

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ



**ΤΜΗΜΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ
ΚΑΙ ΑΣΦΑΛΙΣΤΙΚΗΣ ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ**

**ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΣΠΟΥΔΩΝ
ΣΤΗΝ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΗ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ**

**ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΑ ΚΡΙΤΗΡΙΑ ΓΙΑ ΤΗΝ
ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ ΑΠΛΩΝ (REGULAR)
ΚΑΙ ΣΥΝΘΕΤΩΝ (NONREGULAR)
ΠΑΡΑΓΟΝΤΙΚΩΝ ΣΧΕΔΙΑΣΜΩΝ ΜΕ
ΔΥΟ ΕΠΙΠΕΔΑ**

Εύα Σ. Τσουπαροπούλου

Διπλωματική Εργασία

που υποβλήθηκε στο Τμήμα Στατιστικής και Ασφαλιστικής
Επιστήμης του Πανεπιστημίου Πειραιώς ως μέρος των
απαιτήσεων για την απόκτηση του Μεταπτυχιακού
Διπλώματος Ειδίκευσης στην Εφαρμοσμένη Στατιστική

Πειραιάς
Σεπτέμβριος 2014

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ



**ΤΜΗΜΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ
ΚΑΙ ΑΣΦΑΛΙΣΤΙΚΗΣ ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ**

**ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΣΠΟΥΔΩΝ
ΣΤΗΝ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΗ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ**

**ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΑ ΚΡΙΤΗΡΙΑ ΓΙΑ ΤΗΝ
ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ ΑΠΛΩΝ (REGULAR)
ΚΑΙ ΣΥΝΘΕΤΩΝ (NONREGULAR)
ΠΑΡΑΓΟΝΤΙΚΩΝ ΣΧΕΔΙΑΣΜΩΝ ΜΕ
ΔΥΟ ΕΠΙΠΕΔΑ**

Εύα Σ. Τσουπαροπούλου

Διπλωματική Εργασία

που υποβλήθηκε στο Τμήμα Στατιστικής και Ασφαλιστικής
Επιστήμης του Πανεπιστημίου Πειραιώς ως μέρος των
απαιτήσεων για την απόκτηση του Μεταπτυχιακού
Διπλώματος Ειδίκευσης στην Εφαρμοσμένη Στατιστική

Πειραιάς
Σεπτέμβριος 2014

Η παρούσα Διπλωματική Εργασία εγκρίθηκε ομόφωνα από την Τριμελή Εξεταστική Επιτροπή που ορίστηκε από τη ΓΣΕΣ του Τμήματος Στατιστικής και Ασφαλιστικής Επιστήμης του Πανεπιστημίου Πειραιώς στην υπ' αριθμ. συνεδρίασή του σύμφωνα με τον Εσωτερικό Κανονισμό Λειτουργίας του Προγράμματος Μεταπτυχιακών Σπουδών στην Εφαρμοσμένη Στατιστική

Τα μέλη της Επιτροπής ήταν:

- κ. Χαράλαμπος Ευαγγελάρας (Επίκουρος Καθηγητής) (Επιβλέπων)
- κ. Κωνσταντίνος Πολίτης (Αναπληρωτής Καθηγητής)
- κ. Ελευθέριος Κοφίδης (Επίκουρος Καθηγητής)

Η έγκριση της Διπλωματικής Εργασίας από το Τμήμα Στατιστικής και Ασφαλιστικής Επιστήμης του Πανεπιστημίου Πειραιώς δεν υποδηλώνει αποδοχή των γνώμων του συγγραφέα.

UNIVERSITY OF PIRAEUS



**DEPARTMENT OF STATISTICS
AND INSURANCE SCIENCE**

**POSTGRADUATE PROGRAM IN
APPLIED STATISTICS**

**STATISTICAL CRITERIA FOR THE
EVALUATION OF TWO LEVEL
REGULAR AND NONREGULAR
FACTORIAL DESIGNS**

By

Eva S. Tsouparopoulou

MSc Dissertation

submitted to the Department of Statistics and Insurance
Science of the University of Piraeus in partial fulfilment of
the requirements for the degree of Master of Science in
Applied Statistics

Piraeus, Greece
September 2014

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ

*Στη μνήμη του πατέρα μου
Στεφάνου Τσουπαρόπουλου
(†22.1.2014)*

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ

Ευχαριστίες

Για την παρούσα προσπάθεια θεωρώ ότι χρωστώ τα μέγιστα στον Διευθυντή του Μεταπτυχιακού Προγράμματος Σπουδών κ. Δημήτριο Αντζουλάκο, όχι απλώς για τη στήριξη, την πίστη, τη δύναμη και την ευκαιρία που μου έδωσε αλλά γιατί μετά από την πιο οδυνηρή εμπειρία της ζωής μου με έκανε να πιστέψω ξανά πως τίποτε δεν είναι αδύνατο να συμβεί αν το θέλεις πραγματικά και ότι πάντα θα υπάρχουν πίσω από την εικόνα των «μεγάλων» δασκάλων, των πετυχημένων επιστημόνων, σπουδαίοι άνθρωποι που γνωρίζουν κατά βάθος, πως είναι η επιστήμη είναι η «τέχνη» της ηθικής, είναι λειτούργημα μεταλαμπάδευσης της γνώσης και η μοναδική ελπίδα των υποκειμένων μιας κοινωνίας για ένα καλύτερο αύριο, όχι για εμάς, αλλά για τα παιδιά μας. Το «εγώ» δεν έχει χώρο στην επιστήμη, δεν κατέχουμε μια επιστήμη για να γίνουμε κάποιοι, όπως έλεγε ένας καθηγητής μου στα αμφιθέατρα της Νομικής, υπηρετούμε μια επιστήμη για να δείξουμε σε κάποιους άλλους μέρη αυτού του κόσμου που δεν έχουν δει, δεν κατανοούν και δεν μπορούν να προσεγγίσουν έξω από εμάς. Για αυτή την ευκαιρία του να δω τόσους καινούργιους κόσμους, να κατανοήσω έννοιες τόσο έξω από την δική μου επιστήμη, αισθάνομαι την ανάγκη να ευχαριστήσω όλους/όλες τους/τις καθηγητές/τριες μου στο μεταπτυχιακό πρόγραμμα σπουδών και κυρίως εκείνους που με επέλεξαν να σπουδάσω σε αυτό θέτοντας έτσι το πρώτο λιθαράκι αυτού του ταξιδιού που ολοκληρώνεται μέσω της παρούσας προσπάθειας. Για την συγκεκριμένη προσπάθεια δεν μπορώ να μην ευχαριστήσω εκ των έσω τον υπεύθυνο καθηγητή μου κ. Χαράλαμπο Ευαγγελάρα, διότι υπό συνθήκες αντίξοες πίστεψε σε εμένα ενώ παράλληλα οι συμβουλές, η καθοδήγησή αλλά και η βοήθειά του για την εν λόγω προσπάθεια υπήρξαν καταλυτικές. Επιπροσθέτως, θα ήθελα να ευχαριστώ θερμά τα υπόλοιπα μέλη της τριμελούς μου επιτροπής τους κ. Κωνσταντίνο Πολίτη και κ. Ελευθέριο Κοφίδη για την αποδοχή της συνεργασίας μας. Ολοκληρώνοντας υπερευχαριστώ την μητέρα μου Άννα Τσουπαροπούλου και τον αδελφό μου Νικόλαο Τσουπαρόπουλο για την στήριξή τους όλα αυτά τα χρόνια και τέλος στη μικρή μου κορούλα θεωρώ πως χρωστώ πραγματικά το πείσμα μου, τα κίνητρά μου για αναζήτηση κάθετι καινούργιου και την επίτευξη των όποιων στόχων μου. Την παρούσα προσπάθεια αφιερώνω στον πατέρα μου Στέφανο Τσουπαρόπουλο που αντιμετώπισε τα δύσκολα με παληκαριά και κέρδισε έναν καλύτερο κόσμο, θα μου λείπει απίστευτα για πάντα.

Εύα Τσουπαροπούλου

Αθήνα, 31/8/2014

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ

Περίληψη

Οι κλασματικοί παραγοντικοί σχεδιασμοί με δύο επίπεδα αποτελούν τους πιο συχνά χρησιμοποιούμενους παραγοντικούς σχεδιασμούς με εφαρμογές σε πληθώρα ερευνητικών πεδίων. Η δυνατότητα μικρότερου αριθμού εκτελέσεων, συγκριτικά με παραγοντικούς σχεδιασμούς περισσότερων επιπέδων, τους καθιστά ελκυστικούς για τη μελέτη μεγάλου αριθμού παραγόντων. Ως τμήμα των ορθογώνιων παραγοντικών σχεδιασμών, οι κλασματικοί παραγοντικοί σχεδιασμοί γενικότερα διακρίνονται: στους απλούς (regular) κλασματικούς παραγοντικούς σχεδιασμούς, οι οποίοι έχουν απλή δομή σύμφωνα με την οποία οποιεσδήποτε δύο επιδράσεις είναι είτε ορθογώνιες, είτε πλήρως ταυτόσημες και στους σύνθετους (non-regular) κλασματικούς παραγοντικούς σχεδιασμούς, που έχουν σύνθετη δομή και οι επιδράσεις είναι μήτε ορθογώνιες μήτε πλήρως ταυτόσημες. Η επιλογή, ωστόσο, των βέλτιστων (optimal) απλών ή σύνθετων κλασματικών παραγοντικών σχεδιασμών με δύο επίπεδα μπορεί να γίνει με βάση διάφορα κριτήρια τα οποία θα μπορούσαν να κατηγοριοποιηθούν σε κριτήρια που αφορούν στο σχεδιασμό του πειράματος (design criteria) και σε κριτήρια που βασίζονται στη δυνατότητα εκτίμησης των παραμέτρων δοθέντος μοντέλου (model-based criteria). Μια συστηματική προσπάθεια ταξινομητικής σύγκρισης τόσο των απλών όσο και των σύνθετων κλασματικών παραγοντικών σχεδιασμών με δύο επίπεδα αποτελεί διακύβευμα τόσο πρακτικής αλλά και επιστημονικής αξίας στα πλαίσια του σύγχρονου στατιστικού ελέγχου ποιότητας. Σκοπός της ανά χείρας διπλωματικής εργασίας είναι η παρουσίαση, η αναλυτική ανασκόπηση αλλά και η εφαρμογή μέρους των υφιστάμενων στη διεθνή βιβλιογραφία κριτηρίων, που χρησιμοποιούνται για την αξιολόγηση και επιλογή των βέλτιστων απλών και σύνθετων κλασματικών παραγοντικών σχεδιασμών με δύο επίπεδα. Παρουσιάζεται ολοκληρωτική αξιολόγηση στις πλήρεις λίστες των μη ισόμορφων ορθογώνιων σχηματισμών με 28 εκτελέσεις και 5 παράγοντες με δύο επίπεδα, με 32 εκτελέσεις και 4 παράγοντες με δύο επίπεδα και, τέλος, με 32 εκτελέσεις και 5 παράγοντες με δύο επίπεδα.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ

Abstract

Fractional factorial designs with factors at two levels are the most commonly used factorial designs in various experimental fields. The economy of smaller run size compared with factorial designs at more than two levels makes fractional factorial designs with factors at two levels attractive for studying a large number of factors. As part of orthogonal factorial designs, the fractional factorial designs can be generally classified into the regular fractional factorial designs, that have simple aliasing structure in which any two effects are either orthogonal or fully aliased and the non-regular fractional factorial designs, that have complex aliasing structure in which effects are neither orthogonal nor fully aliased. Furthermore, the criteria for selecting optimal regular or non-regular fractional factorial designs can be classified into two categories: the design-based and the model-based criteria. It is of practical use and scientific interest in statistical process control to rank and compare both regular and non-regular factorial designs in a systematic manner. The main purpose of current thesis is the presentation, the detailed description and the application of some presented in literature criteria used for the evaluation and selection of the optimal regular and non-regular fractional factorial designs with factors at two levels. A complete evaluation of the full lists of nonisomorphic orthogonal arrays with 28 runs and 5 two-level factors, with 32 runs and 4 two-level factors, and finally, with 32 runs and 5 two-level factors is presented.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΠΙΝΑΚΩΝ	xix
ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΣΧΗΜΑΤΩΝ	xxv
ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΑΚΡΩΝΥΜΙΩΝ	xxvii

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1: ΑΠΛΟΙ ΚΑΙ ΣΥΝΘΕΤΟΙ ΚΛΑΣΜΑΤΙΚΟΙ ΠΑΡΑΓΟΝΤΙΚΟΙ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΙ..... 1

1.1 Εισαγωγή	1
1.2 Βασικές αρχές των παραγοντικών σχεδιασμών και οι πλήρεις 2^k παραγοντικοί σχεδιασμοί	4
1.3 Ορθογώνιοι σχηματισμοί	10
1.4 Απλοί (<i>regular</i>) 2^{k-p} κλασματικοί παραγοντικοί σχεδιασμοί	16
1.5 Σύνθετοι (<i>non regular</i>) 2^{k-m} κλασματικοί παραγοντικοί σχεδιασμοί.....	29

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: ΚΡΙΤΗΡΙΑ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ ΚΛΑΣΜΑΤΙΚΩΝ ΠΑΡΑΓΟΝΤΙΚΩΝ ΣΧΕΔΙΑΣΜΩΝ ΜΕ ΔΥΟ ΕΠΙΠΕΔΑ..... 33

2.1 Εισαγωγή	33
2.2 Κριτήρια που αφορούν στο σχεδιασμό (design criteria)	36
2.2.1 Διακριτική ικανότητα (resolution)	36
2.2.1.1 Το κριτήριο της μέγιστης διακριτικής ικανότητας (maximum resolution)	36
2.2.1.2 Το κριτήριο της γενικευμένης διακριτικής ικανότητας (generalized resolution)	37
2.2.2 Ελάχιστη απόκλιση (minimum aberration)	40
2.2.2.1 Το κριτήριο της ελάχιστης απόκλισης (minimum aberration)	40

2.2.2.2 Το κριτήριο της ελάχιστης γενικευμένης απόκλισης (generalized minimum aberration/minimum G aberration) και το κριτήριο του διανύσματος συχνότητας ανάμιξης (confounding frequency vector).....	42
2.2.3 Το διάνυσμα του μήκους των λέξεων (wordlength pattern).....	45
2.2.3.1 Το κριτήριο του γενικευμένου διανύσματος του μήκους των λέξεων του σχεδιασμού (generalized wordlength pattern).....	45
2.2.4 Ροπές (moments)	48
2.2.4.1 Το κριτήριο των βέλτιστων ροπών (optimal moments)).....	48
2.2.4.2 Το κριτήριο των γενικευμένων βέλτιστων ροπών (generalized optimal moments)	49
2.2.5 Ομοιομορφία (uniformity)	50
2.2.5.1 Το διάνυσμα των $MI_i(D)$	50
2.2.5.2 Η κεντρική L_2 απόκλιση (centered L_2 discrepancy)	54
2.2.6 Ορθογωνιότητα (orthogonality)	55
2.2.6.1 Το κριτήριο Βήτα (B criterion)	55
2.2.7 Άλλα κριτήρια που αφορούν στο σχεδιασμό	56
2.2.7.1 Ελάχιστη απόκλιση.....	56
2.2.7.1.1 Το κριτήριο της ελάχιστης απόκλισης (minimum G_e aberration)	56
2.2.7.2 Το διάνυσμα του μήκους των λέξεων (wordlength pattern).....	57
2.2.7.2.1 Το κριτήριο του εκτεταμένου διανύσματος του μήκους των λέξεων του σχεδιασμού (extended wordlength pattern).....	57
2.2.7.3 Ροπές.....	58
2.2.7.3.1 Το κριτήριο της ελάχιστης απόκλισης ροπής	58
2.2.7.3.2 Το κριτήριο της ελάχιστης inner-product ροπής	60
2.2.7.4 Επιδράσεις (effects)	61
2.2.7.4.1 Το κριτήριο MaxC2	61
2.2.7.4.2 Το κριτήριο των καθαρών επιδράσεων (clear effects criterion).....	62
2.2.7.4.3 Το γενικό κριτήριο των ελάχιστων χαμηλότερης τάξεως ταυτίσεων (the general minimum lower-order confounding criterion).....	65
2.2.7.5 Προβολή (projection)	67

2.2.7.5.1 Το κριτήριο V- H τεκμηρίωση της προβολής της ελάχιστης G_2 απόκλισης	67
2.2.7.5.2 Το κριτήριο WV της ελάχιστης διακύμανσης προβολής.....	70
2.2.7.5.3 Το κριτήριο της προβολικής απόκλισης ροπής (moment aberration projection)	72
2.2.7.6 Χωρητικότητα της εκτίμησης	73
2.2.7.6.1 Το κριτήριο της μέγιστης χωρητικότητας εκτίμησης (maximum estimation capacity criterion)	73
2.3 Κριτήρια που αφορούν στην εκτίμηση δοθέντος μοντέλου (model-based criteria).....	75
2.3.1 Οι βαθμοί της ελευθερίας	76
2.3.2 Το κριτήριο $ X'X $ και το κριτήριο της ελαχιστοποίησης του ίχνους του $ X'X ^{-1}$	80
2.3.3 Τα κριτήρια της αποδοτικότητας D και D_s	82
2.3.4 Απώλεια των μέτρων ορθογωνιότητας	83
2.3.5 Το κριτήριο του παράγοντα διόγκωσης της διακύμανσης VIF (Variance Inflation Factor) για τη διάγνωση της πολυσυγγραμμικότητας.....	85

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΤΩΝ ΚΡΙΤΗΡΙΩΝ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ ΑΠΛΩΝ ΚΑΙ ΣΥΝΘΕΤΩΝ ΚΛΑΣΜΑΤΙΚΩΝ ΠΑΡΑΓΟΝΤΙΚΩΝ ΣΧΕΔΙΑΣΜΩΝ ΜΕ ΔΥΟ ΕΠΙΠΕΔΑ..... 87

3.1 Εισαγωγή.....	87
3.2 Παρουσίαση των συμπερασμάτων της εφαρμογής των κριτηρίων αξιολόγησης που αφορούν στο σχεδιασμό.....	88
3.2.1 Συμπεράσματα εφαρμογής κριτηρίων αξιολόγησης που αφορούν στο σχεδιασμό.....	88
3.2.1.1 Συμπεράσματα αξιολόγησης των 127 μη ισόμορφων ορθογώνιων σχηματισμών με 28 εκτελέσεις και 5 παράγοντες με δύο επίπεδα.....	88
3.2.1.2 Συμπεράσματα αξιολόγησης των 19 μη ισόμορφων ορθογώνιων σχηματισμών με 32 εκτελέσεις και 4 παράγοντες με δύο επίπεδα.....	89

3.2.1.3 Συμπεράσματα αξιολόγησης των 491 μη ισόμορφων ορθογώνιων σχηματισμών με 32 εκτελέσεις και 5 παράγοντες με δύο επίπεδα.....	90
3.2.2 Συμπεράσματα εφαρμογής κριτηρίων αξιολόγησης που αφορούν στην εκτίμηση δοθέντος μοντέλου	91
3.2.2.1 Συμπεράσματα αξιολόγησης των 127 μη ισόμορφων ορθογώνιων σχηματισμών με 28 εκτελέσεις και 5 παράγοντες με δύο επίπεδα.....	91
3.2.2.2 Συμπεράσματα αξιολόγησης των 19 μη ισόμορφων ορθογώνιων σχηματισμών με 32 εκτελέσεις και 4 παράγοντες με δύο επίπεδα.....	93
3.2.2.3 Συμπεράσματα αξιολόγησης των 491 μη ισόμορφων ορθογώνιων σχηματισμών με 32 εκτελέσεις και 5 παράγοντες με δύο επίπεδα.....	94

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ..... 97

Π1 Η λίστα του μη ισόμορφου σύνθετου σχηματισμού με 12 εκτελέσεις και 5 παράγοντες με δύο επίπεδα που χρησιμοποιείται ως παράδειγμα εφαρμογής των πιο δημοφιλών κριτηρίων στο 2 ^ο κεφάλαιο της εργασίας.....	97
Π2 Οι πλήρεις λίστες των μη ισόμορφων σχηματισμών οι οποίοι αξιολογούνται με βάση τα πιο δημοφιλή κριτήρια που αφορούν στο δοθέν μοντέλο και το σχεδιασμό στο 3 ^ο κεφαλαίο της εργασίας	97
Π3 Αλγόριθμος για την εφαρμογή των κριτηρίων σύγκρισης και ταξινόμησης κλασματικών παραγοντικών σχεδιασμών που αφορούν στο σχεδιασμό και στην εκτίμηση των παραμέτρων δοθέντος μοντέλου σε κώδικα του προγράμματος R	121
Π4 Τα αποτελέσματα της αξιολόγησης μη ισόμορφων ορθογώνιων σχεδιασμών με 28 εκτελέσεις και 5 παράγοντες με δύο επίπεδα και 32 εκτελέσεις με 4 και 5 παράγοντες με δύο επίπεδα με βάση τα πιο δημοφιλή κριτήρια που αφορούν στο σχεδιασμό και κριτήρια που αφορούν στην εκτίμηση των παραμέτρων δοθέντος μοντέλου.....	136
Π4.1 Παρουσίαση των αποτελεσμάτων εφαρμογής κριτηρίων αξιολόγησης που αφορούν στο σχεδιασμό.....	136
Π4.1.1 Αξιολόγηση των 127 μη ισόμορφων ορθογώνιων σχηματισμών με 28 εκτελέσεις και 5 παράγοντες με δύο επίπεδα	136
Π4.1.2 Αξιολόγηση των 19 μη ισόμορφων ορθογώνιων σχηματισμών με 32 εκτελέσεις και 4 παράγοντες με δύο επίπεδα	148

Π4.1.3 Αξιολόγηση των 491 μη ισόμορφων ορθογώνιων σχηματισμών με 32 εκτελέσεις και 5 παράγοντες με δύο επίπεδα	149
Π4.2 Παρουσίαση των αποτελεσμάτων εφαρμογής κριτηρίων αξιολόγησης που αφορούν στο δοθέν μοντέλο της εκτίμησης.....	185
Π4.2.1 Αξιολόγηση των 127 μη ισόμορφων ορθογώνιων σχηματισμών με 28 εκτελέσεις και 5 παράγοντες με δύο επίπεδα με βάση τα κριτήρια που αφορούν στο δοθέν μοντέλο της εκτίμησης	186
Π4.2.2 Αξιολόγηση των 19 μη ισόμορφων ορθογώνιων σχηματισμών με 32 εκτελέσεις και 4 παράγοντες με δύο επίπεδα με βάση τα κριτήρια που αφορούν στο δοθέν μοντέλο της εκτίμησης	189
Π.4.2.3 Αξιολόγηση των 491 μη ισόμορφων ορθογώνιων σχηματισμών με 32 εκτελέσεις και 5 παράγοντες με δύο επίπεδου με βάση τα κριτήρια που αφορούν στο δοθέν μοντέλο της εκτίμησης	191
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ.....	203

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ

Κατάλογος Πινάκων

1.1	Παράδειγμα συνδυασμού των επιπέδων των παραγόντων για τον 2^2 πειραματικό παραγοντικό σχεδιασμό	5
1.2	Το πλήθος των μη ισόμορφων ορθογώνιων σχηματισμών με δύο επίπεδα για n εκτελέσεις (πολλαπλάσιο του 4) και q στήλες	15
1.3	Το πλήθος των μη ισόμορφων ορθογώνιων σχηματισμών με δύο επίπεδα για n εκτελέσεις (πολλαπλάσιο του 8) και q στήλες	15
1.4	Ο πίνακας αλγεβρικών προσήμων του πλήρους 2^3 παραγοντικού σχεδιασμού	17
1.5	Το σύνολο των ταυτόσημων (alias set) επιδράσεων του 2^{3-1} με ορίζουσα σχέση την $I = -BC$	19
1.6	Ο 2^{3-1}_{III} με ορίζουσα την σχέση $I = -ABC$	20
1.7	Η δισδιάστατη προβολή του 2^{k-p} κλασματικού παραγοντικού σχεδιασμού	25
2.1	Παρουσίαση των πιο δημοφιλών κριτηρίων επιλογής βέλτιστων κλασματικών παραγοντικών σχεδιασμών που αφορούν στο σχεδιασμό (design-based) με αναφορά στην κεντρική έννοια του κριτηρίου και παραλληλισμούς μεταξύ απλών και σύνθετων σχεδιασμών	35
2.2	Το διάνυσμα των $m_1(d), \dots, m_f(d)$ για την ελάχιστη απόκλιση $2^{k-(k-5)}$ σχεδιασμών με $9 \leq k \leq 29$	75
2.3	Γενική περιγραφή ενός παραγοντικού σχεδιασμού δύο παραγόντων	76
2.4	Η ανάλυση του πίνακα της διασποράς για το μοντέλο επιδράσεων του παραγοντικού σχεδιασμού με δύο παράγοντες	77
2.5	Η ανάλυση διασποράς για έναν 2^k παραγοντικό σχεδιασμό	78
Π2.1	Η λίστα των 19 μη ισόμορφων ορθογώνιων σχηματισμών με 32 εκτελέσεις και 4 παράγοντες με 2 επίπεδα	97

Π2.2	Η λίστα των 127 μη ισόμορφων ορθογώνιων σχηματισμών με 28 εκτελέσεις και 5 παράγοντες με 2 επίπεδα (1/5)	98
Π2.3	Η λίστα των 127 μη ισόμορφων ορθογώνιων σχηματισμών με 28 εκτελέσεις και 5 παράγοντες με 2 επίπεδα (2/5)	99
Π2.4	Η λίστα των 127 μη ισόμορφων ορθογώνιων σχηματισμών με 28 εκτελέσεις και 5 παράγοντες με 2 επίπεδα (3/5)	100
Π2.5	Η λίστα των 127 μη ισόμορφων ορθογώνιων σχηματισμών με 28 εκτελέσεις και 5 παράγοντες με 2 επίπεδα (4/5)	101
Π2.6	Η λίστα των 127 μη ισόμορφων ορθογώνιων σχηματισμών με 28 εκτελέσεις και 5 παράγοντες με 2 επίπεδα (5/5)	102
Π2.7	Η λίστα των 491 μη ισόμορφων ορθογώνιων σχηματισμών με 32 εκτελέσεις και 4 παράγοντες με 2 επίπεδα (1/18)	103
Π2.8	Η λίστα των 491 μη ισόμορφων ορθογώνιων σχηματισμών με 32 εκτελέσεις και 5 παράγοντες με 2 επίπεδα (2/18)	104
Π2.9	Η λίστα των 491 μη ισόμορφων ορθογώνιων σχηματισμών με 32 εκτελέσεις και 5 παράγοντες με 2 επίπεδα (3/18)	105
Π2.10	Η λίστα των 491 μη ισόμορφων ορθογώνιων σχεδιασμών με 32 εκτελέσεις και 5 παράγοντες με 2 επίπεδα (4/18)	106
Π2.11	Η λίστα των 491 μη ισόμορφων ορθογώνιων σχηματισμών με 32 εκτελέσεις και 5 παράγοντες με 2 επίπεδα (5/18)	107
Π2.12	Η λίστα των 491 μη ισόμορφων ορθογώνιων σχηματισμών με 32 εκτελέσεις και 5 παράγοντες με 2 επίπεδα (6/18)	108
Π2.13	Η λίστα των 491 μη ισόμορφων ορθογώνιων σχηματισμών με 32 εκτελέσεις και 5 παράγοντες με 2 επίπεδα (7/18)	109
Π2.14	Η λίστα των 491 μη ισόμορφων ορθογώνιων σχηματισμών με 32 εκτελέσεις και 5 παράγοντες με 2 επίπεδα (8/18)	110
Π2.15	Η λίστα των 491 μη ισόμορφων ορθογώνιων σχηματισμών με 32 εκτελέσεις και 5 παράγοντες με 2 επίπεδα (9/18)	111

Π2.16	Η λίστα των 491 μη ισόμορφων ορθογώνιων σχηματισμών με 32 εκτελέσεις και 5 παράγοντες με 2 επίπεδα (10/18)	112
Π2.17	Η λίστα των 491 μη ισόμορφων ορθογώνιων σχηματισμών με 32 εκτελέσεις και 5 παράγοντες με 2 επίπεδα (11/18)	113
Π2.18	Η λίστα των 491 μη ισόμορφων ορθογώνιων σχηματισμών με 32 εκτελέσεις και 5 παράγοντες με 2 επίπεδα (12/18)	114
Π2.19	Η λίστα των 491 μη ισόμορφων ορθογώνιων σχηματισμών με 32 εκτελέσεις και 5 παράγοντες με 2 επίπεδα (13/18)	115
Π2.20	Η λίστα των 491 μη ισόμορφων ορθογώνιων σχηματισμών με 32 εκτελέσεις και 5 παράγοντες με 2 επίπεδα (14/18)	116
Π2.21	Η λίστα των 491 μη ισόμορφων ορθογώνιων σχηματισμών με 32 εκτελέσεις και 5 παράγοντες με 2 επίπεδα (15/18)	117
Π2.22	Η λίστα των 491 μη ισόμορφων ορθογώνιων σχηματισμών με 32 εκτελέσεις και 5 παράγοντες με 2 επίπεδα (16/18)	118
Π2.23	Η λίστα των 491 μη ισόμορφων ορθογώνιων σχηματισμών με 32 εκτελέσεις και 5 παράγοντες με 2 επίπεδα (17/18)	119
Π2.24	Η λίστα των 491 μη ισόμορφων ορθογώνιων σχηματισμών με 32 εκτελέσεις και 5 παράγοντες με 2 επίπεδα (18/18)	120
Π4.1.1.1	Σύγκριση 127 μη ισόμορφων ορθογώνιων σχηματισμών με 28 εκτελέσεις και 5 παράγοντες με δύο επίπεδα με βάση το κριτήριο της γενικευμένης διακριτικής ικανότητας	136
Π4.1.1.2	Σύγκριση 127 μη ισόμορφων ορθογώνιων σχηματισμών με 28 εκτελέσεις και 5 παράγοντες δύο επιπέδων με βάση το κριτήριο του διανύσματος της συχνότητας ανάμιξης	137
Π4.1.1.3	Σύγκριση 127 μη ισόμορφων ορθογώνιων σχηματισμών με 28 εκτελέσεις και 5 παράγοντες με δύο επίπεδα με βάση το κριτήριο του γενικευμένου διανύσματος του μήκους της λέξης	142

Π4.1.1.4	Σύγκριση 127 μη ισόμορφων ορθογώνιων σχηματισμών με 28 εκτελέσεις και 5 παράγοντες με δύο επίπεδα με βάση το κριτήριο των γενικευμένων βέλτιστων ροπών 1 ^{ης} και 2 ^{ης} τάξης	143
Π4.1.1.5	Σύγκριση 127 μη ισόμορφων ορθογώνιων σχηματισμών με 28 εκτελέσεις και 5 παράγοντες με δύο επίπεδα με βάση το κριτήριο Βήτα	145
Π4.1.1.6	Σύγκριση 127 μη ισόμορφων ορθογώνιων σχηματισμών με 28 εκτελέσεις και 5 παράγοντες με δύο επίπεδα με βάση το κριτήριο της ομοιομορφίας μέσω του διανύσματος των $MI_i(D)$	146
Π4.1.2.1	Σύγκριση 19 μη ισόμορφων ορθογώνιων σχηματισμών με 32 εκτελέσεις και 4 παράγοντες με δύο επίπεδα με βάση τα κριτήρια του γενικευμένου διανύσματος του μήκους της λέξης, των γενικευμένων ροπών πρώτης και δεύτερης τάξεως, της γενικευμένης διακριτικής ικανότητας και του διανύσματος συχνότητας ανάμιξης	148
Π4.1.2.2	Σύγκριση 19 μη ισόμορφων ορθογώνιων σχηματισμών με 32 εκτελέσεις και 4 παράγοντες με δύο επίπεδα με βάση το κριτήριο Βήτα και το κριτήριο της ομοιομορφίας μέσω του διανύσματος των $MI_i(D)$	149
Π4.1.3.1	Σύγκριση 491 μη ισόμορφων ορθογώνιων σχηματισμών με 32 εκτελέσεις και 4 παράγοντες με δύο επίπεδα με βάση τα κριτήρια του γενικευμένου διανύσματος του μήκους της λέξης, των γενικευμένων ροπών πρώτης και δεύτερης τάξεως και της γενικευμένης διακριτικής ικανότητας	150
Π4.1.3.2	Σύγκριση 491 μη ισόμορφων ορθογώνιων σχηματισμών με 32 εκτελέσεις και 5 παράγοντες με δύο επίπεδα με βάση το κριτήριο του διανύσματος συχνότητας ανάμιξης	163
Π4.1.3.3	Σύγκριση 491 μη ισόμορφων ορθογώνιων σχηματισμών με 32 εκτελέσεις και 5 παράγοντες με δύο επίπεδα με βάση το κριτήριο Βήτα	175
Π4.1.3.4	Σύγκριση 491 μη ισόμορφων ορθογώνιων σχηματισμών με 32 εκτελέσεις και 5 παράγοντες με δύο επίπεδα με βάση το κριτήριο της ομοιομορφίας μέσω του διανύσματος των $MI_i(D)$	179

Π4.2.1.1	Σύγκριση 127 μη ισόμορφων ορθογώνιων σχηματισμών με 28 εκτελέσεις και 5 παράγοντες με δύο επίπεδα με βάση τα κριτήρια των μεμονωμένων εκτελέσεων, των πλεοναζόντων βαθμών ελευθερίας για τις επιδράσεις και το καθαρό σφάλμα	186
Π4.2.1.2	Σύγκριση 127 μη ισόμορφων ορθογώνιων σχηματισμών με 28 εκτελέσεις και 5 παράγοντες με δύο επίπεδα με βάση τα κριτήρια του παράγοντα διόγκωσης της διακύμανσης και της αποδοτικότητας D	188
Π4.2.2.1	Σύγκριση 19 μη ισόμορφων ορθογώνιων σχηματισμών με 32 εκτελέσεις και 4 παράγοντες με δύο επίπεδα με βάση τα κριτήρια του παράγοντα διόγκωσης της διακύμανσης, των μεμονωμένων εκτελέσεων, της αποδοτικότητας D (D_{eff}) και των πλεοναζόντων βαθμών ελευθερίας για τις επιδράσεις και το καθαρό σφάλμα	190
Π4.2.3.1	Σύγκριση 491 μη ισόμορφων ορθογώνιων σχηματισμών με 32 εκτελέσεις και 5 παράγοντες με δύο επίπεδα με βάση τα κριτήρια των μεμονωμένων εκτελέσεων, των πλεοναζόντων βαθμών ελευθερίας για τις επιδράσεις και το καθαρό σφάλμα	191
Π4.2.3.2	Σύγκριση 491 μη ισόμορφων ορθογώνιων σχηματισμών με 32 εκτελέσεις και 5 παράγοντες με δύο επίπεδα με βάση τα κριτήρια του παράγοντα διόγκωσης της διακύμανσης και της αποδοτικότητας D	198

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ

Κατάλογος Σχημάτων

1.1	Το γενικό μοντέλο μιας διαδικασίας ή ενός συστήματος	2
1.2	Η γεωμετρική αναπαράσταση του 2^2 πειραματικού σχεδιασμού	9
1.3	Οι 2^{3-1} απλοί κλασματικοί παραγοντικοί σχεδιασμοί με ορίζουσες τις $I = \pm ABC$ και οι προβολές τους σε 2^2 παραγοντικούς σχεδιασμούς	24
1.4	Το μοντέλο μετατροπής της κατασκευής γραμμικών κωδίκων σε κατασκευή ορθογώνιων σχηματισμών των Hedayat, Sloane & Stufken	28
1.5	Ο Hadamard πίνακας H_8 (Sylvester type) και ο ορθογώνιος σχηματισμός $OA(8,7,2,2)$	30
2.1	Το δίπολο των αξόνων διάκρισης των κριτηρίων επιλογής των βέλτιστων κλασματικών παραγοντικών σχεδιασμών	34
2.2	Η σχέση μεταξύ των κριτηρίων του γενικευμένου υποδείγματος του μήκους της λέξης (GWP), της ελάχιστης γενικευμένης απόκλισης (GMA), των γενικευμένων βέλτιστων ροπών (GM ή GOM) και του κριτηρίου Βήτα (B-criterion)	47
2.3	Η δρομολόγηση από το κριτήριο του γενικευμένου υποδείγματος του μήκους λέξης (GWP) στο κριτήριο της ομοιομορφίας για FFDs με δύο επίπεδα	52
2.4	Η γραφική απεικόνιση των 4 ισόμορφων γραφημάτων του 2^{6-2} με ορίζουσα σχέση την $I = ABE = BCDF = ACDEF$ ($I = 125 = 2346 = 13456$)	65

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ

Κατάλογος Συντομογραφιών

1'εξ-1'ων	Μονάδες-Μονάδων
CFV	Confounding Frequency Vector
D	Design
D.R.	Distinct Runs
D_{eff}	D Efficiency
EG	Ευκλείδεια Γεωμετρία
FFDs	Fractional Factorial Designs
GF	Galois Field
GM	Generalized Moment
GRES	Generalized Resolution
GWP	Generalized Word-Length Pattern
VIF	Variance Inflation Factor
OA	Orthogonal Arrays

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

ΑΠΛΟΙ ΚΑΙ ΣΥΝΘΕΤΟΙ ΚΛΑΣΜΑΤΙΚΟΙ ΠΑΡΑΓΟΝΤΙΚΟΙ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΙ

1.1 Εισαγωγή

Οι πειραματικοί σχεδιασμοί στις μέρες μας καθίστανται εξαιρετικά χρήσιμοι και σημαντικοί για την μελέτη της αποτελεσματικότητας τόσο παραγωγικών διαδικασιών, όσο και συστημάτων (Montgomery, 2013). Η συνεισφορά τους τοποθετείται σε διαφορετικούς ερευνητικούς τομείς, όπως στον στατιστικό έλεγχο ποιότητας στη βιομηχανία, στη βιοστατιστική με την ανάπτυξη νέων ιατρικών φαρμάκων, στην έρευνα για την προώθηση νέων αγαθών από τις επιχειρήσεις αλλά και στη μεγιστοποίηση της απόδοσης των καλλιεργειών στη γεωργία. Η απαρχή, ωστόσο, των πειραματικών σχεδιασμών τοποθετείται στη δεκαετία του 30' και στις αναλύσεις του R.A. Fisher.

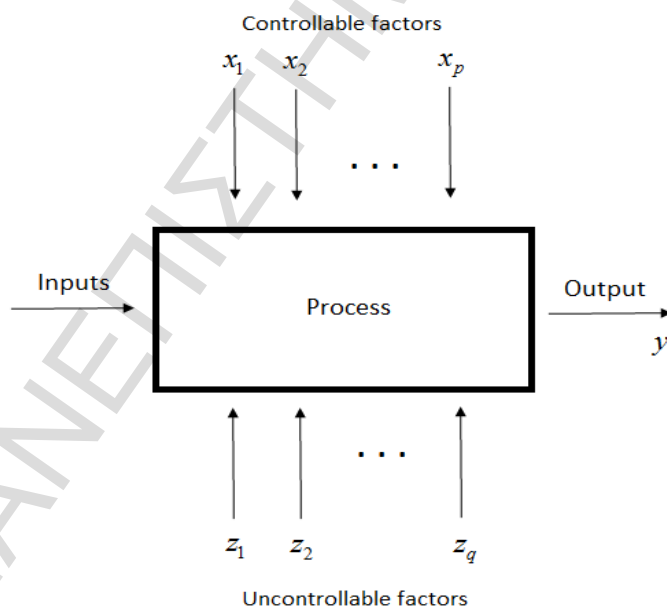
Οι πειραματικοί σχεδιασμοί και η ανάλυσή τους έχουν απασχολήσει έκτοτε αρκετά τη διεθνή και παγκόσμια βιβλιογραφία μέσα από την συνεχή αναζήτηση των βέλτιστων δυνατών πειραματικών σχεδιασμών, καθότι ένας καλός πειραματικός σχεδιασμός μπορεί να συμβάλει στη βελτίωση της απόδοσης μιας διεργασίας, καθώς και να μειώσει τη μεταβλητότητα, το χρόνο ανάπτυξης και το συνολικό κόστος αυτής (Montgomery, 2006). Ειδικά στη γεωργία οι απαιτήσεις μεγάλων εκτάσεων γης και διαθέσιμου χρόνου, όπως και η μεταβλητότητα μεταξύ των διαφορετικών χωροταξικών τεμαχίων γης, οδήγησαν στην ανάγκη ανάπτυξης των βασικότερων αρχών ενός καλού πειραματικού σχεδιασμού, που δεν είναι άλλοι, από την ομαδοποίηση, την τυχαιοποίηση, την επανάληψη (Montgomery, 2006) και την ορθογωνιότητα.

Το διακύβευμα της διερεύνησης των σχέσεων μεταξύ διαφόρων παραγόντων και της λήψης της μέγιστης δυνατής πληροφόρησης μέσω των λιγότερων δυνατών δοκιμών ή πειραμάτων καθιστά έναν καλό πειραματικό σχεδιασμό πιο χρήσιμο από την πραγματική πλήρη ανάλυση, λόγω μείωσης του απαιτούμενου χρόνου και κόστους. Ειδικότερα, οι

κλασματικοί παραγοντικοί σχεδιασμοί διακρίνονται αφενός για το χαμηλότερο κόστος τους, ως προς την μελέτη των επιδράσεων δύο ή περισσότερων ταυτοχρόνως παραγόντων (Wu & Hamada, 2000) και αφετέρου για την ανίχνευση των σημαντικότερων εξ' όλων των παραγόντων από τα πρώιμα ακόμη στάδια της διερεύνησης.

Με τον όρο πειραματικό σχεδιασμό ορίζουμε έναν έλεγχο ή μια σειρά ελέγχων στους οποίους μεταβάλλουμε εκ προμελέτης τα επίπεδα των παραγόντων μιας διαδικασίας ή ενός συστήματος με σκοπό την παρατήρηση και τον προσδιορισμό των μεταβολών που επέρχονται στη μεταβλητή απόκρισης (Montgomery, 2013) ή αλλιώς στο αποτέλεσμα που μετρείται στο πείραμα (*treatment effect*). Όπως φαίνεται και στο Σχήμα 1.1, που ακολουθεί, οι επιδράσεις των συνδυασμών των επιπέδων των παραγόντων αποτελούν άγνωστες παραμέτρους στα πλαίσια ενός πειραματικού σχεδιασμού. Ελεγχόμενοι παράγοντες είναι εκείνοι των οποίων τα επίπεδα μπορούν να ρυθμιστούν από τον πειραματιστή ενώ, από την άλλη πλευρά, οι μη ελεγχόμενοι παράγοντες δεν μπορούν να ρυθμιστούν από τον πειραματιστή αλλά μπορούν να μετρηθούν στο πείραμα (Montgomery, 2013,16).

Σχήμα 1.1: Το γενικό μοντέλο μιας διαδικασίας ή ενός συστήματος*



*Montgomery, D.C. (2013), *Design and Analysis of Experiments (8th Edition)*, John Wiley & Sons Singapore Pte. Ltd., Asia, p. 3.

Στα πλαίσια λοιπόν κάθε πειραματικού σχεδιασμού, ερμηνεύοντας και το Σχήμα 1.1 στους στόχους περιλαμβάνεται ο προσδιορισμός των παραγόντων που επηρεάζουν τη μεταβλητή απόκρισης y , ο προσδιορισμός του επιπέδου ή τη στάθμης των ελεγχόμενων παραγόντων x_p , ώστε η μεταβλητή απόκρισης να βρίσκεται στα επιθυμητά πλαίσια τιμών, ο προσδιορισμός του επιπέδου ή τη στάθμης των ελεγχόμενων παραγόντων x_p , ώστε η μεταβλητότητα της μεταβλητής απόκρισης να είναι μικρή και τέλος ο προσδιορισμός του επιπέδου ή τη στάθμης των ελεγχόμενων παραγόντων x_p , ώστε οι επιδράσεις των ανεξέλεγκτων παραγόντων z_q να ελαχιστοποιούνται στο έπακρο (Montgomery, 2013).

Ειδικότερα, η συνολική μεταβλητότητα χωρίζεται σε επιμέρους τμήματα, και πιο συγκεκριμένα: στη μεταβλητότητα που οφείλεται στους παράγοντες, στη μεταβλητότητα που οφείλεται στις μεταβλητές πλαισίου, δηλαδή σε εκείνες τις μεταβλητές που ενδέχεται να επηρεάζουν τη μεταβλητή απόκρισης οι οποίες όμως είναι αδιάφορες ως προς τους σκοπούς της πειραματικής διαδικασίας και ως τούτου τίθενται υπό έλεγχο προκειμένου να εξαφανιστεί η επίδρασή τους, και τέλος στη μεταβλητότητα που οφείλεται στο πειραματικό σφάλμα, το οποίο ορίζεται, ως εκείνη η μεταβλητότητα της μεταβλητής απόκρισης, η οποία δεν μπορεί να αποδοθεί σε αλλαγή του συνδυασμού των επιπέδων των παραγόντων ή σε μεταβολή της κατάστασης μιας μεταβλητής πλαισίου (όπως σε Ευαγγελάρας, 2012).

Αυτός ο διαχωρισμός επιτυγχάνεται μέσω τριών θεμελιωδών αρχών (Wu & Hamada, 2009, 8-9), που πρέπει να λαμβάνονται υπόψη σε κάθε πειραματικό σχεδιασμό και πιο συγκεκριμένα μέσω:

- της *τυχαιοποίησης* (randomization), δηλαδή, της τυχαίας κατανομής των πειραματικών μονάδων στους συνδυασμούς των επιπέδων των παραγόντων. Η τυχαιοποίηση προστατεύει από μεταβλητές, που μπορεί να είναι άγνωστες στο πείραμα, αλλά να προσκρούουν στην απόκριση και ως εκ τούτου μειώνει την ανεπιθύμητη επίδραση υποκειμενικών κρίσεων στην κατανομή των συνδυασμών των επιπέδων των παραγόντων,
- της *ομαδοποίησης* (blocking), δηλαδή, της προσπάθειας ελέγχου των επιπέδων μιας μεταβλητής πλαισίου. Για να θεωρηθεί αποτελεσματική η ομαδοποίηση, αξίζει να

σημειωθεί ότι θα πρέπει η μεταβλητότητα εντός των ομάδων να είναι πολύ μικρότερη από την μεταβλητότητα μεταξύ των ομάδων και

- της επανάληψης (replication), δηλαδή, της επαναληπτικής παρατήρησης της μεταβλητής απόκρισης για κάθε συνδυασμό των επιπέδων των παραγόντων. Μέσω της επανάληψης μειώνεται η μεταβλητότητα των εκτιμώμενων επιδράσεων των συνδυασμών των επιπέδων των παραγόντων και ενισχύεται η δυνατότητα ανίχνευσης διαφορών μεταξύ των τελευταίων.

1.2 Βασικές αρχές των παραγοντικών σχεδιασμών και οι πλήρεις 2^k παραγοντικοί σχεδιασμοί

Ένας πειραματικός σχεδιασμός* στον οποίο εμπλέκονται $k (\geq 2)$ παράγοντες F_1, F_2, \dots, F_k , οι οποίοι έχουν s_1, \dots, s_k επίπεδα αντίστοιχα, καλείται παραγοντικός πειραματικός σχεδιασμός ή εν συντομία $s_1 \times \dots \times s_k$ παραγοντικός σχεδιασμός. Αναλυτικότερα, εάν ισχύει, ότι $s_1 = \dots = s_k = s$, τότε γίνεται λόγος για ένα συμμετρικό $s_1 \times \dots \times s_k = s^k$ παραγοντικό σχεδιασμό ενώ σε αντίθετη περίπτωση ο σχεδιασμός καλείται μη συμμετρικός. Έστω, ότι s_i τα επίπεδα του i -οστού παράγοντα F_i για $1 \leq i \leq k$ τα οποία μπορούν να κωδικοποιηθούν ως $0, 1, \dots, s_i - 1$, τότε κάθε συνδυασμός όλων των επιπέδων των k παραγόντων εντάσσεται στην k -οστή διάταξη των j_1, \dots, j_k όπου $j_i \in \{0, 1, \dots, s_i - 1\}$, $1 \leq i \leq k$ συγκροτώντας $\prod_{i=1}^k s_i$ συνδυασμούς των θεραπειών. Κάθε συνδυασμός, λοιπόν, των επιπέδων των παραγόντων ονομάζεται συνδυασμός αγωγών ή θεραπειών (*treatment combination*)[†] ή διαφορετικά εκτέλεση (*run*).

* Για ότι δεν συνδέεται με σαφή βιβλιογραφική αναφορά στο παρόν κεφάλαιο βλ. κυρίως Mukerjee, R. & Wu, C.F.J. (2006). *A modern theory of factorial designs*, Springer Science+Business Media Inc., United States of America.

[†] Προκειμένου να μην δημιουργηθεί μελλοντική σύγχυση στον αναγνώστη επισημαίνεται πως στο παρόν η λέξη *treatment* θα συναντάται ως συνδυασμός των επιπέδων των παραγόντων στη θέση των συχνά αναγνώσιμων στη βιβλιογραφία μεταφράσεων της ως αγωγής ή θεραπείας.

Αναλυτικότερα, οποιοσδήποτε s^k παραγοντικός σχεδιασμός περιέχει k κύριες επιδράσεις, $\binom{k}{2}$ αλληλεπιδράσεις δύο-παραγόντων, $\binom{k}{3}$ αλληλεπιδράσεις τριών-παραγόντων, ..., και μια αλληλεπίδραση k -παραγόντων. Σε γενικές, λοιπόν, γραμμές υπάρχουν k κύριες επιδράσεις, οι οποίες ονομάζονται κύριες εφόσον εμπλέκεται ένας μόνο παράγων ο οποίος ανήκει στους πρωταρχικούς του πειράματος και $\binom{k}{s}$ αλληλεπιδράσεις s -παραγόντων, ενώ το σύνολο των παραγοντικών επιδράσεων σε κάθε s^k παραγοντικό σχεδιασμό ισούται με:

$$\binom{k}{1} + \binom{k}{2} + \dots + \binom{k}{s} = s^k - 1.$$

Για παράδειγμα αν έχουμε 2 παράγοντες F_1, F_2 ($k=2$) δύο επιπέδων ($s_1 = s_2 = 2$), συνολικά υπάρχουν 4 συνδυασμοί επιπέδων των παραγόντων, που περιγράφονται στον Πίνακα 1.1, που ακολουθεί.

Πίνακας 1.1: Παράδειγμα συνδυασμού των επιπέδων των παραγόντων για τον 2^2 πειραματικό παραγοντικό σχεδιασμό

<i>Συνδυασμοί επιπέδων των παραγόντων</i>	<i>Ερμηνεία</i>
00	Και οι δύο παράγοντες είναι στη χαμηλή στάθμη.
01	Ο πρώτος παράγων στη χαμηλή και ο δεύτερος στην υψηλή στάθμη.
10	Ο πρώτος στην υψηλή και ο δεύτερος στην χαμηλή στάθμη.
11	Και οι δύο παράγοντες στην υψηλή στάθμη.

Οι επιδράσεις των επιπέδων των παραγόντων $\tau(j_1 \dots j_k)$ οι οποίες αντιστοιχούν σε έναν συνδυασμό των επιπέδων των παραγόντων j_1, \dots, j_k αποτελούν άγνωστες παραμέτρους, που επηρεάζουν ένα πειραματικό παραγοντικό σχεδιασμό. Το ενδιαφέρον, ωστόσο εστιάζεται σε

εκείνες τις παραγοντικές επιδράσεις, που συνδέονται με ειδικούς τύπους αντιθέσεων στους συνδυασμούς των επιπέδων των παραγόντων.

Πιο συγκεκριμένα ως αντίθεση των συνδυασμών των επιπέδων των παραγόντων (*treatment contrast*) ορίζεται εκείνη η γραμμική παραμετρική συνάρτηση:

$$\sum_{j_1=0}^{s_1-1} \dots \sum_{j_k=0}^{s_k-1} l(j_1, \dots, j_k) \tau(j_1, \dots, j_k),$$

για την οποία ισχύει, ότι τα $l(j_1, \dots, j_k)$ είναι πραγματικοί αριθμοί και όχι όλοι ίσοι με το μηδέν, ώστε

$$\sum_{j_1=0}^{s_1-1} \dots \sum_{j_k=0}^{s_k-1} l(j_1, \dots, j_k) = 0.$$

Αξίζει να αναφερθεί, ότι δύο αντιθέσεις των συνδυασμών των επιπέδων των παραγόντων έστω $l^{(1)'} \tau$ και $l^{(2)'} \tau$ ονομάζονται ορθογώνιες εφόσον ισχύει ότι:

$$l^{(1)'} l^{(2)} = 0$$

και επιπροσθέτως δύο αντιθέσεις των συνδυασμών των επιπέδων των παραγόντων σε ορθογώνιους μόνο σχηματισμούς, που ανήκουν σε διαφορετικές παραγοντικές επιδράσεις είναι πάντοτε ορθογώνιες.

Αναλυτικότερα σύμφωνα με το παράδειγμα του Πίνακα 1.1 αν κρατήσουμε τον παράγοντα F_2 σταθερό στην χαμηλή στάθμη (επίπεδο 0) και μετατοπίσουμε τον παράγοντα F_1 από την χαμηλή στην υψηλή στάθμη, τότε η επίδραση της μετατόπισης ισούται με

$$L(F_1 | F_2 = 0) = \tau(10) - \tau(00) \quad \{1.2.1\}$$

Αντιστοίχως αν ο παράγων F_2 παρέμενε σταθερός στην υψηλή του στάθμη τότε η επίδραση μετατόπισης του F_1 είναι

$$L(F_1 | F_2 = 1) = \tau(11) - \tau(01) \quad \{1.2.2\}$$

Με τη χρήση λοιπόν του μέσου των ποσοτήτων, που αντικατοπτρίζουν οι παραπάνω σχέσεις {1.2.1}, {1.2.2} προκύπτει, πως η κύρια επίδραση του παράγοντα F_1 είναι ίση με:

$$\begin{aligned} L(F_1) &= \frac{1}{2}[\{L(F_1|F_2=0)\} + \{L(F_1|F_2=1)\}] \\ &= \frac{1}{2}[\{\tau(10) - \tau(00)\} + \{\tau(11) - \tau(01)\}] \\ &= -\frac{1}{2}\{\tau(00) + \tau(01)\} + \frac{1}{2}\{\tau(10) + \tau(11)\}. \end{aligned}$$

Με βάση των ορισμό των αντιθέσεων των συνδυασμών των επιπέδων των παραγόντων είναι προφανές ότι η επίδραση εν αντιθέσει του παράγοντα F_2 θα ισούται με

$$\begin{aligned} L(F_2) &= \frac{1}{2}[\{L(F_2|F_1=0)\} + \{L(F_2|F_1=1)\}] \\ &= \frac{1}{2}[\{\tau(01) - \tau(00)\} + \{\tau(11) - \tau(10)\}]. \end{aligned}$$

Αναλογιζόμενοι, ωστόσο την έννοια της αλληλεπίδρασης μεταξύ των δύο παραγόντων F_1, F_2 γίνεται ευκόλως κατανοητό, πως η αλληλεπίδραση μετρά την επίδραση εν προκειμένω του επιπέδου κατά το οποίο ένας από τους δύο παράγοντες παραμένει σταθερός στο αποτέλεσμα της μεταβολής κατά ένα επίπεδο του άλλου παράγοντα.

Η αλληλεπίδραση, λοιπόν, αν πάρουμε το πρώτο παράδειγμα μετατόπισης του παράγοντα F_2 δίνεται ως:

$$\begin{aligned} L(F_1F_2) &= \frac{1}{2}[\{L(F_1|F_2=1)\} - \{L(F_1|F_2=0)\}] \\ &= \frac{1}{2}[\{\tau(11) - \tau(01)\} - \{\tau(10) - \tau(00)\}] \\ &= \frac{1}{2}\{\tau(11) - \tau(01) - \tau(10) + \tau(00)\} \\ &= -\frac{1}{2}\{\tau(01) + \tau(10)\} + \frac{1}{2}\{\tau(00) + \tau(11)\}. \end{aligned}$$

Ένα πειραματικό μοντέλο, που εξετάζει τόσο τις κύριες επιδράσεις όσο και τις αλληλεπιδράσεις ονομάζεται πλήρες. Οι πιο συνήθεις παραγοντικοί σχεδιασμοί τόσο στην πράξη όσο και σε επίπεδο βιβλιογραφίας είναι οι παραγοντικοί σχεδιασμοί με δύο επίπεδα.

Μια πλήρη επανάληψη του συγκεκριμένου σχεδιασμού έχει συνολικό αριθμό εκτελέσεων για k παράγοντες ίσο με $N = 2 \times 2 \times 2 \times \dots \times 2 = 2^k$ για αυτό το μοντέλο έχει λάβει την ονομασία 2^k παραγοντικός σχεδιασμός. Πιο συγκεκριμένα, οι 2^k είναι πολύ αποδοτικοί γιατί επιτρέπουν τη διερεύνηση πολλών παραγόντων με χρήση ενός σχετικά μικρού αριθμού δοκιμών (Montgomery, 2013), ενώ συγκριτικά με τα παραγοντικά πειράματα, στους 2^k παραγοντικούς σχεδιασμούς, τόσο οι συμβολισμοί αλλά και οι υπολογισμοί είναι απλούστεροι (όπως σε Ευαγγελάρας, 2012). Βασικό μειονέκτημά τους αποτελεί το γεγονός, πως η αύξηση του αριθμού των παραγόντων επιφέρει ταυτόχρονη αύξηση του πλήθους των παρατηρήσεων, που απαιτούνται για μια πλήρη επανάληψη του σχεδιασμού, έτσι για παράδειγμα μια πλήρη επανάληψη ενός 2^5 σχεδιασμού απαιτούνται 32 παρατηρήσεις, ενός 2^6 απαιτούνται 64, ενός 2^7 απαιτούνται 128, ενός 2^8 απαιτούνται 256 παρατηρήσεις κλπ.

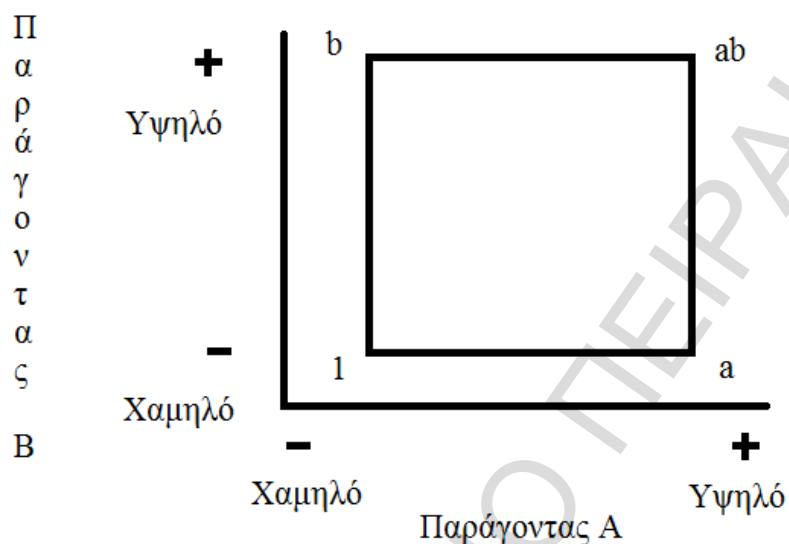
Τα επίπεδα των παραγόντων συνήθως συμβολίζονται με +1 για το υψηλό επίπεδο του παράγοντα και με -1 για το χαμηλό επίπεδο, ενώ οι παράγοντες αλλά και οι παραγοντικές επιδράσεις συμβολίζονται με κεφαλαία λατινικά γράμματα (A,B,C κλπ.). Για τους συνδυασμούς των επιπέδων των παραγόντων γίνεται χρήση συνδυασμών είτε των προσήμων είτε πεζών λατινικών γραμμάτων. Πιο συγκεκριμένα, η υψηλή στάθμη οποιουδήποτε παράγοντα στο συνδυασμό των επιπέδων των παραγόντων συμβολίζεται με το αντίστοιχο μικρό λατινικό γράμμα και κατά συνέπεια η απουσία του εν λόγω γράμματος υποδηλώνει την χαμηλή στάθμη του παράγοντα στον συνδυασμό των επιπέδων των παραγόντων.

Κατά αυτόν τον τρόπο, όπως φαίνεται και στο Σχήμα 1.2, που αποτελεί, μια γεωμετρική αναπαράσταση του 2^2 παραγοντικού σχεδιασμού:

- Με «a» περιγράφεται ο συνδυασμός των επιπέδων των παραγόντων με τον παράγοντα A στην υψηλή του στάθμη και τον παράγοντα B στην χαμηλή,
- Με «b» περιγράφεται ο συνδυασμός των επιπέδων των παραγόντων με τον παράγοντα A στην χαμηλή του στάθμη και τον παράγοντα B στην υψηλή,
- Με «ab» περιγράφεται ο συνδυασμός των επιπέδων των παραγόντων και με τους δύο παράγοντες στην υψηλή στάθμη

- και τέλος με το (1) περιγράφεται ο συνδυασμός των επιπέδων των παραγόντων και με τους δύο παράγοντες στην χαμηλή στάθμη (Montgomery, 2013, 187).

Σχήμα 1.2: Η γεωμετρική αναπαράσταση του 2^2 πειραματικού σχεδιασμού



Καθιερωμένη τακτική αποτελεί η εγγραφή των συνδυασμών των επιπέδων των παραγόντων με τη διάταξη (1),a,b,ab η οποία αναφέρεται ως τυπική διάταξη των συνδυασμών των επιπέδων των παραγόντων. Για την εγγραφή στην τυπική διάταξη εισάγεται κάθε φορά ένας εκ των παραγόντων ενώ κάθε νέος παράγοντας που εισάγεται συνδυάζεται με το σύνολο των προϊστάμενων.

Για παράδειγμα η τυπική διάταξη ενός 2^4 παραγοντικού σχεδιασμού είναι η κάτωθι:

(1),a,b,ab,c,ac,bc,abc,d,ad,bd,abd,cd,acd,bcd

1.3 Ορθογώνιοι σχηματισμοί

Το 1946 ο C.R. Rao εφαρμόζει στην κατασκευή συγκεχυμένων (confounded) σχεδίων στους παραγοντικούς σχεδιασμούς, μια μορφή σχηματισμών (arrays) τους λεγόμενους «υπερκύβους δύναμης “ d ” (hypercube of strength “ d ”)» τους οποίους προτείνει με τη μορφή «υπερκύβων δύναμης “2”» μετά από απόπειρα μαζί με τον Nair χρήσης τους σε συγκεχυμένους μη συμμετρικούς παραγοντικούς σχεδιασμούς (Nair & Rao 1941,1942,1948, Rao 1946,1947). Η ονομασία, ωστόσο, orthogonal array (OA), που προσεγγίζει την βασική ιδέα του Rao, δίνεται από τον Bush (1950) στο πλαίσιο εκπόνησης της διδακτορικής του διατριβής. Η ευρεία, σε κάθε περίπτωση, χρήση των ορθογώνιων σχηματισμών στους παραγοντικούς σχεδιασμούς οφείλεται σε μεγάλο βαθμό και στον Genichi Taguchi (1987), ωστόσο δεν θα γίνει περαιτέρω αναφορά στο πλαίσιο της παρούσας διπλωματικής στη μεθοδολογία Taguchi.

Αναλυτικότερα, ένας ορθογώνιος σχηματισμός $OA(n, q, s, t)$ είναι ένας $n \times q$ πίνακας με n γραμμές, q στήλες και με εγγραφές από ένα σύνολο s διακριτών συμβόλων, ώστε, όλοι οι δυνατοί s' συνδυασμοί συμβόλων να εμφανίζονται εξίσου συχνά σε κάθε επιλογή t στηλών του πίνακα (Mukerjee, Wu, 2006, 35). Εφόσον τα s διακριτά σύμβολα μπορούν να συνδυαστούν σε s' δυνατούς διατάξιμους συνδυασμούς μεταξύ των γραμμών του $n \times t$ υποσχηματισμού, ισχύει, πως το πλήθος n των στηλών του ορθογώνιου σχηματισμού αποτελεί ένα πολλαπλάσιο των s' σε κάθε $OA(n, q, s, t)$ και ο ακέραιος, λοιπόν, $\lambda = \frac{n}{s'}$ ονομάζεται *index* του ορθογώνιου σχηματισμού (Mukerjee, Wu, 2006, 35).

Αν εφαρμόσουμε ορθογώνιους σχηματισμούς για παραγοντικά πειράματα, τότε κάθε στήλη αντιστοιχεί σε έναν παράγοντα με q το πλήθος των παραγόντων, το σύνολο των s συμβόλων συνιστά τα επίπεδα του κάθε παράγοντα ενώ κάθε γραμμή αντιπροσωπεύει τους συνδυασμούς των επιπέδων των παραγόντων (όπως σε Evangelaras & Koukouninos, 2004). Κάθε, λοιπόν, $OA(n, q, s, t)$ προσδιορίζει ένα παραγοντικό σχεδιασμό για τη μελέτη q παραγόντων με s επίπεδα ο καθένας με τη χρήση n πειραμάτων (όπως σε Evangelaras & Koukouninos, 2004). Παράλληλα για κάθε ορθογώνιο σχηματισμό $OA(n, q, s, t)$ εάν η

ορθογωνιότητα, η δύναμη t του σχηματισμού, είναι άρτιος αριθμός τότε για τις εκτελέσεις n ισχύει ότι:

$$n \geq \sum_{i=0}^p \binom{q}{i} (s-1)^i \quad \text{για } t (= 2p, p \geq 1),$$

ενώ εάν η δύναμη είναι περιττός αριθμός τότε:

$$n \geq \sum_{i=0}^p \binom{q}{i} (s-1)^i + \binom{q-1}{p} (s-1)^{p+1} \quad \text{για } t (= 2p, p \geq 1), \text{ (Mukerjee, Wu, 2006, 35).}$$

Ένας ορθογώνιος σχηματισμός για τον οποίο ισχύει έστω μια εκ των δύο παραπάνω ισοτήτων καλείται κορεσμένος (saturated) ή συνεκτικός (tight) (Mukerjee, Wu, 2006, 35). Ενώ για $t \geq 2$ ισχύει ότι $n \geq 1 + q(s-1)$ (Mukerjee, Wu, 2006, 35).

Πιο συγκεκριμένα, στους ορθογώνιους σχηματισμούς με άρτιο αριθμό δύναμης (βλ. Hedayat, Sloane & Stufken, 1999) ισχύει, ότι για:

- $t = 2$ Κάθε ζεύγος στηλών είναι ορθογώνιο, έτσι παράλληλα, κάθε ζεύγος των κύριων επιδράσεων είναι ορθογώνιο, ως εκ τούτου, μπορεί να εφαρμοστεί το μοντέλο, που περιέχει όλες τις κύριες επιδράσεις με αυξημένη αποτελεσματικότητα και να ληφθούν αμερόληπτες εκτιμήσεις για τους όρους του μοντέλου, εφόσον οι αλληλεπιδράσεις δύο και περισσότερων παραγόντων απουσιάζουν. Η συγκεκριμένη περίπτωση αντιστοιχεί σε απλούς κλασματικούς παραγοντικούς σχεδιασμούς διακριτικής ικανότητας[‡] $R = 3$.
- $t = 4$ Κάθε ζεύγος στηλών είναι ορθογώνιο, κάθε στήλη είναι ορθογώνια ως προς κάθε σύνολο δύο στηλών και κάθε ζεύγος των στηλών των συνόλων δύο στηλών είναι ορθογώνιο. Ως εκ τούτου, κάθε ζεύγος αντιθέσεων των κύριων επιδράσεων, αλλά και αλληλεπιδράσεων δύο παραγόντων είναι ορθογώνιο. Μπορεί, λοιπόν, να εφαρμοστεί το μοντέλο, που περιέχει όλες τις κύριες επιδράσεις και αλληλεπιδράσεις δύο παραγόντων με αυξημένη αποτελεσματικότητα και να ληφθούν αμερόληπτες εκτιμήσεις για τους όρους του μοντέλου αυτού, εφόσον οι αλληλεπιδράσεις τριών και περισσότερων παραγόντων απουσιάζουν. Η

[‡] Για την έννοια της διακριτικής ικανότητας ενός σχεδιασμού ο αναγνώστης παραπέμπεται σελίδα 20 του παρόντος κεφαλαίου της εργασίας.

συγκεκριμένη περίπτωση αντιστοιχεί σε απλούς κλασματικούς παραγοντικούς σχεδιασμούς διακριτικής ικανότητας $R = 5$.

- $t = 2u$ Κάθε ζεύγος των συνόλων των στηλών είναι ορθογώνιο, ως προς u ή μικρότερων από u στηλών, ως εκ τούτου κάθε ζεύγος αντιθέσεων των παραγοντικών επιδράσεων μέχρι u τάξεως μπορεί να εφαρμοστεί με αυξημένη αποτελεσματικότητα, ενώ οι εκτιμήσεις για το μοντέλο θεωρούνται αμερόληπτες, εφόσον οι αλληλεπιδράσεις τάξεως $u+1$ και παραπάνω απουσιάζουν. Η συγκεκριμένη περίπτωση αντιστοιχεί σε απλούς κλασματικούς παραγοντικούς σχεδιασμούς διακριτικής ικανότητας $R \geq 7$.

Παράλληλα ορθογώνιους σχηματισμούς με περιττό αριθμό δύναμης (βλ. Hedayat, Sloane & Stufken, 1999) ισχύει, ότι για:

- $t = 3$ § Κάθε στήλη είναι ορθογώνια, ως προς κάθε στήλη ή σύνολο δύο στηλών, ως εκ τούτου κάθε ζεύγος αντιθέσεων των κύριων επιδράσεων είναι ορθογώνιο και κάθε αντίθεση κύρια επίδρασης είναι ορθογώνια ως προς κάθε αντίθεση αλληλεπιδράσεων δύο παραγόντων. Συνεπώς, ένα μοντέλο, που περιλαμβάνει τις κύριες επιδράσεις, μπορεί να εφαρμοστεί με αυξημένη αποτελεσματικότητα και να ληφθούν αμερόληπτες εκτιμήσεις για τους όρους του μοντέλου αυτού, εφόσον οι αλληλεπιδράσεις τριών και περισσοτέρων παραγόντων απουσιάζουν. Η συγκεκριμένη περίπτωση αντιστοιχεί σε απλούς κλασματικούς παραγοντικούς σχεδιασμούς διακριτικής ικανότητας $R = 4$.
- $t = 5$ Κάθε στήλη είναι ορθογώνια, ως προς κάθε σύνολο μέχρι 4 στηλών και κάθε σύνολο δύο στηλών είναι ορθογώνιο, ως προς κάθε σύνολο μέχρι 3 στηλών. Ως εκ τούτου, κάθε ζεύγος αντιθέσεων των κύριων επιδράσεων και αλληλεπιδράσεων δεύτερης τάξεως είναι ορθογώνιο με επακόλουθο το μοντέλο, που περιλαμβάνει όλες τις κύριες επιδράσεις και αλληλεπιδράσεις δύο παραγόντων, να δύναται να εφαρμοστεί με αυξημένη αποτελεσματικότητα λαμβάνοντας αμερόληπτες εκτιμήσεις, εφόσον οι αλληλεπιδράσεις τεσσάρων

§ Στο παρόν πλαίσιο ανάλυσης η εστίαση γίνεται σε κλασματικούς παραγοντικούς σχεδιασμούς δύναμης $t \geq 2$ και συνεπώς απουσιάζει η αναφορά για σχεδιασμούς δύναμης $t = 1$. Ο αναγνώστης παραπέμπεται στη σχετική βιβλιογραφία για οτιδήποτε περαιτέρω.

και περισσότερων παραγόντων απουσιάζουν. Η συγκεκριμένη περίπτωση αντιστοιχεί σε απλούς κλασματικούς παραγοντικούς σχεδιασμούς διακριτικής ικανότητας $R = 6$.

- $t = 2u + 1$ Κάθε ζεύγος συνόλων u και λιγότερων από u στηλών είναι ορθογώνιο και κάθε σύνολο u στηλών είναι ορθογώνιο, ως προς κάθε σύνολο $u + 1$ στηλών. Συνεπώς, κάθε ζεύγος αντιθέσεων των παραγοντικών επιδράσεων μέχρι u τάξεως είναι ορθογώνιο και κάθε αντίθεση των παραγοντικών επιδράσεων τάξεως u είναι ορθογώνια, ως προς κάθε αντίθεση των παραγοντικών επιδράσεων τάξεως $u + 1$. Το μοντέλο, λοιπόν, που εμπεριέχει όλες τις επιδράσεις τάξεως u μπορεί να εφαρμοστεί με αποτελεσματικότητα και να ληφθούν αμερόληπτες εκτιμήσεις, εφόσον οι αλληλεπιδράσεις $u + 1$ και περισσότερων παραγόντων απουσιάζουν. Η συγκεκριμένη περίπτωση αντιστοιχεί σε απλούς κλασματικούς παραγοντικούς σχεδιασμούς διακριτικής ικανότητας $R = 8$.

Ωστόσο ορθογώνιοι σχηματισμοί $OA(n, q, 2, 2)$ μπορούν να κατασκευαστούν από πίνακες Hadamard (Evangelaras & Koukouninos, 2004). Οι πίνακες Hadamard πήραν το όνομα του «δημιουργού» τους του J.Hadamard ο οποίος το 1893 υπέδειξε ότι για έναν πίνακα $A = (a_{ij})$ τάξης n με $|a_{ij}| \leq 1$ ισχύει, με την ισότητα, πως:

$$|\det A| \leq n^{n/2},$$

εφόσον και μόνο εφόσον ο πίνακας είναι Hadamard (Hedayat & Sloane, 1999, 145-146).

Ένας, λοιπόν, πίνακας Hadamard** H_n τάξης n είναι ένας $n \times n$ πίνακας με εγγραφές 1'ες†† ή -1'ες για τον οποίο ικανοποιείται η παρακάτω ισότητα:

** Για τις αναφορές σχετικά με τους πίνακες Hadamard βλ. Wu, C.F.J. & Hamada M.S. (2009). *Experiments: Planning, Analysis and Optimization*, John Wiley & Sons, Inc., United States of America και Hedayat, A.S., Sloane, N.J.A. & Stufken J. (1999). *Orthogonal Arrays: Theory and applications*, Springer-Verlag New York Inc., United States of America.

†† Στην εργασία γίνεται χρήση του συμβολισμού 1'ες για τις μονάδες με θετικό πρόσημο και -1'ες για τις μονάδες με αρνητικό πρόσημο.

$$H_n H_n^T = nI_n.$$

Εφόσον ο H_n υπάρχει, τότε ο n είναι ένας αριθμός Hadamard (Hadamard number). Για παράδειγμα για οποιοδήποτε αριθμό Hadamard n ο H_{2n} κατασκευάζεται ως ακολούθως:

$$H_{2n} = \begin{pmatrix} H_n & H_n \\ H_n & -H_n \end{pmatrix}.$$

Ας υποθέσουμε, ωστόσο, ότι η πρώτη του H_n στήλη αποτελεί από όλες τις 1'ες τότε οι υπόλοιπες $n-1$ στήλες είναι ορθογώνιες, ως προς την πρώτη και πρέπει να έχουν μισές 1'ες και μισές -1'ες, αν αφαιρεθεί αυτή η πρώτη στήλη, ο υπολειπόμενος $n \times (n-1)$ πίνακας είναι ο $OA(n, n-1, 2, 2)$.

Υποδεικνύεται, παρά ταύτα, ότι ο τρόπος κατασκευής του $OA(n, n-1, 2, 2)$ είναι πανομοιότυπος με τον τρόπο κατασκευής του H_n . Ο $OA(n, n-1, 2, 2)$, λοιπόν, μπορεί κάλλιστα να χρησιμοποιηθεί ως πίνακας σχεδιασμού (design matrix) και ταυτοχρόνως ο H_n ως πίνακας πρότυπο (model matrix). Αφαιρώντας εν συνεχεία και την πρώτη στήλη του H_{2n} λαμβάνουμε τον $OA(n, n-1, 2, 2)$ για κάθε πίνακα Hadamard αριθμού n . Παρότι ευρεία «ποικιλία» ορθογώνιων σχηματισμών δύο επιπέδων και δύναμης $t=2$ μπορεί να εξασφαλιστεί μέσω της επιλογής, όπως προαναφέρθηκε στηλών από Hadamard πίνακες, ωστόσο, δεν μπορεί να υποθεθεί, ότι οποιοσδήποτε ορθογώνιος σχηματισμός $s=2$ συμβόλων, είναι ενσωματωμένος σε ένα Hadamard πίνακα (Evangelas & Koukouninos, 2004).

Δύο ορθογώνιοι σχηματισμοί n εκτελέσεων, q παραγόντων και s επιπέδων καλούνται ισόμορφοι, εφόσον ο ένας μπορεί να παραχθεί από τον άλλο μέσω μετάθεσης των γραμμών ή/και των στηλών ή/και των επιπέδων σε μια ή περισσότερες στήλες (Wu, C.F.J. & Hamada, M.S., 2009, 377). Σε διαφορετική περίπτωση οι πίνακες αποκαλούνται μη ισόμορφοι. Ο ισομορφισμός αποτελεί εξαιρετικά σημαντική παράμετρο αν αναλογιστεί κανείς, ότι όπως αναφέρουν χαρακτηριστικά οι Evangelas & Koukouninos (2004), γνωρίζοντας ότι δύο σχεδιασμοί είναι μη ισόμορφοι είναι εξαιρετικά δύσκολο να ειπωθεί το παραμικρό, ως προς πιθανές διαφορές στις στατιστικές τους ιδιότητες. Οι μη ισόμορφοι σχηματισμοί έχουν απασχολήσει ιδιαίτερα τη διεθνή βιβλιογραφία. Στους παρακάτω Πίνακες 1.2 και 1.3.

παρουσιάζεται το πλήθος των ισόμορφων πινάκων για n εκτελέσεις (n ως πολλαπλάσιο του 4 και του 8) και q στήλες.

Πίνακας 1.2: Το πλήθος των μη ισόμορφων ορθογώνιων σχηματισμών με δύο επίπεδα για n εκτελέσεις (πολλαπλάσιο του 4) και q στήλες*

$n \equiv 4 \pmod{8}$				
$n \setminus q$	3	4	5	6
12	2	1	2	2
20	3	3	11	75
28	4	7	127	
36	5	15	1242	
44	6	28		
52	7	48		
60	8	79		

* Evangelaras, H., Koukouvinos, C. & Lappas, E. (2007). Further contributions to nonisomorphic two level orthogonal arrays, *Journal of Statistical Planning and Inference*, Vol. 137, Elsevier, pp. 2080-2086.

Πίνακας 1.3: Το πλήθος των μη ισόμορφων ορθογώνιων σχηματισμών με δύο επίπεδα για n εκτελέσεις (πολλαπλάσιο του 8) και q στήλες*

$n \equiv 0 \pmod{8}$				
$n \setminus q$	3	4	5	6
16	3	5	11	27
24	4	10	63	1350
32	5	19	491	
40	6	32	3919	
48	7	54		
56	8	84		
64	9	128		

* Evangelaras, H., Koukouvinos, C. & Lappas, E. (2007). Further contributions to nonisomorphic two level orthogonal arrays, *Journal of Statistical Planning and Inference*, Vol. 137, Elsevier, pp. 2080-2086.

1.4 Απλοί (regular) 2^{k-p} κλασματικοί παραγοντικοί σχεδιασμού

Η αύξηση του αριθμού των παραγόντων σε έναν s^k παραγοντικό σχεδιασμό επιφέρει ταυτόχρονη ταχεία αύξηση του αριθμού των απαιτούμενων εκτελέσεων για κάθε πλήρη επανάληψη του πειράματος. Η ανάγκη εξοικονόμησης των περιορισμένων οικονομικών πόρων αλλά και του χρόνου του αναγκαίου υπολογιστικού κόστους σε συνδυασμό με την υπόθεση, ότι ορισμένος αριθμός υψηλής τάξεως αλληλεπιδράσεων είναι αμελητέες, καθιστά δυνατή την λήψη της επιθυμητής πληροφορίας για τις κύριες επιδράσεις και της επιδράσεις χαμηλής τάξεως με την εκτέλεση μόνο ενός υποσυνόλου των συνδυασμών των επιπέδων των παραγόντων (κλάσμα) του πλήρους s^k παραγοντικού σχεδιασμού. Αυτοί οι σχεδιασμοί ονομάζονται κλασματικοί παραγοντικοί σχεδιασμοί και αποτελούν μέρος των ευρύτερα χρησιμοποιούμενων σχεδιασμών σε πληθώρα πρακτικών προβλημάτων ενώ η κυριότερη χρήση τους τοποθετείται σε παραγοντικά πειράματα κρησαρίσματος (screening experiments) (Chen, 1998, 186). Ως τμήμα των ορθογώνιων παραγοντικών σχεδιασμών διακρίνονται σε δύο κατηγορίες: στους απλούς (regular) κλασματικούς παραγοντικούς σχεδιασμούς, οι οποίοι έχουν απλή δομή σύμφωνα με την οποία οποιοσδήποτε δύο επιδράσεις είναι είτε ορθογώνιες, είτε πλήρως ταυτόσημες και στους σύνθετους (non-regular) κλασματικούς παραγοντικούς σχεδιασμούς, που έχουν σύνθετη δομή, όπου οι επιδράσεις είναι μήτε ορθογώνιες μήτε πλήρως ταυτόσημες (όπως σε Evangelaras & Koukouvinos, 2004).

Ένα απλό κλάσμα ενός συμμετρικού s^k παραγοντικού σχεδιασμού με $(s \geq 2)$ ως κύρια δύναμη προσδιορίζεται από οποιαδήποτε p (για $1 \leq p \leq k$) ανεξάρτητα διανύσματα-στήλες $d^{(1)}, \dots, d^{(p)}$ και αποτελείται από x συνδυασμούς των επιπέδων των παραγόντων που ικανοποιούν την συνθήκη $Dx = c$ όπου D είναι ένας $p \times k$ πίνακας με γραμμές τα $(d^{(i)})'$ για $1 \leq i \leq p$ και c ένα καθορισμένο $k \times 1$ διάνυσμα $GF(s)^{\ddagger\ddagger}$. Αν υποθέσουμε, ότι $c = 0$ και το $k \times 1$ κενό διάνυσμα, τότε το απλό κλάσμα δίνεται ως:

^{††}Το πεδίο Galois (Galois field) που εν συντομία αναγράφεται και ως $GF(s)$ αποτελεί ένα πεπερασμένο πεδίο με πεπερασμένο αριθμό στοιχείων και πιο συγκεκριμένα ισχύει ότι για κάθε $s (\geq 2)$ που είναι κύρια δύναμη υπάρχει ένα πεπερασμένο πεδίο s στοιχείων (περισσότερα βλ. Cox, D.R. & Reid, N. (2000). *The theory of the Design of Experiments*, Chapman & Hall/CRC, United States of America, pp. 254-255).

$$b(D) = \{x : Dx = 0\}.$$

Εφόσον είναι γνωστό, ότι κάθε ένα σύνολο από τα $V_j(d) = \{x = (x_1, \dots, x_p)' : d'x = a_j\}$, $0 \leq j \leq s-1$, όπου $\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_{s-1}$ είναι τα στοιχεία του $GF(s)$ έχει συνολικό αριθμό στοιχείων s^{p-1} , τότε το $b(D)$ αποτελείται από s^{k-p} συνδυασμούς των επιπέδων των παραγόντων. Σε αυτό το πλαίσιο το $b(D)$ καλείται, ως $1/s^p$ κλάσμα του s^k παραγοντικού σχεδιασμού ή απλούστερα s^{k-p} κλασματικός παραγοντικός σχεδιασμός. Ένα κλάσμα ενός παραγοντικού σχεδιασμού είναι απλό μόνο και μόνο εάν οι συνδυασμοί των επιπέδων των παραγόντων, που αντιστοιχούν σε αυτό μεταφράζονται σε γραμμικό κώδικα (Hedayat, Sloane & Stufken, 1999, 225-228).

