scale να είναι Constant είναι το ακόλουθο

$$\min w = vx_0 - uy_0$$

Subject to:

$$vX - uY \geq 0$$

$$u \geq 1$$

$$v \geq 1$$

Αν ο χρήστης επιλέξει να τρέξει προσθετικό μοντέλο με τη ρύθμιση Returns to scale να είναι Variable τότε το γραμμικό μοντέλο που επιλύεται είναι το ακόλουθο.

$$\min w = vx_0 - uy_0 + u_0$$

Subject to:

$$vX - uY + u_0e \geq 0$$

$$u \geq 1$$

$$v \geq 1$$

$$u_0 \text{ free}$$

Παρατηρούμε στο παραπάνω γραμμικό μοντέλο ότι η μεταβλητή u_0 είναι μεταβλητή ελεύθερου πρόσημου. Για να τηρηθεί αυτός ο περιορισμός κατά την επίλυση του γραμμικού προβλήματος πρέπει να δηλωθεί στο επιλυτή με τον ακόλουθο τρόπο.

```
if ($scale=="VRS"){
    lp_solve('set_unbounded', $lp, count($f));
}
```

Πίνακας 4: Δήλωση μεταβλητής ελεύθερου πρόσημου στον επιλυτή

Παρατηρούμε στα δύο παραπάνω γραμμικά προγράμματα του προσθετικού μοντέλου ότι υπάρχουν οι περιορισμοί $u \geq 1$ και $v \geq 1$. Αυτοί οι δύο περιορισμοί δηλώνουν ότι όλες οι μεταβλητές εισροών και εκροών είναι μεγαλύτερες ή ίσες του ένα. Επειδή οι μεταβλητές αυτές μπορεί να είναι πολλές και το γραμμικό πρόγραμμα ήδη μπορεί να έχει πολλούς περιορισμούς σύμφωνα με το εγχειρίδιο χρήσης (manual) του επιλυτή LpSolve, μπορούν αντί να μπουν σαν περιορισμοί στο γραμμικό πρόγραμμα, να δηλωθούν σαν μεταβλητές με lower bounds. Στον πίνακα 5 μπορούμε να δούμε ότι κατά τη δημιουργία του γραμμικού προβλήματος μπαίνει ο πίνακας \$lb ο οποίος περιέχει τα lower bounds των μεταβλητών.

```
for($j=0; $j<$noinputs; $j++){
    $f[$j]=$ar1[$i][$j];
    $lb[$j]=1;
}
for($j=$noinputs; $j<$noinputs+$outputs; $j++){
    $f[$j]=(-1)*$ar1[$i][$j];
    $lb[$j]=1;
}
$lp = lp_maker($f, $A, $b, $c, $lb, null, null, 1, 1);
```

Πίνακας 5: Δήλωση lower bounds μεταβλητών στον επιλυτή

3.5.2 Περιορισμοί στα βάρη (Weights Restrictions)

Δεδομένου ότι η ΠΑΔ κατά την αποτίμηση μιας μονάδας απόφασης υπολογίζει τα βάρη των εισροών και των εκροών της μονάδας με τέτοιο τρόπο ώστε να έχει τη μεγαλύτερη αποδοτικότητα, η διακύμανση των βαρών μπορεί να είναι ανεξέλεγκτη, οπότε να μη μπορούν να δοθούν στην πραγματικότητα τόσοι πόροι στη μονάδα απόφασης ή να μην είναι αναγκαία η τόσο μεγάλη παραγωγή εκροών. Έτσι υλοποιήθηκε ένα σύστημα περιορισμού των βαρών των εισροών και εκροών των μονάδων απόφασης. Οι τύποι περιορισμού βαρών οι οποίοι υλοποιήθηκαν είναι οι ακόλουθοι.

- Assurance Region Type I

$$a_{kl} \leq \frac{u_k}{u_l} \leq b_{kl}$$

$$w_r u_r + w_k u_k \leq u_l$$


- Restrictions on virtual outputs

$$a_r \leq \frac{y_{rj} u_r}{\sum_{r=1}^s y_{rj} u_r} \leq b_r$$

- Restrictions on virtual inputs

$$a_r \leq \frac{x_{rj} v_r}{\sum_{r=1}^m x_{rj} v_r} \leq b_r$$

Για τις ανάγκες εισαγωγής των περιορισμών στα βάρη δημιουργήθηκε ειδική διεπαφή χρήστη (user interface) (εικόνα 10) στην οποία παρουσιάζονται όλοι οι διαθέσιμοι τύποι περιορισμού βαρών ώστε να επιλέξει ο χρήστης τον επιθυμητό. Επίσης εμφανίζεται ο μαθηματικός τύπος κάθε τύπου περιορισμού βαρών και το ανάλογο interface εισαγωγής δεδομένων για τον επιλεγμένο τύπο ώστε να εισάγει τις απαραίτητες τιμές και να επιλέξει ανάλογα με τον επιθυμητό τύπο περιορισμού βαρών εισροή, εκροή ή μονάδα απόφασης. Στην ίδια οθόνη, στο τμήμα “Saved Restrictions” εμφανίζονται όλοι οι αποθηκευμένοι τύποι περιορισμού βαρών για το τρέχον project τους οποίους μπορεί ο χρήστης αν το επιθυμεί να τους διαγράψει. Η πρόσβαση στη φόρμα επεξεργασίας των περιορισμών βαρών γίνεται από το αντίστοιχο εικονίδιο στην καρτέλα Data Viewer της εφαρμογής (εικόνα 9).

