



ΤΜΗΜΑ ΔΙΔΑΚΤΙΚΗΣ ΤΗΣ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ

ΚΑΙ

ΨΗΦΙΑΚΩΝ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

**Μελέτη και Ανάπτυξη Αλγορίθμων Επιλογής Κεραιοστοιχείων
σε Συστήματα Ασύρματων Επικοινωνιών
Πολλαπλών εισόδων – Πολλαπλών εξόδων (ΜΙΜΟ)**

Κωνσταντίνος Α. Κοντογιάννης

Η Εργασία υποβάλλεται για την μερική κάλυψη των απαιτήσεων
με στόχο την απόκτηση του Μεταπτυχιακού Διπλώματος Σπουδών
στη Διδακτική της Τεχνολογίας και Ψηφιακών Συστημάτων

ΠΕΙΡΑΙΑΣ

ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΣ 2009

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Μελέτη και Ανάπτυξη Αλγορίθμων Επιλογής Κεραιοστοιχείων
σε Συστήματα Ασύρματων Επικοινωνιών
Πολλαπλών Εισόδων – Πολλαπλών Εξόδων (MIMO)

Κωνσταντίνος Κοντογιάννης

Αρ.Μητρώου : ΜΕ/0539

e-mail: konstantinoskontogiannis@hotmail.com

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ :

Αθανάσιος Κανάτας, Αναπληρωτής Καθηγητής Παν.Πειραιά

ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΕΠΙΤΡΟΠΗ:

Γεώργιος Ευθύμογλου, Επίκουρος Καθηγητής Παν.Πειραιά

Αθανάσιος Κανάτας, Αναπληρωτής Καθηγητής Παν.Πειραιά

Σωκράτης Κάτσικας, Καθηγητής Παν.Πειραιά

Σεπτέμβριος 2009

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Τα συστήματα ασύρματων επικοινωνιών MIMO αποτελούν μια πολύ ενεργή ερευνητική περιοχή τα τελευταία χρόνια, λόγω των εξαιρετικών βελτιώσεων στην επίδοση και την χωρητικότητα που υπόσχονται χωρίς επιπλέον απαιτήσεις σε φάσμα (bandwidth) ή ισχύ. Η τεχνολογία αυτή αναμένεται να ενσωματωθεί στα συστήματα ασύρματων επικοινωνιών τέταρτης γενιάς (4G), ανοίγοντας το δρόμο για πάρα πολλές εφαρμογές και υπηρεσίες των ασύρματων τηλεπικοινωνιακών συστημάτων.

Τα ασύρματα συστήματα επικοινωνιών πολλαπλών εισόδων –πολλαπλών εξόδων (MIMO) είναι συστήματα που εκμεταλλεύονται την χρήση πολλαπλών κεραιών σε πομπό και δέκτη με στόχο τη δραματική αύξηση της χωρητικότητας. Είναι εντυπωσιακά υψηλή η χωρητικότητα που μπορεί να επιτευχθεί με την χρήση πολλαπλών κεραιών. Η χρήση πολλαπλών κεραιών σε πομπό και δέκτη απαιτεί την χρήση πολλαπλών αλυσίδων RF (RF chains), καθώς και γραμμικών ενισχυτών μεταβλητού κέρδους (variable gain linear amplifiers) και στροφέων φάσης (phase shifters).

Αυτές οι διατάξεις αυξάνουν το κόστος κατασκευής των πομποδεκτών και την κατανάλωση ισχύος. Για να μειωθεί το κόστος, προτείνεται η επιλεκτική χρήση μερικών κεραιών του συστήματος και όχι η ταυτόχρονη χρήση όλων των διαθέσιμων κεραιών. Η τεχνική αυτή λέγεται επιλογή κεραιών (antenna selection) και επιτυγχάνει να μειώσει το κόστος μειώνοντας τις απαιτούμενες αλυσίδες RF. Οι κεραιές που χρησιμοποιούνται κάθε φορά για μετάδοση ή και λήψη μεταβάλλονται με βάση κατάλληλο αλγόριθμο, ο οποίος μπορεί να χρησιμοποιεί διάφορα κριτήρια βελτιστοποίησης, όπως η χωρητικότητα, η πιθανότητα σφάλματος κλπ.

Η παρούσα διπλωματική εργασία εστιάζει το ενδιαφέρον στην τεχνική αυτή.

Αρχικά αναφέρονται κάποια βασικά στοιχεία της ερευνητικής περιοχής των συστημάτων MIMO και αναλύονται διάφορες τεχνικές μετάδοσης και λήψης, που έχουν προταθεί. Κατόπιν, και μετά την περιγραφή κάποιων βασικών μοντέλων διαύλου, παρουσιάζονται και περιγράφονται κατάλληλοι αλγόριθμοι επιλογής κεραιοστοιχείων (antenna selection algorithms). Για κάθε αλγόριθμο, παρατίθενται αποτελέσματα προσομοίωσης (simulation results) σε περιβάλλον MATLAB. Τέλος, γίνεται μια επισκόπηση των μελλοντικών προοπτικών και των ανοιχτών ερευνητικών θεμάτων που αφορούν στην τεχνική επιλογής κεραιοστοιχείων σε συστήματα Πολλαπλών εισόδων-Πολλαπλών εξόδων.

ΘΕΜΑΤΙΚΗ ΠΕΡΙΟΧΗ: Ασύρματες Επικοινωνίες

ΛΕΞΕΙΣ-ΚΛΕΙΔΙΑ : ασύρματες επικοινωνίες, συστήματα πολλαπλών εισόδων -πολλαπλών εξόδων, χωρητικότητα, χωρική πολυπλεξία, επιλογή κεραιοστοιχείων

ABSTRACT

Multiple-Input Multiple-Output (MIMO) wireless communication systems consist of an extremely active research area over the past few years, mostly due to tremendous improvements in channel capacity and overall performance, not to mention limited requirements in bandwidth or power. This promising technology is expected to incorporate in 4G wireless communication systems, leading the way towards many applications and services regarding wireless communications.

Multiple-Input Multiple-Output (MIMO) wireless communication systems promise a dramatic increase in channel capacity by exploiting the use of multiple antennas both at the receiver and the transmitter. The channel capacities that multiple antennas can yield is stunningly high, whereas, receiver architectures made it possible to mitigate spatial interference with limited complexity. The usage of multiple antennas both at transmitter/receiver requires the use of multiple RF chains and also the use of variable gain linear amplifiers, phase shifters, frequency/analog-to-digital converters.

These devices escalate the construction cost of transceivers and also increase the power usage. In order to minimize the cost, a novel technique has been proposed in the literature. This technique is called *antenna selection*, making optional use of only a fracture of available antennas. *Antenna selection* succeeds in reducing the cost, by diminishing the number of required *RF chains*. The antennas being used for transmission/reception vary, based on appropriate algorithms who use various selection criteria such as capacity maximization, bit error probability minimization, etc.

This thesis focuses on antenna selection techniques.

Primarily, basic aspects of single-user multiple-antenna theory and examination of several transmission and reception techniques are investigated. After describing channel models and computing the achievable capacity, antenna selection algorithms are presented, but only after antenna selection is thoroughly examined. For every single algorithm performance evaluations are presented through MATLAB simulations. Finally, we briefly overview applications and future prospective of antenna selection techniques, as well as several open research issues.

SUBJECT AREA : Wireless Communications

KEY WORDS : wireless communications, Multiple-Input-Multiple-Output (MIMO), capacity, spatial multiplexing, antenna selection

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Η διπλωματική εργασία εκπονήθηκε υπό την επίβλεψη του Αναπληρωτή Καθηγητή Αθανάσιου Κανάτα του Τμήματος Διδακτικής της Τεχνολογίας και Ψηφιακών Συστημάτων του Πανεπιστημίου Πειραιά, καθώς και του Παναγιώτη-Θεόφιλου Θεοφιλάκου, διδάκτορα του Πανεπιστημίου Πειραιά.

Θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον Καθηγητή και εισηγητή του θέματος της εργασίας μου κ. Αθανάσιο Κανάτα για τη σωστή παρότρυνσή του στην επιλογή του συγκεκριμένου θέματος, δίνοντάς μου έτσι την ευκαιρία να καταρτιστώ πάνω σε ένα σύγχρονο και ακόμη υπό έρευνα πεδίο των τηλεπικοινωνιών. Παράλληλα όμως θα ήθελα να ευχαριστήσω τον κ. Παναγιώτη-Θεόφιλο Θεοφιλάκο για τη συνεργασία, τη βοήθεια και τις συμβουλές που μου πρόσφερε καθ' όλη τη διάρκεια εκπόνησης της εργασίας. Οι επιστημονικές του γνώσεις αποτέλεσαν τη βάση της εργασίας μου και χωρίς αυτές η περάτωσή της θα ήταν αδύνατη.

Κωνσταντίνος Α.Κοντογιάννης

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Η παρούσα διπλωματική εργασία εκπονήθηκε στα πλαίσια του Προγράμματος Μεταπτυχιακών Σπουδών του τμήματος Διδακτικής της Τεχνολογίας και Ψηφιακών Συστημάτων του Πανεπιστημίου Πειραιά (Κατεύθυνση: Ψηφιακές Επικοινωνίες και Δίκτυα). Το αντικείμενο ουσιαστικά εμπίπτει στην ευρύτερη περιοχή της Επεξεργασίας Σήματος για Τηλεπικοινωνίες, η οποία στην παρούσα εργασία εξειδικεύεται σε Συστήματα Πολλαπλών Κεραίων.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

Περίληψη	3
Abstract	4
Πρόλογος	6
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1	11
ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ MIMO	11
1.1 Εισαγωγή στις Ασύρματες Επικοινωνίες Πολλαπλών Κεραιών	11
1.1.1 Η εξέλιξη των ασύρματων και κινητών επικοινωνιών	11
1.1.2 Τεχνολογία των Έξυπνων Κεραιών	12
1.2 Συστήματα MIMO	16
1.2.1 Γενικά	16
1.2.2 Στρατηγικές υλοποίησης ενός MIMO συστήματος	19
1.3 Μοντέλα διαύλων και σημάτων MIMO	20
1.3.1 Ορισμός SISO – SIMO – MISO – MIMO διαύλων	20
1.3.2 Διακριτό μοντέλο διαύλων MIMO	22
1.4 Μοντέλα διαύλων MIMO σε διάφορα περιβάλλοντα διάδοσης	24
1.4.1 Δίαυλος Rayleigh - Περιβάλλον πλήρους σκέδασης (full scattering)	24
1.4.2 Δίαυλος Correlated Rayleigh - Περιβάλλον με χωρική συσχέτιση	25
1.4.3 Δίαυλος Ricean - Περιβάλλον με συνιστώσα οπτικής επαφής	26
1.4.4 Χρήση κεραιών με διαφορετικές πολώσεις	27
1.4.5 Εκφυλισμένοι δίαυλοι – Keyhole Channels	28
1.4.6 Δίαυλοι επιλεκτικοί ως προς τη συχνότητα	29
1.5 Εκτίμηση του MIMO διαύλου	29
1.5.1 Εκτίμηση του καναλιού στον δέκτη	29
1.5.2 Εκτίμηση του καναλιού στον πομπό	30
1.6 Χωρητικότητα MIMO διαύλων	32
1.6.1 Χωρητικότητα MIMO ντετερμινιστικών διαύλων με επίπεδες διαλείψεις	33
α) Δίαυλος γνωστός στο δέκτη, αλλά άγνωστος στον πομπό	34
β) Δίαυλος γνωστός σε πομπό και δέκτη	35
1.6.2 Χωρητικότητα τυχαίου MIMO διαύλου	38
α) Εργοδική Χωρητικότητα	39
β) Χωρητικότητα Outage	40
1.6.3 Παράγοντες που επηρεάζουν την χωρητικότητα	40
α) Σηματοθρομβικός λόγος	40
β) Αριθμός κεραιών	41

γ) Γνώση του διαύλου στον πομπό	42
1.7 Συστήματα Διαφορισμού	43
1.7.1 Βέλτιστος συνδυασμός σημάτων κατά τη λήψη - Συνδυασμός μέγιστου λόγου (Maximal Ratio Combining)	44
1.7.2 Σχήμα Alamouti	48
1.7.3 STBCs	53
1.8 Συστήματα Χωρικής Πολυπλεξίας	55
1.8.1 Περιγραφή συστήματος	56
1.8.2 Διατάξεις δεκτών	58
α) Δέκτης μέγιστης πιθανοφάνειας (Maximum Likelihood Receiver)	58
β) Γραμμικοί Δέκτες	59
γ) Δέκτης επιβολής μηδενισμών (Zero Forcing Receiver)	60
δ) Δέκτης Ελάχιστου Μέσου Τετραγωνικού Σφάλματος (Minimum Mean Square Error-MMSE)	61
1.8.3 Δέκτες διαδοχικής ακύρωσης παρεμβολών – Ο αλγόριθμος V-BLAST	63
1.8.4 Παρουσίαση αποτελεσμάτων και σχολιασμός	66
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2	68
Η ΤΕΧΝΙΚΗ ΤΗΣ ΕΠΙΛΟΓΗΣ ΚΕΡΑΙΟΣΤΟΙΧΕΙΩΝ	68
2.1 Γενικά	68
2.1.1 Πομποδέκτες	68
2.1.2 Επιλογή Κεραιοστοιχείων	72
2.2 Μοντέλο διαύλου για Antenna Selection	73
2.3 Εισαγωγή στους αλγορίθμους Antenna Selection	76
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3	78
ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ ΕΠΙΛΟΓΗΣ ΣΤΟΙΧΕΙΟΚΕΡΑΙΩΝ ΜΕ	78
ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΤΗ ΜΕΓΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΤΗΣ ΧΩΡΗΤΙΚΟΤΗΤΑΣ	78
3.1 Γενικά	78
3.2 Αλγόριθμος Διεξοδικής Αναζήτησης – Exhaustive Search Antenna Selection Algorithm	78
3.3 Αλγόριθμος Τυχαίας Επιλογής (Random Antenna Selection)	79
3.4 Αλγόριθμος Μεγίστης Ισχύος (Maximum Power Antenna Selection)	80
3.5 Αλγόριθμος Gorokhov	82
3.6 Αλγόριθμος Συσχέτισης - Correlation Based Selection (CBS)	88
3.7 Αλγόριθμος διάσπασης QR - QR Decomposition	96

3.8 Αλγόριθμος Joint Antenna Selection	99
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4	105
Η ΤΕΧΝΙΚΗ ΤΗΣ ΕΠΙΛΟΓΗΣ ΣΤΟΙΧΕΙΟΚΕΡΑΙΩΝ ΓΙΑ	105
ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΧΩΡΙΚΗΣ ΠΟΛΥΠΛΕΞΙΑΣ	105
4.1 Γενικά	105
4.2 Antenna Selection για γραμμικούς δέκτες (linear receivers)	105
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5	115
ΕΠΙΛΟΓΟΣ	115
5.1 Γενικά	115
5.2 Μελλοντικές προοπτικές της τεχνικής Antenna Selection	116
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6	119
ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ	119
6.1 Παραδοχές κατά την προσομοίωση	119
6.1.1 Δίαυλος	119
6.1.3 Δέκτης	120
6.1.4 Κανονικοποίηση σημάτων	121
6.2 Στόχος της προσομοίωσης	121
6.3 Διάφορα ζητήματα σχετικά με τη σχεδίαση της προσομοίωσης	121
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α	123
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟ ΥΠΟΒΑΘΡΟ	123
A.1 Γραμμική Άλγεβρα και Θεωρία Πινάκων	123
A.2 Θεωρία πιθανοτήτων	126
A.1.1 Gaussian κατανομή μίας πραγματικής μεταβλητής	126
A.1.2 Πολυμεταβλητή Gaussian κατανομή	127
A.1.3 Μιγαδικά Gaussian τυχαία διανύσματα	127
A.1.4 Κυκλικά συμμετρικά Gaussian τυχαία διανύσματα	127
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β	128
ΚΩΔΙΚΑΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΕΩΝ	128
(MATLAB)	128
B.1 Γενικά	128

<i>B.2 Σχεδιασμός πίνακα διαύλων H</i>	129
<i>B.3 Σχεδιασμός συστήματος Χωρικής Πολυπλεξίας</i>	134
<i>B.4 Αλγόριθμος V-BLAST</i>	136
<i>B.5 Αλγόριθμοι Επιλογής Κεραιοστοιχείων</i>	139
<i>B.6 Αλγόριθμοι Antenna Selection για Χωρική Πολυπλεξία</i>	148
<i>Συνομογραφίες-Πίνακας Συμβολισμών</i>	152
<i>Βιβλιογραφικές αναφορές</i>	153

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ MIMO

1.1 Εισαγωγή στις Ασύρματες Επικοινωνίες Πολλαπλών Κεραιών

1.1.1 Η εξέλιξη των ασύρματων και κινητών επικοινωνιών

Αφορμή για τη γέννηση της επιστήμης της ασύρματης επικοινωνίας στάθηκε η θεμελίωση της ηλεκτρομαγνητικής θεωρίας από το Maxwell το 1861. Πρώτος ο Maxwell απέδειξε την ύπαρξη των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων και πρότεινε τη χρήση τους στο χώρο των επικοινωνιών. Βασισμένος στις αποδείξεις του Maxwell ο Marconi το 1895 πραγματοποιεί την πρώτη επίσημη ασύρματη μετάδοση με τη βοήθεια ενός δίπολου Hertz. Κατασκεύασε με αυτόν τον τρόπο τον πρώτο ασύρματο τηλεγράφο. Μετά από αυτή την πρώτη μετάδοση ξεκίνησαν περαιτέρω προσπάθειες ανάπτυξης των ασύρματων επικοινωνιών και μάλιστα η εφεύρεση των ενισχυτικών λυχνιών και ταλαντωτών τη δεκαετία 1905-1915 οδήγησε σε ακόμη ταχύτερη εξέλιξή τους.

Η πρώτη εμφάνιση κινητής ασύρματης ζεύξης πραγματοποιείται στους 2 μεγακύκλους γύρω στα 1921 στα πλαίσια των αναγκών της αστυνομίας του Detroit. Ωστόσο εξαιτίας των χαμηλών συχνοτήτων εκπομπής τα κανάλια παρέμειναν περιορισμένα, γεγονός που αποτελούσε ανυπερβλήτο εμπόδιο για την περαιτέρω ανάπτυξη τόσο των κινητών όσο και των ασύρματων επικοινωνιών.

Σταθμός στην πορεία των τηλεπικοινωνιών αποτέλεσε η χρησιμοποίηση της διαμόρφωσης συχνότητας (Frequency Modulation) από τον Armstrong στα 1933. Από το 1946 οι μεταδόσεις μπορούσαν να πραγματοποιούνται στα 150MHz ενώ εμφανίστηκαν και τα πρώτα κανάλια φωνής εύρους 120KHz.

Το πρώτο σύστημα κινητών τηλεπικοινωνιών ήταν το IMTS (Improved Mobile Telephone Service) το οποίο συνδεόταν μέσω σταθερών ραδιοκαναλιών με το δημόσιο δίκτυο. Το 1947 τα Bell Labs παρουσίασαν την ιδέα των κυψελωτών συστημάτων, γεγονός που οδήγησε στη ευρεία γεωγραφική ανάπτυξη των κινητών τηλεπικοινωνιών[1].

Το πρώτο κυψελωτό σύστημα κινητής τηλεφωνίας υψηλής χωρητικότητας ευρείας γεωγραφικής κάλυψης προτάθηκε το 1970 από την AT&T. Το σύστημα αυτό που ονομάστηκε AMPS (Advanced Mobile Phone Service) ήταν καθαρά αναλογικό και αναφέρεται ως σύστημα 1^{ης} γενιάς. Το 1982 με την είσοδο της ψηφιακής επεξεργασίας των σημάτων εμφανίζεται το GSM (Global System for Mobile) το οποίο αναφέρεται ως σύστημα 2^{ης} γενιάς και επικρατεί στον Ευρωπαϊκό χώρο έως και σήμερα. Το GSM υλοποιήθηκε ώστε να υποστηρίζει κυρίως υπηρεσίες φωνής (13Kbps) και δεδομένων μέχρι 9.6Kbps [2].

Ωστόσο στις αρχές του 2000 οι ανάγκες για υψηλότερους ρυθμούς μετάδοσης αυξήθηκαν σημαντικά ώστε το GSM να θεωρείται ανεπαρκές. Μπροστά στις νέες αυτές απαιτήσεις έγιναν προσπάθειες βελτιστοποίησης προς όλες τις βαθμίδες ενός τηλεπικοινωνιακού συστήματος. Συγκεκριμένα βελτιώθηκαν οι μέθοδοι διαμόρφωσης, κωδικοποίησης καθώς και τα πρωτόκολλα επικοινωνίας. Ωστόσο οι απαιτήσεις ήταν ακόμη μεγαλύτερες με αποτέλεσμα τα τελευταία χρόνια να γίνονται προσπάθειες βελτίωσης της τεχνολογίας των κεραιών.

Η νέα τεχνολογία κεραιών που εισήχθη ονομάστηκε τεχνολογία ευφών κεραιών. Πρόγονοι αυτών των κεραιών θεωρούνται οι απλές στοιχειοκεραίες. Σύντομη αναφορά στα δύο αυτά είδη κεραιών γίνεται στην επόμενη παράγραφο.

1.1.2 Τεχνολογία των Έξυπνων Κεραιών

Στις σύγχρονες τηλεπικοινωνίες όπου στόχοι κυρίως είναι η ταυτόχρονη εξάλειψη των παρεμβολών και η αύξηση της χωρητικότητας, οι κεραιές με το μεγαλύτερο ενδιαφέρον είναι οι στοιχειοκεραίες. Οι κεραιές αυτές αποτελούνται από περισσότερους του ενός ακτινοβολητές (στοιχεία), οι οποίοι μπορούν να βρίσκονται διατεταγμένοι με ποικίλους τρόπους. Για παράδειγμα αναφέρονται κυκλικές, γραμμικές ή ακόμη και επιφανειακές διατάξεις στοιχειοκεραιών.

Πέρα από τη διάταξη των στοιχείων τους αυτές οι κεραιές διαθέτουν και άλλες παραμέτρους όπως είναι ο αριθμός των στοιχείων τους, το μήκος τους και η απόσταση μεταξύ τους. Οι παράμετροι αυτές καθορίζουν το διάγραμμα ακτινοβολίας της κεραιάς, το κέρδος της, την αντίσταση εισόδου της και το εύρος ζώνης της.

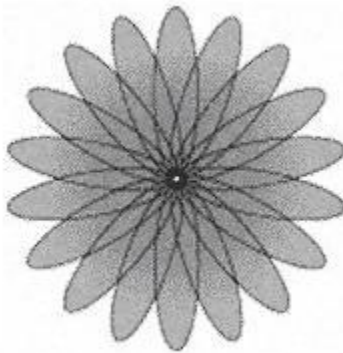
Όσον αφορά στην απόσταση μεταξύ των στοιχείων οι στοιχειοκεραίες χωρίζονται σε δύο κατηγορίες. Στις χωρικά ομοιόμορφες και στις χωρικά ανομοιόμορφες. Στην πρώτη κατηγορία τα στοιχεία ισαπέχουν μεταξύ τους και το επιθυμητό διάγραμμα ακτινοβολίας ρυθμίζεται κυρίως με το ρεύμα διέγερσης τους. Οι κεραιές αυτής της κατηγορίας μπορούν να μελετηθούν εύκολα [3]. Στη δεύτερη κατηγορία οι κεραιές διαθέτουν κατά κανόνα μικρότερο αριθμό στοιχείων από αυτές της πρώτης κατηγορίας, για αυτό το λόγο μάλιστα καλούνται και αραιές. Οι χωρικά ανομοιόμορφες στοιχειοκεραίες βρίσκουν εφαρμογή κυρίως σε περιπτώσεις όπου δεν είναι πρακτικά εφικτή η κατάλληλη διέγερση των στοιχείων των ομοιόμορφων. Έτσι χρησιμοποιούνται κεραιές της δεύτερης κατηγορίας με ομοιόμορφη όμως τώρα διέγερση ρευμάτων. Ένα επιπλέον χαρακτηριστικό των χωρικά ανομοιόμορφων κεραιών είναι ότι παρουσιάζουν για ένα μεγάλο εύρος συχνοτήτων μόνο ένα κύριο λοβό σε αντίθεση με τις χωρικά ομοιόμορφες στοιχειοκεραίες. Το μήκος των στοιχείων της στοιχειοκεραίας μπορεί να είναι το ίδιο για όλα τα στοιχεία ή μπορεί να ακολουθεί κάποια γνωστή κατανομή. Υπάρχουν κεραιές με μήκος στοιχείων που ακολουθεί τη λογαριθμική ή τη Rayleigh κατανομή [3].

Οι στοιχειοκεραίες διαθέτουν τρία βασικά πλεονεκτήματα. Πρώτον αυξάνουν την κατευθυντικότητα σε σχέση με τις απλές κεραιές. Για τη θεωρητική ανάλυση μάλιστα εισήχθη και η έννοια του κατευθυντικού κέρδους το οποίο εξαρτάται από τη διάταξη της στοιχειοκεραίας και από τη διέγερσή της. Δεύτερον δίνουν τη δυνατότητα σύνθεσης των επιθυμητών διαγραμμάτων ακτινοβολίας, όπου με την κατάλληλη διέγερση μπορούμε να πετύχουμε λοβούς και μηδενισμούς στις επιθυμητές κατευθύνσεις. Τρίτον οι στοιχειοκεραίες δίνουν τη δυνατότητα ηλεκτρονικής στροφής του διαγράμματος ακτινοβολίας τους. Ο τρόπος στροφής έγκειται και εδώ στο διαφορετικό τρόπο ρευματικής διέγερσης των στοιχείων της στοιχειοκεραίας [3].

Ένα σύστημα έξυπνης κεραιάς αποτελεί ένα συνδυασμό στοιχειοκεραίας με κατάλληλη ψηφιακή επεξεργασία σήματος. Η επεξεργασία σκοπό έχει τη βελτιστοποίηση των διαγραμμάτων ακτινοβολίας εκπομπής ή/και λήψης, σύμφωνα με την κατάσταση του ασύρματου περιβάλλοντος. Πρόκειται δηλαδή για ένα αυτοπροσαρμοζόμενο σύστημα που δέχεται και επεξεργάζεται πληροφορίες από το περιβάλλον.

Αν και σαφή όρια για το διαχωρισμό των έξυπνων κεραιών σε κατηγορίες δεν υπάρχουν, ωστόσο τα συστήματα των έξυπνων κεραιών μπορούν διαχωριστούν σε δύο κατηγορίες, στα συστήματα μεταγωγής δέσμης (switched beam) και στα συστήματα των προσαρμοστικών στοιχειοκεραιών [4].

Τα συστήματα μεταγωγής δέσμης (switched beam) σχηματίζουν ένα πλέγμα από πολλαπλούς κατευθυντικούς λοβούς σε προκαθορισμένες κατευθύνσεις, παράδειγμα ανάλογου διαγράμματος ακτινοβολίας φαίνεται στο Σχήμα 1-1.



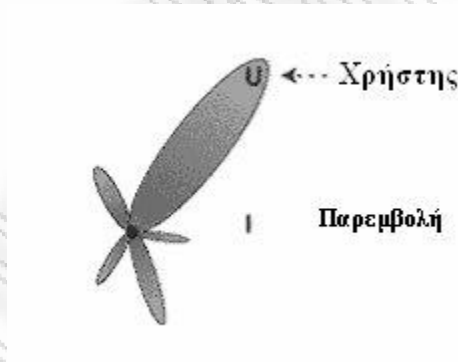
Σχήμα 1-1: Τρόπος κάλυψης της περιοχής γύρω από την κεραιά σε ένα σύστημα switched beam.

Το σύστημα ανιχνεύει σε κάθε περίπτωση το σηματοθορυβικό λόγο (*SNR-Symbol-to-Noise Ratio*) ή το λόγο σήματος προς παρεμβολή (*SIR-Symbol-to-Interference Ratio*) και επιλέγει να

«κλειδώσει» σε έναν από τους προκαθορισμένους λοβούς του πλέγματος, επίσης μπορεί να αλλάξει από τον ένα λοβό στον άλλο καθώς ο χρήστης κινείται στο χώρο κάλυψης.

Είναι προφανής η διαφορά και η ανωτερότητα του συστήματος έξυπνων κεραιών που περιγράφηκε από την απλή χρήση στοιχειοκεραίας. Αντί για τη δημιουργία ενός σταθερού διαγράμματος ακτινοβολίας χρησιμοποιώντας απλά τις μεταλλικές ιδιότητες και τη φυσική διάταξη της στοιχειοκεραίας, τα συστήματα μεταγωγής δέσμης συνδυάζουν τα σήματα που λαμβάνουν τα στοιχεία της στοιχειοκεραίας, με αποτέλεσμα να σχηματίζουν ένα προσαρμοζόμενο διάγραμμα ακτινοβολίας με μεγαλύτερη χωρική επιλεκτικότητα και αυξημένη κατευθυντικότητα.

Η τεχνολογία των προσαρμοστικών κεραιών (adaptive antennas) είναι η πιο σύγχρονη κατηγορία των έξυπνων κεραιών. Τα συστήματα των προσαρμοστικών κεραιών εκμεταλλεύονται τη δυνατότητα εντοπισμού διαφορετικών τύπων σημάτων και χρησιμοποιώντας προηγμένους αλγόριθμους για την ψηφιακή επεξεργασία τους μπορούν να ελαχιστοποιούν τις παρεμβολές και ταυτόχρονα να μεγιστοποιούν το λόγο επιθυμητού σήματος προς παρεμβολή και θόρυβο. Παράδειγμα αυτού του συστήματος δίνεται στο Σχήμα 1-2:



Σχήμα 1-2: Τρόπος κάλυψης της περιοχής γύρω από την κεραία σε ένα προσαρμοστικό σύστημα.

Συμπερασματικά μπορούμε να πούμε ότι τόσο ένα σύστημα μεταγωγής δέσμης όσο και ένα σύστημα προσαρμοστικών κεραιών σκοπό έχει να αυξήσει το κέρδος στην κατεύθυνση του χρήστη, ωστόσο η ουσιαστική διαφορά έγκειται στην επιπλέον δυνατότητα των προσαρμοστικών κεραιών να αναγνωρίζουν, να εντοπίζουν και να ελαχιστοποιούν τις παρεμβολές.

Το βασικότερο χαρακτηριστικό των έξυπνων κεραιών είναι το κέρδος συστοιχίας (*array gain*). Αυτό κυρίως μεταφράζεται σε αύξηση της μέσης ισχύος του σήματος. Η εξήγηση βρίσκεται στη ταυτόχρονη επεξεργασία των σημάτων από τα στοιχεία της στοιχειοκεραίας. Το επιπλέον αυτό κέρδος είναι πιο εύκολα εκμεταλλεύσιμο στο δέκτη αφού μπορεί να εκτιμήσει σχετικά εύκολα

το δίαυλο. Έτσι, αν και τα αντίγραφα του σήματος που φτάνουν στα στοιχεία της στοιχειοκεραίας του δέκτη μπορεί να διαφέρουν τόσο σε πλάτος όσο και σε φάση μπορούν με τον κατάλληλο συνδυασμό να δώσουν ένα τελικό σήμα το οποίο θα έχει ικανοποιητική ισχύ αλλά και βελτιωμένα χαρακτηριστικά. Η αύξηση της ισχύος του σήματος στο δέκτη είναι ανάλογη του αριθμού των στοιχείων της κεραίας του. Κέρδος κεραίας μπορεί να επιτευχθεί και στην περίπτωση της εκπομπής, αρκεί ο πομπός να γνωρίζει το κανάλι ώστε να γίνεται η σωστή προ-επεξεργασία των σημάτων που θα εκπεμφθούν από τα στοιχεία της στοιχειοκεραίας.

Το επιπλέον κέρδος κεραίας δίνει τη δυνατότητα αύξησης της περιοχής ραδιοκάλυψης του σταθμού βάσης. Το μέγεθος που αντιπροσωπεύει την αύξηση της ακτίνας ραδιοκάλυψης καλείται REF (*Range Extension Factor*) [5] και δίνεται από τον τύπο :

$$REF = \frac{r_2}{r_1} = M^{1/n} \quad (1.1)$$

όπου r_1 είναι η ακτίνα ραδιοκάλυψης της απλής ομοκατευθυντικής κεραίας, r_2 είναι η ακτίνα ραδιοκάλυψης της έξυπνης κεραίας, M ο αριθμός των στοιχείων της και n είναι ο εκθέτης απωλειών διαδρομής. Ενώ η αύξηση της επιφάνειας ραδιοκάλυψης εκφράζεται με το συντελεστή AEF (*Area Improvement Factor*), ο οποίος δίδεται από τον τύπο:

$$AEF = \left(\frac{r_2}{r_1} \right)^2 = REF^2 \quad (1.2)$$

Ωστόσο υπάρχουν περιορισμοί στη μέγιστη τιμή του EIRP, για παράδειγμα περιορισμοί για λόγους υγείας ή προβλήματα ομοδιαυλικής παρεμβολής, ο οποίοι δεν επιτρέπουν το επιπλέον κέρδος κεραίας να χρησιμοποιείται για αύξηση της περιοχής ραδιοκάλυψης. Σε αυτήν την περίπτωση το επιπλέον κέρδος κεραίας μπορεί να χρησιμοποιηθεί ώστε να μειωθεί η ισχύς εκπομπής για το κινητό τερματικό. Έτσι απαιτούνται μπαταρίες μικρότερων δυνατοτήτων επιτρέποντας ελαφρύτερα και μικρότερα κινητά τερματικά ή πετυχαίνουμε μεγαλύτερη διάρκεια/χρόνο ομιλίας με την ίδια μπαταρία.

Δεύτερο χαρακτηριστικό γνώρισμα των έξυπνων κεραιών είναι το κέρδος χωρικού διαφορισμού (*spatial diversity gain*). Αποτέλεσμα αυτού είναι η βελτίωση της συμπεριφοράς του συστήματος έναντι των διαλείψεων. Το κέρδος αυτό μπορεί να προκύψει είτε στην πλευρά του δέκτη (receiver) είτε στην πλευρά του πομπού (transmitter). Στην πρώτη περίπτωση ο δέκτης συνδυάζει αντίγραφα του σήματος τα οποία έχουν διαδοθεί μέσω διαφορετικών, ανεξάρτητων διαδρομών, με αποτέλεσμα η πιθανότητα όλα τα αντίγραφα να έχουν υποστεί συνθήκες ισχυρής διάλειψης (deep fading) να ελαχιστοποιείται. Το προκύπτον σήμα στο δέκτη είναι σαφώς πιο σταθερό με μειωμένες διακυμάνσεις. Ο χωρικός διαφορισμός στην πλευρά του πομπού μπορεί να επιτευχθεί με ή χωρίς τη γνώση του καναλιού. Ο τρόπος συνίσταται στην υιοθέτηση της

χωρο-χρονικής κωδικοποίησης (space-time coding) στη διαδικασία της προεπεξεργασίας του εκπεμπόμενου σήματος.

Αποτέλεσμα της αντιμετώπισης των διαλείψεων και γενικά των προβλημάτων που εισάγει η πολυδιαδρομική διάδοση είναι η μείωση της διασποράς χρόνου και κατ' επέκταση η αύξηση των επιτρεπόμενων ρυθμών μετάδοσης χωρίς την παρουσία ισοσταθμιστή (equalizer), ενώ γίνεται και αποτελεσματικότερος ο έλεγχος ισχύος.

Τρίτο βασικό χαρακτηριστικό των έξυπνων κεραιών είναι η καταστολή των παρεμβολών. Το διάγραμμα ακτινοβολίας δημιουργείται με τέτοιο τρόπο ώστε να ελαχιστοποιεί το λόγο σήματος προς παρεμβολή. Το χαρακτηριστικό αυτό των έξυπνων κεραιών μεταφράζεται κυρίως σε αύξηση της χωρητικότητας όλου του συστήματος. Η κατευθυντικότητα που προσφέρουν τα συστήματα έξυπνων κεραιών χρησιμοποιείται έτσι ώστε η ισχύς εκπομπής προς τον κάθε χρήστη να περιορίζεται χωρικά, με αποτέλεσμα να μειώνονται οι παρεμβολές προς τους ομοδιαυλικούς χρήστες και να αυξάνεται η χωρητικότητα.

1.2 Συστήματα MIMO

1.2.1 Γενικά

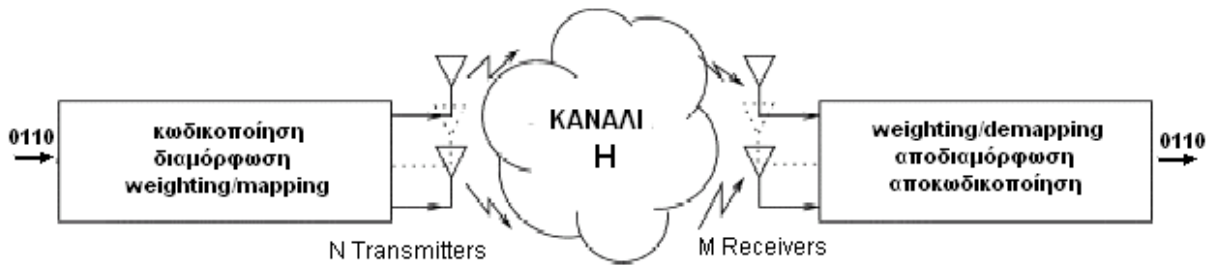
Τα συστήματα Πολλαπλών Εισόδων-Πολλαπλών Εξόδων MIMO (Multiple Input Multiple Output) μπορούμε να πούμε ότι θα αποτελέσουν απαίτηση του μέλλοντος όσον αφορά τις τηλεπικοινωνίες. Το διαθέσιμο φάσμα έχει ήδη κατανεμηθεί στους τηλεπικοινωνιακούς φορείς και στο άμεσο μέλλον αυτό δε θα επαρκεί για την κάλυψη των ολοένα αυξανόμενων εφαρμογών ευρείας ζώνης. Ήδη τα κινητά τρίτης γενιάς υποχρεούνται να διαθέτουν εφαρμογές πρόσβασης στο Internet, video on demand κ.α. γεγονός που δηλώνει την απαίτηση για χωρητικότητες της τάξης των Mbps.

Το πρώτο βήμα στην εξέλιξη των τηλεπικοινωνιακών συστημάτων πραγματοποιήθηκε με τις στοιχειοκεραίες οι οποίες επιτρέπουν μερική εκμετάλλευση της χωρικής διάστασης. Η προσπάθεια συνεχίστηκε με την είσοδο των συστημάτων έξυπνων κεραιών με δυναμικά μεταβαλλόμενο διάγραμμα ακτινοβολίας, ωστόσο η αύξηση των χρηστών αλλά και απαιτητικές σε εύρος ζώνης εφαρμογές δυσχεραίνουν ολοένα και περισσότερο την ποιότητα (QoS-Quality of Service) που προσφέρουν τα συστήματα αυτά.

Τα συστήματα MIMO, τα οποία βρίσκονται ακόμα σε ερευνητικό στάδιο, βασίζονται στις ευφυείς κεραίες. Ένα σύστημα MIMO μπορούμε να πούμε ότι αποτελείται από ένα πομπό, ένα δέκτη και ένα ραδιοδιάλυτο το οποίο όμως διαθέτει πολλαπλές εισόδους και εξόδους. Οι πολλαπλές αυτές εισοδοί και εξοδοί υλοποιούνται με κεραίες πολλαπλών στοιχείων τόσο στον πομπό όσο και στο δέκτη. Κάθε ροή δεδομένων που πρόκειται να εκπεμφθεί από τον πομπό υπόκειται σε μια διαδικασία κωδικοποίησης, διαμόρφωσης και διαχωρισμού. Κάθε τμήμα της

αρχικής ροής δεδομένων μπορεί να πολλαπλασιάζεται με ένα κατάλληλο συντελεστή βάρους και αποδίδεται στο κατάλληλο στοιχείο της κεραίας του πομπού. Ακριβώς η αντίστροφη διαδικασία πραγματοποιείται στο δέκτη ώστε να ανακτηθεί η μεταδιδόμενη πληροφορία.

Πρωταρχικής σημασίας στα συστήματα MIMO είναι η κατάλληλη επιλογή όλων των διεργασιών που προηγούνται της εκπομπής και έπονται της λήψης. Ποιοι δηλαδή είναι οι κατάλληλοι αλγόριθμοι κωδικοποίησης, διαμόρφωσης και ανάθεσης έτσι ώστε να βελτιστοποιηθεί η απόδοση της ασύρματης ζεύξης [6]. Μια διαγραμματική απεικόνιση ενός MIMO συστήματος φαίνεται στο Σχήμα 1-3.



Σχήμα 1-1: Σύστημα MIMO με N εισόδους και M εξόδους. Πομπός και δέκτης διαθέτουν στοιχειοκεραίες με αντίστοιχο αριθμό στοιχείων.

Η απόδοση μιας ζεύξης συνίσταται κυρίως στη βελτιστοποίηση της χωρητικότητας, της αξιοπιστίας (reliability), η οποία εκφράζεται κυρίως από το μέσο ρυθμό λαθών (average BER - Bit Error Rate), και της πολυπλοκότητας (complexity) του συστήματος πομπού και δέκτη. Τα συστήματα MIMO έχουν τη δυνατότητα να βελτιώσουν τη ζεύξη ως προς αυτά τα κριτήρια. Πιο συγκεκριμένα:

1. Όσον αφορά το ρυθμό μετάδοσης, ο σκοπός είναι να επιτευχθεί ο μέγιστος ρυθμός μετάδοσης συμβόλων ανά Herz. Το κριτήριο αυτό καλείται διαφορετικά και *φασματική απόδοση* του συστήματος. Η μέγιστη θεωρητική τιμή του ρυθμού μετάδοσης δεδομένων ώστε να έχουμε αυθαίρετα μικρή πιθανότητα σφάλματος είναι η *χωρητικότητα* κατά Shannon. Τα συστήματα MIMO όπως θα δούμε μπορούν να πετύχουν θεαματική αύξηση της χωρητικότητας, η οποία θα ήταν αδιανόητη για τα συμβατικά συστήματα SISO (Single Input Single Output).

2. Δεύτερο κριτήριο για τη απόδοση μιας ζεύξης είναι η *αξιοπιστία* της. Εκφράζεται με το *μέσο ρυθμό λαθών* ή με την *πιθανότητα σφάλματος* και αποτελεί ένα δείκτη για τη συμπεριφορά του συστήματος απέναντι στις διαλείψεις του χρονικά μεταβαλλόμενου διαύλου. Τα συστήματα MIMO μπορούν να αντιμετωπίσουν αποτελεσματικά τις διαλείψεις εκμεταλλευόμενα το χωρικό διαφορισμό.
3. Τρίτο και τελευταίο κριτήριο για την απόδοση μιας ζεύξης είναι η *πολυπλοκότητα*. Συγκεκριμένα για την πολυπλοκότητα επειδή αυτή μεταφράζεται κυρίως σε κατανάλωση ισχύος, επιθυμητό είναι να ισχύει μια μη συμμετρικότητα στην πολυπλοκότητα πομπού-δέκτη. Δηλαδή χαμηλή πολυπλοκότητα στη μεριά του κινητού το οποίο τροφοδοτείται με μπαταρία και αυξημένης πολυπλοκότητας λειτουργίες στη μεριά του σταθμού βάσης.

Ωστόσο, η ταυτόχρονη βελτιστοποίηση των τριών παραπάνω μεγεθών είναι σχεδόν πάντα αδύνατη με αποτέλεσμα να οδηγούμαστε σε ένα αναγκαστικό *συμβιβασμό* ανάμεσά τους κατά τη σχεδίαση του MIMO συστήματος.

Τέλος, πρέπει να σημειωθεί ότι η εισαγωγή πολλαπλών κεραιών στα συστήματα ασύρματων επικοινωνιών καθιστά πλέον αναγκαία την χρήση προηγμένων τεχνικών επεξεργασίας σήματος στα τερματικά. Η ραγδαία εξέλιξη στην τεχνολογία των μικροκυκλωμάτων και των μικροεπεξεργαστών ειδικευμένων στην επεξεργασία σήματος υπόσχεται να ανταποκριθεί αποτελεσματικά στην απαίτηση αυτή. Έτσι, *η επεξεργασία σήματος καθίσταται πιο αναγκαία από ποτέ για τις τηλεπικοινωνίες*.

Τα MIMO συστήματα στηρίχτηκαν αρχικά στην τεχνολογία που αναπτύχθηκε για τις έξυπνες κεραιές, αποτελούν όμως σήμερα ένα καινούριο πεδίο μελέτης που διαφοροποιείται σε αρκετά κρίσιμα σημεία [6].

- Η σχεδίαση των συστημάτων ευφών κεραιών απαιτεί κεραιά πολλαπλών στοιχείων και γενικά πολύπλοκα συστήματα επεξεργασίας μόνο στη μεριά του σταθμού βάσης, περιορίζοντας στο ελάχιστο την πολυπλοκότητα του κινητού τερματικού. Τα MIMO συστήματα εν αντιθέσει, προϋποθέτουν στοιχειοκεραίες και στα δύο άκρα, καθώς και αλγόριθμους επεξεργασίας σε software και hardware.
- Οι αλγόριθμοι που έχουν σχεδιαστεί για τα συστήματα ευφών κεραιών, σκοπό έχουν συνήθως να εξαλείψουν φαινόμενα όπως την πολυδιαδρομική διάδοση (multipath fading) και τη διασπορά καθυστέρησης (delay spread). Αντίθετα τα συστήματα MIMO βασίζουν την επιτυχημένη λειτουργία τους στην έντονη παρουσία αυτών των φαινομένων, τα οποία είναι

υπεύθυνα για τη δημιουργία ανεξάρτητων μονοπατιών διάδοσης του σήματος. Στηρίζονται δηλαδή στη δημιουργία ανεξάρτητων τέτοιων καναλιών μεταξύ πομπού και δέκτη.

1.2.2 Στρατηγικές υλοποίησης ενός MIMO συστήματος

Ένα σύστημα MIMO μπορεί να υλοποιηθεί με έναν από τους παρακάτω τρόπους [7]:

Χωρική πολυπλεξία (spatial multiplexity): Η χωρική πολυπλεξία μεταφράζεται κυρίως σε αύξηση του ρυθμού εκπομπής. Απλοποιώντας τη διαδικασία μπορούμε να πούμε ότι η λογική που ακολουθεί η χωρική πολυπλεξία είναι να διασπά τη προς μετάδοση ροή συμβόλων σε χαμηλότερου ρυθμού υποροές. Αυτό γίνεται διότι κάθε στοιχείο της στοιχειοκεραίας μπορεί να λειτουργεί μέχρι ένα μέγιστο ρυθμό μετάδοσης (μέγιστο εύρος ζώνης). Οι προκύπτουσες υποροές επεξεργάζονται κατάλληλα και μεταδίδονται ταυτόχρονα από τα στοιχεία της στοιχειοκεραίας. Με τον τρόπο αυτό ο τελικός ρυθμός μετάδοσης που επιτυγχάνεται είναι ανάλογος με τα ζεύγη των στοιχείων των στοιχειοκεραίων σε πομπό και δέκτη.

Η αποκωδικοποίηση στο δέκτη πρέπει να γίνει κατάλληλα ώστε να αντιμετωπιστεί η διασυμβολική παρεμβολή μεταξύ των ροών, η λεγόμενη *πολυροϊκή παρεμβολή (multistream interference – MSI)*. Για το σκοπό αυτό έχουν προταθεί γραμμικές ή επαναληπτικές διαδικασίες επεξεργασίας των δεδομένων στο δέκτη.

Κωδικοποίηση χώρου-χρόνου (space-time coding): Αυτός ο τρόπος υλοποίησης ενέχει μια χωροχρονική συσχέτιση των σημάτων που μεταδίδονται από τα στοιχεία της στοιχειοκεραίας του πομπού. Διαθέτει πολύ καλή συμπεριφορά απέναντι στα λάθη, αλλά δεν είναι τόσο αποδοτικός από άποψη χωρητικότητας. Τέλος, δεν απαιτεί και αυτός από τον πομπό να γνωρίζει το κανάλι.

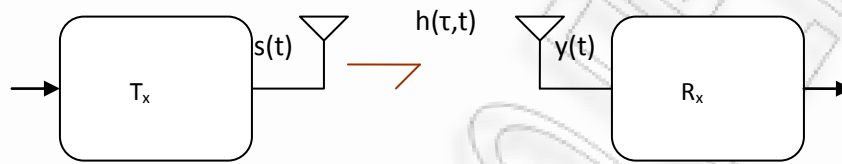
Beamforming: Σε αυτόν τον τρόπο υλοποίησης είναι απαραίτητη η γνώση του καναλιού τόσο στο δέκτη όσο και στον πομπό. Άρα είναι απαραίτητη η ύπαρξη ενός καναλιού ανάδρασης από το δέκτη στο πομπό. Η μέθοδος αυτή προσφέρει και διαφορισμό αλλά και επιπλέον κέρδος συστοιχίας. Το διάνυσμα των σημάτων στον πομπό και στο δέκτη πολλαπλασιάζεται με τα αντίστοιχα διανύσματα βάρους, τα οποία προκύπτουν από τη γνώση του διαύλου. Η μέθοδος αυτή οδηγεί σε υψηλές τιμές σηματοθορυβικού λόγου στο δέκτη, αλλά σχετικά μειωμένες τιμές χωρητικότητας.

Στις επόμενες ενότητες θα μελετήσουμε αναλυτικά όλες αυτές τις στρατηγικές υλοποίησης ενός συστήματος MIMO, αφού πρώτα θεμελιώσουμε μαθηματικά τις σχέσεις εισόδου-εξόδου του συστήματος και συζητήσουμε για τη μοντελοποίηση του διαύλου και την χωρητικότητα που μπορεί να επιτευχθεί.

1.3 Μοντέλα διαύλων και σημάτων MIMO

1.3.1 Ορισμός SISO – SIMO – MISO – MIMO διαύλων

Τα συστήματα μιας εισόδου-μιας εξόδου SISO (Single Input-Single Output) αποτελούν την πιο απλή μορφή συστημάτων ασύρματων επικοινωνιών και προϋποθέτουν μια απλή κεραία για πομπό και δέκτη όπως στο Σχήμα 1-4. Γενικά $h(\tau, t)$ είναι κρουστική απόκριση του διαύλου, δηλαδή η απόκριση του διαύλου τη χρονική στιγμή t σε κρουστικό παλμό που στάλθηκε τη χρονική στιγμή $t-\tau$.



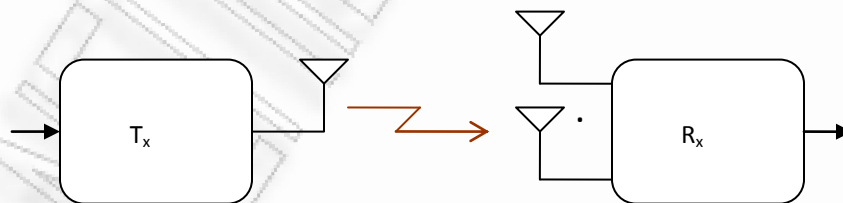
Σχήμα 1-4: Δίαυλος SISO

Αν το εκπεμπόμενο σήμα είναι το $s(t)$ τότε το λαμβανόμενο σήμα δίδεται από τη σχέση :

$$y(t) = h(\tau, t) * s(t) \quad (1.3)$$

δηλαδή η είσοδος στο δέκτη δίνεται από τη συνέλιξη της κρουστικής απόκρισης του καναλιού και του εκπεμπόμενου σήματος.

Τα συστήματα μιας εισόδου-πολλαπλών εξόδων SIMO (Single Input-Multiple Output) προκύπτουν με την εφαρμογή συστοιχίας κεραιών στο δέκτη όπως φαίνεται στο Σχήμα 1-5.



Σχήμα 1-5: Δίαυλος SIMO

Ο πομπός στέλνει το σήμα μέσω της απλής κεραίας του ενώ ο δέκτης λαμβάνει το ίδιο σήμα πληροφορίας τόσες φορές όσες είναι και οι κεραίες του. Έστω M_R ο αριθμός των κεραιών της συστοιχίας του δέκτη. Θεωρώντας την απλούστερη περίπτωση, κατά την οποία το SIMO σύστημα αναλύεται σε M_R SISO διαύλους, ο SIMO δίαυλος περιγράφεται από τον πίνακα:

$$\mathbf{h}(\tau, t) = [h_1(\tau, t) \ h_2(\tau, t) \dots h_{M_R}(\tau, t)]^T \quad (1.4)$$

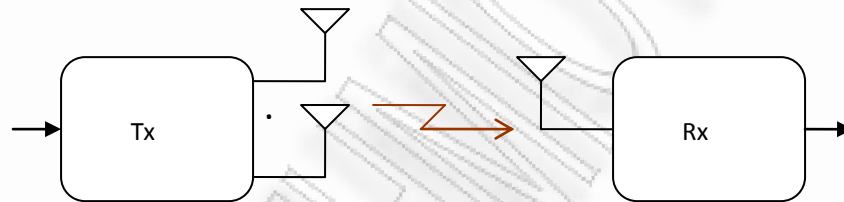
Αν $s(t)$ είναι το εκπεμπόμενο σήμα, ο δέκτης των M_R στοιχείων λαμβάνει το $M_R \times 1$ διάνυσμα της μορφής:

$$\mathbf{y}(t) = [y_1(t) \ y_2(t) \dots y_{M_R}(t)]^T \quad (1.5)$$

όπου $y_i(t)$ είναι το λαμβανόμενο σήμα από το i -οστό στοιχείο της κεραίας του. Το λαμβανόμενο σήμα θα δίδεται από τη σχέση:

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{h}(\tau, t) * \mathbf{s}(t) \quad (1.6)$$

Τα συστήματα πολλαπλών εισόδων-μιας εξόδου MISO (Multiple Input- Single Output) χρησιμοποιούν συστοιχία κεραίων στην πλευρά του πομπού ενώ ο δέκτης διαθέτει απλή κεραία όπως στο Σχήμα 1-6.