Για παράδειγμα το $\frac{1}{2}$ κλάσμα του 2^3 εμπεριέχει 4 συνδυασμούς των επιπέδων των παραγόντων ενώ για τον πλήρη σχεδιασμό, όπως φαίνεται και στον Πίνακα 1.4 αλγεβρικών προσήμων του 2^3 απαιτούνται 8 εκτελέσεις.

Πίνακας 1.4: Ο πίνακας αλγεβρικών προσήμων του πλήρους 2^3 παραγοντικού σχεδιασμού

Συνδυασμός Επιπέδων Παραγόντων	Παραγοντικές Επιδράσεις							
	I	A	B	C	AB	AC	BC	ABC
(1)	+	-	-	-	+	+	+	-
a	+	+	-	-	-	-	+	+
b	+	-	+	-	-	+	-	+
ab	+	+	+	-	+	-	-	-
c	+	-	-	+	+	-	-	+
ac	+	+	-	+	-	+	-	-
bc	+	-	+	+	-	-	+	-
abc	+	+	+	+	+	+	+	+

Ο απλός 2^{3-1} κλασματικός παραγοντικός σχεδιασμός δημιουργείται από τους συνδυασμούς των επιπέδων των παραγόντων, που έχουν αρνητικό πρόσημο για παράδειγμα

στη στήλη BC (θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί οποιαδήποτε άλλη στήλη αλληλεπιδράσεων στη θέση της). Η BC, εν προκειμένω, ονομάζεται γεννήτορας (generator) του $\frac{1}{2}$ κλάσματος του 2^3 ή «λέξη» (word) ενώ από την ισότητα $I = -BC$, η εν λόγω σχέση ονομάζεται ορίζουσα σχέση (defining relation) του σχεδιασμού.

Πιο συγκεκριμένα, αρχικά επιλέγονται p ανεξάρτητοι γεννήτορες, οι οποίοι δεν είναι τίποτα περισσότερο από τις γραμμικά ανεξάρτητες επιδράσεις των s παραγόντων, οι συνδυασμοί των επιπέδων των οποίων είναι είτε ταυτόσημες είτε αντίθετες με τις γραμμές του πίνακα I , από τους p γεννήτορες δημιουργούνται συνολικά 2^{p-1} «λέξεις» που ορίζουν τη δομή του σχεδιασμού. Το σύνολο των λέξεων αυτών φανερώνει τη δομή του σχεδιασμού και είναι η βάση του κριτηρίου της ελάχιστης απόκλισης. Κάθε επίδραση έχει 2^{p-1} ταυτόσημες, ενώ η ορίζουσα σχέση συμπληρώνεται από περαιτέρω ταυτόσημες μέσω πολλαπλασιασμού των γεννητόρων με τις επιδράσεις των παραγόντων. Παράλληλα, αξίζει να υπογραμμιστεί, πως αυτή η δυνατότητα κατασκευής ενός απλού κλασματικού παραγοντικού σχεδιασμού μέσω της επιλογή ενός διανύσματος-στήλης του συνδυασμού των επιπέδων των παραγόντων καθιστά αυτή την ορίζουσα σχέση, ως βασική διάκριση μεταξύ απλών και σύνθετων κλασματικών παραγοντικών σχεδιασμών.

Προφανώς, λοιπόν, η επιλογή της ορίζουσας σχέσης επηρεάζει και τη μορφή που λαμβάνουν στο νέο κλασματικό παραγοντικό σχεδιασμό οι ταυτόσημες επιδράσεις. Στο συγκεκριμένο, λοιπόν, παράδειγμα, όπως φαίνεται και στον Πίνακα 1.5, που ακολουθεί, δύο από τις τρεις κύριες επιδράσεις είναι ταυτόσημες, καθότι $B = -C$, γεγονός που δημιουργεί ουσιαστικό πρόβλημα σε κάθε προσπάθεια αντιστοιχίας των παραγόντων με τις επιδράσεις που έχουν στο πείραμα. Η στήλη των ταυτόσημων επιδράσεων του Πίνακα 1.5 έχει προκύψει από το γινόμενο των επιδράσεων με την ορίζουσα, όπως φαίνεται χαρακτηριστικά και στην δεύτερη στήλη όπου παρουσιάζονται τα γινόμενα των επιδράσεων.

Ο προσδιορισμός του συνόλου των ταυτόσημων επιδράσεων καλείται και δομή των ταυτόσημων επιδράσεων και για μικρά κλάσματα παραγοντικών σχεδιασμών δημιουργεί αυξημένο υπολογιστικό κόστος.

Πίνακας 1.5: Το σύνολο των ταυτόσημων (alias set) επιδράσεων του 2^{3-1} με ορίζουσα σχέση την $I = -BC$

<i>Επίδραση</i>	<i>Ορίζουσα $I = -BC$</i>	<i>Ταυτόσημες επιδράσεις</i>
<i>A</i>	$A(-BC) = -ABC$	$A = -ABC$
<i>B</i>	$B(-BC) = -C$	$B = -C$
<i>AB</i>	$AB(-BC) = -AC$	$AB = -AC$
<i>C</i>	$C(-BC) = -B$	$C = -B$
<i>AC</i>	$AC(-BC) = -AB$	$AC = -AB$
<i>BC</i>	$BC(-BC) = -I$	$BC = -I$
<i>ABC</i>	$ABC(-BC) = -A$	$ABC = -A$

Η επιλογή των βέλτιστων (optimal) κλασμάτων γίνεται με βάση διάφορα κριτήρια τα πιο συνήθη εκ των οποίων είναι η διακριτική ικανότητα του σχεδιασμού (resolution), που προτάθηκε από τους Box & Hunter (1961) και η ελάχιστη απόκλιση (minimum aberration), που προτάθηκε από τους Fries & Hunter (1980).^{§§} Ειδικότερα, η διακριτική ικανότητα ενός κλασματικού παραγοντικού σχεδιασμού με δύο επίπεδα είναι ίση με το μήκος της μικρότερης «λέξης» που χρησιμοποιείται σε ορίζουσα σχέση σαν γεννήτορας (όπως σε Ευαγγελάρας, 2012). Συνήθως είναι επιθυμητοί σχεδιασμοί που έχουν την υψηλότερη δυνατή διακριτική ικανότητα.

Αναλυτικότερα, οι σχεδιασμοί διακριτικής ικανότητας *III*, *IV* και *V* είναι οι πιο δημοφιλείς και συνοψίζονται ως εξής (Box & Hunter, 1961, 319):

- *Σχεδιασμοί διακριτικής ικανότητας III:* στους εν λόγω σχεδιασμούς καμία κύρια επίδραση δεν είναι ταυτόσημη με οποιαδήποτε άλλη κύρια επίδραση αλλά οι κύριες επιδράσεις είναι ταυτόσημες με αλληλεπιδράσεις δύο παραγόντων και αλληλεπιδράσεις δύο παραγόντων μπορεί να είναι ταυτόσημες μεταξύ τους. Αν στο παράδειγμα του Πίνακα 1.6 παίρναμε ως ορίζουσα σχέση του 2^{3-1} , είτε την $I = -ABC$ είτε την $I = ABC$, τότε ο παραγόμενος 2^{3-1} κλασματικός παραγοντικός

^{§§} Εκτενέστερη αναφορά γίνεται σε επόμενο κεφάλαιο της εργασίας.

σχεδιασμός θα ήταν διακριτικής ικανότητας III και μπορεί να συμβολιστεί ως 2_{III}^{3-1} . Παρακάτω δίνεται ο πίνακας προσήμων του 2_{III}^{3-1} με ορίζουσα την σχέση $I = -ABC$.

Πίνακας 1.6: Ο 2_{III}^{3-1} με ορίζουσα την σχέση $I = -ABC$

Παραγοντικές επιδράσεις		
A	B	C
-	-	-
+	+	-
+	-	+
-	+	+


Ενώ αντίθετα με ορίζουσα σχέση την $I = -BC$ προκύπτει όπως, προαναφέρθηκε ο κλασματικός σχεδιασμός 2_{II}^{3-1} , στον οποίο κύριες επιδράσεις είναι ταυτόσημες μεταξύ τους. Ωστόσο αξίζει να αναφερθεί επιγραμματικά, πως υπάρχει η δυνατότητα να μετατραπεί ένας σχεδιασμός από διακριτικής ικανότητας III σε σχεδιασμό διακριτικής ικανότητας IV κατά τους Box, Hunter & Hunter (1978, pp. 398-399) μέσω της διαδικασίας «fold over» του σχεδιασμού δηλαδή μέσω επανάληψης του σχεδιασμού με αντεστραμμένα τα πρόσημα.

- *Σχεδιασμοί διακριτικής ικανότητας IV :* στους εν λόγω σχεδιασμούς καμία κύρια επίδραση δεν είναι ταυτόσημη με οποιαδήποτε άλλη κύρια επίδραση ή με οποιαδήποτε αλληλεπίδραση δύο παραγόντων, αλλά αλληλεπιδράσεις δύο παραγόντων είναι ταυτόσημες με αλληλεπιδράσεις δύο ή περισσότερων παραγόντων. Για παράδειγμα ο 2^{4-1} με ορίζουσα σχέση την $I = ABCD$ είναι διακριτικής ικανότητας IV και μπορεί να συμβολιστεί ως 2_{IV}^{4-1} .
- *Σχεδιασμοί διακριτικής ικανότητας V :* στους εν λόγω σχεδιασμούς καμία κύρια επίδραση ή αλληλεπίδραση δύο παραγόντων δεν είναι ταυτόσημη με οποιαδήποτε άλλη κύρια επίδραση ή με οποιαδήποτε αλληλεπίδραση δύο παραγόντων, αλλά αλληλεπιδράσεις δύο παραγόντων είναι ταυτόσημες με αλληλεπιδράσεις τριών

παραγόντων. Για παράδειγμα ο 2^{5-1} με ορίζουσα σχέση την $I = ABCDE$ είναι διακριτικής ικανότητας V και μπορεί να συμβολιστεί ως 2_V^{5-1} .

Εν ολίγοις λοιπόν, σύμφωνα με τα παραπάνω, εφόσον είναι γνωστά σε ένα σχεδιασμό τα επίπεδα των παραγόντων, το σύνολο αυτών αλλά το σύνολο των δυνατών εκτελέσεων ο πειραματιστής μπορεί να επιλέξει έναν s^{k-p} κλασματικό παραγοντικό σχεδιασμό με τη μέγιστη δυνατή διακριτική ικανότητα. Το κριτήριο της εν λόγω επιλογής στη διεθνή βιβλιογραφία αναφέρεται ως κριτήριο της μέγιστης διακριτικής ικανότητας (maximum resolution criterion) και θα γίνει εκτενέστερη σε αυτό αναφορά στο επόμενο κεφάλαιο της παρούσας εργασίας. Ο λόγος, ωστόσο, επιλογής της υψηλότερης δυνατής διακριτικής ικανότητας, όπως προκύπτει και από την παρουσίαση των κυριότερων σχεδιασμών διακριτικής ικανότητας $R \geq 3$ προκύπτει από την ανάγκη λήψης μονοσήμαντων ερμηνειών, που να αφορούν στα δεδομένα του πειράματος και την θεώρηση αμελητέων όσο το δυνατόν υψηλότερης τάξεως αλληλεπιδράσεων.

Μια ιεραρχική κατηγοριοποίηση βασιζόμενη στη βαρύτητα αναφορικά με τη σύγχυση (confounding) των επιδράσεων τους κλασματικούς παραγοντικούς σχεδιασμούς είναι προφανώς η κάτωθι:

- 
- ✓ Οι ισχυρά καθαρές εκτιμήσεις, όπου καμία από τις ταυτόσημες επιδράσεις δεν είναι κύρια επίδραση ή και αλληλεπίδραση δύο και τριών παραγόντων.
 - ✓ Οι ασθενώς καθαρές εκτιμήσεις, όπου καμία από τις ταυτόσημες επιδράσεις δεν είναι κύρια επίδραση ούτε αλληλεπίδραση δύο παραγόντων.
 - ✓ Οι επιλέξιμες (eligible) εκτιμήσεις, όπου καμία από τις ταυτόσημες επιδράσεις δεν είναι τουλάχιστον κύρια επίδραση.

Στις εν λόγω αυτές τρεις έννοιες βασίζονται οι παρακάτω σημαντικοί κανόνες για την επιλογή των βέλτιστων σχεδιασμών, όπως παρουσιάζονται στη βιβλιογραφία, για κλασματικούς παραγοντικούς σχεδιασμούς με διακριτική ικανότητα *III*, *IV* και *V* (Wu & Hamada, 2009, 217):

- Εάν ένας σχεδιασμός είναι διακριτικής ικανότητας τουλάχιστον *III*, τότε όλες οι κύριες επιδράσεις είναι επιλέξιμες (eligible) (Wu & Hamada, 2009, 535).

- Σε οποιοδήποτε σχεδιασμό διακριτικής ικανότητας *IV*, οι κύριες επιδράσεις είναι καθαρές (clear).
- Σε οποιοδήποτε σχεδιασμό διακριτικής ικανότητας *V*, οι κύριες επιδράσεις είναι ισχυρά καθαρές (strongly clear) και οι αλληλεπιδράσεις δύο παραγόντων είναι καθαρές.
- Ανάμεσα στους σχεδιασμούς διακριτικής ικανότητας *IV* με γνωστές τις παραμέτρους *k* και *p*, καλύτεροι θεωρούνται εκείνοι με τον μεγαλύτερο αριθμό αλληλεπιδράσεων δύο παραγόντων.

Ωστόσο, κατά τους Wu και Hamada, η διακριτική ικανότητα ενός σχεδιασμού δεν αρκεί, αλλά κατά τη γνώμη τους πρέπει και άλλα χαρακτηριστικά συνδυαστικά με τη διακριτική ικανότητα να λαμβάνονται υπόψη (Wu & Hamada, 2009, 218). Αξίζει να αναφερθεί συμπληρωματικά, πως κατά τους ίδιους η έννοια της επιλεξιμότητας/εκλεξιμότητας (eligibility) αποτελεί όπως χαρακτηριστικά αναφέρουν «*weaker property*» συγκριτικά με την καθαρή εκτίμηση, διότι απλώς εξασφαλίζει, ότι μια επίδραση είναι εκτιμήσιμη, εφόσον οι ταυτόσημες επιδράσεις δύο παραγόντων (εάν υπάρχουν) είναι μη εκτιμήσιμες (Wu & Hamada, 2009, 536).

Κάποιες επιπρόσθετες βασικές αρχές που αφορούν στις παραγοντικές επιδράσεις και τις οποίες οφείλει κάθε πειραματιστής να λαμβάνει υπόψη του είναι:

- η *αρχή της σποραδικότητας των επιδράσεων* (effect sparsity principle), σύμφωνα την οποία, ο αριθμός των σημαντικών επιδράσεων σε ένα παραγοντικό πείραμα είναι μικρός στην περίπτωση ύπαρξης πολλών παραγόντων με αποτέλεσμα το πείραμα να δρομολογείται τοποθετούμενο στις κύριες επιδράσεις και στις αλληλεπιδράσεις χαμηλής τάξεως,
- η *ιεραρχία* (hierarchical ordering principle), κατά την οποία επιδράσεις χαμηλής τάξεως θεωρείται πιο πιθανό να είναι σημαντικές συγκριτικά με αλληλεπιδράσεις υψηλής τάξεως,

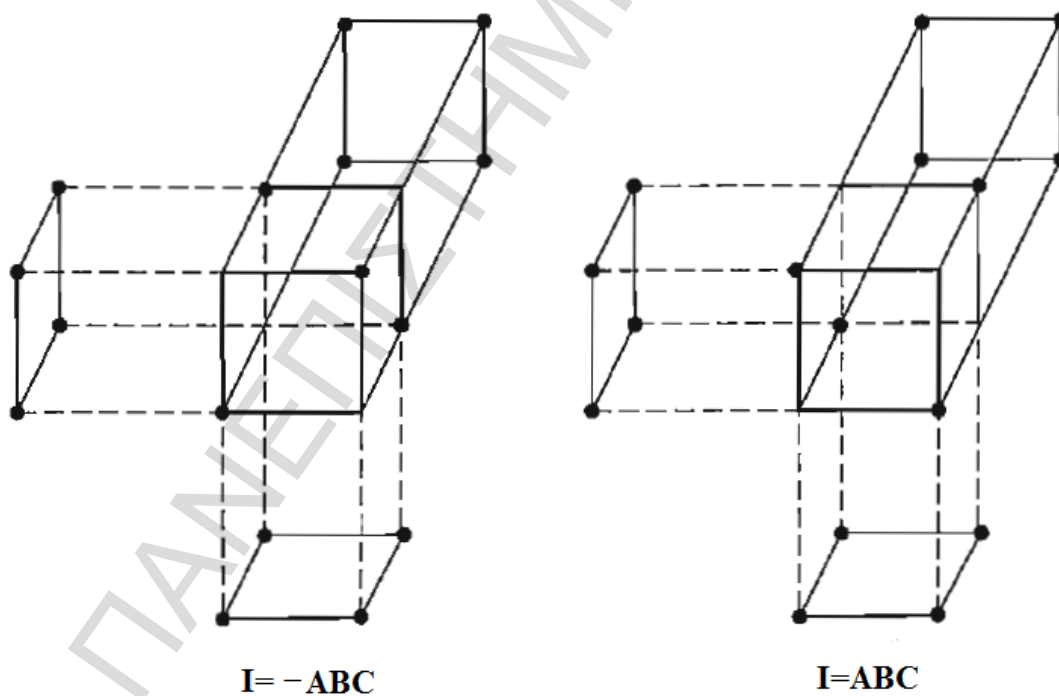
- η αρχή της κληρονομικότητας (effect heredity principle), σύμφωνα με την οποία για να είναι μια αλληλεπίδραση σημαντική πρέπει όλοι οι «γεννήτορες» να εξίσου σημαντικοί. Υπάρχει διάκριση μεταξύ ισχυρής κληρονομικότητας (strong heredity), σύμφωνα με την οποία μια επίδραση θα μπορούσε να θεωρηθεί σημαντική, εφόσον τους οι κύριες επιδράσεις, που είναι γεννήτορες τους είναι σημαντικές και ασθενούς κληρονομικότητας (weak heredity), με βάση την οποία μια επίδραση αναμένεται να είναι σημαντική, εφόσον ορισμένες από τους κύριες επιδράσεις, που τη συνιστούν είναι σημαντικές (Montgomery, 2013, 326-327),
- η ιδιότητα της προβολής (the projection property), κατά την οποία κλασματικοί παραγοντικοί σχεδιασμοί μπορούν να προβάλλονται σε ισχυρότερους σχεδιασμούς με αντικείμενο τους σημαντικούς παράγοντες (Box, G.E.P., Hunter, J.S., 1961, Wu, C.F.J. & Hamada, M.S., 2009, 378, Montgomery, 2013, 325, Chen, 1998),
- και τέλος ο σειριακός πειραματισμός (sequential experimentation), κατά τον οποίο υπάρχει παρότρυνση συνδυασμού εκτελέσεων δυο ή περισσότερων κλασματικών παραγοντικών σχεδιασμών με σκοπό την παραγωγή σειριακά μεγαλύτερων σχεδιασμών και κατ' επέκταση δυνατότητα να εκτιμηθούν οι επιδράσεις και αλληλεπιδράσεις των παραγόντων που ενδιαφέρουν (Montgomery, 2013, 331).

Η ιδιότητα της προβολής προσθέτει ακόμη ένα πλεονέκτημα στη χρήση κλασματικών παραγοντικών σχεδιασμών (Wu & Hamada, 2009, 218). Για οποιονδήποτε απλό κλασματικό παραγοντικό σχεδιασμό D της μορφής 2_R^{k-p} , για οποιουσδήποτε n παράγοντες από τις k στήλες, ο σχεδιασμός που προκύπτει από την διαγραφή των $k-n$ παραγόντων από τον σχεδιασμό D , καλείται η n -διάστατη προβολή του εν λόγω σχεδιασμού. Οι Box & Hunter (1961) έδειξαν ότι οποιαδήποτε n -διάστατη προβολή, εφόσον ισχύει ότι $n < R$, αποτελεί ένα επαναλαμβανόμενο 2^n παραγοντικό σχεδιασμό. Κατά αυτόν τον τρόπο, κάθε κλασματικός παραγοντικός σχεδιασμός 2^{k-p} μπορεί να προβληθεί σε 2^n παραγοντικούς ή σε άλλους κλασματικούς παραγοντικούς σχεδιασμούς. Εάν για παράδειγμα, σε ένα σχεδιασμό με διακριτική ικανότητα R υπάρχουν το πολύ $R-1$ σημαντικοί παράγοντες, τότε μέσω της προβολής του παραγοντικού σχεδιασμού στους σημαντικούς παράγοντες μπορεί να προκύψει ένα πλήρες παραγοντικό σχέδιο για τους $R-1$ σημαντικούς παράγοντες, ανεξαρτήτως του

ποιοι είναι αυτοί. Εφόσον, ωστόσο, ισχύει ότι $n = R$ τότε οι προβολές του σχεδιασμού θα είναι είτε πλήρεις σχεδιασμοί για κάποιες προβολές είτε κλασματικοί παραγοντικοί σχεδιασμοί για άλλες. Οι k παράγοντες, που αντιστοιχούν στην τελευταία περίπτωση σε προβολή κλασματικών παραγοντικών σχεδιασμών αποτελούν τις λέξεις μήκους R της προσδιοριστικής σχέσης του 2_R^{k-p} . Ο Chen (1998) αποδίδει ιδιαίτερο βάρος στην περίπτωση της προβολής απλών κλασματικών παραγοντικών σχεδιασμών σε μεγαλύτερες από R διαστάσεις, παρουσιάζοντας συγκεκριμένα προβολές σε $(R+1)$ μέχρι και $(R + [(R-1)/2])$ διαστάσεις.

Παρουσιάζοντας την πιο γενική και πολυσυζητημένη περίπτωση, στο Σχήμα 1.3 δίνεται η προβολή των 2^{3-1} με ορίζουσες σχέσεις τις $I = \pm ABC$ σε 2^2 παραγοντικούς σχεδιασμούς και στον Πίνακα 1.7, που ακολουθεί εμφανίζονται οι προβολές του 2^{k-p} σε δύο διαστάσεις.

Σχήμα 1.3: Οι 2^{3-1} απλοί κλασματικοί παραγοντικοί σχεδιασμοί με ορίζουσες τις $I = \pm ABC$ και οι προβολές τους σε 2^2 παραγοντικούς σχεδιασμούς*



* Wu, C.F.J. & Hamada, M.S. (2009). *Experiments: Planning, Analysis and Optimization*, John Wiley & Sons, Inc., United States of America, p. 218.

Πίνακας 1.7: Η δισδιάστατη προβολή του 2^{k-p} κλασματικού παραγοντικού σχεδιασμού

Σχεδιασμός	Ορίζουσα σχέση	Εκτελέσεις
2^3	-	8
2^{3-1}	$I = \pm ABC$	4

Ένα άλλο εξαιρετικά χρήσιμο εργαλείο για την μελέτη των απλών s^{k-p} κλασματικών παραγοντικών σχεδιασμών συνιστά η αλγεβρική θεωρία κωδίκων, μέσω της οποίας, είναι εφικτή η κατασκευή των εν λόγω σχεδιασμών, καθώς, όπως υπέδειξε ο Bose (1961), υπάρχει μαθηματική ισοδυναμία τους με τους γραμμικούς κώδικες.

Με βάση το δυαδικό σύστημα αρίθμησης κάθε λέξη αποτελείται από n το σύνολο ψηφίων της μορφής $[0,1]$. Παράλληλα, οποιοσδήποτε δυαδικός κώδικας μεγέθους n αποτελεί ένα υποσύνολο C του καρτεσιανού γινομένου $V(n, 2)$. Τα στοιχεία του εν λόγω χώρου καλούνται κωδικές «λέξεις» του κώδικα (codewords) μήκους n .

Ένας γραμμικός, λοιπόν κώδικας, στο $GF(s)$ είναι ένα γραμμικός υποχώρος του $V(n, s)$ για οποιοδήποτε θετικό ακέραιο n εφόσον:

- για κάθε $\underline{v}_1, \underline{v}_2 \in C$ ισχύει ότι $\underline{v}_1 + \underline{v}_2 \in C$
- για κάθε $\lambda \in K, \underline{v} \in C$ ισχύει ότι $\lambda \underline{v} \in C$
- $0 \in C$
- για κάθε $\underline{v} \in C$ ισχύει ότι $-\underline{v} \in C$ (Καμβύσας Γ. & Χατζηνικολάου, 2005, 81)

Ο γραμμικός κώδικας C της μορφής $[n, k]$, στο $GF(s)$ είναι ένα k -διάστατο διάνυσμα ως υποχώρος του $V(n, s)$, όπου το n αποκαλείται δύναμη, και ο ίδιος μπορεί να οριστεί μέσω ενός πίνακα διαστάσεων $k \times n$ βαθμού k , γεννήτορα πίνακα G του οποίου οι γραμμές συνιστούν μια βάση του κώδικα (όπως σε Evangelaras, Kolaiti & Koukouninos, 2004).

Ο χώρος, επομένως, που δημιουργείται από τις γραμμές του G και μπορεί να οριστεί ως $C = R(G)$ αποτελεί έναν $[n, k; s]$ γραμμικό κώδικα δύναμης n και διάστασης k . Ο πίνακας G σε αυτήν την περίπτωση ονομάζεται «γεννήτορας» (generator) του χώρου C ενώ παράλληλα εάν ορίσουμε τον G ως $G = [I_k | H]$ και ταυτοχρόνως δημιουργήσουμε και έναν

πίνακα P τέτοιον ώστε $P = [-H^T I_{nk}]$ ισχύει τότε, ότι οι χώροι των γραμμών των δύο πινάκων είναι ορθογώνια συμπληρώματα του ενός και του άλλου ενώ ο κώδικας του C αποτελεί το κενό διάστημα του P στο $GF(s)$ (Mukerjee, Wu, 2006, 45). Ο πίνακας P ονομάζεται πίνακας ελέγχου της ισοτιμίας (parity check matrix).

Για μια «λέξη» (ή διάνυσμα) $u = (u_1, \dots, u_n)$ το βάρος Hamming $wt(u)$ είναι το σύνολο των μη μηδενικών ψηφίων. Ενώ για δύο «λέξεις» $u = (u_1, \dots, u_n)$ και $w = (w_1, \dots, w_n)$ η απόσταση Hamming:

$$dist(u, w) = wt(u - w)$$

είναι ο αριθμός των ζευγών για τα οποία ισχύει $w_j \neq u_j$.

Η μικρότερη, ωστόσο, απόσταση ενός γραμμικού κώδικα C είναι το μικρότερο βάρος των μη μηδενικών ψηφίων του C . Για παράδειγμα η μικρότερη απόσταση του υποχώρου των γραμμών του G

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

είναι το βάρος της «λέξης» $\underline{u} = 00001$ δηλαδή $wt(\underline{u}) = 1$.

Προάγοντας τη συλλογιστική του Bose η μικρότερη απόσταση ενός γραμμικού κώδικα C είναι μαθηματικά ισοδύναμη με τη διακριτική ικανότητα του αντίστοιχου s^{k-p} κλασματικού παραγοντικού σχεδιασμού. Σε γενικές γραμμές, λοιπόν, για την “ανίχνευση” της διακριτικής ικανότητας ενός οποιουδήποτε απλού κλασματικού παραγοντικού σχεδιασμού απαιτείται η ανεύρεση του μήκους της μικρότερης «λέξης» που χρησιμοποιείται ως γεννήτορας σε ορίζουσα σχέση.

Για κάθε $[n, k; s]$ κώδικα C ο δυϊκός του κώδικας C^\perp (Mukerjee, Wu, 2006, 46) είναι μια σειρά διανυσμάτων που είναι ορθογώνια ως προς όλες τις «λέξεις» του C και μπορεί να οριστεί ως:

$$C^\perp = \{u : uw' = 0 \text{ για κάθε } w \in C\}.$$

Εφόσον ο C έχει γεννήτορα τον πίνακα G και πίνακα ελέγχου ισοτιμίας τον P , όπως έχουν ορισθεί παραπάνω, τότε ισχύει, για τον δυϊκό του τον C^\perp ότι έχει γεννήτορα τον πίνακα P και πίνακα ελέγχου ισοτιμίας τον G . Τοιουτοτρόπως, ο C^\perp είναι ένας γραμμικός κώδικας της μορφής $[n, n-k; s]$. Σύμφωνα με αυτό είναι εύκολο να διακριθεί η ισοδυναμία του C^\perp με τον s^{k-p} κλασματικό παραγοντικό σχεδιασμό D , εφόσον οι «λέξεις» του C^\perp αποτελούν τις μεταθέσεις των συνδυασμών των επιπέδων των παραγόντων που εμπεριέχονται στον D (Mukerjee, Wu, 2006, 46-47). Ο αριθμός s^\perp αποτελεί την ελάχιστη απόσταση του C υποδηλώνει την ελάχιστη απόσταση του C $[n, n-k; s]$ κώδικα από τον δυϊκό του τον C^\perp (Hedayat, Sloane & Stufken, 1999, 65).

Για παράδειγμα για τον σχεδιασμό 2_{IV}^{4-1} με ορίζουσα την σχέση $I = ABCD$ που δίνεται ως C , μπορούμε να διαπιστώσουμε εύκολα πως ο γεννήτορας πίνακας του κώδικα είναι ο $G = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ ενώ ο πίνακας ελέγχου της ισοτιμίας δεν είναι άλλος από τον $P = [1 \ 1 \ 1 \ 1]$ από τον οποίο προκύπτει ο δυϊκός του C δηλαδή ο $C^\perp = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ (Evangelaras, Kolaiti & Koukouninos, 2004).

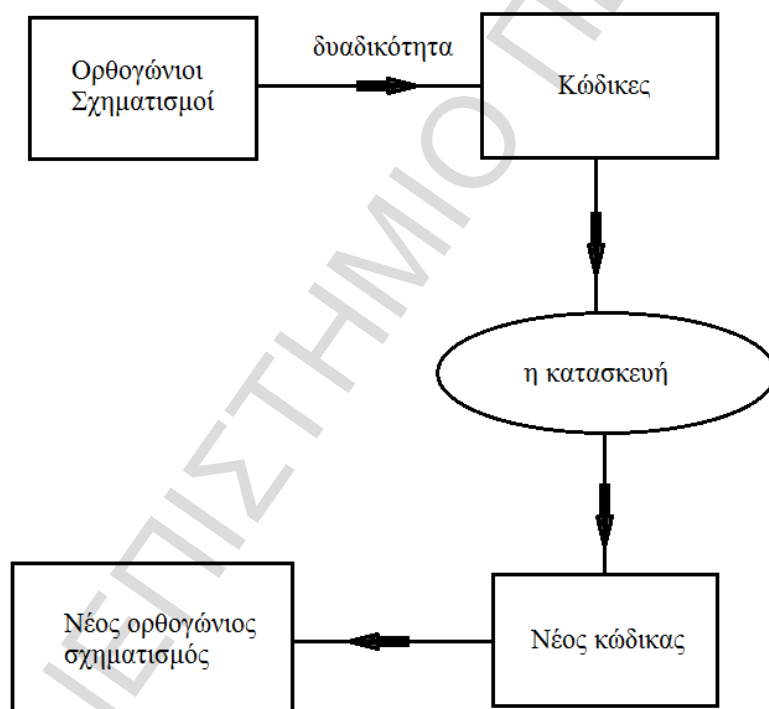
Το μήκος, λοιπόν, του γεννήτορα δίνει την διακριτική ικανότητα του σχεδιασμού που είναι 4. Φυσικά είναι εφικτό εν συνεχεία βρίσκοντας και τον γεννήτορα πίνακα του δυϊκού κώδικα C^\perp να προσεγγίσουμε τους συνδυασμούς των επιπέδων των παραγόντων 2_{IV}^{4-1} με ορίζουσα την σχέση $I = ABCD$, ωστόσο δεν κρίνεται τόσο σκόπιμο όσο η χρήση του παραδείγματος για την ανάδειξη της διαδικασίας κατασκευής s^{k-p} απλών κλασματικών παραγοντικών σχεδιασμών μέσω της θεωρίας κωδίκων.

Αναλυτικότερα, οι Hedayat, Sloane & Stufken (1999) υποστηρίζουν, πως μέσω της αλγεβρικής θεωρίας των γραμμικών κωδίκων και ιδιαίτερα μέσω της χρήσης της δυαδικότητας είναι δυνατή η συνεχής παραγωγή νέων ορθογώνιων σχηματισμών. Ωστόσο, η συγκεκριμένη θεώρηση είναι, όπως υπογραμμίζουν δεσμευτική, ως προς την γραμμικότητα των κωδίκων, αφού δεν μπορεί να εφαρμοστεί κατά αυτόν τον τρόπο σε μη γραμμικούς κώδικες. Για αυτήν, ωστόσο, την περίπτωση προστρέχουν στην κατασκευή ορθογώνιων

σηματισμών μέσω της κατασκευής νέων γραμμικών κωδικών από μη γραμμικούς κώδικες (Hedayat, Sloane & Stufken, 1999, 225-228).

Όπως υποδεικνύει και το Σχήμα 1.4, το οποίο δεν είναι παρά η σχηματοποιημένη προσέγγιση της λογικής τους, επιχειρούν κατά κάποιον τρόπο, μια εφαρμοσμένη προβολική ενσωμάτωση του τρόπου κατασκευής αλγεβρικών γραμμικών κωδικών στην παραγωγή ανάλογων νέων ορθογώνιων σηματισμών και κατ' επέκταση κλασματικών παραγοντικών σχεδιασμών με καθοριστικό εργαλείο εργασίας την έννοια της δυαδικότητας, όπως αυτή ορίστηκε παραπάνω μέσω του C^\perp .

Σχήμα 1.4: Το μοντέλο μετατροπής της κατασκευής γραμμικών κωδικών σε κατασκευή ορθογώνιων σηματισμών των Hedayat, Sloane & Stufken*



*Hedayat, A.S., Sloane, N.J.A. & Stufken, J. (1999). *Orthogonal Arrays: Theory and applications*, Springer-Verlag New York Inc., United States of America, p. 224.

1.5 Σύνθετοι (*non regular*) 2^{k-m} κλασματικοί παραγοντικοί σχεδιασμοί

Οι σύνθετοι (*non-regular*) κλασματικοί παραγοντικοί σχεδιασμοί, όπως προαναφέρθηκε στο προηγούμενο υποκεφάλαιο έχουν σύνθετη δομή σύμφωνα με την οποία οι επιδράσεις των παραγόντων είναι, μίτε ορθογώνιες, μίτε πλήρως ταυτόσημες (όπως σε Evangelaras & Koukouvinos, 2004). Ο κυριότερος λόγος χρήσης των σύνθετων 2^{k-m} κλασματικών παραγοντικών σχεδιασμών είναι η οικονομία στο πλήθος των εκτελέσεων και η ευελιξία στην επιλογή των συνδυασμών των επιπέδων των παραγόντων (Wu, C.F.J. & Hamada, M.S., 2009, 390). Το πλήθος των δοκιμών δεν αποτελεί, όπως ισχύει για τους απλούς κλασματικούς παραγοντικούς σχεδιασμούς, δύναμη του 2 αλλά απλά πολλαπλάσιο του 4.

Μεγάλο τμήμα, λοιπόν, των $OA(n, n-1, 2, 2)$ για σχεδιασμούς με $n = 4k$ προτάθηκε από τους Plackett & Burman (1946) εξ' ου και έχει επικρατήσει στη διεθνή βιβλιογραφία η αναφορά στα σχέδια αυτά, ως Plackett & Burman^{***} (Wu, C.F.J. & Hamada, M.S., 2009, 376). Τα σχέδια, που προτείνουν οι Plackett & Burman, δημιουργούνται με μεταθέσεις στοιχείων ενός διανύσματος γραμμή μέσω κυκλικής διαρρύθμισης (*cyclic arrangement*). Πιο συγκεκριμένα η δεύτερη γραμμή παράγεται από την πρώτη μετακινώντας όλα τα στοιχεία μια θέση δεξιά και τοποθετώντας την τελευταία εγγραφή στην πρώτη θέση. Η τρίτη γραμμή δημιουργείται κατά την ως άνωθεν μεθοδολογία από τη δεύτερη γραμμή και η διαδικασία ολοκληρώνεται με τη διαρρυθμιστική αυτή παραγωγή των $N-1$ γραμμών, ενώ μια γραμμή με -1 ές τοποθετείται στην N γραμμή του πίνακα (Wu, C.F.J. & Hamada, M.S., 2009, 376). Η προτεινόμενη μέθοδος της *cyclic arrangement* μπορεί να χρησιμοποιηθεί αντιστοίχως και στις στήλες αλλά δεν εφαρμόζεται για n ίσο με 28, 52, 76 και 100. Οι πιο δημοφιλείς σχεδιασμοί Plackett & Burman είναι με 8, 12, 20, και 24 εκτελέσεις.

Παράλληλα, κάποιοι σχεδιασμοί Plackett & Burman μπορούν να δημιουργηθούν από τους πίνακες Hadamard με διαγραφή της πρώτης στήλης των 1'ων (Wu, C.F.J. & Hamada, M.S.,

^{***} Αξίζει να αναφερθεί πως όπως υπογραμμίζουν οι Hedayat, Sloane & Stufken οι ορθογώνιοι σχεδιασμοί τύπου $OA(n, n-1, 2, 2)$ λανθασμένα στη βιβλιογραφία αναφέρονται ως σχεδιασμοί Plackett-Burman καθώς οι συγκεκριμένοι συγγραφείς έκαναν χρήση στο έργο τους διαφορετικών ορθογώνιων σχεδιασμών που προέρχονταν από ειδικούς τύπους πινάκων Hadamard. Αναλυτικότερα βλ. Hedayat, A.S., Sloane, N.J.A. & Stufken J. (1999). *Orthogonal Arrays: Theory and applications*, Springer-Verlag New York Inc., United States of America και κυρίως Plackett, R.L. & Burman, J.P.(1946). The design of optimum multifactorial experiments, *Biometrika*, Vol. 33, pp. 305-325.

2009, 390). Πιο συγκεκριμένα, αν για παράδειγμα υπάρχει ένας Hadamard πίνακας τάξεως H_{4n} , τότε υπάρχει ο ορθογώνιος σχηματισμός $OA(4n, 4n-1, 2, 2)$ αλλά και ο ορθογώνιος σχηματισμός $OA(8n, 4n, 2, 3)$ (Hedayat, Sloane & Stufken, 1999, 148). Στο Σχήμα 1.5, που ακολουθεί, για παράδειγμα, παρουσιάζεται ο πίνακας Hadamard H_8 από τον οποίο μπορούμε να “κατασκευάσουμε” τον ορθογώνιο σχεδιασμό $OA(8, 7, 2, 2)$.

Σχήμα 1.5: Ο Hadamard πίνακας H_8 (Sylvester type) και ο ορθογώνιος σχηματισμός $OA(8, 7, 2, 2)$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \longrightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Να αναφερθεί επιγραμματικά, πως το παραγόμενο γινόμενο $H_a \otimes H_b$, δύο πινάκων Hadamard τάξεως a και b αντίστοιχα είναι ένας επίσης Hadamard πίνακας τάξεως ab . Αυτοί οι πίνακες τάξεως $2b, 4b, 8b, 16b, 32b \dots$ που αποτελούν το γινόμενο του Hadamard πίνακα τάξεως b και του $H_2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$, οι επονομαζόμενοι πίνακες τύπου Sylvester (Hedayat, Sloane & Stufken, 1999, 149) όπως είναι και ο πίνακας H_8 του Σχήματος 1.5.

Συγκριτικά με την αρχή της προβολής (που αναφέρθηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο που αφορά στους απλούς κλασματικούς παραγοντικούς σχεδιασμούς 2^{k-p}), για σύνθετους κλασματικούς παραγοντικούς σχεδιασμούς παρουσιάζεται από τους Wu και Hamada και εν συνέχεια από τους Wang και Wu η δυνατότητα εκτίμησης των αλληλεπιδράσεων, δίχως αυτή να επαφίεται σε γεωμετρική προβολικότητα, αλλά στην αρχή της κρυφής προβολής (hidden projection property). Πιο συγκεκριμένα, ένας σχεδιασμός θεωρείται, ότι έχει κρυφή προβολικότητα, εφόσον επιτρέπει κάποιες ή όλες τις αλληλεπιδράσεις να εκτιμηθούν ακόμη

και όταν η προβολή του σχεδίου δεν έχει την κατάλληλη διακριτική ικανότητα ή άλλες συνδυαστικές ιδιότητες, που θα επέτρεπαν την εκτίμησή τους (Wang και Wu, 1995). Για τους σχεδιασμούς Plackett & Burman, η εν λόγω ιδιότητα είναι αποτέλεσμα των πολύπλοκων ταυτόσημων σχηματισμών μεταξύ των κύριων επιδράσεων και αλληλεπιδράσεων. Παράλληλα, ο Cheng (1995) απέδειξε, ότι η προβολή οποιουδήποτε $OA(n, q, 2, 2)$ με $q \geq 4$ και n όχι πολλαπλάσιο του 8 σε οποιουδήποτε 4 παράγοντες, έχει την ιδιότητα όλες οι κύριες επιδράσεις και οι αλληλεπιδράσεις δεύτερης τάξεως των εν λόγω παραγόντων να είναι εκτιμήσιμες, εφόσον αλληλεπιδράσεις μεγαλύτερες τάξεως δεν είναι επιλέξιμες (negligible).

Συνοψίζοντας, όσα έχουν με διαφορετικό τρόπο συζητηθεί παραπάνω αλλά στοιχειοθετούν κατά ένα τρόπο μια σύντομη ιστορική αναδρομή των σύνθετων κλασματικών παραγοντικών σχεδιασμών, οι Plackett & Burman, το 1946, δημοσιοποιούν μια αρκετά ευρεία συλλογή σχεδιασμών με δύο και τρία επίπεδα για πολυπαραγοντικούς πειραματικούς σχεδιασμούς. Ο Rao, το 1947, βάζει τον πρώτο λίθο των ορθογώνιων σχηματισμών παρουσιάζοντας τους σχεδιασμούς Plackett & Burman, ως υποκατηγορία τους, ενώ ο Cheng (1995) αποδεικνύει πως οι ορθογώνιοι σχηματισμοί είναι οι καλύτεροι για την κατασκευή μοντέλων για τις κύριες επιδράσεις. Οι Lin & Drapper (1992) μελετούν την γεωμετρική προβολή των σχεδιασμών των Plackett & Burman ενώ οι Wang & Wu (1995) μελετούν τα χαρακτηριστικά των κρυφών προβολών ορθογώνιων σχηματισμών και τέλος οι έννοιες της ελάχιστης απόκλισης αλλά της γενικευμένης διακριτικής ικανότητας εφαρμόζονται σε σύνθετους κλασματικούς παραγοντικούς σχεδιασμούς με δύο επίπεδα από τους Deng & Tang (1999). Για το τελευταίο όπως και για την συμβολή των Xu & Wu (2001) με την θεώρηση της γενικευμένης ελάχιστης απόκλισης θα επανέλθουμε εκτενέστερα στο επόμενο κεφάλαιο.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

ΚΡΙΤΗΡΙΑ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ ΚΛΑΣΜΑΤΙΚΩΝ ΠΑΡΑΓΟΝΤΙΚΩΝ ΣΧΕΔΙΑΣΜΩΝ ΜΕ ΔΥΟ ΕΠΙΠΕΔΑ

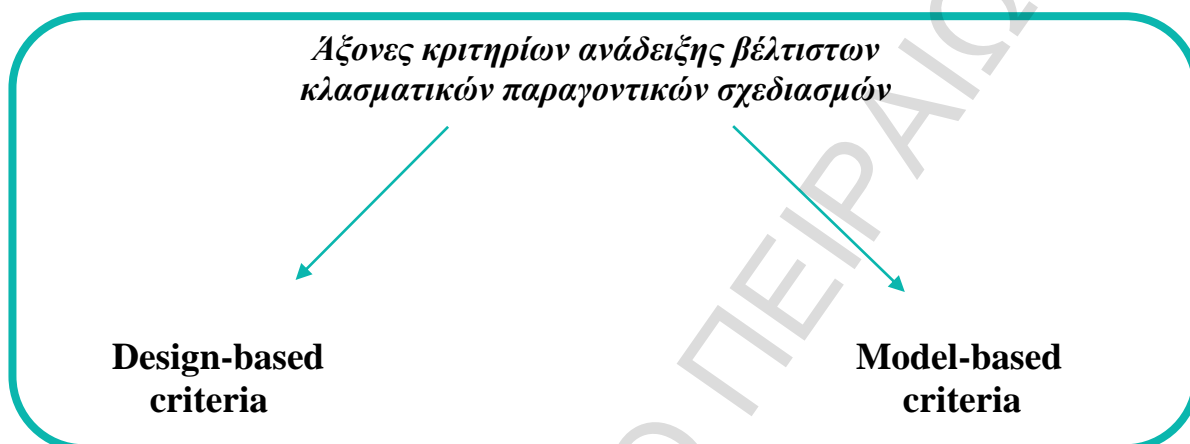
2.1 Εισαγωγή

Το βασικότερο διακύβευμα στους πειραματικούς σχεδιασμούς είναι η ανεύρεση των βέλτιστων δυνατών σχεδιασμών για τη συλλογή των πειραματικών δεδομένων με τη μέγιστη δυνατή αποτελεσματικότητα, ώστε να είναι δυνατή η εκτίμηση μεγαλύτερου αριθμού μοντέλων, που σχετίζονται με το μεγαλύτερο κατά το δυνατόν αριθμό επιδράσεων. Οι κλασματικοί παραγοντικοί σχεδιασμοί, όπως έχει προαναφερθεί αποτελούν για κάθε πειραματιστή από άποψη οικονομίας χρόνου και κόστους την καλύτερη δυνατή επιλογή. Οι απλοί σχεδιασμοί αποτελούν τους πιο διαδεδομένους σε εφαρμογές σχεδιασμούς παγκοσμίως χάριν στην απλή δομή των ταυτόσημων επιδράσεων. Ωστόσο, οι σύνθετοι κλασματικοί παραγοντικοί σχεδιασμοί κερδίζουν μεγαλύτερο έδαφος λόγω περισσότερων πλεονεκτημάτων στα ίδια πεδία. Ένα κεντρικό ζήτημα των επιστημονικών διερευνήσεων είναι η δυνατότητα μελέτης, σύγκρισης και κατάταξης τόσο των απλών όσο παράλληλα και των σύνθετων κλασματικών παραγοντικών σχεδιασμών με συστηματικό τρόπο, για την ανίχνευση των εκάστοτε βέλτιστων δυνατών απλών ή σύνθετων σχεδιασμών.

Σκοπός του τρέχοντος κεφαλαίου της ανά χειράς εργασίας είναι η παρουσίαση των κριτηρίων, που μπορεί να εφαρμοστούν είτε σε απλούς, είτε σε σύνθετους είτε εξίσου και στους δύο τύπους σχεδιασμών με σκοπό την σύγκριση, την κατάταξη και την ανάδειξη των βέλτιστων κλασματικών παραγοντικών σχεδιασμών. Κεντρικός άξονας της παρουσίασης και ανάλυσης των κριτηρίων σύγκρισης, κατάταξης και επιλογής βέλτιστων σχεδιασμών αποτελεί το τρίπτυχο διάκρισης των κριτηρίων με βάση το διακείμενο της ιδιότητάς τους ως τέτοιων. Πιο συγκεκριμένα, όπως παρουσιάζεται και στο Σχήμα 2.1 που ακολουθεί, τα κριτήρια διακρίνονται: σε κριτήρια που αφορούν στο σχεδιασμό του πειράματος (design-based criteria)

και σε κριτήρια που βασίζονται στη δυνατότητα εκτίμησης των παραμέτρων δοθέντος μοντέλου (model-based criteria).

Σχήμα 2.1: Το δίπολο των αξόνων διάκρισης των κριτηρίων επιλογής των βέλτιστων κλασματικών παραγοντικών σχεδιασμών



Τα κριτήρια που περιλαμβάνονται σε κάθε κατηγορία δεν μπορούν να εφαρμοστούν εξίσου σε απλούς και σε σύνθετους κλασματικούς παραγοντικούς σχεδιασμούς. Τα περισσότερα κριτήρια δημιουργήθηκαν από την ανάγκη μελέτης, σύγκρισης και κατάταξης απλών κλασματικών παραγοντικών σχεδιασμών με σκοπό την διευκόλυνση των ερευνητών/τριων στην επιλογή του βέλτιστου κατά περίπτωση σχεδιασμού μελέτης των δεδομένων παρατήρησης. Η ανάγκη ωστόσο ανεύρεσης εργαλείων μελέτης και σύγκρισης απλών με σύνθετους κλασματικούς παραγοντικούς σχεδιασμούς, οδήγησε στην προσπάθεια γενίκευσης βασικών κριτηρίων που είχαν αποκλειστική εφαρμογή σε απλούς σχεδιασμούς ώστε τα νέα γενικευμένα (και όχι μόνο) κριτήρια που προέκυψαν να δύνανται να χρησιμοποιηθούν για την ανεύρεση του βέλτιστου σχεδιασμού μεταξύ απλών και σύνθετων πειραματικών σχεδιασμών. Στον Πίνακα 2.1, που ακολουθεί παρουσιάζονται τα κριτήρια, που αφορούν στο σχεδιασμό (design-based) του πειράματος και αναλύονται στην επόμενη ενότητα του τρέχοντος κεφαλαίου με αναφορά στην κεντρική βάση του κριτηρίου και παραλληλισμούς μεταξύ απλών και σύνθετων σχεδιασμών. Να σημειωθεί, πως όλα τα κριτήρια, που αναφέρονται στους σύνθετους κλασματικούς παραγοντικούς σχεδιασμούς εφαρμόζονται εξίσου και στους απλούς, δίχως ωστόσο σε καμία περίπτωση να ισχύει το αντίστροφο.

Πίνακας 2.1: Παρουσίαση των πιο δημοφιλών κριτηρίων επιλογής βέλτιστων κλασματικών παραγοντικών σχεδιασμών που αφορούν στο σχεδιασμό (design-based) με αναφορά στην κεντρική έννοια του κριτηρίου και παραλληλισμούς μεταξύ απλών και σύνθετων σχεδιασμών

	ΚΡΙΤΗΡΙΑ			ΚΡΙΤΗΡΙΑ	
Κεντρική έννοια	Απλοί Κλασματικοί Παραγοντικοί Σχεδιασμοί			Σύνθετοι Κλασματικοί Παραγοντικοί Σχεδιασμοί	
Διακριτική ικανότητα (resolution)	Κριτήριο μέγιστης διακριτικής ικανότητας		←	Κριτήριο γενικευμένης διακριτικής ικανότητας	
Ελάχιστη απόκλιση (minimum aberration)	1. Διάνυσμα συχνότητας ανάμιξης (CFV) 2. Διάνυσμα του μήκους των λέξεων		= ←	1. Διάνυσμα συχνότητας ανάμιξης (CFV) 2. Γενικευμένο διάνυσμα του μήκους των λέξεων	
Ροπές κλασματικών παραγοντικών σχεδιασμών ($\sum_{i=1}^k sA_i$, κλπ.)	Κριτήριο της i -οστής ροπής		←	Κριτήριο γενικευμένων βέλτιστων ροπών	
Ομοιομορφία (Uniformity)	Κριτήριο της ομοιομορφίας		=	Κριτήριο της ομοιομορφίας	

2.2 Κριτήρια που αφορούν στο σχεδιασμό (design-based criteria)

2.2.1. Διακριτική ικανότητα (resolution)

Μια από τα δύο πιο δημοφιλείς έννοιες στη μελέτη, κατασκευή και επιλογή των βέλτιστων κλασματικών παραγοντικών σχεδιασμών είναι η έννοια της διακριτικής ικανότητας ενός σχεδιασμού, που όπως προαναφέρθηκε παραπάνω, είναι ίση με το μήκος της μικρότερης «λέξης» που χρησιμοποιείται σε ορίζουσα σχέση σαν γεννήτορας του σχεδιασμού. Οι Box & Hunter (1961) στηρίζονται στην διακριτική ικανότητα προτείνοντας το 1961 το κριτήριο της μέγιστης διακριτικής ικανότητας ενός σχεδιασμού (maximum resolution) που συνιστούν μαζί με το κριτήριο της ελάχιστης απόκλισης (minimum aberration) τα πιο δημοφιλή κριτήρια που αφορούν στο σχεδιασμό.

2.2.1.1 Το κριτήριο της μέγιστης διακριτικής ικανότητας (maximum resolution)

Το κριτήριο της μέγιστης διακριτικής ικανότητας, προτάθηκε από τους Box και Hunter (1961), για την επιλογή του απλού εκείνου κλασματικού παραγοντικού σχεδιασμού 2^{k-p} με την μεγαλύτερη διακριτική ικανότητα, ως βέλτιστου συγκριτικά με τους υπόλοιπους σχεδιασμούς μικρότερης διακριτικής ικανότητας (για την ανάλυση που ακολουθεί βλ. επίσης Wu & Hamada, 2009, 217).

Θεμελιωμένο ως κριτήριο στη βάση της αρχής της ιεραρχίας, που όπως έχει προαναφερθεί, υποστηρίζει πως:

- μικρότερης τάξεως επιδράσεις είναι πιο πιθανό να είναι σημαντικές συγκριτικά με τις μεγαλύτερης τάξεως επιδράσεις και
- επιδράσεις της ίδιας τάξεως είναι εξίσου πιθανό να είναι σημαντικές (Wu & Hamada, 2009, 172).

Αναλυτικότερα, απλοί κλασματικοί παραγοντικοί σχεδιασμοί μικρότερης διακριτικής ικανότητας χαρακτηρίζονται από προσδιοριστικές λέξεις μικρού μήκους, γεγονός που υποδεικνύει, πως οι επιδράσεις μικρότερης τάξεως, που θεωρούνται με βάση την αρχή της ιεραρχίας, ως οι πιο σημαντικές, συγγέονται με άλλες επιδράσεις. Ως εκ τούτου, δεν είναι

επιθυμητή κατά την διαδικασία σύγκρισης μεταξύ σχεδιασμών, με σκοπό την εύρεση του καλύτερου δυνατού σχεδιασμού, η επιλογή εκείνου, που λόγω της μικρής διακριτικής ικανότητας παρουσιάζει ταυτόσημες επιδράσεις μικρής τάξεως. Εν γένει, λοιπόν, η διακριτική ικανότητα R ενός σχεδιασμού προϋποθέτει για την μη ύπαρξη ταυτίσεων μεταξύ επιδράσεων που εμπλέκουν i παράγοντες και επιδράσεων που εμπλέκουν λιγότερους από $R-i$ παράγοντες. Το κριτήριο πάντως της διακριτικής ικανότητας αν και μπορεί να είναι ένα απλό, ως προς τον υπολογισμό του κριτήριο, ωστόσο δεν παρέχει δυνατότητες για την επιλογή του βέλτιστου απλού κλασματικού παραγοντικού σχεδιασμού μεταξύ σχεδιασμών ίδιας διακριτικής ικανότητας. Εκτενέστερη ανάλυση για την έννοια της διακριτικής ικανότητας ο αναγνώστης δύναται να βρει στο προηγούμενο κεφάλαιο της παρούσας εργασίας

2.2.1.2 Το κριτήριο της γενικευμένης διακριτικής ικανότητας (*generalized resolution*)

Σύμφωνα, με τους Deng και Tang κάθε κλασματικός παραγοντικός σχεδιασμός, απλός ή σύνθετος, αποτελεί ένα σύνολο k στηλών $D = \{d_1, \dots, d_k\}$ ή για να ειπωθεί διαφορετικά ένα $n \times k$ πίνακα $D = (d_{ij})$, όπου για κάθε m υποσύνολο $s = \{d_{j_1}, \dots, d_{j_m}\}$ του D με $1 \leq m \leq k$ ορίζονται τα επονομαζόμενα $J_r(s)$ χαρακτηριστικά ως:

$$J_m(s) = J_m(d_{j_1}, \dots, d_{j_m}) = \left| \sum_{i=1}^n d_{ij_1} \dots d_{ij_m} \right|.$$

Προφανώς για ορθογώνιους σχηματισμούς ισχύει ότι $J_1(s) = J_2(s) = 0$.

Για ένα σύνθετο, λοιπόν, κλασματικό παραγοντικό σχεδιασμό D , έστω r ο οποιοσδήποτε μικρότερος ακέραιος τέτοιος ώστε να ισχύει, ότι $\max_{|s|=r} J_r(s) > 0$ για κάθε υποσύνολο r διακριτών στηλών του σχεδιασμού, η γενικευμένη διακριτική ικανότητα του D δίνεται από τον παρακάτω τύπο (για την σχετική ανάλυση βλ. Deng & Tang, 1999):

$$R(D) = r + \left[1 - \max_{|s|=r} \frac{J_r(s)}{n} \right]. \quad \{2.2.1.2.1\}$$

Αν θεωρήσουμε ότι $p_r(s) = \frac{J_r(s)}{n}$ και αντίστοιχα $q_r(s) = 1 - p_r(s)$ για $0 \leq p_r(s) \leq 1, 0 \leq q_r(s) \leq 1$, όπου αξίζει να σημειωθεί πως τα $q_r(s)$ αποτελούν ένα μέτρο του «βαθμού της συγχύσεως» (degree of confounding) μεταξύ των r_s στηλών υποδηλώνοντας για μικρούς αριθμούς την ύπαρξη μεγάλου βαθμού ταυτίσεων μεταξύ των αλληλεπιδράσεων. Τότε, σύμφωνα με τα προλεγόμενα, ο τύπος {2.2.1.2.1} της γενικευμένης διακριτικής ικανότητας μπορεί να γραφεί ως:

$$R(D) = r + \delta,$$

όπου

$$\delta = \min_{|s|=r} q_r(s) = 1 - \max_{|s|=r} p_r(s).$$

Παράλληλα η γενικευμένη διακριτική ικανότητα $R(D)$ λαμβάνει τιμές μεταξύ r και $r+1$, ενώ για ορθογώνιους σχηματισμούς ισχύει ότι $R(D) \geq 3$ και ως τούτου προτιμότερος θεωρείται με βάση το εν λόγω κριτήριο εκείνος ο σχεδιασμός που έχει τη μέγιστη γενικευμένη διακριτική ικανότητα.

Αξίζει τέλος να σημειωθεί, πως το κριτήριο της γενικευμένης διακριτικής ικανότητας σε περίπτωση εφαρμογής σε απλούς κλασματικούς παραγοντικούς σχεδιασμούς δίνει τα ίδια αποτελέσματα με αυτά του κριτηρίου της διακριτικής ικανότητας, καθότι αφενός στους απλούς κλασματικούς σχεδιασμούς τα $J_r(s)$ είναι ίσα είτε με 0, δηλαδή είναι ορθογώνια, είτε σε περίπτωση πλήρους επάλληλης δομής των σχεδιασμών $J_r(s) = J_r(d_{j_1}, \dots, d_{j_r}) = n$ είναι πλήρως ταυτόσημα και τότε r_s στήλες συγκροτούν μια λέξη μήκους s . Αφετέρου δε, σε κάθε περίπτωση για την οποία ισχύει ότι $\max_{|s|=r} J_r(s) > 0$, αυτή είναι ισοδύναμη με την περίπτωση όπου $\max_{|s|=r} J_r(s) = n$ και ως εκ τούτων προκύπτει, ότι η εφαρμογή του κριτηρίου της γενικευμένης διακριτικής ικανότητας στους απλούς κλασματικούς παραγοντικούς σχεδιασμούς δίνει $R(D) = r$, δηλαδή την R διακριτική ικανότητα εδραιώνοντας την ισοδυναμία των δύο κριτηρίων στην κατάταξη απλών και σύνθετων κλασματικών παραγοντικών σχεδιασμών με συστηματικό τρόπο.

Κρίνεται απαραίτητη η χρήση ενός παραδείγματος υπολογισμού του εν λόγω κριτηρίου προκειμένου να προσληφθεί καλύτερα. Επιλέχθηκε ένας μη ισόμορφος ορθογώνιος σχεδιασμός με 24 εκτελέσεις και 4 παράγοντες με δύο επίπεδα, η πλήρη λίστα του 24.4.1 υπάρχει και στο Παράρτημα 1 της εργασίας. Σε πρώτο επίπεδο πρέπει να υπολογιστούν τα $J_r(s)$ χαρακτηριστικά ωστόσο για ορθογώνιους σχηματισμούς ισχύει ότι $J_1(s) = J_2(s) = 0$. Σύμφωνα, λοιπόν, με τον τύπο των $J_r(s)$ χαρακτηριστικών δημιουργούμε τις στήλες των

A	B	C	D	ABC	ABD	ACD	BCD	ABCD
1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1
1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1
1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1
1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1
1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1
1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1
1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1
1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1
1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1
1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1
1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1
-1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1
-1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1
-1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1
-1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1
-1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1
-1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1
-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1
-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1
-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1
-1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	-1
-1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	-1
Άθροισμα Στηλών				0	0	0	0	-24
Άθροισμα Στηλών/n				0	0	0	0	1

αλληλεπιδράσεων τρίτης και τέταρτης τάξεως από πολλαπλασιασμό των στηλών του σχεδιασμού, όπως φαίνεται και στον διπλανό πίνακα, κατόπιν αθροίζουμε τις εν λόγω στήλες και κατά απόλυτο τιμή λαμβάνουμε ότι $J_3(s) = \{0, 0, 0\}$ και $J_4(s) = 24$. Διαιρούμε τις τιμές των $J_r(s)$ με τον αριθμό των εκτελέσεων, που είναι εν προκειμένω 24 και εφαρμόζουμε τις τιμές στον τύπο {2.2.1.2.1}. Αναλυτικότερα για $r = 4$, ισχύει ότι $\max_{|s|=r} J_4(s) > 0$ και ως εκ τούτου:

$$\begin{aligned}
 R(D) &= r + [1 - \max_{|s|=r} \frac{J_r(s)}{n}] \\
 &= 3 + [1 - 1] \\
 &= 4 + 0 \\
 &= 4
 \end{aligned}$$

Η γενικευμένη διακριτική ικανότητα του σχεδιασμού 24.4.1 είναι ίση με 4.

2.2.2 Ελάχιστη απόκλιση (minimum aberration)

2.2.2.1 Το κριτήριο της ελάχιστης απόκλισης (minimum aberration)

Το 1980 οι Fries και Hunter καθοδηγούνται από το κριτήριο της μέγιστης διακριτικής ικανότητας σε μια πιο εξευγενισμένη εκδοχή αυτού, με εφαρμογή αποκλειστικά στους απλούς 2^{k-p} κλασματικούς παραγοντικούς σχεδιασμούς. Το εν λόγω κριτήριο βασίζεται στην έννοια της ελάχιστης απόκλισης, όπως αυτή έχει ορισθεί στο προηγούμενο κεφάλαιο και αποκαλείται κριτήριο της ελάχιστης απόκλισης, ενώ αποτελεί στις σύγχρονες μελέτες υποπερίπτωση του κριτηρίου της γενικευμένης ελάχιστης απόκλισης με εφαρμογή αποκλειστικά σε απλούς σχεδιασμούς.

Σε ένα 2^{k-p} απλό κλασματικό παραγοντικό σχεδιασμό D , $A_i(D)$ είναι ο αριθμός των ξεχωριστών «λέξεων» μήκους i , για $1 \leq i \leq k$. Επιπλέον η παρακάτω ακολουθία

$$W(D) = (A_1(D), A_2(D), A_3(D), \dots, A_n(D))$$

αποκαλείται ως διάνυσμα του μήκους των λέξεων του σχεδιασμού D .

Σύμφωνα, λοιπόν, με το κριτήριο της ελάχιστης απόκλισης για οποιουσδήποτε δύο 2^{k-p} απλούς κλασματικούς παραγοντικούς σχεδιασμούς D_1 και D_2 , έστω ότι ο r είναι ο μικρότερος ακέραιος, τέτοιος ώστε $A_r(D_1) \neq A_r(D_2)$, τότε ο σχεδιασμός D_1 λέγεται ότι έχει μικρότερη απόκλιση από τον σχεδιασμό D_2 , εφόσον ισχύει ότι $A_r(D_1) < A_r(D_2)$. Ωστόσο στην περίπτωση, που κανένας άλλος σχεδιασμός δεν έχει μικρότερη απόκλιση από τον D_1 , τότε θεωρείται ότι ο D_1 έχει την ελάχιστη απόκλιση ως σχεδιασμός (Wu & Hamada, 2009, 219).

Για παράδειγμα, έστω ότι έχουμε τους D_1 και D_2 , που αποτελούν ο καθένας έναν 2_{IV}^{7-2} κλασματικό παραγοντικό σχεδιασμό, όπου οι ορίζουσες σχέσεις για τους εν λόγω σχεδιασμούς είναι αντιστοίχως οι ακόλουθες:

$$I_{D_1} = DEFG = ABCDF = ABCEG$$

$$I_{D_2} = ABCF = ADEG = BCDEFG.$$

Παρατηρείται, συγκεκριμένα, ότι ο σχεδιασμός D_1 έχει μια λέξη μήκους 4, την $DEFG$, δηλαδή έναν ξεχωριστό δεσμό με τέσσερα μη μηδενικά στοιχεία, ενώ από την άλλη ο σχεδιασμός D_2 έχει δύο ξεχωριστούς δεσμούς με τέσσερα μη μηδενικά στοιχεία, τις λέξεις $ABCF$ και $ADEG$. Εφόσον οι σχεδιασμοί είναι διακριτικής ικανότητας IV είναι γνωστό, πως καμία κύρια επίδραση δεν συγγέεται με άλλη κύρια επίδραση ή αλληλεπίδραση δεύτερης τάξεως αλλά μόνο με αλληλεπιδράσεις τρίτης τάξεως, πιο συγκεκριμένα, όπως φαίνεται από τις σχέσεις που ακολουθούν για τον σχεδιασμό D_1 τέσσερις κύριες επιδράσεις συγγέονται με αλληλεπιδράσεις τρίτης τάξεως ενώ στον σχεδιασμό D_2 όλες οι κύριες επιδράσεις συγγέονται με αλληλεπιδράσεις τρίτης τάξεως.

$$A = BCDF = BCEG = ADEFG$$

$$B = ACDF = ACEG = BDEFG$$

$$C = ABDF = ABEG = CDEFG$$

$$D = EFG = ABCF = ABCDEG$$

$$E = DFG = ABCG = ABCDEF$$

$$F = DEG = ABCD = ABCEG$$

$$G = DEF = ABCE = ABCDFG$$

$$A = BCF = DEG = ABCDEFG$$

$$B = ACF = ABDEG = CDEFG$$

$$C = ABF = ACDEG = BDEFG$$

$$D = AEG = ABCDF = BCEFG$$

$$E = ADG = ABCEF = BCDFG$$

$$F = ABC = ADEFG = BCDEG$$

$$G = ADE = ABCFG = BCDEF$$

Είναι προφανές, λοιπόν, ότι ο σχεδιασμός D_1 είναι προτιμότερος από τον σχεδιασμό D_2 διότι, έστω ότι $A_4 (\geq 0)$ είναι το σύνολο των διακεκριμένων δεσμών με τέσσερα μη μηδενικά στοιχεία, τότε σε κάθε σχεδιασμό διακριτικής ικανότητας IV και υψηλότερης, τουλάχιστον $4A_4$ σύνολα ξεχωριστών δεσμών με τέσσερα μη μηδενικά στοιχεία αλληλεπιδράσεων τρίτης τάξεως θα συγγέονται με κύριες επιδράσεις. Μεταξύ, επομένως, δύο οποιονδήποτε σχεδιασμών ίδιας διακριτικής ικανότητας θα επιλέγεται ως προτιμότερος εκείνος με την μικρότερη τιμή A_4 .

Όπως χαρακτηριστικά, αναφέρουν οι Fries και Hunter (1980, 605), η ελάχιστη απόκλιση αποτελεί φυσική προέκταση της διακριτικής ικανότητας ενός σχεδιασμού καθότι το κριτήριο της μέγιστης διακριτικής ικανότητας δεν επαρκεί από μόνο του για την ανάδειξη των βέλτιστων απλών κλασματικών παραγοντικών σχεδιασμών. Τέλος αξίζει να σημειωθεί, ότι το κριτήριο

της ελάχιστης απόκλισης των Fries και Hunter, αποτελεί το πιο διαδεδομένο κριτήριο για την επιλογή των βέλτιστων απλών κλασματικών παραγοντικών σχεδιασμών με δύο επίπεδα (Wu & Hadamard, 2009).

Πιο συγκεκριμένα για τους 2^{k-p} σχεδιασμούς ισχύουν τα εξής (Mukerjee & Wu, 2006, 53):

$$\triangleright \sum_{i=1}^k A_i = 2^p - 1$$

$$\triangleright \sum_{i=1}^k iA_i = s2^p - 1$$

- \triangleright Και τέλος είτε όλες οι λέξεις στα καθορισμένα υποσύνολα αντιθέσεων θα έχουν μήκος ζυγό αριθμό είτε 2^{p-1} θα έχουν μήκος περιττό αριθμό.

Να αναφερθεί, εν κατακλείδι, πως το σύνολο $\sum_{i=1}^k A_i$ είναι η πρώτη ροπή του 2^{k-p}

κλασματικού παραγοντικού σχεδιασμού και ισούται με το άθροισμα του μήκους των 2^{p-1} λέξεων των καθορισμένων υποσυνόλων αντιθέσεων. Αναλυτικότερα για τις ροπές των 2^{k-p} ο αναγνώστης παραπέμπεται στην ενότητα των κριτηρίων που αφορούν στις ροπές.

2.2.2.2 Το κριτήριο της ελάχιστης γενικευμένης απόκλισης (*generalized minimum aberration/minimum G aberration*) και το κριτήριο των διανυσμάτων συχνότητας ανάμιξης (*confounding frequency vectors*)

Οι Deng και Tang (1999) προήγαγαν το κριτήριο της ελάχιστης απόκλισης διαμορφώνοντας μια γενικευμένη εκδοχή του, με σκοπό την σύγκριση και την κατάταξη σύνθετων κλασματικών παραγοντικών σχεδιασμών. Κίνητρο για την παράθεση τόσο του κριτηρίου της γενικευμένης ελάχιστης απόκλισης όσο και του κριτηρίου της γενικευμένης διακριτικής ικανότητας αποτέλεσε, όπως επισημαίνουν το κενό που ανιχνεύουν (Deng & Tang, 1999a, 1072), παρά την συμβολή πολλών θεωρητικών στη δημιουργία κριτηρίων για την μελέτη, την σύγκριση και την κατάταξη των βέλτιστων σύνθετων κλασματικών παραγοντικών σχεδιασμών, σε μια προσπάθεια χρήσης κριτηρίων, που να συγκρίνουν και να

κατατάσσουν με συστηματικό τρόπο και τους σύνθετους κλασματικούς παραγοντικούς σχεδιασμούς.

Όπως προαναφέρθηκε, σύμφωνα, με τους Deng και Tang κάθε κλασματικός παραγοντικός σχεδιασμός, απλός ή σύνθετος, αποτελεί ένα σύνολο k στηλών $D = \{d_1, \dots, d_k\}$ ή για να ειπωθεί διαφορετικά ένα $n \times k$ πίνακα $D = (d_{ij})$, όπου για κάθε m υποσύνολο $s = \{d_{j_1}, \dots, d_{j_m}\}$ του D με $1 \leq m \leq k$ ορίζονται τα επονομαζόμενα $J_m(s)$ χαρακτηριστικά ως:

$$J_m(s) = J_m(d_{j_1}, \dots, d_{j_m}) = \left| \sum_{i=1}^n d_{ij_1} \dots d_{ij_m} \right|.$$

Προφανώς για ορθογώνιους σχηματισμούς ισχύει ότι $J_1(s) = J_2(s) = 0$.

Οι τιμές των $J_m(s)$ ή αλλιώς τα J -χαρακτηριστικά έχουν εξέχοντα ρόλο, κατά τους Deng και Tang, τόσο στο κριτήριο της γενικευμένης ελάχιστης απόκλισης, όσο και στο κριτήριο της γενικευμένης διακριτικής ικανότητας.

Ο σχεδιασμός D_1 , λοιπόν, είναι προτιμότερος από τον σχεδιασμό D_2 εφόσον η συχνότητα των συνδυασμών των t διακριτών στηλών που λογίζονται στο $\max_{|s|=t} J_t(s)$ είναι χαμηλότερη για τον σχεδιασμό D_1 . Σε περίπτωση που οι τιμές των $\max_{|s|=t} J_t(s)$ είναι ίδιες τότε γίνεται σύγκριση των δευτερευόντως μεγαλύτερων $J_t(s)$ και η εν λόγω διαδικασία προχωρά, κατά τον ίδιο τρόπο, έως ότου οι δύο σχεδιασμοί μπορούν να διαχωριστούν. Ωστόσο ένας σύνθετος κλασματικός παραγοντικός σχεδιασμός φέρεται να έχει την ελάχιστη γενικευμένη απόκλιση εφόσον κανένας άλλος δεν έχει μικρότερη ελάχιστη γενικευμένη απόκλιση από τον συγκεκριμένο.

Η χρήση του κριτηρίου της γενικευμένης απόκλισης μπορεί να εφαρμοστεί και μέσω των λεγόμενων διανυσμάτων συχνότητας ανάμιξης (confounding frequency vectors), που αποτελούν κατά τους Deng και Tang, φυσικές γενικεύσεις του διανύσματος του μήκους της λέξης του σχεδιασμού. Πιο συγκεκριμένα, οι εν λόγω θεωρητικοί απέδειξαν ότι για κάθε m στήλες ενός ορθογώνιου παραγοντικού σχεδιασμού η τιμή $J_m(s)$ αποτελεί πολλαπλάσιο του 4 (Deng & Tang, 1990, 1079-1080). Αναλυτικότερα, έστω D ένας ορθογώνιος παραγοντικός σχεδιασμός με $n = 4t$ εκτελέσεις, k στήλες και επίσης έστω f_{mj} η συχνότητα των συνδυασμών των m στηλών που δίνουν $J_m(s) = 4(t+1-j)$ για $j = 1, \dots, t, t+1$. Εφόσον,

ωστόσο, ισχύει ότι $\sum_{j=1}^{t+1} f_{mj} = \binom{k}{m}$ και παράλληλα $f_{1j} = f_{2j} = 0$ για ορθογώνιους σχεδιασμούς είναι προτιμότερο να αναλογιστεί κανείς την f_{mj} για $j=1, \dots, t$ και για $m \geq 3$. Ως εκ τούτου, το διάνυσμα συχνότητας ανάμιξης του σχεδιασμού D δίνεται από τον τύπο^{†††}:

$$CFV = [(f_{31}, \dots, f_{3t}); (f_{41}, \dots, f_{4t}); \dots; (f_{k1}, \dots, f_{kt})].$$

Το συγκεκριμένο, λοιπόν, διάνυσμα παρέχει πληροφορία για τον τρόπο με τον οποίο συγγέονται οι επιδράσεις των παραγόντων με την ίδια τακτική, που το διανύσματος του μήκους της λέξης του σχεδιασμού αντανακλά έναν απλό κλασματικό παραγοντικό σχεδιασμό. Πιο συγκεκριμένα, για έναν απλό κλασματικό παραγοντικό σχεδιασμό με $f_{mj} = 0$ για $j \geq 2$ το τμήμα του διανύσματος $(f_{31}, f_{41}, \dots, f_{k1})$ αποτελεί το διανύσματος του μήκους της λέξης του σχεδιασμού.

Έστω, ότι D_1 και D_2 σύνθετοι κλασματικοί παραγοντικοί σχεδιασμοί με $f_p(D_1)$ και $f_p(D_2)$ να αποτελούν τα p -οστά στοιχεία των διανυσμάτων συχνότητας της συγχύσεως των εν λόγω σχεδιασμών D_1 και D_2 για $p=1, \dots, kt$. Τότε ο σχεδιασμός D_1 έχει τη μικρότερη γενικευμένη απόκλιση από τον σχεδιασμό D_2 εφόσον $f_l(D_1) < f_l(D_2)$ για τον οποιονδήποτε μικρότερο ακέραιο l για τον οποίο ισχύει ότι $f_l(D_1) \neq f_l(D_2)$. Παράλληλα, ο D_1 φέρεται να έχει την ελάχιστη γενικευμένη απόκλιση, εφόσον κανένας άλλος σχεδιασμός δεν έχει μικρότερη ελάχιστη γενικευμένη απόκλιση από τον συγκεκριμένο.

^{†††} Για την αναφορά του διανύσματος συχνότητας ανάμιξης ως CFV αντί F όπως προτείνεται από τους Deng και Tang βλ. Evangelaras & Koukouvinos, 2004.

2.2.3 Το διάνυσμα του μήκους των λέξεων (word-length pattern)

2.2.3.1 Το κριτήριο του γενικευμένου διανύσματος του μήκους των λέξεων του σχεδιασμού (generalized word-length pattern)

Οι Ma και Fang (2001) στην προσπάθειά τους να καλύψουν την αδυναμία του κριτηρίου της γενικευμένης διακριτικής ικανότητας να διαβαθμίσει κλασματικούς παραγοντικούς σχεδιασμούς, που τυγχάνουν, ωστόσο να έχουν την ίδια γενικευμένη διακριτική ικανότητα, προτείνουν ένα ισχυρότερο κριτήριο ικανό να εφαρμοστεί εξίσου σε απλούς και σύνθετους κλασματικούς παραγοντικούς σχεδιασμούς (όπως σε Evangelaras & Koukouninos, 2004). Το εν λόγω κριτήριο ονομάζεται γενικευμένο διάνυσμα του μήκους των λέξεων (Ma & Fang, 2001) ενός κλασματικού παραγοντικού σχεδιασμού D και προσδιορίζεται από τον παρακάτω τύπο:

$$W^g(D) = \{A_1^g(D), \dots, A_k^g(D)\},$$

όπου

$$A_i^g(D) = \frac{1}{n(q-1)} \sum_{j=0}^k P_i(j; k) E_j(D) \text{ για } i=1, \dots, k$$

ενώ τα $P_i(j; k)$ είναι τα Krawtchouk πολυώνυμα^{†††} και $E_j(D)$ για $j=0, \dots, k$ είναι η κατανομή αποστάσεων του σχεδιασμού D που ορίζεται ως:

^{†††} Τα πολυώνυμα Krawtchouk (ή Krawchuk), που αποτελούν μια ειδική περίπτωση των Meixner πολυωνύμων προτάθηκαν στο τέλος της δεκαετίας του 20' από τον Mikhail Krawchuk και χαίρουν μεγάλης εύνοιας σε πολλούς τομείς των μαθηματικών. Για κάθε πρωταρχική δύναμη q και θετικό ακέραιο n το πολυώνυμο Krawtchouk

προσδιορίζεται από τον τύπο: $P_i(j; k) = P_i(j) = \sum_{l=0}^i (-1)^l (q-1)^{i-l} \binom{j}{l} \binom{N-j}{i-l}$. Το 1985 με τη συμβολή

του Bose τα πολυώνυμα Krawtchouk παρουσιάζονται σε μορφή πίνακα τον λεγόμενο Krawtchouk πίνακα, ο οποίος αποτελεί έναν $(N+1) \times (N+1)$ πίνακα N τα στοιχεία του οποίου δίνονται εντέλει με επέκταση της

γεννήτριας συνάρτησης όπου $(1+u)^{n-j} (1+u)^j = \sum_{i=0}^n u^i P_i(j)$. Σημαντική ωστόσο είναι η σχέση μεταξύ των

πινάκων Krawtchouk και των Sylvester-Hadamard πινάκων (για περισσότερα σχετικά με τα ως άνω αναγνώστης παραπέμπεται σχετικά στους Feinsilver, P. & Kocik, J., 2005).

$$E_i(D) = \frac{\#\{(\underline{c}, \underline{d}) \mid \underline{c}, \underline{d} \in D, d_H(\underline{c}, \underline{d}) = i\}}{n},$$

τέλος $d_H(\underline{c}, \underline{d})$ είναι η απόσταση Hamming μεταξύ δύο εκτελέσεων \underline{c} και \underline{d} του σχεδιασμού D .

Για δύο μη ισόμορφους, λοιπόν, κλασματικούς παραγοντικούς σχεδιασμούς D_1 και D_2 , η ανισότητα $A_t^s(D_1) < A_t^s(D_2)$ για τον μικρότερο ακέραιο t για τον οποίο ισχύει ότι $A_t^s(D_1) \neq A_t^s(D_2)$ στο γενικευμένο διάνυσμα του μήκους των λέξεων, τότε συμπεραίνεται, πως ο σχεδιασμός D_1 έχει μικρότερη γενικευμένη απόκλιση από τον σχεδιασμό D_2 . Το κριτήριο του γενικευμένου διανύσματος του μήκους των λέξεων μπορεί να εφαρμοστεί, όπως προαναφέρθηκε τόσο σε απλούς όσο και σε σύνθετους κλασματικούς παραγοντικούς σχεδιασμούς. Πιο συγκεκριμένα, για τους απλούς κλασματικούς παραγοντικούς σχεδιασμούς το γενικευμένο διανύσματος του μήκους των λέξεων τους $W^s(D)$ ταυτίζεται με το διάνυσμα του μήκους των λέξεων τους $W(D)$ ενώ ταυτοχρόνως αξίζει να αναφερθεί ότι, κατά τους Ma και Fang, δύο ισόμορφοι σχεδιασμοί έχουν το ίδιο γενικευμένο διάνυσμα του μήκους των λέξεων.