| Data Viewer | | Results | Efficient Units | Inefficient Units | Slacks | Efficient Projections | Weights | | |
|---|-----------|---------|-----------------|-------------------|----------|-----------------------|---------------|---------|--------------|
| University | | | | | | | | | |
|  | | | | | | | | | |
| | + Add New | Unit_ID | Active | Unit_Name | Teaching | Research | Undergraduate | Master | Publications |
| <input type="checkbox"/> | edit | 1 | ▶ | A | 100.000 | 70.000 | 1540.000 | 154.000 | 59.000 |
| <input type="checkbox"/> | edit | 2 | ▶ | B | 120.000 | 123.000 | 1408.000 | 186.000 | 23.000 |
| <input type="checkbox"/> | edit | 3 | ▶ | C | 50.000 | 20.000 | 690.000 | 59.000 | 76.000 |

Εικόνα 9: Εικονίδιο εισαγωγής περιορισμών βαρών

Weights Restrictions

Add Restriction

Assurance Region Type I $a_{ki} \leq \frac{u_k}{u_i} \leq b_{ki}$ \leq

Assurance Region Type I (b) $w_r u_r + w_k u_k \leq u_i$

Restriction on virtual outputs $a_r \leq \frac{y_{ij} u_r}{\sum_{r=1}^s y_{ij} u_r} \leq b_r$

Restriction on virtual inputs $a_r \leq \frac{y_{ij} u_r}{\sum_{r=1}^s y_{ij} u_r} \leq b_r$

[update](#)

Saved Restrictions

| | | |
|--------------------------------|---|---|
| Assurance Region Type I | a=1.000000 b=2.000000 k=Teaching l=Research | ✖ |
| Restriction on virtual outputs | a=2.000000 b=3.000000 r=Undergraduate j=A | ✖ |
| | | |

[← back](#)

Εικόνα 10: Οθόνη εισαγωγής περιορισμών βαρών

Κατά την εισαγωγή δεδομένων από το χρήστη έχει γίνει πρόβλεψη για την αποτροπή εισαγωγής μη αποδεκτών δεδομένων. Η συγκεκριμένη δυνατότητα έχει υλοποιηθεί με χρήση client-side validation με JavaScript (Πίνακας 6). Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα την αποτροπή άσκοπης επικοινωνίας με το web server οπότε μειώνεται ο φόρτος εργασίας του, άρα βελτιώνεται η διαθεσιμότητά του. Οι έλεγχοι που γίνονται σε όλους τους τύπους περιορισμού βαρών είναι οι μεταβλητές a και b να είναι ακέραιοι αριθμοί μεγαλύτεροι του μηδενός. Επιπλέον για τον τύπο Assurance Region Type I ελέγχεται το u_k να είναι διάφορο του u_l . Για το Assurance Region Type I (b) ελέγχονται επιπλέον τα w_r και w_k ώστε να είναι αριθμητικές τιμές μεγαλύτερες του μηδενός. Επίσης ελέγχονται τα u_r , u_k και u_l ώστε να είναι διαφορετικά μεταξύ τους.

```
function ValidateInputData(){
    var selGroup=document.getElementsByName("group1");
    var selType=1;
    for(var i=0; i<selGroup.length; i++){
        if (selGroup[i].checked){
            selType=selGroup[i].value;
        }
    }
    if (selType==1){
        var txt1=document.getElementById("txt1A");
        var txt2=document.getElementById("txt1B");
    }
}
```



```

        var ddl1=document.getElementById("ddl1IOA");
        var ddl2=document.getElementById("ddl1IOB");
        if (ddl1.options[ddl1.selectedIndex].value == ddl2.options[ddl2.selectedIndex].value){
            throw "uk must be different than ul.";
        }
    }
else if (selType==2){
    var txt1=document.getElementById("txt2A");
    var txt2=document.getElementById("txt2B");
    var ddl1=document.getElementById("ddl2IOA");
    var ddl2=document.getElementById("ddl2IOB");
    var ddl3=document.getElementById("ddl2IOC");
    if((txt1.value!="")&&(ddl1.options[ddl1.selectedIndex].value ==
ddl3.options[ddl3.selectedIndex].value)){
        throw "uk, ul and ur must be different.";
    }
    if((txt2.value!="")&&(ddl2.options[ddl2.selectedIndex].value ==
ddl3.options[ddl3.selectedIndex].value)){
        throw "uk, ul and ur must be different.";
    }
    if((txt1.value!="")&&(txt2.value!="")&&(ddl1.options[ddl1.selectedIndex].value ==
ddl2.options[ddl2.selectedIndex].value)){
        throw "uk, ul and ur must be different.";
    }
}
else if (selType==3){
    var txt1=document.getElementById("txt3A");
    var txt2=document.getElementById("txt3B");
}
else{
    var txt1=document.getElementById("txt4A");
    var txt2=document.getElementById("txt4B");
}
if((txt1.value=="")&&(txt2.value=="")){
    throw "Input data must be numbers greater than zero!";
}
var inpValue=parseFloat(txt1.value);
if ((txt1.value!="") && (isNaN(inpValue)||((inpValue<=0))) {
    throw "Input data must be numbers greater than zero!";
}
var inpValue1=parseFloat(txt2.value);
if ((txt2.value!="") && (isNaN(inpValue1)||((inpValue1<=0))) {
    throw "Input data must be numbers greater than zero!";
}
return true;
}
}