Σχήμα 1-6: Δίαυλος MISO

Έστω M_T ο αριθμός των στοιχείων της κεραίας του πομπού. Το σήμα στέλνεται ταυτόχρονα και από τα M_T στοιχεία ενώ ο δέκτης λαμβάνει ένα συνδυασμό αυτών. Θεωρώντας πάλι την απλή περίπτωση όπου το MISO σύστημα αναλύεται σε M_T διαύλους SISO, το κανάλι περιγράφεται από τον εξής πίνακα-γραμμή:

$$\mathbf{h}(\tau, t) = [h_1(\tau, t) \ h_2(\tau, t) \dots h_{M_T}(\tau, t)] \quad (1.7)$$

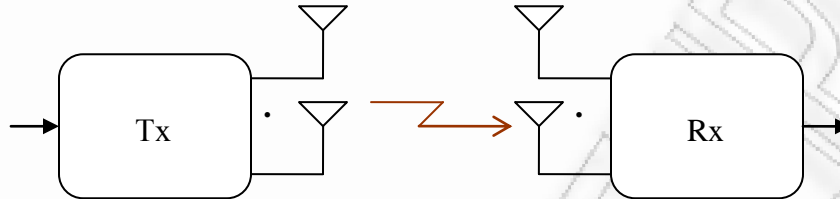
Αν $s_j(t)$ είναι το σήμα που εκπέμπεται από την j -οστή κεραία του πομπού, τότε το λαμβανόμενο σήμα από τον πομπό θα είναι:

$$\mathbf{y}(t) = \sum_{j=1}^{M_T} h_j(\tau, t) \otimes s_j(t) \quad (1.8)$$

ή σε συνεπτυγμένη μορφή:

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{h}(\tau, t) * \mathbf{s}(t) \quad (1.9)$$

Τα συστήματα πολλαπλών εισόδων–πολλαπλών εξόδων (MIMO) προϋποθέτουν συστοιχίες κεραιών τόσο στην πλευρά του πομπού όσο και στην πλευρά του δέκτη όπως στο Σχήμα 1.7. Στην ουσία, αποτελούν κατά κάποιον τρόπο συνδυασμό των συστημάτων SIMO και MISO.



Σχήμα 1-7: Δίαυλος MIMO

Υποθέτουμε ότι ο πομπός έχει M_T κεραιές και ο δέκτης M_R κεραιές. Ο πομπός στέλνει M_T σήματα ταυτόχρονα, τα οποία λαμβάνονται από κάθε ένα στοιχείο της κεραιάς του δέκτη, άρα ο δέκτης λαμβάνει συνολικά $M_T \cdot M_R$ σήματα προς περαιτέρω επεξεργασία.

Ο διάυλος σε αυτήν την περίπτωση δίδεται από τον $M_R \times M_T$ πίνακα \mathbf{H}

$$\mathbf{H}(\tau, t) = \begin{bmatrix} h_{1,1}(\tau, t) & h_{1,2}(\tau, t) & \cdots & h_{1,M_T}(\tau, t) \\ h_{2,1}(\tau, t) & h_{2,2}(\tau, t) & \cdots & h_{2,M_T}(\tau, t) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{M_R,1}(\tau, t) & h_{M_R,2}(\tau, t) & \cdots & h_{M_R,M_T}(\tau, t) \end{bmatrix} \quad (1.10)$$

Το στοιχείο $h_{i,j}$ του πίνακα \mathbf{H} αποτελεί την κρουστική απόκριση κατά τη μετάδοση από τη j -οστή κεραιά του πομπού στην i -οστή κεραιά του δέκτη και αφορά ένα υπο-δίαυλο διάδοσης από τους $M_T \cdot M_R$ που υπάρχουν συνολικά.

Έτσι το λαμβανόμενο από το δέκτη σήμα θα είναι:

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{H}(\tau, t) * \mathbf{s}(t) \quad (1.11)$$

όπου τα $\mathbf{s}(t)$ και $\mathbf{y}(t)$ είναι τα διανύσματα αποστολής και λήψης διαστάσεων $M_T \times 1$ και $M_R \times 1$ αντίστοιχα.

1.3.2 Διακριτό μοντέλο διαύλων MIMO

Στην πράξη, κυρίως κατά την προσομοίωση τηλεπικοινωνιακών συστημάτων με H/Y, χρησιμοποιούνται σήματα και μοντέλα διαύλων διακριτού χρόνου. Στα συστήματα MIMO, η

δειγματοληψία και η μαθηματική έκφραση του διαύλου αποτελεί απευθείας επέκταση της αντίστοιχης έκφρασης των διαύλων SISO.

Κατά την προσομοίωση τηλεπικοινωνιακών συστημάτων, θεωρούμε συνήθως ότι (τόσο για το σήμα πληροφορίας όσο και για τον θόρυβο) έχουμε μετάδοση *μιγαδικών σημάτων βασικής ζώνης*, τα οποία είναι ισοδύναμα με τα πραγματικά ζωνοπερατά σήματα που χρησιμοποιούνται στα πραγματικά συστήματα. Τα μιγαδικά αυτά σήματα αποτελούν τη λεγόμενη *μιγαδική περιβάλλουσα (complex envelope)* του ζωνοπερατού σήματος.

Για να είναι συγκρίσιμα τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων, είναι απαραίτητη η κατάλληλη *κανονικοποίηση (normalization)* των σημάτων, των διαύλων και του θορύβου. Για λόγους απλότητας, υποθέτουμε ότι το εύρος ζώνης του διαύλου είναι 1Hz και η περίοδος συμβόλου είναι 1sec. Επίσης, με E_s συμβολίζουμε τη μέση ενέργεια συμβόλου, η οποία ισούται με την ισχύ εκπομπής (αφού $T_s=1\text{sec}$).

Όταν έχουμε μια κεραία εκπομπής, τότε η μέση εκπεμπόμενη ενέργεια ανά σύμβολο είναι πράγματι E_s . Ωστόσο, σε διαύλους με πολλές κεραίες εκπομπής (έστω ότι έχουμε M_T κεραίες εκπομπής), θεωρούμε ότι *η μέση εκπεμπόμενη ενέργεια ανά περίοδο ενός συμβόλου είναι σταθερή, ανεξάρτητα του πόσες κεραίες διαθέτουμε*. Έτσι, η μέση ενέργεια συμβόλου ανά κεραία είναι E_s/M_T . Με άλλα λόγια, κάθε φορά η συνολική εκπεμπόμενη ισχύς θεωρείται σταθερή και μοιράζεται εξίσου στις M_T κεραίες μετάδοσης¹. Αυτό γίνεται για να είναι συγκρίσιμα τα αποτελέσματα της προσομοίωσης διάφορων συστημάτων με διαφορετικό αριθμό κεραιών, αφού η συνολική εκπεμπόμενη ισχύς είναι ένας βασικός παράγοντας σχεδίασης τηλεπικοινωνιακών συστημάτων.

Επιπλέον, υποθέτουμε ότι όλα τα σύμβολα (πριν την κωδικοποίηση) εμφανίζονται με την ίδια πιθανότητα και προέρχονται από βαθμωτούς σηματικούς αστερισμούς με μηδενική μέση τιμή και μοναδιαία μέση ενέργεια [1], δηλαδή για τα μεταδιδόμενα σύμβολα s_i ισχύουν:

$$\begin{aligned} E[s_i] &= 0 \\ E[|s_i|^2] &= 1 \end{aligned} \tag{1.12}$$

¹ Παρέκκλιση από την παραδοχή της ισότιμης κατανομής της ισχύος σε όλες τις κεραίες μετάδοσης έχουμε όταν ο δίαυλος είναι γνωστός στον πομπό, όπως εξηγείται σε επόμενο κεφάλαιο. Αν δεν αναφέρεται διαφορετικά, η παραδοχή αυτή θα θεωρείται ότι ισχύει.

1.4 Μοντέλα διαύλων MIMO σε διάφορα περιβάλλοντα διάδοσης

Είδαμε παραπάνω ότι ένας MIMO διάυλος επίπεδων διαλείψεων εκφράζεται μαθηματικά ως ένας πίνακας \mathbf{H} , διαστάσεων $M_R \times M_T$, όπου M_R είναι ο αριθμός κεραιών του δέκτη και M_T ο αριθμός των κεραιών του πομπού. Στη συνέχεια, θα εξετάσουμε την κατανομή που ακολουθούν τα στοιχεία του πίνακα \mathbf{H} για διάφορα περιβάλλοντα διάδοσης. Στην παράγραφο αυτή θα θεωρήσουμε, χωρίς βλάβη της γενικότητας, ότι έχουμε επίπεδες διαλείψεις, αφού οι επιλεκτικοί ως προς τη συχνότητα διάυλοι μπορούν να επιμεριστούν σε πολλούς διαύλους επίπεδων διαλείψεων.

1.4.1 Διάυλος Rayleigh - Περιβάλλον πλήρους σκέδασης (full scattering)

Ας υποθέσουμε ότι ανάμεσα στον πομπό και το δέκτη, αλλά και γύρω από αυτούς, υπάρχουν πολλοί σκεδαστές (πχ. αντικείμενα) ομοιόμορφα κατανεμημένοι. Τότε, κάθε κεραία του δέκτη θα δέχεται ένα μεγάλο αριθμό ανακλώμενων κυμάτων (δηλαδή πολυδιαδρομικών συνιστωσών) από όλες τις κατευθύνσεις (δηλαδή με γωνιακή εξάπλωση 360°), καθένα από τα οποία μπορεί να θεωρηθεί μια τυχαία μεταβλητή. Λόγω της παρεμβολής σκεδαστών ανάμεσα σε πομπό και δέκτη, θεωρούμε ότι δεν υπάρχει απευθείας ζεύξη οπτικής επαφής (LOS – Line Of Sight) ανάμεσα σε πομπό και δέκτη.

Η τελική είσοδος σε κάθε κεραία του δέκτη (έστω y_i) θα είναι το άθροισμα των πολυδιαδρομικών συνιστωσών, επομένως θα είναι και αυτή μια τυχαία μεταβλητή που θα ισούται με το άθροισμα ενός πολύ μεγάλου αριθμού τυχαίων μεταβλητών. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα, σύμφωνα με το κεντρικό οριακό θεώρημα [8], η είσοδος y_i σε κάθε κεραία του δέκτη να ακολουθεί την κανονική (ή Gaussian) κατανομή με μηδενική μέση τιμή και μοναδιαία διακύμανση. Επειδή όμως η y_i αποτελεί την απόκριση του διαύλου από τις διάφορες κεραίες του πομπού προς την i -κεραία του δέκτη, συμπεραίνουμε ότι κάθε στοιχείο $h_{i,j}$ του πίνακα \mathbf{H} θα ακολουθεί αναγκαστικά την (μυγαδική) κανονική κατανομή με μηδενική μέση τιμή και μοναδιαία διακύμανση. Σημειώνεται ότι, δεδομένου ότι τα στοιχεία $h_{i,j}$ είναι μυγαδικοί αριθμοί, το πραγματικό και φανταστικό τους μέρος θα ακολουθεί την κανονική κατανομή με μηδενική μέση τιμή και διακύμανση $\frac{1}{2}$ και είναι μεταξύ τους στατιστικά ανεξάρτητα. Για το λόγο αυτό, το μέτρο $|h_{i,j}|$ αποδεικνύεται ότι ακολουθεί την κατανομή Rayleigh και η φάση των στοιχείων ακολουθεί την ομοιόμορφη κατανομή με τιμές στο διάστημα $[0, 2\pi]$ [8].

Επιπλέον, υποθέτουμε ότι οι κεραίες τόσο του πομπού όσο και του δέκτη βρίσκονται σε απόσταση τέτοια ώστε κάθε κεραία να λαμβάνει διαφορετικά και ασυσχέτιστα ανακλώμενα κύματα από τους σκεδαστές του περιβάλλοντος. Επομένως, τα στοιχεία $h_{i,j}$ είναι μεταξύ τους στατιστικά ανεξάρτητα.

Όταν ισχύουν οι παραπάνω παραδοχές, τότε λέμε το περιβάλλον διάδοσης χαρακτηρίζεται ως πλήρους σκέδασης (full scattering) και ότι έχουμε διάυλο Rayleigh. Χαρακτηρίζεται και ως

χωρικά λευκός (*spatially white*) διάυλος, διότι δεν υπάρχει χωρική συσχέτιση των διαφόρων υποδιαύλων που σχηματίζονται ανάμεσα στις κεραίες πομπού και δέκτη [1].

Από εδώ και πέρα, ένας MIMO Rayleigh διάυλος θα συμβολίζεται ως \mathbf{H}_w . Μερικές από τις παραπάνω ιδιότητές του συνοψίζονται στους παρακάτω τύπους:

$$E\{[\mathbf{H}_w]_{i,j}\} = 0 \quad (1.13)$$

$$\sigma_{i,j}^2 = E\{([\mathbf{H}_w]_{i,j})^2\} = 1 \quad (1.14)$$

$$E\{[\mathbf{H}_w]_{i,j} \cdot [\mathbf{H}_w]_{m,n}^*\} = 0 \quad \text{αν } i \neq m \text{ ή } j \neq n \text{ αν } i \neq m \text{ ή } j \neq n \quad (1.15)$$

Επιπλέον, λόγω της έλλειψης χωρικής συσχέτισης και επομένως της στατιστικής ανεξαρτησίας των στοιχείων του, ο πίνακας \mathbf{H}_w είναι πλήρους βαθμού (*full rank matrix*), δηλαδή:

$$\text{rank}(\mathbf{H}_w) = \min\{M_R, M_T\} \quad (1.16)$$

1.4.2 Δίαυλος Correlated Rayleigh - Περιβάλλον με χωρική συσχέτιση

Αν οι σκεδαστές δεν είναι ομοιόμορφα κατανομημένοι στον χώρο, τότε οι κεραίες του δέκτη θα δέχονται τα ισχυρότερα κύματα από κάποιο συγκεκριμένο γωνιακό εύρος και όχι από όλες τις κατευθύνσεις. Αυτό συμβαίνει συνήθως σε εσωτερικούς χώρους (πχ. σπίτια και γραφεία). Στην περίπτωση αυτή, οι υποδιαύλοι που σχηματίζονται ανάμεσα στις κεραίες πομπού και δέκτη θα είναι *συσχετισμένοι*, αφού αναγκαστικά τα μη αμελητέα ανακλώμενα κύματα που θα φτάνουν σε μια κεραία του δέκτη θα ακολουθούν εν μέρει κοινή διαδρομή (ή θα ανακλώνται από τα ίδια αντικείμενα) με κάποια από τα κύματα που θα φτάνουν σε μια άλλη κεραία του δέκτη. Σημειώνεται ότι, ακόμα και να είναι ομοιόμορφα κατανομημένοι οι σκεδαστές στον χώρο, στην πράξη θα υπάρχει χωρική συσχέτιση.

Μια γενική μαθηματική έκφραση για τους χωρικά συσχετισμένους διαύλους είναι η εξής:

$$\text{vec}(\mathbf{H}) = \mathbf{R}^{1/2} \cdot \text{vec}(\mathbf{H}_w) \quad (1.17)$$

όπου \mathbf{R} είναι ο πίνακας (ή μητρώο) αυτοσυσχέτισης (*correlation matrix*) του διαύλου, που ορίζεται ως

$$\mathbf{R} = E\{\text{vec}(\mathbf{H}) \cdot \text{vec}(\mathbf{H})^H\} \quad (1.18)$$

και αποδεικνύεται ότι είναι ένας θετικά ημιορισμένος ερμιτιανός πίνακας (*positive semi-definite Hermitian matrix*) [8]. Σημειώνεται ότι αν $\mathbf{R}=\mathbf{I}$, τότε δεν υπάρχει χωρική συσχέτιση και πρόκειται για ένα περιβάλλον πλήρους σκέδασης.

Παρόλο που το παραπάνω μοντέλο είναι ικανό να χρησιμοποιηθεί για όλες τις περιπτώσεις χωρικής συσχέτισης, πολύ συχνά χρησιμοποιείται ένα απλούστερο μοντέλο, το λεγόμενο μοντέλο γινομένου Kronecker (*Kronecker product model*):

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}_t^T \otimes \mathbf{R}_r \quad (1.19)$$

$$\mathbf{H} = \mathbf{R}_r^{1/2} \mathbf{H}_w \mathbf{R}_t^{1/2} \quad (1.20)$$

όπου \mathbf{R}_r και \mathbf{R}_t είναι οι πίνακες αυτοσυσχέτισης του δέκτη ($M_R \times M_R$) και του πομπού ($M_T \times M_T$) αντίστοιχα.

Το μοντέλο γινομένου Kronecker, αν και απλούστερο, δεν ισχύει γενικά, όπως η εξίσωση (1.17). Η εξίσωση (1.20) δείχνει ότι η συσχέτιση στο δέκτη ισούται με την αυτοσυσχέτιση του διανύσματος λήψης όταν ο διάυλος διεγείρεται από οποιαδήποτε κεραία του πομπού. Αυτό μπορεί να συμβεί όταν το γωνιακό φάσμα των σκεδαστών στο δέκτη είναι το ίδιο όταν τα σήματα προέρχονται από οποιαδήποτε κεραία. Πρακτικά, η συνθήκη αυτή ικανοποιείται όταν όλες οι κεραίες εκπομπής έχουν μικρή απόσταση μεταξύ τους και το ίδιο διάγραμμα ακτινοβολίας. Τα παραπάνω σχόλια ισχύουν ομοίως και για τη συσχέτιση του πομπού.

Τέλος, σημειώνεται ότι στην περίπτωση της χωρικής συσχέτισης, ο πίνακας \mathbf{H} δεν είναι πλήρους βαθμού, αλλά ισχύει:

$$\text{rank}(\mathbf{H}) < \min\{M_r, M_t\} \quad (1.21)$$

Από την παραπάνω ανάλυση λοιπόν εξάγεται ένα πολύ σημαντικό συμπέρασμα, το οποίο αρχικά μπορεί να μας ξαφνιάζει. Ενώ στα συμβατικά συστήματα κινητών επικοινωνιών (δηλαδή στα SISO) το φαινόμενο της πολυδιαδρομικής διάδοσης θεωρείται καταστροφικό για τη ζεύξη, στα συστήματα πολλαπλών κεραιών είναι αναγκαίο για τη βελτίωση της απόδοσης της ζεύξης, είτε αφορά την πιθανότητα σφάλματος (συστήματα διαφορισμού), είτε αφορά την χωρητικότητα (συστήματα χωρικής πολυπλεξίας), όπως θα δούμε στα επόμενα κεφάλαια. Δηλαδή, τα συστήματα MIMO, εκμεταλλεύονται – αντί να καταπολεμούν – την πολυδιαδρομική διάδοση.

1.4.3 Διάυλος Ricean - Περιβάλλον με συνιστώσα οπτικής επαφής

Στις προηγούμενες περιπτώσεις θεωρήσαμε ότι, λόγω της παρεμβολής σκεδαστών ανάμεσα στον πομπό και στο δέκτη, δεν φτάνουν κύματα απευθείας από τον πομπό στο δέκτη, χωρίς ανάκλαση. Στην περίπτωση όμως που υπάρχει απευθείας συνιστώσα οπτικής επαφής (Line Of

Sight component), τότε ο διάυλος μπορεί να μοντελοποιηθεί ως άθροισμα μιας σταθερής απευθείας (LOS) συνιστώσας και μιας μεταβλητής συνιστώσας λόγω σκεδαστών, όπως φαίνεται από τη σχέση [9] :

$$\mathbf{H} = \sqrt{\frac{K}{1+K}} \bar{\mathbf{H}} + \sqrt{\frac{1}{1+K}} \mathbf{H}_w \quad (1.22)$$

όπου $\sqrt{K/(1+K)}\bar{\mathbf{H}} = \mathbf{E}\{\mathbf{H}\}$ είναι η σταθερή LOS συνιστώσα και $\sqrt{1/(1+K)}\mathbf{H}_w$ είναι η μεταβαλλόμενη (τυχαία μεταβλητή) συνιστώσα λόγω χωρικά ασυσχέτιστων διαλείψεων. Τα στοιχεία του πίνακα $\bar{\mathbf{H}}$ υποτίθεται ότι έχουν μοναδιαία ισχύ.

Ο συντελεστής K λέγεται *παράγοντας Ricean* του συστήματος και είναι ο λόγος ισχύος της απευθείας συνιστώσας προς την ισχύ των διαλείψεων. Όταν $K=0$, έχουμε διάυλο Rayleigh (δηλαδή χωρίς LOS συνιστώσα), ενώ όταν $K \rightarrow \infty$ έχουμε διάυλο με αμελητέες διαλείψεις.

1.4.4 Χρήση κεραιών με διαφορετικές πολώσεις

Μέχρι τώρα υποθέσαμε ότι ο πομπός και ο δέκτης χρησιμοποιούν κεραιές με την ίδια πόλωση. Ωστόσο, είναι δυνατόν να χρησιμοποιηθούν πολλαπλές κεραιές με διαφορετικές πολώσεις. Στην περίπτωση αυτή, παρουσιάζεται μια ανομοιομορφία στην ισχύ και στη συσχέτιση των στοιχείων του πίνακα \mathbf{H} [10], με αποτέλεσμα να παρουσιάζουν πιο πολύπλοκη συμπεριφορά.

Ας υποθέσουμε για λόγους απλότητας ότι έχουμε ένα σύστημα 2×2 , όπου έχουμε δυο κεραιές με πολώσεις $\pm 45^\circ$ τόσο στον πομπό όσο και στο δέκτη.

Τα διαγώνια στοιχεία του πίνακα \mathbf{H} αντιστοιχούν σε μετάδοση στην ίδια πόλωση, ενώ τα υπόλοιπα στοιχεία αντιστοιχούν στη μετάδοση ανάμεσα σε κεραιές με ορθογώνιες πολώσεις. Το κέρδος ισχύος των αντίστοιχων υποδιάυλων που σχηματίζονται είναι:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}\{|h_{1,1}|^2\} &= \mathbf{E}\{|h_{2,2}|^2\} = 1 \\ \mathbf{E}\{|h_{1,2}|^2\} &= \mathbf{E}\{|h_{2,1}|^2\} = \alpha \end{aligned} \quad (1.23)$$

Ο συντελεστής α ($0 \leq \alpha \leq 1$) εξαρτάται από την *διάκριση διασταυρωμένης πόλωσης (cross-polar discrimination – XPD)* των κεραιών και την *συσχέτιση διασταυρωμένης πόλωσης (cross-polar correlation – XPC)* του περιβάλλοντος διάδοσης. Συχνά, η επίδραση των XPD και XPC αναφέρεται συνολικά ως XPD. Χωρίς XPC, καλή διάκριση διασταυρωμένης πόλωσης οδηγεί σε $\alpha=0$, ενώ κακή διάκριση διασταυρωμένης πόλωσης οδηγεί σε $\alpha=1$.

Υποθέτοντας ότι έχουμε περιβάλλον διάδοσης Rayleigh, ο πίνακας \mathbf{H} δίνεται από τη σχέση:

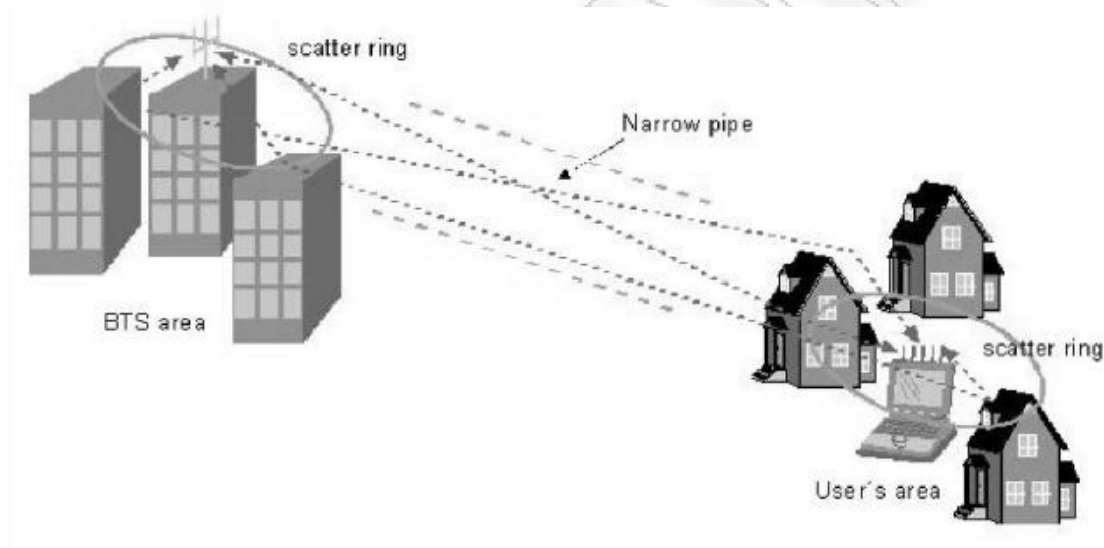
$$\mathbf{H} = \mathbf{X} \odot \mathbf{R}_r^{1/2} \mathbf{H}_w \mathbf{R}_t^{1/2} \quad (1.24)$$

όπου

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} 1 & \sqrt{\alpha} \\ \sqrt{\alpha} & 1 \end{bmatrix} \quad (1.25)$$

Ο παράγοντας α και οι πίνακες συσχέτισης πομπού και δέκτη \mathbf{R}_t και \mathbf{R}_r αντίστοιχα εξαρτώνται από διάφορους παράγοντες, όπως το XPD, το XPC και την απόσταση μεταξύ των κεραιών.

1.4.5 Εκφυλισμένοι δίαυλοι – Keyhole Channels



Σχήμα 1-8: Το φαινόμενο της «οπής καρφίτσας» (pinhole effect) ή «κλειδαρότρυπας» (keyhole effect) οδηγεί σε διαύλους να μην χωρικά ασυσχέτιστους, αλλά μοναδιαίου βαθμού

Όταν η διάταξη των σκεδαστών είναι τέτοια ώστε όλα τα ανακλώμενα κύματα περνούν αναγκαστικά από μια σχετικά μικρή «οπή», τότε λέμε ότι παρουσιάζεται το φαινόμενο «οπής καρφίτσας» (*pin-hole effect*) ή «κλειδαρότρυπας» (*key-hole effect*).

Επειδή η «οπή» συμπεριφέρεται ως σημειακή πηγή, ο δίαυλος MIMO γράφεται ως:

$$\mathbf{H} = \mathbf{h}_r \mathbf{h}_t^T \quad (1.26)$$

όπου \mathbf{h}_r είναι ένα $M_R \times 1$ διάνυσμα που αφορά τη μετάδοση από την οπή προς το δέκτη (ισοδυναμεί με SIMO δίαυλο) και \mathbf{h}_t^T είναι ένα $1 \times M_T$ διάνυσμα που αφορά τη μετάδοση από τον πομπό προς την οπή (ισοδυναμεί με MISO δίαυλο).

Αφού ο πίνακας \mathbf{H} κατασκευάζεται από το εξωτερικό γινόμενο δυο διανυσμάτων, θα έχει πάντοτε μοναδιαίο βαθμό, δηλαδή

$$\text{rank}(\mathbf{H}) = 1 \quad (1.27)$$

Δηλαδή, το σύστημα έχει τις «δυνατότητες» ενός SISO διαύλου, παρόλο που πρόκειται για MIMO σύστημα. Για το λόγο αυτό, λέμε ότι ο διάυλος είναι *εκφυλισμένος* (*degenerate*).

Στους εκφυλισμένους διαύλους, δεν υπάρχει συσχέτιση σε πομπό και δέκτη, αλλά παρόλα αυτά ο βαθμός του διαύλου είναι ένα. Συνεπώς, *όταν έχουμε ασυσχέτιστο πομπό και δέκτη, δε σημαίνει απαραίτητα ότι ο διάυλος είναι πλήρους βαθμού.*

1.4.6 Διαύλοι επιλεκτικοί ως προς τη συχνότητα

Όταν ο διάυλος είναι επιλεκτικός ως προς τη συχνότητα (δηλαδή $B \cdot \tau_{\text{RMS}} \geq 0.1$), τότε μπορεί να επιμεριστεί σε πολλούς διαύλους επίπεδων διαλείψεων και να εφαρμοστούν τα παραπάνω για καθέναν από τους επιμέρους διαύλους ξεχωριστά.

Έστω $\mathbf{H}(f_1)$ και $\mathbf{H}(f_2)$ οι πίνακες των επιμέρους επίπεδων διαύλων για τις συχνότητες f_1 και f_2 αντίστοιχα. Όταν $|f_1 - f_2| \gg B_C$, τότε οι πίνακες $\mathbf{H}(f_1)$ και $\mathbf{H}(f_2)$ είναι ασυσχέτιστοι, δηλαδή $E\{\text{vec}(\mathbf{H}(f_1)) \cdot \text{vec}(\mathbf{H}(f_2))^H\} = \mathbf{0}$.

1.5 Εκτίμηση του MIMO διαύλου

Η επίδοση ενός ασύρματου συστήματος επηρεάζεται σε μεγάλο βαθμό από τις πληροφορίες που διαθέτει ο πομπός και ο δέκτης για το μεταξύ τους κανάλι. Έχοντας γνώση του ασύρματου καναλιού, ή έστω μία προσέγγιση αυτού, μπορούμε να βελτιώσουμε σημαντικά την τηλεπικοινωνιακή ζεύξη. Στις ασύρματες επικοινωνίες, θεωρείται απαραίτητο ο δέκτης να γνωρίζει το κανάλι. Στα MIMO κανάλια εξίσου σημαντικό είναι να διαθέτει και ο πομπός μία εκτίμηση του καναλιού. Κάτι τέτοιο θα του παρείχε τις απαραίτητες πληροφορίες ώστε να διοχετεύσει κατάλληλα και πλέον αποδοτικά την διαθέσιμη ισχύ του στις επιμέρους ζεύξεις. Στην ενότητα αυτή, περιγράφουμε συνοπτικά μεθόδους εκτίμησης του καναλιού αρχικά από την πλευρά του δέκτη και μετά για τον πομπό.

1.5.1 Εκτίμηση του καναλιού στον δέκτη

Στις απλές SISO ζεύξεις, το κανάλι εκτιμάται με την βοήθεια *σημάτων εκπαίδευσης* (*training signals*) που εκπέμπονται από τον πομπό. Ο δέκτης γνωρίζει εκ των προτέρων την ακολουθία εκπαίδευσης $F[k]$ και εκτιμά το διάυλο με βάση την ακολουθία που λαμβάνει.

Αν $F[k]$, ($k = 0, 1, 2, \dots, J-1$) η ακολουθία που μεταδίδεται, $\mathbf{h} = \mathbf{h}[L-1] \dots \mathbf{h}[1] \mathbf{h}[0]$ το κανάλι, τότε ο δέκτης λαμβάνει

$$\mathbf{y}[k] \dots \mathbf{y}[k+T-1] = \mathbf{h}\mathbf{F} + \mathbf{n}[k] \dots \mathbf{n}[k+T-1] \quad (1.28)$$

και εκτιμά το διάλυτο με την προσέγγιση ελαχίστων τετραγώνων (*least squares*) χρησιμοποιώντας τη σχέση:

$$\hat{\mathbf{h}} = \mathbf{y}\mathbf{F}^\dagger \quad (1.29)$$

Ανάλογα με το σηματοθορυβικό λόγο στον δέκτη και στην επιθυμητή ακρίβεια που θέλουμε να επιτύχουμε στην εκτίμηση, προσαρμόζουμε την διάρκεια και την ενέργεια την ακολουθίας εκπαίδευσης. Αν το κανάλι υποφέρει από χρονοκαθυστέρηση χρειάζεται να αυξήσουμε την μεταδιδόμενη ισχύ, ενώ η συχνότητα με την οποία γίνεται η εκτίμηση εξαρτάται από την διασπορά Doppler, δηλαδή όσο γρηγορότερα αλλάζει το κανάλι τόσο συχνότερα πρέπει να εκτιμάται. Στα συστήματα SIMO η διαδικασία είναι η ίδια και δεν απαιτείται πρόσθετη ισχύς, καθώς κάθε κεραία εκτιμά το κανάλι με βάση το σήμα που λαμβάνει.

Σε περίπτωση που ο πομπός διαθέτει πολλαπλές κεραίες, τα δοκιμαστικά σήματα που μεταδίδονται από αυτές πρέπει να είναι ορθογώνια μεταξύ τους, είτε χρονικά (διαφορετικές χρονικές σχισμές), είτε στο πεδίο της συχνότητας, είτε να χρησιμοποιούνται ορθογώνιοι κώδικες. Η ορθογωνιότητα παρέχει στις περισσότερες περιπτώσεις και για συγκεκριμένη ισχύ εκπομπής την μεγαλύτερη ακρίβεια στην εκτίμηση.

Εκτός από την χρήση δοκιμαστικών σημάτων, υπάρχουν και οι λεγόμενες «τυφλές» τεχνικές (*blind techniques*) για την εκτίμηση του καναλιού. Εδώ το κανάλι προσεγγίζεται από τα σήματα που λαμβάνονται κατά την κανονική εκπομπή δεδομένων, χωρίς χρήση ειδικών ακολουθιών για το σκοπό αυτό.

1.5.2 Εκτίμηση του καναλιού στον πομπό

Στις ασύρματες SISO ζεύξεις, η γνώση του καναλιού από τον πομπό χρησιμοποιείται ώστε να μπορέσει αυτός να διαχειριστεί αποδοτικότερα την διαθέσιμη ισχύ ή να επιλέξει κατάλληλα το είδος διαμόρφωσης που θα χρησιμοποιήσει. Στα MISO ή MIMO κανάλια, η γνώση του καναλιού αξιοποιείται με ποικίλους τρόπους και βοηθάει σημαντικά στην βελτίωση του συστήματος. Για παράδειγμα, στην περίπτωση πολλαπλών χρηστών (MIMO, SDMA) ο πομπός αν γνωρίζει το κανάλι μπορεί να κατευθύνει τα σήματα στους αντίστοιχους χρήστες για τους οποίους προορίζονται.

Ας υποθέσουμε ότι έχουμε μία πλήρως αμφίδρομη (*full duplex*) τηλεπικοινωνιακή ζεύξη. Υπάρχουν γενικά δύο τρόποι εκτίμησης του καναλιού από τον πομπό. Στην πρώτη περίπτωση, το κανάλι εκτιμάται με *ανάδραση (feedback)* από τον δέκτη στον πομπό. Ο δέκτης υπολογίζει το

κανάλι και στέλνει τις πληροφορίες του στον πομπό. Η ανάδραση αυτή περιλαμβάνει όπως είναι φυσικό κάποιο χρόνο καθυστέρησης, έστω δ_{lag} . Με δεδομένο ότι το κανάλι είναι χρονικά μεταβαλλόμενο, θα πρέπει η καθυστέρηση να είναι πολύ μικρότερη από τον χρόνο συνοχής T_C του καναλιού, δηλαδή $\delta_{lag} \ll T_C$. Ο λόγος δ_{lag}/T_C αποτελεί μέτρο της ακρίβειας της εκτίμησης και όσο μικρότερος είναι τόσο ακριβέστερα έχει υπολογιστεί το κανάλι. Εδώ πρέπει να λάβουμε υπόψη τις πρακτικές δυσκολίες της τεχνικής αυτής: Αφού ο δέκτης πρέπει να στείλει όλα τα στοιχεία του εκτιμώμενου πίνακα \mathbf{H} (δηλαδή $M_R M_T$ μιγαδικούς αριθμούς) στον πομπό, πρέπει να σταλεί ένας αρκετά μεγάλος αριθμός από bits διαμέσου του καναλιού ανάδρασης, το οποίο γενικά δεν έχει μεγάλη χωρητικότητα. Έτσι, η καθυστέρηση ανάδρασης θα είναι σημαντική για ένα σύστημα με πολλές κεραιές. Από την άλλη, τα στοιχεία του πίνακα \mathbf{H} πρέπει να κβαντιστούν (Quantization-κβαντοποίηση) για να σταλούν στο δέκτη. Χρησιμοποιώντας κβάντιση με μικρό αριθμό bits μπορούμε να μειώσουμε τον χρόνο μετάδοσης των στοιχείων του \mathbf{H} , αυξάνοντας ωστόσο το σφάλμα εκτίμησης, λόγω του υπεισερχόμενου σφάλματος κβάντισης. Έτσι, βλέπουμε ότι η γνώση του διαύλου στον πομπό, αν και συχνά θεωρείται δεδομένη, δεν είναι πρακτικά τόσο εύκολα εφαρμόσιμη.

Ο δεύτερος τρόπος συνίσταται στο να υπολογιστεί το κανάλι με βάση την αρχή της αμοιβαιότητας μεταξύ της ευθείας και της αντίστροφης ζεύξης. Έστω $h_f(t_f, f_f, i_f)$ το κανάλι από τον σταθμό βάσης στο τερματικό (forward link) και $h_r(t_r, f_r, i_r)$ το κανάλι από το τερματικό στον σταθμό βάσης (reverse link). Τα t, f, i αναφέρονται στις παραμέτρους σχετικά με τον χρόνο, την συχνότητα και τις κεραιές αντίστοιχα και οι δείκτες f, r υποδηλώνουν τις δύο ζεύξεις. Σύμφωνα με την αρχή της αμοιβαιότητας αν $t_f = t_r$, $f_f = f_r$ και $i_f = i_r$ τότε τα δύο κανάλια είναι πανομοιότυπα, δηλαδή $h_f = h_r$. Στις περισσότερες περιπτώσεις, για να αποφευχθούν οι παρεμβολές, οι δύο ζεύξεις διαχωρίζονται είτε στο πεδίο του χρόνου (TDD – Time Division Duplexing), είτε στο πεδίο της συχνότητας (Frequency Division Duplexing) είτε στο χώρο (Antenna Division Duplexing) με αποτέλεσμα να υπεισερχονται σφάλματα στον υπολογισμό του καναλιού.

- Στα TDD συστήματα, οι δύο ζεύξεις χρησιμοποιούν διαφορετικές χρονικές σχισμές για την μεταξύ τους επικοινωνία. Αν $\delta_t = t_f - t_r$ είναι η χρονική διαφορά των δύο ζεύξεων, αυτές θα είναι όμοιες αν $\delta_t \ll T_C$. Όπως προηγουμένως ο λόγος δ_t/T_C αποτελεί μέτρο της ακρίβειας υπολογισμού.
- Στα FDD συστήματα, οι δύο ζεύξεις λειτουργούν σε διαφορετικές συχνότητες. Αν $\delta_f = f_f - f_r$ η απόσταση των δύο συχνοτήτων, θα πρέπει να ισχύει $\delta_f \ll B_C$, όπου B_C το

εύρος ζώνης συνοχής, για να θεωρηθούν όμοια τα κανάλια. Πρακτικά, για να είναι επαρκής ο διαχωρισμός των δύο ζεύξεων, το δ_f πρέπει να είναι περίπου το 5% της συχνότητας λειτουργίας, δηλαδή $\delta_f \gg B_c$. Συνεπώς, η αρχή της αμοιβαιότητας δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τα FDD συστήματα.

- Στα ADD συστήματα, η ευθεία και η αντίστροφη ζεύξη χρησιμοποιούν διαφορετικές κεραιές (ή δέσμες) για να επικοινωνήσουν μεταξύ τους. Έστω δ_d εκφράζει τον χωρικό διαχωρισμό των δύο ζεύξεων, αυτές θα θεωρούνται όμοιες αν $\delta_d \ll D_c$. Πρακτικά, κάτι τέτοιο είναι αδύνατο αν η απόσταση συνοχής D_c είναι μικρότερη από $\lambda_c/2$. Πρόσθετα σφάλματα υπεισέρχονται λόγω γεωμετρικών διαφορών. Επιπλέον, η τεχνική ADD σπάνια χρησιμοποιείται, καθώς δεν παρέχει επαρκή διαχωρισμό των δύο καναλιών.

Συμπερασματικά, μπορούμε να πούμε ότι μόνο στην περίπτωση της TDD μπορούμε να εκμεταλλευτούμε την αμοιβαιότητα της ευθείας και της αντίστροφης ζεύξης.

Αν όντως η αρχή της αμοιβαιότητας μπορεί να εφαρμοστεί, η αντίστροφη ζεύξη SIMO θα είναι όμοια με την ευθεία ζεύξη MISO και η αντίστροφη ζεύξη MIMO θα είναι όμοια με την ευθεία ζεύξη MIMO.

1.6 Χωρητικότητα MIMO διαύλων

Στις τηλεπικοινωνίες, ως *χωρητικότητα διαύλου* ορίζεται ο μέγιστος ρυθμός μετάδοσης της πληροφορίας μέσω του διαύλου με τον οποίο μπορεί να επιτευχθεί επικοινωνία με αυθαίρετα μικρή πιθανότητα σφάλματος. Η χωρητικότητα ενός διαύλου λευκού προσθετικού θορύβου υπολογίστηκε για πρώτη φορά από τον Shannon (1948) και αποτελεί ένα κριτήριο σύγκρισης τηλεπικοινωνιακών συστημάτων, αφού παρέχει ένα άνω φράγμα για το ρυθμό μετάδοσης που μπορεί να επιτευχθεί με αμελητέα πιθανότητα σφάλματος, καθώς και για την φασματική απόδοση (spectral efficiency) του συστήματος.

Στην ενότητα αυτή ερευνάται η χωρητικότητα των διαύλων MIMO σε διάφορες περιπτώσεις: διάυλος γνωστός ή άγνωστος στον πομπό (ο δέκτης υποτίθεται ότι έχει τέλεια γνώση του διαύλου), ντετερμινιστικός ή τυχαίος διάυλος, διάυλος επίπεδος ως προς τις διαλείψεις ή επιλεκτικός ως προς τη συχνότητα, διάυλος Rayleigh ή χωρικά συσχετισμένος. Επιπλέον, παρουσιάζονται μερικά ενδιαφέροντα ασυμπτωτικά αποτελέσματα.

1.6.1 Χωρητικότητα MIMO ντετερμινιστικών διαύλων με επίπεδες διαλείψεις

Έστω ότι έχουμε M_R κεραιές στο δέκτη και M_T κεραιές στον πομπό. Ο δίαυλος παρουσιάζει επίπεδες διαλείψεις και το εύρος ζώνης του υποτίθεται ότι είναι 1 Hz. Όπως είδαμε στην ενότητα 1.3, ο δέκτης λαμβάνει

$$\mathbf{y} = \sqrt{\frac{E_s}{M_T}} \mathbf{H} \mathbf{s} + \mathbf{n} \quad (1.30)$$

όπου \mathbf{y} είναι το διάνυσμα λήψης ($M_R \times 1$), \mathbf{s} είναι το διάνυσμα των μεταδιδόμενων σημάτων ($M_T \times 1$), \mathbf{n} είναι το διάνυσμα του θορύβου στους δέκτες ($M_R \times 1$) και \mathbf{H} είναι πίνακας μεταφοράς του διαύλου ($M_R \times M_T$).

Παρόλο που ο πίνακας \mathbf{H} είναι στην πραγματικότητα τυχαία μεταβλητή, σε αυτή την παράγραφο υπολογίζουμε την χωρητικότητα για μια τυχαία (δειγματοληπτική) υλοποίηση του διαύλου, η οποία εφόσον επιλεγεί θεωρείται σταθερή καθόλη τη διάρκεια της μετάδοσης, οπότε θεωρούμε ότι ο πίνακας είναι ντετερμινιστικός. Επιπλέον, υποθέτουμε ότι ο δέκτης έχει τέλεια γνώση του διαύλου.

Η χωρητικότητα κατά Shannon ορίζεται ως:

$$C = \max_{f(\mathbf{s})} I(\mathbf{s}; \mathbf{y}) \quad (1.31)$$

όπου $f(\mathbf{s})$ είναι η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας του διανύσματος \mathbf{s} και $I(\mathbf{s}; \mathbf{y})$ η αμοιβαία πληροφορία μεταξύ των διανυσμάτων \mathbf{s} και \mathbf{y} , η οποία ισούται με :

$$I(\mathbf{s}; \mathbf{y}) = H(\mathbf{y}) - H(\mathbf{y} | \mathbf{s}) \quad (1.32)$$

όπου $H(\mathbf{y})$ είναι η *διαφορική εντροπία* του διανύσματος \mathbf{y} , ενώ $H(\mathbf{y} | \mathbf{s})$ η υπο συνθήκη διαφορική εντροπία του διανύσματος \mathbf{y} δοθέντος του διανύσματος \mathbf{s} .

Αφού τα διανύσματα \mathbf{y} και \mathbf{n} είναι μεταξύ τους ανεξάρτητα,

$$H(\mathbf{y} | \mathbf{s}) = H(\mathbf{n}) \quad (1.33)$$

και κατά συνέπεια η σχέση (1.32) απλοποιείται ως εξής:

$$I(\mathbf{s}; \mathbf{y}) = H(\mathbf{y}) - H(\mathbf{n}) \quad (1.34)$$

Η αμοιβαία πληροφορία $I(\mathbf{s}; \mathbf{y})$ μεγιστοποιείται όταν μεγιστοποιείται η $H(\mathbf{y})$, δηλαδή όταν το διάνυσμα \mathbf{y} είναι κυκλικά συμμετρικό μιγαδικό Gaussian διάνυσμα με μηδενική μέση τιμή.

Error! Reference source not found. Αφού το μητρώο αυτοσυσχέτισης του διανύσματος \mathbf{y} είναι

$$\mathbf{R}_{yy} = E[\mathbf{y}\mathbf{y}^H] = \frac{E_s}{M_T} \mathbf{H}\mathbf{R}_{ss}\mathbf{H} + \mathbf{R}_{nn} \quad (1.35)$$

συμπεραίνουμε ότι το διάνυσμα \mathbf{s} πρέπει να είναι κυκλικά συμμετρικό μιγαδικό Gaussian διάνυσμα με μηδενική μέση τιμή ώστε να μεγιστοποιηθεί η χωρητικότητα. Σε αυτή την περίπτωση, οι διαφορικές εντροπίες των \mathbf{y} και \mathbf{n} δίνονται αντίστοιχα από τις σχέσεις:

$$H(\mathbf{y}) = \log_2 \det(\pi e \mathbf{R}_{yy}) \quad (\text{bps/Hz}) \quad (1.36)$$

$$H(\mathbf{n}) = \log_2 \det(\pi e \mathbf{R}_{nn}) \quad (1.37)$$

Επομένως, η χωρητικότητα του διαύλου δίνεται από τη σχέση:

$$C = \max_{\text{tr}(\mathbf{R}_{ss})=M_T} \log_2 \det \left(\frac{E_s}{N_0 M_T} \mathbf{H}\mathbf{R}_{ss}\mathbf{H}^H + \mathbf{R}_{nn} \right) \quad (1.38)$$

όπου ο περιορισμός $\text{tr}(\mathbf{R}_{ss})=M_T$ αποτελεί περιορισμό της συνολικής εκπεμπόμενης ισχύος.

Αν ο θόρυβος σε κάθε στοιχείο δέκτη είναι λευκός προσθετικός Gaussian με μηδενική μέση τιμή και διακύμανση N_0 (ίδια ισχύς θορύβου σε κάθε κεραία), τότε $\mathbf{R}_{nn}=N_0\mathbf{I}$, και κατά συνέπεια

$$C = \max_{\text{tr}(\mathbf{R}_{ss})=M_T} \log_2 \det \left(\mathbf{I}_{M_R} + \frac{E_s}{N_0 M_T} \mathbf{H}\mathbf{R}_{ss}\mathbf{H}^H \right) \quad (1.39)$$

α) Δίαυλος γνωστός στο δέκτη, αλλά άγνωστος στον πομπό

Επιπλέον, αν υποθέσουμε ότι ο πομπός δεν γνωρίζει τον δίαυλο, είναι λογικό να κατανεύουμε τη διαθέσιμη ισχύ ομοιόμορφα σε κάθε κεραία του δέκτη. Έτσι, υποθέτοντας ότι κάθε κεραία εκπέμπει στατιστικά ανεξάρτητα σύμβολα, το μητρώο αυτοσυσχέτισης του \mathbf{s} είναι $\mathbf{R}_{ss}=\mathbf{I}$ και η χωρητικότητα σε αυτή την περίπτωση δίνεται από τη σχέση:

$$C = \log_2 \det \left(\mathbf{I}_{M_R} + \frac{E_s}{N_0 M_T} \mathbf{H}\mathbf{H}^H \right) \quad (1.40)$$

Έστω ότι $\mathbf{H}\mathbf{H}^H = \mathbf{Q}\mathbf{\Lambda}\mathbf{Q}^H$ (\mathbf{Q} ο πίνακας ιδιοδιανυσμάτων του $\mathbf{H}\mathbf{H}^H$ και $\mathbf{\Lambda}=\text{diag}\{\lambda_i\}$ όπου λ_i οι ιδιοτιμές του $\mathbf{H}\mathbf{H}^H$). Τότε, η (1.40) μπορεί να γραφεί ως

$$\begin{aligned} C &= \log_2 \det \left(\mathbf{I}_{M_R} + \frac{E_s}{N_0 M_T} \mathbf{Q} \mathbf{L} \mathbf{Q}^H \right) = \log_2 \det \left(\mathbf{I}_{M_R} + \frac{E_s}{N_0 M_T} \mathbf{L} \mathbf{Q}^H \mathbf{Q} \right) \\ &= \log_2 \det \left(\mathbf{I}_{M_R} + \frac{E_s}{N_0 M_T} \mathbf{L} \right) \end{aligned}$$

και επομένως η χωρητικότητα του διαύλου θα δίδεται ισοδύναμα από τη σχέση

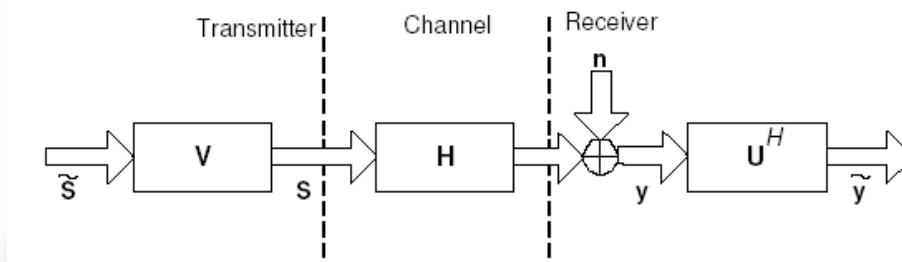
$$C = \sum_{i=1}^{\text{rank}(\mathbf{H})} \log_2 \left(1 + \frac{E_s}{N_0 M_T} \lambda_i \right) \quad (1.41)$$

Βλέπουμε δηλαδή ότι η χωρητικότητα ενός MIMO διαύλου όταν είναι γνωστός στον δέκτη αλλά άγνωστος στον πομπό ισούται με το άθροισμα των χωρητικοτήτων $r = \text{rank}(\mathbf{H})$ SISO διαύλων, οι οποίοι έχουν κέρδος ισχύος ίσο με τις (θετικές) ιδιοτιμές του $\mathbf{H}\mathbf{H}^H$ (δηλαδή τα τετράγωνα των ιδιομορφών τιμών του \mathbf{H}) και ισχύ εκπομπής E_s/N_0 .

β) Δίαυλος γνωστός σε πομπό και δέκτη

Όπως είδαμε παραπάνω, ένας διάυλος MIMO μπορεί να αναλυθεί σε $r(\mathbf{H})$ διαύλους SISO, οι οποίοι ονομάζονται και *modes* του διαύλου.

Χωρίς γνώση του διαύλου στον πομπό, η μετάδοση δεν μπορεί να προσαρμοστεί κατάλληλα ώστε να γίνεται η καλύτερη δυνατή εκμετάλλευση των *modes* του διαύλου. Όταν όμως ο πομπός γνωρίζει το διάυλο, μπορούμε να εκμεταλλευτούμε τα *modes* με κατάλληλη γραμμική επεξεργασία σε πομπό και δέκτη.



Σχήμα 1-9: Γραμμική επεξεργασία σε πομπό και δέκτη για την διάσπαση του MIMO διαύλου σε SISO υποδιαύλους όταν ο διάυλος είναι γνωστός στον πομπό.

Έστω ότι ο διάυλος $\mathbf{H} = \mathbf{U}\mathbf{\Sigma}\mathbf{V}^H$ είναι γνωστός σε πομπό και δέκτη και πρόκειται να μεταδοθεί το διάνυσμα $\tilde{\mathbf{s}}$. Ο πομπός πολλαπλασιάζει το προς μετάδοση διάνυσμα $\tilde{\mathbf{s}}$ με τον πίνακα \mathbf{V} και έτσι μεταδίδει

$$\mathbf{s} = \mathbf{V}\tilde{\mathbf{s}} \quad (1.42)$$

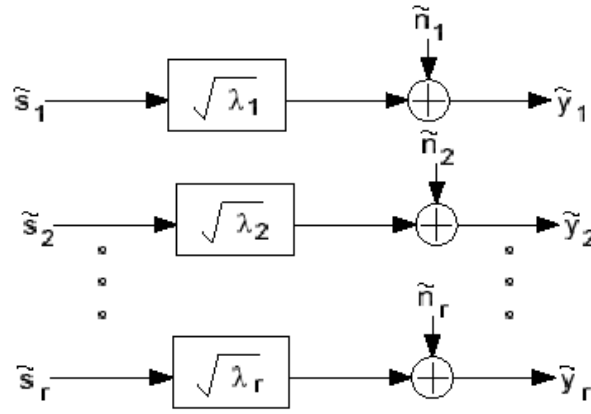
Ο δέκτης με τη σειρά του πολλαπλασιάζει το διάνυσμα λήψης \mathbf{y} με τον πίνακα \mathbf{U}^H . Έτσι, θέτοντας $\tilde{\mathbf{y}} \triangleq \mathbf{U}^H \mathbf{y}$ και $\tilde{\mathbf{n}} \triangleq \mathbf{U}^H \mathbf{n}$, η εξίσωση εισόδου-εξόδου του συστήματος γράφεται ως

$$\tilde{\mathbf{y}} = \sqrt{\frac{E_s}{M_T}} \mathbf{U}^H \cdot \mathbf{H} \cdot \mathbf{V} \tilde{\mathbf{s}} + \tilde{\mathbf{n}} = \sqrt{\frac{E_s}{M_T}} \boldsymbol{\Sigma} \tilde{\mathbf{s}} + \tilde{\mathbf{n}} \quad (1.43)$$

Έτσι, ο διάυλος αναλύεται σε $r(\mathbf{H})$ παράλληλους διαύλους SISO (τα λεγόμενα *modes*) της μορφής

$$\tilde{y}_i = \sqrt{\frac{E_s}{M_T}} \sqrt{\lambda_i} \tilde{s}_i + \tilde{n}_i \quad i = 1, 2, \dots, r(\mathbf{H}) \quad (1.44)$$

όπου $\sqrt{\lambda_i} = \sigma_i$ η i -οστή ιδιόμορφη τιμή του \mathbf{H} .



Σχήμα 1-10: Σχηματική αναπαράσταση της διάσπασης ενός MIMO διαύλου σε υποδιαύλους όταν ο διάυλος είναι γνωστός στον πομπό.

