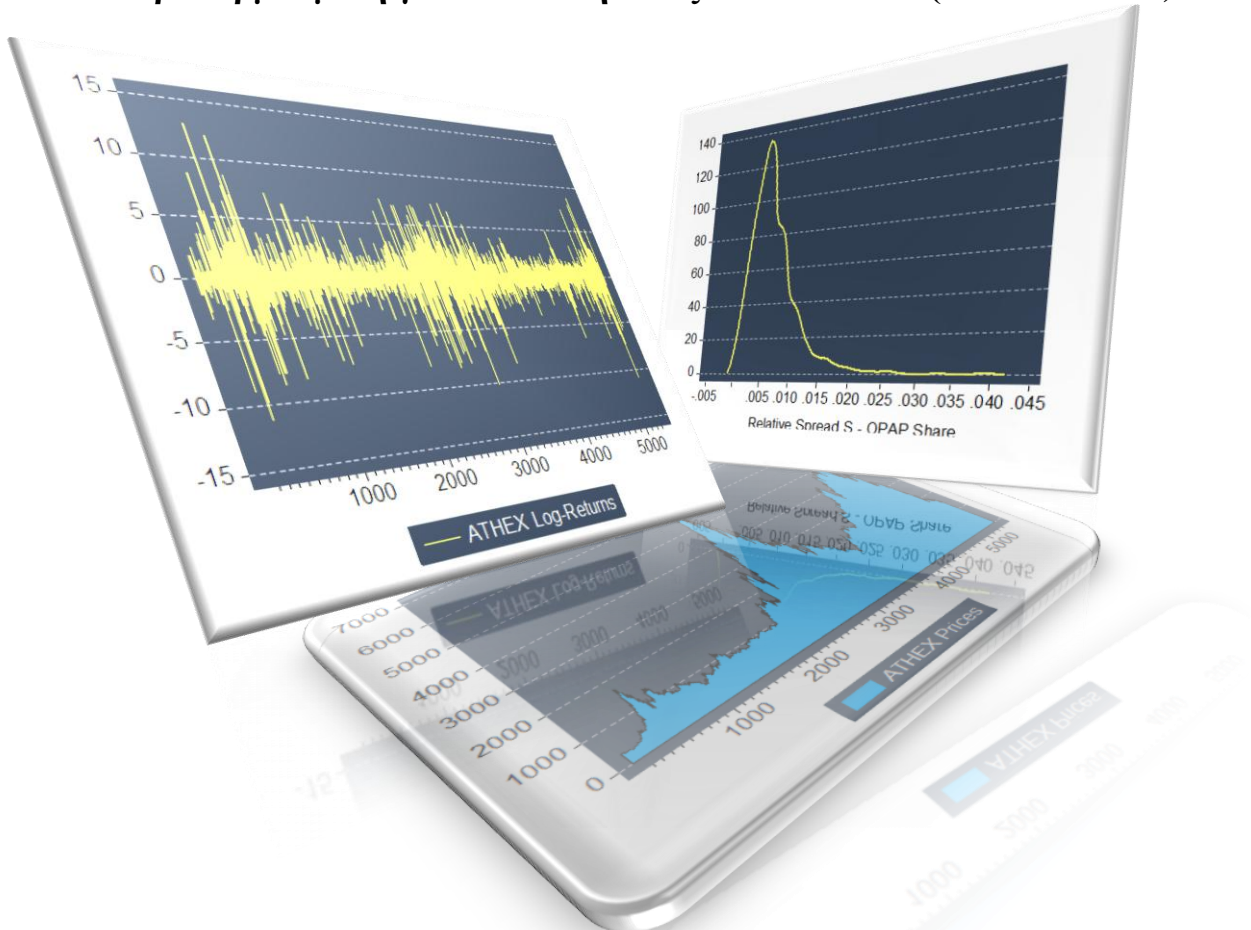




«Προσαρμοσμένη για Ρευστότητα Αξία σε Κίνδυνο (Value-at-Risk)»



Διπλωματική Εργασία

ΑΝΤΩΝΟΠΟΥΛΟΣ ΑΡΙΣΤΟΜΕΝΗΣ
(ΜΑΕ 07021)

Τριμελής συμβουλευτική επιτροπή:

ΧΑΤΖΗΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΙΔΗΣ ΕΥΣΤΑΘΙΟΣ, ΑΝΑΠ/ΤΗΣ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ, ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ
ΠΑΝΟΠΟΥΛΟΥ ΑΙΚΑΤΕΡΙΝΗ, ΛΕΚΤΟΡΑΣ
ΑΓΓΕΛΙΔΗΣ ΤΙΜΟΘΕΟΣ, ΛΕΚΤΟΡΑΣ, Πανεπιστήμιο Πελοποννήσου

Προσαρμοσμένη για Ρευστότητα Αξία σε Κίνδυνο (Value-at-Risk)

Η Αξία-σε-Κίνδυνο (Value-at-Risk - VaR) προσεγγίζει υποθετικά μόνο τέλει αγορές, όπου κάποιος επενδυτής μπορεί να αγοράσει ή να πουλήσει οποιαδήποτε ποσότητα μετοχών χωρίς να προκληθεί κάποια σημαντική αλλαγή στις τιμές. Επειδή, όμως, τέτοιες αγορές δεν υφίστανται, θα πρέπει να λάβουμε υπόψη ότι μια τυχόν προσπάθεια ρευστοποίησης μεγάλης ποσότητας μετοχών από έναν επενδυτή, επιφέρει ένα επιπλέον κόστος λόγω της διαφοράς τιμής αγοράς-πώλησης (bid-ask spread). Αυτό το κόστος είναι αναγκαίο να εκλαμβάνεται ως κίνδυνος ρευστότητας (Liquidity Risk) και να εμπεριέχεται στο κλασικό VaR. Στην εργασία αυτή κάνουμε μία προσπάθεια να κατασκευάσουμε και να εκτιμήσουμε το μέτρο της προσαρμοσμένης για ρευστότητα Αξίας σε Κίνδυνο (Liquidity Adjusted Value-at-Risk – LAVaR) ενσωματώνοντας την μεταβλητότητα των τιμών bid και ask και εκτιμώντας το επιπλέον VaR κόστος το οποίο ορίζουμε ως κόστος ρευστοποίησης. Μελετούμε επτά χρηματιστηριακούς δείκτες για περίοδο 39 περίπου ετών, εκτιμώντας το VaR και το Expected Shortfall (Αναμενόμενη Απώλεια). Επιλέγοντας bid-ask spreads από τρεις, για κάθε δείκτη, μετοχές υπολογίζουμε το κόστος ρευστοποίησης (COL) και σε συνδυασμό με το εκτιμώμενο VaR, κατασκευάζουμε το προσαρμοσμένο για ρευστότητα VaR ή LAVaR. Τα αποτελέσματά μας δείχνουν ότι η αύξηση που πραγματοποιήθηκε, λόγω της ενσωμάτωσης του κόστους ρευστότητας στο VaR, κυμαίνεται από 9.7% για έναν ρευστό χρηματιστηριακό δείκτη σε 28.5% για έναν λιγότερο ρευστό, όπως ο δείκτης του ελληνικού χρηματιστηρίου.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

1. Εισαγωγή	1
2. Μεθοδολογία	5
2.1 Value-at-Risk (VaR) και Expected Shortfall (ES).....	5
2.2 Τα Μοντέλα VaR	6
2.3 Backtesting VaR	11
2.4 Liquidity Adjusted Value-at-Risk (LAVaR)	16
3. Εμπειρικά Αποτελέσματα	21
3.1. Περιγραφικά Στατιστικά	23
3.2. Ανάλυση VaR, ES και Backtesting ανά Δείκτη	24
3.3. Ανάλυση του Κόστους Ρευστοποίησης (COL) ανά Δείκτη	31
3.4. Προσαρμοσμένο για Ρευστότητα VaR (LAVaR).....	39
4. Συμπεράσματα	45
5. Βιβλιογραφία	47
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α: Γραφήματα	50
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β: Πίνακες	109
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Γ: Γραφήματα του COL	166

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η Αξία-σε-Κίνδυνο (Value-at-Risk - VaR) προσεγγίζει υποθετικά μόνο τέλει αγορές, όπου κάποιος επενδυτής μπορεί να αγοράσει ή να πουλήσει οποιαδήποτε ποσότητα μετοχών χωρίς να προκληθεί κάποια σημαντική αλλαγή στις τιμές. Επειδή, όμως, τέτοιες αγορές δεν υφίστανται, θα πρέπει να λάβουμε υπόψη ότι μια τυχόν προσπάθεια ρευστοποίησης μεγάλης ποσότητας μετοχών από έναν επενδυτή, επιφέρει ένα επιπλέον κόστος λόγω της διαφοράς τιμής αγοράς-πώλησης (bid-ask spread). Έτσι αυτό το κόστος είναι αναγκαίο να εκλαμβάνεται ως κίνδυνος ρευστότητας (Liquidity Risk) και να εμπεριέχεται στο κλασικό VaR. Στην εργασία αυτή θα μελετήσουμε και θα αναλύσουμε τον κίνδυνο αγοράς (Market Risk) μεταξύ αγορών με μεγάλη ρευστότητα, όπως η Αμερική και η Γερμανία, και λιγότερο ρευστής αγοράς, όπως η Ελλάδα, βασιζόμενοι στη διαχρονική εξέλιξη των ημερήσιων μεταβολών των σχετικών (relative) spread. Αφού αναπτύξουμε ένα μοντέλο μικτού τύπου (κινδύνου αγοράς και κινδύνου ρευστότητας) το οποίο θα λαμβάνει υπόψη εξωγενείς (συστηματικές) “παρεμβολές” στον καθορισμό των παραμέτρων για το αναγκαίο κεφάλαιο ρευστότητας (liquidity capital), θα αντιληφθούμε το πόσο σημαντική είναι η δημιουργία ενός τέτοιου μοντέλου, το οποίο θα ενσωματώνει στην εκτίμησή του και το κόστος που απαιτείται για τη ρευστοποίηση της θέσης μας ως επενδυτές σε κάποιον από τους διάφορους χρηματιστηριακούς δείκτες που μελετούμε.

Αρχικά οι Bangia et al. (1999) εστιάζουν στον παράγοντα ρευστότητας, παραθέτοντας μια απλή μεθοδολογία κινδύνου ρευστότητας, την οποία ενοποιούν με τα μοντέλα του VaR. Επίσης δείχνουν ότι αγνοώντας τον κίνδυνο ρευστότητας, μπορεί να υποτιμηθεί ο κίνδυνος αγοράς στις αναπτυσσόμενες αγορές κατά 25-30%. Διαχωρίζουν τον κίνδυνο ρευστότητας σε δύο είδη, τον εξωγενή και τον ενδογενή, αλλά επικεντρώνονται μόνο στην ποσοτικοποίηση του εξωγενούς κινδύνου ρευστότητας, αναλύοντας αποδόσεις συναλλάγματος διαφόρων χωρών έναντι του USD (αμερικάνικου δολαρίου) για ημερήσιες παρατηρήσεις από τον Ιανουάριο του 1995 έως το Μάιο του 1997, επιλέγοντας ορίζοντα 1-ημέρας και επίπεδο σημαντικότητας 1%. Ορίζουν το εξωγενές κόστος ρευστοποίησης (COL_b) και έναν διορθωτικό παράγοντα, μέσω της μελέτης της κύρτωσης των κατανομών, τον οποίο ενσωματώνουν στην πρόβλεψη του VaR, ώστε να λάβουν υπόψη το πόσο λεπτόκυρτη ή με βαριές ουρές είναι η κάθε κατανομή. Τελικά εκτιμούν το προσαρμοσμένο για

ρευστότητας VAR (LAdj-VaR) δίνοντας έμφαση στις αναπτυσσόμενες αγορές και στη δημιουργία χαρτοφυλακίου που επενδύει σε τέτοιες αγορές.

Το ανωτέρω μοντέλο χρησιμοποιούν οι Cheung and Dong (2006) για να εκτιμήσουν το Liquidity Adjusted VaR αρχικά για χαρτοφυλάκιο με ένα περιουσιακό στοιχείο και μετά για χαρτοφυλάκιο με N περιουσιακά στοιχεία, υπολογίζοντας και τη συνδιακύμανση μεταξύ των σχετικών spreads ανά δύο περιουσιακά στοιχεία.

Οι Madhavan et al. (1997) αναπτύσσουν ένα μοντέλο κατασκευασμένο πάνω σε ενδοημερήσιες τιμές, με το οποίο θεωρούν ότι αντιλαμβανόμαστε καλύτερα τα ενδοημερήσια μοτίβα που παρατηρούνται στα bid-ask spreads, στη μεταβλητότητα των τιμών, στα κόστη συναλλαγών, καθώς και στις αυτοσυσχετίσεις των αποδόσεων των συναλλαγών και στις αναθεωρήσεις των προσφερόμενων τιμών. Το μοντέλο αυτό παρέχει ένα ενοποιημένο σχέδιο το οποίο «φωτίζει» το γιατί, εντός της ημέρας, πρώτον, η διακύμανση των τιμών συναλλαγών έχει σχήμα U (δηλαδή παρατηρούνται χαμηλότερα επίπεδα κατά το μέσο της δειγματικής περιόδου), παρόλο που η διακύμανση των αλλαγών της τιμής ask εξασθενεί, δεύτερον, το bid-ask spread είναι σχήματος U , ενώ η ασύμμετρη πληροφόρηση και η αβεβαιότητα, πέρα από τα θεμελιώδη, μειώνεται και τρίτον, οι αυτοσυσχετίσεις των διαφορών στις τιμές συναλλαγών είναι μεγάλες και αρνητικές, αλλά οι αυτοσυσχετίσεις των διαφορών στις τιμές ask είναι μικρές και αρνητικές.

Στη συνέχεια, οι Angelidis και Benos (2006), επέκτειναν το μοντέλο των Madhavan et al. (1997) ενσωματώνοντας τον όγκο συναλλαγών και ανακάλυψαν ότι ο κίνδυνος ρευστότητας, για μια αναπτυσσόμενη χρηματιστηριακή αγορά, αποδίδει ένα αντίστροφο μοτίβο σχήματος U από την αρχή μέχρι το τέλος της ημέρας. Παρουσίασαν, επίσης, τη μελέτη για το κόστος που πρέπει να κρατείται επιπλέον του VaR, λόγω του κινδύνου ρευστότητας που αντιμετωπίζει κάποιος σε αγορές με λιγότερη κίνηση κεφαλαίων ή γενικότερα με λιγότερη ρευστότητα. Μία τέτοιου είδους αγορά την οποία επέλεξαν για να μελετήσουν το κόστος ρευστοποίησης είναι το ελληνικό χρηματιστήριο (XAA) και πιο συγκεκριμένα η έρευνα έγινε στον γενικό δείκτη ASE, στον FTSE/ASE 20 και στον FTSE/ASE Mid 40 για την περίοδο 01/06/2002 – 30/12/2002 με ενδοημερήσια (11:00 πμ – 04:00 μμ) δεδομένα. Οι συγγραφείς διαχωρίζουν τον κίνδυνο σε εξωγενή και ενδογενή και κατ' επέκταση και το κόστος ρευστοποίησης, αναλύοντας και τα δύο είδη κινδύνου. Τελικά, κατέληξαν ότι το ποσοστό του παράγοντα ρευστότητας, για τις μετοχές μεγάλης

κεφαλαιοποίησης και υψηλής τιμής, αναπαριστά το 3.4% του συνολικού κινδύνου αγοράς, ενώ για τις μετοχές μικρής κεφαλαιοποίησης, είναι ακόμα υψηλότερο και φτάνει το 11%.

Ο Le Saout (2001) έδειξε ότι το μισό του συνολικού κινδύνου αγοράς αποδίδεται στον εξωγενή κίνδυνο ρευστότητας, ενώ ο ενδογενής κίνδυνος ρευστότητας πρέπει επίσης να συμπεριληφθεί στην εκτίμηση του VaR. Επέκτεινε το μοντέλο των Bangia et al. (1999), ενσωματώνοντας το σταθμισμένο μέσο spread στο μέτρο L-VaR, στην προσπάθειά του να συμπεριλάβει την επίδραση της ρευστοποίησης μιας θέσης μεγάλου μεγέθους. Παρόμοιο σχέδιο ενσωμάτωσης του ενδογενή και εξωγενή κινδύνου ρευστότητας ανέπτυξαν και οι Francois-Heude and Van Wypendaele (2002). Ο Giot (2005) εκτίμησε το VaR χρησιμοποιώντας ενδοημερήσιο χρονικό ορίζοντα (15 ή 30 λεπτά) και συμπέρανε ότι δεν υπάρχουν σημαντικές διαφορές μεταξύ των ημερήσιων και ενδοημερήσιων μοντέλων του VaR.

Τέλος, η Orlova (2008) εκτιμά το προσαρμοσμένο για ρευστότητα VaR, ακολουθώντας το μοντέλο των Bangia et al. (1999), μόνο όμως για την εξωγενή ρευστότητα. Η συγγραφέας κατασκευάζει δύο χαρτοφυλάκια, όπου το πρώτο, το οποίο το χαρακτηρίζει ως υψηλά ρευστοποιήσιμο, αποτελείται από τρεις μετοχές του δείκτη DAX και το δεύτερο, το λιγότερο ρευστοποιήσιμο, αποτελείται από τρεις μετοχές του δείκτη TecDAX. Τα δεδομένα που επιλέγει είναι ημερήσιες bid, ask και mid τιμές των παραπάνω μετοχών και το δείγμα της εκτείνεται από τις 09/01/2006 έως τις 02/01/2008. Χρησιμοποιώντας τρεις διαφορετικές μεθόδους προσεγγίζει και εκτιμά σε κάθε περίπτωση το liquidity adjusted VaR, με κυλιόμενο παράθυρο (rolling window) 250 παρατηρήσεων.

Εμείς, ακολουθώντας το μοντέλο των Bangia et al. (1999), κατασκευάζουμε και εκτιμούμε το μέτρο της προσαρμοσμένης για ρευστότητα Αξίας σε Κίνδυνο (Liquidity Adjusted Value-at-Risk – LAVaR). Η μελέτη μας πραγματοποιείται σε επτά χρηματιστηριακές αγορές και για δειγματική περίοδο περίπου 39 ετών. Στη συνέχεια, βάσει διάφορων μοντέλων εκτιμούμε το Value-at-Risk (VaR) και το Conditional Value-at-Risk, CVaR (ή Expected Shortfall – ES ή Expected Tail Loss – ETL) για διάστημα εμπιστοσύνης 95% και 99% και, μέσω της διαδικασίας της επανεξέτασης (backtesting), επιλέγουμε ένα από τα αποδεκτά μοντέλα για τον κάθε δείκτη. Ύστερα, παίρνοντας τα ημερήσια bid-ask spreads από τρεις μεγάλες σε κεφαλαιοποίηση μετοχές για κάθε δείκτη, εκτιμούμε το κόστος ρευστότητας (Cost-

of-Liquidity – COL). Βάσει του επιλεγμένου, από το backtesting, μοντέλου VaR και του εκτιμώμενου COL, κατασκευάζουμε το LAVaR για κάθε δείκτη ξεχωριστά. Επιλέγοντας ενδεικτικά έναν ρευστό χρηματιστηριακό δείκτη, όπως είναι ο DJI (ΗΠΑ) και έναν λιγότερο ρευστό, όπως είναι ο Athex (Ελλάδα) παρατηρούμε ότι η αύξηση που πραγματοποιήθηκε, λόγω της ενσωμάτωσης του κόστους ρευστότητας στο VaR, είναι για τον DJI της τάξης του 9.66% σε επίπεδο σημαντικότητας (ε.σ.) 5%, σε αντίθεση με τον Athex που η αύξηση είναι της τάξης του 28.49%. Συνεπώς, αντιλαμβανόμαστε το πόσο σημαντικό είναι το να κρατήσουμε επιπλέον κεφάλαια όχι μόνο για το εκτιμώμενο VaR αλλά και για το κόστος που θα απαιτηθεί έτσι ώστε να καταφέρουμε να αποκτήσουμε την επιθυμητή (ή την αναγκαία) ρευστότητα, δηλαδή να κρατήσουμε εξ' αρχής κεφάλαια για το liquidity adjusted Value-at-Risk (LAVaR).

Το υπόλοιπο της εργασίας οργανώνεται με τον ακόλουθο τρόπο: στο μέρος 2 περιγράφουμε τη μεθοδολογία την οποία ακολουθήσαμε για να εκτιμήσουμε το Value-at-Risk (VaR), το Expected Shortfall (ES ή CVaR), το κόστος ρευστότητας, COL και το προσαρμοσμένο για ρευστότητα VaR, LAVaR. Στο μέρος 3 παρουσιάζουμε τα εμπειρικά αποτελέσματα των διαφόρων μοντέλων που χρησιμοποιήσαμε, θέλοντας να ενσωματώσουμε το κόστος ρευστοποίησης στο VaR. Αναλύουμε τις εκτιμήσεις για το VaR, το ES και το COL και μέσω του backtesting επιλέγουμε το αντίστοιχο μοντέλο ανά δείκτη, με το οποίο εκτιμούμε το LAVaR. Τέλος, στο μέρος 4 αναφέρουμε τα σημαντικότερα σημεία της εργασίας μας.

2. ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ

Σε αυτό το μέρος θα παρουσιάσουμε τη μεθοδολογία την οποία ακολουθούμε έτσι ώστε να περιγράψουμε και να εκτιμήσουμε το επιπλέον Value-at-Risk κόστος λόγω δυσκολίας ρευστοποίησης του κεφαλαίου κινδύνου.

2.1 Value-at-Risk (VaR) και Expected Shortfall (ES)

Αρχικά ορίζουμε την Αξία-σε-Κίνδυνο (Value-at-Risk – VaR) και την Υπό Συνθήκη Αξία-σε-Κίνδυνο (Conditional Value-at-Risk – CVaR ή Expected Shortfall – ES ή Expected Tail Loss – ETL).

Το VaR είναι ένα στατιστικό μέτρο κινδύνου που εκτιμάει τη μέγιστη ζημία που μπορεί να συμβεί σε έναν χρηματιστηριακό δείκτη ή σε ένα χαρτοφυλάκιο με δεδομένο χρονικό ορίζοντα t και σε δεδομένο διάστημα εμπιστοσύνης είτε ως ποσοστό του επενδεδυμένου κεφαλαίου είτε ως καθαρό ποσό (κεφάλαιο κινδύνου). Το VaR εκτιμάται με πιθανότητα $1 - a$, δηλαδή είμαστε a τοις εκατό βέβαιοι ότι δε θα χάσουμε περισσότερα από X Ευρώ τις επόμενες t ημέρες, όπου η μεταβλητή X είναι το VaR.

Εμείς εκτιμάμε το VaR σε χρονικό ορίζοντα 1-ημέρας (περίοδος διακράτησης) και σε διάστημα εμπιστοσύνης 95% και 99%, ως εξής:

$$VaR = P_t \left(1 - e^{-\tilde{a}\sigma_t} \right) \quad (1)$$

όπου υποθέτουμε ότι οι ημερήσιες λογαριθμικές αποδόσεις κατανέμονται κανονικά, P_t είναι η τιμή του δείκτη την ημέρα t , σ_t είναι η τυπική απόκλιση των αποδόσεων του δείκτη και το \tilde{a} , όπως θα δούμε στις επόμενες δύο σχέσεις, λόγω της υπόθεσης για κανονική κατανομή, παίρνει τις τιμές 1.645 και 2.33 για διάστημα εμπιστοσύνης 95% και 99% αντίστοιχα, αφού $N(1.645) = 0.05$ και $N(2.33) = 0.01$. Έτσι έχουμε:

$$VaR_{95\%} = P_t \left(1 - e^{-1.645\sigma_t} \right) \quad (1a)$$

$$VaR_{99\%} = P_t \left(1 - e^{-2.33\sigma_t} \right) \quad (1\beta)$$

Το Expected Shortfall, ES (ή CVaR ή ETL) το οποίο πρώτοι εισήγαγαν οι Delbaen (2002) και Artzner et al. (1997) είναι, επίσης, ένα στατιστικό μέτρο του κινδύνου που ισούται με την αναμενόμενη ζημία, δεδομένου ότι σημειώθηκε παραβίαση του VaR. Έτσι ο τύπος που περιγράφει το ES¹ είναι:

$$ES = E \left[Loss \mid Loss > VaR \right].$$

2.2 Τα Μοντέλα VaR

Έστω p_t η τιμή του δείκτη στο τέλος της t ημέρας και έστω $y_t = \log(p_t/p_{t-1})$ οι ημερήσιες λογαριθμικές αποδόσεις. Για θέσεις long, το υπολογιζόμενο 1-ημέρας VaR_t την ημέρα $t-1$ σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha\%$ ορίζεται ως εξής:

$$\Pr \left[y_t \leq -VaR_t(\alpha) \right] = \alpha$$

Έτσι, οι ζημιές που αναμένεται να ξεπεράσουν το υπολογιζόμενο VaR είναι μόνο το $\alpha\%$ του χρονικού διαστήματος. Παρακάτω περιγράφουμε συνοπτικά τα παραμετρικά και μη παραμετρικά μοντέλα, όπως επίσης και την Θεωρία Ακραίων Τιμών (Extreme Value Theory – EVT) την οποία χρησιμοποιήσαμε για τον υπολογισμό του VaR.

2.2.1 Παραμετρικά Μοντέλα

Τα παραμετρικά μοντέλα διαφέρουν στον τρόπο που η (δεσμευμένη/αδέσμευτη) μεταβλητότητα (volatility) και η κατανομή των αποδόσεων του δείκτη υπολογίζεται και ορίζεται, αντίστοιχα. Συγκεκριμένα, ας περιγράψουμε τη διαδικασία δημιουργίας δεδομένων από τις αποδόσεις του δείκτη:

¹ Εκτενέστερη ανάλυση για το μοντέλο ES παρουσιάζεται από τους Angelidis και Skiadopoulos (2008)

$$\begin{aligned}
y_t &= c + \varepsilon_t \\
\varepsilon_t &= z_t \sigma_t \\
z_t &\stackrel{i.i.d.}{\sim} f(E(z_t) = 0, V(z_t) = 1; \theta) \\
\sigma_t^2 &= g(I_{t-1}; w)
\end{aligned} \tag{2}$$

όπου c είναι η σταθερή μέση απόδοση, ε_t ένας όρος σφάλματος με (δεσμευμένη) διακύμανση σ_t^2 η οποία μεταβάλλεται με το χρόνο, $f(\cdot)$ είναι η σ.π.π. (συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας) του z_t που έχει αντίστοιχη σ.κ. (συνάρτηση κατανομής) $F(\cdot)$, θ είναι το διάνυσμα των αγνώστων παραμέτρων της $f(\cdot)$, $g(\cdot)$ είναι μια μεταβαλλόμενη με το χρόνο, θετική και μετρήσιμη συνάρτηση του συνόλου πληροφοριών (information set) I_{t-1} που είναι διαθέσιμες στο χρόνο $t-1$ και w είναι το διάνυσμα των αγνώστων παραμέτρων για την δεσμευμένη διακύμανση. Σε μια οποιαδήποτε δεδομένη ημέρα $t-1$, το 1-ημέρας παραμετρικό $VaR_t(a)$ υπολογίζεται ως εξής:

$$VaR_t(a) = c + F_a^{-1}(z_t; \theta) \sigma_t \tag{3}$$

όπου $F_a^{-1}(z_t; \theta)$ είναι το α -οστό ποσοστημόριο της σ.κ. F που υποθέσαμε και σ_t είναι η πρόβλεψη της τυπικής απόκλισης για την ημέρα t , δεδομένων των εκτιμώμενων παραμέτρων θ και w την ημέρα $t-1$. Είναι συνηθισμένη πρακτική, να υποθέσουμε ότι για ημερήσιες αποδόσεις η σταθερή μέση απόδοση είναι μηδενική ($c = 0$). Αυτή είναι μια λογική υπόθεση όταν ασχολούμαστε σε ημερήσιο ορίζοντα. Συνεπώς, για να υπολογίσουμε το VaR, η τυπική απόκλιση πρέπει να έχει εκτιμηθεί και η F να έχει επιλεγθεί.

2.2.1.1 Μοντέλα Κινητού Μέσου (Moving Average) και Εκθετικά Σταθμισμένου Κινητού Μέσου (Exponential Weighted Moving Average)

Ο απλούστερος εκτιμητής αντιστοιχεί στην περίπτωση που οι αποδόσεις είναι ανεξάρτητες και ισόνομες (iid) και έτσι θέτουμε $\sigma_t = \sigma$ όπου σ είναι η αδέσμευτη τυπική απόκλιση, η οποία θα εκτιμηθεί ως ένας κινητός μέσος (MA). Ο δεύτερος εκτιμητής είναι το μοντέλο Εκθετικά Σταθμισμένου Κινητού Μέσου (EWMA) που

χρησιμοποιείται από το Riskmetrics™, το οποίο αναπτύχθηκε από την J. P. Morgan, δηλαδή

$$\sigma_t^2 = (1 - \lambda) \varepsilon_{t-1}^2 + \lambda \sigma_{t-1}^2 \quad (4)$$

όπου για ημερήσιες αποδόσεις παίρνουμε $\lambda = 0.94$, $0 < \lambda < 1$, αν και συνήθως το διάστημα που ορίζεται για το λ είναι $(0.9, 1)$. Τα μοντέλα MA και EWMA χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό του VaR υποθέτοντας ότι $f(\cdot)$ είναι η σ.π.π. της αδέσμευτης κανονικής κατανομής.

2.2.1.2 Μοντέλα GARCH, EGARCH, APARCH

Στη συνέχεια, χρησιμοποιούμε το μοντέλο GARCH(p, q) το οποίο πρότεινε ο Bollerslev (1986, 1987) όπου

$$\sigma_t^2 = a_0 + \sum_{i=1}^q a_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^p b_i \sigma_{t-i}^2 \quad (5)$$

και $a_0 > 0$, $a_i \geq 0$ για $i = 1, \dots, q$ και $b_i \geq 0$ για $i = 1, \dots, p$. Το μοντέλο GARCH(p, q) ενσωματώνει το μοντέλο ARCH(q) του Engle (1982) στην περίπτωση όπου $p = 0$, και το μοντέλο EWMA στην περίπτωση όπου $q = p = 1$, $a_0 = 0$, $a_1 = 0,06$ και $b_1 = 0,94$.

Για να καλύψουμε την ενδεχόμενη εμφάνιση της μόχλευσης στους δείκτες θεωρούμε δύο ακόμη εκτιμητές. Το εκθετικό GARCH (EGARCH(p, q)) το οποίο παρουσιάστηκε από τον Nelson (1991) και το ασύμμετρης δύναμης ARCH (APARCH) το οποίο εισάχθηκε από τους Ding et al (1993). Το μοντέλο EGARCH(p, q) περιγράφεται ως εξής:

$$\log(\sigma_t^2) = a_0 + \sum_{i=1}^q \left(a_i \left| \frac{\varepsilon_{t-i}}{\sigma_{t-i}} \right| + \gamma_i \frac{\varepsilon_{t-i}}{\sigma_{t-i}} \right) + \sum_{i=1}^p (b_i \log(\sigma_{t-i}^2)) \quad (6)$$

όπου τα γ_i καλύπτουν το φαινόμενο της ασυμμετρίας. Το μοντέλο APARCH(p, q) περιγράφεται ως εξής:

$$\sigma_t^\delta = a_0 + \sum_{i=1}^q a_i \left(\left| \varepsilon_{t-i} \right| - \gamma_i \varepsilon_{t-i} \right)^\delta + \sum_{i=1}^p b_i \sigma_{t-i}^\delta \quad (7)$$

όπου $a_0 > 0$, $a_i \geq 0$, $-1 < \gamma_i < 1$, $b_i > 0$ και $\delta > 0$. Το APARCH μοντέλο ενσωματώνει τα περισσότερα από τα ήδη παρουσιαζόμενα μοντέλα. Για παράδειγμα, αν $\delta = 2$ και $\gamma_i = 0$, τότε η σχέση (7) είναι ισοδύναμη με το GARCH μοντέλο.

Για να υπολογίσουμε το VaR, εκτιμούμε πρώτα ξεχωριστά κάθε ένα από τα μοντέλα GARCH, EGARCH και APARCH για τρεις εναλλακτικές conditional συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας (σ.π.π.) των λογαριθμικών αποδόσεων του δείκτη: την standard normal (βλέπε Engle, 1982), την Student-t (βλ. Bollerslev, 1987) και την Generalized Error Distribution (GED, βλ. Nelson 1991). Οι τελευταίες δύο σ.π.π. χρησιμοποιούνται για να διακρίνουμε τις διαφορές στα χαρακτηριστικά της κατανομής των δεικτών από αυτά της κανονικής κατανομής. Για να εξομαλυνθούν τα ακραία γεγονότα ένας risk manager θα χρησιμοποιούσε λεπτόκυρτες κατανομές. Πιο συγκεκριμένα, η Student-t κατανομή $f(z_t; \nu)$ με $\nu > 2$ βαθμούς ελευθερίας (β.ε.) δίνεται από τον τύπο:

$$f(z_t; \nu) = \frac{\Gamma((\nu+1)/2)}{\Gamma(\nu/2)\sqrt{\pi(\nu-2)}} \left(1 + \frac{z_t^2}{\nu-2}\right)^{-\frac{\nu+1}{2}} \quad (8)$$

όπου $\Gamma(\cdot)$ είναι η γάμμα κατανομή. Η σ.π.π. $f(z_t; \nu, \lambda)$ της κατανομής GED δίνεται από τον τύπο:

$$f(z_t; \nu, \lambda) = \frac{\nu \exp(-0.5|z_t/\lambda|^\nu)}{\lambda 2^{(1+1/\nu)} \Gamma(\nu^{-1})} \quad (9)$$

όπου οι παράμετροι $\lambda = \sqrt{2^{-2/\nu} \Gamma(\nu^{-1}) \Gamma(3\nu^{-1})}$ και $\nu > 0$ ελέγχουν για την λεπτότητα των ουρών (tail-thickness). Η GED είναι πιο εύκαμπτη από την Student-t αφού μπορεί να περιέχει κατανομές με παχιές (fat) αλλά και λεπτές ουρές (thin tails) (βλ. επίσης Angelidis and Degiannakis, 2008).

2.2.2 Historical Simulation (250, 500 και All Sample) και Filtered Historical Simulation

Η μη παραμετρική μέθοδος της ιστορικής προσομοίωσης (HS) χρησιμοποιείται για να υπολογίσουμε το VaR. Υπό το HS, το VaR ισούται με το αντίστοιχο ποσοστημόριο των προηγούμενων T αποδόσεων, π.χ.:

$$VaR_t = F_a^{-1} \left(\left\{ y_i \right\}_{i=t-1-T}^{t-1} \right) \quad (10)$$

Η μέθοδος HS εξομαλύνει τις μη-κανονικές κατανομές και συνεπώς εξηγεί τις βαριές ουρές και την ασυμμετρία. Με τη μέθοδο της ιστορικής προσομοίωσης φτιάχνουμε τρία μοντέλα, το HS 250, το HS 500 και το HS All Sample, τα οποία διαφέρουν ως προς το μέρος του δείγματος που διαλέγουμε να υπάρχει ως κυλιόμενο παράθυρο (rolling window). Αυτό σημαίνει ότι π.χ. στο μοντέλο HS 250 έχουμε ένα rolling window 250 παρατηρήσεων, δηλαδή, αφού παίρνουμε ημερήσιες παρατηρήσεις, μελετάμε το προηγούμενο έτος περίπου (250) από σήμερα έτσι ώστε να εκτιμήσουμε το VaR της επόμενης ημέρας. Την επόμενη ημέρα παίρνουμε και πάλι ένα έτος πίσω και εκτιμούμε της επόμενης κοκ. Ομοίως στο HS 500 μελετάμε τα δύο περίπου προηγούμενα έτη (500), ενώ με το HS All δεν έχουμε rolling window αλλά παίρνουμε όλο το προηγούμενο δείγμα.

Επίσης χρησιμοποιούμε τη μέθοδο Filtered Historical Simulation (FHS), η οποία προτάθηκε από τους Barone-Adesi et al (1999) και είναι ένας συνδυασμός ενός μη παραμετρικού HS και ενός παραμετρικού μοντέλου. Πιο συγκεκριμένα, το VaR υπολογίζεται ως εξής:

$$VaR_t = F_a^{-1} \left(\left\{ z_{t-i} \right\}_{i=t-1-T}^{t-1}; \theta \right) \sigma_t \quad (11)$$

όπου $z_{t-i} = \varepsilon_{t-i} / \sigma_{t-i}$ είναι τα τυποποιημένα κατάλοιπα (standardized residuals). Η μέθοδος FHS πιθανότατα βελτιώνει τις εκτιμήσεις του VaR, αφού έχει τα βασικά χαρακτηριστικά της εμπειρικής κατανομής (μη μηδενική ασυμμετρία κατανομής, βαριές ουρές και volatility clustering – βλέπε Christoffersen, 2003, για περισσότερες λεπτομέρειες).

2.2.3 Extreme Value Theory (Θεωρία Ακραίων Τιμών)

Το μοντέλο Extreme Value Theory (EVT) λαμβάνει υπόψη μόνο τις πιο ακραίες παρατηρήσεις, για τις οποίες, βέβαια, ενδιαφέρονται πιο πολύ οι risk managers. Από τη στιγμή που η κατανομή των αποδόσεων των δεικτών έχει βαριές ουρές, το VaR βασισόμενο στη μέθοδο EVT υπολογίζεται ως εξής (βλ. McNeil and Frey, 2000 και Christoffersen, 2003 για μια λεπτομερέστερη περιγραφή του EVT):

$$VaR_t(a) = \sigma_t u \left(\frac{a}{T_u/T} \right)^{-\tau} \quad (12)$$

όπου T_u είναι ο αριθμός των παρατηρήσεων που ξεπερνούν το κατώφλι (όριο) u το οποίο υποθέτουμε ότι ισούται με 5% (ή 1%) του συνολικού μεγέθους του δείγματος T και τ είναι ο εκτιμητής Hill του δείκτη ουρών, που υπολογίζεται ως εξής:

$$\tau = \frac{1}{T_u} \sum_{i=1}^{T_u} \ln(y_i/u) \quad (13)$$

2.3 Backtesting VaR

Υπενθυμίζουμε ότι ένα μέτρο VaR_{t+1}^p προμηνύει ότι η πραγματική απόδοση θα είναι χειρότερη από την πρόβλεψη του VaR_{t+1}^p μόνο στο $p*100\%$ του χρόνου. Αν παρατηρήσουμε μια χρονολογική σειρά περασμένων προβλέψεων VaR και προηγούμενων πραγματοποιηθέντων αποδόσεων, μπορούμε να καθορίσουμε την «ακολουθία επιτυχίας» (“hit sequence”) των ζημιών που ξεπερνούν το VaR ως εξής:

$$I_{t+1} = \begin{cases} 1, & \text{if } R_{PF,t+1} < -VaR_{t+1}^p \\ 0, & \text{if } R_{PF,t+1} > -VaR_{t+1}^p \end{cases} \quad (14)$$

Η ακολουθία επιτυχίας αποδίδει ένα (1) την ημέρα $t+1$ αν η ζημία εκείνη την ημέρα ήταν μεγαλύτερη από το νούμερο του VaR που είχε προβλεφθεί. Αν το VaR δεν ξεπερασθεί τότε η ακολουθία επιτυχίας αποδίδει ένα μηδέν (0). Όταν κάνουμε επανέλεγχο (backtesting) στο μοντέλο κινδύνου, κατασκευάζουμε μια ακολουθία $\{I_{t+1}\}_{t=1}^T$ επί T ημερών υποδεικνύοντας το πότε συνέβησαν ζημιές πέρα από το VaR.

2.3.1 Η Μηδενική Υπόθεση H_0

Αν χρησιμοποιούμε το τέλειο μοντέλο VaR τότε δεδομένης όλης της διαθέσιμης, σε μας, πληροφόρησης τη χρονική στιγμή όπου εκτιμάται η πρόβλεψη του VaR, δε θα έπρεπε να έχουμε τη δυνατότητα να προβλέψουμε εάν και πότε το VaR θα ξεπερασθεί. Η δική μας πρόβλεψη για μία παραβίαση του VaR θα έπρεπε να είναι απλά ένα ποσοστό $100 \cdot p$ κάθε μέρα. Αν μπορούσαμε να προβλέψουμε τις παραβιάσεις του VaR, τότε αυτή η πληροφορία θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί για να κατασκευάσουμε ένα καλύτερο μοντέλο κινδύνου. Με άλλα λόγια, η ακολουθία επιτυχίας των παραβιάσεων αυτών πρέπει να είναι εντελώς απρόβλεπτη και γι αυτόν τον λόγο κατανέμεται ανεξάρτητα κατά τη διάρκεια του χρόνου ως μια μεταβλητή Bernoulli. Αυτό γράφεται ως εξής:

$$H_0 : I_{t+1} \sim i.i.d. \text{ Bernoulli}(p)$$

Αν το p είναι το 50%, τότε η κατανομή *i.i.d. Bernoulli* περιγράφει την κατανομή που έχει το να έρθει «κορόνα» σε μια ρίψη ενός δίκαιου νομίσματος. Η συνάρτηση κατανομής Bernoulli γράφεται

$$f(I_{t+1}; p) = (1-p)^{1-I_{t+1}} p^{I_{t+1}}.$$

Όταν κάνουμε backtesting στα μοντέλα κινδύνου, το p δεν θα είναι 50% αλλά αντιθέτως 1% ή 5% ανάλογα με το ποσοστό κάλυψης του VaR.

Για να ελέγξουμε τη στατιστική ορθότητα του VaR, ακολουθούμε τα τρία κριτήρια που προτείνει ο Christoffersen (1998) τα οποία είναι: unconditional coverage test, independence test και conditional coverage test (joint test).

2.3.2 Unconditional Coverage Testing

Το 1^ο κριτήριο καλείται τεστ αδέσμευτης κάλυψης (unconditional coverage test) και αναπτύχθηκε από τον Kupiec (1995). Αρχικά θέλουμε να ελέγξουμε αν το ποσοστό των παραβιάσεων που εξασφαλίζεται για κάποιο συγκεκριμένο μοντέλο κινδύνου είναι σημαντικά διαφορετικό από το προβλεπόμενο ποσοστό, p . Αν το ποσοστό αποτυχίας είναι υψηλότερο από το επίπεδο σημαντικότητας, το οποίο σημαίνει πολύ

συχνές παραβιάσεις του VaR, τότε το μοντέλο VaR υποεκτιμά τον κίνδυνο, αν το ποσοστό αποτυχίας είναι χαμηλότερο, τότε το μοντέλο είναι πολύ συντηρητικό. Το τεστ πραγματοποιείται από ένα στατιστικό ποσοστό πιθανότητας και η τιμή του LR_{uc} δίνεται από τον τύπο:

$$LR_{uc} = 2 \ln \left[\left(1 - \frac{N}{T} \right)^{T-N} \left(\frac{N}{T} \right)^N \right] - 2 \ln \left[(1-p)^{T-N} p^N \right] \sim X_1^2 \quad (15)$$

όπου N είναι ο αριθμός των ημερών στη διάρκεια των T εκτός-του-δείγματος (out-of-sample) ημερών όπου συνέβηκε μία παραβίαση (violation). Γι αυτό το λόγο, ένα μοντέλο απορρίπτεται εάν υπερεκτιμά ή υποτιμά το «πραγματικό» αλλά μη παρατηρούμενο VaR. Έτσι, το μοντέλο απορρίπτεται αν δημιουργεί υπερβολικές ή πολύ λίγες παραβιάσεις.

Ο Campbell (2005) επισημαίνει ότι η μηδενική υπόθεση H_0 μπορεί να επαληθευτεί από το Wald τεστ, βασιζόμενο στο στατιστικό, το οποίο προσεγγίζει την τυπική κανονική κατανομή (το στατιστικό κατασκευάστηκε χρησιμοποιώντας αναμενόμενη μέση τιμή pT και διακύμανση $p(1-p)T$ του αριθμού των παραβιάσεων του VaR).

Ένα από τα μειονεκτήματα των μοντέλων unconditional coverage (κάτι το οποίο ισχύει και για τα υπόλοιπα δύο κριτήρια) είναι η χαμηλή αποτελεσματικότητα των τεστ για τις μικρές δειγματικές περιόδους (για παράδειγμα, 250 ημέρες) και για υψηλά διαστήματα εμπιστοσύνης. Χαμηλή αποτελεσματικότητα του τεστ σημαίνει ανεπαρκή πιθανότητα ανίχνευσης του μοντέλου για τον υπολογισμό του VaR, το οποίο υποτιμά τον κίνδυνο, έτσι ώστε το ανακριβές μοντέλο να μην απορριφθεί. Η «δύναμη» του τεστ μπορεί να αυξηθεί αν ελαττώσουμε το επίπεδο σημαντικότητας ή αν αυξήσουμε τον αριθμό των παρατηρήσεων (για παράδειγμα, θεωρώντας 500 ημέρες αντί για 250).

Άλλο ένα μειονέκτημα που παρατηρούμε στα μοντέλα unconditional coverage είναι ότι αναμφίβολα υποθέτουν ανεξαρτησία στις παραβιάσεις του VaR και έτσι το τεστ δεν καθίσταται ικανό να επιβεβαιώσει το κατά πόσο οι περασμένες παραβιάσεις του VaR μπορούν να προβλέψουν μελλοντικές παραβιάσεις ή το αν είναι ανεξάρτητες ή όχι. Η πιθανή απότομη παραβίαση του VaR σημαίνει ότι το VaR

μοντέλο δεν αντιδρά γρήγορα στην αύξηση του κινδύνου. Για να ξεπεραστεί το πρόβλημα αυτό, πρέπει να λάβουμε υπόψη τα conditional coverage μοντέλα.

2.3.3. Independence Testing

Το 2^ο κριτήριο προτάθηκε από τον Christoffersen (1998) και ονομάζεται τεστ ανεξαρτησίας (test of independence). Σε αυτό το τεστ αρχικά θεωρούμε τη χρονολογική σειρά y_t και διάστημα προβλέψεων με κατώτατα και ανώτατα όρια της πρόβλεψης που δημιουργήσαμε στο χρόνο t για την επόμενη περίοδο για πιθανότητα κάλυψης p . Τότε εισάγεται η δείκτρια μεταβλητή I_{t+1} που περιγράψαμε παραπάνω, η οποία μας δείχνει αν η παρατήρηση μέσα στο διάστημα πρόβλεψης τη στιγμή $t+1$, έγινε στο χρόνο t , ή όχι. Αν αυτό συμβαίνει, τότε η δείκτρια μας δίνει τον αριθμό 1, αλλιώς μας δίνει μηδέν (0). Η μηδενική υπόθεση της ανεξαρτησίας κάθε τμήματος της ακολουθίας της δείκτριας ελέγχεται έναντι της εξάρτησης 1^{ου} βαθμού του Markov. Κάτω από την εναλλακτική υπόθεση η μήτρα μεταβολής πιθανότητας έχει την ακόλουθη μορφή:

$$\Pi_1 = \begin{pmatrix} 1 - \pi_{01} & \pi_{01} \\ 1 - \pi_{11} & \pi_{11} \end{pmatrix},$$

όπου

$$\pi_{ij} = \Pr(I_{t+1} = j | I_t = i)$$

Επομένως, η συνάρτηση πιθανοφάνειας γράφεται ως εξής:

$$L(\Pi_1; I_1, \dots, I_T) = (1 - \pi_{01})^{T_{00}} \pi_{01}^{T_{01}} (1 - \pi_{11})^{T_{10}} \pi_{11}^{T_{11}},$$

όπου T_{ij} είναι ο αριθμός των ημερών όταν η κατάσταση j συμβεί μετά την κατάσταση i την προηγούμενη ημέρα. Οι εκτιμήσεις μέγιστης πιθανοφάνειας

(Maximum Likelihood – ML) των πιθανοτήτων μεταβολής είναι $\hat{\pi}_{01} = \frac{T_{01}}{T_{00} + T_{01}}$

και $\hat{\pi}_{11} = \frac{T_{11}}{T_{10} + T_{11}}$. Υπό τη μηδενική υπόθεση η μήτρα μεταβολής πιθανότητας

έχει τη μορφή:

$$\Pi_2 = \begin{pmatrix} 1 - \pi_2 & \pi_2 \\ 1 - \pi_2 & \pi_2 \end{pmatrix},$$

ούτως ώστε η τιμή του δείκτη να είναι ανεξάρτητη της τιμής του δείκτη χθες.

Υστερα η συνάρτηση πιθανοφάνειας γράφεται ως εξής:

$$L(\Pi_2; I_1, \dots, I_T) = (1 - \pi_2)^{T_{00} + T_{10}} \pi_2^{T_{01} + T_{11}}$$

και η εκτίμηση μέγιστης πιθανοφάνειας είναι $\hat{\pi}_2 = \frac{T_{01} + T_{11}}{T}$. Έτσι λαμβάνουμε τη μεταβλητή LR, με σεβασμό προς τις εκτιμημένες τιμές των συναρτήσεων πιθανοφάνειας:

$$LR_{ind} = 2 \left[\ln \left(L(\hat{\Pi}_1; I_1, \dots, I_T) \right) - \ln \left(L(\hat{\Pi}_2; I_1, \dots, I_T) \right) \right] \sim \chi_1^2 \quad (16)$$

Εδώ θα πρέπει να σημειωθεί ότι, το προαναφερόμενο κριτήριο μας δίνει τη δυνατότητα να εντοπίσουμε το μοντέλο VaR για το οποίο η ακολουθία του δείκτη έχει δομή Markov 1^{ου} βαθμού. Ο Christoffersen και ο Pelletier (2003) πρότειναν το τεστ ανεξαρτησίας να βασίζεται στη διάρκεια (duration), επιτρέποντας έτσι τον εντοπισμό πιο γενικών μορφών εξάρτησης. Οι συγγραφείς θεώρησαν το χρόνο μεταξύ δύο παραβιάσεων του VaR – το οποίο καλείται διάρκεια χωρίς χτύπημα, μετριέται σε ημέρες - και κατασκεύασαν το τεστ, το οποίο επιβεβαιώνει η μηδενική υπόθεση ότι η διάρκεια χωρίς χτύπημα δεν έχει μνήμη (η περίοδος του χρόνου ανάμεσα σε δύο παραβιάσεις του VaR είναι ανεξάρτητη του πόσου χρόνου πέρασε από την προηγούμενη παραβίαση) και έχει μέση διάρκεια $1/p$ ημέρες, όπου p είναι το ποσοστό κάλυψης (coverage rate).

Το ακριβές μοντέλο VaR θα πρέπει να καταλαμβάνει και την ιδιότητα της unconditional κάλυψης και την ιδιότητα της ανεξαρτησίας. Τα προαναφερόμενα τεστ ήταν δοσμένα έτσι ώστε να εντοπίζουν κάποιο ανακριβές μοντέλο VaR μόνο, όμως, με σεβασμό απέναντι σε μία από τις ιδιότητες. Παρόλα αυτά, είναι χρήσιμο να εξετάσουμε το τεστ, που είναι ικανό να προσδιορίσει το ανακριβές μοντέλο VaR το οποίο αποτυγχάνει σε μία από τις ιδιότητες: το κοινό τεστ κάλυψης και ανεξαρτησίας ή αλλιώς τεστ υπό συνθήκης κάλυψης (conditional coverage test).

2.3.4. Conditional Coverage Testing (Joint Test)

Ο Christoffersen (1998) πρότεινε το κοινό τεστ κάλυψης και ανεξαρτησίας βασισμένος στη μεταβλητή LR. Η μηδενική υπόθεση του τεστ της unconditional κάλυψης ελέγχεται τώρα έναντι του τεστ ανεξαρτησίας (LR_{ind}) και η μεταβλητή LR γράφεται ως εξής²:

$$LR_{cc} = 2 \left[\ln \left(L \left(\hat{\Pi}_1; I_1, \dots, I_T \right) \right) - \ln \left(L \left(p; I_1, \dots, I_T \right) \right) \right] \sim X_2^2 \quad (17)$$

Επιπλέον, ισχύει και η επόμενη σχέση, η οποία συνδέει τη μεταβλητή LR με τα τεστ unconditional κάλυψης, ανεξαρτησίας και conditional κάλυψης:

$$LR_{cc} = LR_{uc} + LR_{ind} \quad (18)$$

2.4 Liquidity Adjusted Value-at-Risk (LAVaR)

Στη μέχρι τώρα βιβλιογραφία έχουν διαμορφωθεί διάφοροι τρόποι υπολογισμού του LAVaR. Εδώ θα παρουσιάσουμε τους τρεις σημαντικότερους, για εμάς και τη μελέτη μας, τρόπους.

Αρχικά οι Bangia et al. (1999) διαχώρισαν τον κίνδυνο ρευστότητας σε δύο είδη, τον εξωγενή και τον ενδογενή. Ως εξωγενή χαρακτήρισαν τον κίνδυνο ρευστότητας που απορρέει από τα χαρακτηριστικά της εκάστοτε αγοράς και είναι κοινός για όλους τους συμμετέχοντες. Επίσης, δεν επηρεάζεται από τις πράξεις οποιουδήποτε μεμονωμένου επενδυτή. Αντιθέτως, ως ενδογενή θεώρησαν τον κίνδυνο ρευστότητας ο οποίος είναι συγκεκριμένος για τη θέση (long ή short) του καθενός στην αγορά, ποικίλλει μεταξύ των συμμετεχόντων και η έκθεση του κάθε συμμετέχοντα επηρεάζεται από τις πράξεις του. Κυρίως καθοδηγείται, όπως αναφέρουν οι συγγραφείς, από το μέγεθος της θέσης του – όσο μεγαλύτερο το μέγεθος τόσο μεγαλύτερο ο κίνδυνος ρευστότητας. Ωστόσο επικεντρώνονται μόνο στην ποσοτικοποίηση του εξωγενούς κινδύνου ρευστότητας, επιλέγοντας αποδόσεις συναλλάγματος διαφόρων χωρών έναντι του USD (αμερικάνικου δολαρίου) για ημερήσιες παρατηρήσεις από τον Ιανουάριο του 1995 έως το Μάιο του 1997, επιλέγοντας ορίζοντα 1-ημέρας και επίπεδο σημαντικότητας 1%. Αρχικά ορίζουν το

² Υπενθυμίζουμε, ότι $L(p; I_1, \dots, I_T) = p^x (1-p)^{T-x}$

εξωγενές κόστος ρευστοποίησης (COL_b) βασιζόμενοι στο σταθερό μέσο spread, \bar{S}_b , προσθέτοντας το γινόμενο ενός συντελεστή με το spread volatility, $a \cdot \tilde{\sigma}_b$, ούτως ώστε να καλύψουν το 99% των ενδεχόμενων καταστάσεων του spread. Έτσι θεωρούν τον τύπο:

$$COL_b = \frac{1}{2} \left(P_t \left(\bar{S}_b + a \tilde{\sigma}_b \right) \right) \quad (19)$$

όπου P_t είναι η σημερινή mid-price. Ακόμη, υποθέτουν ότι ο όρος a παίρνει τιμές από 2.0 έως 4.5, θεωρώντας ότι το spread δεν ακολουθεί κανονική κατανομή ώστε το a να παίρνει την τιμή 2.33. Εκτός όμως από το κόστος ρευστοποίησης, COL_b , θεωρούν και έναν διορθωτικό παράγοντα, θ , τον οποίο ενσωματώνουν στην πρόβλεψη του VaR, ώστε να λάβουν υπόψη το πόσο λεπτόκυρτη ή με βαριές ουρές είναι η κάθε κατανομή. Έτσι το $P-VaR$, όπως το ονομάζουν γράφεται ως εξής:

$$P-VaR = P_t \left(1 - e^{-2.33\theta\sigma_t} \right)$$

Ο διορθωτικός παράγοντας θ θεωρείται κατά τους Bangia et al (1999) μεγαλύτερος της μονάδας και πιο συγκεκριμένα:

$$\theta = 1 + \phi \ln \left(\frac{\kappa}{3} \right)$$

όπου κ είναι η κύρτωση και ϕ είναι μια σταθερά που η τιμή της εξαρτάται από την πιθανότητα των ουρών. Εκτιμούν την τιμή της σταθεράς ϕ παλινδρομώντας την εξίσωση του P-VaR με το ιστορικό VaR (Historical VaR) για ισοτιμίες δεκατεσσάρων νομισμάτων (για πιθανότητα ουρών ίση με 1%, το ϕ παίρνει την τιμή 0.4). Τελικά καταλήγουν στο γενικό τύπο του προσαρμοσμένου ως προς το κόστος ρευστοποίησης VAR ή αλλιώς LAdj-VaR:

$$LAdj-VaR = P-VaR + COL_b$$

$$LAdj-VaR = P_t \left(1 - e^{-2.33\theta\sigma_t} \right) + \frac{1}{2} \left(P_t \left(\bar{S}_b + a \tilde{\sigma}_b \right) \right)$$

Στη συνέχεια, οι Angelidis και Benos (2006), παρουσίασαν τη μελέτη για το κόστος που πρέπει να κρατείται επιπλέον του VaR, λόγω του κινδύνου ρευστότητας

που αντιμετωπίζει κάποιος σε αγορές με λιγότερη κίνηση κεφαλαίων ή γενικότερα με λιγότερη ρευστότητα. Μία τέτοιου είδους αγορά, το ελληνικό χρηματιστήριο (XAA), επέλεξαν και οι προαναφερόμενοι για να μελετήσουν το κόστος ρευστοποίησης, L_1 , και πιο συγκεκριμένα η έρευνα έγινε στον γενικό δείκτη ASE, στον FTSE/ASE 20 και στον FTSE/ASE Mid 40 για την περίοδο 01/06/2002 – 30/12/2002 με ενδοημερήσια (11:00 πμ – 04:00 μμ) δεδομένα. Οι συγγραφείς πραγματοποιούν το διαχωρισμό σε εξωγενή και ενδογενή κίνδυνο και κατ' επέκταση κόστους ρευστοποίησης, με τη διαφορά ότι αναλύουν και τα δύο είδη κινδύνου. Αρχικά παρουσιάζουν τον εξωγενή κίνδυνο ρευστότητας, σύμφωνα με τους Bangia et al. (1999), δηλαδή:

$$L - VaR = VaR + L_1$$

$$L - VaR = P_t \left(1 - e^{-a' \sigma_t} \right) + \frac{1}{2} \left(Spread + a' \sigma_{spread} \right) \quad (20)$$

όπου P_t είναι η τιμή της μετοχής, a' είναι το ποσοστημόριο της τυποποιημένης κανονικής κατανομής το οποίο αντιστοιχεί στο επιλεγμένο επίπεδο σημαντικότητας του VaR και σ_t είναι η τυπική απόκλιση της υποκείμενης κατανομής. Εν συνεχεία, όμως, γίνεται και η ανάλυση της ενδογενούς ρευστότητας και υπολογίζεται το liquidity adjusted VaR ή L_VaR ως εξής:

$$L_VaR = VaR + \left((\theta + \kappa) \sqrt{V_t^{a'}} + \phi \right) \quad (21)$$

όπου το $V_t^{a'}$ είναι το a' ποσοστημόριο του όγκου συναλλαγών, το θ περιγράφει το βαθμό της ασύμμετρης πληροφόρησης, το $\phi \geq 0$ παριστά το κόστος ανά μετοχή που έχει ο market maker όταν παρέχει ρευστότητα στην ζήτηση που υπάρχει και το κ εξαρτάται από το εκτιμώμενο πρόσημο της παραμέτρου. Το κ δείχνει αν είναι πιο σημαντικά τα κόστη συναλλαγών ή τα κόστη αποθεμάτων (του market maker) σε σχέση με τον όγκο των συναλλαγών. Έτσι έχοντας χωρίσει τις μετοχές σε τέσσερις υποκατηγορίες, αναλόγως αν περιέχονται στον δείκτη FTSE/ASE 20 ή FTSE/ASE Mid 40 και αναλόγως της τιμής τους, καταλήγει σε δύο εξισώσεις όπου η μία περιγράφει την εξωγενή ρευστότητα [σχέση (20)] και η δεύτερη την ενδογενή [σχέση (21)].