```

Πίνακας 6: Client-side script ελέγχου δεδομένων weights restrictions

Οι περιορισμοί στα βάρη οι οποίοι εισάγονται από το χρήστη καταχωρούνται σε ειδικό πίνακα στη βάση δεδομένων. Σύμφωνα με την αρχιτεκτονική της εφαρμογής για κάθε project που φορτώνεται από το χρήστη δημιουργείται στη βάση ένα σεντ πινάκων οι οποίοι έχουν αποθηκευμένα τα δεδομένα του project όσο παραμένει ανοιχτό και επεξεργάζεται απ' το χρήστη. Για την αποθήκευση των περιορισμών βαρών δημιουργείται στη βάση ένας πίνακας ο οποίος έχει ονομασία το όνομα του χρήστη (username), το όνομα του project και το επίθεμα "wr". Η εντολή Sql η οποία δημιουργεί κάθε φορά αυτό τον πίνακα είναι η ακόλουθη.

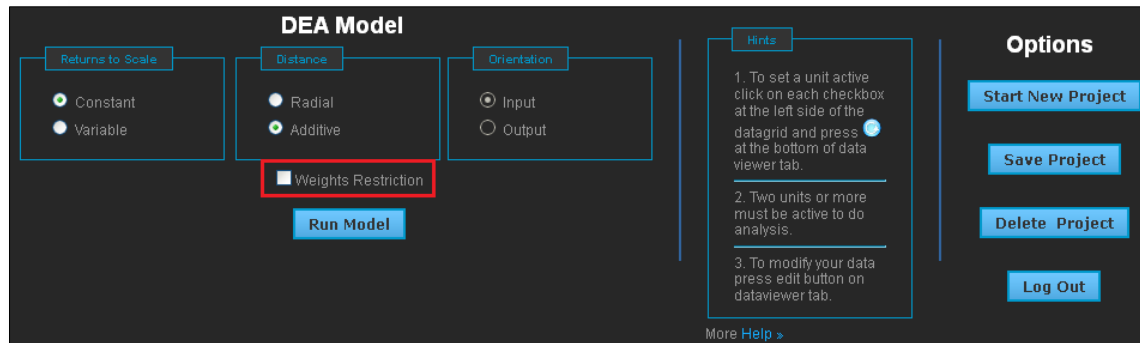
```
CREATE TABLE IF NOT EXISTS `{$projectname}{$usrname}wr` (
  `wr_ID` int(11) NOT NULL AUTO_INCREMENT,
  `wrType` int(11) NOT NULL,
  `varA` float(13,6) DEFAULT NULL,
  `varB` float(13,6) DEFAULT NULL,
  `InOutA` varchar(20) DEFAULT NULL,
  `InOutB` varchar(20) DEFAULT NULL,
  `InOutC` varchar(20) DEFAULT NULL,
  PRIMARY KEY (`wr_ID`)
) AUTO_INCREMENT=1;
```

Πίνακας 7: Δημιουργία πίνακα αποθήκευσης περιορισμών βαρών

Η γραμμογράφηση του πίνακα αποθήκευσης βαρών του οποίου η εντολή δημιουργίας παρουσιάζεται στον πίνακα 7 είναι η ακόλουθη. Το πεδίο wr_ID κρατάει την αύξουσα αρίθμηση των περιορισμών βαρών. Οι τιμές του πεδίου αυτού είναι μοναδικές για κάθε εγγραφή του πίνακα οπότε είναι και το κλειδί του. Η συμπλήρωση του πεδίου γίνεται αυτόματα από το σύστημα διαχείρισης της βάσης δεδομένων κατά την εισαγωγή εγγραφής και αυξάνεται κατά ένα κάθε φορά. Στο πεδίο wrType αποθηκεύεται ο τύπος περιορισμού βαρών. Το πεδίο αυτό παίρνει τιμές από ένα έως τέσσερα οπότε το ένα αντιπροσωπεύει τον τύπο Assurance Region Type I, το δύο αντιπροσωπεύει τον τύπο Assurance Region Type I (b), το τρία αντιπροσωπεύει το Restriction on virtual outputs και το τέσσερα αντιπροσωπεύει το Restriction on virtual inputs. Στα πεδία varA και varB αποθηκεύονται αντίστοιχα οι μεταβλητές a και b κάθε τύπου ενώ για τον τύπο Assurance Region Type I (b) αποθηκεύονται τα w_r και w_k αντίστοιχα. Στα πεδία InOutA, InOutB και InOutC αποθηκεύονται οι εισροές και εκροές των βαρών κάθε τύπου. Για το Assurance Region Type I αποθηκεύονται στα πεδία InOutA και InOutB οι εισροές ή εκροές k και I αντίστοιχα, ενώ το πεδίο InOutC παραμένει κενό. Αν έχουμε επιλέξει τον τύπο Assurance Region Type I (b) στα πεδία InOutA, InOutB και InOutC αποθηκεύονται οι εισροές ή εκροές r, k και I αντίστοιχα. Για τα Restriction on virtual outputs και Restriction on virtual inputs στο InOutA αποθηκεύεται η εκροή ή εισροή r, ενώ στο InOutB αποθηκεύεται η μονάδα απόφασης j. Το πεδίο InOutC παραμένει κενό.