Αφού ο πομπός γνωρίζει το διάυλο, είναι λογικό να καταναίμουμε κατάλληλα τη διαθέσιμη ισχύ στις κεραιές εκπομπής. Έστω λοιπόν γ_i η ισχύς που αποδίδεται στο i -οστό υποδιάυλο. Η χωρητικότητα του συστήματος είναι

$$C = \sum_{i=1}^{r(\mathbf{H})} \log_2 \left(1 + \frac{E_s \gamma_i}{M_T N_0} \lambda_i \right) \quad (1.45)$$

με τον περιορισμό ισχύος $\sum_{i=1}^{r(\mathbf{H})} \gamma_i = M_T$.

Η μεγιστοποίηση της σχέσης (1.45) υπό τον περιορισμό ισχύος μπορεί να γίνει με τη μέθοδο των πολλαπλασιαστών Lagrange, η οποία δίνει λύση

$$\gamma_i^{opt} = \left(\mu - \frac{M_T N_0}{E_s \lambda_i} \right)_+, \quad i = 1, \dots, r(\mathbf{H}) \quad (1.46)$$

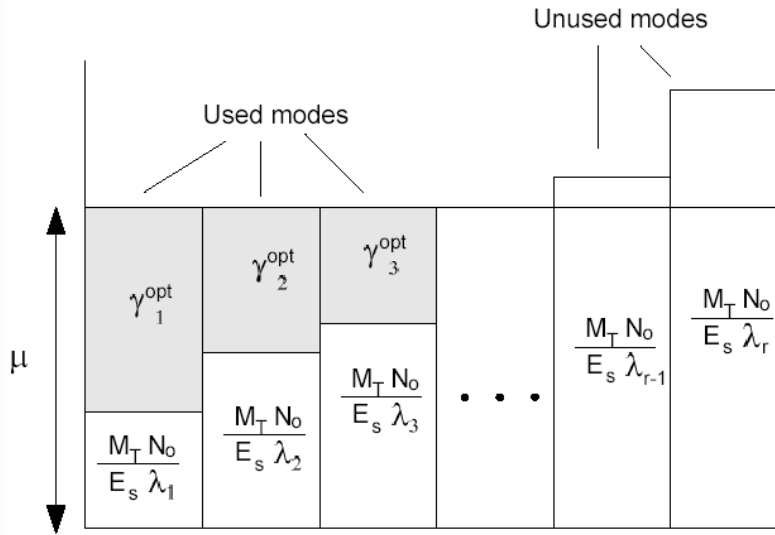
όπου μ είναι μια σταθερά.

Η βέλτιστη κατανομή της ισχύος μπορεί να γίνει επαναληπτικά με τον αλγόριθμο *waterfilling* (ή *waterpouring*), ο οποίος ακολουθεί τα εξής βήματα:

- Αρχικοποίηση: $p:=1$;
- Υπολόγισε: $\mu = \left(\frac{M_T}{r-p+1} \right) \left[1 + \frac{N_0}{E_s} \cdot \sum_{i=1}^{r-p+1} \frac{1}{\lambda_i} \right]$ (1.47)
- Για κάθε $i:=1,2,\dots,r-p+1$ υπολόγισε τα γ_i :

$$\gamma_i = \left(\mu - \frac{M_T N_0}{E_s \lambda_i} \right) \quad (1.48)$$

- Αν $\gamma_{r-p+1} < 0$, τότε θέσε $\gamma_{r-p+1} := 0$ και επανέλαβε τη διαδικασία με $p:=p+1$.
- Ο αλγόριθμος τελειώνει όταν όλα τα γ_i ($i=1,\dots,r$) είναι μη αρνητικά.



Σχήμα 1-11: Σχηματική αναπαράσταση της κατανομής ισχύος στους υποδιαύλους που προκύπτει από τον αλγόριθμο waterpouring. Στους υποδιαύλους με μεγάλο κέρδος ισχύος αποδίδεται περισσότερη ισχύς εκπομπής.

Όταν ο διάυλος είναι γνωστός στον πομπό, η χωρητικότητα που επιτυγχάνεται είναι πάντοτε μεγαλύτερη (ή στην χειρότερη περίπτωση ίση) από την χωρητικότητα χωρίς γνώση του διαύλου στον πομπό. Όσο αυξάνεται όμως ο σηματοθορυβικός λόγος, τόσο μικρότερη γίνεται η βελτίωση της χωρητικότητας.

1.6.2 Χωρητικότητα τυχαίου MIMO διαύλου

Μέχρι τώρα μελετήσαμε την χωρητικότητα για μια (τυχαία δειγματοληπτούμενη) υλοποίηση του διαύλου. Στη συνέχεια, θεωρούμε ότι ο πίνακας \mathbf{H} είναι τυχαία μεταβλητή για τον υπολογισμό της χωρητικότητας.

Τέτοια κανάλια περιγράφονται με τη βοήθεια στοχαστικών ανελίξεων και η χωρητικότητά τους περιγράφεται με δύο στατιστικά μεγέθη που καλούνται *εργοδική χωρητικότητα* (*ergodic capacity*) και *outage capacity*. Στη συνέχεια περιγράφονται τα μεγέθη αυτά.

Σημειώνεται ότι από εδώ και πέρα ο λόγος E_s/N_0 θα συμβολίζεται με *SNR* και θα παριστάνει τον μέσο σηματοθορυβικό λόγο, θεωρώντας ότι ο πίνακας \mathbf{H} είναι κανονικοποιημένος έτσι ώστε το κανάλι να μην αποδίδει απώλειες ισχύος, δηλαδή $E\{|h_{ij}|^2\}=1$.

α) Εργοδική Χωρητικότητα

Όταν η στοχαστική ανέλιξη που περιγράφει το κέρδος του ασύρματου τηλεπικοινωνιακού καναλιού είναι *εργοδική ανέλιξη*², τότε το κανάλι καλείται εργοδικό. Πρακτικά η εργοδική χωρητικότητα έχει σημασία όταν η υλοποίηση του διαύλου σε κάθε χρήση του είναι στατιστικά ανεξάρτητη από τις υπόλοιπες υλοποιήσεις. Αυτή η ιδιότητα επιτρέπει στο κανάλι να υποστηρίζει ένα σταθερό ρυθμό πληροφορίας για μεγάλο χρονικό διάστημα. Σε ένα τέτοιο κανάλι λοιπόν εισέρχεται η έννοια της εργοδικής χωρητικότητας που ορίζεται αυστηρά ως η μέση τιμή (ως προς τον τυχαίο πίνακα \mathbf{H}) της αμοιβαίας πληροφορίας I . Δηλαδή

$$\bar{C} = E\{I(\mathbf{s}; \mathbf{y})\} \quad (1.49)$$

όπου I είναι η αμοιβαία πληροφορία και \bar{C} είναι η εργοδική χωρητικότητα.

Σε ένα εργοδικό κανάλι μπορούμε να παρέχουμε bit πληροφορίας με ρυθμό ίσο με αυτόν που υπαγορεύει η εργοδική χωρητικότητα του καναλιού και υπό αυτήν την έννοια η εργοδική χωρητικότητα είναι η χωρητικότητα Shannon του καναλιού.

Πιο συγκεκριμένα για την περίπτωση που ο πομπός δε γνωρίζει την κατάσταση του καναλιού η εργοδική χωρητικότητα δίδεται από τον τύπο:

$$\bar{C} = E \left\{ \log_2 \left(\det \left(\mathbf{I} + \frac{SNR}{M_T} \mathbf{H} \mathbf{H}^H \right) \right) \right\} \quad (1.50)$$

ή ισοδύναμα όταν χρησιμοποιούνται οι ιδιοτιμές του πίνακα $\mathbf{H} \mathbf{H}^H$,

$$\bar{C} = E \left\{ \sum_{k=1}^{r(\mathbf{H})} \log_2 \left(1 + \frac{SNR}{M_T} \lambda_k \right) \right\} \quad (1.51)$$

Ενώ όταν η κατάσταση του καναλιού είναι γνωστή στον πομπό εφαρμόζεται ο αλγόριθμος waterpouring και επιλέγονται τα κατάλληλα γ_i , τότε ο τύπος για την εργοδική χωρητικότητα γίνεται:

$$\bar{C} = E \left\{ \sum_{k=1}^{r(\mathbf{H})} \log_2 \left(1 + \frac{SNR}{M_T} \gamma_i \lambda_k \right) \right\} \quad (1.52)$$

² Γενικά, μια στοχαστική ανέλιξη θεωρείται εργοδική όταν όλες οι στατιστικές της ιδιότητες μπορούν να καθοριστούν με πιθανότητα ένα, από μια και μόνο συνάρτηση δείγμα του δειγματικού χώρου της ανέλιξης. Μαθηματικά η εργοδικότητα περιγράφεται από την ισότητα του χρονικού μέσου και του μέσου συνόλου (ensemble average) της ανέλιξης.

Σημειώνεται ότι η εργοδική χωρητικότητα είναι ο μέσος ρυθμός πληροφορίας (*mean information rate*) και δεν ταυτίζεται απαραίτητα με τον διάμεσο ρυθμό πληροφορίας (*median information rate – 50% percentile*).

β) Χωρητικότητα Outage

Το δεύτερο στατιστικό μέγεθος που περιγράφει το στοχαστικό κανάλι είναι η *outage capacity*. Ορίζεται ως η μέγιστη χωρητικότητα την οποία μπορεί να υποστηρίξει το κανάλι με συγκεκριμένη πιθανότητα, δηλαδή

$$P(C \leq C_{out,q}) = q\% \quad (1.53)$$

Διαφορετικά μπορούμε να περιγράψουμε τη χωρητικότητα $C_{out,q}$ ως την ελάχιστη χωρητικότητα που μπορεί να υποστηρίξει το κανάλι με πιθανότητα $(100-q)\%$.

Η χωρητικότητα outage είναι ένα χρήσιμο μέγεθος όταν ο διάυλος είναι άγνωστος στον πομπό και ο πίνακας \mathbf{H} είναι τυχαίος αλλά παραμένει σταθερός για κάθε χρήση του διαύλου.

Είναι προφανές ότι όσο πιο μεγάλη είναι η $C_{out,q}$ για συγκεκριμένο ποσοστό αξιοπιστίας $q\%$ τόσο καλύτερη είναι η ποιότητα του καναλιού. Μεταξύ της πιθανότητας outage του καναλιού και ρυθμού μετάδοσης αναγκαστικά γίνεται ένας συμβιβασμός. Συγκεκριμένα, όσο υψηλότερος είναι ο ρυθμός μετάδοσης τόσο μεγαλύτερη είναι η πιθανότητα το κανάλι να μην τον υποστηρίξει και η συχνότητα εμφάνισης λαθών στο δέκτη να αυξάνεται και το κανάλι να περνάει σε κατάσταση outage.

1.6.3 Παράγοντες που επηρεάζουν την χωρητικότητα

Σε αυτό το σημείο είναι χρήσιμο να εξετάσουμε συνοπτικά από ποιους παράγοντες επηρεάζεται η χωρητικότητα. Συγκεκριμένα, θα εξετάσουμε την *εργοδική χωρητικότητα*, θεωρώντας πως ισχύουν οι υποθέσεις της παραγράφου 1.6.2.α :

α) Σηματοθορυβικός λόγος

Είναι προφανές από τις σχέσεις (1.51) και (1.52) ότι αύξηση του σηματοθορυβικού λόγου συνεπάγεται αύξηση της χωρητικότητας.

Όταν έχουμε χαμηλό σηματοθορυβικό λόγο ($SNR \ll 1$), τότε αποδεικνύεται [17] ότι η εργοδική χωρητικότητα όταν ο πομπός δε γνωρίζει το διάυλο προσεγγίζεται από τη σχέση

$$\bar{C} \approx E \left[\log_2 \left(1 + \frac{SNR}{M_T} \|\mathbf{H}\|_F^2 \right) \right] \quad (1.54)$$

Δηλαδή, σε χαμηλούς σηματοθορυβικούς λόγους η χωρητικότητα εξαρτάται κυρίως από «την ενέργεια του διαύλου».

Από την άλλη, όταν έχουμε υψηλό σηματοθορυβικό λόγο ($SNR \gg 1$), η εργοδική χωρητικότητα προσεγγίζεται από τη σχέση

$$\bar{C} \approx r(\mathbf{H}) \cdot \log_2 \left(\frac{SNR}{M_T} \right) + E \left[\sum_{k=1}^{r(\mathbf{H})} \log_2(\lambda_k) \right] \quad (1.55)$$

Δηλαδή, σε υψηλούς σηματοθορυβικούς λόγους η χωρητικότητα εξαρτάται κυρίως από το βαθμό του διαύλου και τη διασπορά των ιδιοτιμών.

β) Αριθμός κεραιών

Έστω ότι ο δέκτης έχει ένα σταθερό αριθμό κεραιών M_R και ο πομπός έχει $M_T \rightarrow \infty$ κεραιές. Από το νόμο των μεγάλων αριθμών (law of large numbers) ισχύει $\frac{1}{M_T} \mathbf{H}\mathbf{H}^H \rightarrow \mathbf{I}_{M_R}$ και επομένως

$$\lim_{M_T \rightarrow \infty} \bar{C} = M_R \log_2(1 + SNR) \quad (1.56)$$

Δηλαδή, η χωρητικότητα αυξάνεται γραμμικά ως προς τον αριθμό των κεραιών λήψης όταν ο αριθμός των κεραιών εκπομπής είναι πολύ μεγαλύτερος.

Επιπλέον, αποδεικνύεται [9] ότι, για υψηλό σηματοθορυβικό λόγο και διάυλο πλήρους σκέδασης, η εργοδική χωρητικότητα προσεγγίζεται από τη σχέση

$$C = L \log_2 \left(\frac{SNR}{M_T} \right) + \frac{1}{\ln 2} \left(\sum_{j=1}^L \sum_{p=1}^{K-j} \frac{1}{\rho} - \gamma L \right) \quad (1.57)$$

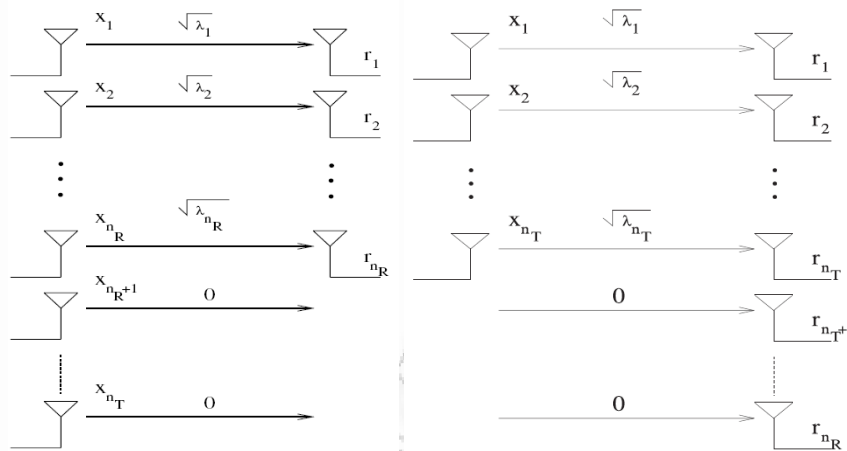
όπου $L = \min(M_R, M_T)$, $K = \max(M_R, M_T)$ και $\gamma \approx 0,577$ η σταθερά του Euler.

Από τη σχέση (1.57) φαίνεται πως η χωρητικότητα αυξάνεται γραμμικά ως προς το $\min(M_R, M_T)$.

Το συμπέρασμα αυτό μπορεί να ερμηνευτεί ως εξής:

Ας υποθέσουμε ότι ο δέκτης διαθέτει ένα σταθερό αριθμό κεραιών. Διαισθητικά, η καλύτερη δυνατή περίπτωση για τη μεγιστοποίηση της χωρητικότητας είναι να δημιουργηθούν όσο το δυνατόν παράλληλοι «υπο-διάυλοι» μεταξύ πομπού και δέκτη. Όταν $M_T = M_R$, αυτό θα μπορούσε να επιτευχθεί αν κάθε κεραία του πομπού δημιουργούσε έναν ανεξάρτητο υποδιάυλο με μια κεραία του δέκτη, δημιουργώντας έτσι M_R παράλληλους διαύλους SISO. Αν αυξήσουμε τον αριθμό των κεραιών στον πομπό, τότε δεν υπάρχουν αρκετές κεραιές στο δέκτη ώστε να δημιουργηθούν επιπλέον υποδιάυλοι. Έτσι, για $M_T > M_R$ δεν παρατηρούμε αύξηση του ρυθμού μετάδοσης του συστήματος όταν θεωρούμε ότι έχουμε χωρική πολυπλεξία (δηλαδή κάθε κεραία στέλνει ανεξάρτητα σύμβολα πληροφορίας).

Αν τώρα υποθέσουμε ότι ο πομπός έχει σταθερό αριθμό κεραιών, με το ίδιο σκεπτικό καταλήγουμε ότι για $M_R > M_T$ δε γίνεται να δημιουργηθούν επιπλέον παράλληλοι υποδιάυλοι (ακόμα και αν το περιβάλλον διάδοσης το επέτρεπε). Έτσι, καταλήγουμε ότι ο καθοριστικός παράγοντας που επηρεάζει αποφασιστικά την χωρητικότητα είναι ο μικρότερος αριθμός κεραιών που διαθέτει το σύστημα, είτε στον πομπό είτε στο δέκτη.



Σχήμα 1-12: Βέλτιστος δυνατός σχηματισμός παράλληλων υποδιαύλων σε συστήματα MIMO πλήρους σκέδασης όταν $M_T > M_R$ (αριστερά) και $M_T < M_R$ (δεξιά). Έτσι ερμηνεύεται γιατί η χωρητικότητα εξαρτάται κυρίως από το $\min(M_R, M_T)$.

Ωστόσο, θα ήταν λάθος να θεωρηθεί ότι η χρήση περισσότερων κεραιών, είτε στον πομπό είτε στο δέκτη, δεν προσφέρει κανένα όφελος. Με την χρήση κατάλληλων τεχνικών (είτε στον πομπό είτε στο δέκτη, αν $M_T > M_R$ ή $M_R > M_T$ αντίστοιχα) μπορούμε να εκμεταλλευτούμε το κέρδος συστοιχίας ή και το κέρδος διαφορισμού. Με αυτόν τον τρόπο, αυξάνεται ο λεγόμενος ενεργός σηματοθορυβικός λόγος (*effective SNR*), δηλαδή το σύστημα συμπεριφέρεται σα να είχαμε μεγαλύτερο σηματοθορυβικό λόγο για κάθε παράλληλο υποδιάυλο, αυξάνοντας έτσι την χωρητικότητα. Βέβαια, το κέρδος αυτό δε συμβάλλει τόσο αποφασιστικά στην αύξηση της χωρητικότητας, η οποία εξανεμίζεται καθώς η διαφορά $|M_R - M_T|$ γίνεται πολύ μεγάλη.

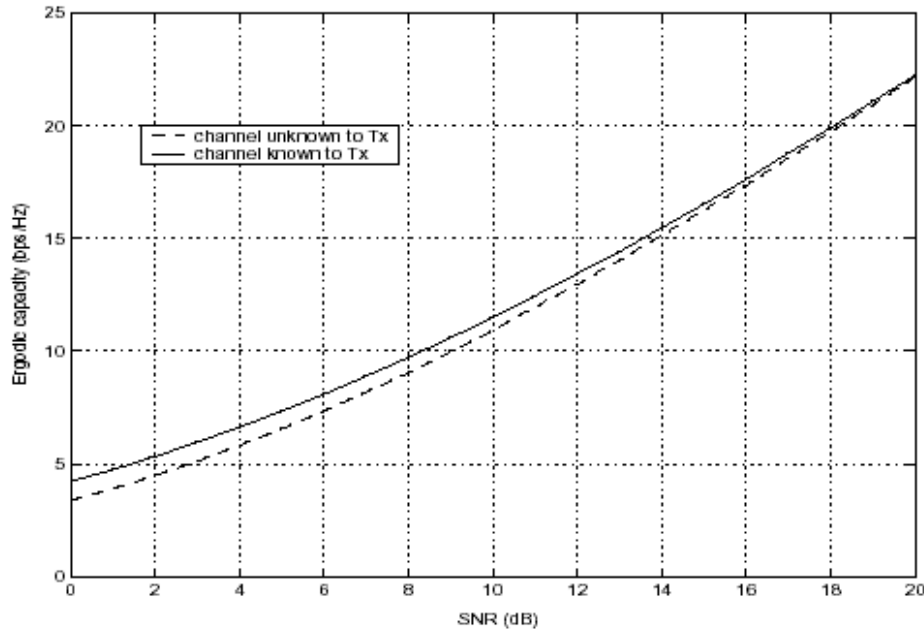
γ) Γνώση του διαύλου στον πομπό

Όπως είδαμε στην παράγραφο 1.6.1, η γνώση του διαύλου στον πομπό επιτρέπει την καλύτερη εκμετάλλευση του διαύλου και επομένως την αύξηση της χωρητικότητας.

Για υψηλό σηματοθορυβικό λόγο, διάυλο πλήρους σκέδασης και $M_T = M_R = M$, εργοδική χωρητικότητα προσεγγίζεται από τη σχέση

$$C = \max_{\text{tr}(\mathbf{R}_{ss})=M} \left\{ \log_2 \det(\mathbf{R}_{ss}) + \log_2 \det \left(\frac{\text{SNR}}{M_T} \mathbf{H}_w \mathbf{H}_w^H \right) \right\} \quad (1.58)$$

Όταν ο διάυλος είναι γνωστός στον πομπό, η μεγιστοποίηση του $\det(\mathbf{R}_{ss})$ υπό τον περιορισμό ισχύος γίνεται όταν $\mathbf{R}_{ss}=\mathbf{I}_M$, η οποία ισχύει και όταν ο πομπός δε γνωρίζει το διάυλο. Επομένως, σε υψηλό σηματοθορυβικό λόγο, η αύξηση της χωρητικότητας που προσφέρει η γνώση του διαύλου στο δέκτη τείνει να γίνει αμελητέα.



Σχήμα 1-13: Εργοδική χωρητικότητα ενός διαύλου MIMO 4x4 όταν είναι γνωστός στο δέκτη(channel known to Rx) και γνωστός ή άγνωστος στον πομπό(channel known/unknown to Tx). Βλέπουμε ότι η γνώση του διαύλου στον πομπό προσφέρει αυξημένη χωρητικότητα, η οποία είναι μεγαλύτερη σε χαμηλούς σηματοθορυβικούς λόγους και γίνεται σχεδόν αμελητέα σε υψηλούς σηματοθορυβικούς λόγους [1].

Ωστόσο, με την αύξηση του αριθμού των κεραιών σε πομπό και δέκτη και για δεδομένο σηματοθορυβικό λόγο, η αύξηση της χωρητικότητας λόγω της γνώσης του πομπού στο δέκτη γίνεται μεγαλύτερη.

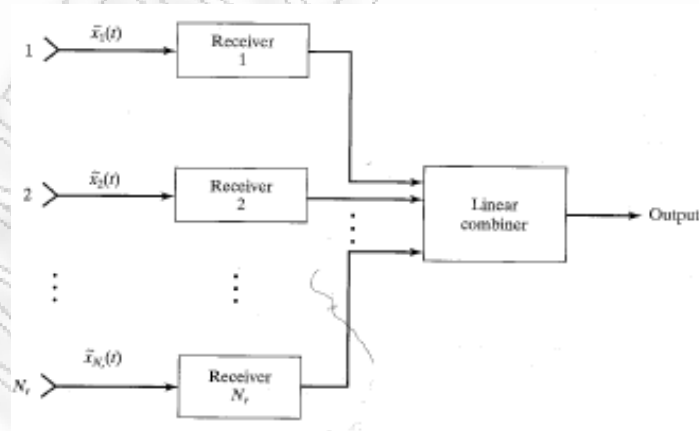
1.7 Συστήματα Διαφορισμού

Οι πολλαπλές κεραιές, εκτός από το ότι μπορούν να αυξήσουν το ρυθμό μετάδοσης, εγκαθιστώντας πολλαπλές παράλληλες ζεύξεις στον χώρο, μπορούν να προσφέρουν και μείωση της κλίσης της καμπύλης της πιθανότητας σφάλματος συμβόλου (Symbol Error Probability – SEP) ως προς το σηματοθορυβικό λόγο (SNR-Symbol-to-Noise Ratio).

Στις ασύρματες επικοινωνίες με μια κεραία σε πομπό και δέκτη (SISO), λόγω των διαλείψεων, παρατηρούνται τυχαίες διακυμάνσεις στην ποιότητα του σήματος, με αποτέλεσμα να παρουσιάζονται προβλήματα στην επικοινωνία. Για να αντιμετωπιστεί αυτό το πρόβλημα, αρχικά προτάθηκε να χρησιμοποιηθούν δυο (ή περισσότερες) κεραίες στο δέκτη (SIMO σύστημα). Τοποθετώντας τις κεραίες σε αρκετή απόσταση μεταξύ τους, κάθε κεραία λαμβάνει ένα αντίγραφο του ίδιου σήματος, το οποίο όμως έχει υποστεί διαλείψεις που είναι ασυσχέτιστες μεταξύ τους (υποθέτοντας ότι οι πολυδιαδρομικές συνιστώσες που φτάνουν σε κάθε κεραία ακολουθούν διαφορετικές διαδρομές και επομένως υπόκεινται σε διαφορετικές ανακλάσεις και εξασθενίσεις). Έτσι, η πιθανότητα να έχουν υποστεί τα σήματα των διαφόρων κεραιών μεγάλες διαλείψεις ταυτοχρόνως είναι πολύ μικρή. Με κατάλληλο συνδυασμό των σημάτων από τις πολλαπλές κεραίες στο δέκτη, μπορούμε να κάνουμε φώραση της μεταδιδόμενης ακολουθίας με αρκετά μικρότερη πιθανότητα σφάλματος.

Η παραπάνω τεχνική που εφαρμόζεται στον πομπό λέγεται *διαφορισμός λήψης* (*receive diversity*) και εφαρμόζεται εδώ και αρκετά χρόνια στους σταθμούς βάσης των συστημάτων κινητών επικοινωνιών δεύτερης γενιάς (GSM). Αντίστοιχη τεχνική μπορεί να εφαρμοστεί κατά τη μετάδοση (*διαφορισμός εκπομπής* – *transmit diversity*), όταν διατίθενται πολλαπλές κεραίες και ο διάυλος είναι γνωστός στον πομπό (σύστημα MISO). Όταν έχουμε πολλαπλές κεραίες σε πομπό και δέκτη (συστήματα MIMO), τότε ο διαφορισμός μπορεί να χρησιμοποιηθεί και στον πομπό και στον δέκτη.

1.7.1 Βέλτιστος συνδυασμός σημάτων κατά τη λήψη - Συνδυασμός μέγιστου λόγου (Maximal Ratio Combining)



Σχήμα 1-14: Γενική διάταξη δέκτη κατά το διαφορισμό λήψης

Έστω ότι έχουμε ένα σύστημα SIMO με M κεραίες στο δέκτη, τοποθετημένες σε ικανή απόσταση μεταξύ τους ώστε οι διάυλοι μεταξύ του πομπού και κάθε κεραίας λήψης να είναι μεταξύ τους ασυσχέτιστοι. Ο δέκτης υποτίθεται ότι διαθέτει τέλεια γνώση του διαύλου.

Συμβολίζουμε το μιγαδικό κέρδος μεταξύ του πομπού και της i -οστής κεραίας του δέκτη ως h_i . Η i -οστή κεραία του δέκτη θα λαμβάνει

$$y_i = \sqrt{\frac{E_s}{M}} h_i s + n_i \quad (1.59)$$

όπου n_i είναι ο λευκός προσθετικός θόρυβος στον i -δέκτη και s είναι το σύμβολο που εκπέμπεται. Το πρόβλημα είναι να βρεθεί ένας βέλτιστος τρόπος συνδυασμού των y_i με βάση τον οποίο θα μπορέσουμε να κάνουμε την καλύτερη δυνατή εκτίμηση του s στο δέκτη.

Αποδεικνύεται ότι ο βέλτιστος τρόπος συνδυασμού των σημάτων στο δέκτη είναι

$$z = \sum_{i=1}^M h_i^* y_i \quad (1.60)$$

ο οποίος λέγεται *συνδυασμός μέγιστου λόγου (Maximal Ratio Combining – MRC)* και μεγιστοποιεί το σηματοθορυβικό λόγο μετά το συνδυασμό (*post-combining SNR*), ο οποίος θα δίνεται από τη σχέση

$$\eta = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^n |h_i|^2 * SNR \quad (1.61)$$

όπου $SNR = E_s/N_0$ μπορεί να θεωρηθεί ως ο μέσος σηματοθορυβικός λόγος σε καθένα SISO διάυλο που σχηματίζεται ανάμεσα στον πομπό και στις κεραίες του δέκτη. Το η λέγεται *στιγμιαίος σηματοθορυβικός λόγος μετά το συνδυασμό (instantaneous post-combining SNR)* διότι αφορά μια συγκεκριμένη υλοποίηση του διαύλου και δεν τον αντιμετωπίζει ως τυχαία μεταβλητή.

Θεωρώντας ότι με βάση τη μετρική απόφασης (decision metric) z ο δέκτης εκτελεί ανίχνευση μέγιστης πιθανοφάνειας, αποδεικνύεται ότι η πιθανότητα εσφαλμένου συμβόλου (για δεδομένη υλοποίηση του διαύλου) δίνεται από τη σχέση

$$P_e \approx \bar{N}_e \cdot Q\left(\sqrt{\frac{\eta d_{min}^2}{2}}\right) \quad (1.62)$$

όπου N_e είναι ο αριθμός των πλησιέστερων γειτονικών σημείων και d_{min} η ελάχιστη απόσταση ανάμεσα στα σημεία του σηματικού αστερισμού που χρησιμοποιείται. Εφαρμόζοντας το όριο του Chernoff, προκύπτει ότι

$$P_e \leq \bar{N}_e \cdot \exp\left(-\sum_{i=1}^M |h_i|^2 \frac{SNR * d_{min}^2}{4M}\right) \quad (1.63)$$

Λαμβάνοντας υπόψη ότι τα h_i είναι μιγαδικές τυχαίες μεταβλητές που ακολουθούν την Gaussian κατανομή, αποδεικνύεται ότι η μέση πιθανότητα σφάλματος $\bar{P}_e = E[P_e]$ του συστήματος φράσσεται από

$$\bar{P}_e \leq \bar{N}_e \prod_{i=1}^M \frac{1}{1 + SNR * d_{\min}^2 / 4} \quad (1.64)$$

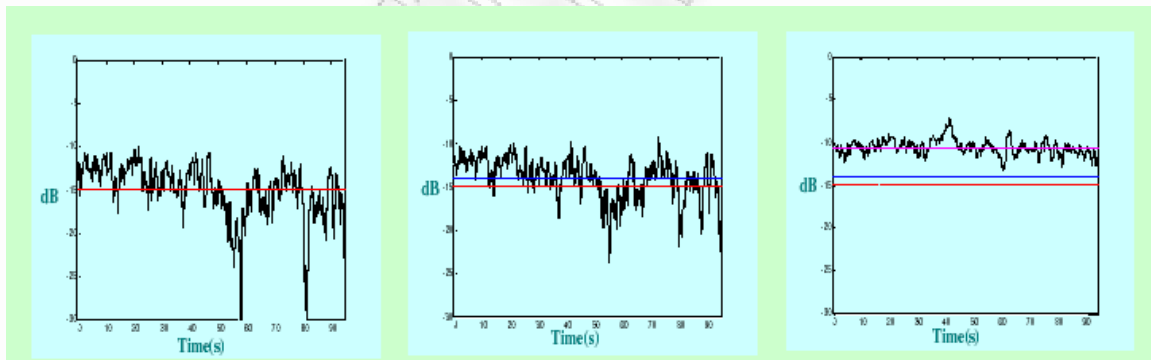
που για υψηλό σηματοθορυβικό λόγο ($SNR \gg 1$) απλοποιείται ως εξής:

$$\bar{P}_e \leq \bar{N}_e \left(\frac{SNR * d_{\min}^2}{4} \right)^{-M} \quad (1.65)$$

Τέλος, ο μέσος σηματοθορυβικός λόγος μετά το συνδυασμό (*average post-combining SNR*) είναι

$$\bar{\eta} = M * SNR \quad (1.66)$$

αφού $E[|h_i|^2]=1$.



Σχήμα 1-15: Ο διαφορισμός περιορίζει τις διαλείψεις. Με την αύξηση της τάξης διαφορισμού το κανάλι γίνεται πιο σταθερό και απαλλάσσεται από τις διαλείψεις. Παράλληλα ενισχύεται η μέση στάθμη ισχύος του σήματος, λόγω του κέρδους συστοιχίας.

Βασιζόμενοι στην παραπάνω ανάλυση για το βέλτιστο συνδυασμό σημάτων κατά το διαφορισμό λήψης, θα εξετάσουμε τα πλεονεκτήματα που εισάγει η χρήση των πολλαπλών κεραιών και θα ορίσουμε τα κέρδη διαφορισμού (*diversity gain*), κωδικοποίησης (*coding gain*) και συστοιχίας (*array gain*).

Από την (1.65) μπορούμε να συμπεράνουμε ότι η κλίση της γραφικής παράστασης της πιθανότητας εσφαλμένου συμβόλου ως προς το σηματοθορυβικό λόγο SNR (σε λογαριθμικό διάγραμμα) θα ισούται προσεγγιστικά με τον αριθμό των κεραιών στο δέκτη.

Η εκμετάλλευση του διαφορισμού στο δέκτη έχει ως αποτέλεσμα τη σημαντική μείωση της πιθανότητας σφάλματος, η οποία μάλιστα γίνεται σημαντικότερη όσο αυξάνεται ο σηματοθορυβικός λόγος. Η βελτίωση αυτή λόγω του διαφορισμού είναι γνωστή ως κέρδος διαφορισμού (*diversity gain*) και το M (ή με άλλα λόγια η κλίση της καμπύλης πιθανότητας σφάλματος – SNR στο λογαριθμικό διάγραμμα) λέγεται τάξη διαφορισμού (*diversity order*).

Το κέρδος συστοιχίας (*array gain*) αναφέρεται στην αύξηση του μέσου σηματοθορυβικού λόγου στον δέκτη, που προκαλείται από την συνδυασμένη δράση των πολλαπλών κεραιών και στα δύο άκρα της τηλεπικοινωνιακής ζεύξης. Τα πολλαπλά σήματα που καταφτάνουν στον δέκτη, συνδυάζονται κατά τρόπο ώστε να προκύψει τελικά ένα ενισχυμένο σήμα. Η ενίσχυση του σηματοθορυβικού λόγου στον δέκτη είναι ανάλογη του αριθμού των κεραιών του. Στην περίπτωση που έχουμε συστοιχία κεραιών και στον πομπό, απαιτείται γνώση του καναλιού από αυτόν για την εκμετάλλευση του κέρδους συστοιχίας.

Το κέρδος συστοιχίας μπορούμε να πούμε ότι είναι το αντίστοιχο κέρδος κωδικοποίησης στους συμβατικούς χρονικούς κώδικες και οδηγεί σε μετατόπιση της καμπύλης $BEP-SNR$ προς τα αριστερά.

Το κέρδος κωδικοποίησης (*coding gain*) αναφέρεται στην μετατόπιση προς τα αριστερά της καμπύλης $BEP-SNR$ λόγω της κωδικοποίησης (δηλαδή της εισαγωγής πλεονάζουσας πληροφορίας με σκοπό τη μείωση των σφαλμάτων) τόσο στο πεδίο του χρόνου, όσο και στο πεδίο του χώρου (λόγω των πολλαπλών κεραιών). Το κέρδος συστοιχίας είναι το κέρδος κωδικοποίησης που οφείλεται στην πλεονάζουσα πληροφορία που μεταδίδεται από κάθε κεραία.

Έστω ένα σύστημα MISO με M_T κεραιές στον πομπό. Ο διάυλος παρουσιάζει επίπεδες διαλείψεις και είναι γνωστός τόσο στον πομπό όσο και στο δέκτη.

Το σύμβολο που εκπέμπεται από κάθε κεραία είναι το σύμβολο εκπομπής s πολλαπλασιασμένο με κατάλληλο συντελεστή. Έτσι, το διάνυσμα εκπομπής είναι $\mathbf{x} = \mathbf{w}s$, όπου \mathbf{w} είναι το διάνυσμα συντελεστών και ο δέκτης λαμβάνει

$$y = \sqrt{\frac{E_s}{M_T}} \mathbf{h} \mathbf{w} s + n \quad (1.67)$$

όπου $\mathbf{h} = [h_1 \ h_2]$ και n είναι ο λευκός προσθετικός Gaussian θόρυβος.

Για να μεγιστοποιηθεί ο σηματοθορυβικός λόγος κατά τη λήψη πρέπει να μεγιστοποιηθεί το $|\mathbf{h}\mathbf{w}|^2$ υπό τον περιορισμό ισχύος $\|\mathbf{w}\|_F^2 = M_T$. Σύμφωνα με την ανισότητα Cauchy-Schwarz, ισχύει

$$|\mathbf{h}\mathbf{w}|^2 \leq \|\mathbf{h}\|^2 \|\mathbf{w}\|^2 = M_T \|\mathbf{h}\|^2 \quad (1.68)$$

όπου η ισότητα ισχύει αν και μόνον αν το διάνυσμα \mathbf{w} είναι παράλληλο με το διάνυσμα \mathbf{h}^H . Επομένως, η βέλτιστη λύση που ικανοποιεί και τον περιορισμό ισχύος είναι

$$\mathbf{w} = \sqrt{M_T} \frac{\mathbf{h}^H}{\sqrt{\|\mathbf{h}\|_F^2}} \quad (1.69)$$

Αυτό το σχήμα μετάδοσης λέγεται *συνδυασμός μεγίστου λόγου εκπομπής (transmit maximal ratio combining – Transmit-MRC)* και είναι αντίστοιχο αυτού που είδαμε προηγουμένως για το διαφορισμό λήψης.

Ο σηματοθορυβικός λόγος στο δέκτη είναι

$$\eta = \|\mathbf{h}\|_F^2 * SNR \quad (1.70)$$

και αν υποθέσουμε ότι έχουμε περιβάλλον πλήρους σκέδασης, η μέση πιθανότητα σφάλματος και ο μέσος σηματοθορυβικός λόγος στο δέκτη θα είναι αντίστοιχα

$$\bar{P}_e = \bar{N}_e \left(\frac{SNR * d_{\min}^2}{4} \right)^{-M_T} \quad (1.71)$$

$$\bar{\eta} = M_T * SNR \quad (1.72)$$

Δηλαδή επιτυγχάνεται τάξη διαφορισμού M_T και κέρδος συστοιχίας M_T .

1.7.2 Σχήμα Alamouti

Η τεχνική του διαφορισμού μπορεί να εφαρμοστεί όχι μόνο στο δέκτη, αλλά και στον πομπό. Αυτό είναι λογικό επακόλουθο του θεωρήματος της αμοιβαιότητας [10] από την θεωρία κεραιών.

Για να εφαρμοστεί ο διαφορισμός εκπομπής απαιτείται κάποια προ-επεξεργασία ή προ-κωδικοποίηση των σημάτων πριν την εκπομπή. Χωρίς προεπεξεργασία είναι αδύνατον να εξαχθεί κέρδος διαφορισμού. Πράγματι, αν για παράδειγμα σε κάθε περίοδο συμβόλου μεταδώσουμε το ίδιο σύμβολο από όλες τις κεραιές του πομπού (υποθέτοντας για απλότητα ότι έχουμε μόνο μια κεραία στο δέκτη), τότε ο δέκτης θα λάβει:

$$y = \sqrt{\frac{E_s}{M_T}} \left(\sum_{i=1}^{M_T} h_i \right) s + n \quad (1.73)$$

όπου n είναι ο λευκός προσθετικός θόρυβος στο δέκτη με μηδενική μέση τιμή και μοναδιαία διακύμανση. Δεδομένου ότι το άθροισμα μιγαδικών Gaussian μεταβλητών είναι μια μιγαδική

Gaussian τυχαία μεταβλητή, $\sqrt{\frac{1}{M_T}} \sum_{i=1}^{M_T} h_i$ θα είναι μιγαδική Gaussian τυχαία μεταβλητή με

μηδενική μέση τιμή και μοναδιαία διακύμανση. Κατά συνέπεια, θέτοντας $h \triangleq \frac{1}{\sqrt{M_T}} \sum_{i=1}^{M_T} h_i$, η

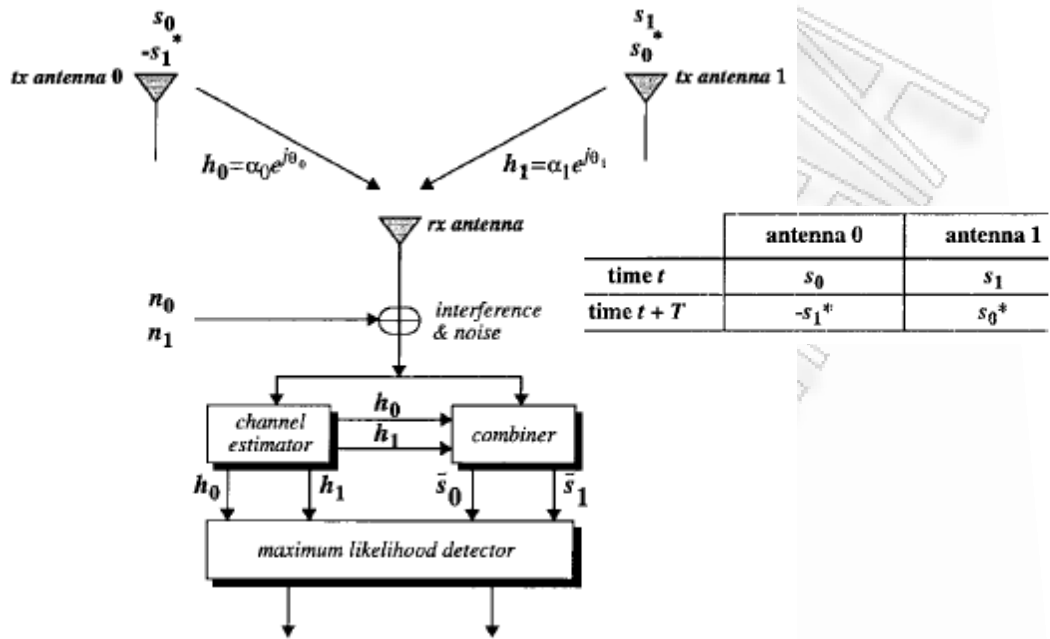
(1.73) μπορεί να γράφεται ισοδύναμα ως

$$y = \sqrt{E_s} h s + n \quad (1.74)$$

με $E[|h|^2]=1$. Βλέπουμε δηλαδή ότι το σύστημα ισοδυναμεί με ένα SISO σύστημα και κατά συνέπεια δεν μπορούμε να έχουμε κέρδος διαφορισμού.

Στη συνέχεια, θα μελετήσουμε μια βασική τεχνική διαφορισμού εκπομπής, οι οποία εφαρμόστηκε αρχικά σε συστήματα MISO, αλλά επεκτείνεται εύκολα σε συστήματα MIMO.

Έστω ότι έχουμε ένα σύστημα *MISO* με δυο κεραιές στον πομπό και ότι ο δίαυλος παρουσιάζει επίπεδες διαλείψεις, παραμένει αμετάβλητος για δυο περιόδους συμβόλου και είναι γνωστός στο δέκτη, αλλά όχι στον πομπό. Μια απλή αλλά πολύ έξυπνη τεχνική διαφορισμού εκπομπής είναι γνωστή ως σχήμα *Alamouti* [11].



Σχήμα 1-16: Το σχήμα Alamouti για συστήματα MISO με δυο κεραίες στον πομπό

Κατά το σχήμα Alamouti, ο πομπός κατά την πρώτη περίοδο συμβόλου εκπέμπει τα σύμβολα s_0 και s_1 από την πρώτη και δεύτερη κεραία αντίστοιχα και κατά τη επόμενη περίοδο συμβόλου εκπέμπει τα $-s_1^*$ και s_0^* αντίστοιχα. Συμβολίζοντας το μιγαδικό κέρδος από την πρώτη και δεύτερη κεραία του πομπού στο δέκτη με h_0 και h_1 αντίστοιχα, ο δέκτης λαμβάνει την πρώτη και την επόμενη περίοδο συμβόλου αντίστοιχα:

$$y_0 = \sqrt{\frac{E_s}{2}} h_0 s_0 + \sqrt{\frac{E_s}{2}} h_1 s_1 + n_0 \quad (1.75)$$

$$y_1 = -\sqrt{\frac{E_s}{2}} h_0 s_1^* + \sqrt{\frac{E_s}{2}} h_1 s_0^* + n_1 \quad (1.76)$$

Από τις δυο παραπάνω εξισώσεις μπορούμε να λύσουμε ως προς τους αγνώστους s_0 και s_1 αγνοώντας τον θόρυβο (συμβολίζοντας τους με \tilde{s}_0 και \tilde{s}_1 αντίστοιχα, αφού είναι τα μεγέθη με βάση τα οποία θα λάβει απόφαση ο εκτιμητής και όχι τα σύμβολα που στάλθηκαν στην πραγματικότητα):

$$\tilde{s}_0 = \sqrt{\frac{2}{E_s}} h_0^* y_0 + \sqrt{\frac{2}{E_s}} h_1 y_1^* \quad (1.77)$$

$$\tilde{s}_1 = \sqrt{\frac{2}{E_s}} h_1^* y_0 - \sqrt{\frac{2}{E_s}} h_0 y_1^* \quad (1.78)$$

Αντικαθιστώντας στις σχέσεις (1.77) και (1.78) τις (1.75) και (1.76) προκύπτει ότι:

$$\tilde{s}_0 = |h_0|^2 + |h_1|^2 s_0 + \sqrt{\frac{2}{E_s}} h_0^* n_0 + \sqrt{\frac{2}{E_s}} h_1 n_1 \quad (1.79)$$

$$\tilde{s}_1 = |h_0|^2 + |h_1|^2 s_1 - \sqrt{\frac{2}{E_s}} h_0 n_1^* + \sqrt{\frac{2}{E_s}} h_1^* n_0 \quad (1.80)$$

Σημειώνεται ότι τα μεγέθη \tilde{s}_0 και \tilde{s}_1 παράγονται από τον συνδυαστή (combiner) του δέκτη και οδηγούνται στον εκτιμητή μέγιστης πιθανοφάνειας, ο οποίος θα δώσει τις εκτιμήσεις \hat{s}_0 και \hat{s}_1 αντίστοιχα.

Αν γράψουμε το σύστημα των εξισώσεων (1.75) και (1.76) με τη μορφή διανυσματικής εξίσωσης, έχουμε:

$$\begin{bmatrix} y_0 \\ y_1^* \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{E_s}{2}} \begin{bmatrix} h_0 & h_1 \\ h_1^* & -h_0^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_0 \\ s_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_0 \\ n_1^* \end{bmatrix} \quad (1.81)$$

Παρατηρούμε ότι ο πίνακας $\mathbf{H}_{eff} = \begin{bmatrix} h_0 & h_1 \\ h_1^* & -h_0^* \end{bmatrix}$, ο λεγόμενος ενεργός πίνακας διαύλου (*effective channel matrix*), είναι ορθομοναδιαίος (*unitary*) πίνακας. Η ιδιότητα αυτή του σχήματος Alamouti είναι πολύ σημαντική, όπως θα δούμε και στους μπλοκ κώδικες χώρου-χρόνου. Σε αυτήν οφείλεται το γεγονός ότι τα s_1 και s_2 μπορούν να εκτιμηθούν με απλότητα.

Ο λαμβανόμενος σηματοθυροβικός λόγος για κάθε σύμβολο είναι

$$\eta = \frac{\|\mathbf{h}\|_F^2}{2} \quad (1.82)$$

και υποθέτοντας ότι έχουμε περιβάλλον πλήρους σκέδασης, για υψηλές τιμές του σηματοθορυβικού λόγου η μέση πιθανότητα σφάλματος φράσσεται από τη σχέση

$$\bar{P}_e \leq \bar{N}_e \left(\frac{SNR * d_{\min}^2}{8} \right)^{-2} \quad (1.83)$$

δηλαδή η τάξη διαφορισμού είναι 2. Ωστόσο, ο μέσος σηματοθορυβικός λόγος κατά τη λήψη είναι

$$\bar{\eta} = SNR \quad (1.84)$$

Δηλαδή, το σχήμα Alamouti σε MISO σύστημα δεν επιτυγχάνει κέρδος συστοιχίας. Γενικότερα, για να πετύχει ένα σύστημα διαφορισμού εκπομπής κέρδος συστοιχίας πρέπει ο πομπός να γνωρίζει το διάυλο.

Συνοψίζοντας, παραθέτουμε στον παρακάτω πίνακα τα κέρδη συστοιχίας και διαφορισμού που προσφέρουν τα διάφορα συστήματα, ανάλογα με το αν το κανάλι είναι γνωστό ή όχι στον πομπό.

Σύστημα	Κέρδος Συστοιχίας (array gain)		Τάξη διαφορισμού (diversity gain)	
	Κανάλι γνωστό	Κανάλι άγνωστο	Κανάλι γνωστό	Κανάλι άγνωστο
SIMO	M_R	M_R	M_R	M_R
MISO	M_T	1	M_T	M_T
MIMO	$E \lambda_{\max}$	M_R	$M_R M_T$	$M_R M_T$

1.7.3 STBCs

Μια αποδοτική και πρακτικά εφαρμόσιμη τεχνική μετάδοσης σε διαύλους MIMO είναι η λεγόμενη *κωδικοποίηση χρόνου-χώρου (space-time coding)*. Η κωδικοποίηση (δηλαδή η αντιστοίχιση των bit της πληροφορίας στα μεταδιδόμενα σύμβολα) γίνεται τόσο στο πεδίο του χρόνου όσο και στο πεδίο του χώρου, ώστε να *εισαχθεί συσχέτιση* ανάμεσα στα σήματα που μεταδίδονται από τις διάφορες κεραιές σε διάφορες χρονικές στιγμές. Η συσχέτιση αυτή πρέπει να εισαχθεί με κατάλληλο τρόπο, ώστε να εκμεταλλευτούμε τις ιδιότητες του διαύλου και να ελαχιστοποιήσουμε τα σφάλματα μετάδοσης, τα οποία μπορεί να οφείλονται στις διαλείψεις του διαύλου, σε προσθετικό θόρυβο ή και σε παρεμβολές.

Όπως ακριβώς και στην κλασική κωδικοποίηση, έτσι και εδώ η συσχέτιση επιτυγχάνεται μέσω της εισαγωγής *πλεονασμού (redundancy)* στα μεταδιδόμενα δεδομένα, όχι μόνο στο πεδίο του χρόνου αλλά και στο πεδίο του χώρου.

Οι κώδικες χώρου-χρόνου μπορούν να χωριστούν σε δυο μεγάλες κατηγορίες: τους *trellis κώδικες χώρου-χρόνου (space-time trellis codes – STTC)* και τους *μπλοκ κώδικες χώρου-χρόνου (space-time block codes – STBC)*.

Στους μπλοκ κώδικες χώρου-χρόνου, τα προς μετάδοση σύμβολα χωρίζονται σε ομάδες των N συμβόλων και σε κάθε ομάδα αντιστοιχίζεται ένα πλαίσιο (ή μπλοκ – γι' αυτό λέγονται και μπλοκ κώδικες) από $M_T \cdot T$ στοιχεία. Κάθε πλαίσιο που είναι δυνατόν να σταλεί από τις κεραιές του πομπού λέγεται κωδική λέξη χώρου-χρόνου (ή απλά κωδική λέξη).

Έχουν προταθεί διάφορες κατηγορίες κωδικών χώρου-χρόνου, οι κυριότερες από τις οποίες είναι:

- Ορθογώνιοι Κώδικες (Orthogonal Codes)
- Γενικευμένοι Ορθογώνιοι Κώδικες (Generalized Orthogonal Codes)
- Κώδικες Γραμμικού Διασκορπισμού (Linear Dispersion Space-Time Block Codes)

Οι παραπάνω κατηγορίες κωδικών έχουν προταθεί κυρίως για μετάδοση σε διαύλους με επίπεδες διαλείψεις. Ωστόσο, έχουν προταθεί στη βιβλιογραφία και τεχνικές που επεκτείνουν τους παραπάνω κώδικες σε διαύλους επιλεκτικούς ως προς τη συχνότητα.

Στην προηγούμενη παράγραφο εξετάσαμε το σχήμα Alamouti για συστήματα MISO, το οποίο όμως μπορεί να χρησιμοποιηθεί και σε συστήματα MIMO. Η κωδική λέξη που εκπέμπεται κατά την εφαρμογή του σχήματος Alamouti για τα μεταδιδόμενα σύμβολα s_0 και s_1 είναι

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} s_0 & s_1 \\ -s_1^* & s_0^* \end{bmatrix} \quad (1.85)$$

Η κωδική λέξη \mathbf{S} παρουσιάζει τις ακόλουθες επιθυμητές ιδιότητες:

1. Είναι *ορθομοναδιαίος* (*unitary*) πίνακας, αφού $\mathbf{S}\mathbf{S}^H = \mathbf{S}^H\mathbf{S} = (|s_0|^2 + |s_1|^2)\mathbf{I}$. Για το λόγο αυτό, ανήκει και στην κατηγορία των *μιγαδικών ορθογώνιων κωδίκων*.
2. Παρουσιάζει χωρικό ρυθμό ίσο με 1, το μέγιστο δυνατό για τους συμβατικούς μπλοκ κώδικες χώρου-χρόνου. Είναι δηλαδή ένας *πλήρους ρυθμού* (*full rate*) STBC.
3. Είναι *γραμμικός*.
4. Για 2 κεραιές στον πομπό και μια στο δέκτη, είναι ο μοναδικός μπλοκ κώδικας χώρου-χρόνου που μπορεί να επιτύχει το μέγιστο ρυθμό μετάδοσης, όπως δίνεται από τον τύπο της χωρητικότητας.

Οι μπλοκ κώδικες χώρου-χρόνου με τις παραπάνω ιδιότητες λέγονται *ορθογώνιοι μπλοκ κώδικες χώρου-χρόνου* (*Orthogonal STBC*).

Αποδεικνύεται ότι ο κώδικας Alamouti είναι ο μοναδικός μιγαδικός ορθογώνιος κώδικας χώρου-χρόνου που είναι δυνατόν να κατασκευαστεί. Για περισσότερες κεραιές στον πομπό, μόνο *πραγματικοί* (δηλαδή χρησιμοποιώντας πραγματικούς βαθμωτούς σηματοικούς αστερισμούς) ορθογώνιοι κώδικες μπορούν να κατασκευαστούν με τη βοήθεια του αλγόριθμου Hurwitz-Radon [12].