Για παράδειγμα εάν θέλουμε να υπολογίσουμε το γενικευμένο διάνυσμα του μήκους των λέξεων για το σχεδιασμό 24.4.1, η πλήρη λίστα του οποίου βρίσκεται στο Παράρτημα 1 της εργασίας, μπορούμε να εργαστούμε ως εξής, εφόσον έχουμε από το παράδειγμα της σχετικής με το κριτήριο της γενικευμένης διακριτικής ικανότητας τις τιμές των $J_r(s)$ χαρακτηριστικών μπορούμε επωφελούμενοι από τον τύπο που πρότειναν οι Deng & Tang (1999) :

$$A_t^s = n^{-2} \sum_{|s|=r} J_r^2(s; D),$$

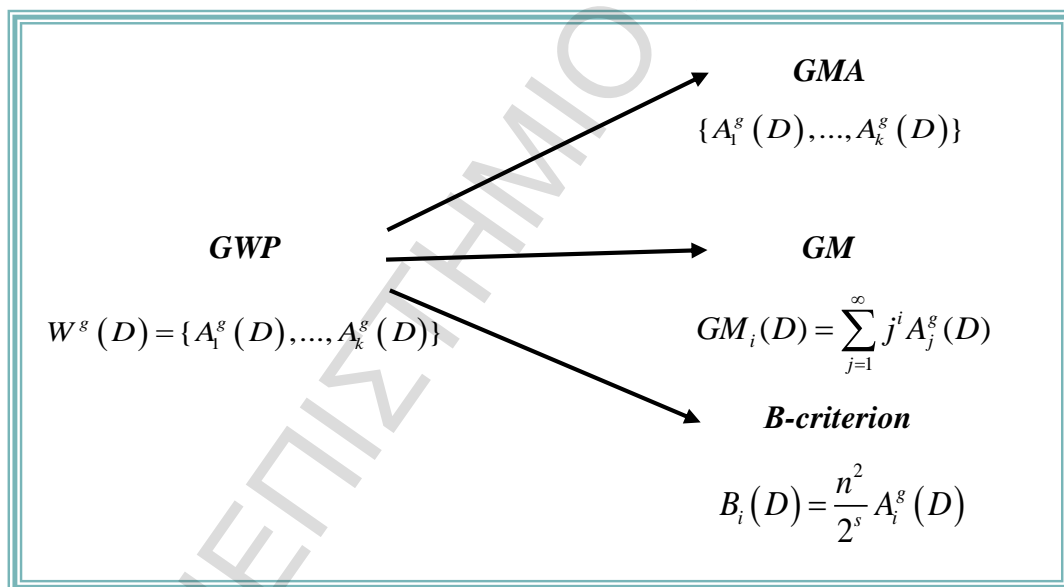
να υπολογίσουμε το γενικευμένο διάνυσμα των $A_1^s(D), \dots, A_k^s(D)$ του μήκους των λέξεων. Εφόσον πρόκειται για ορθογώνιο σχηματισμό, ισχύει ότι $A_1^s(D) = A_2^s(D) = 0$ άρα εν συνεχεία:

$$\begin{aligned} A_3^s &= n^{-2} \sum_{|s|=3} J_3^2(s; D) & A_4^s &= n^{-2} \sum_{|s|=3} J_3^2(s; D) \\ &= 24^{-2} * (0 + 0 + 0 + 0) & &= 24^{-2} * (24^{\wedge} 2) \\ &= 0 & &= 1 \end{aligned}$$

Συνεπώς για τον εν λόγω σχεδιασμό τα αποτελέσματα του κριτηρίου του γενικευμένου διανύσματος του μήκους των λέξεων είναι $W_{24.4.1}^g = \{0, 0, 0, 1\}$.

Η γνώση του γενικευμένου υποδείγματος του μήκους της λέξης του οποιουδήποτε κλασματικού παραγοντικού σχεδιασμού οδηγεί περαιτέρω στην ανίχνευση του καλύτερου σχεδιασμού με την ελάχιστη γενικευμένη απόκλιση (generalized minimum aberration) αλλά και στη γνώση του κριτηρίου Βήτα^{§§§} (B-criterion) και εκείνου των γενικευμένων βέλτιστων ροπών (generalized optimal moments) για τα οποία γίνεται εκτενέστερη αναφορά σε επόμενη ενότητα. Επισημαίνεται, λοιπόν, λόγω των παραπάνω η σχέση μεταξύ του εν λόγω κριτηρίου με εκείνα της γενικευμένης ελάχιστης απόκλισης και των γενικευμένων βέλτιστων ροπών η οποία απεικονίζεται αφαιρετικά στο Σχήμα 2.2 που ακολουθεί.

Σχήμα 2.2: Η σχέση μεταξύ των κριτηρίων του γενικευμένου υποδείγματος του μήκους της λέξης (GWP), της ελάχιστης γενικευμένης απόκλισης (GMA), των γενικευμένων βέλτιστων ροπών (GM ή GOM) και του κριτηρίου Βήτα (B-criterion)



§§§ Σύμφωνα με τους Fang & Qin (2005, 7), αποδεικνύεται εύκολα πως για οποιοδήποτε κλασματικό παραγοντικό σχεδιασμό $D \in D(n, q, 2, s)$ για $1 \leq i \leq s$, οι τιμές που εκτιμούν την ορθογωνιότητα του σχεδιασμού D

δίνονται από τον τύπο: $B_i(D) = \frac{n^2}{2^s} A_i^g(D)$. Για το εν λόγω κριτήριο ο αναγνώστης παραπέμπεται στη σχετική ενότητα της εργασίας.

2.2.4 Ροπές (Moments)

2.2.4.1 Το κριτήριο των βέλτιστων ροπών (optimal moments)

Συμβάλλοντας και προεκτείνοντας τη θεώρηση του κριτηρίου της ελάχιστης απόκλισης των Fries και Hunter, υπό τη σκέπη ότι, για την επιλογή ενός βέλτιστου κλασματικού παραγοντικού σχεδιασμού εξαιρετικά σημαντική είναι η ελαχιστοποίηση του συνόλου των προσδιοριστικών αντιθέσεων μικρού μήκους, ο Franklin, το 1984 σε αδημοσίευτη εργασία του, προτείνει το κριτήριο των βέλτιστων ροπών, που αποτελεί πλέον μια υποπερίπτωση του κριτηρίου των γενικευμένων βέλτιστων ροπών με εφαρμογή αποκλειστικά σε απλούς σχεδιασμούς (Franklin, 1984, 226). Πιο συγκεκριμένα μεταχειρίζεται το σύνολο των προσδιοριστικών αντιθέσεων ή «λέξεων» $\sum_{i=1}^k A_i$, που όπως προαναφέρθηκε σε προηγούμενη ενότητα ισούται για τους 2^{k-p} κλασματικούς παραγοντικούς σχεδιασμούς με $2^p - 1$, ως ένα δείγμα αναλογιζόμενος εκείνες τις ιδιότητες των ροπών, που δύναται να εκμεταλλευτεί με απώτερο σκοπό την ελαχιστοποίηση των μικρού μήκους διακεκριμένων «λέξεων». Η διαδικασία που ακολούθησε είναι η ακόλουθη:

Σε πρώτο επίπεδο επιλέγει εκείνους τους σχεδιασμούς για τους οποίους το μέσο μήκος \bar{w} είναι το μέγιστο δυνατό, εν συνεχεία από τους συγκεκριμένους σχεδιασμούς διαλέγει στην παρούσα φάση εκείνους με τη μικρότερη δυνατή διακύμανση των w_i και από αυτούς καταλήγει σε εκείνους των οποίων τα w_i παρουσιάζουν τη μέγιστη δυνατή θετική λοξότητα. Η διαδικασία συνεχίζεται επ' αόριστο με σκοπό την μεγιστοποίηση των ροπών αρίθμησης με περιττό αριθμό και ελαχιστοποίηση των ροπών αρίθμησης με άρτιο αριθμό. Η επιλογή του βέλτιστου απλού κλασματικού παραγοντικού σχεδιασμού γίνεται, αντί των ροπών γύρω από το μέσο, από το σύνολο που ο ίδιος ορίζει ως ακολούθως:

$$M_i(D) = \sum_{j=1}^{\infty} m_j^i = \sum_{j=1}^{\infty} j^i A_j(D) \quad \text{για } i=1,2,\dots$$

Ο Franklin ονομάζει την $M_i(D)$ συνάρτηση, ως την i -οστή ροπή του σχεδιασμού D , στη βάση της οποίας κατασκευάζει το επονομαζόμενο κριτήριο των βέλτιστων ροπών. Έστω, λοιπόν, ότι $i=r$ είναι η μικρότερη ροπή στην οποία διαφοροποιούνται δύο απλοί μη

ισοδύναμοι σχεδιασμοί D_1 και D_2 με $M_r(D_1) > M_r(D_2)$, ο σχεδιασμός D_1 είναι καλύτερος εάν το r είναι περιττός αριθμός, εάν όμως είναι άρτιος, τότε ο D_2 λογίζεται ως ο καλύτερος. Εφόσον, ωστόσο, δεν υπάρχει κανένας σχεδιασμός καλύτερος από τον D_1 , τότε λέγεται ότι ο εν λόγω σχεδιασμός είναι αυτός με τις βέλτιστες ροπές.

2.2.4.2 Το κριτήριο των γενικευμένων βέλτιστων ροπών (*generalized optimal moments*)

Το κριτήριο των βέλτιστων ροπών, όπως έγινε γνωστό, μπορεί να εφαρμοστεί μόνο σε απλούς κλασματικούς παραγοντικούς σχεδιασμούς. Ωστόσο αν στη θέση των διακεκριμένων δεσμών $A_j(D)$ τοποθετηθούν οι τιμές των γενικευμένων διακεκριμένων δεσμών $A_j^g(D)$ του γενικευμένου υποδείγματος του μήκους της λέξης του σχεδιασμού D , τότε μπορεί να αποδοθεί η γενικευμένη i -οστή ροπή του εν λόγω σχεδιασμού ως (όπως σε Evangelaras & Koukouninos, 2004, για την ανάλυση που ακολουθεί):

$$GM_i(D) = \sum_{j=1}^{\infty} j^i A_j^g(D) \text{ για } i=1,2,\dots$$

Το συγκεκριμένο, λοιπόν κριτήριο, που ονομάζεται το κριτήριο των γενικευμένων βέλτιστων ροπών μπορεί να εφαρμοστεί εξίσου σε απλούς και σύνθετους κλασματικούς παραγοντικούς σχεδιασμούς. Αντιστοίχως με το κριτήριο των βέλτιστων ροπών για την επιλογή του βέλτιστου σχεδιασμού, με βάση το νέο κριτήριο για ένα $i=r$ που αποτελεί τη μικρότερη ροπή στην οποία διαφοροποιούνται δύο απλοί μη ισοδύναμοι σχεδιασμοί D_1 και D_2 με $GM_r(D_1) > GM_r(D_2)$. Τεκμαίρεται, ότι ο σχεδιασμός D_1 είναι καλύτερος εάν το r είναι περιττός αριθμός αλλά εάν το r είναι άρτιος τότε ο D_2 είναι καλύτερος. Τέλος, στην περίπτωση, που δεν υπάρχει κανένας σχεδιασμός καλύτερος από τον D_1 , τότε ο σχεδιασμός D_1 έχει τις βέλτιστες γενικευμένες ροπές.

Για παράδειγμα, στο σχεδιασμό 24.4.1, για τον οποίο παραπάνω έχουν δοθεί και άλλα παραδείγματα και η πλήρη λίστα του δίνεται στο Παράρτημα 1 της εργασίας, οι γενικευμένες ροπές πρώτης και δεύτερης τάξεως είναι (υπενθυμίζεται πως το γενικευμένο διάνυσμα του μήκους των λέξεων έχει υπολογιστεί παραπάνω ως $W_{24.4.1}^g = \{0, 0, 0, 1\}$):

$$\begin{aligned}
GM_1(D) &= \sum_{j=1}^4 j^1 A_j^g(D) \\
&= A_1^g(D) * (1^1) + A_2^g(D) * (2^1) + A_3^g(D) * (3^1) + A_4^g(D) * (4^1) \\
&= 0 * (1^1) + 0 * (1^1) + 0 * (1^1) + 1 * (4^1) \\
&= 4 \\
GM_2(D) &= \sum_{j=1}^4 j^i A_j^g(D) \\
&= A_1^g(D) * (1^2) + A_2^g(D) * (2^2) + A_3^g(D) * (3^2) + A_4^g(D) * (4^2) \\
&= 0 * (1^2) + 0 * (1^2) + 0 * (1^2) + 1 * (4^2) \\
&= 16
\end{aligned}$$

Για τον εν λόγω, λοιπόν, σχεδιασμό τα αποτελέσματα του κριτηρίου της γενικευμένης βέλτιστης ροπής πρώτης και δεύτερης τάξεως είναι 4 και 16 αντίστοιχα.

2.2.5 Ομοιομορφία (Uniformity)

2.2.5.1 Το διάνισμα των $MI_i(D)$

Τα τελευταία χρόνια έχουν αυξηθεί σημαντικά στη διεθνή βιβλιογραφία μελέτες που αφορούν στην έννοια της ομοιομορφίας καθώς μεγάλος αριθμός θεωρητικών διαπίστωσε την χρηστικότητα της ομοιομορφίας σε πολλά πεδία των κλασματικών παραγοντικών σχεδιασμών αλλά και των υπερκορεσμένων σχεδιασμών. Ένα παράδειγμα αυτού αποτελεί η μελέτη των Fang & Mukerjee (2000) στην οποία ανιχνεύονται σχέσεις μεταξύ της έννοιας της ομοιομορφίας και της έννοιας της απόκλισης σε απλούς κλασματικούς παραγοντικούς σχεδιασμούς με δύο επίπεδα.

Πιο συγκεκριμένα (για την ανάλυση που ακολουθεί βλ. Fang & Qin, 2005), για οποιονδήποτε σχεδιασμό $D \in D(n, k, 2, 2)$ και οποιοδήποτε όχι κενό υποσύνολο u των $\{1, 2, \dots, k\}$ και έστω $H^u = [0, 1]^u$ έχουμε:

$$[CL_{2,u}(D)]^2 = \left(\frac{1}{12}\right)^{|u|} - \frac{3^{|u|}}{2^{5|u|-1}} + \frac{1}{n2^{2|u|}} E_0(D_u),$$

όπου D_u είναι η προβολή του σχεδιασμού D στο H^u και $E_j(D)$ για $j=0, \dots, k$ είναι η κατανομή αποστάσεων του σχεδιασμού D .

Ο σχεδιασμός D είναι δύναμης t εφόσον και μόνο εφόσον για $1 \leq j \leq t$, ισχύουν τα παρακάτω:

$$\begin{aligned} [I_j(D)]^2 &= \binom{k}{j} \left[\left(\frac{1}{12} \right)^j - \frac{3^j}{2^{5j-1}} + \frac{1}{8^j} \right], \\ [I_{t+1}(D)]^2 &> \binom{s}{t+1} \left[\left(\frac{1}{12} \right)^{t+1} - \frac{3^{t+1}}{2^{5(t+1)-1}} + \frac{1}{8^{t+1}} \right]. \end{aligned}$$

Για $1 \leq i \leq s$ ορίζεται ότι:

$$MI_i(D) = [I_i(D)]^2 - \binom{k}{i} \left[\left(\frac{1}{12} \right)^i - \frac{3^i}{2^{5i-1}} + \frac{1}{8^i} \right].$$

Το διάνυσμα των $(MI_1(D), \dots, MI_k(D))$ καλείται το υπόδειγμα ομοιομορφίας (uniformity pattern) του σχεδιασμού D . Η διακριτική ικανότητα ομοιομορφίας (uniformity resolution) του σχεδιασμού D είναι ο μικρότερος ακέραιος i τέτοιος ώστε $MI_i(D) > 0$ στο υπόδειγμα ομοιομορφίας του. Έστω, λοιπόν, D_1 και D_2 δύο κλασματικοί παραγοντικοί σχεδιασμοί δύο επιπέδων και r ο μικρότερος ακέραιος τέτοιος ώστε $MI_r(D_1) \neq MI_r(D_2)$, ο σχεδιασμός D_1 τεκμαίρεται, ότι έχει την μικρότερη ομοιομορφία προβολής (projection uniformity) από τον D_2 , εφόσον ισχύει, ότι $MI_r(D_1) < MI_r(D_2)$, ενώ οποιοσδήποτε σχεδιασμός D καλείται, ότι έχει την ελάχιστη ομοιομορφία προβολής, εφόσον κανένας άλλος σχεδιασμός δεν έχει μικρότερη από τη δική του.

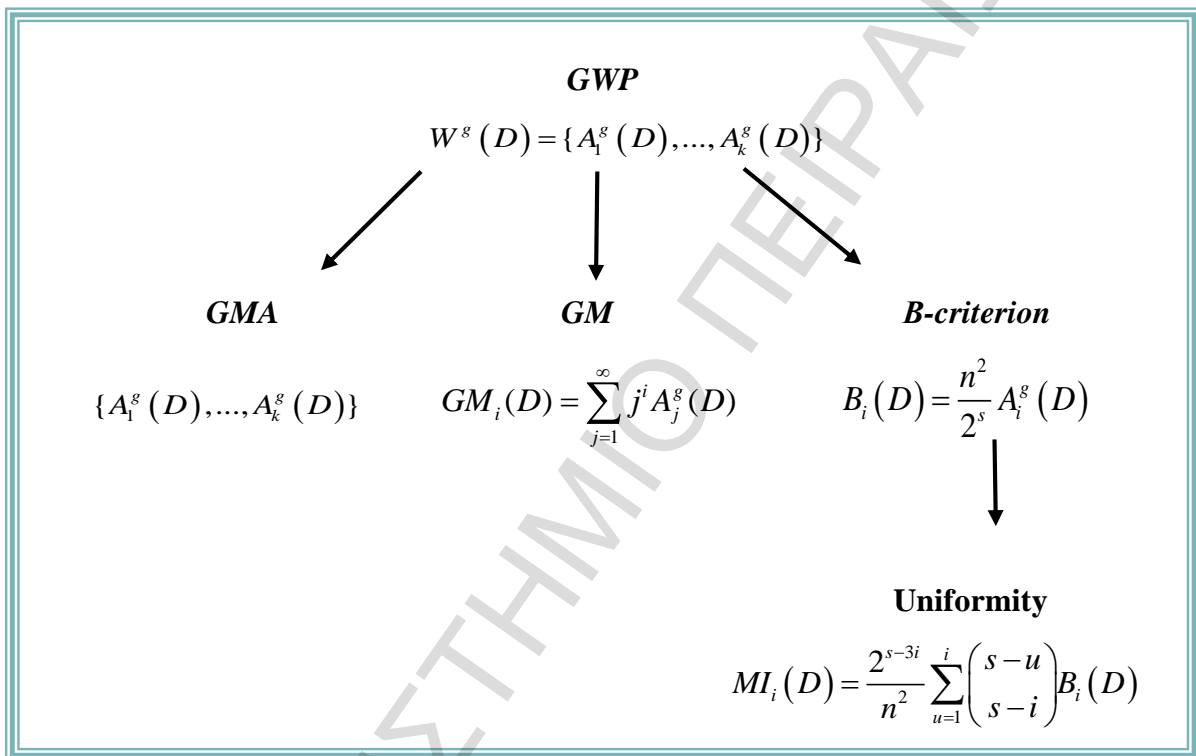
Σε συνδυασμό με το τμήμα της εφαρμογής του κριτηρίου της ομοιομορφίας που λαμβάνει χώρα στο επόμενο κεφάλαιο της παρούσας εργασίας, οι Fang & Qin, απέδειξαν την ύπαρξη γραμμικής συσχέτισης μεταξύ των $MI_i(D)$ και των $B_i(D)$ (κριτήριο Βήτα, βλ. σε επόμενη ενότητα καθώς και στο κριτήριο του γενικευμένου διανύσματος του μήκους των λέξεων του σχεδιασμού GWP) που δίνεται από τις παρακάτω σχέσεις:

$$MI_i(D) = \frac{2^{s-3i}}{n^2} \sum_{u=1}^i \binom{s-u}{s-i} B_i(D),$$

και
$$B_i(D) = n^2 \sum_{u=1}^i (-1)^{i-u} 2^{3u-s} \binom{s-u}{s-i} MI_u(D) \text{ για } 1 \leq i \leq s.$$

Το Σχήμα 2.2 μπορεί σε αυτή την περίπτωση να εμπλουτιστεί, όπως παρουσιάζεται παρακάτω στο Σχήμα 2.3.

Σχήμα 2.3: Η δρομολόγηση από το κριτήριο του γενικευμένου υποδείγματος του μήκους λέξης (GWP) στο κριτήριο της ομοιομορφίας για FFDs με δύο επίπεδα



Προκειμένου να δοθεί ένα παράδειγμα υπολογισμού του διανύσματος ομοιομορφίας των $MI_i(D)$ για τον σχεδιασμό 24.4.1, που υπενθυμίζεται πως αποτελείται από 24 εκτελέσεις και περιέχει τρεις επαναλήψεις ενός 2_{IV}^{4-1} κλασματικού παραγοντικού σχεδιασμού, την πλήρη λίστα του οποίου ο αναγνώστης μπορεί να βρει στο Παράρτημα 1 της εργασίας, είναι επιθυμητός ο υπολογισμός πρώτα του κριτηρίου Βήτα που θα οδηγήσει στο διάνυσμα των $MI_i(D)$, όπως φαίνεται και στο Σχήμα 2.3 παραπάνω. Υπενθυμίζεται πως το γενικευμένο διάνυσμα του μήκους των λέξεων έχει υπολογισθεί παραπάνω ίσο με $W_{24.4.1}^s = \{0, 0, 0, 1\}$ ως εκ τούτου για τα $B_i(D)$ έχουμε:

$$\begin{aligned}
B_1(D) &= \frac{n^2}{2^s} A_1^g(D) & B_2(D) &= \frac{n^2}{2^s} A_2^g(D) & B_3(D) &= \frac{n^2}{2^s} A_3^g(D) & B_4(D) &= \frac{n^2}{2^s} A_4^g(D) \\
&= \frac{24^2}{2^4} * 0 = 0 & &= \frac{24^2}{2^4} * 0 = 0 & &= \frac{24^2}{2^4} * 0 = 0 & &= \frac{24^2}{2^4} * 1 = 36
\end{aligned}$$

Το αποτέλεσμα του κριτηρίου Βήτα για τον σχεδιασμό 24.4.1 είναι ίσο με $\{0,0,0,36\}$. Με τη χρήση του τελευταίου για το διάνυσμα ομοιομορφίας των $MI_i(D)$ έχουμε:

$$\begin{aligned}
MI_1(D) &= \frac{2^{s-3i}}{n^2} \sum_{u=1}^i \binom{s-u}{s-i} B_i(D) \\
&= \frac{2^{4-3*1}}{24^2} * B_1(D) * \left(\frac{s-1!}{s-1!(s-1)-(s-1)!} \right) \\
&= \frac{2^{4-3*1}}{24^2} * 0 * \left(\frac{4-1!}{4-1!(4-1)-(4-1)!} \right) \\
&= 0 \\
MI_2(D) &= \frac{2^{4-3*2}}{24^2} \sum_{u=1}^2 \binom{4-1}{4-2} B_i(D) \\
&= \frac{2^{4-3*1}}{24^2} * 0 * \left(\frac{4-1!}{4-2!(4-1)-(4-2)!} \right) + \frac{2^{4-3*1}}{24^2} * 0 * \left(\frac{4-2!}{4-2!(4-2)-(4-2)!} \right) \\
&= 0 \\
MI_3(D) &= \frac{2^{4-3*3}}{24^2} \sum_{u=1}^3 \binom{4-1}{4-3} B_i(D) \\
&= \frac{2^{4-3*1}}{24^2} * 0 * \left(\frac{4-1!}{4-3!(4-1)-(4-3)!} \right) \\
&\quad + \frac{2^{4-3*1}}{24^2} * 0 * \left(\frac{4-2!}{4-3!(4-2)-(4-3)!} \right) + \frac{2^{4-3*1}}{24^2} * 0 * \left(\frac{4-3!}{4-3!(4-3)-(4-3)!} \right) \\
&= 0 \\
MI_4(D) &= \frac{2^{4-3*4}}{24^2} \sum_{u=1}^4 \binom{4-1}{4-4} B_i(D) \\
&= \frac{2^{4-3*1}}{24^2} * 0 * \left(\frac{4-1!}{4-4!(4-1)-(4-4)!} \right) + \frac{2^{4-3*1}}{24^2} * 0 * \left(\frac{4-2!}{4-4!(4-2)-(4-4)!} \right) \\
&\quad + \frac{2^{4-3*1}}{24^2} * 0 * \left(\frac{4-3!}{4-4!(4-3)-(4-4)!} \right) + \frac{2^{4-3*1}}{24^2} * 36 * \left(\frac{4-4!}{4-4!(4-4)-(4-4)!} \right) \\
&= \frac{2^{4-3*1}}{24^2} * 36 * 1 = 0.0002441406
\end{aligned}$$

Το διάνυσμα λοιπόν των $MI_i(D)$ για τον σχεδιασμό 24.4.1 είναι ίσο με $\{0,0,0,0.00024\}$.

2.2.5.2 Η κεντρική L_2 απόκλιση (Centered L_2 Discrepancy)

Κατά τους Ma & Fang (2004), στη βιβλιογραφία υπάρχουν τρία κεντρικά μέτρα για την ομοιομορφία, ένα από αυτά είναι η κεντρική L_2 απόκλιση ($CL_2(P)$) που κατά τους Fang & Mukerjee (2000) αποτελεί κριτήριο για την σύγκριση παραγοντικών σχεδιασμών ενώ κατά τους Ma, Fang & Lin (2001) μπορεί να χρησιμοποιηθεί στην ανίχνευση μη ισόμορφων παραγοντικών σχεδιασμών. Η $CL_2(P)$ προτείνεται από τον Hickernell (2008) την οποία ορίζει για οποιοδήποτε σύνολο P n σημείων στο $(0,1]^k$ ως:

$$\begin{aligned} [CL_2(P)]^2 = & \left(\frac{13}{12}\right)^s - \frac{2}{n} \sum_{z \in P} \prod_{j=1}^s \left(1 + \frac{1}{2} \left|z_j - \frac{1}{2}\right| - \frac{1}{2} \left|z_j - \frac{1}{2}\right|^2\right) \\ & + \frac{1}{n^2} \sum_{z, z' \in P} \prod_{j=1}^s \left[1 + \frac{1}{2} \left|z_j - \frac{1}{2}\right| + \frac{1}{2} \left|z'_j - \frac{1}{2}\right| - \frac{1}{2} \left|z_j - z'_j\right|\right], \end{aligned}$$

Όπου τα z_j είναι τα στοιχεία του k -οστού σημείου του P_u , ενώ το σύνολο εκτείνεται σε όλο το μήκος των μη κενών υποσυνόλων u από $\{1, \dots, k\}$.

Όσο μικρότερη είναι η τιμή που λαμβάνει η συνάρτηση $CL_2(P)$ τόσο μεγαλύτερη είναι η ομοιομορφία του p . Τα πλεονέκτημα της κεντρικής L_2 απόκλισης είναι, πως αφενός είναι πιο εύκολα υπολογίσιμη συγκριτικά με την Αστεροειδή Απόκλιση (Star Discrepancy) και την Συμμετρική Απόκλιση (Symmetric Discrepancy) (βλ. σχετικά Hickernell, 2008), οι οποίες αποτελούν τα άλλα δύο κλασικά μέτρα της ομοιομορφίας, ενώ αφετέρου η συνάρτηση δίνει προς αξιολόγηση των σχεδιασμών μια τιμή και όχι κάποια μορφή διανύσματος όπως στην περίπτωση της μελέτης της ομοιομορφίας μέσω του διανύσματος των $MI_i(D)$, για την οποία ο αναγνώστης μπορεί να προστρέξει στην επόμενη ενότητα.

2.2.6 Ορθογωνιότητα

2.2.6.1 Το κριτήριο Βήτα (B criterion)

Οι Fang, Ma και Mukerjee, για την σύγκριση της ορθογωνιότητας μεταξύ κλασματικών παραγοντικών σχεδιασμών πρότειναν το διάνυσμα των $(B_1(D), \dots, B_k(D))$, που

υπενθυμίζεται ότι δίνεται από τον τύπο:

$$B_i(D) = \frac{n^2}{2^s} A_i^g(D)$$

για την μέτρηση της ορθογωνιότητας ενός σχεδιασμού D .

Το σημείο διαφυγής του σχεδιασμού D ως προς την παρουσίασή του ως ορθογώνιου σχηματισμού δύναμης t μπορεί να μετρηθεί ως το σύνολο $\sum_{i=1}^k B_i(D)$. Όσο μικρότερη είναι

η εν λόγω τιμή τόσο καλύτερη είναι η ορθογωνιότητα του σχεδιασμού D . Με βάση αυτή τη διαπίστωση εφόσον είναι επιθυμητή η κατοχύρωση της εγγύτητας του D και του ορθογώνιου σχηματισμού του, με όσο το δυνατόν υψηλότερη δύναμη, τότε κρίνεται απαραίτητη η προσπάθεια ελαχιστοποίησης με ακολουθίες του διανύσματος των $(B_1(D), \dots, B_k(D))$. Αυτή η διαδικασία οδηγεί στο κριτήριο Βήτα (B criterion). Για την σχέση του κριτηρίου Βήτα με το κριτήριο της ελάχιστης ομοιόμορφης προβολής ο αναγνώστης παραπέμπεται στους Fang & Qin, (2005), ενώ για την σχέση του κριτηρίου Βήτα με το κριτήριο της ομοιομορφίας αλλά και του γενικευμένου διανύσματος του μήκους των λέξεων έγινε αναφορά σε προηγούμενη ενότητα. Ως παράδειγμα εφαρμογής, στο σχεδιασμό 24.4.1, για τον οποίο παραπάνω έχουν δοθεί και άλλα παραδείγματα και η πλήρη λίστα του δίνεται στο Παράρτημα 1 της εργασίας, το κριτήριο Βήτα ισούται με (υπενθυμίζεται πως το γενικευμένο διάνυσμα του μήκους των λέξεων έχει υπολογιστεί παραπάνω ως $W_{24.4.1}^g = \{0, 0, 0, 1\}$):

$$\begin{aligned} B_1(D) &= \frac{n^2}{2^s} A_1^g(D) & B_2(D) &= \frac{n^2}{2^s} A_2^g(D) & B_3(D) &= \frac{n^2}{2^s} A_3^g(D) & B_4(D) &= \frac{n^2}{2^s} A_4^g(D) \\ &= \frac{24^2}{2^4} * 0 = 0 & &= \frac{24^2}{2^4} * 0 = 0 & &= \frac{24^2}{2^4} * 0 = 0 & &= \frac{24^2}{2^4} * 1 = 36 \end{aligned}$$

Το διάνυσμα λοιπόν των $B_i(D)$ για τον σχεδιασμό 24.4.1 είναι ίσο με $\{0, 0, 0, 36\}$.

2.2.7 Άλλα κριτήρια που αφορούν στο σχεδιασμό

2.2.7.1 Ελάχιστη απόκλιση

2.2.7.1.1 Το κριτήριο της ελάχιστης G_e απόκλισης (*minimum G_2 aberration*)

Οι Deng και Tang, το 1999 προτείνουν ακόμη ένα κριτήριο που αποτελεί μια απλοποιημένη εκδοχή του κριτηρίου της γενικευμένης απόκλισης με εφαρμογή τόσο σε απλούς όσο και σε σύνθετους κλασματικούς παραγοντικούς σχεδιασμούς. Όπως αναφέρουν χαρακτηριστικά η ελάχιστη G απόκλιση αποτελεί κριτήριο που τείνει να ελέγχει τα j -χαρακτηριστικά με πολύ αυστηρό τρόπο (Deng & Tang, 1999b, 1917). Μια διαφορετική εκδοχή της ελάχιστης πλέον G_e απόκλισης δίνεται από τους ίδιους ως:

$$B_m(D) = \sum_{|s|=m} \beta_m^e(s),$$

όπου $\beta_m(s) = J_m(s)/n$ είναι τα j -χαρακτηριστικά μετά από εξομάλυνση ώστε να προσαρμόζονται ικανοποιητικά στην κανονική κατανομή. Να σημειωθεί, πως η περίπτωση της ελάχιστης G_e απόκλισης για $e = 2$ έχει καλές μαθηματικές ιδιότητες και ως εκ τούτου οι Deng και Tang εστιάζουν στην εν λόγω περίπτωση περισσότερο, παρόλα αυτά δύναται να μελετηθεί οποιαδήποτε περίπτωση για $e > 0$. Για να ειπωθεί, ωστόσο διαφορετικά, με όρους διανύσματος συχνότητας ανάμιξης (CFV) η ελάχιστη G_2 απόκλιση δίνεται και ως:

$$B_m(D) = \sum_{j=1}^t f_{mj} [1 - (j-1)/t]^2.$$

Συνεπώς, για δύο σύνθετους κλασματικούς παραγοντικούς σχεδιασμούς D_1 και D_2 , έστω ότι r ο μικρότερος ακέραιος τέτοιος ώστε $B_r(D_1) \neq B_r(D_2)$, τεκμαίρεται, πως ο σχεδιασμός D_1 έχει τη μικρότερη G_2 γενικευμένη απόκλιση από τον σχεδιασμό D_2 εφόσον $B_r(D_1) < B_r(D_2)$. Ενώ παράλληλα, ο D_1 φέρεται να έχει την ελάχιστη G_2 γενικευμένη απόκλιση εφόσον κανένας άλλος σχεδιασμός δεν έχει μικρότερη ελάχιστη G_2 γενικευμένη

απόκλιση από τον συγκεκριμένο. Σε περίπτωση, που οι εν λόγω σχεδιασμοί δεν είναι σύνθετοι αλλά απλοί, τότε οι τιμές $B_m(D)$ ισούνται με τις τιμές $A_m(D)$ που αποτελούν τον αριθμό των προσδιοριστικών λέξεων μεγέθους m , γεγονός που υποδεικνύει ότι στην περίπτωση των απλών σχεδιασμών η ελάχιστη G_2 γενικευμένη απόκλιση είναι ισοδύναμη με την ελάχιστη απόκλιση.

2.2.7.2 Το διάνυσμα του μήκους των λέξεων (word-length pattern)

2.2.7.2.1 Το κριτήριο του εκτεταμένου διανύσματος του μήκους των λέξεων του σχεδιασμού (extended word-length pattern)

Οι Sun, D. X., Lin, W. & Ye, K. (2002) σε μελέτη τους για την παρουσίαση ενός νέου προτεινόμενου αλγορίθμου διαδοχικής κατασκευής απλών μη ισόμορφων και σύνθετων ορθογώνιων σχηματισμών, προτείνουν το κριτήριο του εκτεταμένου διανύσματος του μήκους των λέξεων του σχεδιασμού για σύγκριση και κατάταξη σύνθετων κλασματικών παραγοντικών σχεδιασμών. Το εν λόγω κριτήριο, βασίζεται στις έννοιες των λέξεων μερικού μήκους (words of fractional length) και του εκτεταμένου διανύσματος του μήκους των λέξεων του σχεδιασμού, που εισαγάγουν για πρώτη φορά οι Li, Lin & Ye (2003)****.

Ειδικότερα, έστω D ένας κλασματικός παραγοντικός σχεδιασμός με δύο επίπεδα -1 και 1 , όπου k οι παράγοντες $\{X_1, \dots, X_k\}$ και n οι εκτελέσεις $\{a_1, \dots, a_n\}$. Για $I \subset \{1, 2, \dots, k\}$ ορίζεται η $X_I = \prod_{i \in I} x_i$ ως συνάρτηση στο $\{-1, 1\}^k$ και έστω $b_I = \sum_{a \in D} X_I$, το σύνολο που προκύπτει από όλα τα σημεία σχεδιασμού του D . Εάν η συνάρτηση b_I είναι ίση με μηδέν, τότε το I ονομάζεται λέξη του D και το μήκος της είναι $\|I\| + (1 - |b_I/n|)$, όπου $\|I\|$ είναι ο αριθμός των γραμμάτων-ψηφίων της λέξης. Έστω, ότι $f_{i+j/n}$ είναι ο αριθμός των λέξεων $(i + j/n)$ -μήκους, τότε το εκτεταμένο υποδείγμα του μήκους της λέξης του σχεδιασμού

**** Το 2001 αποτελεί το έτος υποβολής της εν λόγω εργασίας προς δημοσίευση, η οποία έχει ληφθεί υπόψη στη δουλειά των Sun, D. X., Lin, W. & Ye, K. έναν χρόνο αργότερα.

D δίνεται ως $(f_1, f_{1+1/n}, \dots, f_{1+(n-1)/n}, \dots, f_k, f_{k+1/n}, \dots, f_{k+(n-1)/n})$. Η γενικευμένη διακριτική ικανότητα του σχεδιασμού D προσδιορίζεται από το μήκος της λέξης με τα λιγότερα γράμματα. Σε γενικές γραμμές, ο σχεδιασμός D_1 έχει μικρότερη απόκλιση από τον σχεδιασμό D_2 εφόσον $f_t(D_1) < f_t(D_2)$ και $f_s(D_1) = f_s(D_2)$ για $s < t$.

2.2.7.3 Ροπές

2.2.7.3.1 Το κριτήριο της ελάχιστης απόκλισης ροπής (minimum moment aberration)

Ο Xu προτείνει σε άρθρο του, το 2003, ακόμη ένα κριτήριο με εφαρμογή σε σύνθετους κλασματικούς παραγοντικούς σχεδιασμούς αλλά και σε υπερκορεσμένα μοντέλα. Επισημαίνει, πως η διαφορά του νέου κριτηρίου, που ονομάζει ως κριτήριο της ελάχιστης απόκλισης ροπής είναι, πως δίνεται έμφαση στη σχέση μεταξύ των εκτελέσεων και όχι στη σχέση μεταξύ των παραγόντων. Το εν λόγω, λοιπόν, κριτήριο ελαχιστοποιεί διαδοχικά τις ροπές υψηλής τάξεως (power moments) του αριθμού των συμπτώσεων/ταυτίσεων μεταξύ των εκτελέσεων.

Πιο συγκεκριμένα, για ένα σύνθετο κλασματικό παραγοντικό (n, s^n) -σχεδιασμό $D = [r_{ij}]_{n \times n}$ και ένα θετικό διάνυσμα t , η t -οστής δυνάμεως ροπή ορίζεται ως:

$$K_t(D) = [n(n-1)/2]^{-1} \sum_{1 \leq i < j \leq n} [\delta_{ij}(D)]^t, \quad \{2.2.7.3.1.1\}$$

όπου η ποσότητα

$$\delta_{ij}(D) = \sum_{k=1}^n \delta(r_{ik}, r_{jk}),$$

αποτελεί τον αριθμό ταυτίσεων μεταξύ της i -οστής και j -οστής γραμμής, ενώ $\delta(x, y)$ είναι η συνάρτηση Δέλτα του Kronecker ή οποία λαμβάνει την τιμή 1, όταν ισχύει $x = y$ και την τιμή 0 σε κάθε διαφορετική περίπτωση. Αξίζει, ωστόσο να αναφερθεί πως στην αλγεβρική

θεωρία κωδίκων η διαφορά $n - \delta_{ij}(D)$ αποτελεί την απόσταση Hamming μεταξύ της i -οστής και j -οστής γραμμής.

Το διάνυσμα $(K_1(D), K_2(D), \dots)$ καλείται το διάνυσμα απόκλισης ροπής του σχεδιασμού D , η διαδοχική ελαχιστοποίηση του οποίου για $t = 1, 2, \dots$ οδηγεί στο κριτήριο της ελάχιστης απόκλισης ροπής ενός σύνθετου κλασματικού παραγοντικού σχεδιασμού. Για δύο κλασματικούς παραγοντικούς (n, s^n) -σχεδιασμούς D_1 και D_2 , ο σχεδιασμός D_1 λέγεται ότι έχει την μικρότερη απόκλιση ροπής από τον σχεδιασμό D_2 , εάν υφίσταται ένα t για $1 \leq t \leq n$, τέτοιο, ώστε $K_t(D_1) < K_t(D_2)$ και ταυτοχρόνως $K_i(D_1) = K_i(D_2)$ για $i = 1, \dots, t-1$. Παράλληλα, ο σχεδιασμός D_1 , λέγεται ότι, έχει την ελάχιστη απόκλιση ροπής, εάν δεν υπάρχει κανένας άλλος σχεδιασμός, που να έχει μικρότερη απόκλιση ροπής από τον ίδιο.

Στην περίπτωση συμμετρικών σχεδιασμών το κριτήριο της ελάχιστης απόκλισης ροπής είναι ισοδύναμο με το κριτήριο της γενικευμένης ελάχιστης απόκλισης.

Ειδικότερα, ισχύει ότι:

$$w^{-t} K_t(D) = \sum_{i=1}^t a_i A_i(D) + a_0, \quad \{2.2.7.3.1.2\}$$

όπου τα a_i είναι σταθερές εξαρτώμενες μόνο στις παραμέτρους t, n, m και s ενώ επιπλέον η παράμετρος καθοδήγησης a_t στη σχέση $\{2.2.7.3.1.2\}$ έχει θετική τιμή. Ως εκ τούτων, η διαδοχική ελαχιστοποίηση του διανύσματος των $K_t(D)$ για $t = 1, 2, \dots$ είναι ισοδύναμη με την διαδοχική ελαχιστοποίηση του διανύσματος των $A_t(D)$ για $t = 1, 2, \dots$

Ωστόσο, στην περίπτωση των μη συμμετρικών σχεδιασμών, λόγω των μεικτών επιπέδων, γίνεται η εισαγωγή βαρών και πιο συγκεκριμένα για ένα (n, s^n) -σχεδιασμό $D = [r_{ij}]_{n \times n}$, για την k -οστή στήλη γίνεται εκχώρηση βάρους $w_k > 0$ και ως εκ τούτου:

$$\delta_{ij}(D) = \sum_{k=1}^n w_k \delta(r_{ik}, r_{jk}),$$

είναι ο αριθμός των ταυτίσεων μεταξύ της i -οστής και j -οστής γραμμής.

Έτσι για (n, s_1, \dots, s_m) -σχεδιασμούς D τάξεως e , όπου στην περίπτωση της ισότητας των $w_k = \lambda_{s_t}$, για όλα τα k , αυτά αποκαλούνται για λόγους ευκολίας ως φυσικά βάρη, ισχύει ότι:

$$\lambda^{-1} K_t(D) = n(n-1)^{-1} t! A_t(D) + \gamma_t \quad \text{για } t = 1, \dots, e+1,$$

ενώ τέλος τα γ_t εξαρτώνται αποκλειστικά από τις παραμέτρους t, n, m και τα επίπεδα των παραγόντων s_1, \dots, s_m .

2.2.7.3.2 Το κριτήριο της ελάχιστης inner-product ροπής (minimum inner-product moment)

Έστω $I_t = \{u : wt(u) = t, u \in R\}$ για οποιοδήποτε θετικό ακέραιο t . Για ένα κλασματικό παραγοντικό (n, s_1, \dots, s_m) -σχεδιασμό D , ο ορθοκανονικός πίνακας συντελεστών των αντιθέσεων των κύριων επιδράσεων του σχεδιασμού μπορεί να δοθεί ως $X(D) = [\chi_u(x)]_{x \in D, u \in I_t}$, όπου $l = \sum_{j=1}^m (s_j - 1)$, δηλαδή γίνεται λόγος για έναν $n \times l$ πίνακα στον οποίο οι δείκτες των στηλών u είναι τοποθετημένοι σε διάταξη Yates.

Παράλληλα, έστω ότι t_i και t_j είναι διανύσματα μήκους $1 \times l$ που αντιπροσωπεύουν τις εκτελέσεις i και j , τότε η t -οστή ροπή του στοιχείου $T_{ij} = t_i t_j'$ προσδιορίζεται ως:

$$M_t(D) = n^{-2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n T_{ij}^t,$$

όπου $T_{ij} = \left[\begin{array}{c} T_{ij} \\ \vdots \\ T_{ij} \end{array} \right]_{n \times n} = X(D) X(D)'$.

Εφόσον το στοιχείο T_{ij} μετρά την αλγεβρική ορθογωνιότητα μεταξύ των εκτελέσεων i και j , αντιστοίχως οι ροπές $M_t(D)$ συνιστούν ένα συνολικό μέτρο της ορθογωνιότητας μεταξύ των πειραματικών εκτελέσεων του σχεδιασμού D . Το διάνυσμα $(M_1(D), M_2(D), \dots)$

καλείται από τους Ai, Li & Zhang (2005) ως το inner-product διάνυσμα ροπής. Το κριτήριο, που προτείνουν με την ονομασία κριτήριο ελάχιστης inner-product ροπής, προκύπτει από την διαδοχική ελαχιστοποίηση των ροπών $M_t(D)$ για $t = 1, 2, \dots$

Παράλληλα

$$M_t(D) = n^{-2} \sum_{j_1=1}^l \sum_{j_2=1}^l |J_{j_1, \dots, j_t}(D)|^2, \quad \{2.2.7.3.2.1\}$$

όπου $J_{j_1, \dots, j_t}(D) = \sum_{i=1}^n \prod_{k=1}^t X_{ij_k}$ αποτελεί μέτρο της ορθογωνιότητας μεταξύ των στηλών j_1, \dots, j_t του πίνακα $X(D) = [X_{ij}]_{n \times l}$. Η σχέση μεταξύ των δύο μέτρων ορθογωνιότητας T_{ij} και $J_{j_1, \dots, j_t}(D)$ δίνεται ευδιάκριτα από την $\{2.2.7.3.2.1\}$ σχέση.

Επιπροσθέτως, οι Ai, Li & Zhang (2005), καταλήγουν στη θεώρηση, πως για κλασματικούς παραγοντικούς (n, s_1, \dots, s_m) -σχεδιασμούς και φυσικά βάρη $w_k = \lambda_{s_t}$ το κριτήριο της ελάχιστης inner-product ροπής είναι ισοδύναμο με το κριτήριο της ελάχιστης απόκλισης ροπής, γεγονός που προκύπτει έμμεσα από την σχέση μεταξύ δ_{ij} και T_{ij} ως:

$$\delta_{ij} = \lambda(T_{ij} + m).$$

Ολοκληρώνοντας οδηγούνται στην πεποίθηση πως ειδικότερα για συμμετρικούς κλασματικούς παραγοντικούς σχεδιασμούς, το κριτήριο της ελάχιστης inner-product ροπής είναι ισοδύναμο με το κριτήριο της γενικευμένης ελάχιστης απόκλισης.

2.2.7.4 Επιδράσεις (Effects)

2.2.7.4.1 Το κριτήριο MaxC2

Για οποιονδήποτε κλασματικό παραγοντικό σχεδιασμό 2^{k-p} , έστω ότι C1 είναι ο αριθμός των καθαρών κύριων επιδράσεων και C2 είναι ο αριθμός των καθαρών επιδράσεων δεύτερης τάξεως. Όπως προαναφέρθηκε, στο προηγούμενο κεφάλαιο της παρούσας εργασίας, οι Wu &

Hamada (2009, 217) προτείνουν ανάμεσα στους σχεδιασμούς διακριτικής ικανότητας IV με γνωστές τις παραμέτρους k και p , να θεωρούνται καλύτεροι, εκείνοι με τον μεγαλύτερο αριθμό αλληλεπιδράσεων δύο παραγόντων. Φυσικά, ο εν λόγω κανόνας θεμελιώνεται από το γεγονός, πως οι σχεδιασμοί διακριτικής ικανότητας IV έχουν καθαρές όλες τις κύριες επιδράσεις, αλλά κάποιες αλληλεπιδράσεις δεύτερης τάξεως ταυτίζονται με άλλες αλληλεπιδράσεις δεύτερης τάξεως. Η μεγιστοποίηση του $C2$, λοιπόν, αποτελεί ένα τρόπο σύγκρισης και κατάταξης σχεδιασμών διακριτικής ικανότητας IV , που έχει μείνει στη διεθνή βιβλιογραφία με την ονομασία κριτήριο $MaxC2$, ενώ παράλληλα, οι σχεδιασμοί διακριτικής ικανότητας IV , που λαμβάνουν την μεγαλύτερη $MaxC2$ τιμή ονομάζονται σχεδιασμοί $MaxC2$.

Αξίζει να αναφερθεί, πως οι Mukerjee & Wu (2006, 63-84) επισημαίνουν περιπτώσεις κλασματικών παραγοντικών σχεδιασμών, που παρότι αποδεικνύονται $MaxC2$ σχεδιασμοί, παρόλα αυτά, τα αποτελέσματα του κριτηρίου της ελάχιστης απόκλισης δεν ισοδυναμούν με αυτά του κριτηρίου $MaxC2$. Ο αναγνώστης παραπέμπεται επιπροσθέτως στο έργο των Wu & Wu (2002), που δημιούργησαν λίστες με τις περιπτώσεις των σχεδιασμών διακριτικής ικανότητας IV , που έχουν ελάχιστη απόκλιση και ταυτοχρόνως είναι $MaxC2$ σχεδιασμοί αλλά και τις περιπτώσεις εκείνες, που δεν είναι λίγες, και στις οποίες το κριτήριο της ελάχιστης απόκλισης έρχεται σε αντιπαράθεση με το κριτήριο $MaxC2$. Σε κάθε τέτοια περίπτωση αντιπαράθεσης των δύο κριτηρίων, οι Mukerjee & Wu (2006) προτείνουν την πρωταρχική χρήση του κριτηρίου της ελάχιστης απόκλισης με τη δευτερογενή συνδρομή και χρήση των τιμών $C1$ και $C2$. Ωστόσο, το κριτήριο $MaxC2$ έρχεται σε αντιπαράθεση και με το κριτήριο της μέγιστης χωρητικότητας της εκτίμησης^{†††} (maximum estimation capacity), που παρουσιάζεται αναλυτικότερα σε επόμενη ενότητα του παρόντος κεφαλαίου, αφού όπως αποδεικνύουν οι Cheng, Steinberg & Sun (1999), οι Cheng & Mukerjee (1998), οι Mukerjee & Wu (2006) κ.α. τα κριτήρια της ελάχιστης απόκλισης και της μέγιστης χωρητικότητας της εκτίμησης βρίσκονται κατά κοινή ομολογία σε γενική συμφωνία.

2.2.7.4.2 Το κριτήριο των καθαρών επιδράσεων (clear effects criterion)

Είναι γεγονός, ότι σε έναν παραγοντικό σχεδιασμό οποιαδήποτε πρωθύστερη γνώση του πειραματιστή μπορεί να υποδείξει την πιθανότητα συγκεκριμένες επιδράσεις να είναι

^{†††} Για το εν λόγω κριτήριο βλ. στη σχετική ενότητα, που έπεται στην παρούσα εργασία.

σημαντικές, σε κάθε τέτοια περίπτωση είναι επιτακτικό η επιλογή του σχεδιασμού να είναι τέτοια, ώστε οι εν λόγω εν δυνάμει σημαντικές επιδράσεις, να μελετηθούν και να εκτιμηθούν επαρκώς και με αποτελεσματικότητα. Για παράδειγμα, μπορεί να υπάρχει μια αλληλεπίδραση μεταξύ ενός παράγοντα ελέγχου, όπως η διάμετρος μιας βίδα και ενός παράγοντα θορύβου όπως ο ρυθμός απελευθέρωσης αερίου στο χώρο παρασκευής, που να επηρεάζει την αντοχή του προϊόντος σε μη ελεγχόμενους παράγοντες, όπως οι έντονες διαφοροποιήσεις της θερμοκρασίας του εξωτερικού περιβάλλοντος στο οποίο τοποθετείται ενδεχομένως η βίδα. Η επιλογή λοιπόν ενός σχεδιασμού, που να επιτρέπει με βάση την διακριτική του ικανότητα ή με βάση άλλα κριτήρια, όπως η ελάχιστη απόκλιση την μελέτη τέτοιου τύπου αλληλεπιδράσεων, επιτάσσει οι επιδράσεις αυτές να μην συγχέονται με άλλες αλληλεπιδράσεις και άρα να είναι καθαρές.

Την έννοια των καθαρών (clear) επιδράσεων αλλά και των ελέγξιμων (eligible) επιδράσεων εισάγουν για πρώτη φορά οι Wu & Chen (1991, 9) αναφέροντας χαρακτηριστικά, ότι οι αλληλεπιδράσεις δεύτερης τάξεως αποκαλούνται ελέγξιμες όταν δεν συγχέονται με καμία κύρια επίδραση ενώ μεταξύ των ελέγξιμων αυτών αλληλεπιδράσεων καθαρές λογίζονται εκείνες που δεν συγχέονται με άλλες αλληλεπιδράσεις δεύτερης τάξεως. Οι καθαρές αλληλεπιδράσεις δεύτερης τάξεως είναι δυνατόν να εκτιμηθούν υπό την προϋπόθεση ότι οι αλληλεπιδράσεις τρίτης τάξεως και υψηλότερης απουσιάζουν από το μοντέλο. Σύμφωνα, λοιπόν, με το κριτήριο των καθαρών επιδράσεων η επιλογή των βέλτιστων σχεδιασμών γίνεται με κριτήριο την μεγιστοποίηση του αριθμού των καθαρών κύριων επιδράσεων και καθαρών αλληλεπιδράσεων δεύτερης τάξεως. Πρέπει, ωστόσο, να σημειωθεί, πως το εν λόγω κριτήριο μπορεί να εφαρμοστεί για την σύγκριση σχεδιασμών που δεν έχουν τον ίδιο αριθμό καθαρών κύριων επιδράσεων και καθαρών αλληλεπιδράσεων δεύτερης τάξεως.

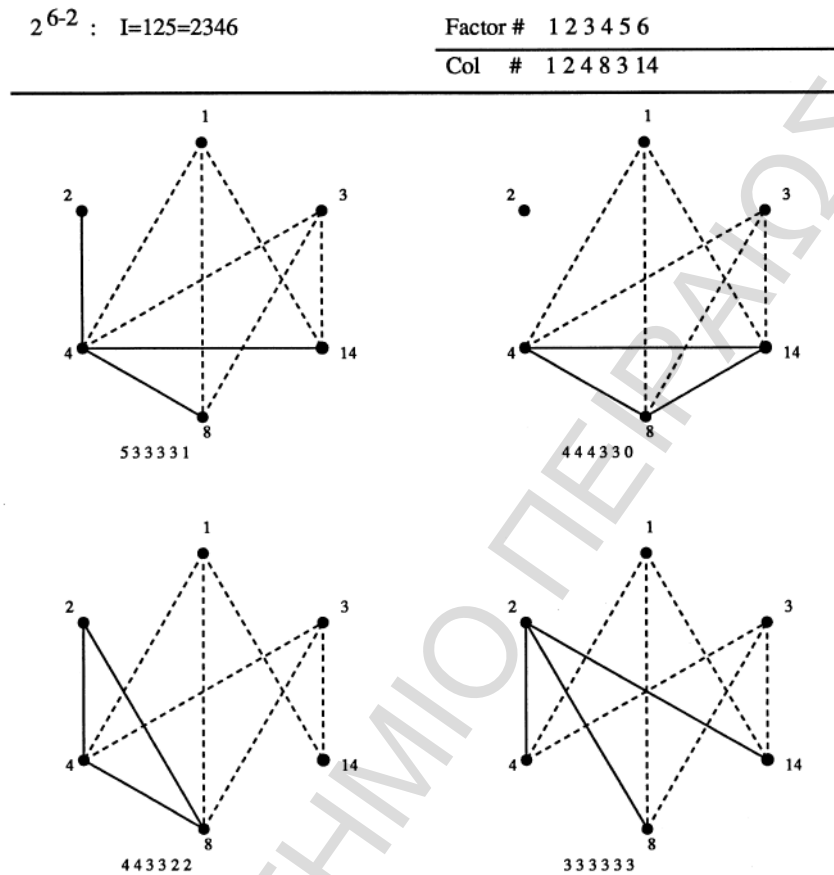
Για να διακρίνουν τους σχεδιασμούς με τον μεγαλύτερο αριθμό καθαρών κύριων επιδράσεων και καθαρών αλληλεπιδράσεων δεύτερης τάξεως, οι Wu & Chen, χρησιμοποιούν μια μέθοδο γραφικής απεικόνισης των σχεδιασμών, όπου αναπαρίστανται οι καθαρές επιδράσεις μέχρι δεύτερης τάξεως με συνεχή διαγράμμιση ενώ οι ελέγξιμες επιδράσεις με διακεκομμένη .

Για παράδειγμα στον απλό κλασματικό παραγοντικό σχεδιασμό 2^{6-2} με ορίζουσες σχέσεις τις $I = ABE = BCDF = ACDEF$ οι δεύτερης τάξεως αλληλεπιδράσεις AB, AE και BE είναι μη ελέγξιμες αφού συγχέονται με κύριες επιδράσεις. Μεταξύ των ελέγξιμων αλληλεπιδράσεων δεύτερης τάξεως οι αλληλεπιδράσεις BC, BD, CD συγχέονται αντίστοιχα με τις DF, CF, BF

και ως εκ τούτου καθαρές είναι μόνο οι εξής : AC, AD, AF, CE και EF . Για τον συγκεκριμένο σχεδιασμό οι Wu & Chen κατασκευάζουν, όπως παρουσιάζεται παρακάτω στο Σχήμα 2.4, τέσσερα μη ισόμορφα γραφήματα, το καθένα από τα οποία περιλαμβάνει διακεκομμένες διαγραμμίσεις για τις 6 καθαρές αλληλεπιδράσεις και 3 συνεχείς διαγραμμίσεις για τις ελέγξιμες αλληλεπιδράσεις.

Παράλληλα, οι Wu & Chen επισημαίνουν, πως το κριτήριο της ελάχιστης απόστασης, όπως αναδεικνύεται μέσω της μελέτης τους δεν οδηγεί πάντα σε βέλτιστους σχεδιασμούς με το μέγιστο δυνατό αριθμό καθαρών αλλά και ελέγξιμων αλληλεπιδράσεων δεύτερης τάξεως (Wu & Chen, 1991, 8). Όπως αναφέρουν και οι Wu & Wu σε κάποιες περιπτώσεις άλλα κριτήρια οδηγούν σε καλύτερους σχεδιασμούς συγκριτικά με το κριτήριο της ελάχιστης απόκλισης (Wu & Wu, 2002, 1496). Ωστόσο, καθότι, ο αριθμός των καθαρών επιδράσεων σχετίζεται άμεσα με την διακριτική ικανότητα ενός σχεδιασμού, οι Chen & Hedayat (1998), μελετούν σχεδιασμούς διακριτικής ικανότητας *III* και *IV* που περιέχουν καθαρές αλληλεπιδράσεις δεύτερης τάξεως. Ενώ αξίζει να σημειωθεί, όπως υπογραμμίζουν και οι Chen & Hedayat, πως σε ένα οποιοδήποτε σχεδιασμό $2^{k-(k-p)}$ διακριτικής ικανότητας *III* δεν υπάρχει καμία καθαρή επίδραση αλλά μπορεί κατά περίπτωση να διαγνωσθούν ελέγξιμες αλληλεπιδράσεις δεύτερης τάξεως. Αναλυτικότερα μάλιστα, παρέχουν στην μελέτη τους μια εκτενή γεωμετρική προσέγγιση ως απάντηση στο κείμενο ερώτημα του πόσες είναι σε ένα 2^{k-p} απλό κλασματικό παραγοντικό σχεδιασμό οι καθαρές επιδράσεις. Οι σχεδιασμοί MaxC2, όπως οι Wu & Wu, ονομάζουν τους σχεδιασμούς με το μέγιστο δυνατό αριθμό καθαρών αλλά και ελέγξιμων αλληλεπιδράσεων δεύτερης τάξεως έχουν μελετηθεί εκτενώς και από τους Wu & Hamada (2009), οι οποίοι δίνουν πίνακες με βάση τον αριθμό των εκτελέσεων για όλους τους δυνατούς απλούς κλασματικούς παραγοντικούς σχεδιασμούς με δύο επίπεδα, αποδίδοντας αναλυτικά ανά σχεδιασμό τις καθαρές επιδράσεις αυτού. Σε προέκταση, λοιπόν, του παραδείγματος του σχεδιασμού 2^{6-2} , που δόθηκε παραπάνω, υπάρχουν τρεις σχεδιασμοί διακριτικής ικανότητας 2_{III}^{6-2} και ο σχεδιασμός διακριτικής ικανότητας *IV* με ορίζουσα σχέση την $I = ABC = BCDF = ADEF$, που αφορά και στο Σχήμα 2.4.

Σχήμα 2.4: Η γραφική απεικόνιση των 4 ισόμορφων γραφημάτων του 2^{6-2} με ορίζουσα σχέση την $I = ABE = BCDF = ACDEF$ ($I = 125 = 2346 = 13456$)*



* Wu, C.F.J. & Chen, Y. (1991), *A graph-aided method for planning two level experiments when certain interaction are important*, IIQP-Research Report (RR-91-07), available online at <http://www.bisrg.uwaterloo.ca/archive/RR-91-07.pdf>, p. 28.

2.2.7.4.3 Το γενικό κριτήριο των ελάχιστων χαμηλότερης τάξεως ταυτίσεων (the general minimum lower-order confounding criterion)

Καθότι θεμελιώδης σκοπός κάθε πειραματικού σχεδιασμού είναι να εκτιμήσει όσο το δυνατόν περισσότερες επιδράσεις και ιδίως τις επιδράσεις χαμηλότερης τάξεως, δηλαδή κυρίως όλες τις κύριες επιδράσεις και τις αλληλεπιδράσεις δεύτερης τάξεως, οι Zhang, Li, Zhao & Ai (2008) καταπιάνονται με τη δημιουργία ενός νέου υποδείγματος $^{\#}C$ χαρτογράφησης των

ταυτόσημων επιδράσεων ενός σχεδιασμού. Γράφουν, χαρακτηριστικά, ότι ένας καλός σχεδιασμός πρέπει να ελαχιστοποιεί την σύγκυση μεταξύ χαμηλότερης τάξεως επιδράσεων και ταυτόχρονα να μεγιστοποιεί με αλληλουχία τα στοιχεία του ${}^{\#}C$.

Πιο συγκεκριμένα, έστω ότι ${}^{\#}C_j^{(m)}$ το σύνολο των i -οστής τάξεως επιδράσεων που είναι ταυτόσημες με τις i -οστής τάξεως επιδράσεις σε m βαθμό. Κάθε σχεδιασμός χαρακτηρίζεται από το σύνολο των παρακάτω στοιχείων:

$$\{ {}^{\#}C_j^{(m)}, i, j = 0, \dots, k, m = 0, 1, \dots, M_j \},$$

όπου $M_j = \binom{k}{j}$. Το εν λόγω σύνολο των χαρακτηριστικών αυτών αντιπροσωπεύει σε ένα σχεδιασμό το σύνολο των ταυτίσεων μεταξύ των επιδράσεων. Ωστόσο, επειδή σε έναν s^{k-p} απλό κλασματικό παραγοντικό σχεδιασμό το σύνολο των i -οστής τάξεως επιδράσεων ισούται με $\binom{k}{i}$, όσο μεγαλύτερο είναι το σύνολο ${}^{\#}C_j^{(0)}$, τόσο το λιγότερο σοβαρά θα συγχέονται i -οστής τάξεως επιδράσεις με j -οστής τάξεως. Ακολουθως, υπό την σκέπη της μεγιστοποίησης του ${}^{\#}C_j^{(0)}$ προκύπτει, ότι όσο μεγαλύτερο είναι το σύνολο ${}^{\#}C_j^{(1)}$, τόσο το λιγότερο σοβαρά θα συγχέονται i -οστής τάξεως επιδράσεις με j -οστής τάξεως καταλήγοντας στο ${}^{\#}C_j^{(m)}$. Οι Zhang, Li, Zhao & Ai κατατάσσοντας τα σύνολα ${}^{\#}C_j^{(m)}$ σύμφωνα με την αρχή της ιεραρχίας, κατά την οποία επιδράσεις χαμηλής τάξεως θεωρείται πιο πιθανό να είναι σημαντικές συγκριτικά με αλληλεπιδράσεις υψηλής τάξεως, οδηγούνται σε μια διάταξη που ονομάζουν ως aliased effect-number pattern ή εν συντομία aliased pattern και η οποία δίνεται ως:

$${}^{\#}C = ({}^{\#}C_{1,0}, {}^{\#}C_{2,1}, {}^{\#}C_{2,2}, {}^{\#}C_{1,2}, {}^{\#}C_{2,0}, {}^{\#}C_{3,1}, {}^{\#}C_{3,2}, {}^{\#}C_{3,3}, {}^{\#}C_{1,3}, {}^{\#}C_{2,3}, {}^{\#}C_{3,0}, {}^{\#}C_{4,1}, {}^{\#}C_{4,2}, {}^{\#}C_{4,3}, {}^{\#}C_{4,4}, {}^{\#}C_{1,4}, {}^{\#}C_{2,4}, {}^{\#}C_{3,4}, {}^{\#}C_{4,4}).$$

Ορίζουν, λοιπόν, το κριτήριο των ελάχιστων χαμηλότερης τάξεως ταυτίσεων, ως εξής: έστω ότι ${}^{\#}C_l$ είναι το l -οστό στοιχείο του ${}^{\#}C$ και ακόμη τα ${}^{\#}C(D_1)$ και ${}^{\#}C(D_2)$ τα aliased effect-number pattern των απλών κλασματικών παραγοντικών σχεδιασμών D_1 και D_2 αντίστοιχα. Υποθέτοντας ότι ${}^{\#}C_l$ είναι το πρώτο στοιχείο για το οποίο ισχύει ότι ${}^{\#}C_l(D_1) \neq {}^{\#}C_l(D_2)$. Στην

περίπτωση, που παράλληλα ισχύει ότι $\#C_l(D_1) > \#C_l(D_2)$, τότε τεκμαίρεται ότι ο σχεδιασμός D_1 παρουσιάζει σε γενικές γραμμές λιγότερες χαμηλότερης τάξεως ταυτίσεις συγκριτικά με τον D_2 . Ωστόσο, αν δεν υπάρχει εκτός από τον D_1 κανένας άλλος σχεδιασμός που να παρουσιάζει λιγότερες από αυτόν χαμηλότερης τάξεως ταυτίσεις, τότε ο σχεδιασμός D_1 θεωρείται, ότι έχει τον ελάχιστο αριθμό ταυτίσεων χαμηλότερης τάξεως. Τέλος, αξίζει να σημειωθεί, αν και είναι μάλλον αυταπόδεικτο, ότι ένας απλός s^{k-p} κλασματικός παραγοντικός σχεδιασμός με ελάχιστο αριθμό ταυτίσεων χαμηλότερης τάξεως έχει τη μέγιστη διακριτική ικανότητα απ' όλους τους υπόλοιπους s^{k-p} .

2.2.7.5 Προβολή (Projection)

2.2.7.5.1 Το κριτήριο V- Η τεκμηρίωση της προβολής της ελάχιστης G_2 απόκλισης

Ο Tang σε άρθρο του, το 2001, προτείνει μια μορφή τεκμηρίωσης της προβολής της ελάχιστης G_2 απόκλισης (projection justification of minimum G_2 aberration) από την οποία προκύπτει το επονομαζόμενο, ως κριτήριο V.

Έστω Z_k το σύνολο ακεραίων αριθμών $\{1, \dots, k\}$, εφόσον γίνεται λόγος για σχεδιασμούς με δύο επίπεδα $\{-1, 1\}$ τότε οι 2^k εκτελέσεις του πλήρους παραγοντικού σχεδιασμού δίνονται από το σύνολο των διανυσμάτων-γραμμών:

$$r_s = (r_{s_1}, \dots, r_{s_k}),$$

όπου

{2.2.7.5.1.1}

$$r_{sj} = \begin{cases} -1 & (j \in s) \\ 1 & \text{διαφορετικά,} \end{cases}$$

για όλα τα $s \subseteq Z_k$ και κάθε r_s αντιπροσωπεύει ένα σημείο στο πλέγμα των γραμμών $\{-1, 1\}^k$.

Ισοδύναμα ο σχεδιασμός D μπορεί να περιγραφεί από το διάνυσμα μήκους 2^k που δίνεται ως:

$$N = (N_\varnothing, N_{\{1\}}, N_{\{2\}}, N_{\{1,2\}}, N_{\{3\}}, N_{\{1,3\}}, N_{\{2,3\}}, N_{\{1,2,3\}}, N_{\{4\}}, N_{\{1,4\}}, \dots)^T.$$

Εφόσον, όπως χαρακτηριστικά αναφέρει ο Tang (2001), ο σχεδιασμός D καθορίζεται απόλυτα από το διάνυσμα N , ως εκ τούτου, κάθε διάνυσμα N μεγέθους 2^k , με μη αρνητικούς ακέραιους ως στοιχεία του, προσδιορίζει ένα σχεδιασμό $n = \sum_{s \subseteq Z_k} N_s$ εκτελέσεων. Ένα μέτρο της ομοιομορφίας του N , αποτελεί η δειγματική διακύμανση $(2^k - 1)^{-1} \sum_{s \subseteq Z_k} (N_s - \bar{N})^2$. Ο Tang, λοιπόν, αναζητά ένα μέτρο ισοδύναμο αλλά πιο αποτελεσματικό, βασιζόμενος στη σχέση μεταξύ των σημείων σχεδιασμού N και των j -χαρακτηριστικών. Πιο συγκεκριμένα, ισχύει ότι για ένα σχεδιασμό D , τα σημεία σχεδιασμού N και τα j -χαρακτηριστικά J συνδέονται διαμέσου της σχέσης $N = 2^{-k} HJ$ ή ισοδύναμα:

$$J = H^T N, \quad \{2.2.7.5.1.2\}$$

όπου H είναι ο πίνακας Hadamard που εμπεριέχει σε διάταξη Yates τη συλλογή όλων των προϊόντων Hadamard των στηλών του πίνακα C , ο οποίος δεν είναι παρά ένας πίνακας $2^k \times k$ που εμπεριέχει σε διάταξη Yates όλα τα διανύσματα-γραμμές των $\{-1,1\}^k$, όπως στην σχέση $\{2.2.7.5.1.1\}$. Ειδικότερα, σε σχέση με την $\{2.2.7.5.1.2\}$, ισχύει ότι

$$N_s = 2^{-k} h_s J = 2^{-k} \sum_{t \subseteq Z_k} h_{st} J_t, \quad \{2.2.7.5.1.3\}$$

όπου h_s είναι η s -οστή γραμμή του πίνακα H και h_{st} είναι η t -οστή εγγραφή του πίνακα h_s .

Έστω s ένα τυχαίο υποσύνολο από τα 2^k δυνατά υποσύνολα του Z_k , τέτοιο ώστε η πιθανότητα επιλογής οποιουδήποτε s να είναι ίση με $1/2^k$, τότε από τη σχέση $\{2.2.7.5.1.3\}$ προκύπτει ότι $N_s = 2^{-k} \sum_{t \subseteq Z_k} h_{st} J_t$, όπου h_{st} είναι τυχαία μεταβλητή που λαμβάνει τιμές -1 και

1, ενώ το J_t είναι σταθερά. Επιπροσθέτως, εφόσον ισχύει ότι ο πίνακας $H = (h_{st})$ είναι ένας Hadamard πίνακας με 1'ες στην πρώτη στήλη προκύπτει πως η συνδιακύμανση είναι $\text{cov}(h_{st_1}, h_{st_2}) = 0$ για όλα τα $t_1 \neq t_2$, η διακύμανση είναι $\text{var}(h_{st}) = 0$ εάν ισχύει ότι $t = \emptyset$,

ενώ σε κάθε διαφορετική περίπτωση $\text{var}(h_{s_t})=1$. Ως εκ τούτου, εφόσον $J_\varphi = n$ τότε $\text{var}(N_s) = 2^{-2k} (\sum_{t \subseteq Z_k} J_t^2 - n^2)$ και όπως αναφέρει ο Tang (2001) για να εξαρτάται αποκλειστικά η διακύμανση $\text{var}(N_s)$ από τον D τότε ένα μέτρο βελτιστοποίησης του σχεδιασμού D αποτελεί το:

$$V(D) = 2^{-2k} (\sum_{t \subseteq Z_k} J_t^2 - n^2). \quad \{2.2.7.5.1.4\}$$

Ένας σχεδιασμός D_1 θεωρείται καλύτερος από το σχεδιασμό D_2 εάν ισχύει ότι $V(D_1) < V(D_2)$. Σε γενικές γραμμές, όσο μικρότερη είναι η τιμή του $V(D)$ για ένα σχεδιασμό τόσο πιο ομοιόμορφα θεωρείται ότι κατανέμονται περισσότερα διακριτά (distinct) σημεία σχεδιασμού σε έναν πλήρη 2^k παραγοντικό σχεδιασμό, και όπως είναι γνωστό, ο αριθμός των διακριτών σημείων σχεδιασμού σχετίζεται άμεσα με την δυνατότητα ευρύτερης εκτίμησης (estimability) ενός σχεδιασμού.

Το μέτρο βελτιστοποίησης της σχέσης $\{2.2.7.5.1.4\}$ μπορεί να γενικευτεί προκειμένου να αξιολογεί τις προβολικές ιδιότητες ενός απλού κλασματικού παραγοντικού σχεδιασμού. Έστω, λοιπόν, ότι D_t είναι ο προβολόμενος σχεδιασμός στις στήλες για $t \subseteq Z_k$, εφαρμόζοντας την σχέση $\{2.2.7.5.1.4\}$ στον D_t προκύπτει ότι $V(D_t) = 2^{-2|t|} (\sum_{s \subseteq t} J_s^2 - n^2)$. Οι m -διάστατες προβολικές ιδιότητες του σχεδιασμού, κατά τον Tang (2001), δύνανται να μετρηθούν ως:

$$V_m(D) = 2^{-2m} \sum_{j=1}^m \binom{k-j}{m-j} \sum_{|t|=j} J_t^2.$$

Το διάνυσμα των $(V_1(D), \dots, V_k(D))$ παρέχει ένα μέτρο των προβολικών ιδιοτήτων σε διάφορες διαστάσεις. Εφόσον, ωστόσο, ισχύει ότι $V_m(D) = 0$ τότε ο σχεδιασμός είναι ένας ορθογώνιος σχηματισμός $OA(m)$ γεγονός, που υποδεικνύει, ότι όσο μικρότερη είναι η τιμή του $V_m(D)$, τόσο εγγύτερα βρίσκεται ο σχεδιασμός στις ιδιότητες ενός $OA(m)$. Σε γενικές γραμμές η τιμή του $V_m(D)$ παρέχει ένα μέτρο για την συνολική ομοιομορφία των m -διάστατων σχεδιασμών. Η διαδοχική ελαχιστοποίηση του διανύσματος $V_1(D), \dots, V_k(D)$

οδηγεί στο επονομαζόμενο ως κριτήριο V , το οποίο ο Tang (2001) αποδεικνύει ότι σχετίζεται με το κριτήριο της ελάχιστης G_2 απόκλισης αφού ισοδυναμεί με την ελαχιστοποίηση του διανύσματος των $(B_1(D), \dots, B_m(D))$.

2.2.7.5.2 Το κριτήριο WV της ελάχιστης διακύμανσης προβολής (*minimum projection variance*)

Οι Ai & Zhang (2004) οδηγούνται αντίστοιχα σε τεκμηρίωση της προβολής της ελάχιστης γενικευμένης απόκλισης, ακολουθώντας κατά γράμμα, την μεθοδολογία του Tang για την ανεύρεση ενός μέτρου βελτιστοποίησης των ιδιοτήτων προβολής και εν συνέχεια ανιχνεύοντας τη σχέση του συγκεκριμένου μέτρου με το κριτήριο της γενικευμένης ελάχιστης απόκλισης, όπως αυτό παρουσιάζεται στους Xu & Wu (2001).

Ένα μέτρο μέτρησης της βελτιστοποίησης ενός απλού κλασματικού παραγοντικού σχεδιασμού είναι το μέτρο της ομοιομορφίας του N , δηλαδή η δειγματική διακύμανση $(s_1 \dots s_k - 1)^{-1} \sum_{u \in G} (N_u - \bar{N})$, όπου $\bar{N} = n / (s_1, \dots, s_k)$. Ακολουθώντας τα χνάρια του Tang, οι Ai & Zhang, αναφέρουν πως το σημείο u αποτελεί ένα τυχαίο σημείο (ή μεταβλητή) που κατανέμεται ομοιόμορφα στο G , ώστε η πιθανότητα του u να αποτελεί οποιοδήποτε σημείο στο G να είναι ίση με $1 / (s_1 \dots s_k)$. Σε αυτή την περίπτωση, για την μέτρηση αυτής της ομοιομορφίας μπορεί να γίνει χρήση της διακύμανσης της τυχαίας μεταβλητής N_u . Έστω ότι $H = (h_{ut})$, τότε $N_u = (s_1, \dots, s_k)^{-1} \sum_{t \in G} h_{ut} J_t(D)$. Εφόσον, ισχύει ότι $H^T H = (s_1, \dots, s_k) E$ και ταυτοχρόνως η πρώτη στήλη του πίνακα H αποτελείται από όλες τις 1'ες, προκύπτει πως η συνδιακύμανση $\text{cov}(h_{st1}, h_{st2}) = 0$ για όλα τα $t_1 \neq t_2$, η διακύμανση είναι $\text{var}(h_{st}) = 0$ εάν ισχύει, ότι $t = (0, \dots, 0)$ ενώ σε κάθε διαφορετική περίπτωση $\text{var}(h_{ut}) = 1$. Ως εκ τούτων, $\text{Var}(N_u) = (s_1, \dots, s_k)^{-2} \left[\sum_{t \in G} J_t^2(D) - n^2 \right]$. Ακολουθώντας, εν συνεχεία, την μεθοδολογία του Tang, οι Ai & Zhang, αντικαθιστούν την $\text{Var}(N_u)$ με την $V(D)$ λαμβάνοντας ως ποσοτικό μέτρο της βελτιστοποίησης ενός σχεδιασμού το εξής:

$$V(D) = (s_1, \dots, s_k)^{-2} \left[\sum_{t \in G} J_t^2(D) - n^2 \right]. \quad \{2.2.7.5.2.1\}$$

Ένας σχεδιασμός D_1 θεωρείται καλύτερος από το σχεδιασμό D_2 , ακόμη και στην περίπτωση που και οι δύο σχεδιασμοί έχουν το ίδιο σύνολο διακριτών σημείων σχεδιασμού, εάν ισχύει, ότι $V(D_1) < V(D_2)$. Σε γενικές γραμμές, όσο μικρότερη είναι η τιμή του $V(D)$ για ένα σχεδιασμό τόσο πιο ομοιόμορφα θεωρείται ότι κατανέμονται περισσότερα διακριτά σημεία σχεδιασμού στο G και τόσο περισσότερα διακριτά σημεία σχεδιασμού τείνει να έχει το μοντέλο. Υπενθυμίζεται δε, ότι ο αριθμός των διακριτών σημείων σχεδιασμού σχετίζεται άμεσα με την δυνατότητα ευρύτερης εκτίμησης (estimability) ενός σχεδιασμού.

Το μέτρο βελτιστοποίησης της σχέσης {2.2.7.5.2.1} μπορεί να γενικευτεί προκειμένου να αξιολογεί τις προβολικές ιδιότητες ενός απλού κλασματικού παραγοντικού σχεδιασμού D . Έστω ότι s ένα υποσύνολο του, τότε D_s είναι ο προβαλλόμενος σχεδιασμός του D στους παράγοντες S . Εφαρμόζοντας την σχέση {2.2.7.5.2.1} στον προβαλλόμενο σχεδιασμό D_s , οι

Ai & Zhang, λαμβάνουν ως μέτρο βελτιστοποίησης του D_s τη διακύμανση $V(D_s) = \left(\prod_{i \in S} s_i^2 \right)^{-1} \cdot \left[\sum_{t \subseteq U_s} J_t^2(D) - n^2 \right]$ ***. Οι m -διάστατες προβολικές ιδιότητες του σχεδιασμού D , δύναται να μετρηθούν από το σταθμισμένο σύνολο όλων των $V(D_s)$ τιμών, που σε τελική μορφή μετά από αλγεβρικές πράξεις, δίνεται ως ακολούθως:

$$WV_m(D) = \frac{1}{\sum_{|S|=m} \prod_{i \in S} s_i^2} \sum_{j=1}^m \binom{k-j}{m-j} \sum_{t \in G, wt(t)=j} J_t^2(D).$$

Το διάνυσμα των $(WV_1(D), \dots, WV_m(D))$ παρέχει ένα μέτρο των προβολικών ιδιοτήτων του σχεδιασμού D σε διαστάσεις από 1 έως k . Επειδή, ωστόσο, οι προβολικές ιδιότητες ενός σχεδιασμού σε χαμηλότερες διαστάσεις θεωρούνται σημαντικότερες, η ελαχιστοποίηση

*** Για το U_s , οι Ai και Zhang, αναφέρουν χαρακτηριστικά πως ο προβαλλόμενος σχεδιασμός D_s του σχεδιασμού D στους παράγοντες S , καθορίζεται με μοναδικό τρόπο από τη συλλογή των $J_u(D)$ με $u \in U_s$, όπου $U_s = \{u = (u_1, \dots, u_k) : u \in G, u_i = 0 \text{ για κάθε } i \notin S\}$. Βλ., Ai & Zhang (2004), p. 284.

θεωρείται επιτακτική διαδικασία. Η διαδοχική, λοιπόν, ελαχιστοποίηση του διανύσματος $(WV_1(D), \dots, WV_m(D))$ οδηγεί στο επονομαζόμενο ως κριτήριο WV, το οποίο οι Ai και Zhang τεκμηριώνουν, ότι σχετίζεται με το κριτήριο της γενικευμένης ελάχιστης απόκλισης, αφού ισοδυναμεί με την ελαχιστοποίηση του διανύσματος των $(A_1(D), \dots, A_m(D))$ που αποτελεί το γενικευμένο πρότυπο μήκους λέξης του σχεδιασμού D .

Πιο συγκεκριμένα, τα διανύσματα των $(WV_1(D), \dots, WV_m(D))$ και $(A_1(D), \dots, A_m(D))$ συσχετίζονται γραμμικά μέσω της συνάρτησης:

$$WV_m(D) = n^2 2^{-2k} \binom{k}{m}^{-1} \binom{k-j}{m-j} A_j(D),$$

η οποία είναι, κατά τον Tang (2001), $\binom{k}{m}^{-1}$ φορές η τιμή της $V_m(D)$.

2.2.7.5.3 Το κριτήριο της προβολικής απόκλισης ροπής (moment aberration projection)

Οι Xu & Deng (2005) προτείνουν την χρήση μόνο μιας ροπής κάθε προβαλλόμενου σχεδιασμού ενός σχεδιασμού D , ως απλούστερη διαδικασία σύγκρισης και κατάταξης σύνθετων κλασματικών παραγοντικών σχεδιασμών, έναντι του υπολογισμού όλων των ροπών δυνάμεως με βάση τη σχέση {2.2.7.3.1.1}§§§§, που απαιτείται σύμφωνα με το κριτήριο της ελάχιστης απόκλισης ροπής. Εναλλακτικά, λοιπόν, η p -οστή ροπή για μια προβολή p -παραγόντων, ας συμβολιστεί ως K_p . Έστω, για την σχέση {2.2.7.3.1.1} ότι $t = p$, για οποιοδήποτε γνωστό p όπου $(1 \leq p \leq m)$, υπάρχουν $\binom{m}{p}$ p -παραγοντικές προβολές. Η κατανομή συχνοτήτων των τιμών της συνάρτησης K_p αυτών των προβολών ονομάζεται p -διάστατη K τιμών κατανομή και συμβολίζεται ως $F_p(D)$. Παράλληλα, έστω ότι

§§§§ Η t -οστής δυνάμεως ροπή ορίζεται ως: $K_t(D) = [n(n-1)/2]^{-1} \sum_{1 \leq i < j \leq n} [\delta_{ij}(D)]^t$ {2.2.4.3.1.} (βλ. σχετική αναφορά στην ενότητα του κριτηρίου της ελάχιστης απόκλισης ροπής).