Για να εισαχθούν οι περιορισμοί βαρών στα γραμμικά προγράμματα των υποστηριζόμενων μοντέλων πρέπει έχουν υλοποιηθεί τα πολλαπλασιαστικά μοντέλα κάθε μοντέλου της ΠΑΔ. Με γνώμονα αυτό υλοποιήθηκε πολλαπλασιαστικό μοντέλο του additive model. Επίσης υλοποιήθηκαν εξ' αρχής τα πολλαπλασιαστικά μοντέλα των CCR και BCC τα οποία υπήρχαν στην πρώτη έκδοση της εφαρμογής WebDEA διότι είχαν υλοποιηθεί αρχικά τα πολλαπλασιαστικά μοντέλα τους.

Για την ευκολότερη μελέτη των αποτελεσμάτων εκτέλεσης των μοντέλων της ΠΑΔ με περιορισμούς βαρών έχει προστεθεί η δυνατότητα απενεργοποίησης όλων των περιορισμών χωρίς να διαγραφούν από το project. Η εκτέλεση των μοντέλων με ή χωρίς περιορισμούς γίνεται ενεργοποιώντας ή μη την επιλογή **Weights Restriction** από το κεντρικό μενού επιλογών της εφαρμογής (εικόνα 11).



Εικόνα 11: Ενεργοποίηση/Απενεργοποίηση περιορισμών βαρών

Κατά τη φόρτωση ενός project δημιουργούνται οι αντίστοιχοι πίνακες στη βάση δεδομένων και φορτώνονται τα δεδομένα από το αποθηκευμένο αρχείο csv του project που υπάρχει στο σκληρό δίσκο του web server. Οι περιορισμοί βαρών είναι αποθηκευμένοι σε ανεξάρτητο αρχείο csv στον ίδιο φάκελο με το project με όνομα το οποίο αποτελείται από το όνομα του project, το username και το επίθεμα ".wr". Όταν ο χρήστης κλείσει το project που επεξεργάζεται σβήνονται οι πίνακες από τη βάση δεδομένων και παραμένουν τα δύο αρχεία csv για μελλοντική χρήση.

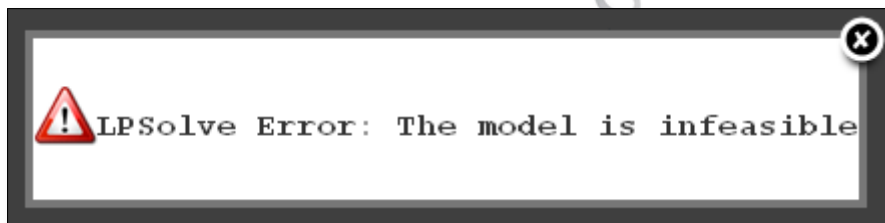
Βάζοντας περιορισμούς βαρών στο ενεργό project υπάρχει η πιθανότητα κάποιοι περιορισμοί να είναι αντικρουόμενοι μεταξύ τους ή με τους περιορισμούς που υπάρχουν ήδη στο γραμμικό πρόγραμμα από τα μοντέλα της ΠΑΔ. Σε αυτές τις περιπτώσεις τα γραμμικά προγράμματα δεν έχουν εφικτές λύσεις οπότε δε μπορεί να εκτελεστεί το ζητούμενο από το χρήστη μοντέλο της ΠΑΔ. Για αυτούς τους λόγους δημιουργήθηκε ένα σύστημα ανίχνευσης/χειρισμού σφαλμάτων (error handling) που προέρχονται από την επίλυση γραμμικών προβλημάτων το οποίο ενημερώνει το χρήστη για το λόγο τον οποίο δε μπορεί να εκτελεστεί το μοντέλο που επέλεξε. Παρατηρούμε στον πίνακα 8 τη λήψη των κωδικών σφαλμάτων από τον επιλυτή και τη μετάφρασή τους σε μηνύματα λάθους που θα προβληθούν στο χρήστη.

```

$solvestat = lpsolve('solve', $lp);
if($solvestat!=0){
    $errMsg="";
    switch ($solvestat){
        case -2:
            $errMsg="LPsolve Error: Out of memory";
            break;
        case 2:
            $errMsg="LPsolve Error: The model is infeasible";
            break;
    }
}
  
```

```
case 3:  
    $errMsg="LPSolve Error: The model is unbounded";  
    break;  
case 4:  
    $errMsg="LPSolve Error: The model is degenerative";  
    break;  
case 5:  
    $errMsg="LPSolve Error: Numerical failure encountered";  
    break;  
}  
$x=0;  
break;  
}
```

Πίνακας 8: Διαχείριση σφαλμάτων γραμμικού προβλήματος



Εικόνα 12: Σφάλμα εκτέλεσης γραμμικού προβλήματος

Παρατηρούμε στην εικόνα 12 το μήνυμα λάθους που προήλθε από την αδυναμία επίλυσης του γραμμικού προβλήματος λόγω του ότι το πρόβλημα δεν έχει εφικτές λύσεις.