Ένα παράδειγμα πραγματικού ορθογώνιου μπλοκ κώδικα χώρου-χρόνου για 4 κεραιές στον πομπό είναι το ακόλουθο:

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} s_1 & -s_2 & -s_3 & -s_4 \\ s_2 & s_1 & s_4 & -s_3 \\ s_3 & -s_4 & s_1 & s_2 \\ s_4 & s_3 & -s_2 & s_1 \end{bmatrix} \quad (1.86)$$

Για να μπορέσουμε να χρησιμοποιήσουμε τους μπλοκ κώδικες χώρου-χρόνου για περισσότερες από 2 κεραιές στον πομπό χρησιμοποιώντας μιγαδικούς σηματοικούς αστερισμούς, έχουν εισαχθεί οι *γενικευμένοι ορθογώνιοι μπλοκ κώδικες χώρου-χρόνου*, οι οποίοι διαφέρουν από τους προηγούμενους στα εξής :

1. Οι κωδικές λέξεις δεν είναι τετραγωνικοί πίνακες.
2. Ο ρυθμός τους είναι μικρότερος της μονάδας. Έτσι, μπορούν να υποστηρίξουν χαμηλότερο ρυθμό μετάδοσης σε σχέση με ένα σύστημα SISO, κερδίζοντας ωστόσο σε πιθανότητα σφάλματος.
3. Η συνθήκη της ορθογωνιότητας ισχύει μόνο στο πεδίο του χρόνου (γι' αυτό λέγονται και οιονεί ορθογώνιοι κώδικες – *quasi-orthogonal codes*), δηλαδή ισχύει

$$\mathbf{S}^H \mathbf{S} = \left(\sum_{i=1}^{M_T} |\mathbf{s}_i|^2 \right) \mathbf{I} \quad (1.87)$$

αλλά $\mathbf{S}\mathbf{S}^H \neq \mathbf{I}$. Με άλλα λόγια, οι γραμμές του \mathbf{S} (που περιέχουν την χρονική ακολουθία συμβόλων που εκπέμπει η αντίστοιχη κεραία) είναι ορθογώνιες μεταξύ τους, αλλά όχι οι στήλες του. Ωστόσο, αυτή η συνθήκη αρκεί για να εξασφαλιστεί απλότητα στην αποκωδικοποίηση, όπως και στο σχήμα Alamouti.

Παρόλο που οι (οιονεί) ορθογώνιοι μπλοκ κώδικες αποτελούν μια ελκυστική επιλογή λόγω της απλότητάς τους, έχουν χειρότερη επίδοση από τους trellis κώδικες, όταν αυτοί έχουν σχεδιαστεί κατάλληλα ώστε να βελτιστοποιούν τα κριτήρια του βαθμού και της διακρίνουσας.

1.8 Συστήματα Χωρικής Πολυπλεξίας

Έστω ότι έχουμε ένα $N \times 1$ διάνυσμα προς μετάδοση, το οποίο συμβολίζουμε με \mathbf{s} . Το διάνυσμα \mathbf{s} αποτελείται από N σύμβολα πληροφορίας. Το \mathbf{s} πολλαπλασιάζεται με έναν $M_T \times N$ πίνακα και στη συνέχεια μεταδίδεται μέσω του ασύρματου καναλιού, που περιγράφεται ως γνωστόν από τον $M_R \times M_T$ πίνακα \mathbf{H} . Υποθέτουμε ότι υπάρχουν T τέτοιοι $M_T \times N$ πίνακες και ότι την χρονική στιγμή k , με $1 \leq k \leq T$, εκπέμπεται το σήμα $\mathbf{X}[k]\mathbf{s}$, όπου $\mathbf{X}[k]$ είναι ο πίνακας που αντιστοιχεί σε αυτή την χρονική στιγμή. Το σήμα που λαμβάνεται στον δέκτη την στιγμή k θα είναι :

$$\mathbf{y}[k] = \sqrt{\frac{E_s}{M_T}} \mathbf{H}\mathbf{X}[k]\mathbf{s} + \mathbf{n}[k] \quad (1.88)$$

όπου $\mathbf{y}[k], \mathbf{n}[k]$ είναι $M_R \times 1$ διανύσματα που περιγράφουν το λαμβανόμενο σήμα και τον θόρυβο στον δέκτη. Αν ομαδοποιήσουμε τα T λαμβανόμενα διανύσματα που αντιστοιχούν στις T χρονικές στιγμές έχουμε την εξής σχέση:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{y}[1] \\ \vdots \\ \mathbf{y}[T] \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{E_s}{M_T}} \mathbf{H} \begin{bmatrix} \mathbf{X}[1] \\ \vdots \\ \mathbf{X}[T] \end{bmatrix} \mathbf{s} + \begin{bmatrix} \mathbf{n}[1] \\ \vdots \\ \mathbf{n}[T] \end{bmatrix} \quad (1.89)$$

ή ισοδύναμα

$$\mathbf{Y} = \sqrt{\frac{E_s}{M_T}} \mathbf{H} \mathbf{X} \mathbf{s} + \mathbf{N} \quad (1.90)$$

Στην τελευταία σχέση έχουμε: \mathbf{Y} είναι το $M_R T \times 1$ διάνυσμα που λαμβάνει ο δέκτης, $\mathbf{H} = \mathbf{I}_T \otimes \mathbf{H}$ είναι πίνακας διαστάσεων $M_R T \times M_T T$ (\otimes ο τελεστής Kronecker), \mathbf{X} είναι πίνακας διαστάσεων $M_T T \times N$ και \mathbf{N} είναι το $M_R T \times 1$ διάνυσμα που περιγράφει τον θόρυβο στον δέκτη.

Ο χωρικός ρυθμός του μοντέλου προκύπτει $r_s = N/T$, αφού N ανεξάρτητα σύμβολα μεταδίδονται σε διάστημα T περιόδων. Αν $N = T$ τότε $r_s = 1$. Αν $N = TM_T$ τότε $r_s = M_T$ (spatial multiplexing). Για $T < N < TM_T$ έχουμε $1 < r_s < M_T$, που αντιστοιχεί σε ένα ενδιάμεσο σχήμα, το οποίο εκμεταλλεύεται ταυτόχρονα και ως ένα βαθμό τόσο την διαφορισιμότητα όσο και την χωρική πολυπλεξία.

Στα συστήματα χωρικής πολυπλεξίας (spatial multiplexing), σε κάθε περίοδο συμβόλου μεταδίδουμε M_T ανεξάρτητα σύμβολα (δηλαδή έχουμε $r_s = M_T$) με σκοπό να μεγιστοποιήσουμε το ρυθμό μετάδοσης δεδομένων. Παρόλο που η μετάδοση σε ένα σύστημα χωρικής πολυπλεξίας είναι πολύ απλή, απαιτείται αυξημένη πολυπλοκότητα στο δέκτη ώστε να ανιχνευτεί η μεταδιδόμενη πληροφορία με χαμηλή πιθανότητα σφάλματος.

Στην ενότητα αυτή, θα μελετήσουμε πώς γίνεται η μετάδοση στα συστήματα χωρικής πολυπλεξίας και θα εξετάσουμε διάφορες διατάξεις δεκτών που χρησιμοποιούνται κατά την ανίχνευση.

1.8.1 Περιγραφή συστήματος

Κατά τη μετάδοση χωρίς κωδικοποίηση, τα προς μετάδοση δεδομένα οδηγούνται σε έναν 1: M_T αποπολυπλέκτη και κάθε υπο-ροή δεδομένων που προκύπτει μεταδίδεται από μια διαφορετική κεραία.

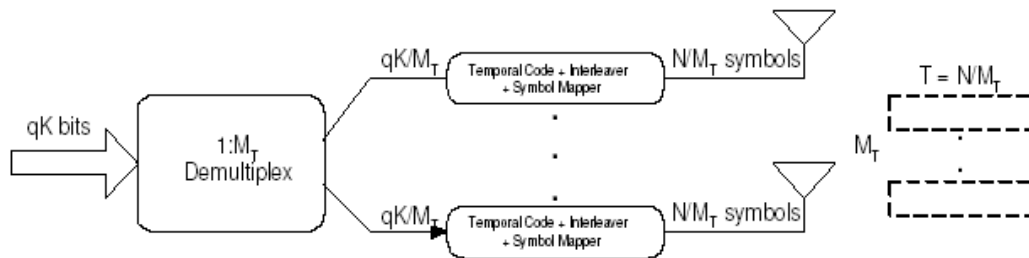
Κατά τη μετάδοση χωρίς κωδικοποίηση, $r_t=1$ και $r_s=M_T$. Κάθε μεταδιδόμενο διάνυσμα θεωρείται διαφορετικό πλαίσιο δεδομένων (δηλαδή $T=1$) και γίνεται εκτίμηση μέγιστης πιθανοφάνειας για κάθε λαμβανόμενο διάνυσμα δεδομένων στο δέκτη.

Έστω ότι μεταδόθηκε το διάνυσμα \mathbf{s}_t , αλλά ανιχνεύτηκε (εσφαλμένα) το διάνυσμα \mathbf{s}_d . Ο πίνακας $(\mathbf{s}_t - \mathbf{s}_d)(\mathbf{s}_t - \mathbf{s}_d)^H$ έχει βαθμό 1. Προκύπτει [13] ότι

$$P(\mathbf{s}_t \rightarrow \mathbf{s}_d) \leq \frac{1}{(\mathbf{s}_t - \mathbf{s}_d)^H (\mathbf{s}_t - \mathbf{s}_d)} \left(\frac{E_s}{4N_0 M_T} \right)^{-M_R} \quad (1.91)$$

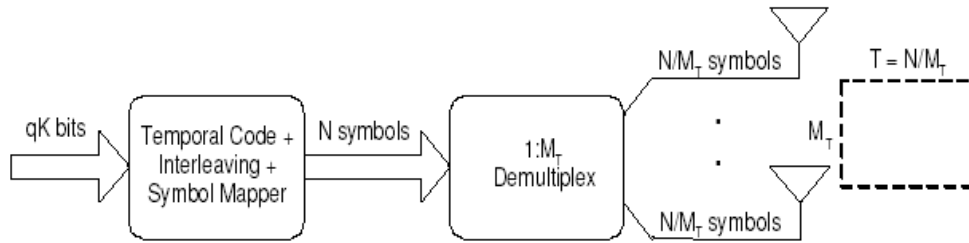
Παρατηρούμε ότι η τάξη διαφορισμού είναι M_R , δηλαδή το σύστημα εκμεταλλεύεται πλήρως το διαφορισμό στο δέκτη, αλλά δεν μπορεί να εκμεταλλευτεί το διαφορισμό στον πομπό.

Κατά την *οριζόντια κωδικοποίηση (horizontal encoding)*, η πληροφορία αποπολυπλέκεται σε M_T υπο-ροές, κάθε μια από τις οποίες υπόκειται σε ανεξάρτητη χρονική κωδικοποίηση και διεμπλοκή. Ο ρυθμός χωρικού κώδικα είναι $r_s=M_T$ και ο ρυθμός του εξωτερικού κώδικα εξαρτάται από την κωδικοποίηση που χρησιμοποιείται για κάθε υπο-ροή δεδομένων. Η μέγιστη δυνατή τάξη διαφορισμού που επιτυγχάνεται είναι και πάλι M_T , αφού κάθε bit πληροφορίας θα μεταδοθεί από μία και μόνο κεραία, αλλά η χρονική κωδικοποίηση μπορεί να μας δώσει μικρότερη πιθανότητα σφάλματος σε σχέση με την μη κωδικοποιημένη μετάδοση. Η τεχνική αυτή δεν είναι βέλτιστη, εν τούτοις επιτρέπει την χρήση απλοποιημένης διάταξης στο δέκτη.



Σχήμα 1.18 : Οριζόντια κωδικοποίηση για σύστημα χωρικής πολυπλεξίας

Στην *κάθετη κωδικοποίηση (vertical encoding)*, η χρονική κωδικοποίηση και διεμπλοκή προηγούνται της $1:M_T$ αποπολύπλεξης. Αυτή η τεχνική μπορεί να προσεγγίσει την βέλτιστη επίδοση, αφού κάθε bit πληροφορίας μπορεί δυνητικά να μεταδοθεί από όλες τις κεραίες. Ωστόσο, απαιτείται από κοινού αποκωδικοποίηση των υπο-ροών δεδομένων στο δέκτη (joint decoding), η οποία μπορεί να αυξήσει πάρα πολύ την πολυπλοκότητα. Ο ρυθμός του χωρικού κώδικα είναι $r_s=M_T$, ενώ επιτυγχάνεται τάξη διαφορισμού μεγαλύτερη από M_R .



Σχήμα 1.19 : Κάθετη κωδικοποίηση για σύστημα χωρικής πολυπλεξίας

1.8.2 Διατάξεις δεκτών

Τα συστήματα χωρικής πολυπλεξίας, παρόλο που απαιτούν πολύ απλές διατάξεις στον πομπό, έχουν να αντιμετωπίσουν ένα πρόσθετο πρόβλημα στο δέκτη: την αποφυγή της *πολυροϊκής παρεμβολής* (*multistream interference – MSI*). Επειδή κάθε κεραία μεταδίδει ροές ανεξάρτητων συμβόλων, οι κεραίες του δέκτη λαμβάνουν ένα γραμμικό συνδυασμό των συμβόλων αυτών (ο οποίος εξαρτάται από το διάυλο). Κατά συνέπεια, ο δέκτης πρέπει με κάποιο τρόπο να ξεχωρίσει τα σύμβολα που προέρχονται από διαφορετικές ροές, ώστε να μπορέσει να τα αντιχτυήσει σωστά. Έτσι, δημιουργείται πρόβλημα ανάλογο με τη διασυμβολική παρεμβολή (*intersymbol interference*) κατά τη μετάδοση σε διαύλους με περιορισμένο εύρος ζώνης ή ανάλογο με την ακύρωση παρεμβολών (*interference cancellation*) σε συστήματα ασύρματων επικοινωνιών με πολλούς χρήστες. Παρακάτω θα μελετήσουμε μερικές τεχνικές που μπορούν να εφαρμοστούν στο δέκτη για την αντιμετώπιση της MSI και θα συγκρίνουμε τα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματά τους. Υποθέτουμε ότι ο διάυλος παρουσιάζει επίπεδες διαλείψεις.

α) Δέκτης μέγιστης πιθανοφάνειας (*Maximum Likelihood Receiver*)

Ο δέκτης μέγιστης πιθανοφάνειας είναι ο βέλτιστος και αποφασίζει με βάση τη σχέση:

$$\hat{\mathbf{s}} = \underset{\mathbf{s}}{\operatorname{argmin}} \left\| \mathbf{y} - \sqrt{\frac{E_s}{M_T}} \mathbf{H} \mathbf{s} \right\|_F^2 \quad (1.92)$$

Η απόφαση λαμβάνεται ύστερα από μια εξαντλητική αναζήτηση (*exhaustive search*), δοκιμάζοντας όλα τα δυνατά διανύσματα \mathbf{s} που θα μπορούσαν να είχαν σταλεί. Το γεγονός αυτό αυξάνει πάρα πολύ την υπολογιστική πολυπλοκότητα στο δέκτη, η οποία αποδεικνύεται ότι αυξάνει εκθετικά με τον αριθμό των κεραιών του δέκτη M_R . Ωστόσο, η ανάπτυξη ταχύτερων αλγορίθμων για τη σφαιρική αποκωδικοποίηση (*sphere decoding*) υπόσχεται σημαντική μείωση της υπολογιστικής πολυπλοκότητας.

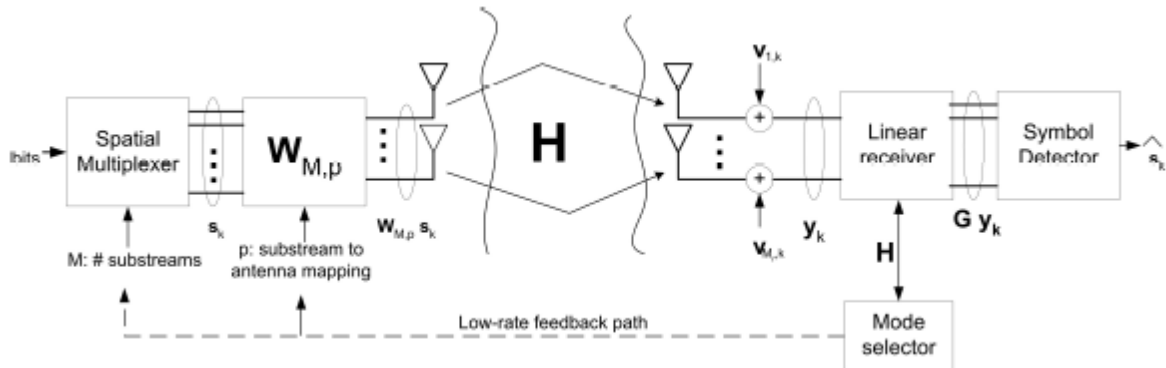
Η επίδοση του δέκτη ML αποτελεί άνω φράγμα για τις υπόλοιπες διατάξεις δεκτών, εφόσον όπως είπαμε πρόκειται για τον βέλτιστο δέκτη. Εξετάζουμε την επίδοσή του (για μετάδοση χωρίς κωδικοποίηση) με το κριτήριο PEP (Pairwise Error Probability) που καθορίζει την πιθανότητα να ανιχνευθεί το διάνυσμα $\mathbf{s}^{(j)}$ αντί για το διάνυσμα $\mathbf{s}^{(i)}$ που μεταδόθηκε. Για μεγάλες τιμές του SNR και για περιβάλλον έχουμε :

$$P \mathbf{s}^{(i)} \rightarrow \mathbf{s}^{(j)} \leq \frac{1}{\left(\frac{\rho}{4M_T} \|\mathbf{d}_{i,j}\|_F^2 \right)^{M_R}} \quad (1.93)$$

όπου $\mathbf{d}_{i,j} = \mathbf{s}^{(i)} - \mathbf{s}^{(j)}$. Είναι φανερό ότι η τάξη διαφορισμού που επιτυγχάνεται είναι ίση με M_R .

β) Γραμμικοί Δέκτες

Με τους γραμμικούς δέκτες μειώνουμε την απαιτούμενη υπολογιστική πολυπλοκότητα χρησιμοποιώντας ένα γραμμικό φίλτρο \mathbf{G} για το διαχωρισμό των εκπεμπόμενων ροών δεδομένων και κατόπιν τις αποκωδικοποιούμε ανεξάρτητα. Οι γραμμικοί δέκτες εμφανίζουν αυξημένη πιθανότητα σφάλματος (σε σχέση με τους δέκτες μέγιστης πιθανοφάνειας) και έχουν ήδη χρησιμοποιηθεί στους γραμμικούς εξισωτές (linear equalizers) για την αντιμετώπιση της διασυμβολικής παρεμβολής (ISI) σε διαύλους με περιορισμένο εύρος ζώνης.



Σχήμα 1.20 : Γενική διάταξη συστήματος χωρικής πολυπλεξίας με γραμμικό δέκτη (πίνακας \mathbf{G})

γ) Δέκτης επιβολής μηδενισμών (Zero Forcing Receiver)

Ο δέκτης επιβολής μηδενισμών (Zero Forcing receiver) πολλαπλασιάζει το διάνυσμα λήψης \mathbf{y} με τον πίνακα

$$\mathbf{G}_{ZF} = \sqrt{\frac{M_T}{E_s}} \mathbf{H}^\dagger \quad (1.94)$$

όπου \mathbf{H}^\dagger είναι ο ψευδοαντίστροφος του πίνακα \mathbf{H} . Ο πίνακας \mathbf{G}_{ZF} έχει διαστάσεις $M_T \times M_R$ και απλά αντιστρέφει το διάλυτο. Η μέθοδος αυτή είναι αντίστοιχη με τον εξισωτή επιβολής μηδενισμών (zero-forcing equalizer) που αφαιρεί τη διασυμβολική παρεμβολή, απαιτώντας η απόκρισή του να είναι μη μηδενική μόνο για το υπό αντίχρευση σύμβολο.

Η έξοδος του δέκτη επιβολής μηδενισμών, υποθέτοντας ότι $M_R \geq M_T$ και ότι ο \mathbf{H} έχει πλήρη βαθμό στηλών, είναι

$$\mathbf{z} = \mathbf{s} + \sqrt{\frac{M_T}{E_s}} \mathbf{H}^\dagger \mathbf{n} \quad (1.95)$$

Το μητρώο αυτοσυσχέτισης του θορύβου στο διάνυσμα \mathbf{z} είναι

$$\begin{aligned} E \left[\sqrt{\frac{M_T}{E_s}} \mathbf{H}^\dagger \mathbf{n} \cdot \left(\sqrt{\frac{M_T}{E_s}} \mathbf{H}^\dagger \mathbf{n} \right)^H \right] &= \frac{M_T}{E_s} \mathbf{H}^\dagger E[\mathbf{n} \mathbf{n}^H] \mathbf{H}^\dagger{}^H \\ &= \frac{M_T}{E_s} N_0 \mathbf{H}^\dagger \mathbf{H}^\dagger{}^H \\ &\stackrel{M_R \geq M_T}{=} \frac{M_T}{E_s} N_0 \mathbf{H}^H \mathbf{H}^{-1} \end{aligned} \quad (1.96)$$

Παρατηρούμε ότι το διάνυσμα \mathbf{z} είναι επιβαρυνόμενο με προσθετικό θόρυβο, ο οποίος δεν είναι λευκός (εισάγεται συσχέτιση μεταξύ του θορύβου των διαφόρων ροών). Επιπλέον, ο δέκτης επιβολής μηδενισμών οδηγεί σε ενίσχυση του θορύβου, λόγω του παράγοντα $(\mathbf{H}^H \mathbf{H})^{-1}$ στην τελευταία σειρά της σχέσης (1.90).

Η ισχύς του θορύβου για την k -οστή ροή δεδομένων είναι

$$E \left[\left[\left[\sqrt{\frac{M_T}{E_s}} \mathbf{H}^T \mathbf{n} \right]_k \right]^2 \right] = E \left[\sqrt{\frac{M_T}{E_s}} \mathbf{H}^T \mathbf{n} \cdot \left(\sqrt{\frac{M_T}{E_s}} \mathbf{H}^T \mathbf{n} \right)^H \right]_{k,k} \quad (1.97)$$

$$= \frac{M_T}{E_s} N_0 \left[(\mathbf{H}^H \mathbf{H})^{-1} \right]_{k,k}$$

Επομένως, ο σηματοθορυβικός λόγος για την k-οστή ροή θα είναι

$$\eta_k = \frac{E_s}{N_0 M_T} \frac{1}{\left[(\mathbf{H}^H \mathbf{H})^{-1} \right]_{k,k}} \quad (1.98)$$

Αποδεικνύεται [1] ότι, αν τα στοιχεία του \mathbf{H} είναι στατιστικά ανεξάρτητα μεταξύ τους, τα η_k ακολουθούν χ^2 -κατανομή με $2(M_R - M_T + 1)$ βαθμούς ελευθερίας και δεν είναι ανεξάρτητα μεταξύ τους (λόγω του έγχρωμου θορύβου). Η μέση πιθανότητα εσφαλμένου συμβόλου φράσσεται από:

$$\bar{P}_e \leq \bar{N}_e \left(\frac{E_s d_{\min}^2}{2N_0 M_T} \right)^{-M_R - M_T + 1} \quad (1.99)$$

Από την παραπάνω σχέση φαίνεται ότι η τάξη διαφορισμού και το κέρδος συστοιχίας είναι ανάλογα του $M_R - M_T + 1$.

Επιπλέον, ο μέσος σηματοθορυβικός λόγος των ροών είναι $(M_R - M_T + 1)(E_s/N_0 M_T)$.

Με βάση το διάνυσμα \mathbf{z} θα γίνει εκτίμηση του σταλθέντος διανύσματος \mathbf{s} . Η αποκωδικοποίηση κάθε στοιχείου του \mathbf{z} θα γίνει ανεξάρτητα και χωρίς να ληφθεί υπόψη ότι ο θόρυβος είναι πλέον έγχρωμος.

δ) Δέκτης Ελάχιστου Μέσου Τετραγωνικού Σφάλματος (Minimum Mean Square Error-MMSE)

Είδαμε ότι ο δέκτης επιβολής μηδενισμών αφαιρεί την παρεμβολή, ενισχύοντας ωστόσο τον θόρυβο. Ο δέκτης ελάχιστου μέσου τετραγωνικού σφάλματος (*Minimum Mean Square Error – MMSE Receiver*) προσπαθεί να ισορροπήσει ανάμεσα στην απαίτηση αποδοτικού διαχωρισμού των σταλθέντων ροών δεδομένων και διατήρησης του θορύβου σε χαμηλά επίπεδα, χρησιμοποιώντας ως κριτήριο την ελαχιστοποίηση του μέσου τετραγωνικού σφάλματος, δηλαδή

$$\mathbf{G}_{MMSE} = \underset{\mathbf{G}}{\operatorname{argmin}} E \left[\|\mathbf{G}\mathbf{y} - \mathbf{s}\|^2 \right] \quad (1.100)$$

Εν συνεχεία λαμβάνουμε (παραγωγίζοντας ως προς \mathbf{G}) :

$$\mathbf{G}_{MMSE} = \sqrt{\frac{M_T}{E_s}} \left(\mathbf{H}^H \mathbf{H} + \frac{M_T N_0}{E_s} \mathbf{I}_{M_T} \right)^{-1} \mathbf{H}^H \quad (1.101)$$

Ο λόγος σήματος προς παρεμβολή συν θόρυβο (SINR) της k-οστής ροής δεδομένων στην έξοδο του MMSE δέκτη αποδεικνύεται [14] ότι ισούται με :

$$\eta_k = \frac{1}{\left[\left(\frac{E_s}{N_0 M_T} \mathbf{H}^H \mathbf{H} + \mathbf{I}_{M_T} \right)^{-1} \right]_{k,k}} - 1 = \frac{\det \mathbf{R}_{yy}}{\det \left(\mathbf{R}_{yy} - \frac{E_s}{M_T} \mathbf{h}_k \mathbf{h}_k^H \right)} - 1 \quad (1.102)$$

όπου \mathbf{h}_k είναι η k-στήλη του \mathbf{H} .

Η κατανομή που ακολουθούν τα η_k δεν έχει ακόμα βρεθεί για τη γενική περίπτωση. Ωστόσο, έχουν διατυπωθεί παρατηρήσεις για τη συμπεριφορά του δέκτη για χαμηλούς και υψηλούς σηματοθορυβικούς λόγους. Έτσι, για χαμηλό σηματοθορυβικό λόγο ($\text{SNR} = E_s/N_0 \ll 1$), ο δέκτης MMSE προσεγγίζει ένα προσαρμοσμένο φίλτρο ($\mathbf{G}_{MMSE} = N_0^{-1} (E_s/N_0)^{-1/2} \mathbf{H}^H$), το οποίο παρουσιάζει τη βέλτιστη επίδοση ως προς το θόρυβο και επομένως είναι καλύτερο από τον δέκτη επιβολής μηδενισμών. Από την άλλη, για υψηλό σηματοθορυβικό λόγο, ο δέκτης MMSE συγκλίνει στον δέκτη επιβολής μηδενισμών. Επομένως, συνολικά ο δέκτης MMSE παρουσιάζει καλύτερες επιδόσεις από τον δέκτη επιβολής μηδενισμών.

1.8.3 Δέκτες διαδοχικής ακύρωσης παρεμβολών – Ο αλγόριθμος V-BLAST

Οι δέκτες διαδοχικής ακύρωσης παρεμβολών (successive interference cancellation) ακολουθούν λογική παρόμοια με τον εξισωτή ανάδρασης απόφασης (decision feedback equalizer) και εφαρμόζονται και στην ακύρωση παρεμβολών σε συστήματα πολλών χρηστών (multi-user interference cancellation). Ο πιο δημοφιλής αλγόριθμος αυτής της κατηγορίας είναι ο *V-BLAST* [15], ο οποίος θα μελετηθεί.

Ο αλγόριθμος *V-BLAST* αποκωδικοποιεί τις ροές δεδομένων διαδοχικά μία προς μία, αντιμετωπίζοντας τις υπόλοιπες ροές ως παρεμβολή και εκτελώντας για την αποκωδικοποίηση κάθε ροής *ακύρωση παρεμβολής* (*interference cancellation*) των ήδη αποκωδικοποιημένων ροών και *μηδενισμό παρεμβολών* (*interference nulling*) των υπόλοιπων (μη αποκωδικοποιημένων) ροών, ώστε να βρεθεί η καλύτερη εκτίμηση του σύμβολου προς αποκωδικοποίηση. Ο μηδενισμός παρεμβολών μπορεί να γίνει είτε με επιβολή μηδενισμών (*Zero Forcing Nulling*) είτε με τη μέθοδο του ελάχιστου μέσου τετραγωνικού σφάλματος (*MMSE Nulling*), όπως είδαμε παραπάνω.

Έστω λοιπόν ότι ο πομπός έχει στείλει το διάνυσμα $\mathbf{s}=[s_1, s_2, \dots, s_{M_T}]$ (τα s_i προέρχονται από τον ίδιο βαθμωτό σηματοκτικό αστερισμό μοναδιαίας μέσης ισχύος) και ο δέκτης έχει λάβει το $M_{R \times 1}$ διάνυσμα:

$$\mathbf{y} = \sqrt{\frac{E_s}{M_T}} \mathbf{H} \mathbf{s} + \mathbf{n} \quad (1.103)$$

Επίσης, έστω s_k το σύμβολο που αποκωδικοποιείται στο βήμα i του αλγόριθμου.

Συγκεκριμένα, ο αλγόριθμος *V-BLAST* ακολουθεί τα εξής βήματα:

Αρχικοποίηση:

$$i=1; \mathbf{y}_1=\mathbf{y}$$

$$\mathbf{G}_1 = \begin{cases} \mathbf{H}^\dagger & , \text{ZF Nulling} \\ \sqrt{\frac{M_T}{E_s}} \left(\mathbf{H}^H \mathbf{H} + \frac{M_T N_0}{E_s} \mathbf{I}_{M_T} \right)^{-1} \mathbf{H}^H & , \text{MMSE Nulling} \end{cases}$$

$$k_1 = \operatorname{argmin} \left\| (\mathbf{G}_1)_j \right\|^2$$

Ενώ $i \leq M_T$

- Μηδενισμός Παρεμβολών (των μη αποκωδικοποιημένων συμβόλων στο \mathbf{s}_{k_i}):

$$\mathbf{w}_{k_i} = (\mathbf{G}_i)_{k_i}$$

$$\mathbf{z}_{k_i} = \mathbf{w}_{k_i}^H \mathbf{y}_i \quad (1.104)$$

όπου $\mathbf{w}_{k_i}^H, \|(\mathbf{G}_i)_{k_i}\|^2$ είναι η αναστροφοσυζυγής-νόρμα της k -οστής γραμμής του \mathbf{G}_i .

- $\hat{\mathbf{s}}_{k_i}$: Εκτίμηση του \mathbf{s}_{k_i} από το \mathbf{z}_{k_i}
- Ακύρωση Παρεμβολής (του \mathbf{s}_{k_i} από τα $\mathbf{s}_{k_{i+1}}, \mathbf{s}_{k_{i+2}}, \dots$):

$$\mathbf{y}_{i+1} = \mathbf{y}_i - \hat{\mathbf{s}}_{k_i} \mathbf{h}_i \quad (1.105)$$

Δηλαδή, αφαιρούμε από το διάνυσμα λήψης την επίδραση (παρεμβολή) της ροής k_i χρησιμοποιώντας την απόφαση που μόλις λάβαμε. Η λογική αυτή θυμίζει τον εξισωτή ανάδρασης απόφασης, όπου η εκπαίδευση του εξισωτή συνεχίζεται βασιζόμενη στις αποφάσεις του δέκτη και μετά την περίοδο εκπαίδευσης.

- Διαγραφή της k_i στήλης του πίνακα \mathbf{H} (διότι αντιστοιχεί στην c_k -κεραία του πομπού, δηλαδή στην k_i -ροή, η οποία έχει αποκωδικοποιηθεί): $\mathbf{H}_{i+1} = \mathbf{H}(:, S)$ όπου $S = \{1, 2, \dots, M_T\} \setminus \{k_q\}_{q \leq i}$
- Υπολογισμός του πίνακα \mathbf{G} για το μηδενισμό παρεμβολών (δηλαδή της επίδρασης των ροών που δεν έχουν αποκωδικοποιηθεί) στο επόμενο βήμα:

$$\mathbf{G}_{i+1} = \begin{cases} \mathbf{H}_{i+1}^\dagger & , \text{ZF Nulling} \\ \sqrt{\frac{M_T}{E_s}} \left(\mathbf{H}_{i+1}^H \mathbf{H}_{i+1} + \frac{M_T N_0}{E_s} \mathbf{I}_{M_T} \right)^{-1} \mathbf{H}_{i+1}^H & , \text{MMSE Nulling} \end{cases} \quad (1.106)$$

- Απόφαση για το επόμενο σύμβολο που θα αποκωδικοποιηθεί:

$$k_{i+1} = \arg \min_{j \in \{k_1, \dots, k_i\}} \|(G_{i+1})_j\|^2 \quad (1.107)$$

- $i:=i+1$;

Τέλος

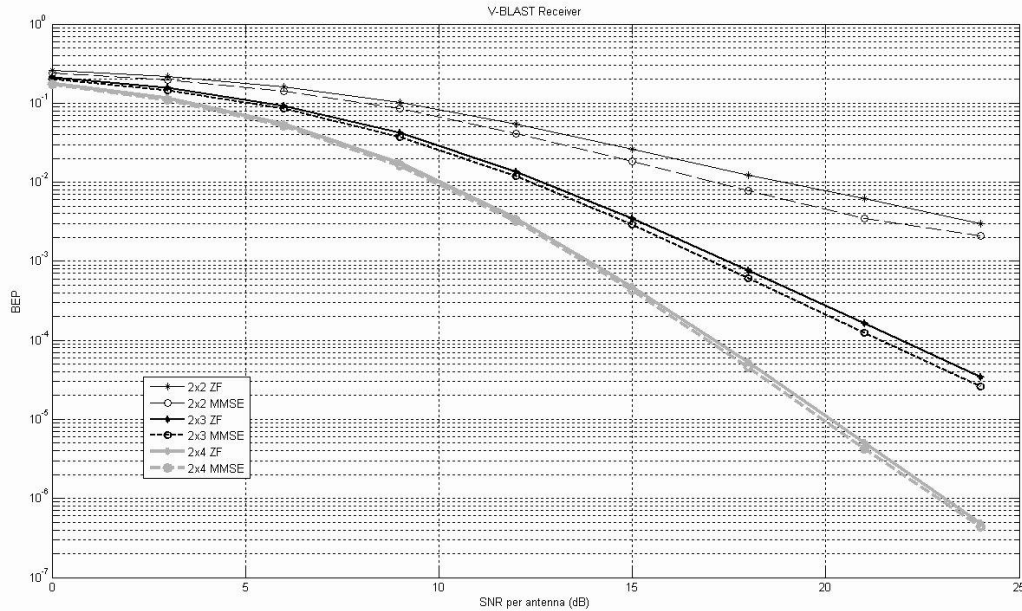
Ο συνδυασμός γραμμικών (μηδενισμός παρεμβολών) και μη γραμμικών (ακύρωση παρεμβολών) τεχνικών στο δέκτη οδηγεί στη βελτίωση της επίδοσης του συστήματος. Η βελτίωση αυτή μπορεί να εξηγηθεί ως εξής: Όταν χρησιμοποιείται δέκτης επιβολής μηδενισμών, κάθε γραμμή του πίνακα \mathbf{G} πρέπει να είναι συγχρόνως ορθογώνια με \mathbf{M}_T-1 γραμμές του \mathbf{H} . Από την άλλη, στον αλγόριθμο *V-BLAST*, το διάνυσμα \mathbf{g} σε κάθε βήμα k πρέπει να είναι ορθογώνιο μόνο με $M-k$ γραμμές του πίνακα \mathbf{H} (αφού οι υπόλοιπες ροές έχουν ήδη αποκωδικοποιηθεί, δε συμμετέχουν στο μηδενισμό παρεμβολών). Από τη γραμμική άλγεβρα είναι γνωστό ότι η νόρμα ενός διανύσματος αυξάνεται όταν απαιτείται να είναι ταυτόχρονα ορθογώνιο ως προς περισσότερα διανύσματα. Έτσι, αφού ο σηματοθορυβικός λόγος μετά την ανίχνευση για κάθε ροή είναι αντιστρόφως ανάλογος προς τη νόρμα του διανύσματος \mathbf{g} , καταλήγουμε να έχουμε μικρότερη ενίσχυση του θορύβου στον *V-BLAST*.

Η σειρά με την οποία γίνεται η ανίχνευση δεν είναι τυχαία, αλλά με αρχίζοντας από τη ροή που εξασφαλίζει τη μικρότερη πιθανότητα σφάλματος (γι' αυτό και ο *V-BLAST* χαρακτηρίζεται ως δέκτης διατεταγμένης διαδοχικής ακύρωσης παρεμβολών – ordered successive interference cancellation receiver). Αυτό γίνεται ώστε η διάδοση σφαλμάτων των αποκωδικοποιημένων ροών στις μη αποκωδικοποιημένες κατά την ακύρωση των παρεμβολών να είναι η μικρότερη δυνατή. Πράγματι, αν ξεκινούσε η διαδικασία για παράδειγμα από τη ροή με το χειρότερο σηματοθορυβικό λόγο, η πιθανότητα εσφαλμένης ανίχνευσης των συμβόλων της ροής αυτής αυξάνεται. Οι εσφαλμένες αποφάσεις θα χρησιμοποιηθούν στη συνέχεια για την ακύρωση παρεμβολών, παραπλανώντας έτσι το δέκτη στο επόμενο βήμα του αλγορίθμου, κατά το οποίο είναι μοιραίο να κάνει περισσότερα σφάλματα, τα οποία θα οδηγήσουν ίσως σε ακόμα περισσότερα σφάλματα στο επόμενο βήμα και ούτω καθεξής. Έτσι, είναι σημαντικό να ξεκινήσει ο αλγόριθμος με όσο το δυνατόν λιγότερα σφάλματα αποκωδικοποίησης, ώστε να αποφευχθεί η ολέθρια διάδοση σφαλμάτων.

Δεδομένου ότι όλες οι συνιστώσες του \mathbf{s} προέρχονται από τον ίδιο σηματικό αστερισμό, η ροή με τον μικρότερο σηματοθορυβικό λόγο μετά την ανίχνευση θα κυριαρχεί στον καθορισμό της επίδοσης σφαλμάτων του συστήματος. Για το λόγο αυτό, ένα κριτήριο επιλογής της σειράς ανίχνευσης είναι η μεγιστοποίηση του ελάχιστου μετά την ανίχνευση σηματοθορυβικού λόγου. Αποδεικνύεται ότι η βέλτιστη αυτή σειρά ανίχνευσης προκύπτει απλά διαλέγοντας το μέγιστο σηματοθορυβικό λόγο μετά την ανίχνευση σε κάθε στάδιο της επαναληπτικής διαδικασίας.

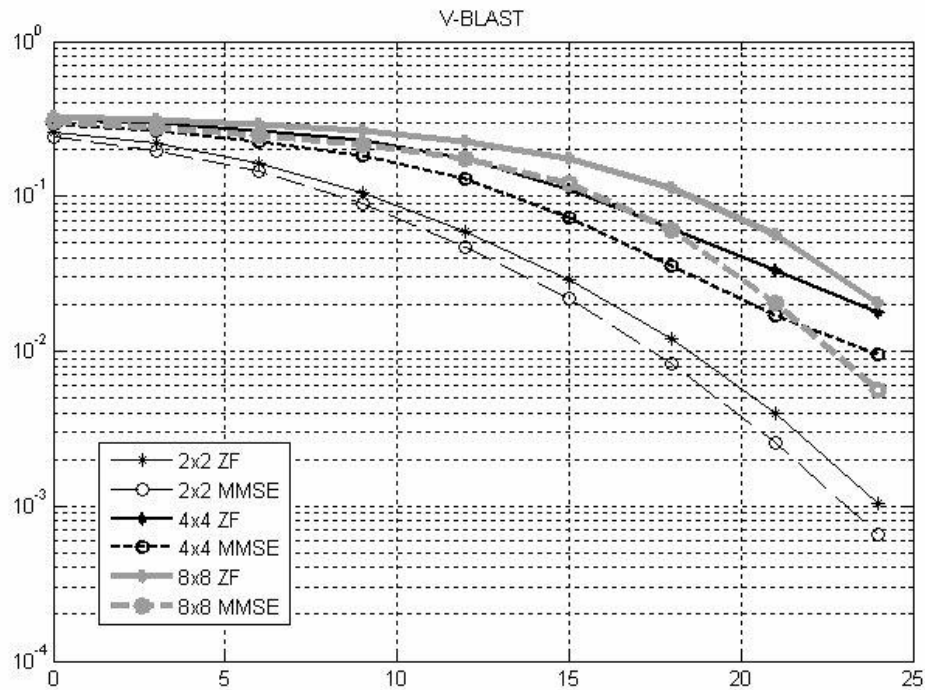
1.8.4 Παρουσίαση αποτελεσμάτων και σχολιασμός

Στα παρακάτω διαγράμματα παρουσιάζεται η επίδοση σφάλματος του δέκτη *V-BLAST* για διάφορους αριθμούς κεραιών σε πομπό και δέκτη και για *ZF Nulling* και *MMSE Nulling*.



Σχήμα 1-21: Επίδοση σφάλματος του δέκτη *V-BLAST* με δυο κεραιές στον πομπό. Όσο αυξάνεται ο αριθμός των κεραιών στο δέκτη, τόσο αυξάνεται η κλίση της καμπύλης (άρα και η τάξη διαφορισμού).

Στο Σχήμα 1-2 έχουν χρησιμοποιηθεί $M_T=2$ κεραιές στον πομπό και διαφορετικός αριθμός κεραιών στο δέκτη. Παρατηρούμε ότι όσο αυξάνεται ο αριθμός των κεραιών στο δέκτη, τόσο αυξάνεται η κλίση του διαγράμματος *BEP-SNR*, δηλαδή αυξάνεται η τάξη διαφορισμού. Επιπλέον, παρατηρούμε μια μικρή μετατόπιση των καμπυλών, δηλαδή κέρδος συστοιχίας. Αυτό είναι αναμενόμενο, γιατί όταν οι κεραιές του δέκτη είναι περισσότερες από τις κεραιές του πομπού, οι επιπλέον κεραιές προσφέρουν κέρδος διαφορισμού και συστοιχίας. Επίσης, παρατηρούμε ότι όταν χρησιμοποιούμε *MMSE Nulling* έχουμε καλύτερες επιδόσεις από το *ZF Nulling*. Μάλιστα, όσο αυξάνεται ο αριθμός των κεραιών στο δέκτη, τόσο μειώνεται το κέρδος συστοιχίας που προσφέρει ο *MMSE* σε σχέση με το *ZF Nulling*.



Σχήμα 1-22: Επίδοση σφάλματος του δέκτη *V-BLAST* όταν $M_R=M_T$. Όσο αυξάνεται ο αριθμός των κεραιών, η επίδοση σφαλμάτων επιδεινώνεται, αλλά αυξάνεται ο ρυθμός μετάδοσης.

Όταν έχουμε τον ίδιο αριθμό κεραιών σε πομπό και δέκτη, η αύξηση του αριθμού των κεραιών επιδεινώνει την επίδοση σφάλματος του συστήματος. Αυτό οφείλεται στον περιορισμό ισχύος στον πομπό: όσο αυξάνεται ο αριθμός κεραιών στο πομπό, η κάθε κεραία εκπέμπει με μικρότερη ισχύ, ώστε να διατηρηθεί η συνολική ισχύς σταθερή.

Επίσης, επειδή το κέρδος διαφορισμού και συστοιχίας εξαρτάται από τη διαφορά κεραιών σε πομπό και δέκτη – που είναι σταθερή – η χρήση περισσότερων κεραιών δεν συνεπάγεται αύξηση του κέρδους διαφορισμού και συστοιχίας, αλλά μόνο αύξηση του ρυθμού μετάδοσης.

Ακόμη, οι προσομοιώσεις επιβεβαιώνουν πράγματι το γεγονός ότι το κέρδος διαφορισμού και συστοιχίας εξαρτάται από τη διαφορά κεραιών σε πομπό και δέκτη.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

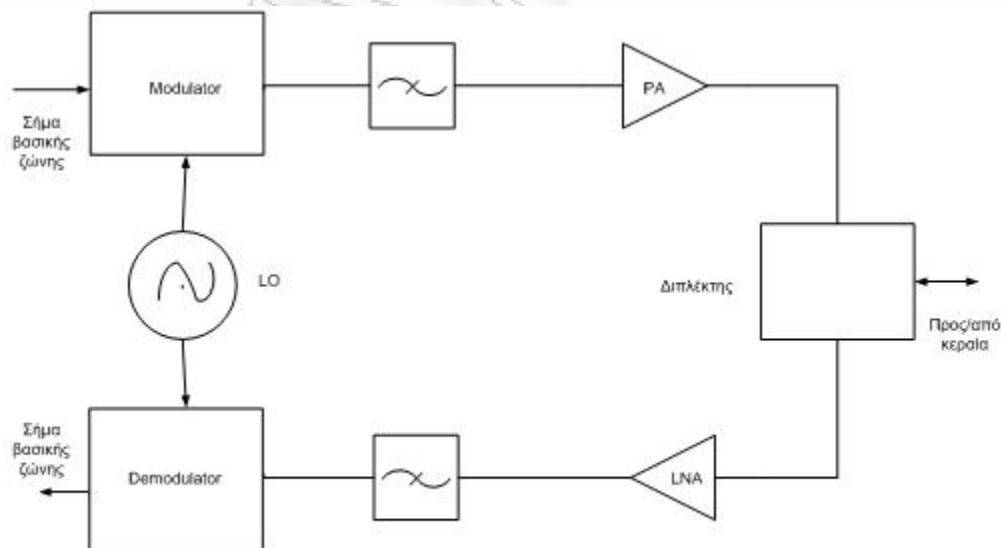
Η ΤΕΧΝΙΚΗ ΤΗΣ ΕΠΙΛΟΓΗΣ ΚΕΡΑΙΟΣΤΟΙΧΕΙΩΝ

2.1 Γενικά

2.1.1 Πομποδέκτες

Ο ρόλος του πομπού σε ένα ασύρματο τηλεπικοινωνιακό σύστημα είναι η μετατροπή του σήματος πληροφορίας σε κατάλληλη μορφή για εκπομπή από την κεραία, ενώ ο ρόλος του δέκτη είναι η εξαγωγή της πληροφορίας από το λαμβανόμενο σήμα. Η διάταξη που ενσωματώνει τις δύο παραπάνω λειτουργίες, επιτρέποντας την αμφίδρομη επικοινωνία μεταξύ δύο άκρων, χαρακτηρίζεται ως *πομποδέκτης*.

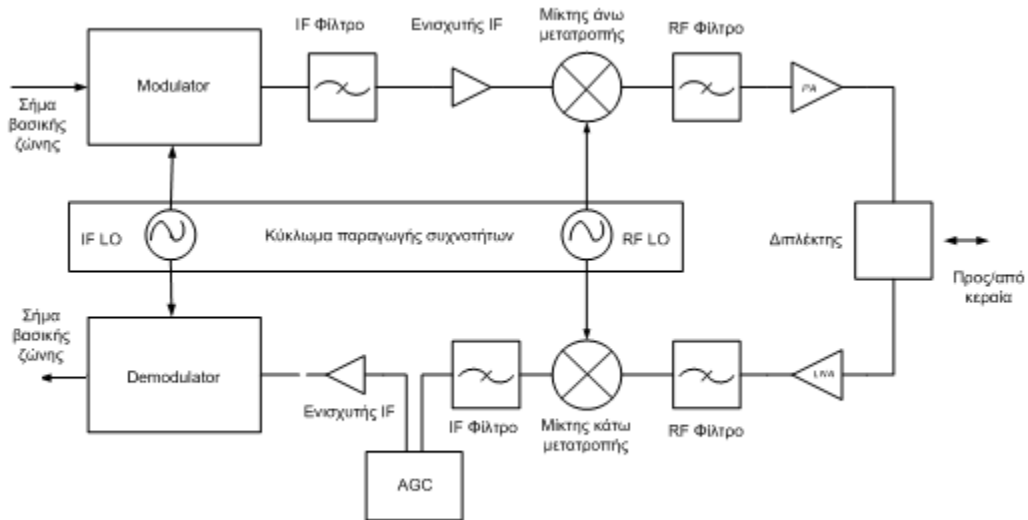
Οι διαδικασίες που επιτελούνται στην αλυσίδα του πομπού είναι η διαμόρφωση ενός ημιτονοειδούς φέροντος από το σήμα βασικής ζώνης, το φιλτράρισμά του και η ενίσχυσή του στα επιθυμητά επίπεδα ισχύος, πριν αυτό οδηγηθεί στην κεραία. Το προς εκπομπή διαμορφωμένο σήμα ονομάζεται σήμα ραδιοσυχνότητας (Radio Frequency, RF) [16]. Αντίστοιχα στην αλυσίδα του δέκτη το σήμα RF που λαμβάνεται από την κεραία ενισχύεται, φιλτράρεται και οδηγείται στον αποδιαμορφωτή, από όπου ανακτάται το σήμα πληροφορίας. Μια απλή μορφή πομποδέκτη είναι αυτή του παρακάτω σχήματος, όπου για την παραγωγή του φέροντος, χρησιμοποιείται ένας τοπικός ταλαντωτής (Local Oscillator, LO).



Σχήμα 2-1: Ομόδυνος πομποδέκτης

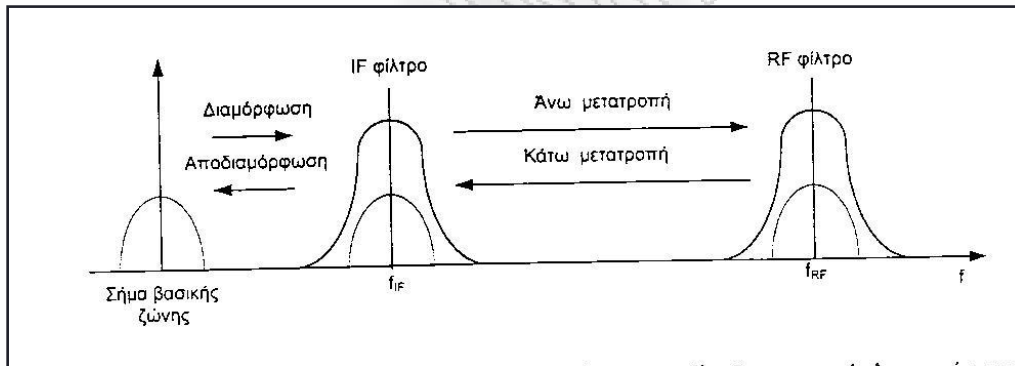
Ο δέκτης του παραπάνω σχήματος είναι ομόδυνος, και το σήμα πληροφορίας ανακτάται απευθείας από το σήμα RF, αφού η συχνότητα λειτουργίας του συμπίπτει με την συχνότητα του ραδιοκύματος που λαμβάνουν. Οι περισσότεροι δέκτες που χρησιμοποιούνται σήμερα όμως είναι ετερόδυνοι. Σύμφωνα με αυτούς το φάσμα του σήματος υποβιβάζεται από την περιοχή ραδιοσυχνοτήτων στην ενδιάμεση συχνότητα του δέκτη. Η ενδιάμεση συχνότητα διαφοροποιείται ανάλογα με το είδος της τηλεπικοινωνιακής εφαρμογής την οποία εξυπηρετεί ο δέκτης, και είναι σαφώς μικρότερη της ραδιοσυχνότητας και μεγαλύτερη της συχνότητας βασικής ζώνης των σημάτων που δέχεται ο δέκτης. Ο υποβιβασμός της φέρουσας συχνότητας των σημάτων που δέχεται ο δέκτης στη σταθερή ενδιάμεση συχνότητα παρέχει τη δυνατότητα ώστε το μεγαλύτερο μέρος της ενίσχυσης να διενεργείται από ενισχυτές με εύρος συχνοτήτων λειτουργίας όσο και το εύρος των σημάτων που αναμένει ο δέκτης και όχι όσο το συνολικό εύρος ραδιοσυχνοτήτων που καλείται να εξυπηρετήσει. Αποτέλεσμα της ανωτέρω διαδικασίας είναι η μεγάλη μείωση του κόστους και η σαφής βελτίωση των συστημάτων διαμόρφωσης και αποδιαμόρφωσης, καθώς και της ευαισθησίας του δέκτη.