Τέλος, η Orlova (2008) εκτιμά το προσαρμοσμένο για ρευστότητα VaR, ακολουθώντας το μοντέλο του Bangia et al. (1999), μόνο όμως για την εξωγενή ρευστότητα. Η συγγραφέας κατασκευάζει δύο χαρτοφυλάκια, όπου το πρώτο, το οποίο το χαρακτηρίζει ως υψηλά ρευστοποιήσιμο, αποτελείται από τρεις μετοχές του δείκτη DAX – την Daimler AG, την Deutsche Lufthansa AG και την Siemens AG – και το δεύτερο, το λιγότερο ρευστοποιήσιμο, αποτελείται από τρεις μετοχές του δείκτη TecDAX – την Bechtle AG, την QSC AG και την Repower Systems AG. Τα δεδομένα που επιλέγει είναι ημερήσιες bid, ask και mid τιμές των παραπάνω μετοχών και το δείγμα της εκτείνεται από τις 09/01/2006 έως τις 02/01/2008. Επίσης χρησιμοποιεί τρεις διαφορετικές μεθόδους για να προσεγγίσει και να εκτιμήσει σε κάθε περίπτωση το liquidity adjusted VaR, με rolling window 250 παρατηρήσεων, οι οποίες είναι οι εξής:

1. Η προσέγγιση variance-covariance με ίσα βάρη και το πλάνο EWMA
2. Η ιστορική μέθοδος με ίσα βάρη και η υβριδική προσέγγιση
3. Η μέθοδος Monte Carlo.

Εμείς, για να εκτιμήσουμε το προσαρμοσμένο στη ρευστότητα VaR ή αλλιώς LAVaR, ακολουθούμε το μοντέλο που πρότειναν οι Bangia et al. (1999). Η εκτίμησή μας, όμως, περιορίζεται μόνο στην εξωγενή ρευστότητα λόγω του ότι η εκτίμηση της ενδογενούς ρευστότητας απαιτεί δεδομένα τα οποία δεν είναι διαθέσιμα. Έτσι επικεντρωνόμαστε στην ποσοτικοποίηση της εξωγενούς ρευστότητας, επιλέγοντας τις λογαριθμικές αποδόσεις τριών μετοχών με υψηλή κεφαλαιοποίηση από κάθε δείκτη για επτά διαφορετικούς δείκτες, ερευνώντας έτσι αγορές με υψηλή ρευστοποίηση και άλλες με χαμηλότερη. Τα δεδομένα μας αποτελούνται από ημερήσιες τιμές bid και ask και εργαζόμαστε σε ορίζοντα 1-ημέρας και επίπεδο σημαντικότητας 5% και 1%.

Ξεκινώντας, λοιπόν, την εκτίμηση του LAVaR ορίζουμε το εξωγενές κόστος ρευστοποίησης, COL, το οποίο βασίζεται στο μέσο σχετικό spread (average relative spread), \bar{S} , προσθέτοντας το γινόμενο του παράγοντα a με την τυπική απόκλιση του σχετικού spread (relative spread volatility), $\tilde{\sigma}$, ούτως ώστε να καλύψουμε το 95% και το 99% των περιπτώσεων του spread, αντίστοιχα. Έτσι θεωρούμε τον εξής τύπο για κάθε μετοχή:

$$COL = \frac{1}{2}(\bar{S} + a\tilde{\sigma}) \quad (22)$$

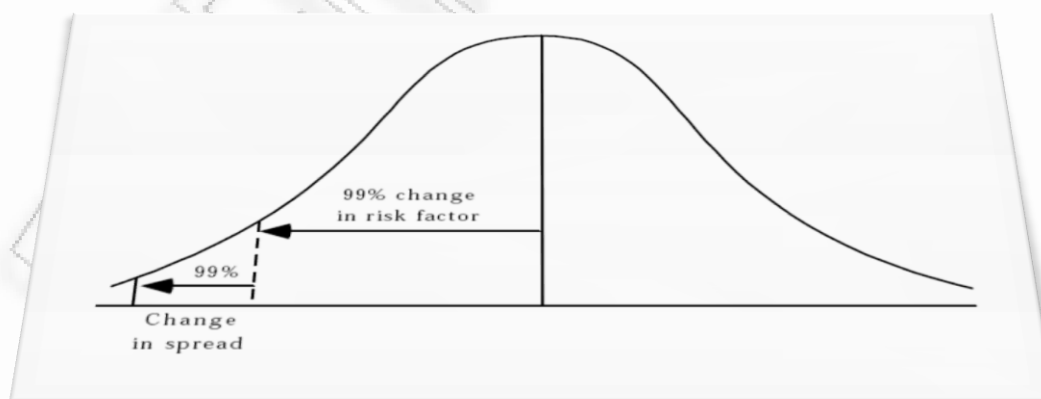
όπου το σχετικό spread, S , υπολογίζεται μέσω της mid τιμής ως εξής:

$$Mid = \frac{1}{2}(Ask + Bid)$$

$$S = \frac{Ask - Bid}{Mid}$$

και στη συνέχεια παίρνουμε το μέσο του S για κάθε μετοχή. Επίσης, υποθέτουμε ότι ο συντελεστής a παίρνει τιμές αναλόγως την κατανομή που ακολουθούν τα τυποποιημένα σχετικά spreads της εκάστοτε σειράς (μετοχής), χωρίς κάποιον περιορισμό, σε αντίθεση με τους Bangia et al. (1999) που ορίζουν ότι ο όρος a μπορεί να πάρει τιμές στο διάστημα $[2.0, 4.5]$ (για επίπεδο σημαντικότητας 1%) ή αν θεωρούσαμε ότι το spread ακολουθεί κανονική κατανομή ώστε το a να παίρνει την τιμή 2.33 (για ε.σ. 1%) και την τιμή 1.645 (για ε.σ. 5%).

Επειδή, όμως, θέλουμε να επεξεργαστούμε από κοινού τον κίνδυνο ρευστότητας και τον κίνδυνο αγοράς, κάνουμε την απλή αλλά λογική υπόθεση ότι σε περιβάλλον αγοράς τα ακραία γεγονότα στις αποδόσεις και τα ακραία γεγονότα στα spreads συμβαίνουν και δρουν παράλληλα. Χαλαρώνοντας μερικώς αυτήν την υπόθεση απλώς περιπλέκεται η άλγεβρα χωρίς να λαμβάνουμε τίποτα θεμελιωδώς νέο.



ΓΡΑΦΗΜΑ 1: Συνδυάζοντας Κίνδυνο Αγοράς και Ρευστότητας. Πηγή: Bangia et al. (1999)

Αφού εκτιμήσουμε το COL ανά μετοχή, κατασκευάζουμε το μέσο COL ανά δείκτη (που περιλαμβάνει τρεις μετοχές), ως εξής:

$$COL = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 COL_{share_i} \quad (23)$$

Τελικά καταλήγουμε στον γενικό τύπο του προσαρμοσμένου ως προς το κόστος ρευστοποίησης VAR ή αλλιώς LAVaR, λαμβάνοντας υπόψη το VaR [σχέση (1)] και το COL [σχέση (23)] που υπολογίσαμε προηγουμένως:

$$LAVaR = VaR + COL$$

$$LAVaR = P_t \left(1 - e^{-\tilde{a}\sigma_t} \right) + \frac{1}{2} \left(\bar{S} + a\tilde{\sigma} \right)$$

και ειδικότερα για επίπεδο σημαντικότητας 5% και 1%, αντίστοιχα, έχουμε τους εξής τύπους, σύμφωνα με το VaR που έχουμε εκτιμήσει [σχέσεις (1α) και (1β)]:

$$LAVaR_{95\%} = VaR_{95\%} + COL$$

$$LAVaR_{95\%} = P_t \left(1 - e^{-1.645\sigma_t} \right) + \frac{1}{2} \left(\bar{S} + a\tilde{\sigma} \right) \quad (24)$$

$$LAVaR_{99\%} = VaR_{99\%} + COL$$

$$LAVaR_{99\%} = P_t \left(1 - e^{-2.33\sigma_t} \right) + \frac{1}{2} \left(\bar{S} + a\tilde{\sigma} \right) \quad (25)$$

3. ΕΜΠΕΙΡΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

Τα δεδομένα μας αποτελούνται από επτά σειρές (χρηματιστηριακούς δείκτες) τις οποίες αντλήσαμε από την data stream και είναι οι εξής (μαζί με ημερομηνία έναρξης και λήξης):

ΔΕΙΚΤΕΣ	ΧΩΡΑ	ΗΜ/ΝΙΑ ΕΝΑΡΞΗΣ	ΗΜ/ΝΙΑ ΛΗΞΗΣ	ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ
NASDAQ	ΗΠΑ	05/02/1971	20/03/2009	9945
DJI	ΗΠΑ	01/01/1970	20/03/2009	10231
DAX 30	ΓΕΡΜΑΝΙΑ	01/01/1970	20/03/2009	10231
CAC 40	ΓΑΛΛΙΑ	09/07/1987	20/03/2009	5661
ΝΙΚΚΕΙ 225	ΙΑΠΩΝΙΑ	01/01/1970	20/03/2009	10231
FTSE 100	ΑΓΓΛΙΑ	31/01/1978	20/03/2009	8123
ΑΤΗΧ	ΕΛΛΑΔΑ	30/09/1988	20/03/2009	5339

Για να παράγουμε τις προβλέψεις του 1-ημέρας 95% και 99% VaR, για κάθε έναν από τους επτά προαναφερόμενους χρηματιστηριακούς δείκτες, χρησιμοποιούμε την περίοδο out-of-sample που καλύπτει περίπου το 30% της συνολικής περιόδου του δείγματός μας. Η in-sample περίοδος καλύπτει το υπόλοιπο 70% περίπου. Για παράδειγμα, για τον δείκτη Nasdaq, ως in-sample χαρακτηρίζουμε την περίοδο 05/02/1971 – 04/12/1997 (7000 παρατηρήσεις) και ως out-of-sample την περίοδο 05/12/1997 – 20/03/2009 (2946 παρατηρήσεις).

Η in-sample περίοδος χρησιμοποιείται για να υπολογίσουμε τα παραμετρικά μοντέλα VaR και ES και στη συνέχεια το κυλιόμενο δείγμα (rolling sample), π.χ. για τον δείκτη Nasdaq, των 7000 παρατηρήσεων χρησιμεύει για να παράγουμε τις εκτιμήσεις του out-of-sample VaR. Η περίοδος out-of-sample επιλέγεται έτσι ώστε να συμπίπτει με το regime υψηλής μεταβλητότητας.

Τα MA (Moving Average) μοντέλα υπολογίζονται χρησιμοποιώντας ολόκληρο το δείγμα σε κυλιόμενη βάση. Κάθε ένα από τα GARCH, EGARCH και APARCH μοντέλα [σχέση (5), (6) και (7), αντίστοιχα] εκτιμούνται με τη μέγιστη πιθανοφάνεια ξεχωριστά για τις τρεις κατανομές (GED, Normal και Student-t). Η μέθοδος HS εφαρμόζεται για τρία διαφορετικά μεγέθη του δείγματος – 250 το HS250, 500 το HS500 και ολόκληρο το δείγμα το HS All Sample [σχέση (10)]. Η FHS μέθοδος [σχέση (11)] υλοποιήθηκε χρησιμοποιώντας ένα GARCH(1,1) μοντέλο

θεωρώντας ότι η κατανομή των λογαριθμικών αποδόσεων είναι η κανονική (Normal). Τέλος για την υλοποίηση της μεθόδου EVT [σχέση (12)] χρησιμοποιήσαμε ένα ARCH(1) μοντέλο θεωρώντας ως κανονική την κατανομή των αποδόσεων.

Σε αυτό το μέρος, παραθέτουμε αρχικά την ανάλυση των περιγραφικών στατιστικών και των γραφημάτων - τιμών και λογαριθμικών αποδόσεων – για κάθε δείκτη ξεχωριστά. Στη συνέχεια σχολιάζουμε τα γραφήματα του Value-at-Risk (VaR) και του Expected Shortfall (ES) σε επίπεδο σημαντικότητας 5% και 1% για κάθε δείκτη. Τέλος επιλέγουμε τα βέλτιστα μοντέλα ανά δείκτη, μέσω του Backtesting.

3.1 Περιγραφικά Στατιστικά

Μια πρώτη εικόνα από τα περιγραφικά στατιστικά των λογαριθμικών αποδόσεων των δεικτών (πίνακας B1) είναι η θετική τιμή των μέσων, με μικρότερο αυτόν του Nasdaq και μεγαλύτερο του FTSE 100. Αυτό σημαίνει πως γενικά υπάρχει κέρδος και ο δείκτης FTSE 100 δίνει τη μέση μεγαλύτερη απόδοση έναντι των υπολοίπων. Όσον αφορά το εύρος των αποδόσεων, παρατηρούμε ότι το μεγαλύτερο εμφανίζεται στον DJI το οποίο φαίνεται και στο αντίστοιχο γράφημα (γράφημα A2.1). Το μικρότερο, ωστόσο, εύρος το εμφανίζει ο Nasdaq (γράφημα A1.1). Σύμφωνα με το μέτρο της τυπικής απόκλισης ο Athex θεωρείται πιο αβέβαιος φέροντας τη μεγαλύτερη μεταβλητότητα (volatility) σε αντίθεση με τον Nasdaq που φαίνεται να είναι ο δείκτης με τη μικρότερη μεταβλητότητα. Η ασυμμετρία που παρουσιάζεται είναι αρνητική για όλους τους δείκτες και σε συνδυασμό με την θετική υπερβάλλουσα κύρτωση, μας δείχνει ότι οι κατανομές των λογαριθμικών αποδόσεων είναι λεπτόκυρτες με βαριές ουρές (fat tails). Στο ίδιο συμπέρασμα καταλήγουμε εξετάζοντας το αποτέλεσμα των Jarque-Bera σε συνδυασμό με το Probability, τα οποία μας δείχνουν ότι οι κατανομές δεν είναι συμμετρικές με κανονικές ουρές.

Παρατηρώντας την πορεία του Nasdaq (γράφημα A1.1) βλέπουμε ότι η μεγαλύτερή του τιμή (5049) εμφανίζεται στις 10/03/2000 και στην αντίστοιχη περίοδο παρουσιάζει τη μεγαλύτερη μεταβλητότητα, όπως και στα μέσα του έτους 1987. Ο δείκτης Dow Jones Industrials (DJI) (γράφημα A2.1) παρουσιάζει τη μέγιστη τιμή του (14164.53 ποσοστιαίες μονάδες) στις 09/10/2007 και η μεγαλύτερη πτώση

πραγματοποιείται τον Οκτώβριο του 1987. Ο γερμανικός δείκτης, DAX 30 (γράφημα A3.1), πραγματοποίησε απότομη κάθετη πτώση τον Οκτώβριο του 1987, αλλά κατάφερε να ανακάμψει σχετικά γρήγορα και λόγω των μεγάλων διακυμάνσεων στις 16/07/2007 έφτασε τις 8105,69 μονάδες (μέγιστη τιμή). Στη Γαλλία, τώρα, ο δείκτης CAC 40 (γράφημα A4.1) φτάνει στα μεγαλύτερα επίπεδα στο 3^ο τρίμηνο του 2000 και συγκεκριμένα στο μέγιστο σημείο του (6922 ποσοστιαίες μονάδες) στις 04/09/2000. Στην αρχή και στο τέλος της χρονικής περιόδου που μελετάμε, δηλαδή στα μέσα του 1987 και στις αρχές του 2009, ο CAC 40 εμφανίζει έντονη μεταβλητότητα και σημαντικές πτώσεις. Όσον αφορά τον δείκτη NIKKEI 225 (γράφημα A5.1) της Ιαπωνίας, παρατηρούμε ότι μετά από μεγάλη μεταβλητότητα το 1988, στις 29/12/1989 έφτασε τις 38915,87 μονάδες, τη μεγαλύτερη τιμή που έχουμε παρατηρήσει σε όλους τους δείκτες του δείγματός μας. Όπως και ο γαλλικός έτσι και ο βρετανικός δείκτης FTSE 100 (γράφημα A6.1) παρουσιάζει έντονες διακυμάνσεις στις αρχές και στα τέλη του δείγματος, δηλαδή την τριετία 1978 με 1981 και το 2008 και 2009, όπως επίσης και γύρω στο 1987. Τελευταίος, ο γενικός δείκτης της Αθήνας, ο ATHEX (γράφημα A7.1) παρουσίασε τη μέγιστη τιμή του (6633,93 μονάδες) στις 17/09/1999, μέσα δηλαδή στην περίοδο αναταραχών και στο κραχ του 1999 που πέρασε το ελληνικό χρηματιστήριο. Επίσης στα τέλη του 1988 βλέπουμε σημαντικές διακυμάνσεις και πρόσφατα το 2009 λόγω της γενικότερης κρίσης στην παγκόσμια αγορά.

3.2 Ανάλυση VaR, ES και Backtesting ανά Δείκτη

Η παρακάτω ανάλυση βασίζεται στην πορεία του VaR και του ES χρησιμοποιώντας διάφορα μοντέλα ανά δείκτη σε επίπεδο σημαντικότητας 5% και 1% και καταλήγει με την επιλογή του καλύτερου μοντέλου.

Τα μοντέλα Variance Covariance και Historical Simulation (All Sample) διαφέρουν σχηματικά από τα υπόλοιπα διότι το κεφάλαιο που καλούμαστε να κρατήσουμε αυξάνεται σταδιακά, ενώ τα Historical Simulation (HS) 250 και 500 χρησιμοποιούν κομμάτι του δείγματος και έτσι «παρακολουθούν» συχνότερα τις μεταβολές στις αποδόσεις δημιουργώντας «σκαλοπάτια». Η ακριβέστερη, όμως, προσέγγιση πραγματοποιείται από τα υπόλοιπα μοντέλα τα οποία δημιουργούνται δίνοντας βάρος σε συγκεκριμένες χρονικές περιόδους οι οποίες παρουσιάζουν

εντονότερη μεταβλητότητα. Ειδικότερα, τα EGARCH και τα APARCH μοντέλα εστιάζουν όχι μόνο στη διακύμανση της εκάστοτε σειράς, αλλά και στο βαθμό ασυμμετρίας που παρουσιάζει η κάθε κατανομή της σειράς αυτής. Τέλος είναι λογικό ότι το ποσό που εκτιμάται ότι θα πρέπει να κρατήσουμε ούτως ώστε με 95% πιθανότητα να μπορέσουμε να ανταπεξέλθουμε στην επερχόμενη ζημιά ή πτώση του δείκτη, είναι σαφώς μικρότερο από το ποσό που πρέπει να κρατήσουμε για να «επιβιώσουμε» με πιθανότητα 99% από την πτώση αυτή. Ομοίως στο CVaR (ES), δηλαδή το ποσό που μπορούμε να χάσουμε δεδομένου ότι έχει συμβεί η ζημιά (πτώση), το κεφάλαιο – με μορφή ποσοστού – θα είναι μεγαλύτερο σε επίπεδο σημαντικότητας 1% από ότι σε 5%. Τέλος, με το backtesting, ελέγχουμε τη στατιστική ακρίβεια του κάθε μοντέλου μέσω των τριών κριτηρίων (LR_{uc} , LR_{ind} και LR_{cc}), το οποίο τελικά μας οδηγεί στην επιλογή των βέλτιστων μοντέλων για κάθε δείκτη. Το βασικότερο είναι το κριτήριο LR_{cc} να μην απορρίπτει το εκάστοτε μοντέλο VaR ούτως ώστε να μπορέσουμε να το αποδεχθούμε.

Πιο συγκεκριμένα, για τον δείκτη Nasdaq, τα μοντέλα που εκτιμούν το VaR (γράφημα A1.2) και το ES (γράφημα A1.3) φαίνεται ότι προβλέπουν την πτώση του δείκτη στα μέσα του 2000, όπως επίσης και στις αρχές του έτους 2009. Όμως παρατηρώντας τα μοντέλα Variance Covariance και Historical Simulation (All Sample) βλέπουμε ότι από το έτος 2000 μέχρι και το 2009, επιλέγοντάς τα, καλούμαστε να κρατούμε όλο και μεγαλύτερο ποσοστό του επενδυμένου κεφαλαίου μας για όλη τη χρονική αυτή περίοδο. Αντιθέτως ακολουθώντας την πρόβλεψη των μοντέλων HS 250 και 500, π.χ. σε επίπεδο σημαντικότητας 1% για το VaR πρέπει να φυλάξουμε μέχρι και 10% του κεφαλαίου μας το 2009, με τη διαφορά ότι την περίοδο 2002 με 2008 δε χρειάζεται να αφήσουμε ανεκμετάλλευτο το 10% της αρχικής μας επένδυσης, αλλά ένα ποσοστό που κυμαίνεται περίπου στο 4% το 2002 και φτάνει μεταξύ του 1% με 2% περίπου το 2008. Εξετάζοντας το RiskmetricsTM μοντέλο βλέπουμε ότι τα «σκαλοπάτια» του προηγούμενου μοντέλου αντικαθίστανται από μύτερες άκρες, το οποίο μας δείχνει μία πιο ενημερωμένη πρόβλεψη. Η πρόβλεψη αυτή διαμορφώνεται σε ακόμη πιο ακριβή στα μοντέλα EGARCH και APARCH δημιουργώντας ακόμη πιο μύτερες και απότομες άκρες. Βεβαίως το κεφάλαιο κινδύνου αλλάζει αναλόγως με το μοντέλο και το επίπεδο σημαντικότητας που εμείς τελικά θα επιλέξουμε. Δηλαδή αν, για παράδειγμα, ακολουθήσουμε την πρόβλεψη που δίνει το μοντέλο ARCH GED με ε.σ. 1%, θα πρέπει το κεφάλαιο κινδύνου να

φτάσει το 35% του κεφαλαίου μας το έτος 2000, ενώ την ίδια περίοδο θα έφτανε το 13% αν επιλέγαμε το μοντέλο EGARCH GED με ε.σ. 1% (γράφημα A1.2). Εν συνεχεία, μελετώντας τα αποτελέσματα των κριτηρίων του Backtesting (πίνακας B2), παρατηρούμε ότι τα μοντέλα τα οποία δεν απορρίπτονται από κανένα από τα τρία κριτήρια – κατά συνέπεια τα αποδεχόμαστε πλήρως – είναι το ARCH Student-t το οποίο είναι στατιστικά ορθό και σε επίπεδο σημαντικότητας 5% αλλά και σε 1%, το EGARCH GED σε ε.σ. 1% και το GARCH Student-t APARCH επίσης σε ε.σ. 1%. Ύστερα παρατηρούμε ότι το μοντέλο HS 250 σε ε.σ. 5% απορρίπτεται μόνο από το 2^ο κριτήριο - τεστ ανεξαρτησίας (LR_{ind}) και όχι από τα υπόλοιπα δύο. Κάτι παρόμοιο συμβαίνει και με το μοντέλο ARCH GED σε ε.σ. 5% και 1% το οποίο απορρίπτεται αυτή τη φορά μόνο από το 1^ο κριτήριο - unconditional coverage test (LR_{uc}). Έτσι για τον δείκτη Nasdaq καταλήγουμε στην επιλογή των εξής πέντε μοντέλων με τη μέθοδο του Backtesting: HS 250 (5%), ARCH Student-t (5% & 1%), ARCH GED (5% & 1%), EGARCH GED (1%) και GARCH Student-t APARCH (1%).

Στη συνέχεια, για τον δείκτη DJI, τα μοντέλα που χρησιμοποιούμε για την εκτίμηση του VaR (γράφημα A2.2) και του ES (γράφημα A2.3) δίνουν το μεγαλύτερο βάρος στην πτώση κατά τα έτη 2008 και 2009. Μελετώντας τα μοντέλα Variance Covariance και Historical Simulation (All Sample) βλέπουμε ότι από την έναρξη του δείγματος μέχρι και τις αρχές του 2008 θα έπρεπε να κρατούμε σταθερά ένα ποσοστό του επενδυμένου κεφαλαίου μας, περίπου 1.6% σε ε.σ. 5% και 2.4% σε ε.σ. 1% και μόνο μετά το 2008 θα έπρεπε να αυξήσουμε το κεφάλαιο κινδύνου (Risk Capital). Στην πρόβλεψη των μοντέλων HS 250 και 500, παρατηρούμε το ίδιο μοτίβο με τη μόνη διαφορά ότι από το 2004 περίπου έως και τα τέλη του 2007 μας ζητείται να φυλάξουμε μικρότερο ποσοστό του κεφαλαίου μας και να το αυξήσουμε απότομα από το 2008 και μετά. Εξετάζοντας τα μοντέλα RiskmetricsTM, EVT (Extreme Value Theory) και EGARCH (Normal, Student-t και GED κατανομής) παρατηρούμε ότι υπάρχει μία πιο ενημερωμένη πρόβλεψη και δε δίνεται μεγάλο βάρος στην περίοδο 1999-2001 και συνεπώς δεν απαιτείται να κρατήσουμε κάποιο σημαντικό ποσοστό για τη συγκεκριμένη αυτή περίοδο. Η εικόνα αυτή αλλάζει λίγο, ως προς το ποσοστό που κρατείται, στα μοντέλα ARCH (Normal, Student-t και GED) και GARCH Normal – Filtered. Όμως στα μοντέλα APARCH Normal και APARCH GED - το μοντέλο APARCH Student-t δεν εκτιμήθηκε λόγω μη σύγκλισης του αλγόριθμου - η πρόβλεψη θεωρείται πληρέστερη διότι εκτός του μεγάλου ποσοστού

που πρέπει να φυλάξει κάποιος το 2008 και 2009, αν επιλέξει τα συγκεκριμένα μοντέλα θα πρέπει να κρατήσει και επιπλέον κεφάλαια (σε σχέση με τα προηγούμενα μοντέλα) για το 1999-2000 της τάξης του 8.5 - 9% σε ε.σ. 5% και περίπου 13% σε ε.σ. 1% (γράφημα A2.2). Συνεχίζουμε, μελετώντας τα αποτελέσματα των κριτηρίων του Backtesting (πίνακας B3). Τα μοντέλα τα οποία περνούν τα τεστ και των τριών κριτηρίων είναι το EGARCH GED το οποίο είναι στατιστικά σημαντικό και σε επίπεδο σημαντικότητας 5% αλλά και σε 1% και το EGARCH Normal σε ε.σ. 5%. Τα μοντέλα που γίνονται επίσης δεκτά είναι τα ARCH Student-t και ARCH GED σε ε.σ. 5% και 1%, διότι απορρίπτονται μόνο από το 1^ο κριτήριο (LR_{uc}) αλλά όχι από τα υπόλοιπα δύο. Επομένως για τον δείκτη DJI καταλήγουμε στην επιλογή των εξής τεσσάρων μοντέλων με τη μέθοδο του Backtesting: ARCH Student-t (5% & 1%), ARCH GED (5% & 1%), EGARCH Normal (5%) και EGARCH GED (5% & 1%).

Προχωρώντας, στον δείκτη DAX 30 της Γερμανίας, βλέπουμε ότι τα μοντέλα που χρησιμοποιούμε για την εκτίμηση του VaR (γράφημα A3.2) και του ES (γράφημα A3.3) μας δείχνουν, μέσω του αυξημένου κεφαλαίου κινδύνου, μια επικίνδυνη περίοδο με πτωτικές τάσεις και μεγάλη διακύμανση στις αρχές της δεκαετίας του '00. Ακόμη σχεδόν από όλα τα μοντέλα φαίνεται ότι η πιο ζημιογόνα περίοδος, βάσει πρόβλεψης, είναι η διετία 2008 – 2009. Πιο συγκεκριμένα, στα μοντέλα Historical Simulation με rolling window των 250 και 500 παρατηρήσεων, παρατηρούμε ότι, για παράδειγμα, την περίοδο από το 2000 έως και περίπου το 2002 όπως επίσης από το 2007 έως το τέλος του δείγματός μας, σε ε.σ. 1%, χρειάζεται να κρατήσουμε για την πρώτη περίοδο 6% (VaR) και 7% (ES) και για τη δεύτερη γύρω στο 7.5% (VaR & ES). Στα υπόλοιπα μοντέλα εντοπίζουμε μια ομοιογένεια ως προς την μεγάλη πιθανότητα επέλευσης του κινδύνου την περίοδο 2007 – 2009. Δεν ισχύει όμως το ίδιο και για την περίοδο 2000 με 2002. Κοιτώντας τα μοντέλα, επικεντρώνεται η προσοχή μας σε αυτήν την περίοδο, γιατί τα τέσσερα από αυτά (RiskmetricsTM και EGARCH Normal, Student-t και GED κατανομής) δίνουν περισσότερη έμφαση από 2001 ως 2002 και κατ' επέκταση μας ζητούν να κρατήσουμε περισσότερα κεφάλαια από ότι το 1999, ενώ ακριβώς το αντίθετο συμβαίνει με τα υπόλοιπα οχτώ μοντέλα (ARCH και APARCH Normal, Student-t και GED κατανομής, GARCH Normal – Filtered και EVT). Φτάνοντας στο στάδιο του Backtesting (πίνακας B4) επιλέγουμε τελικά τα μοντέλα τα οποία περνούν τα τεστ και των τριών κριτηρίων τα οποία είναι το EGARCH GED το οποίο είναι στατιστικά σημαντικό σε επίπεδο σημαντικότητας

1%, το EGARCH Student-t σε ε.σ. 5%, το HS 250 σε ε.σ. 1%, το ARCH Student-t σε ε.σ. 5% και 1%. Τέλος γίνεται δεκτό το μοντέλο APARCH Student-t σε ε.σ. 5%. Σε ε.σ. 1% το APARCH Student-t γίνεται επίσης δεκτό, διότι απορρίπτεται μόνο από το 1^ο κριτήριο (LR_{uc}) αλλά όχι από τα υπόλοιπα δύο. Επομένως για τον δείκτη DAX 30 καταλήγουμε στην επιλογή των εξής πέντε μοντέλων με τη μέθοδο του Backtesting: HS 250 (1%), ARCH Student-t (5% & 1%), EGARCH GED (1%), EGARCH Student-t (5%) και APARCH Student-t (5% & 1%).

Επόμενος, είναι ο γαλλικός δείκτης CAC 40, όπου βάσει των μοντέλων που χρησιμοποιούμε για την εκτίμηση του VaR (γράφημα A4.2) και του ES (γράφημα A4.3), βλέπουμε ότι όλα τα μοντέλα δίνουν περισσότερο βάρος στα μέσα του 2001 και στις αρχές του 2009, στις περιόδους δηλαδή που παρουσιάστηκε μεγάλη μεταβλητότητα και λόγω αυτής και μεγάλες πτώσεις. Κοιτάζοντας με μια ματιά όλα τα μοντέλα παρατηρούμε ως πιο επικίνδυνη την περίοδο του 2008 – 2009, λόγω του υψηλού κεφαλαίου κινδύνου που ζητείται. Εκτενέστερα, βλέποντας τα μοντέλα Variance Covariance και Historical Simulation (All Sample), έχουμε, όπως και στους προαναφερόμενους δείκτες, μια πιο ασαφή εικόνα και ειδικά σε επίπεδο σημαντικότητας 5% στο μοντέλο HS (All) στην εκτίμηση του VaR το επίπεδο του ποσοστού του κεφαλαίου κινδύνου κυμαίνεται από 2% έως 2.2% κατά μήκος όλου του δείγματος, κάτι το οποίο ουσιαστικά είναι άτοπο. Στα υπόλοιπα μοντέλα παρατηρούμε μια πιο λεπτομερή εκτίμηση κυρίως όσον αφορά τις δύο πτωτικές περιόδους που αναφέραμε παραπάνω. Μελετώντας πιο προσεκτικά τα μοντέλα και στην εκτίμηση του VaR αλλά και του Conditional VaR (CVaR ή ES), βλέπουμε ότι τα μοντέλα ARCH και APARCH με κατανομή Student-t θεωρούν ότι πρέπει να κρατήσουμε τα περισσότερα κεφάλαια για την περίοδο 2008 – 2009. Δηλαδή σύμφωνα με το μοντέλο ARCH Student-t το ποσοστό σε ε.σ. 5% φτάνει το 10.5% για το VaR και 15% για το CVaR και σε ε.σ. 1% το 18% για το VaR και 25% για το CVaR. Σύμφωνα, τώρα, με το μοντέλο GARCH Student-t APARCH για το VaR ζητείται 10.5% και 17.5% σε ε.σ. 5% και 1% αντίστοιχα και για το CVaR 15% και σχεδόν 24% σε ε.σ. 5% και 1% αντίστοιχα. Με το Backtesting (πίνακας B5) τα μοντέλα τα οποία περνούν τα τεστ και των τριών κριτηρίων είναι το ARCH (Student-t και GED κατανομής), το EGARCH (Normal και GED κατανομής) και το APARCH Student-t τα οποία είναι στατιστικά σημαντικά σε επίπεδο σημαντικότητας 1% και το EGARCH Student-t σε ε.σ. 5%. Τα μοντέλα τα οποία απορρίπτονται μόνο από το 1^ο

κριτήριο (LR_{uc}) αλλά γίνονται δεκτά είναι σε ε.σ. 1% το HS 250 και σε ε.σ. 5% τα μοντέλα ARCH GED και EGARCH (Normal και GED κατανομής). Άρα για τον δείκτη CAC 40 καταλήγουμε στην επιλογή των εξής επτά μοντέλων με τη μέθοδο του Backtesting: HS 250 (1%), ARCH Student-t (1%), ARCH GED (5% & 1%), EGARCH Normal (5% & 1%), EGARCH Student-t (5%), EGARCH GED (5% & 1%) και APARCH Student-t (1%).

Μετά, για τον δείκτη NIKKEI 225, αναλύουμε τα μοντέλα που χρησιμοποιούμε για την εκτίμηση του VaR (γράφημα A5.2) και του ES (γράφημα A5.3) τα οποία προβλέπουν κατά κύριο λόγο την πτώση του δείκτη γύρω στο έτος 1999, δίνοντας όμως το μεγαλύτερο βάρος στην πτώση που πραγματοποιείται τη διετία 2008 - 2009. Εξαιρώντας τα μοντέλα Variance Covariance και Historical Simulation (All Sample) τα οποία μας ζητούν να κρατούμε χρόνο με το χρόνο περισσότερα κεφάλαια χωρίς να λαμβάνουν υπόψη την πτώση του 1999, βλέπουμε ότι και το μοντέλο RiskmetricsTM δε δίνει το πρόβλεπτο βάρος στο έτος 1999. Εκτός του μοντέλου EGARCH Student-t το οποίο λόγω μη σύγκλισης του αλγόριθμου δεν εκτιμήθηκε, τα υπόλοιπα προβλέπουν τις πτώσεις του δείκτη το 1999 και το 2009 και ζητούν αυξημένο κεφάλαιο κινδύνου. Τελικά, με βάση τα αποτελέσματα των κριτηρίων του Backtesting (πίνακας B6) τα μοντέλα τα οποία δεχόμαστε ως βέλτιστα, δηλαδή αυτά που περνούν τα τεστ και των τριών κριτηρίων είναι το HS 250 το οποίο είναι στατιστικά σημαντικό και σε επίπεδο σημαντικότητας 5% και το EGARCH GED σε ε.σ. 1%. Τα μοντέλα που επίσης δεχόμαστε είναι τα ARCH Student-t και ARCH GED σε ε.σ. 5% και 1%, διότι απορρίπτονται από το 1^ο κριτήριο (LR_{uc}) αλλά όχι και από τα LR_{ind} και LR_{cc} . Επομένως για τον δείκτη NIKKEI 225 της Ιαπωνίας καταλήγουμε στην επιλογή των εξής τεσσάρων μοντέλων με τη μέθοδο του Backtesting: HS 250 (5%), ARCH Student-t (5% & 1%), ARCH GED (5% & 1%) και EGARCH GED (1%).

Για τον FTSE 100, τον βρετανικό δείκτη, τα μοντέλα που χρησιμοποιούμε για την εκτίμηση του VaR (γράφημα A6.2) και του ES (γράφημα A6.3) φαίνεται να μην προβλέπουν την πτώση του δείκτη το 1999 και σίγουρα δίνουν το μεγαλύτερο βάρος στο έτος 2009. Μελετώντας τα μοντέλα Variance Covariance και Historical Simulation (All Sample) βλέπουμε ότι για μία ακόμη φορά κατά μήκος όλου του δείγματος θα έπρεπε, αν θέλαμε να το ακολουθήσουμε πιστά, να κρατούμε ένα ποσοστό του επενδυμένου κεφαλαίου μας ύψους περίπου 1.3% με 1.8% σε ε.σ. 5%

και 2.4% με 3.1% σε ε.σ. 1% (γράφημα A6.2). Σε όλα τα άλλα μοντέλα, με εξαίρεση τα δύο μοντέλα με GED κατανομή (ARCH, EGARCH), παρατηρούμε αύξηση του ποσοστού του Risk Capital στις περιόδους του 2003 και 2009. Για την περίοδο στις αρχές του δείγματος, όμως, η οποία εμφανίζει έντονες διακυμάνσεις, βλέπουμε ότι μόνο τα μοντέλα ARCH και EGARCH με GED κατανομή μας προτείνουν να κρατήσουμε περισσότερα κεφάλαια για την περίοδο αυτή. Σε αυτό το σημείο πρέπει να αναφέρουμε ότι για τον συγκεκριμένο δείκτη, δεν εκτιμήθηκαν λόγω μη σύγκλισης του αλγόριθμου τα μοντέλα: ARCH, EGARCH και APARCH με Student-t κατανομή όπως επίσης και το μοντέλο APARCH GED. Έτσι, μελετώντας τα αποτελέσματα των κριτηρίων του Backtesting (πίνακας B7) του FTSE 100 έχουμε μόνο ένα μοντέλο το οποίο γίνεται δεκτό και αυτό μόνο από τα δύο τελευταία κριτήρια – εκτός του LR_{uc} όπου απορρίπτεται. Αυτό το μοντέλο είναι το ARCH GED το οποίο είναι στατιστικά σημαντικό και σε επίπεδο σημαντικότητας 5% αλλά και σε 1%.

Τελευταίος ο γενικός δείκτης του Χρηματιστήριο Αθηνών Αξιών (X.A.A.), ο δείκτης ATHEX, για τον οποίο παρατηρούμε ότι τα μοντέλα που χρησιμοποιούνται για την εκτίμηση του VaR (γράφημα A7.2) και του ES (γράφημα A7.3) μας δείχνουν, εκτός από την ανήσυχη περίοδο του 2001 – 2003, την κρίσιμη περίοδο για την ελληνική οικονομία, δηλαδή την περίοδο 2008 – 2009, η οποία βέβαια συνεχίζεται μέχρι και σήμερα. Πιο αναλυτικά, στα μοντέλα Variance Covariance και Historical Simulation (250, 500 και All), παρατηρούμε ότι τα γραφήματα τους έχουν το σχήμα ανάποδου U το οποίο μας επιβεβαιώνει τη μεγάλη μεταβλητότητα στις αρχές και στα τέλη του δείγματός μας. Τα υπόλοιπα μοντέλα δίνουν περισσότερη έμφαση – με τη μορφή αυξημένου ποσοστού κεφαλαίου κινδύνου – στα έτη 2005 και 2006. Όλα όμως μας ζητούν το μεγαλύτερο ποσοστό για να καλυφθεί η ενδεχόμενη κρίση του 2009. Αυτό το ποσοστό μπορεί να φτάσει σε ε.σ. 1% στο μοντέλο APARCH Student-t έως και το 29% για το VaR (γράφημα A7.2) και έως 42% για το ES (γράφημα A7.3). Τελικά, όμως, το παραπάνω μοντέλο το απορρίπτουμε στο Backtesting (πίνακας B8) και επιλέγουμε τα μοντέλα τα οποία περνούν τα τεστ και των τριών κριτηρίων τα οποία είναι το ARCH GED το οποίο είναι στατιστικά σημαντικό σε επίπεδο σημαντικότητας 1%, το GARCH Normal – Filtered σε ε.σ. 1%, το EGARCH GED σε ε.σ. 1% και το APARCH GED σε ε.σ. 1%. Επίσης γίνονται δεκτά τα μοντέλα GARCH Normal - Filtered σε ε.σ. 5%, EGARCH Normal σε ε.σ.

5% και 1% και EGARCH GED σε ε.σ. 5%, διότι απορρίπτονται μόνο από το 1^ο κριτήριο (LR_{uc}) αλλά όχι από τα υπόλοιπα δύο. Άρα για τον δείκτη ATHEX καταλήγουμε στην επιλογή των εξής πέντε μοντέλων με τη μέθοδο του Backtesting: ARCH GED (1%), GARCH Normal – Filtered (5% & 1%), EGARCH Normal (5% & 1%), EGARCH GED (5% & 1%) και APARCH GED (1%).

3.3 Ανάλυση του Κόστους Ρευστοποίησης (Cost-of-Liquidity – COL) ανά Δείκτη

Σε αυτό το μέρος θα παρουσιάσουμε και θα αναλύσουμε τα αποτελέσματα του COL ανά δείκτη σε επίπεδο σημαντικότητας 5% και 1%. Σε αυτό το σημείο πρέπει να αναφέρουμε ότι, επειδή δεν υπάρχουν διαθέσιμα στοιχεία σχετικά με τις τιμές bid και ask των επτά χρηματιστηριακών δεικτών που μελετούμε, κάνουμε την υπόθεση ότι, παίρνοντας τρεις μετοχές με τη μεγαλύτερη κεφαλαιοποίηση από κάθε δείκτη, καταφέρνουμε να πραγματοποιήσουμε μια προσομοίωση της κάθε αγοράς (δείκτη). Αυτό, βέβαια, θεωρείται ως μία συντηρητική μέθοδος, αλλά και αρκετά αντιπροσωπευτική. Έτσι, όπως θα δούμε και στη συνέχεια, επιλέγουμε τρεις μετοχές που θεωρούμε ότι διαμορφώνουν κατά μεγάλο ποσοστό την τάση και την πορεία του εκάστοτε δείκτη και εκτιμούμε, μέσω αυτών των μετοχών, το μέσο κόστος ρευστοποίησης ανά δείκτη για ε.σ. 5% και 1%.

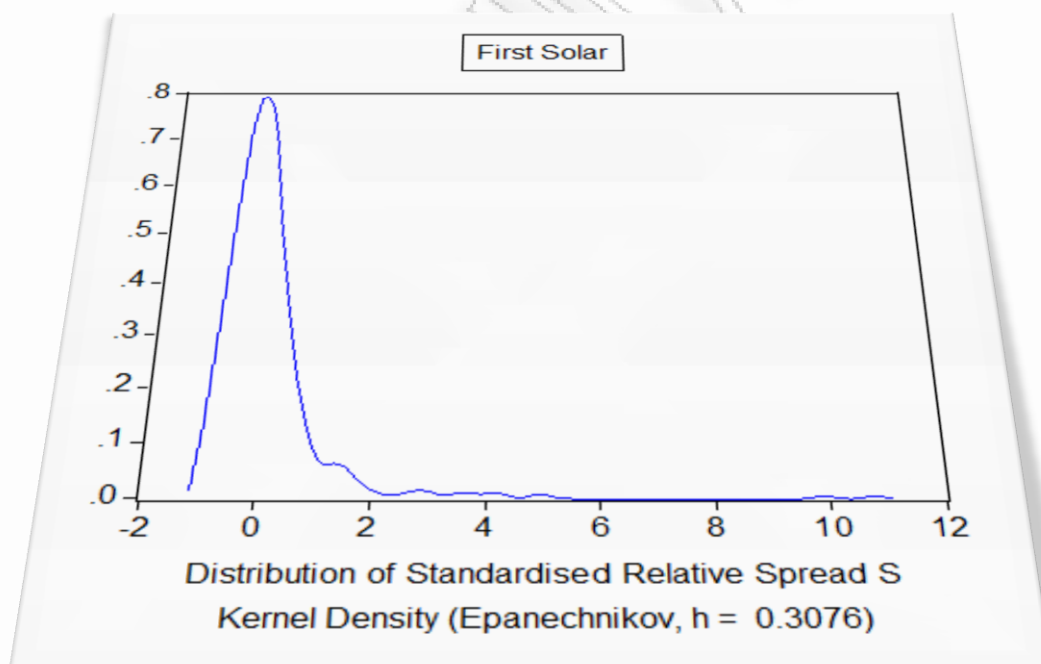
Από τον δείκτη Nasdaq επιλέγουμε τη μετοχή της Apple, της Google (“A”) και της First Solar. Η περίοδος του δείγματος για την Apple και για την Google είναι από 06/04/2006 έως 30/03/2009 (750 παρατηρήσεις ανά μετοχή), ενώ για την First Solar η περίοδος του δείγματος ξεκινά στις 17/11/2006 και εκτείνεται έως τις 30/03/2009 (593 παρατηρήσεις).

NASDAQ						
SHARES	APPLE		GOOGLE		FIRST SOLAR	
Average Relative Spread \bar{S}	0.041%		0.115%		0.156%	
Volatility of Relative Spread $\tilde{\sigma}$	0.047%		1.741%		0.188%	
Factor α	1%	5%	1%	5%	1%	5%
	4.357	1.667	0.108	0.028	4.076	1.457
Cost of Liquidity COL	1%	5%	1%	5%	1%	5%
	0.123%	0.060%	0.151%	0.081%	0.462%	0.215%
Average COL	<i>for 1%</i>			<i>for 5%</i>		
	0.245%			0.119%		

ΠΙΝΑΚΑΣ 1: Κόστος Ρευστότητας (NASDAQ)

Στον Πίνακα 1, αρχικά παρατηρούμε ότι το \bar{S} (μέσο σχετικό spread) της μετοχής της Apple, η οποία είναι και η μεγαλύτερη σε κεφαλαιοποίηση, υπολογίζεται σε 0.041% και η μετοχή της First Solar έχει $\bar{S} = 0.156\%$, η οποία είναι η μικρότερη σε κεφαλαιοποίηση. Σε αυτό το σημείο πρέπει να σημειώσουμε – κάτι το οποίο παρατηρείται σε όλες τις μετοχές όλων των δεικτών που μελετούμε – ότι, δηλαδή όσο μικρότερη σε κεφαλαιοποίηση είναι μία μετοχή τόσο υψηλότερο θα είναι το κόστος ρευστοποίησής της. Στη συνέχεια παρατηρούμε τη μεταβλητότητα του σχετικού spread, $\tilde{\sigma}$, το οποίο στην First Solar κυμαίνεται σε επίπεδα του 0.188% και στην Apple σε 0.047%, στη μετοχή της Google έχουμε ασυνήθιστα υψηλή μεταβλητότητα της τάξης του 1.741%. Παρακάτω στον Πίνακα 1 εκτιμούμε τον παράγοντα a , ο οποίος κάνει την προσαρμογή για την κατανομή του spread [σχέση (22)] και υπολογίζεται βάσει της εμπειρικής κατανομής για ποσοστημόριο 1% (δηλαδή επίπεδο σημαντικότητας 1%) και ποσοστημόριο 5% (δηλαδή ε.σ. 5%) για κάθε μετοχή – παρουσίαση των κατανομών του spread για όλους τους δείκτες γίνεται στο Παράρτημα Γ και συγκεκριμένα για τον Nasdaq στο γράφημα Γ1.1. Ο παράγοντας a , για παράδειγμα, για τη μετοχή της Apple σε επίπεδο σημαντικότητας 1% εκτιμάται σε 4.357 και της First Solar σε 4.076. Αυτά τα δύο αποτελέσματα αν τα συγκρίνουμε με τους Bangia et al. (1999), που ορίζουν ότι το $a \in [2.0, 4.5]$, βλέπουμε ότι ακολουθούν τους περιορισμούς, αλλά, όπως αναμενόταν, αν τα συγκρίνουμε με της κανονικής κατανομής (2.33) παρατηρούμε ότι είναι αρκετά μεγαλύτερα. Δε συμβαίνει όμως το ίδιο και με την ιδιάζουσα περίπτωση της μετοχής της Google η

οποία δίνει $a=0.108$ σε ε.σ. 1%. Η προσαρμογή αυτή φαίνεται λογική αφού εξισορροπεί την υψηλή μεταβλητότητα του σχετικού spread που παρουσιάζει η Google [σχέση (22)], αλλά «ξεφεύγει» κατά πολύ από τους περιορισμούς των Bangia et al. (1999) και φυσικά της κανονικής κατανομής. Μετά εκτιμούμε το COL ανά μετοχή [σχέση (22)], το οποίο επιβεβαιώνει το ότι, για παράδειγμα, η Apple που έχει $\bar{S}=0.041\%$ (και μεγάλη κεφαλαιοποίηση), σε ε.σ. 1%, έχει $\text{COL}=0.123\%$ σε σχέση με τη First Solar που έχει $\bar{S}=0.156\%$ και αρκετά μεγαλύτερο κόστος ρευστότητας ($\text{COL}=0.462\%$). Καταλήγουμε στην εκτίμηση του μέσου κόστους ρευστότητας (Average COL) για επίπεδο σημαντικότητας 5% και 1% [σχέση (23)].



Από τον δείκτη DJI επιλέγουμε τη μετοχή της IBM, της Exxon Mobil και της Chevron. Η περίοδος του δείγματος που μελετούμε είναι και για τις τρεις επιλεγμένες μετοχές από 06/04/2006 έως 30/03/2009 (750 παρατηρήσεις ανά μετοχή).

Dow Jones Industrials (DJI)						
SHARES	IBM		EXXON MOBIL		CHEVRON	
Average Relative Spread \bar{S}	0.099%		0.132%		0.124%	
Volatility of Relative Spread $\tilde{\sigma}$	0.136%		0.194%		0.218%	
Factor α	1%	5%	1%	5%	1%	5%
	3.900	1.041	4.608	1.713	4.092	0.971
Cost of Liquidity COL	1%	5%	1%	5%	1%	5%
	0.315%	0.120%	0.513%	0.232%	0.507%	0.168%
Average COL	<i>for 1%</i>			<i>for 5%</i>		
	0.445%			0.173%		

ΠΙΝΑΚΑΣ 2: Κόστος Ρευστότητας (DJI)

Όσον αφορά, τώρα, για το κόστος ρευστότητας, COL, για το δείκτη DJI, το εκτιμούμε μέσω των COL των τριών προαναφερθέντων μετοχών στον Πίνακα 2. Στον Πίνακα 2, λοιπόν, παρατηρούμε ότι το μικρότερο \bar{S} (μέσο σχετικό spread), έχει η μετοχή της IBM με 0.099%, όπως επίσης και τη μεγαλύτερη κεφαλαιοποίηση και μετά ακολουθούν η Chevron με 0.124% και η Exxon Mobil με 0.132%. Εκτιμώντας, στη συνέχεια, το relative spread volatility, $\tilde{\sigma}$, αντιλαμβανόμαστε ότι και οι τρεις μετοχές, που θεωρούμε ότι είναι αντιπροσωπευτικό δείγμα του δείκτη, κινούνται στα ίδια επίπεδα μεταβλητότητας του σχετικού spread και δεν ξεπερνούν το 0.218%. Παρακάτω στον Πίνακα 1 κατασκευάζουμε τον παράγοντα a , σε επίπεδο σημαντικότητας 1% και 5% αντίστοιχα για κάθε μετοχή (βλέπε γράφημα Γ1.1). Ο παράγοντας a για την IBM και την Chevron, για επίπεδο σημαντικότητας 1%, κυμαίνεται γύρω στο 4.00, ενώ για επίπεδο σημαντικότητας 5% γύρω στο 1.00. Από την άλλη πλευρά η μετοχή της Exxon Mobil, βάσει της κατανομής της παρουσιάζει αυξημένο το συντελεστή a και σε ε.σ. 1% ($a=4.608$) αλλά και σε ε.σ. 5% ($a=1.713$). Μετά προβλέπουμε το COL ανά μετοχή [σχέση (22)], το οποίο μας δείχνει το πόσο μικρότερο αναμένεται το κόστος ρευστοποίησης της IBM με 0.315% (σε ε.σ. 1%) σε σχέση με την Exxon Mobil και την Chevron που εκτιμούμε να έχουν υψηλότερο κόστος ρευστοποίησης με 0.513% και 0.507% αντίστοιχα. Το ίδιο συμβαίνει και σε επίπεδο σημαντικότητας 5% με το COL της Exxon Mobil το 0.232%. Τελικά, για τον δείκτη DJI, εκτιμούμε το μέσο κόστος ρευστότητας

(Average COL) για επίπεδο σημαντικότητας 5% και 1% [σχέση (23)] και βλέπουμε ότι ειδικά για ε.σ. 5% το COL του DJI είναι σχεδόν διπλάσιο του δείκτη Nasdaq με 0.445% έναντι 0.245%.

Για το γερμανικό δείκτη DAX 30 παίρνουμε τις μετοχές: Siemens, Allianz και E-ON. Η περίοδος του δείγματος μας, εδώ, είναι για την Siemens και την Allianz από 13/11/1996 έως 30/03/2009 (3134 και 3137 παρατηρήσεις αντίστοιχα), ενώ για την E-ON οι διαθέσιμες τιμές bid και ask είναι από 14/11/1996 έως 30/03/2009 (3093 παρατηρήσεις).

DAX 30						
SHARES	SIEMENS		ALLIANZ		E ON	
Average Relative Spread \bar{S}	0.239%		0.234%		0.280%	
Volatility of Relative Spread $\tilde{\sigma}$	0.189%		0.152%		0.885%	
Factor α	1%	5%	1%	5%	1%	5%
	3.290	2.173	3.844	1.832	0.684	0.432
Cost of Liquidity COL	1%	5%	1%	5%	1%	5%
	0.430%	0.325%	0.410%	0.257%	0.443%	0.331%
Average COL	<i>for 1%</i>			<i>for 5%</i>		
	0.428%			0.304%		

ΠΙΝΑΚΑΣ 3: Κόστος Ρευστότητας (DAX 30)

Στον Πίνακα 3, παραθέτουμε τα αποτελέσματά μας για το κόστος ρευστότητας του δείκτη DAX 30 μέσω των τριών μετοχών που επιλέξαμε. Εδώ παρατηρούμε ότι μικρότερο \bar{S} (μέσο σχετικό spread) έχει η μετοχή της Allianz με 0.234% και μεγαλύτερο \bar{S} έχει η E-ON με 0.280%. Αντίστροφη είναι η σειρά των μετοχών όταν εξετάζουμε το relative spread volatility, $\tilde{\sigma}$, όπου τη μικρότερη μεταβλητότητα παρουσιάζει η Allianz (0.152%) και ασυνήθιστα μεγάλη (όπως στην Google του δείκτη Nasdaq – βλέπε Πίνακα 1) εμφανίζει η μετοχή της E-ON (0.885%). Η E-ON, όμως παρατηρούμε ότι εξισορροπείται όταν πολλαπλασιαστεί με τον παράγοντα a που εξετάζουμε στη συνέχεια του Πίνακα 3, αφού σε επίπεδο σημαντικότητας 1% έχει τιμή 0.684 και σε 5% έχει 0.432. Οι τιμές αυτές θεωρούνται

σπάνιες και ακραίες, αν λάβουμε υπόψη ότι οι υπόλοιπες δύο μετοχές που επιλέξαμε (βάσει κεφαλαιοποίησης) για το συγκεκριμένο δείκτη μας δίνουν, κατασκευάζοντας την κατανομή των σχετικών spreads, παράγοντα α , η Siemens 3.290 και 2.173 και η Allianz 3.844 και 1.832 σε ε.σ. 1% και 5% αντίστοιχα για κάθε μετοχή (βλέπε γράφημα Γ1.2). Το COL ανά μετοχή [σχέση (22)], μας δείχνει ότι, όσον αφορά τη μετοχή της E-ON, η κατάσταση εξομαλύνθηκε και τα ποσοστά του κόστους ρευστοποίησης βρίσκονται πολύ κοντά και για τις τρεις μετοχές. Τελικά, για τον δείκτη DAX 30, εκτιμούμε ότι το μέσο κόστος ρευστότητας (Average COL) για επίπεδο σημαντικότητας 1% και 5% [σχέση (23)] είναι 0.428% και 0.304% αντίστοιχα.

Συνεχίζοντας την ανάλυση επιλέγουμε, για τον δείκτη CAC 40 της Γαλλίας, τις μετοχές: Total, BNP-Paribas και Sanofi-Aventis. Η περίοδος του δείγματος μας, εδώ, είναι για την μετοχή της Total και της Sanofi-Aventis από 30/12/1988 έως 30/03/2009 (4813 και 4921 παρατηρήσεις αντίστοιχα), ενώ για την BNP-Paribas το χρονικό διάστημα του δείγματός μας είναι από 18/10/1993 έως 30/03/2009 (3765 παρατηρήσεις).

CAC 40						
SHARES	TOTAL		BNP-PARIBAS		SANOFI-AVENTIS	
Average Relative Spread \bar{S}	0.207%		0.175%		0.301%	
Volatility of Relative Spread $\tilde{\sigma}$	0.253%		0.225%		0.408%	
Factor α	1%	5%	1%	5%	1%	5%
	4.124	1.863	4.180	1.962	3.813	1.734
Cost of Liquidity COL	1%	5%	1%	5%	1%	5%
	0.625%	0.339%	0.557%	0.308%	0.929%	0.504%
Average COL	<i>for 1%</i>			<i>for 5%</i>		
	0.704%			0.384%		

ΠΙΝΑΚΑΣ 4: Κόστος Ρευστότητας (CAC 40)

Στον Πίνακα 4, παραθέτουμε τα αποτελέσματά μας για το κόστος ρευστότητας του δείκτη CAC 40 μέσω των τριών μετοχών που επιλέξαμε παραπάνω. Εδώ μικρότερο \bar{S} έχει η μετοχή της BNP-Paribas, η οποία εμφανίζει και τη μεγαλύτερη κεφαλαιοποίηση, με 0.175% και μεγαλύτερο \bar{S} έχει η Sanofi-Aventis με

0.301%. Η μεταβλητότητα των σχετικών spread, $\tilde{\sigma}$, παρατηρούμε ότι είναι αρκετά υψηλότερη στο γαλλικό δείκτη σε συνδυασμό, βέβαια, με το συντελεστή a . Έτσι έχουμε σαν αποτέλεσμα, ένα κόστος ρευστότητας ανά μετοχή σε ε.σ. 1% κατά πολύ μεγαλύτερο από τους προηγούμενους δείκτες που αναλύσαμε. Συγκεκριμένα στη μετοχή της Sanofi-Aventis το COL «αγγίζει» το 0.93%, πράγμα το οποίο σημαίνει ο CAC 40 δεν είναι και από τους πιο «ρευστούς» δείκτες. Όντως, εκτιμούμε ότι το μέσο κόστος ρευστότητας (Average COL) για επίπεδο σημαντικότητας 1% φτάνει το ύψος του 0.704%, ενώ σε ε.σ. 5% η κατάσταση καλυτερεύει παρουσιάζοντας μέσο COL ίσο με 0.384%.

Για να αναλύσουμε τον δείκτη NIKKEI 225 της Ιαπωνίας, επιλέγουμε τις μετοχές: Mizuho Finl. GP. (MFG), Mitsubishi UFJ Finl. GP. και Nippon Steel. Η περίοδος του δείγματος που χρησιμοποιούμε είναι για την μετοχή της MFG και της Nippon Steel από 22/03/2001 έως 30/03/2009 (1952 και 1973 παρατηρήσεις αντίστοιχα), ενώ για την Mitsubishi το χρονικό διάστημα του δείγματός μας είναι από 03/04/2001 έως 30/03/2009 (1955 παρατηρήσεις).

NIKKEI 225						
SHARES	MIZUHO FINL. GP.		MITSUBISHI UFJ FINL.GP.		NIPPON STEEL	
Average Relative Spread \bar{S}	0.407%		0.528%		0.480%	
Volatility of Relative Spread $\tilde{\sigma}$	0.302%		0.361%		0.289%	
Factor α	1%	5%	1%	5%	1%	5%
	3.942	1.876	3.458	1.911	3.285	2.079
Cost of Liquidity COL	1%	5%	1%	5%	1%	5%
	0.798%	0.487%	0.889%	0.609%	0.715%	0.541%
Average COL	<i>for 1%</i>			<i>for 5%</i>		
	0.801%			0.545%		

ΠΙΝΑΚΑΣ 5: Κόστος Ρευστότητας (NIKKEI 225)

Στον Πίνακα 5, όπου παραθέτουμε τα αποτελέσματα του κόστους ρευστότητας για τον δείκτη NIKKEI 225, παρατηρούμε, σε σχέση με τους δείκτες που έχουμε αναλύσει ως τώρα, με γενικά ανεβασμένο COL ανά μετοχή – κατά συνέπεια και COL του δείκτη, το οποίο κυμαίνεται σε ε.σ. 1% από 0.715% (Nippon Steel) έως και 0.889% (Mitsubishi) και σε ε.σ. 5% από 0.487% (MFG) έως και

0.609% (Nippon Steel). Πράγματι, εκτιμούμε ότι το μέσο κόστος ρευστότητας (Average COL) για επίπεδο σημαντικότητας 1% φτάνει το 0.801%, ενώ σε ε.σ. 5% φτάνει το 0.545%.

Για τον βρετανικό δείκτη FTSE 100, επιλέγουμε τις μετοχές: Royal Dutch Shell B, Vodafone και BP. Η περίοδος του δείγματος που χρησιμοποιούμε είναι και για τις τρεις μετοχές η ίδια, δηλαδή από 30/12/1988 έως 30/03/2009 (η 1^η 5123 παρατηρήσεις και οι άλλες δύο από 5122 παρατηρήσεις η καθεμία).

