

ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΟΣ ΕΛΕΓΧΟΣ ΤΑΣΗΣ ΚΑΤΑ LAPLACE
ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ ΔΕΙΟΠΙΣΤΙΑΣ ΚΑΙ ΣΥΝΤΗΡΗΣΗΣ
ΕΠΙΔΙΟΡΘΩΣΙΜΩΝ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ

Στέργιος Β. Σαλούστρου

Διπλωματική Εργασία

ΠΜΣΔΕ

1999

Στατιστικός Έλεγχος Τάσης Κατά Laplace Δεδομένων Αξιοπιστίας και Συντήρησης Επιδιορθώσιμων Συστημάτων

Διπλωματική Εργασία

Στέργιος Β. Σαλούστρος

Χημικός Μηχανικός, Ε.Μ.Π.

Επιβλέπων: Αναπλ. Καθ. Γεώργιος Α. Μποχώρης

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ	
ΑΡ.ΕΣ.	33215
COMP.	18809, 22532
ΤΑΞΙΝ.	658 2Α
ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΗ	

Υποβληθείσα για το Μεταπτυχιακό Δίπλωμα στη Διοίκηση των Επιχειρήσεων

Τμήμα Οργάνωσης και Διοίκησης Επιχειρήσεων

Πανεπιστήμιο Πειραιώς



00133215

Σεπτέμβριος 1999

ΑΝΤΙ-ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Σε αυτές τις μέρες -για να μην γίνω λυγρός από την ομίχλη και μόνο αυτό που κερδίζω της Διατριβής μου έγραψα -ήθελα πως ελάττω η -δυσκολία στην εργασία αλλά κυρίως από την αβεβαιότητα που έλαττω -οσονδήποτε και αν είναι το 1997 -όχι, ανησυχώ στη -μεταπολιτευτική περίοδο της Τριτοκίτης (Κοινωνική) αλλά και την προέλευση και της σπουδαστικής διατριβής μου -το κείμενο που για μένα ολοκληρώνεται με αυθεντικά κείμενα -τα οποία και πάλι να γίνουν την αμετακίνητη. Και τα γράφω αυτό επειδή είμαι ο μόνος που έχω -και θα μου δώσει τη δύναμη της -για να μπορώ να ξεπεράσω τις δυσκολίες με συνήθη κλασσική ποιότητα και με συστηματική -βασική γνώση στο Πρώτο -επιχειρηματικό Σπουδών στη Διεύθυνση Επιχειρηματικών Σπουδών & Δοκίμησης Επιχειρημάτων του Πανεπιστημίου Πατρών -και τότε σπευχόμενα στο χαρτί κείμενα και οι άλλα πιστεύω.

*Στο Μιχάλη,
τη Σπυριδούλα, το Νίκο
και το Χριστάκη μας*

Σκέψα, -αλλά -αλλά να γράφω άραγε το γράμμα και την προσοχή μου -επειδή -αυτά που γράφω -αλλά -δεν προσδοκώ να σου και -να ακούσω. Και λοιπό που παύσεις και τίποτε δεν αναμένω την ελπίδα μου, ύστερα -αλλά -από χαρά, ικανοποίηση, αυτοπεποίθηση και ποση της αμύλη -δυσκολία του κέρτους επειδή όσο χρόνο τελικά έδω τον χρόνο -η καρδιά να γράφω τέρμα.

Αναμεμεικλά

Αντί προλόγου...

Εξ' αρχής φοβόμουν –για να μην πω πως έτρεμα– στην σκέψη και μόνο αυτού του κομματιού της Διπλωματικής μου Εργασίας. Ήξερα πως εκείνη η –διακριτική στην αρχή, πολύ αγριεμένη στην συνέχεια αλλά φιλική στο τέλος– φωνή που δύο χρόνια πριν (τον Σεπτέμβριο του 1997, όταν βρισκόμουν στην ίδια θέση για το Δίπλωμα του Χημικού Μηχανικού) είχε ταράξει την ηρεμία μου και είχε ισοπεδώσει την όλα-μόνος-μου-τα-έκανα λογική μου, που για πέντε ολόκληρα χρόνια συστηματικά καλλιεργούσα, θα χρειαζόταν και πάλι να κάνει την εμφάνισή της. Και το γεγονός αυτό από μόνο του θα με λυτούσε πολύ, μια και θα μου έδειχνε ξεκάθαρα πως αυτή η –κοπιαστική, γεμάτη εμπόδια και δυσκολίες μα συνάμα ευχάριστη, όμορφη και με σημαντική αξία– πορεία της διετούς φοίτησης στο Πρόγραμμα Μεταπτυχιακών Σπουδών στη Διοίκηση Επιχειρήσεων του Τμήματος Οργάνωσης & Διοίκησης Επιχειρήσεων του Πανεπιστημίου Πειραιώς δεν ήταν τόσο επιτυχημένη όσο τα χαρτιά κατέγραφαν και οι άλλοι πίστεψαν...

Ξεκίνησα, λοιπόν, δειλά-δειλά να γράφω έχοντας το νου και την προσοχή μου στραμμένα σε αυτό που περίμενα –αλλά δεν προσδοκούσα ούτε και επιθυμούσα– να ακούσω. Και όσο η ώρα περνούσε και τίποτε δεν αναστάτωνε την ησυχία μου, τόσο πλημμύριζα από χαρά, ικανοποίηση, αυτοπεποίθηση και πίστη πως αυτή η διαδρομή που κράτησε κοντά δύο χρόνια τελικά άξιζε τον κόπο... Τι κατάφερα να γράψω τελικά;

«Θα ήθελα να ευχαριστήσω όλους τους διδάσκοντες καθηγητές του Μεταπτυχιακού Προγράμματος για τις γνώσεις και τις πολύτιμες εμπειρίες που μου μετάδωσαν και την –κάθε είδους– βοήθεια που μου παρείχαν.

Ιδιαίτερα θέλω να σταθώ στον επιβλέπων καθηγητή της παρούσας Διπλωματικής Εργασίας κ. Γ. Μποχώρη και να τον ευχαριστήσω για την εποικοδομητική, αποτελεσματική και αρμονική συνεργασία μας κατά τους τελευταίους μήνες καθώς και για την πολύτιμη καθοδήγηση και υποστήριξη που –όταν ήταν απαραίτητο, και δεν ήταν λίγες οι φορές– με ειλικρίνεια μου παρείχε.

Η συναναστροφή και συνύπαρξή μου με όλα τα παιδιά της 3ης σειράς του Μεταπτυχιακού Προγράμματος ήταν –τις περισσότερες φορές– αρμονική και ιδιαιτέρως εποικοδομητική. Με κάποια από αυτά, η απλή παρέα εξελίχθηκε σε ισχυρή φιλία ή ακόμη και σε κάτι περισσότερο σημαντικό...

Τέλος, στους γονείς μου, στα αδέρφια μου και στα δύο νέα μέλη που τα δύο τελευταία χρόνια προστέθηκαν στην οικογένεια μου, χρωστάω σε μεγάλο και καθοριστικό βαθμό την ολοκλήρωση και αυτής της διαδρομής. Η ηθική τους συμπαράσταση, η αγωνία, η ανησυχία και η αγάπη τους για μένα, με «έφεραν» ως εδώ. Χωρίς αυτούς μάλλον δεν θα τα κατάφερα...»

Πειραιάς,

Σεπτέμβριος 1999

Στέργιος Β. Σαλούστρος

Στοιχισμός Βιβλίου Τέχνης Κατά Λογική
Διόρθωση Αποστολής και Έγκριση
Επιθεωρητικού Τυπογράφου

Επιθεωρητής

Πανεπιστήμιο Πειραιώς

Στατιστικός Έλεγχος Τάσης Κατά Laplace Δεδομένων Αξιοπιστίας και Συντήρησης Επιδιορθώσιμων Συστημάτων

Στέργιος Β. Σαλούστρος

Σημαντικοί όροι: Επιδιορθώσιμα συστήματα, δεδομένα αξιοπιστίας και συντήρησης, έλεγχος τάσης κατά Laplace, ανεξάρτητα και ομοειδώς κατανομημένα δεδομένα – «αδιάφορα» συστήματα, τάση αύξησης – «χαρούμενα» συστήματα, τάση μείωσης – «δυστυχισμένα» συστήματα, κατανομή Weibull.

Περίληψη

Αντικειμενικός σκοπός της παρούσας Διπλωματικής Εργασίας είναι να καταδειχθεί η αναγκαιότητα εφαρμογής του στατιστικού ελέγχου τάσης κατά Laplace σε δεδομένα αξιοπιστίας και συντήρησης επιδιορθώσιμων συστημάτων και να τονιστεί η σπουδαιότητα της ανάλυσης και στατιστικής επεξεργασίας των διαθέσιμων δεδομένων σύμφωνα με την χρονοεξέλιξή τους, δηλαδή όπως αυτά προκύπτουν από την παρατήρηση της λειτουργίας των συστημάτων στην πράξη.

Ο έλεγχος τάσης κατά Laplace εφαρμόστηκε για όλους τους δυνατούς διατεταγμένους συνδυασμούς διαφόρων σετ δεδομένων αξιοπιστίας και συντήρησης της βιβλιογραφίας καθώς και για σετ δεδομένων που παρήχθησαν κατά τυχαίο τρόπο από την –ευρέως χρησιμοποιούμενη στην περιγραφή και μοντελοποίηση δεδομένων αξιοπιστίας– στατιστική κατανομή Weibull. Επιπρόσθετα, εφαρμόστηκε για δεδομένα αξιοπιστίας που προήλθαν από την παρατήρηση της λειτουργίας –όχι ενός αλλά– πολλών πανομοιότυπων επιδιορθώσιμων συστημάτων που λειτουργούν ανεξάρτητα μεταξύ τους και υπό –όσο το δυνατόν– παρόμοιες συνθήκες.

Σε κάθε περίπτωση, διαπιστώθηκε πόσο σημαντικό είναι το ποσοστό των δυνατών διατεταγμένων συνδυασμών (ενός σετ) που τα δεδομένα τους δεν είναι ανεξάρτητα και ομοειδώς κατανομημένα αλλά παρουσιάζουν κάποια συστηματική τάση, αύξησης ή μείωσης, διερευνήθηκε η μορφή της κατανομής των τιμών του μεγέθους U (που υπολογίζεται κατά τον έλεγχο τάσης κατά Laplace) για κάθε σετ δεδομένων και συσχετίστηκε –ποιοτικά– με την τιμή της παραμέτρου σχήματος (β) της κατανομής Weibull που περιγράφει το κάθε σετ δεδομένων αξιοπιστίας και συντήρησης.

Τελικά, μέσα από την ανάλυση συγκεκριμένων αλλά και τυχαία παραχθέντων σετ δεδομένων αξιοπιστίας και συντήρησης καταδείχθηκε ότι η –πολύ συνηθισμένη στην πράξη– μονοδιάστατη και α ρισογί αντιμετώπιση ενός σετ δεδομένων ως ανεξαρτήτων και ομοειδώς κατανεμημένων παρατηρήσεων και η αναδιάταξή τους κατά μέγεθος είναι συχνά λανθασμένη και ανεπαρκής, αφού συντελεί στην ισοπέδωση και εξάλειψη του πλούτου των χρήσιμων πληροφοριών που η χρονική αλληλουχία των δεδομένων αξιοπιστίας και συντήρησης παρέχει.

Πανεπιστήμιο Πειραιώς

Περιεχόμενα

	Σελίδα
Κατάσταση Πινάκων	I
Κατάσταση Διαγραμμάτων	V
1 Βασικές Έννοιες Αξιοπιστίας	1
1.1 Τι Είναι η Αξιοπιστία;	1
1.2 Μη-Επιδιορθώσιμα Εξαρτήματα και Επιδιορθώσιμα Συστήματα	3
1.3 Τύποι Αντικαταστάσεων	9
1.4 Στοχαστικές Σημειακές Διαδικασίες (Stochastic Point Processes)	11
1.5 Έλεγχος Τάσης (Trend Testing)	16
1.6 Βιβλιογραφία Κεφαλαίου	23
2 Έλεγχος Τάσης Κατά Laplace Όλων των Δυνατών Διατεταγμένων Συνδυασμών Διαφόρων Σειτ Δεδομένων Αξιοπιστίας και Συντήρησης Επιδιορθώσιμων Συστημάτων	26
2.1 Εισαγωγή	26
2.2 Μεθοδολογία	27
2.3 Λογισμικό που Αναπτύχθηκε	30

2.4	Δεδομένα που Χρησιμοποιήθηκαν	34
2.5	Αποτελέσματα	37
2.6	Συζήτηση Αποτελεσμάτων – Συμπεράσματα	42
2.7	Βιβλιογραφία Κεφαλαίου	48
3	Έλεγχος Τάσης Κατά Laplace Όλων των Δυνατών Διατεταγμένων Συνδυασμών Τυχαία Παραχθέντων Σετ Δεδομένων Αξιοπιστίας και Συντήρησης	49
3.1	Εισαγωγή	49
3.2	Μεθοδολογία	50
3.3	Λογισμικό που Αναπτύχθηκε	52
3.4	Αποτελέσματα	55
3.5	Συζήτηση Αποτελεσμάτων – Συμπεράσματα	60
3.6	Βιβλιογραφία Κεφαλαίου	61
4	Έλεγχος Τάσης Κατά Laplace Συγκεκριμένου Πλήθους Τυχαία Παραχθέντων Διατεταγμένων Συνδυασμών Διαφόρων Σετ Δεδομένων Αξιοπιστίας και Συντήρησης Επιδιορθώσιμων Συστημάτων	62
4.1	Εισαγωγή	62
4.2	Μεθοδολογία	63
4.3	Λογισμικό που Αναπτύχθηκε	64
4.4	Αποτελέσματα	70
4.5	Συζήτηση Αποτελεσμάτων – Συμπεράσματα	76

4.6	Βιβλιογραφία Κεφαλαίου	82
5	Έλεγχος Τάσης Κατά Laplace Όλων των Δυνατών Διατεταγμένων Συνδυασμών Διαφόρων Σετ Δεδομένων Αξιοπιστίας και Συντήρησης Επιδιορθώσιμων Συστημάτων – Παράλληλες Μονάδες	83
5.1	Εισαγωγή	83
5.2	Μεθοδολογία	85
5.3	Λογισμικό που Αναπτύχθηκε	87
5.4	Δεδομένα που Χρησιμοποιήθηκαν	90
5.5	Αποτελέσματα	92
5.6	Συζήτηση Αποτελεσμάτων – Συμπεράσματα	94
5.7	Βιβλιογραφία Κεφαλαίου	97
	Βιβλιογραφία	98
	Παραρτήματα	
A	Ανάλυση Δεδομένων Αξιοπιστίας και Συντήρησης	100
A.1	Ανάλυση Βιωσιμότητας (Survival Analysis)	101
A.2	Ημιτελή Δεδομένα (Censored Data)	102
A.3	Συναρτήσεις Κατανομών (Distribution Functions)	103
A.4	Στατιστικές Κατανομές Πιθανοτήτων Περιγραφής Χρόνου Λειτουργίας (Lifetime Distributions)	105
A.5	Βιβλιογραφία Παραρτήματος	112

Β	Έλεγχος Τάσης Κατά Laplace Όλων των Δυνατών Διατεταγμένων Συνδυασμών Τυχαία Παραχθέντων Σειρών Δεδομένων Αξιοπιστίας και Συντήρησης – Επιπλέον Αποτελέσματα	113
Γ	Έλεγχος Τάσης Κατά Laplace Συγκεκριμένου Πλήθους Τυχαία Παραχθέντων Διατεταγμένων Συνδυασμών Διαφόρων Σειρών Δεδομένων Αξιοπιστίας και Συντήρησης Επιδιορθώσιμων Συστημάτων – Επιπλέον Αποτελέσματα	119
Δ	Έλεγχος Τάσης Κατά Laplace Όλων των Δυνατών Διατεταγμένων Συνδυασμών Όλων των Διαφορετικών Συνδυασμών / Σειρών Δεδομένων, Από Ένα Σύνολο Ν Δεδομένων Αξιοπιστίας και Συντήρησης	130
Δ.1	Μεθοδολογία	131
Δ.2	Λογισμικό που Αναπτύχθηκε	132
Δ.3	Βιβλιογραφία Παραρτήματος	136

Κατάσταση Πινάκων

Πίνακας	Τίτλος	Σελίδα
2.1	Μέγεθος και ακραίες τιμές των 24 πεδίων στα οποία διαιρέθηκε η επιφάνεια της Τυπικής Κανονικής κατανομής	28
2.2	Το σετ A των 21 δεδομένων αξιοπιστίας και συντήρησης και τα χρησιμοποιηθέντα υποσύνολά του	35
2.3	Σετ δεδομένων αξιοπιστίας και συντήρησης 12-1, 9-3, 12-2 και 13-1	36
2.4	Αποτελέσματα εφαρμογής του προγράμματος TRN.FOR σε 13 σετ δεδομένων αξιοπιστίας και συντήρησης της βιβλιογραφίας	38
2.5	Ποσοστά δδσ κάθε σετ δεδομένων με στατιστικά σημαντική τιμή του μεγέθους U	42
2.6	Τιμές των παραμέτρων σχήματος (β) και κλίμακας (η) της κατανομής Weibull που περιγράφει κάθε ένα από τα χρησιμοποιηθέντα σετ δεδομένων αξιοπιστίας και συντήρησης	45
3.1	Αποτελέσματα εφαρμογής του προγράμματος TRNWB.FOR σε 100 σετ 9 δεδομένων, τυχαία παραχθέντων, που ακολουθούν την κατανομή Weibull με $\eta = 100$ και διάφορες τιμές του β	57
3.2	Ποσοστά δδσ των 100 σετ 9 δεδομένων –τυχαία παραχθέντων, που ακολουθούν την κατανομή Weibull με $\eta = 100$ και διάφορες τιμές του β – με στατιστικά σημαντική τιμή του μεγέθους U	59

4.1	Αποτελέσματα εφαρμογής του προγράμματος RANPERM.FOR για το σετ δεδομένων 11-2 και NP = 2,000,000 τυχαία παραχθέντες δσ	73
4.2	Αποτελέσματα εφαρμογής του προγράμματος RANPERM.FOR για το σετ δεδομένων 12-1 και NP = 2,000,000 τυχαία παραχθέντες δσ	74
4.3	Αποτελέσματα εφαρμογής του προγράμματος RANPERM.FOR για το σετ δεδομένων 13-1 και NP = 2,000,000 τυχαία παραχθέντες δσ	75
4.4	Μέση Απόλυτη Διαφορά (ΜΑΔ) των τιμών των ποσοστών pe_i και mpe_i , $i = 1, \dots, 24$, για τα 13 σετ δεδομένων αξιοπιστίας και συντήρησης	77
4.5	Αποτελέσματα εφαρμογής του προγράμματος RANPERM.FOR για το σετ δεδομένων A (21 δεδομένα αξιοπιστίας και συντήρησης) και NP = 2,000,000 τυχαία παραχθέντες δσ	78
4.6	Αποτελέσματα εφαρμογής του ελέγχου τάσης κατά Laplace σε όλους τους δδσ όλων των διαφορετικών σετ 7, 8 και 9 δεδομένων που μπορούν να προκύψουν από το σετ A των 21 δεδομένων	81
5.1	Αποτελέσματα εφαρμογής του προγράμματος PARUN.FOR για τα Σύνολα 1, 2 και 3 των παραλλήλων μονάδων	93
5.2	Ποσοστά των δδσ των Συνόλων 1, 2 και 3 με στατιστικά σημαντική τιμή του μεγέθους U	94
A.1	Συναρτήσεις και σημαντικά μεγέθη της Εκθετικής κατανομής	106
A.2	Συναρτήσεις και σημαντικά μεγέθη της κατανομής Weibull	110

B.1	Αποτελέσματα εφαρμογής του προγράμματος TRNWB.FOR σε 100 σετ 7 δεδομένων, τυχαία παραχθέντων, που ακολουθούν την κατανομή Weibull με $\eta = 100$ και διάφορες τιμές του β	114
B.2	Αποτελέσματα εφαρμογής του προγράμματος TRNWB.FOR σε 100 σετ 8 δεδομένων, τυχαία παραχθέντων, που ακολουθούν την κατανομή Weibull με $\eta = 100$ και διάφορες τιμές του β	115
B.3	Ποσοστά $\delta\sigma$ των 100 σετ 7 δεδομένων –τυχαία παραχθέντων, που ακολουθούν την κατανομή Weibull με $\eta = 100$ και διάφορες τιμές του β – με στατιστικά σημαντική τιμή του μεγέθους U	118
B.4	Ποσοστά $\delta\sigma$ των 100 σετ 8 δεδομένων –τυχαία παραχθέντων, που ακολουθούν την κατανομή Weibull με $\eta = 100$ και διάφορες τιμές του β – με στατιστικά σημαντική τιμή του μεγέθους U	118
Γ.1	Αποτελέσματα εφαρμογής του προγράμματος RANPERM.FOR για το σετ δεδομένων 9-1 και $NP = 20,000$ τυχαία παραχθέντες $\delta\sigma$	120
Γ.2	Αποτελέσματα εφαρμογής του προγράμματος RANPERM.FOR για το σετ δεδομένων 9-2 και $NP = 20,000$ τυχαία παραχθέντες $\delta\sigma$	121
Γ.3	Αποτελέσματα εφαρμογής του προγράμματος RANPERM.FOR για το σετ δεδομένων 9-3 και $NP = 20,000$ τυχαία παραχθέντες $\delta\sigma$	122
Γ.4	Αποτελέσματα εφαρμογής του προγράμματος RANPERM.FOR για το σετ δεδομένων 10-1 και $NP = 200,000$ τυχαία παραχθέντες $\delta\sigma$	123

Γ.5	Αποτελέσματα εφαρμογής του προγράμματος RANPERM.FOR για το σετ δεδομένων 10-2 και NP = 200,000 τυχαία παραχθέντες δσ	124
Γ.6	Αποτελέσματα εφαρμογής του προγράμματος RANPERM.FOR για το σετ δεδομένων 10-3 και NP = 200,000 τυχαία παραχθέντες δσ	125
Γ.7	Αποτελέσματα εφαρμογής του προγράμματος RANPERM.FOR για το σετ δεδομένων 10-4 και NP = 200,000 τυχαία παραχθέντες δσ	126
Γ.8	Αποτελέσματα εφαρμογής του προγράμματος RANPERM.FOR για το σετ δεδομένων 10-5 και NP = 200,000 τυχαία παραχθέντες δσ	127
Γ.9	Αποτελέσματα εφαρμογής του προγράμματος RANPERM.FOR για το σετ δεδομένων 11-1 και NP = 2,000,000 τυχαία παραχθέντες δσ	128
Γ.10	Αποτελέσματα εφαρμογής του προγράμματος RANPERM.FOR για το σετ δεδομένων 12-2 και NP = 2,000,000 τυχαία παραχθέντες δσ	129

Κατάσταση Διαγραμμάτων

Διάγραμμα	Τίτλος	Σελίδα
1.1	Κύκλος ζωής ενός επιδιορθώσιμου συστήματος	4
1.2	Χρόνοι (αφίξεως) αστοχιών T_i και χρόνοι μεταξύ διαδοχικών αστοχιών X_i , $i = 1, \dots, n$	12
1.3	Διάγραμμα Ρυθμού Εμφάνισης Αστοχιών (ROCOF plot)	18
2.1	Διαίρεση της επιφάνειας $F(z)$ της Τυπικής Κανονικής κατανομής σε 24 πεδία $F_i(z)$, $i = 1, 2, \dots, 24$	27
2.2	Λογικό διάγραμμα της εφαρμογής TRN.FOR	31
2.3	Κατανομές των ποσοστών των τιμών του μεγέθους U όλων των δδσ των σετ δεδομένων 9-1 και 9-2	39
2.4	Κατανομές των ποσοστών των τιμών του μεγέθους U όλων των δδσ των σετ δεδομένων 10-1, 10-2, 10-3, 10-4 και 10-5	39
2.5	Κατανομές των ποσοστών των τιμών του μεγέθους U όλων των δδσ των σετ δεδομένων 11-1 και 11-2	40
2.6	Κατανομές των ποσοστών των τιμών του μεγέθους U όλων των δδσ των χρησιμοποιηθέντων υποσυνόλων του σετ δεδομένων A	40
2.7	Κατανομές των ποσοστών των τιμών του μεγέθους U όλων των δδσ των σετ δεδομένων 12-1, 9-3, 12-2 και 13-1	41

3.1	Λογικό διάγραμμα της εφαρμογής TRNWB.FOR	53
3.2	Κατανομές των ποσοστών των τιμών του μεγέθους U όλων των $\delta\delta\sigma$ 100 σετ 9 δεδομένων, τυχαία παραχθέντων, που ακολουθούν την κατανομή Weibull, με $\eta = 100$ και $\beta = 0.4, 0.6, 0.8, 1.0, 1.2, 1.4, 1.5$	58
3.3	Κατανομές των ποσοστών των τιμών του μεγέθους U όλων των $\delta\delta\sigma$ 100 σετ 9 δεδομένων, τυχαία παραχθέντων, που ακολουθούν την κατανομή Weibull, με $\eta = 100$ και $\beta = 1.0, 1.5, 2.0, 2.5, 3.0, 3.5, 4.0, 4.5, 5.0$	58
4.1	Λογικό διάγραμμα της εφαρμογής RANPERM.FOR	66
4.2	Κατανομές των ποσοστών pr_{ei} , ap_{ei} , dr_{ei} και mp_{ei} , $i = 1, \dots, 24$, των τιμών του μεγέθους U , για το σετ δεδομένων 11-2 (NP = 2,000,000)	73
4.3	Κατανομές των ποσοστών pr_{ei} , ap_{ei} , dr_{ei} και mp_{ei} , $i = 1, \dots, 24$, των τιμών του μεγέθους U , για το σετ δεδομένων 12-1 (NP = 2,000,000)	74
4.4	Κατανομές των ποσοστών pr_{ei} , ap_{ei} , dr_{ei} και mp_{ei} , $i = 1, \dots, 24$, των τιμών του μεγέθους U , για το σετ δεδομένων 13-1 (NP = 2,000,000)	75
4.5	Κατανομές των ποσοστών ap_{ei} , dr_{ei} και mp_{ei} , $i = 1, \dots, 24$, των τιμών του μεγέθους U , για το σετ δεδομένων A (NP = 2,000,000) και των ποσοστών pr_{ei} , $i = 1, \dots, 24$, για το σετ δεδομένων 11-2	79
4.6	Κατανομές των ποσοστών mp_{ei} , $i = 1, \dots, 24$, των τιμών του μεγέθους U για το σετ A και των ποσοστών cr_{ei} , $i = 1, \dots, 24$, για όλους τους $\delta\delta\sigma$ όλων των διαφορετικών σετ 7, 8 και 9 δεδομένων που μπορούν να προκύψουν από το σετ A	81

5.1	Λογικό διάγραμμα της εφαρμογής PARUN.FOR	89
5.2	Κατανομές των ποσοστών των τιμών του μεγέθους U όλων των $\delta\delta\sigma$ των Συνόλων 1, 2 και 3	93
A.1	Γραφική παράσταση της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας της κατανομής Weibull, για $\eta = 1$ και διάφορες τιμές της παραμέτρου β	108
A.2	Γραφική παράσταση της συνάρτησης επικινδυνότητας της κατανομής Weibull, για $\eta = 1$ και διάφορες τιμές της παραμέτρου β	109
B.1	Κατανομές των ποσοστών των τιμών του μεγέθους U όλων των $\delta\delta\sigma$ 100 σετ 7 δεδομένων, τυχαία παραχθέντων, που ακολουθούν την κατανομή Weibull, με $\eta = 100$ και $\beta = 0.4, 0.6, 0.8, 1.0, 1.2, 1.4, 1.5$	116
B.2	Κατανομές των ποσοστών των τιμών του μεγέθους U όλων των $\delta\delta\sigma$ 100 σετ 7 δεδομένων, τυχαία παραχθέντων, που ακολουθούν την κατανομή Weibull, με $\eta = 100$ και $\beta = 1.0, 1.5, 2.0, 2.5, 3.0, 3.5, 4.0, 4.5, 5.0$	116
B.3	Κατανομές των ποσοστών των τιμών του μεγέθους U όλων των $\delta\delta\sigma$ 100 σετ 8 δεδομένων, τυχαία παραχθέντων, που ακολουθούν την κατανομή Weibull, με $\eta = 100$ και $\beta = 0.4, 0.6, 0.8, 1.0, 1.2, 1.4, 1.5$	117
B.4	Κατανομές των ποσοστών των τιμών του μεγέθους U όλων των $\delta\delta\sigma$ 100 σετ 8 δεδομένων, τυχαία παραχθέντων, που ακολουθούν την κατανομή Weibull, με $\eta = 100$ και $\beta = 1.0, 1.5, 2.0, 2.5, 3.0, 3.5, 4.0, 4.5, 5.0$	117

Γ.1	Κατανομές των ποσοστών pe_i , ape_i , dpe_i και mp_ei , $i = 1, \dots, 24$, των τιμών του μεγέθους U , για το σετ δεδομένων 9-1 (NP = 20,000)	120
Γ.2	Κατανομές των ποσοστών pe_i , ape_i , dpe_i και mp_ei , $i = 1, \dots, 24$, των τιμών του μεγέθους U , για το σετ δεδομένων 9-2 (NP = 20,000)	121
Γ.3	Κατανομές των ποσοστών pe_i , ape_i , dpe_i και mp_ei , $i = 1, \dots, 24$, των τιμών του μεγέθους U , για το σετ δεδομένων 9-3 (NP = 20,000)	122
Γ.4	Κατανομές των ποσοστών pe_i , ape_i , dpe_i και mp_ei , $i = 1, \dots, 24$, των τιμών του μεγέθους U , για το σετ δεδομένων 10-1 (NP = 200,000)	123
Γ.5	Κατανομές των ποσοστών pe_i , ape_i , dpe_i και mp_ei , $i = 1, \dots, 24$, των τιμών του μεγέθους U , για το σετ δεδομένων 10-2 (NP = 200,000)	124
Γ.6	Κατανομές των ποσοστών pe_i , ape_i , dpe_i και mp_ei , $i = 1, \dots, 24$, των τιμών του μεγέθους U , για το σετ δεδομένων 10-3 (NP = 200,000)	125
Γ.7	Κατανομές των ποσοστών pe_i , ape_i , dpe_i και mp_ei , $i = 1, \dots, 24$, των τιμών του μεγέθους U , για το σετ δεδομένων 10-4 (NP = 200,000)	126
Γ.8	Κατανομές των ποσοστών pe_i , ape_i , dpe_i και mp_ei , $i = 1, \dots, 24$, των τιμών του μεγέθους U , για το σετ δεδομένων 10-5 (NP = 200,000)	127
Γ.9	Κατανομές των ποσοστών pe_i , ape_i , dpe_i και mp_ei , $i = 1, \dots, 24$, των τιμών του μεγέθους U , για το σετ δεδομένων 11-1 (NP = 2,000,000)	128

- Γ.10** Κατανομές των ποσοστών pe_i , ape_i , dpe_i και mp_ei ,
 $i = 1, \dots, 24$, των τιμών του μεγέθους U , για το σετ
δεδομένων 12-2 (NP = 2,000,000) 129
- Δ.1** Λογικό διάγραμμα της εφαρμογής TRNALLC.FOR 133

Πανεπιστήμιο Πειραιώς

Κεφάλαιο 1

Βασικές Έννοιες Αξιοπιστίας

1.1 Τι Είναι η Αξιοπιστία;

Η ανάγκη του σύγχρονου ανθρώπου για αξιόπιστα προϊόντα και υπηρεσίες παρεχόμενες με αξιόπιστα μέσα είναι αναμφισβήτητη. Ο μέσος καταναλωτής γνωρίζει –και είναι σχεδόν βέβαιο ότι έχει αντιμετωπίσει– προβλήματα που παρουσιάζονται από την χρήση μη-αξιόπιστων προϊόντων: μία ηλεκτρική συσκευή που δεν λειτουργεί, ένα αυτοκίνητο που αστοχεί («παθαίνει βλάβη»), ένα δίκτυο ηλεκτρονικών υπολογιστών που «πέφτει». Οι κάθε είδους υπηρεσίες και οργανισμοί, όπως οι αεροπορικές εταιρείες, οι εταιρείες μεταφορών, οι δημόσιες υπηρεσίες, ο στρατός, αντιλαμβάνονται πως η έλλειψη ή ακόμη και η χαμηλή αξιοπιστία συνοδεύεται από υψηλό κόστος, ενώ σε αρκετές –και ασφαλώς απευκταίες περιπτώσεις– το τίμημα είναι ανθρώπινες ζωές (πρόσφατο είναι άλλωστε το τραγικό αεροπορικό δυστύχημα του Πρωθυπουργικού αεροσκάφους Falcon). Οι κατασκευαστές / παραγωγοί προϊόντων υφίστανται μεγάλα έξοδα αποκατάστασης αστοχιών που λαμβάνουν χώρα στην περίοδο εγγύησης των προϊόντων τους ενώ ταυτόχρονα πλήττεται ανεπανόρθωτα η φήμη τους, κάτι που επηρεάζει αρνητικά τις μελλοντικές τους

πωλήσεις. Όμως, ενώ η σημασία και η αναγκαιότητα της αξιοπιστίας είναι κοινώς αποδεκτή και κατανοητή, η ποσοτικοποίησή της και η σύνδεσή της με χρηματοοικονομικά και άλλα οφέλη διακρίνεται από ασάφειες και παρανοήσεις.

Η αξιοπιστία ενός προϊόντος είναι η προβολή των ποιοτικών χαρακτηριστικών του στον χρόνο ή, όπως συχνά λέγεται, η πρώτη παράγωγος της ποιότητάς του ως προς τον χρόνο. Σε μια δεδομένη χρονική στιγμή, το σύνολο των προδιαγραφών και των λειτουργικών χαρακτηριστικών ενός προϊόντος καθορίζει την ποιότητά του. Η υψηλή ποιότητα είναι αναγκαία, απαραίτητη και απαιτητή από τον χρήστη ενός προϊόντος. Περισσότερο όμως σημαντική είναι η αξιοπιστία του προϊόντος, η ικανότητά του δηλαδή να διατηρεί τα ποιοτικά του χαρακτηριστικά με την πάροδο του χρόνου, όταν τίθεται σε λειτουργία και χρησιμοποιείται. Η αξιοπιστία είναι μια έννοια δυναμική και αυτό το χαρακτηριστικό της έρχεται να συμπληρώσει την στατική έννοια της ποιότητας και να τονίσει την διαφορά μεταξύ του παραδοσιακού ποιοτικού ελέγχου (που αναμφισβήτητα είναι σημαντικός και απαραίτητος και συμβάλλει ουσιαστικά στην διατήρηση και βελτίωση της αξιοπιστίας ενός προϊόντος) και της περισσότερο σύγχρονης προσέγγισης της αξιοπιστίας.

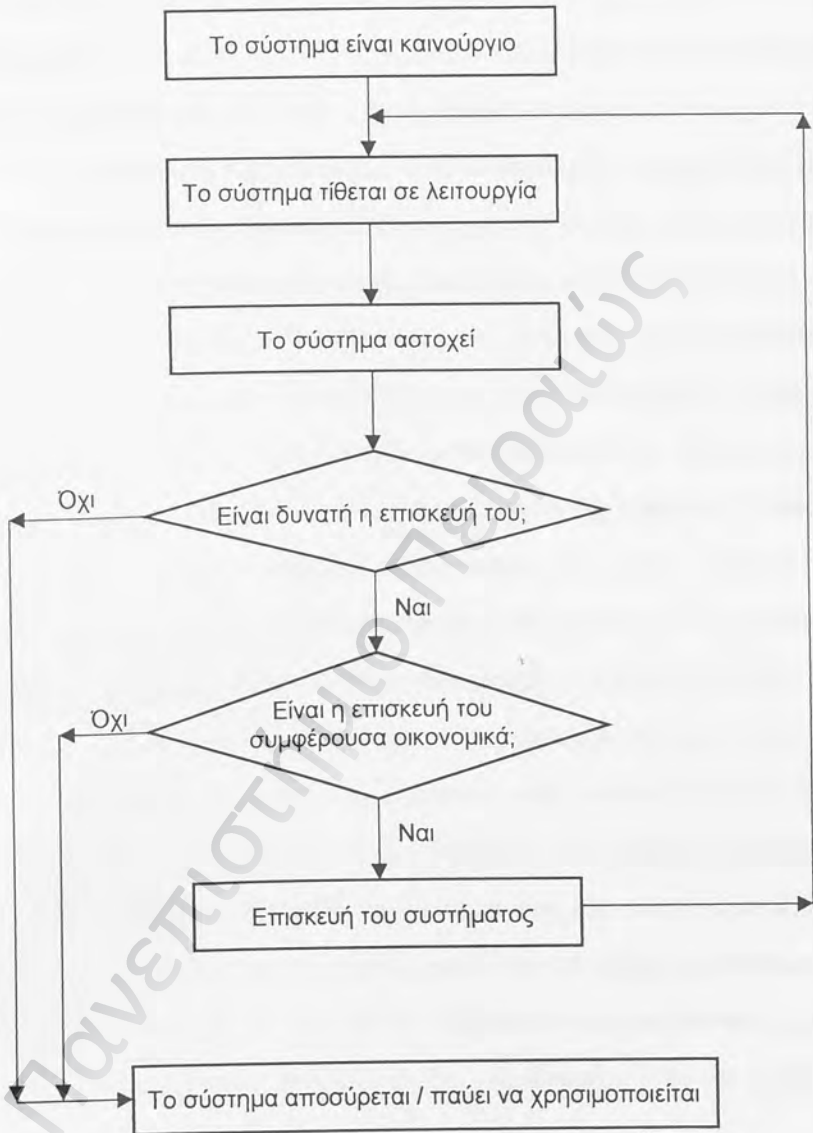
Το ενδιαφέρον της αξιοπιστίας επικεντρώνεται στις αστοχίες ενός στοιχείου κατά την διάρκεια της ωφέλιμης ζωής του. Ένα στοιχείο αστοχεί όταν, σε κάποια χρονική στιγμή, η φόρτιση / τάση (load) που υφίσταται υπερβαίνει την ισχύ του (strength). Πότε όμως συμβαίνει αυτό; Η απάντηση μπορεί να δοθεί μόνο ως πιθανότητα, καταλήγοντας έτσι στον ακόλουθο ορισμό της αξιοπιστίας:

«Αξιοπιστία είναι η πιθανότητα που παρουσιάζει ένα στοιχείο να εκτελεί μια συγκεκριμένη και προκαθορισμένη λειτουργία, υπό συγκεκριμένες συνθήκες και για συγκεκριμένο χρονικό διάστημα, χωρίς να αστοχεί».

1.2 Μη-Επιδιορθώσιμα Εξαρτήματα και Επιδιορθώσιμα Συστήματα

Η πλειοψηφία των εξαρτημάτων / συστημάτων που χρησιμοποιούνται στην καθημερινή ζωή αποτελούν πολύπλοκα μηχανολογικά / ηλεκτρολογικά / ηλεκτρονικά συστήματα όπως για παράδειγμα αυτοκίνητα, αεροτουρμπίνες, ηλεκτρονικοί υπολογιστές, καθώς και κάθε είδους ηλεκτρικές συσκευές και μηχανές. Με τον όρο «σύστημα» νοείται κάθε σύνολο στοιχείων (δηλαδή απλών ή / και περισσότερο σύνθετων εξαρτημάτων όπως βίδες, μπουλόνια, ελατήρια, ρουλεμάν, κιβώτια ταχυτήτων, ψυκτικά κύκλα, μικροεπεξεργαστές, μετασχηματιστές κ.α.) που ενώνονται / συνδέονται μεταξύ τους, υπό συνθήκες πλήρους αλληλεπίδρασης και αλληλεξάρτησης, με σκοπό την εκτέλεση μιας συγκεκριμένης και καθορισμένης λειτουργίας. Ο κύκλος ζωής κάθε συστήματος διέπεται από την επαναλαμβανόμενη διαδικασία που παρουσιάζεται στο Διάγραμμα 1.1: Το σύστημα τίθεται σε λειτουργία, αστοχεί (αποτυγχάνει), επιδιορθώνεται, τίθεται εκ νέου σε λειτουργία κ.ο.κ.