Έτσι στους ετερόδυνους δέκτες το σήμα RF δεν αποδιαμορφώνεται απευθείας αλλά προηγουμένως μετατοπίζεται σε μία ενδιάμεση συχνότητα. Η διαδικασία αυτή της μετατροπής συχνότητας ονομάζεται κάτω μετατροπή (down-conversion) και υλοποιείται με πολλαπλασιασμό του σήματος RF με ημιτονοειδές σήμα κατάλληλης συχνότητας και φιλτράρισμα [16]. Κατ' αντιστοιχία στον πομπό είναι δυνατόν να γίνει διαμόρφωση σε μία IF συχνότητα και κατόπιν μετατόπιση του διαμορφωμένου φέροντος στη συχνότητα RF με τη διαδικασία της άνω μετατροπής (up-conversion). Το δομικό διάγραμμα ενός τέτοιου πομποδέκτη καθώς και οι φασματικές μετατροπές που αυτός επιτελεί φαίνονται στο παρακάτω σχήμα:



Σχήμα 2-2: Ετερόδυνος Πομποδέκτης

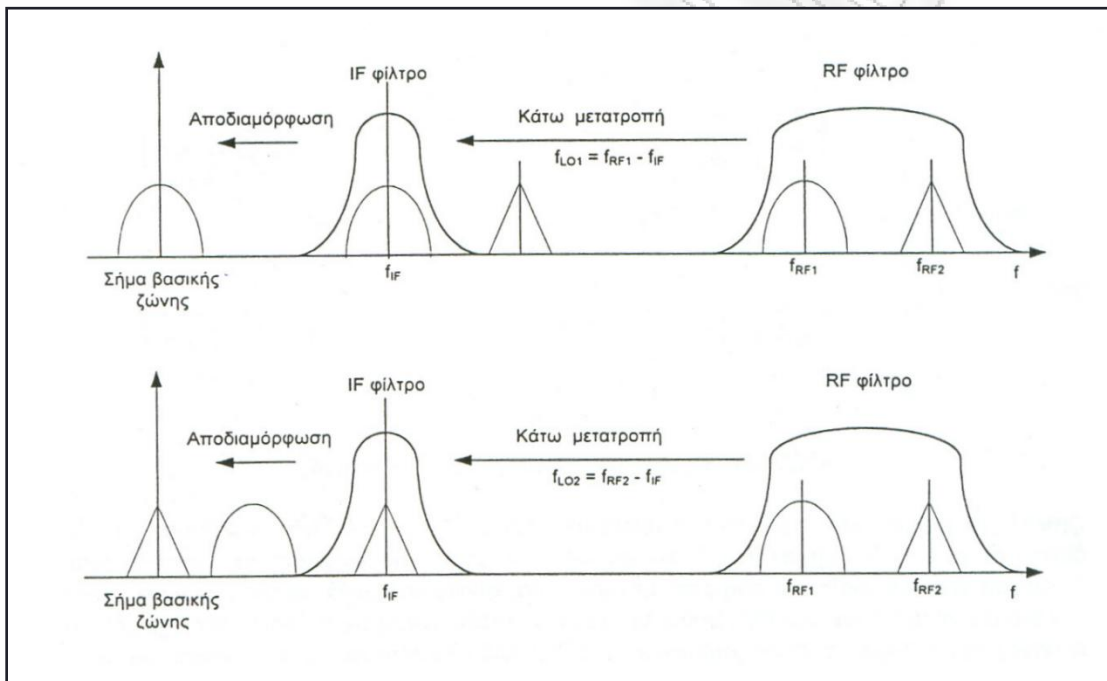
Στον παραπάνω πομποδέκτη διακρίνουμε το τμήμα επεξεργασίας IF, το τμήμα επεξεργασίας RF, καθώς και τους μίκτες άνω και κάτω μετατροπής, μέσω των οποίων γίνεται η μετατροπή από το ένα τμήμα στο άλλο. Συγκεκριμένα στο τμήμα IF του πομπού, το φέρον παράγεται από έναν τοπικό ταλαντωτή (IF LO) και αφού διαμορφωθεί φιλτράρεται στο επιθυμητό εύρος ζώνης και ενισχύεται, για να οδηγηθεί στον μίκτη άνω μετατροπής. Ο τελευταίος πολλαπλασιάζει το IF σήμα με ένα ημίτονο κατάλληλης συχνότητας, που παράγεται από τον τοπικό ταλαντωτή του RF τμήματος (RF LO). Με αυτόν τον τρόπο το φάσμα του σήματος πληροφορίας, ύστερα και από ζωνοπερατό φιλτράρισμα, μετατοπίζεται γύρω από την RF συχνότητα. Το προκύπτον RF σήμα ενισχύεται από τον ενισχυτή ισχύος (Power Amplifier, PA), και μέσω ενός κυκλοφορητή τροφοδοτεί τελικά την κεραία για να εκπεμφθεί. Στο δέκτη το RF σήμα που συλλαμβάνεται από την κεραία οδηγείται μέσω κυκλοφορητή στον ενισχυτή χαμηλού θορύβου (Low Noise Amplifier, LNA) και φιλτράρεται από εκτός ζώνης παρεμβολές, για να καταλήξει στον κάτω μετατροπέα. Το IF σήμα που παράγεται, περνά μέσα από τον βρόχο αυτομάτου ελέγχου κέρδους (Automatic Gain Control, AGC) όπου σταθεροποιείται η ισχύς του και, μετά από ενίσχυση, αποδιαμορφώνεται ώστε να εξαχθεί το σήμα πληροφορίας.



Σχήμα 2-3: Φασματικές λειτουργίες που εκτελούνται

Αν και πολυπλοκότερη από την ομόδουνη, η ετερόδουνη αρχιτεκτονική παρουσιάζει σημαντικά πλεονεκτήματα. Καταρχήν με τη χρήση της IF συχνότητας, παρακάμπτεται η τεχνολογική δυσκολία απευθείας διαμόρφωσης / αποδιαμόρφωσης σε εφαρμογές υψηλών συχνοτήτων, π.χ. δορυφορικών επικοινωνιών. Επιπρόσθετα η σχεδίαση αρκετά επιλεκτικών φίλτρων, ώστε να απορρίπτονται ο θόρυβος και οι παρεμβολές, καθίσταται ευκολότερη, όταν πραγματοποιείται σε χαμηλές συχνότητες (IF τμήμα). Εξάλλου η ετερόδουνη αρχιτεκτονική είναι πιο ευέλικτη, δεδομένου ότι σε περίπτωση αλλαγής της συχνότητας λειτουργίας, δεν απαιτείται εξολοκλήρου επανασχεδίαση του πομποδέκτη, αλλά είναι δυνατόν το IF τμήμα να παραμείνει το ίδιο και να αλλάξει μόνο το RF.

Επιπλέον των παραπάνω η ετερόδυνα αρχιτεκτονική επιτρέπει τη λήψη διαφορετικών καναλιών από μια ευρεία ζώνη συχνοτήτων, όπως για παράδειγμα συμβαίνει στους ραδιοφωνικούς δέκτες, στα τερματικά κινητής τηλεφωνίας στους επίγειους δορυφορικούς σταθμούς κ.τ.λ. Αυτό καθίσταται δυνατό με σχεδίαση του φίλτρου RF ώστε να καλύπτει ολόκληρη την παραπάνω ζώνη, και με την αντικατάσταση του τοπικού ταλαντωτή RF τμήματος από ένα συνθέτη συχνοτήτων (Frequency Synthesizer,FS). Το κάθε κανάλι αντιστοιχεί σε διαφορετική συχνότητα RF και η επιλογή του γίνεται πολλαπλασιάζοντας το σήμα ευρείας ζώνης, με κατάλληλη συχνότητα, παραγόμενη από το κύκλωμα FS, ώστε το επιθυμητό κανάλι να μετατοπιστεί στη ζώνη διέλευσης του IF φίλτρου. Η παραπάνω διαδικασία απεικονίζεται στο κάτωθι σχήμα και χαρακτηρίζει ένα δέκτη ως υπερετερόδυνα.



Σχήμα 2-4: Φασματικές λειτουργίες ενός υπερετερόδυνου δέκτη

Χάρη την υπερετεροδύναση, η λήψη διαφορετικών καναλιών δεν απαιτεί τη χρήση μεταβλητού RF φίλτρου, ούτε αποδιαμόρφωση σε διαφορετική κάθε φορά συχνότητα, όπως θα συνέβαινε στην ομόδυνα αρχιτεκτονική. Αντίστοιχη της υπερετεροδύνης διαδικασία μπορεί να εφαρμοστεί και στον πομπό, για την επιλογή του καναλιού εκπομπής του σήματος πληροφορίας, όπως συμβαίνει π.χ, στους πομπούς GSM.

Τέλος, η γενική δομή του ετερόδυνου πομποδέκτη που περιγράφηκε στα προηγούμενα είναι κατάλληλη τόσο για αναλογικά όσο και για ψηφιακά συστήματα. Η κύρια διαφορά ανάμεσα στα δύο συστήματα όσο αφορά τη σχεδίαση του πομποδέκτη έγκειται στο είδος της διαμόρφωσης /αποδιαμόρφωσης που χρησιμοποιείται (αναλογική και ψηφιακή αντίστοιχα). Επιπλέον, ενώ στα

τερματικά αναλογικών επικοινωνιών, η πληροφορία εισέρχεται /εξέρχεται απευθείας στον/ από τον πομποδέκτη, σε εκείνα των ψηφιακών επικοινωνιών προηγείται του πομποδέκτη ένα σύστημα ψηφιακής επεξεργασίας. Οι λειτουργίες που αυτό επιτελεί κατά την εκπομπή είναι η μετατροπή της αναλογικής πληροφορίας σε ψηφιακό σήμα (A/D conversion), η πολύπλεξη του με άλλα ψηφιακά σήματα, καθώς και η κωδικοποίηση και η συμπίεση του τελικού ψηφιακού σήματος. Κατά τη λήψη, αποκαθίσταται το ψηφιακό σήμα στην έξοδο του αποδιαμορφωτή και εκτελούνται αντίστροφες λειτουργίες από εκείνες κατά την εκπομπή (αποσυμπίεση, αποκωδικοποίηση, αποπολύπλεξη, και D/A μετατροπή).

2.1.2 Επιλογή Κεραιοστοιχείων

Η χρήση πολλαπλών κεραιών σε πομπό και δέκτη απαιτεί την χρήση πολλαπλών αλυσίδων *RF* (*RF chains*), καθώς και γραμμικών ενισχυτών μεταβλητού κέρδους (*variable gain linear amplifiers*) και στροφέων φάσης (*phase shifters*). Αυτές οι διατάξεις αυξάνουν το κόστος κατασκευής των πομποδεκτών και την κατανάλωση ισχύος.

Για να μειωθεί το κόστος, προτείνεται η *επιλεκτική χρήση μερικών κεραιών του συστήματος* και όχι η ταυτόχρονη χρήση όλων των διαθέσιμων κεραιών. Η τεχνική αυτή λέγεται *επιλογής κεραιών* (*antenna selection*) και επιτυγχάνει να μειώσει το κόστος μειώνοντας τις απαιτούμενες αλυσίδες *RF*. Οι κεραιές που χρησιμοποιούνται κάθε φορά για μετάδοση ή λήψη (ή και τα δύο) μεταβάλλονται με βάση κατάλληλο αλγόριθμο, ο οποίος μπορεί να χρησιμοποιεί διάφορα κριτήρια βελτιστοποίησης, όπως η χωρητικότητα, η πιθανότητα σφάλματος, κ.α.

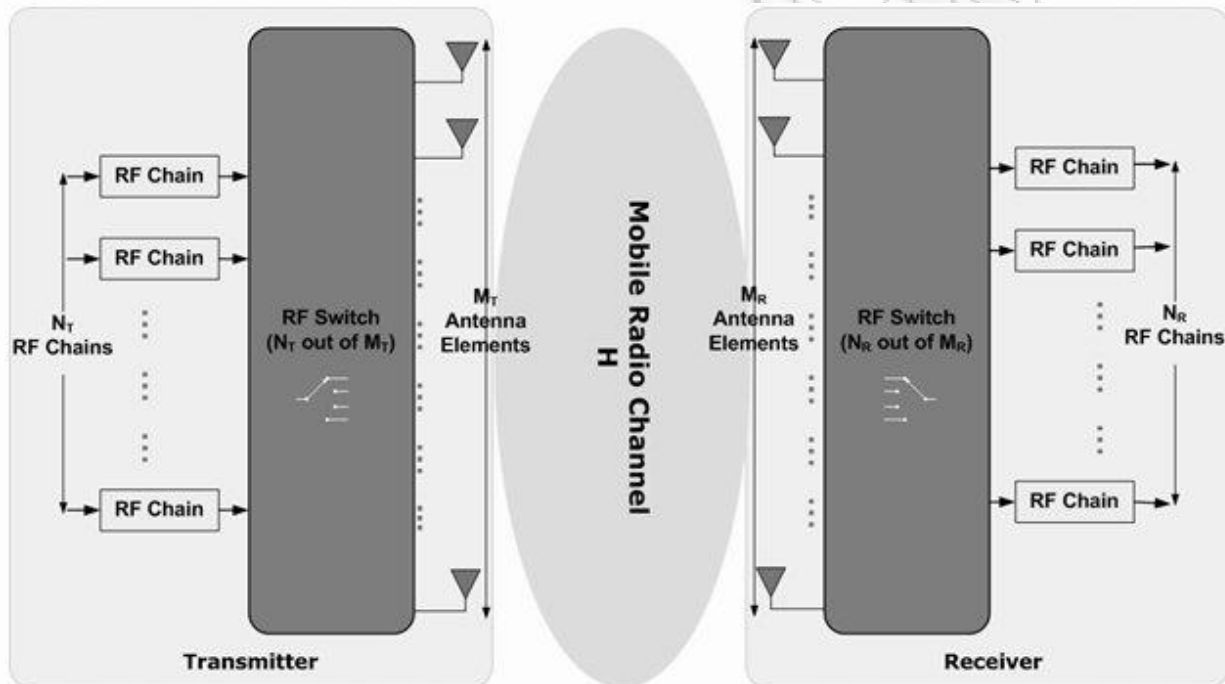
Φερ'επειν, αν έχουμε ένα $M_R \times M_T$ MIMO σύστημα και λόγω υψηλού κόστους μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε μόλις N_R κεραιές από τις συνολικές M_R κεραιές στον δέκτη. Η τεχνική της επιλογής κεραιοστοιχείων καθιστά δυνατή την εύρεση των κεραιών εκείνων (N_R στο άθροισμα) που εξασφαλίζουν την καλύτερη συμπεριφορά-επίδοση του συστήματος με τις λιγότερες κατά το δυνατόν απώλειες.

Προτού περάσουμε στις επόμενες ενότητες να επισημάνουμε ότι σε ότι αφορά την τεχνική επιλογής κεραιών, ο διάυλος θα θεωρείται ότι παρουσιάζει *επίπεδες διαλείψεις* (*flat fading*). Η διάδοση θα γίνεται σε περιβάλλον *πλήρους σκέδασης* (*full scattering*), δηλαδή θα έχουμε *διαλείψεις Rayleigh* και τα στοιχεία του πίνακα \mathbf{H} είναι ανεξάρτητες κυκλικά συμμετρικές Gaussian τυχαίες μεταβλητές με μέση τιμή μηδέν και μοναδιαία διακύμανση. Επιπλέον, υποθέτουμε ότι ο δέκτης έχει τέλεια γνώση του διαύλου, όχι όμως και ο πομπός. Στην περίπτωση της επιλογής κεραιοστοιχείων στον πομπό (*transmit antenna selection*) αξιώνουμε ένα κανάλι *ανάδρασης* (*feedback channel*) από τον δέκτη στον πομπό, έτσι ώστε η επιλογή των κεραιοστοιχείων να πραγματοποιηθεί στον δέκτη. Ο δέκτης υπολογίζει το κανάλι και στέλνει τις πληροφορίες του στον πομπό. Η ανάδραση αυτή περιλαμβάνει όπως είναι φυσικό κάποιο χρόνο καθυστέρησης, έστω δ_{lag} , που όμως τον θεωρούμε αμελητέο.

2.2 Μοντέλο διαύλου για Antenna Selection

Όπως είδαμε στην ενότητα 1.3.1 τα συστήματα πολλαπλών εισόδων–πολλαπλών εξόδων (MIMO) προϋποθέτουν συστοιχίες κεραιών τόσο στην πλευρά του πομπού όσο και στην πλευρά του δέκτη.

Υποθέτουμε ότι ο πομπός έχει M_T κεραιές και ο δέκτης M_R κεραιές. Ο πομπός στέλνει M_T σήματα ταυτόχρονα, τα οποία λαμβάνονται από κάθε ένα στοιχείο της κεραιάς του δέκτη, άρα ο δέκτης λαμβάνει συνολικά $M_T \cdot M_R$ σήματα προς περαιτέρω επεξεργασία.



Σχήμα 2-5: Αρχιτεκτονική της τεχνικής Antenna Selection σε συστήματα MIMO

Ο διάυλος δίδεται από τον $M_R \times M_T$ πίνακα \mathbf{H} :

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & \cdots & h_{1M_T} \\ h_{21} & h_{22} & \cdots & h_{23} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{M_R 1} & h_{M_R 2} & \cdots & h_{M_R M_T} \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

Φυσικά το στοιχείο h_{ij} του πίνακα \mathbf{H} αποτελεί την κρουστική απόκριση κατά τη μετάδοση από τη j -οστή κεραία του πομπού στην i -οστή κεραία του δέκτη και αφορά ένα υπο-διάυλο διάδοσης από τους $M_T \cdot M_R$ που υπάρχουν συνολικά. Κάθε γραμμή του πίνακα \mathbf{H} αντιστοιχεί σε μια κεραία λήψης, ενώ κάθε στήλη σε μια κεραία εκπομπής.

Ο πίνακας \mathbf{H} μπορεί να γραφεί ως :

$$\mathbf{H} = [\mathbf{h}_1 \quad \mathbf{h}_2 \quad \dots \quad \mathbf{h}_{M_T}] \quad (2.2)$$

όπου $\mathbf{h}_1 \quad \mathbf{h}_2 \quad \dots \quad \mathbf{h}_{M_T}$, οι στήλες του πίνακα \mathbf{H} .

Έστω N_T , ο αριθμός των κεραιών που επιλέγουμε να χρησιμοποιήσουμε λ.χ στον πομπό, από τις συνολικά M_T κεραιές ($N_T \leq M_T$). Στην περίπτωση αυτή, όπου πραγματοποιείται επιλογή κεραιών στον πομπό (transmit antenna selection), ο δέκτης χρησιμοποιεί αριθμό RF αλυσίδων ίσο με τον αριθμό των κεραιοστοιχείων του δέκτη, ενώ ο πομπός χρησιμοποιεί N_T RF αλυσίδες.

Υπάρχουν διαθέσιμα N_U υποσύνολα κεραιών στον πομπό, που μπορούν να εκπέμψουν στο MIMO σύστημα. Μάλιστα ,

$$N_U = \binom{M_T}{N_T} \quad (2.3)$$

και

$$U_1 = \{h_1, h_2, \dots, h_{N_T}\}$$

$$U_2 = \{h_1, h_2, \dots, h_{N_T-1}, h_{N_T+1}\}$$

.

.

.

$$U_{N_U} = \{h_{M_T-N_T+1}, \dots, h_{M_T}\}$$

Κάθε υποσύνολο (εκ των U_1, U_2, \dots, U_{N_U}) αντιστοιχεί σε συγκεκριμένες στήλες του πίνακα \mathbf{H} .

Έστω $u_{sel} = \{n_1, n_2, \dots, n_{N_T}\}$ το σύνολο των επιλεχθέντων κεραιών στον πομπό του συστήματος. Αν λ.χ. $selected = \{2, 3, 5\}$ αυτό σημαίνει πως έχει επιλεγεί η 2^η, 3^η και 5^η κεραιά του πομπού. Η τεχνική της επιλογής κεραιοστοιχείων [17] αφορά στην επιλογή του υποσυνόλου εκείνου (εκ των U_1, U_2, \dots, U_{N_U}) που διασφαλίζει τις μικρότερες δυνατές απώλειες σε ότι αφορά στην επίδοση του MIMO συστήματος.

Κάθε γραμμή του πίνακα \mathbf{H} αντιστοιχεί σε μια κεραιά λήψης, ενώ κάθε στήλη σε μια κεραιά εκπομπής. Γραφικά, ένα τροποποιημένο μοντέλο διαύλου αναπαρίσταται από τον κάτωθι τροποποιημένο πίνακα \mathbf{H} . Στο σχήμα 2-2 λ.χ. πραγματοποιείται απόρριψη της 1^{ης} κεραιάς λήψης καθώς και της 2^{ης} κεραιάς εκπομπής.

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & \dots & h_{1M_T} \\ h_{21} & h_{22} & \dots & h_{2M_T} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{M_R,1} & h_{M_R,2} & \dots & h_{M_R,M_T} \end{bmatrix}$$

Σχήμα 2-2: Τροποποιημένος (modified) πίνακας διαύλου \mathbf{H} .

Ο δέκτης λαμβάνει

$$\mathbf{y} = \sqrt{\frac{E_s}{N_T}} \mathbf{H}_{sel} \mathbf{s} + \mathbf{n} \quad (2.4)$$

όπου \mathbf{y} είναι το διάνυσμα λήψης ($M_{R \times 1}$), \mathbf{s} είναι το διάνυσμα των μεταδιδόμενων σημάτων ($M_{T \times 1}$), \mathbf{n} είναι το διάνυσμα του θορύβου στους δέκτες ($M_{R \times 1}$) και \mathbf{H}_{sel} είναι ο τροποποιημένος ($M_{R \times N_T}$) πίνακας μεταφοράς του διαύλου με στήλες, τις στήλες εκείνες που αντιστοιχούν στο κατ'επιλογήν υποσύνολο κεραιών του πομπού [17].

Ασφαλώς, υποθέτουμε ότι οι κεραιές τόσο του πομπού όσο και του δέκτη βρίσκονται σε απόσταση τέτοια ώστε κάθε κεραιά να λαμβάνει διαφορετικά και ασυσχέτιστα ανακλώμενα κύματα από τους σκεδαστές του περιβάλλοντος. Επομένως, τα στοιχεία $h_{i,j}$ είναι μεταξύ τους *στατιστικά ανεξάρτητα*.

Ως γνωστόν η χωρητικότητα ενός MIMO διαύλου δίνεται από τη σχέση :

$$C = \log_2 \left[\det \left(\mathbf{I}_{M_T} + \frac{SNR}{M_T} \mathbf{H}^H \mathbf{H} \right) \right] \quad (2.5)$$

Στην περίπτωση του καναλιού που δίνεται από τη σχέση (2.4), η χωρητικότητα είναι ίση με:

$$C = \log_2 \left[\det \left(\mathbf{I}_{N_{sel}} + \frac{SNR}{N_T} \mathbf{H}_{sel}^H \mathbf{H}_{sel} \right) \right] \quad (2.6)$$

όπου \mathbf{I}_{sel} , ο μοναδιαίος πίνακας (*identity matrix*) διαστάσεων $N_T \times N_T$.

2.3 Εισαγωγή στους αλγορίθμους Antenna Selection

Η τεχνική της επιλογής κεραιοστοιχείων βασίζεται στη χρήση κατάλληλων αλγορίθμων. Αλγόριθμος είναι μια πεπερασμένη σειρά ενεργειών, αυστηρά καθορισμένων και εκτελέσιμων σε πεπερασμένο χρόνο που στοχεύουν στην επίλυση μιας κατάστασης η οποία χρήζει αντιμετώπισης και η λύση της οποίας είναι άγνωστη και μη προφανής [18],[19].

Οι αλγόριθμοι επιλογής κεραιοστοιχείων διακρίνονται σε κατηγορίες σύμφωνα με :

- *τον τρόπο επιλογής* : Η επιλογή κεραιοστοιχείων δύναται να πραγματοποιηθεί στον πομπό (transmit antenna selection), στο δέκτη (receive antenna selection), ή από κοινού σε πομπό & δέκτη (joint antenna selection).
- *την αξιολόγηση επίδοσης (performance metrics)* : Οι αλγόριθμοι αξιολογούνται βάσει της πιθανότητας εσφαλμένου συμβόλου / bit (*BEP-SEP*) σε πρακτικές εφαρμογές ή σύμφωνα με τη χωρητικότητα του διαύλου-αμοιβαία πληροφορία (mutual information), σε συστήματα χωρικής πολυπλεξίας.
- *γνώση του καναλιού (channel state information)* : Οι αλγόριθμοι που θα εξεταστούν θα έχουν ως βασική προϋπόθεση την γνώση του καναλιού στον δέκτη. Ήδη στην ενότητα 1.6 εξετάστηκε η περίπτωση του αλγόριθμου *waterfilling* (διάυλος γνωστός σε πομπό & δέκτη).

- το κριτήριο βελτιστοποίησης : κάθε αλγόριθμος χρησιμοποιεί ένα κριτήριο βελτιστοποίησης. Στα συστήματα διαφορισμού το κριτήριο είναι η μεγιστοποίηση της χωρητικότητας του ασύρματου διαύλου, ενώ στα συστήματα χωρικής πολυπλεξίας συνήθως είναι η μεγιστοποίηση του σηματοθορυβικού λόγου στον δέκτη (*Effective ή Post-Processing SNR*, βλ. Κεφ. 4), και η ελαχιστοποίηση της πιθανότητας εσφαλμένου συμβόλου / bit.

Οι αλγόριθμοι Antenna Selection διακρίνονται ακόμη σε αλγορίθμους :

- *Exhaustive search-διεξοδικής αναζήτησης*, βλ. περίπτωση Optimal selection.
- *Εξελικτικούς(evolutionary algorithms)*, όπως λ.χ. οι γενετικοί-*genetic* αλγόριθμοι που περιλαμβάνουν εξελικτικές προγραμματιστικές τεχνικές. Οι γενετικοί-*genetic* αλγόριθμοι είναι αλγόριθμοι επίλυσης προβλημάτων που βασίζονται στις αρχές της βιολογικής εξέλιξης [19]. Βρίσκουν λύσεις σε δύσκολα προβλήματα, με μικρό υπολογιστικό κόστος.
- *Greedy*, σε decremental (μειωτική) ή incremental (αυξητική) μορφή, βλ. αλγόριθμος του *Gorokhov*. Οι *Greedy* αλγόριθμοι δεν εγγυώνται τη βελτιστότητα, αλλά εντοπίζουν την καλύτερη δυνατή λύση, έχοντας πάντα ένα μέτρο αξιολόγησης-κριτήριο τερματισμού.

Ως επί το πλείστον στις επόμενες ενότητες θα εξεταστούν αλγόριθμοι με βάση το κριτήριο της χωρητικότητας καθώς και αλγόριθμοι που αφορούν σε συστήματα Χωρικής Πολυπλεξίας.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ ΕΠΙΛΟΓΗΣ ΣΤΟΙΧΕΙΟΚΕΡΑΙΩΝ ΜΕ

ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΤΗ ΜΕΓΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΤΗΣ ΧΩΡΗΤΙΚΟΤΗΤΑΣ

3.1 Γενικά

Στο παρόν κεφάλαιο θα αναλύσουμε τους αλγορίθμους επιλογής στοιχειοκεραιών που έχουν προταθεί μέχρι στιγμής, πάντοτε με κριτήριο την αύξηση της χωρητικότητας στον ασύρματο διάυλο (*Capacity Maximization*).

Ενδεικτικά, οι αλγόριθμοι αυτοί είναι επτά στον αριθμό. Αν ανατρέξει κανείς στην βιβλιογραφία θα διαπιστώσει ότι οι αλγόριθμοι αυτοί εντοπίζονται σε διάφορες επιστημονικές δημοσιεύσεις με ορισμένες παραλλαγές, και σε διάφορες μορφές. Σκοπός αυτού του κεφαλαίου είναι η περιγραφή του καθενός αλγορίθμου στην αυθεντική εκδοχή του, ξεκινώντας από τη φιλοσοφία του, και καταλήγοντας στην πολυπλοκότητα του. Μάλιστα στο τέλος καθεμίας παραγράφου παρατίθενται κάποια αποτελέσματα προσομοίωσης (*simulation results*- διαγράμματα περιγραφής των εξαγόμενων αποτελεσμάτων) σε περιβάλλον MATLAB, που απεικονίζουν την εργοδική χωρητικότητα (*Outage Capacity*) του διαύλου ως προς το σηματοθορυβικό λόγο (*Symbol-to-Noise Ratio* ή *SNR*) κάθε κεραιάς δέκτη, ενός συστήματος MIMO. Σκοπός αυτών των αποτελεσμάτων προσομοίωσης, είναι η παρουσίαση της συμπεριφοράς-επίδοσης του αλγορίθμου σε συγκεκριμένες συνθήκες διαύλου.

Για κάθε αλγόριθμο του παρόντος κεφαλαίου, ισχύουν οι παραδοχές της παραγράφου 2.2 σχετικά με το μοντέλο διαύλου σε αρχιτεκτονική Antenna Selection.

3.2 Αλγόριθμος Διεξοδικής Αναζήτησης – Exhaustive Search Antenna Selection Algorithm

Ο αλγόριθμος Διεξοδικής αναζήτησης (γνωστός ως *Exhaustive Search Antenna Selection algorithm*) είναι ο αλγόριθμος εκείνος που εξασφαλίζει την καλύτερη συμπεριφορά του MIMO συστήματος, γι' αυτό άλλωστε και θεωρείται ο καλύτερος (optimal) αλγόριθμος που υπάρχει ως τώρα, τουλάχιστον σε επίπεδο επίδοσης [20],[21]. Ο αλγόριθμος αυτός, από όλα τα πιθανά υποσύνολα πραγματοποιεί μια εξαντλητική αναζήτηση με σκοπό την εύρεση του συνόλου κεραιών εκείνου που εξασφαλίζει την καλύτερη MIMO ζεύξη. Τούτο έχει ως αποτέλεσμα το πολύ μεγάλο υπολογιστικό κόστος του αλγορίθμου αυτού.

Ας υποθέσουμε ότι σε ένα MIMO σύστημα ο πομπός έχει M_T κεραιές και ο δέκτης M_R κεραιές.

Έστω N_R , ο αριθμός των κεραιών που επιλέγουμε να χρησιμοποιήσουμε στον δέκτη (δηλαδή, $N_R \leq M_R$). Επιλέγοντας N_R από M_R κεραιές, ουσιαστικά πραγματοποιούμε

$\binom{M_R}{N_R} = \frac{M_R!}{N_R!(M_R - N_R)!}$ υπολογισμούς για κάθε στιγμιότυπο (snapshot) του καναλιού. Αν

σκεφτεί κανείς ότι σε μια ικανοποιητική προσομοίωση ενός MIMO συστήματος απαιτούνται τουλάχιστον 1000 πραγματώσεις - realizations (βλ. Παράρτημα Β, Μεθοδολ. Προσομοιώσεων) του διαύλου, τότε το συνολικό υπολογιστικό κόστος ανέρχεται

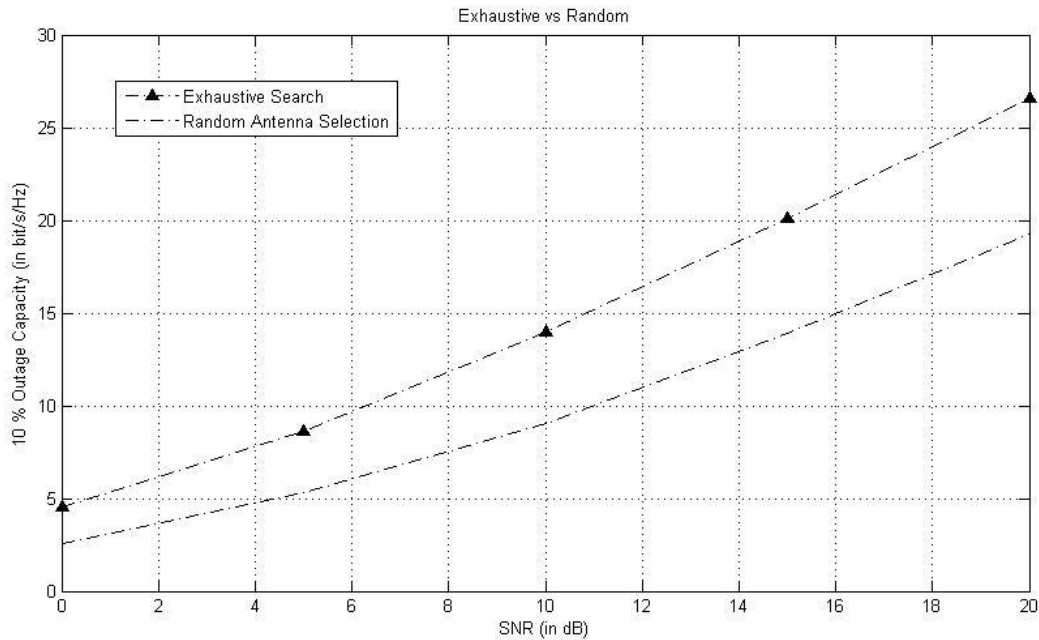
σε $O\left(\left(\frac{M_R!}{N_R!(M_R - N_R)!}\right)^2 N_R^3 \times 1000\right)$.

Αξίζει να σημειωθεί ότι αλγόριθμος *Διεξοδικής αναζήτησης* είναι ο καταλληλότερος (optimal) γιατί ερευνά όλες τις δυνατές επιλογές. Ο καλύτερος όμως αλγόριθμος δεν είναι απαραίτητα ένας αλγόριθμος *Διεξοδικής αναζήτησης*. Σε ότι αφορά στην τεχνική της Επιλογής Κεραιοστοιχείων, ο μόνος optimal αλγόριθμος είναι ο αλγόριθμος *Διεξοδικής αναζήτησης*.

3.3 Αλγόριθμος Τυχαίας Επιλογής (Random Antenna Selection)

Ο αλγόριθμος *Τυχαίας Επιλογής* (γνωστός ως *Random Search Antenna Selection Algorithm*) είναι ο αλγόριθμος εκείνος που σε σχέση με τον αλγόριθμο διεξοδικής αναζήτησης, δεν πραγματοποιεί μια εξαντλητική αναζήτηση από όλα τα πιθανά διαθέσιμα υποσύνολα αλλά, επιλέγει τυχαία ένα υποσύνολο κεραιών (σε πομπό, δέκτη ή και τα δύο), από όλα τα πιθανά υποσύνολα [22]. Ο αλγόριθμος αυτός δεν είναι ένας αλγόριθμος με πρακτική εφαρμογή. Χρησιμοποιείται προκειμένου να ελέγξουμε ότι οι αλγόριθμοι δεν παρουσιάζουν την ίδια επίδοση με μια τυχαία επιλογή κεραιοστοιχείων.

Έστω ένα MIMO σύστημα με 16 κεραιοστοιχεία στον δέκτη και 4 στον πομπό. (δηλαδή $M_T=16, M_R=4$). Έστω πως επιλέγουμε 4 κεραιές από τον MIMO Δέκτη προς λήψη, δηλαδή, $N_R=4$. Στο σχήμα 3-1 απεικονίζεται η χωρητικότητα διαύλου outage 10% ως προς το σηματοθορυβικό λόγο *SNR*, για τους αλγόριθμους *Διεξοδικής αναζήτησης* και *Τυχαίας Επιλογής*. Είναι εμφανές πόση μεγάλη είναι η διαφορά στην επίδοση των αλγορίθμων, ιδιαίτερα στις υψηλές τιμές του *SNR*.



Σχήμα 3-1

3.4 Αλγόριθμος Μεγίστης Ισχύος (Maximum Power Antenna Selection)

Ο αλγόριθμος *Μεγίστης Ισχύος* (γνωστός και ως *Norm-Based Antenna Selection algorithm*-αλγόριθμος *Νόρμας-NBS*) πραγματοποιεί διάσπαση ιδιόμορφων τιμών (*singular value decomposition* - εν συντομία *svd*, βλ.παράρτημα Α) του πίνακα διαύλου \mathbf{H} . Κατόπιν εντοπίζει την μεγαλύτερη ιδιόμορφη τιμή του πίνακα. Εν συνεχεία, και αφού πραγματοποιηθεί διεξοδική αναζήτηση, κρατάμε τις κεραιές εκείνες που συνιστούν τη μεγαλύτερη ιδιόμορφη τιμή του τροποποιημένου πίνακα \mathbf{H}_{sel} [23].

Ας υποθέσουμε ότι σε ένα MIMO σύστημα ο πομπός έχει M_T κεραιές και ο δέκτης M_R κεραιές. Έστω N_R , ο αριθμός των κεραιών που επιλέγουμε να χρησιμοποιήσουμε λ.χ στον δέκτη ($N_R \leq M_R$). Ο αλγόριθμος *Μεγίστης Ισχύος* πραγματοποιεί διάσπαση ιδιόμορφων τιμών (*decomposition*) του πίνακα διαύλου \mathbf{H} . Η χωρητικότητα του τροποποιημένου διαύλου \mathbf{H}_{sel} ,

$$C = \log_2 \left[\det \left(\mathbf{I}_{N_{sel}} + \frac{SNR}{N_{sel}} \mathbf{H}_{sel} \mathbf{H}_{sel}^H \right) \right] \quad (3.1)$$

μπορεί να γραφεί ως

$$C = \sum_{j=1}^r \log_2 \left(1 + \frac{SNR}{M_T} |\lambda_j|^2 \right) \quad (3.2)$$

όπου r : ο βαθμός του \mathbf{H}_{sel} ,

λ_j : η j – ιδιόμορφη τιμή του \mathbf{H}_{sel} .

Από τη σχέση (3.2) είναι φανερό πως προκειμένου να μεγιστοποιηθεί η χωρητικότητα πρέπει να μεγιστοποιηθούν τόσο οι ιδιόμορφες τιμές του \mathbf{H}_{sel} , όσο και ο βαθμός του πίνακα \mathbf{H}_{sel} . Ουσιαστικά επιθυμούμε να βρούμε τον πίνακα \mathbf{H}_{sel} , εκείνον του οποίου οι γραμμές έχουν μέγιστες νόρμες και είναι ταυτόχρονα ασυσχέτιστες μεταξύ τους.

Συγκεκριμένα, ο αλγόριθμος *Max Power* ακολουθεί τα εξής βήματα:

- (1) $S_{RECEIVE} = \{1, 2, \dots, M_R\}$
- (2) $S_{TRANSMIT} = \{1, 2, \dots, M_T\}$
- (3) $\mathbf{H} = \mathbf{H}_{Channel}$
- (4) Για κάθε $j=1$ έως M_R
- (5) βρες τις ιδιόμορφες τιμές κάθε υπο-πίνακα \mathbf{H}
- (6) Τέλος
- (7) Για κάθε $n=1$ έως N_R
- (8) εντόπισε την κεραία εκείνη που αντιστοιχεί στη μέγιστη ιδιόμορφη τιμή, δηλ, δηλ.

$$J = \underset{S(H)}{\operatorname{argmax}} (\max_i \sigma_i^2),$$
 έστω $selected$, το σύνολο αυτών.
- (9) Τέλος

Ουσιαστικά ο αλγόριθμος *Μεγίστης Ισχύος-MaxPower* φροντίζει να εκλέξει τις κεραίες εκείνες, που μεγιστοποιούν τη Frobenius νόρμα του πίνακα διαύλου \mathbf{H} .

Ισχύουν [24] :

$$\frac{1}{\min(N_T, N_R)} \sum_i^{\text{rank}(\tilde{\mathbf{H}})} \tilde{\sigma}_i^2 \leq \max_i \tilde{\sigma}_i^2 \leq \sum_i^{\text{rank}(\tilde{\mathbf{H}})} \tilde{\sigma}_i^2 \quad (3.3)$$

όπου

$$\text{SNR}_{\text{bound}} = \sum_{i=1}^{\text{rank}(\tilde{\mathbf{H}})} \tilde{\sigma}_i^2 = \|\tilde{\mathbf{H}}\|_{\text{F}}^2 = \sum_{i=1}^{N_R} \sum_{j=1}^{N_T} |\tilde{h}_{ij}|^2 \quad (3.4)$$

Αν λ.χ πραγματοποιούμε επιλογή κεραιών στον δέκτη (δηλαδή επιλέγουμε γραμμές του πίνακα \mathbf{H} , $N_R \leq M_R$) τότε στο κ-βήμα του αλγορίθμου ($1 \leq \kappa \leq M_R$) υπολογίζουμε $M_R - \kappa + 1$ διασπάσεις ιδιόμορφων τιμών (svd's) των $M_R \times \kappa$ πινάκων, όπου κάθε μια διάσπαση svd έχει υπολογιστικό κόστος $O(M_R \times \kappa^2)$. Η μεγαλύτερη διάσπαση svd (στον $M_R \times M_T$ πίνακα \mathbf{H}) καταναλώνει το μεγαλύτερο υπολογιστικό κόστος [23]. Μάλιστα για $M_T \ll M_R$ το υπολογιστικό κόστος του αλγορίθμου είναι $O(M_R^2 M_T^2)$, εμφανώς μικρότερο του κόστους του αλγορίθμου *Διεξοδικής αναζήτησης*.

3.5 Αλγόριθμος Gorokhov

Μια ιδιαίτερα ενδιαφέρουσα πρόταση που αφορά στην επιλογή στοιχειοκεραιών πραγματοποιήθηκε από τον *A.Gorokhov* το 2002 [25], εξ'ου και ονομάζεται αλγόριθμος του *Gorokhov*.

Ο αλγόριθμος του *Gorokhov* χρησιμοποιεί το κριτήριο της μεγιστοποίησης της χωρητικότητας στον ασύρματο διάυλο (*Capacity Maximization*) ως κριτήριο βελτιστοποίησης. Εφαρμόζεται είτε στον πομπό είτε στον δέκτη ενός MIMO συστήματος, και όπως θα φανεί από τα αποτελέσματα προσομοίωσης είναι *σχεδόν βέλτιστος (nearly optimal)*, από πλευράς επίδοσης.

Ένα σημαντικό πλεονέκτημα του *Gorokhov* είναι η ευελιξία του (*versatility*). Δύναται να εφαρμοστεί τόσο στον πομπό όσο και στον δέκτη, με ελάχιστες τροποποιήσεις στον πίνακα διαύλου \mathbf{H} .

Ο αλγόριθμος ξεκινά από ένα πλήρες MIMO σύστημα με M_T , M_R κεραιές στον πομπό και στον δέκτη αντίστοιχα, δηλαδή με ένα πλήρες σύνολο κεραιών από το οποίο καλείται να επιλέξει τις καλύτερες αυτού με βάση τον αριθμό των κεραιών που επιλέγονται. Σε κάθε βήμα του αλγορίθμου απομακρύνουμε από το διάυλο την κεραιά εκείνη που θα οδηγήσει στην ελάχιστη "συνεισφορά" χωρητικότητας του διαύλου εφόσον βέβαια επιλεγθεί. Η διαδικασία επαναλαμβάνεται έως ότου το σύστημα λειτουργεί με αριθμό κεραιών ίσο με τον αριθμό των

κεραιών που επιλέγονται. Ο αλγόριθμος είναι *μειωτικός* (*decremental*) και ακολουθεί τα εξής βήματα :

$$(1) \quad I = \{1, 2, \dots, M_R\}$$

$$(2) \quad \mathbf{H} = [\mathbf{h}_1 \quad \mathbf{h}_2 \quad \dots \quad \mathbf{h}_{M_R}]^H$$

$$(3) \quad \mathbf{B} = (\mathbf{I}_{M_T} + \frac{SNR}{M_T} \mathbf{H}^H \mathbf{H})^{-1}$$

(4) Για κάθε $j=1$ έως $M_R - N_R$

(5) Για όλα τα $j \in I$

$$(6) \quad \alpha_j = \mathbf{h}_j^H \mathbf{B} \mathbf{h}_j$$

(7) Τέλος

$$(8) \quad J = \underset{j \in I}{\operatorname{argmax}} \alpha_j$$

$$(9) \quad I = I - \{J\}$$

(10) Ενώ $n < M_R - N_R$

$$(11) \quad \mathbf{a} = \mathbf{B} \mathbf{h}_j$$

$$(12) \quad \mathbf{B} = \mathbf{B} + \frac{1}{\frac{M_T}{SNR} - \alpha_j} \mathbf{a} \mathbf{a}^H$$

(13) Τέλος

(14) Τέλος

(15) Τέλος

Μεταξύ των βημάτων (5)-(7) εντοπίζεται η όποια απώλεια χωρητικότητας του διαύλου (capacity loss) που προκύπτει από την πιθανή απομάκρυνση κεραίας από το MIMO σύστημα. Στα βήματα (8)-(9) διαγράφεται η κεραία με την μεγαλύτερη απώλεια χωρητικότητας. Στα βήματα (11)-(12)

πραγματοποιούνται ενημερώσεις στον αλγόριθμο (updates) προκειμένου να υπολογιστεί εκ νέου η απώλεια χωρητικότητας στην επόμενη επανάληψη (iteration).

Στην περίπτωση που, $N_R \ll M_R$, η πολυπλοκότητα του *Gorokhov* ανέρχεται σε $O(M_T^2 M_R^2)$.

Σε σχέση με τον *Gorokhov* οι *Gharavi-Alkhansari* και *Gerschman* [26] πρότειναν έναν επαυξητικό (incremental) αλγόριθμο που ξεκινά με ένα κενό σύνολο επιλεχθέντων κεραιών S και σε κάθε βήμα προστίθεται μια κεραία στο σύνολο. Εν αντιθέσει με τον αλγόριθμο *Διεξοδικής Αναζήτησης* όπου υπολογίζεται η χωρητικότητα του διαύλου για όλους τους πιθανούς συνδυασμούς των επιλεχθεισών κεραιών, ο αλγόριθμος αυτός, φροντίζει σε κάθε βήμα να επιλέξει μια κεραία που εξασφαλίζει την μεγαλύτερη αύξηση της χωρητικότητας C του συστήματος. Έστω, στο n -βήμα σχηματίζεται ένας $n \times M_T$ πίνακας \mathbf{H}_n που αντιστοιχεί στις επιλεγμένες κεραιές. Ο πίνακας αυτός αποτελείται από n γραμμές του πίνακα διαύλου \mathbf{H} (διατηρώντας την ίδια διάταξη με την οποία εμφανίζεται στον αρχικό πίνακα διαύλου \mathbf{H}). Συμβολίζουμε με \mathbf{h}_j την j -στήλη του πίνακα \mathbf{H} . Έστω στο $n+1$ -βήμα η κεραία που έχει επιλεγθεί, αντιστοιχεί στην j -γραμμή του πίνακα \mathbf{H} . Τότε η j -γραμμή του πίνακα ενσωματώνεται στον πίνακα \mathbf{H}_n , κατά τρόπο ώστε \mathbf{H}_{n+1} , ένας $(n+1) \times M_T$ πίνακας.

Κατά αντιστοιχία, η χωρητικότητα του διαύλου \mathbf{H}_{n+1} :

$$C(H_{n+1}) = \log_2 \left[\det \left(\mathbf{I}_{M_T} + \frac{SNR}{M_T} \mathbf{H}_{n+1}^H \mathbf{H}_{n+1} \right) \right] \quad (3.5)$$

όπου,

$$\mathbf{H}_{n+1} = \mathbf{H}_n^H \mathbf{H}_n + \mathbf{h}_j \mathbf{h}_j^H \quad (3.6)$$

Έστω

$$\mathbf{B}_n = \left(\mathbf{I}_{M_T} + \frac{SNR}{M_T} \mathbf{H}^H \mathbf{H} \right)^{-1} \quad (3.7)$$

και

$$\alpha_{j,n} = \mathbf{h}_j^H \mathbf{B}_n \mathbf{h}_j \quad (3.8)$$

τότε η σχέση (3.5) γράφεται :

$$C(\mathbf{H}_{n+1}) = C(\mathbf{H}_n) + \log_2 \left(1 + \frac{SNR}{M_T} \alpha_{j,n} \right) \quad (3.9)$$

όπου για κάθε j η ποσότητα $\alpha_{j,n}$ εκφράζει την αύξηση της χωρητικότητας που θα παρατηρηθεί αν προστεθεί η j -οστή κεραία στο $(n+1)$ -βήμα, δεδομένων των επιλεγθεισών κεραιών μέχρι το n -οστό βήμα. Η εύρεση του j εκείνου έτσι ώστε να μεγιστοποιηθεί η χωρητικότητα στο $n+1$ -βήμα είναι ισοδύναμη με

$$j = \underset{j}{\operatorname{argmax}} \alpha_{j,n} \quad (3.10)$$

Ο πίνακας \mathbf{B}_n ενημερώνεται σύμφωνα με το λήμμα αντιστροφής πινάκων (*matrix inversion lemma*)

$$\mathbf{B}_n = \mathbf{B}_n - \mathbf{a}\mathbf{a}^H \quad (3.11)$$

όπου

$$\mathbf{a} = \frac{1}{\sqrt{\frac{M_T}{SNR} + \alpha_{j,n}}} \mathbf{B}_n \mathbf{h}_j \quad (3.12)$$

Χάριν απλότητας, χρησιμοποιούμε την παρακάτω σχέση

$$\begin{aligned} \alpha_{j,n+1} &= \mathbf{h}_j^H \mathbf{B}_{n+1} \mathbf{h}_j = \mathbf{h}_j^H (\mathbf{B}_n - \mathbf{a}\mathbf{a}^H) \mathbf{h}_j = \\ &= \alpha_{j,n} - |\mathbf{a}^H \mathbf{h}_j|^2 \end{aligned} \quad (3.13)$$

Η σχέση (3.13) αποδεικνύει ότι όσο αυξάνει το n , η $\mathbf{a}_{j,n}$ παραμένει αμετάβλητη.

Ο αλγόριθμος των *Gharani-Alkhansari* και *Gerschman* ακολουθεί τα εξής βήματα:

(1) $I = \{1, 2, \dots, M_R\}$

(2) $\mathbf{B} = \mathbf{I}_{M_T}$

(3) $\mathbf{H} = \mathbf{H}_{\text{Channel}}$

(4) Για κάθε $j=1$ έως M_R

(5) $\alpha_j = \mathbf{h}_j^H \mathbf{h}_j$

(6) Τέλος

(7) Για κάθε $n=1$ έως N_R

(8) $J = \underset{j \in I}{\operatorname{argmax}} \alpha_j$

(9) $I = I - \{J\}$

(10) Ενώ $n < N_R$

(11)
$$\mathbf{a} = \frac{1}{\sqrt{\frac{M_T}{\text{SNR}} + \alpha_j}} \mathbf{B} \mathbf{h}_j$$

(12) $\mathbf{B} = \mathbf{B} - \mathbf{a} \mathbf{a}^H$

(13) Για κάθε $j \in I$

(14) $\alpha_j = \alpha_j - |\mathbf{a}^H \mathbf{h}_j|^2$

(15) Τέλος

(16) Τέλος

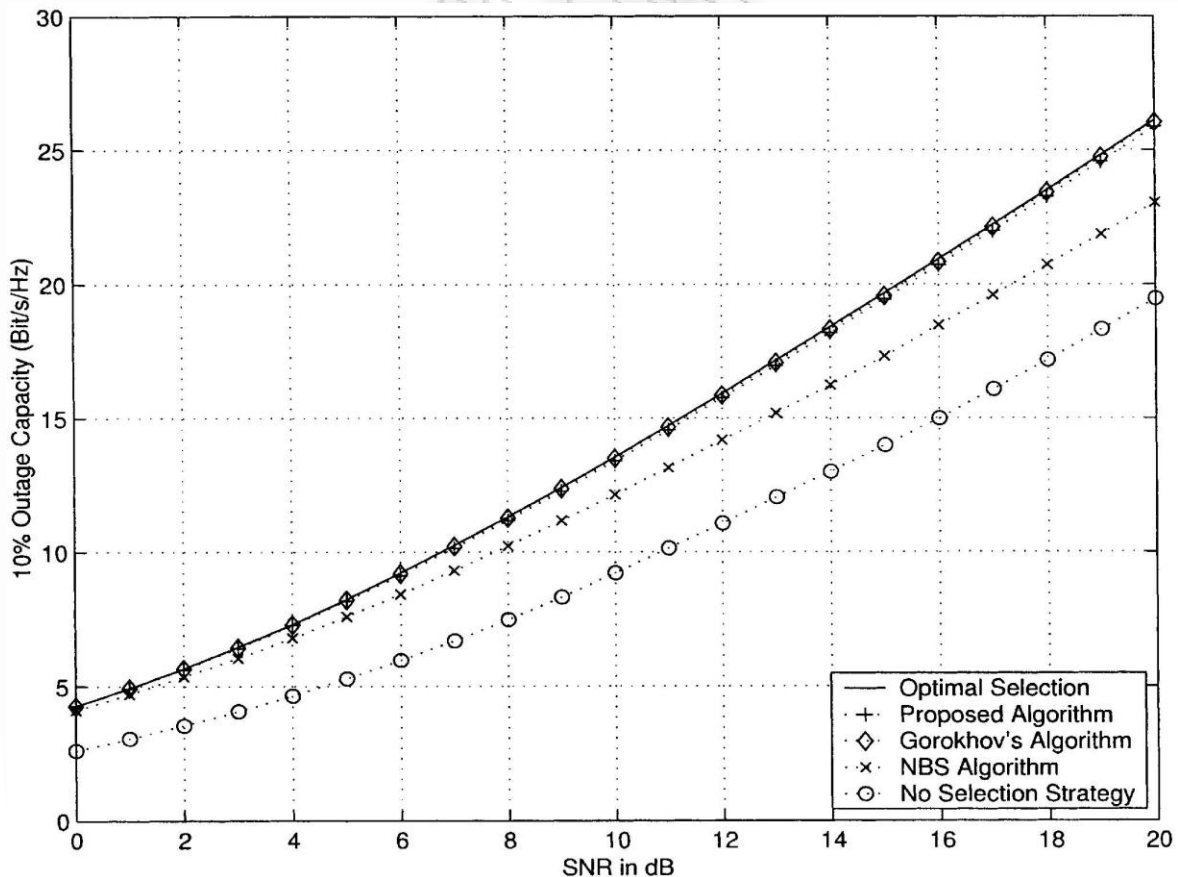
(17) Τέλος

Η συνολική πολυπλοκότητα του αλγορίθμου ανέρχεται σε $O(NM_T N_R)$ όπου $N = \max\{M_T, N_R\}$

Στη βιβλιογραφία ο αλγόριθμος του Gorokhov εμφανίζεται και ως ISSA / DSSA (*Incremental / Decremental Successive Selection Algorithm* ή *Αυξητικός/ Μειωτικός Διαδοχικός Αλγόριθμος*).

Αποτελέσματα Προσομοίωσης

Θα μελετήσουμε τη συμπεριφορά ενός MIMO συστήματος κάνοντας χρήση των αλγορίθμων της παραγράφου. Έστω ένα σύστημα πολλαπλών κεραιών με 16 κεραιοστοιχεία στον δέκτη και 4 στον πομπό (δηλαδή $M_T=16$, $M_R=4$) στο οποίο ο διάυλος παρουσιάζει *επίπεδες διαλείψεις (flat fading)*. Η διάδοση γίνεται σε περιβάλλον *πλήρους σκέδασης (full scattering)*, δηλαδή έχουμε *διαλείψεις Rayleigh* και τα στοιχεία του πίνακα \mathbf{H} είναι ανεξάρτητες κυκλικά συμμετρικές Gaussian τυχαίες μεταβλητές με μέση τιμή μηδέν και μοναδιαία διακύμανση. Χρησιμοποιείται το *μοντέλο διαλείψεων κατά μπλοκ (block fading model)* κατά το οποίο ο διάυλος μεταβάλλεται τυχαία, αλλά διατηρείται σταθερός για ένα χρονικό διάστημα (μερικές περιόδους συμβόλων) το οποίο είναι πολύ μικρότερο από το συνολικό χρόνο μετάδοσης. Οι διάφορες υλοποιήσεις του διαύλου (ως επί το πλείστον 1000 υλοποιήσεις-channel realizations) κατά τη διάρκεια μιας μετάδοσης θεωρούνται στατιστικά ανεξάρτητες μεταξύ τους. Έστω πως επιλέγουμε 4 κεραιές από τον MIMO Δέκτη προς λήψη, δηλαδή, $N_R=4$.



Σχήμα 3-2

Στο σχήμα 3-2 απεικονίζεται η χωρητικότητα διαύλου outage 10% ως προς το σηματοθορυβικό λόγο SNR , για τους αλγόριθμους *Gharavi-Alkhansari* και *Gerschman*, Gorokhov, Norm-Based και Optimal-Διεξοδικής αναζήτησης. Παρατηρούμε ότι η επίδοση του αλγόριθμου των *Gharavi-Alkhansari* και *Gerschman* (για λόγους συντομογραφίας στο σχήμα, ονομάζεται proposed-προτεινόμενος) όσο και του Gorokhov, προσεγγίζουν κατά πολύ την επίδοση του Optimal αλγόριθμου, ενώ ο αλγόριθμος Norm-Based ή αλλιώς Max Power είναι αισθητά χειρότερος σε απόδοση.