FTSE 100						
SHARES	ROYAL DUTCH SHELL B		VODAFONE		BP	
Average Relative Spread \bar{S}	0.292%		0.526%		0.310%	
Volatility of Relative Spread $\tilde{\sigma}$	0.303%		0.550%		0.335%	
Factor α	1%	5%	1%	5%	1%	5%
	1.999	1.243	3.489	2.026	2.169	1.461
Cost of Liquidity COL	1%	5%	1%	5%	1%	5%
	0.449%	0.334%	1.223%	0.820%	0.518%	0.400%
Average COL	<i>for 1%</i>			<i>for 5%</i>		
	0.730%			0.518%		

ΠΙΝΑΚΑΣ 6: Κόστος Ρευστότητας (FTSE 100)

Παρατηρώντας τον Πίνακα 6 ξεχωρίζουμε την ιδιαιτερότητα που παρουσιάζει η μετοχή της Vodafone σε σχέση με τις υπόλοιπες δύο μετοχές. Για την Vodafone, λοιπόν, εκτιμούμε $\bar{S} = 0.526\%$ και $\tilde{\sigma} = 0.550\%$, την ώρα που η Royal Dutch Shell B και η BP παρουσιάζουν \bar{S} γύρω στο 0.3% και $\tilde{\sigma} = 0.303\%$ και $\tilde{\sigma} = 0.335\%$ αντίστοιχα. Επίσης ιδιαίτερα μεγάλος, σε συνδυασμό με την υψηλή μεταβλητότητα, είναι και ο συντελεστής α με τιμές 3.489 (ε.σ. 1%) και 2.026 (ε.σ. 5%). Έτσι καταλήγουμε στο μέσο κόστος ρευστότητας (Average COL), το οποίο σε επίπεδο σημαντικότητας 1% φτάνει το 0.730%, ενώ σε ε.σ. 5% φτάνει το 0.518%, έχοντας μόνο η Vodafone COL ίσο με 1.223% (ε.σ. 1%) και 0.820% (ε.σ. 5%), δηλαδή κατά πολύ περισσότερο κόστος ρευστοποίησης από ότι φαίνεται τελικά να έχει ο δείκτης.

Για τον ελληνικό γενικό δείκτη ATHEX, επιλέγουμε τις μετοχές: Εθνικής Τράπεζας της Ελλάδος (ΕΤΕ), ΟΠΑΠ (ΟΡΑΡ) και ΟΤΕ. Η περίοδος που χρησιμοποιούμε για τη μετοχή της ΕΤΕ είναι από 19/02/1993 έως 23/03/2009 (3964 παρατηρήσεις), για τη μετοχή του ΟΡΑΡ είναι 25/04/2001 έως 23/03/2009 (1944 παρατηρήσεις) και για τη μετοχή του ΟΤΕ είναι από 22/04/1996 έως 23/03/2009 (3183 παρατηρήσεις).

ATHEX						
SHARES	ETE		OPAP		OTE	
Average Relative Spread \bar{S}	0.467%		0.617%		0.513%	
Volatility of Relative Spread $\tilde{\sigma}$	3.191%		0.455%		0.400%	
Factor α	1%	5%	1%	5%	1%	5%
	0.434	0.185	3.643	1.848	3.558	1.848
Cost of Liquidity COL	1%	5%	1%	5%	1%	5%
	0.926%	0.528%	1.137%	0.729%	0.968%	0.626%
Average COL	<i>for 1%</i>			<i>for 5%</i>		
	1.010%			0.628%		

ΠΙΝΑΚΑΣ 7: Κόστος Ρευστότητας (ATHEX)

Παρατηρώντας τον Πίνακα 7 μπορούμε να πούμε ότι ο δείκτης ATHEX θεωρείται η λιγότερο ρευστή αγορά και όπως είναι φυσικό παρουσιάζει και το υψηλότερο κόστος ρευστότητας με το COL να εκτιμάται σε 1.010% (σε ε.σ. 1%) και σε 0.628% (σε ε.σ. 5%). Αναλυτικότερα, παρατηρούμε άλλη μία ιδιαίζουσα περίπτωση, αυτή της ΕΤΕ που η μεταβλητότητα του σχετικού spread της φτάνει το 3.191% και ο παράγοντας α , αναλόγως του επιλεγμένου επιπέδου σημαντικότητας (1% ή 5%) είναι 0.434 ή 0.185. Τέλος, το COL ανά μετοχή κυμαίνεται σε πολύ υψηλά επίπεδα της τάξης του 0.95% περίπου για ΕΤΕ και ΟΤΕ και 1.137% για τον ΟΡΑΡ.

3.4 Προσαρμοσμένο για Ρευστότητα VaR (Liquidity Adjusted VaR – LAVaR)

Σε αυτό το μέρος θα εκτιμήσουμε το προσαρμοσμένο για ρευστότητα VaR (LAVaR), για κάθε χρηματιστηριακό δείκτη ξεχωριστά, με τη μεθοδολογία που παρουσιάσαμε στην παράγραφο 2.4 και σύμφωνα με τον τύπο [αναλόγως αν επιλέξουμε ε.σ. 5% ή 1%, βλέπε σχέση (24) και (25) αντίστοιχα]:

$$LAVaR = VaR + COL$$

Στη συνέχεια επιλέγουμε, για κάθε έναν δείκτη, ένα από τα μοντέλα που χρησιμοποιήσαμε για τη εκτίμηση του VaR (Παράρτημα Β – Πίνακες Β2 έως Β8), το οποίο όμως να έχει γίνει δεκτό σύμφωνα με τα κριτήρια που περιγράψαμε στην παράγραφο 2.3 σε επίπεδο σημαντικότητας 5% και 1%.

Έτσι για τον δείκτη Nasdaq επιλέγουμε το μοντέλο ARCH με κατανομή Student-t, για τον δείκτη DJI το μοντέλο EGARCH με κατανομή GED, για τον δείκτη DAX 30 το μοντέλο GARCH Student-t APARCH, για τον δείκτη CAC 40 επιλέγουμε το μοντέλο EGARCH Normal, για τον NIKKEI 225 και τον FTSE 100 το μοντέλο ARCH GED και τέλος για τον δείκτη ATHEX το μοντέλο EGARCH με κατανομή GED.

Πιο κάτω παραθέτουμε συγκεντρωτικά τα αποτελέσματα σε ξεχωριστό πίνακα για κάθε δείκτη (Πίνακας 8 έως 14), στον οποίο σύμφωνα με το επιλεγμένο μοντέλο VaR εκτιμούμε το LAVaR (σε ε.σ. 1% και 5%) βάσει της τελευταίας παρατήρησης του δείγματος (Μάρτιος του 2009), βάσει του μέσου (mean) VaR για το συγκεκριμένο μοντέλο που επιλέξαμε και βάσει του ελάχιστου (minimum) VaR. Λέγοντας ελάχιστο VaR, εννοούμε τη μέγιστη εκτιμώμενη ζημία (ως ποσοστό του επενδεδυμένου κεφαλαίου). Αυτό συμβαίνει γιατί όταν υπολογίζουμε το VaR έχει αρνητικό πρόσημο, το οποίο είναι ποιοτικό και όχι ουσιαστικό διότι δείχνει ζημία. Το ίδιο πραγματοποιείται και με το COL, επειδή μας δείχνει το εκτιμώμενο κόστος.

Nasdaq						
Selected Model	ARCH Student-t					
Confidence Level	1%			5%		
	VaR	COL	LAVaR	VaR	COL	LAVaR
Last Observation	0.0742%	0.2454%	0.3196%	0.0364%	0.1189%	0.1553%
Mean	0.0773%	0.2454%	0.3227%	0.0392%	0.1189%	0.1581%
Minimum	0.5391%	0.2454%	0.7845%	0.2784%	0.1189%	0.3973%

ΠΙΝΑΚΑΣ 8: Liquidity Adjusted Value-at-Risk (NASDAQ)

Παρουσιάζουμε, αρχικά, στον Πίνακα 8 τα αποτελέσματα του δείκτη Nasdaq. Εδώ βλέπουμε ότι επιλέγοντας το μοντέλο ARCH με κατανομή Student-t, έχουμε σε ε.σ. 1% την τελευταία παρατήρηση του VaR να βρίσκεται στο 0.0742%, το μέσο VaR στο 0.0773% και τη μέγιστη ενδεχόμενη ζημία στο 0.5391%. Έχοντας εκτιμήσει ότι το COL ισούται με 0.2454% και σύμφωνα με τον τύπο του LAVaR για επίπεδο σημαντικότητας 1% [σχέση (25)], προβλέπουμε ότι το μέσο LAVaR θα είναι ίσο με περίπου 0.32% και το χειρότερο, βάσει της εκτίμησης, LAVaR θα φτάσει το 0.785%. Αντίστοιχα για ε.σ. 5% το μέσο LAVaR θα ισούται με περίπου 0.16% και το ελάχιστο LAVaR, δηλαδή η μέγιστη ζημία προσαρμοσμένη για ρευστότητα, θα φτάσει κοντά στο 0.4%.

Dow Jones Industrials						
Selected Model	EGARCH GED					
Confidence Level	1%			5%		
	VaR	COL	LAVaR	VaR	COL	LAVaR
Last Observation	5.1873%	0.4448%	5.6321%	3.2451%	0.1733%	3.4184%
Mean	2.8388%	0.4448%	3.2836%	1.7942%	0.1733%	1.9675%
Minimum	10.727%	0.4448%	11.172%	6.7045%	0.1733%	6.8778%

ΠΙΝΑΚΑΣ 9: Liquidity Adjusted Value-at-Risk (DJI)

Συνεχίζοντας, με τον Πίνακα 9 όπου παρατίθενται τα αποτελέσματα του δείκτη DJI, παρατηρούμε ότι επιλέγοντας το μοντέλο EGARCH με κατανομή GED, έχουμε το μέσο VaR να εκτιμάται γύρω στο 2.84% σε ε.σ. 1% (γύρω στο 1.8% σε ε.σ. 5%) και τη μέγιστη ενδεχόμενη ζημία στο 10.727% (6.7%). Έχοντας εκτιμήσει ότι το COL ισούται με 0.2454% σε ε.σ. 1% και με 0.1733% σε ε.σ. 5% και σύμφωνα με τον τύπο του LAVaR για ε.σ. 1% [σχέση (25)] και για ε.σ. 5% [σχέση (24)], προβλέπουμε ότι το μέσο LAVaR θα είναι ίσο με περίπου 3.3% (1.97%), δηλαδή δεκαπλάσιο από αυτό του δείκτη Nasdaq και το μέγιστο αρνητικό LAVaR θα φτάσει το 11.172% σε ε.σ. 1% (6.88% σε ε.σ. 5%).

DAX 30						
Selected Model	GARCH Student-t APARCH					
Confidence Level	1%			5%		
	VaR	COL	LAVaR	VaR	COL	LAVaR
Last Observation	4.9165%	0.4276%	5.3441%	2.7214%	0.3042%	3.0256%
Mean	4.9019%	0.4276%	5.3295%	2.8022%	0.3042%	3.1064%
Minimum	22.310%	0.4276%	22.738%	12.591%	0.3042%	12.895%

ΠΙΝΑΚΑΣ 10: *Liquidity Adjusted Value-at-Risk (DAX 30)*

Στον Πίνακα 10 όπου δίνουμε τα αποτελέσματα του δείκτη DAX 30, επιλέγοντας το μοντέλο APARCH με κατανομή Student-t, παρατηρούμε ότι σε σχέση με τους προαναφερόμενους δείκτες, στον DAX 30 με εξαίρεση το COL σε ε.σ. 1% όλες οι υπόλοιπες εκτιμήσεις έχουν αισθητά αυξηθεί, το οποίο μας δείχνει ότι βρισκόμαστε σε μία λιγότερο ρευστή αγορά. Εκτιμούμε το μέσο VaR περίπου στο 4.9% για ε.σ. 1% και περίπου στο 2.8% για ε.σ. 5% και το μέσο LAVaR ισούται με 5.33% (ε.σ. 1%) και 3.11% (ε.σ. 5%). Το αξιοσημείωτο για το συγκεκριμένο δείκτη είναι ότι η χειρότερη τιμή που εκτιμούμε για το LAVaR φτάνει το 22.738% για επίπεδο σημαντικότητας 1%.

CAC 40						
Selected Model	EGARCH Normal					
Confidence Level	1%			5%		
	VaR	COL	LAVaR	VaR	COL	LAVaR
Last Observation	4.4818%	0.7037%	5.1855%	3.1689%	0.3840%	3.5529%
Mean	3.0760%	0.7037%	3.7797%	2.1749%	0.3840%	2.5589%
Minimum	11.543%	0.7037%	12.247%	8.1612%	0.3840%	8.5452%

ΠΙΝΑΚΑΣ 11: Liquidity Adjusted Value-at-Risk (CAC 40)

Στον Πίνακα 11 φαίνονται τα αποτελέσματα του δείκτη CAC 40, έχοντας επιλέξει το μοντέλο EGARCH με Normal κατανομή. Παρατηρούμε ότι είναι αρκετά αυξημένο το κόστος ρευστότητας, COL, ειδικά για ε.σ. 1%, με τιμή 0.7037%. Τα ποσοστά του VaR φαίνονται να κυμαίνονται σε μέτρια επίπεδα, σε σχέση με τους υπόλοιπους δείκτες και το LAVaR κινείται γύρω στο 3.78% για ε.σ. 1% και 2.56% για ε.σ. 5%.

NIKKEI 225						
Selected Model	ARCH GED					
Confidence Level	1%			5%		
	VaR	COL	LAVaR	VaR	COL	LAVaR
Last Observation	3.1594%	0.8005%	3.9599%	1.7807%	0.5454%	2.3261%
Mean	3.6210%	0.8005%	4.4215%	2.0013%	0.5454%	2.5467%
Minimum	21.840%	0.8005%	22.641%	12.378%	0.5454%	12.923%

ΠΙΝΑΚΑΣ 12: Liquidity Adjusted Value-at-Risk (NIKKEI 225)

Στη συνέχεια, παρουσιάζουμε τα αποτελέσματα του δείκτη της Ιαπωνίας, τον NIKKEI 225 στον Πίνακα 12, επιλέγοντας το μοντέλο ARCH GED. Όπως και πριν έτσι και εδώ παρατηρούμε ένα αρκετά υψηλό κόστος ρευστότητας με τιμή 0.8% και 0.55% για ε.σ. 1% και 5% αντίστοιχα. Ομοίως βλέπουμε το VaR να κινείται σε

μέτρια επίπεδα, και το LAVaR κινείται γύρω στο 4.4% για ε.σ. 1% και 2.55% για ε.σ. 5% με τη χειρότερη τιμή να αγγίζει το 22.64% σε ε.σ. 1%.

FTSE 100						
Selected Model	ARCH GED					
Confidence Level	1%			5%		
	VaR	COL	LAVaR	VaR	COL	LAVaR
Last Observation	2.4517%	0.7299%	3.1816%	1.4880%	0.5181%	2.0061%
Mean	2.7742%	0.7299%	3.5041%	1.6726%	0.5181%	2.1907%
Minimum	14.172%	0.7299%	14.902%	8.7956%	0.5181%	9.3137%

ΠΙΝΑΚΑΣ 13: *Liquidity Adjusted Value-at-Risk (FTSE 100)*

Στη συνέχεια, παρουσιάζουμε τα αποτελέσματα του βρετανικού δείκτη, του FTSE 100 στον Πίνακα 13, επιλέγοντας το μοντέλο ARCH GED. Και εδώ παρατηρούμε ένα υψηλό κόστος ρευστότητας, με τιμή 0.73% και σχεδόν 0.52% για ε.σ. 1% και 5% αντίστοιχα. Βλέπουμε ότι το VaR κινείται σε χαμηλότερα επίπεδα από τους υπόλοιπους, εκτός του Nasdaq, δείκτες. Όμως λόγω του υψηλού κόστους ρευστότητας, το LAVaR κινείται γύρω στο 3.5% για ε.σ. 1% και 2.20% για ε.σ. 5% με τη χειρότερη τιμή να φτάνει κοντά στο 15% σε ε.σ. 1%.

ATHEX						
Selected Model	EGARCH GED					
Confidence Level	1%			5%		
	VaR	COL	LAVaR	VaR	COL	LAVaR
Last Observation	3.9336%	1.0104%	4.9440%	2.4317%	0.6276%	3.0593%
Mean	3.5843%	1.0104%	4.5947%	2.2030%	0.6276%	2.8306%
Minimum	14.978%	1.0104%	15.9884%	9.2989%	0.6276%	9.9265%

ΠΙΝΑΚΑΣ 14: *Liquidity Adjusted Value-at-Risk (ATHEX)*

Τελειώνοντας με την παρουσίαση των αποτελεσμάτων του LAVaR, έχουμε τον ελληνικό δείκτη ATHEX στον Πίνακα 14, επιλέγοντας το μοντέλο EGARCH GED. Ο ATHEX εμφανίζει το υψηλότερο κόστος ρευστότητας για τους δείκτες που μελετούμε, με τιμή 1.0104% και περίπου 0.63% για ε.σ. 1% και 5% αντίστοιχα. Προσέχουμε ότι το VaR κινείται σε επίπεδα κοντά σε αυτά του NIKKEI 225. Όμως και πάλι λόγω του ιδιαίτερα υψηλού κόστους ρευστότητας, το LAVaR κινείται γύρω στο 4.6% για ε.σ. 1% και 2.83% για ε.σ. 5% με τη χειρότερη τιμή να φτάνει κοντά στο 16% σε ε.σ. 1%.

4. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Στη συγκεκριμένη εργασία, κάνουμε μία προσπάθεια να κατασκευάσουμε και να εκτιμήσουμε το μέτρο της προσαρμοσμένης για ρευστότητα Αξίας σε Κίνδυνο (Liquidity Adjusted Value-at-Risk – LAVaR) ενσωματώνοντας την μεταβλητότητα των τιμών bid και ask και εκτιμώντας το επιπλέον VaR κόστος που απαιτείται ώστε να καταφέρουμε να ρευστοποιήσουμε τη θέση μας. Μελετούμε μια δειγματική περίοδο 39 περίπου ετών, από τον Ιανουάριο του 1970 έως τα τέλη Μαρτίου του 2009, για επτά χρηματιστηριακούς δείκτες (Nasdaq, Dow Jones Industrials - DJI, DAX 30, CAC 40, NIKKEI 225, FTSE 100 και Athex) παίρνοντας ημερήσιες λογαριθμικές αποδόσεις. Θεωρούμε ως in-sample περίοδο περίπου το 70% του δείγματος για κάθε δείκτη και ως out-of-sample περίοδο το υπόλοιπο 30%, όπου για αυτήν την περίοδο εκτιμάται το LAVaR. Έτσι δημιουργούμε ένα κυλιόμενο δείγμα (rolling sample) ώστε, στη συνέχεια, να εκτιμήσουμε μέσω πλειάδας μοντέλων (Var-Covar, Historical Simulation και μοντέλα από την οικογένεια των GARCH), το VaR και το Conditional VaR – CVaR (Expected Shortfall – ES ή Expected Tail Loss – ETL) σε διάστημα εμπιστοσύνης 95% και 99%. Μετά, αξιολογούμε τα μοντέλα του VaR μέσω του backtesting και επιλέγουμε ένα από τα μοντέλα που γίνονται δεκτά. Ύστερα, παίρνουμε ημερήσιες bid – ask τιμές από τρεις μετοχές με μεγάλη κεφαλαιοποίηση για κάθε δείκτη, με σκοπό, βάσει των σχετικών (relative) spread και του παράγοντα a (ο οποίος κάνει την προσαρμογή για την κατανομή του σχετικού spread και υπολογίζεται βάσει της εμπειρικής κατανομής για ποσοστημόριο 1% και 5% για κάθε μετοχή), να εκτιμήσουμε το κόστος ρευστοποίησης COL ανά μετοχή και εν συνεχεία ανά δείκτη. Λόγω της συγκεκριμένης επιλογής των μετοχών (μεγάλης

κεφαλαιοποίησης) οι εκτιμήσεις μας μπορούν να θεωρηθούν από τη μία συντηρητικές και ότι προσφέρουν την καλύτερη δυνατή εικόνα του δείκτη, αλλά από την άλλη αντιπροσωπεύουν τις μεταβολές και την τάση του εκάστοτε δείκτη. Από την εκτίμηση του COL διαπιστώνουμε αρχικά ότι οι δυο αγορές οι οποίες αποδίδουν το χαμηλότερο COL και συνεπώς μπορούμε να τις θεωρήσουμε και τις πιο ρευστές, είναι ο δείκτης Nasdaq με το COL να ισούται με 0.119% σε ε.σ. 5% και ο DJI, ενώ οι δυο λιγότερο ρευστές αγορές (με υψηλότερο COL) είναι ο NIKKEI 225 και ο Athex με το κόστος ρευστοποίησης να φτάνει, για τον τελευταίο, το 1.0104% σε ε.σ. 1%. Προχωρώντας, βάσει του επιλεγμένου, από το backtesting, μοντέλου VaR και του εκτιμώμενου COL, κατασκευάζουμε το LAVaR για κάθε δείκτη ξεχωριστά. Έτσι, συνοπτικά παρουσιάζουμε τα αποτελέσματα για το LAVaR, για κάθε δείκτη, σε ε.σ. 5% (και σε ε.σ. 1%): για τον δείκτη Nasdaq εκτιμούμε ότι χρειαζόμαστε να κρατήσουμε 0.16% (0.32%), για τον δείκτη DJI 1.97% (3.28%), για τον δείκτη DAX 30 3.1% (5.3%), για τον δείκτη CAC 40 περίπου 2.56% (3,78%), για τον NIKKEI 225 2.55% (4.4%), για τον FTSE 100 2.2% (3.5%) και για τον δείκτη Athex 2.83% (περίπου 4.6%). Επιλέγοντας ενδεικτικά έναν ρευστό χρηματιστηριακό δείκτη, όπως είναι ο DJI και έναν λιγότερο ρευστό, όπως είναι ο Athex παρατηρούμε ότι η αύξηση που πραγματοποιήθηκε, λόγω της ενσωμάτωσης του κόστους ρευστότητας στο VaR, είναι για τον DJI της τάξης του 9.66% σε ε.σ. 5% και 15.67% σε ε.σ. 1%, σε αντίθεση με τον Athex που η αύξηση είναι της τάξης του 28.49% σε ε.σ. 5% και 28.19% σε ε.σ. 1%. Συνεπώς, αντιλαμβανόμαστε το πόσο σημαντικό είναι το να κρατήσουμε επιπλέον κεφάλαια όχι μόνο για το εκτιμώμενο VaR αλλά και για το κόστος που θα απαιτηθεί έτσι ώστε να καταφέρουμε να αποκτήσουμε την επιθυμητή (ή την αναγκαία) ρευστότητα, δηλαδή να κρατήσουμε εξ' αρχής κεφάλαια για το liquidity adjusted Value-at-Risk (LAVaR).

5. ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- ✚ Angelidis, T., Benos, A. (2006) Liquidity adjusted value-at-risk based on the components of the bid-ask spread, *Applied Financial Economics*, 16, 835-851.
- ✚ Angelidis, T., Degiannakis, S. (2008) Econometric Modeling of Value-at-Risk, in *New Econometric Modeling Research*, (ed.) Toggins, W.N., Nova Science Publishers, Inc., USA, Chapter 1, pp. 9-60.
- ✚ Angelidis, T., Skiadopoulos, G. (2008) Measuring the market risk of freight rates: a value-at-risk approach, *International Journal of Theoretical and Applied Finance*, Vol. 11, No 8, 957-959.
- ✚ Artzner, P., Delbaen, F., Eber, J.-M. and Heath, D. (1997) Thinking Coherently, *Risk*, 10, 68-71.
- ✚ Bangia, A., Diebold, F. X., Schuermann, T. and Stroughair, J. (1999) Modeling liquidity risk, with implications for traditional market risk measurement and management, *The Wharton Financial Institutions Center WP 99-06*.
- ✚ Barone-Adesi, G., Giannopoulos, K. and Vosper, L. (1999) VaR without Correlations for Nonlinear Portfolios, *Journal of Future Markets*, 19, 583-602.
- ✚ Bervas, A. (2006) Market liquidity and its incorporation into risk management, *Banque de France, Financial Stability Review*, No. 8, May.
- ✚ Bollerslev, T. (1986) Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity, *Journal of Econometrics*, 31, 307-327.
- ✚ Bollerslev, T. (1987) A Conditional Heteroskedastic Time Series Model for Speculative Prices and Rates of Return, *Review of Economics and Statistics*, 69, 542-547.

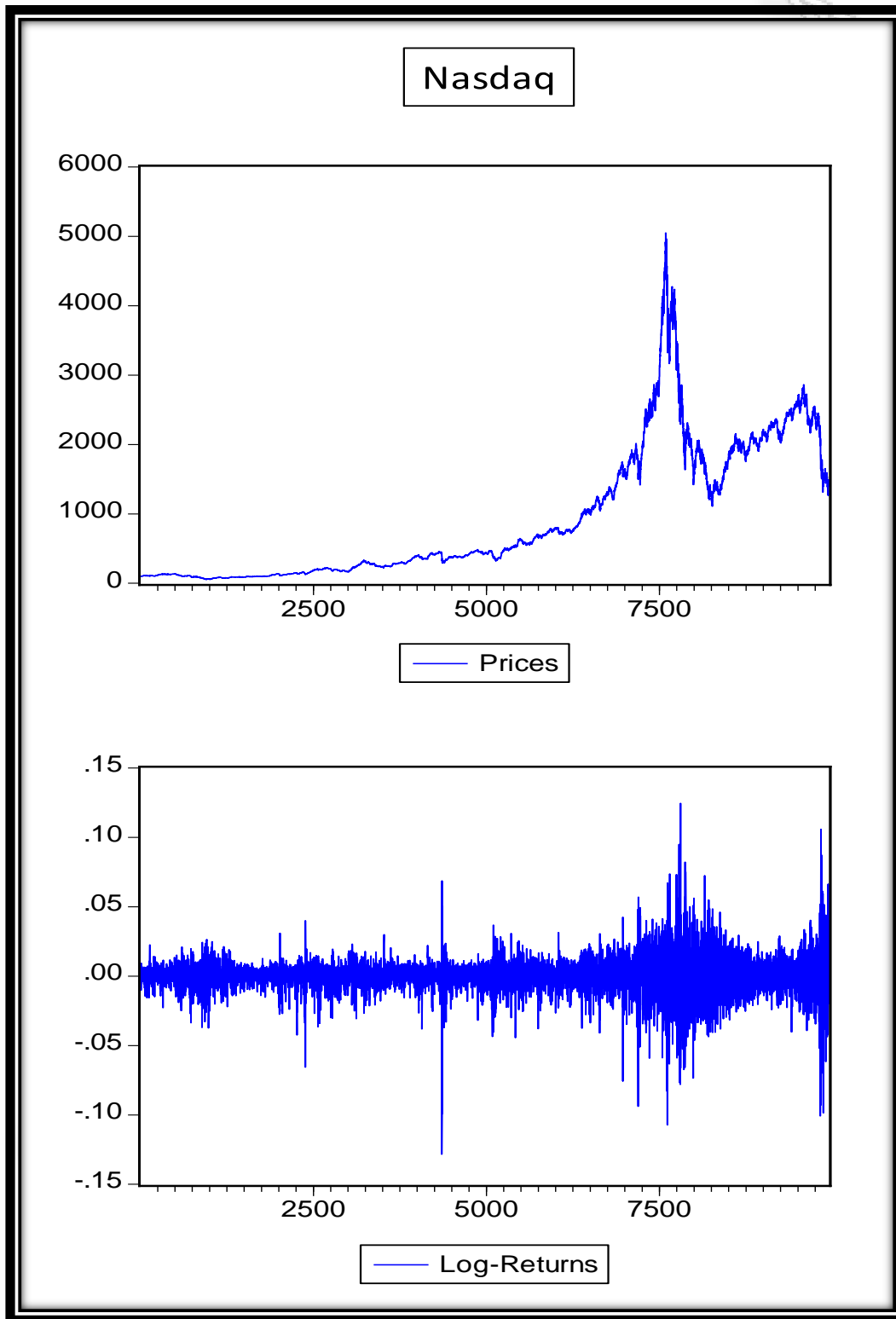
- ✚ Campbell, S.D. (2005) A review of backtesting and backtesting procedures, Finance and Economics discussion series, Federal Reserve Board, Washington, D.C.
- ✚ Cheung, J. and Dong, L. (2006) Liquidity-Adjusted Value-at-Risk for portfolios of assets, Financial Risk Management program, Simon Fraser University.
- ✚ Christoffersen, P. (1998) Evaluating internal forecasts, International Economic Review 39, 841-862.
- ✚ Christoffersen, P. (2003) Elements of Financial Risk Management, Academic Press.
- ✚ Christoffersen, P. and Pelletier, D. (2003) Backtesting Value-at-Risk: A Duration-Based Approach, Scientific Series.
- ✚ Delbaen, F. (2002) Coherent Risk Measures on General Probability Spaces, Advances in Finance and Stochastics, Essays in Honour of Dieter Sondermann, in: K. Sandmann and P. J. Schonbucher (eds.), Springer, 1-38.
- ✚ Ding, Z., Granger, C.W.J. and Engle, R.F. (1993) A long memory property of stock market returns and a new model, Journal of Empirical Finance, 1, 83-106.
- ✚ Engle, R.F. (1982) Autoregressive Conditional Heteroskedasticity with Estimates of the Variance of U.K. Inflation, Econometrica, 50, 987-1008.
- ✚ François-Heude, A. and Van Wynendaele, P. (2002). Integrating liquidity risk in a parametric intraday VaR framework, 7th Bergian Financial Research Forum, Liege.
- ✚ Giot, P. (2005). Market risk models for intraday data. European Journal of Finance. 11.309-24.
- ✚ Kupiec, P.H. (1995) Techniques for Verifying the Accuracy of Risk Measurement Models, Journal of Derivatives, 3, 73-84.

- ✚ Le Saout. E. (2001). Incorporating liquidity risk in VaR models, unpublished Working Paper. University of Rene.
- ✚ Madhavan, A., Richardson, M. and Roomans, M. (1997) Why do security prices change? A transaction-level analysis of NYSE stocks, *Review of Financial Studies*, 10, 1035-64.
- ✚ Nelson, D. (1991) Conditional Heteroskedasticity in asset returns: a new approach, *Econometrica*, 59, 347-370.
- ✚ Orlova, E. (2008) Estimation of liquidity-adjusted VaR from historical data, Master Thesis, Humboldt-Universität zu Berlin.

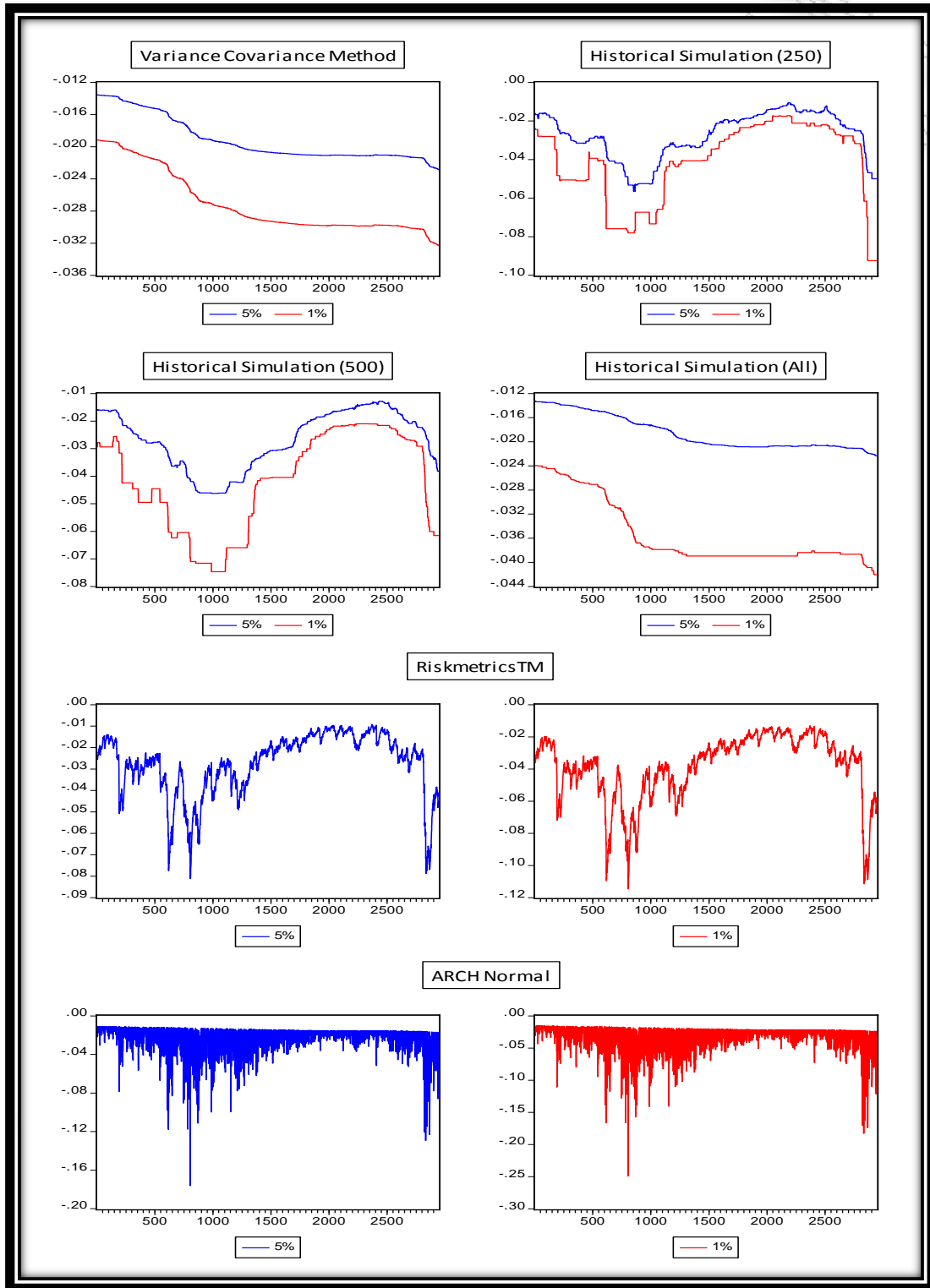
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α:

ΓΡΑΦΗΜΑΤΑ

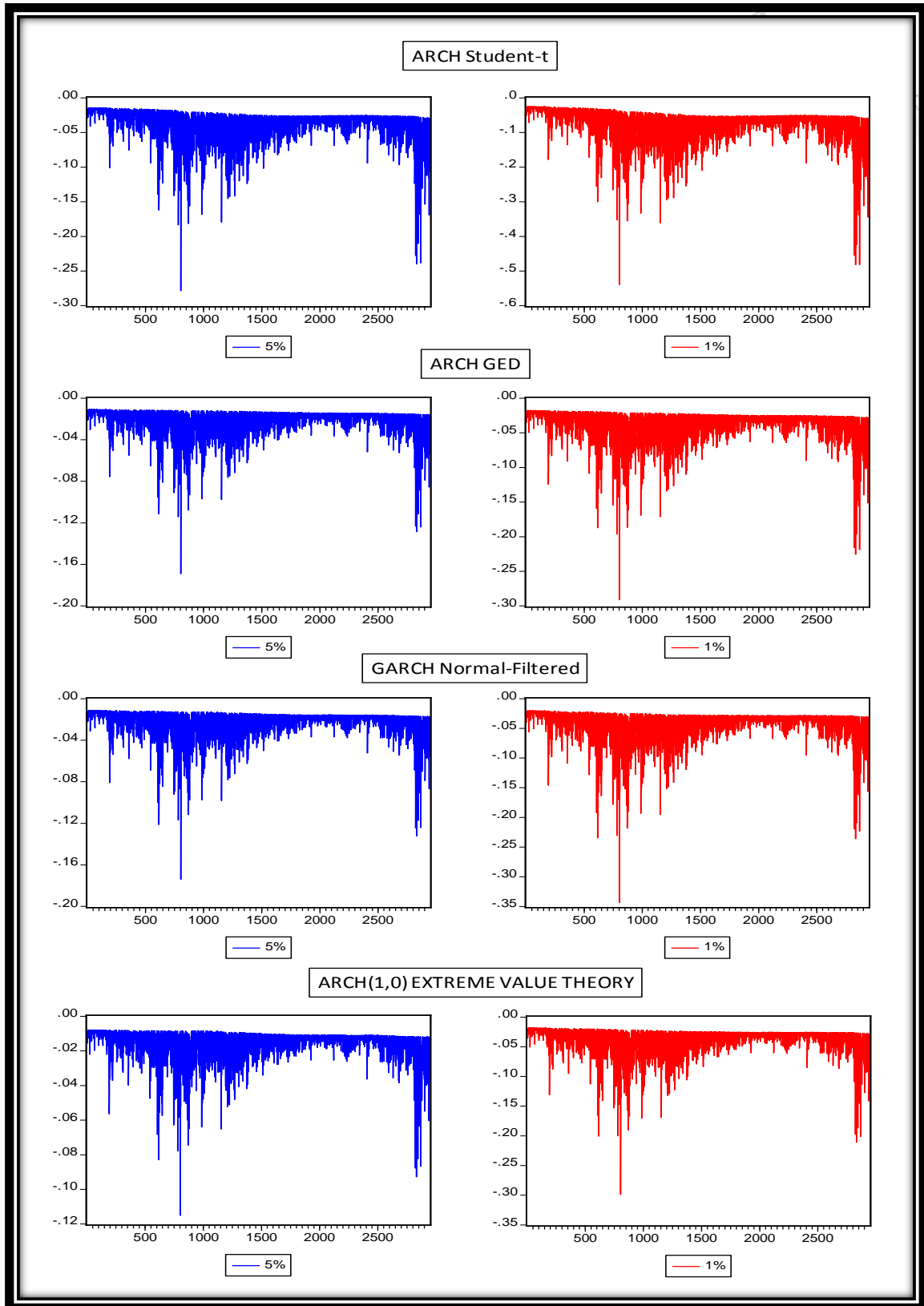
ΓΡΑΦΗΜΑ Α1.1: NASDAQ



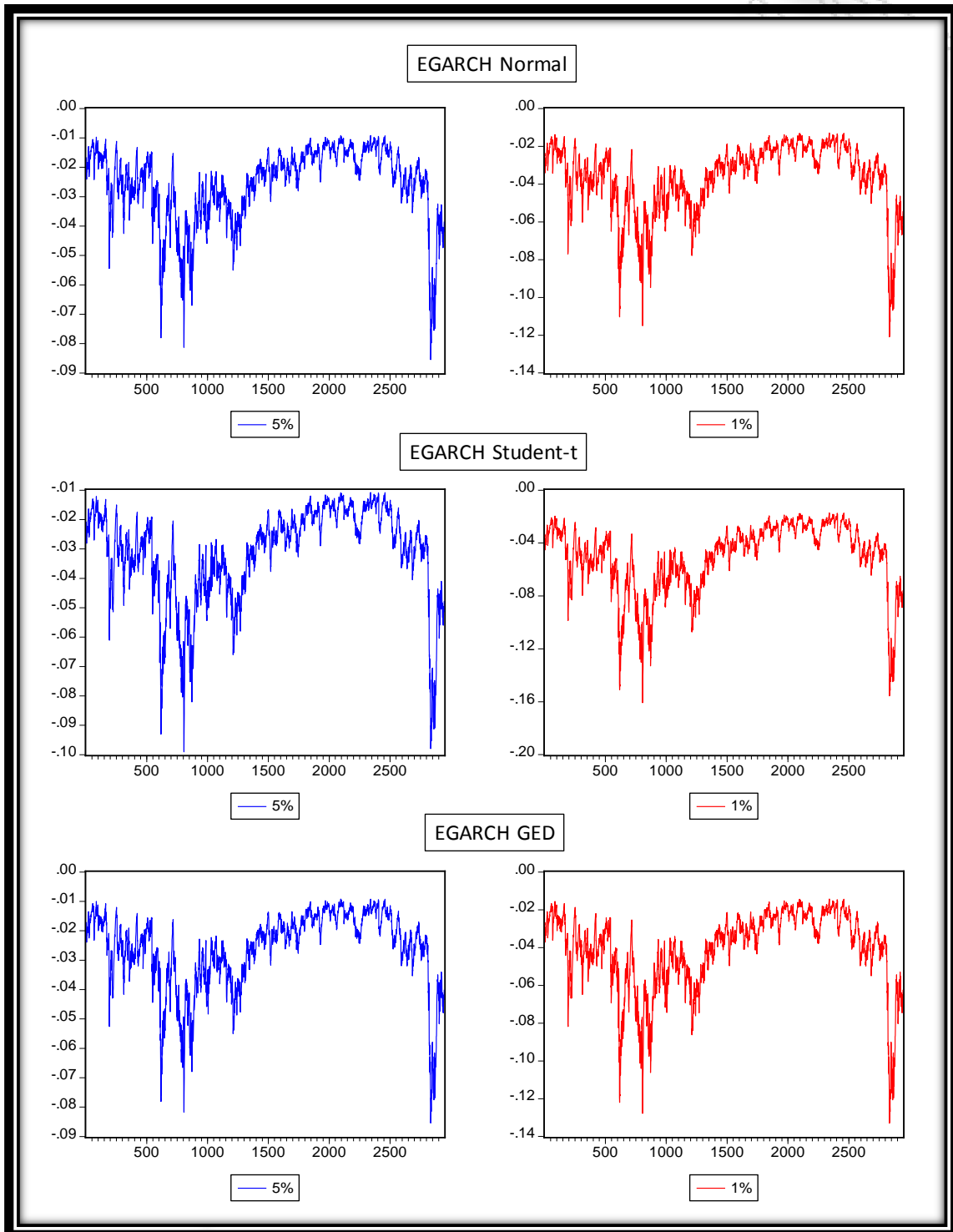
ΓΡΑΦΗΜΑ Α1.2: Value-at-Risk of NASDAQ



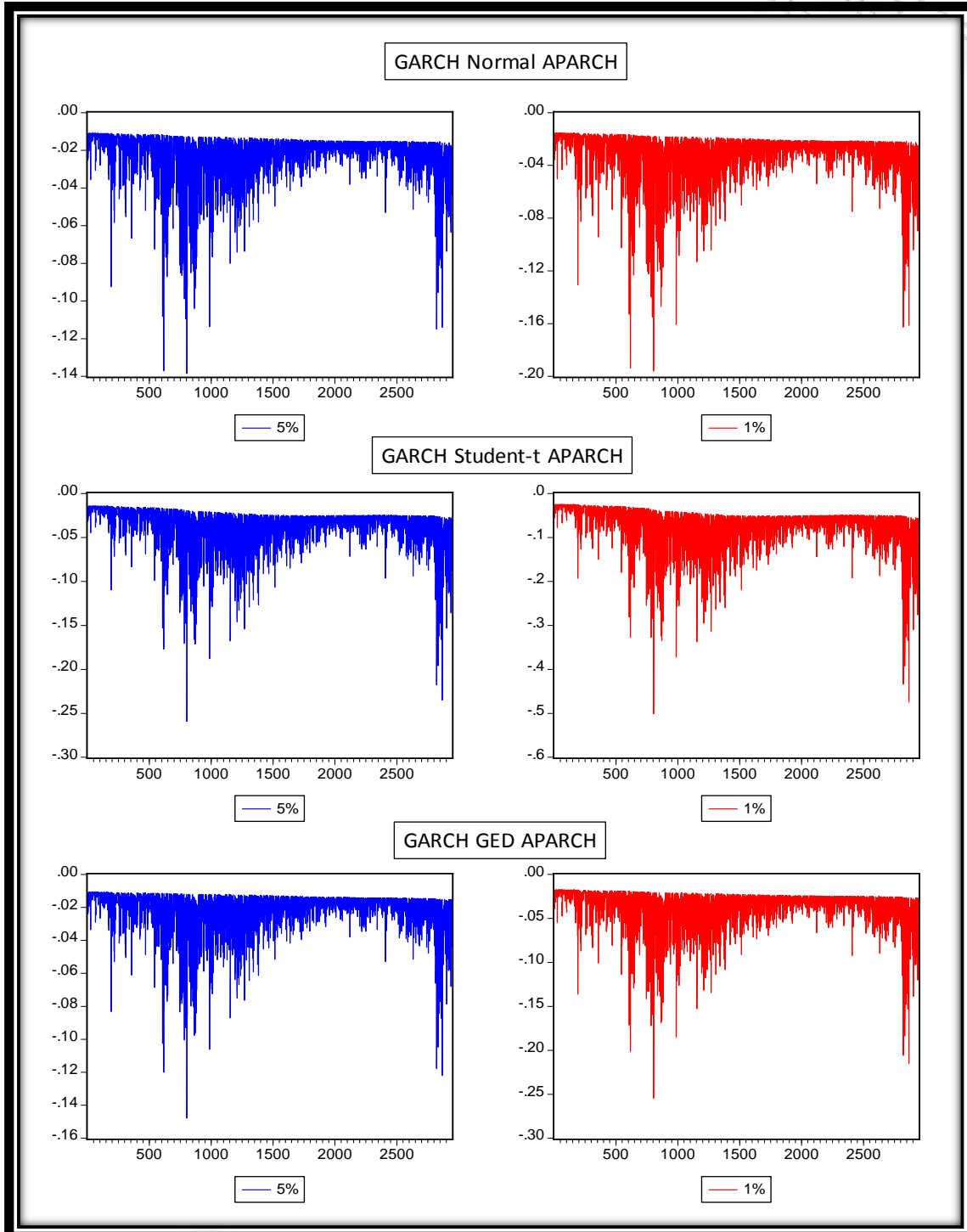
ΓΡΑΦΗΜΑ Α1.2: VaR of NASDAQ (συνέχεια)



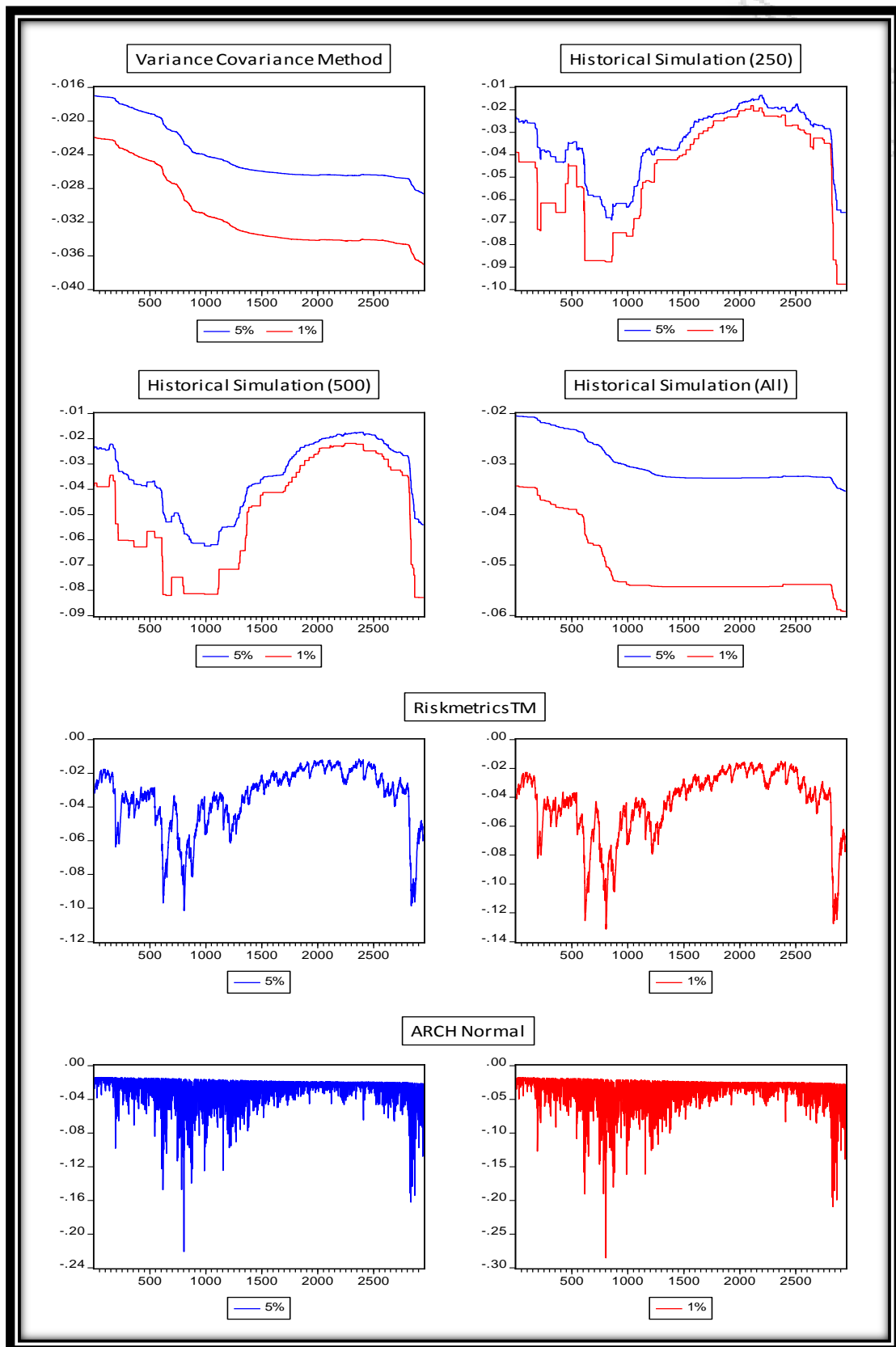
ΓΡΑΦΗΜΑ Α1.2: VaR of NASDAQ (συνέχεια)



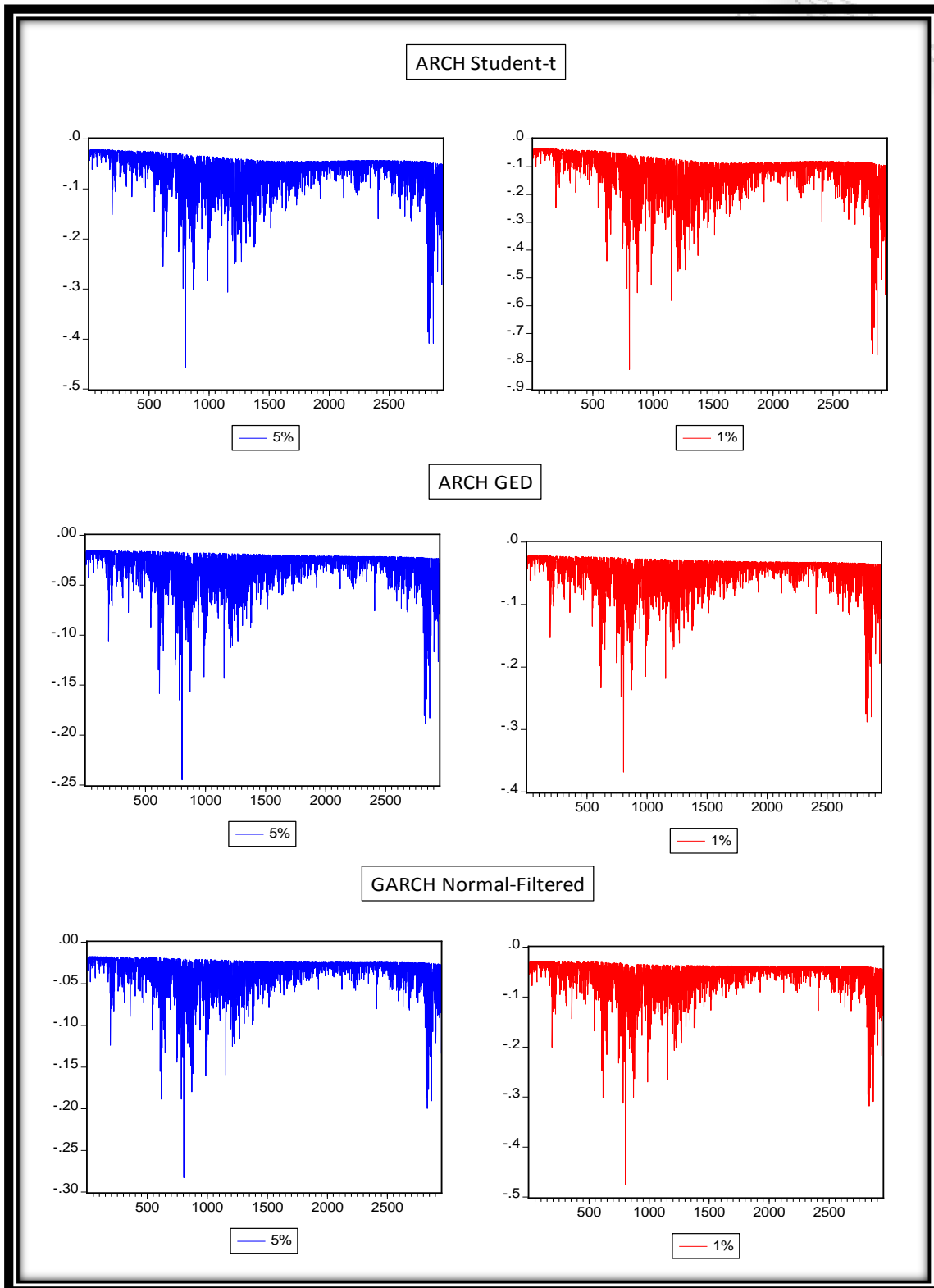
ΓΡΑΦΗΜΑ Α1.2: VaR of NASDAQ (συνέχεια)



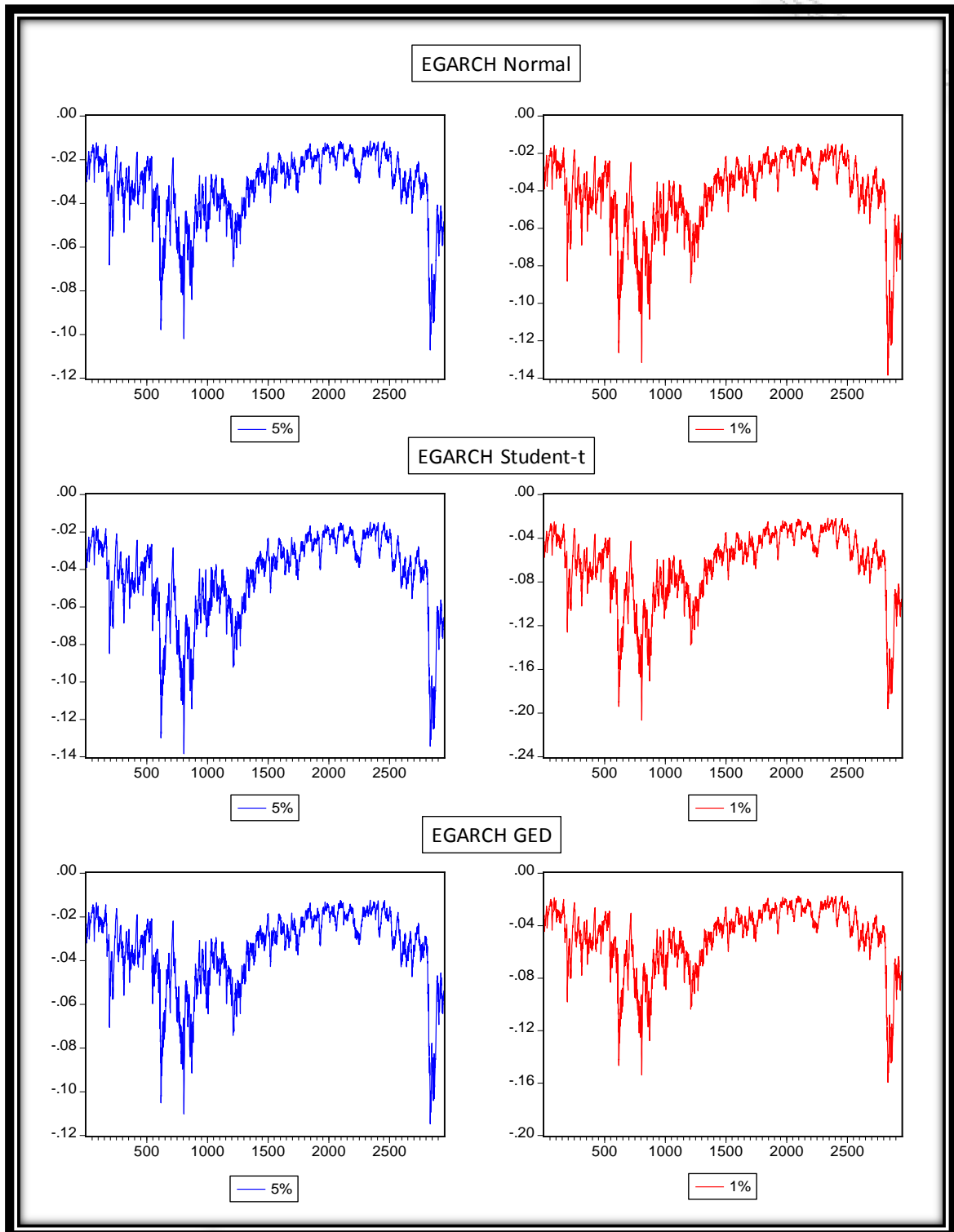
ΓΡΑΦΗΜΑ A1.3: Expected Shortfall of NASDAQ



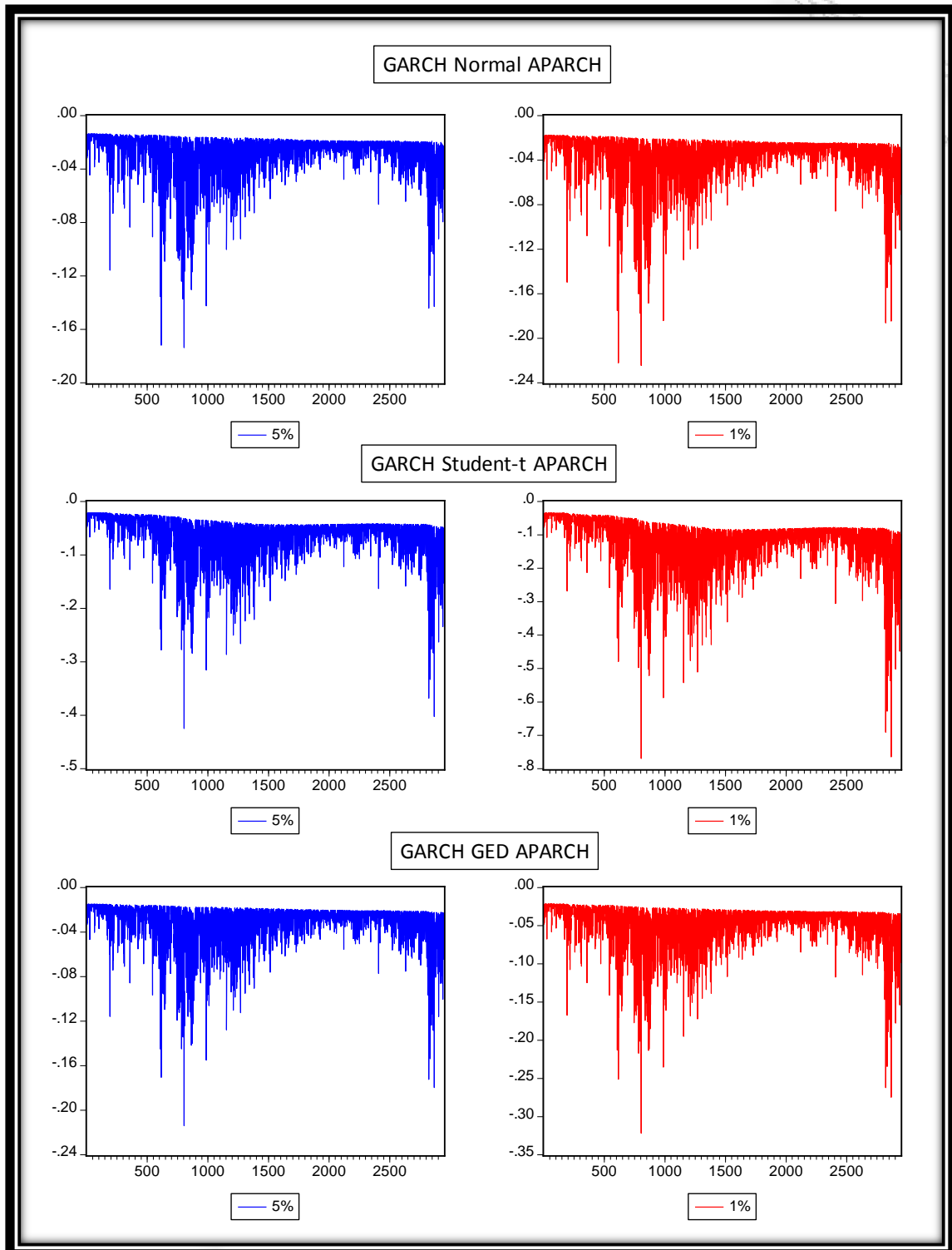
ΓΡΑΦΗΜΑ Α1.3: ES of NASDAQ (συνέχεια)