Συστήματα που παρουσιάζουν την προαναφερθείσα μορφή ζωής θεωρούνται επιδιορθώσιμα (repairable) αφού είναι δυνατή η επιδιόρθωση / επισκευή τους



Διάγραμμα 1.1: Κύκλος ζωής ενός επιδιορθώσιμου συστήματος

μετά από κάθε αστοχία και η επαναφορά τους στην αρχική, επιθυμητή λειτουργική κατάσταση. Συνεπώς, τα επιδιορθώσιμα συστήματα χρησιμοποιούνται κατ' επανάληψη, ενώ το τέλος της ζωής τους φτάνει

–θεωρητικά– όταν η επισκευή τους καθίσταται μη συμφέρουσα οικονομικά (Διάγραμμα 1.1). Αντίθετα, τα εξαρτήματα είναι συνήθως μη-επιδιορθώσιμα (non-repairable), δηλαδή παύουν να χρησιμοποιούνται μετά την πρώτη –και ως εκ τούτου μοναδική– αστοχία τους, είτε λόγω αδυναμίας επισκευής τους (π.χ. ιδιαίτερα πολύπλοκα εξαρτήματα όπως μικροεπεξεργαστές, μετασχηματιστές κ.α.) είτε λόγω οικονομίας (π.χ. λάμπα). Θα πρέπει ωστόσο να σημειωθεί πως υπάρχουν συστήματα τα οποία, αν και μπορούν να επισκευαστούν, αντιμετωπίζονται ως μη-επιδιορθώσιμα είτε λόγω αντικειμενικής αδυναμίας επισκευής τους (π.χ. ένας δορυφόρος που βρίσκεται σε τροχιά, ένα μη επανδρωμένο διαστημόπλοιο), είτε λόγω οικονομικής αδυναμίας επισκευής τους. Επιπρόσθετα, υπάρχουν εξαρτήματα που ενώ μπορούν να επισκευαστούν μετά από κάποια αστοχία τους, κάτι τέτοιο ποτέ δεν γίνεται γιατί είναι οικονομικά ασύμφορο. Συνεπώς, είναι φανερό πως ο χαρακτηρισμός ενός στοιχείου (εξαρτήματος ή συστήματος) ως επιδιορθώσιμου ή μη δεν εξαρτάται αποκλειστικά από την φύση του στοιχείου, αλλά υπεισέρχονται και άλλοι σημαντικοί παράγοντες, όπως είναι ο τύπος (είδος) της αστοχίας του στοιχείου, το κόστος επισκευής του καθώς και συγκεκριμένες πολιτικές / πρακτικές που είναι πιθανόν να ακολουθούνται όσον αφορά την συντήρηση και επισκευή του στοιχείου. Οι Ascher & Feingold [1] πρότειναν τους ακόλουθους –γενικά αποδεκτούς– ορισμούς σχετικά με τον χαρακτηρισμό ενός στοιχείου ως επιδιορθώσιμου ή μη-επιδιορθώσιμου:

- *Μη-επιδιορθώσιμο στοιχείο* είναι κάθε στοιχείο που παύει να χρησιμοποιείται μετά την πρώτη και μοναδική αστοχία που παρουσιάζει. Η στιγμιαία πιθανότητα να λάβει χώρα η πρώτη και μοναδική αστοχία ενός

τέτοιου στοιχείου καλείται ρυθμός επικινδυνότητας (hazard rate). Άλλα μεγέθη, όπως η μέση διάρκεια ζωής ή το χρονικό διάστημα κατά το οποίο ένα συγκεκριμένο ποσοστό (π.χ. το 10%) παρόμοιων στοιχείων αναμένεται να έχει αποτύχει, αποτελούν χαρακτηριστικά της αξιοπιστίας μη-επιδιορθώσιμων στοιχείων. Επειδή τα μη-επιδιορθώσιμα στοιχεία (συνήθως εξαρτήματα) είναι δυνατόν να αποτύχουν μία μόνο φορά, η διενέργεια στατιστικής ανάλυσης απαιτεί την διαθεσιμότητα δεδομένων (χρόνων αστοχιών – times to failure) από ένα δείγμα παρόμοιων στοιχείων, αφού κάθε στοιχείο είναι σε θέση να δώσει ένα και μόνο δεδομένο. Επιπρόσθετα, τα στοιχεία ενός δείγματος είναι ομοίως κατανεμημένα (τα χαρακτηριστικά τους υπόκεινται μόνο σε μικρές στατιστικές διακυμάνσεις οφειλόμενες στην μεταβλητότητα της παραγωγικής διαδικασίας από την οποία προήλθαν και στην μεταβλητότητα της φόρτισης την οποία υφίστανται) με αποτέλεσμα οι χρόνοι αστοχίας των στοιχείων του δείγματος να μπορούν να θεωρηθούν ως ανεξάρτητα και ομοειδώς κατανεμημένα δεδομένα (independent and identically distributed data – IID data) και επομένως να είναι δυνατή και ορθή η Ανάλυση Βιωσιμότητάς τους (Survival Analysis) και η περιγραφή ή μοντελοποίησή τους με μια στατιστική κατανομή, όπως είναι η Εκθετική κατανομή (Exponential distribution) ή η κατανομή Weibull (Weibull distribution), που παρουσιάζονται αναλυτικά στο Παράρτημα Α.

- *Επιδιορθώσιμο στοιχείο (σύστημα)* είναι κάθε στοιχείο που, αφού αστοχήσει / αποτύχει σε μία από τις λειτουργίες του, επαναφέρεται στην αρχική λειτουργική του κατάσταση με διορθωτική συντήρηση (corrective

maintenance). Η αξιοπιστία του εκφράζεται από την πιθανότητα μη-εμφάνισης αστοχίας σε δεδομένο χρονικό διάστημα, από τον ρυθμό αστοχιών (που ορίζεται αναλυτικά στην συνέχεια) καθώς και από τον μέσο χρόνο μεταξύ αστοχιών (mean time between failures – MTBF) στην ειδική περίπτωση που ο ρυθμός αστοχιών είναι σταθερός. Ενδιαφέρον επίσης παρουσιάζει η διαθεσιμότητα (availability) του στοιχείου, ένα μέγεθος που επηρεάζεται από τον υφιστάμενο ρυθμό αστοχιών καθώς και τον χρόνο – διορθωτικής ή / και προληπτικής (preventive) – συντήρησης του στοιχείου. Ένα επιδιορθώσιμο στοιχείο (συνήθως σύστημα) είναι δυνατόν να αστοχήσει πολλές φορές στην διάρκεια της ωφέλιμης ζωής του, χωρίς όμως οι αστοχίες αυτές (άρα και οι χρόνοι μεταξύ των αστοχιών – times between failures) να είναι απαραίτητα ανεξάρτητες και ομοειδώς κατανεμημένες. Στην πραγματικότητα, αυτός ακριβώς είναι και ο απώτερος σκοπός της Διοίκησης Αξιοπιστίας (Reliability Management) και της αποτελεσματικής μηχανικής: οι χρόνοι μεταξύ διαδοχικών αστοχιών ενός συστήματος να μην είναι ανεξάρτητοι και ομοειδώς κατανεμημένοι αλλά να παρουσιάζουν αυξητική τάση, να τείνουν δηλαδή σε ολοένα και μεγαλύτερες τιμές, γεγονός που καταδεικνύει βελτίωση / ανάπτυξη της αξιοπιστίας (reliability growth) του συστήματος. Είναι φανερό πως οι χρόνοι μεταξύ διαδοχικών αστοχιών που παρουσιάζουν κάποια τάση (αυξανόμενη ή μειούμενη) δεν αποτελούν ανεξάρτητα δείγματα της ίδιας στατιστικής κατανομής και επομένως δεν μπορούν, ούτε κατά προσέγγιση, να περιγραφούν και να μοντελοποιηθούν με μια στατιστική κατανομή.

Υπάρχουν περιπτώσεις όπου το ίδιο στοιχείο μπορεί να θεωρείται ως επιδιορθώσιμο και ως μη-επιδιορθώσιμο. Χαρακτηριστικό παράδειγμα αποτελεί ένας πύραυλος ή ένας δορυφόρος: όσο βρίσκονται στο έδαφος υπόκεινται σε περιοδικούς ελέγχους, συντηρήσεις και –πιθανότατα– επισκευές, ενώ από την στιγμή της εκτόξευσης τους και μετά αποτελούν μη-επιδιορθώσιμα συστήματα. Κατά την ανάλυση της αξιοπιστίας τους θα πρέπει να ληφθούν υπόψη αυτές οι δύο διαφορετικές / ξεχωριστές καταστάσεις.

Παρά το γεγονός ότι τα επιδιορθώσιμα συστήματα αποτελούν τον κανόνα στις μέρες μας, το ενδιαφέρον της βιβλιογραφίας αλλά και της πρακτικής μονοπωλείται από τις τεχνικές ανάλυσης μη-επιδιορθώσιμων συστημάτων και ιδιαίτερα την περιγραφή δεδομένων αξιοπιστίας και συντήρησης^α με στατιστικές κατανομές. Ανησυχητικό είναι το φαινόμενο της άκριτης εφαρμογής αναλόγων μεθόδων στην ανάλυση αξιοπιστίας επιδιορθώσιμων συστημάτων, γεγονός που κατά κανόνα οδηγεί σε λανθασμένη ανάλυση, εξαγωγή εσφαλμένων συμπερασμάτων και ως εκ τούτου υιοθέτηση ακατάλληλων πρακτικών όσον αφορά την προσπάθεια βελτίωσης της αξιοπιστίας του συστήματος, την πολιτική συντήρησης του, την πολιτική εγγυήσεων κ.α.

^α Στο εξής, με τον όρο «δεδομένα αξιοπιστίας και συντήρησης» θα εννοούνται τόσο οι χρόνοι μεταξύ διαδοχικών αστοχιών όσο και τα –τυχόν– διαθέσιμα ημιτελή δεδομένα (censored data) που ορίζονται αναλυτικά στο Παράρτημα Α. Επίσης, οι όροι «δεδομένα αξιοπιστίας και συντήρησης» και «δεδομένα αξιοπιστίας» θα χρησιμοποιούνται εναλλακτικά.

1.3 Τύποι Αντικαταστάσεων

Την αστοχία κάποιου εξαρτήματος ενός επιδιορθώσιμου συστήματος ακολουθεί η αντικατάστασή του από ένα άλλο, παρόμοιο εξάρτημα. Το τελευταίο δεν θα πρέπει να έχει χρησιμοποιηθεί ξανά στο ίδιο ή σε άλλο σύστημα (δηλαδή η έναρξη του κύκλου ζωής του ταυτίζεται με την αντικατάσταση του παλαιού εξαρτήματος) και θεωρείται ότι είναι πανομοιότυπο του παλαιού εξαρτήματος (δηλαδή ούτε καλύτερο αλλά ούτε και υποδεέστερό του). Αυτό το είδος αντικατάστασης θεωρείται ως «καλή-σαν-καινούργια» αντικατάσταση («good-as-new» replacement).

Υπάρχουν περιπτώσεις στην πράξη όπου το νέο εξάρτημα δεν είναι «καλό-σαν-καινούργιο», εφάμιλλο του παλαιού, αλλά υποδεέστερό του. Αυτό συμβαίνει όταν το νέο εξάρτημα δεν είναι καινούργιο αλλά έχει ήδη χρησιμοποιηθεί στο ίδιο ή σε άλλο σύστημα για κάποιο χρονικό διάστημα και έχει αποσυρθεί (προληπτικά ή για κάποιο άλλο λόγο) πριν αστοχήσει, με αποτέλεσμα να υπάρχουν βάσιμες αμφιβολίες για την αξιοπιστία του, παρά το γεγονός ότι από λειτουργικής άποψης είναι «καλό-σαν-καινούργιο». Μπορεί ακόμα το εξάρτημα να έχει αστοχήσει ως προς μία συγκεκριμένη –από τις πιθανότατα πολλές– λειτουργία του, να έχει επισκευαστεί ως προς αυτή τη λειτουργία αλλά προφανώς να παραμένει παλιό ως προς τις υπόλοιπες λειτουργίες του. Στις παραπάνω περιπτώσεις το είδος της αντικατάστασης θεωρείται ως «κακή-σαν-παλιά» αντικατάσταση («bad-as-old» replacement).

Θα πρέπει να σημειωθεί πως η ονοματολογία των προαναφερθέντων τύπων αντικατάστασης προέρχεται από τους Ascher & Feingold [1] και χρησιμοποιείται ευρέως στην πράξη.

Οι περισσότερες επισκευές συστημάτων που έχουν αστοχήσει περιλαμβάνουν είτε την αντικατάσταση ενός μικρού μόνο –σε σχέση με το συνολικό σύστημα– αριθμού εξαρτημάτων είτε απλές μηχανολογικές εργασίες όπως για παράδειγμα λίπανση, ρύθμιση λειτουργίας κ.α. Συνεπώς, μπορούμε να θεωρήσουμε, απέχοντας ελάχιστα από την πραγματικότητα, ότι κάθε επιμέρους τμήμα του συστήματος έχει την ίδια «ηλικία» (χρόνο λειτουργίας) τόσο κατά την στιγμή της αστοχίας όσο και μετά την αποκατάστασή της. Είναι δηλαδή φανερό πως η αποκατάσταση μιας βλάβης δεν επαναφέρει το σύστημα στην αρχική, «καλή-σαν-καινούργια» κατάσταση. Θα πρέπει στο σημείο αυτό να τονιστεί ότι η «καλή-σαν-καινούργια» κατάσταση σχετίζεται με την αξιοπιστία του συστήματος και όχι με την ικανότητά του να εκτελεί κάποιες συγκεκριμένες και προκαθορισμένες λειτουργίες. Πιο συγκεκριμένα, η επισκευή ενός συστήματος έχει σαν αποτέλεσμα την επαναφορά του στην αρχική, επιθυμητή λειτουργική κατάσταση και, ως εκ τούτου, μπορεί να θεωρηθεί ισοδύναμο με ένα καινούργιο σύστημα από λειτουργικής σκοπιάς και μόνο. Αντίθετα, η αξιοπιστία του συστήματος, δηλαδή η πιθανότητα το σύστημα να εξακολουθεί να διατηρεί τις λειτουργικές του προδιαγραφές, είναι διαφορετική μετά από κάθε επισκευή συγκριτικά με την αξιοπιστία του την στιγμή που για πρώτη φορά τίθεται σε λειτουργία. Το γεγονός αυτό, δηλαδή η διαφοροποίηση της αξιοπιστίας του συστήματος μετά από κάθε αστοχία και επισκευή, οφείλεται στην διαφορετικότητα μιας «καλής-σαν-καινούργιας» και μιας «κακής-σαν-παλιάς»

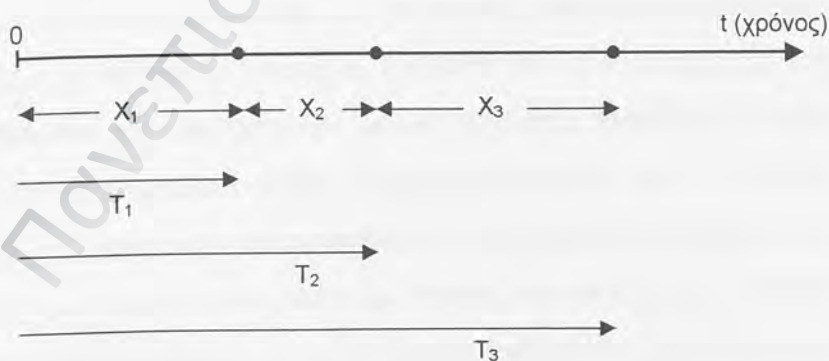
αντικατάστασης: η πρώτη έχει σαν αποτέλεσμα η «ηλικία» (χρόνος λειτουργίας) του συστήματος να μετριέται από την στιγμή της τελευταίας επισκευής, προκαλεί δηλαδή μια ανανέωση στην ζωή του συστήματος, κάτι που δεν επιτυγχάνει η δεύτερη, με αποτέλεσμα η «ηλικία» του συστήματος να εξακολουθεί να υπολογίζεται από την στιγμή που αυτό τέθηκε για πρώτη φορά σε λειτουργία, ή από την τελευταία φορά που έτυχε «καλής-σαν-καινούργιας» επισκευής.

1.4 Στοχαστικές Σημειακές Διαδικασίες (Stochastic Point Processes)

Οι χρόνοι μεταξύ διαδοχικών αστοχιών ενός επιδιορθώσιμου συστήματος μπορεί να είναι περίπου ίσοι ή να διαφοροποιούνται σημαντικά, αυξανόμενοι ή μειούμενοι με την πάροδο του χρόνου. Έτσι, το πλήθος των αστοχιών που λαμβάνουν χώρα σε ίσα, διαδοχικά χρονικά διαστήματα μπορεί να είναι –κατά προσέγγιση– σταθερό, μειούμενο ή αυξανόμενο αντίστοιχα. Το μέγεθος που αποδίδει κατά τον καλύτερο τρόπο τέτοιες –συνεχείς και συστηματικές– μεταβολές ή τάσεις είναι η πρώτη παράγωγος του αναμενόμενου (expected) αριθμού αστοχιών ως προς τον χρόνο. Η τιμή του, σε μια δεδομένη χρονική στιγμή, υπολογίζεται ως το πηλίκο του αθροιστικού αριθμού αποτυχιών που έχουν λάβει χώρα έως την δεδομένη χρονική στιγμή προς τον συνολικό χρόνο λειτουργίας του συστήματος. Το μέγεθος αυτό, που εκφράζει αριθμό αστοχιών στην μονάδα του χρόνου, καλείται *ρυθμός αστοχιών* (failure rate) ή εναλλακτικά

–σύμφωνα με τους Ascher & Feingold [1]– ρυθμός εμφάνισης αστοχιών (rate of occurrence of failures – ROCOF). Στο εξής, οι όροι ρυθμός αστοχιών και ρυθμός εμφάνισης αστοχιών θα χρησιμοποιούνται εναλλακτικά, περιγράφοντας κάθε φορά το πρότυπο / υπόδειγμα σύμφωνα με το οποίο πραγματοποιούνται οι αστοχίες ενός επιδιορθώσιμου συστήματος.

Έστω ένα επιδιορθώσιμο σύστημα που τίθεται σε λειτουργία (είτε για πρώτη φορά είτε μετά από κάποια επισκευή) την χρονική στιγμή $t = 0$. Οι χρόνοι (αφίξεως) των διαδοχικών αστοχιών του είναι: $T_1 < T_2 < \dots < T_{n-1} < T_n = T$ και οι χρόνοι μεταξύ των διαδοχικών αστοχιών του είναι: $X_i = T_i - T_{i-1}$, για $i = 1, 2, \dots, n$ ($T_0 = 0 < T_1$). Οι χρόνοι αποκατάστασης των αστοχιών του συστήματος θεωρούνται αμελητέοι, συγκρινόμενοι με τον χρόνο λειτουργίας του συστήματος. Αυτή η αλληλουχία γεγονότων (στην συγκεκριμένη περίπτωση αστοχιών) παρουσιάζεται στο Διάγραμμα 1.2 και καλείται Στοχαστική Σημειακή Διαδικασία.



Διάγραμμα 1.2: Χρόνοι (αφίξεως) αστοχιών T_i και χρόνοι μεταξύ διαδοχικών αστοχιών X_i , $i = 1, \dots, n$

Συνεπώς, *Στοχαστική Σημειακή Διαδικασία* είναι ένα μαθηματικό μοντέλο περιγραφής ενός φυσικού φαινομένου που χαρακτηρίζεται από γεγονότα τυχαία καταμελημένα σε μία συνεχή βάση / κλίμακα / οριζόντια μέτρησης (continuum) [2]. Κατά την εφαρμογή των Στοχαστικών Σημειακών Διαδικασιών στην ανάλυση επιδιορθώσιμων συστημάτων, ως γεγονότα λαμβάνονται οι αστοχίες του συστήματος ενώ ως συνεχή βάση μέτρησης θεωρείται κάποιο μέγεθος που περιγράφει και μετρά ικανοποιητικά την λειτουργία του συστήματος όπως για παράδειγμα ο χρόνος λειτουργίας (σε ώρες, μέρες κ.λπ.) που αποτελεί και την συνηθέστερη περίπτωση, τα διανυθέντα χιλιόμετρα, οι παραγόμενες μονάδες προϊόντος κ.α. Στο σημείο αυτό, θα πρέπει να σημειωθεί πως οι στοχαστικές διαδικασίες και οι στατικές στατιστικές κατανομές αποτελούν διαφορετικά στατιστικά μοντέλα, αφού γεγονότα που λαμβάνουν χώρα τυχαία σε μία συνεχή βάση δεν μπορούν να περιγραφούν ικανοποιητικά από στατικές στατιστικές κατανομές παρά μόνο από στοχαστικά μοντέλα.

Ένα επιδιορθώσιμο σύστημα που παρουσιάζει σταθερό ρυθμό αστοχιών, περιγράφεται από μια στοχαστική διαδικασία που είναι στάσιμη / στατική (stationary) και μοντελοποιείται με μια *Διαδικασία Ανανέωσης* (Renewal Process). Ο σταθερός ρυθμός αστοχιών καταδεικνύει πως οι διαδοχικές αστοχίες είναι ομοειδώς καταμελημένες και οδηγεί στην βάσιμη υπόθεση ότι το σύστημα μετά από κάθε βλάβη και επισκευή επαναφέρεται σε «καλή-συν-καινούργια» κατάσταση. Οι συγκεντρωθείσες παρατηρήσεις (χρόνοι αστοχιών) μπορεί να θεωρηθούν ότι προέρχονται από διάφορα ομοειδή συστήματα που λειτουργούν ανεξάρτητα και όχι από την επαναλαμβανόμενη χρήση του ίδιου συστήματος. Κατά συνέπεια, όπως ακριβώς συμβαίνει και στην περίπτωση μη-

επιδιορθώσιμων εξαρτημάτων, η χρονολογική αλληλουχία / χρονοεξέλιξη (chronological order) των αστοχιών καθίσταται ανούσια με αποτέλεσμα τα δεδομένα να μπορούν να αναδιαταχθούν κατά μέγεθος και να περιγραφούν από κάποια στατιστική κατανομή (π.χ. την κατανομή Weibull).

Η Διαδικασία Ανανέωσης κατά την οποία οι χρόνοι μεταξύ διαδοχικών αστοχιών είναι εκθετικά κατανεμημένοι αποτελεί ένα ιδιαίτερο στοχαστικό μοντέλο που ονομάζεται *Ομογενής Διαδικασία Poisson* (Homogeneous Poisson Process – HPP). Στην περίπτωση αυτή, οι χρόνοι μεταξύ διαδοχικών αστοχιών είναι ανεξάρτητα δείγματα της ίδιας Εκθετικής κατανομής και ο αναμενόμενος αριθμός αστοχιών του συστήματος σε κάποιο –τυχαίο– χρονικό διάστημα t είναι $\lambda \cdot t$, όπου λ είναι ο σταθερός ρυθμός αστοχιών του συστήματος. Η Ομογενής Διαδικασία Poisson είναι η απλούστερη Στοχαστική Σημειακή Διαδικασία και χρησιμοποιείται ευρέως στη μοντελοποίηση των αστοχιών επιδιορθώσιμων συστημάτων, κάτι που οφείλεται σε κάποιο βαθμό στο *οριακό θεώρημα* (limit theorem), σύμφωνα με το οποίο για κάθε επιδιορθώσιμο σύστημα, όταν ο αριθμός των εξαρτημάτων / στοιχείων που το αποτελούν αυξάνεται και ο χρόνος λειτουργίας του τείνει στο άπειρο, οι χρόνοι μεταξύ διαδοχικών αστοχιών τείνουν να είναι εκθετικά κατανεμημένοι [3]. Επιπρόσθετα, ο Drenick [4] απόδειξε πως ο ρυθμός αστοχιών ενός πολύπλοκου (αποτελούμενου δηλαδή από μεγάλο αριθμό επιμέρους τμημάτων) επιδιορθώσιμου συστήματος τείνει προς κάποια σταθερή τιμή. Παρόλα αυτά, η χρήση της Εκθετικής κατανομής για την περιγραφή δεδομένων αξιοπιστίας επιδιορθώσιμων συστημάτων δεν είναι πάντα ορθή. Αυτό γιατί οι χρόνοι μεταξύ διαδοχικών αστοχιών ενός συστήματος δεν αντιπροσωπεύουν την «ζωή» και λειτουργία

ενός συγκεκριμένου στοιχείου του, αλλά πολλών και διαφορετικών, και επίσης η ανάμιξη και αλληλεξάρτηση πολλών διαφορετικών στοιχείων καθιστά την υπόθεση της τυχαίας πραγματοποίησης των αστοχιών αβάσιμη. Κάτω από αυτές τις συνθήκες, θα πρέπει τα υπάρχοντα δεδομένα (χρόνοι αστοχιών) να ομαδοποιηθούν ανάλογα με την αιτία εμφάνισής τους (να γίνει, δηλαδή, σωστός επιμερισμός των γεγονότων) και στην συνέχεια να περιγραφούν ξεχωριστά από στατιστικές κατανομές.

Ο μεταβαλλόμενος ρυθμός αστοχιών ενός συστήματος καταδεικνύει αφενός ότι οι χρόνοι μεταξύ διαδοχικών αστοχιών δεν είναι ανεξάρτητοι και ομοειδώς κατανεμημένοι και αφετέρου ότι οι αντικαταστάσεις που λαμβάνουν χώρα δεν είναι «καλές-σαν-καινούργιες». Κατά συνέπεια, οποιαδήποτε Διαδικασία Ανανέωσης καθίσταται ακατάλληλη για την περιγραφή μιας τέτοιας κατάστασης και το απλούστερο μοντέλο που μπορεί να χρησιμοποιηθεί είναι η *Μη-Ομογενής Διαδικασία Poisson* (Non-Homogeneous Poisson Process – NHPP), σύμφωνα με την οποία ο ρυθμός αστοχιών δεν είναι σταθερός αλλά μεταβάλλεται (αυξάνεται ή μειώνεται) με την πάροδο του χρόνου. Επιπρόσθετα, οι χρόνοι μεταξύ διαδοχικών αστοχιών δεν είναι εκθετικά κατανεμημένοι (όπως στην Ομογενή Διαδικασία Poisson) και δεν αποτελούν ανεξάρτητα δείγματα κάποιας συγκεκριμένης κατανομής. Συνεπώς, κατά την μοντελοποίηση ενός μεταβαλλόμενου ρυθμού αστοχιών, η υπόθεση ότι τα δεδομένα είναι ανεξάρτητα και ομοειδώς κατανεμημένα και άρα μπορούν να αναδιαταχθούν κατά μέγεθος είναι αβάσιμη. Έτσι, οποιοδήποτε στατιστικό μοντέλο (συμπεριλαμβανομένης της –πολύ συχνά χρησιμοποιούμενης– κατανομής

Weibull) βασίζεται στην παραπάνω υπόθεση είναι ακατάλληλο να περιγράψει δεδομένα αξιοπιστίας που παρουσιάζουν μεταβαλλόμενο ρυθμό αστοχιών.

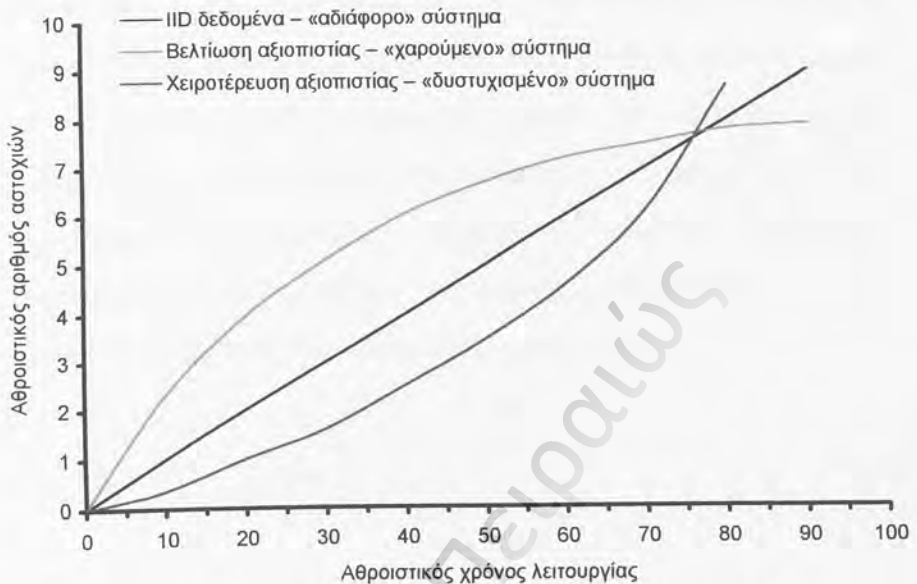
Η Μη-Ομογενής Διαδικασία Poisson είναι το απλούστερο μοντέλο περιγραφής μιας μη-στατικής (non-stationary) σημειακής διαδικασίας. Αναλυτικότερη παρουσίαση των προαναφερθέντων καθώς και άλλων περισσότερο πολύπλοκων και εξειδικευμένων Στοχαστικών Σημειακών Διαδικασιών (Superimposed Renewal Process, Branching Poisson Process) ξεφεύγει από τα πλαίσια της παρούσας Διπλωματικής Εργασίας. Εκτενής αναφορά γίνεται από τους Ascher and Feingold [2] και Cox & Lewis [5].

1.5 Έλεγχος Τάσης (Trend Testing)

Κατά την ανάλυση δεδομένων που προέρχονται από την λειτουργία επιδιορθώσιμων συστημάτων, και πριν την εφαρμογή κάποιου στατιστικού μοντέλου περιγραφής των αστοχιών του συστήματος, είναι απόλυτα αναγκαίο να διαπιστωθεί / ελεγχθεί αν ο ρυθμός αστοχιών είναι –κατά προσέγγιση– σταθερός οπότε η διαδικασία εμφάνισης των αστοχιών είναι στάσιμη / στατική, ή αν οι χρόνοι μεταξύ διαδοχικών αστοχιών παρουσιάζουν κάποια συγκεκριμένη τάση, αύξησης ή μείωσης.

Ο γραφικός / διαγραμματικός έλεγχος αποτελεί την απλούστερη μέθοδο προκειμένου να διαπιστωθεί κάτι τέτοιο και συνίσταται στην διαγραμματική απεικόνιση του αθροιστικού αριθμού αστοχιών ως προς τον αθροιστικό χρόνο λειτουργίας του συστήματος. Το διάγραμμα που προκύπτει είναι γνωστό ως Διάγραμμα Ρυθμού Εμφάνισης Αστοχιών (ROCOF plot) και στην γενική του μορφή παρουσιάζεται στο Διάγραμμα 1.3. Έτσι:

- Αν ο ρυθμός αστοχιών είναι –κατά προσέγγιση– σταθερός τότε τα προκύπτοντα σημεία του διαγράμματος θα είναι συγκεντρωμένα γύρω από μια ευθεία γραμμή, η κλίση της οποίας θα αποτελεί τον –σταθερό– ρυθμό αστοχιών του συστήματος. Στην περίπτωση αυτή, τα δεδομένα μπορεί να θεωρηθούν ως ανεξάρτητα και ομοειδώς κατανομημένα (IID) και είναι δυνατή η αναδιάταξή τους κατά μέγεθος πριν λάβει χώρα η στατιστική τους ανάλυση. Η ευθεία γραμμή του Διαγράμματος Ρυθμού Εμφάνισης Αστοχιών χαρακτηρίζει τα «αδιάφορα συστήματα» (noncommittal systems) [6].
- Αν οι χρόνοι μεταξύ των διαδοχικών αστοχιών παρουσιάζουν τάση μείωσης, τότε η καμπύλη περιγραφής των σημείων του διαγράμματος θα στρέφει τα κοίλα προς τα άνω (concave up). Η συστηματικά αυξανόμενη κλίση της καμπύλης φανερώνει την χειροτέρευση της αξιοπιστίας (reliability deterioration) του συστήματος (αφού με την πάροδο του χρόνου αυξάνεται ο ρυθμός αστοχιών του, δηλαδή εμφανίζονται ολοένα και περισσότερες αστοχίες στην μονάδα του χρόνου) και χαρακτηρίζει τα «δυσυχισμένα συστήματα» («sad systems») [6].



Διάγραμμα 1.3: Διάγραμμα Ρυθμού Εμφάνισης Αστοχιών (ROCOF plot)

- Αν οι χρόνοι μεταξύ διαδοχικών αστοχιών παρουσιάζουν τάση αύξησης, τότε η καμπύλη περιγραφής των σημείων του διαγράμματος θα στρέφει τα κοίλα προς τα κάτω (concave down). Η συστηματικά μειούμενη κλίση της καμπύλης φανερώνει την βελτίωση / ανάπτυξη της αξιοπιστίας (reliability growth) του συστήματος (αφού με την πάροδο του χρόνου μειώνεται ο ρυθμός αστοχιών του, δηλαδή εμφανίζονται ολοένα και λιγότερες αστοχίες στη μονάδα του χρόνου) και χαρακτηρίζει τα «ευτυχισμένα συστήματα» («happy systems») [6].

Μια πιο τυπική εκτίμηση της ύπαρξης τάσης σε δεδομένα αξιοπιστίας μπορεί να γίνει με την χρήση στατιστικών ελέγχων. Εκτενής παρουσίαση των υπαρχόντων

στατιστικών ελέγχων τάσης γίνεται από τους Cox & Lewis [7] και Ascher & Feingold [8]. Ο στατιστικός έλεγχος τάσης που προτάθηκε από τον Laplace (1773) ξεχωρίζει για την απλότητα, την ευκολία εφαρμογής του και την αξιοπιστία των παραγόμενων αποτελεσμάτων (σε σχέση με άλλους –περισσότερο πολύπλοκους μαθηματικά– ελέγχους) [8,9,10,11]. Χρησιμοποιείται για τον έλεγχο της αρχικής (null) υπόθεσης ύπαρξης Ομογενούς Διαδικασίας Poisson και βασίζεται στο μέγεθος:

$$U = \frac{\frac{\sum_{i=1}^n T_i}{n} - \frac{T}{2}}{T \sqrt{\frac{1}{12 \cdot n}}} = \sqrt{12 \cdot n} \left(\frac{\sum_{i=1}^n T_i}{n \cdot T} - 0.5 \right) \quad (1.1)$$

που ακολουθεί την Τυπική Κανονική κατανομή (Standard Normal distribution).

Στην ανωτέρω εξίσωση:

T είναι ο συνολικός χρόνος παρατήρησης της λειτουργίας του συστήματος

T_i είναι ο χρόνος (αφίξεως) της i αστοχίας

n είναι το πλήθος των αστοχιών του συστήματος

Όταν $U = 0$, δεν υπάρχει τάση και η διαδικασία είναι στάσιμη / στατική. Όταν $U < 0$, ο ρυθμός αστοχιών παρουσιάζει τάση μείωσης δηλαδή οι χρόνοι μεταξύ διαδοχικών αστοχιών τείνουν συστηματικά προς μεγαλύτερες τιμές. Αντίθετα, όταν $U > 0$, ο ρυθμός αστοχιών παρουσιάζει τάση αύξησης, δηλαδή οι χρόνοι μεταξύ διαδοχικών αστοχιών τείνουν συστηματικά προς μικρότερες τιμές.

Θα πρέπει να σημειωθεί πως η σχέση 1.1 εφαρμόζεται στην περίπτωση που το χρονικό διάστημα παρατήρησης της λειτουργίας του συστήματος τερματίζεται σε μια προκαθορισμένη χρονική στιγμή (time-terminated). Όταν το χρονικό διάστημα παρατήρησης της λειτουργίας του συστήματος τερματίζεται με την εμφάνιση μιας αστοχίας (failure-terminated) το n στην σχέση 1.1 θα πρέπει να

αντικατασταθεί με το $n-1$ [12], δηλαδή:
$$U = \sqrt{12 \cdot (n-1)} \left(\frac{\sum_{i=1}^{n-1} T_i}{(n-1) \cdot T} - 0.5 \right).$$

Με δεδομένο ότι το U ακολουθεί την Τυπική Κανονική κατανομή, μπορούμε να ελέγξουμε την αρχική υπόθεση μη ύπαρξης τάσης στα –με χρονολογική σειρά κατανεμημένα– δεδομένα συγκρίνοντας την τιμή του U με την τιμή της τυπικής κανονικής μεταβλητής z . Για παράδειγμα αν για κάποιο σετ δεδομένων προκύπτει $U = 1.70$ τότε μπορούμε να απορρίψουμε την αρχική υπόθεση μη ύπαρξης τάσης, αφού $U = 1.70 > 1.645 = z_{1-\alpha}$, για επίπεδο σημαντικότητας $\alpha = 5\%$ και μονόπλευρο έλεγχο.

Ο έλεγχος τάσης κατά Laplace, που είναι επαρκής για $n \geq 4$, όταν το χρονικό διάστημα παρατήρησης τερματίζεται σε μια αστοχία και για $n \geq 3$, όταν το χρονικό διάστημα παρατήρησης τερματίζεται σε μια προκαθορισμένη χρονική στιγμή, βασίζεται στην ακόλουθη λογική [13]: Όταν υφίσταται χειροτέρευση (βελτίωση / ανάπτυξη) της αξιοπιστίας του συστήματος, οι αστοχίες –άρα και οι χρόνοι T_i – τείνουν να εμφανίζονται μετά (πριν) το μεσοδιάστημα του συνολικού χρόνου T παρατήρησης της λειτουργίας του συστήματος, με αποτέλεσμα το άθροισμα αυτών των χρόνων, δηλαδή το $\sum_{i=1}^n T_i$ της σχέσης 1.1, να τείνει προς

μεγάλες (μικρές) τιμές και σίγουρα μεγαλύτερες (μικρότερες) από το ήμισυ του γινομένου $n \cdot T$. Στατιστικά σημαντικές θετικές (αρνητικές) τιμές της τυποποιημένης μεταβλητής U αποτελούν σημαντικές ενδείξεις / στοιχεία απόρριψης της αρχικής υπόθεσης ανεξαρτήτων και ομοειδώς κατανεμημένων χρόνων μεταξύ αστοχιών και αποδοχής της υφιστάμενης φθοράς (αποτελεσματικής μηχανικής) του συστήματος, συνεπώς χειροτέρευσης (βελτίωσης / ανάπτυξης) της αξιοπιστίας του και ως εκ τούτου μη-σταθερού ρυθμού αστοχιών.

Ο έλεγχος τάσης σε δεδομένα αξιοπιστίας και συντήρησης θα πρέπει να προηγηθεί οποιασδήποτε προσπάθειας ανάλυσης των δεδομένων και εξαγωγής συμπερασμάτων, προκειμένου να ανιχνευθούν τυχόν συσχετίσεις και συγκεκριμένα πρότυπα που οι χρόνοι μεταξύ διαδοχικών αστοχιών παρουσιάζουν, με απώτερο σκοπό την βελτίωση και βελτιστοποίηση της αποτελεσματικότητας και αποδοτικότητας των προγραμμάτων συντήρησης των επιδιορθώσιμων συστημάτων. Η εφαρμογή του ελέγχου τάσης είναι απλή και συνάμα ιδιαίτερα σημαντική. Αποτελεί διαδικασία πρωταρχικής σημασίας, αφού τα αποτελέσματα της θα καθοδηγήσουν τον αναλυτή στην επιλογή του ορθότερου μοντέλου περιγραφής των διαθέσιμων δεδομένων [14].

Στα επόμενα κεφάλαια της παρούσας Διπλωματικής Εργασίας θα καταδειχθεί η αναγκαιότητα εφαρμογής του ελέγχου τάσης κατά Laplace και η μεγάλη σημασία της ανάλυσης των δεδομένων σύμφωνα με την χρονοεξέλιξή τους, μέσα από την ανάλυση συγκεκριμένων σετ δεδομένων αξιοπιστίας και συντήρησης. Τα χρησιμοποιηθέντα σετ δεδομένων μπορούν να διακριθούν σε:

(α) σετ δεδομένων που έχουν προκύψει από την παρατήρηση συστημάτων στην πράξη και εμφανίζονται / χρησιμοποιούνται ευρέως στην βιβλιογραφία και
(β) σετ δεδομένων που παρήχθησαν κατά τυχαίο τρόπο, με χρήση αλγορίθμων παραγωγής τυχαίων αριθμών. Συγκεκριμένα:

- Στο Κεφάλαιο 2 πραγματοποιείται ο έλεγχος τάσης κατά Laplace για όλους τους δυνατούς διατεταγμένους συνδυασμούς (permutations) διαφόρων σετ δεδομένων αξιοπιστίας και συντήρησης (χρόνων μεταξύ διαδοχικών αστοχιών και προληπτικών αντικαταστάσεων) της βιβλιογραφίας.
- Στο Κεφάλαιο 3 πραγματοποιείται ο έλεγχος τάσης κατά Laplace για όλους τους δυνατούς διατεταγμένους συνδυασμούς τυχαία παραχθέντων σετ δεδομένων, που ακολουθούν την κατανομή Weibull.
- Στο Κεφάλαιο 4 πραγματοποιείται ο έλεγχος τάσης κατά Laplace για συγκεκριμένο πλήθος τυχαία παραχθέντων διατεταγμένων συνδυασμών διαφόρων σετ δεδομένων της βιβλιογραφίας.
- Στο Κεφάλαιο 5 πραγματοποιείται ο έλεγχος τάσης κατά Laplace για όλους τους δυνατούς διατεταγμένους συνδυασμούς σετ δεδομένων που έχουν προκύψει από πανομοιότυπα επιδιορθώσιμα συστήματα που λειτουργούν παράλληλα και ανεξάρτητα μεταξύ τους και υπό –όσο το δυνατόν– παρόμοιες συνθήκες.

Σε κάθε περίπτωση, αντικειμενικός σκοπός είναι να διαπιστωθεί πόσο σημαντικό είναι το ποσοστό των δυνατών διατεταγμένων συνδυασμών που τα δεδομένα τους δεν είναι ανεξάρτητα και ομοειδώς κατανεμημένα, αλλά παρουσιάζουν κάποια τάση, αυξανόμενη ή μειούμενη, να διαπιστωθεί η μορφή της κατανομής της μεταβλητής U για κάθε σετ δεδομένων που εξετάζεται και να καταδειχθεί ότι η μονοδιάστατη και α priori αντιμετώπιση ενός σετ δεδομένων ως ανεξαρτήτων και ομοειδώς κατανεμημένων παρατηρήσεων και η αναδιάταξή τους κατά μέγεθος είναι συχνά λανθασμένη και ανεπαρκής, αφού συντελεί στην ιστοπέδωση και εξάλειψη του πλούτου των χρήσιμων πληροφοριών που η χρονική αλληλουχία των χρόνων μεταξύ διαδοχικών αστοχιών παρέχει.

1.6 Βιβλιογραφία Κεφαλαίου

1. Ascher, H.E., Feingold, H., «Bad-as-old. Analysis of system failure data», Conference Proceedings, 1969 Annual Reliability and Maintainability Symposium, 1969, σ. 49 – 62.
2. Ascher, H.E., Feingold, H., Repairable Systems Reliability: Modeling, Inference, Misconceptions and their Causes, Marcel Dekker, New York, 1984, σ. 17 – 46.
3. Ascher, H.E., Feingold, H., «Is there repair after failure?», Conference Proceedings, 1978 Annual Reliability and Maintainability Symposium, 1978, σ. 190 – 197.