3.6 Αλγόριθμος Συσχέτισης - Correlation Based Selection (CBS)

Κατά την επιλογή κεραιοστοιχείων στον δέκτη, σε ένα ασύρματο MIMO σύστημα πολλαπλών κεραιών, ο πομπός χρησιμοποιεί ως κεραιοστοιχεία πομπού ίδιο αριθμό κεραιών με εκείνο των αλυσίδων RF , ενώ ο δέκτης χρησιμοποιεί N_{sel} αριθμό αλυσίδων, όπου N_{sel} , ο αριθμός των κεραιών που επιλέγονται.

Οι Y.S.Choi et al. [27], πρότειναν έναν μειωτικό (*decremental*) αλγόριθμο επιλογής κεραιών στον δέκτη, που βασίζεται στη συσχέτιση των γραμμών του πίνακα διαύλου \mathbf{H} , ενός MIMO συστήματος.

Ο αλγόριθμος ξεκινά από ένα πλήρες MIMO σύστημα με M_T , M_R κεραιές στον πομπό και στον δέκτη αντιστοίχα, δηλαδή με ένα πλήρες σύνολο κεραιών από το οποίο καλείται να επιλέξει τις καλύτερες αυτού με βάση τον αριθμό των κεραιών που επιλέγονται. Έστω πως επιλέγουμε N_R κεραιές στον δέκτη ($N_R \leq M_R$). Ο αλγόριθμος αναζητά δύο ή περισσότερες γραμμές (κεραιές στον δέκτη) με τη μεγαλύτερη συσχέτιση (correlation) και κατόπιν αφαιρεί τη γραμμή (κεραία) με τη μικρότερη ισχύ. Η διαδικασία επαναλαμβάνεται έως ότου έχουν αφαιρεθεί από τον πίνακα διαύλου $M_R - N_R$ γραμμές. Κατά την τεχνική αυτή, επιλέγουμε τις κεραιές εκείνες, με τη μικρότερη δυνατή συσχέτιση και τη μέγιστη δυνατή ισχύ.

Οι Joo-Seok Park και Dong-Jo Park [28], προτείνουν μια βελτιωμένη έκδοση του αλγορίθμου αυτού.

Ως γνωστόν η χωρητικότητα ενός MIMO διαύλου δίνεται από τη σχέση :

$$C = \log_2 \left[\det \left(\mathbf{I}_{M_T} + \frac{SNR}{M_T} \mathbf{H}^H \mathbf{H} \right) \right] \quad (3.14)$$

ή

$$C = \log_2 \left[\det \left(\mathbf{I}_{M_R} + \frac{SNR}{M_T} \mathbf{H} \mathbf{H}^H \right) \right] \quad (3.15)$$

Έστω $w = \{w_1, w_2, \dots, w_{N_R}\}$ το σύνολο των επιλεχθέντων κεραιών στον δέκτη του συστήματος. Αν λ.χ. $w = \{2, 3, 5\}$ αυτό σημαίνει πως έχει επιλεχθεί η 2^η, 3^η και 5^η κεραία του δεκτη. Αν \mathbf{H}_{sel} , ο $N_R \times M_T$ τροποποιημένος πίνακας διαύλου, τότε η χωρητικότητα δίνεται από τη σχέση :

$$C = \log_2 \left[\det \left(\mathbf{I}_{N_R} + \frac{SNR}{M_T} \mathbf{H}_{sel} \mathbf{H}_{sel}^H \right) \right] \quad (3.16)$$

όπου \mathbf{I}_{N_R} , ο μοναδιαίος πίνακας (*identity matrix*) διαστάσεων $N_R \times N_R$.

Σκοπός του αλγορίθμου των Park (προτεινόμενος ή proposed CBS), είναι η μεγιστοποίηση της χωρητικότητας όπως φαίνεται από τη σχέση (3.16). Έστω

$$\alpha_{i,j} = \frac{|\mathbf{h}_w \mathbf{h}_j^H|}{\|\mathbf{h}_i\| \|\mathbf{h}_j\|} \quad (3.17)$$

$$\beta_{i,j} = \sqrt{1 - \alpha_{i,j}^2} \quad (3.18)$$

όπου \mathbf{h}_i η i -στήλη του πίνακα διαύλου \mathbf{H} . Οι σχέσεις (3.17) και (3.18) περιγράφουν τη συσχέτιση (correlation) και την μη συσχέτιση (un-correlation) μεταξύ της i και j -γραμμής του πίνακα διαύλου \mathbf{H} .

Σε σχέση με τους Y.S.Choi et al., οι Park πρότειναν έναν επαυξητικό αλγόριθμο που ξεκινά με ένα κενό σύνολο επιλεγμένων κεραιών S και σε κάθε βήμα προστίθεται μια κεραιά στο σύνολο. Στο $1^ο$ βήμα επιλέγεται η γραμμή του πίνακα \mathbf{H} με τη μεγαλύτερη ισχύ (το τετράγωνο της μεγαλύτερης τιμής της νόρμας του \mathbf{H}). Στο n -οστό βήμα ($n \geq 2$) επιλέγεται η γραμμή που παράγει το μεγαλύτερο γινόμενο της ισχύος και του αθροίσματος των τετραγώνων των $\beta_{i,j}$ των προηγούμενων επιλεγμένων γραμμών. Έστω $f_{n,j}$, μια συνάρτηση κόστους για κάθε βήμα n του αλγορίθμου αλλά και για κάθε j -γραμμή του πίνακα \mathbf{H} ,

$$f_{n,j} = \left\{ \begin{array}{l} \|\mathbf{h}_j\|^2, n = 1 \\ \|\mathbf{h}_j\|^2 \sum_{m=1}^{n-1} \beta_{w_m,j}^2, n \geq 2 \end{array} \right\}$$

όπου w_m , η m -οστή κεραιά στο n -οστό βήμα.

Η συνάρτηση αυτή, συμβολίζει τη μικρότερη δυνατή συσχέτιση με τη μεγίστη δυνατή ισχύ.

Στόχος του αλγορίθμου είναι η εύρεση των κεραιών εκείνων (έστω w_n , το σύνολο αυτών) που μεγιστοποιούν τη συνάρτηση κόστους, δηλαδή :

$$w_n = \arg \max_{j \in I} f_{n,j} \quad (3.19)$$

όπου $I = S$, το σύνολο των κεραιών του δέκτη που δεν έχουν επιλεγεί έως και το n -βήμα.

Συγκεκριμένα, ο προτεινόμενος αλγόριθμος *Correlation Based Selection* (*proposed CBS*) ακολουθεί τα εξής βήματα :

$$(1) \quad I = \{1, 2, \dots, M_R\}$$

$$(2) \quad \mathbf{H} = [\mathbf{h}_1 \quad \mathbf{h}_2 \quad \dots \quad \mathbf{h}_{M_R}]^H$$

(3) Για κάθε $j=1$ έως N_R

$$(4) \quad \beta_j^2 = 0$$

$$(5) \quad \gamma_j = \|\mathbf{h}_j\|$$

(6) Τέλος

$$(7) \quad w = \arg \max_{j \in I} \gamma_j^2$$

$$(8) \quad I = I - \{w\}$$

(9) Για όλα τα $j \in I$

$$(10) \quad \alpha_{i,j} = \frac{|\mathbf{h}_w \mathbf{h}_j^H|}{\|\mathbf{h}_i\| \|\mathbf{h}_j\|}$$

$$(11) \quad \beta_j^2 = \beta_j^2 + (1 - \alpha_j^2)$$

$$(12) \quad f_j = \gamma_j^2 \beta_j^2$$

(13) Τέλος

$$(14) \quad w = \arg \max_{j \in I} f_j$$

(15) Τέλος

$$(16) \quad Selected = \{1, 2, \dots, M_R\} - I$$

$$(17) \quad \mathbf{H} = \mathbf{H}_{selected}$$

Η πολυπλοκότητα του αλγορίθμου των Park φράσσεται από $O(M_T M_R N_R)$

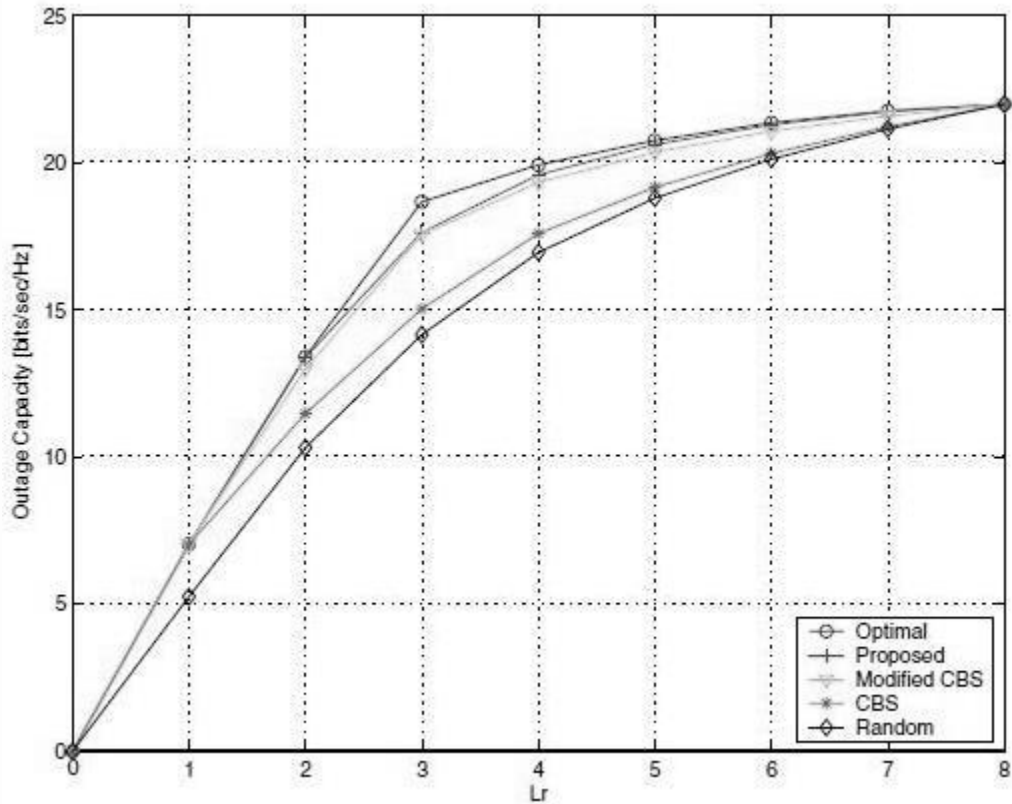
Αποτελέσματα Προσομοίωσης

Σε ότι αφορά στις προσομοιώσεις δημιουργήσαμε τυχαία-random στιγμιότυπα ενός Rayleigh διαύλου πλήρους σκέδασης με όλες τις απαραίτητες προϋποθέσεις (βλ.Κεφ.6). Επίσης, στις προσομοιώσεις απεικονίζεται και η συμπεριφορά ενός τροποποιημένου αλγορίθμου συσχέτισης (CBS) βασισμένου στον αλγόριθμο των Y.S.Choi et al. Ο αλγόριθμος αυτός (έστω modified CBS) έχει παρόμοια δομή με την ειδοποιό διαφορά ότι η συσχέτιση εκφράζεται ως εσωτερικό γινόμενο από τη σχέση (3.17).

Έστω ένα MIMO σύστημα με 8 κεραιοστοιχεία στον δέκτη και 3 στον πομπό (δηλαδή $M_R=8, M_T=3$) στο οποίο ο διάυλος παρουσιάζει *επίπεδες διαλείψεις (flat fading)*. Ο σηματοθορυβικός λόγος είναι ίσος με $SNR=20dB$ και το outage rate ίσο με 10%.

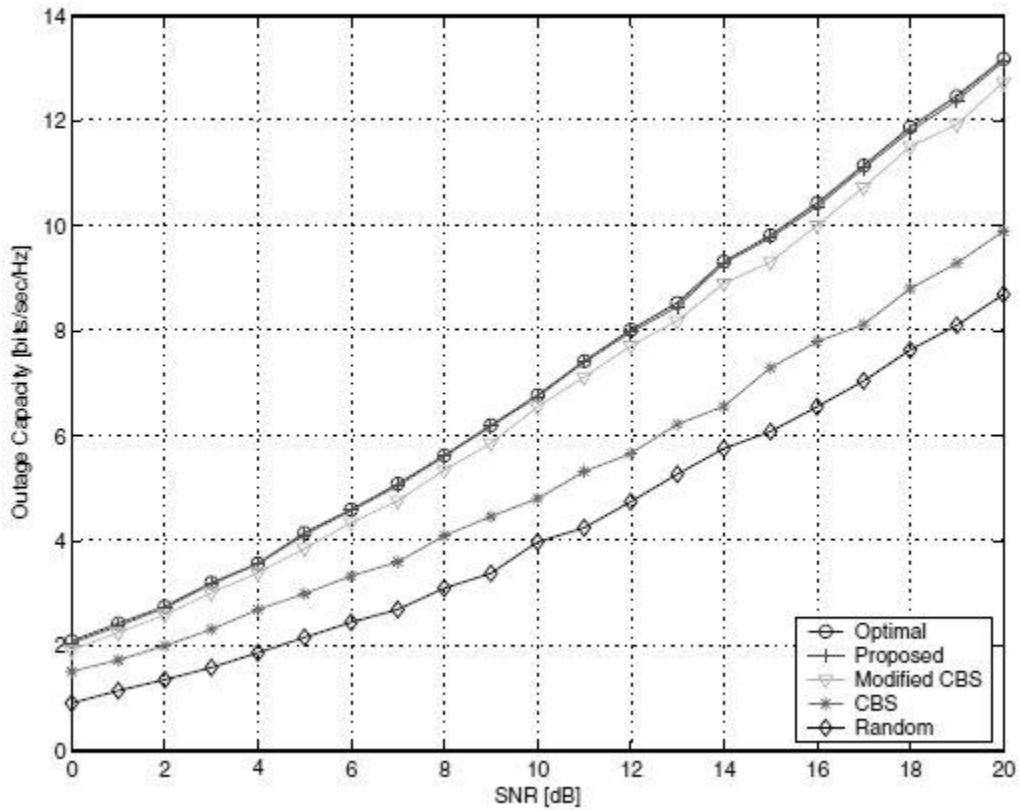
Στο σχήμα 3-3 απεικονίζεται η χωρητικότητα 10% του διαύλου σε συνάρτηση με τον αριθμό των κεραιών που έχουν επιλεγεί στον δέκτη του συστήματος. Όπως είναι αντιληπτό, η χωρητικότητα outage αυξάνει γραμμικά όταν $N_R = M_T$. Όταν $N_R > M_T$ ο ρυθμός αύξησης της χωρητικότητας είναι μικρός και συνεπώς η απώλεια στην χωρητικότητα είναι μικρή, σε σχέση πάντα με τα MIMO συστήματα στα οποία δεν γίνεται χρήση της τεχνικής επιλογής κεραιοστοιχείων και όπου $N_R = M_T$.

Μελέτη και Ανάπτυξη Αλγορίθμων Επιλογής Κεραιοστοιχείων
σε Συστήματα Ασύρματων Επικοινωνιών
Πολλαπλών Εισόδων – Πολλαπλών Εξόδων (MIMO)



Σχήμα 3-3

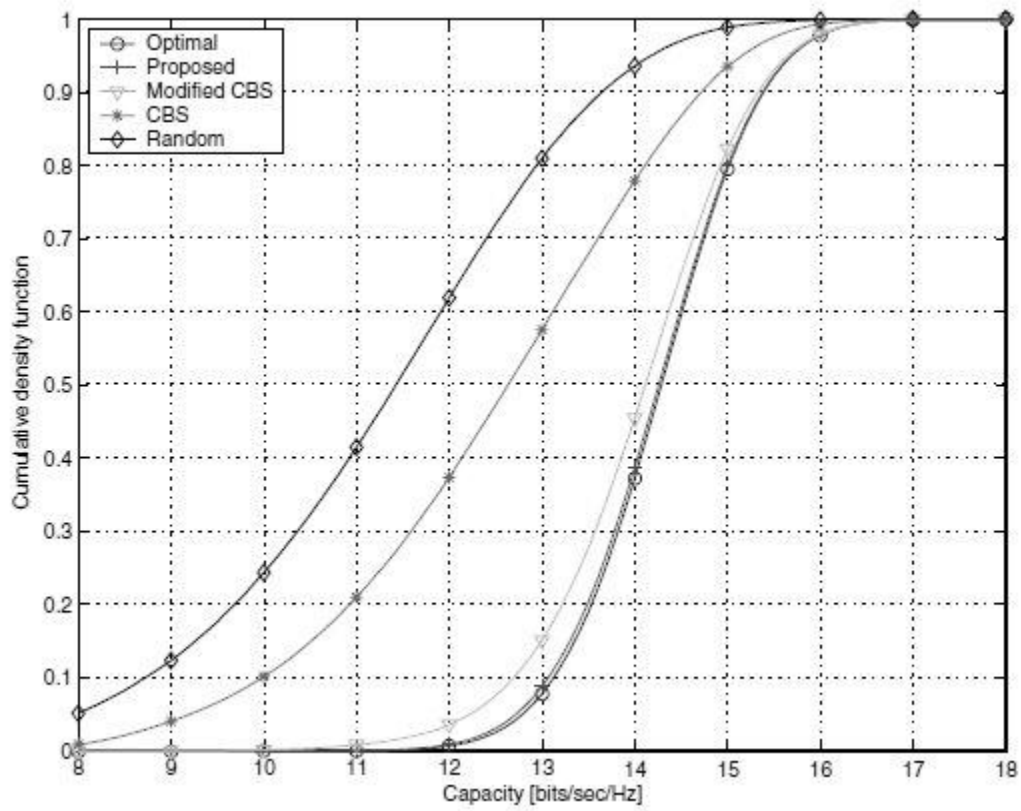
Θέτουμε $M_t=2, M_r=8$ και $L_r=M_t$. Από το σχήμα 3-4 η outage χωρητικότητα που επιτυγχάνεται από τον προτεινόμενο αλγόριθμο των Park (στο σχήμα εμφανίζεται ως proposed) συγκλίνει με εκείνη που επιτυγχάνει ο αλγόριθμος Optimal διεξοδικής αναζήτησης. Μάλιστα, όσο αυξάνει ο σηματοθυρβικός λόγος SNR , τόσο η επίδοση του αλγορίθμου των Y.S.Choi et al, χειροτερεύει. Αντίθετα ο προτεινόμενος αλγόριθμος εμφανίζει ελάχιστες απώλειες σε ότι αφορά στις υψηλές τιμές του SNR .



Σχήμα 3-4

Στο σχήμα 3-5 απεικονίζεται η αθροιστική συνάρτηση πιθανότητας (*cumulative density function*) της χωρητικότητας ενός συστήματος όπου $M_t=2, N_r=8$ και $N_r=M_t$. Ο σηματοθορυβικός λόγος είναι πάντα ίσος με $SNR=20dB$. Το σχήμα 3-6 εξετάζει την χωρητικότητα του διαύλου από μια άλλη σκοπιά. Όσο το outage rate μειώνεται ο αλγόριθμος των Y.S.Choi et al δεν αποδίδει, σε σχέση με τον προτεινόμενο αλγόριθμο των Park που μάλιστα συγκλίνει με τον αλγόριθμο διεξοδικής αναζήτησης.

Μελέτη και Ανάπτυξη Αλγορίθμων Επιλογής Κεραιοστοιχείων
σε Συστήματα Ασύρματων Επικοινωνιών
Πολλαπλών Εισόδων – Πολλαπλών Εξόδων (MIMO)



Σχήμα 3-5

3.7 Αλγόριθμος διάσπασης QR - QR Decomposition

Η τεχνική επιλογής κεραιοστοιχείων σύμφωνα με τη διάσπαση πινάκων QR Complex Householder Decomposition βασίζεται στον τροποποιημένο αλγόριθμο των *Gharavi-Alkhansari* και *Gerschman* [26].

Ως γνωστόν, η χωρητικότητα του διαύλου ενός MIMO συστήματος είναι ίση με :

$$C(H) = \log_2 \left[\det \left(\mathbf{I}_{M_T} + \frac{SNR}{M_T} \mathbf{H}^H \mathbf{H} \right) \right] \quad (3.20)$$

Η παραπάνω σχέση μπορεί να γραφεί ως :

$$C(H) = M_R \log \frac{SNR}{M_T} + \log_2 \left[\det \left(\frac{M_T}{SNR} \mathbf{I}_{M_R} + \mathbf{H}^H \mathbf{H} \right) \right] \quad (3.21)$$

Ο πίνακας $\frac{M_T}{SNR} \mathbf{I}_{M_R} + \mathbf{H}^H \mathbf{H}$ είναι ερμιτιανός και μη-ιδιόμορφος (η ορίζουσα του είναι διάφορη του μηδενός). Αυτό σημαίνει πως σύμφωνα με την ορθογωνιοποίηση των Gram-Schmidt, υπάρχει ένας $M_R \times M_R$ πίνακας \mathbf{G} , πλήρους βαθμού, έτσι ώστε

$$\frac{M_T}{SNR} \mathbf{I}_{M_R} + \mathbf{H}^H \mathbf{H} = \mathbf{G} \mathbf{G}^H \quad (3.22)$$

Αξίζει να σημειωθεί πως ο πίνακας \mathbf{G} , έχει τον ίδιο αριθμό γραμμών με τον πίνακα \mathbf{H} , αλλά όχι απαραίτητα και τον ίδιο αριθμό στηλών. Αφαιρώντας γραμμές (δηλαδή κεραιές στον δέκτη) από τον \mathbf{H} , συνεπάγεται αφαίρεση των αντίστοιχων γραμμών στον πίνακα \mathbf{G} .

Έστω \mathbf{g}_j , η j -στήλη του πίνακα \mathbf{G}^H . Τότε ισχύει :

$$\mathbf{g}_i^H \mathbf{g}_j = \begin{cases} \mathbf{h}_i^H \mathbf{h}_i + \frac{M_T}{SNR}, & i = j \\ \mathbf{h}_i^H \mathbf{h}_j, & i \neq j \end{cases}$$

Πραγματοποιούμε διάσπαση QR του πίνακα \mathbf{G}^H έτσι ώστε :

$$\mathbf{G}^H = \mathbf{Q} \mathbf{R} \quad (3.23)$$

όπου ο \mathbf{Q} είναι ένας $M_R \times M_R$ ορθογώνιος πίνακας, και \mathbf{R} ένας $M_R \times M_R$ άνω-τριγωνικός πίνακας [29][30]. Από την σχέση (3.22) συμπεραίνουμε ότι :

$$\frac{M_T}{SNR} \mathbf{I}_{M_R} + \mathbf{H}^H \mathbf{H} = \mathbf{R}^H \mathbf{R} \quad (3.24)$$

Επειδή η ορίζουσα ενός τριγωνικού πίνακα ισοδυναμεί με το γινόμενο των διαγωνίων στοιχείων του η σχέση (3.21) μπορεί να γραφεί

$$C(H) = M_R \log \frac{SNR}{M_T} + \log_2 \left(\prod_{j=1}^{M_R} R_{jj} \right)^2 \quad (3.25)$$

όπου R_{jj} το j -διαγώνιο στοιχείο του πίνακα \mathbf{R} .

Συγκεκριμένα, ο αλγόριθμος QR ακολουθεί τα εξής βήματα:

- (1) $I = \{1, 2, \dots, M_R\}$
- (2) $\mathbf{H} = \mathbf{H}_{\text{Channel}}$
- (3) Για κάθε $j=1$ έως M_R
- (4) $\boldsymbol{\beta}_j = \mathbf{g}_j^H \mathbf{g}_j$
- (5) Τέλος
- (6) Για κάθε $n=1$ έως N_R
- (7) $J_n = \arg \max_{j \in I} \boldsymbol{\beta}_j$
- (8) $I = I - \{J_n\}$
- (9) Ενώ $n < N_{sel}$
- (10) $\hat{\mathbf{g}}_{J_n} = \frac{1}{\sqrt{\boldsymbol{\beta}_{J_n}}} \left(\mathbf{g}_{J_n} - \sum_{i=1}^{n-1} (\hat{\mathbf{g}}_{J_i}^H \mathbf{g}_{J_n}) \hat{\mathbf{g}}_{J_i} \right)$
- (11) Για κάθε $j \in I$

$$(12) \quad \mathbf{\beta}_j = \mathbf{\beta}_j - \left| \hat{\mathbf{g}}_n^H \mathbf{g}_j \right|^2$$

(13) Τέλος

(14) Τέλος

(15) Τέλος

(16) $Selected = \{1, 2, \dots, M_R\} - I$

(17) $\mathbf{H} = \mathbf{H}_{selected}$

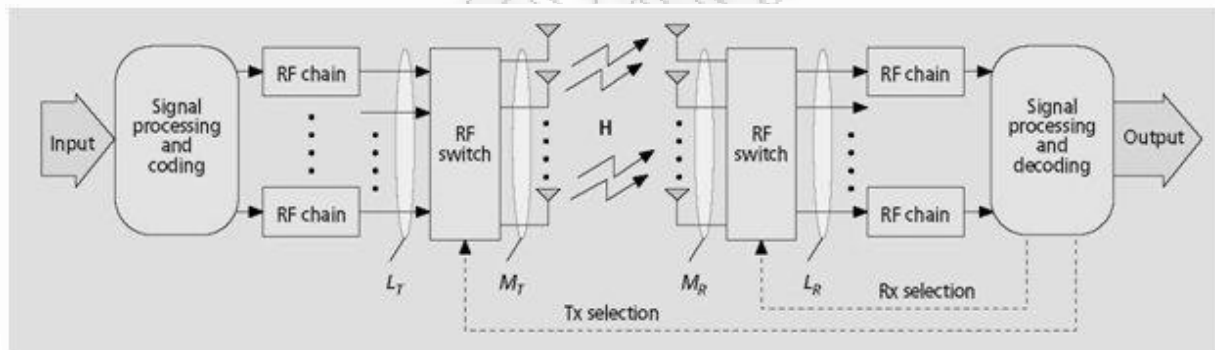
Ο αλγόριθμος QR εστιάζει το ενδιαφέρον του στην εύρεση ενός υποσυνόλου κεραιών λήψης N_R στον αριθμό ($N_R < M_R$), τέτοιο ώστε το γινόμενο $\prod_{j=1}^{N_R} \mathbf{R}_{jj}$ να μεγιστοποιείται.

Ο αλγόριθμος QR δεν χρησιμοποιείται στην πράξη, αφού δίνει τα ίδια αποτελέσματα με τον αλγόριθμο των *Gharani-Alkhansari*, αλλά χρησιμοποιείται για να εξηγήσουμε ότι η επιλογή κεραιοστοιχείων γίνεται ούτως ώστε να αποφεύγεται ο πίνακας διαύλου \mathbf{H} να είναι ανεπαρκούς τάξης (*rank deficient*).

3.8 Αλγόριθμος Joint Antenna Selection

Ο αλγόριθμος *Joint Antenna Selection* επιχειρεί την από κοινού επιλογή κεραιοστοιχείων σε πομπό και δέκτη ενός MIMO συστήματος. Σύμφωνα με τους S.Sanayei and A.Nosratinia [39] έχουν μελετηθεί και αξιολογηθεί δυο μέθοδοι. Ο 1^{ος} αλγόριθμος (*Separable Transmit/Receive Antenna Selection*) πραγματοποιεί ξεχωριστά την επιλογή των κεραιών του συστήματος. Ο 2^{ος} πραγματοποιεί την επιλογή σε πομπό και δέκτη διαδοχικά (*Successive Joint Transmit/Receive Antenna Selection*).

Αναφορικά η περίπτωση της επιλογής κεραιών διεξοδικά, σε πομπό και δέκτη (*Optimal Joint Selection*) απαιτεί την διεξοδική αναζήτηση μεταξύ $\binom{M_T}{N_T} \binom{M_R}{N_R}$ πιθανών υποσυνόλων, όπου N_T, N_R , ο αριθμός των κεραιών που επιλέγονται σε πομπό και δέκτη, αντίστοιχα. Η πολυπλοκότητα ενός τέτοιου εγχειρήματος, αγγίζει την τάξη του $O(M_T^{N_T} M_R^{N_R})$, που είναι ασφαλώς ασύμφορη όσον αφορά σε πρακτικές εφαρμογές.



Σχήμα 3-6 : Αρχιτεκτονική της τεχνικής Joint Antenna Selection σε συστήματα MIMO

Αξίζει να σημειωθεί πως κατά την επιλογή των κεραιών τόσο στον πομπό όσο και στον δέκτη χρησιμοποιούμε τον αλγόριθμο του *Gorokhov* λόγω της ευελιξίας του και της υψηλής επίδοσης του.

α) *Separable Transmit/Receive Antenna Selection (Αλγόριθμος I)*

Ο αλγόριθμος *Separable Transmit/Receive Antenna Selection* πραγματοποιεί την επιλογή κεραιοστοιχείων πρώτα στον πομπό και μετά στον δέκτη ενός MIMO συστήματος ή και αντίστροφα. Επιλέγονται πρώτα οι καλύτερες N_T κεραιές στον πομπό και εν συνεχεία οι καλύτερες N_R κεραιές στον δέκτη. Η σειρά με την οποία πραγματοποιείται η επιλογή (λχ. αρχικά οι κεραιές του πομπού και κατόπιν οι κεραιές του δέκτη, ή και αντίστροφα) έχει ελάχιστη σημασία όταν $N_T = N_R = N_{sel}$, και $M_T = M_R \gg N_{sel}$.

Συγκεκριμένα, ο αλγόριθμος *Separable Transmit/Receive Antenna Selection* ακολουθεί τα εξής βήματα:

- (1) $S_{RECEIVE} = 1, 2, \dots, M_R$
- (2) $S_{TRANSMIT} = 1, 2, \dots, M_T$
- (3) $\mathbf{H} = \mathbf{H}_{\text{Channel}}$
- (4) κλήση του αλγόριθμου *Gorokhon* για $N_T \leq M_T$
- (5) κλήση του αλγόριθμου *Gorokhon* για $N_R \leq M_R$
- (6) $\mathbf{H}_{\text{Sel}} = \mathbf{H}_{\text{Channel}}$
- (7) Τέλος

Η πολυπλοκότητα του αλγορίθμου αυτού ανέρχεται της τάξης του $O(N^2 N_{sel})$, όπου $N = \max\{N_T, N_R\}$

β) *Successive Joint Transmit/Receive Antenna Selection* (Αλγόριθμος II)

Η πολυπλοκότητα του αλγορίθμου *Separable Transmit/Receive Antenna Selection* είναι ιδιαίτερος υψηλή αν και εμφανώς καλύτερη του *Joint Exhaustive Selection* (αλγόριθμος διεξοδικής αναζήτησης σε πομπό και δέκτη). Ο αλγόριθμος *Successive Joint* καταφέρνει να βελτιώσει ακόμη περισσότερο την επίδοση του συστήματος.

Έχοντας τον πίνακα διαύλου \mathbf{H} , επιλέγουμε το (i,j) στοιχείο του, με τη μεγαλύτερη απόλυτη τιμή έστω, h_{i,j_1} . Κατόπιν διατάσσουμε όλα τα στοιχεία της j_1 στήλης του πίνακα \mathbf{H} , και επιλέγουμε τα N_R στον αριθμό στοιχεία της στήλης με τις μεγαλύτερες τιμές. Έστω i_2, i_3, \dots, i_{N_R} τα στοιχεία αυτής της στήλης.

Σχηματίζουμε ένα υποπίνακα του πίνακα διαύλου \mathbf{H} , έστω \mathbf{G} , χρησιμοποιώντας αυτές τις γραμμές (της στήλης j_1), και επιλέγοντας N_R κεραίες στον δέκτη. Εν συνεχεία, εφαρμόζουμε τον αλγόριθμο *Gorokhov* στον πίνακα \mathbf{G} , προκειμένου να επιλέξουμε τις καλύτερες κεραίες στον πομπό.

Η ειδοποιός διαφορά του αλγορίθμου *Successive Joint* ως προς τον *Separable* είναι ότι ο *Separable* επιχειρεί να πραγματοποιήσει *greedy* επιλογές τόσο στις γραμμές (κεραίες δέκτη) όσο και στις στήλες (κεραίες πομπού) του πίνακα διαύλου \mathbf{H} , επιβαρύνοντας την πολυπλοκότητα της τεχνικής επιλογής κεραιών. Ο *Successive Joint* αλγόριθμος μειώνει θεαματικά την πολυπλοκότητα, καταλήγοντας σε γραμμική συμπεριφορά ($O(NN_{sel}^2)$) ως προς $N = \max\{N_T, N_R\}$, εν αντιθέσει με τον αλγόριθμο *Separable* που επιτυγχάνει πολυπλοκότητα τάξης 2^{00} βαθμού ως προς N . Ακόμη ο *Successive Joint* είναι αρκετά ευέλικτος, αφού είτε διατάξουμε τα στοιχεία της στήλης του πίνακα \mathbf{H} , είτε τα στοιχεία της γραμμής (βλ.βήμα 4) η επίδοση του αλγορίθμου δεν αλλάζει.

Ο αλγόριθμος *Successive Joint Transmit/Receive Antenna Selection* ακολουθεί τα εξής βήματα:

$$(1) \quad S_{RECEIVE} = 1, 2, \dots, M_R$$

$$(2) \quad S_{TRANSMIT} = 1, 2, \dots, M_T$$

$$(3) \quad \mathbf{H} = \mathbf{H}_{\text{Channel}}$$

$$(4) \quad \text{βρες } (i_1, j_1) \text{ τ.ω } (i_1, j_1) = \arg \max_{(i,j)} |\mathbf{h}_{ij}|$$

(5) βρες $(i_2, i_3, \dots, i_{N_R})$ τ.ω, $|\mathbf{h}_{i_2, j_1}| \geq |\mathbf{h}_{i_3, j_1}| \geq \dots \geq |\mathbf{h}_{i_{N_R}, j_1}|$

(6)
$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}(i_1, :) \\ \mathbf{H}(i_2, :) \\ \cdot \\ \cdot \\ \mathbf{H}(i_{N_R}, :) \end{bmatrix}$$

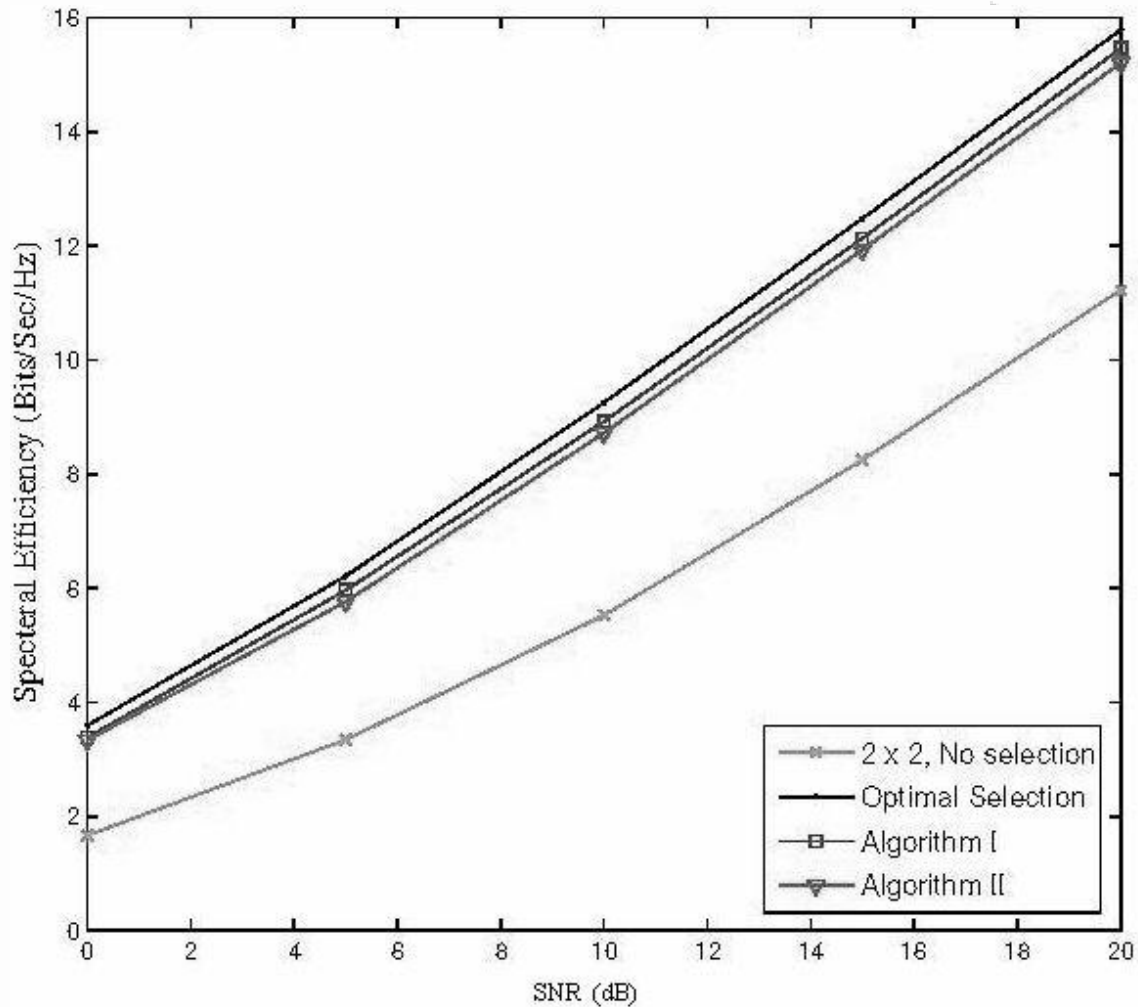
(7) κλήση του αλγόριθμου *Gorokhon* για $N_T \leq M_T$

(8) $\mathbf{H}_{Sel} = \mathbf{H}_{Channel}$

(9) Τέλος

Αποτελέσματα Προσομοίωσης

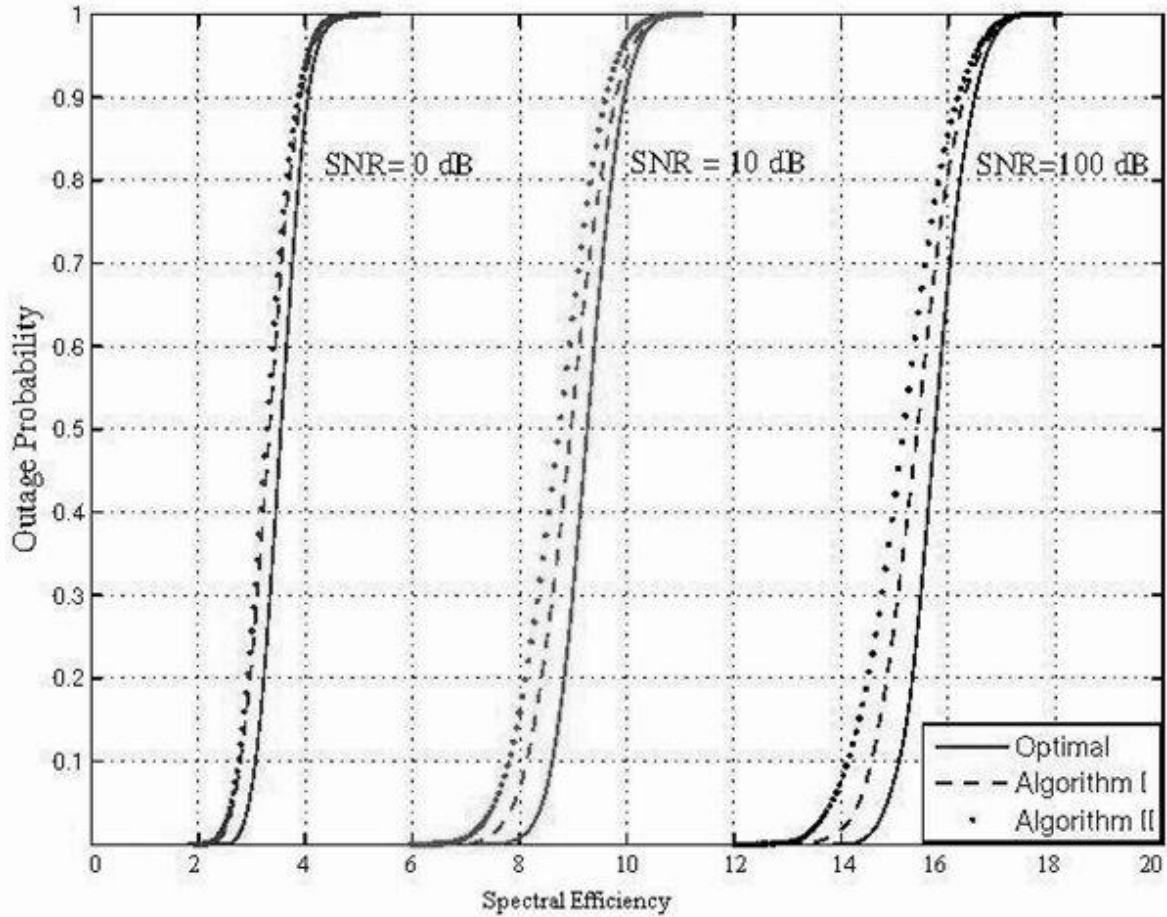
Υποθέτουμε πως $N_T = N_R = N_{sel}$. Ισχύουν ασφαλώς όλες οι παραδοχές που αφορούν το διαύλο αλλά και την προσομοίωση του συστήματος (βλ.Κεφ.6). Έστω ένα 8 x 8 MIMO σύστημα πολλαπλών κεραιών με 8 κεραιές στον πομπό και 8 στον δέκτη ($M_T = M_R = 8$). Επιλέγουμε να εργαστούμε με δυο κεραιές σε πομπό και δέκτη ($N_T = N_R = 2$).



Σχήμα 3-7

Το σχήμα 3-7 αναπαριστά την εργοδική χωρητικότητα του καναλιού τόσο στην περίπτωση του Optimal Joint όσο και των δύο Joint Selection αλγορίθμων. Ο Αλγόριθμος I (*Separable Transmit/Receive Antenna Selection*) εμφανίζει καλύτερη συμπεριφορά (αν και ελάχιστη) αλλά η υπολογιστική του πολυπλοκότητα είναι 4 φορές μεγαλύτερη του αλγορίθμου II (*Successive Joint Transmit/Receive Antenna Selection*).

Παρατηρείται ακόμη, ότι στο κατ'επιλογήν 2×2 σχήμα (selection scheme) η συμπεριφορά του συστήματος είναι καλύτερη με τη χρήση της τεχνικής Antenna Selection από ότι ένα 2×2 Rayleigh κανάλι πλήρους σκέδασης δίχως χρήση της τεχνικής.



Σχήμα 3-8

Στο σχήμα 3-8 αναπαριστάται η outage πιθανότητα (βλ. παράγραφο 1.6.2) του καναλιού. Για χαμηλές τιμές του σηματοθορυβικού λόγου SNR και οι δύο αλγόριθμοι Joint Selection συμπεριφέρονται όμοια και μάλιστα διαφέρουν ελάχιστα από την επίδοση του αλγόριθμου Optimal Joint. Όσο όμως ο σηματοθορυβικός λόγος αυξάνεται, η επίδοση των δυο Joint αλγορίθμων μειώνεται, αν και εξακολουθούν να εμφανίζουν όμοια συμπεριφορά.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

Η ΤΕΧΝΙΚΗ ΤΗΣ ΕΠΙΛΟΓΗΣ ΣΤΟΙΧΕΙΟΚΕΡΑΙΩΝ ΓΙΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΧΩΡΙΚΗΣ ΠΟΛΥΠΛΕΞΙΑΣ

4.1 Γενικά

Στο παρόν κεφάλαιο, θα εξετάσουμε πως υλοποιείται η τεχνική της επιλογής κεραιοστοιχείων στα συστήματα χωρικής πολυπλεξίας. Η τεχνική της επιλογής κεραιοστοιχείων στα συστήματα χωρικής πολυπλεξίας, διαφέρει ποιοτικά από την τεχνική Antenna Selection με κριτήριο την αύξηση της χωρητικότητας στον δίαυλο. Οι αλγόριθμοι που εξετάστηκαν στο προηγούμενο κεφάλαιο, δεν κατορθώνουν την ελαχιστοποίηση της πιθανότητας εσφαλμένου συμβόλου στον δέκτη, που είναι άλλωστε και το ζητούμενο. Για το λόγο αυτό, προτείνονται νέα κριτήρια βελτιστοποίησης που μπορούν και εφαρμόζονται με επιτυχία στα συστήματα χωρικής πολυπλεξίας.

Αξίζει να σημειωθεί ότι οι δέκτες αυτοί, επιτυγχάνουν μια αξιοσημείωτη μείωση υπολογιστικής πολυπλοκότητας, διατηρώντας την επίδοση του συστήματος στα ίδια πλαίσια. Μάλιστα, ο διαφορισμός που επιτυγχάνεται με τη χρήση της τεχνικής Antenna Selection στα συστήματα χωρικής πολυπλεξίας είναι ίσος με το διαφορισμό που επιτυγχάνεται χρησιμοποιώντας όλες τις κεραιές του συστήματος [32]. Η ιδιότητα αυτή δίνει το στίγμα της σημασίας της τεχνικής Antenna Selection στα συστήματα χωρικής πολυπλεξίας.

4.2 Antenna Selection για γραμμικούς δέκτες (linear receivers)

Έστω ότι έχουμε M_T κεραιές στον πομπό και M_R στο δέκτη και μεταδίδουμε ένα πλαίσιο από $M_T \cdot T$ σύμβολα σε T περιόδους συμβόλου. Υποθέτουμε ότι ο δίαυλος είναι Gaussian (δηλαδή έχουμε *επίπεδες διαλείψεις*) και παραμένει σταθερός κατά τη διάρκεια μετάδοσης του πλαισίου.

Με \mathbf{S} συμβολίζουμε την κωδική λέξη χώρου-χρόνου, η οποία είναι:

$$\mathbf{S} = [\mathbf{s}[1] \quad \mathbf{s}[2] \quad \dots \quad \mathbf{s}[T]] \quad (4.1)$$

και $\mathbf{s}[k]$ είναι το διάνυσμα των μεταδιδόμενων συμβόλων την χρονική στιγμή kT_s , δηλαδή:

$$\mathbf{s}[k] = [s_1[k] \ s_2[k] \ \dots \ s_{M_T}[k]]^T \quad (4.2)$$

όπου $s_i[k]$ είναι το σύμβολο που μεταδίδει η i -κεραία την χρονική στιγμή kT_s . Με άλλα λόγια, το (i,k) στοιχείο του \mathbf{S} είναι το σύμβολο που μεταδίδει η i -κεραία την kT_s χρονική στιγμή.

Λόγω της μετάδοσης του $\mathbf{s}[k]$, ο δέκτης λαμβάνει

$$\mathbf{y}[k] = \sqrt{\frac{E_s}{M_T}} \mathbf{H} \mathbf{s}[k] + \mathbf{n}[k] \quad (4.3)$$

Στα συστήματα χωρικής πολυπλεξίας (*spatial multiplexing*), σε κάθε περίοδο συμβόλου μεταδίδουμε M_T ανεξάρτητα σύμβολα με σκοπό να μεγιστοποιήσουμε το ρυθμό μετάδοσης δεδομένων.

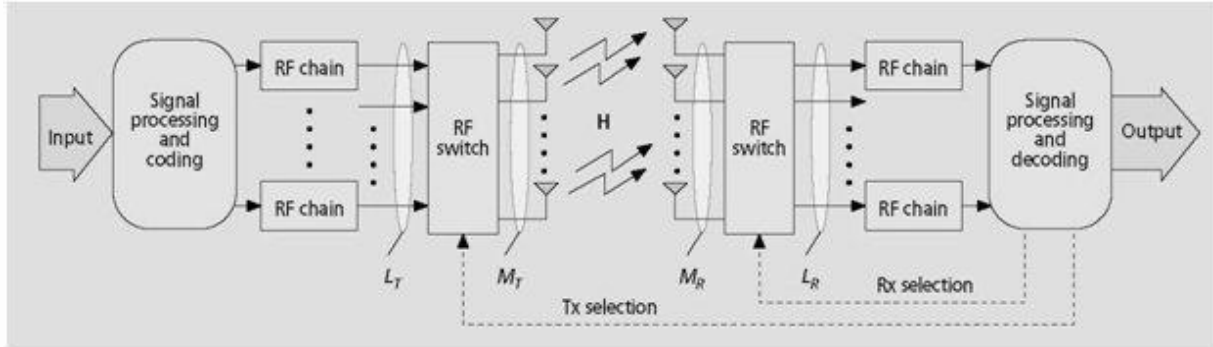
Τα προς μετάδοση δεδομένα οδηγούνται σε έναν M ($M < M_T$, $M \leq M_R$) πολυπλέκτη και κάθε υπο-ροή δεδομένων (data sub-stream) που προκύπτει μεταδίδεται από μια διαφορετική κεραία.

Ο χωρικός πολυπλεκτης (*spatial multiplexer*) M λειτουργεί ως εξής : σε κάθε περίοδο συμβόλου M σύμβολα εισόδου πολυπλέκονται και παράγουν ένα $M \times 1$ διάνυσμα \mathbf{S} προς μετάδοση.

Έστω ότι επιλεγούμε N_T κεραίες στον πομπό από τις συνολικές M_T , προς μετάδοση. Στην περίπτωση της επιλογής κεραιοστοιχείων το μοντέλο διαύλου μεταβάλλεται, έχοντας :

$$\mathbf{y} = \sqrt{\frac{E_s}{N_T}} \mathbf{H}_{sel} \mathbf{s} + \mathbf{n} \quad (4.4)$$

Ισχύουν βεβαίως οι παραδοχές της παραγράφου 2.2 αναφορικά για το μοντέλο διαύλου Antenna Selection.



Σχήμα 4-1: Αρχιτεκτονική της τεχνικής Antenna Selection σε συστήματα χωρικής πολυπλεξίας

Όλα τα διανύσματα λήψης $\mathbf{y}[k]$ για $k=1 \dots T$ μπορούν να περιληφθούν σε έναν πίνακα \mathbf{Y} , με παρόμοια λογική με την οποία κατασκευάστηκε ο πίνακας \mathbf{S} . Έτσι, θεωρώντας, $\mathbf{Y} = [\mathbf{y}[1] \ \mathbf{y}[2] \ \dots \ \mathbf{y}[T]]^T$ έχουμε:

$$\tilde{\mathbf{S}} = \mathbf{G}\mathbf{Y} = \sqrt{\frac{E_s}{M_T}} \mathbf{G}\mathbf{H}_{sel} \mathbf{S} + \mathbf{GN} \quad (4.5)$$

όπου $\mathbf{N} = [\mathbf{n}[1] \ \mathbf{n}[2] \ \dots \ \mathbf{n}[T]]^T$.

Προκειμένου να μειώσουμε την υπολογιστική πολυπλοκότητα, χρησιμοποιούμε ένα γραμμικό $N_T \times M_R$ φίλτρο \mathbf{G} (γραμμικός δέκτης – *linear receiver*) για το διαχωρισμό των εκπεμπόμενων ροών δεδομένων και κατόπιν τις αποκωδικοποιούμε ανεξάρτητα.

Συγκεκριμένα :

Για κάθε μια εκπεμπόμενη ροή δεδομένων αντιστοιχεί ένας σηματοθορυβικός λόγος στο δέκτη του συστήματος χωρικής πολυπλεξίας (*post-processing SNR* ή *effective SNR*). Έστω g_k η κ-γραμμή του φίλτρου \mathbf{G} και h_k η κ-στήλη του πίνακα διαύλου \mathbf{H}_{sel} . Το *post-processing SNR* της κ-ροής γράφεται ως :

$$\text{SNR}_k = \frac{E_s |g_k h_k|^2}{N_T * N_0 \|g_k\|^2 + E_s \sum_{j \neq k} |g_k h_j|^2} \quad (4.6)$$

Στην περίπτωση του Δέκτη Ελάχιστου Μέσου Τετραγωνικού Σφάλματος (MMSE),

$$\mathbf{G}^{(MMSE)} = \left[\mathbf{H}_{sel}^* \mathbf{H}_{sel} + N_0 / E_s * \mathbf{I}_{N_T} \right]^{-1} \mathbf{H}_{sel}^* \quad (4.7)$$

$$SNR_k^{(MMSE)} = \frac{E_s}{N_T * N_0 \left[\mathbf{H}_{sel}^* \mathbf{H}_{sel} + N_0 / E_s * \mathbf{I}_{N_T} \right]_{kk}^{-1}} - 1 \quad (4.8)$$

όπου $[\]_{kk}$ το κ-διαγώνιο στοιχείο του πίνακα.

Στην περίπτωση του Δέκτη επιβολής μηδενισμών (*Zero Forcing Receiver*),

$$\mathbf{G}^{(ZF)} = \mathbf{H}_{sel}^\dagger = \left[\mathbf{H}_{sel}^H \mathbf{H}_{sel} \right]^{-1} \mathbf{H}_{sel}^H \quad (4.9)$$

$$SNR_k^{(ZF)} = \frac{E_s}{N_T * N_0 \left[\mathbf{H}_{sel}^* \mathbf{H}_{sel} \right]_{kk}^{-1}} \quad (4.10)$$

Έστω $\lambda(A)$ οι ιδιόμορφες τιμές ενός πίνακα A. Τότε :

$$\begin{aligned} \max_k \left[\mathbf{H}_{sel}^* \mathbf{H}_{sel} \right]_{kk}^{-1} &= \max_k \left[\mathbf{H}_{sel}^* \mathbf{H}_{sel} \right]_{kk}^{-1} \mathbf{e}_k \\ &\leq \max_{\|\mathbf{x}\|=1} \mathbf{x}^* \left[\mathbf{H}_{sel}^* \mathbf{H}_{sel} \right]_{kk}^{-1} \mathbf{x} \\ &= \lambda_{\max} \left(\left[\mathbf{H}_{sel}^* \mathbf{H}_{sel} \right]^{-1} \right) \end{aligned}$$

Σύμφωνα με το θεώρημα Rayleigh-Ritz [33] ισχύει :

$$\lambda_{\max} \left(\left[\mathbf{H}_{sel}^* \mathbf{H}_{sel} \right]^{-1} \right) = \lambda_{\min}^{-2} (\mathbf{H}_{sel}) \quad (4.11)$$

Δηλαδή,

$$\max_k \left[\mathbf{H}_{sel}^* \mathbf{H}_{sel} \right]_{kk}^{-1} \leq \lambda_{\min}^{-2} (\mathbf{H}_{sel}) \quad (4.12)$$

όπου e_k η κ-στήλη του μοναδιαίου πίνακα \mathbf{I}_{N_T} .