$F = (f(x_1), \dots, f(x_c))$ και $G = (g(x_1), \dots, g(x_c))$ είναι δύο κατανομές συχνοτήτων, που λαμβάνουν c δυνατές τιμές σε φθίνουσα διάταξη $x_1 > \dots > x_c$, τότε δύναται να συγκριθεί διαδοχικά η κατανομή των στοιχείων τους και να προτιμηθεί εκείνη που ελαχιστοποιεί την συχνότητα της μεγαλύτερης τιμής. Πιο συγκεκριμένα, ισχύει ότι $F < G$, εφόσον υπάρχει ένα στοιχείο $i (1 \leq i \leq c)$ τέτοιο ώστε $f(x_i) < g(x_i)$ και $f(x_j) = g(x_j)$ για όλα τα $j < i$.

Για δύο οποιουσδήποτε, λοιπόν, σύνθετους κλασματικούς παραγοντικούς σχεδιασμούς D_1 και D_2 , για τους οποίους έστω p είναι ο μικρότερος ακέραιος, τέτοιος ώστε οι p -διάστατες K -τιμές κατανομών να είναι διαφορετικές, δηλαδή $F_p(D_1) \neq F_p(D_2)$. Ο σχεδιασμός D_1 λέγεται, ότι έχει τη μικρότερη προβολική απόκλιση ροπής από το σχεδιασμό D_2 , εφόσον ισχύει ότι $F_p(D_1) < F_p(D_2)$.

2.2.7.6 Χωρητικότητα της εκτίμησης (estimation capacity)

2.2.7.6.1 Το κριτήριο της μέγιστης χωρητικότητας εκτίμησης (maximum estimation capacity criterion)

Η χωρητικότητα της εκτίμησης^{****}, που εισήχθη ως όρος από τον Don X. Sun (1993) στο πλαίσιο της εκπόνησης της διδακτορικής του διατριβής στο πανεπιστήμιο του Waterloo στον Καναδά, αποτελεί ένα μέτρο της χωρητικότητας ενός s^{k-p} κλασματικού παραγοντικού σχεδιασμού D με σκοπό την αντιμετώπιση και εκτίμηση των διαφορετικών πιθανών μοντέλων, που συμπεριλαμβάνουν αλληλεπιδράσεις. Ο όρος χωρητικότητα της εκτίμησης αναφέρεται στη συνολική αποτελεσματικότητα ενός σχηματισμού να εκτιμά διαφορετικές επιδράσεις και πιο συγκεκριμένα στα σύνολο των επιδράσεων που είναι ελέγξιμες, καθарές και ισχυρώς καθарές (Wu & Hamada, 2009, 538). Πιο συγκεκριμένα, έστω ότι ενδιαφερόμαστε για μοντέλα από τα οποία απουσιάζουν αλληλεπιδράσεις τριών και περισσοτέρων παραγόντων, και για παράδειγμα μας ενδιαφέρουν κυρίως οι αλληλεπιδράσεις

**** Βλ. Σχετικά με την ανάλυση που ακολουθεί Cheng, C.-S., Steinberg, D. M. & Sun, D. X. (1999). Minimum aberration and model robustness for two level fractional factorial designs, Journal of the Royal Statistical Society, Series B, Vol. 61, pp. 85-93 και Cheng, C.-S. & Sun, D. X. (1995). Maximum estimation capacity and minimum aberration, Metrika, Volume 42, Issue 1, pp. 232-233.

k δευτέρας τάξεως για $1 \leq k \leq \binom{n}{2}$, αν συμβολίσουμε με $E_k(d)$ όλα τα πιθανά μοντέλα με τα παραπάνω χαρακτηριστικά, δηλαδή το σύνολο όλων των πιθανών μοντέλων, που περιλαμβάνουν τις κύριες επιδράσεις και όλες τις αλληλεπιδράσεις δύο παραγόντων. Τότε η συνάρτηση $E_k(d)$ δίνεται από τον παρακάτω τύπο:

$$E_k(d) = \sum_{1 \leq i_1 \leq \dots \leq i_k \leq f} \prod_{j=1}^k m_{i_j}(d), \text{ εφόσον ισχύει ότι } k \leq f.$$

Από απ' όπου προκύπτει πως η $E_k(d)$ είναι η συνάρτηση των $\underline{m}(d) = (m_1(d), \dots, m_f(d))$ για την οποία, επίσης, ισχύει ότι:

$$E_k(d) = 0 \text{ εφόσον ισχύει ότι } k > f.$$

Έστω, τώρα ότι

$$E'_k(d) = \frac{E_k(d)}{\binom{\frac{n(n-1)}{2}}{k}},$$

τότε, το διάνυσμα των $(E'_1(d), E'_2(d), \dots)$ αποτελεί την ακολουθία της χωρητικότητας εκτίμησης των d . Εκ κοινής, λοιπόν, λογικής είναι αντιληπτό, πως η τιμή της $E'_k(d)$ είναι επιθυμητό να είναι όσο το δυνατόν μεγαλύτερη, άρα ο σχεδιασμός D θα λέγεται, πως έχει τη μέγιστη χωρητικότητα της εκτίμησης, εφόσον μεγιστοποιεί την $E'_k(d)$ για όλες τις αλληλεπιδράσεις k δευτέρας τάξεως.

Ειδικότερα, ένας σχεδιασμός, έστω D_1 , λέγεται ότι υπερισχύει (dominate) από τον σχεδιασμό D_2 , εφόσον, ισχύει ότι $E'_k(D_1) \geq E'_k(D_2)$ για όλες τις αλληλεπιδράσεις k δευτέρας τάξεως με αυστηρή ανισότητα για τουλάχιστον μόνο ένα k . Για να ειπωθεί διαφορετικά, εάν το διάνυσμα $\underline{m}(D_1)$ είναι άνω ασθενώς πλεονάζον (upper weakly majorized) από το $\underline{m}(D_2)$ ^{††††} και παράλληλα το διάνυσμα $\underline{m}(D_1)$ δεν μπορεί να ληφθεί από

^{††††} Εφόσον ισχύει $\sum_{i=1}^t m(d_1) \geq \sum_{i=1}^t m(d_2)$ για κάθε $1 \leq k \leq t-1$ όπου $m_1(d_1) \leq m_2(d_1) \leq \dots \leq m_t(d_1)$ και $m_1(d_2) \leq m_2(d_2) \leq \dots \leq m_t(d_2)$ τότε το διάνυσμα των $\underline{m}(d_1)$ λέγεται ότι είναι άνω ασθενώς πλεονάζον από το διάνυσμα των $\underline{m}(d_2)$.

το διάνυσμα των $\underline{m}(D_2)$, τότε λέγεται ότι ο σχεδιασμός D_1 υπερισχύει από τον σχεδιασμό D_2 (Cheng, C.-S., Steinberg, D. M. & Sun, D. X., 1999).

Εφαρμογές σε σχεδιασμούς 16 και 32 εκτελέσεων υποδεικνύουν ότι το κριτήριο της μέγιστης χωρητικότητας εκτίμησης και το κριτήριο της ελάχιστης απόκλισης καταλήγουν σε παρόμοια αποτελέσματα (Cheng, C.-S., Steinberg, D. M. & Sun, D. X., 1999, 89). Στον Πίνακα 2.2 που δίνεται παρακάτω των Chen & Cheng απεικονίζονται οι τιμές των $m_1(D), \dots, m_f(D)$ για σχεδιασμούς ελάχιστης απόκλισης 32 εκτελέσεων με $9 \leq k \leq 29$.

Πίνακας 2.2: Το διάνυσμα των $m_1(d), \dots, m_f(d)$ για την ελάχιστη απόκλιση $2^{k-(k-5)}$ σχεδιασμών με $9 \leq k \leq 29$ *

$2^{k-(k-5)}$	k	R	f	$m_1(d), \dots, m_f(d)$
2^{9-4}	9	IV	22	1,1,1,1,1,1,1,1,2,2,2,2,2,2,2,2,2,2,2,2,4,0
2^{10-5}	10	IV	21	2,5
2^{11-6}	11	IV	20	3,3,3,3,3,4,4,4,4,4,4,4,4,4,4,0,0,0,0
2^{12-7}	12	IV	19	4,4,4,4,4,4,4,4,4,5,5,5,5,5,5,0,0,0,0
2^{13-8}	13	IV	18	5,5,5,5,5,5,5,5,5,5,5,5,5,5,6,6,6,0,0,0
2^{14-9}	14	IV	17	6,6,6,6,6,6,6,6,6,6,6,6,6,6,6,6,7,0,0
2^{15-10}	15	IV	16	7,7,7,7,7,7,7,7,7,7,7,7,7,7,7,7,7,0
2^{16-11}	16	IV	15	8,8,8,8,8,8,8,8,8,8,8,8,8,8,8,8,8
2^{17-12}	17	III	14	8,8,8,8,8,8,8,8,8,8,8,8,8,8,8
2^{18-13}	18	III	13	8,8,8,8,8,8,8,8,8,8,8,8,8,8,9
2^{19-14}	19	III	12	8,8,8,8,8,8,8,8,8,8,9,9,9,9
2^{20-15}	20	III	11	8,8,8,8,8,9,9,9,9,9,9
2^{21-16}	21	III	10	9,9,9,9,9,9,9,9,9,9
2^{22-17}	22	III	9	8,8,10,10,10,10,10,10,11
2^{23-18}	23	III	8	8,11,11,11,11,11,11,11
2^{24-19}	24	III	7	12,12,12,12,12,12,12
2^{25-20}	25	III	6	12,12,12,12,12,12
2^{26-21}	26	III	5	12,12,12,12,13
2^{27-22}	27	III	4	12,13,13,13
2^{28-23}	28	III	3	14,14,14
2^{29-24}	29	III	2	14,14

*Chen, H.H. & Cheng, C.S. (2012), Minimum aberration and related criteria for fractional factorial designs in Hinkelmann, K. (ed.), *Design and Analysis of Experiments: Special Designs and Applications*, Volume 3, Wiley Series in Probability and Statistics, John Wiley & Sons Inc., New Jersey, p. 306.

2.3 Κριτήρια που αφορούν στην εκτίμηση των παραμέτρων δοθέντος μοντέλου (model-based criteria)

Στην παρούσα ενότητα παρουσιάζονται κριτήρια που αφορούν στην εκτίμηση των παραμέτρων ενός δοθέντος μοντέλου τα οποία χρησιμοποιήθηκαν για την αξιολόγηση συγκεκριμένων σχεδιασμών. Κρίνεται απαραίτητο να αναφερθεί πως για την εν λόγω αξιολόγηση κατέστη αναγκαία η διαμόρφωση του πίνακα σχεδιασμού για κάθε μη ισόμορφο ορθογώνιο σχηματισμό με την προσθήκη όλων των απαιτούμενων στηλών που

ανταποκρίνονται στις αλληλεπιδράσεις δεύτερης τάξεως και επιπροσθέτως μια στήλης 1'ων που ανταποκρίνεται στο γενικό μέσο. Το μοντέλο, λοιπόν, που χρησιμοποιήθηκε στην παρούσα ανάλυση αποτελείται από το γενικό μέσο, τις κύριες επιδράσεις και τις αλληλεπιδράσεις δεύτερης τάξεως. Προφανώς η χρήση διαφορετικού μοντέλου στους ίδιους σχεδιασμούς θα δώσει διαφορετικές τιμές των κριτηρίων που παρουσιάζονται.

2.3.1 Οι βαθμοί της ελευθερίας

Οι παρατηρήσεις του εξωτερικού περιβάλλοντος ενός παραγοντικού περάματος μπορούν να περιγραφούν από ένα μοντέλο (για την ανάλυση που ακολουθεί βλ. Montgomery, 2013, Chapter 5), οι τρόποι γραφής του οποίου ποικίλλουν. Στο πλαίσιο, ωστόσο, του παρόντος εγχειρήματος με σκοπό να δοθεί μεγαλύτερη τριβή στον αναγνώστη για την έννοια των βαθμών ελευθερίας, θα παρουσιαστεί η περίπτωση ενός μοντέλου επιδράσεων (effect model):

$$y_{ijk} = \mu + \tau_i + \beta_j + (\tau\beta)_{ij} + \varepsilon_{ijk} \begin{cases} i = 1, 2, \dots, \alpha \\ j = 1, 2, \dots, b, \\ k = 1, 2, \dots, n \end{cases}$$

όπου μ είναι ο συνολικός μέσος, τ_i είναι η επίδραση του i -οστού επιπέδου του παράγοντα A , β_j είναι η επίδραση του j -οστού επιπέδου του παράγοντα B , $(\tau\beta)_{ij}$ είναι η επίδραση της αλληλεπίδρασης μεταξύ των επιπέδων των δύο παραγόντων τ_i, β_j και τέλος ε_{ijk} είναι το στοιχείο του τυχαίου σφάλματος. Για παράδειγμα, λοιπόν, στον Πίνακα 2.3 που ακολουθεί δίνεται μια γενική περιγραφή ενός παραγοντικού σχεδιασμού δύο παραγόντων.

Πίνακας 2.3: Γενική περιγραφή ενός παραγοντικού σχεδιασμού δύο παραγόντων*

		<i>Παράγοντας B</i>				
		1	2	...	b	
Παράγοντας A	1	$y_{111}, y_{112}, \dots, y_{11n}$	$y_{121}, y_{122}, \dots, y_{12n}$...	$y_{1b1}, y_{1b2}, \dots, y_{1bn}$	
	2	$y_{211}, y_{212}, \dots, y_{21n}$	$y_{221}, y_{222}, \dots, y_{22n}$...	$y_{2b1}, y_{2b2}, \dots, y_{2bn}$	
		
	α	$y_{\alpha 11}, y_{\alpha 12}, \dots, y_{\alpha 1n}$	$y_{\alpha 21}, y_{\alpha 22}, \dots, y_{\alpha 2n}$...	$y_{\alpha b1}, y_{\alpha b2}, \dots, y_{\alpha bn}$	

* Montgomery, D.C. (2013). Design and Analysis of Experiments (8th Edition), John Wiley & Sons Singapore Pte. Ltd., Asia, p.189.

Το συνολικό άθροισμα των τετραγώνων για την στατιστική ανάλυση του παραπάνω σχεδιασμού διασπάται στο άθροισμα των τετραγώνων που προκύπτει από τις γραμμές, δηλαδή του παράγοντα $A(SS_A)$, στο άθροισμα των τετραγώνων που προκύπτει από τις στήλες, δηλαδή του παράγοντα $B(SS_B)$, στο άθροισμα των τετραγώνων που προκύπτει από την αλληλεπίδραση των δύο παραγόντων A και B (SS_{AB}) και τέλος στο άθροισμα των τετραγώνων που προκύπτει από το συνολικό σφάλμα (SS_E). Παράλληλα, στον Πίνακα 2.4, που ακολουθεί, παρουσιάζεται η ανεπτυγμένη μορφή της στατιστικής ανάλυσης της διασποράς του συγκεκριμένου μοντέλου.

Πίνακας 2.4: Η ανάλυση του πίνακα της διασποράς για το μοντέλο επιδράσεων του παραγοντικού σχεδιασμού με δύο παράγοντες*

<i>Πηγή διασποράς</i>	<i>Άθροισμα Τετραγώνων</i>	<i>Βαθμοί Ελευθερίας</i>	<i>Μέσο Τετράγωνο</i>	<i>F₀</i>
Συνδυασμός των επιπέδων του παράγοντα A	SS_A	$a - 1$	$MS_A = \frac{SS_A}{a - 1}$	$F_0 = \frac{MS_A}{MS_E}$
Συνδυασμός των επιπέδων του παράγοντα B	SS_B	$b - 1$	$MS_B = \frac{SS_B}{b - 1}$	$F_0 = \frac{MS_B}{MS_E}$
Αλληλεπίδραση	SS_{AB}	$(a - 1)(b - 1)$	$MS_{AB} = \frac{SS_{AB}}{(a - 1)(b - 1)}$	$F_0 = \frac{MS_{AB}}{MS_E}$
Σφάλμα	SS_E	$ab(n - 1)$	$MS_E = \frac{SS_E}{ab(n - 1)}$	-
Σύνολο	SS_T	$(abn) - 1$	-	-

* Montgomery, D.C. (2013). Design and Analysis of Experiments (8th Edition), John Wiley & Sons Singapore Pte. Ltd., Asia, p.192.

Ωστόσο καθότι στα πλαίσια της παρούσας ανάλυσης εστιάζουμε αποκλειστικά σε απλούς και σύνθετους κλασματικούς παραγοντικούς σχεδιασμούς με δύο επίπεδα και συγκεκριμένα στους βαθμούς ελευθερίας της ανάλυσης της διασποράς, στον παρακάτω Πίνακα 2.5 παρουσιάζεται η ανάλυση διασποράς ενός 2^k παραγοντικού σχεδιασμού.

Πίνακας 2.5: Η ανάλυση διασποράς για έναν 2^k παραγοντικό σχεδιασμό*

Πηγή διασποράς	Άθροισμα Τετραγώνων	Βαθμοί Ελευθερίας
k κύριες επιδράσεις		
A	SS_A	1
B	SS_B	1
⋮	⋮	⋮
K	SS_K	1
$\binom{k}{2}$ αλληλεπιδράσεις δεύτερης τάξεως		
AB	SS_{AB}	1
AC	SS_{AC}	1
⋮	⋮	⋮
JK	SS_{JK}	1
$\binom{k}{3}$ αλληλεπιδράσεις τρίτης τάξεως		
ABC	SS_{ABC}	1
ABD	SS_{ABD}	1
⋮	⋮	⋮
IJK	SS_{IJK}	1
⋮	⋮	⋮
$\binom{k}{k}$ αλληλεπιδράσεις k τάξεως		
ABC...K	$SS_{AB...K}$	1
Σφάλμα	SS_E	$2^k(n-1)$
Σύνολο	SS_T	$n2^k - 1$

* Montgomery, D.C. (2013). Design and Analysis of Experiments (8th Edition), John Wiley & Sons Singapore Pte. Ltd., Asia, p. 254.

Από την παρουσίαση των παραπάνω είναι δυνατό να συνειδητοποιήσει ο αναγνώστης, πως οι βαθμοί ελευθερίας αποτελούν έναν σημαντικό, θα μπορούσε να ειπωθεί, περιορισμό στις επιλογές του εκάστοτε πειραματιστή, αφού είναι σχεδόν αδύνατη η πλήρης εκτέλεση σχεδιασμών με πολλούς παράγοντες πολλών επιπέδων. Στους κλασματικούς, ωστόσο παραγοντικούς σχεδιασμούς, που λειτουργούν βοηθητικά, ως προς το παραπάνω πρόβλημα είναι εξίσου απαραίτητη η φειδωλότητα στην επιλογή των επιδράσεων εκείνων, που κρίνονται απαραίτητο να μελετηθούν σε συνδυασμό με την επιλογή του βέλτιστου σχεδιασμού στον οποίο θα υπάρχει το απαραίτητο πλεόνασμα βαθμών ελευθερίας το οποίο θα επιτρέπει αποτελεσματικά την εκτίμησή τους. Όπως χαρακτηριστικά αναφέρουν οι Evangelaras & Koukouninos (2004), εφόσον κάθε μεμονωμένη εκτέλεση του πειράματος παρέχει έναν βαθμό ελευθερίας για την εκτίμηση ενός παράγοντα, είναι ξεκάθαρο, πως σχεδιασμοί με πολλές μεμονωμένες εκτελέσεις προτιμώνται έναντι άλλων αφού είναι εις θέση να επεξεργάζονται και να εκτιμούν περισσότερους ενεργούς παράγοντες και αλληλεπιδράσεις αυτών. Παράλληλα, όπως επίσης αναφέρουν, οι σχεδιασμοί με πολλές μεμονωμένες εκτελέσεις έχουν υψηλότερη αποδοτικότητα $D^{####}$.

Εν κατακλείδι, επισημαίνουν πως το συγκεκριμένο κριτήριο των βαθμών ελευθερίας ενός σχεδιασμού δεν έχει λάβει σε γενικές γραμμές στην διεθνή βιβλιογραφία την απαραίτητη απήχηση, αναδεικνύοντας την αρμόζουσα απήχηση που καταλαμβάνει το εν λόγω κριτήριο στους Kounias & Salmaso (1998), οι οποίοι προβαίνουν σε εκτενή αναφορά σε αυτό συνδυαστικά και με άλλα κριτήρια. Πιο συγκεκριμένα, οι Kounias & Salmaso αναδεικνύουν περιπτώσεις, όπου τα κριτήρια των βέλτιστων ροπών, αλλά και ο συνδυασμός των κριτηρίων της μέγιστης διακριτικής ικανότητας και ελάχιστης απόκλισης δεν καταλήγουν στους βέλτιστους δυνατούς σχεδιασμούς. Καθότι, όπως χαρακτηριστικά, αναφέρουν ο βέλτιστος σχεδιασμός πρέπει να έχει το μέγιστο αριθμό καθαρών κύριων επιδράσεων, ενώ μεταξύ σχεδιασμών με τον ίδιο αριθμό κύριων επιδράσεων πρέπει να επιλέγεται εκείνος, που έχει τον μεγαλύτερο αριθμό καθαρών αλληλεπιδράσεων δεύτερης τάξεως. Σε αυτό, λοιπόν, το στάδιο είναι σχεδόν επιτακτική η επιλογή εκείνου του σχεδιασμού με τους περισσότερους βαθμούς ελευθερίας (Kounias & Salmaso, 1998, 62).

Για το συγκεκριμένο κριτήριο βλ. σε επόμενη ενότητα του παρόντος κεφαλαίου.

2.3.2 Το κριτήριο $|X'X|$ και το κριτήριο της ελαχιστοποίησης του ίχνους του $|X'X|^{-1}$

Η ιστορία του κριτηρίου μεγιστοποίησης της ορίζουσας του πίνακα πληροφορίας ενός δοθέντος μοντέλου $|X'X|$ στο σχεδιασμό πειραμάτων έχει τις ρίζες σχεδόν πριν έναν αιώνα στη δουλειά του Smith (1916) ενώ ο Kiefer (1961) μισό αιώνα αργότερα διαπίστωσε, πως ένας σχεδιασμός, που μεγιστοποιεί την ορίζουσα του $|X'X|$, ταυτοχρόνως ελαχιστοποιεί την μέγιστη διακύμανση κάθε εκτιμώμενης παραμέτρου, όπως αυτή λαμβάνεται μέσω παλινδρόμησης. Το εν λόγω κριτήριο αποτελεί τον πρόδρομο του κριτηρίου της D αποδοτικότητας, που παρουσιάζεται εκτενώς στην επόμενη ενότητα του παρόντος κεφαλαίου.

Ειδικότερα (για την ανάλυση που ακολουθεί βλ. Box & Draper, 1969), έστω, ότι το γενικευμένο μη γραμμικό μοντέλο μπορεί να οριστεί ως:

$$Y = f(\underline{x}, \underline{\theta}) + \varepsilon,$$

όπου $\underline{x} = (x_1, x_2, \dots, x_k)'$ αποτελεί το διάνυσμα των k μεταβλητών, $\underline{\theta} = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_p)'$ αποτελεί το διάνυσμα των p παραμέτρων, που πρόκειται να εκτιμηθούν και τέλος ε το πειραματικό σφάλμα, που ακολουθεί την κανονική κατανομή με μέσο μηδέν και σταθερή διακύμανση σ^2 . Ο πίνακας \underline{X} μεγέθους $n \times p$ προσδιορίζεται ως:

$$\underline{X} = \{X_{uj}\} = \left\{ \frac{\partial f(\underline{x}_u, \underline{\theta})}{\partial \theta_j} \right\} \quad \text{για} \quad \begin{matrix} u = 1, 2, \dots, n \\ j = 1, 2, \dots, p, \end{matrix}$$

όπου $\underline{x}_u = (x_{1u}, x_{2u}, \dots, x_{ku})'$ αποτελεί το διάνυσμα των συνδυασμών των επιπέδων των παραγόντων.

Με βάση το κριτήριο $|X'X|$, όπως το επονομάζουν οι Box & Draper, βέλτιστος θεωρείται ο σχεδιασμός που έχει:

$$\det|X'X|^{-1} = \min_{J_n Q_n} (|X'X|^{-1}),$$

όπου τα $J_n Q_n$ αντιπροσωπεύουν το σύνολο των πινάκων J_n που είναι δυνατόν να επιλεγούν από τον πίνακα Q_n (matrix of candidate points) (de Aguiar, Bourguignon, et.al., 1995).

Σε μη γραμμικά μοντέλα, αξίζει να αναφερθεί, πως η ορίζουσα του $|X'X|$ ουσιαστικά εμπλέκει και τις άγνωστες παραμέτρους του μοντέλου. Δύο βασικά πλεονεκτήματα του κριτηρίου $|X'X|$ είναι αφενός, πως ελαχιστοποιεί τη γενικευμένη διακύμανση των παραμέτρων, που εκτιμώνται και αφετέρου πως το μοντέλο, που λαμβάνεται δεν επηρεάζεται/μεταβάλλεται σε αλλαγές, που υπόκειται στην κλίμακα μέτρησης των παραμέτρων.

Πλεονεκτήματα που δεν μοιράζεται εξίσου το κριτήριο ελαχιστοποίησης του ίχνους (trace) του πίνακα $|X'X|^{-1}$, δηλαδή του αθροίσματος των στοιχείων της κύριας διαγωνίου του πίνακα, όπου:

$$tr|X'X|^{-1} = \min_{J_n Q_n} tr|X'X|^{-1}.$$

Ο Chernoff (1953, 589) αναφέρεται συγκεκριμένα στο κριτήριο ελαχιστοποίησης του ίχνους (trace) του πίνακα $|X'X|^{-1}$ χαρακτηρίζοντάς το ως ένα κριτήριο «θορύβου» (sound criterion) για την επιλογή ενός καλού σχεδιασμού. Ενώ ο Nguyen (1996) επισημαίνει πως υπάρχει ισοδυναμία μεταξύ της ελαχιστοποίησης του ίχνους του πίνακα $|X'X|^2$ και της ελαχιστοποίησης του $\sum_{i>j} s_{ij}^2$, όπου τα s_{ij}^2 αποτελούν τα στοιχεία στην i -οστή στήλη και την j -οστή γραμμή του πίνακα $|X'X|^2$.

Εν κατακλείδι, να αναφερθεί πως ένας σχεδιασμός που έχει τη μεγαλύτερη δυνατή ορίζουσα του πίνακα $|X'X|$ με βάση το πρώτο κριτήριο της ενότητας ονομάζεται D -βέλτιστος σχεδιασμός ενώ ένας σχεδιασμός που καταφέρνει να έχει κατ' ελάχιστη τιμή στο ίχνος του πίνακα $|X'X|^{-1}$ ονομάζεται A -βέλτιστος σχεδιασμός.

2.3.3 Τα κριτήρια της αποδοτικότητας D και D_s

Οι Wang και Wu (1995), προεκτείνοντας το έργο των Box και Hunter (1961), οι οποίοι απέδειξαν, ότι οποιοσδήποτε κλασματικός παραγοντικός σχεδιασμός διακριτικής ικανότητας R έχει την ιδιότητα, όταν προβληθεί σε $R-1$ παράγοντες, να αποτελεί ένα πλήρες παραγοντικό σχέδιο, προτείνουν ότι οι τύπου Plackett-Burman και ισοδύναμοι σύνθετοι κλασματικοί σχεδιασμοί έχουν μια ανάλογη κρυφή προβολική ιδιότητα, περισσότερες πληροφορίες για την οποία ο αναγνώστης βρίσκει στο προηγούμενο κεφάλαιο του παρόντος. Ωστόσο τα ερωτήματα που εγείρονται είναι: *πρώτον* αν επρόκειτο να μελετηθούν k παράγοντες, ποιες k στήλες πρέπει να ανατεθούν στους k αυτούς παράγοντες; Και εφόσον για κάθε τοποθέτηση/ανάθεση η ανάλυση των κύριων επιδράσεων αποκαλύψει πως μόνο k_1 (για $k_1 < k$) παράγοντες είναι στατιστικά σημαντικοί τότε *δεύτερον* αν επρόκειτο να μελετηθούν k_1 παράγοντες, ποιες k_1 στήλες πρέπει να ανατεθούν στους k_1 αυτούς παράγοντες; Ανακύπτει, λοιπόν, η ανάγκη ύπαρξης ενός μέτρου αποδοτικότητας για τους σκοπούς των συγκρίσεων των ως άνω επιλογών. Οι Wang και Wu, έτσι υιοθετούν το κριτήριο της αποδοτικότητας D για την μέτρηση της συνολικής αποδοτικότητας της συλλογής των επιδράσεων και το κριτήριο της D_s αποδοτικότητας για την εκτίμηση της αποδοτικότητας κάθε μεμονωμένης επίδρασης.

Χρησιμοποιώντας την εκδοχή των Evangelaras & Koukouninos (2004) ως προς τα κριτήρια των Wang και Wu το κριτήριο της αποδοτικότητας D για την μέτρηση της συνολικής αποδοτικότητας της συλλογής των επιδράσεων είναι:

$$|X'X|^{1/m+1},$$

όπου $X = [1/\|1\|, x_1/\|x_1\|, \dots, x_m/\|x_m\|]$, $\mathbf{1}$ είναι το διάνυσμα στήλη των 1'ων που ανταποκρίνονται στο γενικό μέσο και x_i είναι το διάνυσμα συντελεστής της i -οστής επίδρασης, που μελετάται στο δοθέν μοντέλο. Αντίστοιχα για την εκτίμηση κάθε μεμονωμένης επίδρασης γίνεται χρήση του παρακάτω κριτηρίου D_s για την εκτίμηση της αποτελεσματικότητάς της:

$$\{x_i'x_i - x_i'X_{(i)}(X_{(i)}'X_{(i)})^{-1}X_{(i)}'x_i\}/x_i'x_i,$$

όπου τα $X_{(i)}$ προκύπτουν από τα X μέσω διαγραφής του x_i .

Όπως αναφέρουν χαρακτηριστικά οι Evangelaras & Koukouninos (2004, 7), είναι προφανές, πως ένα σχεδιασμός με πολλές ξεχωριστές εκτελέσεις και υψηλές τιμές των κριτηρίων D και D_s αποδοτικότητας, παρέχει την δυνατότητα εκτίμησης όσο το κατά δύναμη περισσότερων κύριων επιδράσεων και όσο το δυνατόν περισσότερων αλληλεπιδράσεων δεύτερης τάξεως εφόσον το δοθέν μοντέλο είναι αυτό που περιλαμβάνει τις κύριες επιδράσεις και τις αλληλεπιδράσεις δεύτερης τάξεως.

2.3.4 Απώλεια των μέτρων ορθογωνιότητας

Έστω X ένας πίνακας $n \times m$ ενός μοντέλου με n γραμμές και m στήλες με δύο επίπεδα, κάθε στήλη του οποίου έχει $\frac{1}{2}n$ 1'ες (ή μεγαλύτερης τάξεως τιμές) και $\frac{1}{2}n$ -1'ες (ή χαμηλότερης τάξεως τιμές (για $m \geq n-1$) και το s_{ij} αποτελεί το στοιχείο στην i -οστή στήλη και την j -οστή γραμμή του πίνακα $|X'X|$.

Οι Booth και Cox (1962) προτείνουν ως κριτήριο για την σύγκριση υπερκορεσμένων σχεδιασμών την ελαχιστοποίηση της μέσης τιμής της μη-ορθογωνιότητας του πίνακα $|X'X|$, η οποία συμβολίστηκε από τους ίδιους ως $E(s^2)$ ή $ave(s^2)$ με βάση αναφορές τις διεθνούς βιβλιογραφίας όπως Evangelaras & Koukouninos (2004), όπου:

$$ave(s^2) = \sum_{i>j} s_{ij}^2 / \binom{m}{2}.$$

Στη διεθνή βιβλιογραφία έχουν προταθεί διάφορες τιμές της $ave(s^2)$ ως βέλτιστες για υπερκορεσμένους σχεδιασμούς (βλ. σχετικά και Liu & Zhang, 2000), οι πιο γνωστές εκ των οποίων είναι:

- του Ngueyn, που προτείνει ως βέλτιστη ποσότητα της μέσης τιμής της μη-ορθογωνιότητας του πίνακα $|X'X|$ την

$$ave(s^2) = \frac{n^2(m-n+1)}{((n-1)(m-1))},$$

και αναφέρει χαρακτηριστικά, πως η εν λόγω τιμή μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως ένα κατώτερο φράγμα της $ave(s^2)$, όταν οι m παράγοντες με δύο επίπεδα μπορούν να διαχωριστούν σε $n-1$.

- και των Tang και Wu (1997) οι οποίοι έδειξαν, ότι για οποιονδήποτε υπερκορεσμένο σχεδιασμό, με m παράγοντες και n εκτελέσεις, η μέση τιμή της μη-ορθογωνιότητας του πίνακα $|X'X|$ είναι:

$$ave(s^2) \geq \frac{m-n+1}{(m-1)(n-1)} n^2.$$

Προφανώς το εν λόγω μέτρο ισούται με μηδέν για ορθογώνιους σχεδιασμούς (εφόσον $m = n-1$), σε περίπτωση, ωστόσο, που γίνεται οποιαδήποτε προσπάθεια σύγκρισης και κατάταξης μη ορθογώνιων σχηματισμών, τότε προτιμώνται εκείνοι οι σχεδιασμοί με την μικρότερη δυνατή τιμή $ave(s^2)$, αφού τιμές πολύ κοντά στο μηδέν θεωρούνται ιδανικές. Για εφαρμογή του κριτηρίου σε μη ορθογώνιους κλασματικούς παραγοντικούς σχεδιασμούς ο αναγνώστης παραπέμπεται στους Evangelaras & Koukouninos (2004).

Ακόμη ένα κριτήριο, που κατά τον Ngueyn δίνει παρόμοια αποτελέσματα με αυτά του κριτηρίου ελαχιστοποίησης του $ave(s^2)$ για την σύγκριση υπερκορεσμένων σχεδιασμών, είναι η ελαχιστοποίηση της συχνότητας των $s_{ij} = \pm s_{\max}$ όπου $s_{\max} = \max |s_{ij}|$. Εξαιρέσεις, ωστόσο, ως προς τα αποτελέσματα των δύο κριτηρίων περιλαμβάνει και ο ίδιος στη μελέτη του.

Ο Wu (2003) προτείνει εναλλακτικά στη θέση του κριτηρίου $E(s^2)$ των Booth και Cox (1962) το κριτήριο $E(s^2)/n^2$ δεδομένου, ότι είναι ο μέσος όρος των τετραγώνων των συσχετίσεων όλων των πιθανών ζευγών, που μπορούν να δημιουργήσουν οι στήλες. Αυτό το

κριτήριο ο Wu θεωρεί ως ισοδύναμο μέτρο της D αποδοτικότητας της απώλειας της ορθογωνιότητας ενός σχεδιασμού.

2.3.5 Το κριτήριο του παράγοντα διόγκωσης της διακύμανσης VIF (Variance Inflation Factor) για τη διάγνωση της πολυσυγγραμμικότητας

Κατά την ανάλυση και προτού ο εκάστοτε ερευνητής/πειραματιστής προβεί στη συμπερασματολογία οποιουδήποτε γραμμικού μοντέλου πολλαπλής παλινδρόμησης είναι απαραίτητη η διερεύνηση για την ύπαρξη ή μη πολυσυγγραμμικότητας, την ύπαρξη δηλαδή ισχυρής συσχέτισης μεταξύ των ερμηνευτικών μεταβλητών του μοντέλου. Όπως αναφέρουν χαρακτηριστικά οι Evangelaras & Koukouninos (2004) είναι γνωστό πως η ύπαρξη πολυσυγγραμμικότητας (γραμμικής εξάρτησης) σε ένα σύνολο μεταβλητών δεν μπορεί να τεκμηριωθεί μέσω ελέγχου των συσχετίσεων των μεμονωμένων δυνατών δυάδων. Οποιαδήποτε τύπου γραμμική εξάρτηση μεταξύ των παλινδρομητών θα έχει ως επίπτωση έναν ιδιάζων πίνακα πληροφορίας του μοντέλου και επιπλέον το κριτήριο της αποδοτικότητας D θα είναι ίσο με μηδέν. Ένας δείκτης, που έχει προταθεί, ως διαγνωστικό κριτήριο για την ύπαρξη πολυσυγγραμμικότητας είναι ο παράγοντας διόγκωσης της διακύμανσης (variance inflation factor) ή εν συντομία VIF.

Πιο συγκεκριμένα, έστω, ότι r_{12} η συσχέτιση για δύο μεταβλητές x_1 και x_2 , ο πίνακας πληροφορίας $X'X$ και ο αντίστροφός του $(X'X)^{-1}$ είναι αντίστοιχα:

$$(X'X) = \begin{bmatrix} 1 & r_{12} \\ r_{12} & 1 \end{bmatrix} \quad \text{και} \quad (X'X)^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{1-r_{12}^2} & \frac{-r_{12}}{1-r_{12}^2} \\ \frac{-r_{12}}{1-r_{12}^2} & \frac{1}{1-r_{12}^2} \end{bmatrix}.$$

Εφόσον οι X είναι συνεχείς μεταβλητές (scale), τότε ο πίνακας $|X'X|$ λαμβάνει τη μορφή ενός πίνακα των συσχετίσεων μεταξύ των μεταβλητών και σε αυτή την περίπτωση, όπως προτάθηκε από τον Marquardt (1970, 606) τα διαγώνια στοιχεία του $|X'X|^{-1}$ αποτελούν,

όπως τις επονομάζει ο ίδιος, τις παραμέτρους των παραγόντων διόγκωσης της διακύμανσης. Στους εν λόγω παράγοντες οφείλεται η αύξηση/διόγκωση των διακυμάνσεων των αντίστοιχων παραμέτρων που επιτυγχάνεται από την συσχέτιση μεταξύ των X μεταβλητών. Οι παράγοντες διόγκωσης της διακύμανσης δεν λαμβάνουν τις ίδιες τιμές για όλες τις παραμέτρους του μοντέλου αφού εξαρτώνται από τις μερικές συσχετίσεις της κάθε μεταβλητής x_i με τις υπόλοιπες. Ο γενικός τύπος του παράγοντα διόγκωσης της διακύμανσης για τον j -οστό συντελεστή παλινδρόμησης είναι:

$$VIF_j = \frac{1}{1 - R_j^2},$$

όπου R_j^2 είναι ο συντελεστής πολλαπλού προσδιορισμού, που λαμβάνεται από την παλινδρόμηση της μεταβλητής x_j με τις άλλες παλινδρομούσες μεταβλητές.

Εφόσον, η μεταβλητή x_j είναι σχεδόν εξαρτημένη με άλλες μεταβλητές, η τιμή του συντελεστή R_j^2 θα είναι πολύ κοντά στη μονάδα και ως εκ τούτου ο παράγοντες VIF θα δίνει μεγάλη τιμή. Στη διεθνή βιβλιογραφία συναντώνται εκτενείς αναφορές για τις «επιτρεπόμενες» τιμές του παράγοντα VIF, πιο διαδεδομένη εκ των οποίων είναι η τιμή 10, που συστήνεται ως μέγιστη τιμή του παράγοντα από συγγραφείς, όπως ο Marquardt, οι Neter, Wasserman, & Kutner (1989), οι Hair, Anderson, Tatham, & Black (1995) και ο Kennedy (1992). Ωστόσο και πιο «αυστηρές» προσεγγίσεις συναντώνται όπως των Pan & Jackson (2008) για μέγιστη τιμή έως 4 και του Rogerson (2001) για μέγιστη τιμή έως 5. Γεγονός που επιτρέπει στον εκάστοτε ερευνητή να προσεγγίσει με ανώτατο όριο την τιμή 10 τα δεδομένα του, ακολουθώντας ανάλογα με τις απαιτήσεις της εκάστοτε διερεύνησης οποιοδήποτε από τα παραπάνω ρεύματα.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΤΩΝ ΚΡΙΤΗΡΙΩΝ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ ΑΠΛΩΝ ΚΑΙ ΣΥΝΘΕΤΩΝ ΚΛΑΣΜΑΤΙΚΩΝ ΠΑΡΑΓΟΝΤΙΚΩΝ ΣΧΕΔΙΑΣΜΩΝ ΜΕ ΔΥΟ ΕΠΙΠΕΔΑ

3.1 Εισαγωγή

Στο παρόν κεφάλαιο παρουσιάζονται τα αποτελέσματα αξιολόγησης σχεδιασμών 28 εκτελέσεων με 5 παράγοντες με δύο επίπεδα και 32 εκτελέσεων, τόσο με 4, όσο και με 5 παράγοντες με δύο επίπεδα. Αναλυτικότερα, στην πρώτη ενότητα του κεφαλαίου, παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της αξιολόγησης των προαναφερθέντων σχεδιασμών με βάση τα κριτήρια, που αφορούν στο σχεδιασμό και πιο συγκεκριμένα: της γενικευμένης διακριτικής ικανότητας (GRES), του διανύσματος συχνότητας ανάμιξης (CFV), του γενικευμένου διανύσματος του μήκους των λέξεων (GWP), των γενικευμένων βέλτιστων ροπών 1^{ης} και 2^{ης} τάξεως (GM), του κριτηρίου Βήτα και του κριτηρίου της ομοιομορφίας με βάση το διάνυσμα των $MI_i(D)$. Ενώ στην δεύτερη ενότητα παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της σύγκρισης και αξιολόγησης των εν λόγω σχεδιασμών με βάση τα κριτήρια που αφορούν στο δοθέν μοντέλο και ειδικότερα των μεμονωμένων εκτελέσεων (D.R., distinct runs), των πλεοναζόντων βαθμών ελευθερίας για τις επιδράσεις και για το καθαρό σφάλμα, της αποδοτικότητας $D (D_{eff})$ και του παράγοντα διόγκωσης της διακύμανσης (VIF).

Η εφαρμογή των κριτηρίων έγινε μέσω του προγράμματος R με την κατασκευή, ενώ προκειμένου να ελεγχθεί η αποτελεσματικότητα και η αξιοπιστία του κώδικα έγινε πρώτη χρήση αυτού, για τα εν λόγω κριτήρια, που μελετήθηκαν, στην πλήρη λίστα των μη ισόμορφων ορθογώνιων σχηματισμών με 24 εκτελέσεις και 4 παράγοντες με δύο επίπεδα συγκρίνοντας τα αποτελέσματα της αξιολόγησης με αυτά του άρθρου των Evangelaras & Koukouninos (2004). Ενώ για τον κώδικα του κριτηρίου Βήτα και του κριτηρίου της ομοιομορφίας με βάση

το διάνυσμα των $MI_i(D)$ έγινε χρήση της εφαρμογής των Fang & Qin (2005) στους συγκεκριμένους 3 σχεδιασμούς 12 εκτελέσεων με 5 παράγοντες με δύο επίπεδα, που χρησιμοποιούνται στην εργασία τους και εκ των υστέρων έλεγχος με των αποτελεσμάτων αξιολόγησης με αυτά των προαναφερθέντων συγγραφέων. Παράλληλα, να τονισθεί πως ο εν λόγω κώδικας δεν περιλαμβάνει στα κριτήρια που αφορούν στο σχεδιασμό στα κριτήρια που αφορούν στο δοθέν μοντέλο τα κριτήρια που αφορούν στους βαθμούς ελευθερίας (D.R. και πλεονάζοντες βαθμοί ελευθερίας) των οποίων ο υπολογισμός έγινε χειρογράφως. Ο αναγνώστης παραπέμπεται στο παράρτημα της εργασίας για την μελέτη του συνόλου των εντολών του κώδικα, που αφορούν τόσο στους ελέγχους αξιοπιστίας αυτού μέσω των προαναφερόμενων άρθρων με των οποίων συγκρίθηκαν τα αποτελέσματα, όσο και στην αξιολόγηση των νέων ορθογώνιων σχηματισμών με κριτήρια που αφορούν στο σχεδιασμό και στο μοντέλο προς εκτίμηση. Η πλήρεις λίστες των σχεδιασμών που μελετώνται και αξιολογούνται με βάση τα προαναφερθέντα κριτήρια δίνονται στο παράρτημα της εργασίας, ενώ να αναφερθεί πως για οικονομία χώρου ο αναγνώστης παραπέμπεται στους Evangelaras & Koukouninos (2004) και Fang & Qin (2005) για τις πλήρεις λίστες των σχεδιασμών στους οποίους έγινε ο έλεγχος της αξιοπιστίας των εντολών του κώδικα του προγράμματος R.

3.2 Παρουσίαση των συμπερασμάτων της εφαρμογής των κριτηρίων αξιολόγησης που αφορούν στο σχεδιασμό

3.2.1 Συμπεράσματα εφαρμογής κριτηρίων αξιολόγησης που αφορούν στο σχεδιασμό

3.2.1.1 Συμπεράσματα αξιολόγησης των 127 μη ισόμορφων ορθογώνιων σχηματισμών με 28 εκτελέσεις και 5 παράγοντες με δύο επίπεδα

Παρατηρώντας εις βάθος τους Πίνακες 3.1 έως και 3.5 σε συνδυασμό με τους πίνακες των αποτελεσμάτων της αξιολόγησης των 127 σχεδιασμών με 28 εκτελέσεις και 5 παράγοντες με δύο επίπεδα, μπορούμε να δούμε πως οι σχεδιασμοί υπ' αριθμόν 28.5.62, 28.5.66, 28.5.67 και 28.5.105 περιέχουν έναν 2_{III}^{5-2} κλασματικό παραγοντικό σχεδιασμό. Αναλυτικότερα, ο σχεδιασμός 28.5.62, παρότι παρουσιάζει σύμφωνα με το κριτήριο της ομοιομορφίας τα ίδια

αποτελέσματα με τον σχεδιασμό 28.5.67, είναι καλύτερος από τον τελευταίο σύμφωνα με όλα τα υπόλοιπα κριτήρια, παρόλα αυτά εκ των τεσσάρων προτιμότερος είναι ο σχεδιασμός 28.5.105 ο οποίος παρουσιάζει και τις λιγότερο περίπλοκες δομές ταυτίσεων αλλά και σύμφωνα με τα κριτήρια Βήτα και ομοιομορφίας θεωρείται εκείνος με την μικρότερη ομοιομορφία προβολής και την μεγαλύτερη γενικευμένη διακριτική ικανότητα. Παράλληλα μαζί με τον σχεδιασμό 28.5.105, οι σχεδιασμοί 28.5.121 και 28.5.122 αποτελούν μια τριάδα σχεδιασμών που χαρακτηρίζονται από την ελάχιστη ομοιομορφία προβολής χάρη στις ίδιες και μικρότερες εκ του συνόλου των υπολοίπων σχεδιασμών τιμές που λαμβάνουν στο διάνυσμα ομοιομορφίας των $MI_i(D)$. Εκ των τριών, όμως ο σχεδιασμός 28.5.121, που παρουσιάζει τις ίδιες τιμές με τον 28.5.122 στο κριτήριο της γενικευμένης συχνότητας του μήκους της λέξης είναι καλύτερος τόσο από τον τελευταίο αλλά και από τον σχεδιασμό 28.5.105 σε όλα τα υπόλοιπα κριτήρια. Ο εν λόγω σχεδιασμός εμφανίζει την ελάχιστη εκ όλων ομοιομορφία προβολής, την υψηλότερη γενικευμένη διακριτική ικανότητα (3.86), δίχως ωστόσο να είναι ο μοναδικός με αυτή την τιμή, ενώ σύμφωνα με το κριτήριο των γενικευμένων βέλτιστων ροπών και ειδικότερα την ροπή δεύτερης τάξεως εμφανίζεται ως ο σχεδιασμός με την βέλτιστη εν λόγω ροπή (3.5 η χαμηλότερη τιμή μεταξύ όλων των σχεδιασμών για $r = 2$), τέλος και στα αποτελέσματα του κριτηρίου Βήτα εμφανίζεται να έχει το κατ' ελάχιστον διάνυσμα των $B_i(D)$. Σε γενικές γραμμές, λοιπόν, θα μπορούσε να ειπωθεί ότι μεταξύ των μη ισόμορφων σχεδιασμών με 28 εκτελέσεις, 5 παράγοντες με δύο επίπεδα σύμφωνα με όλα τα κριτήρια ο σχεδιασμός 28.5.121 εμφανίζεται να είναι ο βέλτιστος ως προς όλα τα κριτήρια.

3.2.1.2 Συμπεράσματα αξιολόγησης των 19 μη ισόμορφων ορθογώνιων σχηματισμών με 32 εκτελέσεις και 4 παράγοντες με δύο επίπεδα

Από τον Πίνακα 2.1 του Παραρτήματος 2 της εργασίας, προκύπτει ότι μεταξύ των 19 μη ισόμορφων σχεδιασμών με 32 εκτελέσεις και 4 παράγοντες με δύο επίπεδα, οι σχεδιασμοί υπ' αριθμόν 32.4.15, 32.4.16, 32.4.17 και 32.4.18 περιλαμβάνουν έναν 2_{IV}^{4-1} κλασματικό παραγοντικό σχεδιασμό ενώ επιπροσθέτως ο σχεδιασμός 32.4.19 περιλαμβάνει δύο επαναλήψεις ενός πλήρους 2^4 σχεδιασμού. Μεταξύ, των πρώτων τεσσάρων σχεδιασμών ο σχεδιασμός 32.4.17 εμφανίζεται να έχει τις μικρότερες τιμές στα διανύσματα των κριτηρίων Βήτα, ομοιομορφίας και γενικευμένου υποδείγματος του μήκους της λέξης και ως προς την γενικευμένη ροπή δεύτερης τάξεως, ωστόσο ο 32.4.18 εμφανίζεται με μεγαλύτερη

γενικευμένη διακριτική ικανότητα από όλους τους υπόλοιπους (με εξαίρεση τον 32.4.19). Τέλος ο 32.4.18 εμφανίζεται και με λιγότερο περίπλοκη δομή ταυτίσεων συγκριτικά με τον 32.4.17. Συμπερασματικά ωστόσο ο σχεδιασμός 32.4.19 συγκριτικά με όλους τους υπόλοιπους 19 μη ισόμορφους σχεδιασμούς αποτελεί τον βέλτιστο σχεδιασμό αφού οι τιμές που λαμβάνει στα αποτελέσματα των κριτηρίων αξιολόγησης είναι ιδανικές.

3.2.1.3 Συμπεράσματα αξιολόγησης των 491 μη ισόμορφων ορθογώνιων σχηματισμών με 32 εκτελέσεις και 5 παράγοντες με δύο επίπεδα

Στους 491 μη ισόμορφους ορθογώνιους σχεδιασμούς, η πλήρης λίστα των οποίων δόθηκε παραπάνω στους Πίνακες 3.7 έως 3.24, συμπεριλαμβάνονται σχεδιασμοί που περιλαμβάνουν έναν 2_{III}^{5-2} κλασματικό παραγοντικό σχεδιασμό, οι εν λόγω σχεδιασμοί είναι οι εξής: 32.5.119, 32.5.121, 32.5.122, 32.5.123, 32.5.125, 32.5.127, 32.5.130, 32.5.133, 32.5.134, 32.5.138, 32.5.205, 32.5.206, 32.5.208, 32.5.209, 32.5.211, 32.5.212, 32.5.213, 32.5.215, 32.5.217, 32.5.218, 32.5.221, 32.5.226, 32.5.232, 32.5.235, 32.5.237, 32.5.239, 32.5.240, 32.5.247, 32.5.257, 32.5.281, 32.5.282, 32.5.289, 32.5.290, 32.5.292, 32.5.293, 32.5.294, 32.5.295, 32.5.297, 32.5.406, 32.5.409, 32.5.471 και 32.5.472. Παράλληλα, από την μελέτη των εν λόγω πινάκων προκύπτει ότι ο σχεδιασμός υπ' αριθμόν 32.5.473 περιλαμβάνει δύο επαναλήψεις ενός 2_{III}^{5-2} κλασματικού παραγοντικού σχεδιασμού. Αξίζει να τονισθεί, πως από τους παραπάνω σχεδιασμούς οι σχεδιασμοί υπ' αριθμόν 32.5.127 και 32.5.232 είναι αδύνατον να συγκριθούν και να αξιολογηθούν με βάση τα κριτήρια που χρησιμοποιήθηκαν καθώς, όπως μπορεί να διαπιστώσει και ο αναγνώστης από τους σχετικούς πίνακες των αποτελεσμάτων της προηγούμενης ενότητας, οι εν λόγω σχεδιασμοί έχουν λάβει σε όλα ανεξαιρέτως τα κριτήρια που αφορούν στο σχεδιασμό τις ίδιες τιμές. Επιπροσθέτως δε, εάν από τους παραπάνω σχεδιασμούς επιθυμούσαμε την επιλογή μιας μικρής ομάδας βέλτιστων αυτή θα περιλάμβανε τους 32.5.127-32.5.232 και τον 32.5.125, οι συγκεκριμένοι σχεδιασμοί αξιολογούνται με βάση τα κριτήρια ως βέλτιστοι από τους προαναφερόμενους, με τον τελευταίο, ωστόσο, να έχει λιγότερο περίπλοκη δομή ταυτίσεων και μικρότερη ομοιομορφία προβολής. Ο σχεδιασμός 32.5.491 αποτελεί τον πλήρη 2^5 και είναι ο σχεδιασμός, που αξιολογείται με βάση όλα τα κριτήρια, ως ο καλύτερος πιο συγκεκριμένα έχει γενικευμένη διακριτική ικανότητα 6, έχει το ελάχιστο γενικευμένο πρότυπο του μήκους της λέξης (0,0,0,0,0), έχει την ελάχιστα

περίπλοκη δομή ταυτίσεων $(0,0,0,0,0,0,0,0,10)_3, (0,0,0,0,0,0,0,0,5)_4, (0,0,0,0,0,0,0,0,1)_5$ και την ελάχιστη ομοιομορφία προβολής $(0,0,0)$. Ωστόσο πέρα από τον συγκεκριμένο σχεδιασμό, που σε επίπεδο πραγματικών εφαρμογών είναι ίσως εξαιρετικά δύσκολο με 5 παράγοντες η δυνατότητα μελέτης όλων των συνδυασμών των επιπέδων των παραγόντων, αν ήταν επιθυμητή μια ταξινόμηση των υπολοίπων σχεδιασμών τότε μετά τον 32.5.491, που είναι ο βέλτιστος, θα τοποθετούσαμε τον σχεδιασμό 32.5.490 ο οποίος έχει επίσης γενικευμένη διακριτική ικανότητα 5, έχει γενικευμένο πρότυπο του μήκους της λέξης $(0,0,0,0,1)$, έχει λιγότερο περίπλοκη δομή ταυτίσεων από τους υπόλοιπους σχεδιασμούς $(0,0,0,0,0,0,0,0,10)_3, (0,0,0,0,0,0,0,0,5)_4, (1,0,0,0,0,0,0,0,0)_5$ και την ελάχιστη ομοιομορφία προβολής $(0,0,0.00003)$. Στην αμέσως επόμενη θέση χαμηλότερα θα κατατασσόταν ο σχεδιασμός 32.5.464, ο οποίος έχει γενικευμένη διακριτική ικανότητα 4.5, έχει γενικευμένο πρότυπο του μήκους της λέξης $(0,0,0,0.25,0.25)$, έχει δομή ταυτίσεων την ακόλουθη $(0,0,0,0,0,0,0,0,10)_3, (0,0,0,0,1,0,0,0,4)_4, (0,0,0,0,1,0,0,0,0)_5$ και ομοιομορφία προβολής $(0,0.00006,0.00001)$ και ακολούθως για τους υπόλοιπους σχεδιασμούς. Αυτό που μπορεί να τονισθεί επί του παρόντος και αναδεικνύεται χάρη στην εκτενή λίστα των αποτελεσμάτων των συγκεκριμένων σχεδιασμών είναι η δυσαρμονία του κριτηρίου των γενικευμένων βέλτιστων ροπών με τα αποτελέσματα της ταξινόμησης των υπολοίπων κριτηρίων, ο αναγνώστης παραπέμπεται στους αντίστοιχους πίνακες αποτελεσμάτων προκειμένου να διαπιστώσει ο ίδιος στους προαναφερόμενους ως καλύτερους σχεδιασμούς την εν λόγω αναντιστοιχία.

3.2.2 Συμπεράσματα εφαρμογής κριτηρίων αξιολόγησης που αφορούν στην εκτίμηση δοθέντος μοντέλου

3.2.2.1 Συμπεράσματα αξιολόγησης των 127 μη ισόμορφων ορθογώνιων σχηματισμών με 28 εκτελέσεις και 5 παράγοντες με 2 επίπεδα

Όπως προαναφέρθηκε οι σχεδιασμοί υπ' αριθμόν 28.5.62, 28.5.66, 28.5.67 και 28.5.105 περιλαμβάνουν έναν $2_{III}^{5-2} 2_{III}^{5-2}$ κλασματικό παραγοντικό σχεδιασμό με ορίζουσα σχέση την $I = ABD = ACE = BDCDE$, όλες οι κύριες επιδράσεις συγχέονται με αλληλεπιδράσεις

δεύτερης τάξεως και πιο συγκεκριμένα το πρότυπο των ταυτίσεων είναι το ακόλουθο $A = BD, B = AD, C = AD, E = AB$ και $E = AC$. Εφόσον, καμία κύρια επίδραση δεν είναι καθαρή δεν μπορούν να μελετηθούν με αξιοπιστία ούτε οι κύριες επιδράσεις, ούτε οι αλληλεπιδράσεις δεύτερης τάξεως εκτός εάν οι τελευταίες δεν περιλαμβάνονται στο μοντέλο. Ωστόσο, οι εν λόγω σχεδιασμοί διαθέτουν τον απαιτούμενο αριθμό των εκτελέσεων για την μελέτη του γενικού μέσου, των κύριων επιδράσεων και των αλληλεπιδράσεων δεύτερης τάξεως. Ο σχεδιασμός 28.5.105 διαθέτει τον μεγαλύτερο αριθμό μεμονωμένων εκτελέσεων εξ όλων των σχεδιασμών, δίχως ωστόσο να είναι ο μοναδικός (βλ. σχεδιασμό υπ' αριθμ. 28.5.121) με την δυνατότητα διάθεσης επιπλέον 10 βαθμών ελευθερίας στη μελέτη των επιδράσεων, επίσης διαθέτει επίσης, εκ των υπολοίπων τεσσάρων, τον μικρότερο μέση τιμή στον παράγοντα διόγκωσης της διακύμανσης αλλά και την μεγαλύτερη τιμή αποδοτικότητας D_{eff} με τιμή 0.94, δίχως όμως πάλι να μην είναι ο μοναδικός (βλ. σχεδιασμούς υπ' αριθμ. 28.5.116, 28.5.121, 28.5.122 και 28.5.123). Μπορεί μεταξύ των τεσσάρων προαναφερόμενων σχεδιασμών ο σχεδιασμός 28.5.105 να αξιολογείται, ως ο καλύτερος, ωστόσο εκ του συνόλου των σχεδιασμών λαμβάνοντας υπόψη τη μέση τιμή του παράγοντα διόγκωσης και της αποδοτικότητας D_{eff} βέλτιστος κρίνεται επίσης ο σχεδιασμός 28.5.123, ο οποίος όμως έχει το μειονέκτημα των λιγότερων μεμονωμένων εκτελέσεων το σύνολο των οποίων είναι ίσο με 20. Να σημειωθεί, εν κατακλείδι, πως μεταξύ των 127 σχεδιασμών υπάρχουν πολλοί σχεδιασμοί οι οποίοι δεν διαθέτουν τις επιθυμητές 16 μεμονωμένες εκτελέσεις προκειμένου να μελετηθούν ο γενικός μέσος, οι κύριες επιδράσεις και οι αλληλεπιδράσεις δεύτερης τάξεως ενώ επιπροσθέτως δεν είναι δυνατή η αντιστροφή του πίνακα $|X'X|$ διαδικασία απαραίτητη για τον υπολογισμό των κριτηρίων του παράγοντα διόγκωσης της διακύμανσης αλλά και της αποδοτικότητας D . Οι συγκεκριμένοι σχεδιασμοί που είναι οι εξής: 28.5.1-28.5.4, 28.5.6-28.5.9, 28.5.11, 28.5.18-28.5.21, 28.5.25-27, 28.5.29-31, 28.5.37, 28.5.39, 28.5.44, δεν εμπεριέχονται στους σχετικούς πίνακες αποτελεσμάτων που αφορούν στο δοθέν μοντέλο του Παραρτήματος 4 της εργασίας. Από αυτούς οι σχεδιασμοί 28.5.1, 28.5.5 και 28.5.6 διαθέτουν 14 μεμονωμένες εκτελέσεις ενώ οι σχεδιασμοί 28.5.9 και 28.5.26 διαθέτουν αντίστοιχα 15 μεμονωμένες εκτελέσεις, ως εκ τούτου με τους πρώτους σχεδιασμούς μπορούν να εκτιμηθούν ο γενικός μέσος, οι 5 κύριες επιδράσεις και 8 αλληλεπιδράσεις δεύτερης τάξεως ενώ με τους δεύτερους σχεδιασμούς μπορούν να εκτιμηθούν ο γενικός μέσος, οι 5 κύριες επιδράσεις και 9 αλληλεπιδράσεις δεύτερης τάξεως.

3.2.2.2 Συμπεράσματα αξιολόγησης των 19 μη ισόμορφων ορθογώνιων σχηματισμών με 32 εκτελέσεις και 4 παράγοντες με δύο επίπεδα

Μεταξύ των 19 μη ισόμορφων σχεδιασμών με 32 εκτελέσεις και 4 παράγοντες με δύο επίπεδα, όπως προαναφέρθηκε, συμπεριλαμβάνονται οι σχεδιασμοί υπ' αριθμόν 32.4.15, 32.4.16, 32.4.17 και 32.4.18 που περιλαμβάνουν έναν 2_{IV}^{4-1} κλασματικό παραγοντικό σχεδιασμό. Η ορίζουσα σχέση του οποίου είναι η $I = ABCD$, από την διακριτική ικανότητα του σχεδιασμού είναι προφανές πως καμία κύρια επίδραση δεν συγγέεται με άλλη κύρια επίδραση ή αλληλεπίδραση δεύτερης τάξεως αλλά με αλληλεπιδράσεις τρίτης τάξεως ενώ αλληλεπιδράσεις δεύτερης τάξεως συγγέονται μεταξύ τους. Πιο συγκεκριμένα το πρότυπο των ταυτίσεων είναι το ακόλουθο:

$$A = BCD, B = ACD, C = ABD, D = ABC, \\ AB = CD, AC = BD, AD = BC.$$

Στο σύνολό τους οι σχεδιασμοί 32.4.15, 32.4.16, 32.4.17 και 32.4.18 περιλαμβάνουν τις απαραίτητες μεμονωμένες εκτελέσεις για την μελέτη του γενικού μέσου, των κύριων επιδράσεων και των αλληλεπιδράσεων δεύτερης τάξεως με τους δύο πρώτους να διαθέτουν εξίσου 5 πλεονάζοντες από τους απαραίτητους 11 βαθμούς ελευθερίας για την μελέτη επιδράσεων. Από τους συγκεκριμένους τέσσερις σχεδιασμούς, με βάση τα κριτήρια που αφορούν στην εκτίμηση των παραμέτρων δοθέντος μοντέλου καλύτερος κρίνεται ο σχεδιασμός 32.4.16, ο οποίος έχει τη μικρότερη μέση τιμή στον παράγοντα διόγκωσης της διακύμανσης (1.08), την μεγαλύτερη αποδοτικότητα D_{eff} (0.96) και επιπλέον έχει 16 μεμονωμένες εκτελέσεις με την δυνατότητα έτσι εκτίμησης 5 επιπλέον επιδράσεων. Σε γενικές, ωστόσο, γραμμές στο σύνολο των 19 σχεδιασμών, συμπεριλαμβάνεται ο σχεδιασμός 32.4.19, ο οποίος περιλαμβάνει δύο επαναλήψεις ενός πλήρους 2^4 σχεδιασμού και αξιολογείται από το σύνολο των 19 σχεδιασμών ως ο βέλτιστος με βάση τα κριτήρια που αφορούν στην εκτίμηση των παραμέτρων δοθέντος μοντέλου. Να σημειωθεί, εν κατακλείδι, πως μεταξύ των 19 σχεδιασμών υπάρχουν δύο σχεδιασμοί οι οποίοι δεν διαθέτουν τις επιθυμητές 11 μεμονωμένες εκτελέσεις προκειμένου να μελετηθούν ο γενικός μέσος, οι κύριες επιδράσεις και οι αλληλεπιδράσεις δεύτερης τάξεως ενώ επιπροσθέτως δεν είναι δυνατή η αντιστροφή του πίνακα $|X'X|$

διαδικασία απαραίτητη για τον υπολογισμό των κριτηρίων του παράγοντα διόγκωσης της διακύμανσης αλλά και της αποδοτικότητας D . Οι συγκεκριμένοι σχεδιασμοί είναι ο 32.4.1 και ο 32.4.14, δεν εμπεριέχονται στους σχετικούς πίνακες αποτελεσμάτων που αφορούν στο δοθέν μοντέλο του Παραρτήματος 4 της εργασίας περιλαμβάνουν 8 μεμονωμένες εκτελέσεις και ως εκ τούτου είναι δυνατόν να εκτιμηθούν ο γενικός μέσος, οι 5 κύριες επιδράσεις και 4 από τις 6 αλληλεπιδράσεις δεύτερης τάξεως.

3.2.2.3 Συμπεράσματα αξιολόγησης των 491 μη ισόμορφων ορθογώνιων σχηματισμών με 32 εκτελέσεις και 5 παράγοντες με δύο επίπεδα

Όπως προαναφέρθηκε οι σχεδιασμοί υπ' αριθμόν 32.5.119, 32.5.121, 32.5.122, 32.5.123, 32.5.125, 32.5.127, 32.5.130, 32.5.133, 32.5.134, 32.5.138, 32.5.205, 32.5.206, 32.5.208, 32.5.209, 32.5.211, 32.5.212, 32.5.213, 32.5.215, 32.5.217, 32.5.218, 32.5.221, 32.5.226, 32.5.232, 32.5.235, 32.5.237, 32.5.239, 32.5.240, 32.5.247, 32.5.257, 32.5.281, 32.5.282, 32.5.289, 32.5.290, 32.5.292, 32.5.293, 32.5.294, 32.5.295, 32.5.297, 32.5.406, 32.5.409, 32.5.471 και 32.5.472, περιλαμβάνουν έναν 2_{III}^{5-2} κλασματικό παραγοντικό σχεδιασμό με ορίζουσα σχέση την $I = ABD = ACE = BCDE$, όλες οι κύριες επιδράσεις συγχέονται με αλληλεπιδράσεις δεύτερης τάξεως και πιο συγκεκριμένα το πρότυπο των ταυτίσεων είναι το ακόλουθο $A = BD, B = AD, C = AD, E = AB$ και $E = AC$. Εφόσον καμία κύρια επίδραση δεν είναι καθαρή δεν μπορούν να μελετηθούν με αξιοπιστία ούτε οι κύριες επιδράσεις, ούτε οι αλληλεπιδράσεις δεύτερης τάξεως εκτός οι τελευταίες απουσιάζουν από το μοντέλο. Από τους συγκεκριμένους σχεδιασμούς καλύτερος θεωρείται ο σχεδιασμός 32.5.123, ο οποίος έχει τη μικρότερη μέση τιμή στον παράγοντα διόγκωσης της διακύμανσης (1.15), την μεγαλύτερη αποδοτικότητα D_{eff} (0.94) ενώ παράλληλα διαθέτει 26 μεμονωμένες εκτελέσεις με την δυνατότητα εκτίμησης 10 επιπλέον επιδράσεων πέραν του γενικού μέσου, των πέντε κύριων επιδράσεων και των δέκα αλληλεπιδράσεων δεύτερης τάξεως. Ωστόσο, όπως αναφέρθηκε παραπάνω, στους σχεδιασμούς, που μελετώνται συμπεριλαμβάνεται και ο σχεδιασμός 32.5.491, ο οποίος αποτελεί έναν πλήρη 2^5 και αξιολογείται με βάση όλα τα κριτήρια ως ο καλύτερος, αφού έχει την ελάχιστη μέση τιμή στον παράγοντα διόγκωσης της διακύμανσης ίση με τη μονάδα, την μεγαλύτερη αποδοτικότητα D_{eff} , επίσης ίση με τη μονάδα, και διαθέτει προφανώς 32 μεμονωμένες εκτελέσεις με τη δυνατότητα μελέτης 16 επιπλέον επιδράσεων. Στα

πλαίσια κάποιας υποτυπώδους κατάταξης, τον εν λόγω σχεδιασμό ακολουθεί ο 32.5.490 με μέση τιμή στον παράγοντα διόγκωσης της διακύμανσης ίση με τη μονάδα, αποδοτικότητα D_{eff} επίσης ίση με τη μονάδα, αλλά δίχως την δυνατότητα μελέτης πλεοναζόντων επιδράσεων καθότι διαθέτει ακριβώς 16 μεμονωμένες εκτελέσεις. Στην επόμενη «θέση» τοποθετείται ο σχεδιασμός 32.5.13 με μέση τιμή στον παράγοντα διόγκωσης της διακύμανσης ίση με $1.35e15$, αποδοτικότητα D_{eff} ίση με 0.98 και δυνατότητα μελέτης μιας μόνο πλεοναζούσας επίδρασης λόγω των 17 μεμονωμένων εκτελέσεων. Τον τελευταίο ακολουθεί ο σχεδιασμός 32.5.11 με μέση τιμή στον παράγοντα διόγκωσης της διακύμανσης ίση με 1.09, αποδοτικότητα D_{eff} ίση με 0.96 και δυνατότητα μελέτης τεσσάρων επιπλέον επιδράσεων λόγω των 20 μεμονωμένων εκτελέσεων, που διαθέτει και ακολούθως για τους υπόλοιπους σχεδιασμούς. Να σημειωθεί, εν κατακλείδι, πως μεταξύ των 491 σχεδιασμών υπάρχουν πολλοί σχεδιασμοί οι οποίοι δεν διαθέτουν τις επιθυμητές 16 μεμονωμένες εκτελέσεις προκειμένου να μελετηθούν ο γενικός μέσος, οι κύριες επιδράσεις και οι αλληλεπιδράσεις δεύτερης τάξεως ενώ επιπροσθέτως δεν είναι δυνατή η αντιστροφή του πίνακα $|X'X|$ διαδικασία απαραίτητη για τον υπολογισμό των κριτηρίων του παράγοντα διόγκωσης της διακύμανσης αλλά και της αποδοτικότητας D . Οι συγκεκριμένοι σχεδιασμοί που είναι οι εξής: 32.5.18, 32.5.267, 32.5.269, 32.5.279, 32.5.284, 32.5.288, 32.5.291, 32.5.294, 32.5.299, 32.5.301, 32.5.303, 32.5.306, 32.5.308, 32.5.309, 32.5.311, 32.5.314-32.5.316, 32.5.319, 32.5.331, 32.5.341-32.5.344, 32.5.368-32.5.369, 32.5.371, 32.5.387-32.5.391, 32.5.394, 32.5.399, 32.5.441, 32.5.443-32.5.444, 32.5.447, 32.5.453, 32.5.459, 32.5.465-32.5.473, 32.5.475-32.5.476, 32.5.478-32.5.484, 32.5.486 και 32.5.489 δεν εμπεριέχονται στους σχετικούς πίνακες αποτελεσμάτων που αφορούν στο δοθέν μοντέλο του Παραρτήματος 4 της εργασίας. Από αυτούς ο σχεδιασμός 32.5.489 διαθέτει 8 μεμονωμένες εκτελέσεις και μπορούν να εκτιμηθούν ο γενικός μέσος, οι 5 κύριες επιδράσεις και 2 αλληλεπιδράσεις δεύτερης τάξεως. Οι σχεδιασμοί 32.5.470, 32.5.475, 32.5.480 και 32.5.481 διαθέτουν 12 μεμονωμένες εκτελέσεις και συνεπώς μπορούν να εκτιμηθούν ο γενικός μέσος, οι 5 κύριες επιδράσεις και 6 από τις 10 αλληλεπιδράσεις δεύτερης τάξεως. Οι σχεδιασμοί 32.5.441, 32.5.453, 32.5.468, 32.5.471, 32.5.476 και 32.5.479 διαθέτουν 14 μεμονωμένες εκτελέσεις και συνεπώς μπορούν να εκτιμηθούν ο γενικός μέσος, οι 5 κύριες επιδράσεις και 8 αλληλεπιδράσεις δεύτερης τάξεως. Ενώ τέλος οι σχεδιασμοί 32.5.465 και 32.5.466 διαθέτουν 15 μεμονωμένες εκτελέσεις και συνεπώς μπορούν να εκτιμηθούν ο γενικός μέσος, οι 5 κύριες επιδράσεις και 9 από τις 10 αλληλεπιδράσεις δεύτερης τάξεως.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

Π1 Η λίστα του μη ισόμορφου σύνθετου σχηματισμού με 24 εκτελέσεις και 4 παράγοντες με δύο επίπεδα που χρησιμοποιείται ως παράδειγμα εφαρμογής των πιο δημοφιλών κριτηρίων στο 2^ο κεφάλαιο της εργασίας

Επίπεδα Παραγόντων A B C D E	24.4.1
-----	3
+-----	0
--+---	0
++---	3
---+-	0
+--+--	3
-++-	3
++++-	0
----+	0
+---+	3
-+-+	3
++-+	0
--++	3
+--++	0
-+++	0
++++	3

Ο συγκεκριμένος σχεδιασμός περιλαμβάνει τρεις επαναλήψεις ενός απλού 2^{4-1}_N κλασματικού παραγοντικού σχεδιασμού. Ο αναγνώστης παραπέμπεται στους Evangelaras & Koukouninos (2004) για την μελέτη της αξιολόγησης του συγκεκριμένου σχεδιασμού, τον οποίο απαριθμούν ως 4.02, με βάση κριτήρια που αφορούν τόσο στο σχεδιασμό όσο και στο δοθέν μοντέλο και σε σύγκριση με τους υπόλοιπους 9 μη ισόμορφους ορθογώνιους σχεδιασμούς της πλήρους λίστας με 24 εκτελέσεις και 4 παράγοντες με δύο επίπεδα.