4. Drenick, R.F., «The failure law of complex equipment», Journal of the Society for the Industrial Applications of Mathematics, Vol. 8 No.4, 1960, σ. 680 – 690.
5. Cox, D.R., Lewis, P.A.W., The Statistical Analysis of Series of Events, Chapman and Hall, London, 1966, σ. 186 – 194, 210 – 222.
6. Ascher, H.E., Feingold, H., Repairable Systems Reliability: Modeling, Inference, Misconceptions and their Causes, Marcel Dekker, New York, 1984, σ. v – viii.
7. Cox, D.R., Lewis, P.A.W., ό.π., σ. 37 – 58.
8. Ascher, H.E., Feingold, H., Repairable Systems Reliability: Modeling, Inference, Misconceptions and their Causes, Marcel Dekker, New York, 1984, σ. 78 – 83.
9. Bain, L.J., Engelhardt, M., Wright, F.T., «Tests for an increasing trend in the intensity of a Poisson process: a power study», J Am Stat Ass, 80(390), 1985, σ. 419 – 422.
10. Lindqvist, B., Kjonstadt, G.A., Meland, N., «Testing for trend in repairable system data», Proceedings ESREL '94, La Baule, France, 1994, σ. 488 – 496.
11. Kvaloy, J.T., Lindqvist, B., «TTT-based tests for trend in repairable system data», Reliability Engineering and System Safety, 60(1), 1998, σ. 13 – 28.
12. O'Connor, P.D.T., Practical Reliability Engineering, John Wiley & Sons, Chichester, 1991, σ. 60 – 62.
13. Bohoris, G.A., «Trend testing in reliability engineering», International Journal of Quality & Reliability Management, Vol. 13 No. 2, 1996, σ. 45 – 54.

14. Ascher, H.E., Feingold, H., Repairable Systems Reliability: Modeling, Inference, Misconceptions and their Causes, Marcel Dekker, New York, 1984, σ. 71 – 73.
15. Bohoris, G.A., «Trend testing for complex repairable systems», International Journal of Quality & Reliability Management, Vol. 13 No. 6, 1996, σ. 18 – 28.

Πανεπιστήμιο Πειραιώς

Κεφάλαιο 2

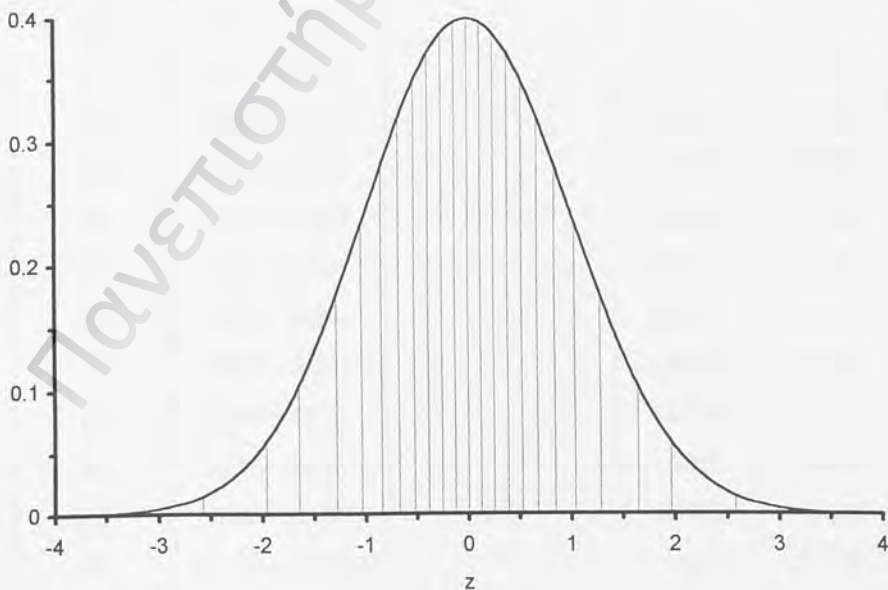
Έλεγχος Τάσης Κατά Laplace Όλων των Δυνατών Διατεταγμένων Συνδυασμών Διαφόρων Σετ Δεδομένων Αξιοπιστίας και Συντήρησης Επιδιορθώσιμων Συστημάτων

2.1 Εισαγωγή

Πρώτο βήμα του πρακτικού μέρους της παρούσας Διπλωματικής Εργασίας ήταν η εφαρμογή του ελέγχου τάσης Laplace για όλους τους δυνατούς διατεταγμένους συνδυασμούς – $\delta\delta\sigma$ (permutations) διαφόρων σετ δεδομένων αξιοπιστίας και συντήρησης (χρόνων μεταξύ διαδοχικών αστοχιών και τυχόν προληπτικών αντικαταστάσεων) επιδιορθώσιμων συστημάτων. Αντικειμενικός σκοπός ήταν να διαπιστωθεί η μορφή της κατανομής των τιμών του μεγέθους U για κάθε σετ δεδομένων και η εξαγωγή συμπερασμάτων σχετικά με την σημασία και την χρησιμότητα εφαρμογής του ελέγχου τάσης κατά Laplace σε δεδομένα αξιοπιστίας επιδιορθώσιμων συστημάτων.

2.2 Μεθοδολογία

Αρχικά, η συνολική επιφάνεια $F(z)$ που περικλείεται από την Τυπική Κανονική κατανομή, την οποία ακολουθεί το στατιστικό μέγεθος U , διαιρέθηκε σε 24 διαδοχικά πεδία $F_i(z)$, $i = 1, 2, \dots, 24$, που είναι ξένα μεταξύ τους και αθροιστικά δίνουν την επιφάνεια $F(z)$. Κάθε πεδίο ορίζεται από δύο τιμές της τυπικής κανονικής μεταβλητής z , τις $z_{i,\alpha}$ και $z_{i,\beta}$, με $z_{i,\alpha} < z_{i,\beta}$, για $i = 1, 2, \dots, 24$, $z_{i,\beta} = z_{i+1,\alpha}$ για $i = 1, 2, \dots, 23$ και $z_{1,\alpha} = -\infty$, $z_{24,\beta} = +\infty$. Το μέγεθος (επιφάνεια) του κάθε πεδίου (ως ποσοστό της συνολικής επιφάνειας που περικλείει η Τυπική Κανονική κατανομή) και οι τιμές της τυπικής κανονικής μεταβλητής z που καθορίζουν τα όριά του παρατίθενται στον Πίνακα 2.1 και παρουσιάζονται διαγραμματικά στο Διάγραμμα 2.1.



Διάγραμμα 2.1: Διαίρεση της επιφάνειας $F(z)$ της Τυπικής Κανονικής κατανομής σε 24 πεδία $F_i(z)$, $i = 1, 2, \dots, 24$

Πίνακας 2.1: Μέγεθος και ακραίες τιμές των 24 πεδίων στα οποία διαιρέθηκε η επιφάνεια της Τυπικής Κανονικής κατανομής

α/α Πεδίου i	Πεδίο	Μέγεθος πεδίου F _i (z) [%]	Ακραίες τιμές πεδίου	
			Z _{i,α}	Z _{i,β}
1	(0% – 0.5%)	0.5	-∞	-2.5758
2	(0.5% – 2.5%)	2	-2.5758	-1.9600
3	(2.5% – 5%)	2.5	-1.9600	-1.6449
4	(5% – 10%)	5	-1.6449	-1.2816
5	(10% – 15%)	5	-1.2816	-1.0364
6	(15% – 20%)	5	-1.0364	-0.8416
7	(20% – 25%)	5	-0.8416	-0.6745
8	(25% – 30%)	5	-0.6745	-0.5244
9	(30% – 35%)	5	-0.5244	-0.3853
10	(35% – 40%)	5	-0.3853	-0.2533
11	(40% – 45%)	5	-0.2533	-0.1257
12	(45% – 50%)	5	-0.1257	0.0000
13	(50% – 55%)	5	0.0000	0.1257
14	(55% – 60%)	5	0.1257	0.2533
15	(60% – 65%)	5	0.2533	0.3853
16	(65% – 70%)	5	0.3853	0.5244
17	(70% – 75%)	5	0.5244	0.6745
18	(75% – 80%)	5	0.6745	0.8416
19	(80% – 85%)	5	0.8416	1.0364
20	(85% – 90%)	5	1.0364	1.2816
21	(90% – 95%)	5	1.2816	1.6449
22	(95% – 97.5%)	2.5	1.6449	1.9600
23	(97.5% – 99.5%)	2	1.9600	2.5758
24	(99.5% – 100%)	0.5	2.5758	+∞

Στην συνέχεια, συγκεντρώθηκαν διάφορα σετ δεδομένων αξιοπιστίας και συντήρησης που εμφανίζονται –και χρησιμοποιούνται ευρέως– στην βιβλιογραφία και υπολογίστηκε το μέγεθος U (σχέση 1.1) για κάθε δds του κάθε σετ δεδομένων. Έτσι, υπολογίστηκαν συνολικά $N!$ ^a τιμές του μεγέθους U για κάθε σετ N χρόνων μεταξύ διαδοχικών αστοχιών και προληπτικών αντικαταστάσεων (αφού το συνολικό πλήθος των δds ενός συνόλου n αριθμών ισούται με $n!$, όπου: $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (n-1) \cdot n$). Κάθε μία τιμή του U που προέκυψε, συγκρίθηκε με τις οριακές τιμές της μεταβλητής z (Πίνακας 2.1) και κατατάχθηκε σε ένα από τα 24 διαστήματα που ορίζονται από αυτές. Έτσι, για κάθε σετ δεδομένων πλήθους N , υπολογίστηκε το ποσοστό per_i του συνόλου $N!$ των τιμών του μεγέθους U , που βρίσκεται σε κάθε ένα από τα 24 διαστήματα της μεταβλητής z , μέσω της σχέσης: $per_i = \frac{num_i}{N!} \times 100\%$, $i = 1, 2, \dots, 24$, όπου num_i είναι το πλήθος των υπολογισθέντων τιμών του U που βρίσκονται μεταξύ των τιμών $z_{i,\alpha}$ και $z_{i,\beta}$. Με τον τρόπο αυτό, μπορούμε να προσδιορίσουμε το ποσοστό των στατιστικά σημαντικών τιμών του U για μονόπλευρο στατιστικό έλεγχο και επίπεδο σημαντικότητας $\alpha = 5\%$ και για δίπλευρο στατιστικό έλεγχο και επίπεδο σημαντικότητας $\alpha = 5\%$, καθώς επίσης να προσδιορίσουμε – διαγραμματικά– την μορφή της κατανομής των τιμών του μεγέθους U για κάθε σετ δεδομένων.

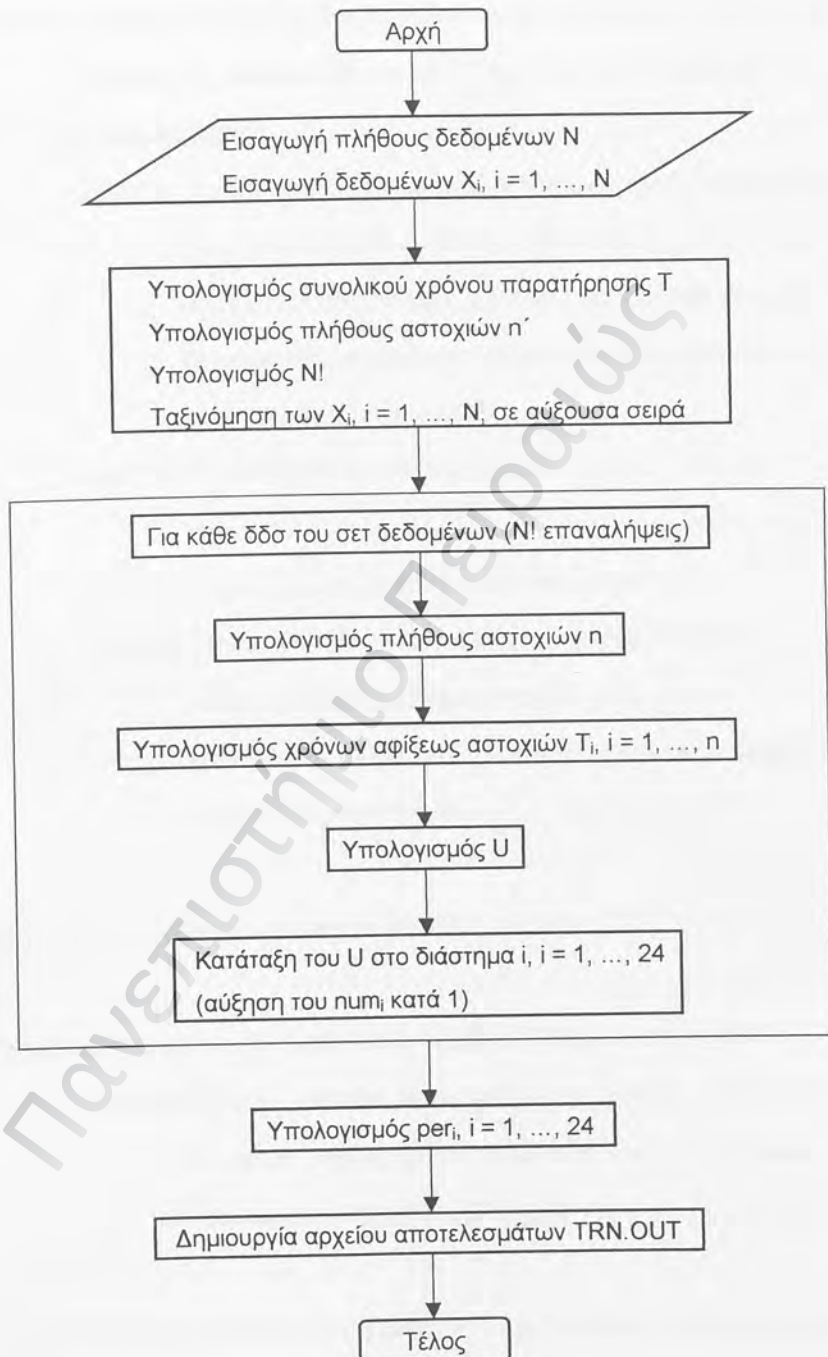
^a Ο συμβολισμός $N!$ καλείται « N παραγοντικό» (« N factorial»).

2.3 Λογισμικό που Αναπτύχθηκε

Λαμβάνοντας υπόψη τον μεγάλο αριθμό των δδσ ενός, έστω και μικρού, σετ δεδομένων (για παράδειγμα, από ένα σετ 7 δεδομένων προκύπτουν $7! = 5,040$ δδσ άρα και 5,040 τιμές του μεγέθους U), καθίσταται αδύνατη η χειρονακτική διεξαγωγή των υπολογισμών που περιγράφηκαν στην προηγούμενη ενότητα 2.2. Για τον λόγο αυτό, αναπτύχθηκε η εφαρμογή TRN.FOR σε γλώσσα προγραμματισμού FORTRAN 77. Στην συνέχεια περιγράφονται αναλυτικά τα βήματα της εφαρμογής, ενώ το λογικό της διάγραμμα (flow chart) παρουσιάζεται στο Διάγραμμα 2.2.

Βήμα 1: Ο χρήστης του προγράμματος εισάγει αρχικά το πλήθος N των δεδομένων αξιοπιστίας (χρόνοι μεταξύ αστοχιών και προληπτικών αντικαταστάσεων) του σετ και στην συνέχεια εισάγει τα δεδομένα X_i , $i = 1, \dots, N$. Τα ημιτελή δεδομένα θα πρέπει να εισαχθούν με αρνητικό πρόσημο ώστε να διακρίνονται από τις ολοκληρωμένες παρατηρήσεις.

Βήμα 2: Υπολογίζεται ο συνολικός χρόνος παρατήρησης T (ως άθροισμα των απολύτων τιμών όλων των δεδομένων), το πλήθος των αστοχιών n' (δηλαδή το πλήθος το θετικών δεδομένων του σετ) και το πλήθος $N!$ των δδσ του σετ δεδομένων. Επιπρόσθετα, τα δεδομένα X_i , $i = 1, \dots, N$, ταξινομούνται σε αύξουσα –κατ' απόλυτη τιμή– σειρά.



Διάγραμμα 2.2: Λογικό διάγραμμα της εφαρμογής TRN.FOR

Βήμα 3: Στο σημείο αυτό ξεκινά μια διαδικασία που επαναλαμβάνεται $N!$ φορές, μία φορά για κάθε ένα δδσ του σετ δεδομένων, και περιλαμβάνει τα ακόλουθα βήματα:

Βήμα 3α: Υπολογίζεται το πλήθος των αστοχιών n του συγκεκριμένου διατεταγμένου συνδυασμού που θα ληφθούν υπόψη στον υπολογισμό του μεγέθους U (αν το τελευταίο δεδομένο του διατεταγμένου συνδυασμού είναι ημιτελής παρατήρηση τότε $n = n'$, διαφορετικά $n = n' - 1$).

Βήμα 3β: Υπολογίζονται οι χρόνοι αρίξεως T_i , $i = 1, \dots, n$, των n αστοχιών.

Βήμα 3γ: Υπολογίζεται το μέγεθος U από την σχέση 1.1.

Βήμα 3δ: Το υπολογισθέν U συγκρίνεται με τις οριακές τιμές της τυπικής κανονικής μεταβλητής z (Πίνακας 2.1) και κατατάσσεται σε ένα από τα 24 διαστήματα, με ταυτόχρονη αύξηση του μετρητή num_i , $i = 1, \dots, 24$, κατά ένα.

Βήμα 4: Υπολογίζονται τα ποσοστά per_i , $i = 1, \dots, 24$.

Βήμα 5: Δημιουργείται το αρχείο αποτελεσμάτων TRN.OUT στο οποίο περιλαμβάνονται το πλήθος N των δεδομένων του σετ, τα δεδομένα X_i , $i = 1, \dots, N$, του σετ, οι τιμές των μετρητών num_i , $i = 1, \dots, 24$, και οι τιμές των ποσοστών per_i , $i = 1, \dots, 24$.

Ο απαιτούμενος υπολογιστικός χρόνος για την εκτέλεση του προγράμματος TRN.FOR είναι –περίπου– ανάλογος με τον αριθμό των επαναλήψεων που

πρέπει να διεξαχθούν. Ο απαιτούμενος αριθμός επαναλήψεων εξαρτάται από το πλήθος N των δεδομένων του χρησιμοποιούμενου σετ και ισούται με $N!$. Όμως, το $N!$ –και μαζί του ο απαιτούμενος υπολογιστικός χρόνος– αυξάνεται με ιλιγγιώδεις ρυθμούς. Συγκεκριμένα, αύξηση της τιμής του N κατά μία μονάδα (από N σε $N+1$), δηλαδή προσθήκη ενός και μόνο νέου δεδομένου, έχει ως αποτέλεσμα την αύξηση των δδσ –άρα των απαιτούμενων επαναλήψεων και του απαιτούμενου υπολογιστικού χρόνου– κατά: $\frac{(N+1)! - N!}{N!} \times 100\% = N \times 100\%$.

Δηλαδή, η εφαρμογή του προγράμματος TRN.FOR για ένα σετ 8 δεδομένων απαιτεί 8 φορές περισσότερο χρόνο από ότι για ένα σετ 7 δεδομένων και, γενικά, η εφαρμογή του προγράμματος για ένα σετ N δεδομένων απαιτεί N φορές περισσότερο χρόνο από ότι για ένα σετ $N-1$ δεδομένων. Εκτελώντας το πρόγραμμα σε διάφορες υπολογιστικές μηχανές (Pentium 166MHz, Pentium 300MHz, Pentium II 200MHz, Κεντρικές Μηχανές του Ε.Μ.Π.: Silicon Graphics SGI 16-processor / 64-bit) για ένα σετ $N = 10$ δεδομένων, καταγράφηκαν οι ακόλουθοι χρόνοι υπολογισμού: Pentium 166MHz: 83", Pentium 300MHz: 60", Pentium II 200MHz: 55", SGI: 37". Οι χρόνοι αυτοί φαντάζουν αρκετά μικροί και λογικοί. Όμως γιγαντώνονται καθώς το N αυξάνεται. Για παράδειγμα, στο πιο γρήγορο –διαθέσιμο– υπολογιστικό σύστημα, αυτό του Κέντρου Ηλεκτρονικών Υπολογιστών του Ε.Μ.Π., ο απαιτούμενος χρόνος για ένα σετ 14 δεδομένων είναι: $37 \cdot 11 \cdot 12 \cdot 13 \cdot 14 \approx 246.9$ ώρες ≈ 10.3 ημέρες, χρονικό διάστημα πολύ μεγάλο. Έτσι, λόγω χρονικών –και μόνο– περιορισμών, το πρόγραμμα TRN.FOR εφαρμόστηκε για σετ δεδομένων με $N \leq 13$.

2.4 Δεδομένα που Χρησιμοποιήθηκαν

Αρχικός στόχος ήταν η εφαρμογή του προγράμματος TRN.FOR για ένα σετ 21 δεδομένων (15 χρόνων μεταξύ διαδοχικών αστοχιών και 6 ημιτελών παρατηρήσεων) [1]. Όμως, για τους λόγους που αναφέρθηκαν στην προηγούμενη ενότητα 2.3, η εφαρμογή του προγράμματος για ένα τόσο μεγάλο σετ δεδομένων ήταν πρακτικά αδύνατη με αποτέλεσμα να περιοριστεί (η εφαρμογή του) σε διάφορα υποσύνολα του συνόλου των παρατηρήσεων, τα οποία παρουσιάζονται σε αύξουσα ταξινόμηση στον Πίνακα 2.2 της επόμενης σελίδας.

Τα υποσύνολα του σετ δεδομένων A επιλέχθηκαν κατά τέτοιο τρόπο ώστε να είναι όσο το δυνατόν περισσότερο αντιπροσωπευτικά του συνόλου των 21 δεδομένων και –ταυτόχρονα– διαφοροποιημένα μεταξύ τους. Αποτελούνται: (α) το σετ 9-1 από τα 9 πρώτα δεδομένα του σετ A, (β) το σετ 9-2 από τα 1° , 3° , 5° , ..., 15° , 17° δεδομένα του σετ A, (γ) το σετ 10-1 από τα πρώτα 10 δεδομένα του σετ A, (δ) το σετ 10-2 από τα 1° , 3° , 5° , ..., 17° , 19° δεδομένα του σετ A, (ε) το σετ 10-3 από τα 9 πρώτα και το 11° δεδομένα του σετ A, (στ) το σετ 10-4 από τα 2° , 4° , 6° , ..., 18° , 20° δεδομένα του σετ A, (ζ) το σετ 10-5 από τα 5 πρώτα και τα 5 τελευταία δεδομένα του σετ A, (η) το σετ 11-1 από τα 11 πρώτα δεδομένα του σετ A και (θ) το σετ 11-2 από τα 1° , 3° , 5° , ..., 19° , 21° δεδομένα του σετ A.

Πίνακας 2.2: Το σετ Α των 21 δεδομένων αξιοπιστίας και συντήρησης και τα χρησιμοποιηθέντα υποσύνολά του

α/α	Σετ Α	Χρησιμοποιηθέντα υποσύνολα του σετ δεδομένων Α								
		σετ 9-1	σετ 9-2	σετ 10-1	σετ 10-2	σετ 10-3	σετ 10-4	σετ 10-5	σετ 11-1	σετ 11-2
1	69	69	69	69	69	69	176	69	69	69
2	176	176	c195	176	c195	176	208	176	176	c195
3	c195	c195	215	c195	215	c195	233	c195	c195	215
4	208	208	289	208	289	208	300	208	208	289
5	215	215	384	215	384	215	390	215	215	384
6	233	233	c393	233	c393	233	441	782	233	c393
7	289	289	453	289	453	289	567	783	289	453
8	300	300	c617	300	c617	300	c718	806	300	c617
9	384	384	782	384	782	384	783	c1000	384	782
10	390			390	806	c393	c1000	c1022	390	806
11	c393								c393	c1022
12	441									
13	453									
14	567									
15	c617									
16	c718									
17	782									
18	783									
19	806									
20	c1000									
21	c1022									

Με την ένδειξη «c» διακρίνονται οι ημιτελής παρατηρήσεις

Επίσης, το πρόγραμμα TRN.FOR εφαρμόστηκε για ένα σετ 12 δεδομένων (σετ 12-1) [2], καθώς και για τρία ακόμη σετ 9, 12 και 13 –αντίστοιχα– χρόνων μεταξύ διαδοχικών αστοχιών (σετ 9-3, 12-2 και 13-1) [3], τα οποία εμφανίζονται στην βιβλιογραφία. Τα σετ δεδομένων 12-1, 9-3, 12-2 και 13-1 παρατίθενται σε αύξουσα ταξινόμηση στον Πίνακα 2.3.

Πίνακας 2.3: Σετ δεδομένων αξιοπιστίας και συντήρησης 12-1, 9-3, 12-2 και 13-1

α/α	ΣΕΤ 12-1	ΣΕΤ 9-3	ΣΕΤ 12-2	ΣΕΤ 13-1
1	12	2	3	9
2	14	3	5	14
3	21	9	7	36
4	23	12	18	37
5	38	104	43	58
6	47	270	85	65
7	51	359	91	100
8	89	438	98	118
9	102	603	100	169
10	108		130	184
11	111		230	201
12	175		487	413
13				447

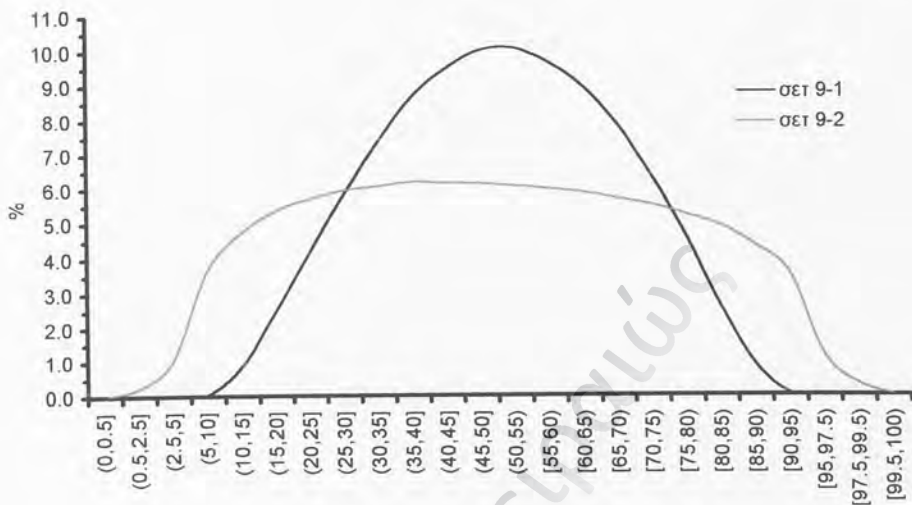
2.5 Αποτελέσματα

Κατά την εφαρμογή του προγράμματος TRN.FOR για τα 13 –συνολικά– σετ δεδομένων που παρουσιάστηκαν στην προηγούμενη ενότητα 2.4, προέκυψαν τα αποτελέσματα που παρατίθενται στον επόμενο Πίνακα 2.4. Να σημειωθεί πως, για κάθε σετ δεδομένων, γίνεται αναφορά στις τιμές των ποσοστών pe_i , $i = 1, \dots, 24$, του συνόλου των τιμών του μεγέθους U που περιέχονται σε κάθε ένα από τα 24 διαστήματα / πεδία της τυπικής κανονικής μεταβλητής z (Πίνακας 2.1) και όχι στο πλήθος nu_{mi} , $i = 1, \dots, 24$, των τιμών του U που περιέχονται σε κάθε διάστημα, αφού τα ποσοστά pe_i είναι συγκρίσιμα για δύο –ή και περισσότερα– σετ με διαφορετικό πλήθος δεδομένων, ενώ οι τιμές nu_{mi} είναι συγκρίσιμες μόνο για δύο –ή και περισσότερα– σετ με το ίδιο πλήθος δεδομένων.

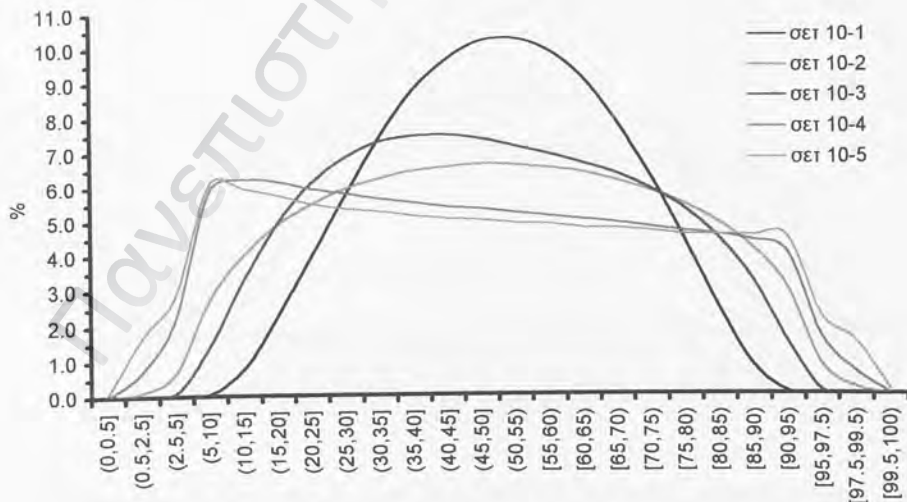
Τα αποτελέσματα που παρατίθενται στον Πίνακα 2.4 παρουσιάζονται στα Διαγράμματα 2.3 έως 2.7. Συγκεκριμένα: (α) στο Διάγραμμα 2.3 παρουσιάζονται οι κατανομές των ποσοστών των τιμών του μεγέθους U για όλους τους δδσ των σετ δεδομένων 9-1 και 9-2, (β) στο Διάγραμμα 2.4 παρουσιάζονται οι αντίστοιχες κατανομές για τα σετ δεδομένων 10-1, 10-2, 10-3, 10-4 και 10-5, (γ) το Διάγραμμα 2.5 αναφέρεται στα σετ δεδομένων 11-1 και 11-2, (δ) το Διάγραμμα 2.6 συνοψίζει τις κατανομές των ποσοστών των τιμών του μεγέθους U για όλους τους δδσ των χρησιμοποιηθέντων υποσυνόλων του σετ δεδομένων A και (ε) το Διάγραμμα 2.7 αναφέρεται στα σετ δεδομένων 12-1, 9-3, 12-2 και 13-1.

Πίνακας 2.4: Αποτελέσματα εφαρμογής του προγράμματος TRN.FOR σε 13 σετ δεδομένων αξιοπιστίας και συντήρησης της βιβλιογραφίας

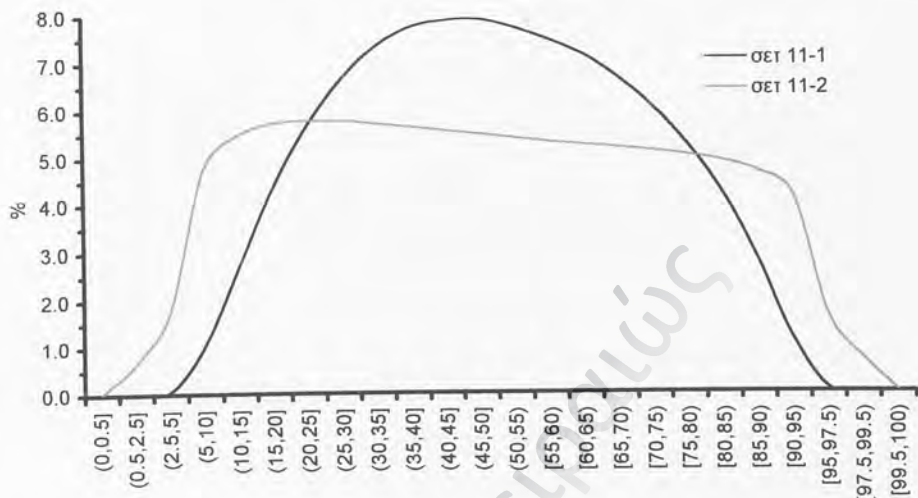
α/α Πεδίου	Ποσοστά pe_i , $i = 1, \dots, 24$, του μεγέθους U σε κάθε πεδίο												
	σετ 9-1	σετ 9-2	σετ 9-3	σετ 10-1	σετ 10-2	σετ 10-3	σετ 10-4	σετ 10-5	σετ 11-1	σετ 11-2	σετ 12-1	σετ 12-2	σετ 13-1
1	0.0	0.0	1.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.1	0.0	0.0	0.0	1.3	0.2
2	0.0	0.2	4.1	0.0	0.1	0.0	0.7	1.7	0.0	0.7	0.3	5.6	2.5
3	0.0	1.0	4.0	0.0	0.7	0.1	2.2	2.9	0.1	1.8	1.3	5.0	3.3
4	0.0	3.7	6.4	0.1	2.8	1.4	5.9	6.1	1.1	4.8	4.0	7.3	5.9
5	0.9	4.7	5.3	0.8	4.0	3.3	6.2	6.0	2.7	5.5	4.9	5.6	5.3
6	2.5	5.4	4.8	2.3	4.9	4.9	6.2	5.8	4.4	5.7	5.4	4.7	5.0
7	4.2	5.7	4.4	4.0	5.5	6.1	5.9	5.5	5.7	5.8	5.5	4.1	4.8
8	5.8	6.0	4.2	5.8	5.9	6.8	5.8	5.4	6.7	5.8	5.7	3.7	4.7
9	7.4	6.1	4.1	7.4	6.2	7.3	5.6	5.3	7.4	5.7	5.7	3.4	4.6
10	8.7	6.2	4.0	8.7	6.5	7.5	5.5	5.1	7.7	5.6	5.7	3.2	4.6
11	9.5	6.2	3.9	9.6	6.6	7.5	5.4	5.1	7.9	5.6	5.8	3.1	4.6
12	10.0	6.2	3.9	10.2	6.6	7.4	5.3	5.0	7.9	5.5	5.7	3.1	4.6
13	10.1	6.1	3.8	10.2	6.6	7.1	5.2	4.9	7.7	5.4	5.7	3.1	4.6
14	9.7	6.0	3.9	9.9	6.5	6.9	5.1	4.9	7.5	5.3	5.8	3.1	4.6
15	9.0	5.9	4.0	9.1	6.4	6.6	5.0	4.8	7.1	5.3	5.7	3.2	4.6
16	7.9	5.7	4.1	7.9	6.2	6.4	4.9	4.8	6.7	5.2	5.7	3.4	4.6
17	6.3	5.5	4.2	6.3	5.9	5.9	4.8	4.7	6.0	5.1	5.7	3.7	4.7
18	4.6	5.2	4.4	4.4	5.5	5.3	4.7	4.6	5.2	5.0	5.5	4.1	4.8
19	2.6	4.9	4.8	2.5	4.9	4.5	4.6	4.6	4.2	4.9	5.4	4.7	5.0
20	0.9	4.4	5.3	0.8	4.2	3.2	4.4	4.5	2.8	4.7	4.9	5.6	5.3
21	0.0	3.6	6.4	0.1	3.0	1.5	4.0	4.5	1.1	4.2	4.0	7.3	5.9
22	0.0	1.2	4.0	0.0	0.9	0.1	1.6	2.2	0.1	1.6	1.3	5.0	3.3
23	0.0	0.3	4.1	0.0	0.2	0.0	0.6	1.5	0.0	0.7	0.3	5.6	2.5
24	0.0	0.0	1.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.1	0.0	0.0	0.0	1.3	0.2



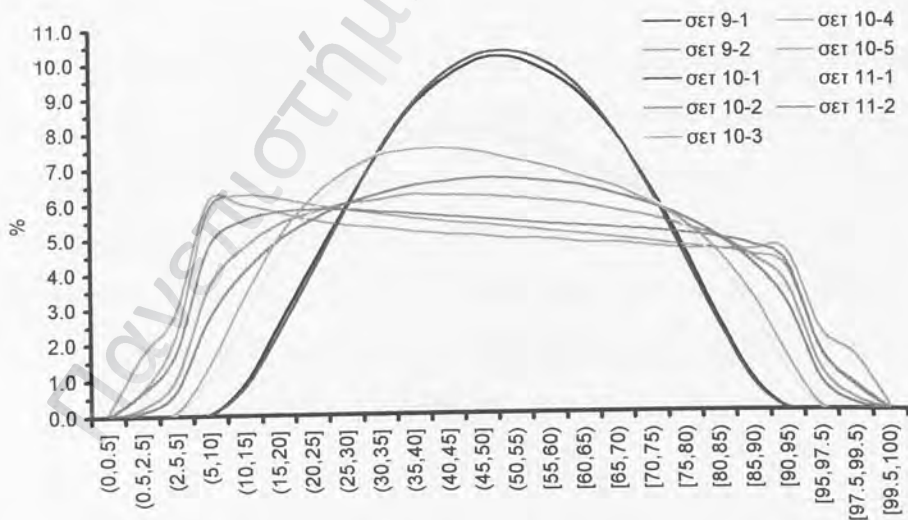
Διάγραμμα 2.3: Κατανομές των ποσοστών των τιμών του μεγέθους U όλων των δδς των σετ δεδομένων 9-1 και 9-2



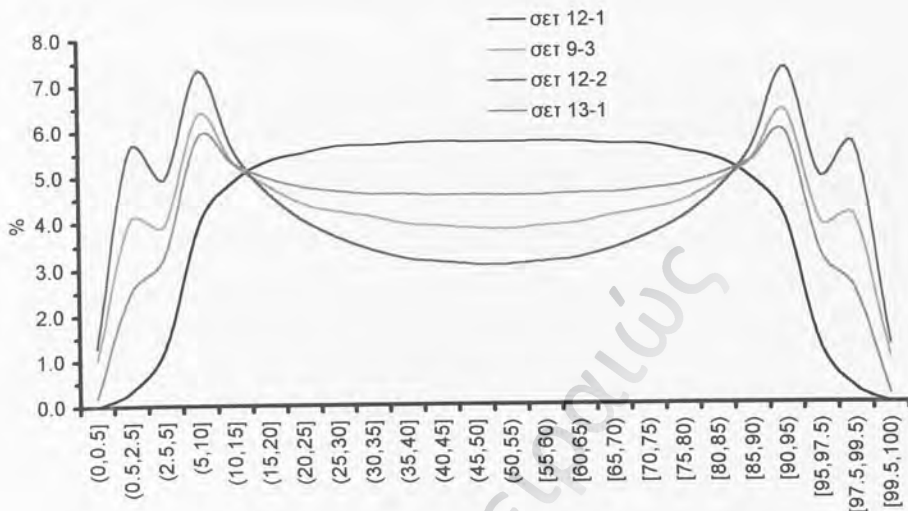
Διάγραμμα 2.4: Κατανομές των ποσοστών των τιμών του μεγέθους U όλων των δδς των σετ δεδομένων 10-1, 10-2, 10-3, 10-4 και 10-5



Διάγραμμα 2.5: Κατανομές των ποσοστών των τιμών του μεγέθους U όλων των δδς των σετ δεδομένων 11-1 και 11-2



Διάγραμμα 2.6: Κατανομές των ποσοστών των τιμών του μεγέθους U όλων των δδς των χρησιμοποιηθέντων υποσυνόλων του σετ δεδομένων A



Διάγραμμα 2.7: Κατανομές των ποσοτών των τιμών του μεγέθους U όλων των δδς των σετ δεδομένων 12-1, 9-3, 12-2 και 13-1

Τέλος, στον ακόλουθο Πίνακα 2.5 παρατίθενται τα ποσοστά των δδς κάθε σετ δεδομένων που παρουσιάζουν στατιστικά σημαντική τιμή του μεγέθους U κατά τον έλεγχο τάσης κατά Laplace για επίπεδο σημαντικότητας $\alpha = 5\%$ και μονόπλευρο έλεγχο καθώς και για επίπεδο σημαντικότητας $\alpha = 5\%$ και δίπλευρο έλεγχο. Στις παραπάνω περιπτώσεις –και για το συγκεκριμένο επίπεδο σημαντικότητας– μπορούμε να απορρίψουμε την αρχική υπόθεση μη-ύπαρξης τάσης στα δεδομένα αξιοπιστίας.

Πίνακας 2.5: Ποσοστά δδσ κάθε σετ δεδομένων με στατιστικά σημαντική τιμή του μεγέθους U

$\alpha\%$	ΣΕΤ 9-1	ΣΕΤ 9-2	ΣΕΤ 9-3	ΣΕΤ 10-1	ΣΕΤ 10-2	ΣΕΤ 10-3	ΣΕΤ 10-4	ΣΕΤ 10-5	ΣΕΤ 11-1	ΣΕΤ 11-2	ΣΕΤ 12-1	ΣΕΤ 12-2	ΣΕΤ 13-1
5 (α) ^α	0.0	1.2	9.1	0.0	0.8	0.1	2.9	4.7	0.1	2.5	1.6	11.9	6.0
5 (δ) ^β	0.0	1.5	9.1	0.0	1.1	0.1	2.2	3.8	0.1	2.3	1.6	11.9	6.0
5 ($\alpha\delta$) ^γ	0.0	0.5	10.2	0.0	0.3	0.0	1.3	3.4	0.0	1.4	0.6	13.8	5.4

^α επίπεδο σημαντικότητας $\alpha = 5\%$ και μονόπλευρος έλεγχος αριστερά

^β επίπεδο σημαντικότητας $\alpha = 5\%$ και μονόπλευρος έλεγχος δεξιά

^γ επίπεδο σημαντικότητας $\alpha = 5\%$ και διπλευρος έλεγχος

2.6 Συζήτηση Αποτελεσμάτων – Συμπεράσματα

Ξεκινώντας από τον τελευταίο Πίνακα 2.5, είναι φανερό πως μόνο ένα μικρό ποσοστό (μικρότερο του 5%) των δδσ των εξετασθέντων σετ δεδομένων –με εξαίρεση τα σετ δεδομένων 9-3, 12-2 και 13-1– παρουσιάζουν στατιστικά σημαντικές τιμές του μεγέθους U για επίπεδο σημαντικότητας $\alpha = 5\%$ και διπλευρο έλεγχο καθώς και για επίπεδο σημαντικότητας $\alpha = 5\%$ και μονόπλευρο έλεγχο. Δηλαδή, για ένα μικρό μόνο ποσοστό των δδσ μπορεί να απορριφθεί η αρχική υπόθεση μη-ύπαρξης τάσης στα δεδομένα αξιοπιστίας και ως εκ τούτου να είναι λανθασμένη η θεώρησή τους ως ανεξαρτήτων και ομοειδώς κατανεμημένων δεδομένων και η αναδιάταξη τους κατά μέγεθος με σκοπό την περιγραφή τους από μια στατιστική κατανομή όπως η κατανομή Weibull. Θα πρέπει όμως να σημειωθεί πως η μη-απόρριψη της αρχικής υπόθεσης μη-ύπαρξης τάσης δεν καθιστά αυτομάτως τα δεδομένα ως

ανεξάρτητα και ομοειδώς κατανεμημένα, αφού έστω και μικρή απόκλιση της τιμής του U από το μηδέν αποτελεί ένδειξη ύπαρξης τάσης (αυξανόμενης αν $U < 0$ και μειούμενης αν $U > 0$) στα δεδομένα αξιοπιστίας, συνεπώς βελτίωσης ή χειροτέρευσης της αξιοπιστίας του συστήματος. Έτσι, ακόμη και αν στατιστικά δεν υπάρχει βάσιμος λόγος μη-θεώρησης των δεδομένων ως ανεξαρτήτων και ομοειδώς κατανεμημένων, μικρές ή μεγαλύτερες αποκλίσεις της τιμής του U από το μηδέν θα πρέπει να ληφθούν σοβαρά υπόψη κατά την μελέτη της αξιοπιστίας του παρατηρούμενου συστήματος.