3.5.3 Post DEA Analysis

Για την καλύτερη μελέτη των αποτελεσμάτων της εκτέλεσης της ΠΑΔ και των συμπεριφορών των μονάδων απόφασης όταν σε αυτές εφαρμοστούν βάρη άλλων μονάδων απόφασης προστέθηκε στην εφαρμογή μια ενότητα λειτουργιών Post DEA Analysis. Σε αυτή την ενότητα ο χρήστης μπορεί να μελετήσει των πίνακα των διασταυρώσεων καθώς και να τρέξει το επιθετικό και το επιεικές μοντέλο.

Για τις ανάγκες παρουσίασης στο χρήστη των στοιχείων της Post DEA Analysis δημιουργήθηκε γραφική διεπαφή χρήστη (user interface) όπως βλέπουμε στην εικόνα 13 και τοποθετήθηκε στην κεντρική οθόνη της εφαρμογής με τη μορφή καρτέλας (tab). Η καρτέλα η οποία προστέθηκε έχει τίτλο "Cross Efficiencies" και ενεργοποιείται μετά την εκτέλεση του ενεργού project. Οι λειτουργίες των cross efficiencies δεν είναι διαθέσιμες όταν έχει εκτελεστεί το προσθετικό μοντέλο ή μοντέλο υπό κλίμακα μεταβλητών αποδόσεων.

| University | | | | | | | |
|--------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--|
| Method: Cross Efficiency | | | | | | | |
| | A | B | C | D | E | F | |
| A | 0.962 | 0.697 | 1.000 | 0.762 | 1.000 | 0.766 | |
| B | 0.908 | 0.799 | 1.000 | 0.906 | 1.000 | 0.454 | |
| C | 0.962 | 0.697 | 1.000 | 0.762 | 1.000 | 0.766 | |
| D | 0.696 | 0.498 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 0.487 | |
| E | 0.895 | 0.682 | 0.802 | 0.585 | 1.000 | 0.751 | |
| F | 0.363 | 0.163 | 0.819 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | |

Εικόνα 13: Οθόνη προβολής Cross Efficiencies

Στην οθόνη προβολής των cross efficiencies μπορούμε να δούμε τον τετραγωνικό πίνακα στον οποίο παρουσιάζονται οι τιμές αποδοτικότητας κάθε μονάδας απόφασης όταν σε αυτή εφαρμοστούν τα βάρη των άλλων μονάδων απόφασης. Οι τίτλοι των γραμμών και οι τίτλοι των στηλών αντιστοιχούν στα ονόματα των μονάδων απόφασης του project. Ο χρήστης μπορεί στο drop down με τίτλο method να επιλέξει με ποιο τρόπο θέλει να γίνει η ανάλυση. Οι διαθέσιμοι τρόποι ανάλυσης είναι Cross Efficiency, Aggressive και Benevolent.

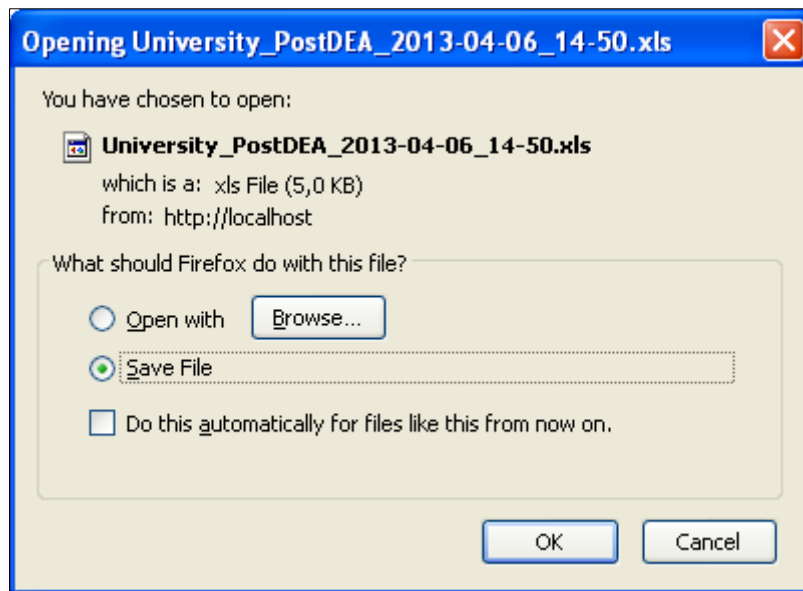
Για την καλύτερη απόδοση της εφαρμογής και την όσο το δυνατόν μεγαλύτερη διαθεσιμότητα του server στον οποίο εκτελείται η εφαρμογή όλοι οι υπολογισμοί της post DEA Analysis γίνονται τη στιγμή που ο χρήστης επιλέγει μέθοδο ανάλυσης (on demand). Με αυτό τον τρόπο δε γίνονται περιττοί υπολογισμοί στο server, άρα δε σπαταλούνται οι διαθέσιμοι πόροι, οπότε μπορούν περισσότερα άτομα να χρησιμοποιήσουν ταυτόχρονα την εφαρμογή. Για τη μέθοδο cross efficiency υπολογίζεται όλα τα efficiencies του τετραγωνικού πίνακα της εικόνας 13 ενώ για τα μοντέλα Aggressive και Benevolent επιλύονται τα αντίστοιχα γραμμικά προγράμματα και στη συνέχεια υπολογίζονται τα efficiencies.