Π2 Οι πλήρεις λίστες των μη ισόμορφων σχηματισμών οι οποίοι αξιολογούνται με βάση τα πιο δημοφιλή κριτήρια που αφορούν στο δοθέν μοντέλο και το σχεδιασμό στο 3^ο κεφάλαιο της εργασίας

Επίπεδα Παραγόντων A B C D E	32.4.1	32.4.2	32.4.3	32.4.4	32.4.5	32.4.6	32.4.7	32.4.8	32.4.9	32.4.10	32.4.11	32.4.12	32.4.13	32.4.14	32.4.15	32.4.16	32.4.17	32.4.18	32.4.19
-----	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	2
+-----	4	4	4	4	3	4	4	4	3	4	5	4	4	4	3	3	3	3	2
--+---	4	4	4	4	3	3	4	4	3	3	3	4	4	4	3	3	3	3	2
++---	0	0	0	0	2	1	0	0	2	1	0	0	0	0	1	1	1	1	2
---+-	4	3	4	2	3	3	3	4	3	3	3	3	4	4	3	2	3	3	2
+--+--	0	1	0	2	2	1	1	0	2	1	0	1	0	0	1	2	1	1	2
-++-	0	1	0	2	2	2	1	0	2	2	2	1	0	0	1	2	1	1	2
++++-	4	3	4	2	1	2	3	4	1	2	3	3	4	4	3	2	3	3	2
----+	0	1	1	2	2	2	2	2	3	3	3	3	3	4	1	2	2	3	2
+---+	4	3	3	2	3	2	2	2	2	1	0	1	1	0	3	2	2	1	2
-+-+	4	3	3	2	3	3	2	2	2	2	2	1	1	0	3	2	2	1	2
++-+	0	1	1	2	0	1	2	2	1	2	3	3	3	4	1	2	2	3	2
--++	4	4	3	4	3	3	3	2	2	2	2	2	1	0	3	3	2	1	2
+--++	0	0	1	0	0	1	1	2	1	2	3	2	3	4	1	1	2	3	2
-+++	0	0	1	0	0	0	1	2	1	1	1	2	3	4	1	1	2	3	2
++++	4	4	3	4	5	4	3	2	4	3	2	2	1	0	3	3	2	1	2

Πίνακας Π2.1: Η λίστα των 19 μη ισόμορφων ορθογώνιων σχηματισμών με 32 εκτελέσεις και 4 παράγοντες με 2 επίπεδα

Επίπεδα Παραγόντων A B C D E	28.5.1	28.5.2	28.5.3	28.5.4	28.5.5	28.5.6	28.5.7	28.5.8	28.5.9	28.5.10	28.5.11	28.5.12	28.5.13	28.5.14	28.5.15	28.5.16	28.5.17	28.5.18	28.5.19	28.5.20	28.5.21	28.5.22	28.5.23	28.5.24	28.5.25	28.5.26	28.5.27	28.5.28
-----	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0
+-----	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-+-----	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1
++-----	3	3	3	3	2	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
--+---	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	2	1	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
+--+---	3	3	2	2	2	3	3	3	3	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
-++---	1	1	2	2	2	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	1	0	0	2	2	1	1	1	1	0	0
+++---	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
----+-	0	1	0	1	0	0	1	1	2	0	1	1	2	2	0	1	1	2	1	2	1	2	1	2	2	3	1	2
+---+-	1	1	2	2	2	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0
-+-+-	3	2	2	1	2	3	3	2	2	2	2	1	1	0	2	2	1	0	1	0	2	1	2	1	1	0	2	1
+-+--	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
--++-	3	2	3	2	2	2	1	1	0	2	1	1	0	1	1	0	1	0	0	0	2	1	1	0	0	0	0	0
+--++-	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2
-+++-	0	1	0	1	1	1	1	2	2	1	1	2	2	2	2	2	2	3	3	3	0	1	1	2	2	2	2	2
++++-	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-----+	2	1	2	1	1	2	3	1	2	2	3	1	2	2	1	2	2	0	0	1	3	2	2	1	0	1	0	1
+-----+	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1
-+----+	1	2	1	2	2	0	0	1	1	0	0	1	1	0	1	1	0	2	2	1	0	1	1	2	1	0	1	0
+----+	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
--+--+	1	2	1	2	2	1	0	2	1	1	0	2	1	2	1	0	1	3	2	2	1	2	1	2	3	3	2	2
+--+--+	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0
-+-+--+	2	1	1	0	0	3	3	2	2	2	2	1	1	1	2	2	2	0	1	1	1	0	1	0	1	1	2	2
+++--+	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
----++	1	1	1	1	2	1	0	1	0	1	0	1	0	0	2	1	1	1	2	1	0	0	1	1	1	0	2	1
+---++	2	2	1	1	1	3	3	3	3	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
-+-++	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	2	0	0	1	1	0	1	1	1	0	0	1	2	0	1
+-+--	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
--+++	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
+----	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-++++	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0
+++++	4	4	4	4	4	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3

Πίνακας Π2.2: Η λίστα των 127 μη ισόμορφων ορθογώνιων σχηματισμών με 28 εκτελέσεις και 5 παράγοντες με 2 επίπεδα (1/5)

Επίπεδα Παραγόντων A B C D E	28.5.29	28.5.30	28.5.31	28.5.32	28.5.33	28.5.34	28.5.35	28.5.36	28.5.37	28.5.38	28.5.39	28.5.40	28.5.41	28.5.42	28.5.43	28.5.44	28.5.45	28.5.46	28.5.47	28.5.48	28.5.49	28.5.50	28.5.51	28.5.52	28.5.53	28.5.54	28.5.55	28.5.56		
-----	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1		
+-----	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	
-+-----	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	2	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	
++-----	3	3	3	3	3	3	3	3	3	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	
--+----	0	1	0	1	1	1	1	1	2	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	
+--+---	2	2	2	2	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	1	1	2	2	2	2	
-++---	2	1	2	1	1	1	2	2	1	2	2	2	2	1	1	0	2	2	2	2	1	1	0	1	2	2	2	2	1	
+++---	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
----+-	2	1	3	2	1	2	1	2	1	0	1	1	2	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	0	
+---+-	0	0	0	0	1	1	1	1	0	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	1	0	1	1	2	1	1	1	
-+-+--	2	3	1	2	1	0	2	1	3	2	2	1	0	1	1	0	2	2	1	1	2	2	1	2	2	2	1	1	2	
++-+--	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	
--++--	1	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	
+--++-	2	2	2	2	2	2	2	2	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	1	1	1	1	
-++++-	0	0	1	1	2	2	0	1	0	1	1	2	2	2	2	3	1	1	1	2	1	2	2	1	1	1	1	1	1	
++++--	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
----++	2	2	1	1	0	1	2	1	1	2	3	1	2	1	2	1	1	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	2	1	
+----+	1	1	1	1	1	1	1	1	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	1	
-+----	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	
++---+	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	1	1	1
--++--	2	1	3	2	2	2	1	2	1	1	0	2	2	2	1	2	2	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	1	0	0
+--+--	0	0	0	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	0	1	1	1	
-++--+	1	2	0	1	1	1	1	0	2	1	1	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	1	2	1	0	0	1	1	2	
++++--	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
----++	0	1	0	1	2	1	1	1	2	1	0	1	0	2	1	2	2	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	1	0	2
+---++	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	1	1	0	1	1	1	
-+---+	1	0	1	0	1	2	1	0	0	1	1	1	2	1	1	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	
++--++	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
--++++	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	2	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	2	1	
+----+	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	
-+++++	1	1	1	1	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	
++++++	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3

Πίνακας Π2.3: Η λίστα των 127 μη ισόμορφων ορθογώνιων σχηματισμών με 28 εκτελέσεις και 5 παράγοντες με 2 επίπεδα (2/5)

Επίπεδα Παραγόντων A B C D E	28.5.57	28.5.58	28.5.59	28.5.60	28.5.61	28.5.62	28.5.63	28.5.64	28.5.65	28.5.66	28.5.67	28.5.68	28.5.69	28.5.70	28.5.71	28.5.72	28.5.73	28.5.74	28.5.75	28.5.76	28.5.77	28.5.78	28.5.79	28.5.80	28.5.81	28.5.82	28.5.83	28.5.84
-----	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	1	1	0	2	2	1	1	2	2	1	1	1
+-----	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-+-----	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1
++-----	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	3	3	3	3	2	2	2	2	2	2	2	2	2
--+----	1	2	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	2	0	0	1	1	1	0	1	1	
+--+---	2	2	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	2	2	1	1	1	1	2	2	2	2	1	1	1	1	1
-++---	1	0	2	2	1	1	1	2	2	2	1	2	2	2	2	1	1	1	0	1	1	1	0	1	2	2	1	
+++---	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
----+-	1	1	0	1	0	1	1	1	0	1	1	0	1	0	1	1	2	1	2	1	0	1	1	0	0	1	1	
+---+-	1	1	1	1	1	1	0	0	2	2	1	1	1	2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	
-+-+--	1	1	2	2	2	1	2	2	1	0	0	2	1	2	1	0	0	1	0	1	2	2	1	1	1	1	0	
+-+-+-	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
--++--	1	0	2	1	2	1	1	2	2	1	1	2	1	2	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	
+--++-	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	
-++++-	1	2	0	0	0	1	1	0	0	1	2	0	1	0	1	2	2	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	
++++--	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
----++	2	1	1	2	2	1	2	2	2	1	1	2	1	2	1	1	2	2	2	1	1	2	1	1	1	2	1	
+----+	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
-+----	0	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	2	1	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
++---+	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	
--+++	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	1	0	1	0	1	1	0	0	0	1	1	0	1	0	1	0	1	
+--+++	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	1	1	2	2	2	2	1	1	1	1	2	2	2	2	
-++-++	2	2	1	1	2	1	2	1	1	0	1	1	0	1	0	2	2	2	2	2	2	2	2	2	1	1	1	
+++--+	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
----++	1	2	2	1	2	2	1	1	2	2	2	2	2	2	2	1	0	1	1	1	2	1	2	2	2	1	2	
+---++	1	1	1	1	1	1	2	2	0	0	1	1	1	0	0	2	2	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1	
-+---+	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	2	2	1	1	1	0	0	0	1	1	1	0	
++--++	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
--++++	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	
+-----	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
-+++++	0	0	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	0	0	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	
++++++	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	

Πίνακας Π2.4: Η λίστα των 127 μη ισόμορφων ορθογώνιων σχηματισμών με 28 εκτελέσεις και 5 παράγοντες με 2 επίπεδα (3/5)

Επίπεδα Παραγόντων Α Β C D E	28.5.85	28.5.86	28.5.87	28.5.88	28.5.89	28.5.90	28.5.91	28.5.92	28.5.93	28.5.94	28.5.95	28.5.96	28.5.97	28.5.98	28.5.99	28.5.100	28.5.101	28.5.102	28.5.103	28.5.104	28.5.105	28.5.106	28.5.107	28.5.108	28.5.109	28.5.110	28.5.111	28.5.112
-----	0	1	1	0	0	0	1	1	2	1	0	1	1	0	0	2	1	0	1	2	0	1	0	2	2	1	2	1
+-----	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0
-+-----	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0	1	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0
++-----	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	3	2	1	1	1	2	2	2	2	2
--+---	1	0	1	1	1	2	1	1	0	1	1	1	0	1	0	1	0	1	1	0	1	0	1	0	0	1	0	1
+--+---	1	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	1	2	2	1	2	1	1	1	1	1	1	1	1
-++---	2	2	1	1	2	2	2	1	2	2	2	2	2	2	2	1	2	1	1	1	1	2	2	1	1	0	1	1
+++---	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
----+-	2	1	1	2	2	1	1	1	0	1	2	1	1	2	2	1	1	1	2	1	1	0	1	0	1	1	0	1
+---+-	1	1	1	1	1	2	1	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
-+---+	0	1	1	0	1	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	1	1	2	2	1	0	0	1	1
++---+	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
--++-	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	1	1	0	0	1	2	1	2	1	1	2	1
+--++-	2	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	1	1	1	1	2	1	1	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1
-+++-	1	1	2	2	1	1	1	2	1	1	1	1	1	1	1	2	1	1	2	2	1	0	0	1	2	2	1	1
++++-	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
----++	2	2	1	2	2	2	1	1	0	1	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	0	1	2	1	2	1	2
+---++	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0
-+---+	0	0	1	0	1	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	2	2	0	1	0	1	1
++---+	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	1	1	1	2	1	1	1	1	1	1	1	1
--+-+	1	1	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	1	2	1	0	1	0	1	0
+--+-+	2	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1	2	1	1	2	1	1	1	1	2	2	2	2	2
-+-+-+	0	1	1	1	0	0	1	2	1	1	1	1	1	1	1	2	1	2	2	2	1	0	0	2	1	2	1	1
+++--+	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
----++	1	1	2	1	1	2	2	2	3	2	1	2	2	1	1	2	2	2	1	2	1	2	1	0	0	0	1	0
+---++	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	1	1	0	0	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2
-+---+	1	1	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0	1	1	1	1	0	0	1	0	1	0	0	2	2	2	1	1
++---+	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
--+++	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1	1	0	1
+-----	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
-++++	2	1	1	1	2	2	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	0	0	1	1
+++++	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	1	2	2	1	1	3	3	3	2	2	2	2	2

Πίνακας Π2.5: Η λίστα των 127 μη ισόμορφων ορθογώνιων σχηματισμών με 28 εκτελέσεις και 5 παράγοντες με 2 επίπεδα (4/5)

Επίπεδα Παραγόντων A B C D E	28.5.113	28.5.114	28.5.115	28.5.116	28.5.117	28.5.118	28.5.119	28.5.120	28.5.121	28.5.122	28.5.123	28.5.124	28.5.125	28.5.126	28.5.127
-----	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	2	1	1	0
+-----	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0
-+-----	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1
++-----	2	2	2	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1
---+---	1	1	1	2	1	0	1	1	1	1	1	0	1	0	1
+--+---	1	1	1	0	0	2	2	2	1	1	1	1	2	2	2
--++---	1	0	1	0	1	1	0	0	1	1	0	1	1	1	1
++++---	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
----+-	2	1	1	2	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	2
+---+-	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1
-+-+--	0	0	1	0	1	1	2	1	1	1	1	2	2	1	1
++-+--	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
--+++-	0	1	1	0	1	2	2	1	1	0	0	1	0	1	0
+--++-	1	1	1	2	2	0	0	0	1	2	2	2	1	1	1
-++++-	2	2	1	2	1	1	1	2	1	1	2	1	1	1	1
+++++-	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-----+	1	1	1	2	1	2	2	1	1	1	1	0	1	1	2
+----+	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	1
-+----+	2	1	2	0	1	1	1	2	1	0	0	1	1	0	0
++----+	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2
---+--+	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1	2	1	2	1
+--+--+	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0
-++--+	0	1	0	2	1	1	2	1	1	1	2	1	1	1	1
++++--+	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
----++	0	1	1	0	1	0	1	1	1	1	1	2	1	1	0
+---++	2	2	2	2	2	2	2	2	1	1	2	2	1	1	1
-+---++	1	1	0	2	1	1	0	0	1	1	1	0	0	1	1
++-+++	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
---+++	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	1
+--+++	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	1	1	1
-++++	1	1	2	0	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1
+++++	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2

Πίνακας Π2.6: Η λίστα των 127 μη ισόμορφων ορθογώνιων σχηματισμών με 28 εκτελέσεις και 5 παράγοντες με 2 επίπεδα (5/5)

Επίπεδα Παραγόντων A B C D E	32.5.1	32.5.2	32.5.3	32.5.4	32.5.5	32.5.6	32.5.7	32.5.8	32.5.9	32.5.10	32.5.11	32.5.12	32.5.13	32.5.14	32.5.15	32.5.16	32.5.17	32.5.18	32.5.19	32.5.20	32.5.21	32.5.22	32.5.23	32.5.24	32.5.25	32.5.26	32.5.27	32.5.28
-----	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
+-----	1	1	1	2	2	2	0	0	0	0	0	1	0	1	1	2	2	3	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1
-+-----	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
++-----	2	1	1	1	1	0	2	3	2	2	2	1	3	2	2	1	1	0	3	3	2	2	2	2	2	1	2	2
--+---	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
+--+---	2	1	1	1	0	0	2	2	2	1	2	1	2	2	1	1	0	0	2	1	2	1	1	2	0	1	1	0
--++---	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
+++---	1	3	3	2	3	4	1	0	1	2	1	2	1	1	2	2	3	3	0	1	1	2	1	0	2	2	1	2
----+-	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
+---+-	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	2	1	2	0	0	1	1	1	2
-+-+-	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
+-+--	0	1	0	0	0	1	1	0	0	1	0	1	1	2	1	2	1	2	1	0	2	1	2	2	1	2	1	0
--++-	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
+--+--	0	1	0	0	1	1	1	1	0	2	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0
-++++-	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	3	3	3	3	3	3	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
++++--	2	0	1	2	1	0	1	2	2	0	2	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	1	1
-----+	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
+----+	1	2	2	0	1	2	1	1	1	2	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0
-+---+	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
+----+	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
--+--+	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
+--+--+	0	0	0	1	1	0	1	1	1	1	0	1	2	1	2	1	2	1	2	3	1	2	2	1	3	2	2	3
-+--++	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
++++--+	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	1	0	1	0	1	2	0	0	1	0
----++	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
+---++	2	1	0	2	1	0	3	3	2	2	1	2	3	3	2	2	1	1	3	2	2	1	3	3	2	2	2	1
-+---++	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
+-+---++	2	2	3	2	3	3	0	1	1	1	2	1	0	0	1	1	2	2	0	1	0	1	0	0	1	0	1	2
--+---++	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
+--+---++	2	2	3	2	2	3	0	1	0	2	1	0	1	1	2	2	3	0	0	1	1	0	1	0	1	0	1	1
-+---++	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
++++--	0	1	0	0	0	0	2	1	1	2	0	1	3	2	2	1	1	0	2	2	2	2	2	1	2	2	1	1

Πίνακας Π2.7: Η λίστα των 491 μη ισόμορφων ορθογώνιων σχηματισμών με 32 εκτελέσεις και 4 παράγοντες με 2 επίπεδα (1/18)

Επίπεδα Παραγόντων A B C D E	32.5.29	32.5.30	32.5.31	32.5.32	32.5.33	32.5.34	32.5.35	32.5.36	32.5.37	32.5.38	32.5.39	32.5.40	32.5.41	32.5.42	32.5.43	32.5.44	32.5.45	32.5.46	32.5.47	32.5.48	32.5.49	32.5.50	32.5.51	32.5.52	32.5.53	32.5.54	32.5.55	32.5.56
-----	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	
+-----	1	1	2	2	2	2	2	2	2	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	0	0	0	0	0
-+-----	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
++-----	1	1	1	0	1	0	1	0	0	3	3	2	2	2	1	2	2	1	1	1	1	1	0	2	2	2	2	2
--+----	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
+--+----	2	1	0	1	1	0	0	1	0	3	2	3	2	1	2	2	1	2	1	0	1	0	0	2	2	3	1	2
-++----	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1
+++----	1	2	2	2	1	3	2	2	3	0	1	1	2	2	2	1	2	2	3	3	2	3	4	1	1	0	2	1
----+-	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
+---+-	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	1	0	0	1	1
-+---+	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
++---+	3	2	2	3	2	2	1	3	2	1	0	2	1	1	2	1	0	2	1	1	1	0	1	1	2	2	1	1
--++--	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
+--++--	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0
-+++--	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1
++++--	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	0	1	0	1	0	1
-----+	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
+----+	1	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	1	1	1	1
-+----+	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
++----+	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
--++--+	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
+--++--	0	1	2	1	1	2	2	0	1	1	2	0	1	2	1	1	2	0	1	2	1	2	1	2	1	0	2	1
-+++--+	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0
++++--+	2	1	1	1	2	0	1	2	1	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	1	2	0	1
----++	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
+---++	2	1	2	2	2	1	1	1	0	4	3	3	2	3	3	3	2	2	1	2	2	1	0	3	3	3	2	2
-+---++	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
++---++	0	1	1	0	1	1	2	1	2	0	1	0	1	1	0	1	2	1	2	2	2	3	3	0	0	0	1	1
--++++	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
+----++	2	2	1	2	2	2	2	3	3	0	0	1	1	0	1	1	1	2	2	1	2	2	3	0	0	1	0	1
-+++++	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2
+++++	1	1	1	1	0	1	0	0	0	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	0	0	0	2	2	1	2	1

Πίνακας Π2.8: Η λίστα των 491 μη ισόμορφων ορθογώνιων σχηματισμών με 32 εκτελέσεις και 5 παράγοντες με 2 επίπεδα (2/18)

Επίπεδα Παραγόντων A B C D E	32.5.57	32.5.58	32.5.59	32.5.60	32.5.61	32.5.62	32.5.63	32.5.64	32.5.65	32.5.66	32.5.67	32.5.68	32.5.69	32.5.70	32.5.71	32.5.72	32.5.73	32.5.74	32.5.75	32.5.76	32.5.77	32.5.78	32.5.79	32.5.80	32.5.81	32.5.82	32.5.83	32.5.84	
-----	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	
+-----	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	1
-+-----	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
++-----	2	1	2	1	2	1	1	3	3	2	3	2	2	2	1	1	2	2	3	2	1	2	1	0	1	2	3	2	
--+----	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
+--+----	1	1	1	2	0	1	1	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	2	2	1
-++----	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	0	0	0
+++----	2	2	1	1	2	2	2	0	1	1	0	0	1	1	1	2	1	1	0	0	1	0	1	2	1	1	0	1	
----+--	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
+---+--	2	0	0	0	1	1	0	1	1	1	0	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	
-+++-	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1
+++-	0	2	1	2	0	1	2	0	0	1	0	1	0	1	2	1	0	1	0	1	1	1	1	3	2	1	0	0	
--++-	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	
+--+-	0	1	1	0	1	0	1	1	2	1	2	1	1	2	1	1	1	2	2	1	1	2	1	2	2	1	1	1	
-+++-	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1
++++-	1	0	1	1	1	1	0	2	1	1	2	2	2	1	1	1	2	1	2	2	2	2	2	0	1	1	2	2	
-----+	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
+----+	1	0	0	0	0	0	1	1	2	2	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	1	2	2	3	3	2	2	1	
-+----+	3	3	3	3	3	3	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
++---+	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	0	1	2	0	1	1	0	1	0	1	
--+++	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	
+---+	2	2	2	1	3	2	1	2	2	1	2	1	2	1	0	1	1	2	2	1	2	1	1	0	0	0	0	1	
-+++-+	0	0	0	0	0	0	0	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	3	3	3
++++-	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	1	0	1	0	1	1	0	2	1	1	2	0	1	0	
----++	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
+---++	1	3	3	3	2	2	2	2	1	1	2	2	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	2	2	2	
-+---++	0	0	0	0	0	0	0	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	2	2	2	
++--++	2	0	1	0	2	1	1	0	1	0	1	0	1	1	0	1	2	0	1	0	0	1	1	0	1	0	1	1	
--+++	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
+----++	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1	1	2	2	2	0	0	1	1	1	2	2	2	1	1	1	
-++++	2	2	2	2	2	2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	
+++++	1	2	1	1	1	1	1	2	2	2	1	1	1	1	1	1	0	2	1	1	1	0	0	1	0	2	1	1	

Πίνακας Π2.9: Η λίστα των 491 μη ισόμορφων ορθογώνιων σχηματισμών με 32 εκτελέσεις και 5 παράγοντες με 2 επίπεδα (3/18)

Επίπεδα Παραγόντων A B C D E	32.5.85	32.5.86	32.5.87	32.5.88	32.5.89	32.5.90	32.5.91	32.5.92	32.5.93	32.5.94	32.5.95	32.5.96	32.5.97	32.5.98	32.5.99	32.5.100	32.5.101	32.5.102	32.5.103	32.5.104	32.5.105	32.5.106	32.5.107	32.5.108	32.5.109	32.5.110	32.5.111	32.5.112	
-----	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	
+-----	1	1	1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1
-+-----	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
++-----	2	1	1	2	2	2	1	2	2	1	2	1	1	2	0	1	1	0	1	2	2	1	3	2	2	2	2	2	2
--+----	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
+--+----	0	1	0	1	2	1	2	2	0	1	1	2	0	0	1	1	0	0	0	3	2	0	2	2	2	2	1	1	0
-++----	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
+++---	2	2	3	1	0	1	1	0	1	1	0	0	2	1	2	1	2	3	2	0	1	3	0	1	1	1	2	1	2
----+--	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
+---+--	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	1	
-+++-	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	0	0	0	0	0	0	
++-+-	0	1	1	1	1	0	1	0	0	1	0	1	1	0	2	1	0	2	1	0	0	0	0	1	2	1	1	0	
--++-	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	
+--++-	2	1	2	2	1	1	0	0	2	1	1	0	2	2	1	1	1	2	2	0	1	2	0	0	1	1	1	1	
-++++-	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	2	2	2	2	2	
++++-	1	1	0	1	2	2	2	3	2	2	3	3	1	2	1	2	2	0	1	3	2	1	2	1	0	0	1	1	
-----+	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
+----+	2	2	3	2	2	2	2	2	1	1	1	1	2	2	2	2	2	3	3	1	2	3	0	1	2	2	1	1	
-+----+	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	
++---+	0	1	0	1	1	1	2	1	1	2	1	2	1	0	2	1	1	1	0	2	1	0	1	1	0	0	0	0	
--+++	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	
+---++	1	0	0	1	0	1	0	0	2	1	1	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	2	1	0	1	1	2	
-++++	3	3	3	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	3	3	3	2	2	2	2	2	2	
+++--+	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	
----++	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
+---++	1	1	0	2	2	1	1	1	2	2	2	2	1	1	1	1	0	0	0	3	2	0	3	2	2	1	2	1	
-+---++	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	1	1	1	2	2	2	2	2	2	
++--++	2	1	2	0	0	1	0	1	1	0	1	0	1	2	0	1	2	1	2	0	1	3	0	0	0	1	1	2	
--++++	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
+----++	1	2	2	0	1	1	2	2	0	1	1	2	1	1	2	2	2	2	2	1	1	2	0	1	1	1	1	1	
-++++	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	
+++++	1	1	1	2	1	1	1	0	1	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	1	0	2	2	2	2	1	1	

Πίνακας Π2.10: Η λίστα των 491 μη ισόμορφων ορθογώνιων σχηματισμών με 32 εκτελέσεις και 5 παράγοντες με 2 επίπεδα (4/18)

Επίπεδα Παραγόντων A B C D E	32.5.113	32.5.114	32.5.115	32.5.116	32.5.117	32.5.118	32.5.119	32.5.120	32.5.121	32.5.122	32.5.123	32.5.124	32.5.125	32.5.126	32.5.127	32.5.128	32.5.129	32.5.130	32.5.131	32.5.132	32.5.133	32.5.134	32.5.135	32.5.136	32.5.137	32.5.138	32.5.139	32.5.140
-----	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
+-----	1	1	2	2	2	2	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1
-+-----	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
++-----	1	2	2	1	1	0	2	2	2	1	2	1	1	2	1	2	0	0	2	2	1	1	2	1	1	0	0	0
--+----	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
+--+----	1	1	0	0	0	0	2	1	0	1	1	2	1	1	0	0	1	0	1	1	0	1	1	2	0	0	1	0
-++----	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
+++---	2	1	1	2	2	3	0	1	2	2	1	1	1	0	2	1	2	3	0	0	2	1	0	0	1	2	1	2
----+-	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
+---+-	1	1	0	1	0	0	1	2	1	1	1	1	0	0	1	1	0	1	2	2	1	1	1	1	1	0	0	0
-+-+--	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
+-+-+-	1	0	0	0	1	2	1	0	1	2	1	2	2	1	1	0	3	2	0	0	2	2	1	2	1	3	3	3
--++--	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
+--++-	0	0	1	0	1	1	0	0	2	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	0	2	1	1	0	1	2	1	2
-++++-	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
++++--	1	2	2	2	1	0	2	2	0	0	1	1	1	2	1	2	0	0	3	3	0	1	2	2	2	0	1	0
-----+	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
+----+	1	1	0	0	1	2	1	1	2	2	2	2	1	1	1	1	2	2	0	1	2	2	2	2	1	2	2	3
-+----+	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
++---+	1	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	1	1	0	1	0	1	1	2	1	1	1	0	1	1	1	1	0
--+++	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
+--+++	1	1	2	2	1	0	1	2	2	1	1	0	1	1	2	2	0	1	3	2	2	1	1	0	2	1	0	0
-++-++	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
+++--+	0	1	1	0	1	1	1	0	0	0	1	1	1	2	0	1	1	0	0	1	0	1	2	2	1	1	2	2
----++	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
+---++	1	1	2	1	1	0	2	1	1	1	1	1	2	2	1	1	1	0	2	1	1	1	1	1	1	1	1	0
-+---++	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
++--++	1	2	2	2	2	2	0	1	1	0	1	0	0	1	1	2	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1
--++++	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
+----++	2	2	1	2	2	3	1	1	0	1	1	2	1	1	1	1	2	2	0	1	0	1	1	2	1	1	2	2
-+++++	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
+++++	1	0	0	0	0	0	1	1	2	2	1	1	1	0	1	0	1	1	0	2	1	0	0	0	1	0	0	0

Πίνακας Π2.11: Η λίστα των 491 μη ισόμορφων ορθογώνιων σχηματισμών με 32 εκτελέσεις και 5 παράγοντες με 2 επίπεδα (5/18)

Επίπεδα Παραγόντων A B C D E	32.5.141	32.5.142	32.5.143	32.5.144	32.5.145	32.5.146	32.5.147	32.5.148	32.5.149	32.5.150	32.5.151	32.5.152	32.5.153	32.5.154	32.5.155	32.5.156	32.5.157	32.5.158	32.5.159	32.5.160	32.5.161	32.5.162	32.5.163	32.5.164	32.5.165	32.5.166	32.5.167	32.5.168	
-----	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	1	
+-----	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	2	2	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	
-+-----	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	0
++-----	2	2	2	2	1	1	1	2	1	2	3	2	0	0	2	2	2	1	2	0	2	2	1	1	2	2	1	2	
--+----	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
+--+----	3	2	1	1	2	0	0	1	2	2	2	3	0	0	1	3	2	3	3	0	3	1	3	1	2	0	3	1	
-++----	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	3	
+++----	0	1	2	2	2	3	3	1	2	1	0	0	3	3	1	0	1	1	0	3	0	2	1	3	0	1	0	1	
----+-	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
+---+-	0	1	0	1	0	0	1	1	0	1	1	0	1	0	2	0	1	0	0	1	0	2	0	2	0	1	0	2	
-+-+-	1	1	1	1	1	1	1	1	2	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	
+-+-+-	1	0	1	0	1	1	0	0	1	1	0	2	1	2	0	1	0	2	1	1	2	0	3	1	1	0	1	1	
--++-	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	
+--++-	0	0	2	1	1	2	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	2	0	1	
-++++-	1	1	1	1	1	1	1	0	0	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	1	0	0	0	
++++-	2	2	0	1	1	0	1	2	1	1	2	1	1	0	2	2	2	1	2	0	1	1	0	0	2	2	3	0	
-----+	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
+----+	1	1	2	2	2	2	2	2	2	0	0	1	0	1	1	0	0	1	1	2	0	0	1	1	2	2	1	3	
-+----+	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	3	3	3	3	0	0	0	2	
++---+	1	1	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0	
--+++	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	
+---++	0	1	1	1	0	1	1	1	0	2	2	0	2	1	2	1	2	0	0	1	1	3	0	2	0	2	0	1	
-++++	2	2	2	2	2	2	2	1	2	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	2	1	2	0	
++++	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	2	0	1	1	1	0	1	2	0	2	0	2	0	2	1	1	0	
----++	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
+---++	3	2	2	1	1	1	0	1	2	3	3	3	1	1	1	4	3	3	3	1	4	2	3	1	2	1	3	0	
-+---++	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	2	1	2	
++--++	0	1	1	2	1	2	3	2	1	0	1	0	2	2	2	0	1	0	1	3	0	2	0	2	1	2	0	0	
--+++	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	
+----+	1	1	0	1	2	1	2	1	1	0	0	1	2	2	1	0	0	1	1	2	0	0	1	1	1	0	1	0	
-++++	1	1	1	1	1	1	1	2	2	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	1	2	2	0	
++++	1	1	2	1	1	1	0	0	1	2	1	1	0	0	0	1	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	4	

Πίνακας Π2.12: Η λίστα των 491 μη ισόμορφων ορθογώνιων σχηματισμών με 32 εκτελέσεις και 5 παράγοντες με 2 επίπεδα (6/18)

Επίπεδα Παραγόντων A B C D E	32.5.169	32.5.170	32.5.171	32.5.172	32.5.173	32.5.174	32.5.175	32.5.176	32.5.177	32.5.178	32.5.179	32.5.180	32.5.181	32.5.182	32.5.183	32.5.184	32.5.185	32.5.186	32.5.187	32.5.188	32.5.189	32.5.190	32.5.191	32.5.192	32.5.193	32.5.194	32.5.195	32.5.196
-----	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
+-----	1	1	2	2	2	2	3	3	3	4	1	3	2	2	2	2	2	3	3	3	3	4	1	1	2	2	2	3
-+-----	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
++-----	1	1	1	2	1	1	1	0	0	0	2	0	1	1	1	1	1	0	0	0	1	0	2	2	1	1	1	0
--+----	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
+--+---	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	3	1	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0	3	2	2	1	1	1
-++---	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1
+++---	1	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	2	1	1	2	1	2	2	1	2	1	1	0	1	1	2	2	2
----+-	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
+---+-	2	1	1	1	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	2	0	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0
-+-+--	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	3	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2
++-+--	1	2	1	0	1	2	0	2	1	1	0	0	1	2	1	1	0	2	2	1	0	1	1	0	1	1	0	1
--++--	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
+--++-	0	1	1	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
-++++-	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
++++--	1	0	1	2	2	1	3	1	2	3	2	2	1	0	0	1	1	0	1	1	2	2	1	1	1	0	1	1
-----+	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
+----+	2	3	1	1	1	2	0	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	1	1	0	1	1	0
-+----	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
++---+	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	1
--+++	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
+--+++	1	0	2	2	1	0	2	1	1	1	0	0	2	1	2	1	2	2	1	2	2	1	0	1	1	1	1	1
-++-++	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1
+++--+	0	1	0	1	1	2	1	1	1	2	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	2	1	0	0	0	0	0
----++	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
+---++	0	0	1	1	1	1	1	1	0	1	3	1	2	2	1	1	0	2	2	1	1	1	3	2	3	2	1	2
-+---+	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
++--++	0	0	0	1	0	0	1	0	1	1	0	2	0	0	1	1	2	0	0	1	2	2	0	1	0	1	2	1
--++++	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
+----+	1	1	0	0	1	1	1	1	2	2	0	2	0	0	0	1	1	0	1	1	1	2	0	0	0	0	1	1
-+++++	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
++++++	3	3	3	2	2	2	1	2	1	0	3	1	3	3	3	2	2	3	2	2	1	0	3	3	3	3	2	2

Πίνακας 2.13: Η λίστα των 491 μη ισόμορφων ορθογώνιων σχηματισμών με 32 εκτελέσεις και 5 παράγοντες με 2 επίπεδα (7/18)

Επίπεδα Παραγόντων A B C D E	32.5.197	32.5.198	32.5.199	32.5.200	32.5.201	32.5.202	32.5.203	32.5.204	32.5.205	32.5.206	32.5.207	32.5.208	32.5.209	32.5.210	32.5.211	32.5.212	32.5.213	32.5.214	32.5.215	32.5.216	32.5.217	32.5.218	32.5.219	32.5.220	32.5.221	32.5.222	32.5.223	32.5.224
-----	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
+-----	3	3	3	4	2	2	3	3	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	3	3	1	1	1	2	2	2	2	2
-+-----	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
++-----	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	1	1	0	1	1	0	1	0	0	0	1	1	1	1	1	0	1	0
--+----	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
+--+---	0	1	0	0	2	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0
-++---	1	1	1	1	1	1	1	1	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	2	2	2	2	2	2	2	2
+++---	3	2	3	2	1	2	2	3	1	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	2	1	1	1	1	1	2
----+-	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
+---+-	0	0	1	0	0	1	0	1	2	1	2	1	2	2	0	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0	0	1	0
-+-+--	2	2	2	2	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
+-+-+-	1	1	0	0	2	1	2	1	1	2	0	1	1	0	2	2	1	3	2	1	1	1	1	0	1	2	0	2
--++--	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
+--++-	1	0	0	0	0	0	0	0	1	2	0	1	0	0	2	1	1	2	1	0	1	2	1	1	2	1	1	2
-++++-	1	1	1	1	2	2	2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
++++--	0	1	1	2	0	0	0	0	1	0	3	2	2	3	1	1	2	0	2	3	1	0	1	2	1	1	2	0
-----+	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
+----+	1	1	1	0	0	0	0	0	2	3	0	1	1	1	2	2	2	3	1	1	2	3	3	1	2	2	2	3
-+----+	3	3	3	3	4	4	4	4	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
++---+	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	2	1	2	1	0	1	0	0	1	1	1	0	0	1	0	1	0	0
--+++	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
+--+++	1	0	1	1	1	2	1	2	2	1	3	2	2	2	1	1	1	0	1	1	1	1	0	2	1	0	1	0
-++-++	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
+++-++	0	1	0	1	1	0	1	0	0	1	0	1	0	1	2	1	2	2	2	2	0	0	1	0	1	1	1	1
----++	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
+---++	1	1	0	1	3	2	2	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	1	0	0
-+---++	0	0	0	0	0	0	0	0	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	2	2	2	2	2	2	2	2
++--++	2	2	3	3	0	1	1	2	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	1	1	1	0	2	1
--++++	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
+----++	1	2	2	2	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	1	1	1	1	2	0	0	1	0	0	1	1	1
-+++++	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
+++++	2	1	1	0	3	3	2	2	3	3	2	2	2	1	2	2	1	2	1	0	3	3	2	2	2	2	1	2

Πίνακας Π2.14: Η λίστα των 491 μη ισόμορφων ορθογώνιων σχηματισμών με 32 εκτελέσεις και 5 παράγοντες με 2 επίπεδα (8/18)

Επίπεδα Παραγόντων A B C D E	32.5.225	32.5.226	32.5.227	32.5.228	32.5.229	32.5.230	32.5.231	32.5.232	32.5.233	32.5.234	32.5.235	32.5.236	32.5.237	32.5.238	32.5.239	32.5.240	32.5.241	32.5.242	32.5.243	32.5.244	32.5.245	32.5.246	32.5.247	32.5.248	32.5.249	32.5.250	32.5.251	32.5.252	
-----	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
+-----	3	3	3	1	2	2	3	2	2	3	3	2	2	2	2	3	2	2	2	3	3	3	2	2	2	2	3	3	
-+-----	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	
++-----	1	0	0	1	1	0	0	1	1	1	0	1	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	
--+----	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
+--+----	0	0	1	1	0	0	0	1	1	0	1	2	1	0	0	0	2	1	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	
-++----	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	2	2	2	2	
+++---	0	1	0	2	2	3	2	1	1	1	1	1	2	2	3	2	1	2	3	3	2	3	2	3	0	0	0	0	
----+-	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
+---+-	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	2	2	1	0	1	1	0	0	1	1	2	1	0	1	0	
-+-+--	1	1	1	2	2	2	2	1	1	1	1	2	2	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	
++-+--	0	1	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	1	1	1	0	1	1	1	0	1	0	0	1	0	1	
--++--	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	
+--++-	1	1	0	1	2	2	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	2	0	1	
-++++-	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	2	2	2	2	2	2	2	2	2	1	1	0	0	0	0	
++++--	3	2	3	1	1	0	2	1	2	2	2	2	1	1	0	1	1	1	0	0	1	1	1	1	3	2	4	3	
-----+	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
+----+	0	1	1	3	2	3	1	1	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	1	2	0	1
-+----+	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	0	0	0	0	
++---+	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	2	1	
--+++	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	
+--+++	2	1	0	0	1	0	1	1	1	2	1	1	1	3	2	2	1	2	1	2	1	2	1	2	2	1	2	1	
-++-++	1	1	1	2	2	2	2	1	1	1	1	2	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	
+++--+	1	1	2	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	1	0	1	2	1	2	
----++	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
+---++	2	1	1	0	1	0	1	2	1	2	2	3	2	1	0	1	3	2	1	2	2	1	1	0	1	1	1	1	
-+---++	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	3	3	3	3	
++--++	1	1	1	2	2	2	2	1	2	2	1	1	1	2	2	2	1	2	2	2	2	3	2	3	1	1	1	1	
--++++	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
+-----+	0	1	2	1	0	1	1	0	1	0	1	0	0	0	1	1	0	0	1	0	1	1	1	1	0	0	1	1	
-+++++	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	
++++++	1	1	0	2	2	2	1	2	1	1	1	2	2	2	2	1	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	0	0	

Πίνακας Π2.15: Η λίστα των 491 μη ισόμορφων ορθογώνιων σχηματισμών με 32 εκτελέσεις και 5 παράγοντες με 2 επίπεδα (9/18)

Επίπεδα Παραγόντων A B C D E	32.5.253	32.5.254	32.5.255	32.5.256	32.5.257	32.5.258	32.5.259	32.5.260	32.5.261	32.5.262	32.5.263	32.5.264	32.5.265	32.5.266	32.5.267	32.5.268	32.5.269	32.5.270	32.5.271	32.5.272	32.5.273	32.5.274	32.5.275	32.5.276	32.5.277	32.5.278	32.5.279	32.5.280	
-----	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
+-----	2	2	2	2	2	2	3	3	3	3	0	1	3	2	1	2	3	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	
-+-----	2	2	2	2	2	2	2	2	2	3	3	1	1	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	
++-----	1	1	0	0	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	3	2	0	3	2	1	2	1	1	1	1	1	1	2	
--+----	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
+--+----	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	3	2	2	2	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	1	1	1	
-++----	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	2	2	2	3	3	3	2	2	2	1	1	2	2	2	1	1	1	
+++----	0	1	2	3	0	1	0	1	2	1	0	2	0	0	0	0	1	0	1	2	1	2	2	1	2	2	2	0	
----+--	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
+---+--	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	1	2	0	1	2	1	0	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	
-+++-	1	1	2	2	0	0	0	0	0	0	1	2	2	1	0	0	0	1	1	0	1	1	1	1	1	2	1	1	
++-+-	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	1	3	0	0	2	1	2	2	2	1	1	2	0	
--++-	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	
+--+-	1	2	1	2	1	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	
-++++-	0	0	0	0	1	1	1	1	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1	0	
++++-	3	2	2	1	2	2	3	3	2	3	3	0	2	2	2	2	1	2	2	0	1	0	0	1	1	1	0	3	
-----+	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
+----+	1	2	2	3	1	1	0	0	0	0	2	3	1	2	1	1	2	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	1
-+----+	0	0	0	0	1	1	1	1	2	0	1	3	3	2	2	2	2	2	2	3	3	3	3	3	3	3	3	4	1
++---+	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
--+++	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	
+--++	1	1	0	0	1	2	2	2	2	2	0	0	0	0	3	2	0	2	2	2	2	1	2	1	2	1	2	1	
-+++	2	2	3	3	1	1	1	1	1	2	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	1	0	0	0	0	1	0	2
++++	1	1	0	0	2	1	2	1	1	1	2	0	2	2	0	1	2	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	
----++	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
+---++	2	1	1	0	2	1	2	1	1	2	2	0	2	1	1	1	0	2	1	1	3	2	2	2	1	2	3	2	
-+---++	2	2	1	1	2	2	2	2	1	2	0	0	0	1	3	3	3	2	2	2	1	1	1	1	1	0	0	2	
++--++	1	2	2	3	1	2	2	2	3	2	2	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	1	
--+++	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
+---++	0	0	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	3	0	1	1	0	1	0	1	1	1	0	1	
-++++	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	
+++++	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	4	2	2	3	2	1	3	2	3	3	3	3	2	2	2	3	1	

Πίνακας Π2.16: Η λίστα των 491 μη ισόμορφων ορθογώνιων σχηματισμών με 32 εκτελέσεις και 5 παράγοντες με 2 επίπεδα (10/18)

Επίπεδα Παραγόντων A B C D E	32.5.281	32.5.282	32.5.283	32.5.284	32.5.285	32.5.286	32.5.287	32.5.288	32.5.289	32.5.290	32.5.291	32.5.292	32.5.293	32.5.294	32.5.295	32.5.296	32.5.297	32.5.298	32.5.299	32.5.300	32.5.301	32.5.302	32.5.303	32.5.304	32.5.305	32.5.306	32.5.307	32.5.308	
-----	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	3	3	3	3	3	3	3	3	
+-----	2	2	2	3	2	2	2	3	3	3	2	3	2	4	2	4	3	3	4	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
-+-----	1	1	2	2	2	2	2	0	1	1	1	1	2	2	2	2	3	3	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
++-----	1	0	2	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	4	3	3	2	3	2	3	1	
--+----	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
+--+----	0	1	0	0	1	1	1	1	1	0	2	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	1	1	1	0	1	
-++----	1	1	1	1	0	0	1	2	2	2	1	1	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	
+++---	2	2	0	0	1	1	0	2	1	2	2	2	2	0	2	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	2	0	1	
----+-	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
+---+-	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	2	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	1	1	1	2	0	3
-+++-	0	0	0	0	1	0	0	2	1	1	2	2	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
+-+--	1	3	0	0	0	1	1	2	2	1	2	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	
--++-	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
+--+--	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	4	3	3	2	2	2	3	0	
-++++-	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	3	3	3	3	3	3	3	2	
++++-	1	0	3	4	3	2	3	0	1	1	0	1	1	3	1	3	3	3	4	1	0	0	0	0	1	0	1	2	
-----+	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
+----+	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	2	1	2	0	2	0	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0
-+----+	3	3	0	0	0	1	1	4	3	3	3	3	2	2	2	2	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
++---+	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0	1	1	2	1	2	1	4		
--+++	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	3	3	3	3	3	3	3	3	3	
+--+++	3	1	2	2	1	1	1	1	1	2	0	1	2	2	1	2	1	2	2	1	1	0	1	0	0	1	1	1	
-++-++	0	0	2	2	3	2	1	0	0	0	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	
+++-++	0	1	1	1	0	1	2	0	1	0	0	0	0	2	0	1	2	1	2	1	2	2	1	1	2	0	2	0	
----++	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
+---++	2	2	2	2	2	2	2	2	2	1	2	2	0	2	1	2	2	1	2	2	2	2	1	1	1	0	2	0	
-+---++	1	1	3	3	2	2	2	0	1	1	0	0	2	2	1	1	2	2	2	3	3	3	3	3	3	3	3	3	
++--++	1	0	1	1	1	1	1	0	0	1	0	1	1	1	1	2	1	2	2	0	1	0	1	0	1	1	1	0	
--++++	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
+-----	0	1	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	2	2	2	1	3	
-+++++	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	
+++++	2	2	1	0	1	1	0	4	3	3	4	3	3	1	3	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	1	0	0	

Πίνακας Π2.17: Η λίστα των 491 μη ισόμορφων ορθογώνιων σχηματισμών με 32 εκτελέσεις και 5 παράγοντες με 2 επίπεδα (11/18)

Επίπεδα Παραγόντων A B C D E	32.5.309	32.5.310	32.5.311	32.5.312	32.5.313	32.5.314	32.5.315	32.5.316	32.5.317	32.5.318	32.5.319	32.5.320	32.5.321	32.5.322	32.5.323	32.5.324	32.5.325	32.5.326	32.5.327	32.5.328	32.5.329	32.5.330	32.5.331	32.5.332	32.5.333	32.5.334	32.5.335	32.5.336	
-----	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3		
+-----	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	1	
-+-----	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
++-----	3	3	1	2	1	3	2	0	2	1	1	3	3	2	0	2	1	2	1	1	0	1	3	3	2	1	2	1	
--+----	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
+--+---	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	1	0	1	0	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	0	0
-++---	2	2	2	2	2	2	2	2	0	0	0	1	1	1	2	1	1	1	1	2	2	1	0	1	1	1	1	1	
+++---	0	0	2	1	1	0	0	2	1	2	3	1	0	1	2	2	2	1	2	1	2	2	1	0	1	2	1	2	
----+-	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
+---+-	0	1	2	2	2	0	0	2	0	1	1	0	0	0	2	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	2	0	1	
-+-+--	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	3	0	0	0	0	0	0	
+-+--	1	0	1	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	0	0	1	1	1	1	1	
--++--	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
+--++-	4	3	2	2	1	4	3	1	2	1	2	4	3	3	1	4	3	3	3	3	2	3	3	3	2	1	3	2	
-++++-	2	2	2	2	2	2	2	2	3	3	3	2	2	2	1	1	1	1	1	0	0	0	4	3	3	3	3	3	
++++--	0	1	0	1	1	0	1	1	1	1	0	0	1	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	
-----+	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
+----+	1	1	1	1	1	2	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	0	0
-+----+	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	
++---+	1	1	3	2	3	0	2	4	2	3	2	1	1	2	4	2	3	2	3	3	4	3	0	0	1	2	1	2	
--+++	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	
+--+++	1	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	1	
-++--+	0	0	0	0	0	0	0	0	2	2	2	1	1	1	0	1	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	
+++--+	2	2	0	1	1	3	2	0	1	0	0	1	2	1	0	0	0	1	0	1	0	0	2	3	2	1	2	1	
----++	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
+---++	2	1	0	0	0	1	2	0	2	1	0	2	2	2	0	2	2	2	2	2	1	2	2	2	1	0	2	1	
-+---++	3	3	3	3	3	3	3	3	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	0	2	2	2	2	2	2	
++--++	0	1	0	1	0	1	0	0	1	1	2	1	1	1	0	1	0	1	1	0	0	1	2	1	1	1	1	1	
--++++	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
+-----+	0	1	2	2	3	1	1	3	2	3	3	0	1	1	3	0	1	1	1	1	2	1	1	1	2	3	1	2	
-+++++	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	1	1	1	2	2	2	2	2	3	3	3	0	1	1	1	1	1	
+++++	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	

Πίνακας Π2.18: Η λίστα των 491 μη ισόμορφων ορθογώνιων σχηματισμών με 32 εκτελέσεις και 5 παράγοντες με 2 επίπεδα (12/18)

Επίπεδα Παράγοντων A B C D E	32.5.337	32.5.338	32.5.339	32.5.340	32.5.341	32.5.342	32.5.343	32.5.344	32.5.345	32.5.346	32.5.347	32.5.348	32.5.349	32.5.350	32.5.351	32.5.352	32.5.353	32.5.354	32.5.355	32.5.356	32.5.357	32.5.358	32.5.359	32.5.360	32.5.361	32.5.362	32.5.363	32.5.364
-----	3	3	3	3	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
+-----	1	1	0	1	1	2	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2
-+-----	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
++-----	0	0	1	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	1	0	2	1	1	2
--+----	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
+--+---	1	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	2	1	1	1	0	1	1	0	1	0	1	1	1	1	0	0
-++---	1	1	1	1	3	3	3	3	3	2	2	2	2	2	2	2	1	1	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1
+++---	2	3	2	3	1	1	0	0	0	1	2	2	1	2	1	2	3	2	1	1	1	1	1	2	0	1	2	0
----+-	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
+---+-	1	2	1	1	2	2	2	0	1	1	0	1	1	0	0	1	2	2	2	1	1	0	0	0	0	1	2	0
-+-+--	0	0	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	3	3	3	3	1	1	1	1	1	1	2	3	0	0	0	0
+-+-+-	2	1	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0
--++--	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
+--++-	1	1	2	2	2	1	0	3	2	1	3	2	1	3	3	2	1	0	1	3	2	4	3	3	3	2	2	3
-++++-	3	3	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	3	3	1	1	1	1	1	0	3	3	3	3
++++--	0	0	0	0	1	2	3	1	2	2	0	1	2	0	1	1	0	1	2	1	1	0	1	1	0	0	0	1
-----+	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
+----+	0	0	1	0	1	0	0	1	1	0	1	1	0	1	1	1	0	0	0	1	1	2	1	1	1	1	1	0
-+----	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	2	2	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1
++---+	3	3	2	3	3	4	4	2	2	4	3	3	4	3	2	3	2	2	4	2	3	1	2	3	0	1	1	0
--+++	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
+--+++	0	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1
-++-++	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0
++++--	1	0	1	0	0	0	1	2	2	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	1	2	1	0	3	2	1	3
----++	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
+---++	1	0	1	1	0	0	0	1	0	1	1	0	2	2	2	1	0	0	1	1	1	1	2	2	2	1	0	2
-+---+	2	2	1	1	3	3	3	3	3	2	2	2	0	0	0	0	1	1	2	2	2	2	1	0	2	2	2	2
++--++	0	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	2	2	0	1	0	1	1	1	1	1	2	2
--++++	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
+----+	3	3	2	2	1	2	3	1	2	2	1	2	1	0	0	1	2	3	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0
-+++++	1	1	2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	2	2	2	2	0	0	1	1	1	1	1	2	0	0	0	0
++++++	0	0	0	0	2	1	0	1	0	1	2	1	1	2	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0

Πίνακας Π2.19: Η λίστα των 491 μη ισόμορφων ορθογώνιων σχηματισμών με 32 εκτελέσεις και 5 παράγοντες με 2 επίπεδα (13/18)

Επίπεδα Παραγόντων A B C D E	32.5.365	32.5.366	32.5.367	32.5.368	32.5.369	32.5.370	32.5.371	32.5.372	32.5.373	32.5.374	32.5.375	32.5.376	32.5.377	32.5.378	32.5.379	32.5.380	32.5.381	32.5.382	32.5.383	32.5.384	32.5.385	32.5.386	32.5.387	32.5.388	32.5.389	32.5.390	32.5.391	32.5.392
-----	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	1	1	1	0	0	0	0	2	2	2	2	2	1
+-----	2	1	1	0	1	1	2	0	1	1	1	2	2	1	1	2	2	2	3	2	4	3	1	2	1	2	2	2
-+-----	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	2	1	2	2	3	0	0	1	1	1	1	
++-----	0	1	3	3	1	2	0	3	1	1	2	0	0	0	2	0	0	1	0	0	0	0	2	0	0	2	0	1
--+----	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
+--+----	0	1	0	0	1	0	0	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0
-++----	0	2	2	3	3	3	3	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	2	2	1	2	2	1	0	0	1	
+++---	3	1	0	0	0	0	1	0	1	1	1	2	2	1	0	2	1	0	2	2	0	0	1	2	2	1	3	2
----+-	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
+---+-	0	2	0	1	2	0	2	1	1	2	0	1	2	2	0	0	0	0	2	0	0	0	0	1	2	0	0	1
-+-+--	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	3	2	0	3	1	1	0	2	2	1	0	2	1
++-+--	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	1	0	1	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
--++--	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	0	0	0	0	0	1
+--++-	3	0	3	3	0	3	0	2	1	0	3	1	0	0	2	2	2	2	1	1	1	1	4	2	1	3	3	2
-++++-	2	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	2	0	0	2	0	0	0	1	1	1	2	4	2	2
++++--	0	2	1	1	3	1	3	1	1	2	0	1	2	2	1	1	2	1	1	1	3	2	0	1	1	0	0	0
-----+	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
+----+	0	1	2	3	1	2	0	2	1	1	2	0	0	1	1	1	1	1	2	0	1	1	0	0	0	0	0	0
-+----+	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	2	1	1	1	0	0	0	1	1	1
++---+	2	3	0	0	3	1	4	0	2	2	0	3	3	3	0	2	2	0	1	1	1	0	2	4	4	0	2	2
--+++	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	4	4	4	4	4	4
+--+++	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1
-++--+	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
+++--+	0	0	2	2	1	2	0	2	1	1	2	0	0	1	3	0	1	3	0	0	2	3	1	0	0	3	1	0
----++	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
+---++	2	0	1	0	0	1	0	1	1	0	1	1	0	0	2	2	2	2	2	0	2	2	2	1	1	2	2	2
-+---++	0	3	3	3	3	3	3	2	2	2	2	2	2	3	2	0	1	2	0	2	2	2	2	2	2	2	0	2
++--++	2	0	1	1	0	0	0	1	0	1	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	2	2	0	0
--++++	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
+----++	0	3	1	1	3	1	3	1	2	3	1	2	3	3	1	0	0	0	0	0	0	0	0	2	2	1	1	0
-+++++	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	1	1	1	0	2	0
+++++	1	1	1	1	0	1	0	1	1	0	1	1	0	0	0	2	1	1	3	3	1	1	2	1	1	0	0	3

Πίνακας Π2.20: Η λίστα των 491 μη ισόμορφων ορθογώνιων σχηματισμών με 32 εκτελέσεις και 5 παράγοντες με 2 επίπεδα (14/18)

Επίπεδα Παραγόντων A B C D E	32.5.393	32.5.394	32.5.395	32.5.396	32.5.397	32.5.398	32.5.399	32.5.400	32.5.401	32.5.402	32.5.403	32.5.404	32.5.405	32.5.406	32.5.407	32.5.408	32.5.409	32.5.410	32.5.411	32.5.412	32.5.413	32.5.414	32.5.415	32.5.416	32.5.417	32.5.418	32.5.419	32.5.420
-----	1	3	3	3	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
+-----	2	0	0	0	2	1	1	1	1	1	0	1	2	0	1	0	1	2	2	0	1	1	2	2	1	1	1	1
-+-----	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	1	1	0	1	2	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0
++-----	1	2	1	0	0	0	0	0	0	0	2	1	0	1	0	2	1	1	0	2	1	1	0	0	0	0	0	1
--+----	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
+--+----	1	0	0	0	0	0	3	0	0	2	1	2	1	0	1	1	1	0	0	1	2	1	2	1	0	0	1	1
-++----	1	2	2	3	3	3	0	2	3	0	1	1	1	1	1	1	1	0	2	1	1	1	1	1	2	2	1	1
+++----	1	0	1	1	0	0	0	1	0	1	1	0	1	2	1	1	1	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1	1
----+-	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
+---+-	1	2	2	2	1	2	0	2	2	0	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	1	0	1	2	0	1	1
-+-+--	1	0	0	0	0	0	3	0	0	2	1	1	1	0	1	1	1	0	2	1	1	1	1	1	0	0	1	1
++-+--	0	0	1	2	2	1	0	1	1	1	1	2	2	2	2	1	1	1	1	2	1	2	1	1	3	1	1	1
--++--	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	2	2	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
+--++-	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	0	2	1	0	0	0	2	2	1	1	0	0	1	3	1	0
-++++-	2	1	1	0	1	0	0	1	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1
++++--	1	3	2	2	2	3	4	2	3	2	1	2	2	0	2	2	2	3	2	0	1	1	2	2	2	0	2	2
-----+	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
+----+	0	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	1	1	3	2	2	2	1	2	2	1	1	0	0	1	3	1	1
-+----+	1	0	1	1	2	0	0	1	1	1	2	2	2	1	1	2	2	1	0	2	2	2	2	2	1	1	1	1
++---+	2	2	2	3	1	3	3	2	2	1	0	1	1	0	1	0	0	0	2	0	1	1	2	2	2	0	2	2
--+++	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
+--+++	0	3	3	3	2	3	0	3	3	0	2	1	1	2	1	2	2	3	0	1	0	1	0	1	2	0	1	1
-++-++	0	2	1	0	0	1	4	1	0	3	2	2	2	2	2	2	2	3	2	1	1	1	1	1	0	0	1	2
+++-++	1	0	0	0	2	0	0	0	1	1	0	1	1	0	1	0	0	0	1	1	2	1	2	1	1	3	1	0
----++	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
+---++	2	0	0	0	0	0	2	0	0	1	1	2	1	0	1	1	1	2	0	1	2	1	2	1	0	0	1	1
-+---++	2	3	2	2	2	3	0	2	2	0	1	1	1	2	1	1	1	2	2	1	1	1	1	1	2	2	1	2
++--++	0	1	1	0	1	0	1	1	1	2	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1	0
--++++	0	2	2	2	3	3	3	3	3	3	2	2	2	2	2	1	2	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	1
+-----+	1	1	1	1	1	0	1	0	0	1	0	1	2	0	1	1	0	0	2	0	1	1	2	2	1	1	1	2
-+++++	0	0	1	2	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0
+++++	2	0	0	0	0	1	0	1	0	0	2	1	0	2	0	1	2	1	0	2	1	1	0	0	0	0	0	1

Πίνακας Π2.21: Η λίστα των 491 μη ισόμορφων ορθογώνιων σχηματισμών με 32 εκτελέσεις και 5 παράγοντες με 2 επίπεδα (15/18)

Επίπεδα Παραγόντων A B C D E	32.5.421	32.5.422	32.5.423	32.5.424	32.5.425	32.5.426	32.5.427	32.5.428	32.5.429	32.5.430	32.5.431	32.5.432	32.5.433	32.5.434	32.5.435	32.5.436	32.5.437	32.5.438	32.5.439	32.5.440	32.5.441	32.5.442	32.5.443	32.5.444	32.5.445	32.5.446	32.5.447	32.5.448	
-----	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	1	2	1	3	3	3	2	2	2	2	2	2	2	2	
+-----	0	1	1	0	2	0	0	2	0	0	0	0	2	0	2	0	2	0	2	0	0	1	1	2	1	1	0	0	
-+-----	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	
++-----	2	1	2	2	2	2	2	1	2	2	2	2	0	2	0	2	0	1	0	2	0	0	0	0	0	0	2	2	
--+----	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
+--+---	1	1	0	1	0	2	1	0	0	0	2	0	1	0	0	0	0	1	0	1	3	2	2	1	2	2	3	2	
-++---	1	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	2	0	0	3	3	2	3	3	3	3	2	2	1	2	
+++---	1	1	1	2	1	0	1	0	1	2	0	2	1	2	1	2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
----+-	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
+---+-	1	1	0	1	0	0	1	0	1	1	1	2	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	
-+-+--	1	1	1	0	0	1	1	2	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	2	2	2	0	0	2	0	2	0	
+-+-+-	1	1	1	2	1	2	1	0	2	1	1	0	2	1	2	1	2	3	2	0	3	2	2	3	1	3	1	3	
--++--	1	1	2	2	2	2	2	0	0	0	0	0	0	1	1	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	2	
+--+-	1	0	1	0	0	0	0	1	2	2	0	1	0	1	0	0	2	3	2	3	2	2	0	2	2	2	0	1	
-++++-	1	1	0	2	2	0	0	0	2	2	2	2	2	1	0	0	2	1	1	0	0	0	2	2	0	2	0	1	
++++--	1	2	2	0	2	2	2	4	0	0	2	1	2	1	2	2	0	0	2	2	0	1	1	0	2	0	2	0	
-----+	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
+----+	2	1	2	2	0	2	2	0	2	2	2	2	0	2	2	2	1	2	0	2	3	2	0	1	2	2	3	2	
-+----+	2	2	1	2	2	2	2	0	2	2	2	2	2	2	2	2	2	0	0	0	1	1	3	3	0	2	1	2	
++---+	0	1	0	0	0	0	0	3	0	0	0	0	2	0	1	0	1	2	3	1	2	2	2	0	2	0	0	0	
--+++	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
+--+++	1	1	1	1	2	0	1	2	2	2	0	2	1	2	1	2	1	2	3	2	0	1	3	2	1	1	0	2	
-++-++	1	1	2	2	2	1	1	3	1	2	2	2	2	2	1	2	1	2	2	3	2	2	0	0	3	1	4	2	
+++--+	1	1	1	0	1	2	1	0	1	0	2	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	2	0	2	0	0	
----++	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	
+---++	1	1	1	1	2	2	1	2	1	1	1	0	2	1	0	1	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	
-+---++	1	1	2	2	2	1	1	2	2	1	1	1	1	1	2	1	1	2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	1	
++--++	1	1	1	0	1	0	1	0	0	1	1	2	0	1	0	1	0	0	1	3	0	1	1	2	2	2	2	0	
--++++	1	1	0	0	0	0	0	2	2	2	2	2	2	1	2	0	2	2	2	2	3	3	3	3	3	3	3	1	1
+----++	1	2	2	2	2	2	2	1	0	0	2	1	2	1	2	2	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	2	0	
-+++++	1	1	1	0	0	2	2	0	0	0	0	0	0	1	0	2	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	
+++++	1	0	0	2	0	0	0	0	2	2	0	1	0	1	1	0	2	2	0	0	3	2	2	1	1	1	1	3	

Πίνακας Π2.22: Η λίστα των 491 μη ισόμορφων ορθογώνιων σχηματισμών με 32 εκτελέσεις και 5 παράγοντες με 2 επίπεδα (16/18)

Επίπεδα Παραγόντων A B C D E	32.5.449	32.5.450	32.5.451	32.5.452	32.5.453	32.5.454	32.5.455	32.5.456	32.5.457	32.5.458	32.5.459	32.5.460	32.5.461	32.5.462	32.5.463	32.5.464	32.5.465	32.5.466	32.5.467	32.5.468	32.5.469	32.5.470	32.5.471	32.5.472	32.5.473	32.5.474	32.5.475	32.5.476
-----	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	1	0	0	3	3	3	0	0	0	0	3	0	0
+-----	0	1	2	2	0	0	0	1	2	0	0	2	2	0	2	1	3	3	0	0	1	3	2	3	2	0	4	4
-+-----	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	2	0	1	1	2	3	0	0	0	0	1	1	2	0	3	2
++-----	1	0	2	1	0	1	2	0	0	2	1	0	0	2	0	1	0	0	3	0	0	0	0	0	0	3	0	0
--+----	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
+--+---	3	2	0	1	3	3	2	2	2	2	2	0	0	2	0	1	0	0	1	4	3	1	2	1	2	1	0	0
-++---	2	2	2	2	3	2	2	2	2	2	3	2	0	2	2	1	0	0	1	1	1	4	3	3	2	1	0	0
+++---	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	2	0	0	1	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
----+-	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
+---+-	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-+-+--	0	0	0	0	0	2	2	2	0	1	0	0	0	1	0	1	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
+-+-+-	4	4	1	2	5	2	1	2	3	1	4	2	1	1	2	1	0	1	1	4	3	4	4	3	3	1	0	1
--++--	2	2	2	2	2	0	0	0	0	1	2	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	3	3	3	3	0	0	0
+--++-	0	0	1	0	0	2	3	2	1	1	1	3	3	1	2	1	3	3	3	0	0	0	0	0	0	3	3	2
-++++-	1	1	1	1	0	1	1	1	3	1	0	2	3	1	1	1	2	3	3	3	3	0	0	0	0	3	4	4
++++--	0	0	2	2	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	2	1	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0
-----+	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
+----+	3	2	0	1	3	2	3	2	1	2	3	0	0	2	0	2	0	0	1	1	0	1	2	1	2	1	0	0
-+----+	2	2	2	2	3	1	1	1	3	2	2	0	0	2	0	2	0	0	1	1	1	4	3	3	2	1	1	2
++---+	0	1	0	0	0	2	0	2	0	0	0	3	2	0	3	0	3	2	0	3	3	0	0	0	0	0	0	0
--+++	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	2	2	2	0	2	4	4	0	0	0	0	0	0	0	1	4	3
+--+++	0	1	4	2	0	0	0	0	0	1	0	2	2	0	3	0	0	0	3	0	1	3	2	3	2	2	0	0
-++-++	2	2	2	2	0	2	2	2	0	1	0	1	2	0	2	0	1	0	3	3	3	0	1	1	2	2	0	0
+++--+	1	0	0	1	2	0	1	0	3	1	2	0	0	2	0	2	0	2	0	0	0	0	0	0	0	1	3	3
----++	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
+---++	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-+---++	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	2	1	0	2	0	1	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
++--++	0	0	2	2	0	0	2	1	2	2	0	0	2	2	0	2	0	0	3	0	1	0	0	1	1	3	4	3
--++++	1	1	1	1	1	2	2	2	2	1	0	1	1	0	2	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0
+----++	2	2	0	2	2	0	0	1	2	1	2	0	0	2	0	2	0	0	0	3	3	0	0	0	0	1	1	2
-+++++	0	0	0	0	2	0	0	0	0	1	2	0	0	2	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
+++++	2	2	1	0	1	3	2	2	0	1	1	2	1	0	1	0	3	2	1	1	0	4	4	3	3	0	0	0

Πίνακας Π2.23: Η λίστα των 491 μη ισόμορφων ορθογώνιων σχηματισμών με 32 εκτελέσεις και 5 παράγοντες με 2 επίπεδα (17/18)

Επίπεδα Παραγόντων A B C D E	32.5.477	32.5.478	32.5.479	32.5.480	32.5.481	32.5.482	32.5.483	32.5.484	32.5.485	32.5.486	32.5.487	32.5.488	32.5.489	32.5.490	32.5.491
-----	0	0	2	2	2	2	2	2	2	2	2	1	4	2	1
+-----	3	3	0	0	2	0	2	0	0	2	0	0	0	0	1
-+-----	3	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
++-----	0	0	0	0	0	2	0	2	2	0	0	1	0	2	1
---+---	1	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
+--+---	0	0	2	2	0	2	0	2	2	0	2	3	0	2	1
-++---	0	0	4	4	4	2	2	2	2	2	2	3	4	2	1
+++---	1	1	0	0	0	0	2	0	0	2	2	0	0	0	1
----+-	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	0	0	1
+---+-	0	0	2	0	2	0	0	0	2	2	2	1	4	2	1
-+-+-	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	1	0	2	1
++-+-	1	2	2	4	0	2	2	2	0	0	0	2	0	0	1
--+-+	0	0	0	0	0	2	2	0	0	0	0	1	0	2	1
+--+-	3	2	0	2	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0	1
-+++-	3	3	0	0	0	0	0	2	2	2	0	0	0	0	1
++++-	0	0	2	0	4	2	2	0	2	2	2	1	4	2	1
-----+	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
+----+	1	1	2	4	0	2	2	2	2	0	2	3	0	2	1
-+----+	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	3	0	2	1
++----+	0	0	2	0	2	0	0	0	0	2	2	0	4	0	1
--+-+	3	2	0	0	0	0	0	2	2	2	2	1	0	2	1
+--+-+	0	0	2	0	4	2	2	0	0	2	0	0	4	0	1
-+++-+	0	0	0	0	0	2	2	0	0	0	0	0	0	0	1
+++--+	3	3	0	2	0	0	0	2	2	0	0	1	0	2	1
----++	3	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	2	1
+---++	0	0	0	0	0	2	0	2	0	0	0	0	0	0	1
-+-++	0	0	2	2	2	2	2	2	2	2	0	0	4	0	1
++-++	3	2	0	0	2	0	2	0	2	2	2	1	0	2	1
--+++	0	0	4	4	4	2	2	2	2	2	2	2	4	0	1
+--+++	1	2	0	0	0	0	2	0	2	2	2	1	0	2	1
-++++	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	2	1	0	2	1
+++++	0	0	2	2	0	2	0	2	0	0	0	2	0	0	1

Πίνακας Π2.24: Η λίστα των 491 μη ισόμορφων ορθογώνιων σχηματισμών με 32 εκτελέσεις και 5 παράγοντες με 2 επίπεδα (18/18)

Π3 Αλγόριθμος για την εφαρμογή των κριτηρίων σύγκρισης^{§§§§§} και ταξινόμησης κλασματικών παραγοντικών σχεδιασμών που αφορούν στο σχεδιασμό και στην εκτίμηση των παραμέτρων δοθέντος μοντέλου σε κώδικα του προγράμματος R

```
#####Εφαρμογή Κριτηρίων Σχεδιασμού#####  
###GWP_Criterion###
```

```
library(DoE.base) #####απαιτεί εγκατάσταση πακέτου#####  
library(FrF2) #####απαιτεί εγκατάσταση πακέτου#####
```

```
#####GWP criterion για 24in4####
```

```
designs_24<-read.table("24_in_4.TXT",header=T)  
FFD_24<-array(split(designs_24, rep(1:10, each = 24)))  
k=10; GWP_24<-matrix(ncol=4,nrow=10);  
for (i in 1:k){GWP_24[i,]<-c(0,length2(FFD_24[[i]]),length3(FFD_24[[i]]),  
length4(FFD_24[[i]]))}  
GWP_24 ####Πίνακας αποτελεσμάτων συντομευμένου αλγορίθμου για 24in4####
```

```
###GWP criterion για 28in5####
```

```
designs_28<-read.table("28_in_5.txt",header=T)  
FFD_28<-array(split(designs_28, rep(1:127, each = 28)))  
k=127; GWP_28<-matrix(ncol=5,nrow=127);  
for (i in 1:k){GWP_28[i,]<-c(0,length2(FFD_28[[i]]),length3(FFD_28[[i]]),  
length4(FFD_28[[i]]),length5(FFD_28[[i]]))}  
GWP_28 ###Πίνακας αποτελεσμάτων τελικού αλγορίθμου για 28in5####
```

```
###GWP criterion για 32in4####
```

```
designs_32_4<-read.table("32_4_-1.txt",header=T)  
FFD_32_4<-array(split(designs_32_4, rep(1:19, each = 32)))  
k=19; GWP_32_4<-matrix(ncol=4,nrow=19);  
for (i in 1:k){GWP_32_4[i,]<-c(0,length2(FFD_32_4[[i]]),length3(FFD_32_4[[i]]),  
length4(FFD_32_4[[i]]))}  
GWP_32_4 ###Πίνακας αποτελεσμάτων τελικού αλγορίθμου για 32in4####
```

§§§§§Ο έλεγχος καλής λειτουργίας του κώδικα και εγκυρότητας των αποτελεσμάτων αυτού έγινε σε 10 μη ισόμορφους πίνακες 24 εκτελέσεων με 4 παράγοντες σε δύο επίπεδα σύμφωνα με το paper των Evangelaras & Koukouninos (2004) για όσα κριτήρια σχεδιασμού παρουσιάζονται σε αυτό και σε 3 σχεδιασμούς 12 εκτελέσεων με 5 παράγοντες σε δύο επίπεδα σύμφωνα με το paper των Fang & Qin (2005) για τα κριτήρια Βήτα και ομοιομορφίας. Να σημειωθεί, ότι για τον έλεγχο των αποτελεσμάτων του κριτηρίου VIF χρησιμοποιήθηκε το πρόγραμμα Excell και επίσης τα αποτελέσματα για τα κριτήρια των βαθμών ελευθερίας (D.R., Πλεονάζοντες βαθμοί ελευθερίας για τις παραμέτρους και το καθαρό σφάλμα) έχουν υπολογιστεί δια χειρός και δεν υπάρχει στον κώδικα που δίνεται σχετική διεργασία.

```
###GWP criterion για 32in5####
```

```
designs_32_5<-read.table("32_5_-1.txt",header=T)
FFD_32_5<-array(split(designs_32_5, rep(1:491, each = 32)))
k=491; GWP_32_5<-matrix(ncol=5,nrow=491);
for (i in 1:k){GWP_32_5[i,]<-c(0,length2(FFD_32_5[[i]]),length3(FFD_32_5[[i]]),
length4(FFD_32_5[[i]]), length5(FFD_32_5[[i]]))}
GWP_32_5 ####Πίνακας αποτελεσμάτων τελικού αλγορίθμου για 32in5####
```

```
###Testing GOM criterion####
```

```
###24in4 GOM1 criterion####
```

```
designs_24_1<-read.table("24_in_4.TXT",header=T)
FFD_24_1<-array(split(designs_24_1, rep(1:10, each = 24)))
k=10; GOM1_24<-matrix(ncol=1,nrow=10);
for(m in 1:k){GOM1_24[m,]<-
(GWP_24[m,1]*(1^1)+GWP_24[m,2]*(2^1)+GWP_24[m,3]*(3^1)
+GWP_24[m,4]*(4^1))}
GOM1_24 #####Πίνακας αποτελεσμάτων συντομευμένου αλγορίθμου για 24in4####
```

```
###28in5 GOM1 criterion#### ##πρώτη γενικευμένη ροπή####
```

```
designs_28_1<-read.table("28_in_5.TXT",header=T)
FFD_28_1<-array(split(designs_28_1, rep(1:127, each = 28)))
k=127; GOM1_28<-matrix(ncol=1,nrow=127);
for(m in 1:k){GOM1_28[m,]<-
(GWP_28[m,1]*(1^1)+GWP_28[m,2]*(2^1)+GWP_28[m,3]*(3^1)
+GWP_28[m,4]*(4^1)+GWP_28[m,5]*(5^1))}
GOM1_28 #####Πίνακας αποτελεσμάτων πρώτης γενικευμένης ροπής για 24in4####
```

```
###28in5 GOM2 criterion#### ##δεύτερη γενικευμένη ροπή####
```

```
designs_28_1<-read.table("28_in_5.TXT",header=T)
FFD_28_1<-array(split(designs_28_1, rep(1:127, each = 28)))
k=127; GOM2_28<-matrix(ncol=1,nrow=127);
for(m in 1:k){GOM2_28[m,]<-
(GWP_28[m,1]*(1^2)+GWP_28[m,2]*(2^2)+GWP_28[m,3]*(3^2)
+GWP_28[m,4]*(4^2)+GWP_28[m,5]*(5^2))}
GOM2_28 #####Πίνακας αποτελεσμάτων δεύτερης γενικευμένης ροπής για
24in4####
```

```
###32in4 GOM1 criterion#### ##πρώτη γενικευμένη ροπή####
```

```
designs_324<-read.table("32_4_-1.TXT",header=T)
FFD_324<-array(split(designs_324, rep(1:19, each = 32)))
k=19; GOM1_32_4<-matrix(ncol=1,nrow=19);
for(m in 1:k){GOM1_32_4[m,]<-
(GWP_32_4[m,1]*(1^1)+GWP_32_4[m,2]*(2^1)+GWP_32_4[m,3]*(3^1)
+GWP_32_4[m,4]*(4^1))}
```


GOM1_32_4####Πίνακας αποτελεσμάτων πρώτης γενικευμένης ροπής για 32in4####

```
###32in4 GOM2 criterion#### ##δεύτερη γενικευμένη ροπή####
designs_324_1<-read.table("32_4_-1.TXT",header=T)
FFD_324_1<-array(split(designs_324_1, rep(1:19, each = 32)))
k=19; GOM2_32_4<-matrix(ncol=1,nrow=19);
for(m in 1:k){GOM2_32_4[m,]<-
(GWP_32_4[m,1]*(1^2)+GWP_32_4[m,2]*(2^2)+GWP_32_4[m,3]*(3^2)
+GWP_32_4[m,4]*(4^2))}
GOM2_32_4 ####Πίνακας αποτελεσμάτων δεύτερης γενικευμένης ροπής για 32in4####
```

```
###32in5 GOM1 criterion#### ##πρώτη γενικευμένη ροπή####
designs_325<-read.table("32_5_-1.TXT",header=T)
FFD_325<-array(split(designs_325, rep(1:491, each = 32)))
k=491; GOM1_32_5<-matrix(ncol=1,nrow=491);
for(m in 1:k){GOM1_32_5[m,]<-
(GWP_32_5[m,1]*(1^1)+GWP_32_5[m,2]*(2^1)+GWP_32_5[m,3]*(3^1)
+GWP_32_5[m,4]*(4^1)+GWP_32_5[m,5]*(5^1))}
GOM1_32_5####Πίνακας αποτελεσμάτων πρώτης γενικευμένης ροπής για 32in5####
```

```
###32in5 GOM2 criterion#### ##δεύτερη γενικευμένη ροπή####
designs_325_1<-read.table("32_5_-1.TXT",header=T)
FFD_325_1<-array(split(designs_325_1, rep(1:491, each = 32)))
k=491; GOM2_32_5<-matrix(ncol=1,nrow=491);
for(m in 1:k){GOM2_32_5[m,]<-
(GWP_32_5[m,1]*(1^2)+GWP_32_5[m,2]*(2^2)+GWP_32_5[m,3]*(3^2)
+GWP_32_5[m,4]*(4^2)+GWP_32_5[m,5]*(5^2))}
GOM2_32_5 ####Πίνακας αποτελεσμάτων δεύτερης γενικευμένης ροπής για 32in5####
```

Testing GRES criterion

```
#####24in4 GRES criterion#####
GR_24<-matrix(ncol=1,nrow=10);
for (m in 1:10) {GR_24[m,]<-GR(FFD_24[[m]])$GR}
GR_24 ####Πίνακας αποτελεσμάτων Generalized Resolution Criterion for 24in4####
```

```
#####28in5 GRES criterion#####
GR_28<-matrix(ncol=1,nrow=127);
for (m in 1:127) {GR_28[m,]<-GR(FFD_28[[m]])$GR}
```

GR_28 #####Πίνακας αποτελεσμάτων Generalized Resolution Criterion for
28in5#####

#####32in4 GRES criterion#####

```
GR_32_4<-matrix(ncol=1,nrow=19);  
for (m in 1:19) {GR_32_4[m,]<-GR(FFD_324_1[[m]])$GR}  
GR_32_4 #####Πίνακας αποτελεσμάτων Generalized Resolution Criterion for  
32in4#####
```

#####32in5 GRES criterion#####

```
GR_32_5<-matrix(ncol=1,nrow=491);  
for (m in 1:491) {GR_32_5[m,]<-GR(FFD_325_1[[m]])$GR}  
GR_32_5 #####Πίνακας αποτελεσμάτων Generalized Resolution Criterion for  
28in5#####  
write.table(GR_32_5, "tt.txt")
```

Testing CFV criterion

###24in4 CFV criterion###

```
d_24<-read.table("24_4_-1.TXT",header=T)  
FFD_241<-array(split(d_24, rep(1:10, each = 24)))  
JC<-array(dim=c(2,4,10));Jk<-matrix(ncol=7,nrow=1);t=6;  
cfv<-array(dim=c(2,7,10));  
for (m in 1:10) {  
FFD_241[[m]][c("v1v2")]<-FFD_241[[m]]$v1*FFD_241[[m]]$v2  
FFD_241[[m]][c("v1v3")]<-FFD_241[[m]]$v1*FFD_241[[m]]$v3  
FFD_241[[m]][c("v1v4")]<-FFD_241[[m]]$v1*FFD_241[[m]]$v4  
FFD_241[[m]][c("v2v3")]<-FFD_241[[m]]$v2*FFD_241[[m]]$v3  
FFD_241[[m]][c("v2v4")]<-FFD_241[[m]]$v2*FFD_241[[m]]$v4  
FFD_241[[m]][c("v3v4")]<-FFD_241[[m]]$v3*FFD_241[[m]]$v4  
FFD_241[[m]][c("v1v2v3")]<-  
FFD_241[[m]]$v1*FFD_241[[m]]$v2*FFD_241[[m]]$v3  
FFD_241[[m]][c("v1v2v4")]<-  
FFD_241[[m]]$v1*FFD_241[[m]]$v2*FFD_241[[m]]$v4  
FFD_241[[m]][c("v1v3v4")]<-  
FFD_241[[m]]$v1*FFD_241[[m]]$v3*FFD_241[[m]]$v4  
FFD_241[[m]][c("v2v3v4")]<-  
FFD_241[[m]]$v2*FFD_241[[m]]$v3*FFD_241[[m]]$v4  
FFD_241[[m]][c("v1v2v3v4")]<-  
FFD_241[[m]]$v1*FFD_241[[m]]$v2*FFD_241[[m]]$v3*FFD_241[[m]]$v4  
  
for (m in 1:10) {  
JC[1,1,m]<-sum(FFD_241[[m]]$v1v2v3)  
JC[1,2,m]<-sum(FFD_241[[m]]$v1v2v4)  
JC[1,3,m]<-sum(FFD_241[[m]]$v1v3v4)
```

```

JC[1,4,m]<-sum(FFD_241[[m]]$v2v3v4)
JC[2,1,m]<-sum(FFD_241[[m]]$v1v2v3v4)}
JC####Πίνακας αποτελεσμάτων J-Χαρακτηριστικών για 24in4#####
for (j in 1:7){Jk[,j]<-4*(t+1-j)}
Jk#####Πίνακας των Jk για μέτρηση συχνοτήτων#####

#####28in5 CFV criterion#####
d_28<-read.table("28_in_5_-1.TXT",header=T)
FFD_281<-array(split(d_28, rep(1:127, each = 28)))

JC28<-array(dim=c(3,10,127));Jk28<-matrix(ncol=8,nrow=1);e=7;

for (m in 1:127) {
FFD_281[[m]][c("k1k2")]<-FFD_281[[m]]$k1*FFD_281[[m]]$k2
FFD_281[[m]][c("k1k3")]<-FFD_281[[m]]$k1*FFD_281[[m]]$k3
FFD_281[[m]][c("k1k4")]<-FFD_281[[m]]$k1*FFD_281[[m]]$k4
FFD_281[[m]][c("k1k5")]<-FFD_281[[m]]$k1*FFD_281[[m]]$k5
FFD_281[[m]][c("k2k3")]<-FFD_281[[m]]$k2*FFD_281[[m]]$k3
FFD_281[[m]][c("k2k4")]<-FFD_281[[m]]$k2*FFD_281[[m]]$k4
FFD_281[[m]][c("k2k5")]<-FFD_281[[m]]$k2*FFD_281[[m]]$k5
FFD_281[[m]][c("k3k4")]<-FFD_281[[m]]$k3*FFD_281[[m]]$k4
FFD_281[[m]][c("k3k5")]<-FFD_281[[m]]$k3*FFD_281[[m]]$k5
FFD_281[[m]][c("k4k5")]<-FFD_281[[m]]$k4*FFD_281[[m]]$k5
FFD_281[[m]][c("k1k2k3")]<-
FFD_281[[m]]$k1*FFD_281[[m]]$k2*FFD_281[[m]]$k3
FFD_281[[m]][c("k1k2k4")]<-
FFD_281[[m]]$k1*FFD_281[[m]]$k2*FFD_281[[m]]$k4
FFD_281[[m]][c("k1k2k5")]<-
FFD_281[[m]]$k1*FFD_281[[m]]$k2*FFD_281[[m]]$k5
FFD_281[[m]][c("k1k3k4")]<-
FFD_281[[m]]$k1*FFD_281[[m]]$k3*FFD_281[[m]]$k4
FFD_281[[m]][c("k1k3k5")]<-
FFD_281[[m]]$k1*FFD_281[[m]]$k3*FFD_281[[m]]$k5
FFD_281[[m]][c("k1k4k5")]<-
FFD_281[[m]]$k1*FFD_281[[m]]$k4*FFD_281[[m]]$k5
FFD_281[[m]][c("k2k3k4")]<-
FFD_281[[m]]$k2*FFD_281[[m]]$k3*FFD_281[[m]]$k4
FFD_281[[m]][c("k2k3k5")]<-
FFD_281[[m]]$k2*FFD_281[[m]]$k3*FFD_281[[m]]$k5
FFD_281[[m]][c("k2k4k5")]<-
FFD_281[[m]]$k2*FFD_281[[m]]$k4*FFD_281[[m]]$k5
FFD_281[[m]][c("k3k4k5")]<-
FFD_281[[m]]$k3*FFD_281[[m]]$k4*FFD_281[[m]]$k5
FFD_281[[m]][c("k1k2k3k4")]<-
FFD_281[[m]]$k1*FFD_281[[m]]$k2*FFD_281[[m]]$k3*FFD_281[[m]]$k4
FFD_281[[m]][c("k1k2k3k5")]<-
FFD_281[[m]]$k1*FFD_281[[m]]$k2*FFD_281[[m]]$k3*FFD_281[[m]]$k5

```

```

FFD_281[[m]][c("k1k2k4k5")]<-
FFD_281[[m]]$k1*FFD_281[[m]]$k2*FFD_281[[m]]$k4*FFD_281[[m]]$k5
FFD_281[[m]][c("k1k3k4k5")]<-
FFD_281[[m]]$k1*FFD_281[[m]]$k3*FFD_281[[m]]$k4*FFD_281[[m]]$k5
FFD_281[[m]][c("k2k3k4k5")]<-
FFD_281[[m]]$k2*FFD_281[[m]]$k3*FFD_281[[m]]$k4*FFD_281[[m]]$k5
FFD_281[[m]][c("k1k2k3k4k5")]<-FFD_281[[m]]$k1*FFD_281[[m]]$k2*
FFD_281[[m]]$k3*FFD_281[[m]]$k4*FFD_281[[m]]$k5}

```

```

for (m in 1:127) {
JC28[1,1,m]<-sum(FFD_281[[m]]$k1k2k3)
JC28[1,2,m]<-sum(FFD_281[[m]]$k1k2k4)
JC28[1,3,m]<-sum(FFD_281[[m]]$k1k2k5)
JC28[1,4,m]<-sum(FFD_281[[m]]$k1k3k4)
JC28[1,5,m]<-sum(FFD_281[[m]]$k1k3k5)
JC28[1,6,m]<-sum(FFD_281[[m]]$k1k4k5)
JC28[1,7,m]<-sum(FFD_281[[m]]$k2k3k4)
JC28[1,8,m]<-sum(FFD_281[[m]]$k2k3k5)
JC28[1,9,m]<-sum(FFD_281[[m]]$k2k4k5)
JC28[1,10,m]<-sum(FFD_281[[m]]$k3k4k5)
JC28[2,1,m]<-sum(FFD_281[[m]]$k1k2k3k4)
JC28[2,2,m]<-sum(FFD_281[[m]]$k1k2k3k5)
JC28[2,3,m]<-sum(FFD_281[[m]]$k1k2k4k5)
JC28[2,4,m]<-sum(FFD_281[[m]]$k1k3k4k5)
JC28[2,5,m]<-sum(FFD_281[[m]]$k2k3k4k5)
JC28[3,1,m]<-sum(FFD_281[[m]]$k1k2k3k4k5)}
JC28####Πίνακας αποτελεσμάτων J-Χαρακτηριστικών για 24in4#####
for (j in 1:8){Jk28[,j]<-4*(e+1-j)}
Jk28#####Πίνακας των Jk για μέτρηση συχνοτήτων#####

```

```

###32in4 CFV criterion###
d_324<-read.table("32_4_-1.TXT",header=T)
FFD_32_4<-array(split(d_324, rep(1:19, each = 32)))
JC324<-array(dim=c(2,4,19));Jk324<-matrix(ncol=9,nrow=1);t=8;
cfv324<-array(dim=c(2,7,19));
for (m in 1:19) {
FFD_32_4[[m]][c("v1v2")]<-FFD_32_4[[m]]$v1*FFD_32_4[[m]]$v2
FFD_32_4[[m]][c("v1v3")]<-FFD_32_4[[m]]$v1*FFD_32_4[[m]]$v3
FFD_32_4[[m]][c("v1v4")]<-FFD_32_4[[m]]$v1*FFD_32_4[[m]]$v4
FFD_32_4[[m]][c("v2v3")]<-FFD_32_4[[m]]$v2*FFD_32_4[[m]]$v3
FFD_32_4[[m]][c("v2v4")]<-FFD_32_4[[m]]$v2*FFD_32_4[[m]]$v4
FFD_32_4[[m]][c("v3v4")]<-FFD_32_4[[m]]$v3*FFD_32_4[[m]]$v4
FFD_32_4[[m]][c("v1v2v3")]<-
FFD_32_4[[m]]$v1*FFD_32_4[[m]]$v2*FFD_32_4[[m]]$v3
FFD_32_4[[m]][c("v1v2v4")]<-
FFD_32_4[[m]]$v1*FFD_32_4[[m]]$v2*FFD_32_4[[m]]$v4