Περνώντας τώρα στα αποτελέσματα του Πίνακα 2.4, που παρουσιάζονται διαγραμματικά στα Διαγράμματα 2.3 έως 2.7, μπορούμε να παρατηρήσουμε την σημαντική διαφοροποίηση των κατανομών των ποσοστών –άρα και των τιμών– του μεγέθους U μεταξύ των εξετασθέντων σετ δεδομένων. Πιο συγκεκριμένα, και όσον αφορά τις κατανομές των υποσυνόλων του σετ δεδομένων A που παρουσιάζονται στα Διαγράμματα 2-3 έως 2-6, παρατηρείται σημαντική διαφοροποίηση της κατανομής του σετ 9-1 με το σετ 9-2 (Διάγραμμα 2.3), του σετ 10-1 με τα σετ 10-2, 10-4 και 10-5 (Διάγραμμα 2.4) καθώς και του σετ 11-1 με το σετ 11-2 (Διάγραμμα 2.5) κάτι που ήταν αναμενόμενο λόγω των αρκετά διαφοροποιημένων δεδομένων που το κάθε σετ περιέχει. Εξετάζοντας όμως τις κατανομές των σετ 9-1, 10-1 και 11-1 (Διάγραμμα 2.6) μπορούμε να παρατηρήσουμε πως ενώ οι δύο πρώτες ουσιαστικά ταυτίζονται μεταξύ τους, πλησιάζοντας την μορφή της Κανονικής κατανομής, η τρίτη είναι αρκετά διαφορετική, συμπιεσμένη στο κέντρο και περισσότερο ανοιχτή στα άκρα. Το γεγονός αυτό δεν μπορεί να αποδοθεί στην διαφορετικότητα των δεδομένων των σετ (αφού το σετ 11-1 έχει 10 κοινά δεδομένα με το σετ 10-1) αλλά στο ότι

το 11° δεδομένο αποτελεί ημιτελή παρατήρηση. Δηλαδή, η προσθήκη ημιτελών παρατηρήσεων σε ένα συγκεκριμένο σετ δεδομένων έχει ως αποτέλεσμα την σημαντική διαφοροποίηση της κατανομής των τιμών του U –που οι $\delta\delta\sigma$ παρουσιάζουν– και συγκεκριμένα την μεγαλύτερη απόκλισή τους από το μηδέν. Το συμπέρασμα αυτό έρχεται να ενισχύσει η κατανομή του σετ 10-3 που είναι πολύ διαφορετική από αυτήν του σετ 10-1 και σχεδόν όμοια με την αντίστοιχη του σετ 11-1. Χαρακτηριστικές είναι άλλωστε και οι μορφές των κατανομών των σετ 9-2, 10-2, 10-4, 10-5 και 11-2 που περιέχουν περισσότερες ημιτελείς παρατηρήσεις από τα σετ 9-1 και 10-1.

Περνώντας τώρα στο Διάγραμμα 2.7 και στις κατανομές των σετ 12-1, 9-3, 12-2 και 13-1, παρατηρείται μεγάλη συγκέντρωση των τιμών του U στα άκρα των κατανομών των τριών τελευταίων σετ, ενώ η κατανομή του σετ 12-1 είναι σχεδόν σταθερή. Για τα σετ 9-3, 12-2 και 13-1, τα ποσοστά των $\delta\delta\sigma$ που παρουσιάζουν στατιστικά σημαντική τιμή για το μέγεθος U είναι αξιοσημείωτα (10.2, 13.8 και 5.4% αντίστοιχα για δίπλευρο έλεγχο και επίπεδο σημαντικότητας $\alpha = 5\%$: 9.1, 11.9 και 6.0% αντίστοιχα για επίπεδο σημαντικότητας $\alpha = 5\%$ και μονόπλευρο έλεγχο) ενώ τα αντίστοιχα ποσοστά για το σετ 12-1 είναι μεν χαμηλά (0.6 και 1.6% αντίστοιχα) όμως είναι σημαντική η απόκλιση των τιμών του U από το μηδέν. Με βάση το γεγονός ότι κανένα από αυτά τα σετ δεδομένων δεν περιέχουν ημιτελής παρατηρήσεις, επιχειρήσαμε να εξηγήσουμε με μια διαφορετική προσέγγιση την μορφή των κατανομών των τιμών του μεγέθους U που οι $\delta\delta\sigma$ των σετ δεδομένων παρουσιάζουν.

Έτσι, υπολογίστηκαν αναλυτικά (μέσω των σχέσεων A.1 και A.2 που παρατίθενται στο Παράρτημα A) οι τιμές των παραμέτρων σχήματος (β) και κλίμακας (η) της κατανομής Weibull που περιγράφει κάθε ένα από τα 13 χρησιμοποιηθέντα σετ δεδομένων. Η επίλυση της σχέσης A.1 για τον υπολογισμό του β έγινε με την εφαρμογή SOLVER.XLA του προγράμματος MS EXCEL 97. Τα αποτελέσματα που προέκυψαν παρουσιάζονται στον ακόλουθο Πίνακα 2.6.

Πίνακας 2.6: Τιμές των παραμέτρων σχήματος (β) και κλίμακας (η) της κατανομής Weibull που περιγράφει κάθε ένα από τα χρησιμοποιηθέντα σετ δεδομένων αξιοπιστίας και συντήρησης

Σετ	β	η	Σετ	β	η
9-1	3.1	268	12-1	1.4	72
9-2	1.7	528	9-3	0.6	139
10-1	3.0	287	12-2	0.8	95
10-2	1.8	574	13-1	1.0	144
10-3	2.6	297			
10-4	1.6	601			
10-5	1.2	744			
11-1	2.7	310			
11-2	1.5	698			

Παρατηρώντας τα δεδομένα του Πίνακα 2.6 και τα Διαγράμματα 2.3 έως 2.7 μπορούμε να συμπεράνουμε πως η τιμή της παραμέτρου β ενός σετ δεδομένων συνδέεται / σχετίζεται με την μορφή της κατανομής των τιμών του U όλων των δδσ του σετ αυτού. Πιο συγκεκριμένα, μεγάλες τιμές του β (μεγαλύτερες του 2

όπως για τα σετ 9-1, 10-1, 10-3, 11-1) οδηγούν σε κατανομές των τιμών του U όπου παρατηρείται μεγάλη συσσώρευση των τιμών κοντά στην τιμή $U = 0$ ενώ το σχήμα τους πλησιάζει αυτό της Κανονικής κατανομής. Καθώς όμως η τιμή του β μειώνεται (σετ 9-2, 10-2, 10-4, 11-2), γίνεται μικρότερη από 1.5 (σετ 10-5, 12-1) και πλησιάζει την μονάδα, οι τιμές του U των $\delta\delta\sigma$ του σετ δεδομένων παρουσιάζουν ολοένα και μεγαλύτερη απόκλιση από το μηδέν με αποτέλεσμα η προκύπτουσα κατανομή να πλησιάζει την Ομοιόμορφη κατανομή (Uniform distribution). Το παραπάνω φαινόμενο εντείνεται με την περαιτέρω μείωση της τιμής του β (σετ 9-3, 12-2, 13-1) που συντελεί στην ακόμη μεγαλύτερη απόκλιση των τιμών του U από το μηδέν και στην συσσώρευση τους στα άκρα της κατανομής, με αποτέλεσμα η τελευταία να αποκτά το σχήμα που μπορούμε να διακρίνουμε στο Διάγραμμα 2.7. Είναι συνεπώς φανερό πως η μείωση της τιμής της παραμέτρου β οδηγεί στην αύξηση των –απολύτων– τιμών του μεγέθους U των $\delta\delta\sigma$ του σετ δεδομένων και ως εκ τούτου στην αύξηση της πιθανότητας οι τιμές του σετ δεδομένων να μην είναι ανεξάρτητες και ομοειδώς κατανεμημένες, προερχόμενες από ένα «αδιάφορο» σύστημα, αλλά αντίθετα να προέρχονται από ένα «χαρούμενο» ή «δυστυχισμένο» σύστημα.

Συμπερασματικά μπορούμε να πούμε πως ένα σετ δεδομένων αξιοπιστίας και συντήρησης (χρόνων μεταξύ διαδοχικών αστοχιών και προληπτικών αντικαταστάσεων) το οποίο μπορεί να περιγραφεί από μια κατανομή Weibull με παράμετρο σχήματος (β) μικρότερη του 1.5 (ουσιαστικά δηλαδή από μία κατανομή σχεδόν όμοια με την Εκθετική κατανομή) είναι πολύ πιθανό να προέρχεται από ένα «μη-αδιάφορο» σύστημα, οπότε ο έλεγχος τάσης των δεδομένων –πριν την οποιαδήποτε στατιστική τους ανάλυση και επεξεργασία–

είναι απόλυτα αναγκαίος. Αντίθετα, ένα σει δεδομένων το οποίο περιγράφεται από μια κατανομή Weibull με παράμετρο σχήματος (β) μεγαλύτερη του 1.5 (ουσιαστικά δηλαδή από μία κατανομή σχεδόν όμοια με την Κανονική κατανομή) προέρχεται πιθανότατα από ένα «αδιάφορο» σύστημα, οπότε ο υπολογισμός του μεγέθους U (δηλαδή ο έλεγχος ύπαρξης τάσης στα δεδομένα) είναι λιγότερο –ή και καθόλου– απαραίτητος.

Το συμπέρασμα αυτό καθίσταται ακόμη πιο σημαντικό όταν, για οποιοδήποτε λόγο (π.χ. ελλιπής ή λανθασμένη τήρηση αρχείου αστοχιών / συντηρήσεων, παλαιά δεδομένα), είναι άγνωστη στον αναλυτή η χρονική αλληλουχία των δεδομένων, οπότε ο έλεγχος τάσης, μέσω του υπολογισμού του μεγέθους U , είναι πρακτικά αδύνατος. Στις περιπτώσεις αυτές, υπολογίζοντας αναλυτικά την τιμή του β μπορούμε: (α) αν $\beta > 1.5$ να θεωρήσουμε –με ένα μεγαλύτερο (για μεγάλες τιμές του β , οπότε η κατανομή Weibull προσεγγίζει την Κανονική κατανομή) ή μικρότερο (για τιμές του β κοντά στο 1.5) βαθμό βεβαιότητας– τα δεδομένα ως ανεξάρτητα και ομοειδώς κατανομημένα, οπότε η άγνοια της χρονικής τους αλληλουχίας δεν αποτελεί πρόβλημα στην ανάλυση τους, ενώ (β) αν $\beta < 1.5$ (οπότε η κατανομή Weibull προσεγγίζει την Εκθετική Κατανομή) να θεωρήσουμε ότι –πιθανότατα (και ειδικά αν $\beta < 1.0$)– τα δεδομένα αξιοπιστίας παρουσιάζουν συστηματική τάση αύξησης ή μείωσης, προερχόμενα από ένα «μη-αδιάφορο» σύστημα, οπότε η άγνοια της χρονικής τους αλληλουχίας αποτελεί αξεπέραστο εμπόδιο στην ορθή ανάλυση και επεξεργασία τους.

Στο επόμενο κεφάλαιο επιχειρείται ο έλεγχος / πιστοποίηση του παραπάνω συμπεράσματος. Για τον σκοπό αυτό πραγματοποιείται ο έλεγχος τάσης κατά

Laplace για όλους τους δυνατούς διατεταγμένους συνδυασμούς τυχαία παραχθέντων σετ δεδομένων αξιοπιστίας και συντήρησης που ακολουθούν την κατανομή Weibull, για διάφορες τιμές της παραμέτρου κλίμακας (β).

2.7 Βιβλιογραφία Κεφαλαίου

1. Bohoris, G.A., «Comparison of the Cumulative-Hazard and Kaplan-Meier estimators of the survivor function», IEEE Transactions on Reliability, Vol.43 No. 2, June 1994, σ. 230 – 232.
2. O'Connor, P.D.T., Practical Reliability Engineering, John Wiley & Sons, Chichester, 1991, σ. 61 – 62.
3. Cox, D.R. & Lewis, P.A.W., The Statistical Analysis of Series of Events, Chapman and Hall, London, 1966, σ. 6.

Κεφάλαιο 3

Έλεγχος Τάσης Κατά Laplace Όλων των Δυνατών Διατεταγμένων Συνδυασμών Τυχαία Παραχθέντων Σετ Δεδομένων Αξιοπιστίας και Συντήρησης

3.1 Εισαγωγή

Δεύτερο βήμα του πρακτικού μέρους της παρούσας Διπλωματικής Εργασίας ήταν η εφαρμογή του ελέγχου τάσης κατά Laplace για όλους τους δυνατούς διατεταγμένους συνδυασμούς τυχαία παραχθέντων σετ δεδομένων αξιοπιστίας και συντήρησης επιδιορθώσιμων συστημάτων. Η «δειγματοληψία» των σετ δεδομένων έγινε από την κατανομή Weibull για διάφορες τιμές της παραμέτρου σχήματος (β), διατηρώντας σταθερή την παράμετρο κλίμακας (η). Αντικειμενικός σκοπός ήταν ο έλεγχος / πιστοποίηση του συμπεράσματος που εξαχθηκε –μέσω της μελέτης δεδομένων αξιοπιστίας επιδιορθώσιμων συστημάτων της βιβλιογραφίας– στο προηγούμενο κεφάλαιο, σύμφωνα με το οποίο η κατανομή των τιμών του μεγέθους U όλων των $\delta\delta\sigma$ ενός σετ δεδομένων σχετίζεται άμεσα με την τιμή της παραμέτρου β της κατανομής Weibull που περιγράφει το συγκεκριμένο σετ δεδομένων.

3.2 Μεθοδολογία

Η ουσιαστικότερη διαφοροποίηση της μεθοδολογίας που ακολουθήθηκε στο παρόν κεφάλαιο, σε σχέση με την αντίστοιχη του προηγούμενου Κεφαλαίου 2, έγκειται στην χρησιμοποίηση τυχαία παραχθέντων σετ δεδομένων αξιοπιστίας, και όχι σετ δεδομένων αξιοπιστίας της βιβλιογραφίας. Η δειγματοληψία των σετ δεδομένων έγινε από την –ευρέως χρησιμοποιούμενη στην περιγραφή και μοντελοποίηση δεδομένων αξιοπιστίας και συντήρησης– κατανομή Weibull, με προκαθορισμένες τις τιμές των παραμέτρων σχήματος (β) και κλίμακας (η). Θα πρέπει να σημειωθεί πως τα παραχθέντα σετ δεδομένων αξιοπιστίας αποτελούνται αποκλειστικά από χρόνους μεταξύ διαδοχικών αστοχιών, δεν περιέχουν δηλαδή ημιτελείς παρατηρήσεις.

Γενικά, η διαδικασία παραγωγής τυχαίων δεδομένων που ακολουθούν μια δεδομένη κατανομή περιλαμβάνει δύο στάδια: στο πρώτο στάδιο λαμβάνει χώρα η παραγωγή ενός τυχαίου αριθμού που ακολουθεί την Ομοιόμορφη κατανομή (Uniform distribution) στο διάστημα $[0,1]$ και στο δεύτερο στάδιο λαμβάνει χώρα ένας μαθηματικός μετασχηματισμός του τυχαίου αριθμού, ώστε να μετατραπεί σε έναν νέο τυχαίο αριθμό που ακολουθεί όμως την επιθυμητή κατανομή. Ο μετασχηματισμός ενός τυχαίου αριθμού που ακολουθεί την Ομοιόμορφη κατανομή στο διάστημα $[0,1]$, σε ένα νέο τυχαίο αριθμό που ακολουθεί μία άλλη κατανομή με συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας $f(x)$, στηρίζεται στο γεγονός ότι η αθροιστική πυκνότητα πιθανότητας $F(x)$ ακολουθεί την Ομοιόμορφη κατανομή στο διάστημα $[0,1]$ και ως εκ τούτου μπορεί να

αντικατασταθεί από έναν τυχαίο αριθμό u στο διάστημα αυτό. Έτσι, η επίλυση της συνάρτησης της αθροιστικής πυκνότητας πιθανότητας $F(x)$ (ή $F(t)$) ως προς την ανεξάρτητη μεταβλητή x (ή t) και η αντικατάσταση του $F(x)$ (ή $F(t)$) με τον τυχαίο αριθμό u οδηγεί σε ένα νέο τυχαίο αριθμό, που κατανέμεται ως προς την επιθυμητή κατανομή. Για την κατανομή Weibull, με παράμετρο σχήματος β και παράμετρο κλίμακας η , η παραπάνω διαδικασία έχει ως εξής:

$$F(t) = 1 - e^{-\left(\frac{t}{\eta}\right)^\beta} \Leftrightarrow u = 1 - e^{-\left(\frac{t}{\eta}\right)^\beta} \Leftrightarrow e^{-\left(\frac{t}{\eta}\right)^\beta} = 1 - u \Leftrightarrow \ln\left[e^{-\left(\frac{t}{\eta}\right)^\beta}\right] = \ln(1-u) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -\left(\frac{t}{\eta}\right)^\beta = \ln(1-u) \Leftrightarrow \left(\frac{t}{\eta}\right)^\beta = -\ln(1-u) \Leftrightarrow \left(\frac{t}{\eta}\right) = \ln\left(\frac{1}{1-u}\right) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{t}{\eta} = \left[\ln\left(\frac{1}{1-u}\right)\right]^{\frac{1}{\beta}} \Leftrightarrow t = \eta \left[\ln\left(\frac{1}{1-u}\right)\right]^{\frac{1}{\beta}}$$

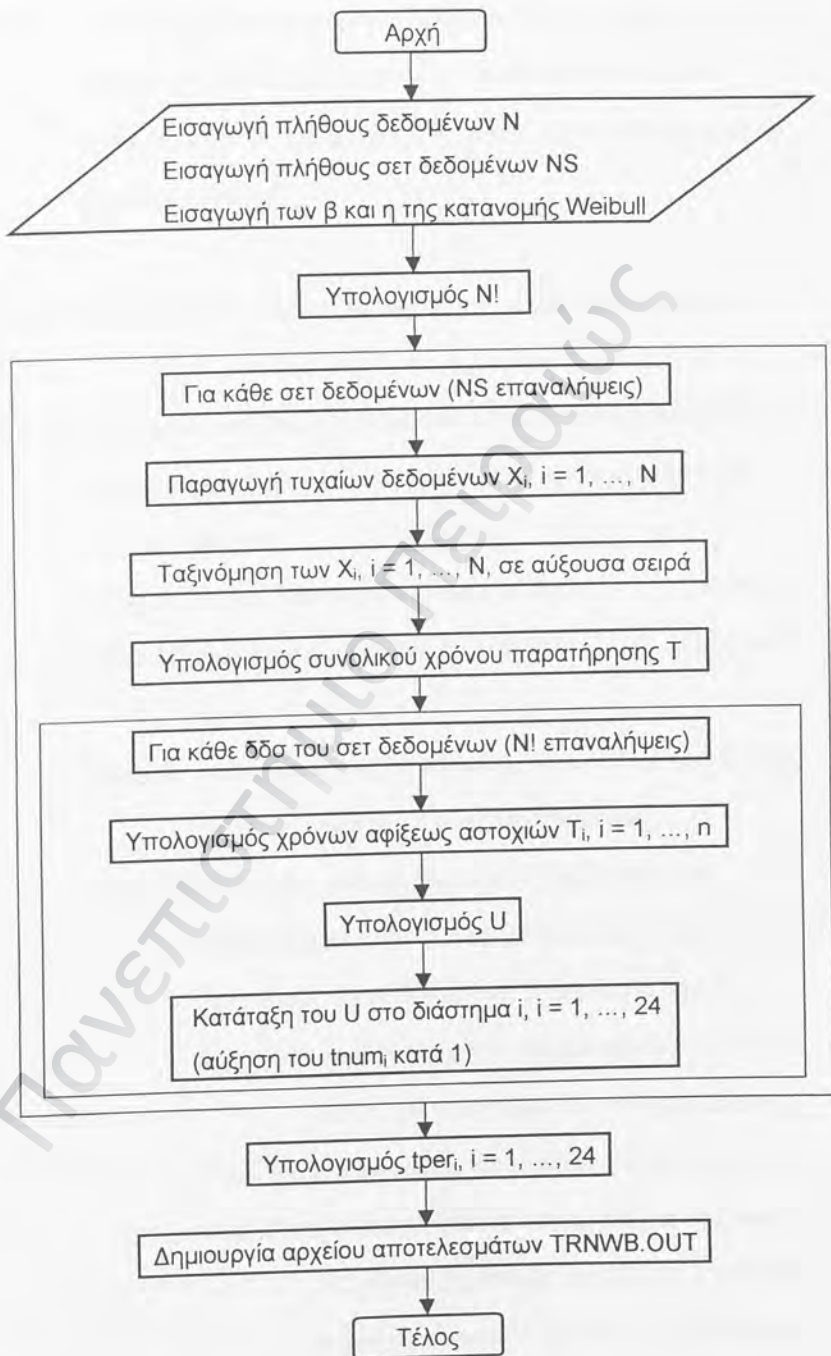
Παρήχθησαν συνολικά $(N \times NS)$ τυχαίοι αριθμοί που ακολουθούν την Ομοιόμορφη κατανομή στο διάστημα $[0,1]$ και μετατράπηκαν σε $(N \times NS)$ τυχαίους αριθμούς που ακολουθούν την κατανομή Weibull, με δεδομένες παραμέτρους β και η , όπου NS είναι το πλήθος των σετ δεδομένων και N είναι το πλήθος των δεδομένων του κάθε σετ.

Στην συνέχεια, για κάθε δδσ του κάθε σετ δεδομένων υπολογίστηκε το στατιστικό μέγεθος U (σχέση 1.1). Συνεπώς, υπολογίστηκαν συνολικά $(N! \times NS)$ τιμές του μεγέθους U , οι οποίες συγκρίθηκαν με τις οριακές τιμές της τυπικής κανονικής μεταβλητής z (Πίνακας 2.1) και κατατάχθηκαν σε ένα από τα 24 διαστήματα που ορίζονται από αυτές. Ακολούθως, υπολογίστηκε το ποσοστό tr_{pe_i} , $i = 1, \dots, 24$, του συνόλου $(N! \times NS)$ των τιμών του μεγέθους U που

βρίσκεται σε κάθε ένα από τα 24 διαστήματα της μεταβλητής z , μέσω της σχέσης: $trper_i = \frac{tnum_i}{N! \times NS} \times 100\%$, όπου $tnum_i$, $i = 1, \dots, 24$, είναι το πλήθος των υπολογισθέντων τιμών του U που βρίσκονται μεταξύ των τιμών $z_{i,a}$ και $z_{i,b}$. Να σημειωθεί πως η παραπάνω διαδικασία εφαρμόστηκε για διάφορες τιμές της παραμέτρου σχήματος β , δηλαδή για διάφορες κατανομές Weibull, με σκοπό να διαπιστωθεί η μορφή της κατανομής των αθροιστικών ποσοστών $trper_i$, $i = 1, \dots, 24$, για κάθε τιμή της παραμέτρου β . Σε κάθε περίπτωση, η τιμή της παραμέτρου κλίμακας (η) διατηρήθηκε σταθερή αφού αυτή σχετίζεται αποκλειστικά με την τάξη μεγέθους των δεδομένων, χωρίς να επηρεάζει την μορφή της κατανομής Weibull.

3.3 Λογισμικό που Αναπτύχθηκε

Για την διεξαγωγή των υπολογισμών που περιγράφηκαν στην προηγούμενη ενότητα 3.2 αναπτύχθηκε η εφαρμογή TRNWB.FOR, σε γλώσσα προγραμματισμού FORTRAN 77, τον πυρήνα της οποίας αποτέλεσε η εφαρμογή TRN.FOR. Για την παραγωγή των απαιτούμενων τυχαίων αριθμών χρησιμοποιήθηκε η υπορουτίνα παραγωγής τυχαίων αριθμών RAN1, που προτείνεται από τους συγγραφείς της [1] ως ιδιαίτερως αξιόπιστη και κατάλληλη για την πλειοψηφία των πρακτικών εφαρμογών. Ακολούθως, περιγράφονται αναλυτικά τα βήματα της εφαρμογής TRNWB.FOR, ενώ το λογικό της διάγραμμα (flow chart) παρουσιάζεται στο Διάγραμμα 3.1.



Διάγραμμα 3.1: Λογικό διάγραμμα της εφαρμογής TRNWB.FOR

Βήμα 1: Ο χρήστης του προγράμματος εισάγει αρχικά το πλήθος N των δεδομένων αξιοπιστίας του κάθε σετ, το πλήθος NS των σετ δεδομένων και τις παραμέτρους σχήματος (β) και κλίμακας (η) της κατανομής Weibull.

Βήμα 2: Υπολογίζεται το πλήθος $N!$ των δδσ του κάθε σετ δεδομένων.

Βήμα 3: Στο σημείο αυτό ξεκινά μια διαδικασία που επαναλαμβάνεται NS φορές, μία φορά για κάθε σετ δεδομένων, και περιλαμβάνει τα ακόλουθα βήματα:

Βήμα 3α: Τυχαία παραγωγή των δεδομένων X_i , $i = 1, \dots, N$, του σετ.

Βήμα 3β: Ταξινόμηση των δεδομένων X_i , $i = 1, \dots, N$, σε αύξουσα σειρά.

Βήμα 3γ: Υπολογισμός του συνολικού χρόνου παρατήρησης T (ως άθροισμα των τιμών όλων των δεδομένων).

Βήμα 3δ: Στο σημείο αυτό ξεκινάει μία νέα διαδικασία που επαναλαμβάνεται $N!$ φορές, μία φορά για κάθε δδσ του σετ δεδομένων, και περιλαμβάνει τα ακόλουθα βήματα:

Βήμα 3δα: Υπολογισμός των χρόνων αρίξεως T_i , $i = 1, \dots, n$, των $n = N-1$ αστοχιών του σετ δεδομένων.

Βήμα 3δβ: Υπολογισμός του μεγέθους U από την σχέση 1.1.

Βήμα 3δγ: Το υπολογισθέν U συγκρίνεται με τις οριακές τιμές της τυπικής κανονικής μεταβλητής z (Πίνακας 2.1) και κατατάσσεται σε ένα από τα 24 διαστήματα, με

ταυτόχρονη αύξηση του μετρητή $tnum_i$, $i = 1, \dots, 24$, κατά ένα.

Βήμα 4: Υπολογισμός των ποσοστών $trpe_i$, $i = 1, \dots, 24$.

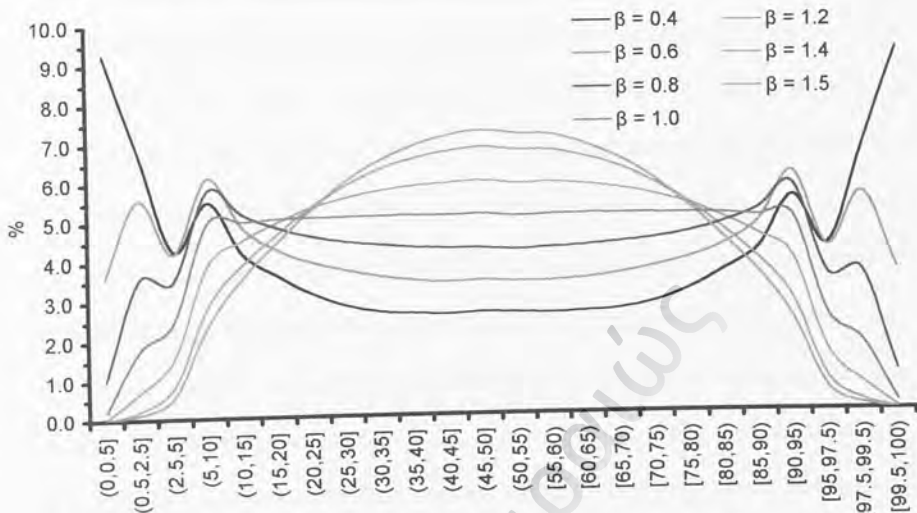
Βήμα 5: Δημιουργία του αρχείου αποτελεσμάτων TRNWB.OUT στο οποίο περιλαμβάνονται το πλήθος NS των σετ δεδομένων, το πλήθος N των δεδομένων του κάθε σετ, οι παράμετροι β και η της κατανομής Weibull, οι τιμές των μετρητών $tnum_i$, $i = 1, \dots, 24$, και οι τιμές των ποσοστών $trpe_i$, $i = 1, \dots, 24$.

3.4 Αποτελέσματα

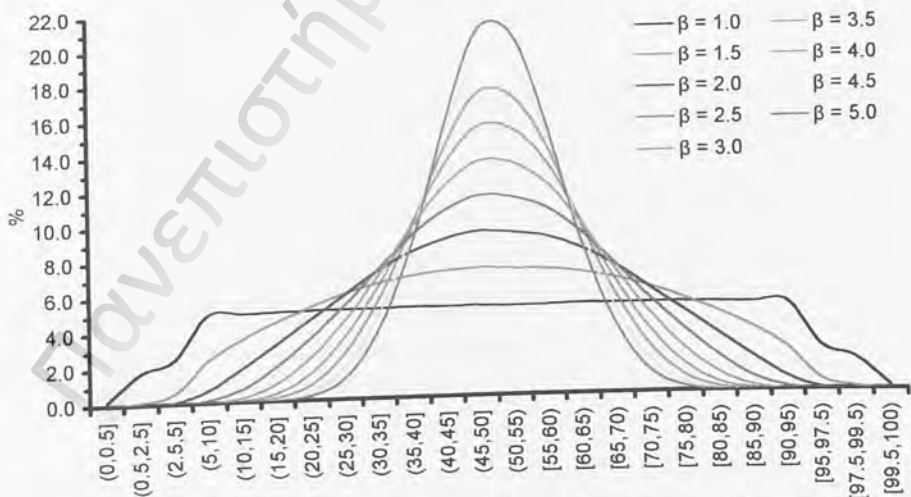
Το πρόγραμμα TRNWB.FOR εφαρμόστηκε για τις εξής τιμές της παραμέτρου σχήματος (β) της κατανομής Weibull: 0.4, 0.6, 0.8, 1.0, 1.2, 1.4, 1.5, 2.0, 2.5, 3.0, 3.5, 4.0, 4.5 και 5.0. Ως ελάχιστη και μέγιστη τιμή για την παράμετρο β επιλέχθηκαν το 0.4 και το 5.0 αντίστοιχα, αφού η εμφάνιση μικρότερων ή μεγαλύτερων τιμών είναι ιδιαίτερως ασυνήθιστη στην πράξη. Για τιμές του β μικρότερες του 1.5, το βήμα αύξησής του ήταν 0.2, ενώ για τιμές μεγαλύτερες του 1.5, το βήμα αύξησης ήταν 0.5. Σε κάθε περίπτωση, η τιμή της παραμέτρου κλίμακας (η) διατηρήθηκε σταθερή και ίση με 100. Οι μεταβλητές N και NS έλαβαν τις τιμές: N = 7 και NS = 100, N = 8 και NS = 100, N = 9 και NS = 100.

Δηλαδή, το πρόγραμμα TRNWB.FOR εφαρμόστηκε για κάθε ζεύγος τιμών των παραμέτρων β και η (14 ζεύγη) και για κάθε ζεύγος τιμών των μεταβλητών N και NS (3 ζεύγη), συνολικά 52 φορές. Τα αποτελέσματα που προέκυψαν, δηλαδή οι τιμές των αθροιστικών ποσοστών $tr_{\eta i}$, $i = 1, \dots, 24$, για τα 100 σετ των 9 δεδομένων και για κάθε συνδυασμό τιμών των παραμέτρων β και η παρουσιάζονται στον Πίνακα 3.1 στην επόμενη σελίδα. Ανάλογα αποτελέσματα για τα 100 σετ των 7 και 8 δεδομένων παρουσιάζονται στους Πίνακες Β.1 και Β.2 αντίστοιχα του Παραρτήματος Β.

Τα αποτελέσματα που παρτίθενται στον Πίνακα 3.1 παρουσιάζονται στα Διαγράμματα 3.2 και 3.3. Συγκεκριμένα: (α) στο Διάγραμμα 3.2 παρουσιάζονται οι κατανομές των αθροιστικών ποσοστών $tr_{\eta i}$, $i = 1, \dots, 24$, των τιμών του μεγέθους U όλων των $\delta\delta\sigma$ των 100 σετ 9 δεδομένων αξιοπιστίας με $\beta = 0.4, 0.6, 0.8, 1.0, 1.2, 1.4, 1.5$ και $\eta = 100$ και (β) στο Διάγραμμα 3.3 παρουσιάζονται οι κατανομές των αθροιστικών ποσοστών $tr_{\eta i}$, $i = 1, \dots, 24$, των τιμών του μεγέθους U όλων των $\delta\delta\sigma$ των 100 σετ 9 δεδομένων αξιοπιστίας με $\beta = 1.0, 1.5, 2.0, 2.5, 3.0, 3.5, 4.0, 4.5, 5.0$ και $\eta = 100$. Αντίστοιχα διαγράμματα για τα 100 σετ 7 δεδομένων και τα 100 σετ 8 δεδομένων παρτίθενται στο Παράρτημα Β (Διαγράμματα Β.1 έως Β.4).



Διάγραμμα 3.2: Κατανομές των ποσοστών των τιμών του μεγέθους U όλων των δδς 100 σετ 9 δεδομένων, τυχαία παραχθέντων, που ακολουθούν την κατανομή Weibull, με $\eta = 100$ και $\beta = 0.4, 0.6, 0.8, 1.0, 1.2, 1.4, 1.5$



Διάγραμμα 3.3: Κατανομές των ποσοστών των τιμών του μεγέθους U όλων των δδς 100 σετ 9 δεδομένων, τυχαία παραχθέντων, που ακολουθούν την κατανομή Weibull, με $\eta = 100$ και $\beta = 1.0, 1.5, 2.0, 2.5, 3.0, 3.5, 4.0, 4.5, 5.0$

Τέλος, στον ακόλουθο Πίνακα 3.2 παρατίθενται τα ποσοστά των δδσ των 100 σετ 9 δεδομένων –τυχαία παραχθέντων, που ακολουθούν την κατανομή Weibull με $\eta = 100$ και διάφορες τιμές του β – που παρουσιάζουν στατιστικά σημαντική τιμή του μεγέθους U κατά τον έλεγχο τάσης κατά Laplace για επίπεδο σημαντικότητας $\alpha = 5\%$ και μονόπλευρο έλεγχο καθώς και για επίπεδο σημαντικότητας $\alpha = 5\%$ και δίπλευρο έλεγχο. Στις παραπάνω περιπτώσεις –και για το συγκεκριμένο επίπεδο σημαντικότητας– μπορούμε να απορρίψουμε την αρχική υπόθεση μη-ύπαρξης τάσης στα δεδομένα αξιοπιστίας. Ανάλογοι πίνακες για τα 100 σετ 7 δεδομένων αξιοπιστίας και τα 100 σετ 8 δεδομένων αξιοπιστίας παρατίθενται στο Παράρτημα Β (Πίνακες Β.3 και Β.4 αντίστοιχα).

Πίνακας 3.2: Ποσοστά δδσ των 100 σετ 9 δεδομένων –τυχαία παραχθέντων, που ακολουθούν την κατανομή Weibull με $\eta = 100$ και διάφορες τιμές του β – με στατιστικά σημαντική τιμή του μεγέθους U

$\alpha\%$	β													
	0.4	0.6	0.8	1.0	1.2	1.4	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0
5 (α) ^α	20.4	13.4	8.1	4.5	2.3	1.0	0.7	0.1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
5 (δ) ^β	20.4	13.4	8.1	4.5	2.3	1.0	0.7	0.1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
5 ($\alpha\delta$) ^γ	32.2	18.4	9.2	4.0	1.4	0.4	0.2	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

^α επίπεδο σημαντικότητας $\alpha = 5\%$ και μονόπλευρος έλεγχος αριστερά

^β επίπεδο σημαντικότητας $\alpha = 5\%$ και μονόπλευρος έλεγχος δεξιά

^γ επίπεδο σημαντικότητας $\alpha = 5\%$ και δίπλευρος έλεγχος

3.5 Συζήτηση Αποτελεσμάτων – Συμπεράσματα

Τα ποσοστά των δυνατών διατεταγμένων συνδυασμών του συνόλου των 100 σετ 9 δεδομένων που παρουσιάζουν στατιστικά σημαντική τιμή του μεγέθους U για επίπεδο σημαντικότητας $\alpha = 5\%$ και μονόπλευρο ή δίπλευρο έλεγχο κινούνται αντίστροφα από την τιμή της παραμέτρου β της κατανομής Weibull από την οποία προήλθαν, με τυχαίο τρόπο, τα δεδομένα. Όπως προκύπτει από τον Πίνακα 3.2, τα ποσοστά αυτά είναι ιδιαίτερος σημαντικά για τιμές του β μικρότερες του 1.0, μικρότερα για τιμές του β έως 1.5 και γίνονται αμελητέα για τιμές του β μεγαλύτερες του 1.5.

Κατά ανάλογο τρόπο συμπεριφέρονται και οι κατανομές των ποσοστών trng_i , $i = 1, \dots, 24$, των τιμών του μεγέθους U , όπως φαίνεται στα Διαγράμματα 3.2 και 3.3. Για μικρές τιμές του β παρατηρείται μεγάλη απόκλιση των τιμών του U από το μηδέν και συγκέντρωσή τους στα άκρα των κατανομών, για $\beta = 1$ η κατανομή των τιμών του U είναι σχεδόν σταθερή, ενώ για μεγαλύτερες τιμές του β οι προκύπτουσες κατανομές πλησιάζουν την μορφή της Κανονικής κατανομής με αποτέλεσμα να εμφανίζεται ολοένα και μεγαλύτερη συγκέντρωση των τιμών του U γύρω από το μηδέν.

Όμοια συμπεράσματα προκύπτουν και από την μελέτη των Πινάκων Β.3 και Β.4 και των Διαγραμμάτων Β.1 έως Β.4 του Παραρτήματος Β, που αναφέρονται σε 100 τυχαία παραχθέντα σετ 7 και 8 δεδομένων, τα οποία ακολουθούν την κατανομή Weibull με $\eta = 100$ και διάφορες τιμές του β .

Τα αποτελέσματα και τα συμπεράσματα που προέκυψαν από την μελέτη του παρόντος κεφαλαίου έρχονται να ενισχύσουν τα αντίστοιχα του προηγούμενου Κεφαλαίου 2, σύμφωνα με τα οποία η μείωση της τιμής της παραμέτρου σχήματος (β) της κατανομής Weibull που περιγράφει ένα σετ δεδομένων αξιοπιστίας και συντήρησης, αυξάνει την πιθανότητα τα δεδομένα αυτά να παρουσιάζουν κάποια συστηματική τάση –αύξησης ή μείωσης, προερχόμενα από ένα «χαρούμενο» ή «δυστυχημένο» σύστημα αντίστοιχα– και ως εκ τούτου καθιστά απαγορευτική την –συνηθισμένη, πρακτική– αντιμετώπισή τους ως ανεξάρτητα και ομοειδώς κατανεμημένα δεδομένα, προερχόμενα από ένα «αδιάφορο» σύστημα.

3.6 Βιβλιογραφία Κεφαλαίου

1. Press, W.H., Teukolsky, S.A., Vetterling, W.T., Flannery, B.P., Numerical Recipes in FORTRAN, Cambridge University Press, New York, 1992, σ. 269 – 277.

Κεφάλαιο 4

Έλεγχος Τάσης Κατά Laplace Συγκεκριμένου Πλήθους Τυχαία Παραχθέντων Διατεταγμένων Συνδυασμών Διαφόρων Σετ Δεδομένων Αξιοπιστίας και Συντήρησης Επιδιορθώσιμων Συστημάτων

4.1 Εισαγωγή

Στο Κεφάλαιο 2 πραγματοποιήθηκε ο έλεγχος τάσης κατά Laplace για όλους τους δυνατούς διατεταγμένους συνδυασμούς διαφόρων σετ δεδομένων αξιοπιστίας και συντήρησης επιδιορθώσιμων συστημάτων, με την εφαρμογή του αναπτυχθέντος προγράμματος TRN.FOR. Όμως, χρονικοί περιορισμοί κατέστησαν απαγορευτική την εφαρμογή του προγράμματος για σετ δεδομένων πλήθους $N > 13$, λόγω του πολύ μεγάλου αριθμού διατεταγμένων συνδυασμών (δσ) που τέτοια σετ δεδομένων παρουσιάζουν. Λαμβάνοντας υπόψη το γεγονός ότι σετ δεδομένων αξιοπιστίας με $N > 13$ αποτελούν τον κανόνα –και όχι την εξαίρεση– στην πράξη, επιδιώχθηκε –στο τρίτο βήμα του πρακτικού μέρους της παρούσας Διπλωματικής Εργασίας– η αντιμετώπιση και επίλυση του χρονικού αυτού προβλήματος. Αντικειμενικός σκοπός ήταν, για οποιοδήποτε σετ

δεδομένων αξιοπιστίας και συντήρησης, να καταστεί εφικτός ο υπολογισμός του ποσοστού των δδσ (του σετ) που παρουσιάζουν στατιστικά σημαντική τιμή για το μέγεθος U καθώς και ο προσδιορισμός της μορφής της κατανομής των τιμών του μεγέθους U .