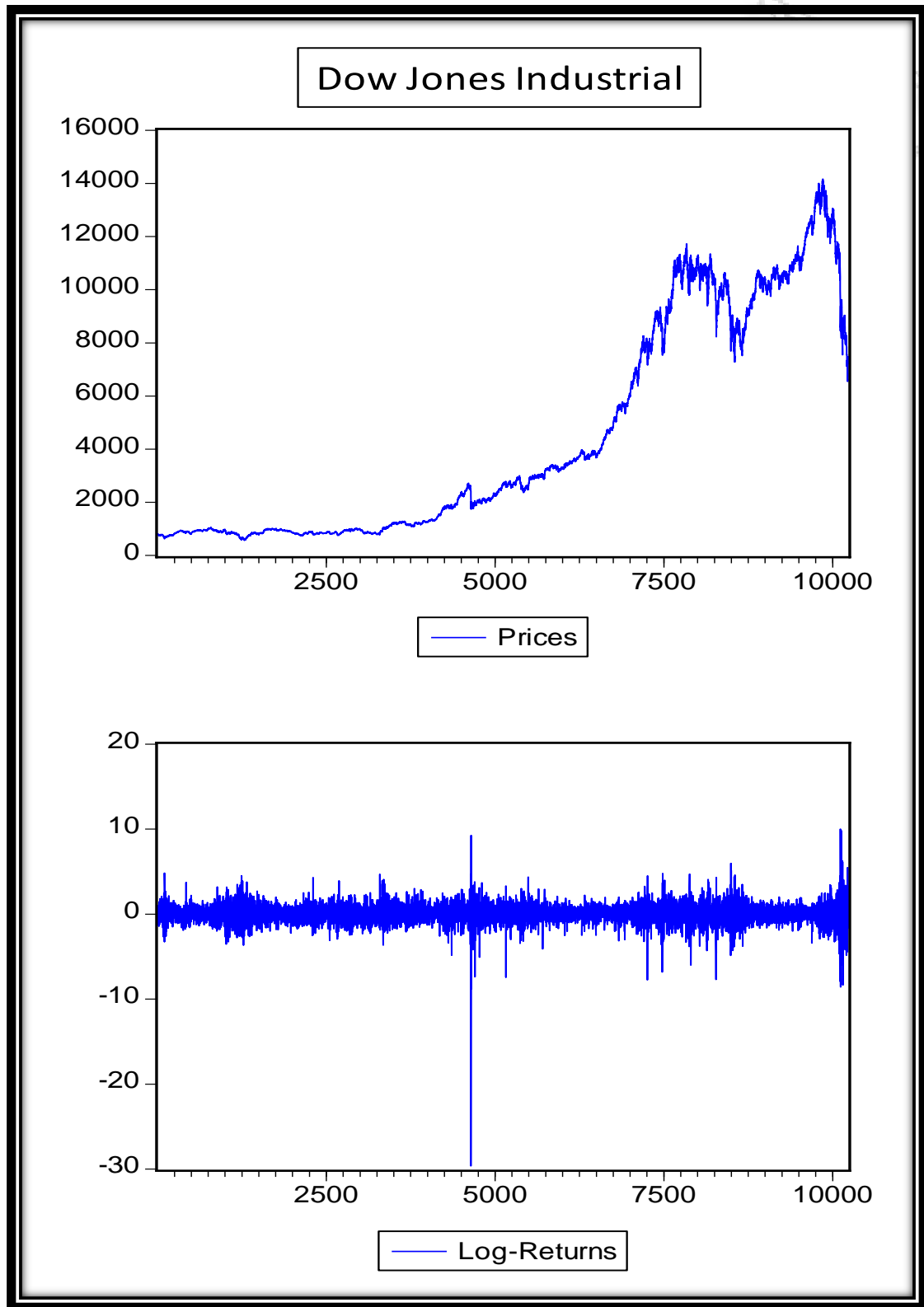
ΓΡΑΦΗΜΑ Α1.3: ES of NASDAQ (συνέχεια)



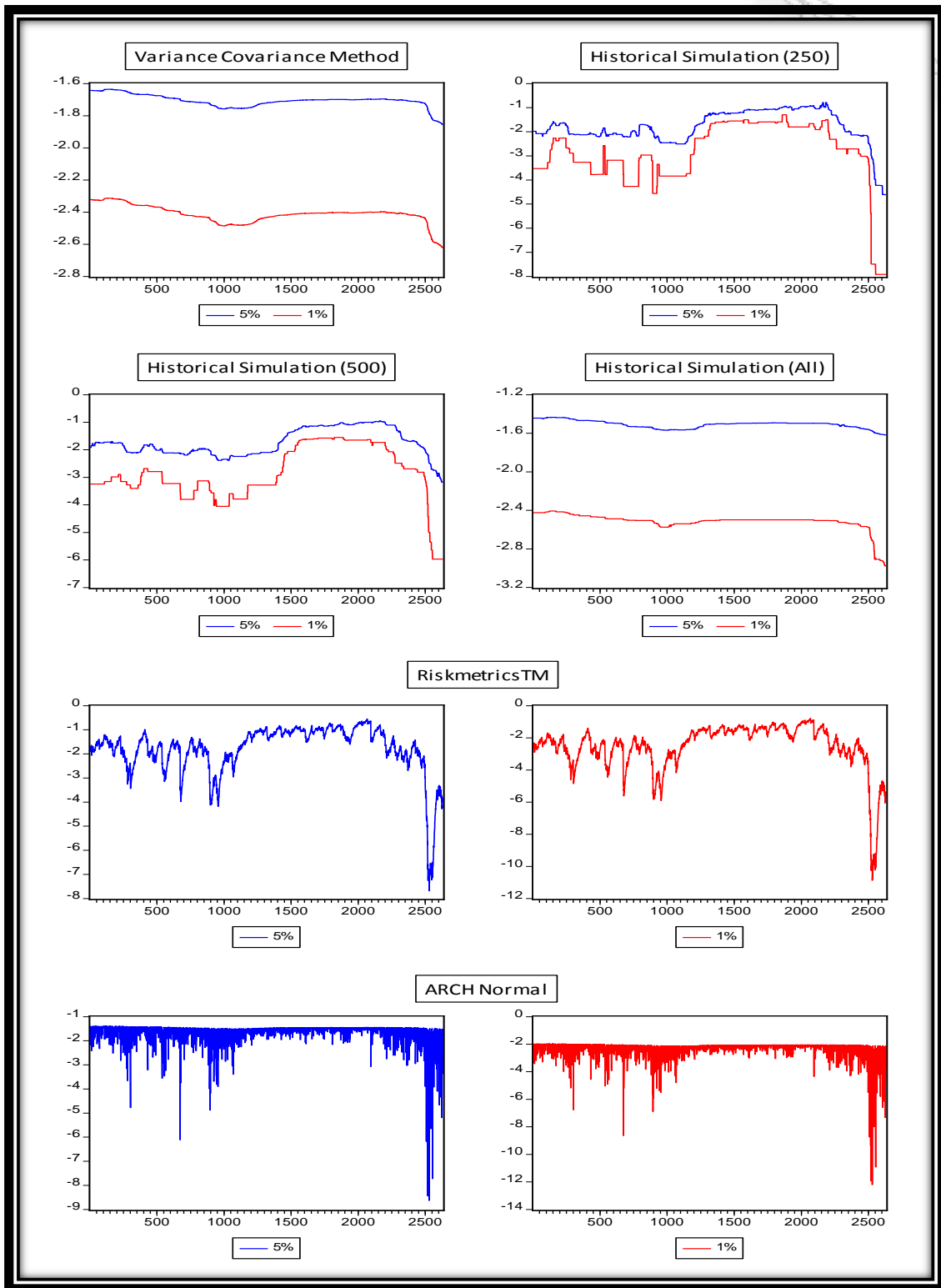
ΓΡΑΦΗΜΑ Α1.3: ES of NASDAQ (συνέχεια)



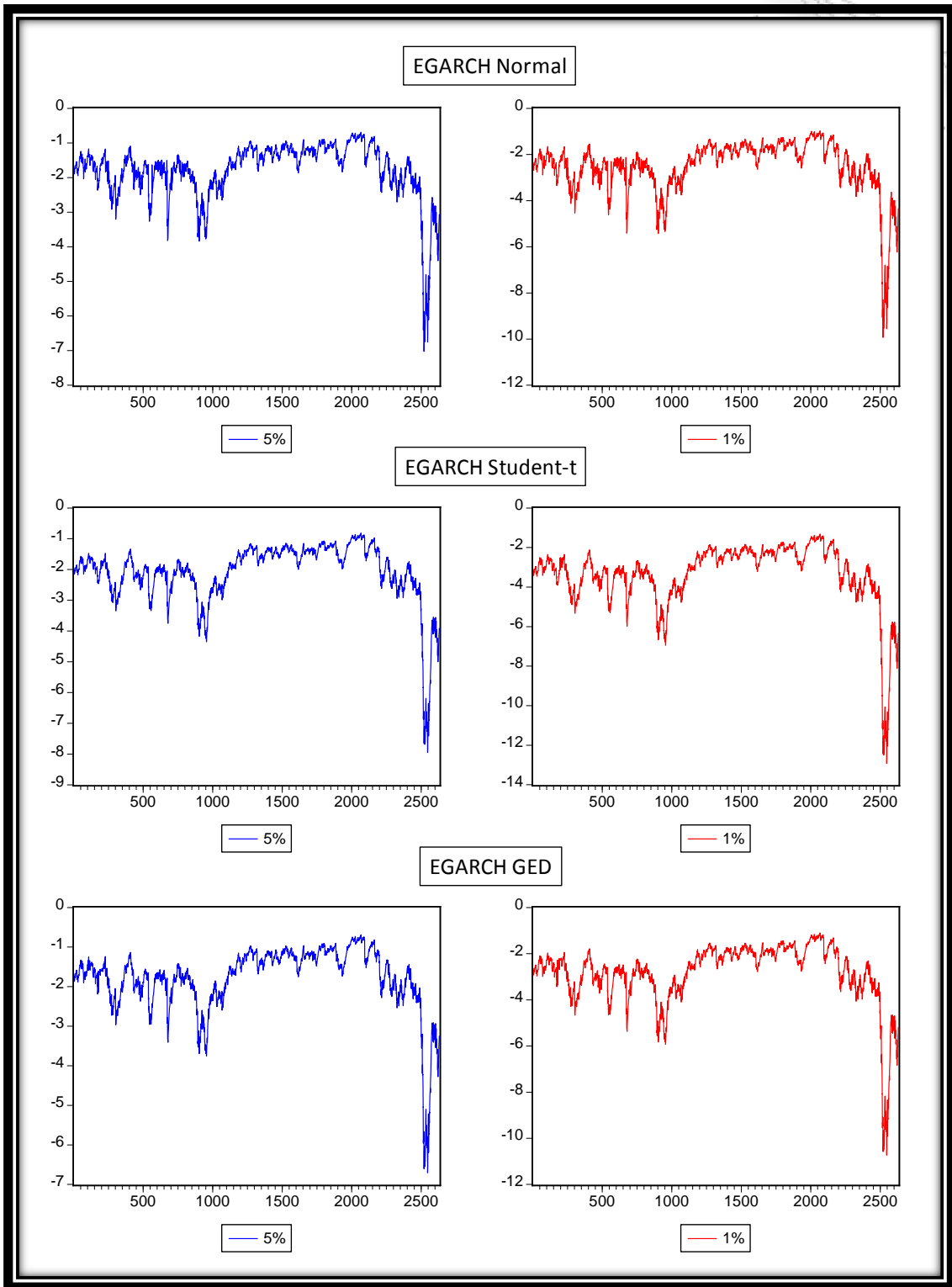
ΓΡΑΦΗΜΑ Α2.1: DOW JONES Industrials



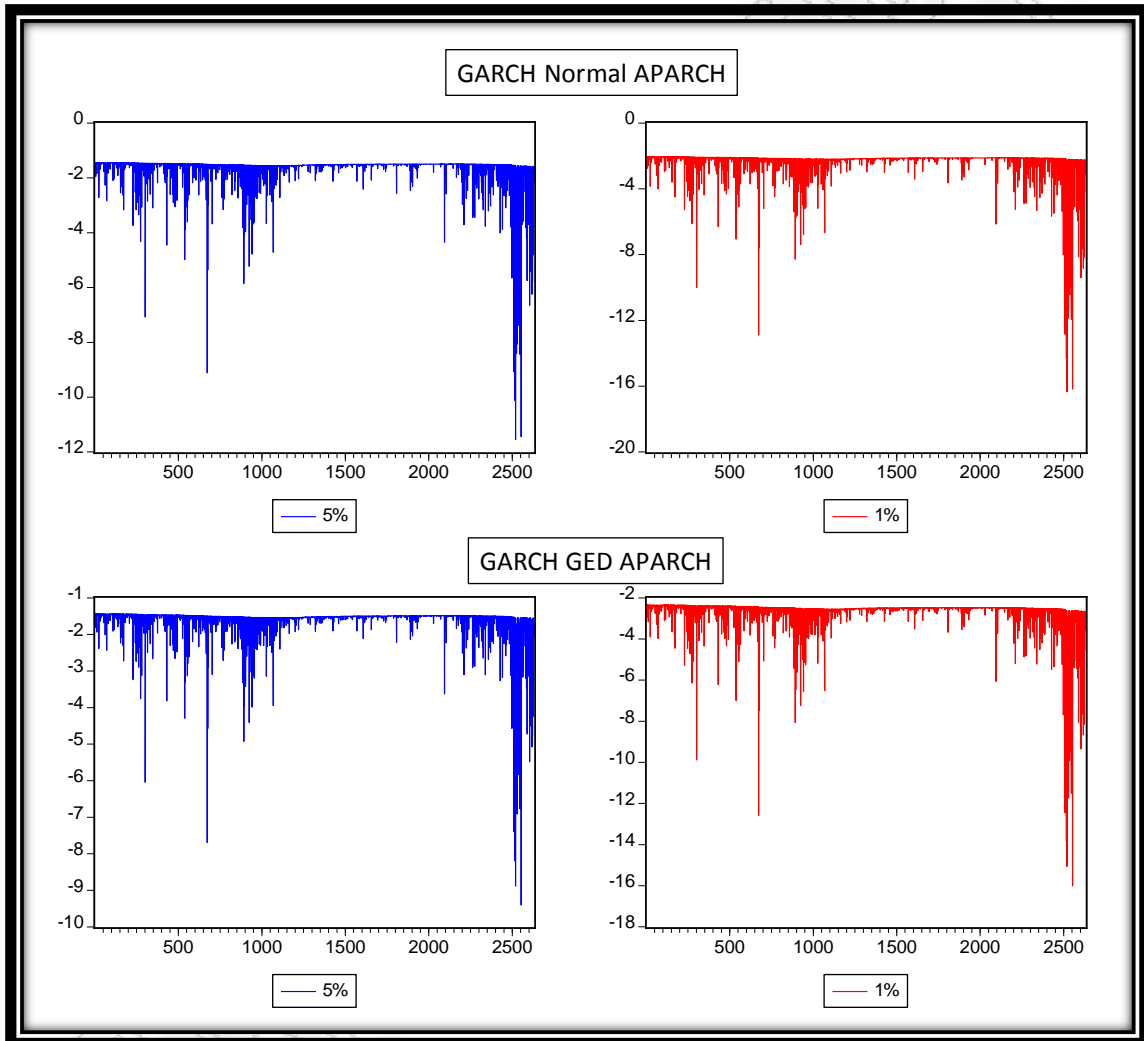
ΓΡΑΦΗΜΑ Α2.2: VaR of DOW JONES Industrials



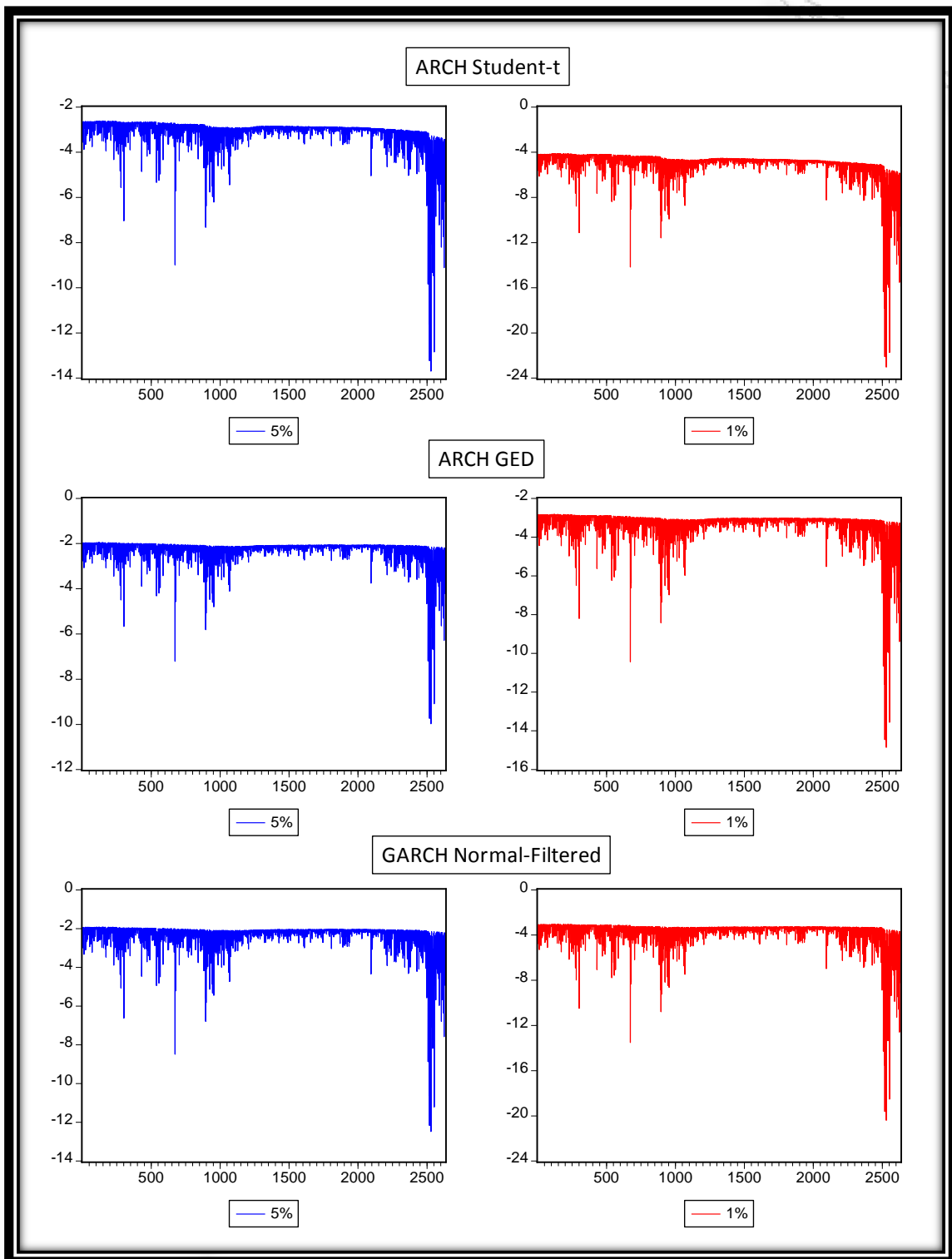
ΓΡΑΦΗΜΑ Α2.2: VaR of DOW JONES Industrials (συνέχεια)



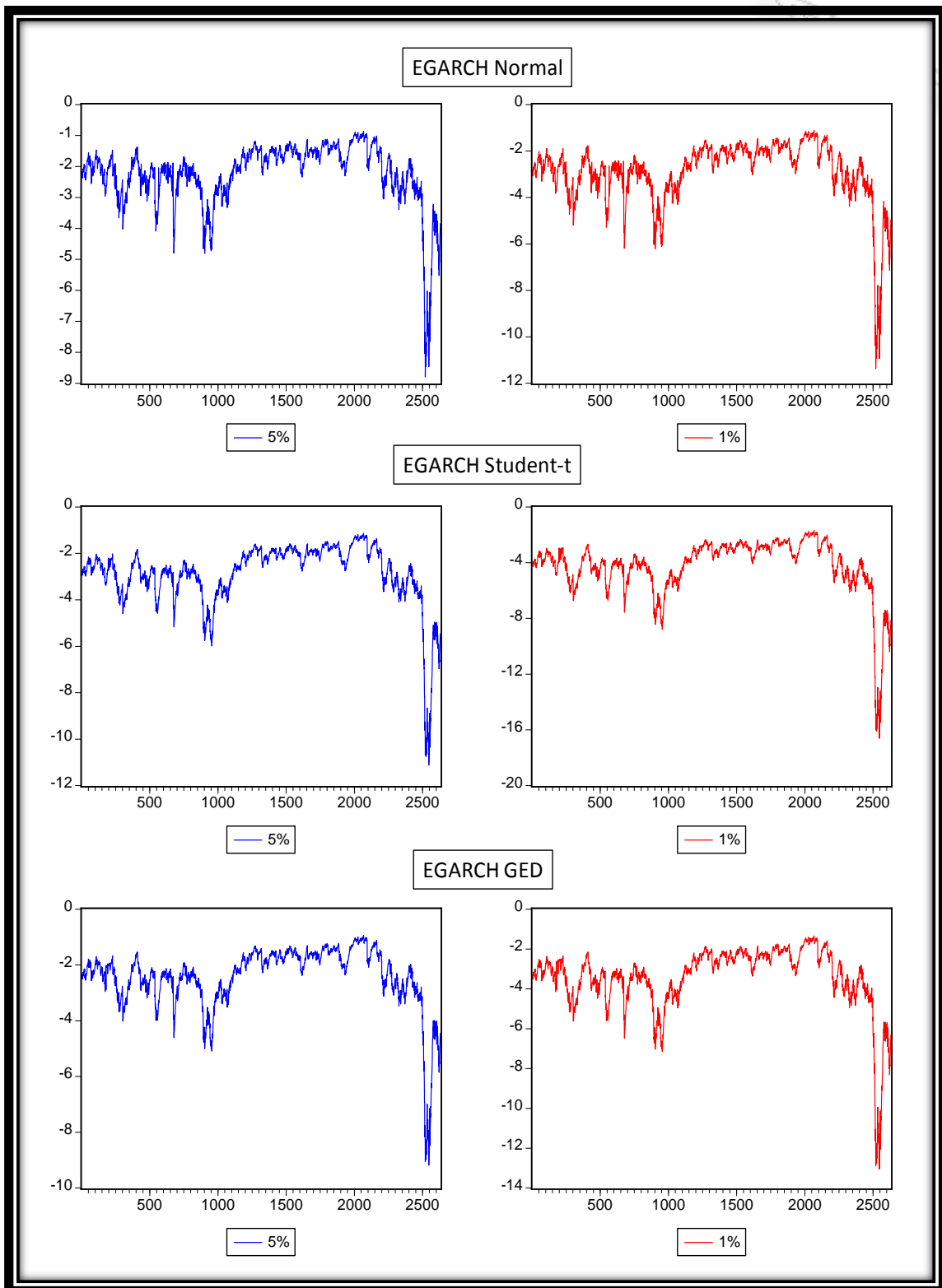
ΓΡΑΦΗΜΑ A2.2: VaR of DOW JONES Industrials (συνέχεια)



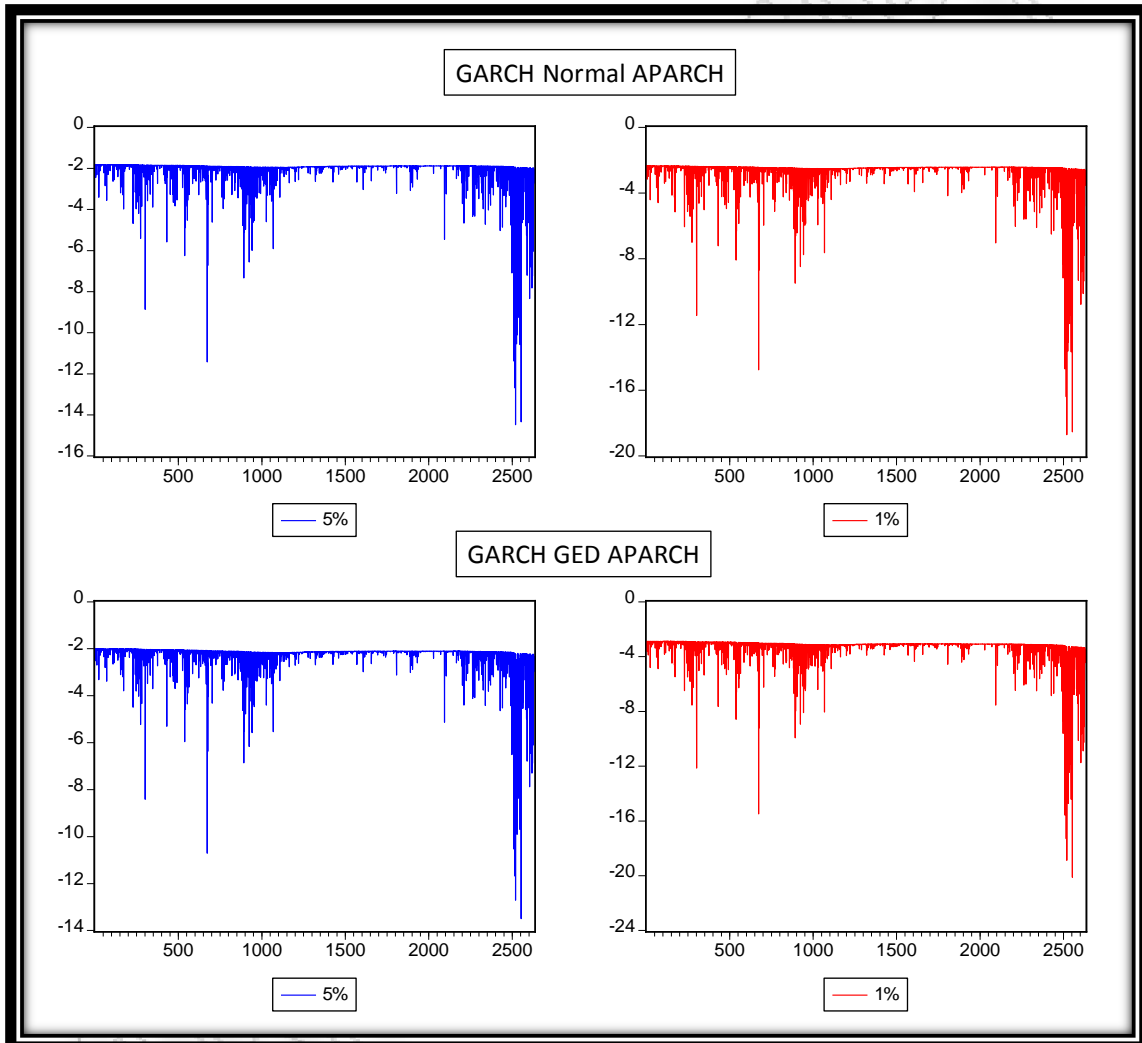
ΓΡΑΦΗΜΑ Α2.3: ES of DOW JONES Industrials



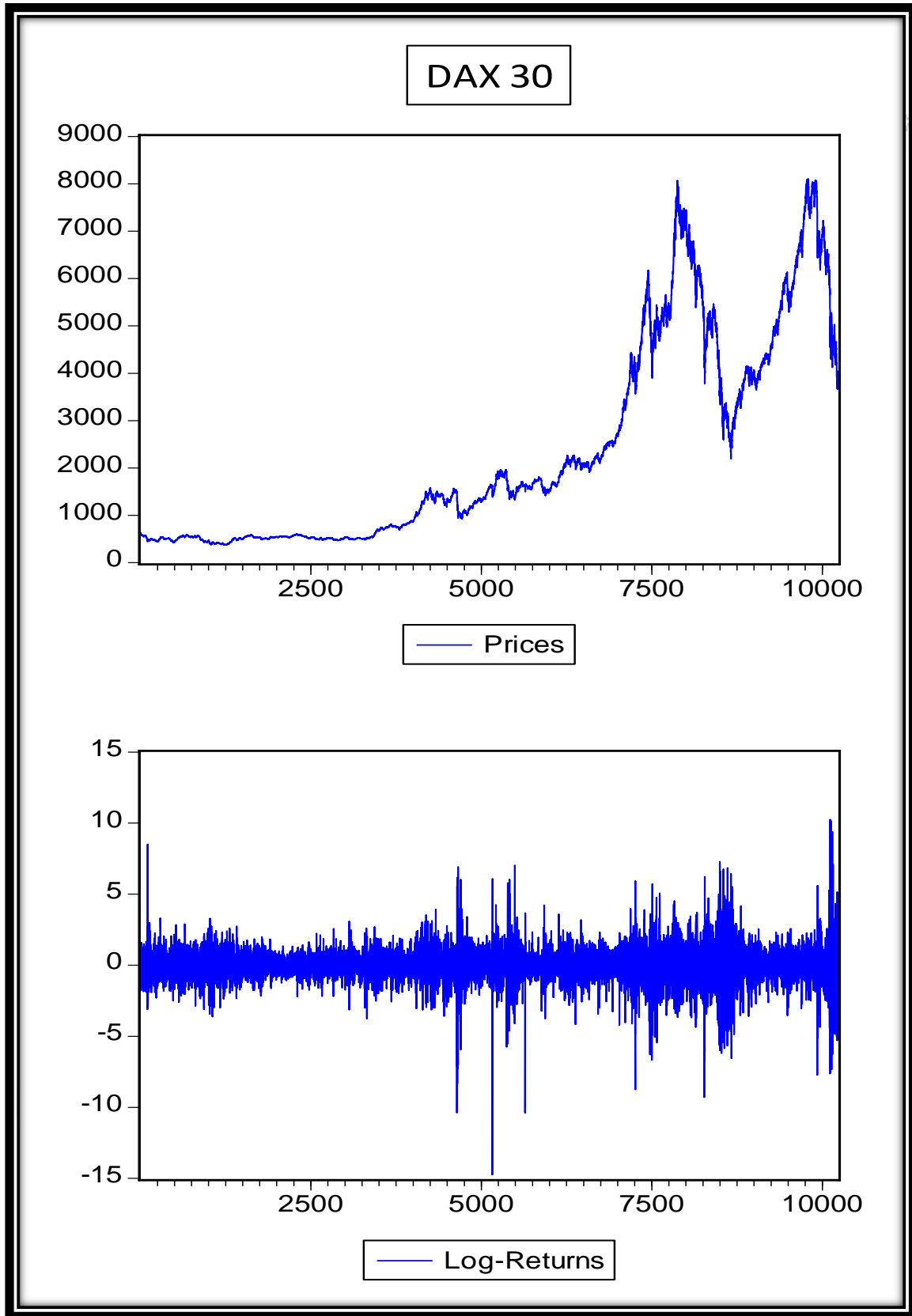
ΓΡΑΦΗΜΑ Α2.3: ES of DOW JONES Industrials (συνέχεια)



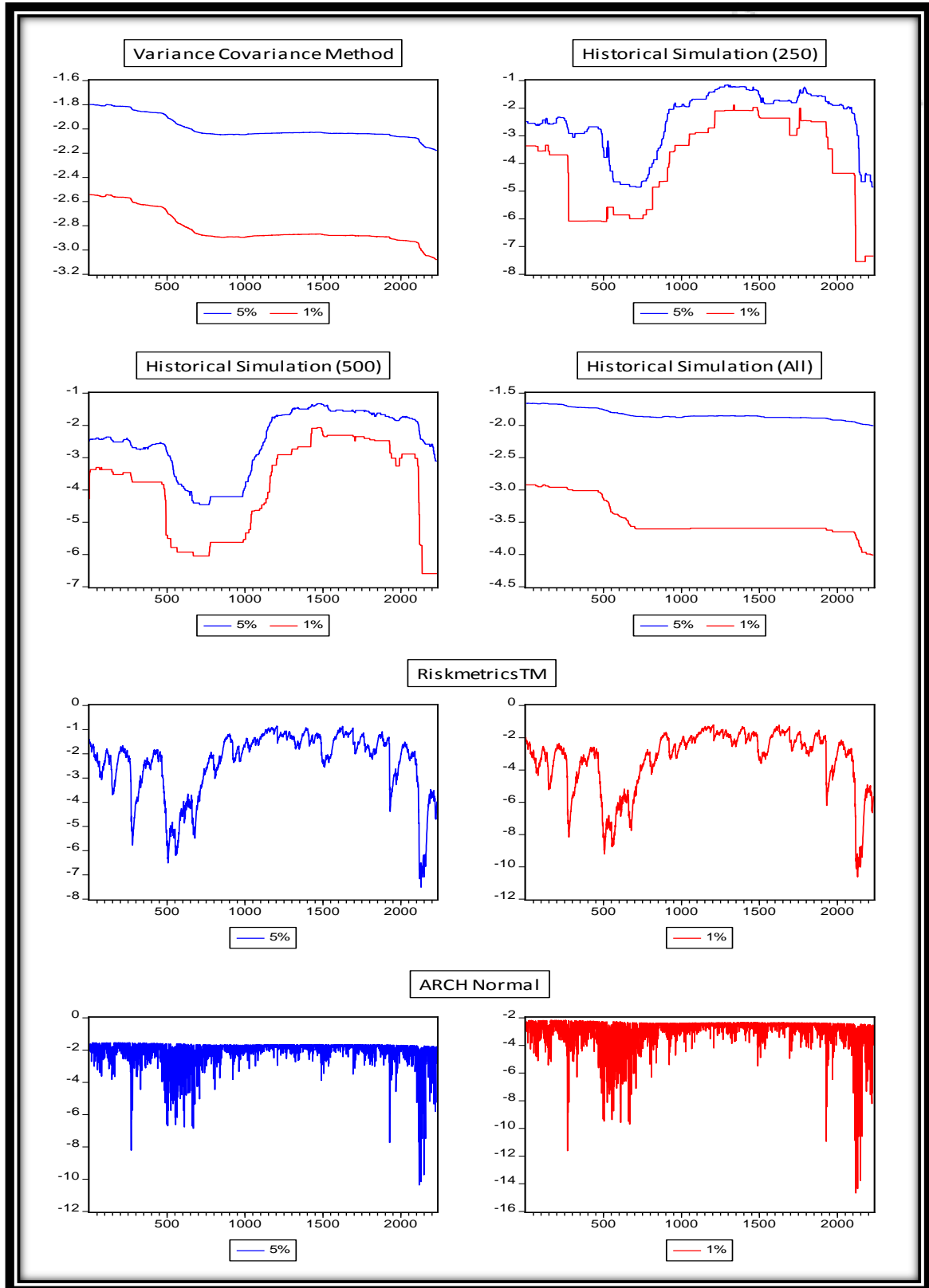
ΓΡΑΦΗΜΑ Α2.3: ES of DOW JONES Industrials (συνέχεια)



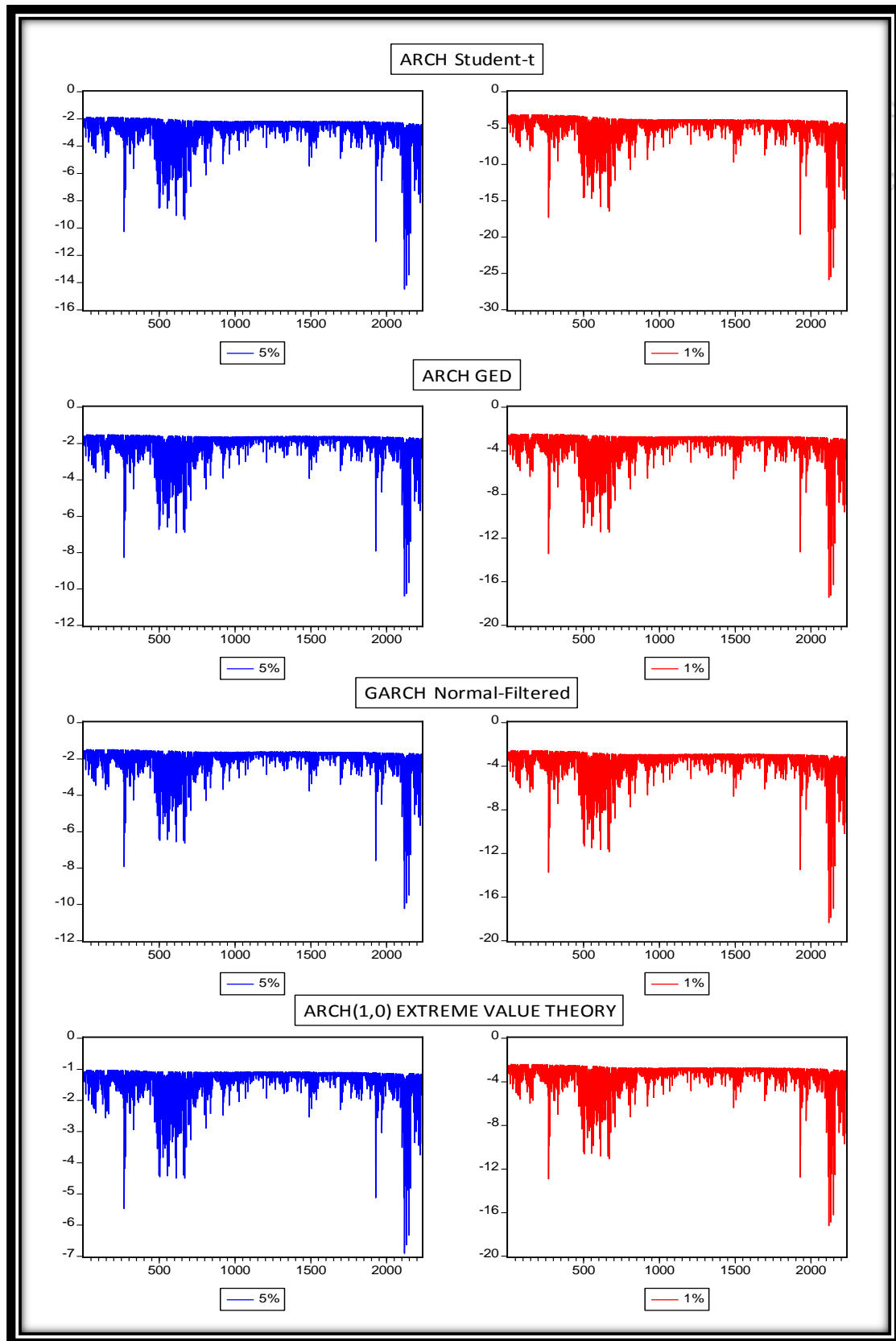
ΓΡΑΦΗΜΑ Α3.1: DAX 30



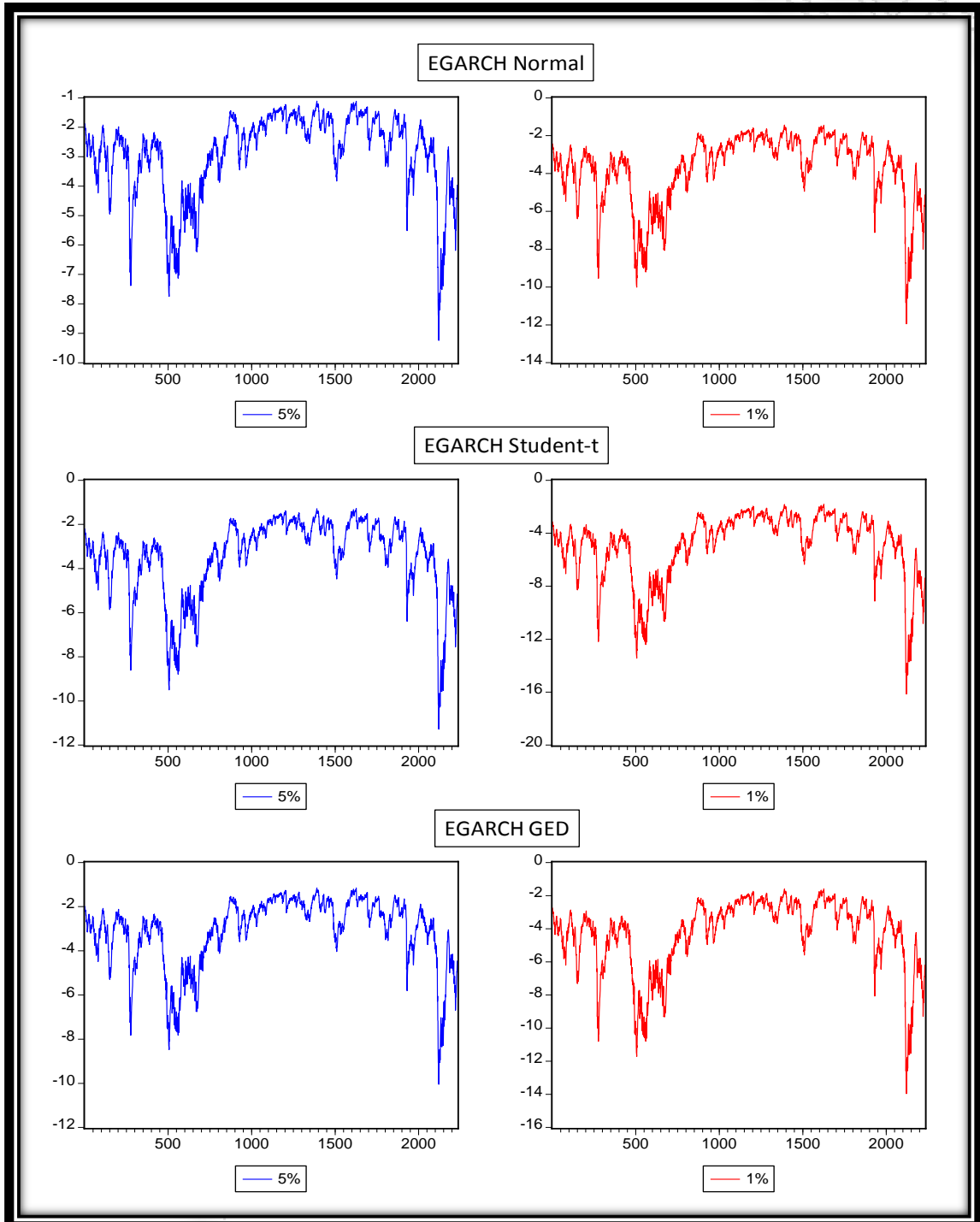
ΓΡΑΦΗΜΑ Α3.2: VaR of DAX 30



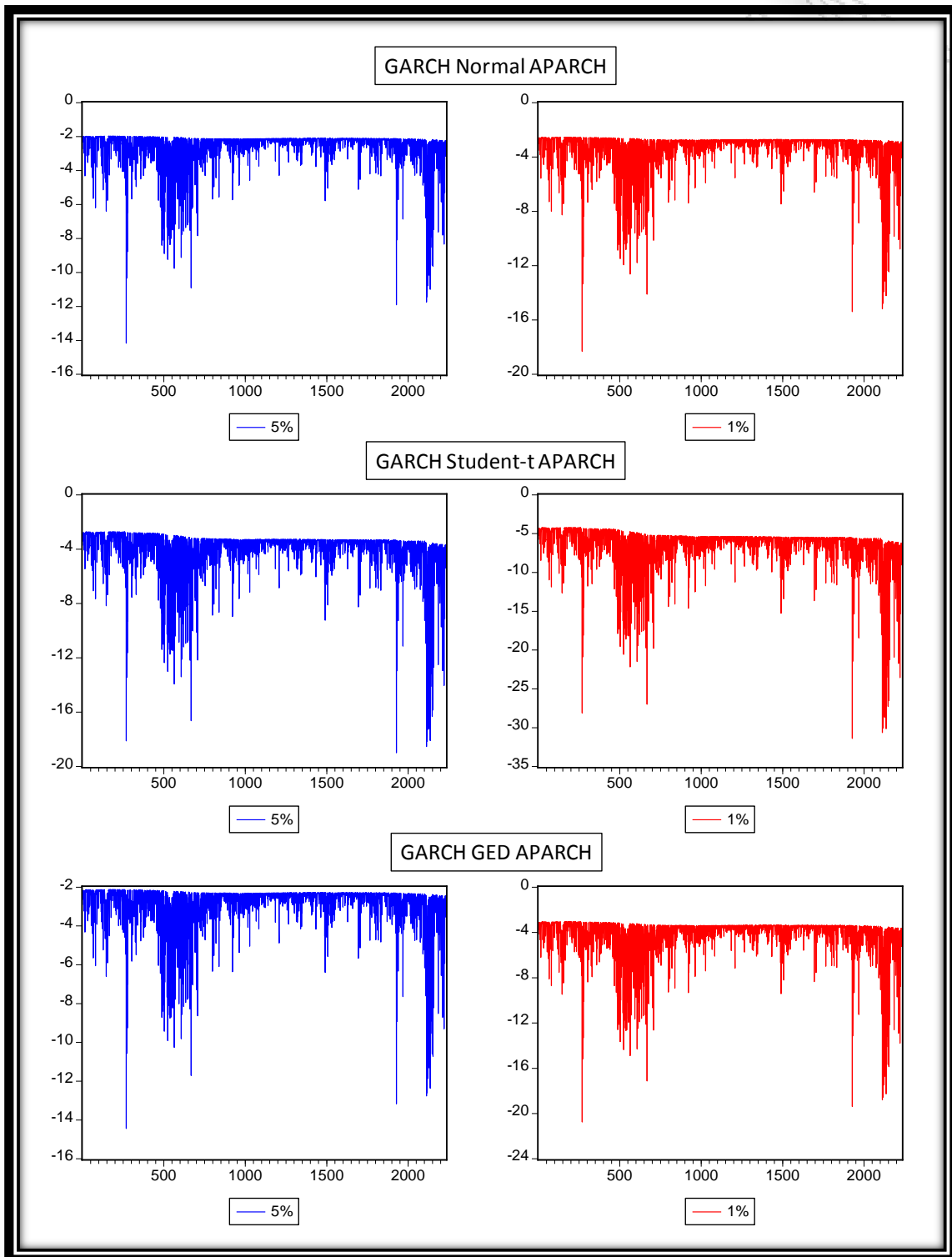
ΓΡΑΦΗΜΑ Α3.2: VaR of DAX 30 (συνέχεια)



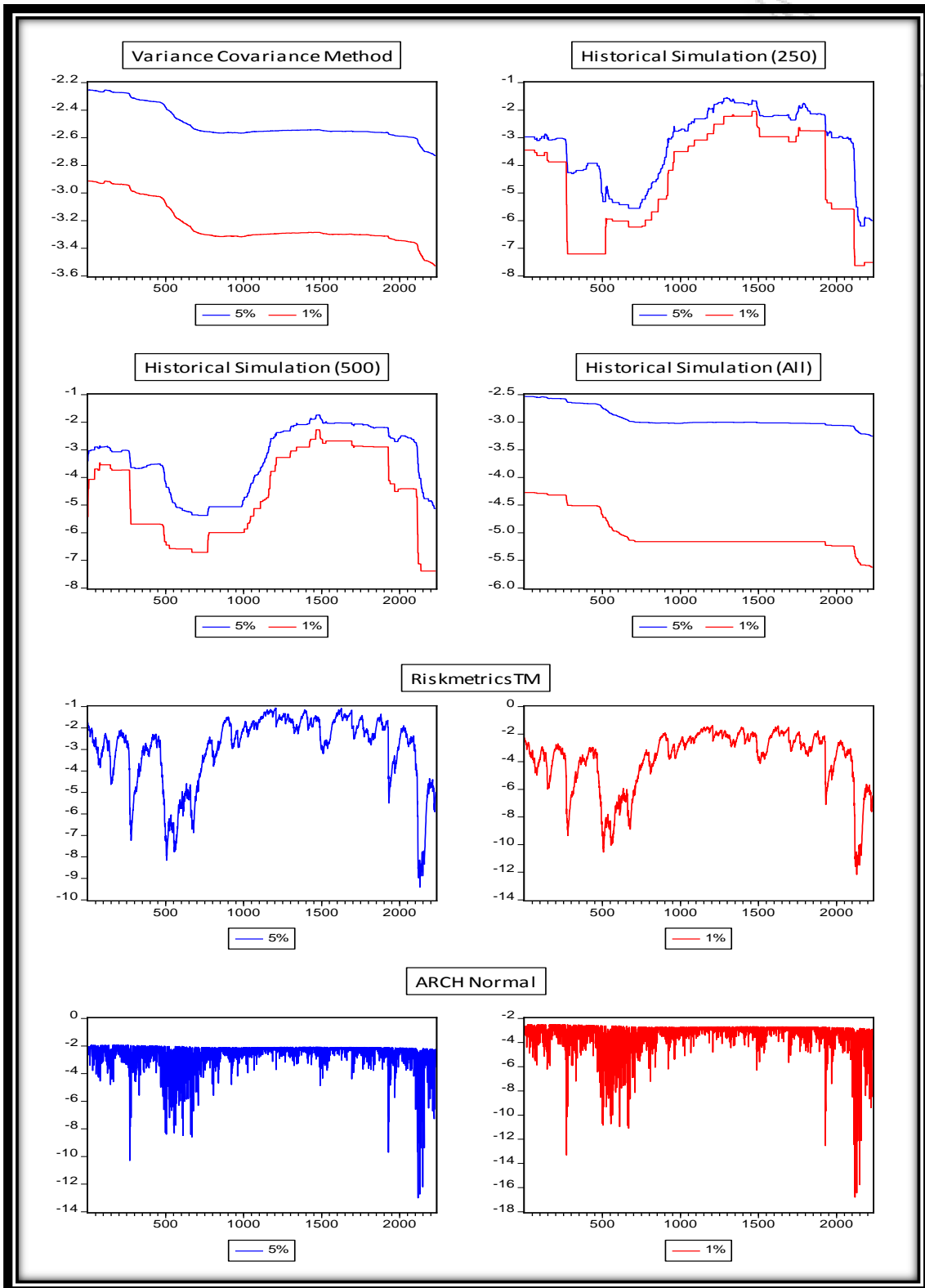
ΓΡΑΦΗΜΑ Α3.2: VaR of DAX 30 (συνέχεια)



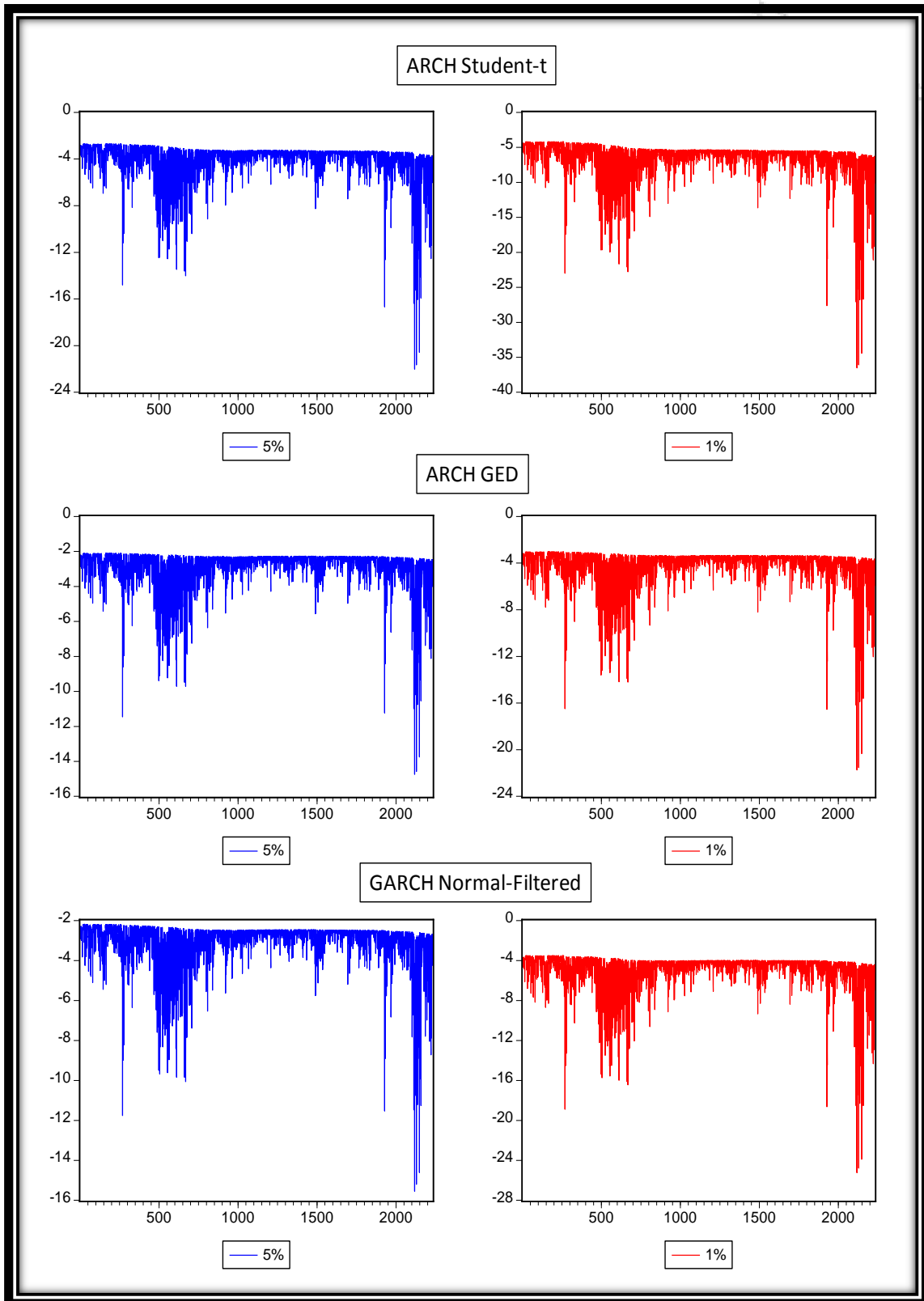
ΓΡΑΦΗΜΑ Α3.2: VaR of DAX 30 (συνέχεια)



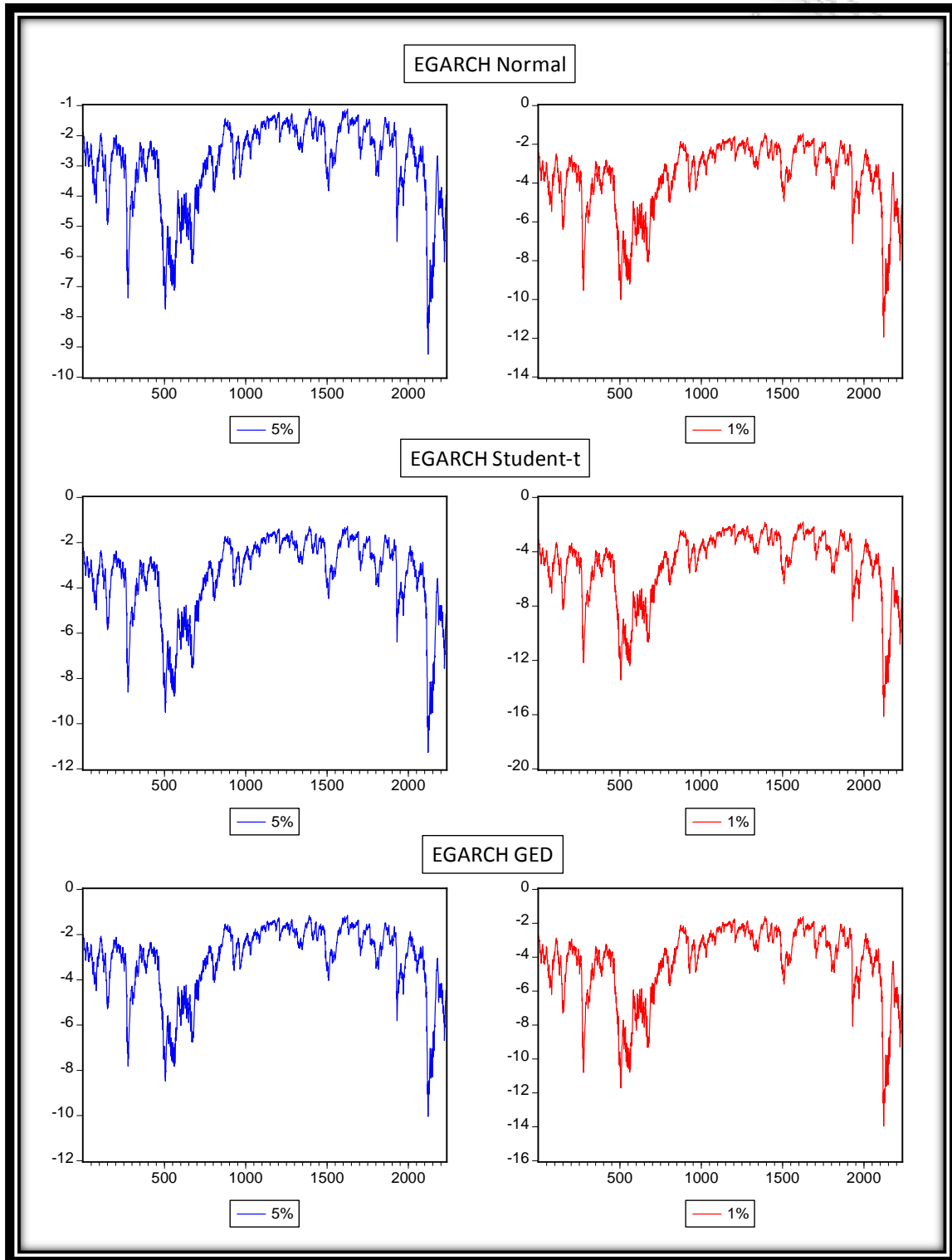
ΓΡΑΦΗΜΑ Α3.3: ES of DAX 30



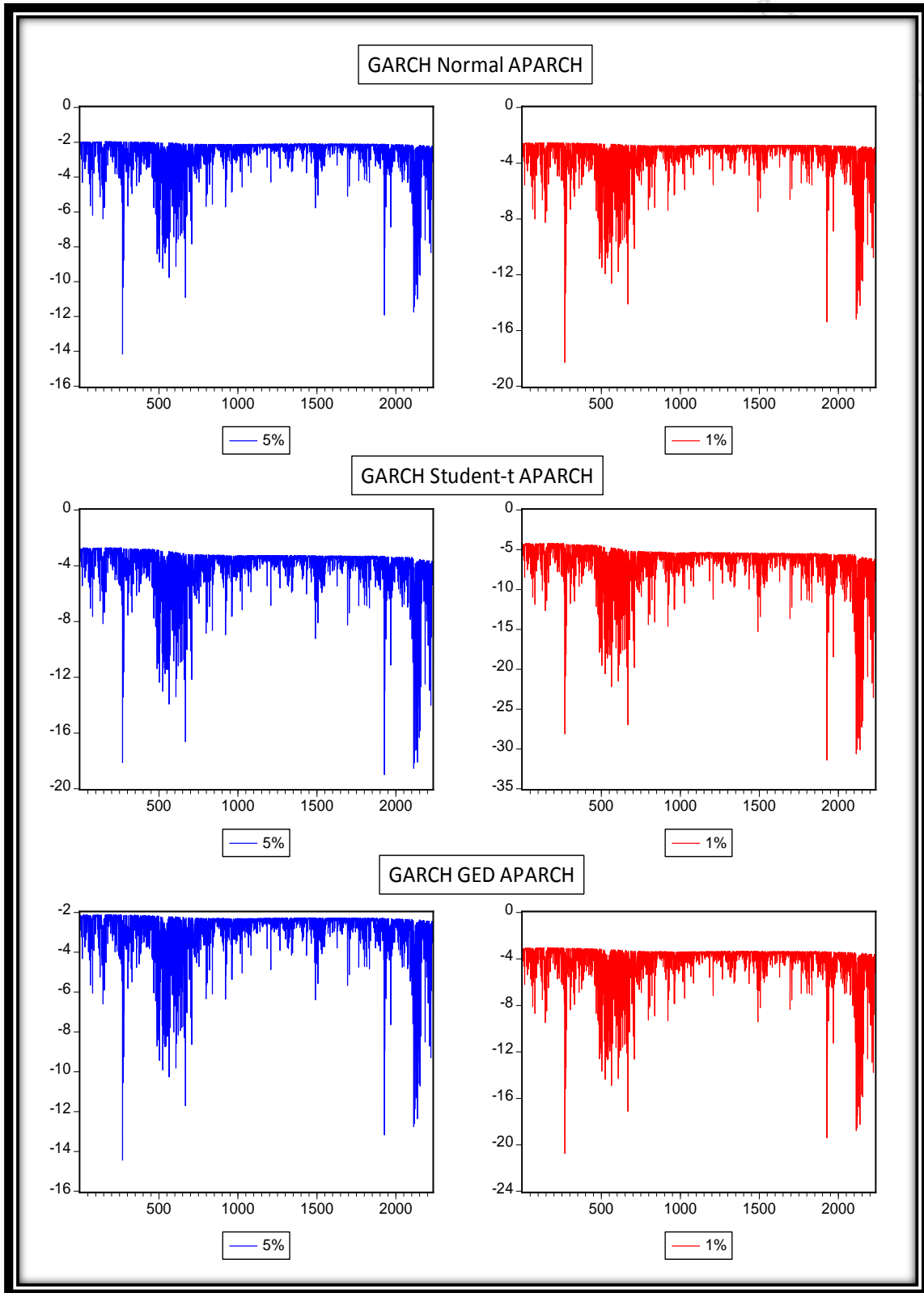
ΓΡΑΦΗΜΑ Α3.3: ES of DAX 30 (συνέχεια)