Η σχέση (4.10) σύμφωνα με την σχέση (4.12) μπορεί να γραφεί ως :

$$\text{SNR}_k^{(ZF)} \geq \lambda_{\min}^2 (\mathbf{H}_{sel}) \frac{E_s}{N_T^* N_0} \quad (4.13)$$

Όμως ο σηματοθορυβικός λόγος είναι $\text{SNR} = E_s/N_0$

$$\text{SNR}_{\min}^{(ZF)} \geq \lambda_{\min}^2 (\mathbf{H}_{sel}) \frac{\text{SNR}}{N_T} \quad (4.14)$$

Σύμφωνα με την σχέση (4.14) η επίδοση των γραμμικών δεκτών γίνεται καλύτερη όσο η μικρότερη ιδιόμορφη τιμή του πίνακα διαύλου αυξάνει.

Μας ενδιαφέρει η επίδοση του MIMO συστήματος όσον αφορά στη πιθανότητα εσφαλμένου συμβόλου.

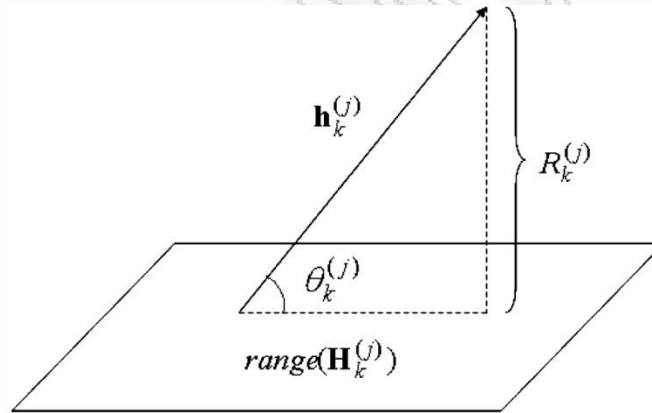
Ο υπολογισμός του SNR_{\min} απαιτεί την διεξοδική αναζήτηση όλων των γραμμικών δεκτών, για όλα τα υποσύνολα κεραιών.

Η σχέση (4.14) μας παρέχει ένα κατώφλι του SNR_{\min} , διευκολύνοντας στον υπολογισμό του.

Στη συνέχεια θα περιγράψουμε γεωμετρικά τη διαδικασία της τεχνικής της επιλογής κεραιοστοιχείων στα συστήματα χωρικής πολυπλεξίας.

Έστω \mathbf{h}_k^j , η κ-στήλη του πίνακα \mathbf{H}_{sel} και \mathbf{H}_k^j , ο $M_R \times (N_T - 1)$ πίνακας που προκύπτει από την αφαίρεση της \mathbf{h}_k^j στήλης από τον \mathbf{H}_{sel} πίνακα. Από τη σχέση (4.10) η ποσότητα

$\frac{1}{[\mathbf{H}_{sel}^* \mathbf{H}_{sel}]^{-1}_{kk}}$ ισοδυναμεί με \mathbf{R}_k^j , όπου \mathbf{R}_k^j το τετράγωνο του ύψους της προβολής του \mathbf{h}_k^j ως το \mathbf{H}_k^j , ή εναλλακτικά, το τετράγωνο της νόρμας της προβολής του \mathbf{h}_k^j στον κενό υποχώρο $(\mathbf{H}_k^j)^T$ (βλ.σχήμα 4-2).



Σχήμα 4-2

Αναλυτικά,

$$SNR_k^{(ZF)} = \frac{E_s}{N_T * N_0} \|\mathbf{h}_k^j\|^2 \sin^2 \theta_k^j \quad (4.15)$$

όπου, $\|\mathbf{h}_k^j\|$ η ευκλείδια νόρμα της κ-στήλης του πίνακα \mathbf{H}_{sel} , ενώ θ_k^j , η γωνία ανάμεσα στην \mathbf{h}_k^j και στην προβολή της απόστασης του \mathbf{H}_k^j , με

$$\theta_k^j = \sin^{-1} \frac{\sqrt{\mathbf{R}_k^j}}{\|\mathbf{h}_k^j\|}, 0 < \theta_k^j < \frac{\pi}{2}$$

Το σχήμα 4-2 απεικονίζει γεωμετρικά τη σχέση (4.15).

Μάλιστα,

$$\mathbf{R}_{\min}^j = \min_{k=1 \dots N_T} \mathbf{R}_k^j, 1 < j < N_U^* \quad (4.16)$$

για κάθε υποσύνολο κεραιών U_j , που καθορίζει τη συμπεριφορά του συστήματος για υψηλές τιμές του σηματοθορυβικού λόγου SNR .

Η επίδοση των συστημάτων χωρικής πολυπλεξίας βασίζεται στον υπολογισμό του SNR_{\min} . Στην περίπτωση που εφαρμόζεται η τεχνική της επιλογής κεραιοστοιχείων έχουν προταθεί [34],[35] τρία στον αριθμό κριτήρια βελτιστοποίησης που αφορούν στα συστήματα χωρικής πολυπλεξίας με γραμμικούς δέκτες.

- *Κριτήριο 1 - Μεγιστοποίηση του σηματοθορυβικού λόγου στο δέκτη*
(*maximum post-processing SNR*)

Για κάθε υποσύνολο κεραιών υπολογίζεται ο γραμμικός δέκτης-φίλτρο \mathbf{G} καθώς και το αντίστοιχο SNR_{\min} . Επιλέγεται το υποσύνολο εκείνο στο οποίο αντιστοιχεί η μεγαλύτερη έκφραση SNR_{\min} .

- *Κριτήριο 2 - Μεγιστοποίηση της ελάχιστης ιδιόμορφης τιμής*
(*maximum Minimum Singular Value*)

Για κάθε υποσύνολο κεραιών υπολογίζεται η ελάχιστη ιδιόμορφη τιμή του \mathbf{H}_{sel} . Επιλέγεται το υποσύνολο εκείνο στο οποίο αντιστοιχεί η μεγαλύτερη λ_{\min} .

*Ισχύουν βεβαίως οι παραδοχές της παραγράφου 2.2 αναφορικά για το μοντέλο διαύλου Antenna Selection, βλ. σελ. 73-74.

- *Κριτήριο 3 - Μεγιστοποίηση της χωρητικότητας διαύλου*

(*maximum Channel Capacity*)

Για κάθε υποσύνολο κεραιών υπολογίζεται η χωρητικότητα του διαύλου

$$C = \log_2 \left[\det \left(\mathbf{I}_{M_T} + \frac{SNR}{M_T} \mathbf{H}_{sel}^H \mathbf{H}_{sel} \right) \right].$$
 Επιλέγεται το υποσύνολο εκείνο με τη μεγαλύτερη

χωρητικότητα. Το κριτήριο αυτό ουσιαστικά περιγράφει τον αλγόριθμο Optimal Antenna Selection (βλ.Κεφ. 3), μόνο που στην προκειμένη περίπτωση ο αλγόριθμος εφαρμόζεται σε συστήματα χωρικής πολυπλεξίας.

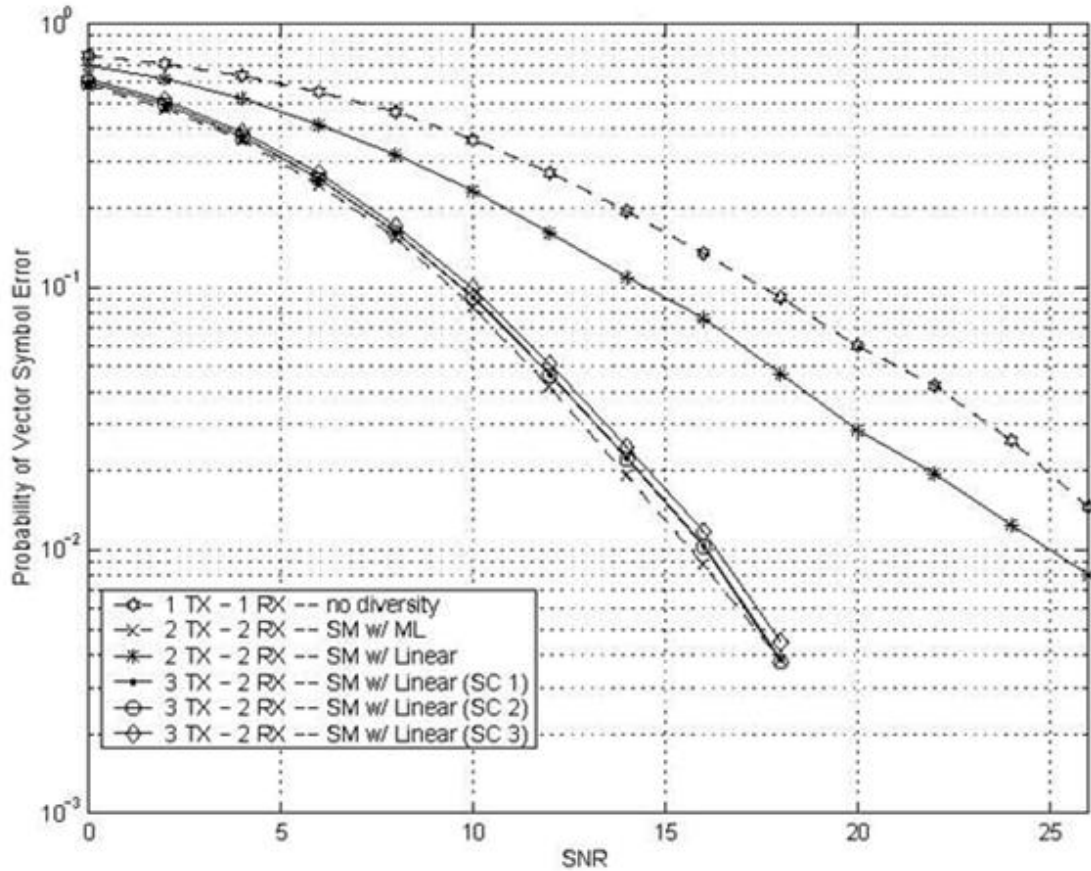
Αποτελέσματα Προσομοίωσης

Θα αξιολογηθούν τα παραπάνω κριτήρια βελτιστοποίησης. Τονίζεται ότι η προσομοίωση ακολουθεί τη λογική *Monte Carlo* και δεν έχουν χρησιμοποιηθεί ημιαναλυτικές μέθοδοι. Η επίδοση αποτιμάται σύμφωνα με την επίδοση σφάλματος *VSER* (*Vector Symbol Error Rate*) για ένα πλαίσιο 100 συμβόλων προς μετάδοση (transmit vector symbols) με διαμόρφωση BPSK για 10000 πραγματώσεις του διαύλου H . Έστω $X \times Y$, ένα σύστημα χωρικής πολυπλεξίας με X κεραιές στον πομπό και Y στον δέκτη. Θα μελετήσουμε τις περιπτώσεις 3×2 , 4×2 , 4×3 .

Σε ένα τέτοιο σύστημα επιλέγονται Y κεραιές σύμφωνα με κάποιο από τα παραπάνω τρία κριτήρια. Εξαιτίας του μεγάλου υπολογιστικού κόστους, θεωρούμε μόνο την περίπτωση του δέκτη επιβολής μηδενισμών (*ZF*). Αποδεικνύεται [22] ότι, σε υψηλά επίπεδα του σηματοθορυβικού λόγου *SNR*, η συμπεριφορά του συστήματος με χρήση του δέκτη επιβολής μηδενισμών (*ZF*), εξισώνεται με εκείνη του συστήματος με χρήση του δέκτη *MMSE*. Ισχύουν ασφαλώς όλες οι παραδοχές που αφορούν το δίαυλο αλλά και την προσομοίωση του συστήματος (βλ.Παράρτημα).

Στο σχήμα 4-3 αποτυπώνεται γραφικά η επίδοση σφάλματος για ένα σύστημα χωρικής πολυπλεξίας 3×2 . Το 2×2 *ZF* σύστημα(δίχως επιλογή κεραιών) δεν επιτυγχάνει κανένα κέρδος διαφορισμού έναντι του 1×1 συστήματος. Μεταξύ των τριών, το 1^ο κριτήριο (*maximum post-processing SNR*) επιτυγχάνει καλύτερη συμπεριφορά (αν και με μικρή διαφορά) έναντι του 3^{ου} κριτηρίου, επιβεβαιώνοντας την αξίωση ότι η επιλογή κεραιών βάσει κριτηρίου χωρητικότητας δεν είναι η καλύτερη ως προς την επίδοση σφάλματος.

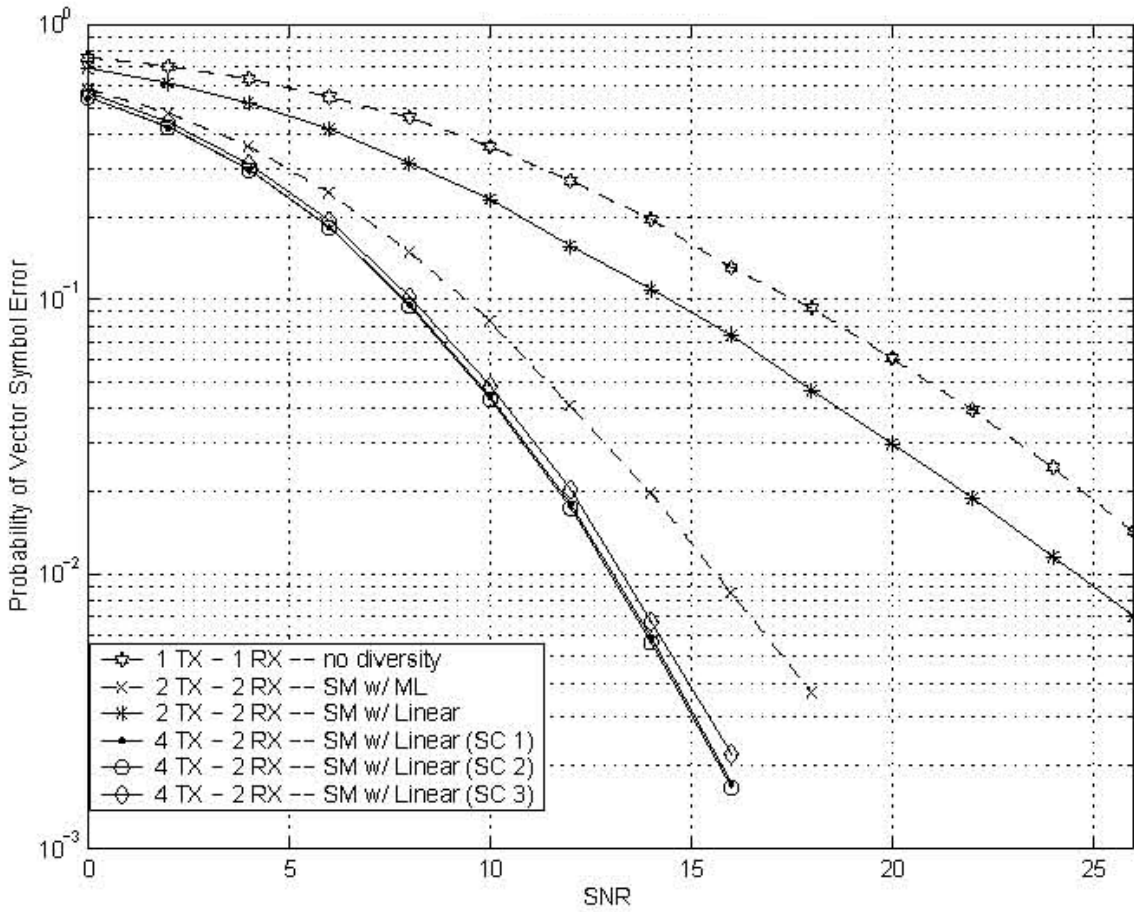
Μελέτη και Ανάπτυξη Αλγορίθμων Επιλογής Κεραιοστοιχείων
σε Συστήματα Ασύρματων Επικοινωνιών
Πολλαπλών Εισόδων – Πολλαπλών Εξόδων (MIMO)



Σχήμα 4-3

Στο σχήμα 4-4 επαναλαμβάνουμε την προσομοίωση, αυτή τη φορά για ένα 4 x 2 σύστημα. Έχοντας υπόψη ότι χρησιμοποιούμε δυο κεραιές παραπάνω στον δέκτη, έχουμε κέρδος διαφορισμού έναντι του 2 x 2 *ML receiver*.

Μελέτη και Ανάπτυξη Αλγορίθμων Επιλογής Κεραιοστοιχείων
σε Συστήματα Ασύρματων Επικοινωνιών
Πολλαπλών Εισόδων – Πολλαπλών Εξόδων (MIMO)



Σχήμα 4-4

Η επιλογή κεραιοστοιχείων έχοντας παραπάνω κεραίες στον πομπό έναντι του δέκτη, όπως φαίνεται, αποφέρει κέρδος διαφορισμού.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

ΕΠΙΛΟΓΟΣ

5.1 Γενικά

Τα συστήματα MIMO (Πολλαπλών Εισόδων Πολλαπλών Εξόδων) αποτελούν ένα από τα τελευταία επιτεύγματα στο χώρο των σύγχρονων ψηφιακών τηλεπικοινωνιών. Τα συστήματα αυτά παρέχουν σε μια ασύρματη ζεύξη τη δυνατότητα για μεγάλες τιμές χωρητικότητας, ενώ ταυτόχρονα βελτιώνουν και την ποιότητά της με το να μειώνουν το μέσο ρυθμό σφαλμάτων. Τα MIMO συστήματα έρχονται να δώσουν λύσεις στο πρόβλημα της αποτελεσματικής εκμετάλλευσης του φάσματος, που εμφανίζεται πλέον εξαιρετικά επιτακτικό. Συγκεκριμένα, τα MIMO συστήματα επιτρέπουν ευρυζωνικές μεταδόσεις (με Bit Rate της τάξης των 20Mbps) σε ασύρματα περιβάλλοντα που χαρακτηρίζονται από διαλείψεις επιλεκτικές ως προς το χρόνο, τη συχνότητα ή το χώρο.

Στα ασύρματα συστήματα πολλαπλών κεραιών MIMO, η χρήση πολλαπλών κεραιών σε πομπό και δέκτη απαιτεί την χρήση πολλαπλών αλυσίδων RF (*RF chains*), καθώς και γραμμικών ενισχυτών μεταβλητού κέρδους (*variable gain linear amplifiers*) και στροφέων φάσης (*phase shifters*). Αυτές οι διατάξεις αυξάνουν το κόστος κατασκευής των πομποδεκτών και την κατανάλωση ισχύος. Η τεχνική *επιλογής κεραιών* (*antenna selection*) επιτυγχάνει να μειώσει το κόστος μειώνοντας τις απαιτούμενες αλυσίδες RF.

Η *επιλεκτική χρήση μερικών κεραιών του συστήματος* και όχι η ταυτόχρονη χρήση όλων των διαθέσιμων κεραιών που χρησιμοποιούνται κάθε φορά για μετάδοση ή και λήψη μεταβάλλονται με βάση κατάλληλο αλγόριθμο, ο οποίος μπορεί να χρησιμοποιεί διάφορα κριτήρια βελτιστοποίησης, όπως η χωρητικότητα και η πιθανότητα σφάλματος.

Μέχρι στιγμής έχουν αξιολογηθεί ως επί το πλείστον αλγόριθμοι που αφορούν σε συστήματα διαφορισμού και συστήματα χωρικής πολυπλεξίας και σύμφωνα πάντα με κύρια κριτήρια την χωρητικότητα του ασύρματου διαύλου ή την πιθανότητα εσφαλμένου bit πληροφορίας. Αν όμως εξετάσει προσεκτικά κανείς την βιβλιογραφία αντιλαμβάνεται πως η τεχνική επιλογής κεραιών είναι από τις πιο ενδιαφέρουσες και ενεργές ερευνητικές περιοχές των ασύρματων επικοινωνιών των τελευταίων χρόνων, που υπόσχεται να ανοίξει το δρόμο σε νέες εφαρμογές και υπηρεσίες, ιδιαίτερα στα συστήματα τέταρτης γενιάς 4G.

5.2 Μελλοντικές προοπτικές της τεχνικής Antenna Selection

Αρκετά θέματα είναι ακόμα ανοικτά προς έρευνα και μελετώνται εντατικά από την ερευνητική κοινότητα. Ενδεικτικά σε ότι αφορά στην τεχνική της επιλογής κεραιοστοιχείων *Antenna Selection* αναφέρονται τα εξής :

- *Antenna Selection σε Συστήματα MIMO με πολλαπλούς χρήστες*: Υπάρχει εντεταμένο ενδιαφέρον τόσο για την εύρεση αποτελεσμάτων από την πλευρά της θεωρίας πληροφορίας, όσο και για την κατασκευή πρακτικών σχημάτων κωδικοποίησης που θα είναι βελτιστοποιημένα για χρήση σε συστήματα MIMO με πολλαπλούς χρήστες (*multiuser*) [36],[37].
- *Antenna Selection και τεχνικές προ-επεξεργασίας στο πεδίο των συχνοτήτων (RF pre-processing)* : για να επιτευχθούν καλύτερες επιδόσεις, έχει προταθεί, αντί να επιλέγεται ένα υποσύνολο κεραιών προς χρήση, να δημιουργούνται διάφοροι γραμμικοί συνδυασμοί των αποκρίσεων όλων των διαθέσιμων κεραιών. Ο αριθμός των συνδυασμών πρέπει να είναι ίσος με τον αριθμό των διαθέσιμων αλυσίδων *RF*. Η τεχνική αυτή προσφέρει υψηλή απόδοση, αποφέροντας κέρδος σηματοθορυβικού λόγου (*effective SNR gain*), διατηρώντας παράλληλα το κέρδος διαφορισμού [38],[39].
- *Antenna Selection και τεχνικές-αλγόριθμοι ελέγχου Ισχύος Εκπομπής (Power Control)* : Οι συνεργατικές τεχνικές (*cooperative techniques*) *Antenna Selection* και *Power Control* [40],[41],[42], εξυπηρετούν στα συστήματα χωρικής πολυπλεξίας, βελτιώνοντας την συμπεριφορά του *V-BLAST*. Οι αλγόριθμοι ελέγχου Ισχύος Εκπομπής προσαρμόζουν-κατανέμουν την ισχύ εκπομπής του ασύρματου συστήματος σύμφωνα με τη γνώση του καναλιού στον πομπό. Η τεχνική της κατανομής ισχύος στον πομπό (*Transmit Power Allocation - TPA*), έχει ισχυρό αντίκτυπο στην αύξηση της χωρητικότητας, και είναι κατάλληλη για υπηρεσίες με μεταβλητό *data rate*, όπως *web browsing* και *email*.

- *Antenna Selection και τεχνικές προσαρμοστικής μετάδοσης (link adaptation):*
Η προσαρμοστική μετάδοση ή *link adaptation* [43] είναι ένας όρος ευρέως χρησιμοποιούμενος στις ασύρματες επικοινωνίες, δηλώνοντας τη συνεργασία της προσαρμοστικής ψηφιακής διαμόρφωσης (*adaptive modulation*), της κωδικοποίησης (*coding*) και άλλων τεχνικών επεξεργασίας σήματος σε έναν ραδιοδίαυλο. Τα αποτελέσματα της μελέτης των συνδυασμένων τεχνικών επιλογής κεραιοστοιχείων και προσαρμοστικής μετάδοσης χρησιμοποιούνται ευρέως στα δίκτυα WiMax.
- *Antenna Selection σε Συστήματα MIMO παρουσία άγνωστης παρεμβολής (unknown interference) :* Η τεχνική αυτή [44],[45], βασίζεται σε ακολουθίες εκπαίδευσης (*training sequences*). Το κανάλι εκτιμάται με την βοήθεια *σημάτων εκπαίδευσης (training signals)* που εκπέμπονται από τον πομπό. Ο δέκτης γνωρίζει εκ των προτέρων την ακολουθία εκπαίδευσης και εκτιμά το διάυλο με βάση την ακολουθία που λαμβάνει, με την προσέγγιση *ελαχίστων τετραγώνων (least squares)*.
- *Antenna Selection με χρήση της μεθόδου κυρτής βελτιστοποίησης (convex optimization)* στη σχεδίαση του συστήματος [46] : Η μέθοδος χρησιμοποιείται στα συστήματα χωρικής πολυπλεξίας με πρακτικούς δέκτες, όπως *V-BLAST* και *Joint MMSE* [47].
- *Antenna Selection και τεχνικές περιορισμένης ανάδρασης (limited feedback) :* Ως γνωστόν, στην περίπτωση της επιλογής κεραιοστοιχείων στον πομπό (*transmit antenna selection*) αξιωνούμε ένα κανάλι *ανάδρασης (feedback channel)* από τον δέκτη στον πομπό, έτσι ώστε η επιλογή των κεραιοστοιχείων να πραγματοποιηθεί στον δέκτη. Ο δέκτης υπολογίζει το κανάλι και στέλνει τις πληροφορίες του στον πομπό. Η ανάδραση αυτή περιλαμβάνει όπως είναι φυσικό κάποιο χρόνο καθυστέρησης, έστω δ_{lag} , που όμως τον θεωρούμε αμελητέο. Οι τεχνικές *limited feedback* επιδιώκουν την ελαχιστοποίηση της πληροφορίας προς όφελος της απόδοσης του διαύλου.

- *Antenna Selection* για πολύπλοκα/ρεαλιστικά μοντέλα διαύλων : Ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζει η τεχνική επιλογής κεραιοστοιχείων σε κανάλια πέρα από το συμβατικό μοντέλο διαύλου πλήρους σκέδασης *Rayleigh*, όπως *Nakagami-m* [48], ή το εκφυλισμένο μοντέλο διαύλου “κλειδαρότρυπας”(*Keyhole channel*) [49].

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6

ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζονται οι τεχνικές της προσομοίωσης των αλγορίθμων επιλογής κεραιοστοιχείων που αναπτύχθηκαν στα προηγούμενα κεφάλαια. Η προσομοίωση εκτελέστηκε σε περιβάλλον MATLAB.

6.1 Παραδοχές κατά την προσομοίωση

Κατά την προσομοίωση έγιναν οι ακόλουθες παραδοχές :

6.1.1 Δίαυλος

Ο δίαυλος θεωρείται ότι παρουσιάζει *επίπεδες διαλείψεις (flat fading)*. Η διάδοση γίνεται σε περιβάλλον *πλήρους σκέδασης (full scattering)*, δηλαδή έχουμε *διαλείψεις Rayleigh* και τα στοιχεία του πίνακα **H** είναι ανεξάρτητες κυκλικά συμμετρικές Gaussian τυχαίες μεταβλητές με μέση τιμή μηδέν και μοναδιαία διακύμανση.

Χρησιμοποιείται το *μοντέλο διαλείψεων κατά μπλοκ (block fading model)* κατά το οποίο ο δίαυλος μεταβάλλεται τυχαία, αλλά διατηρείται σταθερός για ένα χρονικό διάστημα (μερικές περιόδους συμβόλων) το οποίο είναι πολύ μικρότερο από το συνολικό χρόνο μετάδοσης. Οι διάφορες υλοποιήσεις του διαύλου (ως επί το πλείστον 1000 υλοποιήσεις-channel realizations, για την αξιολόγηση κάθε αλγορίθμου) κατά τη διάρκεια μιας μετάδοσης θεωρούνται στατιστικά ανεξάρτητες μεταξύ τους.

6.1.2 Μεταδιδόμενα σήματα

Στην προσομοίωση χρησιμοποιούνται *ισοδύναμα μιγαδικά σήματα βασικής ζώνης (μιγαδική περιβάλλουσα)* και όχι πραγματικά ζωνοπερατά. Η χρήση των μιγαδικών σημάτων διευκολύνει την προσομοίωση, αφού απαιτείται μικρότερος ρυθμός δειγματοληψίας και επομένως μικρότερο χρόνο εκτέλεσης.

Τα μεταδιδόμενα σύμβολα προέρχονται από BPSK και παράγονται τυχαία. Η διαμόρφωση BPSK ικανοποιεί τις παραδοχές της παραγράφου 1.3 και τις συνθήκες για σωστή κανονικοποίηση των σημάτων. Θεωρούμε ότι η ενέργεια κάθε μεταδιδόμενου συμβόλου είναι μοναδιαία, δηλαδή $E_s=1$.

Σε κάθε περίοδο συμβόλου το σύστημα μεταδίδει M_T ανεξάρτητα σύμβολα (ακριβώς όπως γίνεται στα συστήματα χωρικής πολυπλεξίας).

Για λόγους απλότητας, δεν χρησιμοποιείται χρονική κωδικοποίηση των δεδομένων, αφού το αντικείμενο μελέτης αφορά την χωρική πολυπλεξία και τις διατάξεις δεκτών και όχι την χρονική κωδικοποίηση. Σίγουρα η χρονική κωδικοποίηση θα παρείχε κέρδος κωδικοποίησης, δηλαδή παράλληλη μετατόπιση των καμπυλών BEP-SNR προς τα αριστερά, χωρίς ωστόσο να επηρεάσει τα βασικά συμπεράσματα της προσομοίωσης.

6.1.3 Δέκτης

Έστω $\mathbf{s}[k]$ το $M_T \times 1$ διάνυσμα των μεταδιδόμενων συμβόλων την χρονική στιγμή kT_s

(T_s : περίοδος ενός συμβόλου). Ο δέκτης λαμβάνει

$$\mathbf{y}[k] = \sqrt{\frac{E_s}{N_0}} \mathbf{H} \mathbf{s}[k] + \mathbf{n}[k] \quad (6.1)$$

όπου:

- \mathbf{H} : ο πίνακας ($M_R \times M_T$) μεταφοράς του διαύλου
- $\mathbf{y}[k]$: το $M_R \times 1$ διάνυσμα λήψης
- $\mathbf{n}[k]$: το $M_R \times 1$ διάνυσμα του θορύβου στο δέκτη. Ο θόρυβος θεωρείται λευκός προσθετικός που ακολουθεί την κυκλικά συμμετρική μιγαδική Gaussian κατανομή με μέση τιμή μηδέν και διακύμανση $\sigma_n^2 = N_0$.

Σημειώνεται ότι στο δέκτη δεν χρησιμοποιούμε προσαρμοσμένα φίλτρα (που είναι τα βέλτιστα φίλτρα παρουσία λευκού προσθετικού θορύβου) για λόγους απλότητας και ταχύτητας της προσομοίωσης.

Εξετάζονται οι εξής διατάξεις δεκτών για χωρική πολυπλεξία:

1. Επιβολής μηδενισμών (Zero Forcing)
2. Ελάχιστου μέσου τετραγωνικού σφάλματος (MMSE)
3. V-BLAST

Περισσότερες λεπτομέρειες για την υλοποίηση των δεκτών και τα συμπεράσματα ακολουθούν παρακάτω.

6.1.4 Κανονικοποίηση σημάτων

Για να είναι συγκρίσιμα τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων, είναι απαραίτητη η κατάλληλη *κανονικοποίηση (normalization)* των σημάτων, των διαύλων και του θορύβου. Για λόγους απλότητας, υποθέτουμε ότι το εύρος ζώνης του διαύλου είναι 1Hz και η περίοδος συμβόλου είναι 1sec. Επίσης, με E_s συμβολίζουμε την μέση ενέργεια συμβόλου, η οποία ισούται με την ισχύ εκπομπής (αφού $T_s=1\text{sec}$). Στην παρούσα προσομοίωση δεχόμαστε ότι $E_s=1$.

Σε διαύλους με πολλές κεραιές εκπομπής (έστω ότι έχουμε M_T κεραιές εκπομπής), θεωρούμε ότι *η μέση εκπεμπόμενη ενέργεια ανά περίοδο ενός συμβόλου είναι σταθερή, ανεξάρτητα του πόσες κεραιές διαθέτουμε*. Έτσι, η μέση ενέργεια συμβόλου ανά κεραιά είναι E_s/M_T . Με άλλα λόγια, κάθε φορά η συνολική εκπεμπόμενη ισχύς θεωρείται σταθερή και μοιράζεται εξίσου στις M_T κεραιές μετάδοσης. Αυτό γίνεται για να είναι συγκρίσιμα τα αποτελέσματα της προσομοίωσης διάφορων συστημάτων με διαφορετικό αριθμό κεραιών, αφού η συνολική εκπεμπόμενη ισχύς είναι ένας βασικός παράγοντας σχεδίασης τηλεπικοινωνιακών συστημάτων. Αφού λοιπόν έχουμε $E_s=1$, η ενέργεια συμβόλου ανά κεραιά είναι $1/M_T$ και *η συνολική εκπεμπόμενη ισχύς είναι μοναδιαία*.

Ο σηματοθορυβικός λόγος είναι $SNR=E_s/N_0$. Αφού $E_s=1$, θα έχουμε $N_0=1/SNR$, που είναι η διακύμανση του θορύβου στο δέκτη.

6.2 Στόχος της προσομοίωσης

Στόχος της προσομοίωσης είναι η αξιολόγηση της επίδοσης διαφόρων αλγορίθμων επιλογής κεραιοστοιχείων, τόσο σε συστήματα διαφορισμού, όσο και σε συστήματα χωρικής πολυπλεξίας (συγκριτική μελέτη της επίδοσης σφάλματος διαφόρων διατάξεων δεκτών βλ. επιβολής μηδενισμών, ελάχιστου μέσου τετραγωνικού σφάλματος, V-BLAST). Για το σκοπό αυτό, εκτός από την υλοποίηση των δεκτών αυτών στο MATLAB, κατασκευάζεται διάγραμμα της μέσης πιθανότητας σφάλματος ενός bit ως προς το σηματοθορυβικό λόγο SNR (εκφρασμένο σε dB).

6.3 Διάφορα ζητήματα σχετικά με τη σχεδίαση της προσομοίωσης

Σε ότι αφορά στα συστήματα χωρικής πολυπλεξίας, εκτός από την προσεκτική επιλογή των παραδοχών και την κανονικοποίηση των σημάτων, είναι σημαντικό να σχεδιάσουμε κατάλληλα την προσομοίωση, ώστε να μας δώσει γρήγορα και αξιόπιστα αποτελέσματα. Επειδή σκοπός μας είναι να μελετήσουμε την επίδοση σφαλμάτων των συστημάτων, κατά τη σχεδίαση λάβαμε υπόψη τα ακόλουθα [51]:

- Η επεξεργασία των δεδομένων πρέπει να γίνεται κατά μπλοκ σχετικά μικρών μεγεθών, ώστε να διευκολύνεται η αποσφαλμάτωση του κώδικα και να μην επιβαρύνεται άσκοπα η μνήμη του υπολογιστή.

- Πριν μπορέσουμε να έχουμε μια αξιόπιστη εκτίμηση της πιθανότητας σφάλματος ενός συστήματος πρέπει να έχουμε εντοπίσει τουλάχιστον 50 με 100 σφάλματα, ανεξάρτητα της τιμής της πιθανότητας σφάλματος. Έτσι, ο τερματισμός της προσομοίωσης δεν καθορίζεται από τον αριθμό των συμβόλων (ή bits) που έχουν σταλεί, αλλά από τον αριθμό των σφαλμάτων που έχουν εντοπιστεί (συνήθως 50-100).

Το ακόλουθο παράδειγμα εξηγεί το λόγο για τον οποίο ακολουθείται αυτή η διαδικασία : Ας υποθέσουμε ότι το προς εξέταση σύστημα αναμένεται να έχει πιθανότητα σφάλματος 1×10^{-6} . Καταρχήν, αν εκτελέσουμε την προσομοίωση για 10^6 ή λιγότερα σύμβολα, είναι πιθανό να βρούμε κανένα σφάλμα, οδηγώντας μας στο εσφαλμένο συμπέρασμα ότι το σύστημά μας είναι αλάνθαστο! Από την άλλη, μπορεί να τύχει να έχουμε δύο ή τρία σφάλματα μέσα στα πρώτα μεταδιδόμενα σύμβολα, οδηγώντας μας στο συμπέρασμα ότι η πιθανότητα σφάλματος είναι σημαντικά μεγαλύτερη από την πραγματική.

Μια καλή ιδέα είναι να εκτελέσουμε την προσομοίωση για αριθμό συμβόλων 100 φορές μεγαλύτερο από το αντίστροφο της αναμενόμενης πιθανότητας σφάλματος (δηλαδή 10^8 σύμβολα στο παράδειγμά μας). Ωστόσο, αυτή η πρακτική έχει δυο μειονεκτήματα : Καταρχήν, μπορεί να μην χρειάζεται τόσο μεγάλος αριθμός επαναλήψεων για να βρούμε μια αξιόπιστη εκτίμηση της πιθανότητας σφάλματος, καθιστώντας την προσομοίωση αδικαιολόγητα αργή. Από την άλλη, δεν είναι απαραίτητο ότι θα έχουμε μια θεωρητική εκτίμηση της αναμενόμενης πιθανότητας σφάλματος (και αν την έχουμε, δεν είναι σίγουρο ότι θα είναι σωστή), οπότε σε αυτή την περίπτωση δε θα μπορούμε να ορίσουμε κατάλληλο αριθμό μεταδιδόμενων συμβόλων.

- Για να εξασφαλίσουμε ότι η προσομοίωση θα τερματίσει σε εύλογο χρονικό διάστημα, θέτουμε ένα μέγιστο αριθμό μεταδιδόμενων συμβόλων (ο οποίος πρέπει να είναι αρκετά μεγάλος) ως πρόσθετη συνθήκη τερματισμού.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟ ΥΠΟΒΑΘΡΟ

Στο παράρτημα αυτό δίνεται μια όσο το δυνατόν συνοπτικότερη παρουσίαση του απαραίτητου μαθηματικού υπόβαθρου (γραμμική άλγεβρα και θεωρία πιθανοτήτων) για την κατανόηση του κειμένου. Πληρέστερη επεξήγηση και απόδειξη των παρακάτω σχέσεων και θεωρημάτων είναι διαθέσιμες σε πολλά βιβλία γραμμικής άλγεβρας και θεωρίας πιθανοτήτων (ενδεικτικά αναφέρονται τα “Linear Algebra and its Applications” του G.Strang [33] για γραμμική άλγεβρα, “Probability, Random Variables and Stochastic Processes” των A.Papoulis και S. U. Pillai [8] για στατιστική και θεωρία πιθανοτήτων και “Digital Communications” του J. Proakis [13], για μια καλή επισκόπηση του μαθηματικού υποβάθρου που απαιτείται στις τηλεπικοινωνίες).

A.1 Γραμμική Άλγεβρα και Θεωρία Πινάκων

- **Ορθομοναδιαίος** (*unitary*) λέγεται ένας τετραγωνικός πίνακας με μιγαδικά στοιχεία που έχει ορθοκανονικές στήλες και γραμμές και ισχύει:

$$\mathbf{U}^H \mathbf{U} = \mathbf{U} \mathbf{U}^H = \mathbf{I} \quad (\text{A.1})$$

Αντίστοιχα, ένας τετραγωνικός πίνακας με πραγματικά στοιχεία που έχει ορθοκανονικές στήλες και γραμμές λέγεται **ορθογώνιος** (*orthogonal*).

- **Ίχνος** (*trace*) ενός τετραγωνικού πίνακα είναι το άθροισμα των διαγωνίων στοιχείων του, δηλαδή για έναν $n \times n$ πίνακα \mathbf{A} :

$$\text{tr}\{\mathbf{A}\} = \sum_{i=1}^n [\mathbf{A}]_{ii} \quad (\text{A.2})$$

Το ίχνος παρουσιάζει τις εξής χρήσιμες ιδιότητες:

$$\text{tr}\{\mathbf{A}\} = \sum_i \lambda_i(\mathbf{A}) \quad (\text{A.3})$$

$$\text{tr}\{\mathbf{ABC}\} = \text{tr}\{\mathbf{CAB}\} = \text{tr}\{\mathbf{BCA}\} \quad (\text{A.4})$$

- **Frobenius νορμα** (*Frobenius norm*) ενός πίνακα $m \times n$:

$$\|\mathbf{A}\|_F = \sqrt{\sum_{s=1}^m \sum_{t=1}^n |[\mathbf{A}]_{i,j}|^2} = \sqrt{\text{tr } \mathbf{A}\mathbf{A}^H} = \sqrt{\text{tr } \mathbf{A}^H\mathbf{A}} \quad (\text{A.5})$$

Όταν πρόκειται για διανύσματα, η Frobenius νόρμα ταυτίζεται με την ευκλείδεια.

Μια ενδιαφέρουσα ιδιότητα της Frobenius νόρμας είναι ότι ισούται με τη ρίζα του άθροισματος των τετραγώνων των ιδιομορφων τιμών του πίνακα, δηλ.

$$\|\mathbf{A}\|_F = \sqrt{\sum_{i=1}^{\text{rank}(\mathbf{A})} \sigma_i^2} \quad (\text{A.6})$$

- **Ορίζουσα (determinant)** ενός πίνακα: Ισούται με τον όγκο του παραλληλεπίπεδου που ορίζεται στον n -διάστατο χώρο από τις στήλες του $n \times n$ πίνακα. Όταν ο πίνακας είναι ιδιομορφος (singular), τότε η ορίζουσά του είναι ίση με το μηδέν.

Μια πολύ χρήσιμη ιδιότητα της ορίζουσας είναι ότι ισούται με το γινόμενο των ιδιοτιμών:

$$\det\{\mathbf{A}\} = \prod_{i=1}^{\text{rank}(\mathbf{A})} \lambda_i(\mathbf{A}) \quad (\text{A.7})$$

- **Βαθμός (rank)** είναι ο αριθμός των γραμμικά ανεξάρτητων στηλών (και γραμμών) του πίνακα. Οι μη ιδιομορφοι $n \times n$ πίνακες έχουν βαθμό n και λέγονται και *πλήρους βαθμού (full rank) πίνακες*.
- **Ιδιοτιμές και Ιδιοδιανύσματα (eigenvalues and eigenvectors)**: Για οποιονδήποτε πίνακα \mathbf{A} υπάρχει διάνυσμα \mathbf{u} και βαθμωτός λ ώστε να ισχύει η εξίσωση: $\mathbf{A}\mathbf{u} = \lambda\mathbf{u}$. Τότε, λέμε πως ο λ είναι *ιδιοτιμή* και \mathbf{u} το αντίστοιχο *ιδιοδιάνυσμα* του πίνακα \mathbf{A} . Ένας πίνακας βαθμού r έχει ακριβώς r μη μηδενικές ιδιοτιμές.
- **Θετικά ορισμένος (positive definite)** είναι ένας πίνακας \mathbf{A} αν και μόνον αν, για οποιοδήποτε μη μηδενικό διάνυσμα \mathbf{x} ισχύει $\mathbf{x}^H \mathbf{A} \mathbf{x} > 0$ ή ισοδύναμα, αν και μόνον αν όλες οι ιδιοτιμές του είναι πραγματικές και θετικές. Όταν μπορεί να ισχύει και η ισότητα, τότε ο πίνακας λέγεται *θετικά ημιορισμένος (semi-definite)*. Αντίστοιχα ορίζεται ο *αρνητικά (ημι)ορισμένος* πίνακας.
- **Διάσπαση ιδιοτιμών (eigenvalue decomposition)**: Έστω ένας ερμητιανός πίνακας \mathbf{H} (δηλαδή $\mathbf{H} = \mathbf{H}^H$), τότε μπορεί να γραφεί στη μορφή:

$$\mathbf{H} = \mathbf{Q}\mathbf{\Lambda}\mathbf{Q}^H \quad (\text{A.8})$$

όπου $\mathbf{\Lambda}$ είναι ένας διαγώνιος πίνακας με τις ιδιοτιμές του \mathbf{H} και \mathbf{Q} ένας ορθομοναδιαίος πίνακας με στήλες τα αντίστοιχα ιδιοδιανύσματα.

- **Διάσπαση ιδιόμορφων τιμών** (*singular value decomposition*) ενός $m \times n$ πίνακα \mathbf{A} βαθμού r :
Ο πίνακας \mathbf{A} μπορεί να διασπαστεί στη μορφή:

$$\mathbf{A} = \mathbf{U}\mathbf{\Sigma}\mathbf{V}^H \quad (\text{A.9})$$

όπου:

$\mathbf{\Sigma}$: ένας διαγώνιος πίνακας με τις τετραγωνικές ρίζες των ιδιοτιμών (σε φθίνουσα σειρά) του πίνακα $\mathbf{A}\mathbf{A}^H$ (που είναι ίδιες με αυτές του $\mathbf{A}^H\mathbf{A}$),

\mathbf{U} ο ορθομοναδιαίος πίνακας με στήλες τα ιδιοδιανύσματα του $\mathbf{A}\mathbf{A}^H$ και

\mathbf{V} ο ορθομοναδιαίος πίνακας με στήλες τα ιδιοδιανύσματα του $\mathbf{A}^H\mathbf{A}$.

- **Γινόμενο Kronecker:**

$$\mathbf{A} \otimes \mathbf{B} = \begin{bmatrix} [\mathbf{A}]_{1,1}\mathbf{B} & \dots & [\mathbf{A}]_{1,n}\mathbf{B} \\ \vdots & & \vdots \\ [\mathbf{A}]_{m,1}\mathbf{B} & \dots & [\mathbf{A}]_{m,n}\mathbf{B} \end{bmatrix} \quad (\text{A.10})$$

- **Πίνακας Προβολής** (*Projection Matrix*): Έστω \mathbf{A} ένας $m \times n$ πίνακας ($m \geq n$). Αν ο \mathbf{A} έχει πλήρη βαθμό στηλών, τότε ο πίνακας ορθογώνιας προβολής στον χώρο στηλών του \mathbf{A} ορίζεται ως:

$$\mathbf{\Pi}_A = \mathbf{A}(\mathbf{A}^H\mathbf{A})^{-1}\mathbf{A}^H \quad (\text{A.11})$$

Ο πίνακας προβολής έχει τις εξής ιδιότητες:

$$\mathbf{\Pi}_A \cdot \mathbf{\Pi}_A = \mathbf{\Pi}_A \quad (\text{A.12})$$

$$\mathbf{\Pi}_A \cdot \mathbf{A} = \mathbf{A} \quad (\text{A.13})$$

Επιπλέον, ο πίνακας ορθογώνιας προβολής στο συμπλήρωμα του χώρου στηλών του πίνακα \mathbf{A} ορίζεται ως:

$$\mathbf{\Pi}_A^\perp = \mathbf{I} - \mathbf{\Pi}_A \quad (\text{A.14})$$

- **Μιγαδικά Διανύσματα :** Έστω \mathbf{x} , \mathbf{y} διανύσματα με μιγαδικά στοιχεία και \mathbf{A} ένας $m \times n$ πίνακας με μιγαδικά στοιχεία επίσης. Αν ισχύει $\mathbf{y} = \mathbf{A}\mathbf{x}$, τότε μπορούμε να γράψουμε :

$$\begin{bmatrix} \operatorname{Re} \mathbf{y} \\ \operatorname{Im} \mathbf{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \operatorname{Re} \mathbf{A} & -\operatorname{Im} \mathbf{A} \\ \operatorname{Im} \mathbf{A} & \operatorname{Re} \mathbf{A} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \operatorname{Re} \mathbf{x} \\ \operatorname{Im} \mathbf{x} \end{bmatrix} \quad (\text{A.15})$$

Δηλαδή, μπορούμε να παραστήσουμε ένα μιγαδικό διάνυσμα ως ένα πραγματικό διάνυσμα διπλάσιων διαστάσεων και τον μιγαδικό πίνακα \mathbf{A} ως $2m \times 2n$ πίνακα πραγματικών αριθμών.

A.2 Θεωρία πιθανοτήτων

A.1.1 Gaussian κατανομή μίας πραγματικής μεταβλητής

Όταν μια τυχαία X μεταβλητή ακολουθεί Gaussian κατανομή με μέση τιμή μ και διακύμανση σ^2 , γράφουμε $X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ και η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας δίνεται από τη σχέση :

$$p_x(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{x-\mu}{2\sigma^2}} \quad (\text{A.16})$$

Η πιθανότητα η τυχαία μεταβλητή X να λάβει τιμή $X \leq x$ είναι

$$P_x(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \int_{-\infty}^x \exp\left(-\frac{u-\mu}{2\sigma^2}\right) du \quad (\text{A.17})$$

Όταν η μέση τιμή είναι μηδέν και η διακύμανση μοναδιαία, τότε έχουμε:

$$Q(x) \triangleq \Pr \{ X \geq x \} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^{\infty} e^{-u^2/2} du \quad (\text{A.18})$$

Η $Q(x)$ φράσσεται σύμφωνα με το φράγμα του Chernoff [13] από:

$$Q(x) \leq \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) \quad (\text{A.19})$$

A.1.2 Πολυμεταβλητή Gaussian κατανομή

Ένα διάνυσμα πραγματικών τυχαίων μεταβλητών \mathbf{x} είναι Gaussian με μέση τιμή $\boldsymbol{\mu}$ και μητρώο διακύμανσης $\boldsymbol{\Sigma}$ (και γράφουμε $\mathbf{x} \sim \mathcal{N}(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma})$) όταν η από κοινού συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας των στοιχείων του \mathbf{x} γράφεται ως:

$$p(\mathbf{x}) = (2\pi)^{-m/2} |\boldsymbol{\Sigma}|^{-1/2} \exp\left(-\frac{1}{2} (\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu})^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1} (\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu})\right) \quad (\text{A.20})$$

A.1.3 Μιγαδικά Gaussian τυχαία διανύσματα

Ένα μιγαδικό διάνυσμα ακολουθεί την Gaussian κατανομή όταν

$$\begin{bmatrix} \text{Re } \mathbf{x} \\ \text{Im } \mathbf{x} \end{bmatrix} \sim \mathcal{N} \left(\boldsymbol{\mu}', \boldsymbol{\Sigma}' \right) \quad (\text{A.21})$$

A.1.4 Κυκλικά συμμετρικά Gaussian τυχαία διανύσματα

Ένα τυχαίο διάνυσμα \mathbf{x} λέγεται *κυκλικά συμμετρικό Gaussian τυχαίο διάνυσμα* (circularly symmetric Gaussian random vector), όταν το πραγματικό και φανταστικό τους μέρος ακολουθούν από κοινού την Gaussian κατανομή με μέση τιμή $\boldsymbol{\mu}' = [\text{Re}(\boldsymbol{\mu}) \text{Im}(\boldsymbol{\mu})]^T$ και μητρώο διακύμανσης $\boldsymbol{\Sigma}'$, το οποίο έχει την ακόλουθη δομή:

$$\boldsymbol{\Sigma}' = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Sigma}_1 & \boldsymbol{\Sigma}_2 \\ -\boldsymbol{\Sigma}_2 & \boldsymbol{\Sigma}_1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.22})$$

Σημειώνεται ότι εκ κατασκευής ισχύει $\boldsymbol{\Sigma}_1^T = \boldsymbol{\Sigma}_1$ και $\boldsymbol{\Sigma}_2^T = -\boldsymbol{\Sigma}_2$.

Τα διανύσματα αυτά συμβολίζονται ως $\mathbf{x} \sim \mathcal{N}_C(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma})$ και έχουν τις ακόλουθες ιδιότητες:

$$E \mathbf{x} \triangleq \boldsymbol{\mu} = \text{Re } \boldsymbol{\mu} + j \text{Im } \boldsymbol{\mu} \quad (\text{A.23})$$

$$E \left[(\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu}) (\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu})^H \right] \triangleq \boldsymbol{\Sigma} = 2 \boldsymbol{\Sigma}_1 - j \boldsymbol{\Sigma}_2 \quad (\text{A.24})$$

$$E \left[(\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu}) (\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu})^T \right] = \mathbf{0} \quad (\text{A.25})$$

και η από κοινού συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας γράφεται:

$$p(\mathbf{x}) = \pi^{-m} |\boldsymbol{\Sigma}|^{-1} \exp \left[- (\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu})^H \boldsymbol{\Sigma}^{-1} (\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu}) \right] \quad (\text{A.26})$$

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β

ΚΩΔΙΚΑΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΕΩΝ

(MATLAB)

B.1 Γενικά

Στο παράρτημα αυτό παρατίθεται ο κώδικας MATLAB που αναπτύχθηκε για τις ανάγκες των προσομοιώσεων της διπλωματικής εργασίας. Αρχικά σχεδιάστηκε ο πίνακας μεταφοράς διαύλου και κατόπιν κανονικοποιήθηκε, προκειμένου το κανάλι να μην αποδίδει απώλειες ισχύος, βλ. παράγραφο 1.3.2. Εν συνεχεία αναπτύχθηκαν αλγόριθμοι επιλογής κεραιοστοιχείων είτε για συστήματα διαφορισμού, είτε για συστήματα χωρικής πολυπλεξίας. Τα m-files που αντιστοιχούν στον κάτωθι κώδικα (λογισμικό υλοποίησης) συμπεριλαμβάνονται μαζί με άλλα συνοδευτικά αρχεία στον οπτικό δίσκο, που παρατίθεται μαζί με την εργασία. Καθείς ενδιαφερόμενος δύναται να χρησιμοποιήσει κατάλληλα τα αρχεία αυτά πραγματοποιώντας προσομοιώσεις κατά βούληση. Αξίζει να σημειωθεί πως σε αρκετές προσομοιώσεις, αν όχι όλες, ο κάτωθι κώδικας δεν είναι αυτόνομος και δεν δύναται να “τρέξει” απευθείας, παρα μόνον με κατάλληλη χρήση (κλήση συναρτήσεων-function calling). Εκ των πραγμάτων, για να πραγματοποιήσει κανείς simulations, θα πρέπει να διαθέτει στοιχειώδεις γνώσεις σε περιβάλλον MATLAB. Για μια καλή επισκόπηση του υποβάθρου σε προγραμματισμό MATLAB, ενδεικτικά αναφέρονται τα παρακάτω links :

http://www.mathworks.com/academia/student_center/tutorials/launchpad.html

<http://www.cs.uoi.gr/~kblekas/courses/PR/Matlab2.pdf>

Τα m-files συντάθηκαν σε περιβάλλον MATLAB 7.6.0 (R2008a).