4.2 Μεθοδολογία

Προκειμένου να καταστεί εφικτή η αντιμετώπιση οποιουδήποτε σετ δεδομένων αξιοπιστίας (χωρίς μέγιστο όριο στο πλήθος N των δεδομένων) ήταν αναγκαία η δραστική μείωση του απαιτούμενου υπολογιστικού χρόνου και –ει δυνατόν– η ανεξαρτητοποίησή του από το πλήθος N των δεδομένων του σετ. Κάτι τέτοιο δεν μπορούσε να επιτευχθεί ούτε με βελτίωση του αλγόριθμου του προγράμματος TRN.FOR, ούτε με την εύρεση ενός ακόμη γρηγορότερου –σε σχέση με τα διαθέσιμα– υπολογιστικού συστήματος. Μοναδική λύση ήταν η μετατροπή του προγράμματος TRN.FOR, ώστε αυτό να πραγματοποιεί τον έλεγχο τάσης κατά Laplace, όχι για όλους τους δδσ ενός σετ δεδομένων αλλά για συγκεκριμένο –και καθοριζόμενο από τον χρήστη– πλήθος NP τυχαία παραχθέντων δσ, αντιπροσωπευτικών του συνόλου $N!$ των δδσ του σετ δεδομένων. Η νέα εφαρμογή που αναπτύχθηκε παρουσιάζεται στην επόμενη ενότητα.

4.3 Λογισμικό που Αναπτύχθηκε

Για την παραγωγή ενός τυχαίου $\delta\sigma$ από το σύνολο $N!$ των $\delta\sigma$ ενός σετ N δεδομένων χρησιμοποιήθηκε η υπορουτίνα παραγωγής τυχαίων $\delta\sigma$ RANPER [1]. Η λειτουργία της τελευταίας απαιτεί και μία υπορουτίνα παραγωγής τυχαίων αριθμών, και ως τέτοια χρησιμοποιήθηκε η υπορουτίνα RAN1. Με μικρές μετατροπές της εφαρμογής TRN.FOR και με την προσθήκη των προαναφερθέντων υπορουτινών προέκυψε η εφαρμογή RANPERM.FOR, σε γλώσσα προγραμματισμού FORTRAN 77.

Στο σημείο αυτό, και πριν προχωρήσουμε στην αναλυτική περιγραφή των βημάτων της εφαρμογής RANPERM.FOR, θα πρέπει να σημειωθεί πως τα αποτελέσματα από την εφαρμογή του προγράμματος –δηλαδή τα ποσοστά των τιμών του μεγέθους U σε κάθε ένα από τα 24 διαστήματα της τυπικής κανονικής μεταβλητής z (Πίνακας 2.1)– ήταν άμεσα συνυφασμένα με την αρχική ταξινόμηση των δεδομένων του εξεταζόμενου σετ. Έτσι, η αρχική ταξινόμηση των δεδομένων του σετ σε αύξουσα σειρά οδηγούσε σε –αισθητά– διαφορετικά ποσοστά από αυτά που προέκυπταν αν η αρχική ταξινόμηση των δεδομένων του σετ ήταν σε φθίνουσα σειρά. Στην πρώτη περίπτωση (αύξουσα ταξινόμηση) παρατηρήθηκαν υψηλά ποσοστά αρνητικών τιμών του μεγέθους U (υψηλότερα από τα αντίστοιχα που προκύπτουν για όλους τους $\delta\sigma$ του σετ από το πρόγραμμα TRN.FOR) ενώ στην δεύτερη περίπτωση παρατηρήθηκαν υψηλά ποσοστά θετικών τιμών του μεγέθους U (υψηλότερα από τα αντίστοιχα που προκύπτουν για όλους τους $\delta\sigma$ του σετ από το πρόγραμμα TRN.FOR). Η

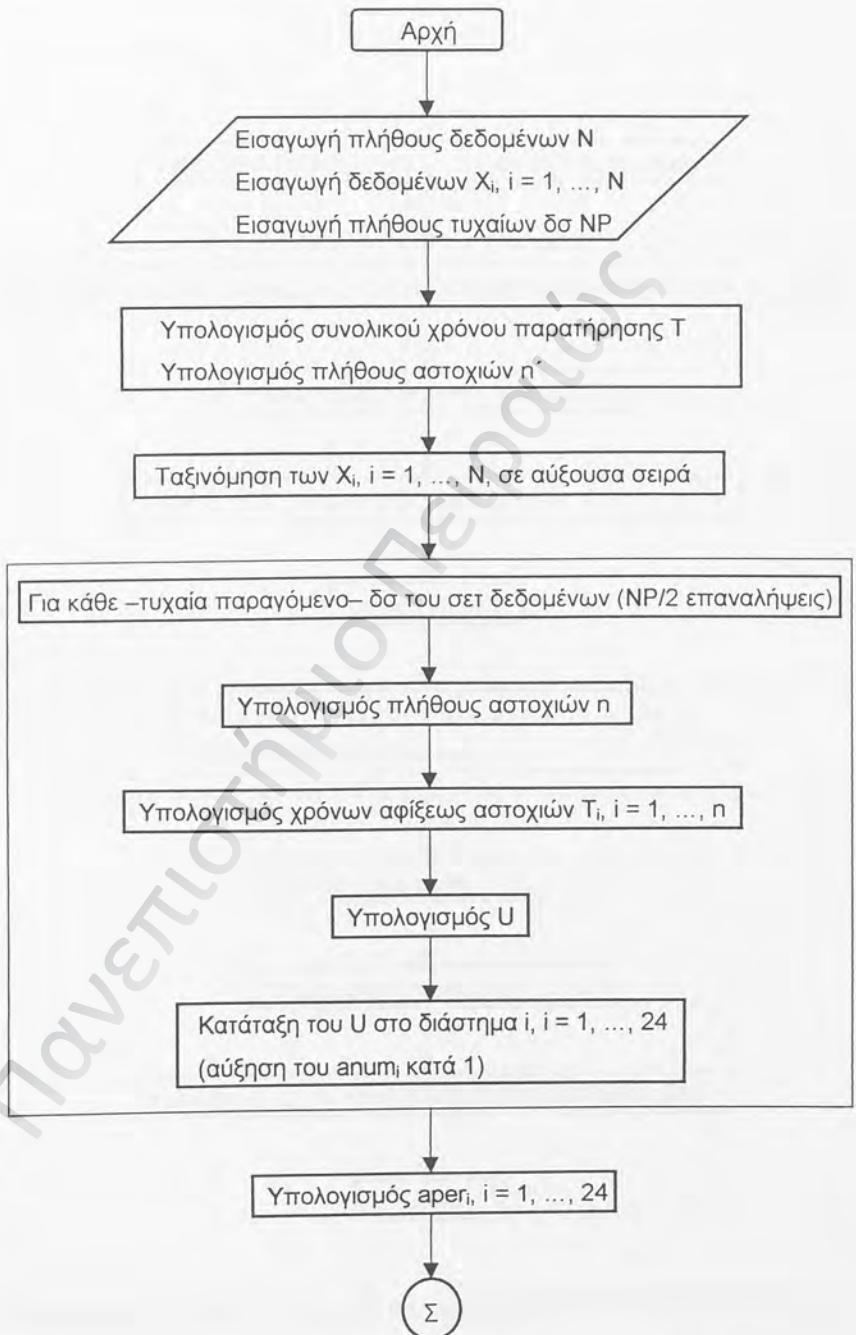
μέση τιμή των ποσοστών των δύο περιπτώσεων έδειξε να προσεγγίζει με μεγάλη ακρίβεια τα πραγματικά ποσοστά. Για τον λόγο αυτό, από τους NP τυχαίους δσ, οι $\frac{NP}{2}$ δσ παράγονται με βάση το σε αύξουσα σειρά ταξινομημένο σετ δεδομένων και οι υπόλοιποι $\frac{NP}{2}$ δσ παράγονται με βάση το σε φθίνουσα σειρά ταξινομημένο σετ των δεδομένων αξιοπιστίας.

Ακολουθως, περιγράφονται αναλυτικά τα βήματα της εφαρμογής RANPERM.FOR, ενώ το λογικό της διάγραμμα (flow chart) παρουσιάζεται στο Διάγραμμα 4.1.

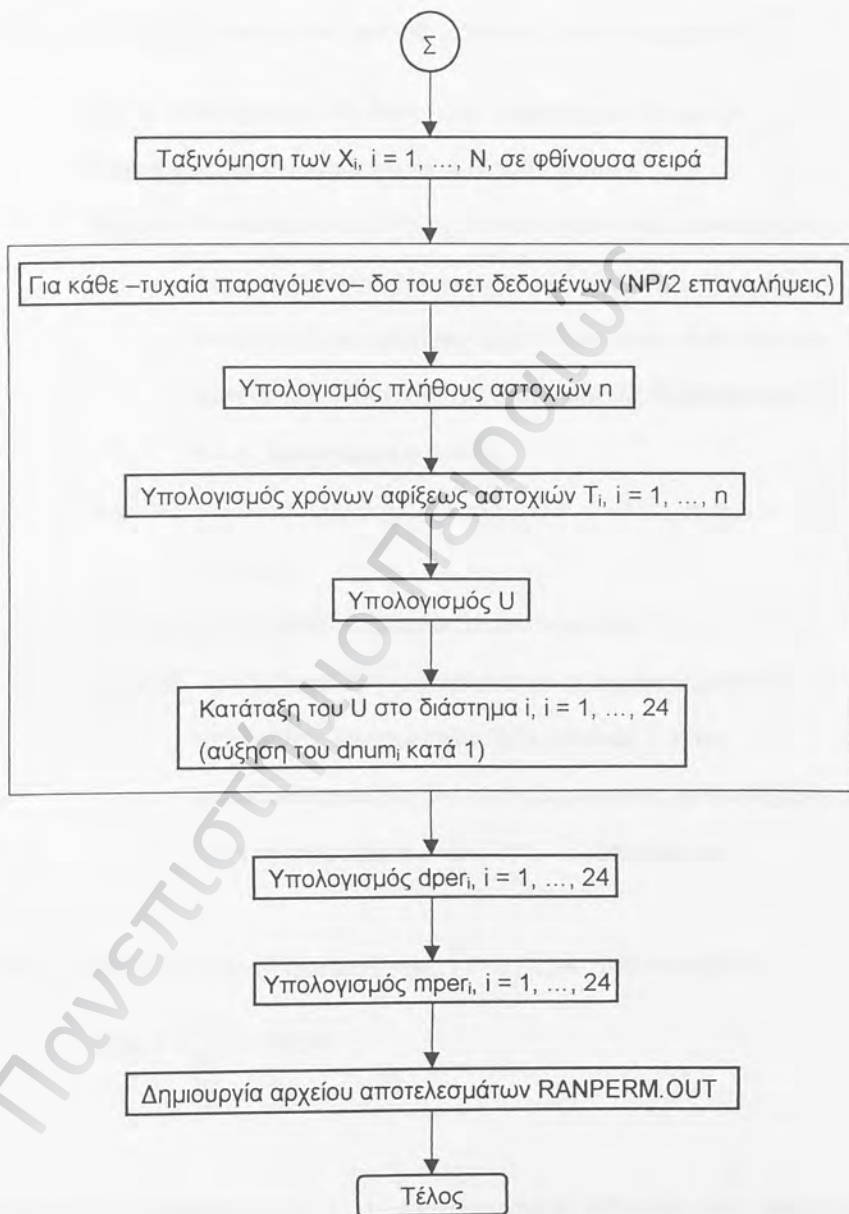
Βήμα 1: Ο χρήστης του προγράμματος εισάγει αρχικά το πλήθος N των δεδομένων αξιοπιστίας (χρόνοι μεταξύ αστοχιών και προληπτικών αντικαταστάσεων) του σετ, τα δεδομένα X_i , $i = 1, \dots, N$, του σετ (τα ημιτελή δεδομένα θα πρέπει να εισαχθούν με αρνητικό πρόσημο ώστε να διακρίνονται από τις ολοκληρωμένες παρατηρήσεις) και το επιθυμητό πλήθος NP των δσ που κατά τυχαίο τρόπο θα παραχθούν.

Βήμα 2: Υπολογίζεται ο συνολικός χρόνος παρατήρησης T (ως άθροισμα των απολύτων τιμών όλων των δεδομένων) και το πλήθος των αστοχιών n' (δηλαδή το πλήθος το θετικών δεδομένων του σετ).

Βήμα 3: Τα δεδομένα X_i , $i = 1, \dots, N$, ταξινομούνται σε αύξουσα –κατ' απόλυτη τιμή– σειρά.



Διάγραμμα 4.1: Λογικό διάγραμμα της εφαρμογής RANPERM.FOR



Διάγραμμα 4.1: Λογικό διάγραμμα της εφαρμογής RANPERM.FOR (συνέχεια)

Βήμα 4: Στο σημείο αυτό ξεκινά μια διαδικασία που επαναλαμβάνεται $\frac{NP}{2}$

φορές, μία φορά για κάθε ένα τυχαία παραγόμενο \bar{d} σ του σετ δεδομένων, και περιλαμβάνει τα ακόλουθα βήματα:

Βήμα 4α: Υπολογίζεται το πλήθος των αστοχιών n του συγκεκριμένου διατεταγμένου συνδυασμού που θα ληφθούν υπόψη στον υπολογισμό του μεγέθους U (αν το τελευταίο δεδομένο του διατεταγμένου συνδυασμού είναι ημιτελής παρατήρηση τότε $n = n'$, διαφορετικά $n = n' - 1$).

Βήμα 4β: Υπολογίζονται οι χρόνοι αφίξεως T_i , $i = 1, \dots, n$, των n αστοχιών.

Βήμα 4γ: Υπολογίζεται το μέγεθος U από την σχέση 1.1.

Βήμα 4δ: Το υπολογισθέν U συγκρίνεται με τις οριακές τιμές της τυπικής κανονικής μεταβλητής z (Πίνακας 2.1) και κατατάσσεται σε ένα από τα 24 διαστήματα, με ταυτόχρονη αύξηση του μετρητή $anum_i$, $i = 1, \dots, 24$, κατά ένα.

Βήμα 5: Υπολογίζονται τα ποσοστά $aper_i$, $i = 1, \dots, 24$, από την σχέση:

$$aper_i = \frac{anum_i}{\frac{NP}{2}} \times 100\%.$$

Βήμα 6: Τα δεδομένα X_i , $i = 1, \dots, N$, ταξινομούνται σε φθίνουσα –κατ' απόλυτη τιμή– σειρά.

Βήμα 7: Στο σημείο αυτό ξεκινά μια νέα διαδικασία που επαναλαμβάνεται $\frac{NP}{2}$

φορές, μία φορά για κάθε ένα τυχαία παραγόμενο δσ του σετ δεδομένων, και περιλαμβάνει τα ακόλουθα βήματα:

Βήμα 7α: Υπολογίζεται το πλήθος των αστοχιών n του συγκεκριμένου διατεταγμένου συνδυασμού που θα ληφθούν υπόψη στον υπολογισμό του μεγέθους U (αν το τελευταίο δεδομένο του διατεταγμένου συνδυασμού είναι ημιτελής παρατήρηση τότε $n = n'$, διαφορετικά $n = n' - 1$).

Βήμα 7β: Υπολογίζονται οι χρόνοι αφίξεως T_i , $i = 1, \dots, n$, των n αστοχιών.

Βήμα 7γ: Υπολογίζεται το μέγεθος U από την σχέση 1.1.

Βήμα 7δ: Το υπολογισθέν U συγκρίνεται με τις οριακές τιμές της τυπικής κανονικής μεταβλητής z (Πίνακας 2.1) και κατατάσσεται σε ένα από τα 24 διαστήματα, με ταυτόχρονη αύξηση του μετρητή $dnum_i$, $i = 1, \dots, 24$, κατά ένα.

Βήμα 8: Υπολογίζονται τα ποσοστά $dper_i$, $i = 1, \dots, 24$, από την σχέση:

$$dper_i = \frac{dnum_i}{\frac{NP}{2}} \times 100\% .$$

Βήμα 9: Υπολογίζεται η μέση τιμή $mper_i$, $i = 1, \dots, 24$, των ποσοστών $dper_i$ και

$$dper_i \text{ από την σχέση: } mper_i = \frac{aper_i + dper_i}{2} .$$

Βήμα 10: Δημιουργείται το αρχείο αποτελεσμάτων RANPERM.OUT στο οποίο περιλαμβάνονται το πλήθος N των δεδομένων του σετ, τα δεδομένα X_i , $i = 1, \dots, N$, του σετ, το πλήθος NP των τυχαία παραχθέντων $\delta\sigma$, οι τιμές των μετρητών $anum_i$ και $dnun_i$, $i = 1, \dots, 24$ και οι τιμές των ποσοστών $aper_i$, $dper_i$ και $mper_i$, $i = 1, \dots, 24$.

4.4 Αποτελέσματα

Το πρόγραμμα RANPERM.FOR εφαρμόστηκε στα 13 σετ δεδομένων αξιοπιστίας και συντήρησης (σετ 9-1, 9-2, 9-3, 10-1, 10-2, 10-3, 10-4, 10-5, 11-1, 11-2, 12-1, 12-2, 13-1) που παρουσιάστηκαν και μελετήθηκαν στο Κεφάλαιο 2. Αντικειμενικός σκοπός αυτής της εφαρμογής ήταν να διαπιστωθεί η αξιοπιστία –των αποτελεσμάτων– του προγράμματος RANPERM.FOR, εξετάζοντας το βαθμό στον οποίο οι τιμές –και η κατανομή– των ποσοστών $mper_i$, $i = 1, \dots, 24$, (όπως προκύπτουν από το πρόγραμμα) προσεγγίζουν τις τιμές –και την κατανομή– των ποσοστών per_i , $i = 1, \dots, 24$, (όπως προκύπτουν από το πρόγραμμα TRN.FOR) για κάθε σετ δεδομένων.

Για τα σετ των 9 δεδομένων, το πρόγραμμα RANPERM.FOR εφαρμόστηκε για

$NP = 20,000$ τυχαία παραχθέντες $\delta\sigma$, που αντιστοιχούν στο: $\frac{NP}{N!} \times 100\% =$

$$\frac{20,000}{9!} \times 100\% \approx 5.51\% \text{ του συνόλου των } \delta\sigma.$$

Για τα σετ των 10 δεδομένων, το πρόγραμμα RANPERM.FOR εφαρμόστηκε για

$$NP = 200,000 \text{ τυχαία παραχθέντες } \delta\sigma, \text{ που αντιστοιχούν στο: } \frac{NP}{N!} \times 100\% =$$

$$\frac{200,000}{10!} \times 100\% \approx 5.51\% \text{ του συνόλου των } \delta\sigma.$$

Για τα σετ των 11, 12 και 13 δεδομένων, το πρόγραμμα RANPERM.FOR εφαρμόστηκε για $NP = 2,000,000$ τυχαία παραχθέντες $\delta\sigma$, που αντιστοιχούν

$$\text{στο: } \frac{NP}{N!} \times 100\% = \frac{2,000,000}{11!} \times 100\% \approx 5.01\% \text{ του συνόλου των } \delta\sigma \text{ για τα σετ}$$

$$\text{των 11 δεδομένων, } \frac{NP}{N!} \times 100\% = \frac{2,000,000}{12!} \times 100\% \approx 0.42\% \text{ του συνόλου των}$$

$$\delta\sigma \text{ για τα σετ των 12 δεδομένων και } \frac{NP}{N!} \times 100\% = \frac{2,000,000}{13!} \times 100\% \approx 0.03\%$$

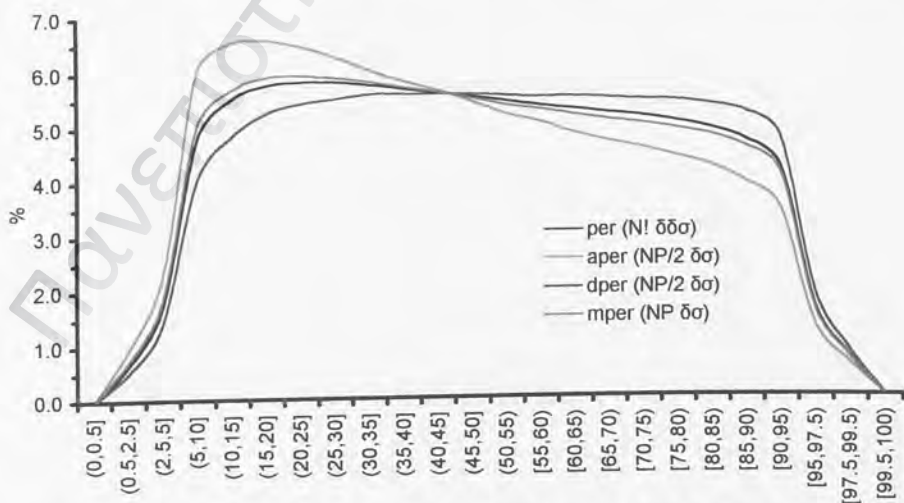
του συνόλου των $\delta\sigma$ για το σετ των 13 δεδομένων.

Η επιλογή των τιμών της μεταβλητής NP έγινε με τέτοιο τρόπο ώστε αφενός για τα σετ των 9, 10 και 11 δεδομένων, οι τυχαία παραχθέντες $\delta\sigma$ να αποτελούν το ίδιο περίπου –χαμηλό– ποσοστό του συνόλου των $\delta\sigma$ του σετ και αφετέρου για τα σετ των 12 και 13 δεδομένων η τιμή της μεταβλητής NP διατηρήθηκε σε πολύ χαμηλά –σε σχέση με το σύνολο $N!$ των $\delta\sigma$ – επίπεδα, προκειμένου να μεγιστοποιηθεί το υπολογιστικό χρονικό όφελος και να ελεγχθεί η αξιοπιστία του προγράμματος ακόμη και όταν αυτό εφαρμόζεται για πολύ χαμηλό (σχεδόν αμελητέο) ποσοστό του συνόλου των $\delta\sigma$ του σετ δεδομένων. Πάντως, σε κάθε περίπτωση, η τιμή της μεταβλητής NP μπορεί να καθοριστεί στο οποιοδήποτε επιθυμητό επίπεδο, ανάλογα με τις ανάγκες του αναλυτή / χρήστη του προγράμματος.

Τα αποτελέσματα που προέκυψαν για τα σετ δεδομένων 11-2, 12-1 και 13-1 παρουσιάζονται στους Πίνακες 4.1, 4.2 και 4.3 καθώς και στα Διαγράμματα 4.2, 4.3 και 4.4 αντίστοιχα, του παρόντος κεφαλαίου. Ανάλογοι πίνακες και διαγράμματα για τα υπόλοιπα σετ δεδομένων παρατίθενται στο Παράρτημα Γ. Για κάθε σετ δεδομένων αξιοπιστίας παρουσιάζονται: (α) οι τιμές των ποσοστών pe_i , $i = 1, \dots, 24$, όπως προέκυψαν από το πρόγραμμα TRN.FOR, (β) οι τιμές των ποσοστών ape_i , $i = 1, \dots, 24$, όπως προέκυψαν από το πρόγραμμα RANPERM.FOR για $\frac{NP}{2}$ τυχαίους δσ και αρχική ταξινόμηση του σετ δεδομένων σε αύξουσα σειρά (γ) οι τιμές των ποσοστών dpe_i , $i = 1, \dots, 24$, όπως προέκυψαν από το ίδιο πρόγραμμα για $\frac{NP}{2}$ τυχαίους δσ και αρχική ταξινόμηση του σετ δεδομένων σε φθίνουσα σειρά και (δ) οι τιμές των ποσοστών mpe_i , $i = 1, \dots, 24$, δηλαδή οι μέσες τιμές των ποσοστών ape_i και dpe_i , $i = 1, \dots, 24$.

Πίνακας 4.1: Αποτελέσματα εφαρμογής του προγράμματος RANPERM.FOR για το σετ δεδομένων 11-2 και $NP = 2,000,000$ τυχαία παραχθέντες $\delta\sigma$

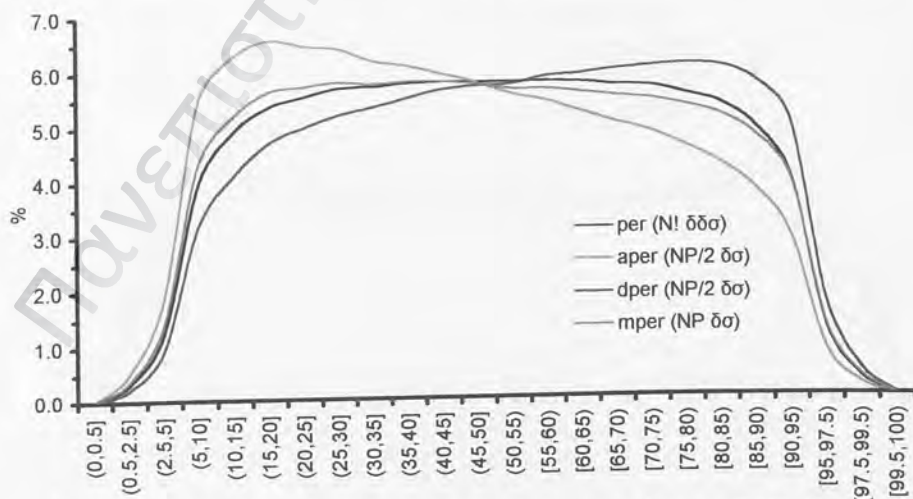
α/α Πεδίου i	Ποσοστά του μεγέθους U σε κάθε πεδίο				α/α Πεδίου i	Ποσοστά του μεγέθους U σε κάθε πεδίο			
	per _i N! δδσ	aper _i NP/2 δσ	dper _i NP/2 δσ	mper _i NP δσ		per _i N! δδσ	aper _i NP/2 δσ	dper _i NP/2 δσ	mper _i NP δσ
1	0.0	0.0	0.0	0.0	13	5.4	5.2	5.5	5.3
2	0.7	0.9	0.5	0.7	14	5.3	5.0	5.5	5.3
3	1.8	2.3	1.4	1.9	15	5.3	4.8	5.5	5.2
4	4.8	6.0	4.1	5.0	16	5.2	4.7	5.5	5.1
5	5.5	6.5	4.8	5.7	17	5.1	4.5	5.4	5.0
6	5.7	6.6	5.2	5.9	18	5.0	4.4	5.4	4.9
7	5.8	6.4	5.4	5.9	19	4.9	4.2	5.3	4.8
8	5.8	6.3	5.5	5.9	20	4.7	3.9	5.2	4.6
9	5.7	6.0	5.6	5.8	21	4.2	3.4	4.7	4.1
10	5.6	5.8	5.6	5.7	22	1.6	1.3	1.9	1.6
11	5.6	5.6	5.5	5.6	23	0.7	0.6	0.8	0.7
12	5.5	5.4	5.5	5.5	24	0.0	0.0	0.0	0.0



Διάγραμμα 4.2: Κατανομές των ποσοστών per_i , $aper_i$, $dper_i$ και $mper_i$, $i = 1, \dots, 24$, των τιμών του μεγέθους U, για το σετ δεδομένων 11-2 ($NP = 2,000,000$)

Πίνακας 4.2: Αποτελέσματα εφαρμογής του προγράμματος RANPERM.FOR για το σετ δεδομένων 12-1 και $NP = 2,000,000$ τυχαία παραχθέντες $\delta\sigma$

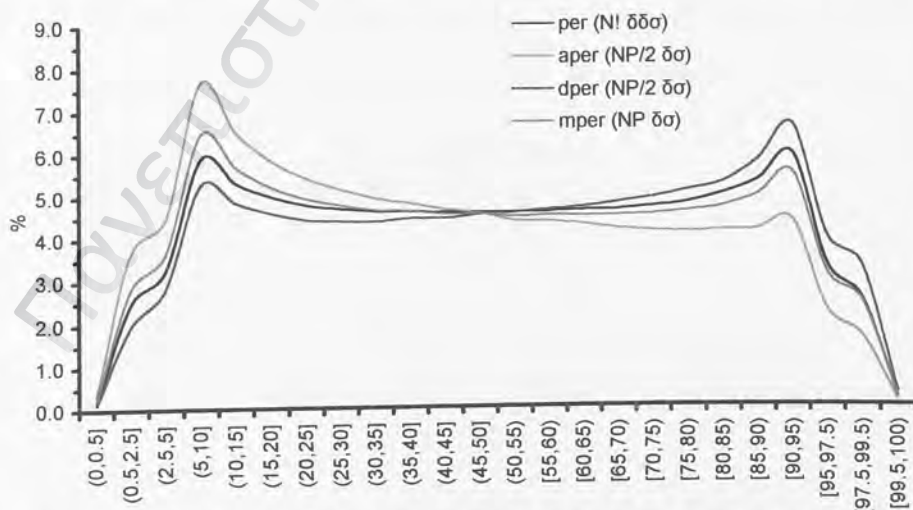
α/α Πεδίου i	Ποσοστά του μεγέθους U σε κάθε πεδίο				α/α Πεδίου i	Ποσοστά του μεγέθους U σε κάθε πεδίο			
	per _i N! δδσ	aper _i NP/2 δσ	dper _i NP/2 δσ	mper _i NP δσ		per _i N! δδσ	aper _i NP/2 δσ	dper _i NP/2 δσ	mper _i NP δσ
1	0.0	0.0	0.0	0.0	13	5.7	5.5	5.7	5.6
2	0.3	0.5	0.2	0.4	14	5.8	5.4	5.8	5.6
3	1.3	1.9	0.9	1.4	15	5.7	5.2	5.9	5.6
4	4.0	5.5	3.2	4.3	16	5.7	5.0	6.0	5.5
5	4.9	6.3	4.1	5.2	17	5.7	4.8	6.0	5.4
6	5.4	6.6	4.7	5.6	18	5.5	4.6	6.1	5.3
7	5.5	6.4	5.0	5.7	19	5.4	4.3	6.0	5.1
8	5.7	6.4	5.2	5.8	20	4.9	3.8	5.8	4.8
9	5.7	6.2	5.3	5.7	21	4.0	2.9	5.0	4.0
10	5.7	6.1	5.5	5.8	22	1.3	0.9	1.7	1.3
11	5.8	5.9	5.6	5.8	23	0.3	0.2	0.5	0.3
12	5.7	5.7	5.7	5.7	24	0.0	0.0	0.0	0.0



Διάγραμμα 4.3: Κατανομές των ποσοστών per_i , $aper_i$, $dper_i$ και $mper_i$, $i = 1, \dots, 24$, των τιμών του μεγέθους U, για το σετ δεδομένων 12-1 ($NP = 2,000,000$)

Πίνακας 4.3: Αποτελέσματα εφαρμογής του προγράμματος RANPERM.FOR για το σετ δεδομένων 13-1 και $NP = 2,000,000$ τυχαία παραχθέντες $\delta\sigma$

α/α Πεδίου i	Ποσοστά του μεγέθους U σε κάθε πεδίο				α/α Πεδίου i	Ποσοστά του μεγέθους U σε κάθε πεδίο			
	per _i NI δδσ	aper _i NP/2 δσ	dper _i NP/2 δσ	mper _i NP δσ		per _i NI δδσ	aper _i NP/2 δσ	dper _i NP/2 δσ	mper _i NP δσ
1	0.2	0.3	0.1	0.2	13	4.6	4.4	4.5	4.5
2	2.5	3.7	2.0	2.8	14	4.6	4.3	4.6	4.5
3	3.3	4.5	2.8	3.7	15	4.6	4.3	4.7	4.5
4	5.9	7.7	5.3	6.5	16	4.6	4.2	4.8	4.5
5	5.3	6.5	4.8	5.7	17	4.7	4.1	4.9	4.5
6	5.0	5.9	4.6	5.2	18	4.8	4.1	5.1	4.6
7	4.8	5.4	4.4	4.9	19	5.0	4.1	5.3	4.7
8	4.7	5.1	4.4	4.8	20	5.3	4.1	5.8	5.0
9	4.6	4.9	4.4	4.6	21	5.9	4.3	6.6	5.5
10	4.6	4.8	4.4	4.6	22	3.3	2.3	4.0	3.1
11	4.6	4.6	4.4	4.5	23	2.5	1.6	3.3	2.4
12	4.6	4.5	4.5	4.5	24	0.2	0.1	0.3	0.2



Διάγραμμα 4.4: Κατανομές των ποσοστών per_i , $aper_i$, $dper_i$ και $mper_i$, $i = 1, \dots, 24$, των τιμών του μεγέθους U, για το σετ δεδομένων 13-1 ($NP = 2,000,000$)

4.5 Συζήτηση Αποτελεσμάτων – Συμπεράσματα

Τα αποτελέσματα που προέκυψαν από την εφαρμογή του προγράμματος RAMPERM.FOR στα 13 σετ δεδομένων αξιοπιστίας και συντήρησης επιδιορθώσιμων συστημάτων μπορούν να χαρακτηριστούν ως απολύτως ικανοποιητικά. Παρατηρώντας τους πίνακες αποτελεσμάτων του παρόντος κεφαλαίου (Πίνακες 4.1 έως 4.3) και του Παραρτήματος Γ (Πίνακες Γ.1 έως Γ.10) διαπιστώνεται η πολύ μικρή διαφορά μεταξύ των τιμών των ποσοστών per_i , $i = 1, \dots, 24$ (που προέκυψαν από το σύνολο N! των δδσ κάθε σετ) και $mper_i$, $i = 1, \dots, 24$ (που προέκυψαν από NP τυχαία παραχθέντες δσ κάθε σετ) για όλα τα σετ δεδομένων που μελετήθηκαν.

Στον Πίνακα 4.4 της επόμενης σελίδας παρουσιάζεται, για κάθε ένα από τα 13 σετ δεδομένων, η Μέση Απόλυτη Διαφορά – ΜΑΔ (δηλαδή η μέση τιμή των απολύτων τιμών των διαφορών) των ποσοστών per_i και $mper_i$, $i = 1, \dots, 24$, που

$$\text{υπολογίζεται από την σχέση: } \text{ΜΑΔ} = \frac{\sum_{i=1}^{24} |per_i - mper_i|}{24}.$$

Πίνακας 4.4: Μέση Απόλυτη Διαφορά (ΜΑΔ) των τιμών των ποσοστών per_i και $mper_i$, $i = 1, \dots, 24$, για τα 13 σετ δεδομένων αξιοπιστίας και συντήρησης

Σετ	ΜΑΔ ποσοστών per_i και $mper_i$, $i = 1, \dots, 24$	Σετ	ΜΑΔ ποσοστών per_i και $mper_i$, $i = 1, \dots, 24$
9-1	0.1	10-5	0.1
9-2	0.1	11-1	0.1
9-3	0.2	11-2	0.1
10-1	0.0	12-1	0.1
10-2	0.0	12-2	0.2
10-3	0.1	13-1	0.2
10-4	0.2		

Παρατηρούμε πως σε καμία περίπτωση η υπολογισθείσα ΜΑΔ δεν υπερβαίνει την τιμή 0.2, κάτι που καταδεικνύει την αξιοπιστία του προγράμματος RANPERM.FOR και την δυνατότητά του να κάνει ακριβείς προβλέψεις των τιμών των ποσοστών per_i , $i = 1, \dots, 24$, εξετάζοντας NP τυχαία παραχθέντες δσ και όχι όλους τους δυνατούς διατεταγμένους συνδυασμούς ενός σετ δεδομένων αξιοπιστίας. Εξάλλου, η πολύ καλή προσέγγιση –και σε ορισμένες περιπτώσεις πλήρης ταύτιση– των τιμών των ποσοστών per_i και $mper_i$, $i = 1, \dots, 24$, φαίνεται περισσότερο παραστατικά στα Διαγράμματα 4.2 έως 4.4 του παρόντος κεφαλαίου καθώς και στα Διαγράμματα Γ.1 έως Γ.10 του Παραρτήματος Γ, μέσω της παρατήρησης των καμπυλών των αντίστοιχων κατανομών.

Με δεδομένη την αξιοπιστία και την υπολογιστική ακρίβεια του προγράμματος RANPERM.FOR, είναι δυνατή η μελέτη οποιουδήποτε σετ δεδομένων αξιοπιστίας και συντήρησης, ο προσδιορισμός της κατανομής των τιμών του

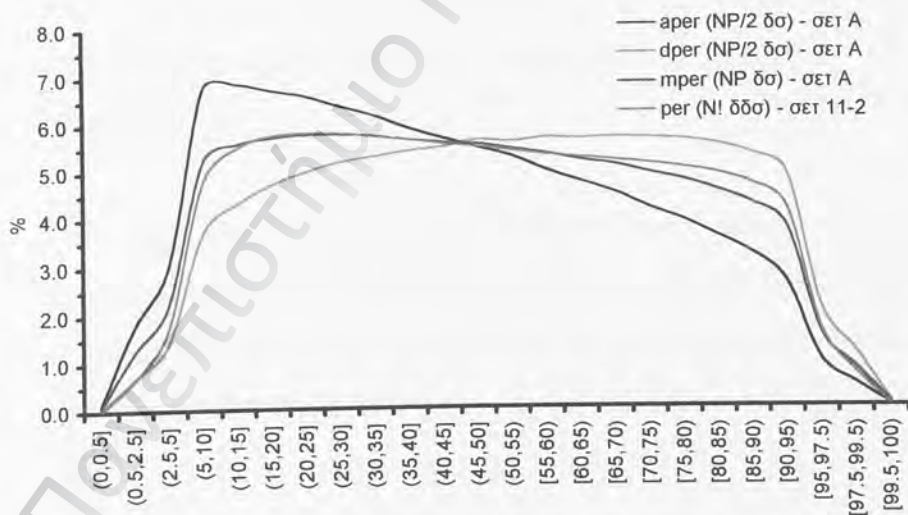
μεγέθους U όλων των δυνατών διατεταγμένων συνδυασμών του και η εξαγωγή χρήσιμων –όσο και ασφαλών– συμπερασμάτων.

Ενδεικτικά, το πρόγραμμα RANPERM.FOR εφαρμόστηκε για το σέτ A των 21 δεδομένων αξιοπιστίας και συντήρησης που παρουσιάστηκε στο Κεφάλαιο 2. Τα αποτελέσματα, δηλαδή οι τιμές των ποσοστών ap_{ei} , dp_{ei} και mp_{ei} , $i = 1, \dots, 24$, για $NP = 2,000,000$ τυχαία παραχθέντες $\delta\sigma$, παρατίθενται στον Πίνακα 4.5. Υπενθυμίζεται πως δεν είναι διαθέσιμες οι τιμές των ποσοστών pe_{ei} , $i = 1, \dots, 24$, για όλους τους $\delta\sigma$ αφού, λόγω χρονικών περιορισμών, το πρόγραμμα TRN.FOR ήταν αδύνατο να εφαρμοστεί για το σέτ A των 21 δεδομένων αξιοπιστίας.

Πίνακας 4.5: Αποτελέσματα εφαρμογής του προγράμματος RANPERM.FOR για το σέτ δεδομένων A (21 δεδομένα αξιοπιστίας και συντήρησης) και $NP = 2,000,000$ τυχαία παραχθέντες $\delta\sigma$

α/α Πεδίου i	Ποσοστά του μεγέθους U σε κάθε πεδίο			α/α Πεδίου i	Ποσοστά του μεγέθους U σε κάθε πεδίο		
	ap_{ei} NP/2 $\delta\sigma$	dp_{ei} NP/2 $\delta\sigma$	mp_{ei} NP $\delta\sigma$		ap_{ei} NP/2 $\delta\sigma$	dp_{ei} NP/2 $\delta\sigma$	mp_{ei} NP $\delta\sigma$
1	0.1	0.0	0.1	13	5.3	5.6	5.4
2	1.8	0.7	1.2	14	5.0	5.7	5.3
3	3.0	1.4	2.2	15	4.8	5.7	5.2
4	6.8	3.7	5.2	16	4.5	5.7	5.1
5	6.9	4.3	5.6	17	4.2	5.7	4.9
6	6.7	4.7	5.7	18	3.9	5.6	4.8
7	6.6	5.0	5.8	19	3.6	5.5	4.6
8	6.4	5.2	5.8	20	3.2	5.3	4.3
9	6.2	5.3	5.7	21	2.6	4.9	3.8
10	5.9	5.4	5.7	22	1.0	2.1	1.6
11	5.7	5.5	5.6	23	0.5	1.2	0.8
12	5.5	5.6	5.6	24	0.0	0.1	0.1

Στο Διάγραμμα 4.5 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα του Πίνακα 4.5, μαζί με την κατανομή των τιμών των ποσοστών per_i , $i = 1, \dots, 24$, του σετ δεδομένων 11-2, αφού η αντίστοιχη κατανομή για το σετ A δεν είναι διαθέσιμη. Η πολύ καλή προσέγγιση που οι δύο κατανομές (των ποσοστών per_i , $i = 1, \dots, 24$, για το σετ 11-2 και των ποσοστών mp_{per_i} , $i = 1, \dots, 24$, για το σετ A) παρουσιάζουν μπορεί να αποδοθεί στην πολύ μικρή διαφορά των τιμών των παραμέτρων σχήματος (β) των κατανομών Weibull που περιγράφουν τα δύο σετ δεδομένων. Έτσι, για το σετ δεδομένων 11-2 είναι $\beta = 1.51$, ενώ για το σετ A των 21 δεδομένων αξιοπιστίας και συντήρησης είναι $\beta = 1.55$, όπως προκύπτει από την επίλυση των εξισώσεων A.1 και A.2 του Παραρτήματος A.



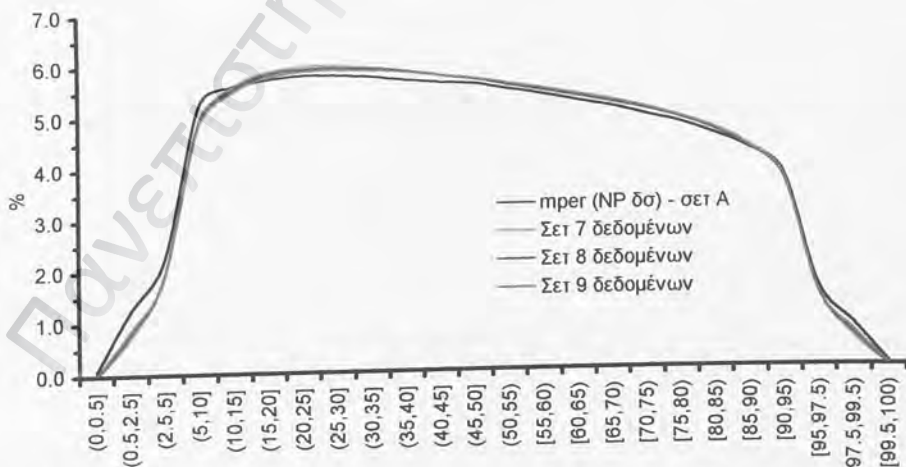
Διάγραμμα 4.5: Κατανομές των ποσοστών a_{per_i} , d_{per_i} και m_{per_i} , $i = 1, \dots, 24$, των τιμών του μεγέθους U , για το σετ δεδομένων A ($NP = 2,000,000$) και των ποσοστών per_i , $i = 1, \dots, 24$, για το σετ δεδομένων 11-2

Επιπρόσθετα, και προκειμένου να εξεταστεί και διερευνηθεί περαιτέρω η αξιοπιστία των αποτελεσμάτων του προγράμματος RANPERM.FOR για το σετ A των 21 δεδομένων αξιοπιστίας και συντήρησης, πραγματοποιήθηκε ο έλεγχος τάσης κατά Laplace για όλους τους δυνατούς διατεταγμένους συνδυασμούς (permutations) όλων των διαφορετικών συνδυασμών (combinations) / σετ 7, 8 και 9 δεδομένων αξιοπιστίας, από το σύνολο των 21 δεδομένων αξιοπιστίας του σετ A. Δηλαδή, υπολογίστηκαν οι τιμές του στατιστικού μεγέθους U για όλους τους $\delta\delta\sigma$ όλων των διαφορετικών 7άδων, 8άδων και 9άδων που μπορούν να προκύψουν από το σετ A των 21 δεδομένων αξιοπιστίας, κατατάχθηκαν σε ένα από τα 24 διαστήματα της τυπικής κανονικής μεταβλητής z (Πίνακας 2.1) και υπολογίστηκαν οι τιμές των ποσοστών $\text{cre}_{i, i = 1, \dots, 24}$, των τιμών του U σε κάθε διάστημα και για κάθε περίπτωση (δηλαδή για όλα τα σετ των 7, 8 και 9 δεδομένων).

Τα αποτελέσματα που προέκυψαν παρουσιάζονται στον Πίνακα 4.6 και στο Διάγραμμα 4.6 της επόμενης σελίδας, ενώ η περιγραφή της μεθοδολογίας που ακολουθήθηκε και του λογισμικού που αναπτύχθηκε για την εξαγωγή τους παρουσιάζονται στο Παράρτημα Δ.

Πίνακας 4.6: Αποτελέσματα εφαρμογής του ελέγχου τάσης κατά Laplace σε όλους τους δδσ όλων των διαφορετικών σετ 7, 8 και 9 δεδομένων που μπορούν να προκύψουν από το σετ A των 21 δεδομένων

α/α Πεδίου i	Ποσοστά cr_{e_i} , $i = 1, \dots, 24$, του μεγέθους U σε κάθε πεδίο για όλα τα διαφορετικά σετ με:			α/α Πεδίου i	Ποσοστά cr_{e_i} , $i = 1, \dots, 24$, του μεγέθους U σε κάθε πεδίο για όλα τα διαφορετικά σετ με:		
	7 δεδομένα	8 δεδομένα	9 δεδομένα		7 δεδομένα	8 δεδομένα	9 δεδομένα
1	0.0	0.0	0.0	13	5.5	5.5	5.6
2	0.7	0.8	0.9	14	5.4	5.4	5.5
3	1.9	1.9	1.9	15	5.3	5.3	5.3
4	4.9	4.9	4.9	16	5.2	5.2	5.2
5	5.6	5.5	5.5	17	5.0	5.1	5.1
6	5.9	5.8	5.7	18	4.9	4.9	4.9
7	6.0	5.9	5.9	19	4.6	4.6	4.7
8	6.0	5.9	5.9	20	4.3	4.3	4.3
9	5.9	5.9	5.9	21	3.7	3.7	3.7
10	5.8	5.8	5.8	22	1.5	1.4	1.4
11	5.7	5.7	5.7	23	0.6	0.6	0.7
12	5.7	5.7	5.7	24	0.0	0.0	0.0



Διάγραμμα 4.6: Κατανομές των ποσοστών $ηρεγ_i$, $i = 1, \dots, 24$, των τιμών του μεγέθους U για το σετ A και των ποσοστών cr_{e_i} , $i = 1, \dots, 24$, για όλους τους δδσ όλων των διαφορετικών σετ 7, 8 και 9 δεδομένων που μπορούν να προκύψουν από το σετ A

Η –σχεδόν πλήρης– ταύτιση των κατανομών των τιμών των ποσοστών pr_{e_i} , $i = 1, \dots, 24$, για όλους τους δδσ όλων των διαφορετικών σετ 7, 8 και 9 δεδομένων με την κατανομή των ποσοστών pr_{e_i} , $i = 1, \dots, 24$, για το σετ δεδομένων A, ενισχύει την εμπιστοσύνη μας στην τελευταία και ταυτόχρονα εδραιώνει την αξιοπιστία και την δυνατότητα του προγράμματος RANPERM.FOR να προβλέπει την κατανομή των ποσοστών των τιμών του μεγέθους U όλων των δδσ ενός σετ N δεδομένων αξιοπιστίας και συντήρησης, εφαρμόζοντας τον έλεγχο τάσης κατά Laplace σε περιορισμένο πλήθος NP ($\ll N!$) τυχαία παραχθέντων διατεταγμένων συνδυασμών.

4.6 Βιβλιογραφία Κεφαλαίου

1. Guide to Available Mathematical Software (GAMS), <http://gams.nist.gov>

Κεφάλαιο 5

Έλεγχος Τάσης Κατά Laplace Όλων των Δυνατών Διατεταγμένων Συνδυασμών Διαφόρων Σετ Δεδομένων Αξιοπιστίας και Συντήρησης Επιδιορθώσιμων Συστημάτων – Παράλληλες Μονάδες

5.1 Εισαγωγή

Ένα σύνολο δεδομένων αξιοπιστίας και συντήρησης (χρόνων μεταξύ διαδοχικών αστοχιών και προληπτικών αντικαταστάσεων) είναι δυνατόν να προέρχεται όχι από ένα μόνο συγκεκριμένο επιδιορθώσιμο σύστημα αλλά από πολλά πανομοιότυπα συστήματα που λειτουργούν ανεξάρτητα και παράλληλα^a μεταξύ τους, υπό –όσο το δυνατόν– παρόμοιες συνθήκες. Το φαινόμενο αυτό είναι ιδιαίτερος συνηθισμένο και απαντάται συχνά στην πράξη αφού μια βιομηχανική / παραγωγική εγκατάσταση συνήθως διαθέτει περισσότερες από μία μονάδες του ίδιου επιδιορθώσιμου συστήματος (π.χ. αντλίες, εναλλάκτες θερμότητας, αντιδραστήρες κ.λπ.). Σε αυτή την περίπτωση, η λειτουργία της

^a Το γεγονός ότι τα συστήματα λειτουργούν παράλληλα μεταξύ τους δεν σημαίνει ότι είναι συνδεδεμένα σε κάποια παράλληλη διάταξη αλλά ότι λειτουργούν ταυτόχρονα.

κάθε μιας μονάδας παρατηρείται ξεχωριστά και δεδομένα αξιοπιστίας αντλούνται από αυτήν. Έτσι, σε σύντομο χρονικό διάστημα (σίγουρα συντομότερο από την περίπτωση λειτουργίας μιας μόνο μονάδας), συλλέγονται αρκετά δεδομένα αξιοπιστίας ώστε να είναι δυνατή η μελέτη και ανάλυση της αξιοπιστίας του επιδιορθώσιμου συστήματος και η εξαγωγή ασφαλών συμπερασμάτων.

Συχνά, η συλλογή των δεδομένων από τις διάφορες παράλληλες μονάδες / πανομοιότυπα επιδιορθώσιμα συστήματα ακολουθείται από την ομαδοποίησή τους, την αναδιάταξη και ταξινόμησή τους σε αύξουσα σειρά και την περιγραφή τους από ένα Στατιστικό Μοντέλο Περιγραφής Χρόνου Λειτουργίας όπως είναι η κατανομή Weibull. Όμως, η Ανάλυση Βιωσιμότητας δεδομένων αξιοπιστίας επιδιορθώσιμων συστημάτων είναι ορθή και δυνατή μόνο στην περίπτωση που τα δεδομένα αυτά είναι ανεξάρτητα και ομοειδώς κατανεμημένα. Συνεπώς, είναι επιτακτική ανάγκη ο έλεγχος τάσης κατά Laplace των δεδομένων αξιοπιστίας και συντήρησης να προηγηθεί της ομαδοποίησης και ανακατάταξης αυτών.

Στο παρόν κεφάλαιο του πρακτικού μέρους της παρούσας Διπλωματικής Εργασίας πραγματοποιείται ο έλεγχος τάσης κατά Laplace όλων των δυνατών διατεταγμένων συνδυασμών δεδομένων αξιοπιστίας και συντήρησης επιδιορθώσιμων συστημάτων, τα οποία (δεδομένα) προέρχονται από πανομοιότυπες μονάδες του ίδιου συστήματος που λειτουργούν ανεξάρτητα μεταξύ τους και υπό παρόμοιες συνθήκες (στο εξής θα καλούνται «παράλληλες μονάδες»).

5.2 Μεθοδολογία

Πριν την εφαρμογή του ελέγχου τάσης κατά Laplace σε δεδομένα αξιοπιστίας και συντήρησης επιδιορθώσιμων συστημάτων που προέρχονται από την λειτουργία παραλλήλων μονάδων, θα πρέπει να διευκρινιστεί / εξηγηθεί εκ νέου η έννοια των μεταβλητών που υπεισέρχονται στον υπολογισμό του στατιστικού μεγέθους U , που –υπενθυμίζεται ότι– υπολογίζεται από την σχέση:

$$U = \sqrt{12 \cdot n} \left(\frac{\sum_{i=1}^n T_i}{n \cdot T} - 0.5 \right) \quad (1.1)$$

Έστω ότι τα διαθέσιμα δεδομένα αξιοπιστίας και συντήρησης προέρχονται από NU παράλληλες μονάδες. Κάθε μονάδα παρέχει N_j , $j = 1, \dots, NU$, δεδομένα αξιοπιστίας (χρόνοι μεταξύ διαδοχικών αστοχιών και προληπτικών αντικαταστάσεων). Το χρονικό διάστημα παρατήρησης της λειτουργίας κάθε μονάδας είναι T_j' , $j = 1, \dots, NU$, ενώ n_j , $j = 1, \dots, NU$, είναι το πλήθος των αστοχιών της κάθε μονάδας.

Με βάση τα παραπάνω:

- T είναι ο αθροιστικός χρόνος λειτουργίας των NU παραλλήλων μονάδων,

$$\text{δηλαδή: } T = \sum_{j=1}^{NU} T_j'$$

- n είναι οι συνολικές αστοχίες των NU μονάδων, μη συμπεριλαμβανομένων εκείνων των αστοχιών που ταυτίζονται με το τέλος του χρονικού

διαστήματος παρατήρησης της λειτουργίας των NU παραλλήλων μονάδων.

Έτσι, σε κάθε περίπτωση, θα είναι: $n = \sum_{j=1}^{NU} n_j \leq \sum_{j=1}^{NU} n_j'$.

- T_i , $i = 1, \dots, n$, είναι ο αθροιστικός / συνολικός χρόνος λειτουργίας των NU μονάδων κατά την εμφάνιση / άφιξη της i αστοχίας.

Για ένα σύνολο NU παραλλήλων μονάδων, ο έλεγχος τάσης κατά Laplace πραγματοποιήθηκε για όλους τους δυνατούς διατεταγμένους συνδυασμούς

όλων των μονάδων, δηλαδή για $SP = \prod_{j=1}^{NU} N_j!$ δῶς. Κάθε μία από τις SP

υπολογισθείσες τιμές του μεγέθους U που προέκυψαν, συγκρίθηκε με τις οριακές τιμές της τυπικής κανονικής μεταβλητής z (Πίνακας 2.1) και κατατάχθηκε σε ένα από τα 24 διαστήματα που ορίζονται από αυτές. Στην συνέχεια, υπολογίστηκε το ποσοστό ppr_{e_i} , $i = 1, \dots, 24$, των τιμών του μεγέθους U που βρίσκονται σε κάθε ένα από τα 24 διαστήματα της μεταβλητής z , μέσω της σχέσης:

$ppr_{e_i} = \frac{r_{num_i}}{SP} \times 100\%$, $i = 1, \dots, 24$, όπου r_{num_i} είναι το πλήθος

των υπολογισθέντων τιμών του U που βρίσκονται στο διάστημα i (δηλαδή μεταξύ των τιμών $z_{i,a}$ και $z_{i,b}$). Με τον τρόπο αυτό, μπορούμε να

προσδιορίσουμε το ποσοστό των στατιστικά σημαντικών τιμών του μεγέθους U για μονόπλευρο στατιστικό έλεγχο και επίπεδο σημαντικότητας $\alpha = 5\%$ και για

δίπλευρο στατιστικό έλεγχο και επίπεδο σημαντικότητας $\alpha = 5\%$, καθώς επίσης να προσδιορίσουμε –διαγραμματικά– την μορφή της κατανομής των τιμών του

U για κάθε σετ δεδομένων αξιοπιστίας και συντήρησης.

5.3 Λογισμικό που Αναπτύχθηκε

Η εφαρμογή που αναπτύχθηκε για την πραγματοποίηση του ελέγχου τάσης κατά Laplace σε δεδομένα αξιοπιστίας και συντήρησης που προέρχονται από την παράλληλη λειτουργία –περισσοτέρων της μιας– μονάδων του ίδιου επιδιορθώσιμου συστήματος, ήταν η PARUN.FOR, σε γλώσσα προγραμματισμού FORTRAN 77. Παρακάτω περιγράφονται αναλυτικά τα βήματα της εφαρμογής και στο Διάγραμμα 5.1 παρουσιάζεται το λογικό της διάγραμμα (flow chart).

Βήμα 1: Ο χρήστης του προγράμματος εισάγει το πλήθος NU των παραλλήλων μονάδων, το πλήθος N_j , $j = 1, \dots, NU$, των δεδομένων αξιοπιστίας που προέρχονται από κάθε μονάδα και τα δεδομένα $X_{j,k}$, $j = 1, \dots, NU$ και $k = 1, \dots, N_j$ (τα ημιτελή δεδομένα δηλαδή οι χρόνοι των προληπτικών αντικαταστάσεων εισάγονται με αρνητικό πρόσημο ώστε να διακρίνονται από τις ολοκληρωμένες παρατηρήσεις).

Βήμα 2: Υπολογίζεται ο χρόνος T_j' , $j = 1, \dots, NU$, παρατήρησης της λειτουργίας κάθε μονάδας (ως άθροισμα των απολύτων τιμών των δεδομένων της μονάδας αυτής), ο αθροιστικός χρόνος λειτουργίας T του συνόλου των NU μονάδων (ως άθροισμα των χρόνων T_j' , $j = 1, \dots, NU$), το πλήθος n_j' , $j = 1, \dots, NU$, των αστοχιών της κάθε μονάδας και το πλήθος SP

των δδσ από την σχέση: $SP = \prod_{j=1}^{NU} N_j!$. Επιπρόσθετα, τα δεδομένα $X_{j,k}$,

$j = 1, \dots, NU$ και $k = 1, \dots, N_j$, της κάθε μονάδας ταξινομούνται σε αύξουσα –κατ’ απόλυτη τιμή– σειρά.

Βήμα 3: Στο σημείο αυτό ξεκινάει μία διαδικασία που επαναλαμβάνεται SP φορές, μία φορά για κάθε ένα δδσ, και περιλαμβάνει τα ακόλουθα βήματα:

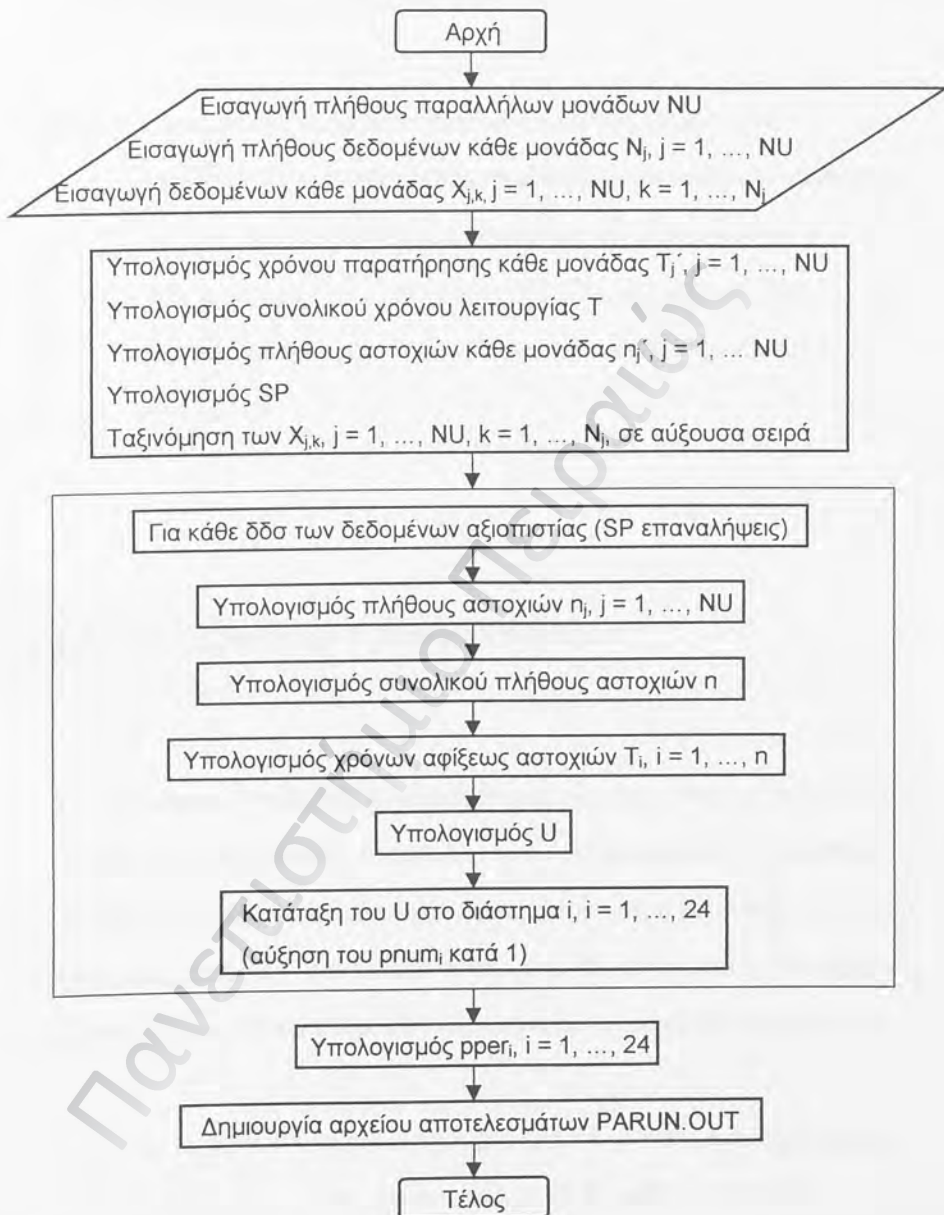
Βήμα 3α: Υπολογίζεται το πλήθος n_j , $j = 1, \dots, NU$, των αστοχιών –του δσ των δεδομένων– που θα ληφθούν υπόψη στον υπολογισμό του μεγέθους U (αν το τελευταίο δεδομένο του δσ της μονάδας j είναι ημιτελής παρατήρηση τότε $n_j = n_j'$, διαφορετικά $n_j = n_j - 1$).

Βήμα 3β: Υπολογίζεται το πλήθος n των αστοχιών του συνόλου των NU παραλλήλων μονάδων που θα ληφθούν υπόψη στον υπολογισμό του μεγέθους U (ως άθροισμα των αστοχιών n_j , $j = 1, \dots, NU$).

Βήμα 3γ: Υπολογίζονται οι χρόνοι αφίξεως T_i , $i = 1, \dots, n$, των n αστοχιών.

Βήμα 3δ: Υπολογίζεται το μέγεθος U από την σχέση 1.1.

Βήμα 3ε: Το υπολογισθέν U συγκρίνεται με τις οριακές τιμές της τυπικής κανονικής μεταβλητής z (Πίνακας 2.1) και κατατάσσεται σε ένα από τα 24 διαστήματα, με ταυτόχρονη αύξηση του μετρητή rn_{um_i} , $i = 1, \dots, 24$, κατά ένα.



Διάγραμμα 5.1: Λογικό διάγραμμα της εφαρμογής PARUN.FOR

Βήμα 4: Υπολογίζονται τα ποσοστά pr_{ei} , $i = 1, \dots, 24$.

Βήμα 5: Δημιουργείται το αρχείο αποτελεσμάτων PARUN.OUT που περιλαμβάνει το πλήθος NU των παραλλήλων μονάδων, το πλήθος N_j , $j = 1, \dots, NU$, των δεδομένων αξιοπιστίας της κάθε μονάδας, τα δεδομένα $X_{j,k}$, $j = 1, \dots, NU$ και $k = 1, \dots, N_j$, της κάθε μονάδας, τις τιμές των μετρητών r_{mi} , $i = 1, \dots, 24$, και τις τιμές των ποσοστών pr_{ei} , $i = 1, \dots, 24$.

5.4 Δεδομένα που Χρησιμοποιήθηκαν

Το πρόγραμμα PARUN.FOR εφαρμόστηκε για τρία σύνολα παραλλήλων μονάδων (κάθε σύνολο αποτελείται από πανομοιότυπα επιδιορθώσιμα συστήματα) που λειτουργούν παράλληλα και ανεξάρτητα μεταξύ τους, υπό παρόμοιες συνθήκες. Τα σύνολα αυτά –που θα αναφέρονται στο εξής ως Σύνολο 1, Σύνολο 2 και Σύνολο 3– παρουσιάζουν τα ακόλουθα χαρακτηριστικά:

Σύνολο 1: Το Σύνολο 1 [1] αποτελείται από $NU = 5$ μονάδες, που ξεκίνησαν να λειτουργούν ταυτόχρονα και για 2,700 h η κάθε μία, δηλαδή $T_j = 2,700$, $j = 1, \dots, 5$. Η κάθε μονάδα παρουσιάζει τα ακόλουθα δεδομένα αξιοπιστίας και συντήρησης, σε αύξουσα ταξινόμηση (με την ένδειξη «c» διακρίνονται οι ημιτελείς παρατηρήσεις):

Μονάδα 1: 441, 625, c702, 932

Μονάδα 2: c150, 429, 554, 1567

Μονάδα 3: c923, 1777

Μονάδα 4: c100, 264, 343, 685, 1308

Μονάδα 5: 659, c770, 1271

Το συνολικό πλήθος των δδσ του Συνόλου 1 είναι: $SP = \prod_{j=1}^5 N_j! =$
 $= N_1! \cdot N_2! \cdot N_3! \cdot N_4! \cdot N_5! = 4! \cdot 4! \cdot 2! \cdot 5! \cdot 3! = 829,440$ δδσ.

Σύνολο 2: Το Σύνολο 2 [2] αποτελείται από $NU = 5$ μονάδες που άρχισαν να λειτουργούν ταυτόχρονα. Ο χρόνος λειτουργίας της κάθε μονάδας είναι: $T_1' = 3,000$ h, $T_2' = 2,500$ h, $T_3' = 2,000$ h, $T_4' = 1,500$ h, και $T_5' = 1,000$ h. Η κάθε μονάδα παρουσιάζει τα ακόλουθα δεδομένα αξιοπιστίας και συντήρησης, σε αύξουσα ταξινόμηση (με την ένδειξη «c» διακρίνονται οι ημιτελείς παρατηρήσεις):

Μονάδα 1: 176, 215, 289, 300, 384, 452, 567, c617

Μονάδα 2: 69, 208, 233, 390, c393, 401, 806

Μονάδα 3: c195, 783, 1022

Μονάδα 4: c718, 782

Μονάδα 5: c1000

Το συνολικό πλήθος των δδσ του Συνόλου 2 είναι: $SP = \prod_{j=1}^5 N_j! =$
 $= N_1! \cdot N_2! \cdot N_3! \cdot N_4! \cdot N_5! = 8! \cdot 7! \cdot 3! \cdot 2! \cdot 1! \approx 2.44 \cdot 10^9$ δδσ.

Σύνολο 3: Το σύνολο 3 ταυτίζεται με το Σύνολο 2 που παρουσιάστηκε προηγουμένως, με μόνη διαφορά το γεγονός πως οι 5 παράλληλες

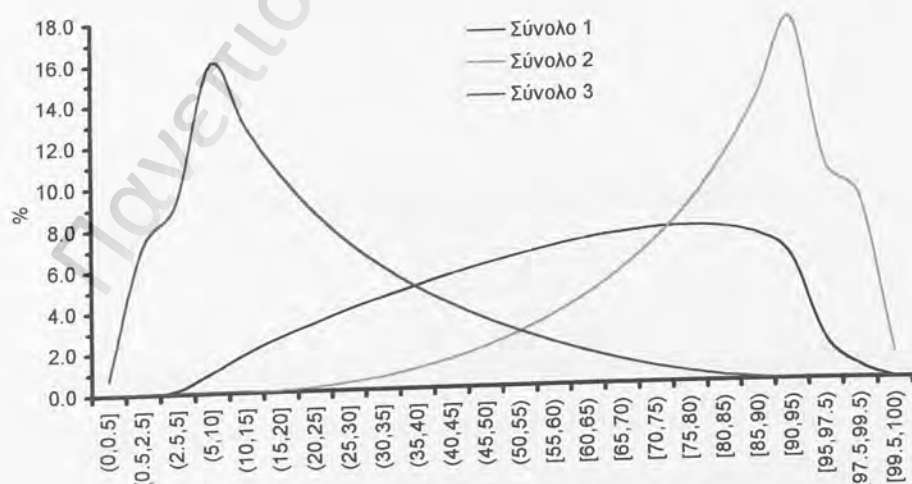
μονάδες δεν ξεκίνησαν να λειτουργούν ταυτόχρονα, αλλά διαδοχικά και με διαφορά 500 h μεταξύ τους. Δηλαδή, η μονάδα 2 τέθηκε σε λειτουργία 500 h μετά την μονάδα 1, η μονάδα 3 τέθηκε σε λειτουργία 500 h μετά την μονάδα 2 (και συνεπώς 1000 h μετά την μονάδα 1) κ.ο.κ. Τα υπόλοιπα χαρακτηριστικά των δύο Συνόλων 2 και 3 ταυτίζονται.

5.5 Αποτελέσματα

Στον Πίνακα 5.1 της επόμενης σελίδας παρουσιάζονται τα αποτελέσματα που προέκυψαν από την εφαρμογή του προγράμματος PARUN.FOR στα Σύνολα 1, 2 και 3 των παραλλήλων μονάδων που παρουσιάστηκαν στην προηγούμενη ενότητα 5.4. Γίνεται αναφορά, για κάθε σύνολο, στις τιμές των ποσοστών $pr_{pe,i}$, $i = 1, \dots, 24$, των τιμών του μεγέθους U που περιέχονται σε κάθε ένα από τα 24 διαστήματα της τυπικής κανονικής μεταβλητής z . Η διαγραμματική απεικόνιση των τιμών των ποσοστών φαίνεται στο Διάγραμμα 5.2.

Πίνακας 5.1: Αποτελέσματα εφαρμογής του προγράμματος PARUN.FOR για τα Σύνολα 1, 2 και 3 των παραλλήλων μονάδων

α/α Πεδίου i	Ποσοστά rper _i , i = 1, ..., 24, του μεγέθους U σε κάθε πεδίο			α/α Πεδίου i	Ποσοστά rper _i , i = 1, ..., 24, του μεγέθους U σε κάθε πεδίο		
	Σύνολο 1	Σύνολο 2	Σύνολο 3		Σύνολο 1	Σύνολο 2	Σύνολο 3
1	0.0	0.0	0.7	13	6.4	2.6	2.6
2	0.0	0.0	7.1	14	6.8	3.4	2.1
3	0.2	0.0	9.3	15	7.1	4.4	1.6
4	1.0	0.0	16.0	16	7.4	5.5	1.1
5	1.9	0.0	12.9	17	7.5	7.0	0.8
6	2.6	0.1	10.6	18	7.6	8.7	0.5
7	3.3	0.2	8.7	19	7.5	10.9	0.2
8	4.0	0.3	7.2	20	7.1	13.8	0.1
9	4.5	0.6	6.0	21	6.0	17.6	0.0
10	5.0	1.0	4.9	22	2.0	10.5	0.0
11	5.5	1.4	4.1	23	0.6	8.8	0.0
12	6.0	1.9	3.3	24	0.0	1.2	0.0



Διάγραμμα 5.2: Κατανομές των ποσοστών των τιμών του μεγέθους U όλων των δδς των Συνόλων 1, 2 και 3

Τέλος, στον ακόλουθο Πίνακα 5.2 παρατίθενται τα ποσοστά των δδσ κάθε συνόλου που παρουσιάζουν στατιστικά σημαντική τιμή του μεγέθους U κατά τον έλεγχο τάσης κατά Laplace για επίπεδο σημαντικότητας $\alpha = 5\%$ και μονόπλευρο έλεγχο καθώς και για επίπεδο σημαντικότητας $\alpha = 5\%$ και δίπλευρο έλεγχο. Στις παραπάνω περιπτώσεις –και για το συγκεκριμένο επίπεδο σημαντικότητας– μπορούμε να απορρίψουμε την αρχική υπόθεση μη-ύπαρξης τάσης στα δεδομένα αξιοπιστίας.

Πίνακας 5.2: Ποσοστά των δδσ των Συνόλων 1, 2 και 3 με στατιστικά σημαντική τιμή του μεγέθους U

$\alpha\%$	Σύνολο 1	Σύνολο 2	Σύνολο 3
5 (α) ^α	0.2	0.0	17.1
5 (δ) ^β	2.6	20.5	0.0
5 ($\alpha\delta$) ^γ	0.6	10.0	7.8

^α επίπεδο σημαντικότητας $\alpha = 5\%$ και μονόπλευρος έλεγχος αριστερά

^β επίπεδο σημαντικότητας $\alpha = 5\%$ και μονόπλευρος έλεγχος δεξιά

^γ επίπεδο σημαντικότητας $\alpha = 5\%$ και δίπλευρος έλεγχος

5.6 Συζήτηση Αποτελεσμάτων – Συμπεράσματα

Όσον αφορά το Σύνολο 1 των 5 παραλλήλων μονάδων / πανομοιότυπων επιδιορθώσιμων συστημάτων, μπορούμε να παρατηρήσουμε μια συσσώρευση των τιμών του στατιστικού μεγέθους U στο δεξιό άκρο της κατανομής, γεγονός που φανερώνει πως το μεγαλύτερο ποσοστό των δδσ προέρχονται από ένα

«δυστυχημένο» σύστημα, ένα σύστημα δηλαδή του οποίου οι χρόνοι μεταξύ των διαδοχικών αστοχιών παρουσιάζουν τάση μείωσης. Πάντως, τα ποσοστά των $\delta\delta\sigma$ για τα οποία μπορούμε να απορρίψουμε την αρχική υπόθεση μη-ύπαρξης τάσης στα δεδομένα αξιοπιστίας είναι –όπως φαίνεται από τον Πίνακα 5.2– πολύ χαμηλά.

Η συγκριτική μελέτη των Συνόλων 2 και 3 οδηγεί σε εντελώς διαφορετικά αποτελέσματα, παρά το γεγονός ότι, και τα δύο σύνολα, παρουσιάζουν ακριβώς τα ίδια δεδομένα αξιοπιστίας και συντήρησης. Έτσι, το Σύνολο 2 παρουσιάζει συγκέντρωση των τιμών του μεγέθους U στο δεξιό άκρο της κατανομής ενώ για το Σύνολο 3 η εικόνα είναι τελείως διαφορετική αφού οι τιμές του μεγέθους U εμφανίζονται συγκεντρωμένες στο αριστερό άκρο της κατανομής. Το ίδιο συμπέρασμα προκύπτει και από τα αποτελέσματα του Πίνακα 5.2, όπου για επίπεδο σημαντικότητας $\alpha = 5\%$ και μονόπλευρο έλεγχο αριστερά, τα ποσοστά των $\delta\delta\sigma$ που παρουσιάζουν στατιστικά σημαντική τιμή του μεγέθους U είναι 0.0 και 17.1% για τα Σύνολα 2 και 3 αντίστοιχα. Τα μεγέθη αντιστρέφονται στην περίπτωση μονόπλευρου ελέγχου δεξιά, επιπέδου σημαντικότητας $\alpha = 5\%$, όπου τα αντίστοιχα ποσοστά για τα Σύνολα 2 και 3 είναι 20.5 και 0.0%. Τέλος, μικρή διαφοροποίηση –μεταξύ των δύο συνόλων– παρατηρείται στα ποσοστά των $\delta\delta\sigma$ που παρουσιάζουν στατιστικά σημαντική τιμή του μεγέθους U για δίπλευρο έλεγχο και επίπεδο σημαντικότητας $\alpha = 5\%$ (10.0 και 7.8% αντίστοιχα).

Η διαφορετικότητα των αποτελεσμάτων που προέκυψαν για τα Σύνολα 2 και 3 –παρά το γεγονός ότι παρουσιάζουν τα ίδια ακριβώς δεδομένα αξιοπιστίας και

συντήρησης– οφείλεται προφανώς στην διαφορετική θεώρηση όσον αφορά την λειτουργία των παραλλήλων μονάδων: για το Σύνολο 2 θεωρήθηκε ότι οι 5 μονάδες ξεκινούν ταυτόχρονα να λειτουργούν, ενώ για το Σύνολο 3 θεωρήθηκε ότι οι 5 μονάδες τέθηκαν διαδοχικά –και ανά διαστήματα 500 h– σε λειτουργία. Καταδεικνύεται, συνεπώς, με τον πλέον χαρακτηριστικό τρόπο, η σημασία της ανάλυσης των διαθέσιμων δεδομένων αξιοπιστίας και συντήρησης όπως ακριβώς αυτά προέρχονται από την πράξη, δηλαδή από την λειτουργία των επιδιορθώσιμων συστημάτων. Έτσι, οποιαδήποτε ανάλυση επικεντρώνει την προσοχή της στα διαθέσιμα δεδομένα –αυτά καθ' αυτά–, αγνοώντας τις συνθήκες κάτω από τις οποίες προήλθαν και την χρονολογική σειρά με την οποία προέκυψαν, είναι σχεδόν βέβαιο πως θα οδηγήσει στην εξαγωγή λανθασμένων συμπερασμάτων σχετικά με την αξιοπιστία του υπό μελέτη συστήματος και ως εκ τούτου στην περαιτέρω υιοθέτηση λανθασμένων πρακτικών και πολιτικών συντήρησης ή / και βελτίωσης της αξιοπιστίας του.

Πρακτικά, το τελευταίο συμπέρασμα μεταφράζεται στην ανάγκη για όσο το δυνατόν περισσότερο σχολαστική, προσεκτική και λεπτομερή παρατήρηση, περιγραφή και καταγραφή της λειτουργίας των επιδιορθώσιμων συστημάτων στην πράξη, ώστε στην συνέχεια, ο αναλυτής των δεδομένων να έχει την δυνατότητα να προχωρήσει στην ορθή –και ως εκ τούτου ουσιαστική– ανάλυσή τους. Βέβαια, για οικονομικούς αλλά και πρακτικούς λόγους, η παρατήρηση των επιδιορθώσιμων συστημάτων θα πρέπει να περιοριστεί στα πιο κρίσιμα / σημαντικά τμήματα της παραγωγικής διαδικασίας καθώς και σε εκείνα τα παραγωγικά στάδια που ουσιαστικά καθορίζουν το συνολικό παραγόμενο αποτέλεσμα της παραγωγικής μονάδας, λειτουργώντας ως περιορισμοί

(bottlenecks). Με τον τρόπο αυτό μεγιστοποιούνται τα οφέλη της ανάλυσης αξιοπιστίας των επιδιορθώσιμων συστημάτων στην πράξη και ταυτόχρονα ελαχιστοποιείται το κόστος αυτής της τόσο κρίσιμης και σημαντικής διαδικασίας.

5.7 Βιβλιογραφία Κεφαλαίου

1. Bohoris, G.A., «Trend testing in reliability engineering», International Journal of Quality & Reliability Management, Vol. 13 No. 2, 1996, σ. 45 – 54.
2. Newton, D.W., «Some pitfalls in reliability data analysis», Reliability Engineering and System Safety, Vol. 34, 1991, σ. 7 – 21.

Βιβλιογραφία

1. Algorithm AS 88, Applied Statistics, Vol. 24 No. 3, 1975, <http://stat.cmu.edu/apstat/88>
2. Ascher, H.E., Feingold, H., «Bad-as-old. Analysis of system failure data», Conference Proceedings. 1969 Annual Reliability and Maintainability Symposium, 1969.
3. Ascher, H.E., Feingold, H., «Is there repair after failure?», Conference Proceedings, 1978 Annual Reliability and Maintainability Symposium, 1978.
4. Ascher, H.E., Feingold, H., Repairable Systems Reliability: Modeling, Inference, Misconceptions and their Causes, Marcel Dekker, New York, 1984.
5. Bain, L.J., Engelhardt, M., Wright, F.T., «Tests for an increasing trend in the intensity of a Poisson process: a power study», J Am Stat Ass, 80(390), 1985.
6. Bohoris, G.A., «Comparison of the Cumulative-Hazard and Kaplan-Meier estimators of the survivor function», IEEE Transactions on Reliability, Vol.43 No. 2, June 1994.
7. Bohoris, G.A., «Gamma function tables for the estimation of the mean and standard deviation of the Weibull distribution», Quality and Reliability Engineering International, Vol. 10 No. 2, 1994.
8. Bohoris, G.A., «Trend testing in reliability engineering», International Journal of Quality & Reliability Management, Vol. 13 No. 2, 1996.

9. Bohoris, G.A., «Trend testing for complex repairable systems», International Journal of Quality & Reliability Management, Vol. 13 No. 6, 1996.
10. Bunday, B.D., Statistical Methods in Reliability Theory and Practice, Ellis Horwood, Chichester, 1991.
11. Cox, D.R., Lewis, P.A.W., The Statistical Analysis of Series of Events, Chapman and Hall, London, 1966.
12. Drenick, R.F., «The failure law of complex equipment», Journal of the Society for the Industrial Applications of Mathematics, Vol. 8 No.4, 1960.
13. Grosh, D.L., A Primer of Reliability Theory, John Wiley & Sons, New York, 1989.
14. Guide to Available Mathematical Software (GAMS), <http://gams.nist.gov>
15. Kvaloy, J.T., Lindqvist, B., «TTT-based tests for trend in repairable system data», Reliability Engineering and System Safety, 60(1), 1998.
16. Lindqvist, B., Kjonstadt, G.A., Meland, N., «Testing for trend in repairable system data», Proceedings ESREL '94, La Baule, France, 1994.
17. Meeker, W.Q., Escobar, L.A., Statistical Methods for Reliability Data, John Wiley & Sons, New York, 1998.
18. Newton, D.W., «Some pitfalls in reliability data analysis», Reliability Engineering and System Safety, Vol. 34, 1991.
19. O'Connor, P.D.T., Practical Reliability Engineering, John Wiley & Sons, Chichester, 1991.
20. Press, W.H., Teukolsky, S.A., Vetterling, W.T., Flannery, B.P., Numerical Recipes in FORTRAN, Cambridge University Press, New York, 1992.

Παράρτημα Α

Ανάλυση Δεδομένων Αξιοπιστίας και Συντήρησης

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑΤΑ

Στις παρόντες παραρτήματα είναι περιεχόμενα στοιχεία της Ανάλυσης Διευκολύσεων (Blended Analysis) για τα πρώτα δεδομένα (initial data) και της Συντήρησης (Maintenance) σύμφωνα με τα δεδομένα από αυτήν, παρασκευάζονται κατά την εφαρμογή των παρόντων χαρακτηριστικών Στατιστικής Κοινωνίας (Πρόσφατη Έκδοση) - Χρήση Απομνημόνιο (LRM) (Διασφάλιση) ή (Επιλογή) και η κατάσταση (Status)

Πανεπιστήμιο Πειραιώς

Παράρτημα Α

Ανάλυση Δεδομένων Αξιοπιστίας και Συντήρησης

Στο παρόν παράρτημα γίνεται αναφορά στην έννοια της Ανάλυσης Βιωσιμότητας (Survival Analysis), στα ημιτελή δεδομένα (censored data) και στις Συναρτήσεις Κατανομών (Distribution Functions) ενώ επίσης παρουσιάζονται αναλυτικά οι δύο συχνότερα χρησιμοποιούμενες Στατιστικές Κατανομές Πιθανοτήτων Περιγραφής Χρόνου Λειτουργίας (Lifetime Distributions), η Εκθετική κατανομή και η κατανομή Weibull.