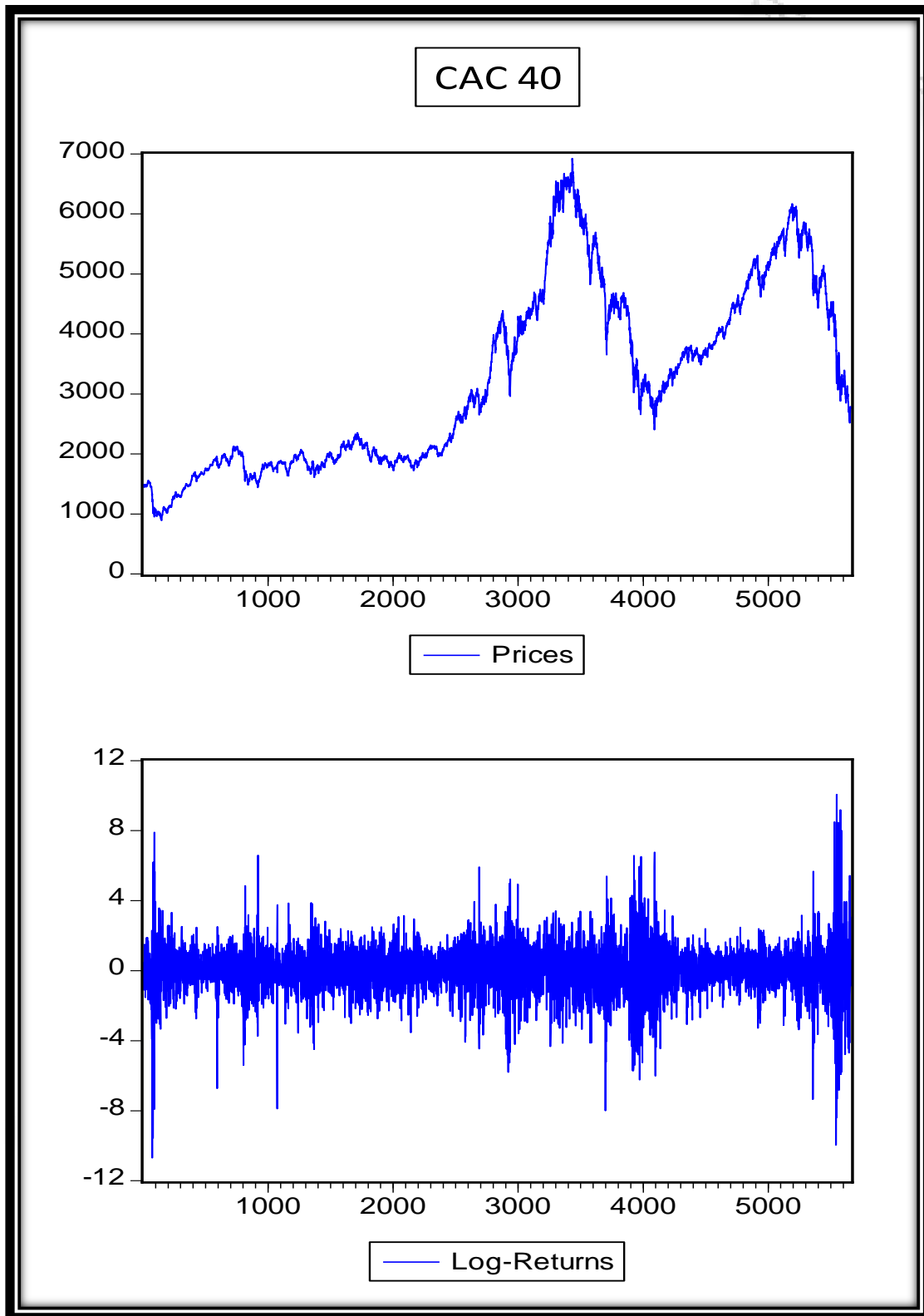
ΓΡΑΦΗΜΑ Α3.3: ES of DAX 30 (συνέχεια)



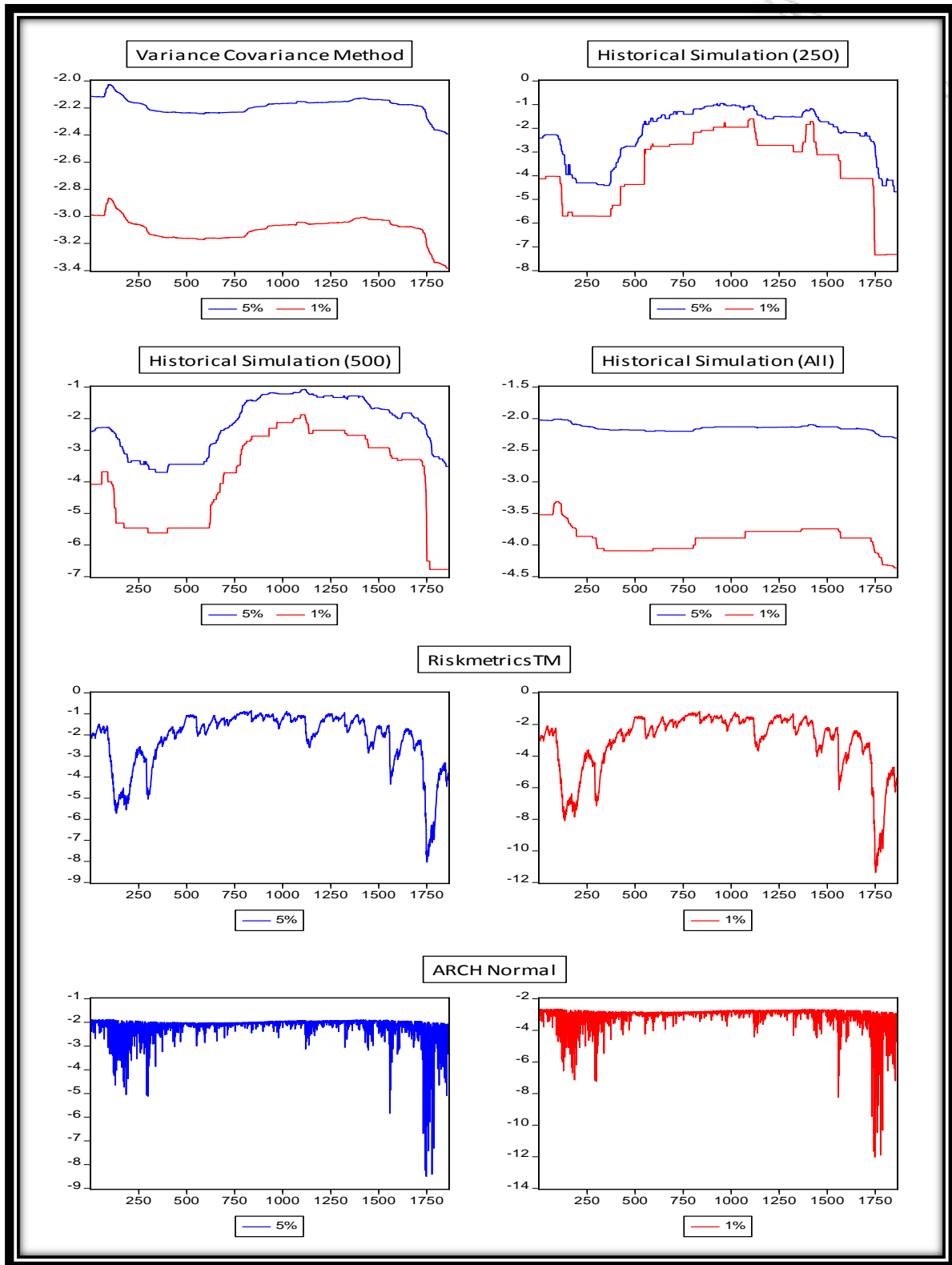
ΓΡΑΦΗΜΑ Α3.3: ES of DAX 30 (συνέχεια)



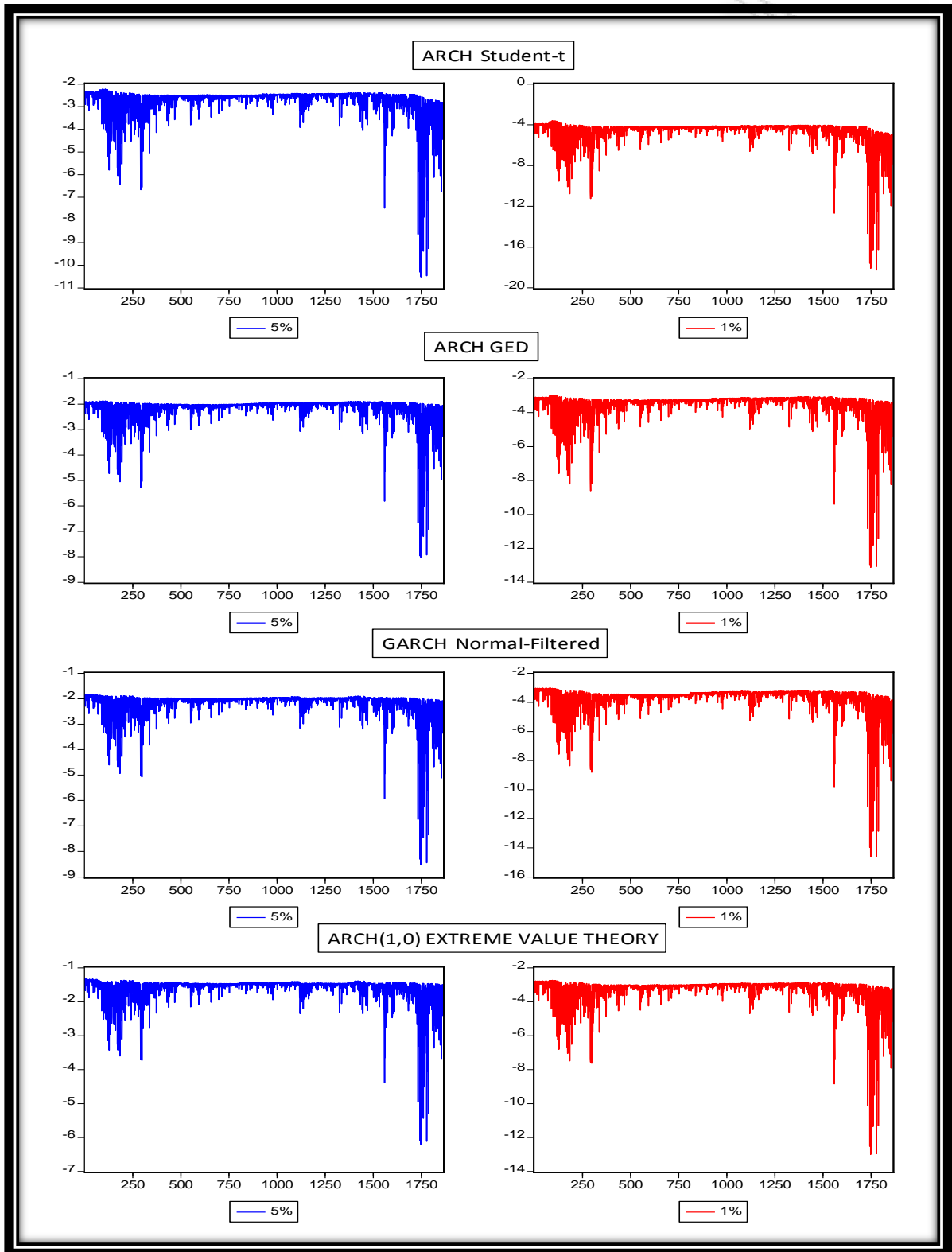
ΓΡΑΦΗΜΑ Α4.1: CAC 40



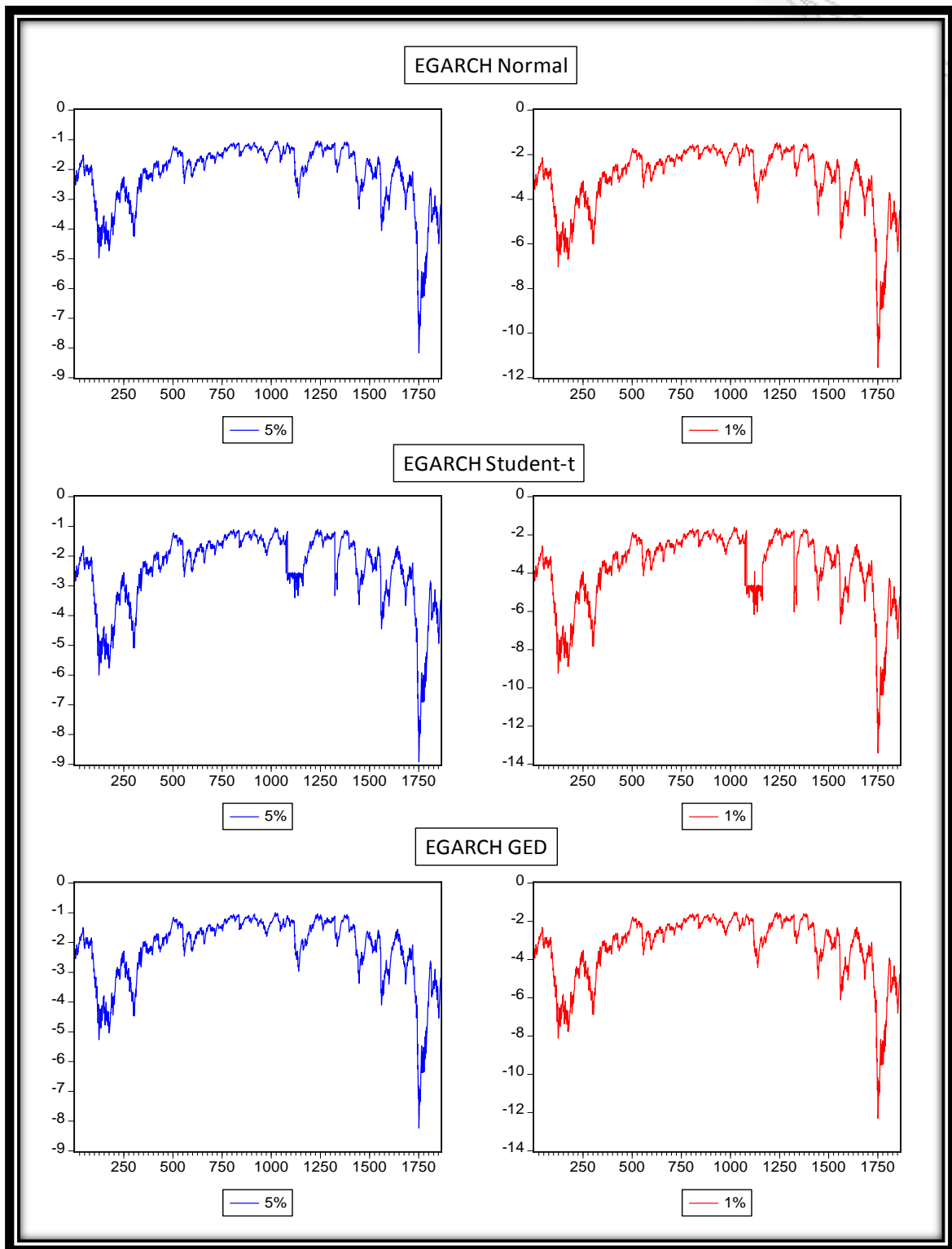
ΓΡΑΦΗΜΑ Α4.2: VaR of CAC 40



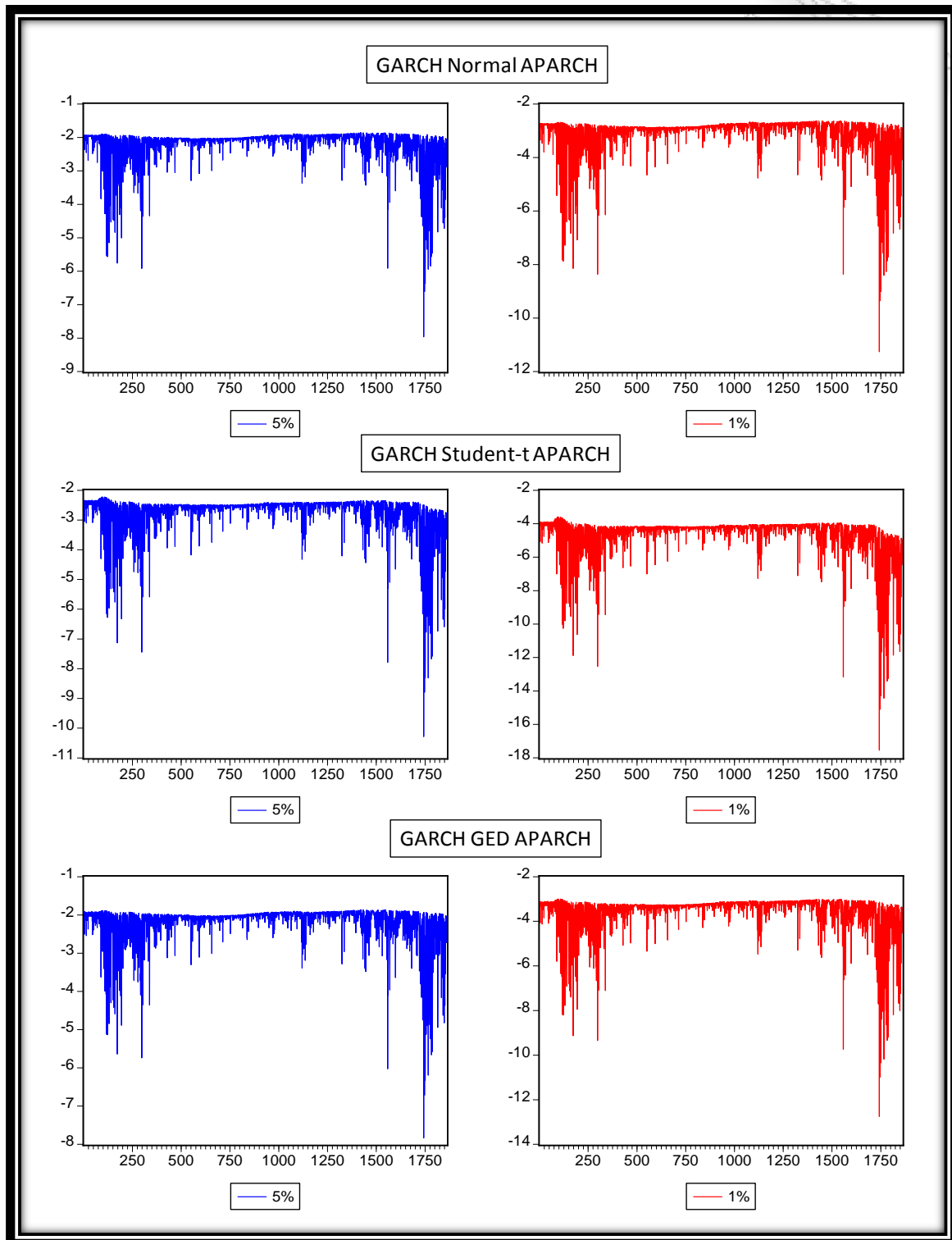
ΓΡΑΦΗΜΑ Α4.2: VaR of CAC 40 (συνέχεια)



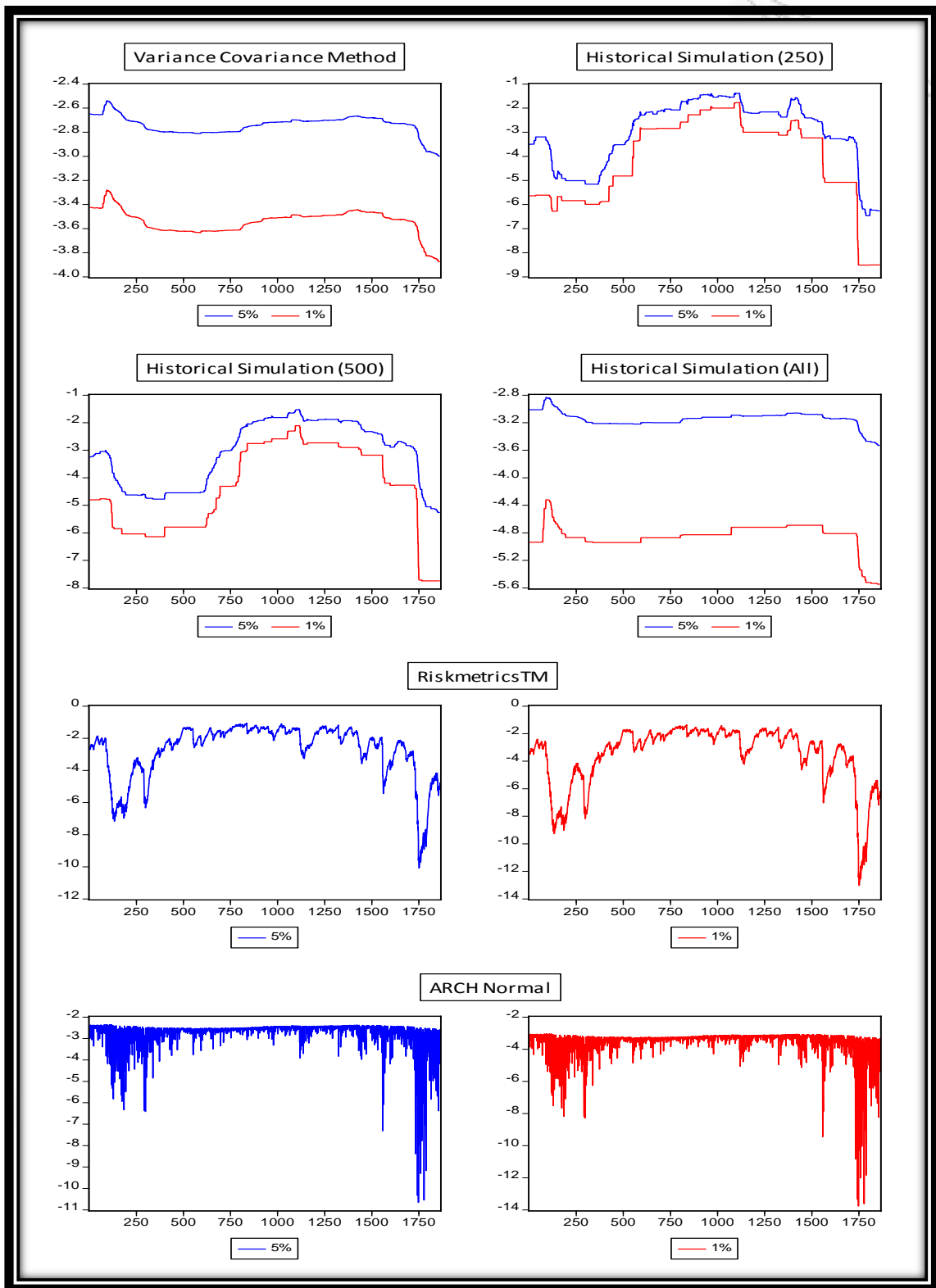
ΓΡΑΦΗΜΑ Α4.2: VaR of CAC 40 (συνέχεια)



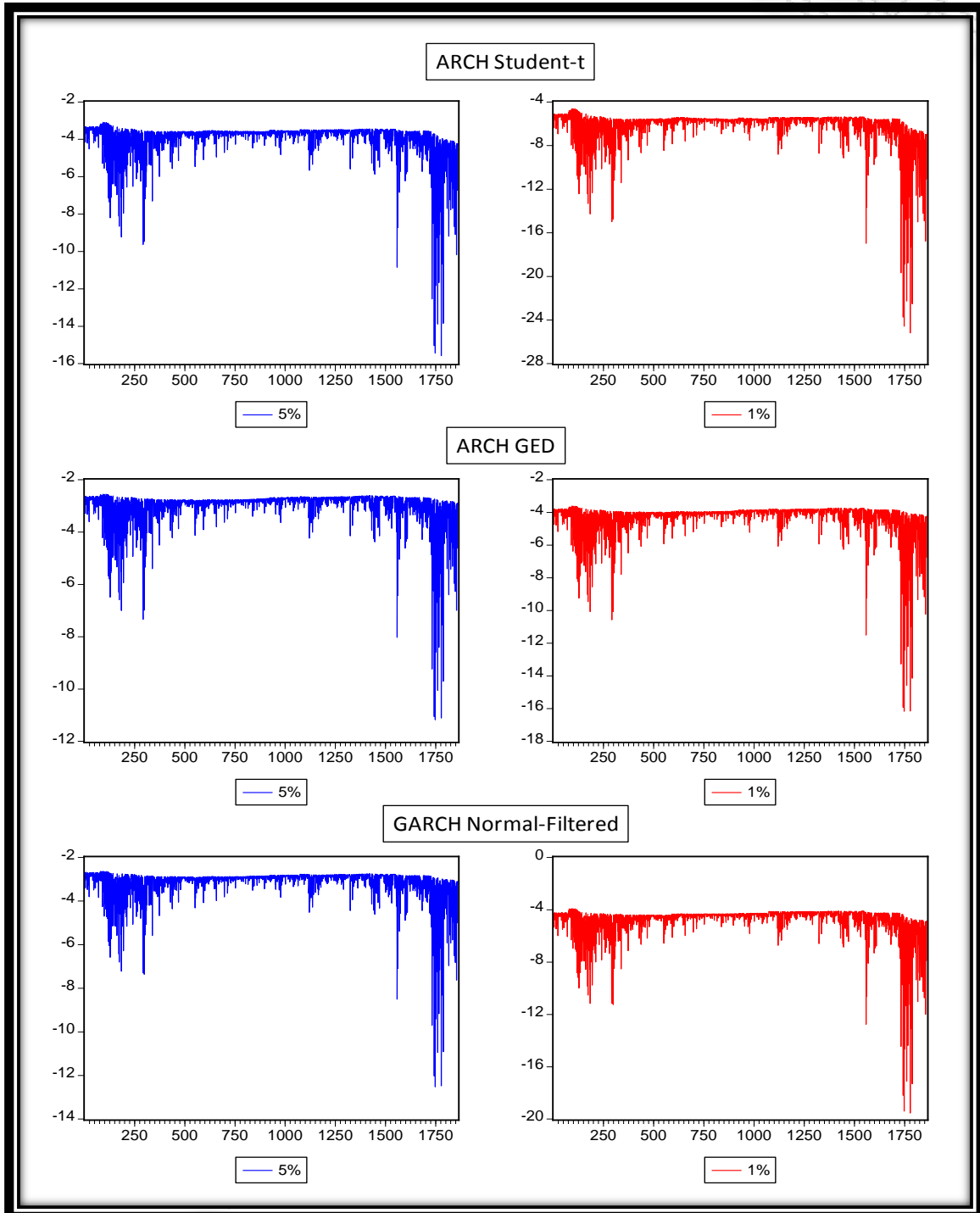
ΓΡΑΦΗΜΑ Α4.2: VaR of CAC 40 (συνέχεια)



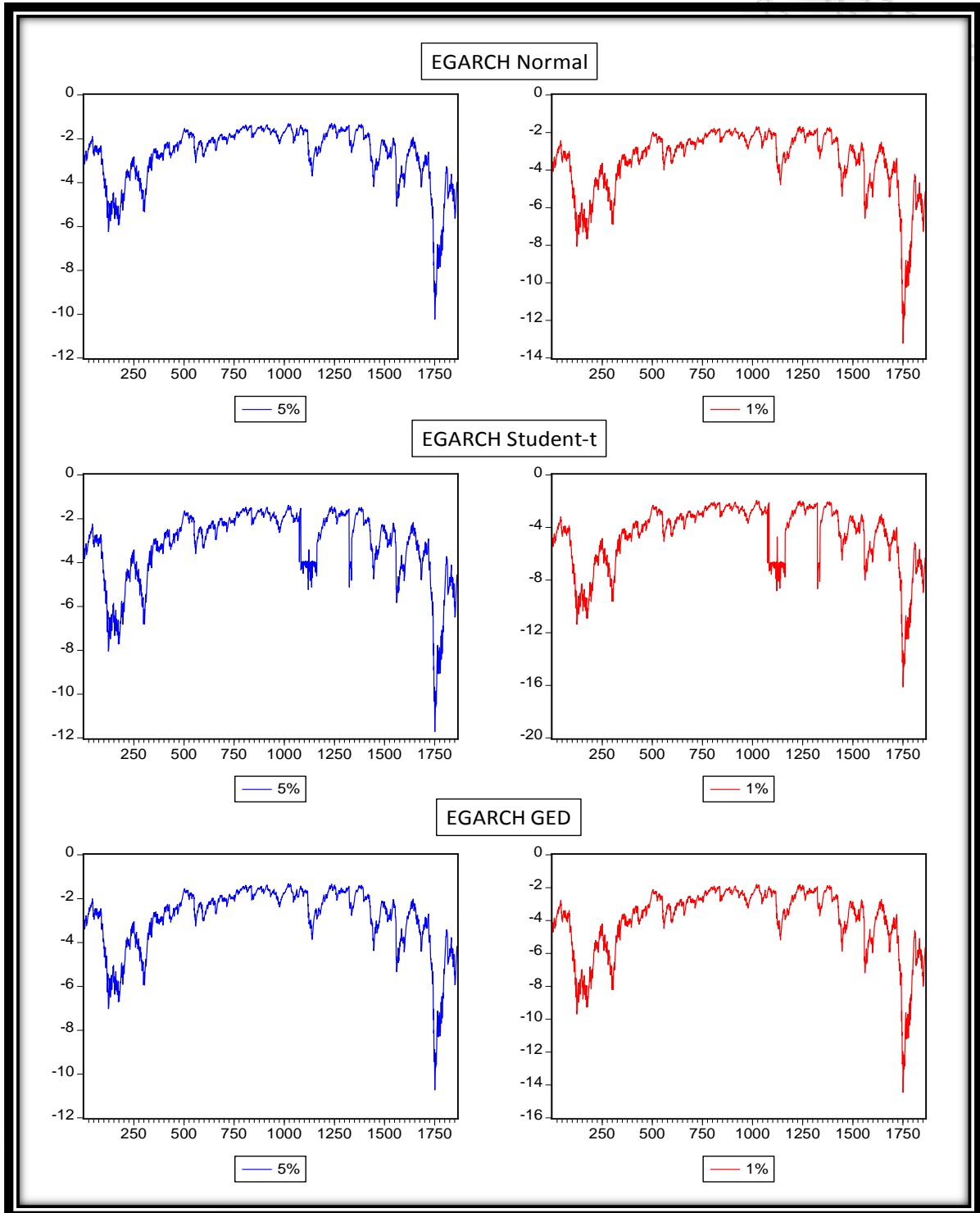
ΓΡΑΦΗΜΑ Α4.3: ES of CAC 40



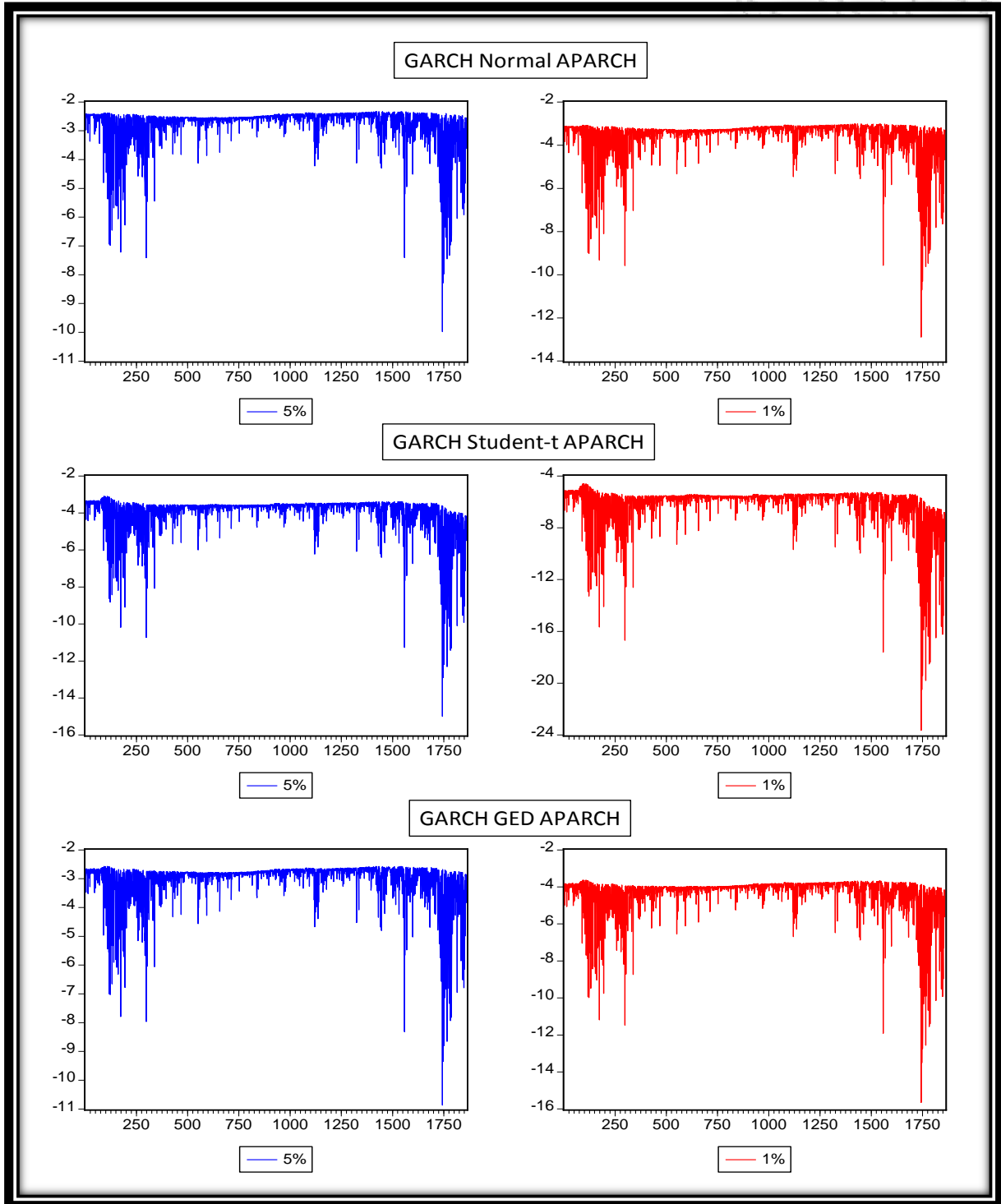
ΓΡΑΦΗΜΑ Α4.3: ES of CAC 40 (συνέχεια)



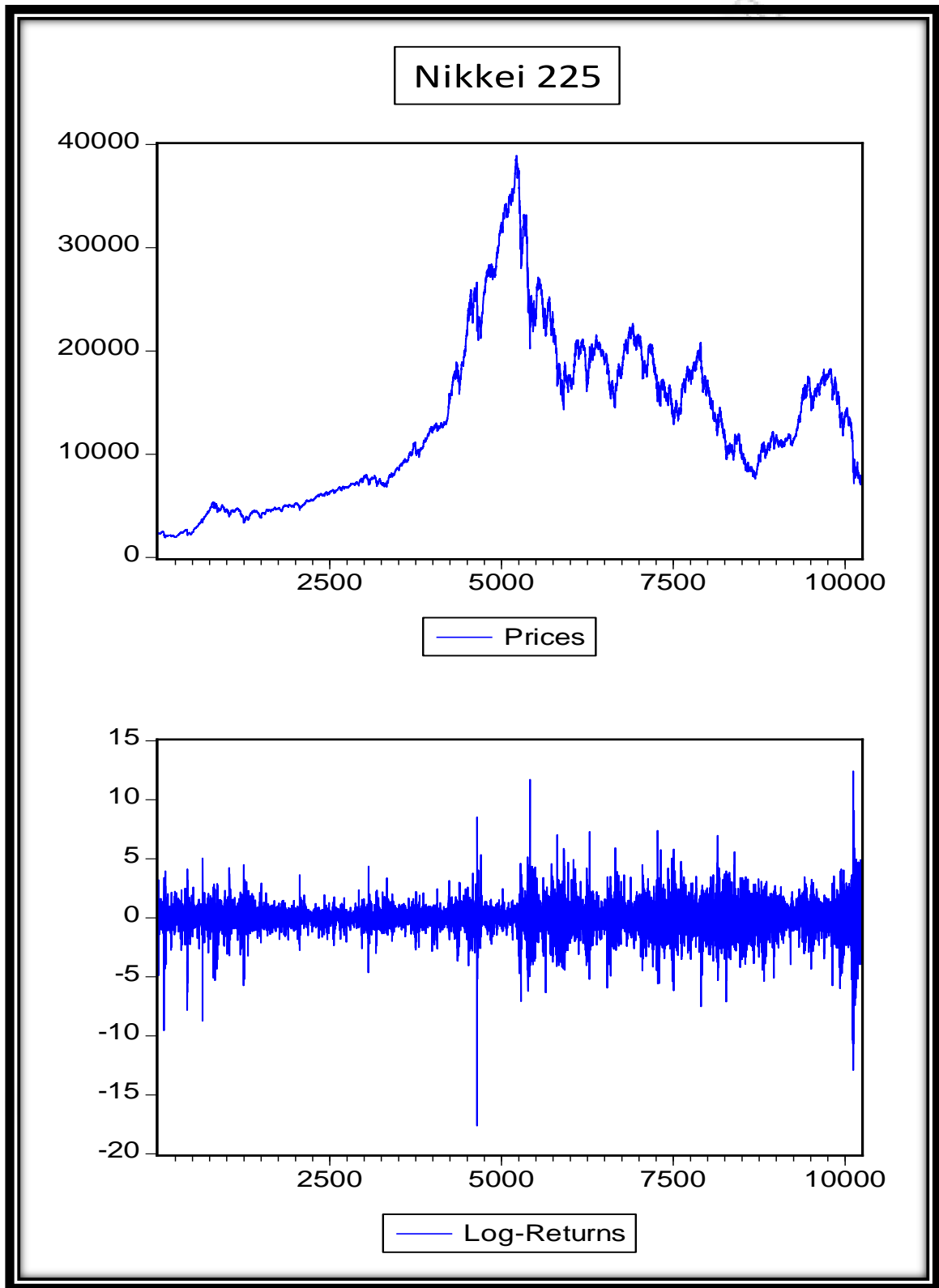
ΓΡΑΦΗΜΑ Α4.3: ES of CAC 40 (συνέχεια)



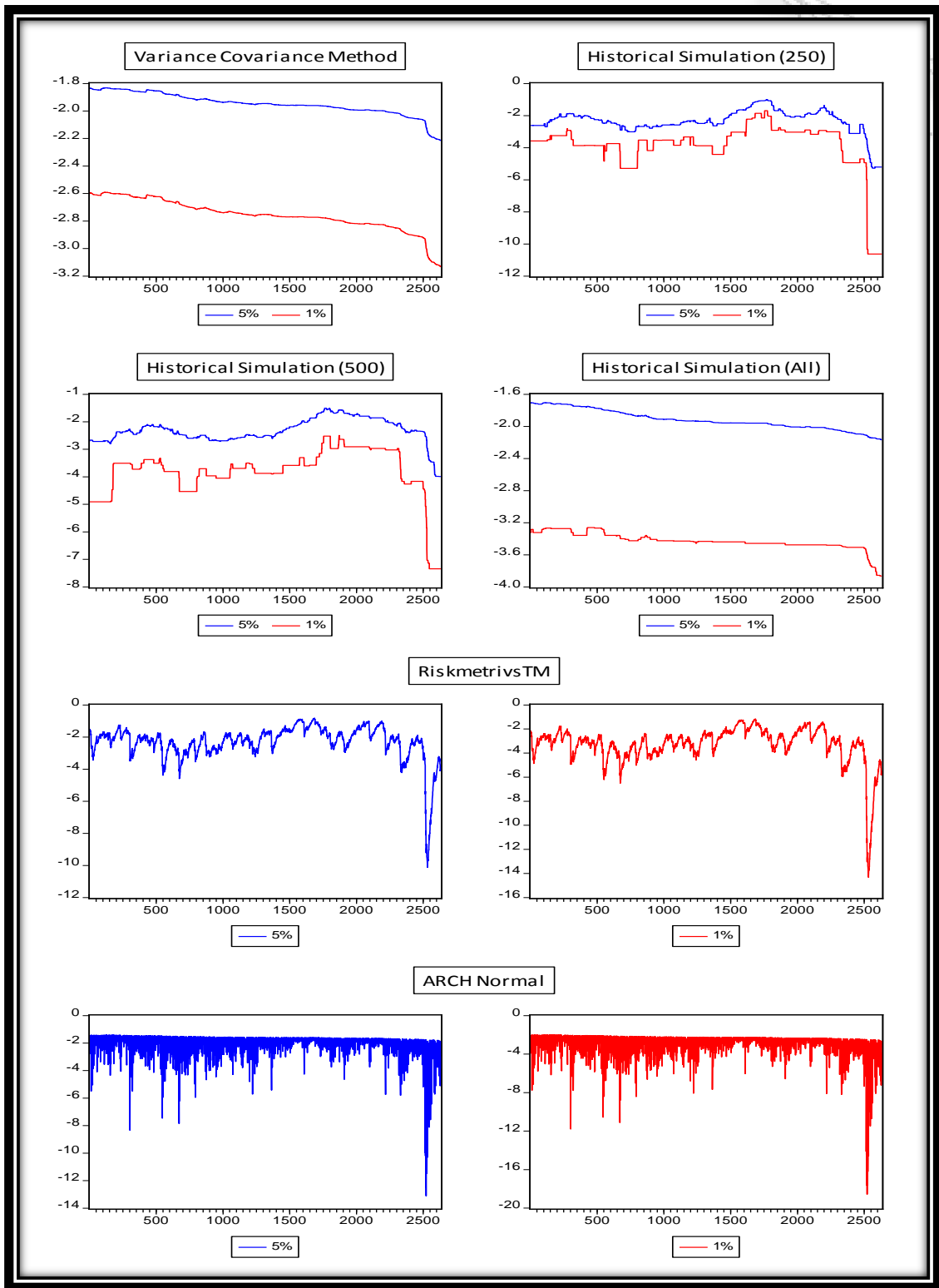
ΓΡΑΦΗΜΑ Α4.3: ES of CAC 40 (συνέχεια)



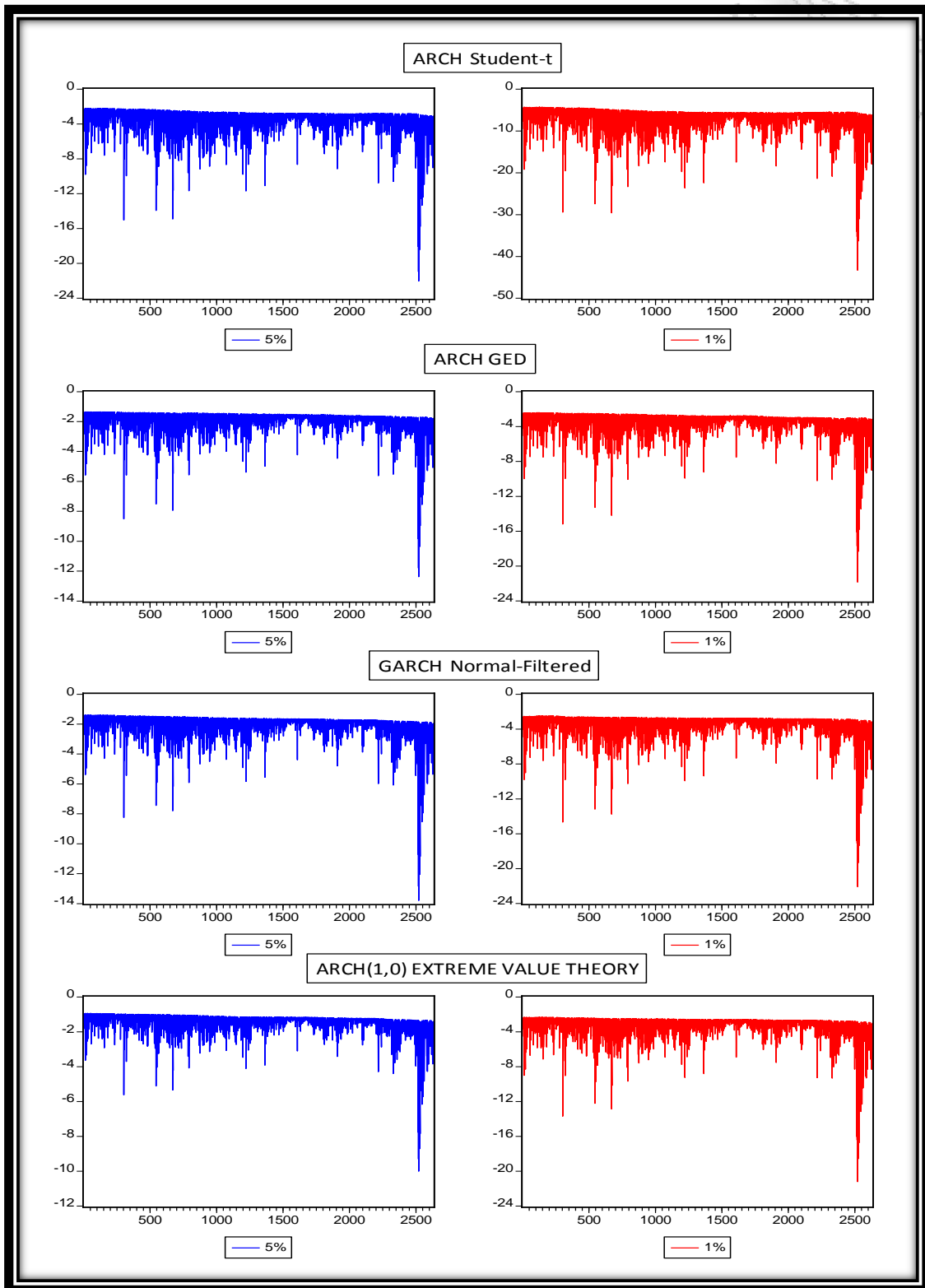
ΓΡΑΦΗΜΑ Α5.1: ΝΙΚΚΕΙ 225



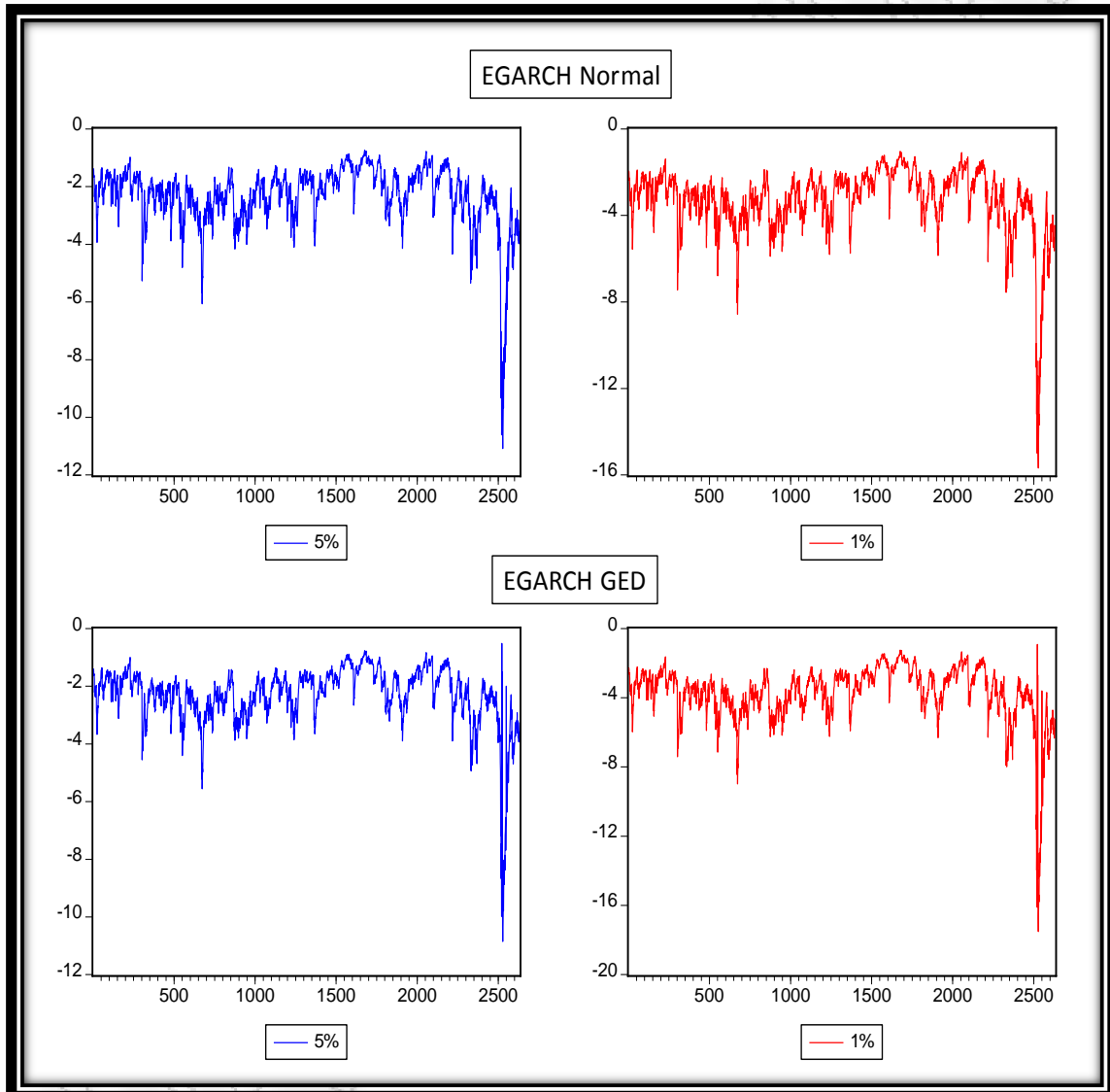
ΓΡΑΦΗΜΑ Α5.2: VaR of NIKKEI 225



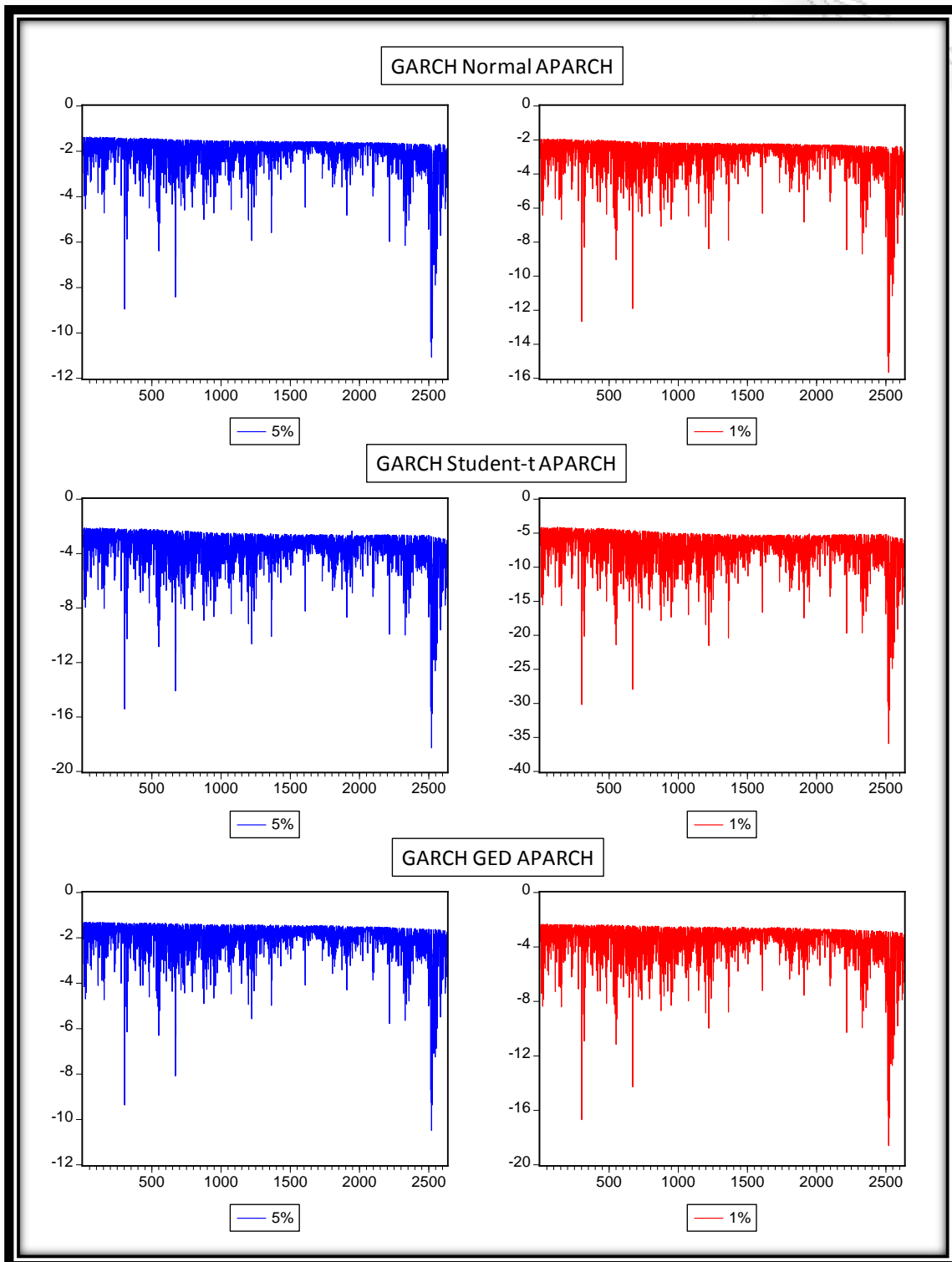
ΓΡΑΦΗΜΑ Α5.2: VaR of NIKKEI 225 (συνέχεια)



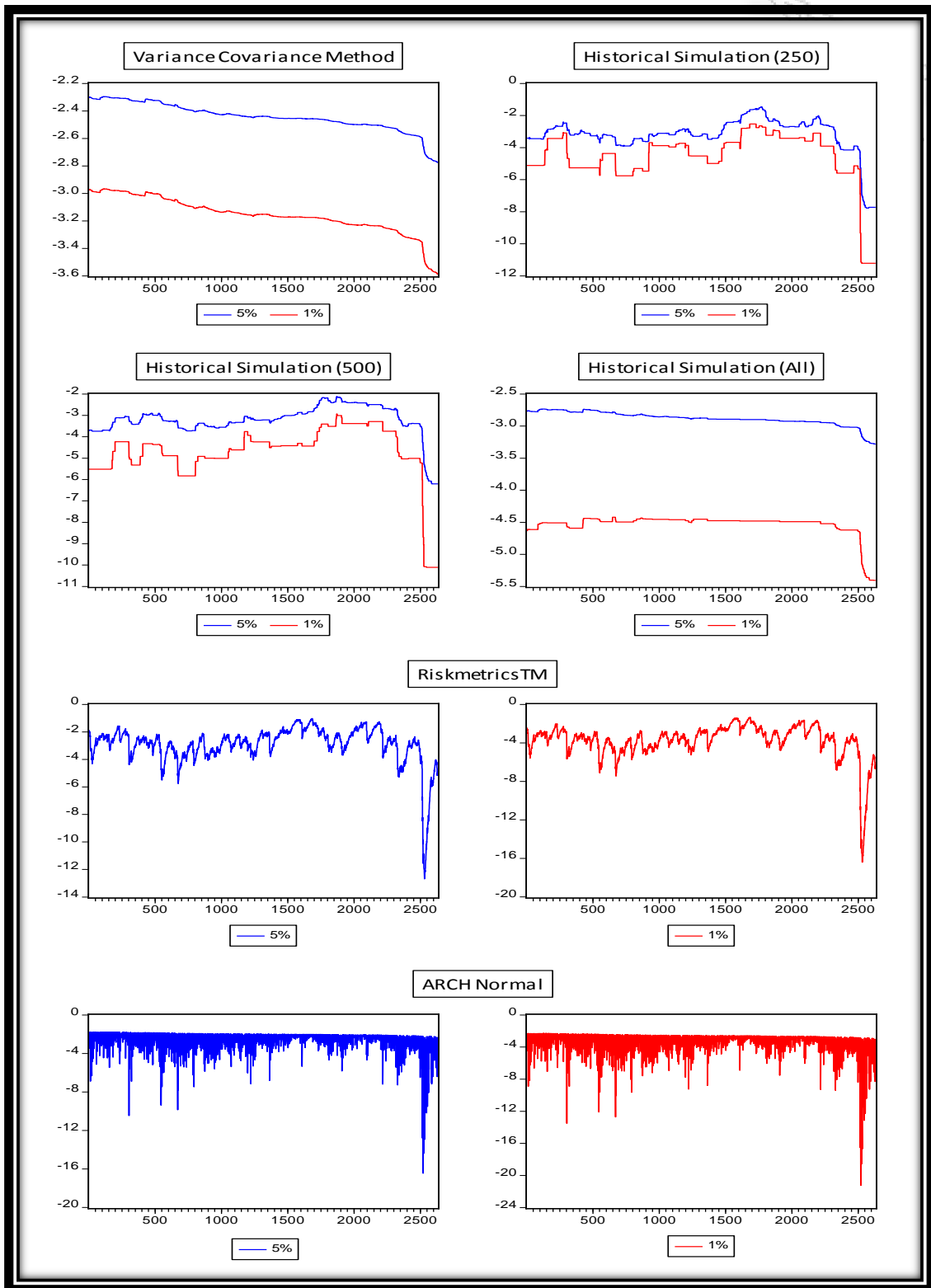
ΓΡΑΦΗΜΑ Α5.2: VaR of ΝΙΚΚΕΙ 225 (συνέχεια)



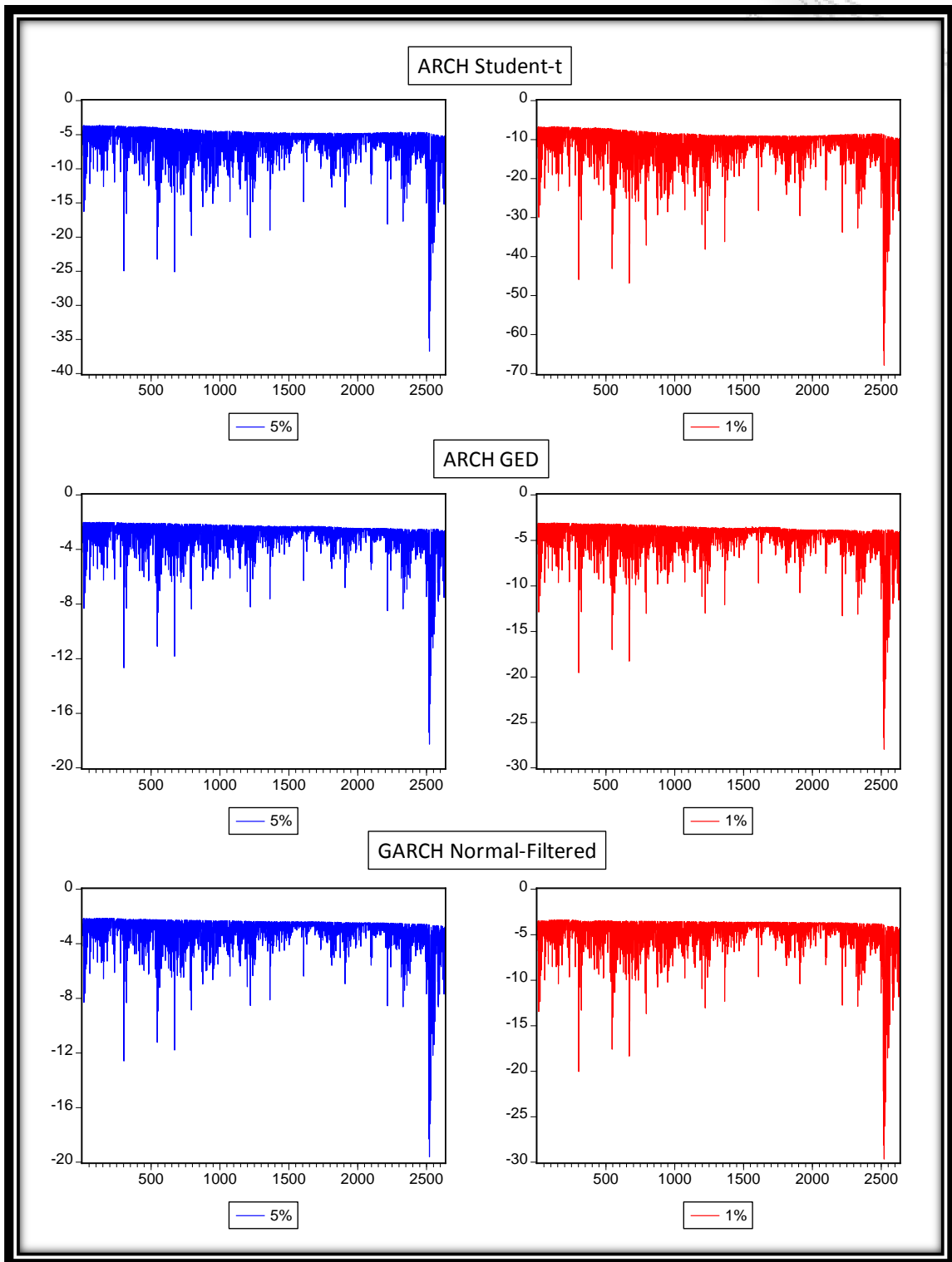
ΓΡΑΦΗΜΑ Α5.2: VaR of NIKKEI 225 (συνέχεια)



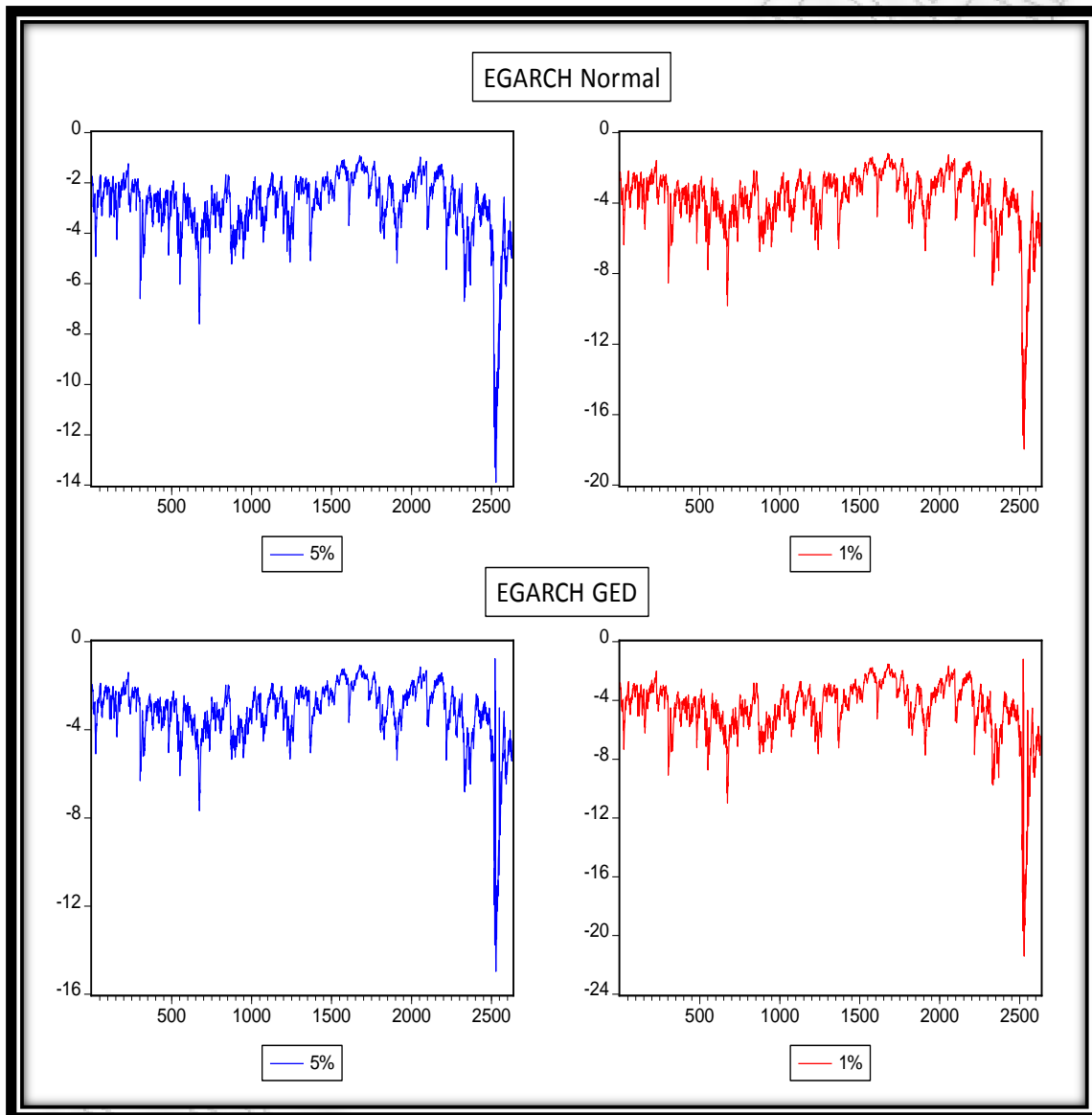
ΓΡΑΦΗΜΑ Α5.3: ES of NIKKEI 225



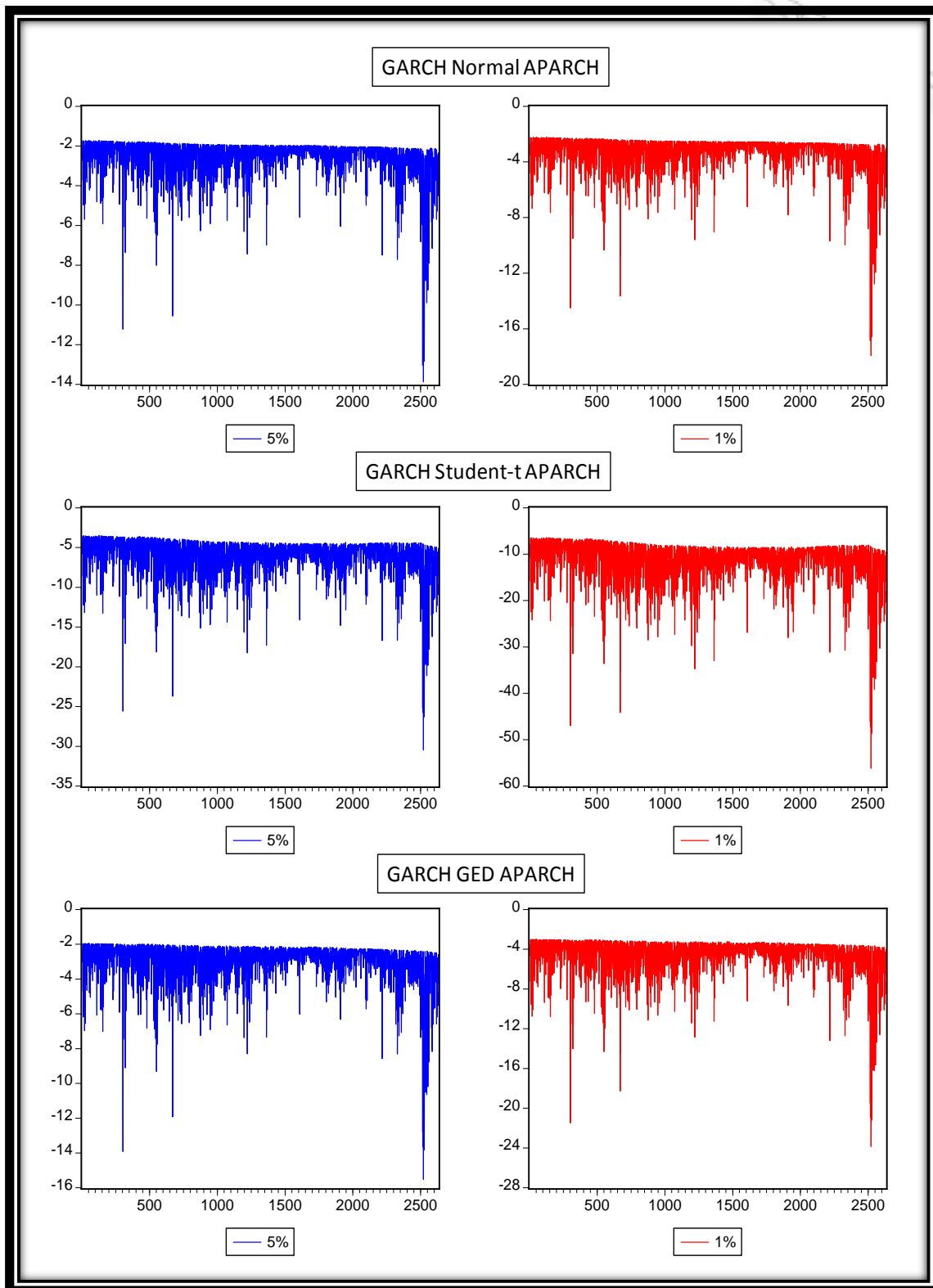
ΓΡΑΦΗΜΑ Α5.3: ES of ΝΙΚΚΕΙ 225 (συνέχεια)



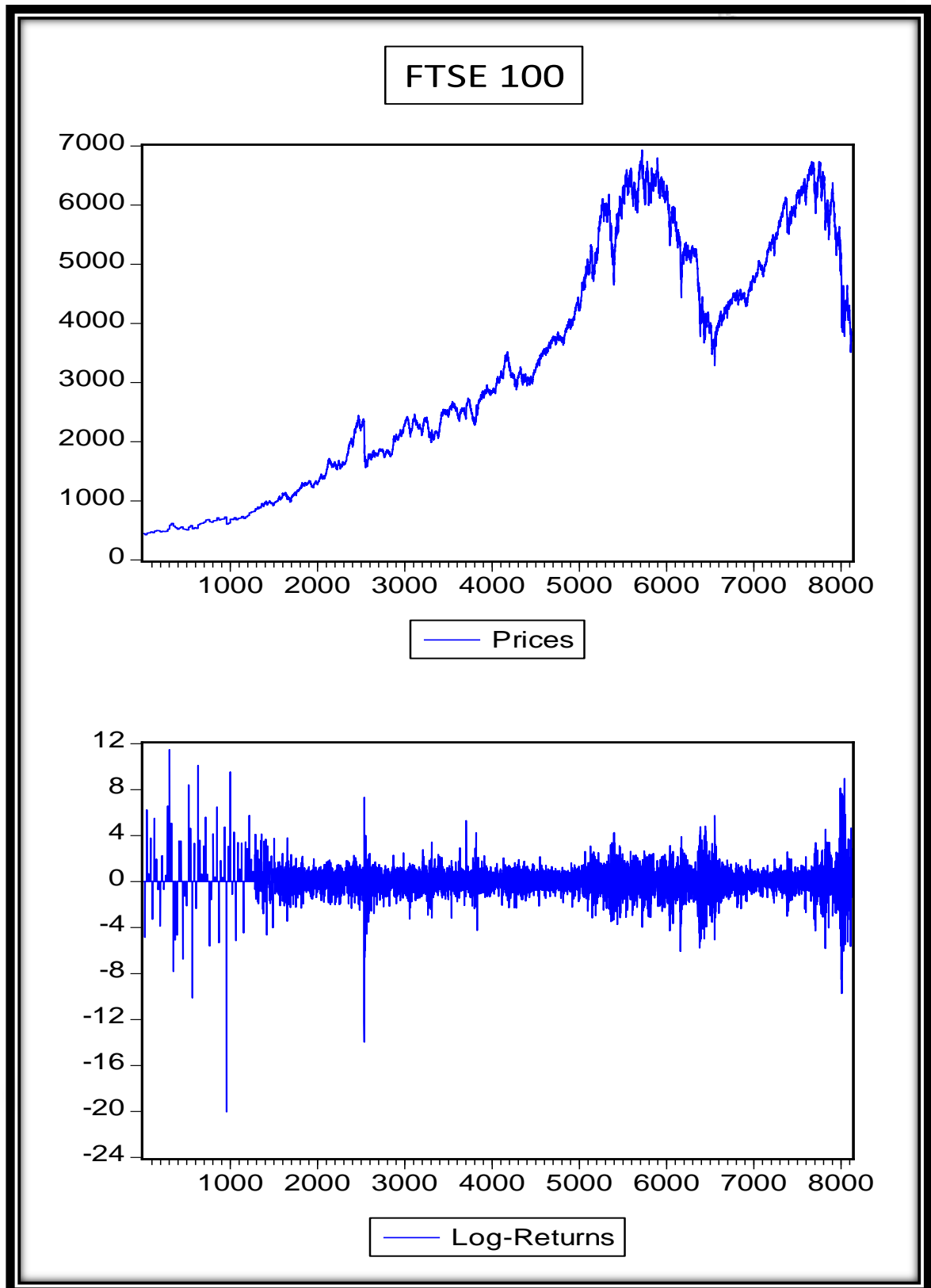
ΓΡΑΦΗΜΑ Α5.3: ES of NIKKEI 225 (συνέχεια)



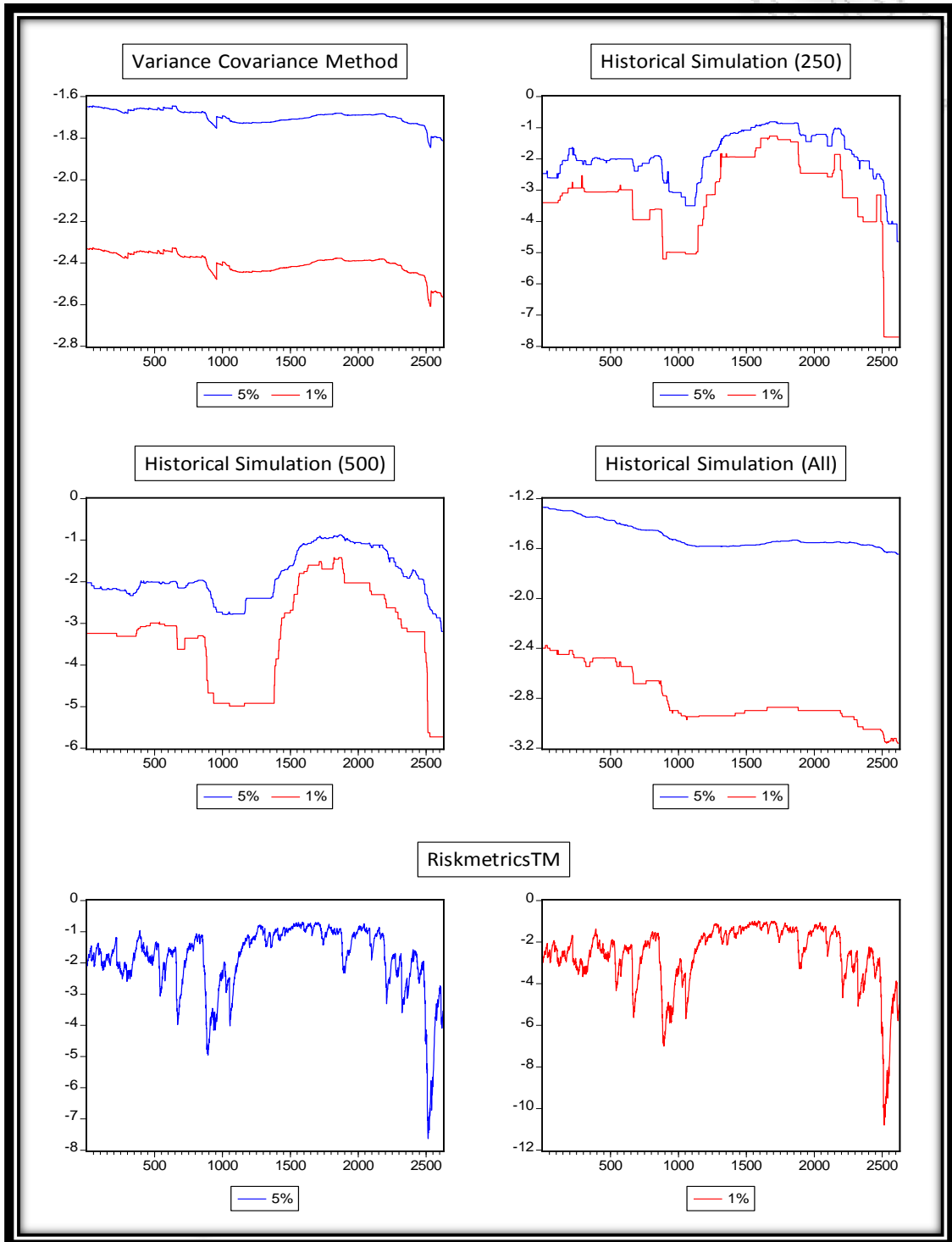
ΓΡΑΦΗΜΑ Α5.3: ES of NIKKEI 225 (συνέχεια)



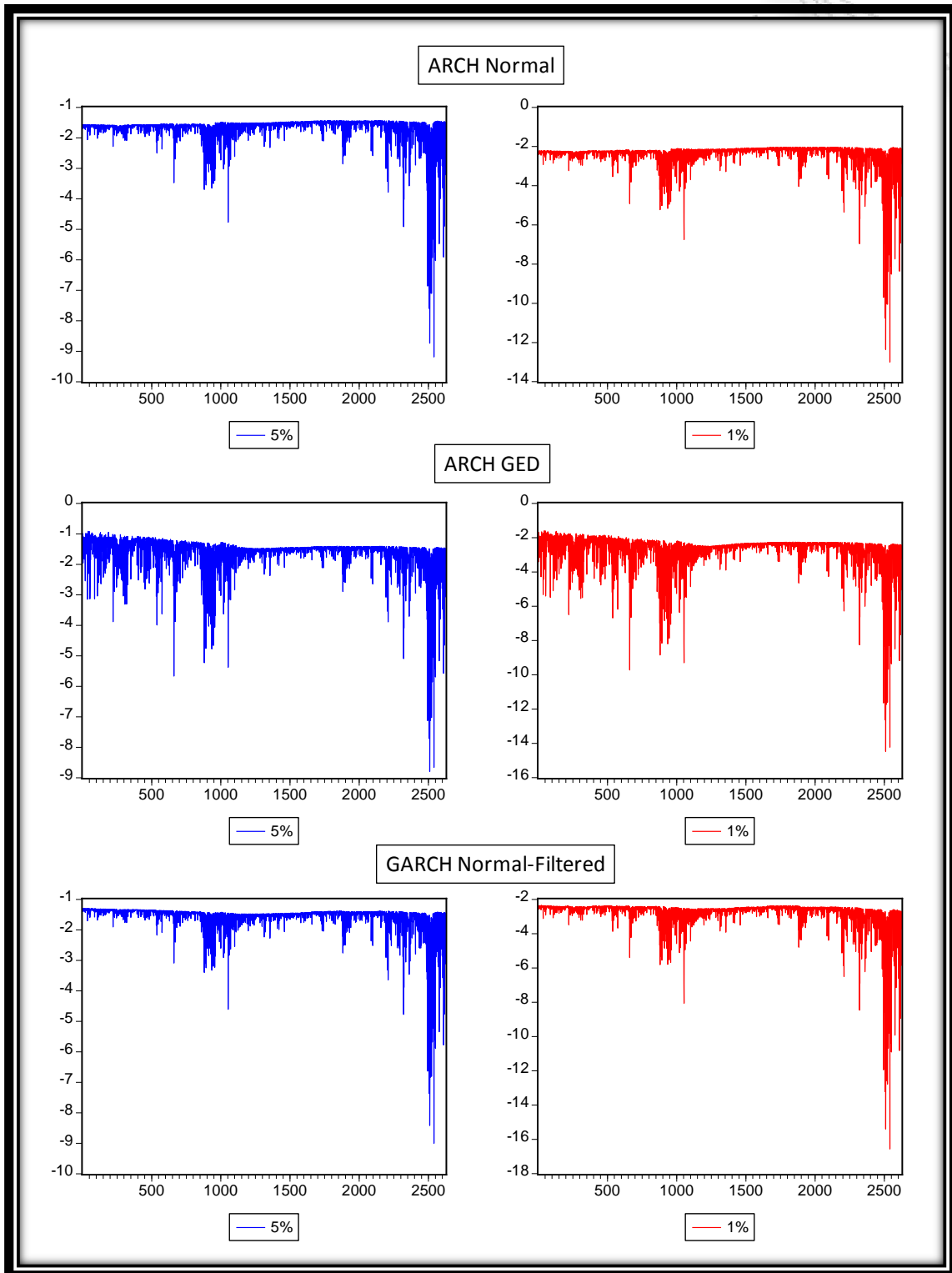
ΓΡΑΦΗΜΑ Α6.1: FTSE 100



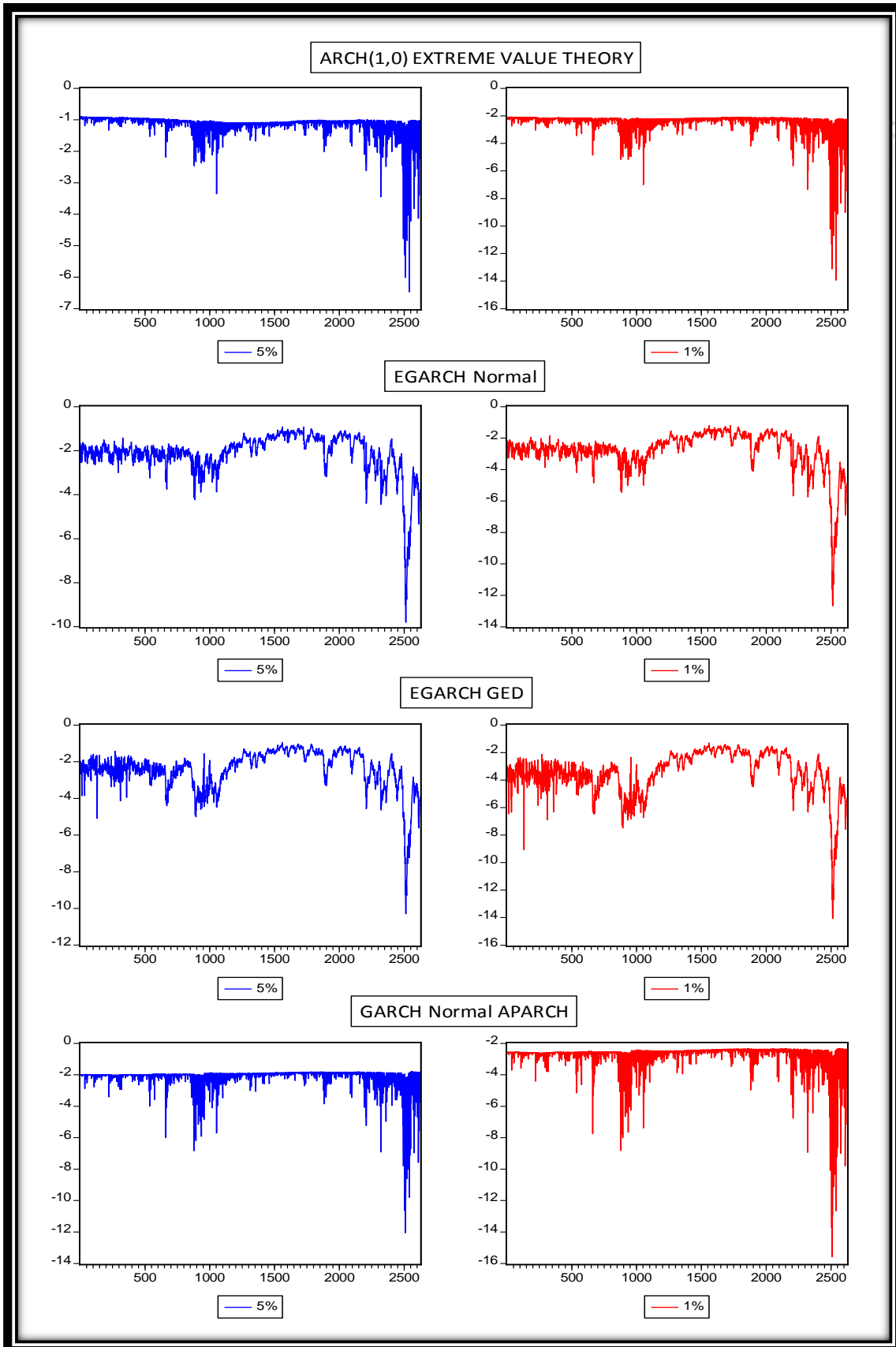
ΓΡΑΦΗΜΑ Α6.2: VaR of FTSE 100



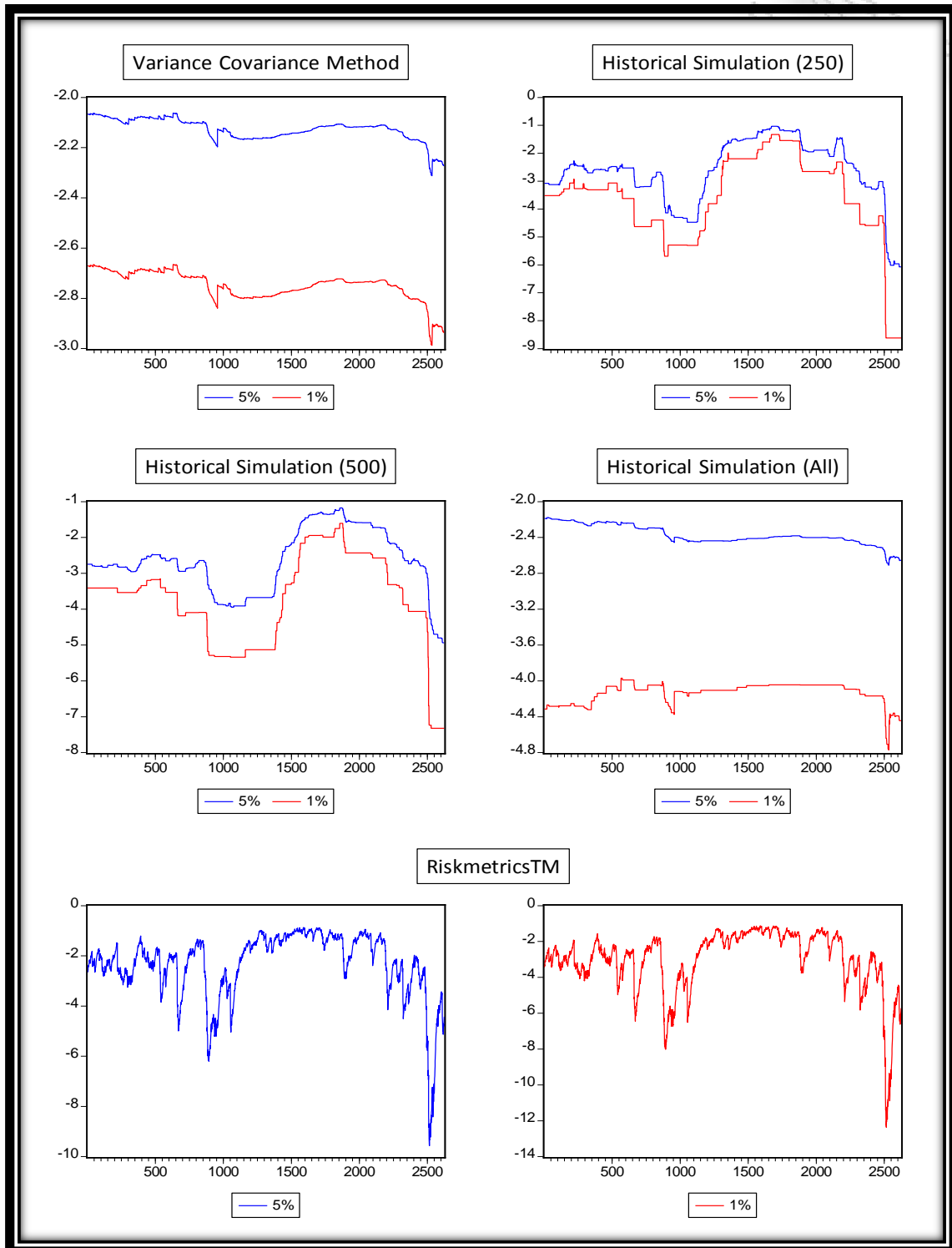
ΓΡΑΦΗΜΑ Α6.2: VaR of FTSE 100 (συνέχεια)



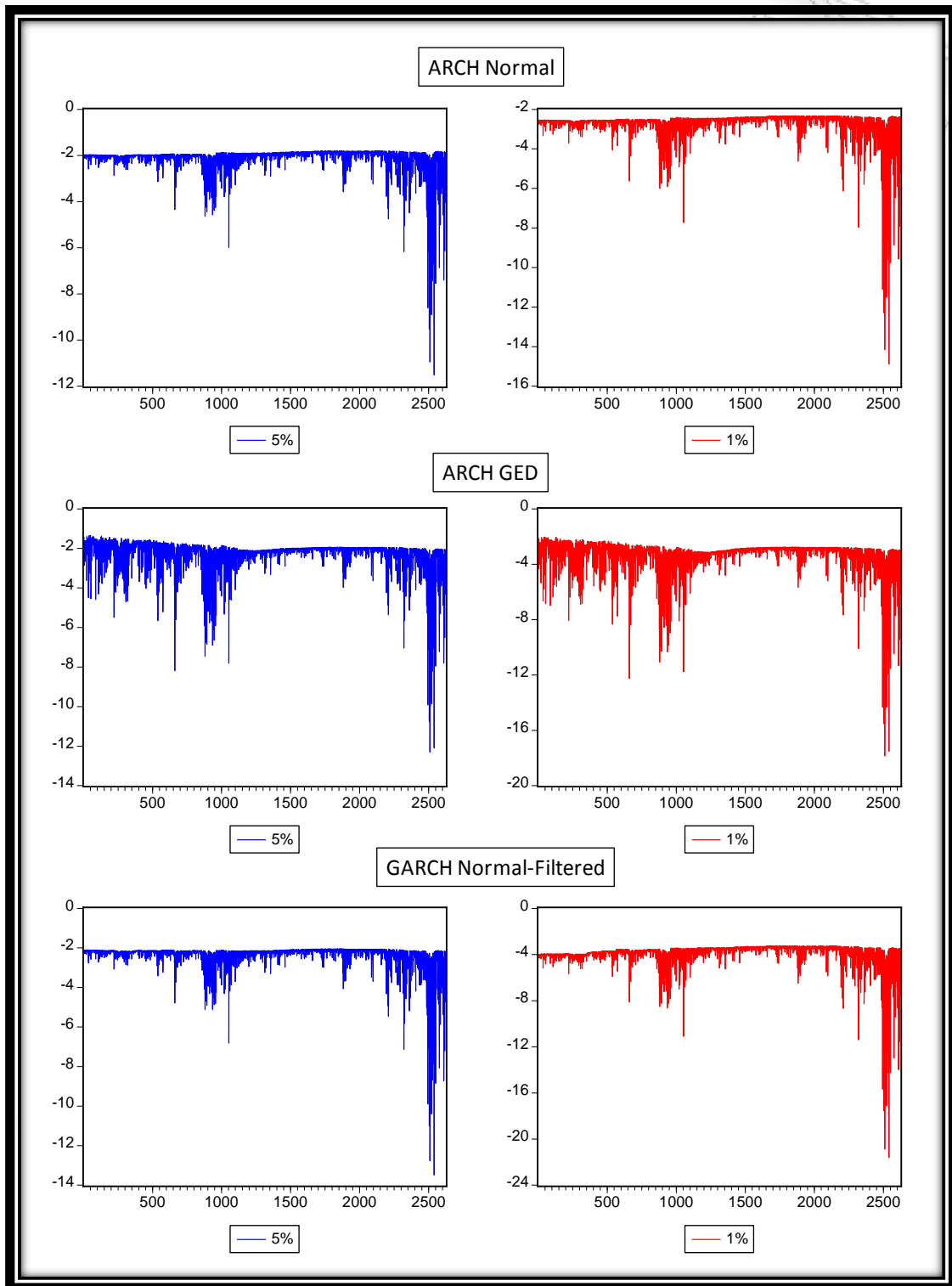
ΓΡΑΦΗΜΑ Α6.2: VaR of FTSE 100 (συνέχεια)



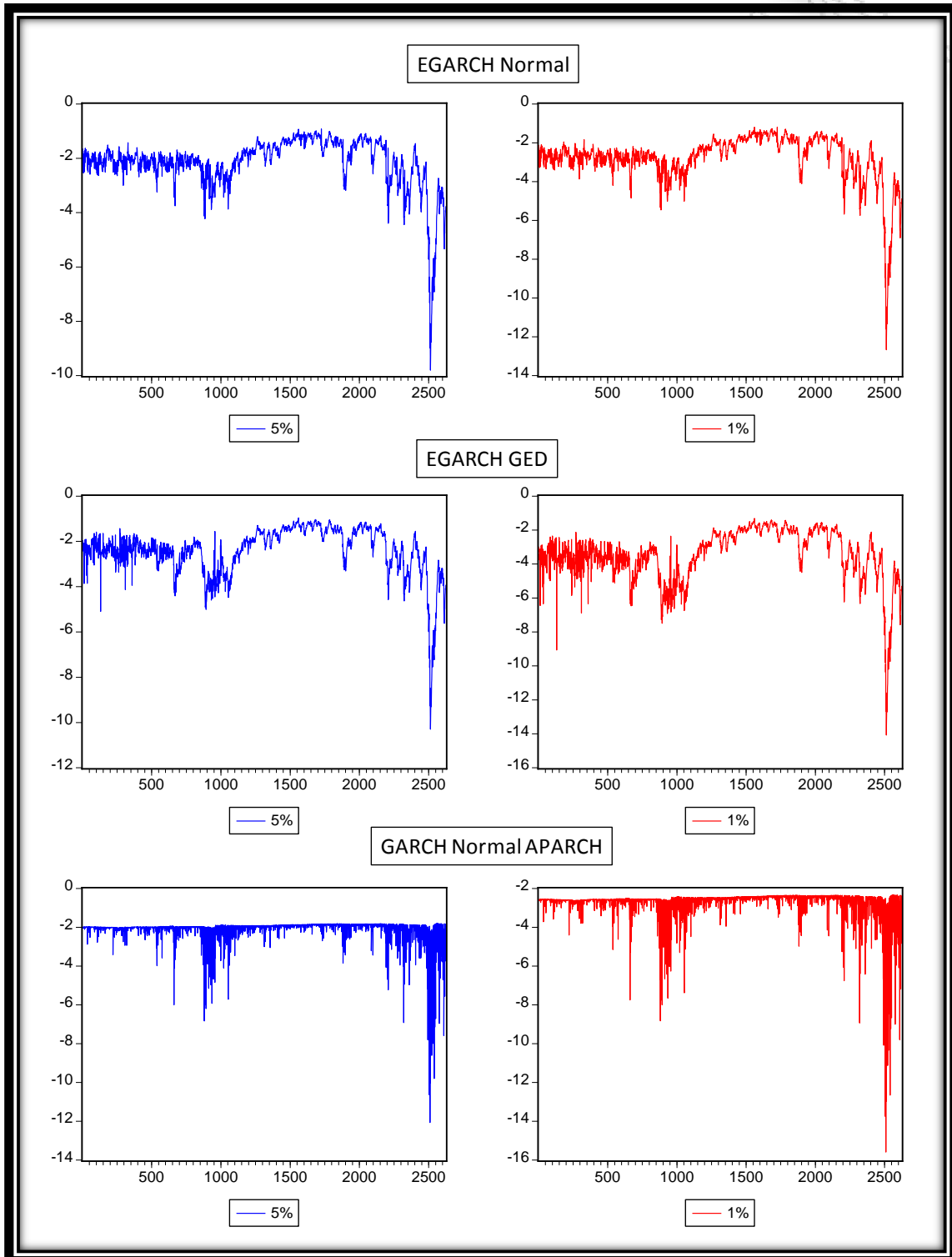
ΓΡΑΦΗΜΑ Α6.3: ES of FTSE 100



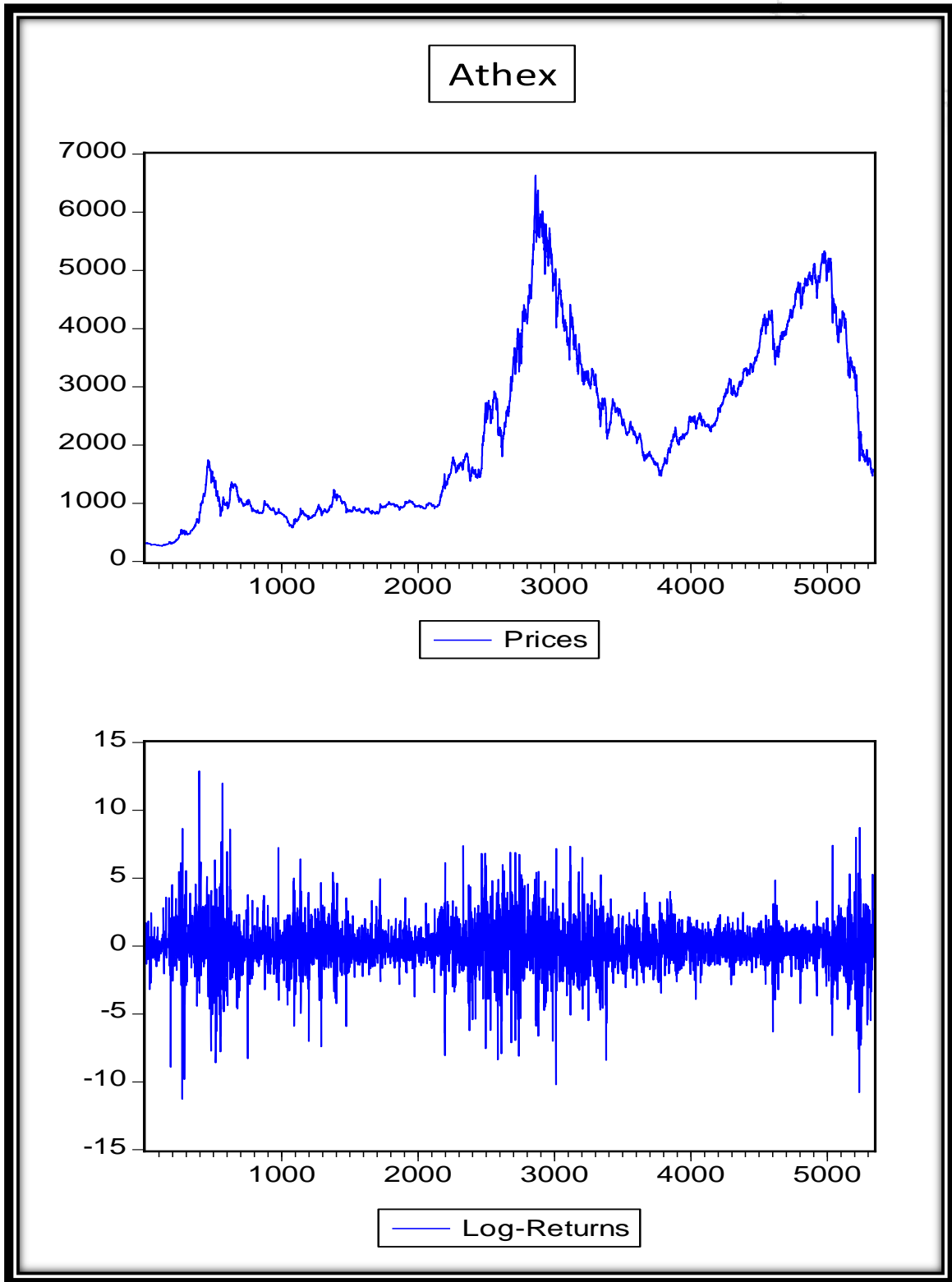
ΓΡΑΦΗΜΑ Α6.3: ES of FTSE 100 (συνέχεια)



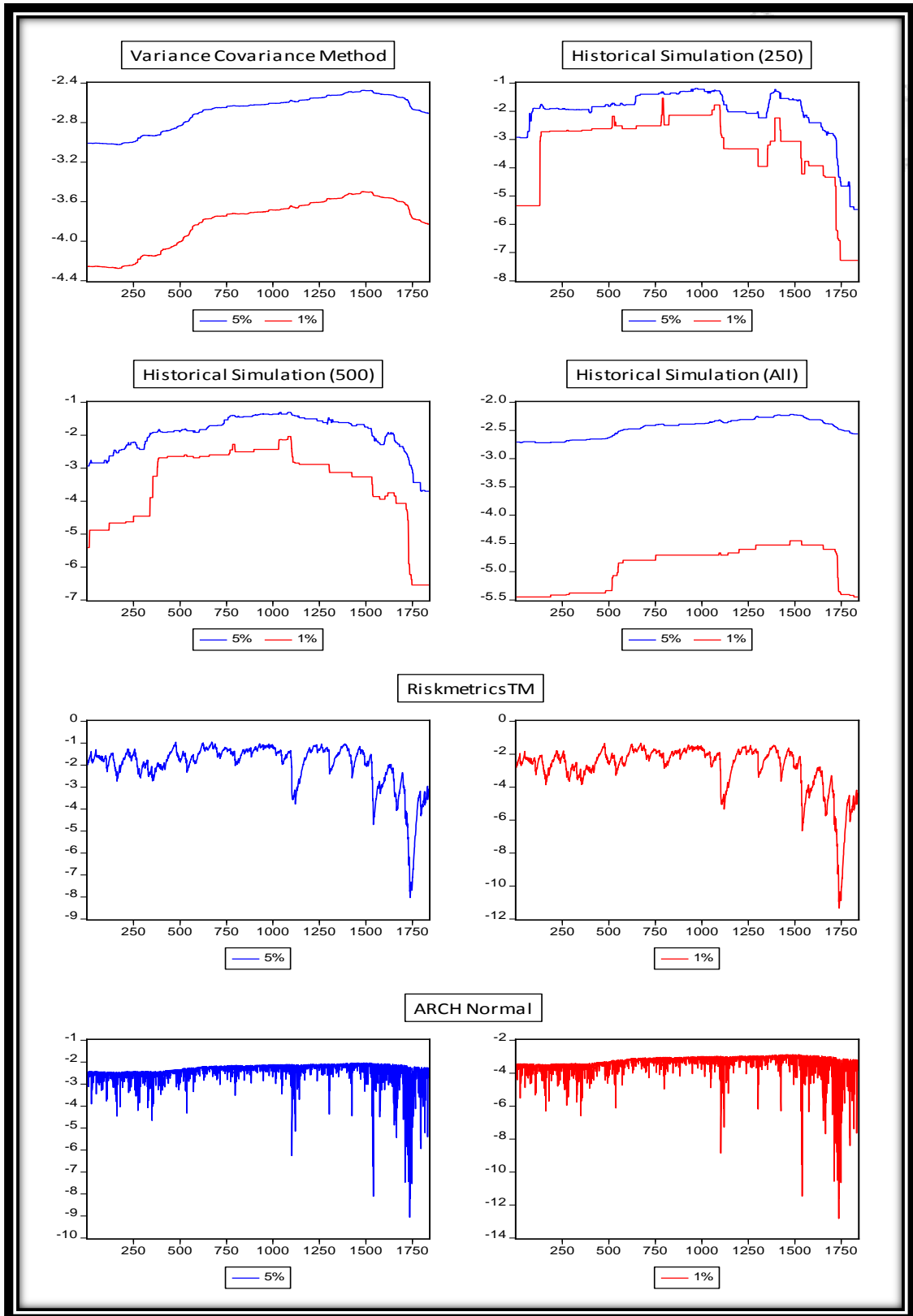
ΓΡΑΦΗΜΑ Α6.3: ES of FTSE 100 (συνέχεια)



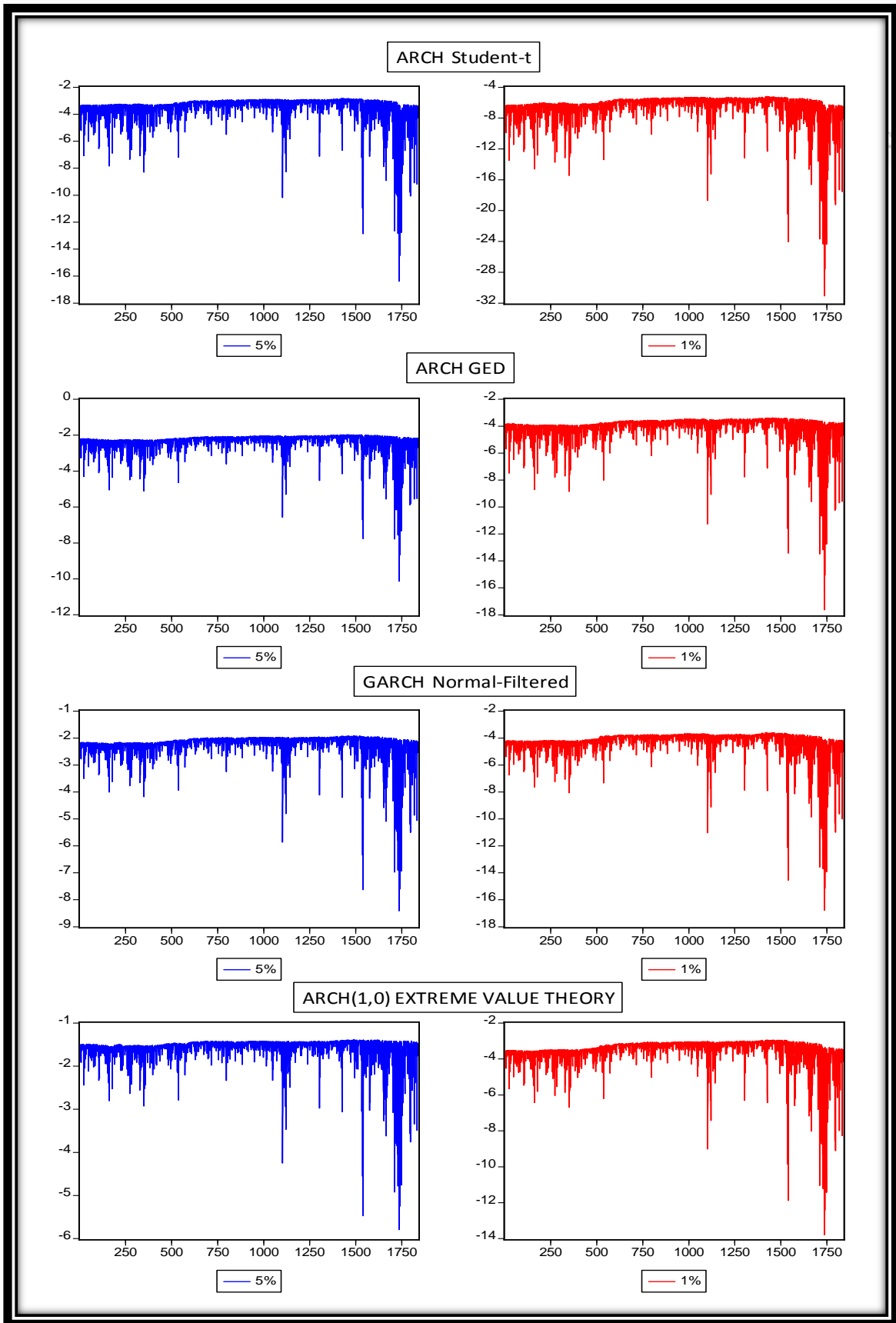
ΓΡΑΦΗΜΑ Α7.1: ATHEX



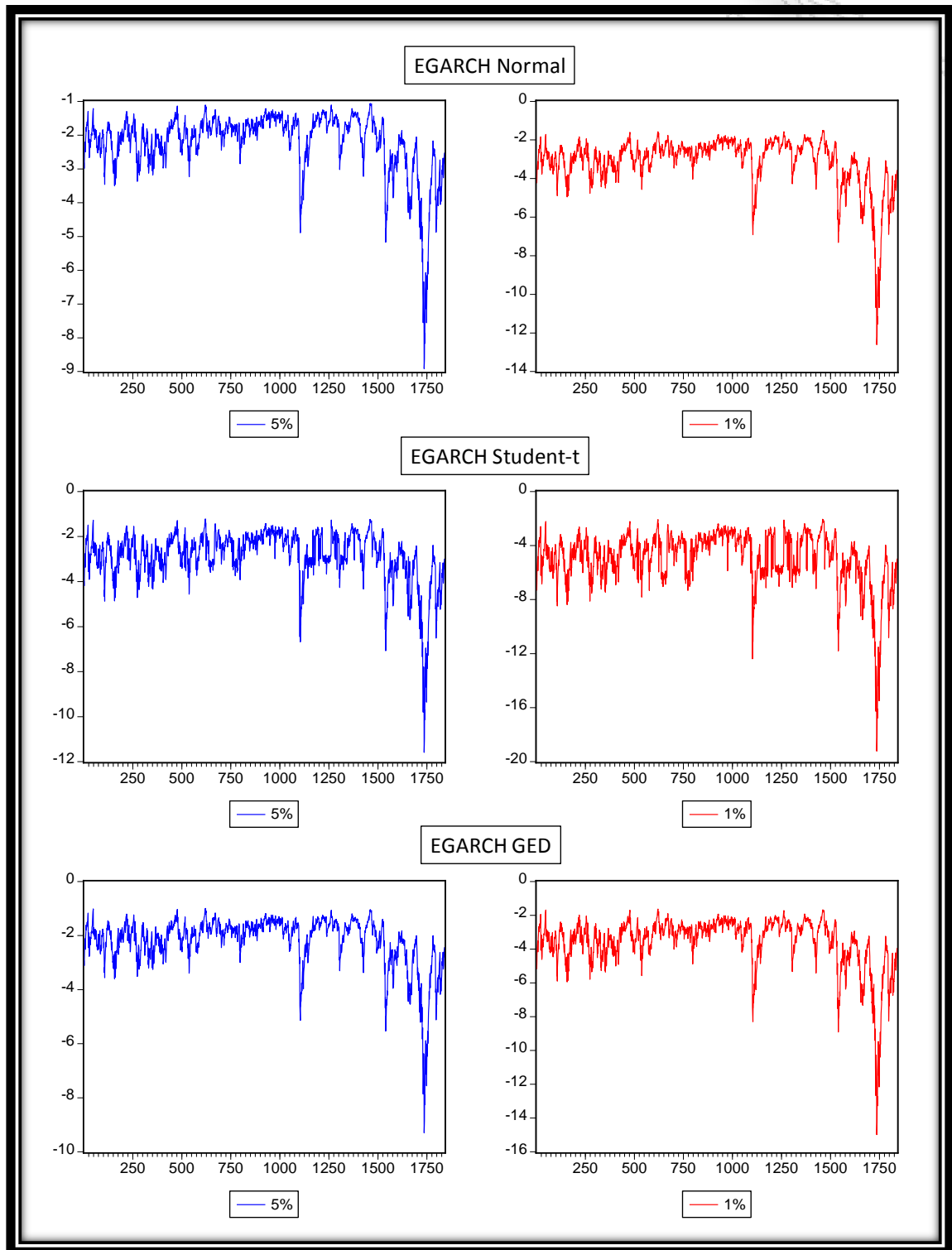
ΓΡΑΦΗΜΑ Α7.2: VaR of ATHEX



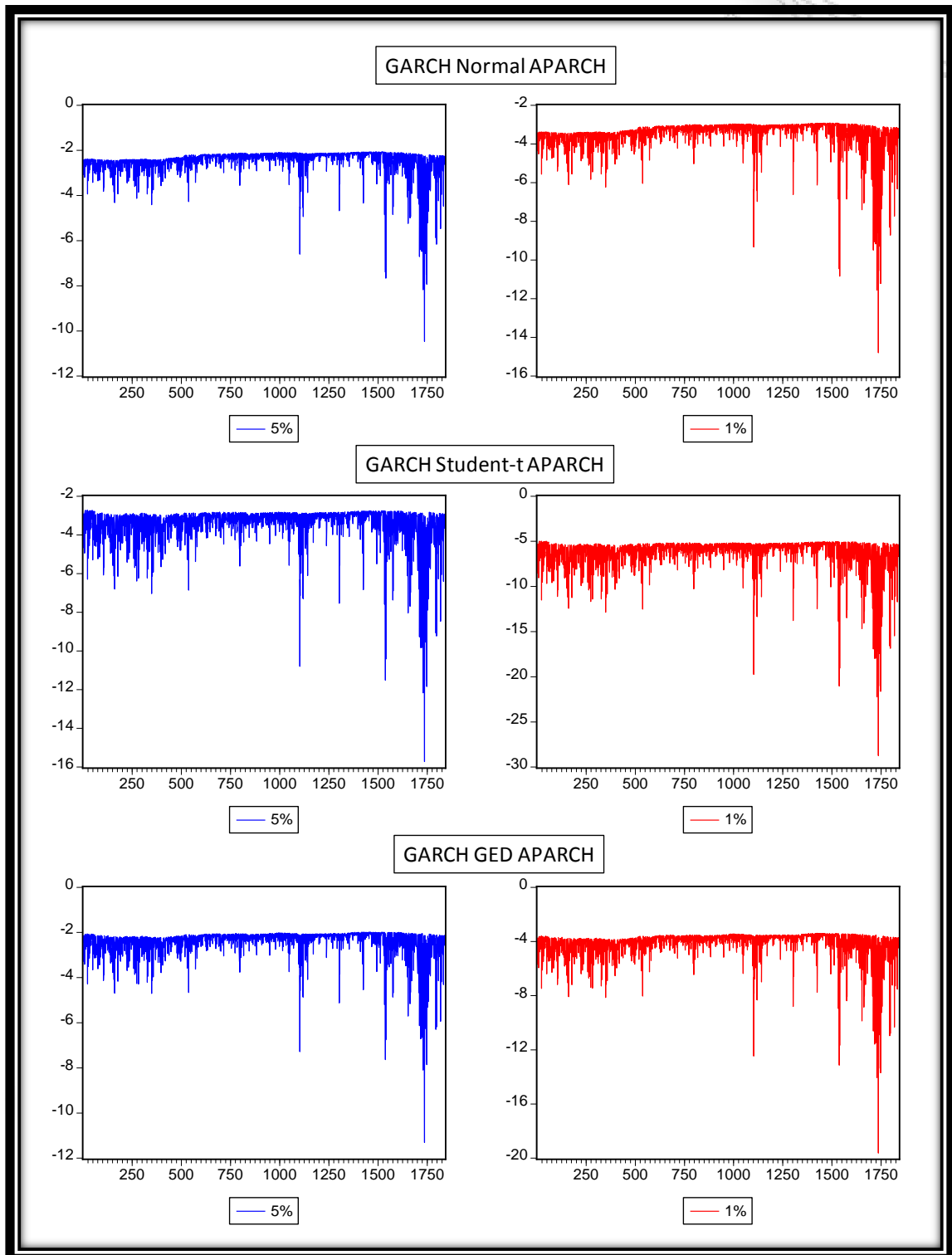
ΓΡΑΦΗΜΑ Α7.2: VaR of ATHEX (συνέχεια)



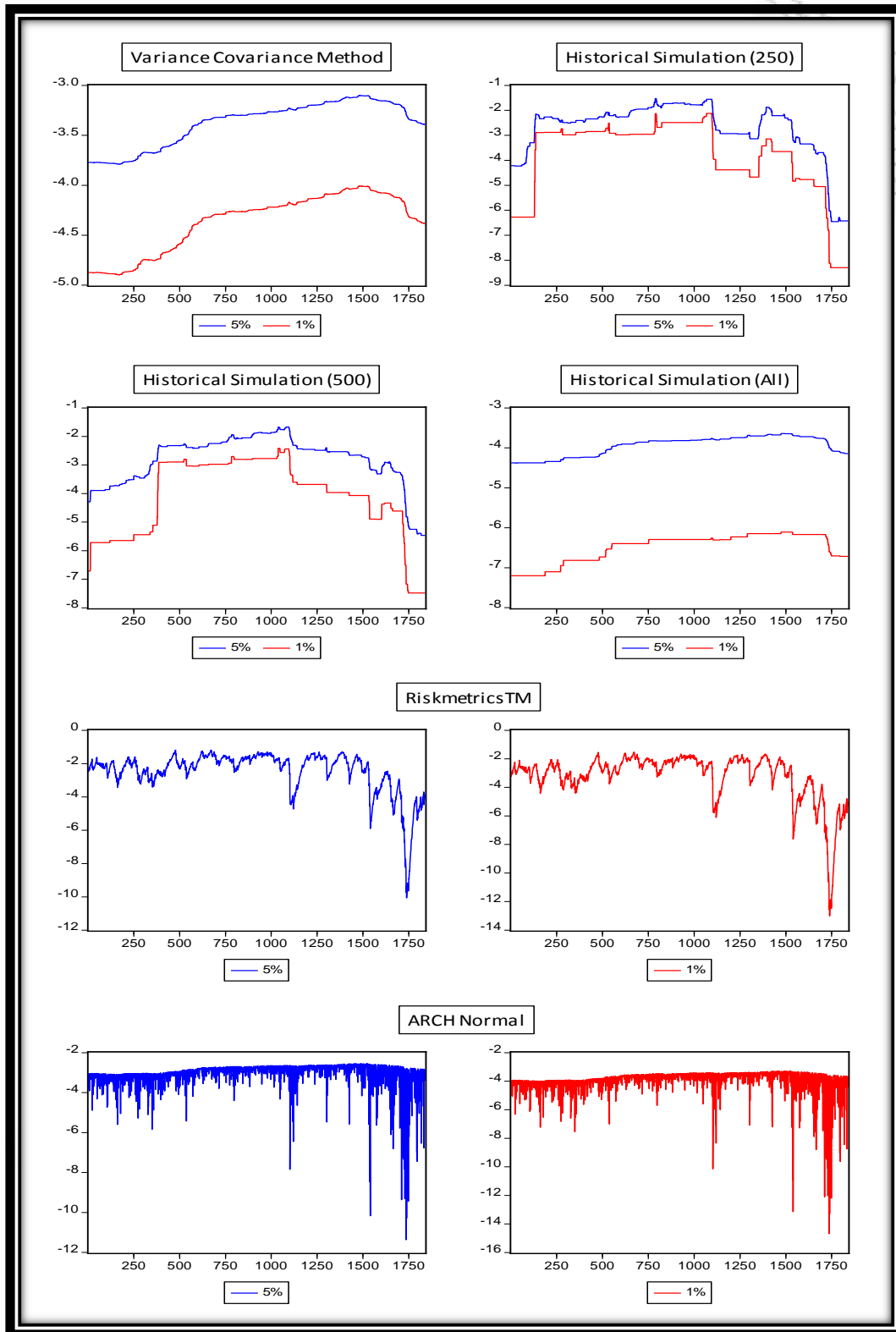
ΓΡΑΦΗΜΑ Α7.2: VaR of ATHEX (συνέχεια)