```

```

FFD_32_4[[m]][c("v1v3v4")]<-
FFD_32_4[[m]]$v1*FFD_32_4[[m]]$v3*FFD_32_4[[m]]$v4
FFD_32_4[[m]][c("v2v3v4")]<-
FFD_32_4[[m]]$v2*FFD_32_4[[m]]$v3*FFD_32_4[[m]]$v4
FFD_32_4[[m]][c("v1v2v3v4")]<-
FFD_32_4[[m]]$v1*FFD_32_4[[m]]$v2*FFD_32_4[[m]]$v3*FFD_32_4[[m]]$v4

for (m in 1:19) {
JC324[1,1,m]<-sum(FFD_32_4[[m]]$v1v2v3)
JC324[1,2,m]<-sum(FFD_32_4[[m]]$v1v2v4)
JC324[1,3,m]<-sum(FFD_32_4[[m]]$v1v3v4)
JC324[1,4,m]<-sum(FFD_32_4[[m]]$v2v3v4)
JC324[2,1,m]<-sum(FFD_32_4[[m]]$v1v2v3v4)}
JC324####Πίνακας αποτελεσμάτων J-Χαρακτηριστικών για 32in4#####
for (j in 1:9){Jk324[,j]<-4*(t+1-j)}
Jk324####Πίνακας των Jk για μέτρηση συχνοτήτων#####

#####32in5 CFV criterion#####
d_325_1<-read.table("32_5_-1.TXT",header=T)
FFD_325_1<-array(split(d_325_1, rep(1:491, each = 32)))

JC325<-array(dim=c(3,10,491));Jk325<-matrix(ncol=9,nrow=1);e=8;

for (m in 1:491) {
FFD_325_1[[m]][c("k1k2")]<-FFD_325_1[[m]]$k1*FFD_325_1[[m]]$k2
FFD_325_1[[m]][c("k1k3")]<-FFD_325_1[[m]]$k1*FFD_325_1[[m]]$k3
FFD_325_1[[m]][c("k1k4")]<-FFD_325_1[[m]]$k1*FFD_325_1[[m]]$k4
FFD_325_1[[m]][c("k1k5")]<-FFD_325_1[[m]]$k1*FFD_325_1[[m]]$k5
FFD_325_1[[m]][c("k2k3")]<-FFD_325_1[[m]]$k2*FFD_325_1[[m]]$k3
FFD_325_1[[m]][c("k2k4")]<-FFD_325_1[[m]]$k2*FFD_325_1[[m]]$k4
FFD_325_1[[m]][c("k2k5")]<-FFD_325_1[[m]]$k2*FFD_325_1[[m]]$k5
FFD_325_1[[m]][c("k3k4")]<-FFD_325_1[[m]]$k3*FFD_325_1[[m]]$k4
FFD_325_1[[m]][c("k3k5")]<-FFD_325_1[[m]]$k3*FFD_325_1[[m]]$k5
FFD_325_1[[m]][c("k4k5")]<-FFD_325_1[[m]]$k4*FFD_325_1[[m]]$k5
FFD_325_1[[m]][c("k1k2k3")]<-
FFD_325_1[[m]]$k1*FFD_325_1[[m]]$k2*FFD_325_1[[m]]$k3
FFD_325_1[[m]][c("k1k2k4")]<-
FFD_325_1[[m]]$k1*FFD_325_1[[m]]$k2*FFD_325_1[[m]]$k4
FFD_325_1[[m]][c("k1k2k5")]<-
FFD_325_1[[m]]$k1*FFD_325_1[[m]]$k2*FFD_325_1[[m]]$k5
FFD_325_1[[m]][c("k1k3k4")]<-
FFD_325_1[[m]]$k1*FFD_325_1[[m]]$k3*FFD_325_1[[m]]$k4
FFD_325_1[[m]][c("k1k3k5")]<-
FFD_325_1[[m]]$k1*FFD_325_1[[m]]$k3*FFD_325_1[[m]]$k5
FFD_325_1[[m]][c("k1k4k5")]<-
FFD_325_1[[m]]$k1*FFD_325_1[[m]]$k4*FFD_325_1[[m]]$k5
FFD_325_1[[m]][c("k2k3k4")]<-
FFD_325_1[[m]]$k2*FFD_325_1[[m]]$k3*FFD_325_1[[m]]$k4

```

```

FFD_325_1[[m]][c("k2k3k5")]<-
FFD_325_1[[m]]$k2*FFD_325_1[[m]]$k3*FFD_325_1[[m]]$k5
FFD_325_1[[m]][c("k2k4k5")]<-
FFD_325_1[[m]]$k2*FFD_325_1[[m]]$k4*FFD_325_1[[m]]$k5
FFD_325_1[[m]][c("k3k4k5")]<-
FFD_325_1[[m]]$k3*FFD_325_1[[m]]$k4*FFD_325_1[[m]]$k5
FFD_325_1[[m]][c("k1k2k3k4")]<-
FFD_325_1[[m]]$k1*FFD_325_1[[m]]$k2*FFD_325_1[[m]]$k3*FFD_325_1[[m]]$k
4
FFD_325_1[[m]][c("k1k2k3k5")]<-
FFD_325_1[[m]]$k1*FFD_325_1[[m]]$k2*FFD_325_1[[m]]$k3*FFD_325_1[[m]]$k
5
FFD_325_1[[m]][c("k1k2k4k5")]<-
FFD_325_1[[m]]$k1*FFD_325_1[[m]]$k2*FFD_325_1[[m]]$k4*FFD_325_1[[m]]$k
5
FFD_325_1[[m]][c("k1k3k4k5")]<-
FFD_325_1[[m]]$k1*FFD_325_1[[m]]$k3*FFD_325_1[[m]]$k4*FFD_325_1[[m]]$k
5
FFD_325_1[[m]][c("k2k3k4k5")]<-
FFD_325_1[[m]]$k2*FFD_325_1[[m]]$k3*FFD_325_1[[m]]$k4*FFD_325_1[[m]]$k
5
FFD_325_1[[m]][c("k1k2k3k4k5")]<-FFD_325_1[[m]]$k1*FFD_325_1[[m]]$k2*
FFD_325_1[[m]]$k3*FFD_325_1[[m]]$k4*FFD_325_1[[m]]$k5}

```

```

for (m in 1:491) {
JC325[1,1,m]<-sum(FFD_325_1[[m]]$k1k2k3)
JC325[1,2,m]<-sum(FFD_325_1[[m]]$k1k2k4)
JC325[1,3,m]<-sum(FFD_325_1[[m]]$k1k2k5)
JC325[1,4,m]<-sum(FFD_325_1[[m]]$k1k3k4)
JC325[1,5,m]<-sum(FFD_325_1[[m]]$k1k3k5)
JC325[1,6,m]<-sum(FFD_325_1[[m]]$k1k4k5)
JC325[1,7,m]<-sum(FFD_325_1[[m]]$k2k3k4)
JC325[1,8,m]<-sum(FFD_325_1[[m]]$k2k3k5)
JC325[1,9,m]<-sum(FFD_325_1[[m]]$k2k4k5)
JC325[1,10,m]<-sum(FFD_325_1[[m]]$k3k4k5)
JC325[2,1,m]<-sum(FFD_325_1[[m]]$k1k2k3k4)
JC325[2,2,m]<-sum(FFD_325_1[[m]]$k1k2k3k5)
JC325[2,3,m]<-sum(FFD_325_1[[m]]$k1k2k4k5)
JC325[2,4,m]<-sum(FFD_325_1[[m]]$k1k3k4k5)
JC325[2,5,m]<-sum(FFD_325_1[[m]]$k2k3k4k5)
JC325[3,1,m]<-sum(FFD_325_1[[m]]$k1k2k3k4k5)}
JC325####Πίνακας αποτελεσμάτων J-Χαρακτηριστικών για 32in5#####
for (j in 1:9){Jk325[,j]<-4*(e+1-j)}
Jk325####Πίνακας των Jk για μέτρηση συχνοτήτων#####

```

```
#####Testing B-criterion#####
```

```
#####Ελεγχος πρώτα ορθότητας του αλγόριθμου στην εφαρμογή του paper των Fang&Qin (2005)#####
```

```
a<-matrix(c(0,0,10/9,5/9,4/9,0,0,10/9,5/9,0,0,4/3,0,1/3,0),5,3)
```

```
b<-matrix(nrow=5,ncol=3)
```

```
for (i in 1:5) {b[i,]<-((12^2)/(2^5))*a[i,]}
```

```
b #####Πίνακας των Bi(D) για την εφαρμογή των Fang&Qin (2005)#####
```

```
#####28in5 B criterion#####
```

```
BBC28<-matrix(ncol=5,nrow=127);
```

```
for (i in 1:127) {BBC28[i,]<-((28^2)/(2^5))*GWP_28[i,]}
```

```
BBC28#####Πίνακας των Bi(D) για σχεδιασμό 28in5#####
```

```
#####32in4 B criterion#####
```

```
BBC32_4<-matrix(ncol=4,nrow=19);
```

```
for (i in 1:19) {BBC32_4[i,]<-((32^2)/(2^4))*GWP_32_4[i,]}
```

```
BBC32_4#####Πίνακας των Bi(D) για σχεδιασμό 32in4#####
```

```
#####32in5 B criterion#####
```

```
BBC32_5<-matrix(ncol=5,nrow=491);
```

```
for (i in 1:491) {BBC32_5[i,]<-((32^2)/(2^5))*GWP_32_5[i,]}
```

```
BBC32_5#####Πίνακας των Bi(D) για σχεδιασμό 32in5#####
```

```
#####Testing Uniformity Criterion Mi(D)#####
```

```
#####The Fang&Qin results_Uniformity Criterion#####
```

```
c<-matrix(nrow=5,ncol=3)
```

```
s=5;n=12;
```

```
c[1,]<-((2^(5-(3*1)))/12^2)*(b[1,]*(factorial(s-1)/factorial(s-1)*factorial((s-1)-(s-1))))
```

```
c[2,]<-((2^(5-(3*2)))/12^2)*((b[1,]*(factorial(s-1)/factorial(s-2)*factorial((s-1)-(s-2))))
```

```
+ (b[2,]*(factorial(s-2)/factorial(s-2)*factorial((s-2)-(s-2))))
```

```
c[3,]<-((2^(5-(3*3)))/12^2)*((b[1,]*(factorial(s-1)/factorial(s-3)*factorial((s-1)-(s-3))))
```

```
+ (b[2,]*(factorial(s-2)/factorial(s-3)*factorial((s-2)-(s-3))))
```

```
+ (b[3,]*(factorial(s-3)/factorial(s-3)*factorial((s-3)-(s-3))))
```

```
c[4,]<-((2^(5-(3*4)))/12^2)*((b[1,]*(factorial(s-1)/factorial(s-4)*factorial((s-1)-(s-4))))
```

```
+ (b[2,]*(factorial(s-2)/(factorial(s-4)*factorial((s-2)-(s-4))))
```

```
+ (b[3,]*(factorial(s-3)/(factorial(s-4)*factorial((s-3)-(s-4))))
```

```
+ (b[4,]*(factorial(s-4)/(factorial(s-4)*factorial((s-4)-(s-4))))
```

```

c[5,]<-((2^(5-(3*5))/12^2)*((b[1,]*(factorial(s-1)/factorial(s-5)*factorial((s-1)-(s-5))))
+(b[2,]*(factorial(s-2)/(factorial(s-5)*factorial((s-2)-(s-5))))
+(b[3,]*(factorial(s-3)/(factorial(s-5)*factorial((s-3)-(s-5))))
+(b[4,]*(factorial(s-4)/(factorial(s-5)*factorial((s-4)-(s-5))))
+(b[5,]*(factorial(s-5)/(factorial(s-5)*factorial((s-5)-(s-5))))))
c #####Πίνακας των Mi(D) για την εφαρμογή των Fang&Qin (2005)#####

```

```

#####28in5 Uniformity Criterion#####

```

```

UN<-matrix(nrow=5,ncol=127)

```

```

s=5;n=28;

```

```

UN[1,]<-((2^(5-(3*1))/28^2)*(BBC28[,1]*(factorial(s-1)/factorial(s-1)*factorial((s-1)-(s-1))))

```

```

UN[2,]<-((2^(5-(3*2))/28^2)*((BBC28[,1]*(factorial(s-1)/factorial(s-2)*factorial((s-1)-(s-2))))

```

```

+(BBC28[,2]*(factorial(s-2)/factorial(s-2)*factorial((s-2)-(s-2))))

```

```

UN[3,]<-((2^(5-(3*3))/28^2)*((BBC28[,1]*(factorial(s-1)/factorial(s-3)*factorial((s-1)-(s-3))))

```

```

+(BBC28[,2]*(factorial(s-2)/factorial(s-3)*factorial((s-2)-(s-3)))

```

```

+(BBC28[,3]*(factorial(s-3)/factorial(s-3)*factorial((s-3)-(s-3))))

```

```

UN[4,]<-((2^(5-(3*4))/28^2)*((BBC28[,1]*(factorial(s-1)/factorial(s-4)*factorial((s-1)-(s-4))))

```

```

+(BBC28[,2]*(factorial(s-2)/factorial(s-4)*factorial((s-2)-(s-4))))

```

```

+(BBC28[,3]*(factorial(s-3)/factorial(s-4)*factorial((s-3)-(s-4))))

```

```

+(BBC28[,4]*(factorial(s-4)/factorial(s-4)*factorial((s-4)-(s-4))))

```

```

UN[5,]<-((2^(5-(3*5))/28^2)*((BBC28[,1]*(factorial(s-1)/factorial(s-5)*factorial((s-1)-(s-5))))

```

```

+(BBC28[,2]*(factorial(s-2)/factorial(s-5)*factorial((s-2)-(s-5))))

```

```

+(BBC28[,3]*(factorial(s-3)/factorial(s-5)*factorial((s-3)-(s-5))))

```

```

+(BBC28[,4]*(factorial(s-4)/factorial(s-5)*factorial((s-4)-(s-5))))

```

```

+(BBC28[,5]*(factorial(s-5)/factorial(s-5)*factorial((s-5)-(s-5))))

```

```

UN28_5<-matrix(ncol=5,nrow=127)

```

```

for (i in 1:127) {UN28_5[i,]<-UN[,i]}

```

```

UN28_5#####Πίνακας των Mi(D) για σχεδιασμό 28in5#####

```

```

#####32in4 Uniformity Criterion#####

```

```

UN324<-matrix(nrow=4,ncol=19)

```

```

s=4;n=32;

```



```
UN324[1,]<-((2^(s-(3*1)))/n^2)*(BBC32_4[,1])*(factorial(s-1)/factorial(s-1)*factorial((s-1)-(s-1)))
```

```
UN324[2,]<-((2^(s-(3*2)))/n^2)*((BBC32_4[,1])*(factorial(s-1)/factorial(s-2)*factorial((s-1)-(s-2))))  
+(BBC32_4[,2])*(factorial(s-2)/factorial(s-2)*factorial((s-2)-(s-2))))
```

```
UN324[3,]<-((2^(s-(3*3)))/n^2)*((BBC32_4[,1])*(factorial(s-1)/factorial(s-3)*factorial((s-1)-(s-3))))  
+(BBC32_4[,2])*(factorial(s-2)/factorial(s-3)*factorial((s-2)-(s-3)))  
+(BBC32_4[,3])*(factorial(s-3)/factorial(s-3)*factorial((s-3)-(s-3))))
```

```
UN324[4,]<-((2^(5-(3*4)))/n^2)*((BBC32_4[,1])*(factorial(s-1)/factorial(s-4)*factorial((s-1)-(s-4))))  
+(BBC32_4[,2])*(factorial(s-2)/(factorial(s-4)*factorial((s-2)-(s-4))))  
+(BBC32_4[,3])*(factorial(s-3)/(factorial(s-4)*factorial((s-3)-(s-4))))  
+(BBC32_4[,4])*(factorial(s-4)/(factorial(s-4)*factorial((s-4)-(s-4))))
```

```
UN32_4<-matrix(ncol=4,nrow=19)  
for (i in 1:19) {UN32_4[i,]<-UN324[i,]}  
UN32_4####Πίνακας των Mi(D) για σχεδιασμό 32in4#####
```

```
#####32in5 Uniformity Criterion#####
```

```
UN325<-matrix(nrow=5,ncol=491)  
s=5;n=32;
```

```
UN325[1,]<-((2^(5-(3*1)))/n^2)*(BBC32_5[,1])*(factorial(s-1)/factorial(s-1)*factorial((s-1)-(s-1)))
```

```
UN325[2,]<-((2^(5-(3*2)))/n^2)*((BBC32_5[,1])*(factorial(s-1)/factorial(s-2)*factorial((s-1)-(s-2))))  
+(BBC32_5[,2])*(factorial(s-2)/factorial(s-2)*factorial((s-2)-(s-2))))
```

```
UN325[3,]<-((2^(5-(3*3)))/n^2)*((BBC32_5[,1])*(factorial(s-1)/factorial(s-3)*factorial((s-1)-(s-3))))  
+(BBC32_5[,2])*(factorial(s-2)/factorial(s-3)*factorial((s-2)-(s-3)))  
+(BBC32_5[,3])*(factorial(s-3)/factorial(s-3)*factorial((s-3)-(s-3))))
```

```
UN325[4,]<-((2^(5-(3*4)))/n^2)*((BBC32_5[,1])*(factorial(s-1)/factorial(s-4)*factorial((s-1)-(s-4))))  
+(BBC32_5[,2])*(factorial(s-2)/(factorial(s-4)*factorial((s-2)-(s-4))))  
+(BBC32_5[,3])*(factorial(s-3)/(factorial(s-4)*factorial((s-3)-(s-4))))  
+(BBC32_5[,4])*(factorial(s-4)/(factorial(s-4)*factorial((s-4)-(s-4))))
```

```
UN325[5,]<-((2^(5-(3*5)))/n^2)*((BBC32_5[,1])*(factorial(s-1)/factorial(s-5)*factorial((s-1)-(s-5))))  
+(BBC32_5[,2])*(factorial(s-2)/(factorial(s-5)*factorial((s-2)-(s-5))))
```

```

+(BBC32_5[,3]*(factorial(s-3)/(factorial(s-5)*factorial((s-3)-(s-5))))
+(BBC32_5[,4]*(factorial(s-4)/(factorial(s-5)*factorial((s-4)-(s-5))))
+(BBC32_5[,5]*(factorial(s-5)/(factorial(s-5)*factorial((s-5)-(s-5))))))
UN32_5<-matrix(ncol=5,nrow=491)
for (i in 1:491) {UN32_5[i,<-UN325[,i]}
UN32_5####Πίνακας των Mi(D) για σχεδιασμό 32in5#####

```

```

#####Εφαρμογή Κριτηρίων Μοντέλου#####
###VIF Criterion###

```

```

#####VIF criterion για 24in4####

```

```

testing24<-read.table("24_4_-1.TXT",header=T)
DD24<-array(split(testing24, rep(1:10, each = 24)))
DDD24<-array(dim=c(24,11,10))
for (m in 1:10)
{DDD24[,1,m]<-c(1/sqrt(24))
DDD24[,2,m]<-DD24[[m]]$v1/sqrt(24)
DDD24[,3,m]<-DD24[[m]]$v2/sqrt(24)
DDD24[,4,m]<-DD24[[m]]$v3/sqrt(24)
DDD24[,5,m]<-DD24[[m]]$v4/sqrt(24)
DDD24[,6,m]<-(DD24[[m]]$v1*DD24[[m]]$v2)/sqrt(24)
DDD24[,7,m]<-(DD24[[m]]$v1*DD24[[m]]$v3)/sqrt(24)
DDD24[,8,m]<-(DD24[[m]]$v1*DD24[[m]]$v4)/sqrt(24)
DDD24[,9,m]<-(DD24[[m]]$v2*DD24[[m]]$v3)/sqrt(24)
DDD24[,10,m]<-(DD24[[m]]$v2*DD24[[m]]$v4)/sqrt(24)
DDD24[,11,m]<-(DD24[[m]]$v3*DD24[[m]]$v4)/sqrt(24)}

```

```

d<-array(dim=c(11,24,10))
VIF<-array(dim=c(11,11,10))
vec1<-c(2:7,9:10)
for (m in 1:10)
{d[,m]<-t(DDD24[,m])}

```

```

for (m in vec1)
{VIF[,m]<-solve(d[,m]%*%DDD24[,m])}

```

```

VIF_results_24in4<-matrix(nrow=10,ncol=1)
for (i in 1:10)
{VIF_results_24in4[i,<-((sum(diag(VIF[,i]))) / 11)}
VIF_results_24in4 ####Πίνακας αποτελεσμάτων κριτηρίου VIF για 24in4#####

```

```

#####VIF criterion για 28in5####

```

```

designs_28_5<-read.table("28_in_5_-1.txt",header=T)

```

```

DD28<-array(split(designs_28_5, rep(1:127, each = 28)))
DDD28<-array(dim=c(28,16,127))
for (m in 1:127)
{DDD28[,1,m]<-c(1/sqrt(28))
DDD28[,2,m]<-DD28[[m]]$k1/sqrt(28)
DDD28[,3,m]<-DD28[[m]]$k2/sqrt(28)
DDD28[,4,m]<-DD28[[m]]$k3/sqrt(28)
DDD28[,5,m]<-DD28[[m]]$k4/sqrt(28)
DDD28[,6,m]<-DD28[[m]]$k5/sqrt(28)
DDD28[,7,m]<-(DD28[[m]]$k1*DD28[[m]]$k2)/sqrt(28)
DDD28[,8,m]<-(DD28[[m]]$k1*DD28[[m]]$k3)/sqrt(28)
DDD28[,9,m]<-(DD28[[m]]$k1*DD28[[m]]$k4)/sqrt(28)
DDD28[,10,m]<-(DD28[[m]]$k1*DD28[[m]]$k5)/sqrt(28)
DDD28[,11,m]<-(DD28[[m]]$k2*DD28[[m]]$k3)/sqrt(28)
DDD28[,12,m]<-(DD28[[m]]$k2*DD28[[m]]$k4)/sqrt(28)
DDD28[,13,m]<-(DD28[[m]]$k2*DD28[[m]]$k5)/sqrt(28)
DDD28[,14,m]<-(DD28[[m]]$k3*DD28[[m]]$k4)/sqrt(28)
DDD28[,15,m]<-(DD28[[m]]$k3*DD28[[m]]$k5)/sqrt(28)
DDD28[,16,m]<-(DD28[[m]]$k4*DD28[[m]]$k5)/sqrt(28)}

d28<-array(dim=c(16,28,127))
for (m in 1:127)
{d28[:,m]<-t(DDD28[:,m])}
VIF28<-array(dim=c(16,16,127))

vec2=c(5,10,12:17,22:24,28,32:36,38,40:43,45:127)
for (m in vec2)
{VIF28[:,m]<-solve(d28[:,m]%*%DDD28[:,m])}
VIF_results_28in5<-matrix(ncol=1,nrow=127)
for (i in 1:127)
{VIF_results_28in5[i,<-((sum(diag(VIF28[:,i])))/16)}
VIF_results_28in5 #####Πίνακας αποτελεσμάτων κριτηρίου VIF για 28in5#####

#####VIF criterion για 32in4#####

testing324<-read.table("32_4_-1.TXT",header=T)
DD324<-array(split(testing324, rep(1:19, each = 32)))
DDD324<-array(dim=c(32,11,19))
for (m in 1:19)
{DDD324[,1,m]<-c(1/sqrt(32))
DDD324[,2,m]<-DD324[[m]]$v1/sqrt(32)
DDD324[,3,m]<-DD324[[m]]$v2/sqrt(32)
DDD324[,4,m]<-DD324[[m]]$v3/sqrt(32)
DDD324[,5,m]<-DD324[[m]]$v4/sqrt(32)
DDD324[,6,m]<-(DD324[[m]]$v1*DD324[[m]]$v2)/sqrt(32)
DDD324[,7,m]<-(DD324[[m]]$v1*DD324[[m]]$v3)/sqrt(32)
DDD324[,8,m]<-(DD324[[m]]$v1*DD324[[m]]$v4)/sqrt(32)

```

```

DDD324[,9,m]<-(DD324[[m]]$v2*DD324[[m]]$v3)/sqrt(32)
DDD324[,10,m]<-(DD324[[m]]$v2*DD324[[m]]$v4)/sqrt(32)
DDD324[,11,m]<-(DD324[[m]]$v3*DD324[[m]]$v4)/sqrt(32)

```

```

d324<-array(dim=c(11,32,19))
VIF324<-array(dim=c(11,11,19))
for (m in 1:19)
{ d324[,m]<-t(DDD324[,m])}
vec324<-c(2:13,15:19)
for (m in vec324)
{ VIF324[,m]<-solve(d324[,m]%*%DDD324[,m])}

```

```

VIF_results_32in4<-matrix(nrow=19,ncol=1)
for (i in 1:19)
{ VIF_results_32in4[i,<-((sum(diag(VIF324[,i])))/11)}
VIF_results_32in4 #####Πίνακας αποτελεσμάτων κριτηρίου VIF για 32in4#####

```

```
#####VIF criterion για 32in5#####
```

```

designs_32_5<-read.table("32_5_-1.txt",header=T)
DD325<-array(split(designs_32_5, rep(1:491, each = 32)))
DDD325<-array(dim=c(32,16,491))
for (m in 1:491)
{ DDD325[,1,m]<-c(1/sqrt(32))
DDD325[,2,m]<-DD325[[m]]$k1/sqrt(32)
DDD325[,3,m]<-DD325[[m]]$k2/sqrt(32)
DDD325[,4,m]<-DD325[[m]]$k3/sqrt(32)
DDD325[,5,m]<-DD325[[m]]$k4/sqrt(32)
DDD325[,6,m]<-DD325[[m]]$k5/sqrt(32)
DDD325[,7,m]<-(DD325[[m]]$k1*DD325[[m]]$k2)/sqrt(32)
DDD325[,8,m]<-(DD325[[m]]$k1*DD325[[m]]$k3)/sqrt(32)
DDD325[,9,m]<-(DD325[[m]]$k1*DD325[[m]]$k4)/sqrt(32)
DDD325[,10,m]<-(DD325[[m]]$k1*DD325[[m]]$k5)/sqrt(32)
DDD325[,11,m]<-(DD325[[m]]$k2*DD325[[m]]$k3)/sqrt(32)
DDD325[,12,m]<-(DD325[[m]]$k2*DD325[[m]]$k4)/sqrt(32)
DDD325[,13,m]<-(DD325[[m]]$k2*DD325[[m]]$k5)/sqrt(32)
DDD325[,14,m]<-(DD325[[m]]$k3*DD325[[m]]$k4)/sqrt(32)
DDD325[,15,m]<-(DD325[[m]]$k3*DD325[[m]]$k5)/sqrt(32)
DDD325[,16,m]<-(DD325[[m]]$k4*DD325[[m]]$k5)/sqrt(32)}

```

```

d325<-array(dim=c(16,32,491))
for (m in 1:491)
{ d325[,m]<-t(DDD325[,m])}
VIF325<-array(dim=c(16,16,491))
vec=c(1:17,19:266,268,270:278,280:283,285:287,289:290,
292:293,295:298,300,302,304:305,307,310,312:313,317:318,

```

```

320:330,332:340,345:367,370,372:386,392:393,395:398,400:440,
442,445:446,448:452,454:458,460:464,474,485,487:488,490:491)
for (m in vec)
{ VIF325[,m]<-solve(d325[,m]%%DDD325[,m])}
VIF_results_32in5<-matrix(ncol=1,nrow=491)
for (i in vec)
{ VIF_results_32in5[i,<-((sum(diag(VIF325[,i])))/16)}
VIF_results_32in5 #####Πίνακας αποτελεσμάτων κριτηρίου VIF για 32in5#####

```

```
#####Deff criterion για 24in4####
```

```

Deff24_4<-matrix(nrow=10,ncol=1)
for (m in 1:10)
{Deff24_4[m,<-det(d[,m]%%DDD24[,m])^(1/11)}
Deff24_4 #####Πίνακας αποτελεσμάτων Deff για 24in4#####

```

```
#####Deff criterion για 28in5####
```

```

Deff28_5<-matrix(nrow=127,ncol=1)
for (m in 1:127)
{Deff28_5[m,<-det(d28[,m]%%DDD28[,m])^(1/16)}
Deff28_5 #####Πίνακας αποτελεσμάτων Deff για 28in5#####

```

```
#####Deff criterion για 32in4####
```

```

Deff32_4<-matrix(nrow=19,ncol=1)
for (m in 1:19)
{Deff32_4[m,<-det(d324[,m]%%DDD324[,m])^(1/11)}
Deff32_4 #####Πίνακας αποτελεσμάτων Deff για 32in4#####

```

```
#####Deff criterion για 32in5####
```

```

Deff32_5<-matrix(nrow=491,ncol=1)
for (m in 1:491)
{Deff32_5[m,<-det(d325[,m]%%DDD325[,m])^(1/16)}
Deff32_5 #####Πίνακας αποτελεσμάτων Deff για 32in5#####

```

Π4 Τα αποτελέσματα της αξιολόγησης μη ισόμορφων ορθογώνιων σχεδιασμών με 28 εκτελέσεις και 5 παράγοντες με δύο επίπεδα και 32 εκτελέσεις με 4 και 5 παράγοντες με δύο επίπεδα με βάση τα πιο δημοφιλή κριτήρια που αφορούν στο σχεδιασμό και κριτήρια που αφορούν στην εκτίμηση των παραμέτρων δοθέντος μοντέλου

Π4.1 Παρουσίαση των αποτελεσμάτων εφαρμογής κριτηρίων αξιολόγησης που αφορούν στο σχεδιασμό

Π4.1.1 Αξιολόγηση των 127 μη ισόμορφων ορθογώνιων σχηματισμών με 28 εκτελέσεις και 5 παράγοντες με 2 επίπεδα

Τα αποτελέσματα αξιολόγησης των 127 μη ισόμορφων ορθογώνιων σχηματισμών, που περιγράφονται στο Παράρτημα 2 της εργασίας στους Πίνακες Π2.2 έως Π2.6, με 28 εκτελέσεις και 5 παράγοντες με δύο επίπεδα, σύμφωνα με τα κριτήρια της γενικευμένης διακριτικής ικανότητας (GRES), του διανύσματος συχνότητας ανάμιξης (CFV), του γενικευμένου υποδείγματος μήκους λέξης (GWP), γενικευμένων ροπών πρώτης και δεύτερης τάξεως (GM), Βήτα και ομοιομορφίας μέσω του διανύσματος των $MI_i(D)$, δίνονται παρακάτω.

Πίνακας Π4.1.1.1 Σύγκριση 127 μη ισόμορφων ορθογώνιων σχηματισμών με 28 εκτελέσεις και 5 παράγοντες με δύο επίπεδα με βάση το κριτήριο της γενικευμένης διακριτικής ικανότητας

Σχεδιασμός	GRES	Σχεδιασμός	GRES	Σχεδιασμός	GRES
1.	3.29	44.	3.29	87.	3.57
2.	3.29	45.	3.57	88.	3.57
3.	3.57	46.	3.57	89.	3.57
4.	3.57	47.	3.57	90.	3.57
5.	3.57	48.	3.29	91.	3.57
6.	3.29	49.	3.57	92.	3.57
7.	3.29	50.	3.57	93.	3.57
8.	3.29	51.	3.57	94.	3.57
9.	3.29	52.	3.57	95.	3.57
10.	3.57	53.	3.57	96.	3.57
11.	3.57	54.	3.86	97.	3.57
12.	3.57	55.	3.57	98.	3.57
13.	3.57	56.	3.57	99.	3.57
14.	3.57	57.	3.57	100.	3.29
15.	3.57	58.	3.57	101.	3.57
16.	3.57	59.	3.57	102.	3.57

17.	3.57	60.	3.57	103.	3.29
18.	3.29	61.	3.29	104.	3.29
19.	3.29	62.	3.57	105.	3.86
20.	3.29	63.	3.57	106.	3.86
21.	3.57	64.	3.57	107.	3.57
22.	3.57	65.	3.57	108.	3.86
23.	3.57	66.	3.57	109.	3.86
24.	3.29	67.	3.57	110.	3.86
25.	3.57	68.	3.57	111.	3.86
26.	3.57	69.	3.57	112.	3.86
27.	3.57	70.	3.57	113.	3.57
28.	3.57	71.	3.57	114.	3.57
29.	3.57	72.	3.57	115.	3.57
30.	3.29	73.	3.57	116.	3.86
31.	3.57	74.	3.57	117.	3.86
32.	3.57	75.	3.57	118.	3.57
33.	3.57	76.	3.57	119.	3.57
34.	3.57	77.	3.57	120.	3.57
35.	3.57	78.	3.57	121.	3.86
36.	3.57	79.	3.57	122.	3.86
37.	3.29	80.	3.57	123.	3.86
38.	3.57	81.	3.57	124.	3.86
39.	3.57	82.	3.57	125.	3.57
40.	3.57	83.	3.57	126.	3.86
41.	3.57	84.	3.57	127.	3.57
42.	3.57	85.	3.57		
43.	3.57	86.	3.57		

Πίνακας Π4.1.1.2: Σύγκριση 127 μη ισόμορφων ορθογώνιων σχηματισμών με 28 εκτελέσεις και 5 παράγοντες δύο επιπέδων με βάση το κριτήριο του διανύσματος συχνότητας ανάμιξης

Σχεδιασμός	CFV
1.	$[(0,0,2,0,0,0,8,0)_3, (0,0,1,0,0,0,4,0)_4, (0,0,0,0,0,1,0,0)_5]$
2.	$[(0,0,1,0,2,0,7,0)_3, (0,0,0,0,2,0,3,0)_4, (0,0,0,0,0,1,0,0)_5]$
3.	$[(0,0,0,0,4,0,6,0)_3, (0,0,1,0,0,0,4,0)_4, (0,0,0,0,0,1,0,0)_5]$
4.	$[(0,0,0,0,4,0,6,0)_3, (0,0,0,0,2,0,3,0)_4, (0,0,0,0,0,1,0,0)_5]$
5.	$[(0,0,0,0,4,0,6,0)_3, (0,0,0,0,2,0,3,0)_4, (0,0,0,0,0,1,0,0)_5]$
6.	$[(0,0,2,0,0,0,8,0)_3, (0,0,1,0,0,0,4,0)_4, (0,0,0,0,0,0,0,1)_5]$
7.	$[(0,0,2,0,0,0,8,0)_3, (0,0,1,0,0,0,4,0)_4, (0,0,0,0,0,1,0,0)_5]$

8.	$\left[(0,0,1,0,2,0,7,0)_3, (0,0,0,0,2,0,3,0)_4, (0,0,0,0,0,0,0,0,1)_5 \right]$
9.	$\left[(0,0,1,0,2,0,7,0)_3, (0,0,0,0,2,0,3,0)_4, (0,0,0,0,0,1,0,0)_5 \right]$
10.	$\left[(0,0,0,0,2,0,8,0)_3, (0,0,1,0,0,0,4,0)_4, (0,0,0,0,0,0,0,0,1)_5 \right]$
11.	$\left[(0,0,0,0,2,0,8,0)_3, (0,0,0,0,1,0,4,0)_4, (0,0,0,0,0,1,0,0)_5 \right]$
12.	$\left[(0,0,0,0,2,0,8,0)_3, (0,0,0,0,2,0,3,0)_4, (0,0,0,0,0,0,0,0,1)_5 \right]$
13.	$\left[(0,0,0,0,2,0,8,0)_3, (0,0,0,0,2,0,3,0)_4, (0,0,0,0,0,1,0,0)_5 \right]$
14.	$\left[(0,0,0,0,3,0,7,0)_3, (0,0,0,0,2,0,3,0)_4, (0,0,0,0,0,1,0,0)_5 \right]$
15.	$\left[(0,0,0,0,3,0,7,0)_3, (0,0,0,0,2,0,3,0)_4, (0,0,0,0,0,0,0,0,1)_5 \right]$
16.	$\left[(0,0,0,0,3,0,7,0)_3, (0,0,0,0,2,0,3,0)_4, (0,0,0,0,0,1,0,0)_5 \right]$
17.	$\left[(0,0,0,0,3,0,7,0)_3, (0,0,0,0,1,0,4,0)_4, (0,0,0,0,0,1,0,0)_5 \right]$
18.	$\left[(0,0,1,0,1,0,8,0)_3, (0,0,1,0,0,0,4,0)_4, (0,0,0,0,0,0,0,0,1)_5 \right]$
19.	$\left[(0,0,1,0,1,0,8,0)_3, (0,0,0,0,2,0,3,0)_4, (0,0,0,0,0,0,0,0,1)_5 \right]$
20.	$\left[(0,0,1,0,1,0,8,0)_3, (0,0,0,0,1,0,4,0)_4, (0,0,0,0,0,1,0,0)_5 \right]$
21.	$\left[(0,0,0,0,3,0,7,0)_3, (0,0,1,0,0,0,4,0)_4, (0,0,0,0,0,0,0,0,1)_5 \right]$
22.	$\left[(0,0,0,0,3,0,7,0)_3, (0,0,0,0,2,0,3,0)_4, (0,0,0,0,0,0,0,0,1)_5 \right]$
23.	$\left[(0,0,0,0,3,0,7,0)_3, (0,0,0,0,1,0,4,0)_4, (0,0,0,0,0,0,0,0,1)_5 \right]$
24.	$\left[(0,0,1,0,1,0,8,0)_3, (0,0,0,0,1,0,4,0)_4, (0,0,0,0,0,0,0,0,1)_5 \right]$
25.	$\left[(0,0,0,0,3,0,7,0)_3, (0,0,1,0,0,0,4,0)_4, (0,0,0,0,0,0,0,0,1)_5 \right]$
26.	$\left[(0,0,0,0,4,0,6,0)_3, (0,0,1,0,0,0,4,0)_4, (0,0,0,0,0,1,0,0)_5 \right]$
27.	$\left[(0,0,0,0,4,0,6,0)_3, (0,0,0,0,2,0,3,0)_4, (0,0,0,0,0,0,0,0,1)_5 \right]$
28.	$\left[(0,0,0,0,4,0,6,0)_3, (0,0,0,0,1,0,4,0)_4, (0,0,0,0,0,1,0,0)_5 \right]$
29.	$\left[(0,0,0,0,4,0,6,0)_3, (0,0,0,0,2,0,3,0)_4, (0,0,0,0,0,0,0,0,1)_5 \right]$
30.	$\left[(0,0,1,0,2,0,7,0)_3, (0,0,0,0,1,0,4,0)_4, (0,0,0,0,0,0,0,0,1)_5 \right]$
31.	$\left[(0,0,0,0,4,0,6,0)_3, (0,0,1,0,0,0,4,0)_4, (0,0,0,0,0,0,0,0,1)_5 \right]$
32.	$\left[(0,0,0,0,4,0,6,0)_3, (0,0,0,0,1,0,4,0)_4, (0,0,0,0,0,0,0,0,1)_5 \right]$
33.	$\left[(0,0,0,0,2,0,8,0)_3, (0,0,0,0,2,0,3,0)_4, (0,0,0,0,0,0,0,0,1)_5 \right]$
34.	$\left[(0,0,0,0,3,0,7,0)_3, (0,0,0,0,1,0,4,0)_4, (0,0,0,0,0,1,0,0)_5 \right]$
35.	$\left[(0,0,0,0,3,0,7,0)_3, (0,0,0,0,1,0,4,0)_4, (0,0,0,0,0,0,0,0,1)_5 \right]$
36.	$\left[(0,0,0,0,3,0,7,0)_3, (0,0,0,0,1,0,4,0)_4, (0,0,0,0,0,0,0,0,1)_5 \right]$

37.	$[(0, 0, 2, 0, 0, 0, 8, 0)_3, (0, 0, 0, 0, 1, 0, 4, 0)_4, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1)_5]$
38.	$[(0, 0, 0, 0, 1, 0, 9, 0)_3, (0, 0, 1, 0, 0, 0, 4, 0)_4, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1)_5]$
39.	$[(0, 0, 0, 0, 2, 0, 8, 0)_3, (0, 0, 1, 0, 0, 0, 4, 0)_4, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0)_5]$
40.	$[(0, 0, 0, 0, 2, 0, 8, 0)_3, (0, 0, 0, 0, 2, 0, 3, 0)_4, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1)_5]$
41.	$[(0, 0, 0, 0, 3, 0, 7, 0)_3, (0, 0, 0, 0, 2, 0, 3, 0)_4, (0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0)_5]$
42.	$[(0, 0, 0, 0, 2, 0, 8, 0)_3, (0, 0, 0, 0, 2, 0, 3, 0)_4, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1)_5]$
43.	$[(0, 0, 0, 0, 2, 0, 8, 0)_3, (0, 0, 0, 0, 1, 0, 4, 0)_4, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0)_5]$
44.	$[(0, 0, 1, 0, 1, 0, 8, 0)_3, (0, 0, 0, 0, 1, 0, 4, 0)_4, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0)_5]$
45.	$[(0, 0, 0, 0, 2, 0, 8, 0)_3, (0, 0, 0, 0, 2, 0, 3, 0)_4, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0)_5]$
46.	$[(0, 0, 0, 0, 3, 0, 7, 0)_3, (0, 0, 0, 0, 1, 0, 4, 0)_4, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1)_5]$
47.	$[(0, 0, 0, 0, 3, 0, 7, 0)_3, (0, 0, 0, 0, 1, 0, 4, 0)_4, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1)_5]$
48.	$[(0, 0, 1, 0, 1, 0, 8, 0)_3, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 5, 0)_4, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1)_5]$
49.	$[(0, 0, 0, 0, 4, 0, 6, 0)_3, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 5, 0)_4, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1)_5]$
50.	$[(0, 0, 0, 0, 5, 0, 5, 0)_3, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 5, 0)_4, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0)_5]$
51.	$[(0, 0, 0, 0, 3, 0, 7, 0)_3, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 5, 0)_4, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0)_5]$
52.	$[(0, 0, 0, 0, 3, 0, 7, 0)_3, (0, 0, 0, 0, 1, 0, 4, 0)_4, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1)_5]$
53.	$[(0, 0, 0, 0, 4, 0, 6, 0)_3, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 5, 0)_4, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0)_5]$
54.	$[(0, 0, 0, 0, 0, 0, 10, 0)_3, (0, 0, 0, 0, 2, 0, 3, 0)_4, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1)_5]$
55.	$[(0, 0, 0, 0, 1, 0, 9, 0)_3, (0, 0, 0, 0, 2, 0, 3, 0)_4, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0)_5]$
56.	$[(0, 0, 0, 0, 1, 0, 9, 0)_3, (0, 0, 0, 0, 2, 0, 3, 0)_4, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1)_5]$
57.	$[(0, 0, 0, 0, 1, 0, 9, 0)_3, (0, 0, 0, 0, 1, 0, 4, 0)_4, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0)_5]$
58.	$[(0, 0, 0, 0, 2, 0, 8, 0)_3, (0, 0, 0, 0, 1, 0, 4, 0)_4, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0)_5]$
59.	$[(0, 0, 0, 0, 1, 0, 9, 0)_3, (0, 0, 0, 0, 2, 0, 3, 0)_4, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0)_5]$
60.	$[(0, 0, 0, 0, 2, 0, 8, 0)_3, (0, 0, 0, 0, 1, 0, 4, 0)_4, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1)_5]$
61.	$[(0, 0, 1, 0, 0, 0, 9, 0)_3, (0, 0, 0, 0, 1, 0, 4, 0)_4, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1)_5]$
62.	$[(0, 0, 0, 0, 2, 0, 8, 0)_3, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 5, 0)_4, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1)_5]$
63.	$[(0, 0, 0, 0, 2, 0, 8, 0)_3, (0, 0, 0, 0, 1, 0, 4, 0)_4, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0)_5]$
64.	$[(0, 0, 0, 0, 2, 0, 8, 0)_3, (0, 0, 0, 0, 2, 0, 3, 0)_4, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1)_5]$
65.	$[(0, 0, 0, 0, 3, 0, 7, 0)_3, (0, 0, 0, 0, 1, 0, 4, 0)_4, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1)_5]$

66.	$[(0,0,0,0,3,0,7,0)_3, (0,0,0,0,0,0,5,0)_4, (0,0,0,0,0,0,0,1)_5]$
67.	$[(0,0,0,0,2,0,8,0)_3, (0,0,0,0,0,0,5,0)_4, (0,0,0,0,0,1,0,0)_5]$
68.	$[(0,0,0,0,2,0,8,0)_3, (0,0,0,0,2,0,3,0)_4, (0,0,0,0,0,0,0,1)_5]$
69.	$[(0,0,0,0,2,0,8,0)_3, (0,0,0,0,1,0,4,0)_4, (0,0,0,0,0,0,0,1)_5]$
70.	$[(0,0,0,0,3,0,7,0)_3, (0,0,0,0,1,0,4,0)_4, (0,0,0,0,0,1,0,0)_5]$
71.	$[(0,0,0,0,3,0,7,0)_3, (0,0,0,0,0,0,5,0)_4, (0,0,0,0,0,1,0,0)_5]$
72.	$[(0,0,0,0,2,0,8,0)_3, (0,0,0,0,2,0,3,0)_4, (0,0,0,0,0,1,0,0)_5]$
73.	$[(0,0,0,0,1,0,9,0)_3, (0,0,0,0,2,0,3,0)_4, (0,0,0,1,0,0,0,0)_5]$
74.	$[(0,0,0,0,2,0,8,0)_3, (0,0,0,0,1,0,4,0)_4, (0,0,0,0,0,1,0,0)_5]$
75.	$[(0,0,0,0,3,0,7,0)_3, (0,0,0,0,0,0,5,0)_4, (0,0,0,1,0,0,0,0)_5]$
76.	$[(0,0,0,0,1,0,9,0)_3, (0,0,0,0,2,0,3,0)_4, (0,0,0,0,0,1,0,0)_5]$
77.	$[(0,0,0,0,2,0,8,0)_3, (0,0,0,0,2,0,3,0)_4, (0,0,0,0,0,0,0,1)_5]$
78.	$[(0,0,0,0,2,0,8,0)_3, (0,0,0,0,1,0,4,0)_4, (0,0,0,0,0,1,0,0)_5]$
79.	$[(0,0,0,0,3,0,7,0)_3, (0,0,0,0,0,0,5,0)_4, (0,0,0,0,0,1,0,0)_5]$
80.	$[(0,0,0,0,1,0,9,0)_3, (0,0,0,0,2,0,3,0)_4, (0,0,0,0,0,1,0,0)_5]$
81.	$[(0,0,0,0,1,0,9,0)_3, (0,0,0,0,2,0,3,0)_4, (0,0,0,0,0,0,0,1)_5]$
82.	$[(0,0,0,0,1,0,9,0)_3, (0,0,0,0,1,0,4,0)_4, (0,0,0,0,0,1,0,0)_5]$
83.	$[(0,0,0,0,2,0,8,0)_3, (0,0,0,0,0,0,5,0)_4, (0,0,0,0,0,1,0,0)_5]$
84.	$[(0,0,0,0,2,0,8,0)_3, (0,0,0,0,1,0,4,0)_4, (0,0,0,0,0,0,0,1)_5]$
85.	$[(0,0,0,0,3,0,7,0)_3, (0,0,0,0,0,0,5,0)_4, (0,0,0,0,0,1,0,0)_5]$
86.	$[(0,0,0,0,1,0,9,0)_3, (0,0,0,0,1,0,4,0)_4, (0,0,0,0,0,0,0,1)_5]$
87.	$[(0,0,0,0,2,0,8,0)_3, (0,0,0,0,0,0,5,0)_4, (0,0,0,0,0,0,0,1)_5]$
88.	$[(0,0,0,0,2,0,8,0)_3, (0,0,0,0,0,0,5,0)_4, (0,0,0,0,0,1,0,0)_5]$
89.	$[(0,0,0,0,3,0,7,0)_3, (0,0,0,0,0,0,5,0)_4, (0,0,0,0,0,0,0,1)_5]$
90.	$[(0,0,0,0,4,0,6,0)_3, (0,0,0,0,0,0,5,0)_4, (0,0,0,0,0,0,0,1)_5]$
91.	$[(0,0,0,0,2,0,8,0)_3, (0,0,0,0,0,0,5,0)_4, (0,0,0,0,0,1,0,0)_5]$
92.	$[(0,0,0,0,1,0,9,0)_3, (0,0,0,0,0,0,5,0)_4, (0,0,0,1,0,0,0,0)_5]$
93.	$[(0,0,0,0,1,0,9,0)_3, (0,0,1,0,0,0,4,0)_4, (0,0,0,0,0,0,0,1)_5]$
94.	$[(0,0,0,0,1,0,9,0)_3, (0,0,0,0,1,0,4,0)_4, (0,0,0,0,0,1,0,0)_5]$

95.	$[(0,0,0,0,1,0,9,0)_3, (0,0,0,0,0,0,5,0)_4, (0,0,0,1,0,0,0,0)_5]$
96.	$[(0,0,0,0,2,0,8,0)_3, (0,0,0,0,0,0,5,0)_4, (0,0,0,0,0,0,0,1)_5]$
97.	$[(0,0,0,0,1,0,9,0)_3, (0,0,0,0,1,0,4,0)_4, (0,0,0,0,0,0,0,1)_5]$
98.	$[(0,0,0,0,2,0,8,0)_3, (0,0,0,0,0,0,5,0)_4, (0,0,0,0,0,1,0,0)_5]$
99.	$[(0,0,0,0,1,0,9,0)_3, (0,0,0,0,1,0,4,0)_4, (0,0,0,0,0,1,0,0)_5]$
100.	$[(0,0,1,0,0,0,9,0)_3, (0,0,0,0,0,0,5,0)_4, (0,0,0,0,0,1,0,0)_5]$
101.	$[(0,0,0,0,1,0,9,0)_3, (0,0,0,0,0,0,5,0)_4, (0,0,0,0,0,1,0,0)_5]$
102.	$[(0,0,0,0,2,0,8,0)_3, (0,0,0,0,0,0,5,0)_4, (0,0,0,0,0,0,0,1)_5]$
103.	$[(0,0,1,0,0,0,9,0)_3, (0,0,0,0,0,0,5,0)_4, (0,0,0,0,0,1,0,0)_5]$
104.	$[(0,0,1,0,0,0,9,0)_3, (0,0,0,0,0,0,5,0)_4, (0,0,0,0,0,0,0,1)_5]$
105.	$[(0,0,0,0,0,0,10,0)_3, (0,0,0,0,0,0,5,0)_4, (0,0,0,0,0,1,0,0)_5]$
106.	$[(0,0,0,0,0,0,10,0)_3, (0,0,1,0,0,0,4,0)_4, (0,0,0,0,0,1,0,0)_5]$
107.	$[(0,0,0,0,1,0,9,0)_3, (0,0,0,0,1,0,4,0)_4, (0,0,0,0,0,0,0,1)_5]$
108.	$[(0,0,0,0,0,0,10,0)_3, (0,0,1,0,0,0,4,0)_4, (0,0,0,0,0,1,0,0)_5]$
109.	$[(0,0,0,0,0,0,10,0)_3, (0,0,0,0,2,0,3,0)_4, (0,0,0,0,0,1,0,0)_5]$
110.	$[(0,0,0,0,0,0,10,0)_3, (0,0,0,0,1,0,4,0)_4, (0,0,0,1,0,0,0,0)_5]$
111.	$[(0,0,0,0,0,0,10,0)_3, (0,0,0,0,2,0,3,0)_4, (0,0,0,0,0,0,0,1)_5]$
112.	$[(0,0,0,0,0,0,10,0)_3, (0,0,0,0,1,0,4,0)_4, (0,0,0,0,0,1,0,0)_5]$
113.	$[(0,0,0,0,1,0,9,0)_3, (0,0,0,0,1,0,4,0)_4, (0,0,0,0,0,1,0,0)_5]$
114.	$[(0,0,0,0,1,0,9,0)_3, (0,0,0,0,0,0,5,0)_4, (0,0,0,0,0,1,0,0)_5]$
115.	$[(0,0,0,0,1,0,9,0)_3, (0,0,0,0,1,0,4,0)_4, (0,0,0,0,0,0,0,1)_5]$
116.	$[(0,0,0,0,0,0,10,0)_3, (0,0,0,0,0,0,5,0)_4, (0,1,0,0,0,0,0,0)_5]$
117.	$[(0,0,0,0,0,0,10,0)_3, (0,0,0,0,1,0,4,0)_4, (0,0,0,0,0,1,0,0)_5]$
118.	$[(0,0,0,0,1,0,9,0)_3, (0,0,0,0,1,0,4,0)_4, (0,0,0,0,0,0,0,1)_5]$
119.	$[(0,0,0,0,2,0,8,0)_3, (0,0,0,0,1,0,4,0)_4, (0,0,0,0,0,0,0,1)_5]$
120.	$[(0,0,0,0,2,0,8,0)_3, (0,0,0,0,0,0,5,0)_4, (0,0,0,0,0,0,0,1)_5]$
121.	$[(0,0,0,0,0,0,10,0)_3, (0,0,0,0,0,0,5,0)_4, (0,0,0,0,0,0,0,1)_5]$
122.	$[(0,0,0,0,0,0,10,0)_3, (0,0,0,0,0,0,5,0)_4, (0,0,0,0,0,1,0,0)_5]$
123.	$[(0,0,0,0,0,0,10,0)_3, (0,0,0,0,0,0,5,0)_4, (0,0,0,1,0,0,0,0)_5]$

124.	$\left[(0,0,0,0,0,0,10,0)_3, (0,0,1,0,0,0,4,0)_4, (0,0,0,0,0,0,0,1)_5 \right]$
125.	$\left[(0,0,0,0,1,0,9,0)_3, (0,0,0,0,0,0,5,0)_4, (0,0,0,0,0,0,0,1)_5 \right]$
126.	$\left[(0,0,0,0,0,0,10,0)_3, (0,0,0,0,1,0,4,0)_4, (0,0,0,0,0,0,0,1)_5 \right]$
127.	$\left[(0,0,0,0,1,0,9,0)_3, (0,0,0,0,0,0,5,0)_4, (0,0,0,0,0,1,0,0)_5 \right]$

Πίνακας Π4.1.1.3: Σύγκριση 127 μη ισόμορφων ορθογώνιων σχηματισμών με 28 εκτελέσεις και 5 παράγοντες με δύο επίπεδα με βάση το κριτήριο του γενικευμένου διανύσματος του μήκους της λέξης

<i>D</i>	GWP	<i>D</i>	GWP	<i>D</i>	GWP
1.	(0,0,1.18,0.59,0.08)	44.	(0,0,0.86,0.27,0.08)	87.	(0,0,0.53,0.10,0)
2.	(0,0,1.02,0.43,0.08)	45.	(0,0,0.53,0.43,0.08)	88.	(0,0,0.53,0.10,0.08)
3.	(0,0,0.86,0.59,0.08)	46.	(0,0,0.69,0.27,0)	89.	(0,0,0.69,0.10,0)
4.	(0,0,0.86,0.43,0.08)	47.	(0,0,0.69,0.27,0)	90.	(0,0,0.86,0.10,0)
5.	(0,0,0.86,0.43,0.08)	48.	(0,0,0.86,0.10,0)	91.	(0,0,0.53,0.10,0.08)
6.	(0,0,1.18,0.59,0)	49.	(0,0,0.86,0.10,0)	92.	(0,0,0.37,0.10,0.33)
7.	(0,0,1.18,0.59,0.08)	50.	(0,0,1.02,1.02,0.08)	93.	(0,0,0.37,0.59,0)
8.	(0,0,1.02,0.43,0)	51.	(0,0,0.69,0.10,0.08)	94.	(0,0,0.37,0.27,0.08)
9.	(0,0,1.02,0.43,0.08)	52.	(0,0,0.69,0.27,0)	95.	(0,0,0.37,0.10,0.33)
10.	(0,0,0.53,0.59,0)	53.	(0,0,0.86,0.10,0.08)	96.	(0,0,0.53,0.10,0)
11.	(0,0,0.53,0.59,0.08)	54.	(0,0,0.20,0.43,0)	97.	(0,0,0.37,0.27,0)
12.	(0,0,0.53,0.43,0)	55.	(0,0,0.37,0.43,0.08)	98.	(0,0,0.53,0.10,0.08)
13.	(0,0,0.53,0.43,0.08)	56.	(0,0,0.37,0.43,0)	99.	(0,0,0.37,0.27,0.08)
14.	(0,0,0.69,0.43,0.08)	57.	(0,0,0.37,0.27,0.08)	100.	(0,0,0.69,0.10,0.08)
15.	(0,0,0.69,0.43,0)	58.	(0,0,0.53,0.27,0.08)	101.	(0,0,0.37,0.10,0.08)
16.	(0,0,0.69,0.43,0.08)	59.	(0,0,0.37,0.43,0.08)	102.	(0,0,0.53,0.10,0)
17.	(0,0,0.69,0.27,0.08)	60.	(0,0,0.53,0.27,0)	103.	(0,0,0.69,0.10,0.08)
18.	(0,0,0.86,0.59,0)	61.	(0,0,0.69,0.27,0)	104.	(0,0,0.69,0.10,0)
19.	(0,0,0.86,0.43,0)	62.	(0,0,0.53,0.10,0)	105.	(0,0,0.20,0.10,0.08)
20.	(0,0,0.86,0.27,0.08)	63.	(0,0,0.53,0.27,0.08)	106.	(0,0,0.20,0.50,0.08)
21.	(0,0,0.69,0.59,0)	64.	(0,0,0.53,0.43,0)	107.	(0,0,0.37,0.27,0)
22.	(0,0,0.69,0.43,0)	65.	(0,0,0.69,0.27,0)	108.	(0,0,0.20,0.59,0.08)
23.	(0,0,0.69,0.27,0)	66.	(0,0,0.69,0.10,0)	109.	(0,0,0.20,0.43,0.08)
24.	(0,0,0.86,0.27,0)	67.	(0,0,0.53,0.10,0.08)	110.	(0,0,0.20,0.27,0.33)
25.	(0,0,0.69,0.59,0)	68.	(0,0,0.53,0.43,0)	111.	(0,0,0.20,0.43,0)
26.	(0,0,0.86,0.59,0.08)	69.	(0,0,0.53,0.27,0)	112.	(0,0,0.20,0.27,0.08)
27.	(0,0,0.86,0.43,0)	70.	(0,0,0.69,0.27,0.08)	113.	(0,0,0.37,0.27,0.08)
28.	(0,0,0.86,0.27,0.08)	71.	(0,0,0.69,0.10,0.08)	114.	(0,0,0.37,0.10,0.08)
29.	(0,0,0.86,0.43,0)	72.	(0,0,0.53,0.43,0.08)	115.	(0,0,0.37,0.27,0)

30.	(0,0,1.02,0.27,0)	73.	(0,0,0.37,0.43,0.33)	116.	(0,0,0.20,0.10,0.73)
31.	(0,0,0.86,0.59,0)	74.	(0,0,0.53,0.27,0.08)	117.	(0,0,0.20,0.27,0.08)
32.	(0,0,0.86,0.27,0)	75.	(0,0,0.69,0.10,0.33)	118.	(0,0,0.37,0.27,0)
33.	(0,0,0.53,0.43,0)	76.	(0,0,0.37,0.43,0.08)	119.	(0,0,0.53,0.27,0)
34.	(0,0,0.69,0.27,0.08)	77.	(0,0,0.53,0.43,0)	120.	(0,0,0.53,0.10,0)
35.	(0,0,0.69,0.27,0)	78.	(0,0,0.53,0.27,0.08)	121.	(0,0,0.20,0.10,0)
36.	(0,0,0.69,0.27,0)	79.	(0,0,0.69,0.10,0.08)	122.	(0,0,0.20,0.10,0)
37.	(0,0,1.02,0.27,0)	80.	(0,0,0.37,0.43,0.08)	123.	(0,0,0.20,0.10,0.33)
38.	(0,0,0.37,0.59,0)	81.	(0,0,0.37,0.43,0)	124.	(0,0,0.20,0.59,0)
39.	(0,0,0.53,0.59,0.08)	82.	(0,0,0.37,0.27,0.08)	125.	(0,0,0.37,0.10,0)
40.	(0,0,0.53,0.43,0)	83.	(0,0,0.53,0.10,0.08)	126.	(0,0,0.20,0.27,0)
41.	(0,0,0.69,0.43,0.08)	84.	(0,0,0.53,0.27,0)	127.	(0,0,0.37,0.10,0.08)
42.	(0,0,0.53,0.43,0)	85.	(0,0,0.69,0.10,0.08)		
43.	(0,0,0.53,0.27,0.08)	86.	(0,0,0.37,0.27,0)		

Πίνακας Π4.1.1.4: Σύγκριση 127 μη ισόμορφων ορθογώνιων σχηματισμών με 28 εκτελέσεις και 5 παράγοντες με δύο επίπεδα με βάση το κριτήριο των γενικευμένων βέλτιστων ροπών 1^{ης} και 2^{ης} τάξης

Σχεδιασμός	1 st GM	2 nd GM	Σχεδιασμός	1 st GM	2 nd GM
1.	6.33	22.2	65.	3.14	10.5
2.	5.18	18.1	66.	2.49	7.9
3.	5.35	19.2	67.	2.41	8.4
4.	4.69	16.6	68.	3.31	11.6
5.	4.69	16.6	69.	2.65	9.0
6.	5.92	20.1	70.	3.55	12.5
7.	6.33	22.2	71.	2.90	9.9
8.	4.78	16.0	72.	3.71	13.7
9.	5.18	18.1	73.	4.45	18.3
10.	3.96	14.2	74.	3.06	11.1
11.	4.37	16.3	75.	4.12	16.0
12.	3.31	11.6	76.	3.22	12.2
13.	3.71	13.7	77.	3.31	11.6
14.	4.20	15.1	78.	3.06	11.1
15.	3.80	13.1	79.	2.90	9.9
16.	4.20	15.1	80.	3.22	12.2
17.	3.55	12.5	81.	2.82	10.2
18.	4.94	17.2	82.	2.57	9.6
19.	4.29	14.6	83.	2.41	8.4
20.	4.04	14.0	84.	2.65	9.0
21.	4.45	15.7	85.	2.90	9.9
22.	3.80	13.1	86.	2.16	7.6

23.	3.14	10.5	87.	2.00	6.4
24.	3.63	12.0	88.	2.41	8.4
25.	4.45	15.7	89.	2.49	7.9
26.	5.35	19.2	90.	2.98	9.3
27.	4.29	14.6	91.	2.41	8.4
28.	4.04	14.0	92.	3.14	13.1
29.	4.29	14.6	93.	3.47	12.8
30.	4.12	13.4	94.	2.57	9.6
31.	4.94	17.2	95.	3.14	13.1
32.	3.63	12.0	96.	2.00	6.4
33.	3.31	11.6	97.	2.16	7.6
34.	3.55	12.5	98.	2.41	8.4
35.	3.14	10.5	99.	2.57	9.6
36.	3.14	10.5	100.	2.90	9.9
37.	4.61	14.9	101.	1.92	7.0
38.	3.47	12.8	102.	2.00	6.4
39.	4.37	16.3	103.	2.90	9.9
40.	3.31	11.6	104.	2.49	7.9
41.	4.20	15.1	105.	1.43	5.5
42.	3.31	11.6	106.	3.39	13.3
43.	3.06	11.1	107.	2.16	7.6
44.	4.04	14.0	108.	3.39	13.3
45.	3.71	13.7	109.	2.73	10.7
46.	3.14	10.5	110.	3.31	14.2
47.	3.14	10.5	111.	2.33	8.7
48.	2.98	9.3	112.	2.08	8.1
49.	2.98	9.3	113.	2.57	9.6
50.	3.88	12.9	114.	1.92	7.0
51.	2.90	9.9	115.	2.16	7.6
52.	3.14	10.5	116.	4.69	21.8
53.	3.39	11.4	117.	2.08	8.1
54.	2.33	8.7	118.	2.16	7.6
55.	3.22	12.2	119.	2.65	9.0
56.	2.82	10.2	120.	2.00	6.4
57.	2.57	9.6	121.	1.02	3.5
58.	3.06	11.1	122.	1.43	5.5
59.	3.22	12.2	123.	2.65	11.6
60.	2.65	9.0	124.	2.98	11.3
61.	3.14	10.5	125.	1.51	4.9
62.	2.00	6.4	126.	1.67	6.1
63.	3.06	11.1	127.	1.92	7.0
64.	3.31	11.6			

Πίνακας Π4.1.1.5: Σύγκριση 127 μη ισόμορφων ορθογώνιων σχηματισμών με 28 εκτελέσεις και 5 παράγοντες με δύο επίπεδα με βάση το κριτήριο Βήτα

D	$B_i(D)$	D	$B_i(D)$	D	$B_i(D)$
1.	(0,0,29,14.5,2)	44.	(0,0,21,6.5,2)	87.	(0,0,13,2.5,0)
2.	(0,0,25,10.5,2)	45.	(0,0,13,10.5,2)	88.	(0,0,13,2.5,2)
3.	(0,0,21,14.5,2)	46.	(0,0,17,6.5,0)	89.	(0,0,17,2.5,0)
4.	(0,0,21,10.5,2)	47.	(0,0,17,6.5,0)	90.	(0,0,21,2.5,0)
5.	(0,0,21,10.5,2)	48.	(0,0,21,2.5,0)	91.	(0,0,13,2.5,2)
6.	(0,0,29,14.5,0)	49.	(0,0,21,2.5,0)	92.	(0,0,9,2.5,8)
7.	(0,0,29,14.5,2)	50.	(0,0,25,2.5,2)	93.	(0,0,9,14.5,0)
8.	(0,0,25,10.5,0)	51.	(0,0,17,2.5,2)	94.	(0,0,9,6.5,2)
9.	(0,0,25,10.5,2)	52.	(0,0,17,6.5,0)	95.	(0,0,9,2.5,8)
10.	(0,0,13,14.5,0)	53.	(0,0,21,2.5,2)	96.	(0,0,13,2.5,2)
11.	(0,0,13,14.5,2)	54.	(0,0,5,10.5,0)	97.	(0,0,9,6.5,0)
12.	(0,0,13,10.5,0)	55.	(0,0,9,10.5,2)	98.	(0,0,13,2.5,2)
13.	(0,0,13,10.5,2)	56.	(0,0,9,10.5,0)	99.	(0,0,9,6.5,2)
14.	(0,0,17,10.5,2)	57.	(0,0,9,6.5,2)	100.	(0,0,17,2.5,2)
15.	(0,0,17,10.5,0)	58.	(0,0,13,6.5,2)	101.	(0,0,9,2.5,2)
16.	(0,0,17,10.5,2)	59.	(0,0,9,10.5,2)	102.	(0,0,13,2.5,0)
17.	(0,0,17,6.5,2)	60.	(0,0,13,6.5,0)	103.	(0,0,17,2.5,2)
18.	(0,0,21,14.5,0)	61.	(0,0,17,6.5,0)	104.	(0,0,17,2.5,0)
19.	(0,0,21,10.5,0)	62.	(0,0,13,2.5,0)	105.	(0,0,5,2.5,2)
20.	(0,0,21,6.5,2)	63.	(0,0,13,6.5,2)	106.	(0,0,5,14.5,2)
21.	(0,0,17,14.5,0)	64.	(0,0,13,10.5,0)	107.	(0,0,9,6.5,0)
22.	(0,0,17,10.5,0)	65.	(0,0,17,6.5,0)	108.	(0,0,5,14.5,2)
23.	(0,0,17,6.5,0)	66.	(0,0,17,2.5,0)	109.	(0,0,5,10.5,2)
24.	(0,0,21,6.5,0)	67.	(0,0,13,2.5,2)	110.	(0,0,5,6.5,8)
25.	(0,0,17,14.5,0)	68.	(0,0,13,10.5,0)	111.	(0,0,5,10.5,0)
26.	(0,0,21,14.5,2)	69.	(0,0,13,6.5,0)	112.	(0,0,5,6.5,2)
27.	(0,0,21,10.5,0)	70.	(0,0,17,6.5,2)	113.	(0,0,9,6.5,2)
28.	(0,0,21,6.5,2)	71.	(0,0,17,2.5,2)	114.	(0,0,9,2.5,2)
29.	(0,0,21,10.5,0)	72.	(0,0,13,10.5,2)	115.	(0,0,9,6.5,0)
30.	(0,0,25,6.5,0)	73.	(0,0,9,10.5,8)	116.	(0,0,5,2.5,18)
31.	(0,0,21,14.5,0)	74.	(0,0,13,6.5,2)	117.	(0,0,5,6.5,2)
32.	(0,0,21,6.5,0)	75.	(0,0,17,2.5,8)	118.	(0,0,9,6.5,2)
33.	(0,0,13,10.5,0)	76.	(0,0,9,10.5,2)	119.	(0,0,13,6.5,0)
34.	(0,0,17,6.5,2)	77.	(0,0,13,10.5,0)	120.	(0,0,13,2.5,0)
35.	(0,0,17,6.5,0)	78.	(0,0,13,6.5,2)	121.	(0,0,5,2.5,0)
36.	(0,0,17,6.5,0)	79.	(0,0,17,2.5,2)	122.	(0,0,5,2.5,2)

37.	(0,0,29,6.5,0)	80.	(0,0,9,10.5,2)	123.	(0,0,5,2.5,8)
38.	(0,0,9,14.5,0)	81.	(0,0,9,10.5,0)	124.	(0,0,5,14.5,0)
39.	(0,0,13,14.5,2)	82.	(0,0,9,6.5,2)	125.	(0,0,9,2.5,0)
40.	(0,0,13,10.5,0)	83.	(0,0,13,2.5,2)	126.	(0,0,5,6.5,0)
41.	(0,0,17,10.5,2)	84.	(0,0,13,6.5,0)	127.	(0,0,9,2.5,2)
42.	(0,0,13,10.5,0)	85.	(0,0,17,2.5,2)		
43.	(0,0,13,6.5,2)	86.	(0,0,9,6.5,0)		

Πίνακας Π4.1.1.6: Σύγκριση 127 μη ισόμορφων ορθογώνιων σχηματισμών με 28 εκτελέσεις και 5 παράγοντες με δύο επίπεδα με βάση το κριτήριο της ομοιομορφίας μέσω του διανύσματος των $MI_i(D)$

D	$(MI_3(D), MI_4(D), MI_5(D))$	D	$(MI_3(D), MI_4(D), MI_5(D))$
1.	(0.00231 0.00072 0.00006)	65.	(0.00136, 0.00040, 0.00003)
2.	(0.00199 0.00060 0.00005)	66.	(0.00136, 0.00036, 0.00002)
3.	(0.00167 0.00056 0.00005)	67.	(0.00104, 0.00028, 0.00002)
4.	(0.00167 0.00052 0.00004)	68.	(0.00104, 0.00036, 0.00003)
5.	(0.00167 0.00052 0.00004)	69.	(0.00104, 0.00032, 0.00002)
6.	(0.00231 0.00072 0.00005)	70.	(0.00136, 0.00040, 0.00003)
7.	(0.00231 0.00072 0.00006)	71.	(0.00136, 0.00036, 0.00003)
8.	(0.00199 0.00060 0.00004)	72.	(0.00104, 0.00036, 0.00003)
9.	(0.00199 0.00060 0.00005)	73.	(0.00072, 0.00028, 0.00003)
10.	(0.00104 0.00040 0.00003)	74.	(0.00104, 0.00032, 0.00003)
11.	(0.00104 0.00040 0.00004)	75.	(0.00136, 0.00036, 0.00003)
12.	(0.00104 0.00036 0.00003)	76.	(0.00072, 0.00028, 0.00003)
13.	(0.00104 0.00036 0.00003)	77.	(0.00104, 0.00036, 0.00003)
14.	(0.00136 0.00044 0.00004)	78.	(0.00104, 0.00032, 0.00003)
15.	(0.00136 0.00044 0.00003)	79.	(0.00136, 0.00036, 0.00003)
16.	(0.00136 0.00044 0.00004)	80.	(0.00072, 0.00028, 0.00003)
17.	(0.00136 0.00040 0.00003)	81.	(0.00072, 0.00028, 0.00002)
18.	(0.00167 0.00056 0.00004)	82.	(0.00072, 0.00024, 0.00002)
19.	(0.00167 0.00052 0.00004)	83.	(0.00104, 0.00028, 0.00002)
20.	(0.00167 0.00048 0.00004)	84.	(0.00104, 0.00032, 0.00002)
21.	(0.00136 0.00048 0.00004)	85.	(0.00136, 0.00036, 0.00003)
22.	(0.00136 0.00044 0.00003)	86.	(0.00072, 0.00024, 0.00002)
23.	(0.00136 0.00040 0.00003)	87.	(0.00104, 0.00028, 0.00002)
24.	(0.00167 0.00048 0.00003)	88.	(0.00104, 0.00028, 0.00002)
25.	(0.00136 0.00048 0.00004)	89.	(0.00136, 0.00036, 0.00002)
26.	(0.00167 0.00056 0.00005)	90.	(0.00167, 0.00044, 0.00003)
27.	(0.00167 0.00052 0.00004)	91.	(0.00104, 0.00028, 0.00002)

28.	(0.00167 0.00048 0.00004)	92.	(0.00072, 0.00020, 0.00002)
29.	(0.00167 0.00052 0.00004)	93.	(0.00072, 0.00032, 0.00003)
30.	(0.00199 0.00056 0.00004)	94.	(0.00072, 0.00024, 0.00002)
31.	(0.00167 0.00056 0.00004)	95.	(0.00072, 0.00020, 0.00002)
32.	(0.00167 0.00048 0.00003)	96.	(0.00104, 0.00028, 0.00002)
33.	(0.00104 0.00036 0.00003)	97.	(0.00072, 0.00024, 0.00002)
34.	(0.00136 0.00040 0.00003)	98.	(0.00104, 0.00028, 0.00002)
35.	(0.00136 0.00040 0.00003)	99.	(0.00072, 0.00024, 0.00002)
36.	(0.00136 0.00040 0.00003)	100.	(0.00136, 0.00036, 0.00003)
37.	(0.00231 0.00064 0.00004)	101.	(0.00072, 0.00020, 0.00002)
38.	(0.00072 0.00032 0.00003)	102.	(0.00104, 0.00028, 0.00002)
39.	(0.00104 0.00040 0.00004)	103.	(0.00136, 0.00036, 0.00003)
40.	(0.00104 0.00036 0.00003)	104.	(0.00136, 0.00036, 0.00002)
41.	(0.00136 0.00044 0.00004)	105.	(0.00040, 0.00012, 0.00001)
42.	(0.00104 0.00036 0.00003)	106.	(0.00040, 0.00024, 0.00003)
43.	(0.00104 0.00032 0.00003)	107.	(0.00072, 0.00024, 0.00002)
44.	(0.00167 0.00048 0.00004)	108.	(0.00040, 0.00024, 0.00003)
45.	(0.00104 0.00036 0.00003)	109.	(0.00040, 0.00020, 0.00002)
46.	(0.00136 0.00040 0.00003)	110.	(0.00040, 0.00016, 0.00002)
47.	(0.00136 0.00040 0.00003)	111.	(0.00040, 0.00020, 0.00002)
48.	(0.00167 0.00044 0.00003)	112.	(0.00040, 0.00016, 0.00002)
49.	(0.00167 0.00044 0.00003)	113.	(0.00072, 0.00024, 0.00002)
50.	(0.00199 0.00052 0.00004)	114.	(0.00072, 0.00020, 0.00002)
51.	(0.00136 0.00036 0.00003)	115.	(0.00072, 0.00024, 0.00002)
52.	(0.00136 0.00040 0.00003)	116.	(0.00040, 0.00012, 0.00003)
53.	(0.00167 0.00044 0.00003)	117.	(0.00040, 0.00016, 0.00002)
54.	(0.00040 0.00020 0.00002)	118.	(0.00072, 0.00024, 0.00002)
55.	(0.00072 0.00028 0.00003)	119.	(0.00104, 0.00032, 0.00002)
56.	(0.00072 0.00028 0.00002)	120.	(0.00104, 0.00028, 0.00002)
57.	(0.00072 0.00024 0.00002)	121.	(0.00040, 0.00012, 0.00001)
58.	(0.00104 0.00032 0.00003)	122.	(0.00040, 0.00012, 0.00001)
59.	(0.00072 0.00028 0.00003)	123.	(0.00040, 0.00012, 0.00002)
60.	(0.00104 0.00032 0.00002)	124.	(0.00040, 0.00024, 0.00002)
61.	(0.00136 0.00040 0.00003)	125.	(0.00072, 0.00020, 0.00001)
62.	(0.00104 0.00028 0.00002)	126.	(0.00040, 0.00016, 0.00001)
63.	(0.00104 0.00032 0.00003)	127.	(0.00072, 0.00020, 0.00002)
64.	(0.00104 0.00036 0.00003)		

Π4.1.2 Αξιολόγηση των 19 μη ισόμορφων ορθογώνιων σχηματισμών με 32 εκτελέσεις και 4 παράγοντες με δύο επίπεδα

Τα αποτελέσματα αξιολόγησης των 19 μη ισόμορφων ορθογώνιων σχηματισμών, οι πλήρεις λίστες των οποίων δόθηκαν στο Παράρτημα 2 της εργασίας στον Πίνακα Π2.1, με 32 εκτελέσεις και 4 παράγοντες με δύο επίπεδα, σύμφωνα με τα κριτήρια της γενικευμένης διακριτικής ικανότητας (GRES), του διανύσματος συχνότητας ανάμιξης (CFV), του γενικευμένου διανύσματος μήκους των λέξεων (GWP), γενικευμένων ροπών πρώτης και δεύτερης τάξεως (GM), Βήτα και ομοιομορφίας μέσω του διανύσματος των $MI_i (D)$, δίνονται παρακάτω.

Πίνακας Π4.1.2.1: Σύγκριση 19 μη ισόμορφων ορθογώνιων σχηματισμών με 32 εκτελέσεις και 4 παράγοντες με δύο επίπεδα με βάση τα κριτήρια του γενικευμένου διανύσματος μήκους των λέξεων, των γενικευμένων ροπών πρώτης και δεύτερης τάξεως, της γενικευμένης διακριτικής ικανότητας και του διανύσματος συχνότητας ανάμιξης

Σχεδιασμός	GWP	1 st GM	2 nd GM	GRES	CFV
1.	(0,0,1,0)	1.50	9.00	3.00	(1,0,0,0,0,0,0,0,3) ₃ , (0,0,0,0,0,0,0,0,1) ₄
2.	(0,0,0.62,0)	1.56	5.63	3.25	(0,0,1,0,0,0,1,0,2) ₃ , (0,0,0,0,0,0,0,0,1) ₄
3.	(0,0,0.56,0.06)	1.13	6.06	3.25	(0,0,1,0,0,0,0,0,3) ₃ , (0,0,0,0,0,0,1,0,0) ₄
4.	(0,0,0.5,0)	1.19	4.50	3.50	(0,0,0,0,2,0,0,0,2) ₃ , (0,0,0,0,0,0,0,0,1) ₄
5.	(0,0,0.44,0.06)	1.75	4.94	3.50	(0,0,0,0,1,0,3,0,0) ₃ , (0,0,0,0,0,0,1,0,0) ₄
6.	(0,0,0.37,0)	0.75	3.38	3.50	(0,0,0,0,1,0,2,0,1) ₃ , (0,0,0,0,0,0,0,0,1) ₄
7.	(0,0,0.31,0.06)	0.81	3.81	3.50	(0,0,0,0,1,0,1,0,2) ₃ , (0,0,0,0,0,0,1,0,0) ₄
8.	(0,0,0.25,0.25)	1.75	6.25	3.50	(0,0,0,0,1,0,0,0,3) ₃ , (0,0,0,0,1,0,0,0,0) ₄
9.	(0,0,0.25,0)	1.38	2.25	3.75	(0,0,0,0,0,0,4,0,0) ₃ , (0,0,0,0,0,0,0,0,1) ₄
10.	(0,0,0.19,0.06)	2.44	2.69	3.75	(0,0,0,0,0,0,3,0,1) ₃ , (0,0,0,0,0,0,1,0,0) ₄
11.	(0,0,0.25,0.25)	4.00	6.25	3.75	(0,0,0,0,0,0,4,0,0) ₃ , (0,0,0,0,1,0,0,0,0) ₄
12.	(0,0,0.12,0.25)	0.75	5.13	3.75	(0,0,0,0,0,0,2,0,2) ₃ , (0,0,0,0,1,0,0,0,0) ₄
13.	(0,0,0.06,0.56)	0.38	9.56	3.75	(0,0,0,0,0,0,1,0,3) ₃ , (0,0,1,0,0,0,0,0,0) ₄
14.	(0,0,0,1)	0.44	16.00	4.00	(0,0,0,0,0,0,0,0,4) ₃ , (1,0,0,0,0,0,0,0,0) ₄
15.	(0,0,0.25,0)	1.00	2.25	3.50	(0,0,0,0,1,0,0,0,3) ₃ , (0,0,0,0,0,0,0,0,1) ₄
16.	(0,0,0.12,0)	0.00	1.13	3.75	(0,0,0,0,0,0,2,0,2) ₃ , (0,0,0,0,0,0,0,0,1) ₄
17.	(0,0,0.06,0.06)	1.50	1.56	3.75	(0,0,0,0,0,0,1,0,3) ₃ , (0,0,0,0,0,0,0,0,1) ₄

18.	(0,0,0,0.25)	1.56	4.00	4.50	(0,0,0,0,0,0,0,0,4) ₃ , (0,0,0,0,1,0,0,0,0) ₄
19.	(0,0,0,0)	1.13	0.00	Inf.	(0,0,0,0,0,0,0,0,4) ₃ , (0,0,0,0,0,0,0,0,1) ₄

Πίνακας Π4.1.2.2: Σύγκριση 19 μη ισόμορφων ορθογώνιων σχηματισμών με 32 εκτελέσεις και 4 παράγοντες με δύο επίπεδα με βάση το κριτήριο Βήτα και το κριτήριο της ομοιομορφίας μέσω του διανύσματος των $MI_i(D)$

Σχεδιασμός	$B_i(D)$	$(MI_3(D), MI_4(D))$
1.	(0,0,64,0)	(0.00195, 0.00049)
2.	(0,0,40,0)	(0.00122, 0.00031)
3.	(0,0,36,4)	(0.00110, 0.00031)
4.	(0,0,32,0)	(0.00098, 0.00024)
5.	(0,0,28,4)	(0.00085, 0.00024)
6.	(0,0,24,0)	(0.00073, 0.00018)
7.	(0,0,20,4)	(0.00061, 0.00018)
8.	(0,0,16,16)	(0.00049, 0.00024)
9.	(0,0,16,0)	(0.00049, 0.00012)
10.	(0,0,12,4)	(0.00037, 0.00012)
11.	(0,0,16,16)	(0.00049, 0.00024)
12.	(0,0,8,16)	(0.00024, 0.00018)
13.	(0,0,4,36)	(0.00012, 0.00031)
14.	(0,0,0,64)	(0.00000, 0.00049)
15.	(0,0,16,0)	(0.00049, 0.00012)
16.	(0,0,8,0)	(0.00024, 0.00006)
17.	(0,0,4,4)	(0.00012, 0.00006)
18.	(0,0,0,16)	(0.00000, 0.00012)
19.	(0,0,0,0)	(0.00000, 0.00000)

Π4.1.3 Αξιολόγηση των 491 μη ισόμορφων ορθογώνιων σχηματισμών με 32 εκτελέσεις και 5 παράγοντες με δύο επίπεδα

Τα αποτελέσματα αξιολόγησης των 491 μη ισόμορφων ορθογώνιων σχηματισμών, οι πλήρεις λίστες των οποίων δόθηκαν στο Παράρτημα 2 της εργασίας στους Πίνακες Π2.7 έως Π2.24, με 32 εκτελέσεις και 5 παράγοντες με δύο επίπεδα, σύμφωνα με τα κριτήρια της γενικευμένης διακριτικής ικανότητας (GRES), του διανύσματος συχνότητας ανάμιξης (CFV),

του γενικευμένου διανύσματος του μήκους των λέξεων (GWP), γενικευμένων ροπών πρώτης και δεύτερης τάξεως (GM), Βήτα και ομοιομορφίας μέσω του διανύσματος των $MI_i(D)$, δίνονται παρακάτω.