Εικόνα 14: Λειτουργίες Cross Efficiencies

Στις λειτουργίες της οθόνης των cross efficiencies ο χρήστης έχει πρόσβαση από τα εικονίδια (εικόνα 14) που βρίσκονται επάνω από τον τετραγωνικό πίνακα όπου παρουσιάζονται τα efficiencies. Οι διαθέσιμες λειτουργίες της σελίδας είναι εξαγωγή δεδομένων (Export), εκτύπωση σελίδας καθώς και ανανέωση σελίδας. Πατώντας το πρώτο από αριστερά εικονίδιο

του μενού της εικόνας 14 έχει ο χρήστης τη δυνατότητα να δημιουργήσει και να κατεβάσει στον υπολογιστή του τα τρέχοντα δεδομένα της σελίδας σε μορφή excel (αρχείο .xls). Τι στιγμή που ο χρήστης επιλέγει το μενού εξαγωγή αρχείου, το σύστημα δημιουργεί δυναμικά το αρχείο προς λήψη και ο browser ρωτά το χρήστη (εικόνα 15) αν θέλει να αποθηκεύσει το αρχείο που δημιουργήθηκε.



Εικόνα 15: Λήψη αρχείου Post DEA Analysis

Επιλέγοντας ο χρήστης το δεύτερο εικονίδιο του μενού της εικόνας 14 έχει τη δυνατότητα εκτύπωσης της παρούσας σελίδας. Τη στιγμή που επιλέγεται το εικονίδιο ανοίγει ο browser ένα αναδυόμενο παράθυρο (pop up) στο οποίο φορτώνεται η σελίδα σε μορφή φιλική για εκτύπωση (εικόνα 16). Σε αυτή τη σελίδα υπάρχει η επιλογή Print Page την οποία πατώντας τη εμφανίζεται το παράθυρο επιλογής εκτυπωτή ανάμεσα στους εγκατεστημένους εκτυπωτές του συστήματος ώστε να γίνει η εκτύπωση.

University

Method: Cross Efficiency

[Print Page](#)

| | A | B | C | D | E | F |
|---|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| A | 0.962 | 0.697 | 1.000 | 0.762 | 1.000 | 0.766 |
| B | 0.908 | 0.799 | 1.000 | 0.906 | 1.000 | 0.454 |
| C | 0.962 | 0.697 | 1.000 | 0.762 | 1.000 | 0.766 |
| D | 0.696 | 0.498 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 0.487 |
| E | 0.895 | 0.682 | 0.802 | 0.585 | 1.000 | 0.751 |
| F | 0.363 | 0.163 | 0.819 | 1.000 | 1.000 | 1.000 |

Εικόνα 16: Εκτύπωση αποτελεσμάτων Cross Efficiencies

Η τελευταία επιλογή του μενού της εικόνας 14 ανανεώνει τη σελίδα υπολογίζοντας πάλι όλες τις τιμές των efficiencies. Έτσι αν έχουν ανανεωθεί τα δεδομένα υπολογίζονται οι νέες τιμές.

3.6 Βελτίωση εφαρμογής

Στα πλαίσια της επέκτασης των λειτουργιών της εφαρμογής έγινε έλεγχος και βελτίωση των υπαρχόντων λειτουργιών και διαδικασιών. Πιο συγκεκριμένα έγινε ελαχιστοποίηση του χρόνου απόκρισης της εφαρμογής, βελτίωση της ακρίβειας των αποτελεσμάτων και της ευχρηστίας της εφαρμογής.

3.6.1 Μείωση χρόνου απόκρισης

Όσον αφορά την ταχύτητα εκτέλεσης της εφαρμογής, μειώθηκε ο χρόνος απόκρισης (response time) της εφαρμογής συμπιέζοντας όλα τα αρχεία τα οποία περιέχουν κώδικα ο οποίος εκτελείται στον client (.js) ώστε να έχουμε μικρότερο χρόνο φόρτωσης των ιστοσελίδων. Επίσης μειώθηκε ο χρόνος εκτέλεσης των μοντέλων βελτιστοποιώντας κάποια σημεία στον κώδικα που εκτελείται στο server.

