ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

Εισαγωγή

Η ανάλυση μέσου – διακύμανσης του Markowitz, που αναπτύχθηκε πριν 50 χρόνια σχεδόν, μας παρείχε ένα βασικό παράδειγμα για την επιλογή χαρτοφυλακίου. Αυτή η προσέγγιση δίνει έμφαση στη δυνατότητα διαφοροποίησης για τη μείωση του κινδύνου , αλλά αγνοεί αρκετούς σημαντικούς παράγοντες. Η ανάλυση είναι στατική, υποθέτει ότι όλοι οι επενδυτές ενδιαφέρονται μόνο για τους κινδύνους μιας περιόδου. Πολλοί επενδυτές όμως, επιζητούν να χρηματοδοτήσουν ένα επίπεδο κατανάλωσης για μια ζωή. Επιπλέον, η ανάλυση μέσου – διακύμανσης αντιμετωπίζει το χρηματοοικονομικό πλούτο ξεχωριστά από το εισόδημα. Οι μακροπρόθεσμοι επενδυτές λαμβάνουν μια ροή εισοδήματος και το χρησιμοποιούν, μαζί με το χρηματοοικονομικό πλούτο, για να υποστηρίξουν την κατανάλωσή τους.

Σε θεωρητικό επίπεδο, είναι κατανοητό ότι η λύση στο πρόβλημα επιλογής μακροπρόθεσμου χαρτοφυλακίου μπορεί να γίνει πολύ διαφορετική από τη λύση ενός προβλήματος επιλογής βραχυπρόθεσμου χαρτοφυλακίου. Οι μακροπρόθεσμοι επενδυτές ενδιαφέρονται για διαχρονικά πλήγματα στις επενδυτικές ευκαιρίες και το εισόδημα εργασίας, καθώς και στον πλούτο, και μπορούν να χρησιμοποιήσουν τα χρηματοοικονομικά περιουσιακά στοιχεία για να αντισταθμίσουν τους διαχρονικούς κινδύνους. Οι επενδυτές αυτοί ονομάζονται στρατηγικοί γιατί επιλέγουν χαρτοφυλάκια που αντισταθμίζουν μακροχρόνιους κινδύνους (κίνδυνος οικονομικής ύφεσης, αλλαγή στα επιτόκια, κλπ.). Τα χαρτοφυλάκια αυτά είναι στρατηγικά καθώς προστατεύουν από μελλοντικούς κινδύνους. Οι επενδυτές αυτοί έχουν μεγάλο ορίζοντα σε αντίθεση με τους μυωπικούς επενδυτές , που επιλέγουν άριστα χαρτοφυλάκια για μια περίοδο και τα αναπροσαρμόζουν κάθε περίοδο.

Σκοπός αυτής της εργασίας είναι να εξετάσει την επίδραση των μακροπρόθεσμων κινδύνων στην επιλογή χαρτοφυλακίου και την κατασκευή στρατηγικών χαρτοφυλακίων για μακροπρόθεσμους επενδυτές. Η διάρθρωση της έχει ως εξής :

- Επισκόπηση βιβλιογραφίας
- Μακροχρόνιοι κίνδυνοι
- Κατασκευή στρατηγικών χαρτοφυλακίων

Όσον αφορά την επισκόπηση της βιβλιογραφίας, θα παρουσιάσουμε τα μοντέλα των Markowitz και Merton,καθώς και το γενικό μοντέλο άριστου στρατηγικού χαρτοφυλακίου για να προχωρήσουμε στη συνέχεια σε τρία ειδικά μοντέλα και στη συνέχεια θα αναφερθούμε στα περιουσιακά στοιχεία που προστατεύουν από μακροχρόνιους κινδύνους. Τα ειδικά μοντέλα είναι τα εξής:

⇨ **Μοντέλο Campbell και Viceira (2002)**

Συμβατικά, τα μακροπρόθεσμα ομόλογα θεωρούνται κατάλληλα για συντηρητικούς μακροπρόθεσμους επενδυτές. Η εργασία των Campbell και Viceira αναπτύσσει ένα μοντέλο άριστης κατανάλωσης και επιλογής χαρτοφυλακίου για επενδυτές που ζουν επ' άπειρον και αντιμετωπίζουν στοχαστικά επιτόκια. Λύνουν το μοντέλο χρησιμοποιώντας μια προσεγγιστική αναλυτική μέθοδο και αξιολογούν τη συμβατική θεωρία. Καθώς η αποστροφή κινδύνου αυξάνεται, η μυωπική ζήτηση εξαφανίζεται, αλλά ο όρος διαχρονικής αντιστάθμισης όχι. Οι συντηρητικοί επενδυτές έχουν στην κατοχή τους χρεόγραφα για να αντισταθμίσουν τον κίνδυνο μιας πτώσης των πραγματικών επιτοκίων. Τα μακροπρόθεσμα δεικτοποιημένα ομόλογα είναι τα πιο κατάλληλα για αυτό το σκοπό, αλλά τα ονομαστικά ομόλογα μπορούν να χρησιμοποιηθούν επίσης, εάν ο πληθωρισμός είναι χαμηλός.

⇨ **Μοντέλο M.Brandt και P.Santa-Clara (2006)**

Το μοντέλο επεκτείνει το μοντέλο του Markowitz για την επιλογή ανάμεσα σε διοικούμενα χαρτοφυλάκια, συγκεκριμένα δεσμευμένα χαρτοφυλάκια που επενδύουν σε κάθε περιουσιακό στοιχείο ένα ποσό που είναι ανάλογο με κάποια δεσμευμένη μεταβλητή και χαρτοφυλάκια συγχρονισμού, τα οποία επενδύουν σε κάθε περιουσιακό στοιχείο για μια περίοδο και στο περιουσιακό στοιχείο χωρίς κίνδυνο για όλες τις άλλες περιόδους.

- **Παραγοντικό υπόδειγμα στρατηγικού χαρτοφυλακίου - Μαλλιαρόπουλος (2006)**

Το παραγοντικό υπόδειγμα αποτελεί μια γενίκευση του ορισμού του στρατηγικού χαρτοφυλακίου. Για τον υπολογισμό του στρατηγικού χαρτοφυλακίου στα πλαίσια του παραγοντικού υποδείγματος χρειαζόμαστε την εκτίμηση των τιμών κινδύνου, των beta των αποδόσεων με τους παράγοντες κινδύνου και της διακύμανσης του χαρτοφυλακίου της αγοράς και των παραγόντων κινδύνου.

Όσον αφορά το εμπειρικό κομμάτι, δηλαδή την εκτίμηση στρατηγικών χαρτοφυλακίων, το χαρτοφυλάκιό μας θα αποτελείται από :

Χαρτοφυλάκιο : S&P 500, US 10-year Treasuries
Δείγμα :1989:12 - 2007:02

Πιο συγκεκριμένα, θα χρησιμοποιήσουμε ένα Vector Autoregressive Μοντέλο (Υπόδειγμα Διανυσμάτων Αυτοπαλινδρομήσεων) για να αποσυνθέσουμε τις υπερβάλλουσες αποδόσεις σε αλλαγές στις προσδοκίες για τα μελλοντικά μερίσματα, τα πραγματικά επιτόκια και τις υπερβάλλουσες αποδόσεις. Στη συνέχεια θα χρησιμοποιήσουμε τα νέα που προέρχονται από αυτές τις αλλαγές στις προσδοκίες ώστε να κατασκευάσουμε τα σταθμά του στρατηγικού χαρτοφυλακίου. Παρατηρήσαμε πως καθώς αυξάνεται ο βαθμός αποστροφής κινδύνου, η αναλογία των μετοχών μειώνεται διαρκώς και αυξάνεται η αναλογία των ομολόγων. Καθώς μειώνονται οι αναθεωρήσεις στις προσδοκίες για τις μελλοντικές αποδόσεις, ο βαθμός αποστροφής αυξάνεται διαρκώς.

Ας επικεντρωθούμε όμως στην βιβλιογραφία:

1.1 Θεωρία χαρτοφυλακίου του Markowitz

Η θεωρία χαρτοφυλακίου οφείλεται στον Harry Markowitz και απευθύνεται στο πρόβλημα της άριστης επιλογής χρηματοοικονομικών τοποθετήσεων, όταν αυτές χαρακτηρίζονται από ποικιλία προσδοκώμενων αποδόσεων και βαθμών κινδύνου.

Η θεωρία επιλογής άριστου χαρτοφυλακίου του Markowitz χαρακτηρίζει την επιλογή των επενδυτών που ενδιαφέρονται για την μέση απόδοση μιας περιόδου. Θεωρείται ότι η κατανομή των αποδόσεων δεν εξαρτάται από άλλες οικονομικές μεταβλητές στη διάρκεια του οικονομικού κύκλου. Οι δεσμευμένες ροπές είναι ίσες με τις αδέσμευτες και δεν υπάρχει οικονομική μεταβλητή με προβλεπτική ικανότητα.

Οι επενδυτές στον κόσμο του Markowitz είναι μυωπικοί καθώς η επιλογή χαρτοφυλακίου δεν διαφέρει μεταξύ βραχυχρόνιων επενδυτών με ορίζοντα επένδυσης μία περίοδο και μακροχρόνιων επενδυτών με ορίζοντα επένδυσης πολλές περιόδους. Οι επενδυτές αυτοί επιλέγουν χαρτοφυλάκια για μια περίοδο και αναπροσαρμόζουν τα χαρτοφυλάκια κάθε περίοδο. Οι επενδυτές αυτοί δεν ενδιαφέρονται για μακροχρόνιους κινδύνους.

Το υπόδειγμα υποθέτει ότι οι ακολουθούν κανονική κατανομή με σταθερή διακύμανση. Η συνάρτηση χρησιμότητας του επενδυτή είναι θετική στην αναμενόμενη απόδοση και αρνητική στην διακύμανση του χαρτοφυλακίου. Ας εξετάσουμε χαρτοφυλάκια αξιογράφων με κίνδυνο.

Η αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου είναι : $\mu_p = w' \mu$.

Η διακύμανση του χαρτοφυλακίου είναι : $Var(R_{p,t}) = \sigma_p^2 = w' \Sigma w$,

όπου μ το διάνυσμα αναμενόμενων αποδόσεων K περιουσιακών στοιχείων

w το διάνυσμα σταθμίσεων K περιουσιακών στοιχείων στο χαρτοφυλάκιο

Σ ο πίνακας διακύμανσης /συνδιακύμανσης αποδόσεων

γ ο βαθμός αποστροφής κινδύνου

Το πρόβλημα μεγιστοποίησης χρησιμότητας του επενδυτή ορίζεται ως :

$\max u = w' \mu - \gamma/2 \quad w' \Sigma w$

s.t. : $w' i_k = 1$

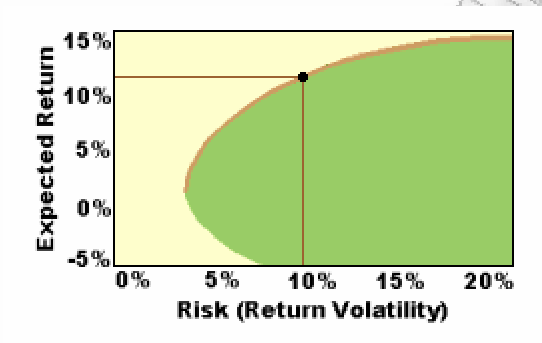
όπου i_k είναι το (K x 1) μοναδιαίο διάνυσμα.

Η συνθήκη πρώτου βαθμού δίνει το άριστο χαρτοφυλάκιο : $\theta u / \theta w = 0 \Rightarrow$

$w = \gamma^{-1} \Sigma^{-1} (\mu - \eta i_k)$

όπου η ο πολλαπλασιαστής Langrange.

Παρατηρούμε πως το άριστο χαρτοφυλάκιο κατά Markowitz εξαρτάται από την αναμενόμενη απόδοση των αξιογράφων πάνω από την απόδοση του χαρτοφυλακίου μηδενικού κινδύνου, του κινδύνου των αξιογράφων και του βαθμού αποστροφής του επενδυτή.



Διάγραμμα 1: Αποδοτικό σύνορο

Η πράσινη περιοχή στο σχήμα αντιστοιχεί στο χώρο απόδοσης – κινδύνου που μπορεί να επιτευχθεί. Για κάθε σημείο σε αυτή την περιοχή θα υπάρχει τουλάχιστον ένα χαρτοφυλάκιο που μπορεί να κατασκευαστεί και θα αντιστοιχεί στην απόδοση και τον κίνδυνο αυτού του σημείου. Το αποδοτικό σύνορο είναι η καφέ καμπύλη πάνω από την εφικτή περιοχή. Τα χαρτοφυλάκια στο αποδοτικό σύνορο είναι άριστα με την έννοια ότι προσφέρουν τη μέγιστη δυνατή απόδοση για δεδομένο επίπεδο κινδύνου και τον ελάχιστο δυνατό κίνδυνο για δεδομένη αναμενόμενη απόδοση. Τα χαρτοφυλάκια που συνθέτουν το αποδοτικό σύνορο είναι τα πιο διαφοροποιημένα.

1.2 Υπόδειγμα διαχρονικής αποτίμησης του Merton

Ο Robert Merton απέδειξε πριν 30 χρόνια πως η λύση στο μακροπρόθεσμο πρόβλημα της επιλογής χαρτοφυλακίου μπορεί να διαφέρει πολύ από τη λύση ενός βραχυπρόθεσμου προβλήματος. Συγκεκριμένα, εάν οι επενδυτικές ευκαιρίες διαφέρουν στο χρόνο, τότε οι μακροπρόθεσμοι επενδυτές ενδιαφέρονται για τις αλλαγές στις επενδυτικές δυνατότητες – την παραγωγικότητα του πλούτου - και αλλαγές στον ίδιο τον πλούτο. Μπορεί να επιζητούν να αντισταθμίσουν την έκθεσή τους σε αυτές τις αλλαγές και αυτό εμφανίζει την έννοια της διαχρονικής αντισταθμιστικής ζήτησης για χρηματοοικονομικά περιουσιακά στοιχεία.

Δυστυχώς όμως το μοντέλο του Merton είναι δύσκολο στη λύση. Μόνο πρόσφατες λύσεις στο μοντέλο είναι διαθέσιμες σε αυτές τις ιδιαίτερες περιπτώσεις που αντιμετωπίζουμε το στατικό μοντέλο. Συνεπώς, το μοντέλο του Merton δεν αποτέλεσε ένα χρήσιμο εμπειρικό μοντέλο, δεν αντικατέστησε το μοντέλο του Markowitz και έχει μικρή επιρροή στους χρηματοοικονομικούς συμβούλους. Πρόσφατα η κατάσταση άλλαξε λόγω αλλαγών στις αναλυτικές και αριθμητικές μεθόδους.

ICAPM-Κλειστού τύπου λύσεις
Συσσώρευση πλούτου και τεχνολογίας

Τεχνολογία:

$$\frac{dV^B}{V^B} = rdt \qquad \text{risk free capital}$$

$$\frac{dV^K}{V^K} = \alpha dt + \sigma dz; \quad \alpha > \text{r}, \qquad \text{risky capital}$$

Αυτές είναι οι εξισώσεις μας δίνουν το αποτέλεσμα των παραγωγικών διαδικασιών.

Πλούτος:

$$W = B + K$$

όπου B and K η αξία (and value) του κεφαλαίου χωρίς και με κίνδυνο. Το άθροισμά τους είναι ο πλούτος, W.

Συσσώρευση πλούτου

Η συσσώρευση πλούτου ισούται με τις ροές από τα χρεόγραφα μείον την κατανάλωση c,

$$\begin{aligned} dW &= dB + dK - cdt \\ &= rBdt + \alpha Kdt + \sigma Kdz - cdt \end{aligned} \tag{1.1}$$

Το μερίδιο του πλούτου που επενδύεται στο περιουσιακό στοιχείο με κίνδυνο είναι:

$$w \equiv K / W$$

Άρα,

$$dW = (w(\alpha - r) + r)Wdt + w\sigma Wdz - cdt$$

Ο επενδυτής διαλέγει την κατανάλωση και το σταθμό του χαρτοφυλακίου έτσι ώστε να μεγιστοποιήσει τη χρησιμότητα με βάση τον περιορισμό σχετικά με τη συσσώρευση πλούτου.

Οι Κανόνες άριστης κατανάλωσης και χαρτοφυλακίου σε ένα μοντέλο συνεχούς χρόνου θα είναι:

$$U(C) = E_0 \int_0^{\infty} e^{-\delta t} u(c(t))dt$$

$$u(c) \equiv \frac{c^{1-R}}{1-R}; \quad R > 0$$

όπου R ο βαθμός αποστροφής κινδύνου και

δ η παράμετρος time-preference.

1.3 Υπόδειγμα άριστου στρατηγικού χαρτοφυλακίου

Πριν όμως προχωρήσουμε στα ειδικά μοντέλα, θα παρουσιάσουμε το γενικό υπόδειγμα άριστου στρατηγικού χαρτοφυλακίου, για την καλύτερη κατανόηση των ειδικών μοντέλων.

Τα άριστα χαρτοφυλάκια για μακροχρόνιους επενδυτές δεν είναι τα ίδια με των βραχυπρόθεσμων επενδυτών. Οι μακροπρόθεσμοι επενδυτές ενδιαφέρονται για το επίπεδο διαβίωσης που μπορεί να υποστηρίξει ο πλούτος και όχι για τον πλούτο καθαυτό. Ως αποτέλεσμα, αξιολογούν τον κίνδυνο διαφορετικά από τους βραχυπρόθεσμους επενδυτές. Τα μετρητά για παράδειγμα, εμπεριέχουν κίνδυνο μακροπρόθεσμα ακόμα και αν θεωρούνται ασφαλή βραχυπρόθεσμα, καθώς πρέπει να επανεπενδύονται σε άγνωστα μελλοντικά πραγματικά επιτόκια. Άρα οι μακροπρόθεσμοι επενδυτές ή αλλιώς στρατηγικοί επιλέγουν χαρτοφυλάκια τα οποία προστατεύουν από μελλοντικούς κινδύνους. Αυτό σημαίνει ότι έχουν μεγάλο επενδυτικό ορίζοντα, σε αντίθεση με τους βραχυπρόθεσμους η αλλιώς μυωπικούς. Ενδιαφέρονται όχι μόνο για τις αποδόσεις και το κίνδυνο του χαρτοφυλακίου την επόμενη περίοδο αλλά και για μη προβλέψιμες αλλαγές στο σετ των επενδυτικών του δυνατοτήτων στο απώτερο μέλλον και πως θα προστατευτούν από αυτές. Αυτό επιτυγχάνεται επιλέγοντας ένα χαρτοφυλάκιο που αντισταθμίζει τους πιθανούς μελλοντικούς κινδύνους.

Το άριστο στρατηγικό χαρτοφυλάκιο του επενδυτή προκύπτει ως ένας γραμμικός συνδιασμός δύο χαρτοφυλακίων : α) του χαρτοφυλακίου Markowitz,το οποίο είναι το άριστο χαρτοφυλάκιο ενός μυωπικού επενδυτή με ορίζοντα επένδυσης μια περίοδο και β) ενός χαρτοφυλακίου αντιστάθμισης μελλοντικών κινδύνων του Merton, το οποίο διορθώνει το χαρτοφυλάκιο Markowitz για την έκθεση σε μακροχρόνιους κινδύνους.

Η έννοια της αντιστάθμισης μελλοντικών κινδύνων για μακροχρόνιους επενδυτές είναι γνωστή εδώ και δεκαετίες με τις πρωτοποριακές εργασίες των Merton (1969) και Samuelson (1969), η εφαρμογή όμως της έννοιας αυτής στην πράξη υπήρξε περιορισμένη. Παρά τη θεωρητική δουλειά τα τελευταία δέκα χρόνια , το νέο υπόδειγμα επιλογής χαρτοφυλακίου δε μπόρεσε να μεταφραστεί σε όρους ενός παραγοντικού υποδείγματος αποτίμησης, όπως τα εμπειρικά υποδείγματα που χρησιμοποιούνται ευρέως από αναλυτές και διαχειριστές αμοιβαίων κεφαλαίων στην αγορά.

Κάθε οικονομικό υπόδειγμα αποτίμησης αντιστοιχεί σε ένα υπόδειγμα στρατηγικού χαρτοφυλακίου. Καθώς κάθε υπόδειγμα αποτίμησης μπορεί να εκφραστεί ως ένα παραγοντικό υπόδειγμα, το στρατηγικό χαρτοφυλάκιο μπορεί να εκφραστεί σε όρους του παραγοντικού υποδείγματος, δηλαδή σε όρους beta και τιμών κινδύνου. Αυτή η αντιστοιχία μας επιτρέπει να μεταφράσουμε κάθε παραγοντικό υπόδειγμα για τα ασφάλιστρα κινδύνου σε ένα στρατηγικό χαρτοφυλάκιο. Η στάθμιση των αξιογράφων στο στρατηγικό χαρτοφυλάκιο μπορεί να υπολογιστεί εύκολα δεδομένων των εκτιμήσεων για τα beta και τις τιμές κινδύνου.

Υποθέτουμε ότι ο επενδυτής επιλέγει μεταξύ ενός αξιογράφου με κίνδυνο και ενός αξιογράφου μηδενικού κινδύνου. Σύμφωνα με τους Campbell και Viceira (1999), η λογαριθμική απόδοση του χαρτοφυλακίου είναι προσεγγιστικά :

$$r_{w,t+1} = a_t (r_{1,t+1} – r_{f,t}) + r_{f,t} + ½ a_t (1- a_t) Var_t (r_{1,t+1})$$

όπου a_t είναι το ποσοστό του πλούτου που επενδύεται στο αξιόγραφο 1 και 1- a_t το ποσοστό που επενδύεται στο αξιόγραφο μηδενικού κινδύνου. Χρησιμοποιώντας τα παραπάνω υπολογίζουμε τη συνδιακύμανση:

$$Cov_t (r_{1,t+1}, r_{w,t+1}) = a_t Var_t (r_{1,t+1})$$

Από τη λύση του προβλήματος του καταναλωτή με χρησιμότητα Epstein – Zin, το ασφάλιστρο κινδύνου του αξιογράφου 1 είναι

$$E_t (r_{1,t+1} – r_{f,t}) + 1/2\ Var_t (r_{1,t+1}) = θ/ψ\ Cov_t (r_{1,t+1}, Δc_{t+1}) + (1-θ)\ Cov_t(r_{1,t+1}, r_{w,t+1})$$

(Σημείωση : Οι Epstein και Zin (1989) και ο Weil (1989) πρότειναν μία συνάρτηση χρησιμότητας που διαχωρίζει το βαθμό αποστροφής κινδύνου γ από τον οριακό λόγο υποκατάστασης παρούσας με μελλοντική κατανάλωση, ψ, καθώς υποθέτει ότι $\gamma = 1/\psi$.

$$U_t = \{ (1\text{-}\delta)\, C_t^{(1-\gamma)/\theta} + \delta\, (E_t [U_{t+1}^{1-\gamma}\ ])^{1/\theta}\}^{\theta/(1-\gamma)}\ ).$$

Αντικαθιστώντας τη συνδιακύμανση $Cov_t\,(r_{1,t+1},\ r_{w,t+1}) = a_t\ Var_t\,(r_{1,t+1})$, και χρησιμοποιώντας τον ορισμό $\theta = (1\text{-}\gamma) / [1\text{-}(1/\psi)]$, παίρνουμε

$$\alpha_t = \{(\psi\text{-}1)/\ (\gamma\psi - 1)\}\ \{[E_t\,(r_{1,t+1} - r_{f,t}) + 1/2\ Var_t\,(r_{1,t+1})]\ /\ Var_t\,(r_{1,t+1})\}$$

$$+\ [(\gamma\text{-}1)/\ (\gamma\psi\ \text{-}1)]\ [Cov_t\ (r_{1,t+1,}\ \Delta c_{t+1})\ /\ Var_t\,(r_{1,t+1})]$$

Αυτή είναι μια πρώτη προσέγγιση του άριστου χαρτοφυλακίου του στρατηγικού επενδυτή. Ο πρώτος όρος είναι ο όρος του Markowitz, δηλαδή το χαρτοφυλάκιο του μυωπικού επενδυτή ο οποίος ενδιαφέρεται μόνο γα την αναμενόμενη απόδοση της αμέσως επόμενης περιόδου. Ο δεύτερος όρος είναι ένας διορθωτικός όρος ο οποίος εξαρτάται από τη συνδιακύμανση του αξιογράφου με την κατανάλωση.

Βέβαια σε αυτή τη μορφή δεν είναι ορατή η σημασία του όρου αντιστάθμισης κινδύνου σύμφωνα με το Merton. Η αντιστάθμιση εδώ λειτουργεί μέσω της συνδιακύμανσης των αποδόσεων με την κατανάλωση, $Cov_t\ (r_{1,t+1,}\ \Delta c_{t+1})$. Για την καλύτερη κατανόηση όμως της αντιστάθμισης μακροπρόθεσμων κινδύνων, πρέπει να συνδέσουμε τη μεταβολή της κατανάλωσης με αλλαγές του μελλοντικού σετ επενδυτικών δυνατοτήτων ή εναλλακτικά με αλλαγές σε μεταβλητές κατάστασης οι οποίες έχουν μακροπρόθεσμη προβλεπτική ικανότητα για την κατανάλωση.

Θα εξετάσουμε την παραπάνω λύση για την ειδική περίπτωση του υποδείγματος του Campbell. Για να το δούμε αυτό αρκεί να αντικαταστήσουμε τη μεταβολή της κατανάλωσης στο $Cov_t(r_{1,t+1,}\ \Delta c_{t+1})$ με την αντίστοιχη έκφραση του υποδείγματος.

Αντικαθιστούμε τις διαταράξεις στη μεταβολή της κατανάλωσης με την προεξοφλημένη αξία των διαταράξεων στις μελλοντικές αποδόσεις της αγοράς.

$(E_{t+1} – E_t)\ \Delta c_{t+1} = (E_{t+1} – E_t)\ r_{w,t+1} + (1\text{-}\psi)\ (E_{t+1} – E_t)\ \Sigma\ \rho^j\ r_{w,t+1+j.}$

Η αντισταθμιστική ζήτηση εξαρτάται από τη συνδιακύμανση της απόδοσης του αξιογράφου με αναθεωρήσεις των προσδοκιών για μελλοντικές αποδόσεις. Δηλαδή :

$$\mathrm{Cov}_t\,(r_{1,t+1,}\ \Delta c_{t+1}) = \mathrm{Cov}_t\,(r_{1,t+1,}\ r_{w,t+1}) + (1\text{-}\psi)\ \mathrm{Cov}_t\,(r_{1,t+1,}\ h_{t+1})$$

$$= \alpha_t\ \mathrm{Var}_t\,(r_{1,t+1}) + (1\text{-}\psi)\ \mathrm{Cov}_t\,(r_{1,t+1,}\ h_{t+1})$$

όπου $h_{t+1} = (E_{t+1} – E_t)\ \Sigma\ \rho^j\ r_{w,t+1+j}$ είναι η αναθεώρηση των προσδοκιών των επενδυτών μεταξύ του χρόνου t και t+1 για τις μελλοντικές αποδόσεις της αγοράς. Το άριστο στρατηγικό χαρτοφυλάκιο του υποδείγματος του Campbell θα είναι :

$$\alpha_t = 1/\gamma\ [E_t\,(r_{1,t+1} – r_{f,t}) + 1/2\ \mathrm{Var}_t\,(r_{1,t+1})]\ /\ \mathrm{Var}_t\,(r_{1,t+1})\ +$$

$$[(1\text{-}\gamma)\ /\ \gamma]\ \ \mathrm{Cov}_t(r_{1,t+1,}\ h_{t+1})\ /\ \mathrm{Var}_t\,(r_{1\varsigma,t+1})$$

όπου $\mathrm{Cov}_t(r_{1,t+1,}\ h_{t+1})\ /\ \mathrm{Var}_t\ (r_{1,t+1})$ ο συντελεστής παλινδρόμησης των αποδόσεων του αξιόγραφου 1 στις εκτιμηθείσες αναθεωρήσεις των προσδοκιών των επενδυτών για τις μελλοντικές αποδόσεις του χαρτοφυλακίου πλούτου.

$$r_{1,t+1} = \alpha + \beta_h\, h_{\ t+1}$$

Άρα το στρατηγικό χαρτοφυλάκιο μπορεί να διατυπωθεί ως εξής

$$\alpha_t = 1/\gamma\ [E_t\,(r_{1,t+1} – r_{f,t}) + 1/2\ \mathrm{Var}_t\,(r_{1,t+1})]\ /\ \mathrm{Var}_t\,(r_{1,t+1})\ \ + [(1\text{-}\gamma)\ /\ \gamma]\ \ \beta_h$$

Εάν $\beta_h = 0$, οι μελλοντικές αποδόσεις δεν έχουν συσχέτιση με τις σημερινές αποδόσεις ή οι μελλοντικές αποδόσεις είναι σταθερές. Οι Campbell και Viceira όμως, δείχνουν ότι αν η κατανάλωση είναι ενδογενής μεταβλητή και οι επενδυτές έχουν την ευχέρεια να επιλέγουν στο t τη διάρθρωση του χαρτοφυλακίου τους ως συνάρτηση του χρόνου, τότε το πρόγραμμα έχει λύση για συγκεκριμένες μόνο τιμές των παραμέτρων. Για να διεξαχθεί λύση από το υπόδειγμα αυτό πρέπει να κάνουμε κάποιες υποθέσεις: i) οι αποδόσεις είναι ομοσκεδαστικές, δηλαδή η διακύμανση είναι σταθερή στο χρόνο και ii) οι επενδυτές επιλέγουν μια άριστη διάρθρωση χαρτοφυλακίου για όλο το μέλλον (δεδομένης της πληροφόρησης έως το χρόνο t) και την αναπροσαρμόζουν στο t + 1, t + 2 εφόσον εισρεύσει νέα πληροφόρηση.

Στη συνέχεια θα γενικεύσουμε το υπόδειγμα για N+1 αξιόγραφα. Έστω ν αξιόγραφα με κίνδυνο των οποίων τα ασφάλιστρα κινδύνου καθορίζονται σύμφωνα με το διαχρονικό υπόδειγμα αποτίμησης ICAPM. Το N+1 αξιόγραφο είναι το αξιόγραφο μηδενικού κινδύνου. Το (Nx1) διάνυσμα των ασφαλίστρων κινδύνου του υποδείγματος ICAPM με συνάρτηση χρησιμότητας Epstein Zin είναι :

$$E_t\,(r_{t+1}{}^{e}) + ½\, \sigma_{rr}{}^{2} = \theta/\psi\ \sigma_{r\Delta c} + (1\text{-}\theta)\ \sigma_{rw}$$

όπου $r_{t+1}{}^{e}$ είναι το (Nx1) διάνυσμα των υπερβαλλουσών αποδόσεων,

$\sigma_{rr}{}^{2}$ = diag (Σ_{rr}) είναι το (Nx1) διάνυσμα των διακυμάνσεων υπερβαλλουσών αποδόσεων

$\sigma_{r\Delta c}$ είναι το (Nx1) διάνυσμα των συνδιακυμάνσεων των αποδόσεων με το ρυθμό μεταβολής της κατανάλωσης

και σ_{rw} είναι το (Nx1) διάνυσμα των συνδιακυμάνσεων των αποδόσεων με την απόδοση του χαρτοφυλακίου πλούτου.

