

**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ – ΤΜΗΜΑ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ****Πρόγραμμα Μεταπτυχιακών Σπουδών
Κυβερνοασφάλεια και Επιστήμη Δεδομένων****Μεταπτυχιακή Διατριβή**

Τίτλος Διατριβής	(Ελληνικά) Συγκριτική Αξιολόγηση Τεχνητών Νευρωνικών Δικτύων και Μηχανών Διανυσμάτων Υποστήριξης για την Προσέγγιση της Αποδοτικότητας της Περιβάλλουσας Ανάλυσης Δεδομένων (Αγγλικά) A Comparative Evaluation of Artificial Neural Networks and Support Vector Machines for Approximating Data Envelopment Analysis Efficiency Scores
Ονοματεπώνυμο Φοιτητή	Αριστοτέλης – Ηλίας Γλεντής - Περιστερής
Πατρώνυμο	Ιωάννης
Αριθμός Μητρώου	ΜΠΚΕΔ/2310
Επιβλέπων	Κορωνάκος Γρηγόριος, Επίκουρος Καθηγητής

Ημερομηνία Παράδοσης / Σεπτέμβριος 2026

Τριμελής Εξεταστική Επιτροπή

Κορωνάκος Γρηγόριος
Επίκουρος Καθηγητής

Σωτηρόπουλος Διονύσιος
Αναπληρωτής Καθηγητής

Αποστόλου Δημήτριος
Καθηγητής

Συγκριτική αξιολόγηση τεχνητών νευρωνικών δικτύων
και μηχανών διανυσμάτων υποστήριξης για την
προσέγγιση της αποδοτικότητας της περιβάλλουσας
ανάλυσης δεδομένων

Ευχαριστίες

Η παρούσα μεταπτυχιακή διατριβή εκπονήθηκε στο πλαίσιο των μεταπτυχιακών μου σπουδών στο Τμήμα Πληροφορικής του Πανεπιστημίου Πειραιώς και αποτελεί την ολοκλήρωση μιας ιδιαίτερα δημιουργικής και απαιτητικής ερευνητικής διαδικασίας.

Θα ήθελα αρχικά να εκφράσω τις θερμές μου ευχαριστίες στον επιβλέποντα καθηγητή μου κ. Γρηγόριο Κορωνάκο, για την εμπιστοσύνη που μου έδειξε στο να αναλάβω αυτή την εργασία, καθώς και για τις συμβουλές που μου παρείχε καθ' όλη τη διάρκεια της εκπόνησής της. Η επιστημονική του κατάρτιση, οι παρατηρήσεις του και η συνεργασία του συνέβαλαν καθοριστικά στην ολοκλήρωση της παρούσας μελέτης.

Επίσης, θα ήθελα να ευχαριστήσω και τα μέλη ΔΕΠ του μεταπτυχιακού για τις γνώσεις που μου πρόσφεραν κατά την διάρκεια των σπουδών μου στο συγκεκριμένο τμήμα, οι οποίες αποτέλεσαν την βάση για την ενασχόλησή μου με την Μηχανική Μάθηση.

Τέλος, θερμές ευχαριστίες και ευγνωμοσύνη οφείλω στην οικογένειά μου για την υποστήριξη, την υπομονή και την ενθάρρυνση που μου παρείχε καθ' όλη τη διάρκεια των σπουδών μου. Η συμβολή της υπήρξε καθοριστική για την ολοκλήρωση αυτής της προσπάθειας.

1. Abstract

Data Envelopment Analysis (DEA) is the most widely used non-parametric method for evaluating the efficiency of homogeneous decision-making units (DMUs). This thesis proposes a novel DEA approximation framework based on machine learning techniques, specifically Artificial Neural Networks (ANNs) and Support Vector Machines (SVMs), with the objective of accelerating the efficiency evaluation process and reducing computational cost.

More specifically, the proposed machine learning models are trained to estimate the efficiency scores generated by DEA. The datasets used for both training and testing are initially evaluated using DEA models, and the resulting efficiency scores serve as target values for the machine learning algorithms. A comprehensive set of experiments is conducted using synthetically generated datasets characterized by different data generation processes, varying numbers of inputs and outputs, and different numbers of decision-making units. Furthermore, the efficiency scores of the generated units follow specific statistical distributions, while the data are appropriately grouped into predefined intervals to ensure balanced representation.

The experimental results demonstrate that machine learning models can approximate DEA efficiency scores with a high degree of accuracy. However, the findings indicate that Support Vector Machines consistently achieve superior and more stable performance than Artificial Neural Networks across all examined dataset sizes and distributions. In addition, the efficiency estimations produced by the machine learning models preserve the fundamental properties of the corresponding DEA models.

Overall, the proposed approach can be effectively applied to large-scale datasets where traditional DEA methods become computationally expensive and impractical. At the same time, the study provides a foundation for future research in large-scale efficiency analysis, advanced neural network architectures, and broader artificial intelligence applications.

Keywords: DEA, Support Vector Machines, Artificial Neural Networks, Efficiency Analysis, Machine Learning

1. Περίληψη

Η περιβάλλουσα ανάλυση δεδομένων (DEA) είναι η πιο γνωστή μη παραμετρική μέθοδος για την αξιολόγηση της απόδοσης ομοιογενών μονάδων. Σε αυτή την διατριβή, αναπτύσσεται μια νέα μέθοδος προσέγγισης της DEA χρησιμοποιώντας μεθόδους μηχανικής μάθησης και πιο συγκεκριμένα, τεχνητά νευρωνικά δίκτυα και μηχανές διανυσμάτων υποστήριξης (Support Vector Machine – SVM) τα οποία επιταχύνουν την διαδικασία αξιολόγησης και ελαχιστοποιούν σημαντικά τον απαιτούμενο υπολογιστικό χρόνο. Πιο συγκεκριμένα, χρησιμοποιούμε τις παραπάνω μεθόδους για να εκτιμήσουν την αποδοτικότητα των μονάδων που δημιουργήθηκαν μέσω της DEA. Επίσης, τα σύνολα που χρησιμοποιούμε για εκπαίδευση και για εξέταση των μεθόδων μηχανικής μάθησης αξιολογούνται πρώτα από τους αλγόριθμους της DEA. Διεξάγονται αρκετά πειράματα τα οποία βασίζονται σε διαφορετικές διαδικασίες παραγωγής δεδομένων με διαφορετικό αριθμό εισροών, εκροών και αριθμό μονάδων. Επίσης, οι βαθμοί αποδοτικότητας των μονάδων των παραπάνω συνόλων ακολουθούν συγκεκριμένες κατανομές και γίνεται κατάλληλος διαχωρισμός των παραπάνω δεδομένων σε συγκεκριμένα διαστήματα. Τα πειραματικά αποτελέσματα δείχνουν ότι τα μοντέλα μηχανικής μάθησης μπορούν να προσεγγίσουν με υψηλή ακρίβεια τους βαθμούς αποδοτικότητας της περιβάλλουσας ανάλυσης. Ωστόσο, προκύπτει ότι οι μηχανές διανυσμάτων υποστήριξης, για όλα τα πλήθη δεδομένων και για όλες τις κατανομές, παρουσιάζουν συνολικά καλύτερη και πιο σταθερή απόδοση σε σχέση με τα τεχνητά νευρωνικά δίκτυα. Επίσης, τα αποτελέσματα που παράχθηκαν από τα μοντέλα μηχανικής μάθησης ικανοποιούν τις ιδιότητες των μοντέλων της DEA. Συμπερασματικά η συγκεκριμένη προσέγγιση μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε περιπτώσεις μεγάλης κλίμακας δεδομένων όπου οι παραδοσιακές μέθοδοι DEA καθίστανται χρονοβόρες και μη πρακτικές. Ταυτόχρονα, αφήνει χώρο για μελλοντική έρευνα στον τομέα των δεδομένων μεγάλης κλίμακας, τεχνητά νευρωνικά δίκτυα καθώς και στον χώρο της τεχνητής νοημοσύνης.

Λέξεις κλειδιά: Περιβάλλουσα ανάλυση δεδομένων, μηχανική μάθηση, τεχνητά νευρωνικά δίκτυα, μηχανές διανυσμάτων υποστήριξης, ανάλυση αποδοτικότητας.

Συγκριτική αξιολόγηση τεχνητών νευρωνικών δικτύων και μηχανών διανυσμάτων υποστήριξης για την προσέγγιση της αποδοτικότητας της περιβάλλουσας ανάλυσης δεδομένων

2. Εισαγωγή

Η Περιβάλλουσα Ανάλυση Δεδομένων (Data Envelopment Analysis) αποτελεί μια από τις κορυφαίες μη παραμετρικές μεθόδους για την αξιολόγηση της αποδοτικότητας ενός συνόλου ομοιογενών οντοτήτων που ονομάζονται μονάδες λήψης αποφάσεων (Decision Making Units), οι οποίες χρησιμοποιούν πολλαπλές εισόδους για την παραγωγή πολλαπλών εξόδων χωρίς να απαιτείται προκαθορισμένη μορφή παραγωγικής συνάρτησης. Στόχος της περιβάλλουσας ανάλυσης δεδομένων είναι να επισημάνει ποιες μονάδες λήψης αποφάσεων είναι οι πιο αποδοτικές χρησιμοποιώντας την μαθηματική μέθοδο του γραμμικού προγραμματισμού. Επίσης, τα δύο πιο σημαντικά μοντέλα της DEA είναι το CCR [7] υπό την υπόθεση σταθερών αποδόσεων ως προς την κλίμακα και το BCC [8] υπό την υπόθεση μεταβλητών αποδόσεων ως προς την κλίμακα. Επίσης η μέθοδος της DEA αποκαλύπτει και τις μη αποτελεσματικές και προτείνει τρόπους για την βελτίωσή τους. Αυτοί είναι οι λόγοι που έχουν καταστήσει την DEA μια μέθοδο αρκετά ελκυστική στην ερευνητική κοινότητα.

Παρά τη μεγάλη αποτελεσματικότητα της DEA, η εφαρμογή της σε προβλήματα με δεδομένα μεγάλης κλίμακας δημιουργεί σημαντικές υπολογιστικές προκλήσεις. Η αξιολόγηση κάθε μονάδας απαιτεί την επίλυση ξεχωριστού προβλήματος γραμμικού προγραμματισμού, γεγονός που αυξάνει σημαντικά τον χρόνο εκτέλεσης και τις απαιτήσεις σε υπολογιστικούς πόρους όσο αυξάνεται ο αριθμός των μονάδων, των εισροών και των εκροών. Το πρόβλημα αυτό γίνεται ιδιαίτερα έντονο σε εφαρμογές όπου απαιτείται άμεση επεξεργασία και γρήγορη λήψη αποφάσεων όπως έχει επισημανθεί από τους Dulá και Lopez [10] οι οποίοι ανέδειξαν το συγκεκριμένο ζήτημα μέσα από εφαρμογές ανίχνευσης απάτης σε πιστωτικές κάρτες, όπου η αξιολόγηση αποδοτικότητας πρέπει να πραγματοποιείται σε πραγματικό χρόνο.

Για την αντιμετώπιση των περιορισμών αυτών έχουν προταθεί διάφορες προσεγγίσεις. Μια πρώτη κατηγορία εργασιών επικεντρώνεται στην βελτίωση της υπολογιστικής αποδοτικότητας των μοντέλων DEA μέσω τεχνικών επεξεργασίας και μείωσης της πολυπλοκότητας των προβλημάτων. Στις περιπτώσεις αυτές, οι παραδοσιακές μέθοδοι DEA καθίστανται πρακτικά ανεπαρκείς λόγω του μεγάλου υπολογιστικού φόρτου που απαιτούν. Χαρακτηριστικό παράδειγμα αποτελεί η εργασία των Chen και Cho [11] οι οποίοι πρότειναν διαδικασίες μείωσης του μεγέθους των προβλημάτων DEA μέσω εντοπισμού παρόμοιων και αποδοτικών μονάδων, επιτυγχάνοντας σημαντική μείωση του χρόνου υπολογισμού σε προβλήματα μεγάλης κλίμακας.

Μία δεύτερη κατηγορία εργασιών αφορά την αξιοποίηση τεχνικών μηχανικής μάθησης για την προσέγγιση των βαθμών αποδοτικότητας της DEA. Στην κατηγορία αυτή εμπίπτουν τα τεχνητά νευρωνικά δίκτυα, τα οποία έχουν χρησιμοποιηθεί για την εκμάθηση των βαθμών αποδοτικότητας που παράγονται από την DEA. Χαρακτηριστικές είναι οι εργασίες των Αθανασόπουλος και Cufgram [1], ο Wu Yang και Liang [12] και των Emrouznejad και Shale [2] στις οποίες αποδείχθηκε ότι τα νευρωνικά δίκτυα μπορούν να παράγουν αποτελέσματα ιδιαίτερα κοντά στους αντίστοιχους βαθμούς αποδοτικότητας της DEA, μειώνοντας σημαντικά τον απαιτούμενο υπολογιστικό χρόνο.

Παρά τη σημαντική αποτελεσματικότητα των τεχνητών νευρωνικών δικτύων, αρκετές ερευνητικές εργασίες ανέδειξαν ορισμένους περιορισμούς, όπως την πιθανότητα παγίδευσης σε τοπικά βέλτιστα, την αργή σύγκλιση και την εξάρτηση της απόδοσης από την επιλογή της αρχιτεκτονικής του δικτύου. Για τον λόγο αυτό αναπτύχθηκε μια τρίτη κατηγορία εργασιών που βασίζεται στην χρήση των μηχανών διανυσμάτων υποστήριξης (Support Vector Machines – SVMs), οι οποίες βασίζονται στην θεωρία στατιστικής μάθησης και παρουσιάζουν ισχυρή ικανότητα γενίκευσης. Πιο συγκεκριμένα, οι Lee και To [3], οι Yeh, Chi και Hsu [4], οι Min και Lee [13], καθώς και οι Farahmand, Desa και Nilashi [5] έδειξαν ότι τα μοντέλα SVM παρουσιάζουν υψηλή ακρίβεια πρόβλεψης, ισχυρή ικανότητα γενίκευσης και συχνά υπερέρχουν των τεχνητών νευρωνικών δικτύων σε προβλήματα αποδοτικότητας και επιχειρηματικής αξιολόγησης.

Παρά την εκτενή βιβλιογραφία που συνδυάζει την περιβάλλουσα ανάλυση δεδομένων με τεχνικές μηχανικής μάθησης, παρατηρείται ότι αρκετές μελέτες επικεντρώνονται είτε αποκλειστικά στην χρήση νευρωνικών δικτύων είτε σε μεμονωμένες εφαρμογές των μηχανών διανυσμάτων υποστήριξης, χωρίς να εξετάζουν συστηματικά τη σύγκριση των δύο προσεγγίσεων υπό διαφορετικές συνθήκες δεδομένων. Επιπλέον, στις περισσότερες περιπτώσεις, η αξιολόγηση των μοντέλων πραγματοποιείται συνολικά, χωρίς διάκριση των βαθμών αποδοτικότητας σε επιμέρους διαστήματα, γεγονός που περιορίζει την κατανόηση της συμπεριφοράς των μοντέλων σε διαφορετικά επίπεδα αποδοτικότητας. Επιπλέον ένα σημαντικό μειονέκτημα αρκετών μελετών που χρησιμοποιούν τεχνητά νευρωνικά δίκτυα για την εκτίμηση των βαθμών αποδοτικότητας της Συγκριτική αξιολόγηση τεχνητών νευρωνικών δικτύων και μηχανών διανυσμάτων υποστήριξης για την προσέγγιση της αποδοτικότητας της περιβάλλουσας ανάλυσης δεδομένων

DEA είναι ότι συχνά παραβλέπουν τη σχετική φύση της μεθόδου. Στο πλαίσιο της DEA, οι αποδοτικές μονάδες λήψης αποφάσεων, οι οποίες σχηματίζουν το αποδοτικό σύνορο, λειτουργούν ως σημεία αναφοράς για την αξιολόγηση των μη αποδοτικών μονάδων. Επομένως, οι βαθμοί αποδοτικότητας που παράγονται από τη DEA δεν είναι απόλυτοι, αλλά σχετικοί, καθώς κάθε μονάδα αξιολογείται σε σύγκριση με το αποδοτικό σύνορο που διαμορφώνεται από τις βέλτιστες μονάδες του δείγματος. Η διαφορά αυτή είναι ιδιαίτερα σημαντική, καθώς η έννοια της αποδοτικότητας στη DEA διαφέρει ουσιαστικά από τον τρόπο με τον οποίο μαθαίνουν τα τεχνητά νευρωνικά δίκτυα. Τα νευρωνικά δίκτυα τείνουν να μαθαίνουν τη γενική ή κεντρική τάση των δεδομένων, ενώ η DEA κατασκευάζει ένα εμπειρικό αποδοτικό σύνορο βέλτιστων πρακτικών, το οποίο περιβάλλει τις υπό αξιολόγηση μονάδες. Αντίθετα, στη DEA, η αποδοτικότητα κάθε μονάδας προκύπτει από την επίλυση ενός ξεχωριστού προβλήματος γραμμικού προγραμματισμού, ειδικά διαμορφωμένου για τη συγκεκριμένη μονάδα. Συνεπώς, προκύπτει η ανάγκη για μια πιο ολοκληρωμένη προσέγγιση που να συνδυάζει διαφορετικά μοντέλα μηχανικής μάθησης, να εξετάζει την απόδοσή τους σε διαφορετικές κατανομές δεδομένων και επίπεδα αποδοτικότητας και να αξιολογεί τη σταθερότητα και την ικανότητα γενίκευσής τους σε συνθήκες μεγάλης κλίμακας.

Για την κάλυψη των παραπάνω ερευνητικών κενών η παρούσα εργασία, αναπτύσσει και αξιολογεί μια υβριδική προσέγγιση που συνδυάζει περιβάλλουσα ανάλυση δεδομένων με μοντέλα τεχνητών νευρωνικών δικτύων και μηχανές διανυσμάτων υποστήριξης για την προσέγγιση των βαθμών αποδοτικότητας που παράγονται από την DEA. Συγκεκριμένα, οι βαθμοί αποδοτικότητας της DEA χρησιμοποιούνται για την εκπαίδευση των μοντέλων μηχανικής μάθησης, με απώτερο σκοπό την σωστή εκτίμηση τους όταν προκύψουν νέες μονάδες λήψης αποφάσεων χωρίς την χρήση της περιβάλλουσας ανάλυσης. Η βασική συνεισφορά της εργασίας έγκειται στη μελέτη της δυνατότητας αντικατάστασης της υπολογιστικά απαιτητικής διαδικασίας της DEA από μοντέλα μηχανικής μάθησης. Επίσης, η διαφοροποίησή της αποδίδεται και στον διαχωρισμό των βαθμών αποδοτικότητας που προκύπτουν από την περιβάλλουσα ανάλυση σε συγκεκριμένα διαστήματα. Η αξιολόγηση πραγματοποιείται με κατάλληλα μέτρα σφάλματος και απόδοσης, καθώς και με τη χρήση δεκαπλής διασταυρούμενης επικύρωσης, ώστε να εξεταστεί κατά πόσο τα προτεινόμενα μοντέλα μπορούν να προσεγγίσουν αξιόπιστα τους βαθμούς αποδοτικότητας που προέκυψαν από την περιβάλλουσα ανάλυση δεδομένων. Η προσέγγιση αυτής της εργασίας αξιολογείται μέσω της δημιουργίας συνθετικών συνόλων δεδομένων διαφορετικής διαστατικότητας, των οποίων οι βαθμοί αποδοτικότητας τους ακολουθούν την PowerLaw, Normal και Uniform κατανομή.

3. Μέθοδοι

3.1. Εισαγωγικές έννοιες

Πριν γίνει η παρουσίαση των μαθηματικών μοντέλων της περιβάλλουσας ανάλυσης δεδομένων, κρίνεται σκόπιμο να οριστούν ορισμένες βασικές έννοιες που χρησιμοποιούνται στην παρούσα εργασία.

3.1.1. Μονάδες λήψης αποφάσεων (Decision Making Units)

Οι μονάδες λήψης αποφάσεων αποτελούν τα αντικείμενα αξιολόγησης στη DEA. Πρόκειται για ομοιογενείς οντότητες που εκτελούν παρόμοιες λειτουργίες, όπως επιχειρήσεις, οργανισμοί, τμήματα ή παραγωγικές μονάδες. Η ομοιογένεια είναι απαραίτητη προϋπόθεση ώστε οι μονάδες να είναι συγκρίσιμες ως προς τη χρήση των ίδιων τύπων εισροών και την παραγωγή αντίστοιχων εκροών.

3.1.2. Εισροές και εκροές

Οι εισροές είναι οι πόροι που χρησιμοποιεί μια μονάδα για την παραγωγή αποτελεσμάτων. Παραδείγματα εισροών αποτελούν:

- Εργατικό δυναμικό,
- Πρώτες ύλες,

Συγκριτική αξιολόγηση τεχνητών νευρωνικών δικτύων και μηχανών διανυσμάτων υποστήριξης για την προσέγγιση της αποδοτικότητας της περιβάλλουσας ανάλυσης δεδομένων

- Ώρες εργασίας,
- Κεφάλαιο,
- Πόροι

Οι εκροές αποτελούν τα αποτελέσματα ή προϊόντα της παραγωγικής διαδικασίας, όπως:

- Παραγόμενα αγαθά,
- Έσοδα, έξοδα.

Η περιβάλλουσα ανάλυση δεδομένων αξιολογεί την αποδοτικότητα κάθε μονάδας λήψης αποφάσεων έτσι ώστε να καταλήξει σε ποιες είναι πιο αποδοτικές.

3.1.3. Διαστατικότητα

Η διαστατικότητα ενός προβλήματος της περιβάλλουσας ανάλυσης δεδομένων είναι το άθροισμα των εισροών και εκροών που χρησιμοποιούνται στο μοντέλο.

3.1.4. Πληθικότητα

Η πληθικότητα ενός συνόλου αναφέρεται στον αριθμό των μονάδων λήψης αποφάσεων, δηλαδή n . Με λίγα λόγια η πληθικότητα αποτελεί το σύνολο των δεδομένων που λαμβάνουν μέρος στο μοντέλο και επηρεάζει άμεσα τον αριθμό των προβλημάτων γραμμικού προγραμματισμού που πρέπει να επιλυθούν.

3.1.5. Αποδοτικό σύνολο

Ένα βασικό γεωμετρικό υπόβαθρο της περιβάλλουσας ανάλυσης δεδομένων είναι το κυρτό σύνολο. Ένα σύνολο χαρακτηρίζεται ως κυρτό όταν, για οποιαδήποτε δύο σημεία του συνόλου, το ευθύγραμμο τμήμα που τα ενώνει ανήκει εξ ολοκλήρου στο ίδιο σύνολο. Μαθηματικά, για ένα κυρτό σύνολο C , ισχύει ότι:

$$\lambda x + (1 - \lambda)y \in C, \forall x, y \in C, \forall \lambda \in [0,1].$$

Σχετική με την έννοια του κυρτού συνόλου είναι και η έννοια του κυρτού περιβλήματος. Το κυρτό περίβλημα ενός συνόλου σημείων είναι το μικρότερο κυρτό σύνολο που περιέχει όλα τα σημεία του αρχικού συνόλου. Ισοδύναμα, αποτελεί το σύνολο όλων των κυρτών συνδυασμών των σημείων αυτών. Αν C είναι ένα σύνολο σημείων, τότε το κυρτό περίβλημα ορίζεται ως:

$$\text{Conv}(C) = \{x: x = \sum_{i=1}^n \lambda_i x_i, x_i \in C, 0 \leq \lambda_i \leq 1, \sum_{i=1}^n \lambda_i = 1\}.$$

Η περιβάλλουσα ανάλυση δεδομένων συνδέεται άμεσα με την συγκεκριμένη έννοια, καθώς το πρόβλημα ταξινόμησης των μονάδων απόφασης σε αποδοτικές και μη αποδοτικές μπορεί να ερμηνευθεί ως γεωμετρικό πρόβλημα που αφορά πολυεδρικά σύνολα.

Η βασική έννοια της περιβάλλουσας ανάλυσης δεδομένων είναι η κατασκευή ενός εμπειρικού συνόλου, το οποίο προκύπτει από τα παρατηρούμενα δεδομένα. Τα δεδομένα αυτά αποτελούνται από τα σημεία που σχηματίζονται από τις εισροές και εκροές των μονάδων απόφασης. Το σύνολο αποτελεί ένα γεωμετρικό αντικείμενο στην περιβάλλουσα ανάλυση δεδομένων και ορίζεται ως κυρτό πολυεδρικό σύνολο, το οποίο δημιουργείται μέσω γραμμικών συνδυασμών των δεδομένων. Με άλλα λόγια το εν λόγω σύνολο είναι ένα περίβλημα που περιβάλλει όσο το δυνατόν πιο στενά το σύνολο των σημείων. Ανάλογα με τις οικονομικές υποθέσεις που γίνονται για την διαδικασία μετασχηματισμού εισροών σε εκροές, προκύπτουν διαφορετικά είδη συνόλων. Οι τέσσερις βασικές υποθέσεις στην περιβάλλουσα ανάλυση είναι οι εξής:

- Σταθερές αποδόσεις κλίμακας (Constant returns to scale – CRS)
- Μεταβλητές αποδόσεις κλίμακας (Variable Returns to Scale – VRS),
- Αύξουσες αποδόσεις κλίμακας (Increasing Returns to Scale – IRS),
- Φθίνουσες αποδόσεις κλίμακας (Decreasing Returns to Scale – DRS).

Τα αντίστοιχα παραγωγικά περιβλήματα που σχηματίζονται κάτω από αυτές τις υποθέσεις, μπορούν να θεωρηθούν ως γενικεύσεις του κλασικού κυρτού περιβλήματος.

Το αποδοτικό σύνολο της περιβάλλουσας ανάλυσης αποτελεί τμήμα του συνόλου που προαναφέρθηκε. Όπως, κάθε πολυεδρικό σύνολο, το σύνολο παραγωγής διαθέτει εσωτερική περιοχή και όριο. Στην περιβάλλουσα ανάλυση, ένα μέρος αυτού του ορίου αντιστοιχεί στο αποδοτικό σύνολο, το οποίο σχηματίζεται από τις καλύτερα παρατηρούμενες μονάδες. Οι μονάδες αυτές θεωρούνται αποδοτικές και λειτουργούν ως σημεία αναφοράς για την αξιολόγηση των μη αποδοτικών μονάδων. Κύριο έργο της περιβάλλουσας ανάλυσης είναι ο εντοπισμός αυτών των αποδοτικών μονάδων, καθώς αυτές καθορίζουν το αποδοτικό σύνολο. Ένα σημείο πάνω στο αποδοτικό σύνολο μπορεί να είναι ακραίο σημείο, οπότε αντιστοιχεί σε μία ακραία αποδοτική μονάδα του συνόλου δεδομένων. Το σύνολο των ακραίων αυτών σημείων ονομάζεται φράγμα και είναι ελάχιστα επαρκές για την περιγραφή ολόκληρου του συνόλου. Συνεπώς, το φράγμα επαρκεί για την πλήρη αξιολόγηση στο συνολικό σύνολο δεδομένων.

Η παραπάνω γεωμετρική ερμηνεία είναι ιδιαίτερα σημαντική σε εφαρμογές μεγάλης κλίμακας, καθώς επιτρέπει την ανάπτυξη αλγοριθμικών τεχνικών που εστιάζουν στον εντοπισμό των αποδοτικών ή ακραίων μονάδων, μειώνοντας έτσι το υπολογιστικό κόστος της συνολικής αξιολόγησης. Με αυτόν τον τρόπο, η περιβάλλουσα ανάλυση δεδομένων συνδέεται όχι μόνο με τη θεωρία αποδοτικότητας, αλλά και με την υπολογιστική γεωμετρία, καθώς το πρόβλημα ταξινόμησης των μονάδων μπορεί να αντιμετωπιστεί ως πρόβλημα εύρεσης του κατάλληλου πολυεδρικού περιβλήματος.

3.2. Περιβάλλουσα ανάλυση δεδομένων

Με βάση τις θεμελιώδεις έννοιες που παρουσιάστηκαν πιο πάνω, η περιβάλλουσα ανάλυση δεδομένων είναι μια μη παραμετρική μέθοδος αξιολόγησης της αποδοτικότητας ομοιογενών μονάδων λήψης αποφάσεων, οι οποίες χρησιμοποιούν πολλαπλές εισροές για να παράξουν πολλαπλές εκροές. Η μέθοδος χρησιμοποιεί τεχνικές γραμμικού προγραμματισμού προκειμένου να κατασκευάσει ένα εμπειρικό σύνολο και να προσδιορίσει το αποδοτικό σύνολο.

Το πρώτο και πιο θεμελιώδες μοντέλο της περιβάλλουσας ανάλυσης είναι το μοντέλο CCR [7], το οποίο προτάθηκε από τους Charnes, Cooper και Rhodes και βασίζεται στην υπόθεση των σταθερών αποδόσεων κλίμακας. Η βασική ιδέα είναι ότι οι μεταβολές στις εισροές οδηγούν σε ανάλογες μεταβολές στις εκροές. Η αποδοτικότητα μιας μονάδας μπορεί να υπολογιστεί είτε με προσανατολισμό στις εισροές είτε με προσανατολισμό στις εκροές. Στην εκδοχή όπου ο προσανατολισμός τείνει προς τις εισροές, στόχος είναι η ελαχιστοποίηση των εισροών διατηρώντας σταθερό το επίπεδο εκροών. Για τη μονάδα j_0 , το πρόβλημα διατυπώνεται ως εξής:

$$\max e_{j_0} = u^T Y_{j_0} \quad (1)$$

Υπό τους περιορισμούς:

$$\begin{aligned} u^T Y_j - v^T X_j &\leq 0, j = 1, \dots, n \\ u &\geq 0, v \geq 0. \end{aligned}$$

Οι μεταβλητές u και v αντιστοιχούν στα βάρη των εκροών και εισροών αντίστοιχα. Η βέλτιστη λύση του προβλήματος παρέχει τον βαθμό αποδοτικότητας της μονάδας j_0 . Όταν:

$$e_{j_0} = 1,$$

η μονάδα θεωρείται αποδοτική, ενώ τιμές μικρότερες της μονάδας υποδηλώνουν μη αποδοτικότητα.

Στην εκδοχή όπου ο προσανατολισμός κατευθύνεται προς τις εκροές, στόχος είναι η μεγιστοποίηση των εκροών χωρίς αύξηση των εισροών. Το αντίστοιχο πρόβλημα γράφεται ως εξής:

$$\min \frac{1}{e_{j_0}} = u^T X_{j_0} \quad (2)$$

υπό τους περιορισμούς:

$$u^T Y_{j_0} = 1$$

Συγκριτική αξιολόγηση τεχνητών νευρωνικών δικτύων και μηχανών διανυσμάτων υποστήριξης για την προσέγγιση της αποδοτικότητας της περιβάλλουσας ανάλυσης δεδομένων

$$\begin{aligned} u^T Y_j - v^T X_j &\leq 0, j = 1, \dots, n \\ u &\geq 0, v \geq 0. \end{aligned}$$

Το μοντέλο BCC [8] αποτελεί επέκταση του CCR [7] και εισήχθη από τους Banker, Charnes και Cooper, επιτρέποντας μεταβλητές αποδόσεις κλίμακας. Σε αντίθεση με το CCR, το μοντέλο BCC δεν υποθέτει ότι οι μεταβολές στις εισροές οδηγούν σε αναλογικές μεταβολές στις εκροές. Η βασική διαφοροποίηση του μοντέλου είναι η εισαγωγή της ελεύθερης μεταβλητής u_0 , η οποία επιτρέπει τη μοντελοποίηση διαφορετικών τύπων αποδόσεων κλίμακας.

Το μοντέλο BCC που έχει προσανατολισμό προς τις εισροές διατυπώνεται ως:

$$\max e_{j_0}^{Input} = u^T Y_{j_0} - u_0$$

υπό τους περιορισμούς:

(3)

$$\begin{aligned} v^T X_{j_0} &= 1 \\ u^T Y_j - u_0 - v^T X_j &\leq 0, j = 1, \dots, n \\ u &\geq 0, v \geq 0. \end{aligned}$$

Αντίστοιχα, το BCC μοντέλο με προσανατολισμό προς τις εκροές αποτυπώνεται ως:

$$\min \frac{1}{e_{j_0}^{Output}} = v^T X_{j_0} - u_0$$

υπό τους περιορισμούς:

(4)

$$\begin{aligned} u^T Y_{j_0} &= 1 \\ u^T Y_j - v^T X_j + u_0 &\leq 0, j = 1, \dots, n \\ u &\geq 0, v \geq 0. \end{aligned}$$

Σε αντίθεση με το μοντέλο CCR, οι βαθμοί αποδοτικότητας των μοντέλων BCC δεν παρουσιάζουν αμοιβαία σχέση. Επιπλέον, οι βαθμοί αποδοτικότητας που προκύπτουν από το μοντέλο BCC είναι πάντοτε μεγαλύτεροι ή ίσοι από τους αντίστοιχους βαθμούς του CCR, καθώς το σύνολο εφικτών λύσεων του BCC είναι πάντοτε μεγαλύτερο ή ίσο του αντίστοιχου συνόλου του CCR.

4. Μηχανική μάθηση

4.1. Τεχνητά νευρωνικά δίκτυα (ANNs)

Τα τεχνητά νευρωνικά δίκτυα αποτελούν υπολογιστικά μοντέλα εμπνευσμένα από τη λειτουργία του ανθρώπινου νευρικού συστήματος και χρησιμοποιούνται ευρέως σε προβλήματα ταξινόμησης, παλινδρόμησης και αναγνώρισης προτύπων. Ιδιαίτερα τα πολυεπίπεδα νευρωνικά δίκτυα (multi – layer perceptrons – MLPs) έχουν αποδειχθεί ιδιαίτερα αποτελεσματικά στην εκμάθηση πολύπλοκων μη γραμμικών σχέσεων μεταξύ δεδομένων εισόδου και εξόδου. Ένα από τα σημαντικότερα χαρακτηριστικά των τεχνητών νευρωνικών δικτύων είναι η έννοια της καθολικής προσέγγισης, σύμφωνα με την οποία ένα νευρωνικό δίκτυο μπορεί να προσεγγίσει οποιαδήποτε συνεχή συνάρτηση με αυθαίρετα μικρό σφάλμα [14]. Η ιδιότητα αυτή είναι σημαντική στο πλαίσιο της περιβάλλουσας ανάλυσης δεδομένων, καθώς επιτρέπει τη μοντελοποίηση της σχέσης μεταξύ των εισροών και των εκροών και των αντίστοιχων βαθμών αποδοτικότητας. Στην περίπτωση της περιβάλλουσας ανάλυσης, σκοπός των νευρωνικών δικτύων είναι να μάθουν μια συνολική μη γραμμική συναρτησιακή σχέση μεταξύ του πολυδιάστατου χώρου των εισροών και εκροών και του διαστήματος αποδοτικότητας (0,1]. Με άλλα λόγια εξετάζεται αν ένα νευρωνικό δίκτυο μπορεί να προσεγγίσει με ικανοποιητική ακρίβεια τη σχέση που συνδέει τις εισροές και εκροές μιας μονάδας με τον αντίστοιχο βαθμό αποδοτικότητας του.

4.2. Μηχανές διανυσμάτων υποστήριξης

Οι Μηχανές Διανυσμάτων Υποστήριξης αποτελούν μία από τις σημαντικότερες τεχνικές επιβλεπόμενης μάθησης για προβλήματα ταξινόμησης και παλινδρόμησης. Η μέθοδος βασίζεται

στη θεωρία στατιστικής μάθησης του Vapnik [6] και στοχεύει στον προσδιορισμό ενός βέλτιστου υπερεπιπέδου διαχωρισμού, το οποίο μεγιστοποιεί το περιθώριο μεταξύ διαφορετικών κατηγοριών δεδομένων.

Σε αντίθεση με τα παραδοσιακά νευρωνικά δίκτυα, τα SVM βασίζονται στην αρχή της δομικής ελαχιστοποίησης κινδύνου (Structural Risk Minimization – SRM), η οποία προσφέρει καλύτερη ικανότητα γενίκευσης και μεγαλύτερη σταθερότητα σε προβλήματα υψηλής πολυπλοκότητας [4].

Για γραμμικά διαχωρίσιμα δεδομένα, τα SVM επιδιώκουν την εύρεση ενός υπερεπιπέδου της μορφής:

$$w^T x + b = 0 \quad (5)$$

όπου:

- w είναι το διάνυσμα βαρών,
- x το διάνυσμα χαρακτηριστικών,
- b ο όρος μετατόπισης.

Σε περιπτώσεις μη γραμμικά διαχωρίσιμων δεδομένων, χρησιμοποιούνται συναρτήσεις πυρήνα (kernel functions), οι οποίες μετασχηματίζουν τα δεδομένα σε χώρους μεγαλύτερης διάστασης όπου ο γραμμικός διαχωρισμός είναι εφικτός. Μία από τις πιο διαδεδομένες συναρτήσεις πυρήνα είναι η Gaussian Radial Basis Function (RBF) η οποία διατυπώνεται ως εξής:

$$K(x_i, x_j) = \exp(-\gamma \|x_i - x_j\|^2) \quad (6)$$

Όπου:

- $K(x_i, x_j)$ είναι η τιμή της συνάρτησης πυρήνα μεταξύ των σημείων x_i και x_j ,
- γ είναι παράμετρος που ελέγχει την επιρροή των δεδομένων,
- $\|x_i - x_j\|^2$ είναι η τετραγωνική Ευκλείδεια απόσταση μεταξύ των δύο διανυσμάτων.

Η συγκεκριμένη συνάρτηση επιτρέπει την αποτελεσματική μοντελοποίηση πολύπλοκων μη γραμμικών σχέσεων.

4.3. Προτεινόμενη μέθοδος

Η παρούσα εργασία προτείνει μια υβριδική προσέγγιση για την αξιολόγηση της αποδοτικότητας μονάδων λήψης αποφάσεων μεγάλης κλίμακας, η οποία συνδυάζει την περιβάλλουσα ανάλυση δεδομένων με τεχνικές μηχανικής μάθησης. Πιο συγκεκριμένα, χρησιμοποιούνται τεχνητά νευρωνικά δίκτυα και μηχανές διανυσμάτων υποστήριξης για να εκτιμηθούν οι βαθμοί αποδοτικότητας κάθε μονάδας χωρίς την ανάγκη επίλυσης ενός προβλήματος γραμμικού προγραμματισμού για την εύρεση της αποδοτικότητας κάθε μονάδας. Με αυτό τον τρόπο μειώνεται σημαντικά ο απαιτούμενος υπολογιστικός χρόνος και γίνεται σύγκριση των αποτελεσμάτων των δύο μοντέλων μηχανικής μάθησης.

5. Σχεδιασμός πειραμάτων

5.1. Δημιουργία των δεδομένων

Η δημιουργία των δεδομένων σε αυτή τη διατριβή βασίζεται στη δημιουργία συνθετικών συνόλων δεδομένων διαφορετικής διαστατικότητας και διαφορετικών κατανομών αποδοτικότητας με σκοπό την αξιολόγηση της συμπεριφοράς των μοντέλων περιβάλλουσας ανάλυσης και μοντέλων μηχανικής μάθησης.

Η δημιουργία των δεδομένων περιλαμβάνει δείγματα από τρεις διαφορετικές συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας:

- Την κανονική κατανομή (Normal distribution)
- Την ομοιόμορφη κατανομή (Uniform distribution)
- Και την κατανομή Power Law

Συγκριτική αξιολόγηση τεχνητών νευρωνικών δικτύων και μηχανών διανυσμάτων υποστήριξης για την προσέγγιση της αποδοτικότητας της περιβάλλουσας ανάλυσης δεδομένων

Κάθε σύνολο δεδομένων αποτελείται από διανύσματα με $(m+s)$ διαστάσεις όπου:

- m είναι ο αριθμός των εισροών,
- s είναι ο αριθμός των εκροών.

Κάθε διάνυσμα αντιστοιχεί σε μια μονάδα λήψης αποφάσεων η οποία έχει την εξής μορφή:

$$(x_1, x_2, \dots, x_m, y_1, y_2, \dots, y_s) \quad (1)$$

όπου οι πρώτες m διαστάσεις αντιστοιχούν στις εισροές και οι επόμενες s διαστάσεις αντιστοιχούν στις εκροές.

Για την δημιουργία των μονάδων απόφασης, αρχικά καθορίζεται ένας υπερ-ορθογώνιος χώρος δεδομένων μέσα στον οποίο θα παραχθούν τα σημεία των μονάδων. Η διαδικασία αυτή πραγματοποιείται μέσω δύο διανυσμάτων:

- του διανύσματος ελάχιστων τιμών MinVector ,
- και του διανύσματος μέγιστων τιμών MaxVector .

Για κάθε διάσταση του προβλήματος, δηλαδή για κάθε είσοδο ή έξοδο, επιλέγονται δύο τυχαίες τιμές στο διάστημα:

$$[0, \text{MaxValues}(\text{dimension})] \quad (2)$$

όπου η μεταβλητή MaxValues παράγει μια τυχαία ακέραια τιμή μεταξύ 0 και 100, η οποία λειτουργεί ως ανώτερο επιτρεπτό όριο της συγκεκριμένης μεταβλητής. Στη συνέχεια, η μικρότερη από τις δύο τιμές αποθηκεύεται στο διάνυσμα MinVector η οποία λειτουργεί ως κατώτερο όριο, ενώ η μεγαλύτερη αποθηκεύεται στο MaxVector και αποτελεί το άνω όριο. Με τον τρόπο αυτό ορίζεται ένας πολυδιάστατος υπερ-ορθογώνιος χώρος, μέσα στον οποίο δημιουργούνται τυχαία οι μονάδες λήψης αποφάσεων.

Ένα βασικό χαρακτηριστικό της προσέγγισης είναι ότι οι βαθμοί αποδοτικότητας καθορίζονται εκ των προτέρων. Πιο συγκεκριμένα, το διάνυσμα των βαθμών αποδοτικότητας δημιουργείται έτσι ώστε να ακολουθεί τις συγκεκριμένες κατανομές πιθανότητας οι οποίες αναφέρθηκαν πιο πάνω και ανήκει στο διάστημα $(0,1]$. Οι τιμές αυτές διαχωρίζονται σε αποδοτικές ότι το διάνυσμα βρίσκεται πιο πάνω από το όριο που έχει τεθεί και σε μη αποδοτικές όταν οι τιμές βρίσκονται κάτω από το συγκεκριμένο όριο αποδοτικότητας. Η προσέγγιση αυτή επιτρέπει τον πλήρη έλεγχο της κατανομής της αποδοτικότητας στο παραγόμενο σύνολο δεδομένων, γεγονός που δεν ισχύει σε πραγματικά δεδομένα. Με τον τρόπο αυτό καθίσταται δυνατή η συστηματική μελέτη της επίδρασης της κατανομής των βαθμών αποδοτικότητας στην απόδοση των μοντέλων μηχανικής μάθησης.

Η διαδικασία δημιουργίας των αποδοτικών μονάδων πραγματοποιείται μέσω ειδικών συναρτήσεων, οι οποίες βασίζονται στα βασικά μοντέλα της περιβάλλουσας ανάλυσης. Οι συναρτήσεις αυτές έχουν ως στόχο τη δημιουργία ενός αρχικού συνόλου μονάδων που ανήκουν ή προσεγγίζουν το αποδοτικό σύνολο του αντίστοιχου μοντέλου. Πιο συγκεκριμένα, αρχικά δημιουργείται ένα σύνολο υποψήφιων μονάδων οι οποίες είναι ομοιόμορφα κατανομημένες στον προκαθορισμένο χώρο δεδομένων. Στη συνέχεια, εφαρμόζονται τα αντίστοιχα μοντέλα περιβάλλουσας ανάλυσης προκειμένου να υπολογιστεί η αποδοτικότητά τους.

Οι μονάδες που παρουσιάζουν βαθμό αποδοτικότητας μεγαλύτερο από το καθορισμένο όριο θεωρούνται αποδοτικές και αποτελούν το αρχικό σύνολο του αποδοτικού μετώπου. Οι υπόλοιπες μονάδες χαρακτηρίζονται ως μη αποδοτικές. Για τη δημιουργία ενός πλήρους και συνεπούς αποδοτικού συνόρου, οι μη αποδοτικές μονάδες προβάλλονται επάνω στο σύνολο, ώστε να δημιουργηθούν νέες μονάδες που ανήκουν ακριβώς σε αυτό. Με τον τρόπο αυτό εξασφαλίζεται ότι το τελικό σύνολο αποδοτικών μονάδων περιγράφει με ακρίβεια το αποδοτικό σύνολο του προβλήματος.

Οι αποδοτικές μονάδες που προκύπτουν χρησιμοποιούνται ως πρότυπα αναφοράς, αλλά και ως βάση για τη δημιουργία των μη αποδοτικών μονάδων με προκαθορισμένους βαθμούς αποδοτικότητας. Συγκεκριμένα, οι μη αποδοτικές μονάδες προκύπτουν από κατάλληλο μετασχηματισμό των αποδοτικών μονάδων, έτσι ώστε να αποκτούν τις επιθυμητές τιμές αποδοτικότητας. Με αυτόν τον τρόπο δημιουργείται ένα σύνολο δεδομένων στο οποίο η αποδοτικότητα κάθε μονάδας είναι γνωστή εκ των προτέρων.

Τέλος, ένα από τα βασικά χαρακτηριστικά της παρούσας εργασίας είναι η ομαδοποίηση των μονάδων σε διαστήματα αποδοτικότητας. Οι βαθμοί αποδοτικότητας διαχωρίζονται σε συγκεκριμένα διαστήματα (bins), επιτρέποντας την πιο λεπτομερή ανάλυση της συμπεριφοράς

των μοντέλων. Η διαδικασία αυτή δεν εφαρμόζεται στις περισσότερες προηγούμενες μελέτες και παρέχει τη δυνατότητα αξιολόγησης της απόδοσης των μοντέλων μηχανικής μάθησης σε διαφορετικά επίπεδα αποδοτικότητας.

Για τη σωστή αξιολόγηση των μοντέλων μηχανικής μάθησης, κάθε σύνολο δεδομένων χωρίζεται σε σύνολα εκπαίδευσης και σύνολα εξέτασης. Ο διαχωρισμός αυτός πραγματοποιείται τυχαία, με στόχο τη δημιουργία αντιπροσωπευτικών υποσυνόλων που περιλαμβάνουν τόσο αποδοτικές όσο και μη αποδοτικές μονάδες.

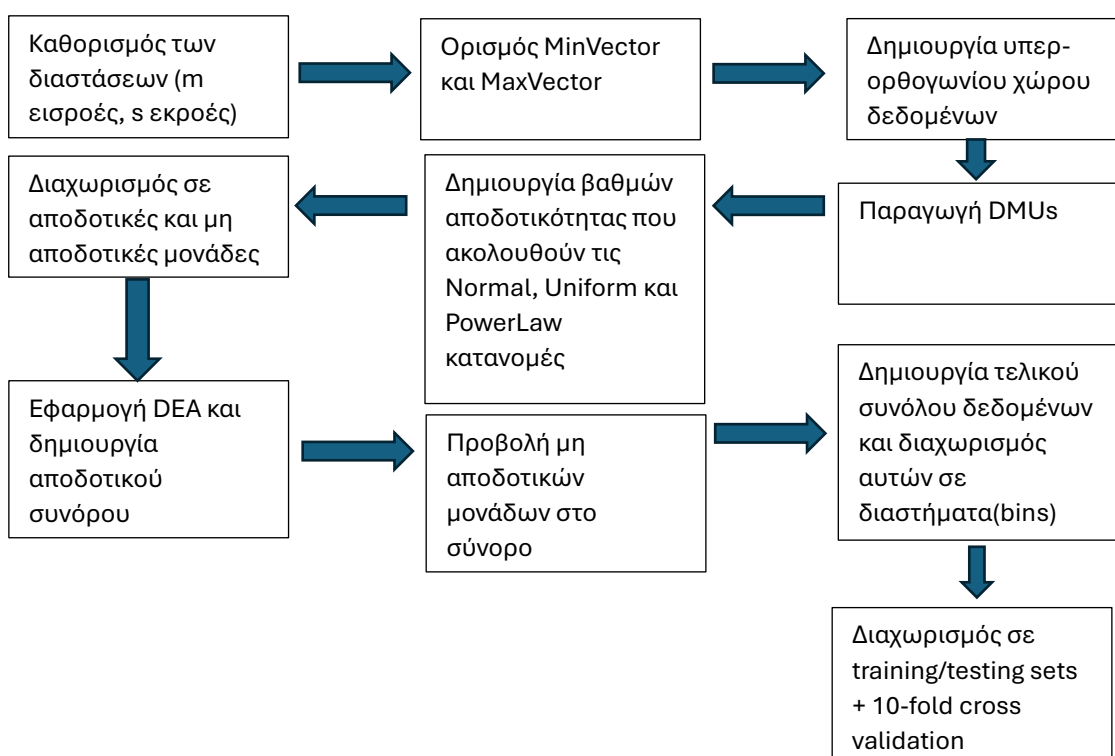
Πιο συγκεκριμένα, το αρχικό σύνολο δεδομένων διαχωρίζεται σε δύο μέρη:

- το σύνολο εκπαίδευσης, το οποίο χρησιμοποιείται για την εκπαίδευση των μοντέλων,
- και το σύνολο εξέτασης, το οποίο χρησιμοποιείται για την αξιολόγηση της απόδοσής τους.

Κάθε σύνολο εκπαίδευσης αποτελείται από ένα ποσοστό $p\%$ των αποδοτικών μονάδων καθώς και το αντίστοιχο ποσοστό $p\%$ των μη αποδοτικών μονάδων. Αντίστοιχα, το σύνολο εξέτασης αποτελείται από το υπόλοιπο $(100 - p)\%$ των αποδοτικών και μη αποδοτικών μονάδων. Με τον τρόπο αυτό διατηρείται η αναλογία μεταξύ των δύο κατηγοριών μονάδων και εξασφαλίζεται ότι τα μοντέλα εκπαιδεύονται και αξιολογούνται σε δεδομένα με παρόμοια χαρακτηριστικά.

Επιπλέον, για τη βελτίωση της αξιοπιστίας των αποτελεσμάτων και την αποφυγή μεροληψίας που μπορεί να προκύψει από έναν μόνο διαχωρισμό των δεδομένων, εφαρμόζεται η μέθοδος της δεκαπλής διασταυρούμενης επικύρωσης. Στη διαδικασία αυτή, το σύνολο δεδομένων χωρίζεται σε δέκα ισομερή υποσύνολα, όπου κάθε υποσύνολο χρησιμοποιείται διαδοχικά ως σύνολο εξέτασης, ενώ τα υπόλοιπα εννέα χρησιμοποιούνται για εκπαίδευση. Με αυτόν τον τρόπο κάθε μονάδα χρησιμοποιείται τόσο για εκπαίδευση όσο και για αξιολόγηση, επιτρέποντας μια πιο αξιόπιστη και γενικεύσιμη εκτίμηση της απόδοσης των μοντέλων.

Πιο κάτω παρατίθεται το διάγραμμα 1 το οποίο συνοψίζει τα βασικά στάδια της μεθοδολογίας της δημιουργίας των δεδομένων. Πιο συγκεκριμένα:



Διάγραμμα 1.1: Μεθοδολογία της παραγωγής των δεδομένων

5.2. Αρχιτεκτονική του SVM και του ANN και αλγόριθμοι εκπαίδευσης

5.2.1. Αρχιτεκτονική του ANN.

Χρησιμοποιούμε ένα feed forward νευρωνικό δίκτυο το οποίο απαρτίζεται από το στρώμα εισόδου και ενδιάμεσα στρώματα των οποίων ο αριθμός βρίσκεται στο διάστημα [1,3] και εξαρτάται από τα πειράματα και πιο συγκεκριμένα από τον αριθμό των DMUs και τον αριθμό των εισροών και εκροών. Τέλος, το νευρωνικό δίκτυο αποτελείται από το στρώμα εξόδου. Πιο συγκεκριμένα, το πρώτο στρώμα του νευρωνικού δικτύου τροφοδοτείται με ένα διάνυσμα που έχει $m+s$ διαστάσεις, όπου m είναι ο αριθμός των εισροών και s είναι ο αριθμός των εκροών κάθε συνόλου που απαρτίζεται από DMUs. Τα ενδιάμεσα στρώματα, αποτελούνται από διάφορους αριθμούς νευρώνων οι οποίοι σχετίζονται με την διάσταση των κάθε συνόλων DMUs. Ο κύριος στόχος ήταν να παράγουμε ένα μη γραμμικό σχεδιασμό των εισροών και εκροών κάθε DMU σε ένα χώρο μικρότερων διαστάσεων όπου η εκμάθηση του τρόπου με τον οποίο λειτουργεί η DEA επιτυγχάνεται πιο αποδοτικά. Έτσι, έχει αποφασιστεί ότι τα ενδιάμεσα στάδια του νευρωνικού δικτύου θα απαρτίζονται από τους μισούς νευρώνες που είχε το στάδιο εισόδου ή και το ένα τέταρτο των νευρώνων που είχε το αρχικό στάδιο. Ωστόσο, ο παραπάνω στόχος αν και επιτυγχάνεται στα περισσότερα πειράματα, υπάρχουν περιπτώσεις όπου τα ενδιάμεσα στάδια επιστρέφουν καλύτερα αποτελέσματα με αριθμό νευρώνων που είναι διπλάσιος από τον αριθμό των νευρώνων του αρχικού σταδίου. Η επιλογή του αριθμού των ενδιάμεσων νευρώνων έγινε πειραματικά με βάση τα αποτελέσματα του νευρωνικού. Στόχος ήταν η ελαχιστοποίηση του σφάλματος στο σύνολο εκπαίδευσης. Το τρίτο στάδιο του νευρωνικού δικτύου αποτελείται από ένα νευρώνα ο οποίος παράγει την αποδοτικότητα των συνόλων των DMUs. Κάθε νευρώνας του κάθε στρώματος του νευρωνικού δικτύου αποτελείται από διανύσματα βάρους. Πιο συγκεκριμένα, τα συνοπτικά βάρη ποσοτικοποιούν την σύνδεση μεταξύ ενός νευρώνα q στο p -οστό στρώμα με κάθε q' -οστό νευρώνα του $(p-1)$ -ου επιπέδου. Η συνάρτηση ενεργοποίησης που χρησιμοποιείται σε αυτή την εργασία είναι η υπερβολική εφαστομενική συνάρτηση σιγμοειδούς μεταφοράς που ορίζεται ως εξής:

$$f(x) = \frac{2}{1+e^{-2x}} - 1 \quad (1)$$

Η επιλογή αυτής της συνάρτησης έγινε διότι είναι συμμετρική γύρω από το 0, γεγονός που βοηθάει στην σταθερότερη σύγκλιση κατά την εκπαίδευση. Για την εκπαίδευση του νευρωνικού δικτύου χρησιμοποιήθηκαν 2 συναρτήσεις. Πρώτον, η Bayesian regularization backpropagation η οποία ενημερώνει τις τιμές των βαρών και των όρων μεροληψίας σύμφωνα με την μέθοδο βελτιστοποίησης Levenberg-Marquardt. Η διαδικασία αυτή ελαχιστοποιεί έναν συνδυασμό του τετραγωνικού σφάλματος των βαρών και των όρων μεροληψίας και στην συνέχεια καθορίζει τον κατάλληλο συνδυασμό αυτών των παραμέτρων, έτσι ώστε να παραχθεί ένα νευρωνικό δίκτυο το οποίο να αποδίδει καλά αποτελέσματα και σε δεδομένα εκτός εκπαίδευσης. Επίσης, χρησιμοποιείται η Lavenberg-Marquardt backpropagation η οποία ενημερώνει τα βάρη και τους όρους μεροληψίας σύμφωνα με την μέθοδο Lavenberg-Marquardt.

5.2.2. Αρχιτεκτονική του SVM.

Επίσης, η αρχιτεκτονική του SVM είναι η ακόλουθη [15]. Έστω έχουμε ένα σύνολο δεδομένων $x_i \in \mathbb{R}^n$ το οποίο θα το χρησιμοποιήσουμε για λόγους εκπαίδευσης με το επιθυμητό αποτέλεσμα $y_i \in R$. Επίσης, ας θεωρήσουμε ότι υπάρχει ένα ξεχωριστό υπερεπίπεδο με εξισώσεις

$w^T x_i + b = 0$, όπου το $w \in R^n$ αντιπροσωπεύει το διάνυσμα βαρών και το $b \in R$ είναι ο αντίστοιχος όρος μεροληψίας. Η μέθοδος SVM regression επιλύει ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης το οποίο αποσκοπεί στον προσδιορισμό μιας πιο επίπεδης συνάρτησης που προσεγγίζει τα δεδομένα εκπαίδευσης εντός μιας προκαθορισμένης ανοχής ε . Η αρχική μορφή του προβλήματος διατυπώνεται ως εξής:

$$\text{Min}_{w,b} \frac{1}{2} w^T w + C n \varepsilon + C \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \{\xi_i + \xi_i^*\} \quad (2)$$

Υπό τους περιορισμούς:

$$y_i - w^T \varphi(x_i) + b \leq \varepsilon + \xi_i \quad (3)$$

Συγκριτική αξιολόγηση τεχνητών νευρωνικών δικτύων και μηχανών διανυσμάτων υποστήριξης για την προσέγγιση της αποδοτικότητας της περιβάλλουσας ανάλυσης δεδομένων

$$(w^t \varphi(x_i) + b) - y_i \leq \varepsilon + \xi_i^* \quad (4)$$

$$\xi_i, \xi_i^* \geq 0, \varepsilon > 0, i = 1, 2, \dots, k \quad (5)$$

Όπου $C > 0, v \geq 0$, $\varphi(x_i)$ παρουσιάζει το x_j σε ένα μεγαλύτερων διαστάσεων χώρο, w είναι το διάνυσμα βαρών και (x_i, x_j) είναι το σύνολο δεδομένων που αντιστοιχεί στο σύνολο της εκπαίδευσης.

Η εισαγωγή των πολλαπλασιαστών Lagrange a_i και a_i^* οδηγεί στην δυική μορφή του προβλήματος:

$$\max_{a_i, a_i^*} -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N (a_i - a_i^*)(a_j - a_j^*) K(x_i, x_j) - \varepsilon \sum_{i=1}^N (a_i + a_i^*) + \sum_{i=1}^N y_i (a_i - a_i^*) \quad (6)$$

υπό τους περιορισμούς:

$$\sum_{i=1}^N (a_i - a_i^*) = 0, 0 \leq a_i, a_i^* \leq C \quad (7)$$

Έτσι, η συνάρτηση πρόβλεψης είναι η ακόλουθη:

$$f(x) = \sum_{i=1}^N (a_i - a_i^*) K(x_i, x_j) + b \quad (8)$$

όπου $K(x_i, x_j) = \langle \varphi(x_i), \varphi(x_j) \rangle$ είναι η συνάρτηση πυρήνα, η οποία ικανοποιεί την συνθήκη του Mercer. Για τους σκοπούς της συγκεκριμένης πτυχιακής χρησιμοποιείται ο πυρήνας RBF, ο οποίος ορίζεται ως:

$$K(x_i, x_j) = e^{-\gamma(x_i - x_j)^2} \quad (9)$$

όπου γ είναι μια σημαντική η οποία καθορίζει την εμβέλεια επιρροής κάθε support vector. Πιο συγκεκριμένα, όταν το γ είναι μικρό τότε είναι πιο ομαλή η συνάρτηση ενώ όταν το γ είναι πιο μεγάλο η συνάρτηση είναι πιο περίπλοκη.

6. Αξιολόγηση των αποτελεσμάτων

Η επεξήγηση των αποτελεσμάτων γίνεται με την διεξαγωγή πειραμάτων διαφορετικών μεγεθών. Συγκεκριμένα, αλλάζουμε τον αριθμό των εισροών, εκροών και τον αριθμό των μονάδων. Κάθε πείραμα αποτελείται από σαράντα οχτώ διαφορετικά σύνολα δεδομένων τα οποία προήλθαν από την Normal, Uniform και Power Law κατανομές. Σε κάθε πείραμα γίνεται εκτέλεση σαράντα οχτώ πειραμάτων όσος και ο αριθμός των συνόλων δεδομένων. Το ποσοστό των μονάδων που χρησιμοποιούνται για την εκπαίδευση του Τεχνητού Νευρωνικού Δικτύου και του SVM είναι 90% και το ποσοστό που χρησιμοποιείται για την επαλήθευση των παραπάνω μοντέλων είναι το 10%. Επίσης, μέσω του χωρισμού των δεδομένων, δημιουργούμε 10 επαναλήψεις οι οποίες θα συμβάλλουν στην εκτίμηση της σταθερότητας του μοντέλου. Σε κάθε επανάληψη το ANN και το SVM εκπαιδεύτηκε στο σύνολο εκπαίδευσης και αξιολογήθηκε στο σύνολο επαλήθευσης. Για την αξιολόγηση αυτή χρησιμοποιήθηκαν το μέσο απόλυτο σφάλμα (MAE) και το μέτρο προσδιορισμού (R^2) τα οποία ορίζονται ως εξής:

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |y_i - y_i^*| \quad (1)$$

Όπου:

- y_i είναι οι πραγματικές τιμές
- y_i^* είναι οι προβλεπόμενες τιμές από το μοντέλο
- n είναι ο αριθμός των δειγμάτων

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - y_i^*)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} \quad (2)$$

Όπου $\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i$ είναι ο μέσος όρος των πραγματικών τιμών.

Παρουσίαση των αποτελεσμάτων

Συγκριτική αξιολόγηση τεχνητών νευρωνικών δικτύων και μηχανών διανυσμάτων υποστήριξης για την προσέγγιση της αποδοτικότητας της περιβάλλουσας ανάλυσης δεδομένων

Θα παρουσιαστούν τα αποτελέσματα των μοντέλων μηχανικής μάθησης ως εξής:

1. Τα αποτελέσματα θα παρουσιαστούν ξεχωριστά για κάθε μοντέλο περιβάλλουσας ανάλυσης δεδομένων, δηλαδή για:
 - a. Μοντέλο με μεταβλητές αποδόσεις κλίμακας και προσανατολισμό προς τις εκροές.
 - b. Μοντέλο με μεταβλητές αποδόσεις κλίμακας και προσανατολισμό προς τις εισροές.
 - c. Μοντέλο με σταθερές αποδόσεις κλίμακας και προσανατολισμό προς τις εισροές.
2. Η ανάλυση πραγματοποιείται για κάθε μια από τις παρακάτω κατανομές:
 - a. PowerLaw κατανομή
 - b. Uniform κατανομή,
 - c. Normal κατανομή
3. Καθώς και για τα δεδομένα που αφορούν τράπεζες.

Έτσι έχουμε τα εξής:

6.1. Αποτελέσματα ανάλυσης DEA με Μεταβλητές Αποδόσεις Κλίμακας (VRS) – Προσανατολισμός στις Εκροές.

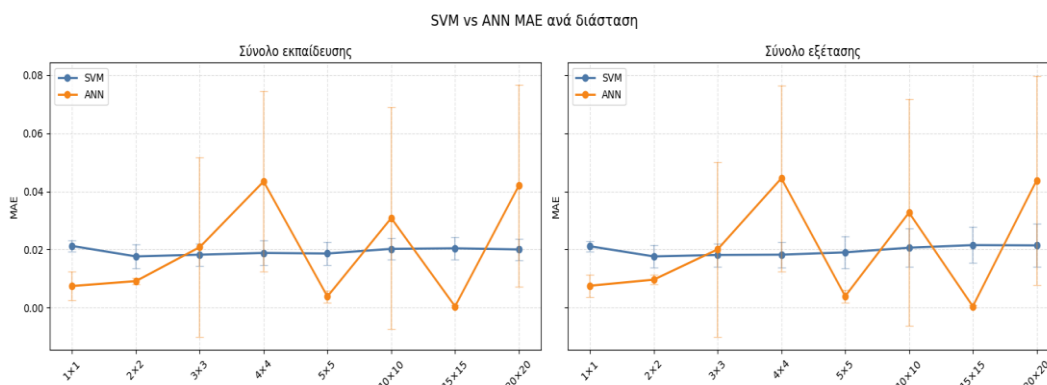
6.1.1. PowerLaw κατανομή

Παρακάτω παρουσιάζονται συγκεντρωτικοί πίνακες για 2000, 5000, 10.000, 20.000, 50.000 δεδομένα με 1,2,3,4,5,10,15,20 εισροές και εκροές αντίστοιχα, για δεδομένα των οποίων οι βαθμοί αποδοτικότητας ακολουθούν την PowerLaw κατανομή. Αυτή η παρουσίαση θα μας βοηθήσει να κατανοήσουμε πώς λειτουργούν τα μοντέλα για διάφορα δεδομένα και για διάφορες εισροές και εκροές έτσι ώστε να μπορούμε να μελετήσουμε τάσεις και μοτίβα.

Πίνακας 1: MAE των μοντέλων SVM και ANN ανά διάσταση για σύνολα δεδομένα των οποίων οι βαθμοί αποδοτικότητας ακολουθούν την PowerLaw κατανομή.

Σύνολα εκπαίδευσης					Σύνολα εξέτασης			
Διάστασ η	SVM MAE	SVM std	ANN MAE	ANN std	SVM MAE	SVM std	ANN MAE	ANN std
1×1	0.0212	0.0018	0.0074	0.0049	0.0211	0.0017	0.0075	0.0038
2×2	0.0176	0.0042	0.0091	0.0010	0.0176	0.0038	0.0096	0.0016
3×3	0.0182	0.0039	0.0208	0.0309	0.0181	0.0040	0.0200	0.0300
4×4	0.0188	0.0042	0.0434	0.0310	0.0182	0.0044	0.0445	0.0320
5×5	0.0186	0.0040	0.0038	0.0021	0.0190	0.0054	0.0039	0.0022
10×10	0.0202	0.0038	0.0308	0.0383	0.0206	0.0065	0.0327	0.0390
15×15	0.0204	0.0038	0.0004	0.0005	0.0215	0.0062	0.0004	0.0005
20×20	0.0200	0.0037	0.0420	0.0348	0.0214	0.0074	0.0438	0.0360

Σχέδιο 1: MAE των μοντέλων SVM και ANN ανά διάσταση για σύνολα δεδομένων των οποίων οι βαθμοί αποδοτικότητας ακολουθούν την PowerLaw κατανομή.



Πίνακας 2: MAE των μοντέλων SVM και ANN ανά πλήθος δεδομένων των οποίων οι βαθμοί αποδοτικότητας ακολουθούν την PowerLaw κατανομή.

Σύνολα εκπαίδευσης					Σύνολα εξέτασης			
Δεδομένα	SVM MAE	SVM std	ANN MAE	ANN std	SVM MAE	SVM std	ANN MAE	ANN std
2.000	0.0247	0.0014	0.0304	0.0327	0.0299	0.0040	0.0298	0.0330
5.000	0.0218	0.0014	0.0330	0.0312	0.0216	0.0012	0.0215	0.0300
10.000	0.0189	0.0013	0.0341	0.0310	0.0186	0.0013	0.0211	0.0310
20.000	0.0168	0.0019	0.0399	0.0335	0.0164	0.0017	0.0217	0.0330
50.000	0.0151	0.0018	0.0050	0.0039	0.0152	0.0020	0.0056	0.0045

Πίνακας 3: Μέτρα προσδιορισμού των μοντέλων SVM και ANN ανά διάσταση για σύνολα δεδομένων των οποίων οι βαθμοί αποδοτικότητας ακολουθούν την PowerLaw κατανομή.

Σύνολα εκπαίδευσης					Σύνολα εξέτασης			
Διάσταση	SVM R ²	SVM Std	ANN R ²	ANN Std	SVM R ²	SVM Std	ANN R ²	ANN Std
1×1	0.9924	0.0007	0.9954	0.0070	0.9924	0.0009	0.9941	0.0052
2×2	0.9940	0.0018	0.9948	0.0005	0.9950	0.0019	0.9954	0.0005
3×3	0.9948	0.0020	0.9963	0.0030	0.9950	0.0024	0.9965	0.0031
4×4	0.9948	0.0023	0.9970	0.0026	0.9928	0.0066	0.9970	0.0027
5×5	0.9941	0.0028	0.9992	0.0004	0.9907	0.0080	0.9991	0.0005
10×10	0.9938	0.0035	0.9995	0.0005	0.9900	0.0105	0.9995	0.0005
15×15	0.9935	0.0036	1.0000	0.0001	0.9894	0.0110	1.0000	0.0001
20×20	0.9933	0.0038	1.0000	0.0000	0.9890	0.0118	1.0000	0.0000

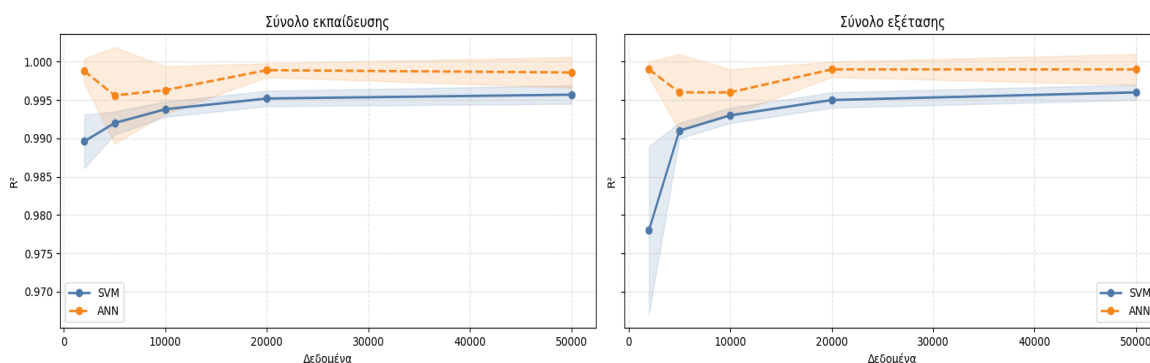
Πίνακας 4: Μέτρα προσδιορισμού των μοντέλων SVM και ANN ανά πλήθος δεδομένων των οποίων οι βαθμοί αποδοτικότητας ακολουθούν την PowerLaw κατανομή.

Σύνολα εκπαίδευσης					Σύνολα εξέτασης			
Δεδομένα	SVM R ²	SVM Std	ANN R ²	ANN Std	SVM R ²	SVM Std	ANN R ²	ANN Std
2.000	0.9896	0.0035	0.9988	0.0016	0.978	0.011	0.999	0.001
5.000	0.9920	0.0015	0.9956	0.0063	0.991	0.001	0.996	0.005
10.000	0.9938	0.0010	0.9963	0.0031	0.993	0.001	0.996	0.003
20.000	0.9952	0.0010	0.9989	0.0009	0.995	0.001	0.999	0.001
50.000	0.9957	0.0012	0.9986	0.0020	0.996	0.001	0.999	0.002

Συγκριτική αξιολόγηση τεχνητών νευρωνικών δικτύων και μηχανών διανυσμάτων υποστήριξης για την προσέγγιση της αποδοτικότητας της περιβάλλουσας ανάλυσης δεδομένων

Σχέδιο 2: Μέτρα προσδιορισμού των μοντέλων SVM και ANN ανά πλήθος δεδομένων των οποίων οι βαθμοί αποδοτικότητας ακολουθούν την PowerLaw κατανομή.

SVM vs ANN R^2 ανά μέγεθος dataset



Συμπεράσματα για τα αποτελέσματα των δύο μοντέλων μηχανικής μάθησης:

- Τα αποτελέσματα δείχνουν ότι τόσο οι Μηχανές Διανυσμάτων Υποστήριξης (SVM) όσο και τα Τεχνητά Νευρωνικά Δίκτυα (ANN) μπορούν να προσεγγίσουν με υψηλή ακρίβεια τους βαθμούς αποδοτικότητας που παράγονται από τα μοντέλα DEA.
- Και τα δύο μοντέλα πέτυχαν υψηλές τιμές του μέτρου προσδιορισμού R^2 , γεγονός που υποδηλώνει πολύ καλή προσέγγιση των αποδοτικότητας της DEA τόσο στα σύνολα εκπαίδευσης όσο και στα σύνολα εξέτασης.
- Το μοντέλο SVM παρουσίασε μικρές τυπικές αποκλίσεις και σχετικά σταθερές τιμές MAE για όλες τις διαστάσεις και για όλα τα μεγέθη δεδομένων, γεγονός που υποδηλώνει υψηλή σταθερότητα και ικανότητα προσέγγισης του ντετερμινιστικού της DEA-VRS.
- Επιπλέον, παρατηρήθηκε ότι η αύξηση του πλήθους των δεδομένων συνοδεύεται από σταδιακή μείωση του MAE και βελτίωση των τιμών R^2 για το μοντέλο SVM.
- Το ANN παρουσίασε σε αρκετές περιπτώσεις υψηλότερες τιμές R^2 και χαμηλότερα σφάλματα πρόβλεψης από το SVM.
- Ωστόσο, οι σημαντικά μεγαλύτερες τυπικές αποκλίσεις του ANN δείχνουν ότι η συμπεριφορά του επηρεάζεται περισσότερο από τη διαστατικότητα του προβλήματος και από τις συνθήκες εκπαίδευσης του δικτύου.
- Επίσης, παρατηρείται ότι για το μοντέλο του ANN ενώ σε μεγαλύτερες διαστάσεις αυξάνεται το MAE, το μέτρο προσδιορισμού παραμένει σταθερό.
- Ακόμη, και για το μοντέλο του SVM, όσο αυξάνονται οι διαστάσεις, παρατηρείται ότι το MAE μεγαλώνει και το R^2 μειώνεται.
- Συνολικά, τα αποτελέσματα υποδεικνύουν ότι το SVM αποτελεί τη σταθερότερη μέθοδο για την προσέγγιση των αποδοτικότητας της DEA σε δεδομένα PowerLaw, ενώ το ANN μπορεί σε ορισμένες περιπτώσεις να επιτύχει υψηλότερη ακρίβεια, παρουσιάζοντας όμως μεγαλύτερη μεταβλητότητα των αποτελεσμάτων.

6.1.2. Uniform κατανομή

Στην συνέχεια παρουσιάζουμε τα αποτελέσματα των μοντέλων μηχανικής μάθησης για σύνολα δεδομένων των οποίων οι βαθμοί αποδοτικότητας ακολουθούν την Uniform κατανομή. Πιο συγκεκριμένα:

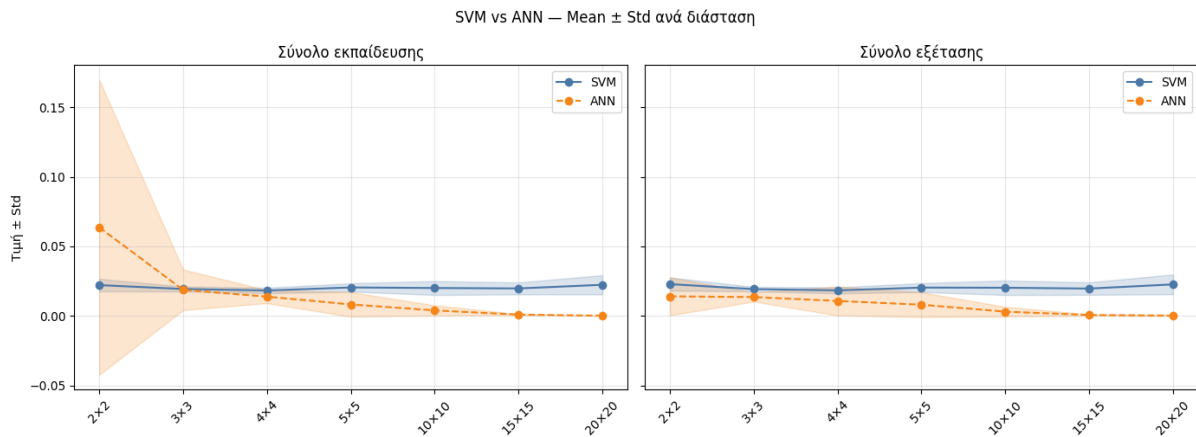
Πίνακας 1: MAE $\pm$ Std ανά διάσταση των μοντέλων SVM και ANN για σύνολα δεδομένων των οποίων οι βαθμοί αποδοτικότητας ακολουθούν την Uniform κατανομή

Διάσταση	SVM Εκπαίδευσης $\pm$ Std	SVM Συνόλου εξέτασης $\pm$ Std	ANN Εκπαίδευσης $\pm$ Std	ANN Συνόλου Εξέτασης $\pm$ Std
2×2	0.0222 $\pm$ 0.0045	0.0229 $\pm$ 0.0048	0.0637 $\pm$ 0.1060	0.0141 $\pm$ 0.0136
3×3	0.0194 $\pm$ 0.0018	0.0193 $\pm$ 0.0016	0.0188 $\pm$ 0.0146	0.0136 $\pm$ 0.0032

Συγκριτική αξιολόγηση τεχνητών νευρωνικών δικτύων και μηχανών διανυσμάτων υποστήριξης για την προσέγγιση της αποδοτικότητας της περιβάλλουσας ανάλυσης δεδομένων

4×4	0.0183 ± 0.0020	0.0184 ± 0.0022	0.0139 ± 0.0047	0.0108 ± 0.0104
5×5	0.0205 ± 0.0030	0.0204 ± 0.0032	0.0083 ± 0.0088	0.0081 ± 0.0089
10×10	0.0201 ± 0.0050	0.0203 ± 0.0052	0.0040 ± 0.0037	0.0031 ± 0.0035
15×15	0.0198 ± 0.0043	0.0197 ± 0.0045	0.0010 ± 0.0004	0.0007 ± 0.0005
20×20	0.0224 ± 0.0069	0.0227 ± 0.0071	0.0002 ± 0.0001	0.0003 ± 0.0004

Σχέδιο 1: Πίνακας 2.1: MAE ± Std ανά διάσταση των μοντέλων SVM και ANN για σύνολα δεδομένων των οποίων οι βαθμοί αποδοτικότητας ακολουθούν την Uniform κατανομή



Πίνακας 2: MAE ± Std ανά πλήθος των μοντέλων SVM και ANN για σύνολα δεδομένων των οποίων οι βαθμοί αποδοτικότητας ακολουθούν την Uniform κατανομή.

Δεδομένα	SVM Συνόλου Εκπαίδευσης	SVM Συνόλου Εξέτασης	ANN Συνόλου Εκπαίδευσης	ANN Συνόλου Εξέτασης
2.000	0.0250 ± 0.0044	0.0257 ± 0.0047	0.0037 ± 0.0066	0.0048 ± 0.0069
5.000	0.0217 ± 0.0017	0.0223 ± 0.0019	0.0064 ± 0.0068	0.0082 ± 0.0074
10.000	0.0204 ± 0.0039	0.0202 ± 0.0041	0.0072 ± 0.0056	0.0060 ± 0.0052
20.000	0.0184 ± 0.0011	0.0186 ± 0.0012	0.0108 ± 0.0135	0.0118 ± 0.0138
50.000	0.0168 ± 0.0010	0.0166 ± 0.0011	0.0406 ± 0.0920	0.0076 ± 0.0044

Πίνακας 3: Μέτρα προσδιορισμού ± Std ανά διάσταση των μοντέλων μηχανικής μάθησης για σύνολα δεδομένων των οποίων οι βαθμοί αποδοτικότητας ακολουθούν την Uniform κατανομή.

Διάσταση	SVM Εκπαίδευση	SVM Εξέταση	ANN Εκπαίδευση	ANN Εξέταση
2×2	0.9927 ± 0.0023	0.9925 ± 0.0028	0.9927 ± 0.0138	0.9921 ± 0.0150
3×3	0.9936 ± 0.0010	0.9934 ± 0.0011	0.9959 ± 0.0020	0.9953 ± 0.0022
4×4	0.9945 ± 0.0017	0.9946 ± 0.0013	0.9949 ± 0.0057	0.9945 ± 0.0061
5×5	0.9940 ± 0.0017	0.9938 ± 0.0016	0.9969 ± 0.0050	0.9967 ± 0.0056
10×10	0.9936 ± 0.0034	0.9935 ± 0.0039	0.9994 ± 0.0006	0.9994 ± 0.0006
15×15	0.9943 ± 0.0023	0.9941 ± 0.0024	1.0000 ± 0.0000	1.0000 ± 0.0000
20×20	0.9938 ± 0.0040	0.9937 ± 0.0042	1.0000 ± 0.0000	1.0000 ± 0.0000

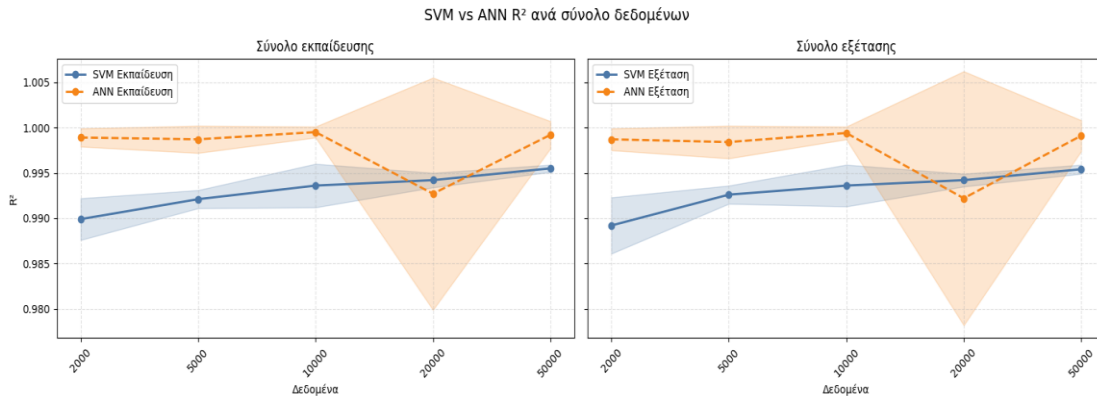
Πίνακας 4: Μέτρα προσδιορισμού ± Std ανά πλήθος δεδομένων των μοντέλων μηχανικής μάθησης για σύνολα δεδομένων των οποίων οι βαθμοί αποδοτικότητας ακολουθούν την Uniform κατανομή.

Δεδομένα	SVM Εκπαίδευση	SVM Εξέταση	ANN Εκπαίδευση	ANN Εξέταση
2.000	0.9899 ± 0.0023	0.9892 ± 0.0031	0.9989 ± 0.0010	0.9987 ± 0.0012
5.000	0.9921 ± 0.0010	0.9926 ± 0.0010	0.9987 ± 0.0015	0.9984 ± 0.0018

Συγκριτική αξιολόγηση τεχνητών νευρωνικών δικτύων και μηχανών διανυσμάτων υποστήριξης για την προσέγγιση της αποδοτικότητας της περιβάλλουσας ανάλυσης δεδομένων

10.000	0.9936 ± 0.0024	0.9936 ± 0.0023	0.9995 ± 0.0006	0.9994 ± 0.0007
20.000	0.9942 ± 0.0008	0.9942 ± 0.0007	0.9927 ± 0.0128	0.9922 ± 0.0140
50.000	0.9955 ± 0.0004	0.9954 ± 0.0005	0.9992 ± 0.0015	0.9991 ± 0.0017

Σχέδιο 2: Μέτρα προσδιορισμού $\pm$ Std ανά πλήθος δεδομένων των μοντέλων μηχανικής μάθησης για σύνολα δεδομένων των οποίων οι βαθμοί αποδοτικότητας ακολουθούν την Uniform κατανομή.



Συμπεράσματα:

- Τόσο το μοντέλο του SVM όσο και το μοντέλο του ANN φαίνεται να προσεγγίζουν με καλό ποσοστό του βαθμούς αποδοτικότητας της περιβάλλουσας ανάλυσης.
- Όπως και για δεδομένα των οποίων οι βαθμοί αποδοτικότητας ακολουθούν την PowerLaw κατανομή, έτσι και στην περίπτωση της Uniform κατανομής, το μοντέλο του SVM παρουσιάζει πιο σταθερή συμπεριφορά τόσο ως προς την διαστατικότητα όσο και ως προς το πλήθος των δεδομένων, αν και παρατηρείται μια μικρή αύξηση του MAE με την αύξηση της διάστασης.
- Παρατηρείται ότι για το μοντέλο του SVM η αύξηση του πλήθους των δεδομένων επιφέρει μείωση του MAE και αύξηση του R².
- Αν και το μοντέλο του ANN επιτυγχάνει σε κάποιες διαστάσεις μικρότερο σφάλμα και μεγαλύτερο μέτρο προσδιορισμού, παρουσιάζει μεγαλύτερη μεταβλητότητα. Επίσης, το γεγονός ότι σε μεγαλύτερες διαστάσεις το R² είναι ίσο με 1 υποδηλώνει υψηλή προσαρμογή στα δεδομένα. Ακόμη, σε αυτές τις περιπτώσεις δεν παρατηρείται ταυτόχρονη μείωση του MAE, ούτε μικρή μεταβλητότητα στις τυπικές αποκλίσεις.
- Συνολικά το μοντέλο του SVM εμφανίζει μεγαλύτερη σταθερότητα και αξιοπιστία.

6.1.3. Normal κατανομή

Τέλος παρουσιάζουμε τα αποτελέσματα των μοντέλων μηχανικής μάθησης για δεδομένα των οποίων οι βαθμοί αποδοτικότητας ακολουθούν την Normal κατανομή. Πιο συγκεκριμένα:

Πίνακας 1: MAE $\pm$ Std των μοντέλων μηχανικής μάθησης ανά διάσταση για σύνολα δεδομένων των οποίων οι βαθμοί αποδοτικότητας ακολουθούν την Normal κατανομή.

Διάσταση	SVM Εκπαίδευση	SVM Εξέταση	ANN Εκπαίδευση	ANN Εξέταση
1×1	0.0119 ± 0.0063	0.0118 ± 0.0066	0.0009 ± 0.0019	0.0009 ± 0.0019
2×2	0.0149 ± 0.0021	0.0154 ± 0.0057	0.0000 ± 0.0000	0.0000 ± 0.0000
3×3	0.0151 ± 0.0019	0.0168 ± 0.0032	0.0002 ± 0.0005	0.0002 ± 0.0005
4×4	0.0154 ± 0.0016	0.0177 ± 0.0029	0.0000 ± 0.0000	0.0000 ± 0.0000
5×5	0.0158 ± 0.0013	0.0184 ± 0.0026	0.0000 ± 0.0000	0.0000 ± 0.0000
10×10	0.0159 ± 0.0011	0.0192 ± 0.0027	0.0000 ± 0.0000	0.0000 ± 0.0000
15×15	0.0161 ± 0.0013	0.0199 ± 0.0035	0.0000 ± 0.0000	0.0000 ± 0.0000
20×20	0.0165 ± 0.0017	0.0218 ± 0.0051	0.0000 ± 0.0001	0.0000 ± 0.0001

Συγκριτική αξιολόγηση τεχνητών νευρωνικών δικτύων και μηχανών διανυσμάτων υποστήριξης για την προσέγγιση της αποδοτικότητας της περιβάλλουσας ανάλυσης δεδομένων

Πίνακας 2: MAE $\pm$ Std των μοντέλων μηχανικής μάθησης ανά πλήθος δεδομένων για σύνολα δεδομένων των οποίων οι βαθμοί αποδοτικότητας ακολουθούν την Normal κατανομή.

Δεδομένα	SVM Εκπαίδευση	SVM Εξέταση	ANN Εκπαίδευση	ANN Εξέταση
2.000	0.0176 $\pm$ 0.0064	0.0315 $\pm$ 0.0110	0.0000 $\pm$ 0.0001	0.0000 $\pm$ 0.0001
5.000	0.0164 $\pm$ 0.0007	0.0231 $\pm$ 0.0040	0.0000 $\pm$ 0.0001	0.0000 $\pm$ 0.0001
10.000	0.0159 $\pm$ 0.0006	0.0181 $\pm$ 0.0013	0.0000 $\pm$ 0.0000	0.0000 $\pm$ 0.0000
20.000	0.0155 $\pm$ 0.0006	0.0159 $\pm$ 0.0007	0.0000 $\pm$ 0.0000	0.0000 $\pm$ 0.0000
50.000	0.0141 $\pm$ 0.0018	0.0139 $\pm$ 0.0015	0.0007 $\pm$ 0.0015	0.0007 $\pm$ 0.0015

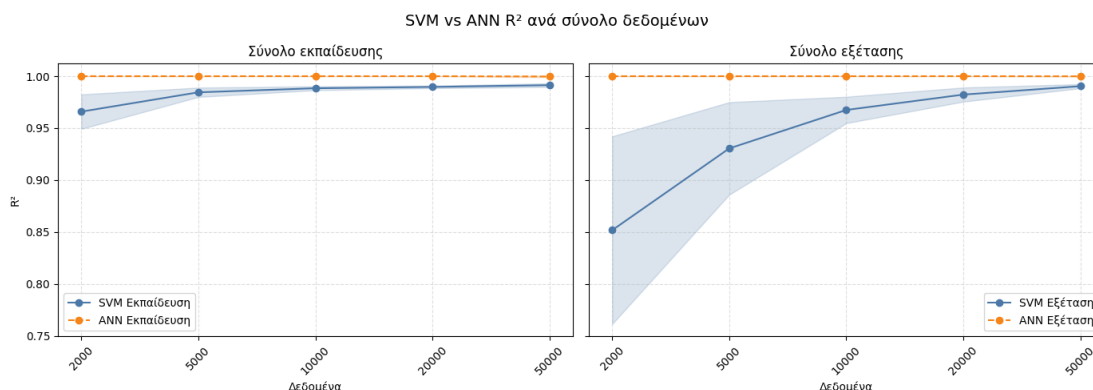
Πίνακας 3: R² $\pm$ Std των μοντέλων μηχανικής μάθησης ανά διάσταση για σύνολα δεδομένων των οποίων οι βαθμοί αποδοτικότητας ακολουθούν την Normal κατανομή.

Διάσταση	SVM Εκπαίδευση	SVM Εξέταση	ANN Εκπαίδευση	ANN Εξέταση
1×1	0.9934 $\pm$ 0.0040	0.9928 $\pm$ 0.0099	0.9998 $\pm$ 0.0003	0.9994 $\pm$ 0.0011
2×2	0.9888 $\pm$ 0.0085	0.9721 $\pm$ 0.0219	1.0000 $\pm$ 0.0000	1.0000 $\pm$ 0.0000
3×3	0.9884 $\pm$ 0.0108	0.9761 $\pm$ 0.0180	1.0000 $\pm$ 0.0001	1.0000 $\pm$ 0.0001
4×4	0.9884 $\pm$ 0.0111	0.9791 $\pm$ 0.0151	1.0000 $\pm$ 0.0000	1.0000 $\pm$ 0.0000
5×5	0.9885 $\pm$ 0.0104	0.9811 $\pm$ 0.0132	1.0000 $\pm$ 0.0000	1.0000 $\pm$ 0.0000
10×10	0.9877 $\pm$ 0.0137	0.9715 $\pm$ 0.0255	1.0000 $\pm$ 0.0000	1.0000 $\pm$ 0.0000
15×15	0.9868 $\pm$ 0.0157	0.9655 $\pm$ 0.0323	1.0000 $\pm$ 0.0000	1.0000 $\pm$ 0.0000
20×20	0.9855 $\pm$ 0.0189	0.9520 $\pm$ 0.0490	1.0000 $\pm$ 0.0000	1.0000 $\pm$ 0.0000

Πίνακας 4: R² $\pm$ Std των μοντέλων μηχανικής μάθησης ανά πλήθος δεδομένων για σύνολα δεδομένων των οποίων οι βαθμοί αποδοτικότητας ακολουθούν την Normal κατανομή.

Δεδομένα	SVM Εκπαίδευση	SVM Εξέταση	ANN Εκπαίδευση	ANN Εξέταση
2.000	0.9659 $\pm$ 0.0166	0.8518 $\pm$ 0.0903	1.0000 $\pm$ 0.0000	1.0000 $\pm$ 0.0000
5.000	0.9845 $\pm$ 0.0045	0.9305 $\pm$ 0.0445	1.0000 $\pm$ 0.0000	1.0000 $\pm$ 0.0000
10.000	0.9884 $\pm$ 0.0019	0.9675 $\pm$ 0.0127	1.0000 $\pm$ 0.0000	1.0000 $\pm$ 0.0000
20.000	0.9897 $\pm$ 0.0012	0.9823 $\pm$ 0.0068	1.0000 $\pm$ 0.0000	1.0000 $\pm$ 0.0000
50.000	0.9914 $\pm$ 0.0018	0.9904 $\pm$ 0.0020	0.9997 $\pm$ 0.0008	0.9999 $\pm$ 0.0003

Σχέδιο 2: R² $\pm$ Std των μοντέλων μηχανικής μάθησης ανά πλήθος δεδομένων για σύνολα δεδομένων των οποίων οι βαθμοί αποδοτικότητας ακολουθούν την Normal κατανομή.



Συμπεράσματα:

- Και στην περίπτωση όπου οι βαθμοί αποδοτικότητας των δεδομένων ακολουθούν την Normal κατανομή, φαίνεται ότι το μοντέλο του SVM αποδίδει τα πιο σταθερά και συνεπή αποτελέσματα.
- Για το μοντέλο του SVM φαίνεται ότι η αύξηση των διαστάσεων επιφέρει μια αύξηση του MAE η οποία συνοδεύεται με την μείωση του μέτρου προσδιορισμού.
- Ακόμη, η αύξηση του πλήθους των δεδομένων επιδρά θετικά στο μοντέλο του SVM καθώς μειώνεται το MAE με την παράλληλη αύξηση του R².
- Το μοντέλο του τεχνητού νευρωνικού δικτύου για δεδομένα των οποίων οι βαθμοί αποδοτικότητας ακολουθούν την Normal κατανομή φαίνεται να αποδίδει εξαιρετικά μικρές τιμές MAE και ταυτόχρονα μεγάλες τιμές μέτρου προσδιορισμού. Η συμπεριφορά αυτή φαίνεται να οφείλεται στην φύση των δεδομένων καθώς και στην ικανότητα του νευρωνικού δικτύου να μάθει σε καλό ποσοστό τους βαθμούς αποδοτικότητας που παράγονται από την περιβάλλουσα ανάλυση.
- Συνολικά, αν και το νευρωνικό δίκτυο επιτυγχάνει την μεγαλύτερη ακρίβεια, το μοντέλο του SVM παρουσιάζει μεγαλύτερη σταθερότητα και ως προς τις διαστάσεις και ως προς το πλήθος των δεδομένων.

6.2. Αποτελέσματα ανάλυσης DEA με Μεταβλητές Αποδόσεις Κλίμακας (VRS) – Προσανατολισμός στις εισροές.

Η ανάλυσή μας θα επικεντρωθεί τώρα σε δεδομένα με μεταβλητές αποδόσεις κλίμακας και προσανατολισμό στις εισροές. Πιο συγκεκριμένα, θα δοθούν στα μοντέλα μηχανικής μάθησης σύνολα δεδομένων με 1,2,3,4,5,10,15,20 εισροές και εκροές, 2.000, 5.000, 10.000, 20.000, 50.000 δεδομένα και βαθμοί αποδοτικότητας που ακολουθούν τις Powerlaw, Uniform, Normal κατανομές και θα αξιολογηθούν με τις μεθόδους που έχουν προαναφερθεί.

6.2.1. Κατανομή PowerLaw

Παρουσιάζονται παρακάτω τα αποτελέσματα των μοντέλων του SVM και του τεχνητού νευρωνικού δικτύου με την εξής αρχιτεκτονική:

Πίνακας 1: Αρχιτεκτονική του τεχνητού νευρωνικού δικτύου

Διάσταση	Αρχιτεκτονική	Αλγόριθμος εκπαίδευσης	Ενεργοποιήσεις	Εποχές/Στόχος	Normalization	Split
1 εισροή 1 εκροή	Dim/2	trainbr	Tansig/purelin	1000 / 0.0001	[0,1]	10-Fold
2 εισροές	Dim/2	trainbr	Tansig/purelin	1000 / 0.0001	[0,1]	10-Fold

Συγκριτική αξιολόγηση τεχνητών νευρωνικών δικτύων και μηχανών διανυσμάτων υποστήριξης για την προσέγγιση της αποδοτικότητας της περιβάλλουσας ανάλυσης δεδομένων

2 εκροές						
3 εισροές 3 εκροές	Dim/2	trainbr	Tansig/purelin	1000 / 0.0001	[0,1]	10-Fold
4 εισροές 4 εκροές	Dim/2	trainbr	Tansig/purelin	1000 / 0.0001	[0,1]	10-Fold
5 εισροές 5 εκροές	Dim/2	trainbr	Tansig/purelin	1000 / 0.0001	[0,1]	10-Fold
10 εισροές 10 εκροές	Dim/5, dim/4	trainbr	Tansig/tansing/purelin	1000 / 0.0001	[0,1]	10-Fold
15 εισροές 15 εκροές	Dim/4, dim/4	trainbr	Tansig/tansing/purelin	1000 / 0.0001	[0,1]	10-Fold
15 εισροές 15 εκροές και 10.000 DMUS	Dim/2, dim/3, dim/4	trainlm	Tansig/tansing//tansig/purelin	1000 / 0.0001	[0,1]	10-Fold
20 εισροές 20 εκροές	Dim/4, dim/4	trainlm	Tansig/tansing/purelin	1000 / 0.0001	[0,1]	10-Fold

Πίνακας 2: MAE $\pm$ Std των μοντέλων μηχανικής μάθησης ανά διάσταση για σύνολα δεδομένων των οποίων οι βαθμοί αποδοτικότητας ακολουθούν την PowerLaw κατανομή.

Διάσταση	SVM Εκπαίδευση	SVM Εξέταση	ANN Εξέταση
1×1	0.0192 $\pm$ 0.0028	0.0210 $\pm$ 0.0044	0.0400 $\pm$ 0.0076
2×2	0.0182 $\pm$ 0.0017	0.0189 $\pm$ 0.0023	0.0224 $\pm$ 0.0067
3×3	0.0182 $\pm$ 0.0013	0.0182 $\pm$ 0.0020	0.0144 $\pm$ 0.0057
4×4	0.0176 $\pm$ 0.0023	0.0173 $\pm$ 0.0026	0.0132 $\pm$ 0.0016
5×5	0.0191 $\pm$ 0.0013	0.0195 $\pm$ 0.0020	0.0146 $\pm$ 0.0036
10×10	0.0178 $\pm$ 0.0029	0.0185 $\pm$ 0.0033	0.0031 $\pm$ 0.0010
15×15	0.0181 $\pm$ 0.0025	0.0190 $\pm$ 0.0038	0.0312 $\pm$ 0.0207
20×20	0.0183 $\pm$ 0.0022	0.0192 $\pm$ 0.0040	0.0361 $\pm$ 0.0083

Πίνακας 3: MAE $\pm$ Std των μοντέλων μηχανικής μάθησης ανά πλήθος δεδομένων για σύνολα δεδομένων των οποίων οι βαθμοί αποδοτικότητας ακολουθούν την PowerLaw κατανομή.

Δεδομένα	SVM Εκπαίδευση	SVM Εξέταση	ANN Εξέταση
2.000	0.0228 $\pm$ 0.0017	0.0251 $\pm$ 0.0024	0.0213 $\pm$ 0.0149
5.000	0.0201 $\pm$ 0.0010	0.0211 $\pm$ 0.0013	0.0208 $\pm$ 0.0158
10.000	0.0188 $\pm$ 0.0010	0.0195 $\pm$ 0.0012	0.0223 $\pm$ 0.0209
20.000	0.0177 $\pm$ 0.0009	0.0179 $\pm$ 0.0008	0.0190 $\pm$ 0.0105
50.000	0.0164 $\pm$ 0.0008	0.0170 $\pm$ 0.0009	0.0189 $\pm$ 0.0114

Πίνακας 4: R² $\pm$ Std των μοντέλων μηχανικής μάθησης ανά διάσταση για σύνολα δεδομένων των οποίων οι βαθμοί αποδοτικότητας ακολουθούν την PowerLaw κατανομή.

Διάσταση	SVM Εκπαίδευση	SVM Εξέταση	ANN Εξέταση
1×1	0.9913 $\pm$ 0.0030	0.9914 $\pm$ 0.0041	0.9586 $\pm$ 0.0217
2×2	0.9926 $\pm$ 0.0012	0.9923 $\pm$ 0.0016	0.9830 $\pm$ 0.0041
3×3	0.9927 $\pm$ 0.0014	0.9925 $\pm$ 0.0013	0.9932 $\pm$ 0.0061

Συγκριτική αξιολόγηση τεχνητών νευρωνικών δικτύων και μηχανών διανυσμάτων υποστήριξης για την προσέγγιση της αποδοτικότητας της περιβάλλουσας ανάλυσης δεδομένων

4×4	0.9938 ± 0.0010	0.9934 ± 0.0012	0.9944 ± 0.0018
5×5	0.9928 ± 0.0010	0.9926 ± 0.0015	0.9934 ± 0.0055
10×10	0.9933 ± 0.0012	0.9929 ± 0.0017	0.9987 ± 0.0032
15×15	0.9944 ± 0.0009	0.9939 ± 0.0026	0.9780 ± 0.0374
20×20	0.9941 ± 0.0015	0.9938 ± 0.0020	0.9570 ± 0.0160

Πίνακας 5: $R^2 \pm \text{Std}$ των μοντέλων μηχανικής μάθησης ανά διάσταση για σύνολα δεδομένων των οποίων οι βαθμοί αποδοτικότητας ακολουθούν την PowerLaw κατανομή.

Δεδομένα	SVM Εκπαίδευση	SVM Εξέταση	ANN Εξέταση
2.000	0.9918 ± 0.0026	0.9904 ± 0.0048	0.9770 ± 0.0227
5.000	0.9927 ± 0.0014	0.9919 ± 0.0015	0.9780 ± 0.0262
10.000	0.9931 ± 0.0009	0.9926 ± 0.0010	0.9707 ± 0.0400
20.000	0.9932 ± 0.0013	0.9936 ± 0.0008	0.9809 ± 0.0144
50.000	0.9928 ± 0.0020	0.9924 ± 0.0020	0.9798 ± 0.0168

Συμπεράσματα:

Από τα παραπάνω αποτελέσματα συμπεραίνουμε τα εξής:

- Το μοντέλο του SVM όπως και στην προηγούμενη περίπτωση παρουσιάζει και πάλι πολύ συνεπή και σταθερή συμπεριφορά και ανά διάσταση και ανά πλήθος δεδομένων. Τόσο το MAE όσο και το μέτρο προσδιορισμού και οι τυπικές αποκλίσεις μας οδηγούν στο συμπέρασμα ότι το μοντέλο του SVM μπορεί να αναγνωρίσει με πολύ καλό ποσοστό τους βαθμούς αποδοτικότητας που δημιουργήθηκαν από την περιβάλλουσα ανάλυση.
- Η αύξηση και της διαστατικότητας και του πλήθους των δεδομένων, φαίνεται να επιδρά θετικά στο μοντέλο του SVM καθώς μειώνεται το MAE και αυξάνεται το μέτρο προσδιορισμού.
- Όσον αφορά το τεχνητό νευρωνικό δίκτυο μπορούμε να εξάγουμε τα εξής συμπεράσματα:
 - Για χαμηλές διαστάσεις (1x1 έως 5x5) ένα κρυφό στρώμα νευρώνων επαρκεί, ενώ για υψηλότερες διαστάσεις ($\geq 10 \times 10$), η προσθήκη δεύτερου ακόμα και τρίτου κρυφού στρώματος νευρώνων βελτιώνει την απόδοση του μοντέλου.
 - Δεύτερον, παρατηρείται ότι σε γενικές γραμμές το νευρωνικό δίκτυο με την συγκεκριμένη αρχιτεκτονική μπορεί να προσεγγίσει σε πολύ καλό βαθμό την συμπεριφορά της DEA για δεδομένα με μεταβλητές αποδόσεις κλίμακας και προσανατολισμό στις εισροές, καθώς τόσο το MAE όσο και το R^2 τείνουν να προσεγγίσουν τα όριά τους.
 - Ακόμη, σε αντίθεση με τα αποτελέσματα του SVM, η αύξηση του πλήθους των δεδομένων δεν οδηγεί σε σαφή και μονοτονική βελτίωση του MAE και του R^2 για όλες τις διαστάσεις. Μόνο στις μεγάλες διαστάσεις ($\geq 10 \times 10$) καθώς και για την διάσταση 1×1 παρατηρείται μια μικρή πτώση του MAE και αντίστοιχα αύξηση του R^2 . Αυτό υποδεικνύει ότι μορφή της κατανομής διαδραματίζει σημαντικό ρόλο στην ακρίβεια του νευρωνικού δικτύου. Ωστόσο, για την εξαγωγή ασφαλούς συμπεράσματος απαιτούνται πολλαπλές επαναλήψεις και στατιστική αξιολόγηση.
 - Παρατηρούμε μια απότομη αύξηση του MAE και ταυτόχρονη μείωση του μέτρου προσδιορισμού για δεδομένα με 10.000 DMUs, 15 εισροές και 15 εκροές. Με αλλαγή των κρυφών στρωμάτων σε 3 αντί για 2 και με $\text{dim}/2$, $\text{dim}/3$, $\text{dim}/4$ νευρώνες το καθένα και με συνάρτηση εκπαίδευσης την trainlm εξήχθησαν τα παρακάτω αποτελέσματα:

Πίνακας 6: (MAE και R^2) $\pm \text{Std}$ ανά διάσταση τεχνητού νευρωνικού δικτύου με την νέα αρχιτεκτονική για σύνολα δεδομένων των οποίων οι βαθμοί αποδοτικότητας ακολουθούν την PowerLaw κατανομή

Διάσταση	MAE	R ²
1×1	0.0377 ± 0.0068	0.9534 ± 0.0201
2×2	0.0226 ± 0.0037	0.9865 ± 0.0052
3×3	0.0146 ± 0.0048	0.9914 ± 0.0084
4×4	0.0097 ± 0.0009	0.9958 ± 0.0009
5×5	0.0122 ± 0.0017	0.9950 ± 0.0018
10×10	0.0065 ± 0.0029	0.9970 ± 0.0029
15×15	0.0212 ± 0.0124	0.9792 ± 0.0175
20×20	0.0303 ± 0.0042	0.9657 ± 0.0040

Πίνακας 7: (MAE + R²) ± Std ανά πλήθος δεδομένων τεχνητού νευρωνικού δικτύου με την νέα αρχιτεκτονική για σύνολα δεδομένων των οποίων οι βαθμοί αποδοτικότητας ακολουθούν την PowerLaw κατανομή

Δεδομένα	MAE	R ²
2.000	0.0187 ± 0.0140	0.9920 ± 0.0193
5.000	0.0183 ± 0.0136	0.9833 ± 0.0231
10.000	0.0160 ± 0.0102	0.9848 ± 0.0129
20.000	0.0152 ± 0.0114	0.9840 ± 0.0117
50.000	0.0214 ± 0.0138	0.9784 ± 0.0196

Έτσι, με την παραπάνω αλλαγή μπορούμε να συμπεράνουμε τα εξής:

- Τρία κρυφά στρώματα νευρώνων αποδίδουν καλύτερα αποτελέσματα για δεδομένα με 10.000 DMUs, 15 εισροές και 15 εκροές.
- Η αύξηση της διάστασης και του πλήθους των δεδομένων, σε αντίθεση με το μοντέλο του SVM, δεν επιφέρει ομαλή και μονοτονική βελτίωση στο MAE και στο μέτρο προσδιορισμού.
- Το μοντέλο του ANN, φαίνεται ότι μπορεί να προσεγγίσει σε πολύ καλό ποσοστό τους βαθμούς αποδοτικότητας της DEA.

6.2.2. Uniform κατανομή

Πιο κάτω παρουσιάζονται τα αποτελέσματα των μοντέλων μηχανικής μάθησης για δεδομένα των οποίων οι βαθμοί αποδοτικότητας ακολουθούν την Uniform κατανομή. Πιο συγκεκριμένα θα παρουσιαστούν τα αποτελέσματα για τα μοντέλα του SVM και του τεχνητού νευρωνικού δικτύου με την εξής αρχιτεκτονική:

Πίνακας 1: Αρχιτεκτονική τεχνητού νευρωνικού δικτύου που εφαρμόστηκε για δεδομένα των οποίων οι βαθμοί αποδοτικότητας ακολουθούν την Uniform κατανομή

Διάσταση	Αρχιτεκτονική	Αλγόριθμος εκπαίδευσης	Ενεργοποιήσεις	Εποχές/Στόχος	Normalization	Split
1 εισροή 1 εκροή	Dim/3	trainlm	Tansig/purelin	1000 / 0.0001	Min-max	10-Fold
2 εισροές 2 εκροές	Dim/2, dim/4	trainlm	Tansig/tansig/purelin	1000 / 0.0001	Min-max	10-Fold
3 εισροές 3 εκροές	Dim/2	trainlm	Tansig/purelin	1000 / 0.0001	Min-max	10-Fold
4 εισροές 4 εκροές	Dim/4	Trainlm	Tansig/purelin	1000 / 0.0001	Min-max	10-Fold

Συγκριτική αξιολόγηση τεχνητών νευρωνικών δικτύων και μηχανών διανυσμάτων υποστήριξης για την προσέγγιση της αποδοτικότητας της περιβάλλουσας ανάλυσης δεδομένων

4 εισροές 4 εκροές 50.000 DMUs	Dim/2, dim/4	Trainlm	Tansig/tansing/purelin	1000 / 0.0001	Min-max	10-Fold
5 εισροές 5 εκροές	dim/4	trainlm	Tansig/purelin	1000 / 0.0001	Min-max	10-Fold
10 εισροές 10 εκροές και 1.000- 2.000 DMUS	Dim/4	trainlm	Tansig/purelin	1000 / 0.0001	Min-max	10-Fold
10 εισροές 10 εκροές 10.000- 50.000 DMUs	Dim/4, dim/4	trainlm	Tansig/tansing/purelin	1000 / 0.0001	Min-max	10-Fold
15 εισροές 15 εκροές	Dim/5, dim/5	trainlm	Tansig/tansing/purelin	1000 / 0.0001	Min-max	10-Fold
20 εισροές 20 εκροές	Dim/5, dim/5	trainlm	Tansig/tansing/purelin	1000 / 0.0001	Min-max	10-Fold

Τα αποτελέσματα είναι τα εξής:

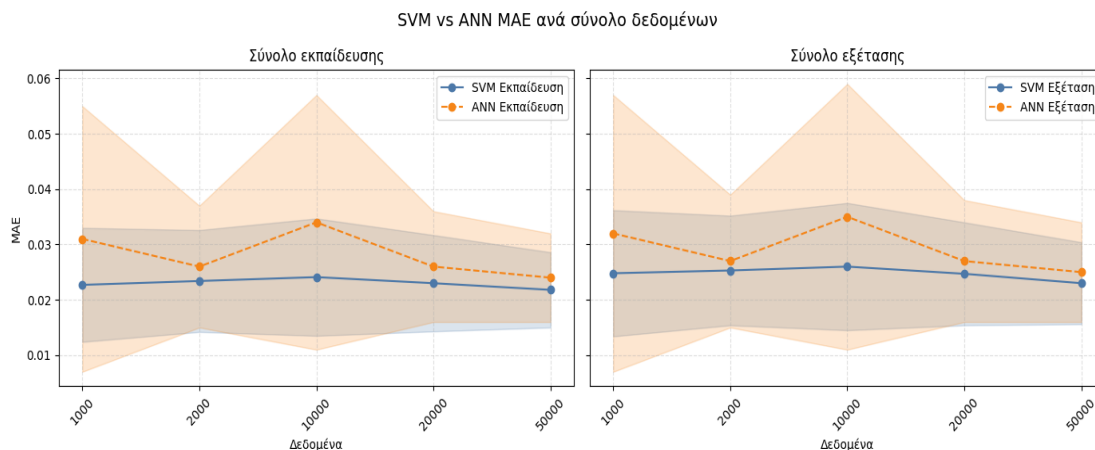
Πίνακας 2: MAE $\pm$ Std ανά διάσταση για δεδομένα των οποίων οι βαθμοί αποδοτικότητας ακολουθούν την Uniform κατανομή.

Διάσταση	SVM Εκπαίδευση	SVM Εξέταση	ANN Εκπαίδευση	ANN Εξέταση
1×1	0.0277 $\pm$ 0.0046	0.0288 $\pm$ 0.0051	0.0410 $\pm$ 0.0310	0.0410 $\pm$ 0.0320
2×2	0.0268 $\pm$ 0.0079	0.0285 $\pm$ 0.0083	0.0310 $\pm$ 0.0080	0.0320 $\pm$ 0.0085
3×3	0.0250 $\pm$ 0.0059	0.0260 $\pm$ 0.0065	0.0360 $\pm$ 0.0260	0.0370 $\pm$ 0.0270
4×4	0.0252 $\pm$ 0.0061	0.0268 $\pm$ 0.0067	0.0330 $\pm$ 0.0070	0.0340 $\pm$ 0.0075
5×5	0.0224 $\pm$ 0.0067	0.0242 $\pm$ 0.0075	0.0260 $\pm$ 0.0055	0.0270 $\pm$ 0.0060
10×10	0.0151 $\pm$ 0.0024	0.0167 $\pm$ 0.0028	0.0260 $\pm$ 0.0100	0.0270 $\pm$ 0.0105
15×15	0.0208 $\pm$ 0.0108	0.0225 $\pm$ 0.0114	0.0210 $\pm$ 0.0050	0.0220 $\pm$ 0.0055
20×20	0.0240 $\pm$ 0.0119	0.0252 $\pm$ 0.0124	0.0200 $\pm$ 0.0110	0.0210 $\pm$ 0.0115

Πίνακας 3: MAE $\pm$ Std ανά πλήθος δεδομένων των οποίων οι βαθμοί αποδοτικότητας ακολουθούν την Uniform κατανομή.

Δεδομένα	SVM Εκπαίδευση	SVM Εξέταση	ANN Εκπαίδευση	ANN Εξέταση
1.000	0.0227 $\pm$ 0.0103	0.0248 $\pm$ 0.0114	0.0310 $\pm$ 0.0240	0.0320 $\pm$ 0.0250
2.000	0.0234 $\pm$ 0.0092	0.0253 $\pm$ 0.0099	0.0260 $\pm$ 0.0110	0.0270 $\pm$ 0.0120
10.000	0.0241 $\pm$ 0.0106	0.0260 $\pm$ 0.0115	0.0340 $\pm$ 0.0230	0.0350 $\pm$ 0.0240
20.000	0.0230 $\pm$ 0.0087	0.0247 $\pm$ 0.0093	0.0260 $\pm$ 0.0100	0.0270 $\pm$ 0.0110
50.000	0.0218 $\pm$ 0.0068	0.0230 $\pm$ 0.0074	0.0240 $\pm$ 0.0080	0.0250 $\pm$ 0.0090

Σχέδιο 1: MAE $\pm$ Std ανά πλήθος δεδομένων των οποίων οι βαθμοί αποδοτικότητας ακολουθούν την Uniform κατανομή.



Συμπεράσματα:

Με βάση τους παραπάνω πίνακες παρατηρούμε τα εξής:

- Και σε αυτή την περίπτωση το μοντέλο του SVM φαίνεται να παρουσιάζει πιο σταθερή και συνεπή συμπεριφορά τόσο ανά διάσταση όσο και ανά πλήθος δεδομένων καθώς τόσο το MAE όσο και οι αποκλίσεις δεν παρουσιάζουν εμφανείς διακυμάνσεις.
- Και τα δύο μοντέλα φαίνεται ότι προσεγγίζουν σε πολύ καλό βαθμό τους βαθμούς αποδοτικότητας που δημιουργήθηκαν από την περιβάλλουσα ανάλυση.
- Η αύξηση του πλήθους των δεδομένων δεν οδήγησε σε μονοτονική βελτίωση της απόδοσης των μοντέλων μηχανικής μάθησης.
- Από την άλλη, η αύξηση της διάστασης φαίνεται να επιφέρει μείωση του MAE και στα δύο μοντέλα μηχανικής μάθησης.
- Αν και το τεχνητό νευρωνικό δίκτυο επιτυγχάνει ικανοποιητική απόδοση, υπάρχουν περιπτώσεις όπως για 1.000 και 10.000 δεδομένα όπου η αρχιτεκτονική του δεν αποδίδει καλά αποτελέσματα. Για αυτό το λόγο, αλλάζουμε την αρχιτεκτονική ως εξής:

Πίνακας 4: Νέα αρχιτεκτονική τεχνητού νευρωνικού δικτύου

Διάσταση	Αρχιτεκτονική	Αλγόριθμος εκπαίδευσης	Ενεργοποιήσεις	Εποχές/Στόχος	Normalization	Split
1 εισροή 1 εκροή και 1.000 DMUs	2*dim	trainlm	Tansig/tansig/purelin	1000 / 0.0001	[0,1]	10-Fold
3 εισροές 3 εκροές 10.000 DMUs	Dim, dim, dim	Trainlm	Tansig/tansig/tansig/purelin	1000 / 0.0001	[0,1]	10-Fold
4 εισροές 4 εκροές 2.000 DMUs	Dim/2	Trainlm	Tansig/purelin	1000 / 0.0001	[0,1]	10-Fold
4 εισροές 4 εκροές 10.000, 20.000 DMUs	Dim, dim	Trainlm	Tansig/tansig/purelin	1000 / 0.0001	[0,1]	10-Fold

5 inputs 5 outputs 20.000	Dim, dim	Trainlm	Tansig/tansig/purelin	1000 / 0.0001	[0,1]	10-Fold
---------------------------------	----------	---------	-----------------------	---------------	-------	---------

Έτσι με την παραπάνω αλλαγές εξάγονται τα παρακάτω αποτελέσματα:

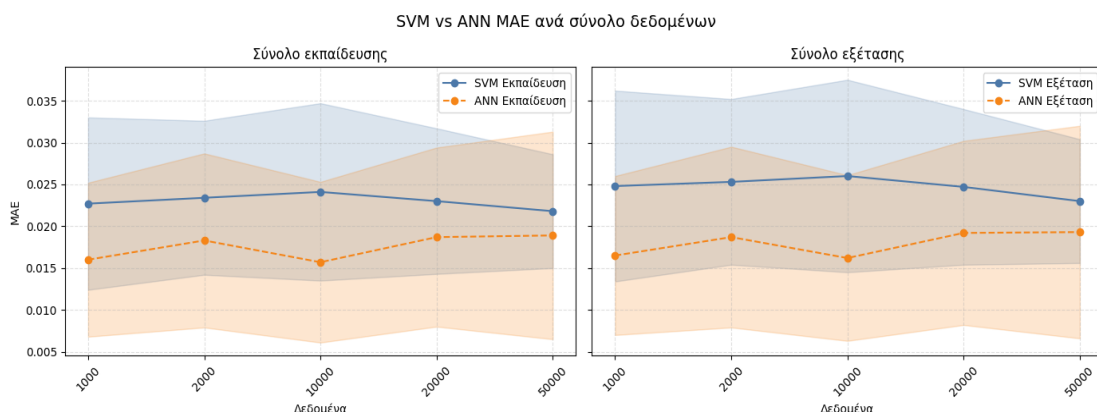
Πίνακας 5: MAE $\pm$ Std ανά διάσταση των μοντέλων εφαρμόζοντας την νέα αρχιτεκτονική του τεχνητού νευρωνικού δικτύου

Διάσταση	SVM Εκπαίδευση	SVM Εξέταση	ANN Εκπαίδευση	ANN Εξέταση
1×1	0.0277 $\pm$ 0.0046	0.0288 $\pm$ 0.0051	0.0286 $\pm$ 0.0019	0.0290 $\pm$ 0.0020
2×2	0.0268 $\pm$ 0.0079	0.0285 $\pm$ 0.0083	0.0288 $\pm$ 0.0014	0.0291 $\pm$ 0.0015
3×3	0.0250 $\pm$ 0.0059	0.0260 $\pm$ 0.0065	0.0199 $\pm$ 0.0022	0.0203 $\pm$ 0.0024
4×4	0.0252 $\pm$ 0.0061	0.0268 $\pm$ 0.0067	0.0236 $\pm$ 0.0065	0.0239 $\pm$ 0.0068
5×5	0.0224 $\pm$ 0.0067	0.0242 $\pm$ 0.0075	0.0223 $\pm$ 0.0020	0.0225 $\pm$ 0.0022
10×10	0.0151 $\pm$ 0.0024	0.0167 $\pm$ 0.0028	0.0198 $\pm$ 0.0074	0.0204 $\pm$ 0.0078
15×15	0.0208 $\pm$ 0.0108	0.0225 $\pm$ 0.0114	0.0118 $\pm$ 0.0075	0.0120 $\pm$ 0.0077
20×20	0.0240 $\pm$ 0.0119	0.0252 $\pm$ 0.0124	0.0072 $\pm$ 0.0047	0.0075 $\pm$ 0.0050

Πίνακας 6: MAE $\pm$ Std ανά πλήθος δεδομένων των μοντέλων εφαρμόζοντας την νέα αρχιτεκτονική του τεχνητού νευρωνικού δικτύου

Δεδομένα	SVM Εκπαίδευση	SVM Εξέταση	ANN Εκπαίδευση	ANN Εξέταση
1.000	0.0227 $\pm$ 0.0103	0.0248 $\pm$ 0.0114	0.0160 $\pm$ 0.0092	0.0165 $\pm$ 0.0095
2.000	0.0234 $\pm$ 0.0092	0.0253 $\pm$ 0.0099	0.0183 $\pm$ 0.0104	0.0187 $\pm$ 0.0108
10.000	0.0241 $\pm$ 0.0106	0.0260 $\pm$ 0.0115	0.0157 $\pm$ 0.0096	0.0162 $\pm$ 0.0099
20.000	0.0230 $\pm$ 0.0087	0.0247 $\pm$ 0.0093	0.0187 $\pm$ 0.0107	0.0192 $\pm$ 0.0110
50.000	0.0218 $\pm$ 0.0068	0.0230 $\pm$ 0.0074	0.0189 $\pm$ 0.0124	0.0193 $\pm$ 0.0127

Σχέδιο 2: MAE $\pm$ Std ανά πλήθος δεδομένων των μοντέλων εφαρμόζοντας την νέα αρχιτεκτονική του τεχνητού νευρωνικού δικτύου



Πίνακας 7: R² $\pm$ Std ανά διάσταση των μοντέλων εφαρμόζοντας την νέα αρχιτεκτονική του τεχνητού νευρωνικού δικτύου.

Διάσταση	SVM Εκπαίδευση	SVM Εξέταση	ANN Εκπαίδευση	ANN Εξέταση
1×1	0.9891 $\pm$ 0.0063	0.9888 $\pm$ 0.0068	0.9878 $\pm$ 0.0156	0.9870 $\pm$ 0.0164
2×2	0.9831 $\pm$ 0.0056	0.9837 $\pm$ 0.0052	0.9866 $\pm$ 0.0048	0.9868 $\pm$ 0.0047
3×3	0.9906 $\pm$ 0.0021	0.9902 $\pm$ 0.0025	0.9888 $\pm$ 0.0074	0.9882 $\pm$ 0.0078

Συγκριτική αξιολόγηση τεχνητών νευρωνικών δικτύων και μηχανών διανυσμάτων υποστήριξης για την προσέγγιση της αποδοτικότητας της περιβάλλουσας ανάλυσης δεδομένων

4×4	0.9877 ± 0.0078	0.9870 ± 0.0086	0.9873 ± 0.0059	0.9868 ± 0.0063
5×5	0.9918 ± 0.0009	0.9914 ± 0.0011	0.9891 ± 0.0066	0.9887 ± 0.0069
10×10	0.9928 ± 0.0069	0.9924 ± 0.0072	0.9896 ± 0.0041	0.9892 ± 0.0045
15×15	0.9914 ± 0.0031	0.9910 ± 0.0036	0.9908 ± 0.0014	0.9905 ± 0.0016
20×20	0.9935 ± 0.0088	0.9930 ± 0.0092	0.9913 ± 0.0011	0.9910 ± 0.0013

Πίνακας 8: Std ανά πλήθος δεδομένων των μοντέλων εφαρμόζοντας την νέα αρχιτεκτονική του τεχνητού νευρωνικού δικτύου.

Δεδομένα	SVM Εκπαίδευση	SVM Εξέταση	ANN Εκπαίδευση	ANN Εξέταση
1.000	0.9892 ± 0.0045	0.9885 ± 0.0051	0.9798 ± 0.0164	0.9789 ± 0.0171
2.000	0.9907 ± 0.0024	0.9902 ± 0.0028	0.9827 ± 0.0064	0.9820 ± 0.0069
10.000	0.9896 ± 0.0047	0.9889 ± 0.0053	0.9840 ± 0.0062	0.9834 ± 0.0067
20.000	0.9917 ± 0.0025	0.9911 ± 0.0028	0.9906 ± 0.0019	0.9901 ± 0.0022
50.000	0.9919 ± 0.0027	0.9914 ± 0.0030	0.9917 ± 0.0015	0.9913 ± 0.0017

Συμπεράσματα:

- Παρατηρούμε ότι, με την νέα αρχιτεκτονική, το μοντέλο του νευρωνικού δικτύου αποδίδει σαφώς καλύτερα αποτελέσματα από ότι με την αρχιτεκτονική του πίνακα 2.2.1, όπως φαίνεται και από την σύγκριση των σχεδίων 2.2.4 και 2.2.3.
- Τόσο το μοντέλο του SVM όσο και το μοντέλο του νευρωνικού δικτύου προσεγγίζουν με επιτυχία το ντετερμινιστικό της περιβάλλουσας ανάλυσης.
- Συνολικά το μοντέλο του SVM είναι πιο σταθερό και πιο συνεπές με τα αποτελέσματα του. Επίσης, αν και το μοντέλο του νευρωνικού δικτύου εξαρτάται από την αρχιτεκτονική του, με κατάλληλες προσαρμογές και αυτό αποδίδει πολύ καλά αποτελέσματα και καλύτερα στην συγκεκριμένη περίπτωση από το μοντέλο του SVM, όπως φαίνεται και από τους πίνακες των MAE και R².

6.2.3. Normal κατανομή

Παρακάτω παρουσιάζονται τα αποτελέσματα που αποδίδουν τα μοντέλα μηχανικής μάθησης για σύνολα δεδομένων των οποίων οι βαθμοί αποδοτικότητας ακολουθούν την Normal κατανομή. Το μοντέλο του νευρωνικού δικτύου έχει την εξής αρχιτεκτονική:

Πίνακας 1: Αρχιτεκτονική του τεχνητού νευρωνικού δικτύου.

Διάσταση	Αρχιτεκτονική	Αλγόριθμος εκπαίδευσης	Ενεργοποιήσεις	Εποχές/Στόχος	Normalization	Split
1 εισροή 1 εκροή 2.000, 5.000 DMUs	2*dim	trainbr	Tansig/purelin	1000 / 0.0001	[0,1]	10-Fold
1 εισροή 1 εκροή 10.000 DMUs	Dim/4	Trainbr	Tansig/purelin	1000 / 0.0001	[0,1]	10-Fold
1 εισροή 1 εκροή 20.000,	Dim/2	trainlm	Tansig/purelin	1000 / 0.0001	[0,1]	10-Fold

Συγκριτική αξιολόγηση τεχνητών νευρωνικών δικτύων και μηχανών διανυσμάτων υποστήριξης για την προσέγγιση της αποδοτικότητας της περιβάλλουσας ανάλυσης δεδομένων

50.000 DMUs						
2 εισροές 2 εκροές	Dim/2	Trainlm	Tansig/purelin	1000 / 0.0001	[0,1]	10-Fold
2 εισροές 2 εκροές 50.000 DMUs	2*dim	Trainlm	Tansig/tansig/purelin	1000 / 0.0001	[0,1]	10-Fold
3 εισροές 3 εκροές	Dim/2	Trainlm	Tansig/purelin	1000 / 0.0001	[0,1]	10-Fold
4 εισροές 4 εκροές 2.000, 5.000 DMUs	Dim/2	Trainlm	Tansig/purelin	1000 / 0.0001	[0,1]	10-Fold
4 εισροές 4 εκροές 10.000, 20.000, 50.000 DMUs	Dim/4	Trainlm	Tansig/purelin	1000 / 0.0001	[0,1]	10-Fold
5 inputs 5 outputs 2.000, 5.000 DMUs	Dim/2	Trainlm	Tansig/purelin	1000 / 0.0001	[0,1]	10-Fold
5 inputs 5 outputs 10.000, 20.000 DMUs	Dim/2, dim/4	Trainlm	Tansig/tansig/purelin	1000 / 0.0001	[0,1]	10-Fold
5 inputs 5 outputs 50.000 DMUs	Dim/4	Trainlm	Tansig/purelin	1000 / 0.0001	[0,1]	10-Fold
10 inputs 10 outputs 2.000, 5.000 DMUs	Dim/2	Trainlm	Tansig/purelin	1000 / 0.0001	[0,1]	10-Fold
10 inputs 10 outputs 10.000, 20.000, 50.000 DMUs	Dim/2, dim/3, dim/4	Trainlm	Tansig/tansig/tansig/purelin	1000 / 0.0001	[0,1]	10-Fold
15 inputs 15 outputs	Dim/2	Trainlm	Tansig/purelin	1000 / 0.0001	[0,1]	10-Fold

Συγκριτική αξιολόγηση τεχνητών νευρωνικών δικτύων και μηχανών διανυσμάτων υποστήριξης για την προσέγγιση της αποδοτικότητας της περιβάλλουσας ανάλυσης δεδομένων

2.000, 5.000 DMUs						
15 inputs 15 outputs 10.000 DMUs	Dim/2, dim/4	Trainlm	Tansig/tansig/purelin	1000 / 0.0001	[0,1]	10-Fold
15 inputs 15 outputs 20.000 DMUs	Dim/2, dim/4	Trainlm	Tansig/tansig/purelin	1000 / 0.0001	[0,1]	10-Fold
15 εισροές 15 εκροές	Dim/2, dim/3, dim/4	Trainlm	Tansig/tansig/tansig/purelin	1000 / 0.0001	[0,1]	10-Fold
20 inputs 20 outputs 2.000, 5.000 DMUs	Dim/2	trainlm	Tansig/purelin	1000 / 0.0001	[0,1]	10-Fold

Η παραπάνω αρχιτεκτονική αποδίδει τα εξής αποτελέσματα:

Πίνακας 2: Μέτρο προσδιορισμού $\pm$ Std του νευρωνικού δικτύου ανα διάσταση και ανά πλήθος δεδομένων

Διάσταση	R ² Εξέτασης	Δεδομένα	R ² Εξέτασης
1×1	0.9587 $\pm$ 0.0797	2.000	0.9900 $\pm$ 0.0110
2×2	0.9724 $\pm$ 0.0346	5.000	0.9916 $\pm$ 0.0100
3×3	0.9785 $\pm$ 0.0318	10.000	0.9297 $\pm$ 0.0719
4×4	0.9658 $\pm$ 0.0480	20.000	0.9917 $\pm$ 0.0075
5×5	0.9485 $\pm$ 0.0467	50.000	0.9709 $\pm$ 0.0265
10×10	0.9838 $\pm$ 0.0149		
15×15	0.9800 $\pm$ 0.0587		
20×20	0.9967 $\pm$ 0.0014		

Συμπεράσματα:

- Παρατηρούμε ότι για τις διαστάσεις 1×1, 4×4, 5×5, 15×15 υπάρχει πτώση του μέτρου προσδιορισμού κυρίως για τις 10.000 DMUs. Αυτό πιθανά οφείλεται στην αρχιτεκτονική του νευρωνικού δικτύου ή στην φύση των δεδομένων. Αλλάζοντας την αρχιτεκτονική του νευρωνικού στην παρακάτω:

Πίνακας 3: Νέα αρχιτεκτονική του τεχνητού νευρωνικού δικτύου

Διάσταση	Αρχιτεκτονική	Αλγόριθμος εκπαίδευσης	Ενεργοποιήσεις	Εποχές/Στόχος	Normalization	Split
1 εισροή 1 εκροή 10.000 DMUs	2dim, 2dim	Trainlm	Tansig/tansig/purelin	1000 / 0.0001	[0,1]	10-Fold
2 εισροές 2 εκροές	Dim, dim	Trainlm	Tansig/tansig/purelin	1000 / 0.0001	[0,1]	10-Fold

Συγκριτική αξιολόγηση τεχνητών νευρωνικών δικτύων και μηχανών διανυσμάτων υποστήριξης για την προσέγγιση της αποδοτικότητας της περιβάλλουσας ανάλυσης δεδομένων

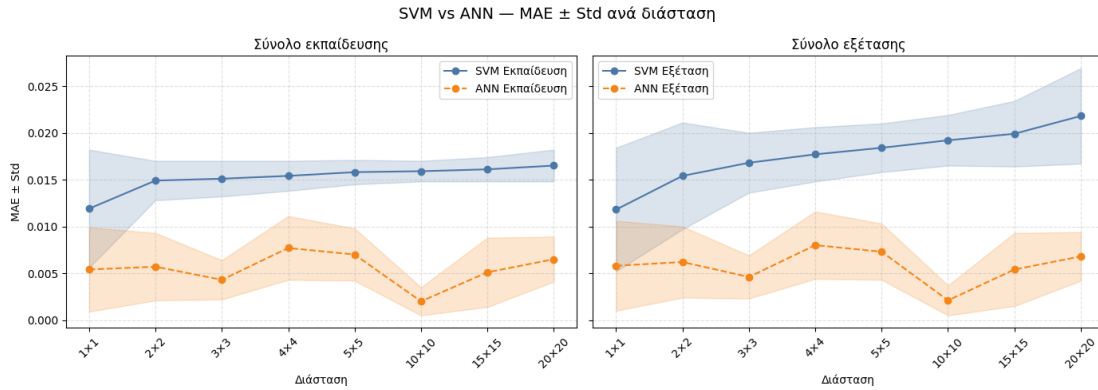
50.000 DMUs						
3 εισροές 3 εκροές 50.000 DMUs	Dim, dim	Trainlm	Tansig/tansig/purelin	1000 / 0.0001	[0,1]	10-Fold
4 εισροές 4 εκροές 10.000 DMUs	Dim/2, dim/3	Trainlm	Tansig/tansig/purelin	1000 / 0.0001	[0,1]	10-Fold
5 inputs 5 outputs 10.000, 20.000, 50.000 DMUs	Dim/2, dim/2	Trainlm	Tansig/tansig/purelin	1000 / 0.0001	[0,1]	10-Fold
15 inputs 15 outputs 10.000 DMUs	Dim/2, dim/3, dim/4	Trainlm	Tansig/tansig/tansig/purelin	1000 / 0.0001	[0,1]	10-Fold
20 εισροές 20 εκροές 10.000 DMUs	Dim/2, dim/3, dim/3	Trainbr	Tansig/tansig/tansig/purelin	1000 / 0.0001	[0,1]	10-Fold
20 εισροές 20 εκροές 20.000, 50.000 DMUs	Dim/2, dim/3, dim/4	Trainlm	Tansig/tansig/tansig/purelin	1000 / 0.0001	[0,1]	10-Fold

Έτσι με την αναμεωμένη αρχιτεκτονική εξάγουμε τα εξής συμπεράσματα:

Πίνακας 4: MAE ± Std των μοντέλων μηχανικής μάθησης ανά διάσταση.

Διάσταση	SVM Εκπαίδευση	SVM Εξέταση	ANN Εκπαίδευση	ANN Εξέταση
1×1	0.0119 ± 0.0063	0.0118 ± 0.0066	0.0054 ± 0.0045	0.0058 ± 0.0048
2×2	0.0149 ± 0.0021	0.0154 ± 0.0057	0.0057 ± 0.0036	0.0062 ± 0.0038
3×3	0.0151 ± 0.0019	0.0168 ± 0.0032	0.0043 ± 0.0021	0.0046 ± 0.0023
4×4	0.0154 ± 0.0016	0.0177 ± 0.0029	0.0077 ± 0.0034	0.0080 ± 0.0036
5×5	0.0158 ± 0.0013	0.0184 ± 0.0026	0.0070 ± 0.0028	0.0073 ± 0.0030
10×10	0.0159 ± 0.0011	0.0192 ± 0.0027	0.0020 ± 0.0015	0.0021 ± 0.0016
15×15	0.0161 ± 0.0013	0.0199 ± 0.0035	0.0051 ± 0.0037	0.0054 ± 0.0039
20×20	0.0165 ± 0.0017	0.0218 ± 0.0051	0.0065 ± 0.0024	0.0068 ± 0.0026

Σχέδιο 1: MAE ± Std των μοντέλων μηχανικής μάθησης ανά διάσταση.



Πίνακας 5: MAE ± Std των μοντέλων μηχανικής μάθησης ανά πλήθος δεδομένων.

Δεδομένα	SVM Εκπαίδευση	SVM Εξέταση	ANN Εκπαίδευση	ANN Εξέταση
2.075	0.0176 ± 0.0064	0.0315 ± 0.0110	0.0070 ± 0.0055	0.0074 ± 0.0058
5.043	0.0164 ± 0.0007	0.0231 ± 0.0040	0.0038 ± 0.0036	0.0041 ± 0.0038
10.067	0.0159 ± 0.0006	0.0181 ± 0.0013	0.0070 ± 0.0033	0.0075 ± 0.0035
20.057	0.0155 ± 0.0006	0.0159 ± 0.0007	0.0067 ± 0.0023	0.0069 ± 0.0025
50.079	0.0141 ± 0.0018	0.0139 ± 0.0015	0.0047 ± 0.0032	0.0050 ± 0.0034

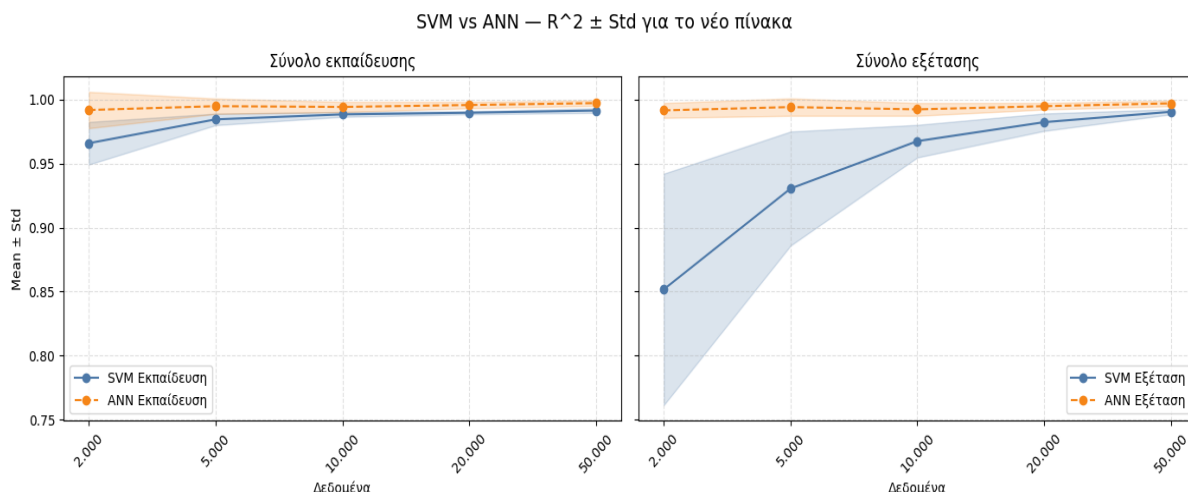
Πίνακας 6: R² ± Std των μοντέλων μηχανικής μάθησης ανά διάσταση.

Διάσταση	SVM Εκπαίδευση	SVM Εξέταση	ANN Εκπαίδευση	ANN Εξέταση
1×1	0.9934 ± 0.0040	0.9928 ± 0.0099	0.9965 ± 0.0034	0.9970 ± 0.0031
2×2	0.9888 ± 0.0085	0.9721 ± 0.0219	0.9968 ± 0.0030	0.9958 ± 0.0040
3×3	0.9884 ± 0.0108	0.9761 ± 0.0180	0.9970 ± 0.0013	0.9969 ± 0.0017
4×4	0.9884 ± 0.0111	0.9791 ± 0.0151	0.9949 ± 0.0036	0.9945 ± 0.0051
5×5	0.9885 ± 0.0104	0.9811 ± 0.0132	0.9952 ± 0.0032	0.9945 ± 0.0042
10×10	0.9877 ± 0.0137	0.9715 ± 0.0255	0.9973 ± 0.0028	0.9960 ± 0.0025
15×15	0.9868 ± 0.0157	0.9655 ± 0.0323	0.9970 ± 0.0027	0.9961 ± 0.0069
20×20	0.9855 ± 0.0189	0.9520 ± 0.0490	0.9967 ± 0.0018	0.9954 ± 0.0030

Πίνακας 7: R² ± Std των μοντέλων μηχανικής μάθησης ανά πλήθος δεδομένων.

Δεδομένα	SVM Εκπαίδευση	SVM Εξέταση	ANN Εκπαίδευση	ANN Εξέταση
2.075	0.9659 ± 0.0166	0.8518 ± 0.0903	0.9918 ± 0.0142	0.9915 ± 0.0058
5.043	0.9845 ± 0.0045	0.9305 ± 0.0445	0.9948 ± 0.0060	0.9941 ± 0.0068
10.067	0.9884 ± 0.0019	0.9675 ± 0.0127	0.9942 ± 0.0040	0.9923 ± 0.0050
20.057	0.9897 ± 0.0012	0.9823 ± 0.0068	0.9957 ± 0.0025	0.9948 ± 0.0026
50.079	0.9914 ± 0.0018	0.9904 ± 0.0020	0.9972 ± 0.0021	0.9970 ± 0.0022

Σχέδιο 2: R² ± Std των μοντέλων μηχανικής μάθησης ανά πλήθος δεδομένων.



Συμπεράσματα:

- Παρατηρούμε ότι με την νέα αρχιτεκτονική βελτιώθηκαν πολύ τα αποτελέσματα, γεγονός που επιβεβαιώνει ότι το μοντέλο του νευρωνικού δικτύου εξαρτάται σε μεγάλο βαθμό από την αρχιτεκτονική του.
- Βλέπουμε ότι για χαμηλές διαστάσεις μέχρι 2 κρυφά στρώματα νευρώνων είναι αρκετά για να αποδώσει καλά αποτελέσματα το μοντέλο του ANN, ενώ για μεγάλες διαστάσεις το τρίτο κρυφό στρώμα είναι αναγκαίο.
- Και τα δύο μοντέλα αποδίδουν πολύ καλά αποτελέσματα αφού τόσο το MAE όσο και το R^2 είναι πολύ κοντά στα όρια τους.
- Παρατηρούμε ότι η αύξηση της διάστασης, επιφέρει αύξηση του MAE και μείωση του R^2 για το μοντέλο του SVM. Επίσης, η αύξηση του πλήθους των δεδομένων επιφέρει αύξηση του R^2 και μείωση του MAE. Άρα μπορούμε να συμπεράνουμε ότι η αύξηση του πλήθους των δεδομένων επιφέρει μονοτονική βελτίωση της απόδοσης του μοντέλου του SVM.
- Φαίνεται ότι το μοντέλο του τεχνητού νευρωνικού δικτύου αποδίδει καλύτερα αποτελέσματα για δεδομένα των οποίων οι βαθμοί αποδοτικότητας ακολουθούν Normal κατανομή, από το μοντέλο του SVM.

Συνολικά συμπεράσματα για τα αποτελέσματα της ανάλυσης DEA με μεταβλητές αποδόσεις κλίμακας και προσανατολισμό προς τις εισροές:

1. Παρατηρούμε ότι γενικά το μοντέλο του SVM αποδίδει πιο σταθερά αποτελέσματα για όλες τις κατανομές που ακολουθούν οι βαθμοί αποδοτικότητας από ότι το μοντέλο του ANN.
2. Και τα δύο μοντέλα αποδίδουν πολύ καλά αποτελέσματα γεγονός που φαίνεται και από το χαμηλό MAE και από το μεγάλο R^2 . Επομένως μπορούμε να συμπεράνουμε ότι και τα δύο μοντέλα μηχανικής μάθησης μπορούν να μάθουν σε πολύ καλό βαθμό το ντετερμινιστικό της DEA για μεταβλητές αποδόσεις κλίμακας και προσανατολισμό προς τις εισροές.
3. Η αύξηση του πλήθους των δεδομένων, παρατηρούμε ότι επιφέρει βελτίωση και σταθεροποίηση κυρίως του μοντέλου του SVM για όλες τις κατανομές που ακολουθούν οι βαθμοί αποδοτικότητας.
4. Τέλος, και σε αυτή την περίπτωση παρατηρούμε ότι το μοντέλο του ANN εξαρτάται από την αρχιτεκτονική αφού όπως είδαμε μερικές αρχιτεκτονικές δεν αποδίδουν τόσο καλά αποτελέσματα όσο άλλες.

6.3. Αποτελέσματα ανάλυσης DEA με Σταθερές Αποδόσεις Κλίμακας (CRS) – Προσανατολισμός στις εισροές.

Στη συνέχεια θα παρουσιάσουμε τα αποτελέσματα για δεδομένα που έχουν σταθερές αποδόσεις κλίμακας και προσανατολισμό στις εισροές. Πιο συγκεκριμένα, όπως και

προηγουμένως το πλήθος των δεδομένων αποτελείται από 2.000, 5.000, 10.000, 20.000, 50.000 μονάδες απόφασης και οι εισροές εκροές είναι 1,2,3,4,5,10,15,20 αντίστοιχα. Οι βαθμοί αποδοτικότητας των μονάδων απόφασης ακολουθούν την PowerLaw, την Uniform και την Normal κατανομή.

6.3.1. PowerLaw κατανομή

Η αρχιτεκτονική που χρησιμοποιήσαμε για το τεχνητό νευρωνικό δίκτυο για δεδομένα των οποίων οι βαθμοί αποδοτικότητας ακολουθούν την PowerLaw κατανομή είναι η εξής:

Πίνακας 1: Αρχιτεκτονική του τεχνητού νευρωνικού δικτύου

Διάσταση	Αρχιτεκτονική	Αλγόριθμος εκπαίδευσης	Ενεργοποιήσεις	Εποχές/Στόχος	Normalization	Split
1 εισροή 1 εκροή	2×dim	Trainbr, trainlm	Tansig/purelin	1000 / 0.0001	[0,1]	10-Fold
2 εισροές 2 εκροές	2×dim	Trainbr	Tansig/purelin	1000 / 0.0001	[0,1]	10-Fold
2 εισροές 2 εκροές 50.000 DMUs	Dim/2	Trainbr	Tansig/purelin	1000 / 0.0001	[0,1]	10-Fold
3 εισροές 3 εκροές	Dim/2	Trainbr, trainlm	Tansig/purelin	1000 / 0.0001	[0,1]	10-Fold
4 εισροές 4 εκροές	Dim/4	Trainbr	Tansig/ purelin	1000 / 0.0001	[0,1]	10-Fold
4 εισροές 4 εκροές Mk = 50, 2000 DMUs	Dim/4	trainlm	Tansig/ purelin	1000 / 0.0001	[0,1]	10-Fold
5 εισροές 5 εκροές	Dim/4	Trainbr	Tansig/purelin	1000 / 0.0001	[0,1]	10-Fold
5 εισροές 5 εκροές Mk=10, 50.000 DMUs	Dim/5	Trainbr	Tansig/purelin	1000 / 0.0001	[0,1]	10-Fold
5 εισροές 5 εκροές Mk = 50	Dim/4	Trainlm	Tansig/purelin	1000 / 0.0001	[0,1]	10-Fold
10 εισροές 10 εκροές 2.000, 5.000 DMUs	Dim/5, dim/4	Trainbr	Tansig/tansig/purelin	1000 / 0.0001	[0,1]	10-Fold
10 εισροές 10 εκροές	Dim/5, dim/4	Trainlm	Tansig/tansig/purelin	1000 / 0.0001	[0,1]	10-Fold

Συγκριτική αξιολόγηση τεχνητών νευρωνικών δικτύων και μηχανών διανυσμάτων υποστήριξης για την προσέγγιση της αποδοτικότητας της περιβάλλουσας ανάλυσης δεδομένων

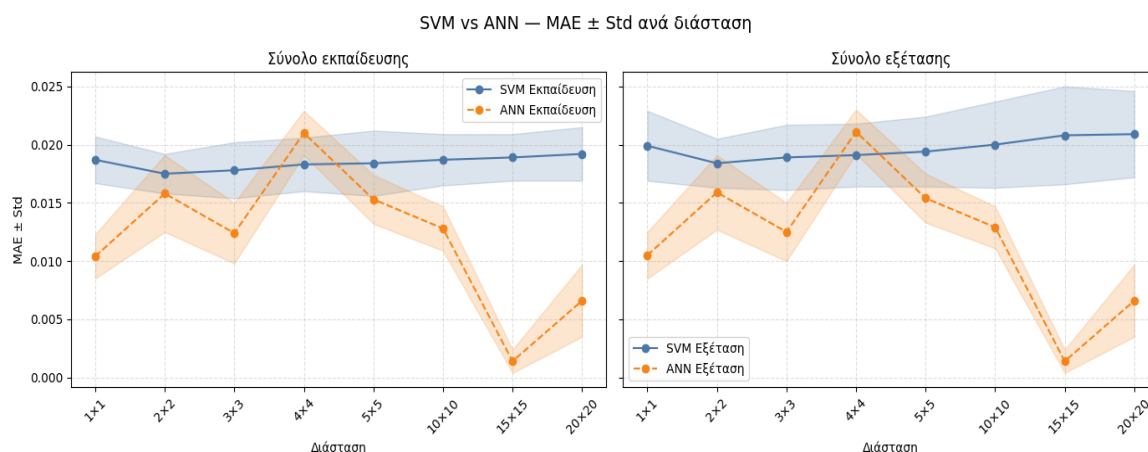
10.000, 20.000, 50.000 DMUs							
15 εισροές 15 εκροές	Dim/2, dim/4	dim/3,	Trainlm	Tansig/tansig/tansig/purelin	1000 / 0.0001	[0,1]	10- Fold
20 εισροές 20 εκροές	Dim/2, dim/4	dim/3,	Trainlm	Tansig/tansig/tansig/purelin	1000 / 0.0001	[0,1]	10- Fold

Τα αποτελέσματα που προκύπτουν από την παραπάνω αρχιτεκτονική είναι τα εξής:

Πίνακας 2: MAE ± Std ανά διάσταση

Διάσταση	SVM Εκπαίδευση	SVM Εξέταση	ANN Εκπαίδευση	ANN Εξέταση
1×1	0.0187 ± 0.0020	0.0199 ± 0.0030	0.0104 ± 0.0019	0.0105 ± 0.0020
2×2	0.0175 ± 0.0017	0.0184 ± 0.0021	0.0158 ± 0.0033	0.0159 ± 0.0032
3×3	0.0178 ± 0.0024	0.0189 ± 0.0028	0.0124 ± 0.0026	0.0125 ± 0.0025
4×4	0.0183 ± 0.0023	0.0191 ± 0.0027	0.0210 ± 0.0019	0.0211 ± 0.0019
5×5	0.0184 ± 0.0028	0.0194 ± 0.0030	0.0153 ± 0.0021	0.0154 ± 0.0021
10×10	0.0187 ± 0.0022	0.0200 ± 0.0037	0.0128 ± 0.0019	0.0129 ± 0.0018
15×15	0.0189 ± 0.0020	0.0208 ± 0.0042	0.0014 ± 0.0010	0.0014 ± 0.0010
20×20	0.0192 ± 0.0023	0.0209 ± 0.0037	0.0066 ± 0.0031	0.0066 ± 0.0031

Σχέδιο 1: MAE ± Std ανά διάσταση



Πίνακας 3: MAE ± Std ανά πλήθος δεδομένων

Δεδομένα	SVM Εκπαίδευση	SVM Εξέταση	ANN Εκπαίδευση	ANN Εξέταση
2.000	0.0210 ± 0.0015	0.0238 ± 0.0020	0.0140 ± 0.0071	0.0142 ± 0.0073
5.000	0.0204 ± 0.0019	0.0218 ± 0.0019	0.0116 ± 0.0067	0.0117 ± 0.0068
10.000	0.0186 ± 0.0008	0.0190 ± 0.0009	0.0122 ± 0.0071	0.0123 ± 0.0071

Συγκριτική αξιολόγηση τεχνητών νευρωνικών δικτύων και μηχανών διανυσμάτων υποστήριξης για την προσέγγιση της αποδοτικότητας της περιβάλλουσας ανάλυσης δεδομένων

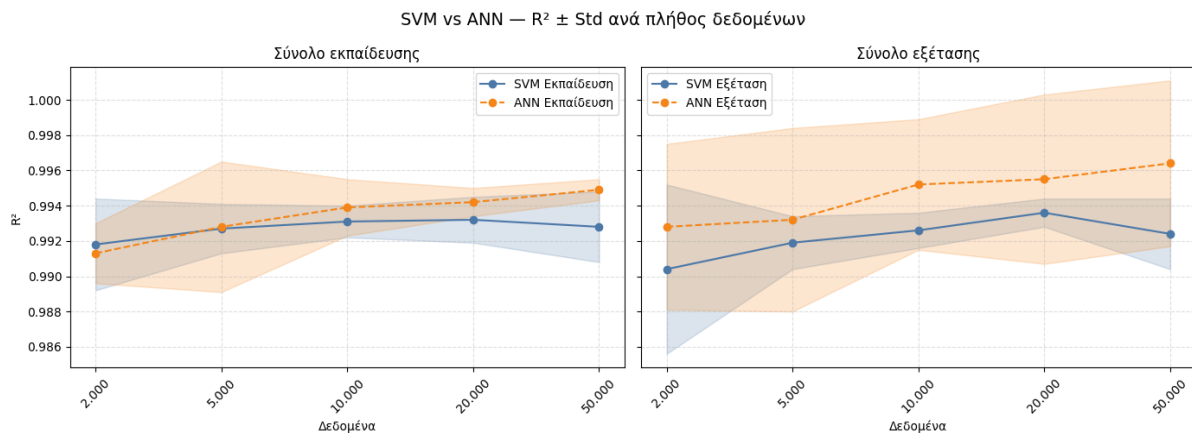
20.000	0.0170 ± 0.0007	0.0172 ± 0.0006	0.0120 ± 0.0074	0.0121 ± 0.0075
50.000	0.0159 ± 0.0006	0.0161 ± 0.0006	0.0118 ± 0.0068	0.0119 ± 0.0069

Πίνακας 4: $R^2 \pm \text{Std}$ ανά διάσταση

Διάσταση	SVM Εκπαίδευση	SVM Εξέταση	ANN Εκπαίδευση	ANN Εξέταση
1×1	0.9913 ± 0.0030	0.9914 ± 0.0041	0.9908 ± 0.0030	0.9935 ± 0.0048
2×2	0.9926 ± 0.0012	0.9923 ± 0.0016	0.9938 ± 0.0017	0.9948 ± 0.0018
3×3	0.9927 ± 0.0014	0.9925 ± 0.0013	0.9940 ± 0.0010	0.9970 ± 0.0022
4×4	0.9938 ± 0.0010	0.9934 ± 0.0012	0.9937 ± 0.0019	0.9878 ± 0.0028
5×5	0.9928 ± 0.0010	0.9926 ± 0.0015	0.9936 ± 0.0011	0.9927 ± 0.0059
10×10	0.9933 ± 0.0012	0.9929 ± 0.0017	0.9940 ± 0.0009	0.9987 ± 0.0005
15×15	0.9944 ± 0.0009	0.9939 ± 0.0026	0.9960 ± 0.0009	0.9996 ± 0.0005
20×20	0.9941 ± 0.0015	0.9938 ± 0.0020	0.9948 ± 0.0030	0.9990 ± 0.0004

Πίνακας 5: $R^2 \pm \text{Std}$ ανά πλήθος δεδομένων

Δεδομένα	SVM Εκπαίδευση	SVM Εξέταση	ANN Εκπαίδευση	ANN Εξέταση
2.000	0.9918 ± 0.0026	0.9904 ± 0.0048	0.9913 ± 0.0017	0.9928 ± 0.0047
5.000	0.9927 ± 0.0014	0.9919 ± 0.0015	0.9928 ± 0.0037	0.9932 ± 0.0052
10.000	0.9931 ± 0.0009	0.9926 ± 0.0010	0.9939 ± 0.0016	0.9952 ± 0.0037
20.000	0.9932 ± 0.0013	0.9936 ± 0.0008	0.9942 ± 0.0008	0.9955 ± 0.0048
50.000	0.9928 ± 0.0020	0.9924 ± 0.0020	0.9949 ± 0.0006	0.9964 ± 0.0047

Σχέδιο 2: $R^2 \pm \text{Std}$ ανά πλήθος δεδομένων

Σύμφωνα με τα παραπάνω εξάγουμε τα εξής συμπεράσματα:

1. Αρχικά παρατηρούμε ότι και τα δύο μοντέλα αποδίδουν πολύ καλά αποτελέσματα και προσεγγίζουν σε πολύ καλό βαθμό τους βαθμούς αποδοτικότητας που δημιουργήθηκαν από την περιβάλλουσα ανάλυση.
2. Κατά την αύξηση της διάστασης παρατηρούμε ότι το MAE του SVM επιφέρει μια μικρή αύξηση ενώ το MAE του τεχνητού νευρωνικού δικτύου μειώνεται με την αύξηση της διάστασης.
3. Και στην συγκεκριμένη περίπτωση η αύξηση του πλήθους δεδομένων επιφέρει βελτίωση και στα δύο μοντέλα μηχανικής μάθησης αφού παρατηρούμε ότι τόσο το MAE όσο και το R^2 βελτιώνονται.
4. Ακόμη, παρατηρούμε ότι, για μικρές διαστάσεις 1×1 ως 5×5 ένα κρυφό στρώμα νευρώνων επαρκεί, ενώ για μεγαλύτερες διαστάσεις η προσθήκη δεύτερου και τρίτου

στρώματος είναι απαραίτητη. Ενδεικτικά, παρουσιάζονται τα αποτελέσματα με την παρακάτω αρχιτεκτονική η οποία δεν αποδίδει καλά αποτελέσματα για σύγκριση.

Πίνακας 6: Αρχιτεκτονική νευρωνικού δικτύου που δεν αποδίδει καλά αποτελέσματα.

Διάσταση	Αρχιτεκτονική	Αλγόριθμος εκπαίδευσης	Ενεργοποιήσεις	Εποχές/Στόχος	Normalization	Split
10 εισροές 10 εκροές	dim/2	Trainbr	Tansig/tansig/purelin	1000 / 0.0001	[0,1]	10-Fold
15 εισροές 15 εκροές	Dim/4	Trainlm	Tansig/tansig/tansig/purelin	1000 / 0.0001	[0,1]	10-Fold
20 εισροές 20 εκροές	Dim/4, dim/4	Trainlm	Tansig/tansig/tansig/purelin	1000 / 0.0001	[0,1]	10-Fold

Πίνακας 7: Αποτελέσματα αρχιτεκτονικής που δεν αποδίδει καλά αποτελέσματα

Διάσταση - DMUs	Train MAE	Test MAE	Train R ²	Test R ²
10×10 – 2.000	0.317	0.409	0.929	-15.31
15×15 – 10.000	0.065	0.065	0.912	0.913
20×20 – 5.000	0.054	0.054	0.949	0.950
20×20 – 10.000	0.046	0.045	0.949	0.950

Παρατηρούμε ότι στην περίπτωση των 2000 μονάδων λήψης αποφάσεων των 10 εισροών και εκροών το μοντέλο του τεχνητού νευρωνικού δικτύου παρουσιάζει χαμηλή ικανότητα γενίκευσης. Επίσης παρατηρούμε ότι το R² της εξέτασης είναι αρνητικό ενώ το R² της εκπαίδευσης είναι πάνω από 0.90. Άρα μπορούμε να πούμε ότι το μοντέλο του νευρωνικού δικτύου με την παραπάνω αρχιτεκτονική παρουσιάζει ένδειξη υπερπροσαρμογής. Για αυτό το λόγο έγινε αύξηση των κρυφών στρωμάτων του νευρωνικού δικτύου για την συγκεκριμένη διάσταση. Από την άλλη όσο αυξάνονται οι διαστάσεις παρατηρούμε ότι βελτιώνεται το MAE ωστόσο η αρχιτεκτονική του πίνακα 3.1.1 αποδίδει πολύ καλύτερα αποτελέσματα από την αρχιτεκτονική του πίνακα 3.1.7.

6.3.2. Uniform κατανομή

Αφού ολοκληρώσαμε την παρουσίαση των αποτελεσμάτων για τα δεδομένα των οποίων οι βαθμοί αποδοτικότητας ακολουθούν την PowerLaw κατανομή, περνάμε στην παρουσίαση των αποτελεσμάτων των δεδομένων των οποίων οι βαθμοί αποδοτικότητας ακολουθούν την Uniform κατανομή. Η αρχιτεκτονική που ακολουθεί το νευρωνικό δίκτυο είναι η εξής:

Πίνακας 1: Αρχιτεκτονική του τεχνητού νευρωνικού δικτύου.

Διάσταση	Αρχιτεκτονική	Αλγόριθμος εκπαίδευσης	Ενεργοποιήσεις	Εποχές/Στόχος	Normalization	Split
1 εισροή 1 εκροή	2×dim	Trainbr	Tansig/purelin	1000 / 0.0001	[0,1]	10-Fold
2 εισροές 2 εκροές	Dim/2	Trainbr	Tansig/purelin	1000 / 0.0001	[0,1]	10-Fold
2 εισροές 2 εκροές	Dim/4	Trainlm	Tansig/purelin	1000 / 0.0001	[0,1]	10-Fold

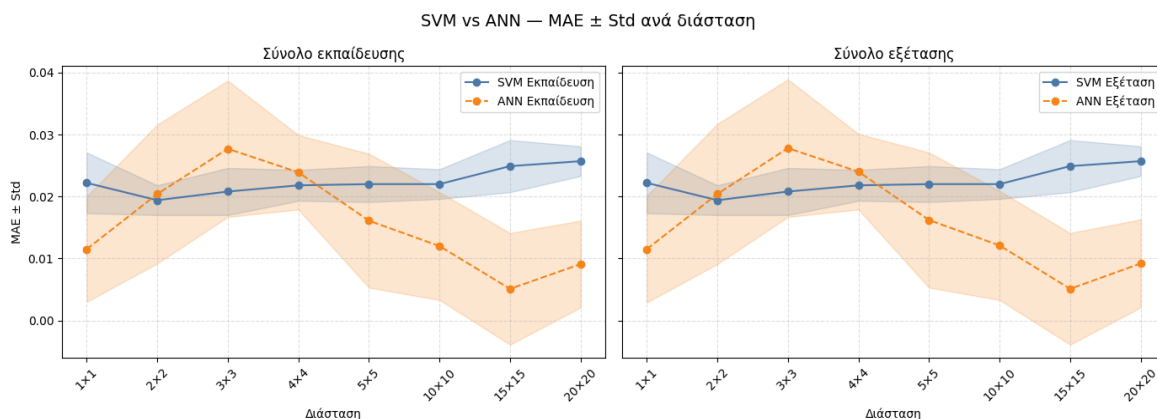
50.000 DMUs						
3 εισροές 3 εκροές	Dim/4	trainlm	Tansig/purelin	1000 / 0.0001	[0,1]	10-Fold
4 εισροές 4 εκροές	Dim/4	Trainlm	Tansig/ purelin	1000 / 0.0001	[0,1]	10-Fold
4 εισροές 4 εκροές 20.000 DMUs	Dim/4	trainlm	Tansig/ purelin	1000 / 0.0001	[0,1]	10-Fold
5 εισροές 5 εκροές	Dim/4	Trainbr	Tansig/purelin	1000 / 0.0001	[0,1]	10-Fold
10 εισροές 10 εκροές	Dim/5, dim/4	Trainlm	Tansig/tansig/purelin	1000 / 0.0001	[0,1]	10-Fold
15 εισροές 15 εκροές	Dim/5, dim/4	Trainlm	Tansig/tansig/purelin	1000 / 0.0001	[0,1]	10-Fold
20 εισροές 20 εκροές	Dim/5, dim/4	Trainlm	Tansig/tansig/purelin	1000 / 0.0001	[0,1]	10-Fold

Τα μοντέλα μηχανικής μάθησης αποδίδουν τα εξής αποτελέσματα για σύνολα δεδομένων των οποίων οι βαθμοί αποδοτικότητας ακολουθούν την Uniform κατανομή:

Πίνακας 2: MAE ± Std ανά διάσταση

Διάσταση	SVM Εκπαίδευση	SVM Εξέταση	ANN Εκπαίδευση	ANN Εξέταση
1×1	0.0222 ± 0.0049	0.0222 ± 0.0049	0.0115 ± 0.0085	0.0115 ± 0.0086
2×2	0.0194 ± 0.0024	0.0194 ± 0.0024	0.0204 ± 0.0112	0.0204 ± 0.0113
3×3	0.0208 ± 0.0038	0.0208 ± 0.0038	0.0277 ± 0.0110	0.0278 ± 0.0111
4×4	0.0218 ± 0.0025	0.0218 ± 0.0025	0.0239 ± 0.0060	0.0240 ± 0.0061
5×5	0.0220 ± 0.0029	0.0220 ± 0.0029	0.0161 ± 0.0108	0.0162 ± 0.0109
10×10	0.0220 ± 0.0024	0.0220 ± 0.0024	0.0120 ± 0.0087	0.0121 ± 0.0088
15×15	0.0249 ± 0.0042	0.0249 ± 0.0042	0.0051 ± 0.0090	0.0051 ± 0.0090
20×20	0.0257 ± 0.0024	0.0257 ± 0.0024	0.0091 ± 0.0070	0.0092 ± 0.0071

Σχέδιο 1: MAE ± Std ανά διάσταση.



Συγκριτική αξιολόγηση τεχνητών νευρωνικών δικτύων και μηχανών διανυσμάτων υποστήριξης για την προσέγγιση της αποδοτικότητας της περιβάλλουσας ανάλυσης δεδομένων

Πίνακας 3: MAE $\pm$ Std ανά πλήθος δεδομένων.

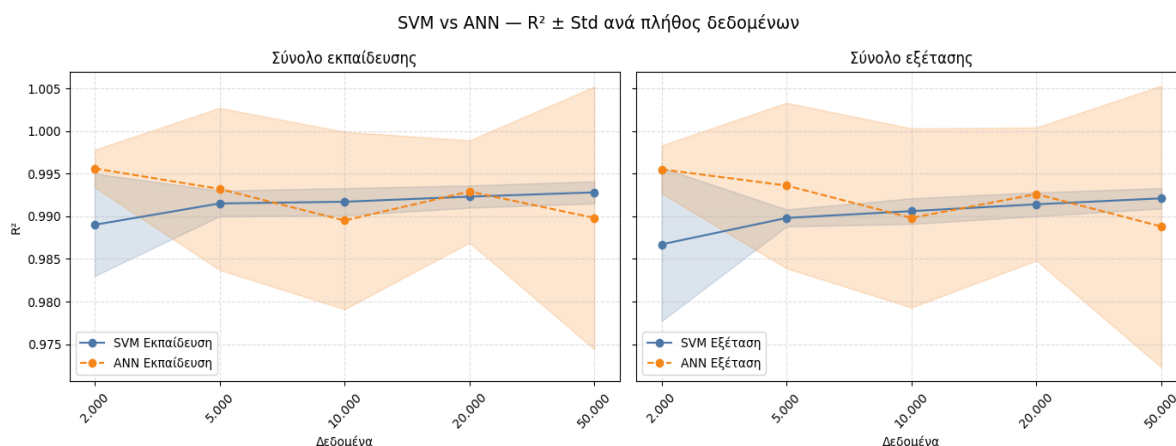
Δεδομένα	SVM Εκπαίδευση	SVM Εξέταση	ANN Εκπαίδευση	ANN Εξέταση
2.000	0.0289 $\pm$ 0.0022	0.0289 $\pm$ 0.0022	0.0138 $\pm$ 0.0105	0.0140 $\pm$ 0.0106
5.000	0.0229 $\pm$ 0.0082	0.0229 $\pm$ 0.0082	0.0158 $\pm$ 0.0153	0.0160 $\pm$ 0.0154
10.000	0.0226 $\pm$ 0.0036	0.0226 $\pm$ 0.0036	0.0185 $\pm$ 0.0135	0.0186 $\pm$ 0.0137
20.000	0.0214 $\pm$ 0.0026	0.0214 $\pm$ 0.0026	0.0150 $\pm$ 0.0100	0.0151 $\pm$ 0.0101
50.000	0.0204 $\pm$ 0.0028	0.0204 $\pm$ 0.0028	0.0190 $\pm$ 0.0096	0.0191 $\pm$ 0.0097

Πίνακας 4: R² $\pm$ Std ανά διάσταση.

Διάσταση	SVM Εκπαίδευση	SVM Εξέταση	ANN Εκπαίδευση	ANN Εξέταση
1×1	0.9924 $\pm$ 0.0074	0.9920 $\pm$ 0.0091	0.9938 $\pm$ 0.0089	0.9940 $\pm$ 0.0085
2×2	0.9937 $\pm$ 0.0015	0.9932 $\pm$ 0.0027	0.9909 $\pm$ 0.0107	0.9910 $\pm$ 0.0108
3×3	0.9926 $\pm$ 0.0013	0.9919 $\pm$ 0.0030	0.9874 $\pm$ 0.0131	0.9870 $\pm$ 0.0135
4×4	0.9924 $\pm$ 0.0018	0.9920 $\pm$ 0.0022	0.9890 $\pm$ 0.0060	0.9888 $\pm$ 0.0062
5×5	0.9919 $\pm$ 0.0026	0.9916 $\pm$ 0.0024	0.9924 $\pm$ 0.0100	0.9923 $\pm$ 0.0101
10×10	0.9917 $\pm$ 0.0016	0.9912 $\pm$ 0.0015	0.9915 $\pm$ 0.0064	0.9912 $\pm$ 0.0108
15×15	0.9912 $\pm$ 0.0023	0.9906 $\pm$ 0.0025	0.9952 $\pm$ 0.0087	0.9940 $\pm$ 0.0104
20×20	0.9908 $\pm$ 0.0012	0.9899 $\pm$ 0.0030	0.9926 $\pm$ 0.0063	0.9904 $\pm$ 0.0107

Πίνακας 5: R² $\pm$ Std ανά πλήθος δεδομένων:

Δεδομένα	SVM Εκπαίδευση	SVM Εξέταση	ANN Εκπαίδευση	ANN Εξέταση
2.000	0.9890 $\pm$ 0.0060	0.9867 $\pm$ 0.0090	0.9956 $\pm$ 0.0022	0.9955 $\pm$ 0.0028
5.000	0.9915 $\pm$ 0.0015	0.9898 $\pm$ 0.0010	0.9932 $\pm$ 0.0095	0.9936 $\pm$ 0.0097
10.000	0.9917 $\pm$ 0.0016	0.9906 $\pm$ 0.0015	0.9895 $\pm$ 0.0104	0.9898 $\pm$ 0.0105
20.000	0.9923 $\pm$ 0.0013	0.9914 $\pm$ 0.0014	0.9929 $\pm$ 0.0060	0.9926 $\pm$ 0.0078
50.000	0.9928 $\pm$ 0.0013	0.9921 $\pm$ 0.0012	0.9898 $\pm$ 0.0154	0.9888 $\pm$ 0.0165

Σχέδιο 2: R² $\pm$ Std ανά πλήθος δεδομένων:

Συμπεράσματα:

- Και τα δύο μοντέλα μηχανικής μάθησης φαίνεται ότι παρουσιάζουν πολύ υψηλές τιμές του μέτρου προσδιορισμού R² και πολύ χαμηλές τιμές του MAE, γεγονός που μας επιτρέπει να συμπεράνουμε ότι μπορούν να προσεγγίσουν σε καλό βαθμό τους βαθμούς αποδοτικότητας της DEA.

Συγκριτική αξιολόγηση τεχνητών νευρωνικών δικτύων και μηχανών διανυσμάτων υποστήριξης για την προσέγγιση της αποδοτικότητας της περιβάλλουσας ανάλυσης δεδομένων

- Παρατηρούμε ότι και σε αυτή την περίπτωση, το μοντέλο του νευρωνικού δικτύου, για χαμηλές διαστάσεις, ένα κρυφό στρώμα νευρώνων αρκεί, ενώ για μεγάλες διαστάσεις το δεύτερο κρυφό στρώμα είναι αναγκαίο.
- Η αύξηση της διαστατικότητας φαίνεται ότι επιφέρει αύξηση του MAE για το μοντέλο του SVM και μείωση του MAE για το μοντέλο του τεχνητού νευρωνικού δικτύου.
- Από την άλλη, η αύξηση του πλήθους των δεδομένων επιφέρει μονοτονική βελτίωση του μοντέλου του SVM σε αντίθεση με το ANN που δεν συμβαίνει το ίδιο.
- Συνολικά, το SVM αποτελεί τη σταθερότερη προσέγγιση, ενώ το ANN σε αρκετές περιπτώσεις επιτυγχάνει υψηλότερη ακρίβεια πρόβλεψης.

6.3.3. Normal κατανομή

Περνάμε και στην παρουσίαση των αποτελεσμάτων των δεδομένων των οποίων οι βαθμοί αποδοτικότητας τους ακολουθούν την Normal κατανομή. Η αρχιτεκτονική του μοντέλου του νευρωνικού δικτύου είναι η εξής:

Πίνακας 1: Αρχιτεκτονική του νευρωνικού δικτύου που εφαρμόστηκε για σύνολα δεδομένων των οποίων οι βαθμοί αποδοτικότητας ακολουθούν την Normal κατανομή.

Διάσταση	Αρχιτεκτονική	Αλγόριθμος εκπαίδευσης	Ενεργοποιήσεις	Εποχές/Στόχος	Normalization	Split
1 εισροή 1 εκροή 2.000, 5.000, 20.000 DMUs	Dim/2	Trainlm	Tansig/purelin	1000 / 0.0001	Min-max	10-Fold
1 εισροή 1 εκροή 10.000 DMUs	Dim/2	Trainbr	Tansig/purelin	1000 / 0.0001	Min-max	10-Fold
1 εισροή 1 εκροή 50.000 DMUs	2×dim	Trainlm	Tansig/purelin	1000 / 0.0001	Min-max	10-Fold
2 εισροές 2 εκροές	Dim/2	Trainlm	Tansig/purelin	1000 / 0.0001	Min-max	10-Fold
2 εισροές 2 εκροές 10.000 DMUs	Dim/2	Trainbr	Tansig/purelin	1000 / 0.0001	Min-max	10-Fold
3 εισροές 3 εκροές 2.000, 5.000 DMUs	Dim/2	trainlm	Tansig/purelin	1000 / 0.0001	Min-max	10-Fold
3 εισροές 3 εκροές 10.000 DMUs	Dim/4	trainlm	Tansig/purelin	1000 / 0.0001	Min-max	10-Fold

Συγκριτική αξιολόγηση τεχνητών νευρωνικών δικτύων και μηχανών διανυσμάτων υποστήριξης για την προσέγγιση της αποδοτικότητας της περιβάλλουσας ανάλυσης δεδομένων

3 εισροές 3 εκροές 20.000 DMUs	Dim/3	trainlm	Tansig/purelin	1000 / 0.0001	Min-max	10-Fold
3 εισροές 3 εκροές 50.000 DMUs	Dim/2, dim/3	Trainbr	Tansig/tansig/purelin	1000 / 0.0001	Min-max	10-Fold
4 εισροές 4 εκροές 2.000, 5.000 DMUs	Dim/2	Trainlm	Tansig/ purelin	1000 / 0.0001	Min-max	10-Fold
4 εισροές 4 εκροές 10.000 DMUs	Dim/3, dim/3	trainlm	Tansig/tansig/purelin	1000 / 0.0001	Min-max	10-Fold
4 εισροές 4 εκροές 20.000 DMUs	Dim/3	Trainlm	Tansig/ purelin	1000 / 0.0001	Min-max	10-Fold
4 εισροές 4 εκροές 50.000 DMUs	Dim/3, dim/3	trainbr	Tansig/tansig/purelin	1000 / 0.0001	Min-max	10-Fold
5 εισροές 5 εκροές 2.000, 5.000 DMUs	Dim/4	Trainbr	Tansig/purelin	1000 / 0.0001	Min-max	10-Fold
5 εισροές 5 εκροές 10.000 DMUs	Dim/3, dim/4	trainlm	Tansig/tansig/purelin	1000 / 0.0001	Min-max	10-Fold
5 εισροές 5 εκροές 20.000 DMUs	Dim/3	trainbr	Tansig/purelin	1000 / 0.0001	Min-max	10-Fold
5 εισροές 5 εκροές 50.000 DMUs	Dim/2, dim/3	trainlm	Tansig/tansig/purelin	1000 / 0.0001	Min-max	10-Fold
10 εισροές 10 εκροές 2.000, 5.000 DMUs	Dim/2	Trainlm	Tansig/purelin	1000 / 0.0001	Min-max	10-Fold

10 εισροές 10 εκροές 10.000, 20.000 DMUs	Dim/2, dim/3, dim/4	Trainlm	Tansig/tansig/tansig/purelin	1000 / 0.0001	Min-max	10-Fold
10 εισροές 10 εκροές 50.000 DMUs	Dim/3, dim/4	Trainlm	Tansig/tansig/tansig/purelin	1000 / 0.0001	Min-max	10-Fold
15 εισροές 15 εκροές 2.000, 5.000 DMUs	Dim/2	Trainlm	tansig/purelin	1000 / 0.0001	Min-max	10-Fold
15 εισροές 15 εκροές 10.000, 20.000, 50.000 DMUs	Dim/2, dim/3, dim/4	trainlm	Tansig/tansig/tansig/purelin	1000 / 0.0001	Min-max	10-Fold
20 εισροές 20 εκροές 2.000, 5.000 DMUs	Dim/2	Trainlm	Tansig/purelin	1000 / 0.0001	Min-max	10-Fold
20 εισροές 20 εκροές 10.000 DMUs	Dim/2, dim/3, dim/3	Trainlm	Tansig/tansig/tansig/purelin	1000 / 0.0001	Min-max	10-Fold
20 εισροές 20 εκροές 20.000, 50.000 DMUs	Dim/2, dim/3, dim/4	Trainlm	Tansig/tansig/tansig/purelin	1000 / 0.0001	Min-max	10-Fold

Τα μοντέλα μηχανικής μάθησης εξάγουν τα παρακάτω αποτελέσματα:

Πίνακας 2: MAE ± Std ανά διάσταση

Διάσταση	SVM Εκπαίδευση	SVM Εξέταση	ANN Εκπαίδευση	ANN Εξέταση
1×1	0.0221 ± 0.0036	0.0224 ± 0.0038	0.0059 ± 0.0043	0.0063 ± 0.0044
2×2	0.0192 ± 0.0028	0.0195 ± 0.0031	0.0057 ± 0.0024	0.0065 ± 0.0025
3×3	0.0185 ± 0.0033	0.0187 ± 0.0035	0.0056 ± 0.0017	0.0060 ± 0.0018
4×4	0.0175 ± 0.0024	0.0178 ± 0.0027	0.0073 ± 0.0033	0.0074 ± 0.0035
5×5	0.0180 ± 0.0021	0.0182 ± 0.0022	0.0080 ± 0.0038	0.0083 ± 0.0039
10×10	0.0184 ± 0.0019	0.0185 ± 0.0020	0.0054 ± 0.0014	0.0055 ± 0.0015
15×15	0.0191 ± 0.0018	0.0192 ± 0.0019	0.0060 ± 0.0032	0.0061 ± 0.0033
20×20	0.0198 ± 0.0018	0.0200 ± 0.0020	0.0069 ± 0.0012	0.0070 ± 0.0013

Συγκριτική αξιολόγηση τεχνητών νευρωνικών δικτύων και μηχανών διανυσμάτων υποστήριξης για την προσέγγιση της αποδοτικότητας της περιβάλλουσας ανάλυσης δεδομένων

Πίνακας 3: MAE $\pm$ Std ανά πλήθος δεδομένων

Δεδομένα	SVM Εκπαίδευση	SVM Εξέταση	ANN Εκπαίδευση	ANN Εξέταση
2.000	0.0280 $\pm$ 0.0057	0.0284 $\pm$ 0.0060	0.0132 $\pm$ 0.0067	0.0139 $\pm$ 0.0070
5.000	0.0229 $\pm$ 0.0026	0.0232 $\pm$ 0.0027	0.0037 $\pm$ 0.0030	0.0045 $\pm$ 0.0033
10.000	0.0190 $\pm$ 0.0008	0.0191 $\pm$ 0.0008	0.0068 $\pm$ 0.0031	0.0073 $\pm$ 0.0033
20.000	0.0174 $\pm$ 0.0004	0.0175 $\pm$ 0.0004	0.0069 $\pm$ 0.0023	0.0069 $\pm$ 0.0024
50.000	0.0160 $\pm$ 0.0003	0.0161 $\pm$ 0.0003	0.0058 $\pm$ 0.0027	0.0060 $\pm$ 0.0028

Πίνακας 4: R² $\pm$ Std ανά διάσταση

Διάσταση	SVM Εκπαίδευση	SVM Εξέταση	ANN Εκπαίδευση	ANN Εξέταση
1×1	0.9934 $\pm$ 0.0040	0.9928 $\pm$ 0.0099	0.9953 $\pm$ 0.0030	0.9960 $\pm$ 0.0035
2×2	0.9888 $\pm$ 0.0085	0.9721 $\pm$ 0.0219	0.9960 $\pm$ 0.0022	0.9954 $\pm$ 0.0036
3×3	0.9884 $\pm$ 0.0108	0.9761 $\pm$ 0.0180	0.9970 $\pm$ 0.0011	0.9965 $\pm$ 0.0018
4×4	0.9884 $\pm$ 0.0111	0.9791 $\pm$ 0.0151	0.9946 $\pm$ 0.0033	0.9943 $\pm$ 0.0040
5×5	0.9885 $\pm$ 0.0104	0.9811 $\pm$ 0.0132	0.9952 $\pm$ 0.0032	0.9942 $\pm$ 0.0051
10×10	0.9877 $\pm$ 0.0137	0.9715 $\pm$ 0.0255	0.9978 $\pm$ 0.0031	0.9970 $\pm$ 0.0040
15×15	0.9868 $\pm$ 0.0157	0.9655 $\pm$ 0.0323	0.9972 $\pm$ 0.0031	0.9960 $\pm$ 0.0060
20×20	0.9855 $\pm$ 0.0189	0.9520 $\pm$ 0.0490	0.9964 $\pm$ 0.0018	0.9950 $\pm$ 0.0025

Πίνακας 5: R² $\pm$ Std ανά πλήθος δεδομένων

Δεδομένα	SVM Εκπαίδευση	SVM Εξέταση	ANN Εκπαίδευση	ANN Εξέταση
2.000	0.9659 $\pm$ 0.0166	0.8518 $\pm$ 0.0903	0.9920 $\pm$ 0.0020	0.9540 $\pm$ 0.0700
5.000	0.9845 $\pm$ 0.0045	0.9305 $\pm$ 0.0445	0.9950 $\pm$ 0.0015	0.9730 $\pm$ 0.0400
10.000	0.9884 $\pm$ 0.0019	0.9675 $\pm$ 0.0127	0.9958 $\pm$ 0.0010	0.9780 $\pm$ 0.0120
20.000	0.9897 $\pm$ 0.0012	0.9823 $\pm$ 0.0068	0.9960 $\pm$ 0.0010	0.9820 $\pm$ 0.0050
50.000	0.9914 $\pm$ 0.0018	0.9904 $\pm$ 0.0020	0.9970 $\pm$ 0.0010	0.9950 $\pm$ 0.0030

Συμπεράσματα:

- Παρατηρούμε ότι και στην περίπτωση που οι βαθμοί αποδοτικότητας ακολουθούν την Normal κατανομή, τα μοντέλα μηχανικής μάθησης αποδίδουν πολύ καλά αποτελέσματα και μπορούν να προσεγγίσουν σε καλό βαθμό τους βαθμούς αποδοτικότητας της DEA.
- Η αύξηση του πλήθους των δεδομένων οδηγεί σε αύξηση του R² και μείωση του MAE γεγονός που μας οδηγεί στο συμπέρασμα ότι η αύξηση του πλήθους των δεδομένων οδηγεί σε μονοτονική βελτίωση των μοντέλων.
- Το SVM εμφανίζει πιο ομαλή και προβλέψιμη συμπεριφορά ως προς την γενίκευση.
- Το ANN επιτυγχάνει σαφώς μικρότερα MAE και μεγαλύτερα R² ιδιαίτερα για τα μεγαλύτερα σύνολα δεδομένων.
- Για δεδομένα των οποίων οι βαθμοί αποδοτικότητας ακολουθούν την Normal κατανομή, το μοντέλο του ANN εμφανίζει την μεγαλύτερη συνολική υπεροχή έναντι του SVM.

Συνολικά συμπεράσματα για δεδομένα με σταθερές αποδόσεις κλίμακας και προσανατολισμό προς τις εισροές:

- Για όλες τις κατανομές που ακολουθούν οι βαθμοί αποδοτικότητας μπορούμε να συμπεράνουμε ότι το μοντέλο του SVM αποδίδει τα πιο σταθερά και συνεπή αποτελέσματα.
- Το μοντέλο του ANN, με κατάλληλες προσαρμογές στην αρχιτεκτονική του αποδίδει και αυτό πολύ καλά αποτελέσματα με μεγάλα R² και μικρά MAE.

- Για όλες τις κατανομές και κυρίως για το μοντέλο του SVM, η αύξηση του πλήθους των δεδομένων οδηγεί σε μονοτονική βελτίωση του μοντέλου.
- Η Normal κατανομή είναι η μόνη περίπτωση όπου το μοντέλο του ANN υπερέρχει του μοντέλου του SVM.

6.4. Δεδομένα Τράπεζας με σταθερές αποδόσεις κλίμακας και προσανατολισμό προς τις εισροές

Αφού εξετάσαμε δεδομένα των οποίων οι βαθμοί αποδοτικότητας ακολουθούσαν συγκεκριμένες κατανομές, εξετάζουμε τώρα και πραγματικά δεδομένα για να ελέγξουμε την απόδοση των μοντέλων σε πραγματικές συνθήκες. Τα δεδομένα αφορούν δεδομένα από εμπορικές τράπεζες των Ηνωμένων Πολιτειών Αμερικής [9] που περιέχουν 19.939 DMUs 6 εισροές και 5 εκροές. Τα δεδομένα εμφανίζονταν πρώτα σε SAS μορφή και εξήχθησαν από τον Francisco J. Lopez τον Ιανουάριο του 2004. Έπειτα μεταμορφώθηκαν από το πανεπιστήμιο του Οβιέδο της Ισπανίας.

Παρακάτω παρουσιάζεται η αρχιτεκτονική του νευρωνικού που χρησιμοποιήθηκε για το συγκεκριμένο πείραμα:

Πίνακας 1: Αρχιτεκτονική του τεχνητού νευρωνικού δικτύου

Διάσταση	Αρχιτεκτονική	Αλγόριθμος εκπαίδευσης	Ενεργοποιήσεις	Εποχές/Στόχος	Normalization	Split
6 εισροές 5 εκροές 19.939 DMUs	Dim, dim/2, dim/3, dim/3	Trainlm	Tansig/tansig/tansig/tansig/purelin	1000 / 0.0001	[0,1]	10-Fold

Τα αποτελέσματα που αποδίδουν τα μοντέλα μηχανικής μάθησης είναι τα εξής:

Πίνακας 2: Αποτελέσματα των μοντέλων μηχανικής μάθησης

Μοντέλο	Train MAE	Test MAE	Train R ²	Test R ²
SVM	0.0375 ± 0.0003	0.0480 ± 0.0000	0.7463 ± 0.0034	0.6304 ± 0.0005
ANN	0.0298 ± 0.0036	0.0297 ± 0.0035	0.8639 ± 0.0296	0.8550 ± 0.0240

Με τα παραπάνω αποτελέσματα μπορούμε να εξάγουμε τα εξής συμπεράσματα:

- Το ANN παρουσιάζει αισθητά χαμηλότερες τιμές MAE και μεγαλύτερες τιμές R² από το SVM τόσο στο σύνολο εκπαίδευσης όσο και στο σύνολο εξέτασης.
- Οι μικρές τυπικές αποκλίσεις του SVM δείχνουν σταθερή συμπεριφορά μεταξύ των folds αλλά η συνολική απόδοση παραμένει χαμηλότερη από το ANN.
- Από την άλλη το ANN εμφανίζει μεγαλύτερη μεταβλητότητα μεταξύ folds, αλλά παρουσιάζει σαφώς καλύτερη ικανότητα πρόβλεψης και γενίκευσης.
- Συνολικά το μοντέλο του ANN υπερτερεί του SVM.
- Τέσσερα κρυφά στρώματα νευρώνων φαίνεται να είναι αναγκαία καθώς λιγότερα στρώματα δεν αποδίδουν καλά αποτελέσματα. Ενδεικτικά παρουσιάζεται η αρχιτεκτονική του νευρωνικού δικτύου που δεν αποδίδει καλά αποτελέσματα:

Πίνακας 4: Αρχιτεκτονική νευρωνικού δικτύου

Διάσταση	Αρχιτεκτονική	Αλγόριθμος εκπαίδευσης	Ενεργοποιήσεις	Εποχές/Στόχος	Normalization	Split
6 εισροές 5 εκροές 19.939 DMUs	Dim, dim/2	Trainlm	Tansig/tansig/purelin	2000 / 0.0001	[0,1]	10-Fold

Με την παραπάνω αρχιτεκτονική εξάγουμε τα εξής αποτελέσματα:

Πίνακας 5: Αποτελέσματα νευρωνικού δικτύου με την παραπάνω αρχιτεκτονική

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
TrainMAE	0.0218	0.0252	0.0241	0.0232	0.0217	0.0215	0.0229	0.0234	0.0247	0.0257
TestMAE	0.0222	0.0256	0.0269	0.0241	0.0225	0.0217	0.0246	0.0234	0.0480	0.0263
TrainRsquared	0.9244	0.9002	0.9103	0.9152	0.9249	0.9268	0.9208	0.9130	0.9030	0.8964
TestRsquared	0.9237	0.8930	0.4352	0.9123	0.9184	0.9252	0.7693	0.9171	-720.780	0.8914

- Αναφορικά με τον πίνακα 4.5, παρατηρείται μια σημαντική πτώση του μέτρου προσδιορισμού. Η αρνητική αυτή τιμή οφείλεται στην ιδιαίτερη ευαισθησία του μέτρου σε μεγάλες αποκλίσεις μεταξύ προβλεπόμενων και πραγματικών τιμών. Το φαινόμενο αυτό γίνεται πιο έντονο όταν τα δεδομένα δεν είναι ομοιόμορφα κατανομημένα. Επίσης, τα αποτελέσματα δείχνουν ότι η χρήση περισσότερων κρυφών στρωμάτων οδηγεί σε καλύτερη απόδοση του μοντέλου καθώς επιτρέπει την αναπαράσταση πιο σύνθετων μη γραμμικών σχέσεων μεταξύ εισροών και εκροών.

6.5. Δεδομένα Τράπεζας με μεταβλητές αποδόσεις κλίμακας και προσανατολισμό προς τις εισροές.

Στη συνέχεια θα παρουσιάσουμε τα αποτελέσματα των δεδομένων τράπεζας με μεταβλητές αποδόσεις κλίμακας και προσανατολισμό προς τις εκροές. Η αρχιτεκτονική του μοντέλου του ANN είναι η εξής:

Πίνακας 1: Αρχιτεκτονική μοντέλου τεχνητού νευρωνικού δικτύου

Διάσταση	Αρχιτεκτονική	Αλγόριθμος εκπαίδευσης	Ενεργοποιήσεις	Εποχές/Στόχος	Normalization	Split
6 εισροές 5 εκροές 19.939 DMUs	Dim, dim/2, dim/4, dim/8	Trainlm	Tansig/tansig/tansig/tansig/purelin	1000 / 0.0001	[0,1]	10-Fold

Τα αποτελέσματα που αποδίδουν τα μοντέλα μηχανικής μάθησης είναι τα εξής:

Πίνακας 2: Αποτελέσματα των μοντέλων μηχανικής μάθησης:

Μοντέλο	Train MAE	Test MAE	Train R ²	Test R ²
SVM	0.0359 ± 0.0013	0.0480 ± 0.0000	0.7908 ± 0.0127	0.6913 ± 0.0024
ANN	0.0327 ± 0.0028	0.0325 ± 0.0027	0.8576 ± 0.0230	0.8636 ± 0.0217

Από τα παραπάνω αποτελέσματα εξάγουμε τα εξής συμπεράσματα:

- Το μοντέλο του νευρωνικού δικτύου αποδίδει καλύτερα αποτελέσματα από το μοντέλο του SVM.
- Στο μοντέλο του SVM παρατηρείται σημαντική διαφορά μεταξύ του συνόλου εκπαίδευσης και του συνόλου εξέτασης, γεγονός που υποδηλώνει δυσκολία γενίκευσης.

6.6. Δεδομένα Τράπεζας με μεταβλητές αποδόσεις κλίμακας και προσανατολισμό προς τις εκροές.

Τέλος, παρουσιάζουμε τα αποτελέσματα για δεδομένα τράπεζας με μεταβλητές αποδόσεις κλίμακας και προσανατολισμό στις εκροές. Η αρχιτεκτονική του μοντέλου του νευρωνικού δικτύου είναι η εξής:

Συγκριτική αξιολόγηση τεχνητών νευρωνικών δικτύων και μηχανών διανυσμάτων υποστήριξης για την προσέγγιση της αποδοτικότητας της περιβάλλουσας ανάλυσης δεδομένων

Πίνακας 1: Αρχιτεκτονική του ANN

Διάσταση	Αρχιτεκτονική	Αλγόριθμος εκπαίδευσης	Ενεργοποιήσεις	Εποχές/Στόχος	Normalization	Split
6 εισροές 5 εκροές 19.939 DMUs	Dim, dim/2, dim/4, dim/8	Trainbr	Tansig/tansig/tansig/tansig/purelin	1000 / 0.0001	[0,1]	10-Fold

Πίνακας 2: Αποτελέσματα των μοντέλων μηχανικής μάθησης:

Μοντέλο	Train MAE	Test MAE	Train R ²	Test R ²
SVM	0.0327 ± 0.0028	0.0325 ± 0.0027	0.8576 ± 0.0230	0.8636 ± 0.0217
ANN	0.0336 ± 0.0059	0.0334 ± 0.0059	0.8351 ± 0.0548	0.8323 ± 0.0587

Για τα παραπάνω αποτελέσματα εξάγουμε τα εξής συμπεράσματα:

1. Και τα δύο μοντέλα αποδίδουν σταθερά αποτελέσματα.
2. Το μοντέλο του νευρωνικού δικτύου με την παραπάνω αρχιτεκτονική υπερτερεί σε αποτελέσματα του SVM.
3. Όπως και στις προηγούμενες περιπτώσεις έτσι και σε αυτή, τέσσερα κρυφά στρώματα νευρώνων είναι αρκετά για αποδώσουν καλά αποτελέσματα.

7. Επίλογος

Στην παρούσα εργασία εξετάστηκε η δυνατότητα προσέγγισης των βαθμών αποδοτικότητας της περιβάλλουσας ανάλυσης δεδομένων μέσω μοντέλων μηχανικής μάθησης. Στόχος ήταν η ακριβής προσέγγιση των βαθμών αυτών μέσω μοντέλων μηχανικής μάθησης, μειώνοντας σημαντικά το υπολογιστικό κόστος που απαιτεί η επίλυση των αντίστοιχων προβλημάτων γραμμικού προγραμματισμού. Διασφαλίστηκε ότι οι μονάδες λήψης αποφάσεων που χρησιμοποιήθηκαν για να εκπαιδεύσουν τα μοντέλα μηχανικής μάθησης έχουν πρώτα αξιολογηθεί σε σχέση με το αποδοτικό σύνολο. Διαδραματίστηκαν πολλά πειράματα με διαφορετικό μέγεθος, διαφορετικό αριθμό εισροών και εκροών καθώς και βαθμούς αποδοτικότητας που ακολουθούσαν διαφορετικές κατανομές. Επίσης, οι μέθοδοι μηχανικής μάθησης εξετάστηκαν και σύνολα δεδομένων τα οποία προέρχονται από πραγματικά τραπεζικά δεδομένα. Σύμφωνα με τα παραπάνω πειράματα που διεξήχθησαν για όλες τις περιπτώσεις της περιβάλλουσας ανάλυσης δεδομένων και για όλα τα δεδομένα των οποίων οι βαθμοί αποδοτικότητας ακολουθούν τις κατανομές που ονομάστηκαν πιο πάνω, εξάγουμε τα παρακάτω συμπεράσματα:

- Σύμφωνα με τον αρχικό στόχο, δηλαδή η διερεύνηση της δυνατότητας χρήσης τεχνικών μηχανικής μάθησης για την προσέγγιση των βαθμών αποδοτικότητας που προκύπτουν από την περιβάλλουσα ανάλυση δεδομένων, μπορούμε να συμπεράνουμε ότι τα μοντέλα που αναπτύχθηκαν πιο πάνω μπορούν να μάθουν σε πολύ καλό βαθμό το ντετερμινιστικό των μοντέλων της περιβάλλουσας ανάλυσης που αναπτύχθηκαν πιο πάνω.
- Επίσης, παράλληλος στόχος αποτελεί και η μείωση του υπολογιστικού κόστους, ιδιαίτερα σε εφαρμογές μεγάλης κλίμακας όπου ο αριθμός των εισροών και εκροών είναι ιδιαίτερα μεγάλος. Μέσα από την σύγκριση των αποτελεσμάτων των μοντέλων μηχανικής μάθησης με τους πραγματικούς βαθμούς αποδοτικότητας, εξετάζεται η ακρίβεια, η σταθερότητα και η γενικευσιμότητα των προτεινόμενων μεθόδων.
- Πιο ειδικά εξάγουμε τα εξής συμπεράσματα:
 - Το μοντέλο του SVM, αποφέρει πιο συνεπή αποτελέσματα, για όλες τις μεθόδους της περιβάλλουσας ανάλυσης δεδομένων και για όλες τις κατανομές που ακολουθούν τα δεδομένα.
 - Το μοντέλο του τεχνητού νευρωνικού δικτύου, αν και εξαρτάται σε πολύ μεγάλο βαθμό από την αρχιτεκτονική και τις συναρτήσεις εκπαίδευσης, με κατάλληλη

προσαρμογή φαίνεται ότι και αυτό προσεγγίζει σε πολύ καλό βαθμό το ντετερμινιστικό της περιβάλλουσας ανάλυσης για όλες τις περιπτώσεις που αναπτύχθηκαν πιο πάνω.

Τέλος, η παρούσα τεχνική είναι πιο γενική και αφήνει σημαντικά περιθώρια για περαιτέρω έρευνα και βελτίωση της αξιολόγησης της αποδοτικότητας μονάδων λήψης αποφάσεων. Ενδεικτικά, μελλοντικές προεκτάσεις μπορούν να περιλαμβάνουν:

- Την εφαρμογή των προτεινόμενων μεθόδων σε πραγματικά δεδομένα, όπως σε τομείς υγείας, προστασίας δεδομένων και χρηματοοικονομικών αγορών.
- Την διερεύνηση περισσότερων μεθόδων μηχανικής μάθησης, όπως αναδρομικά νευρωνικά δίκτυα.

8. Πίνακας ορολογιών

Αγγλικός όρος	Ελληνικός όρος
Artificial neural network	Τεχνητό νευρωνικό δίκτυο
Support vector machine	Μηχανές διανυσμάτων υποστήριξης
Data envelopment analysis	Περιβάλλουσα ανάλυση δεδομένων
Decision making units	Μονάδες λήψης αποφάσεων
Constant returns to scale	Σταθερές αποδόσεις κλίμακας
Variable returns to scale	Μεταβλητές αποδόσεις κλίμακας
Increasing returns to scale	Αύξουσες αποδόσεις κλίμακας
Decreasing returns to scale	Φθίνουσες αποδόσεις κλίμακας
Multi – layer peceptrons	Πολυεπίπεδα νευρωνικά δίκτυα
Structural risk minimization	Αρχή της δομικής ελαχιστοποίησης κινδύνου
Kernel functions	Συναρτήσεις πυρήνα
Gaussian radial basis function	Γκαουσιανή συνάρτηση ακτινικής βάσης
PowerLaw distribution	Κατανομή νόμου δύναμης
Normal distribution	Κανονική κατανομή
Uniform distribution	Ομοιόμορφη κατανομή
Bins	Διαστήματα
Mean absolute error	Μέσο απόλυτο σφάλμα
Coefficient of Determination	Μέτρο προσδιορισμού
Standard deviation	Σταθερή απόκλιση
Machine learning	Μηχανική μάθηση
Inputs	Εισροές
Outputs	Εκροές

9. Πίνακας συντμήσεων

Συντομογραφία	Πλήρης ονομασία
DEA	Data Envelopment Analysis
ANN	Artificial Neural Network
SVM	Support Vector Machine
BCC	Banker – Charnes – Cooper
CCR	Charnes – Cooper – Rhodes
CRS	Constant Returns to Scale

Συγκριτική αξιολόγηση τεχνητών νευρωνικών δικτύων και μηχανών διανυσμάτων υποστήριξης για την προσέγγιση της αποδοτικότητας της περιβάλλουσας ανάλυσης δεδομένων

VRS	Variable Returns to Scale
IRS	Increasing Returns to Scale
DRS	Decreasing Returns to Scale
DMU	Decision Making Unit
MLP	Multi-Layer Perceptron
SRM	Structural Risk Minimization
MAE	Mean Absolute Error
R ²	Coefficient of Determination
Std	Standard deviation

10. Βιβλιογραφία

- [1] A. D. Athanassopoulos and S. P. Curram,
“A comparison of data envelopment analysis and artificial neural networks as tools for assessing the efficiency of decision making units,”
Journal of the Operational Research Society, vol. 47, no. 8, pp. 1000–1016, 1996.
- [2] A. Emrouznejad and E. Shale,
“A combined neural network and DEA for measuring efficiency of large scale datasets,”
Computers & Industrial Engineering, vol. 56, pp. 249–254, 2009.
- [3] M.-C. Lee and C. To,
“Comparison of Support Vector Machine and Back Propagation Neural Network in Evaluating the Enterprise Financial Distress,”
International Journal of Artificial Intelligence & Applications, vol. 1, no. 3, pp. 31–43, 2010.
- [4] C.-C. Yeh, D.-J. Chi and M.-F. Hsu,
“A hybrid approach of DEA, rough set and support vector machines for business failure prediction,”
Expert Systems with Applications, vol. 37, pp. 1535–1541, 2010.
- [5] M. Farahmand, M. I. Desa and M. Nilashi,
“A Combined Data Envelopment Analysis and Support Vector Regression for Efficiency Evaluation of Large Decision Making Units,”
International Journal of Engineering and Technology, vol. 6, no. 5, pp. 2310–2321, 2014.
- [6] V. Vapnik,
Statistical Learning Theory,
New York: Wiley, 1999.
- [7] A. Charnes, W. W. Cooper and E. Rhodes,
“Measuring the efficiency of decision making units,”
European Journal of Operational Research, vol. 2, pp. 429–444, 1978.
- [8] R. D. Banker, A. Charnes and W. W. Cooper,
“Some models for estimating technical and scale inefficiencies in data envelopment analysis,”
Management Science, vol. 30, no. 9, pp. 1078–1092, 1984.

Συγκριτική αξιολόγηση τεχνητών νευρωνικών δικτύων και μηχανών διανυσμάτων υποστήριξης για την προσέγγιση της αποδοτικότητας της περιβάλλουσας ανάλυσης δεδομένων

[9] Banking11by19939.dea

Federal Financial Institutions Examination Council. 2004 Report of Condition and Income. The data originally appeared in SAS format on the Fed page and were obtained by Francisco J. Lopez in January 2004. They were given as a spreadsheet by L. Orea Universidad de Oviedo, Spain.

[10] J. H. Dulá and F. J. López,

“Data envelopment analysis in large-scale applications.”

[11] Y. Chen and Y. Cho,

“A reduction procedure for large-scale data envelopment analysis problems,”
European Journal of Operational Research.

[12] D. Wu, Z. Yang and L. Liang,

“Using DEA-neural network approach for efficiency evaluation,”
Expert Systems with Applications.

[13] J. H. Min and Y.-C. Lee,

“Bankruptcy prediction using support vector machine with optimal choice of kernel function parameters,”
Expert Systems with Applications, vol. 28, no. 4, pp. 603–614, 2005.

[14] A. Pinkus,

“Approximation theory of the MLP model in neural networks,”
Acta Numerica, 1999.

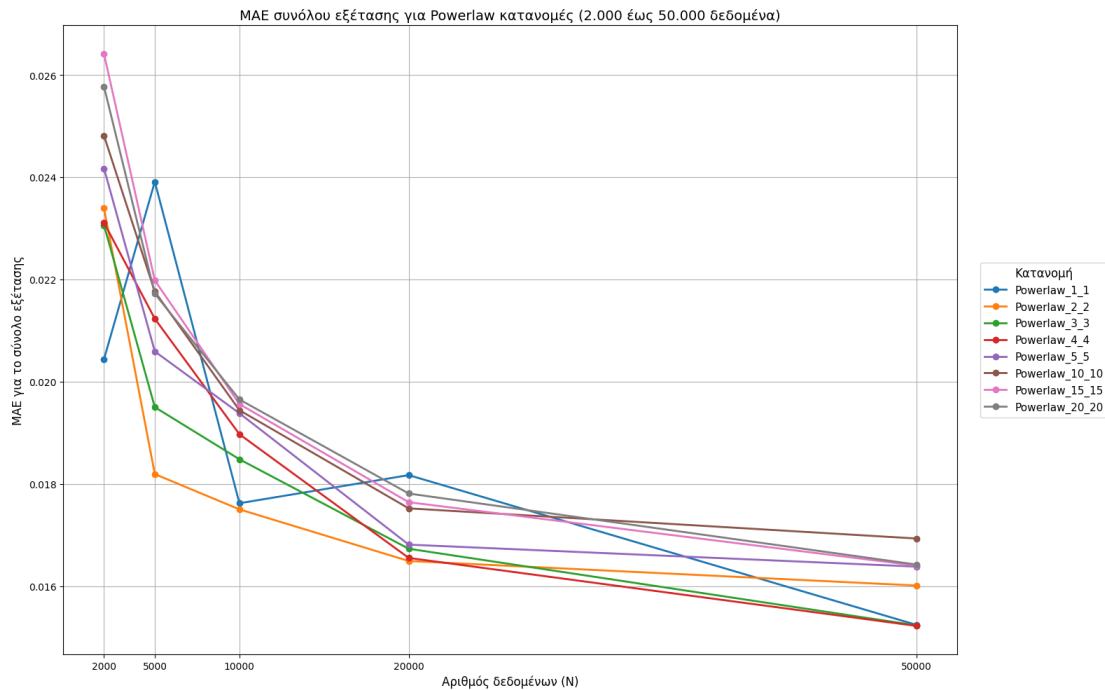
[15] M. Farahmand, M. I. Desa and M. Nilashi,

“A Combined Data Envelopment Analysis and Support Vector Regression for Efficiency Evaluation of Large Decision Making Units,”
International Journal of Engineering and Technology (IJET), vol. 6, no. 5, pp. 2310–2320, 2014.

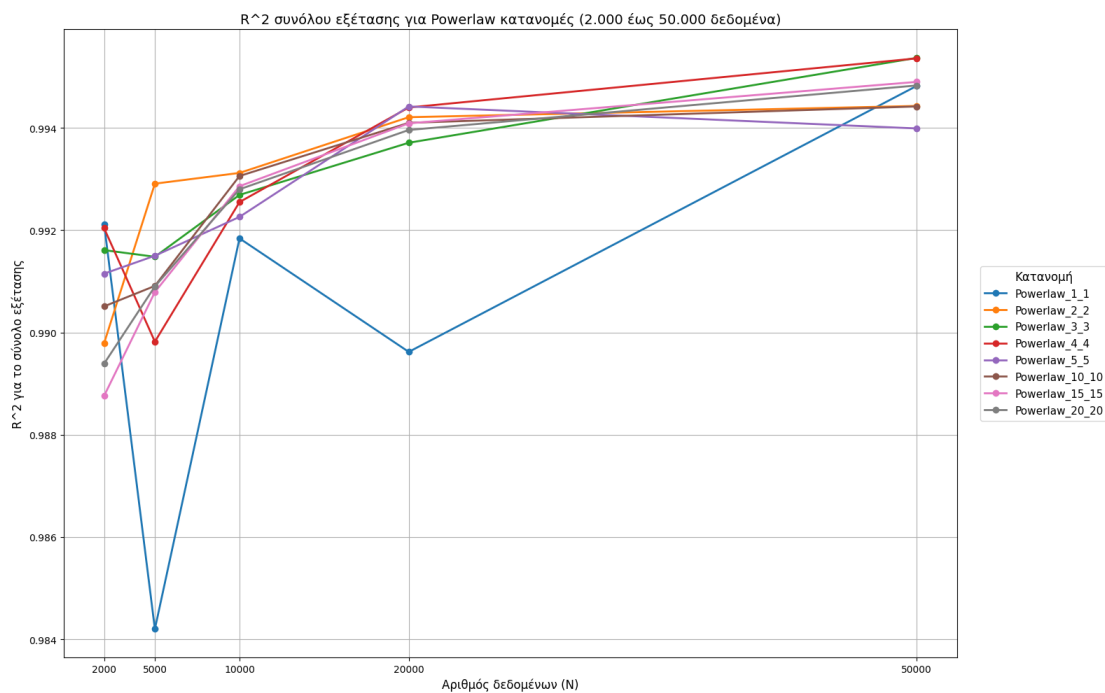
11. Παράρτημα

11.1. Αποτελέσματα ανάλυσης για δεδομένα με σταθερές αποδόσεις κλίμακας και προσανατολισμό στις εισροές.

Σχέδιο 1 : MAE μοντέλου μηχανών διανυσμάτων υποστήριξης για δεδομένα εξέτασης των οποίων οι βαθμοί αποδοτικότητας ακολουθούν την PowerLaw κατανομή

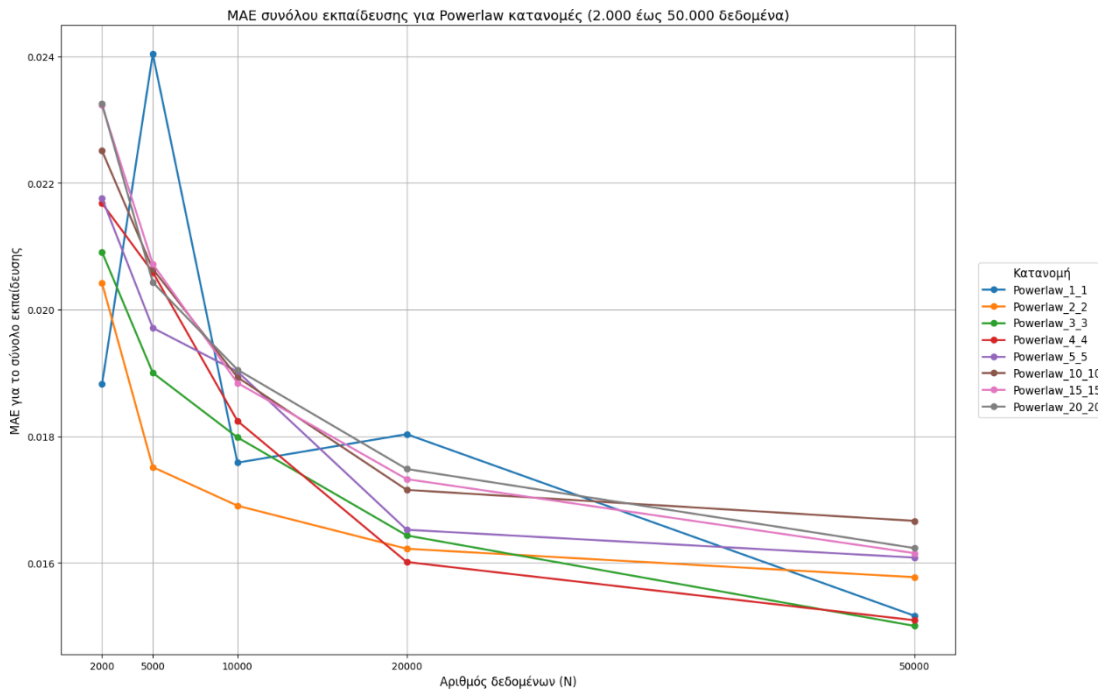


Σχέδιο 2: Μέτρα προσδιορισμού μοντέλου μηχανών διανυσμάτων υποστήριξης για δεδομένα εξέτασης των οποίων οι βαθμοί αποδοτικότητας ακολουθούν την PowerLaw κατανομή

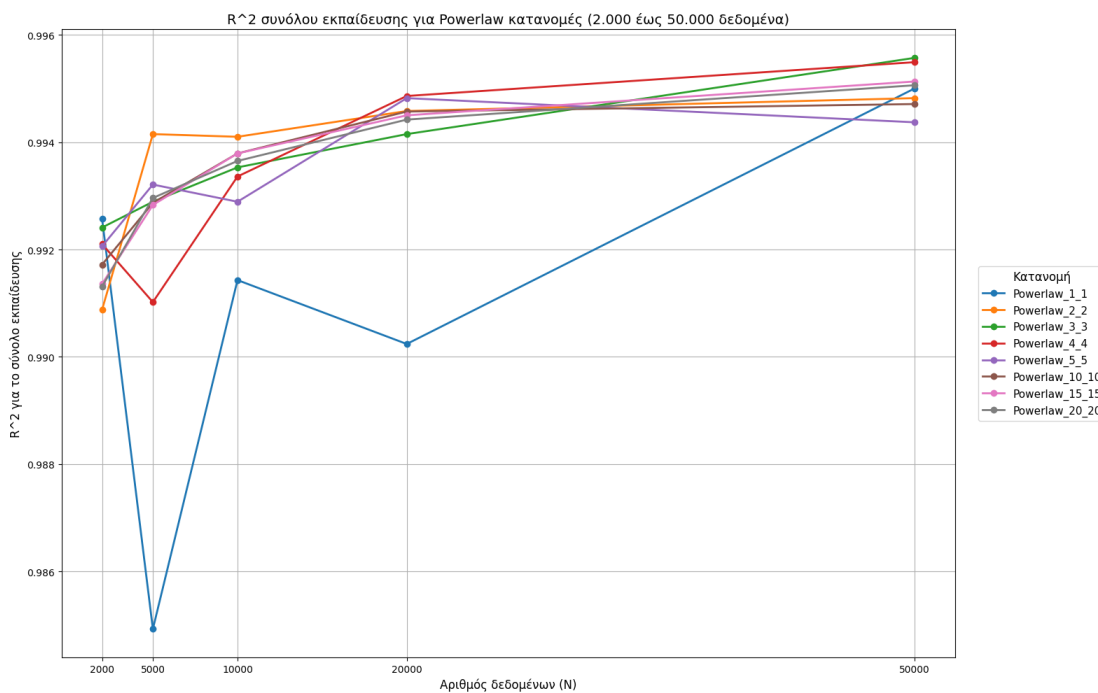


Σχέδιο 3: MAE του μοντέλου μηχανών διανυσμάτων υποστήριξης για δεδομένα εκπαίδευσης των οποίων τα μέτρα αποδοτικότητας ακολουθούν την PowerLaw κατανομή

Συγκριτική αξιολόγηση τεχνητών νευρωνικών δικτύων και μηχανών διανυσμάτων υποστήριξης για την προσέγγιση της αποδοτικότητας της περιβάλλουσας ανάλυσης δεδομένων

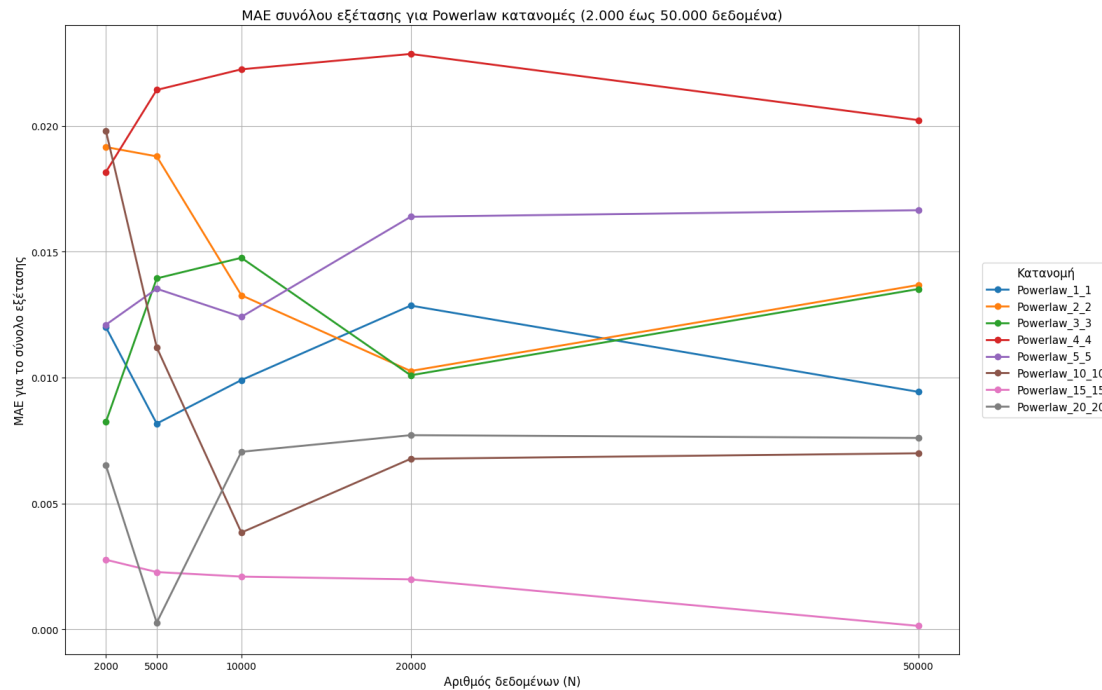


Σχέδιο 4: Μέτρο προσδιορισμού του μοντέλου μηχανών διανυσμάτων υποστήριξης για δεδομένα εκπαίδευσης των οποίων τα μέτρα αποδοτικότητας ακολουθούν την PowerLaw κατανομή.

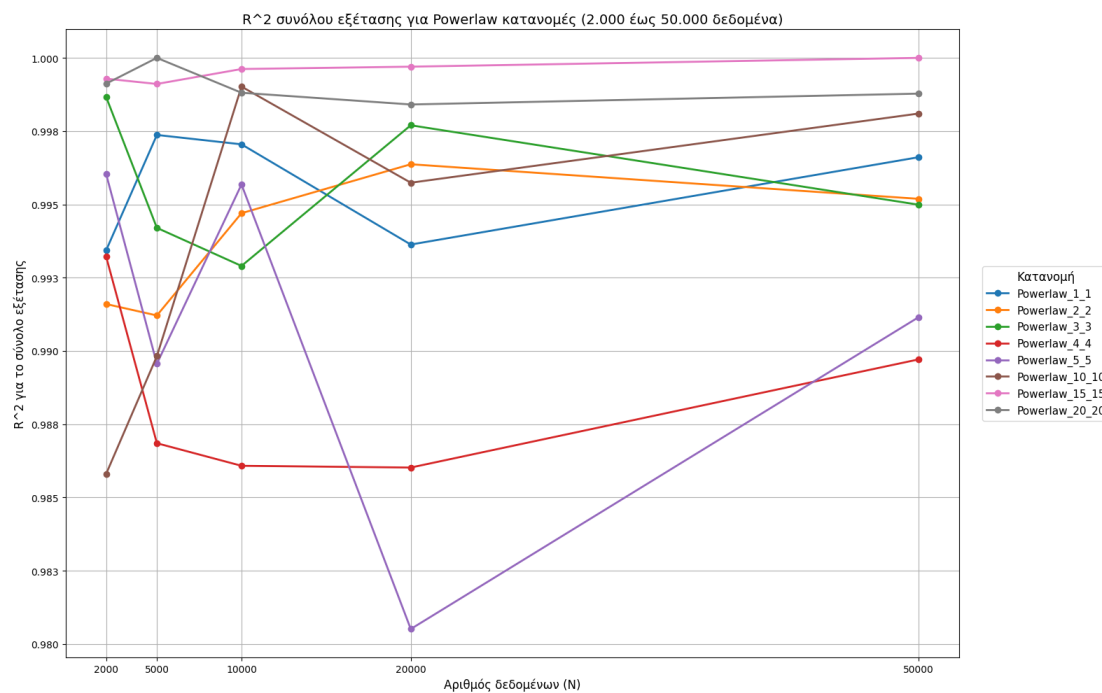


Σχέδιο 5: MAE του μοντέλου του τεχνητού νευρωνικού δικτύου για δεδομένα εξέτασης των οποίων οι βαθμοί αποδοτικότητας ακολουθούν την PowerLaw κατανομή

Συγκριτική αξιολόγηση τεχνητών νευρωνικών δικτύων και μηχανών διανυσμάτων υποστήριξης για την προσέγγιση της αποδοτικότητας της περιβάλλουσας ανάλυσης δεδομένων

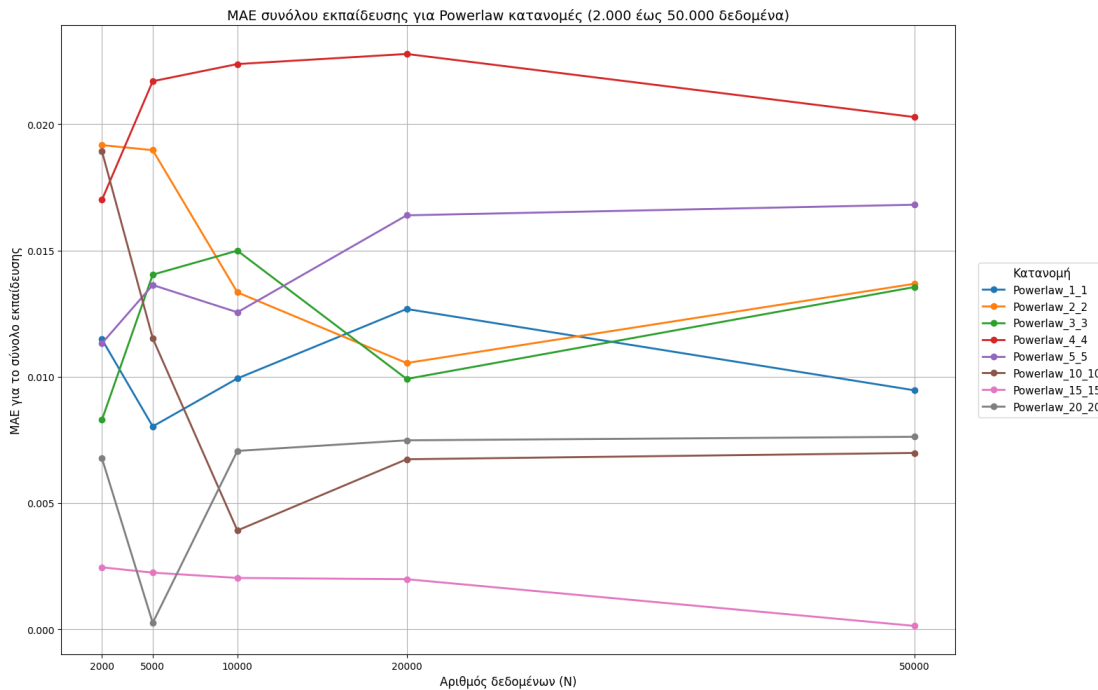


Σχέδιο 6: Μέτρο προσδιορισμού του μοντέλου του τεχνητού νευρωνικού δικτύου για δεδομένα εξέτασης των οποίων οι βαθμοί αποδοτικότητας ακολουθούν την PowerLaw κατανομή

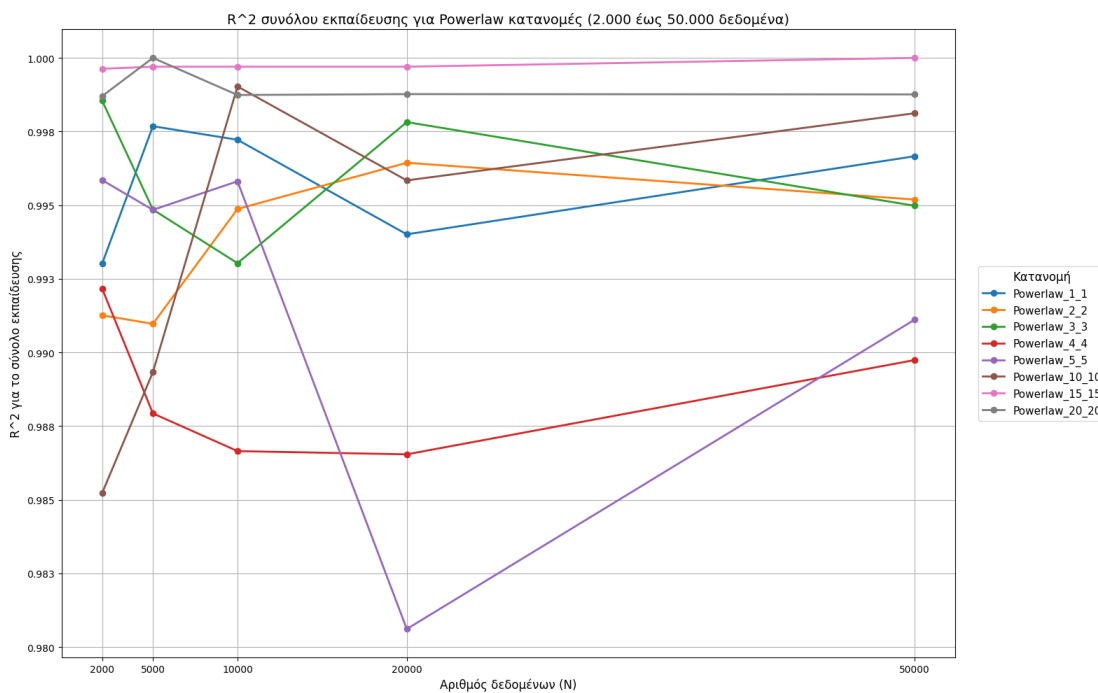


Σχέδιο 7: MAE του μοντέλου του τεχνητού νευρωνικού δικτύου για δεδομένα εκπαίδευσης των οποίων οι βαθμοί αποδοτικότητας ακολουθούν την PowerLaw κατανομή

Συγκριτική αξιολόγηση τεχνητών νευρωνικών δικτύων και μηχανών διανυσμάτων υποστήριξης για την προσέγγιση της αποδοτικότητας της περιβάλλουσας ανάλυσης δεδομένων

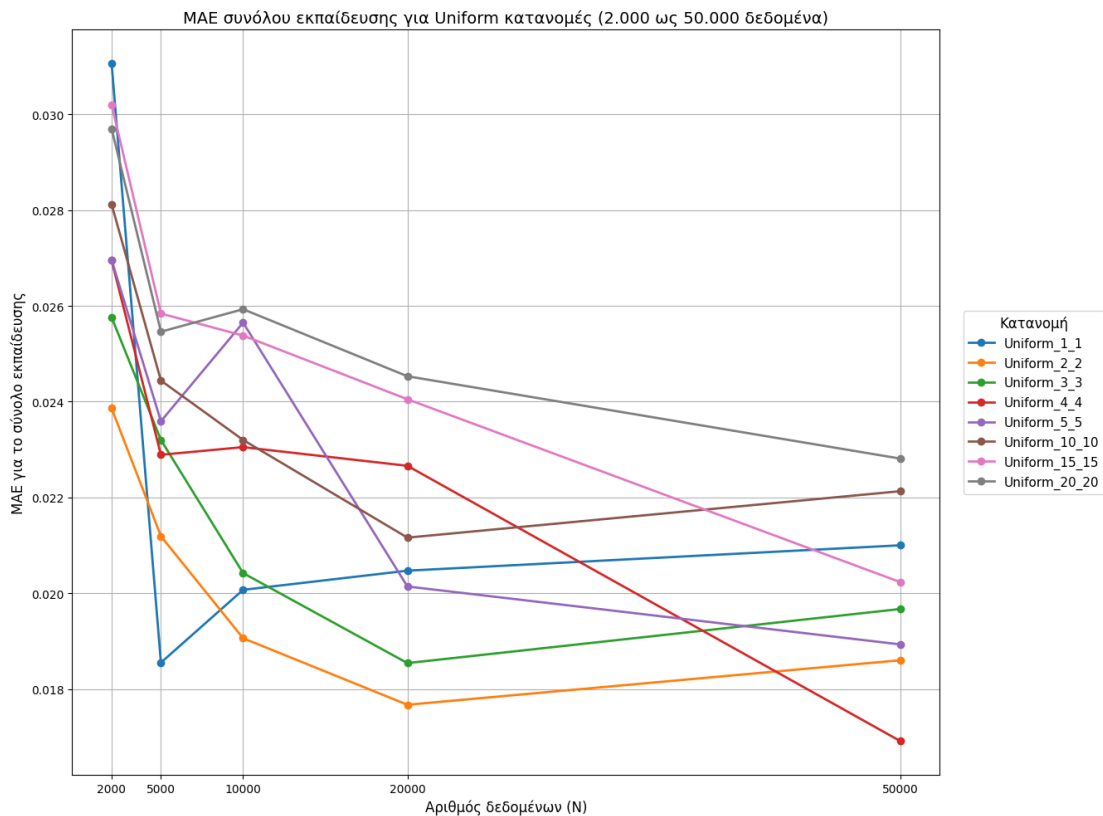


Σχέδιο 8: R^2 του μοντέλου του τεχνητού νευρωνικού δικτύου για δεδομένα εκπαίδευσης των οποίων οι βαθμοί αποδοτικότητας ακολουθούν την PowerLaw κατανομή

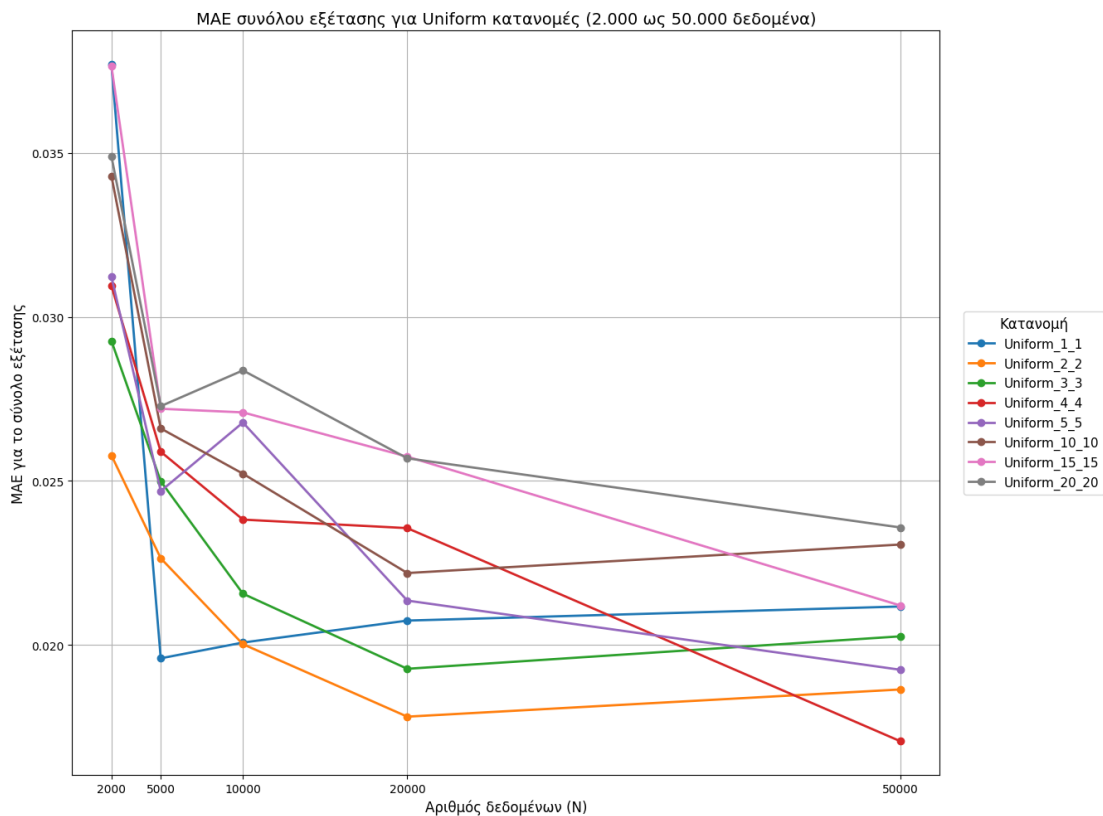


Σχέδιο 9: MAE του μοντέλου SVM για δεδομένα εκπαίδευσης των οποίων οι βαθμοί αποδοτικότητας ακολουθούν την Uniform κατανομή

Συγκριτική αξιολόγηση τεχνητών νευρωνικών δικτύων και μηχανών διανυσμάτων υποστήριξης για την προσέγγιση της αποδοτικότητας της περιβάλλουσας ανάλυσης δεδομένων

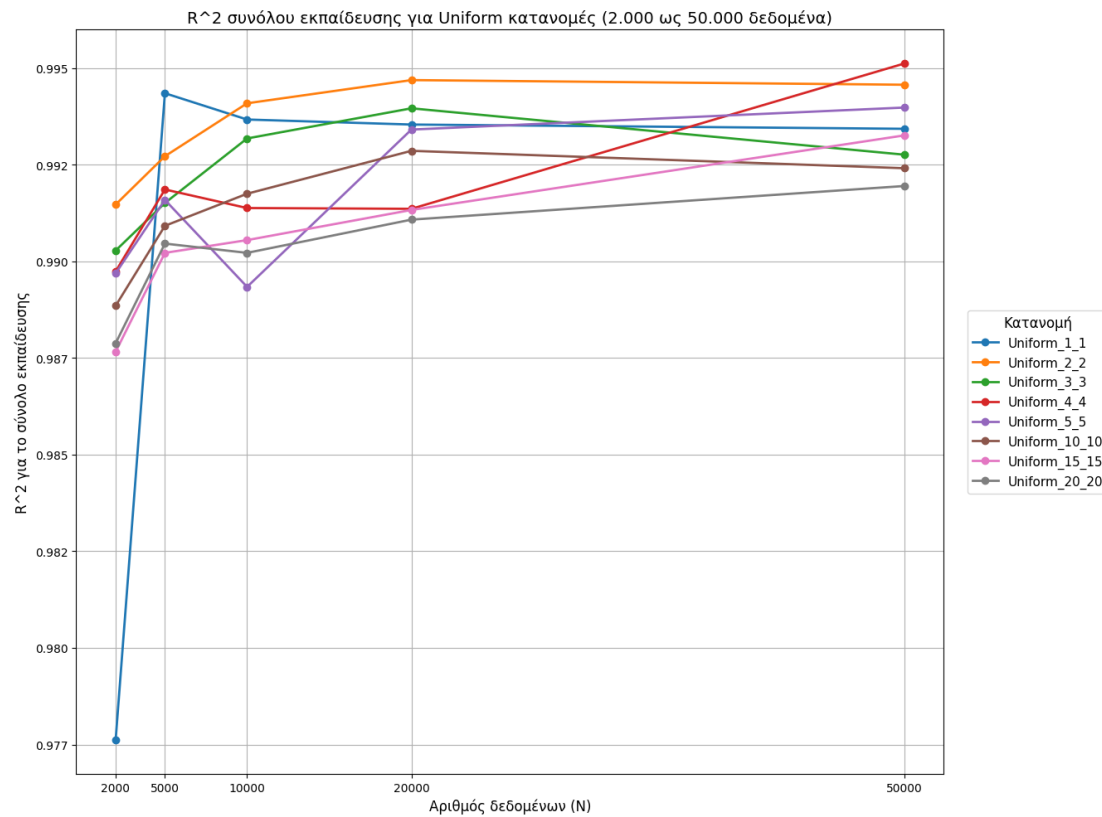


Σχέδιο 10: MAE του μοντέλου SVM για δεδομένα εξέτασης των οποίων οι βαθμοί αποδοτικότητας ακολουθούν την Uniform κατανομή

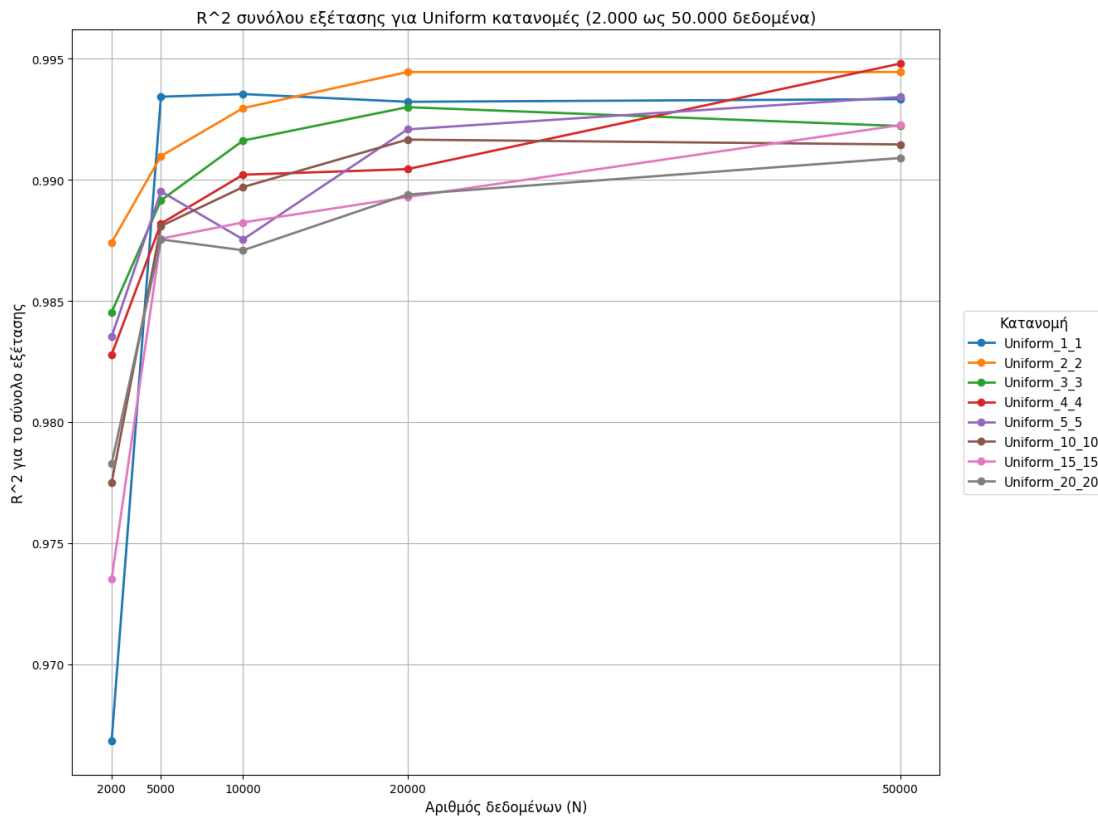


Συγκριτική αξιολόγηση τεχνητών νευρωνικών δικτύων και μηχανών διανυσμάτων υποστήριξης για την προσέγγιση της αποδοτικότητας της περιβάλλουσας ανάλυσης δεδομένων

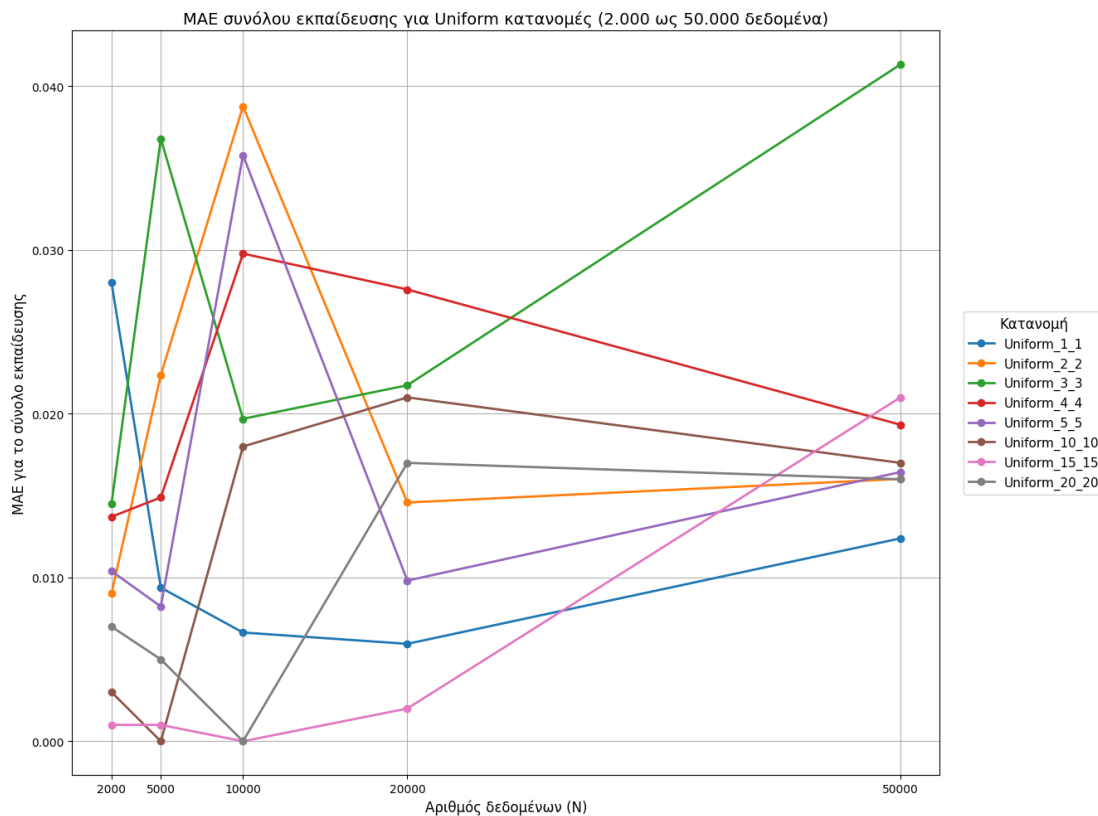
Σχέδιο 11: R^2 SVM για δεδομένα εκπαίδευσης των οποίων οι βαθμοί αποδοτικότητας ακολουθούν Uniform κατανομή.



Σχέδιο 12: R^2 SVM για δεδομένα εξέτασης των οποίων οι βαθμοί αποδοτικότητας ακολουθούν Uniform κατανομή.

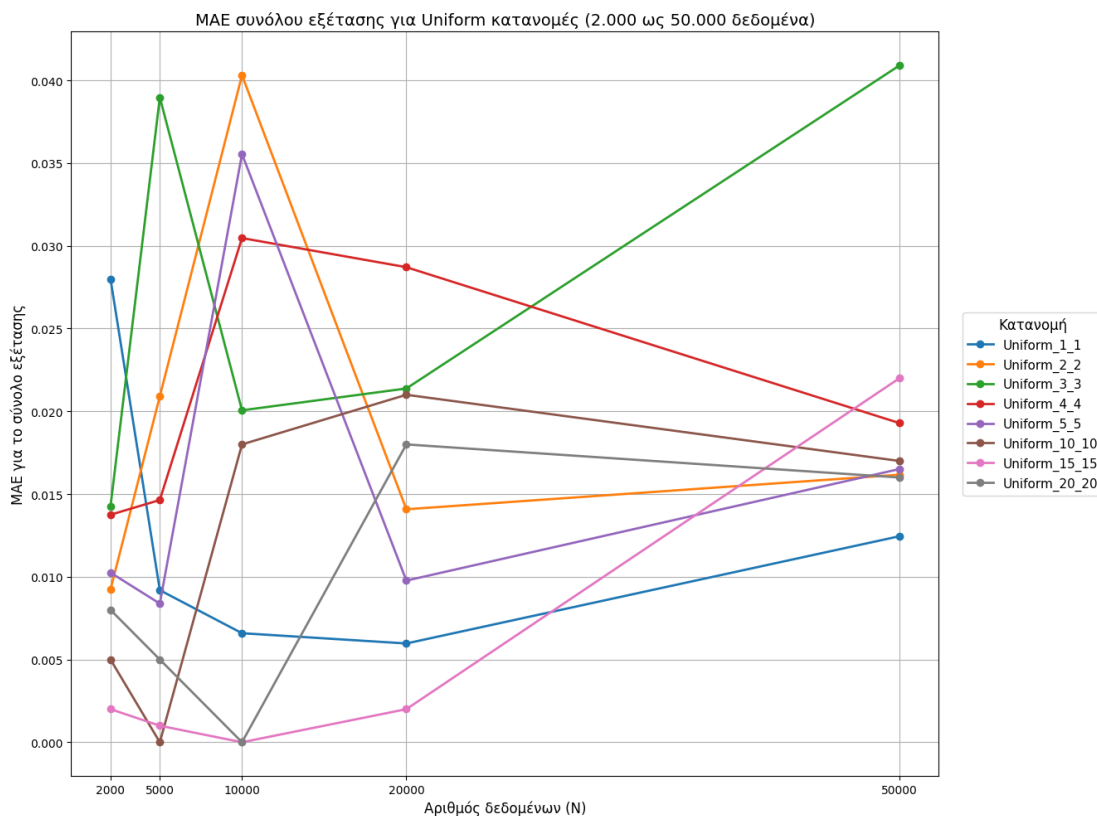


Σχέδιο 13: MAE ANN για δεδομένα εκπαίδευσης των οποίων οι βαθμοί αποδοτικότητας ακολουθούν Uniform κατανομή.

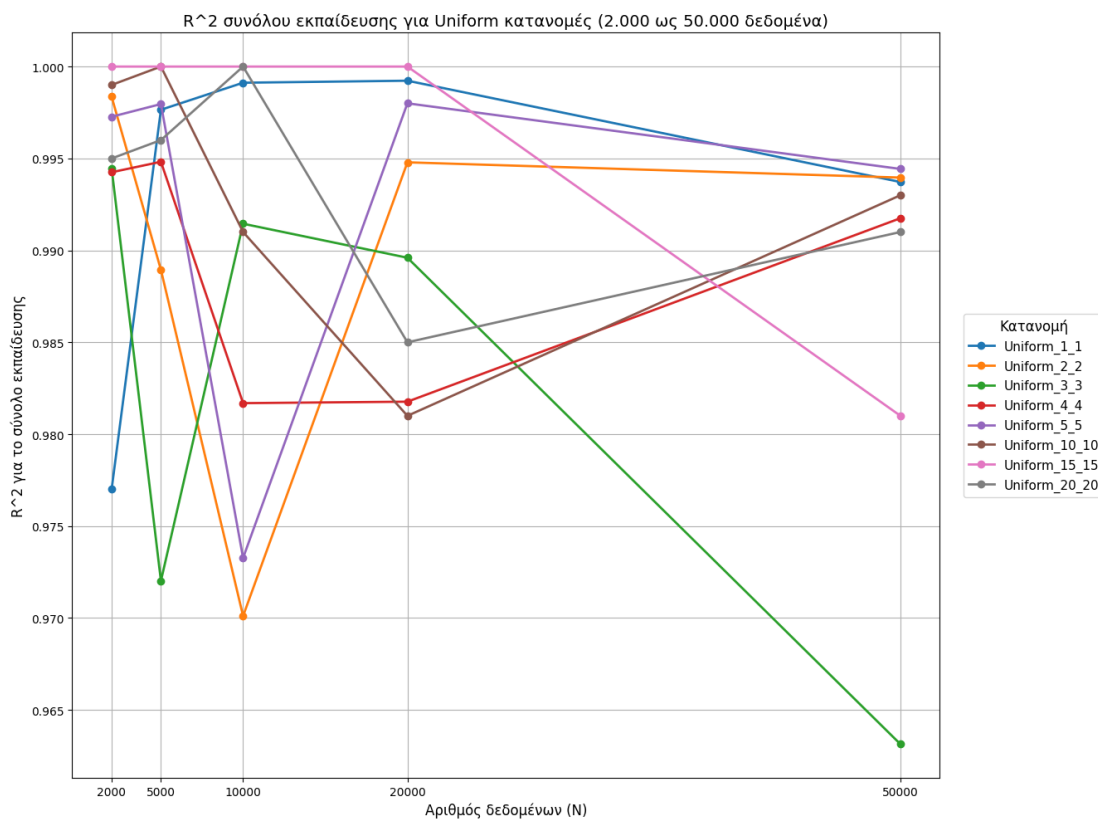


Συγκριτική αξιολόγηση τεχνητών νευρωνικών δικτύων και μηχανών διανυσμάτων υποστήριξης για την προσέγγιση της αποδοτικότητας της περιβάλλουσας ανάλυσης δεδομένων

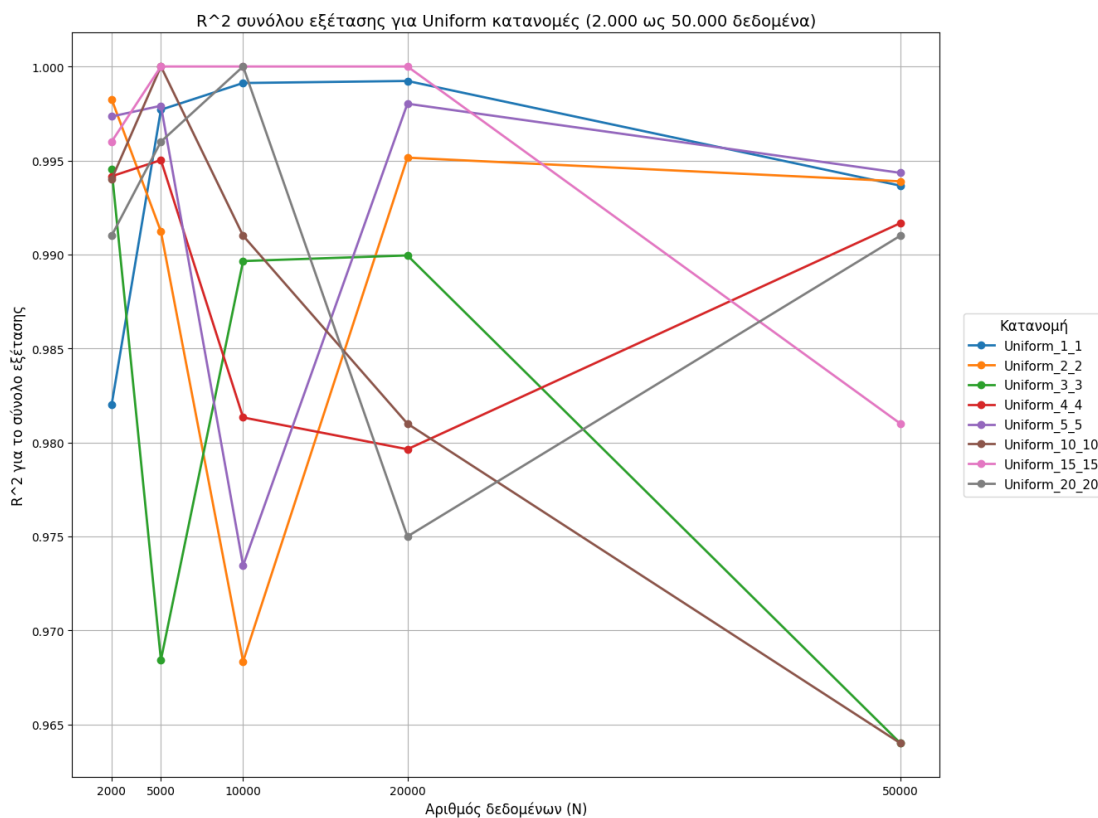
Σχέδιο 14: MAE ANN για δεδομένα εξέτασης των οποίων οι βαθμοί αποδοτικότητας ακολουθούν Uniform κατανομή.



Σχέδιο 15: R² ANN για δεδομένα εκπαίδευσης των οποίων οι βαθμοί αποδοτικότητας ακολουθούν Uniform κατανομή.

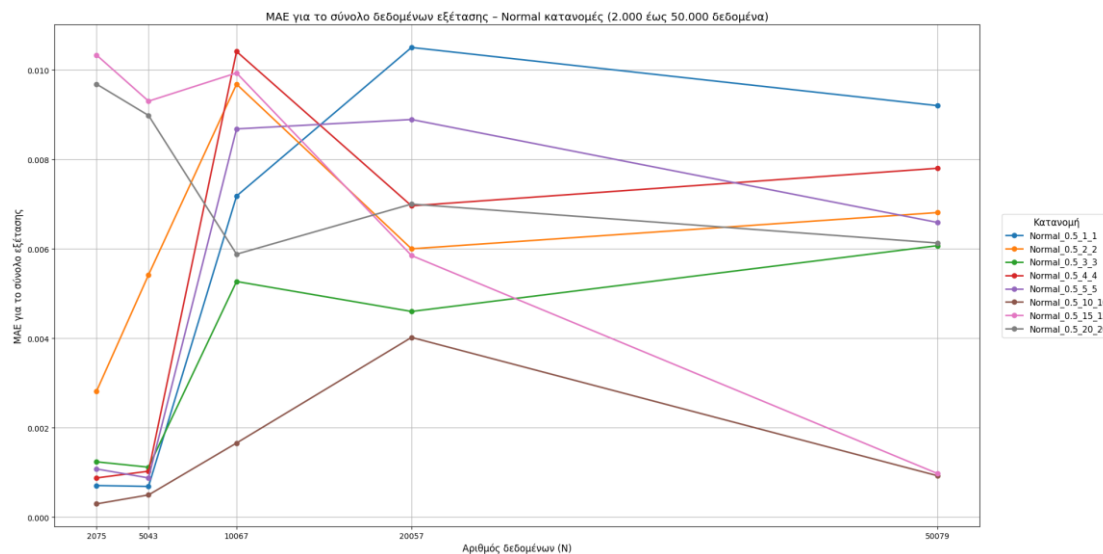


Σχέδιο 16: R² ANN για δεδομένα εξέτασης των οποίων οι βαθμοί αποδοτικότητας ακολουθούν Uniform κατανομή.

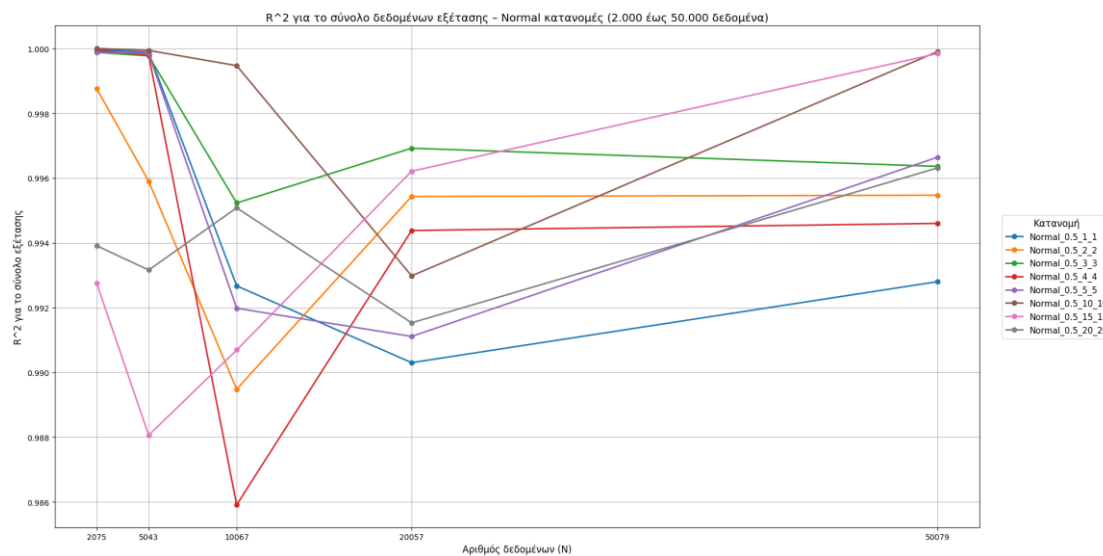


Συγκριτική αξιολόγηση τεχνητών νευρωνικών δικτύων και μηχανών διανυσμάτων υποστήριξης για την προσέγγιση της αποδοτικότητας της περιβάλλουσας ανάλυσης δεδομένων

Σχέδιο 17: MAE τεχνητού νευρωνικού δικτύου για δεδομένα εξέτασης των οποίων οι βαθμοί αποδοτικότητας ακολουθούν την normal κατανομή

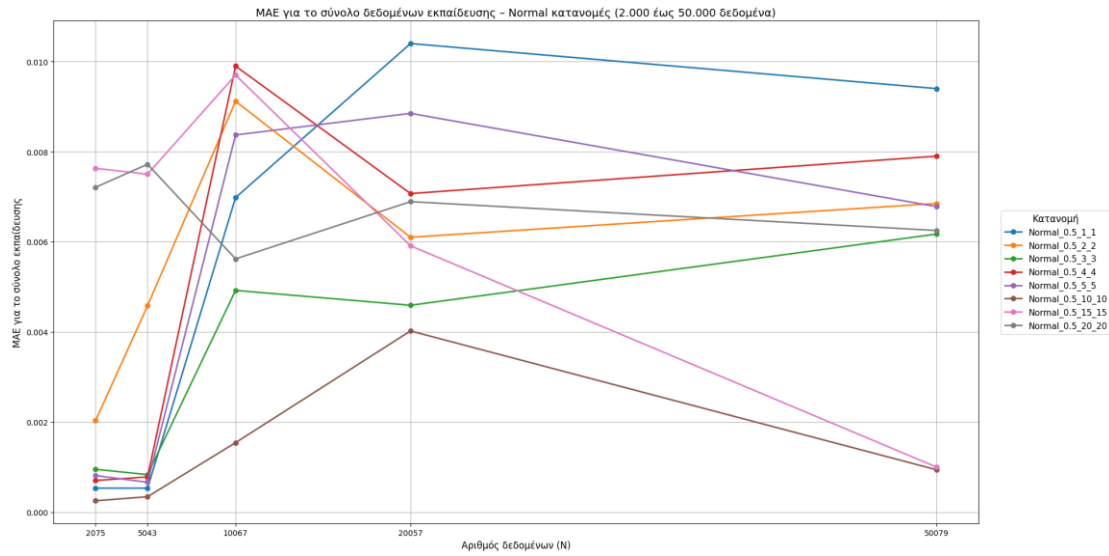
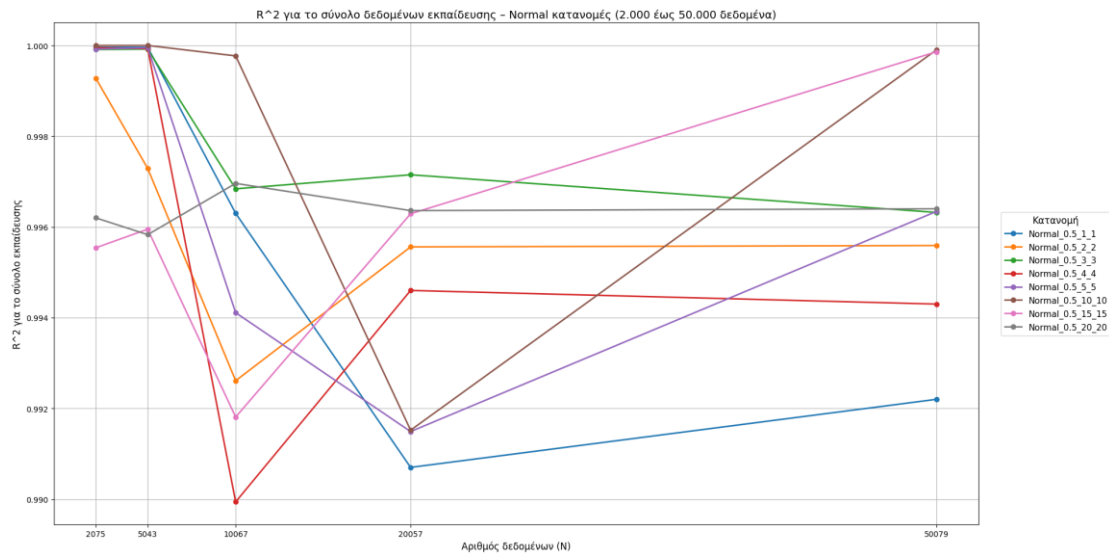


Σχέδιο 18: Μέτρο προσδιορισμού τεχνητού νευρωνικού δικτύου για σύνολα δεδομένων εξέτασης των οποίων οι βαθμοί αποδοτικότητας ακολουθούν την Normal κατανομή

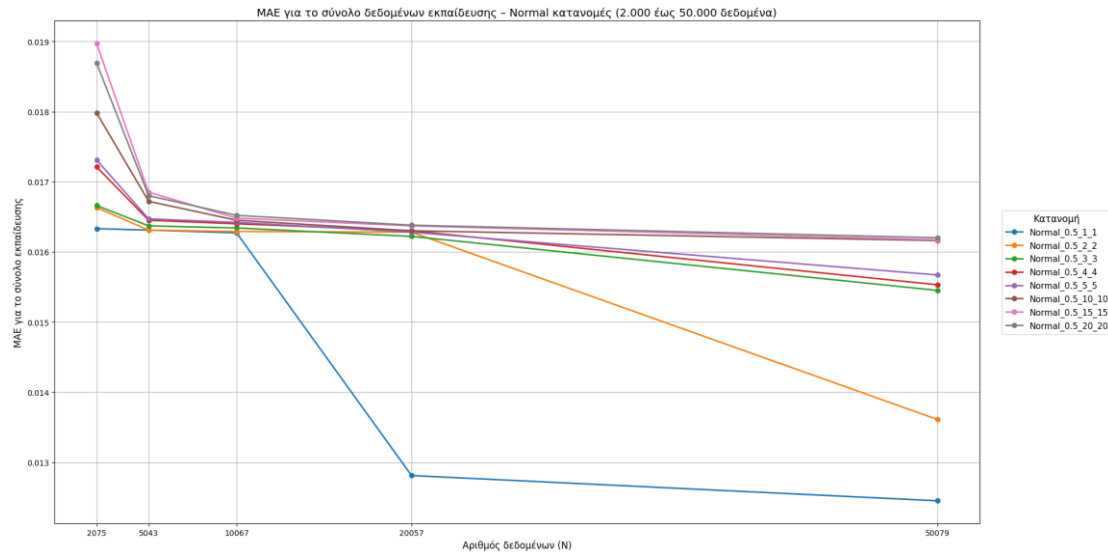


Σχέδιο 19: MAE ANN εκπαίδευσης για Normal κατανομή

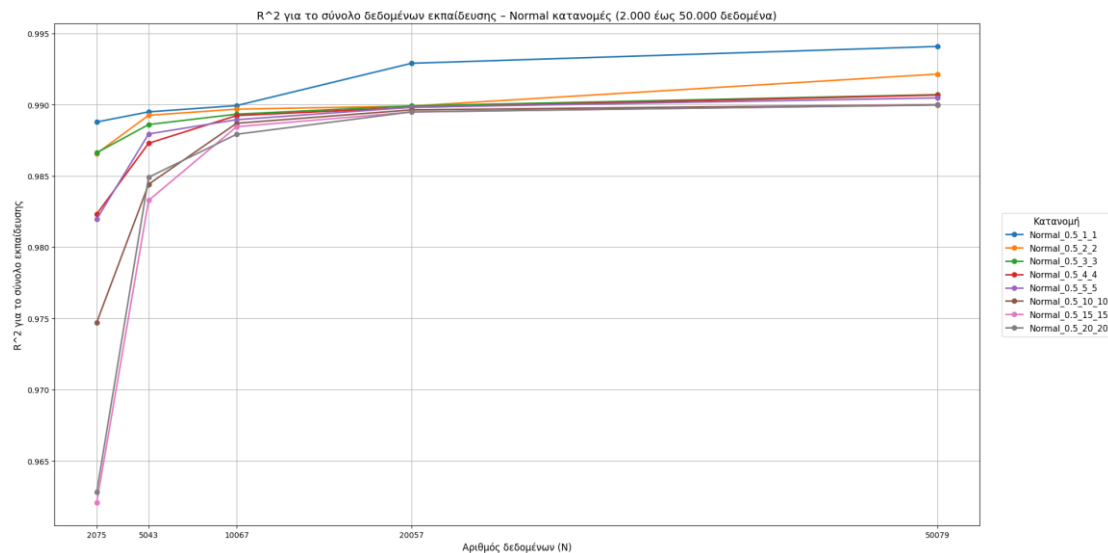
Συγκριτική αξιολόγηση τεχνητών νευρωνικών δικτύων και μηχανών διανυσμάτων υποστήριξης για την προσέγγιση της αποδοτικότητας της περιβάλλουσας ανάλυσης δεδομένων

Σχέδιο 20: R² ANN εξέτασης για Normal κατανομή

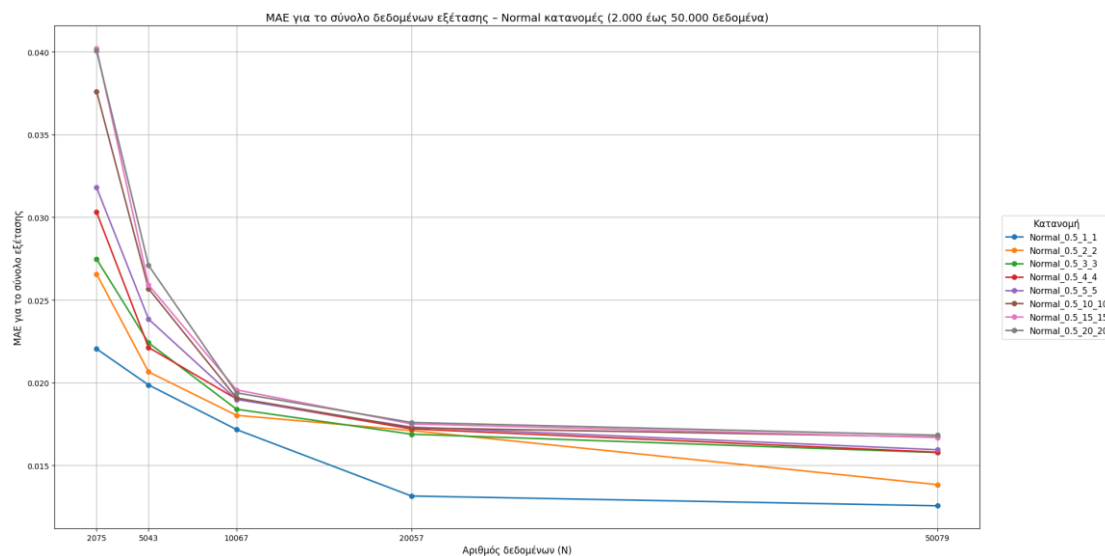
Σχέδιο 21: MAE SVM εκπαίδευσης για Normal κατανομή



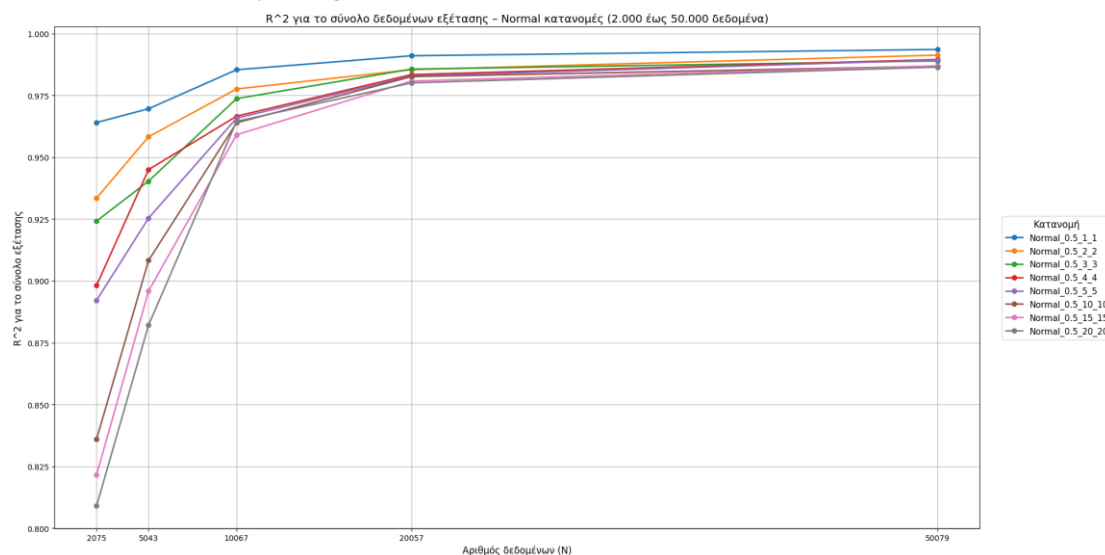
Σχέδιο 22: R^2 SVM εκπαίδευσης για Normal κατανομή



Σχέδιο 23: MAE SVM εξέτασης για Normal κατανομή



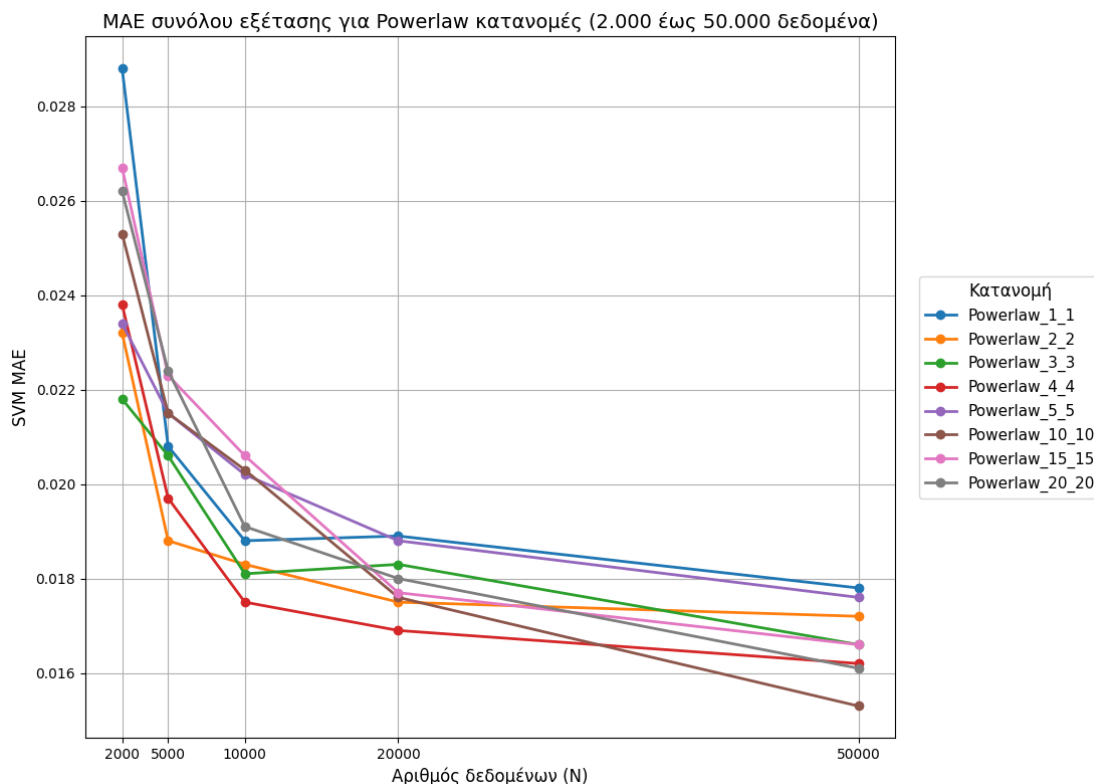
Σχέδιο 24: R^2 SVM εξέτασης για Normal κατανομή



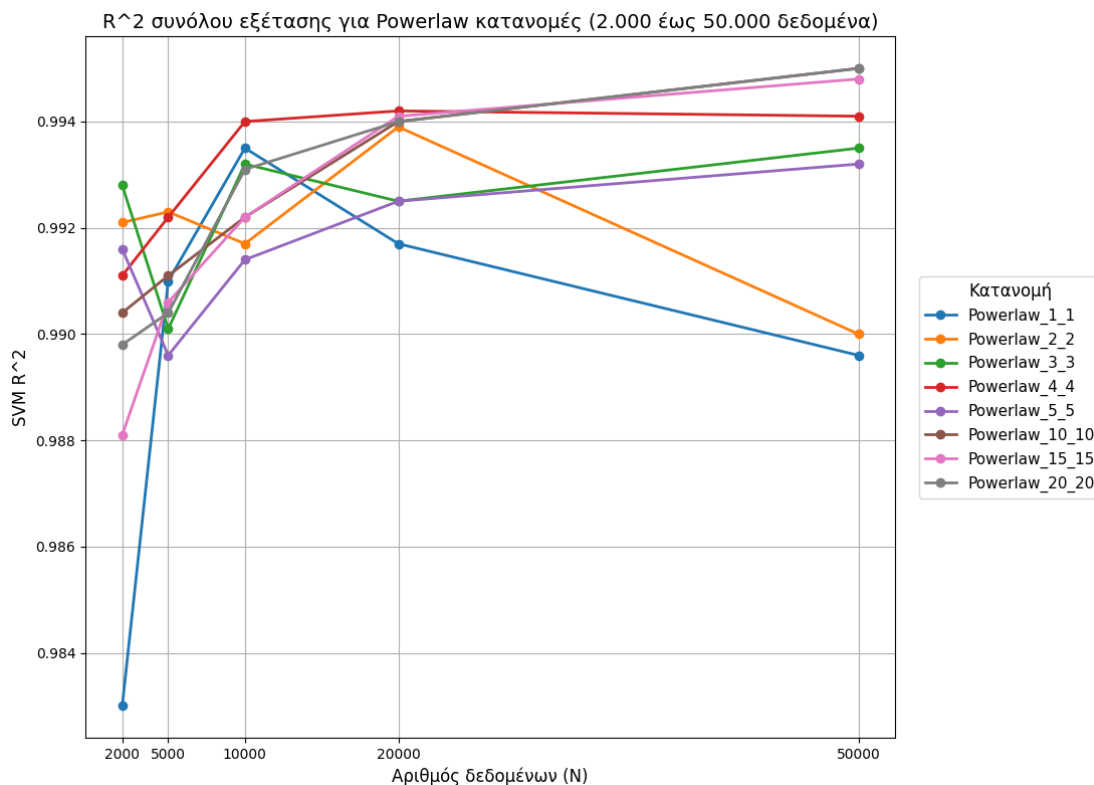
11.2. Αποτελέσματα ανάλυσης για δεδομένα με μεταβλητές αποδόσεις κλίμακας και προσανατολισμό προς τις εισροές.

Σχέδιο 1: MAE του μοντέλου SVM για σύνολα δεδομένων εξέτασης των οποίων οι βαθμοί αποδοτικότητας ακολουθούν την PowerLaw κατανομή

Συγκριτική αξιολόγηση τεχνητών νευρωνικών δικτύων και μηχανών διανυσμάτων υποστήριξης για την προσέγγιση της αποδοτικότητας της περιβάλλουσας ανάλυσης δεδομένων

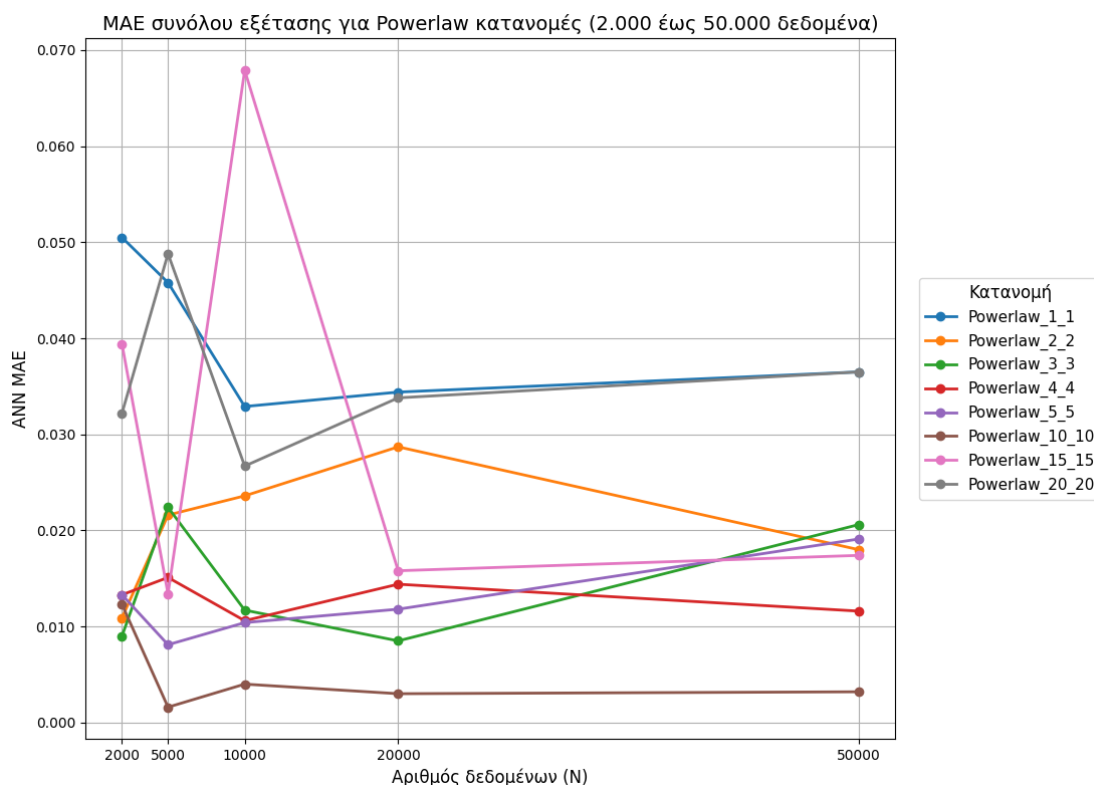


Σχέδιο 2: Μέτρο προσδιορισμού SVM για σύνολα δεδομένων εξέτασης των οποίων οι βαθμοί αποδοτικότητας ακολουθούν την PowerLaw κατανομή

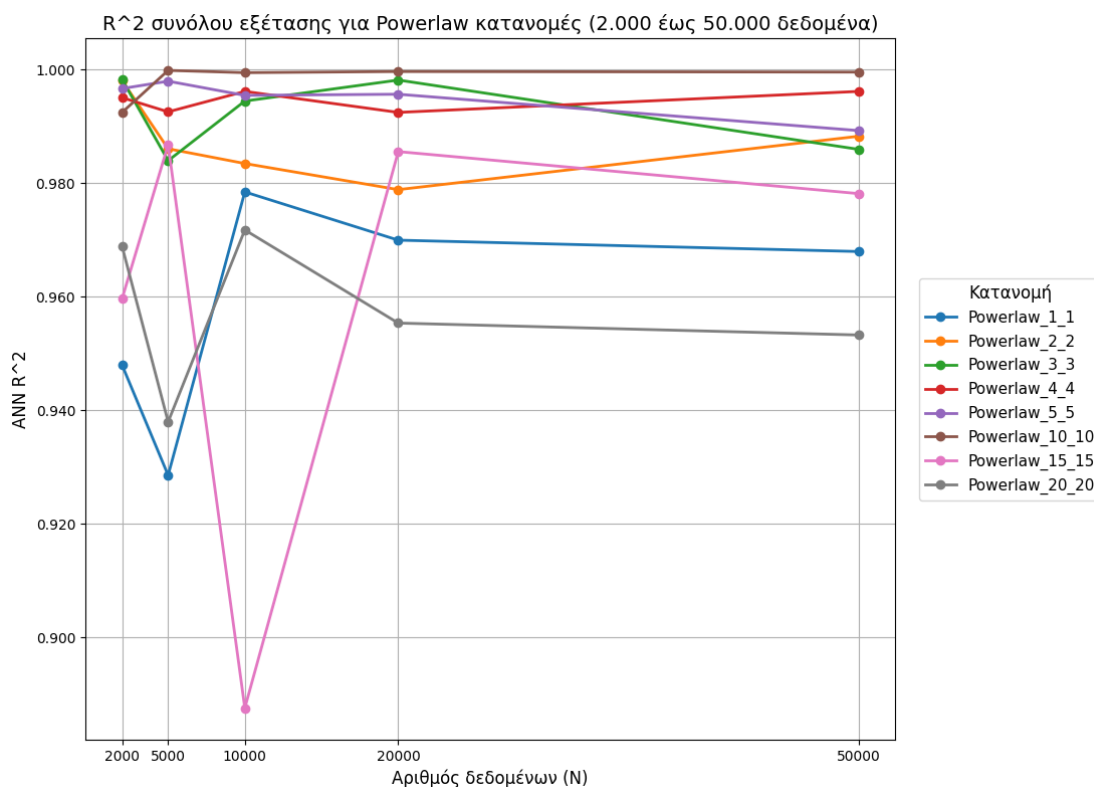


Συγκριτική αξιολόγηση τεχνητών νευρωνικών δικτύων και μηχανών διανυσμάτων υποστήριξης για την προσέγγιση της αποδοτικότητας της περιβάλλουσας ανάλυσης δεδομένων

Σχέδιο 3: MAE τεχνητού νευρωνικού δικτύου για σύνολα δεδομένων εξέτασης των οποίων οι βαθμοί αποδοτικότητας ακολουθούν την PowerLaw κατανομή

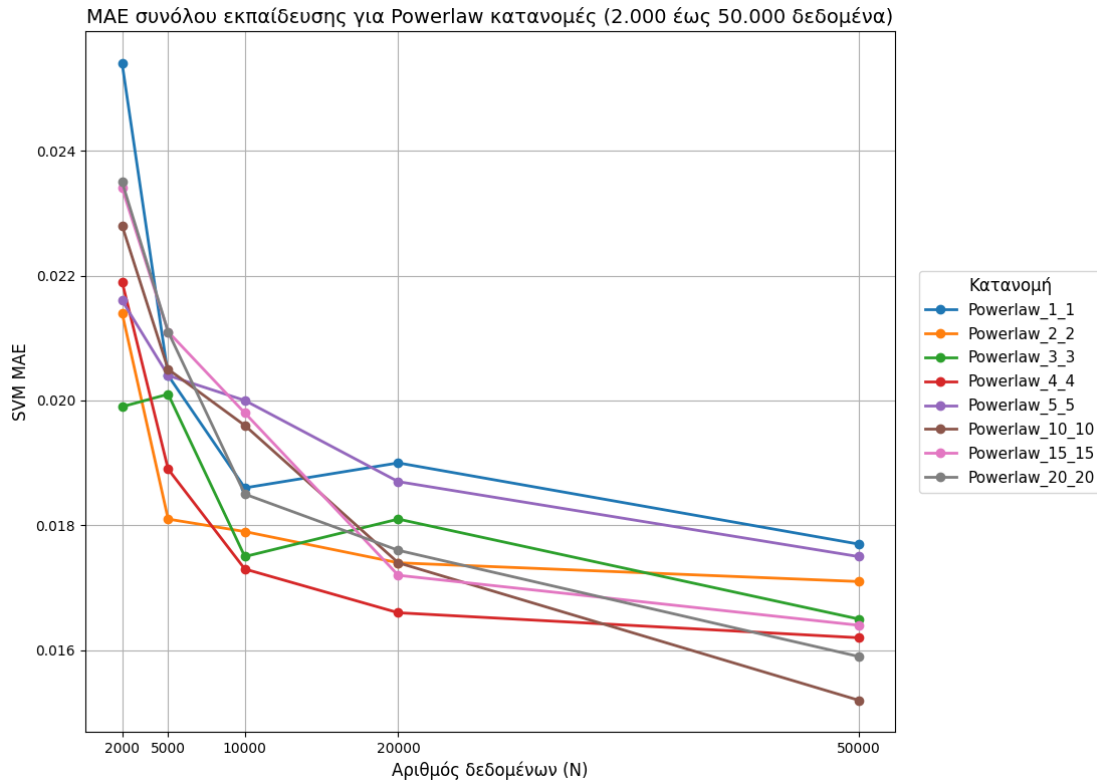


Σχέδιο 4: Μέτρο προσδιορισμού μοντέλου τεχνητού νευρωνικού δικτύου για σύνολα δεδομένων εξέτασης των οποίων οι βαθμοί αποδοτικότητας ακολουθούν την PowerLaw κατανομή

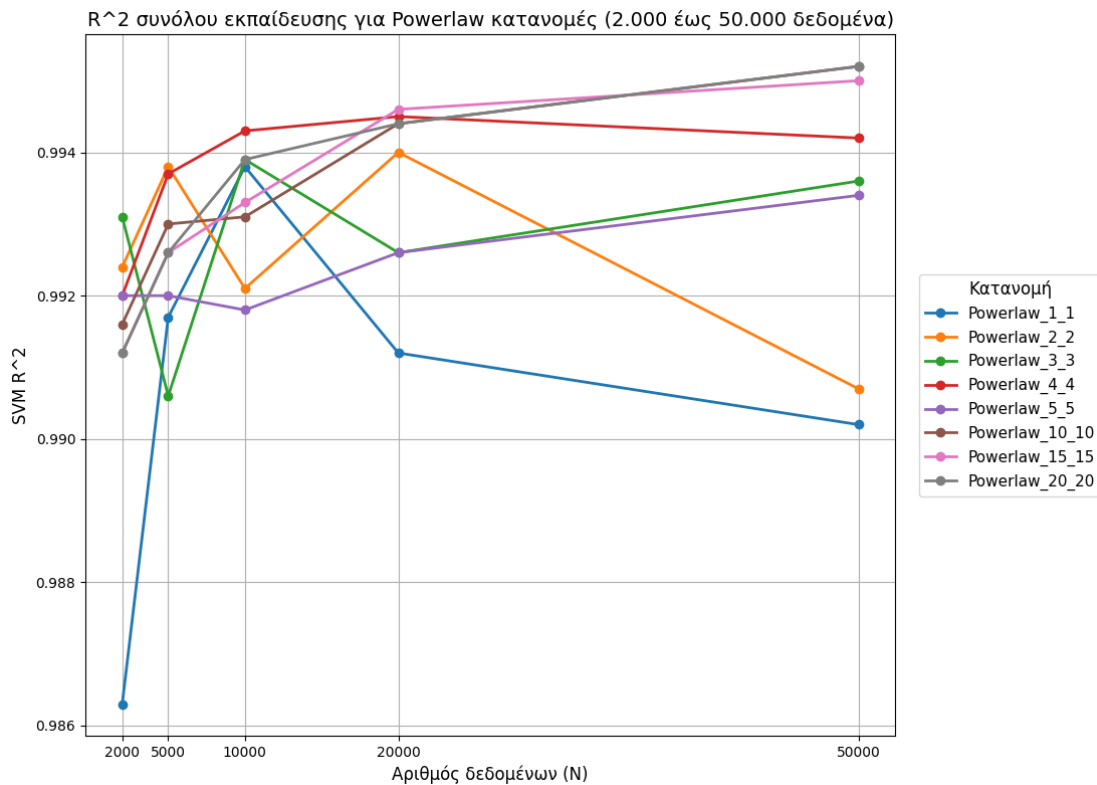


Συγκριτική αξιολόγηση τεχνητών νευρωνικών δικτύων και μηχανών διανυσμάτων υποστήριξης για την προσέγγιση της αποδοτικότητας της περιβάλλουσας ανάλυσης δεδομένων

Σχέδιο 5: MAE μοντέλου μηχανών διανυσμάτων υποστήριξης για τα δεδομένα του συνόλου εκπαίδευσης των οποίων οι βαθμοί αποδοτικότητας ακολουθούν την PowerLaw κατανομή

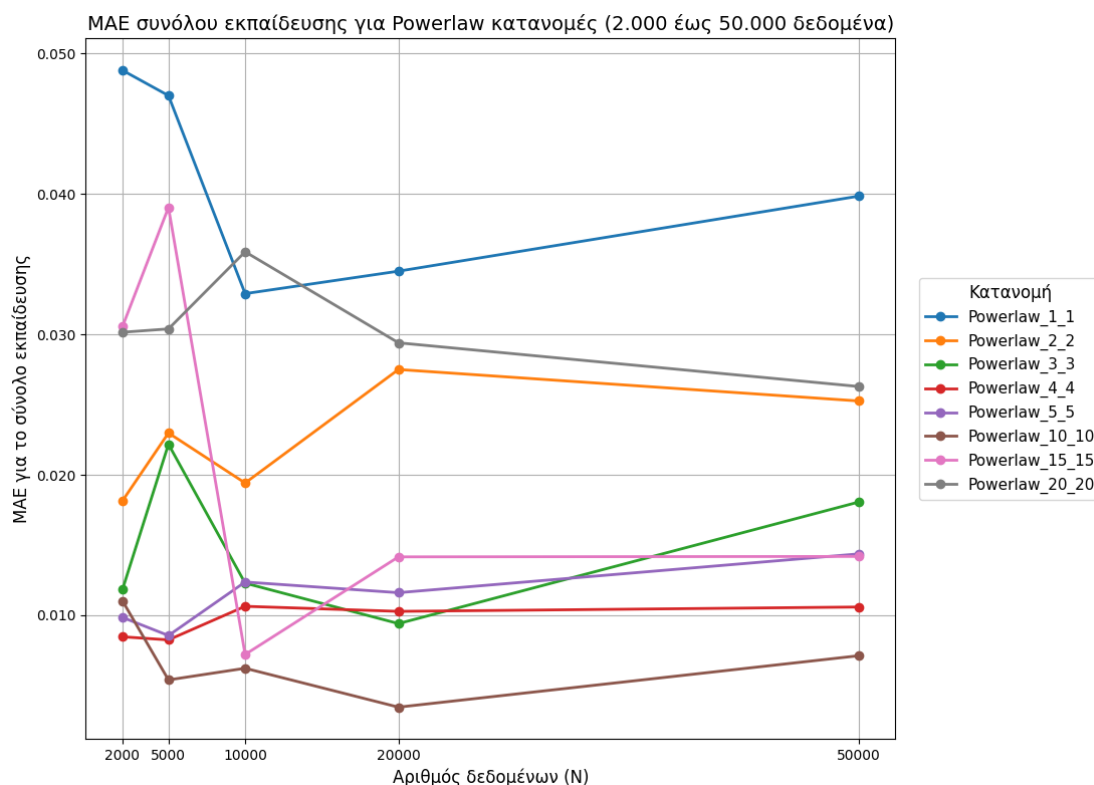


Σχέδιο 6: Μέτρο προσδιορισμού μοντέλου μηχανών διανυσμάτων υποστήριξης για δεδομένα του συνόλου εκπαίδευσης

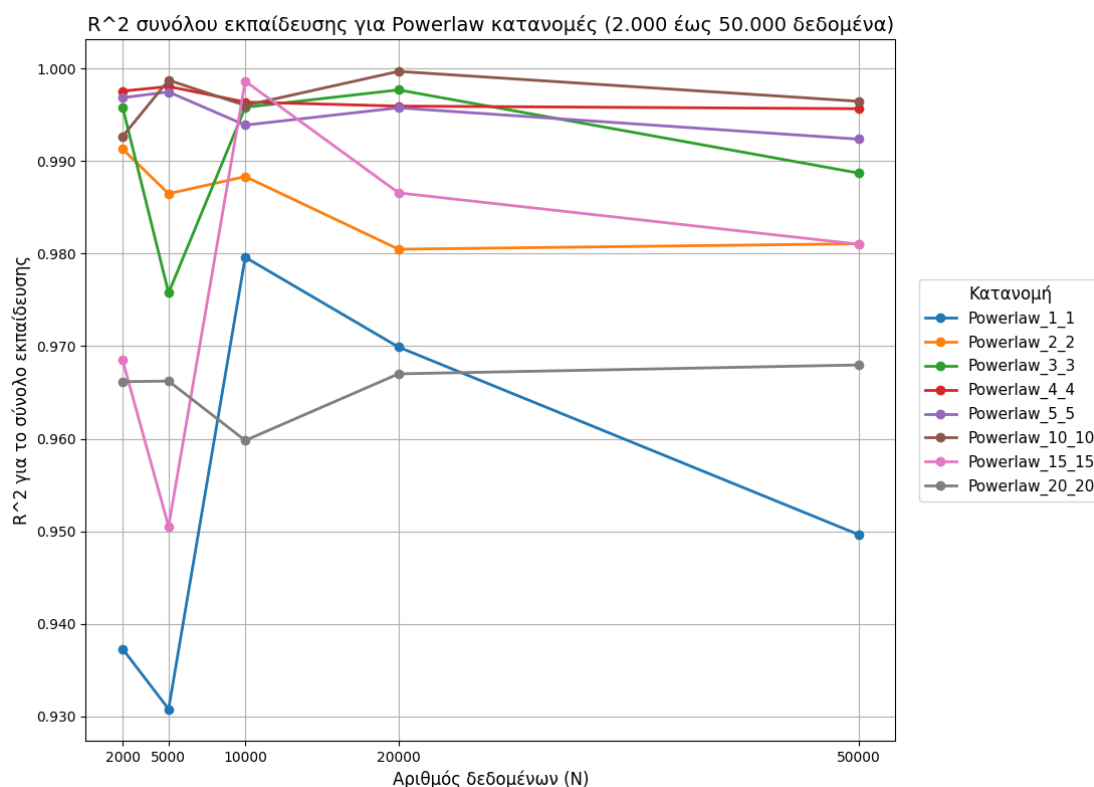


Συγκριτική αξιολόγηση τεχνητών νευρωνικών δικτύων και μηχανών διανυσμάτων υποστήριξης για την προσέγγιση της αποδοτικότητας της περιβάλλουσας ανάλυσης δεδομένων

Σχέδιο 7: MAE συνόλου εκπαίδευσης τεχνητού νευρωνικού δικτύου για σύνολα δεδομένων εκπαίδευσης των οποίων οι βαθμοί αποδοτικότητας ακολουθούν την PowerLaw κατανομή

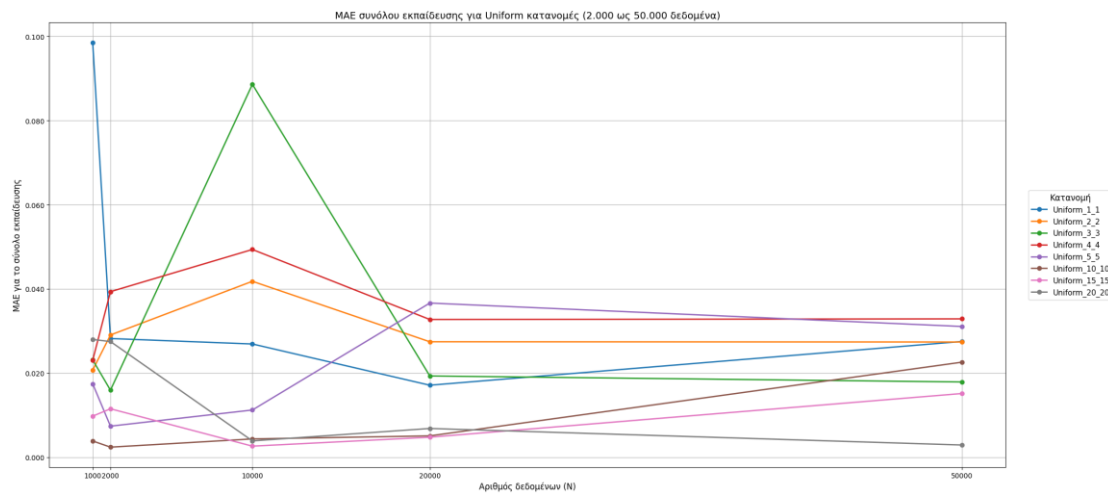


Σχέδιο 8: Μέτρο προσδιορισμού μοντέλου τεχνητού νευρωνικού δικτύου για σύνολα δεδομένων εξέτασης των οποίων τα μέτρα προσδιορισμού ακολουθούν την PowerLaw κατανομή

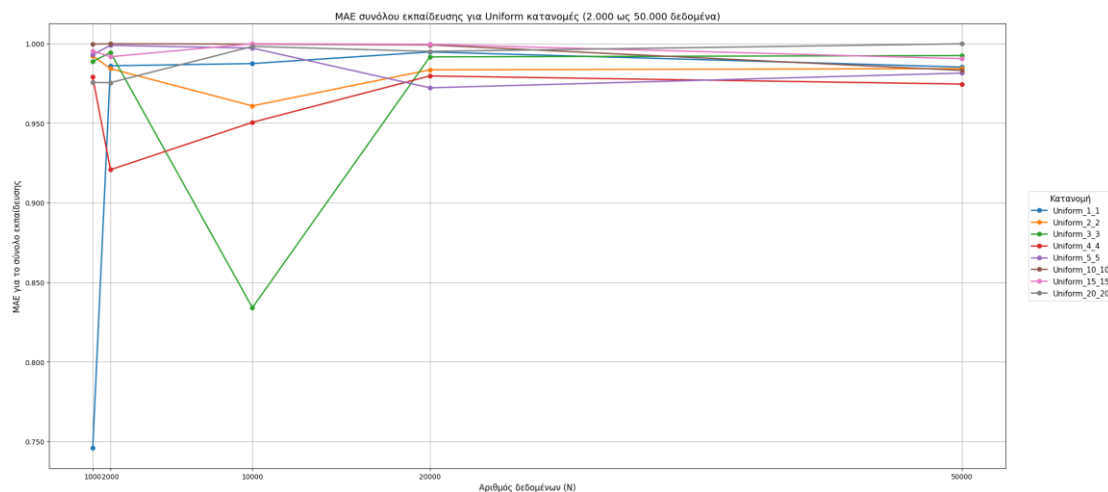


Συγκριτική αξιολόγηση τεχνητών νευρωνικών δικτύων και μηχανών διανυσμάτων υποστήριξης για την προσέγγιση της αποδοτικότητας της περιβάλλουσας ανάλυσης δεδομένων

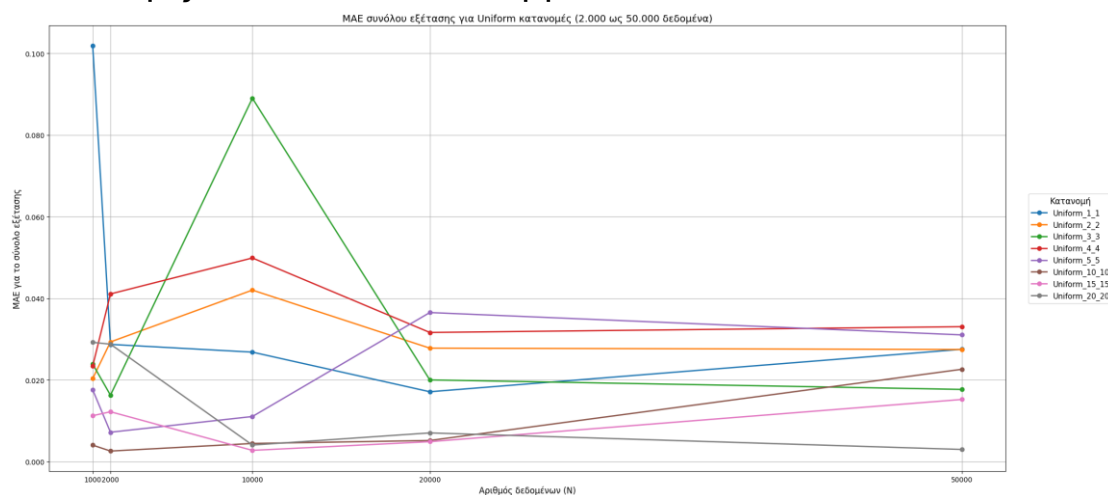
Σχέδιο 9: MAE τεχνητού νευρωνικού δικτύου για σύνολα δεδομένων εκπαίδευσης των οποίων οι βαθμοί αποδοτικότητας ακολουθούν την uniform κατανομή



Σχέδιο 10: Μέτρο προσδιορισμού τεχνητού νευρωνικού δικτύου για σύνολα δεδομένων εκπαίδευσης των οποίων οι βαθμοί αποδοτικότητας ακολουθούν την uniform κατανομή

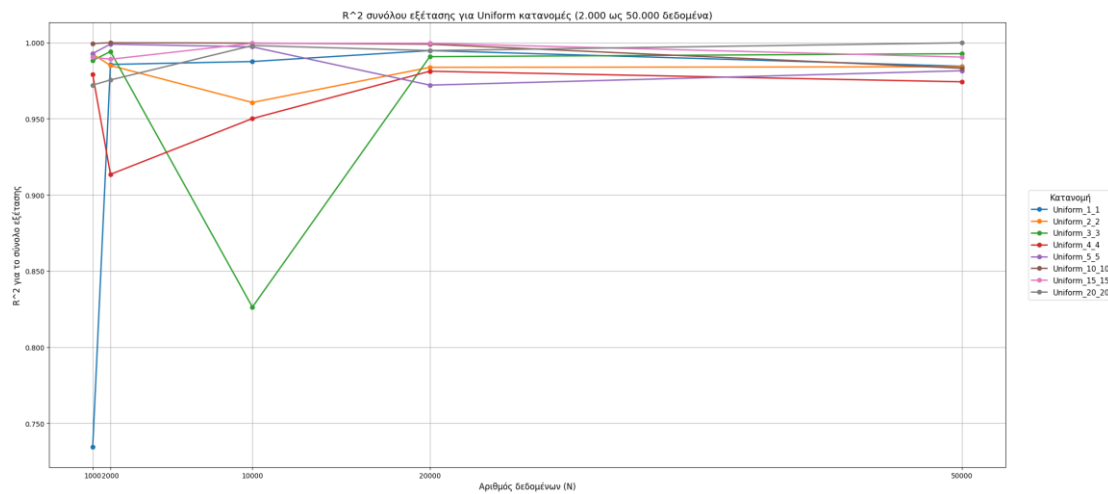


Σχέδιο 11: MAE νευρωνικού δικτύου για σύνολα δεδομένων εξέτασης των οποίων οι βαθμοί αποδοτικότητας ακολουθούν Uniform κατανομή

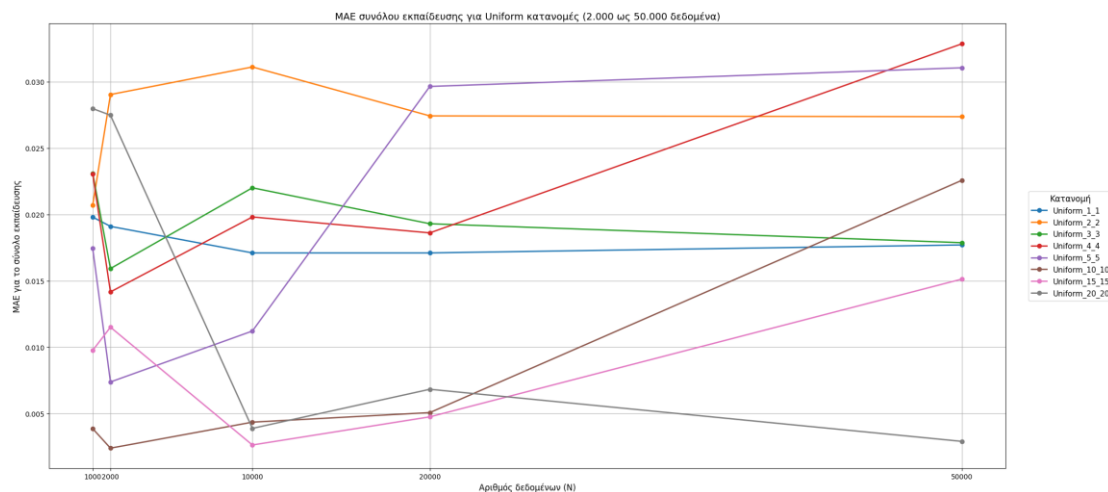


Συγκριτική αξιολόγηση τεχνητών νευρωνικών δικτύων και μηχανών διανυσμάτων υποστήριξης για την προσέγγιση της αποδοτικότητας της περιβάλλουσας ανάλυσης δεδομένων

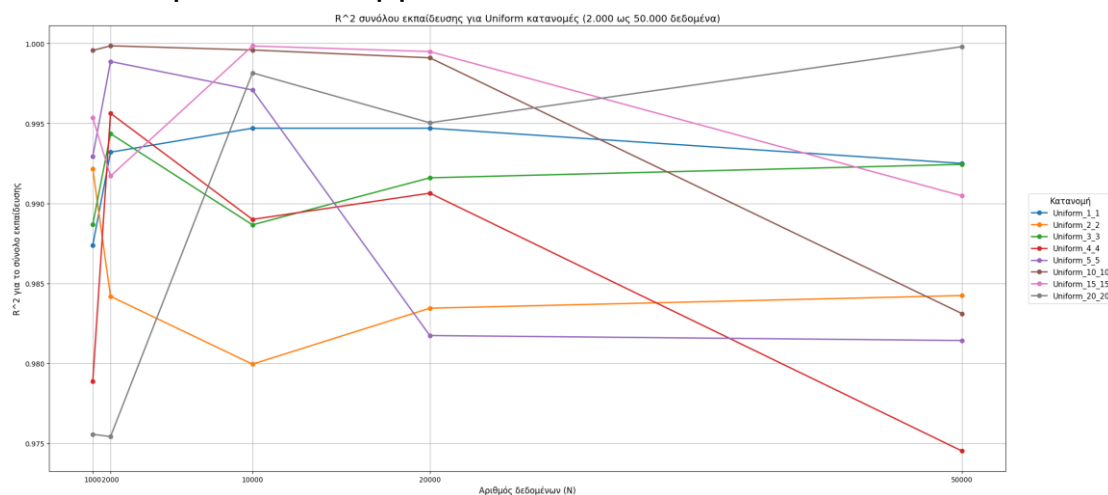
Σχέδιο 12: Μέτρο προσδιορισμού νευρωνικού δικτύου για σύνολα δεδομένων εξέτασης των οποίων οι βαθμοί αποδοτικότητας ακολουθούν uniform κατανομή



Σχέδιο 13: MAE νευρωνικού δικτύου για δεδομένα εκπαίδευσης των οποίων οι βαθμοί αποδοτικότητας ακολουθούν την Uniform κατανομή

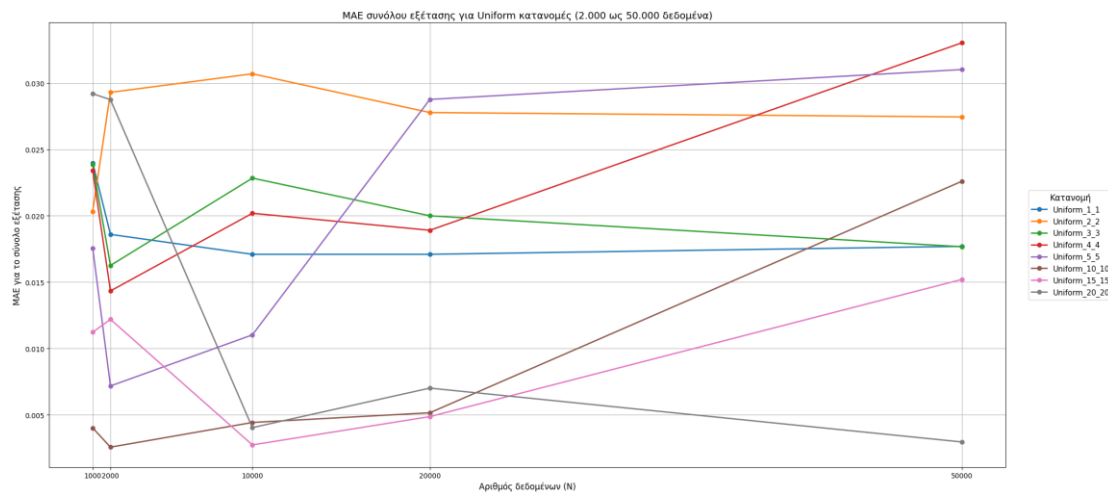


Σχέδιο 14: μέτρο προσδιορισμού συνόλου εκπαίδευσης των οποίων οι βαθμοί αποδοτικότητας ακολουθούν την uniform κατανομή

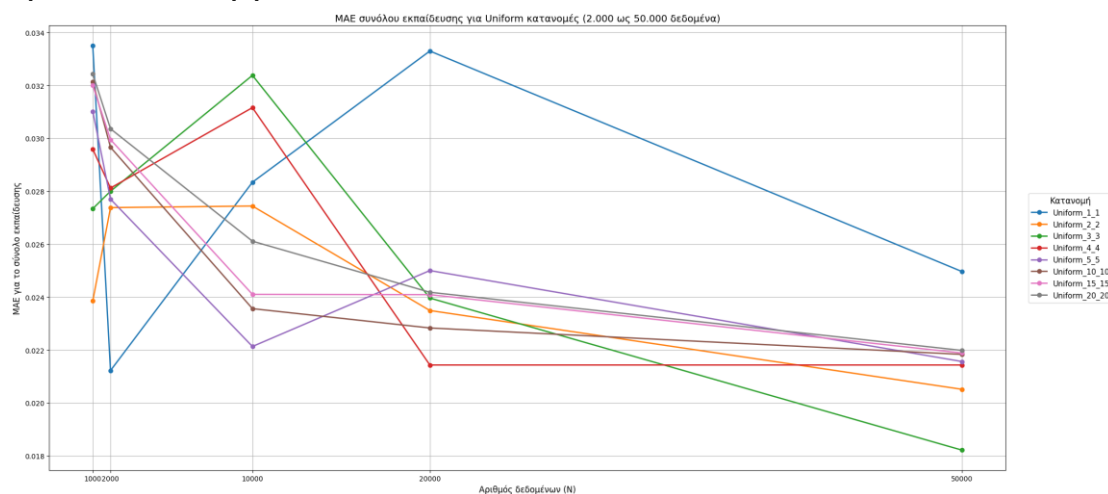


Συγκριτική αξιολόγηση τεχνητών νευρωνικών δικτύων και μηχανών διανυσμάτων υποστήριξης για την προσέγγιση της αποδοτικότητας της περιβάλλουσας ανάλυσης δεδομένων

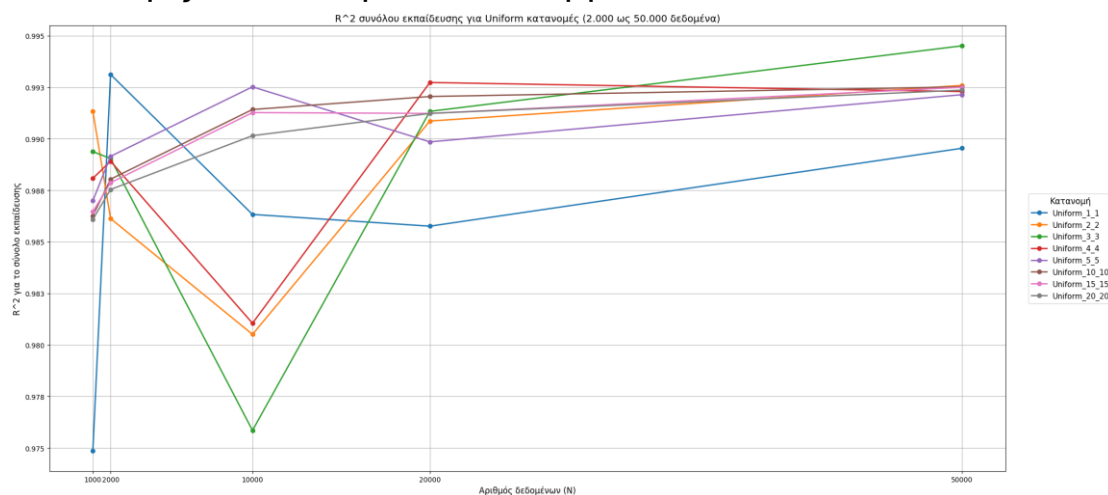
Σχέδιο 15: MAE τεχνητού νευρωνικού δικτύου για δεδομένα συνόλου εξέτασης των οποίων τα μέτρα αποδοτικότητας ακολουθούν την uniform κατανομή



Σχέδιο 16: MAE SVM για σύνολα δεδομένων των οποίων οι βαθμοί αποδοτικότητας ακολουθούν την uniform κατανομή

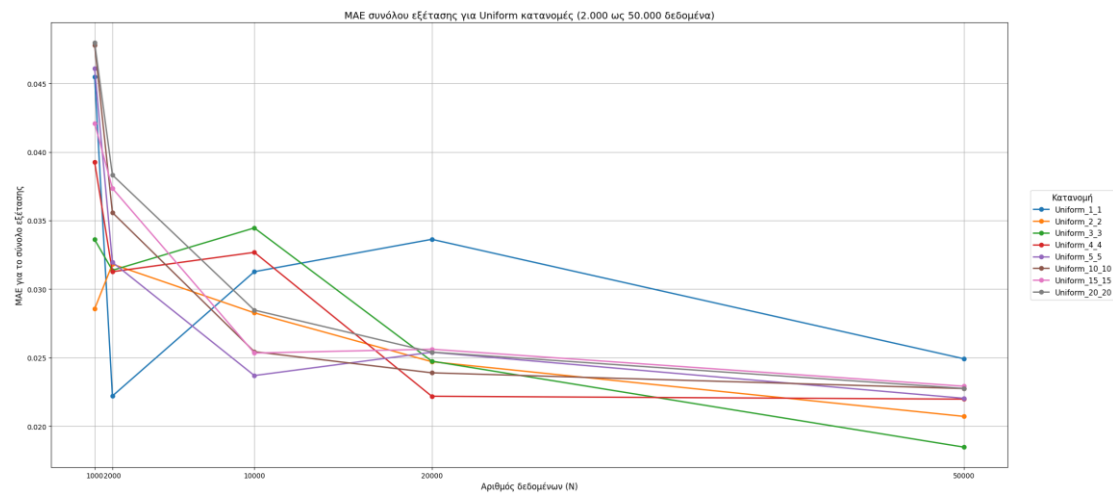


Σχέδιο 17: Μέτρα προσδιορισμού για σύνολα δεδομένων εκπαίδευσης των οποίων οι βαθμοί αποδοτικότητας ακολουθούν την uniform κατανομή

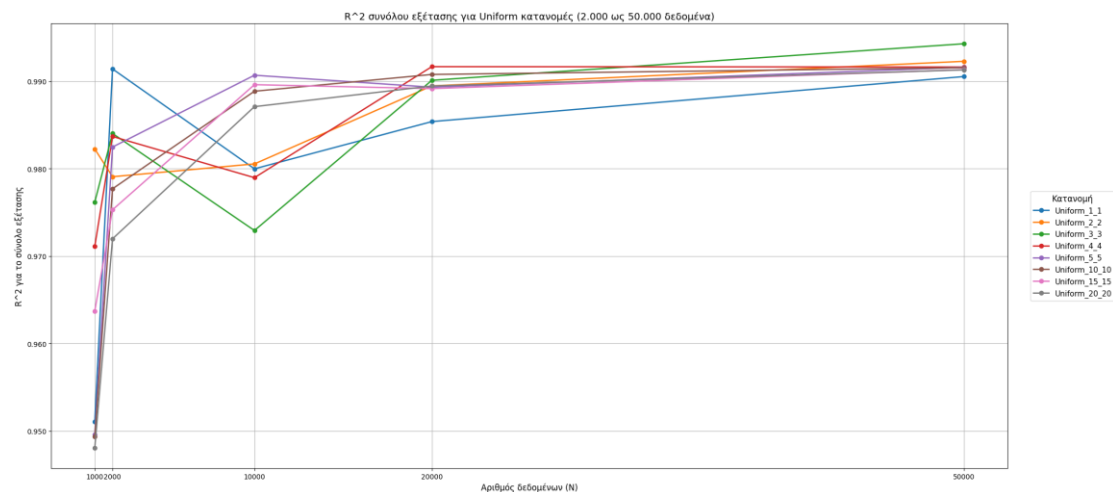


Συγκριτική αξιολόγηση τεχνητών νευρωνικών δικτύων και μηχανών διανυσμάτων υποστήριξης για την προσέγγιση της αποδοτικότητας της περιβάλλουσας ανάλυσης δεδομένων

Σχέδιο 18: MAE SVM για σύνολα δεδομένων των οποίων οι βαθμοί αποδοτικότητας ακολουθούν την uniform κατανομή



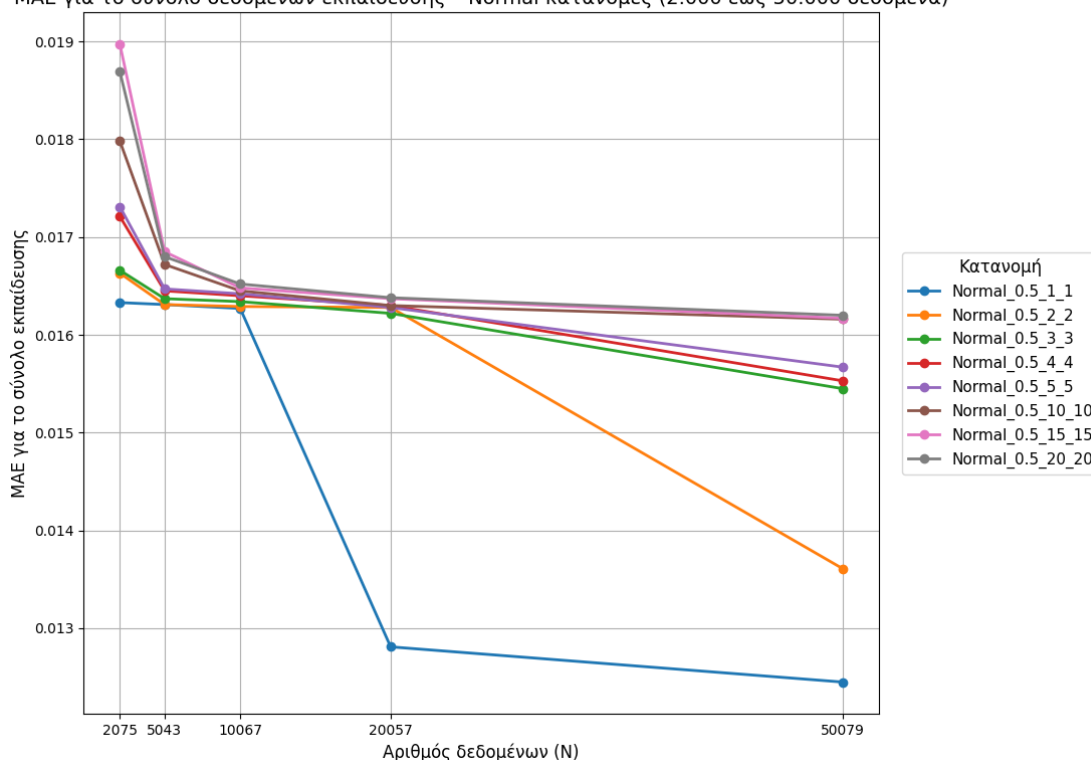
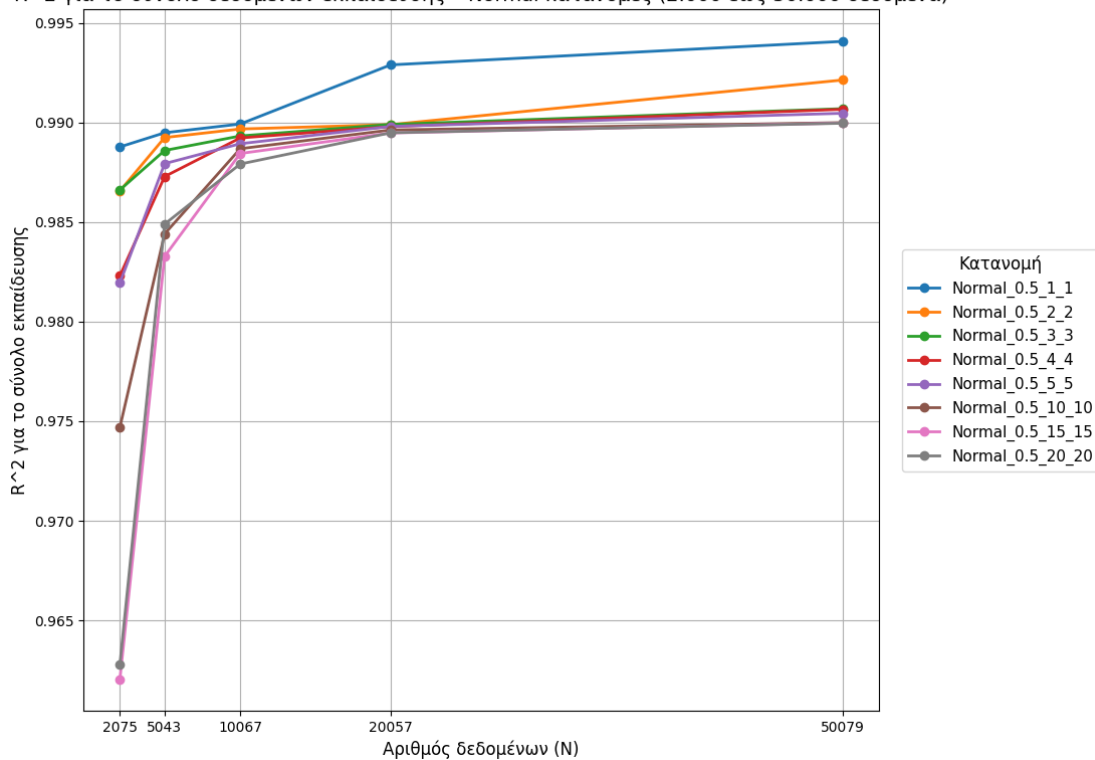
Σχέδιο 19: Μέτρα προσδιορισμού για σύνολα δεδομένων εξέτασης των οποίων οι βαθμοί αποδοτικότητας ακολουθούν την uniform κατανομή



Σχέδιο 20: MAE SVM για σύνολα δεδομένων εκπαίδευσης των οποίων οι βαθμοί αποδοτικότητας ακολουθούν την Normal κατανομή

Συγκριτική αξιολόγηση τεχνητών νευρωνικών δικτύων και μηχανών διανυσμάτων υποστήριξης για την προσέγγιση της αποδοτικότητας της περιβάλλουσας ανάλυσης δεδομένων

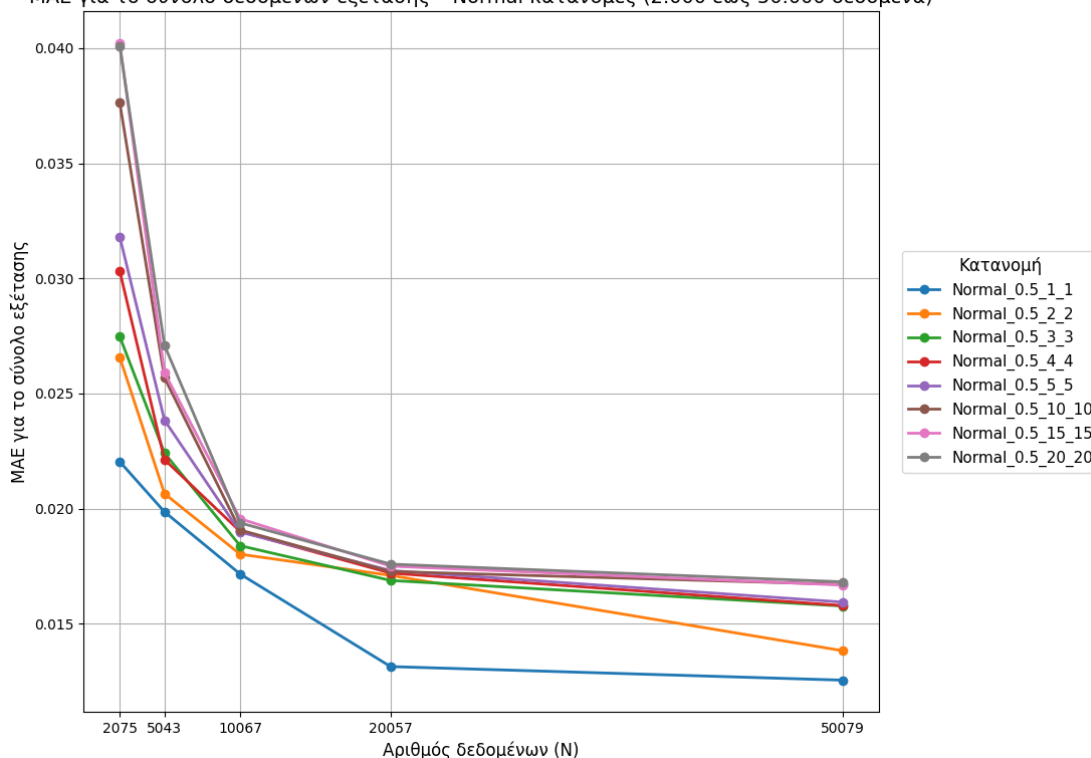
MAE για το σύνολο δεδομένων εκπαίδευσης – Normal κατανομές (2.000 έως 50.000 δεδομένα)

**Σχέδιο 21: Μέτρο προσδιορισμού SVM για σύνολα δεδομένων εκπαίδευσης των οποίων οι βαθμοί αποδοτικότητας ακολουθούν την Normal κατανομή** R^2 για το σύνολο δεδομένων εκπαίδευσης – Normal κατανομές (2.000 έως 50.000 δεδομένα)

Συγκριτική αξιολόγηση τεχνητών νευρωνικών δικτύων και μηχανών διανυσμάτων υποστήριξης για την προσέγγιση της αποδοτικότητας της περιβάλλουσας ανάλυσης δεδομένων

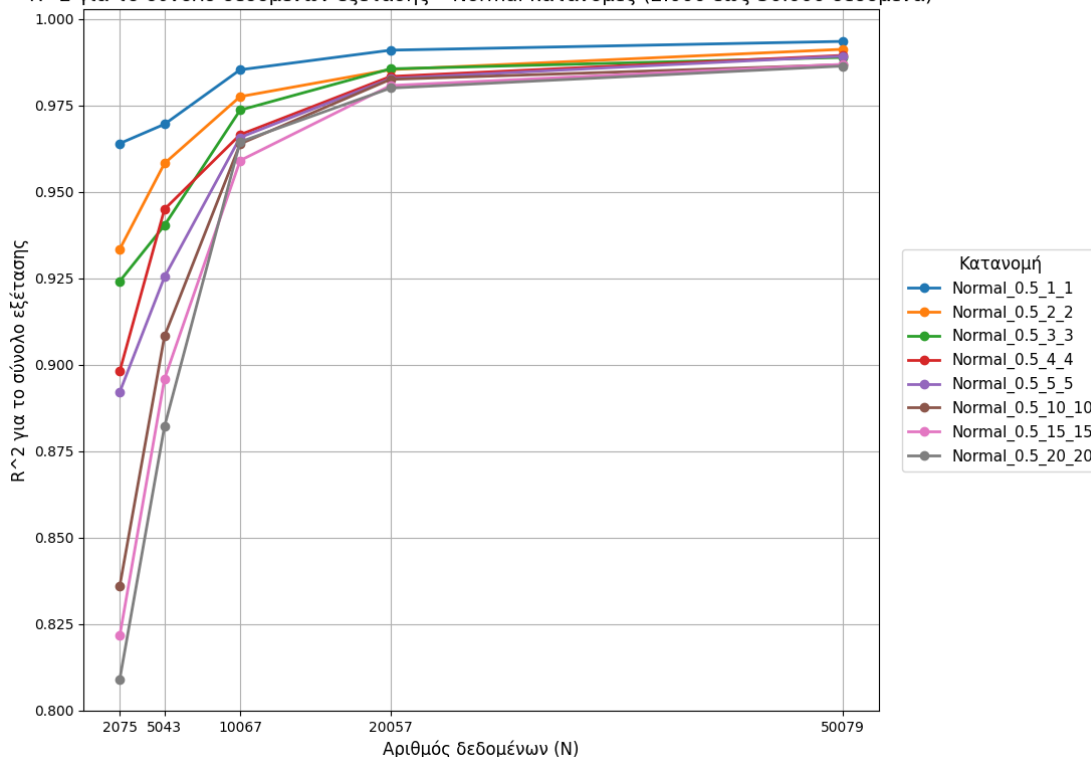
Σχέδιο 22: MAE SVM για σύνολα δεδομένων εξέτασης των οποίων οι βαθμοί αποδοτικότητας ακολουθούν την normal κατανομή

MAE για το σύνολο δεδομένων εξέτασης – Normal κατανομές (2.000 έως 50.000 δεδομένα)



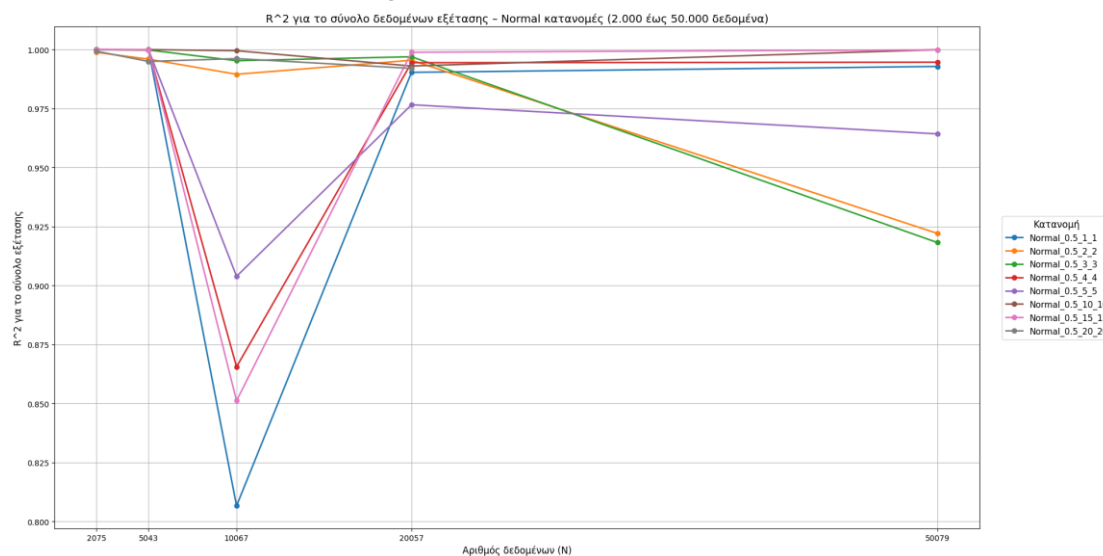
Σχέδιο 23: Μέτρο προσδιορισμού SVM για σύνολα δεδομένων εξέτασης των οποίων οι βαθμοί αποδοτικότητας ακολουθούν την normal κατανομή

R^2 για το σύνολο δεδομένων εξέτασης – Normal κατανομές (2.000 έως 50.000 δεδομένα)

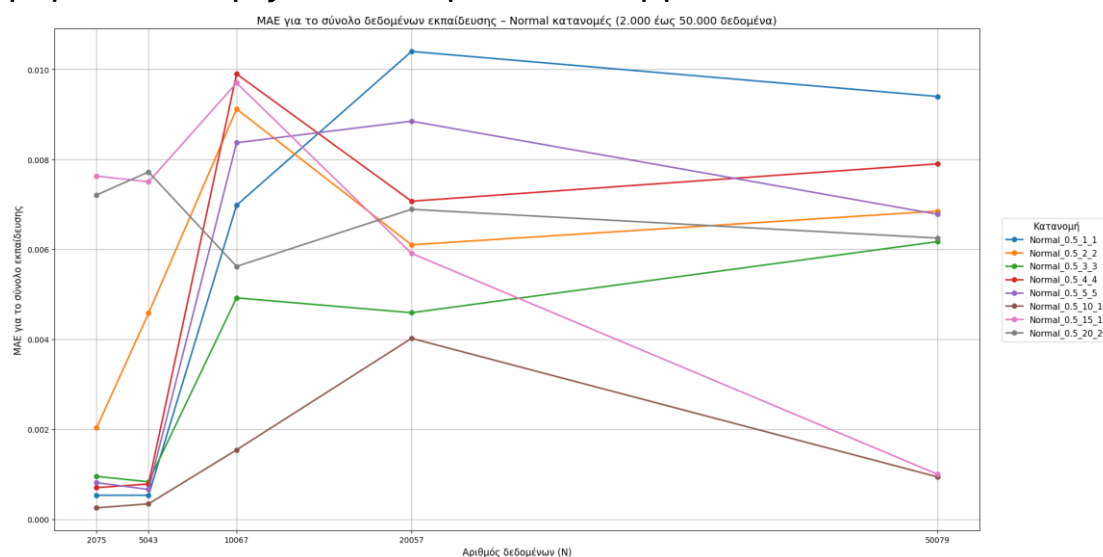


Συγκριτική αξιολόγηση τεχνητών νευρωνικών δικτύων και μηχανών διανυσμάτων υποστήριξης για την προσέγγιση της αποδοτικότητας της περιβάλλουσας ανάλυσης δεδομένων

Σχέδιο 24: Μέτρο προσδιορισμού τεχνητού νευρωνικού δικτύου για σύνολα δεδομένων των οποίων οι βαθμοί αποδοτικότητας ακολουθούν την normal κατανομή

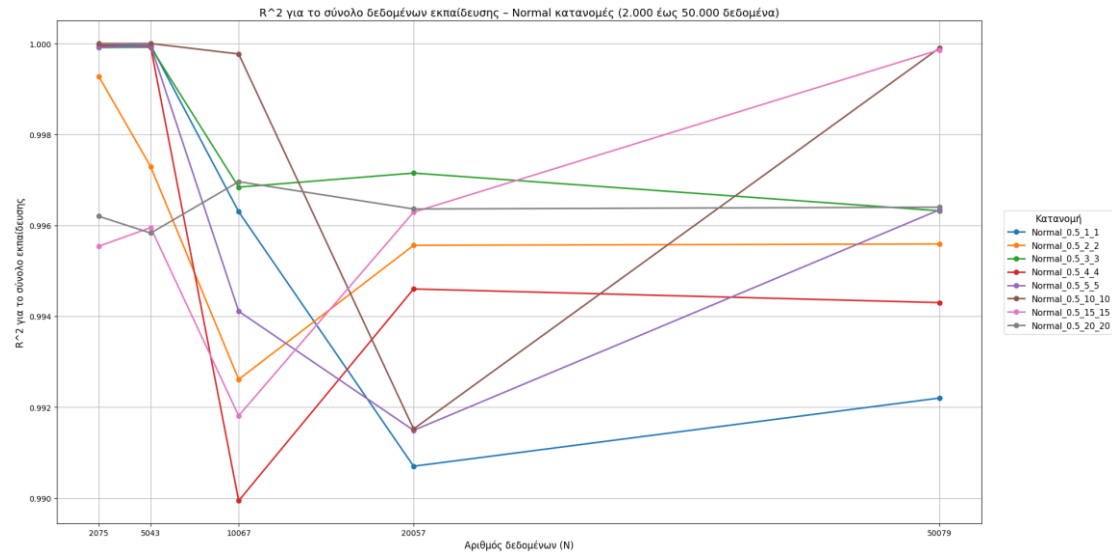


Σχέδιο 25: MAE τεχνητού νευρωνικού δικτύου για σύνολα δεδομένων εκπαίδευσης των οποίων οι βαθμοί αποδοτικότητας ακολουθούν την normal κατανομή

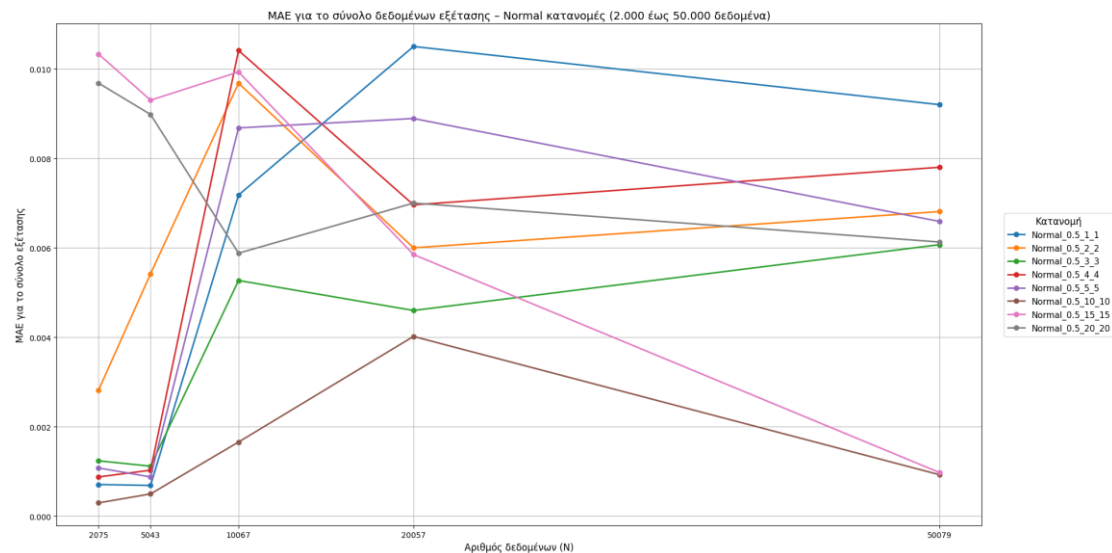


Σχέδιο 26: Μέτρο προσδιορισμού τεχνητού νευρωνικού δικτύου για σύνολα δεδομένων εκπαίδευσης των οποίων οι βαθμοί αποδοτικότητας ακολουθούν την normal κατανομή

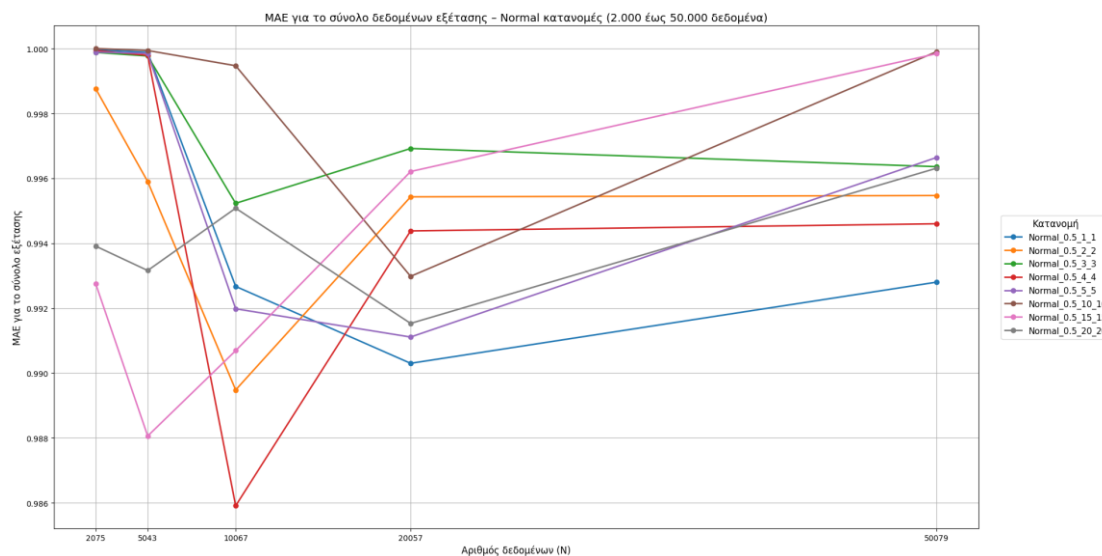
Συγκριτική αξιολόγηση τεχνητών νευρωνικών δικτύων και μηχανών διανυσμάτων υποστήριξης για την προσέγγιση της αποδοτικότητας της περιβάλλουσας ανάλυσης δεδομένων



Σχέδιο 27: MAE τεχνητού νευρωνικού δικτύου για σύνολα δεδομένων εξέτασης των οποίων οι βαθμοί αποδοτικότητας ακολουθούν την normal κατανομή

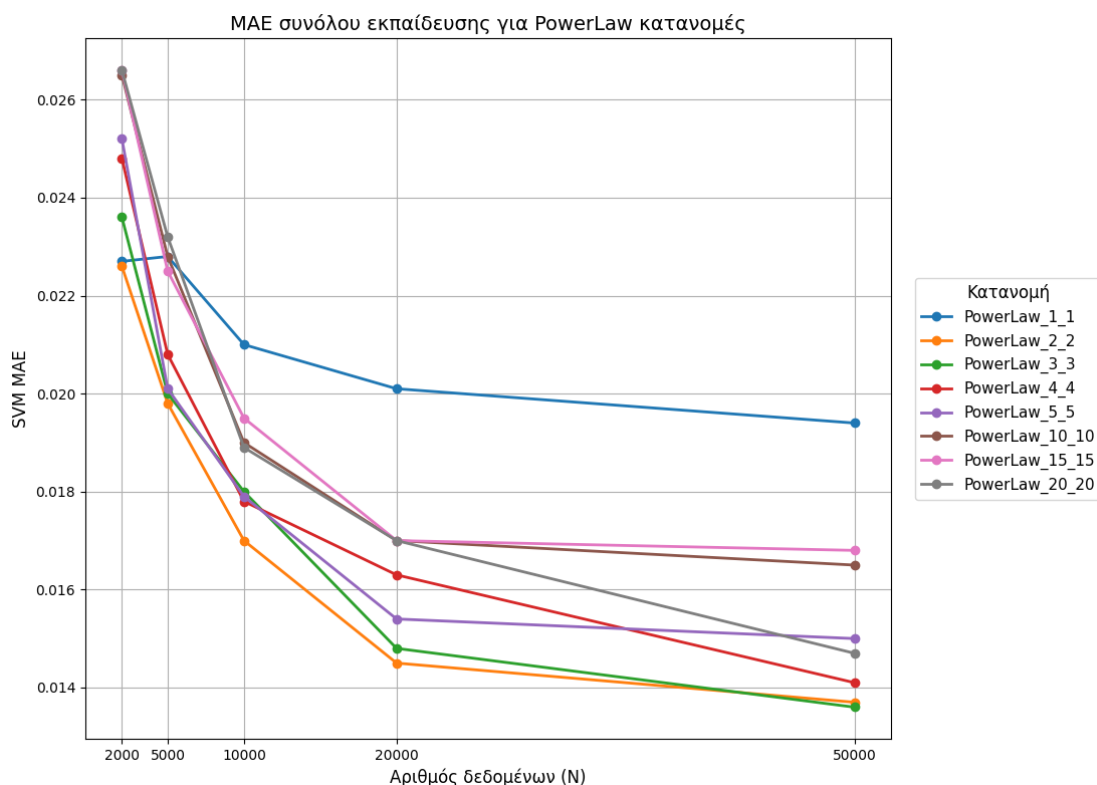


Σχέδιο 28: Μέτρο προσδιορισμού τεχνητού νευρωνικού δικτύου για σύνολα δεδομένων εξέτασης των οποίων οι βαθμοί αποδοτικότητας ακολουθούν την normal κατανομή



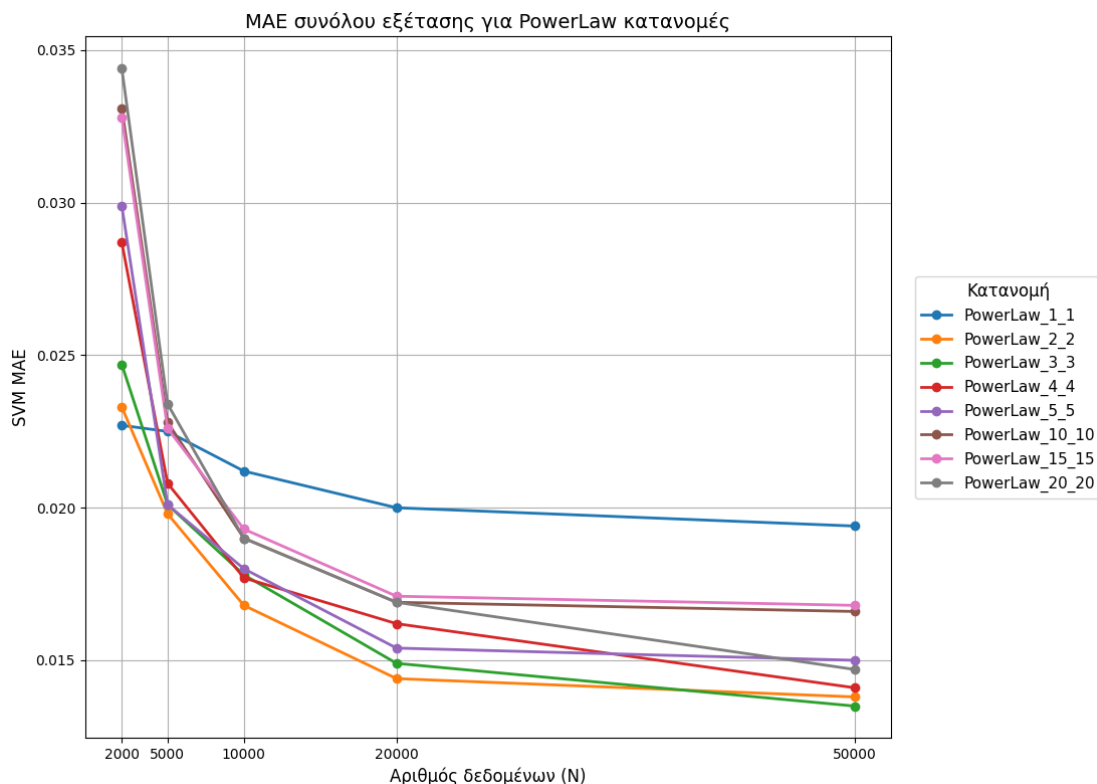
11.3. Αποτελέσματα ανάλυσης για δεδομένα με μεταβλητές αποδόσεις κλίμακας προσανατολισμός προς τι εκροές.

Σχέδιο 1: MAE του μοντέλου μηχανής διανυσμάτων υποστήριξης για δεδομένα των οποίων οι βαθμοί αποδοτικότητας ακολουθούν την PowerLaw κατανομή.

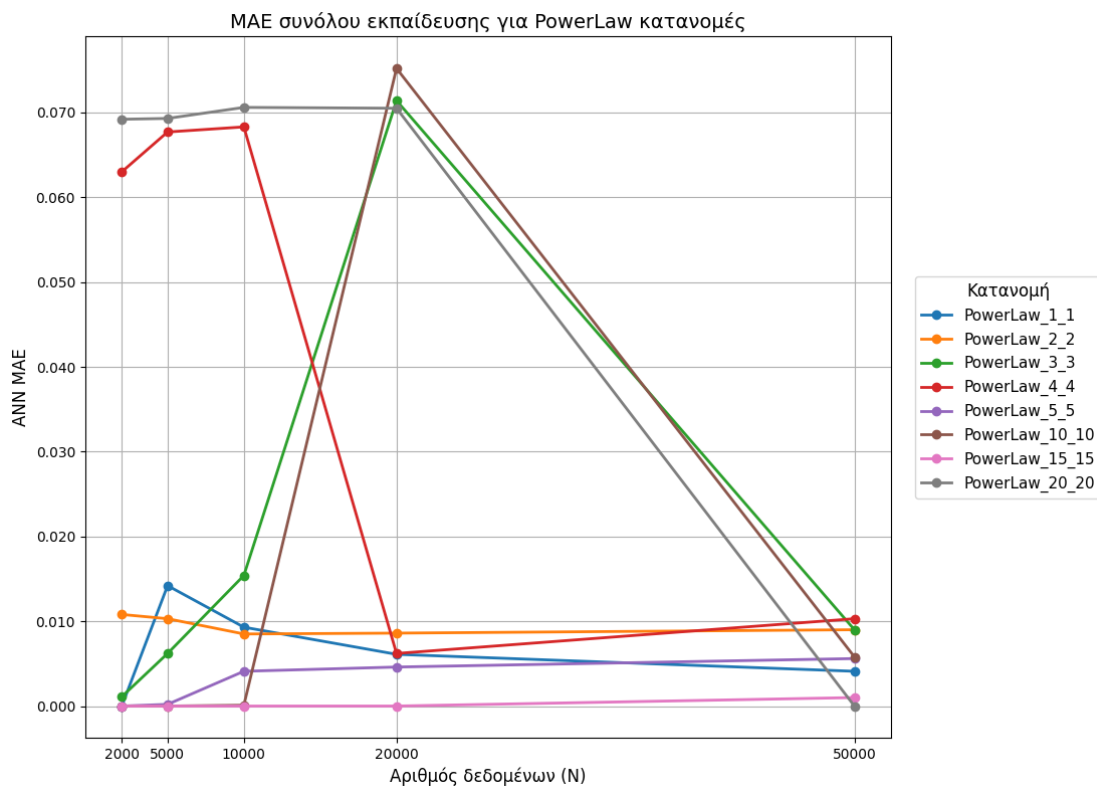


Σχέδιο 2: MAE SVM για σύνολα δεδομένων εξέτασης των οποίων τα μέτρα αποδοτικότητας ακολουθούν την powerlaw κατανομή.

Συγκριτική αξιολόγηση τεχνητών νευρωνικών δικτύων και μηχανών διανυσμάτων υποστήριξης για την προσέγγιση της αποδοτικότητας της περιβάλλουσας ανάλυσης δεδομένων

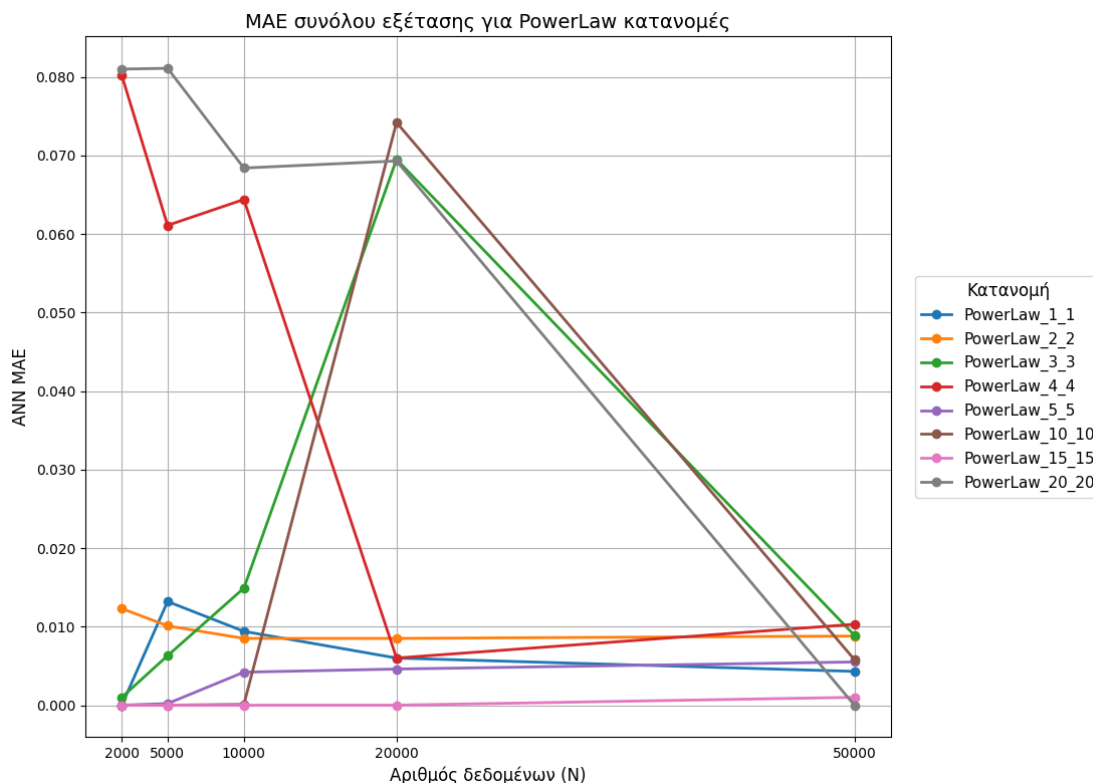


Σχέδιο 3: ΜΑΕ μοντέλου τεχνητού νευρωνικού δικτύου για δεδομένα των οποίων οι βαθμοί αποδοτικότητας ακολουθούν την PowerLaw κατανομή

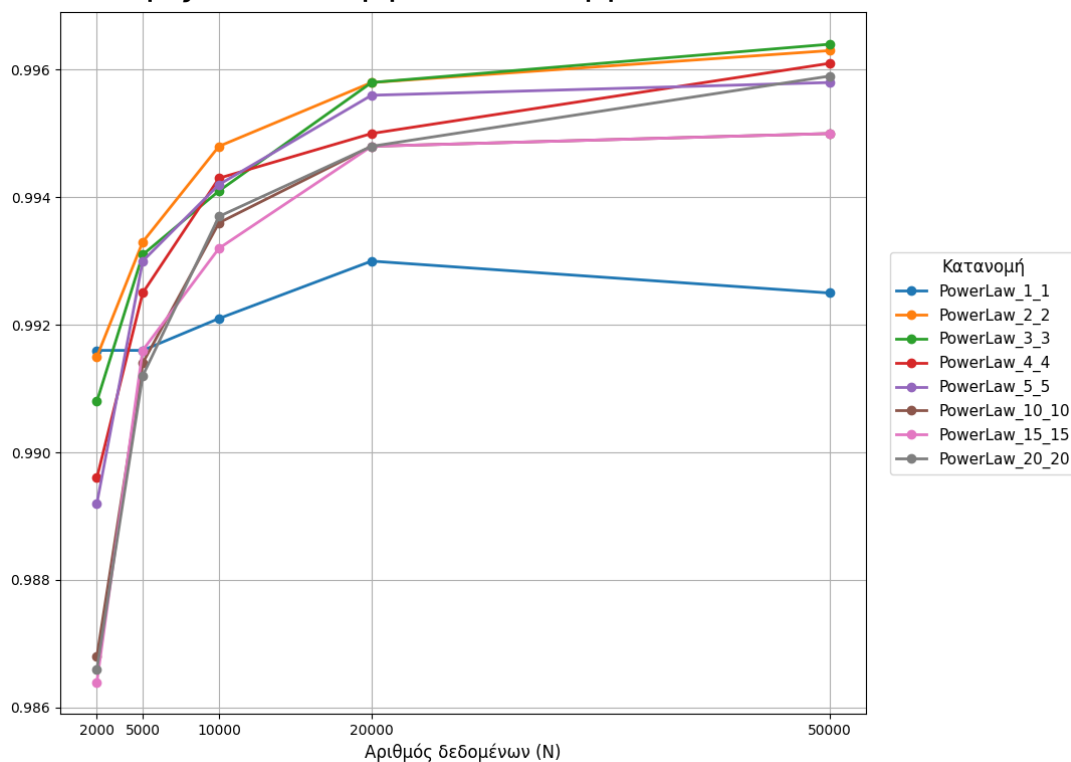


Συγκριτική αξιολόγηση τεχνητών νευρωνικών δικτύων και μηχανών διανυσμάτων υποστήριξης για την προσέγγιση της αποδοτικότητας της περιβάλλουσας ανάλυσης δεδομένων

Σχέδιο 4: MAE τεχνητού νευρωνικού δικτύου για σύνολα δεδομένων εξέτασης των οποίων τα μέτρα αποδοτικότητας ακολουθούν την powerlaw κατανομή.

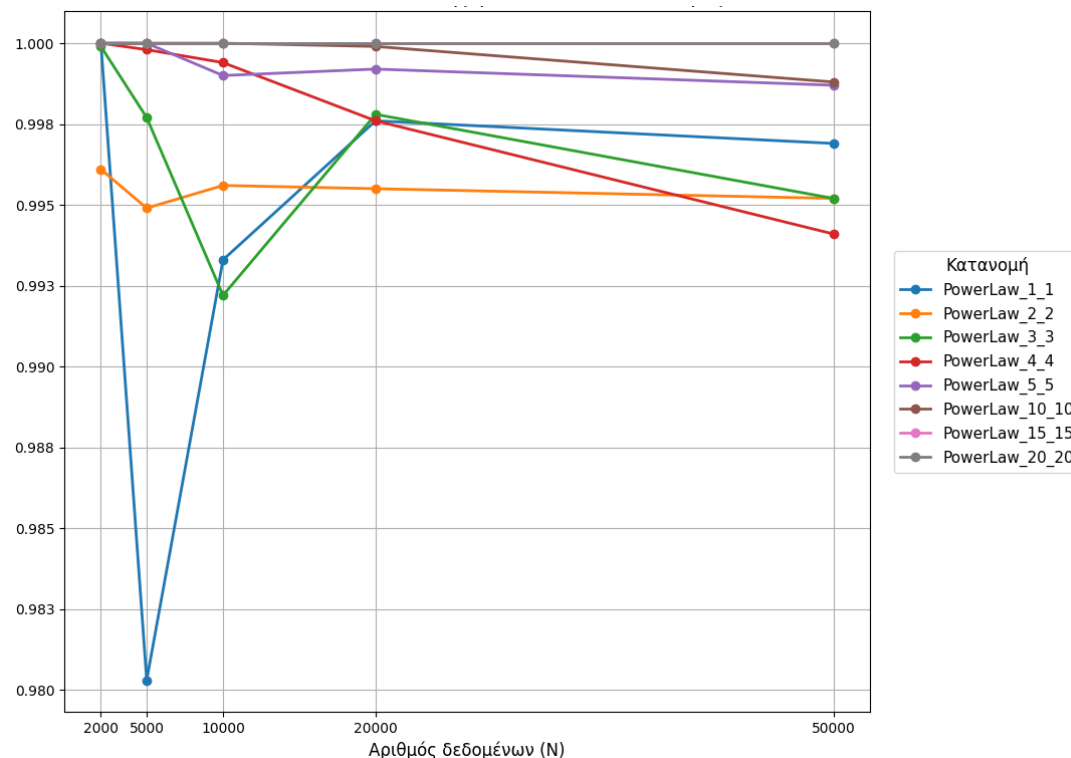


Σχέδιο 5: Μέτρο προσδιορισμού SVM για σύνολα δεδομένων εκπαίδευσης των οποίων τα μέτρα αποδοτικότητας ακολουθούν την powerlaw κατανομή

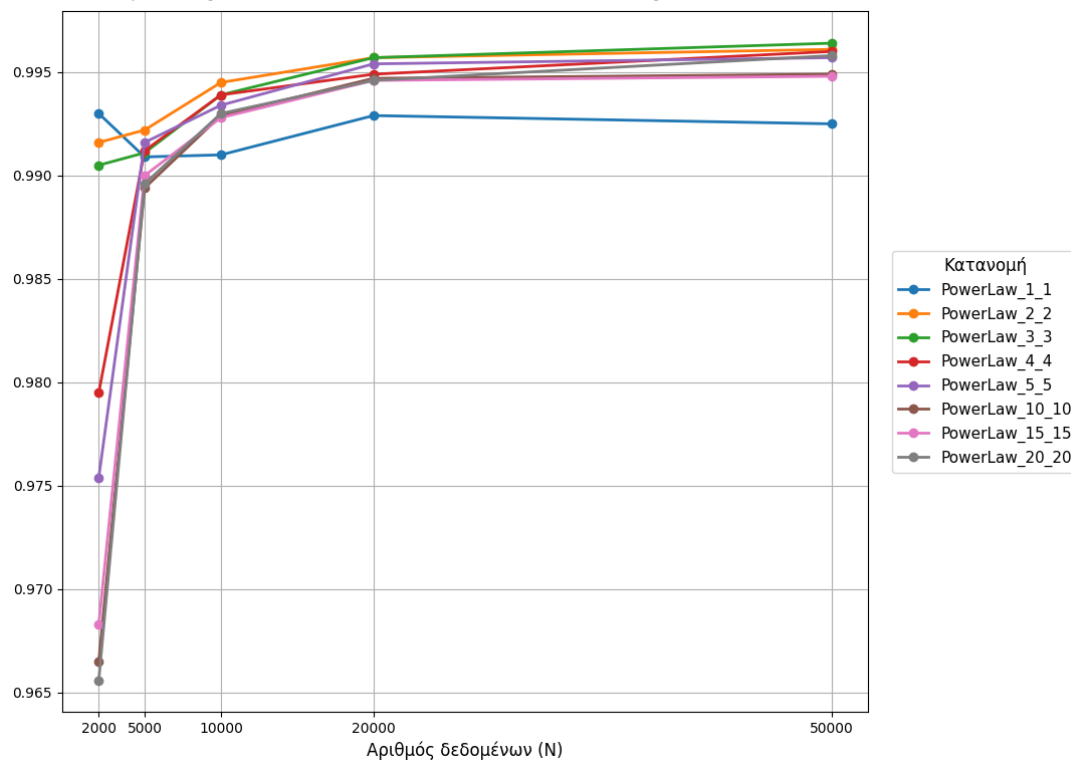


Συγκριτική αξιολόγηση τεχνητών νευρωνικών δικτύων και μηχανών διανυσμάτων υποστήριξης για την προσέγγιση της αποδοτικότητας της περιβάλλουσας ανάλυσης δεδομένων

Σχέδιο 6: Μέτρο προσδιορισμού τεχνητού νευρωνικού δικτύου για σύνολα δεδομένων εκπαίδευσης των οποίων τα μέτρα αποδοτικότητας ακολουθούν την powerlaw κατανομή.

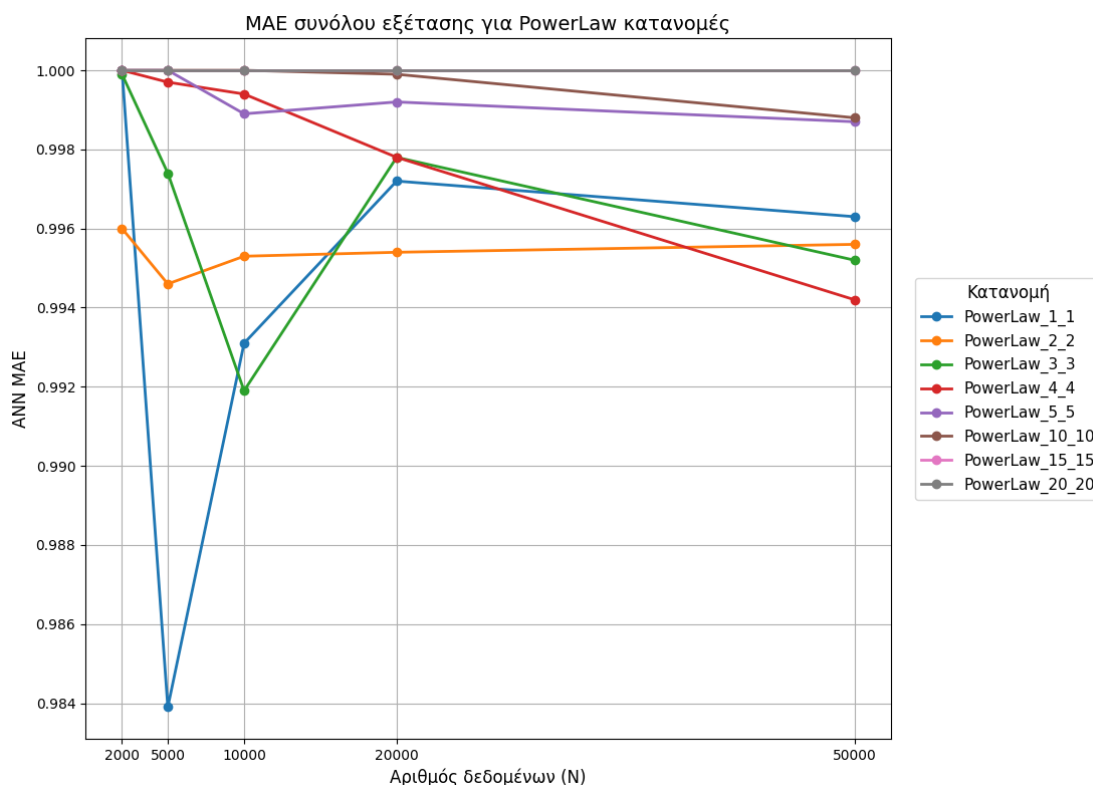


Σχέδιο 7: Μέτρο προσδιορισμού μοντέλου μηχανών διανυσμάτων υποστήριξης για δεδομένα συνόλου εξέτασης των οποίων οι βαθμοί αποδοτικότητας ακολουθούν την PowerLaw κατανομή.

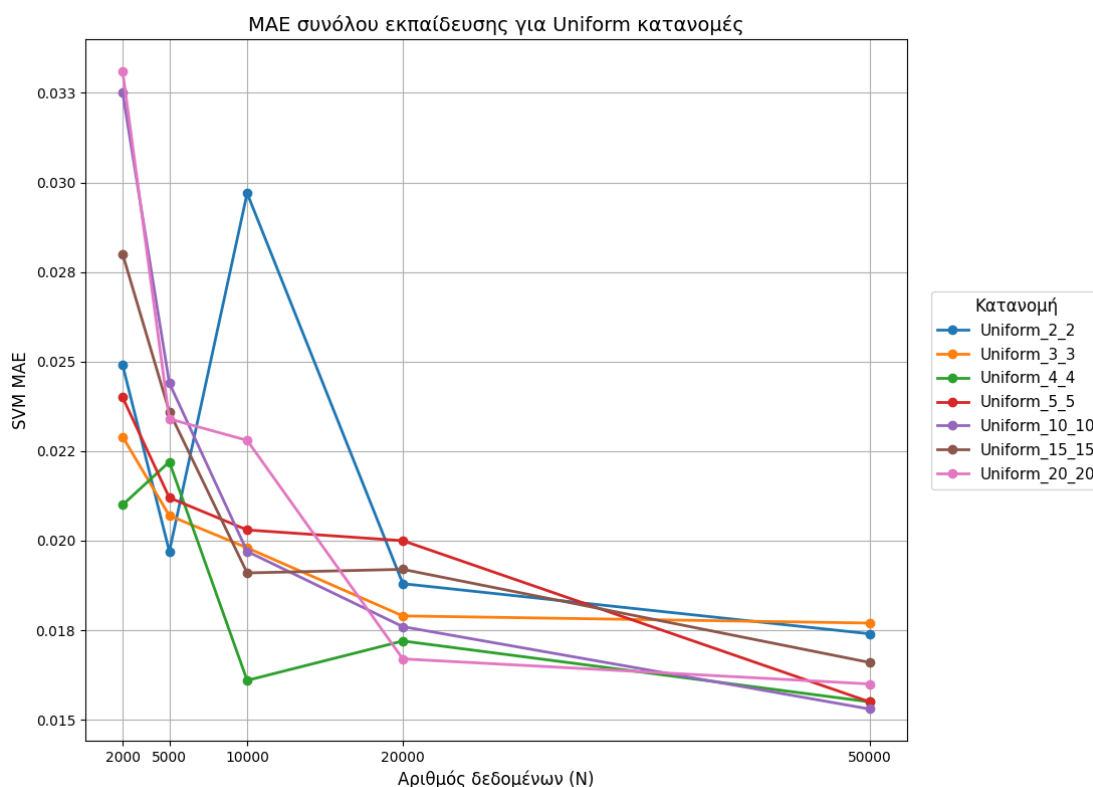


Συγκριτική αξιολόγηση τεχνητών νευρωνικών δικτύων και μηχανών διανυσμάτων υποστήριξης για την προσέγγιση της αποδοτικότητας της περιβάλλουσας ανάλυσης δεδομένων

Σχέδιο 8: Μέτρο προσδιορισμού τεχνητού νευρωνικού δικτύου για σύνολα εξέτασης των οποίων οι βαθμοί αποδοτικότητας ακολουθούν την PowerLaw κατανομή

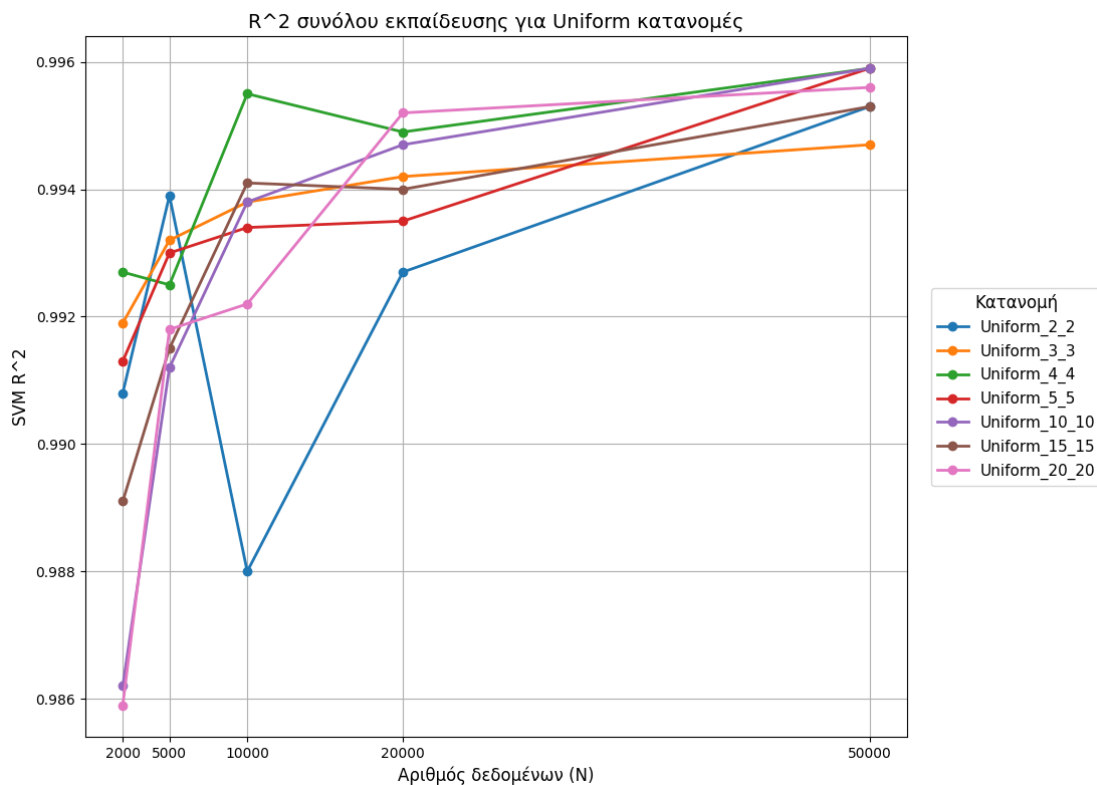


Σχέδιο 9: MAE SVM για σύνολα εκπαίδευσης των οποίων οι βαθμοί αποδοτικότητας ακολουθούν την uniform κατανομή

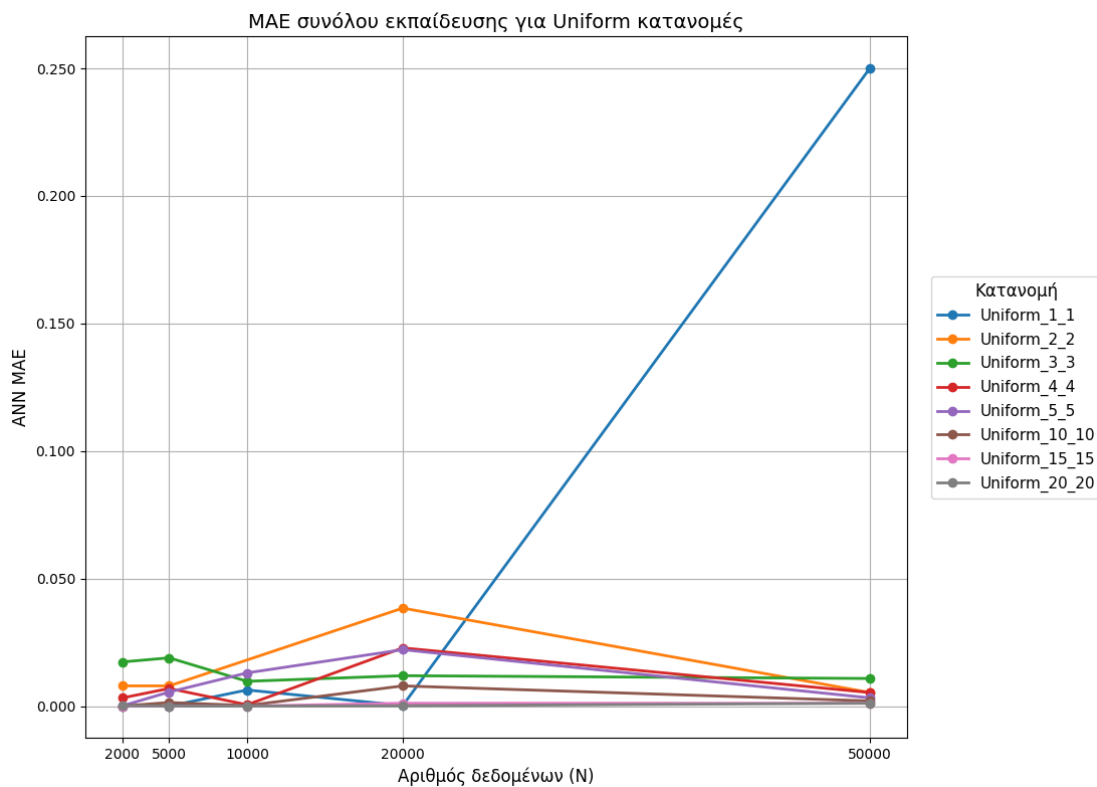


Συγκριτική αξιολόγηση τεχνητών νευρωνικών δικτύων και μηχανών διανυσμάτων υποστήριξης για την προσέγγιση της αποδοτικότητας της περιβάλλουσας ανάλυσης δεδομένων

Σχέδιο 10: Μέτρο προσδιορισμού SVM για σύνολα εκπαίδευσης των οποίων οι βαθμοί αποδοτικότητας ακολουθούν την uniform κατανομή.

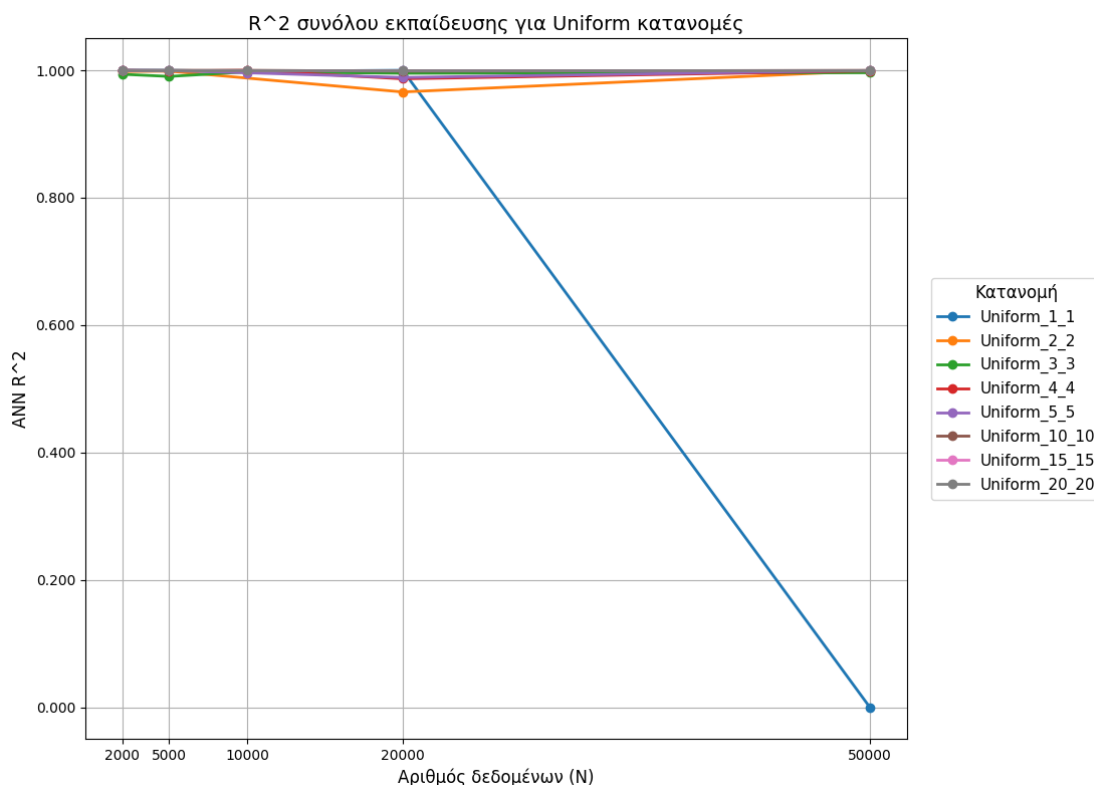


Σχέδιο 11: MAE τεχνητού νευρωνικού δικτύου για σύνολα δεδομένων εκπαίδευσης των οποίων οι βαθμοί αποδοτικότητας ακολουθούν την uniform κατανομές

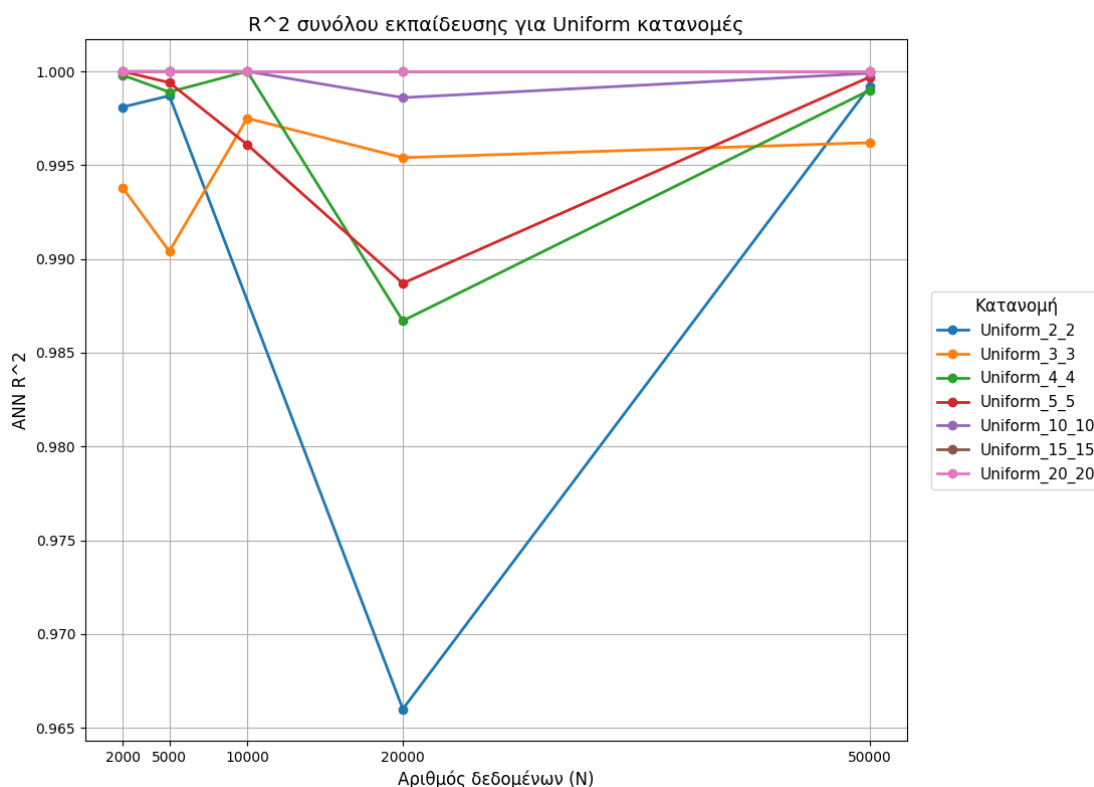


Συγκριτική αξιολόγηση τεχνητών νευρωνικών δικτύων και μηχανών διανυσμάτων υποστήριξης για την προσέγγιση της αποδοτικότητας της περιβάλλουσας ανάλυσης δεδομένων

Σχέδιο 12: MAE τεχνητού νευρωνικού δικτύου για σύνολα δεδομένων εκπαίδευσης των οποίων οι βαθμοί αποδοτικότητας ακολουθούν την uniform κατανομή.

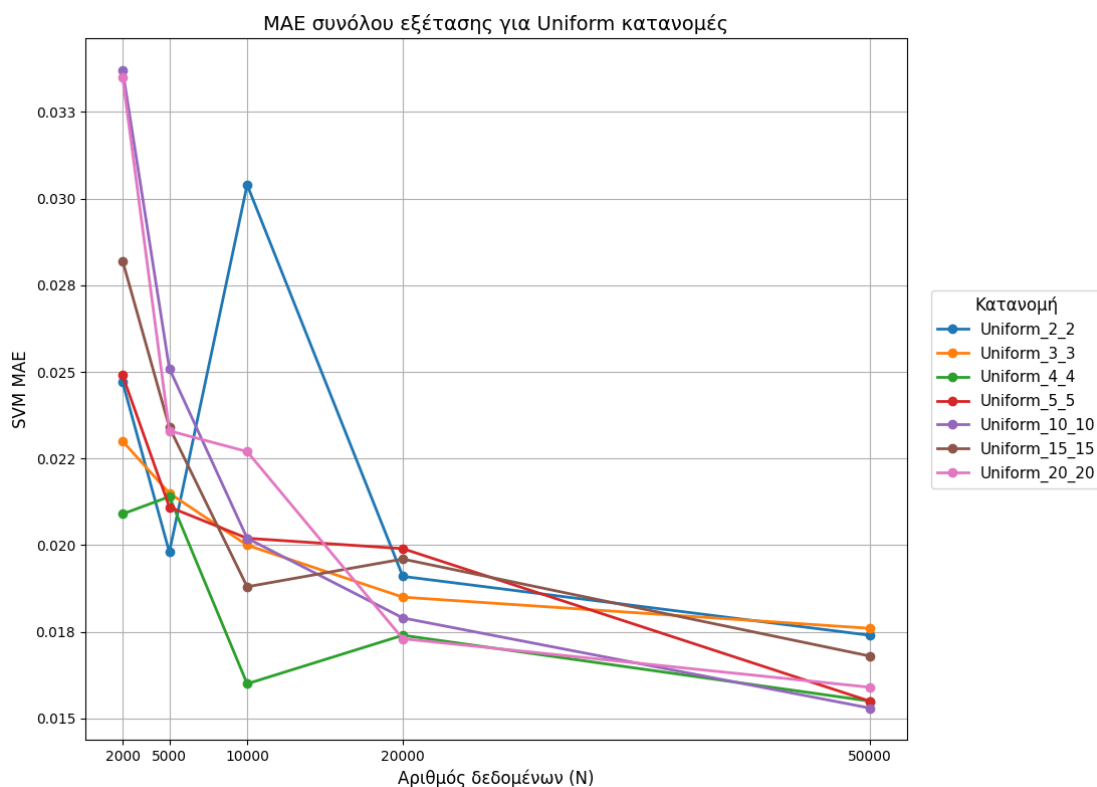


Σχέδιο 13: Αποτελέσματα τεχνητού νευρωνικού δικτύου για σύνολα δεδομένων εκπαίδευσης των οποίων οι βαθμοί αποδοτικότητας ακολουθούν την Uniform κατανομή

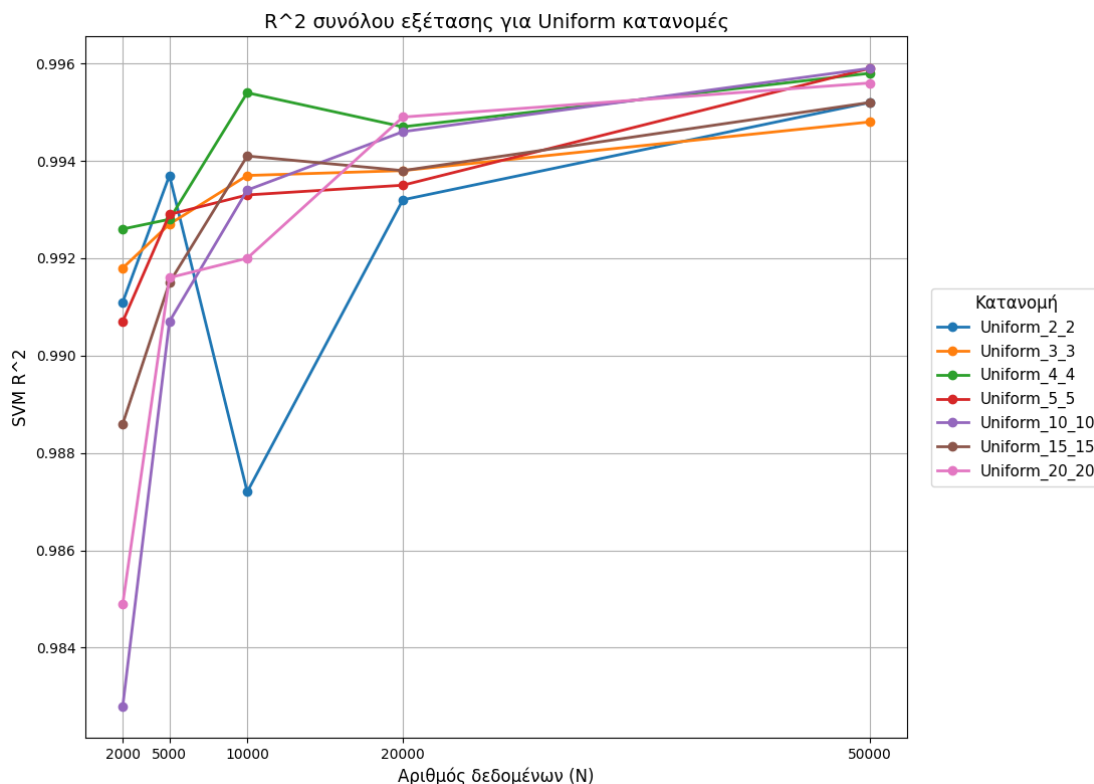


Συγκριτική αξιολόγηση τεχνητών νευρωνικών δικτύων και μηχανών διανυσμάτων υποστήριξης για την προσέγγιση της αποδοτικότητας της περιβάλλουσας ανάλυσης δεδομένων

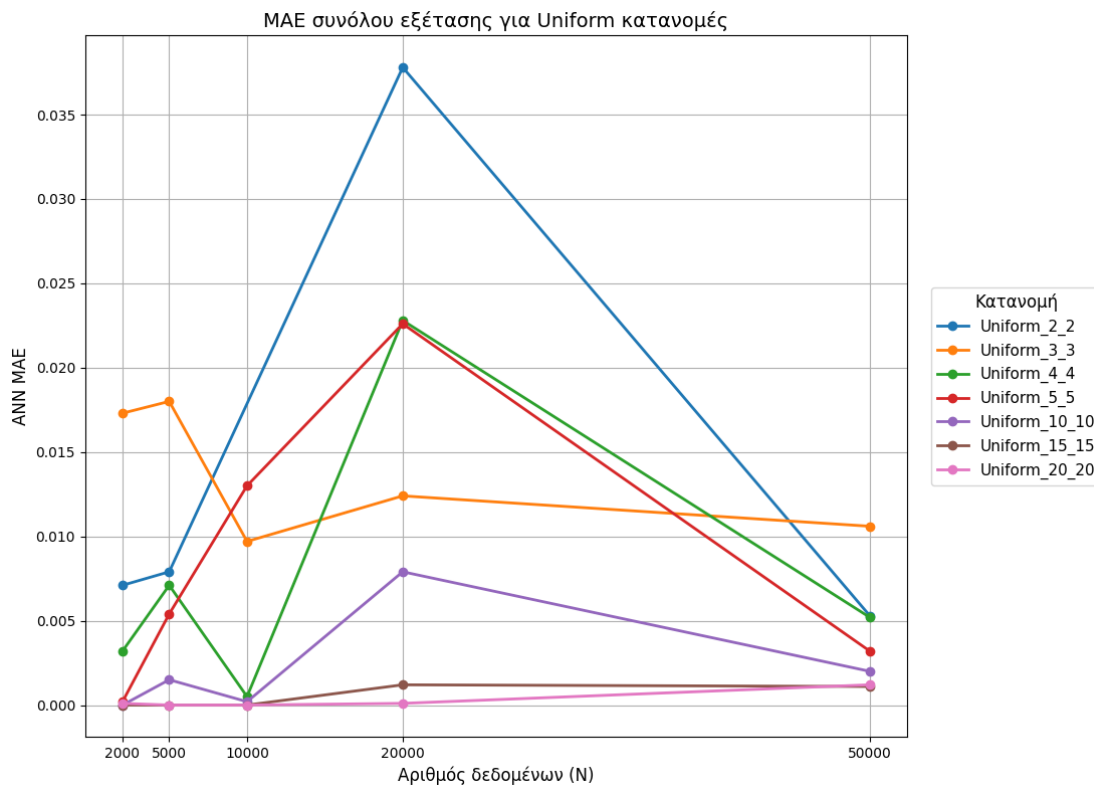
Σχέδιο 14: Αποτελέσματα SVM για σύνολα δεδομένων εξέτασης των οποίων οι βαθμοί αποδοτικότητας ακολουθούν την Uniform κατανομή



Σχέδιο 15: Αποτελέσματα SVM για σύνολα δεδομένων εξέτασης των οποίων οι βαθμοί αποδοτικότητας ακολουθούν την Uniform κατανομή

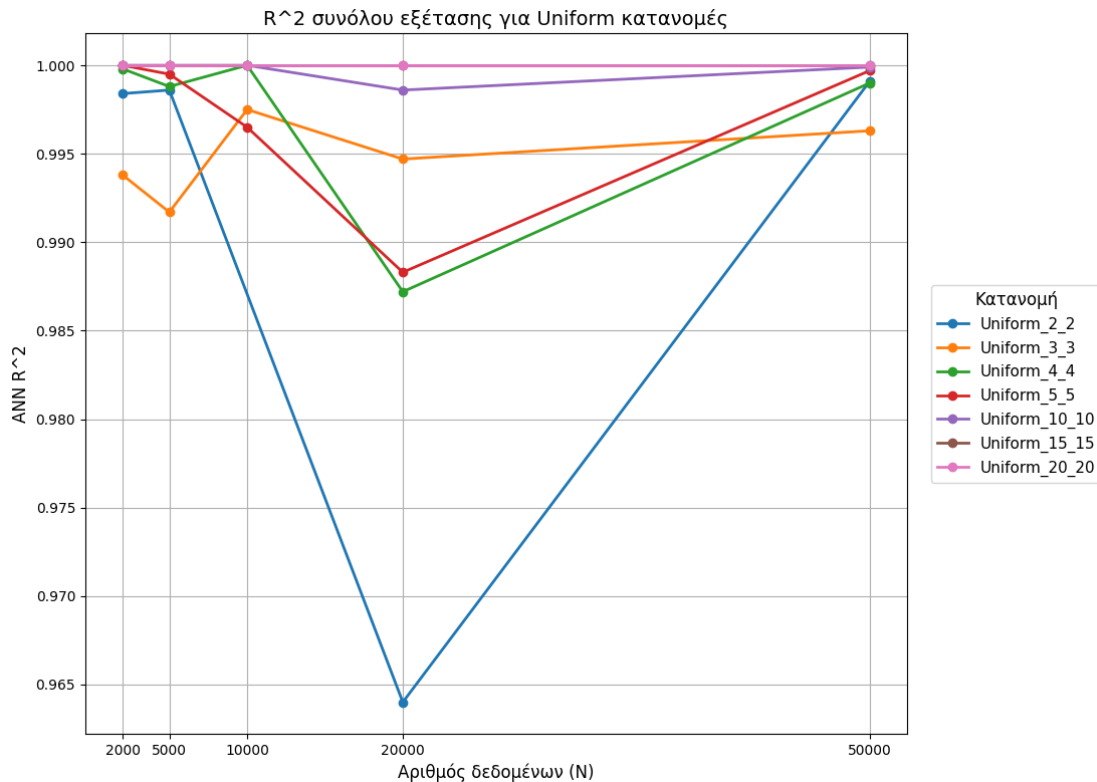


Σχέδιο 16: Αποτελέσματα τεχνητού νευρωνικού δικτύου για σύνολα δεδομένων εξέτασης των οποίων οι βαθμοί αποδοτικότητας ακολουθούν την Uniform κατανομή

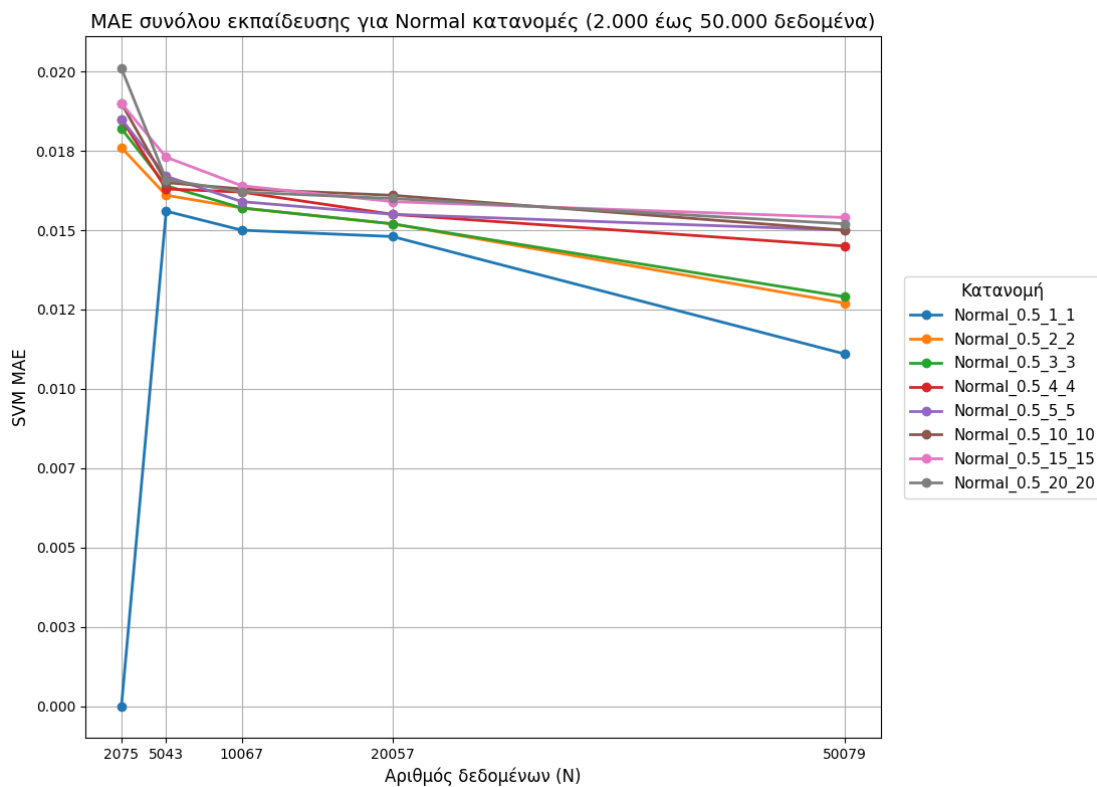


Συγκριτική αξιολόγηση τεχνητών νευρωνικών δικτύων και μηχανών διανυσμάτων υποστήριξης για την προσέγγιση της αποδοτικότητας της περιβάλλουσας ανάλυσης δεδομένων

Σχέδιο 17: Μέτρο προσδιορισμού τεχνητού νευρωνικού δικτύου για σύνολα δεδομένων εξέτασης των οποίων οι βαθμοί αποδοτικότητας ακολουθούν την uniform κατανομή

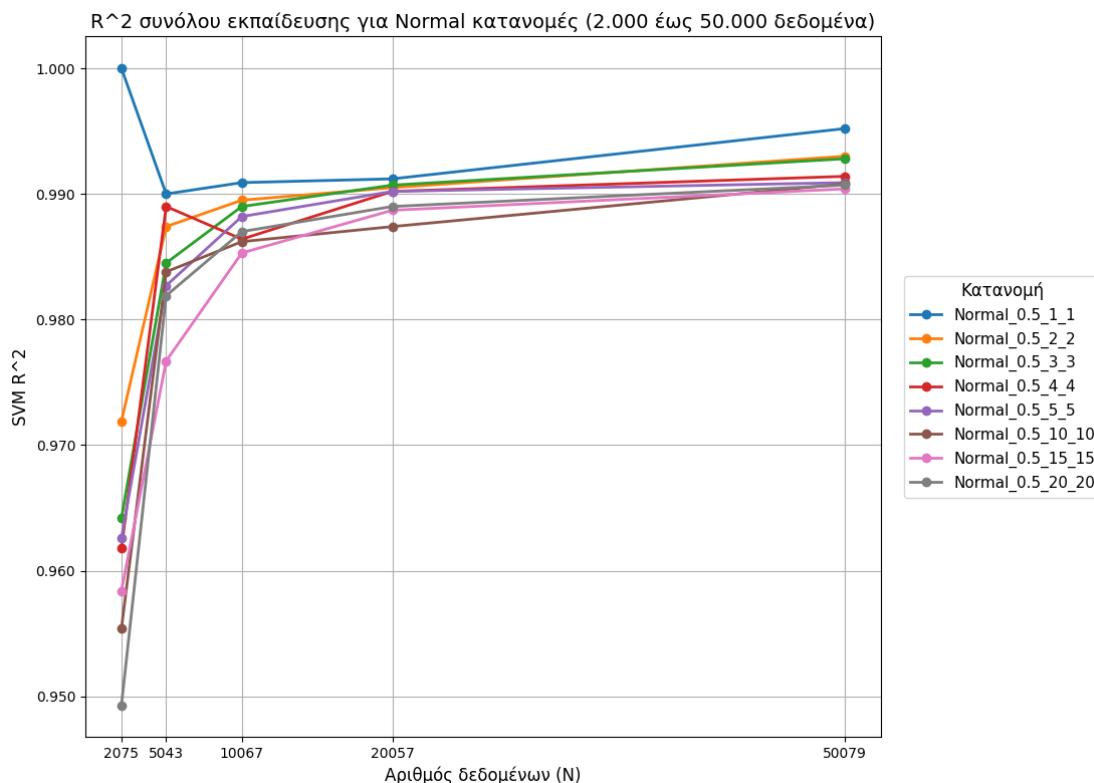


Σχέδιο 18: MAE SVM για σύνολα δεδομένων εκπαίδευσης των οποίων οι βαθμοί αποδοτικότητας ακολουθούν την normal κατανομή

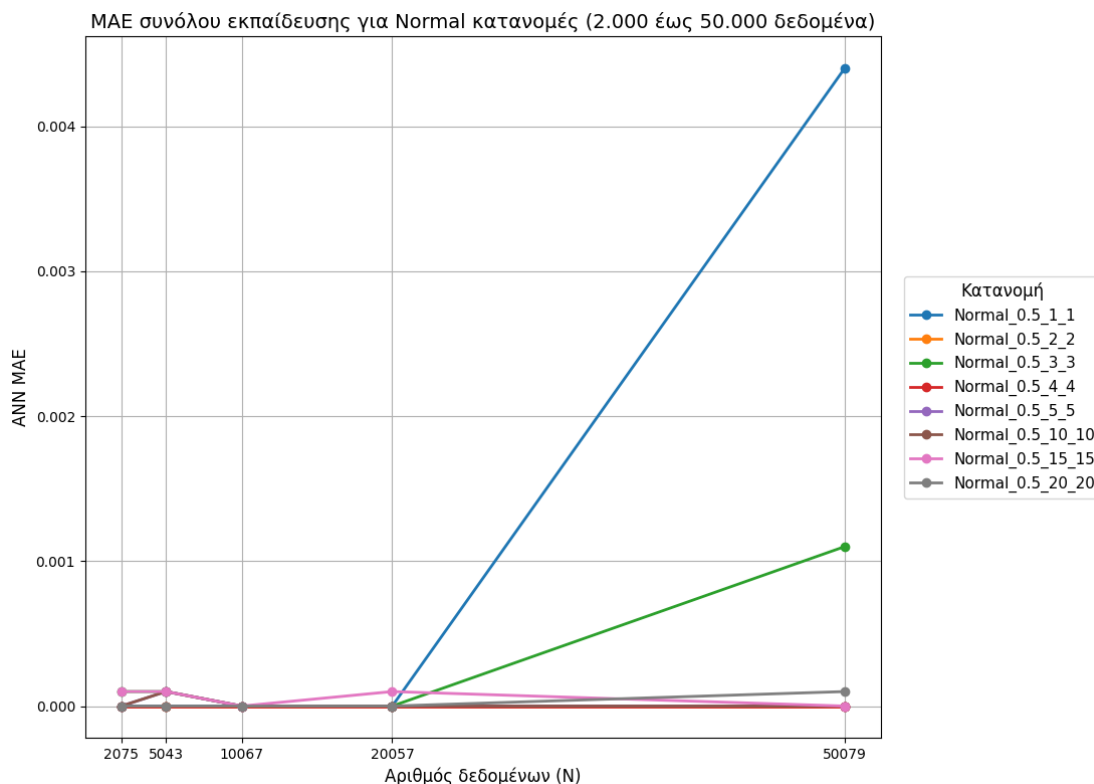


Συγκριτική αξιολόγηση τεχνητών νευρωνικών δικτύων και μηχανών διανυσμάτων υποστήριξης για την προσέγγιση της αποδοτικότητας της περιβάλλουσας ανάλυσης δεδομένων

Σχέδιο 19: Μέτρο προσδιορισμού SVM για σύνολα δεδομένων εκπαίδευσης των οποίων οι βαθμοί προσδιορισμού ακολουθούν την Normal κατανομή

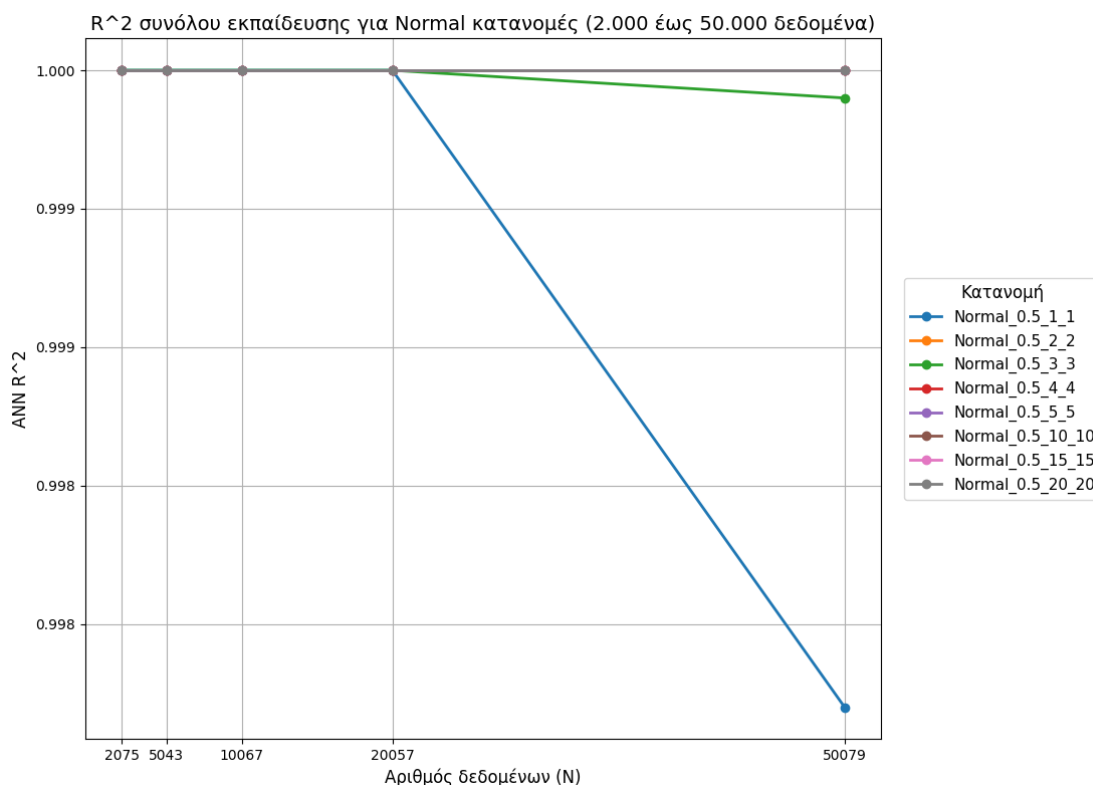


Σχέδιο 20: MAE τεχνητού νευρωνικού δικτύου για σύνολα δεδομένων εκπαίδευσης των οποίων οι βαθμοί αποδοτικότητας ακολουθούν την normal κατανομή

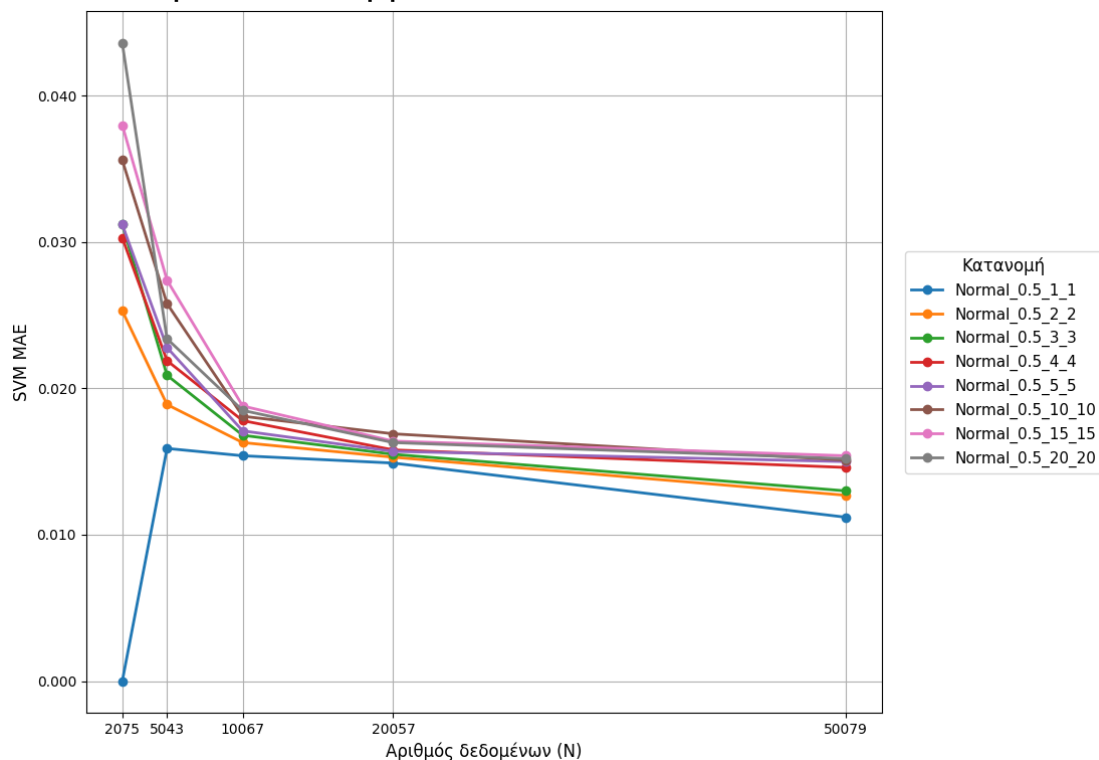


Συγκριτική αξιολόγηση τεχνητών νευρωνικών δικτύων και μηχανών διανυσμάτων υποστήριξης για την προσέγγιση της αποδοτικότητας της περιβάλλουσας ανάλυσης δεδομένων

Σχέδιο 21: Μέτρο προσδιορισμού τεχνητού νευρωνικού δικτύου για σύνολα δεδομένων εκπαίδευσης των οποίων οι βαθμοί αποδοτικότητας ακολουθούν την Normal κατανομή

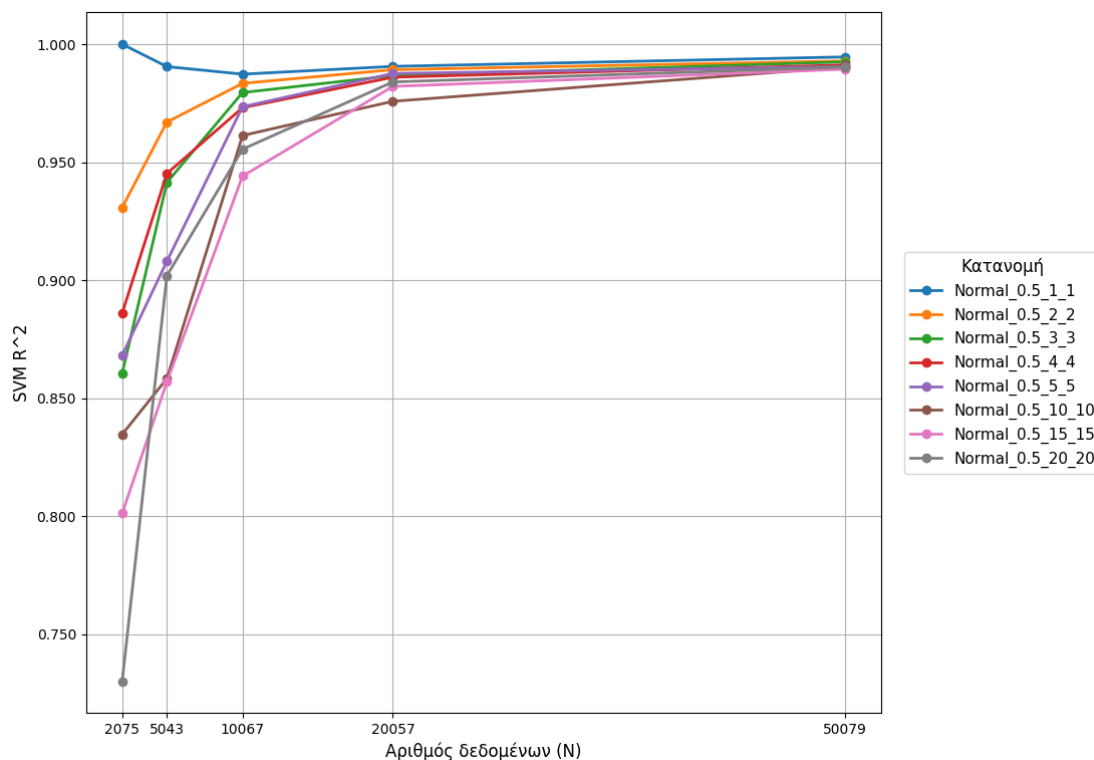


Σχέδιο 22: MAE SVM για σύνολα δεδομένων εξέτασης των οποίων οι βαθμοί προσδιορισμού ακολουθούν την normal κατανομή

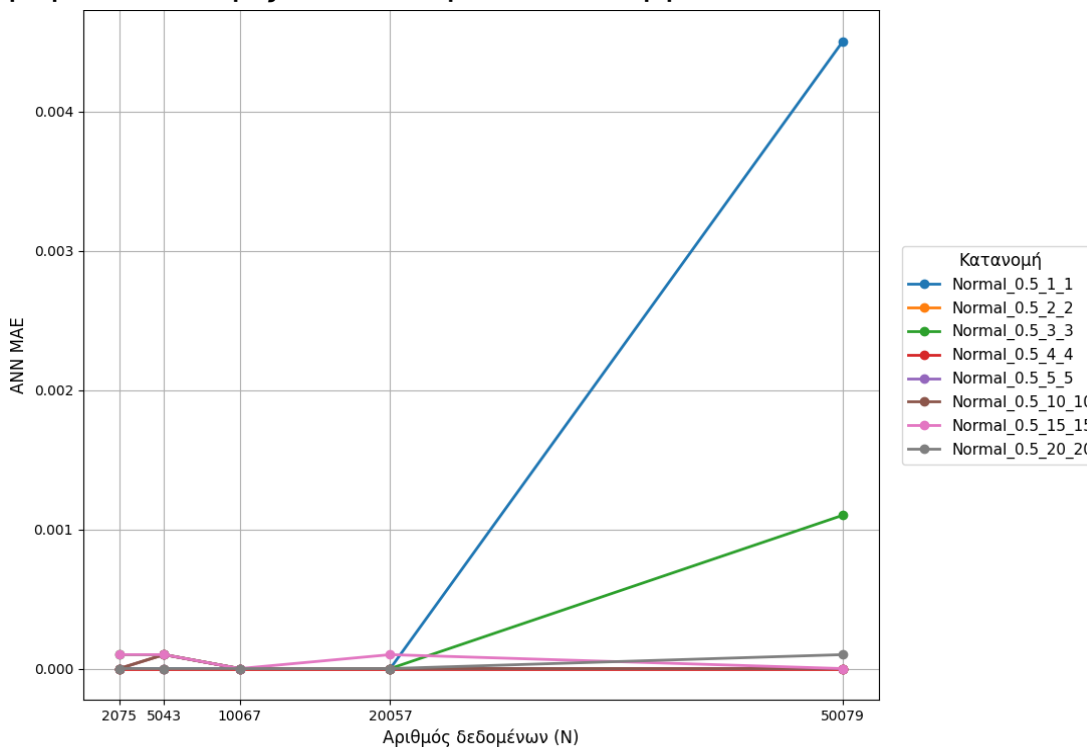


Συγκριτική αξιολόγηση τεχνητών νευρωνικών δικτύων και μηχανών διανυσμάτων υποστήριξης για την προσέγγιση της αποδοτικότητας της περιβάλλουσας ανάλυσης δεδομένων

Σχέδιο 23: Μέτρο προσδιορισμού SVM για σύνολα δεδομένων εξέτασης των οποίων οι βαθμοί προσδιορισμού ακολουθούν την normal κατανομή



Σχέδιο 24: MAE τεχνητού νευρωνικού δικτύου για σύνολα δεδομένων εξέτασης των οποίων οι βαθμοί αποδοτικότητας ακολουθούν την Normal κατανομή



Συγκριτική αξιολόγηση τεχνητών νευρωνικών δικτύων και μηχανών διανυσμάτων υποστήριξης για την προσέγγιση της αποδοτικότητας της περιβάλλουσας ανάλυσης δεδομένων

Σχέδιο 25: Μέτρο προσδιορισμού τεχνητού νευρωνικού δικτύου για σύνολα δεδομένων εξέτασης των οποίων οι βαθμοί αποδοτικότητας ακολουθούν την Normal κατανομή