3.6.2 Βελτίωση ακρίβειας αποτελεσμάτων

Μια ακόμα βελτιστοποίηση η οποία έγινε είναι ο έλεγχος όλων των σημείων που γίνονται μαθηματικές πράξεις έτσι ώστε να εξαλειφθούν οι πιθανότητες να έχουμε υπερχείλιση μεταβλητών (overflow), διαιρέσεις με μηδέν ή άλλα μια αναμενόμενα αποτελέσματα τα οποία θα μπορούσαν εν δυνάμει να οδηγήσουν σε σφάλματα χρόνου εκτέλεσης (runtime errors). Επίσης αυξήθηκε η ακρίβεια όλων των μεταβλητών και πεδίων πινάκων στη βάση δεδομένων τα οποία αποθηκεύουν αριθμητικές τιμές κινητής υποδιαστολής (float) σε εννιά δεκαδικά ψηφία έτσι ώστε να είναι πιο ακριβή τα παραγόμενα αποτελέσματα.

3.6.3 Βελτίωση γραφικού περιβάλλοντος

Όσον αφορά το γραφικό περιβάλλον μεγάλωσε το μέγεθος του παραθύρου της εφαρμογής έτσι ώστε να μπορεί να χωρέσει περισσότερη πληροφορία σε κάθε σελίδα, οπότε να μπορεί ο χρήστης με μια ματιά να βλέπει μεγαλύτερο μέρος των δεδομένων / αποτελεσμάτων της εφαρμογής. Με αυτό τον τρόπο μειώθηκε ο χρόνος που σπαταλά ο χρήστης στο scrolling των σελίδων οπότε αυξήθηκε η ευχρηστία της εφαρμογής. Επίσης έγιναν διορθώσεις στα styles (CSS) της εφαρμογής έτσι ώστε να έχουμε το ίδιο οπτικό αποτέλεσμα σε διαφορετικούς browsers. Με τον τρόπο αυτό έγινε η εφαρμογή cross browser compatible, οπότε ο χρήστης δεν αναγκάζεται να αλλάξει το browser που χρησιμοποιεί για να έχει το σωστό οπτικό αποτέλεσμα.

Πανεπιστήμιο Πελοποννήσου

4. Συμπεράσματα

Η Περιβάλλουσα Ανάλυση Δεδομένων είναι μια πολύ δημοφιλής τεχνική μέτρησης αποδοτικότητας μονάδων απόφασης. Η ΠΑΔ χρησιμοποιείται από πολλούς αναλυτές και πολλούς οργανισμούς ως εργαλείο υποστήριξης στη λήψη αποφάσεων. Όσο μεγαλώνει ένα πρόβλημα τόσο περισσότερες μονάδες απόφασης, εισροές και εκροές έχουμε. Έτσι εφαρμόζοντας την ΠΑΔ πρέπει να επιλυθούν πολύ μεγάλα και πολύπλοκα γραμμικά προγράμματα, όπως επίσης και να συλλεχθεί μεγάλος όγκος δεδομένων από την επίλυση των προβλημάτων αυτών, να επεξεργαστεί κατάλληλα και να παρουσιαστεί στον αποφασίζοντα με τέτοιο τρόπο ώστε να του δώσει τις απαραίτητες πληροφορίες που χρειάζεται για τη λήψη της απόφασης. Όλα αυτά λοιπόν προϋποθέτουν τη χρήση υπολογιστή και κατάλληλου λογισμικού το οποίο θα εκτελέσει τα μοντέλα της ΠΑΔ.

Έχει αναπτυχθεί λογισμικό από διάφορες εταιρίες και οργανισμούς το οποίο εκτελεί τα μοντέλα της ΠΑΔ με στόχο την κάλυψη όλο και περισσότερων αναγκών στη υποστήριξη λήψης αποφάσεων. Η WebDEA είναι μια διαδικτυακή εφαρμογή η οποία προσφέρεται για δωρεάν χρήση από το εργαστήριο συστημάτων υποστήριξης αποφάσεων του πανεπιστημίου Πειραιά και συγκαταλέγεται μέσα στις πιο δημοφιλής εφαρμογές του είδους. Η WebDEA καθημερινά δέχεται επισκέψεις από όλο τον κόσμο με μέσο χρόνο παραμονής στην εφαρμογή που πολλές φορές ξεπερνά τη μια ώρα. Οπότε μπορούμε να καταλάβουμε η WebDEA πόσο σημαντική εφαρμογή είναι ως εργαλείο για την υποστήριξη λήψης αποφάσεων.