Για να λύσουμε την εξίσωση ασφαλίστρων ως προς τα σταθμά του χαρτοφυλακίου που αντιστοιχεί στο υπόδειγμα αποτίμησης, υποθέτουμε ότι το χαρτοφυλάκιο του επενδυτή είναι ένας γραμμικός συνδιασμός μεταξύ του χαρτοφυλακίου του πλούτου και του αξιόγραφου μηδενικού κινδύνου με σταθμίσεις (w - i_k' w) αντίστοιχα. Σύμφωνα με τους Campbell και Viceira η λογαριθμική απόδοση του χαρτοφυλακίου του επενδυτή είναι :

$$r_{w,t+1} = r_{p,t+1} = r_{f,t} + w'_t\, r_{t+1}{}^{e}\ ½\ w'_t\ (\sigma_{rr}{}^{2} - \Sigma_{rr}\ w'_t)$$

Η συνδιακύμανση της υπερβάλλουσας απόδοσης του αξιόγραφου i με την απόδοση του χαρτοφυλακίου είναι $\sigma_{iw} = \Sigma_i$ w, όπου Σ_i η γραμμή i του πίνακα (NxN) πίνακα συνδιακύμανσης των αποδόσεων $\Sigma_{rr.}$ Συνεπώς, $\sigma_{rw} = \Sigma_{rr}$ w.

Αντικαθιστώντας στην εξίσωση των ασφαλίστρων και λύνοντας ως προς το w βρίσκουμε το άριστο στρατηγικό χαρτοφυλάκιο:

$$w_t = 1/(1-\theta)\ \Sigma_{rr}^{-1}\,[E_t(r^e_{t+1}) + ½\,\sigma_{rr}^2] – [(\theta/\psi)/(1-\theta)]\ \ \Sigma_{rr}^{-1}\ \Sigma_{i,c}$$

όπου Σ_{rr}^{-1} η ανάστροφος του πίνακα συνδιακύμανσης των αποδόσεων και

$\Sigma_{i,c}$ το (Nx1) διάνυσμα συνδιακύμανσης των αποδόσεων με την μεταβολή της κατανάλωσης.

Η έκφραση Σ_{rr}^{-1} $\Sigma_{i,c}$ είναι το (Nx1) διάνυσμα των beta ενός συστήματος παλινδρομήσεων των αποδόσεων στη μεταβολή της κατανάλωσης. Στη συνέχεια θα εκφράσουμε το χαρτοφυλάκιο σε όρους γ και ψ, χρησιμοποιώντας τον ορισμό $\theta = (1-\gamma)/\ (1-\psi^{-1})$:

$$w_t = (\psi-1)\ /(\ \gamma\psi-1)\ \Sigma_{rr}^{-1}\ [E_t(r^e_{t+1}) + ½\,\sigma_{rr}^2] + [(\gamma-1)\ /(\ \gamma\psi-1)]\ \Sigma_{rr}^{-1}\ \Sigma_{i,c}$$

Στη συνέχεια θα προχωρήσουμε στην εξειδίκευση του υποδείγματος Campbell :

$$w_t = \frac{1}{\gamma}\Sigma_{rr}^{-1}[E_t(r^e_{t+1}) + ½\,\sigma_{rr}^2] + \frac{1-\gamma}{\gamma}\Sigma_{rr}^{-1}\ \Sigma_{i,h}$$

όπου Σ_{rr}^{-1} $\Sigma_{i,h}$ το (Nx1) διάνυσμα των beta των αποδόσεων στις αναθεωρήσεις των προσδοκιών για τις μελλοντικές αποδόσεις του χαρτοφυλακίου πλούτου.

1. 4 Μοντέλο Campbell και Viceira

Επιλογή χαρτοφυλακίου μυωπικού επενδυτή (ανάλυση Markowitz)

Βραχυπρόθεσμη επιλογή χαρτοφυλακίου

⇨ **Ένα αξιόγραφο με κίνδυνο**

Έστω ότι έχουμε το ακόλουθο κλασικό πρόβλημα επιλογής χαρτοφυλακίου: Δύο περιουσιακά στοιχεία είναι διαθέσιμα το χρόνο t. Το ένα είναι το περιουσιακό στοιχείο μηδενικού κινδύνου, με απόδοση $R_{f,t+1}$ για χρόνο t έως t+1, και το άλλο είναι περιουσιακό στοιχείο με κίνδυνο. Το δεύτερο έχει απόδοση R_{t+1} για χρόνο t έως t+1 με δεσμευμένο μέσο E_tR_{t+1} και δεσμευμένη διακύμανση σ^2_t. Το επιτόκιο μηδενικού κινδύνου είναι γνωστό στο χρόνο t αλλά πραγματοποιείται μια περίοδο μετά, t+1.

Ο επενδυτής τοποθετεί ένα μερίδιο α_t του χαρτοφυλακίου στο περιουσιακό στοιχείο που εμπεριέχει κίνδυνο. Η απόδοση του χαρτοφυλακίου θα είναι:

$R_{\rho,t+1} = \alpha_t R_{t+1} + (1- \alpha_t) R_{f,t+1} = R_{f,t+1} + \alpha_t(R_{t+1} - R_{f,t+1})$

Η μέση απόδοση του χαρτοφυλακίου είναι $E_tR_{\rho,t+1} = R_{f,t+1} + \alpha_t(E_tR_{t+1} - R_{f,t+1})$, ενώ η διακύμανση της απόδοσης του χαρτοφυλακίου είναι: $\sigma^2_{pt} = \alpha^2_t \sigma^2_t$.
Ο επενδυτής προτιμά υψηλό μέσο και χαμηλή διακύμανση. Υποθέτουμε ότι μεγιστοποιεί ένα γραμμικό συνδυασμό μέσου και διακύμανσης, με ένα θετικό σταθμό στο μέσο και ένα αρνητικό στη διακύμανση:

$\max (E_tR_{\rho,t+1} – k/2\ \sigma^2_{pt})$.

Αντικαθιστώντας στο μέσο και τη διακύμανση, και αφαιρώντας $R_{f,t+1}$, αυτό μπορεί να γραφεί ως:

$\max \alpha_t (E_tR_{t+1} - R_{f,t+1}) - k/2\ \alpha^2_t \sigma^2_t$.

Η λύση στο πρόβλημα μεγιστοποίησης είναι:

$\alpha_t = (E_t R_{t+1} - R_{f,t+1}) / k\ \sigma^2_{t.}$

Το μερίδιο του χαρτοφυλακίου στο περιουσιακό στοιχείο που εμπεριέχει κίνδυνο θα πρέπει να ισούται με την αναμενόμενη υπερβάλλουσα απόδοση προς τη δεσμευμένη διακύμανση επί τον συντελεστή k που αντιπροσωπεύει την αποστροφή του κινδύνου.

⇨ **Πολλά αξιόγραφα με κίνδυνο**

Τα αποτελέσματα αυτά έχουν εφαρμογή και στην περίπτωση που έχουμε πολλά αξιόγραφα με κίνδυνο. Θα χρησιμοποιήσουμε έντονους χαρακτήρες για να δηλώσουμε τα διανύσματα και τις μήτρες. Έτσι $\mathbf{R_{t+1}}$ είναι τώρα το διάνυσμα των αποδόσεων με κίνδυνο με N στοιχεία. Έχει μέσο το διάνυσμα $E_t\mathbf{R_{t+1}}$ και μήτρα διακυμάνσεων-συνδιακυμάνσεων $\mathbf{\Sigma_t}$. Επίσης, $\boldsymbol{\alpha_t}$ είναι τώρα το διάνυσμα της κατανομής των αξιογράφων με κίνδυνο.
Το πρόβλημα μεγιστοποίησης γίνεται:

$\max \alpha_t'(E_t\mathbf{R_{t+1}} - R_{f,t+1}\ \mathbf{i}) - k/2\ \boldsymbol{\alpha_t}'\ \mathbf{\Sigma_t}\ \boldsymbol{\alpha_t}.$

Εδώ **i** είναι το μοναδιαίο διάνυσμα και $(E_t\mathbf{R_{t+1}} - R_{f,t+1}\ \mathbf{i})$ είναι το διάνυσμα των υπερβαλλουσών αποδόσεων των N στοιχείων με κίνδυνο. Η διακύμανση του χαρτοφυλακίου είναι $\boldsymbol{\alpha_t}'\ \mathbf{\Sigma_t}\ \boldsymbol{\alpha_t}$.
Η λύση του προβλήματος μεγιστοποίησης είναι:

$\boldsymbol{\alpha_t} = 1/k\ \mathbf{\Sigma_t}^{-1}(E_t\mathbf{R_{t+1}} - R_{f,t+1}\ \mathbf{i}).$

Οι προτιμήσεις του επενδυτή εκφράζονται από τον όρο 1/k. Οι συντηρητικοί επενδυτές με υψηλό k κρατούν περισσότερο από το περιουσιακό στοιχείο μηδενικού κινδύνου και λιγότερο από τα περιουσιακά στοιχεία με κίνδυνο, που προσδιορίζονται από το διάνυσμα $\mathbf{\Sigma_t}^{-1}(E_t\mathbf{R_{t+1}} - R_{f,t+1}\ \mathbf{i})$.

Τα ίδια αποτελέσματα λαμβάνουμε αν υποθέσουμε ότι οι επενδυτές έχουν χρησιμότητα που καθορίζεται από τον πλούτο που υπάρχει στο τέλος της περιόδου. Σε αυτήν την περίπτωση επαναπροσδιορίζουμε το πρόβλημα μεγιστοποίησης ως εξής:

$\max E_t U(W_{t+1})$

$W_{t+1} = (1 + R_{\rho,t+1})\, W_t$.

Μυωπική μακροπρόθεσμη επιλογή χαρτοφυλακίου

Μέχρι τώρα υποθέταμε πως ο επενδυτής έχει βραχυπρόθεσμο επενδυτικό ορίζοντα και ενδιαφέρεται μόνο για την κατανομή του πλούτου στο τέλος της επόμενης περιόδου. Εναλλακτικά μπορούμε να υποθέσουμε πως ο επενδυτής ενδιαφέρεται για την κατανομή του πλούτου για K περιόδους από τώρα, έτσι ώστε η συνάρτηση χρησιμότητας είναι $U(W_{t+K})$ αντί για $U(W_{t+1})$. Συνεχίζουμε να θεωρούμε πως όλος ο πλούτος επανεπενδείται, οπότε ο περιορισμός του προϋπολογισμού γίνεται:

$W_{t+K} = (1 + R_{\rho K,t+K})\, W_t$ (power utility of wealth)

Το άριστο χαρτοφυλάκιο του μακροπρόθεσμου επενδυτή εξαρτάται όχι μόνο από τον σκοπό του, αλλά και από το αν του επιτρέπεται να εξισορροπεί το χαρτοφυλάκιό του σε κάθε περίοδο (rebalancing), ή θα πρέπει να διαλέξει μία κατανομή στο χρόνο t χωρίς καμία πιθανότητα αγοραπωλησιών αξιογράφων μεταξύ t και t+K.

Μυωπική επιλογή χαρτοφυλακίου με rebalancing

Υποθέτουμε ότι ο μακροπρόθεσμος επενδυτής μπορεί να επεμβαίνει στο χαρτοφυλάκιό του και να το εξισορροπεί κάθε περίοδο. Οι Samuelson και Merton δίνουν δύο συνθήκες κάτω από τις οποίες ο μακροπρόθεσμος επενδυτής ενεργεί μυωπικά, διαλέγοντας το ίδιο χαρτοφυλάκιο με τον βραχυπρόθεσμο επενδυτή. Πρώτον, η επιλογή χαρτοφυλακίου θα είναι μυωπική, εάν ο επενδυτής έχει power utility και αν οι αποδόσεις είναι IID (Independent Identically distributed). Με σταθερή αποστροφή στον κίνδυνο, η επιλογή χαρτοφυλακίου δεν εξαρτάται από τον πλούτο, άρα δεν εξαρτάται από τις παρελθούσες αποδόσεις. Οι αποδόσεις της Κ-περιόδου είναι lognormal εάν οι αποδόσεις μιας περιόδου είναι lognormal και IID.

Η λογαριθμική απόδοση της Κ-περιόδου είναι το άθροισμα διαδοχικών λογαριθμικών αποδόσεων μιας περιόδου. Ας υποθέσουμε χάριν ευκολίας ότι κ=2:

$$\begin{aligned} r_{p2,t+2} - 2r_f &= (r_{p,t+1} - r_f) + (r_{p,t+2} - r_f) \\ &= \alpha_t (r_{t+1} - r_f) + ½\, \alpha_t (1 - \alpha_t)\, \sigma^2 + \alpha_{t+1} (r_{t+2} - r_f) + ½\, \alpha_{t+1} (1 - \alpha_{t+1})\, \sigma^2 \end{aligned}$$

Η δεσμευμένη διακύμανση της λογαριθμικής απόδοσης 2 περιόδων είναι:

$$Var\,(r_{p2,t+2}) = (\alpha_t^2 + \alpha_{t+1}^2)\, \sigma^2$$

Η μέση λογαριθμική απόδοση για 2 περιόδους, προσαρμοσμένη προσθέτοντας το μισό της διακύμανσης της απόδοσης των 2 περιόδων θα είναι:

$$E_t(r_{p2,t+2}) + ½\, Var_t\,(r_{p2,t+2}) = 2\, r_f + (\alpha_t + \alpha_{t+1})\,(Er - r_f + \sigma^2/2)$$

Το πρόβλημα του επενδυτή των 2 περιόδων με power utility μπορεί να γραφεί ως:

$$\max E_t(r_{p2,t+2}) + ½\, Var_t\,(r_{p2,t+2}) - \gamma/2\, Var_t\,(r_{p2,t+2})$$

Έτσι, ο επενδυτής, με $\gamma>0$ θα προτιμά πάντα χαμηλή διακύμανση λογαριθμικών αποδόσεων για ένα δεδομένο μέσο προσαρμοσμένο στη διακύμανση. Όμως ο τελευταίος εξαρτάται από το άθροισμα ($\alpha_t + \alpha_{t+1}$). Ο επενδυτής μπορεί να διαμορφώσει αυτό το άθροισμα και να προσαρμόσει τα μερίδια $α_t$, $α_{t+1}$ για να ελαχιστοποιήσει την διακύμανση. Αυτό επιτυγχάνεται εάν θέσουμε $α_t = α_{t+1}$, ένα σταθερό κανόνα. Αυτός ο κανόνας θα είναι ο ίδιος με τον άριστο κανόνα για τον βραχυπρόθεσμο επενδυτή, καθώς την τελευταία περίοδο ο μακροπρόθεσμος επενδυτής γίνεται ουσιαστικά βραχυπρόθεσμος και θα διαλέξει το άριστο βραχυπρόθεσμο χαρτοφυλάκιο. Αυτό το επιχείρημα επεκτείνεται σε οποιοδήποτε ορίζοντα K.

Η δεύτερη συνθήκη των Samuelson και Merton για τη μυωπική επιλογή χαρτοφυλακίου είναι ότι ο επενδυτής έχει λογαριθμική χρησιμότητα. Σε αυτήν την περίπτωση η επιλογή χαρτοφυλακίου θα είναι μυωπική ακόμα και αν οι αποδόσεις των αξιογράφων δεν είναι IID. Ο επενδυτής αυτός επιλέγει το χαρτοφυλάκιο που μεγιστοποιεί την αναμενόμενη λογαριθμική απόδοση. Η λογαριθμική απόδοση των κ-περιόδων είναι το άθροισμα των λογαριθμικών αποδόσεων της μιας περιόδου. Άρα, το άθροισμα μεγιστοποιείται μεγιστοποιώντας κάθε ένα από τα στοιχεία του ξεχωριστά, διαλέγοντας δηλαδή, κάθε περίοδο το χαρτοφυλάκιο που είναι άριστο για τον επενδυτή με τη λογαριθμική χρησιμότητα της μιας περιόδου.

Συμπέρασμα

Επηρεάζει τελικά ο επενδυτικός ορίζοντας την επιλογή χαρτοφυλακίου; Τελικά, ίσως και όχι. Υποθέσαμε ότι η σχετική αποστροφή στον κίνδυνο του επενδυτή δεν εξαρτάται συστηματικά από τον πλούτο του, μια υπόθεση που είναι απαραίτητη για να εξηγήσουμε τη σταθερότητα των επιτοκίων και των αποδόσεων των αξιογράφων. Υπό αυτήν την υπόθεση, ο επενδυτικός ορίζοντας είναι άσχετος για επενδυτές που έχουν μόνο χρηματοοικονομικό πλούτο και που αντιμετωπίζουν συνεχείς επενδυτικές ευκαιρίες. Ακόμα και αν οι επενδυτικές ευκαιρίες αλλάζουν με την πάροδο του χρόνου, ο επενδυτικός ορίζοντας είναι άσχετος για τους επενδυτές των οποίων ο συντελεστής αποστροφής κινδύνου ισούται με ένα. Αυτοί οι επενδυτές πρέπει να συμπεριφέρονται μυωπικά, διαλέγοντας το χαρτοφυλάκιο που έχει τα καλύτερα βραχυπρόθεσμα χαρακτηριστικά.

Μακροπρόθεσμη επιλογή χαρτοφυλακίου σε ένα μοντέλο VAR

Θα παρουσιάσουμε το πλαίσιο της εμπειρικής μεθόδου που εφάρμοσαν οι Campbell και Viceira για να εκτιμήσουν το στρατηγικό χαρτοφυλάκιο. Στη συνέχεια θα επεκταθούμε στην προσεγγιστική λύση που πρότειναν για να αντιμετωπίσουν το πρόβλημα διαχρονικής κατανάλωσης και επιλογής χαρτοφυλακίου. Θα θεωρήσουμε μία απόδοση με κίνδυνο $r_{0,t+1}$(benchmark) και ένα διάνυσμα με n υπερβάλλουσες αποδόσεις, r_{t+1} - $r_{0,t+1}i$. Θα συμπεριλάβουμε μεταβλητές όπως το ονομαστικό επιτόκιο ή την αναλογία μερίσματος –τιμής σε ένα διάνυσμα s_{t+1}. θεωρούμε ένα διάνυσμα m x 1 z_{t+1} με τα παραπάνω στοιχεία :

$$z_{t+1} = \begin{matrix} r_{0,t+1} \\ r_{t+1} - r_{0,t+1}i \\ s_{t+1} \end{matrix}$$

Αυτό μπορεί να γραφεί ως:

$$\mathbf{z}_{t+1} = \mathbf{\Phi}_0 + \mathbf{\Phi}_1\, \mathbf{z}_t + \mathbf{v}_{t+1}$$

όπου $\mathbf{\Phi}_0$ είναι ένα m x 1 διάνυσμα, $\mathbf{\Phi}_1$ είναι το m x m διάνυσμα των συντελεστών της κλίσης και $\mathbf{v}_{t+1}$ είναι το m x 1 διάνυσμα των εξωτερικών παραγόντων που επηρεάζουν τις μεταβλητές. Υποθέτουμε ότι το $\mathbf{v}_{t+1}$ έχει κανονική κατανομή με μέσο μηδέν και μήτρα διακυμάνσεων-συνδιακυμάνσεων $\mathbf{\Sigma_v}$. Υποθέτουμε ότι οι εξωτερικοί παράγοντες αυτοί είναι ομοσκεδαστικοί και ότι διανέμονται ανεξάρτητα από το χρόνο. Το πλαίσιο VAR συλλαμβάνει την εξάρτηση των αναμενόμενων αποδόσεων διαφόρων αξιογράφων από το παρελθόν τους, καθώς και από άλλες προγνωστικές μεταβλητές.

Η υπόθεση της ομοσκεδαστικότητας είναι φυσικά περιοριστική. Διαγράφει την πιθανότητα οι μεταβλητές να προβλέπουν αλλαγές στον κίνδυνο. Επηρεάζουν την επιλογή του χαρτοφυλακίου μόνο προβλέποντας αλλαγές στις αναμενόμενες αποδόσεις.

Είναι συχνό να θεωρείται ότι οι αγορές είναι τέλειες, δηλαδή ότι οι μεταβλητές που καθορίζουν τις επενδυτικές ευκαιρίες ακολουθούν τις ίδιες στοχαστικές ανελίξεις που ακολουθούν οι αποδόσεις των αξιογράφων, έτσι ώστε οι καινοτομίες στις επενδυτικές ευκαιρίες να αντισταθμίζονται χρησιμοποιώντας χρηματοοικονομικά περιουσιακά στοιχεία. Το μοντέλο αυτό δεν κάνει αυτήν την υπόθεση. Θεωρεί πως οι εξωτερικοί παράγοντες που επηρεάζουν τις επενδυτικές ευκαιρίες έχουν ατελή συσχέτιση με αυτούς που επηρεάζουν τις αποδόσεις των μετοχών και δε μπορούν να αντισταθμιστούν χρησιμοποιώντας χρηματοοικονομικά περιουσιακά στοιχεία. Η δυνατότητα να διαχειρίζεται ατελείς αγορές είναι σημαντικό πλεονέκτημα αυτού του μοντέλου.

Χρειαζόμαστε μια λύση που ικανοποιεί τις εξισώσεις Euler για το Epstein-Zin μοντέλο. Χρειαζόμαστε δηλαδή να βρούμε κατανάλωση και κανόνες χαρτοφυλακίου που ικανοποιούν την εξίσωση:

$$E_t(\Delta c_{t+1}) = \psi \log\delta + \psi E_t r_{p,t+1} + \theta/2\psi \ Var(\Delta c_{t+1} - \psi r_{p,t+1}) \quad (1)$$

όπου

ψ=ελαστικότητα υποκατάστασης

και

$$E_t(r_{t+1} - r_{0,t+1} i) + \sigma_t^2/2 = \theta/\psi \ \sigma_{ct} + (1 - \theta) \ \sigma_{pt} - \sigma_{0t} \quad (2)$$

όπου

$r_{0,t+1}$ η συνολική απόδοση στο αξιόγραφο με κίνδυνο (benchmark),

σ_t^2 είναι το διάνυσμα των διακυμάνσεων των υπερβαλλουσών αποδόσεων,

σ_{pt} είναι το διάνυσμα των συνδιακυμάνσεων των υπερβαλλουσών αποδόσεων με τη συνολική απόδοση του χαρτοφυλακίου και

σ_{0t} το διάνυσμα των συνδιακυμάνσεων των υπερβαλλουσών αποδόσεων με τη συνολική απόδοση του αξιογράφου benchmark.

Για να λύσουμε το μοντέλο, διαμορφώνουμε τους κανόνες άριστου χαρτοφυλακίου και κατανάλωσης ως εξής:

$\boldsymbol{\alpha}_t = \boldsymbol{\alpha}_0 + \mathbf{A}_1 z_t,$

$c_t - w_t = b_0 + \mathbf{b}_1'\mathbf{z}_t + \mathbf{z}_t'\mathbf{B}_2\,\mathbf{z}_t.$

Ο κανόνας άριστου χαρτοφυλακίου είναι γραμμικός (διάνυσμα VAR) , ενώ ο κανόνας άριστης κατανάλωσης παρατηρούμε ότι είναι δευτεροβάθμια εξίσωση. $\boldsymbol{\alpha}_0$ είναι n-διάνυσμα, $\mathbf{A}_1$ είναι μια n x m μήτρα, b_0 σταθερά και B_2 είναι μια m x m μήτρα.

Ο κανόνας αυτός άριστου χαρτοφυλακίου είναι ο πιο απλός που επιτρέπει στον επενδυτή να αλλάζει το χαρτοφυλάκιο του ανάλογα με τα ασφάλιστρα κινδύνου.

Συμπέρασμα

Εξετάσαμε άριστες επενδυτικές στρατηγικές όταν επιτόκια χωρίς κίνδυνο και ασφάλιστρα κινδύνου αλλάζουν. Σε αυτήν την περίπτωση ο μακροπρόθεσμος επενδυτής με σταθερή αποστροφή κινδύνου θα πρέπει να αντασφαλιστεί απέναντι σε αυξομειώσεις στις επενδυτικές ευκαιρίες. Ο συντηρητικός μακροπρόθεσμος επενδυτής μπορεί να αντισταθμίσει τον κίνδυνο επιτοκίου επιλέγοντας μακροπρόθεσμα ομόλογα προσαρμοσμένα στον πληθωρισμό, ή ομόλογα εάν ο πληθωρισμός είναι χαμηλός. Ο επενδυτής θα έπρεπε να αντιδρά στην επάνοδο του μέσου των αποδόσεων των μετοχών αυξάνοντας τη μέση κατανομή στις μετοχές.

Η στρατηγική επιλογή μετοχών προσαρμόζεται περισσότερο στις αλλαγές των ασφαλίστρων των μετοχών από ότι η μυωπική, έτσι περικλείει το στοιχείο του συγχρονισμού με την αγορά. Στην πράξη, τα άτομα μπορεί να εφαρμόζουν την στρατηγική αναθεωρώντας περιοδικά την κατανομή των περιουσιακών στοιχείων μέσω λογαριασμών αποταμίευσης – συνταξιοδότησης, ενώ τα ιδρύματα μπορούν να την εφαρμόζουν με την περιοδική αναθεώρηση των στρατηγικών χαρτοφυλακίων τους.

Οι μετοχές παραδοσιακά θεωρούνται επικίνδυνα περιουσιακά στοιχεία. Είναι ίσως ελκυστικές λόγω των υψηλών μέσων αποδόσεων, αλλά αυτές οι αποδόσεις αντιπροσωπεύουν αντιστάθμιση του κινδύνου. Έτσι θα πρέπει να αντιμετωπίζονται με προσοχή από όλους εκτός από τους επιθετικούς επενδυτές. Παρόλα αυτά πρόσφατα έχει υιοθετηθεί η άποψη ότι οι μετοχές είναι σχετικά ασφαλή περιουσιακά στοιχεία για επενδυτές που μπορούν να τις κρατήσουν μακροπρόθεσμα.

Η άποψη ότι οι μετοχές είναι ασφαλή περιουσιακά στοιχεία βασίζεται στο γεγονός ότι οι υπερβάλλουσες αποδόσεις μετοχών είναι λιγότερο ευμετάβλητες όταν υπολογίζονται για μεγάλους περιόδους. Μαθηματικά, μια τέτοια μείωση στον κίνδυνο του Χρηματιστηρίου για μεγάλους περιόδους μπορεί να οφείλεται μόνο στην επάνοδο του μέσου (mean reversion) των υπερβαλλουσών μετοχικών αποδόσεων.

1.5 Μοντέλο M.Brandt και P.Santa-Clara

Οι M.Brandt και P.Santa-Clara παρουσιάζουν μια προσέγγιση στη δυναμική επιλογή χαρτοφυλακίου που είναι τόσο εύκολη στην εφαρμογή όσο και το στατική μέθοδος του Markowitz. Επεκτείνουμε το σύνολο των περιουσιακών στοιχείων ώστε να συμπεριλάβουμε μηχανικά διαχειριζόμενα χαρτοφυλάκια. Θεωρούμε «δεσμευμένα» χαρτοφυλάκια, όπου σε κάθε περιουσιακό στοιχείο είναι επενδυμένο ένα ποσό ανάλογο με τις δεσμευμένες μεταβλητές, και «συγχρονισμένα» χαρτοφυλάκια, στα οποία επενδύουμε σε κάθε περιουσιακό στοιχείο για μία περίοδο και στο χαρτοφυλάκιο μηδενικού κινδύνου για όλες τις άλλες περιόδους. Η στατική επιλογή αυτών των χαρτοφυλακίων αντιπροσωπεύει μια δυναμική στρατηγική που προσεγγίζει την άριστη δυναμική στρατηγική για ορίζοντα μέχρι 5 χρόνια.

Πολλές μελέτες έχουν εστιάσει στις πρώτες και δεύτερες ροπές των αποδόσεων των περιουσιακών στοιχείων ώστε να αντισταθμίσουν τις αλλαγές στο σύνολο επενδυτικών ευκαιριών. Ο υπολογισμός όμως, αυτών των άριστων δυναμικών επενδυτικών στρατηγικών είναι αρκετά δύσκολο πρόβλημα, καθώς κλειστού τύπου λύσεις είναι διαθέσιμες σε λίγες μόνο περιπτώσεις. Έτσι η στατική προσέγγιση του Markowitz παραμένει η επικρατούσα.

Το μοντέλο των Brandt και Santa-Clara παρουσιάζει μια καινούρια προσέγγιση στην επιλογή δυναμικού χαρτοφυλακίου που είναι πιο δύσκολα εφαρμόσιμη από το στατικό μοντέλο του Markowitz. Η ιδέα είναι να επεκτείνουμε το σύνολο των περιουσιακών στοιχείων ώστε να συμπεριλάβουμε απλά διοικούμενα χαρτοφυλάκια και να υπολογίσουμε το άριστο στατικό χαρτοφυλάκιο μέσα σ’ αυτό το εκτεταμένο σύνολο περιουσιακών στοιχείων. Η κεντρική ιδέα είναι ότι η στατική επιλογή των διοικούμενων χαρτοφυλακίων ισοδυναμεί με μια δυναμική στρατηγική. Έτσι μπορούμε να προσεγγίσουμε την άριστη δυναμική επιλογή χαρτοφυλακίου μέσω ενός συνδυασμού μηχανικά διοικούμενων χαρτοφυλακίων. Θεωρούμε δύο τύπους χαρτοφυλακίων, τα «δεσμευμένα» και τα «χαρτοφυλάκια συγχρονισμού». Όσον αφορά τα δεσμευμένα, για κάθε μεταβλητή που επηρεάζει την κατανομή των αποδόσεων θεωρούμε ένα χαρτοφυλάκιο που επενδύει στο βασικό περιουσιακό στοιχείο ένα ποσό που είναι ανάλογο του επιπέδου της δεσμευμένης μεταβλητής. Τα χαρτοφυλάκια συγχρονισμού επενδύουν σε κάθε περιουσιακό στοιχείο για μία περίοδο και στο επιτόκιο μηδενικού κινδύνου τις άλλες περιόδους. Μιμούνται στρατηγικές που αγοράζουν και πωλούν το περιουσιακό στοιχείο διαχρονικά.