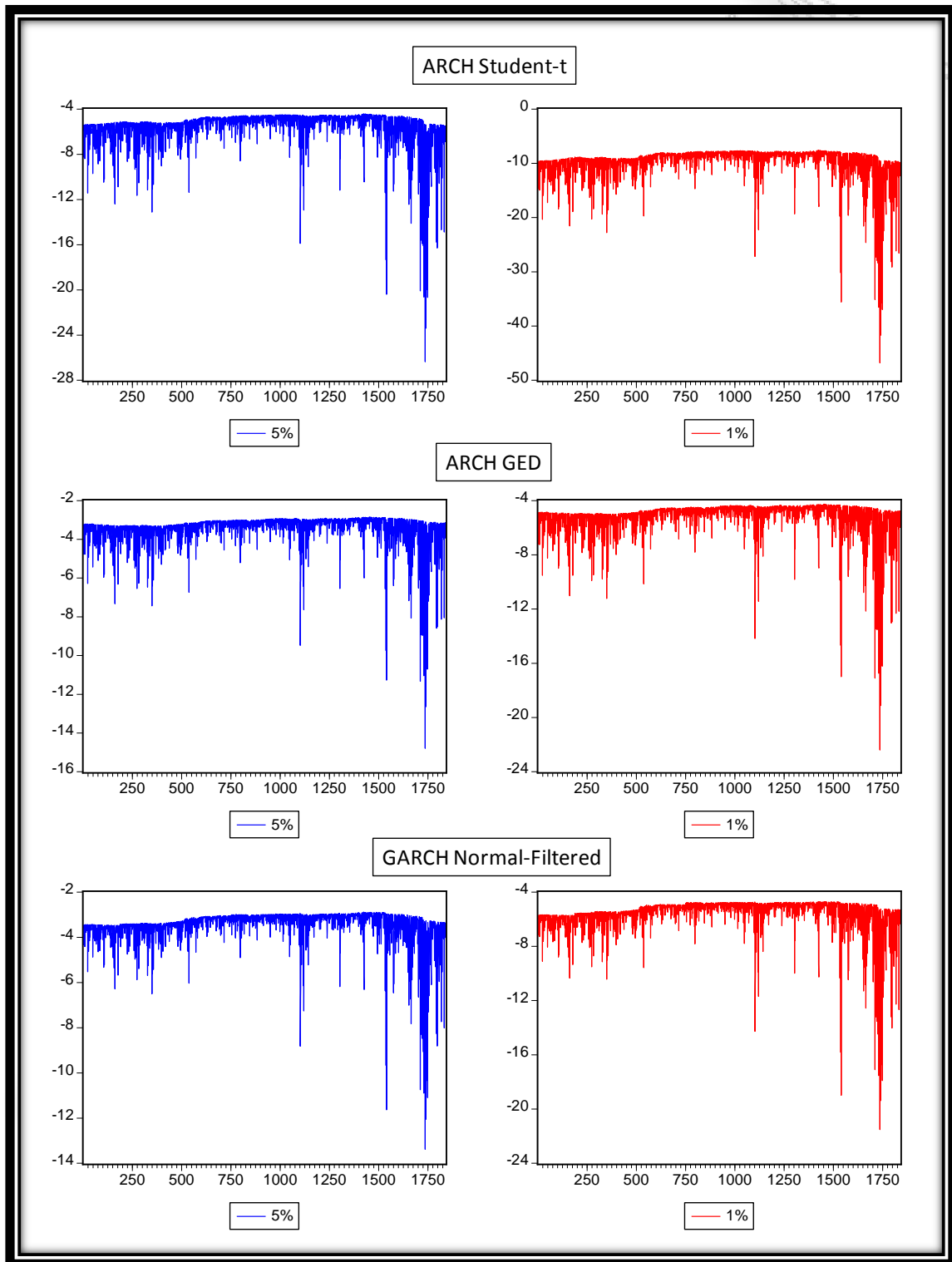
ΓΡΑΦΗΜΑ Α7.2: VaR of ATHEX (συνέχεια)



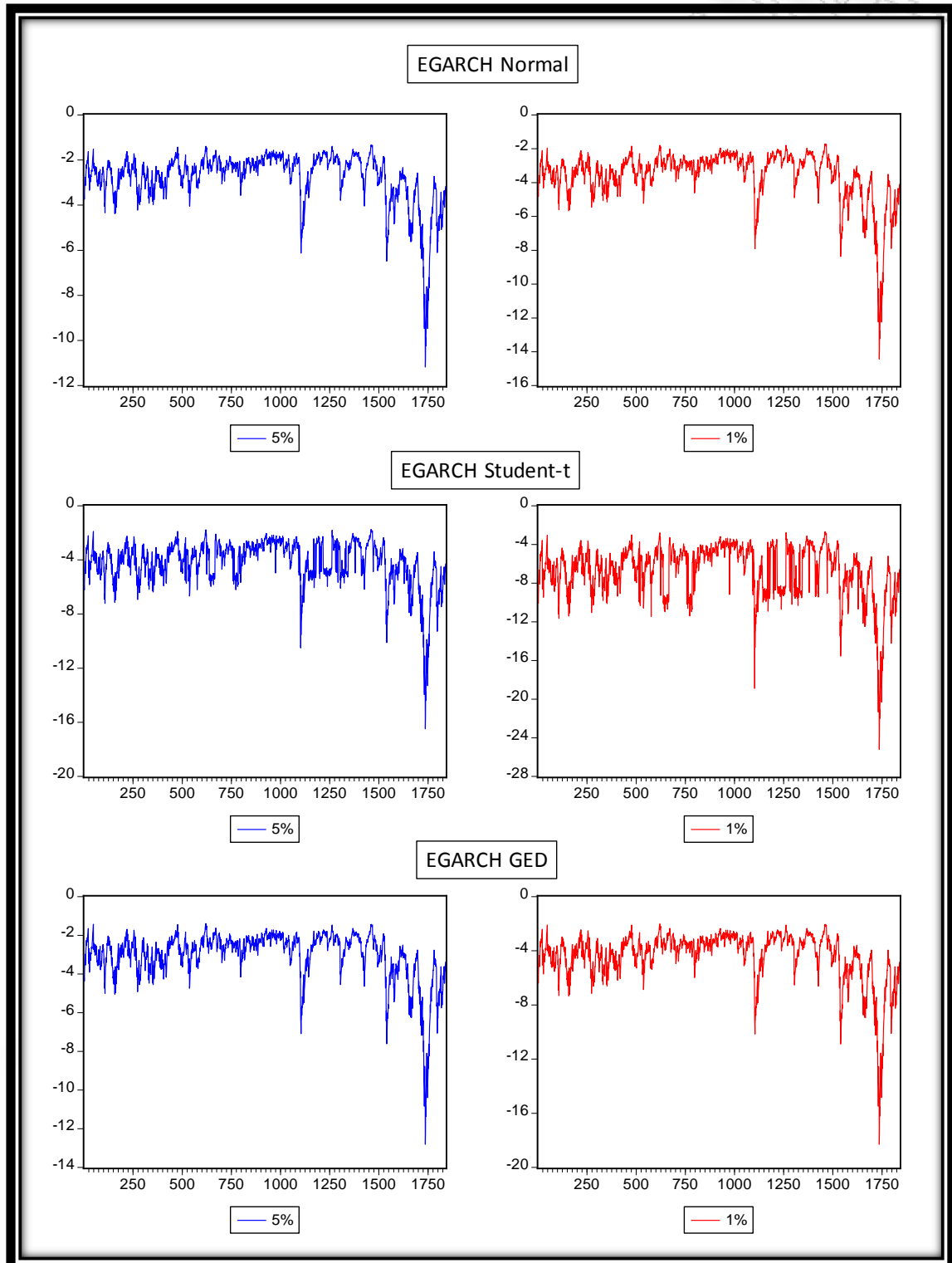
ΓΡΑΦΗΜΑ Α7.3: ES of ATHEX



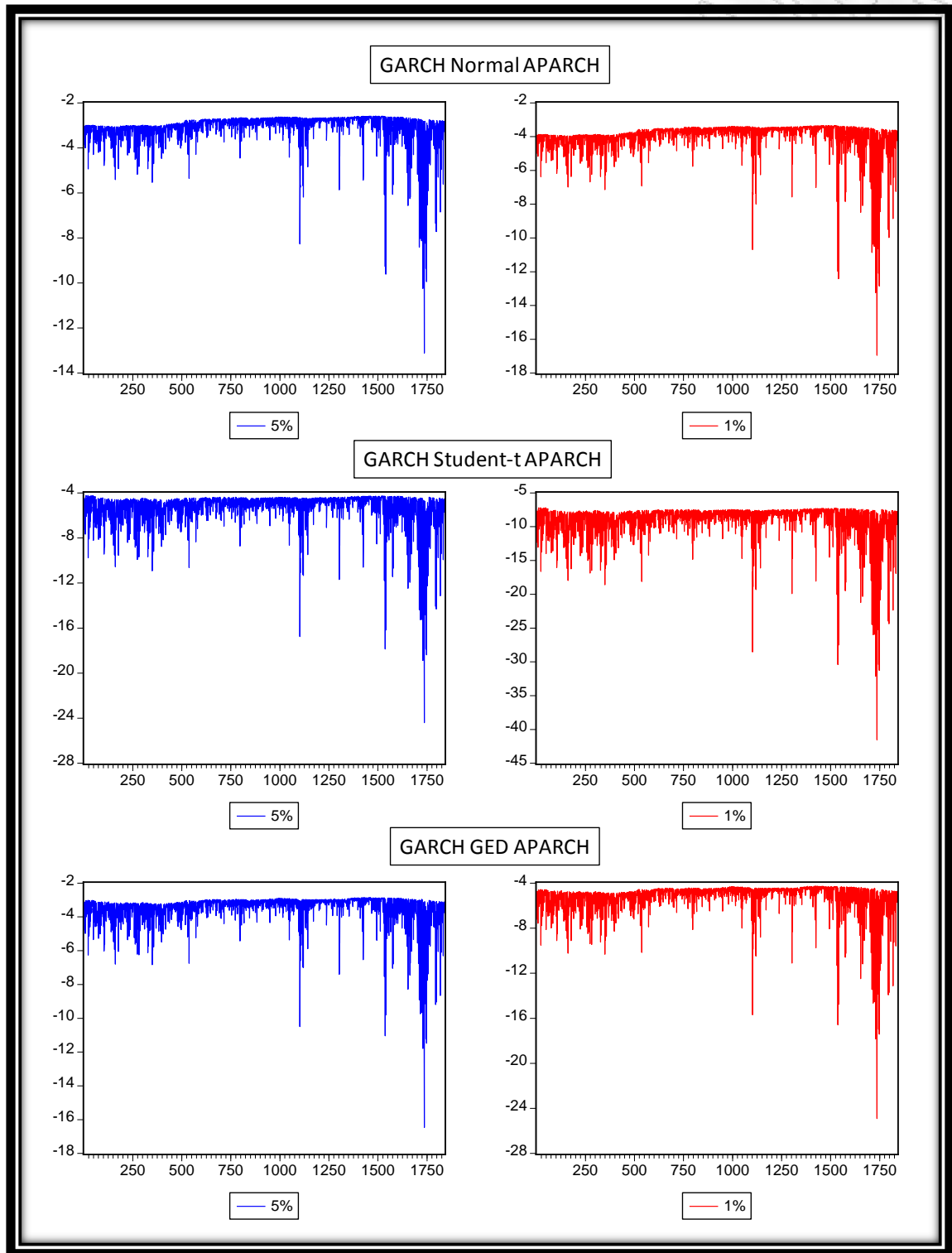
ΓΡΑΦΗΜΑ Α7.3: ES of ATHEX (συνέχεια)



ΓΡΑΦΗΜΑ Α7.3: ES of ATHEX (συνέχεια)



ΓΡΑΦΗΜΑ Α7.3: ES of ATHEX (συνέχεια)



ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β:

ΠΙΝΑΚΕΣ

ΠΙΝΑΚΑΣ Β1: Περιγραφικά στατιστικά

INDEX	Log returns of Nasdaq	Log returns of Dow Jones Industrials	Log returns of DAX30	Log returns of CAC40	Log returns of Nikkei225	Log returns of FTSE100	Log returns of Athex
Mean	0.0193	0.0158	0.0106	0.0015	0.0041	0.0203	0.0174
Median	0.0697	0.0000	0.0065	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
Maximum	12.447	9.9921	10.253	10.070	12.429	11.479	12.882
Minimum	-12.838	-29.614	-14.746	-10.689	-17.597	-20.035	-11.256
Std. Dev.	1.2354	1.0753	1.2445	1.3890	1.2520	1.1119	1.6854
Skewness	-0.5402	-2.2204	-0.4774	-0.3452	-0.6631	-1.0521	-0.1864
Kurtosis	14.221	65.857	11.982	9.2553	15.643	31.626	8.8222
Jarque-Bera	52656.28	1692707.0	34783.57	9341.85	68894.54	278841.1	7571.89
Probability	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
Sum	192.158	162.031	108.663	8.7213	41.930	164.816	93.125
Sum Sq. Dev.	15175.7	11828.5	15844.33	10920.54	16036.13	10042.05	15163.59
Observations	9945	10231	10231	5661	10231	8123	5339

ΠΙΝΑΚΑΣ Β2: Backtesting NASDAQ

Variance Covariance Method			
1%		5%	
T_0	2717	T_0	2554
T_1	227	T_1	390
T_{00}	2530	T_{00}	2247
T_{01}	187	T_{01}	307
T_{10}	187	T_{10}	307
T_{11}	40	T_{11}	83
π	0.077	π	0.132
π_{01}	0.069	π_{01}	0.120
π_{11}	0.176	π_{11}	0.213
LR_{uc}	545.92	LR_{uc}	296.11
LR_{ind}	26.34	LR_{ind}	22.46
LR_{cc}	572.27	LR_{cc}	318.57

Chi-test			
Significance	10%	Significance	10%
LR_{uc}	Reject VaR Model	LR_{uc}	Reject VaR Model
LR_{ind}	Reject VaR Model	LR_{ind}	Reject VaR Model
LR_{cc}	Reject VaR Model	LR_{cc}	Reject VaR Model

Historical Simulation (250)			
1%		5%	
T_0	2897	T_0	2396
T_1	47	T_1	125
T_{00}	2850	T_{00}	2282
T_{01}	47	T_{01}	114
T_{10}	47	T_{10}	114
T_{11}	0	T_{11}	11
π	0.016	π	0.050
π_{01}	0.016	π_{01}	0.048
π_{11}	0.000	π_{11}	0.088
LR_{uc}	8.96	LR_{uc}	0.009
LR_{ind}	1.525	LR_{ind}	3.420
LR_{cc}	10.48	LR_{cc}	3.430

Chi-test			
Significance	10%	Significance	10%
LR_{uc}	Reject VaR Model	LR_{uc}	Don't Reject VaR Model
LR_{ind}	Don't Reject VaR Model	LR_{ind}	Reject VaR Model
LR_{cc}	Reject VaR Model	LR_{cc}	Don't Reject VaR Model

ΠΙΝΑΚΑΣ Β2: Backtesting NASDAQ (συνέχεια)

Historical Simulation Second sample			
1%		5%	
T_0	2896	T_0	2748
T_1	48	T_1	196
T_{00}	2851	T_{00}	2575
T_{01}	45	T_{01}	173
T_{10}	45	T_{10}	173
T_{11}	3	T_{11}	23
π	0.016	π	0.067
π_{01}	0.016	π_{01}	0.063
π_{11}	0.063	π_{11}	0.117
LR_{uc}	9.928	LR_{uc}	15.49
LR_{ind}	3.841	LR_{ind}	7.311
LR_{cc}	13.77	LR_{cc}	22.81

Chi-test			
Significance	10%	Significance	10%
LR_{uc}	Reject VaR Model	LR_{uc}	Reject VaR Model
LR_{ind}	Reject VaR Model	LR_{ind}	Reject VaR Model
LR_{cc}	Reject VaR Model	LR_{cc}	Reject VaR Model

Historical Simulation All sample			
1%		5%	
T_0	2817	T_0	2539
T_1	127	T_1	405
T_{00}	2706	T_{00}	2223
T_{01}	111	T_{01}	316
T_{10}	111	T_{10}	316
T_{11}	16	T_{11}	89
π	0.043	π	0.138
π_{01}	0.039	π_{01}	0.124
π_{11}	0.126	π_{11}	0.220
LR_{uc}	179.49	LR_{uc}	328.73
LR_{ind}	15.17	LR_{ind}	23.86
LR_{cc}	194.66	LR_{cc}	352.59

Chi-test			
Significance	10%	Significance	10%
LR_{uc}	Reject VaR Model	LR_{uc}	Reject VaR Model
LR_{ind}	Reject VaR Model	LR_{ind}	Reject VaR Model
LR_{cc}	Reject VaR Model	LR_{cc}	Reject VaR Model

ΠΙΝΑΚΑΣ Β2: Backtesting NASDAQ (συνέχεια)

Risk Metrics			
1%		5%	
T_0	2901	T_0	2754
T_1	43	T_1	190
T_{00}	2858	T_{00}	2570
T_{01}	43	T_{01}	184
T_{10}	43	T_{10}	184
T_{11}	0	T_{11}	6
π	0.015	π	0.065
π_{01}	0.015	π_{01}	0.067
π_{11}	0.000	π_{11}	0.032
LR_{uc}	5.524	LR_{uc}	12.05
LR_{ind}	1.275	LR_{ind}	4.399
LR_{cc}	6.799	LR_{cc}	16.45

Chi-test			
Significance	10%	Significance	10%
LR_{uc}	Reject VaR Model	LR_{uc}	Reject VaR Model
LR_{ind}	Don't Reject VaR Model	LR_{ind}	Reject VaR Model
LR_{cc}	Reject VaR Model	LR_{cc}	Reject VaR Model

ARCH Normal			
1%		5%	
T_0	2762	T_0	2605
T_1	182	T_1	339
T_{00}	2583	T_{00}	2285
T_{01}	179	T_{01}	320
T_{10}	179	T_{10}	320
T_{11}	3	T_{11}	19
π	0.062	π	0.115
π_{01}	0.065	π_{01}	0.123
π_{11}	0.016	π_{11}	0.056
LR_{uc}	366.09	LR_{uc}	195.46
LR_{ind}	9.383	LR_{ind}	15.50
LR_{cc}	375.47	LR_{cc}	210.96

Chi-test			
Significance	10%	Significance	10%
LR_{uc}	Reject VaR Model	LR_{uc}	Reject VaR Model
LR_{ind}	Reject VaR Model	LR_{ind}	Reject VaR Model
LR_{cc}	Reject VaR Model	LR_{cc}	Reject VaR Model

ΠΙΝΑΚΑΣ Β2: Backtesting NASDAQ (συνέχεια)

ARCH Student-t			
1%		5%	
T_0	2910	T_0	2799
T_1	34	T_1	145
T_{00}	2463	T_{00}	2267
T_{01}	447	T_{01}	532
T_{10}	29	T_{10}	126
T_{11}	5	T_{11}	19
π	0.012	π	0.049
π_{01}	0.154	π_{01}	0.190
π_{11}	0.147	π_{11}	0.131
LR_{uc}	0.680	LR_{uc}	0.035
LR_{ind}	-2153.73	LR_{ind}	-1679.18
LR_{cc}	-2153.05	LR_{cc}	-1679.15

Chi-test			
Significance	10%	Significance	10%
LR_{uc}	Don't Reject VaR Model	LR_{uc}	Don't Reject VaR Model
LR_{ind}	Don't Reject VaR Model	LR_{ind}	Don't Reject VaR Model
LR_{cc}	Don't Reject VaR Model	LR_{cc}	Don't Reject VaR Model

ARCH GED			
1%		5%	
T_0	2807	T_0	2589
T_1	137	T_1	355
T_{00}	2286	T_{00}	1954
T_{01}	521	T_{01}	635
T_{10}	117	T_{10}	274
T_{11}	20	T_{11}	81
π	0.047	π	0.121
π_{01}	0.186	π_{01}	0.245
π_{11}	0.146	π_{11}	0.228
LR_{uc}	210.21	LR_{uc}	225.27
LR_{ind}	-1699.41	LR_{ind}	-1098.55
LR_{cc}	-1489.20	LR_{cc}	-873.29

Chi-test			
Significance	10%	Significance	10%
LR_{uc}	Reject VaR Model	LR_{uc}	Reject VaR Model
LR_{ind}	Don't Reject VaR Model	LR_{ind}	Don't Reject VaR Model
LR_{cc}	Don't Reject VaR Model	LR_{cc}	Don't Reject VaR Model

ΠΙΝΑΚΑΣ Β2: Backtesting NASDAQ (συνέχεια)

GARCH Normal - Filtered			
1%		5%	
T_0	2849	T_0	2613
T_1	95	T_1	331
T_{00}	2755	T_{00}	2301
T_{01}	94	T_{01}	312
T_{10}	94	T_{10}	312
T_{11}	1	T_{11}	19
π	0.032	π	0.112
π_{01}	0.033	π_{01}	0.119
π_{11}	0.011	π_{11}	0.057
LR_{uc}	92.96	LR_{uc}	181.19
LR_{ind}	1.984	LR_{ind}	13.240
LR_{cc}	94.94	LR_{cc}	194.43

Chi-test			
Significance	10%	Significance	10%
LR_{uc}	Reject VaR Model	LR_{uc}	Reject VaR Model
LR_{ind}	Don't Reject VaR Model	LR_{ind}	Reject VaR Model
LR_{cc}	Reject VaR Model	LR_{cc}	Reject VaR Model

ARCH(1,0) EXTREME VALUE THEORY			
1%		5%	
T_0	2820	T_0	2447
T_1	124	T_1	497
T_{00}	2697	T_{00}	2005
T_{01}	123	T_{01}	442
T_{10}	123	T_{10}	442
T_{11}	1	T_{11}	55
π	0.042	π	0.169
π_{01}	0.044	π_{01}	0.181
π_{11}	0.008	π_{11}	0.111
LR_{uc}	170.59	LR_{uc}	555.59
LR_{ind}	5.443	LR_{ind}	15.72
LR_{cc}	176.03	LR_{cc}	571.31

Chi-test			
Significance	10%	Significance	10%
LR_{uc}	Reject VaR Model	LR_{uc}	Reject VaR Model
LR_{ind}	Reject VaR Model	LR_{ind}	Reject VaR Model
LR_{cc}	Reject VaR Model	LR_{cc}	Reject VaR Model

ΠΙΝΑΚΑΣ Β2: Backtesting NASDAQ (συνέχεια)

EGARCH Normal			
1%		5%	
T_0	2888	T_0	2736
T_1	56	T_1	208
T_{00}	2833	T_{00}	2538
T_{01}	55	T_{01}	198
T_{10}	55	T_{10}	198
T_{11}	1	T_{11}	10
π	0.019	π	0.071
π_{01}	0.019	π_{01}	0.072
π_{11}	0.018	π_{11}	0.048
LR_{uc}	19.14	LR_{uc}	23.56
LR_{ind}	0.004	LR_{ind}	1.927
LR_{cc}	19.14	LR_{cc}	25.49

Chi-test			
Significance	10%	Significance	10%
LR_{uc}	Reject VaR Model	LR_{uc}	Reject VaR Model
LR_{ind}	Don't Reject VaR Model	LR_{ind}	Don't Reject VaR Model
LR_{cc}	Reject VaR Model	LR_{cc}	Reject VaR Model

EGARCH Student-t			
1%		5%	
T_0	2930	T_0	2834
T_1	14	T_1	110
T_{00}	2916	T_{00}	2728
T_{01}	14	T_{01}	106
T_{10}	14	T_{10}	106
T_{11}	0	T_{11}	4
π	0.005	π	0.037
π_{01}	0.005	π_{01}	0.037
π_{11}	0.000	π_{11}	0.036
LR_{uc}	10.15	LR_{uc}	10.80
LR_{ind}	0.134	LR_{ind}	0.003
LR_{cc}	10.28	LR_{cc}	10.81

Chi-test			
Significance	10%	Significance	10%
LR_{uc}	Reject VaR Model	LR_{uc}	Reject VaR Model
LR_{ind}	Don't Reject VaR Model	LR_{ind}	Don't Reject VaR Model
LR_{cc}	Reject VaR Model	LR_{cc}	Reject VaR Model

ΠΙΝΑΚΑΣ Β2: Backtesting NASDAQ (συνέχεια)

EGARCH GED			
1%		5%	
T_0	2908	T_0	2743
T_1	36	T_1	201
T_{00}	2872	T_{00}	2552
T_{01}	36	T_{01}	191
T_{10}	36	T_{10}	191
T_{11}	0	T_{11}	10
π	0.012	π	0.068
π_{01}	0.012	π_{01}	0.070
π_{11}	0.000	π_{11}	0.050
LR_{uc}	1.379	LR_{uc}	18.67
LR_{ind}	0.891	LR_{ind}	1.269
LR_{cc}	2.270	LR_{cc}	19.94

Chi-test			
Significance	10%	Significance	10%
LR_{uc}	Don't Reject VaR Model	LR_{uc}	Reject VaR Model
LR_{ind}	Don't Reject VaR Model	LR_{ind}	Don't Reject VaR Model
LR_{cc}	Don't Reject VaR Model	LR_{cc}	Reject VaR Model

GARCH Normal APARCH			
1%		5%	
T_0	2762	T_0	2608
T_1	182	T_1	336
T_{00}	2582	T_{00}	2284
T_{01}	180	T_{01}	324
T_{10}	180	T_{10}	324
T_{11}	2	T_{11}	12
π	0.062	π	0.114
π_{01}	0.065	π_{01}	0.124
π_{11}	0.011	π_{11}	0.036
LR_{uc}	366.09	LR_{uc}	190.06
LR_{ind}	12.61	LR_{ind}	29.65
LR_{cc}	378.70	LR_{cc}	219.70

Chi-test			
Significance	10%	Significance	10%
LR_{uc}	Reject VaR Model	LR_{uc}	Reject VaR Model
LR_{ind}	Reject VaR Model	LR_{ind}	Reject VaR Model
LR_{cc}	Reject VaR Model	LR_{cc}	Reject VaR Model

ΠΙΝΑΚΑΣ Β2: Backtesting NASDAQ (συνέχεια)

GARCH Student APARCH			
1%		5%	
T_0	2913	T_0	2792
T_1	31	T_1	152
T_{00}	2882	T_{00}	2642
T_{01}	31	T_{01}	150
T_{10}	31	T_{10}	150
T_{11}	0	T_{11}	2
π	0.010529891	π	0.051630435
π_{01}	0.01064195	π_{01}	0.053724928
π_{11}	0.000001	π_{11}	0.013157895
LR_{uc}	0.082075588	LR_{uc}	0.163090327
LR_{ind}	0.659751347	LR_{ind}	6.708388393
LR_{cc}	0.741826935	LR_{cc}	6.871478719

Chi-test			
Significance	10%	Significance	10%
LR_{uc}	Don't Reject VaR Model	LR_{uc}	Don't Reject VaR Model
LR_{ind}	Don't Reject VaR Model	LR_{ind}	Reject VaR Model
LR_{cc}	Don't Reject VaR Model	LR_{cc}	Reject VaR Model

GARCH GED APARCH			
1%		5%	
T_0	2806	T_0	2586
T_1	138	T_1	358
T_{00}	2669	T_{00}	2245
T_{01}	137	T_{01}	341
T_{10}	137	T_{10}	341
T_{11}	1	T_{11}	17
π	0.046875	π	0.12160326
π_{01}	0.048823949	π_{01}	0.13186388
π_{11}	0.007246377	π_{11}	0.04748603
LR_{uc}	213.3669787	LR_{uc}	231.041724
LR_{ind}	7.663304343	LR_{ind}	25.7648126
LR_{cc}	221.0302831	LR_{cc}	256.806537

Chi-test			
Significance	10%	Significance	10%
LR_{uc}	Reject VaR Model	LR_{uc}	Reject VaR Model
LR_{ind}	Reject VaR Model	LR_{ind}	Reject VaR Model
LR_{cc}	Reject VaR Model	LR_{cc}	Reject VaR Model

ΠΙΝΑΚΑΣ Β3: Backtesting DOW JONES Industrials

Variance Covariance Method			
1%		5%	
T_0	2551	T_0	2462
T_1	79	T_1	168
T_{00}	2479	T_{00}	2317
T_{01}	72	T_{01}	145
T_{10}	72	T_{10}	145
T_{11}	7	T_{11}	23
π	0.030	π	0.064
π_{01}	0.028	π_{01}	0.059
π_{11}	0.089	π_{11}	0.137
LR_{uc}	69.45	LR_{uc}	9.841
LR_{ind}	6.470	LR_{ind}	12.56
LR_{cc}	75.92	LR_{cc}	22.40

Chi-test			
Significance	10%	Significance	10%
LR_{uc}	Reject VaR Model	LR_{uc}	Reject VaR Model
LR_{ind}	Reject VaR Model	LR_{ind}	Reject VaR Model
LR_{cc}	Reject VaR Model	LR_{cc}	Reject VaR Model

Historical Simulation (250)			
1%		5%	
T_0	2590	T_0	2469
T_1	40	T_1	161
T_{00}	2550	T_{00}	2328
T_{01}	40	T_{01}	141
T_{10}	40	T_{10}	141
T_{11}	0	T_{11}	20
π	0.015	π	0.061
π_{01}	0.015	π_{01}	0.057
π_{11}	0.000	π_{11}	0.124
LR_{uc}	6.217	LR_{uc}	6.522
LR_{ind}	1.235	LR_{ind}	9.456
LR_{cc}	7.453	LR_{cc}	15.98

Chi-test			
Significance	10%	Significance	10%
LR_{uc}	Reject VaR Model	LR_{uc}	Reject VaR Model
LR_{ind}	Don't Reject VaR Model	LR_{ind}	Reject VaR Model
LR_{cc}	Reject VaR Model	LR_{cc}	Reject VaR Model

ΠΙΝΑΚΑΣ Β3: Backtesting DOW JONES Industrials (συνέχεια)

Historical Simulation Second sample			
1%		5%	
T_0	2585	T_0	2461
T_1	45	T_1	169
T_{00}	2541	T_{00}	2312
T_{01}	44	T_{01}	149
T_{10}	44	T_{10}	149
T_{11}	1	T_{11}	20
π	0.017	π	0.064
π_{01}	0.017	π_{01}	0.061
π_{11}	0.022	π_{11}	0.118
LR_{uc}	11.07	LR_{uc}	10.37
LR_{ind}	0.065	LR_{ind}	7.260
LR_{cc}	11.14	LR_{cc}	17.63

Chi-test			
Significance	10%	Significance	10%
LR_{uc}	Reject VaR Model	LR_{uc}	Reject VaR Model
LR_{ind}	Don't Reject VaR Model	LR_{ind}	Reject VaR Model
LR_{cc}	Reject VaR Model	LR_{cc}	Reject VaR Model

Historical Simulation All sample			
1%		5%	
T_0	2566	T_0	2406
T_1	64	T_1	224
T_{00}	2506	T_{00}	2215
T_{01}	60	T_{01}	191
T_{10}	60	T_{10}	191
T_{11}	4	T_{11}	33
π	0.024	π	0.085
π_{01}	0.023	π_{01}	0.079
π_{11}	0.063	π_{11}	0.147
LR_{uc}	38.98	LR_{uc}	57.09
LR_{ind}	2.857	LR_{ind}	10.35
LR_{cc}	41.84	LR_{cc}	67.44

Chi-test			
Significance	10%	Significance	10%
LR_{uc}	Reject VaR Model	LR_{uc}	Reject VaR Model
LR_{ind}	Reject VaR Model	LR_{ind}	Reject VaR Model
LR_{cc}	Reject VaR Model	LR_{cc}	Reject VaR Model

ΠΙΝΑΚΑΣ Β3: Backtesting DOW JONES Industrials (συνέχεια)

Risk Metrics			
1%		5%	
T_0	2581	T_0	2465
T_1	49	T_1	165
T_{00}	2533	T_{00}	2314
T_{01}	48	T_{01}	151
T_{10}	48	T_{10}	151
T_{11}	1	T_{11}	14
π	0.019	π	0.063
π_{01}	0.019	π_{01}	0.061
π_{11}	0.020	π_{11}	0.085
LR_{uc}	15.78	LR_{uc}	8.341
LR_{ind}	0.008	LR_{ind}	1.336
LR_{cc}	15.79	LR_{cc}	9.677

Chi-test			
Significance	10%	Significance	10%
LR_{uc}	Reject VaR Model	LR_{uc}	Reject VaR Model
LR_{ind}	Don't Reject VaR Model	LR_{ind}	Don't Reject VaR Model
LR_{cc}	Reject VaR Model	LR_{cc}	Reject VaR Model

ARCH Normal			
1%		5%	
T_0	2551	T_0	2446
T_1	79	T_1	184
T_{00}	2473	T_{00}	2271
T_{01}	78	T_{01}	175
T_{10}	78	T_{10}	175
T_{11}	1	T_{11}	9
π	0.030	π	0.070
π_{01}	0.031	π_{01}	0.072
π_{11}	0.013	π_{11}	0.049
LR_{uc}	69.45	LR_{uc}	19.73
LR_{ind}	1.067	LR_{ind}	1.484
LR_{cc}	70.52	LR_{cc}	21.22

Chi-test			
Significance	10%	Significance	10%
LR_{uc}	Reject VaR Model	LR_{uc}	Reject VaR Model
LR_{ind}	Don't Reject VaR Model	LR_{ind}	Don't Reject VaR Model
LR_{cc}	Reject VaR Model	LR_{cc}	Reject VaR Model

ΠΙΝΑΚΑΣ Β3: Backtesting DOW JONES Industrials (συνέχεια)

ARCH t-dist			
1%		5%	
T_0	2613	T_0	2518
T_1	17	T_1	112
T_{00}	2497	T_{00}	2334
T_{01}	116	T_{01}	184
T_{10}	12	T_{10}	92
T_{11}	5	T_{11}	20
π	0.006	π	0.043
π_{01}	0.044	π_{01}	0.073
π_{11}	0.294	π_{11}	0.179
LR_{uc}	3.797	LR_{uc}	3.198
LR_{ind}	-764.67	LR_{ind}	-495.95
LR_{cc}	-760.87	LR_{cc}	-492.76

Chi-test			
Significance	10%	Significance	10%
LR_{uc}	Reject VaR Model	LR_{uc}	Reject VaR Model
LR_{ind}	Don't Reject VaR Model	LR_{ind}	Don't Reject VaR Model
LR_{cc}	Don't Reject VaR Model	LR_{cc}	Don't Reject VaR Model

ARCH GED			
1%		5%	
T_0	2573	T_0	2437
T_1	57	T_1	193
T_{00}	2436	T_{00}	2191
T_{01}	137	T_{01}	246
T_{10}	42	T_{10}	159
T_{11}	15	T_{11}	34
π	0.022	π	0.073
π_{01}	0.053	π_{01}	0.101
π_{11}	0.263	π_{11}	0.176
LR_{uc}	27.14	LR_{uc}	26.63
LR_{ind}	-586.31	LR_{ind}	-394.50
LR_{cc}	-559.17	LR_{cc}	-367.88

Chi-test			
Significance	10%	Significance	10%
LR_{uc}	Reject VaR Model	LR_{uc}	Reject VaR Model
LR_{ind}	Don't Reject VaR Model	LR_{ind}	Don't Reject VaR Model
LR_{cc}	Don't Reject VaR Model	LR_{cc}	Don't Reject VaR Model

ΠΙΝΑΚΑΣ Β3: Backtesting DOW JONES Industrials (συνέχεια)

GARCH Normal - Filtered			
1%		5%	
T_0	2570	T_0	2432
T_1	60	T_1	198
T_{00}	2510	T_{00}	2247
T_{01}	60	T_{01}	185
T_{10}	60	T_{10}	185
T_{11}	0	T_{11}	13
π	0.023	π	0.075
π_{01}	0.023	π_{01}	0.076
π_{11}	0.000	π_{11}	0.066
LR_{uc}	32.01	LR_{uc}	30.85
LR_{ind}	2.802	LR_{ind}	0.296
LR_{cc}	34.81	LR_{cc}	31.15

Chi-test			
Significance	10%	Significance	10%
LR_{uc}	Reject VaR Model	LR_{uc}	Reject VaR Model
LR_{ind}	Reject VaR Model	LR_{ind}	Don't Reject VaR Model
LR_{cc}	Reject VaR Model	LR_{cc}	Reject VaR Model

ARCH(1,0) EXTREME VALUE THEORY			
1%		5%	
T_0	2558	T_0	2281
T_1	72	T_1	349
T_{00}	2487	T_{00}	1975
T_{01}	71	T_{01}	306
T_{10}	71	T_{10}	306
T_{11}	1	T_{11}	43
π	0.027	π	0.133
π_{01}	0.028	π_{01}	0.134
π_{11}	0.014	π_{11}	0.123
LR_{uc}	54.43	LR_{uc}	265.80
LR_{ind}	0.612	LR_{ind}	0.321
LR_{cc}	55.04	LR_{cc}	266.12

Chi-test			
Significance	10%	Significance	10%
LR_{uc}	Reject VaR Model	LR_{uc}	Reject VaR Model
LR_{ind}	Don't Reject VaR Model	LR_{ind}	Don't Reject VaR Model
LR_{cc}	Reject VaR Model	LR_{cc}	Reject VaR Model

ΠΙΝΑΚΑΣ Β3: Backtesting DOW JONES Industrials (συνέχεια)

EGARCH Normal			
1%		5%	
T_0	2587	T_0	2492
T_1	43	T_1	138
T_{00}	2544	T_{00}	2363
T_{01}	43	T_{01}	129
T_{10}	43	T_{10}	129
T_{11}	0	T_{11}	9
π	0.016	π	0.052
π_{01}	0.017	π_{01}	0.052
π_{11}	0.000	π_{11}	0.065
LR_{uc}	8.988	LR_{uc}	0.333
LR_{ind}	1.429	LR_{ind}	0.445
LR_{cc}	10.42	LR_{cc}	0.778

Chi-test			
Significance	10%	Significance	10%
LR_{uc}	Reject VaR Model	LR_{uc}	Don't Reject VaR Model
LR_{ind}	Don't Reject VaR Model	LR_{ind}	Don't Reject VaR Model
LR_{cc}	Reject VaR Model	LR_{cc}	Don't Reject VaR Model

EGARCH Student-t			
1%		5%	
T_0	2618	T_0	2536
T_1	12	T_1	94
T_{00}	2606	T_{00}	2446
T_{01}	12	T_{01}	90
T_{10}	12	T_{10}	90
T_{11}	0	T_{11}	4
π	0.005	π	0.036
π_{01}	0.005	π_{01}	0.035
π_{11}	0.000	π_{11}	0.043
LR_{uc}	9.846	LR_{uc}	12.45
LR_{ind}	0.110	LR_{ind}	0.124
LR_{cc}	9.956	LR_{cc}	12.57

Chi-test			
Significance	10%	Significance	10%
LR_{uc}	Reject VaR Model	LR_{uc}	Reject VaR Model
LR_{ind}	Don't Reject VaR Model	LR_{ind}	Don't Reject VaR Model
LR_{cc}	Reject VaR Model	LR_{cc}	Reject VaR Model

ΠΙΝΑΚΑΣ Β3: Backtesting DOW JONES Industrials (συνέχεια)

EGARCH GED			
1%		5%	
T_0	2603	T_0	2491
T_1	27	T_1	139
T_{00}	2576	T_{00}	2361
T_{01}	27	T_{01}	130
T_{10}	27	T_{10}	130
T_{11}	0	T_{11}	9
π	0.010	π	0.053
π_{01}	0.010	π_{01}	0.052
π_{11}	0.000	π_{11}	0.065
LR_{uc}	0.019	LR_{uc}	0.442
LR_{ind}	0.560	LR_{ind}	0.390
LR_{cc}	0.579	LR_{cc}	0.832

Chi-test			
Significance	10%	Significance	10%
LR_{uc}	Don't Reject VaR Model	LR_{uc}	Don't Reject VaR Model
LR_{ind}	Don't Reject VaR Model	LR_{ind}	Don't Reject VaR Model
LR_{cc}	Don't Reject VaR Model	LR_{cc}	Don't Reject VaR Model

GARCH Normal APARCH			
1%		5%	
T_0	2545	T_0	2441
T_1	85	T_1	189
T_{00}	2460	T_{00}	2260
T_{01}	85	T_{01}	181
T_{10}	85	T_{10}	181
T_{11}	0	T_{11}	8
π	0.032	π	0.072
π_{01}	0.033	π_{01}	0.074
π_{11}	0.000	π_{11}	0.042
LR_{uc}	83.36	LR_{uc}	23.45
LR_{ind}	5.679	LR_{ind}	3.061
LR_{cc}	89.04	LR_{cc}	26.51

Chi-test			
Significance	10%	Significance	10%
LR_{uc}	Reject VaR Model	LR_{uc}	Reject VaR Model
LR_{ind}	Reject VaR Model	LR_{ind}	Reject VaR Model
LR_{cc}	Reject VaR Model	LR_{cc}	Reject VaR Model

ΠΙΝΑΚΑΣ Β3: Backtesting DOW JONES Industrials (συνέχεια)

GARCH GED APARCH			
1%		5%	
T_0	2574	T_0	2436
T_1	56	T_1	194
T_{00}	2518	T_{00}	2251
T_{01}	56	T_{01}	185
T_{10}	56	T_{10}	185
T_{11}	0	T_{11}	9
π	0.021	π	0.074
π_{01}	0.022	π_{01}	0.076
π_{11}	0.000	π_{11}	0.046
LR_{uc}	25.59	LR_{uc}	27.45
LR_{ind}	2.437	LR_{ind}	2.596
LR_{cc}	28.02	LR_{cc}	30.05

Chi-test			
Significance	10%	Significance	10%
LR_{uc}	Reject VaR Model	LR_{uc}	Reject VaR Model
LR_{ind}	Don't Reject VaR Model	LR_{ind}	Don't Reject VaR Model
LR_{cc}	Reject VaR Model	LR_{cc}	Reject VaR Model

ΠΙΝΑΚΑΣ Β4: Backtesting DAX 30

Variance Covariance Method			
1%		5%	
T_0	2122	T_0	2031
T_1	108	T_1	199
T_{00}	2030	T_{00}	1867
T_{01}	92	T_{01}	164
T_{10}	92	T_{10}	164
T_{11}	16	T_{11}	35
π	0.048	π	0.089
π_{01}	0.043	π_{01}	0.081
π_{11}	0.148	π_{11}	0.176
LR_{uc}	172.72	LR_{uc}	59.22
LR_{ind}	16.64	LR_{ind}	16.56
LR_{cc}	189.36	LR_{cc}	75.78

Chi-test			
Significance	10%	Significance	10%
LR_{uc}	Reject VaR Model	LR_{uc}	Reject VaR Model
LR_{ind}	Reject VaR Model	LR_{ind}	Reject VaR Model
LR_{cc}	Reject VaR Model	LR_{cc}	Reject VaR Model

Historical Simulation (250)			
1%		5%	
T_0	2203	T_0	2091
T_1	27	T_1	139
T_{00}	2176	T_{00}	1970
T_{01}	27	T_{01}	121
T_{10}	27	T_{10}	121
T_{11}	0	T_{11}	18
π	0.012	π	0.062
π_{01}	0.012	π_{01}	0.058
π_{11}	0.000	π_{11}	0.129
LR_{uc}	0.938	LR_{uc}	6.643
LR_{ind}	0.662	LR_{ind}	9.066
LR_{cc}	1.599	LR_{cc}	15.71

Chi-test			
Significance	10%	Significance	10%
LR_{uc}	Don't Reject VaR Model	LR_{uc}	Reject VaR Model
LR_{ind}	Don't Reject VaR Model	LR_{ind}	Reject VaR Model
LR_{cc}	Don't Reject VaR Model	LR_{cc}	Reject VaR Model

ΠΙΝΑΚΑΣ Β4: Backtesting DAX 30 (συνέχεια)

Historical Simulation Second sample			
1%		5%	
T_0	2190	T_0	2079
T_1	40	T_1	151
T_{00}	2152	T_{00}	1946
T_{01}	38	T_{01}	133
T_{10}	38	T_{10}	133
T_{11}	2	T_{11}	18
π	0.018	π	0.068
π_{01}	0.017	π_{01}	0.064
π_{11}	0.050	π_{11}	0.119
LR_{uc}	11.49	LR_{uc}	13.32
LR_{ind}	1.621	LR_{ind}	5.716
LR_{cc}	13.11	LR_{cc}	19.04

Chi-test			
Significance	10%	Significance	10%
LR_{uc}	Reject VaR Model	LR_{uc}	Reject VaR Model
LR_{ind}	Don't Reject VaR Model	LR_{ind}	Reject VaR Model
LR_{cc}	Reject VaR Model	LR_{cc}	Reject VaR Model

Historical Simulation All sample			
1%		5%	
T_0	2160	T_0	2002
T_1	70	T_1	228
T_{00}	2100	T_{00}	1816
T_{01}	60	T_{01}	186
T_{10}	60	T_{10}	186
T_{11}	10	T_{11}	42
π	0.031	π	0.102
π_{01}	0.028	π_{01}	0.093
π_{11}	0.143	π_{11}	0.184
LR_{uc}	65.79	LR_{uc}	99.71
LR_{ind}	16.60	LR_{ind}	15.79
LR_{cc}	82.39	LR_{cc}	115.51

Chi-test			
Significance	10%	Significance	10%
LR_{uc}	Reject VaR Model	LR_{uc}	Reject VaR Model
LR_{ind}	Reject VaR Model	LR_{ind}	Reject VaR Model
LR_{cc}	Reject VaR Model	LR_{cc}	Reject VaR Model

ΠΙΝΑΚΑΣ Β4: Backtesting DAX 30 (συνέχεια)

Risk Metrics			
1%		5%	
T_0	2188	T_0	2080
T_1	42	T_1	150
T_{00}	2147	T_{00}	1939
T_{01}	41	T_{01}	141
T_{10}	41	T_{10}	141
T_{11}	1	T_{11}	9
π	0.019	π	0.067
π_{01}	0.019	π_{01}	0.068
π_{11}	0.024	π_{11}	0.060
LR_{uc}	13.96	LR_{uc}	12.69
LR_{ind}	0.053	LR_{ind}	0.140
LR_{cc}	14.01	LR_{cc}	12.83

Chi-test			
Significance	10%	Significance	10%
LR_{uc}	Reject VaR Model	LR_{uc}	Reject VaR Model
LR_{ind}	Don't Reject VaR Model	LR_{ind}	Don't Reject VaR Model
LR_{cc}	Reject VaR Model	LR_{cc}	Reject VaR Model

ARCH Normal			
1%		5%	
T_0	2134	T_0	2041
T_1	96	T_1	189
T_{00}	2040	T_{00}	1861
T_{01}	94	T_{01}	180
T_{10}	94	T_{10}	180
T_{11}	2	T_{11}	9
π	0.043	π	0.085
π_{01}	0.044	π_{01}	0.088
π_{11}	0.021	π_{11}	0.048
LR_{uc}	135.36	LR_{uc}	47.35
LR_{ind}	1.463	LR_{ind}	4.248
LR_{cc}	136.83	LR_{cc}	51.60

Chi-test			
Significance	10%	Significance	10%
LR_{uc}	Reject VaR Model	LR_{uc}	Reject VaR Model
LR_{ind}	Don't Reject VaR Model	LR_{ind}	Reject VaR Model
LR_{cc}	Reject VaR Model	LR_{cc}	Reject VaR Model

ΠΙΝΑΚΑΣ Β4: Backtesting DAX 30 (συνέχεια)

ARCH t-dist			
1%		5%	
T_0	2201	T_0	2111
T_1	29	T_1	119
T_{00}	2172	T_{00}	1995
T_{01}	29	T_{01}	116
T_{10}	29	T_{10}	116
T_{11}	0	T_{11}	3
π	0.013	π	0.053
π_{01}	0.013	π_{01}	0.055
π_{11}	0.000	π_{11}	0.025
LR_{uc}	1.857	LR_{uc}	0.520
LR_{ind}	0.764	LR_{ind}	2.404
LR_{cc}	2.622	LR_{cc}	2.924

Chi-test			
Significance	10%	Significance	10%
LR_{uc}	Don't Reject VaR Model	LR_{uc}	Don't Reject VaR Model
LR_{ind}	Don't Reject VaR Model	LR_{ind}	Don't Reject VaR Model
LR_{cc}	Don't Reject VaR Model	LR_{cc}	Don't Reject VaR Model

ARCH GED			
1%		5%	
T_0	2167	T_0	2032
T_1	63	T_1	198
T_{00}	2105	T_{00}	1844
T_{01}	62	T_{01}	188
T_{10}	62	T_{10}	188
T_{11}	1	T_{11}	10
π	0.028	π	0.089
π_{01}	0.029	π_{01}	0.093
π_{11}	0.016	π_{11}	0.051
LR_{uc}	50.21	LR_{uc}	57.98
LR_{ind}	0.427	LR_{ind}	4.536
LR_{cc}	50.64	LR_{cc}	62.52

Chi-test			
Significance	10%	Significance	10%
LR_{uc}	Reject VaR Model	LR_{uc}	Reject VaR Model
LR_{ind}	Don't Reject VaR Model	LR_{ind}	Reject VaR Model
LR_{cc}	Reject VaR Model	LR_{cc}	Reject VaR Model

ΠΙΝΑΚΑΣ Β4: Backtesting DAX 30 (συνέχεια)

GARCH Normal - Filtered			
1%		5%	
T_0	2172	T_0	2022
T_1	58	T_1	208
T_{00}	2114	T_{00}	1827
T_{01}	58	T_{01}	195
T_{10}	58	T_{10}	195
T_{11}	0	T_{11}	13
π	0.026	π	0.093
π_{01}	0.027	π_{01}	0.096
π_{11}	0.000	π_{11}	0.063
LR_{uc}	40.06	LR_{uc}	70.85
LR_{ind}	3.098	LR_{ind}	2.844
LR_{cc}	43.16	LR_{cc}	73.69

Chi-test			
Significance	10%	Significance	10%
LR_{uc}	Reject VaR Model	LR_{uc}	Reject VaR Model
LR_{ind}	Reject VaR Model	LR_{ind}	Reject VaR Model
LR_{cc}	Reject VaR Model	LR_{cc}	Reject VaR Model

ARCH(1,0) EXTREME VALUE THEORY			
1%		5%	
T_0	2162	T_0	1877
T_1	68	T_1	353
T_{00}	2095	T_{00}	1571
T_{01}	67	T_{01}	306
T_{10}	67	T_{10}	306
T_{11}	1	T_{11}	47
π	0.030	π	0.158
π_{01}	0.031	π_{01}	0.163
π_{11}	0.015	π_{11}	0.133
LR_{uc}	61.18	LR_{uc}	359.27
LR_{ind}	0.724	LR_{ind}	2.067
LR_{cc}	61.91	LR_{cc}	361.33

Chi-test			
Significance	10%	Significance	10%
LR_{uc}	Reject VaR Model	LR_{uc}	Reject VaR Model
LR_{ind}	Don't Reject VaR Model	LR_{ind}	Don't Reject VaR Model
LR_{cc}	Reject VaR Model	LR_{cc}	Reject VaR Model

ΠΙΝΑΚΑΣ Β4: Backtesting DAX 30 (συνέχεια)

EGARCH Normal			
1%		5%	
T_0	2191	T_0	2078
T_1	39	T_1	152
T_{00}	2153	T_{00}	1931
T_{01}	38	T_{01}	147
T_{10}	38	T_{10}	147
T_{11}	1	T_{11}	5
π	0.017	π	0.068
π_{01}	0.017	π_{01}	0.071
π_{11}	0.026	π_{11}	0.033
LR_{uc}	10.33	LR_{uc}	13.98
LR_{ind}	0.135	LR_{ind}	3.851
LR_{cc}	10.46	LR_{cc}	17.83

Chi-test			
Significance	10%	Significance	10%
LR_{uc}	Reject VaR Model	LR_{uc}	Reject VaR Model
LR_{ind}	Don't Reject VaR Model	LR_{ind}	Reject VaR Model
LR_{cc}	Reject VaR Model	LR_{cc}	Reject VaR Model

EGARCH Student-t			
1%		5%	
T_0	2218	T_0	2123
T_1	12	T_1	107
T_{00}	2207	T_{00}	2020
T_{01}	11	T_{01}	103
T_{10}	11	T_{10}	103
T_{11}	1	T_{11}	4
π	0.005	π	0.048
π_{01}	0.005	π_{01}	0.049
π_{11}	0.083	π_{11}	0.037
LR_{uc}	5.776	LR_{uc}	0.194
LR_{ind}	3.760	LR_{ind}	0.297
LR_{cc}	9.536	LR_{cc}	0.491

Chi-test			
Significance	10%	Significance	10%
LR_{uc}	Reject VaR Model	LR_{uc}	Don't Reject VaR Model
LR_{ind}	Reject VaR Model	LR_{ind}	Don't Reject VaR Model
LR_{cc}	Reject VaR Model	LR_{cc}	Don't Reject VaR Model

ΠΙΝΑΚΑΣ Β4: Backtesting DAX 30 (συνέχεια)

EGARCH GED			
1%		5%	
T_0	2205	T_0	2080
T_1	25	T_1	150
T_{00}	2181	T_{00}	1935
T_{01}	24	T_{01}	145
T_{10}	24	T_{10}	145
T_{11}	1	T_{11}	5
π	0.011	π	0.067
π_{01}	0.011	π_{01}	0.070
π_{11}	0.040	π_{11}	0.033
LR_{uc}	0.318	LR_{uc}	12.69
LR_{ind}	1.147	LR_{ind}	3.538
LR_{cc}	1.465	LR_{cc}	16.23

Chi-test			
Significance	10%	Significance	10%
LR_{uc}	Don't Reject VaR Model	LR_{uc}	Reject VaR Model
LR_{ind}	Don't Reject VaR Model	LR_{ind}	Reject VaR Model
LR_{cc}	Don't Reject VaR Model	LR_{cc}	Reject VaR Model

GARCH Normal APARCH			
1%		5%	
T_0	2131	T_0	2039
T_1	99	T_1	191
T_{00}	2033	T_{00}	1853
T_{01}	98	T_{01}	186
T_{10}	98	T_{10}	186
T_{11}	1	T_{11}	5
π	0.044	π	0.086
π_{01}	0.046	π_{01}	0.091
π_{11}	0.010	π_{11}	0.026
LR_{uc}	144.42	LR_{uc}	49.63
LR_{ind}	4.076	LR_{ind}	12.38
LR_{cc}	148.50	LR_{cc}	62.01

Chi-test			
Significance	10%	Significance	10%
LR_{uc}	Reject VaR Model	LR_{uc}	Reject VaR Model
LR_{ind}	Reject VaR Model	LR_{ind}	Reject VaR Model
LR_{cc}	Reject VaR Model	LR_{cc}	Reject VaR Model

ΠΙΝΑΚΑΣ Β4: Backtesting DAX 30 (συνέχεια)

GARCH Student APARCH			
1%		5%	
T_0	2199	T_0	2114
T_1	31	T_1	116
T_{00}	2168	T_{00}	2001
T_{01}	31	T_{01}	113
T_{10}	31	T_{10}	113
T_{11}	0	T_{11}	3
π	0.014	π	0.052
π_{01}	0.014	π_{01}	0.053
π_{11}	0.000	π_{11}	0.026
LR_{uc}	3.057	LR_{uc}	0.189
LR_{ind}	0.874	LR_{ind}	2.046
LR_{cc}	3.931	LR_{cc}	2.235

Chi-test			
Significance	10%	Significance	10%
LR_{uc}	Reject VaR Model	LR_{uc}	Don't Reject VaR Model
LR_{ind}	Don't Reject VaR Model	LR_{ind}	Don't Reject VaR Model
LR_{cc}	Don't Reject VaR Model	LR_{cc}	Don't Reject VaR Model

GARCH GED APARCH			
1%		5%	
T_0	2166	T_0	2031
T_1	64	T_1	199
T_{00}	2102	T_{00}	1839
T_{01}	64	T_{01}	192
T_{10}	64	T_{10}	192
T_{11}	0	T_{11}	7
π	0.029	π	0.089
π_{01}	0.030	π_{01}	0.095
π_{11}	0.000	π_{11}	0.035
LR_{uc}	52.34	LR_{uc}	59.22
LR_{ind}	3.781	LR_{ind}	9.799
LR_{cc}	56.12	LR_{cc}	69.02

Chi-test			
Significance	10%	Significance	10%
LR_{uc}	Reject VaR Model	LR_{uc}	Reject VaR Model
LR_{ind}	Reject VaR Model	LR_{ind}	Reject VaR Model
LR_{cc}	Reject VaR Model	LR_{cc}	Reject VaR Model

ΠΙΝΑΚΑΣ Β5: Backtesting CAC 40

Variance Covariance Method			
1%		5%	
T_0	1796	T_0	1740
T_1	64	T_1	120
T_{00}	1739	T_{00}	1638
T_{01}	57	T_{01}	102
T_{10}	57	T_{10}	102
T_{11}	7	T_{11}	18
π	0.034	π	0.065
π_{01}	0.032	π_{01}	0.059
π_{11}	0.109	π_{11}	0.150
LR_{uc}	68.50	LR_{uc}	7.589
LR_{ind}	7.373	LR_{ind}	11.86
LR_{cc}	75.87	LR_{cc}	19.45

Chi-test			
Significance	10%	Significance	10%
LR_{uc}	Reject VaR Model	LR_{uc}	Reject VaR Model
LR_{ind}	Reject VaR Model	LR_{ind}	Reject VaR Model
LR_{cc}	Reject VaR Model	LR_{cc}	Reject VaR Model

Historical Simulation (250)			
1%		5%	
T_0	1833	T_0	1742
T_1	27	T_1	118
T_{00}	1806	T_{00}	1636
T_{01}	27	T_{01}	106
T_{10}	27	T_{10}	106
T_{11}	0	T_{11}	12
π	0.015	π	0.063
π_{01}	0.015	π_{01}	0.061
π_{11}	0.000	π_{11}	0.102
LR_{uc}	3.363	LR_{uc}	6.543
LR_{ind}	0.795	LR_{ind}	2.683
LR_{cc}	4.158	LR_{cc}	9.227

Chi-test			
Significance	10%	Significance	10%
LR_{uc}	Reject VaR Model	LR_{uc}	Reject VaR Model
LR_{ind}	Don't Reject VaR Model	LR_{ind}	Don't Reject VaR Model
LR_{cc}	Don't Reject VaR Model	LR_{cc}	Reject VaR Model

ΠΙΝΑΚΑΣ Β5: Backtesting CAC 40 (συνέχεια)

Historical Simulation Second sample			
1%		5%	
T_0	1827	T_0	1727
T_1	33	T_1	133
T_{00}	1796	T_{00}	1612
T_{01}	31	T_{01}	115
T_{10}	31	T_{10}	115
T_{11}	2	T_{11}	18
π	0.018	π	0.072
π_{01}	0.017	π_{01}	0.067
π_{11}	0.061	π_{11}	0.135
LR_{uc}	9.154	LR_{uc}	16.07
LR_{ind}	2.211	LR_{ind}	7.229
LR_{cc}	11.36	LR_{cc}	23.30

Chi-test			
Significance	10%	Significance	10%
LR_{uc}	Reject VaR Model	LR_{uc}	Reject VaR Model
LR_{ind}	Don't Reject VaR Model	LR_{ind}	Reject VaR Model
LR_{cc}	Reject VaR Model	LR_{cc}	Reject VaR Model

Historical Simulation All sample			
1%		5%	
T_0	1820	T_0	1737
T_1	40	T_1	123
T_{00}	1783	T_{00}	1632
T_{01}	37	T_{01}	105
T_{10}	37	T_{10}	105
T_{11}	3	T_{11}	18
π	0.022	π	0.066
π_{01}	0.020	π_{01}	0.060
π_{11}	0.075	π_{11}	0.146
LR_{uc}	18.71	LR_{uc}	9.290
LR_{ind}	3.456	LR_{ind}	10.67
LR_{cc}	22.16	LR_{cc}	19.96

Chi-test			
Significance	10%	Significance	10%
LR_{uc}	Reject VaR Model	LR_{uc}	Reject VaR Model
LR_{ind}	Reject VaR Model	LR_{ind}	Reject VaR Model
LR_{cc}	Reject VaR Model	LR_{cc}	Reject VaR Model

ΠΙΝΑΚΑΣ Β5: Backtesting CAC 40 (συνέχεια)

Risk Metrics			
1%		5%	
T_0	1830	T_0	1738
T_1	30	T_1	122
T_{00}	1801	T_{00}	1623
T_{01}	29	T_{01}	115
T_{10}	29	T_{10}	115
T_{11}	1	T_{11}	7
π	0.016	π	0.066
π_{01}	0.016	π_{01}	0.066
π_{11}	0.033	π_{11}	0.057
LR_{uc}	5.953	LR_{uc}	8.705
LR_{ind}	0.438	LR_{ind}	0.149
LR_{cc}	6.391	LR_{cc}	8.855

Chi-test			
Significance	10%	Significance	10%
LR_{uc}	Reject VaR Model	LR_{uc}	Reject VaR Model
LR_{ind}	Don't Reject VaR Model	LR_{ind}	Don't Reject VaR Model
LR_{cc}	Reject VaR Model	LR_{cc}	Reject VaR Model

ARCH Normal			
1%		5%	
T_0	1802	T_0	1744
T_1	58	T_1	116
T_{00}	1744	T_{00}	1633
T_{01}	58	T_{01}	111
T_{10}	58	T_{10}	111
T_{11}	0	T_{11}	5
π	0.031	π	0.062
π_{01}	0.032	π_{01}	0.064
π_{11}	0.000	π_{11}	0.043
LR_{uc}	53.97	LR_{uc}	5.571
LR_{ind}	3.734	LR_{ind}	0.869
LR_{cc}	57.71	LR_{cc}	6.439

Chi-test			
Significance	10%	Significance	10%
LR_{uc}	Reject VaR Model	LR_{uc}	Reject VaR Model
LR_{ind}	Reject VaR Model	LR_{ind}	Don't Reject VaR Model
LR_{cc}	Reject VaR Model	LR_{cc}	Reject VaR Model

ΠΙΝΑΚΑΣ Β5: Backtesting CAC 40 (συνέχεια)