Πίνακας Π4.1.3.1: Σύγκριση 491 μη ισόμορφων ορθογώνιων σχηματισμών με 32 εκτελέσεις και 4 παράγοντες με δύο επίπεδα με βάση τα κριτήρια του γενικευμένου διανύσματος του μήκους των λέξεων, των γενικευμένων ροπών πρώτης και δεύτερης τάξεως και της γενικευμένης διακριτικής ικανότητας

Σχεδιασμός	GWP	1 st GM	2 nd GM	GRES
1.	(0,0,0.5,0,0.25)	2.75	10.75	3.50
2.	(0,0,0.44,0.25,0.06)	2.63	9.50	3.50
3.	(0,0,0.5,0.25,0.25)	3.75	14.75	3.50
4.	(0,0,0.56,0.13,0.06)	2.50	8.63	3.50
5.	(0,0,0.56,0.25,0.06)	3.00	10.63	3.50
6.	(0,0,0.69,0.5,0.06)	4.38	15.75	3.50
7.	(0,0,0.31,0.38,0.06)	2.75	10.38	3.75
8.	(0,0,0.38,0.25,0.25)	3.38	13.63	3.75
9.	(0,0,0.25,0.13,0.25)	2.50	10.50	3.75
10.	(0,0,0.31,0.38,0.06)	2.75	10.38	3.75
11.	(0,0,0.19,0,0.56)	3.38	15.75	3.75
12.	(0,0,0.19,0.25,0.06)	1.88	7.25	3.75
13.	(0,0,0.75,0.5,0)	4.25	14.75	3.50
14.	(0,0,0.63,0.38,0)	3.38	11.63	3.50
15.	(0,0,0.63,0.25,0)	2.88	9.63	3.50
16.	(0,0,0.63,0.25,0)	2.88	9.63	3.50
17.	(0,0,0.75,0.25,0)	3.25	10.75	3.50
18.	(0,0,0.88,0.38,0)	4.13	13.88	3.50
19.	(0,0,0,0.56,0.38,0.06)	3.50	12.63	3.50
20.	(0,0,0,0.69,0.25,0.06)	3.38	11.75	3.50
21.	(0,0,0.31,0.38,0.06)	2.75	10.38	3.75
22.	(0,0,0.44,0.25,0.06)	2.63	9.50	3.75
23.	(0,0,0.38,0.5,0)	3.13	11.38	3.75
24.	(0,0,0.44,0.38,0.06)	3.13	11.50	3.75
25.	(0,0,0.5,0.38,0)	3.00	10.50	3.75
26.	(0,0,0.38,0.38,0)	2.63	9.38	3.75
27.	(0,0,0.44,0.13,0.06)	2.13	7.50	3.75
28.	(0,0,0.69,0.13,0.06)	2.88	9.75	3.50

29.	(0,0,0.31,0.5,0.06)	3.25	12.38	3.75
30.	(0,0,0.31,0.25,0.06)	2.25	8.38	3.75
31.	(0,0,0.38,0.38,0)	2.63	9.38	3.75
32.	(0,0,0.38,0.5,0)	3.13	11.38	3.75
33.	(0,0,0.44,0.25,0.06)	2.63	9.50	3.75
34.	(0,0,0.5,0.38,0)	3.00	10.50	3.50
35.	(0,0,0.56,0.13,0.06)	2.50	8.63	3.50
36.	(0,0,0.44,0.5,0.06)	3.63	13.50	3.75
37.	(0,0,0.56,0.38,0.06)	3.50	12.63	3.50
38.	(0,0,0.81,0.38,0.06)	4.25	14.88	3.50
39.	(0,0,0.69,0.25,0.06)	3.38	11.75	3.50
40.	(0,0,0.56,0.38,0.06)	3.50	12.63	3.50
41.	(0,0,0.44,0.25,0.06)	2.63	9.50	3.50
42.	(0,0,0.5,0.38,0)	3.00	10.50	3.50
43.	(0,0,0.5,0.38,0)	3.00	10.50	3.50
44.	(0,0,0.56,0.13,0.06)	2.50	8.63	3.50
45.	(0,0,0.56,0.13,0.06)	2.50	8.63	3.50
46.	(0,0,0.44,0.25,0.06)	2.63	9.50	3.50
47.	(0,0,0.44,0.25,0.06)	2.63	9.50	3.50
48.	(0,0,0.5,0.38,0)	3.00	10.50	3.50
49.	(0,0,0.56,0.13,0.06)	2.50	8.63	3.50
50.	(0,0,0.69,0.25,0.06)	3.38	11.75	3.50
51.	(0,0,0.69,0.5,0.06)	4.38	15.75	3.50
52.	(0,0,0.44,0.38,0.06)	3.13	11.50	3.50
53.	(0,0,0.31,0.5,0.06)	3.25	12.38	3.75
54.	(0,0,0.38,0.38,0.25)	3.88	15.63	3.75
55.	(0,0,0.31,0.38,0.06)	2.75	10.38	3.75
56.	(0,0,0.25,0.13,0.25)	2.50	10.50	3.75
57.	(0,0,0.38,0.13,0.25)	2.88	11.63	3.75
58.	(0,0,0.25,0.63,0)	3.25	12.25	3.75
59.	(0,0,0.31,0.38,0.06)	2.75	10.38	3.75
60.	(0,0,0.31,0.38,0.06)	2.75	10.38	3.75
61.	(0,0,0.44,0.38,0.06)	3.13	11.50	3.75
62.	(0,0,0.31,0.25,0.06)	2.25	8.38	3.75
63.	(0,0,0.19,0.38,0.06)	2.38	9.25	3.75
64.	(0,0,0.5,0.38,0)	3.00	10.50	3.50
65.	(0,0,0.63,0.25,0)	2.88	9.63	3.50
66.	(0,0,0.25,0.38,0)	2.25	8.25	3.75
67.	(0,0,0.75,0.13,0)	2.75	8.75	3.25

68.	(0,0,0.38,0.25,0)	2.13	7.38	3.50
69.	(0,0,0.5,0.13,0)	2.00	6.50	3.50
70.	(0,0,0.5,0.13,0)	2.00	6.50	3.50
71.	(0,0,0.25,0.38,0)	2.25	8.25	3.75
72.	(0,0,0.38,0.25,0)	2.13	7.38	3.75
73.	(0,0,0.56,0.13,0.06)	2.50	8.63	3.50
74.	(0,0,0.5,0.25,0)	2.50	8.50	3.50
75.	(0,0,0.69,0.13,0.06)	2.88	9.75	3.50
76.	(0,0,0.31,0.25,0.06)	2.25	8.38	3.75
77.	(0,0,0.38,0.25,0)	2.13	7.38	3.75
78.	(0,0,0.56,0.13,0.06)	2.50	8.63	3.50
79.	(0,0,0.44,0.13,0.06)	2.13	7.50	3.75
80.	(0,0,0.5,0.5,0)	3.50	12.50	3.50
81.	(0,0,0.56,0.25,0.06)	3.00	10.63	3.50
82.	(0,0,0.38,0.38,0)	2.63	9.38	3.75
83.	(0,0,0.56,0.25,0.06)	3.00	10.63	3.50
84.	(0,0,0.5,0.13,0)	2.00	6.50	3.50
85.	(0,0,0.63,0.13,0)	2.38	7.63	3.50
86.	(0,0,0.38,0.25,0)	2.13	7.38	3.75
87.	(0,0,0.63,0.38,0)	3.38	11.63	3.50
88.	(0,0,0.38,0.25,0)	2.13	7.38	3.75
89.	(0,0,0.31,0.25,0.06)	2.25	8.38	3.75
90.	(0,0,0.31,0.13,0.06)	1.75	6.38	3.75
91.	(0,0,0.19,0.38,0.06)	2.38	9.25	3.75
92.	(0,0,0.25,0.25,0.25)	3.00	12.50	3.75
93.	(0,0,0.5,0.13,0)	2.00	6.50	3.50
94.	(0,0,0.25,0.25,0)	1.75	6.25	3.75
95.	(0,0,0.44,0.13,0.06)	2.13	7.50	3.50
96.	(0,0,0.31,0.38,0.06)	2.75	10.38	3.75
97.	(0,0,0.38,0.13,0)	1.63	5.38	3.75
98.	(0,0,0.56,0,0.06)	2.00	6.63	3.50
99.	(0,0,0.25,0.38,0)	2.25	8.25	3.75
100.	(0,0,0.31,0.13,0.06)	1.75	6.38	3.75
101.	(0,0,0.44,0.13,0.06)	2.13	7.50	3.75
102.	(0,0,0.5,0.38,0)	3.00	10.50	3.50
103.	(0,0,0.56,0.13,0.06)	2.50	8.63	3.50
104.	(0,0,0.69,0.38,0.06)	3.88	13.75	3.50
105.	(0,0,0.56,0.13,0.06)	2.50	8.63	3.50
106.	(0,0,0.81,0.25,0.06)	3.75	12.88	3.50

107.	(0,0,0.63,0.38,0)	3.38	11.63	3.50
108.	(0,0,0.25,0.38,0)	2.25	8.25	3.75
109.	(0,0,0.25,0.5,0)	2.75	10.25	3.75
110.	(0,0,0.25,0.38,0)	2.25	8.25	3.75
111.	(0,0,0.38,0.13,0)	1.63	5.38	3.50
112.	(0,0,0.5,0.13,0)	2.00	6.50	3.50
113.	(0,0,0.25,0.25,0)	1.75	6.25	3.75
114.	(0,0,0.44,0.13,0.06)	2.13	7.50	3.50
115.	(0,0,0.75,0,0)	2.25	6.75	3.25
116.	(0,0,0.63,0.13,0)	2.38	7.63	3.50
117.	(0,0,0.5,0.13,0)	2.00	6.50	3.50
118.	(0,0,0.5,0.5,0)	3.50	12.50	3.50
119.	(0,0,0.19,0.25,0.06)	1.88	7.25	3.75
120.	(0,0,0.31,0.13,0.06)	1.75	6.38	3.75
121.	(0,0,0.38,0.25,0)	2.13	7.38	3.50
122.	(0,0,0.13,0.38,0)	1.88	7.13	3.75
123.	(0,0,0.19,0.13,0.06)	1.38	5.25	3.75
124.	(0,0,0.06,0.38,0.06)	2.00	8.13	3.75
125.	(0,0,0.13,0.25,0)	1.38	5.13	3.75
126.	(0,0,0.31,0.13,0.06)	1.75	6.38	3.50
127.	(0,0,0.25,0.13,0)	1.25	4.25	3.75
128.	(0,0,0.44,0,0.06)	1.63	5.50	3.50
129.	(0,0,0.13,0.5,0)	2.38	9.13	3.75
130.	(0,0,0.25,0.38,0)	2.25	8.25	3.75
131.	(0,0,0.56,0.38,0.06)	3.50	12.63	3.50
132.	(0,0,0.38,0.13,0.25)	2.88	11.63	3.75
133.	(0,0,0.38,0.38,0)	2.63	9.38	3.50
134.	(0,0,0.19,0.25,0.06)	1.88	7.25	3.75
135.	(0,0,0.25,0.13,0.25)	2.50	10.50	3.75
136.	(0,0,0.13,0.38,0.25)	3.13	13.38	3.75
137.	(0,0,0.31,0.13,0.06)	1.75	6.38	3.75
138.	(0,0,0.25,0.5,0)	2.75	10.25	3.75
139.	(0,0,0.19,0.5,0.06)	2.88	11.25	3.75
140.	(0,0,0.44,0.5,0.06)	3.63	13.50	3.50
141.	(0,0,0.44,0.25,0.06)	2.63	9.50	3.75
142.	(0,0,0.31,0.13,0.06)	1.75	6.38	3.75
143.	(0,0,0.38,0.25,0)	2.13	7.38	3.75
144.	(0,0,0.31,0.13,0.06)	1.75	6.38	3.75
145.	(0,0,0.19,0.25,0.06)	1.88	7.25	3.75

146.	(0,0,0.38,0.25,0)	2.13	7.38	3.75
147.	(0,0,0.44,0.25,0.06)	2.63	9.50	3.75
148.	(0,0,0.25,0,0.25)	2.00	8.50	3.75
149.	(0,0,0.44,0.13,0.06)	2.13	7.50	3.50
150.	(0,0,0.5,0.25,0)	2.50	8.50	3.50
151.	(0,0,0.69,0.13,0.06)	2.88	9.75	3.50
152.	(0,0,0.44,0.38,0.06)	3.13	11.50	3.75
153.	(0,0,0.5,0.25,0)	2.50	8.50	3.50
154.	(0,0,0.38,0.38,0)	2.63	9.38	3.75
155.	(0,0,0.38,0,0.25)	2.38	9.63	3.75
156.	(0,0,0.69,0.25,0.06)	3.38	11.75	3.50
157.	(0,0,0.56,0.13,0.06)	2.50	8.63	3.50
158.	(0,0,0.44,0.25,0.06)	2.63	9.50	3.75
159.	(0,0,0.5,0.13,0.25)	3.25	12.75	3.75
160.	(0,0,0.44,0.5,0.06)	3.63	13.50	3.75
161.	(0,0,0.81,0.38,0.06)	4.25	14.88	3.50
162.	(0,0,0.81,0.13,0.06)	3.25	10.88	3.50
163.	(0,0,0.56,0.5,0.06)	4.00	14.63	3.50
164.	(0,0,0.56,0.25,0.06)	3.00	10.63	3.50
165.	(0,0,0.44,0.25,0.06)	2.63	9.50	3.50
166.	(0,0,0.69,0,0.06)	2.38	7.75	3.50
167.	(0,0,0.56,0.38,0.06)	3.50	12.63	3.50
168.	(0,0,0.56,0.5,0.06)	4.00	14.63	3.50
169.	(0,0,0.44,0.25,0.06)	2.63	9.50	3.75
170.	(0,0,0.44,0.38,0.06)	3.13	11.50	3.75
171.	(0,0,0.38,0.38,0)	2.63	9.38	3.75
172.	(0,0,0.44,0.25,0.06)	2.63	9.50	3.75
173.	(0,0,0.31,0.25,0.06)	2.25	8.38	3.75
174.	(0,0,0.31,0.38,0.06)	2.75	10.38	3.75
175.	(0,0,0.56,0.25,0.06)	3.00	10.63	3.50
176.	(0,0,0.38,0.38,0)	2.63	9.38	3.75
177.	(0,0,0.56,0.13,0.06)	2.50	8.63	3.50
178.	(0,0,0.69,0.38,0.06)	3.88	13.75	3.50
179.	(0,0,0.69,0.38,0.06)	3.88	13.75	3.50
180.	(0,0,0.69,0.13,0.06)	2.88	9.75	3.50
181.	(0,0,0.38,0.38,0)	2.63	9.38	3.75
182.	(0,0,0.25,0.5,0)	2.75	10.25	3.75
183.	(0,0,0.38,0.38,0)	2.63	9.38	3.75
184.	(0,0,0.31,0.13,0.06)	1.75	6.38	3.75

185.	(0,0,0.56,0.13,0.06)	2.50	8.63	3.50
186.	(0,0,0.31,0.63,0.06)	3.75	14.38	3.75
187.	(0,0,0.38,0.38,0)	2.63	9.38	3.75
188.	(0,0,0.5,0.25,0)	2.50	8.50	3.50
189.	(0,0,0.56,0.13,0.06)	2.50	8.63	3.50
190.	(0,0,0.69,0.25,0.06)	3.38	11.75	3.50
191.	(0,0,0.56,0.38,0.06)	3.50	12.63	3.50
192.	(0,0,0.44,0.25,0.06)	2.63	9.50	3.50
193.	(0,0,0.5,0.38,0)	3.00	10.50	3.50
194.	(0,0,0.38,0.38,0)	2.63	9.38	3.50
195.	(0,0,0.44,0.13,0.06)	2.13	7.50	3.50
196.	(0,0,0.5,0.25,0)	2.50	8.50	3.50
197.	(0,0,0.5,0.38,0)	3.00	10.50	3.50
198.	(0,0,0.56,0.13,0.06)	2.50	8.63	3.50
199.	(0,0,0.69,0.25,0.06)	3.38	11.75	3.50
200.	(0,0,0.81,0.25,0.06)	3.75	12.88	3.50
201.	(0,0,0.63,0.5,0)	3.88	13.63	3.50
202.	(0,0,0.63,0.38,0)	3.38	11.63	3.50
203.	(0,0,0.63,0.38,0)	3.38	11.63	3.50
204.	(0,0,0.75,0.38,0)	3.75	12.75	3.50
205.	(0,0,0.63,0.25,0)	2.88	9.63	3.50
206.	(0,0,0.63,0.38,0)	3.38	11.63	3.50
207.	(0,0,0.75,0.38,0)	3.75	12.75	3.50
208.	(0,0,0.5,0.25,0)	2.50	8.50	3.75
209.	(0,0,0.63,0.25,0)	2.88	9.63	3.50
210.	(0,0,0.69,0.13,0.06)	2.88	9.75	3.50
211.	(0,0,0.5,0.38,0)	3.00	10.50	3.75
212.	(0,0,0.5,0.25,0)	2.50	8.50	3.75
213.	(0,0,0.56,0.13,0.06)	2.50	8.63	3.75
214.	(0,0,0.63,0.5,0)	3.88	13.63	3.50
215.	(0,0,0.5,0.38,0)	3.00	10.50	3.75
216.	(0,0,0.69,0.25,0.06)	3.38	11.75	3.50
217.	(0,0,0.25,0.25,0)	1.75	6.25	3.75
218.	(0,0,0.5,0.25,0)	2.50	8.50	3.50
219.	(0,0,0.31,0.13,0.06)	1.75	6.38	3.75
220.	(0,0,0.38,0.13,0)	1.63	5.38	3.75
221.	(0,0,0.38,0.13,0)	1.63	5.38	3.75
222.	(0,0,0.25,0.25,0)	1.75	6.25	3.75
223.	(0,0,0.44,0,0.06)	1.63	5.50	3.75

224.	(0,0,0.5,0.25,0)	2.50	8.50	3.50
225.	(0,0,0.5,0.25,0)	2.50	8.50	3.50
226.	(0,0,0.38,0.13,0)	1.63	5.38	3.75
227.	(0,0,0.44,0.25,0.06)	2.63	9.50	3.75
228.	(0,0,0.44,0.13,0.06)	2.13	7.50	3.75
229.	(0,0,0.5,0.13,0)	2.00	6.50	3.75
230.	(0,0,0.63,0.25,0)	2.88	9.63	3.50
231.	(0,0,0.5,0.13,0)	2.00	6.50	3.75
232.	(0,0,0.25,0.13,0)	1.25	4.25	3.75
233.	(0,0,0.31,0,0.06)	1.25	4.38	3.75
234.	(0,0,0.5,0.13,0)	2.00	6.50	3.50
235.	(0,0,0.38,0.13,0)	1.63	5.38	3.75
236.	(0,0,0.63,0.13,0)	2.38	7.63	3.50
237.	(0,0,0.25,0.25,0)	1.75	6.25	3.75
238.	(0,0,0.75,0.13,0)	2.75	8.75	3.50
239.	(0,0,0.63,0.25,0)	2.88	9.63	3.50
240.	(0,0,0.63,0.13,0)	2.38	7.63	3.50
241.	(0,0,0.63,0.13,0)	2.38	7.63	3.50
242.	(0,0,0.63,0.13,0)	2.38	7.63	3.50
243.	(0,0,0.5,0.25,0)	2.50	8.50	3.50
244.	(0,0,0.56,0.38,0.06)	3.50	12.63	3.50
245.	(0,0,0.63,0.13,0)	2.38	7.63	3.50
246.	(0,0,0.75,0.25,0)	3.25	10.75	3.50
247.	(0,0,0.31,0.13,0.06)	1.75	6.38	3.75
248.	(0,0,0.56,0.25,0.06)	3.00	10.63	3.50
249.	(0,0,0.63,0.13,0)	2.38	7.63	3.50
250.	(0,0,0.63,0.13,0)	2.38	7.63	3.50
251.	(0,0,0.75,0.38,0)	3.75	12.75	3.50
252.	(0,0,0.63,0.25,0)	2.88	9.63	3.50
253.	(0,0,0.5,0.13,0)	2.00	6.50	3.50
254.	(0,0,0.63,0,0)	1.88	5.63	3.50
255.	(0,0,0.63,0.13,0)	2.38	7.63	3.50
256.	(0,0,0.88,0.25,0)	3.63	11.88	3.50
257.	(0,0,0.38,0.13,0)	1.63	5.38	3.50
258.	(0,0,0.5,0,0)	1.50	4.50	3.50
259.	(0,0,0.75,0.13,0)	2.75	8.75	3.25
260.	(0,0,0.63,0.1,0)	2.38	7.63	3.50
261.	(0,0,0.75,0.13,0)	2.75	8.75	3.50
262.	(0,0,0.81,0.13,0.06)	3.25	10.88	3.25

263.	(0,0,0.63,0.13,0.25)	3.63	13.88	3.50
264.	(0,0,0.94,0.25,0.06)	4.13	14.00	3.50
265.	(0,0,0.69,0.25,0.06)	3.38	11.75	3.50
266.	(0,0,0.56,0.13,0.06)	2.50	8.63	3.50
267.	(0,0,0.94,0.38,0.06)	4.63	16.00	3.50
268.	(0,0,0.69,0.25,0.06)	3.38	11.75	3.50
269.	(0,0,0.81,0.5,0.06)	4.75	16.88	3.50
270.	(0,0,0.56,0.38,0.06)	3.50	12.63	3.75
271.	(0,0,0.56,0.13,0.06)	2.50	8.63	3.75
272.	(0,0,0.63,0.38,0)	3.38	11.63	3.50
273.	(0,0,0.63,0.38,0)	3.38	11.63	3.50
274.	(0,0,0.5,0.38,0)	3.00	10.50	3.50
275.	(0,0,0.38,0.63,0)	3.63	13.38	3.75
276.	(0,0,0.31,0.38,0.06)	2.75	10.38	3.75
277.	(0,0,0.44,0.25,0.06)	2.63	9.50	3.75
278.	(0,0,0.44,0.25,0.06)	2.63	9.50	3.50
279.	(0,0,0.63,0.63,0)	4.38	15.63	3.50
280.	(0,0,0.56,0.13,0.06)	2.50	8.63	3.50
281.	(0,0,0.63,0.25,0)	2.88	9.63	3.75
282.	(0,0,0.38,0.5,0)	3.13	11.38	3.75
283.	(0,0,0.88,0.13,0)	3.13	9.88	3.25
284.	(0,0,0.88,0.38,0)	4.13	13.88	3.25
285.	(0,0,0.63,0.25,0)	2.88	9.63	3.50
286.	(0,0,0.5,0.13,0)	2.00	6.50	3.50
287.	(0,0,0.44,0.25,0.06)	2.63	9.50	3.50
288.	(0,0,0.88,0.63,0)	5.13	17.88	3.50
289.	(0,0,0.63,0.38,0)	3.38	11.63	3.50
290.	(0,0,0.75,0.25,0)	3.25	10.75	3.50
291.	(0,0,0.88,0.38,0)	4.13	13.88	3.50
292.	(0,0,0.75,0.25,0)	3.25	10.75	3.50
293.	(0,0,0.88,0.13,0)	3.13	9.88	3.50
294.	(0,0,0.88,0.38,0)	4.13	13.88	3.50
295.	(0,0,0.63,0.13,0)	2.38	7.63	3.50
296.	(0,0,0.88,0.25,0)	3.63	11.88	3.50
297.	(0,0,0.75,0.25,0)	3.25	10.75	3.50
298.	(0,0,0.88,0.13,0)	3.13	9.88	3.50
299.	(0,0,1.13,0.38,0)	4.88	16.13	3.25
300.	(0,0,0.75,0.38,0)	3.75	12.75	3.50
301.	(0,0,1,0.63,0)	5.50	19.00	3.25

302.	(0,0,0.63,0.63,0)	4.38	15.63	3.50
303.	(0,0,0.75,0.38,0)	3.75	12.75	3.50
304.	(0,0,0.5,0.5,0)	3.50	12.50	3.50
305.	(0,0,0.69,0.38,0.06)	3.88	13.75	3.50
306.	(0,0,0.75,0.38,0)	3.75	12.75	3.50
307.	(0,0,1,0.25,0)	4.00	13.00	3.25
308.	(0,0,1.06,0.38,0.06)	5.00	17.13	3.25
309.	(0,0,0.75,0.63,0)	4.75	16.75	3.50
310.	(0,0,0.81,0.25,0.06)	3.75	12.88	3.50
311.	(0,0,0.75,0.38,0)	3.75	12.75	3.50
312.	(0,0,0.81,0.13,0.06)	3.25	10.88	3.50
313.	(0,0,0.69,0.38,0.06)	3.88	13.75	3.50
314.	(0,0,0.81,0.63,0.06)	5.25	18.88	3.50
315.	(0,0,0.75,0.38,0)	3.75	12.75	3.50
316.	(0,0,1,0.38,0)	4.50	15.00	3.25
317.	(0,0,0.88,0.13,0)	3.13	9.88	3.50
318.	(0,0,0.88,0.25,0)	3.63	11.88	3.50
319.	(0,0,0.88,0.38,0)	4.13	13.88	3.50
320.	(0,0,0.75,0.38,0)	3.75	12.75	3.50
321.	(0,0,0.69,0.25,0.06)	3.38	11.75	3.50
322.	(0,0,0.75,0.13,0)	2.75	8.75	3.50
323.	(0,0,0.81,0.38,0.06)	4.25	14.88	3.50
324.	(0,0,0.75,0.38,0)	3.75	12.75	3.50
325.	(0,0,0.63,0.38,0)	3.38	11.63	3.50
326.	(0,0,0.69,0.13,0.06)	2.88	9.75	3.50
327.	(0,0,0.75,0.25,0)	3.25	10.75	3.50
328.	(0,0,0.69,0.38,0.06)	3.88	13.75	3.50
329.	(0,0,0.81,0.38,0.06)	4.25	14.88	3.50
330.	(0,0,0.94,0.25,0.06)	4.13	14.00	3.25
331.	(0,0,1,0.38,0)	4.50	15.00	3.25
332.	(0,0,0.56,0.63,0.06)	4.50	16.63	3.50
333.	(0,0,0.44,0.38,0.06)	3.13	11.50	3.50
334.	(0,0,0.56,0.38,0.06)	3.50	12.63	3.50
335.	(0,0,0.63,0.38,0)	3.38	11.63	3.50
336.	(0,0,0.63,0.25,0)	2.88	9.63	3.50
337.	(0,0,0.63,0.5,0)	3.88	13.63	3.50
338.	(0,0,0.88,0.38,0)	4.13	13.88	3.25
339.	(0,0,0.44,0.25,0.06)	2.63	9.50	3.50
340.	(0,0,0.63,0.38,0)	3.38	11.63	3.50

341.	(0,0,0.75,0.25,0)	3.25	10.75	3.50
342.	(0,0,1,0.25,0)	4.00	13.00	3.25
343.	(0,0,1.06,0.38,0.06)	5.00	17.13	3.25
344.	(0,0,0.63,0.38,0)	3.38	11.63	3.50
345.	(0,0,0.81,0.13,0.06)	3.25	10.88	3.50
346.	(0,0,0.75,0.25,0)	3.25	10.75	3.50
347.	(0,0,0.56,0.38,0.06)	3.50	12.63	3.50
348.	(0,0,0.75,0.13,0)	2.75	8.75	3.50
349.	(0,0,0.69,0.38,0.06)	3.88	13.75	3.50
350.	(0,0,0.5,0.63,0)	4.00	14.50	3.50
351.	(0,0,0.44,0.38,0.06)	3.13	11.50	3.50
352.	(0,0,0.56,0.25,0.06)	3.00	10.63	3.50
353.	(0,0,0.75,0.25,0)	3.25	10.75	3.25
354.	(0,0,0.81,0.13,0.06)	3.25	10.88	3.25
355.	(0,0,0.63,0.25,0)	2.88	9.63	3.50
356.	(0,0,0.5,0.13,0)	2.00	6.50	3.75
357.	(0,0,0.38,0.25,0)	2.13	7.38	3.75
358.	(0,0,0.5,0.38,0)	3.00	10.50	3.75
359.	(0,0,0.5,0.13,0)	2.00	6.50	3.50
360.	(0,0,0.75,0.25,0)	3.25	10.75	3.25
361.	(0,0,0.38,0.63,0)	3.63	13.38	3.50
362.	(0,0,0.25,0.38,0)	2.25	8.25	3.75
363.	(0,0,0.5,0.25,0)	2.50	8.50	3.50
364.	(0,0,0.75,0.38,0)	3.75	12.75	3.25
365.	(0,0,0.56,0.38,0.06)	3.50	12.63	3.50
366.	(0,0,0.56,0.38,0.06)	3.50	12.63	3.50
367.	(0,0,0.69,0.25,0.06)	3.38	11.75	3.50
368.	(0,0,0.75,0.25,0.25)	4.50	17.00	3.50
369.	(0,0,0.63,0.38,0.25)	4.63	17.88	3.50
370.	(0,0,0.56,0.38,0.06)	3.50	12.63	3.50
371.	(0,0,0.94,0.5,0.06)	5.13	18.00	3.25
372.	(0,0,0.25,0.25,0.25)	3.00	12.50	3.75
373.	(0,0,0.19,0.25,0.06)	1.88	7.25	3.75
374.	(0,0,0.38,0.13,0.25)	2.88	11.63	3.50
375.	(0,0,0.31,0.38,0.06)	2.75	10.38	3.75
376.	(0,0,0.38,0.38,0)	2.63	9.38	3.50
377.	(0,0,0.69,0.25,0.06)	3.38	11.75	3.25
378.	(0,0,0.44,0.5,0.06)	3.63	13.50	3.50
379.	(0,0,0.31,0.38,0.06)	2.75	10.38	3.50

380.	(0,0,0.5,0.25,0)	2.50	8.50	3.50
381.	(0,0,0.5,0.13,0)	2.00	6.50	3.50
382.	(0,0,0.38,0.38,0)	2.63	9.38	3.50
383.	(0,0,0.75,0.25,0)	3.25	10.75	3.50
384.	(0,0,0.75,0.13,0)	2.75	8.75	3.50
385.	(0,0,0.75,0.38,0)	3.75	12.75	3.50
386.	(0,0,0.63,0.38,0)	3.38	11.63	3.50
387.	(0,0,0.75,0.5,0)	4.25	14.75	3.50
388.	(0,0,0.88,0.38,0)	4.13	13.88	3.50
389.	(0,0,0.75,0.38,0)	3.75	12.75	3.50
390.	(0,0,1,0.5,0)	5.00	17.00	3.25
391.	(0,0,0.75,0.5,0)	4.25	14.75	3.50
392.	(0,0,0.56,0.38,0.06)	3.50	12.63	3.75
393.	(0,0,0.5,0.25,0)	2.50	8.50	3.75
394.	(0,0,0.75,0.38,0)	3.75	12.75	3.50
395.	(0,0,0.63,0.13,0)	2.38	7.63	3.50
396.	(0,0,1,0.13,0)	3.50	11.00	3.25
397.	(0,0,0.75,0.13,0)	2.75	8.75	3.50
398.	(0,0,0.94,0.25,0.06)	4.13	14.00	3.25
399.	(0,0,1.25,0.38,0)	5.25	17.25	3.25
400.	(0,0,0.56,0.13,0.06)	2.50	8.63	3.50
401.	(0,0,0.88,0.13,0)	3.13	9.88	3.25
402.	(0,0,0.63,0.13,0)	2.38	7.63	3.50
403.	(0,0,0.13,0.38,0)	1.88	7.13	3.75
404.	(0,0,0.38,0.13,0)	1.63	5.38	3.50
405.	(0,0,0.5,0,0)	1.50	4.50	3.50
406.	(0,0,0.31,0.38,0.06)	2.75	10.38	3.75
407.	(0,0,0.38,0,0)	1.13	3.38	3.75
408.	(0,0,0.31,0.13,0.06)	1.75	6.38	3.50
409.	(0,0,0.38,0.13,0)	1.63	5.38	3.50
410.	(0,0,0.81,0.13,0.06)	3.25	10.88	3.50
411.	(0,0,0.75,0,0)	2.25	6.75	3.50
412.	(0,0,0,0.5,0)	2.00	8.00	4.50
413.	(0,0,0.25,0.25,0)	1.75	6.25	3.50
414.	(0,0,0.13,0.13,0)	0.88	3.13	3.75
415.	(0,0,0.63,0.13,0)	2.38	7.63	3.25
416.	(0,0,0.5,0,0)	1.50	4.50	3.50
417.	(0,0,0.5,0,0)	1.50	4.50	3.50
418.	(0,0,0.5,0.5,0)	3.50	12.50	3.50

419.	(0,0,0.25,0,0)	0.75	2.25	3.75
420.	(0,0,0.25,0.13,0)	1.25	4.25	3.75
421.	(0,0,0.06,0.13,0.06)	1.00	4.13	3.75
422.	(0,0,0.19,0,0.06)	0.88	3.25	3.75
423.	(0,0,0.44,0,0.06)	1.63	5.50	3.50
424.	(0,0,0.38,0.38,0)	2.63	9.38	3.50
425.	(0,0,0.75,0,0)	2.25	6.75	3.50
426.	(0,0,0.38,0.13,0.25)	2.88	11.63	3.50
427.	(0,0,0.25,0,0.25)	2.00	8.50	3.50
428.	(0,0,0.81,0.38,0.06)	4.25	14.88	3.50
429.	(0,0,0.19,0.5,0.06)	2.88	11.25	3.75
430.	(0,0,0.06,0.63,0.06)	3.00	12.13	3.75
431.	(0,0,0.31,0.38,0.06)	2.75	10.38	3.50
432.	(0,0,0.13,0.63,0)	2.88	11.13	3.75
433.	(0,0,0.69,0,0.06)	2.38	7.75	3.25
434.	(0,0,0.25,0.25,0)	1.75	6.25	3.50
435.	(0,0,0.63,0,0)	1.88	5.63	3.75
436.	(0,0,0.56,0.13,0.06)	2.50	8.63	3.25
437.	(0,0,0.13,0.25,0.25)	2.63	11.38	3.75
438.	(0,0,0.69,0.5,0.06)	4.38	15.75	3.50
439.	(0,0,1.06,0.13,0.06)	4.00	13.13	3.50
440.	(0,0,0.81,0.38,0.06)	4.25	14.88	3.50
441.	(0,0,1,0.5,0)	5.00	17.00	3.50
442.	(0,0,0.75,0.25,0)	3.25	10.75	3.50
443.	(0,0,1,0.25,0)	4.00	13.00	3.50
444.	(0,0,0.75,0.5,0)	4.25	14.75	3.50
445.	(0,0,0.88,0.13,0)	3.13	9.88	3.50
446.	(0,0,0.63,0.38,0)	3.38	11.63	3.50
447.	(0,0,0.75,0.25,0.25)	4.50	17.00	3.50
448.	(0,0,0.5,0.5,0)	3.50	12.50	3.50
449.	(0,0,0.69,0.5,0.06)	4.38	15.75	3.50
450.	(0,0,0.63,0.38,0)	3.38	11.63	3.50
451.	(0,0,0.75,0.25,0)	3.25	10.75	3.50
452.	(0,0,0.69,0,0.06)	2.38	7.75	3.50
453.	(0,0,1,0.5,0.25)	6.25	23.25	3.50
454.	(0,0,0.5,0.5,0)	3.50	12.50	3.75
455.	(0,0,0.44,0.5,0.06)	3.63	13.50	3.75
456.	(0,0,0.5,0.25,0)	2.50	8.50	3.75
457.	(0,0,0.69,0.5,0.06)	4.38	15.75	3.50

458.	(0,0,0.13,0.13,0.25)	2.13	9.38	3.75
459.	(0,0,0.5,0.5,0.25)	4.75	18.75	3.75
460.	(0,0,0.38,0.38,0.25)	3.88	15.63	3.75
461.	(0,0,0.5,0.25,0.25)	3.75	14.75	3.50
462.	(0,0,0.06,0.13,0.56)	3.50	16.63	3.75
463.	(0,0,0.63,0.13,0.25)	3.63	13.88	3.50
464.	(0,0,0,0.25,0.25)	2.25	10.25	4.50
465.	(0,0,0.88,0.38,0.25)	5.38	20.13	3.50
466.	(0,0,0.75,0.5,0.25)	5.50	21.00	3.50
467.	(0,0,0.88,0.63,0)	5.13	17.88	3.25
468.	(0,0,1.25,0.63,0)	6.25	21.25	3.25
469.	(0,0,1.25,0.25,0)	4.75	15.25	3.25
470.	(0,0,1.63,0.63,0)	7.38	24.63	3.00
471.	(0,0,1.38,0.38,0)	5.63	18.38	3.00
472.	(0,0,1.25,0.25,0)	4.75	15.25	3.00
473.	(0,0,1.13,0.13,0)	3.88	12.13	3.00
474.	(0,0,0.81,0.38,0.06)	4.25	14.88	3.25
475.	(0,0,1.25,1,0)	7.75	27.25	3.25
476.	(0,0,0.75,1,0)	6.25	22.75	3.50
477.	(0,0,0.5,1,0)	5.50	20.50	3.50
478.	(0,0,0.25,1,0)	4.75	18.25	3.75
479.	(0,0,1,0.5,0)	5.00	17.00	3.50
480.	(0,0,1,1,0)	7.00	25.00	3.50
481.	(0,0,1.5,0.5,0)	6.50	21.50	3.00
482.	(0,0,0.5,0.5,0)	3.50	12.50	3.50
483.	(0,0,1,0,0)	3.00	9.00	3.50
484.	(0,0,0,1,0)	4.00	16.00	4.00
485.	(0,0,0.25,0.5,0.25)	4.00	16.50	3.50
486.	(0,0,1,0,0)	3.00	9.00	3.00
487.	(0,0,0.75,0,0.25)	3.50	13.00	3.50
488.	(0,0,0.5,0.25,0.25)	3.75	14.75	3.50
489.	(0,0,2,1,0)	10.00	34.00	3.00
490.	(0,0,0,0,1)	5.00	25.00	5.00
491.	(0,0,0,0,0)	0.00	0.00	6.00

Πίνακας Π4.1.3.2: Σύγκριση 491 μη ισόμορφων ορθογώνιων σχηματισμών με 32 εκτελέσεις και 5 παράγοντες με δύο επίπεδα με βάση το κριτήριο του διανύσματος συχνότητας ανάμιξης

Σχεδιασμός	CFV
1.	$(0,0,0,0,1,0,3,0,5)_3, (0,0,0,0,0,0,0,0,5)_4, (0,0,0,0,1,0,0,0,0)_5$
2.	$(0,0,0,0,1,0,3,0,5)_3, (0,0,0,0,0,0,4,0,1)_4, (0,0,0,0,0,0,1,0,0)_5$
3.	$(0,0,0,0,1,0,4,0,4)_3, (0,0,0,0,0,0,4,0,1)_4, (0,0,0,0,1,0,0,0,0)_5$
4.	$(0,0,0,0,1,0,5,0,4)_3, (0,0,0,0,0,0,2,0,3)_4, (0,0,0,0,0,0,1,0,0)_5$
5.	$(0,0,0,0,1,0,5,0,4)_3, (0,0,0,0,0,0,4,0,1)_4, (0,0,0,0,0,0,1,0,0)_5$
6.	$(0,0,0,0,2,0,3,0,5)_3, (0,0,0,0,1,0,4,0,0)_4, (0,0,0,0,0,0,1,0,0)_5$
7.	$(0,0,0,0,0,0,5,0,5)_3, (0,0,0,0,1,0,2,0,2)_4, (0,0,0,0,0,0,1,0,0)_5$
8.	$(0,0,0,0,0,0,6,0,4)_3, (0,0,0,0,0,0,4,0,1)_4, (0,0,0,0,1,0,0,0,0)_5$
9.	$(0,0,0,0,0,0,4,0,6)_3, (0,0,0,0,0,0,2,0,3)_4, (0,0,0,0,1,0,0,0,0)_5$
10.	$(0,0,0,0,0,0,5,0,5)_3, (0,0,0,0,1,0,2,0,2)_4, (0,0,0,0,0,0,1,0,0)_5$
11.	$(0,0,0,0,0,0,3,0,7)_3, (0,0,0,0,0,0,0,0,5)_4, (0,0,1,0,0,0,0,0,0)_5$
12.	$(0,0,0,0,0,0,3,0,7)_3, (0,0,0,0,1,0,0,0,4)_4, (0,0,0,0,0,0,1,0,0)_5$
13.	$(0,0,0,0,2,0,4,0,4)_3, (0,0,0,0,1,0,4,0,0)_4, (0,0,0,0,0,0,0,0,1)_5$
14.	$(0,0,0,0,1,0,6,0,3)_3, (0,0,0,0,1,0,2,0,2)_4, (0,0,0,0,0,0,0,0,1)_5$
15.	$(0,0,0,0,1,0,6,0,3)_3, (0,0,0,0,0,0,4,0,1)_4, (0,0,0,0,0,0,0,0,1)_5$
16.	$(0,0,0,0,1,0,6,0,3)_3, (0,0,0,0,0,0,4,0,1)_4, (0,0,0,0,0,0,0,0,1)_5$
17.	$(0,0,0,0,2,0,4,0,4)_3, (0,0,0,0,0,0,4,0,1)_4, (0,0,0,0,0,0,0,0,1)_5$
18.	$(0,0,0,0,2,0,6,0,2)_3, (0,0,0,0,1,0,2,0,2)_4, (0,0,0,0,0,0,0,0,1)_5$
19.	$(0,0,0,0,1,0,5,0,4)_3, (0,0,0,0,1,0,2,0,2)_4, (0,0,0,0,0,0,1,0,0)_5$
20.	$(0,0,0,0,1,0,7,0,2)_3, (0,0,0,0,0,0,4,0,1)_4, (0,0,0,0,0,0,1,0,0)_5$
21.	$(0,0,0,0,0,0,5,0,5)_3, (0,0,0,0,1,0,2,0,2)_4, (0,0,0,0,0,0,1,0,0)_5$
22.	$(0,0,0,0,0,0,7,0,3)_3, (0,0,0,0,0,0,4,0,1)_4, (0,0,0,0,0,0,1,0,0)_5$
23.	$(0,0,0,0,0,0,6,0,4)_3, (0,0,0,0,2,0,0,0,3)_4, (0,0,0,0,0,0,0,0,1)_5$
24.	$(0,0,0,0,0,0,7,0,3)_3, (0,0,0,0,1,0,2,0,2)_4, (0,0,0,0,0,0,1,0,0)_5$
25.	$(0,0,0,0,0,0,8,0,2)_3, (0,0,0,0,1,0,2,0,2)_4, (0,0,0,0,0,0,0,0,1)_5$
26.	$(0,0,0,0,0,0,6,0,4)_3, (0,0,0,0,1,0,2,0,2)_4, (0,0,0,0,0,0,0,0,1)_5$
27.	$(0,0,0,0,0,0,7,0,3)_3, (0,0,0,0,0,0,2,0,3)_4, (0,0,0,0,0,0,1,0,0)_5$
28.	$(0,0,0,0,1,0,7,0,2)_3, (0,0,0,0,0,0,2,0,3)_4, (0,0,0,0,0,0,1,0,0)_5$
29.	$(0,0,0,0,0,0,5,0,5)_3, (0,0,0,0,1,0,4,0,0)_4, (0,0,0,0,0,0,1,0,0)_5$
30.	$(0,0,0,0,0,0,5,0,5)_3, (0,0,0,0,0,0,4,0,1)_4, (0,0,0,0,0,0,1,0,0)_5$
31.	$(0,0,0,0,0,0,6,0,4)_3, (0,0,0,0,1,0,2,0,2)_4, (0,0,0,0,0,0,0,0,1)_5$
32.	$(0,0,0,0,0,0,6,0,4)_3, (0,0,0,0,1,0,4,0,0)_4, (0,0,0,0,0,0,0,0,1)_5$
33.	$(0,0,0,0,0,0,7,0,3)_3, (0,0,0,0,0,0,4,0,1)_4, (0,0,0,0,0,0,1,0,0)_5$
34.	$(0,0,0,0,1,0,4,0,5)_3, (0,0,0,0,1,0,2,0,2)_4, (0,0,0,0,0,0,0,0,1)_5$
35.	$(0,0,0,0,1,0,5,0,4)_3, (0,0,0,0,0,0,2,0,3)_4, (0,0,0,0,0,0,1,0,0)_5$

75.	$(0,0,0,0,2,0,3,0,5)_3, (0,0,0,0,0,0,2,0,3)_4, (0,0,0,0,0,0,1,0,0)_5$
76.	$(0,0,0,0,0,0,5,0,5)_3, (0,0,0,0,0,0,4,0,1)_4, (0,0,0,0,0,0,1,0,0)_5$
77.	$(0,0,0,0,0,0,6,0,4)_3, (0,0,0,0,0,0,4,0,1)_4, (0,0,0,0,0,0,0,0,1)_5$
78.	$(0,0,0,0,1,0,5,0,4)_3, (0,0,0,0,0,0,2,0,3)_4, (0,0,0,0,0,0,1,0,0)_5$
79.	$(0,0,0,0,0,0,7,0,3)_3, (0,0,0,0,0,0,2,0,3)_4, (0,0,0,0,0,0,1,0,0)_5$
80.	$(0,0,0,0,1,0,4,0,5)_3, (0,0,0,0,1,0,4,0,0)_4, (0,0,0,0,0,0,0,0,1)_5$
81.	$(0,0,0,0,1,0,5,0,4)_3, (0,0,0,0,0,0,4,0,1)_4, (0,0,0,0,0,0,1,0,0)_5$
82.	$(0,0,0,0,0,0,6,0,4)_3, (0,0,0,0,1,0,2,0,2)_4, (0,0,0,0,0,0,0,0,1)_5$
83.	$(0,0,0,0,1,0,5,0,4)_3, (0,0,0,0,0,0,4,0,1)_4, (0,0,0,0,0,0,1,0,0)_5$
84.	$(0,0,0,0,1,0,4,0,5)_3, (0,0,0,0,0,0,2,0,3)_4, (0,0,0,0,0,0,0,0,1)_5$
85.	$(0,0,0,0,1,0,6,0,3)_3, (0,0,0,0,0,0,2,0,3)_4, (0,0,0,0,0,0,0,0,1)_5$
86.	$(0,0,0,0,0,0,6,0,4)_3, (0,0,0,0,1,0,0,0,4)_4, (0,0,0,0,0,0,0,0,1)_5$
87.	$(0,0,0,0,1,0,6,0,3)_3, (0,0,0,0,1,0,2,0,2)_4, (0,0,0,0,0,0,0,0,1)_5$
88.	$(0,0,0,0,0,0,6,0,4)_3, (0,0,0,0,0,0,4,0,1)_4, (0,0,0,0,0,0,0,0,1)_5$
89.	$(0,0,0,0,0,0,5,0,5)_3, (0,0,0,0,0,0,4,0,1)_4, (0,0,0,0,0,0,1,0,0)_5$
90.	$(0,0,0,0,0,0,5,0,5)_3, (0,0,0,0,0,0,2,0,3)_4, (0,0,0,0,0,0,1,0,0)_5$
91.	$(0,0,0,0,0,0,3,0,7)_3, (0,0,0,0,1,0,2,0,2)_4, (0,0,0,0,0,0,1,0,0)_5$
92.	$(0,0,0,0,0,0,4,0,6)_3, (0,0,0,0,0,0,4,0,1)_4, (0,0,0,0,1,0,0,0,0)_5$
93.	$(0,0,0,0,1,0,4,0,5)_3, (0,0,0,0,0,0,2,0,3)_4, (0,0,0,0,0,0,0,0,1)_5$
94.	$(0,0,0,0,0,0,4,0,6)_3, (0,0,0,0,0,0,4,0,1)_4, (0,0,0,0,0,0,0,0,1)_5$
95.	$(0,0,0,0,1,0,3,0,6)_3, (0,0,0,0,0,0,2,0,3)_4, (0,0,0,0,0,0,1,0,0)_5$
96.	$(0,0,0,0,0,0,5,0,5)_3, (0,0,0,0,1,0,2,0,2)_4, (0,0,0,0,0,0,1,0,0)_5$
97.	$(0,0,0,0,0,0,6,0,4)_3, (0,0,0,0,0,0,2,0,3)_4, (0,0,0,0,0,0,0,0,1)_5$
98.	$(0,0,0,0,1,0,5,0,4)_3, (0,0,0,0,0,0,0,0,5)_4, (0,0,0,0,0,0,1,0,0)_5$
99.	$(0,0,0,0,0,0,4,0,6)_3, (0,0,0,0,1,0,2,0,2)_4, (0,0,0,0,0,0,0,0,1)_5$
100.	$(0,0,0,0,0,0,5,0,5)_3, (0,0,0,0,0,0,2,0,3)_4, (0,0,0,0,0,0,1,0,0)_5$
101.	$(0,0,0,0,0,0,7,0,3)_3, (0,0,0,0,0,0,2,0,3)_4, (0,0,0,0,0,0,1,0,0)_5$
102.	$(0,0,0,0,1,0,4,0,5)_3, (0,0,0,0,1,0,2,0,2)_4, (0,0,0,0,0,0,0,0,1)_5$
103.	$(0,0,0,0,1,0,5,0,4)_3, (0,0,0,0,0,0,2,0,3)_4, (0,0,0,0,0,0,1,0,0)_5$
104.	$(0,0,0,0,1,0,7,0,2)_3, (0,0,0,0,1,0,2,0,2)_4, (0,0,0,0,0,0,1,0,0)_5$
105.	$(0,0,0,0,1,0,5,0,4)_3, (0,0,0,0,0,0,2,0,3)_4, (0,0,0,0,0,0,1,0,0)_5$
106.	$(0,0,0,0,2,0,5,0,3)_3, (0,0,0,0,0,0,4,0,1)_4, (0,0,0,0,0,0,1,0,0)_5$
107.	$(0,0,0,0,2,0,2,0,6)_3, (0,0,0,0,1,0,2,0,2)_4, (0,0,0,0,0,0,0,0,1)_5$
108.	$(0,0,0,0,0,0,4,0,6)_3, (0,0,0,0,1,0,2,0,2)_4, (0,0,0,0,0,0,0,0,1)_5$
109.	$(0,0,0,0,0,0,4,0,6)_3, (0,0,0,0,2,0,0,0,3)_4, (0,0,0,0,0,0,0,0,1)_5$
110.	$(0,0,0,0,0,0,4,0,6)_3, (0,0,0,0,1,0,2,0,2)_4, (0,0,0,0,0,0,0,0,1)_5$
111.	$(0,0,0,0,1,0,2,0,7)_3, (0,0,0,0,0,0,2,0,3)_4, (0,0,0,0,0,0,0,0,1)_5$
112.	$(0,0,0,0,1,0,4,0,5)_3, (0,0,0,0,0,0,2,0,3)_4, (0,0,0,0,0,0,0,0,1)_5$
113.	$(0,0,0,0,0,0,4,0,6)_3, (0,0,0,0,1,0,0,0,4)_4, (0,0,0,0,0,0,0,0,1)_5$

348.	$(0, 0, 0, 0, 2, 0, 4, 0, 4)_3, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 2, 0, 3)_4, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1)_5$
349.	$(0, 0, 0, 0, 1, 0, 7, 0, 2)_3, (0, 0, 0, 0, 1, 0, 2, 0, 2)_4, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0)_5$
350.	$(0, 0, 0, 0, 1, 0, 4, 0, 5)_3, (0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 3)_4, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1)_5$
351.	$(0, 0, 0, 0, 1, 0, 3, 0, 6)_3, (0, 0, 0, 0, 1, 0, 2, 0, 2)_4, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0)_5$
352.	$(0, 0, 0, 0, 1, 0, 5, 0, 4)_3, (0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 4)_4, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0)_5$
353.	$(0, 0, 1, 0, 0, 0, 3, 0, 6)_3, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 4, 0, 1)_4, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1)_5$
354.	$(0, 0, 1, 0, 0, 0, 4, 0, 5)_3, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 2, 0, 3)_4, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0)_5$
355.	$(0, 0, 0, 0, 1, 0, 6, 0, 3)_3, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 4, 0, 1)_4, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1)_5$
356.	$(0, 0, 0, 0, 0, 0, 8, 0, 2)_3, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 2, 0, 3)_4, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1)_5$
357.	$(0, 0, 0, 0, 0, 0, 6, 0, 4)_3, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 4, 0, 1)_4, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1)_5$
358.	$(0, 0, 0, 0, 0, 0, 8, 0, 2)_3, (0, 0, 0, 0, 1, 0, 2, 0, 2)_4, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1)_5$
359.	$(0, 0, 0, 0, 1, 0, 4, 0, 5)_3, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 2, 0, 3)_4, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1)_5$
360.	$(0, 0, 1, 0, 0, 0, 3, 0, 6)_3, (0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 4)_4, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1)_5$
361.	$(0, 0, 0, 0, 1, 0, 2, 0, 7)_3, (0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 3)_4, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1)_5$
362.	$(0, 0, 0, 0, 0, 0, 4, 0, 6)_3, (0, 0, 0, 0, 1, 0, 2, 0, 2)_4, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1)_5$
363.	$(0, 0, 0, 0, 1, 0, 4, 0, 5)_3, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 4, 0, 1)_4, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1)_5$
364.	$(0, 0, 1, 0, 0, 0, 3, 0, 6)_3, (0, 0, 0, 0, 1, 0, 2, 0, 2)_4, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1)_5$
365.	$(0, 0, 0, 0, 1, 0, 5, 0, 4)_3, (0, 0, 0, 0, 1, 0, 2, 0, 2)_4, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0)_5$
366.	$(0, 0, 0, 0, 2, 0, 1, 0, 7)_3, (0, 0, 0, 0, 1, 0, 2, 0, 2)_4, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0)_5$
367.	$(0, 0, 0, 0, 2, 0, 3, 0, 5)_3, (0, 0, 0, 0, 1, 0, 4, 0, 0)_4, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0)_5$
368.	$(0, 0, 0, 0, 2, 0, 4, 0, 4)_3, (0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 4)_4, (0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0)_5$
369.	$(0, 0, 0, 0, 2, 0, 2, 0, 6)_3, (0, 0, 0, 0, 1, 0, 2, 0, 2)_4, (0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0)_5$
370.	$(0, 0, 0, 0, 1, 0, 5, 0, 4)_3, (0, 0, 0, 0, 1, 0, 2, 0, 2)_4, (0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0)_5$
371.	$(0, 0, 1, 0, 1, 0, 2, 0, 6)_3, (0, 0, 0, 0, 1, 0, 4, 0, 0)_4, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0)_5$
372.	$(0, 0, 0, 0, 0, 0, 4, 0, 6)_3, (0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 4)_4, (0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0)_5$
373.	$(0, 0, 0, 0, 0, 0, 3, 0, 7)_3, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 4, 0, 1)_4, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0)_5$
374.	$(0, 0, 0, 0, 1, 0, 2, 0, 7)_3, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 2, 0, 3)_4, (0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0)_5$
375.	$(0, 0, 0, 0, 0, 0, 5, 0, 5)_3, (0, 0, 0, 0, 1, 0, 2, 0, 2)_4, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0)_5$
376.	$(0, 0, 0, 0, 1, 0, 2, 0, 7)_3, (0, 0, 0, 0, 1, 0, 2, 0, 2)_4, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1)_5$
377.	$(0, 0, 1, 0, 0, 2, 0, 0, 7)_3, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 4, 0, 1)_4, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0)_5$
378.	$(0, 0, 0, 0, 1, 0, 3, 0, 6)_3, (0, 0, 0, 0, 2, 0, 0, 0, 3)_4, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0)_5$
379.	$(0, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 8)_3, (0, 0, 0, 0, 1, 0, 2, 0, 2)_4, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0)_5$
380.	$(0, 0, 0, 0, 1, 0, 4, 0, 5)_3, (0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 4)_4, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1)_5$
381.	$(0, 0, 0, 0, 1, 0, 4, 0, 5)_3, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 2, 0, 3)_4, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1)_5$
382.	$(0, 0, 0, 0, 1, 0, 2, 0, 7)_3, (0, 0, 0, 0, 1, 0, 2, 0, 2)_4, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1)_5$
383.	$(0, 0, 0, 0, 2, 0, 4, 0, 4)_3, (0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 4)_4, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1)_5$
384.	$(0, 0, 0, 0, 2, 0, 4, 0, 4)_3, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 2, 0, 3)_4, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1)_5$
385.	$(0, 0, 0, 0, 2, 0, 4, 0, 4)_3, (0, 0, 0, 0, 1, 0, 2, 0, 2)_4, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1)_5$
386.	$(0, 0, 0, 0, 2, 0, 2, 0, 6)_3, (0, 0, 0, 0, 1, 0, 2, 0, 2)_4, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1)_5$

426.	$(0, 0, 0, 0, 1, 0, 2, 0, 7)_3, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 2, 0, 3)_4, (0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0)_5$
427.	$(0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 9)_3, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 5)_4, (0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0)_5$
428.	$(0, 0, 0, 0, 2, 0, 5, 0, 3)_3, (0, 0, 0, 0, 1, 0, 2, 0, 2)_4, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0)_5$
429.	$(0, 0, 0, 0, 0, 0, 3, 0, 7)_3, (0, 0, 0, 0, 2, 0, 0, 0, 3)_4, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0)_5$
430.	$(0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 9)_3, (0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 3)_4, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0)_5$
431.	$(0, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 8)_3, (0, 0, 0, 0, 1, 0, 2, 0, 2)_4, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0)_5$
432.	$(0, 0, 0, 0, 0, 0, 2, 0, 8)_3, (0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 3)_4, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1)_5$
433.	$(0, 0, 1, 0, 0, 0, 2, 0, 7)_3, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 5)_4, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0)_5$
434.	$(0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 9)_3, (0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 4)_4, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1)_5$
435.	$(0, 0, 0, 0, 0, 0, 10, 0, 0)_3, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 5)_4, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1)_5$
436.	$(0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 9)_3, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 2, 0, 3)_4, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0)_5$
437.	$(0, 0, 0, 0, 0, 0, 2, 0, 8)_3, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 4, 0, 1)_4, (0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0)_5$
438.	$(0, 0, 0, 0, 2, 0, 3, 0, 5)_3, (0, 0, 0, 0, 1, 0, 4, 0, 0)_4, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0)_5$
439.	$(0, 0, 0, 0, 3, 0, 5, 0, 2)_3, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 2, 0, 3)_4, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0)_5$
440.	$(0, 0, 0, 0, 2, 0, 5, 0, 3)_3, (0, 0, 0, 0, 1, 0, 2, 0, 2)_4, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0)_5$
441.	$(0, 0, 0, 0, 2, 0, 8, 0, 0)_3, (0, 0, 0, 0, 1, 0, 4, 0, 0)_4, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1)_5$
442.	$(0, 0, 0, 0, 1, 0, 8, 0, 1)_3, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 4, 0, 1)_4, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1)_5$
443.	$(0, 0, 0, 0, 2, 0, 8, 0, 0)_3, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 4, 0, 1)_4, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1)_5$
444.	$(0, 0, 0, 0, 1, 0, 8, 0, 1)_3, (0, 0, 0, 0, 1, 0, 4, 0, 0)_4, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1)_5$
445.	$(0, 0, 0, 0, 2, 0, 6, 0, 2)_3, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 2, 0, 3)_4, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1)_5$
446.	$(0, 0, 0, 0, 1, 0, 7, 0, 2)_3, (0, 0, 0, 0, 1, 0, 2, 0, 2)_4, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1)_5$
447.	$(0, 0, 0, 0, 1, 0, 8, 0, 1)_3, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 4, 0, 1)_4, (0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0)_5$
448.	$(0, 0, 0, 0, 1, 0, 4, 0, 5)_3, (0, 0, 0, 0, 1, 0, 4, 0, 0)_4, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1)_5$
449.	$(0, 0, 0, 0, 1, 0, 7, 0, 2)_3, (0, 0, 0, 0, 2, 0, 0, 0, 3)_4, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0)_5$
450.	$(0, 0, 0, 0, 1, 0, 6, 0, 3)_3, (0, 0, 0, 0, 1, 0, 2, 0, 2)_4, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1)_5$
451.	$(0, 0, 0, 0, 2, 0, 4, 0, 4)_3, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 4, 0, 1)_4, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1)_5$
452.	$(0, 0, 0, 0, 1, 0, 7, 0, 2)_3, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 5)_4, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0)_5$
453.	$(0, 0, 0, 0, 2, 0, 0, 0, 8)_3, (0, 0, 0, 0, 1, 0, 4, 0, 0)_4, (0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0)_5$
454.	$(0, 0, 0, 0, 0, 0, 8, 0, 2)_3, (0, 0, 0, 0, 1, 0, 4, 0, 0)_4, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1)_5$
455.	$(0, 0, 0, 0, 0, 0, 7, 0, 3)_3, (0, 0, 0, 0, 2, 0, 0, 0, 3)_4, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0)_5$
456.	$(0, 0, 0, 0, 0, 0, 8, 0, 2)_3, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 8, 0, 1)_4, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1)_5$
457.	$(0, 0, 0, 0, 1, 0, 7, 0, 2)_3, (0, 0, 0, 0, 2, 0, 0, 0, 3)_4, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0)_5$
458.	$(0, 0, 0, 0, 0, 0, 2, 0, 8)_3, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 2, 0, 3)_4, (0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0)_5$
459.	$(0, 0, 0, 0, 0, 0, 8, 0, 2)_3, (0, 0, 0, 0, 1, 0, 4, 0, 0)_4, (0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0)_5$
460.	$(0, 0, 0, 0, 0, 0, 6, 0, 4)_3, (0, 0, 0, 0, 1, 0, 2, 0, 2)_4, (0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0)_5$
461.	$(0, 0, 0, 0, 1, 0, 4, 0, 5)_3, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 4, 0, 1)_4, (0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0)_5$
462.	$(0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 9)_3, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 2, 0, 3)_4, (0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0)_5$
463.	$(0, 0, 0, 0, 1, 0, 6, 0, 3)_3, (0, 0, 0, 0, 0, 0, 2, 0, 3)_4, (0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0)_5$
464.	$(0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 10)_3, (0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 4)_4, (0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0)_5$

465.	$(0,0,0,0,2,0,6,0,2)_3, (0,0,0,0,1,0,2,0,2)_4, (0,0,0,0,1,0,0,0,0)_5$
466.	$(0,0,0,0,2,0,4,0,4)_3, (0,0,0,0,1,0,4,0,0)_4, (0,0,0,0,1,0,0,0,0)_5$
467.	$(0,0,1,0,1,0,1,0,7)_3, (0,0,1,0,0,0,1,0,3)_4, (0,0,0,0,0,0,0,0,1)_5$
468.	$(0,0,2,0,0,0,2,0,6)_3, (0,0,1,0,0,0,1,0,3)_4, (0,0,0,0,0,0,0,0,1)_5$
469.	$(0,0,2,0,0,0,2,0,6)_3, (0,0,0,0,1,0,0,0,4)_4, (0,0,0,0,0,0,0,0,1)_5$
470.	$(1,0,1,0,0,0,1,0,7)_3, (0,0,1,0,0,0,1,0,3)_4, (0,0,0,0,0,0,0,0,1)_5$
471.	$(1,0,0,0,1,0,2,0,6)_3, (0,0,0,0,1,0,2,0,2)_4, (0,0,0,0,0,0,0,0,1)_5$
472.	$(1,0,0,0,1,0,0,0,8)_3, (0,0,0,0,1,0,0,0,4)_4, (0,0,0,0,0,0,0,0,1)_5$
473.	$(1,0,0,0,0,0,2,0,7)_3, (0,0,0,0,0,0,2,0,3)_4, (0,0,0,0,0,0,0,0,1)_5$
474.	$(0,0,1,0,1,0,0,0,8)_3, (0,0,0,0,1,0,2,0,2)_4, (0,0,0,0,0,0,1,0,0)_5$
475.	$(0,0,2,0,0,0,2,0,6)_3, (1,0,0,0,0,0,0,0,4)_4, (0,0,0,0,0,0,0,0,1)_5$
476.	$(0,0,0,0,2,0,4,0,4)_3, (1,0,0,0,0,0,0,0,4)_4, (0,0,0,0,0,0,0,0,1)_5$
477.	$(0,0,0,0,2,0,0,0,8)_3, (1,0,0,0,0,0,0,0,4)_4, (0,0,0,0,0,0,0,0,1)_5$
478.	$(0,0,0,0,0,0,4,0,6)_3, (1,0,0,0,0,0,0,0,4)_4, (0,0,0,0,0,0,0,0,1)_5$
479.	$(0,0,0,0,4,0,0,0,6)_3, (0,0,0,0,2,0,0,0,3)_4, (0,0,0,0,0,0,0,0,1)_5$
480.	$(0,0,0,0,4,0,0,0,6)_3, (1,0,0,0,0,0,0,0,4)_4, (0,0,0,0,0,0,0,0,1)_5$
481.	$(1,0,0,0,2,0,0,0,7)_3, (0,0,0,0,2,0,0,0,3)_4, (0,0,0,0,0,0,0,0,1)_5$
482.	$(0,0,0,0,2,0,0,0,8)_3, (0,0,0,0,2,0,0,0,3)_4, (0,0,0,0,0,0,0,0,1)_5$
483.	$(0,0,0,0,4,0,0,0,6)_3, (0,0,0,0,0,0,0,0,5)_4, (0,0,0,0,0,0,0,0,1)_5$
484.	$(0,0,0,0,0,0,0,0,10)_3, (1,0,0,0,0,0,0,0,4)_4, (0,0,0,0,0,0,0,0,1)_5$
485.	$(0,0,0,0,1,0,0,0,9)_3, (0,0,0,0,2,0,0,0,3)_4, (0,0,0,0,1,0,0,0,0)_5$
486.	$(1,0,0,0,0,0,0,0,9)_3, (0,0,0,0,0,0,0,0,5)_4, (0,0,0,0,0,0,0,0,1)_5$
487.	$(0,0,0,0,3,0,0,0,7)_3, (0,0,0,0,0,0,0,0,5)_4, (0,0,0,0,1,0,0,0,0)_5$
488.	$(0,0,0,0,2,0,0,0,8)_3, (0,0,0,0,1,0,0,0,4)_4, (0,0,0,0,1,0,0,0,0)_5$
489.	$(2,0,0,0,0,0,0,0,8)_3, (1,0,0,0,0,0,0,0,4)_4, (0,0,0,0,0,0,0,0,1)_5$
490.	$(0,0,0,0,0,0,0,0,10)_3, (0,0,0,0,0,0,0,0,5)_4, (1,0,0,0,0,0,0,0,0)_5$
491.	$(0,0,0,0,0,0,0,0,10)_3, (0,0,0,0,0,0,0,0,5)_4, (0,0,0,0,0,0,0,0,1)_5$

Πίνακας Π4.1.3.3: Σύγκριση 491 μη ισόμορφων ορθογώνιων σχηματισμών με 32 εκτελέσεις και 5 παράγοντες με δύο επίπεδα με βάση το κριτήριο Βήτα

Σχεδιασμός	$B_i(D)$	Σχεδιασμός	$B_i(D)$	Σχεδιασμός	$B_i(D)$	Σχεδιασμός	$B_i(D)$
1.	$(0,0,16,0,8)$	124.	$(0,0,2,12,2)$	247.	$(0,0,10,4,2)$	370.	$(0,0,18,12,2)$
2.	$(0,0,14,8,2)$	125.	$(0,0,4,8,0)$	248.	$(0,0,18,8,2)$	371.	$(0,0,30,16,2)$
3.	$(0,0,16,8,8)$	126.	$(0,0,10,4,2)$	249.	$(0,0,20,4,0)$	372.	$(0,0,8,8,8)$

4.	(0,0,18,4,2)	127.	(0,0,8,4,0)	250.	(0,0,20,4,0)	373.	(0,0,6,8,2)
5.	(0,0,18,8,2)	128.	(0,0,14,0,2)	251.	(0,0,24,12,0)	374.	(0,0,12,4,8)
6.	(0,0,22,16,2)	129.	(0,0,4,16,0)	252.	(0,0,20,8,0)	375.	(0,0,10,12,2)
7.	(0,0,10,12,2)	130.	(0,0,8,12,0)	253.	(0,0,16,4,0)	376.	(0,0,12,12,0)
8.	(0,0,12,8,8)	131.	(0,0,18,12,2)	254.	(0,0,20,0,0)	377.	(0,0,22,8,2)
9.	(0,0,8,4,8)	132.	(0,0,12,4,8)	255.	(0,0,20,4,0)	378.	(0,0,14,16,2)
10.	(0,0,10,12,2)	133.	(0,0,12,12,0)	256.	(0,0,28,8,0)	379.	(0,0,10,12,2)
11.	(0,0,6,0,18)	134.	(0,0,6,8,2)	257.	(0,0,12,4,0)	380.	(0,0,16,8,0)
12.	(0,0,6,8,2)	135.	(0,0,8,4,8)	258.	(0,0,16,0,0)	381.	(0,0,16,4,0)
13.	(0,0,24,16,0)	136.	(0,0,4,12,8)	259.	(0,0,24,4,0)	382.	(0,0,12,12,0)
14.	(0,0,20,12,0)	137.	(0,0,10,4,2)	260.	(0,0,20,4,0)	383.	(0,0,24,8,0)
15.	(0,0,20,8,0)	138.	(0,0,8,16,0)	261.	(0,0,24,4,0)	384.	(0,0,24,4,0)
16.	(0,0,20,8,0)	139.	(0,0,6,16,2)	262.	(0,0,26,4,2)	385.	(0,0,24,12,0)
17.	(0,0,24,8,0)	140.	(0,0,14,16,2)	263.	(0,0,20,4,8)	386.	(0,0,20,12,0)
18.	(0,0,28,12,0)	141.	(0,0,14,8,2)	264.	(0,0,30,8,2)	387.	(0,0,24,16,0)
19.	(0,0,18,12,2)	142.	(0,0,10,4,2)	265.	(0,0,22,8,2)	388.	(0,0,28,12,0)
20.	(0,0,22,8,2)	143.	(0,0,12,8,0)	266.	(0,0,18,4,2)	389.	(0,0,24,12,0)
21.	(0,0,10,12,2)	144.	(0,0,10,4,2)	267.	(0,0,30,12,2)	390.	(0,0,32,16,0)
22.	(0,0,14,8,2)	145.	(0,0,6,8,2)	268.	(0,0,22,8,2)	391.	(0,0,24,16,0)
23.	(0,0,12,16,0)	146.	(0,0,12,8,0)	269.	(0,0,26,16,2)	392.	(0,0,18,12,2)
24.	(0,0,14,12,2)	147.	(0,0,14,8,2)	270.	(0,0,18,12,2)	393.	(0,0,16,8,0)
25.	(0,0,16,12,0)	148.	(0,0,8,0,8)	271.	(0,0,18,4,2)	394.	(0,0,24,12,0)
26.	(0,0,12,12,0)	149.	(0,0,14,4,2)	272.	(0,0,20,12,0)	395.	(0,0,20,4,0)
27.	(0,0,14,4,2)	150.	(0,0,16,8,0)	273.	(0,0,20,12,0)	396.	(0,0,32,4,0)
28.	(0,0,22,4,2)	151.	(0,0,22,4,2)	274.	(0,0,16,12,0)	397.	(0,0,24,4,0)
29.	(0,0,10,16,2)	152.	(0,0,14,12,2)	275.	(0,0,12,20,0)	398.	(0,0,30,8,2)
30.	(0,0,10,8,2)	153.	(0,0,16,8,0)	276.	(0,0,10,12,2)	399.	(0,0,40,12,0)
31.	(0,0,12,12,0)	154.	(0,0,12,12,0)	277.	(0,0,14,8,2)	400.	(0,0,18,4,2)
32.	(0,0,12,16,0)	155.	(0,0,12,0,8)	278.	(0,0,14,8,2)	401.	(0,0,28,4,0)
33.	(0,0,14,8,2)	156.	(0,0,22,8,2)	279.	(0,0,20,20,0)	402.	(0,0,20,4,0)
34.	(0,0,16,12,0)	157.	(0,0,18,4,2)	280.	(0,0,18,4,2)	403.	(0,0,4,12,0)
35.	(0,0,18,4,2)	158.	(0,0,14,8,2)	281.	(0,0,20,8,0)	404.	(0,0,12,4,0)
36.	(0,0,14,16,2)	159.	(0,0,16,4,8)	282.	(0,0,12,16,0)	405.	(0,0,16,0,0)
37.	(0,0,18,12,2)	160.	(0,0,14,16,2)	283.	(0,0,28,4,0)	406.	(0,0,10,12,2)
38.	(0,0,26,12,2)	161.	(0,0,26,12,2)	284.	(0,0,28,12,0)	407.	(0,0,12,0,0)
39.	(0,0,22,8,2)	162.	(0,0,26,4,2)	285.	(0,0,20,8,0)	408.	(0,0,10,4,2)
40.	(0,0,18,12,2)	163.	(0,0,18,16,2)	286.	(0,0,16,4,0)	409.	(0,0,12,4,0)
41.	(0,0,14,8,2)	164.	(0,0,18,8,2)	287.	(0,0,14,8,2)	410.	(0,0,26,4,2)
42.	(0,0,16,12,0)	165.	(0,0,14,8,2)	288.	(0,0,28,20,0)	411.	(0,0,24,0,0)

43.	(0,0,16,12,0)	166.	(0,0,22,0,2)	289.	(0,0,20,12,0)	412.	(0,0,0,16,0)
44.	(0,0,18,4,2)	167.	(0,0,18,12,2)	290.	(0,0,24,8,0)	413.	(0,0,8,8,0)
45.	(0,0,18,4,2)	168.	(0,0,18,16,2)	291.	(0,0,28,12,0)	414.	(0,0,4,4,0)
46.	(0,0,14,8,2)	169.	(0,0,14,8,2)	292.	(0,0,24,8,0)	415.	(0,0,20,4,0)
47.	(0,0,14,8,2)	170.	(0,0,14,12,2)	293.	(0,0,28,4,0)	416.	(0,0,16,0,0)
48.	(0,0,16,12,0)	171.	(0,0,12,12,0)	294.	(0,0,28,12,0)	417.	(0,0,16,0,0)
49.	(0,0,18,4,2)	172.	(0,0,14,8,2)	295.	(0,0,20,4,0)	418.	(0,0,16,16,0)
50.	(0,0,22,8,2)	173.	(0,0,10,8,2)	296.	(0,0,28,8,0)	419.	(0,0,8,0,0)
51.	(0,0,22,16,2)	174.	(0,0,10,12,2)	297.	(0,0,24,8,0)	420.	(0,0,8,4,0)
52.	(0,0,14,12,2)	175.	(0,0,18,8,2)	298.	(0,0,28,4,0)	421.	(0,0,2,4,2)
53.	(0,0,10,16,2)	176.	(0,0,12,12,0)	299.	(0,0,36,12,0)	422.	(0,0,6,0,2)
54.	(0,0,12,12,8)	177.	(0,0,18,4,2)	300.	(0,0,24,12,0)	423.	(0,0,14,0,2)
55.	(0,0,10,12,2)	178.	(0,0,22,12,2)	301.	(0,0,32,20,0)	424.	(0,0,12,12,0)
56.	(0,0,8,4,8)	179.	(0,0,22,12,2)	302.	(0,0,20,20,0)	425.	(0,0,24,0,0)
57.	(0,0,12,4,8)	180.	(0,0,22,4,2)	303.	(0,0,24,12,0)	426.	(0,0,12,4,8)
58.	(0,0,8,20,0)	181.	(0,0,12,12,0)	304.	(0,0,16,16,0)	427.	(0,0,8,0,8)
59.	(0,0,10,12,2)	182.	(0,0,8,16,0)	305.	(0,0,22,12,2)	428.	(0,0,26,12,2)
60.	(0,0,10,12,2)	183.	(0,0,12,12,0)	306.	(0,0,24,12,0)	429.	(0,0,6,16,2)
61.	(0,0,14,12,2)	184.	(0,0,10,4,2)	307.	(0,0,32,8,0)	430.	(0,0,2,20,2)
62.	(0,0,10,8,2)	185.	(0,0,18,4,2)	308.	(0,0,34,12,2)	431.	(0,0,10,12,2)
63.	(0,0,6,12,2)	186.	(0,0,10,20,2)	309.	(0,0,24,20,0)	432.	(0,0,4,20,0)
64.	(0,0,16,12,0)	187.	(0,0,12,12,0)	310.	(0,0,26,8,2)	433.	(0,0,22,0,2)
65.	(0,0,20,8,0)	188.	(0,0,16,8,0)	311.	(0,0,24,12,0)	434.	(0,0,8,8,0)
66.	(0,0,8,12,0)	189.	(0,0,18,4,2)	312.	(0,0,26,4,2)	435.	(0,0,20,0,0)
67.	(0,0,24,4,0)	190.	(0,0,22,8,2)	313.	(0,0,22,12,2)	436.	(0,0,18,4,2)
68.	(0,0,12,8,0)	191.	(0,0,18,12,2)	314.	(0,0,26,20,2)	437.	(0,0,4,8,8)
69.	(0,0,16,4,0)	192.	(0,0,14,8,2)	315.	(0,0,24,12,0)	438.	(0,0,22,16,2)
70.	(0,0,16,4,0)	193.	(0,0,16,12,0)	316.	(0,0,32,12,0)	439.	(0,0,34,4,2)
71.	(0,0,8,12,0)	194.	(0,0,12,12,0)	317.	(0,0,28,4,0)	440.	(0,0,26,12,2)
72.	(0,0,12,8,0)	195.	(0,0,14,4,2)	318.	(0,0,28,8,0)	441.	(0,0,32,16,0)
73.	(0,0,18,4,2)	196.	(0,0,16,8,0)	319.	(0,0,28,12,0)	442.	(0,0,24,8,0)
74.	(0,0,16,8,0)	197.	(0,0,16,12,0)	320.	(0,0,24,12,0)	443.	(0,0,32,8,0)
75.	(0,0,22,4,2)	198.	(0,0,18,4,2)	321.	(0,0,22,8,2)	444.	(0,0,24,16,0)
76.	(0,0,10,8,2)	199.	(0,0,22,8,2)	322.	(0,0,24,4,0)	445.	(0,0,28,4,0)
77.	(0,0,12,8,0)	200.	(0,0,26,8,2)	323.	(0,0,26,12,2)	446.	(0,0,20,12,0)
78.	(0,0,18,4,2)	201.	(0,0,20,16,0)	324.	(0,0,24,12,0)	447.	(0,0,24,8,8)
79.	(0,0,14,4,2)	202.	(0,0,20,12,0)	325.	(0,0,20,12,0)	448.	(0,0,16,16,0)
80.	(0,0,16,16,0)	203.	(0,0,20,12,0)	326.	(0,0,22,4,2)	449.	(0,0,22,16,2)
81.	(0,0,18,8,2)	204.	(0,0,24,12,0)	327.	(0,0,24,8,0)	450.	(0,0,20,12,0)