Λόγω της σημαντικότητας της WebDEA πρέπει να αναπτύσσεται συνεχώς έτσι ώστε να μπορεί να καλύπτει όλο και περισσότερες ανάγκες υποστηρίζοντας νέα μοντέλα και μεθόδους της ΠΑΔ αλλά και αυξάνοντας τη διαθεσιμότητά της ώστε να μπορεί να εκτελέσει πιο μεγάλα και πολύπλοκα προβλήματα. Στην παρούσα διατριβή η εφαρμογή επεκτάθηκε υποστηρίζοντας το προσθετικό μοντέλο το οποίο διαχωρίζει τις αποδοτικές από τις μη αποδοτικές μονάδες απόφασης χωρίς όμως να εμβαθύνει στο βαθμό της αποδοτικότητας των μονάδων. Επίσης δημιουργήθηκαν όλα τα προαπαιτούμενα για εισαγωγή και διαχείριση πολλαπλών τύπων περιορισμών στα βάρη έτσι ώστε να μπορεί ο χρήστης να περιορίσει την ανεξέλεγκτη διακύμανση των βαρών που παρουσιάζει η ΠΑΔ. Ένα ακόμη χαρακτηριστικό που εντάχθηκε στην εφαρμογή είναι η δυνατότητα Post DEA Analysis. Ο χρήστης έχει πλέον τη δυνατότητα να μελετήσει τον πίνακα διασταυρώσεως αποδοτικότητας, όπως επίσης και να εκτελέσει το επιθετικό και το επιεικές μοντέλο, ώστε να δει τη συμπεριφορά των μονάδων απόφασης όταν εφαρμοστούν σε αυτές τα βάρη άλλων μονάδων. Τέλος έγιναν πολλαπλές βελτιώσεις στο σύνολο της εφαρμογής με στόχο την αύξηση της διαθεσιμότητάς της, τη μείωση του χρόνου εκτέλεσης των μοντέλων της ΠΑΔ αλλά και την αύξηση της ευχρηστίας της εφαρμογής.

5. Βιβλιογραφία

1. Σημειώσεις μαθήματος Μοντέλα αποφάσεων. Πανεπιστήμιο Πειραιώς, Μεταπτυχιακό πρόγραμμα Προηγμένα Συστήματα Πληροφορικής.
2. Ελληνικό Ανοικτό Πανεπιστήμιο (2005 – 2006). Σημειώσεις Γραμμικού Προγραμματισμού. Πρόγραμμα σπουδών: Διοίκηση Επιχειρήσεων και Οργανισμών.
3. Ευστράτιος Ιωαννίδης. Γραμμικός Προγραμματισμός. Πανεπιστήμιο Αιγαίου, Τμήμα Μαθηματικών, 83200 Καρλόβασι, Σάμος.
4. Δημήτρης Κ. Δεσπότης (2009). Αποτίμηση Αποδοτικότητας Συστημάτων. Περιβάλλουσα Ανάλυση δεδομένων. Σημειώσεις μεταπτυχιακού προγράμματος Προηγμένα Συστήματα Πληροφορικής, Πανεπιστήμιο Πειραιώς.
5. William W. Cooper, Lawrence M. Seiford and Kaoru Tone (2002). Data Envelopment Analysis A Comprehensive Text with Models, Applications, References and DEA-Solver Software.
6. Charnes A, Cooper WW and Rhodes E (1978). Measuring the efficiency of decision – making units. *European Journal of Operational Research* 2: 429 – 444.
7. John Doyle and Rodney Green (1994). Efficiency and Cross-efficiency in DEA: Derivations, Meanings and Uses. *Operational Research Society Ltd* vol.45, No 5, pp. 567-578.
8. DK Despotis (2002). Improving the discriminating power of DEA: focus on globally efficient units. *Journal of the Operational Research Society* 53, 314-323.
9. Farrell MJ. The measurement of productive efficiency (with Discussion). *Journal of the Royal Statistical Society A* 120 (1957) 253–81.
10. Farrell M.J. and Fieldhouse M. (1962) Estimating efficient production functions under increasing returns to scale, *J.R. Statis. Soc. Series A* 125, 252-267.
11. Rajiv D. Banker, William W. Cooper, Lawrence M. Seiford, Robert M. Thrall, Zoe Zhu (2004). Returns to scale in different DEA Models. *European Journal of Operational Research* 154 345-362.
12. William W. Cooper, Lawrence M. Seiford and Joe Zhu. *Data Envelopment Analysis: History, Models and Interpretations*.
13. Ying-Ming Wang, Kwai-Sang Chin (2010). Some alternative models for DEA cross-efficiency evaluation. *Int. J. Production Economics* 128, 332-338.
14. Angeliki Flokou, Nick Kontodimopoulos, Dimitris Niakas (2010). Employing post-DEA Cross-evaluation and Cluster Analysis in a Sample of Greek NHS Hospitals. *J Med Syst* (2011) 35: 1001-1014.
15. Victor Podinovski (2002). *Weight Restrictions And Radical Measures of Efficiency*. Warwick Business School No. 352.
16. T Joro and E-J Viitala (2004). Weight-restricted DEA in action: from expert opinions to mathematical models. *Journal of the Operational Research Society* 55, 814 – 821.
17. VV Podinovski (2004). Production trade-offs and weight restrictions in data envelopment analysis. *Journal of the Operational Research Society* 55, 1311 – 1322.
18. Francisco Pedraja – Chaparro, Javier Salinas – Jimenez and Peter Smith (1997). On the Role of Weight Restrictions in Data Envelopment Analysis. *Journal of Productivity Analysis*, 8, 215 – 230.

6. Ηλεκτρονικές Πηγές

1. http://www.prodtools.com/introduction_dea.html
2. <http://www.deazone.com/>
3. <http://www.gams.com/contrib/gamsdea/dea.htm>
4. <http://www.deaos.com>
5. <http://www.holger-scheel.de/ems/>
6. <http://php.net/manual/en/index.php>
7. <http://lpsolve.sourceforge.net/5.5/>

Πανεπιστήμιο Πειραιώς