ARCH t-dist			
1%		5%	
T_0	1837	T_0	1788
T_1	23	T_1	72
T_{00}	1814	T_{00}	1718
T_{01}	23	T_{01}	70
T_{10}	23	T_{10}	70
T_{11}	0	T_{11}	2
π	0.012	π	0.039
π_{01}	0.013	π_{01}	0.039
π_{11}	0.000	π_{11}	0.028
LR_{uc}	0.978	LR_{uc}	5.394
LR_{ind}	0.576	LR_{ind}	0.265
LR_{cc}	1.554	LR_{cc}	5.659

Chi-test			
Significance	10%	Significance	10%
LR_{uc}	Don't Reject VaR Model	LR_{uc}	Reject VaR Model
LR_{ind}	Don't Reject VaR Model	LR_{ind}	Don't Reject VaR Model
LR_{cc}	Don't Reject VaR Model	LR_{cc}	Reject VaR Model

ARCH GED			
1%		5%	
T_0	1845	T_0	1748
T_1	15	T_1	112
T_{00}	1831	T_{00}	1641
T_{01}	14	T_{01}	107
T_{10}	14	T_{10}	107
T_{11}	1	T_{11}	5
π	0.008	π	0.060
π_{01}	0.008	π_{01}	0.061
π_{11}	0.067	π_{11}	0.045
LR_{uc}	0.754	LR_{uc}	3.846
LR_{ind}	2.573	LR_{ind}	0.555
LR_{cc}	3.326	LR_{cc}	4.402

Chi-test			
Significance	10%	Significance	10%
LR_{uc}	Don't Reject VaR Model	LR_{uc}	Reject VaR Model
LR_{ind}	Don't Reject VaR Model	LR_{ind}	Don't Reject VaR Model
LR_{cc}	Don't Reject VaR Model	LR_{cc}	Don't Reject VaR Model

ΠΙΝΑΚΑΣ Β5: Backtesting CAC 40 (συνέχεια)

GARCH Normal - Filtered			
1%		5%	
T_0	1818	T_0	1742
T_1	42	T_1	118
T_{00}	1776	T_{00}	1629
T_{01}	42	T_{01}	113
T_{10}	42	T_{10}	113
T_{11}	0	T_{11}	5
π	0.023	π	0.063
π_{01}	0.023	π_{01}	0.065
π_{11}	0.000	π_{11}	0.042
LR_{uc}	21.92	LR_{uc}	6.543
LR_{ind}	1.941	LR_{ind}	1.051
LR_{cc}	23.86	LR_{cc}	7.594

Chi-test			
Significance	10%	Significance	10%
LR_{uc}	Reject VaR Model	LR_{uc}	Reject VaR Model
LR_{ind}	Don't Reject VaR Model	LR_{ind}	Don't Reject VaR Model
LR_{cc}	Reject VaR Model	LR_{cc}	Reject VaR Model

ARCH(1,0) EXTREME VALUE THEORY			
1%		5%	
T_0	1808	T_0	1669
T_1	52	T_1	191
T_{00}	1756	T_{00}	1499
T_{01}	52	T_{01}	170
T_{10}	52	T_{10}	170
T_{11}	0	T_{11}	21
π	0.028	π	0.103
π_{01}	0.029	π_{01}	0.102
π_{11}	0.000	π_{11}	0.110
LR_{uc}	40.73	LR_{uc}	84.45
LR_{ind}	2.991	LR_{ind}	0.120
LR_{cc}	43.72	LR_{cc}	84.57

Chi-test			
Significance	10%	Significance	10%
LR_{uc}	Reject VaR Model	LR_{uc}	Reject VaR Model
LR_{ind}	Reject VaR Model	LR_{ind}	Don't Reject VaR Model
LR_{cc}	Reject VaR Model	LR_{cc}	Reject VaR Model

ΠΙΝΑΚΑΣ Β5: Backtesting CAC 40 (συνέχεια)

EGARCH Normal			
1%		5%	
T_0	1835	T_0	1751
T_1	25	T_1	109
T_{00}	1811	T_{00}	1647
T_{01}	24	T_{01}	104
T_{10}	24	T_{10}	104
T_{11}	1	T_{11}	5
π	0.013	π	0.059
π_{01}	0.013	π_{01}	0.059
π_{11}	0.040	π_{11}	0.046
LR_{uc}	2.008	LR_{uc}	2.752
LR_{ind}	0.890	LR_{ind}	0.365
LR_{cc}	2.898	LR_{cc}	3.117

Chi-test			
Significance	10%	Significance	10%
LR_{uc}	Don't Reject VaR Model	LR_{uc}	Reject VaR Model
LR_{ind}	Don't Reject VaR Model	LR_{ind}	Don't Reject VaR Model
LR_{cc}	Don't Reject VaR Model	LR_{cc}	Don't Reject VaR Model

EGARCH Student-t			
1%		5%	
T_0	1852	T_0	1775
T_1	8	T_1	85
T_{00}	1844	T_{00}	1692
T_{01}	8	T_{01}	83
T_{10}	8	T_{10}	83
T_{11}	0	T_{11}	2
π	0.004	π	0.046
π_{01}	0.004	π_{01}	0.047
π_{11}	0.000	π_{11}	0.024
LR_{uc}	7.761	LR_{uc}	0.745
LR_{ind}	0.069	LR_{ind}	1.203
LR_{cc}	7.830	LR_{cc}	1.947

Chi-test			
Significance	10%	Significance	10%
LR_{uc}	Reject VaR Model	LR_{uc}	Don't Reject VaR Model
LR_{ind}	Don't Reject VaR Model	LR_{ind}	Don't Reject VaR Model
LR_{cc}	Reject VaR Model	LR_{cc}	Don't Reject VaR Model

ΠΙΝΑΚΑΣ Β5: Backtesting CAC 40 (συνέχεια)

EGARCH GED			
1%		5%	
T_0	1845	T_0	1748
T_1	15	T_1	112
T_{00}	1831	T_{00}	1641
T_{01}	14	T_{01}	107
T_{10}	14	T_{10}	107
T_{11}	1	T_{11}	5
π	0.008	π	0.060
π_{01}	0.008	π_{01}	0.061
π_{11}	0.067	π_{11}	0.045
LR_{uc}	0.754	LR_{uc}	3.846
LR_{ind}	2.573	LR_{ind}	0.555
LR_{cc}	3.326	LR_{cc}	4.402

Chi-test			
Significance	10%	Significance	10%
LR_{uc}	Don't Reject VaR Model	LR_{uc}	Reject VaR Model
LR_{ind}	Don't Reject VaR Model	LR_{ind}	Don't Reject VaR Model
LR_{cc}	Don't Reject VaR Model	LR_{cc}	Don't Reject VaR Model

GARCH Normal APARCH			
1%		5%	
T_0	1801	T_0	1744
T_1	59	T_1	116
T_{00}	1743	T_{00}	1631
T_{01}	58	T_{01}	113
T_{10}	58	T_{10}	113
T_{11}	1	T_{11}	3
π	0.032	π	0.062
π_{01}	0.032	π_{01}	0.065
π_{11}	0.017	π_{11}	0.026
LR_{uc}	56.31	LR_{uc}	5.571
LR_{ind}	0.516	LR_{ind}	3.524
LR_{cc}	56.83	LR_{cc}	9.094

Chi-test			
Significance	10%	Significance	10%
LR_{uc}	Reject VaR Model	LR_{uc}	Reject VaR Model
LR_{ind}	Don't Reject VaR Model	LR_{ind}	Reject VaR Model
LR_{cc}	Reject VaR Model	LR_{cc}	Reject VaR Model

ΠΙΝΑΚΑΣ Β5: Backtesting CAC 40 (συνέχεια)

GARCH Student APARCH			
1%		5%	
T_0	1835	T_0	1787
T_1	25	T_1	73
T_{00}	1810	T_{00}	1715
T_{01}	25	T_{01}	72
T_{10}	25	T_{10}	72
T_{11}	0	T_{11}	1
π	0.013	π	0.039
π_{01}	0.014	π_{01}	0.040
π_{11}	0.000	π_{11}	0.014
LR_{uc}	2.008	LR_{uc}	4.873
LR_{ind}	0.681	LR_{ind}	1.725
LR_{cc}	2.689	LR_{cc}	6.598

Chi-test			
Significance	10%	Significance	10%
LR_{uc}	Don't Reject VaR Model	LR_{uc}	Reject VaR Model
LR_{ind}	Don't Reject VaR Model	LR_{ind}	Don't Reject VaR Model
LR_{cc}	Don't Reject VaR Model	LR_{cc}	Reject VaR Model

GARCH GED APARCH			
1%		5%	
T_0	1814	T_0	1742
T_1	46	T_1	118
T_{00}	1768	T_{00}	1630
T_{01}	46	T_{01}	112
T_{10}	46	T_{10}	112
T_{11}	0	T_{11}	6
π	0.025	π	0.063
π_{01}	0.025	π_{01}	0.064
π_{11}	0.000	π_{11}	0.051
LR_{uc}	28.91	LR_{uc}	6.543
LR_{ind}	2.333	LR_{ind}	0.358
LR_{cc}	31.25	LR_{cc}	6.901

Chi-test			
Significance	10%	Significance	10%
LR_{uc}	Reject VaR Model	LR_{uc}	Reject VaR Model
LR_{ind}	Don't Reject VaR Model	LR_{ind}	Don't Reject VaR Model
LR_{cc}	Reject VaR Model	LR_{cc}	Reject VaR Model

ΠΙΝΑΚΑΣ Β6: Backtesting NIKKEI 225

Variance Covariance Method			
1%		5%	
T_0	2530	T_0	2392
T_1	100	T_1	238
T_{00}	2437	T_{00}	2173
T_{01}	93	T_{01}	219
T_{10}	93	T_{10}	219
T_{11}	7	T_{11}	19
π	0.038	π	0.090
π_{01}	0.037	π_{01}	0.092
π_{11}	0.070	π_{11}	0.080
LR_{uc}	121.83	LR_{uc}	74.00
LR_{ind}	2.368	LR_{ind}	0.374
LR_{cc}	124.19	LR_{cc}	74.37

Chi-test			
Significance	10%	Significance	10%
LR_{uc}	Reject VaR Model	LR_{uc}	Reject VaR Model
LR_{ind}	Don't Reject VaR Model	LR_{ind}	Don't Reject VaR Model
LR_{cc}	Reject VaR Model	LR_{cc}	Reject VaR Model

Historical Simulation (250)			
1%		5%	
T_0	2592	T_0	2480
T_1	38	T_1	150
T_{00}	2556	T_{00}	2341
T_{01}	36	T_{01}	139
T_{10}	36	T_{10}	139
T_{11}	2	T_{11}	11
π	0.014	π	0.057
π_{01}	0.014	π_{01}	0.056
π_{11}	0.053	π_{11}	0.073
LR_{uc}	4.622	LR_{uc}	2.626
LR_{ind}	2.384	LR_{ind}	0.728
LR_{cc}	7.006	LR_{cc}	3.354

Chi-test			
Significance	10%	Significance	10%
LR_{uc}	Reject VaR Model	LR_{uc}	Don't Reject VaR Model
LR_{ind}	Don't Reject VaR Model	LR_{ind}	Don't Reject VaR Model
LR_{cc}	Reject VaR Model	LR_{cc}	Don't Reject VaR Model

ΠΙΝΑΚΑΣ Β6: Backtesting NIKKEI 225 (συνέχεια)

Historical Simulation (500)			
1%		5%	
T_0	2589	T_0	2474
T_1	41	T_1	156
T_{00}	2551	T_{00}	2332
T_{01}	38	T_{01}	142
T_{10}	38	T_{10}	142
T_{11}	3	T_{11}	14
π	0.016	π	0.059
π_{01}	0.015	π_{01}	0.057
π_{11}	0.073	π_{11}	0.090
LR_{uc}	7.091	LR_{uc}	4.546
LR_{ind}	4.839	LR_{ind}	2.421
LR_{cc}	11.93	LR_{cc}	6.967

Chi-test			
Significance	10%	Significance	10%
LR_{uc}	Reject VaR Model	LR_{uc}	Reject VaR Model
LR_{ind}	Reject VaR Model	LR_{ind}	Don't Reject VaR Model
LR_{cc}	Reject VaR Model	LR_{cc}	Reject VaR Model

Historical Simulation All sample			
1%		5%	
T_0	2577	T_0	2388
T_1	53	T_1	242
T_{00}	2526	T_{00}	2165
T_{01}	51	T_{01}	223
T_{10}	51	T_{10}	223
T_{11}	2	T_{11}	19
π	0.020	π	0.092
π_{01}	0.020	π_{01}	0.093
π_{11}	0.038	π_{11}	0.079
LR_{uc}	21.15	LR_{uc}	79.17
LR_{ind}	0.679	LR_{ind}	0.606
LR_{cc}	21.83	LR_{cc}	79.77

Chi-test			
Significance	10%	Significance	10%
LR_{uc}	Reject VaR Model	LR_{uc}	Reject VaR Model
LR_{ind}	Don't Reject VaR Model	LR_{ind}	Don't Reject VaR Model
LR_{cc}	Reject VaR Model	LR_{cc}	Reject VaR Model

ΠΙΝΑΚΑΣ Β6: Backtesting NIKKEI 225 (συνέχεια)

Risk Metrics			
1%		5%	
T_0	2577	T_0	2467
T_1	53	T_1	163
T_{00}	2527	T_{00}	2315
T_{01}	50	T_{01}	152
T_{10}	50	T_{10}	152
T_{11}	3	T_{11}	11
π	0.020	π	0.062
π_{01}	0.019	π_{01}	0.062
π_{11}	0.057	π_{11}	0.067
LR_{uc}	21.15	LR_{uc}	7.405
LR_{ind}	2.480	LR_{ind}	0.088
LR_{cc}	23.63	LR_{cc}	7.494

Chi-test			
Significance	10%	Significance	10%
LR_{uc}	Reject VaR Model	LR_{uc}	Reject VaR Model
LR_{ind}	Don't Reject VaR Model	LR_{ind}	Don't Reject VaR Model
LR_{cc}	Reject VaR Model	LR_{cc}	Reject VaR Model

ARCH Normal			
1%		5%	
T_0	2524	T_0	2387
T_1	106	T_1	243
T_{00}	2419	T_{00}	2150
T_{01}	105	T_{01}	237
T_{10}	105	T_{10}	237
T_{11}	1	T_{11}	6
π	0.040	π	0.092
π_{01}	0.042	π_{01}	0.099
π_{11}	0.009	π_{11}	0.025
LR_{uc}	138.57	LR_{uc}	80.48
LR_{ind}	3.853	LR_{ind}	19.59
LR_{cc}	142.42	LR_{cc}	100.07

Chi-test			
Significance	10%	Significance	10%
LR_{uc}	Reject VaR Model	LR_{uc}	Reject VaR Model
LR_{ind}	Reject VaR Model	LR_{ind}	Reject VaR Model
LR_{cc}	Reject VaR Model	LR_{cc}	Reject VaR Model

ΠΙΝΑΚΑΣ Β6: Backtesting NIKKEI 225 (συνέχεια)

ARCH t-dist			
1%		5%	
T_0	2624	T_0	2575
T_1	6	T_1	55
T_{00}	2513	T_{00}	2431
T_{01}	111	T_{01}	144
T_{10}	4	T_{10}	45
T_{11}	2	T_{11}	10
π	0.002	π	0.021
π_{01}	0.042	π_{01}	0.056
π_{11}	0.333	π_{11}	0.182
LR_{uc}	23.02	LR_{uc}	59.43
LR_{ind}	-842.06	LR_{ind}	-628.22
LR_{cc}	-819.04	LR_{cc}	-568.79

Chi-test			
Significance	10%	Significance	10%
LR_{uc}	Reject VaR Model	LR_{uc}	Reject VaR Model
LR_{ind}	Don't Reject VaR Model	LR_{ind}	Don't Reject VaR Model
LR_{cc}	Don't Reject VaR Model	LR_{cc}	Don't Reject VaR Model

ARCH GED			
1%		5%	
T_0	2578	T_0	2367
T_1	52	T_1	263
T_{00}	2435	T_{00}	2040
T_{01}	143	T_{01}	327
T_{10}	43	T_{10}	237
T_{11}	9	T_{11}	26
π	0.020	π	0.100
π_{01}	0.055	π_{01}	0.138
π_{11}	0.173	π_{11}	0.099
LR_{uc}	19.75	LR_{uc}	108.64
LR_{ind}	-641.91	LR_{ind}	-360.86
LR_{cc}	-622.17	LR_{cc}	-252.22

Chi-test			
Significance	10%	Significance	10%
LR_{uc}	Reject VaR Model	LR_{uc}	Reject VaR Model
LR_{ind}	Don't Reject VaR Model	LR_{ind}	Don't Reject VaR Model
LR_{cc}	Don't Reject VaR Model	LR_{cc}	Don't Reject VaR Model

ΠΙΝΑΚΑΣ Β6: Backtesting NIKKEI 225 (συνέχεια)

GARCH Normal - Filtered			
1%		5%	
T_0	2579	T_0	2398
T_1	51	T_1	232
T_{00}	2528	T_{00}	2172
T_{01}	51	T_{01}	226
T_{10}	51	T_{10}	226
T_{11}	0	T_{11}	6
π	0.019	π	0.088
π_{01}	0.020	π_{01}	0.094
π_{11}	0.000	π_{11}	0.026
LR_{uc}	18.39	LR_{uc}	66.52
LR_{ind}	2.017	LR_{ind}	16.24
LR_{cc}	20.40	LR_{cc}	82.76

Chi-test			
Significance	10%	Significance	10%
LR_{uc}	Reject VaR Model	LR_{uc}	Reject VaR Model
LR_{ind}	Don't Reject VaR Model	LR_{ind}	Reject VaR Model
LR_{cc}	Reject VaR Model	LR_{cc}	Reject VaR Model

ARCH(1,0) EXTREME VALUE THEORY			
1%		5%	
T_0	2564	T_0	2244
T_1	66	T_1	386
T_{00}	2498	T_{00}	1896
T_{01}	66	T_{01}	348
T_{10}	66	T_{10}	348
T_{11}	0	T_{11}	38
π	0.025	π	0.147
π_{01}	0.026	π_{01}	0.155
π_{11}	0.000	π_{11}	0.098
LR_{uc}	42.66	LR_{uc}	349.16
LR_{ind}	3.398	LR_{ind}	9.211
LR_{cc}	46.06	LR_{cc}	358.38

Chi-test			
Significance	10%	Significance	10%
LR_{uc}	Reject VaR Model	LR_{uc}	Reject VaR Model
LR_{ind}	Reject VaR Model	LR_{ind}	Reject VaR Model
LR_{cc}	Reject VaR Model	LR_{cc}	Reject VaR Model

ΠΙΝΑΚΑΣ Β6: Backtesting NIKKEI 225 (συνέχεια)

EGARCH Normal			
1%		5%	
T_0	2577	T_0	2460
T_1	53	T_1	170
T_{00}	2524	T_{00}	2296
T_{01}	53	T_{01}	164
T_{10}	53	T_{10}	164
T_{11}	0	T_{11}	6
π	0.020	π	0.065
π_{01}	0.021	π_{01}	0.067
π_{11}	0.000	π_{11}	0.035
LR_{uc}	21.15	LR_{uc}	10.91
LR_{ind}	2.180	LR_{ind}	3.037
LR_{cc}	23.33	LR_{cc}	13.94

Chi-test			
Significance	10%	Significance	10%
LR_{uc}	Reject VaR Model	LR_{uc}	Reject VaR Model
LR_{ind}	Don't Reject VaR Model	LR_{ind}	Reject VaR Model
LR_{cc}	Reject VaR Model	LR_{cc}	Reject VaR Model

EGARCH GED			
1%		5%	
T_0	2600	T_0	2460
T_1	30	T_1	170
T_{00}	2570	T_{00}	2296
T_{01}	30	T_{01}	164
T_{10}	30	T_{10}	164
T_{11}	0	T_{11}	6
π	0.011	π	0.065
π_{01}	0.012	π_{01}	0.067
π_{11}	0.000	π_{11}	0.035
LR_{uc}	0.503	LR_{uc}	10.91
LR_{ind}	0.692	LR_{ind}	3.037
LR_{cc}	1.195	LR_{cc}	13.94

Chi-test			
Significance	10%	Significance	10%
LR_{uc}	Don't Reject VaR Model	LR_{uc}	Reject VaR Model
LR_{ind}	Don't Reject VaR Model	LR_{ind}	Reject VaR Model
LR_{cc}	Don't Reject VaR Model	LR_{cc}	Reject VaR Model

ΠΙΝΑΚΑΣ Β6: Backtesting NIKKEI 225 (συνέχεια)

GARCH Normal APARCH			
1%		5%	
T_0	2523	T_0	2387
T_1	107	T_1	243
T_{00}	2416	T_{00}	2149
T_{01}	107	T_{01}	238
T_{10}	107	T_{10}	238
T_{11}	0	T_{11}	5
π	0.041	π	0.092
π_{01}	0.042	π_{01}	0.100
π_{11}	0.000	π_{11}	0.021
LR_{uc}	141.43	LR_{uc}	80.48
LR_{ind}	9.078	LR_{ind}	22.72
LR_{cc}	150.50	LR_{cc}	103.20

Chi-test			
Significance	10%	Significance	10%
LR_{uc}	Reject VaR Model	LR_{uc}	Reject VaR Model
LR_{ind}	Reject VaR Model	LR_{ind}	Reject VaR Model
LR_{cc}	Reject VaR Model	LR_{cc}	Reject VaR Model

GARCH Student APARCH			
1%		5%	
T_0	2624	T_0	2578
T_1	6	T_1	52
T_{00}	2618	T_{00}	2526
T_{01}	6	T_{01}	52
T_{10}	6	T_{10}	52
T_{11}	0	T_{11}	0
π	0.002	π	0.020
π_{01}	0.002	π_{01}	0.020
π_{11}	0.000	π_{11}	0.000
LR_{uc}	23.02	LR_{uc}	65.02
LR_{ind}	0.027	LR_{ind}	2.098
LR_{cc}	23.05	LR_{cc}	67.11

Chi-test			
Significance	10%	Significance	10%
LR_{uc}	Reject VaR Model	LR_{uc}	Reject VaR Model
LR_{ind}	Don't Reject VaR Model	LR_{ind}	Don't Reject VaR Model
LR_{cc}	Reject VaR Model	LR_{cc}	Reject VaR Model

ΠΙΝΑΚΑΣ Β6: Backtesting NIKKEI 225 (συνέχεια)

GARCH GED APARCH			
1%		5%	
T_0	2577	T_0	2382
T_1	53	T_1	248
T_{00}	2524	T_{00}	2138
T_{01}	53	T_{01}	244
T_{10}	53	T_{10}	244
T_{11}	0	T_{11}	4
π	0.020	π	0.094
π_{01}	0.021	π_{01}	0.102
π_{11}	0.000	π_{11}	0.016
LR_{uc}	21.15	LR_{uc}	87.19
LR_{ind}	2.180	LR_{ind}	28.07
LR_{cc}	23.33	LR_{cc}	115.26

Chi-test			
Significance	10%	Significance	10%
LR_{uc}	Reject VaR Model	LR_{uc}	Reject VaR Model
LR_{ind}	Don't Reject VaR Model	LR_{ind}	Reject VaR Model
LR_{cc}	Reject VaR Model	LR_{cc}	Reject VaR Model

ΠΙΝΑΚΑΣ Β7: Backtesting FTSE 100

Variance Covariance Method			
1%		5%	
T_0	2530	T_0	2430
T_1	92	T_1	192
T_{00}	2448	T_{00}	2267
T_{01}	82	T_{01}	163
T_{10}	82	T_{10}	163
T_{11}	10	T_{11}	29
π	0.035	π	0.073
π_{01}	0.032	π_{01}	0.067
π_{11}	0.109	π_{11}	0.151
LR_{uc}	101.09	LR_{uc}	26.21
LR_{ind}	10.15	LR_{ind}	14.79
LR_{cc}	111.24	LR_{cc}	41.00

Chi-test			
Significance	10%	Significance	10%
LR_{uc}	Reject VaR Model	LR_{uc}	Reject VaR Model
LR_{ind}	Reject VaR Model	LR_{ind}	Reject VaR Model
LR_{cc}	Reject VaR Model	LR_{cc}	Reject VaR Model

Historical Simulation (250)			
1%		5%	
T_0	2584	T_0	2484
T_1	38	T_1	138
T_{00}	2548	T_{00}	2361
T_{01}	36	T_{01}	123
T_{10}	36	T_{10}	123
T_{11}	2	T_{11}	15
π	0.014	π	0.053
π_{01}	0.014	π_{01}	0.050
π_{11}	0.053	π_{11}	0.109
LR_{uc}	4.694	LR_{uc}	0.376
LR_{ind}	2.375	LR_{ind}	7.243
LR_{cc}	7.069	LR_{cc}	7.619

Chi-test			
Significance	10%	Significance	10%
LR_{uc}	Reject VaR Model	LR_{uc}	Don't Reject VaR Model
LR_{ind}	Don't Reject VaR Model	LR_{ind}	Reject VaR Model
LR_{cc}	Reject VaR Model	LR_{cc}	Reject VaR Model

ΠΙΝΑΚΑΣ Β7: Backtesting FTSE 100 (συνέχεια)

Historical Simulation (500)			
1%		5%	
T_0	2582	T_0	2467
T_1	40	T_1	155
T_{00}	2545	T_{00}	2335
T_{01}	37	T_{01}	132
T_{10}	37	T_{10}	132
T_{11}	3	T_{11}	23
π	0.015	π	0.059
π_{01}	0.014	π_{01}	0.054
π_{11}	0.075	π_{11}	0.148
LR_{uc}	6.302	LR_{uc}	4.344
LR_{ind}	5.074	LR_{ind}	17.46
LR_{cc}	11.38	LR_{cc}	21.80

Chi-test			
Significance	10%	Significance	10%
LR_{uc}	Reject VaR Model	LR_{uc}	Reject VaR Model
LR_{ind}	Reject VaR Model	LR_{ind}	Reject VaR Model
LR_{cc}	Reject VaR Model	LR_{cc}	Reject VaR Model

Historical Simulation All sample			
1%		5%	
T_0	2553	T_0	2374
T_1	69	T_1	248
T_{00}	2494	T_{00}	2168
T_{01}	59	T_{01}	206
T_{10}	59	T_{10}	206
T_{11}	10	T_{11}	42
π	0.026	π	0.095
π_{01}	0.023	π_{01}	0.087
π_{11}	0.145	π_{11}	0.169
LR_{uc}	48.68	LR_{uc}	87.96
LR_{ind}	19.86	LR_{ind}	15.15
LR_{cc}	68.54	LR_{cc}	103.11

Chi-test			
Significance	10%	Significance	10%
LR_{uc}	Reject VaR Model	LR_{uc}	Reject VaR Model
LR_{ind}	Reject VaR Model	LR_{ind}	Reject VaR Model
LR_{cc}	Reject VaR Model	LR_{cc}	Reject VaR Model

ΠΙΝΑΚΑΣ Β7: Backtesting FTSE 100 (συνέχεια)

Risk Metrics			
1%		5%	
T_0	2565	T_0	2451
T_1	57	T_1	171
T_{00}	2510	T_{00}	2298
T_{01}	55	T_{01}	153
T_{10}	55	T_{10}	153
T_{11}	2	T_{11}	18
π	0.022	π	0.065
π_{01}	0.021	π_{01}	0.062
π_{11}	0.035	π_{11}	0.105
LR_{uc}	27.33	LR_{uc}	11.71
LR_{ind}	0.414	LR_{ind}	4.155
LR_{cc}	27.75	LR_{cc}	15.87

Chi-test			
Significance	10%	Significance	10%
LR_{uc}	Reject VaR Model	LR_{uc}	Reject VaR Model
LR_{ind}	Don't Reject VaR Model	LR_{ind}	Reject VaR Model
LR_{cc}	Reject VaR Model	LR_{cc}	Reject VaR Model

ARCH Normal			
1%		5%	
T_0	2534	T_0	2438
T_1	88	T_1	184
T_{00}	2451	T_{00}	2267
T_{01}	83	T_{01}	171
T_{10}	83	T_{10}	171
T_{11}	5	T_{11}	13
π	0.034	π	0.070
π_{01}	0.033	π_{01}	0.070
π_{11}	0.057	π_{11}	0.071
LR_{uc}	91.03	LR_{uc}	20.07
LR_{ind}	1.273	LR_{ind}	0.001
LR_{cc}	92.30	LR_{cc}	20.08

Chi-test			
Significance	10%	Significance	10%
LR_{uc}	Reject VaR Model	LR_{uc}	Reject VaR Model
LR_{ind}	Don't Reject VaR Model	LR_{ind}	Don't Reject VaR Model
LR_{cc}	Reject VaR Model	LR_{cc}	Reject VaR Model

ΠΙΝΑΚΑΣ Β7: Backtesting FTSE 100 (συνέχεια)

ARCH GED			
1%		5%	
T_0	2547	T_0	2409
T_1	75	T_1	213
T_{00}	2389	T_{00}	2135
T_{01}	158	T_{01}	274
T_{10}	66	T_{10}	188
T_{11}	9	T_{11}	25
π	0.029	π	0.081
π_{01}	0.062	π_{01}	0.114
π_{11}	0.120	π_{11}	0.117
LR_{uc}	61.01	LR_{uc}	45.67
LR_{ind}	-558.57	LR_{ind}	-383.27
LR_{cc}	-497.56	LR_{cc}	-337.60

Chi-test			
Significance	10%	Significance	10%
LR_{uc}	Reject VaR Model	LR_{uc}	Reject VaR Model
LR_{ind}	Don't Reject VaR Model	LR_{ind}	Don't Reject VaR Model
LR_{cc}	Don't Reject VaR Model	LR_{cc}	Don't Reject VaR Model

GARCH Normal - Filtered			
1%		5%	
T_0	2559	T_0	2399
T_1	63	T_1	223
T_{00}	2498	T_{00}	2195
T_{01}	61	T_{01}	204
T_{10}	61	T_{10}	204
T_{11}	2	T_{11}	19
π	0.024	π	0.085
π_{01}	0.024	π_{01}	0.085
π_{11}	0.032	π_{11}	0.085
LR_{uc}	37.42	LR_{uc}	56.55
LR_{ind}	0.150	LR_{ind}	0.000
LR_{cc}	37.57	LR_{cc}	56.55

Chi-test			
Significance	10%	Significance	10%
LR_{uc}	Reject VaR Model	LR_{uc}	Reject VaR Model
LR_{ind}	Don't Reject VaR Model	LR_{ind}	Don't Reject VaR Model
LR_{cc}	Reject VaR Model	LR_{cc}	Reject VaR Model

ΠΙΝΑΚΑΣ Β7: Backtesting FTSE 100 (συνέχεια)

ARCH(1,0) EXTREME VALUE THEORY			
1%		5%	
T_0	2533	T_0	2252
T_1	89	T_1	370
T_{00}	2449	T_{00}	1943
T_{01}	84	T_{01}	309
T_{10}	84	T_{10}	309
T_{11}	5	T_{11}	61
π	0.034	π	0.141
π_{01}	0.033	π_{01}	0.137
π_{11}	0.056	π_{11}	0.165
LR_{uc}	93.51	LR_{uc}	313.66
LR_{ind}	1.174	LR_{ind}	1.933
LR_{cc}	94.68	LR_{cc}	315.60

Chi-test			
Significance	10%	Significance	10%
LR_{uc}	Reject VaR Model	LR_{uc}	Reject VaR Model
LR_{ind}	Don't Reject VaR Model	LR_{ind}	Don't Reject VaR Model
LR_{cc}	Reject VaR Model	LR_{cc}	Reject VaR Model

EGARCH Normal			
1%		5%	
T_0	2557	T_0	2452
T_1	65	T_1	170
T_{00}	2495	T_{00}	2295
T_{01}	62	T_{01}	157
T_{10}	62	T_{10}	157
T_{11}	3	T_{11}	13
π	0.025	π	0.065
π_{01}	0.024	π_{01}	0.064
π_{11}	0.046	π_{11}	0.076
LR_{uc}	41.04	LR_{uc}	11.16
LR_{ind}	1.014	LR_{ind}	0.387
LR_{cc}	42.06	LR_{cc}	11.54

Chi-test			
Significance	10%	Significance	10%
LR_{uc}	Reject VaR Model	LR_{uc}	Reject VaR Model
LR_{ind}	Don't Reject VaR Model	LR_{ind}	Don't Reject VaR Model
LR_{cc}	Reject VaR Model	LR_{cc}	Reject VaR Model

ΠΙΝΑΚΑΣ Β7: Backtesting FTSE 100 (συνέχεια)

EGARCH GED			
1%		5%	
T_0	2582	T_0	2452
T_1	40	T_1	170
T_{00}	2544	T_{00}	2297
T_{01}	38	T_{01}	155
T_{10}	38	T_{10}	155
T_{11}	2	T_{11}	15
π	0.015	π	0.065
π_{01}	0.015	π_{01}	0.063
π_{11}	0.050	π_{11}	0.088
LR_{uc}	6.302	LR_{uc}	11.16
LR_{ind}	2.069	LR_{ind}	1.496
LR_{cc}	8.371	LR_{cc}	12.65

Chi-test			
Significance	10%	Significance	10%
LR_{uc}	Reject VaR Model	LR_{uc}	Reject VaR Model
LR_{ind}	Don't Reject VaR Model	LR_{ind}	Don't Reject VaR Model
LR_{cc}	Reject VaR Model	LR_{cc}	Reject VaR Model

GARCH Normal APARCH			
1%		5%	
T_0	2537	T_0	2436
T_1	85	T_1	186
T_{00}	2454	T_{00}	2263
T_{01}	83	T_{01}	173
T_{10}	83	T_{10}	173
T_{11}	2	T_{11}	13
π	0.032	π	0.071
π_{01}	0.033	π_{01}	0.071
π_{11}	0.024	π_{11}	0.070
LR_{uc}	83.72	LR_{uc}	21.54
LR_{ind}	0.243	LR_{ind}	0.003
LR_{cc}	83.97	LR_{cc}	21.54

Chi-test			
Significance	10%	Significance	10%
LR_{uc}	Reject VaR Model	LR_{uc}	Reject VaR Model
LR_{ind}	Don't Reject VaR Model	LR_{ind}	Don't Reject VaR Model
LR_{cc}	Reject VaR Model	LR_{cc}	Reject VaR Model

ΠΙΝΑΚΑΣ Β8: Backtesting ATHEX

Variance Covariance Method			
1%		5%	
T_0	1808	T_0	1780
T_1	30	T_1	58
T_{00}	1782	T_{00}	1728
T_{01}	26	T_{01}	52
T_{10}	26	T_{10}	52
T_{11}	4	T_{11}	6
π	0.016	π	0.032
π_{01}	0.014	π_{01}	0.029
π_{11}	0.133	π_{11}	0.103
LR_{uc}	6.230	LR_{uc}	15.064
LR_{ind}	10.659	LR_{ind}	6.553
LR_{cc}	16.890	LR_{cc}	21.617
Chi-test			
Significance	10%	Significance	10%
LR_{uc}	Reject VaR Model	LR_{uc}	Reject VaR Model
LR_{ind}	Reject VaR Model	LR_{ind}	Reject VaR Model
LR_{cc}	Reject VaR Model	LR_{cc}	Reject VaR Model

Historical Simulation (250)			
1%		5%	
T_0	1809	T_0	1725
T_1	29	T_1	113
T_{00}	1782	T_{00}	1627
T_{01}	27	T_{01}	98
T_{10}	27	T_{10}	98
T_{11}	2	T_{11}	15
π	0.016	π	0.061
π_{01}	0.015	π_{01}	0.057
π_{11}	0.069	π_{11}	0.133
LR_{uc}	5.272	LR_{uc}	4.767
LR_{ind}	2.986	LR_{ind}	8.281
LR_{cc}	8.258	LR_{cc}	13.048
Chi-test			
Significance	10%	Significance	10%
LR_{uc}	Reject VaR Model	LR_{uc}	Reject VaR Model
LR_{ind}	Reject VaR Model	LR_{ind}	Reject VaR Model
LR_{cc}	Reject VaR Model	LR_{cc}	Reject VaR Model

ΠΙΝΑΚΑΣ Β8: Backtesting ATHEX (συνέχεια)

Historical Simulation Second sample			
1%		5%	
T_0	1807	T_0	1729
T_1	31	T_1	109
T_{00}	1779	T_{00}	1632
T_{01}	28	T_{01}	97
T_{10}	28	T_{10}	97
T_{11}	3	T_{11}	12
π	0.017	π	0.059
π_{01}	0.015	π_{01}	0.056
π_{11}	0.097	π_{11}	0.110
LR_{uc}	7.257	LR_{uc}	3.169
LR_{ind}	5.946	LR_{ind}	4.403
LR_{cc}	13.20	LR_{cc}	7.572
Chi-test			
Significance	10%	Significance	10%
LR_{uc}	Reject VaR Model	LR_{uc}	Reject VaR Model
LR_{ind}	Reject VaR Model	LR_{ind}	Reject VaR Model
LR_{cc}	Reject VaR Model	LR_{cc}	Reject VaR Model

Historical Simulation All sample			
1%		5%	
T_0	1821	T_0	1770
T_1	17	T_1	68
T_{00}	1808	T_{00}	1709
T_{01}	13	T_{01}	61
T_{10}	13	T_{10}	61
T_{11}	4	T_{11}	7
π	0.009	π	0.037
π_{01}	0.007	π_{01}	0.034
π_{11}	0.235	π_{11}	0.103
LR_{uc}	0.107	LR_{uc}	7.163
LR_{ind}	20.118	LR_{ind}	5.999
LR_{cc}	20.225	LR_{cc}	13.162
Chi-test			
Significance	10%	Significance	10%
LR_{uc}	Don't Reject VaR Model	LR_{uc}	Reject VaR Model
LR_{ind}	Reject VaR Model	LR_{ind}	Reject VaR Model
LR_{cc}	Reject VaR Model	LR_{cc}	Reject VaR Model

ΠΙΝΑΚΑΣ Β8: Backtesting ATHEX (συνέχεια)

Risk Metrics			
1%		5%	
T_0	1796	T_0	1723
T_1	42	T_1	115
T_{00}	1755	T_{00}	1618
T_{01}	41	T_{01}	105
T_{10}	41	T_{10}	105
T_{11}	1	T_{11}	10
π	0.023	π	0.063
π_{01}	0.023	π_{01}	0.061
π_{11}	0.024	π_{11}	0.087
LR_{uc}	22.486	LR_{uc}	5.68
LR_{ind}	0.002	LR_{ind}	1.126
LR_{cc}	22.488	LR_{cc}	6.81
Chi-test			
Significance	10%	Significance	10%
LR_{uc}	Reject VaR Model	LR_{uc}	Reject VaR Model
LR_{ind}	Don't Reject VaR Model	LR_{ind}	Don't Reject VaR Model
LR_{cc}	Reject VaR Model	LR_{cc}	Reject VaR Model

ARCH Normal			
1%		5%	
T_0	1806	T_0	1776
T_1	32	T_1	62
T_{00}	1774	T_{00}	1716
T_{01}	32	T_{01}	60
T_{10}	32	T_{10}	60
T_{11}	0	T_{11}	2
π	0.017	π	0.034
π_{01}	0.018	π_{01}	0.034
π_{11}	0.000	π_{11}	0.032
LR_{uc}	8.35	LR_{uc}	11.507
LR_{ind}	1.134	LR_{ind}	0.004
LR_{cc}	9.48	LR_{cc}	11.511
Chi-test			
Significance	10%	Significance	10%
LR_{uc}	Reject VaR Model	LR_{uc}	Reject VaR Model
LR_{ind}	Don't Reject VaR Model	LR_{ind}	Don't Reject VaR Model
LR_{cc}	Reject VaR Model	LR_{cc}	Reject VaR Model

ΠΙΝΑΚΑΣ Β8: Backtesting ATHEX (συνέχεια)

ARCH t-dist			
1%		5%	
T_0	1834	T_0	1808
T_1	4	T_1	30
T_{00}	1830	T_{00}	1778
T_{01}	4	T_{01}	30
T_{10}	4	T_{10}	30
T_{11}	0	T_{11}	0
π	0.002	π	0.016
π_{01}	0.002	π_{01}	0.017
π_{11}	0.000	π_{11}	0.000
LR_{uc}	16.674	LR_{uc}	58.799
LR_{ind}	0.017	LR_{ind}	0.996
LR_{cc}	16.691	LR_{cc}	59.794
Chi-test			
Significance	10%	Significance	10%
LR_{uc}	Reject VaR Model	LR_{uc}	Reject VaR Model
LR_{ind}	Don't Reject VaR Model	LR_{ind}	Don't Reject VaR Model
LR_{cc}	Reject VaR Model	LR_{cc}	Reject VaR Model

ARCH GED			
1%		5%	
T_0	1818	T_0	1770
T_1	20	T_1	68
T_{00}	1798	T_{00}	1704
T_{01}	20	T_{01}	66
T_{10}	20	T_{10}	66
T_{11}	0	T_{11}	2
π	0.011	π	0.037
π_{01}	0.011	π_{01}	0.037
π_{11}	0.000	π_{11}	0.029
LR_{uc}	0.140	LR_{uc}	7.163
LR_{ind}	0.440	LR_{ind}	0.122
LR_{cc}	0.580	LR_{cc}	7.285
Chi-test			
Significance	10%	Significance	10%
LR_{uc}	Don't Reject VaR Model	LR_{uc}	Reject VaR Model
LR_{ind}	Don't Reject VaR Model	LR_{ind}	Don't Reject VaR Model
LR_{cc}	Don't Reject VaR Model	LR_{cc}	Reject VaR Model

ΠΙΝΑΚΑΣ Β8: Backtesting ATHEX (συνέχεια)

GARCH Normal - Filtered			
1%		5%	
T_0	1820	T_0	1762
T_1	18	T_1	76
T_{00}	1802	T_{00}	1689
T_{01}	18	T_{01}	73
T_{10}	18	T_{10}	73
T_{11}	0	T_{11}	3
π	0.010	π	0.041
π_{01}	0.010	π_{01}	0.041
π_{11}	0.000	π_{11}	0.039
LR_{uc}	0.008	LR_{uc}	3.069
LR_{ind}	0.356	LR_{ind}	0.007
LR_{cc}	0.364	LR_{cc}	3.076
Chi-test			
Significance	10%	Significance	10%
LR_{uc}	Don't Reject VaR Model	LR_{uc}	Reject VaR Model
LR_{ind}	Don't Reject VaR Model	LR_{ind}	Don't Reject VaR Model
LR_{cc}	Don't Reject VaR Model	LR_{cc}	Don't Reject VaR Model

ARCH(1,0) EXTREME VALUE THEORY			
1%		5%	
T_0	1809	T_0	1681
T_1	29	T_1	157
T_{00}	1780	T_{00}	1541
T_{01}	29	T_{01}	140
T_{10}	29	T_{10}	140
T_{11}	0	T_{11}	17
π	0.016	π	0.085
π_{01}	0.016	π_{01}	0.083
π_{11}	0.000	π_{11}	0.108
LR_{uc}	5.272	LR_{uc}	40.419
LR_{ind}	0.930	LR_{ind}	1.074
LR_{cc}	6.202	LR_{cc}	41.493
Chi-test			
Significance	10%	Significance	10%
LR_{uc}	Reject VaR Model	LR_{uc}	Reject VaR Model
LR_{ind}	Don't Reject VaR Model	LR_{ind}	Don't Reject VaR Model
LR_{cc}	Reject VaR Model	LR_{cc}	Reject VaR Model

ΠΙΝΑΚΑΣ Β8: Backtesting ATHEX (συνέχεια)

EGARCH Normal			
1%		5%	
T_0	1812	T_0	1765
T_1	26	T_1	73
T_{00}	1786	T_{00}	1695
T_{01}	26	T_{01}	70
T_{10}	26	T_{10}	70
T_{11}	0	T_{11}	3
π	0.014	π	0.040
π_{01}	0.014	π_{01}	0.040
π_{11}	0.000	π_{11}	0.041
LR_{uc}	2.827	LR_{uc}	4.389
LR_{ind}	0.746	LR_{ind}	0.004
LR_{cc}	3.573	LR_{cc}	4.392
Chi-test			
Significance	10%	Significance	10%
LR_{uc}	Reject VaR Model	LR_{uc}	Reject VaR Model
LR_{ind}	Don't Reject VaR Model	LR_{ind}	Don't Reject VaR Model
LR_{cc}	Don't Reject VaR Model	LR_{cc}	Don't Reject VaR Model

EGARCH Student-t			
1%		5%	
T_0	1833	T_0	1799
T_1	5	T_1	39
T_{00}	1828	T_{00}	1760
T_{01}	5	T_{01}	39
T_{10}	5	T_{10}	39
T_{11}	0	T_{11}	0
π	0.003	π	0.021
π_{01}	0.003	π_{01}	0.022
π_{11}	0.000	π_{11}	0.000
LR_{uc}	13.840	LR_{uc}	40.530
LR_{ind}	0.027	LR_{ind}	1.691
LR_{cc}	13.867	LR_{cc}	42.221
Chi-test			
Significance	10%	Significance	10%
LR_{uc}	Reject VaR Model	LR_{uc}	Reject VaR Model
LR_{ind}	Don't Reject VaR Model	LR_{ind}	Don't Reject VaR Model
LR_{cc}	Reject VaR Model	LR_{cc}	Reject VaR Model

ΠΙΝΑΚΑΣ Β8: Backtesting ATHEX (συνέχεια)

EGARCH GED			
1%		5%	
T_0	1826	T_0	1765
T_1	12	T_1	73
T_{00}	1814	T_{00}	1695
T_{01}	12	T_{01}	70
T_{10}	12	T_{10}	70
T_{11}	0	T_{11}	3
π	0.007	π	0.040
π_{01}	0.007	π_{01}	0.040
π_{11}	0.000	π_{11}	0.041
LR_{uc}	2.550	LR_{uc}	4.389
LR_{ind}	0.158	LR_{ind}	0.004
LR_{cc}	2.707	LR_{cc}	4.392
Chi-test			
Significance	10%	Significance	10%
LR_{uc}	Don't Reject VaR Model	LR_{uc}	Reject VaR Model
LR_{ind}	Don't Reject VaR Model	LR_{ind}	Don't Reject VaR Model
LR_{cc}	Don't Reject VaR Model	LR_{cc}	Don't Reject VaR Model

GARCH Normal APARCH			
1%		5%	
T_0	1807	T_0	1777
T_1	31	T_1	61
T_{00}	1776	T_{00}	1716
T_{01}	31	T_{01}	61
T_{10}	31	T_{10}	61
T_{11}	0	T_{11}	0
π	0.017	π	0.033
π_{01}	0.017	π_{01}	0.034
π_{11}	0.000	π_{11}	0.000
LR_{uc}	7.257	LR_{uc}	12.345
LR_{ind}	1.064	LR_{ind}	4.189
LR_{cc}	8.320	LR_{cc}	16.533
Chi-test			
Significance	10%	Significance	10%
LR_{uc}	Reject VaR Model	LR_{uc}	Reject VaR Model
LR_{ind}	Don't Reject VaR Model	LR_{ind}	Reject VaR Model
LR_{cc}	Reject VaR Model	LR_{cc}	Reject VaR Model

ΠΙΝΑΚΑΣ Β8: Backtesting ATHEX (συνέχεια)

GARCH Student APARCH			
1%		5%	
T_0	1831	T_0	1803
T_1	7	T_1	35
T_{00}	1824	T_{00}	1768
T_{01}	7	T_{01}	35
T_{10}	7	T_{10}	35
T_{11}	0	T_{11}	0
π	0.004	π	0.019
π_{01}	0.004	π_{01}	0.019
π_{11}	0.000	π_{11}	0.000
LR_{uc}	9.316	LR_{uc}	48.060
LR_{ind}	0.054	LR_{ind}	1.359
LR_{cc}	9.370	LR_{cc}	49.419
Chi-test			
Significance	10%	Significance	10%
LR_{uc}	Reject VaR Model	LR_{uc}	Reject VaR Model
LR_{ind}	Don't Reject VaR Model	LR_{ind}	Don't Reject VaR Model
LR_{cc}	Reject VaR Model	LR_{cc}	Reject VaR Model

GARCH GED APARCH			
1%		5%	
T_0	1815	T_0	1770
T_1	23	T_1	68
T_{00}	1792	T_{00}	1703
T_{01}	23	T_{01}	67
T_{10}	23	T_{10}	67
T_{11}	0	T_{11}	1
π	0.013	π	0.037
π_{01}	0.013	π_{01}	0.038
π_{11}	0.000	π_{11}	0.015
LR_{uc}	1.086	LR_{uc}	7.163
LR_{ind}	0.583	LR_{ind}	1.257
LR_{cc}	1.669	LR_{cc}	8.421
Chi-test			
Significance	10%	Significance	10%
LR_{uc}	Don't Reject VaR Model	LR_{uc}	Reject VaR Model
LR_{ind}	Don't Reject VaR Model	LR_{ind}	Don't Reject VaR Model
LR_{cc}	Don't Reject VaR Model	LR_{cc}	Reject VaR Model

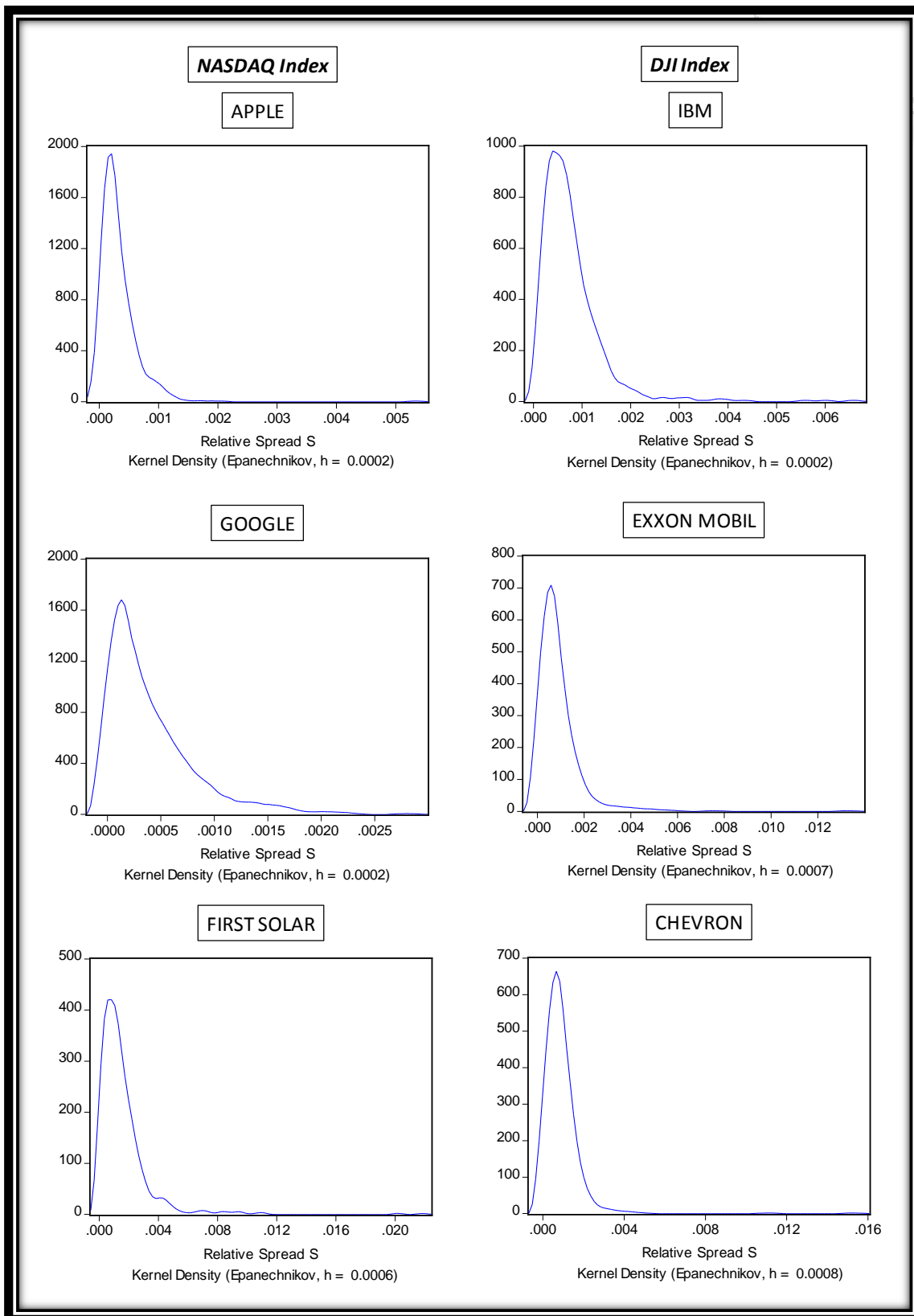
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Γ:

ΓΡΑΦΗΜΑΤΑ

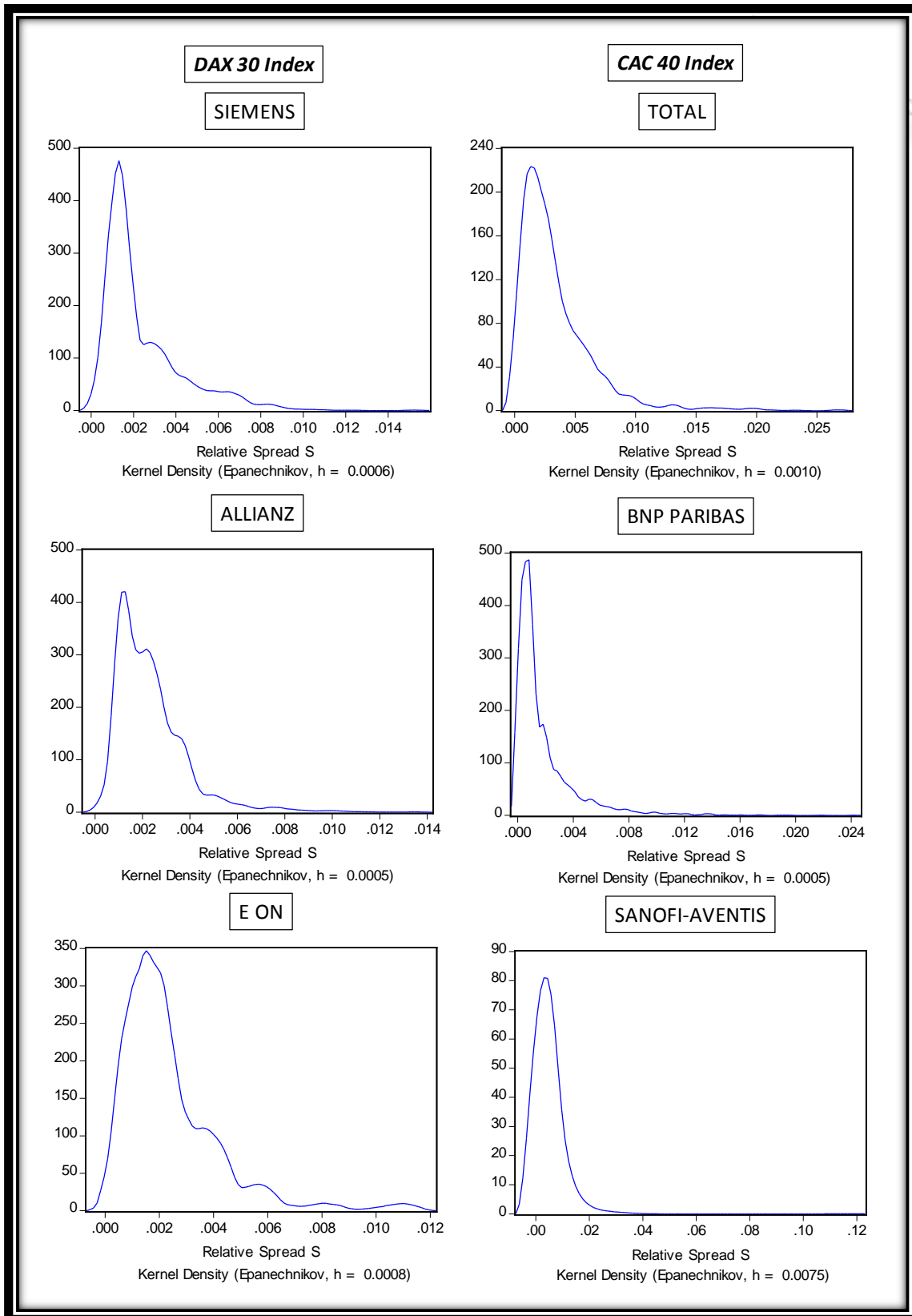
ΤΟΥ

Cost-of-Liquidity

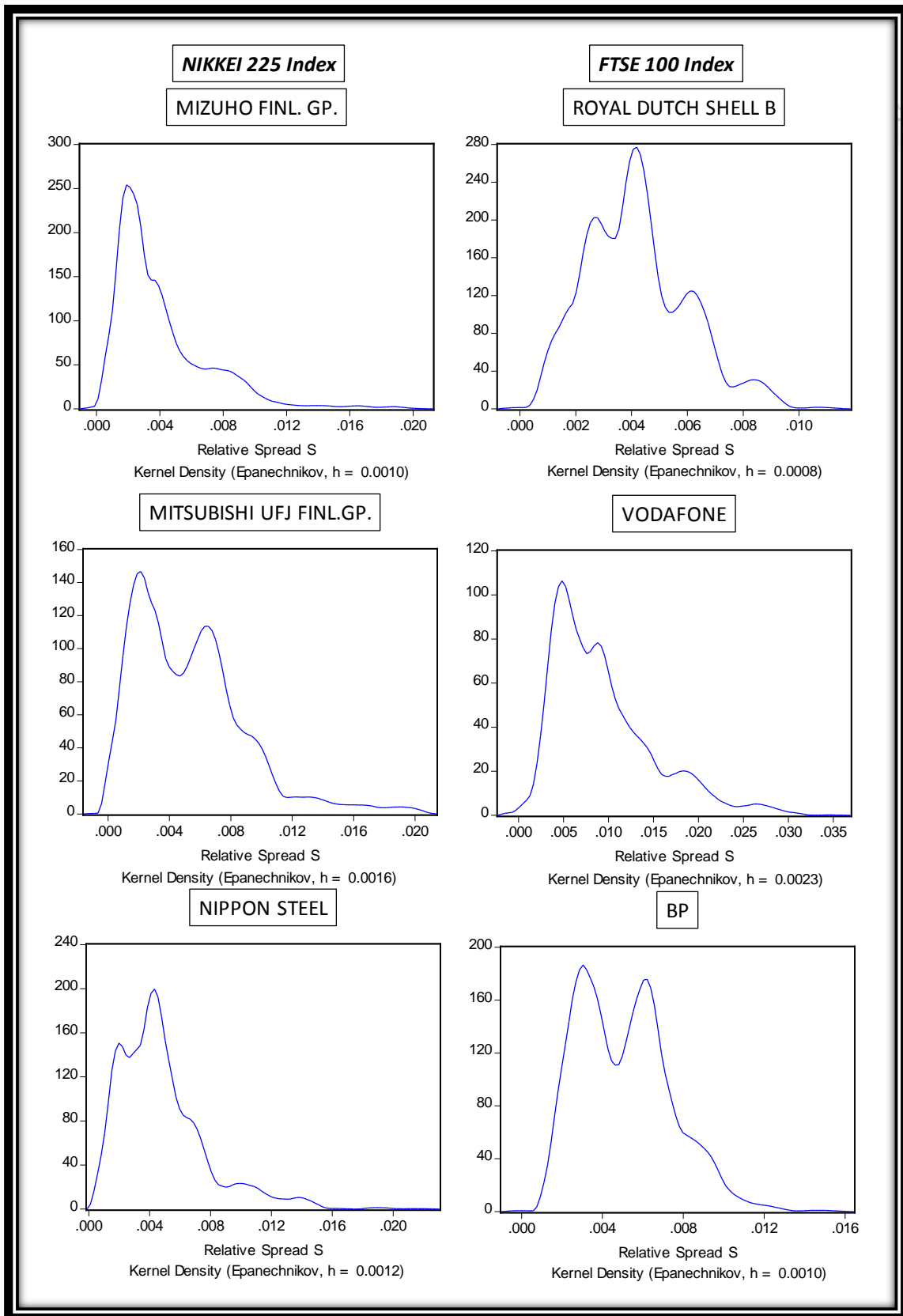
ΓΡΑΦΗΜΑ Γ1.1: Κατανομές των δεικτών Nasdaq και DJI



ΓΡΑΦΗΜΑ Γ1.2: Κατανομές των δεικτών DAX 30 και CAC 40



ΓΡΑΦΗΜΑ Γ1.3: Κατανομές των δεικτών ΝΙΚΚΕΙ 225 και FTSE 100



ΓΡΑΦΗΜΑ Γ1.4: Κατανομές του δείκτη ATHEX