Έχοντας ένα εκτεταμένο σύνολο περιουσιακών στοιχείων με διοικούμενα χαρτοφυλάκια, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τη λύση του Markowitz για να βρούμε την άριστη στρατηγική για έναν επενδυτή μέσου - διακύμανσης. Η άριστη στρατηγική είναι ένας συνδυασμός των διοικούμενων χαρτοφυλακίων. Το ποσοστό που επενδύεται σε κάθε βασικό περιουσιακό στοιχείο σε κάθε χρονικό σημείο είναι μια απλή γραμμική συνάρτηση των μεταβλητών. Έτσι η προσέγγιση αυτή είναι ισοδύναμη με την παραμετροποίηση της διαχείρισης του χαρτοφυλακίου σαν μια συνάρτηση των μεταβλητών και με τη μεγιστοποίηση της χρησιμότητας του επενδυτή επιλέγοντας τους άριστους συντελεστές αυτής της συνάρτησης.

Σημαντικό πλεονέκτημα της στατικής πλαισίωσης του προβλήματος δυναμικού χαρτοφυλακίου είναι ότι όλες οι βελτιώσεις του μοντέλου του Markowitz γίνονται διαθέσιμες. Γενικά, η προσέγγιση αυτή βασίζεται σε δειγματικές ροπές αποδόσεων μεγάλων οριζόντων του εκτεταμένου συνόλου περιουσιακών στοιχείων. Παρ' όλα αυτά, λόγω του πεπερασμένου μεγέθους του δείγματος των αποδόσεων, δε μπορούμε να αντιμετωπίσουμε προβλήματα με πολύ μεγάλους ορίζοντες απλά με την επέκταση του συνόλου των περιουσιακών στοιχείων. Γνωρίζουμε ότι εάν οι λογαριθμικές αποδόσεις των βασικών περιουσιακών στοιχείων και οι λογάριθμοι των μεταβλητών ακολουθούν ένα αυτοπαλίνδρομο διάνυσμα (Vector Auto-regressive- VAR), οι ροπές των αποδόσεων για μεγάλους ορίζοντες μπορούν να εκφραστούν σε όρους των παραμέτρων του VAR. Η προσέγγιση αυτή χρησιμοποιείται για να πάρουμε προσεγγιστικές κλειστού τύπου λύσεις για το δυναμικό χαρτοφυλάκιο πεπερασμένου ορίζοντα που συμπληρώνουν την περίπτωση άπειρου ορίζοντα με άμεση κατανάλωση των Campbell και Viceira.

Περιορισμοί

Δεδομένου του ότι αυτή η προσέγγιση του προβλήματος βελτιστοποίησης για πολλές περιόδους αγνοεί τον ανατοκισμό των αποδόσεων, η μέθοδος αυτή δεν αντιμετωπίζει προβλήματα επιλογής χαρτοφυλακίου με πολύ μεγάλους ορίζοντες. Επίσης, η προσέγγιση αυτή δε μπορεί να αντιμετωπίσει ενδογενείς μεταβλητές που προέρχονται από προηγούμενες αποφάσεις του επενδυτή. Οι ενδογενείς μεταβλητές είναι σημαντικές σε προβλήματα με κόστη συναλλαγών, φόρους κτλ. Η μέθοδος αυτή είναι εφαρμόσιμη για προτιμήσεις στον τελικό πλούτο. Δε μπορεί να εφαρμοστεί σε προβλήματα με άμεση κατανάλωση.

Η μέθοδος

Θα λύσουμε το πρόβλημα επιλογής δεσμευμένου χαρτοφυλακίου με παραμετροποιημένα σταθμά της μορφής $x_t = \theta z_t$, όπου z_t είναι το διάνυσμα των μεταβλητών και θ η μήτρα των συντελεστών. Αυτό το πρόβλημα επιλογής δεσμευμένου χαρτοφυλακίου είναι ισοδύναμο με ένα πρόβλημα χωρίς δέσμευση για ένα επαυξημένο σύνολο περιουσιακών στοιχείων που περιλαμβάνει χαρτοφυλάκια μηδενικής επένδυσης με υπερβάλλουσες αποδόσεις της μορφής z_t επί την υπερβάλλουσα απόδοση του κάθε βασικού περιουσιακού στοιχείου. Στο τμήμα α εφαρμόζουμε αυτήν την ιδέα στα πλαίσια μιας περιόδου ενώ στο τμήμα β επεκτείνουμε το πρόβλημα για την περίπτωση δύο περιόδων.

Α. Πρόβλημα μιας περιόδου

Θεωρούμε το πρόβλημα ενός επενδυτή που μεγιστοποιεί τη δεσμευμένη αναμενόμενη τιμή της δευτεροβάθμιας συνάρτησης χρησιμότητας για τον πλούτο της επόμενης περιόδου, W_{t+1}

$$\max E_t \left[W_{t+1} - b_t /2\, W_{t+1}^2 \right], \quad (1)$$

όπου b_t είναι θετικό και αρκετά μικρό ώστε να εξασφαλίζει ότι η οριακή χρησιμότητα του πλούτου είναι θετική. Έστω R^f_t το επιτόκιο μηδενικού κινδύνου και $r^p_{t+1} = R^p_{t+1} - R^f_t$ η υπερβάλλουσα απόδοση του χαρτοφυλακίου του επενδυτή από t έως t+1. (Θα χρησιμοποιούμε κεφαλαία γράμματα για τις αποδόσεις και μικρά για τις υπερβάλλουσες αποδόσεις. Επίσης, αποδόσεις περιουσιακών στοιχείων με κίνδυνο από το χρόνο t έως χρόνο t+1 συμβολίζονται με R_{t+1}.Το επιτόκιο μηδενικού κινδύνου για την ίδια περίοδο συμβολίζεται με R^f_t.)

Δεδομένης αυτής της σημειογραφίας, έχουμε

$$W_{t+1} = W_t \left(R^f_t + r^p_{t+1}\right) \quad (2)$$

Αντικαθιστώντας την εξίσωση (2) στην (1), έχουμε

$$\max E_t \left[cte + r^p_{t+1} - \left[b_t W_t / 2(1-b_t W_t R^f_t)\right] \left(r^p_{t+1}\right)^2 \right.,$$

όπου cte περιέχει όρους που είναι σταθεροί με δεδομένη την πληροφορία που είναι διαθέσιμη το χρόνο t. Χάριν απλότητας, επαναδιατυπώνουμε το πρόβλημα ως εξής:

$$\max E_t \left[r^p_{t+1} - \gamma/2 \left(r^p_{t+1}\right)^2 \right],$$

αγνοώντας το σταθερό όρο. Έστω γ μια θετική σταθερά.

Έστω το διάνυσμα των σταθμών του χαρτοφυλακίου στα περιουσιακά στοιχεία με κίνδυνο το χρόνο t, x_t. Το παραπάνω πρόβλημα μεγιστοποίησης γίνεται τότε

$$\max E_t \left[x^T_t\, r_{t+1} - \gamma/2\; x^T_t\, r_{t+1}\, r^T_{t+1}\, x_t\right],$$

όπου $r_{t+1} = R_{t+1} - R^f_t$ είναι το διάνυσμα των υπερβαλλουσών αποδόσεων των N περιουσιακών στοιχείων με κίνδυνο.

Όταν οι αποδόσεις είναι ανεξάρτητες και κατανέμονται πανομοιότυπα (independent and identically distributed – i.i.d.) και τα σταθμά είναι σταθερά, δηλαδή $x_t = x$, μπορούμε να αντικαταστήσουμε τη δεσμευμένη αναμενόμενη τιμή με μία αναμενόμενη τιμή χωρίς δέσμευση και να λύσουμε τα σταθμά σύμφωνα με

$$x = 1/\gamma \; E\,[r_{t+1}\, r^T_{t+1}]^{-1}\, E[r_{t+1}].$$

Αυτή είναι η πολύ γνωστή λύση του Markowitz που μπορεί να εφαρμοστεί στην πράξη αντικαθιστώντας τις ροπές με δειγματικούς μέσους.

$$x = 1/\gamma \; [\, \Sigma\, r_{t+1}\, r^T_{t+1}]^{-1}\, [\Sigma\, r_{t+1}].$$

(Οι όροι 1/T στους δειγματικούς μέσους απαλείφονται).

B. Πρόβλημα δύο περιόδων

Η ιδέα της αύξησης του συνόλου των περιουσιακών στοιχείων με διοικούμενα χαρτοφυλάκια επεκτείνεται και στην περίπτωση που έχουμε πολλές περιόδους. Θεωρούμε έναν επενδυτή που μεγιστοποιεί αντικειμενική εξίσωση μέσου –διακύμανσης 2 περιόδων

$$\max E_t\, [\, r^p_{t\to t+2} - \gamma/2\, (r^p_{t\to t+2})^2],$$

όπου $r^p_{t\to t+2}$ είναι η υπερβάλλουσα απόδοση για την επενδυτική στρατηγική των δύο περιόδων

$$r^p_{t\to t+2} = (R^f_t + x^T_t\, r_{T+1})\, (R^f_{t+1} + x^T_{t+1} r_{t+2}) - R^f_t\, R^f_{t+1}$$

$= x^T_t\,(R^f_t\, r_{T+1}) + x^T_{t+1}(R^f_t\, r_{t+2}) + (x^T_t\, r_{T+1})\,(x^T_{t+1} r_{t+2})$.

Ο επενδυτής δανείζεται ένα δολάριο το χρόνο t και το τοποθετεί στο περιουσιακό στοιχείο με κίνδυνο και στο περιουσιακό στοιχείο μηδενικού κινδύνου σύμφωνα με τα σταθμά x_t του χαρτοφυλακίου της πρώτης περιόδου. Μετά την πρώτη περίοδο, τη χρονική στιγμή t+1, η επένδυση του ενός δολαρίου αποφέρει ($R^f_t + x^T_t\, r_{T+1}$) δολάρια την πρώτη περίοδο, τα οποία ο επενδυτής επενδύει ξανά στο περιουσιακό στοιχείο με κίνδυνο και στο περιουσιακό στοιχείο μηδενικού κινδύνου σύμφωνα με τα σταθμά x_{t+1} για τη δεύτερη περίοδο. Τελικά, τη χρονική στιγμή t+2, ο επενδυτής έχει $(R^f_t + x^T_t\, r_{T+1})\,(R^f_{t+1} + x^T_{t+1} r_{t+2})$ δολάρια αλλά πρέπει να πληρώσει $R^f_t\, R^f_{t+1}$ δολάρια για το αρχικό ποσό και τον τόκο του δανείου του ενός δολαρίου. Αυτό που απομένει είναι η υπερβάλλουσα απόδοση των δύο περιόδων.

Η δεύτερη γραμμή αποσυνθέτει την υπερβάλλουσα απόδοση των δύο περιόδων σε τρεις όρους. Οι δύο πρώτοι μεταφράζονται ως η υπερβάλλουσα απόδοση της επένδυσης στο επιτόκιο μηδενικού κινδύνου την πρώτη περίοδο και στο περιουσιακό στοιχείο με κίνδυνο την δεύτερη.

Η επιλογή χαρτοφυλακίου για δύο περιόδους είναι ουσιαστικά η επιλογή μεταξύ δύο διαχρονικών χαρτοφυλακίων, ένα που περιέχει το περιουσιακό στοιχείο με κίνδυνο την πρώτη περίοδο μόνο και ένα που περιέχει το περιουσιακό στοιχείο με κίνδυνο την δεύτερη περίοδο μόνο. Αναφερόμαστε σε αυτά τα χαρτοφυλάκια συγχρονισμού. Μπορούμε να λύσουμε τότε το δυναμικό πρόβλημα σαν μια απλή στατική επιλογή μεταξύ αυτών των δύο χαρτοφυλακίων. Συγκεκριμένα, στην περίπτωση των δύο χαρτοφυλακίων τα σταθμά του άριστου χαρτοφυλακίου δίνονται από

$\mathbf{x} = 1/\gamma\ [\ \Sigma \mathbf{r}_{t->t+2}\ \mathbf{r}^{\mathbf{T}}{}_{t->t+2}]^{-1}\ [\Sigma \mathbf{r}_{t->t+2}]$,

όπου $\mathbf{r}_{t->t+2} = (R^f_{t+1}\ r_{T+1},\ R^f_{t+2}\ r_{T+2}]$. Το πρώτο σετ στοιχείων που αντιστοιχεί στο **x** που αντιστοιχεί στην απόδοση $R^f_{t+1}\ r_{T+1}$, αποτελεί τον πλούτο που έχει επενδυθεί στα στοιχεία με κίνδυνο την πρώτη περίοδο, ενώ το δεύτερο σετ στοιχείων του που αντιστοιχεί στην απόδοση $R^f_{t+2}\ \ r_{T+2}$, αποτελεί τον πλούτο που έχει επενδυθεί στα στοιχεία με κίνδυνο την δεύτερη περίοδο.

Μειονεκτήματα

Εμφανές πλεονέκτημα της προσέγγισης αυτής είναι η απλότητα. Βέβαια υπάρχουν κάποια μειονεκτήματα. Κατά πρώτον, αγνοώντας τους όρους ανατοκισμού, η προσέγγιση αυτή δεν δίνει ακριβή λύση στο πρόβλημα για πολλές περιόδους. Προτείνεται να αγνοηθούν υπό την προϋπόθεση ότι είναι κατά πολύ μικρότεροι από τις αποδόσεις του χαρτοφυλακίου συγχρονισμού. Παρόλα αυτά, η λύση είναι στην καλύτερη περίπτωση μια προσέγγιση του προβλήματος για πολλές περιόδους.

Το δεύτερο μειονέκτημα της προσέγγισης αυτής είναι ότι για μεγάλους ορίζοντες μπορεί να συγκεντρώσει πάρα πολλά δεδομένα. Έστω ότι έχουμε ένα πρόβλημα επιλογής χαρτοφυλακίου για 10 χρόνια με τρίμηνη αναπροσαρμογή (rebalancing) χρησιμοποιώντας ένα δείγμα τρίμηνων αποδόσεων για 60 χρόνια. Εφόσον κάθε χαρτοφυλάκιο συγχρονισμού έχει απόδοση 10 χρόνων, θα μπορούμε να έχουμε μόνο έξι ανεξάρτητες παρατηρήσεις για να υπολογίσουμε τις ροπές των αποδόσεων και τα άριστα σταθμά. Ο προφανής τρόπος για να ξεπεράσουμε αυτό το πρόβλημα είναι να χρησιμοποιήσουμε ένα στατιστικό μοντέλο για τις αποδόσεις και τις βασικές μεταβλητές που μας επιτρέπει να υπολογίσουμε της ροπές για μεγάλο ορίζοντα από τις παραμέτρους του στατιστικού μοντέλου. Συγκεκριμένα, εάν οι λογαριθμικές αποδόσεις των περιουσιακών στοιχείων και αυτές των βασικών μεταβλητών ακολουθούν VAR, τότε οι ροπές για μεγάλο ορίζοντα μπορούν να εκφραστούν σε όρους των παραμέτρων του VAR.

Συμπέρασμα

Το μοντέλο επεκτείνει το μοντέλο του Markowitz για την επιλογή ανάμεσα σε διοικούμενα χαρτοφυλάκια, συγκεκριμένα δεσμευμένα χαρτοφυλάκια που επενδύουν σε κάθε περιουσιακό στοιχείο ένα ποσό που είναι ανάλογο με κάποια δεσμευμένη μεταβλητή και χαρτοφυλάκια συγχρονισμού, που επενδύουν σε κάθε περιουσιακό στοιχείο για μια περίοδο και στο περιουσιακό στοιχείο χωρίς κίνδυνο για όλες τις άλλες περιόδους. Η κεντρική ιδέα της προσέγγισης αυτής είναι ότι η στατική επιλογή ανάμεσα σε αυτά τα διοικούμενα χαρτοφυλάκια είναι ισοδύναμη με τη δυναμική στρατηγική στα βασικά περιουσιακά στοιχεία.

1.6 Το παραγοντικό υπόδειγμα στρατηγικού χαρτοφυλακίου

Ο Δημήτρης Μαλλιαρόπουλος (2006/7), προτείνει μια σύνδεση της θεωρίας του χαρτοφυλακίου με τα πολυπαραγοντικά υποδείγματα αποτίμησης, η οποία οδηγεί σε λύσεις που εύκολα μπορούν να εφαρμοστούν στην πράξη. Κάθε υπόδειγμα αποτίμησης μπορεί να γραφεί ως ένα παραγοντικό υπόδειγμα. Συνεπώς, μπορούμε να γενικεύσουμε τον ορισμό του στρατηγικού χαρτοφυλακίου σε παραγοντικά υποδείγματα αποτίμησης. Στο πρώτο τμήμα θα εξετάσουμε την περίπτωση ενός χαρτοφυλακίου με δύο αξιόγραφα και ένα παραγοντικό υπόδειγμα με παράγοντες κινδύνου, ενώ στο δεύτερο τμήμα θα εξετάσουμε την περίπτωση ενός χαρτοφυλακίου με N+1 αξιόγραφα και ένα υπόδειγμα με k παράγοντες κινδύνου.

Α. Παραγοντικό υπόδειγμα στρατηγικού χαρτοφυλακίου με δύο αξιόγραφα

Έστω ότι το ασφάλιστρο κινδύνου του αξιογράφου 1 καθορίζεται από το ακόλουθο παραγοντικό υπόδειγμα :

$$E_t(r_{1,t+1} - r_{f,t}) + ½\, Var_t(r_{1,t+1}) = λ_1 b_{1,1} + λ_1 b_{1,2}$$

Έστω ότι ο πρώτος παράγοντας κινδύνου είναι η αγορά (m) και ο δεύτερος παράγοντας κινδύνου είναι ο f.

Το υπόδειγμα μπορεί να γραφεί ως εξής :

$$E_t(r_{1,t+1} - r_{f,t}) + ½\, σ_{11} = (λ_m/σ_{mm})\, σ_{1m} + (λ_f/σ_{ff})\, σ_{1f}$$

όπου $σ_{ij}$ η συνδιακύμανση των μεταβλητών i και j. Το χαρτοφυλάκιο αποτελείται από ένα αξιόγραφο με κίνδυνο (αξιόγραφο 1) και το αξιόγραφο μηδενικού κινδύνου. Η απόδοση του χαρτοφυλακίου θα είναι :

$$r_{p,t+1} = α_t\, (r_{1,t+1} - r_{f,t}) + r_{f,t} + ½\, α_t\, (1 - α_t)\, Var_t\, (r_{1,t+1})$$

Συνεπώς, $\sigma_{1,m} = \alpha_t \sigma_{11}$

Λύνοντας ως προς το άριστο ποσοστό πλούτου στο αξιόγραφο με κίνδυνο, έχουμε :

$\alpha_t = (\sigma_{mm}/ \lambda_m)\ [E_T(r^e_{t+1})/ \sigma_{11}] - (\lambda_f / \lambda_m)\ (\sigma_{mm}/ \sigma_{ff})\ (\sigma_{1f}/ \sigma_{11})$

Το άριστο ποσοστό πλούτου στο αξιόγραφο με κίνδυνο καθορίζεται από δύο όρους, το άριστο χαρτοφυλάκιο του Markowitz, $(\sigma_{mm}/ \lambda_m)\ [E_T(r^e_{t+1})/ \sigma_{11}]$, και από την αντισταθμιστική ζήτηση λόγω του δεύτερου παράγοντα κινδύνου, $- (\lambda_f / \lambda_m)\ (\sigma_{mm}/ \sigma_{ff})\ (\sigma_{1f}/ \sigma_{11})$.

Β. Το παραγοντικό υπόδειγμα στρατηγικού χαρτοφυλακίου με N+1 αξιόγραφα

Το υπόδειγμα μπορεί εύκολα να γραφεί ως ένα πολυπαραγοντικό υπόδειγμα αποτίμησης με k παράγοντες κινδύνου

$E_t(r_{i,t+1} – r_{f,t}) + ½\ Var_t(r_{i,t+1}) = \lambda_1 b_{i,1} +\ldots+ \lambda_k b_{i,k}$

Σε διανυσματική μορφή μπορεί να γραφεί

$E_t(r^e_{t+1}) + ½\ \sigma^2_{rr} = B\lambda$

Όπου $E_t(r^e_{t+1}) + ½\ \sigma^2_{rr}$ το (Nx1) διάνυσμα των αναμενόμενων υπερβαλλουσών αποδόσεων, σ^2_{rr} η διαγώνιος του πίνακα συνδιακύμανσης των αποδόσεων, B το (N x k) διάνυσμα των betas των αποδόσεων με τους k παράγοντες κινδύνου και λ το (k x 1) διάνυσμα των τιμών κινδύνου.

Έστω ότι ο πρώτος παράγοντας κινδύνου είναι η αγορά. Ορίζουμε $B' = (\beta_w, B_f)'$, $\lambda' = (\lambda_w, \lambda_f)$, όπου β_w το (Nx1) διάνυσμα των Betas των αποδόσεων με την απόδοση του χαρτοφυλακίου πλούτου (αγοράς), B_f το (N x k-1) διάνυσμα των betas των αποδόσεων με τους k-1 παράγοντες κινδύνου, λ_w το (1 x 1) διάνυσμα της τιμής κινδύνου της αγοράς και λ_f το (k-1 x 1) διάνυσμα των τιμών κινδύνου των υπολοίπων παραγόντων. Το υπόδειγμα μπορεί να επαναδιατυπωθεί :

$$E_t(r^e_{t+1}) + ½\, \sigma^2_{rr} = \beta_w\, \lambda_w + B_f\, \lambda_f \qquad (I)$$

Υποθέτουμε ότι το χαρτοφυλάκιο του επενδυτή είναι ένας γραμμικός συνδυασμός μεταξύ του χαρτοφυλακίου πλούτου και του αξιογράφου μηδενικού κινδύνου με σταθμίσεις w και (1 – i'_K w) αντίστοιχα. Σύμφωνα με τους Campbell και Viceira η λογαριθμική απόδοση του χαρτοφυλακίου του επενδυτή είναι :

$$r_{w,t+1} = r_{p,t+1} = r_{f,t} + w_t'\, r^e_{t+1}\, ½\, w'_t\, (\sigma^2_{rr} - \Sigma_{rr}\, w_t)$$

όπου σ^2_{rr} το (N x 1) διάνυσμα των διακυμάνσεων των υπερβαλλουσών αποδόσεων. Η συνδιακύμανση της υπερβάλλουσας απόδοσης του αξιογράφου i με την απόδοση του χαρτοφυλακίου είναι :

$$\sigma_{iw} = \Sigma_i\, w,$$

όπου Σ_i η γραμμή i του (N x N) πίνακα συνδιακύμανσης των αποδόσεων Σ_{rr}. Συνεπώς, $\sigma_{rw} = \Sigma_{rr}$ w. Αντικαθιστούμε στην (I) και λύνουμε ως προς w. Το άριστο χαρτοφυλάκιο θα δίνεται από την εξίσωση:

$$w_t = (\sigma_{ww}/\lambda_w)\, \Sigma_{rr}^{-1}\, [\, E_t(r^e_{t+1}) + ½\, \sigma^2_{rr}] - (\sigma_{ww}/\lambda_w)\, \Sigma_{rr}^{-1}\, B_f\, \lambda_f$$

όπου $B_f = \Sigma_{ff}^{-1}\, \Sigma_{rf}$ ο (N x (k – 1)) πίνακας των beta των αποδόσεων με τους k – 1 παράγοντες κινδύνου, πέραν της αγοράς, ο οποίος μπορεί να καθορισθεί με N παλινδρομήσεις των αποδόσεων στους k παράγοντες κινδύνου.

Συμπέρασμα

Για τον υπολογισμό του στρατηγικού χαρτοφυλακίου στα πλαίσια του παραγοντικού υποδείγματος χρειαζόμαστε την εκτίμηση των τιμών κινδύνου, των beta των αποδόσεων με τους παράγοντες κινδύνου και της διακύμανσης του χαρτοφυλακίου της αγοράς και των παραγόντων κινδύνου.

1.7 Ποια αξιόγραφα προστατεύουν από μακροχρόνιους κινδύνους;

1.7.1 Μακροπρόθεσμα ομόλογα

Τα ομόλογα μεγάλης διάρκειας θεωρούνται κατάλληλα για συντηρητικούς μακροπρόθεσμους επενδυτές. Οι Campbell και Viceira ανέπτυξαν μια εργασία που αναπτύσσει ένα μοντέλο για την άριστη κατανάλωση και την επιλογή χαρτοφυλακίου για επενδυτές που ζουν αιώνια και αντιμετωπίζουν στοχαστικά επιτόκια. Καθώς η αποστροφή του κινδύνου αυξάνεται, ο όρος που αντιστοιχεί στον μυωπικό επενδυτή εξαφανίζεται, αλλά όχι και ο όρος της διαχρονικής αντιστάθμισης. Οι συντηρητικοί επενδυτές έχουν αξιόγραφα για να αντισταθμίσουν τον κίνδυνο μείωσης των πραγματικών επιτοκίων. Τα μακροπρόθεσμα δεικτοποιημένα ομόλογα (inflation- indexed bonds) των οποίων οι πληρωμές συνδέονται με τον πληθωρισμό, είναι τα πιο κατάλληλα για αυτόν τον σκοπό, αλλά και τα ονομαστικά ομόλογα (nominal bonds) μπορούν να χρησιμοποιηθούν για αυτό το σκοπό, εάν ο πληθωρισμός είναι χαμηλός.

Τα μακροπρόθεσμα ομόλογα εκδίδονται για αιώνες και παραμένουν πολύ δημοφιλή, καθώς αντεπεξέρχονται στις ανάγκες πολλών επενδυτών. Οι χρηματοοικονομικοί σύμβουλοι προτείνουν τα ομόλογα σε μακροπρόθεσμους επενδυτές που επιθυμούν ένα σταθερό εισόδημα. Παρόλα αυτά η σύγχρονη χρηματοοικονομική θεωρία έχει λίγα να επιδείξει όσον αφορά τη ζήτηση για μακροπρόθεσμα ομόλογα. Την πρώιμη μεταπολεμική περίοδο, ο John Hicks (1946) και αργότερα ο John M.Keynes (1930) και ο Frederic Lutz (1940) υποστήριξαν ότι οι επενδυτές προτιμούν τα βραχυπρόθεσμα ομόλογα και θα έπαιρναν μακροπρόθεσμα ομόλογα μόνο εάν αποζημιώνοντας με ασφάλιστρο. Ο Franco Modigliani και ο Richard Sutch (1966) αναφέρουν ότι κάποιοι επενδυτές μπορεί να προτιμούν τα μακροπρόθεσμα ομόλογα και αυτοί οι επενδυτές θα απαιτούσαν ένα ασφάλιστρο ώστε να πουλήσουν και όχι για να αγοράσουν. Παρόλα αυτά οι Modigliani και Sutch θεώρησαν δεδομένο ότι κάποιοι επενδυτές επιθυμούν σταθερό πλούτο σε ένα μεγάλο, παρά σε ένα μικρό ορίζοντα.

Από το 1960 υπήρξε μία ανάπτυξη μοντέλων για την εκτίμηση ομολόγων, αλλά περιορισμένη πρόοδος έχει γίνει όσον αφορά την κατανόηση της ζήτησης για μακροπρόθεσμα ομόλογα. Ένας λόγος για αυτό το κενό στη βιβλιογραφία ότι είναι εξαιρετικά δύσκολο να εφαρμοστούν στρατηγικές άριστου χαρτοφυλακίου για μακροχρόνιους επενδυτές. Οι Robert Merton (1969, 1971) και Paul Samuelson (1969) έδωσαν κάποια αποτελέσματα με την υπόθεση ότι οι αποδόσεις των χρεογράφων είναι ανεξάρτητες και ότι έχουν ταυτόνομη κατανομή (iid) διαχρονικά. Αυτή η υπόθεση όμως υπονοεί ότι τα πραγματικά επιτόκια είναι σταθερά και έτσι χωρίς πληθωρισμό ή με την πλήρη προσαρμογή των ομολόγων στον πληθωρισμό, οι αποδόσεις των ομολόγων δεν είναι τυχαίες και όλα τα ομόλογα είναι τέλεια υποκατάστατο των μετρητών. Οι Stanley Fischer (1975) και Alan Viard (1993) χρησιμοποίησαν αυτή την υπόθεση για να ερευνήσουν τη ζήτηση για ομόλογα. Στο μοντέλο του Fischer υπάρχει ένα ονομαστικό ομόλογο (nominal bond) με ένα σταθερό ονομαστικό επιτόκιο και ένα ομόλογο προσαρμοσμένο στον πληθωρισμό με ένα σταθερό πραγματικό επιτόκιο.

Ο Merton (1969, 1971, 1973) μελέτησε το πρόβλημα της διαχρονικής επιλογής χαρτοφυλακίου με επενδυτικές δυνατότητες που αλλάζουν στο χρόνο και εισήγαγε τον σημαντικής σημασίας όρο της διαχρονικής αντισταθμιστικής ζήτησης για χρηματοοικονομικά περιουσιακά στοιχεία, αλλά δεν κατέληξε σε σαφείς λύσεις των σταθμών του χαρτοφυλακίου. Πρόσφατα, συγγραφείς όπως ο Michael J.Brennan et al. (1997), Pierluigi Balduzzi και Anthony W.Lynch (1999), Michael W.Brandt (1999) και ο Nicholas Barberis (2000) έχουν χρησιμοποιήσει αριθμητικές μεθόδους για να λύσουν συγκεκριμένα προβλήματα μακροπρόθεσμων χαρτοφυλακίων , ενώ οι Tong Suk Kim και Edward Omberg (1996) και Campbell και Viceira (1999) έχουν καταλήξει σε κάποια αναλυτικά αποτελέσματα, αλλά αυτές οι έρευνες βασίζονται στην επιλογή μεταξύ μετρητών και μετοχών παρά στη ζήτηση για μακροπρόθεσμα ομόλογα.

Στην εργασία τους οι Campbell και Viceira εξετάζουν τη διαχρονική επιλογή χαρτοφυλακίου σε ένα περιβάλλον με τυχαία πραγματικά επιτόκια. Για λόγους απλότητας, υποθέτουν ότι οι επενδυτές έχουν μόνο χρηματοοικονομικό πλούτο και καθόλου εισόδημα εργασίας. Για να εξετάσουν την επίδραση του πληθωριστικού κινδύνου στα άριστα χαρτοφυλάκια ομολόγων και τη χρησιμότητα των επενδυτών, συγκρίνουν τις λύσεις όταν μόνο δεικτοποιημένα ομόλογα είναι διαθέσιμα με τις λύσεις όταν μόνο ονομαστικά ομόλογα (nominal bonds) , ή και τα δύο μαζί , είναι διαθέσιμα. Επειδή υποθέτουμε ότι ο επενδυτής ζει επ' άπειρον, δεν εκτιμά τη σταθερότητα του πλούτου σε ένα μοναδικό ορίζοντα, αλλά ενδιαφέρεται για τη μακροχρόνια κατανάλωση. Ο επενδυτής έχει σταθερό βαθμό αποστροφής κινδύνου και σταθερή διαχρονικά ελαστικότητα υποκατάστασης της κατανάλωσης, αλλά αυτές οι παράμετροι δε σχετίζονται μεταξύ τους.

Καταλήγουν στο ότι η ζήτηση των επενδυτών για μακροπρόθεσμα ομόλογα αναλύεται στη «μυωπική ζήτηση» και στην «αντισταθμιστική ζήτηση». Η μυωπική ζήτηση εξαρτάται θετικά από το ασφάλιστρο και αρνητικά από τη διακύμανση των αποδόσεων του μακροπρόθεσμου ομολόγου και την αποστροφή κινδύνου του επενδυτή. Καθώς η αποστροφή του κινδύνου αυξάνεται, η μυωπική ζήτηση φτάνει στο μηδέν. Αντιθέτως η αντισταθμιστική ζήτηση είναι ανάλογη στη μονάδα μείον το αντίστροφο του βαθμού αποστροφής. Είναι μηδέν όταν ο βαθμός αποστροφής του κινδύνου είναι ίσος με τη μονάδα , αλλά αντιστοιχεί σε όλη την ομολογιακή ζήτηση όταν ο βαθμός αποστροφής κινδύνου είναι άπειρος.

1.7.2 Ζήτηση για δεικτοποιημένα ομόλογα

Ένας επενδυτής με άπειρο βαθμό αποστροφής και μηδενική ελαστικότητα υποκατάστασης της κατανάλωσης θα διαλέξει ένα χαρτοφυλάκιο με δεικτοποιημένα ομόλογα που είναι ισοδύναμο με ένα indexed perpetuity, δηλαδή ένα χαρτοφυλάκιο που τροφοδοτεί μια ροή κατανάλωσης χωρίς κίνδυνο. Κατ' αυτόν τον τρόπο, μπορούμε να υποστηρίξουμε την κοινή λογική που θέλει τα μακροπρόθεσμα ομόλογα πιο κατάλληλα για μακροπρόθεσμους επενδυτές, που επιθυμούν ένα σταθερό εισόδημα.

Όταν τα δεικτοποιημένα ομόλογα δεν είναι διαθέσιμα, οι επενδυτές αντιμετωπίζοντας μια δεδομένη κατάσταση επιτοκίων, συρρικνώνουν τα χαρτοφυλάκια ομολόγων τους και αυξάνουν τις αποταμιεύσεις. Αυτό έχει σοβαρά κόστη χρησιμότητας για συντηρητικούς επενδυτές, οι οποίοι ωφελούνται πολύ περισσότερο από την αγορά δεικτοποιημένων ομολόγων.

Οι Campbell και Viceira εξετάζουν επίσης άριστα χαρτοφυλάκια όταν μετοχές και ομόλογα είναι διαθέσιμα και συμπεραίνουν ότι ο λόγος των ομολόγων προς τις μετοχές αυξάνεται με τον βαθμό αποστροφής κινδύνου. Όσον αφορά τα ονομαστικά ομόλογα , οι τιμές τους εξαρτώνται από τα πραγματικά επιτόκια καθώς και από τον πληθωρισμό, σε αντίθεση με τα δεικτοποιημένα ομόλογα που εξαρτώνται μόνο από τα επιτόκια. Ο πληθωρισμός επηρεάζει την υπερβάλλουσα απόδοση ενός ονομαστικού ομολόγου n περιόδων με το ονομαστικό επιτόκιο μιας περιόδου, έτσι ώστε τα ασφάλιστρα κινδύνου περιλαμβάνουν αποζημίωση για τον πληθωριστικό κίνδυνο. Είναι βέβαια σταθερά στο χρόνο.

Τα ονομαστικά ομόλογα είναι πολύ πιο ευμετάβλητα από τα δεικτοποιημένα ομόλογα. Η διαφορά στη μεταβλητότητα αυξάνεται με τη ληκτότητα, έτσι ώστε 10-ετή ονομαστικά ομόλογα έχουν απόκλιση τρεις φορές μεγαλύτερη από 10-ετή δεικτοποιημένα ομόλογα. Η διαφορά στη μεταβλητότητα κάνει επίσης το λόγο του Sharpe για τα δεικτοποιημένα πολύ μεγαλύτερο από αυτόν για τα ονομαστικά ομόλογα. Όσον αφορά τα πραγματικά επιτόκια, όσο πιο σταθερά είναι τόσο πιο πολύ αυξάνονται τα ασφάλιστρα κινδύνου και στις δύο κατηγορίες ομολόγων και τόσο πιο πολύ αυξάνεται η μεταβλητότητα των αποδόσεων των δεικτοποιημένων ομολόγων.

Οι Campbell και Viceira συμπεραίνουν επίσης, ότι το άριστο χαρτοφυλάκιο από μακροπρόθεσμα ομόλογα είναι σταθερό στο χρόνο και ανεξάρτητο από το επίπεδο των βραχυπρόθεσμων επιτοκίων. Ο καταμερισμός του χαρτοφυλακίου εξαρτάται από τη ληκτότητα των ομολόγων και το βαθμό αποστροφής του επενδυτή, αλλά δεν εξαρτάται άμεσα από την ελαστικότητα της διαχρονικής υποκατάστασης.

Παρουσιάζει ενδιαφέρον αυτό που συμβαίνει όταν ο επενδυτής αποκτά άπειρο βαθμό αποστροφής κινδύνου. Το άριστο χαρτοφυλάκιο για ένα άπειρα συντηρητικό επενδυτή είναι ένας φυσικός τρόπος να θεωρήσει το περιουσιακό στοιχείο χωρίς κίνδυνο. Οι χρηματοοικονομολόγοι συμβατικά θεωρούν μια βραχυπρόθεσμη προοπτική και μεταχειρίζονται το δεικτοποιημένο ομόλογο μιας περιόδου ως το περιουσιακό στοιχείο χωρίς κίνδυνο. Ένα ονομαστικό ομόλογο μιας περιόδου είναι ένα καλό υποκατάστατο για ένα δεικτοποιημένο ομόλογο μιας περιόδου και συχνά το περιουσιακό στοιχείο χωρίς κίνδυνο αναγνωρίζεται από ένα βραχυπρόθεσμο ονομαστικό ομόλογο όπως το Treasury bill. Σε ένα κόσμο όμως, με επιτόκια που μεταβάλλονται στο χρόνο, μόνο το βραχυπρόθεσμο επιτόκιο είναι δίχως κίνδυνο. Τα μελλοντικά βραχυπρόθεσμα πραγματικά επιτόκια είναι αβέβαια. Αυτό σημαίνει ότι η στρατηγική επένδυσης σε ομόλογα μιας περιόδου εμπεριέχει κίνδυνο για έναν επενδυτή που ζει επ’ άπειρον.

1.7.3 Ζήτηση για ονομαστικά ομόλογα

Επενδυτές με χαμηλό βαθμό αποστροφής κινδύνου κρατούν ένα μείγμα από δεικτοποιημένα και ονομαστικά ομόλογα, επιθυμώντας να κερδίσουν και το πραγματικό ασφάλιστρο και τα ασφάλιστρο για τον πληθωρισμό. Οι περισσότερο συντηρητικοί επενδυτές συγκεντρώνουν τα χαρτοφυλάκια τους σε δεικτοποιημένα ομόλογα.

Οι επενδυτές επιπλέον, διατηρούν χαρτοφυλάκια με υψηλή μόχλευση με θέσεις long στο τριετές ονομαστικό ομόλογο και θέσεις short στο δεκαετές ονομαστικό ομόλογο. Οι επενδυτές που ανέχονται τον κίνδυνο ακολουθούν αυτή την τακτική γιατί ελκύονται από τους υψηλούς λόγους Sharpe των τριετών ονομαστικών ομολόγων και πωλούν τα δεκαετή ομόλογα για να μειώσουν τον κίνδυνο του χαρτοφυλακίου. Οι συντηρητικοί επενδυτές εκμεταλλεύονται το γεγονός ότι τα τριετή ομόλογα έχουν μεγαλύτερη ευαισθησία στα επιτόκια από τα δεκαετή. Πωλώντας τα δεκαετή ομόλογα μπορούν να αντισταθμίσουν την έκθεση στον αναμενόμενο πληθωρισμό των τριετών ομολόγων και να δημιουργήσουν χαρτοφυλάκια ομολόγων με παρόμοιες ιδιότητες με αυτές των μακροχρόνιων δεικτοποιημένων ομολόγων. Αυτή η στρατηγική εξαρτάται από την ικανότητα πώλησης ομολόγων (short).

TABLE 3—OPTIMAL PERCENTAGE ALLOCATION TO n-PERIOD BOND AND PERCENTAGE HEDGING DEMAND OVER TOTAL DEMAND

Relative risk aversion	Indexed only	Nominal only	10-year indexed	10-year nominal	3-year nominal	10-year nominal
0.75	1,286	193	841	108	2,602	−744
	(−2)	(−2)	(−4)	(0)	(−2)	(−3)
1	988	147	654	81	1,998	−572
	(0)	(0)	(0)	(0)	(0)	(0)
2	541	78	374	40	1,091	−315
	(9)	(6)	(13)	(0)	(8)	(9)
5	272	37	206	16	547	−160
	(27)	(20)	(37)	(−2)	(27)	(29)
10	183	23	150	8	365	−109
	(46)	(36)	(57)	(−5)	(45)	(47)
5,000	94	9	95	0	184	−57
	(100)	(100)	(100)	(104)	(100)	(100)

Notes: The allocations shown on the table assume $\psi = 1$. Percentage share of hedging demand in total demand is shown in parentheses.

1.7.4 Ζήτηση για ομόλογα με την παρουσία μετοχών

Υποθέτουμε είτε ότι τα βραχυπρόθεσμα και τα μακροπρόθεσμα ομόλογα είναι όλα δεικτοποιημένα, είτε ότι είναι όλα ονομαστικά. Σε έναν κόσμο με πλήρη δεικτοποίηση η ζήτηση χωρίς περιορισμούς (unconstrained) για τα δεικτοποιημένα μακροπρόθεσμα ομόλογα αλλά και για τις μετοχές , είναι θετική και πάνω από 100% συχνά, υπονοώντας ότι ο επενδυτής δανείζεται για να χρηματοδοτήσει αγορές μετοχών και δεικτοποιημένων ομολόγων. Το μερίδιο των τελευταίων είναι μεγαλύτερο από αυτό των μετοχών, παρά το υψηλότερο Sharpe ratio των μετοχών , γιατί τα ομόλογα είναι πολύ πιο ακίνδυνα από τις μετοχές.

TABLE 4—OPTIMAL PERCENTAGE ALLOCATION TO EQUITIES AND TO n-PERIOD BOND

Relative risk aversion	Unconstrained		Constrained		Unconstrained		Constrained	
	Equity	Indexed	Equity	Indexed	Equity	Nominal	Equity	Nominal
(A) Sample Period: 1952–1996								
0.75	443	1,082	100	0	470	25	100	0
1	332	835	100	0	352	21	100	0
2	166	464	100	0	175	15	100	0
5	66	242	60	40	69	12	69	12
10	33	168	30	70	33	11	33	11
5,000	0	94	0	94	−2	10	0	10
(B) Sample Period: 1983–1996								
0.75	262	−1	100	0	259	1	100	0
1	196	21	94	6	195	24	96	4
2	98	54	53	47	99	58	52	48
5	39	74	28	72	41	78	25	75
10	20	81	19	81	22	85	16	84
5,000	0	88	0	88	3	92	3	92

Note: The allocations shown on the table assume $\psi = 1$.

Συμπερασματικά, οι επενδυτές που ζουν επ' άπειρον κρατούν στην κατοχή τους μακροπρόθεσμα ομόλογα για δύο λόγους :

- Εάν τα μακροπρόθεσμα ομόλογα προσφέρουν ένα ασφάλιστρο τότε οι επενδυτές τα κρατούν για κερδοσκοπικούς σκοπούς, για να αυξήσουν την αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου, ακόμα και με το κόστος κάποιου επιπλέον βραχυπρόθεσμου κινδύνου. Αυτή η μυωπική ζήτηση για μακροπρόθεσμα ομόλογα μπορεί να είναι μεγάλη όταν η αποστροφή του κινδύνου είναι μικρή, καθώς τα μακροπρόθεσμα ομόλογα έχουν μεγάλα Sharpe ratios.
- Οι μακροπρόθεσμοι επενδυτές μπορεί να διατηρούν στην κατοχή τους μακροπρόθεσμα ομόλογα για λόγους αντιστάθμισης κινδύνου. Τα μακροπρόθεσμα ομόλογα μπορούν να χρηματοδοτήσουν μια σταθερή ροή μακροχρόνιας κατανάλωσης ακόμα και με βραχυπρόθεσμα επιτόκια που μεταβάλλονται στο χρόνο. Αυτό είναι ελκυστικό για επενδυτές που αποστρέφονται τον κίνδυνο. Στην ακραία περίπτωση που δεν υπάρχει ασφάλιστρο ή που οι επενδυτές έχουν άπειρη αποστροφή στον κίνδυνο, η μυωπική ζήτηση για μακροπρόθεσμα ομόλογα είναι μηδενική και όλη η ομολογιακή ζήτηση αντιπροσωπεύεται από την αντισταθμιστική ζήτηση.

Τα δεικτοποιημένα ομόλογα είναι κατάλληλα για αντισταθμιστικούς κινδύνους γιατί δεν επιβάλουν επιπρόσθετο πληθωριστικό κίνδυνο στους μακροπρόθεσμους επενδυτές που επιθυμούν μια σταθερή πραγματική κατανάλωση. Όταν τα μακροπρόθεσμα δεικτοποιημένα ομόλογα είναι διαθέσιμα, ένας επενδυτής που ζει επ' άπειρον με μηδενική διαχρονική ελαστικότητα υποκατάστασης της κατανάλωσης διατηρεί ένα χαρτοφυλάκιο ομολογιών που είναι ισοδύναμο με ένα δεικτοποιημένο “perpetuity”. Υπάρχει μια άποψη ότι το δεικτοποιημένο “perpetuity” είναι το περιουσιακό στοιχείο χωρίς κίνδυνο για τον μακροπρόθεσμο επενδυτή, καθώς χρηματοδοτεί μια σταθερή ροή κατανάλωσης για πάντα. Όταν μόνο ονομαστικά ομόλογα είναι διαθέσιμα, επενδυτές με υψηλό βαθμό αποστροφής κινδύνου συρρικνώνουν τα χαρτοφυλάκια ομολογιών τους ώστε να μειώσουν την έκθεση στον πληθωριστικό κίνδυνο. Οι λιγότερο συντηρητικοί επενδυτές κρατούν μακροπρόθεσμα ονομαστικά ομόλογα για κερδοσκοπικούς σκοπούς εάν υπάρχει ένα θετικό ασφάλιστρο για τον πληθωρισμό.

1.7.5 TIPS

Κατά τη σχεδίαση επενδυτικών χαρτοφυλακίων μέσα σε ένα πλαίσιο μακροπρόθεσμης στρατηγικής πολλοί υποστηρίζουν ότι τα TIPS (Treasury Inflation – Protection Securities) θα πρέπει να αντιμετωπίζονται σαν ξεχωριστή κατηγορία περιουσιακών στοιχείων. Αυτά τα αξιόγραφα διαθέτουν μοναδικά χαρακτηριστικά που δεν είναι άμεσα διαθέσιμα σε άλλα επενδυτικά εργαλεία. Το πιο σημαντικό τους πλεονέκτημα είναι ότι προσφέρουν άμεση αντιστάθμιση απέναντι σε ένα συγκεκριμένο μέτρο πληθωρισμού (πχ. Μη προσαρμοσμένος Δείκτης Τιμών Καταναλωτή για όλους τους αστικούς καταναλωτές – CPI-U), κάτι που επιτρέπει στους επενδυτές να διατηρήσουν πραγματική αγοραστική δύναμη και να αντισταθμίσουν μελλοντικές ονομαστικές αυξήσεις στο εγχώριο επίπεδο των τιμών. Επιπλέον, πέρα από την ελκυστικότητά τους όσον αφορά την προστασία απέναντι στον πληθωρισμό, τα TIPS μπορούν να απευθυνθούν και σε ένα ευρύτερο κοινό λόγω της χαμηλής συσχέτισής τους με άλλες κατηγορίες περιουσιακών στοιχείων. Οι Pen Chen και Matt Terrien (1999) σε σχετική έρευνά τους κατέληξαν στο συμπέρασμα πως τα TIPS προσφέρουν μεγάλα πλεονεκτήματα διαφοροποίησης και τα καθιέρωσαν ως ένα σημαντικό επενδυτικό εργαλείο για τους μακροχρόνιους επενδυτές.

Παρόλο που δεικτοποιημένα ομόλογα υπάρχουν και σε άλλα κράτη (Ηνωμένο Βασίλειο, Ισραήλ, Αυστραλία κτλ) , τα U.S. TIPS εκδόθηκαν για πρώτη φορά το 1997. Σε αντίθεση με τα συμβατικά Treasury ομόλογα που έχουν σταθερά ονομαστικά επιτόκια τοκομεριδίων, οι πληρωμές μερισμάτων των TIPS είναι σε πραγματικούς όρους τη στιγμή της έκδοσης. Αυτό σημαίνει πως κατά τη διάρκεια ζωής του ομολόγου, οι ονομαστικές πληρωμές του επιτοκίου προσαρμόζονται με βάση το τρέχον ύψος του πληθωρισμού (όπως μετριέται από τις αλλαγές του CPI-U). Οι ονομαστικές αξίες των TIPS προσαρμόζονται επίσης με έναν παρόμοιο τρόπο, έτσι ώστε το αρχικό ποσό να επιστρέφεται στον επενδυτή στη λήξη, πλήρως προσαρμοσμένο στον πληθωρισμό. Ένα παράδειγμα ίσως δείξει πως λειτουργεί. Ας υποθέσουμε ότι έχουμε ένα δεκαετές δεικτοποιημένο ομόλογο που εκδίδεται με ονομαστική αξία $10.000 και εγγυάται πραγματική απόδοση 3% το χρόνο. Ας υποθέσουμε ότι ο πληθωρισμό είναι 5% τον πρώτο χρόνο. Η ονομαστική αξία του ομολόγου θα αυξηθεί στις $10.500 τον πρώτο χρόνο και η πληρωμή του τοκομεριδίου θα είναι $315. Εάν γίνει αποπληθωρισμός, το αρχικό ποσό και το μέρισμα θα προσαρμοστούν κατά το ποσοστό του CPI-U. Εάν όμως ο αποπληθωρισμός μειώσει την ονομαστική αξία του αρχικού ποσού , ο επενδυτής πάλι θα λάβει την ονομαστική αξία στη λήξη. Όπως ο Wrase (1997) τονίζει, παρόλο που το Treasury δε χρειάζεται να εφαρμόσει την ελάχιστη εγγύησή του γιατί δεν αναμένει παρατεταμένη μείωση στον δείκτη των τιμών , τα TIPS διασφαλίζουν πως ούτε το αμερικάνικο Treasury ούτε ο επενδυτής αντιμετωπίζουν τον κίνδυνο πως μια μη αναμενόμενη αύξηση ή μείωση στον πληθωρισμό θα φθείρει ή θα εκτοξεύσει την αγοραστική δύναμη των τοκομεριδίων. Τα TIPS λοιπόν είναι δομημένα κατά τρόπο που τους επιτρέπει να διατηρούν την πραγματική τους αξία , προσφέροντας έτσι μια μακροπρόθεσμη αντιστάθμιση απέναντι στον πληθωρισμό.

Επιδόσεις

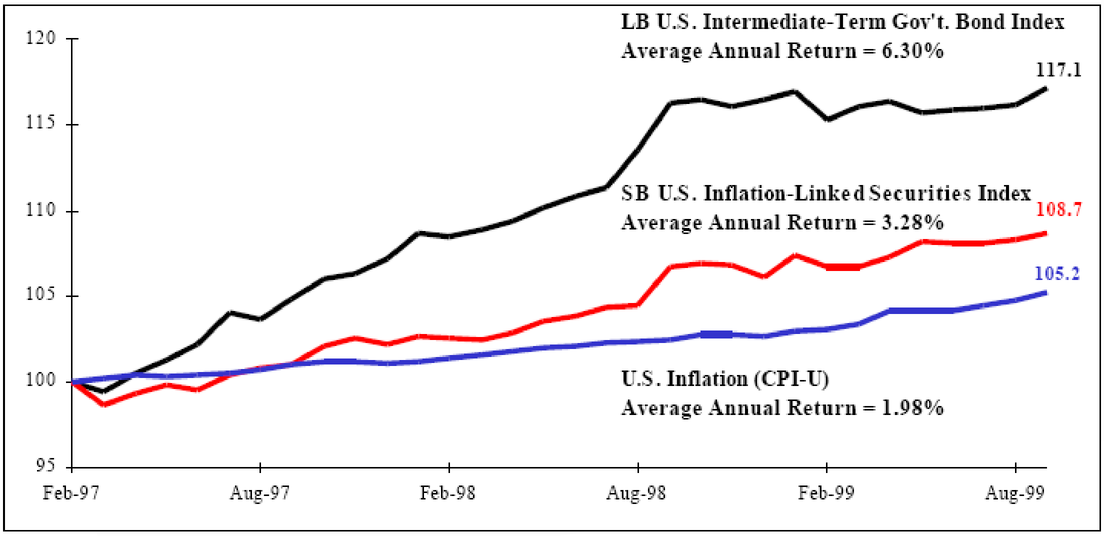
Τον Οκτώβριο του 1999 τα TIPS αποτελούσαν λιγότερο από 2% του κυβερνητικού χρέους των ΗΠΑ. Η συνολική αξία αγορά των TIPS είναι $100.1 δις και το συνολικό κυβερνητικό χρέος είναι $5,59 τρις. Υπάρχουν έξι εκδόσεις διαθέσιμες των TIPS. Όπως φαίνεται στον πίνακα 1 η διαφορά της απόδοσης μεταξύ των TIPS και παρόμοιας ληκτότητας ονομαστικών ομολόγων φτάνε τις 200 μονάδες (Basis points) για ληκτότητες κάτω από 10 χρόνια, ενώ ελαφρώς μεγαλύτερη διαφορά ισχύει για μεγαλύτερες ληκτότητες.

Table 1 - Yield Comparison of Existing TIPS Issues and Similar Maturity "Nominal" Bonds

TIPS			"Nominal Bonds"			
Coupon	Maturity	Yield[4]	Coupon	Maturity	Yield[3]	Yield Differential
3 5/8 %	July 15, 2002	3.83%	6 %	July 31, 2002	5.85%	2.02%
3 3/8 %	January 15, 2007	4.11%	6 ¼ %	February 15, 2007	6.17%	2.06%
3 5/8 %	January 15, 2008	4.11%	5 ½ %	February 15, 2008	6.15%	2.04%
3 7/8 %	January 15, 2009	4.10%	5 ½ %	May 15, 2009	6.07%	1.97%
3 5/8 %	April 15, 2028	4.11%	5 ½ %	August 15, 2028	6.34%	2.23%
3 7/8 %	April 15, 2029	4.11%	5 ¼ %	February 15, 2029	6.26%	2.15%

Στην πλειοψηφία τους τα TIPS έχουν ξεπεράσει το μέτρο CPI-U του πληθωρισμού. Έχουν αποδώσει χαμηλότερα από τη γενικότερη Government Treasury αγορά παρόλα αυτά.

Figure 1- Historical Performance of TIPS (March 1997- September 1999)[5]



Όπως οι Sargent και Taylor (1997) τόνισαν : “ Η επίδοση των TIPS σε σχέση με ονομαστικά Treasury αξιόγραφα, εξαρτάται από τον πραγματικό πληθωρισμό, σε σχέση με τις προσδοκίες. Εάν ο πραγματικός πληθωρισμός τελικά είναι μικρότερος από ότι ανέμενε η αγορά, τα TIPS θα αποδώσουν λιγότερο από συμβατικά Treasury αξιόγραφα. Επίσης, αν ο πραγματικός πληθωρισμός ξεπεράσει τον αναμενόμενο πληθωρισμό, τα TIPS θα πληρώσουν μεγαλύτερη απόδοση από συμβατικά Treasury αξιόγραφα. Η βασική διαφορά έγκειται στις προσδοκίες της αγοράς σχετικά με τον μελλοντικό πληθωρισμό. Εάν οι πληθωριστικές προβλέψεις αποδειχτούν σωστές, τότε θεωρητικά η απόδοση των TIPS θα υστερεί από αυτή των Treasury αξιογράφων γιατί η απόδοση των τελευταίων περιλαμβάνει ένα πριμ για τον πληθωριστικό κίνδυνο. Παρόλα αυτά επειδή τα TIPS έχουν προβλήματα ρευστότητας, η διαφορά στις αποδόσεις θα εξαρτάται από τα σχετικά μεγέθη του πληθωριστικού κινδύνου και των πριμ ρευστότητας.”

- **Απόδοση, κίνδυνος και συσχέτιση των TIPS**

Τα δεικτοποιημένα ομόλογα αναμένεται να έχουν ελαφρώς χαμηλότερη απόδοση και κίνδυνο από τα παραδοσιακά ονομαστικά ομόλογα με παρόμοιες ληκτότητες. Η εξήγηση για αυτό βρίσκεται στο γεγονός πως τα δεικτοποιημένα ομόλογα αντισταθμίζουν τον πληθωριστικό κίνδυνο που σχετίζεται με τα κοινά ομόλογα. Μια αύξηση στον πληθωρισμό ωθεί τους επενδυτές να απαιτούν μεγαλύτερη απόδοση από τα ονομαστικά ομόλογα για να αποζημιωθούν για τη μείωση της αγοραστικής τους δύναμης. Αυτό οδηγεί σε μείωση της τιμής αυτών των επενδυτικών εργαλείων. Τα TIPS είναι προσαρμοσμένα έτσι ώστε και το αρχικό ποσό και το μέρισμα να αντανακλούν αλλαγές στον πληθωρισμό. Η προστασία από τον πληθωρισμό που παρέχουν είναι πολύτιμη, αλλά αυτή η αξία πληρώνεται με τη μορφή χαμηλότερων αποδόσεων σε σύγκριση με τα κοινά ομόλογα. Εξαιτίας του γεγονότος ότι ο πληθωρισμός επηρεάζει τα κοινά ομόλογα διαφορετικά από ότι τα TIPS , ο συντελεστής συσχέτισης μεταξύ των δύο αναμένεται να είναι χαμηλός. Όταν ο πληθωρισμός αυξάνεται, οι τιμές των αξιογράφων και των ονομαστικών ομολόγων μειώνεται (καθώς οι επενδυτές ζητούν υψηλότερα προεξοφλητικά επιτόκια για μελλοντικά μερίσματα και τοκομερίδια).

Για να χρησιμοποιηθούν δεικτοποιημένα ομόλογα σε ένα πλαίσιο μακροπρόθεσμης επενδυτικής στρατηγικής χρησιμοποιώντας ανάλυση μέσου-διακύμανσης, είναι απαραίτητο να αναλυθεί η αναμενόμενη απόδοσή τους, η τυπική απόκλιση και οι συντελεστές συσχέτισης με άλλα αξιόγραφα. Τα δεικτοποιημένα ομόλογα εισήχθησαν στις ΗΠΑ το 1996 οπότε δεν υπάρχουν επαρκή δεδομένα για μακροπρόθεσμες αναλύσεις μέσου-διακύμανσης. Πιο σύνθετες σειρές δεικτοποιημένων ομολόγων δημιουργήθηκαν βάσει του ιστορικού πληθωρισμού και τις αποδόσεις Treasury ομολόγων.

- **Ιστορική ανάλυση Μέσου –Διακύμανσης (1970-1998)**

Το σχήμα 2 δείχνει δύο αποδοτικά σύνορα μέσου διακύμανσης : ένα με την σύνθετη 10-ετή τάξη δεικτοποιημένων αξιογράφων και ένα χωρίς αυτή. Το χαμηλότερο αποδοτικό σύνορο αποκλείει τα δεικτοποιημένα ομόλογα ενώ το χαμηλότερο τα περιλαμβάνει. Το σχήμα δείχνει ότι προσθέτοντας τα TIPS βελτιώνεται η σχέση κινδύνου-απόδοσης του αποδοτικού συνόρου. Τα σχήματα 3 και 4 δείχνουν τον καταμερισμό και των δύο αποδοτικών συνόρων αντίστοιχα. Ο καταμερισμός των TIPS ξεκινά από 0% για το χαρτοφυλάκιο με το μεγαλύτερο κίνδυνο μέχρι 35% για ένα μετρίου κινδύνου χαρτοφυλάκιο. Ο αποδοτικός καταμερισμός των TIPS είναι πάνω από μηδέν για όλα τα χαρτοφυλάκια στο αποδοτικό σύνορο εκτός από το χαρτοφυλάκιο με το μεγαλύτερο κίνδυνο, που αποτελείται από 100% μετοχές. Οι αποδοτικοί καταμερισμοί σε μετοχές είναι οι ίδιοι σχεδόν με και χωρίς TIPS. Ο καταμερισμός των TIPS γίνεται εις βάρος των ομολόγων και των μετρητών. Οι καταμερισμοί στα ομόλογα είναι θετικοί, αλλά μικρότεροι όταν περιλαμβάνονται τα TIPS. Άρα συμπεριλαμβάνοντας τα TIPS δεν αποκλείονται τα κοινά ομόλογα.

Figure 2: Nominal Efficient Frontier with & Without Tips (1970-1998)

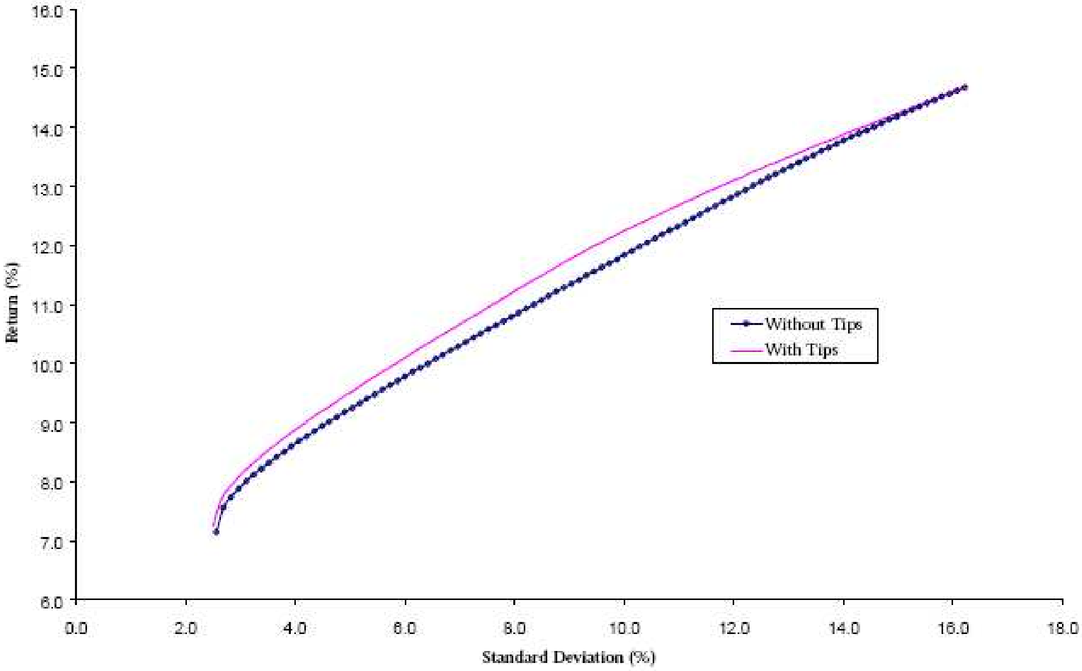


Figure 3: Nominal Efficient Allocations without Tips(1970-1998)

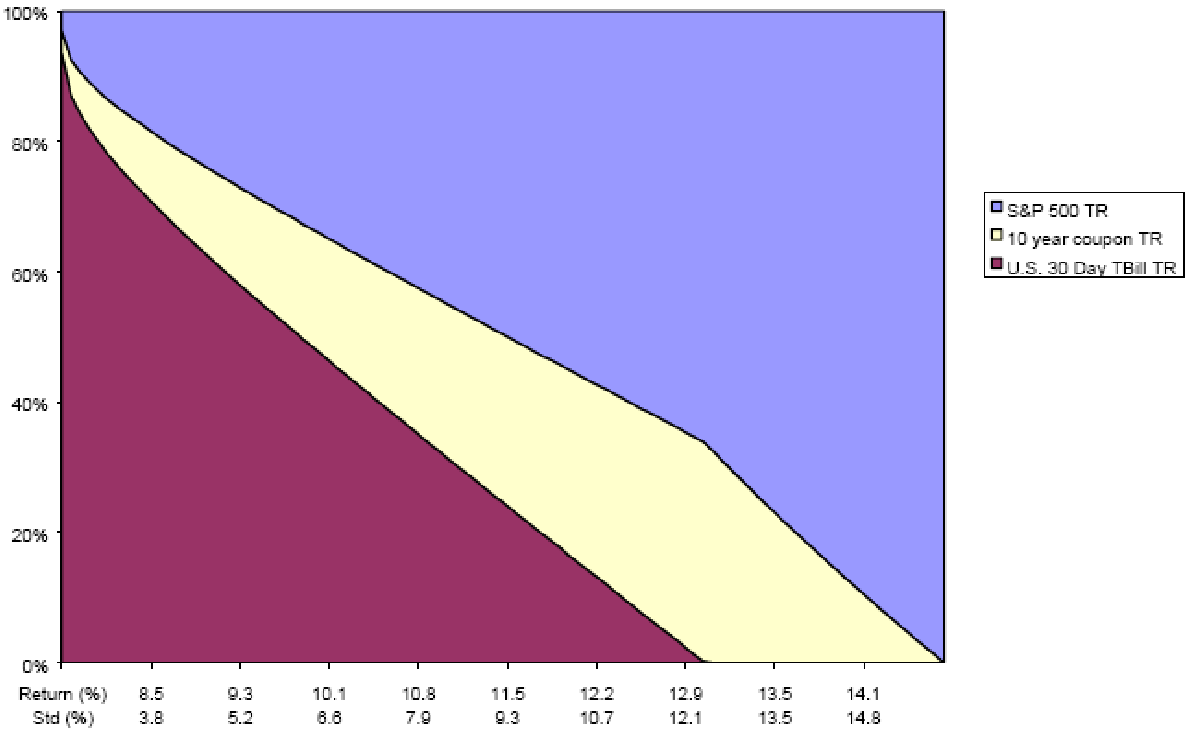
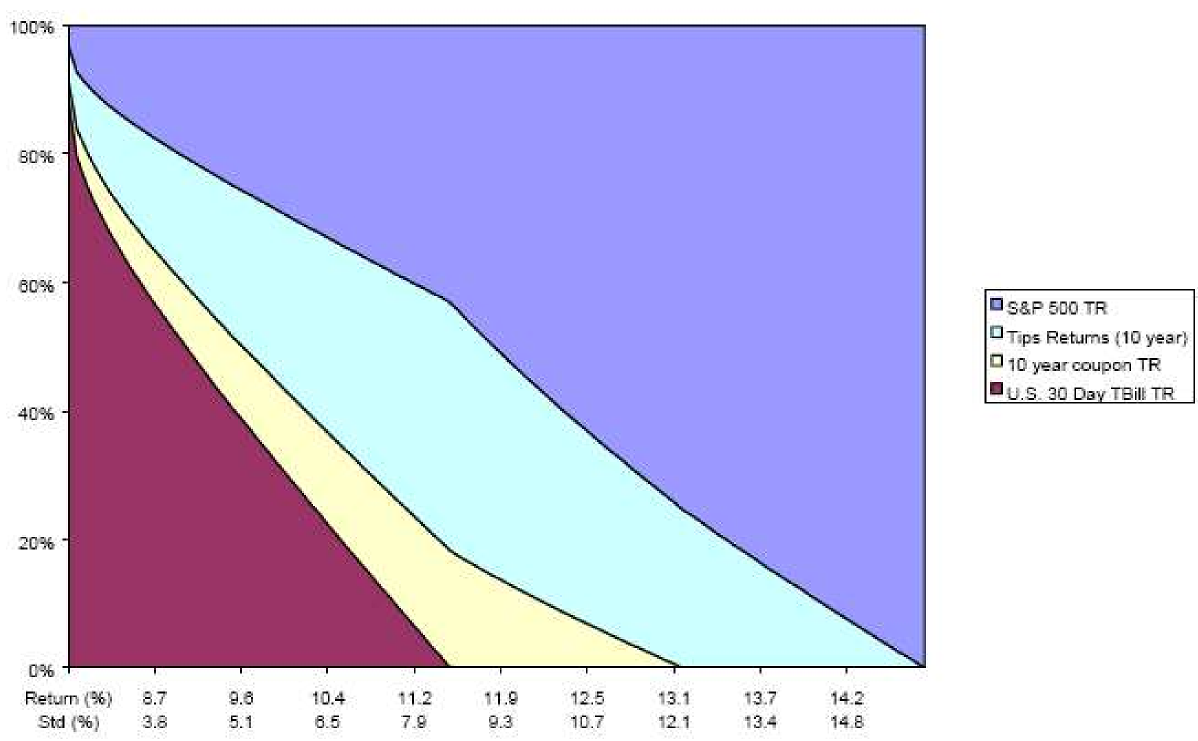


Figure 4: Nominal Efficient Allocations With Tips (1970-1998)



- **Ιστορική ανάλυση Μέσου –Διακύμανσης σε πραγματικούς όρους (1970-1998)**

Το σχήμα 5 δείχνει τα αποτελέσματα μιας ανάλυσης μέσου – διακύμανσης σε όρους πραγματικούς. Ο κίνδυνος και η απόδοση είναι προσαρμοσμένοι στον πληθωρισμό , κάτι που είναι κατάλληλο για επενδυτές που ενδιαφέρονται για την αγοραστική δύναμη του χαρτοφυλακίου τους. Η πραγματική απόδοση, ο κίνδυνος και οι συντελεστές συσχέτισης των TIPS και των άλλων τριών τάξεων αξιογράφων περιλαμβάνονται στον πίνακα 3. Το πάνω αποδοτικό σύνορο είναι το αποτέλεσμα του να συμπεριλάβουμε τα TIPS στα αποδοτικά χαρτοφυλάκια των παραδοσιακών μετοχών, ομολόγων και μετρητών. Τα σχήματα 6 και 7 δείχνουν τους λεπτομερείς καταμερισμούς των χαρτοφυλακίων από τα δύο σύνορα του σχήματος 5. Τα TIPS παίζουν ένα σημαντικό ρόλο στα αποτελεσματικά χαρτοφυλάκια. Οι καταμερισμοί των TIPS κυμαίνονται από το 10% περίπου στο χαρτοφυλάκιο ελάχιστης διακύμανσης μέχρι 50% στα χαρτοφυλάκια μετρίου κινδύνου. Οι καταμερισμοί στις μετοχές δεν επηρεάζονται ιδιαίτερα συμπεριλαμβάνοντας τα TIPS σε όρους πραγματικούς. Τα ονομαστικά ομόλογα σχεδόν αντικαθίστανται τελείως από τα TIPS.

Figure 5: Real Efficient Frontiers With & Without Tips (1970-1998)

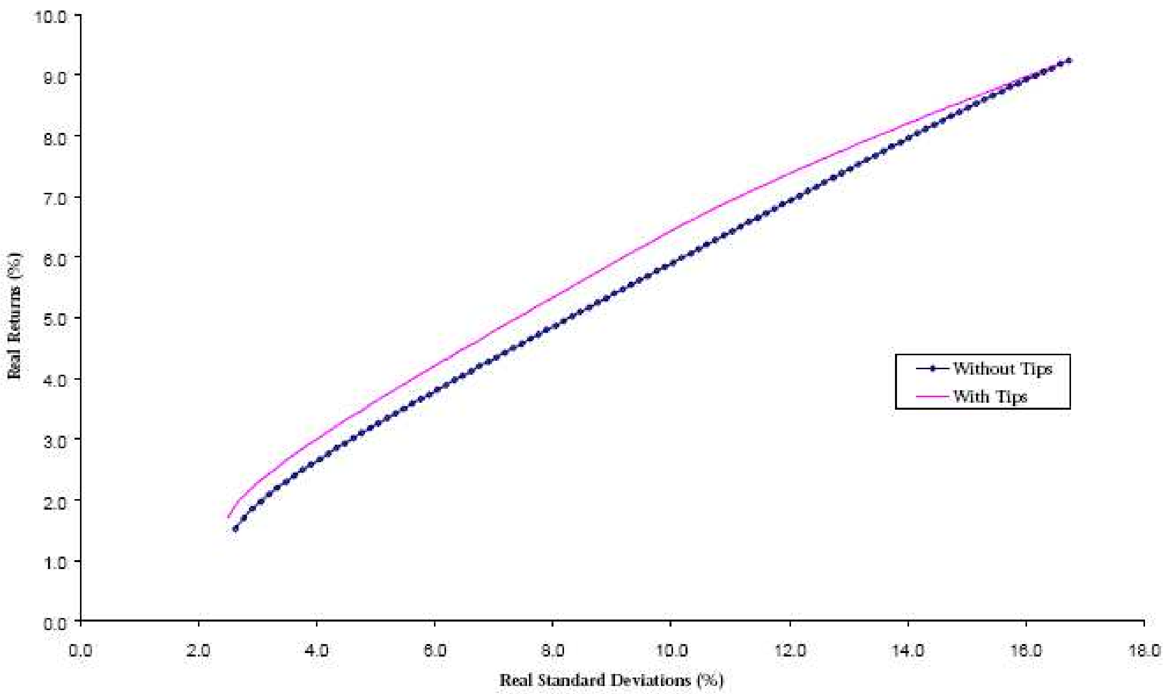


Figure 6: Real Efficient Allocations without Tips (1970-1998)

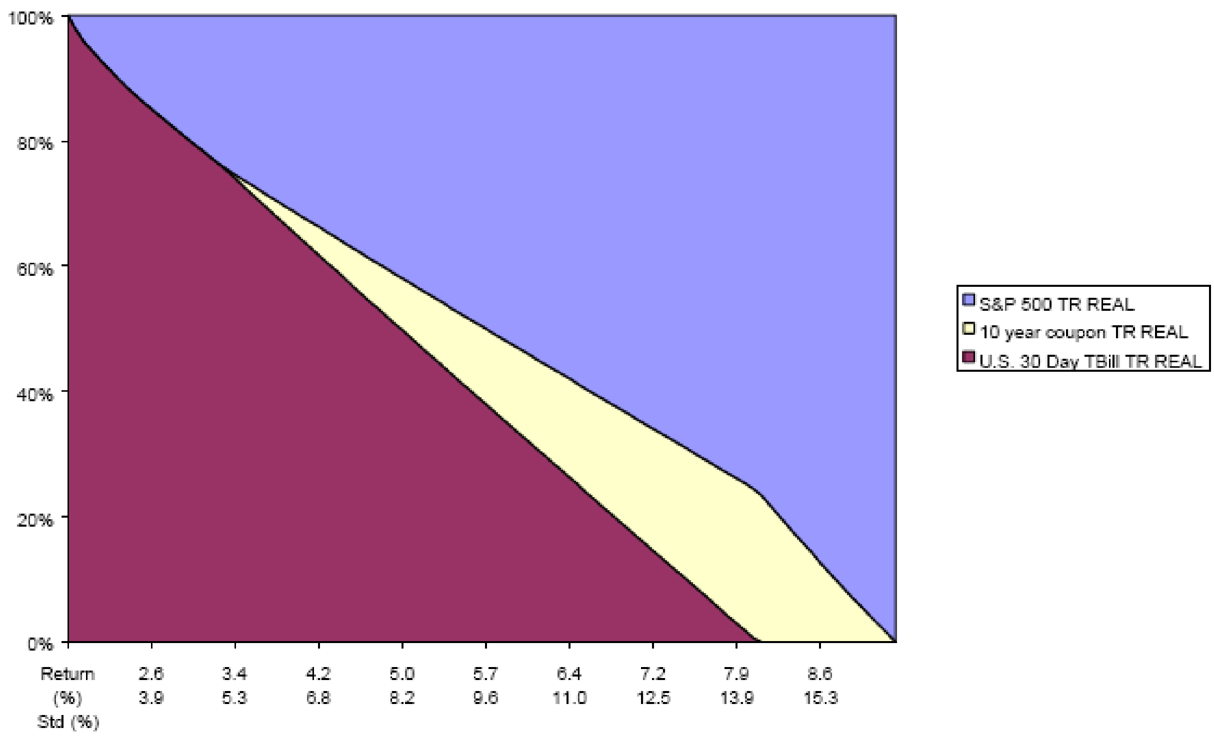
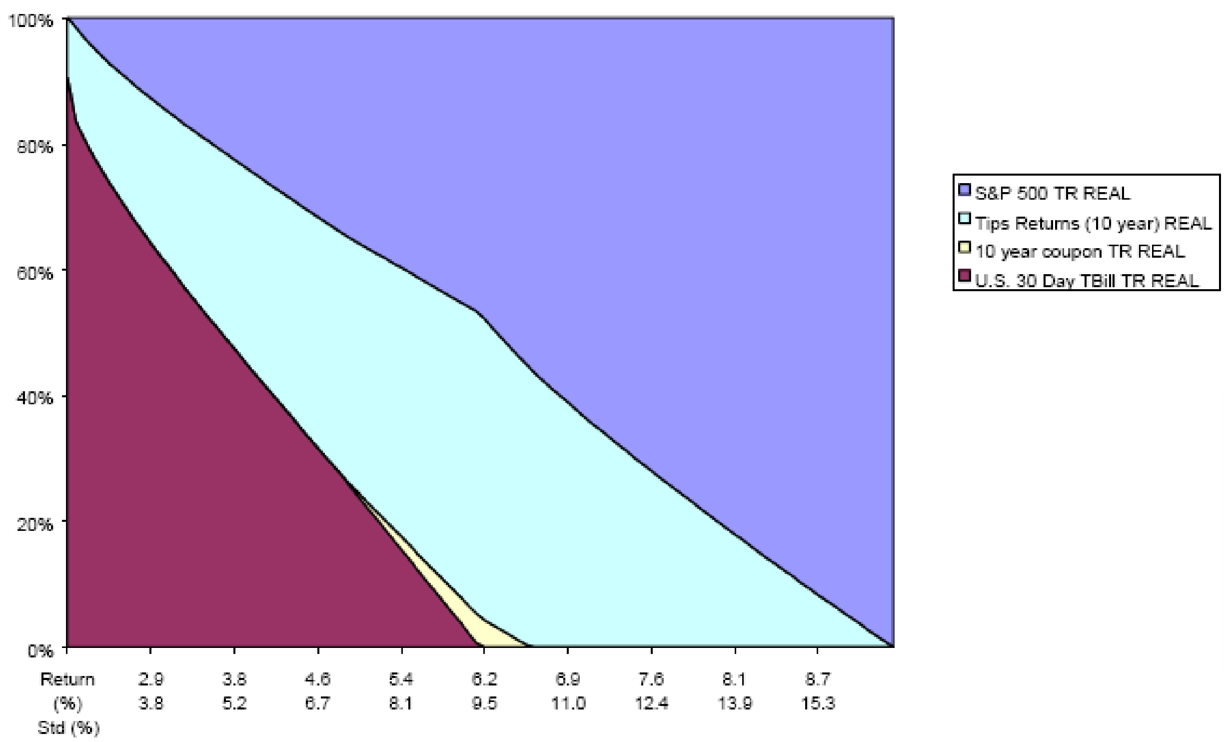


Figure 7: Real Efficient Allocations with Tips (1970-1998)



Συμπεράσματα

Τα TIPS προσφέρουν περισσότερα πλεονεκτήματα διαφοροποίησης από ότι τα κοινά αξιόγραφα σταθερού εισοδήματος. Αυτό το πλεονέκτημα είναι πιο σημαντικό στην ανάλυση σε πραγματικούς όρους. Τα TIPS επίσης προσφέρουν αξιόλογη αντιστάθμιση απέναντι στον πληθωριστικό κίνδυνο. Εφόσον τα TIPS αποτελούν σχετικά καινούρια επενδυτικά εργαλεία, η αγορά για αυτά δεν είναι τόσο επαρκής όσο για τις άλλες τάξεις αξιογράφων. Το μέγεθος της αγοράς είναι μικρό και η ρευστότητά τους είναι χαμηλή σε σύγκριση με άλλα αξιόγραφα σταθερού εισοδήματος. Αυτό έχει εμποδίσει τους θεσμικούς επενδυτές από το να επενδύσουν ένα σημαντικό ποσοστό του κεφαλαίου τους στα TIPS. Σαν αποτέλεσμα, η αληθινή απόδοση των TIPS είναι πάνω από 4%, που είναι αρκετά μεγαλύτερο ποσοστό από την ιστορική πραγματική απόδοση των συγκρίσιμων ομολόγων.

Τα TIPS προσφέρουν στους επενδυτές την επιλογή για διαφοροποίηση του χαρτοφυλακίου που κανένα άλλο εργαλείο δεν προσφέρει. Από μόνα τους τα TIPS δεν προσφέρουν ασυνήθιστες αποδόσεις ούτε εξαλείφουν τον κίνδυνο μακροπρόθεσμα. Παρόλα αυτά, σαν μέρος ενός καλώς διαφοροποιημένου χαρτοφυλακίου η υψηλότερη συσχέτισή τους με τον πληθωρισμό και η χαμηλή συσχέτισή τους με τα άλλα περιουσιακά στοιχεία προσφέρουν μεγάλα πλεονεκτήματα διαφοροποίησης για χαρτοφυλάκια μετρητών, ομολόγων και μετοχών. Για τους επενδυτές με τα περισσότερα χαρτοφυλάκια επενδυμένα σε παραδοσιακά χρηματοοικονομικά περιουσιακά στοιχεία, συμπεριλαμβάνοντας τα TIPS μειώνεται ο κίνδυνος και αυξάνεται η απόδοση ολόκληρου του χαρτοφυλακίου.

2.1 Έκθεση σε μακροχρόνιους κινδύνους

Μακροπρόθεσμα, οι κίνδυνοι που περικλείουν οι μετοχές και τα ομόλογα τείνουν να έχουν ελάχιστα κοινά. Για τα κυβερνητικά ομόλογα, δύο από τους θεμελιώδεις κινδύνους αποτελούν οι αλλαγές στις τάσεις του μακροπρόθεσμου πληθωρισμού και του κυβερνητικού προϋπολογισμού.

Ο πληθωρισμός είναι ένας σημαντικός μακροπρόθεσμος κίνδυνος για επενδυτές ομολόγων , καθώς μειώνει την απόδοση των ομολόγων από δύο απόψεις :

- Κατά πρώτον, όταν ο πληθωρισμός αυξάνεται μη αναμενόμενα, μειώνει την αληθινή απόδοση των ομολογιακών χαρτοφυλακίων των επενδυτών, γιατί τα ονομαστικά επιτόκια των τοκομεριδίων είναι δεδομένα.
- Κατά δεύτερον, εάν ο αυξημένος πληθωρισμός συνοδεύεται από προσδοκίες για υψηλότερο πληθωρισμό στο μέλλον, είναι πιθανό να αυξηθεί το απαιτούμενο επιτόκιο στα νέα μακροπρόθεσμα ομόλογα. Αυτό με τη σειρά του δημιουργεί καθοδικές πιέσεις στις τιμές των ομολόγων και προκαλεί απώλειες κεφαλαίου στους υπάρχοντες τίτλους ομολόγων.

Η δημοσιονομική πολιτική της κυβέρνησης επίσης αποτελεί ένα σημαντικό μακροπρόθεσμο κίνδυνο για τα ομόλογα γιατί επίμονες αυξήσεις στα κυβερνητικά ελλείμματα προϋπολογισμού υπονοούν μεγαλύτερο κυβερνητικό δανεισμό στο μέλλον. Μια αύξηση στο έλλειμμα οδηγεί σε υψηλότερα επιτόκια στα νέα κυβερνητικά ομόλογα, μειώνοντας τις τιμές των υπαρχόντων ομολόγων και δημιουργώντας κεφαλαιακές απώλειες για τους επενδυτές.

Για τις μετοχές, αντίθετα, ο πιο σημαντικός μακροπρόθεσμος κίνδυνος είναι πιθανόν να είναι η αβεβαιότητα για το ρυθμό της παραγωγικότητας για ολόκληρη την οικονομία. Μακροπρόθεσμα, ένας από τους συντελεστές που καθορίζουν τις τιμές των μετοχών είναι τα εταιρικά κέρδη. Τα εταιρικά κέρδη είναι οι αποδόσεις κεφαλαίου. Συνεπώς τα κέρδη θα πρέπει να αυξάνονται με τον ίδιο ρυθμό με την παραγωγικότητα του κεφαλαίου, που μακροπρόθεσμα διαγράφει την παγκόσμια παραγωγικότητα.

Οι αναλυτές μπορούν να μετρήσουν το αντίκτυπο του υψηλότερου πληθωρισμού ή των κυβερνητικών ελλειμμάτων με πολλούς τρόπους. Γενικά, το μέγεθος του αντίκτυπου, είναι δευτερεύον σε σύγκριση με τις αποδόσεις των ομολόγων. Για παράδειγμα, μια μη αναμενόμενη αύξηση κατά μια ποσοστιαία μονάδα στον πληθωρισμό θα μειώσει την πραγματική ετήσια απόδοση ενός υπάρχοντος 20ετούς ομολόγου κατά μία ολόκληρη ποσοστιαία μονάδα.

2.2 Οικονομικές δυνάμεις και αγορά μετοχών

Οι τιμές των περιουσιακών στοιχείων θεωρείται ότι είναι ευαίσθητες στα οικονομικά νέα. Η καθημερινότητα φαίνεται να αποδεικνύει πως οι τιμές των περιουσιακών στοιχείων επηρεάζονται από μια ποικιλία μη αναμενόμενων γεγονότων και πως κάποια γεγονότα έχουν μεγαλύτερο αντίκτυπο στις τιμές απ' ότι άλλα. Η σύγχρονη χρηματοοικονομική θεωρία έχει επικεντρωθεί σε πιο συστηματικές επιρροές όπως η πιθανή πηγή επενδυτικού κινδύνου. Το γενικό συμπέρασμα της θεωρίας είναι ότι χρειάζεται ένας επιπρόσθετος όρος μακροπρόθεσμης απόδοσης κάθε φορά που ένα συγκεκριμένο περιουσιακό στοιχείο επηρεάζεται από συστηματικά οικονομικά νέα και καμία επιπρόσθετη ανταμοιβή δε μπορεί να επιτευχθεί φέροντας κίνδυνο που μπορεί να διαφοροποιηθεί.

Παρόλα αυτά η θεωρία δεν έχει πολλά να επιδείξει σχετικά με τα γεγονότα που είναι πιθανό να επηρεάσουν όλα τα περιουσιακά στοιχεία. Υπάρχει ένα κενό μεταξύ της θεωρητικής βαρύτητας των οικονομικών μεταβλητών (state variables) και της άγνοιάς μας σχετικά με την ταυτότητα τους. Οι κινήσεις των τιμών υπονοούν ότι την παρουσία εξωγενών επιρροών.

Οι τιμές των μετοχών θεωρείται ότι δέχονται επιρροές από εξωτερικές δυνάμεις (παρόλο που μπορεί να αλληλεπιδρούν με άλλες μεταβλητές). Όλες οι οικονομικές μεταβλητές θεωρούνται ενδογενείς μεταβλητές. Μόνο φυσικές δυνάμεις, όπως σεισμοί κ.ο.κ. είναι πραγματικά εξωγενείς στην παγκόσμια οικονομία. Οι Chen, Roll και Ross (1986) έκαναν μια προσπάθεια να μοντελοποιήσουν τις αποδόσεις των μετοχών σε συνάρτηση με μακροοικονομικές μεταβλητές και μη μετοχικές αποδόσεις. Θεωρούν έτσι την αγορά μετοχών ενδογενή σε σχέση με τις άλλες αγορές.

Σύμφωνα με τη θεωρία της κεφαλαιαγοράς μόνο οι γενικές οικονομικές μεταβλητές επηρεάζουν την αποτίμηση της μετοχικής αγοράς. Συστηματικές μεταβλητές που επηρεάζουν το μέσο αποτίμησης της οικονομίας ή που επιδρούν στα μερίσματα μπορούν να επηρεάσουν τις μετοχικές αποδόσεις. Επιπλέον, μεταβλητές που είναι απαραίτητες για να ολοκληρωθεί η περιγραφή είναι μέρος των συστηματικών παραγόντων κινδύνου. Για παράδειγμα μια τέτοια μεταβλητή θα ήταν μία που δεν έχει άμεση επιρροή στιες τρέχοντες ροές εισοδήματος αλλά περιγράφει το μεταβαλλόμενο σετ επενδυτικών δυνατοτήτων.

Η χρηματοοικονομική θεωρία προτείνει τις ακόλουθες μεταβλητές που μπορούν να επηρεάσουν τις αποδόσεις των μετοχών :

- Τη διαφορά μεταξύ long και short επιτοκίων
- Τον αναμενόμενο και μη αναμενόμενο πληθωρισμό
- Το ύψος της βιομηχανικής παραγωγής
- Τη διαφορά μεταξύ υψηλόβαθμων και χαμηλόβαθμων ομολόγων.

Οι τιμές των μετοχών μπορούν να γραφούν ως αναμενόμενα προεξοφλημένα μερίσματα :

$p = E(c) / k,$

όπου c είναι η ροή ων μερισμάτων και k το επιτόκιο προεξόφλησης. Αυτό υπονοεί πως οι αποδόσεις σε κάθε περίοδο δίνονται από τον τύπο :

$dp/p + c/p = d[E(c)] / E(c) – dk/k + c/p$.

Οι συστηματικές δυνάμεις που επηρεάζουν τις αποδόσεις είναι αυτές που αλλάζουν τους συντελεστές προεξόφλησης k και τις αναμενόμενες ταμειακές ροές, E(c).

Το προεξοφλητικό επιτόκιο είναι ο μέσος των επιτοκίων διαχρονικά και αλλάζει όταν το επίπεδο των επιτοκίων και τα spreads για διαφορετικές ληκτότητες αλλάζουν. Μη αναμενόμενες αλλαγές στο επιτόκιο μηδενικού κινδύνου θα επηρεάσουν συνεπώς την αποτίμηση, και μέσω της επίδρασής στο time value των μελλοντικών ταμειακών ροών , θα επηρεάσουν τις αποδόσεις. Το προεξοφλητικό επιτόκιο εξαρτάται επίσης από το ασφάλιστρο κινδύνου. Άρα, μη αναμενόμενες αλλαγές στο ασφάλιστρο θα επηρεάσουν τις αποδόσεις. Από την πλευρά της ζήτησης, αλλαγές στην έμμεση οριακή χρησιμότητα του πραγματικού πλούτου, θα επηρεάσουν την αποτίμηση, και αυτές οι επιδράσεις μπορούν να εμφανιστούν και σαν μη αναμενόμενες αλλαγές στα ασφάλιστρα κινδύνου.

Οι αναμενόμενες ταμειακές ροές αλλάζουν εξαιτίας πραγματικών αλλά και ονομαστικών δυνάμεων. Αλλαγές στο αναμενόμενο ύψος του πληθωρισμού επιδρούν και στις ονομαστικές αναμενόμενες ταμειακές ροές , αλλά και στο ονομαστικό επιτόκιο. Ως το σημείο που η αποτίμηση γίνεται σε πραγματικούς όρους, μη αναμενόμενες αλλαγές στο επίπεδο των τιμών θα έχουν μια συστηματική επίδραση, και ως το σημείο που οι σχετικές τιμές κινούνται μαζί με τον πληθωρισμό, μπορεί επίσης να υπάρξει αλλαγή στην εκτίμηση των περιουσιακών στοιχείων σχετικά με τις αλλαγές στο μέσο πληθωρισμό. Τέλος, αλλαγές στο αναμενόμενο επίπεδο της πραγματικής παραγωγής επιδρά στην τρέχουσα πραγματική αξία των ταμειακών ροών. Όσο το μέτρο των ασφαλίστρων δεν αντανακλά την αβεβαιότητα της βιομηχανικής παραγωγής, αλλαγές στο ρυθμό παραγωγικής δραστηριότητας θα έπρεπε να έχουν μια επίδραση στις αποδόσεις των μετοχών μέσω του αντίκτυπου που έχουν στις ταμειακές ροές.

Έχοντας προτείνει ένα σετ μεταβλητών, το επόμενο βήμα είναι να καθοριστεί ο τρόπος μέτρησής τους και μια χρονική σειρά των μη αναμενόμενων κινήσεων. Θα μπορούσε να εκτιμηθεί ένα διανυσματικό αυτοπαλίνδρομο μοντέλο για να χρησιμοποιηθούν τα κατάλοιπά του σαν μη αναμενόμενες αλλαγές στους οικονομικούς παράγοντες. Επίσης ενδιαφέρον όμως είναι να χρησιμοποιηθεί η θεωρία για να διεξαχθούν εξισώσεις για την εκτίμησή τους άμεσα. Εφόσον τα μηνιαία επιτόκια των αποδόσεων είναι σχεδόν σειριακά μη συσχετιζόμενα (uncorrelated) μπορούν να χρησιμοποιηθούν σαν αλλαγές χωρίς διαμόρφωση. Ο γενικός τρόπος να διεξαχθεί η αναμενόμενη κίνηση μιας ανεξάρτητης μεταβλητής είναι να εισάγουμε ένα πρόβλημα «σφαλμάτων στις μεταβλητές». Αυτό πρέπει να ανταλλαχθεί με το σφάλμα από τον κακό καθορισμό της εξίσωσης για την αναμενόμενη κίνηση.

Βιομηχανική παραγωγή

Η βασική σειρά είναι ο ρυθμός ανάπτυξης της βιομηχανικής παραγωγής στις Η.Π.Α.. Εάν IP(t) συμβολίζει το ρυθμό βιομηχανικής παραγωγής το μήνα t τότε ο μηνιαίος βαθμός ανάπτυξης είναι :

$$MP(t) = \log_e IP(t) - \log_e IP(t-1)$$

και ο ετήσιος ρυθμός ανάπτυξης είναι:

$$YP(t) = \log_e IP(t) - \log_e IP(t-12)$$

Επειδή η IP(t) είναι ουσιαστικά η ροή της βιομηχανικής παραγωγής σε ένα μήνα t, η MP(t) μετρά την αλλαγή στην βιομηχανική παραγωγή με χρονική υστέρηση τουλάχιστον ένα μήνα.

Η σειρά των ετησίων ρυθμών ανάπτυξης YP(t) εξετάστηκε επειδή η αγορά μετοχών σχετίζεται με αλλαγές στην βιομηχανική δραστηριότητα μακροπρόθεσμα. Εφόσον οι τιμές των μετοχών σχετίζονται με την εκτίμηση των ταμειακών ροών σε μεγάλες χρονικές περιόδους, οι μηνιαίες μετοχικές αποδόσεις μπορεί να μην έχουν μεγάλη σχέση με ταυτόχρονες μηνιαίες αλλαγές στα ποσοστά της βιομηχανικής παραγωγής , παρόλο που τέτοιες αλλαγές μπορούν να εμπεριέχουν πληροφορία σχετική με την αποτίμηση. Οι αλλαγές ενός μήνα στις μετοχικές τιμές πιθανόν αντανακλά αλλαγές στην βιομηχανική παραγωγή που αναμένονται στο μέλλον.

Πληθωρισμός

Ο μη αναμενόμενος πληθωρισμός καθορίζεται ως εξής :

UI (t) = I(t) – E[I(t) |t-1],

Όπου I(t) είναι η πραγματική πρώτη διαφορά του λογαρίθμου του Δείκτη Τιμών Καταναλωτή (Consumer Price Index) την περίοδο t. Η σειρά του αναμενόμενου πληθωρισμού δίνεται από το E[I(t) |t-1]. Εάν RHO (t) οριστεί το πραγματικό επιτόκιο εκ των υστέρων για την περίοδο t και TB(t-1) οριστεί το επιτόκιο του Treasury bill που είναι γνωστό για την περίοδο t-1 και εφαρμόζεται την περίοδο t, τότε ή εξίσωση του Fisher δείχνει ότι :

TB(t-1) = E[RHO (t)| t-1] + E[I (t)| t-1]

Έτσι το TB(t-1) - I (t) μετρά την εκ των υστέρων πραγματική απόδοση του Treasury bill σε μια περίοδο. Από μια χρονοσειρά αυτής της μεταβλητής οι Fama και Gibbons (1984) κατασκεύασαν μια χρονοσειρά για το E[RHO (t)| t-1]. Η μεταβλητή του αναμενόμενου πληθωρισμού υπολογίζεται αφαιρώντας τη χρονοσειρά τους από το αναμενόμενο πραγματικό επιτόκιο από τη σειρά TB(t-1) .
Άλλη μια πληθωριστική μεταβλητή που είναι μη αναμενόμενη και που μπορεί να έχει επίδραση ξεχωριστή από την UI είναι :

DEI(t) = E[I (t+1) | t] - E[I (t) | t - 1] , η αλλαγή στον αναμενόμενο πληθωρισμό. Υπογράφουμε αυτή τη μεταβλητή με t καθώς είναι άγνωστη στο τέλος της περιόδου t-1. Η μεταβλητή αυτή μπορεί να περιέχει πληροφορίες μη διαθέσιμες στην UI. Αυτό συμβαίνει όταν οι προβλέψεις του πληθωρισμού επηρεάζονται από οικονομικούς παράγοντες διαφορετικούς από παρελθόντα σφάλματα πρόβλεψης.

Ασφάλιστρα κινδύνου

Για να εκφράσουμε την επίδραση των μη αναμενόμενων αλλαγών των ασφαλίστρων κινδύνου στις αποδόσεις θα χρησιμοποιήσουμε άλλη μια μεταβλητή από τις χρηματαγορές. Η μεταβλητή, UPR, καθορίζεται ως εξής:

UPR(t) = απόδοση χαρτοφυλακίων ομολόγων “Baa και κάτω” (t) – LGB (t)

όπου LGB (t) είναι η απόδοση χαρτοφυλακίου μακροπρόθεσμων κυβερνητικών ομολόγων.

Η UPR μεταβλητή θα είχε μέσο μηδέν σε κόσμο ουδέτερο (risk neutral) ως προς τον κίνδυνο και είναι λογικό να θεωρηθεί σαν ένα μέτρο του βαθμού αποστροφής του κινδύνου στην αποτίμηση.

Δομή των επιτοκίων

Όσον αφορά την επίδραση της δομής των επιτοκίων χρησιμοποιούμε άλλη μια μεταβλητή, την UTS (t),

UTS (t) = LGB (t) - TB(t’-1)

Με risk neutrality μορφή :

E[UTS (t) | t-1] = 0.

Αυτή η μεταβλητή μπορεί να θεωρηθεί ως ένα μέτρο της μη αναμενόμενης απόδοσης των μακροπρόθεσμων ομολόγων. Η υπόθεση της αδιαφορίας ως προς τον κίνδυνο (risk neutrality) χρησιμοποιείται για να απομονώσει τις καθαρές επιδράσεις της δομής των επιτοκίων. Η μεταβλητή UPR χρησιμοποιείται για να περιγράψει το αντίκτυπο των αλλαγών στην αποστροφή κινδύνου.

Δείκτες αγοράς

Στη συνέχεια θέλουμε να εξετάσουμε τη σχέση μεταξύ μη μετοχικών οικονομικών μεταβλητών και μετοχικών αποδόσεων. Παρόλα αυτά εξαιτίας των εξωμαλυντικών χαρακτηριστικών των περισσότερων μακροοικονομικών χρονοσειρών σε μικρές περιόδους, όπως ένας μήνας, δεν αναμένεται αυτές οι σειρές να αιχμαλωτίζουν όλη την διαθέσιμη πληροφορία στην αγορά την ίδια περίοδο. Αντιθέτως οι τιμές των μετοχών αντιδρούν πολύ γρήγορα στην δημόσια πληροφορία. Αυτό το αντίκτυπο εγγυάται τουλάχιστον ότι οι αποδόσεις της αγοράς θα έχουν μικρή συσχέτιση σχετικά με τις αλλαγές στους μακροοικονομικούς παράγοντες.

Για να εξετασθεί η σχετική επίδραση στις τιμές των παραδοσιακών δεικτών της αγοράς οι Chen, Ross και Ross χρησιμοποίησαν τις ακόλουθες μεταβλητές :

EWNY (t) = απόδοση του δείκτη NYSE με ίσα σταθμά
VWNY (t) = απόδοση του δείκτη NYSE με στάθμιση αξιών

Κατανάλωση

Μπορεί να εξεταστεί επίσης μια χρονοσειρά με αλλαγές στα ποσοστά στης πραγματικής κατανάλωσης , CG. Η σειρά είναι σε πραγματικούς κατά κεφαλή όρους και περιλαμβάνει ροές υπηρεσιών.

Τιμές πετρελαίου

Υποστηρίζεται συχνά ότι οι τιμές του πετρελαίου θα πρέπει να συμπεριλαμβάνονται σε οποιαδήποτε λίστα συστηματικών παραγόντων που έχουν επίδραση στις μετοχικές αποδόσεις και την αποτίμηση.

Οι τιμές των περιουσιακών στοιχείων θα πρέπει να εξαρτώνται από την έκθεσή τους στις θεμελιώδεις μεταβλητές που περιγράφουν την οικονομία. Οι τιμές των μετοχών εκτίθενται σε συστηματικά οικονομικά νέα, και τιμολογούνται ανάλογα με την έκθεσή τους. Τα μέτρα μπορούν να μετρηθούν σαν αλλαγές στις οικονομικές μεταβλητές των οποίων η αναγνώριση μπορεί να επιτευχθεί μέσω απλής και διαισθητικής χρηματοοικονομικής θεωρίας.

<u>2.3 Είναι το Χρηματιστήριο ασφαλέστερο για μακροπρόθεσμους επενδυτές;</u>

Σε ένα μοντέλο με πραγματικά επιτόκια και πληθωρισμό που διαφέρουν στο χρόνο και σταθερά ασφάλιστρα κινδύνου σε όλα τα αξιόγραφα, βραχυπρόθεσμα ασφαλή αξιόγραφα δεν είναι ακίνδυνα για μακροπρόθεσμους επενδυτές γιατί θα πρέπει να επανεπενδυθούν σε αβέβαια μελλοντικά επιτόκια. Το ακίνδυνο αξιόγραφο για ένα μακροπρόθεσμο επενδυτή είναι ένα μακροπρόθεσμο δεικτοποιημένο ομόλογο. Έτσι οι συντηρητικοί μακροπρόθεσμοι επενδυτές θα πρέπει να κατευθύνουν το χαρτοφυλάκια τους προς τα ομόλογα παρά προς τα μετρητά. Ένας επιθετικός μακροπρόθεσμος επενδυτής θα κρατήσει μετοχές εξαιτίας των υψηλών μέσων αποδόσεών τους, αλλά έτσι ακριβώς θα ενεργήσει και ο βραχυπρόθεσμος επενδυτής. Αυτό έρχεται σε αντίθεση με την επικρατούσα άποψη ότι οι μακροπρόθεσμοι επενδυτές μπορούν να αυξήσουν τα μερίδιά τους σε μετοχές γιατί συγκριτικά είναι ασφαλείς για τέτοιους επενδυτές.

Ο Siegel αναφέρει: Είναι γνωστό πως οι αποδόσεις των μετοχών είναι μεγαλύτερες από αυτές των ομολόγων μακροπρόθεσμα. Αλλά είναι λιγότερο γνωστό ότι ο κίνδυνος των μετοχών μακροπρόθεσμα είναι μικρότερος από αυτόν που έχει βρεθεί για τα ομόλογα ! Οι πραγματικές αποδόσεις των μετοχών είναι πιο ευμετάβλητες από αυτές των ομολόγων βραχυπρόθεσμα. Αλλά καθώς αυξάνει ο ορίζοντας, τα όρια των αποδόσεων των μετοχών στενεύουν πολύ πιο γρήγορα από ότι για αξιόγραφα σταθερού εισοδήματος. Η πιο ασφαλής μακροπρόθεσμη απόδοση είναι οι μετοχές και όχι τα ομόλογα.

Εάν οι αποδόσεις των αξιογράφων είναι IID(Independent Identically distributed) τότε υπάρχει μια μαθηματική σχέση μεταξύ του κινδύνου σε ένα μικρό ορίζοντα και σε ένα μεγάλο. Το μέτρο κινδύνου του Siegel είναι η τυπική απόκλιση της ετησιοποιημένης απόδοσης , που πρέπει να είναι αντιστρόφως ανάλογη της τετραγωνικής ρίζας του ορίζοντα εάν οι αποδόσεις είναι IID.

3. Εμπειρικό τμήμα

Θα χρησιμοποιήσουμε ένα Vector Autoregressive Μοντέλο (Υπόδειγμα Διανυσμάτων Αυτοπαλινδρομήσεων) για να αποσυνθέσουμε τις υπερβάλλουσες αποδόσεις σε αλλαγές στις προσδοκίες για τα μελλοντικά μερίσματα, τα πραγματικά επιτόκια και τις υπερβάλλουσες αποδόσεις. Στη συνέχεια θα χρησιμοποιήσουμε τα νέα που προέρχονται από αυτές τις αλλαγές στις προσδοκίες ώστε να κατασκευάσουμε τα σταθμά του στρατηγικού χαρτοφυλακίου. Μας ενδιαφέρει να δούμε πως αλλάζει ο βαθμός αποστροφής κινδύνου σε συνάρτηση με τις αναθεωρήσεις στις προσδοκίες για τις μελλοντικές αποδόσεις της αγοράς. Οι τελευταίες θα εκτιμηθούν από το VAR που περιλαμβάνει την απόδοση της αγοράς και ένα σετ μεταβλητών που έχουν προβλεπτική ικανότητα για την αγορά. Το χαρτοφυλάκιό μας θα περιέχει μετοχές του δείκτη S&P 500 και US 10-year Treasury ομόλογα. Οι αποδόσεις των μετοχών και των ομολόγων σε μεταπολεμικά δεδομένα των ΗΠΑ επηρεάζονται αρκετά από τα νέα για μελλοντικές υπερβάλλουσες μετοχικές αποδόσεις και τον πληθωρισμό αντίστοιχα.

Θεωρούμε ένα VAR μοντέλο:

$$\begin{bmatrix} y_{1t} \\ y_{2t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} \text{x} \begin{bmatrix} x_{1t-1} \\ x_{2t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \end{bmatrix}$$

Τα μοντέλα VAR θεωρούνται σαν επέκταση των μονομεταβλητών αυτοπαλίνδρομων υποδειγμάτων [AR(s)]. Χρησιμοποιούνται στα συστήματα αλληλοεξαρτώμενων υποδειγμάτων στα οποία :

- Όλες οι μεταβλητές του συστήματος θεωρούνται σαν ενδογενείς μεταβλητές και
- Όλες οι μεταβλητές του υποδείγματος εκφράζονται σαν συνάρτηση όλων των μεταβλητών του συστήματος με χρονικές υστερήσεις.

Υποθέσεις

Για τη εκτίμηση του συστήματος απαιτείται οι παρακάτω υποθέσεις να ικανοποιούνται:

- Οι ενδογενείς μεταβλητές του συστήματος είναι στάσιμες.
- Το διάνυσμα των καταλοίπων του VAR έχει μέσο μηδέν. Δηλαδή $E(\varepsilon_t) = 0$.
- Το διάνυσμα των καταλοίπων του VAR δεν συσχετίζονται. Δηλαδή, $E(\varepsilon_t', \varepsilon_s) = 0,\ t \neq s$.
- Τα κατάλοιπα κάθε εξίσωσης του συστήματος είναι λευκός θόρυβος.
- Τα κατάλοιπα των εξισώσεων του συστήματος αλληλεξαρτώνται. Δηλαδή:

$$E(\varepsilon_t, \varepsilon_t') = \begin{vmatrix} Var(\varepsilon_{1t}) & Cov(\varepsilon_{1t}, \varepsilon_{2t}) \\ Cov(\varepsilon_{2t}, \varepsilon_{1t}) & Var(\varepsilon_{2t}) \end{vmatrix}$$

Εκτίμηση του υποδείγματος

Το υπόδειγμα VAR θα εκτιμηθεί με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων (OLS). Αυτή η εκτίμηση δίνει συνεπείς και αποτελεσματικούς εκτιμητές των συντελεστών του συστήματος.

Δείγμα:1989:12 - 2007:02

Εμπειρικά αποτελέσματα

Οι μεταβλητές που επιχειρούμε να μοντελοποιήσουμε είναι :

- **Stocks returns:**
  y_em= log (sp500), δηλαδή ο λογάριθμος της απόδοσης του δείκτη sp500, όπου
  dy_em = (y_em-y_em{1})*100, ο ρυθμός μεταβολής

- **Bonds returns:**
  y_b = log (SBTSY10), δηλαδή ο λογάριθμος των αποδόσεων των 10-ετών Treasury ομολόγων, όπου
  dy_b = (y_b-y_b{1})*100, ο ρυθμός μεταβολής

Οι οικονομικές μεταβλητές (state variables) που θα χρησιμοποιήσουμε είναι:

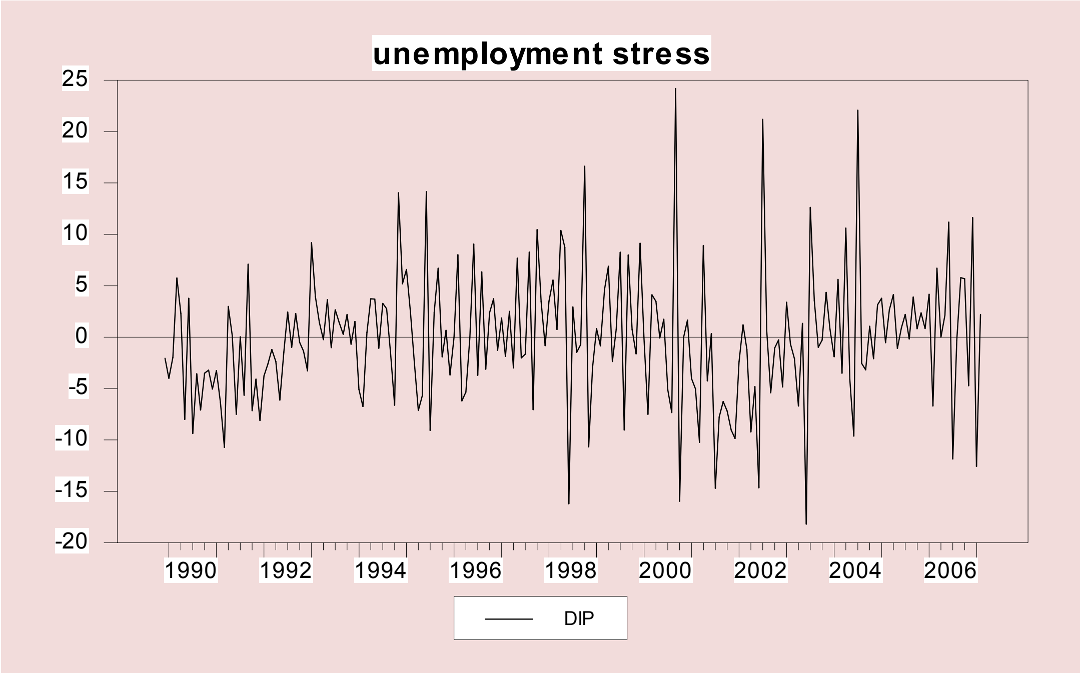
- **Unemployment stress:**
  dip = (ip-ip{1})*100.0,
  όπου ip = -1.0*log(unrate*duration)
  και unrate: unemployment rate

- **Πραγματικό επιτόκιο:**
  real = libor1m-log(cpi_us/cpi_us{12})*100.0

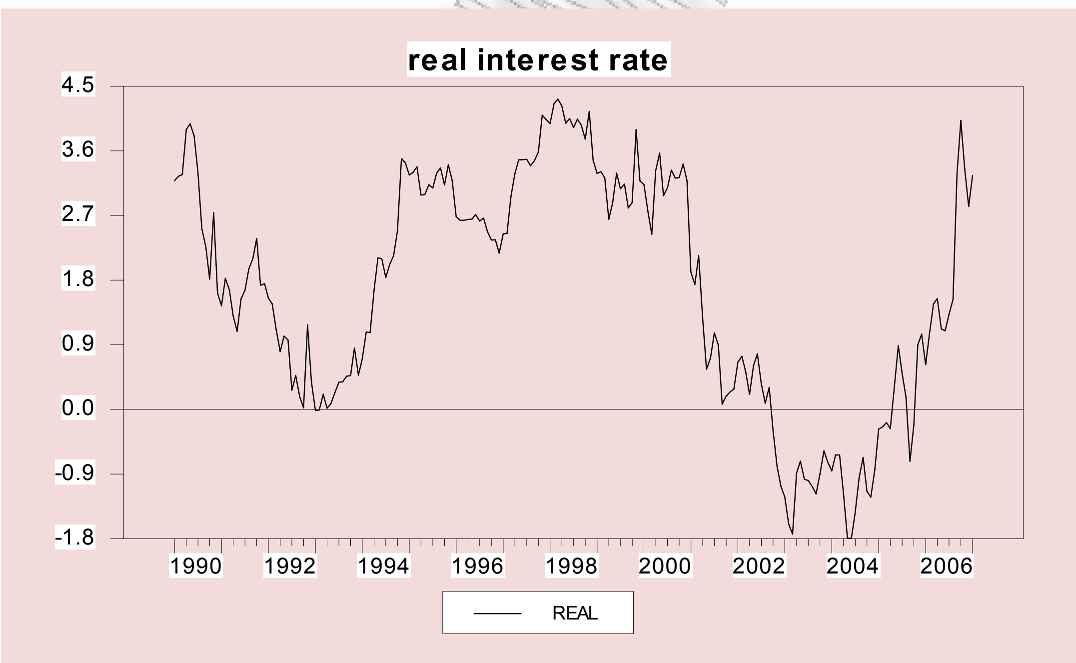
- **Καμπύλη επιτοκίων:**
  term = (tb10y{-1}-tb3m{-1})/1.0

- **Ασφάλιστρο κινδύνου:**
  riskprem = ((100.0/sp500pe)-r10y_us)/100.0

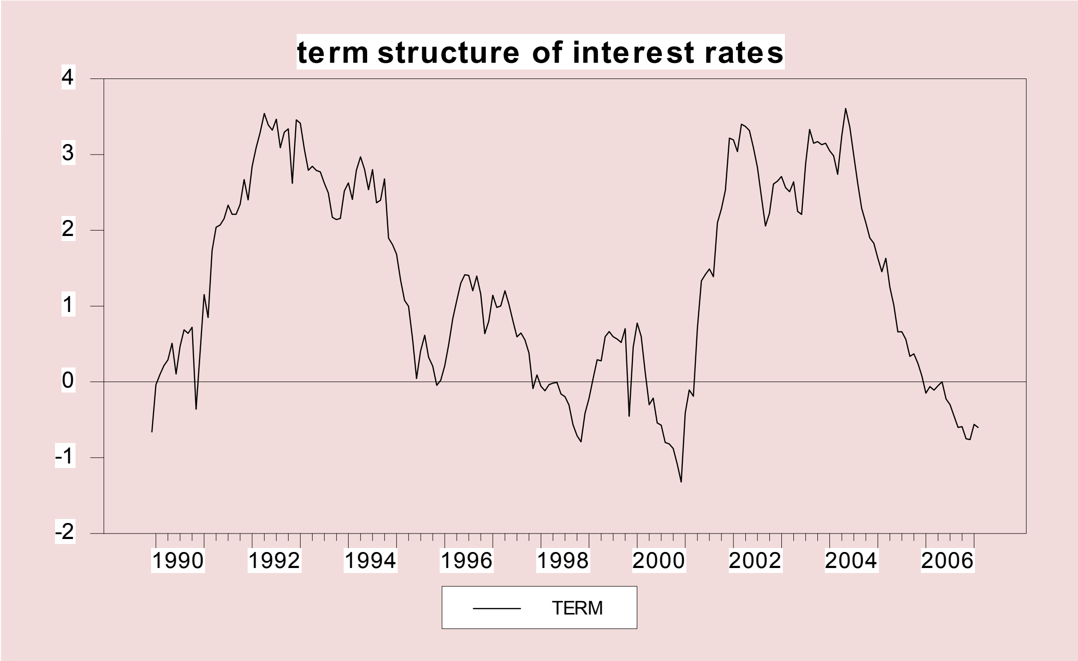
Παρακάτω ακολουθούν τα διαγράμματα των state variables:



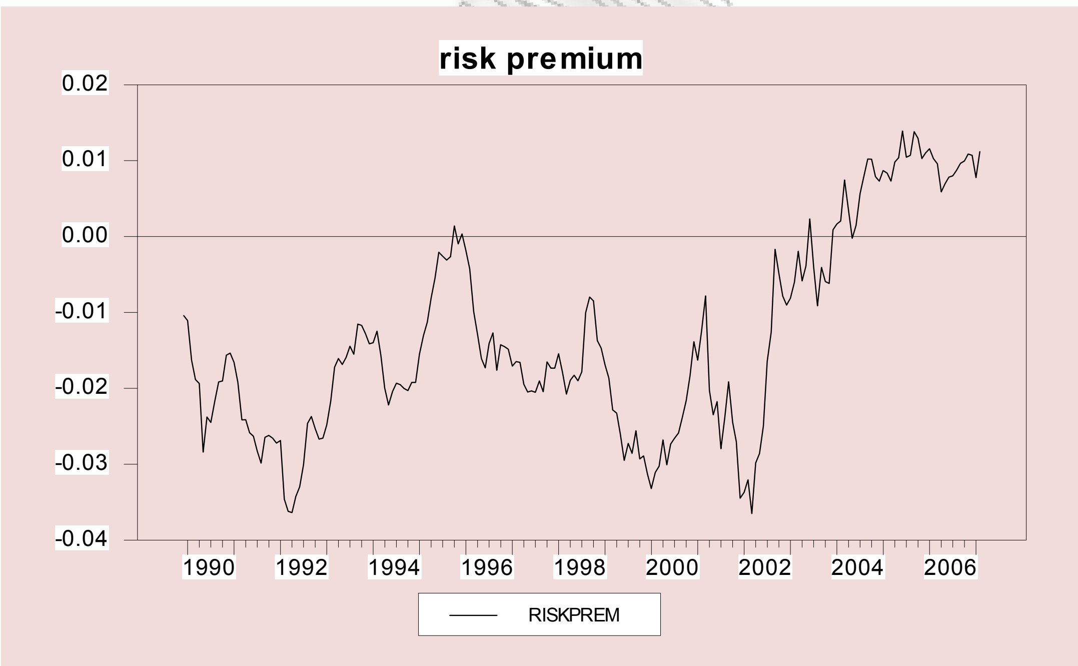
Διάγραμμα 1: Unemployment stress



Διάγραμμα 2:Πραγματικό επιτόκιο



Διάγραμμα 3: Καμπύλη επιτοκίων



Διάγραμμα 4: Ασφάλιστρο κινδύνου

Από τις μεταβλητές μας θα αφαιρέσουμε το μέσο καθώς δε θα χρησιμοποιήσουμε σταθερά στο μοντέλο μας.

dy_em_a = dy_em-%mean

dy_b_a = dy_b-%mean

dip_a = dip-%mean

real_a = real-%mean

term_a = term-%mean

riskprem_a = riskprem-%mean

Πίνακας 1: VAR Statistics

Variable	**Mean**	**Variance**
dy_em	0.677622	16.069299
dy_b	0.528819	3.941762
dip	-0.164699	41.943099
real	1.677948	2.674966
term	1.314348	1.769447
riskprem	-0.013426	0.000175

Πίνακας 2 : VAR results

	dy_em_a	**dy_b_a**	**dip_a**	**real_a**	**term_a**	**riskprem_a**
dy_em_a(1)		-0.07099192** (-2.07516)		0.963984716** (27.06891)		
dy_b_a (1)					-0.049179725** (-4.66129)	0.000701334** (7.02734)
dip_a(1)			-0.2741100** (-3.97974)		-0.006283665* (-1.88785)	
real_a(1)	0.82934873** (2.41005)		1.6967730 ** (0.00183012)		-0.043460159* (-1.67432)	
term_a(1)	0.71379589* (1.76499)		1.6472647 ** (0.00975547)		0.919714159** (30.14936)	
riskprem_a(1)	88.91123007** (2.91356)		179.6147553** (3.77086)		-4.697154406** (-2.04060)	0.978998916** (44.96260)

[1]

Στη συνέχεια, θα εξετάσουμε τις μεταβλητές ξεχωριστά και τη μεταξύ τους σχέση:

[1] Η στασιμότητα των μεταβλητών έχει ελεγχθεί με Dickey Fuller unit root test, σύμφωνα με το οποίο μια σειρά είναι μη στάσιμη εάν στην αυτοπαλίνδρομη απεικόνισή της ο συντελεστής είναι 1.

Πίνακας 3: Στατιστικά των εξισώσεων με εξαρτημένη μεταβλητή τις αποδόσεις των μετοχών

Μεταβλητή : dy_em_a		**Σχέση**
real_a(1)	0.82934873 ** (2.41005)	**θετική**
term_a(1)	0.71379589 * (1.76499)	**θετική**
riskprem_a(1)	88.91123007 ** (2.91356)	**θετική**
DW	1.962451	

Πιο ειδικά, παρατηρούμε πως οι αποδόσεις των μετοχών επηρεάζονται θετικά από τη μεταβλητή real_a, που απεικονίζει το πραγματικό επιτόκιο με τον τρόπο που το έχουμε ορίσει. Εξαρτάται επιπλέον από το term structure των επιτοκίων, δηλαδή τη μεταβλητή term_a, που την έχουμε ορίσει ως τη διαφορά του επιτοκίου του T-bill 3 μηνών από το επιτόκιο το T-bill των 10 ετών, καθώς και από το ασφάλιστρο κινδύνου. Αυτό σημαίνει πως αυξήσεις στο πραγματικό επιτόκιο, το term structure των επιτοκίων και στο ασφάλιστρο κινδύνου θα ακολουθούνται από αυξήσεις στις αποδόσεις των μετοχών.

Πίνακας 4: Στατιστικά των εξισώσεων με εξαρτημένη μεταβλητή τις αποδόσεις των ομολόγων

Μεταβλητή : dy_b_a		**Σχέση**
dy_em_a(1)	-0.07099192 ** (-2.07516)	**αρνητική**
DW	1.983236	

Οι αποδόσεις των ομολόγων επηρεάζονται μόνο από τις αποδόσεις των μετοχών της προηγούμενης περιόδου. Συγκεκριμένα, αυξήσεις στις αποδόσεις των μετοχών θα οδηγούν σε μειώσεις των αποδόσεων των ομολόγων.

Πίνακας 5: Στατιστικά των εξισώσεων με εξαρτημένη μεταβλητή το unemployment stress

Μεταβλητή : dip_a		**Σχέση**
dip_a(1)	-0.2741100 ** (-3.97974)	**αρνητική**
real_a(1)	1.6967730 ** (0.00183012)	**θετική**
term_a(1)	1.6472647 ** (0.00975547)	**θετική**
riskprem_a(1)	179.6147553** (3.77086)	**θετική**
DW	1.999371	

Η μεταβλητή dip_a που απεικονίζει το ρυθμό μεταβολής του unemployment stress της οικονομίας, εξαρτάται αρνητικά από το dip_a της προηγούμενης περιόδου και θετικά από τις μεταβλητές real_a, term_a, riskprem_a. Αυξήσεις δηλαδή, στα επιτόκια και στο ασφάλιστρο κινδύνου αυξάνουν το unemployment stress της οικονομίας επιδεινώνοντας την κατάσταση.

Πίνακας 6: Στατιστικά των εξισώσεων με εξαρτημένη μεταβλητή το πραγματικό επιτόκιο

Μεταβλητή : real_a		**Σχέση**
real_a(1)	0.963984716** (27.06891)	**θετική**
DW	1.861204	

Η μεταβλητή real_a εξαρτάται μόνο από το πραγματικό επιτόκιο της προηγούμενης περιόδου. Αύξηση στο πραγματικό επιτόκιο θα συνοδευτεί από αύξηση στο πραγματικό επιτόκιο της επόμενης περιόδου.

Πίνακας 7: Στατιστικά των εξισώσεων με εξαρτημένη μεταβλητή τη δομή των επιτοκίων

Μεταβλητή : term_a		**Σχέση**
dy_b_a(1)	-0.049179725 ** (-4.66129)	**αρνητική**
dip_a(1)	-0.006283665 * (-1.88785)	**αρνητική**
real_a(1)	-0.043460159 * (-1.67432)	**αρνητική**
term_a(1)	0.919714159 ** (30.14936)	**θετική**
riskprem_a(1)	-4.697154406 ** (-2.04060)	**αρνητική**
DW	2.171597	

Το term structure των επιτοκίων δέχεται αρνητικές επιδράσεις από τις μεταβλητές dy_b_a, dip_a, real_a, riskprem_a. Αυτό σημαίνει ότι επιδείνωση του unemployment stress και αυξήσεις στις αποδόσεις των ομολόγων, στο πραγματικό επιτόκιο και στα ασφάλιστρα κινδύνου, οδηγούν σε μείωση της μεταβλητής term_a. Αντιθέτως, μια αύξηση του term_a της προηγούμενης περιόδου θα οδηγήσει σε αύξηση του term_a της επόμενης.

Πίνακας 8: Στατιστικά των εξισώσεων με εξαρτημένη μεταβλητή το ασφάλιστρο κινδύνου

Μεταβλητή : riskprem_a		**Σχέση**
dy_b_a(1)	0.000701334** (7.02734)	**θετική**
riskprem_a(1)	0.978998916** (44.96260)	**θετική**
DW	2.110866	

Η μεταβλητή riskprem_a εξαρτάται θετικά από τις αποδόσεις των ομολόγων καθώς και από το riskprem_a της προηγούμενης περιόδου.
Παρατηρούμε τιμές Durbin Watson κοντά στο 2, άρα υπάρχει ένδειξη ότι η συστηματική πληροφορία για την εξάρτηση έχει μοντελοποιηθεί.

Variance Decomposition

Σκοπός μας είναι να εκτιμήσουμε τη σχετική σημασία των διαφορετικών συνιστωσών για την ιστορική συμπεριφορά των αποδόσεων. Η διακύμανση των υπερβαλλουσών αποδόσεων μπορεί να γραφεί ως εξής :

$$Var(e) = Var(e_e) + Var(e_d) + Var(e_f) \\ -2Cov(e_e , e_d) - 2Cov (e_d , e_f) + 2Cov (e_e , e_f) = \\ =0.55362 + 1.31154 + 0.14501 -0.55320 -0.58218 + 0.12521$$

Όπου:

$Var(e_e)$ το τμήμα της διακύμανσης που αντιστοιχεί στα news about excess returns,

$Var(e_d)$ το τμήμα της διακύμανσης που αντιστοιχεί στα news about dividends,

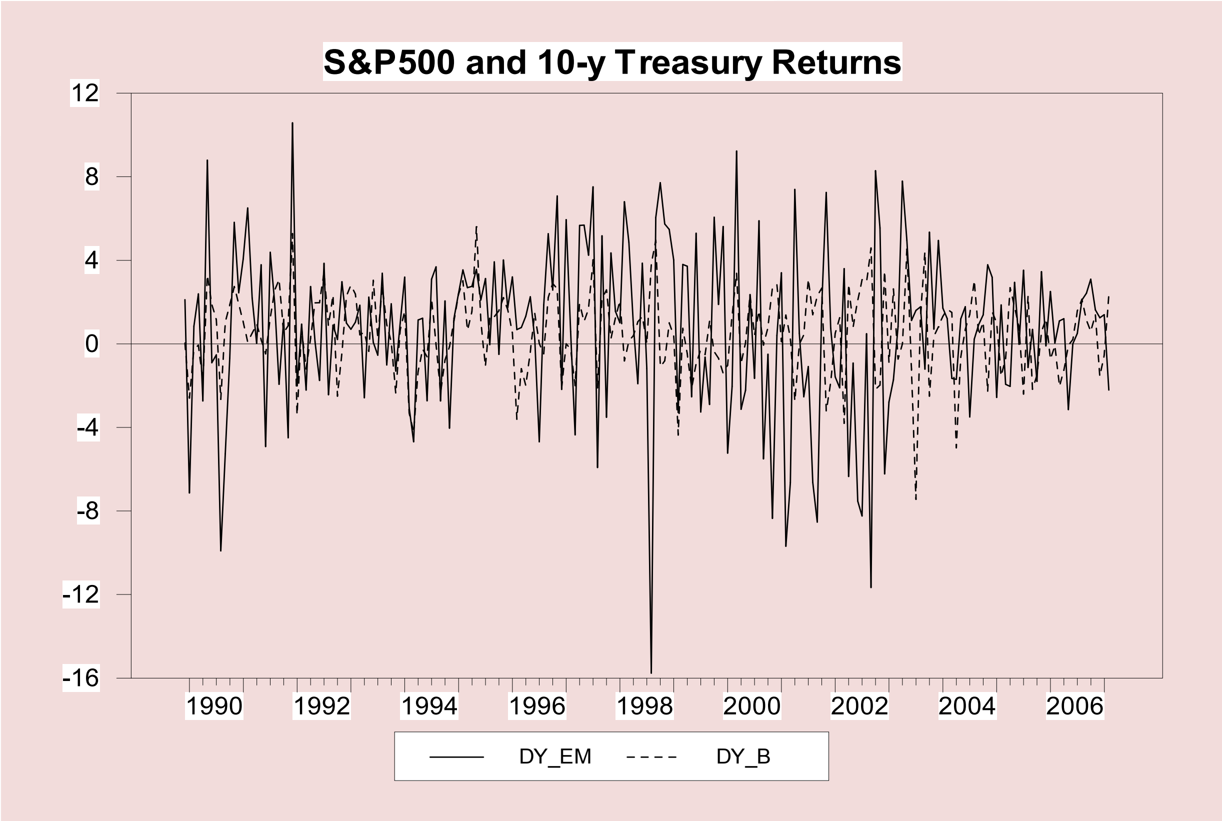
$Var(e_f)$ το τμήμα της διακύμανσης που αντιστοιχεί στα news about real rate,

$Cov(e_e , e_d)$ η συνδιακύμανση μεταξύ των news about dividends και news about excess returns,

$Cov (e_d , e_f)$ η συνδιακύμανση μεταξύ των news about dividends και news about real rate,

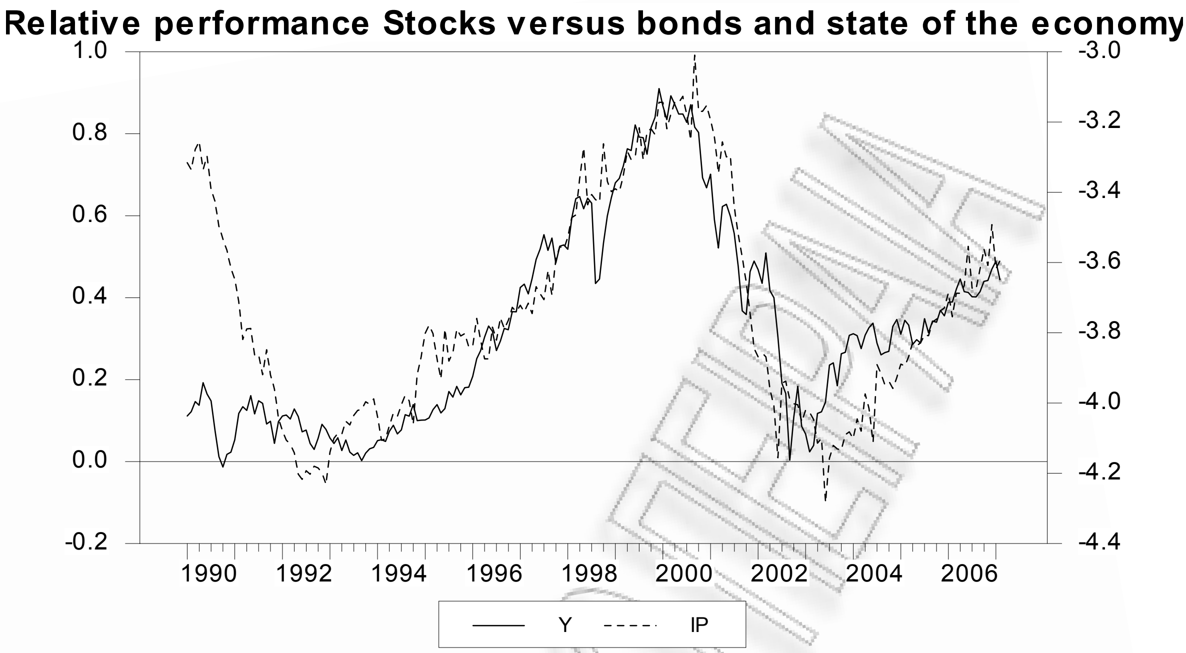
$Cov (e_e , e_f)$ η συνδιακύμανση μεταξύ των news about excess returns και news about real rate.

Παρατηρούμε πως η διακύμανση που αντιστοιχεί στα news about dividends έχει τη μεγαλύτερη αναλογία, συνεπώς έχουν τη μεγαλύτερη βαρύτητα στις αναθεωρήσεις των προσδοκιών των επενδυτών.



Διάγραμμα 5:Αποδόσεις δείκτη S&P500 και 10-ετών Treasury bonds

Στο παραπάνω διάγραμμα απεικονίζεται η απόδοση του δείκτη S&P500 η απόδοση των 10-ετών Treasury ομολόγων. Παρατηρούμε πολύ μεγαλύτερες διακυμάνσεις και γρήγορη επιστροφή στο μέσο στην απόδοση των μετοχών από ότι στην απόδοση των ομολόγων που εμφανίζεται πιο σταθερή. Η συμπεριφορά των αποδόσεων των μετοχών είναι σαφώς πιο απρόβλεπτη, παρουσιάζοντας μεγάλες πτώσεις το 1990, στη συνέχεια το 1998 και την περίοδο από το 2000 έως το 2002. Η απόδοση των ομολόγων τις αντίστοιχες περιόδους εμφανίζεται περισσότερη σταθερή και με λιγότερες απώλειες, ενώ η μεγαλύτερη πτώση στην απόδοση των ομολόγων παρατηρείται το 2003.



Διάγραμμα 6: Σχετική απόδοση μετοχών έναντι των ομολόγων και κατάσταση της οικονομίας

Στο παραπάνω διάγραμμα απεικονίζεται η σχετική απόδοση των μετοχών σε σχέση με τα 10-ετή Treasury ομόλογα και σε σύγκριση με την κατάσταση της οικονομίας (unemployment stress), όπως αυτή διαγράφεται από τη μεταβλητή ip:

ip = -1.0*log (unrate*duration)

Η σχετική απόδοση των μετοχών σε σχέση με αυτή των ομολόγων δίνεται από τη μεταβλητή y:

y = log(sp500/SBTSY10)

όπου sp500 η απόδοση του δείκτη sp500

και SBTSY10 η απόδοση των 10-ετών Treasury bonds.

Παρατηρούμε ότι την περίοδο από το 1990 έως το 1992 η μεταβλητή ip μειώνεται διαρκώς, ενώ από το 1993 και μετά αρχίζει και αυξάνεται με κάποιες μικρές πτώσεις. Μεγάλη πτωτική πορεία εμφανίζει από το 2000 έως το 2003, οπότε και εμφανίζει τη μεγαλύτερη μείωση. Η σχετική απόδοση των μετοχών σε σχέση με τα ομόλογα ξεκινά από χαμηλά επίπεδα και από το 1993 ξεκινά μια γενικά αυξητική πορεία με μικρές αυξομειώσεις. Το 2000 φτάνει στη μεγαλύτερη τιμή της και αρχίζει να μειώνεται παράλληλα με την ip, που όπως είπαμε απεικονίζει την κατάσταση της οικονομίας. Το 2003 αρχίζει να αυξάνεται με κάποιες μικρές πτώσεις και μέχρι το 2005 κινείται σε υψηλότερα επίπεδα από την ip.

Κατασκευή χαρτοφυλακίων

Θα εφαρμόσουμε τη λύση του Campbell για το **υπόδειγμα του άριστου στρατηγικού χαρτοφυλακίου**, το οποίο προκύπτει ως ένας γραμμικός συνδιασμός δύο χαρτοφυλακίων : α) του χαρτοφυλακίου Markowitz, το οποίο είναι το άριστο χαρτοφυλάκιο ενός μυωπικού επενδυτή με ορίζοντα επένδυσης μια περίοδο και β) ενός χαρτοφυλακίου αντιστάθμισης μελλοντικών κινδύνων του Merton, το οποίο διορθώνει το χαρτοφυλάκιο Markowitz για την έκθεση σε μακροχρόνιους κινδύνους.

$$w_t = \frac{1}{\gamma} \Sigma_{rr}^{-1}[E_t\,(r^e_{t+1}) + ½\, \sigma_{rr}^2] + \frac{1-\gamma}{\gamma} \Sigma_{rr}^{-1}\, \Sigma_{i,h}$$

. όπου:

- Σ_{rr}^{-1} η ανάστροφος του πίνακα συνδιακύμανσης των αποδόσεων και Σ_{rr}^{-1} $\Sigma_{i,h}$ το (Nx1) διάνυσμα των beta των αποδόσεων στις αναθεωρήσεις των προσδοκιών για τις μελλοντικές αποδόσεις του χαρτοφυλακίου πλούτου
- $E_t(r^e_{t+1})$ είναι το (Nx1) διάνυσμα των υπερβαλλουσών αποδόσεων,
- σ_{rr}^2 = diag (Σ_{rr}) είναι το (Nx1) διάνυσμα των διακυμάνσεων υπερβαλλουσών αποδόσεων
- γ ο βαθμός αποστροφής κινδύνου

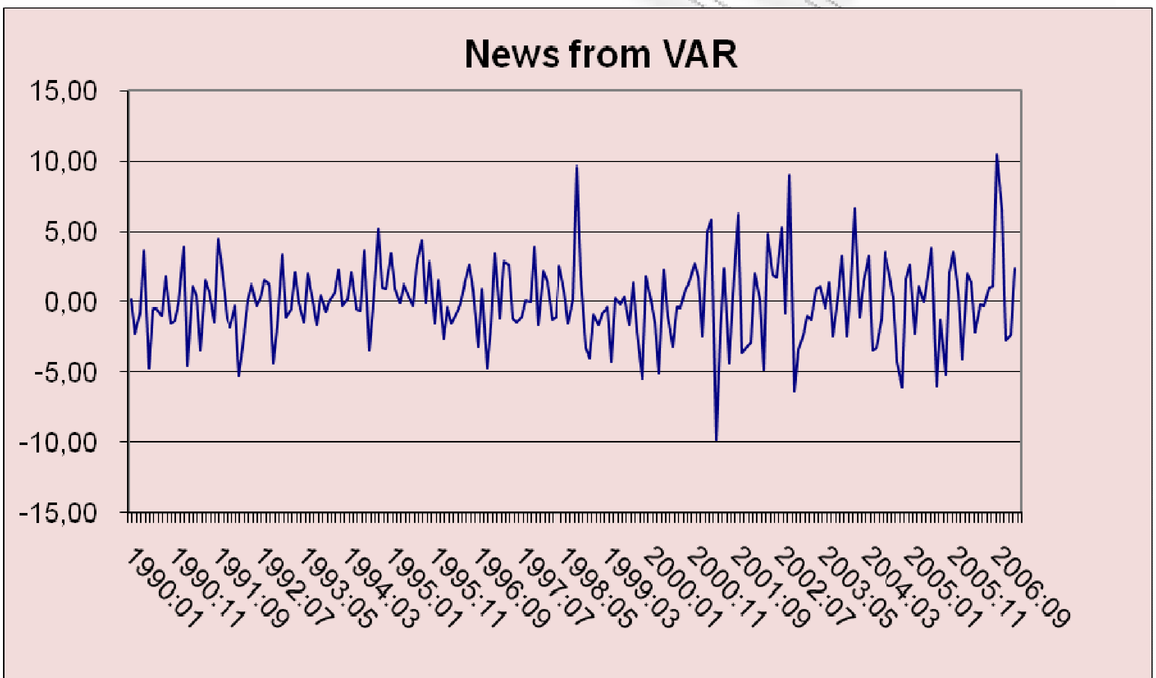
Covariance-Correlation Matrix

Από τον παρακάτω πίνακα βλέπουμε πως οι αποδόσεις των μετοχών έχουν θετική συσχέτιση με τις αποδόσεις των ομολόγων και αρνητική συσχέτιση με τα ΕΕ. Οι αποδόσεις των ομολόγων πέρα από τη θετική συσχέτιση που έχουν με τις αποδόσεις των ομολόγων, έχουν και θετική συσχέτιση με τα ΕΕ, σε αντίθεση με τις μετοχές.

	DY_EM	DY_B	EE
DY_EM	0.00160968586	0.0367633139	-0.4417675681
DY_B	0.00002929253	0.00039440577	0.3091586959
EE	-0.00051177165	0.00017728212	0.00083372662

όπου ΕΕ (βλέπε παράρτημα): τα νέα για τις υπερβάλλουσες αποδόσεις (news about excess returns), τα οποία προέρχονται από τα κατάλοιπα του VAR οικονομετρικά.

Παρακάτω βλέπουμε το διάγραμμα των News από το VAR:



Διάγραμμα 7 : News from VAR

Το διάνυσμα (Nx1) της συνδιακύμανσης των αποδόσεων με τις αναθεωρήσεις των προσδοκιών για τις μελλοντικές αποδόσεις του χαρτοφυλακίου πλούτου δίνεται από το $\Sigma_{i,h}$:

	DY_EM	DY_B
$\Sigma_{i,h}$ Vector	0.000511772	0.000177282

Οι μετοχές τείνουν να έχουν υψηλές αποδόσεις όταν οι αναμενόμενες μελλοντικές τους αποδόσεις πέφτουν. Εφόσον, ο επενδυτής έχει συνήθως long θέση σε μετοχές, μια μείωση στις αναμενόμενες μελλοντικές μετοχικές αποδόσεις προκαλεί κανονικά φθορά στο σετ επενδυτικών δυνατοτήτων. Ένας επενδυτής με χαμηλό βαθμό αποστροφής κινδύνου (γ<1) θέλει να έχει στην κατοχή του αξιόγραφα που παραδίδουν πλούτο όταν ο πλούτος είναι περισσότερο παραγωγικός, δηλαδή όταν οι επενδυτικές ευκαιρίες είναι καλές. Αυτός ο επενδυτής έχει αρνητική αντισταθμιστική ζήτηση (hedging demand). Αντιθέτως, ένας επενδυτής με υψηλό βαθμό αποστροφής κινδύνου (γ>1) θέλει να κρατά αξιόγραφα που παραδίδουν πλούτο όταν οι επενδυτικές ευκαιρίες δεν είναι καλές. Αυτός ο επενδυτής έχει θετική αντισταθμιστική ζήτηση. Η αντισταθμιστική ζήτηση δεν είναι μονοτονική στην αποστροφή κινδύνου, καθώς ένας επενδυτής με άπειρο βαθμό αποστροφής περιορίζει την έκθεση στο επικίνδυνο αξιόγραφο σε όλες τις περιπτώσεις.

Ο όρος του Markowitz από τον τύπο του άριστου στρατηγικού χαρτοφυλακίου που θέλουμε να εφαρμόσουμε μπορεί να γραφεί ως εξής:

$$w_t = \frac{1}{\gamma} \Sigma_{rr}^{-1}[\mu - i_k h_{t+1}]$$

όπου $h_{t+1} = (E_{t+1} - E_t)\Sigma\rho^j r_{w,t+1+j}$ η αναθεώρηση των προσδοκιών των επενδυτών μεταξύ του χρόνου t και t+1 για τις μελλοντικές αποδόσεις της αγοράς.

Για λόγους ευκολίας στους υπολογισμούς θα θέσουμε το h ως εξής :

$$h = \frac{B(1,1) - \gamma}{A(1,1)}$$

όπου $B(1,1) = i_k' \ \Sigma_{rr}^{-1} \ E_t(r^e_{t+1})$ και $A(1,1) = i_k' \ \Sigma_{rr}^{-1} \ i_k$

και i_k ο μοναδιαίος πίνακας.

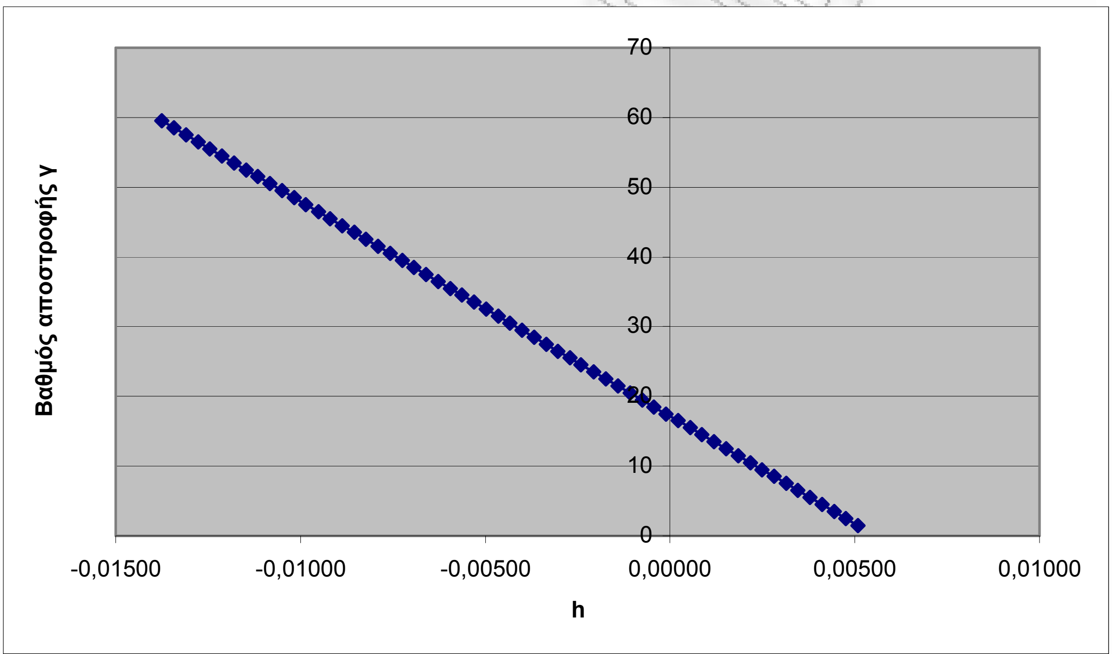
Hedging Demand

Μακροχρόνιοι επενδυτές με βαθμό αποστροφής κινδύνου μεγαλύτερο από τη μονάδα θα πρέπει να αυξάνουν το ποσοστό των περιουσιακών στοιχείων με κίνδυνο που έχουν, των οποίων οι αποδόσεις έχουν αρνητική συσχέτιση με τα ασφάλιστρα κινδύνου. Για παράδειγμα, θα πρέπει να αυξάνουν τα ποσοστά τους στις μετοχές επειδή η αγορά μετοχών εμφανίζει mean reversion και δεν έχει καλές αποδόσεις μετά από αυξήσεις τιμών, ενώ έχει καλές αποδόσεις μετά από πτώσεις των τιμών. Αυτά τα συμπεράσματα είναι εμπειρική ανάπτυξη του όρου που ανέπτυξε θεωρητικά ο Merton (1973) της διαχρονικής αντιστάθμισης από τους μακροχρόνιους επενδυτές.

Με την υπόθεση ότι οι αναμενόμενες αποδόσεις των χρεογράφων κινούνται παράλληλα με το επιτόκιο μηδενικού κινδύνου, μπορούμε να εκφράσουμε το σταθμό του χαρτοφυλακίου σε ένα χρεόγραφο με κίνδυνο. Όταν ο επενδυτής έχει βαθμό αποστροφής κινδύνου μεγαλύτερο από τη μονάδα, η ζήτηση για το χρεόγραφο αυτό επηρεάζεται όχι μόνο από το risk premium σε σχέση με τη διακύμανσή του, αλλά και από τη συνδιακύμανση με τις αναθεωρήσεις των αναμενόμενων μελλοντικών επιτοκίων. Ένα χρεόγραφο του οποίου η αξία αυξάνεται όταν τα επιτόκια πέφτουν προσφέρει την επιθυμητή αντιστάθμιση κινδύνου απέναντι στις πτώσεις των επιτοκίων που διαφορετικά θα μείωναν το εισόδημα που προέρχεται από το χαρτοφυλάκιο. Η διαχρονική αντισταθμιστική ζήτηση είναι μηδέν όταν ο βαθμός αποστροφής (γ) είναι ίσος με τη μονάδα, αλλά καθώς το γ αυξάνεται η μυωπική ζήτηση πλησιάζει το μηδέν, ενώ η αντισταθμιστική όχι. Αυτή είναι και η επίδραση της αντισταθμιστικής ζήτησης που αρχικά ερευνήθηκε από τον Merton. Ο όρος αντισταθμιστικής ζήτησης αντανακλά τη στρατηγική συμπεριφορά του επενδυτή που επιθυμεί να προστατευτεί απέναντι σε δυσμενείς αλλαγές στις επενδυτικές δυνατότητες, όπως συνοψίζονται από το λόγο κατανάλωσης – πλούτου.

Οι τιμές των μακροπρόθεσμων ομολόγων κινούνται αντίθετα με τα επιτόκια και σαν αποτέλεσμα αποτελούν καλή διαχρονική αντιστάθμιση. Καθώς ο βαθμός αποστροφής κινδύνου αυξάνεται, το άριστο χαρτοφυλάκιο πλησιάζει τις αποδόσεις ενός δεικτοποιημένου ομολόγου (perpetuity), που αποδίδει μια μονάδα πραγματικής κατανάλωσης για πάντα. Κατά μία έννοια αυτό το χρεόγραφο είναι το χρεόγραφο μηδενικού κινδύνου για ένα μακροπρόθεσμο επενδυτή. Ακόμα και αν έχει μια ασταθή κεφαλαιακή αξία βραχυπρόθεσμα, χρηματοδοτεί μια μηδενικού κινδύνου κατανάλωση για ένα μεγάλο διάστημα.

Σταθμά άριστου στρατηγικού χαρτοφυλακίου



Διάγραμμα 8 : Σχέση βαθμού αποστροφής κινδύνου και αναθεωρήσεων των προσδοκιών

Η αντισταθμιστική ζήτηση αποτελεί όλο και μεγαλύτερο μέρος της συνολικής ζήτησης για μετοχές καθώς αυξάνεται ο βαθμός αποστροφής γ και μειώνεται το h. Ο όρος της αντισταθμιστικής ζήτησης στον τύπο του άριστου στρατηγικού χαρτοφυλακίου δίνεται από τον τύπο $\frac{1-\gamma}{\gamma}\Sigma_{rr}^{-1}\,\Sigma_{i,h}$,

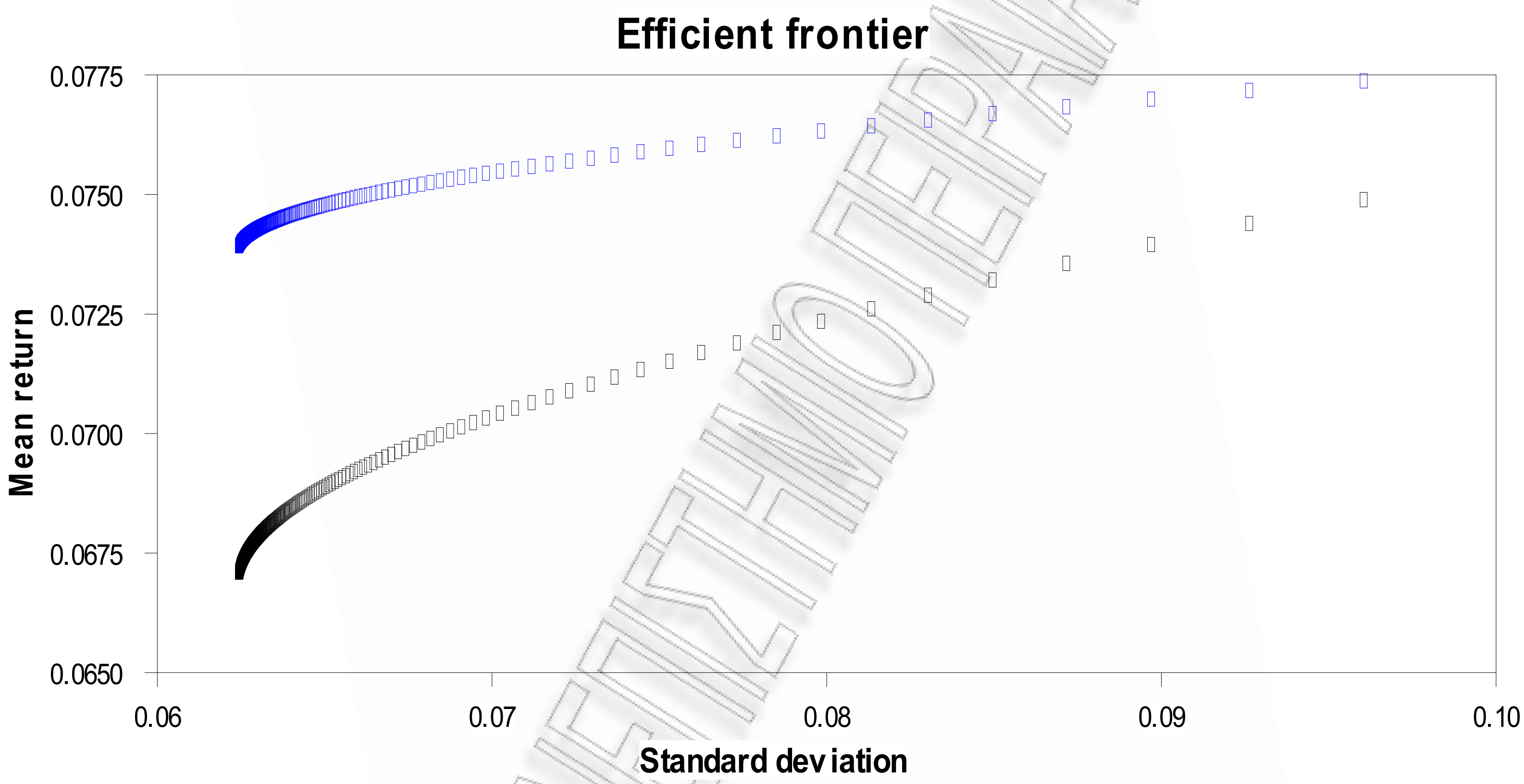
Ο βαθμός αποστροφής γ αποτελεί συνάρτηση του h: γ=f(h). Παρατηρούμε πως καθώς μειώνεται το h, ο βαθμός αποστροφής αυξάνεται διαρκώς, έχουν δηλαδή αντιστρόφως ανάλογη σχέση.

Παρατηρούμε επίσης πως καθώς αυξάνεται ο βαθμός αποστροφής κινδύνου,

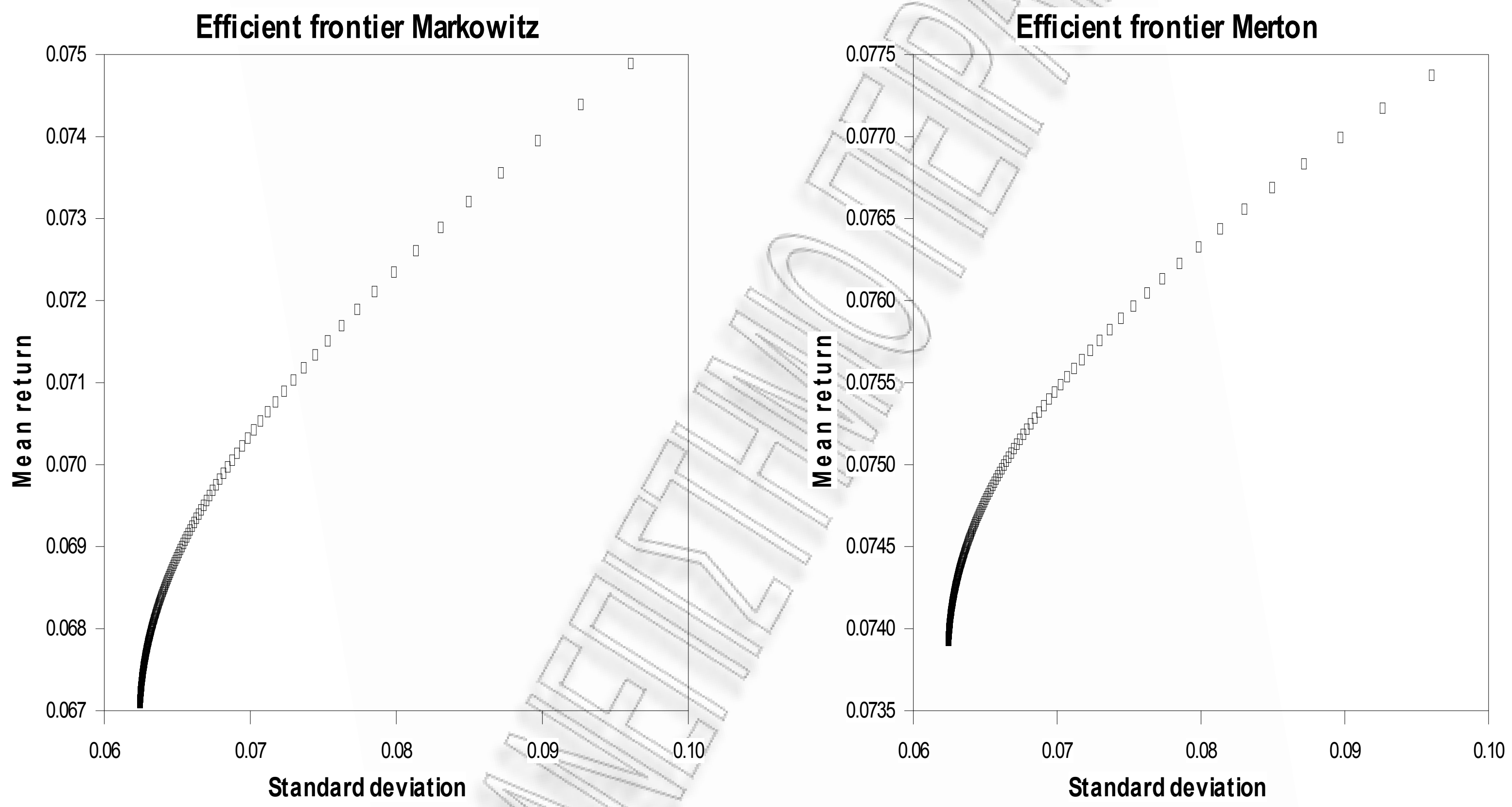
- Τόσο στο στρατηγικό χαρτοφυλάκιο όσο και στο χαρτοφυλάκιο Markowitz μειώνεται η αναλογία των μετοχών και αυξάνεται η αναλογία των ομολόγων, αλλά:
- Ενώ στο χαρτοφυλάκιο του Markowitz καθώς αυξάνεται ο βαθμός αποστροφής κινδύνου τα ομόλογα έχουν μεγαλύτερη αναλογία από τις μετοχές, στο στρατηγικό χαρτοφυλάκιο οι μετοχές έχουν σημαντικά μεγαλύτερη αναλογία για όλα τα επίπεδα αποστροφής κινδύνου! Αυτό έρχεται σε συμφωνία με την άποψη του Siegel ότι οι μετοχές αποτελούν πιο ασφαλή μακροπρόθεσμη επένδυση από ότι τα ομόλογα, καθώς μακροπρόθεσμα έχουν μικρότερο κίνδυνο από αυτά!
- Η αντισταθμιστική ζήτηση για μετοχές αυξάνεται, ενώ η αντισταθμιστική ζήτηση για ομόλογα, η οποία είναι και αρνητική, μειώνεται διαρκώς. Ο Merton υποστηρίζει πως καθώς αυξάνεται ο βαθμός αποστροφής κινδύνου, οι επενδυτές θα πρέπει να αυξάνουν τη αναλογία του αξιογράφου με κίνδυνο που διαθέτουν (αυτό οφείλεται στο φαινόμενο mean reversion που εμφανίζει η αγορά) .

Πίνακας 7: Σταθμά άριστου στρατηγικού χαρτοφυλακίου

		Markowitz		Hedging component		Total	
γ	h	DY_EM	DY_B	DY_EM	DY_B	DY_EM	DY_B
1,5	0.00509	0.66637	0.33363	0.14833	-0.14833	0.81470	0.18530
3,5	0.00444	0.39344	0.60656	0.30587	-0.30587	0.69931	0.30069
5,5	0.00379	0.31901	0.68099	0.34631	-0.34631	0.66532	0.33468
7,5	0.00314	0.28427	0.71573	0.36478	-0.36478	0.64905	0.35095
9,5	0.00249	0.26416	0.73584	0.37536	-0.37536	0.63952	0.36048
11,5	0.00184	0.25104	0.74896	0.38220	-0.38220	0.63325	0.36675
13,5	0.00119	0.24181	0.75819	0.38700	-0.38700	0.62881	0.37119
15,5	0,0005417	0.23497	0.76503	0.39055	-0.39055	0.62551	0.37449
17,5	-0,0001076	0.22945	0.77055	0.39339	-0.39339	0.62285	0.37715
19,5	-0,000757	0.22549	0.77451	0.39544	-0.39544	0.62092	0.37908
21,5	-0.00141	0.22207	0.77793	0.39720	-0.39720	0.61926	0.38074
23,5	-0.00206	0.21923	0.78077	0.39865	-0.39865	0.61788	0.38212
25,5	-0.00271	0.21684	0.78316	0.39988	-0.39988	0.61672	0.38328
27,5	-0.00335	0.21480	0.78520	0.40093	-0.40093	0.61572	0.38428
29,5	-0.00400	0.21303	0.78697	0.40183	-0.40183	0.61486	0.38514
31,5	-0.00465	0.21149	0.78851	0.40262	-0.40262	0.61411	0.38589
33,5	-0.00530	0.21013	0.78987	0.40332	-0.40332	0.61345	0.38655
35,5	-0.00595	0.20893	0.79107	0.40393	-0.40393	0.61286	0.38714
37,5	-0.00660	0.20785	0.79215	0.40448	-0.40448	0.61233	0.38767
39,5	-0.00725	0.20688	0.79312	0.40498	-0.40498	0.61186	0.38814
41,5	-0.00790	0.20601	0.79399	0.40542	-0.40542	0.61143	0.38857
43,5	-0.00855	0.20521	0.79479	0.40583	-0.40583	0.61104	0.38896
45,5	-0.00920	0.20449	0.79551	0.40620	-0.40620	0.61069	0.38931
47,5	-0.00985	0.20383	0.79617	0.40653	-0.40653	0.61036	0.38964
49,5	-0.01050	0.20322	0.79678	0.40684	-0.40684	0.61006	0.38994
51,5	-0.01115	0.20266	0.79734	0.40713	-0.40713	0.60979	0.39021
53,5	-0.01180	0.20214	0.79786	0.40740	-0.40740	0.60953	0.39047
55,5	-0.01245	0.20165	0.79835	0.40764	-0.40764	0.60930	0.39070
57,5	-0.01310	0.20120	0.79880	0.40787	-0.40787	0.60908	0.39092
59,5	-0.01375	0.20079	0.79921	0.40808	-0.40808	0.60887	0.39113



Διάγραμμα 9 : Αποδοτικό σύνορο άριστου στρατηγικού χαρτοφυλακίου



Διαγράμματα 10,11 : Αποδοτικό σύνορο Markowitz και αποδοτικό σύνορο Merton αντίστοιχα

Το αποδοτικό σύνορο αντιπροσωπεύει όλα τα κυρίαρχα χαρτοφυλάκια στο χώρο κινδύνου/απόδοσης. Ο κάθετος άξονας αντιπροσωπεύει την απόδοση και ο οριζόντιος τον κίνδυνο. Η καμπύλη του αποδοτικού συνόρου είναι το υψηλότερο επίπεδο αναμενόμενης απόδοσης για δεδομένο επίπεδο κινδύνου που μας δίνεται από διάφορους πιθανούς συνδιασμούς των χρεογράφων του χαρτοφυλακίου. Για οποιοδήποτε χαρτοφυλάκιο στο αποδοτικό σύνορο, δίνει την υψηλότερη δυνατή απόδοση για το δεδομένο επίπεδο κινδύνου. Η περιοχή κάτω από την καμπύλη αντιπροσωπεύει κάθε μη αποδοτικό χαρτοφυλάκιο που μπορεί να υπάρξει. Χρεόγραφα στο πάνω δεξί μέρος της καμπύλης προσφέρουν υψηλότερη απόδοση αλλά και υψηλότερο κίνδυνο.

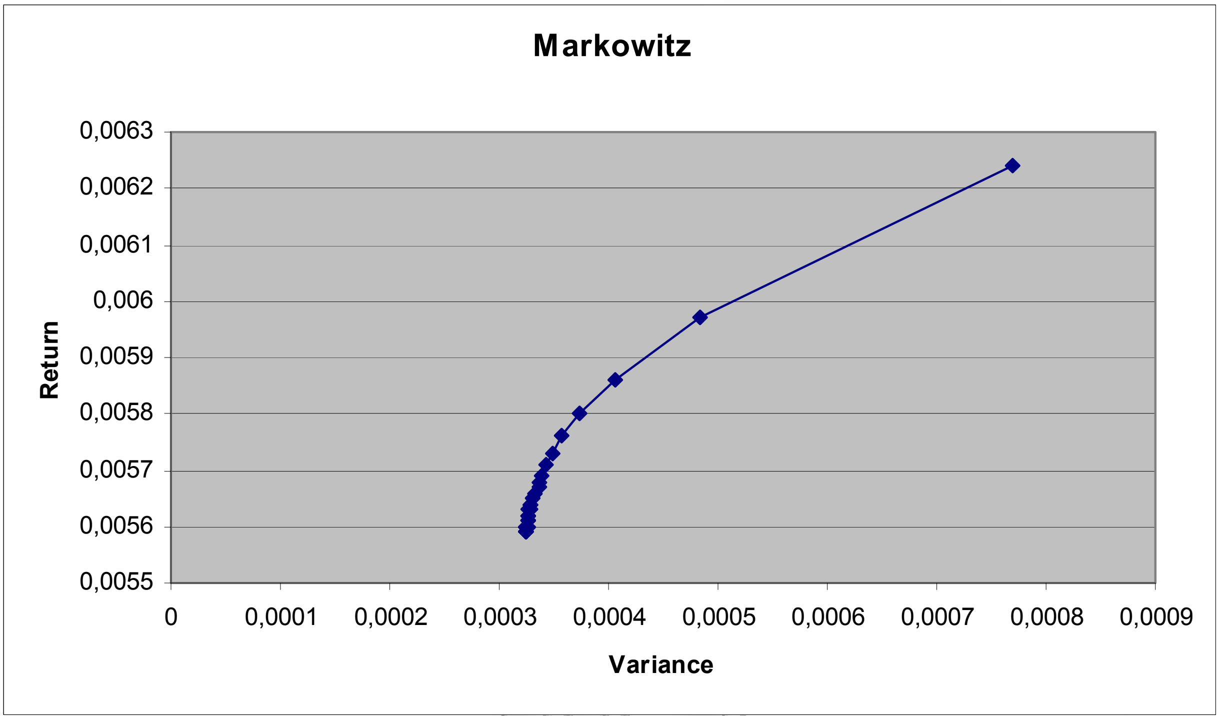
Ένα χαρτοφυλάκιο που βρίσκεται πάνω στο αποδοτικό σύνορο θα δώσει μεγαλύτερες αποδόσεις από ένα χαρτοφυλάκιο με τον ίδιο βαθμό κινδύνου που δεν βρίσκεται πάνω στο αποδοτικό σύνορο. Κάποια χρεόγραφα ίσως μπορέσουν βραχυπρόθεσμα να αποδώσουν καλύτερα απ’ ότι το αποδοτικό σύνορο. Μακροπρόθεσμα όμως, η επιλογή ενός χαρτοφυλακίου στο αποδοτικό σύνορο προσφέρει τον πιο αξιόπιστο τρόπο να έχουμε τις καλύτερες αποδόσεις για δεδομένο επίπεδο κινδύνου.

Όπως διαφαίνεται από το διάγραμμα 9, το αποδοτικό σύνορο του άριστου στρατηγικού χαρτοφυλακίου (το οποίο αντιστοιχεί στη μάυρη γραμμή) είναι σαφώς καλύτερο από το αποδοτικό σύνορο του Markowitz (το οποίο αντιστοιχεί στη μπλε γραμμή), καθώς αντιστοιχεί σε σαφώς υψηλότερα επίπεδα απόδοσης για δεδομένο επίπεδο κινδύνου. Το άριστο στρατηγικό χαρτοφυλάκιο είναι ο γραμμικός συνδιασμός του χαρτοφυλακίου Markowitz και του αντισταθμιστικού όρου ζήτησης του Merton. Άρα, η διαφορά μεταξύ των δύο γραμμών αντιστοιχεί στον αντισταθμιστικό όρο ζήτησης του Merton.

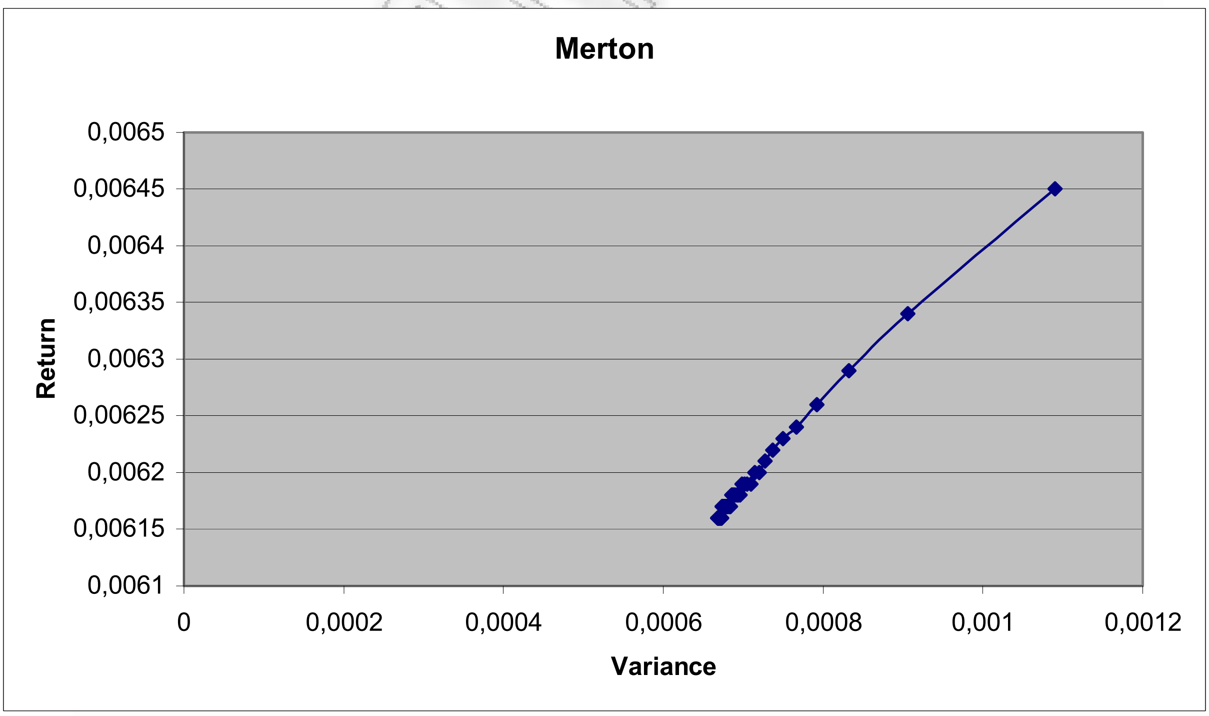
Ακολουθούν ο πίνακας και τα αντίστοιχα διαγράμματα απόδοσης-κινδύνου κατά τους Markowitz και Merton.

Πίνακας 8 : Απόδοση και επίπεδο κινδύνου

	Markowitz		Merton	
γ	**return**	**variance**	**return**	**variance**
1,5	0.00624	0,0007688	0.00645	0.00109
3,5	0.00586	0,00040628	0.00629	0,000832170
5,5	0.00576	0,000357744	0.00624	0,000766853
7,5	0.00571	0,000342476	0.00622	0,000737190
9,5	0.00568	0,000335783	0.00620	0,000720275
11,5	0.00566	0,000332267	0.00619	0,000709351
13,5	0.00565	0,000330194	0.00619	0,000701716
15,5	0.00564	0,000328871	0.00618	0,000696080
17,5	0.00563	0,000327974	0.00618	0,000691748
19,5	0.00563	0,00032734	0.00618	0,000688316
21,5	0.00562	0,000326873	0,00618	0,000685529
23,5	0.00562	0,000326521	0.00617	0,000683221
25,5	0.00561	0,000326248	0.00617	0,000681279
27,5	0.00561	0,000326033	0.00617	0,000679621
29,5	0.00561	0,00032586	0.00617	0,000678190
31,5	0.00561	0,000325719	0.00617	0,000676942
33,5	0.00560	0,000325602	0.00617	0,000675845
35,5	0.00560	0,000325505	0.00617	0,000674871
37,5	0.00560	0,000325422	0.00617	0,000674000
39,5	0.00560	0,000325352	0.00616	0,000673223
41,5	0.00560	0,000325292	0.00616	0,000672518
43,5	0.00560	0,00032524	0,00616	0,000671879
45,5	0.00560	0,000325194	0.00616	0,000671296
47,5	0.00560	0,000325155	0.00616	0,000670762
49,5	0.00559	0,00032512	0.00616	0,000670272
51,5	0.00559	0,000325088	0.00616	0,000669820
53,5	0.00559	0,000325061	0.00616	0,000669402
55,5	0.00559	0,000325036	0.00616	0,000669014
57,5	0.00559	0,000325014	0.00616	0,000668654
59,5	0.00559	0,000324994	0.00616	0,000668317



Διάγραμμα 12: Απόδοση και επίπεδο κινδύνου σε σχέση με το βαθμό αποστροφής κινδύνου - Markowitz



Διάγραμμα 13 : Απόδοση και επίπεδο κινδύνου σε σχέση με το βαθμό αποστροφής κινδύνου – Merton

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

Κατασκευή νέων από το VAR για τις μελλοντικές αποδόσεις

	DY_EM	DY_B	EE
1990:01	-7,13	-2,59	0,15
1990:02	0,85	-0,24	-2,28
1990:03	2,40	-0,05	-0,76
1990:04	-2,73	-1,81	3,63
1990:05	8,80	3,29	-4,78
1990:06	-0,89	1,88	-0,52
1990:07	-0,52	1,16	-0,50
1990:08	-9,91	-2,65	-0,95
1990:09	-5,25	1,05	1,79
1990:10	-0,67	1,87	-1,53
1990:11	5,82	2,75	-1,37
1990:12	2,45	1,89	-0,11
1991:01	4,07	1,05	3,96
1991:02	6,51	0,09	-4,53
1991:03	2,20	0,52	1,16
1991:04	0,03	0,96	0,41
1991:05	3,79	0,19	-3,47
1991:06	-4,91	-0,47	1,48
1991:07	4,39	1,20	0,78
1991:08	1,95	2,56	-1,48
1991:09	-1,93	3,09	4,52
1991:10	1,18	0,52	2,37
1991:11	-4,49	0,87	-1,17
1991:12	10,58	5,28	-1,81
1992:01	-2,01	-3,39	-0,29
1992:02	0,95	0,73	-5,30
1992:03	-2,21	-1,19	-3,21
1992:04	2,75	0,26	0,02
1992:05	0,10	1,97	1,26
1992:06	-1,75	1,97	-0,34
1992:07	3,86	3,41	0,30
1992:08	-2,43	0,87	1,51
1992:09	0,91	2,34	1,26
1992:10	0,21	-2,50	-4,34
1992:11	2,98	-0,46	-1,79
1992:12	1,01	2,28	3,38
1993:01	0,70	2,81	-1,09
1993:02	1,04	2,39	-0,53
1993:03	1,85	0,44	2,10
1993:04	-2,57	0,56	-0,08
1993:05	2,25	-0,36	-1,43
1993:06	0,08	3,05	2,02
1993:07	-0,53	0,26	-0,04
1993:08	3,39	2,74	-1,70
1993:09	-1,00	0,91	0,47
1993:10	1,92	0,10	-0,72
1993:11	-1,30	-2,38	0,06
1993:12	1,00	0,66	0,66
1994:01	3,20	1,56	2,30

	DY_EM	DY_B	EE
1994:02	-3,05	-3,30	-0,34
1994:03	-4,68	-4,22	0,13
1994:04	1,15	-1,31	2,05
1994:05	1,23	-0,24	-0,52
1994:06	-2,72	-0,62	-0,62
1994:07	3,10	2,13	3,67
1994:08	3,69	-0,05	-3,50
1994:09	-2,73	-2,34	-0,18
1994:10	2,06	-0,76	5,15
1994:11	-4,03	-0,13	1,01
1994:12	1,22	1,12	0,92
1995:01	2,40	2,37	3,41
1995:02	3,54	3,02	0,96
1995:03	2,70	0,66	-0,09
1995:04	2,76	1,55	1,19
1995:05	3,57	5,60	0,57
1995:06	2,11	1,06	-0,34
1995:07	3,13	-1,07	2,66
1995:08	-0,03	1,35	4,43
1995:09	3,93	1,31	-0,14
1995:10	-0,50	1,59	2,85
1995:11	4,02	2,22	-1,52
1995:12	1,73	1,63	1,49
1996:01	3,21	0,55	-2,63
1996:02	0,69	-3,60	-0,41
1996:03	0,79	-1,18	-1,61
1996:04	1,33	-1,99	-0,80
1996:05	2,26	-0,41	-0,24
1996:06	0,23	1,49	1,49
1996:07	-4,68	0,02	2,70
1996:08	1,86	-0,47	0,83
1996:09	5,28	2,22	-3,18
1996:10	2,58	2,90	0,93
1996:11	7,08	2,64	-4,75
1996:12	-2,17	-2,11	-1,67
1997:01	5,95	0,01	3,44
1997:02	0,59	-0,23	-1,19
1997:03	-4,35	-1,99	2,82
1997:04	5,68	1,92	2,71
1997:05	5,69	1,08	-1,15
1997:06	4,25	1,69	-1,43
1997:07	7,52	4,03	-1,07
1997:08	-5,92	-2,10	0,06
1997:09	5,18	2,18	0,01
1997:10	-3,51	2,58	3,95
1997:11	4,36	0,25	-1,69
1997:12	1,56	1,26	2,17
1998:01	1,01	2,08	1,39
1998:02	6,81	-0,81	-1,26
1998:03	4,87	0,15	-1,09
1998:04	0,90	0,40	2,53
1998:05	-1,90	1,06	0,72

	DY_EM	DY_B	EE
1998:06	3,87	1,31	-1,54
1998:07	-1,17	0,02	0,17
1998:08	-15,76	3,85	9,57
1998:09	6,05	4,96	1,88
1998:10	7,72	-1,09	-3,33
1998:11	5,74	-0,81	-3,99
1998:12	5,48	1,01	-0,86
1999:01	4,02	0,39	-1,64
1999:02	-3,28	-4,36	-0,83
1999:03	3,81	0,75	-0,43
1999:04	3,72	-0,46	-4,27
1999:05	-2,53	-2,09	0,28
1999:06	5,30	-0,95	-0,20
1999:07	-3,26	-0,26	0,40
1999:08	-0,63	-0,51	-1,65
1999:09	-2,90	1,14	1,27
1999:10	6,07	-0,37	-2,07
1999:11	1,89	-0,68	-5,46
1999:12	5,62	-1,39	1,79
2000:01	-5,22	-1,02	0,02
2000:02	-2,03	1,33	-1,43
2000:03	9,23	3,40	-5,08
2000:04	-3,13	-0,95	2,26
2000:05	-2,22	0,06	-0,98
2000:06	2,37	2,36	-3,24
2000:07	-1,65	0,42	-0,38
2000:08	5,89	1,59	-0,37
2000:09	-5,50	-0,06	0,95
2000:10	-0,50	0,80	1,38
2000:11	-8,35	2,72	2,81
2000:12	0,40	2,85	1,72
2001:01	3,41	0,11	-2,47
2001:02	-9,68	1,38	5,00
2001:03	-6,64	0,28	5,88
2001:04	7,40	-2,73	-9,84
2001:05	0,51	-0,02	-2,47
2001:06	-2,53	0,44	2,43
2001:07	-1,08	3,10	-4,36
2001:08	-6,63	1,40	0,41
2001:09	-8,53	2,31	6,21
2001:10	1,79	2,68	-3,67
2001:11	7,25	-3,21	-3,33
2001:12	0,75	-1,81	-2,90
2002:01	-1,57	0,51	1,98
2002:02	-2,10	1,26	0,16
2002:03	3,61	-3,80	-4,82
2002:04	-6,34	2,86	4,80
2002:05	-0,91	0,80	1,90
2002:06	-7,52	2,09	1,73
2002:07	-8,23	3,08	5,22
2002:08	0,49	2,96	-0,84
2002:09	-11,66	4,59	8,98

	DY_EM	DY_B	EE
2002:10	8,29	-2,17	-6,36
2002:11	5,55	-1,97	-3,42
2002:12	-6,22	3,48	-2,30
2003:01	-2,78	-0,89	-0,95
2003:02	-1,71	2,64	-1,23
2003:03	0,83	-0,72	0,91
2003:04	7,79	0,00	1,12
2003:05	4,96	4,54	-0,36
2003:06	1,13	-1,20	1,33
2003:07	1,61	-7,44	-2,39
2003:08	1,77	1,22	0,34
2003:09	-1,20	4,40	3,22
2003:10	5,35	-2,50	-2,42
2003:11	0,71	0,38	1,45
2003:12	4,95	0,82	6,63
2004:01	1,71	1,32	-1,05
2004:02	1,21	1,67	1,38
2004:03	-1,65	1,51	3,27
2004:04	-1,69	-4,97	-3,46
2004:05	1,20	-0,63	-3,34
2004:06	1,78	0,70	-1,25
2004:07	-3,49	1,41	3,53
2004:08	0,23	3,04	2,36
2004:09	0,93	0,42	0,27
2004:10	1,39	1,05	-4,25
2004:11	3,79	-2,29	-6,10
2004:12	3,19	1,54	1,57
2005:01	-2,56	1,01	2,63
2005:02	1,87	-1,54	-2,25
2005:03	-1,93	-0,73	1,15
2005:04	-2,03	2,69	-0,03
2005:05	2,95	1,76	1,82
2005:06	-0,01	0,81	3,84
2005:07	3,53	-2,40	-6,02
2005:08	-1,13	2,29	-1,25
2005:09	0,69	-2,16	-5,19
2005:10	-1,79	-1,50	2,12
2005:11	3,46	0,57	3,52
2005:12	-0,10	1,20	0,55
2006:01	2,51	-0,73	-4,07
2006:02	0,05	-0,08	1,96
2006:03	1,10	-2,03	1,33
2006:04	1,21	-1,26	-2,14
2006:05	-3,14	-0,08	-0,23
2006:06	0,01	0,21	-0,32
2006:07	0,51	1,58	1,02
2006:08	2,11	2,14	1,08
2006:09	2,43	1,14	10,46
2006:10	3,10	0,60	6,55
2006:11	1,63	1,40	-2,69
2006:12	1,25	-1,55	-2,34
2007:01	1,40	-0,53	2,38

Βιβλιογραφία

Strategic Asset Allocation – portfolio choice for long-term investors - John Y. Campbell and Luis M. Viceira

Dynamic Portfolio Selection by Augmenting the Asset Space - Michael W. Brandt and Pedro Santa-Clara

Ειδικά Θέματα Χρηματοοικονομικής : Διάρθρωση και Αξιολόγηση Χαρτοφυλακίων – Δ. Μαλλιαρόπουλος

A Multivariate Model of Strategic Asset Allocation – John Y. Campbell , Luis M. Viceira , Yeung Lewis Chan

Consumption and Portfolio Decisions When Expected Returns Are Time Varying - John Y. Campbell and Luis M. Viceira

Economic forces and the stock market – Nai Fu Chen, Richard Roll, Stephen A. Ross

Who Should Buy Long-term Bonds? - John Y. Campbell and Luis M. Viceira

Dynamic Portfolio Selection by Augmenting the Asset Space – Michael W. Brandt and Pedro Santa-Clara

An Intertemporal Capital Asset Pricing Model – Robert C. Merton

Portfolio Choice Problems - Michael W. Brandt

Consumption and Portfolio Decisions when Expected Returns are Time Varying - John Y. Campbell and Luis M. Viceira

Variable Selection for Portfolio Choice – Yacine Ait-Sahalia and Michael W. Brandt