A.1 Ανάλυση Βιωσιμότητας (Survival Analysis)

Με τον όρο *Ανάλυση Βιωσιμότητας* εννοείται το σύνολο των διαθέσιμων στατιστικών μεθόδων για την ανάλυση *δεδομένων βιωσιμότητας* (survival data) ή –διαφορετικά– *δεδομένων χρόνου ζωής* (lifetime data). Τα δεδομένα αυτά αποτελούν τιμές μιας μεταβλητής που μετρά / καταγράφει το χρονικό διάστημα (ή, σε άλλες περιπτώσεις, τα διανυθέντα χιλιόμετρα, τις παραχθείσες μονάδες προϊόντος κ.λπ.) που προηγείται ενός συγκεκριμένου καταληκτικού γεγονότος. Σε κάθε περίπτωση, και ανεξάρτητα από τις μονάδες της χρησιμοποιούμενης μεταβλητής, τα δεδομένα βιωσιμότητας αποτελούνται πάντοτε από μη-αρνητικές τιμές, ενώ το είδος του καταληκτικού γεγονότος εξαρτάται από την προέλευση τους. Έτσι, στην βιολογική το καταληκτικό γεγονός μπορεί να είναι η εμφάνιση ενός συγκεκριμένου συμπτώματος, μιας αρρώστιας ή ακόμη και ο θάνατος του παρατηρούμενου υποκειμένου, ανθρώπου ή ζώου. Στην μελέτη της αξιοπιστίας, καταληκτικό γεγονός αποτελεί σχεδόν πάντα η αστοχία του παρατηρούμενου εξαρτήματος ή συστήματος.

Η ανάλυση βιωσιμότητας εξελίχθηκε κυρίως τα τελευταία 60 χρόνια και ιδιαίτερα μετά το 1960, όταν και προτάθηκαν κάποιες σημαντικές στατιστικές τεχνικές ανάλυσης δεδομένων από τον χώρο της ιατρικής. Ανάμεσα στα δύο βασικά πεδία εφαρμογής της διακρινόταν πάντα μια ποιοτική διαφοροποίηση στην φύση των αναπτυσσόμενων και προτεινόμενων τεχνικών αντιμετώπισης παρόμοιων προβλημάτων, που μπορεί να αποδοθεί στην διαφορετικότητα της νοοτροπίας, των αρχών και του τρόπου σκέψης και έρευνας των επιστημόνων.

Έτσι, στο χώρο της αξιοπιστίας η έμφαση δίνεται στην ανάπτυξη παραμετρικών μεθόδων και κύρια στην κατανομή Weibull, ενώ στην βιοϊατρική το ενδιαφέρον επικεντρώνεται στην ανάπτυξη μη-παραμετρικών τεχνικών, όπως το Μοντέλο Αναλογικών Κινδύνων (Proportional Hazards Model) [1,2]. Πάντως, τα τελευταία χρόνια παρατηρείται ολοένα και μεγαλύτερη επικάλυψη στο εύρος των εφαρμοζόμενων τεχνικών, με αποτέλεσμα αξιόλογες μέθοδοι που χρησιμοποιούνταν μόνο στην βιοϊατρική, να υιοθετούνται και να εφαρμόζονται στα προβλήματα αξιοπιστίας και αντίστροφα.

A.2 Ημιτελή Δεδομένα (Censored Data)

Ένα βασικό χαρακτηριστικό των δεδομένων βιωσιμότητας είναι οι ημιτελείς παρατηρήσεις που περιέχουν και οι οποίες συχνά υπερτερούν σε αριθμό των ολοκληρωμένων παρατηρήσεων. Η διαφορά ανάμεσα σε μια ολοκληρωμένη και μια ημιτελή παρατήρηση έγκειται στην εμφάνιση του καταληκτικού γεγονότος που λαμβάνει χώρα στην πρώτη περίπτωση αλλά όχι και στην δεύτερη, είτε γιατί έως το τέλος του χρονικού διαστήματος παρατήρησης ένα συγκεκριμένο στοιχείο δεν έχει αστοχήσει, είτε γιατί κατά την διάρκεια του χρονικού διαστήματος παρατήρησης ένα συγκεκριμένο στοιχείο αντικαθίσταται πριν αστοχήσει (προληπτική αντικατάσταση) [3]. Συνεπώς, μερική μόνο πληροφόρηση είναι διαθέσιμη για το στοιχείο αυτό, αφού το μόνο δεδομένο είναι το γεγονός ότι το στοιχείο είχε διάρκεια λειτουργίας τουλάχιστον ίση με ένα

συγκεκριμένο χρονικό διάστημα. Η ύπαρξη ημιτελών παρατηρήσεων σε ένα σύνολο δεδομένων βιωσιμότητας ενός στοιχείου δυσκολεύει την πραγματοποιούμενη ανάλυση αλλά σε καμία περίπτωση αυτές δεν μπορούν να αγνοηθούν από τον αναλυτή αφού αποτελούν σημαντικές παρατηρήσεις της λειτουργίας του στοιχείου. Αν κάτι τέτοιο συμβεί, το αποτέλεσμα θα είναι ο μεροληπτικός –και συγκεκριμένα απαισιόδοξος– προσδιορισμός της αξιοπιστίας του στοιχείου [4].

A.3 Συναρτήσεις Κατανομών (Distribution Functions)

Από ένα δείγμα δεδομένων βιωσιμότητας, είναι δυνατός ο υπολογισμός σημαντικών συναρτήσεων (με ανεξάρτητη μεταβλητή τον χρόνο t) που περιγράφουν τα δεδομένα και δίνουν την δυνατότητα στον αναλυτή να κατανοήσει και να προβλέψει την μελλοντική συμπεριφορά των στοιχείων (εξαρτημάτων ή συστημάτων) από τα οποία προήλθαν τα δεδομένα αυτά. Οι συναρτήσεις αυτές είναι [5,6]:

- Η *συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας* (probability density function – pdf), $f(t)$, αντιπροσωπεύει την πιθανότητα αστοχίας ενός στοιχείου στο χρονικό διάστημα $[t, t+\delta t]$, καθώς το δt τείνει στο μηδέν.

- Το ολοκλήρωμα της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας στο χρονικό διάστημα $[0, t]$ αποτελεί την *αθροιστική πυκνότητα πιθανότητας* (cumulative distribution function – cdf), $F(t) = \int_0^t f(u) du$.
- Το συμπληρωματικό της αθροιστικής πυκνότητας πιθανότητας είναι η *συνάρτηση αξιοπιστίας* (reliability function), $R(t)$, ή συνάρτηση βιωσιμότητας (survival function). Εκφράζει την πιθανότητα μη-αστοχίας ενός στοιχείου στο χρονικό διάστημα $[0, t]$. Έτσι: $R(t) = 1 - F(t)$.
- Ένα πολύ σημαντικό μέγεθος της θεωρίας αξιοπιστίας είναι η *συνάρτηση επικινδυνότητας* (hazard function) $h(t)$. Υπολογίζεται ως το πηλίκο της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας $f(t)$ προς την συνάρτηση αξιοπιστίας $R(t)$: $h(t) = \frac{f(t)}{R(t)}$, και εκφράζει την δεσμευμένη πιθανότητα εμφάνισης αστοχίας στο χρονικό διάστημα $[t, t+\delta t]$ με δεδομένο το γεγονός ότι το στοιχείο δεν έχει αστοχήσει έως την χρονική στιγμή t .
- Το ολοκλήρωμα της συνάρτησης επικινδυνότητας στο χρονικό διάστημα $[0, t]$ αποτελεί την *αθροιστική συνάρτηση επικινδυνότητας* (cumulative hazard function) $H(t) = \int_0^t h(u) du$, ένα μέγεθος που δεν έχει φυσική σημασία αλλά χρησιμοποιείται για υπολογιστικούς σκοπούς, αφού υπολογίζεται εύκολα από δεδομένα βιωσιμότητας.

Στην συνέχεια παρουσιάζονται οι σημαντικότερες σχέσεις που συνδέουν τις προαναφερθείσες συναρτήσεις:

$$f(t) = \frac{dF(t)}{dt} = -\frac{dR(t)}{dt}$$

$$R(t) = \int_t^{\infty} f(u) du$$

$$h(t) = \frac{f(t)}{1-F(t)} = \frac{dF(t)}{dt} \frac{1}{1-F(t)}$$

$$h(t) = \frac{f(t)}{R(t)} = -\frac{dR(t)}{dt} \frac{1}{R(t)}$$

$$H(t) = \int_0^t -\frac{dR(u)}{du} \frac{1}{R(u)} du = -\int_0^t d \ln R(u) = -\ln R(t) = -\ln[1-F(t)]$$

$$R(t) = e^{-H(t)}$$

A.4 Στατιστικές Κατανομές Πιθανοτήτων Περιγραφής Χρόνου Λειτουργίας (Lifetime Distributions)

Οι Στατιστικές Κατανομές Πιθανοτήτων Περιγραφής Χρόνου Λειτουργίας είναι εκείνες οι κατανομές πιθανότητας που περιγράφουν την συμπεριφορά / λειτουργία μη-επιδιορθώσιμων στοιχείων. Για κάθε μία από αυτές τις στατιστικές κατανομές, οι σχέσεις που παρουσιάστηκαν στην προηγούμενη ενότητα A.3 λαμβάνουν ξεχωριστή μορφή. Σημείο εκκίνησης για την διαμόρφωση των σχέσεων αυτών αποτελεί η συνάρτηση επικινδυνότητας $h(t)$. Στην παρούσα ενότητα θα παρουσιαστούν οι δύο περισσότερο γνωστές και εφαρμοζόμενες

στην πράξη στατιστικές κατανομές πιθανοτήτων περιγραφής χρόνου λειτουργίας: η Εκθετική κατανομή (Exponential distribution) και η κατανομή Weibull (Weibull distribution).

Η απλούστερη στατιστική κατανομή πιθανοτήτων περιγραφής χρόνου λειτουργίας είναι η *Εκθετική κατανομή* [7,8], όπου η συνάρτηση επικινδυνότητας είναι σταθερή, ανεξάρτητη του χρόνου και ίση με λ . Η Εκθετική κατανομή είναι κατάλληλη για την περιγραφή της λειτουργίας στοιχείων που δεν φθείρονται με την πάροδο του χρόνου, με αποτέλεσμα κάθε χρονική στιγμή το χρησιμοποιηθέν στοιχείο να είναι ισοδύναμο με ένα καινούργιο. Κατά συνέπεια, η μελλοντική συμπεριφορά του στοιχείου είναι ανεξάρτητη της προγενέστερης συμπεριφοράς του. Το βασικό χαρακτηριστικό της Εκθετικής κατανομής, δηλαδή η σταθερή συνάρτηση επικινδυνότητας, περιορίζει το πιθανό πεδίο εφαρμογής της σε ηλεκτρικά / ηλεκτρονικά στοιχεία, ενώ σπάνια εφαρμόζεται σε μηχανικά / μηχανολογικά στοιχεία. Παρ' όλα αυτά, χρησιμοποιείται συχνά στην πράξη λόγω της απλότητάς της και της θεωρητικής της σημασίας. Η μορφή των σχέσεων που παρουσιάστηκαν στην προηγούμενη ενότητα Α.3 καθώς και άλλα σημαντικά μεγέθη της Εκθετικής κατανομής παρουσιάζονται στον Πίνακα Α.1.

Πίνακας Α.1: Συναρτήσεις και σημαντικά μεγέθη της Εκθετικής κατανομής

Μέγεθος	Σύμβολο	Τύπος
Συνάρτηση Πυκνότητας Πιθανότητας	$f(t)$	$\lambda e^{-\lambda t}$
Αθροιστική Πυκνότητα Πιθανότητας	$F(t)$	$1 - e^{-\lambda t}$
Συνάρτηση Αξιοπιστίας	$R(t)$	$e^{-\lambda t}$
Συνάρτηση Επικινδυνότητας	$h(t)$	λ

Αθροιστική Συνάρτηση Επικινδυνότητας	$H(t)$	λt
Μέσος	μ	$\frac{1}{\lambda}$
Διάμεσος	m	$\frac{1}{\lambda} \ln 2$
Διακύμανση / Μεταβλητότητα	σ^2	$\frac{1}{\lambda^2}$
Συντελεστής Μεταβλητότητας	$\rho = \frac{\sigma}{\mu}$	1

Προκειμένου να αποφευχθεί ο –συχνά μη-реαλιστικός– περιορισμός σταθερής συνάρτησης επικινδυνότητας της Εκθετικής κατανομής, υιοθετείται η ακόλουθη –εξαρτώμενη από τον χρόνο– μορφή για την συνάρτηση επικινδυνότητας:

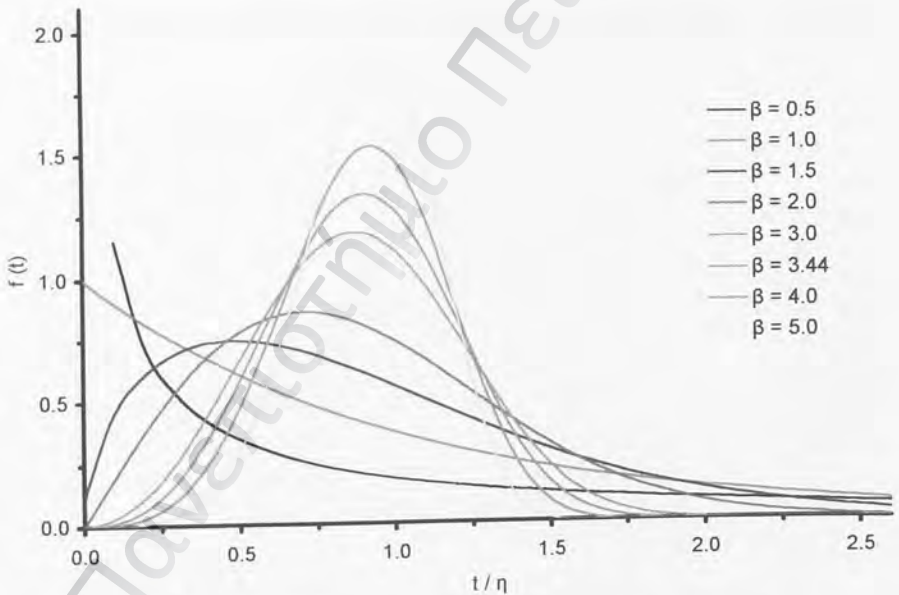
$$h(t) = \frac{\beta}{\eta} \left(\frac{t}{\eta} \right)^{\beta-1},$$

που χαρακτηρίζει μια άλλη στατιστική κατανομή πιθανοτήτων

περιγραφής χρόνου λειτουργίας, την *κατανομή Weibull* [9,10,11]. Η τελευταία περιέχει δύο θετικές παραμέτρους: το β που ονομάζεται παράμετρος σχήματος (shape parameter) αφού μεταβάλλει το σχήμα της κατανομής και το η που ονομάζεται παράμετρος κλίμακας / θέσης (scale parameter) αφού σχετίζεται με την κατακόρυφη θέση της κατανομής ως προς τον οριζόντιο άξονα των χρόνων t ή χαρακτηριστικός χρόνος λειτουργίας (characteristic life) αφού είναι ο χρόνος στον οποίο το 63.2% του συνόλου των παρατηρούμενων στοιχείων θα έχουν αστοχήσει.

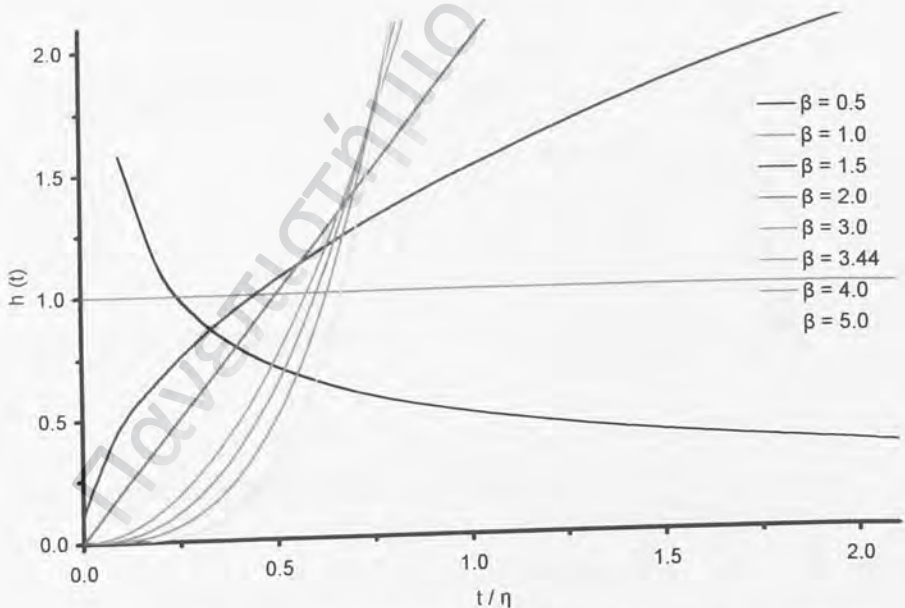
Βασικό χαρακτηριστικό της κατανομής Weibull, και ταυτόχρονα το κύριο πλεονέκτημά της έναντι άλλων στατιστικών κατανομών, είναι η δυνατότητα

περιγραφής πολλών διαφορετικών τύπων δεδομένων βιωσιμότητας, λόγω των –άπειρων δυνατών– διαφορετικών τιμών και συνδυασμών των παραμέτρων της. Έτσι, για $\beta = 1$ η κατανομή Weibull ταυτίζεται με την Εκθετική κατανομή με $\lambda = \frac{1}{\eta}$, ενώ για $\beta = 3.44$ προσεγγίζει την Κανονική κατανομή (Normal distribution). Στο Διάγραμμα Α.1 παρουσιάζεται η πολυσχηματικότητα της γραφικής παράστασης της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας της κατανομής Weibull, για $\eta = 1$ και διάφορες τιμές της παραμέτρου β .



Διάγραμμα Α.1: Γραφική παράσταση της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας της κατανομής Weibull, για $\eta = 1$ και διάφορες τιμές της παραμέτρου β

Ένα άλλο σημαντικό χαρακτηριστικό της κατανομής Weibull είναι το γεγονός ότι για $\beta > 1$ αποτελεί ένα μοντέλο περιγραφής αυξανόμενου ρυθμού επικινδυνότητας, ενώ για $\beta < 1$ αποτελεί ένα μοντέλο περιγραφής μειούμενου ρυθμού επικινδυνότητας. Έτσι, όπως φαίνεται και στο Διάγραμμα Α.2, για $\beta < 1$ η συνάρτηση επικινδυνότητας μειώνεται με μειούμενο ρυθμό, για $\beta = 1$ η συνάρτηση επικινδυνότητας είναι σταθερή, για $1 < \beta < 2$ η συνάρτηση επικινδυνότητας αυξάνεται με μειούμενο ρυθμό, για $\beta = 2$ η συνάρτηση επικινδυνότητας αυξάνεται με σταθερό ρυθμό και για $\beta > 2$ η συνάρτηση επικινδυνότητας αυξάνεται με αυξανόμενο ρυθμό. Στο σημείο αυτό θα πρέπει να σημειωθεί πως τιμές του β μεγαλύτερες του 5 είναι ασυνήθιστες στην πράξη.



Διάγραμμα Α.2: Γραφική παράσταση της συνάρτησης επικινδυνότητας της κατανομής Weibull, για $\eta = 1$ και διάφορες τιμές της παραμέτρου β

Η μορφή των σχέσεων που παρουσιάστηκαν στην προηγούμενη ενότητα Α.3 καθώς και άλλα σημαντικά μεγέθη της κατανομής Weibull παρουσιάζονται στον ακόλουθο Πίνακα Α.2 [12].

Πίνακας Α.2: Συναρτήσεις και σημαντικά μεγέθη της κατανομής Weibull

Μέγεθος	Σύμβολο	Τύπος
Συνάρτηση Πυκνότητας Πιθανότητας	$f(t)$	$\frac{\beta}{\eta} \left(\frac{t}{\eta}\right)^{\beta-1} e^{-\left(\frac{t}{\eta}\right)^\beta}$
Αθροιστική Πυκνότητα Πιθανότητας	$F(t)$	$1 - e^{-\left(\frac{t}{\eta}\right)^\beta}$
Συνάρτηση Αξιοπιστίας	$R(t)$	$e^{-\left(\frac{t}{\eta}\right)^\beta}$
Συνάρτηση Επικινδυνότητας	$h(t)$	$\frac{\beta}{\eta} \left(\frac{t}{\eta}\right)^{\beta-1}$
Αθροιστική Συνάρτηση Επικινδυνότητας	$H(t)$	$\left(\frac{t}{\eta}\right)^\beta$
Μέσος	μ	$\eta \Gamma\left(\frac{\beta+1}{\beta}\right)^\alpha$
Διάμεσος	m	$\eta (\ln 2)^{\frac{1}{\beta}}$
Διακύμανση / Μεταβλητότητα	σ^2	$\eta^2 \left\{ \Gamma\left(\frac{\beta+2}{\beta}\right) - \left[\Gamma\left(\frac{\beta+1}{\beta}\right) \right]^2 \right\}^\alpha$
Συντελεστής Μεταβλητότητας	$\rho = \frac{\sigma}{\mu}$	$\left\{ \frac{\Gamma\left(\frac{\beta+2}{\beta}\right)}{\left[\Gamma\left(\frac{\beta+1}{\beta}\right) \right]^2} - 1 \right\}^{\frac{1}{2} \alpha}$

^α Η συνάρτηση Γάμα (Gamma function) ορίζεται από το ολοκλήρωμα: $\Gamma(x) = \int_0^\infty t^{x-1} e^{-t} dt$, και ικανοποιεί την

επαναλαμβανόμενη σχέση: $\Gamma(x+1) = x \Gamma(x)$. Στην ειδική περίπτωση όπου ο x είναι ακέραιος ($x = n$), η συνάρτηση Γάμα υπολογίζεται από την σχέση: $\Gamma(n) = (n-1)!$.

Για ένα σύνολο N δεδομένων αξιοπιστίας και συντήρησης, με N_f αστοχίες και $N - N_f$ ημιτελείς παρατηρήσεις, ο υπολογισμός των παραμέτρων β και η της κατανομής Weibull που περιγράφει τα δεδομένα αυτά επιτυγχάνεται με την επίλυση των ακόλουθων εξισώσεων [4, 13]:

$$\frac{1}{\beta} + \frac{\sum_{i=1}^{N_f} \ln X_i}{N_f} - \frac{\sum_{i=1}^N X_i^\beta \ln X_i}{\sum_{i=1}^N X_i^\beta} = 0 \quad (\text{A.1})$$

$$\eta = \left(\frac{\sum_{i=1}^N X_i^\beta}{N_f} \right)^{\frac{1}{\beta}} \quad (\text{A.2})$$

όπου X_i , $i = 1, \dots, N$, είναι τα διαθέσιμα δεδομένα αξιοπιστίας.

Αρχικά υπολογίζεται η παράμετρος σχήματος (β) από την σχέση A.1 (με χρήση κάποιας αριθμητικής μεθόδου επίλυσης εξισώσεων) και στην συνέχεια η παράμετρος κλίμακας (η) από την σχέση A.2. Οι προκύπτουσες τιμές των παραμέτρων αποτελούν τους περισσότερο πιθανούς εκτιμητές (maximum likelihood estimators) των πραγματικών τιμών των παραμέτρων β και η .

Είναι φανερό πως τα αθροίσματα που περιλαμβάνονται στις σχέσεις A.1 και A.2 αγνοούν την χρονική αλληλουχία των διαθέσιμων δεδομένων αξιοπιστίας και συντήρησης. Έτσι, η εφαρμογή των σχέσεων A.1 και A.2 για δύο ή και περισσότερα σετ δεδομένων που αποτελούνται από τους ίδιους χρόνους X_i , $i = 1, \dots, N$, θα οδηγήσει στις ίδιες τιμές για τις παραμέτρους β και η και συνεπώς στο ίδιο μοντέλο περιγραφής των σετ δεδομένων αξιοπιστίας και συντήρησης, ανεξάρτητα από την υφιστάμενη χρονοεξέλιξη των δεδομένων του κάθε σετ.

A.5 Βιβλιογραφία Παραρτήματος

1. Bunday, B.D., Statistical Methods in Reliability Theory and Practice, Ellis Horwood, Chichester, 1991, σ. 41 – 42, 125 – 140.
2. Meeker, W.Q., Escobar, L.A., Statistical Methods for Reliability Data, John Wiley & Sons, New York, 1998, σ. 455 – 458.
3. Meeker, W.Q., Escobar, L.A., ό.π., σ. 34 – 35.
4. Newton, D.W., «Some pitfalls in reliability data analysis», Reliability Engineering and System Safety, Vol. 34, 1991, σ. 7 – 21.
5. Grosh, D.L., A Primer of Reliability Theory, John Wiley & Sons, New York, 1989, σ. 11 – 22.
6. Meeker, W.Q., Escobar, L.A., ό.π., σ. 27 – 31.
7. Bunday, B.D., ό.π., σ. 27 – 29.
8. O'Connor, P.D.T., Practical Reliability Engineering, John Wiley & Sons, Chichester, 1985, σ. 38 – 40.
9. Bunday, B.D., ό.π., σ. 30 – 33.
10. O'Connor, P.D.T., ό.π., σ. 41 – 42.
11. Grosh, D.L., ό.π., σ. 63 – 69.
12. Bohoris, G.A., «Gamma function tables for the estimation of the mean and standard deviation of the Weibull distribution», Quality and Reliability Engineering International, Vol. 10 No. 2, 1994, σ. 105 – 115.
13. Bunday, B.D., ό.π., σ. 62 – 64.

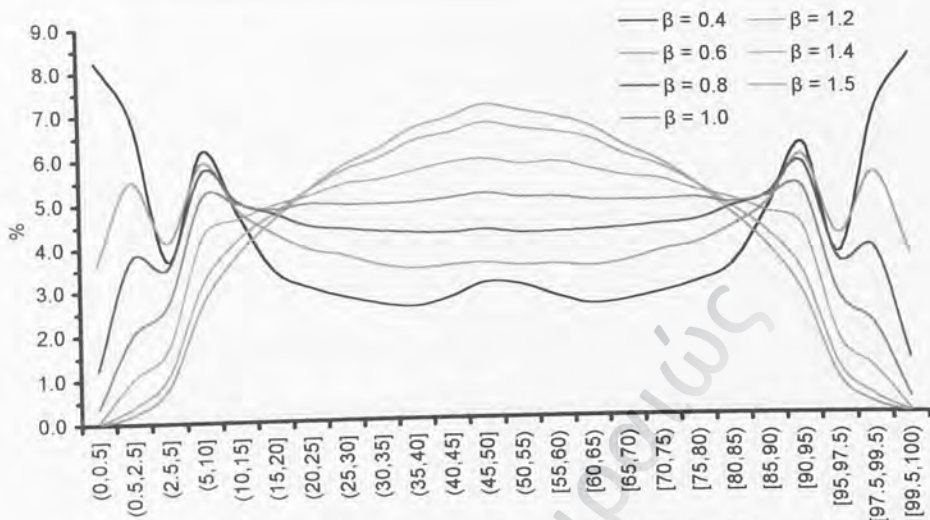
A.5 Βιβλιογραφία Παραρτήματος

1. Bunday, B.D., Statistical Methods in Reliability Theory and Practice, Ellis Horwood, Chichester, 1991, σ. 41 – 42, 125 – 140.
2. Meeker, W.Q., Escobar, L.A., Statistical Methods for Reliability Data, John Wiley & Sons, New York, 1998, σ. 455 – 458.
3. Meeker, W.Q., Escobar, L.A., ό.π., σ. 34 – 35.
4. Newton, D.W., «Some pitfalls in reliability data analysis», Reliability Engineering and System Safety, Vol. 34, 1991, σ. 7 – 21.
5. Grosh, D.L., A Primer of Reliability Theory, John Wiley & Sons, New York, 1989, σ. 11 – 22.
6. Meeker, W.Q., Escobar, L.A., ό.π., σ. 27 – 31.
7. Bunday, B.D., ό.π., σ. 27 – 29.
8. O'Connor, P.D.T., Practical Reliability Engineering, John Wiley & Sons, Chichester, 1985, σ. 38 – 40.
9. Bunday, B.D., ό.π., σ. 30 – 33.
10. O'Connor, P.D.T., ό.π., σ. 41 – 42.
11. Grosh, D.L., ό.π., σ. 63 – 69.
12. Bohoris, G.A., «Gamma function tables for the estimation of the mean and standard deviation of the Weibull distribution», Quality and Reliability Engineering International, Vol. 10 No. 2, 1994, σ. 105 – 115.
13. Bunday, B.D., ό.π., σ. 62 – 64.

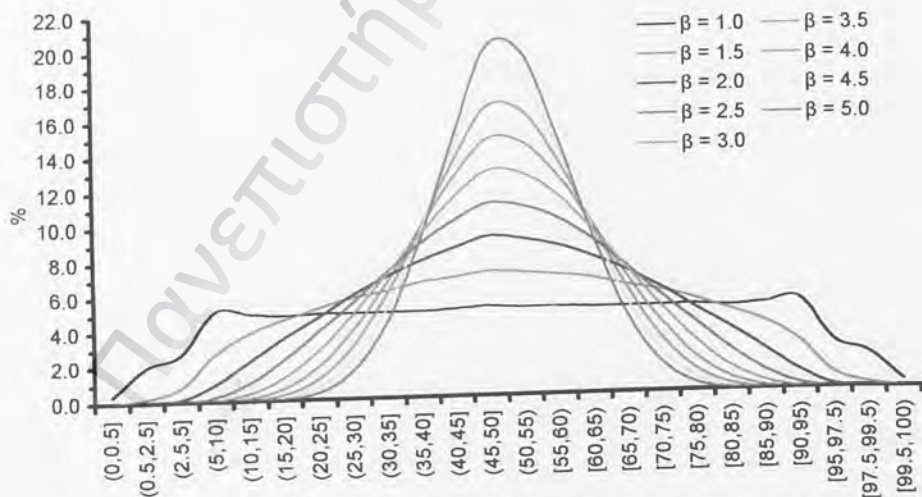
Παράρτημα Β

Έλεγχος Τάσης Κατά Laplace Όλων των Δυνατών Διατεταγμένων Συνδυασμών Τυχαία Παραχθέντων Σετ Δεδομένων Αξιοπιστίας και Συντήρησης – Επιπλέον Αποτελέσματα

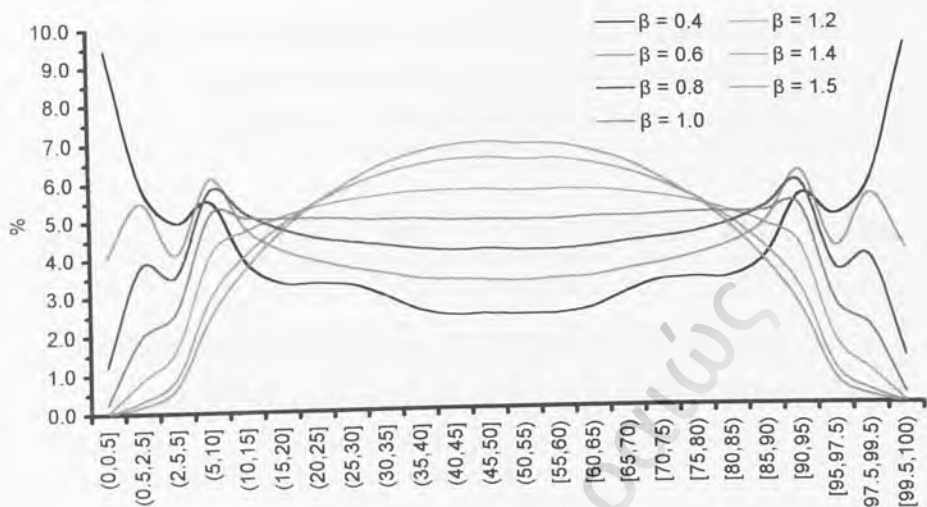
Στο παρόν παράρτημα παρουσιάζονται κάποια επιπλέον αποτελέσματα που προέκυψαν από την εφαρμογή του ελέγχου τάσης κατά Laplace σε όλους τους δυνατούς διατεταγμένους συνδυασμούς τυχαία παραχθέντων σετ δεδομένων αξιοπιστίας και συντήρησης, μέσω της εφαρμογής TRNWB.FOR. Η παράθεση αυτών των αποτελεσμάτων στο σημείο αυτό, και όχι στο Κεφάλαιο 3, αποσκοπεί στην επιδίωξη διατήρησης συνοχής και συνέχειας στο κύριο μέρος της Διπλωματικής Εργασίας.



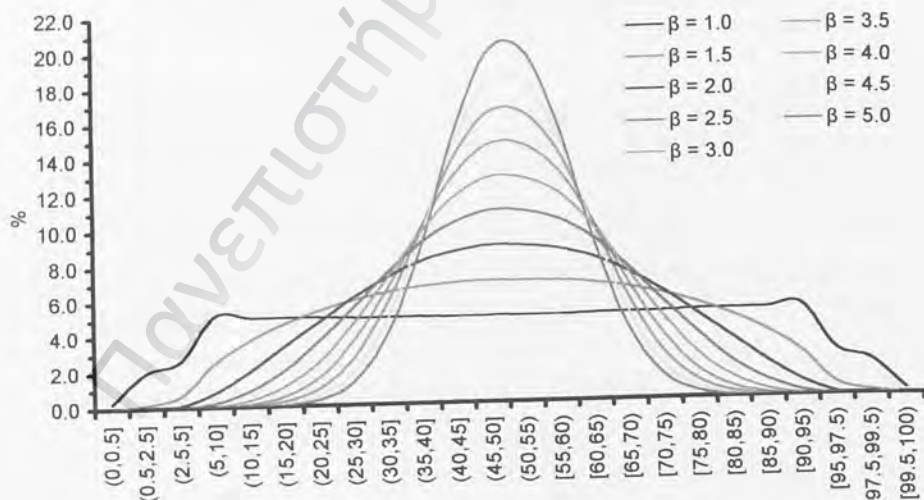
Διάγραμμα Β.1: Κατανομές των ποσοστών των τιμών του μεγέθους U όλων των δδσ 100 σετ 7 δεδομένων, τυχαία παραχθέντων, που ακολουθούν την κατανομή Weibull, με $\eta = 100$ και $\beta = 0.4, 0.6, 0.8, 1.0, 1.2, 1.4, 1.5$



Διάγραμμα Β.2: Κατανομές των ποσοστών των τιμών του μεγέθους U όλων των δδσ 100 σετ 7 δεδομένων, τυχαία παραχθέντων, που ακολουθούν την κατανομή Weibull, με $\eta = 100$ και $\beta = 1.0, 1.5, 2.0, 2.5, 3.0, 3.5, 4.0, 4.5, 5.0$



Διάγραμμα Β.3: Κατανομές των ποσοστών των τιμών του μεγέθους U όλων των δδσ 100 σετ 8 δεδομένων, τυχαία παραχθέντων, που ακολουθούν την κατανομή Weibull, με $\eta = 100$ και $\beta = 0.4, 0.6, 0.8, 1.0, 1.2, 1.4, 1.5$



Διάγραμμα Β.4: Κατανομές των ποσοστών των τιμών του μεγέθους U όλων των δδσ 100 σετ 8 δεδομένων, τυχαία παραχθέντων, που ακολουθούν την κατανομή Weibull, με $\eta = 100$ και $\beta = 1.0, 1.5, 2.0, 2.5, 3.0, 3.5, 4.0, 4.5, 5.0$

Πίνακας Β.3: Ποσοστά δδσ των 100 σετ 7 δεδομένων –τυχαία παραχθέντων, που ακολουθούν την κατανομή Weibull με $\eta = 100$ και διάφορες τιμές του β – με στατιστικά σημαντική τιμή του μεγέθους U

$\alpha\%$	β													
	0.4	0.6	0.8	1.0	1.2	1.4	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0
5 (α)^α	18.8	13.3	8.5	5.1	2.8	1.5	1.0	0.1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
5 (δ)^β	18.8	13.3	8.5	5.1	2.8	1.5	1.0	0.1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
5 ($\alpha\delta$)^γ	30.2	18.4	10.0	4.8	2.2	0.8	0.4	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

^α επίπεδο σημαντικότητας $\alpha = 5\%$ και μονόπλευρος έλεγχος αριστερά

^β επίπεδο σημαντικότητας $\alpha = 5\%$ και μονόπλευρος έλεγχος δεξιά

^γ επίπεδο σημαντικότητας $\alpha = 5\%$ και δίπλευρος έλεγχος

Πίνακας Β.4: Ποσοστά δδσ των 100 σετ 8 δεδομένων –τυχαία παραχθέντων, που ακολουθούν την κατανομή Weibull με $\eta = 100$ και διάφορες τιμές του β – με στατιστικά σημαντική τιμή του μεγέθους U

$\alpha\%$	β													
	0.4	0.6	0.8	1.0	1.2	1.4	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0
5 (α)^α	20.3	13.7	8.6	4.9	2.6	1.2	0.9	0.1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
5 (δ)^β	20.3	13.7	8.6	4.9	2.6	1.2	0.9	0.1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
5 ($\alpha\delta$)^γ	30.6	19.2	10.0	4.6	1.8	0.6	0.4	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

^α επίπεδο σημαντικότητας $\alpha = 5\%$ και μονόπλευρος έλεγχος αριστερά

^β επίπεδο σημαντικότητας $\alpha = 5\%$ και μονόπλευρος έλεγχος δεξιά

^γ επίπεδο σημαντικότητας $\alpha = 5\%$ και δίπλευρος έλεγχος

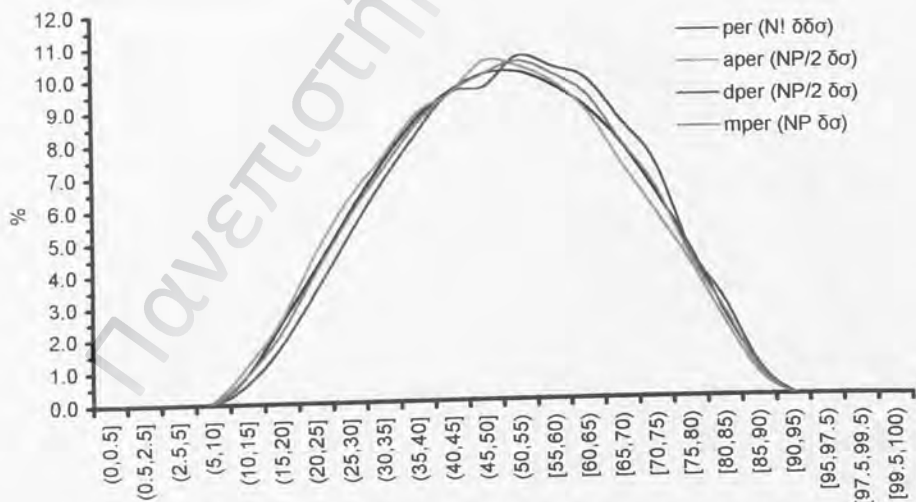
Παράρτημα Γ

Έλεγχος Τάσης Κατά Laplace Συγκεκριμένου Πλήθους Τυχαία Παραχθέντων Διατεταγμένων Συνδυασμών Διαφόρων Σετ Δεδομένων Αξιοπιστίας και Συντήρησης Επιδιορθώσιμων Συστημάτων – Επιπλέον Αποτελέσματα

Στο παρόν παράρτημα παρουσιάζονται κάποια επιπλέον αποτελέσματα που προέκυψαν από την εφαρμογή του ελέγχου τάσης κατά Laplace σε συγκεκριμένο πλήθος τυχαία παραχθέντων διατεταγμένων συνδυασμών διαφόρων σετ δεδομένων αξιοπιστίας και συντήρησης, μέσω της εφαρμογής RANPERM.FOR. Η παράθεση αυτών των αποτελεσμάτων στο σημείο αυτό, και όχι στο Κεφάλαιο 4, αποσκοπεί στην επιδίωξη διατήρησης συνοχής και συνέχειας στο κύριο μέρος της Διπλωματικής Εργασίας.

Πίνακας Γ.1: Αποτελέσματα εφαρμογής του προγράμματος RANPERM.FOR για το σετ δεδομένων 9-1 και $NP = 20,000$ τυχαία παραχθέντες $\delta\sigma$

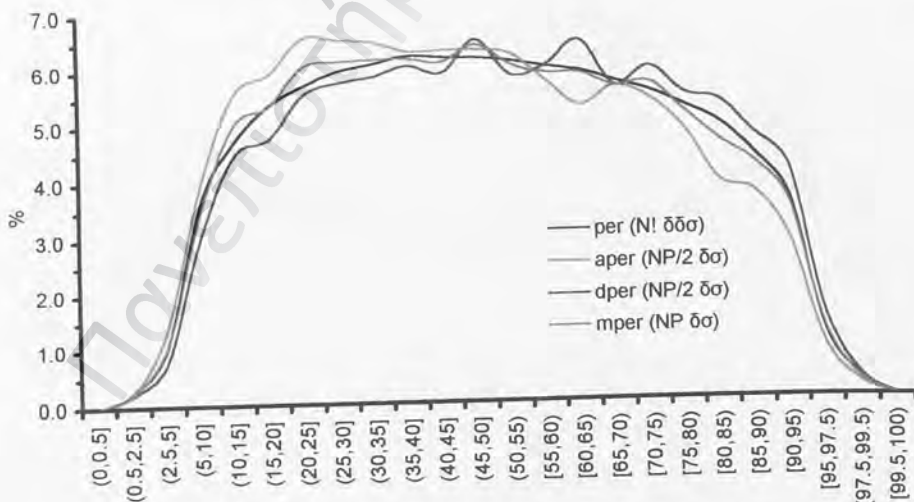
α/α Πεδίου i	Ποσοστά του μεγέθους U σε κάθε πεδίο				α/α Πεδίου i	Ποσοστά του μεγέθους U σε κάθε πεδίο			
	per _i N! δδσ	aper _i NP/2 δσ	dper _i NP/2 δσ	mper _i NP δσ		per _i N! δδσ	aper _i NP/2 δσ	dper _i NP/2 δσ	mper _i NP δσ
1	0.0	0.0	0.0	0.0	13	10.1	10.3	10.6	10.4
2	0.0	0.0	0.0	0.0	14	9.7	9.8	10.2	10.0
3	0.0	0.0	0.0	0.0	15	9.0	8.9	9.9	9.4
4	0.0	0.1	0.0	0.0	16	7.9	7.2	8.6	7.9
5	0.9	1.2	0.6	0.9	17	6.3	5.7	7.2	6.5
6	2.5	2.6	1.8	2.2	18	4.6	4.2	4.6	4.4
7	4.2	4.6	3.5	4.1	19	2.6	2.3	3.0	2.6
8	5.8	6.3	5.2	5.7	20	0.9	0.7	1.0	0.8
9	7.4	7.5	6.8	7.2	21	0.0	0.0	0.0	0.0
10	8.7	8.8	8.2	8.5	22	0.0	0.0	0.0	0.0
11	9.5	9.5	9.5	9.5	23	0.0	0.0	0.0	0.0
12	10.0	10.4	9.6	10.0	24	0.0	0.0	0.0	0.0



Διάγραμμα Γ.1: Κατανομές των ποσοστών per_i , $aper_i$, $dper_i$ και $mper_i$, $i = 1, \dots, 24$, των τιμών του μεγέθους U, για το σετ δεδομένων 9-1 ($NP = 20,000$)

Πίνακας Γ.2: Αποτελέσματα εφαρμογής του προγράμματος RANPERM.FOR για το σετ δεδομένων 9-2 και $NP = 20,000$ τυχαία παραχθέντες $\delta\sigma$

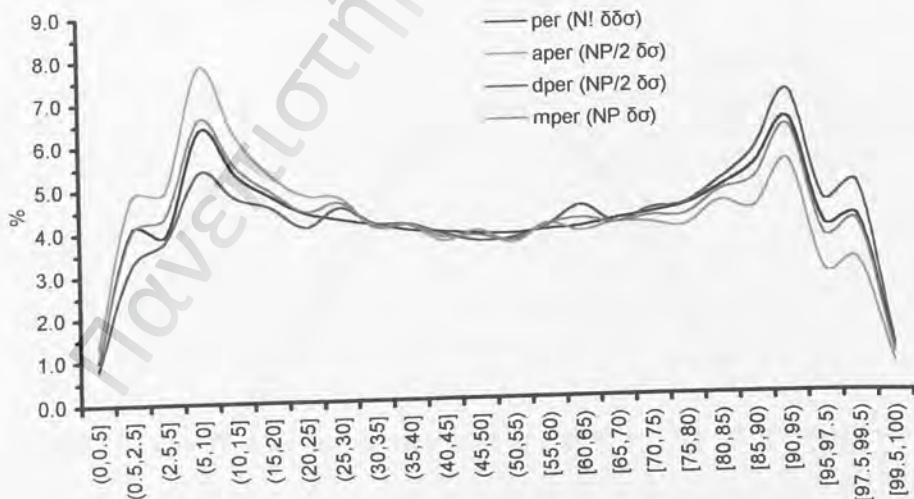
α/α Πεδίου i	Ποσοστά του μεγέθους U σε κάθε πεδίο				α/α Πεδίου i	Ποσοστά του μεγέθους U σε κάθε πεδίο			
	per _i N! δδσ	aper _i NP/2 δσ	dper _i NP/2 δσ	mper _i NP δσ		per _i N! δδσ	aper _i NP/2 δσ	dper _i NP/2 δσ	mper _i NP δσ
1	0.0	0.0	0.0	0.0	13	6.1	6.2	5.8	6.0
2	0.2	0.3	0.2	0.2	14	6.0	5.7	6.0	5.9
3	1.0	1.4	0.8	1.1	15	5.9	5.3	6.4	5.9
4	3.7	4.0	3.0	3.5	16	5.7	5.6	5.6	5.6
5	4.7	5.6	4.5	5.0	17	5.5	5.4	6.0	5.7
6	5.4	5.9	4.8	5.3	18	5.2	4.8	5.5	5.1
7	5.7	6.6	5.5	6.1	19	4.9	3.9	5.3	4.6
8	6.0	6.5	5.7	6.1	20	4.4	3.7	4.7	4.2
9	6.1	6.5	5.8	6.1	21	3.6	2.8	4.1	3.5
10	6.2	6.3	6.0	6.2	22	1.2	0.9	1.5	1.2
11	6.2	6.3	5.9	6.1	23	0.3	0.2	0.4	0.3
12	6.2	6.3	6.5	6.4	24	0.0	0.0	0.0	0.0



Διάγραμμα Γ.2: Κατανομές των ποσοστών per_i , $aper_i$, $dper_i$ και $mper_i$, $i = 1, \dots, 24$, των τιμών του μεγέθους U, για το σετ δεδομένων 9-2 ($NP = 20,000$)

Πίνακας Γ.3: Αποτελέσματα εφαρμογής του προγράμματος RANPERM.FOR για το σετ δεδομένων 9-3 και NP = 20,000 τυχαία παραχθέντες δσ

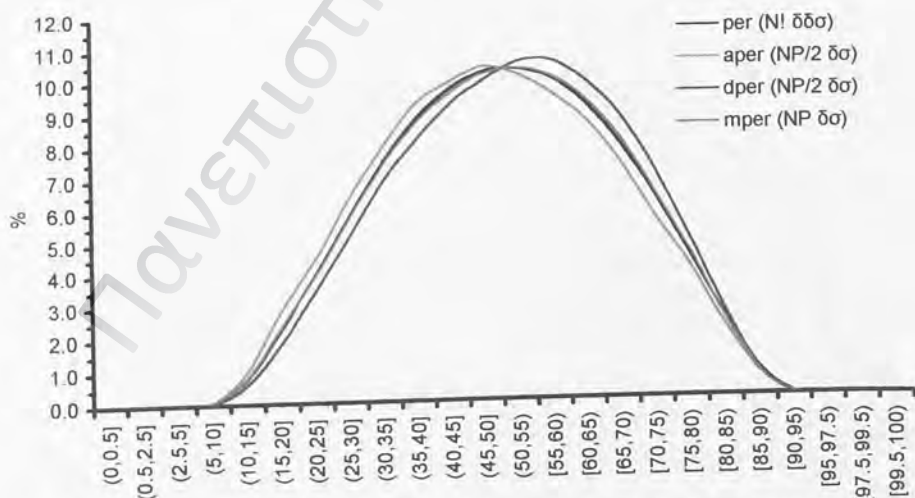
α/α Πεδίου i	Ποσοστά του μεγέθους U σε κάθε πεδίο				α/α Πεδίου i	Ποσοστά του μεγέθους U σε κάθε πεδίο			
	per _i NI δδσ	aper _i NP/2 δσ	dper _i NP/2 δσ	mper _i NP δσ		per _i NI δδσ	aper _i NP/2 δσ	dper _i NP/2 δσ	mper _i NP δσ
1	1.0	1.3	0.8	1.1	13	3.8	3.6	3.7	3.7
2	4.1	4.8	3.2	4.0	14	3.9	4.0	4.0	4.0
3	4.0	5.0	3.8	4.4	15	4.0	3.9	4.4	4.1
4	6.4	7.8	5.4	6.6	16	4.1	4.0	4.0	4.0
5	5.3	6.3	4.8	5.5	17	4.2	4.0	4.3	4.2
6	4.8	5.3	4.6	4.9	18	4.4	3.9	4.4	4.2
7	4.4	4.8	4.1	4.4	19	4.8	4.5	5.0	4.7
8	4.2	4.7	4.5	4.6	20	5.3	4.3	5.7	5.0
9	4.1	4.0	4.1	4.1	21	6.4	5.4	7.0	6.2
10	4.0	4.1	4.1	4.1	22	4.0	2.9	4.5	3.7
11	3.9	3.7	3.9	3.8	23	4.1	3.1	4.8	4.0
12	3.9	3.9	3.7	3.8	24	1.0	0.7	1.1	0.9



Διάγραμμα Γ.3: Κατανομές των ποσοστών per_i, aper_i, dper_i και mper_i, i = 1, ..., 24, των τιμών του μεγέθους U, για το σετ δεδομένων 9-3 (NP = 20,000)

Πίνακας Γ.4: Αποτελέσματα εφαρμογής του προγράμματος RANPERM.FOR για το σετ δεδομένων 10-1 και $NP = 200,000$ τυχαία παραχθέντες $\delta\sigma$

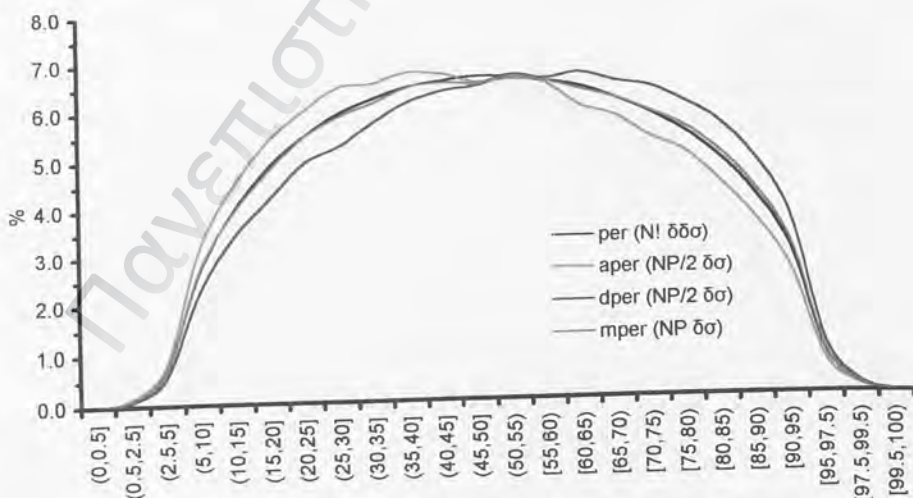
α/α Πεδίου i	Ποσοστά του μεγέθους U σε κάθε πεδίο				α/α Πεδίου i	Ποσοστά του μεγέθους U σε κάθε πεδίο			
	per _i NI δδσ	aper _i NP/2 δσ	dper _i NP/2 δσ	mper _i NP δσ		per _i NI δδσ	aper _i NP/2 δσ	dper _i NP/2 δσ	mper _i NP δσ
1	0.0	0.0	0.0	0.0	13	10.2	10.0	10.5	10.3
2	0.0	0.0	0.0	0.0	14	9.9	9.4	10.5	10.0
3	0.0	0.0	0.0	0.0	15	9.1	8.6	9.8	9.2
4	0.1	0.1	0.0	0.1	16	7.9	7.3	8.7	8.0
5	0.8	1.0	0.6	0.8	17	6.3	5.6	7.1	6.3
6	2.3	2.8	1.8	2.3	18	4.4	4.1	4.9	4.5
7	4.0	4.5	3.4	3.9	19	2.5	2.2	2.7	2.4
8	5.8	6.3	5.1	5.7	20	0.8	0.7	0.7	0.7
9	7.4	7.9	6.8	7.4	21	0.1	0.0	0.0	0.0
10	8.7	9.2	8.1	8.6	22	0.0	0.0	0.0	0.0
11	9.6	9.9	9.2	9.5	23	0.0	0.0	0.0	0.0
12	10.2	10.3	9.9	10.1	24	0.0	0.0	0.0	0.0



Διάγραμμα Γ.4: Κατανομές των ποσοστών per_i , $aper_i$, $dper_i$ και $mper_i$, $i = 1, \dots, 24$, των τιμών του μεγέθους U, για το σετ δεδομένων 10-1 ($NP = 200,000$)

Πίνακας Γ.5: Αποτελέσματα εφαρμογής του προγράμματος RANPERM.FOR για το σετ δεδομένων 10-2 και NP = 200,000 τυχαία παραχθέντες $\delta\sigma$

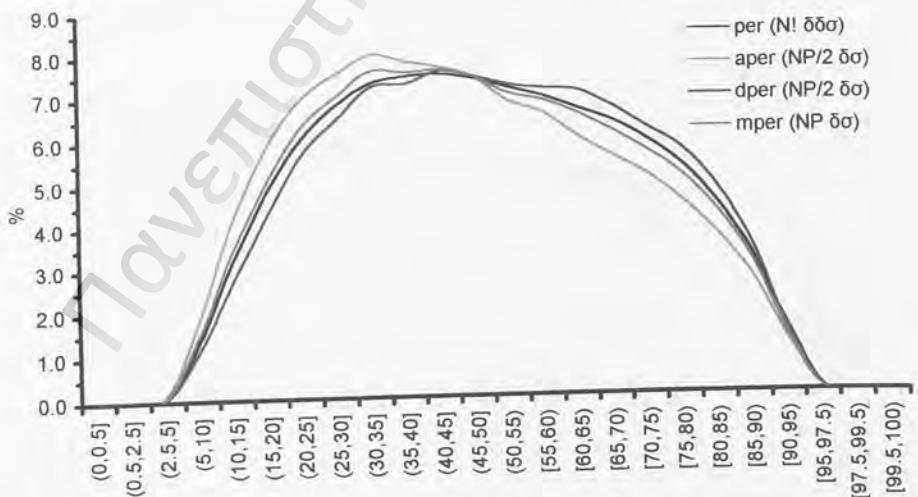
α/α Πεδίου i	Ποσοστά του μεγέθους U σε κάθε πεδίο				α/α Πεδίου i	Ποσοστά του μεγέθους U σε κάθε πεδίο			
	per _i NI δδσ	aper _i NP/2 δσ	dper _i NP/2 δσ	mper _i NP δσ		per _i NI δδσ	aper _i NP/2 δσ	dper _i NP/2 δσ	mper _i NP δσ
1	0.0	0.0	0.0	0.0	13	6.6	6.6	6.7	6.6
2	0.1	0.1	0.1	0.1	14	6.5	6.5	6.6	6.5
3	0.7	0.8	0.6	0.7	15	6.4	6.0	6.7	6.3
4	2.8	3.3	2.3	2.8	16	6.2	5.8	6.5	6.2
5	4.0	4.5	3.5	4.0	17	5.9	5.4	6.4	5.9
6	4.9	5.4	4.2	4.8	18	5.5	5.0	6.1	5.6
7	5.5	6.0	5.0	5.5	19	4.9	4.4	5.6	5.0
8	5.9	6.5	5.3	5.9	20	4.2	3.7	4.9	4.3
9	6.2	6.5	5.7	6.1	21	3.0	2.6	3.7	3.2
10	6.5	6.8	6.1	6.4	22	0.9	0.7	1.0	0.9
11	6.6	6.7	6.4	6.5	23	0.2	0.2	0.2	0.2
12	6.6	6.5	6.4	6.5	24	0.0	0.0	0.0	0.0



Διάγραμμα Γ.5: Κατανομές των ποσοστών per_i , $aper_i$, $dper_i$ και $mper_i$, $i = 1, \dots, 24$, των τιμών του μεγέθους U, για το σετ δεδομένων 10-2 (NP = 200,000)

Πίνακας Γ.6: Αποτελέσματα εφαρμογής του προγράμματος RANPERM.FOR για το σετ δεδομένων 10-3 και $NP = 200,000$ τυχαία παραχθέντες $\delta\sigma$

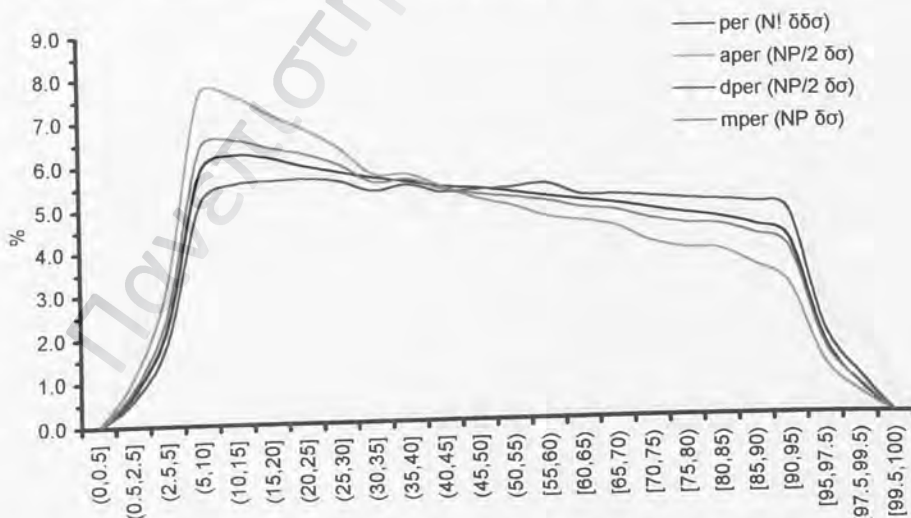
α/α Πεδίου i	Ποσοστά του μεγέθους U σε κάθε πεδίο				α/α Πεδίου i	Ποσοστά του μεγέθους U σε κάθε πεδίο			
	per _i N! δδσ	aper _i NP/2 δσ	dper _i NP/2 δσ	mper _i NP δσ		per _i N! δδσ	aper _i NP/2 δσ	dper _i NP/2 δσ	mper _i NP δσ
1	0.0	0.0	0.0	0.0	13	7.1	6.8	7.2	7.0
2	0.0	0.0	0.0	0.0	14	6.9	6.6	7.1	6.8
3	0.1	0.2	0.1	0.1	15	6.6	6.0	7.1	6.5
4	1.4	2.0	1.2	1.6	16	6.4	5.5	6.7	6.1
5	3.3	4.3	2.8	3.6	17	5.9	5.1	6.2	5.7
6	4.9	6.0	4.4	5.2	18	5.3	4.5	5.7	5.1
7	6.1	7.0	5.7	6.4	19	4.5	3.7	4.8	4.3
8	6.8	7.5	6.5	7.0	20	3.2	2.7	3.5	3.1
9	7.3	8.0	7.2	7.6	21	1.5	1.2	1.4	1.3
10	7.5	7.8	7.3	7.5	22	0.1	0.1	0.1	0.1
11	7.5	7.7	7.5	7.6	23	0.0	0.0	0.0	0.0
12	7.4	7.4	7.4	7.4	24	0.0	0.0	0.0	0.0



Διάγραμμα Γ.6: Κατανομές των ποσοστών per_i , $aper_i$, $dper_i$ και $mper_i$, $i = 1, \dots, 24$, των τιμών του μεγέθους U, για το σετ δεδομένων 10-3 ($NP = 200,000$)

Πίνακας Γ.7: Αποτελέσματα εφαρμογής του προγράμματος RANPERM.FOR για το σετ δεδομένων 10-4 και NP = 200,000 τυχαία παραχθέντες $\delta\sigma$

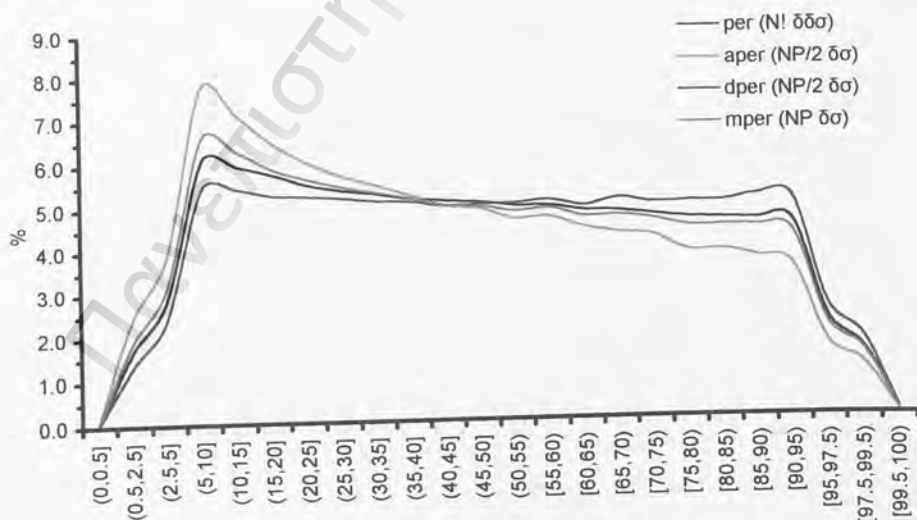
α/α Πεδίου i	Ποσοστά του μεγέθους U σε κάθε πεδίο				α/α Πεδίου i	Ποσοστά του μεγέθους U σε κάθε πεδίο			
	per _i N! $\delta\sigma$	aper _i NP/2 $\delta\sigma$	dper _i NP/2 $\delta\sigma$	mper _i NP $\delta\sigma$		per _i N! $\delta\sigma$	aper _i NP/2 $\delta\sigma$	dper _i NP/2 $\delta\sigma$	mper _i NP $\delta\sigma$
1	0.0	0.0	0.0	0.0	13	5.2	4.9	5.3	5.1
2	0.7	1.1	0.6	0.8	14	5.1	4.6	5.4	5.0
3	2.2	3.2	1.9	2.5	15	5.0	4.5	5.2	4.8
4	5.9	7.6	5.2	6.4	16	4.9	4.4	5.1	4.8
5	6.2	7.6	5.6	6.6	17	4.8	4.0	5.1	4.6
6	6.2	7.2	5.6	6.4	18	4.7	3.9	5.0	4.4
7	5.9	6.8	5.7	6.2	19	4.6	3.8	5.0	4.4
8	5.8	6.3	5.6	6.0	20	4.4	3.5	4.9	4.2
9	5.6	5.7	5.3	5.5	21	4.0	3.0	4.7	3.8
10	5.5	5.7	5.5	5.6	22	1.6	1.2	2.0	1.6
11	5.4	5.4	5.3	5.3	23	0.6	0.5	0.9	0.7
12	5.3	5.1	5.3	5.2	24	0.0	0.0	0.0	0.0



Διάγραμμα Γ.7: Κατανομές των ποσοστών per_i , $aper_i$, $dper_i$ και $mper_i$, $i = 1, \dots, 24$, των τιμών του μεγέθους U, για το σετ δεδομένων 10-4 (NP = 200,000)

Πίνακας Γ.8: Αποτελέσματα εφαρμογής του προγράμματος RANPERM.FOR για το σετ δεδομένων 10-5 και NP = 200,000 τυχαία παραχθέντες δσ

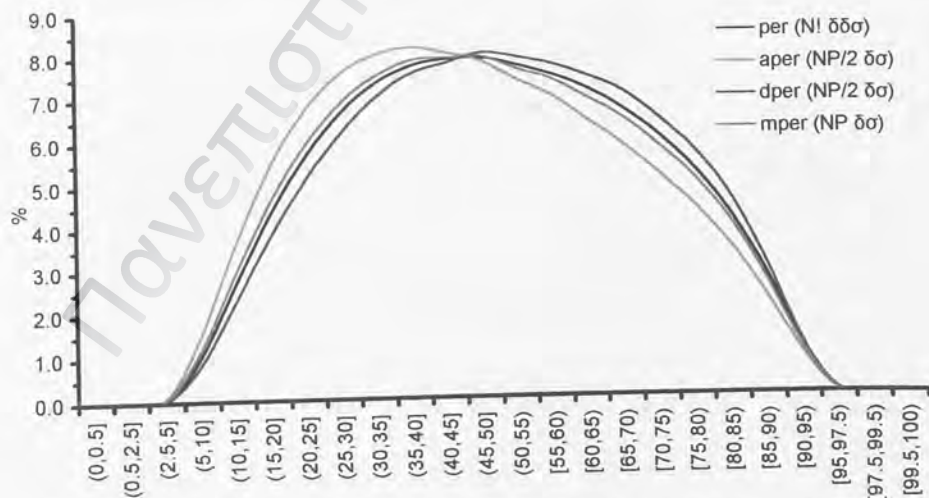
α/α Πεδίου i	Ποσοστά του μεγέθους U σε κάθε πεδίο				α/α Πεδίου i	Ποσοστά του μεγέθους U σε κάθε πεδίο			
	per _i N! δσ	aper _i NP/2 δσ	dper _i NP/2 δσ	mper _i NP δσ		per _i N! δσ	aper _i NP/2 δσ	dper _i NP/2 δσ	mper _i NP δσ
1	0.1	0.1	0.1	0.1	13	4.9	4.6	5.0	4.8
2	1.7	2.5	1.3	1.9	14	4.9	4.7	5.0	4.8
3	2.9	3.9	2.4	3.2	15	4.8	4.4	4.9	4.7
4	6.1	7.8	5.5	6.6	16	4.8	4.3	5.1	4.7
5	6.0	7.1	5.4	6.3	17	4.7	4.2	4.9	4.6
6	5.8	6.5	5.3	5.9	18	4.6	3.8	5.0	4.4
7	5.5	6.0	5.2	5.6	19	4.6	3.8	5.0	4.4
8	5.4	5.7	5.2	5.4	20	4.5	3.7	5.1	4.4
9	5.3	5.5	5.1	5.3	21	4.5	3.5	5.0	4.3
10	5.1	5.2	5.1	5.1	22	2.2	1.7	2.5	2.1
11	5.1	4.9	4.9	4.9	23	1.5	1.2	1.8	1.5
12	5.0	4.9	5.0	4.9	24	0.1	0.1	0.1	0.1



Διάγραμμα Γ.8: Κατανομές των ποσοστών per_i , $aper_i$, $dper_i$ και $mper_i$, $i = 1, \dots, 24$, των τιμών του μεγέθους U, για το σετ δεδομένων 10-5 (NP = 200,000)

Πίνακας Γ.9: Αποτελέσματα εφαρμογής του προγράμματος RANPERM.FOR για το σετ δεδομένων 11-1 και NP = 2,000,000 τυχαία παραχθέντες δσ

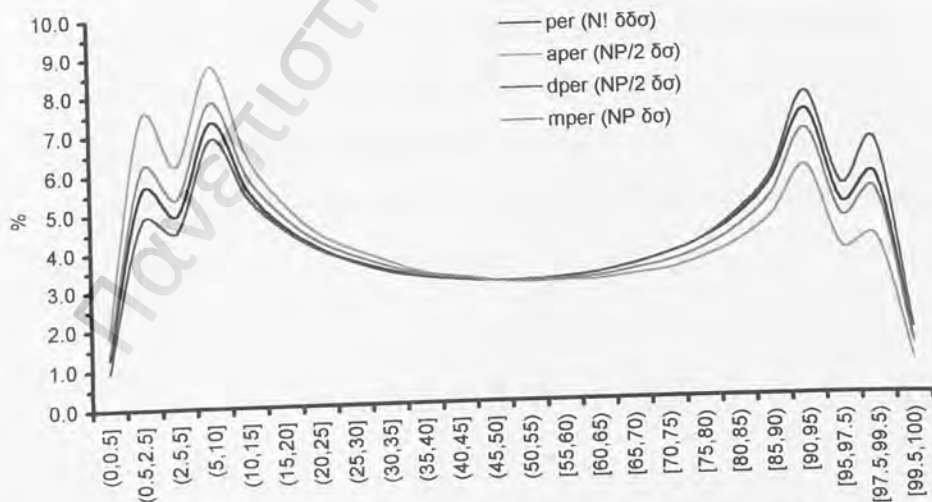
α/α Πεδίου i	Ποσοστά του μεγέθους U σε κάθε πεδίο				α/α Πεδίου i	Ποσοστά του μεγέθους U σε κάθε πεδίο			
	per _i N! δσ	aper _i NP/2 δσ	dper _i NP/2 δσ	mper _i NP δσ		per _i N! δσ	aper _i NP/2 δσ	dper _i NP/2 δσ	mper _i NP δσ
1	0.0	0.0	0.0	0.0	13	7.7	7.4	7.9	7.6
2	0.0	0.0	0.0	0.0	14	7.5	7.0	7.7	7.4
3	0.1	0.1	0.0	0.1	15	7.1	6.4	7.4	6.9
4	1.1	1.5	0.9	1.2	16	6.7	5.8	7.1	6.4
5	2.7	3.7	2.3	3.0	17	6.0	5.1	6.4	5.8
6	4.4	5.5	3.8	4.7	18	5.2	4.4	5.7	5.0
7	5.7	6.8	5.2	6.0	19	4.2	3.4	4.6	4.0
8	6.7	7.6	6.2	6.9	20	2.8	2.2	3.0	2.6
9	7.4	8.0	7.0	7.5	21	1.1	0.9	1.2	1.0
10	7.7	8.2	7.6	7.9	22	0.1	0.0	0.1	0.0
11	7.9	8.0	7.8	7.9	23	0.0	0.0	0.0	0.0
12	7.9	7.8	8.0	7.9	24	0.0	0.0	0.0	0.0



Διάγραμμα Γ.9: Κατανομές των ποσοστών per_i , $aper_i$, $dper_i$ και $mper_i$, $i = 1, \dots, 24$, των τιμών του μεγέθους U, για το σετ δεδομένων 11-1 (NP = 2,000,000)

Πίνακας Γ.10: Αποτελέσματα εφαρμογής του προγράμματος RANPERM.FOR για το σετ δεδομένων 12-2 και NP = 2,000,000 τυχαία παραχθέντες δσ

α/α Πεδίου i	Ποσοστά του μεγέθους U σε κάθε πεδίο				α/α Πεδίου i	Ποσοστά του μεγέθους U σε κάθε πεδίο			
	per _i N! δδσ	aper _i NP/2 δσ	dper _i NP/2 δσ	mper _i NP δσ		per _i N! δδσ	aper _i NP/2 δσ	dper _i NP/2 δσ	mper _i NP δσ
1	1.3	1.9	1.0	1.4	13	3.1	3.0	3.1	3.0
2	5.6	7.5	4.8	6.2	14	3.1	3.0	3.1	3.1
3	5.0	6.2	4.5	5.4	15	3.2	3.0	3.2	3.1
4	7.3	8.8	6.9	7.8	16	3.4	3.2	3.4	3.3
5	5.6	6.5	5.4	5.9	17	3.7	3.3	3.7	3.5
6	4.7	5.2	4.6	4.9	18	4.1	3.5	4.1	3.8
7	4.1	4.4	4.0	4.2	19	4.7	4.0	4.7	4.3
8	3.7	4.0	3.6	3.8	20	5.6	4.7	5.7	5.2
9	3.4	3.6	3.4	3.5	21	7.3	5.9	7.8	6.8
10	3.2	3.3	3.2	3.3	22	5.0	3.8	5.4	4.6
11	3.1	3.2	3.1	3.2	23	5.6	4.0	6.5	5.3
12	3.1	3.1	3.1	3.1	24	1.3	0.9	1.7	1.3



Διάγραμμα Γ.10: Κατανομές των ποσοστών per_i , $aper_i$, $dper_i$ και $mper_i$, $i = 1, \dots, 24$, των τιμών του μεγέθους U, για το σετ δεδομένων 12-2 (NP = 2,000,000)

Παράρτημα Δ

Έλεγχος Τάσης Κατά Laplace Όλων των Δυνατών Διατεταγμένων Συνδυασμών Όλων των Διαφορετικών Συνδυασμών / Σετ N' Δεδομένων, Από Ένα Σύνολο N Δεδομένων Αξιοπιστίας και Συντήρησης

Στο παρόν παράρτημα αναπτύσσεται η μεθοδολογία που ακολουθήθηκε και παρουσιάζεται η εφαρμογή που αναπτύχθηκε για την πραγματοποίηση του ελέγχου τάσης κατά Laplace σε όλους τους δυνατούς διατεταγμένους συνδυασμούς όλων των διαφορετικών συνδυασμών / σετ N' δεδομένων που είναι δυνατόν να προκύψουν από ένα σύνολο N ($> N'$) δεδομένων αξιοπιστίας και συντήρησης.

Δ.1 Μεθοδολογία

Το πλήθος NC των διαφορετικών συνδυασμών / σετ N' δεδομένων που είναι δυνατόν να προκύψουν από ένα σύνολο $N > N'$ δεδομένων αξιοπιστίας και

συντήρησης, υπολογίζεται από την σχέση: $NC = \frac{N!}{N!(N-N')!}$. Με δεδομένο ότι

κάθε σετ N' δεδομένων παρουσιάζει N' δδσ, ο συνολικός αριθμός των δδσ των

NC σετ δεδομένων είναι: $NC \times N'! = \frac{N!}{N!(N-N')!} \times N'! = \frac{N!}{(N-N')!}$ δδσ.

Συνεπώς, κατά την εφαρμογή του ελέγχου τάσης κατά Laplace, υπολογίστηκαν

συνολικά $\frac{N!}{(N-N')!}$ τιμές του στατιστικού μεγέθους U, συγκρίθηκαν με τις

οριακές τιμές της τυπικής κανονικής μεταβλητής z (Πίνακας 2.1) και

κατατάχθηκαν σε ένα από τα 24 διαστήματα που ορίζονται από αυτές. Στην

συνέχεια, υπολογίστηκε το ποσοστό cr_{pe_i} , $i = 1, \dots, 24$, των τιμών του μεγέθους

U που βρίσκεται σε κάθε ένα από τα 24 διαστήματα της μεταβλητής z, μέσω της

σχέσης: $cr_{pe_i} = \frac{cnum_i}{\frac{N!}{(N-N')!}} \times 100\%$, $i = 1, \dots, 24$, όπου $cnum_i$ είναι το πλήθος των

υπολογισθέντων τιμών του U που βρίσκονται στο διάστημα i (δηλαδή μεταξύ

των τιμών $z_{i,\alpha}$ και $z_{i,\delta}$). Στην επόμενη ενότητα παρουσιάζεται η εφαρμογή που

αναπτύχθηκε για την διενέργεια των υπολογισμών που περιγράφηκαν

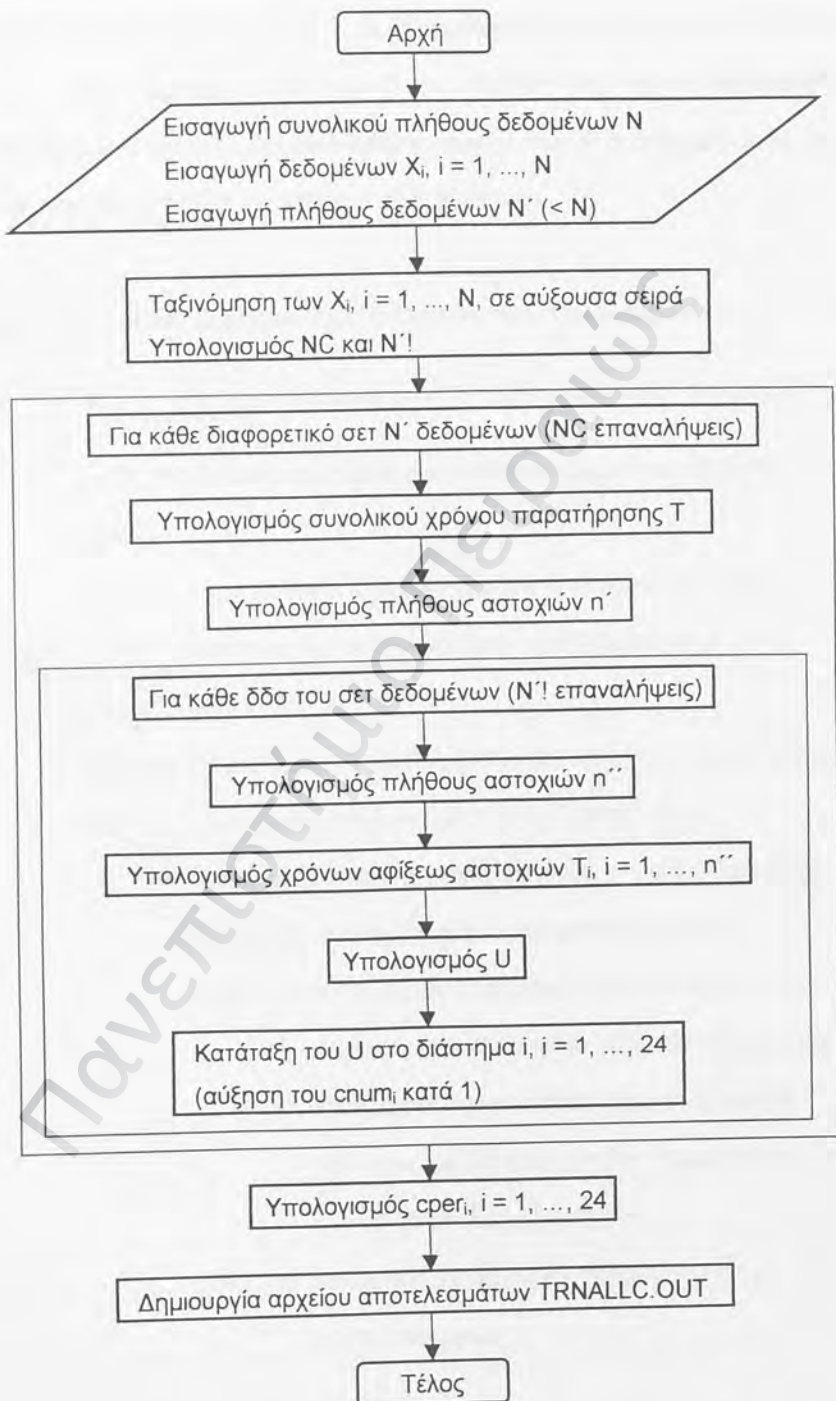
παραπάνω.

Δ.2 Λογισμικό που Αναπτύχθηκε

Για την παραγωγή όλων των διαφορετικών συνδυασμών / σετ N' δεδομένων από ένα σύνολο N δεδομένων χρησιμοποιήθηκε η υπορουτίνα ALLNR [1]. Έτσι, με μικρές μετατροπές της εφαρμογής TRN.FOR και με την προσθήκη της παραπάνω υπορουτίνας, προέκυψε η εφαρμογή TRNALLC.FOR, σε γλώσσα προγραμματισμού FORTRAN 77, με την οποία πραγματοποιείται ο έλεγχος τάσης κατά Laplace για όλους τους δσ όλων των διαφορετικών σετ N' δεδομένων που μπορεί να προκύψουν από ένα σύνολο N δεδομένων αξιοπιστίας και συντήρησης.

Στην συνέχεια περιγράφονται αναλυτικά τα βήματα της εφαρμογής TRNALLC.FOR και παρουσιάζεται το λογικό της διάγραμμα (Διάγραμμα Γ.1).

Βήμα 1: Ο χρήστης του προγράμματος εισάγει αρχικά το συνολικό πλήθος N των δεδομένων αξιοπιστίας, τα δεδομένα X_i , $i = 1, \dots, N$ του σετ (τα ημιτελή δεδομένα θα πρέπει να εισαχθούν με αρνητικό πρόσημο ώστε να διακρίνονται από τις ολοκληρωμένες παρατηρήσεις) και την επιθυμητή τιμή για την μεταβλητή $N' < N$, δηλαδή για το πλήθος των δεδομένων του κάθε συνδυασμού / σετ.



Διάγραμμα Δ.1: Λογικό διάγραμμα της εφαρμογής TRNALLC.FOR

Βήμα 2: Τα δεδομένα $X_i, i = 1, \dots, N$, ταξινομούνται σε αύξουσα –κατ' απόλυτη τιμή– σειρά. Επίσης, υπολογίζεται το πλήθος NC των διαφορετικών συνδυασμών / σετ N' δεδομένων από το σύνολο των N δεδομένων καθώς και το πλήθος $N'!$ των δδσ του κάθε σετ N' δεδομένων.

Βήμα 3: Στο σημείο αυτό ξεκινά μια διαδικασία που επαναλαμβάνεται

$$NC = \frac{N!}{N'!(N-N')} \text{ φορές, μία φορά για κάθε διαφορετικό συνδυασμό /}$$

σετ N' δεδομένων που παράγεται, και περιλαμβάνει τα ακόλουθα βήματα:

Βήμα 3α: Υπολογίζεται ο συνολικός χρόνος παρατήρησης T (ως

άθροισμα των απόλυτων τιμών των δεδομένων $X_i', i = 1, \dots, N'$, του σετ).

Βήμα 3β: Υπολογίζεται το πλήθος n' των αστοχιών του σετ δεδομένων.

Βήμα 3γ: Στο σημείο αυτό ξεκινά μια νέα διαδικασία που

επαναλαμβάνεται $N'!$ φορές, μία φορά για κάθε δδσ του σετ δεδομένων, και περιλαμβάνει τα ακόλουθα βήματα:

Βήμα 3γα: Υπολογίζεται το πλήθος των αστοχιών n'' του

συγκεκριμένου δσ που θα ληφθούν υπόψη στον υπολογισμό του μεγέθους U (αν το τελευταίο

δεδομένο του δσ είναι ημιτελής παρατήρηση τότε $n'' = n'$, διαφορετικά $n'' = n' - 1$).

Βήμα 3γβ: Υπολογίζονται οι χρόνοι αφίξεως $T_i, i = 1, \dots, n''$,

των n'' αστοχιών.

Βήμα 3γγ: Υπολογίζεται το μέγεθος U από την σχέση 1.1

(όπου n χρησιμοποιείται η υπολογισθείσα τιμή της μεταβλητής n'').

Βήμα 3γδ: Το υπολογισθέν U συγκρίνεται με τις οριακές τιμές της τυπικής κανονικής μεταβλητής z (Πίνακας 2.1) και κατατάσσεται σε ένα από τα 24 διαστήματα, με ταυτόχρονη αύξηση του μετρητή cpu_{mi} , $i = 1, \dots, 24$, κατά ένα.

Βήμα 4: Υπολογίζονται οι τιμές των ποσοστών cpu_{ei} , $i = 1, \dots, 24$.

Βήμα 5: Δημιουργείται το αρχείο αποτελεσμάτων TRNALLC.OUT στο οποίο περιλαμβάνονται το συνολικό πλήθος N των δεδομένων αξιοπιστίας, τα δεδομένα X_i , $i = 1, \dots, N$, το πλήθος N' ($< N$) των δεδομένων του κάθε διαφορετικού συνδυασμού / σετ που παράγεται από το σύνολο των N δεδομένων, οι τιμές των μετρητών cpu_{mi} , $i = 1, \dots, 24$, και οι τιμές των ποσοστών cpu_{ei} , $i = 1, \dots, 24$.

Το πρόγραμμα TRNALLC.FOR εφαρμόστηκε για το σετ A των $N = 21$ δεδομένων αξιοπιστίας και συντήρησης και για $N' = 7, 8$ και 9 , δηλαδή για όλες τις δυνατές διαφορετικές 7άδες, 8άδες και 9άδες δεδομένων που μπορούν να προκύψουν από το σύνολο των 21 δεδομένων αξιοπιστίας και συντήρησης. Τα αποτελέσματα που προέκυψαν έχουν ήδη παρουσιαστεί στο τέλος του Κεφαλαίου 4, στο κύριο μέρος της παρούσας Διπλωματικής Εργασίας.

Δ.3 Βιβλιογραφία Παραρτήματος

1. Algorithm AS 88, Applied Statistics, Vol. 24 No. 3, 1975,
<http://stat.cmu.edu/apstat/88>

Πανεπιστήμιο Πειραιώς