82.	(0, 0, 12, 12, 0)	205.	(0, 0, 20, 8, 0)	328.	(0, 0, 22, 12, 2)	451.	(0, 0, 24, 8, 0)
83.	(0, 0, 18, 4, 2)	206.	(0, 0, 20, 12, 0)	329.	(0, 0, 26, 12, 2)	452.	(0, 0, 22, 0, 2)
84.	(0, 0, 16, 4, 0)	207.	(0, 0, 24, 12, 0)	330.	(0, 0, 30, 8, 2)	453.	(0, 0, 32, 16, 8)
85.	(0, 0, 20, 4, 0)	208.	(0, 0, 16, 8, 0)	331.	(0, 0, 32, 12, 0)	454.	(0, 0, 16, 16, 0)
86.	(0, 0, 12, 8, 0)	209.	(0, 0, 20, 8, 0)	332.	(0, 0, 18, 20, 2)	455.	(0, 0, 14, 16, 2)
87.	(0, 0, 20, 12, 0)	210.	(0, 0, 22, 4, 2)	333.	(0, 0, 14, 12, 2)	456.	(0, 0, 16, 8, 0)
88.	(0, 0, 12, 8, 0)	211.	(0, 0, 16, 12, 0)	334.	(0, 0, 18, 12, 2)	457.	(0, 0, 22, 16, 2)
89.	(0, 0, 10, 8, 2)	212.	(0, 0, 16, 8, 0)	335.	(0, 0, 20, 12, 0)	458.	(0, 0, 4, 4, 8)
90.	(0, 0, 10, 4, 2)	213.	(0, 0, 18, 4, 2)	336.	(0, 0, 20, 8, 0)	459.	(0, 0, 16, 16, 8)
91.	(0, 0, 6, 12, 2)	214.	(0, 0, 20, 16, 0)	337.	(0, 0, 20, 16, 0)	460.	(0, 0, 12, 12, 8)
92.	(0, 0, 8, 8, 8)	215.	(0, 0, 16, 12, 0)	338.	(0, 0, 28, 12, 0)	461.	(0, 0, 16, 8, 8)
93.	(0, 0, 16, 4, 0)	216.	(0, 0, 22, 8, 2)	339.	(0, 0, 14, 8, 2)	462.	(0, 0, 2, 4, 18)
94.	(0, 0, 8, 8, 0)	217.	(0, 0, 8, 8, 0)	340.	(0, 0, 20, 12, 0)	463.	(0, 0, 20, 4, 8)
95.	(0, 0, 14, 4, 2)	218.	(0, 0, 16, 8, 0)	341.	(0, 0, 24, 8, 0)	464.	(0, 0, 0, 8, 8)
96.	(0, 0, 10, 12, 2)	219.	(0, 0, 10, 4, 2)	342.	(0, 0, 32, 8, 0)	465.	(0, 0, 28, 12, 8)
97.	(0, 0, 12, 4, 0)	220.	(0, 0, 12, 4, 0)	343.	(0, 0, 34, 12, 2)	466.	(0, 0, 24, 16, 8)
98.	(0, 0, 18, 0, 2)	221.	(0, 0, 12, 4, 0)	344.	(0, 0, 20, 12, 0)	467.	(0, 0, 28, 20, 0)
99.	(0, 0, 8, 12, 0)	222.	(0, 0, 8, 8, 0)	345.	(0, 0, 26, 4, 2)	468.	(0, 0, 40, 20, 0)
100.	(0, 0, 10, 4, 2)	223.	(0, 0, 14, 0, 2)	346.	(0, 0, 24, 8, 0)	469.	(0, 0, 40, 8, 0)
101.	(0, 0, 14, 4, 2)	224.	(0, 0, 16, 8, 0)	347.	(0, 0, 18, 12, 2)	470.	(0, 0, 52, 20, 0)
102.	(0, 0, 16, 12, 0)	225.	(0, 0, 16, 8, 0)	348.	(0, 0, 24, 4, 0)	471.	(0, 0, 44, 12, 0)
103.	(0, 0, 18, 4, 2)	226.	(0, 0, 12, 4, 0)	349.	(0, 0, 22, 12, 2)	472.	(0, 0, 40, 8, 0)
104.	(0, 0, 22, 12, 2)	227.	(0, 0, 14, 8, 2)	350.	(0, 0, 16, 20, 0)	473.	(0, 0, 36, 4, 0)
105.	(0, 0, 18, 4, 2)	228.	(0, 0, 14, 4, 2)	351.	(0, 0, 14, 12, 2)	474.	(0, 0, 26, 12, 2)
106.	(0, 0, 26, 8, 2)	229.	(0, 0, 16, 4, 0)	352.	(0, 0, 18, 8, 2)	475.	(0, 0, 40, 32, 0)
107.	(0, 0, 20, 12, 0)	230.	(0, 0, 20, 8, 0)	353.	(0, 0, 24, 8, 0)	476.	(0, 0, 24, 32, 0)
108.	(0, 0, 8, 12, 0)	231.	(0, 0, 16, 4, 0)	354.	(0, 0, 26, 4, 2)	477.	(0, 0, 16, 32, 0)
109.	(0, 0, 8, 16, 0)	232.	(0, 0, 8, 4, 0)	355.	(0, 0, 20, 8, 0)	478.	(0, 0, 8, 32, 0)
110.	(0, 0, 8, 12, 0)	233.	(0, 0, 10, 0, 2)	356.	(0, 0, 16, 4, 0)	479.	(0, 0, 32, 16, 0)
111.	(0, 0, 12, 4, 0)	234.	(0, 0, 16, 4, 0)	357.	(0, 0, 12, 8, 0)	480.	(0, 0, 32, 32, 0)
112.	(0, 0, 16, 4, 0)	235.	(0, 0, 12, 4, 0)	358.	(0, 0, 16, 12, 0)	481.	(0, 0, 48, 16, 0)
113.	(0, 0, 8, 8, 0)	236.	(0, 0, 20, 4, 0)	359.	(0, 0, 16, 4, 0)	482.	(0, 0, 16, 16, 0)
114.	(0, 0, 14, 4, 2)	237.	(0, 0, 8, 8, 0)	360.	(0, 0, 24, 8, 0)	483.	(0, 0, 32, 0, 0)
115.	(0, 0, 24, 0, 0)	238.	(0, 0, 24, 4, 0)	361.	(0, 0, 12, 20, 0)	484.	(0, 0, 0, 32, 0)
116.	(0, 0, 20, 4, 0)	239.	(0, 0, 20, 8, 0)	362.	(0, 0, 8, 12, 0)	485.	(0, 0, 8, 16, 8)
117.	(0, 0, 16, 4, 0)	240.	(0, 0, 20, 4, 0)	363.	(0, 0, 16, 8, 0)	486.	(0, 0, 32, 0, 0)
118.	(0, 0, 16, 16, 0)	241.	(0, 0, 20, 4, 0)	364.	(0, 0, 24, 12, 0)	487.	(0, 0, 24, 0, 8)
119.	(0, 0, 6, 8, 2)	242.	(0, 0, 20, 4, 0)	365.	(0, 0, 18, 12, 2)	488.	(0, 0, 16, 8, 8)
120.	(0, 0, 10, 4, 2)	243.	(0, 0, 16, 8, 0)	366.	(0, 0, 18, 12, 2)	489.	(0, 0, 64, 32, 0)

121.	(0,0,12,8,0)	244.	(0,0,18,12,2)	367.	(0,0,22,8,2)	490.	(0,0,0,0,32)
122.	(0,0,4,12,0)	245.	(0,0,20,4,0)	368.	(0,0,24,8,8)	491.	(0,0,0,0,0)
123.	(0,0,6,4,2)	246.	(0,0,24,8,0)	369.	(0,0,20,12,8)		

Πίνακας Π4.1.3.4: Σύγκριση 491 μη ισόμορφων ορθογώνιων σχηματισμών με 32 εκτελέσεις και 5 παράγοντες με δύο επίπεδα με βάση το κριτήριο της ομοιομορφίας μέσω του διανύσματος των $MI_i(D)$

Σχεδιασμός	$(MI_3(D), MI_4(D), MI_5(D))$	Σχεδιασμός	$(MI_3(D), MI_4(D), MI_5(D))$
1.	(0.000977, 0.000244, 0.000023)	247.	(0.000610, 0.000183, 0.000015)
2.	(0.000854, 0.000275, 0.000023)	248.	(0.001099, 0.000336, 0.000027)
3.	(0.000977, 0.000305, 0.000031)	249.	(0.001221, 0.000336, 0.000023)
4.	(0.001099, 0.000305, 0.000023)	250.	(0.001221, 0.000336, 0.000023)
5.	(0.001099, 0.000336, 0.000027)	251.	(0.001465, 0.000458, 0.000034)
6.	(0.001343, 0.000458, 0.000038)	252.	(0.001221, 0.000366, 0.000027)
7.	(0.000610, 0.000244, 0.000023)	253.	(0.000977, 0.000275, 0.000019)
8.	(0.000732, 0.000244, 0.000027)	254.	(0.001221, 0.000305, 0.000019)
9.	(0.000488, 0.000153, 0.000019)	255.	(0.001221, 0.000336, 0.000023)
10.	(0.000610, 0.000244, 0.000023)	256.	(0.001709, 0.000488, 0.000034)
11.	(0.000366, 0.000092, 0.000023)	257.	(0.000732, 0.000214, 0.000015)
12.	(0.000366, 0.000153, 0.000015)	258.	(0.000977, 0.000244, 0.000015)
13.	(0.001465, 0.000488, 0.000038)	259.	(0.001465, 0.000397, 0.000027)
14.	(0.001221, 0.000397, 0.000031)	260.	(0.001221, 0.000336, 0.000023)
15.	(0.001221, 0.000366, 0.000027)	261.	(0.001465, 0.000397, 0.000027)
16.	(0.001221, 0.000366, 0.000027)	262.	(0.001587, 0.000427, 0.000031)
17.	(0.001465, 0.000427, 0.000031)	263.	(0.001221, 0.000336, 0.000031)
18.	(0.001709, 0.000519, 0.000038)	264.	(0.001831, 0.000519, 0.000038)
19.	(0.001099, 0.000366, 0.000031)	265.	(0.001343, 0.000397, 0.000031)
20.	(0.001343, 0.000397, 0.000031)	266.	(0.001099, 0.000305, 0.000023)
21.	(0.000610, 0.000244, 0.000023)	267.	(0.001831, 0.000549, 0.000042)
22.	(0.000854, 0.000275, 0.000023)	268.	(0.001343, 0.000397, 0.000031)
23.	(0.000732, 0.000305, 0.000027)	269.	(0.001587, 0.000519, 0.000042)
24.	(0.000854, 0.000305, 0.000027)	270.	(0.001099, 0.000366, 0.000031)
25.	(0.000977, 0.000336, 0.000027)	271.	(0.001099, 0.000305, 0.000023)

26.	(0.000732, 0.000275, 0.000023)	272.	(0.001221, 0.000397, 0.000031)
27.	(0.000854, 0.000244, 0.000019)	273.	(0.001221, 0.000397, 0.000031)
28.	(0.001343, 0.000366, 0.000027)	274.	(0.000977, 0.000336, 0.000027)
29.	(0.000610, 0.000275, 0.000027)	275.	(0.000732, 0.000336, 0.000031)
30.	(0.000610, 0.000214, 0.000019)	276.	(0.000610, 0.000244, 0.000023)
31.	(0.000732, 0.000275, 0.000023)	277.	(0.000854, 0.000275, 0.000023)
32.	(0.000732, 0.000305, 0.000027)	278.	(0.000854, 0.000275, 0.000023)
33.	(0.000854, 0.000275, 0.000023)	279.	(0.001221, 0.000458, 0.000038)
34.	(0.000977, 0.000336, 0.000027)	280.	(0.001099, 0.000305, 0.000023)
35.	(0.001099, 0.000305, 0.000023)	281.	(0.001221, 0.000366, 0.000027)
36.	(0.000854, 0.000336, 0.000031)	282.	(0.000732, 0.000305, 0.000027)
37.	(0.001099, 0.000366, 0.000031)	283.	(0.001709, 0.000458, 0.000031)
38.	(0.001587, 0.000488, 0.000038)	284.	(0.001709, 0.000519, 0.000038)
39.	(0.001343, 0.000397, 0.000031)	285.	(0.001221, 0.000366, 0.000027)
40.	(0.001099, 0.000366, 0.000031)	286.	(0.000977, 0.000275, 0.000019)
41.	(0.000854, 0.000275, 0.000023)	287.	(0.000854, 0.000275, 0.000023)
42.	(0.000977, 0.000336, 0.000027)	288.	(0.001709, 0.000580, 0.000046)
43.	(0.000977, 0.000336, 0.000027)	289.	(0.001221, 0.000397, 0.000031)
44.	(0.001099, 0.000305, 0.000023)	290.	(0.001465, 0.000427, 0.000031)
45.	(0.001099, 0.000305, 0.000023)	291.	(0.001709, 0.000519, 0.000038)
46.	(0.000854, 0.000275, 0.000023)	292.	(0.001465, 0.000427, 0.000031)
47.	(0.000854, 0.000275, 0.000023)	293.	(0.001709, 0.000458, 0.000031)
48.	(0.000977, 0.000336, 0.000027)	294.	(0.001709, 0.000519, 0.000038)
49.	(0.001099, 0.000305, 0.000023)	295.	(0.001221, 0.000336, 0.000023)
50.	(0.001343, 0.000397, 0.000031)	296.	(0.001709, 0.000488, 0.000034)
51.	(0.001343, 0.000458, 0.000038)	297.	(0.001465, 0.000427, 0.000031)
52.	(0.000854, 0.000305, 0.000027)	298.	(0.001709, 0.000458, 0.000031)
53.	(0.000610, 0.000275, 0.000027)	299.	(0.002197, 0.000641, 0.000046)
54.	(0.000732, 0.000275, 0.000031)	300.	(0.001465, 0.000458, 0.000034)
55.	(0.000610, 0.000244, 0.000023)	301.	(0.001953, 0.000641, 0.000050)
56.	(0.000488, 0.000153, 0.000019)	302.	(0.001221, 0.000458, 0.000038)
57.	(0.000732, 0.000214, 0.000023)	303.	(0.001465, 0.000458, 0.000034)
58.	(0.000488, 0.000275, 0.000027)	304.	(0.000977, 0.000366, 0.000031)
59.	(0.000610, 0.000244, 0.000023)	305.	(0.001343, 0.000427, 0.000034)
60.	(0.000610, 0.000244, 0.000023)	306.	(0.001465, 0.000458, 0.000034)
61.	(0.000854, 0.000305, 0.000027)	307.	(0.001953, 0.000549, 0.000038)
62.	(0.000610, 0.000214, 0.000019)	308.	(0.002075, 0.000610, 0.000046)
63.	(0.000366, 0.000183, 0.000019)	309.	(0.001465, 0.000519, 0.000042)
64.	(0.000977, 0.000336, 0.000027)	310.	(0.001587, 0.000458, 0.000034)

65.	(0.001221, 0.000366, 0.000027)	311.	(0.001465, 0.000458, 0.000034)
66.	(0.000488, 0.000214, 0.000019)	312.	(0.001587, 0.000427, 0.000031)
67.	(0.001465, 0.000397, 0.000027)	313.	(0.001343, 0.000427, 0.000034)
68.	(0.000732, 0.000244, 0.000019)	314.	(0.001587, 0.000549, 0.000046)
69.	(0.000977, 0.000275, 0.000019)	315.	(0.001465, 0.000458, 0.000034)
70.	(0.000977, 0.000275, 0.000019)	316.	(0.001953, 0.000580, 0.000042)
71.	(0.000488, 0.000214, 0.000019)	317.	(0.001709, 0.000458, 0.000031)
72.	(0.000732, 0.000244, 0.000019)	318.	(0.001709, 0.000488, 0.000034)
73.	(0.001099, 0.000305, 0.000023)	319.	(0.001709, 0.000519, 0.000038)
74.	(0.000977, 0.000305, 0.000023)	320.	(0.001465, 0.000458, 0.000034)
75.	(0.001343, 0.000366, 0.000027)	321.	(0.001343, 0.000397, 0.000031)
76.	(0.000610, 0.000214, 0.000019)	322.	(0.001465, 0.000397, 0.000027)
77.	(0.000732, 0.000244, 0.000019)	323.	(0.001587, 0.000488, 0.000038)
78.	(0.001099, 0.000305, 0.000023)	324.	(0.001465, 0.000458, 0.000034)
79.	(0.000854, 0.000244, 0.000019)	325.	(0.001221, 0.000397, 0.000031)
80.	(0.000977, 0.000366, 0.000031)	326.	(0.001343, 0.000366, 0.000027)
81.	(0.001099, 0.000336, 0.000027)	327.	(0.001465, 0.000427, 0.000031)
82.	(0.000732, 0.000275, 0.000023)	328.	(0.001343, 0.000427, 0.000034)
83.	(0.001099, 0.000336, 0.000027)	329.	(0.001587, 0.000488, 0.000038)
84.	(0.000977, 0.000275, 0.000019)	330.	(0.001831, 0.000519, 0.000038)
85.	(0.001221, 0.000336, 0.000023)	331.	(0.001953, 0.000580, 0.000042)
86.	(0.000732, 0.000244, 0.000019)	332.	(0.001099, 0.000427, 0.000038)
87.	(0.001221, 0.000397, 0.000031)	333.	(0.000854, 0.000305, 0.000027)
88.	(0.000732, 0.000244, 0.000019)	334.	(0.001099, 0.000366, 0.000031)
89.	(0.000610, 0.000214, 0.000019)	335.	(0.001221, 0.000397, 0.000031)
90.	(0.000610, 0.000183, 0.000015)	336.	(0.001221, 0.000366, 0.000027)
91.	(0.000366, 0.000183, 0.000019)	337.	(0.001221, 0.000427, 0.000034)
92.	(0.000488, 0.000183, 0.000023)	338.	(0.001709, 0.000519, 0.000038)
93.	(0.000977, 0.000275, 0.000019)	339.	(0.000854, 0.000275, 0.000023)
94.	(0.000488, 0.000183, 0.000015)	340.	(0.001221, 0.000397, 0.000031)
95.	(0.000854, 0.000244, 0.000019)	341.	(0.001465, 0.000427, 0.000031)
96.	(0.000610, 0.000244, 0.000023)	342.	(0.001953, 0.000549, 0.000038)
97.	(0.000732, 0.000214, 0.000015)	343.	(0.002075, 0.000610, 0.000046)
98.	(0.001099, 0.000275, 0.000019)	344.	(0.001221, 0.000397, 0.000031)
99.	(0.000488, 0.000214, 0.000019)	345.	(0.001587, 0.000427, 0.000031)
100.	(0.000610, 0.000183, 0.000015)	346.	(0.001465, 0.000427, 0.000031)
101.	(0.000854, 0.000244, 0.000019)	347.	(0.001099, 0.000366, 0.000031)
102.	(0.000977, 0.000336, 0.000027)	348.	(0.001465, 0.000397, 0.000027)
103.	(0.001099, 0.000305, 0.000023)	349.	(0.001343, 0.000427, 0.000034)

104.	(0.001343, 0.000427, 0.000034)	350.	(0.000977, 0.000397, 0.000034)
105.	(0.001099, 0.000305, 0.000023)	351.	(0.000854, 0.000305, 0.000027)
106.	(0.001587, 0.000458, 0.000034)	352.	(0.001099, 0.000336, 0.000027)
107.	(0.001221, 0.000397, 0.000031)	353.	(0.001465, 0.000427, 0.000031)
108.	(0.000488, 0.000214, 0.000019)	354.	(0.001587, 0.000427, 0.000031)
109.	(0.000488, 0.000244, 0.000023)	355.	(0.001221, 0.000366, 0.000027)
110.	(0.000488, 0.000214, 0.000019)	356.	(0.000977, 0.000275, 0.000019)
111.	(0.000732, 0.000214, 0.000015)	357.	(0.000732, 0.000244, 0.000019)
112.	(0.000977, 0.000275, 0.000019)	358.	(0.000977, 0.000336, 0.000027)
113.	(0.000488, 0.000183, 0.000015)	359.	(0.000977, 0.000275, 0.000019)
114.	(0.000854, 0.000244, 0.000019)	360.	(0.001465, 0.000427, 0.000031)
115.	(0.001465, 0.000366, 0.000023)	361.	(0.000732, 0.000336, 0.000031)
116.	(0.001221, 0.000336, 0.000023)	362.	(0.000488, 0.000214, 0.000019)
117.	(0.000977, 0.000275, 0.000019)	363.	(0.000977, 0.000305, 0.000023)
118.	(0.000977, 0.000366, 0.000031)	364.	(0.001465, 0.000458, 0.000034)
119.	(0.000366, 0.000153, 0.000015)	365.	(0.001099, 0.000366, 0.000031)
120.	(0.000610, 0.000183, 0.000015)	366.	(0.001099, 0.000366, 0.000031)
121.	(0.000732, 0.000244, 0.000019)	367.	(0.001343, 0.000397, 0.000031)
122.	(0.000244, 0.000153, 0.000015)	368.	(0.001465, 0.000427, 0.000038)
123.	(0.000366, 0.000122, 0.000011)	369.	(0.001221, 0.000397, 0.000038)
124.	(0.000122, 0.000122, 0.000015)	370.	(0.001099, 0.000366, 0.000031)
125.	(0.000244, 0.000122, 0.000011)	371.	(0.001831, 0.000580, 0.000046)
126.	(0.000610, 0.000183, 0.000015)	372.	(0.000488, 0.000183, 0.000023)
127.	(0.000488, 0.000153, 0.000011)	373.	(0.000366, 0.000153, 0.000015)
128.	(0.000854, 0.000214, 0.000015)	374.	(0.000732, 0.000214, 0.000023)
129.	(0.000244, 0.000183, 0.000019)	375.	(0.000610, 0.000244, 0.000023)
130.	(0.000488, 0.000214, 0.000019)	376.	(0.000732, 0.000275, 0.000023)
131.	(0.001099, 0.000366, 0.000031)	377.	(0.001343, 0.000397, 0.000031)
132.	(0.000732, 0.000214, 0.000023)	378.	(0.000854, 0.000336, 0.000031)
133.	(0.000732, 0.000275, 0.000023)	379.	(0.000610, 0.000244, 0.000023)
134.	(0.000366, 0.000153, 0.000015)	380.	(0.000977, 0.000305, 0.000023)
135.	(0.000488, 0.000153, 0.000019)	381.	(0.000977, 0.000275, 0.000019)
136.	(0.000244, 0.000153, 0.000023)	382.	(0.000732, 0.000275, 0.000023)
137.	(0.000610, 0.000183, 0.000015)	383.	(0.001465, 0.000427, 0.000031)
138.	(0.000488, 0.000244, 0.000023)	384.	(0.001465, 0.000397, 0.000027)
139.	(0.000366, 0.000214, 0.000023)	385.	(0.001465, 0.000458, 0.000034)
140.	(0.000854, 0.000336, 0.000031)	386.	(0.001221, 0.000397, 0.000031)
141.	(0.000854, 0.000275, 0.000023)	387.	(0.001465, 0.000488, 0.000038)
142.	(0.000610, 0.000183, 0.000015)	388.	(0.001709, 0.000519, 0.000038)

143.	(0.000732, 0.000244, 0.000019)	389.	(0.001465, 0.000458, 0.000034)
144.	(0.000610, 0.000183, 0.000015)	390.	(0.001953, 0.000610, 0.000046)
145.	(0.000366, 0.000153, 0.000015)	391.	(0.001465, 0.000488, 0.000038)
146.	(0.000732, 0.000244, 0.000019)	392.	(0.001099, 0.000366, 0.000031)
147.	(0.000854, 0.000275, 0.000023)	393.	(0.000977, 0.000305, 0.000023)
148.	(0.000488, 0.000122, 0.000015)	394.	(0.001465, 0.000458, 0.000034)
149.	(0.000854, 0.000244, 0.000019)	395.	(0.001221, 0.000336, 0.000023)
150.	(0.000977, 0.000305, 0.000023)	396.	(0.001953, 0.000519, 0.000034)
151.	(0.001343, 0.000366, 0.000027)	397.	(0.001465, 0.000397, 0.000027)
152.	(0.000854, 0.000305, 0.000027)	398.	(0.001831, 0.000519, 0.000038)
153.	(0.000977, 0.000305, 0.000023)	399.	(0.002441, 0.000702, 0.000050)
154.	(0.000732, 0.000275, 0.000023)	400.	(0.001099, 0.000305, 0.000023)
155.	(0.000732, 0.000183, 0.000019)	401.	(0.001709, 0.000458, 0.000031)
156.	(0.001343, 0.000397, 0.000031)	402.	(0.001221, 0.000336, 0.000023)
157.	(0.001099, 0.000305, 0.000023)	403.	(0.000244, 0.000153, 0.000015)
158.	(0.000854, 0.000275, 0.000023)	404.	(0.000732, 0.000214, 0.000015)
159.	(0.000977, 0.000275, 0.000027)	405.	(0.000977, 0.000244, 0.000015)
160.	(0.000854, 0.000336, 0.000031)	406.	(0.000610, 0.000244, 0.000023)
161.	(0.001587, 0.000488, 0.000038)	407.	(0.000732, 0.000183, 0.000011)
162.	(0.001587, 0.000427, 0.000031)	408.	(0.000610, 0.000183, 0.000015)
163.	(0.001099, 0.000397, 0.000034)	409.	(0.000732, 0.000214, 0.000015)
164.	(0.001099, 0.000336, 0.000027)	410.	(0.001587, 0.000427, 0.000031)
165.	(0.000854, 0.000275, 0.000023)	411.	(0.001465, 0.000366, 0.000023)
166.	(0.001343, 0.000336, 0.000023)	412.	(0.000000, 0.000122, 0.000015)
167.	(0.001099, 0.000366, 0.000031)	413.	(0.000488, 0.000183, 0.000015)
168.	(0.001099, 0.000397, 0.000034)	414.	(0.000244, 0.000092, 0.000008)
169.	(0.000854, 0.000275, 0.000023)	415.	(0.001221, 0.000336, 0.000023)
170.	(0.000854, 0.000305, 0.000027)	416.	(0.000977, 0.000244, 0.000015)
171.	(0.000732, 0.000275, 0.000023)	417.	(0.000977, 0.000244, 0.000015)
172.	(0.000854, 0.000275, 0.000023)	418.	(0.000977, 0.000366, 0.000031)
173.	(0.000610, 0.000214, 0.000019)	419.	(0.000488, 0.000122, 0.000008)
174.	(0.000610, 0.000244, 0.000023)	420.	(0.000488, 0.000153, 0.000011)
175.	(0.001099, 0.000336, 0.000027)	421.	(0.000122, 0.000061, 0.000008)
176.	(0.000732, 0.000275, 0.000023)	422.	(0.000366, 0.000092, 0.000008)
177.	(0.001099, 0.000305, 0.000023)	423.	(0.000854, 0.000214, 0.000015)
178.	(0.001343, 0.000427, 0.000034)	424.	(0.000732, 0.000275, 0.000023)
179.	(0.001343, 0.000427, 0.000034)	425.	(0.001465, 0.000366, 0.000023)
180.	(0.001343, 0.000366, 0.000027)	426.	(0.000732, 0.000214, 0.000023)
181.	(0.000732, 0.000275, 0.000023)	427.	(0.000488, 0.000122, 0.000015)

182.	(0.000488, 0.000244, 0.000023)	428.	(0.001587, 0.000488, 0.000038)
183.	(0.000732, 0.000275, 0.000023)	429.	(0.000366, 0.000214, 0.000023)
184.	(0.000610, 0.000183, 0.000015)	430.	(0.000122, 0.000183, 0.000023)
185.	(0.001099, 0.000305, 0.000023)	431.	(0.000610, 0.000244, 0.000023)
186.	(0.000610, 0.000305, 0.000031)	432.	(0.000244, 0.000214, 0.000023)
187.	(0.000732, 0.000275, 0.000023)	433.	(0.001343, 0.000336, 0.000023)
188.	(0.000977, 0.000305, 0.000023)	434.	(0.000488, 0.000183, 0.000015)
189.	(0.001099, 0.000305, 0.000023)	435.	(0.001221, 0.000305, 0.000019)
190.	(0.001343, 0.000397, 0.000031)	436.	(0.001099, 0.000305, 0.000023)
191.	(0.001099, 0.000366, 0.000031)	437.	(0.000244, 0.000122, 0.000019)
192.	(0.000854, 0.000275, 0.000023)	438.	(0.001343, 0.000458, 0.000038)
193.	(0.000977, 0.000336, 0.000027)	439.	(0.002075, 0.000549, 0.000038)
194.	(0.000732, 0.000275, 0.000023)	440.	(0.001587, 0.000488, 0.000038)
195.	(0.000854, 0.000244, 0.000019)	441.	(0.001953, 0.000610, 0.000046)
196.	(0.000977, 0.000305, 0.000023)	442.	(0.001465, 0.000427, 0.000031)
197.	(0.000977, 0.000336, 0.000027)	443.	(0.001953, 0.000549, 0.000038)
198.	(0.001099, 0.000305, 0.000023)	444.	(0.001465, 0.000488, 0.000038)
199.	(0.001343, 0.000397, 0.000031)	445.	(0.001709, 0.000458, 0.000031)
200.	(0.001587, 0.000458, 0.000034)	446.	(0.001221, 0.000397, 0.000031)
201.	(0.001221, 0.000427, 0.000034)	447.	(0.001465, 0.000427, 0.000038)
202.	(0.001221, 0.000397, 0.000031)	448.	(0.000977, 0.000366, 0.000031)
203.	(0.001221, 0.000397, 0.000031)	449.	(0.001343, 0.000458, 0.000038)
204.	(0.001465, 0.000458, 0.000034)	450.	(0.001221, 0.000397, 0.000031)
205.	(0.001221, 0.000366, 0.000027)	451.	(0.001465, 0.000427, 0.000031)
206.	(0.001221, 0.000397, 0.000031)	452.	(0.001343, 0.000336, 0.000023)
207.	(0.001465, 0.000458, 0.000034)	453.	(0.001953, 0.000610, 0.000053)
208.	(0.000977, 0.000305, 0.000023)	454.	(0.000977, 0.000366, 0.000031)
209.	(0.001221, 0.000366, 0.000027)	455.	(0.000854, 0.000336, 0.000031)
210.	(0.001343, 0.000366, 0.000027)	456.	(0.000977, 0.000305, 0.000023)
211.	(0.000977, 0.000336, 0.000027)	457.	(0.001343, 0.000458, 0.000038)
212.	(0.000977, 0.000305, 0.000023)	458.	(0.000244, 0.000092, 0.000015)
213.	(0.001099, 0.000305, 0.000023)	459.	(0.000977, 0.000366, 0.000038)
214.	(0.001221, 0.000427, 0.000034)	460.	(0.000732, 0.000275, 0.000031)
215.	(0.000977, 0.000336, 0.000027)	461.	(0.000977, 0.000305, 0.000031)
216.	(0.001343, 0.000397, 0.000031)	462.	(0.000122, 0.000061, 0.000023)
217.	(0.000488, 0.000183, 0.000015)	463.	(0.001221, 0.000336, 0.000031)
218.	(0.000977, 0.000305, 0.000023)	464.	(0.000000, 0.000061, 0.000015)
219.	(0.000610, 0.000183, 0.000015)	465.	(0.001709, 0.000519, 0.000046)
220.	(0.000732, 0.000214, 0.000015)	466.	(0.001465, 0.000488, 0.000046)

221.	(0.000732, 0.000214, 0.000015)	467.	(0.001709, 0.000580, 0.000046)
222.	(0.000488, 0.000183, 0.000015)	468.	(0.002441, 0.000763, 0.000057)
223.	(0.000854, 0.000214, 0.000015)	469.	(0.002441, 0.000671, 0.000046)
224.	(0.000977, 0.000305, 0.000023)	470.	(0.003174, 0.000946, 0.000069)
225.	(0.000977, 0.000305, 0.000023)	471.	(0.002686, 0.000763, 0.000053)
226.	(0.000732, 0.000214, 0.000015)	472.	(0.002441, 0.000671, 0.000046)
227.	(0.000854, 0.000275, 0.000023)	473.	(0.002197, 0.000580, 0.000038)
228.	(0.000854, 0.000244, 0.000019)	474.	(0.001587, 0.000488, 0.000038)
229.	(0.000977, 0.000275, 0.000019)	475.	(0.002441, 0.000854, 0.000069)
230.	(0.001221, 0.000366, 0.000027)	476.	(0.001465, 0.000610, 0.000053)
231.	(0.000977, 0.000275, 0.000019)	477.	(0.000977, 0.000488, 0.000046)
232.	(0.000488, 0.000153, 0.000011)	478.	(0.000488, 0.000366, 0.000038)
233.	(0.000610, 0.000153, 0.000011)	479.	(0.001953, 0.000610, 0.000046)
234.	(0.000977, 0.000275, 0.000019)	480.	(0.001953, 0.000732, 0.000061)
235.	(0.000732, 0.000214, 0.000015)	481.	(0.002930, 0.000854, 0.000061)
236.	(0.001221, 0.000336, 0.000023)	482.	(0.000977, 0.000366, 0.000031)
237.	(0.000488, 0.000183, 0.000015)	483.	(0.001953, 0.000488, 0.000031)
238.	(0.001465, 0.000397, 0.000027)	484.	(0.000000, 0.000244, 0.000031)
239.	(0.001221, 0.000366, 0.000027)	485.	(0.000488, 0.000244, 0.000031)
240.	(0.001221, 0.000336, 0.000023)	486.	(0.001953, 0.000488, 0.000031)
241.	(0.001221, 0.000336, 0.000023)	487.	(0.001465, 0.000366, 0.000031)
242.	(0.001221, 0.000336, 0.000023)	488.	(0.000977, 0.000305, 0.000031)
243.	(0.000977, 0.000305, 0.000023)	489.	(0.003906, 0.001221, 0.000092)
244.	(0.001099, 0.000366, 0.000031)	490.	(0.000000, 0.000000, 0.000031)
245.	(0.001221, 0.000336, 0.000023)	491.	(0.000000, 0.000000, 0.000000)
246.	(0.001465, 0.000427, 0.000031)		

Π4.2 Παρουσίαση των αποτελεσμάτων εφαρμογής κριτηρίων αξιολόγησης που αφορούν στο δοθέν μοντέλο της εκτίμησης

Για την αξιολόγηση όλων των εν λόγω σχεδιασμών με βάση τα κριτήρια που αφορούν στο δοθέν μοντέλο κατέστη αναγκαία η διαμόρφωση του πίνακα σχεδιασμού για κάθε ορθογώνιο σχεδιασμό, με την προσθήκη όλων των απαιτούμενων στηλών που ανταποκρίνονται στις αλληλεπιδράσεις δεύτερης τάξεως και επιπροσθέτως μια στήλης 1^{ων} που ανταποκρίνεται στο γενικό μέσο. Παράλληλα, πρέπει να αναφερθεί ότι για τους σχεδιασμούς με 28 και 32 εκτελέσεις και 5 παράγοντες με δύο επίπεδα με 16 τουλάχιστον μεμονωμένες εκτελέσεις

υπάρχουν αρκετοί βαθμοί ελευθερίας προκειμένου να εκτιμηθούν οι πέντε κύριες επιδράσεις, οι δέκα αλληλεπιδράσεις δεύτερης τάξεως και ο γενικός μέσος. Ενώ για τους σχεδιασμούς με 32 και 4 παράγοντες με δύο επίπεδα με 10 τουλάχιστον μεμονωμένες εκτελέσεις υπάρχουν αρκετοί βαθμοί ελευθερίας προκειμένου να εκτιμηθούν οι πέντε κύριες επιδράσεις, οι δέκα αλληλεπιδράσεις δεύτερης τάξεως και ο γενικός μέσος.

Π4.2.1 Αξιολόγηση των 127 μη ισόμορφων ορθογώνιων σχηματισμών με 28 εκτελέσεις και 5 παράγοντες με 2 επίπεδα με βάση τα κριτήρια που αφορούν στο δοθέν μοντέλο της εκτίμησης

Τα αποτελέσματα αξιολόγησης των 127 μη ισόμορφων σχεδιασμών, οι πλήρεις λίστες των οποίων δόθηκαν στο Παράρτημα 2 της εργασίας στους Πίνακες Π2.2 έως Π2.6, με 28 εκτελέσεις και 5 παράγοντες με δύο επίπεδα, σύμφωνα με τα κριτήρια των μεμονωμένων εκτελέσεων (D.R.), των πλεοναζόντων βαθμών ελευθερίας για τις επιδράσεις και το καθαρό σφάλμα, του παράγοντα διόγκωσης της διακύμανσης (VIF) και της αποδοτικότητας D (D_{eff}) δίνονται παρακάτω.

Πίνακας Π4.2.1.1: Σύγκριση 127 μη ισόμορφων ορθογώνιων σχηματισμών με 28 εκτελέσεις και 5 παράγοντες με δύο επίπεδα με βάση τα κριτήρια των μεμονωμένων εκτελέσεων, των πλεοναζόντων βαθμών ελευθερίας για τις επιδράσεις και το καθαρό σφάλμα*****

Σχεδιασμός	D.R.	Πλεονάζοντες Βαθμοί Ελευθερίας		Σχεδιασμός	D.R.	Πλεονάζοντες Βαθμοί Ελευθερίας	
		Επιδράσεις	Καθαρό Σφάλμα			Επιδράσεις	Καθαρό Σφάλμα
2	16	0	12	67	22	6	6
3	16	0	12	68	19	3	9
4	17	1	11	69	21	5	7
5	16	0	12	70	18	2	10
8	16	0	12	71	20	4	8
10	18	2	10	72	18	2	10
11	18	2	10	73	17	1	11
12	20	4	8	74	20	4	8

***** Στον πίνακα των αποτελεσμάτων παρουσιάζονται όλοι οι σχεδιασμοί με 28 εκτελέσεις και 5 παράγοντες με δύο επίπεδα που διαθέτουν τις απαιτούμενες 16 μεμονωμένες εκτελέσεις για την μελέτη του γενικού μέσου, των κύριων επιδράσεων και των αλληλεπιδράσεων δεύτερης τάξεως.

13	19	3	9	75	17	1	11
14	17	1	11	76	19	3	9
15	18	2	10	77	18	2	10
16	17	1	11	78	19	3	9
17	19	3	9	79	19	3	9
18	16	0	12	80	19	3	9
19	17	1	11	81	20	4	8
20	18	2	10	82	21	5	7
21	17	1	11	83	21	5	7
22	18	2	10	84	19	3	9
23	20	4	8	85	19	3	9
24	18	2	10	86	22	6	6
25	17	1	11	87	22	6	6
27	16	0	12	88	21	5	7
28	17	1	11	89	20	4	8
29	16	0	12	90	18	2	10
30	17	1	11	91	21	5	7
31	16	0	12	92	20	4	8
32	18	2	10	93	19	3	9
33	20	4	8	94	21	5	7
34	19	3	9	95	20	4	8
35	20	4	8	96	22	6	6
36	19	3	9	97	22	6	6
37	16	0	12	98	21	5	7
38	19	3	9	99	21	5	7
39	17	1	11	100	19	3	9
40	19	3	9	101	23	7	5
41	16	0	12	102	22	6	6
42	19	3	9	103	20	4	8
43	20	4	8	104	20	4	8
44	17	1	11	105	26	10	2
45	18	2	10	106	20	4	8
46	19	3	9	107	23	7	5
47	19	3	9	108	19	3	9
48	19	3	9	109	21	5	7
49	19	3	9	110	20	4	8
50	16	0	12	111	22	6	6
51	20	4	8	112	23	7	5
52	19	3	9	113	21	5	7
53	18	2	10	114	23	7	5
54	23	7	5	115	22	6	6
55	20	4	8	116	17	1	11
56	21	5	7	117	23	7	5
57	22	6	6	118	22	6	6
58	20	4	8	119	20	4	8
59	20	4	8	120	22	6	6
60	21	5	7	121	26	10	2

61	19	3	9	122	25	9	3
62	23	7	5	123	22	6	6
63	20	4	8	124	20	4	8
64	19	3	9	125	24	8	4
65	19	3	9	126	24	8	4
66	21	5	7	127	23	7	5

Πίνακας Π4.2.1.2: Σύγκριση 127 μη ισόμορφων ορθογώνιων σχηματισμών με 28 εκτελέσεις και 5 παράγοντες με δύο επίπεδα με βάση τα κριτήρια του παράγοντα διόγκωσης της διακύμανσης και της αποδοτικότητας D †††††

Σχεδιασμός	Average VIF	D_{eff}	Σχεδιασμός	Average VIF	D_{eff}
5.	3.18	0.64	76.	1.80	0.80
10.	2.69	0.71	77.	2.54	0.74
12.	2.31	0.75	78.	1.72	0.80
13.	3.49	0.72	79.	1.80	0.80
14.	3.94	0.67	80.	1.72	0.80
15.	5.40	0.66	81.	1.72	0.81
16.	3.94	0.67	82.	1.50	0.85
17.	3.49	0.72	83.	1.50	0.85
22.	5.40	0.66	84.	1.72	0.81
23.	2.31	0.75	85.	1.72	0.80
24.	2.69	0.71	86.	1.46	0.85
28.	3.94	0.67	87.	1.46	0.85
32.	5.40	0.66	88.	1.50	0.85
33.	4.32	0.71	89.	1.72	0.81
34.	3.49	0.72	90.	2.54	0.74
35.	4.32	0.71	91.	1.48	0.85
36.	2.31	0.75	92.	1.30	0.90
38.	2.10	0.75	93.	2.10	0.75
40.	2.13	0.75	94.	1.42	0.86
41.	4.13	0.66	95.	1.30	0.90
42.	2.26	0.75	96.	1.50	0.85
43.	1.95	0.80	97.	1.50	0.85
45.	2.15	0.75	98.	1.42	0.86
46.	2.26	0.75	99.	1.48	0.85

††††† Στον πίνακα των αποτελεσμάτων παρουσιάζονται οι σχεδιασμοί εκείνοι για τους οποίους με βάση το δοθέν μοντέλο ήταν εφικτή η αντιστροφή του πίνακα $|X'X|$ που αποτελεί απαραίτητη διεργασία για τον υπολογισμό των εν λόγω κριτηρίων.

47.	2.13	0.75	100.	1.81	0.79
48.	2.10	0.75	101.	1.32	0.89
49.	2.13	0.75	102.	1.46	0.85
50.	4.13	0.66	103.	1.88	0.79
51.	1.95	0.80	104.	1.85	0.79
52.	2.26	0.75	105.	1.14	0.94
53.	2.15	0.75	106.	1.88	0.79
54.	1.48	0.85	107.	1.48	0.85
55.	1.95	0.80	108.	1.81	0.79
56.	1.74	0.81	109.	1.50	0.85
57.	1.47	0.86	110.	1.30	0.90
58.	1.95	0.80	111.	1.46	0.85
59.	1.82	0.80	112.	1.28	0.90
60.	1.74	0.81	113.	1.42	0.86
61.	2.10	0.75	114.	1.28	0.90
62.	1.48	0.85	115.	1.46	0.85
63.	1.59	0.82	116.	1.14	0.94
64.	2.26	0.75	117.	1.32	0.89
65.	2.26	0.75	118.	1.40	0.86
66.	1.74	0.81	119.	1.51	0.83
67.	1.47	0.86	120.	1.40	0.86
68.	2.13	0.75	121.	1.15	0.94
69.	1.74	0.81	122.	1.15	0.94
70.	2.15	0.75	123.	1.13	0.94
71.	1.82	0.80	124.	1.85	0.79
72.	2.15	0.75	125.	1.28	0.90
73.	2.17	0.77	126.	1.28	0.90
74.	1.82	0.80	127.	1.28	0.90
75.	2.17	0.77			

Π4.2.2 Αξιολόγηση των 19 μη ισόμορφων ορθογώνιων σχηματισμών με 32 εκτελέσεις και 4 παράγοντες με δύο επίπεδα με βάση τα κριτήρια που αφορούν στο δοθέν μοντέλο της εκτίμησης

Τα αποτελέσματα αξιολόγησης των 19 μη ισόμορφων ορθογώνιων σχηματισμών, οι πλήρεις λίστες των οποίων δόθηκαν στο Παράρτημα 2 της εργασίας στον Πίνακα Π.2.1, με 32 εκτελέσεις και 4 παράγοντες με δύο επίπεδα, σύμφωνα με τα κριτήρια των μεμονωμένων

εκτελέσεων (D.R.), των πλεοναζόντων βαθμών ελευθερίας για τις επιδράσεις και το καθαρό σφάλμα, του παράγοντα διόγκωσης της διακύμανσης (VIF) και της αποδοτικότητας D (D_{eff}) δίνονται στον Πίνακα Π.4.2.2.1 που ακολουθεί.

Πίνακας Π.4.2.2.1: Σύγκριση 19 μη ισόμορφων ορθογώνιων σχηματισμών με 32 εκτελέσεις και 4 παράγοντες με δύο επίπεδα με βάση τα κριτήρια του παράγοντα διόγκωσης της διακύμανσης, των μεμονωμένων εκτελέσεων, της αποδοτικότητας D (D_{eff}) και των πλεοναζόντων βαθμών ελευθερίας για τις επιδράσεις και το καθαρό σφάλμα^{#####}

Σχεδιασμός	Average VIF	D.R.	D_{eff}	Πλεονάζοντες Βαθμοί Ελευθερίας	
				Επιδράσεις	Καθαρό Σφάλμα
2.	1.91	12	0.76	1	20
3.	1.91	12	0.76	1	20
4.	1.55	12	0.83	1	20
5.	1.51	12	0.83	1	20
6.	1.33	14	0.88	3	18
7.	1.33	14	0.88	3	18
8.	1.55	12	0.83	1	20
9.	1.19	15	0.92	4	17
10.	1.19	15	0.92	4	17
11.	1.51	12	0.83	1	20
12.	1.33	14	0.88	3	18
13.	1.91	12	0.76	1	20
15.	1.18	16	0.92	5	16
16.	1.08	16	0.96	5	16
17.	1.08	16	0.92	5	16
18.	1.18	16	0.92	1	16
19.	1.00	16	1.00	1	16

Στον πίνακα των αποτελεσμάτων παρουσιάζονται όλοι οι σχεδιασμοί με 32 εκτελέσεις και 4 παράγοντες με δύο επίπεδα που διαθέτουν τις απαιτούμενες 11 μεμονωμένες εκτελέσεις για την μελέτη του γενικού μέσου, των κύριων επιδράσεων και των αλληλεπιδράσεων δεύτερης τάξεως.

Π.4.2.3 Αξιολόγηση των 491 μη ισόμορφων ορθογώνιων σχηματισμών με 32 εκτελέσεις και 5 παράγοντες με δύο επίπεδα με βάση τα κριτήρια που αφορούν στο δοθέν μοντέλο της εκτίμησης

Τα αποτελέσματα αξιολόγησης των 491 μη ισόμορφων ορθογώνιων σχηματισμών, οι πλήρεις λίστες των οποίων δόθηκαν στο Παράρτημα 2 της εργασίας στους Πίνακες Π.2.7 έως Π.2.24, με 32 εκτελέσεις και 5 παράγοντες με δύο επίπεδα, σύμφωνα με τα κριτήρια των μεμονωμένων εκτελέσεων (D.R.), των πλεονάζοντων βαθμών ελευθερίας για τις επιδράσεις και το καθαρό σφάλμα, του παράγοντα διόγκωσης της διακύμανσης (VIF) και της αποδοτικότητας D (D_{eff}) δίνονται στον Πίνακα Π.4.2.3.1 που ακολουθεί.

Πίνακας Π.4.2.3.1: Σύγκριση 491 μη ισόμορφων ορθογώνιων σχηματισμών με 32 εκτελέσεις και 5 παράγοντες με δύο επίπεδα με βάση τα κριτήρια των μεμονωμένων εκτελέσεων, των πλεονάζοντων βαθμών ελευθερίας για τις επιδράσεις και το καθαρό σφάλμα^{§§§§§§}

Σχεδιασμός	D.R	Πλεονάζοντες Βαθμοί Ελευθερίας		Σχεδιασμός	D.R	Πλεονάζοντες Βαθμοί Ελευθερίας	
		Επιδράσεις	Καθαρό Σφάλμα			Επιδράσεις	Καθαρό Σφάλμα
1.	20	4	12	247.	25	9	7
2.	21	5	11	248.	21	5	11
3.	19	3	13	249.	22	6	10
4.	20	4	12	250.	21	5	11
5.	20	4	12	251.	19	3	13
6.	17	1	15	252.	21	5	11
7.	21	5	11	253.	23	7	9
8.	20	4	12	254.	22	6	10
9.	22	6	10	255.	21	5	11
10.	20	4	12	256.	18	2	14
11.	20	4	12	257.	24	8	8
12.	24	8	8	258.	24	8	8
13.	17	1	15	259.	20	4	12
14.	19	3	13	260.	22	6	10
15.	20	4	12	261.	20	4	12
16.	20	4	12	262.	19	3	13

§§§§§§ Στον πίνακα των αποτελεσμάτων παρουσιάζονται όλοι οι σχεδιασμοί με 32 εκτελέσεις και 5 παράγοντες με δύο επίπεδα που διαθέτουν τις απαιτούμενες 16 μεμονωμένες εκτελέσεις για την μελέτη του γενικού μέσου, των κύριων επιδράσεων και των αλληλεπιδράσεων δεύτερης τάξεως.

17.	19	3	13	263.	19	3	13
18.	17	1	15	264.	17	1	15
19.	19	3	13	265.	18	2	14
20.	19	3	13	266.	20	4	12
21.	21	5	11	267.	16	0	16
22.	21	5	11	268.	19	3	13
23.	20	4	12	269.	16	0	16
24.	20	4	12	270.	19	3	13
25.	20	4	12	271.	21	5	11
26.	21	5	11	272.	19	3	13
27.	23	7	9	273.	20	4	12
28.	20	4	12	274.	21	5	11
29.	20	4	12	275.	19	3	13
30.	23	7	9	276.	22	6	10
31.	21	5	11	277.	22	6	10
32.	20	4	12	278.	22	6	10
33.	21	5	11	279.	18	2	14
34.	20	4	12	280.	22	6	10
35.	21	5	11	281.	21	5	11
36.	19	3	13	282.	21	5	11
37.	19	3	13	283.	19	3	13
38.	18	2	14	284.	18	2	14
39.	19	3	13	285.	21	5	11
40.	19	3	13	286.	23	7	9
41.	21	5	11	287.	22	6	10
42.	20	4	12	288.	16	0	16
43.	20	4	12	289.	20	4	12
44.	22	6	10	290.	20	4	12
45.	21	5	11	291.	17	1	15
46.	21	5	11	292.	20	4	12
47.	22	6	10	293.	18	2	14
48.	20	4	12	294.	17	1	15
49.	21	5	11	295.	22	6	10
50.	19	3	13	296.	19	3	13
51.	18	2	14	297.	20	4	12
52.	20	4	12	298.	20	4	12
53.	20	4	12	299.	16	0	16
54.	19	3	13	300.	19	3	13
55.	21	5	11	301.	16	0	16

56.	23	7	9	302.	18	2	14
57.	21	5	11	303.	20	4	12
58.	20	4	12	304.	20	4	12
59.	22	6	10	305.	19	3	13
60.	22	6	10	306.	18	2	14
61.	20	4	12	307.	18	2	14
62.	23	7	9	308.	16	0	16
63.	23	7	9	309.	17	1	15
64.	20	4	12	310.	19	3	13
65.	20	4	12	311.	18	2	14
66.	23	7	9	312.	19	3	13
67.	20	4	12	313.	19	3	13
68.	23	7	9	314.	16	0	16
69.	23	7	9	315.	18	2	14
70.	23	7	9	316.	17	1	15
71.	23	7	9	317.	19	3	13
72.	23	7	9	318.	19	3	13
73.	21	5	11	319.	17	1	15
74.	21	5	11	320.	20	4	12
75.	20	4	12	321.	20	4	12
76.	23	7	9	322.	21	5	11
77.	23	7	9	323.	18	2	14
78.	21	5	11	324.	19	3	13
79.	23	7	9	325.	20	4	12
80.	19	3	13	326.	21	5	11
81.	20	4	12	327.	20	4	12
82.	21	5	11	328.	19	3	13
83.	20	4	12	329.	18	2	14
84.	23	7	9	330.	18	2	14
85.	21	5	11	331.	17	1	15
86.	23	7	9	332.	18	2	14
87.	19	3	13	333.	21	5	11
88.	22	6	10	334.	20	4	12
89.	22	6	10	335.	20	4	12
90.	24	8	8	336.	21	5	11
91.	22	6	10	337.	19	3	13
92.	21	5	11	338.	18	2	14
93.	22	6	10	339.	22	6	10
94.	24	8	8	340.	20	4	12

95.	23	7	9	341.	20	4	12
96.	21	5	11	342.	18	2	14
97.	24	8	8	343.	16	0	16
98.	22	6	10	344.	20	4	12
99.	22	6	10	345.	19	3	13
100.	24	8	8	346.	20	4	12
101.	22	6	10	347.	19	3	13
102.	20	4	12	348.	20	4	12
103.	21	5	11	349.	19	3	13
104.	18	2	14	350.	18	2	14
105.	21	5	11	351.	21	5	11
106.	18	2	14	352.	21	5	11
107.	18	2	14	353.	19	3	13
108.	22	6	10	354.	19	3	13
109.	20	4	12	355.	22	6	10
110.	22	6	10	356.	24	8	8
111.	24	8	8	357.	24	8	8
112.	22	6	10	358.	22	6	10
113.	24	8	8	359.	24	8	8
114.	22	6	10	360.	20	4	12
115.	20	4	12	361.	20	4	12
116.	20	4	12	362.	24	8	8
117.	22	6	10	363.	22	6	10
118.	18	2	14	364.	18	2	14
119.	24	8	8	365.	19	3	13
120.	24	8	8	366.	20	4	12
121.	22	6	10	367.	20	4	12
122.	24	8	8	368.	18	2	14
123.	26	10	6	369.	18	2	14
124.	24	8	8	370.	20	4	12
125.	26	10	6	371.	16	0	16
126.	24	8	8	372.	22	6	10
127.	26	10	6	373.	25	9	7
128.	24	8	8	374.	22	6	10
129.	23	7	9	375.	22	6	10
130.	23	7	9	376.	22	6	10
131.	18	2	14	377.	19	3	13
132.	21	5	11	378.	20	4	12
133.	20	4	12	379.	22	6	10

134.	24	8	8	380.	22	6	10
135.	22	6	10	381.	23	7	9
136.	20	4	12	382.	22	6	10
137.	24	8	8	383.	20	4	12
138.	21	5	11	384.	20	4	12
139.	21	5	11	385.	19	3	13
140.	18	2	14	386.	20	4	12
141.	22	6	10	387.	18	2	14
142.	24	8	8	388.	18	2	14
143.	22	6	10	389.	20	4	12
144.	24	8	8	390.	16	0	16
145.	24	8	8	391.	17	1	15
146.	23	7	9	392.	20	4	12
147.	22	6	10	393.	23	7	9
148.	24	8	8	394.	18	2	14
149.	22	6	10	395.	22	6	10
150.	21	5	11	396.	18	2	14
151.	20	4	12	397.	20	4	12
152.	20	4	12	398.	18	2	14
153.	21	5	11	399.	16	0	16
154.	21	5	11	400.	22	6	10
155.	22	6	10	401.	20	4	12
156.	20	4	12	402.	22	6	10
157.	21	5	11	403.	24	8	8
158.	22	6	10	404.	24	8	8
159.	20	4	12	405.	24	8	8
160.	21	5	11	406.	21	5	11
161.	17	1	15	407.	26	10	6
162.	18	2	14	408.	24	8	8
163.	18	2	14	409.	24	8	8
164.	20	4	12	410.	20	4	12
165.	20	4	12	411.	20	4	12
166.	20	4	12	412.	24	8	8
167.	19	3	13	413.	24	8	8
168.	19	3	13	414.	28	12	4
169.	22	6	10	415.	20	4	12
170.	21	5	11	416.	24	8	8
171.	22	6	10	417.	24	8	8
172.	21	5	11	418.	20	4	12

173.	23	7	9	419.	28	12	4
174.	21	5	11	420.	26	10	6
175.	21	5	11	421.	28	12	4
176.	22	6	10	422.	28	12	4
177.	22	6	10	423.	24	8	8
178.	19	3	13	424.	20	4	12
179.	18	2	14	425.	20	4	12
180.	20	4	12	426.	20	4	12
181.	22	6	10	427.	24	8	8
182.	22	6	10	428.	17	1	15
183.	22	6	10	429.	20	4	12
184.	25	9	7	430.	20	4	12
185.	21	5	11	431.	20	4	12
186.	19	3	13	432.	20	4	12
187.	22	6	10	433.	20	4	12
188.	22	6	10	434.	24	8	8
189.	22	6	10	435.	22	6	10
190.	20	4	12	436.	20	4	12
191.	20	4	12	437.	22	6	10
192.	22	6	10	438.	16	0	16
193.	21	5	11	439.	16	0	16
194.	22	6	10	440.	16	0	16
195.	23	7	9	442.	18	2	14
196.	22	6	10	443.	16	0	16
197.	21	5	11	444.	16	0	16
198.	22	6	10	445.	18	2	14
199.	20	4	12	446.	18	2	14
200.	19	3	13	447.	17	1	15
201.	19	3	13	448.	18	2	14
202.	20	4	12	449.	17	1	15
203.	20	4	12	450.	19	3	13
204.	19	3	13	451.	19	3	13
205.	21	5	11	452.	20	4	12
206.	20	4	12	454.	18	2	14
207.	18	2	14	455.	18	2	14
208.	22	6	10	456.	20	4	12
209.	20	4	12	457.	16	0	16
210.	21	5	11	458.	24	8	8
211.	20	4	12	459.	17	1	15

212.	22	6	10	460.	18	2	14
213.	22	6	10	461.	18	2	14
214.	18	2	14	462.	20	4	12
215.	21	5	11	463.	18	2	14
216.	20	4	12	464.	24	8	8
217.	25	9	7	467.	16	0	16
218.	22	6	10	469.	16	0	16
219.	25	9	7	472.	16	0	16
220.	24	8	8	473.	16	0	16
221.	24	8	8	474.	18	2	14
222.	24	8	8	477.	16	0	16
223.	24	8	8	478.	16	0	16
224.	21	5	11	482.	16	0	16
225.	22	6	10	483.	16	0	16
226.	25	9	7	484.	16	0	16
227.	22	6	10	485.	16	0	16
228.	23	7	9	486.	16	0	16
229.	22	6	10	487.	16	0	16
230.	20	4	12	488.	20	4	12
231.	23	7	9	490.	16	0	16
232.	26	10	6	491.	32	16	0
233.	26	10	6				
234.	23	7	9				
235.	25	9	7				
236.	21	5	11				
237.	24	8	8				
238.	20	4	12				
239.	20	4	12				
240.	22	6	10				
241.	22	6	10				
242.	21	5	11				
243.	22	6	10				
244.	19	3	13				
245.	22	6	10				
246.	20	4	12				

Πίνακας Π.4.2.3.2: Σύγκριση 491 μη ισόμορφων ορθογώνιων σχηματισμών με 32 εκτελέσεις και 5 παράγοντες με δύο επίπεδα με βάση τα κριτήρια του παράγοντα διόγκωσης της διακύμανσης και της αποδοτικότητας D *****

Σχεδιασμός	Average VIF	D_{eff}	Σχεδιασμός	Average VIF	D_{eff}	Σχεδιασμός	Average VIF	D_{eff}	Σχεδιασμός	Average VIF	D_{eff}
1.	1.42	0.87	125.	1.21	0.92	248.	2.08	0.79	404.	1.31	0.89
2.	1.54	0.84	126.	1.24	0.91	249.	1.66	0.82	405.	1.35	0.88
3.	2.00	0.80	127.	1.21	0.92	250.	1.64	0.82	406.	1.57	0.83
4.	1.53	0.84	128.	1.28	0.90	251.	4.47	0.67	407.	1.21	0.92
5.	1.74	0.80	129.	1.43	0.86	252.	1.82	0.79	408.	1.28	0.90
6.	3.52	0.66	130.	1.40	0.86	253.	1.40	0.86	409.	1.35	0.88
7.	1.54	0.84	131.	2.12	0.75	254.	1.45	0.85	410.	2.03	0.77
8.	1.50	0.85	132.	1.32	0.89	255.	1.64	0.82	411.	1.71	0.81
9.	1.19	0.92	133.	1.71	0.81	256.	5.39	0.66	412.	1.38	0.88
10.	1.53	0.84	134.	1.26	0.90	257.	1.28	0.89	413.	1.29	0.89
11.	1.09	0.96	135.	1.21	0.92	258.	1.31	0.89	414.	1.13	0.95
12.	1.24	0.91	136.	1.42	0.87	259.	1.97	0.77	415.	1.88	0.79
13.	0.00	0.08	137.	1.26	0.90	260.	1.62	0.82	416.	1.38	0.88
14.	2.18	0.75	138.	1.64	0.82	261.	1.99	0.78	417.	1.29	0.89
15.	1.94	0.78	139.	1.57	0.83	262.	2.11	0.76	418.	1.90	0.76
16.	1.94	0.78	140.	2.12	0.75	263.	2.00	0.80	419.	1.13	0.95
17.	2.18	0.75	141.	1.62	0.84	264.	3.52	0.66	420.	1.19	0.92
19.	2.70	0.74	142.	1.24	0.91	265.	2.12	0.75	421.	1.09	0.96
20.	3.46	0.73	143.	1.41	0.86	266.	1.65	0.82	422.	1.09	0.96
21.	1.52	0.84	144.	1.26	0.90	268.	3.46	0.73	423.	1.24	0.91
22.	1.51	0.84	145.	1.28	0.90	270.	3.46	0.73	424.	1.71	0.81
23.	1.99	0.78	146.	1.43	0.86	271.	1.51	0.84	425.	1.71	0.81
24.	1.74	0.80	147.	1.62	0.84	272.	2.18	0.75	426.	1.42	0.87
25.	1.94	0.78	148.	1.11	0.95	273.	5.17	0.70	427.	1.13	0.95
26.	1.58	0.83	149.	1.41	0.87	274.	1.82	0.79	428.	3.52	0.66
27.	1.37	0.87	150.	1.64	0.82	275.	2.25	0.74	429.	1.65	0.82

***** Στον πίνακα των αποτελεσμάτων παρουσιάζονται οι σχεδιασμοί εκείνοι για τους οποίους με βάση το δοθέν μοντέλο ήταν εφικτή η αντιστροφή του πίνακα $|X'X|$ που αποτελεί απαραίτητη διεργασία για τον υπολογισμό των εν λόγω κριτηρίων. Επιπροσθέτως να αναφερθεί ότι η ακριβής τιμή που λαμβάνεται μέσω του κώδικα για τον σχεδιασμό υπ' αριθμόν 13 στο κριτήριο του παράγοντα διόγκωσης της διακύμανσης είναι $1.35e15$.

28.	1.84	0.80	151.	1.82	0.80	276.	1.49	0.85	430.	1.83	0.80
29.	1.84	0.80	152.	1.74	0.80	277.	1.49	0.85	431.	1.65	0.82
30.	1.37	0.87	153.	1.58	0.83	278.	1.41	0.85	432.	1.88	0.79
31.	1.58	0.83	154.	1.64	0.82	280.	1.49	0.85	433.	1.83	0.80
32.	1.94	0.78	155.	1.21	0.92	281.	2.00	0.78	434.	1.38	0.88
33.	1.51	0.84	156.	2.34	0.75	282.	2.00	0.78	435.	1.41	0.86
34.	1.99	0.78	157.	1.54	0.84	283.	2.25	0.74	436.	1.83	0.80
35.	1.52	0.84	158.	1.62	0.84	285.	2.00	0.78	437.	1.21	0.92
36.	3.46	0.73	159.	1.50	0.85	286.	1.40	0.86	438.	3.54	0.66
37.	2.70	0.74	160.	2.34	0.75	287.	1.41	0.85	439.	3.54	0.66
38.	4.48	0.64	161.	3.52	0.66	289.	2.39	0.74	440.	3.54	0.66
39.	2.70	0.74	162.	2.12	0.75	290.	2.39	0.74	442.	2.52	0.73
40.	2.35	0.76	163.	3.67	0.70	292.	1.90	0.76	445.	2.14	0.74
41.	1.52	0.84	164.	1.74	0.80	293.	2.72	0.73	446.	2.14	0.74
42.	2.01	0.78	165.	1.53	0.84	295.	1.62	0.82	448.	2.14	0.74
43.	2.01	0.78	166.	1.65	0.82	296.	4.47	0.67	449.	3.52	0.66
44.	1.56	0.84	167.	2.35	0.76	297.	1.90	0.76	450.	2.02	0.75
45.	1.57	0.84	168.	3.75	0.69	298.	2.39	0.74	451.	2.02	0.75
46.	1.57	0.84	169.	1.62	0.84	300.	2.58	0.71	452.	1.53	0.84
47.	1.56	0.84	170.	2.08	0.79	302.	2.96	0.68	454.	2.52	0.73
48.	2.01	0.78	171.	1.66	0.82	304.	2.39	0.74	455.	2.12	0.75
49.	1.52	0.84	172.	1.51	0.84	305.	3.25	0.71	456.	1.50	0.83
50.	2.35	0.76	173.	1.37	0.87	307.	2.96	0.68	457.	3.54	0.66
51.	4.48	0.64	174.	1.57	0.84	310.	3.25	0.71	458.	1.11	0.95
52.	1.82	0.80	175.	2.08	0.79	312.	2.35	0.76	460.	1.79	0.81
53.	1.82	0.80	176.	1.66	0.82	313.	3.25	0.71	461.	1.79	0.81
54.	2.00	0.80	177.	1.56	0.84	317.	2.18	0.75	462.	1.09	0.96
55.	1.52	0.84	178.	3.75	0.69	318.	2.58	0.71	463.	1.79	0.81
56.	1.17	0.93	179.	3.67	0.70	320.	2.93	0.70	464.	1.13	0.95
57.	1.32	0.89	180.	1.74	0.80	321.	1.73	0.79	474.	2.43	0.71
58.	1.97	0.77	181.	1.59	0.83	322.	1.82	0.79	485.	2.13	0.77
59.	1.56	0.84	182.	1.62	0.82	323.	4.48	0.64	487.	2.13	0.77
60.	1.56	0.84	183.	1.60	0.82	324.	2.67	0.71	488.	1.34	0.86
61.	1.84	0.80	184.	1.23	0.91	325.	1.89	0.77	490.	1.00	1.00
62.	1.34	0.88	185.	1.57	0.84	326.	1.67	0.81	491.	1.00	1.00
63.	1.34	0.88	186.	2.11	0.76	327.	1.89	0.77			
64.	1.80	0.79	187.	1.60	0.82	328.	3.25	0.71			
65.	1.99	0.78	188.	1.62	0.82	329.	4.48	0.64			
66.	1.45	0.86	189.	1.56	0.84	330.	2.43	0.71			

67.	1.97	0.77	190.	2.34	0.75	332.	2.43	0.71
68.	1.40	0.86	191.	2.68	0.75	333.	1.67	0.81
69.	1.42	0.86	192.	1.49	0.84	334.	1.73	0.79
70.	1.45	0.86	193.	1.82	0.79	335.	1.89	0.77
71.	1.42	0.86	194.	1.50	0.83	336.	1.82	0.79
72.	1.40	0.86	195.	1.34	0.88	337.	2.58	0.71
73.	1.57	0.83	196.	1.50	0.83	338.	2.96	0.68
74.	1.58	0.83	197.	1.82	0.79	339.	1.49	0.85
75.	1.82	0.80	198.	1.49	0.84	340.	2.39	0.74
76.	1.36	0.87	199.	2.68	0.75	345.	2.70	0.74
77.	1.43	0.86	200.	3.75	0.69	346.	2.25	0.74
78.	1.54	0.84	201.	4.47	0.67	347.	2.35	0.76
79.	1.36	0.87	202.	2.25	0.74	348.	2.01	0.78
80.	2.18	0.75	203.	2.25	0.74	349.	3.75	0.69
81.	1.74	0.80	204.	4.47	0.67	350.	2.82	0.70
82.	1.64	0.82	205.	2.16	0.78	351.	1.67	0.81
83.	1.84	0.80	206.	5.17	0.70	352.	1.67	0.81
84.	1.43	0.86	207.	5.39	0.66	353.	2.25	0.74
85.	1.64	0.82	208.	1.77	0.82	354.	2.11	0.76
86.	1.43	0.86	209.	2.11	0.78	355.	2.18	0.77
87.	2.18	0.75	210.	2.08	0.79	356.	1.50	0.85
88.	1.40	0.86	211.	2.11	0.78	357.	1.50	0.85
89.	1.35	0.88	212.	1.77	0.82	358.	2.18	0.77
90.	1.24	0.91	213.	1.62	0.84	359.	1.44	0.86
91.	1.41	0.87	214.	5.39	0.66	360.	2.07	0.75
92.	1.32	0.89	215.	2.16	0.78	361.	2.07	0.75
93.	1.41	0.86	216.	2.68	0.75	362.	1.44	0.86
94.	1.29	0.89	217.	1.30	0.89	363.	1.66	0.82
95.	1.34	0.88	218.	1.60	0.82	364.	2.82	0.70
96.	1.57	0.84	219.	1.23	0.91	365.	2.70	0.74
97.	1.29	0.89	220.	1.29	0.89	366.	2.03	0.77
98.	1.41	0.87	221.	1.29	0.89	367.	2.03	0.77
99.	1.41	0.86	222.	1.29	0.89	370.	2.68	0.75
100.	1.24	0.91	223.	1.26	0.90	372.	1.23	0.90
101.	1.35	0.88	224.	1.64	0.82	373.	1.23	0.91
102.	1.80	0.79	225.	1.66	0.82	374.	1.23	0.90
103.	1.52	0.84	226.	1.30	0.89	375.	1.49	0.84
104.	3.67	0.70	227.	1.49	0.84	376.	1.62	0.82
105.	1.57	0.83	228.	1.37	0.87	377.	2.11	0.76

106.	3.67	0.70	229.	1.40	0.86	378.	2.03	0.77
107.	2.72	0.73	230.	1.94	0.78	379.	1.41	0.85
108.	1.49	0.85	231.	1.43	0.86	380.	1.56	0.83
109.	1.71	0.81	232.	1.19	0.92	381.	1.45	0.86
110.	1.45	0.85	233.	1.15	0.94	382.	1.56	0.83
111.	1.31	0.89	234.	1.45	0.86	383.	1.85	0.77
112.	1.45	0.85	235.	1.30	0.89	384.	1.80	0.79
113.	1.31	0.89	236.	1.58	0.83	385.	2.67	0.71
114.	1.41	0.87	237.	1.28	0.89	386.	1.85	0.77
115.	1.88	0.79	238.	1.94	0.78	392.	2.34	0.75
116.	1.71	0.81	239.	2.11	0.78	393.	1.61	0.83
117.	1.49	0.85	240.	1.66	0.82	395.	1.50	0.83
118.	2.72	0.73	241.	1.59	0.83	396.	2.82	0.70
119.	1.24	0.91	242.	1.58	0.83	397.	2.01	0.78
120.	1.24	0.91	243.	1.59	0.83	398.	2.43	0.71
121.	1.45	0.85	244.	2.35	0.76	400.	1.41	0.85
122.	1.31	0.89	245.	1.60	0.82	401.	2.07	0.75
123.	1.15	0.94	246.	5.17	0.70	402.	1.56	0.83
124.	1.28	0.90	247.	1.23	0.91	403.	1.35	0.88

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Ελληνική

- Ευαγγελάρας, Χ. (2012). *Σημειώσεις ΠΜΣ στην «Εφαρμοσμένη Στατιστική» για το μάθημα Πειραματικοί Σχεδιασμοί*, Πανεπιστήμιο Πειραιά.
- Καμβύσας, Γ. & Χατζηνικολάου, Μ. (2005). *Γενικά Μαθηματικά II: Γραμμική Άλγεβρα (Τόμος Α')*, εκδόσεις Ελληνικού Ανοικτού Πανεπιστημίου Σχολής Θετικών Επιστημών και Τεχνολογίας.
- Μιχαλοπούλου, Κ. (2012). Οι περιπέτειες της απόδοσης των όρων της δειγματοληπτικής θεωρίας και πρακτικής στις κοινωνικές διερευνήσεις και το ανύπαρκτο «στατιστικό σφάλμα»: Ένα σχολιασμένο αγγλοελληνικό γλωσσάριο, *Επιθεώρηση Κοινωνικών Ερευνών*, τχ. 137-138 Α'-Β', σελ. 3-49.

Ξένη

- Ai, M.Y. & Zhang, R. (2004). Projection justification of generalized minimum aberration for asymmetrical fractional factorial designs, *Metrika*, Vol. 60, Issue 3, pp. 279–285.
- Ai, M.Y., Li, P.-F. & Zhang, R. (2005). Optimal criteria and equivalence for nonregular fractional factorial designs, *Metrika*, Vol. 62, pp. 73-83.
- Aquiar de, P.F., Bourguignon, B., Khots, M.S., Massart, D.L. & Phan-Thau-Luu, R. (1995), D-optimal designs, *Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems* , Vol. 30, pp. 199-210.
- Booth, K.H.V. & Cox, D.R. (1962). Some systematic supersaturated designs, *Technometrics*, Vol.4, pp. 489-495.

- Bose, R.C. (1960). On some connections between the design of experiments and information theory, *Bulletin of the International Statistical Institute*, Vol. 38, pp. 257-271.
- Box, G.E.P. & Draper, N.R. (2007). *Response surfaces, mixtures, and ridge analyses (2th edition)*, John Wiley & Sons, Inc., United States of America.
- Box, G.E.P., Hunter, J.S. (1961). The 2^{k-p} fractional factorial designs, *Technometrics*, pp.311-351, 449-458.
- Box, G.E.P., Hunter, W.G & Hunter, J.S. (1987). *Statistics for Experimenters*. Wiley: New York.
- Box, M.J. & Draper, N.R. (1969). Fractional designs, the $|X'X|$ criterion and some related matters, Technical report No 207, available online at Department of Statistics, University of Wisconsin.
- Box, M.J. & Draper, N.R. (1969). Fractional designs, the $|X'X|$ criterion and some related matters, *Technometrics*, Vol.13, No4, pp. 731-742.
- Bush, K.A. (1950). Orthogonal arrays. PhD. Thesis, University of North Carolina, Chapel Hill.
- Cameron, P.J. (χ, π). Encyclopedia of Design Theory, *DesignTheory.org Project*, available online on <http://designtheory.org/library/encyc/>.
- Chen, H. & Hedayat, A.S. (1998). 2^{n-m} Designs with resolution III or IV containing clear two-factor interactions, *Journal of Statistical Planning and Inference*, Elsevier, Inference 75, pp. 147-158.
- Chen, H. (1998). Some projective properties of fractional factorial designs, *Statistics and Probability Letters*, Elsevier, Vol. 40, pp. 185-188.
- Cheng, C. & Mukerjee, R. (1998). Regular fractional factorial designs with minimum aberration and maximum estimation capacity, *The Annals of Statistics*, Vol. 26, No 6, pp. 2289-2300.

- Cheng, C.-S. & Sun, D. X. (1995). Maximum estimation capacity and minimum aberration, *Metrika*, Volume 42, Issue 1, pp. 232-233.
- Cheng, C.S. (1995). Some projection properties of orthogonal arrays, *Annals of Statistics*, Vol. 23, pp. 1223-1233.
- Cheng, C.-S., Steinberg, D. M. & Sun, D. X. (1999). Minimum aberration and model robustness for two level fractional factorial designs, *Journal of the Royal Statistical Society*, Series B, Vol. 61, pp. 85-93.
- Chernoff, H. (1953). Locally optimal designs for estimating parameters, *The Annals of Mathematical Statistics*, Vol. 24, No 4, pp.586-602.
- Cox, D.R. & Reid, N. (2000). *The theory of the Design of Experiments*, Chapman & Hall/CRC, United States of America.
- Deng, L. & Tang, B. (1999). Generalized resolution and minimum aberration criteria for Plackett-Burman and other nonregular factorial designs, *Statistics Sinica*, Vol. 9, pp.1071-1082.
- Dey A. & Mukerjee R. (1999). *Fractional factorial plans*, John Wiley& Sons, Inc., New York.
- Evangelaras, H., Kolaiti, E. & Koukouvinos, C. (2004). Regular fractional factorial designs: Resolution, Defining Relations and Blocking via Coding Theory, *Advances and applications in Statistics*, Vol. 4, Issue 1, pp. 45-58.
- Evangelaras, H. & Koukouvinos, C. (2004). Statistical criteria for evaluating fractional factorial designs, *Advances and applications in Statistics*, Vol. 4, Issue 2, pp. 181-193.
- Evangelaras, H., Koukouvinos, C. & Lappas, E. (2007). Further contributions to nonisomorphic two level orthogonal arrays, *Journal of Statistical Planning and Inference*, Vol. 137, Elsevier, pp. 2080-2086.
- Fang, K. & Mukerjee, R. (2000). A connection between uniformity and aberration in regular fractions of two-level factorials, *Biometrika*, Vol.81, No 1, pp. 193-198.
- Fang, K. & Qin, H. (2005). Uniformity pattern and related criteria, *Science in China Series A: Mathematics*, Vol. 48, No 1, pp. 1-11.

- Feinsilver, P. & Kocik, J. (2005). Krawtchouk polynomials and Krawtchouk matrices στο Baeza-Yates, R., Glaz, J., Gzyl, H., Hüsler, J. & Palacios, J., *Recent advances in applied probability*, Springer, United States of America.
- Fisher, R.A. (1970). *Statistical methods for research workers*, Oliver and Boyd, Edinburgh.
- Fisher, R.A. (1974). *The design of experiments*, Hafner Press, New York.
- Fisher, R.A. (1999). *The genetical theory of natural selection*, Oxford University Press, Oxford.
- Franklin, M.F. (1984). Constructing tables of minimum aberration p^{n-k} designs, *Technometrics*, Vol. 26, pp.225-232.
- Fries, A. & Hunter, W.G. (1980). Minimum aberration 2^{k-p} designs, *Technometrics*, Vol.22, No 4, pp. 601-608.
- Hair, J.F.Jr., Anderson, R.E., Tatham, R. L. & Black, W. C. (1995). *Multivariate Data Analysis (3rd Edition)*, Macmillan, New York.
- Hedayat, A.S., Sloane, N.J.A. & Stufken J. (1999). *Orthogonal Arrays: Theory and applications*, Springer-Verlag New York Inc., United States of America.
- Hickernell, F.J. (1998). A generalized discrepancy and quadrature error bound, *Mathematics of Computation*, Vol.22, No 221, pp.299-322.
- Hinkelmann, K.(ed.). (2012). *Design and Analysis of Experiments: Special Designs and Applications*, Volume 3, Wiley Series in Probability and Statistics, John Wiley & Sons Inc., New Jersey.
- Ke, W. & Yao, R. (2008). Selection of non-regular fractional factorial designs when some two-factor interactions are important, *Journal of Modern Applied Statistical Methods*, Vol. 7, No 1, pp. 94-100.
- Kennedy, P. (1992). *A Guide to Econometrics*, Oxford: Blackwell.

- Kiefer, J. (1959). Optimum experimental designs, *Journal of the Royal Statistical Society*, Vol. 21, No 2, pp. 272-319.
- Kiefer, J. (1961). Optimum designs in regression problems, II. *The Annals of Mathematical Statistics*, Vol. 39, pp. 298-325.
- Kounias, S. & Salmaso, L. (1998). Orthogonal plans of resolution IV and V, *Journal of the Italian Statistical Society*, Vol. 7, pp. 57-75.
- Li, W., Lin, D.K.J. & Ye, K.Q. (2003). Optimal foldover plans for two-level nonregular orthogonal designs, *Technometrics*, Vol.45, No 4, pp. 347-351.
- Lin, D.K.J. & Drapper, L.R. (1992). Projection Properties of Plackett and Burman Designs, *Technometrics*, Vol.34, Issue 4, pp. 423-428.
- Liu, M. & Zhang, R. (2000). Construction of $E(s^2)$ optimal supersaturated designs using cyclic BIBDs, *Journal of Statistical Planning and Inference*, Elsevier, Vol. 91, pp. 135-150.
- Ma, C.-X. & Fang K.-T. (2001). A note on generalized aberration in factorial designs, *Metrika*, Vol. 53, Springer-Verlag, pp. 85-93.
- Ma, C.-X. & Fang K.-T. (2004). A new approach to construction of nearly uniform designs, *International Journal of Materials and Product Technology*, Vol.20, pp. 115-126.
- Ma, C.-X., Fang K.-T. & Lin, D.K.J. (2003). A note on uniformity and orthogonality, *Journal of Statistical Planning and Inference*, Vol.113, pp. 323-334.
- Marquardt, D.W. (1970). Generalized inverses, ridge regression, biased linear estimation, and non-linear estimation, *Technometrics*, Vol.12, pp. 591-612.
- Montgomery, D.C. (2013). *Design and Analysis of Experiments (8th Edition)*, John Wiley & Sons Singapore Pte. Ltd., Asia.
- Mukerjee, R. and Wu, C.F.J. (2006). *A modern theory of factorial designs*, Springer Science+Business Media Inc., United States of America.

- Neter, J., Wasserman, W. & Kutner, M.H. (1989). *Applied Linear Regression Models*, Homewood IL: Irwin.
- Nguyen, N.-K. (1996). An algorithmic approach to constructing supersaturated designs, *Technometrics*, Vol. 38, No 1, pp. 69-73.
- Pan, Y, & Jackson, R.T. (2008). Ethnic difference in the relationship between acute inflammation and serum ferritin in US adult males. *Epidemiology and Infection*, Vol. 136, pp. 421-431.
- Plackett, R.L. & Burman, J.P. (1946). The design of optimum multifactorial experiments, *Biometrika*, Vol. 33, pp. 305-325.
- Rao, C.R. & Nair, K.R. (1941). Confounded designs for asymmetrical factorial experiments, *Science and culture*, Vol. 7, pp. 313-314.
- Rao, C.R. & Nair, K.R. (1942). Confounded designs for $k \times p^m \times q^n \times \dots$ type factorial experiments. *Science and Culture*, Vol. 7, pp. 361-362.
- Rao, C.R. & Nair, K.R. (1948). Confounding in asymmetric factorial experiments, *Journal of the Royal Statistical Society*, Vol. 10, Series B, pp. 109-131.
- Rao, C.R. (1947). Factorial Experiments Derivable from Combinatorial Arrangements of Arrays, *Supplement to the Journal of the Royal Statistical Society*, Vol. 9, No 1, Wiley, pp. 128-139.
- Rogerson, P. A. (2001). *Statistical methods for geography*, Sage, London.
- Smith, K. (1918). On the standard deviations of adjusted and interpolated values of an observed polynomial function and its constants and the guidance they give towards a proper choice of the distribution of observations, *Biometrika*, Vol. 12, pp. 1-85.
- Sun, D. X., Lin, W. & Ye, K. (2002). An Algorithm for Sequentially Constructing Non-Isomorphic Orthogonal Designs and its Applications, Technical Report SUNYSB-AMS-02-13, *SUNY Stony Brook*, Dept. of Applied Math and Statistics. Available online on <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/summary?doi=10.1.1.8.1535>.

- Sun, D. X. (1993). Estimation Capacity and Related Topics in Experimental Designs, Ph.D. Dissertation, University of Waterloo.
- Taguchi, G. & Konishi S. (1987). *Orthogonal Arrays and Linear Graphs: Tools for Quality Engineering*, American Supplier Institute.
- Tang, B. & Deng L.-Y. (1999b). Minimum G_2 aberration for nonregular fractional factorial designs, *The Annals of Statistics*, Vol. 27, No 6, pp. 1914-1926.
- Tang, B. & Wu, C.F.J. (1997). A method for constructing supersaturated designs and its Es^2 optimality, *The Canadian Journal of Statistics*, Vol. 25, Issue 2, pp. 191-201.
- Tang, B. (2001). Theory of J-characteristics for fractional factorial designs and projection justification of minimum G_2 – aberration, *Biometrika*, Vol. 88, Issue 2, pp. 401-407.
- Wu, C.F.J. & Chen, Y. (1989). Graph-aided assignment of interaction in two-level factorial designs, IIQP-Research Report (RR-89-10), available online at <http://www.bisrg.uwaterloo.ca/archive/RR-91-07.pdf>.
- Wu, C.F.J. & Chen, Y. (1991). *A graph-aided method for planning two level experiments when certain interaction are important*, IIQP-Research Report (RR-91-07), available online at <http://www.bisrg.uwaterloo.ca/archive/RR-91-07.pdf>.
- Wu, C.F.J. & Hamada, M.S. (1992). Analysis of designed experiments with complex aliasing, *Journal of Quality Technology*, Vol. 24, pp.130-137.
- Wu, C.F.J. & Hamada, M.S. (2009). *Experiments: Planning, Analysis and Optimization*, John Wiley & Sons, Inc., United States of America.
- Wu, C.F.J. & Wang, C.J. (1995). A hidden projection property of Plackett-Burman and related designs, *Statistica Sinica*, Vol. 5, pp. 235-250.
- Wu, C.F.J. & Wu, H. (2002). Clear two factor interactions and minimum aberration, *The Annals of Statistics*, Vol. 5, pp.1496-1511.
- Wu, C.F.J. (2003). Construction of supersaturated designs through partially aliased interactions, *Biometrika*, Vol. 80, pp.661-669.

Xu, H. & Deng, L.-Y. (2005). Moment aberration projection for nonregular fractional factorial designs, *Technometrics*, Vol. 47, No 2, pp. 121-131.

Xu, H. & Wu, C.F.J. (2001). Generalized minimum aberration for asymmetrical fractional factorial designs. *The Annals of Statistics*, Vol. 29, pp. 1066–1077.

Xu, H. (2003). Minimum moment aberration for nonregular designs and supersaturated designs, *Statistica Sinica*, Vol. 13, pp. 691–708.

Zhang, R., Li, P., Zhao, S. & Ai, M. (2008). A general minimum lower-order confounding criterion for two-level regular designs, *Statistica Sinica*, Vo. 18, pp. 1689-1705.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ

