

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ



**ΤΜΗΜΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ
ΚΑΙ ΑΣΦΑΛΙΣΤΙΚΗΣ ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ**

**ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΣΠΟΥΔΩΝ
ΣΤΗΝ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΗ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ**

**ΑΠΟΤΙΜΗΣΗ ΚΙΝΔΥΝΟΥ
ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΩΝ
ΜΕ ΤΗ ΜΕΘΟΔΟ VaR
ΜΕΣΩ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ**

Χαράλαμπος Λ. Αγκυρόπουλος

Διπλωματική Εργασία

που υποβλήθηκε στο Τμήμα Στατιστικής και Ασφαλιστικής
Επιστήμης του Πανεπιστημίου Πειραιώς ως μέρος των
απαιτήσεων για την απόκτηση του Μεταπτυχιακού
Διπλώματος Ειδίκευσης στην Εφαρμοσμένη Στατιστική

Πειραιάς
Μάιος 2007

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ



**ΤΜΗΜΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ
ΚΑΙ ΑΣΦΑΛΙΣΤΙΚΗΣ ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ**

**ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΣΠΟΥΔΩΝ
ΣΤΗΝ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΗ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ**

**ΑΠΟΤΙΜΗΣΗ ΚΙΝΔΥΝΟΥ
ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΩΝ
ΜΕ ΤΗ ΜΕΘΟΔΟ VaR
ΜΕΣΩ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ**

Χαράλαμπος Λ. Αγκυρόπουλος

Διπλωματική Εργασία

που υποβλήθηκε στο Τμήμα Στατιστικής και Ασφαλιστικής
Επιστήμης του Πανεπιστημίου Πειραιώς ως μέρος των
απαιτήσεων για την απόκτηση του Μεταπτυχιακού
Διπλώματος Ειδίκευσης στην Εφαρμοσμένη Στατιστική

Πειραιάς
Μάιος 2007

Η παρούσα Διπλωματική Εργασία εγκρίθηκε ομόφωνα από την Τριμελή Εξεταστική Επιτροπή που ορίστηκε από τη ΓΣΕΣ του Τμήματος Στατιστικής και Ασφαλιστικής Επιστήμης του Πανεπιστημίου Πειραιώς στην υπ' αριθμ. συνεδρίασή του σύμφωνα με τον Εσωτερικό Κανονισμό Λειτουργίας του Προγράμματος Μεταπτυχιακών Σπουδών στην Εφαρμοσμένη Στατιστική

Τα μέλη της Επιτροπής ήταν:

- Αν. Καθ. Αγιακλόγλου Χρήστος (Επιβλέπων)
- Καθ. Κούτρας Μάρκος
- Αν. Καθ. Τσίμπος Κλέων

Η έγκριση της Διπλωματική Εργασίας από το Τμήμα Στατιστικής και Ασφαλιστικής Επιστήμης του Πανεπιστημίου Πειραιώς δεν υποδηλώνει αποδοχή των γνώμων του συγγραφέα.

UNIVERSITY OF PIRAEUS



**DEPARTMENT OF STATISTICS
AND INSURANCE SCIENCE**

**POSTGRADUATE PROGRAM IN
APPLIED STATISTICS**

**RISK MEASUREMENT OF
A PORTFOLIO
USING VaR METHOD WITH
SIMULATION TECHNIQUES**

By

Charalampos L. Agiropoulos

MSc Dissertation

submitted to the Department of Statistics and Insurance
Science of the University of Piraeus in partial fulfilment of
the requirements for the degree of Master of Science in
Applied Statistics

Piraeus, Greece
May 2007

РАВЕЛЪТНО ТЕРАА

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΡΡΑΙΑ

*Στους γονείς μου,
στην αδερφή μου
και στη Γιούλη*

РАВЕЉИЧНО ТЕРАЈА

Ευχαριστίες

Θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον κ. Χρήστο Αγιακλόγλου Αναπληρωτή Καθηγητή του Πανεπιστήμιου Πειραιώς για την εμπιστοσύνη που μου έδειξε, καθώς και για την πολύτιμη βοήθεια που μου παρείχε για την αποπεράτωση της μελέτης αυτής. Επίσης, θα ήθελα να ευχαριστήσω τους γονείς μου για τη συμπαράσταση τους καθ' όλη τη διάρκεια των σπουδών μου και ειδικότερα την αδελφή μου που με προέτρεψε και με βοήθησε να ξεκινήσω τις σπουδές μου σε Μεταπτυχιακό επίπεδο.

РАВЕШТАМО ТЕРАА

Περίληψη

Στην εργασία αυτή εξετάστηκε η έννοια του κινδύνου για την αποτίμηση της αξίας χαρτοφυλακίων χρησιμοποιώντας τη μέθοδο Value-at-risk (VaR). Η μέθοδος αυτή υπολογίζει την μέγιστη αναμενόμενη ζημία ενός χαρτοφυλακίου για δεδομένη χρονική περίοδο και για συγκεκριμένο επίπεδο εμπιστοσύνης. Για τον υπολογισμό της τιμής της VaR υπάρχουν διάφορες τεχνικές, μία από τις οποίες είναι η μέθοδος της προσομοίωσης Monte Carlo, η οποία εφαρμόστηκε στην παρούσα εργασία για αποτίμηση της συμπεριφοράς της μεθόδου αυτής για διάφορα επίπεδα εμπιστοσύνης και για διάφορους αριθμούς παραγωγής σεναρίων. Επίσης, για τη διερεύνηση της αξιοπιστίας των αποτελεσμάτων που προήλθαν από την εφαρμογή του μοντέλου προσομοίωσης χρησιμοποιήθηκε ο έλεγχος Kupiec.

РАВЕШТАМО ТЕРАА

Abstract

This thesis examines the concept of risk in terms of measuring the value of a portfolio using the method of Value-at-Risk (VaR). The VaR method summarizes the worst loss over a target horizon with a given level of confidence and there are several methods in the literature used to estimate its value. This thesis uses the Monte Carlo simulation technique to evaluate its performance for various values of level of confidence and number of trials. In addition, the Kupiec test is applied to this model to verify the reliability of the results obtained from this method.

РАВЕШТАМО ТЕРАА

Περιεχόμενα

Περίληψη	xī
Abstract	xiii
Κατάλογος Πινάκων	xvii
Κατάλογος Διαγραμμάτων	xix
1. Χρηματοοικονομικοί κίνδυνοι	1
1.1 Εισαγωγή	1
1.2 Ανασκόπηση των οικονομικών εξελίξεων	3
1.3 Τύποι χρηματοοικονομικών κινδύνων	4
1.4 Διαχείριση χαρτοφυλακίου	12
1.5 Ανακεφαλαίωση	19
2. Αποτίμηση κινδύνου με τη μέθοδο VaR	21
2.1 Εισαγωγή	21
2.2 Κατασκευή και υπολογισμός της VaR	22
2.2.1 Βήματα υπολογισμού της VaR	24
2.2.2 Ένα απλό παράδειγμα υπολογισμού της VaR	25
2.3 Μέθοδοι υπολογισμού της VaR	26
2.3.1 Μέθοδος Διακύμανσης – Συνδιακύμανσης	26
2.3.2 Μέθοδος Ιστορικής Προσομοίωσης	29
2.3.3 Μέθοδος Monte Carlo Προσομοίωσης	33
2.4 Επανάλεγχος	35
2.4.1 Υπόδειγμα ρυθμού αποτυχίας	36
2.4.2 Έλεγχος Kupiec	37
2.5 Ανακεφαλαίωση	37
3. Μέθοδος προσομοίωσης Monte Carlo	39

3.1	Εισαγωγή	39
3.2	Παραγωγή Σεναρίου	40
3.3	Χαρτοφυλάκια πολλαπλών αξιόγραφων	44
3.4	Αποτίμηση χαρτοφυλακίου	46
3.5	Εφαρμογή της μεθόδου με εμπειρικά δεδομένα	47
3.6	Επανάλεγχος	60
3.7	Συμπεράσματα	65
2.5	Ανακεφαλαίωση	67
	Παραρτήματα	69
Π1.	Παράδειγμα υπολογισμού VaR	71
Π2.	Μέθοδος Ιστορικής Προσομοίωσης	73
	Βιβλιογραφία	107

Κατάλογος Πινάκων

2.1	Πλεονεκτήματα – Μειονεκτήματα της Μεθόδου Variance - Covariance	28
2.2	Μέση Εκτίμηση VaR	31
2.3	Πλεονεκτήματα – Μειονεκτήματα της Μεθόδου Ιστορικής Προσομοίωσης	32
2.4	Πλεονεκτήματα – Μειονεκτήματα της Μεθόδου Monte Carlo	34
3.1	Αξία Χαρτοφυλακίου	53
3.2	Εκτίμηση VaR	59
3.3	Kuriec P – Value	64
4.1	Δεδομένα Δείκτη Τηλεπικοινωνιών	83

РАСЧЕТНО ТЕРА

Κατάλογος Διαγραμμάτων

1.1	Είδη Χρηματοοικονομικού Κινδύνου	13
1.2	Συντηρητικοί Επενδυτές	14
1.3	Ριψοκίνδυνοι Επενδυτές	15
1.4	Ουδέτεροι Επενδυτές	15
2.1	Γραφική Απεικόνιση της VaR	23
2.2	Κατανομή Αξίας Χαρτοφυλακίου	25
3.1	Χρηματιστηριακός Δείκτης Τιμών	49
3.2	Επιτόκιο – Συναλλαγματική Ισοτιμία	50
3.3	Γραφική Αναπαράσταση των Μεταβολών των Τιμών	57
3.4	Ιστόγραμμα Μεταβολών των Τιμών	58
3.5	Γραφική Αναπαράσταση των Τιμών του Χαρτοφυλακίου	61
3.6	Γραφική Αναπαράσταση των Διαφορών των Τιμών του Χαρτοφυλακίου	62

РАСЧЕТНО ТЕРА

РАСЧЕТНО ТЕРА

РАНЕЕЗНАМО ТЕРАПИЯ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

ΧΡΗΜΑΤΟΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟΙ ΚΙΝΔΥΝΟΙ

1.1 Εισαγωγή

Η έννοια του κινδύνου μπορεί να ορισθεί ως η μεταβλητότητα των μη αναμενόμενων εκβάσεων, συνήθως όσον αφορά την αξία των ενεργητικών ή των παθητικών κεφαλαίων. Η πλειονότητα των εταιριών, εκτίθενται σε διαφόρους τύπους κινδύνων, οι οποίοι με μια ευρεία κατηγοριοποίηση, μπορούν να διακριθούν σε επιχειρηματικούς και μη επιχειρηματικούς κινδύνους.

Επιχειρηματικοί κίνδυνοι είναι αυτοί που πρόθυμα αναλαμβάνουν οι εταιρίες με σκοπό να δημιουργήσουν ένα ανταγωνιστικό πλεονέκτημα και επιπλέον να προστεθεί αξία στους μετόχους τους. Ο επιχειρηματικός ή λειτουργικός κίνδυνος αναφέρεται στην αγορά εργασίας όπου δραστηριοποιείται η εταιρία και περιλαμβάνει τεχνολογικούς νεωτερισμούς, σχεδιασμό νέων προϊόντων, καθώς και διάφορες έρευνες αγοράς. Η διακριτική έκθεση στον επιχειρηματικό κίνδυνο αποτελεί τον πυρήνα της δυναμικής κάθε επιχειρηματικής δραστηριότητας. Η αναπόφευκτη επαφή με μακροοικονομικούς κινδύνους είναι απόρροια των οικονομικών κύκλων, των διακυμάνσεων στα έσοδα, καθώς και των νομισματικών πολιτικών που ακολουθούνται μέσα στο χρόνο.

Οι μη ελεγχόμενοι από την εταιρία κίνδυνοι καλούνται μη επιχειρηματικοί, οι οποίοι με τη σειρά τους χωρίζονται σε στρατηγικούς και χρηματοοικονομικούς κινδύνους. Οι στρατηγικοί κίνδυνοι αφορούν θεμελιώδεις μεταστάσεις της οικονομίας αλλά και γενικότερα των πολιτικών συνθηκών. Χαρακτηριστικό παράδειγμα αποτελεί η ραγδαία εξαφάνιση της Σοβιετικής Ένωσης, στα τέλη της δεκαετίας του '80, που είχε ως επακόλουθο την βαθμιαία μείωση των αμυντικών εξόδων διαφόρων χωρών, πλήττοντας σημαντικά τις αντίστοιχες βιομηχανίες και κατ' επέκταση τις οικονομίες τους.

Ο χρηματοοικονομικός κίνδυνος ορίζεται ως η μεταβλητότητα των απροσδόκητων αποτελεσμάτων στις αγορές ομολόγων, μετοχών και δανειακών κεφαλαίων. Οι εποπτικές αρχές κάθε χώρας οφείλουν να αντιλαμβάνονται τη φύση αυτών των κινδύνων και να ερευνούν κατά πόσο οι εμπορικές τράπεζες τους διαχειρίζονται με αποτελεσματικότητα. Ο γενικός χρηματοοικονομικός κίνδυνος μιας οποιασδήποτε επιχείρησης μπορεί να υπολογιστεί ως η διακύμανση ή η τυπική απόκλιση των καθαρών εσόδων της. Ειδικότερα, σε μια τράπεζα που αποσκοπεί στη μεγιστοποίηση των κερδών της, ο υπολογισμός του κινδύνου μπορεί να γίνει για το σύνολο της τράπεζας ή σε επίπεδο καταστημάτων ή υπηρεσιών ή ακόμα και διευθύνσεων. Ο κίνδυνος μπορεί επίσης να μετρηθεί σε επίπεδο διάφορων τραπεζικών προϊόντων. Σε κάθε περίπτωση, όμως, ο αντικειμενικός σκοπός της τράπεζας είναι να προσθέσει αξία στο μετοχικό της κεφάλαιο, μεγιστοποιώντας τις «προσαρμοσμένες στον κίνδυνο» αποδόσεις των μετοχών της. Βάσει αυτής της έννοιας, η τράπεζα συμπεριφέρεται όπως κάθε άλλη επιχείρηση. Ωστόσο, η κερδοφορία και η προστιθέμενη αξία εξαρτώνται σημαντικά από τη διαχείριση κινδύνων. Μια ανεπαρκής διαχείριση κινδύνων μπορεί να απειλήσει τη φερεγγυότητα της τράπεζας.

Σε απάντηση στην αυξανόμενη αστάθεια των χρηματιστηριακών αγορών, οι τράπεζες και άλλα ιδρύματα ανέπτυξαν μια σειρά εργαλείων για να υπερασπιστούν έναντι του κινδύνου αλλά ταυτόχρονα και για να τον κεφαλαιοποιήσουν. Γνωστά στο ευρύ κοινό ως παράγωγα (*derivatives*), άρχισαν συγκρατημένα τα προθεσμιακά συμβόλαια (*forwards*) και τα μελλοντικά (*futures*). Κατόπιν, αναπτύχθηκαν με ταχύτητα προς τις πιο περίπλοκες μορφές: ανταλλαγές επιτοκίου (*interest rate swaps*), ανταλλαγές συναλλάγματος (*cross-currency swaps*), εξωτικά συμβόλαια (*exotic options*) και ούτω καθ' εξής.

Τα παράγωγα είναι εργαλεία σχεδιασμένα για την αποτελεσματική διαχείριση του χρηματοοικονομικού κινδύνου. Ένα συμβόλαιο παραγώγου μπορεί γενικά να οριστεί ως ένα ιδιωτικό συμβόλαιο που παίρνει από κάποια εν δυνάμει τιμή ενός στοιχείου του ενεργητικού ή από κάποιο σύμβολο αναφοράς. Το σύμβολο αναφοράς μπορεί να είναι μια μετοχή, ένα ομόλογο, το συνάλλαγμα ή τα εμπορεύματα. Βασικός σκοπός των παραγώγων είναι η εξουδετέρωση κινδύνων και γι' αυτό μπορούν να λειτουργήσουν ως ασφαλιστικά προϊόντα. Αναπόφευκτο, πάντως, είναι να χρησιμοποιούνται ως μέσα κερδοσκοπίας δεδομένου ότι δίνουν τη δυνατότητα αποκόμισης σημαντικών κερδών με περιορισμένα κεφάλαια, εφ' όσον βέβαια γίνει επιτυχημένη πρόβλεψη για τις εξελίξεις στο επίπεδο τιμών των προϊόντων στα οποία αναφέρονται τα παράγωγα. Μέσα στα τελευταία έτη έχει γίνει προφανές ότι η γρήγορη

ανάπτυξη στην αγορά παραγώγων έχει εισαγάγει νέους κινδύνους στους χρηματοοικονομικούς οργανισμούς. Η ύπαρξη των «ρισκοκίνδυνων παραγώγων» έγινε αντικείμενο μελέτης, ειδικότερα στις Ηνωμένες Πολιτείες, όταν αρκετές απώλειες μεγάλου μεγέθους αναφερθήκαν το 1994.

Στο κεφάλαιο αυτό, θα γίνει μια σύντομη ανασκόπηση των οικονομικών εξελίξεων που έλαβαν χώρα τις τελευταίες δεκαετίες. Στη συνέχεια θα αναλυθούν διεξοδικά οι κατηγορίες των χρηματοοικονομικών κινδύνων, δίνοντας ιδιαίτερη έμφαση στον κίνδυνο αγοράς και στον επιτοκιακό κίνδυνο. Στο τελευταίο μέρος, θα παρουσιαστούν ορισμένες βασικές έννοιες που αφορούν τη διαχείριση χαρτοφυλακίου χρεογράφων και πιο συγκεκριμένα θα αναπτυχθεί η έννοια της απόδοσης και του κινδύνου που περικλείεται σε ένα χαρτοφυλάκιο, καθώς και η σχέση με την οποία συνδέονται.

1.2 Ανασκόπηση των οικονομικών εξελίξεων

Η διαχείριση χρηματοοικονομικών κινδύνων έχει γνωρίσει μεγάλη ανάπτυξη τις τελευταίες δεκαετίες, λόγω της αστάθειας που χαρακτηρίζει τις διεθνείς χρηματοοικονομικές αγορές. Είναι πολλοί οι παράγοντες και τα γεγονότα που διαμόρφωσαν το νέο ασταθές περιβάλλον. Το σύστημα σταθερών συναλλαγματικών ισοτιμιών κατέρρευσε το 1971 οδηγώντας σε ιδιαίτερα ευμετάβλητες τιμές συναλλάγματος. Η ενεργειακή κρίση που ξεκίνησε το 1973 και συνεχίστηκε το 1979 είχε ως αποτέλεσμα την παγίωση υψηλότερων επιπέδων πληθωρισμού και η ανάπτυξη της παγκοσμιοποίησης στη δεκαετία του '80 έφεραν συχνά σε δύσκολη θέση πολλές τράπεζες της Δύσης, οι οποίες χορηγούσαν δάνεια.

Η ανάπτυξη των κεφαλαιαγορών των αναπτυσσόμενων χωρών στη δεκαετία του '90 συνοδεύτηκε από έντονες κρίσεις. Αλλά ακόμη και στις ώριμες αγορές το περιβάλλον κατέστη περισσότερο ασταθές. Τον Οκτώβριο του 1987, οι αμερικάνικες κεφαλαιαγορές υπέστησαν πτώση κατά 23%, με απώλεια κεφαλαίων αξίας ενός τρισεκατομμυρίου δολαρίων. Το Σεπτέμβριο του 1992, η πορεία προς τη νομισματική ολοκλήρωση της Ευρώπης κινδύνεψε να διακοπεί λόγω της κατάρρευσης του Ευρωπαϊκού Νομισματικού Συστήματος.

Απ' την άλλη, οι τιμές των μετοχικών τίτλων στην Ιαπωνία μειώθηκαν σημαντικά στη δεκαετία του '90, με το δείκτη Nikkei να διολισθαίνει από 39000 μονάδες το 1989, σε 17000 μονάδες, τρία χρόνια μετά. Η αστάθεια που χαρακτήρισε τη δεκαετία του '90, συνδέθηκε με

αρκετές καταρρεύσεις τραπεζών, όπως της ιστορικής τράπεζας Barings, το Φεβρουάριο του 1995, της ιαπωνικής Daiwa το Σεπτέμβριο του ίδιου έτους, της BCCI το 1991, κ.λπ. Η μόνη διεθνής σταθερά σε όλη αυτή την περίοδο ήταν η μονίμως υψηλή μεταβλητότητα και η αδυναμία πρόβλεψης.

Ο παραδοσιακός ρόλος των χρηματοοικονομικών οργανισμών είναι η διαμεσολάβηση ανάμεσα στις ελλειμματικές και στις πλεονασματικές οικονομικές μονάδες. Δηλαδή, το χρηματοοικονομικό σύστημα αποτελεί τον πυρήνα λειτουργίας της οικονομίας της αγοράς μετασχηματίζοντας τους αποταμιευτικούς πόρους σε επενδυτικούς. Στο σύγχρονο χρηματοοικονομικό περιβάλλον, ο ρόλος των χρηματοπιστωτικών ιδρυμάτων έχει γίνει πολύ πιο σύνθετος. Οι τράπεζες μετακινούνται ολοένα και περισσότερο από τη θέση του διαμεσολαβητή προς τη θέση του διαχειριστή χρηματοοικονομικών κινδύνων.

Η διαδικασία της αποδιαμεσολάβησης παρέχει στις επιχειρήσεις τη δυνατότητα της χρηματοδότησης τους απευθείας από τις αγορές κεφαλαίου και χρήματος. Επομένως, εάν οι τράπεζες επιθυμούν να διατηρήσουν την κερδοφορία τους, θα πρέπει να εμπλέκονται όλο και περισσότερο στην ανάληψη και διαχείριση κινδύνων. Σε αυτό το ιδιαίτερα ανταγωνιστικό περιβάλλον, εάν μια τράπεζα έχει ένα πλήρως απαλλαγμένο από κινδύνους χαρτοφυλάκιο, είναι πιο εύκολο να αποκομίσει κέρδη.

1.3 Τύποι χρηματοοικονομικών κινδύνων

Οι χρηματοοικονομικοί κίνδυνοι συνδέονται με τις διακυμάνσεις στις χρηματοοικονομικές αγορές. Όπως είναι φυσικό, οι τράπεζες εμπλέκονται πολύ πιο ενεργά στους χρηματοοικονομικούς κινδύνους, αφού αυτοί συνδέονται άμεσα με το αντικείμενο της εργασίας τους. Στους κινδύνους που αντιμετωπίζει ένα χρηματοοικονομικό ίδρυμα, όπως είναι η τράπεζα, περιλαμβάνονται ο κίνδυνος αγοράς, ο επιτοκιακός κίνδυνος, ο πιστωτικός κίνδυνος, ο τεχνολογικός και λειτουργικός κίνδυνος, ο κίνδυνος συναλλάγματος, ο κίνδυνος χώρας, ο κίνδυνος ρευστότητας, ο κίνδυνος διακανονισμού πληρωμών, ο νομικός κίνδυνος, ο κίνδυνος αξιοπιστίας και ο κίνδυνος αφερεγγυότητας. Η αποτελεσματική διαχείριση όλων αυτών των κινδύνων είναι κρίσιμη στην απόδοση των χρηματοοικονομικών ιδρυμάτων.

Κίνδυνος αγοράς

Ο κίνδυνος της αγοράς (*market risk*) προέρχεται από την αβεβαιότητα σχετικά με τις μεταβολές των επιτοκίων, των χρηματιστηριακών τιμών, των συναλλαγματικών ισοτιμιών και γενικά όλων των παραμέτρων της αγοράς. Ο κίνδυνος αυτός λαμβάνει χώρα στη συναλλαγή στοιχείων ενεργητικού και παθητικού εξαιτίας των μεταβολών στα επιτόκια, στην τιμή συναλλάγματος και άλλες τιμές περιουσιακών στοιχείων. Πιο συγκεκριμένα, ο κίνδυνος αγοράς εμφανίζεται όταν το χρηματοοικονομικό ίδρυμα συναλλάσσετε με στοιχεία ενεργητικού και παθητικού αντί να τα διατηρεί για μακροπρόθεσμη επένδυση.

Ο κίνδυνος αγοράς διακρίνεται σε δύο κατηγορίες ανάλογα με τη μορφή των σχέσεων που συνδέουν τα διάφορα χρηματοοικονομικά εργαλεία. Πρώτον, το βασικό κίνδυνο που υφίσταται όταν μεταβάλλεται η μορφή των σχέσεων μεταξύ των χρηματοοικονομικών προϊόντων και δεύτερον, τον κίνδυνο «γάμμα» που αναφέρεται σε σχέσεις μη γραμμικής μορφής μεταξύ των προϊόντων.

Ένας άλλος διαχωρισμός του, βασίζεται στη λογική της στρατηγικής διαχείρισης κινδύνου, που ακολουθείται. Στην περίπτωση αυτή, ο κίνδυνος αγοράς διακρίνεται σε απόλυτο, ο οποίος μετριέται από τις δυνητικές απώλειες, όπως είναι δολάρια, ευρώ, και σε σχετικό, ο οποίος υπολογίζεται σε σχέση με ένα συγκριτικό δείκτη. Σημαντικές συνιστώσες του κινδύνου αγοράς είναι ο επιτοκιακός και ο συναλλαγματικός κίνδυνος. Μια αύξηση στα επιτόκια οδηγεί συνήθως σε μείωση των τιμών των ομολόγων. Μια υποτίμηση ενός νομίσματος μειώνει την αξία όλων των τίτλων που εκφράζονται σε αυτό το νόμισμα.

Στη χρηματοοικονομική θεωρία, ο κίνδυνος αγοράς ορίζεται ως η διασπορά των μη αναμενόμενων αποτελεσμάτων του χαρτοφυλακίου τίτλων, που οφείλονται σε αιφνίδιες διακυμάνσεις ορισμένων χρηματοοικονομικών μεταβλητών. Με αυτή την έννοια, τόσο οι θετικές όσο και οι αρνητικές αποκλίσεις μπορούν να θεωρηθούν ως πηγές κινδύνων. Το ευρύ κοινό δεν αντιλαμβάνεται αυτό το γεγονός και συχνά δεν αναγνωρίζει ότι οι υψηλές αποδόσεις ορισμένων διαπραγματευτικών τίτλων, όπως ο Nick Leeson της Barings και ο Bob Citron της Orange County, περιέχουν στην πραγματικότητα υψηλούς κινδύνους.

Προκειμένου να μετρηθεί ο κίνδυνος, πρέπει να οριστεί με ακρίβεια η μεταβλητή που ενδιαφέρει. Η μεταβλητή αυτή μπορεί να είναι η συνολική αξία του χαρτοφυλακίου, τα έσοδα, το κεφάλαιο ή οι αποδόσεις συγκεκριμένων τοποθετήσεων. Ο κίνδυνος αγοράς αναφέρεται στις επιδράσεις άλλων χρηματοοικονομικών παραγόντων, στη μεταβλητή που

ενδιαφέρει. Ο κίνδυνος υπολογίζεται από την τυπική απόκλιση της μεταβλητής αυτής. Οι απώλειες μπορούν να προέλθουν από το συνδυασμό δύο παραγόντων: τη μεταβλητότητα κάθε χρηματοοικονομικού παράγοντα και το βαθμό έκθεσης στις μεταβολές κάθε παράγοντα.

Ο γενικός ή συστηματικός κίνδυνος αγοράς συνδέεται με τις διακυμάνσεις στις τιμές όλων των τίτλων στην αγορά λόγω ενός εξωτερικού παράγοντα ή των προσδοκιών του επενδυτικού κοινού. Ο μη συστηματικός ή ειδικός κίνδυνος αγοράς συνδέεται με την τιμή ενός τίτλου, ο οποίος κινείται σε διαφορετική κατεύθυνση από τους υπόλοιπους τίτλους της αγοράς, λόγω εξελίξεων που σχετίζονται με τον εκδότη του τίτλου.

Επιτοκιακός κίνδυνος

Ο επιτοκιακός κίνδυνος (*interest rate risk*) προκύπτει από την αναντιστοιχία των επιτοκίων τόσο στον όγκο όσο και στη διάρκεια των τίτλων, των δανείων και των εκτός ισολογισμού στοιχείων της τράπεζας. Μια απροσδόκητη μεταβολή στα επιτόκια μπορεί να επηρεάσει σοβαρά την κερδοφορία της τράπεζας καθώς και την αξία της μετοχής της. Για παράδειγμα, εάν σε μια τράπεζα οι υποχρεώσεις της είναι περισσότερο ευαίσθητες, σε σχέση με τις απαιτήσεις της, στις μεταβολές των επιτοκίων, μια αύξηση των επιτοκίων θα μειώσει τα κέρδη και μια πτώση των επιτοκίων θα αυξήσει τα κέρδη.

Με άλλα λόγια, αναφέρεται ότι η μετατροπή στοιχείων ενεργητικού περιλαμβάνει την αγορά πρωτοβάθμιων χρεογράφων και την έκδοση δευτεροβάθμιων. Τα πρωτοβάθμια χρεόγραφα (ομολογίες, ομόλογα, συναλλαγματικές, γραμμάτια) που συνήθως αγοράζονται από ένα χρηματοοικονομικό ίδρυμα χαρακτηρίζονται από ημερομηνία λήξης και ρευστότητα διαφορετική από αυτά των δευτεροβάθμιων (μετοχές) που διατίθενται προς πώληση. Αντιπαρατάσσοντας τις ημερομηνίες λήξης των στοιχείων ενεργητικού και παθητικού ως μέρος της συνάρτησης μετατροπής ενεργητικού, τα χρηματοοικονομικά ιδρύματα εκτίθενται σε επιτοκιακό κίνδυνο.

Για την καλύτερη κατανόηση του επιτοκιακού κινδύνου, αξίζει να αναφερθεί το ακόλουθο παράδειγμα. Έστω ένα χρηματοοικονομικό ίδρυμα που εκδίδει στοιχεία του παθητικού με ημερομηνία λήξης ενός χρόνου προκειμένου να χρηματοδοτήσει την αγορά των στοιχείων ενεργητικού με ημερομηνία λήξης δύο ετών, το κόστος των διαθέσιμων χρηματικών πόρων είναι 9% ετησίως και η απόδοση επιτοκίου σε ένα στοιχείο ενεργητικού είναι 10% ετησίως. Στο πρώτο έτος, το χρηματοοικονομικό ίδρυμα μπορεί να έχει κέρδος

1%, αφού μπορεί να δανειστεί βραχυπρόθεσμα (για ένα χρόνο) και να δανείσει μακροπρόθεσμα (για δύο χρόνια). Παρόλα αυτά τα κέρδη του για τη δεύτερη χρονιά είναι αβέβαια. Εάν το επίπεδο επιτοκίων δεν μεταβληθεί, το χρηματοοικονομικό ίδρυμα μπορεί να χρηματοδοτήσει ξανά τα στοιχεία του παθητικού του με 9% και να έχει κέρδος 1% για το δεύτερο έτος. Αυτό, βέβαια, εξακολουθεί να επιφέρει έναν κίνδυνο, καθώς τα επιτόκια μεταξύ των δύο ετών μεταβάλλονται. Εάν τα επιτόκια πρόκειται να αυξηθούν τότε το χρηματοοικονομικό ίδρυμα θα μπορούσε να δανειστεί νέα στοιχεία παθητικού με ημερομηνία λήξης ενός έτους με 11% τη δεύτερη χρονιά. Σ' αυτήν την περίπτωση το κέρδος του το δεύτερο έτος θα ήταν αρνητικό ($10\% - 11\% = -1\%$).

Η θετική διαφορά τιμών που προέκυψε τον πρώτο χρόνο με τη διατήρηση των στοιχείων ενεργητικού με μεγαλύτερη ημερομηνία λήξης από τα στοιχεία του παθητικού, αντισταθμίζεται από μια αρνητική διαφορά τιμών στο δεύτερο χρόνο. Κατά συνέπεια, η διατήρηση μακροπρόθεσμων στοιχείων ενεργητικού σχετικά με τα στοιχεία του παθητικού, εκθέτει το χρηματοοικονομικό ίδρυμα στον κίνδυνο επαναχρηματοδότησης (*refinancing risk*). Αντιθέτως, όταν η απόδοση των ταμειακών ροών που επενδύονται βρίσκεται κάτω από το κόστος των ταμειακών ροών, το χρηματοοικονομικό ίδρυμα εκτίθεται σε κίνδυνο επανεπένδυσης (*reinvestment risk*).

Επιπρόσθετα, στον κίνδυνο επαναχρηματοδότησης και επανεπένδυσης που λαμβάνει χώρα όταν μεταβάλλονται τα επιτόκια, ένα χρηματοοικονομικό ίδρυμα αντιμετωπίζει και τον κίνδυνο της αγοράς, όπως έχει ήδη αναφερθεί. Είναι γνωστό ότι η αξία αγοράς ενός στοιχείου ενεργητικού ή παθητικού είναι ισοδύναμη με τις προεξοφλητέες μελλοντικές ταμειακές ροές αυτού του στοιχείου ενεργητικού. Επομένως, η αύξηση των επιτοκίων συμβάλλει στην αύξηση του προεξοφλητικού επιτοκίου στις προαναφερόμενες ταμειακές ροές και μειώνει τις αξίες αγοράς των στοιχείων ενεργητικού και παθητικού. Αντίθετα, η πτώση των επιτοκίων αυξάνει τις αξίες αγοράς των στοιχείων ενεργητικού και παθητικού. Επιπλέον, η μη ισοδυναμία των ημερομηνιών λήξης των μακροπρόθεσμων στοιχείων ενεργητικού και παθητικού έχει ως συνέπεια την αύξηση των επιτοκίων, η οποία με τη σειρά της συμβάλλει στη μείωση της αξίας αγοράς των στοιχείων ενεργητικού του χρηματοοικονομικού ιδρύματος σε μεγαλύτερο ποσοστό από τα στοιχεία του παθητικού. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα το χρηματοοικονομικό ίδρυμα να εκτίθεται σε οικονομική ζημία ή μη φερεγγυότητα.

Πιστωτικός κίνδυνος

Πιστωτικός κίνδυνος (*credit risk*) είναι ο κίνδυνος αθέτησης εκπλήρωσης του στόχου από μέρος του δανειζόμενου. Ως πιστωτικός κίνδυνος ενός χρηματοοικονομικού ιδρύματος ορίζεται ο κίνδυνος που προκύπτει από την ανεπαρκή ανταπόκριση του ιδρύματος στην εκπλήρωση των υποχρεώσεων του προς τους πιστωτές του. Η ανεπαρκής αυτή ανταπόκριση του χρηματοοικονομικού ιδρύματος αφορά την καθυστερημένη αποπληρωμή των υποχρεώσεων του ή την αποφυγή της αποπληρωμής τους. Κάθε μια από τις περιπτώσεις αυτές μπορεί να οφείλεται είτε στην αδυναμία του χρηματοοικονομικού ιδρύματος να καλύψει τις υποχρεώσεις του (όπως χρηματοοικονομική αποτυχία ή πτώχευση) είτε στη συστηματική αποφυγή της αντιμετώπισης των υποχρεώσεων αυτών από το χρηματοοικονομικό ίδρυμα.

Τεχνολογικός και λειτουργικός κίνδυνος

Ο λειτουργικός κίνδυνος (*operational risk*) αναφέρεται στις απώλειες που μπορεί να προκύψουν από ανεπαρκή ή αποτυχημένη εσωτερική διαδικασία της τράπεζας, κακή λειτουργία των συστημάτων, ανθρώπινων σφαλμάτων, αποτυχιών της διαχείρισης και ενδεχόμενων δυσχερειών μεταξύ των βασικών παραγόντων της εταιρικής διοίκησης, καθώς επίσης και από άλλους εξωγενείς παράγοντες. Τέτοια προβλήματα μπορεί να προκύψουν από την αδυναμία ανάληψης προληπτικής δράσης.

Ένα σημαντικό είδος λειτουργικού κινδύνου αναφέρεται στον τεχνολογικό κίνδυνο, δηλαδή στον κίνδυνο βλάβης ή ανεπάρκειας των συστημάτων τεχνολογίας πληροφορικής. Πιο συγκεκριμένα, ο τεχνολογικός κίνδυνος προκύπτει όταν η επένδυση στην τεχνολογία, όπως είναι τα ηλεκτρονικά συστήματα, δεν αποφέρει τις αναμενόμενες οικονομίες εξόδων. Αυτό σημαίνει ότι υπάρχει ανάγκη προστασίας των συστημάτων από ενδογενείς δυσχέρειες ή εξωτερικές παρεμβάσεις. Άλλες όψεις του λειτουργικού κινδύνου περιλαμβάνουν γεγονότα όπως πυρκαγιές, σεισμούς ή άλλες φυσικές καταστροφές.

Συναλλαγματικός κίνδυνος

Σε καθεστώς κυμαινόμενων συναλλαγματικών ισοτιμιών, κάθε «ανοικτή θέση» σε ένα συγκεκριμένο νόμισμα εκθέτει ένα τραπεζικό ίδρυμα στο συναλλαγματικό κίνδυνο, που αποτελεί μια ειδική περίπτωση του κινδύνου αγοράς. Ο συναλλαγματικός κίνδυνος (*exchange rate risk*) οφείλεται στις διακυμάνσεις της αξίας των νομισμάτων, που επηρεάζουν τις «θέσεις» σε συνάλλαγμα που έχει λάβει μια τράπεζα για τη διαχείριση των διαθεσίμων της ή για λογαριασμό πελατών της. Οι τράπεζες δραστηριοποιούνται τόσο στην τρέχουσα όσο και στην προθεσμιακή αγορά συναλλάγματος έχοντας μεγάλες «θέσεις» σε συνάλλαγμα, που μεταβάλλονται συνεχώς.

Κίνδυνος χώρας

Ο κίνδυνος χώρας (*country risk*) ορίζεται η πιθανότητα μια χώρα να αποτύχει να παράγει αρκετό συνάλλαγμα για να εξυπηρετήσει τα εξωτερικά χρέη της. Σε αυστηρά οικονομικά πλαίσια, ο κίνδυνος χώρας αναφέρεται στη δυνατότητα της χώρας να δημιουργήσει συνάλλαγμα για να εξυπηρετήσει τα υπάρχοντα και αναμενόμενα μελλοντικά χρέη της. Επιπλέον, περιλαμβάνει την ανάλυση της παρούσας οικονομικής κατάστασης μιας χώρας, και την πρόβλεψη πιθανών εξελίξεων δίνοντας ιδιαίτερη έμφαση στα έσοδα εξαγωγών, τα έξοδα εισαγωγών και σε άλλα στοιχεία του ισοζυγίου τρεχουσών συναλλαγών της χώρας. Εξετάζοντας την παρούσα οικονομική κατάσταση μιας χώρας και διαπιστώνοντας ότι παρουσιάζει ελλειμματικό ισοζύγιο πληρωμών είναι φανερό ότι η χώρα αυτή δεν επαρκεί να ικανοποιήσει την εγχώρια ζήτηση της σε αγαθά και υπηρεσίες. Επίσης, η έννοια του κινδύνου χώρας συνδέεται με τον κίνδυνο της κυβερνητικής παρέμβασης με απαγορεύσεις πληρωμών στο εξωτερικό (*sovereign risk*), με τον κίνδυνο απαγόρευσης από την Κεντρική Τράπεζα της μεταφοράς συναλλάγματος στο εξωτερικό (*transfer risk*) και με το γενικευμένο κίνδυνο (*generalized risk*).

Κίνδυνος διακανονισμού πληρωμών

Ο κίνδυνος διακανονισμού (*arrangement risk*) αναφέρεται στην πιθανότητα ο ένας από τους δύο αντισυμβαλλόμενους να αθετήσει τη συμφωνία, εφόσον ο άλλος

αντισυμβαλλόμενος έχει ήδη πληρώσει τα χρήματα. Αυτός ο τύπος κινδύνου αφορά τις συναλλαγές σε συνάλλαγμα, όπου απαιτείται η μεταφορά μετρητών από το λογαριασμό της μιας τράπεζας στο λογαριασμό της άλλης, μέσω των κεντρικών τραπεζών των οποίων τα νομίσματα χρησιμοποιούνται στη συναλλαγή. Στην περίπτωση αυτή, είναι κατανοητό ότι ο κίνδυνος διακανονισμού είναι εντονότατος στη διατραπεζική αγορά, όπου ο όγκος και η αξία των συναλλαγών είναι σε πολύ υψηλά επίπεδα.

Η εξέλιξη των σύγχρονων συστημάτων πληρωμών συμβάλλει ώστε να εξασθενήσει σημαντικά ο κίνδυνος διακανονισμού. Επίσης, η αποτελεσματικότερη διαχείριση του κινδύνου αυτού απαιτεί την παρακολούθηση των επενδυτικών και άλλων τραπεζικών δραστηριοτήτων των αντισυμβαλλόμενων μερών.

Κίνδυνος ρευστότητας

Ένας τύπος κινδύνου, που δεν μπορεί να θεωρηθεί υποπερίπτωση ούτε του κινδύνου αγοράς ούτε του πιστωτικού κινδύνου, είναι ο κίνδυνος ρευστότητας (*liquidity risk*). Συνδέεται με την ανεύρεση των επαρκών ρευστών διαθέσιμων για την κάλυψη των υποχρεώσεων της τράπεζας σε βραχυπρόθεσμο χρονικό ορίζοντα. Με άλλα λόγια, η τράπεζα δεν μπορεί να αντλήσει τα απαραίτητα κεφάλαια είτε μέσω αύξησης κάποιων στοιχείων του παθητικού της είτε μέσω ρευστοποίησης ορισμένων στοιχείων του ενεργητικού της.

Η έννοια του κινδύνου ρευστότητας συνδέεται άμεσα με την έννοια του «ορίζοντα διακράτησης χαρτοφυλακίου». Όταν η συγκυρία στην αγορά είναι απαγορευτική για τη ρευστοποίησή μιας επένδυσης χαρτοφυλακίου, ένας χρηματοοικονομικός οργανισμός πρέπει να περιμένει οι τιμές να ανακάμψουν σε ικανοποιητικά επίπεδα. Παρόλα αυτά, για ένα χρηματοοικονομικό οργανισμό που οφείλει να προβεί σε ρευστοποιήσεις προκειμένου να ανταπεξέλθει σε ληξιπρόθεσμες υποχρεώσεις, η ανεπάρκεια της ρευστότητάς του είναι δυνατό να ισοδυναμεί με κατάρρευση.

Νομικός κίνδυνος

Το νομικό πλαίσιο που διέπει τη λειτουργία των τραπεζών είναι δυνατόν να μεταβάλλεται, επηρεάζοντας την κερδοφορία των τραπεζικών ιδρυμάτων. Μια δικαστική

απόφαση που αφορά μια συγκεκριμένη τράπεζα μπορεί να έχει σοβαρές επιπτώσεις για τη διευθέτηση σημαντικών τραπεζικών ζητημάτων στο σύνολο του τραπεζικού συστήματος. Επίσης, οι τράπεζες πρέπει να διερευνούν με προσοχή το νομικό κίνδυνο, όταν αναπτύσσουν νέα χρηματοοικονομικά προϊόντα ή εισάγουν νέους τύπους συναλλαγών.

Ο νομικός κίνδυνος (*legal risk*) έχει συχνά και διεθνή διάσταση. Το εποπτικό πλαίσιο για τις τραπεζικές δραστηριότητες διαφέρει ευρύτατα μεταξύ χωρών και μπορεί να ερμηνευθεί διαφορετικά. Οι εσφαλμένες νομικές συμβουλές ή η πλημμελής νομική τεκμηρίωση μπορεί να οδηγήσουν σε υποτίμηση των στοιχείων του ενεργητικού και του παθητικού.

Κίνδυνος αξιοπιστίας

Ο κίνδυνος αγοράς και ο πιστωτικός κίνδυνος, ο κίνδυνος χώρας, και ο συναλλαγματικός κίνδυνος αποτελούν το βασικό πυρήνα των κινδύνων που αντιμετωπίζουν τα τραπεζικά ιδρύματα και συμβάλλουν στη μεταβολή της συνολικής αξίας του χαρτοφυλακίου. Ο λειτουργικός και νομικός κίνδυνος ανήκουν στην ομάδα των επιχειρησιακών κινδύνων που απορρέουν από τη φύση της τράπεζας ως επιχειρηματικής και οικονομικής μονάδας. Τέλος, υπάρχει ο κίνδυνος φήμης και αξιοπιστίας (*reliability risk*), ο οποίος δημιουργείται από τις συχνές αποτυχίες στο παρελθόν των λειτουργικών συστημάτων, της διαχείρισης ή των προϊόντων της τράπεζας. Ο κίνδυνος αυτός είναι εξίσου σημαντικός, διότι η παρουσία του υπονομεύει σταδιακά την ίδια τη φύση των τραπεζικών εργασιών, η οποία είναι φανερό ότι απαιτεί την εμπιστοσύνη όλων όσων συμμετέχουν στην αγορά.

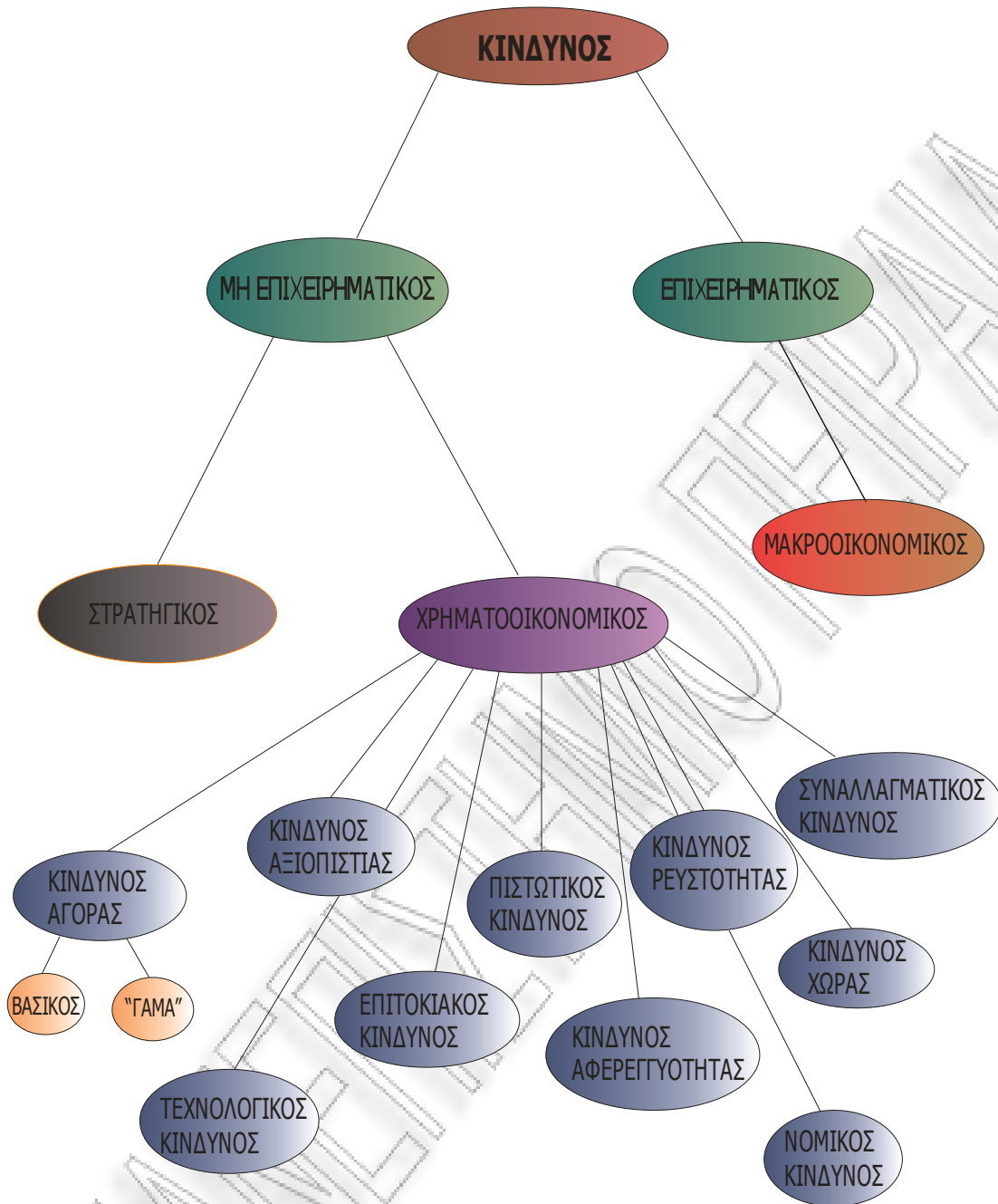
Κίνδυνος αφερεγγυότητας

Ο κίνδυνος αφερεγγυότητας αποτελεί συνέπεια του επιτοκιακού κινδύνου, του κινδύνου αγοράς, του συναλλάγματος, της χώρας, της ρευστότητας, του πιστωτικού κινδύνου και του τεχνολογικού και λειτουργικού κινδύνου. Πιο συγκεκριμένα είναι ο κίνδυνος του χρηματοοικονομικού ιδρύματος να μην διαθέτει αρκετό κεφάλαιο να αντιμετωπίσει ενδεχόμενες τραπεζικές απώλειες στην αξία των περιουσιακών στοιχείων σε σχέση με τις υποχρεώσεις.

Τέλος, στο Διάγραμμα 1.1 απεικονίζονται τα βασικά είδη κινδύνων και πως αυτά σχετίζονται μεταξύ τους. Κάποια επιμέρους είδη κινδύνων, όπως ο κίνδυνος επαναχρηματοδότησης, ο κίνδυνος επανεπένδυσης, ο εξωτερικός κίνδυνος κτλ., δεν εμφανίζονται στο διάγραμμα, αφού αποτελούν υποκατηγορίες των βασικών χρηματοοικονομικών κινδύνων, χωρίς ιδιαίτερη σημασία για περαιτέρω ανάλυση. Αξίζει να σημειωθεί πως ιδιαίτερη ανάλυση έγινε στον χρηματοοικονομικό κίνδυνο, κάτι που είναι εμφανές στο διάγραμμα, δεδομένου ότι το μεγαλύτερο μέρος της εργασίας θα περιστρέφει γύρω από αυτόν τον κίνδυνο και τις κατηγορίες του.

1.4 Διαχείριση χαρτοφυλακίου

Όλες οι παραπάνω μορφές κινδύνου είναι απαραίτητο να ληφθούν υπ' όψιν προκειμένου να επιλεγθούν τα κατάλληλα χρεόγραφα, τα οποία με ένα συγκεκριμένο ποσοστό συμμετοχής το καθένα, θα συγκροτήσουν το χαρτοφυλάκιο ενός επενδυτή ή ενός χρηματοοικονομικού οργανισμού. Κάθε επενδυτής ο οποίος λειτουργεί ορθολογικά, επιθυμεί να αμείβεται για τον κίνδυνο που αναλαμβάνει. Αυτή η αμοιβή είναι γνωστή ως «πριμ κινδύνου» (*risk premium*) και προσδιορίζεται με βάση το επίπεδο του κινδύνου, την αποδοτικότητα των ασφαλών επενδύσεων και τη μέση αποδοτικότητα του χαρτοφυλακίου της αγοράς.

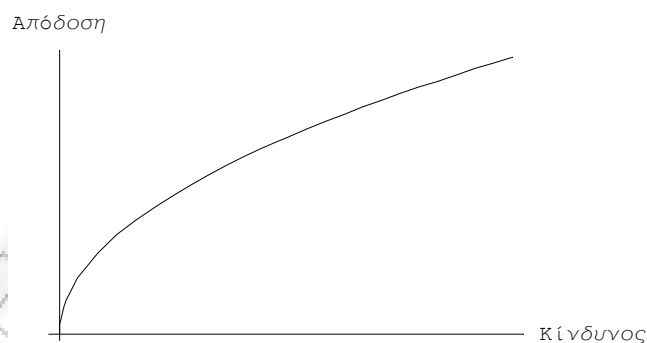


ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 1.1
ΕΙΔΗ ΧΡΗΜΑΤΟΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟΥ ΚΙΝΔΥΝΟΥ

Η απόδοση και ο κίνδυνος που εμπεριέχει κάθε χαρτοφυλάκιο, αποτελούν το κύριο κριτήριο επιλογής για κάθε επενδυτή. Κάθε επιλογή χαρτοφυλακίου γίνεται βάση αυτών των παραμέτρων, διαχωρίζοντας τους επενδυτές σε τρεις βασικές κατηγορίες:

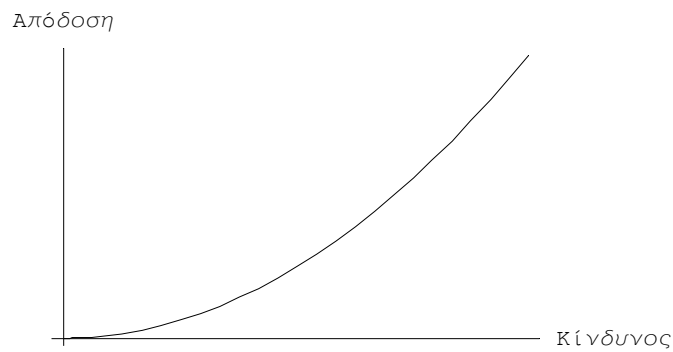
- Συντηρητικοί (*risk averters*)
- Ουδέτεροι (*risk neutrals*)
- Ριψοκίνδυνοι (*risk lovers*)

Οι συντηρητικοί επενδυτές προτιμούν τις σίγουρες επενδύσεις και αναλαμβάνουν πρόσθετο κίνδυνο μόνο όταν η αντίστοιχη πρόσθετη απόδοση είναι ιδιαίτερα σημαντική. Η καμπύλη (*utility curve*) αυτών των επενδυτών απεικονίζεται στο Διάγραμμα 1.2.



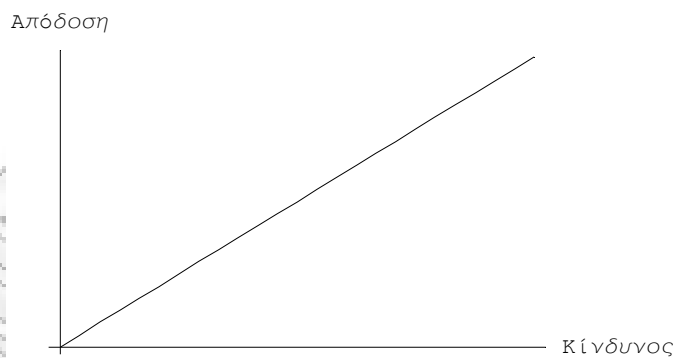
ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 1.2
ΣΥΝΤΗΡΗΤΙΚΟΙ ΕΠΕΝΔΥΤΕΣ

Αντίθετα, οι ριψοκίνδυνοι επενδυτές είναι διατεθειμένοι να επενδύσουν τα κεφάλαιά τους σε τίτλους υψηλού κινδύνου, αρκεί να υπάρχει έστω και μικρή πιθανότητα για σημαντικά κέρδη. Η καμπύλη προτιμήσεων για αυτούς τους επενδυτές εμφανίζεται στο Διάγραμμα 1.3.



ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 1.3
ΡΙΨΟΚΙΝΔΥΝΟΙ ΕΠΕΝΔΥΤΕΣ

Τέλος, οι ουδέτεροι (ως προς τον κίνδυνο) επενδυτές, αναλαμβάνουν πρόσθετους κινδύνους, αρκεί να προσδοκούν αναλογικά πρόσθετα οφέλη, όπως φαίνεται στο Διάγραμμα 1.4.



ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 1.4
ΟΥΔΕΤΕΡΟΙ ΕΠΕΝΔΥΤΕΣ

ΑΝΑΜΕΝΟΜΕΝΗ ΑΠΟΔΟΣΗ

Η αποδοτικότητα (*return*, $R_{i,t}$) μιας επένδυσης i σε μια χρονική περίοδο t , ορίζεται ως η ποσοστιαία μεταβολή της αξίας της μέσα στην περίοδο αυτή, συμπεριλαμβανομένου των καθαρών εισπράξεων από την επένδυση, κατά την διάρκεια της περιόδου, δηλαδή:

$$R_{i,t} = \frac{CF_{i,t} + (V_{i,t} - V_{i,t-1})}{V_{i,t-1}}$$

όπου:

$CF_{i,t}$: οι καθαρές εισπράξεις από την επένδυση, κατά την διάρκεια της περιόδου,

$V_{i,t}$: η αξία της επένδυσης στο τέλος της περιόδου,

$V_{i,t-1}$: η αξία (ή κόστος) της επένδυσης στην αρχή της περιόδου.

Αν για κάποια επένδυση (πχ. χαρτοφυλάκιο χρεογράφων) υπάρχουν ημερήσια στοιχεία, τότε λαμβάνοντας τη μέση τιμή των αποδόσεων για κάθε μία ημέρα, προκύπτει η αναμενόμενη (εκτιμώμενη) απόδοση για την ημέρα που θα ακολουθήσει. Για τη μέση τιμή των αποδόσεων, δύναται να χρησιμοποιηθούν, είτε ο αριθμητικός μέσος όρος \bar{R}_i , ή ο γεωμετρικός μέσος όρος $\bar{R}_{i,g}$, οι τύποι των οποίων ορίζονται ως εξής:

Αριθμητικός Μέσος

$$\bar{R}_i = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n R_{i,t}$$

Γεωμετρικός Μέσος

$$\bar{R}_{i,g} = \left[\prod_{t=1}^n (1 + R_{i,t}) \right]^{1/n} - 1$$

Για χαρτοφυλάκιο όπου το ποσοστό συμμετοχής κάθε χρεογράφου i είναι w_i τότε ο τύπος που δίνει τη συνολική αναμενόμενη αποδοτικότητα \bar{R}_p , υπολογίζεται ως ακολούθως:

$$\bar{R}_p = E[R_i] = \sum_{i=1}^n w_i \bar{R}_i$$

όπου:

$$0 \leq w_i \leq 1 \text{ και } \sum_{i=1}^n w_i = 1.$$

ΚΙΝΔΥΝΟΣ ΣΕ ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΑ ΧΡΕΟΓΡΑΦΩΝ

Η αναμενόμενη απόδοση $E[R_i]$ πραγματοποιείται με βεβαιότητα μόνο στις περιπτώσεις των ασφαλών επενδύσεων. Σε κάθε άλλη περίπτωση είναι σχεδόν βέβαιο ότι θα ισχύει:

$$R_i > E[R_i] \quad \text{ή} \quad R_i < E[R_i]$$

όπου:

R_i : η απολογιστική απόδοση της επένδυσης.

Προφανώς, αυτό που επιθυμεί να αποφύγει ο επενδυτής είναι η περίπτωση $R_i < E[R_i]$, κυρίως όταν η απολογιστική απόδοση είναι αρνητική. Για να αναλάβει τις επενδύσεις που εμπεριέχουν αυτούς τους κινδύνους, θα πρέπει να προσδοκά κάποια επιπλέον αμοιβή σε σχέση με τις ασφαλείς τοποθετήσεις. Η αμοιβή αυτή αποτελεί το πριμ κινδύνου και είναι τόσο υψηλότερη, όσο μεγαλύτερος εκτιμάται ότι είναι ο επενδυτικός κίνδυνος. Δηλαδή,

$$E[R_i] = R_F + RP_i$$

όπου:

RP_i : το risk premium της i επένδυσης.

ή

$$E[R_i] = R_F$$

όπου:

R_F : η απόδοση ασφαλών τοποθετήσεων

Κάτω από αυτές τις υποθέσεις, οι κίνδυνοι που λαμβάνονται για μία επένδυση μπορούν να ομαδοποιηθούν σε δύο κατηγορίες:

⇒ στους *Συστηματικούς Κινδύνους* (systematic risks), οι οποίοι πηγάζουν κυρίως από την αγορά και είναι αδύνατο να αντιμετωπιστούν από τον επενδυτή και

⇒ στους *Μη συστηματικούς Κινδύνους* (non-systematic risks), οι οποίοι συνδέονται με την ίδια την επένδυση.

Ο *συνολικός κίνδυνος* μιας επένδυσης (συστηματικός και μη) εκφράζεται με την διακύμανση (ή τυπική απόκλιση) των αποδόσεων της γύρω από τη μέση τιμή της:

$$\sigma_i^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (R_{i,t} - \bar{R}_{p,t})^2 \Leftrightarrow \sigma_i = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (R_{i,t} - \bar{R}_{p,t})^2}$$

Στα πλαίσια ενός χαρτοφυλακίου επενδύσεων, όπου ο μη-συστηματικός κίνδυνος περιορίζεται μέχρι την πρακτική εξάλειψη του, το *πριμ κινδύνου* μπορεί να εκφραστεί ως συνάρτηση του μέσου *πριμ κινδύνου* της αγοράς, το οποίο είναι:

$$RP_m = E[R_m] - R_F$$

όπου:

$E[R_m]$: η προσδοκώμενη μέση απόδοση της αγοράς.

Διαδοχικά προκύπτει,

$$E[R_i] = R_F + b_i (E[R_m] - R_F)$$

όπου:

b_i : συντελεστής κινδύνου της i επένδυσης \equiv συντελεστής ευαισθησίας των αποδόσεων της επένδυσης στις διακυμάνσεις της αγοράς.

ΜΕΤΡΗΣΗ ΑΠΟΛΟΣΗΣ-ΚΙΝΔΥΝΟΥ ΚΑΤΑ MARKOWITZ

Ο Markowitz (1952), ιδρυτής της σύγχρονης θεωρίας χαρτοφυλακίου, υποστήριξε ότι ένας τυπικός επενδυτής, παρ' ότι θέλει τη μέγιστη απόδοση, επιζητά παράλληλα και το μικρότερο δυνατό κίνδυνο. Η προσέγγιση του Markowitz είναι ότι ο επενδυτής θα πρέπει να

επεξεργαστεί διάφορα εναλλακτικά χαρτοφυλάκια στη βάση της αναμενόμενης απόδοσης και της διακύμανσης χρησιμοποιώντας «καμπύλες αδιαφορίας». Η καμπύλη αδιαφορίας αντιπροσωπεύει τους διάφορους συνδυασμούς κινδύνου και αποδόσεων, τις οποίες ο επενδυτής βρίσκει ισομερώς επιθυμητές.

Η μέση προσδοκώμενη απόδοση και η τυπική απόκλιση ενός χαρτοφυλακίου m χρεογράφων, σύμφωνα με την προσέγγιση του H. Markowitz, υπολογίζεται από τις σχέσεις:

$$E[R_p] = \sum_{i=1}^m w_i E[R_i]$$

$$\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^m w_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1, j \neq i}^m w_i w_j \sigma_i \sigma_j \rho_{ij}}$$

όπου:

$E[R_p]$: προσδοκώμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου

$E[R_i]$: προσδοκώμενη απόδοση του τίτλου i

w_i : ποσοστό συμμετοχής του τίτλου i στο χαρτοφυλάκιο

σ_i : διακύμανση των αποδόσεων του τίτλου i

ρ_{ij} : συντελεστής συσχέτισης των κατανομών των τίτλων i, j

1.5 Ανακεφαλαίωση

Το κεφάλαιο αυτό αναφέρθηκε στους κινδύνους που καλούνται να αντιμετωπίσουν τόσο οι χρηματοοικονομικοί οργανισμοί, όσο και οι απλοί επενδυτές. Αρχικά, έγινε περιγραφή του όρου «κίνδυνος» και έπειτα ο διαχωρισμός του στις δύο θεμελιώδεις κατηγορίες, στον επιχειρηματικό και μη επιχειρηματικό κίνδυνο.

Στη συνέχεια, παρουσιάστηκε η χρησιμότητα των παραγώγων ως μέσο διαχείρισης του χρηματοοικονομικού κινδύνου, καθώς και οι παγκόσμιες εξελίξεις που αποτέλεσαν κλειδί στη μελέτη και στην προσπάθεια διαχείρισης του κινδύνου. Κατόπιν, έγινε εκτενής αναφορά στις κατηγορίες του χρηματοοικονομικού κινδύνου με ιδιαίτερη έμφαση στον κίνδυνο της αγοράς και τον επιτοκιακό κίνδυνο.

Τέλος, έγινε μια πρώτη προσέγγιση της θεωρίας διαχείρισης ενός χαρτοφυλακίου χρεογράφων κατά την οποία δοθήκαν εισαγωγικά, οι έννοιες της απόδοσης και του κινδύνου σε χαρτοφυλάκια τίτλων, καθώς και οι τύποι μέτρησης της σχέσης απόδοσης-κινδύνου κατά Markowitz.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΡΡΑΙΑ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

ΑΠΟΤΙΜΗΣΗ ΚΙΝΔΥΝΟΥ ΜΕ ΤΗ ΜΕΘΟΔΟ VaR

2.1 Εισαγωγή

Στα τέλη της δεκαετίας του '70 και κατά τη διάρκεια του '80 μερικά από τα μεγαλύτερα χρηματοπιστωτικά ιδρύματα ανέπτυξαν διάφορα συστήματα υπολογισμού του κινδύνου. Το πιο γνωστό και με τη μεγαλύτερη εφαρμογή ακόμη και στις αρχές του 21^{ου} αιώνα είναι το Risk Metrics το οποίο αναπτύχθηκε από την εταιρία JP Morgan και ουσιαστικά αποτέλεσε την έναρξη της ανάπτυξης της μεθόδου, που είναι γνωστή ως « Αξία στον Κίνδυνο » (Value at Risk - VaR).

Πιο συγκεκριμένα, η τιμή της VaR για μία μετοχή ή για ένα χαρτοφυλάκιο, ορίζεται ως η μέγιστη αναμενόμενη ζημία (μετρούμενη σε νομισματικές μονάδες), για δεδομένη χρονική περίοδο και για συγκεκριμένο επίπεδο εμπιστοσύνης. Από τον εννοιολογικά απλό ορισμό της VaR γίνεται αντιληπτό πως η μέθοδος αυτή, μπορεί να χρησιμοποιηθεί οπουδήποτε υπάρχει κίνδυνος και ως εκ τούτου στη διαχείριση χαρτοφυλακίων με ιδιαίτερα σημαντικά αποτελέσματα.

Για παράδειγμα, μια ημερήσια τιμή της VaR, για ένα χαρτοφυλάκιο, της τάξεως των €2000, σε επίπεδο σημαντικότητας 99%, φανερώνει πως υπάρχει πιθανότητα 1 στις 100, οι ζημίες για κάθε μέρα, να ξεπερνούν τα €2000. Ουσιαστικά, το μεγαλύτερο πλεονέκτημα της VaR είναι πως συνοψίζει και μεταφράζει σε έναν και μόνο απλό και κατανοητό αριθμό, όλους τους περίπλοκους παράγοντες του κινδύνου αγοράς, αποτέλεσμα των διαφόρων οικονομικών μεταπτώσεών της. Χωρίς αμφιβολία, αυτό εξηγεί γιατί η VaR έχει γίνει πολύ γρήγορα ένα απαραίτητο εργαλείο των διοικούντων, αλλά και των απλών μετόχων κάθε χρηματοπιστωτικού ιδρύματος. Ενδεικτικά, αξίζει να σημειωθεί πως στην έκθεση του G-30 (1993), η VaR, ορίστηκε ως το καλύτερο μέτρο του κινδύνου αγοράς των

εξωχρηματιστηριακών παραγώγων (OTC), καθορίζοντας ένα χρονικό ορίζοντα t , δύο εβδομάδων και ένα επίπεδο εμπιστοσύνης $1-\alpha = 99\%$.

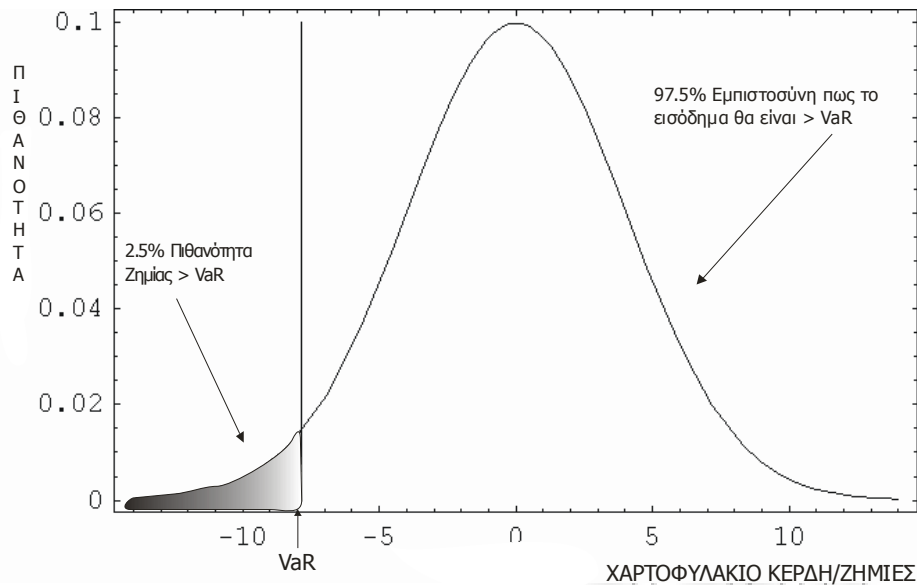
Στο κεφάλαιο αυτό θα γίνει μια πρώτη παρουσίαση κάποιων παραμετρικών και μη παραμετρικών μεθόδων υπολογισμού της VaR. Επιπλέον, θα δοθούν κάποια αριθμητικά παραδείγματα με σκοπό να καταστεί πιο εύκολη η κατανόηση κάθε μεθόδου υπολογισμού της VaR και ο τρόπος με τον οποίο εφαρμόζεται. Επίσης, θα αναφερθούν κάποια βασικά πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα της κάθε μεθόδου καθώς και τις περιπτώσεις στις οποίες χρησιμοποιείται η κάθε μία.

2.2 Κατασκευή και υπολογισμός της VaR

Ο ακριβής υπολογισμός της VaR ενός χαρτοφυλακίου εξαρτάται από μια σειρά υποθέσεων που αφορούν:

- Την κατανομή των μεταβολών των τιμών.
- Την έκταση κατά την οποία η σημερινή μεταβολή στην τιμή ενός περιουσιακού στοιχείου συσχετίζεται με τις μεταβολές στο παρελθόν.
- Την σταθερότητα των μέτρων θέσης και διασποράς, στον χρονικό ορίζοντα που αναφέρεται.
- Την αλληλοσυσχέτιση μεταξύ δύο ή περισσότερων διαφορετικών μετατοπίσεων των τιμών.
- Την χρονολογική σειρά στοιχείων, στην οποία εφαρμόζονται οι υποθέσεις.

Το κλειδί για τον υπολογισμό της VaR σε ένα χαρτοφυλάκιο είναι η εκτίμηση της κατανομής πιθανότητας των πιθανών κερδών ή ζημιών για ένα δεδομένο χρονικό ορίζοντα. Από τη στιγμή που θα πραγματοποιηθεί αυτό, η VaR μπορεί να προσεγγιστεί απομονώνοντας το κάτω μέρος της κατανομής των ζημιών, οι οποίες αντιπροσωπεύουν την επιλεγμένη πιθανότητα (συντελεστής εμπιστοσύνης). Αν για παράδειγμα, επιλεγθεί επίπεδο εμπιστοσύνης 97,5 %, αυτό στατιστικά σημαίνει πως η τιμή που θα προκύψει, θα ξεπεραστεί μία φορά για κάθε σαράντα περιόδους.



ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 2.1
ΓΡΑΦΙΚΗ ΑΠΕΙΚΟΝΙΣΗ ΤΗΣ VaR

Στο Διάγραμμα 2.1 παρουσιάζεται γραφικά η αποτίμηση του κινδύνου μέσω της VaR για ένα χαρτοφυλάκιο και με δεδομένο συντελεστή εμπιστοσύνης $\alpha = 2,5\%$. Αξίζει να σημειωθεί, πως η τιμή της VaR δεν δίνει τα ακριβή ποσά των ζημιών που υπερβαίνουν αυτή την τιμή, αλλά την πιθανότητα αυτών των ζημιών να υπερβούν την τιμή της VaR.

Η χρήση της μεθόδου VaR απαιτεί να πληρούνται ορισμένες προϋποθέσεις, όπως είναι η πλήρης θεωρητική και πρακτική τεκμηρίωση των μοντέλων, καθώς και η επαλήθευση των αποτελεσμάτων τους στο σύστημα λήψης αποφάσεων κάθε χρηματοοικονομικών ιδρυμάτων. Επίσης, πρέπει να τεκμηριώνεται η στατιστική αμεροληψία, η επάρκεια και η προβλεπτική ικανότητα των υποδειγμάτων (back testing).

Γενικά, διακρίνονται δυο μέθοδοι για τον υπολογισμό της VaR, η παραμετρική και η μη παραμετρική. Η πρώτη εφαρμόζεται όταν η κατανομή των παρατηρήσεων είναι κανονική (normal), ενώ η δεύτερη εφαρμόζεται όταν η κατανομή είναι άγνωστη και επιπλέον δεν είναι δυνατόν να καθοριστεί.

2.2.1 Βήματα υπολογισμού της VaR

Όταν η κατανομή των παρατηρήσεων είναι κανονική, τότε ο υπολογισμός της VaR είναι σχετικά εύκολος. Για παράδειγμα, έστω ένα χαρτοφυλάκιο W αξίας €10 εκατομμυρίων. Ο υπολογισμός της VaR για $T = 10$ ημέρες με 95% επίπεδο εμπιστοσύνης απαιτεί την χρήση των ακόλουθων βημάτων:

- ▶ αποτίμηση του χαρτοφυλακίου σε τιμές της αγοράς,
- ▶ μέτρηση της μεταβλητότητας των τιμών του (π.χ $\sigma = 10\%$),
- ▶ καθορισμός του χρονικού ορίζοντα διακράτησης του χαρτοφυλακίου,
- ▶ ρύθμιση του επιπέδου εμπιστοσύνης,
- ▶ αναφορά της μέγιστης ζημίας με επεξεργασία όλων των προηγούμενων πληροφοριών.

Με βάση τα παραπάνω η τιμή της VaR που προκύπτει είναι:

$$VaR = W \cdot \sigma \cdot \sqrt{\frac{T}{252}} \cdot q = 10 \cdot 10\% \cdot \sqrt{\frac{10}{252}} \cdot 1,64 = 0,32 \text{ εκ.}$$

Το αποτέλεσμα αυτό σημαίνει πως υπάρχει 5% πιθανότητα εμφάνισης απωλειών μεγαλύτερων των 320 χιλιάδων ευρώ στις επόμενες 10 ημέρες.

Πιο γενικά, ο υπολογισμός της VaR προκύπτει μέσω της συνάρτησης κατανομής πιθανότητας της μελλοντικής αξίας του χαρτοφυλακίου $f(w)$. Για δεδομένο επίπεδο εμπιστοσύνης c , η χειρότερη πιθανή πραγματοποίηση W^* , η οποία είναι ισοδύναμη με την τιμή της VaR δίνεται:

$$c = \int_{W^*}^{\infty} f(w) dw$$

ή ακόμα:

$$1 - c = \int_{-\infty}^{W^*} f(w) dw = P(w \leq W^*) = p$$

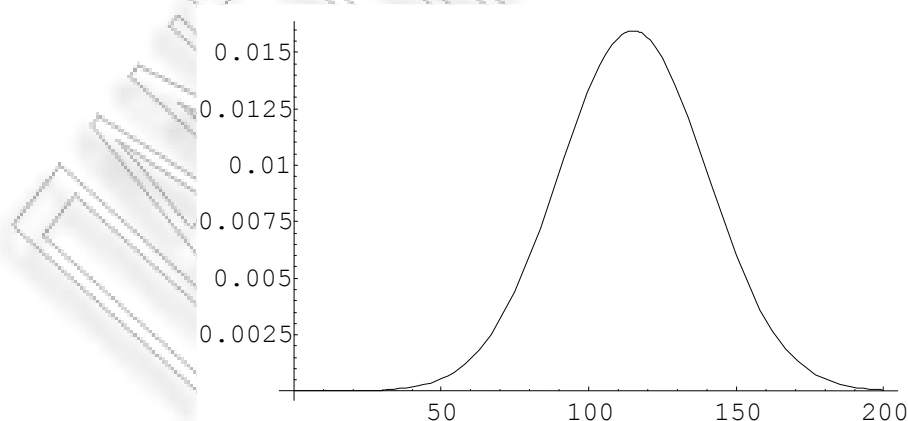
Με άλλα λόγια, η περιοχή από το $-\infty$ έως το W^* πρέπει να αθροίζει στο $p = 1 - c$, για παράδειγμα στο 5%. Ο αριθμός W^* καλείται ποσοστημόριο (quantile) της κατανομής και είναι η τιμή η οποία αντιστοιχεί σε συγκεκριμένη πιθανότητα.

2.2.2 Ένα απλό παράδειγμα υπολογισμού της VaR

Έστω ένα χαρτοφυλάκιο, το οποίο περιλαμβάνει ένα μόνο περιουσιακό στοιχείο (single asset). Η απόδοση του στοιχείου ακολουθεί την κανονική κατανομή με μέση ετήσια απόδοση 15% και ετήσια τυπική απόκλιση 25%. Η αξία του χαρτοφυλακίου σήμερα είναι 100 εκατομμύρια ευρώ. Ο διαχειριστής του συγκεκριμένου χαρτοφυλακίου είναι υποχρεωμένος να απαντήσει στα επόμενα ερωτήματα:

- ποιά είναι η κατανομή του της αξίας του χαρτοφυλακίου στο τέλος του χρόνου;
- ποιά είναι η πιθανότητα ζημιάς μεγαλύτερης από 20 εκ. στο τέλος του χρόνου; (ή διαφορετικά ποια είναι η πιθανότητα στο τέλος του χρόνου η αξία του χαρτοφυλακίου να είναι λιγότερη από 80 εκ.)
- με 1% πιθανότητα ποια είναι η μέγιστη ζημία στο τέλος του χρόνου; Με άλλα λόγια ποιο είναι το VaR σε επίπεδο εμπιστοσύνης 99%.

Με χρήση των κατάλληλων στατιστικών πακέτων υπολογίζεται αρχικά η κατανομή της αξίας του χαρτοφυλακίου στο τέλος του χρόνου. Στο Διάγραμμα 2.2 εμφανίζεται η κατανομή της αξίας του χαρτοφυλακίου και μέσω του διαγράμματος μπορούν να απαιτηθούν τα παραπάνω ερωτήματα που θέτονται στον διαχειριστή.



ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 2.2
ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΑΞΙΑΣ ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΟΥ

Η πιθανότητα πως στο τέλος του χρόνου η αξία του χαρτοφυλακίου θα είναι λιγότερη από 80 εκ. είναι περίπου 8.1%, κάτι το οποίο φαίνεται από το Διάγραμμα 2.2 προσεγγιστικά, αλλά εύκολα υπολογίζεται και από το πακέτο (βλ. Παράρτημα I). Με πιθανότητα 1%, στο τέλος του χρόνου η αξία του χαρτοφυλακίου θα είναι μικρότερη από 54.8413. Αυτό σημαίνει πως η VaR της κατανομής είναι:

$$100 - 54.8413 = 43.1587 \text{ εκ.}$$

2.3 Μέθοδοι υπολογισμού της VaR

Ο αναλυτικός τρόπος υπολογισμού που προαναφέρθηκε, είναι απλός στη λειτουργία αλλά για να ισχύσει πρέπει να γίνει αποδεκτή η παραδοχή της κανονικότητας των αποδόσεων. Αν αυτό δεν ισχύει ή δεν ανταποκρίνεται πάντα στην πραγματικότητα έχουν προταθεί διάφοροι εναλλακτικοί τρόποι υπολογισμού της VaR που ξεπερνούν το πρόβλημα αυτό. Οι πιο κοινές προσεγγίσεις είναι τρεις:

- Η μέθοδος διακύμανσης – συνδιακύμανσης.
- Η μέθοδος της ιστορικής προσομοίωσης.
- Η μέθοδος Monte Carlo προσομοίωσης.

2.3.1 Μέθοδος Διακύμανσης - Συνδιακύμανσης

Η μέθοδος διακυμάνσεων – συνδιακυμάνσεων (variance - covariance) υποθέτει πως οι παράγοντες κινδύνου κατανέμονται λογαριθμο-κανονικά (log - normal) ή ισοδύναμα πως οι λογάριθμοι των αποδόσεων κατανέμονται κανονικά. Η συγκεκριμένη προσέγγιση επιτρέπει την εκτίμηση των ενδεχομένων μελλοντικών ζημιών ενός χαρτοφυλακίου, διαμέσου της χρήσης στατιστικών μέτρων στις μεταβλητές αξίες του παρελθόντος και στις συσχετίσεις ανάμεσα στις αλλαγές αυτών των αξιών. Οι μεταβλητές και οι συσχετίσεις των παραγόντων κινδύνου υπολογίζονται για το επιλεγμένο χαρτοφυλάκιο σε μια συγκεκριμένη χρονική περίοδο χρησιμοποιώντας ιστορικά δεδομένα.

Η προσέγγιση αυτή εξετάζει την έκθεση ενός χαρτοφυλακίου, για παράδειγμα ομολόγων, υπολογίζοντας τις αναμενόμενες διακυμάνσεις κάθε είδους χρηματοοικονομικών

εργαλείων που συμπεριλαμβάνεται σ' αυτό, βάσει στατιστικών τιμών που προκύπτουν από παρελθούσες διακυμάνσεις τιμών ομολόγων και συσχετίσεων μεταξύ τους.

Η μέθοδος διακυμάνσεων - συνδιακυμάνσεων περιλαμβάνει τις Δέλτα - Κανονική (Delta - Normal) και Δέλτα - Γάμμα (Delta - Gamma) μεθόδους. Η Delta - Normal υποθέτει ότι οι αποδόσεις του χαρτοφυλακίου κατανομούνται κανονικά σε αντίθεση με τη Delta - Gamma, η οποία μπορεί να προσεγγίσει ικανοποιητικά ακόμη και μη γραμμικά χαρτοφυλάκια. Ένα χαρτοφυλάκιο το οποίο περιέχει ομόλογα και συμβόλαια μελλοντικής εκπλήρωσης (*futures*) καλείται γραμμικό. Στην περίπτωση κατά την οποία περιλαμβάνει και δικαιώματα (*options*), τότε η μεταβολή κατά μια μονάδα στη θέση του χαρτοφυλακίου δεν επιφέρει ανάλογη μεταβολή στον κίνδυνο, οπότε χαρακτηρίζεται ως μη γραμμικό χαρτοφυλάκιο.

Η εφαρμογή της ανάλυσης διακύμανσης - συνδιακύμανσης εμπεριέχει διάφορα βήματα. Αρχικά, με βάση ιστορικά δεδομένα δημιουργείται ένα διάνυσμα από καθημερινές κατά μέσο όρο αλλαγές σε κάθε παράμετρο και ένας πίνακας διακυμάνσεων - συνδιακυμάνσεων με τις ιστορικές αλλαγές αυτών των παραμέτρων. Στη συνέχεια υπολογίζεται μια γραμμική προσέγγιση του χαρτοφυλακίου (*delta*) για μικρές αλλαγές στην αγορά χρησιμοποιώντας τον πρώτο όρο του αναπτύγματος του Taylor. Κατόπιν, υπολογίζεται μέσω του πίνακα συνδιακυμάνσεων η διακύμανση του χαρτοφυλακίου και τέλος για το δεδομένο επίπεδο εμπιστοσύνης υπολογίζεται η VaR.

Από τη στιγμή που το χαρτοφυλάκιο αποτελείται από τίτλους που προσεγγίζουν την κανονική κατανομή, ο υπολογισμός της VaR γίνεται σχετικά εύκολος. Η απόδοση $R_{p,t+1}$ του χαρτοφυλακίου σ' αυτήν την περίπτωση υπολογίζεται ως εξής:

$$R_{p,t+1} = \sum_{i=1}^N w_{i,t} R_{i,t+1} \quad (2.1)$$

όπου $w_{i,t}$ είναι ένας συντελεστής που εξαρτάται από το χρόνο για να αναγνωρίζεται η δυναμική του χαρτοφυλακίου.

Όπως φαίνεται στην σχέση (2.1), η απόδοση του χαρτοφυλακίου είναι ένας γραμμικός συνδυασμός μεταβλητών που ακολουθούν την κανονική κατανομή, οπότε και αυτή θα ερμηνεύεται από την ίδια κατανομή. Χρησιμοποιώντας άλγεβρα πινάκων η διακύμανση σ^2 του χαρτοφυλακίου θα δίνεται από τη σχέση:

$$\sigma^2 = w_t' \Sigma_{t+1} w_t$$

όπου Σ_{t+1} είναι η πρόβλεψη του πίνακα διακύμανσης στον χρονικό ορίζοντα της VaR και όπου w_t ο πίνακας των συντελεστών $w_{i,t}$.

Τις περισσότερες φορές, η VaR πρέπει να υπολογιστεί για μεγάλα και πολύπλοκα χαρτοφυλάκια που συνεχώς εξελίσσονται με την πάροδο του χρόνου. Γι' αυτόν τον λόγο, είναι απαραίτητη η εκτίμηση του πίνακα διακύμανσης – συνδιακύμανσης μέσω των παραγόντων που συντελούν στον κίνδυνο. Ο καθορισμός της έκθεσης $x_{i,t}$ σε χρηματικά ποσά όλων των στοιχείων που απαρτίζουν τους παράγοντες κινδύνου αποτελεί το τελευταίο βήμα για τον υπολογισμό της VaR, μέσω του τύπου:

$$VaR = a\sqrt{x_t'\Sigma_{t+1}x_t}$$

όπου a είναι η τυπική κανονική απόκλιση (*standard normal deviate*) που ανταποκρίνεται στο προκαθορισμένο επίπεδο εμπιστοσύνης.

ΠΙΝΑΚΑΣ 2.1

ΠΛΕΟΝΕΚΤΗΜΑΤΑ – ΜΕΙΟΝΕΚΤΗΜΑΤΑ ΤΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ VARIANCE - COVARIANCE

Πλεονεκτήματα	Μειονεκτήματα
Υπολογιστική απόδοση. Χρειάζεται μόνο λίγα λεπτά για να υπολογίσει τη θέση ενός χαρτοφυλακίου.	Προϋποθέτει κανονικότητα της απόδοσης του χαρτοφυλακίου.
Εξαιτίας του κεντρικού οριακού θεωρήματος (<i>central limit theorem</i>), η μεθοδολογία μπορεί να εφαρμοστεί ακόμα και αν οι παράγοντες κινδύνου δεν είναι κανονικοί, με την προϋπόθεση όμως ότι είναι πολυάριθμοι και σχετικά ανεξάρτητοι.	Προϋποθέτει ότι οι παράγοντες κινδύνου ακολουθούν μια πολυμεταβλητή λογαριθμοκανονική κατανομή και κατά συνέπεια δεν λειτουργεί σωστά σε κατανομές με «πλατιές ουρές» (<i>fat tail distributions</i>).
	Απαιτεί την εκτίμηση της μεταβλητότητας των παραγόντων κινδύνου καθώς και των συσχετίσεων των αποδόσεών τους.

Τα πλεονεκτήματα καθώς και τα μειονεκτήματα της συγκεκριμένης μεθόδου παρουσιάζονται συνοπτικά στον Πίνακα 2.1. Ειδικότερα, βασικό πλεονέκτημα της μεθόδου είναι η ταχύτητα και ευκολία υπολογισμού της. Απ' την άλλη μεριά, η υπόθεση της κανονικής κατανομής των αποδόσεων είναι πρακτικά κατάλληλη μόνο για μη μοχλευμένα περιουσιακά στοιχεία (non-leveraged assets), κάτι που θα πρέπει να ελεγχθεί για κάθε στοιχείο του χαρτοφυλακίου. Τέλος, επουσιώδης ρόλο στην σωστή αποτίμηση του κινδύνου, προϋποθέτει η εκτίμηση της μεταβλητότητας των παραγόντων κινδύνου καθώς και των συσχετίσεων των αποδόσεών τους.

2.3.2 Μέθοδος Ιστορικής Προσομοίωσης

Μια άλλη μέθοδος που χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό της VaR ενός χαρτοφυλακίου είναι η ιστορική μέθοδος προσομοίωσης (*historical simulation method*). Στην μέθοδο αυτή χρησιμοποιούνται οι πραγματικές αλλαγές των τιμών των τίτλων του χαρτοφυλακίου, οι οποίες έχουν συμβεί τις τελευταίες X ημέρες συναλλαγών, και αποτιμάται εκ νέου η αξία του χαρτοφυλακίου σαν να επρόκειτο αυτές οι αλλαγές να συμβούν ξανά την επόμενη ημέρα. Στην πράξη, συνήθως λαμβάνονται 250 παρελθούσες παρατηρήσεις και καταγράφονται οι αλλαγές των τιμών για κάθε ημέρα συναλλαγής. Στη συνέχεια, υπολογίζεται η αξία του χαρτοφυλακίου 250 φορές, κατασκευάζοντας μια σειρά από 250 πιθανά σενάρια κέρδους ή ζημίας. Αυτά τα πιθανά σενάρια αναλύονται κατάλληλα για τον προσδιορισμό της VaR στο επιθυμητό επίπεδο εμπιστοσύνης. Σε αυτήν την περίπτωση η VaR θα υπολογιστεί από το αντίστοιχο ιστόγραμμα.

Η ιστορική μέθοδος είναι μια τεχνική προσομοίωσης που κάνει παραδοχές για την κατανομή των αλλαγών στις τιμές και στα επιτόκια της αγοράς. Στην πραγματικότητα δέχεται ότι οι μεταβολές που έγιναν στο παρελθόν είναι αυτές που θα συμβούν και στο μελλοντικό χρονικό ορίζοντα που προσδιορίζεται. Η μέθοδος αυτή λειτουργεί παρατηρώντας στοιχεία του παρελθόντος, όπως για παράδειγμα των τελευταίων 5 χρόνων και πραγματοποιεί προσαρμογή αυτών στις τρέχουσες καταστάσεις, με μια χρονολογική σειρά που σχετίζεται με τις ιστορικές αποδόσεις των στοιχείων του ενεργητικού. Αξίζει να σημειωθεί ότι η ιστορική προσομοίωση είναι μια μη – παραμετρική τεχνική, η οποία δεν χρησιμοποιεί υποθέσεις για την κατανομή των δεδομένων όπως για παράδειγμα κανονικότητα.

Πιο αναλυτικά, η υλοποίηση της μεθόδου μπορεί να γίνει ως εξής: το δείγμα των δεδομένων χωρίζεται σε έναν αριθμό μικρότερων δειγμάτων ίσου μεγέθους. Το μέγεθος καθενός από τα μικρότερα δείγματα (windows) καλείται «μέγεθος παραθύρου» (window size). Αν υποτεθεί ότι το συνολικό μέγεθος του δείγματος είναι “ T ” και το μέγεθος παραθύρου είναι “ n ”, τότε μπορούν να κατασκευαστούν “ $T-n+1$ ” μικρότερα δείγματα (windows), έτσι ώστε όλα τα μικρότερα δείγματα να έχουν ανά δύο μία τουλάχιστον τιμή διαφορετική. Στη συνέχεια επιλέγεται το p -οστό ποσοστημόριο από κάθε μικρό δείγμα, έστω R_t^p . Αυτό, οδηγεί στον υπολογισμό της εκτιμώμενης VaR του χαρτοφυλακίου για κάθε μικρό δείγμα με βάση την ακόλουθη σχέση:

$$VaR_{t+1|t} = -W_0 R_t^p$$

όπου W_0 , η αξία του χαρτοφυλακίου την χρονική στιγμή t .

Αξίζει να σημειωθεί ότι η συγκεκριμένη μέθοδος χρησιμοποιεί τον ίδιο συντελεστή βαρύτητας για όλες τις παρατηρήσεις σε κάθε επιλεγμένο δείγμα, συμπεριλαμβανομένων και παλαιών παρατηρήσεων που πιθανόν να είναι ανεπιθύμητες. Πρακτικά αυτό σημαίνει πως η τιμή της VaR μπορεί να αλλάξει σημαντικά τη στιγμή που μια παλιά παρατήρηση θα βγει από το δείγμα (window). Η επιλογή του μεγέθους καθενός από τα μικρότερα δείγματα (windows size) είναι αυθαίρετη και βασίζεται στην κρίση του αναλυτή. Στην περίπτωση επιλογής δείγματος μικρού μήκους, η εκτίμηση της VaR θα είναι ιδιαίτερα ευαίσθητη σε ατυχή αποτελέσματα από το πρόσφατο παρελθόν. Απ’ την άλλη μεριά, μεγάλο μέγεθος δείγματος έχει το μειονέκτημα πως συμπεριλαμβάνει παρελθούσες παρατηρήσεις που μπορεί να μην είναι πια σχετικές με την ισχύουσα κατάσταση.

Για την εφαρμογή της μεθόδου της ιστορικής προσομοίωσης, ας υποτεθεί ότι το χαρτοφυλάκιο είναι το αρχικό, το οποίο περιέχει έναν μόνο τίτλο (single asset) αξίας $W_0 = 100$ εκ. ευρώ. Η περίοδος αποτίμησης έχει οριστεί στις τελευταίες 1200 περίπου ημέρες συναλλαγής. Τα δεδομένα έχουν συλλεχθεί από το Χρηματιστήριο Αξιών Αθηνών (XAA) και αφορούν τον δείκτη τηλεπικοινωνιών. Η εκτίμηση και πρόβλεψη της VaR θα γίνει για διάφορα μεγέθη δείγματος (windows sizes) καθώς και για διάφορα επίπεδα εμπιστοσύνης.

Αναλυτικότερα, στον Πίνακα 2.2 παρουσιάζετε η μέση εκτίμηση της VaR σε εκ. ευρώ, η οποία υπολογίζεται για μεγέθη δείγματος 250, 500, 750 παρατηρήσεων καθώς και σε επίπεδα εμπιστοσύνης 5%, 1%, 0.5%, 0.1%. Η μέθοδος που εφαρμόζεται παρουσιάζεται στο Παράρτημα II.

ΠΙΝΑΚΑΣ 2.2
ΜΕΣΗ ΕΚΤΙΜΗΣΗ VAR

επίπεδο εμπιστοσύνης	μέγεθος δείγματος		
	250	500	750
5.00%	-2.09752	-2.07625	-2.07739
1.00%	-3.48313	-3.51515	-3.52087
0.50%	-3.99334	-4.2479	-4.32007
0.10%	-5.18566	-6.17022	-6.75675

Στον Πίνακα 2.2 παρατηρείται πως όσο μεγαλύτερο είναι το επίπεδο εμπιστοσύνης τόσο οι τιμές της VaR είναι πιο ομοιόμορφα κατανεμημένες με βάση το μέγεθος του δείγματος που έχουμε επιλέξει. Αντίθετα, όπως ήταν αναμενόμενο, για πολύ μικρό επίπεδο εμπιστοσύνης οι τιμές της VaR είναι ιδιαίτερα υψηλές, περίπου διπλάσιες από τις τιμές για 5% επίπεδο σημαντικότητας. Για παράδειγμα, σε επίπεδο σημαντικότητας 5% με μέγεθος δείγματος 500 παρατηρήσεων, η τιμή της VaR που προκύπτει είναι -2.076 εκ. €, ενώ για το ίδιο μέγεθος δείγματος αλλά σε 0.1% επίπεδο εμπιστοσύνης η τιμή της VaR κυμαίνεται κοντά στα -6 εκ. €.

Πιο συγκεκριμένα, για μέγεθος δείγματος 750 παρατηρήσεων και 1% επίπεδο σημαντικότητας 1% η τιμή της VaR προσεγγίζει τα -3.5 εκ. €. Αυτό πρακτικά σημαίνει πως με πιθανότητα 1%, οι αναμενόμενες απώλειες της αξίας του χαρτοφυλακίου θα ξεπερνούν τα 3.5 εκ. €. Τέλος, αξίζει να σημειωθεί πως η ιστορική μέθοδος προσομοίωσης μπορεί να γίνει ένα απλό μέσο υπολογισμού της VaR, αρκεί τα ιστορικά δεδομένα να έχουν συλλεχθεί με προσοχή, λαμβάνοντας υπ' όψιν πιθανές περιόδους υψηλής διακύμανσης.

ΠΙΝΑΚΑΣ 2.3
ΠΛΕΟΝΕΚΤΗΜΑΤΑ – ΜΕΙΟΝΕΚΤΗΜΑΤΑ ΜΕΘΟΔΟΥ
ΙΣΤΟΡΙΚΗΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ

<i>Πλεονεκτήματα</i>	<i>Μειονεκτήματα</i>
Παράκαμψη των εκτιμήσεων πινάκων διακύμανσης - συνδιακύμανσης. Αυτό απλοποιεί τους υπολογισμούς για χαρτοφυλάκια με μεγάλο αριθμό στοιχείων.	Η ποσότητα των ιστορικών δεδομένων που πρέπει να συλλεχθεί. Η επιλογή των στοιχείων γίνεται μόνο ενός δειγματικού τρόπου συλλογής.
Δεν προϋποθέτει γραμμικότητα και κανονικότητα των ιστορικών δεδομένων που έχουν επιλεγθεί.	Η παραδοχή πως το παρελθόν είναι σε θέση να μας δώσει στοιχεία για το μέλλον.
Δεν στηρίζεται σε μοντέλα αξιολόγησης, κάτι που κάνει τη μέθοδο αυτόνομη και εύκολη στη χρήση.	Δεν είναι σε θέση να ελέγξει καταστάσεις με προσωρινά αυξημένη αστάθεια.

Στον Πίνακα 2.3 εμφανίζονται συγκεντρωμένα κάποια βασικά πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα της μεθόδου της ιστορικής προσομοίωσης όπως για παράδειγμα η παραδοχή πως το παρελθόν είναι σε θέση να δώσει στοιχεία για το μέλλον και στον αντίποδα, η παράκαμψη των εκτιμήσεων των πινάκων διακύμανσης συνδιακύμανσης. Ειδικότερα, η μέθοδος ιστορικής προσομοίωσης δεν απαιτεί ρητά κάποια υπόθεση για κάποια συγκεκριμένη κατανομή των αποδόσεων του χαρτοφυλακίου, στην πραγματικότητα όμως υποθέτει πως η κατανομή της χρονολογικής σειράς παραμένει αμετάβλητη σε όλο το εύρος του χρονικού παραθύρου επεξεργασίας των δεδομένων. Ακόμη, αν μια περίοδος χαμηλής μεταβλητότητας οδηγεί σε περίοδο υψηλής τάσης, τότε οι τιμές της VaR θα είναι υποεκτιμημένες, αφού θα πρέπει να περάσει κάποιο χρονικό διάστημα εωσότου η νέα μεταβλητότητα ενσωματωθεί στο επιλεγμένο χρονικό παράθυρο.

2.3.3 Μέθοδος Monte Carlo Προσομοίωσης

Η μέθοδος Monte Carlo (MC) είναι μια τεχνική προσομοίωσης που αρχικά κάνει κάποιες παραδοχές για τον υπολογισμό των αλλαγών στις τιμές της αγοράς και στη συνέχεια συγκεντρώνει δεδομένα για να εκτιμήσει τις παραμέτρους αυτών των αλλαγών. Σκοπός της παραπάνω διαδικασίας είναι η πρόβλεψη των πιθανών μελλοντικών αλλαγών. Για κάθε αποτέλεσμα το χαρτοφυλάκιο επαναυπολογίζεται. Το σύνολο των υπολογισμών του χαρτοφυλακίου ανταποκρίνεται στο σύνολο των πιθανών αλλαγών. Από την κατανομή των αποτελεσμάτων, υπολογίζεται το αντίστοιχο ποσοστημόριο των πιθανών απωλειών, δηλαδή η τιμή της VaR για το ζητούμενο επίπεδο εμπιστοσύνης.

Η Monte Carlo μέθοδος προσομοίωσης ακολουθεί κατά βάσει τις αρχές ιστορικής προσομοίωσης με μία σημαντική διαφορά πως οι μεταβολές των τιμών, σύμφωνα με τις οποίες το χαρτοφυλάκιο επαναυπολογίζεται, είναι προσομοιωμένες παρά ιστορικές. Στην αρχή, σχεδιάζεται μία σειρά μοντέλων πρόβλεψης της συμπεριφοράς της αγοράς, των διακυμάνσεων και συνδιακιμάνσεων, καθώς και όσους άλλους στοχαστικούς παράγοντες κριθούν απαραίτητοι. Τα παραπάνω μοντέλα χρησιμοποιούνται για την παραγωγή πολλών χιλιάδων σεναρίων για τις συσχετισμένες κινήσεις των τιμών της αγοράς. Αφού τα σεναρία έχουν «τρέξει», το χαρτοφυλάκιο επαναυπολογίζεται για κάθε πιθανό σενάριο με τρόπο παρόμοιο με τη μέθοδο της ιστορικής προσομοίωσης.

Το σημαντικό προσόν της MC μεθόδου έναντι των υπολοίπων είναι η αυξημένη ακρίβειά της. Δεκάδες χιλιάδες παρατηρήσεις χρησιμοποιούνται αντί για 1000 ή για λίγο περισσότερες με τις οποίες εφαρμόζεται ο υπολογισμός της VaR στην Ιστορική μέθοδο ή ακόμα λιγότερες στη Δέλτα – Κανονική μέθοδο, γεγονός το οποίο μειώνει σημαντικά το δειγματοληπτικό σφάλμα.

Μεγάλη σημασία για την εφαρμογή της μεθόδου έχει η πολυπλοκότητα του χαρτοφυλακίου. Όταν τα στοιχεία του χαρτοφυλακίου είναι γραμμικά, τότε εφαρμόζονται εμφανώς λιγότερες προσομοιώσεις. Η τεχνική αυτή έχει τη δική της ιδιομορφία που επηρεάζει την ακρίβεια της μεθόδου. Για παράδειγμα, κάποιες MC διαδικασίες λειτουργούν εισάγοντας κάποιες τεχνικές ελάττωσης διακύμανσης (reduction variance). Αυτό είναι ένα τρικ που γίνεται για τη βελτίωση της ακρίβειας σε μια δεδομένη έκταση που γίνεται η προσομοίωση. Σύμφωνα με τις παραπάνω τεχνικές απαιτούνται λιγότερες επαναλήψεις για δεδομένη ακρίβεια και για δεδομένο επίπεδο εμπιστοσύνης.

Αξίζει να σημειωθεί πως η MC μέθοδος θέτει ιδιαίτερη σημαντικότητα στην ικανότητα του αναλυτή να μοντελοποιήσει την αγορά και πιο συγκεκριμένα τους παράγοντες που την επηρεάζουν, ανάλογα με το πρόβλημα που έχει να διαχειριστεί. Η MC μέθοδος είναι αναγκαία για κάθε παράγοντα που δημιουργεί κίνδυνο καθώς και για τον καθορισμό της στοχαστικής διαδικασίας. Έτσι, η βαθύτερη γνώση του αναλυτή μπορεί να φανεί ιδιαίτερα χρήσιμη για την αξιολόγηση μοντέλων για όλα τα στοιχεία του ενεργητικού στο χαρτοφυλάκιο και για τοποθετήσεις που αφορούν ποικίλους κινδύνους που καλείται να αντιμετωπίσει.

ΠΙΝΑΚΑΣ 2.4
ΠΛΕΟΝΕΚΤΗΜΑΤΑ – ΜΕΙΟΝΕΚΤΗΜΑΤΑ ΜΕΘΟΔΟΥ
MONTE CARLO ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ

<i>Πλεονεκτήματα</i>	<i>Μειονεκτήματα</i>
Δεν χρειάζεται να γίνει καμία υπόθεση για την κατανομή των παραγόντων κινδύνου.	Μικρού μεγέθους δεδομένα μπορεί να οδηγήσουν σε μεροληπτική και μη ακριβή εκτίμηση του VaR.
Δεν χρειάζεται η εκτίμηση της μεταβλητότητας και των συσχετίσεων, καθώς αυτές λαμβάνονται από τις καθημερινές πραγματοποιήσεις των παραγόντων κινδύνου.	Δεν είναι συνεπές μέτρο για γενικές κατανομές αποδόσεων, ενώ είναι για μονοκόρυφες όπως η κανονική και η Student-t.
Fat tail κατανομές και άλλα ακραία γεγονότα, συλλαμβάνονται όταν περιλαμβάνονται στα δεδομένα.	Δεν έχει πάντα υπολογιστική απόδοση ειδικά όταν το χαρτοφυλάκιο περιέχει πολύπλοκα securities.
Επιτρέπεται ο υπολογισμός διαστήματος εμπιστοσύνης για τη VaR.	Χρειάζεται πολύ μεγάλη υπολογιστική ισχύ.

Πιθανόν το σημαντικότερο μειονέκτημα της MC μεθόδου προσομοίωσης είναι η υπερβολική κατανάλωση υπολογιστικών πηγών και ισχύος. Σχεδιάζοντας τα μοντέλα, υπολογίζοντας καθημερινά τα διαφορετικά σενάρια και τέλος παρουσιάζοντας τις πολλαπλές επανατιμολογήσεις απαιτείται ιδιαίτερη υπολογιστική ενεργεία. Ως δείγμα του προβλήματος, αξίζει να σημειωθεί πως ένα μεγάλο ίδρυμα διαχείρισης χρηματοπιστωτικών κινδύνων έχει αγοράσει μια σειρά από σούπερ υπολογιστές (Cray supercomputers) μεγάλης αξίας, για να «τρέχει» τις VaR προσομοιώσεις. Λίγα ιδρύματα έχουν τις απαιτούμενες διαθέσιμες πηγές αυτού του είδους για την συγκεκριμένη προσέγγιση.

Στον Πίνακα 2.4 παρουσιάζονται συνοπτικά τα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματα της Monte Carlo μεθόδου προσομοίωσης. Το βασικότερο προσόν της μεθόδου είναι η πλήρης ανεξαρτησία κινήσεων που προσδίδει στον διαχειριστή του χαρτοφυλακίου. Δεν απαιτεί κανενός είδους υποθέσεις για την κατανομή των αποδόσεων, των παραγόντων κινδύνου και επιπλέον οι εκτιμήσεις για τη μεταβλητότητα της αγοράς προκύπτουν από τα ίδια τα δεδομένα. Έτσι, ο διαχειριστής έχει τον απόλυτο έλεγχο της διαδικασίας χωρίς να χρειάζεται να προβεί σε εμπειρικές ή υπολογιστικές εκτιμήσεις που πιθανών να αυξήσουν την επικινδυνότητα των αποφάσεών του. Στον αντίποδα, το ενδεχόμενο της μεροληψίας είναι αρκετά πιθανό, αν το μέγεθος του δείγματος είναι αρκετά μικρό και ως εκ τούτου οι πληροφορίες που κρύβει είναι ιδιαίτερα περιοριστικές γι' αυτόν που πρέπει να τις αναλύσει. Τέλος, στα αρνητικά της μεθόδου αξίζει να καταγραφεί η πολυπλοκότητα της υλοποίησής της, στην περίπτωση που το χαρτοφυλάκιο περιέχει διαφόρων ειδών περιουσιακά στοιχεία και κυρίως δικαιώματα (options) που κατά κύριο λόγο χρησιμοποιούνται ως μέτρα αντιστάθμισης του κινδύνου.

2.4 Επανέλεγχος

Η επαλήθευση των υποδειγμάτων κινδύνου αποτελεί δομικό λίθο για την συστηματική διαδικασία διαχείρισης κινδύνου. Ο επανέλεγχος (backtesting) αφορά ένα στατιστικό πλαίσιο που συνίσταται στο να επαληθεύεται εάν οι πραγματικές απώλειες συμφωνούν με τις εκτιμηθείσες. Αυτό συνήθως επιτυγχάνεται συγκρίνοντας την ιστορία των προβλέψεων των μέτρων VaR με τις αντίστοιχες αποδόσεις του χαρτοφυλακίου. Η συγκεκριμένη διαδικασία συχνά αποτελεί τους ελέγχους πραγματικότητας (reality tests) έτσι

ώστε οι διαχειριστές κινδύνου να διαπιστώνουν αν οι υποθέσεις και οι παράμετροι των μοντέλων τους, είναι λανθασμένες.

2.4.1 Υπόδειγμα ρυθμού αποτυχίας

Η απλούστερη μορφή επαλήθευσης της ακρίβειας του μοντέλου είναι να καταγραφεί ο ρυθμός αποτυχίας (failure rate), που αποτελεί το ποσοστό των φορών που το VaR έχει παραβιαστεί από τις παρατηρήσεις των αποδόσεων, δηλαδή έχει υπο-εκτιμήσει τον κίνδυνο με αποτέλεσμα οι πραγματικές αποδόσεις να είναι χαμηλότερες από τις εκτιμημένες. Αξίζει να σημειωθεί πως ασυμπτωτικά αυτό το ποσοστό θα έπρεπε να ισούται με τον συντελεστή εμπιστοσύνης που έχει επιλεγεί για τον καθορισμό της VaR. Επίσης, ο έλεγχος αυτός δεν χρησιμοποιεί καμιά υπόθεση για την κατανομή των αποδόσεων, συνεπώς η προσέγγιση αυτή μπορεί να θεωρηθεί πλήρως μη παραμετρική.

Αναλυτικότερα, ο παραπάνω έλεγχος αποτελεί θεωρητικά μια σειρά επιτυχιών ή αποτυχιών που ονομάζονται δοκιμές Bernoulli. Ο αριθμός των αποτυχιών –υπερβάσεων κατανέμεται μέσω της διωνυμικής κατανομής πιθανότητας:

$$f(x) = \binom{T}{x} p^x (1-p)^{T-x}$$

όπου T ο συνολικός αριθμός των ημερών, p ο συντελεστής εμπιστοσύνης που έχει προεπιλεγεί, x ο αριθμός των υπερβάσεων και x/T ο ρυθμός αποτυχίας (failure rate). Ο αναμενόμενος αριθμός αποτυχιών είναι: $E(X) = pT$ και η διακύμανση $Var(X) = p(1-p)T$. Για μεγάλο αριθμό παρατηρήσεων T , βάσει του Κεντρικού Οριακού Θεωρήματος (Central Limit Theorem), η διωνυμική κατανομή προσεγγίζεται ικανοποιητικά από την κανονική (τυπική) κατανομή:

$$Z = \frac{x - pT}{\sqrt{p(1-p)T}} \sim N(0,1)$$

Η διωνυμική ή η κανονική κατανομή μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να ελεγχθεί αν ο αριθμός των υπερβάσεων είναι στατιστικά σημαντικός. Γενικότερα στο σχεδιασμό ενός ελέγχου επαλήθευσης να ισορροπηθούν οι πιθανότητες να απορριφθεί ένα σωστό μοντέλο ή να γίνει δεκτό κάποιο λανθασμένο μοντέλο, δηλαδή τα σφάλματα τύπου I και II.

2.4.2 Έλεγχος Kupiec

Ο συγκεκριμένος έλεγχος γίνεται χρησιμοποιώντας το λόγο πιθανοφάνειας (log-likelihood ratio) που ανέπτυξε ο Kupiec (1995) και αφορά τον έλεγχο κάλυψης χωρίς όρους (Unconditional Coverage Testing). Ο Kupiec ανέπτυξε τον έλεγχο για περίπου 95% περιοχή εμπιστοσύνης. Πρέπει να σημειωθεί πως η επιλογή της περιοχής εμπιστοσύνης για το τεστ δεν έχει σχέση με το ποσοτικό επίπεδο εμπιστοσύνης α που χρησιμοποιήθηκε για τον υπολογισμό της VaR. Αυτό το ποσοστό εμπιστοσύνης αναφέρεται στον κανόνα απόρριψης ή αποδοχής του προς έλεγχο μοντέλου.

Η περιοχή εμπιστοσύνης ορίζεται από το λόγο πιθανοφάνειας:

$$LR_{uc} = -2 \ln \left[(1-p)^{T-N} p^N \right] + 2 \ln \left\{ \left[1 - (N/T) \right]^{T-N} (N/T)^N \right\}$$

όπου N είναι ο αριθμός των υπερβάσεων και T ο αριθμός των παρατηρήσεων, η οποία ακολουθεί ασυμπτωτικά την χ^2 κατανομή με ένα βαθμό ελευθερίας κάτω από την μηδενική υπόθεση πως η p είναι η πραγματική πιθανότητα. Η θεωρία στατιστικών αποφάσεων έχει δείξει πως το συγκεκριμένο τεστ είναι το πιο ισχυρό σε σχέση με όλους τους ελέγχους της κλάσης του.

2.5 Ανακεφαλαίωση

Στο κεφάλαιο αυτό έγινε η περιγραφή των μεθόδων (παραμετρικών και μη) που χρησιμοποιεί η VaR, καθώς και ο τρόπος λειτουργίας τους. Η επιλογή της μεθόδου που θα χρησιμοποιηθεί για τον υπολογισμό της, εξαρτάται κατά κύριο λόγο από τη σύσταση του χαρτοφυλακίου και επιπλέον από τις παρατηρήσεις που είναι διαθέσιμες, όσον αφορά την ποιότητα αλλά και την ποσότητά τους.

Η αποτίμηση του κινδύνου με τη μέθοδο VaR επιτελεί μια πολύ σημαντική λειτουργία, όταν εφαρμόζεται εσωτερικά σε μια επιχείρηση ή οποιοδήποτε χρηματοπιστωτικό οργανισμό. Ωστόσο αμφισβητείται η χρησιμότητά της όταν πρόκειται να γίνουν συγκρίσεις μεταξύ οργανισμών και πολλαπλών κινδύνων. Αυτό συμβαίνει διότι η θεμελίωση των ρυθμίσεων για τον κίνδυνο της αγοράς με αυτό το μέτρο κινδύνου μπορεί να

οδηγήσει σε εμπόδια και να αυξήσει παράλογα τον τραπεζικό και συστηματικό κίνδυνο. Επιπλέον, η απαίτηση για σωστή μοντελοποίηση του κινδύνου μπορεί να επιβάλει στην επιχείρηση σημαντικές, αλλά μή αναγκαίες απώλειες, εξαιτίας της λανθασμένης κατανομής του κεφαλαίου ή υπερβολικής ισοσκέλισης του χαρτοφυλακίου.

Τέλος, στην πράξη για την αποτίμηση του κινδύνου χρησιμοποιούνται και οι τρεις βασικές μέθοδοι υπολογισμού της VaR. Σύμφωνα με ερευνα των βρετανικών αρχών χρηματοοικονομικών υπηρεσιών, το 42% των τραπεζών χρησιμοποιούν την προσέγγιση με τον πίνακα διακύμανσης – συνδιακύμανσης, το 31% χρησιμοποιεί τη μέθοδο της ιστορικής προσομοίωσης και το 23% τη Monte Carlo προσομοίωση. Παρ' ότι η δέλτα κανονική μέθοδος είναι η ευκολότερη στην εφαρμογή της, η άμεσα αναπτυσσόμενη μέθοδος είναι η Monte Carlo και αυτό οφείλεται κατά ένα μεγάλο ποσοστό στην ραγδαία τεχνολογική εξέλιξη σε όλους τους τομείς.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

ΜΕΘΟΔΟΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ MONTE CARLO

3.1 Εισαγωγή

Η αποτίμηση του κινδύνου για ένα χαρτοφυλάκιο χρησιμοποιώντας το μέτρο της Αξίας σε Κίνδυνο (VaR) μπορεί να γίνει εύκολα και σύντομα με εφαρμογή της μέθοδου Διακύμανσης – Συνδιακύμανσης τόσο για χαρτοφυλάκια που περιέχουν γραμμικά αξιόγραφα όσο και εκείνα που περιέχουν μη γραμμικά αξιόγραφα. Ωστόσο, για τον υπολογισμό της VaR σε χαρτοφυλάκια των οποίων τα στοιχεία μπορεί να μην είναι δεκτικά σε αναλυτικές προσεγγίσεις, συχνά χρησιμοποιούνται διαφορετικές τεχνικές. Η μέθοδος προσομοίωσης Monte Carlo [Monte Carlo (MC) simulation] είναι μία από τις προσεγγίσεις, η οποία επιτρέπει την παραγωγή ολόκληρης της κατανομής των απωλειών και ως εκ τούτου, τον υπολογισμό της VaR σε οποιοδήποτε επίπεδο εμπιστοσύνης επιλεχθεί.

Η συγκεκριμένη προσέγγιση είναι ιδιαίτερος χρήσιμη στην αποτίμηση του κινδύνου μέσω της VaR για χαρτοφυλάκια που περιέχουν προθεσμιακά προϊόντα (options), λόγω της μη γραμμικής σχέσης τους μεταξύ των αποδόσεων των στοιχείων του χαρτοφυλακίου και των απολαβών από τα προθεσμιακά συμβόλαια. Εξαιτίας της προσαρμοστικότητάς της, η ανάλυση Monte Carlo είναι κατά πολύ η πιο ισχυρή μέθοδος στον υπολογισμό της VaR. Αξίζει να σημειωθεί, πως η μέθοδος MC είναι ιδιαίτερα πολυέξοδη, κάτω από το πρίσμα των επενδύσεων σε επιστημονικές μεθόδους και ανάπτυξη συστημάτων βελτιστοποίησης τόσο της μεθόδου, όσο και των αποτελεσμάτων που προκύπτουν.

Η προσομοίωση Monte Carlo είναι και αυτή μια παραμετρική μέθοδος, εφόσον έχει υποτεθεί συγκεκριμένη κατανομή για τις αποδόσεις των στοιχείων του χαρτοφυλακίου που μελετάται και ταυτόχρονα υπολογίζονται οι ροπές που θα εισαχθούν στις προσομοιώσεις.

Παρόλα αυτά δεν κρίνεται σκόπιμο να υποτεθεί η πολυδιάστατη κανονική κατανομή για κάθε παράγοντα κινδύνου που θα ληφθεί υπ' όψιν κατά την αποτίμηση του κινδύνου.

Η μεθοδολογία για τη προσέγγιση Monte Carlo που θα αναπτυχθεί παρακάτω περιέχει τρία βασικά βήματα:

- 1. Παραγωγή Σεναρίου:** Χρησιμοποιώντας εκτιμήσεις για τις παραμέτρους των στοιχείων του χαρτοφυλακίου (μέση τιμή, διακύμανση, συσχετίσεις) και ένα μοντέλο για τις τιμές, παράγεται ένας μεγάλος αριθμός από μελλοντικά σενάρια τιμών.
- 2. Αποτίμηση Χαρτοφυλακίου:** Για κάθε σενάριο υπολογίζεται η αξία του χαρτοφυλακίου είτε με πλήρη αποτίμηση είτε προσεγγιστικά κάνοντας χρήση κάποιας άλλης μεθόδου, όπως, για παράδειγμα, της μεθόδου δέλτα ή δέλτα κανονική.
- 3. Περίληψη:** Τα αποτελέσματα της προσομοίωσης αναφέρονται με τη μορφή κατανομής χαρτοφυλακίου ή με τη μορφή μέτρου κινδύνου.

Στη συνέχεια του κεφαλαίου θα γίνει εφαρμογή της μεθόδου με παραδείγματα σε πραγματικές τιμές (real data) και καταστάσεις κινδύνου της αγοράς, για παρελθόντα έτη, μέσω του λογισμικού Mathematica (v5.2). Τα αποτελέσματα θα παρατεθούν υπό μορφή πινάκων αλλά και αντιστοίχων γραφικών παραστάσεων όπου αυτό είναι εφικτό.

3.2 Παραγωγή Σεναρίου

Το πρώτο βήμα για την MC προσομοίωση είναι η επιλογή σεναρίου για τις τιμές των αξιόγραφων του χαρτοφυλακίου. Αφού γίνει η επιλογή του σεναρίου, θα χρειαστεί να εκτιμηθούν κάποιες από τις παραμέτρους του, όπως διακυμάνσεις και συσχετίσεις, βασισμένες στα ιστορικά δεδομένα που διατίθενται. Στη συνέχεια, εφαρμόζεται η προσομοίωση ενός μεγάλου αριθμού πλασματικών τιμών για τις τυχαίες μεταβλητές που εμπλέκονται. Στην περίπτωση της MC προσομοίωσης αυτό επιτυγχάνεται χρησιμοποιώντας τυχαίους αριθμούς (random numbers), οι οποίοι παράγονται μέσω μιας γεννήτριας παραγωγής τυχαίων αριθμών (random number generator).

Υπάρχουν δυο τύποι τυχαίων αριθμών, οι ψευδο – τυχαίοι (pseudo - random) και οι ημι – τυχαίοι (quasi - random), μέσω των οποίων προκύπτουν δυο μέθοδοι παραγωγής σεναρίων. Οι δυο αυτές μέθοδοι σεναρίων προέρχονται από δείγμα της κατανομής που περιγράφει την δυναμική των παραγόντων κινδύνου, γεγονός το οποίο απαιτεί ένα

αποτελεσματικό τρόπο παραγωγής τυχαίων αριθμών ομοιόμορφα κατανεμημένων στο μοναδιαίο διάστημα $[0, 1]$. Αμφότερες μέθοδοι είναι ασθενώς ντετερμινιστικές και παράγουν μια σειρά αριθμών, οι ιδιότητες των οποίων είναι όμοιες με εκείνες των τυχαίων ομοιόμορφα κατανεμημένων μεταβλητών.

Ο κύριος σκοπός των αποτίμησης κινδύνου είναι η περιγραφή των μελλοντικών αλλαγών στην αξία του εκάστοτε χαρτοφυλακίου. Αυτό επιτυγχάνεται συχνά προβλέποντας τις αλλαγές στην αξία κάθε στοιχείου του χαρτοφυλακίου, με βάση τις αλλαγές του παρελθόντος. Για να αξιολογηθούν πλήρως οι μελλοντικές μεταβολές των τιμών, είναι απαραίτητο να διαμορφωθεί τόσο η συμπεριφορά, όσο και η κατανομή των αποδόσεων μέσα στο χρονικό ορίζοντα που επιλέγεται.

Το πιο συνηθισμένο μοντέλο που χρησιμοποιείται είναι η γεωμετρική κίνηση Brown (Geometric Brownian Motion - GBM). Το συγκεκριμένο μοντέλο διασπά την απόδοση του αξιόγραφου dP/P σε δύο μέρη. Το ένα μέρος είναι το προβλέψιμο, δηλαδή το ντετερμινιστικό κομμάτι και η συνεισφορά του στην απόδοση είναι ο όρος μdt , όπου μ (drift) είναι το μέτρο για τη μέση αύξηση του λόγου της τιμής του αξιόγραφου. Σε απλά μοντέλα το μ επιλέγεται να είναι σταθερό, σε αντίθεση με τα πιο πολύπλοκα μοντέλα όπου μπορεί να θεωρηθεί ως συνάρτηση του χρόνου. Το άλλο μέρος απεικονίζει τις τυχαίες μεταβολές των τιμών, ανταποκρινόμενες στις εξωτερικές επιδράσεις και αυτό παρουσιάζεται μέσω ενός τυχαίου δείγματος από την κανονική κατανομή με μέσο όρο μηδέν και τυπική απόκλιση σ . Η συνεισφορά αυτού του μέρους στο μοντέλο είναι ο όρος σdz όπου dz αντιπροσωπεύει τη διαδικασία Wiener (Wiener process). Αν συνδυαστούν τα δύο παραπάνω μέρη, προκύπτει η στοχαστική διαφορική εξίσωση (Stochastic Differential Equation - SDE):

$$\frac{dP}{P} = \mu dt + \sigma dz$$

Αν το $\sigma = 0$ τότε η τιμή του αξιόγραφου γίνεται πλήρως ντετερμινιστική και η μελλοντική τιμή του μπορεί να προβλεφθεί με βεβαιότητα.

Η παραπάνω στοχαστική διαφορική εξίσωση είναι ένα ιδιαίτερο παράδειγμα του τυχαίου περιπάτου (random walk) και μπορεί να θεωρηθεί ως μέθοδος παραγωγής χρονοσειρών. Ωστόσο, δεν μπορεί να λυθεί έτσι ώστε να προκύψει ένα ντετερμινιστικό «μονοπάτι» (path) για την τιμή του στοιχείου του χαρτοφυλακίου, αλλά μπορεί να δώσει ιδιαίτερα σημαντικές πληροφορίες για αυτήν, αν προσεγγιστεί πιθανοθεωρητικά. Τέλος, το

παραπάνω μοντέλο μπορεί να εφαρμοστεί αρκετά καλά σε πραγματικές χρονοσειρές, ειδικότερα σε περιπτώσεις μετοχών και δεικτών.

Στην πράξη, η διαδικασία με απειροελάχιστες αυξήσεις του χρόνου dt , προσεγγίζεται ικανοποιητικά από διακριτές μετατοπίσεις μεγέθους Δt . Αν t οριστεί ως ο τρέχων χρόνος, T ο χρονικός ορίζοντας της μελέτης και $\tau = T - t$, το διάστημα στο οποίο θα λάβει χώρα η ανάλυση και η αποτίμηση του κινδύνου, τότε για να παραχθούν οι τιμές P_t στο διάστημα τ , χωρίζεται το διάστημα σε n προσαυξήσεις μεγέθους $\Delta t = \tau/n$. Ολοκληρώνοντας το dP/P σε ένα πεπερασμένο διάστημα, προκύπτει η ακόλουθη σχέση:

$$\Delta P_t = P_{t-1} \left(\mu \Delta t + \sigma Z \sqrt{\Delta t} \right)$$

όπου Z είναι τυχαία μεταβλητή που ακολουθεί την τυπική κανονική κατανομή με μέση τιμή μηδέν και μοναδιαία διακύμανση. Ένα σημαντικό μειονέκτημα του παραπάνω μοντέλου είναι ότι υπάρχει πάντα μια μη μηδενική πιθανότητα οι τιμές που παράγονται να είναι αρνητικές. Ο τρόπος που συνίσταται για να ξεπεραστεί αυτό το πρόβλημα είναι να χρησιμοποιηθεί το λογαριθμικό μοντέλο (log-price model) $p_t = \log P_t$, ως τυχαίο περίπατο με κανονικά κατανεμημένες μεταβολές, δηλαδή:

$$p_t = \mu \Delta t + p_{t-1} + \sigma Z_t \sqrt{\Delta t}$$

όπου οι Z_t είναι ανεξάρτητες και ισόνομες τυχαίες μεταβλητές, οι οποίες ακολουθούν την τυπική κανονική κατανομή $Z(0,1)$. Η παραπάνω εξίσωση αποτελεί στην πράξη ένα μοντέλο για λογαριθμικές μεταβολές των τιμών ή συνεχείς μικτές αποδόσεις. Η έκφραση για το P_t , αν είναι γνωστή η προηγούμενη τιμή του P_{t-1} , δίνεται από τον τύπο:

$$P_t = P_{t-1} \exp \left(\mu \Delta t + \sigma Z \sqrt{\Delta t} \right) \quad (3.1)$$

Με το παραπάνω μοντέλο για το P_t , δεν μπορούν να εμφανιστούν αρνητικές τιμές, εφόσον τόσο ο όρος P_{t-1} , όσο και το $\exp \left(\mu \Delta t + \sigma Z \sqrt{\Delta t} \right)$ είναι θετικά για κάθε τιμή του t . Επιπλέον όσο $Z \sim N(0,1)$, τότε η P_t ακολουθεί λογαριθμοκανονική (lognormal distribution), δηλαδή ο λογάριθμός της ακολουθεί την κανονική κατανομή,

$$\ln P_t \sim N \left(t\mu + \ln P_0, t\sigma^2 \right)$$

Το παραπάνω συμπέρασμα αποδεικνύεται ως εξής:

$$E(P_t^n) = E\left(\left(e^{\ln P_t}\right)^n\right) = E\left(\left(e^{\sigma\sqrt{t}Z + t\mu + \ln P_0}\right)^n\right) = P_0^n e^{nt\mu} E\left(e^{n\sigma\sqrt{t}Z}\right)$$

Αλλά,

$$E(e^{uZ}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{uz} e^{-\frac{1}{2}z^2} dz = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{1}{2}(z-u)^2 + \frac{1}{2}u^2} dz = e^{\frac{1}{2}u^2}$$

και συνεπώς,

$$E(P_t^n) = P_0^n e^{nt\mu + \frac{1}{2}n^2t\sigma^2}$$

από όπου προκύπτει ότι

$$E(P_t) = P_0 e^{t\left(\mu + \frac{1}{2}\sigma^2\right)}, \quad V(P_t) = E(P_t^2) - (E(P_t))^2 = P_0^2 e^{2t\left(\mu + \frac{1}{2}\sigma^2\right)} (e^{t\sigma^2} - 1).$$

Το μοντέλο (3.1) περιγράφει πως οι τιμές διάφορων οικονομικών χρεογράφων εξελίσσονται στο χρόνο, υποθέτοντας ότι οι λογαριθμικές μεταβολές των τιμών είναι ανεξάρτητα και ισόνομα κατανομημένες. Αυτές οι υποθέσεις δηλώνουν τα παρακάτω:

- a. Οι λογαριθμικές μεταβολές των τιμών είναι κατανομημένες σε κάθε χρονική στιγμή με μέσο μηδέν και σταθερή διακύμανση σ^2 .
- b. Οι λογαριθμικές μεταβολές των τιμών είναι ανεξάρτητα κατανομημένες.

Παρόλα αυτά, μια πιο λεπτομερής μελέτη των δεδομένων της αγοράς, φανερώνει πως οι παραπάνω υποθέσεις δεν ικανοποιούνται πάντα και πλήρως. Οι χρονολογικές σειρές παρουσιάζουν ενδείξεις «ομαδοποιημένης» διακύμανσης. Δηλαδή, περίοδοι χαμηλής διασποράς ακολουθούνται από περιόδους ιδιαίτερα υψηλής επικινδυνότητας ως προς τις αποδόσεις της αγοράς. Στην πράξη, οι επόμενες προτάσεις τεκμηριώνονται επαρκώς όσον αφορά τις λογαριθμικές μεταβολές των οικονομικών μεγεθών.

I. Η διασπορά των λογαριθμικών μεταβολών διαφέρει μέσα στο χρόνο. Για παράδειγμα παρουσιάζουν ετεροσκεδαστικότητα (heteroscedastic) και για αυτόν τον λόγο παραβιάζουν την υπόθεση των ισόνομων (identical assumption) τυχαίων μεταβλητών.

II. Ενώ οι λογαριθμικές μεταβολές έχουν μικρές αυτοσυσχετίσεις (autocorrelations), τα τετράγώνά τους παρουσιάζουν αυτοσυσχέτιση στατιστικά σημαντική, γεγονός που σημαίνει πως οι διακυμάνσεις τους είναι αυτοσυσχετισμένες (ARCH model).

III. Οι συνδιακυμάνσεις των αποδόσεων είναι αυτοσυσχετισμένες και κατέχουν ιδιαίτερη δυναμική.

Αξίζει να σημειωθεί πως αν οι κατανομές των αποδόσεων αφορούν μεγάλες χρονικές περιόδους, όπως μηνιαία ή τριμηνιαία δεδομένα, τότε διαφέρουν κατά πολύ από τις κατανομές των ημερήσιων αποδόσεων.

3.3 Χαρτοφυλάκια πολλαπλών αξιόγραφων

Χρησιμοποιώντας το μοντέλο που περιγράφει η σχέση (3.1), η τιμή ενός χρεογράφου για t ημέρες, μπορεί εύκολα να υπολογιστεί, αρκεί να γνωρίζουμε τη μεταβλητότητα σ και την αρχική τιμή P_0 μέσω της σχέσης:

$$P_t = P_0 \exp(\sigma \sqrt{\Delta t} \varepsilon),$$

όπου ε το τυχαίο σφάλμα που ακολουθεί την τυποποιημένη κανονική κατανομή. Η διαδικασία για την παραγωγή σεναρίων τιμών, όταν το χαρτοφυλάκιο περιλαμβάνει πολλαπλά αξιόγραφα, είναι παρόμοια με τη διαδικασία που αναλύθηκε στην προηγούμενη παράγραφο, με τη μόνη διαφορά ότι πρέπει οι τυχαίες μεταβλητές ε , οι οποίες ανταποκρίνονται στις συμπεριφορές των διαφόρων στοιχείων του χαρτοφυλακίου, να εμφανίζουν την ίδια συσχέτιση με την εκτιμηθείσα συσχέτιση που υπολογίστηκε από τα δεδομένα. Στην πραγματικότητα, τα χαρτοφυλάκια περιέχουν περισσότερους από έναν χρηματοοικονομικούς κινδύνους. Ακόμα και απλά αξιόγραφα όπως εταιρικά ομόλογα, εξαρτώνται από δύο ή περισσότερους κινδύνους. Έτσι, κρίνεται επιτακτική η ανάγκη να επεκταθεί η μεθοδολογία προσομοίωσης σε πολυμετάβλητες υποθέσεις, οι οποίες περιλαμβάνουν N πηγές κινδύνου.

Με τη βοήθεια προσομοίωσης, κατασκευάζεται ένα διάνυσμα το οποίο περιέχει N ανεξάρτητες τυχαίες μεταβλητές ε , που ακολουθούν την κανονική κατανομή με μέση τιμή μηδέν, μοναδιαία διακύμανση και συνδιακύμανση επίσης μηδενική. Με σκοπό το μετασχηματισμό των παραπάνω τυχαίων μεταβλητών, έτσι ώστε η συσχέτισή τους να είναι ίση με την συσχέτιση μεταξύ των μεταβλητών που αφορούν τους παράγοντες κινδύνων, ορίζεται ο πίνακας \mathbf{R} , ο οποίος περιέχει τις δοθείσες συσχετίσεις. Η πραγματική μήτρα \mathbf{R} είναι συμμετρική, θετικά ορισμένη και άρα, μέσω της ανάλυσης Cholesky κατά παράγοντες (Cholesky factors decomposition) ισχύει η ακόλουθη σχέση:

$$\mathbf{R} = \mathbf{A}\mathbf{A}^T,$$

όπου A είναι ένας κάτω τριγωνικός πίνακας και A^T ο ανάστροφός του.

Στη συνέχεια, παράγονται οι N ανεξάρτητες τυχαίες μεταβλητές ε , όλες με μοναδιαία διακύμανση, έτσι ώστε να ισχύει:

$$\text{Cov}(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = I,$$

όπου I , ο μοναδιαίος ταυτοτικός πίνακας.

Με βάση τα παραπάνω κατασκευάζεται η τυχαία μεταβλητή

$$Z = A\varepsilon$$

και είναι εύκολο ναδειχθεί ότι:

$$\text{Cov}(Z) = E(ZZ^T) = E(A\varepsilon\varepsilon^T A^T) = AE(\varepsilon\varepsilon^T)A^T = AIA^T = R$$

οπότε, από τα παραπάνω συμπεραίνεται ότι η μεταβλητή Z έχει τις επιθυμητές συσχετίσεις.

Αν $P_0^{(1)}$ και $P_0^{(2)}$ αποτελούν τις τιμές δύο χρεογράφων σήμερα, σ_1 και σ_2 αντίστοιχα, οι ημερήσιες τυπικές αποκλίσεις των χρεογράφων και ρ η συσχέτισή τους, τότε η κατασκευή μελλοντικών σεναρίων τιμών για τα δύο χρεόγραφα δίνεται από τους τύπους:

$$P_t^{(1)} = P_0^{(1)} \exp(\sigma_1 \sqrt{\Delta t} z_1) \quad \text{και} \quad P_t^{(2)} = P_0^{(2)} \exp(\sigma_2 \sqrt{\Delta t} z_2),$$

όπου z_1 και z_2 είναι οι τυχαίες μεταβλητές που ακολουθούν την τυποποιημένη κανονική κατανομή και οι οποίες κατασκευάστηκαν με τη μέθοδο που παρουσιάστηκε παραπάνω.

Πρακτικά ζητήματα της μεθόδου Monte Carlo

Με σκοπό τη δημιουργία ενός μεγάλου αριθμού σεναρίων τιμών, η αποτελεσματικότητα της μεθόδου Monte Carlo εξαρτάται σε ένα πολύ μεγάλο βαθμό από την επιλογή της γεννήτριας τυχαίων αριθμών. Αν εξεταστεί αυστηρά η διαδικασία, οι αριθμοί που επιλέγονται στην πραγματικότητα δημιουργούνται από ένα ντετερμινιστικό αλγόριθμο και ως εκ τούτου είναι ψευδο τυχαίοι. Η υποφαινόμενη ακολουθία τυχαίων αριθμών, μπορεί να κατασκευαστεί πανομοιότυπα, αν η γεννήτρια χρησιμοποιήσει τις ίδιες αρχικές τιμές (seed values). Μια ικανοποιητική γεννήτρια παραγωγής τυχαίων αριθμών θα πρέπει να παράγει αριθμούς, οι οποίοι θα περνούν όλους τους τυπικούς ελέγχους τυχειότητας, συμπεριλαμβανομένου και του ελέγχου ανεξαρτησίας.

Ακόμη περισσότερο, παρατηρείται συχνά το φαινόμενο της κυκλικότητας μετά από κάποιες επαναλήψεις. Ένας καλός αλγόριθμος, δημιουργεί τους ίδιους τυχαίους αριθμούς

μετά από δισεκατομμύρια επαναλήψεις, σε αντίθεση με τους κακούς αλγόριθμους, που μπορεί να επαναλαμβάνονται ύστερα από μόλις μερικές χιλιάδες παραγωγικές διαδικασίες.

Ένα ακόμη ζήτημα που προκύπτει κατά την εφαρμογή της παραπάνω μεθοδολογίας είναι πως για την εφαρμογή της ανάλυσης Cholesky, ο πίνακας διακυμάνσεων – συνδιακυμάνσεων R , πρέπει να είναι θετικά ορισμένος. Σε αντίθετη περίπτωση είναι αδύνατο να μετασχηματιστούν N ανεξάρτητοι παράγοντες κινδύνου, σε N συσχετισμένες τυχαίες μεταβλητές. Οπότε, για να είναι ο πίνακας θετικά ορισμένος θα πρέπει να ικανοποιούνται δύο συνθήκες. Πρώτον, ο αριθμός των παρατηρήσεων πρέπει να είναι τόσο μεγάλος, όσο ο αριθμός των N παραγόντων και δεύτερον, καμία από τις εμπλεκόμενες χρονολογικές σειρές (αποδόσεις χρεογράφων, τιμές, κτλ) δεν πρέπει να είναι γραμμικά συσχετισμένη με κάποια άλλη. Το πρόβλημα αυτό, συχνά προκύπτει όταν ο πίνακας διακυμάνσεων – συνδιακυμάνσεων έχει μεγάλη διάσταση. Η προτεινομένη λύση είναι η μείωση της διάστασης της μήτρας είτε αναιρώντας κάποια χρεόγραφα κρατώντας μόνο των πυρήνα του χαρτοφυλακίου, είτε καταφεύγοντας στη μέθοδο που χρησιμοποιείται ευρέως στην πολυμεταβλητή ανάλυση (multivariate analysis) και καλείται ανάλυση κατά παράγοντες (factor analysis).

3.4 Αποτίμηση χαρτοφυλακίου

Αφού έχει δημιουργηθεί ένας ικανοποιητικός αριθμός σεναρίων μελλοντικών τιμών των χρεογράφων ενός χαρτοφυλακίου, το επόμενο βήμα είναι η αποτίμηση της συνολικής αξίας του χαρτοφυλακίου. Υπάρχουν τρεις εναλλακτικοί τρόποι για τον υπολογισμό του: α) η πλήρης αποτίμηση (full valuation), β) η γραμμική προσέγγιση (linear approximation) και γ) η προσέγγιση υψηλής τάξης (high order approximation).

Η πλήρης αποτίμηση είναι η περισσότερο ακριβής μέθοδος αλλά ταυτόχρονα είναι και η πιο ευαίσθητη σε υπολογιστικό επίπεδο. Για την εφαρμογή της συγκεκριμένης μεθόδου, είναι απαραίτητη η χρήση κάποιου μοντέλου αποτίμησης για κάθε χρεόγραφο, όπως για παράδειγμα ο τύπος των Black-Scholes για Ευρωπαϊκά δικαιώματα (European options). Για την ανάλυση που ακολουθεί θα χρησιμοποιηθεί η πλήρης αποτίμηση λαμβάνοντας υπ' όψιν το μικρό πλήθος δεδομένων στο οποίο θα εφαρμοστεί η μέθοδος. Αν η υπολογιστική ισχύς είναι περιορισμένη, τότε εναλλακτικά μπορεί να χρησιμοποιηθεί μια προσεγγιστική μέθοδος

για την εκτίμηση των μεταβολών των τιμών μέσω ενός γραμμικού μοντέλου. Η συγκεκριμένη προσέγγιση είναι γνωστή ως δέλτα μέθοδος (delta approximation). Στην περίπτωση ενός δικαιώματος (option) για παράδειγμα, δοθείσης μιας αρχικής τιμής V_0 του δικαιώματος και S_0 η αρχική τιμή του χρεογράφου, τότε η μελλοντική τιμή του δικαιώματος V_1 όταν η τιμή του χρεογράφου θα είναι S_1 δίνεται από τον τύπο:

$$V_1 = V_0 + \delta(S_1 - S_0)$$

όπου,

$$\delta = \frac{\partial}{\partial S} V(S, \tau) |_{S=S_0}$$

είναι το δέλτα (δ) του δικαιώματος.

Αξίζει να σημειωθεί πως σημαντική βελτίωση του μοντέλου αποτελεί η ενσωμάτωση και της επίδρασης γάμμα (gamma effect), η οποία συνυπολογίζει την δεύτερη μερική παράγωγο της τιμής του δικαιώματος καθώς και την επίδραση θήτα (theta effect) η οποία αποτιμά το δικαίωμα σε άπειρο χρονικό ορίζοντα.

3.5 Εφαρμογή της μεθόδου με εμπειρικά δεδομένα

Στην παράγραφο αυτή θα χρησιμοποιηθούν δεδομένα από την πραγματική αγορά για τον υπολογισμό της VaR. Τα δεδομένα αφορούν 40 εργάσιμες ημέρες και περιέχουν τις τιμές για τον δείκτη χρηματιστηρίου αξιών, τον δείκτη επιτοκίων και τις συναλλαγματικές ισοτιμίες. Τα δεδομένα αυτά, έχουν χρησιμοποιηθεί στην εργασία των Simon Benninga και Zvi Wiener (1998) με σκοπό να συγκριθούν τα αποτελέσματά τους εφαρμόζοντας τη μέθοδο Monte Carlo στον υπολογισμό της VaR για διάφορα επίπεδα εμπιστοσύνης και διαφορετικό πλήθος σεναρίων.

Έστω, το προς μελέτη χαρτοφυλάκιο του οποίου θα αποτιμηθεί η αξία στον κίνδυνο (VaR) και το οποίο περιέχει δύο αξιόγραφα. Δύο μετοχές από τον χρηματιστηριακό δείκτη της πληροφορικής και ένα ομόλογο εξωτερικού βραχείας λήξεως, αξίας 100 ρουβλιών, με ημερομηνία λήξης 8 Μαΐου 2000. Για λόγους απλότητας ας υποθεθεί πως η αξία του χαρτοφυλακίου καθορίζεται εξ' ολοκλήρου από δεδομένες παραμέτρους:

- την τρέχουσα τιμή του χρηματιστηριακού δείκτη

- τον επιτοκιακό δείκτη τιμών της αγοράς
- το χρόνο μέχρι την λήξη του ομολόγου, που σε συνδυασμό με την τιμή των επιτοκίων τη δεδομένη χρονική στιγμή, θα καθορίσει την τιμή του ομολόγου κατά τη λήξη του
- τη συναλλαγματική ισοτιμία μεταξύ δολαρίου και ρουβλίου.

Η εφαρμογή όλων των παραπάνω, θα γίνει με τη χρήση του λογισμικού Wolfram Mathematica v.5.2. Ο κώδικας θα παρατίθεται σε κάθε βήμα και θα επεξηγούνται οι διαδικασίες με τις οποίες πραγματοποιείται η ανάλυση.

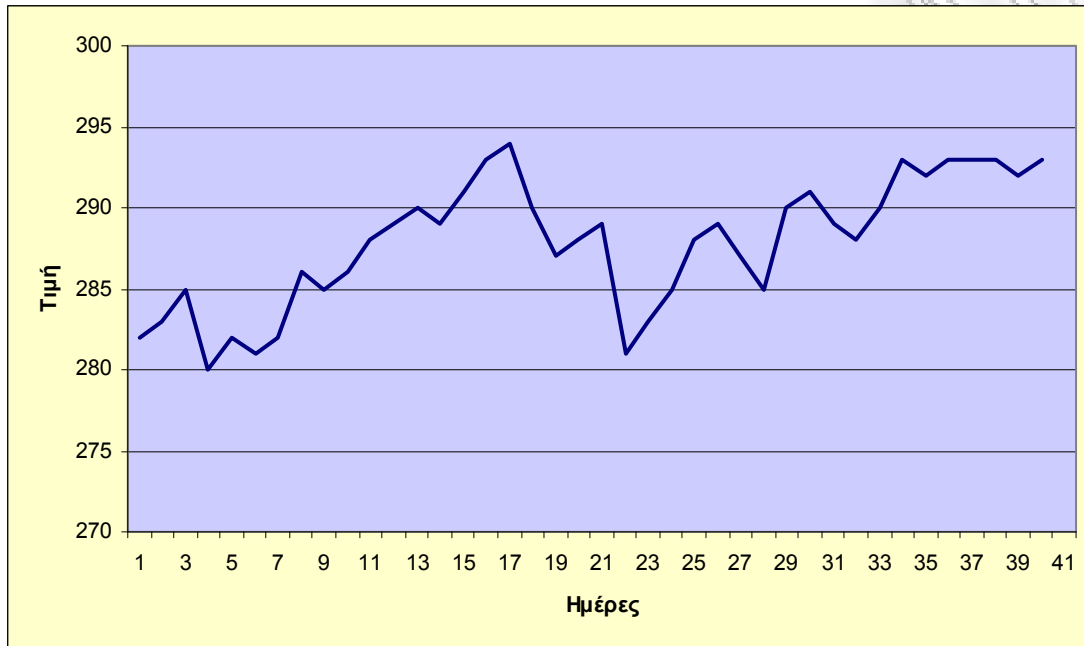
Για όλους τους υπολογισμούς θα χρησιμοποιηθούν ιστορικά δεδομένα τα οποία θα χρειαστεί να είναι σε αριθμητική μορφή. Για τον λόγο αυτό, κρίνεται σκόπιμο να μετατραπούν και οι ημερομηνίες στην ίδια μορφή, θέτοντας ως την 1^η Ιανουαρίου 1997 την τιμή 0. Αξίζει να σημειωθεί, πως για απλούστευση των υπολογισμών έχει υποτεθεί πως όλες οι ημέρες είναι εργάσιμες και ταυτόχρονα ημέρες συναλλαγής και διαπραγματευσης. Έτσι, η 10^η Φεβρουαρίου 1997 θα είναι η 40στη ημέρα όπου, η τιμή του χρηματιστηριακού δείκτη είναι 293, το επιτόκιο είναι 5.3% και η συναλλαγματική ισοτιμία είναι 3.4. Τα δοθέντα δεδομένα γράφονται με τη μορφή λίστας ως εξής: {40, 293, 5.3, 3.4}.

```
<<Miscellaneous`Calendar`
<<"Statistics`MultiDescriptiveStatistics`"
Day0={1997,1,1};
dayN[day_]:=DaysBetween[ Day0,day];
```

Ολόκληρο το σύνολο των δεδομένων παρουσιάζεται μέσω ενός πίνακα που ονομάζεται *dataVAR* και έχει τη μορφή:

```
dataVAR=
{{1,282.,5.28,3.5},{2,283.,5.26,3.47},{3,285.,5.23,3.46},{4,280.,5.24,3.45},{5,282.,5.25,3.45},
{6,281.,5.24,3.46},{7,282.,5.24,3.45},{8,286.,5.25,3.43},{9,285.,5.25,3.47},{10,286.,5.26,3.44
3},{11,288.,5.27,3.42},{12,289.,5.28,3.42},{13,290.,5.28,3.41},{14,289.,5.28,3.42},{15,291.,5.
29,3.46},{16,293.,5.31,3.41},{17,294.,5.32,3.40},{18,290.,5.34,3.49},{19,287.,5.35,3.47},{20,
288.,5.34,3.48},{21,289.,5.35,3.46},{22,281.,5.36,3.44},{23,283.,5.23,3.45},{24,285.,5.24,3.4
2},{25,288.,5.25,3.41},{26,289.,5.26,3.41},{27,287.,5.26,3.43},{28,285.,5.28,3.42},{29,290.,5.
```

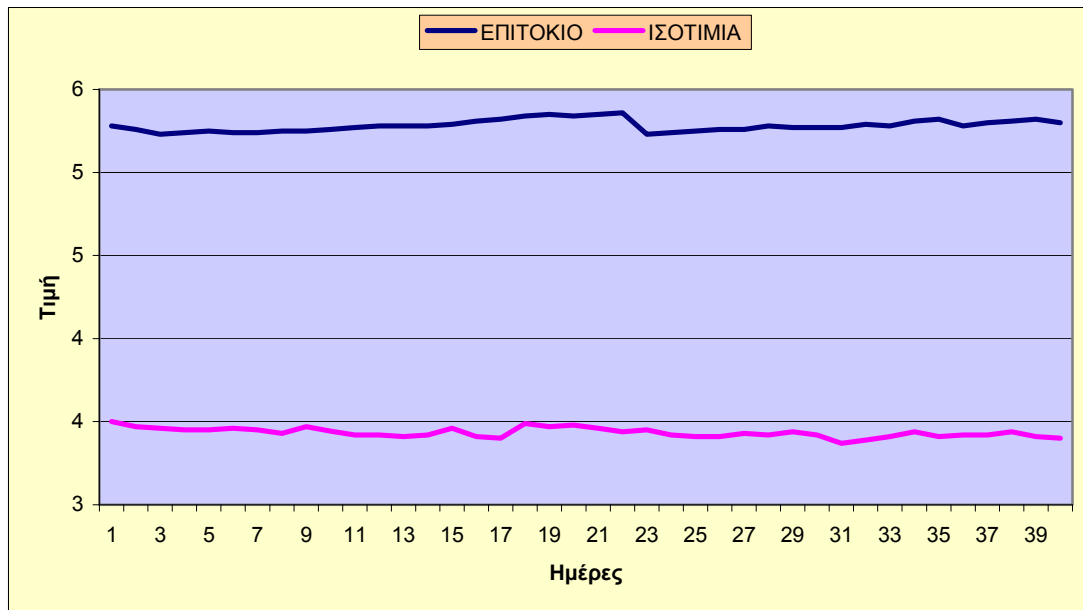
{27,3.44},{30,291.,5.27,3.42},{31,289.,5.27,3.37},{32,288.,5.29,3.39},{33,290.,5.28,3.41},{34,293.,5.31,3.44},{35,292.,5.32,3.41},{36,293.,5.28,3.42},{37,293.,5.30,3.42},{38,293.,5.31,3.44},{39,292.,5.32,3.41},{40,293.,5.30,3.44}};



ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 3.1

ΧΡΗΜΑΤΙΣΤΗΡΙΑΚΟΣ ΔΕΙΚΤΗΣ ΤΙΜΩΝ

Στο Διάγραμμα 3.1 εμφανίζεται η πορεία του χρηματιστηριακού δείκτη τιμών για 40 ημέρες διαπραγμάτευσης, όπου παρατηρείται αυξημένη διακύμανση, ιδιαίτερα από την 15^η έως την 30^η ημέρα διαπραγμάτευσης. Στο Διάγραμμα 3.2 παρουσιάζονται οι τιμές των επιτοκίων και της συναλλαγματικής ισοτιμίας, με το επιτόκιο να εμφανίζεται ιδιαίτερα σταθεροποιημένο, με μια μικρή πτώση στα μέσα της περιόδου που εξετάζεται και την ισοτιμία να παρουσιάζει μικρή σχετικά διακύμανση.



ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 3.2
ΕΠΙΤΟΚΙΟ ΚΑΙ ΣΥΝΑΛΛΑΓΜΑΤΙΚΗ ΙΣΟΤΙΜΙΑ

Η απεικόνιση του χαρτοφυλακίου γίνεται μέσω της λίστας:

```
portfolio = { {STOCK,}, 2},
{FBOND,{dayN[2000, 5, 8]}, -1}};
```

Αξίζει να σημειωθεί πως οι άδειες λίστες ({}) στη λίστα των μετοχών **portfolio** φανερώνουν πως δεν υπάρχει κάποια επιπλέον παράμετρος και πως το χαρτοφυλάκιο παραμένει αναλλοίωτο ως προς τις μετοχές καθ' όλη τη διάρκεια της ανάλυσης. Η παράμετρος που υπάρχει στη λίστα του ομολόγου αφορά την ημερομηνία λήξεώς του. Σε πιο πολύπλοκες εφαρμογές δίνεται η δυνατότητα εισαγωγής περισσότερων από μία παραμέτρων, ανάλογα με τον αριθμό των μετοχών και των ομολόγων που υπάρχουν στο χαρτοφυλάκιο.

Η συνάρτηση αποτίμησης κινδύνου που στη διεθνή ορολογία καλείται χαρτογράφηση κινδύνου (risk mapping) αποτελεί το πρώτο βήμα για την υλοποίηση της αποτίμησης του κινδύνου ανεξάρτητα από τη μέθοδο που θα χρησιμοποιηθεί. Σε πιο γενικές περιπτώσεις δίνεται η δυνατότητα της ανάλυσης (decompose) της συνάρτησης σε απλούστερους παράγοντες κινδύνου, όπως για παράδειγμα χρησιμοποιώντας την τεχνική των παραγώγων (option pricing techniques). Στις απλές περιπτώσεις χαρτοφυλακίων με λίγα αξιόγραφα δεν κρίνεται σκόπιμη τέτοια προσέγγιση. Πιο συγκεκριμένα, η τιμή του χρηματιστηριακού δείκτη ισούται με την αγοραστική του αξία και η τιμή του ομολόγου είναι η προεξοφλημένη

μελλοντική του αξία, έχοντας μετατραπεί σε εγχώριο νόμισμα, σύμφωνα με την τρέχουσα συναλλαγματική ισοτιμία.

Στη συνέχεια ορίζονται οι συναρτήσεις αποτίμησης για το χρηματιστηριακό δείκτη και το ομόλογο εξωτερικού. Έστω η λίστα δεδομένων:

market={dayN[{1997,3,6}], 283.,5.26, 3.47}.

Η αξία του δείκτη είναι το δεύτερο στοιχείο της λίστας δηλαδή το 283. Η αξία του ομολόγου (V_b) σε εγχώριο νόμισμα δίνεται από τον τύπο:

$$V_b = V_0 r e^{-it} \quad (3.2)$$

όπου,

V_0 : η αρχική θέση του ομολόγου σε ρούβλια

r : η συναλλαγματική ισοτιμία δολαρίου-ρουβλίου

i : το αγοραστικό εγχώριο επιτόκιο

t : ο χρόνος λήξης του ομολόγου σε χρόνια.

Για το δεδομένο παράδειγμα της λίστας **market** η αξία του ομολόγου με βάση τον τύπο (3.2) θα είναι:

$$V_b = V_0 r e^{-it} = 100 \cdot 3.47 \cdot \exp[-5.26\% \cdot 1159 / 365.25] = 293.66.$$

Μέσω του πακέτου ορίζονται οι δύο συναρτήσεις αποτίμησης (σε δολάρια):

```
Clear[stock,fbond]
stock[param_,market_]:=market[[2]];
fbond[param_,market_]:=
market[[4]]*100*
Exp[-market[[3]]/100*
(param[[1]]-market[[1])/365.25];
junk={dayN[{1997,8,9}],355.,5.77,6.};
stock[{} ,junk]
fbond[{1223} ,junk]
355.
512.08
```

Διαδοχικά είναι:

```
pricingFun[instr_]:=
Switch[instr, STOCK,stock, FBOND,fbond]
```

```

valueP[portf_, mrkt_]:=
Module[{valueList, i},
valueList =
Table[Apply[pricingFun[portf[[i,1]]],
{portf[[i,2]], mrkt}]*portf[[i,3]],
{i,Length[portf]}];
Apply[Plus,valueList]
];

```

Ο έλεγχος για τις παραπάνω συναρτήσεις δίνει:

```

mrkt9Feb97 = {40, 293., 5.30, 3.4};
currentPrice = valueP[portfolio, mrkt9Feb97]
299.63

```

Για την επαλήθευση των παραπάνω, η αξία του χαρτοφυλακίου στο τέλος της χρονικής περιόδου αποτιμάται αναλυτικά μέσω του τύπου (3.2). Η τρέχουσα τιμή των μετοχών είναι

$$(2) \cdot (293) = 586$$

και η αξία του ομολόγου εφαρμόζοντας τον τύπο (3.2) θα είναι:

$$100 \cdot 3.4 \cdot \exp[-5.3\% \cdot (1183)/(365.25)] = 286.37$$

οπότε η συνολική αξία του χαρτοφυλακίου δίνεται:

$$586 + (-1) \cdot (286.37) = 299.63$$

Εφαρμόζοντας την ίδια διαδικασία για κάθε μία από τις 40 ημέρες διαπραγμάτευσης, υπολογίζεται η αξία του χαρτοφυλακίου. Στον Πίνακα 3.1 εμφανίζονται η αξία του χαρτοφυλακίου μαζί με τις επιμέρους τιμές του επιτοκίου, της συναλλαγματικής ισοτιμίας και του χρηματιστηριακού δείκτη:

ΠΙΝΑΚΑΣ 3.1
ΑΞΙΑ ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΟΥ

Ημερομηνία	Δείκτης	Επιτόκιο	Ισοτιμία	Αξία Χαρτοφυλακίου
1/1/1997	293	5.28	3.5	270.67
2/1/1997	282	5.26	3.47	274.95
3/1/1997	283	5.23	3.46	279.46
4/1/1997	285	5.24	3.45	270.35
5/1/1997	280	5.25	3.45	274.41
6/1/1997	282	5.24	3.46	271.43
7/1/1997	281	5.24	3.45	274.23
8/1/1997	282	5.25	3.43	283.96
9/1/1997	286	5.25	3.47	278.56
10/1/1997	285	5.26	3.44	282.88
11/1/1997	286	5.27	3.42	288.87
12/1/1997	288	5.28	3.42	290.92
13/1/1997	289	5.28	3.41	293.72
14/1/1997	290	5.28	3.42	290.84
15/1/1997	289	5.29	3.46	291.54
16/1/1997	291	5.31	3.41	299.88
17/1/1997	293	5.32	3.4	302.77
18/1/1997	294	5.34	3.49	287.37
19/1/1997	290	5.35	3.47	283.10
20/1/1997	287	5.34	3.48	284.13
21/1/1997	288	5.35	3.46	287.86
22/1/1997	289	5.36	3.44	273.59
23/1/1997	281	5.23	3.45	275.47
24/1/1997	283	5.24	3.42	282.05
25/1/1997	285	5.25	3.41	288.94
26/1/1997	288	5.26	3.41	290.99
27/1/1997	289	5.26	3.43	285.27
28/1/1997	287	5.28	3.42	282.26
29/1/1997	285	5.27	3.44	290.44
30/1/1997	290	5.27	3.42	294.08
31/1/1997	291	5.27	3.37	294.25
1/2/1997	289	5.29	3.39	290.71
2/2/1997	288	5.28	3.41	292.89
3/2/1997	290	5.31	3.44	296.61
4/2/1997	293	5.32	3.41	297.18
5/2/1997	292	5.28	3.42	297.93
6/2/1997	293	5.30	3.42	298.07
7/2/1997	293	5.31	3.44	296.44
8/2/1997	293	5.32	3.41	297.02
9/2/1997	292	5.30	3.40	299.63

Για τον υπολογισμό της VaR θα χρειαστεί να εκτιμηθούν δύο παράμετροι: ο χρονικός ορίζοντας και το επίπεδο σημαντικότητας ($1 - \text{ποσοστημόριο}$). Για τη δεδομένη μελέτη θα χρησιμοποιηθεί μία ημέρα ως ο χρόνος για την αποτίμηση του κινδύνου μέσω της VaR και επίπεδο σημαντικότητας 80%. Ο χρονικός ορίζοντας της μίας ημέρας είναι ο τυπικός χρόνος με τον οποίο αποτιμά τη VaR η πλειοψηφία των οικονομικών ιδρυμάτων. Αντίθετα, το επίπεδο σημαντικότητας της τάξεως του 80% είναι αρκετά μικρό και είναι αποτέλεσμα της μικρής ποσότητας δεδομένων που χρησιμοποιούνται. Για μεγαλύτερη ακρίβεια θα χρειαστεί πολύ μεγαλύτερος όγκος δεδομένων. Λόγω της υπολογιστικής ισχύος που διατίθεται, ο αριθμός των παραγόμενων σεναρίων που θα παραχθούν θα είναι αρκετά μεγάλος, της τάξεως των 10000 σεναρίων. Έτσι, δίνεται η δυνατότητα, παρότι η ποσότητα των δεδομένων είναι μικρή, να υπολογιστεί η VaR και για μεγαλύτερα επίπεδα σημαντικότητας.

Η μέθοδος Monte Carlo βασίζεται στην υπόθεση ότι υπάρχει πληροφορία για την από κοινού συνάρτηση κατανομής των μεταβολών της αγοράς. Στη συνέχεια, χρησιμοποιώντας την συνάρτηση κατανομής δημιουργείται ένα μεγάλο πλήθος σεναρίων και αποτιμάται το χαρτοφυλάκιο για κάθε ένα από αυτά τα σενάρια. Μεγάλο πλήθος σεναρίων, δίνει μια καλή προσέγγιση της κατανομής για την τελική αξία του χαρτοφυλακίου. Το κάτω q ποσοστημόριο της κατανομής αποτελεί την τιμή της VaR.

Στην ανάλυση που ακολουθεί έχει επιλεγεί η πιο απλή μορφή για την από κοινού συνάρτηση κατανομής. Όλοι οι παράμετροι της αγοράς κατανέμονται από κοινού κανονικά με την ίδια μέση τιμή και τον ίδιο πίνακα διακυμάνσεων συνδιακυμάνσεων. Αρχικά, με βάση τα ιστορικά δεδομένα που διατίθενται κατασκευάζεται το διάνυσμα των μέσων ημερησίων μεταβολών για κάθε παράμετρο και στη συνέχεια υπολογίζεται ο πίνακας διακυμάνσεων συνδιακυμάνσεων αυτών των μεταβολών.

Έτσι υπολογίζονται διαδοχικά:

AddChangesMx=Drop[dataVAR,1]-Drop[dataVAR,-1];

AddMeansVec=Mean[AddChangesMx]

AddCovMx=CovarianceMatrix[AddChangesMx];

sqrtAddCovar=MatrixPower[AddCovMx,1/2];

από όπου προκύπτει το διάνυσμα των μέσων τιμών καθώς και ο πίνακας συνδιακυμάνσεων:

AddMeansVec

{1, 0.282051, 0.000512821, -0.0025641}

AddCovMx//MatrixForm

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 6.10256 & -0.0122537 & -0.00328408 \\ 0 & -0.0122537 & 0.000662888 & -0.0000302294 \\ 0 & -0.00328408 & -0.0000302294 & 0.0007132 \end{pmatrix}$$

Πρέπει να σημειωθεί πως ο πίνακας διακυμάνσεων συνδιακυμάνσεων είναι καλά και θετικά ορισμένος (positive and well-defined). Αυτό προκύπτει εύκολα βρίσκοντας τις ιδιοτιμές του πίνακα και παρατηρώντας πως είναι όλες θετικές. Μέσω του πακέτου, προκύπτει:

Eigenvalues[AddCovMx]

{6.10259, 0.000726758, 0.000622954, 0.}

Όπως φαίνεται στην παραπάνω λίστα των ιδιοτιμών του πίνακα διακυμάνσεων – συνδιακυμάνσεων, η τελευταία ιδιοτιμή του πίνακα είναι μηδέν. Γεγονός που οδηγεί στο συμπέρασμα πως ο πίνακας είναι θετικά ημιορισμένος και όχι θετικά ορισμένος. Παρόλα αυτά, η μηδενική ιδιοτιμή οφείλεται στα μηδενικά που υπάρχουν στην πρώτη γραμμή και πρώτη στήλη του πίνακα. Η πρώτη γραμμή και η πρώτη στήλη του πίνακα συνδιακυμάνσεων αφορά τις χρονικές αλλαγές, οι οποίες είναι πλήρως ντετερμινιστικές και άρα ασυσχέτιστες με το υπόλοιπο πλήθος των δεδομένων. Συνεπώς, η μηδενική ιδιοτιμή δεν επηρεάζει την ανάλυση που ακολουθεί και άρα ο πίνακας μπορεί να θεωρηθεί εξ' ολοκλήρου ως θετικά ορισμένος.

Στη γενική περίπτωση, η συγκεκριμένη μεθοδολογία, δίνει τη δυνατότητα στον αναλυτή να χρησιμοποιήσει οποιαδήποτε από κοινού κατανομή θεωρεί πως ανταποκρίνεται στα δεδομένα που υπάρχουν. Στην περίπτωση αυτή, όπως προαναφέρθηκε θα εφαρμοστεί η κανονική κατανομή ως η από κοινού συνάρτηση κατανομής. Οπότε προκύπτει:

```
nor[mu_,sig_]:=
Random[NormalDistribution[mu,sig] ];
```

Στη συνέχεια, παράγεται το διάνυσμα **tbl**, από συσχετισμένες κανονικά κατανεμημένες τυχαίες μεταβλητές, οι οποίες προκύπτουν από το διάνυσμα ανεξαρτήτων τυχαίων μεταβλητών, που ακολουθούν την κανονική κατανομή, πολλαπλασιασμένο επί την τετραγωνική ρίζα του πίνακα διακυμάνσεων συνδιακυμάνσεων. Από το διάνυσμα **tbl** προκύπτει η λίστα **simulatedParam**, σύμφωνα με την οποία θα υπολογιστεί η προσομοιωμένη αξία του χαρτοφυλακίου, από τη συνάρτηση **valueP**, δηλαδή:

```
MCvarAdd[portf_, mrkt_, n_:10]:=
Module[
{tbl, simulatedParam, values},
```

```
tbl = Table[ sqrtAddCovar.Table[ nor[0,1],
{Length[AddCovMx]}] + AddMeansVec, {n} ];
simulatedParam = Table[mrkt,{n}] + tbl;
values =
Map[valueP[ portf,#]&, simulatedParam ];
{Mean[values], StandardDeviation[values],
StandardErrorOfSampleMean[values],
values, simulatedParam }];
```

Η επόμενη συνάρτηση **MCApproachAdd**, ενσωματώνει τα απαραίτητα βήματα για τον υπολογισμό της VaR μέσω της προσέγγισης Monte Carlo. Οι παράμετροι αυτής της συνάρτησης είναι: **portf**: τα στοιχεία του χαρτοφυλακίου, **mrkt**: η τρέχουσα τιμή της αγοράς, **quant**: το ποσοστημόριο, το οποίο αντιπροσωπεύει το επίπεδο εμπιστοσύνης και **n**: ο αριθμός των παραγόμενων σεναρίων. Η υλοποίηση της συνάρτησης δίνει ως αποτέλεσμα την εκτίμηση της VaR, καθώς και μια λίστα η οποία περιέχει όλες τις αλλαγές στην αξία του χαρτοφυλακίου, που παρατηρήθηκαν κατά τη διάρκεια της προσομοίωσης. Η συνάρτηση **MCApproachAdd** αρχικά υπολογίζει την μεταβολή στην αξία του χαρτοφυλακίου αφαιρώντας από κάθε προσομοιωμένη τιμή για την αξία του χαρτοφυλακίου την 10^η Φεβρουαρίου 1997, την τρέχουσα τιμή του, δηλαδή την αξία του χαρτοφυλακίου την 9^η Φεβρουαρίου 1997. Η συγκεκριμένη διαδικασία επαναλαμβάνεται ανάλογα με τον αριθμό των προσομοιώσεων που έχει επιλεγεί και στη συνέχεια λαμβάνεται το κάτω ποσοστημόριο από την κατανομή των τιμών που έχουν προκύψει. Η τιμή που λαμβάνεται είναι η επιθυμητή τιμή για τη VaR.

```
MCApproachAdd[ portf_, mrkt_, quant_, n_:10 ]:=
Module[{currentValue, changes},
currentValue = valueP[ portf,mrkt];
changes = MCvarAdd[portf, mrkt, n][[4]] -
currentValue;
{Quantile[ changes, quant], changes}];
```

Με σκοπό να προκύψουν συνεπή αποτελέσματα, η συνάρτηση **MCApproachAdd** μπορεί να συνδυαστεί με τυχαίο φύλλο παραγωγής (random seed generator) τυχαίων αριθμών. Για 10000 προσομοιώσεις προκύπτει η τιμή για τη VaR:

```
SeedRandom[1];
MCApproachAdd[ portfolio, mrkt9Feb97, 0.2,
10000][[1]]
```

-3.99322

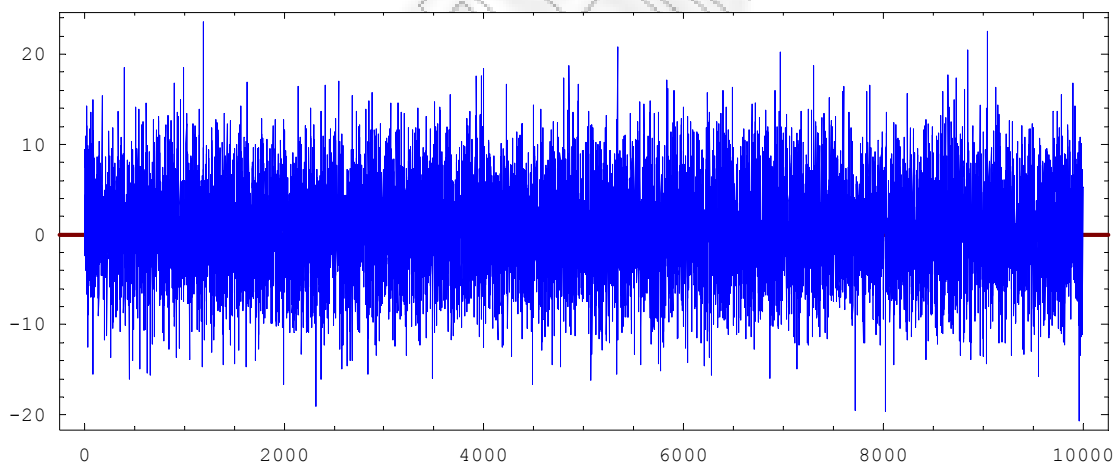
Εφαρμόζοντας την ίδια συνάρτηση, προκύπτουν παρόμοια αποτελέσματα. Για παράδειγμα:

```
SeedRandom[7];
MCApproachAdd[portfolio,mrkt9Feb97,0.2,10000][[1]]
```

-4.03111

Επιπλέον, κάνοντας χρήση κάποιων από τις επιλογές του πακέτου, δίνεται η δυνατότητα να αναπαρασταθούν οι μεταβολές στην αξία του χαρτοφυλακίου.

```
ch=Table[MCApproachAdd[portfolio,mrkt9Feb97,0.2,10000][[2]]];
ListPlot[ch,PlotJoined→True,AspectRatio→0.4,PlotStyle→{RGBColor[0,0,1]},
AxesStyle→{RGBColor[0.5,0,0],Thickness[0.004]}]
Histogram[ch]
```

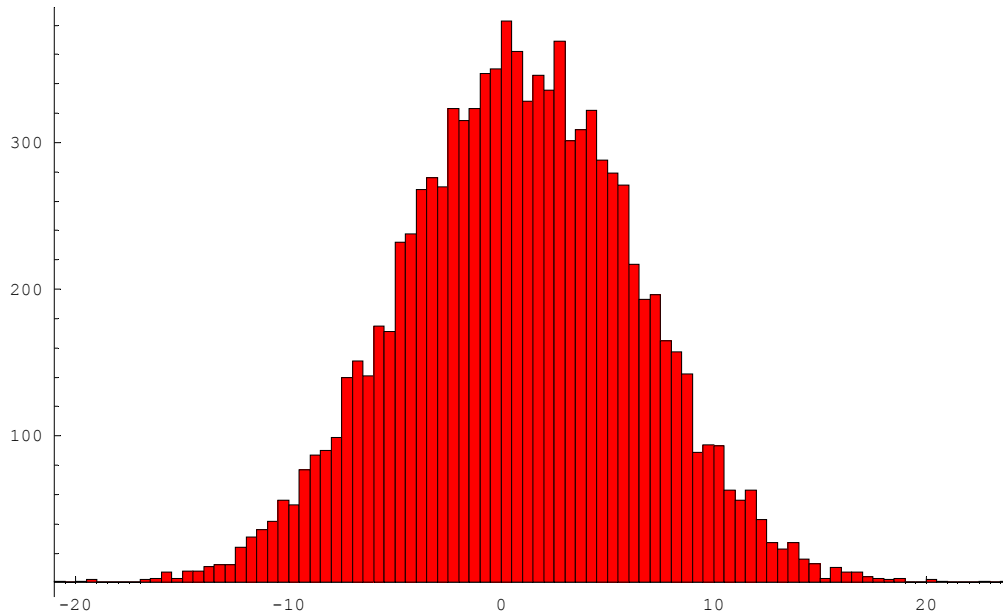


ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 3.3

ΓΡΑΦΙΚΗ ΑΝΑΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΤΩΝ ΜΕΤΑΒΟΛΩΝ ΤΩΝ ΤΙΜΩΝ

Στο Διάγραμμα 3.3 απεικονίζονται οι αλλαγές των τιμών στην αξία του χαρτοφυλακίου κατά τη διάρκεια των 10000 προσομοιώσεων. Εξαιτίας των πολλών επαναλήψεων είναι δυσδιάκριτη η αναπαράσταση των δεδομένων. Παρόλα αυτά διαπιστώνεται η τυχαιότητα της διαδικασίας (randomly procedure). Στο Διάγραμμα 3.4

εμφανίζεται το ιστόγραμμα των παραπάνω τιμών της αξίας του χαρτοφυλακίου. Στο συγκεκριμένο ιστόγραμμα παρατηρείται η κανονικότητα των τιμών, κάτι το οποίο ήταν αναμενόμενο, λόγω της αρχικής υπόθεσης που είχε γίνει για την από κοινού συνάρτηση κατανομής των μεταβολών των τιμών.



ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 3.4
ΙΣΤΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΒΟΛΩΝ ΤΩΝ ΤΙΜΩΝ

Πραγματοποιώντας την παραπάνω διαδικασία αρκετές φορές και για διάφορα επίπεδα εμπιστοσύνης λαμβάνονται διαφορετικές τιμές της VaR, οι οποίες εμφανίζονται στον Πίνακα 3.2. Ειδικότερα, στον πίνακα αυτό παρουσιάζονται οι τιμές της VaR για επίπεδα σημαντικότητας 1%, 5%, 10% και 20% καθώς και για 1000, 5000 και 10000 επαναλήψεις. Για παράδειγμα, για επίπεδο σημαντικότητας 20% και για 5000 προσομοιωμένες μελλοντικές τιμές της αξίας του χαρτοφυλακίου, η τιμή της VaR βρέθηκε -4.05, ενώ για 10000 επαναλήψεις και $\alpha = 5\%$ η τιμή που λαμβάνεται είναι -8.55.

Οι τιμές του Πίνακα 3.2 εκφράζουν τις πιθανές ποσοστιαίες απώλειες της αξίας του χαρτοφυλακίου, οι οποίες εξαρτώνται από το επίπεδο εμπιστοσύνης και τον αριθμό των παραγόμενων σεναρίων που έχει επιλεχθεί. Για παράδειγμα, με πιθανότητα 10% οι πιθανές απώλειες για το χαρτοφυλάκιο υπολογίζεται ότι θα ξεπερνούν το 8.62% της αξίας του χρησιμοποιώντας 5000 προσομοιωμένα μελλοντικά σενάρια.

ΠΙΝΑΚΑΣ 3.2
ΕΚΤΙΜΗΣΗ ΤΗΣ VaR

επίπεδο εμπιστοσύνης	αριθμός σεναρίων		
	1000	5000	10000
1.00%	-12.0836	-12.1625	-12.3708
5.00%	-8.53521	-8.62023	-8.54745
10.00%	-6.52843	-6.54109	-6.45942
20.00%	-3.76359	-4.04531	-4.03111

Όσο ο αριθμός των παραγόμενων σεναρίων αυξάνεται, για δεδομένο επίπεδο εμπιστοσύνης, η απόκλιση των τιμών της VaR είναι ιδιαίτερα μικρή. Πιο συγκεκριμένα, για 1% επίπεδο εμπιστοσύνης οι απώλειες κυμαίνονται γύρω στο 12%, για 5% οι τιμές είναι κοντά στο -8.5% και με πιθανότητα 10% οι τιμές για τη VaR υπολογίζονται περίπου -6.5%. Μεγαλύτερη απόκλιση των τιμών της VaR εμφανίζεται για 20% επίπεδο εμπιστοσύνης και ιδιαίτερα για 1000 επαναλήψεις όπου η τιμή της είναι -3.76%, ενώ για $n = 5000$, η τιμή της φτάνει στο -4.06%.

Σημαντικές διαφοροποιήσεις στις πιθανές απώλειες του χαρτοφυλακίου προκύπτουν όσο αυξάνεται το επίπεδο εμπιστοσύνης της ανάλυσης, για δεδομένο αριθμό παραγόμενων σεναρίων των μελλοντικών τιμών. Πιο λεπτομερώς, για $n = 5000$, η τιμή της VaR είναι περίπου -12.16%, για επίπεδο σημαντικότητας 1%, η τιμή προσεγγίζει το -8.62% και -6.5% για 5% και 10% επίπεδο σημαντικότητας αντίστοιχα, τέλος παίρνει τη μικρότερη τιμή της, -4.05% για 20% επίπεδο σημαντικότητας. Συνεπώς, η μεταβολή του a , επιφέρει καθοριστικές αλλαγές στην εκτίμηση της VaR για το χαρτοφυλάκιο.

Από όλα τα παραπάνω προκύπτει το γενικό συμπέρασμα πως οι τιμές για τις πιθανές απώλειες της αξίας του χαρτοφυλακίου, δηλαδή οι τιμές της VaR, δεν εξαρτώνται από τον αριθμό των παραγόμενων προσομοιωμένων σεναρίων. Αντιθέτως, το επίπεδο εμπιστοσύνης, που θα επιλεγεί για την ανάλυση και την τιμολόγηση των αναμενόμενων απωλειών, αποτελεί τον ακρογωνιαίο λίθο για κάθε αναλυτή, λόγω της άμεσης επίδρασής του στον υπολογισμό της VaR.

3.6 Επανελέγχος

Για τον επανελέγχο (backtesting) της παραπάνω μεθόδου θα χρησιμοποιηθεί ο έλεγχος που ανέπτυξε πρώτος Kupiec και έχει αναλυθεί αναλυτικά στο Κεφάλαιο 2. Το τεστ του λόγου πιθανοφάνειας κατά τον Kupiec, χρησιμοποιείται για να διαπιστωθεί κατά πόσο το μοντέλο αποτίμησης του κινδύνου πρέπει να απορριφθεί ή όχι. Έστω N , ο αριθμός των περιπτώσεων στις οποίες η ζημία του χαρτοφυλακίου είναι μεγαλύτερη από την πραγματική τιμή του VaR στο δείγμα μεγέθους T . Τότε ο αριθμός των παραβιάσεων ακολουθεί την διωνυμική κατανομή, $N \sim B(T, p)$. Στην ιδανική περίπτωση, ο ρυθμός αποτυχίας N/T , θα πρέπει να ισούται με την πιθανότητα p η οποία αντιστοιχεί στον συντελεστή εμπιστοσύνης. Έτσι, η μηδενική καθώς και η εναλλακτική υπόθεση δίνονται:

$$H_0 : N/T = p$$

$$H_a : N/T \neq p$$

Ο λόγος πιθανοφάνειας LR_{uc} , ο οποίος δίνεται από τη σχέση (2.2), ακολουθεί ασυμπτωτικά την χ_1^2 κατανομή (chi – square distribution) με ένα βαθμό ελευθερίας κάτω από τη μηδενική υπόθεση, πως ο ρυθμός αποτυχίας ισούται με την πιθανότητα p που έχει επιλεγεί ως ο συντελεστής εμπιστοσύνης για την αποτίμηση της VaR. Επειδή συχνά δεν υπάρχει μεγάλος αριθμός παρατηρήσεων για την επαλήθευση του μοντέλου, με αποτέλεσμα να μην προκύπτει μεγάλος αριθμός παραβιάσεων N , είναι προτιμότερο να εξαχθούν οι P-values με προσομοίωση Monte Carlo.

Αρχικά υπολογίζεται μέσω της σχέσης (2.2) η πραγματική τιμή για το στατιστικό LR_{uc} . Για την υπολογισμό του όμως είναι αναγκαία η εύρεση του αριθμού των παραβιάσεων N . Στη συνέχεια, μέσω το πακέτου υπολογίζεται η λίστα των αξία του χαρτοφυλακίου **cp** για κάθε μία από τις 40 ημέρες, καθώς και οι διαφορές των τιμών **diafores** από μέρα σε μέρα.

```

cp={};
Do[cp1=valueP[portfolio,dataVAR[[i]]];
  cp=AppendTo[cp,cp1],{i,1,Length[dataVAR]}]
Table[cp];
Print["Ο πίνακας αξιών του χαρτοφυλακίου είναι: ",Table[cp] ]
ListPlot[cp,PlotJoined→True,AspectRatio→0.3,Frame→True]
diafores={};
Do[diaf=cp[[i]]-cp[[i+1]];
  diafores=AppendTo[diafores,diaf],{i,1,Length[cp]-1}]

```

```

Table[diafores];
Print["Ο πίνακας μεταβολών των τιμών του χαρτοφυλακίου είναι:
",Table[diafores] ]
dif=ListPlot[diafores,PlotJoined→True,AspectRatio→0.3,Frame→True,DisplayFunction
→Identity]
va=Plot[-3.7636,{x,0,40},PlotStyle→{RGBColor[0,0,1]},DisplayFunction→Identity];
Show[{dif,va},Axes→False,DisplayFunction→$DisplayFunction]

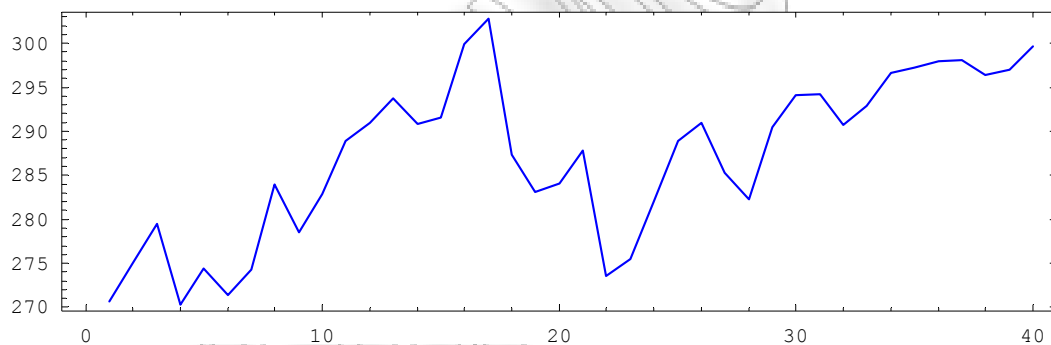
```

Ο πίνακας αξιών του χαρτοφυλακίου είναι:

```

{270.675,274.952,279.458,270.353,274.408,271.43,274.228,283.96
3,278.562,282.884,288.869,290.923,293.721,290.84,291.536,299.8
81,302.772,287.373,283.103,284.126,287.856,273.586,275.467,282
.047,288.942,290.995,285.27,282.258,290.439,294.081,294.249,29
0.71,292.892,296.607,297.183,297.925,298.071,296.439,297.015,2
99.63}

```



ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 3.5

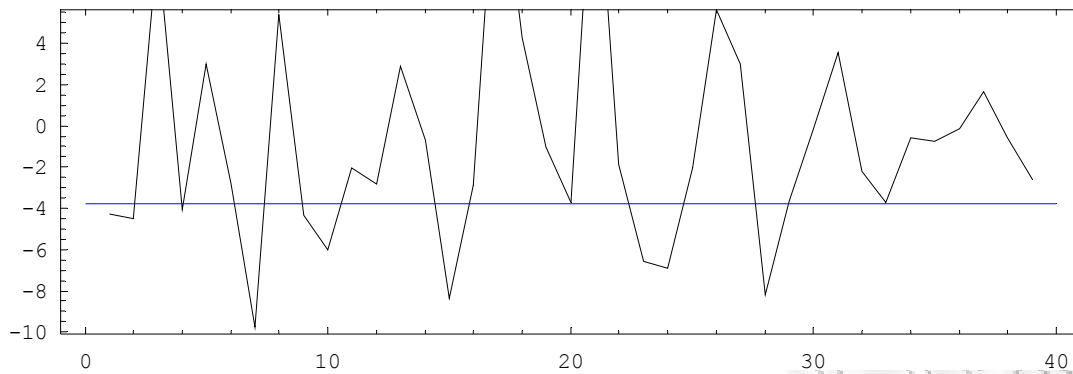
ΓΡΑΦΙΚΗ ΑΝΑΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΤΩΝ ΤΙΜΩΝ ΤΟΥ ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΟΥ

Ο πίνακας μεταβολών των τιμών του χαρτοφυλακίου είναι:

```

{-4.27765,-4.50597,9.10509,-4.05503,2.97795,-2.79823,-
9.73433,5.40092,-4.32214,-5.98529,-2.05377,-2.79803,2.88104,-
0.695486,-8.34516,-2.89178,15.3996,4.26969,-1.02283,-
3.73051,14.2703,-1.8809,-6.57967,-6.89494,-
2.05281,5.72489,3.01134,-8.18082,-3.64195,-0.168404,3.53905,-
2.18178,-3.71501,-0.575371,-0.742757,-0.145401,1.63187,-
0.576555,-2.61447}

```



ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 3.6

**ΓΡΑΦΙΚΗ ΑΝΑΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΤΩΝ ΔΙΑΦΟΡΩΝ ΤΩΝ ΤΙΜΩΝ
ΤΟΥ ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΟΥ**

Στο Διάγραμμα 3.6 απεικονίζονται οι διαφορές των τιμών του χαρτοφυλακίου για κάθε μία από τις 40 ημέρες διαπραγμάτευσης. Επίσης, η ευθεία αντιπροσωπεύει την τιμή της VaR σε επίπεδο εμπιστοσύνης 20%. Τα σημεία που βρίσκονται κάτω από την μπλε ευθεία, είναι στην πραγματικότητα οι παραβιάσεις N που έγιναν κατά την παραπάνω μελέτη. Ο αριθμός των παραβιάσεων **yperbaseis**, καθώς και η πραγματική τιμή του στατιστικού LR_{uc} **LRucReal** υπολογίζονται διαδοχικά ως εξής:

```

dianysmaYperbasewn={};
Do[If[diafores[[i]]<-3.7636,
dianysmaYperbasewn=AppendTo[dianysmaYperbasewn,1]],
{i,1,Length[diafores]}]
yperbaseis=Length[dianysmaYperbasewn];
LRucReal=-2*Log[(1-0.2)^(Length[dataVAR]-yperbaseis)*0.2^yperbaseis]+2*Log[(1-
yperbaseis/Length[dataVAR])^(Length[dataVAR]-
yperbaseis)*(yperbaseis/Length[dataVAR])^yperbaseis];
Print["LRuc = ",LRucReal,
" N = ",yperbaseis]
Null
LRuc = 0.59056 N = 10

```

Οι προσομοιωμένες τιμές για τις P-values, μπορούν να υπολογιστούν δημιουργώντας 999 δείγματα τυχαίων, ανεξάρτητων και ισόνομων (*i.i.d.*) μεταβλητών από την κατανομή Bernoulli(p), όπου το μέγεθος κάθε δείγματος ισούται με το πραγματικό μέγεθος δείγματος

που υπόκειται σε έλεγχο και η παράμετρος p ισούται με το επίπεδο εμπιστοσύνης που χρησιμοποιήθηκε για τον υπολογισμό της VaR. Σύμφωνα με τα παραπάνω προκύπτει:

```
arr={};simPinakasLR={};
Do[
  Do[s=Random[BernoulliDistribution[0.2]];
    arr=AppendTo[arr,s],{40}]
  simYperbaseis=Apply[Plus,arr];
  LRucSim=-2*Log[(1-0.2)^(Length[arr]-simYperbaseis)*0.2^simYperbaseis]+2*Log[(1-
simYperbaseis/Length[arr])^(Length[arr]-
simYperbaseis)*(simYperbaseis/Length[arr])^simYperbaseis];
  simPinakasLR=AppendTo[simPinakasLR,LRucSim];,{999}]
```

Στην παραπάνω διαδικασία και δεδομένων των 999 τυχαίων δειγμάτων, έχουν υπολογιστεί και οι προσομοιωμένες τιμές του στατιστικού LR_{uc} , έστω $\{\widetilde{LR}_{uc}(i)\}_{i=1}^{999}$, οι οποίες παρουσιάζονται στη λίστα **simPinakasLR**. Κατόπιν, η προσομοιωμένη τιμή για το P-value προκύπτει ως το ποσοστό των προσομοιωμένων τιμών \widetilde{LR}_{uc} που είναι μεγαλύτερες από την πραγματική τιμή LR_{uc} η οποία έχει υπολογιστεί από τον τύπο 2.2. Ο τύπος 3.3 δίνει την προσομοιωμένη τιμή για το P-value:

$$P - value = \frac{1}{1000} \left\{ 1 + \sum_{i=1}^{999} 1(\widetilde{LR}_{uc} > LR_{uc}) \right\}, \quad (3.3)$$

όπου η παράσταση $1(\bullet)$ παίρνει την τιμή 1 όταν η σχέση $\widetilde{LR}_{uc} > LR_{uc}$ είναι αληθής και 0 σε διαφορετική περίπτωση. Η υλοποίηση της παραπάνω διαδικασίας μέσω του πακέτου γίνεται ως εξής:

```
pinakasPvalue={};
Do[If[simPinakasLR[[i]]>LRucReal,
  pinakasPvalue=AppendTo[pinakasPvalue,1]],{i,1,Length[simPinakasLR]}]
pValue=N[(Apply[Plus,pinakasPvalue]+1)/1000]
0.799
```

Εφαρμόζοντας την παραπάνω διαδικασία για κάθε μία από τις τιμές της VaR του Πίνακα 3.2 προκύπτουν οι αντίστοιχες τιμές των P-values για τον έλεγχο Kuries, οι οποίες εμφανίζονται στον Πίνακα 3.3. Ειδικότερα, στον πίνακα αυτό παρουσιάζονται οι τιμές των P-values για επίπεδα σημαντικότητας 1%, 5%, 10% και 20% καθώς και για 1000, 5000 και

10000 επαναλήψεις. Για παράδειγμα, για επίπεδο σημαντικότητας 20% και για 5000 προσομοιωμένες μελλοντικές τιμές της αξίας του χαρτοφυλακίου, η τιμή του P-value βρέθηκε 0.863, ενώ για 10000 επαναλήψεις και $\alpha = 5\%$ η τιμή που λαμβάνεται είναι περίπου 0.54.

Οι τιμές του Πίνακα 3.3 εκφράζουν την ελάχιστη πιθανότητα αποδοχής της H_0 , οι οποίες εξαρτώνται από το επίπεδο εμπιστοσύνης και τον αριθμό των παραγόμενων σεναρίων που έχει επιλεγεί. Για παράδειγμα, για επίπεδο εμπιστοσύνης 5% και για 5000 επαναλήψεις η ελάχιστη πιθανότητα αποδοχής της H_0 είναι 53.6%, κατά πολύ μεγαλύτερη από το συντελεστή εμπιστοσύνης, με αποτέλεσμα να μην απορρίπτεται η μηδενική η υπόθεση και ως εκ τούτου το μοντέλο να θεωρείται αξιόπιστο.

ΠΙΝΑΚΑΣ 3.3
ΚΥΡΙΕC P – VALUE

επίπεδο εμπιστοσύνης	αριθμός σεναρίων		
	1000	5000	10000
1.00%	(0.08)	(0.06)	(0.14)
5.00%	(0.268)	(0.536)	(0.543)
10.00%	(0.319)	(0.537)	(0.557)
20.00%	(0.799)	(0.863)	(0.863)

Για δεδομένο επίπεδο εμπιστοσύνης, αυξάνεται η τιμή των P-values, καθώς αυξάνεται ο αριθμός των παραγόμενων μελλοντικών τιμών της αξίας του χαρτοφυλακίου. Ειδικότερα, η αύξηση αυτή είναι αισθητή από τις 1000 έως τις 5000 επαναλήψεις, όπου παρατηρείται κατά κανόνα αύξηση των τιμών έως και 50%. Συγχρόνως, καθώς αυξάνεται το επίπεδο εμπιστοσύνης, μεγαλώνει η τιμή του P-value, για δεδομένο αριθμό επαναλήψεων. Για παράδειγμα, εφαρμόζοντας τον έλεγχο για 5000 προσομοιωμένες τιμές της μελλοντικής αξίας του χαρτοφυλακίου, η τιμή του P-value φτάνει στο 0.536 για $\alpha = 0.05$, ενώ για $\alpha = 0.20$, η τιμή του προσεγγίζει το 0.863.

Συμπερασματικά, για μεγάλο αριθμό προσομοιωμένων σεναρίων καθώς και για κάθε επίπεδο εμπιστοσύνης, ο έλεγχος του Κυρίεc δεν απορρίπτει τη μηδενική υπόθεση και ως εκ

τούτου το μοντέλο που έχει επιλεγθεί θεωρείται αξιόπιστο. Αξίζει να σημειωθεί πως η επιλογή του επιπέδου εμπιστοσύνης για σφάλματα τύπου I, δηλαδή για εσφαλμένη απόρριψη του σωστού μοντέλου, συνηθίζεται να λαμβάνεται 5%, ιδιαίτερα για εμπειρικές μελέτες. Στα χρηματοπιστωτικά ιδρύματα που ασχολούνται με τη διαχείριση κινδύνου, τα σφάλματα τύπου II, δηλαδή η αποδοχή ενός λανθασμένου μοντέλου, μπορεί να αποβεί ιδιαίτερα ζημιογόνα για την εταιρία. Για τον λόγο αυτό, στην πράξη χρησιμοποιείται επίπεδο σημαντικότητας της τάξεως του 10% ή του 20%.

3.7 Συμπεράσματα

Οι μέθοδοι προσομοίωσης χρησιμοποιούνται σήμερα με σκοπό τη διαχείριση του κινδύνου από διάφορα χρηματοπιστωτικά ιδρύματα. Ενδιαφέρον παρουσιάζει το γεγονός πως οι συγκεκριμένες μέθοδοι μπορούν να εξελιχθούν σε κύρια εργαλεία αποτίμησης του κινδύνου, ακόμη και σε σύνθετα χαρτοφυλάκια παραγώγων και δικαιωμάτων (options). Για τον λόγο αυτό, η επένδυση σε πνευματικές αναζητήσεις και ανάπτυξη συστημάτων που αφορούν τις συναλλαγές παραγώγων, μπορούν να χρησιμοποιηθούν με ιδιαίτερη επιτυχία στον υπολογισμό της VaR.

Οι μέθοδοι προσομοίωσης είναι ιδιαίτερα ευέλικτες. Μπορούν είτε να έπονται της στοχαστικής διαδικασίας ή ακόμη να ενεργήσουν βάση των ιστορικών δεδομένων διενεργώντας διαφόρων ειδών δειγματοληψίες. Επιπλέον επιτρέπουν τον πλήρη και συνεχή υπολογισμό της VaR μέχρι την καταληκτική ημερομηνία που έχει οριστεί, δεδομένων των στοιχείων του εκάστοτε χαρτοφυλακίου.

Αντίθετα, οι μέθοδοι προσομοίωσης παρουσιάζουν κάποια μειονεκτήματα που κάνουν τη χρήση τους περιορισμένη. Δεδομένης της ανάγκης για προεπιλογή των κατανομών που θα χρησιμοποιηθούν, οι συγκεκριμένες μέθοδοι είναι ιδιαίτερα επιρρεπής σε εσφαλμένα αποτελέσματα, ειδικότερα όταν πρόκειται για μοντέλα που διαχειρίζονται τον κίνδυνο. Επίσης, ο χρόνος εξαγωγής αποτελεσμάτων είναι σαφώς περισσότερος από το χρόνο που απαιτείται χρησιμοποιώντας αναλυτικές μεθόδους και ταυτόχρονα προσδίδουν λιγότερη σαφήνεια αποτελεσμάτων από αυτές.

Η μέθοδος Monte Carlo παράγει τυχαίες τιμές για τους παράγοντες κινδύνου. Η ιστορική μέθοδος προσομοίωσης χρησιμοποιεί τις μεταβολές των τιμών που εμφανίστηκαν

στο πρόσφατο παρελθόν. Εκτός από ευέλικτες, οι παραπάνω μέθοδοι δημιουργούν ουσιαδής, αυξομειώσεις στην μέτρηση της VaR. Μεγαλύτερη ακρίβεια προϋποθέτει η δαπάνη σε τεράστιες αυξήσεις του αριθμού των επαναλήψεων, οι οποίες απ' την άλλη καθυστερούν σημαντικά την όλη διαδικασία υπολογισμού της VaR.

Σε αντίθεση με αυτές τις τυχαίες προσεγγίσεις, νέες μέθοδοι επιβάλλουν μεγαλύτερη οργάνωση στη διαδικασία προσομοίωσης. Οι εν μέρη ντετερμινιστικές προσομοιώσεις δημιουργούν περισσότερο συστηματική κάλυψη για τους παράγοντες κινδύνου και επιτρέπουν μεγαλύτερη ακρίβεια υπολογισμού, χρησιμοποιώντας ίδιο αριθμό δεδομένων. Τέλος, οι διαδικασίες προσομοιώσεις σεναρίων, ελαττώνουν την πολυδιάστατη φύση των προβλημάτων ακόμη περισσότερο με αποτέλεσμα να μειώνεται σημαντικά η πιθανότητα λανθασμένων αποτελεσμάτων.

Συμπερασματικά, οι μέθοδοι προσομοίωσης είναι σχεδόν σίγουρο πως θα αποτελέσουν το αδιαφιλονίκητο και ταυτόχρονα απαραίτητο εργαλείο στη διαχείριση κινδύνου τα επόμενα έτη. Με την ολοένα αυξανόμενη ευχέρεια σε υπολογιστική ισχύ, σε συνδυασμό με την πρόοδο των επιστημονικών μεθόδων στο συγκεκριμένο τομέα, είναι αναμενομένη η σημαντική βελτίωση στο χρόνο εξαγωγής αποτελεσμάτων κάτι το οποίο αποτελεί τροχοπέδη στην εξέλιξη της μεθόδου.

Πιο γενικά, η μέθοδος VaR αποτελεί ένα εργαλείο που βοηθά κυρίως τους διαχειριστές στην μέτρηση και μόχλευση του χρηματοοικονομικού κινδύνου. Η μέθοδος έχει αποδειχθεί ιδιαίτερα χρήσιμη σε οργανισμούς που είναι εκτεθειμένοι σε πολλούς τύπους κινδύνου. Χαρακτηριστικό της VaR είναι ότι διευκολύνει την επικοινωνία μεταξύ των διαχειριστών και των μετόχων όσον αφορά την αντιμετώπιση των αναμενόμενων απωλειών, καθώς και το μέγεθος της έκθεσης στον κίνδυνο. Παλαιότερα η μέθοδος αυτή αποτελούσε μια παθητική εφαρμογή που απλώς έδινε κάποια νούμερα στους μετόχους. Ωστόσο, με το πέρασμα του χρόνου, η μέθοδος αυτή έχει εξελιχθεί σε κάτι παραπάνω από απλή ποσοτικοποίηση του κινδύνου.

Ακολουθώντας τις εξελίξεις σε όλα τα επίπεδα η VaR εξελίσσεται σε ένα ενεργητικό εργαλείο διαχείρισης κινδύνου. Χρησιμοποιείται στην αξιολόγηση της αποδοτικότητας, στον καταμερισμό του κεφαλαίου, αλλά και στη λήψη στρατηγικών αποφάσεων, με αποτέλεσμα οι οργανισμοί να αποκτούν ανταγωνιστικό πλεονέκτημα και να επιτυγχάνεται η καλύτερη διαχείρισή τους.

3.8 Ανακεφαλαίωση

Στο κεφάλαιο αυτό έγινε εφαρμογή της μεθόδου προσομοίωσης Monte Carlo για τη μέτρηση της VaR σε ένα υποθετικό χαρτοφυλάκιο το οποίο περιλάμβανε δύο είδη αξιόγραφων, ένα ομόλογο εξωτερικού και μια μετοχή. Για το σκοπό αυτό χρησιμοποιήθηκαν σαράντα (40) ημερήσιες παρατηρήσεις οι οποίες εκτός από την τιμή της μετοχής, περιείχαν το αγοραστικό επιτόκιο καθώς και την ισοτιμία μεταξύ δολαρίου και ρουβλίου, δεδομένης της αναγκαίας τιμολόγησης του ομολόγου.

Στη συνέχεια με τη χρήση της μεθόδου του Kuriec έγινε ο επανέλεγχος του μοντέλου για τις διάφορες τιμές της VaR, οι οποίες προέκυψαν από τα διαφορετικά επίπεδα εμπιστοσύνης που επιλέχθηκαν σε συνδυασμό με τον αριθμό των επαναλήψεων που χρησιμοποιήθηκε κατά τη διάρκεια της διαδικασίας προσομοίωσης. Όλοι οι υπολογισμοί που χρειάστηκαν, έγιναν με τη βοήθεια του μαθηματικού πακέτου Mathematica v.5.2 for students. Στο κύριο μέρος του κεφαλαίου παρουσιάστηκε αναλυτικά ένα μέρος των υπολογισμών τόσο για τη μέτρηση της VaR, όσο και για τον επανέλεγχο του μοντέλου.

Τέλος, τα συμπεράσματα που προέκυψαν από την παραπάνω μελέτη παρουσιάζονται στο τελευταίο μέρος του κεφαλαίου, συνοψίζοντας τα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματα των μεθόδων προσομοίωσης. Η αποτίμηση του κινδύνου με τη μέθοδο VaR μέσω προσομοίωσης επιδέχεται διάφορες παραλλαγές τόσο στην επιλογή της κατανομής που θα χρησιμοποιηθεί όσο και στον τρόπο συλλογής των δεδομένων και στην παρουσίαση των αποτελεσμάτων. Η περαιτέρω μελέτη της παραπάνω διαδικασίας θα αποτελέσει αντικείμενο μελέτης σε ακαδημαϊκούς χώρους και ταυτόχρονα σε οργανισμούς και χρηματοπιστωτικά ιδρύματα.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΡΡΑΙΑ

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑΤΑ

Π.Ι Παράδειγμα Υπολογισμού VaR

Π.ΙΙ Μέθοδος Ιστορικής Προσομοίωσης

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑΤΑ

РАВЕЉИЧНО ТЕРАЈА

Π.1 Παράδειγμα Υπολογισμού VaR

Το χαρτοφυλάκιο, αξίας 100 εκατομμυρίων ευρώ, περιλαμβάνει ένα μόνο περιουσιακό στοιχείο του οποίου η απόδοση ακολουθεί την κανονική κατανομή, με μέση ετήσια απόδοση 15% και ετήσια τυπική απόκλιση 25%. Ο τύπος που δίνει την συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας για την κατανομή είναι:

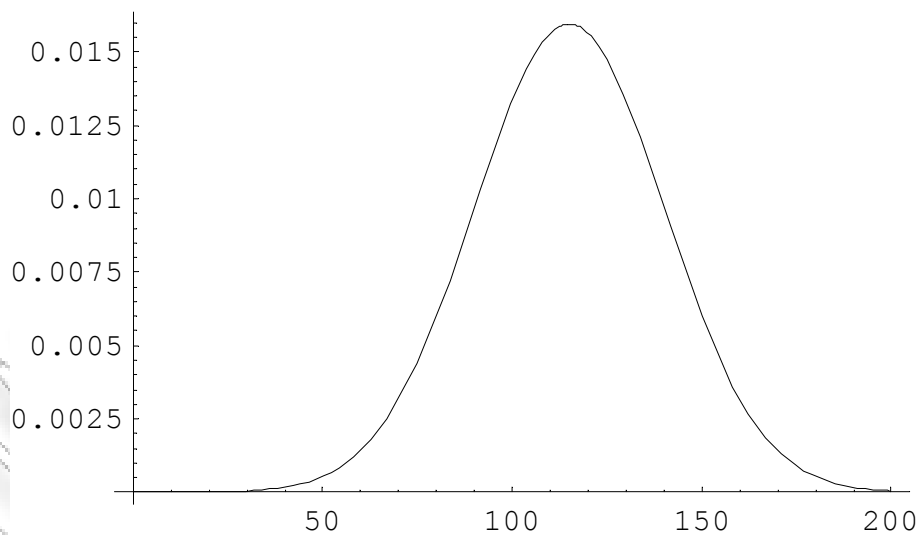
$$f(x; \mu, \sigma) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

όπου, με αντικατάσταση των τιμών του παραδείγματος στη σχέση αυτή προκύπτει:

$$f(x) = \frac{1}{25\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-115)^2}{2 \cdot 25^2}}$$

Το αντίστοιχο διάγραμμα της κατανομής βρίσκεται μέσω του πακέτου χρησιμοποιώντας τις ενσωματωμένες συναρτήσεις:

```
<<Graphics`Graphics`  
Plot [PDF[NormalDistribution[115,25],x],{x,0,200}];
```



ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 2.2

ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΑΞΙΑΣ ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΟΥ

Η πιθανότητα η αξία του χαρτοφυλακίου να είναι λιγότερη από 80 εκ. ευρώ υπολογίζεται από τις:

```
prob=CDF[NormalDistribution[115.,25],80];  
Print["Pr[value < 80]= ",prob]
```

$\Pr[\text{value} < 80] = 0.0807567$

Αντίστοιχα, η τιμή της VaR για το χαρτοφυλάκιο σε επίπεδο εμπιστοσύνης 99% υπολογίζεται από την παρακάτω συνάρτηση που δίνει το ποσοστημόριο της κατανομής:

```
q=Quantile[NormalDistribution[115.,25],0.01];  
Print[" Η VaR του χαρτοφυλακίου είναι: ",100-q]
```

Η VaR του χαρτοφυλακίου είναι: 43.1587

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΡΡΑΙΑ

Π.Π Μέθοδος Ιστορικής Προσομοίωσης

Στη μέθοδο ιστορικής προσομοίωσης αρχικά εισάγονται τα δεδομένα στο πακέτο μέσω της εντολής:

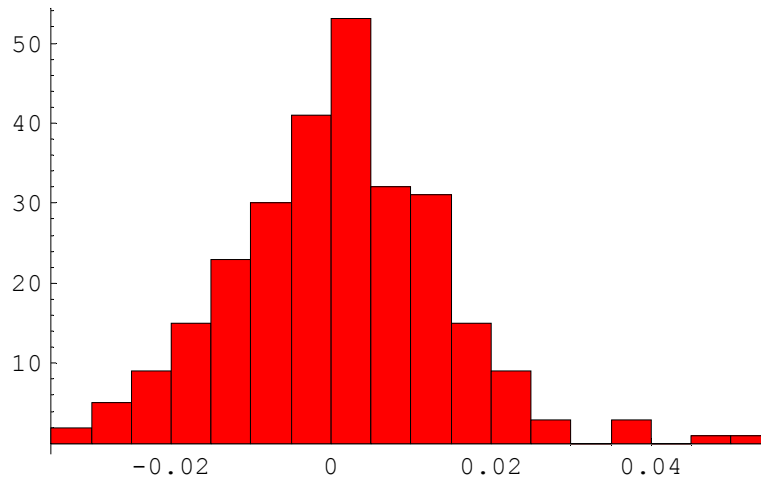
```
aiv=Import["AIV.xls"];
```

Το αρχείο **AIV.xls** περιέχει τις τιμές κλεισίματος του δείκτη, την ημερομηνία της συνεδρίασης καθώς και την ποσοστιαία μεταβολή των αποδόσεων. Τα παραπάνω δεδομένα εμφανίζονται στον Πίνακα 4.1 κατά φθίνουσα χρονολογική σειρά. Στη συνέχεια οι τιμές των αποδόσεων αποκτούν τη μορφή πίνακα έτσι ώστε να μπορεί να εφαρμοστεί η μεθοδολογία της προσομοίωσης:

```
aivstilh=Flatten[Table[aiv]];
TableForm[aivstilh]
```

Η μέθοδος που αναπτύχθηκε στην παράγραφο 2.3.2 εφαρμόζεται μέσω του πακέτου και τα αποτελέσματα του παρουσιάζονται στον Πίνακα 2.2. Επιπλέον για κάθε μία από τις διαδικασίες προσομοίωσης παρουσιάζεται και το αντίστοιχο ιστόγραμμα συχνοτήτων για την καλύτερη εποπτεία της διαδικασίας. Αναλυτικά ο κώδικας έχει ως εξής:

```
<<Graphics`Graphics`
<<Statistics`DescriptiveStatistics`
Needs["Statistics`ContinuousDistributions`"]
<<Statistics`DiscreteDistributions`
mesoi={};posost={};mhkoi={};
Do[
  k=RandomArray[BernoulliDistribution[0.21],Length[aivstilh]];
  lista=Pick[aivstilh,k,1];
  μ1=Mean[lista];
  mesoi=AppendTo[mesoi,μ1];
  q1=Quantile[lista,0.05];
  posost=AppendTo[posost,q1];
  μηκος1=Length[lista];
  mhkoi=AppendTo[mhkoi,μηκος1];
  ,{Length[aivstilh]-Length[lista]+1}]
Histogram[lista]
μ=Mean[mesoi];
q=Mean[posost];
μηκος=Mean[mhkoi];
Print["μ=",μ," VaR=", -100*q," μήκος=",N[μηκος]]
```

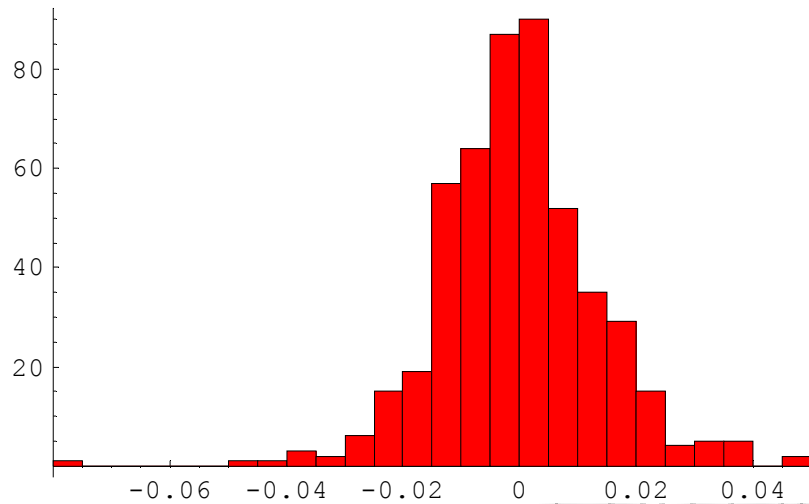


$\mu = 0.000351228$ $\text{VaR} = 2.09752$ $\mu\eta\kappa\omicron\varsigma = 254.309$

```

<<Graphics`Graphics`
<<Statistics`DescriptiveStatistics`
Needs["Statistics`ContinuousDistributions`"]
<<Statistics`DiscreteDistributions`
mesoi={};posost={};mhkoi={};
Do[
  k=RandomArray[BernoulliDistribution[0.415],Length[aivstilh]];
  lista=Pick[aivstilh,k,1];
   $\mu 1$ =Mean[lista] ;
  mesoi=AppendTo[mesoi, $\mu 1$ ];
  q1=Quantile[lista,0.05];
  posost=AppendTo[posost,q1];
   $\mu\eta\kappa\omicron\varsigma 1$ =Length[lista];
  mhkoi=AppendTo[mhkoi, $\mu\eta\kappa\omicron\varsigma 1$ ];
  ,{Length[aivstilh]-Length[lista]+1}]
Histogram[lista]
 $\mu$ =Mean[mesoi] ;
q=Mean[posost];
 $\mu\eta\kappa\omicron\varsigma$ =Mean[mhkoi];
Print[" $\mu$ =", $\mu$ ," VaR=", $-100*q$ ,"  $\mu\eta\kappa\omicron\varsigma$ =",N[ $\mu\eta\kappa\omicron\varsigma$ ]]

```

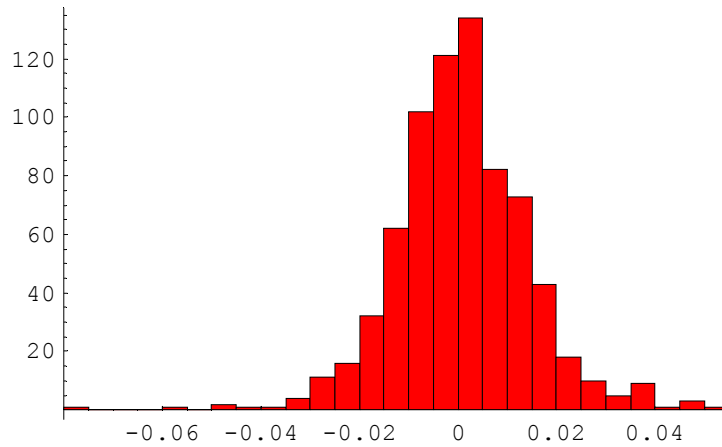



$\mu = 0.000373517$ $VaR = 2.07625$ $\mu\eta\kappa\omicron\varsigma = 500.741$

```

<<Graphics`Graphics`
<<Statistics`DescriptiveStatistics`
Needs["Statistics`ContinuousDistributions`"]
<<Statistics`DiscreteDistributions`
mesoi={};posost={};mhkoi={};
Do[
  k=RandomArray[BernoulliDistribution[0.623],Length[aivstilh]];
  lista=Pick[aivstilh,k,1];
   $\mu 1$ =Mean[lista];
  mesoi=AppendTo[mesoi, $\mu 1$ ];
  q1=Quantile[lista,0.05];
  posost=AppendTo[posost,q1];
   $\mu\eta\kappa\omicron\varsigma 1$ =Length[lista];
  mhkoi=AppendTo[mhkoi, $\mu\eta\kappa\omicron\varsigma 1$ ];
  ,{Length[aivstilh]-Length[lista]+1}]
Histogram[lista]
 $\mu$ =Mean[mesoi];
q=Mean[posost];
 $\mu\eta\kappa\omicron\varsigma$ =Mean[mhkoi];
Print[" $\mu$ =", $\mu$ ," VaR=",-100*q,"  $\mu\eta\kappa\omicron\varsigma$ =",N[ $\mu\eta\kappa\omicron\varsigma$ ]]

```

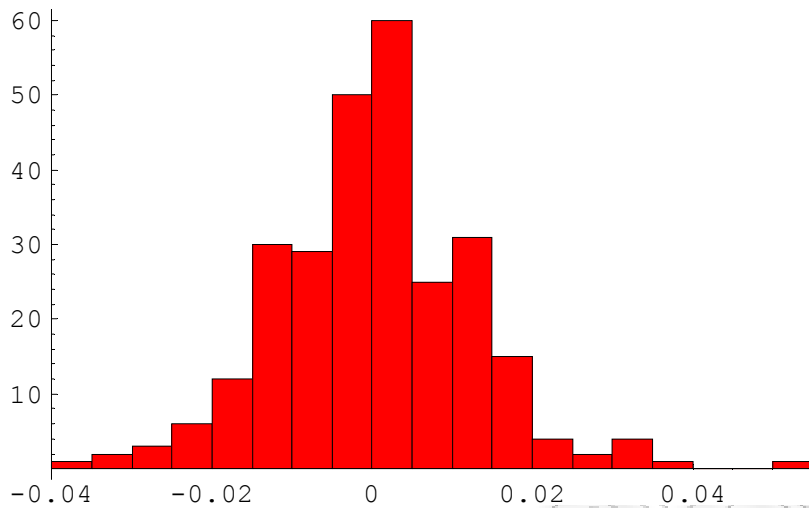


$\mu = 0.000356237$ $\text{VaR} = 2.07739$ $\mu\eta\kappa\omicron\varsigma = 751.782$

```

<<Graphics`Graphics`
<<Statistics`DescriptiveStatistics`
Needs["Statistics`ContinuousDistributions`"]
<<Statistics`DiscreteDistributions`
mesoi={};posost={};mhkoi={};
Do[
  k=RandomArray[BernoulliDistribution[0.208],Length[aivstilh]];
  lista=Pick[aivstilh,k,1];
   $\mu$ 1=Mean[lista];
  mesoi=AppendTo[mesoi, $\mu$ 1];
  q1=Quantile[lista,0.01];
  posost=AppendTo[posost,q1];
   $\mu\eta\kappa\omicron\varsigma$ 1=Length[lista];
  mhkoi=AppendTo[mhkoi, $\mu\eta\kappa\omicron\varsigma$ 1];
  ,{Length[aivstilh]-Length[lista]+1}]
Histogram[lista]
 $\mu$ =Mean[mesoi];
q=Mean[posost];
 $\mu\eta\kappa\omicron\varsigma$ =Mean[mhkoi];
Print[" $\mu$ =", $\mu$ ," VaR=",-100*q,"  $\mu\eta\kappa\omicron\varsigma$ =",N[ $\mu\eta\kappa\omicron\varsigma$ ]]

```

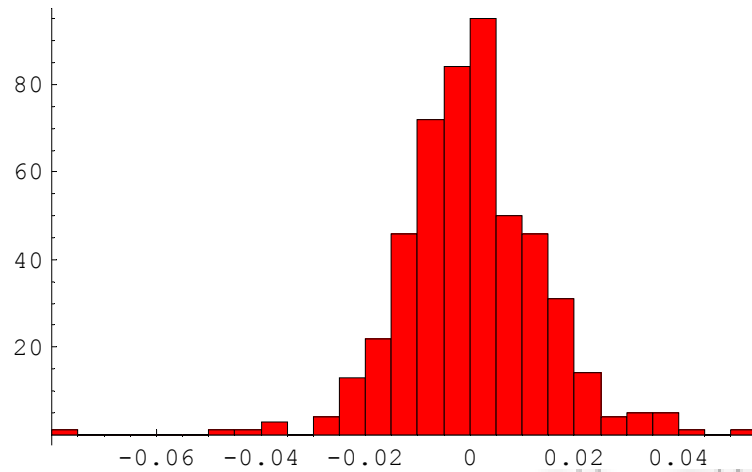


$\mu = 0.000403309$ $VaR = 3.48313$ $\mu\eta\kappa\omicron\varsigma = 250.458$

```

<<Graphics`Graphics`
<<Statistics`DescriptiveStatistics`
Needs["Statistics`ContinuousDistributions`"]
<<Statistics`DiscreteDistributions`
mesoi={};posost={};mhkoi={};
Do[
  k=RandomArray[BernoulliDistribution[0.415],Length[aivstilh]];
  lista=Pick[aivstilh,k,1];
   $\mu$ 1=Mean[lista] ;
  mesoi=AppendTo[mesoi, $\mu$ 1];
  q1=Quantile[lista,0.01];
  posost=AppendTo[posost,q1];
   $\mu\eta\kappa\omicron\varsigma$ 1=Length[lista];
  mhkoi=AppendTo[mhkoi, $\mu\eta\kappa\omicron\varsigma$ 1];
  ,{Length[aivstilh]-Length[lista]+1}]
Histogram[lista]
 $\mu$ =Mean[mesoi] ;
q=Mean[posost];
 $\mu\eta\kappa\omicron\varsigma$ =Mean[mhkoi];
Print[" $\mu$ =", $\mu$ ," VaR=", -100*q,"  $\mu\eta\kappa\omicron\varsigma$ =",N[ $\mu\eta\kappa\omicron\varsigma$ ]]

```

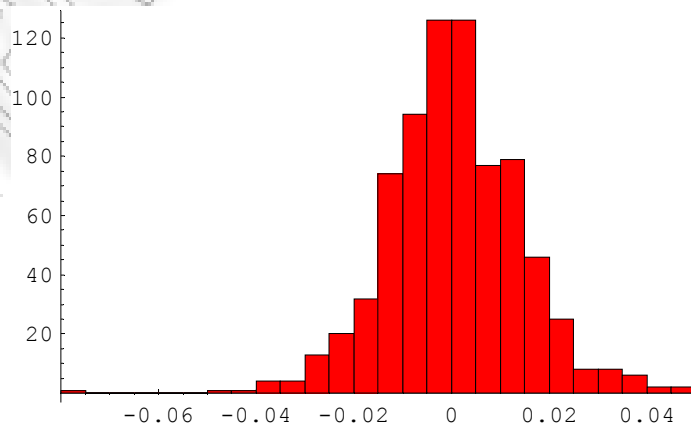


$\mu = 0.000379003$ VaR= 3.51515 μήκος= 500.406

```

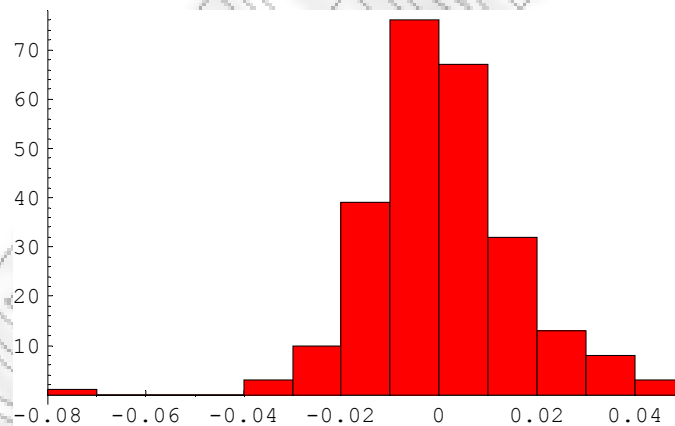
<<Graphics`Graphics`
<<Statistics`DescriptiveStatistics`
Needs["Statistics`ContinuousDistributions`"]
<<Statistics`DiscreteDistributions`
mesoi={};posost={};mhkoi={};
Do[
  k=RandomArray[BernoulliDistribution[0.623],Length[aivstilh]];
  lista=Pick[aivstilh,k,1];
   $\mu 1$ =Mean[lista];
  mesoi=AppendTo[mesoi, $\mu 1$ ];
  q1=Quantile[lista,0.01];
  posost=AppendTo[posost,q1];
   $\mu\eta\kappa\omicron\varsigma 1$ =Length[lista];
  mhkoi=AppendTo[mhkoi, $\mu\eta\kappa\omicron\varsigma 1$ ];
  ,{Length[aivstilh]-Length[lista]+1}]
Histogram[lista]
 $\mu$ =Mean[mesoi];
q=Mean[posost];
 $\mu\eta\kappa\omicron\varsigma$ =Mean[mhkoi];
Print[" $\mu$ =", $\mu$ ," VaR=",-100*q," μήκος=",N[ $\mu\eta\kappa\omicron\varsigma$ ]]

```



$\mu = 0.000347064$ $\text{VaR} = 3.52087$ $\mu\eta\kappa\omicron\varsigma = 750.699$

```
<<Graphics`Graphics`
<<Statistics`DescriptiveStatistics`
Needs["Statistics`ContinuousDistributions`"]
<<Statistics`DiscreteDistributions`
mesoi={};posost={};mhkoi={};
Do[
  k=RandomArray[BernoulliDistribution[0.208],Length[aivstilh]];
  lista=Pick[aivstilh,k,1];
   $\mu 1$ =Mean[lista] ;
  mesoi=AppendTo[mesoi, $\mu 1$ ];
  q1=Quantile[lista,0.005];
  posost=AppendTo[posost,q1];
   $\mu\eta\kappa\omicron\varsigma 1$ =Length[lista];
  mhkoi=AppendTo[mhkoi, $\mu\eta\kappa\omicron\varsigma 1$ ];
  ,{Length[aivstilh]-Length[lista]+1}]
Histogram[lista]
 $\mu$ =Mean[mesoi] ;
q=Mean[posost];
 $\mu\eta\kappa\omicron\varsigma$ =Mean[mhkoi];
Print[" $\mu$ =", $\mu$ ," VaR=", $-100 \cdot q$ ,"  $\mu\eta\kappa\omicron\varsigma$ =",N[ $\mu\eta\kappa\omicron\varsigma$ ]]
```



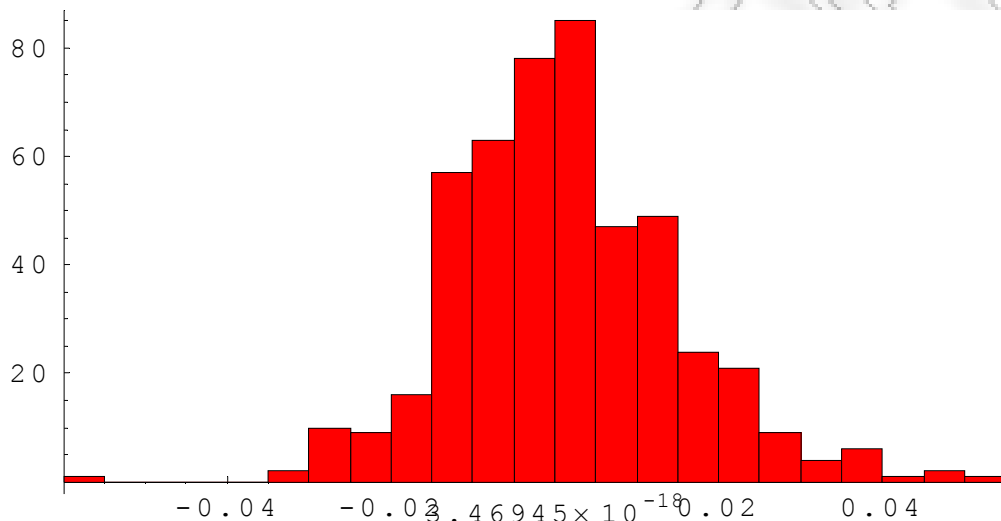
$\mu = 0.000378734$ $\text{VaR} = 3.99334$ $\mu\eta\kappa\omicron\varsigma = 250.674$

```
<<Graphics`Graphics`
<<Statistics`DescriptiveStatistics`
Needs["Statistics`ContinuousDistributions`"]
<<Statistics`DiscreteDistributions`
mesoi={};posost={};mhkoi={};
Do[
  k=RandomArray[BernoulliDistribution[0.415],Length[aivstilh]];
  lista=Pick[aivstilh,k,1];
   $\mu 1$ =Mean[lista] ;
  mesoi=AppendTo[mesoi, $\mu 1$ ];
```

```

q1=Quantile[lista,0.005];
posost=AppendTo[posost,q1];
μηκος1=Length[lista];
mhkoi=AppendTo[mhkoi,μηκος1];
,{Length[aivstilh]-Length[lista]+1}]
Histogram[lista]
μ=Mean[mesoi] ;
q=Mean[posost];
μηκος=Mean[mhkoi];
Print["μ=",μ," VaR=", -100*q," μήκος=",N[μηκος]]

```



$\mu = 0.000369057$ $VaR = 4.2479$ $\mu\eta\kappa\omicron\varsigma = 500.155$

```

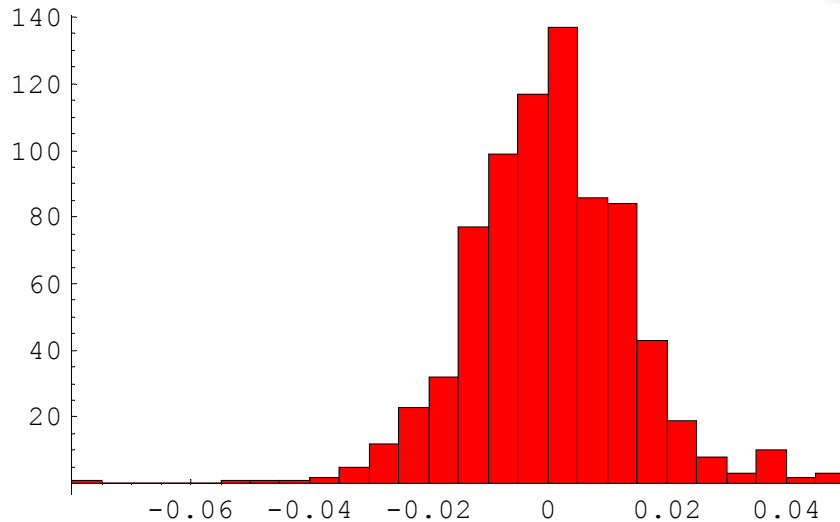
<Graphics`Graphics`
<<Statistics`DescriptiveStatistics`
Needs["Statistics`ContinuousDistributions`"]
<<Statistics`DiscreteDistributions`
mesoi={};posost={};mhkoi={};
Do[
k=RandomArray[BernoulliDistribution[0.623],Length[aivstilh]];
lista=Pick[aivstilh,k,1];
μ1=Mean[lista] ;
mesoi=AppendTo[mesoi,μ1];
q1=Quantile[lista,0.005];
posost=AppendTo[posost,q1];
μηκος1=Length[lista];
mhkoi=AppendTo[mhkoi,μηκος1];
,{Length[aivstilh]-Length[lista]+1}]
Histogram[lista]
μ=Mean[mesoi] ;

```

```

q=Mean[posost];
μηκος=Mean[mhkoi];
Print["μ=",μ," VaR=", -100*q," μήκος=",N[μηκος]]

```

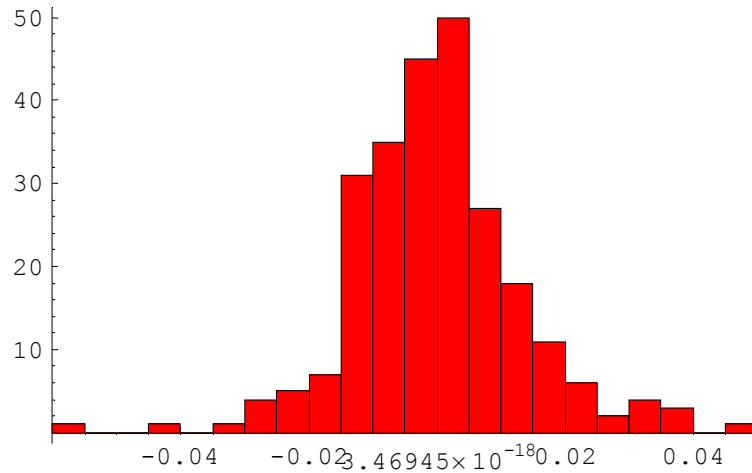


μ= 0.00039795 VaR= 4.32007 μήκος= 750.013

```

<<Graphics`Graphics`
<<Statistics`DescriptiveStatistics`
Needs["Statistics`ContinuousDistributions`"]
<<Statistics`DiscreteDistributions`
mesoi={};posost={};mhkoi={};
Do[
  k=RandomArray[BernoulliDistribution[0.208],Length[aivstilh]];
  lista=Pick[aivstilh,k,1];
  μ1=Mean[lista];
  mesoi=AppendTo[mesoi,μ1];
  q1=Quantile[lista,0.001];
  posost=AppendTo[posost,q1];
  μηκος1=Length[lista];
  mhkoi=AppendTo[mhkoi,μηκος1];
  ,{Length[aivstilh]-Length[lista]+1}]
Histogram[lista]
μ=Mean[mesoi];
q=Mean[posost];
μηκος=Mean[mhkoi];
Print["μ=",μ," VaR=", -100*q," μήκος=",N[μηκος]]

```

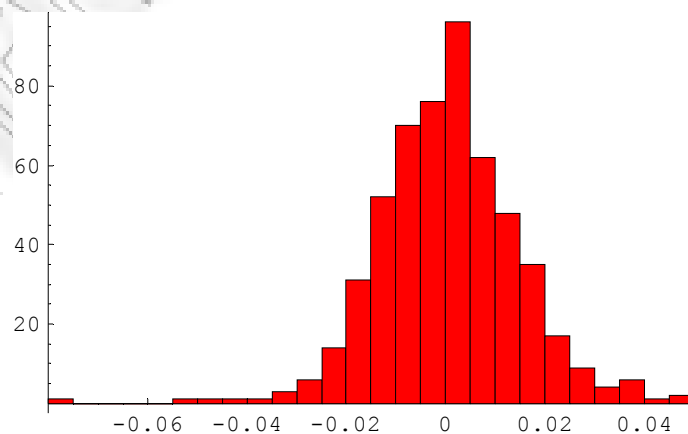


$\mu = 0.000367645$ $VaR = 5.18566$ $\mu\eta\kappa\omicron\varsigma = 250.436$

```

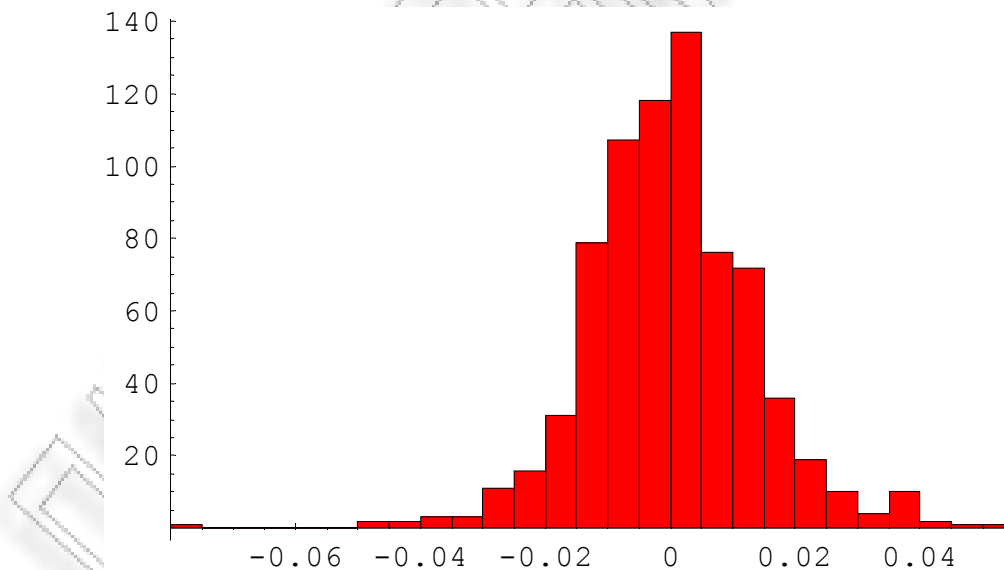
<<Graphics`Graphics`
<<Statistics`DescriptiveStatistics`
Needs["Statistics`ContinuousDistributions`"]
<<Statistics`DiscreteDistributions`
mesoi={};posost={};mhkoi={};
Do[
  k=RandomArray[BernoulliDistribution[0.415],Length[aivstilh]];
  lista=Pick[aivstilh,k,1];
   $\mu 1$ =Mean[lista] ;
  mesoi=AppendTo[mesoi, $\mu 1$ ];
  q1=Quantile[lista,0.001];
  posost=AppendTo[posost,q1];
   $\mu\eta\kappa\omicron\varsigma 1$ =Length[lista];
  mhkoi=AppendTo[mhkoi, $\mu\eta\kappa\omicron\varsigma 1$ ];
  ,{Length[aivstilh]-Length[lista]+1}]
Histogram[lista]
 $\mu$ =Mean[mesoi] ;
q=Mean[posost];
 $\mu\eta\kappa\omicron\varsigma$ =Mean[mhkoi];
Print[" $\mu$ =", $\mu$ ," VaR=", $-100*q$ ,"  $\mu\eta\kappa\omicron\varsigma$ =",N[ $\mu\eta\kappa\omicron\varsigma$ ]]

```



$\mu = 0.000376239$ VaR= 6.17022 μήκος= 500.91

```
<<Graphics`Graphics`  
<<Statistics`DescriptiveStatistics`  
Needs["Statistics`ContinuousDistributions`"]  
<<Statistics`DiscreteDistributions`  
mesoi={};posost={};mhkoi={};  
Do[ k=RandomArray[BernoulliDistribution[0.623],Length[aivstilh]];  
  lista=Pick[aivstilh,k,1];  
   $\mu 1$ =Mean[lista] ;  
  mesoi=AppendTo[mesoi, $\mu 1$ ];  
  q1=Quantile[lista,0.001];  
  posost=AppendTo[posost,q1];  
  μήκος1=Length[lista];  
  mhkoi=AppendTo[mhkoi,μήκος1];  
  ,{Length[aivstilh]-Length[lista]+1}]  
Histogram[lista]  
 $\mu$ =Mean[mesoi] ;  
q=Mean[posost];  
μήκος=Mean[mhkoi];  
Print[" $\mu$ =", $\mu$ ," VaR=",-100*q," μήκος=",N[μήκος]]
```



$\mu = 0.000360647$ VaR= 6.75675 μήκος= 750.636

ΠΙΝΑΚΑΣ 4.1
ΔΕΔΟΜΕΝΑ ΔΕΙΚΤΗ ΤΗΛΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΩΝ
ΑΠΟ 4-1-99 ΕΩΣ 30-12-05

Ημερομηνία Συνεδρίασης	Τιμή Κλεισίματος	Μεταβολή	Ημερομηνία Συνεδρίασης	Τιμή Κλεισίματος	Μεταβολή
30/12/2005	5.000,00	-0.0508	25/10/2005	4.471,25	0.236846519
29/12/2005	5.002,54	0.610090074	24/10/2005	4.460,66	0.174862016
28/12/2005	4.972,02	-0.491952969	21/10/2005	4.452,86	0.374590712
27/12/2005	4.996,48	1.738023569	20/10/2005	4.436,18	-0.24886276
23/12/2005	4.909,64	0.377013386	19/10/2005	4.447,22	-2.16472313
22/12/2005	4.891,13	-1.153107769	18/10/2005	4.543,49	-0.11378918
21/12/2005	4.947,53	-0.272459187	17/10/2005	4.548,66	-0.200278763
20/12/2005	4.961,01	-1.21225315	14/10/2005	4.557,77	-0.998953436
19/12/2005	5.021,15	-0.495504018	13/10/2005	4.603,30	-1.297764647
16/12/2005	5.046,03	2.066971461	12/10/2005	4.663,04	0.69997255
15/12/2005	4.941,73	0.985687199	11/10/2005	4.630,40	0.634286455
14/12/2005	4.893,02	0.866336128	10/10/2005	4.601,03	-0.00412951
13/12/2005	4.850,63	-0.111531904	7/10/2005	4.601,22	0.370988564
12/12/2005	4.856,04	0.721781534	6/10/2005	4.584,15	-1.172736494
9/12/2005	4.820,99	-0.35864003	5/10/2005	4.637,91	0.059078335
8/12/2005	4.838,28	-1.152062303	4/10/2005	4.635,17	-0.538060093
7/12/2005	4.894,02	-0.516548768	3/10/2005	4.660,11	0.364583669
6/12/2005	4.919,30	0.144126197	30/9/2005	4.643,12	2.926265098
5/12/2005	4.912,21	0.655916583	29/9/2005	4.507,25	0.408453048
2/12/2005	4.879,99	0.98668235	28/9/2005	4.488,84	1.023204213
1/12/2005	4.831,84	1.246523064	27/9/2005	4.442,91	-0.444528473
30/11/2005	4.771,61	-2.286440007	26/9/2005	4.462,66	2.420081297
29/11/2005	4.880,71	-0.385804524	23/9/2005	4.354,66	1.427665995
28/11/2005	4.899,54	-0.418610727	22/9/2005	4.292,49	0.339895958
25/11/2005	4.920,05	-0.281704454	21/9/2005	4.277,90	-1.084878094
24/11/2005	4.933,91	-0.294492603	20/9/2005	4.324,31	-0.437063948
23/11/2005	4.948,44	-0.342734276	19/9/2005	4.343,21	-0.956665692
22/11/2005	4.965,40	0.046924719	16/9/2005	4.384,76	0.602769593
21/11/2005	4.963,07	-0.990515951	15/9/2005	4.358,33	-0.096367187
18/11/2005	5.012,23	0.791065055	14/9/2005	4.362,53	0.490770264
17/11/2005	4.972,58	1.30133653	13/9/2005	4.341,12	-0.438826847
16/11/2005	4.907,87	0.51101598	12/9/2005	4.360,17	-1.094452739
15/11/2005	4.882,79	1.125790788	9/9/2005	4.407,89	-0.694663433
14/11/2005	4.827,82	0.92132681	8/9/2005	4.438,51	-0.626336316
11/11/2005	4.783,34	2.117767083	7/9/2005	4.466,31	-0.127398233
10/11/2005	4.682,04	-0.953003392	6/9/2005	4.472,00	0.593023256
9/11/2005	4.726,66	0.11614967	5/9/2005	4.445,48	0.269037314
8/11/2005	4.721,17	0.62569236	2/9/2005	4.433,52	0.259387575
7/11/2005	4.691,63	-0.141528637	1/9/2005	4.422,02	1.276339772
4/11/2005	4.698,27	-0.011919281	31/8/2005	4.365,58	1.758300157
3/11/2005	4.698,83	0.927464922	30/8/2005	4.288,82	0.810013011
2/11/2005	4.655,25	1.105203802	29/8/2005	4.254,08	-0.979765308
1/11/2005	4.603,80	1.029801468	26/8/2005	4.295,76	-0.348250368
31/10/2005	4.556,39	1.057855012	25/8/2005	4.310,72	-0.664390171
27/10/2005	4.508,19	0.395946045	24/8/2005	4.339,36	-1.710620921
26/10/2005	4.490,34	0.425134845	23/8/2005	4.413,59	-1.287840511

22/8/2005	4.470,43	-0,632153954	13/6/2005	4.396,06	-0,058916393
19/8/2005	4.498,69	0,800232957	10/6/2005	4.398,65	0,592681846
18/8/2005	4.462,69	0,16514703	9/6/2005	4.372,58	0,405938828
17/8/2005	4.455,32	-0,094942675	8/6/2005	4.354,83	0,48980098
16/8/2005	4.459,55	-1,73089213	7/6/2005	4.333,50	-0,614976347
12/8/2005	4.536,74	-2,132368176	6/6/2005	4.360,15	1,953143814
11/8/2005	4.633,48	-0,121938586	3/6/2005	4.274,99	1,881641828
10/8/2005	4.639,13	1,157760183	2/6/2005	4.194,55	0,799370612
9/8/2005	4.585,42	0,063898182	1/6/2005	4.161,02	0,518142186
8/8/2005	4.582,49	1,245174567	31/5/2005	4.139,46	-1,017282447
5/8/2005	4.525,43	0,050602926	30/5/2005	4.181,57	0,604557618
4/8/2005	4.523,14	-0,750805856	27/5/2005	4.156,29	-0,208840095
3/8/2005	4.557,10	0,66840754	26/5/2005	4.164,97	1,940230062
2/8/2005	4.526,64	0,318337663	25/5/2005	4.084,16	0,03648241
1/8/2005	4.512,23	0,769021083	24/5/2005	4.082,67	0,397778904
29/7/2005	4.477,53	-1,09524671	23/5/2005	4.066,43	0,365185187
28/7/2005	4.526,57	-0,782270019	20/5/2005	4.051,58	2,024395421
27/7/2005	4.561,98	0,809736123	19/5/2005	3.969,56	0,857525771
26/7/2005	4.525,04	-0,315798313	18/5/2005	3.935,52	-1,446822783
25/7/2005	4.539,33	-0,203994863	17/5/2005	3.992,46	-0,379715764
22/7/2005	4.548,59	-0,439037152	16/5/2005	4.007,62	0,822682789
21/7/2005	4.568,56	0,69015182	13/5/2005	3.974,65	-0,173600191
20/7/2005	4.537,03	-0,752254228	12/5/2005	3.981,55	0,768544913
19/7/2005	4.571,16	3,158060536	11/5/2005	3.950,95	0,383958289
18/7/2005	4.426,80	1,723592663	10/5/2005	3.935,78	0,429393919
15/7/2005	4.350,50	0,566831399	9/5/2005	3.918,88	0,034193443
14/7/2005	4.325,84	-0,093854604	6/5/2005	3.917,54	1,053722489
13/7/2005	4.329,90	-0,325411672	5/5/2005	3.876,26	0,429021789
12/7/2005	4.343,99	-0,640885453	4/5/2005	3.859,63	1,224987887
11/7/2005	4.371,83	0,657390612	3/5/2005	3.812,35	-1,873122877
8/7/2005	4.343,09	1,268221474	28/4/2005	3.883,76	-1,030187241
7/7/2005	4.288,01	-1,365668457	27/4/2005	3.923,77	-1,409613713
6/7/2005	4.346,57	1,313909588	26/4/2005	3.979,08	-0,86527539
5/7/2005	4.289,46	1,152592634	25/4/2005	4.013,51	-0,806525959
4/7/2005	4.240,02	-0,022169707	22/4/2005	4.045,88	1,382146776
1/7/2005	4.240,96	1,055893005	21/4/2005	3.989,96	-0,155390029
30/6/2005	4.196,18	-0,222106773	20/4/2005	3.996,16	-1,103309177
29/6/2005	4.205,50	-2,713589347	19/4/2005	4.040,25	0,516799703
28/6/2005	4.319,62	1,597594233	18/4/2005	4.019,37	-2,43769546
27/6/2005	4.250,61	-0,856112417	15/4/2005	4.117,35	-1,277277861
24/6/2005	4.287,00	0,162351295	14/4/2005	4.169,94	-0,760442596
23/6/2005	4.280,04	1,621713816	13/4/2005	4.201,65	-0,559542085
22/6/2005	4.210,63	-2,899328604	12/4/2005	4.225,16	1,360185176
21/6/2005	4.332,71	-2,44212052	11/4/2005	4.167,69	-0,249058831
17/6/2005	4.438,52	-0,380532249	8/4/2005	4.178,07	-0,318328798
16/6/2005	4.455,41	1,478202904	7/4/2005	4.191,37	1,78247208
15/6/2005	4.389,55	1,691745168	6/4/2005	4.116,66	0,951013686
14/6/2005	4.315,29	-1,871716617	5/4/2005	4.077,51	2,375469343

4/4/2005	3.980,65	0,933515883	21/1/2005	4.103,32	0,042160982
1/4/2005	3.943,49	0,742996686	20/1/2005	4.101,59	0,402039209
31/3/2005	3.914,19	-1,155539205	19/1/2005	4.085,10	2,971775477
30/3/2005	3.959,42	-3,028978992	18/1/2005	3.963,70	-0,658727956
29/3/2005	4.079,35	0,643975143	17/1/2005	3.989,81	-1,539171038
24/3/2005	4.053,08	2,059914929	14/1/2005	4.051,22	-0,161432852
23/3/2005	3.969,59	0,234533037	13/1/2005	4.057,76	1,102332321
22/3/2005	3.960,28	-0,480774087	12/1/2005	4.013,03	1,267371537
21/3/2005	3.979,32	-3,648613331	11/1/2005	3.962,17	1,108483483
18/3/2005	4.124,51	0,62625621	10/1/2005	3.918,25	-0,764116634
17/3/2005	4.098,68	-4,450945182	7/1/2005	3.948,19	0,057747981
16/3/2005	4.281,11	-2,7490534	5/1/2005	3.945,91	-1,054002752
15/3/2005	4.398,80	-0,508093116	4/1/2005	3.987,50	0,637241379
11/3/2005	4.421,15	1,00810875	3/1/2005	3.962,09	2,14558478
10/3/2005	4.376,58	0,788286744	31/12/2004	3.877,08	-0,040752319
9/3/2005	4.342,08	0,625046061	30/12/2004	3.878,66	-0,388794068
8/3/2005	4.314,94	0,021089517	29/12/2004	3.893,74	0,399358971
7/3/2005	4.314,03	-1,026186651	28/12/2004	3.878,19	0,936777208
4/3/2005	4.358,30	2,143037423	27/12/2004	3.841,86	1,424830681
3/3/2005	4.264,90	-0,210321461	24/12/2004	3.787,12	0,951118528
2/3/2005	4.273,87	-2,587350575	23/12/2004	3.751,10	0,521713631
1/3/2005	4.384,45	-0,531879711	22/12/2004	3.731,53	0,489343513
28/2/2005	4.407,77	2,771696345	21/12/2004	3.713,27	-1,156123848
25/2/2005	4.285,60	-0,161937652	20/12/2004	3.756,20	1,553165433
24/2/2005	4.292,54	3,007543319	17/12/2004	3.697,86	-0,1449487
23/2/2005	4.163,44	1,232394366	16/12/2004	3.703,22	0,867893347
22/2/2005	4.112,13	0,700366963	15/12/2004	3.671,08	0,676912516
21/2/2005	4.083,33	-1,313388827	14/12/2004	3.646,23	-0,686462456
18/2/2005	4.136,96	-1,010403775	13/12/2004	3.671,26	0,992574756
17/2/2005	4.178,76	0,950999818	10/12/2004	3.634,82	-0,444313611
16/2/2005	4.139,02	0,420389368	9/12/2004	3.650,97	0,129280712
15/2/2005	4.121,62	3,066270059	8/12/2004	3.646,25	1,198491601
14/2/2005	3.995,24	0,798450156	7/12/2004	3.602,55	0,912686847
11/2/2005	3.963,34	1,347096136	6/12/2004	3.569,67	-0,080399589
10/2/2005	3.909,95	-0,726351999	3/12/2004	3.572,54	-0,174665644
9/2/2005	3.938,35	-1,799230642	2/12/2004	3.578,78	0,927411017
8/2/2005	4.009,21	-0,723085097	1/12/2004	3.545,59	-0,627822168
7/2/2005	4.038,20	0,636174533	30/11/2004	3.567,85	-0,604846056
4/2/2005	4.012,51	0,39426693	29/11/2004	3.589,43	0,391705647
3/2/2005	3.996,69	2,121255339	26/11/2004	3.575,37	-0,032723886
2/2/2005	3.911,91	-1,391391929	25/11/2004	3.576,54	2,97997506
1/2/2005	3.966,34	-0,958062093	24/11/2004	3.469,96	0,982143886
31/1/2005	4.004,34	-1,121283408	23/11/2004	3.435,88	-1,542254095
28/1/2005	4.049,24	-0,653455957	22/11/2004	3.488,87	-1,048477014
27/1/2005	4.075,70	-1,830605786	19/11/2004	3.525,45	-0,838758173
26/1/2005	4.150,31	0,483096443	18/11/2004	3.555,02	-0,952737256
25/1/2005	4.130,26	0,276253795	17/11/2004	3.588,89	1,76907066
24/1/2005	4.118,85	0,377046991	16/11/2004	3.525,40	-0,675951665

15/11/2004	3.549,23	0,235262296	7/9/2004	2.875,19	-0,255983083
12/11/2004	3.540,88	-0,799518764	6/9/2004	2.882,55	0,098523876
11/11/2004	3.569,19	0,883673887	3/9/2004	2.879,71	0,138555618
10/11/2004	3.537,65	1,189490198	2/9/2004	2.875,72	0,263586163
9/11/2004	3.495,57	-2,420778299	1/9/2004	2.868,14	0,372018102
8/11/2004	3.580,19	-2,367472117	31/8/2004	2.857,47	0,849352749
5/11/2004	3.664,95	2,963205501	30/8/2004	2.833,20	-0,25024707
4/11/2004	3.556,35	2,37659398	27/8/2004	2.840,29	0,479176422
3/11/2004	3.471,83	-0,342470685	26/8/2004	2.826,68	0,823227249
2/11/2004	3.483,72	2,719506734	25/8/2004	2.803,41	2,585422753
1/11/2004	3.388,98	0,563296331	24/8/2004	2.730,93	1,286741147
29/10/2004	3.369,89	1,401232681	23/8/2004	2.695,79	1,283111815
27/10/2004	3.322,67	0,294341599	20/8/2004	2.661,20	-2,437622125
26/10/2004	3.312,89	1,477863738	19/8/2004	2.726,07	0,130590924
25/10/2004	3.263,93	-1,881167795	18/8/2004	2.722,51	-1,059316587
22/10/2004	3.325,33	0,774058514	17/8/2004	2.751,35	0,820688026
21/10/2004	3.299,59	2,212699154	16/8/2004	2.728,77	-0,379658234
20/10/2004	3.226,58	0,022624575	12/8/2004	2.739,13	-1,371238313
19/10/2004	3.225,85	0,07036905	11/8/2004	2.776,69	0,13973472
18/10/2004	3.223,58	-0,037535907	10/8/2004	2.772,81	-0,185371518
15/10/2004	3.224,79	0,781136136	9/8/2004	2.777,95	1,038175633
14/10/2004	3.199,60	0,536629579	6/8/2004	2.749,11	-0,35502399
13/10/2004	3.182,43	0,169367433	5/8/2004	2.758,87	-0,534276715
12/10/2004	3.177,04	0,070191121	4/8/2004	2.773,61	-2,438699024
11/10/2004	3.174,81	0,359076606	3/8/2004	2.841,25	0,600439947
8/10/2004	3.163,41	-0,039830436	2/8/2004	2.824,19	-1,049150376
7/10/2004	3.164,67	2,428689247	30/7/2004	2.853,82	-2,117512667
6/10/2004	3.087,81	0,593300754	29/7/2004	2.914,25	-0,519173029
5/10/2004	3.069,49	-0,188956472	28/7/2004	2.929,38	-0,010241075
4/10/2004	3.075,29	1,46652836	27/7/2004	2.929,68	1,524057235
1/10/2004	3.030,19	0,676195222	26/7/2004	2.885,03	-1,073125756
30/9/2004	3.009,70	-1,760308336	23/7/2004	2.915,99	0,319959945
29/9/2004	3.062,68	1,420324683	22/7/2004	2.906,66	-1,726036069
28/9/2004	3.019,18	0,925748051	21/7/2004	2.956,83	0,076771407
27/9/2004	2.991,23	-0,913670965	20/7/2004	2.954,56	-0,572335644
24/9/2004	3.018,56	0,201751829	19/7/2004	2.971,47	0,411244266
23/9/2004	3.012,47	0,307720907	16/7/2004	2.959,25	1,419278533
22/9/2004	3.003,20	0,0289691	15/7/2004	2.917,25	0,675293513
21/9/2004	3.002,33	1,238038457	14/7/2004	2.897,55	0,487308243
20/9/2004	2.965,16	1,356081965	13/7/2004	2.883,43	0,19525357
17/9/2004	2.924,95	1,030444965	12/7/2004	2.877,80	0,13830009
16/9/2004	2.894,81	-0,50849624	9/7/2004	2.873,82	0,62634403
15/9/2004	2.909,53	0,42481088	8/7/2004	2.855,82	-1,488539194
14/9/2004	2.897,17	0,120462382	7/7/2004	2.898,33	-0,115928828
13/9/2004	2.893,68	0,746454342	6/7/2004	2.901,69	1,498092491
10/9/2004	2.872,08	1,221414445	5/7/2004	2.858,22	-0,606671285
9/9/2004	2.837,00	0,132886852	2/7/2004	2.875,56	-1,286705894
8/9/2004	2.833,23	-1,480995189	1/7/2004	2.912,56	-1,234996017

30/6/2004	2.948,53	1,509565784	22/4/2004	2.968,20	1,539316758
29/6/2004	2.904,02	-0,025826268	21/4/2004	2.922,51	0,094781541
28/6/2004	2.904,77	2,052486083	20/4/2004	2.919,74	1,28127847
25/6/2004	2.845,15	-1,763000193	19/4/2004	2.882,33	-1,552563378
24/6/2004	2.895,31	0,021759328	16/4/2004	2.927,08	0,490591306
23/6/2004	2.894,68	-0,066674037	15/4/2004	2.912,72	-0,313109396
22/6/2004	2.896,61	-0,393218279	14/4/2004	2.921,84	-2,15446431
21/6/2004	2.908,00	-1,683287483	13/4/2004	2.984,79	0,940769702
18/6/2004	2.956,95	-1,135291432	8/4/2004	2.956,71	1,918348435
17/6/2004	2.990,52	-0,857710365	7/4/2004	2.899,99	0,163793668
16/6/2004	3.016,17	0,190307576	6/4/2004	2.895,24	-0,462483248
15/6/2004	3.010,43	0,845062001	5/4/2004	2.908,63	2,054231717
14/6/2004	2.984,99	-0,865664542	2/4/2004	2.848,88	0,426834405
11/6/2004	3.010,83	0,281317776	1/4/2004	2.836,72	1,397741053
10/6/2004	3.002,36	0,054290625	31/3/2004	2.797,07	-0,175898351
9/6/2004	3.000,73	-0,146630986	30/3/2004	2.801,99	0,168094818
8/6/2004	3.005,13	-1,45584384	29/3/2004	2.797,28	3,205256535
7/6/2004	3.048,88	-0,803573771	26/3/2004	2.707,62	0,753798539
4/6/2004	3.073,38	1,988689977	24/3/2004	2.687,21	-1,209804965
3/6/2004	3.012,26	1,296368839	23/3/2004	2.719,72	1,094597973
2/6/2004	2.973,21	0,098883025	22/3/2004	2.689,95	-4,829086042
1/6/2004	2.970,27	-2,204513394	19/3/2004	2.819,85	-0,506764544
28/5/2004	3.035,75	2,661286338	18/3/2004	2.834,14	0,461515663
27/5/2004	2.954,96	1,076495113	17/3/2004	2.821,06	1,440593252
26/5/2004	2.923,15	2,506200503	16/3/2004	2.780,42	0,408211709
25/5/2004	2.849,89	-1,08179614	15/3/2004	2.769,07	-2,728713973
24/5/2004	2.880,72	1,088616735	12/3/2004	2.844,63	0,197916777
21/5/2004	2.849,36	-1,827076958	11/3/2004	2.839,00	-3,254667136
20/5/2004	2.901,42	-3,448656175	10/3/2004	2.931,40	-0,799959064
19/5/2004	3.001,48	-0,639018084	9/3/2004	2.954,85	-1,393640963
18/5/2004	3.020,66	-0,514457105	8/3/2004	2.996,03	2,02301045
17/5/2004	3.036,20	-2,134246756	5/3/2004	2.935,42	0,897316227
14/5/2004	3.101,00	-0,657529829	4/3/2004	2.909,08	1,468505507
13/5/2004	3.121,39	1,303906273	3/3/2004	2.866,36	-0,29026361
12/5/2004	3.080,69	0,433344478	2/3/2004	2.874,68	0,681815019
11/5/2004	3.067,34	2,145181167	1/3/2004	2.855,08	0,651470362
10/5/2004	3.001,54	-2,776574692	27/2/2004	2.836,48	1,368245149
7/5/2004	3.084,88	0,146845258	26/2/2004	2.797,67	1,36470706
6/5/2004	3.080,35	-0,730761115	25/2/2004	2.759,49	-3,394105433
5/5/2004	3.102,86	-0,547559348	24/2/2004	2.853,15	-2,109247674
4/5/2004	3.119,85	0,467971217	20/2/2004	2.913,33	-0,308924839
3/5/2004	3.105,25	2,024313662	19/2/2004	2.922,33	-0,887990063
30/4/2004	3.042,39	-1,387067404	18/2/2004	2.948,28	0,651566337
29/4/2004	3.084,59	-0,114115652	17/2/2004	2.929,07	0,64252476
28/4/2004	3.088,11	1,813406906	16/2/2004	2.910,25	0,263894854
27/4/2004	3.032,11	-0,055736764	13/2/2004	2.902,57	-0,681809569
26/4/2004	3.033,80	1,299360538	12/2/2004	2.922,36	1,180552704
23/4/2004	2.994,38	0,87430453	11/2/2004	2.887,86	1,590104783

10/2/2004	2.841,94	-0.191066666	28/11/2003	2.441,45	-0.352249688
9/2/2004	2.847,37	-1.073622325	27/11/2003	2.450,05	-0.048162282
6/2/2004	2.877,94	-0.185201915	26/11/2003	2.451,23	0.855080919
5/2/2004	2.883,27	2.061201344	25/11/2003	2.430,27	1.951635004
4/2/2004	2.823,84	-0.27409485	24/11/2003	2.382,84	1.149468701
3/2/2004	2.831,58	-1.517880477	21/11/2003	2.355,45	0.595639899
2/2/2004	2.874,56	0.624791272	20/11/2003	2.341,42	-0.9276422
30/1/2004	2.856,60	2.473920045	19/11/2003	2.363,14	0.185769781
29/1/2004	2.785,93	-0.529805128	18/11/2003	2.358,75	-0.758876524
28/1/2004	2.800,69	-2.098054408	17/11/2003	2.376,65	-2.219931416
27/1/2004	2.859,45	0.399377503	14/11/2003	2.429,41	-0.203753175
26/1/2004	2.848,03	-3.109166687	13/11/2003	2.434,36	0.822803529
23/1/2004	2.936,58	-0.783224023	12/11/2003	2.414,33	-1.461689164
22/1/2004	2.959,58	0.086160874	11/11/2003	2.449,62	-0.711130706
21/1/2004	2.957,03	2.827161037	10/11/2003	2.467,04	0.214427006
20/1/2004	2.873,43	-2.017101513	7/11/2003	2.461,75	0.758403575
19/1/2004	2.931,39	-2.567723844	6/11/2003	2.443,08	0.679060858
16/1/2004	3.006,66	0.265078193	5/11/2003	2.426,49	0.042860263
15/1/2004	2.998,69	-0.131057228	4/11/2003	2.425,45	-0.284895586
14/1/2004	3.002,62	2.653349408	3/11/2003	2.432,36	2.213077012
13/1/2004	2.922,95	2.753724833	31/10/2003	2.378,53	0.451118968
12/1/2004	2.842,46	-0.299740366	30/10/2003	2.367,80	0.369541346
9/1/2004	2.850,98	-0.628205038	29/10/2003	2.359,05	0.025433967
8/1/2004	2.868,89	1.247520818	27/10/2003	2.358,45	0.757277025
7/1/2004	2.833,10	1.765557164	24/10/2003	2.340,59	-0.579768349
5/1/2004	2.783,08	1.246101442	23/10/2003	2.354,16	-1.559792028
2/1/2004	2.748,40	2.252947169	22/10/2003	2.390,88	-0.303653885
31/12/2003	2.686,48	0.381540157	21/10/2003	2.398,14	0.692203124
30/12/2003	2.676,23	3.206376134	20/10/2003	2.381,54	-0.100775129
29/12/2003	2.590,42	0.295704944	17/10/2003	2.383,94	0.860759918
24/12/2003	2.582,76	0.928851306	16/10/2003	2.363,42	-0.019886436
23/12/2003	2.558,77	0.229016285	15/10/2003	2.363,89	0.731421513
22/12/2003	2.552,91	0.793995871	14/10/2003	2.346,60	-0.274439615
19/12/2003	2.532,64	2.232453092	13/10/2003	2.353,04	0.036123483
18/12/2003	2.476,10	0.384071726	10/10/2003	2.352,19	-0.680217159
17/12/2003	2.466,59	0.397715064	9/10/2003	2.368,19	-0.400727982
16/12/2003	2.456,78	-0.972411042	8/10/2003	2.377,68	1.071212274
15/12/2003	2.480,67	-0.192689878	7/10/2003	2.352,21	-2.404972345
12/12/2003	2.485,45	1.403367599	6/10/2003	2.408,78	3.350243692
11/12/2003	2.450,57	0.162819262	3/10/2003	2.328,08	2.360314079
10/12/2003	2.446,58	0.030246303	2/10/2003	2.273,13	1.905742302
9/12/2003	2.445,84	0.935465934	1/10/2003	2.229,81	-0.181629825
8/12/2003	2.422,96	-0.760639878	30/9/2003	2.233,86	-0.196073165
5/12/2003	2.441,39	-0.429263657	29/9/2003	2.238,24	0.32302166
4/12/2003	2.451,87	-0.51022281	26/9/2003	2.231,01	-1.201249658
3/12/2003	2.464,38	0.761652018	25/9/2003	2.257,81	-0.911945646
2/12/2003	2.445,61	0.266191257	24/9/2003	2.278,40	1.135884831
1/12/2003	2.439,10	-0.096347013	23/9/2003	2.252,52	0.296112798

22/9/2003	2.245,85	-0,168755705	15/7/2003	2.270,33	1,094995001
19/9/2003	2.249,64	0,046229619	14/7/2003	2.245,47	3,651796729
18/9/2003	2.248,60	-1,765543005	11/7/2003	2.163,47	-1,019658234
17/9/2003	2.288,30	3,14032251	10/7/2003	2.185,53	-0,228777459
16/9/2003	2.216,44	-0,650141669	9/7/2003	2.190,53	-0,833131708
15/9/2003	2.230,85	-2,26505592	8/7/2003	2.208,78	-1,739874501
12/9/2003	2.281,38	-0,652236804	7/7/2003	2.247,21	4,681360443
11/9/2003	2.296,26	0,800432007	4/7/2003	2.142,01	-0,385152264
10/9/2003	2.277,88	1,968497024	3/7/2003	2.150,26	1,457498163
9/9/2003	2.233,04	-3,273116469	2/7/2003	2.118,92	5,065316293
8/9/2003	2.306,13	-2,896194057	1/7/2003	2.011,59	-0,012925099
5/9/2003	2.372,92	0,308902112	30/6/2003	2.011,85	-0,661083083
4/9/2003	2.365,59	0,185577382	27/6/2003	2.025,15	-0,770807101
3/9/2003	2.361,20	-1,158309334	26/6/2003	2.040,76	0,516964268
2/9/2003	2.388,55	-3,354336313	25/6/2003	2.030,21	1,946104098
1/9/2003	2.468,67	-0,457331276	24/6/2003	1.990,70	-0,219520772
29/8/2003	2.479,96	-1,696801561	23/6/2003	1.995,07	-2,922203231
28/8/2003	2.522,04	-0,840985869	20/6/2003	2.053,37	-1,804837901
27/8/2003	2.543,25	-0,04403814	19/6/2003	2.090,43	-3,251484144
26/8/2003	2.544,37	-3,312804348	18/6/2003	2.158,40	-0,145478132
25/8/2003	2.628,66	1,359628099	17/6/2003	2.161,54	4,004089677
22/8/2003	2.592,92	2,008546349	13/6/2003	2.074,99	0,28385679
21/8/2003	2.540,84	3,647612601	12/6/2003	2.069,10	3,482190324
20/8/2003	2.448,16	0,435837527	11/6/2003	1.997,05	2,256828823
19/8/2003	2.437,49	0,29907815	10/6/2003	1.951,98	-0,100923165
18/8/2003	2.430,20	2,355361699	9/6/2003	1.953,95	-0,561426853
14/8/2003	2.372,96	1,343891174	6/6/2003	1.964,92	2,714614335
13/8/2003	2.341,07	1,620626466	5/6/2003	1.911,58	-0,543006309
12/8/2003	2.303,13	0,152401297	4/6/2003	1.921,96	4,876272139
11/8/2003	2.299,62	-0,805350449	3/6/2003	1.828,24	0,391633484
8/8/2003	2.318,14	0,35157497	2/6/2003	1.821,08	4,944867881
7/8/2003	2.309,99	-0,903900017	30/5/2003	1.731,03	-0,473706406
6/8/2003	2.330,87	-0,388267042	29/5/2003	1.739,23	0,877974736
5/8/2003	2.339,92	-0,417963007	28/5/2003	1.723,96	3,647996473
4/8/2003	2.349,70	-0,120015321	27/5/2003	1.661,07	-1,493013539
1/8/2003	2.352,52	-0,329433969	26/5/2003	1.685,87	-0,811450468
31/7/2003	2.360,27	-1,051998288	23/5/2003	1.699,55	-0,749610191
30/7/2003	2.385,10	2,798624796	22/5/2003	1.712,29	0,059569349
29/7/2003	2.318,35	2,395669334	21/5/2003	1.711,27	-1,619849585
28/7/2003	2.262,81	-0,398177487	20/5/2003	1.738,99	0,673954422
25/7/2003	2.271,82	-1,706561259	19/5/2003	1.727,27	-1,56084457
24/7/2003	2.310,59	0,102571205	16/5/2003	1.754,23	2,029950463
23/7/2003	2.308,22	-0,216617134	15/5/2003	1.718,62	-0,545786736
22/7/2003	2.313,22	0,82698576	14/5/2003	1.728,00	0,519097222
21/7/2003	2.294,09	-0,210540999	13/5/2003	1.719,03	2,547948552
18/7/2003	2.298,92	2,075322325	12/5/2003	1.675,23	-2,02181193
17/7/2003	2.251,21	-0,584130312	9/5/2003	1.709,10	-4,364285296
16/7/2003	2.264,36	-0,263650656	8/5/2003	1.783,69	-1,831035662

7/5/2003	1.816,35	1,07908718	21/2/2003	1.562,81	-1,173527172
6/5/2003	1.796,75	0,288298316	20/2/2003	1.581,15	0,067672264
5/5/2003	1.791,57	3,697873932	19/2/2003	1.580,08	1,198040606
2/5/2003	1.725,32	3,712934412	18/2/2003	1.561,15	0,746244755
30/4/2003	1.661,26	3,549715276	17/2/2003	1.549,50	0,150371087
29/4/2003	1.602,29	1,621429329	14/2/2003	1.547,17	0,143487787
24/4/2003	1.576,31	0,772690651	13/2/2003	1.544,95	-0,463445419
23/4/2003	1.564,13	3,745212994	12/2/2003	1.552,11	-0,862696587
22/4/2003	1.505,55	0,625020757	11/2/2003	1.565,50	0,684126477
17/4/2003	1.496,14	0,710495007	10/2/2003	1.554,79	-0,499102773
16/4/2003	1.485,51	-0,334565233	7/2/2003	1.562,55	1,797062494
15/4/2003	1.490,48	0,253609575	6/2/2003	1.534,47	-0,035842995
14/4/2003	1.486,70	-0,165467142	5/2/2003	1.535,02	-1,237768889
11/4/2003	1.489,16	2,065594026	4/2/2003	1.554,02	-0,913759154
10/4/2003	1.458,40	1,1334339	3/2/2003	1.568,22	-1,279794927
9/4/2003	1.441,87	1,623586038	31/1/2003	1.588,29	0,781343457
8/4/2003	1.418,46	-0,946801461	30/1/2003	1.575,88	0,827474173
7/4/2003	1.431,89	3,913010078	29/1/2003	1.562,84	0,113895216
4/4/2003	1.375,86	3,22779934	28/1/2003	1.561,06	-1,964690659
3/4/2003	1.331,45	1,291073642	27/1/2003	1.591,73	-2,319488858
2/4/2003	1.314,26	1,525573326	24/1/2003	1.628,65	2,040954164
1/4/2003	1.294,21	-0,364701246	23/1/2003	1.595,41	3,051253283
31/3/2003	1.298,93	-2,635245933	22/1/2003	1.546,73	-0,651697452
28/3/2003	1.333,16	-1,472441417	21/1/2003	1.556,81	-0,515155992
27/3/2003	1.352,79	-0,462008146	20/1/2003	1.564,83	-2,618175776
26/3/2003	1.359,04	0,863109254	17/1/2003	1.605,80	-2,692738822
24/3/2003	1.347,31	-0,757806296	16/1/2003	1.649,04	1,007252705
21/3/2003	1.357,52	3,350226884	15/1/2003	1.632,43	0,898047696
20/3/2003	1.312,04	-0,938995762	14/1/2003	1.617,77	0,25281715
19/3/2003	1.324,36	-0,661451569	13/1/2003	1.613,68	-0,985325467
18/3/2003	1.333,12	3,283275324	10/1/2003	1.629,58	-1,122988746
17/3/2003	1.289,35	-2,605964246	9/1/2003	1.647,88	-1,446100444
14/3/2003	1.322,95	-0,891190143	8/1/2003	1.671,71	-2,437623751
13/3/2003	1.334,74	1,517149407	7/1/2003	1.712,46	-0,857830256
12/3/2003	1.314,49	-2,950193611	3/1/2003	1.727,15	0,819847726
11/3/2003	1.353,27	-3,037087943	2/1/2003	1.712,99	0,728550663
7/3/2003	1.394,37	-2,100590231	31/12/2002	1.700,51	0,682148297
6/3/2003	1.423,66	0,123625023	30/12/2002	1.688,91	-0,571966535
5/3/2003	1.421,90	-0,594275265	27/12/2002	1.698,57	-0,413288825
4/3/2003	1.430,35	-2,956619009	24/12/2002	1.705,59	-0,384031332
3/3/2003	1.472,64	-1,079693611	23/12/2002	1.712,14	-0,763956219
28/2/2003	1.488,54	1,084283929	20/12/2002	1.725,22	-0,51993369
27/2/2003	1.472,40	0,427193697	19/12/2002	1.734,19	-1,698775797
26/2/2003	1.466,11	-0,592724966	18/12/2002	1.763,65	0,118504238
25/2/2003	1.474,80	-4,147681041	17/12/2002	1.761,56	1,565090034
24/2/2003	1.535,97	-1,747429963	16/12/2002	1.733,99	0,287198888

13/12/2002	1.729,01	-0,107576012	3/10/2002	1.764,88	-3,902248311
12/12/2002	1.730,87	-0,317181533	2/10/2002	1.833,75	-1,575460123
11/12/2002	1.736,36	0,564399088	1/10/2002	1.862,64	-1,631555212
10/12/2002	1.726,56	-0,271059216	30/9/2002	1.893,03	-1,991516246
9/12/2002	1.731,24	-0,949030753	27/9/2002	1.930,73	-0,173509502
6/12/2002	1.747,67	-1,583250843	26/9/2002	1.934,08	1,535613832
5/12/2002	1.775,34	-1,157524756	25/9/2002	1.904,38	-1,008202145
4/12/2002	1.795,89	-0,434881869	24/9/2002	1.923,58	-0,777196685
3/12/2002	1.803,70	-0,73016577	23/9/2002	1.938,53	-2,420906563
2/12/2002	1.816,87	2,320474222	20/9/2002	1.985,46	0,573670585
29/11/2002	1.774,71	-0,725752376	19/9/2002	1.974,07	-0,830770945
28/11/2002	1.787,59	0,135377799	18/9/2002	1.990,47	-1,706632102
27/11/2002	1.785,17	-0,588179277	17/9/2002	2.024,44	-0,585347059
26/11/2002	1.795,67	-0,203266747	16/9/2002	2.036,29	-1,895604261
25/11/2002	1.799,32	1,551141542	13/9/2002	2.074,89	-2,155294979
22/11/2002	1.771,41	-0,005080698	12/9/2002	2.119,61	-0,860535665
21/11/2002	1.771,50	2,887948067	11/9/2002	2.137,85	0,78209416
20/11/2002	1.720,34	0,35341851	10/9/2002	2.121,13	0,284282434
19/11/2002	1.714,26	-0,331338303	9/9/2002	2.115,10	-1,198997683
18/11/2002	1.719,94	-1,229694059	6/9/2002	2.140,46	1,316072246
15/11/2002	1.741,09	1,228540742	5/9/2002	2.112,29	-1,136681043
14/11/2002	1.719,70	0,0180264	4/9/2002	2.136,30	-1,011093947
13/11/2002	1.719,39	-2,771331693	3/9/2002	2.157,90	0,865193012
12/11/2002	1.767,04	-1,132402209	2/9/2002	2.139,23	-1,27242045
11/11/2002	1.787,05	-1,39783442	30/8/2002	2.166,45	-1,483532969
8/11/2002	1.812,03	0,221298764	29/8/2002	2.198,59	-1,428188066
7/11/2002	1.808,02	-2,030950985	28/8/2002	2.229,99	-0,920631931
6/11/2002	1.844,74	1,22131032	27/8/2002	2.250,52	0,402573627
5/11/2002	1.822,21	0,268355458	26/8/2002	2.241,46	0,19942359
4/11/2002	1.817,32	4,332753725	23/8/2002	2.236,99	-0,946807988
1/11/2002	1.738,58	0,253655282	22/8/2002	2.258,17	-1,553913124
31/10/2002	1.734,17	1,162515786	21/8/2002	2.293,26	3,004456538
30/10/2002	1.714,01	1,243866722	20/8/2002	2.224,36	0,250858674
29/10/2002	1.692,69	-0,169552606	19/8/2002	2.218,78	0,063548437
25/10/2002	1.695,56	-1,736889287	16/8/2002	2.217,37	1,131069691
24/10/2002	1.725,01	0,426664193	14/8/2002	2.192,29	0,746251636
23/10/2002	1.717,65	-1,272669054	13/8/2002	2.175,93	-0,626858401
22/10/2002	1.739,51	-1,364752143	12/8/2002	2.189,57	-0,155738341
21/10/2002	1.763,25	-0,440096413	9/8/2002	2.192,98	0,533520598
18/10/2002	1.771,01	0,659510675	8/8/2002	2.181,28	0,303491528
17/10/2002	1.759,33	2,734563726	7/8/2002	2.174,66	2,395776811
16/10/2002	1.711,22	-1,750797677	6/8/2002	2.122,56	0,206354591
15/10/2002	1.741,18	-0,497363857	5/8/2002	2.118,18	-1,195837936
14/10/2002	1.749,84	-1,13438943	2/8/2002	2.143,51	-0,731043942
11/10/2002	1.769,69	5,067554204	1/8/2002	2.159,18	-0,093090896
10/10/2002	1.680,01	0,371426361	31/7/2002	2.161,19	-0,922177134
9/10/2002	1.673,77	-2,351577576	30/7/2002	2.181,12	0,914209214
8/10/2002	1.713,13	-1,247424305	29/7/2002	2.161,18	3,3069897
7/10/2002	1.734,50	-2,954742001	26/7/2002	2.089,71	0,194285331
4/10/2002	1.785,75	1,168696626	25/7/2002	2.085,65	2,517680339

24/7/2002	2.033.14	-2.621068889	9/5/2002	2.392.97	1.416231712
23/7/2002	2.086.43	0.74481291	8/5/2002	2.359.08	3.610729606
22/7/2002	2.070.89	-1.952783586	2/5/2002	2.273.90	-0.249791108
19/7/2002	2.111.33	-1.263184817	30/4/2002	2.279.58	0.064485563
18/7/2002	2.138.00	1.123947615	29/4/2002	2.278.11	1.21065269
17/7/2002	2.113.97	0.717607156	26/4/2002	2.250.53	0.363914278
16/7/2002	2.098.80	-1.23260911	25/4/2002	2.242.34	-1.25047941
15/7/2002	2.124.67	-0.367115834	24/4/2002	2.270.38	1.059294039
12/7/2002	2.132.47	-1.131551675	23/4/2002	2.246.33	-0.692240232
11/7/2002	2.156.60	-1.979504776	22/4/2002	2.261.88	-1.652165455
10/7/2002	2.199.29	-1.802854558	19/4/2002	2.299.25	0.883766446
9/7/2002	2.238.94	-0.685145649	18/4/2002	2.278.93	0.028522157
8/7/2002	2.254.28	-0.364196107	17/4/2002	2.278.28	2.144600313
5/7/2002	2.262.49	0.134807226	16/4/2002	2.229.42	-0.623929094
4/7/2002	2.259.44	0.951120632	15/4/2002	2.243.33	-2.998221394
3/7/2002	2.237.95	-0.769454188	12/4/2002	2.310.59	-0.93396059
2/7/2002	2.255.17	-2.672525796	11/4/2002	2.332.17	-0.200242692
1/7/2002	2.315.44	-1.364319525	10/4/2002	2.336.84	-1.411307578
28/6/2002	2.347.03	0.647627001	9/4/2002	2.369.82	1.688735853
27/6/2002	2.331.83	1.791725812	8/4/2002	2.329.80	-2.701519444
26/6/2002	2.290.05	-1.427479749	5/4/2002	2.392.74	0.545817765
25/6/2002	2.322.74	1.536547354	4/4/2002	2.379.68	-0.14623815
21/6/2002	2.287.05	-0.001311733	3/4/2002	2.383.16	-2.177780762
20/6/2002	2.287.08	-0.382583906	2/4/2002	2.435.06	-4.036450847
19/6/2002	2.295.83	-2.127335212	28/3/2002	2.533.35	-0.48907573
18/6/2002	2.344.67	0.187659671	27/3/2002	2.545.74	-0.624572816
17/6/2002	2.340.27	-0.549081944	26/3/2002	2.561.64	-0.840086819
14/6/2002	2.353.12	-2.858332767	22/3/2002	2.583.16	-0.895027795
13/6/2002	2.420.38	-0.688734827	21/3/2002	2.606.28	-0.623494022
12/6/2002	2.437.05	-0.197369771	20/3/2002	2.622.53	-1.068815228
11/6/2002	2.441.86	0.085590492	19/3/2002	2.650.56	-2.05692382
10/6/2002	2.439.77	1.032884247	15/3/2002	2.705.08	0.153045381
7/6/2002	2.414.57	-1.145959736	14/3/2002	2.700.94	1.03926781
6/6/2002	2.442.24	0.97738142	13/3/2002	2.672.87	-0.499088994
5/6/2002	2.418.37	1.506800035	12/3/2002	2.686.21	-1.330126833
4/6/2002	2.381.93	-0.824961271	11/3/2002	2.721.94	-0.521686738
3/6/2002	2.401.58	-1.958710516	8/3/2002	2.736.14	-0.062496802
31/5/2002	2.448.62	1.11654728	7/3/2002	2.737.85	0.877330752
30/5/2002	2.421.28	-1.856043085	6/3/2002	2.713.83	-0.355217534
29/5/2002	2.466.22	0.035276658	5/3/2002	2.723.47	-0.219572824
28/5/2002	2.465.35	0.191047924	4/3/2002	2.729.45	2.927696056
27/5/2002	2.460.64	-0.108508356	1/3/2002	2.649.54	1.100945825
24/5/2002	2.463.31	0.314617324	28/2/2002	2.620.37	-3.468975755
23/5/2002	2.455.56	-1.214794181	27/2/2002	2.711.27	-1.14632626
22/5/2002	2.485.39	-1.687059174	26/2/2002	2.742.35	1.426878407
21/5/2002	2.527.32	-0.21247804	25/2/2002	2.703.22	0.556743439
20/5/2002	2.532.69	0.520000474	22/2/2002	2.688.17	-2.130445619
17/5/2002	2.519.52	1.484409729	21/2/2002	2.745.44	-0.525963051
16/5/2002	2.482.12	-0.032230513	20/2/2002	2.759.88	-0.347478876
15/5/2002	2.482.92	-0.775296828	19/2/2002	2.769.47	-0.994414094
14/5/2002	2.502.17	2.489039514	18/2/2002	2.797.01	-1.435818964
13/5/2002	2.439.89	1.171774137	15/2/2002	2.837.17	-0.252364152
10/5/2002	2.411.30	0.760170862	14/2/2002	2.844.33	0.33223993

13/2/2002	2.834,88	-0.319237499	26/11/2001	3.040,78	0.075309625
12/2/2002	2.843,93	-0.875548976	23/11/2001	3.038,49	-2.412053355
11/2/2002	2.868,83	-0.005925761	22/11/2001	3.111,78	-1.843960691
8/2/2002	2.869,00	-0.025095852	21/11/2001	3.169,16	-1.577389592
7/2/2002	2.869,72	-0.477746958	20/11/2001	3.219,15	-1.564077474
6/2/2002	2.883,43	-0.64020975	19/11/2001	3.269,50	0.606514758
5/2/2002	2.901,89	-1.234712549	16/11/2001	3.249,67	2.938144489
4/2/2002	2.937,72	-0.497324456	15/11/2001	3.154,19	1.584558952
1/2/2002	2.952,33	-0.500960259	14/11/2001	3.104,21	1.74762661
31/1/2002	2.967,12	0.276025237	13/11/2001	3.049,96	0.352791512
30/1/2002	2.958,93	-1.349474303	12/11/2001	3.039,20	-2.964266912
29/1/2002	2.998,86	-0.120712537	9/11/2001	3.129,29	1.124216675
28/1/2002	3.002,48	0.431976233	8/11/2001	3.094,11	0.526484191
25/1/2002	2.989,51	-0.336175494	7/11/2001	3.077,82	0.651110201
24/1/2002	2.999,56	1.706917014	6/11/2001	3.057,78	-1.217549987
23/1/2002	2.948,36	2,544465398	5/11/2001	3.095,01	1,327297812
22/1/2002	2.873,34	0,672040204	2/11/2001	3.053,93	-2,143795044
21/1/2002	2.854,03	-0,206725227	1/11/2001	3.119,40	5,857536706
18/1/2002	2.859,93	-0,521341431	31/10/2001	2.936,68	4,808491221
17/1/2002	2.874,84	3,004688957	30/10/2001	2.795,47	-0,712581426
16/1/2002	2.788,46	-0,42424851	29/10/2001	2.815,39	1,495707522
15/1/2002	2.800,29	-0,222119852	26/10/2001	2.773,28	0,555659724
14/1/2002	2.806,51	-2,965604968	25/10/2001	2.757,87	-0,589222842
11/1/2002	2.889,74	-1,345795816	24/10/2001	2.774,12	-1,055830317
10/1/2002	2.928,63	-0,460283477	23/10/2001	2.803,41	0,754795053
9/1/2002	2.942,11	-1.857170534	22/10/2001	2.782,25	1.818312517
8/1/2002	2.996,75	-1.269041462	19/10/2001	2.731,66	-0.206467862
7/1/2002	3.034,78	-0.392120681	18/10/2001	2.737,30	-0.680597669
4/1/2002	3.046,68	0.461157719	17/10/2001	2.755,93	2.867271665
3/1/2002	3.032,63	-0.128930994	16/10/2001	2.676,91	1.885009208
2/1/2002	3.036,54	0.253578086	15/10/2001	2.626,45	0.387214681
28/12/2001	3.028,84	0.396521441	12/10/2001	2.616,28	0.00726222
27/12/2001	3.016,83	-0.103088341	11/10/2001	2.616,09	1.129166046
24/12/2001	3.019,94	0.352324881	10/10/2001	2.586,55	0.328236454
21/12/2001	3.009,30	-0.541321902	9/10/2001	2.578,06	0.166016307
20/12/2001	3.025,59	-1.090365846	8/10/2001	2.573,78	-1.452727117
19/12/2001	3.058,58	0.8422209	5/10/2001	2.611,17	-0.151656154
18/12/2001	3.032,82	1.23779189	4/10/2001	2.615,13	3.100419482
17/12/2001	2.995,28	-0.003338586	3/10/2001	2.534,05	-0.242694501
14/12/2001	2.995,38	0.657345646	2/10/2001	2.540,20	0.770018109
13/12/2001	2.975,69	-1.997519903	1/10/2001	2.520,64	-1.420274216
12/12/2001	3.035,13	-2.165969827	28/9/2001	2.556,44	2.605185336
11/12/2001	3.100,87	-0.444391413	27/9/2001	2.489,84	0.638193619
10/12/2001	3.114,65	-1.652513123	26/9/2001	2.473,95	-0.614806281
7/12/2001	3.166,12	0.089383852	25/9/2001	2.489,16	0.335454531
6/12/2001	3.163,29	0.580724499	24/9/2001	2.480,81	1.113346044
5/12/2001	3.144,92	0.881421467	21/9/2001	2.453,19	-0.805889475
4/12/2001	3.117,20	-0.373412036	20/9/2001	2.472,96	-6.459061206
3/12/2001	3.128,84	0.340062132	19/9/2001	2.632,69	0.611921647
30/11/2001	3.118,20	0.201077545	18/9/2001	2.616,58	-0.953916945
29/11/2001	3.111,93	-0.254504439	17/9/2001	2.641,54	-2.090825806
28/11/2001	3.119,85	0.885298973	14/9/2001	2.696,77	-5.175450632
27/11/2001	3.092,23	1.663847773	13/9/2001	2.836,34	0.186860532

12/9/2001	2.831.04	-9.236888211	28/6/2001	3.524.58	-0.511266591
11/9/2001	3.092.54	0.108325195	27/6/2001	3.542.60	2.227742336
10/9/2001	3.089.19	-4.350978736	26/6/2001	3.463.68	-2.947731892
7/9/2001	3.223.60	-0.970033503	25/6/2001	3.565.78	-3.379625215
6/9/2001	3.254.87	-0.382196524	22/6/2001	3.686.29	-1.156175993
5/9/2001	3.267.31	-1.388910143	21/6/2001	3.728.91	-0.690013972
4/9/2001	3.312.69	-1.083711425	20/6/2001	3.754.64	-1.347399484
3/9/2001	3.348.59	-1.07298893	19/6/2001	3.805.23	-0.816770603
31/8/2001	3.384.52	0.647359153	18/6/2001	3.836.31	-0.714227995
30/8/2001	3.362.61	0.165942527	15/6/2001	3.863.71	-0.960734631
29/8/2001	3.357.03	-1.420005183	14/6/2001	3.900.83	-1.254604789
28/8/2001	3.404.70	1.065292096	13/6/2001	3.949.77	-0.755487028
27/8/2001	3.368.43	2.17965046	12/6/2001	3.979.61	0.79455022
24/8/2001	3.295.01	1.350527009	11/6/2001	3.947.99	-2.532681187
23/8/2001	3.250.51	0.278110204	8/6/2001	4.047.98	-0.634637523
22/8/2001	3.241.47	-0.699682551	7/6/2001	4.073.67	3.469107709
21/8/2001	3.264.15	-0.65070539	6/6/2001	3.932.35	-0.439431892
20/8/2001	3.285.39	0.366166574	5/6/2001	3.949.63	-3.459564567
17/8/2001	3.273.36	-0.733191583	1/6/2001	4.086.27	-3.379610256
16/8/2001	3.297.36	1.515758061	31/5/2001	4.224.37	-0.671105987
14/8/2001	3.247.38	1.739556196	30/5/2001	4.252.72	-1.382174232
13/8/2001	3.190.89	-0.537780995	29/5/2001	4.311.50	-2.343499942
10/8/2001	3.208.05	-0.811396331	28/5/2001	4.412.54	-1.01143559
9/8/2001	3.234.08	-0.548842329	25/5/2001	4.457.17	1.226563043
8/8/2001	3.251.83	-2.008407574	24/5/2001	4.402.50	0.102441794
7/8/2001	3.317.14	-5.18579258	23/5/2001	4.397.99	1.279675488
6/8/2001	3.489.16	-0.497254353	22/5/2001	4.341.71	-0.876843456
3/8/2001	3.506.51	1.24568303	21/5/2001	4.379.78	1.12745389
2/8/2001	3.462.83	2.250760216	18/5/2001	4.330.40	4.282052466
1/8/2001	3.384.89	0.70844252	17/5/2001	4.144.97	0.959476184
31/7/2001	3.360.91	1.734946785	16/5/2001	4.105.20	0.503020559
30/7/2001	3.302.60	-2.437473506	15/5/2001	4.084.55	-1.203804581
27/7/2001	3.383.10	2.016493748	14/5/2001	4.133.72	-2.279060991
26/7/2001	3.314.88	1.143027802	11/5/2001	4.227.93	-0.163200431
25/7/2001	3.276.99	-0.136100507	10/5/2001	4.234.83	-0.649140579
24/7/2001	3.281.45	1.079400875	9/5/2001	4.262.32	-1.979438428
23/7/2001	3.246.03	3.766138945	8/5/2001	4.346.69	0.118711019
20/7/2001	3.123.78	-4.631568164	7/5/2001	4.341.53	-0.516868477
19/7/2001	3.268.46	6.759758418	4/5/2001	4.363.97	0.05637069
18/7/2001	3.047.52	4.732044416	3/5/2001	4.361.51	-1.192935474
17/7/2001	2.903.31	1.268896535	2/5/2001	4.413.54	-0.835383842
16/7/2001	2.866.47	-4.204125632	30/4/2001	4.450.41	0.752739635
13/7/2001	2.986.98	-4.519280343	27/4/2001	4.416.91	0.227987439
12/7/2001	3.121.97	3.010599077	26/4/2001	4.406.84	0.557315446
11/7/2001	3.027.98	-4.884114162	25/4/2001	4.382.28	0.034456949
10/7/2001	3.175.87	-2.951632151	24/4/2001	4.380.77	-1.673906642
9/7/2001	3.269.61	-4.927193151	23/4/2001	4.454.10	-0.70137626
6/7/2001	3.430.71	0.199667124	20/4/2001	4.485.34	-0.548676355
5/7/2001	3.423.86	-0.192180755	19/4/2001	4.509.95	-1.120633266
4/7/2001	3.430.44	-1.955725796	18/4/2001	4.560.49	3.363015816
3/7/2001	3.497.53	-2.383968115	17/4/2001	4.407.12	1.866071266
2/7/2001	3.580.91	-0.032394	12/4/2001	4.324.88	3.427840772
29/6/2001	3.582.07	1.604937927	11/4/2001	4.176.63	0.46664416

10/4/2001	4.157.14	1.47360926	24/1/2001	4.237.55	-0.857571002
9/4/2001	4.095.88	-0.682393039	23/1/2001	4.273.89	-1.571636144
6/4/2001	4.123.83	0.750758397	22/1/2001	4.341.06	-2.061938789
5/4/2001	4.092.87	1.592769866	19/1/2001	4.430.57	-0.694041624
4/4/2001	4.027.68	0.442934891	18/1/2001	4.461.32	-0.362000484
3/4/2001	4.009.84	-0.882828243	17/1/2001	4.477.47	1.792083476
2/4/2001	4.045.24	-0.504790816	16/1/2001	4.397.23	-0.646543392
30/3/2001	4.065.66	0.254325251	15/1/2001	4.425.66	-3.977485844
29/3/2001	4.055.32	-1.624039533	12/1/2001	4.601.69	1.057654905
28/3/2001	4.121.18	-0.641321175	11/1/2001	4.553.02	6.180073885
27/3/2001	4.147.61	-0.35707311	10/1/2001	4.271.64	-0.739060408
26/3/2001	4.162.42	1.334319939	9/1/2001	4.303.21	-0.939995957
23/3/2001	4.106.88	0.329934159	8/1/2001	4.343.66	-1.380402702
22/3/2001	4.093.33	-1.07980544	5/1/2001	4.403.62	-3.152860601
21/3/2001	4.137.53	-1.055944005	4/1/2001	4.542.46	-1.81575622
20/3/2001	4.181.22	1.03630041	3/1/2001	4.624.94	0.058595355
19/3/2001	4.137.89	-1.254020769	29/12/2000	4.622.23	0.549518306
16/3/2001	4.189.78	-0.269703899	28/12/2000	4.596.83	-0.52122876
15/3/2001	4.201.08	1.470336199	27/12/2000	4.620.79	0.198883741
14/3/2001	4.139.31	-3.38365573	22/12/2000	4.611.60	0.133793044
13/3/2001	4.279.37	-0.734453903	21/12/2000	4.605.43	-1.660648409
12/3/2001	4.310.80	-0.387631066	20/12/2000	4.681.91	-0.794761112
9/3/2001	4.327.51	-0.667127286	19/12/2000	4.719.12	-1.841233111
8/3/2001	4.356.38	2.096235866	18/12/2000	4.806.01	-1.236160557
7/3/2001	4.265.06	-0.329655386	15/12/2000	4.865.42	0.742176421
6/3/2001	4.279.12	0.010983567	14/12/2000	4.829.31	1.66607652
5/3/2001	4.278.65	0.523062181	13/12/2000	4.748.85	-2.673910526
2/3/2001	4.256.27	1.2879822	12/12/2000	4.875.83	-1.060332292
1/3/2001	4.201.45	-0.579085792	11/12/2000	4.927.53	-0.526430078
28/2/2001	4.225.78	-0.105779288	8/12/2000	4.953.47	-1.218741609
27/2/2001	4.230.25	-1.358548549	7/12/2000	5.013.84	0.106904089
23/2/2001	4.287.72	-0.834009683	6/12/2000	5.008.48	6.441475258
22/2/2001	4.323.48	-0.458427008	5/12/2000	4.685.86	0.3869087
21/2/2001	4.343.30	-1.763866185	4/12/2000	4.667.73	4.057004154
20/2/2001	4.419.91	1.41677093	1/12/2000	4.478.36	4.249993301
19/2/2001	4.357.29	0.180846352	30/11/2000	4.288.03	0.616133749
16/2/2001	4.349.41	-0.695496631	29/11/2000	4.261.61	-0.118499816
15/2/2001	4.379.66	-0.58703187	28/11/2000	4.266.66	-2.330628642
14/2/2001	4.405.37	0.268081909	27/11/2000	4.366.10	0.260186436
13/2/2001	4.393.56	0.409690547	24/11/2000	4.354.74	1.57598387
12/2/2001	4.375.56	-0.312417153	23/11/2000	4.286.11	-1.244718404
9/2/2001	4.389.23	-0.203908203	22/11/2000	4.339.46	-2.940227586
8/2/2001	4.398.18	0.814427786	21/11/2000	4.467.05	2.414568899
7/2/2001	4.362.36	-0.406660615	20/11/2000	4.359.19	-2.177009949
6/2/2001	4.380.10	1.037190932	17/11/2000	4.454.09	-1.997489947
5/2/2001	4.334.67	-1.251537026	16/11/2000	4.543.06	-0.445514697
2/2/2001	4.388.92	-2.626158599	15/11/2000	4.563.30	-3.166568054
1/2/2001	4.504.18	-0.183607227	14/11/2000	4.707.80	-1.031904499
31/1/2001	4.512.45	3.670954803	13/11/2000	4.756.38	-1.708231891
30/1/2001	4.346.80	3.034876231	10/11/2000	4.837.63	-0.195963726
29/1/2001	4.214.88	-0.857675663	9/11/2000	4.847.11	0.744154764
26/1/2001	4.251.03	0.155491728	8/11/2000	4.811.04	-2.248993981
25/1/2001	4.244.42	0.161859571	7/11/2000	4.919.24	-2.188549451

6/11/2000	5.026,90	-1.542899202	23/8/2000	4.568,36	0.356364209
3/11/2000	5.104,46	-1.646403341	22/8/2000	4.552,08	-0.236814819
2/11/2000	5.188,50	-1.201503325	21/8/2000	4.562,86	0.401721727
1/11/2000	5.250,84	1.946926587	18/8/2000	4.544,53	0.244469725
31/10/2000	5.148,61	1.033482824	17/8/2000	4.533,42	-0.950937703
30/10/2000	5.095,40	0.353848569	16/8/2000	4.576,53	-1.067621102
27/10/2000	5.077,37	-0.530786608	14/8/2000	4.625,39	1.278378688
26/10/2000	5.104,32	1.406455708	11/8/2000	4.566,26	0.815547078
25/10/2000	5.032,53	0.481070158	10/8/2000	4.529,02	0.253255671
24/10/2000	5.008,32	1.028688263	9/8/2000	4.517,55	-0.111786256
23/10/2000	4.956,80	-2.22441898	8/8/2000	4.522,60	1.648830319
20/10/2000	5.067,06	2.159832329	7/8/2000	4.448,03	-3.488510644
19/10/2000	4.957,62	2.747689415	4/8/2000	4.603,20	-1.059045881
18/10/2000	4.821,40	-2.192309288	3/8/2000	4.651,95	-2.050108019
17/10/2000	4.927,10	-1.618599176	2/8/2000	4.747,32	-0.859221624
16/10/2000	5.006,85	2.171025695	1/8/2000	4.788,11	0.441510325
13/10/2000	4.898,15	-2.567499974	31/7/2000	4.766,97	-0.55255225
12/10/2000	5.023,91	-1.846569704	28/7/2000	4.793,31	0.324619105
11/10/2000	5.116,68	-0.572050627	27/7/2000	4.777,75	0.421746638
10/10/2000	5.145,95	-0.178587044	26/7/2000	4.757,60	-1.083739701
9/10/2000	5.155,14	-1.305299177	25/7/2000	4.809,16	-1.513362001
6/10/2000	5.222,43	1.592170694	24/7/2000	4.881,94	-0.413769936
5/10/2000	5.139,28	-1.02504631	21/7/2000	4.902,14	-0.42450848
4/10/2000	5.191,96	-1.651399471	20/7/2000	4.922,95	0.704049401
3/10/2000	5.277,70	-2.448604506	19/7/2000	4.888,29	-0.971505373
2/10/2000	5.406,93	0.313856477	18/7/2000	4.935,78	1.805388409
29/9/2000	5.389,96	1.190546869	17/7/2000	4.846,67	1.498142023
28/9/2000	5.325,79	0.866350344	14/7/2000	4.774,06	2.012752249
27/9/2000	5.279,65	0.850056348	13/7/2000	4.677,97	0.774695007
26/9/2000	5.234,77	-0.829071764	12/7/2000	4.641,73	-0.516186853
25/9/2000	5.278,17	1.573651474	11/7/2000	4.665,69	0.663353116
22/9/2000	5.195,11	2.20553559	10/7/2000	4.634,74	0.52020178
21/9/2000	5.080,53	-2.876471549	7/7/2000	4.610,63	-0.982295261
20/9/2000	5.226,67	-1.554909723	6/7/2000	4.655,92	-1.24486675
19/9/2000	5.307,94	1.563506746	5/7/2000	4.713,88	0.266871452
18/9/2000	5.224,95	-0.484789328	4/7/2000	4.701,30	-0.798715249
15/9/2000	5.250,28	-1.15689068	3/7/2000	4.738,85	-0.435548709
14/9/2000	5.311,02	7.513057755	30/6/2000	4.759,49	-0.646918052
13/9/2000	4.912,00	-0.556596091	29/6/2000	4.790,28	-0.23338928
12/9/2000	4.939,34	-4.765818915	28/6/2000	4.801,46	-1.567439904
11/9/2000	5.174,74	-6.780244032	27/6/2000	4.876,72	1.780500008
8/9/2000	5.525,60	10.13736065	26/6/2000	4.789,89	-2.20464353
7/9/2000	4.965,45	4.193174838	23/6/2000	4.895,49	-1.967525212
6/9/2000	4.757,24	1.983292834	22/6/2000	4.991,81	-1.450776372
5/9/2000	4.662,89	4.622669632	21/6/2000	5.064,23	-0.517551533
4/9/2000	4.447,34	1.647501653	20/6/2000	5.090,44	-2.09353219
1/9/2000	4.374,07	1.299704852	16/6/2000	5.197,01	0.199922648
31/8/2000	4.317,22	3.886297201	15/6/2000	5.186,62	-0.247752872
30/8/2000	4.149,44	-3.259716974	14/6/2000	5.199,47	1.264744291
29/8/2000	4.284,70	-1.278502579	13/6/2000	5.133,71	-1.293022006
28/8/2000	4.339,48	-2.169153908	12/6/2000	5.200,09	-1.299592892
25/8/2000	4.433,61	-1.06076087	9/6/2000	5.267,67	0.784027853
24/8/2000	4.480,64	-1.957756035	8/6/2000	5.226,37	0.508000773

7/6/2000	5.199,82	-2.531241466	22/3/2000	5.703,08	-0.593363586
6/6/2000	5.331,44	-0.316799964	21/3/2000	5.736,92	-1.07723308
5/6/2000	5.348,33	-1.88040005	20/3/2000	5.798,72	-0.333176977
2/6/2000	5.448,90	0.529281139	17/3/2000	5.818,04	0.656750383
1/6/2000	5.420,06	-2.680044132	16/3/2000	5.779,83	2.230169399
31/5/2000	5.565,32	0.909201987	15/3/2000	5.650,93	1.422774658
30/5/2000	5.514,72	-0.137268982	14/3/2000	5.570,53	-6.143580593
29/5/2000	5.522,29	0.439491588	10/3/2000	5.912,76	0.035178157
26/5/2000	5.498,02	1.509634377	9/3/2000	5.910,68	0.2837237
25/5/2000	5.415,02	-0.209971524	8/3/2000	5.893,91	-0.026637665
24/5/2000	5.426,39	-1.846900057	7/3/2000	5.895,48	-1.813592786
23/5/2000	5.526,61	-0.462127778	6/3/2000	6.002,40	-1.37728242
22/5/2000	5.552,15	-1.975270841	3/3/2000	6.085,07	-1.363172486
19/5/2000	5.661,82	0.337347355	2/3/2000	6.168,02	1.808522022
18/5/2000	5.642,72	-0.165168571	1/3/2000	6.056,47	0.319823263
17/5/2000	5.652,04	-0.265921685	29/2/2000	6.037,10	-0.3496712
16/5/2000	5.667,07	1.472012874	28/2/2000	6.058,21	-2.566104509
15/5/2000	5.583,65	3.687372955	25/2/2000	6.213,67	-0.205675551
12/5/2000	5.377,76	0.031797626	24/2/2000	6.226,45	1.841016952
11/5/2000	5.376,05	0.478418169	23/2/2000	6.111,82	0.150037141
10/5/2000	5.350,33	0.298299357	22/2/2000	6.102,65	-1.092148493
9/5/2000	5.334,37	-0.54683121	21/2/2000	6.169,30	-1.343426321
8/5/2000	5.363,54	0.770573166	18/2/2000	6.252,18	0.110041617
5/5/2000	5.322,21	0.442109575	17/2/2000	6.245,30	-2.067474741
4/5/2000	5.298,68	-0.779628134	16/2/2000	6.374,42	-0.756931611
3/5/2000	5.339,99	0.10037472	15/2/2000	6.422,67	-0.618590088
2/5/2000	5.334,63	1.297372076	14/2/2000	6.462,40	0.13864818
27/4/2000	5.265,42	1.623992008	11/2/2000	6.453,44	0.643842664
26/4/2000	5.179,91	-2.186910583	10/2/2000	6.411,89	-1.864348889
25/4/2000	5.293,19	-2.46751014	9/2/2000	6.531,43	0.986920169
24/4/2000	5.423,80	-0.543530366	8/2/2000	6.466,97	2.860226659
21/4/2000	5.453,28	1.249156471	7/2/2000	6.282,00	1.981852913
20/4/2000	5.385,16	1.145369868	4/2/2000	6.157,50	1.682988226
19/4/2000	5.323,48	7.60404848	3/2/2000	6.053,87	1.75557123
18/4/2000	4.918,68	-1.247285857	2/2/2000	5.947,59	0.786368933
17/4/2000	4.980,03	-9.919217354	1/2/2000	5.900,82	2.899766473
14/4/2000	5.474,01	-5.081101423	31/1/2000	5.729,71	-0.687643877
13/4/2000	5.752,15	-3.870378902	28/1/2000	5.769,11	0.65382702
12/4/2000	5.974,78	-1.376452355	27/1/2000	5.731,39	0.226297635
11/4/2000	6.057,02	-0.554067842	26/1/2000	5.718,42	-1.402485302
10/4/2000	6.090,58	0.483533588	25/1/2000	5.798,62	-0.678092374
7/4/2000	6.061,13	1.390004834	24/1/2000	5.837,94	-0.138576279
6/4/2000	5.976,88	-0.074620872	21/1/2000	5.846,03	0.426272188
5/4/2000	5.981,34	0.520117566	20/1/2000	5.821,11	-0.159247978
4/4/2000	5.950,23	0.56821333	19/1/2000	5.830,38	-3.184355051
3/4/2000	5.916,42	0.888544086	18/1/2000	6.016,04	-1.864016862
31/3/2000	5.863,85	0.297586057	17/1/2000	6.128,18	1.540751088
30/3/2000	5.846,40	0.90756705	14/1/2000	6.033,76	1.518456153
29/3/2000	5.793,34	-0.155178187	13/1/2000	5.942,14	-0.575381933
28/3/2000	5.802,33	0.059803562	12/1/2000	5.976,33	-0.03681189
27/3/2000	5.798,86	0.863445574	11/1/2000	5.978,53	-2.097338309
24/3/2000	5.748,79	1.512144295	10/1/2000	6.103,92	-0.373694282
23/3/2000	5.661,86	-0.728029305	7/1/2000	6.126,73	-0.465501173

5/1/2000	6.155,25	-4.007798221	20/10/1999	6.060,54	3.805436479
4/1/2000	6.401,94	-3.811500889	19/10/1999	5.829,91	-1.006876607
3/1/2000	6.645,95	3.243178176	18/10/1999	5.888,61	-5.555640465
30/12/1999	6.430,41	2.490820959	15/10/1999	6.215,76	-1.494587951
29/12/1999	6.270,24	0.948926995	14/10/1999	6.308,66	-2.371660543
28/12/1999	6.210,74	1.642799409	13/10/1999	6.458,28	3.06118657
27/12/1999	6.108,71	3.385493828	12/10/1999	6.260,58	-0.933779298
24/12/1999	5.901,90	3.341127434	11/10/1999	6.319,04	-1.584417886
23/12/1999	5.704,71	-4.107483115	8/10/1999	6.419,16	1.029573963
22/12/1999	5.939,03	1.046972317	7/10/1999	6.353,07	-0.950878866
21/12/1999	5.876,85	-0.543998911	6/10/1999	6.413,48	0.21080599
20/12/1999	5.908,82	-2.564640656	5/10/1999	6.399,96	1.210163814
17/12/1999	6.060,36	1.192173402	4/10/1999	6.322,51	-1.611069022
16/12/1999	5.988,11	-3.182473268	1/10/1999	6.424,37	-1.581945
15/12/1999	6.178,68	-1.921122311	30/9/1999	6.526,00	-0.756818878
14/12/1999	6.297,38	-1.256554313	29/9/1999	6.575,39	-0.818810747
13/12/1999	6.376,51	3.18638252	28/9/1999	6.629,23	6.794454258
10/12/1999	6.173,33	1.857182428	27/9/1999	6.178,81	-2.621702237
9/12/1999	6.058,68	1.064588326	24/9/1999	6.340,80	-4.585225839
8/12/1999	5.994,18	-0.961265761	23/9/1999	6.631,54	-4.248937652
7/12/1999	6.051,80	-1.159324498	22/9/1999	6.913,31	-0.848508168
6/12/1999	6.121,96	-1.175277199	21/9/1999	6.971,97	-5.615629442
3/12/1999	6.193,91	0.81547843	20/9/1999	7.363,49	2.478172714
2/12/1999	6.143,40	-1.266236937	17/9/1999	7.181,01	1.713686515
1/12/1999	6.221,19	-1.581851704	16/9/1999	7.057,95	2.004548063
30/11/1999	6.319,60	-1.616241534	15/9/1999	6.916,47	0.069833311
29/11/1999	6.421,74	4.877494262	14/9/1999	6.911,64	-0.944783004
26/11/1999	6.108,52	4.38796959	13/9/1999	6.976,94	5.183647846
25/11/1999	5.840,48	1.097170096	10/9/1999	6.615,28	-1.460104485
24/11/1999	5.776,40	-2.234263555	7/9/1999	6.711,87	-0.568693971
23/11/1999	5.905,46	-1.293887352	6/9/1999	6.750,04	1.61836078
22/11/1999	5.981,87	-1.018076287	3/9/1999	6.640,80	-0.213076738
19/11/1999	6.042,77	-0.116999323	2/9/1999	6.654,95	1.531942389
18/11/1999	6.049,84	-1.714094918	1/9/1999	6.553,00	4.415229666
17/11/1999	6.153,54	-0.181846547	31/8/1999	6.263,67	-0.910169278
16/11/1999	6.164,73	0.179083269	30/8/1999	6.320,68	-0.553737889
15/11/1999	6.153,69	0.685117385	27/8/1999	6.355,68	-1.854718929
12/11/1999	6.111,53	1.567692542	26/8/1999	6.473,56	-3.798064743
11/11/1999	6.015,72	-0.61189683	25/8/1999	6.719,43	5.729057375
10/11/1999	6.052,53	-1.513581924	24/8/1999	6.334,47	2.082100002
9/11/1999	6.144,14	-1.519008356	23/8/1999	6.202,58	1.727668164
8/11/1999	6.237,47	1.035516002	20/8/1999	6.095,42	-0.122879145
5/11/1999	6.172,88	1.504322132	19/8/1999	6.102,91	-1.981349881
4/11/1999	6.080,02	-1.521212101	18/8/1999	6.223,83	0.206143163
3/11/1999	6.172,51	-2.021705919	17/8/1999	6.211,00	-0.24585413
2/11/1999	6.297,30	0.135931272	16/8/1999	6.226,27	1.126356551
1/11/1999	6.288,74	3.566056158	13/8/1999	6.156,14	1.109299009
29/10/1999	6.064,48	2.122688178	12/8/1999	6.087,85	2.549175817
27/10/1999	5.935,75	-0.786758202	11/8/1999	5.932,66	0.730026666
26/10/1999	5.982,45	1.051408704	10/8/1999	5.889,35	1.522069498
25/10/1999	5.919,55	0.213191881	9/8/1999	5.799,71	-0.28208307
22/10/1999	5.906,93	-0.819037977	6/8/1999	5.816,07	-0.441707201
21/10/1999	5.955,31	-1.766994497	5/8/1999	5.841,76	-0.424187231

4/8/1999	5.866,54	1.114114964	20/5/1999	5.698,15	-0.426278704
3/8/1999	5.801,18	0.702098539	19/5/1999	5.722,44	-0.543299711
2/8/1999	5.760,45	-1.447803557	18/5/1999	5.753,53	4.707370953
30/7/1999	5.843,85	-0.548953173	17/5/1999	5.482,69	-1.955062205
29/7/1999	5.875,93	-0.374579003	14/5/1999	5.589,88	0.274245601
28/7/1999	5.897,94	-1.382686158	13/5/1999	5.574,55	-2.798611547
27/7/1999	5.979,49	-2.338159274	12/5/1999	5.730,56	-1.395500614
26/7/1999	6.119,30	-0.690928701	11/5/1999	5.810,53	1.329482853
23/7/1999	6.161,58	-1.084299806	10/5/1999	5.733,28	-2.367580164
22/7/1999	6.228,39	0.600797317	7/5/1999	5.869,02	1.9701756
21/7/1999	6.190,97	-0.502990646	6/5/1999	5.753,39	4.820809992
20/7/1999	6.222,11	-3.222540264	5/5/1999	5.476,03	-0.189370767
19/7/1999	6.422,62	2.561882845	4/5/1999	5.486,40	-1.221019248
16/7/1999	6.258,08	3.753227827	3/5/1999	5.553,39	5.088963678
15/7/1999	6.023,20	3.391884712	30/4/1999	5.270,78	1.693866942
14/7/1999	5.818,90	0.261217756	29/4/1999	5.181,50	-1.740422658
13/7/1999	5.803,70	0.327894274	28/4/1999	5.271,68	3.548015054
12/7/1999	5.784,67	1.514347404	27/4/1999	5.084,64	6.449030807
9/7/1999	5.697,07	-0.727566977	26/4/1999	4.756,73	-2.085886733
8/7/1999	5.738,52	-2.263998383	23/4/1999	4.855,95	0.390036965
7/7/1999	5.868,44	-1.278704392	22/4/1999	4.837,01	-2.659287452
6/7/1999	5.943,48	-1.066715123	21/4/1999	4.965,64	-1.058071064
5/7/1999	6.006,88	5.401140026	20/4/1999	5.018,18	-0.060579732
2/7/1999	5.682,44	1.220954379	19/4/1999	5.021,22	-5.891396912
1/7/1999	5.613,06	2.59644472	16/4/1999	5.317,04	-3.104546891
30/6/1999	5.467,32	1.82209931	15/4/1999	5.482,11	-2.868238689
29/6/1999	5.367,70	-0.459787246	14/4/1999	5.639,35	0.600246482
28/6/1999	5.392,38	-0.036718481	13/4/1999	5.605,50	3.432343234
25/6/1999	5.394,36	0.880549314	8/4/1999	5.413,10	2.743714323
24/6/1999	5.346,86	0.749972881	7/4/1999	5.264,58	7.404009437
23/6/1999	5.306,76	-1.561781577	6/4/1999	4.874,79	3.518715678
22/6/1999	5.389,64	-2.353403938	5/4/1999	4.703,26	-1.92823701
21/6/1999	5.516,48	0.228225245	2/4/1999	4.793,95	5.670897694
18/6/1999	5.503,89	1.140829486	1/4/1999	4.522,09	-8.320710114
17/6/1999	5.441,10	-1.345316204	31/3/1999	4.898,36	-4.930629843
16/6/1999	5.514,30	0.598806739	30/3/1999	5.139,88	-0.536588403
15/6/1999	5.481,28	-1.274702259	29/3/1999	5.167,46	-1.449841895
14/6/1999	5.551,15	-2.114516812	26/3/1999	5.242,38	2.844700308
11/6/1999	5.668,53	-0.298666497	24/3/1999	5.093,25	-4.356353998
10/6/1999	5.685,46	0.305867951	23/3/1999	5.315,13	-3.832831934
9/6/1999	5.668,07	1.133719238	22/3/1999	5.518,85	0.167788579
8/6/1999	5.603,81	-1.103891816	19/3/1999	5.509,59	4.570031527
7/6/1999	5.665,67	1.026709992	18/3/1999	5.257,80	1.160371258
4/6/1999	5.607,50	-1.416495765	17/3/1999	5.196,79	-0.173953537
3/6/1999	5.686,93	0.696861048	16/3/1999	5.205,83	-0.333856465
2/6/1999	5.647,30	-0.836505941	15/3/1999	5.223,21	5.031963103
1/6/1999	5.694,54	3.981006368	12/3/1999	4.960,38	3.109237599
28/5/1999	5.467,84	-1.263936033	11/3/1999	4.806,15	-0.186635873
27/5/1999	5.536,95	-1.839279748	10/3/1999	4.815,12	0.073103059
26/5/1999	5.638,79	-3.438503651	9/3/1999	4.811,60	3.914290465
25/5/1999	5.832,68	-1.622238834	8/3/1999	4.623,26	3.197743584
24/5/1999	5.927,30	1.226190677	5/3/1999	4.475,42	0.47302823
21/5/1999	5.854,62	2.672590194	4/3/1999	4.454,25	-3.218050177

3/3/1999	4.597,59	0.772143667
2/3/1999	4.562,09	-2.385091044
1/3/1999	4.670,90	-0.193324627
26/2/1999	4.679,93	0.491674021
25/2/1999	4.656,92	4.05654381
24/2/1999	4.468,01	7.323394531
23/2/1999	4.140,80	-6.761012365
19/2/1999	4.420,76	-3.185198925
18/2/1999	4.561,57	-1.916006989
17/2/1999	4.648,97	0.095505026
16/2/1999	4.644,53	-3.143913378
15/2/1999	4.790,55	1.014497292
12/2/1999	4.741,95	2.444985713
11/2/1999	4.626,01	3.657795811
10/2/1999	4.456,80	0.119368157
9/2/1999	4.451,48	-4.026750654
8/2/1999	4.630,73	0.106246747
5/2/1999	4.625,81	-0.311080654
4/2/1999	4.640,20	-0.076720831
3/2/1999	4.643,76	1.45657829
2/2/1999	4.576,12	2.210824891
1/2/1999	4.474,95	3.856132471
29/1/1999	4.302,39	2.208075047
28/1/1999	4.207,39	1.802067315
27/1/1999	4.131,57	0.487223985
26/1/1999	4.111,44	4.738485786
25/1/1999	3.916,62	-3.067185481
22/1/1999	4.036,75	-0.623025949
21/1/1999	4.061,90	0.257761146
20/1/1999	4.051,43	1.780359034
19/1/1999	3.979,30	-0.341768653
18/1/1999	3.992,90	4.228505597
15/1/1999	3.824,06	-1.256256439
14/1/1999	3.872,10	4.432736758
13/1/1999	3.700,46	-6.978591851
12/1/1999	3.958,70	-0.729279814
11/1/1999	3.987,57	-1.792319633
8/1/1999	4.059,04	0.517610075
7/1/1999	4.038,03	2.614641298
5/1/1999	3.932,45	-0.369744053
4/1/1999	3.946,99	

РАСЧЕТНО ТЕРА

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Ελληνική

- Αγιακλόγλου, Ν. Χ. και Μπένος, Θ. (2001). *Εισαγωγή στην Οικονομετρική Ανάλυση*, Εκδόσεις Μπένου.
- Γκλεζάκος, Μ. (2004). *Διαχείριση Επενδύσεων Χαρτοφυλακίου*, Τμήμα Στατιστικής και Ασφαλιστικής Επιστήμης, Πανεπιστήμιο Πειραιά
- Δεληγιώργης, Γ (2003). *Διαχείριση Κινδύνου Με Τη Μέθοδο VaR*, Πανεπιστήμιο Πειραιά.
- Ζοπουνίδης, Κ. *Διαχείριση Χρηματοοικονομικών Κινδύνων*, Πανεπιστήμιο Κρήτης.
- Καιουργίος, Δ. *Value at Risk (VAR) Μεθοδολογία Εκτίμησης του Κινδύνου Αγοράς και VAR Παράγωγα Εργαλεία*, Ένωση Ελληνικών Τραπεζών.
- Μουτεσίδης, Ε (2003). *Εναλλακτικές προσεγγίσεις υπολογισμού του κινδύνου χαρτοφυλακίων: Η μέθοδος της υπό συνθήκη αξίας στον κίνδυνο και εφαρμογή στο Χρηματιστήριο Αξιών Αθηνών*, Πολυτεχνείο Κρήτης.
- Τσαρδούνης, Κ. (2006). *Εκτίμηση Κινδύνου Αγοράς Με Μέτρα Value at Risk*, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας.

Ξένη

- Basle Committee on Banking Supervision, (1996). *Supplement to the Capital Accord to Incorporate Market Risks*, Basle: Basle Committee on Banking Supervision (available at <http://www.bis.org>).
- Benninga, S., and Wiener¹, Z, (1998). Value-at-Risk (VaR), *Mathematica in education and Research*, 7, 4
- Best, P. W. (1998). *Implementing Value at Risk*, John Wiley & Sons, Wiley series in financial engineering, West Sussex, ISBN 0-471-97205-3.
- Christoffersen, P. F. (2003). *Elements of Financial Risk Management*, Academic Press, ISBN 0-12-1742332-6.

- Chunfeng, W., Gang L. and Haihui W., *Improving the Estimation of Value at Risk Using Markov Chain Monte Carlo Simulation*, Center of Finance Engineering, Management School, Tianjin University, 300072
- Corrado, C. J. and Bradford D. Jordan (2002). *Fundamentals of investments: valuation and management*, McGraw-Hill.
- Corronado, M., (2000). Comparing Different Methods for Estimating Value-at-Risk (VAR) for Actual Non-Linear Portfolios: Eempirical Evidence, *European Journal of Finance*.
- Crouhy, M., Galai D., and Mark R. (2001). *Risk management*, Academic Press, Reading, London, ISBN 0-12-354010-0.
- Cvitanic, J., and Fernando Z., (2004). *Introduction to the economics and mathematics of financial markets*, Massachusetts Institute of Technology.
- Dowd, K., (2002). *An Introduction to Market Risk Measurement*, John Wiley & Sons, LTD, ISBN 0-470-84748-4
- Dowd, K., (1999). *Beyond Value at Risk (The New Science of Risk Management)*, Mc Graw Hill.
- Engelbrecht, R., (2003). *A Comparison Of Value-At-Risk Methods For Portfolios Consisting Of Interest Rate Swaps And FRAs*, December 9.
- Hubbert, S., (2004). Risk Management: Monte Carlo Simulation, *Lectures at LSE*
- Jorion, P., (2001). *Value-at-Risk: the new benchmark for managing financial risk*, 2nd ed., McGraw-Hill, ISBN 0-07-135502-2.
- Khindanova, I. N. and Svetlozar T. R., (2000). Value at Risk: Recent Advances. *Handbook on Analytic - Computational Methods in Applied Mathematics*, CRC Press LLC.
- Kupiec, P., (1995). Techniques for Verifying the Accuracy of Risk Measurement Models. *Journal of Derivatives*, **2** (December), 73-84.
- Lambadiaris, G., Papadopoulou, L., Skiadopoulos, G., and Zoulis, I. (2003): .VAR: History or Simulation?., *RISK*, 16:9, pp. 122-127.
- Pearson, D. N. and Smithson, C., (2002). VaR The State of Play, *Review of Financial Economics II*, **11**, 175-189.
- Wiener, Z., (1997). An Introduction to VaR (Value at Risk), *Risk Management and Regulation in Banking*, May

Πηγές από Ιστοχώρους

BankersTrust, <https://www.bankerstrust.com>.

Τρόπεζα Επενδύσεων, JP Morgan, <http://www.jpmorgan.com>.

RiskMetrics Group, <http://www.riskmetrics.com>.

Χρηματιστήριο Αξιών Αθηνών, <http://www.ase.gr>.

Wolfram Research, <http://www.wolfram.com>

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΡΠΑ

РАСЧЕТНО ТЕРА

РАВЕЛЪТНО ТЕРАА

РАВЕЉИЧНО ТЕРАЈА