B.2 Σχεδιασμός πίνακα διαύλου H

- βλ. [createChannelMatrix.m](#)

```
function
[Hmat,RR,RT,R]=createChannelMatrix(Mr,Mt,snapshots,channelType,normalizationM
ode)
%
[Hmat,RR,RT,R]=createChannelMatrix(MRX,MTX,snapshots,channelType,moreOptions,
normalizationMode)
%
% ===== Narrowband channels only
%
%----- channelType-----
% channelType=='iid' or 'i.i.d.'
% Creates Rayleigh i.i.d. channel matrices
% moreOptions: unused
%
% channelType=='kronecker' or 'kro' or 'kron'
% Creates correlated Rayleigh channel matrices according to the Kronecker
% product model
% % moreOptions is an array with 2 elements, each of which is a
% matrix
% moreOptions{1}: Receive Correlation matrix
% moreOptions{2}: Transmit Correlation matrix
%
% channelType=='kronecker_exponential' or 'kro_exp'
% Creates correlated Rayleigh channel matrices according to the Kronecker
% product model, assuming that antenna elements are linearly correlated
% % moreOptions is a vector with 2 elements
% moreOptions(1): correlation coefficient for the receiver
% moreOptions(2): correlation coefficient for the transmitter
%
% channelType=='3gpp'
% Creates channel matrices based on the 3gpp model
% Note that snapshots MUST be 750
%
% channelType=='time correlated'
% Creates a AR(1) time correlated channel with model parameter at
% % moreOptions is a array vector with at least two elements:
% moreOptions{1}: The model parameter at
% moreOptions{2}: The spatial channel model assumed (any possible
% channelType supported by this function can be used)
% moreOptions{3:end}: moreOptions corresponding to the spatial
% channel model as defined in moreOptions{2}.
%----- normalizationMode -----
% normalizationMode defines how normalization of the channel matrices is
% performed:
% 'per snapshot': norm(H(:,:,,snap),'fro')==Mr*Mt for EVERY snapshot
% 'as a whole': mean( norm(H(:,:,,snap),'fro')
% Default value is 'as a whole'
```

Μελέτη και Ανάπτυξη Αλγορίθμων Επιλογής Κεραιοστοιχείων
σε Συστήματα Ασύρματων Επικοινωνιών
Πολλαπλών Εισόδων – Πολλαπλών Εξόδων (MIMO)

```
if nargin<6
    normalizationMode='per snapshot';
    if nargin==4
        moreOptions=[];
    end
end

switch lower(channelType)

    case {'iid','i.i.d.','i.i.d'}
        Hmat = 0.5*sqrt(2)*(randn(Mr,Mt,snapshots)+
j*randn(Mr,Mt,snapshots));
        Hmat = normalizeChannelMatrix(Hmat,normalizationMode);
        RR=eye(Mr); RT=eye(Mt); R=kron(RT,RR);

    case {'kronecker','kro','kron'}
        Hmat = 0.5*sqrt(2)*(randn(Mr,Mt,snapshots)+
j*randn(Mr,Mt,snapshots));
        Hmat = normalizeChannelMatrix(Hmat,normalizationMode);
        H=Hmat;
        [Rr,Rt,R] = estCorrMatrix(H, doNormalization)
        RR = moreOptions{1};
        RR=Mr*Mt*Rr/trace(Rr);
        RT = moreOptions{2};
        RT=Mr*Mt*Rt/trace(Rt);
        RR12 = chol(RR,'lower');
        RT12 = chol(RT,'lower');

        for k=1:snapshots
            Hmat(:, :, k) = RR12*Hmat(:, :, k)*RT12/sqrt(Mr*Mt);
        end %k

        R = kron(RT,RR);

    case {'kronecker_linear','kro_lin'}
        rhoR = moreOptions(1);
        rhoT = moreOptions(2);
        RR = toeplitz( rhoR.^[0:Mr-1] );
        RT = toeplitz( rhoT.^[0:Mt-1] );
        RR12 = chol( RR );
        RT12 = chol( RT );
        Hmat = 0.5*sqrt(2)*(randn(Mr,Mt,snapshots)+
j*randn(Mr,Mt,snapshots));
        Hmat = normalizeChannelMatrix(Hmat,normalizationMode);
        for k=1:snapshots
            Hmat(:, :, k) = RR12*Hmat(:, :, k)*RT12./trace(RR);
        end %k

        R = kron(RT,RR);
    case '3gpp'
        if isempty(moreOptions)
            moreOptions='16x4_6clusters';
```

Μελέτη και Ανάπτυξη Αλγορίθμων Επιλογής Κεραιοστοιχείων
σε Συστήματα Ασύρματων Επικοινωνιών
Πολλαπλών Εισόδων – Πολλαπλών Εξόδων (MIMO)

```
end
switch lower(moreOptions)
case '16x4_6clusters'
    load('3GPP_TF_ULA_16x4_6clusters_5.mat', 'Hmat')
case '8x8_6clusters'
    load('3GPP_TF_ULA_8x8_6clusters_5.mat', 'Hmat')
case '32x4_6clusters'
    load('3GPP_TF_ULA_32x4_6clusters_5.mat', 'Hmat')
case '64x4_6clusters'
    load('3GPP_TF_ULA_64x4_6clusters_10.mat', 'Hmat')
otherwise
    load('3GPP_TF_ULA_16x4_6clusters_5.mat', 'Hmat')
end
Hmat=squeeze(Hmat);
if snapshots>size(Hmat,3)
    warning('You have asked for too many snapshots. Only %d snapshots
are available.',size(Hmat,3))
elseif snapshots<size(Hmat,3)
    Hmat=Hmat(:, :, 1:snapshots);
end
Hmat=normalizeChannelMatrix(Hmat,normalizationMode);
[RR,RT,R] = estCovarMatrix(Hmat, false);

case 'measured'
    load('FrRe_kylikeio_10_20MHz.mat')
    Data_Measured=data;
    clear data;
    rstep = floor(64/Mr);
    tstep = floor(8/Mt);
    for t=1:512;
Hmat(t, :, :, :)=Data_Measured(mod(t,128)+1,1,1:tstep:8,ceil(t/128):rstep:64);
    end
    % for t=1:512;
    %     Hmat(t, :, :, :)=Data_Measured(mod(t,128)+1,1,1:1:Mt,1:1:Mr);
    % end
    Hmat=permute(Hmat,[3 2 1]);
    Hmat=normalizeChannelMatrix(Hmat,normalizationMode);
    [RR,RT,R] = estCovarMatrix(Hmat, false);

case {'time correlated', 'time corr'}    %AR(1) Time Correlated Channel
    at = moreOptions{1};
    spatialType = moreOptions{2};
    if length(moreOptions)>2
        spatialOptions = moreOptions{3:end};
    else
        spatialOptions=[];
    end %if
    [Hw,RR,RT,R] =
createChannelMatrix(Mr,Mt,snapshots,spatialType,spatialOptions,normalizationM
ode);
    Hmat=zeros(size(Hw));
    Hmat(:, :, 1)=Hw(:, :, 1);
    for snaps=2:snapshots
        Hmat(:, :, snaps)=at*Hmat(:, :, snaps-1)+sqrt(1-at^2)*Hw(:, :, snaps);
```

```
        end %snaps

        otherwise
            error('No such channel model supported. Please see help for available
models.');
```

end

- βλ. estCovarMatrix.m

```
function [Rr,Rt,R] = estCovarMatrix(H, doNormalization)

[Mr,Mt,snapshots] = size(H);

if nargin==1
    doNormalization=true;
end

% Normalize input matrix
if doNormalization==true
    nf = sqrt(mean(mean(abs(H).^2,1),2)); % [rx tx]
    nf = repmat(nf,[Mr Mt]);
    H = H./nf;
end

meanH = mean(H,3); % = E[H]

Rr=zeros(Mr,Mr);
Rt=zeros(Mt,Mt);
R=zeros(Mr*Mt,Mr*Mt);

for snap=1:snapshots
    Hs = H(:, :, snap);
    for j=1:Mt
        Rr = Rr + ( Hs(:,j)-meanH(:,j) ) * ( Hs(:,j)-meanH(:,j) )';
    end
    for i=1:Mr
        Rt = Rt + ( Hs(i,:)-meanH(i,:) )' * ( Hs(i,:)-meanH(i,:) );
    end
    R = R + ( Hs(:)-meanH(:) ) * ( Hs(:)-meanH(:) )';
end
Rr = Rr./(Mt*snapshots);
Rt = Rt./(Mr*snapshots);
```

- βλ. estCorrMatrix.m

```
function [Rr,Rt,R] = estCorrMatrix(H, doNormalization)
```

Μελέτη και Ανάπτυξη Αλγορίθμων Επιλογής Κεραιοστοιχείων
σε Συστήματα Ασύρματων Επικοινωνιών
Πολλαπλών Εισόδων – Πολλαπλών Εξόδων (MIMO)

```
[Mr,Mt,snapshots] = size(H);

if nargin==1
    doNormalization=true;
end

% Normalize input matrix
if doNormalization==true
    nf = sqrt(mean(mean(abs(H).^2,1),2)); % [rx tx]
    nf = repmat(nf,[MRX MTX]);
    H = H./nf;
end

% meanH = mean(H,3); % = E[H]

Rr=zeros(Mr,Mr);
Rt=zeros(Mt,Mt);
R=zeros(Mr*Mt,Mr*Mt);

% for j=1:Mt
%     rRxj = zeros(Mr,Mr);
%     for m=1:Mr
%         for n=1:Mr
%             hmj = squeeze( H(m,j,:) );
%             hnj = squeeze( H(n,j,:) );
%             rr = ( hmj-repmat(meanH(m,j),[snapshots 1]) ) .*...
%                 conj( hnj-repmat(meanH(n,j),[snapshots 1]) );
%             rRxj = mean(rr);
%             nf_rRxj = mean( abs( H(m,j,:)-repmat(meanH(m,j),[1 1
snapshots]) ).^2 ,3)...
%                 * mean( abs( H(n,j,:)-repmat(meanH(n,j),[1 1 snapshots])
).^2 ,3);
%             rRxj = rRxj/sqrt(nf_rRxj);
%         end %n
%     end %m
%     Rr = Rr + rRxj;
% end %j
% Rr=Rr/Mt;

for snap=1:snapshots
    Hs = H(:, :, snap);
    for j=1:Mt
        Rr = Rr + Hs(:,j)*Hs(:,j)';
    end
    for i=1:Mr
        Rt = Rt + Hs(i,:)'*Hs(i,:);
    end
    R = R + Hs(:, :)*Hs(:, :)' ;
end
Rr = Rr./(Mt*snaps);
Rt = Rt./(Mr*snaps);
```

- βλ. [normalizeChannelMatrix.m](#)

```
function H = normalizeChannelMatrix(H,normalizationMode)

if nargin==1 || isempty(normalizationMode)
    normMode = 'as a whole';
end

[Mr,Mt,snapshots]=size(H);

switch lower(normMode)

    case 'per snapshot'
        nf = sqrt(mean(mean(abs(H).^2,1),2)); % [rx tx]
        nf = repmat(nf,[Mr Mt]);
        H = H./nf;

    case 'as a whole'
        nf = sum(abs(H(:)).^2)/(Mr*Mt*snapshots);
        H=H/sqrt(nf);

    case {'none','no','false'}

    case {'mean unit power per element','e(|h(i,j)|^2)=1','elementwise'}
        nf = mean(abs(H).^2,3);
        nf = repmat(nf,[1 1 snapshots]);
        H=H./nf;

    otherwise
        error('This normalization mode is not valid');

end
```

B.3 Σχεδιασμός συστήματος Χωρικής Πολυπλεξίας

- βλ. [linear SM simulation.m](#)

```
function [sep,bep_av] = linear_SM_simulation(Mr,Mt,M,SNRdB_range,method)

block_length=100;

maxsymbols=1e+8;
maxerrors=100;
```

Μελέτη και Ανάπτυξη Αλγορίθμων Επιλογής Κεραιοστοιχείων
σε Συστήματα Ασύρματων Επικοινωνιών
Πολλαπλών Εισόδων – Πολλαπλών Εξόδων (MIMO)

```
phaseoff=0;

SNRs=10.^(SNRdB_range/10);

nerrors=zeros(1,length(SNRs));
blerrors=zeros(1,length(SNRs));
nblocks=0;

while ( min(nerrors)<maxerrors && nblocks<maxsymbols/block_length)
    nblocks=nblocks+1;
    s = randint(Mt,block_length, M);
    % smod = scale*qammod(s,M);
    smod = pskmod(s,M,phaseoff);

    H = ( randn(Mr,Mt)+j*randn(Mr,Mt) )/sqrt(2);
    % H=H/(norm(H,'fro')/sqrt(Mr*Mt));
    N = ( randn(Mr,block_length)+j*randn(Mr,block_length) )/sqrt(2);
    % N=N/(norm(N,'fro')/sqrt(Mr*block_length));
    % y=H*smod/(norm(H,'fro')/sqrt(Mr*Mt));
    y=H*smod/sqrt(Mt);

    for SNRcase=1:length(SNRs)
        SNR=SNRs(SNRcase);
        recv = y + N*sqrt(Mt/SNR);
        % recv = awgn(y,snrdb);
        separated = linear_SM_receiver(recv,H,SNR,method);
        decoded = pskdemod(separated,M,phaseoff);
        diff=s-decoded;
        block_errors(SNRcase)=length( find(diff(:)~=0) );
        if block_errors(SNRcase)~=0
            blerrors(SNRcase)=blerrors(SNRcase)+1;
        end
        nerrors(SNRcase)=nerrors(SNRcase)+block_errors(SNRcase);
    end
end

for SNRcase=1:length(SNRs)
    sep(SNRcase)=nerrors(SNRcase)/(nblocks*block_length*Mt);
    bep_av(SNRcase) = sep(SNRcase)/(log2(M));
    blep(SNRcase)=blerrors(SNRcase)/nblocks;
end
figure('Name','BEP Plot')
semilogy(SNRdB_range,bep_av)
xlabel('SNR (in dB)')
ylabel('Bit Error Probability')
```


B.4 Αλγόριθμος V-BLAST

- βλ. [vblast decod.m](#)

```
function decoded = vblast_decod(recv,H,SNR,null_strategy)

% We assume that Es=1
[Mr,block_length]=size(recv);
[Mr,Mt]=size(H);

M=4;
phaseoff=0;
% method=input('METHOD OF SM RECEIVERS:');

Z=H;
decoded=zeros(Mt,block_length);
i_cancel=zeros(Mr,block_length);
Grow_norm=zeros(1,Mt);

r=recv;

if isequal(lower(null_strategy),'mmse')
    G = sqrt(Mt)*inv( H'*H + (Mt/SNR)*eye(Mt) ) * H';
else
    G=sqrt(Mt)*pinv(H);
end %if

for l=1:Mt
    Grow_norm(l)=norm(G(l,:), 'fro'); %norm of the l-row of G
end
[minnorm,k] = min(Grow_norm);

for i=1:Mt
    w=G(k,:);
    y=w*r;
    a = pskdemod(y,M,phaseoff);
    % a = qamdemod(y,M);
    decoded(k,:)=a;
    % amod=qammod(a,M);
    amod=pskmod(a,M,phaseoff);

    for t=1:block_length
        i_cancel(:,t) = amod(t)*H(:,k);
    end
    r=r-i_cancel/sqrt(Mt);
    Z(:,k)=0;
    if isequal(lower(null_strategy),'mmse')
        G = sqrt(Mt)*inv( Z'*Z + (Mt/SNR)*eye(Mt) ) * Z';
    else
        G=sqrt(Mt)*pinv(Z);
    end
end
```


Μελέτη και Ανάπτυξη Αλγορίθμων Επιλογής Κεραιοστοιχείων
σε Συστήματα Ασύρματων Επικοινωνιών
Πολλαπλών Εισόδων – Πολλαπλών Εξόδων (MIMO)

```
end %if
for l=1:Mt
    Grow_norm(l)=norm(G(l,:), 'fro'); %norm of the j-row of G
end
[sortednorms,sortedk]=sort(Grow_norm);
s=1;
while ( Z(:,sortedk(s))==zeros(Mr,1) & i<Mt )
    s=s+1;
end %while
k=sortedk(s);
end %for
```

- βλ. [VBlast simulation.m](#)

```
function [sep,bep_av] = VBlast_simulation(Mr,Mt,M,SNRdB_range)

%M=input('Modulation rank:'); % MODULATION (M-PSK,M-QAM)

%M=2;
phaseoff=0;
% phaseoff=input('phaseoff:');

%snapshots=1000;

%normalizationMode='per snapshot';

block_length=100;

maxsymbols=1e+8;
minsymbols=1e+3;
maxerrors=100;

SNRs=10.^(SNRdB_range/10);

nerrors1=zeros(1,length(SNRs));
blerrors1=zeros(1,length(SNRs));
nerrors2=zeros(1,length(SNRs));
blerrors2=zeros(1,length(SNRs));
nblocks=0;

while ( (min(nerrors1)<maxerrors && min(nerrors2)<maxerrors) || ...
    nblocks<minsymbols/block_length )
    nblocks=nblocks+1;
    s = randint(Mt,block_length, M);
    % smod = scale*qammod(s,M);
    smod = pskmod(s,M,phaseoff);

    Hmat = ( randn(Mr,Mt,snapshots)+j*randn(Mr,Mt,snapshots) )/sqrt(2);
    H=normalizeChannelMatrix(Hmat,normalizationMode);
    % H=H/(norm(H,'fro')/sqrt(Mr*Mt));
```

Μελέτη και Ανάπτυξη Αλγορίθμων Επιλογής Κεραυοστοιχείων
σε Συστήματα Ασύρματων Επικοινωνιών
Πολλαπλών Εισόδων – Πολλαπλών Εξόδων (MIMO)

```
Nmat = (
randn(Mr,block_length,snapshots)+j*randn(Mr,block_length,snapshots)
)/sqrt(2);
N=normalizeChannelMatrix(Nmat,normalizationMode);

% N=N/(norm(N,'fro')/sqrt(Mr*block_length));
% y=H*smod/(norm(H,'fro')/sqrt(Mr*Mt));
y=H*smod/sqrt(Mt);

for SNRcase=1:length(SNRs)
SNR=SNRs(SNRcase);

recv=zeros(1,snapshots);
%for snap=1:snapshots

recv = y + N*sqrt(Mt/SNR);
% recv = awgn(y,snrdb);
% ZF Nulling
decoded1 = VBlast_decod2(recv,H,SNR,'zf');
diff1=s-decoded1;
block_errors1(SNRcase)=length( find(diff1(:)~=0) );
if block_errors1(SNRcase)~=0
blerrors1(SNRcase)=blerrors1(SNRcase)+1;
end
nerrors1(SNRcase)=nerrors1(SNRcase)+block_errors1(SNRcase);
% MMSE Nulling
decoded2 = VBlast_decod2(recv,H,SNR,'mmse');
diff2=s-decoded2;
block_errors2(SNRcase)=length( find(diff2(:)~=0) );
if block_errors2(SNRcase)~=0
blerrors2(SNRcase)=blerrors2(SNRcase)+1;
end
nerrors2(SNRcase)=nerrors2(SNRcase)+block_errors2(SNRcase);
end %snap
end %snrcase
end %while

for SNRcase=1:length(SNRs)
sep1(SNRcase)=nerrors1(SNRcase)/(nblocks*block_length*Mt);
bep_av1(SNRcase) = sep1(SNRcase)/(log2(M));
blep1(SNRcase)=blerrors1(SNRcase)/nblocks;
sep2(SNRcase)=nerrors2(SNRcase)/(nblocks*block_length*Mt);
bep_av2(SNRcase) = sep2(SNRcase)/(log2(M));
blep2(SNRcase)=blerrors2(SNRcase)/nblocks;

end

sep={sep1, sep2};
bep_av={bep_av1, bep_av2};
```

B.5 Αλγόριθμοι Επιλογής Κεραιοστοιχείων

Αλγόριθμος Optimal Antenna Selection

- βλ. [exhaustiveSelect.m](#)

```
function
[Exhaustive_Solution,Exhaustive_Capacity,Fitness]=exhaustiveSelect(Data,SNR,N
sel);

% By exhaustive Selection we mean Exhaustive Search over all possible
% subsets of Receive Antennas.This Exhaustive Selection is also
% referenced as Maximum Capacity Algorithm.

% THIS FUNCTION WORKS ONLY WITHIN A LARGE AMOUNT OF SNAPSHOTS!!!!
% (for each channel realization( snapshot )an Exhaustive Search
% is made.We choose the subset with the largest Capacity.

%This algorithm is also known as OPTIMAL SELECTION algorithm.

BestCap=0;BestTx=0;BestRx=0;
WorstCap=1000;WorstTx=0;WorstRx=0;

iter=1;szData=size(Data);

% Tx=Combs_Select(szData(4),nt);

Rx=Combs_Select(szData(1),Nsel);

AllCombs=size(Rx,1);

for i=1:size(Rx,1)
    Data1=Data(find(Rx(i,')== '1'),:);
    Fitness=log2(real(det( eye(Nsel)+SNR*Data1*Data1'/Nsel )));
    %Power=Average_Power(Data);
    %Corr=Average_Correlation(Data);

    % fprintf('\n Iteration: %d / %d - BestCap: %.3f - WorstCap:
%.3f',iter,AllCombs,BestCap,WorstCap);

    if BestCap<Fitness
        BestCap=Fitness;
        BestRx=Rx(i,:);
    end

    %         if WorstCap>Fitness(i,j)
    %             WorstCap=Fitness(i,j);
    %             WorstTx=Tx(i,:);
    %             WorstRx=Rx(j,:);
    %         end
end
```

```
        iter=iter+1;  
end  
  
Exhaustive_Solution=find(BestRx=='1');  
Exhaustive_Capacity=BestCap;
```

- βλ. Combs_Select.m

```
function C=Combs_Select(Antennas,Active)  
  
refstr=Active*sum('1')+(Antennas-Active)*sum('0');  
  
AllCombs=0:2^Antennas-1;  
  
[i,j]=find(sum(dec2bin(AllCombs),2)==refstr);  
  
C=dec2bin(AllCombs(i));
```

Αλγόριθμος Random Antenna Selection

- βλ. randomAntennaSelection.m

```
function selectedAntennas = randomAntennaSelection(Mr,Nsel,snapshots)  
  
validConfigurations = Combs_Select(Mr,Nsel);  
outputConfigurations =  
randint(snapshots,1,[1,size(validConfigurations,1)],...  
        sum(100*clock) );  
antennaStates=validConfigurations(outputConfigurations,:);  
  
selectedAntennas=zeros(snapshots,Nsel);  
for i=1:snapshots  
    selectedAntennas(i,:) = find( antennaStates(i,:)=='1' );  
end
```

Αλγόριθμος Max Power-Norm Based

- βλ. Max Power.m

```
function [selected,Max_Power_Capacity,antennaStates,ordSelected] =  
Max_Power(H,SNR,Nsel)
```

```
%Maximim Power Criterion Selection Algorithm.We select the antennas that  
%maximize the Frobenius Norm of the effective channel matrix(power
```

Μελέτη και Ανάπτυξη Αλγορίθμων Επιλογής Κεραιοστοιχείων
σε Συστήματα Ασύρματων Επικοινωνιών
Πολλαπλών Εισόδων – Πολλαπλών Εξόδων (MIMO)

```
%selection).
%or
%Norm Based Criterion Selection Algorithm.We select the antennas that
%Chooses largest |hk|2 where hk is kth row of H(for receive Antenna
Selection);
%The algorithm is also known as NBS.

% Nsel:number of selected receive antennas /must correspond to the number of
Receive Antennas(Mr)

[Mr,Mt]=size(H);

selected=[];
ialpha = 1:Mr;      %alpha(i) corresponds to ialpha(i) antenna

for i=1:Mr

    Htemp=H(i,:);
    svalues(i)=svd(Htemp);

end

for n=1:Nsel

    [max_sigma,q]=max(svalues(i));%q: The "best" antenna
    antenna = ialpha(q);
    selected = [selected, antenna];

end %n

% H(antenna,:) is the Hermitian transpose of Hn

ordSelected=selected;
selected=sort(selected)
antennaStates=zeros(1,Mr); antennaStates(selected)=1;
Hsel=H(selected,:);

Max_Power_Capacity = log2( real(det( eye(Nsel)+SNR*Hsel*Hsel'/Mt )) ) ;
%av_power = mean( abs(Hsel(:).^2) );
% Ergodic_capacity=mean(log2( real(det( eye(Nsel)+SNR*Hsel*Hsel'/Mt ))));
```

Αλγόριθμος Gorokhov

- βλ. [fastGorokov.m](#)

```
function [selected,Gor_Capacity,antennaStates,ordSelected] =
fastGorokov(H, SNR,Nsel)
%Fast Antenna Selection Algorithm
%according to Gharavi-Alkhansari and Gershman, "Fast Antenna Subset
```

Μελέτη και Ανάπτυξη Αλγορίθμων Επιλογής Κεραιοστοιχείων
σε Συστήματα Ασύρματων Επικοινωνιών
Πολλαπλών Εισόδων – Πολλαπλών Εξόδων (MIMO)

```
%Selection in MIMO Systems", IEEE Transactions on Signal Processing,  
%February 2004  
  
%%%%%%%%  
  
% Nsel:number of selected receive antennas /must correspond to the number of  
Receive Antennas(Mr)  
  
[Mr,Mt]=size(H);  
I=1:Mr;  
selected=[];  
B=eye(Mt);  
ialpha = 1:Mr;      %alpha(i) corresponds to ialpha(i) antenna  
  
for i=1:Mr  
    alpha(i)=H(i,:)*H(i,:);  
end  
  
for n=1:Nsel  
    [max_alpha,q]=max(alpha(i));    %q: The "best" antenna  
    antenna = ialpha(q);  
    selected = [selected, antenna];  
    I( I==antenna )=[];  
    alpha(q)=[]; ialpha(q)=[];  
    a = B*H(antenna,:)'/sqrt(max_alpha+Mt/SNR);  
    B=B-a*a';  
    for i=1:length(alpha)  
        alpha(i) = alpha(i) - (abs( a'*H(ialpha(i),:))'.^2 );  
    end %i  
end %n  
  
% H(antenna,:) is the Hermitian transpose of Hn  
  
ordSelected=selected;  
selected=sort(selected)  
antennaStates=zeros(1,Mr); antennaStates(selected)=1;  
Hsel=H(selected,:)  
  
Gor_Capacity = log2( real(det( eye(Nsel)+SNR*Hsel'*Hsel/Mt )) ) ;  
%av_power = mean( abs(Hsel(:)).^2 ) ;  
% Ergodic_capacity=mean(log2( real(det( eye(Nsel)+SNR*Hsel*Hsel'/Mt ))));
```

Αλγόριθμος Correlation Based(CBM)

- βλ. CBM.m

```
function [selected,CBCapacity,antennaStates,ordSelected]=CBM(H, SNR, Nsel)  
  
% A New Antenna Selection Algorithm with Low Complexity for MIMO Wireless  
Systems  
% by Joo-Seok Park and Dong-Jo Park, Department of Electrical Engineering and  
Computer Science
```

Μελέτη και Ανάπτυξη Αλγορίθμων Επιλογής Κεραιοστοιχείων
σε Συστήματα Ασύρματων Επικοινωνιών
Πολλαπλών Εισόδων – Πολλαπλών Εξόδων (MIMO)

```
% Korea Advanced Institute of Science and Technology (KAIST)
% CBM: Correlation Based Method.
% Nsel:number of selected receive antennas /must correspond to the number of
Receive Antennas(Mr)

[Mr,Mt]=size(H);
I=1:Mr;
selected=[];
uncorr=0;
igamma = 1:Mr;      %alpha(i) corresponds to igamma(i) antenna

for i=1:Mr

    gamma(i)=norm(H(i,:),inf);
    [max_gamma,r]=max(gamma(i).^2);
    antenna=igamma(r);

end

for n=2:Nsel

    I( I==antenna )=[];

    gamma=[]; igamma=[];

    % [max_alpha,q]=max(gamma(i)); %q: The "best" antenna
    %

    for i=1:length(igamma)

        corr(i) =
abs(H(antenna,:) * H(i,:)' ) / (norm(H(antenna,:),inf) * norm(H(i,:),inf));
        uncorr(i)=uncorr + sqrt(1-corr(i).^2);
        cost(i)=gamma(i).^2*uncorr(i).^2;

        [max_cost(i),q]=max(cost(i));
        antenna = igamma(q);
    end %i

    selected = [selected,antenna];

end %n

% H(antenna,:) is the Hermitian transpose of Hn

ordSelected=selected;
selected=sort(selected)
antennaStates=zeros(1,Mr); antennaStates(selected)=1;
Hsel=H(selected,:)
```



```
CBCapacity = log2( real(det( eye(Nsel)+SNR*Hsel'*Hsel/Mt )) ) ;
```

Αλγόριθμος Joint Antenna Selection

Αλγόριθμος Exhaustive Joint

- βλ. `exhaustiveJointSelect.m`

```
function
```

```
[Exhaustive_Trans_Solution,Exhaustive_Receive_Solution,ExhaustiveErgodic_Capacity,Fitness]=exhaustiveJointSelect(Data,SNR,Nr,Nt);
```

```
BestCap=0;BestTx=0;BestRx=0;  
WorstCap=1000;WorstTx=0;WorstRx=0;
```

```
iter=1;szData=size(Data);  
[Mr,Mt]=size(Data);
```

```
Tx=Combs_Select(szData(2),Nt); %Mt
```

```
Rx=Combs_Select(szData(1),Nr); %Mr
```

```
AllTransmit_Combs=size(Tx,1);  
AllReceive_Combs=size(Rx,1);
```

```
for i=1:size(Tx,1)
```

```
    for j=1:size(Rx,1)
```

```
        Data1=Data(find(Rx(i,:)=='1'),find(Tx(i,:)=='1'));  
        Fitness=mean(log2(real(det( eye(Nr)+SNR*Data1*Data1'/Nt ))));  
        %Power=Average_Power(Data);  
        %Corr=Average_Correlation(Data);
```

```
        %           fprintf('\n Iteration: %d / %d - BestCap: %.3f - WorstCap:  
%.3f',iter,AllCombs,BestCap,WorstCap);
```

```
        if BestCap<Fitness  
            BestCap=Fitness;  
            BestTx=Tx(i,:);  
            BestRx=Rx(j,:);  
        end
```

```
        %           if WorstCap>Fitness(i,j)  
        %               WorstCap=Fitness(i,j);  
        %               WorstTx=Tx(i,:);  
        %               WorstRx=Rx(j,:);  
        %           end  
        iter=iter+1;
```



```
end  
end  
Exhaustive_Trans_Solution=find(BestTx=='1');  
Exhaustive_Receive_Solution=find(BestRx=='1');  
ExhaustiveErgodic_Capacity=BestCap;
```

Αλγόριθμος Separate Joint

- βλ. separatejoint.m

```
function [selected, Seper_Ergodic_Capacity, antennaStates, ordSelected] =  
separatejoint(H, SNR, Nr, Nt)
```

```
% Joint Transmit-Receive Antenna Selection Algorithm  
% according to Shahab Sanayei and Aria Nosratinia  
% 'Capacity Maximizing Algorithms for Joint  
% Transmit-Receive Antenna Selection'.
```

```
% We apply the Gorokhov Fast Antenna Selection Algorithm  
% for transmit/receive antenna selection, seperately, thus twice.
```

```
[Mr, Mt]=size(H);
```

```
[selected, Hsel, antennaStates, ordSelected] = ISSATransmit(H, SNR/Nt, Nt);
```

```
Hsel=H(:, selected);  
H1=Hsel';
```

```
[selected, Hsel, antennaStates, ordSelected] = ISSAReceive(H1, SNR/Nt, Nr);
```

```
Hsel=H1(selected, :);
```

```
Hf=Hsel'; % FINAL CHANNEL SUBMATRIX
```

```
Seper_Ergodic_Capacity=mean(log2( real(det( eye(Nr)+SNR*Hf'*Hf/Nt ))))
```

- βλ. ISSAReceive.m

```
function [selected, Hsel, antennaStates, ordSelected] = ISSAReceive(H, SNR, Nr)
```

```
% Incremental Successive Selection Algorithm, known as ISSA.  
% It is almost identical to the Fast Gorokhov Algorithm.
```

Μελέτη και Ανάπτυξη Αλγορίθμων Επιλογής Κεραυοστοιχείων
σε Συστήματα Ασύρματων Επικοινωνιών
Πολλαπλών Εισόδων – Πολλαπλών Εξόδων (MIMO)

```
% Nr:number of selected receive antennas /must correspond to the number of  
Receive Antennas(Mr)
```

```
[Mr,Mt]=size(H);
```

```
N=max(Mr,Mt); % key diff
```

```
I=1:Mr;
```

```
selected=[];
```

```
B=eye(N);
```

```
ialpha = 1:Mr; %alpha(i) corresponds to ialpha(i) antenna
```

```
for i=1:Mr
```

```
alpha(i)=H(i,:)*H(i,:);
```

```
end
```

```
for n=1:Nr
```

```
[max_alpha,q]=max(alpha(i)); %q: The "best" antenna
```

```
antenna = ialpha(q);
```

```
selected = [selected, antenna];
```

```
I( I==antenna )=[];
```

```
alpha(q)=[]; ialpha(q)=[];
```

```
a = B*H(antenna,:)/sqrt(max_alpha+Mt/SNR);
```

```
B=B-a*a';
```

```
for i=1:length(alpha)
```

```
alpha(i) = alpha(i) - (abs( a'*H(ialpha(i),:))'.^2 );
```

```
end %i
```

```
end %n
```

```
ordSelected=selected;
```

```
selected=sort(selected)
```

```
antennaStates=zeros(1,Mr); antennaStates(selected)=1;
```

```
Hsel=H(selected,:)
```

```
%ISSA_Capacity = log2( real(det( eye(Nr)+SNR*Hsel*Hsel'/Mt )))
```

- βλ. [ISSATrasmit.m](#)

```
function [selected,Hsel,antennaStates,ordSelected] = ISSATrasmit(H,SNR,Nt)
```

```
% Incremental Successive Selection Algorithm,known as ISSA.
```

```
% It is almost identical to the Fast Gorokhov Algorithm.
```

```
% Nt:number of selected transmit antennas /must correspond to the number of  
Transmit Antennas(Mt)
```

```
[Mr,Mt]=size(H);
```

```
N=max(Mr,Mt); % key diff
```

```
I=1:Mt;
```

```
selected=[];
B=eye(N);
ialpha = 1:Mt;      %alpha(i) corresponds to ialpha(i) antenna

for i=1:Mt
    alpha(i)=H(:,i)'*H(:,i);
end

for n=1:Nt
    [max_alpha,q]=max(alpha(i));    %q: The "best" antenna
    antenna = ialpha(q);
    selected = [selected, antenna];
    I( I==antenna )=[];
    alpha(q)=[]; ialpha(q)=[];
    a = B*H(:,antenna)/sqrt(max_alpha+Nt/SNR);
    B=B-a'*a;
    for i=1:length(alpha)
        alpha(i) = alpha(i) - (abs( a'*H(:,ialpha(i))) )^2 );
    end %i
end %n

ordSelected=selected;
selected=sort(selected)
antennaStates=zeros(1,Mt); antennaStates(selected)=1;
Hsel=H(:,selected);

%ISSA_Capacity = log2( real(det( eye(Nt)+SNR*Hsel*Hsel'/Nt )) ) ;
```

Αλγόριθμος Successive Joint

- βλ. [successivejoint.m](#)

```
function [selected,Success_Ergodic_Capacity,antennaStates,ordSelected] =
successivejoint(H,SNR,Nr,Nt)

% Joint Transmit-Receive Antenna Selection Algorithm
% according to Shahab Sanayei and Aria Nosratinia
% 'Capacity Maximizing Algorithms for Joint
% Transmit-Receive Antenna Selection'.

% we first select the maximum modulus element in
% element in the channel gain realization, H, call
% it element hi1,j1.Then order all elements in column
% j1 according to their modulus, and pick the top L elements
% in that column. The row indices of these elements are denoted
% i1, i2, . . . , iL. We form a submatrix using these rows,
% effectively selecting L receive antennas. In this submatrix,
% run the ISSA algorithm to pick the selected transmit antennas.
```

```
[Mr,Mt]=size(H);  
H=absmod(H);  
[mx,idx,col]=maxn(H); % Find (i1, j1) = arg max(i,j) |hij|  
Q=sort(H(:,col),1,'descend'); % Find (i2, i3, ..., iNr) such that:  
% |hi2,j1| ? |hi3,j1| ? . . . ? |hiNr,j1|.  
picked= find(Q,Nr);  
  
G=H(picked,:); % Form the L x Nt matrix, G = {H(i1, :);H(i2, :);...H(iL, :);} ;  
W=G';  
[selected,Hsel,antennaStates,ordSelected] = ISSATransmit(W,SNR/Nt,Nt);  
Hf=W(:,selected);  
Success_Ergodic_Capacity=mean(log2( real(det( eye(Nr)+SNR*Hf'*Hf/Nt ))));
```

B.6 Αλγόριθμοι Antenna Selection για Χωρική Πολυπλεξία

Κριτήρια βελτιστοποίησης

Κριτήριο 1 - Μεγιστοποίηση του σηματοθορυβικού λόγου στο δέκτη

(maximum post-processing SNR)

- βλ. exhaustiveMaxPostSNR.m

```
function  
[Exhaustive_Trans_Solution,SNRmin,Fitness]=exhaustiveMaxPostSNR(H,SNR,Nt);  
  
% The selection takes place at the transmitter!!!  
% (for each channel realization( snapshot )an Exhaustive Search  
% is made.We choose the subset with the largest SNRmin.  
  
BestsSNRmin=0;BestTx=0;BestRx=0;  
WorstSNRmin=1000;WorstTx=0;WorstRx=0;  
  
BestSingularv=0;  
WorstSingularv=1000;  
  
iter=1;szData=size(Data);  
  
[Mr,Mt]=size(Data);
```

Μελέτη και Ανάπτυξη Αλγορίθμων Επιλογής Κεραιοστοιχείων
σε Συστήματα Ασύρματων Επικοινωνιών
Πολλαπλών Εισόδων – Πολλαπλών Εξόδων (MIMO)

```
Tx=Combs_Select(szData(2),Nt); %Mt

AllTransmitCombs=size(Tx,1);

for i=1:size(Tx,1)

    Data1=Data(:,find(Tx(i,)=='1'));
    Fitness=min(svd(Data1));

    if BestSingularv<Fitness
        BestSingularv=Fitness;
    end

    SNRmin=fitness.^2*(SNR/Nt);

    if BestsSNRmin<SNRmin

        BestSNRmin=SNRmin;
        BestTx=Tx(i,:);

    end

    iter=iter+1;

end
Exhaustive_Trans_Solution=find(BestTx=='1');
```

*Κριτήριο 2 - Μεγιστοποίηση της ελάχιστης ιδιόμορφης τιμής
(maximum Minimum Singular Value)*

- βλ. [exhaustiveMINSVD.m](#)

```
function [Exhaustive_Trans_Solution,Fitness]=exhaustiveMINSVD(Data,Nt);

% The selection takes place at the transmitter!!!
% (for each channel realization( snapshot )an Exhaustive Search
% is made.We choose the subset with the largest SVDmin.

BestSingularv=0;BestTx=0;BestRx=0;
WorstSingularv=1000;WorstTx=0;WorstRx=0;

iter=1;szData=size(Data);
[Mr,Mt]=size(Data);

Tx=Combs_Select(szData(2),Nt); %Mt

AllTransmit_Combs=size(Tx,1);
```

Μελέτη και Ανάπτυξη Αλγορίθμων Επιλογής Κεραιοστοιχείων
σε Συστήματα Ασύρματων Επικοινωνιών
Πολλαπλών Εισόδων – Πολλαπλών Εξόδων (MIMO)

```
for i=1:size(Tx,1)

    Data1=Data(:,find(Tx(i,:)=='1'));
    Fitness=min(svd(Data1));

    if BestSingularv<Fitness
        BestSingularv=Fitness;
        BestTx=Tx(i,:);
    end

    iter=iter+1;

end

Exhaustive_Trans_Solution=find(BestTx=='1');
```

Κριτήριο 3 - Μεγιστοποίηση της χωρητικότητας διαύλου
(maximum Channel Capacity)

- βλ. Max_Cap.m

```
function [Exhaustive_Solution,Max_Capacity,Fitness]=Max_Cap(Data,SNR,Nsel);

% THIS FUNCTION WORKS ONLY WITHIN A LARGE AMOUNT OF SNAPSHOTS!!!!

% (for each channel realization( snapshot )an Exhaustive Search
% is made.By Exhaustive Search we mean search over all possible
% subsets of Transmit Antennas.
% We choose the subset(of Transmit Antennas) with the largest Capacity.

BestCap=0;BestTx=0;BestRx=0;
WorstCap=1000;WorstTx=0;WorstRx=0;

iter=1;szData=size(Data);

Tx=Combs_Select(szData(1),Nsel);

%Rx=Combs_Select(szData(1),Nsel);
```

Μελέτη και Ανάπτυξη Αλγορίθμων Επιλογής Κεραιοστοιχείων
σε Συστήματα Ασύρματων Επικοινωνιών
Πολλαπλών Εισόδων – Πολλαπλών Εξόδων (MIMO)

```
AllCombs=size(Tx,1);  
  
for i=1:size(Tx,1)  
    Data1=Data(find(Tx(i,:)=='1'),:);  
    Fitness=log2(real(det(eye(Nsel)+SNR*Data1'*Data1/Nsel)));  
  
    if BestCap<Fitness  
        BestCap=Fitness;  
        BestTx=Tx(i,:);  
    end  
  
    %         if WorstCap>Fitness(i,j)  
    %             WorstCap=Fitness(i,j);  
    %             WorstTx=Tx(i,:);  
    %             WorstRx=Rx(j,:);  
    %         end  
    iter=iter+1;  
end  
  
Exhaustive_Solution=find(BestTx=='1');  
Max_Capacity=BestCap;
```

Συντομογραφίες-Πίνακας Συμβολισμών

\approx	Περίπου ίσον
\triangleq	Εξ ορισμού ίσον
*	Τελεστής συνέλιξης
\otimes	Τελεστής γινομένου Kronecker
\mathbf{x}	Διάνυσμα (πίνακας-στήλη)
\mathbf{A}	Πίνακας
\mathbf{A}^T	Ανάστροφος πίνακας του \mathbf{A}
\mathbf{A}^H	Αναστροφοσυζυγής πίνακας του \mathbf{A}
\mathbf{A}^*	Συζυγής πίνακας του \mathbf{A}
\mathbf{A}^{-1}	Αντίστροφος πίνακας του \mathbf{A}
\mathbf{A}^\dagger	Ψευδοαντίστροφος πίνακας του \mathbf{A}
$[\mathbf{A}]_{m,n}$	Το (m,n) στοιχείο του \mathbf{A}
$\mathbf{a} = \text{vec}(\mathbf{A})$	Διάνυσμα στηλών του πίνακα \mathbf{A}
$\det(\mathbf{A})$	Διακρίνουσα του \mathbf{A}
$\text{tr}(\mathbf{A})$	Ίχνος του πίνακα \mathbf{A}
$\ \mathbf{A}\ $	Ευκλείδεια νόρμα του πίνακα \mathbf{A}
$\ \mathbf{A}\ _F$	Frobenius νόρμα του πίνακα \mathbf{A}
$r(\mathbf{A})$	Βαθμός του πίνακα \mathbf{A} – ή αλλιώς $\text{rank}(\mathbf{A})$
$\lambda_k(\mathbf{A})$	Η k -οστή (σε φθίνουσα διάταξη) ιδιοτιμή του πίνακα \mathbf{A}
$\sigma_k(\mathbf{A})$	Η k -οστή (σε φθίνουσα διάταξη) ιδιόμορφη τιμή του πίνακα \mathbf{A}
$p_X(x)$	Συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας (pdf) της τυχαίας μεταβλητής X
$E[\]$	Τελεστής αναμενόμενης τιμής (expectation operator)
$Q(x)$	Συνάρτηση Q , ορισμένη ως $Q(x) = \frac{1}{2\pi} \int_x^\infty e^{-t^2/2} dt$
$(x)_+$	$(x)_+ = \begin{cases} x & \text{αν } x \geq 0, x \in \mathbb{R} \\ 0 & \text{αν } x < 0, x \in \mathbb{R} \end{cases}$
$\text{Re}(z), \text{Im}(z)$	Πραγματικό και Φανταστικό μέρος αντίστοιχα του μιγαδικού z . Ισχύει και για διανύσματα ή πίνακες.

Βιβλιογραφικές αναφορές

- [1] A.Paulraj,R.Nabar and D.Gore, “Introduction to Space-Time Wireless Communications”, *Cambridge University Press*, 2003.
- [2] Α.Κανάτας και Φ. Κωνσταντίνου, “Συστήματα Κινητών Ραδιοεπικοινωνιών”, *EMII*, Μάρτιος 2001.
- [3] Π.Κωττής και Χ.Καψάλης, “Κεραίες και Ασύρματες Ζεύξεις”, *Εκδόσεις Τζιόλα*, Αθήνα 2003.
- [4] “Smart Antenna Systems”, *on-line tutorial*, URL: www.iec.org/online/tutorials/smart_ant
- [5] G.V.Tsoulos, “Smart Antennas for Mobile Communication Systems: Benefits and Challenges”, *Electronics and Communication Engineering Journal*, Vol. 11, No. 22, April 1999, pp. 84-94.
- [6] D.Gesbert et al. “From Theory to Practice: An Overview of MIMO Space-Time Coded Wireless Systems”, *IEEE Journal on Selected Areas in Commun.*, Vol. 21, No. 3, April 2003.
- [7] M.Wennström, “On MIMO System and Adaptive Arrays for Wireless Communications: Analysis and Practical Aspects”, *thesis*, Uppsala 2002, URL: publications.uu.se/uu/fulltext/nbn_se_uu_diva-2604.pdf.
- [8] A.Papoulis and S.U.Pillai, “Probability, Random Variables and Stochastic Processes” *McGraw-Hill*, 4th Ed., 2002.
- [9] O.Oyman et al. “Characterizing the Statistical Properties of Mutual Information in MIMO Channels”, *IEEE Trans. on Signal Proc.*, Vol. 51, No. 11, pp. 2784-2795, Nov. 2003.
- [10] C. Balanis, “Antenna Theory: Analysis and Design”, *Wiley*, 3rd Ed., 2005.
- [11] S.M.Alamouti, “A simple transmit diversity technique for wireless communications” *IEEE J. Select. Areas Comm.*, Vol. 16, Issue 8, Oct. 1998.

- [12] V. Tarokh, N. Seshadri and A. R. Calderbank, “Space-time codes for high data rate wireless communication: Performance criterion and code construction”, *IEEE Journ. Sel. Areas on Comm.*, No. 17, Vol. 3, pp. 451-460, March 1999.
- [13] J. Proakis, “Digital Communications”, *McGraw-Hill*, 4th Ed., 2001.
- [14] G. Foschini, “Layered space-time architecture for wireless communications in a fading environment when using multi-element antennas”, *Bell Labs Tech. Journal*, pp. 41-59, 1996.
- [15] P. Wolnianski et al. “ V-BLAST: An architecture for realizing very high data rates over the rich-scattering wireless channel,” *Proc. URSI ISSSE*, pp. 295-300, Sept. 1998.
- [16] Μ.Στυλιανού και Μ.Χριστοδούλου, “ Μελέτη και Σχεδίαση Άνω και Κάτω Μετατροπέα Συχνότητας Δορυφορικού Πομποδέκτη στη Ζώνη Συχνοτήτων ”, Εθνικό Μετσόβειο Πολυτεχνείο, Σχολή Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών, Αθήνα, Οκτώβριος 2004.
- [17] A. Ghrayeb, “A Survey on Antenna Selection for MIMO Communication Systems,” *Proc. of IEEE ICCTA 2006*, 24-28 April 2006.
- [18] R. Sedgewick, “ Algorithms ”, Addison Wesley, 1984
- [19] T.H. Cormen et al., “Introduction to algorithms,” McGraw-Hill & The MIT Press, 2nd Edition, 2002
- [20] Ö. Oyman et al., “Characterizing the statistical properties of Mutual Info in MIMO Channels ”, *IEEE Trans. On Signal Proc.* , Vol. 51, No. 11, Nov. 2003.
- [21] D. A. Gore and A. J. Paulraj, “ MIMO Antenna Subset Selection with Space- Time Coding ”, *IEEE Trans. On Signal Proc.*, Vol. 50, No. 10, pp. 2580-2588, Oct. 2002.

- [22] A. Ghrayeba and T. M. Duman, “ Performance Analysis of MIMO Systems with Antenna Selection over Quasi-Static Fading Channels ”, *IEEE Trans. On Vehicular Tech.*, Vol. 52, No. 2, pp. 281-288, March 2003.
- [23] Z.Chen, J.H.Yuan and Zhendong Zhou,“ Performance of Alamouti scheme with transmit Antenna Selection ”, *Electronic Letters*,39(23),pp.1666-1668
- [24] P.Theofilakos and A.Kanatas, “ Reducing Hardware Complexity in MIMO Wireless Communications.ppt” Wireless Communications Lab., University of Piraeus, Greece. May 2007.
- [25] A.Gorokhov, “Antenna Selection algorithms for MEA transmission systems ” in *Proc.ICASSP* ,Orlando,FL, pp. 2857-2860.May 2002
- [26] M. Gharavi-Alkhansari and Alex B. Gershman, “Fast Antenna Subset Selection in MIMO Systems ”, *IEEE Trans. On Signal Proc.*, Vol. 52, No. 2, pp. 339-347, Feb. 2004.
- [27] Y.S.Choi et al., “Fast Algorithms for antenna selection in MIMO systems ” in *Proc.VTC*, vol.3,pp.1733-1737,Oct.2003.
- [28] Joo-Seok Park and Dong-Jo Park, “ A New Antenna Selection Algorithm with Low Complexity for MIMO Wireless Systems ”, *IEEE Trans. On Signal Proc.*, Vol. 52, No. 2, May 2005.
- [29] Z.Xie, J.Wang and Y.Wang,“ Antenna Selection for Spatial Multiplexing Systems based on Complex Householder QR Factorization ”, *IEEE Trans. On Signal Proc.*, Vol. 68, No. 5, Feb. 2007.
- [30] K.L.Chung and W.M.Yan, “ The complex Household Transform ”, *IEEE Trans. On Signal Proc.*, *IEEE USA*, Vol. 45, pp.2374-2376, Sep. 1997.
- [31] J S.Sanayei and A.Nosratinia “Capacity Maximizing Algorithms for Joint Transmit -Receive Antenna Selection”, *Multimedia Comm.Lab.,The Univ.of Texas at Dallas*, IEEE 2004.

- [32] I. Berenguer, X. Wang and I.J. Wassell, “Transmit Antenna Selection in Linear Receivers : A Geometrical Approach”
link : www.cl.cam.ac.uk/research/dtg/publications/public/files/electronic_letter.pdf
- [33] G. Strang. “Linear Algebra and its Applications,” Harcourt Brace Jovanovich, Inc., Orlando, FL, 1988.
- [34] R.W. Heath Jr., S. Sandhu and A. Paulraj, “Antenna Selection for Spatial Multiplexing Systems with Linear Receivers”, *IEEE Commun. Lett.*, Vol. 5, No. 4, pp. 142-144, April 2001.
- [35] A. Gorokhov, D.A. Gore, and A.J. Paulraj, “Receive antenna selection for MIMO spatial multiplexing: theory and algorithms”, *IEEE Trans. Sig. Proc.*, vol. 51, no. 11, pp. 2796-2807, Nov. 2003.
- [36] M. Sadek, A. Tarighat, A. H. Sayed, “Active Antenna Selection in Multiuser MIMO Communications”, *IEEE Trans. On Signal Proc.*, Vol. 55, No. 4, pp. 1498-1510, Apr. 2007.
- [37] X. Zhang, F. Chen, W. Wang, “ Outage Probability Study of Multiuser Diversity in MIMO Transmit Antenna Selection Systems,” *IEEE Signal Proc. Letters*, Vol. 14 No. 3, March 2007.
- [38] X. Zhang, A. F. Molisch, S. Y. Kung, “Variable-Phase-Shift-Based RF- Baseband Codesign for MIMO Antenna Selection,” *IEEE Trans. on Signal Proc.*, Vol. 53, No. 11, pp. 4091-4103, Nov. 2005.
- [39] P. Sudarshan, N. B. Mehta, A. F. Molisch, J. Zhang, “Channel Statistics- Based RF Pre-Processing with Antenna Selection”, *IEEE Trans. on Wireless Comm.*, Vol. 5, No. 12, pp. 3501-3511, Dec. 2006.
- [40] Qiubin Gao and Xian-Da Zhang, “Maximizing the minimum SINR of V-BLAST system using power control”, *IEEE Trans. on Signal Proc.*, Oct. 2007.

- [41] Zhengyan Shi and Harry Leib, “Transmit Antenna Selected V-BLAST Systems with Power Allocation”, *IEEE Trans. on Vehicular Tech.* 2007.
- [42] S.H.Nam and K.B.Lee, “Transmit Power Allocation for an extended V-BLAST System”, *IEEE Trans. Trans. On Vehicular Tech.*, Vol. 54, No.1, p.112-113, Jan.2005.
- [43] P. Sebastian, H. Sampath and A. Paulraj, “Adaptive Modulation for Multiple Antenna Systems”, Information Systems Laboratory, Stanford University.
- [44] Zhiwei Lin, A. B. Premkumar and A. S. Madhukumar, “Receive Antenna Selection for MIMO Systems in the Presence of Unknown Interference”, *IEEE Trans. On Communications*, 2006.
- [45] Zhiwei Lin, A. B. Premkumar and A. S. Madhukumar, “Receive Antenna Selection for MIMO-SM Systems with Linear MMSE Receivers in the Presence of Unknown Interference”, *IEEE Trans. on Wireless Comm. Technology*, Vol. 6, No.2 Feb. 2007.
- [46] Aditya Dua, Kamesh Medepalli and Arogyaswami J. Paulraj, “Receive Antenna Selection in MIMO Systems using Convex Optimization”, *IEEE Trans. on Wireless Communications Technology*. Vol. 5, No. 9, Sep. 2006.
- [47] Gorokhov, D.A. Gore and A.J. Paulraj, “Joint MMSE versus V-Blast and Antenna Selection”, *IEEE Trans. Sig. Proc.*, vol. 51, no. 11, pp. 2796- 2807, Nov. 2003.
- [48] S. R. Meraji, “Performance Analysis of Transmit Antenna Selection in Nakagami Fading Channels”, *IEEE Trans. on Wireless Com.Tech.*, Vol.43, No.2, 2007.
- [49] Shahab Sanayei and Aria Nosratinia, “Antenna Selection in Keyhole Channels”, *IEEE Trans. on Communications*. Vol. 55, No. 3, March 2007.
- [50] C.D.Meyer, “Matrix Analysis and applied linear algebra,” SIAM, 2000.

- [51] William H. Tranter et al. “Principles of Communication Systems Simulation with Wireless Applications,” *Prentice Hall*, 2004.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΡΡΑΙΑ