

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ
ΣΧΟΛΗ ΧΡΗΜΑΤΟΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗΣ ΚΑΙ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ



ΤΜΗΜΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ
ΚΑΙ ΑΣΦΑΛΙΣΤΙΚΗΣ ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ

ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΣΠΟΥΔΩΝ ΣΤΗΝ
ΑΝΑΛΟΓΙΣΤΙΚΗ ΕΠΙΣΤΗΜΗ ΚΑΙ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗ
ΚΙΝΔΥΝΩΝ

ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΗΣ ΑΞΙΑΣ ΣΕ ΚΙΝΔΥΝΟ ΚΑΙ ΤΟΥ
ΑΝΑΜΕΝΟΜΕΝΟΥ ΕΛΛΕΙΜΜΑΤΟΣ ΣΤΗ
ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗ ΚΙΝΔΥΝΩΝ

Σταυρούλα Βαλασίου

Διπλωματική Εργασία που υποβλήθηκε στο Τμήμα Στατιστικής και Ασφαλιστικής
Επιστήμης του Πανεπιστημίου Πειραιώς ως μέρος των απαιτήσεων για την
απόκτηση του Μεταπτυχιακού Διπλώματος Ειδίκευσης στην Αναλογιστική
Επιστήμη και Διαχείριση Κινδύνων

Πειραιάς,
Ιούλιος 2026

Η παρούσα Διπλωματική Εργασία εγκρίθηκε ομόφωνα από την Τριμελή Εξεταστική Επιτροπή που ορίστηκε από τη ΓΣΕΣ του Τμήματος Στατιστικής και Ασφαλιστικής Επιστήμης του Πανεπιστημίου Πειραιώς στην υπ' αριθμ. συνεδρίαση του σύμφωνα με τον Εσωτερικό Κανονισμό Λειτουργίας του Προγράμματος Μεταπτυχιακών Σπουδών στην Αναλογιστική Επιστήμη και Διαχείριση Κινδύνων

Τα μέλη της Επιτροπής ήταν:

- Καθηγητής: Ψαρράκος Γεώργιος (Επιβλέπων)
- Επίκουρος Καθηγητής: Παπαγιάννης Γεώργιος
- Αναπληρωτής Καθηγητής: Χατζόπουλος Πέτρος

Η έγκριση της Διπλωματικής Εργασίας από το Τμήμα Στατιστικής και Ασφαλιστικής Επιστήμης του Πανεπιστημίου Πειραιώς δεν υποδηλώνει αποδοχή των γνώμων του συγγραφέα.

UNIVERSITY OF PIRAEUS
SCHOOL OF FINANCE AND STATISTICS



**DEPARTMENT OF STATISTICS
AND INSURANCE SCIENCE**

**POSTGRADUATE PROGRAM IN
ACTUARIAL SCIENCE AND RISK
MANAGEMENT**

**ANALYSIS OF VALUE AT RISK AND
EXPECTED SHORTFALL
IN RISK MANAGEMENT**

STAVROULA VALASIOU

MSc Dissertation

submitted to the Department of Statistics and Insurance Science of the University of
Piraeus in partial fulfilment of the requirements for the degree of Master of Science
in Actuarial Science and Risk Management

Piraeus, Greece

July 2026

Στην οικογένειά μου

Ευχαριστίες

Έχοντας ολοκληρώσει τη διπλωματική μου εργασία θα ήθελα να ευχαριστήσω πρωτίστως τον κ. Ψαρράκο Γεώργιο, Καθηγητή του Τμήματος Στατιστικής και Ασφαλιστικής Επιστήμης του Πανεπιστημίου Πειραιώς και επιβλέποντα καθηγητή μου, για την καθοδήγηση και έμπνευση που μου παρείχε κατά την εκπόνηση της.

Παράλληλα θα ήθελα να ευχαριστήσω τον Επίκουρο Καθηγητή του Τμήματος κ. Παπαγιάννη Γεώργιο και τον Αναπληρωτή Καθηγητή κ. Χατζόπουλο Πέτρο για τη συμμετοχή τους στην Τριμελή Επιτροπή.

Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω την οικογένειά μου και τους φίλους μου για τη συνεχή τους στήριξη σε κάθε στάδιο της ζωής μου.

Περίληψη

Η Διαχείριση Κινδύνου αποτελεί βασική λειτουργία των χρηματοπιστωτικών ιδρυμάτων συμβάλλοντας στη αποτελεσματική αναγνώριση, επιμέτρηση και αντιμετώπιση πιθανών ζημιών που προκύπτουν στο πλαίσιο λειτουργίας τους. Η ανάγκη ύπαρξης αξιόπιστων μέτρων ποσοτικοποίησης του κινδύνου οδήγησε την Επιτροπή της Βασιλείας για την Τραπεζική Εποπτεία να αναπτύξει κανονιστικά πρότυπα για την μέτρηση του κινδύνου αγοράς. Η πρόσφατη προτροπή της Επιτροπής να χρησιμοποιείται το Αναμενόμενο Έλλειμμα (*ES*) αντί της Αξίας σε Κίνδυνο (*VaR*), ως αποτελεσματικότερο πλέον μέτρο κινδύνου, αποτέλεσε έναυσμα για την ανάπτυξη νέων εργαλείων ως προς τη Διαχείριση του Κινδύνου, όπως το *PELVE*, το οποίο εισήγαγαν οι Li & Wang (2023).

Στην παρούσα εργασία εξετάζονται η *VaR* και το *ES*, ενώ παρουσιάζονται παραδείγματα και μελέτες περίπτωσης με σκοπό την επαλήθευση των θεωρητικών αποτελεσμάτων και τη συγκριτική αξιολόγηση των δύο μέτρων υπό διαφορετικές συνθήκες. Τέλος, μελετάται το εργαλείο *PELVE* μέσω θεωρητικής και εμπειρικής ανάλυσης.

Abstract

Risk management is a core function of financial institutions, contributing to the effective identification, measurement, and mitigation of potential losses arising from their operations. The need for reliable risk quantification measures led the Basel Committee on Banking Supervision to develop regulatory standards for the measurement of market risk. The Committee's recent recommendation to use Expected Shortfall (*ES*) instead of Value at Risk (*VaR*) as a more effective risk measure has led to the development of new risk management tools, such as *PELVE*, introduced by Li & Wang (2023).

This thesis examines *VaR* and *ES*, while presenting illustrative examples and case studies aimed at verifying theoretical results and enabling a comparative evaluation of the two measures under different conditions. Finally, the *PELVE* measure is studied through both theoretical and empirical analysis.

Περιεχόμενα

Περίληψη.....	viii
Abstract.....	ix
Περιεχόμενα.....	x
Κατάλογος Πινάκων.....	xii
Κατάλογος Διαγραμμάτων.....	xiii
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 Τραπεζικό Σύστημα και Επιτροπή της Βασιλείας	1
1.1 Εισαγωγή	1
1.2 Χρηματοπιστωτικό Σύστημα	2
1.3 Λειτουργίες τραπεζών	3
1.4 Τραπεζικός Ισολογισμός	5
1.5 Διαχείριση Τραπεζικών Κινδύνων	8
1.5.1 Πιστωτικός Κίνδυνος	8
1.5.2 Κίνδυνος Ρευστότητας	9
1.5.3 Λειτουργικός Κίνδυνος	9
1.5.4 Κίνδυνος Αγοράς	10
1.6 Ανάγκη για ρύθμιση.....	12
1.7 Τραπεζικές Κρίσεις.....	13
1.8 Επιτροπή της Βασιλείας.....	14
1.9 Πόσο σημαντική είναι η κεφαλαιακή επάρκεια;	16
1.10 Οδεύοντας στη Βασιλεία Ι.....	17
1.11 Η μετάβαση προς τη Βασιλεία ΙΙ.....	19
1.12 Παγκόσμια Χρηματοπιστωτική Κρίση & Βασιλεία ΙΙΙ.....	20
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 Αξία σε Κίνδυνο και Αναμενόμενο Έλλειμμα.....	23
2.1 Τι είναι ο κίνδυνος;.....	23
2.2 Συνεπή μέτρα κινδύνου.....	24
2.3 Αξία σε Κίνδυνο / Value at Risk (VaR)	26

2.4	Είναι η <i>VaR</i> το καταλληλότερο μέτρο κινδύνου;	29
2.5	Αδυναμίες <i>VaR</i>	31
2.6	Αναμενόμενο Έλλειμμα / Expected Shortfall (<i>ES</i>)	32
2.7	Αδυναμίες <i>ES</i>	33
2.8	<i>VaR</i> έναντι <i>ES</i>	34
2.9	Αναθεωρημένο Πλαίσιο Επιτροπής της Βασιλείας	38
2.10	Σύγκριση μεθόδων μέτρησης κινδύνου αγοράς μεταξύ τραπεζικών ιδρυμάτων.....	39
2.11	Ποιο μέτρο κινδύνου τελικά υπερτερεί;	47
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 PELVE : ΤΟ ΕΠΙΠΕΔΟ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑΣ ΟΠΟΥ <i>VaR</i> ΚΑΙ <i>ES</i> ΙΣΟΔΥΝΑΜΟΥΝ		48
3.1	Εισαγωγή στο <i>PELVE</i>	48
3.2	Από την <i>VaR</i> & το <i>ES</i> στο <i>PELVE</i>	48
3.3	Ορισμός <i>PELVE</i>	52
3.4	Υπαρξη και μοναδικότητα του <i>PELVE</i>	54
3.5	Θεωρητικά χαρακτηριστικά του <i>PELVE</i>	55
3.5.1	Ιδιότητες αμεταβλητότητας & διάταξης	55
3.5.2	Ιδιότητες συγκλίνουσας συμπεριφοράς	60
3.5.3	Αποτέλεσμα διαφοροποίησης	61
3.6	<i>PELVE</i> διάφορων κατανομών και το όριο του	63
3.6.1	Τύποι και αριθμητικές τιμές <i>PELVE</i> για τις γνωστές κατανομές	63
3.6.2	Όριο <i>PELVE</i> για κατανομές με βαριά ουρά	66
3.7	Εμπειρική ανάλυση <i>PELVE</i>	70
3.8	Εμπειρική ανάλυση <i>PELVE</i> μέσω Χρηματοοικονομικών Δεδομένων	71
3.9	Επίλογος.....	78
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ.....		80
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ.....		86
Ελληνική.....		86
Ξένη.....		86
Ηλεκτρονικές Διευθύνσεις		87

Κατάλογος Πινάκων

Πίνακας 1.1: Ισολογισμός Τράπεζας της Ελλάδος για το έτος 2024	7
Πίνακας 2.1: Κατανομή Τυχαίας μεταβλητής L	28
Πίνακας 2.2: Σύγκριση VaR και ES	35
Πίνακας 2.3: Τιμές τυχαίων μεταβλητών X , Y και αθροίσματος.....	37
Πίνακας 2.4: Σταθμισμένα Στοιχεία Ενεργητικού (RWA) για Κίνδυνο Αγοράς	42
Πίνακας 2.5: Συνολική Κεφαλαιακή Απαίτηση.....	43
Πίνακας 2.6: Επισκόπηση των Σταθμισμένων ως προς τον Κίνδυνο Στοιχεία του Ενεργητικού (RWA)	44
Πίνακας 3.1: Τιμές PELVE βασικών κατανομών	53

Κατάλογος Διαγραμμάτων

Διάγραμμα 3-1: Τιμές <i>PELVE</i> γνωστών κατανομών.....	66
Διάγραμμα 3-2: <i>PELVE</i> 5% του δείκτη S&P 500.....	72
Διάγραμμα 3-3: Μέσο 5% <i>PELVE</i> του δείκτη S&P 500 για τους κλάδους Χρηματοοικονομικών (a) & Τεχνολογίας (b).	73
Διάγραμμα 3-4: Μέσο 99% <i>Var</i> και 97.5% <i>ES</i> του δείκτη S&P 500 για τους κλάδους Χρηματοοικονομικών (c) & Τεχνολογίας (d).	73
Διάγραμμα 3-5: <i>Var</i> _{0.99} & <i>ES</i> _{0.975} Finance Sector	76
Διάγραμμα 3-6: <i>Var</i> _{0.99} & <i>ES</i> _{0.975} IT Sector	77

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 | Τραπεζικό Σύστημα και Επιτροπή της Βασιλείας

1.1 Εισαγωγή

Όλες οι ενότητες του παρόντος κεφαλαίου έχουν αναλυθεί με τη βοήθεια του βιβλίου του Νούλα (2015) και το βιβλίο των Casu, Girardone & Molyneux (2018). Εκτός από αυτές τις δύο βασικές πηγές, θα αναφερθούν παρακάτω αναλυτικά τα υπόλοιπα βιβλία, εργασίες και παραπομπές που βοήθησαν στην εκπόνηση του πρώτου κεφαλαίου. Αρχικά, στο παρόν κεφάλαιο αναλύεται η σημασία του χρηματοπιστωτικού συστήματος χρησιμοποιώντας δημοσιευμένα στοιχεία της Τράπεζας της Ελλάδος και δίνεται έμφαση στο τραπεζικό σύστημα ως πυρήνα του. Έπειτα, αναφέρονται οι λειτουργίες των τραπεζών, η δομή του τραπεζικού ισολογισμού καθώς και οι κίνδυνοι που αντιμετωπίζουν τα πιστωτικά ιδρύματα, λαμβάνοντας υπόψη το βιβλίο των Saunders & Cornett (2017), ενώ έχουν χρησιμοποιηθεί και στοιχεία από την ιστοσελίδα της Ευρωπαϊκής Κεντρικής Τράπεζας (2019).

Επιπλέον, τονίζεται η ανάγκη για ρύθμιση του τραπεζικού κλάδου και παρουσιάζονται ιστορικά στοιχεία τραπεζικών κρίσεων τα οποία έχουν ληφθεί από τις ιστοσελίδες των Encyclopaedia Britannica, EBSCO Research Starters καθώς και από στοιχεία της Ευρωπαϊκής Κεντρικής Τράπεζας (2007) & (2023). Στη συνέχεια, αναλύεται η σημασία της Επιτροπής της Βασιλείας και της Κεφαλαιακής Επάρκειας των τραπεζικών ιδρυμάτων χρησιμοποιώντας αναφορές από τις ιστοσελίδες της Τράπεζας Διεθνών Διακανονισμών, της Γερμανικής Κεντρικής Τράπεζας και της Ευρωπαϊκής Κεντρικής Τράπεζας (2021). Τέλος, λαμβάνοντας υπόψη το βιβλίο των Akkizidis & Kalyvas (2018), αναφορές στην ιστοσελίδα της Τράπεζας Διεθνών Διακανονισμών και την εργασία των Li & Wang (2023) θα παρουσιαστούν η Βασιλεία I, η Βασιλεία II και η Βασιλεία III.

1.2 Χρηματοπιστωτικό Σύστημα

Το χρηματοπιστωτικό σύστημα αποτελείται κατά βάση από τα πιστωτικά ιδρύματα, που είναι οι τράπεζες, και από ασφαλιστικές επιχειρήσεις. Οι τράπεζες αποτελούν αναπόσπαστο κομμάτι της κοινωνίας καθώς επιτελούν δύο βασικές λειτουργίες: την αποδοχή καταθέσεων και την χορήγηση δανείων. Αντίστοιχα, οι ασφαλιστικές επιχειρήσεις ασφαλίζουν τους ασφαλισμένους έναντι κινδύνων που διατρέχουν αναφορικά με τη ζωή και την περιουσία τους και τους αποζημιώνουν στην περίπτωση εμφάνισης του εκάστοτε κινδύνου. (Τράπεζα της Ελλάδος¹, χωρίς ημερομηνία)

Ο ρόλος του χρηματοπιστωτικού συστήματος μιας χώρας είναι ιδιαίτερα σημαντικός καθώς αυτό πραγματοποιεί έναν αριθμό λειτουργιών ο οποίος συμβάλλει στην ανάπτυξη της οικονομίας. Οι σημαντικότερες λειτουργίες ενός χρηματοπιστωτικού συστήματος είναι ότι:

- Επιτυγχάνεται σωστότερη κατανομή των διαθέσιμων κεφαλαίων.

Το χρηματοπιστωτικό σύστημα διαθέτει τους κατάλληλους μηχανισμούς ώστε να διοχετευθούν τα διαθέσιμα κεφάλαια από τις πλεονασματικές προς τις ελλειμματικές μονάδες με τον πιο αποτελεσματικό και αποδοτικό τρόπο. Όσο πιο σωστά γίνεται η διάθεση των κεφαλαίων μέσα σε μια οικονομία τόσο μεγαλύτερη είναι η ανάπτυξή της.

- Προάγονται νέα χρηματοοικονομικά προϊόντα.

Σε ένα ανεπτυγμένο χρηματοπιστωτικό σύστημα δημιουργούνται συνεχώς νέα χρηματοοικονομικά προϊόντα προκειμένου να ικανοποιηθούν οι ολοένα και αυξανόμενες ανάγκες του κοινωνικού συνόλου.

- Μειώνεται ο κίνδυνος.

Οι αποταμιευτές όταν καταθέτουν τα χρήματά τους σε ένα τραπεζικό ίδρυμα είναι διασφαλισμένοι απέναντι στον κίνδυνο απώλειας των χρημάτων τους. Επιπλέον, ένα καλά οργανωμένο χρηματοπιστωτικό σύστημα παρέχει πληροφορίες αλλά και μια ποικιλία διαθέσιμων προϊόντων, γεγονός που βοηθά τους επενδυτές να

¹ Πηγή: <https://www.bankofgreece.gr/trapeza/rolos-kai-armodiotites>

δημιουργήσουν αποτελεσματικά χαρτοφυλάκια και να ελαχιστοποιήσουν τον κίνδυνο.

- Μειώνεται το κόστος των συναλλαγών και το κόστος πληροφόρησης.

Κάθε φορά που πραγματοποιείται μια συναλλαγή δημιουργείται κάποιο κόστος ενώ παράλληλα απαιτείται μια σωστή πληροφόρηση. Ένα αποτελεσματικό χρηματοπιστωτικό σύστημα μειώνει τόσο το κόστος των συναλλαγών όσο και το κόστος της πληροφόρησης. (Νούλας, 2015)

1.3 Λειτουργίες τραπεζών

Όπως αναφέρθηκε παραπάνω οι δύο κυριότερες λειτουργίες μιας τράπεζας είναι η αποδοχή καταθέσεων και η χορήγηση δανείων. Επιτελώντας αυτές τις δύο λειτουργίες η τράπεζα αποκτά το ρόλο του χρηματοοικονομικού διαμεσολαβητή.

Σύμφωνα με τους Casu, Girardone & Molyneux (2018), ως χρηματοοικονομική διαμεσολάβηση ορίζεται η διαδικασία διοχέτευσης κεφαλαίων μεταξύ αυτών οι οποίοι επιθυμούν να δανείσουν ή να επενδύσουν και αυτών οι οποίοι επιθυμούν να δανειστούν ή χρειάζονται επενδυτικά κεφάλαια.

Μέσω αυτής της διαδικασίας η τράπεζα φέρνει σε επαφή τις πλεονασματικές μονάδες (δανειοδότες) με τις ελλειμματικές μονάδες (δανειολήπτες). Οι δανειοδότες ζητούν την ασφάλεια, ενώ έχουν στην κατοχή τους πλεονάζοντα κεφάλαια. Από την άλλη πλευρά, οι δανειολήπτες ζητούν κεφάλαια για να καλύψουν τις ανάγκες τους ενώ δυσκολεύονται να εγγυηθούν την ασφάλεια που απαιτούν οι δανειοδότες. Η τράπεζα ως διαμεσολαβητής γεφυρώνει αυτό το χάσμα και προωθεί έναν αποτελεσματικότερο καταμερισμό των οικονομικών πόρων.

Με την χρηματοοικονομική διαμεσολάβηση επιτυγχάνονται μια σειρά από οφέλη για τους δανειοδότες (πλεονασματικές μονάδες), τους δανειολήπτες (ελλειμματικές μονάδες) αλλά και για την κοινωνία ευρύτερα. Συγκεκριμένα, οι δανειοδότες αντιμετωπίζουν χαμηλότερο κίνδυνο μέσω της διαμεσολάβησης της τράπεζας. Τα

πιστωτικά ιδρύματα είναι σε θέση να εκτιμούν καλύτερα τον κίνδυνο, ο οποίος είναι άρρηκτα συνδεδεμένος με τη χρηματοοικονομική διαμεσολάβηση, και στη συνέχεια να μπορούν να τον διαχειριστούν αποτελεσματικότερα ακολουθώντας συγκεκριμένες στρατηγικές και διαφοροποιώντας το χαρτοφυλάκιο δανείων τους.

Από την άλλη πλευρά, οι δανειολήπτες απολαμβάνουν μεγαλύτερη διαθεσιμότητα δανείων, ενώ το ύψος των συγκεκριμένων χορηγήσεων είναι συνήθως υψηλότερο από αυτό που θα δίνονταν απευθείας από έναν δανειοδότη χωρίς τη διαμεσολάβηση της τράπεζας. Επιπλέον, τα δάνεια που χορηγούνται από την τράπεζα έχουν χαμηλότερο επιτόκιο καθώς το πιστωτικό ίδρυμα μπορεί να διαφοροποιήσει τον κίνδυνο και να ελαχιστοποιήσει το κόστος πληροφόρησης και κατ' επέκταση να μειώσει σημαντικά το κόστος διαμεσολάβησης. Τέλος, όσο αφορά την κοινωνία συνολικά η χρηματοοικονομική διαμεσολάβηση ενισχύει την αποτελεσματικότερη χρήση των κεφαλαίων μέσα σε μια οικονομία ενώ υπάρχει ένα υψηλότερο επίπεδο δανεισμού και δανειοδότησης. Αυτό οφείλεται στην ελαχιστοποίηση του κινδύνου και του κόστους που επιτυγχάνεται μέσω της τράπεζας.

Κατά τους Casu, Girardone & Molyneux (2018), η τράπεζα ως χρηματοοικονομικός διαμεσολαβητής μετασχηματίζει τις καταθέσεις μικρού μεγέθους, χαμηλού κινδύνου και υψηλής ρευστότητας σε δάνεια, τα οποία είναι μεγαλύτερου μεγέθους, υψηλότερου κινδύνου και μη ρευστοποιήσιμα (λειτουργία μετασχηματισμού).

Επιπλέον, εκτός από δάνεια οι καταθέσεις μετατρέπονται και σε άλλα προϊόντα τα οποία μπορεί να διαφέρουν ως προς τον κίνδυνο, τη ρευστότητα και τη χρονική τους διάρκεια (ληκτότητα). Τέτοια προϊόντα ενδεικτικά μπορεί να είναι μετοχές, ομόλογα, επενδύσεις σε ακίνητα. (Νούλας, 2015)

Μέσω της λειτουργίας μετασχηματισμού, στόχος της τράπεζας είναι να μεγιστοποιήσει το κέρδος της χρησιμοποιώντας στοιχεία του Παθητικού της για να δημιουργήσει έσοδα μέσω του Ενεργητικού της.

1.4 Τραπεζικός Ισολογισμός

Λαμβάνοντας υπόψη το βιβλίο του Νούλα (2015) καθώς και στοιχεία από την ιστοσελίδα της Ευρωπαϊκής Κεντρικής Τράπεζας² (2019) θα παρουσιαστεί η δομή του τραπεζικού ισολογισμού. Ακόμη, παρατίθεται ο δημοσιευμένος ισολογισμός της Τράπεζας της Ελλάδος για το έτος 2024, ο οποίος πάρθηκε από την ιστοσελίδα της ίδιας της Τράπεζας, προκειμένου να γίνουν κάποιες επισημάνσεις.

Το Ενεργητικό μιας τράπεζας αποτελείται από όλα τα περιουσιακά στοιχεία που έχει στην κατοχή της. Αυτά ενδεικτικά είναι τα ακόλουθα:

1. Χρηματικά Διαθέσιμα.
2. Απαιτήσεις κατά πιστωτικών ιδρυμάτων.
3. Απαιτήσεις κατά πελατών (Χορηγηθέντα δάνεια, λοιπές απαιτήσεις).
4. Ομολογίες και άλλοι τίτλοι σταθερού εισοδήματος.
5. Μετοχές και άλλοι τίτλοι μεταβλητής απόδοσης.
6. Συμμετοχές σε συνδεδεμένες οντότητες.
7. Συμμετοχές σε μη συνδεδεμένες οντότητες.
8. Άυλα πάγια στοιχεία (έξοδα ιδρύσεως, φήμη και πελατεία, λοιπά άυλα πάγια στοιχεία).
9. Ενσώματα πάγια στοιχεία (κτήρια, έπιπλα, λοιπά ενσώματα πάγια, αποσβέσεις παγίων).
10. Λοιπά στοιχεία Ενεργητικού.
11. Προπληρωμένα έξοδα και έσοδα εισπρακτέα.

Το Παθητικό της αποτελείται από τις Υποχρεώσεις και τα Ίδια Κεφάλαιά της. Το μεγαλύτερο ποσοστό των υποχρεώσεων των τραπεζών αποτελείται από καταθέσεις. Την στιγμή που η τράπεζα αποδέχεται μια κατάθεση της δημιουργείται ταυτόχρονα μια υποχρέωση, η οποία είναι να επιστρέψει στον καταθέτη το ποσό της κατάθεσης του είτε τη στιγμή που αυτός θα το ζητήσει (κατάθεση όψεως, ταμιευτηρίου) είτε

² Πηγή :https://www.bankingsupervision.europa.eu/about/banking-supervision-explained/html/hold_capital.el.html

κατά τη λήξη του χρονικού διαστήματος που έχει συμφωνηθεί (προθεσμιακή κατάθεση).

Τα Ίδια Κεφάλαια της τράπεζας υπολογίζονται αν από το Ενεργητικό της αφαιρεθούν οι Υποχρεώσεις. Ουσιαστικά τα Ίδια Κεφάλαια αντιπροσωπεύουν τα χρήματα που έχει λάβει η τράπεζα από επενδυτές και μετόχους και τα κέρδη που έχει πραγματοποιήσει αλλά δεν έχει διανείμει στους μετόχους της. Το κεφάλαιο είναι πολύ σημαντικό στην περίπτωση των τραπεζών. Αν δεν αποπληρωθεί ένα μέρος των δανείων που έχει χορηγήσει η τράπεζα, τότε μπορεί να επηρεαστεί σε μεγάλο βαθμό το επίπεδο των Ιδίων Κεφαλαίων και στην περίπτωση που η τράπεζα δεν έχει κάποιο κεφαλαιακό περιθώριο ασφαλείας να καταστεί αφερέγγυα.

Αναλυτικά τα στοιχεία που απαρτίζουν το Παθητικό μιας τράπεζας μπορεί να είναι ενδεικτικά:

1. Υποχρεώσεις προς πιστωτικά ιδρύματα.
2. Υποχρεώσεις προς πελάτες (καταθέσεις ταμειευτηρίου, όψεως, προθεσμιακές, άλλες υποχρεώσεις).
3. Λοιπά στοιχεία παθητικού.
4. Προβλέψεις για κινδύνους και βάρη.
5. Μετοχικό κεφάλαιο.
6. Αποθεματικά (Τακτικό, έκτακτο, ειδικά αποθεματικά).
7. Αποτελέσματα εις νέον.

Το μετοχικό κεφάλαιο, τα αποθεματικά και τα αποτελέσματα εις νέον απαρτίζουν τα Ίδια Κεφάλαια της τράπεζας. Ισχύει η γνωστή λογιστική ισότητα:

$$\text{Ενεργητικό} = \text{Υποχρεώσεις} + \text{Ίδια Κεφάλαια} = \text{Παθητικό}.$$

Παρατηρώντας τον παρακάτω ενδεικτικό ισολογισμό, αλλά και οποιοδήποτε άλλο τραπεζικό ισολογισμό, γίνεται αντιληπτό ότι οι ισολογισμοί αυτοί διακρίνονται για το μεγάλο ποσοστό βραχυπρόθεσμου παθητικού (καταθέσεις), για το μεγάλο ποσοστό ενεργητικού σε σχέση με το μετοχικό τους κεφάλαιο, αλλά και από το μικρό ποσοστό πάγιων περιουσιακών στοιχείων που διαθέτουν. Εξαιτίας του μεγάλου

ύψους βραχυπρόθεσμων υποχρεώσεων της, η τράπεζα αναγκάζεται να διατηρεί ένα επαρκές επίπεδο ρευστότητας προκειμένου να ικανοποιήσει τυχόν καθημερινές αναλήψεις αλλά και τη ζήτηση για χορήγηση δανείων. Ωστόσο, όσο μεγαλύτερο ποσοστό ρευστών διαθεσίμων δια κρατά το πιστωτικό ίδρυμα, τόσο μειώνεται η αναμενόμενη απόδοση και συνεπώς και ο κίνδυνος που διατρέχει. Το μέγεθος και η σύνθεση του τραπεζικού ισολογισμού είναι ιδιαιτέρως σημαντικά καθώς επηρεάζουν την κερδοφορία του πιστωτικού ιδρύματος αλλά και τον κίνδυνο που αυτό διατρέχει.

 ΤΡΑΠΕΖΑ ΤΗΣ ΕΛΛΑΔΟΣ ΕΥΡΩΣΥΣΤΗΜΑ					
Οργανισμός Ελεγκτές Λογιστές: Μιχάλης Ρέππας (Α.Μ. ΣΟΕΛ 97941) Ελεγκτική Επιτροπή: Αλέξανδρος Κονδύλιου (Α.Μ. ΣΟΕΛ 81381) Τύπος έκθεσης ελέγχου ελεγκτών: ΕΡΝΤ & ΥΑΝΤΚ (ΕΛΛΑΔ) Οργανισμός Ελεγκτών - Λογιστών ΑΕ Ημερομηνία έκθεσης ελέγχου ελεγκτών: 4 Μαρτίου 2025 Διεύθυνση διαδικασιών: www.bankofgreece.gr		ΙΣΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΗΣ 31ης ΔΕΚΕΜΒΡΙΟΥ 2024 ΕΤΟΣ ΕΝΕΝΗΚΟΣΤΟ ΕΒΔΟΜΟ (in euro)			
ΕΝΕΡΓΗΤΙΚΟ			ΠΑΘΗΤΙΚΟ		
	31.12.2024	31.12.2023		31.12.2024	31.12.2023
1. Χρεώσεις και απαιτήσεις σε χρυσό	12.286.463.317	9.118.836.040	1. Τραπεζογραμμάτια σε κυκλοφορία	33.013.730.040	36.386.149.626
2. Απαιτήσεις σε συνάλλαγμα έναντι μη κατοίκων ζώνης ευρώ	6.416.133.083	6.471.970.488	2. Υποχρεώσεις σε ευρώ έναντι πιστωτικών ιδρυμάτων (ζώνης ευρώ σχετιζόμενες με πράξεις νομισματικής πολιτικής)	19.600.637.337	27.967.319.626
2.1 Απαιτήσεις έναντι του Διεθνούς Νομισματικού Ταμείου (ΔΝΤ)	1.753.319.829	1.674.396.524	2.1 Τραπεζογραμμάτια λογαριασμών (περιλαμβανομένων των υποχρεωτικών καταθέσεων)	2.477.685.837	2.456.691.052
2.2 Καταθέσεις σε τμήματα, τίτλοι, δάνεια και λοιπές απαιτήσεις	3.664.814.254	3.797.373.964	2.2 Δικαιώματα αποδοχής καταθέσεων	16.522.951.500	25.510.628.474
3. Απαιτήσεις σε συνάλλαγμα έναντι κατοίκων ζώνης ευρώ	381.569.838	345.822.277	2.3 Καταθέσεις προθεσμίας	0	0
4. Απαιτήσεις σε ευρώ έναντι μη κατοίκων ζώνης ευρώ	25.389	24.489	2.4 Αποσπασμένες πράξεις εξυμνοποίησης βιογραφικών δικαιωμάτων της μετοχότητάς	0	0
5. Δάνεια σε ευρώ προς πιστωτικά ιδρύματα ζώνης ευρώ σχετιζόμενα με πράξεις νομισματικής πολιτικής	2.600.000.000	14.339.000.000	2.5 Καταθέσεις για την κάλυψη περιθωρίων	0	0
5.1 Πράξεις κύριας αναχρηματοδότησης	1.100.000.000	0	3. Λοιπές υποχρεώσεις σε ευρώ έναντι πιστωτικών ιδρυμάτων ζώνης ευρώ	0	0
5.2 Πράξεις για μακροπρόθεσμη αναχρηματοδότηση	1.500.000.000	14.339.000.000	4. Υποχρεώσεις σε ευρώ έναντι λοιπών κατοίκων ζώνης ευρώ	27.387.242.677	26.491.373.087
5.3 Αποσπασμένες πράξεις εξυμνοποίησης βιογραφικών δικαιωμάτων της μετοχότητάς	0	0	4.1 Γενική κυβέρνηση	26.492.874.118	25.726.558.235
5.4 Δικαιώματα αποσπαστικής πράξης	0	0	4.2 Λοιπές υποχρεώσεις	894.368.559	764.814.852
5.5 Δικαιώματα κυριότητας χρηματοδότησης	0	0	5. Υποχρεώσεις σε ευρώ έναντι μη κατοίκων ζώνης ευρώ	2.964.592.181	2.978.780.941
5.6 Πιστώσεις για την κάλυψη περιθωρίων	0	0	6. Υποχρεώσεις σε συνάλλαγμα έναντι κατοίκων ζώνης ευρώ	1.782.163.732	1.782.212.363
6. Λοιπές απαιτήσεις σε ευρώ έναντι πιστωτικών ιδρυμάτων ζώνης ευρώ	1.419.792	1.882.246	7. Υποχρεώσεις σε συνάλλαγμα έναντι μη κατοίκων ζώνης ευρώ	2.788	2.621
7. Τίτλοι σε ευρώ κατοίκων ζώνης ευρώ	158.446.087.275	160.551.153.357	8. Υποχρεώσεις εντός του Ευρωσυστήματος	115.019.274.317	114.955.507.920
7.1 Τίτλοι που διακρατούνται για σκοπούς νομισματικής πολιτικής	133.445.410.305	143.172.450.175	8.1 Υποχρεώσεις που απορρέουν από το TARGET	115.019.274.317	114.955.507.920
7.2 Λοιποί τίτλοι	25.000.686.970	17.379.703.182	8.2 Καθαρές υποχρεώσεις που απορρέουν από την κατανομή, εντός του Ευρωσυστήματος, των κυκλοφορούντων τραπεζογραμμάτων ευρώ	0	0
8. Μακροπρόθεσμες απαιτήσεις σε ευρώ έναντι της γενικής κυβέρνησης	3.010.236.281	2.941.022.742	8.3 Λοιπές υποχρεώσεις εντός του Ευρωσυστήματος (καθαρές)	0	0
9. Απαιτήσεις εντός του Ευρωσυστήματος	33.993.214.365	30.044.111.311	9. Στοιχεία παθητικού υπό τακτοποίηση	206.423	5.807.004
9.1 Συναμτοχή στο κεφάλαιο, τα αποθεματικά και τις προβλέψεις της ΕΚΤ	485.776.054	503.561.541	10. Λοιπές υποχρεώσεις	778.676.129	932.035.114
9.2 Απαιτήσεις από τη μεταβίβαση συνολοκληρωμένων δικαιωμάτων στην ΕΚΤ	916.422.958	997.925.789	10.1 Διαφορές αναπροσαρμογής της αξίας πράξεων εντός ολοκληρωμάτων	34.321	0
9.3 Απαιτήσεις που απορρέουν από το TARGET	0	0	10.2 Δικαιώματα έκδοσης και προσηλωμένα έσοδα	581.987.621	786.014.312
9.4 Καθαρές απαιτήσεις που απορρέουν από την κατανομή, εντός του Ευρωσυστήματος, των κυκλοφορούντων τραπεζογραμμάτων ευρώ	29.236.491.579	25.157.189.805	10.3 Λοιπά στοιχεία	196.654.287	146.020.802
9.5 Λοιπές απαιτήσεις εντός του Ευρωσυστήματος (καθαρές)	3.354.523.783	3.385.454.196	11. Προβλέψεις	4.556.265.578	4.468.136.872
10. Στοιχεία ενεργητικού υπό τακτοποίηση	0	0	11.1 Προβλέψεις για κινδύνους	1.464.000.000	1.622.000.000
11. Λοιπά στοιχεία ενεργητικού	3.172.352.636	3.656.273.780	11.2 Λοιπές προβλέψεις	3.092.265.578	2.846.136.872
11.1 Κράματα ζώνης ευρώ	37.319.882	36.302.711	12. Λογαριασμοί αναπροσαρμογής	11.241.938.115	8.943.834.435
11.2 Ενυμνάσματα και ανάμεικτα πάγια στοιχεία ενεργητικού	591.248.002	592.570.979	13. Μετοχικό κεφάλαιο και αποθεματικά	3.544.761.729	3.544.757.332
11.3 Λοιπά χρηματοοικονομικά στοιχεία ενεργητικού	134.620.162	125.867.394	13.1 Μετοχικό κεφάλαιο	111.243.362	111.243.362
11.4 Διαφορές αναπροσαρμογής της αξίας πράξεων εντός ολοκληρωμάτων	1.951.048	813.130	13.2 Τακτικό αποθεματικό	111.243.362	111.243.362
11.5 Δελουδικείμενα έσοδα και προσηλωμένα έσοδα	1.835.539.034	2.340.524.708	13.3 Έκτακτο αποθεματικό	575.889.379	575.889.379
11.6 Λοιπά στοιχεία	571.674.378	559.854.856	13.4 Ειδικά αποθεματικά για χρηματοοικονομικούς κινδύνους	2.744.771.262	2.744.771.262
			13.5 Λοιπά ειδικά αποθεματικά	1.614.364	1.609.967
ΣΥΝΟΛΟ ΕΝΕΡΓΗΤΙΚΟΥ	219.309.511.048	226.469.896.720	ΣΥΝΟΛΟ ΠΑΘΗΤΙΚΟΥ	219.309.511.048	226.469.896.720

Πίνακας 1.1: Ισολογισμός Τράπεζας της Ελλάδος για το έτος 2024

Πηγή³: Επεξεργασία από στοιχεία Τράπεζας της Ελλάδος (2024)

³ **Πηγή:** <https://www.bankofgreece.gr/enimerosi/oikonomikes-katastaseis/isologismos-kai-katastash-apotelesmatwn-xrhsews>

1.5 Διαχείριση Τραπεζικών Κινδύνων

Η τράπεζα ως χρηματοοικονομικός διαμεσολαβητής έρχεται αντιμέτωπη με σημαντικούς κινδύνους στο πλαίσιο της λειτουργίας της. Οι κίνδυνοι αυτοί μπορεί να επηρεάσουν την φερεγγυότητα της ίδιας της τράπεζας και κατ' επέκταση την βιωσιμότητά της, αλλά και το ευρύτερο οικονομικό σύστημα. Γι' αυτό το λόγο το πιστωτικό ίδρυμα πρέπει να είναι σε θέση να εντοπίσει τους κινδύνους αυτούς και μετέπειτα να μπορεί να τους διαχειριστεί ώστε να διασφαλιστεί η εύρυθμη λειτουργία του τραπεζικού συστήματος.

Σύμφωνα με τους Cumming και Hirtle (2001), η διαφορά μεταξύ της μέτρησης κινδύνου και της διαχείρισης κινδύνου είναι ότι, ενώ η μέτρηση κινδύνου διαπραγματεύεται την ποσοτικοποίηση της έκθεσης σε κίνδυνο, η διαχείριση κινδύνου διαπραγματεύεται τη συνολική διαδικασία που ακολουθεί ένα χρηματοοικονομικό ίδρυμα για τον καθορισμό μιας επιχειρηματικής στρατηγικής, την αναγνώριση των κινδύνων στους οποίους εκτίθεται, την ποσοτικοποίησή των κινδύνων αυτών και την κατανόηση και τον έλεγχο της φύσης του κινδύνου.

Μερικοί από τους σημαντικότερους κινδύνους που αντιμετωπίζει μια τράπεζα είναι ο πιστωτικός κίνδυνος, ο κίνδυνος ρευστότητας, ο λειτουργικός κίνδυνος και ο κίνδυνος αγοράς. Παρακάτω θα αναλυθούν εν συντομία οι συγκεκριμένοι κίνδυνοι ενώ θα δοθεί μεγαλύτερη έμφαση στον τελευταίο, ο οποίος αποτελεί βασικό κομμάτι της παρούσας εργασίας.

1.5.1 Πιστωτικός Κίνδυνος

Όπως αναφέρει ο Νούλας (2015), ο πιστωτικός κίνδυνος προέρχεται από το ενδεχόμενο αδυναμίας των αντισυμβαλλόμενων να εκπληρώσουν τις συμβατικές τους υποχρεώσεις. Αναλυτικότερα, σε περίπτωση που για ένα δάνειο δεν αποπληρωθούν οι οφειλόμενες μελλοντικές ταμειακές ροές στο ακέραιο, θα γίνει απομείωση του δανείου στο Ενεργητικό και η τράπεζα θα καταγράψει ζημιά. Συνεπώς, θα μειωθεί ισόποσα και η πλευρά του Παθητικού και συγκεκριμένα τα Ίδια Κεφάλαια της τράπεζας προκειμένου να καλυφθεί η ζημιά. Για την ελαχιστοποίηση του πιστωτικού κινδύνου, το πιστωτικό ίδρυμα οφείλει να διαθέτει ένα καλό σύστημα αξιολόγησης των πελατών στους οποίους χορηγεί δάνειο και να

διαφοροποιεί αποτελεσματικά το χαρτοφυλάκιο δανείων του. Η αποτελεσματική διαχείριση του πιστωτικού κινδύνου είναι ζωτικής σημασίας στο πλαίσιο διαχείρισης κινδύνου και είναι ουσιώδης για τη μακροπρόθεσμη λειτουργία κάθε τραπεζικού οργανισμού.

1.5.2 Κίνδυνος Ρευστότητας

Σύμφωνα με τους Saunders και Cornett (2017), ο κίνδυνος ρευστότητας προκύπτει όταν οι κάτοχοι των υποχρεώσεων μιας τράπεζας, όπως είναι οι καταθέτες, απαιτούν άμεσα μετρητά για τις χρηματοοικονομικές απαιτήσεις που κατέχουν με την τράπεζα, δηλαδή τις καταθέσεις τους. Συνήθως η τράπεζα είναι σε θέση να προβλέψει το επίπεδο χρημάτων που θα της ζητηθεί, και άλλωστε είναι υποχρεωμένη να διακρατά ένα ποσοστό χρηματικών διαθεσίμων για να καλύψει τις καθημερινές ανάγκες των καταθετών. Ωστόσο, σε περιόδους οικονομικής αστάθειας, όπως στην Ελλάδα το 2015, και σε περιπτώσεις έλλειψης εμπιστοσύνης των αποταμιευτών προς το πιστωτικό ίδρυμα, οι μαζικές αποσύρσεις καταθέσεων μπορεί να οδηγήσουν την τράπεζα στην ρευστοποίηση περιουσιακών της στοιχείων σε σύντομο χρονικό διάστημα και σε χαμηλές τιμές. Η σωστή διαχείριση της ρευστότητας μπορεί να μειώσει σε σημαντικό βαθμό την πιθανότητα εκδήλωσης σοβαρών προβλημάτων καθώς μια έλλειψη ρευστών διαθεσίμων σε ένα μόνο τραπεζικό ίδρυμα μπορεί να έχει επιπτώσεις σε ολόκληρο τον τραπεζικό κλάδο.

1.5.3 Λειτουργικός Κίνδυνος

Η Επιτροπή Τραπεζικής Εποπτείας της Βασιλείας⁴ (2001) ορίζει τον λειτουργικό κίνδυνο ως τον κίνδυνο ζημίας που προκύπτει από ανεπάρκειες ή αποτυχίες εσωτερικών διαδικασιών, ανθρώπων και συστημάτων ή από εξωτερικά γεγονότα. Έτσι μπορεί να οφείλεται σε παράγοντες όπως τα ανθρώπινα λάθη, η απάτη, κυβερνοεπιθέσεις και γενικότερα απρόβλεπτα γεγονότα που μπορούν να

⁴ Πηγή: <https://www.bis.org/publ/bcbcsca07.pdf>

επηρεάσουν την λειτουργία του ιδρύματος. Η τράπεζα προκειμένου να αντιμετωπίσει αυτό τον κίνδυνο οφείλει να έχει ένα άρτια εκπαιδευμένο προσωπικό, να εφαρμόζει ένα κατάλληλο σύστημα εσωτερικού ελέγχου και να επενδύει στην ασφάλεια των πληροφοριακών της συστημάτων.

1.5.4 Κίνδυνος Αγοράς

Βάσει του Νούλα (2015) ο κίνδυνος αγοράς συνίσταται στην πιθανότητα απωλειών λόγω μεταβολής των επιτοκίων (κίνδυνος επιτοκίων), της μεταβολής των συναλλαγματικών ισοτιμιών (συναλλαγματικός κίνδυνος) και της μεταβολής των τιμών των μετοχών. Ουσιαστικά ο κίνδυνος αγοράς πηγάζει από τη συμμετοχή ενός πιστωτικού ιδρύματος στην αγοραπωλησία χρηματοοικονομικών προϊόντων όπως είναι οι μετοχές, τα ομόλογα και τα παράγωγα.

Προκειμένου να αντιμετωπιστεί ο κίνδυνος αγοράς οι τράπεζες επιδιώκουν να τον εκτιμήσουν. Τα μεγάλα χρηματοπιστωτικά ιδρύματα πραγματοποιούν ανάλυση της Αξίας σε Κίνδυνο (Value at Risk, VaR), του Αναμενόμενου Ελλείμματος (Expected Shortfall, ES), ενώ τα μικρότερα ιδρύματα μετράνε τον κίνδυνο αγοράς συνήθως με την ανάλυση ευαισθησίας. Τα τελευταία χρόνια ο εκσυγχρονισμός του τραπεζικού κλάδου έχει αυξήσει τον κίνδυνο αγοράς καθώς τα έσοδα των τραπεζών πλέον προέρχονται ολοένα και περισσότερο από αγοραπωλησίες χρεογράφων. (Casu, Girardone & Molyneux, 2018)

▪ Κίνδυνος Επιτοκίων

Ο επιτοκιακός κίνδυνος είναι ένας σημαντικός χρηματοοικονομικός κίνδυνος και αφορά στην ενδεχόμενη αρνητική επίπτωση στην οικονομική θέση ενός πιστωτικού ιδρύματος εξαιτίας μεταβολών των επιτοκίων της αγοράς. Οι συγκεκριμένες μεταβολές επηρεάζουν:

- Τα αποτελέσματα των τραπεζών. Σε περίπτωση που υπάρξει αύξηση των επιτοκίων της αγοράς, οι τράπεζες οφείλουν να πληρώσουν υψηλότερο τόκο στους αποταμιευτές σε σχέση με τον τόκο που θα λαμβάνουν από τους

δανειολήπτες ο οποίος υπολογίζεται συνήθως με ένα σταθερό ή ελαφρώς μεταβαλλόμενο επιτόκιο.

- Την αξία των στοιχείων Ενεργητικού και Παθητικού. Η παρούσα αξία των μελλοντικών χρηματοροών αλλάζει όταν τα επιτόκια μεταβάλλονται.

Ο κίνδυνος επιτοκίου προέρχεται:

- Από τη διαφορά ληκτότητας μεταξύ στοιχείων του Ενεργητικού και του Παθητικού. Αν για παράδειγμα, τα στοιχεία του Ενεργητικού είναι πιο μακροπρόθεσμα από αυτά του Παθητικού, μια ενδεχόμενη αύξηση των επιτοκίων θα προκαλέσει μεγαλύτερη μείωση της παρούσας αξίας των στοιχείων του Ενεργητικού το οποίο θα οδηγήσει σε ζημία. Οι αυξομειώσεις των επιτοκίων, όταν υπάρχει διαφορά στη χρονική διάρκεια μεταξύ των στοιχείων του Ενεργητικού και του Παθητικού, μπορεί να οδηγήσει σε δύο κινδύνους. Τον κίνδυνο επαναχρηματοδότησης και τον κίνδυνο επανεπένδυσης. Συγκεκριμένα, όταν το Ενεργητικό μιας τράπεζας έχει μεγαλύτερη ληκτότητα από ότι το Παθητικό της η τράπεζα υπόκειται στον κίνδυνο επαναχρηματοδότησης, δηλαδή ο κίνδυνος να επαναχρηματοδοτήσει τις επενδύσεις της με κόστος μεγαλύτερο από την απόδοσή τους. Αντίθετα, όταν η ληκτότητα του Ενεργητικού είναι μικρότερη του Παθητικού, η τράπεζα αντιμετωπίζει τον κίνδυνο επανεπένδυσης, που είναι ο κίνδυνος να επανεπενδύσει τα κεφάλαιά της με απόδοση μικρότερη του κόστους των δανεισθέντων κεφαλαίων.
- Από το γεγονός ότι μερικά στοιχεία του Ενεργητικού και του Παθητικού φέρουν σταθερό επιτόκιο ενώ άλλα κυμαινόμενο.
- Από την ανοιχτή ή μη αντισταθμισμένη θέση αγοράς ή πώλησης σε χρηματοοικονομικά προϊόντα.

Επειδή ο κίνδυνος επιτοκίου είναι πολύ σημαντικός για μια τράπεζα και μπορεί να επηρεάσει σημαντικά την κερδοφορία και την καθαρή της θέση, το πιστωτικό ίδρυμα οφείλει να γνωρίζει το μέγεθος αυτού του κινδύνου και να είναι σε θέση να τον αντιμετωπίσει. Μερικές από τις στρατηγικές εκτίμησης και διαχείρισης αυτού του κινδύνου είναι η ανάλυση επιτοκιακού ανοίγματος (interest rate gap analysis), η

ανάλυση ανοίγματος της διάρκειας (duration gap analysis) και η σωστή αντιστάθμιση του κινδύνου με παράγωγα προϊόντα όπως είναι τα swaps (Νούλας, 2015).

▪ **Συναλλαγματικός Κίνδυνος**

Ως συναλλαγματικός κίνδυνος κατά τους Saunders & Cornett (2017), μπορεί να οριστεί ο κίνδυνος που απορρέει από τις μεταβολές στις συναλλαγματικές ισοτιμίες και μπορεί να επηρεάσει την αξία των στοιχείων του Ενεργητικού και του Παθητικού ενός Χρηματοπιστωτικού ιδρύματος, τα οποία είναι εκφρασμένα σε ξένα νομίσματα. Η τράπεζα μπορεί να αντιμετωπίσει τον συγκεκριμένο κίνδυνο αντισταθμίζοντάς τον με χρηματοοικονομικά προϊόντα όπως συμβόλαια μελλοντικής εκπλήρωσης, δικαιώματα προαίρεσης και με το να διατηρεί μια ισορροπία ανάμεσα στα στοιχεία του Ενεργητικού και του Παθητικού της στο ίδιο νόμισμα.

1.6 Ανάγκη για ρύθμιση

Η τράπεζα ως μια επιχείρηση, στοχεύει στην μεγιστοποίηση των κερδών της και θεωρείται αφερέγγυα όταν οι συνολικές της υποχρεώσεις υπερβαίνουν την αξία των περιουσιακών της στοιχείων και η καθαρή αξία της καταστεί αρνητική. Στη συγκεκριμένη περίπτωση, η τράπεζα έχει ουσιαστικά αποτύχει εφόσον είναι χρεοκοπημένη. Μια τράπεζα χαρακτηρίζεται ως αποτυχημένη, αν ρευστοποιηθεί, αν συγχωνευτεί με μια άλλη υγιή τράπεζα υπό καθεστώς κρατικής εποπτείας ή αν διασωθεί με κρατική οικονομική ενίσχυση.

Τα πιστωτικά ιδρύματα διαδραματίζουν καθοριστικό ρόλο στην οικονομία μιας χώρας, και για αυτό το λόγο είναι επιτακτική η ανάγκη για ρύθμιση τους. Όπως ορίζουν οι Casu, Girardone & Molyneux (2018) η ρύθμιση αφορά τον καθορισμό συγκεκριμένων κανόνων συμπεριφοράς με τους οποίους οφείλουν να συμμορφώνονται οι επιχειρήσεις. Αυτοί μπορεί να ορίζονται μέσω της νομοθεσίας (νόμοι) ή να προβλέπονται από τη σχετική ρυθμιστική αρχή. Ο τραπεζικός κλάδος είναι ο περισσότερο ρυθμιζόμενος κλάδος σε μια οικονομία.

Οι τραπεζικοί πανικοί εμφανίζονται όταν ένα μεγάλο ποσοστό αποταμιευτών ξεκινήσει να ανησυχεί για την φερεγγυότητα του πιστωτικού τους ιδρύματος, και για αυτό προσπαθεί να αποσύρει τις αποταμιεύσεις του σε σύντομο χρονικό διάστημα. Έτσι, οι τράπεζες έρχονται αντιμέτωπες με τον κίνδυνο ρευστότητας, ο οποίος όπως έχει αναφερθεί μπορεί να οδηγήσει ακόμη και στη χρεοκοπία ενός ιδρύματος.

Όπως γίνεται αντιληπτό, ο τραπεζικός κλάδος είναι ιδιαίτερα εκτεθειμένος σε συστημικό κίνδυνο, δηλαδή στον κίνδυνο ότι τα προβλήματα σε μια μόνο τράπεζα μπορούν να εξαπλωθούν εύκολα και γρήγορα σε ολόκληρο τον κλάδο.

Ο Llewellyn (1999), ανέφερε πως οι τρεις βασικοί λόγοι για τη ρύθμιση του χρηματοοικονομικού κλάδου είναι:

- Η εξασφάλιση της συστημικής σταθερότητας
- Η προστασία των μικρότερων λιανικών πελατών
- Η προστασία των καταναλωτών από τη μονοπωλιακή εκμετάλλευση.

Η κατοχύρωση της συστημικής σταθερότητας είναι ένας από τους σημαντικότερους λόγους για τη ρύθμιση των τραπεζών.

1.7 Τραπεζικές Κρίσεις

Χρησιμοποιώντας αναφορές που βρίσκονται στις ιστοσελίδες Encyclopaedia Britannica⁵ και EBSCO Research Starters⁶ παρακάτω θα αναλυθούν ιστορικά στοιχεία τραπεζικών κρίσεων τα οποία οδήγησαν στην ίδρυση της Επιτροπής της Βασιλείας.

Ο χρηματοοικονομικός κλάδος, όπως έχει δείξει η ιστορία, χαρακτηρίζεται από αστάθεια. Τον τελευταίο αιώνα μια σειρά χρηματοοικονομικών και τραπεζικών κρίσεων έχουν αναδείξει πόσο σημαντική είναι η ανάγκη για ρύθμιση και εποπτεία των τραπεζών. Συγκεκριμένα, μερικές από τις αιτίες τη Μεγάλης Ύφεσης (1929 –

⁵ Πηγή: <https://www.britannica.com/event/Great-Depression>

⁶ Πηγή: <https://www.ebsco.com/research-starters/history/credit-anstalt-bank-austria-fails>

1939) που ξέσπασε αρχικά στις Ηνωμένες Πολιτείες της Αμερικής και μετέπειτα διαδόθηκε παγκοσμίως, ήταν το κραχ του χρηματιστηρίου το 1929 που κλόνισε την εμπιστοσύνη προς την αμερικανική οικονομία αλλά και οι τραπεζικοί πανικοί στις αρχές του 1930 οι οποίοι προκάλεσαν την κατάρρευση αρκετών πιστωτικών ιδρυμάτων.

Κατά τη διάρκεια της Μεγάλης Ύφεσης, η τραπεζική κρίση της Αυστρίας το 1931 αποτέλεσε ένα από τα σημαντικότερα γεγονότα του χρηματοπιστωτικού πανικού. Η κατάρρευση της αυστριακής τράπεζας Creditanstalt οδήγησε στην κρίση του γερμανικού τραπεζικού συστήματος, ενώ ο τραπεζικός πανικός εξαπλώθηκε σε μεγάλα χρηματοπιστωτικά κέντρα όπως στο Λονδίνο και τη Νέα Υόρκη.

Τέλος, στις 26 Ιουνίου 1974 οι γερμανικές τραπεζικές εποπτικές αρχές προχώρησαν στη διακοπή λειτουργίας της γερμανικής τράπεζας Bankhaus Herstatt λόγω των υψηλών ζημιών που παρουσίασε ως αποτέλεσμα συναλλαγματικών θέσεων που είχε λάβει. Η κατάρρευση της συγκεκριμένης τράπεζας εξαιτίας του συναλλαγματικού κινδύνου στον οποίο εκτέθηκε, στάθηκε αφορμή για την ίδρυση της Επιτροπής της Βασιλείας για την Τραπεζική Εποπτεία - Basel Committee on Banking Supervision (BCBS) (Ευρωπαϊκή Κεντρική Τράπεζα⁷, 2023), (Ευρωπαϊκή Κεντρική Τράπεζα⁸, 2007).

1.8 Επιτροπή της Βασιλείας

Λαμβάνοντας υπόψη αναρτημένα στοιχεία στις ιστοσελίδες της Τράπεζας Διεθνών Διακανονισμών⁹ και της Γερμανικής Κεντρικής Τράπεζας¹⁰ καθώς και αναφορές στο βιβλίο των Casu, Girardone & Molyneux (2018), παρακάτω θα παρουσιαστεί η ίδρυση και οι στόχοι της Επιτροπής της Βασιλείας.

⁷ Πηγή: https://www.bankingsupervision.europa.eu/press/supervisory-newsletters/newsletter/2023/html/ssm.nl230517_2.en.html

⁸ Πηγή: https://www.ecb.europa.eu/press/financial-stability-publications/fsr/focus/2007/pdf/ecb~ccda416def.fsrbox200712_19.pdf

⁹ Πηγή: <https://www.bis.org/bcbs/history.htm>

¹⁰ Πηγή: <https://www.bundesbank.de/en/tasks/banking-supervision/bundesbank/basel/basel-committee-on-banking-supervision-622646>

Η Επιτροπή της Βασιλείας για την Τραπεζική Εποπτεία ιδρύθηκε από τους διοικητές των κεντρικών τραπεζών των χωρών της Ομάδας των Δέκα (G10) στο τέλος του 1974. Αιτία της ίδρυσης της αποτέλεσαν οι σοβαρές αναταραχές τόσο στις διεθνείς αγορές συναλλάγματος όσο και στις τραπεζικές αγορές, ενώ αφορμή υπήρξε, όπως αναφέρθηκε και παραπάνω, η κατάρρευση της γερμανικής τράπεζας Bankhaus Herstatt.

Στόχος ίδρυσης της Επιτροπής ήταν η ενίσχυση της χρηματοοικονομικής σταθερότητας μέσω της θέσπισης ενός ενιαίου ρυθμιστικού πλαισίου μεταξύ των μελών σχετικά με τον τρόπο μέτρησης της κεφαλαιακής επάρκειας των τραπεζικών ιδρυμάτων και της διαμόρφωσης προτύπων ελάχιστων αποθεματικών κεφαλαίου. Παρόλο που οι κανονισμοί της δεν έχουν νομοθετική ισχύ, τα κράτη συμμορφώνονται εθελοντικά με τις υποδείξεις της. Από το 2008 και έπειτα, οι αρχηγοί κρατών και κυβερνήσεων της ομάδας των είκοσι (G20) έχουν δεσμευτεί στο να τηρούν τους κανονισμούς της Επιτροπής σε τακτική βάση. Η πρώτη συνεδρίαση έλαβε χώρα τον Φεβρουάριο του 1975 και από τότε αυτές διεξάγονται συχνά τρεις ή τέσσερις φορές το χρόνο στην Τράπεζα Διεθνών Κανονισμών (BIS) στη Βασιλεία της Ελβετίας.

Δύο ήταν οι πρωταρχικοί στόχοι της Επιτροπής της Βασιλείας:

1. Να ασκείται εποπτικός έλεγχος σε όλα τα τραπεζικά ιδρύματα ανεξαιρέτως, και
2. Η εποπτεία να είναι επαρκής και συνεπής για όλες τις χώρες.

Από κει και έπειτα, η Επιτροπή ελέγχει αυστηρά το κατά πόσο εφαρμόζονται τα πρότυπα που έχει θέσει. Την άνοιξη και το φθινόπωρο δημοσιεύεται μια εξαμηνιαία αναφορά σχετικά με την νομική εφαρμογή αυτών των προτύπων από τα κράτη – μέλη. Επιδίωξη της Επιτροπής εξακολουθεί έως σήμερα να είναι η συνέπεια του κανονιστικού πλαισίου που θέτει. Δηλαδή, μέλημα της είναι οι κανόνες να εφαρμόζονται με τον ίδιο τρόπο σε κάθε τραπεζικό ίδρυμα, ανεξαρτήτως το που εδρεύει αυτό.

1.9 Πόσο σημαντική είναι η κεφαλαιακή επάρκεια;

Όπως αναφέρθηκε και νωρίτερα, το κεφάλαιο της τράπεζας υπολογίζεται αν από το σύνολο των περιουσιακών της στοιχείων αφαιρεθούν οι υποχρεώσεις της. Ουσιαστικά, αποτελείται από το μετοχικό της κεφάλαιο, δηλαδή τα χρήματα που έχει λάβει από μετόχους και επενδυτές, καθώς και από τα κέρδη που έχει πραγματοποιήσει από δραστηριότητες της και δεν έχει διανεμίει.

Ο ρόλος του κεφαλαίου στον τραπεζικό τομέα είναι μεγάλης σημασίας καθώς αυτό εξασφαλίζει την ασφάλεια και την βιωσιμότητα κάθε τραπεζικού ιδρύματος. Οι τράπεζες στο πλαίσιο δραστηριοποίησής τους αναλαμβάνουν κινδύνους οι οποίοι μπορεί να δημιουργήσουν ζημίες. Κάθε ζημία που μπορεί να συμβεί στην τράπεζα, είτε λόγω επισφαλών δανείων, συναλλαγών χρεογράφων ή οποιουδήποτε άλλου γεγονότος, πρέπει να καλύπτεται από το κεφάλαιο της καθώς οι καταθέσεις των πελατών πρέπει να διαφυλάσσονται με κάθε κόστος προκειμένου να διατηρηθεί η εμπιστοσύνη του κοινού προς την τράπεζα αλλά και προς το ευρύτερο τραπεζικό σύστημα. Σε περίπτωση που καταγραφεί κάποιο ζημιογόνο γεγονός και η τράπεζα δεν έχει το κατάλληλο περιθώριο ασφαλείας για να καλύψει τη ζημία, τότε μπορεί να οδηγηθεί σε πτώχευση. Αντίθετα, αν η τράπεζα κατέχει την αναμενόμενη ποσότητα κεφαλαίου τότε θα είναι σε θέση να απορροφήσει την ζημία και να συνεχίσει την εύρυθμη λειτουργία της.

Ωστόσο, η ποσότητα κεφαλαίου που πρέπει να διακρατά μια τράπεζα είναι ανάλογη των κινδύνων που αυτή αναλαμβάνει. Όσο μεγαλύτεροι είναι οι αναλαμβανόμενοι κίνδυνοι, τόσο υψηλότερο είναι και το κεφάλαιο που πρέπει να έχει στη κατοχή της. Γι' αυτό το λόγο, τα τραπεζικά ιδρύματα οφείλουν να γνωρίζουν ανά πάση στιγμή σε τι κινδύνους είναι εκτεθειμένα, να μπορούν να τους αξιολογούν και να υπολογίζουν τις αναμενόμενες ζημίες που μπορεί να υποστούν. Λόγω της σπουδαιότητας της κεφαλαιακής επάρκειας στη σωστή λειτουργία των τραπεζών, αυτή αποτελεί κεντρικό στοιχείο της ρύθμισης αλλά και εποπτείας των τραπεζικών

ιδρυμάτων (Casu, Girardone & Molyneux, 2018), (Ευρωπαϊκή Κεντρική Τράπεζα¹¹, 2019).

1.10 Οδεύοντας στη Βασιλεία I

Προκειμένου να αναλυθούν η Βασιλεία I και η Βασιλεία II χρησιμοποιήθηκε το βιβλίο των Casu, Girardone & Molyneux (2018), το βιβλίο των Akkizidis & Kalyvas (2018) και στοιχεία από την ιστοσελίδα της Τράπεζας Διεθνών Διακανονισμών¹².

Στις αρχές της δεκαετίας του 1980, η παγκόσμια οικονομία βρισκόταν σε ύφεση. Η κρίση χρέους της Λατινικής Αμερικής αυτή την περίοδο, ενίσχυσε την ανησυχία της Επιτροπής ότι οι δείκτες κεφαλαιακής επάρκειας των κύριων τραπεζικών ιδρυμάτων επιδεινώνονταν σε μια περίοδο οικονομικών αναταραχών αλλά και αυξανόμενων παγκόσμιων κινδύνων. Οι διεθνείς και οικονομικές εξελίξεις οδήγησαν την Επιτροπή στην καθιέρωση ενός αντικειμενικού ενιαίου πλαισίου για την μέτρηση του κινδύνου με κύριο μέλημα το ζήτημα κεφαλαιακής επάρκειας των τραπεζών.

Έτσι, τον Ιούλιο του 1988 η Επιτροπή της Βασιλείας για την Τραπεζική Εποπτεία παρουσίασε την Κεφαλαιακή Συμφωνία του 1988 (Βασιλεία I), η οποία εγκρίθηκε από τους διοικητές των κεντρικών τραπεζών της ομάδας των δέκα (G10). Η Συμφωνία περιλάμβανε ένα ενιαίο ρυθμιστικό πλαίσιο σχετικά με τον υπολογισμό της κεφαλαιακής επάρκειας των τραπεζών. Επιδίωξη της Επιτροπής ήταν η εξασφάλιση χρηματοοικονομικής σταθερότητας και η εξάλειψη των διαφορών στις κεφαλαιακές απαιτήσεις μεταξύ τραπεζών που εδρεύουν σε διαφορετικές χώρες.

Η Συμφωνία Κεφαλαιακής Επάρκειας του 1988 καθιέρωσε ένα διεθνές πρότυπο για το λόγο κεφαλαιακής επάρκειας περίπου στο 8% και εστίασε στην έκθεση της

¹¹ Πηγή: https://www.bankingsupervision.europa.eu/about/banking-supervision-explained/html/hold_capital.el.html

¹² Πηγή: <https://www.bis.org/bcbs/history.htm>

τράπεζας απέναντι στον πιστωτικό κίνδυνο, αγνοώντας τους υπόλοιπους κινδύνους στους οποίους αυτή είναι εκτεθειμένη.

Οι περισσότερες ηγετικές κεντρικές τράπεζες του κόσμου εφάρμοσαν το πλαίσιο της Βασιλείας I μέχρι το τέλος του 1992. Επιπλέον, η Ευρωπαϊκή Ένωση εισήγαγε σε νόμο της, ο οποίος έπρεπε να εφαρμοστεί από όλα τα κράτη – μέλη, τα περισσότερα χαρακτηριστικά της Βασιλείας I έως το τέλος του ίδιου έτους.

Προκειμένου να υπολογιστεί η κεφαλαιακή επάρκεια, χρησιμοποιείται στάθμιση κινδύνου στα στοιχεία εντός και εκτός ισολογισμού αναλογικά με τον κίνδυνο που ενέχουν.

Η Βασιλεία I αποτέλεσε ένα πρώτο βήμα στη ρύθμιση της κεφαλαιακής επάρκειας των τραπεζών για τις περισσότερες χώρες. Ωστόσο, υπήρξε έντονος προβληματισμός σχετικά με το κατά πόσο οι λόγοι κεφαλαιακής επάρκειας στηρίζονταν σε κάποια οικονομική βάση και το κατά πως οι συντελεστές κινδύνου δεν αντανakλούσαν με ακρίβεια όλους τους κινδύνους που συνδέονται με τα περιουσιακά στοιχεία του πιστωτικού ιδρύματος. Έτσι, η Επιτροπή εξέδωσε τον Απρίλιο του 1995 μια πρόταση αλλαγής της αρχικής Συμφωνίας, ώστε να ενσωματωθεί και ο κίνδυνος αγοράς που υφίστανται οι τράπεζες. Στόχος της πρότασης ήταν να κατέχουν πλέον οι τελευταίες ένα επαρκές επίπεδο κεφαλαίου προκειμένου να είναι εξασφαλισμένες έναντι του κινδύνου αγοράς που προκύπτει από την έκθεση τους σε συναλλαγματικές ισοτιμίες, χρεωστικούς τίτλους, μετοχές, εμπορεύματα και δικαιώματα προαίρεσης.

Σημαντικό στοιχείο αυτής της πρότασης αλλαγής αποτέλεσε το γεγονός πως για πρώτη φορά τα τραπεζικά ιδρύματα επιτρέπονταν, υπό αυστηρά ποιοτικά και ποσοτικά πρότυπα, να χρησιμοποιήσουν εσωτερικά μοντέλα αξιολόγησης του κινδύνου αγοράς (μοντέλα μέτρησης της Αξίας σε Κίνδυνο – Value at Risk models), ως γνώμονα για τον υπολογισμό των κεφαλαιακών απαιτήσεων έναντι του κινδύνου αγοράς.

Οι τροποποιήσεις της Βασιλείας I τέθηκαν σε ισχύ το 1996 και αποτέλεσαν ένα πιο ολοκληρωμένο βήμα προς την ενίσχυση της σταθερότητας των τραπεζικών και χρηματοοικονομικών συστημάτων σε παγκόσμιο επίπεδο.

1.11 Η μετάβαση προς τη Βασιλεία II

Λόγω των επικρίσεων σχετικά με το κανονιστικό πλαίσιο που τέθηκε από την Επιτροπή της Βασιλείας το 1988, ξεκίνησε μια περίοδος προτάσεων και αναθεωρήσεων της αρχικής Συμφωνίας. Έτσι, στις 3 Ιουνίου του 1999 δημοσιεύτηκε μια πρόταση για ένα νέο πλαίσιο κεφαλαιακής επάρκειας το οποίο θα αντικαθιστούσε την Συμφωνία του 1988. Αυτό είχε ως αποτέλεσμα, το 2004 να εκδοθεί ένα αναθεωρημένο πλαίσιο κεφαλαιακής επάρκειας το οποίο θα βασιζόταν σε 3 πυλώνες και έγινε γνωστό ως Βασιλεία II.

Ο πρώτος πυλώνας στόχευε στην επέκταση των κανόνων της Συμφωνίας του 1988 εισάγοντας σταθμίσεις κινδύνου που σχετίζονταν κυρίως με την πιστοληπτική ικανότητα του δανειολήπτη. Καθόριζε τις ελάχιστες κεφαλαιακές απαιτήσεις που όφειλε να έχει η τράπεζα επηρεάζοντας κατά βάση τον τρόπο μέτρησης του πιστωτικού κινδύνου, του λειτουργικού κινδύνου και του κινδύνου αγοράς, με τις μεγαλύτερες αλλαγές να εντοπίζονται στον τρόπο υπολογισμού του απαιτούμενου κεφαλαίου έναντι του πιστωτικού κινδύνου.

Ο δεύτερος πυλώνας έφερε στο προσκήνιο τον σημαντικό ρόλο του εθνικού εποπτικού ελέγχου αναφορικά με την κεφαλαιακή επάρκεια των τραπεζικών ιδρυμάτων καθώς και τον έλεγχο του κατά πόσο η εσωτερική διαδικασία αξιολόγησης που ακολουθεί το ίδιο το ίδρυμα είναι σωστή.

Τέλος, ο τρίτος πυλώνας είχε ως στόχο να ενισχύσει την πειθαρχία της αγοράς μέσω της δημοσίευσης αξιόπιστων πληροφοριών από πλευράς του πιστωτικού ιδρύματος σε σχέση με το τραπεζικό κεφάλαιο. Έτσι, οι τράπεζες όφειλαν να δημοσιεύουν την έκθεση που έχουν απέναντι στον κίνδυνο, την κεφαλαιακή τους επάρκεια, τις μεθόδους υπολογισμού κεφαλαιακών απαιτήσεων και κάθε είδους σχετική πληροφορία.

Τον Ιούνιο του 2006, η Επιτροπή κυκλοφόρησε μια συνολική έκδοση της Συμφωνίας, συμπεριλαμβάνοντας σε αυτή το πλαίσιο της Βασιλείας II του 2004, τα στοιχεία της Βασιλείας I που δεν τροποποιήθηκαν, την αναθεώρηση του 1996 στην

Συμφωνία Κεφαλαιακής Επάρκειας για την ενσωμάτωση των Κινδύνων της Αγοράς και τις τροποποιήσεις που έγιναν το 2005.

Βασική επιδίωξη της Βασιλείας II ήταν να εισάγει πιο ευαίσθητες ως προς τον κίνδυνο κεφαλαιακές απαιτήσεις προκειμένου να ληφθεί υπόψη η πολυπλοκότητα των στοιχείων τόσο εντός όσο και εκτός ισολογισμού. Παράλληλα, το νέο κανονιστικό πλαίσιο επιδίωκε να ενσωματώσει τα νέα προηγμένα χρηματοοικονομικά προϊόντα που χρησιμοποιούνταν πλέον στον τραπεζικό τομέα μετά την εφαρμογή της Βασιλείας I.

1.12 Παγκόσμια Χρηματοπιστωτική Κρίση & Βασιλεία III

Το τραπεζικό σύστημα των Η.Π.Α εξελίχθηκε ραγδαία τα τελευταία χρόνια, με αποτέλεσμα τα τραπεζικά ιδρύματα να παρέχουν πλέον εξειδικευμένες και ανώτερες τραπεζικές και χρηματοοικονομικές υπηρεσίες, να αυξήσουν την κερδοφορία τους και να αναπτυχθούν διεθνώς. Ωστόσο, οι μεταβολές αυτές οδήγησαν στην ανάληψη υψηλότερου κινδύνου και κλόνισαν την σταθερότητα του συστήματος, γεγονότα τα οποία έφτασαν στο αποκορύφωμά τους με τη χρηματοπιστωτική κρίση του 2007-2009. Η κρίση είχε τις ρίζες της στον τραπεζικό τομέα των Η.Π.Α, με την κατάρρευση της αγοράς ενυπόθηκων δανείων υψηλού κινδύνου, και προκάλεσε σημαντικές χρηματοοικονομικές ζημιές και μακροχρόνια οικονομική ύφεση παγκοσμίως (Casu, Girardone & Molyneux, 2018).

Το ξέσπασμα της παγκόσμιας χρηματοπιστωτικής κρίσης το 2007 και η κορύφωση της με την κατάρρευση των Lehman Brothers το 2008 έφερε στο προσκήνιο την υπερβολική μόχλευση και τα ανεπαρκή αποθέματα ρευστότητας του τραπεζικού συστήματος, τα οποία δεν ήταν ικανά να απορροφήσουν τις ζημιές που προκλήθηκαν λόγω της χρηματοοικονομικής αναταραχής. Η υπερβολική μόχλευση του τραπεζικού κλάδου ήταν κάτι αναμενόμενο λόγω της έλλειψης σωστής διακυβέρνησης αλλά και διαχείρισης του κινδύνου (Akkizidis & Kalyvas, 2018).

Ως μόχλευση μπορεί να οριστεί ο βαθμός με το οποίο μια επιχείρηση χρηματοδοτείται στηριζόμενη σε δανειακά κεφάλαια αντί να χρησιμοποιήσει τα ίδια

Κεφάλαιά της. Όσο μεγαλύτερο είναι το ποσοστό δανεισμού, τόσο υψηλότερη είναι και η μόχλευση. Το τραπεζικό σύστημα βασίζεται κυρίως στη μόχλευση και οι τράπεζες είναι οργανισμοί που χαρακτηρίζονται από υψηλά επίπεδα μόχλευσης και οι οποίοι με τη σειρά τους παρέχουν μόχλευση προς τρίτους οργανισμούς και επιχειρήσεις. Η κρίση του τραπεζικού τομέα ανέδειξε ανεπάρκειες του ίδιου του συστήματος, όπως η εσφαλμένη εκτίμηση του πιστωτικού κινδύνου και του κινδύνου ρευστότητας καθώς και η εκτεταμένη χορήγηση δανείων (Τράπεζα Διεθνών Διακανονισμών¹³, 2014).

Η Επιτροπή της Βασιλείας προκειμένου να αντιμετωπίσει όλες τις αδυναμίες της Βασιλείας II, οι οποίες αποκαλύφθηκαν λόγω της παγκόσμιας χρηματοπιστωτικής κρίσης, έκρινε αναγκαία την αναμόρφωση του ισχύοντος κανονιστικού πλαισίου. Έτσι, το 2009 η Επιτροπή τροποποίησε το ρυθμιστικό πλαίσιο της Βασιλείας II σχετικά με τα χαρτοφυλάκια συναλλαγών, ενώ το επόμενο έτος η ομάδα των G20 αποδέχτηκε τις καινούριες ρυθμίσεις σχετικά με τη φερεγγυότητα και τη ρευστότητα της Βασιλείας III.

Οι κανόνες της Βασιλείας III έχουν ως στόχο να ενισχύσουν την ποιότητα, τη συνέπεια και τη διαφάνεια της κεφαλαιακής βάσης των τραπεζών. Πέραν από τις αυξημένες απαιτήσεις σε κεφάλαιο και τους αυξημένους λόγους κεφαλαίων που θέτει πλέον η Επιτροπή, εισάγονται και λόγοι ρευστότητας και μόχλευσης. Συγκεκριμένα, ο λόγος κάλυψης ρευστότητας (liquidity coverage ratio, LCR) είχε ως σκοπό να εξασφαλίσει πως το τραπεζικό ίδρυμα έχει στην κατοχή του επαρκή ρευστοποιήσιμα περιουσιακά στοιχεία ώστε να μπορεί να επιβιώσει ένα μήνα σε περίπτωση που συμβεί κάποιο ακραίο γεγονός. Σχετικά με το λόγο μόχλευσης, αυτός στοχεύει να περιορίσει την αυξημένη μόχλευση στο τραπεζικό σύστημα και αποτελεί σημαντικό παράγοντα στο πλαίσιο ελέγχου της τράπεζας αφού ένας ουσιώδης δείκτης μόχλευσης μπορεί να εξασφαλίσει την επαρκή κάλυψη ρευστότητας από στοιχεία εντός και εκτός ισολογισμού (Casu, Girardone & Molyneux, 2018).

¹³ Πηγή: <https://www.bis.org/speeches/sp140226.htm>

Στην πρόσφατη Θεμελιώδη Αναθεώρηση του Βιβλίου Συναλλαγών (Fundamental Review of the Trading Book, FRTB), που αποτελεί αναπόσπαστο μέρος του πλαισίου της Βασιλείας III, προτάθηκε από την Επιτροπή της Βασιλείας η αλλαγή στον τρόπο εκτίμησης του κινδύνου αγοράς που εφαρμόζονταν έως τότε. Όπως αναφέρθηκε παραπάνω, σύμφωνα με τη Βασιλεία I και τη Βασιλεία II τα τραπεζικά ιδρύματα χρησιμοποιούσαν μοντέλα της Αξίας σε Κίνδυνο (Value-at-Risk models) προκειμένου να εκτιμήσουν τις απαιτούμενες κεφαλαιακές απαιτήσεις και να διαχειριστούν τον κίνδυνο. Όμως, η Βασιλεία III παρουσίασε ένα νέο μέτρο κινδύνου γνωστό ως Αναμενόμενο Έλλειμμα (Expected Shortfall, *ES*) θέλοντας να καλύψει αδυναμίες που εντοπίζονταν στο μοντέλο της Αξίας σε Κίνδυνο (Li & Wang, 2023).

Ποια είναι όμως η ουσιαστική διαφορά ανάμεσα στα δύο αυτά μέτρα κινδύνου και για ποιους λόγους προτάθηκε από την Επιτροπή αυτή η μετάβαση;

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 | Αξία σε Κίνδυνο και Αναμενόμενο Έλλειμμα

2.1 Τι είναι ο κίνδυνος;

Όπως αναφέρθηκε και στο προηγούμενο κεφάλαιο, τα πιστωτικά ιδρύματα έρχονται αντιμέτωπα με διάφορα είδη κινδύνων στο πλαίσιο λειτουργίας τους και οφείλουν να προστατεύονται έναντι αυτών. Τι είναι όμως ουσιαστικά ο κίνδυνος; Σύμφωνα με τον Ζαπράνη (2009), ο κίνδυνος δεν είναι μια μονοδιάστατη έννοια και το νόημα του διαφέρει ανάλογα με το περιβάλλον στο οποίο χρησιμοποιείται. Στην καθημερινότητα οι άνθρωποι αναφέρονται στον κίνδυνο ως ένα αβέβαιο γεγονός το οποίο τους δημιουργεί το αίσθημα της ανασφάλειας και του φόβου. Εστιασμένοι όμως στη Χρηματοοικονομική Επιστήμη και ιδιαίτερα στο πλαίσιο Διαχείρισης Κινδύνου, οι περισσότεροι ορισμοί συσχετίζουν το βαθμό του κινδύνου με την πιθανότητα ενός συμβάντος. Συνήθως, τα γεγονότα με μεγαλύτερη πιθανότητα εμφάνισης κινδύνου θεωρούνται περισσότερο επικίνδυνα από αυτά που παρουσιάζουν χαμηλότερη πιθανότητα.

Ο κίνδυνος δεν πρέπει να λαμβάνεται υπόψη ως μια αρνητική έννοια. Αντιθέτως, οφείλει να αντιμετωπίζεται ως η άλλη πλευρά μιας ευκαιρίας που μπορεί να επιβραβεύσει αυτόν που γνωρίζει να τον διαχειρίζεται. Η ολοκληρωτική αποφυγή του κινδύνου είναι μια αδύνατη αλλά και μια λανθασμένη επιδίωξη. Η σωστή τακτική είναι η ανάλυση και κατανόηση των διάφορων κινδύνων, ώστε οι δυνητικές μελλοντικές παγίδες να μετασχηματιστούν σε ευκαιρίες. Για αυτό το λόγο, η Διαχείριση Κινδύνου είναι ένα από τα πιο σημαντικά και καθοριστικά ζητήματα όσο αφορά τα τραπεζικά ιδρύματα.

Αυτή αποτελείται από τρία βασικά στάδια:

- α) την αναγνώριση μιας σειράς πολύπλοκων κινδύνων,
- β) την ποσοτικοποίηση τους, και
- γ) την μεταβολή της έκθεσης σε αυτούς τους κινδύνους.

Η Διαχείριση Κινδύνου δρα προληπτικά και χρησιμοποιεί τρέχουσα πληροφόρηση για την ορθή λήψη αποφάσεων.

Ένα φλέγον ζήτημα στη Διαχείριση Κινδύνου είναι η μέτρηση του κινδύνου. Ο κίνδυνος οφείλει να μετριέται με τέτοιο τρόπο ώστε να είναι εύκολα κατανοητός αλλά και ερμηνεύσιμος (Roccioletti, 2015). Κατά τον Ζαπράνη (2009), η διαδικασία εκτίμησης ενός μέτρου κινδύνου μπορεί να περιλαμβάνει σημαντικό σφάλμα. Για

αυτό το λόγο, κάθε μέτρηση κινδύνου οφείλει να αναφέρει κάποια ένδειξη για το πόσο ακριβής είναι ή για το μέγεθος του σφάλματος της εκτίμησης. Μια συνηθισμένη τακτική για να ποσοτικοποιηθεί το σφάλμα της εκτίμησης είναι να οριστεί ένα διάστημα εμπιστοσύνης για τη μέτρηση του κινδύνου.

Στην παρούσα εργασία ως μέτρο κινδύνου θα αντιμετωπιστεί το εργαλείο εκείνο που δείχνει τι κεφάλαιο οφείλει να έχει ένα πιστωτικό ίδρυμα ώστε να μπορεί να αντιμετωπίσει απρόβλεπτες δυνητικές ζημιές. Η Αξία σε Κίνδυνο και το Αναμενόμενο Έλλειμμα είναι τα δύο πιο δημοφιλή μέτρα κινδύνου που χρησιμοποιούνται στον τραπεζικό κλάδο. Μέσω αυτών τα χρηματοπιστωτικά ιδρύματα υπολογίζουν τις κεφαλαιακές τους απαιτήσεις, παίρνουν αποφάσεις, αναλύουν την επίδοσή τους και γενικότερα διαχειρίζονται τον κίνδυνο (Li & Wang, 2023).

2.2 Συνεπή μέτρα κινδύνου

Στο παρόν κεφάλαιο, χρησιμοποιώντας το βιβλίο της Roccioletti (2015) θα οριστεί αρχικά το μέτρο κινδύνου $\rho(X)$, και μετέπειτα θα παρουσιαστούν οι τέσσερις ιδιότητες που πρέπει να ικανοποιεί ένα συνεπές μέτρο κινδύνου. Για την ερμηνεία αυτών των ιδιοτήτων γίνεται αναφορά επίσης στο βιβλίο του Ζαπράνη (2009).

Η δημοφιλής εργασία των Artzner et al. (1999) παρουσίασε την έννοια της συνέπειας, η οποία ορίζει τις τέσσερις ιδιότητες που πρέπει να έχει ένα μέτρο κινδύνου ώστε να είναι αποδεκτό. Όταν ικανοποιούνται και οι τέσσερις ιδιότητες τότε το μέτρο κινδύνου χαρακτηρίζεται ως συνεπές, κάτι το οποίο είναι πολύ σημαντικό προκειμένου να ληφθούν οι κατάλληλες αποφάσεις. Προτού αναλυθούν οι τέσσερις ιδιότητες ενός συνεπούς μέτρου κινδύνου, θα ορίσουμε τι είναι ουσιαστικά το μέτρο κινδύνου.

Έστω Ω το πεπερασμένο σύνολο όλων των πιθανών καταστάσεων που μπορεί να συμβούν, δηλαδή ο δειγματικός μας χώρος. Επίσης, ορίζουμε ως S το σύνολο όλων των κινδύνων και θεωρούμε X , με $X \in S$, μια τυχαία μεταβλητή η οποία αναπαριστά έναν συγκεκριμένο κίνδυνο, όπως για παράδειγμα τον κίνδυνο ενός χαρτοφυλακίου ή ενός χρηματοοικονομικού προϊόντος.

Ορισμός 2.1

Το μέτρο κινδύνου $\rho(X)$ είναι μια συνάρτηση από το S στο $\mathbb{R}$.

Το μέτρο κινδύνου μας βοηθάει να εκφράσουμε το πόσο επικίνδυνη είναι μια θέση που έχουμε λάβει με έναν μόνο αριθμό. Όπως είναι αναμενόμενο, όσο πιο επικίνδυνη είναι η θέση, τόσο μεγαλύτερο και το μέτρο κινδύνου της.

Ένα μέτρο κινδύνου για να είναι συνεπές πρέπει να ικανοποιεί τις ακόλουθες τέσσερις ιδιότητες:

ΙΔΙΟΤΗΤΑ 1: Υπο-προσθετικότητα (subadditivity)

Για κάθε $X_1 \in S$ και $X_2 \in S$ ισχύει ότι:

$$\rho(X_1 + X_2) \leq \rho(X_1) + \rho(X_2).$$

Σύμφωνα με τον Ζαπράνη (2009) ένα μέτρο κινδύνου ικανοποιεί την ιδιότητα της υπο-προσθετικότητας αν για οποιαδήποτε χαρτοφυλάκια A και B με κινδύνους X_1 και X_2 αντίστοιχα, ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου A+B ποτέ δεν είναι μεγαλύτερος από το άθροισμα του κινδύνου του χαρτοφυλακίου A συν τον κίνδυνο του χαρτοφυλακίου B. Η ιδιότητα της υπο-προσθετικότητας είναι πολύ σημαντική στο πλαίσιο Διαχείρισης Κινδύνου καθώς αντικατοπτρίζει το πλεονέκτημα που προκύπτει λόγω της διαφοροποίησης. Ένα χαρτοφυλάκιο που αποτελείται από ποικίλα στοιχεία θα φέρει λιγότερο κίνδυνο από ότι ένα χαρτοφυλάκιο το οποίο έχει μόνο ένα στοιχείο, δεδομένου ότι ο συντελεστής συσχέτισης μεταξύ των στοιχείων είναι διαφορετικός από τη μονάδα (Roccioletti, 2015).

ΙΔΙΟΤΗΤΑ 2: Σταθερότητα μετάφρασης (translation invariance)

Για κάθε $X \in S$ και για κάθε $c \in \mathbb{R}$ ισχύει ότι:

$$\rho(X + c) = \rho(X) + c.$$

Αυτό σημαίνει ότι, αν προσθέσουμε ένα σταθερό θετικό ποσό $c > 0$ στο χαρτοφυλάκιο ζημιών, τότε το μέτρο κινδύνου αυξάνεται κατά το ίδιο ποσό, εφόσον προστίθεται μια επιπλέον ζημία. Αντίστοιχα, αν προσθέσουμε $c < 0$ που έστω εκφράζει βέβαιο ποσό μετρητών δηλαδή μείωση ζημίας, τότε το μέτρο κινδύνου θα μειωθεί κατά αυτό το ποσό.

Σύμφωνα με αυτή την ιδιότητα, αν προστεθεί στο χαρτοφυλάκιο ένα βέβαιο ποσό μετρητών, με $c < 0$ το οποίο είναι ίσο με το μέτρο κινδύνου $\rho(X)$, τότε έχουμε:

$$\rho(X + c) = \rho(X + \rho(X)) = \rho(X) - \rho(X) = 0.$$

Επομένως, μπορούμε να αντισταθμίσουμε μια επικίνδυνη θέση που έχουμε λάβει στο χαρτοφυλάκιο μας, με το να προσθέσουμε σε αυτό συγκεκριμένα στοιχεία τα οποία δεν ενέχουν κίνδυνο (Roccioletti, 2015).

ΙΔΙΟΤΗΤΑ 3: Θετική ομοιογένεια πρώτου βαθμού (positive homogeneity of first degree)

Για κάθε $X \in S$ και για κάθε $\lambda > 0$ έχουμε:

$$\rho(\lambda \cdot X) = \lambda \cdot \rho(X).$$

Σύμφωνα με αυτή την ιδιότητα, αν διπλασιαστεί το μέγεθος κάθε θέσης σε ένα χαρτοφυλάκιο θα διπλασιαστεί και ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου (Ζαπράνης 2009).

ΙΔΙΟΤΗΤΑ 4: Μονοτονικότητα (monotonocity)

Για κάθε $X_1 \in S$ και $X_2 \in S$ με $X_1 \leq X_2$ έχουμε:

$$\rho(X_1) \leq \rho(X_2).$$

Αν οι ζημιές στο χαρτοφυλάκιο A είναι μικρότερες ή ίσες από τις ζημιές στο χαρτοφυλάκιο B για κάθε πιθανό σενάριο των παραγόντων κινδύνου, τότε ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου A είναι μικρότερος από τον κίνδυνο του χαρτοφυλακίου B (Ζαπράνης 2009).

2.3 Αξία σε Κίνδυνο / Value at Risk (VaR)

Στο συγκεκριμένο κεφάλαιο, η VaR θα οριστεί και θα αναλυθεί με βάση το βιβλίο της Roccioletti (2015), ενώ θα δειχθεί ένα παράδειγμα υπολογισμού της σύμφωνα με την Hardy (2006).

Η VaR αποτελεί το πιο διαδεδομένο μέτρο κινδύνου στον χρηματοοικονομικό κλάδο. Όταν το RiskMetrics¹⁴ ανακοίνωσε το 1996 πως η VaR θα αποτελεί πλέον για αυτό τον τρόπο μέτρησης του κινδύνου, η Επιτροπή της Βασιλείας για την

¹⁴ Το RiskMetrics είναι ένα σύνολο χρηματοοικονομικών μοντέλων που χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό του κινδύνου αγοράς ενός χαρτοφυλακίου. Παρουσιάστηκε το 1994 με την έκδοση «RiskMetrics Technical Document» από την J.P. Morgan και αναθεωρήθηκε το 1996 (Zangari, 2006, όπως αναφέρεται από τον Ζαπράνη, 2009).

Τραπεζική Εποπτεία ανάγκασε τα πιστωτικά ιδρύματα να υπολογίζουν τις κεφαλαιακές τους απαιτήσεις χρησιμοποιώντας την (Roccioletti, 2015).

Παρακάτω δίνεται ένας επίσημος ορισμός της VaR .

Θεωρούμε ένα χαρτοφυλάκιο το οποίο αποτελείται από κάποια περιουσιακά στοιχεία τα οποία ενέχουν κίνδυνο, και θεωρούμε και ένα δεδομένο χρονικό ορίζοντα Δ . Υποθέτουμε ότι η κατανομή ζημιάς L , η οποία σχετίζεται με το συγκεκριμένο χαρτοφυλάκιο, περιγράφεται από την σχέση $F_L(l) = \mathbb{P}(L \leq l)$. Σε αυτό το σημείο διευκρινίζεται ότι στην παρούσα εργασία η διατύπωση της VaR βασίζεται στην Αναλογιστική Θεωρία, που είναι Θεωρία θετικών τυχαίων μεταβλητών. Γίνεται λοιπόν η παραδοχή ότι οι ζημιές είναι θετικοί αριθμοί και δίνεται έμφαση στη δεξιά ουρά της κατανομής ζημιάς L .

Σκοπός μας είναι να ορίσουμε ένα στατιστικό μέτρο, το οποίο να βασίζεται στην συνάρτηση κατανομής F_L , και να υπολογίζει τον κίνδυνο που προέρχεται από τη διακράτηση του χαρτοφυλακίου μας κατά το χρονικό ορίζοντα Δ . Σε αυτό το σημείο έρχεται η σημασία της VaR . Σύμφωνα με τον Ζαπράνη (2009), η VaR εκφράζει τη μέγιστη δυνατή απώλεια που μπορεί να υποστεί ένα χαρτοφυλάκιο (ή κατ' επέκταση ένα χρηματοοικονομικό ίδρυμα), σε δεδομένη χρονική περίοδο και με δεδομένο επίπεδο εμπιστοσύνης.

Ορισμός 2.2

Δεδομένου ενός επιπέδου εμπιστοσύνης α , $\alpha \in (0,1)$, η VaR του χαρτοφυλακίου μας για το επίπεδο εμπιστοσύνης α δίνεται από τον μικρότερο αριθμό l τέτοιο ώστε η πιθανότητα ότι η ζημιά L ξεπερνάει το l δεν είναι μεγαλύτερη από $(1 - \alpha)$.

Δηλαδή,

$$VaR_\alpha(L) = \inf\{l \in \mathbb{R} : \mathbb{P}(L > l) \leq 1 - \alpha\} = \inf\{l \in \mathbb{R} : F_L(l) \geq \alpha\}. \quad (2.1)$$

Γενικώς, ισχύει ότι:

$$\mathbb{P}(L > l) = 1 - \mathbb{P}(L \leq l) = 1 - F_L(l).$$

Επιπλέον, χρησιμοποιώντας τον τύπο (2.1) προκύπτει ότι:

$$1 - F_L(l) \leq 1 - \alpha \rightarrow -F_L(l) \leq -\alpha \rightarrow F_L(l) \geq \alpha.$$

Από τα παραπάνω διαπιστώνεται ότι η VaR είναι ένα ποσοστημόριο της κατανομής ζημιών. Δηλαδή:

$$q_\alpha(L) = \inf\{l \in \mathbb{R} : F_L(l) \geq \alpha\}. \quad (2.2)$$

Συνεπώς, όταν αναφερόμαστε σε συνεχείς κατανομές ισχύει ότι:

$$VaR_a(L) = q_a(L). \quad (2.3)$$

Παράδειγμα 2.1

Έστω L μια τυχαία διακριτή μεταβλητή απώλειας με την ακόλουθη συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας.

$$L = \begin{cases} 100, & \mathbb{P}(L = 100) = 0.005 \\ 50, & \mathbb{P}(L = 50) = 0.045 \\ 10, & \mathbb{P}(L = 10) = 0.10 \\ 0, & \mathbb{P}(L = 0) = 0.85 \end{cases}$$

Χρησιμοποιώντας τα παραπάνω δεδομένα προκύπτει ότι η κατανομή της τυχαίας μεταβλητής L είναι η ακόλουθη:

l	$\mathbb{P}(L \leq l)$
100	1.00
50	0.995
10	0.95
0	0.85

Πίνακας 2.1: Κατανομή Τυχαίας μεταβλητής L

Έστω ότι θέλουμε να υπολογίσουμε την VaR για επίπεδο εμπιστοσύνης 99%. Παρατηρούμε πως δεν υπάρχει αριθμός l τέτοιος ώστε να ισχύει $\mathbb{P}(L < l) = 0.99$. Γι' αυτό το λόγο διαλέγουμε την μικρότερη τιμή που δίνει το λιγότερο 99% πιθανότητα πως η απώλεια θα είναι μικρότερη. Έτσι, προκύπτει ότι $VaR_{0.99}(L) = 50$.

Χρησιμοποιώντας την σχέση (2.2) καταλήγουμε στο:

$$50 = \inf\{l \in \mathbb{R}: \mathbb{P}(L < l) = F_L(l) \geq 0.99\}.$$

Επομένως, $VaR_{0.99}(L) = 50$. Δηλαδή, για επίπεδο εμπιστοσύνης 99% αναζητούμε τη μικρότερη τιμή της ζημιάς για την οποία μπορούμε να πούμε πως με τουλάχιστον 99% πιθανότητα η πραγματική ζημιά δε θα την ξεπεράσει. Σε περίπτωση που ο συγκεκριμένος υπολογισμός αφορούσε το απαιτούμενο κεφάλαιο που όφειλε να κρατά ένα πιστωτικό ίδρυμα, θα αναφέραμε ότι με πιθανότητα 99% οι ζημίες του τραπεζικού ιδρύματος δε θα ξεπεράσουν τις 50 νομισματικές μονάδες για μια συγκεκριμένη χρονική περίοδο.

Επιπλέον, ακολουθώντας τον παραπάνω τρόπο και μεταβάλλοντας το επίπεδο εμπιστοσύνης σε 95%, 90% και 80% καταλήγουμε ότι:

$$VaR_{0.95}(L) = 10, VaR_{0.90}(L) = 10 \text{ και } VaR_{0.80}(L) = 0 \text{ (Hardy, 2006).}$$

2.4 Είναι η VaR το καταλληλότερο μέτρο κινδύνου;

Όπως αναφέρθηκε παραπάνω, η VaR αποτελεί το πιο δημοφιλές μέτρο κινδύνου το οποίο εφαρμόζεται παγκοσμίως τόσο από διαχειριστές χρηματοοικονομικών κινδύνων όσο και από τις τραπεζικές ρυθμιστικές αρχές προκειμένου να εκτιμηθεί ο κίνδυνος αγοράς που ενέχει ένα επενδυτικό χαρτοφυλάκιο. Η θεσμοθέτηση της VaR από την Επιτροπή της Βασιλείας ως βασική μέτρηση κινδύνου υπήρξε ένα πολύ σημαντικό βήμα, καθώς η VaR μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την ποσοτικοποίηση του συνολικού κινδύνου πολλών διαφορετικών επενδυτικών θέσεων σε όλο το πιστωτικό ίδρυμα, στη βάση ενός κοινού πλαισίου αναφοράς (Ζαπράνης, 2009).

Τα σημαντικά πλεονεκτήματα της VaR σύμφωνα με τους Acerbi, Nordio & Sirtori (2018) είναι ότι:

1. Μπορεί να εφαρμοστεί για οποιοδήποτε χρηματοοικονομικό προϊόν και εκφράζεται για όλα με την ίδια μονάδα μέτρησης, δηλαδή το «πόσα χρήματα μπορεί να χάσω».
2. Αποτελεί μια εκτίμηση μελλοντικών πιθανών γεγονότων και συνοψίζει τον συνολικό κίνδυνο ενός χαρτοφυλακίου σε ένα μόνο αριθμό.

Ωστόσο, κατά πόσο αποτελεί η VaR έναν αντιπροσωπευτικό τρόπο μέτρησης του κινδύνου που σχετίζεται με την εκδήλωση ακραίων γεγονότων σε ένα χαρτοφυλάκιο;

Όπως αναφέρθηκε στην προηγούμενη ενότητα, προκειμένου να υπολογιστεί η VaR πρέπει να επιλεχθεί ένα διάστημα εμπιστοσύνης α και ένας χρονικός ορίζοντας Δ για τον οποίο θα εκτιμηθεί η πιθανή απώλεια. Όταν επιλέγεται ένα επίπεδο εμπιστοσύνης α , τότε το $(1 - \alpha)$ αντιπροσωπεύει το ποσοστό των χειρότερων περιπτώσεων, δηλαδή εκφράζει την πιθανότητα η απώλεια του χαρτοφυλακίου να είναι μεγαλύτερη από αυτή που εκτιμήσαμε.

Παρακάτω ακολουθεί μια θεωρητική εφαρμογή ερμηνείας της VaR .

Εφαρμογή 2.1 | Ερμηνεία VaR

Έστω ότι επιλέγουμε $\alpha = 0.95$ και ένα χρονικό διάστημα 7 ημερών. Τότε ουσιαστικά η VaR είναι η μέγιστη δυνατή απώλεια που μπορεί να έχει το χαρτοφυλάκιο μας σε χρονικό ορίζοντα 7 ημερών που δεν αναμένεται να ξεπεραστεί με πιθανότητα 95%, ενώ η πιθανότητα να υπάρξει απώλεια μεγαλύτερη

από την VaR είναι 5%. Διαφορετικά, η VaR μπορεί να οριστεί ως η μικρότερη πιθανή απώλεια που μπορεί να έχει το χαρτοφυλάκιο μας σε διάστημα 7 ημερών σε περίπτωση που συμβεί το 5% των χειρότερων περιπτώσεων.

Σε αυτό το σημείο πρέπει να τονιστεί ότι εάν η δυνητική απώλεια ξεπεράσει την εκτιμώμενη, δεν γνωρίζουμε το πόση αυτή μπορεί να είναι. Με άλλα λόγια, όταν βρισκόμαστε στο 5% των χειρότερων περιπτώσεων η VaR δείχνει το κατώτατο όριο της απώλειας που μπορεί να έχουμε. Είναι ουσιαστικά το πιο αισιόδοξο σενάριο στην χειρότερη δυνατή περίπτωση. Επομένως, αν θέλουμε να ορίσουμε την VaR χρησιμοποιώντας το διάστημα εμπιστοσύνης $\alpha = 0.95$ τότε αναφερόμαστε σε αυτήν ως την μέγιστη δυνατή απώλεια ενός χαρτοφυλακίου, ενώ αν θέλουμε να χρησιμοποιήσουμε το $(1 - \alpha) = 0.05$ η VaR δείχνει τη μικρότερη πιθανή απώλεια του χαρτοφυλακίου.

Το ερώτημα που τίθεται σε αυτό το σημείο είναι: αν η απώλεια του χαρτοφυλακίου μας ξεπεράσει την VaR , μπορούμε να την εκτιμήσουμε;

Εφαρμογή 2.2 | Σύγκριση δύο χαρτοφυλακίων

Η ακόλουθη εφαρμογή αποτελεί μια παραλλαγή ενός παραδόξου που αναλύθηκε από τους Acerbi, Nordio & Sirtori (2018), και συγκρίνει δύο χαρτοφυλάκια που έχουν ίσες VaR .

Αναλυτικότερα, έστω ότι έχουμε ένα χαρτοφυλάκιο A το οποίο αποτελείται από διάφορα χρηματοοικονομικά στοιχεία. Η αξία του χαρτοφυλακίου είναι 1000€ και ο χρονικός ορίζοντας της επένδυσής μας είναι T . Επιπλέον, κάνουμε την παραδοχή πως οι χειρότερες περιπτώσεις που βρίσκονται στο 5% της ουράς της κατανομής είναι ίσες μεταξύ τους και παίρνουν την τιμή 100. Άρα, για ένα διάστημα εμπιστοσύνης $\alpha = 0.95$ προκύπτει ότι η $VaR = 100€$. Από την άλλη πλευρά, έχουμε ένα χαρτοφυλάκιο B το οποίο αποτελείται και αυτό από διάφορα χρηματοοικονομικά στοιχεία με αξία 1000€ και χρονικό ορίζοντα επένδυσης T . Επιπλέον υποθέτουμε ότι η VaR του χαρτοφυλακίου B είναι και αυτή 100€ για διάστημα εμπιστοσύνης $\alpha = 0.95$, όπως και στο χαρτοφυλάκιο A . Ωστόσο, στην περίπτωση του χαρτοφυλακίου B δεν κάνουμε καμία υπόθεση για το μέγεθος των απωλειών στην ουρά της κατανομής, οι οποίες μπορεί να είναι πολύ μεγάλες και απεριόριστες.

Επομένως:

- Στο χαρτοφυλάκιο A οι χειρότερες πιθανές απώλειες, στην ουρά της κατανομής (δηλαδή στο 5% των χειρότερων περιπτώσεων που βρίσκονται πάνω από την $VaR_{0.95} = 100€$) είναι όλες ίσες με 100€, και

- Στο χαρτοφυλάκιο B , με πιθανότητα 5%, οι πιθανές απώλειες κυμαίνονται από τα 100€ (που είναι η $VaR_{0,95}$ και αντιπροσωπεύει την ελάχιστη απώλεια στην ουρά της κατανομής) έως ένα υψηλό ποσό το οποίο δεν έχει προσδιοριστεί.

Ποιο από τα δύο χαρτοφυλάκια είναι πιο επικίνδυνο; Δεδομένου ότι η VaR και των δύο χαρτοφυλακίων είναι ίση με 100€ , τα δύο χαρτοφυλάκια φαίνεται να έχουν τον ίδιο κίνδυνο, το οποίο όμως δεν είναι κάτι ρεαλιστικό...

2.5 Αδυναμίες VaR

Πολύ συχνά στο πλαίσιο Διαχείρισης Κινδύνου, θέλουμε να αναλύσουμε ένα περίπλοκο χαρτοφυλάκιο το οποίο εκτίθεται σε διαφορετικούς κινδύνους. Για αυτό το λόγο, στόχος είναι να ξεχωρίσουμε τους επιμέρους κινδύνους κατανοώντας από πού προέρχεται ο κάθε ένας. Ο υπολογισμός της VaR , υπό μια τέτοια συνθήκη, μπορεί να αποδειχθεί μια αρκετά απαιτητική διεργασία. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι η VaR δεν ικανοποιεί την ιδιότητα της υπο-προσθετικότητας και κατά συνέπεια δε παίρνει πάντοτε υπόψη τα πλεονεκτήματα που προκύπτουν εξαιτίας της διαφοροποίησης του χαρτοφυλακίου.

Αναλυτικότερα, στην περίπτωση που έχουμε ένα χαρτοφυλάκιο το οποίο αποτελείται από δύο μικρότερα χαρτοφυλάκια, τότε η συνολική VaR δεν ισούται με το άθροισμα των δύο αντίστοιχων VaR 's. Συνεπώς, εάν προστεθεί ένα νέο προϊόν στο χαρτοφυλάκιο, αυτό συχνά προϋποθέτει να υπολογίσουμε ξανά την VaR για όλο το χαρτοφυλάκιο. Επιπλέον, εάν έχουμε ένα χαρτοφυλάκιο του οποίου η αξία επηρεάζεται από διαφορετικές πηγές κινδύνου, η VaR δεν είναι το άθροισμα των επιμέρους VaR 's (Acerbi, Nardio & Sirtori, 2018).

Συμπερασματικά, έστω ότι έχουμε δύο κινδύνους X, Y , οι οποίοι δεν είναι απαραίτητως ανεξάρτητοι μεταξύ τους, τότε δεν ισχύει γενικά ότι:

$$VaR_a(X + Y) \leq VaR_a(X) + VaR_a(Y).$$

Επιπροσθέτως, σύμφωνα με την Roccioletti (2015), η VaR δεν απαντάει σε ερωτήματα τύπου «Τι θα γινόταν αν». Για παράδειγμα, «τι θα γινόταν αν είχαμε μια απώλεια η οποία θα ξεπερνούσε το όριο που έχει θέσει η VaR ;». Δηλαδή, η Αξία σε Κίνδυνο δε παίρνει καθόλου υπόψη την ουρά της κατανομής και αγνοεί παντελώς το μέγεθος των απωλειών που βρίσκονται στην ουρά αυτήνης. Επομένως, δεν δίνει κάποιο σημάδι για το μέγεθος της πιθανής απώλειας, στην περίπτωση που μια κίνηση της αγοράς ξεφύγει από το επίπεδο εμπιστοσύνης που έχει τεθεί. Ουσιαστικά η VaR ισχύει υπό «κανονικές συνθήκες αγοράς» (Ζαπράνης, 2009).

Προκειμένου να αντιμετωπιστούν οι ελλείψεις της VaR , η Επιτροπή της Βασιλείας πρότεινε μέσω της Βασιλείας III τη μετάβαση από τη VaR στο ES για να αντιμετωπιστούν οι ανεπάρκειες της Αξίας σε Κίνδυνο όσο αφορά τον καθορισμό των κεφαλαιακών απαιτήσεων έναντι του κινδύνου αγοράς.

2.6 Αναμενόμενο Έλλειμμα / Expected Shortfall (ES)

Όπως αναφέρθηκε σε προηγούμενα κεφάλαια, η VaR είναι η μεγαλύτερη αναμενόμενη απώλεια που μπορεί να έχει ένα χαρτοφυλάκιο για δεδομένο επίπεδο εμπιστοσύνης α . Σε περίπτωση που συμβεί κάποιο ακραίο σενάριο με πιθανότητα $1 - \alpha$ και ξεπεραστεί η VaR , οι πιθανές ζημιές μπορεί να είναι πολύ μεγάλες και η VaR αποτελεί τη μικρότερη από αυτές.

Αντιθέτως της VaR , το Αναμενόμενο Έλλειμμα για το ίδιο επίπεδο εμπιστοσύνης είναι η αναμενόμενη απώλεια του χαρτοφυλακίου στο $1 - \alpha$ των χειρότερων περιπτώσεων. Το ES αποτελεί ένα πιο «συντηρητικό» μέτρο κινδύνου συγκριτικά της VaR καθώς επικεντρώνεται στο χειρότερο $(1 - \alpha)\%$ των ακραίων περιπτώσεων, δηλαδή στην ουρά της κατανομής. Έτσι, αν επιλεγθεί ως επίπεδο εμπιστοσύνης το $\alpha = 0.95$, τότε το ES είναι η αναμενόμενη απώλεια του χαρτοφυλακίου στο $1 - \alpha = 0.05$ των χειρότερων περιπτώσεων (Ζαπράνης, 2009). Μέσω του ES η προσοχή εστιάζεται στο πόση είναι η αναμενόμενη ζημιά σε αυτά τα χειρότερα σενάρια, δηλαδή στο τι συμβαίνει πέραν του ορίου που έχει θέσει η VaR .

Παρακάτω, σύμφωνα με τη Roccioletti (2015), θα δοθεί ο ορισμός του ES .

Ορισμός 2.3

Για μια απώλεια L με $E(|L|) < \infty$ και συνάρτηση κατανομής F_L , το Αναμενόμενο Έλλειμμα για ένα δεδομένο επίπεδο εμπιστοσύνης $\alpha \in (0,1)$ ορίζεται ως:

$$ES_{\alpha}(L) = \frac{1}{1-\alpha} \int_{\alpha}^1 VaR_u(L) du. \quad (2.3)$$

Επομένως, το ES συγκεντρώνει όλα τα VaR από το σημείο α έως το 1, δηλαδή τα VaR που βρίσκονται στην ουρά της κατανομής, και υπολογίζει τον μέσο όρο αυτών. Το γεγονός πως το ES αποτελεί έναν μέσο όρο το κάνει να λαμβάνει υπόψη όχι μόνο το κατά πόσο ξεπερνιέται η VaR , αλλά και το κατά πόσο μεγάλες είναι οι ζημιές όταν αυτό συμβαίνει.

Το Αναμενόμενο Έλλειμμα είναι ένα συνεπές μέτρο κινδύνου και ικανοποιεί την ιδιότητα της υπο-προσθετικότητας, κάτι το οποίο δε ισχύει στην περίπτωση της VaR . Έτσι, για δύο κινδύνους X, Y , όχι απαραίτητα ανεξάρτητους μεταξύ τους, ισχύει πάντοτε ότι:

$$ES_{\alpha}(X + Y) \leq ES_{\alpha}(X) + ES_{\alpha}(Y).$$

Συνεπώς, το ES ενός χαρτοφυλακίου που περιλαμβάνει τους κινδύνους X και Y είναι μικρότερο ή ίσο από το άθροισμα των ES των δύο επιμέρους κινδύνων. Άρα ο συνολικός κίνδυνος ενός χαρτοφυλακίου, ο οποίος προκύπτει από τον συνδυασμό δύο ξεχωριστών και όχι απαραίτητως ανεξάρτητων κινδύνων δεν είναι μεγαλύτερος από το άθροισμα των μεμονωμένων κινδύνων τους. Κατ' αυτό τον τρόπο αναδεικνύεται το μεγάλο όφελος της διαφοροποίησης. Ωστόσο, παρά τα πλεονεκτήματα που προσφέρει το ES , παρουσιάζει και αυτό κάποιες αδυναμίες.

2.7 Αδυναμίες ES

Στο παρόν κεφάλαιο θα παρουσιαστούν οι αδυναμίες του ES , λαμβάνοντας υπόψη το βιβλίο της Roccioletti (2015).

Αρχικά, το ES είναι αρκετά ευαίσθητο σε τυχόν αλλαγές που μπορεί να γίνουν στα δεδομένα τα οποία χρησιμοποιούνται για να εκτιμηθεί η κατανομή των ζημιών. Όπως αναφέρθηκε παραπάνω, το ES αποτελεί τον μέσο όρο των ζημιών που βρίσκονται στην ουρά της κατανομής πέραν της VaR . Αυτό σημαίνει, πως αν μεταβληθούν έστω και λίγο τα δεδομένα, δηλαδή έστω για παράδειγμα αφαιρεθεί μια ακραία παρατήρηση, η εκτίμηση του ES μπορεί να αλλάξει δραστικά.

Επιπλέον, η μέθοδος που χρησιμοποιείται για να υπολογιστεί το Αναμενόμενο Έλλειμμα επηρεάζει σημαντικά το κατά πόσο μπορεί να μεταβληθεί η εκτίμησή του. Συγκεκριμένα, για να υπολογιστεί το ES μερικές από τις μεθόδους που χρησιμοποιούνται είναι η Ιστορική Προσομοίωση, η Προσομοίωση Monte Carlo και η Θεωρία Ακραίων Τιμών. Κάθε μια από αυτές τις μεθόδους κάνει μια διαφορετική εκτίμηση για την μορφή που θα πάρει η ουρά της κατανομής ζημιών και συνεπώς η εκτίμηση του ES διαφέρει από μέθοδο σε μέθοδο.

Τέλος, η σημαντικότερη αδυναμία του ES είναι πως δεν υπάρχει κάποιος τρόπος να ελεγχθεί αν η πρόβλεψη που κάναμε ήταν σωστή ή λάθος. Αναλυτικότερα, εφαρμόζοντας backtesting στην VaR που εκτιμήσαμε, μπορούμε να ελέγξουμε αν η πρόβλεψη μας ήταν σωστή. Δηλαδή, είμαστε στη θέση να συγκρίνουμε τις προβλέψεις μας με τα πραγματικά πλέον δεδομένα και ο έλεγχος αυτός στην περίπτωση της VaR είναι απλός, γιατί αυτή αποτελεί ένα μόνο ποσοστημόριο της

κατανομής ζημιών. Άρα ουσιαστικά, συγκρίνουμε ένα-ένα σημείο με την *VaR* προκειμένου να ελέγξουμε το πόσο σωστοί είμασταν. Αντιθέτως, στην περίπτωση του *ES* κάτι τέτοιο είναι αδύνατο. Το Αναμενόμενο Έλλειμμα, όπως παρουσιάστηκε νωρίτερα, είναι ο μέσος όρος όλων των απωλειών που βρίσκονται στην ουρά της κατανομής και είναι πέραν της *VaR*. Επομένως, για να μπορέσουμε να εφαρμόσουμε μια τεχνική backtesting θα πρέπει να γνωρίζουμε όλες τις απώλειες που βρίσκονται πάνω από την *VaR* και όχι το αποτέλεσμα μιας μόνο ημέρας, σε περίπτωση που υπολογίζουμε το ημερήσιο *ES*.

2.8 *VaR* έναντι *ES*

Στη συγκεκριμένη ενότητα θα αναλυθούν οι διαφορές μεταξύ της *VaR* και του *ES*, ενώ στο τέλος θα παρουσιαστεί μια πρακτική εφαρμογή της Hardy (2006) μέσω της οποίας γίνεται αντιληπτό το ότι η *VaR* δεν ικανοποιεί σε αντίθεση με το *ES* το κριτήριο της υπο-προσθετικότητας και συνεπώς δεν είναι ένα συνεπές μέτρο κινδύνου.

Το ότι η *VaR* δεν αποτελεί ένα συνεπές μέτρο κινδύνου είναι η σημαντικότερη διαφορά της έναντι του *ES*. Όπως παρουσιάστηκε αναλυτικά στο κεφάλαιο 2.2, ένα μέτρο κινδύνου προκειμένου να οδηγήσει σε σωστά συμπεράσματα και σε ορθή λήψη αποφάσεων οφείλει να είναι συνεπές. Η ανεπάρκεια αυτή της *VaR* δίνει σημαντικό προβάδισμα στο *ES* όσο αφορά την καταλληλότητα εφαρμογής του στο πλαίσιο Διαχείρισης Κινδύνων.

Η επόμενη διαφορά εντοπίζεται στο ότι η *VaR* αποτελεί ένα ποσοστημόριο της κατανομής ζημιών, είναι δηλαδή μια σημειακή εκτίμηση, ενώ το *ES* αποτελεί τον μέσο όρο των χειρότερων περιπτώσεων που εντοπίζονται στην ουρά της κατανομής. Συγκεκριμένα, η *VaR* υποδεικνύει τη μεγαλύτερη πιθανή ζημιά η οποία δε θα ξεπεραστεί για ένα δεδομένο επίπεδο εμπιστοσύνης, ενώ το *ES* δείχνει ποια είναι η μέση ζημιά στη περίπτωση που αυτή ξεπεράσει την *VaR*. Σε αυτό το σημείο τονίζεται ότι η *VaR* σε αντίθεση με το *ES* δεν λαμβάνει υπόψη την ουρά της κατανομής.

Επιπλέον, μπορούμε να αναφέρουμε πως η *VaR* είναι πιο απλή στον υπολογισμό της αφού αποτελεί απλώς ένα ποσοστημόριο της κατανομής, ενώ αντιθέτως το *ES* απαιτεί πιο απαιτητικό υπολογισμό καθώς πρέπει να εκτιμηθεί η ουρά της κατανομής. Τέλος, στη *VaR* μπορεί να εφαρμοστεί backtesting για να ελεγχθεί αν το μοντέλο πρόβλεψης που έχει χρησιμοποιηθεί είναι σωστό, ενώ το *ES*, επειδή επηρεάζεται από την ουρά της κατανομής, δεν μπορεί να ελεγχθεί με την ίδια μορφή backtesting.

Στον ακόλουθο πίνακα παρουσιάζονται συγκεντρωτικά οι διαφορές μεταξύ των δύο μέτρων κινδύνου.

	<i>VaR</i>	<i>ES</i>
1)	Αποτελεί ένα ποσοστημόριο της κατανομής ζημιών – Σημειακή Εκτίμηση για ένα συγκεκριμένο επίπεδο εμπιστοσύνης.	Αποτελεί τον Μέσο όρο των χειρότερων περιπτώσεων στην ουρά της κατανομής που βρίσκονται πέρα της <i>VaR</i> .
2)	Δεν παίρνει υπόψη την ουρά της κατανομής.	Λαμβάνει υπόψη την ουρά της κατανομής.
3)	Δεν είναι συνεπές μέτρο κινδύνου (δεν ικανοποιεί την ιδιότητα της υπο-προσθετικότητας).	Είναι ένα συνεπές μέτρο κινδύνου.
4)	Απλή στον υπολογισμό.	Πιο δύσκολο στον υπολογισμό.
5)	Μπορεί να ελεγχθεί μέσω backtesting.	Δεν μπορεί να ελεγχθεί μέσω backtesting.
6)	Ανθεκτική σε αλλαγές στα δεδομένα.	Ευαίσθητο σε αλλαγές στα δεδομένα.

Πίνακας 2.2: Σύγκριση *VaR* και *ES*

Στην παρακάτω πρακτική εφαρμογή της Hardy (2006) αποδεικνύεται ότι η *VaR* δεν ικανοποιεί την ιδιότητα της υπο-προσθετικότητας και συνεπώς δεν είναι ένα συνεπές μέτρο κινδύνου. Αυτό αποτελεί και την πιο ουσιαστική διαφορά της από το *ES*. Η ιδιότητα της υπο-προσθετικότητας, όπως άλλωστε έχει προαναφερθεί, είναι υψηλής σημασίας καθώς αναδεικνύει τα οφέλη που προκύπτουν μέσω της διαφοροποίησης, της οποίας βασική ιδέα είναι ότι ο συνολικός κίνδυνος ενός χαρτοφυλακίου δε μπορεί να αυξηθεί ενώ μπορεί να μειωθεί σημαντικά εάν οι επιμέρους κίνδυνοι δεν είναι τέλεια συσχετισμένοι (Hardy, 2006).

Εφαρμογή 2.3 | Έλλειψη υπο-προσθετικότητας *VaR*

Έστω ότι έχουμε δύο τυχαίες μεταβλητές απώλειας X και Y , οι οποίες εξαρτώνται από την τυχαία μεταβλητή $U \sim$ Ομοιόμορφη Κατανομή στο διάστημα $(0,1)$. Οι X και Y λαμβάνουν τις ακόλουθες τιμές:

$$X = \begin{cases} 1000, & \text{αν } U \leq 0.04 \\ 0, & \text{αν } U > 0.04 \end{cases}$$

και

$$Y = \begin{cases} 0, & \text{αν } U \leq 0.96 \\ 1000, & \text{αν } U > 0.96 \end{cases}$$

Σε αυτό το σημείο διευκρινίζεται ότι επειδή η $U \sim$ Ομοιόμορφη Κατανομή στο διάστημα $(0,1)$, σύμφωνα με το άρθρο των Ahsanullah & Shakil (2024) σχετικά με τον ορισμό και τις ιδιότητες της Ομοιόμορφης Κατανομής ισχύει ότι:

$\mathbb{P}(U \leq 0.04) = 0.04$ και $\mathbb{P}(U > 0.04) = 1 - 0.04 = 0.96$. Γενικότερα, για κάθε $a \in \mathbb{R}$ όταν μια τυχαία μεταβλητή $X \sim$ Ομοιόμορφη Κατανομή $(0,1)$ ισχύει ότι:

$$\mathbb{P}(X \leq a) = a.$$

Η τυχαία μεταβλητή X εξαρτάται από την U , άρα:

- Η πιθανότητα η X να πάρει την τιμή 1000 είναι:
 $\mathbb{P}(X = 1000) = \mathbb{P}(U \leq 0.04) = 0.04.$
- Η πιθανότητα η X να πάρει την τιμή 0 είναι:
 $\mathbb{P}(X = 0) = \mathbb{P}(U > 0.04) = 1 - 0.04 = 0.96.$

Αντιστοίχως, η τυχαία μεταβλητή Y εξαρτάται και αυτή από την U , επομένως:

- Η πιθανότητα η Y να πάρει την τιμή 0 είναι:
 $\mathbb{P}(Y = 0) = \mathbb{P}(U \leq 0.96) = 0.96.$
- Η πιθανότητα η Y να πάρει την τιμή 1000 είναι:
 $\mathbb{P}(Y = 1000) = \mathbb{P}(U > 0.96) = 1 - 0.96 = 0.04.$

Αφού ορίσαμε τις τιμές που παίρνουν οι X και Y καθώς και τις αντίστοιχες πιθανότητες να λάβουν αυτές τις τιμές, στη συνέχεια χρησιμοποιώντας τον ορισμό (2.1) θα υπολογιστεί η VaR για την κάθε μια μεταβλητή σε διάστημα εμπιστοσύνης 95%.

Η διακριτή τυχαία μεταβλητή X παίρνει τις τιμές 0 και 1000 με πιθανότητες 0.96 και 0.04 αντιστοίχως. Παρατηρούμε λοιπόν, πως δεν υπάρχει αριθμός l τέτοιος ώστε να ισχύει $\mathbb{P}(X \leq l) = 0.95$. Έτσι, σύμφωνα με τον ορισμό (2.1) διαλέγουμε τη μικρότερη τιμή l ώστε να ισχύει $\mathbb{P}(X \leq l) \geq 0.95$. Στο παράδειγμά μας, έχουμε ότι: $\mathbb{P}(X \leq 0) = 0.96 \geq 0.95$, άρα $VaR_{0.95}(X) = 0$.

Παρομοίως αποδεικνύεται ότι και για την τυχαία μεταβλητή Y ισχύει ότι: $VaR_{0.95}(Y) = 0$. Επομένως, και στις δύο περιπτώσεις οδηγείται το συμπέρασμα ότι με πιθανότητα 95% η ζημιά δε θα ξεπεράσει το μηδέν. Το υπόλοιπο 5% (που στο δικό μας παράδειγμα είναι 4%), δηλαδή οι περιπτώσεις που οι τυχαίες μεταβλητές X και Y μπορεί να λάβουν μεγάλες τιμές, δεν λαμβάνονται υπόψη από την VaR .

Παρατηρώντας τις τιμές που μπορούν να λάβουν οι X και Y , οδηγούμαστε στο συμπέρασμα πως δεν μπορούν συγχρόνως να παρουσιάσουν ζημία. Δηλαδή, $\mathbb{P}(X = 1000, Y = 1000) = 0$. Σε αυτό το σημείο, έστω ότι θέλουμε να σχηματίσουμε ένα χαρτοφυλάκιο το οποίο να αποτελείται από τις τυχαίες μεταβλητές απώλειας X

και Y . Το χαρτοφυλάκιο μας, μπορεί να παρουσιάζει ζημία 1000, αλλά αυτή προέρχεται είτε από την X είτε από την Y , καθώς όπως αναφέρθηκε δεν μπορεί να παρουσιαστεί ζημία προερχόμενη συγχρόνως και από τις δύο τυχαίες μεταβλητές.

Στον ακόλουθο πίνακα, διακρίνονται οι τιμές των τυχαίων μεταβλητών X , Y καθώς και του αθροίσματός τους $(X + Y)$, ενώ αναγράφονται και τα διαστήματα τιμών που μπορεί να πάρει η τυχαία μεταβλητή U .

Τιμή U	Τιμή X	Τιμή Y	Τιμή Χαρτοφυλακίου ($X + Y$)
$U \leq 0.04$	1000	0	1000
$0.04 \leq U \leq 0.96$	0	0	0
$U > 0.96$	0	1000	1000

Πίνακας 2.3: Τιμές τυχαίων μεταβλητών X , Y και αθροίσματος

Χρησιμοποιώντας τα δεδομένα του παραπάνω πίνακα καταλήγουμε ότι:

- Η πιθανότητα να παίρνει το χαρτοφυλάκιο την τιμή 0 είναι:
 $\mathbb{P}((X + Y) = 0) = 0.96 - 0.04 = 0.92$.
- Η πιθανότητα να παίρνει το χαρτοφυλάκιο την τιμή 1000 είναι:
 $\mathbb{P}((X + Y) = 1000) = 0.04 + 0.04 = 0.08$.

Σε αυτό το σημείο, θέλουμε να υπολογίσουμε την VaR του χαρτοφυλακίου μας σε επίπεδο εμπιστοσύνης 95%. Παρατηρείται, πως δεν υπάρχει αριθμός l τέτοιος ώστε να ισχύει $\mathbb{P}((X + Y) \leq l) \leq 0.95$. Συνεπώς, κάνοντας αναφορά ξανά στον ορισμό (2.1), ψάχνουμε την μικρότερη τιμή l ώστε να ισχύει $\mathbb{P}((X + Y) \leq l) \geq 0.95$. Στην συγκεκριμένη περίπτωση, έχουμε τα ακόλουθα:

- Για $l = 0$, ισχύει ότι $\mathbb{P}((X + Y) \leq 0) = 0.92 < 0.95$.

Επομένως, δεν είναι αρκετό για να μας δώσει την πιθανότητα που θέλουμε.

- Για $l = 1000$, ισχύει ότι $\mathbb{P}((X + Y) \leq 1000) = \mathbb{P}((X + Y) = 0) + \mathbb{P}((X + Y) = 1000) = 0.92 + 0.08 = 1.00$

Άρα, για το χαρτοφυλάκιο μας ισχύει ότι: $VaR_{0.95}(X + Y) = 1000$. Λαμβάνοντας υπόψη τις VaR των τυχαίων μεταβλητών X και Y που υπολογίστηκαν παραπάνω, εύκολα διαπιστώνεται το ακόλουθο:

$$VaR_{0.95}(X + Y) = 1000 > VaR_{0.95}(X) = VaR_{0.95}(Y) = 0.$$

Συνεπώς, γίνεται αντιληπτό πως η Αξία σε Κίνδυνο δεν ικανοποιεί το κριτήριο της υπο-προσθετικότητας και δεν είναι ένα συνεπές μέτρο κίνδυνου.

2.9 Αναθεωρημένο Πλαίσιο Επιτροπής της Βασιλείας

Όπως αναφέρθηκε εκτενώς στο πρώτο κεφάλαιο, η Επιτροπή της Βασιλείας για την Τραπεζική Εποπτεία δημοσίευσε το 2012 ένα συμβουλευτικό έγγραφο σχετικά με την αναθεώρηση των κεφαλαιακών απαιτήσεων για το χαρτοφυλάκιο συναλλαγών, παρουσιάζοντας μια πιο ολοκληρωμένη προσέγγιση για την μέτρηση του κινδύνου αγοράς. Σκοπός της Επιτροπής ήταν να διορθωθούν αδυναμίες στην ποσοτικοποίηση του κινδύνου υπό τα τότε υπάρχοντα εσωτερικά τραπεζικά μοντέλα και τις τυποποιημένες προσεγγίσεις που ακολουθούνταν, και να εξασφαλιστεί συνεπής εφαρμογή των νέων ρυθμιστικών κανόνων μεταξύ των χωρών. Ένα από τα σημαντικότερα χαρακτηριστικά του αναθεωρημένου πλαισίου ήταν η μετάβαση από την *VaR* στο *ES* για την μέτρηση του κινδύνου αγοράς, προκειμένου να λαμβάνονται υπόψη ακραίες ζημιές στην ουρά της κατανομής (*tail risk*). Επιπλέον, η Επιτροπή υποδεικνύει τα δεδομένα που χρησιμοποιούνται στα εσωτερικά μοντέλα επιμέτρησης του κινδύνου να προέρχονται από περιόδους χρηματοοικονομικής κρίσης, ώστε να αποτυπώνεται καλύτερα ο κίνδυνος ακραίων γεγονότων που μπορεί να συμβούν.

Σε αυτό το σημείο, κρίνεται σκόπιμο να αναφερθεί πως μέσω της τυποποιημένης προσέγγισης προσδιορίζονται από την Επιτροπή της Βασιλείας προκαθορισμένοι κανόνες για την μέτρηση του κινδύνου αγοράς, οι οποίοι οφείλουν να εφαρμόζονται με τον ίδιο τρόπο σε όλα τα τραπεζικά ιδρύματα, γεγονός που επιτρέπει την συγκρισιμότητα μεταξύ των ιδρυμάτων αλλά από την άλλη πλευρά περιορίζει τις ιδιαιτερότητες των χαρτοφυλακίων των διαφόρων τραπεζών. Αντιθέτως, η μέθοδος των εσωτερικών μοντέλων επιτρέπει τα χρηματοπιστωτικά ιδρύματα να αναπτύσσουν δικά τους υποδείγματα για την μέτρηση του κινδύνου αγοράς, τα οποία υπόκεινται υπό αυστηρό έλεγχο από τις εποπτικές αρχές. Μέσω αυτής της μεθόδου, η επιμέτρηση του κινδύνου προσαρμόζεται αποτελεσματικότερα στα χαρτοφυλάκια του εκάστοτε τραπεζικού ιδρύματος, αλλά η διαδικασία που πρέπει να ακολουθηθεί είναι πολύπλοκη και δαπανηρή. Το νέο κανονιστικό πλαίσιο που παρουσιάζεται από την Επιτροπή της Βασιλείας, στοχεύει στην ενίσχυση της ευαισθησίας ως προς τον κίνδυνο της τυποποιημένης προσέγγισης και θέτει υπό αυστηρότερο έλεγχο τα εσωτερικά μοντέλα, με σκοπό την καλύτερη ευθυγράμμιση μεταξύ των δύο μεθόδων και την ενίσχυση της συγκρισιμότητας των κεφαλαιακών απαιτήσεων. (Επιτροπή της Βασιλείας για την Τραπεζική Εποπτεία, 2013.)¹⁵

Παρότι η Επιτροπή της Βασιλείας με το νέο αναθεωρημένο της πλαίσιο, εισάγει το *ES* ως καταλληλότερο μέτρο επιμέτρησης του κινδύνου αγοράς και προτρέπει την χρήση του για τον υπολογισμό των τραπεζικών κεφαλαιακών απαιτήσεων, η

¹⁵ Πηγή: <https://www.bis.org/publ/bcbs265.htm>

εφαρμογή αυτού μεταξύ των τραπεζικών ιδρυμάτων βρίσκεται σε μεταβατικό στάδιο. Πολλά χρηματοπιστωτικά ιδρύματα ακόμα και σήμερα εφαρμόζουν την *VaR* ως κύρια μέθοδο μέτρησης του κινδύνου, ενώ παράλληλα κάνουν μικρές αναφορές στο *ES*, με αποτέλεσμα οι δύο μέθοδοι να συνυπάρχουν στην τρέχουσα πρακτική. Στη συνέχεια, παρουσιάζονται οι μέθοδοι επιμέτρησης του κινδύνου αγοράς που εφαρμόζονται από δύο τραπεζικά ιδρύματα με βάση τις ρυθμιστικές δημοσιοποιήσεις κινδύνων (Pillar 3 Disclosures) στο πλαίσιο του κανονιστικού πλαισίου της Επιτροπής της Βασιλείας για την Τραπεζική Εποπτεία.

2.10 Σύγκριση μεθόδων μέτρησης κινδύνου αγοράς μεταξύ τραπεζικών ιδρυμάτων

Σκοπός του παρόντος κεφαλαίου είναι να αναλυθούν και να συγκριθούν μεταξύ τους οι μέθοδοι αποτίμησης του κινδύνου αγοράς που εφαρμόζουν δύο τραπεζικά ιδρύματα. Ως τραπεζικά ιδρύματα επιλέχθηκαν η Τράπεζα Πειραιώς, η οποία αποτελεί μια εκ των 4 συστημικών ελληνικών τραπεζών, και η Deutsche Bank ως μεγάλος ευρωπαϊκός συστημικός τραπεζικός οργανισμός. Η επιλογή των δύο αυτών ιδρυμάτων έγινε με σκοπό να συγκριθούν δύο οργανισμοί που διαφέρουν ως προς το μέγεθος, τον κίνδυνο αγοράς που αντιμετωπίζουν αλλά και τον τρόπο που υπολογίζουν τις κεφαλαιακές τους απαιτήσεις σύμφωνα με το ισχύον ρυθμιστικό πλαίσιο.

Μελέτη Περίπτωσης 1 | Τράπεζα Πειραιώς

Για την παρουσίαση του συγκεκριμένου case study χρησιμοποιήθηκε ως παραπομπή η έκθεση γνωστοποιήσεων του Πυλώνα 3 της Τράπεζας Πειραιώς για το έτος 2024¹⁶.

Η Τράπεζα Πειραιώς, αναγνωρίζοντας την πολυπλοκότητα των σύγχρονων χρηματοοικονομικών δραστηριοτήτων και την ανάγκη για έγκυρη και πλήρη πληροφόρηση προς τους επενδυτές σχετικά με τους κινδύνους που αυτή αντιμετωπίζει, προβαίνει σε γνωστοποιήσεις αναφορικά με την Κεφαλαιακή της Επάρκεια και τη Διαχείριση Κινδύνων σύμφωνα με τις απαιτήσεις του Πυλώνα 3 του κανονιστικού πλαισίου της Βασιλείας.

¹⁶ Πηγή: https://www.piraeusgroup.gr/-/jssmedia/Com/2024/Files/Investors/Financials/annual-reports/Pillar-III_EN_202412_v11.pdf

Ο Όμιλος της Τράπεζας Πειραιώς για τη χρήση 2024 έχει αναγνωρίσει τους εξής ουσιώδεις κινδύνους:

- Πιστωτικό Κίνδυνο
- Κίνδυνο Αγοράς
- Κίνδυνο Ρευστότητας και Χρηματοδότησης
- Λειτουργικό Κίνδυνο, και
- Λοιπούς Κινδύνους που σχετίζονται με την ευρύτερη επιχειρηματική λειτουργία του Ομίλου (όπως για παράδειγμα ο Κίνδυνος Φήμης).

Στη συγκεκριμένη μελέτη περίπτωσης, έμφαση θα δοθεί στον κίνδυνο αγοράς και στον τρόπο μέτρησής του. Σύμφωνα με την έκθεση της τράπεζας, ο κίνδυνος αγοράς ορίζεται ως ο κίνδυνος που σχετίζεται με ζημιές που μπορεί να προκύψουν εξαιτίας αλλαγών στο επίπεδο και στη μεταβλητότητα των επιτοκίων και των τιμών της αγοράς. Σε αυτές περιλαμβάνονται οι τιμές μετοχών, τα επιτόκια, οι τιμές εμπορευμάτων και συναλλαγματικών ισοτιμιών καθώς και αλλαγές στη μεταξύ τους σχέση. Για τον υπολογισμό των κεφαλαιακών της απαιτήσεων σχετικά με τον κίνδυνο αγοράς, η Τράπεζα Πειραιώς χρησιμοποιεί την τυποποιημένη προσέγγιση όπως αυτή παρουσιάζεται από το κανονιστικό πλαίσιο της Επιτροπής της Βασιλείας.

Για την μέτρηση του κινδύνου αγοράς, η Τράπεζα χρησιμοποιεί την ιστορική *VaR*, η οποία βασίζεται σε ιστορικά δεδομένα της αγοράς και πιθανά σενάρια μεταβολών τους προκειμένου να εκτιμηθεί η δυνητική ζημιά. Χρησιμοποιεί δηλαδή στοιχεία του παρελθόντος για να εκτιμήσει τις πιθανές μελλοντικές μεταβολές των παραμέτρων της αγοράς, χωρίς ωστόσο να κάνει κάποια υπόθεση για την κατανομή που ακολουθούν οι παράγοντες κινδύνου. Για τον υπολογισμό της ιστορικής *VaR* χρησιμοποιούνται δεδομένα δύο ετών, και η εκτίμηση της γίνεται σε καθημερινή βάση. Οι τρέχουσες θέσεις του χαρτοφυλακίου συναλλαγών της τράπεζας επανατιμολογούνται πλήρως λαμβάνοντας υπόψη τις μεταβλημένες παραμέτρους της αγοράς, ώστε να αναδεικνύεται καθημερινά η αξία του χαρτοφυλακίου σε περίπτωση που η αγορά μεταβάλλονταν όπως το παρελθόν. Αφού εφαρμοστούν τα διαφορετικά ιστορικά σενάρια, οι προσομοιωμένες μεταβολές των κερδών και ζημιών ταξινομούνται από την χαμηλότερη προς την υψηλότερη τιμή. Η *VaR* είναι η αντίστοιχη τιμή που προκύπτει από τις ταξινομημένες τιμές, στο επιθυμητό επίπεδο εμπιστοσύνης.

Η Τράπεζα Πειραιώς παρουσιάζει το *ES* ως ένα εναλλακτικό μέτρο κινδύνου, το οποίο αντικατοπτρίζει τον κίνδυνο ουράς (tail risk) που δεν λαμβάνεται υπόψη από την *VaR*, και προσδιορίζει τη μέση ζημιά πέραν του επιπέδου που ορίζεται από αυτήν. Παρότι γίνεται αναφορά στο *ES* ως μέτρο κινδύνου, η συγκεκριμένη τράπεζα δεν το χρησιμοποιεί για την ποσοτικοποίηση του κινδύνου αγοράς της.

Ως συμπλήρωμα της *VaR* η Πειραιώς πραγματοποιεί stress tests για την εκτίμηση πιθανών επιπτώσεων στις αξίες των χαρτοφυλακίων της, υπό περιόδους ακραίων γεγονότων. Η συγκεκριμένη μέθοδος χρησιμοποιεί ανάλυση σεναρίων, στα οποία εφαρμόζονται διαφορετικές μεταβολές στις παραμέτρους της αγοράς, βασιζόμενες σε ιστορικά ή υποθετικά γεγονότα. Τα αποτελέσματα προκύπτουν με τον ίδιο τρόπο που υπολογίζεται η *VaR* και εξετάζονται ανά σενάριο προκειμένου να αξιολογηθεί η συμπεριφορά των επενδυτικών θέσεων που κατέχει η τράπεζα υπό τα συγκεκριμένα σενάρια.

Τέλος, η εκτίμηση της *VaR* ελέγχεται μέσω backtesting για να διαπιστωθεί η εγκυρότητά της. Η εκτίμηση της *VaR* συγκρίνεται σε ημερήσια βάση με την πραγματική μεταβολή της αξίας του χαρτοφυλακίου που επήλθε εξαιτίας μεταβολών στις τιμές της αγοράς. Όταν τα αποτελέσματα του backtesting παρουσιάζουν επαναλαμβανόμενες και μη ερμηνεύσιμες αποκλίσεις, το μοντέλο *VaR* που έχει υιοθετηθεί θεωρείται ανεπαρκές.

Η *VaR* της Τράπεζας Πειραιώς για το χαρτοφυλάκιο συναλλαγών της στις 31.12.2024 επιμετρήθηκε ως 3.6 εκατομμύρια ευρώ και καθορίζεται κυρίως από τον επιτοκιακό και μετοχικό κίνδυνο.

Επιπλέον, οι κεφαλαιακές απαιτήσεις προσδιορίζονται μέσω της τυποποιημένης προσέγγισης του κανονιστικού πλαισίου της Επιτροπής της Βασιλείας για την Τραπεζική Εποπτεία. Αρχικά, υπολογίζονται οι κεφαλαιακές απαιτήσεις για τις διάφορες κατηγορίες κινδύνου και μετέπειτα αυτές μετατρέπονται σε σταθμισμένα ως προς τον κίνδυνο στοιχεία ενεργητικού (Risk-Weighted Assets – RWAs) μέσω κατάλληλου συντελεστή μετατροπής.

Στον παρακάτω πίνακα ο συνολικός κίνδυνος αγοράς διακρίνεται σε επιμέρους κατηγορίες κινδύνου, όπως ο επιτοκιακός, μετοχικός, συναλλαγματικός και κίνδυνος εμπορευμάτων, καθώς επίσης και στις θέσεις που κατέχει η τράπεζα σε παράγωγα χρηματοοικονομικά προϊόντα όπως τα δικαιώματα προαίρεσης. Γίνεται αντιληπτό ότι ο κίνδυνος επιτοκίου αποτελεί το σημαντικότερο μέρος του συνολικού κινδύνου αγοράς. Για παράδειγμα, για την συγκεκριμένη πηγή κινδύνου η τράπεζα υπολογίζει τα σταθμισμένα ως προς τον κίνδυνο στοιχεία ενεργητικού σε 236.201 €, αποτελώντας περίπου το 55% του συνολικού ποσού των 431.427 € για τον κίνδυνο αγοράς.

Table 40: EU MR1 – Market risk under the standardized approach	
2024 (€ 000's)	a
	RWEAs
OUTRIGHT PRODUCTS	
1 Interest rate risk (general and specific)	236,201
2 Equity risk (general and specific)	68,975
3 Foreign exchange risk	92,690
4 Commodity risk	27,370
OPTIONS	
5 Simplified approach	
6 Delta-plus method	6,191
7 Scenario approach	
8 Securitization (specific risk)	
9 Total	431,427

Πίνακας 2.4: Σταθμισμένα Στοιχεία Ενεργητικού (RWA) για Κίνδυνο Αγοράς

Πηγή¹⁷: Ρυθμιστική έκθεση της Τράπεζας Πειραιώς για την γνωστοποίηση των κινδύνων στο πλαίσιο του Πυλώνα 3 της Βασιλείας (2024).

Μελέτη Περίπτωσης 2 | Deutsche Bank

Για την παρουσίαση της συγκεκριμένης μελέτης περίπτωσης χρησιμοποιήθηκε η έκθεση Πυλώνα 3 της Deutsche Bank, υπό το ρυθμιστικό πλαίσιο που ορίζεται από Επιτροπή της Βασιλείας, για το Δ' τρίμηνο 2024 με ημερομηνία αναφοράς την 31^η Δεκεμβρίου 2024¹⁸.

Η Deutsche Bank στο πλαίσιο εφαρμογής του Πυλώνα 3 της Βασιλείας αναγνωρίζει ως κυριότερους κινδύνους της τον πιστωτικό κίνδυνο, τον κίνδυνο αγοράς, τον κίνδυνο ρευστότητας, τον λειτουργικό κίνδυνο καθώς και επιμέρους επιχειρηματικούς κινδύνους όπως για παράδειγμα τον στρατηγικό κίνδυνο. Στη συγκεκριμένη μελέτη έμφαση θα δοθεί στον κίνδυνο αγοράς.

Η Τράπεζα ορίζει το οικονομικό κεφάλαιο έναντι του κινδύνου αγοράς, ως το ποσό του κεφαλαίου που απαιτείται για την αντιμετώπιση σοβαρών και μη αναμενόμενων ζημιών που προκύπτουν από τις εκθέσεις της σε χρονικό ορίζοντα ενός έτους. Το απαιτούμενο οικονομικό κεφάλαιο υπολογίζεται σε ένα τέτοιο επίπεδο, το οποίο

¹⁷ Πηγή: https://www.piraeusgroup.gr/-/jssmedia/Com/2024/Files/Investors/Financials/annual-reports/Pillar-III_EN_202412_v11.pdf

¹⁸ Πηγή: <https://investor-relations.db.com/files/documents/regulatory-reporting/Pillar-3-Report-Q4-2024.pdf>

καλύπτει με πιθανότητα 99.9% όλες τις μη αναμενόμενες απώλειες σε ετήσιο χρονικό ορίζοντα. Για την μέτρηση του κινδύνου αγοράς το απαιτούμενο οικονομικό κεφάλαιο διακρίνεται στις ακόλουθες τρεις κατηγορίες ανάλογα με την προέλευση του κινδύνου:

- Τον κίνδυνο αγοράς του χαρτοφυλακίου συναλλαγών (Traded Market Risk), που σχετίζεται με μεταβολές στην αξία εξαιτίας αλλαγών των τιμών της αγοράς
- Τον κίνδυνο αθέτησης του χαρτοφυλακίου συναλλαγών (Traded Default Risk), που αναφέρεται σε αλλαγές στην αξία εξαιτίας της αθέτησης του εκδότη και στην απώλεια που προκαλείται από μεταβολές στην πιστοληπτική του διαβάθμιση, και
- Τον κίνδυνο αγοράς εκτός του χαρτοφυλακίου συναλλαγών, που προκύπτει από μη συναλλακτικές δραστηριότητες.

Για κάθε μια κατηγορία κινδύνου η Τράπεζα έχει ορίσει το απαιτούμενο κεφάλαιο, το οποίο παρουσιάζεται στον ακόλουθο πίνακα.

Total economic capital supply and demand

in € m. (unless stated otherwise)	Dec 31, 2024	Dec 31, 2023
Components of economic capital supply		
Shareholders' equity	65,535	64,486
Noncontrolling interests ¹	957	899
AT1 coupons deduction	(475)	(381)
Gain on sale of securitizations, cash flow hedges	(36)	(45)
Fair value gains on own debt and debt valuation adjustments, subject to own credit risk	131	(82)
Additional valuation adjustments	(1,680)	(1,727)
Intangible assets	(3,847)	(3,692)
IFRS deferred tax assets excl. temporary differences	(4,073)	(4,737)
Expected loss shortfall	(3,037)	(2,386)
Defined benefit pension fund assets	(1,174)	(947)
Other adjustments	(4,182)	(3,782)
Economic capital supply	48,119	47,607
Components of economic capital demand		
Credit risk	12,507	11,875
Market risk	8,667	8,328
Operational risk	4,645	4,572
Strategic risk	1,936	1,874
Diversification benefit	(3,530)	(3,385)
Total economic capital demand	24,225	23,265
Economic capital adequacy ratio	199%	205%

¹ Includes noncontrolling interest up to the economic capital requirement for each subsidiary

Πίνακας 2.5: Συνολική Κεφαλαιακή Απαίτηση

Πηγή¹⁹: Ρυθμιστική έκθεση της Deutsche Bank για την γνωστοποίηση των κινδύνων στο πλαίσιο του Πυλώνα 3 της Βασιλείας (2024).

¹⁹ **Πηγή:** <https://investor-relations.db.com/files/documents/regulatory-reporting/Pillar-3-Report-Q4-2024.pdf>

Όπως παρατηρείται, ο μεγαλύτερος κίνδυνος της τράπεζας είναι ο πιστωτικός, τον οποίο ακολουθεί ο κίνδυνος αγοράς. Συγκεκριμένα για τον τελευταίο, στις 31/12/2024 η Τράπεζα έχει υπολογίζει πως πρέπει να διακρατά 8.667 € προκειμένου να απορροφηθούν ζημιές που σχετίζονται με αυτή την πηγή κινδύνου. Η συνολική κεφαλαιακή απαίτηση της, ανέρχεται σε 24.225€, στα οποία έχουν ληφθεί υπόψη και τα οφέλη διαφοροποίησης που προέρχονται από την συσχέτιση μεταξύ των κινδύνων.

Σύμφωνα με το ισχύον κανονιστικό πλαίσιο του Πυλώνα 3 της Βασιλείας, παρακάτω παρουσιάζονται τα στοιχεία ενεργητικού της Τράπεζας σταθμισμένα ως προς τον κίνδυνο, ανά κατηγορία κινδύνου έτσι όπως έχουν απεικονιστεί στις 31/12/2024.

EU OV1 – Overview of RWA

	in € m.	Dec 31, 2024		Sep 30, 2024	
		a	c1	b	c2
		RWA	Minimum capital requirements	RWA	Minimum capital requirements
1	Credit risk (excluding CCR)	224,648	17,972	219,263	17,541
	of which:				
2	The standardized approach (SA)	19,814	1,585	18,412	1,473
3	The foundation IRB (FIRB) approach	1,029	82	782	63
4	Slotting approach	313	25	316	25
EU 4a	Equities under the simple riskweighted approach	10,485	839	9,601	768
5	The advanced IRB (AIRB) approach	193,008	15,441	190,152	15,212
6	Counterparty credit risk (CCR)	26,521	2,122	25,461	2,037
	of which:				
7	The standardized approach	1,209	97	1,316	105
8	Internal model method (IMM)	15,189	1,215	15,495	1,240
EU 8a	Risk exposure to a CCP	4,531	362	3,486	279
EU 8b	Credit Valuation Adjustment (CVA)	3,431	275	2,967	237
9	Other CCR	2,160	173	2,196	176
15	Settlement risk	15	1	4	0
16	Securitization exposures in the banking book (after the cap)	15,970	1,278	15,423	1,234
	of which:				
17	SEC-IRBA approach	8,538	683	8,346	668
18	SEC-ERBA (including IAA)	648	52	478	38
19	SEC-SA approach	5,484	439	5,623	450
EU 19a	1250% / deduction	1,300	104	976	78
20	Market risk	18,965	1,517	25,995	2,080
	of which:				
20	Standardized approach	3,359	269	3,536	283
21	IMA	15,605	1,248	22,460	1,797
EU 22a	Large exposures	0	0	0	0
23	Operational risk	58,061	4,645	57,691	4,615
	of which:				
EU 23a	Basic indicator approach	0	0	0	0
EU 23b	Standardized approach	0	0	0	0
EU 23c	Advanced measurement approach	58,061	4,645	57,691	4,615
	Amounts below the thresholds for deduction (subject to 250% risk weight)	13,248	1,060	12,659	1,013
29	Total	357,427	28,594	356,496	28,520

Πίνακας 2.6: Επισκόπηση των Σταθμισμένων ως προς τον Κίνδυνο Στοιχεία του Ενεργητικού (RWA)

Πηγή²⁰: Ρυθμιστική έκθεση της Deutsche Bank για την γνωστοποίηση των κινδύνων στο πλαίσιο του Πυλώνα 3 της Βασιλείας (2024).

²⁰ **Πηγή:** <https://investor-relations.db.com/files/documents/regulatory-reporting/Pillar-3-Report-Q4-2024.pdf>

Όσο αφορά τον κίνδυνο αγοράς, η Τράπεζα χρησιμοποιεί τόσο την τυποποιημένη προσέγγιση όσο και εσωτερικά μοντέλα για να υπολογίσει τα σταθμισμένα ως προς τον κίνδυνο περιουσιακά της στοιχεία. Αναλυτικότερα, η συνολική στάθμιση κινδύνου για τον κίνδυνο αγοράς ανέρχεται σε 25.995€, εκ των οποίων τα 3.536€ υπολογίζονται μέσω της τυποποιημένης προσέγγισης και τα υπόλοιπα 15.605€ μέσω των εσωτερικών μοντέλων.

Πώς όμως η Deutsche Bank έχει υπολογίσει τον κίνδυνο αγοράς με βάση τα εσωτερικά της μοντέλα;

Οι περισσότερες δραστηριότητες του Ομίλου της Deutsche Bank υπόκεινται σε κίνδυνο αγοράς, ο οποίος προκύπτει λόγω της πιθανής μεταβολής της αγοραίας αξίας των θέσεων συναλλαγών και επενδύσεων της. Ο συνολικός κίνδυνος αγοράς, όπως και οι επιμέρους παράγοντες που τον απαρτίζουν και παρουσιάστηκαν παραπάνω, επιμετρώνται τόσο με εσωτερικά μοντέλα της Τράπεζας όσο και με την τυποποιημένη προσέγγιση που ορίζεται από το κανονιστικό πλαίσιο.

Ως βασικά εργαλεία επιμέτρησης του κινδύνου αγοράς στα εσωτερικά της μοντέλα χρησιμοποιείται η *VaR*, η Αξία σε Κίνδυνο υπό συνθήκες πίεσης (*SVaR*) καθώς και αναλύσεις ευαισθησίας και προσαυξήσεις κινδύνου. Οι τεχνικές αυτές δρουν συμπληρωματικά η μία επί της άλλης, με σκοπό να απεικονιστούν πλήρως τόσο οι κανονικές όσο και οι ακραίες συνθήκες της αγοράς, βάσει των οποίων υπολογίζονται οι κεφαλαιακές απαιτήσεις για τον κίνδυνο αγοράς.

Ο Όμιλος της Deutsche Bank χρησιμοποιεί στα εσωτερικά του μοντέλα ιστορικές προσομοιώσεις της *VaR*. Η μέθοδος της ιστορικής προσομοίωσης μοντελοποιεί τους κινδύνους ακριβέστερα και έτσι αποτελεί μια αποτελεσματική μέθοδο διαχείρισης κινδύνου, η οποία ευθυγραμμίζει περισσότερο τα μοντέλα κινδύνου αγοράς με τις τιμές αποτίμησης στο τέλος της ημέρας.

Η *VaR* που χρησιμοποιείται από την Τράπεζα για την διαχείριση του κινδύνου υπολογίζεται σε επίπεδο εμπιστοσύνης 99% και για χρονικό ορίζοντα μιας ημέρας. Αυτό σημαίνει ότι υπάρχει πιθανότητα 1 στις 100 η ζημία αποτίμησης από τις θέσεις συναλλαγών της Τράπεζας να είναι τουλάχιστον ίση με την *VaR* που έχει υπολογιστεί. Ωστόσο, για σκοπούς υπολογισμού των ρυθμιστικών κεφαλαιακών απαιτήσεων η *VaR* υπολογίζεται σε επίπεδο εμπιστοσύνης 99% αλλά χρονικό ορίζοντα 10 ημερών.

Προκειμένου να υπολογιστεί η *VaR* μέσω της ιστορικής προσομοίωσης, ως δεδομένα εισόδου χρησιμοποιούνται ενός έτους ιστορικά δεδομένα της αγοράς καθώς και οι παρατηρούμενες συσχετίσεις μεταξύ των παραγόντων κινδύνου κατά τη διάρκεια αυτής της ετήσιας χρονικής περιόδου. Η *VaR* λαμβάνει ένα

ολοκληρωμένο σύνολο παραγόντων κινδύνου οι οποίοι προέρχονται από όλες τις κατηγορίες στοιχείων του ενεργητικού της.

Για κάθε είδος κινδύνου, όπως ενδεικτικά τον κίνδυνο επιτοκίου και πιστωτικού περιθωρίου, υπολογίζεται ξεχωριστή *VaR* με σκοπό να αναδειχθούν οι πιθανές ζημιές που προέρχονται από διαφορετικές κατηγορίες κινδύνου της αγοράς. Το συγκεκριμένο μέτρο κινδύνου επιτρέπει στην Τράπεζα να συγκρίνει τον κίνδυνο μεταξύ διαφορετικών κατηγοριών κινδύνου καθώς και να παρακολουθήσει διαχρονικά τον κίνδυνο αγοράς σε σχέση με τα ημερήσια αποτελέσματα συναλλαγών που προκύπτουν.

Ωστόσο, η Τράπεζα στην έκθεσή της αναφέρεται και σε αδυναμίες που εντοπίζονται κατά τον μοντέλο της *VaR* οι οποίες είναι ότι:

- Η χρήση ιστορικών δεδομένων της αγοράς μπορεί να μην αποτελεί αξιόπιστο τρόπο εκτίμησης των μελλοντικών γεγονότων, ιδιαίτερα όταν αυτά προέρχονται από περιόδους ακραίων συμβάντων. Δηλαδή, μέσω της ιστορικής προσομοίωσης μπορεί να υπάρξει υποεκτίμηση των μελλοντικών πιθανών ζημιών (όπως συνέβη το 2008), αλλά και σε υπερεκτίμηση του κινδύνου αμέσως μετά από περιόδους έντονης αναταραχής (όπως μετά την COVID-19).
- Ο ημερήσιος χρονικός ορίζοντας δεν αποτυπώνει πλήρως τον κίνδυνο αγοράς που προκύπτει σε περιόδους έλλειψης ρευστότητας, όταν οι θέσεις της Τράπεζας δεν μπορούν είτε να ρευστοποιηθούν είτε να αντισταθμιστούν εντός μιας ημέρας.
- Η *VaR* δεν εκτιμά τις πιθανές ζημιές που ξεπερνούν το 99^ο εκατοστημόριο.
- Δεν αποτυπώνει τον ενδοημερήσιο κίνδυνο στο τέλος της ημέρας.
- Μπορεί να υπάρξουν κίνδυνοι οι οποίοι δεν αποτυπώνονται πλήρως ή αποτυπώνονται μερικώς από το μοντέλο επιμέτρησης της *VaR*.

Η Τράπεζα, γνωρίζοντας ότι μερικοί κίνδυνοι δεν λαμβάνονται υπόψη στο μοντέλο της *VaR*, τους αξιολογεί ξεχωριστά ώστε να προσδιορίσει το επίπεδο σημαντικότητάς τους και να τους ενσωματώσει στο εσωτερικό μοντέλο όταν αυτοί κριθούν ως σημαντικοί.

Συμπληρωματικά της *VaR*, η Deutsche Bank όπως αναφέρθηκε και παραπάνω, υπολογίζει την Αξία σε Κίνδυνο υπό συνθήκες πίεσης, γνωστή και ως Stressed Value at Risk – *SVaR*) σε επίπεδο εμπιστοσύνης 99% και σε χρονικό ορίζοντα 10 ημερών. Ο υπολογισμός της *SVaR* χρησιμοποιεί τα ίδια δεδομένα συναλλαγών και τις ίδιες μεθόδους επιμέτρησης με την *VaR*. Η μόνη διαφορά έγκειται στο ότι ως δεδομένα εισόδου για την ιστορική προσομοίωση χρησιμοποιούνται ιστορικά στοιχεία αγοράς και παρατηρούμενες συσχετίσεις από περιόδους έντονης

χρηματοοικονομικής πίεσης, δηλαδή από περιόδους στις οποίες παρατηρείται υψηλή μεταβλητότητα.

Η Τράπεζα με σκοπό να εντοπίσει αδυναμίες του μοντέλου της *VaR* χρησιμοποιεί την τακτική του *backtesting*, αξιολογεί δηλαδή τις εκτιμώμενες ζημιές με τις πραγματικές ημερήσιες μεταβολές του χαρτοφυλακίου. Σε επίπεδο εμπιστοσύνης 99 %, η *VaR* αναμένεται να ξεπερνιέται σε περίπου 1 % των ημερών διαπραγμάτευσης, δηλαδή 2–3 φορές ετησίως, γεγονός που χρησιμοποιείται ως σημείο αναφοράς στο *backtesting* του μοντέλου. Οι αποκλίσεις που εντοπίζονται χρησιμοποιούνται για να αναλυθούν περαιτέρω πιθανές αδυναμίες του μοντέλου, όπως μεταβολές της αγοράς ή κίνδυνοι που δεν έχουν ενσωματωθεί πλήρως σε αυτό, με σκοπό την βελτίωση του.

2.11 Ποιο μέτρο κινδύνου τελικά υπερτερεί;

Στο δεύτερο κεφάλαιο παρουσιάστηκε η *VaR* ως ένα από τα πιο διαδεδομένα μέτρα κινδύνου στο πλαίσιο Διαχείρισης Κινδύνων, ωστόσο εμφανίζει σημαντικές αδυναμίες. Σε αντίθεση, το *ES* έρχεται να αντιμετωπίσει πολλές από αυτές τις αδυναμίες αποτελώντας ένα συνεπές μέτρο κινδύνου. Ωστόσο, και αυτό συνοδεύεται από μειονεκτήματα καθώς η εκτίμηση του μπορεί να αποτελέσει μια αρκετά απαιτητική και μη εύκολα ελέγξιμη διαδικασία. Θα μπορούσε λοιπόν να υπάρξει ένα εναλλακτικό μέτρο κινδύνου που να συνδυάζει τα πλεονεκτήματα των δύο υπάρχοντων μέτρων και να επιτυγχάνει ένα σημείο ισορροπίας για την ισοδυναμία της *VaR* με το *ES*;

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 | *PELVE*: ΤΟ ΕΠΙΠΕΔΟ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑΣ ΟΠΟΥ *VaR* ΚΑΙ *ES* ΙΣΟΔΥΝΑΜΟΥΝ

3.1 Εισαγωγή στο *PELVE*

Όπως αναφέρθηκε και στα προηγούμενα κεφάλαια, η Επιτροπή της Βασιλείας για την Τραπεζική Εποπτεία στην πρόσφατη αναθεώρηση του Βιβλίου Συναλλαγών, πρότεινε την μετάβαση από την *VaR* στο *ES* όσο αφορά την εκτίμηση του κινδύνου αγοράς στα εσωτερικά μοντέλα των τραπεζικών ιδρυμάτων. Συγκεκριμένα, για να γίνει αυτή η μετάβαση όρισε ότι το νέο επίπεδο εμπιστοσύνης του *ES* θα αντιστοιχεί πλέον σε 97.5% σε αντίθεση με το επίπεδο εμπιστοσύνης 99% που χρησιμοποιούνταν στη *VaR*. Στο παρόν κεφάλαιο θα αναλυθεί και θα χρησιμοποιηθεί εξ ολοκλήρου ως παραπομπή η εργασία των Li & Wang (2023), οι οποίοι καθοδηγούμενοι από αυτή τη μετάβαση, παρουσίασαν ένα νέο εργαλείο, που προσδιορίζει εκείνο το επίπεδο πιθανότητας όπου η *VaR* και το *ES* γίνονται ίσα. Το νέο αυτό εργαλείο το ονόμασαν *PELVE* και ουσιαστικά εντοπίζει το σημείο ισορροπίας μεταξύ των δύο υπάρχοντων μέτρων προκειμένου αυτά τα δύο να είναι ισοδύναμα μεταξύ τους. Στόχος των Li & Wang ήταν να βρουν εκείνο το σημείο όπου η *VaR* σε ένα επίπεδο εμπιστοσύνης, έστω 99%, δίνει το ίδιο αριθμητικό αποτέλεσμα με το *ES* σε ένα άλλο επίπεδο εμπιστοσύνης, έστω 97.5%. Όπως θα γίνει και παρακάτω αντιληπτό, η εφαρμογή του *PELVE* σε χρηματοοικονομικά περιουσιακά στοιχεία και σε χαρτοφυλάκια δεδομένων μπορεί να οδηγήσει σε σημαντικά συμπεράσματα και παρατηρήσεις οι οποίες δεν εντοπίζονται από την μεμονωμένη εφαρμογή της *VaR* ή του *ES*.

3.2 Από την *VaR* & το *ES* στο *PELVE*

Η Αξία σε Κίνδυνο και το Αναμενόμενο Έλλειμμα είναι τα πιο διαδεδομένα μέτρα κινδύνου στον τραπεζικό κλάδο και χρησιμοποιούνται ευρέως για τον υπολογισμό του απαιτούμενου ρυθμιστικού κεφαλαίου, για σωστή λήψη αποφάσεων, για την ανάλυση της επίδοσης του τραπεζικού ιδρύματος αλλά και για τη διαχείριση του κινδύνου. Στο πρώτο κεφάλαιο αναλύθηκε εκτενώς πως τόσο η *VaR* όσο και το *ES* παρουσιάζονται ως τα δύο μέτρα κινδύνου στα ρυθμιστικά πλαίσια της Επιτροπής της Βασιλείας για την Τραπεζική Εποπτεία. Στην παρούσα εργασία, όπως έχει αναφερθεί, τα ποσά που προκύπτουν με βάση τα μέτρα κινδύνου θα ερμηνεύονται

ως το απαιτούμενο κεφάλαιο που οφείλει να έχει ένα τραπεζικό ίδρυμα για να προστατευτεί έναντι των πιθανών ζημιών που μπορεί να αντιμετωπίσει.

Παρότι η Επιτροπή της Βασιλείας πρότεινε τη μετάβαση από την VaR στο ES , είδαμε πως ακόμα και σήμερα πολλά τραπεζικά ιδρύματα συνεχίζουν να χρησιμοποιούν την VaR στα εσωτερικά τους μοντέλα και αυτή παραμένει ακόμα στη Βασιλεία III στο πλαίσιο εφαρμογής backtesting των τραπεζικών μοντέλων επιμέτρησης του κινδύνου. Στο δεύτερο κεφάλαιο έγινε αναφορά στα σημαντικά πλεονεκτήματα που φέρουν τόσο η VaR όσο και το ES . Ωστόσο, όπως έγινε αντιληπτό, αυτά αναδεικνύονται από διαφορετική οπτική. Με βάση τις πρακτικές που χρησιμοποιούνται έως και σήμερα, φαίνεται πως τα δύο μέτρα κινδύνου θα συνεχίσουν να συνυπάρχουν στο πλαίσιο διαχείρισης κινδύνου των τραπεζικών ιδρυμάτων για πολύ καιρό ακόμα.

Προκειμένου να υπάρξει η μετάβαση από την VaR στο ES πρέπει να προσδιοριστεί ένα κατάλληλο επίπεδο εμπιστοσύνης. Όπως παρουσιάζεται στην εργασία των Li & Wang (2023), σύμφωνα με την Επιτροπή της Βασιλείας για την Τραπεζική Εποπτεία, όταν η τράπεζα χρησιμοποιεί ένα μοντέλο επιμέτρησης κινδύνου με βάση το ES , ένα επίπεδο εμπιστοσύνης 97.5% θεωρείται κατάλληλο ώστε να υπάρξει η μετάβαση προς το νέο αυτό μέτρο από το 99ο εκατοστημόριο της κατανομής του τρέχοντος VaR μοντέλου επιμέτρησης. Άρα, πλέον προτείνεται να χρησιμοποιείται το $ES_{0.975}$ έναντι της $VaR_{0.99}$. Έχοντας ως γνώμονα αυτή την υπόδειξη, οι συγγραφείς καταλήγουν στο ότι:

- Αν $ES_{0.975} \approx VaR_{0.99}$, τότε η κεφαλαιακή απαίτηση σχετικά με το χαρτοφυλάκιο της τράπεζας παραμένει αμετάβλητη από τη μετάβαση της VaR προς το ES .
- Αν $ES_{0.975} > VaR_{0.99}$, τότε οι κεφαλαιακές απαιτήσεις της τράπεζας θα αυξηθούν, εφόσον το ποσό που υποδεικνύει το ES ως απαιτούμενο κεφάλαιο έναντι του κινδύνου αγοράς είναι μεγαλύτερο από αυτό που ορίζεται από την VaR .

Ένας από τους κυριότερους λόγους που προτάθηκε το ES έναντι της VaR , είναι ότι λαμβάνει υπόψη την ουρά της κατανομής και εστιάζει στις ακραίες ζημιές που μπορεί να συμβούν πέραν του ορίου που θέτει η VaR . Ωστόσο, η εφαρμογή του ES θα οδηγήσει σε σημαντικές αλλαγές στην συνολική κεφαλαιακή απαίτηση των τραπεζικών ιδρυμάτων. Η μετάβαση από το ένα μέτρο στο άλλο θα πρέπει να είναι ομαλή και πρακτική για τα πιστωτικά ιδρύματα. Για παράδειγμα, αν ο επόπτης όριζε να αντικατασταθεί η $VaR_{0.99}$ με το $ES_{0.99}$ θα ήταν μια μη επιθυμητή ενέργεια για τις τράπεζες και αυτό γιατί το ES αποτελεί ένα πιο «αυστηρό» μέτρο κινδύνου και θα ίσχυε ότι $ES_{0.99} > VaR_{0.99}$. Δηλαδή, αν κρατηθεί το ίδιο επίπεδο εμπιστοσύνης, η κεφαλαιακή επάρκεια θα αυξηθεί αδικαιολογήτως αρκετά. Για αυτό το λόγο, θα

πρέπει να υπάρξει μια ισορροπία κατά την μετάβαση και η ερώτηση που τίθεται σε αυτό το σημείο είναι:

«Για διαφορετικά χαρτοφυλάκια, χρηματοοικονομικά περιουσιακά στοιχεία και μοντέλα κινδύνου ποιο είναι εκείνο το επίπεδο πιθανότητας που πρέπει να επιλεγεί όταν χρησιμοποιείται το ES έναντι της VaR ώστε τα δύο μέτρα κινδύνου να δίνουν την ίδια τιμή;»

Για να απαντηθεί αυτό το ερώτημα οι Li & Wang παρουσιάζουν το $PELVE$ (Probability Equivalent Level of VaR - ES), τον λόγο δηλαδή του επιπέδου εμπιστοσύνης του ES προς εκείνο της VaR ώστε τα δύο μέτρα να δίνουν ισοδύναμη τιμή κινδύνου. Ένας πρώτος απλοϊκός ορισμός του $PELVE$ είναι ότι για ένα συγκεκριμένο επίπεδο ε κοντά στο 0 και για μια τυχαία μεταβλητή απώλειας X , μπορεί να θεωρηθεί πως το $PELVE$ αποτελεί έναν σταθερό πολλαπλασιαστή c τέτοιο ώστε να ισχύει ότι $ES_{1-c\varepsilon}(X) = VaR_{1-\varepsilon}(X)$. Στην ενότητα 3.3 θα δοθεί ο επίσημος ορισμός του.

Ουσιαστικά η τιμή του $PELVE$ δηλώνει την ισοδύναμη σχέση μεταξύ VaR και ES , επιτρέποντας την αξιολόγηση του κατά πόσο η μετάβαση από το ένα μέτρο κινδύνου στο άλλο αλλάζει την εκτιμώμενη κεφαλαιακή απαίτηση. Αναλυτικότερα, αν επιλεγεί $\varepsilon = 0.01$ τότε διακρίνονται οι ακόλουθες δύο περιπτώσεις:

1. Αν $PELVE > 2.5$, τότε $ES_{0.975} > ES_{1-0.01c} = VaR_{0.99}$. Επομένως, αντικαθιστώντας την $VaR_{0.99}$ με το $ES_{0.975}$, η τιμή του κινδύνου αγοράς θα αυξηθεί.
2. Αν $PELVE < 2.5$, τότε η μετάβαση από την $VaR_{0.99}$ στο $ES_{0.975}$ θα οδηγήσει στην μείωση του κινδύνου αγοράς.

Για τις πιο διαδεδομένες παραμετρικές κατανομές που χρησιμοποιούνται στη Διαχείριση Κινδύνου, οι τιμές του $PELVE$ είναι συνήθως μεγαλύτερες από το 2.5. Αυτό το γεγονός εξηγεί μεταξύ άλλων το ότι τα 2/3 των τραπεζικών ιδρυμάτων ανέφεραν αύξηση των κεφαλαιακών απαιτήσεων στο προτεινόμενο αναθεωρημένο πλαίσιο κινδύνου αγοράς. Επιπροσθέτως, μια μεγαλύτερη τιμή του $PELVE$ δείχνει μια πιο δραστική αύξηση του κεφαλαίου κατά τη μετάβαση από την VaR στο ES .

Εξετάζοντας το $PELVE$ για κλασικές οικογένειες κατανομών, παρατηρείται ότι μπορεί αυτό να θεωρηθεί ως ένα μέτρο διασποράς της κατανομής, επειδή υψηλότερες τιμές του προκύπτουν για κατανομές ζημιών με πιο βαριά ουρά. Άρα, το $PELVE$ δεν αποτελεί μόνο ένα εργαλείο για την VaR και το ES , αλλά δείχνει επιπλέον πόσο επικίνδυνη είναι και η κατανομή της ζημιάς.

Το $PELVE$ παρουσιάζει αρκετές επιθυμητές ιδιότητες. Αρχικά, παραμένει αμετάβλητο υπό αύξουσες γραμμικές μετασχηματίσεις, γεγονός που το καθιστά

πρακτικό στο πλαίσιο Διαχείρισης Κινδύνου, εφόσον είναι ανεξάρτητο από κλίμακες μέτρησης (scale-free). Για παράδειγμα, μια αλλαγή στο νόμισμα που χρησιμοποιείται ή στο μέγεθος του χαρτοφυλακίου, δεν θα επηρεάσει την τιμή του *PELVE*. Δεύτερον, το *PELVE* γενικά αυξάνεται όταν εφαρμόζεται ένας κυρτός μετασχηματισμός στην τυχαία μεταβλητή ζημιών, ο οποίος ενισχύει τις μεγάλες απώλειες, και αυτό μειώνεται όταν της εφαρμόζεται ένας κοίλος μετασχηματισμός που εξομαλύνει τις ακραίες ζημιές. Τέλος, το *PELVE* είναι και ημικυρτό και ημικοίλο για κινδύνους που κινούνται προς την ίδια κατεύθυνση (comonotonic risks), παρουσιάζοντας πλεονεκτήματα τόσο στη σύγκριση των κινδύνων μεταξύ τους όσο και στη βελτιστοποίηση των εκάστοτε χαρτοφυλακίων.

Οι παραπάνω ιδιότητες οδηγούν τους συγγραφείς στην εξής διαπίστωση: Ένα καλά διαφοροποιημένο χαρτοφυλάκιο έχει μικρότερη τιμή *PELVE* από ότι τα μεμονωμένα περιουσιακά στοιχεία που το συνθέτουν, και η χρήση του *ES* ανταμείβει περισσότερο την διαφοροποίηση του χαρτοφυλακίου από ότι το κάνει η *VaR*. Το *PELVE* λοιπόν, αποτυπώνει ότι τα οφέλη της διαφοροποίησης χαρτοφυλακίου αναδεικνύονται πιο έντονα μέσω της χρήσης του *ES* σε σχέση με την *VaR*.

Συνήθως τα χρηματοοικονομικά δεδομένα εμφανίζουν βαριές ουρές. Στο άρθρο των Li & Wang, χρησιμοποιείται η τιμή $e \approx 2.72$ ως ένα όριο-κατώφλι για το *PELVE*, το οποίο όριο διαχωρίζει εμπειρικά τις κατανομές με βαριές ουρές από εκείνες με ελαφριές ουρές. Επομένως, η πρόταση της Επιτροπής της Βασιλείας για την χρήση ενός πολλαπλασιαστή της τάξης του 2.5 (προκειμένου να υπάρξει μετάβαση από την $VaR_{0.99}$ στο $ES_{0.975}$) θα οδηγήσει σε αύξηση των κεφαλαιακών απαιτήσεων για κατανομές ζημιών που έχουν βαριά ουρά.

Όπως θα διαπιστωθεί και στη συνέχεια του τρίτου κεφαλαίου, το *PELVE* παρουσιάζει αρκετά πλεονεκτήματα. Για παράδειγμα, ορίζεται τόσο για κατανομές που έχουν όρια (φραγμένες) όσο και για κατανομές που δεν έχουν (μη-φραγμένες). Επιπλέον, οι τιμές του είναι εύκολα ερμηνεύσιμες και συνδέεται άμεσα με το νέο αναθεωρημένο πλαίσιο της Βασιλείας III για την μετάβαση από τη *VaR* στο *ES*. Ακόμη, ο τρόπος υπολογισμού του είναι απλός κατά την ανάλυση δεδομένων. Τέλος, από τις εμπειρικές μελέτες φαίνεται ότι το *PELVE* αποτελεί ένα σημαντικό συμπλήρωμα των κλασικών μέτρων κινδύνου αγοράς όπως η *VaR* και το *ES*, και αναδεικνύει χαρακτηριστικά των χρηματοοικονομικών δεδομένων που δεν αποτυπώνονται από την μεμονωμένη εφαρμογή των δύο άλλων μέτρων κινδύνου.

3.3 Ορισμός *PELVE*

Παρακάτω θα δοθεί ο ορισμός *PELVE* όπως παρουσιάζεται από τους Li & Wang (2023).

Έστω L^1 το σύνολο όλων των τυχαίων μεταβλητών με πεπερασμένη αναμενόμενη τιμή, οι οποίες ορίζονται σε έναν μη ατομικό χώρο πιθανότητας $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$. Θεωρούμε ότι αυτές οι τυχαίες μεταβλητές αναπαριστούν απώλειες, που αποτελούν το αντικείμενο ενδιαφέροντος μας. Σε αυτό το σημείο ορίζουμε την X ως μια τυχαία μεταβλητή απώλειας με συνάρτηση κατανομής $F_X(x) = \mathbb{P}(X \leq x)$, $x \in \mathbb{R}$, και συνάρτηση ποσοστημορίων $F_X^{-1}(p) = \inf\{x \in \mathbb{R} : F_X(x) \geq p\}$, $p \in [0,1]$. Χρησιμοποιώντας τους ορισμούς (2.1) και (2.3) για την VaR και το ES αντιστοίχως, έχουμε ότι η VaR για ένα επίπεδο εμπιστοσύνης $p \in (0,1)$ αντιστοιχεί σε:

$$VaR_p(X) = \inf\{x \in \mathbb{R} : \mathbb{P}(X \leq x) \geq p\} = F_X^{-1}(p), \text{ με } X \in L^1,$$

και για ένα επίπεδο εμπιστοσύνης $p \in (0,1)$ το ES θα είναι:

$$ES_p(X) = \frac{1}{1-p} \int_p^1 VaR_q(X) dq, \text{ με } X \in L^1.$$

Αν θέσουμε $p = 0$, τότε το ES_0 αντιστοιχεί στον μέσο της τυχαίας μεταβλητής X αφού ισχύει ότι:

$$ES_0(X) = \int_0^1 VaR_q(X) dq = \int_0^1 F_X^{-1}(q) dq = \mathbb{E}[X]$$

Ορισμός 3.1

Για ένα επίπεδο $\varepsilon \in (0,1)$, το *PELVE* μιας τυχαίας μεταβλητής X , το οποίο ορίζεται ως $\Pi_\varepsilon(X)$, είναι ένας σταθερός πολλαπλασιαστής $c \in [1, 1/\varepsilon]$ τέτοιος ώστε το ES στο επίπεδο $1 - c\varepsilon$ και η VaR στο επίπεδο $1 - \varepsilon$ να γίνονται ίσα έτσι ώστε:

$$ES_{1-c\varepsilon}(X) = VaR_{1-\varepsilon}(X). \quad (3.1)$$

Η τιμή ενδιαφέροντος για το ε είναι κοντά στο 0, ώστε $\varepsilon = 0.01$ το οποίο αντιστοιχεί στην $VaR_{0.99}$ που ορίζεται στην Βασιλεία II. Ως ένας γενικότερος ορισμός του *PELVE* μπορεί να χρησιμοποιηθεί ο παρακάτω:

Ορισμός 3.2

Για κάθε τυχαία μεταβλητή με πεπερασμένο μέσο όρο, δηλαδή για κάθε $X \in L^1$, το *PELVE* ορίζεται ως μια συνάρτηση $\Pi_\varepsilon : L^1 \rightarrow \mathbb{R}$ η οποία σε κάθε X αντιστοιχίζει

τη μικρότερη τιμή $c \in [1, 1/\varepsilon]$ για την οποία ικανοποιείται η ανισότητα $ES_{1-c\varepsilon}(X) \leq VaR_{1-\varepsilon}(X)$. Δηλαδή,

$$P_\varepsilon(X) = \inf\{c \in [1, 1/\varepsilon] : ES_{1-c\varepsilon}(X) \leq VaR_{1-\varepsilon}(X)\}, X \in L^1. \quad (3.2)$$

Σε ορισμένες περιπτώσεις, αν το ε είναι μεγάλο, μπορεί να μην υπάρχει καμία τιμή του c ώστε να ικανοποιείται η παραπάνω συνθήκη, και έτσι το $PELVE$ ορίζεται ως άπειρο. Ακόμη, στην παρούσα εργασία, όταν θα γίνεται η αναφορά στο $PELVE$ μιας κατανομής θα εννοείται το $PELVE$ της τυχαίας μεταβλητής που ακολουθεί την εκάστοτε κατανομή.

Στον πίνακα που ακολουθεί παρουσιάζονται οι τιμές του $PELVE$, όπως αυτές έχουν υπολογιστεί από τους συγγραφείς, για τις πιο κοινές κατανομές και για $\varepsilon = 0.1, 0.05, 0.01, 0.005$. Παρατηρείται ότι έχουν επιλεχθεί η Εκφυλισμένη Κατανομή (Dirac), η Ομοιόμορφη Κατανομή (U), η Κανονική Κατανομή (N) και η Εκθετική Κατανομή (Exp). Ακόμη, χρησιμοποιούνται η Λογαριθμοκανονική Κατανομή ($LN(\sigma^2)$) με παραμέτρους διακύμανσης $\sigma^2 = 0.04, 0.25, 1$, η t-κατανομή του Student ($t(\nu)$) με βαθμούς ελευθερίας $\nu = 2, 10, 30$ και η Κατανομή Pareto ($Pareto(\alpha)$) με παραμέτρους σχήματος $\alpha = 2, 4, 10$.

ε	Dirac	U	N	Exp	LN(σ^2)			t(ν)			Pareto(α)		
					0.04	0.25	1	2	10	30	2	4	10
0.100			2.46		2.56	2.76	3.23	3.60	2.58	2.49			
0.050	1.00	2.00	2.51	2.72	2.61	2.79	3.19	3.80	2.65	2.55	4.00	3.16	2.87
0.010			2.58		2.66	2.81	3.13	3.96	2.74	2.63			
0.005			2.59		2.67	2.81	3.10	3.98	2.77	2.65			

Πίνακας 3.1: Τιμές PELVE βασικών κατανομών

Πηγή: Li & Wang (2023)

Από τον παραπάνω πίνακα προκύπτει ότι οι τιμές του $PELVE$ είναι σχεδόν οι ίδιες για όλα τα επίπεδα του ε που χρησιμοποιούνται μέσα στην ίδια κατανομή. Συγκεκριμένα, το $PELVE$ παραμένει σταθερό για όλες τις τιμές ε στην Εκφυλισμένη Κατανομή (Dirac), στην Ομοιόμορφη (U), στην Εκθετική και στην Κατανομή Pareto. Επίσης, παρατηρείται ότι οι τιμές του $PELVE$ διαφέρουν σημαντικά ανάμεσα σε κατανομές που έχουν διαφορετική βαρύτητα στην ουρά τους. Δηλαδή, όσο πιο βαριά είναι η ουρά μιας Κατανομής, τόσο πιο μεγάλη η τιμή του $PELVE$ της και αντίθετα όσο πιο ελαφριά η ουρά της, τόσο μικρότερο και το $PELVE$ της.

Με βάση τον πίνακα 3.1 η μικρότερη τιμή *PELVE* εντοπίζεται στην Εκφυλισμένη Κατανομή ($\Pi_\varepsilon(X) = 1$) και η μεγαλύτερη τιμή *PELVE* εντοπίζεται στην Κατανομή Pareto ($\Pi_\varepsilon(X) = 4$) με παράμετρο σχήματος $\alpha = 2$ και μη πεπερασμένη διακύμανση. Συμπερασματικά, διαπιστώνεται ότι το *PELVE* μπορεί να θεωρηθεί ως ένας δείκτης της βαρύτητας της ουράς της Κατανομής Ζημιών. Τέλος, στην κανονική κατανομή το *PELVE* λαμβάνει τιμές περίπου στο εύρος 2.5 – 2.6 οδηγώντας σε μια ισοδυναμία της *VaR* στο 99% με το *ES* στο 97.5%, με το δεύτερο να είναι ελαφρώς υψηλότερο. Το γεγονός αυτό συμβαδίζει με την πρόταση της Επιτροπής της Βασιλείας να αντιστοιχίσει την $VaR_{0.99}$ με το $ES_{0.975}$.

3.4 Ύπαρξη και μοναδικότητα του *PELVE*

Όπως έχει αναφερθεί το *PELVE* είναι ένας δείκτης που συνδέει την *VaR* με το *ES* σε διαφορετικά επίπεδα εμπιστοσύνης. Στη συνέχεια θα αναλυθούν, όπως παρουσιάστηκαν από τους Li & Wang (2023), υπό ποιες συνθήκες ο δείκτης αυτός είναι καλά ορισμένος αλλά και μοναδικός.

Πρόταση 3.1 | Ύπαρξη *PELVE*

Για $X \in L^1$ και $\varepsilon \in (0,1)$ ισχύει ότι:

- i. Υπάρχει $c \in [1, 1/\varepsilon]$ τέτοιο ώστε να ισχύει η (3.1).
- ii. $\Pi_\varepsilon(X) \in [1, 1/\varepsilon]$ και η (3.1) ισχύει για $c = \Pi_\varepsilon(X)$.
- iii. $\mathbb{E}[X] \leq VaR_{1-\varepsilon}(X)$.
- iv. $\Pi_\varepsilon(X) < \infty$.

Σύμφωνα με την πρόταση 3.1 η *PELVE* τιμή $\Pi_\varepsilon(X)$ ανήκει στο διάστημα $[1, 1/\varepsilon]$ αν και μόνο αν ισχύει $\mathbb{E}[X] \leq VaR_{1-\varepsilon}(X)$. Η ύπαρξη του *PELVE* είναι δεδομένη επειδή $\mathbb{E}[X] = ES_0(X) \leq VaR_{(1-\varepsilon)}(X) \leq ES_{1-\varepsilon}(X)$ και $p \rightarrow ES_p(X)$ είναι συνεχής, άρα υπάρχει $c \in [1, 1/\varepsilon]$ τέτοιο ώστε να ισχύει ότι $ES_{1-c\varepsilon}(X) = VaR_{1-\varepsilon}(X)$. Συνήθως το ε είναι πολύ μικρό και επομένως η συνθήκη αυτή ικανοποιείται, ιδιαίτερα στην περίπτωση χαρτοφυλακίων ζημιών τα οποία αποτελούν και το βασικό αντικείμενο εξέτασης του αναθεωρημένου πλαισίου της Επιτροπής της Βασιλείας για το Βιβλίο Συναλλαγών.

Πρόταση 3.2 | Μοναδικότητα *PELVE*

Θεωρώντας ότι $\mathbb{E}[X] \leq VaR_{1-\varepsilon}(X)$ και η $VaR_p(X)$ δεν είναι σταθερή για $p \in [1 - \varepsilon, 1)$, τότε υπάρχει ένα μοναδικό $c \in [1, 1/\varepsilon]$ τέτοιο ώστε να ισχύει η σχέση (3.1).

Προκειμένου να χρησιμοποιηθούν τα αποτελέσματα των προτάσεων 3.1 και 3.2 γίνεται η ακόλουθη υπόθεση:

Υπόθεση 1 | $\mathbb{E}[X] < VaR_{1-\varepsilon}(X)$ και η $VaR_p(X)$ δεν είναι σταθερή για $p \in [1 - \varepsilon, 1)$.

Επειδή το ε είναι συνήθως πολύ μικρό, η υπόθεση 1 ικανοποιείται από τα περισσότερα μοντέλα των χαρτοφυλακίων ζημιών. Συγκεκριμένα, αν η X είναι συνεχώς κατανομημένα τυχαία μεταβλητή, τότε η $VaR_p(X)$ είναι γνησίως αύξουσα ως προς p . Επομένως, σύμφωνα με αυτή την υπόθεση, το $\Pi_\varepsilon(X)$ είναι η μοναδική λύση του $c \in (1, 1/\varepsilon)$ της εξίσωσης (3.1).

3.5 Θεωρητικά χαρακτηριστικά του *PELVE*

3.5.1 Ιδιότητες αμεταβλητότητας & διάταξης

Όπως παρουσιάστηκε προηγουμένως, μια πολύ σημαντική ιδιότητα του *PELVE* είναι ότι μπορεί να θεωρηθεί ένα μέτρο της μεταβλητότητας. Δηλαδή, το *PELVE* αποτελεί μια ένδειξη του κατά πόσο «ακραία» είναι μια κατανομή ζημιών, ειδικότερα στην ουσία της.

Μια σημαντική διαφορά του *PELVE* συγκριτικά με τα συνηθισμένα μέτρα μεταβλητότητας, όπως είναι η διακύμανση ή η τυπική απόκλιση, είναι ότι παρουσιάζει αμεταβλητότητα ως προς τις μετατοπίσεις θέσης και τις αλλαγές κλίμακας (location-scale invariance). Σύμφωνα με τους συγγραφείς, αν για παράδειγμα προστεθεί μια σταθερή απώλεια ή κέρδος, ή πολλαπλασιαστεί το χαρτοφυλάκιο με έναν σταθερό όρο, η τιμή του *PELVE* θα παραμείνει αμετάβλητη. Επομένως, το *PELVE* λαμβάνει υπόψη μόνο το σχήμα της κατανομής και όχι τη θέση ή την κλίμακά της. Το γεγονός ότι το *PELVE* είναι scale-free, δηλαδή ανεξάρτητο από την κλίμακα, είναι πολύ σημαντικό πλεονέκτημα στην αξιολόγηση του κινδύνου χαρτοφυλακίων καθώς συχνά απαιτείται να συγκριθούν μεταξύ τους χαρτοφυλάκια με έναν τρόπο ανεξάρτητο από την κλίμακα. Με δεδομένο ότι τα χαρτοφυλάκια μπορεί να διαφέρουν μεταξύ τους ως προς το μέγεθος ή το νόμισμα αναφοράς για παράδειγμα, το *PELVE* επιτρέπει τη σύγκριση διαφορετικών

επενδυτικών στρατηγικών λαμβάνοντας υπόψη τη δομή και τη συμπεριφορά του κινδύνου, και όχι το απόλυτο μέγεθος των επενδυτικών θέσεων.

Επιπλέον, αναφέρεται ότι ένα ακόμη σημαντικό χαρακτηριστικό του *PELVE* είναι ότι αυξάνεται όταν εφαρμόζεται ένας κυρτός μετασχηματισμός στον κίνδυνο. Ευρύτερα, για μια αύξουσα και κυρτή συνάρτηση f και μια τυχαία μεταβλητή X , η $f(X)$ έχει βαρύτερη (δεξιά) ουρά από ότι η X . Για παράδειγμα, αν η τυχαία μεταβλητή X ακολουθεί την κανονική κατανομή, τότε η e^X ακολουθεί την λογαριθμοκανονική κατανομή η οποία έχει βαρύτερη ουρά από την κανονική. Επίσης, αν η f ακολουθεί την κατανομή $\text{Pareto}(\alpha)$, τότε η X^2 θα ακολουθεί την $\text{Pareto}(\alpha/2)$, η οποία με τη σειρά της έχει βαρύτερη ουρά από την $\text{Pareto}(\alpha)$. Συνεπώς, λόγω της ιδιότητας που έχει το *PELVE* να δίνει υψηλότερη τιμή για την $f(X)$ σε σχέση με την X , μπορεί να θεωρηθεί ως ένα μέτρο της βαρύτητας της ουράς μιας κατανομής. Όσο πιο έντονα ενισχύονται οι μεγάλες τιμές μιας κατανομής μέσω κυρτών μετασχηματισμών, τόσο πιο πολύ αυξάνεται και το *PELVE*.

Τέλος, το *PELVE* είναι τόσο ημικυρτό (quasi-convex) όσο και ημικοίλο (quasi-concave) για συνμονοτονικούς (comonotonic) κινδύνους, δηλαδή κινδύνους που κινούνται προς την ίδια κατεύθυνση. Η οικονομική σημασία αυτής της ιδιότητας είναι ότι συνδυάζοντας δύο κινδύνους, οι οποίοι δεν αντισταθμίζουν ο ένας τον άλλον, δεν θα οδηγηθούμε σε τιμή *PELVE* μεγαλύτερη από εκείνη του χειρότερου κινδύνου, ούτε σε τιμή μικρότερη από εκείνη του καλύτερου κινδύνου, δεδομένου ότι οι συνμονοτονικοί κίνδυνοι δεν αντισταθμίζουν ο ένας τον άλλον (Yaari, 1987). Επομένως, αν έχουμε δύο συνμονοτονικούς κινδύνους A και B το *PELVE* του συνδυασμού τους θα βρίσκεται μεταξύ των επιμέρους τιμών *PELVE*.

Τα τρία αυτά χαρακτηριστικά του *PELVE* συνοψίζονται στο παρακάτω θεώρημα των Li & Wang.

Θεώρημα 3.1

Έστω ότι $X \in L^1$, $\varepsilon \in (0,1)$ και $\mathbb{E}[X] \leq \text{VaR}_{1-\varepsilon}(X)$. Τότε έχουμε:

- i. Για κάθε $\lambda > 0$ και $\alpha \in \mathbb{R}$, $\Pi_\varepsilon(\lambda X + \alpha) = \Pi_\varepsilon(X)$.
- ii. $\Pi_\varepsilon(f(X)) \leq \Pi_\varepsilon(X)$ για όλες τις αύξουσες και κοίλες συναρτήσεις $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με $f(X) \in L^1$.
- iii. $\Pi_\varepsilon(g(X)) \geq \Pi_\varepsilon(X)$ για όλες τις γνησίως αύξουσες και κυρτές συναρτήσεις $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με $g(X) \in L^1$.
- iv. Για όλα τα $\lambda \in [0,1]$ και τις αύξουσες συναρτήσεις $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με $f(X), g(X) \in L^1$, η τιμή $\Pi_\varepsilon(\lambda f(X) + (1-\lambda)g(X))$ είναι μεταξύ των $\Pi_\varepsilon(f(X))$ και $\Pi_\varepsilon(g(X))$.

Παρακάτω θα παρουσιαστούν δύο παραδείγματα μέσω των οποίων αναδεικνύεται η σημασία του Θεωρήματος 3.1 στη Διαχείριση Κινδύνου. Σε αυτά θα εξεταστούν οι ζημιές ενός χαρτοφυλακίου που προέρχονται από ένα περιουσιακό στοιχείο και από απλά παράγωγα προϊόντα πάνω σε αυτό το περιουσιακό στοιχείο.

Παράδειγμα 1 | Μείωση του *PELVE* μέσω Δικαιωμάτων

Έστω ότι έχουμε τα εξής τέσσερα χαρτοφυλάκια:

1. Χαρτοφυλάκιο A : αποτελείται από μία μονάδα ενός περιουσιακού στοιχείου, με ζημία X_A . Ως περιουσιακό στοιχείο μπορούμε να θεωρήσουμε μια μετοχή για χάρη του παραδείγματος.
2. Χαρτοφυλάκιο C : αποτελείται από 1 δικαίωμα προαίρεσης αγοράς, με ζημία X_C .
3. Χαρτοφυλάκιο AC : αποτελείται από μία μονάδα του περιουσιακού μου στοιχείου και 1 δικαίωμα προαίρεσης αγοράς, με ζημία X_{AC} .
4. Χαρτοφυλάκιο AP : αποτελείται από μία μονάδα του περιουσιακού μου στοιχείου και ένα δικαίωμα προαίρεσης πώλησης, με ζημία X_{AP} .

Οι θέσεις που κατέχω στα δικαιώματα προαίρεσης είναι θέσεις αγοράς. Δηλαδή, έχουμε αγοράσει ένα δικαίωμα προαίρεσης αγοράς και ένα δικαίωμα προαίρεσης πώλησης. Σύμφωνα με τον Νούλα (2020), ο επενδυτής που αγοράζει ένα δικαίωμα αγοράς, έχει το δικαίωμα, αλλά όχι την υποχρέωση, να αγοράσει τον υποκείμενο τίτλο, σε μια συγκεκριμένη τιμή (τιμή άσκησης) κατά την ημερομηνία λήξης του δικαιώματος (στο παράδειγμα μας υποθέτουμε ότι τα δικαιώματα προαίρεσης είναι Ευρωπαϊκού τύπου, δηλαδή μπορούν να ασκηθούν μόνο κατά τη λήξη τους). Επιπλέον, ο επενδυτής που αγοράζει το δικαίωμα πώλησης, έχει το δικαίωμα, αλλά όχι την υποχρέωση, να πουλήσει τον υποκείμενο τίτλο σε μια συγκεκριμένη τιμή κατά την ημερομηνία λήξης του δικαιώματος.

Με τον τρόπο που έχουν δομηθεί τα παραπάνω χαρτοφυλάκια, οι ζημιές τους συνδέονται μέσω σχέσεων που εκφράζονται με κοίλες ή κυρτές συναρτήσεις. Συγκεκριμένα, οι ζημιές X_C, X_{AC} και X_{AP} είναι αύξουσες κοίλες συναρτήσεις της ζημιάς X_A και η ζημία X_{AP} είναι αύξουσα κοίλη συνάρτηση της ζημιάς X_{AC} . Το γεγονός ότι οι παραπάνω ζημιές είναι αύξουσες κοίλες συναρτήσεις σημαίνει ότι ναι μεν οι ζημιές του χαρτοφυλακίου συνεχίζουν να αυξάνονται όταν αυξάνεται η ζημία του υποκείμενου περιουσιακού στοιχείου (έστω μετοχής), αλλά αυξάνονται με πιο αργό ρυθμό στις ακραίες περιπτώσεις εξαιτίας των κοίλων μετασχηματισμών. Δηλαδή, τα δικαιώματα προαίρεσης λειτουργούν με έναν προστατευτικό τρόπο καθώς περιορίζουν μέρος των πολύ μεγάλων ζημιών. Στο χαρτοφυλάκιο AP για παράδειγμα, το δικαίωμα πώλησης μειώνει την έκθεση του επενδυτή σε ακραίες

απώλειες καθώς του δίνεται η δυνατότητα να πουλήσει το περιουσιακό στοιχείο σε μια συγκεκριμένη τιμή η οποία είναι υψηλότερη από την τρέχουσα (σε περίπτωση που συμβούν ακραίες απώλειες), με αποτέλεσμα να διαφυλάσσεται ως προς τον κίνδυνο συγκριτικά με το να είχε στην κατοχή του μόνο το περιουσιακό στοιχείο χωρίς το αντίστοιχο δικαίωμα πώλησης.

Οι Li & Wang (2023) χρησιμοποιώντας το Θεώρημα 3.1 (ii) και την call-put parity σχέση, η οποία υποδηλώνει ότι $\Pi_{\varepsilon}(X_C) = \Pi_{\varepsilon}(X_{AP})$, καταλήγουν στην εξής ανισότητα:

$$\Pi_{\varepsilon}(X_C) = \Pi_{\varepsilon}(X_{AP}) \leq \Pi_{\varepsilon}(X_{AC}) \leq \Pi_{\varepsilon}(X_A). \quad (3.3)$$

Η call-put parity αποτελεί μια θεμελιώδης σχέση για την τιμολόγηση Ευρωπαϊκών δικαιωμάτων αγοράς και πώλησης στην περίπτωση που στην αγορά δεν υπάρχει κέρδος χωρίς κίνδυνο, δηλαδή δεν υπάρχουν περιθώρια arbitrage. Εξασφαλίζει την ισοδύναμη αποτίμηση δύο διαφορετικών χαρτοφυλακίων τα οποία έχουν την ίδια τελική πληρωμή. Εφόσον τα χαρτοφυλάκια έχουν την ίδια πληρωμή για κάθε σενάριο, οι αντίστοιχες ζημιές τους θα ταυτίζονται ως τυχαίες μεταβλητές. Το *PELVE* εξαρτάται από την κατανομή που ακολουθεί η ζημιά, επομένως τα δύο χαρτοφυλάκια θα έχουν το ίδιο επίπεδο κινδύνου και θα ισχύει ότι: $\Pi_{\varepsilon}(X_C) = \Pi_{\varepsilon}(X_{AP})$.

Από την σχέση (3.3) παρατηρείται ότι το πιο επικίνδυνο χαρτοφυλάκιο είναι το A , δηλαδή η απλή κατοχή του περιουσιακού στοιχείου. Ακόμη λιγότερο επικίνδυνο από αυτό είναι το χαρτοφυλάκιο AC , που αποτελείται από το περιουσιακό στοιχείο και το δικαίωμα αγοράς και έπονται τα χαρτοφυλάκια C και AP . Γενικότερα, η κατοχή δικαιωμάτων περιορίζει την εμφάνιση ακραίων ζημιών, ειδικά τα δικαιώματα προαίρεσης πώλησης μειώνουν αποτελεσματικότερα τον κίνδυνο στην ουρά της κατανομής, καθώς αν η τιμή του περιουσιακού στοιχείου πέσει δραματικά, το δικαίωμα πώλησης θα περιορίσει τις μεγάλες απώλειες και θα αντισταθμίσει μέρος των ζημιών. Όταν περιορίζονται οι ακραίες απώλειες, μειώνεται ο κίνδυνος στην ουρά της κατανομής και επομένως μειώνεται και το *PELVE*.

Επιπλέον, αναφέρεται ότι η ανισότητα που παρουσιάστηκε παραπάνω δεν εξαρτάται από το επίπεδο ε ούτε από υποθέσεις γύρω από το μοντέλο του υποκείμενου περιουσιακού στοιχείου. Ακόμη, τα βάρη των επενδυτικών θέσεων στα δικαιώματα προαίρεσης και του περιουσιακού στοιχείου των τεσσάρων χαρτοφυλακίων που ορίστηκαν προηγουμένως δεν επηρεάζουν το αποτέλεσμα, καθώς η συγκεκριμένη ανισότητα προκύπτει αποκλειστικά μέσω των ιδιοτήτων των κοίλων και κυρτών μετασχηματισμών.

Παράδειγμα 2 | Σύγκριση του *PELVE* με χρήση ημικυρτότητας/ημικοιλότητας

Οι Li & Wang, συνεχίζοντας με τα δεδομένα του παραδείγματος 1, επισημαίνουν ότι η ζημιά X_A από το περιουσιακό στοιχείο, έστω μετοχής, και η ζημιά X_C από το δικαίωμα προαίρεσης αγοράς παρουσιάζουν συνμονοτονικότητα. Αναλυτικότερα, οι δύο ζημιές X_A και X_C εξαρτώνται από την τελική τιμή του ίδιου υποκείμενου περιουσιακού στοιχείου, που στο παράδειγμα μας υποθέσαμε ότι είναι μια μετοχή. Δηλαδή, αν η τιμή της μετοχής αυξηθεί, τότε η ζημιά από την κατοχή της θα μειωθεί και το δικαίωμα προαίρεσης αγοράς αποκτά αξία, καθώς θα είμαστε σε θέση να αγοράσουμε την μετοχή σε χαμηλότερη τιμή από αυτήν που διαπραγματεύεται στην αγορά, επομένως περιορίζεται και η ζημιά από το δικαίωμα. Αντιθέτως, αν η τιμή της μετοχής πέσει αρκετά, τότε θα αυξηθεί η ζημιά από την κατοχή της μετοχής, το δικαίωμα προαίρεσης αγοράς δεν θα ασκηθεί, εφόσον θα μπορούμε να αγοράσουμε την μετοχή σε χαμηλότερη τιμή από αυτήν που εξασφαλίζει το δικαίωμα, και επομένως αυξάνεται και η ζημιά από το δικαίωμα. Με βάση τα παραπάνω, διαπιστώνεται ότι οι δύο ζημιές έχουν την ίδια κατεύθυνση με αποτέλεσμα να μην υπάρχει επίδραση διαφοροποίησης στο χαρτοφυλάκιο.

Χρησιμοποιώντας την ιδιότητα *quasi-convexity/concavity* του θεωρήματος 3.1 (*iv*) έχουμε ότι:

$$\min\{P_\varepsilon(X_C), P_\varepsilon(X_A)\} \leq P_\varepsilon(X_{AC}) \leq \max\{P_\varepsilon(X_C), P_\varepsilon(X_A)\}. \quad (3.4)$$

Μέσω της συγκεκριμένης ανισότητας γίνεται αντιληπτό ότι το *PELVE* του χαρτοφυλακίου AC , δηλαδή του χαρτοφυλακίου που αποτελείται από μια μονάδα του περιουσιακού στοιχείου (μετοχής) και από ένα δικαίωμα προαίρεσης αγοράς πάνω στο περιουσιακό στοιχείο, βρίσκεται ανάμεσα στα *PELVE* των δύο επιμέρους θέσεων X_A και X_C . Συνεπώς, ο συνδυασμός ενός περιουσιακού στοιχείου και ενός δικαιώματος αγοράς δεν δημιουργεί νέο κίνδυνο εκτός των ορίων που ήδη υπάρχουν.

Επιπλέον, χρησιμοποιώντας την ιδιότητα (*ii*) του θεωρήματος 3.1 γνωρίζουμε ότι $P_\varepsilon(X_C) \leq P_\varepsilon(X_A)$. Αυτό ισχύει γιατί η ζημιά X_C του δικαιώματος προαίρεσης αγοράς μπορεί να εκφραστεί ως αύξων και κοίλος μετασχηματισμός της ζημιάς X_A του υποκείμενου περιουσιακού στοιχείου. Επιπλέον, μέσω της *call-put parity*, που αναλύθηκε στο προηγούμενο παράδειγμα είδαμε πως ισχύει ότι $P_\varepsilon(X_C) = P_\varepsilon(X_{AP})$. Επομένως, χρησιμοποιώντας αυτά τα δεδομένα καταλήγουμε πάλι στη σχέση (3.3).

Η σχέση (3.4) εξακολουθεί να ισχύει ακόμη και αν το δικαίωμα προαίρεσης αγοράς στα χαρτοφυλάκια C και AC αντικατασταθεί από οποιεσδήποτε άλλες πληρωμές, αρκεί αυτές να αποτελούν αύξουσες συναρτήσεις της τιμής του

υποκείμενου περιουσιακού στοιχείου, χωρίς να απαιτείται να είναι κυρτές ή κοίλες. Συνεπώς, η διάταξη των τιμών *PELVE* στηρίζεται όχι στο σχήμα αλλά στο γεγονός ότι όλες οι πληρωμές κινούνται στην ίδια κατεύθυνση με την τιμή του υποκείμενου περιουσιακού στοιχείου και άρα η σχέση (3.4) ισχύει και για γενικότερες κατηγορίες μονοτονικών χρηματοοικονομικών προϊόντων.

Παρατήρηση 1

Στο θεώρημα 3.1 (iii), η αύξουσα κυρτή συνάρτηση g πρέπει να είναι αυστηρώς αύξουσα και η συγκεκριμένη προϋπόθεση είναι πολύ σημαντική. Αν για παράδειγμα, η συνάρτηση g είναι σταθερή συνάρτηση, τότε ισχύει ότι $\Pi_\varepsilon(g(X)) = 1$ για κάθε X και αφού η $g(X)$ είναι η εκφυλισμένη κατανομή, παραβιάζεται η ανισότητα $\Pi_\varepsilon(g(X)) \geq \Pi_\varepsilon(X)$ αν $\Pi_\varepsilon(X) > 1$.

Παρατήρηση 2

Γενικά, το *PELVE*, Π_ε , δεν είναι ημικυρτή ή ημικοίλη συνάρτηση στην περίπτωση μη συνμονοτικών τυχαίων μεταβλητών. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι η Var_p δεν είναι ούτε ημικυρτή ούτε ημικοίλη, παρά το ότι το ES_p είναι κυρτό μέτρο κινδύνου. Επομένως, τα αποτελέσματα διάταξης του *PELVE*, των παραδειγμάτων 1 και 2, ισχύουν μόνο όταν υπάρχει συνμονοτικότητα.

3.5.2 Ιδιότητες συγκλίνουσας συμπεριφοράς

Σε αυτό το σημείο παρουσιάζονται οι ιδιότητες σύγκλισης του *PELVE*. Έστω $\{X_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ μια ακολουθία τυχαίων μεταβλητών τέτοιες ώστε η ακολουθία X_n να συγκλίνει κατά κατανομή στην X , όταν $n \rightarrow \infty$. Οι δύο υποθέσεις που παρουσιάζονται παρακάτω από τους συγγραφείς, χρησιμοποιούνται για να εξασφαλίσουν την σύγκλιση της Var και του ES . Συγκεκριμένα, η Υπόθεση 2 εξασφαλίζει ότι $Var_{1-\varepsilon}(X_n) \rightarrow Var_{1-\varepsilon}(X)$ και η Υπόθεση 3 εξασφαλίζει ότι $ES_q(X_n) \rightarrow ES_q(X)$ για όλα τα $q \in (0,1)$. Οι υποθέσεις αυτές είναι ευρέως γνωστές, καθώς όταν η εκτιμώμενη κατανομή πλησιάζει την πραγματική κατανομή, η Var συγκλίνει στα αντίστοιχα ποσοστημόρια και το ES στους αντίστοιχους μέσους της ουράς της κατανομής, υπό συνθήκες που εξασφαλίζουν ότι η κατανομή δεν έχει ανεξέλεγκτες ακραίες τιμές και ότι το ES είναι καλά ορισμένο.

Υπόθεση 2 | Συνεχές ποσοστημόριο

$F_X^{-1}(q)$ συνεχής στο σημείο $q = 1 - \varepsilon$.

Υπόθεση 3 | Ομοιόμορφη Ολοκληρωσιμότητα

$\{X_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ είναι ομοιόμορφα ολοκληρώσιμη.

Με βάση τις παραπάνω υποθέσεις, οι συγγραφείς καταλήγουν στο επόμενο θεώρημα σύγκλισης για το *PELVE*.

Θεώρημα 3.2

Υποθέτουμε ότι $\{X_n\}_{n \in \mathbb{N}} \subset L^1, X \in L^1$ και $\varepsilon \in (0,1)$ ικανοποιεί τις υποθέσεις 1-3 που παρουσιάστηκαν παραπάνω και X_n συγκλίνει κατά κατανομή στη X καθώς $n \rightarrow \infty$. Τότε, $\Pi_\varepsilon(X_n) \rightarrow \Pi_\varepsilon(X)$ καθώς $n \rightarrow \infty$.

Αξίζει να αναφερθεί ότι για δεδομένα που είναι σταθερά στο χρόνο και τα λαμβάνουμε από πραγματικές παρατηρήσεις, η Υπόθεση 3 ικανοποιείται αυτομάτως, όπου οι X_n προκύπτουν από την εμπειρική κατανομή που βασίζεται σε n παρατηρήσεις. Συνεπώς, από το θεώρημα 3.2 συμπεραίνεται ότι ο εμπειρικός εκτιμητής του *PELVE* είναι συνεπής κάτω υπό τις Υποθέσεις 1 και 2.

3.5.3 Αποτέλεσμα διαφοροποίησης

Όπως έχει αναφερθεί και στα προηγούμενα κεφάλαια, τα οφέλη που προκύπτουν λόγω διαφοροποίησης είναι πολύ σημαντικά στο πλαίσιο Διαχείρισης Κινδύνου, και αυτή χρησιμοποιείται συχνά για την αντιμετώπιση του κινδύνου ενός χαρτοφυλακίου. Όταν η διαφοροποίηση εφαρμόζεται σωστά, θα πρέπει θεωρητικά να μειώνεται η μεταβλητότητα του χαρτοφυλακίου. Αυτό συνήθως εκδηλώνεται μέσω της μείωσης της τυπικής απόκλισης, της *VaR*, του *ES* ή άλλων μέτρων κινδύνου ζημιάς του χαρτοφυλακίου συγκριτικά με τον επιμέρους κίνδυνο που θα εντοπίζονταν στην περίπτωση που εξετάζονταν τα περιουσιακά στοιχεία αθροιστικά. Παρακάτω αναλύεται η επίδραση του *PELVE* στην διαφοροποίηση χαρτοφυλακίου μέσω των αποτελεσμάτων των θεωρημάτων 3.1 και 3.2.

Οι Li & Wang ορίζουν ως $X_1, X_2, \dots, X_n$ τις τυχαίες μεταβλητές απώλειας που προέρχονται από διαφορετικές πηγές κινδύνου και έχουν πεπερασμένες

διακυμάνσεις. Η συνολική απώλεια S_n του χαρτοφυλακίου ορίζεται ως $S_n = \sum_{i=1}^n w_i X_i$, με βάρη $w_1, \dots, w_n \geq 0$, αφήνοντας το n να αυξάνει. Όσο μεγαλύτερο το w_i της εκάστοτε τυχαίας μεταβλητής, τόσο μεγαλύτερη και η επίδρασή της στο χαρτοφυλάκιο. Υποθέτουμε ότι καθώς το n αυξάνει, $(S_n - a_n)/b_n$ συγκλίνει στην κανονική κατανομή για κάποια σταθερά $a_n \in \mathbb{R}$ και $b_n > 0$. Η υπόθεση αυτή ικανοποιείται όσο εφαρμόζεται κάποια μορφή του Κεντρικού Οριακού Θεωρήματος (ο Billingsley (1999) παρουσιάζει πολλές τέτοιες σχετικές συνθήκες).

Με βάση τα Θεωρήματα 3.1 και 3.2 έχουμε ότι:

$$P_\varepsilon(S_n) = P_\varepsilon\left(\frac{S_n - a_n}{b_n}\right) \rightarrow P_\varepsilon(N),$$

όπου N μια τυχαία μεταβλητή με τυπική κανονική κατανομή. Για παράδειγμα, σύμφωνα με τον πίνακα 3.1, $P_{0,01}(N) = 2.58$. Οι περισσότερες συνηθισμένες κατανομές στη Διαχείριση Κινδύνου παρουσιάζουν υψηλότερες τιμές *PELVE* από ότι η κανονική κατανομή, κάτι που θα διαπιστωθεί μέσω παραδειγμάτων στη συνέχεια της εργασίας. Επομένως, αν οι συνθήκες του Κεντρικού Οριακού Θεωρήματος ισχύουν, τότε μια απώλεια που προέρχεται από ένα καλά διαφοροποιημένο χαρτοφυλάκιο έχει ασυμπτωτικά μικρότερη τιμή *PELVE* από ότι τα επιμέρους περιουσιακά στοιχεία που το απαρτίζουν. Όσο το χαρτοφυλάκιο γίνεται όλο και πιο διαφοροποιημένο, η κατανομή ζημιών τείνει να μοιάσει περισσότερο στην κανονική κατανομή. Παρόλα αυτά, πρέπει να λαμβάνεται υπόψη ότι τόσο τα δεδομένα των μεμονωμένων περιουσιακών στοιχείων που συνθέτουν το χαρτοφυλάκιο, όσο και αυτά των ζημιών χαρτοφυλακίου δεν προσεγγίζουν εμπειρικά την κανονική κατανομή λόγω ύπαρξης συστημικού κινδύνου, δηλαδή του κινδύνου που επηρεάζει όλη την αγορά και δεν μπορεί να εξαλειφθεί μέσω της διαφοροποίησης (McNeil et al., 2015).

Συνεπώς, ακόμα και αν υπάρχει τάση προς κανονικότητα, η σύγκλιση είναι αργή. Επομένως, δεν υπάρχει ο ισχυρισμός ότι $P_\varepsilon(S_n) \approx P_\varepsilon(N)$, αντιθέτως το $P_\varepsilon(S_n)$ είναι πιθανότερο να βρίσκεται πιο κοντά στο $P_\varepsilon(N)$ από ότι είναι τα $P_\varepsilon(X_1), \dots, P_\varepsilon(X_n)$.

Μέσω των τεχνικών διαφοροποίησης μπορούν να μειωθούν ταυτοχρόνως τόσο η *VaR* όσο και το *ES* ενός χαρτοφυλακίου. Ωστόσο, δεν είναι εμφανές ποιο από τα δύο μέτρα μειώνεται σε μεγαλύτερο βαθμό. Το *PELVE* έρχεται για να απαντήσει σε αυτό το ερώτημα. Υποθέτοντας ότι οι επιμέρους ζημιές έχουν υψηλότερη τιμή *PELVE* από την κανονική, τότε το *ES* του χαρτοφυλακίου μειώνεται πιο σημαντικά από ότι η *VaR* του, μέσω της κατάλληλης διαφοροποίησης. Αυτό συμβαίνει επειδή το *ES* είναι πιο ευαίσθητο στην συμπεριφορά της ουράς της κατανομής.

Παρατήρηση 3

Το όφελος του ES κατά την διαφοροποίηση που αναλύθηκε παραπάνω, δεν αποτελεί συνέπεια των ιδιοτήτων του ES ως συνεπές μέτρο κινδύνου. Το συμπέρασμα αναστρέφεται στην περίπτωση που τα επιμέρους περιουσιακά στοιχεία έχουν $\Pi_\varepsilon(X_i) < \Pi_\varepsilon(N)$, δηλαδή τιμή $PELVE$ μικρότερη από αυτή της κανονικής κατανομής (π.χ. ομοιόμορφη κατανομή). Ωστόσο, μια τέτοια περίπτωση είναι σπάνιο να εμφανιστεί σε δεδομένα ζημιών περιουσιακών στοιχείων.

3.6 $PELVE$ διάφορων κατανομών και το όριο του

Παρακάτω θα παρουσιαστούν οι τύποι και οι καμπύλες του Π_ε για τις διάφορες κατανομές που έχουν παρουσιαστεί και στον πίνακα 3.1, και θα ερμηνευτούν οι τιμές τους. Έπειτα, θα αναλυθεί το όριο του $PELVE$ καθώς $\varepsilon \downarrow 0$ για κατανομές που παρουσιάζουν βαριές ουρές, λαμβάνοντας υπόψη ότι στην πράξη κατά τη Διαχείριση Κινδύνου οι τιμές του ε είναι συνήθως πολύ μικρές.

3.6.1 Τύποι και αριθμητικές τιμές $PELVE$ για τις γνωστές κατανομές

Σύμφωνα με το θεώρημα 3.1, το Π_ε είναι ανεξάρτητο από τις παραμέτρους θέσης και κλίμακας. Επομένως, αρκεί η μελέτη μίας αντιπροσωπευτικής κατανομής από κάθε οικογένεια κατανομών θέσης-κλίμακας. Επιπροσθέτως, το ενδιαφέρον εστιάζεται στις περιπτώσεις που το ε είναι κοντά στο μηδέν. Για αυτό το λόγο όλα τα αποτελέσματα παρουσιάζονται για μικρές τιμές του ε ώστε να ισχύει η Υπόθεση 1. Οι υπολογισμοί βασίζονται στους αναλυτικούς τύπους της VaR και του ES καθώς και στην λύση της εξίσωσης (3.1).

Παράδειγμα 3 | Ομοιόμορφη/ Εκθετική / Pareto Κατανομή

Αρχικά οι συγγραφείς παρουσιάζουν τις 3 αυτές κατανομές, οι οποίες παρουσιάζουν σταθερή τιμή $PELVE$.

(i) Ομοιόμορφη Κατανομή

Αν η τυχαία μεταβλητή X κατανέμεται ομοιόμορφα σε κάποιο διάστημα, τότε $\Pi_\varepsilon(X) = 2$ για κάθε $\varepsilon \leq 1/2$.

Η $\Pi_\varepsilon(X) = 2$ μπορεί να ερμηνευθεί ως το ότι η μετάβαση από την VaR στο ES δεν επιδρά σημαντικά στην αλλαγή της εκτίμησης του κινδύνου, καθώς η

Ομοιόμορφη Κατανομή έχει περιορισμένη διασπορά, δεν έχει ακραίες τιμές και συνεπώς διαθέτει ελαφριές ουρές.

(ii) Εκθετική Κατανομή

Αν η τυχαία μεταβλητή X κατανέμεται εκθετικά, τότε $\Pi_\varepsilon(X) = e$ για $\varepsilon \leq 1/e$. Επομένως, στις εκθετικές κατανομές η αντικατάσταση της VaR από το ES οδηγεί σε μια μέτρια αύξηση της κεφαλαιακής απαίτησης που έχει εκτιμηθεί. Ακόμη, σε αυτό το σημείο αξίζει να αναφερθεί ότι η τιμή $\Pi_\varepsilon(X) = e \approx 2.72$ (όπως παρατηρείται από τον πίνακα 3.1) συμπίπτει με το όριο που έχει προταθεί σχετικά με τον διαχωρισμό των κατανομών σε αυτές με ελαφριά και βαριά ουρά.

(iii) Κατανομή Pareto

Αν η τυχαία μεταβλητή X ακολουθεί μια κατανομή $\text{Pareto}(\alpha)$ με παράμετρο σχήματος $\alpha > 1$, δηλαδή $\mathbb{P}(X > x) = x^{-\alpha}, x \geq 1$, τότε $\Pi_\varepsilon(X) = \left(\frac{\alpha}{\alpha-1}\right)^\alpha$ για $\varepsilon \leq \left(\frac{\alpha}{\alpha-1}\right)^{-\alpha}$.

Επιπλέον, μέσω στοιχειωδών υπολογισμών προκύπτει ότι η συνάρτηση $\alpha \rightarrow \left(\frac{\alpha}{\alpha-1}\right)^\alpha$ είναι φθίνουσα ως προς α και $\Pi_\varepsilon(X) \geq \lim_{\alpha \rightarrow \infty} \left(\frac{\alpha}{\alpha-1}\right)^\alpha = e \approx 2.718$.

Παρατηρείται ότι, καθώς η παράμετρος σχήματος αυξάνεται, το $PELVE$ της Pareto κατανομής μειώνεται και τείνει στην τιμή e που αντιστοιχεί στην εκθετική κατανομή. Συνεπώς, η τιμή e μπορεί να θεωρηθεί ως ένα κατώφλι του $PELVE$, το οποίο διαχωρίζει εμπειρικά τις κατανομές με βαριά ουρά από αυτές με ελαφριά.

Παράδειγμα 4 | Κανονική/ t /Λογαριθμοκανονική Κατανομή

Για την κανονική κατανομή, την t και την λογαριθμοκανονική, η τιμή του $PELVE$ μπορεί να υπολογιστεί από τους τύπους υπολογισμού της VaR και του ES . Το $t(\nu)$ γράφεται για την κατανομή t με παραμέτρους $(0, 1, \nu)$ και $\nu > 1$ είναι η παράμετρος των βαθμών ελευθερίας. Επιπλέον, το $LN(\sigma^2)$ αναφέρεται στην λογαριθμοκανονική κατανομή με παράμετρο $(0, \sigma^2)$.

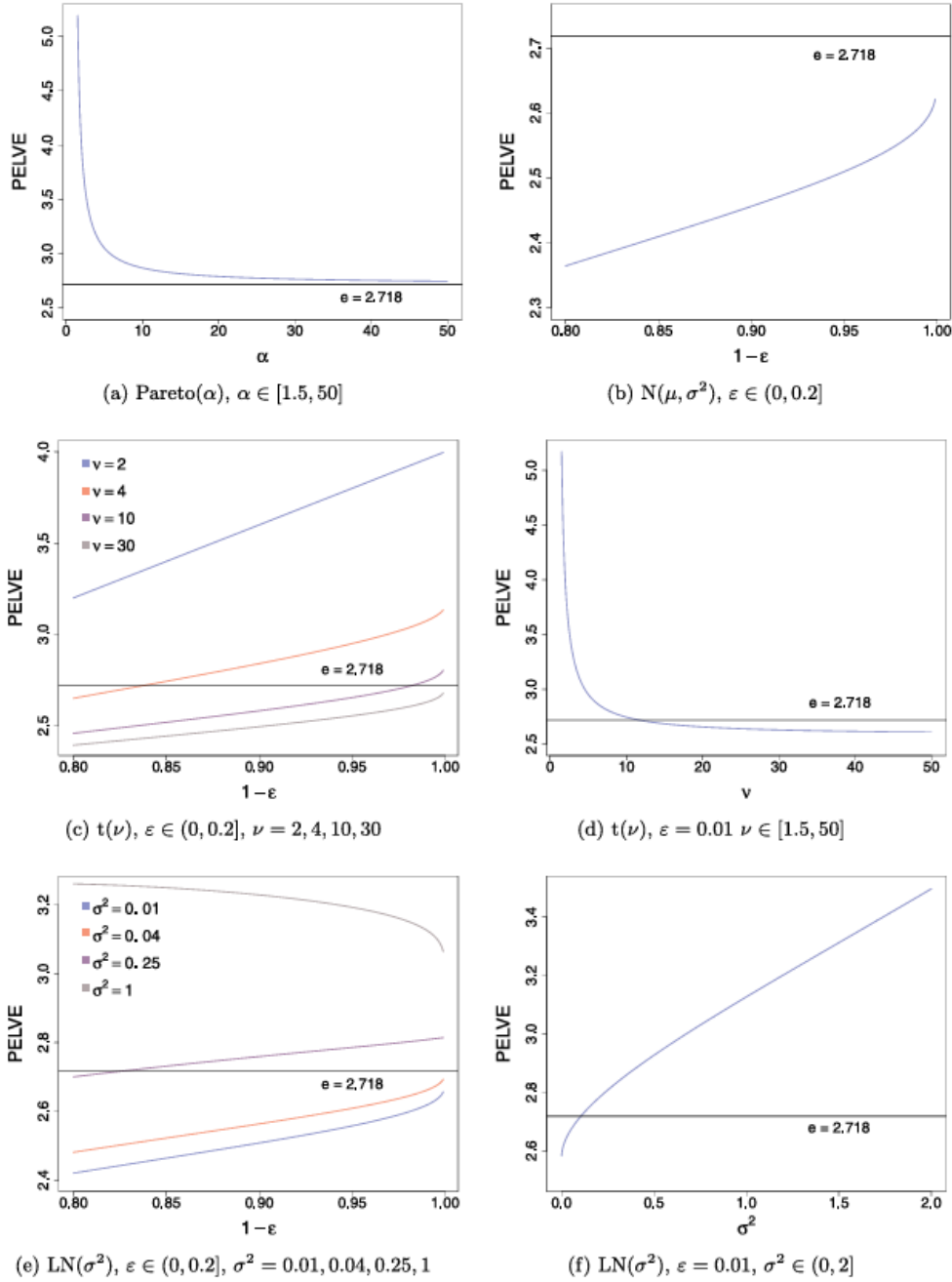
Παρατηρώντας τον πίνακα 3.1 αλλά και τα γραφήματα του διαγράμματος 3.1 για τις διάφορες κατανομές, διαπιστώνεται ότι οι περισσότερες τιμές του $PELVE$ για την κανονική κατανομή είναι κοντά στο 2.5, γεγονός που ταιριάζει με το ότι η κανονική κατανομή είναι ένα τυπικό παράδειγμα κατανομής με ελαφριά ουρά. Επιπλέον, η καμπύλη του $\Pi_{0,01}$ για τις κατανομές t με $\nu > 1$ μοιάζει αρκετά με εκείνη των κατανομών Pareto με $\alpha > 1$ και καθώς το $\nu \rightarrow \infty$ η τιμή $\Pi_{0,01}$ της

$t(\nu)$ προσεγγίζει την αντίστοιχη τιμή της κανονικής κατανομής (που είναι 2.58), καθώς η t κατανομή συγκλίνει προς την κανονική κατανομή.

Συνάγεται ότι η κατανομή t αποτελεί μια ενδιάμεση περίπτωση μεταξύ της κανονικής κατανομής και της κατανομής Pareto, καθώς η παράμετρος βαθμών ελευθερίας ν ελέγχει το πόσο βαριά είναι η ουρά. Όταν το ν παίρνει μικρές τιμές, η κατανομή παρουσιάζει συμπεριφορά παρόμοια με τις βαριές κατανομές, ενώ καθώς το $\nu \rightarrow \infty$ η t κατανομή συγκλίνει προς την κανονική. Επομένως, το *PELVE* είναι ευαίσθητο στη μεταβολή της ουράς της κατανομής και αποτυπώνει ομαλά τη μετάβαση από τις ελαφριές προς τις βαριές ουρές.

Ακόμη, η τιμή $\Pi_{0,01}(X) = 3.13$ όταν $X \sim LN(1)$ θεωρείται σχετικά μεγάλη, και προσεγγίζει την αντίστοιχη τιμή της κατανομής Pareto(4). Χρησιμοποιώντας την τιμή του *PELVE* και το κατώφλι $e \approx 2.718$ για $\varepsilon = 0.01$, παρατηρείται ότι η λογαριθμοκανονική κατανομή με $\sigma^2 = 1$ συμπεριφέρεται ως μια κατανομή με βαριά ουρά, ενώ η λογαριθμοκανονική κατανομή με $\sigma^2 = 0.04$ συμπεριφέρεται ως μια κατανομή με ελαφριά ουρά. Συνήθως στη θεωρία οι λογαριθμοκανονικές κατανομές, ασχέτως των παραμέτρων τους, δεν ανήκουν στην κατηγορία των κατανομών με βαριά ουρά.

Έτσι, το *PELVE* μπορεί να διακρίνει πιο αποτελεσματικά κατανομές με μέτρια βαρύτητα ουράς συγκριτικά με τις μεθόδους που βασίζονται στον δείκτη ουράς ή στις ροπές.



Διάγραμμα 3-1: Τιμές *PELVE* γνωστών κατανομών

Πηγή: Li & Wang (2023)

3.6.2 Όριο *PELVE* για κατανομές με βαριά ουρά

Οι αποδόσεις που αναφέρονται σε χρηματοοικονομικά δεδομένα παρουσιάζουν βαριές ουρές (Cont, 2001, Andersen et al, 2021) και προκειμένου να

μοντελοποιηθούν τόσο αυτές όσο και οι απώλειες ενός χαρτοφυλακίου, χρησιμοποιούνται κατανομές με βαριές ουρές. Παρακάτω θα αναλυθεί ο ρόλος του *PELVE* στην ανάλυση της βαρύτητας της ουράς μιας κατανομής.

Κατά τους Li & Wang (2023), μία μη αρνητική (με $f(x) \geq 0$ για μεγάλα x) μετρήσιμη συνάρτηση f λέγεται κανονικά μεταβαλλόμενη (regularly varying, RV), με δείκτη κανονικότητας $\gamma \in \mathbb{R}$, αν

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(tx)}{f(x)} = t^\gamma, \text{ για κάθε } t > 0.$$

Αυτό συμβολίζεται ως $f \in RV_\gamma$.

Για μια συνάρτηση κατανομής F , η $\bar{F}(\cdot) = 1 - F(\cdot)$ ορίζεται ως η συνάρτηση επιβίωσής της. Αρκετές κατανομές με βαριά ουρά, όπως η Pareto και η t κατανομή, έχουν συνάρτηση επιβίωσης που είναι κανονικά μεταβαλλόμενη. Ο δείκτης ουράς μιας κατανομής F με κανονικά μεταβαλλόμενη συνάρτηση επιβίωσης RV είναι μια σταθερά $\xi > 0$ τέτοια ώστε $\bar{F} \in RV_{-\xi}$. Για παράδειγμα, μια κατανομή Pareto με παράμετρο σχήματος α , έχει δείκτη ουράς α και μια κατανομή t με n βαθμούς ελευθερίας, έχει δείκτη ουράς n . Γενικότερα, ένας μεγάλος δείκτης ουράς δηλώνει ότι η ουρά «πέφτει» πιο γρήγορα και συνεπώς υπάρχει λιγότερος ακραίος κίνδυνος, ενώ ένας μικρός δείκτης ουράς δείχνει ότι η ουρά «πέφτει» αργά και έτσι υπάρχουν περισσότερες ακραίες ζημιές. Ένας δείκτης ουράς μεγαλύτερος του 1 δηλώνει πεπερασμένο μέσο όρο, ενώ ένας δείκτης ουράς μεγαλύτερος του 2 δηλώνει πεπερασμένη διακύμανση.

Παρακάτω εξετάζεται το *PELVE* για κατανομές με δείκτη ουράς $\alpha > 1$. Κάνουμε την υπόθεση ότι η ισχύει η συνθήκη $\alpha > 1$ ώστε να διασφαλιστεί η ύπαρξη της μέσης τιμής (το Π_ε ορίζεται στο L^1). Στο σημείο αυτό σημειώνεται ότι μια συνάρτηση με κανονική μεταβολή αφορά μόνο τη συμπεριφορά της κοντά στο άπειρο, και για αυτό εξετάζουμε το όριο του Π_ε καθώς $\varepsilon \downarrow 0$.

Θεώρημα 3.3

Έστω ότι η συνάρτηση $\bar{F}(x) = \mathbb{P}(X > x)$ είναι $RV_{-\alpha}$, με $\alpha > 1$. Τότε

$$\lim_{\varepsilon \downarrow 0} \Pi_\varepsilon(X) = \left(\frac{\alpha}{\alpha-1} \right)^\alpha.$$

Η οριακή τιμή στο παραπάνω θεώρημα συμπίπτει με το *PELVE* των κατανομών Pareto για σταθερό $\varepsilon > 0$. Επιπλέον, μέσω του θεωρήματος 3.3 υποδηλώνεται μια μονοτονική σχέση μεταξύ του ορίου του *PELVE* και του δείκτη ουράς. Όσο πιο βαριά είναι η ουρά μιας κατανομής (δηλαδή όσο πιο μικρό είναι το α), τόσο μεγαλύτερο είναι το όριο της τιμής του *PELVE*. Όπως φαίνεται και στο διάγραμμα

3.1, για κατανομές με βαριά ουρά, το όριο του *PELVE* τους είναι μεγαλύτερο από $e \approx 2.718$ ακόμα και αν ο δείκτης ουράς είναι πολύ μεγάλος. Το γεγονός αυτό αποτελεί ένα επιπλέον επιχείρημα στο ότι η τιμή $e \approx 2.718$ μπορεί να θεωρηθεί ένα κατώφλι για το *PELVE* το οποίο διαχωρίζει εμπειρικά τις κατανομές με βαριά ουρά από αυτές με ελαφριά ουρά, όπως παρουσιάστηκε και στο παράδειγμα 3. Ακόμη, υπενθυμίζεται ότι για μια κανονικά κατανεμημένη μεταβλητή X , ισχύει ότι $P_{0.01}(X) = 2.58$, γεγονός που αποδεικνύει ότι οι κανονικές κατανομές είναι όντως κατανομές με ελαφριές ουρές, το οποίο συνάδει με τους ισχυρισμούς που αναπτύσσονται από τους συγγραφείς στο παρόν κεφάλαιο. Αντιθέτως, για μια λογαριθμοκανονική κατανομή με παράμετρο $\sigma^2 = 1$, ισχύει ότι, $P_{0.01}(X) = 3.13$, όπως έχει παρουσιαστεί και στο παράδειγμα 4.

Παρόλο που το θεώρημα 3.3 συνδέει το όριο του *PELVE* και τον δείκτη ουράς, το *PELVE* υπερέρχει έναντι αυτού και παρουσιάζει τα ακόλουθα πλεονεκτήματα:

Πρώτον, ο δείκτης ουράς βασίζεται στην ασυμπτωτική συμπεριφορά της κατανομής καθώς και στην υπόθεση της κανονικής μεταβολής, με αποτέλεσμα η εφαρμογή του να περιορίζεται σε κατανομές που ικανοποιούν συγκεκριμένες συνθήκες ως προς τη συμπεριφορά τους στο άπειρο. Αντιθέτως, το *PELVE* είναι καλά ορισμένο για κάθε κατανομή με πεπερασμένη μέση τιμή, ανεξαρτήτως από το αν η ουρά είναι βαριά ή όχι.

Δεύτερον, το *PELVE* είναι καλά ορισμένο και για τυχαίες μεταβλητές με φραγμένο πεδίο τιμών. Σε αυτές τις περιπτώσεις ο δείκτης ουράς έχει περιορισμένη ερμηνευτική αξία γιατί βασίζεται στην ασυμπτωτική συμπεριφορά της ουράς, κάτι το οποίο δεν υφίσταται στην συγκεκριμένη περίπτωση.

Τρίτον, η εκτίμηση του δείκτη ουράς συνήθως απαιτεί μια αυθαίρετη επιλογή κατωφλίου, ενώ το *PELVE* για σταθερό ε μπορεί να εκτιμηθεί απευθείας από τα εμπειρικά δεδομένα, με ελάχιστες μόνο υποθέσεις μοντέλου. Είναι αντιληπτό ότι διαφορετικές επιλογές κατωφλίου μπορούν να οδηγήσουν σε σημαντικές διαφοροποιήσεις στα αποτελέσματα, χωρίς να υπάρχει μια μοναδική αποδεκτή βέλτιστη επιλογή. Σε αντίθεση, το *PELVE* αποφεύγει την ανάγκη επιλογής κατωφλίου, επιτρέποντας πιο άμεση εκτίμηση από τα δεδομένα.

Τέταρτον, το *PELVE* αποτυπώνει την επίδραση των ωφελειών διαφοροποίησης στο χαρτοφυλάκιο, σε αντίθεση με τον δείκτη ουράς που μένει αμετάβλητος όταν εξετάζεται ο μέσος όρος ανεξάρτητων και ομοιόμορφα κατανεμημένων κινδύνων με βαριά ουρά.

Πέμπτο και σημαντικό, το *PELVE* στο σημείο 0.01, δηλαδή το $P_{0.01}$, έχει συγκεκριμένο νόημα όσο αφορά την τραπεζική ρύθμιση, καθώς εκφράζει τον

πολλαπλασιαστή πιθανότητας για τη μετάβαση από την VaR στο ES διατηρώντας το ίδιο επίπεδο κεφαλαιακής απαίτησης. Από την άλλη, ο δείκτης ουράς δεν συνδέεται άμεσα με τις ρυθμιστικές απαιτήσεις και έχει κυρίως θεωρητικό χαρακτήρα.

Παρατήρηση 4

Οι συγγραφείς επισημαίνουν ότι το $PELVE$ εξαρτάται από ένα μικρό αλλά σταθερό επίπεδο πιθανότητας ε , επομένως η έννοια της βαριάς ουράς που παρουσιάστηκε παραπάνω δεν αφορά την αυστηρά ασυμπτωτική συμπεριφορά της κατανομής, αλλά σχετίζεται με το κατά πόσο τα δεδομένα παρουσιάζουν χαρακτηριστικά παρόμοια με βαριές ουρές στο εύρος πιθανοτήτων που είναι σημαντικό για εφαρμογές Διαχείρισης Κινδύνου.

Το θεώρημα 3.3 έχει άμεση συνέπεια σχετικά με την επιλογή του μέτρου κινδύνου στο πλαίσιο της Αναθεώρησης του Βιβλίου Συναλλαγών των τραπεζών, όπου η Επιτροπή της Βασιλείας χρησιμοποίησε το ζεύγος $q = 0.975$ και $p = 0.99$, οδηγώντας έτσι σε έναν σταθερό πολλαπλασιαστή 2.5. Αναφέρεται ότι το όριο του Π_ε καθώς $\varepsilon \downarrow 0$ είναι μεγαλύτερο από το e για κατανομές που έχουν βαριά ουρά. Αυτό πρακτικά σημαίνει ότι η μετάβαση από την $VaR_{0.99}$ στο $ES_{0.975}$ θα αυξήσει τις κεφαλαιακές απαιτήσεις για κατανομές με βαριά ουρά. Το γεγονός αυτό μπορεί να συνδεθεί άμεσα με την ικανότητα του ES να αποτυπώνει καλύτερα από την VaR τον κίνδυνο στην ουρά της κατανομής. Παρακάτω δίνεται μια προσέγγιση του λόγου $ES_{0.975}(X)/VaR_{0.99}(X)$ για τυχαίες μεταβλητές X με βαριά ουρά.

Πρόταση 3.3 | $ES_{0.975}(X)/VaR_{0.99}(X)$

Έστω ότι η συνάρτηση $\bar{F}(x) = \mathbb{P}(X > x)$ είναι $RV_{-\alpha}$, με $\alpha > 1$. Τότε για $c > 1$ έχουμε ότι,

$$\lim_{\varepsilon \downarrow 0} \frac{ES_{1-c\varepsilon}(X)}{VaR_{1-\varepsilon}(X)} = \frac{\alpha}{\alpha-1} c^{-\frac{1}{\alpha}} = \lim_{\varepsilon \downarrow 0} \left(\frac{\Pi_\varepsilon(X)}{c} \right)^{1/\alpha}.$$

Συγκεκριμένα,

$$\lim_{\varepsilon \downarrow 0} \frac{ES_{1-2.5\varepsilon}(X)}{VaR_{1-\varepsilon}(X)} = \frac{\alpha}{\alpha-1} 2.5^{-\frac{1}{\alpha}} = \lim_{\varepsilon \downarrow 0} \left(\frac{\Pi_\varepsilon(X)}{2.5} \right)^{1/\alpha} > 1.$$

Ο λόγος $\frac{\alpha}{\alpha-1} 2.5^{-\frac{1}{\alpha}} \approx \left(\frac{\Pi_\varepsilon(X)}{2.5} \right)^{\frac{1}{\alpha}}$ προσεγγίζει τον λόγο μεταξύ των κεφαλαιακών απαιτήσεων του ίδιου κινδύνου υπό $ES_{0.975}$ και $VaR_{0.99}$. Ο λόγος αυτός συνήθως δεν απέχει πολύ από το 1. Για παράδειγμα, αν $\alpha = 8$, τότε ο λόγος ισούται με 1.02,

αν $\alpha = 4$, ισούται με 1.06 και αν $\alpha = 2$, ισούται με 1.26. Ωστόσο, ακόμα και αν ο λόγος είναι κοντά στο 1, το $\Pi_\varepsilon(X)$ μπορεί να μην είναι κοντά στο 2.5. Αντιθέτως, σύμφωνα με το θεώρημα 3.3, το $\lim_{\varepsilon \downarrow 0} \Pi_\varepsilon(X)$ τείνει προς το e καθώς $\alpha \rightarrow \infty$. Συνεπώς, πρέπει να έχουμε υπόψη ότι τα δύο μέτρα, δηλαδή ο λόγος ES/VaR και το $PELVE$ αντανακλούν διαφορετικές πτυχές του κινδύνου και για αυτό δεν είναι άμεσα συγκρίσιμα. Για τις κατανομές t η τιμή $\varepsilon = 0.01$, που είναι και αυτή που χρησιμοποιείται υπό τη νέα αναθεώρηση της Επιτροπής της Βασιλείας, είναι πολύ μικρή ώστε η προσέγγιση της πρότασης 3.3 να είναι χρήσιμη.

3.7 Εμπειρική ανάλυση $PELVE$

Παρακάτω οι Li & Wang ορίζουν το $PELVE$ μέσω της εμπειρικής ανάλυσης δεδομένων.

Έστω $X_1, X_2, \dots$ είναι ένα δείγμα παρατηρήσεων για $X \in L^1$, με συνάρτηση κατανομής F η οποία ικανοποιεί την Υπόθεση 1 και έστω F_n η εμπειρική κατανομή των $X_1, \dots, X_n$. Προκειμένου να υπολογιστεί το $PELVE$ απαιτείται πρωτίστως να υπολογιστούν η VaR και το ES , εξαιτίας του τρόπου που αυτό έχει οριστεί. Ο πιο άμεσος τρόπος για να εκτιμηθούν η VaR και το ES είναι να χρησιμοποιηθούν οι αντίστοιχες τιμές της εμπειρικής κατανομής. Έτσι, μπορεί να προσδιοριστεί ο εμπειρικός εκτιμητής $PELVE$, δηλαδή ο $\widehat{\Pi}_\varepsilon(n)$, λύνοντας την εξίσωση

$$\widehat{ES}_{1-c\varepsilon} = \widehat{VaR}_{1-\varepsilon}, \text{ για } c \in [1, 1/\varepsilon]$$

όπου $\widehat{ES}$ και $\widehat{VaR}$ οι εμπειρικοί εκτιμητές του ES και της VaR αντιστοίχως, δηλαδή, αυτές της εμπειρικής κατανομής F_n που προκύπτει από τα δεδομένα.

Υπενθυμίζεται ότι η εμπειρική VaR είναι το δειγματικό ποσοστημόριο το οποίο δίνεται από τον τύπο:

$$\widehat{VaR}_p = X_{[i]}, \text{ για } p \in \left(\frac{i-1}{n}, \frac{i}{n}\right), i = 1, \dots, n,$$

με $X_{[1]} \leq \dots \leq X_{[n]}$ να είναι οι στατιστικές διάταξης των δεδομένων $X_1, \dots, X_n$ και το εμπειρικό ES δίνεται από τη σχέση

$$\widehat{ES}_p = \frac{1}{1-p} \int_p^1 \widehat{VaR}_q dq, p \in (0,1).$$

Θεωρείται ότι το c που επιλύει την εξίσωση $\widehat{ES}_{1-c\varepsilon} = \widehat{VaR}_{1-\varepsilon}$ είναι μοναδικό, καθώς η Υπόθεση 1 ικανοποιείται σχεδόν πάντα για την εμπειρική κατανομή. Η συνέπεια του $\widehat{\Pi}_\varepsilon(n)$ προκύπτει άμεσα από το Θεώρημα 3.2.

3.8 Εμπειρική ανάλυση *PELVE* μέσω Χρηματοοικονομικών Δεδομένων

Οι Li & Wang (2023), αφότου παρουσίασαν αναλυτικά τις ιδιότητες του *PELVE*, χρησιμοποίησαν πραγματικά δεδομένα για να αναδείξουν τα οφέλη που αυτό παρουσιάζει έναντι της *VaR* και του *ES*. Στην παρούσα εργασία θα παρουσιαστεί μια εκ των δύο εμπειρικών μελετών που εκπονήθηκαν από τους συγγραφείς, οι οποίοι επιλέγουν να προσεγγίσουν το *PELVE* μη παραμετρικά μέσω των εμπειρικών κατανομών των χρηματοοικονομικών ζημιών, έτσι ώστε τα αποτελέσματα να δείχνουν τη πραγματική συμπεριφορά των δεδομένων χωρίς περιορισμούς ως προς τη μορφή της κατανομής.

Εμπειρική Μελέτη | Υπολογισμός *PELVE* χρηματοοικονομικών περιουσιακών στοιχείων

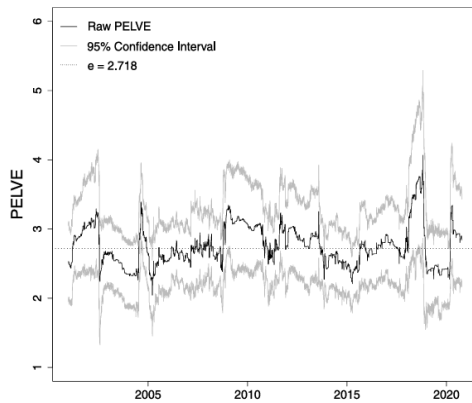
Για τη συγκεκριμένη εμπειρική μελέτη συγκεντρώνονται οι ιστορικές κινήσεις των τιμών του δείκτη S&P 500 καθώς και των επιμέρους μετοχών που τον συνθέτουν, για την περίοδο 4 Ιανουαρίου 1999 έως 9 Οκτωβρίου 2020.

Για τον δείκτη αλλά και για κάθε μεμονωμένη μετοχή, χρησιμοποιούνται ημερήσια δεδομένα λογαριθμικών ζημιών (δηλαδή αρνητικές λογαριθμικές αποδόσεις) για όλη την παρατηρούμενη περίοδο, εφαρμόζοντας ένα κυλιόμενο παράθυρο 500 ημερών για τις ημερήσιες εκτιμήσεις των *VaR*, *ES* και *PELVE*. Αυτό σημαίνει ότι αυτά τα 3 μέτρα κινδύνου δεν υπολογίζονται μία φορά για όλο το δείγμα, αλλά υπολογίζονται σε καθημερινή βάση χρησιμοποιώντας κάθε φορά τις 500 πιο πρόσφατες παρατηρήσεις.

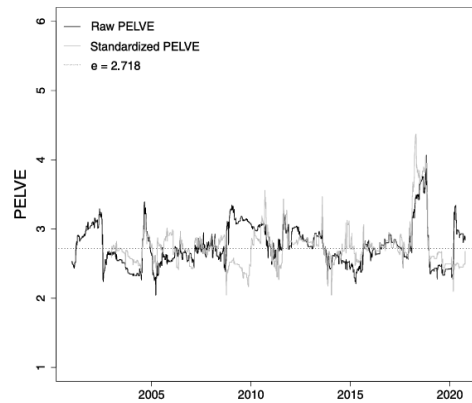
Χρησιμοποιούνται λογαριθμικές ζημιές αντί για γραμμικές προκειμένου να υπάρχει συνέπεια με τις περισσότερες μελέτες που αφορούν δεδομένα αποδόσεων χρηματοοικονομικών περιουσιακών στοιχείων. Παρά τον μετασχηματισμό των δεδομένων παρατηρείται ότι το *PELVE* παραμένει ανθεκτικό ασχέτως μετασχηματισμού, γεγονός που αποτελεί σημαντικό πλεονέκτημα του.

Στο διάγραμμα 3.2 (γράφημα α) απεικονίζεται, όπως έχει υπολογιστεί από τους Li & Wang, το ημερήσιο εμπειρικό *PELVE* στο επίπεδο 5% για τις λογαριθμικές ζημιές του δείκτη, χρησιμοποιώντας τον εμπειρικό εκτιμητή που ορίστηκε στην προηγούμενη ενότητα. Επιπλέον, παρουσιάζονται διαστήματα εμπιστοσύνης

bootstrap 95%. Ως επίπεδο ορίζεται το 5% προκειμένου οι εκτιμητές του *PELVE* να είναι στατιστικά αξιόπιστοι. Επίσης, χρησιμοποιούνται 200 δείγματα bootstrap για κάθε ημερήσια εκτίμηση. Το βασικό συμπέρασμα σε αυτό το σημείο είναι ότι ο δείκτης S&P 500 έχει τιμή *PELVE* περίπου ίση με $e \approx 2.72$ σε όλη την περίοδο (με μέση τιμή 2.76). Αυτό σημαίνει ότι σε επίπεδο συνολικής αγοράς, η κατανομή των ζημιών παρουσιάζει σχετικά ελαφριά ουρά.



(a) Bootstrap confidence bands for 5% PELVE



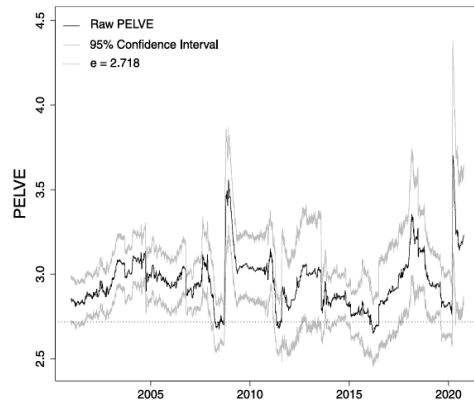
(b) Raw vs standardized 5% PELVE

Διάγραμμα 3-2: *PELVE* 5% του δείκτη S&P 500

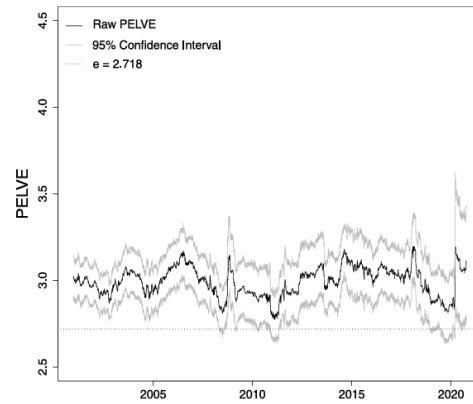
Πηγή: Li & Wang (2023)

Στη συνέχεια, οι συγγραφείς υπολογίζουν το εμπειρικό *PELVE* σε επίπεδο 5% για διαφορετικούς κλάδους του S&P 500 (περίοδος Ιανουαρίου 2001 – Οκτωβρίου 2020) προκειμένου να εξεταστεί η βαρύτητα της ουράς διαφορετικών κλάδων του δείκτη. Για κάθε κλάδο, λαμβάνεται υπόψη ο μέσος όρος των τιμών *PELVE* των μετοχών που τον απαρτίζουν, ώστε να προκύψουν οι τιμές *PELVE* ανά κλάδο για κάθε μία ημέρα παρατήρησης. Στη συνέχεια, θα παρουσιαστούν και θα συγκριθούν τα αποτελέσματα μόνο των κλάδων Χρηματοοικονομικών και Τεχνολογίας.

Στο διάγραμμα 3.3 παρουσιάζονται οι μέσες τιμές *PELVE* στο 5% για τους κλάδους Χρηματοοικονομικών και Τεχνολογίας, ενώ στο διάγραμμα 3.4 οι αντίστοιχες μέσες τιμές της *VaR* σε επίπεδο 99% και του *ES* σε επίπεδο 97.5% για αυτούς τους κλάδους.



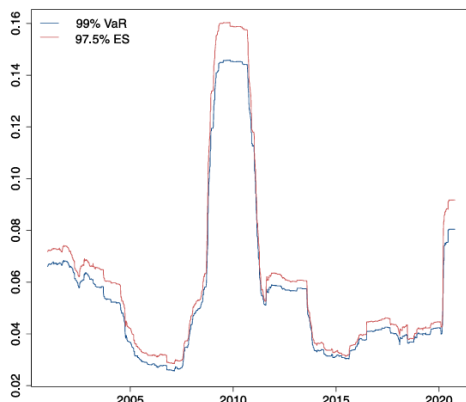
(a) Average PELVE of S&P 500 Financials



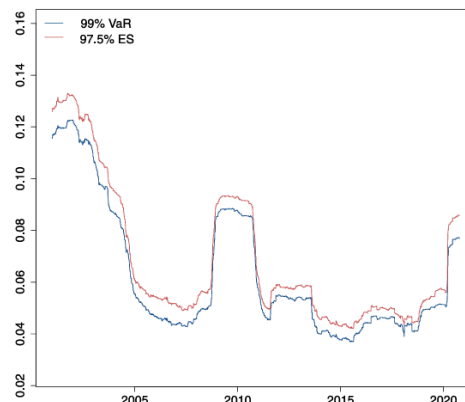
(b) Average PELVE of S&P 500 IT

Διάγραμμα 3-3: Μέσο 5% *PELVE* του δείκτη S&P 500 για τους κλάδους Χρηματοοικονομικών (a) & Τεχνολογίας (b).

Πηγή: Li & Wang (2023)



(c) Average VaR and ES of S&P 500 Financials



(d) Average VaR and ES of S&P 500 IT

Διάγραμμα 3-4: Μέσο 99% *VaR* και 97.5% *ES* του δείκτη S&P 500 για τους κλάδους Χρηματοοικονομικών (c) & Τεχνολογίας (d).

Πηγή: Li & Wang (2023)

Από την εξέταση των παραπάνω γραφημάτων και τη συγκριτική ανάλυση των τιμών του *PELVE* μεταξύ των δύο κλάδων, τόσο στο σύνολο της εξεταζόμενης περιόδου όσο και σε επιμέρους χρονικά διαστήματα, προκύπτουν τα ακόλουθα σχόλια:

Σχόλιο 1

Οι τιμές του δείκτη κυμαίνονται κατά το μεγαλύτερο μέρος της εξεταζόμενης περιόδου πάνω από το $e \approx 2,72$. Σύμφωνα με τους συγγραφείς, οι τιμές αυτές ακολουθούν τη βασική ιδέα ότι οι κατανομές των καθημερινών λογαριθμικών ζημιών εμφανίζουν εμπειρικά βαριές ουρές. Αντιθέτως, οι τιμές *PELVE* του δείκτη S&P 500 βρίσκονται κοντά στο $e \approx 2,72$, γεγονός που δεν υποδηλώνει ύπαρξη βαριάς ουράς. Επομένως, παρατηρείται ότι οι μεμονωμένοι κλάδοι έχουν πιο βαριές ουρές και συνεπώς μεγαλύτερες ακραίες απώλειες σε αντίθεση με τον συνολικό δείκτη που έχει μικρότερο *PELVE* άρα και πιο ελαφριά ουρά, λόγω της διαφοροποίησης. Ο δείκτης S&P 500 αποτελεί ουσιαστικά ένα διαφοροποιημένο χαρτοφυλάκιο μετοχών καθώς περιέχει πολλές μετοχές από διαφορετικούς κλάδους. Γίνονται λοιπόν και πρακτικώς αντιληπτά τα σημαντικά οφέλη που προκύπτουν λόγω διαφοροποίησης, η οποία δεν μειώνει μόνο την *VaR* και το *ES*, αλλά μειώνει και το *PELVE* κάνοντας την κατανομή πιο «ήπια».

Σχόλιο 2

Έντονες αυξήσεις του *PELVE* εντοπίζονται περίπου το 2008 γύρω από την κρίση των στεγαστικών ενυπόθηκων δανείων υψηλού κινδύνου και κατά την περίοδο της πανδημίας COVID-19, ενώ η συγκεκριμένη «αναστάτωση» που υπήρξε κατά τις 2 αυτές χρονικές περιόδους επηρέασε με διαφορετικό τρόπο την ουρά της κάθε κατανομής του αντίστοιχου κλάδου. Για παράδειγμα, παρατηρείται ότι ο Χρηματοοικονομικός κλάδος παρουσιάζει πιο έντονες μεταβολές στις τιμές του *PELVE* συγκριτικά με τον κλάδο Τεχνολογίας, ειδικά κατά τις περιόδους των κρίσεων του 2008 και του 2020.

Σχόλιο 3

Στο διάγραμμα 3.4, μέσω των καμπυλών *VaR* και *ES*, διακρίνεται ότι η κρίση λόγω της «φούσκας» dot-com που σημειώθηκε στις αρχές της δεκαετίας του 2000 φάνηκε να ήταν πολύ πιο σοβαρή για τον κλάδο της Τεχνολογίας σε σχέση με τις κρίσεις των ενυπόθηκων στεγαστικών δανείων του 2008 και της COVID-19 το 2020. Αντιθέτως, η κρίση του 2008 ήταν πολύ πιο έντονη από την κρίση του 2020 για τον Χρηματοοικονομικό κλάδο. Η διαφοροποίηση αυτή ανάμεσα στους κλάδους είναι αναμενόμενη, δεδομένου ότι κάθε κρίση επηρεάζει εντονότερα τους κλάδους με μεγαλύτερη έκθεση στους αντίστοιχους υποκείμενους κινδύνους. Τέλος, παρατηρείται ότι κατά την COVID-19 περίοδο, οι εμπειρικές καμπύλες *PELVE* εμφάνισαν τις υψηλότερες τιμές σε σχέση με όλο το δείγμα των τελευταίων 20 ετών,

δείχνοντας έτσι την εξαιρετική αναταραχή που υπήρξε τότε στις χρηματοοικονομικές αγορές.

Σχόλιο 4

Συγκρίνοντας τα γραφήματα στο διάγραμμα 3.3 διαπιστώνεται ότι το *PELVE* του χρηματοοικονομικού κλάδου παρουσιάζει μεγαλύτερη διακύμανση με την πάροδο του χρόνου συγκριτικά με τον κλάδο της Τεχνολογίας, καθώς και ευρύτερα διαστήματα εμπιστοσύνης. Έτσι, οι εκτιμήσεις του *PELVE* για τον χρηματοοικονομικό κλάδο χαρακτηρίζονται από υψηλότερη αβεβαιότητα γεγονός που ενδέχεται να ερμηνεύεται από το ότι οι μετοχές αυτού του κλάδου είναι περισσότερο συσχετισμένες μεταξύ τους.

Αφότου παρουσιάστηκε η εμπειρική ανάλυση των συγγραφέων και σχολιάστηκαν τα αντίστοιχα συμπεράσματα τους, ακολουθεί μια εναλλακτική εμπειρική προσέγγιση που εκπονείται στα πλαίσια της παρούσας διπλωματικής εργασίας. Η ανάλυση βασίζεται κατά κύριο λόγο στη ίδια μεθοδολογία που υιοθετήθηκε από τους συγγραφείς. Ωστόσο, ως αντιπρόσωποι των κλάδων Χρηματοοικονομικών και Τεχνολογίας, αντί για τις μετοχές του S&P 500 που απαρτίζουν τον κάθε κλάδο, χρησιμοποιούνται τα αμοιβαία διαπραγματεύσιμα κεφάλαια (Exchange Traded Funds – ETFs) XLF²¹ και XLK, τα οποία αποτελούν ήδη τα διαφοροποιημένα χαρτοφυλάκια τους.

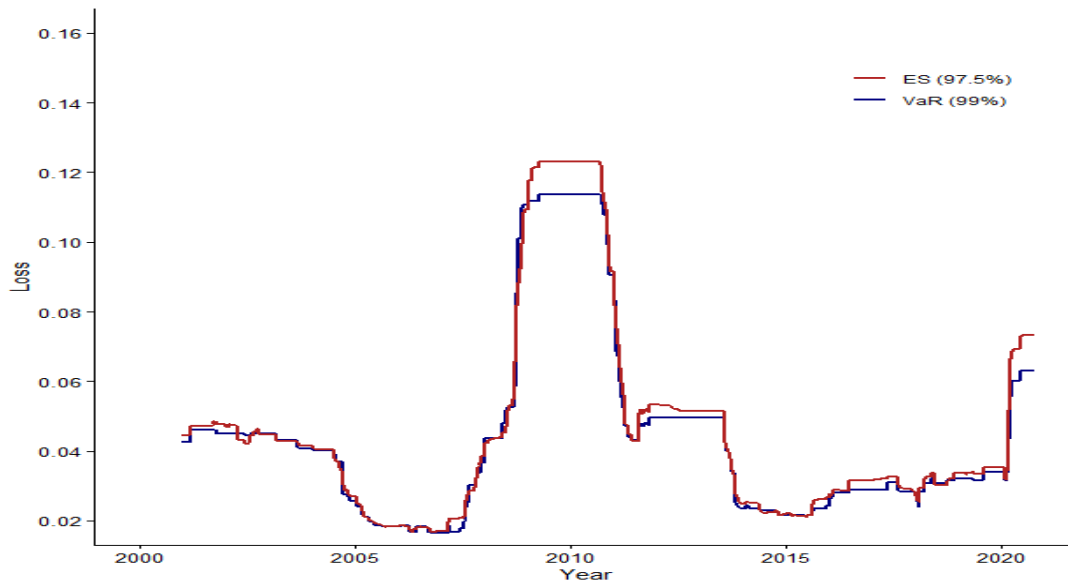
Θα παρουσιαστούν 2 γραφήματα που αναπαριστούν την καμπύλη της $VaR_{0.99}$ και του $ES_{0.975}$ για τους κλάδους Χρηματοοικονομικών και Τεχνολογίας μέσω των αντίστοιχων διαπραγματεύσιμων κεφαλαίων (ETFs) για την περίοδο 4 Ιανουαρίου 1999 έως 9 Οκτωβρίου 2020. Σκοπός της ανάλυσης είναι να διερευνηθεί κατά πόσο η χρήση των συγκεκριμένων ETFs οδηγεί σε συμπεράσματα παρόμοια με εκείνα που προκύπτουν από τα γραφήματα και τις παρατηρήσεις που παρουσιάστηκαν προηγουμένως. Η παραγωγή των γραφημάτων πραγματοποιήθηκε μέσω της γλώσσας προγραμματισμού R.

Λαμβάνοντας λοιπόν υπόψη τη μεθοδολογία που εφαρμόστηκε από τους Li & Wang (2023), με βάση τις ημερήσιες προσαρμοσμένες τιμές κλεισίματος κάθε κλάδου, υπολογίστηκαν λογαριθμικές αποδόσεις και στη συνέχεια μετατράπηκαν σε μεταβλητές ζημίας. Έπειτα, εφαρμόστηκε ένα κυλιόμενο παράθυρο 500 ημερών

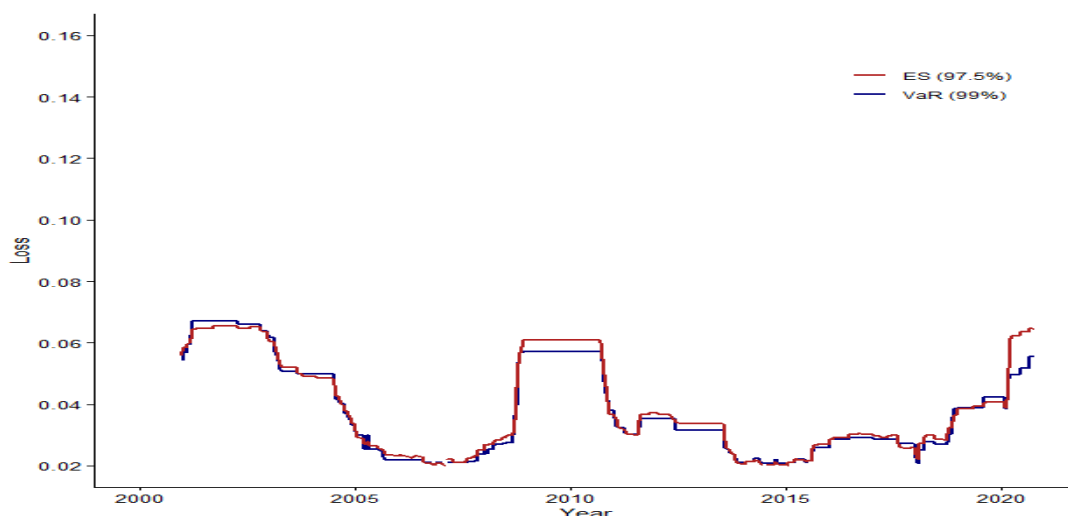
²¹ Το XLF (Financial Select Sector SPDR Fund) και το XLK (Technology Select Sector SPDR Fund) αποτελούν κλαδικά διαπραγματεύσιμα αμοιβαία κεφάλαια που παρακολουθούν την απόδοση των εταιρειών του Χρηματοοικονομικού και του Τεχνολογικού κλάδου αντιστοίχως.

για την εκτίμηση της $VaR_{0.99}$ και του $ES_{0.975}$ χρησιμοποιώντας την ιστορική κατανομή των παρατηρήσεων. Οι τιμές κλεισίματος αντλήθηκαν από τη βάση δεδομένων Yahoo Finance, μέσω της γλώσσας προγραμματισμού R και του πακέτου quantmod.

Τα αποτελέσματα των εν λόγω υπολογισμών απεικονίζονται στα διαγράμματα 3.5 και 3.6, με σκοπό να παρατηρηθεί τόσο η εξέλιξη του κινδύνου στους 2 επιμέρους κλάδους κατά την εξεταζόμενη περίοδο όσο και να συγκριθούν τα αποτελέσματα με τα αντίστοιχα της εμπειρικής μελέτης που παρουσιάστηκε νωρίτερα. Το βασικό ερώτημα που γεννάται είναι κατά πόσο οι εκτιμήσεις του κινδύνου ενός κλάδου διαφοροποιούνται όταν αυτός προσεγγίζεται μέσω ενός ήδη διαφοροποιημένου διαπραγματεύσιμου αμοιβαίου κεφαλαίου (ETF), το οποίο αντιμετωπίζεται ως ενιαίο χαρτοφυλάκιο, αντί των επιμέρους μετοχών του S&P 500.



Διάγραμμα 3-5: $VaR_{0.99}$ & $ES_{0.975}$ Finance Sector



Διάγραμμα 3-6: $VaR_{0.99}$ & $ES_{0.975}$ IT Sector

Εκ πρώτης όψεως το διάγραμμα 3.4 με τα διαγράμματα 3.5 και 3.6 μοιάζουν αρκετά. Αναλυτικότερα, όσο αφορά το διάγραμμα 3.5 που αντικατοπτρίζει τα 2 μέτρα κινδύνου στον Χρηματοοικονομικό τομέα, παρατηρείται ότι το διαπραγματεύσιμο αμοιβαίο κεφάλαιο του κλάδου (XLF) εμφανίζει πιο ομαλές καμπύλες VaR και ES σε σχέση με τον αντίστοιχο κλάδο στον S&P 500. Το διάγραμμα 3.4 (c) εμφανίζει πιο έντονες διακυμάνσεις και πιο ψηλές κορυφές σε σχέση με το διάγραμμα 3.5, γεγονός που σημαίνει ότι ενδεχομένως το XLF μειώνει τον κίνδυνο λόγω της εντονότερης διαφοροποίησης που έχει. Συγκεκριμένα, η κρίση του 2000 φαίνεται να επηρεάζει με τον ίδιο τρόπο τα δύο χαρτοφυλάκια σε αντίθεση με την κρίση του 2008 κατά την οποία το διάγραμμα που αναφέρεται στον S&P 500 έχει πιο απότομες και ψηλές κορυφές (κοντά στο 0.16) σε αντίθεση με τις κορυφές του XLF που είναι χαμηλότερες και κοντά στο 0.12. Τέλος, κατά την περίοδο της COVID-19 και τα 2 διαγράμματα παρουσιάζουν άνοδο του κινδύνου, με την άνοδο στο διάγραμμα 3.4 (c) να φαίνεται εντονότερη.

Παρόμοια συμπεράσματα συνάγονται και για τον κλάδο της Τεχνολογίας. Οι καμπύλες των VaR και ES στο διάγραμμα 3.6 είναι πιο ομαλές σε σχέση με αυτές του διαγράμματος 3.4 (d), οι οποίες παρουσιάζουν πιο έντονες μεταβολές. Αναλυτικότερα, η κρίση του 2000 επηρέασε εντονότερα τις μετοχές του Τεχνολογικού κλάδου του S&P 500 σε σχέση με το διαπραγματεύσιμο αμοιβαίο κεφάλαιο (XLK), με την πτώση των καμπυλών του S&P 500 να είναι πολύ εντονότερη. Επιπλέον, κατά την κρίση του 2008 παρατηρείται σημαντική αύξηση τόσο της VaR όσο και του ES , με την κορύφωσή τους για τον S&P 500 να αγγίζει την περιοχή 0.08 – 0.10. Αντίθετα, οι αντίστοιχες καμπύλες του XLK φαίνονται πιο

ήπιες, με τις κορυφές να φτάνουν στο $0.06 - 0.08$, γεγονός που δείχνει ότι το αμοιβαίο κεφάλαιο επιτυγχάνει καλύτερη διαφοροποίηση μειώνοντας τον συστημικό κίνδυνο. Τέλος, η κρίση της COVID-19 φαίνεται να επηρεάζει με παρόμοιο τρόπο τα δύο χαρτοφυλάκια.

Συμπερασματικά, προκύπτει ότι η χρήση των ETFs για τον Χρηματοοικονομικό (XLF) και Τεχνολογικό (XLK) κλάδο εκτιμά τον κίνδυνο με παρόμοιο τρόπο από αυτόν που προκύπτει από την ανάλυση των επιμέρους μετοχών των αντίστοιχων κλάδων του S&P 500. Οι πιο σημαντικές περιόδους αναταραχής, δηλαδή η κρίση του 2000, η παγκόσμια χρηματοπιστωτική κρίση του 2008 και η κρίση της COVID-19 αποτυπώνονται και στις 2 προσεγγίσεις, γεγονός που δείχνει ότι τα ETFs αναπαριστούν σε ικανοποιητικό βαθμό τις διακυμάνσεις του κινδύνου που υφίστανται οι κλάδοι διαχρονικά. Ακόμη, όπως αναλύθηκε και παραπάνω, οι καμπύλες της VaR και του ES που βασίζονται στα αμοιβαία κεφάλαια είναι πιο ήπιες και γενικά χαμηλότερες σε σχέση με εκείνες που προκύπτουν από τις επιμέρους μετοχές του S&P 500. Αυτό μπορεί να αποδοθεί στην καλύτερη διαφοροποίηση που επιτυγχάνουν τα ETFs σε σχέση με τον δείκτη. Επομένως, η ανάλυση των κλάδων μέσω ETFs δεν μεταβάλλει ουσιαστικά τα βασικά συμπεράσματα που παρουσιάστηκαν από τους Li & Wang (2023), δείχνοντας έτσι ότι τα αμοιβαία κεφάλαια είναι αξιόπιστοι αντιπρόσωποι των αντίστοιχων κλάδων παρέχοντας παράλληλα μια πιο ήπια εκτίμηση του κινδύνου εξαιτίας της διαφοροποίησης που επιτυγχάνουν.

3.9 Επίλογος

Οι Li & Wang (2023) παρουσίασαν ένα νέο εργαλείο ως προς τη Διαχείριση Κινδύνου, το οποίο ονόμασαν *PELVE*. Αφορμή για αυτή τους την πρόταση αποτέλεσε η μετάβαση από την VaR στο ES , όπως αυτή καθορίστηκε από την Επιτροπή της Βασιλείας για την Τραπεζική Εποπτεία. Λαμβάνοντας υπόψη τα όσα παρουσίασαν οι συγγραφείς στην μελέτη τους, η νέα κεφαλαιακή απαίτηση που βασίζεται στο $ES_{0.975}$ αυξάνεται για αποδόσεις περιουσιακών στοιχείων με βαριές ουρές, ενώ παραμένει σχεδόν η ίδια όταν οι αποδόσεις κατανέμονται κανονικά ή έχουν ελαφρύτερες ουρές. Μέσω της εμπειρικής μελέτης που εφαρμόστηκε από τους ίδιους και παρουσιάστηκε εκτενώς προηγουμένως, διαπιστώθηκε ότι το *PELVE* των επιμέρους αποδόσεων μετοχών στους κλάδους Χρηματοοικονομικών και Τεχνολογίας του S&P 500 για την περίοδο 2001-2020 βρίσκεται πάνω από το $e \approx 2.72$, που αποτελεί και το κατώφλι που διαχωρίζει τις κατανομές σε αυτές με βαριά και ελαφριά ουρά.

Όπως παρουσιάστηκε αναλυτικά σε αυτό το κεφάλαιο, το *PELVE* διαθέτει μια σειρά από θετικές θεωρητικές ιδιότητες, όπως το ότι παραμένει αμετάβλητο ως προς μετασχηματισμούς κλίμακας και θέσης, μειώνεται υπό γνησίως αύξουσες κοίλες μετασχηματίσεις της μεταβλητής ζημιάς και ταυτοχρόνως είναι ημικυρτό, ημικοίλο για συνμονοτονικούς κινδύνους. Όταν εφαρμόζονται κατάλληλοι μέθοδοι διαφοροποίησης, το *PELVE* μπορεί να μειωθεί, ενώ υπάρχει μονοτονική σχέση ανάμεσα στο όριο του *PELVE* και του δείκτη ουράς μιας κατανομής με αποτέλεσμα αυτό να αυξάνεται όταν οι ζημιές έχουν βαριά ουρά. Επιπλέον, σε αντίθεση με άλλα μέτρα που αποτυπώνουν τη βαρύτητα της ουράς της κατανομής, το *PELVE* ορίζεται για ένα πολύ ευρύτερο σύνολο κατανομών που διαθέτουν πεπερασμένη μέση τιμή, συμπεριλαμβανομένων και των φραγμένων κατανομών και δεν απαιτεί ασυμπτωτικές υποθέσεις σχετικά με τη συμπεριφορά της ουράς της κατανομής οι οποίες είναι δύσκολο να επαληθευτούν στην πράξη. Τέλος, η εκτίμηση του *PELVE* μέσω εμπειρικής ανάλυσης είναι απλή και αντίστοιχη με αυτή της *VaR* και του *ES*, ενώ έχει αποδειχθεί ότι οι εκτιμητές του παρουσιάζουν κανονική συμπεριφορά υπό ελάχιστες υποθέσεις.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

Παρακάτω παρατίθεται ο κώδικας μέσω R που αναπτύχθηκε προκειμένου να παραχθούν τα διαγράμματα 3.5 και 3.6 του τρίτου κεφαλαίου.

#ΦΟΡΤΩΣΗ ΤΩΝ ΠΑΚΕΤΩΝ ΠΟΥ ΘΑ ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΗΣΩ

```
library(quantmod)
```

```
library(zoo)
```

```
library(ggplot2)
```

#ΦΟΡΤΩΣΗ ΤΩΝ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ ΠΟΥ ΧΡΕΙΑΖΟΜΑΙ

```
getSymbols("XLF", from="1999-01-01", to="2020-10-09")
```

```
getSymbols("XLK", from="1999-01-01", to="2020-10-09")
```

#ΑΠΟΘΗΚΕΥΣΗ ΑΠΟΔΟΣΕΩΝ

```
Fin_price <- Ad(XLF)
```

```
IT_price <- Ad(XLK)
```

#ΜΕΤΑΤΡΟΠΗ ΣΕ ΛΟΓΑΡΙΘΜΙΚΕΣ ΑΠΟΔΟΣΕΙΣ

```
Fin_ret <- dailyReturn(Fin_price, type = "log")
```

```
IT_ret <- dailyReturn(IT_price, type = "log")
```

#ΜΕΤΑΤΡΟΠΗ ΣΕ ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ ΑΠΩΛΕΙΑΣ

```
Fin_loss <- -Fin_ret
```

```
IT_loss <- -IT_ret
```

#ΑΦΑΙΡΕΣΗ ΚΕΝΩΝ ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΩΝ

```
Fin_loss <- na.omit(Fin_loss)
```

```
IT_loss <- na.omit(IT_loss)
```

#ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ VaR & ES ΓΙΑ FINANCE SECTOR

```
VaR_Fin_99 <- rollapply(
```

```
  Fin_loss,
```

```

width = 500,
FUN = function(x) quantile(x, 0.99, na.rm = TRUE),
align = "right",
fill = NA
)
ES_Fin_975 <- rollapply(
  Fin_loss,
  width = 500,
  FUN = function(x) {
    threshold <- quantile(x, 0.975, na.rm = TRUE)
    mean(x[x >= threshold], na.rm = TRUE)
  },
  align = "right",
  fill = NA
)
df_fin <- data.frame(
  Date = index(VaR_Fin_99),
  VaR = as.numeric(VaR_Fin_99),
  ES = as.numeric(ES_Fin_975)
)
df_fin <- na.omit(df_fin)
df_fin <- df_fin[
  df_fin$Date >= as.Date("2000-01-01") &
  df_fin$Date <= as.Date("2020-10-09"),
]
#ΓΡΑΦΗΜΑ FINANCE SECTOR
ggplot(df_fin, aes(x = Date)) +

```

```

geom_line(aes(y = VaR, color = "VaR (99%)"), linewidth = 0.8) +
geom_line(aes(y = ES, color = "ES (97.5%)"), linewidth = 0.8) +
labs(
  x = "Year",
  y = "Loss"
) +
scale_x_date(
  limits = as.Date(c("2000-01-01", "2020-10-09")),
  breaks = c(
    as.Date("2000-01-01"),
    as.Date("2005-01-01"),
    as.Date("2010-01-01"),
    as.Date("2015-01-01"),
    as.Date("2020-01-01")
  ),
  date_labels = "%Y"
) +
scale_y_continuous(
  limits = c(0.02, 0.16),
  breaks = seq(0.02, 0.16, by = 0.02)
) +
scale_color_manual(values = c(
  "VaR (99%)" = "navy",
  "ES (97.5%)" = "firebrick"
)) +
theme_classic() +
theme(

```

```

    legend.position = c(0.85, 0.85),
    legend.title = element_blank(),
    axis.title = element_text(size = 11),
    axis.text = element_text(size = 10),
    panel.grid = element_blank()
  )
#ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ VaR & ES ΓΙΑ IT SECTOR
VaR_IT_99 <- rollapply(
  IT_loss,
  width = 500,
  FUN = function(x) quantile(x, 0.99, na.rm = TRUE),
  align = "right",
  fill = NA
)
ES_IT_975 <- rollapply(
  IT_loss,
  width = 500,
  FUN = function(x) {
    threshold <- quantile(x, 0.975, na.rm = TRUE)
    mean(x[x >= threshold], na.rm = TRUE)
  },
  align = "right",
  fill = NA
)
df_it <- data.frame(
  Date = index(VaR_IT_99),
  VaR = as.numeric(VaR_IT_99),

```

```

    ES = as.numeric(ES_IT_975)
)
df_it <- na.omit(df_it)
df_it <- df_it[df_it$Date >= as.Date("2000-01-01") &
               df_it$Date <= as.Date("2020-10-09"), ]

#ГРΑΦΗΜΑ IT SECTOR
ggplot(df_it, aes(x = Date)) +
  geom_line(aes(y = VaR, color = "VaR (99%)"), linewidth = 0.8) +
  geom_line(aes(y = ES, color = "ES (97.5%)"), linewidth = 0.8) +
  labs(
    x = "Year",
    y = "Loss"
  ) +
  scale_x_date(
    limits = as.Date(c("2000-01-01", "2020-10-09")),
    breaks = c(
      as.Date("2000-01-01"),
      as.Date("2005-01-01"),
      as.Date("2010-01-01"),
      as.Date("2015-01-01"),
      as.Date("2020-01-01")
    ),
    date_labels = "%Y"
  ) +
  scale_y_continuous(
    limits = c(0.02, 0.16),
    breaks = seq(0.02, 0.16, by = 0.02)
  )

```

```

) +
scale_color_manual(values = c(
  "VaR (99%)" = "navy",
  "ES (97.5%)" = "firebrick"
)) +
theme_classic() +
theme(
  legend.position = c(0.85, 0.85),
  legend.title = element_blank(),
  legend.background = element_blank(),
  axis.title = element_text(size = 11),
  axis.text = element_text(size = 10)
)

```

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Ελληνική

Ζαπράνης, Α. (2009). *Διαχείριση χρηματοοικονομικών κινδύνων με το Matlab: Μια εφαρμοσμένη προσέγγιση*. Αθήνα: Εκδόσεις Κλειδάριθμος.

Νούλας, Α. Γ. (2015). *Χρήμα & Τράπεζες*. Θεσσαλονίκη: Χωρίς εκδότη.

Νούλας, Α. Γ. (2020). *Αγορές χρήματος και κεφαλαίου*. Θεσσαλονίκη: Εκδόσεις Τζιόλα.

Casu, B., Girardone, C. & Molyneux, P. (2018). *Εισαγωγή στην τραπεζική*. 2η έκδοση. Θεσσαλονίκη: Εκδόσεις Τζιόλα. Μετάφραση: Α. Γουσίου, Επιστημονική Επιμέλεια: Κ. Κοσμίδου.

Saunders, A., & Cornett, M. M. (2017). *Διοίκηση χρηματοπιστωτικών ιδρυμάτων & διαχείριση κινδύνων*. Εκδόσεις Π.Χ. Πασχαλίδης και Broken Hill Publishers Ltd. Μετάφραση: Μ. Γιάκα & Ι. Λειβαδίτης. Επιστημονική Επιμέλεια: Γ. Α. Χαρδουβέλης & Ε. Δ. Τσιριτάκης.

Ξένη

Acerbi, C., Nordio, C. & Sirtori, C. (2018) *Expected Shortfall as a Tool for Financial Risk Management*. ABAXbank, Milan.

Ahsanullah, M. & Shakil, M. (2024) *Characterizations of Continuous Uniform Distribution by Some Functional Relations of Characteristic Functions*. *Journal of Statistics Applications & Probability Letters*, 11(1), pp. 33–40.

Akkizidis, I. & Kalyvas, L. (2018). *Final Basel III: Modelling implementation, impact and implications*. Palgrave Macmillan.

Cont, R. (2001). Empirical properties of asset returns: stylized facts and statistical issues. *Quantitative Finance*, 1, pp. 223–236.

Cumming, C. & Hirtle, B. (2001) '*The challenges of risk management in diversified financial companies*', *Economic Policy Review*, 7(1).

Hardy, M. R. (2006) *An Introduction to Risk Measures for Actuarial Applications*. Education and Examination Committee of the Society of Actuaries, Construction and Evaluation of Actuarial Models Study Note. University of Waterloo.

Li, H., & Wang, R. (2023). '*PELVE: Probability Equivalent Level of VaR and ES*'. *Journal of Econometrics*, 234, pp. 353-370

Llewellyn, D.T (1999) '*The economic rationale for financial regulation*', FSA Occasional Papers Series, No. 1.

Roccioletti, S. (2015). *Backtesting Value at Risk and Expected Shortfall*. BestMasters. Publisher: Springer Gabler.

Ηλεκτρονικές Διευθύνσεις

Basel Committee on Banking Supervision. (2001). '*Operational risk: Supporting document to the new Basel Capital Accord*'

Available at: <https://www.bis.org/publ/bcbsca07.pdf>

Basel Committee on Banking Supervision (2013) *Fundamental review of the trading book (FRTB): consultative document (BCBS 265)*.

Available at: <https://www.bis.org/publ/bcbs265.htm>

Britannica:

Pells, R. H., & Romer, C. D. (2025). '*Great Depression*'

Available at: <https://www.britannica.com/event/Great-Depression>

Deutsche Bank AG (2024) *Pillar 3 Report Q4 2024*. Deutsche Bank Investor Relations.

Available at: <https://investor-relations.db.com/files/documents/regulatory-reporting/Pillar-3-Report-Q4-2024.pdf>

EBSCO Research Starters:

Gordon, N. M. (2023). 'Credit-Anstalt Bank of Austria fails'

Available at: <https://www.ebsco.com/research-starters/history/credit-anstalt-bank-austria-fails>

Piraeus Financial Holdings (2024) *Pillar III Disclosure Report 2024*. Athens: Piraeus Financial Holdings.

Available at: https://www.piraeusgroup.gr/-/jssmedia/Com/2024/Files/Investors/Financials/annual-reports/Pillar-III_EN_202412_v11.pdf

Γερμανική Κεντρική Τράπεζα:

Deutsche Bundesbank. (n.d.). '*Basel Committee on Banking Supervision*'

Available at: <https://www.bundesbank.de/en/tasks/banking-supervision/bundesbank/basel/basel-committee-on-banking-supervision-622646>

Ευρωπαϊκή Κεντρική Τράπεζα:

Ευρωπαϊκή Κεντρική Τράπεζα. (2019). '*Γιατί οι τράπεζες χρειάζονται κεφάλαιο*.'

Available at: https://www.bankingsupervision.europa.eu/about/banking-supervision-explained/html/hold_capital.el.html

Ευρωπαϊκή Κεντρική Τράπεζα. (2007). '*More than thirty years after the "Herstatt" case, foreign exchange settlement risk is still an issue*'

Available at: https://www.ecb.europa.eu/press/financial-stability-publications/fsr/focus/2007/pdf/ecb~ccda416def.fsrbox200712_19.pdf

Ευρωπαϊκή Κεντρική Τράπεζα. (2023). '*Sound practices for managing FX settlement risk*'

Available at: https://www.bankingsupervision.europa.eu/press/supervisory-newsletters/newsletter/2023/html/ssm.nl230517_2.en.html

Τράπεζα Διεθνών Διακανονισμών:

Τράπεζα Διεθνών Διακανονισμών (n.d.). '*History of the Basel Committee*'

Available at: <https://www.bis.org/bcbs/history.htm>

Ingves, S. (2014). '*Banking on leverage*'

Available at: <https://www.bis.org/speeches/sp140226.htm>

Τράπεζα της Ελλάδος:

Τράπεζα της Ελλάδος. (n.d.). '*Ρόλος και αρμοδιότητες*'

Available at: <https://www.bankofgreece.gr/trapeza/rolos-kai-armodiotites>

Τράπεζα της Ελλάδος. (n.d.). *Ισολογισμός και Κατάσταση Αποτελεσμάτων Χρήσεως*

Available at: <https://www.bankofgreece.gr/enimerosi/oikonomikes-katastaseis/isologismos-kai-katastash-apotelesmatwn-xrhsews>