

# ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ

Σχολή Χρηματοοικονομικής και Στατιστικής



Τμήμα Στατιστικής και Ασφαλιστικής Επιστήμης

ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΣΠΟΥΔΩΝ ΣΤΗΝ  
ΑΝΑΛΟΓΙΣΤΙΚΗ ΕΠΙΣΤΗΜΗ ΚΑΙ ΤΗ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗ  
ΚΙΝΔΥΝΩΝ

## ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΤΩΝ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΩΝ ΕΛΕΓΧΟΥ ΣΤΑ ΧΡΗΜΑΤΟΟΙΚΟΝΟΜΙΚΑ

Καλτσούνης Παναγιώτης

Διπλωματική Εργασία

που υποβλήθηκε στο Τμήμα Στατιστικής και Ασφαλιστικής Επιστήμης του Πανεπιστημίου Πειραιώς ως μέρος των απαιτήσεων για την απόκτηση του Μεταπτυχιακού Διπλώματος Ειδίκευσης στην *Αναλογιστική Επιστήμη και τη Διαχείριση Κινδύνων*.

Πειραιάς

Σεπτέμβριος 2024



Η παρούσα Διπλωματική Εργασία εγκρίθηκε ομόφωνα από την Τριμελή Εξεταστική Επιτροπή που ορίσθηκε από τη Συνέλευση του Τμήματος Στατιστικής και Ασφαλιστικής Επιστήμης του Πανεπιστημίου Πειραιώς στην υπ' αριθμ. ....συνεδρίασή της, σύμφωνα με τον Εσωτερικό Κανονισμό Λειτουργίας του Προγράμματος Μεταπτυχιακών Σπουδών στην Αναλογιστική Επιστήμη και Διαχείριση Κινδύνων.

Τα μέλη της Επιτροπής ήταν:

- Αντζουλάκος Δημήτριος, Αναπληρωτής Καθηγητής (Επιβλέπων)
- Μπερσίμης Σωτήριος, Επίκουρος Καθηγητής
- Ρακιτζής Αθανάσιος, Επίκουρος Καθηγητής

Η έγκριση της Διπλωματικής Εργασίας από το Τμήμα Στατιστικής και Ασφαλιστικής Επιστήμης του Πανεπιστημίου Πειραιώς δεν υποδηλώνει αποδοχή των γνώμων του συγγραφέα.





**UNIVERSITY OF PIRAEUS**  
**School of Finance and Statistics**



**Department of Statistics and Insurance Science**

POSTGRADUATE PROGRAM IN  
ACTUARIAL SCIENCE AND RISK MANAGEMENT

**APPLICATIONS OF CONTROL CHARTS IN  
FINANCE**

By

**Kaltsounis Panagiotis**

MSc Dissertation submitted to the Department of Statistics and Insurance  
Science of the University of Piraeus in partial fulfillment of the  
requirements for the degree of Master of Actuarial Science and Risk  
Management.

Piraeus, Greece

September 2024



*Αφιερωμένη στην μητέρα μου, Ελισάβετ*

*Στον πατέρα μου, Σπύρο*





# Ευχαριστίες

Με την ολοκλήρωση της παρούσας διπλωματικής εργασίας θα ήθελα ιδιαίτερα να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα καθηγητή μου κ. Αντζουλάκο Δημήτριο, για την αμέριστη βοήθειά του κατά την εκπόνηση της διπλωματικής μου εργασίας.

Επιπρόσθετα, θα ήθελα να ευχαριστήσω όλους τους διδάσκοντες δηλαδή τα μέλη ΔΕΠ και τους εξωτερικούς συνεργάτες, για τις πολύτιμες γνώσεις που λάβαμε καθ' όλη την διάρκεια του μεταπτυχιακού προγράμματος.

Τέλος, οφείλω ένα μεγάλο ευχαριστώ στους γονείς μου, αλλά και στους φίλους μου που με στήριξαν καθ' όλη την διάρκεια των σπουδών μου στο μεταπτυχιακό πρόγραμμα.



# Περίληψη

Στην παρούσα διπλωματική εργασία εξετάζουμε πως μπορούν να εφαρμοστούν διαγράμματα ελέγχου και διαδικασίες Shewhart στο χρηματοοικονομικό τομέα. Η εργασία αποτελείται από τρία κεφάλαια. Στο πρώτο κεφάλαιο δίνονται βασικές έννοιες του στατιστικού ελέγχου διεργασιών, αλλά και μια εισαγωγή στα διαγράμματα ελέγχου και σε ορισμένα βασικά χαρακτηριστικά τους, τα οποία θα μας απασχολήσουν στα επόμενα δύο κεφάλαια. Στο δεύτερο κεφάλαιο γίνεται χρήση των διαγραμμάτων ελέγχου CUSUM και βασικών εννοιών της διαδικασίας Shewhart περί μεταβλητότητας στο χρηματοοικονομικό τομέα. Τέλος, στο τρίτο κεφάλαιο γίνεται εφαρμογή των εννοιών του Κεφαλαίου 2 πάνω σε πραγματικά χρηματιστηριακά δεδομένα για την εξαγωγή συμπερασμάτων.

# **Abstract**

In this diploma thesis, we examine we examine how control charts and Shewhart procedures can be applied in the financial sector. The thesis consists of three chapters. The first chapter provides basic concepts of statistical process control along with an introduction to control charts and some of their basic key characteristics that will be addressed in the following two chapters. The second chapter we show how CUSUM control charts and basic concepts of the Shewhart process of volatility can be applied in the financial sector. Finally, the third chapter applies the concepts of Chapter 2 to real stock market data to draw conclusions.

## Πίνακας Περιεχομένων

### Κεφάλαιο 1

Εισαγωγή στα Διαγράμματα Ελέγχου.....	1
1.1 Εισαγωγή .....	1
1.2 Περιγραφή και χρήση ενός διαγράμματος ελέγχου .....	3
1.3 Διαγράμματα Φάσης I και Φάσης II .....	5
1.4 Ταξινόμηση διαγραμμάτων ελέγχου .....	6
1.5 Εκτίμηση της μέσης τιμής και της διασποράς.....	7
1.5.1 Η περίπτωση των μεμονωμένων παρατηρήσεων.....	7
1.5.2 Η περίπτωση των δειγμάτων.....	8
1.6 Διαγράμματα ελέγχου Shewhart για τη μέση τιμή.....	10
1.6.1 Διάγραμμα ελέγχου Φάσης II.....	10
1.6.2 Διαγράμματα ελέγχου Φάσης I .....	11
1.7 Διαγράμματα ελέγχου Shewhart για τη διασπορά.....	12
1.7.1 Διαγράμματα ελέγχου Φάσης II.....	13
1.7.2 Διαγράμματα ελέγχου Φάσης I .....	15
1.8 Διαγράμματα ελέγχου με μνήμη.....	16
1.8.1 Διαγράμματα ελέγχου CUSUM.....	17
1.8.2 Διαγράμματα ελέγχου EWMA.....	19
1.9 Μέσο μήκος ροής (ARL) .....	21

### Κεφάλαιο 2

Στατιστικός έλεγχος διεργασιών και εφαρμογές στα χρηματοοικονομικά.....	23
2.1 Εισαγωγή .....	23
2.2 Κανόνες συναλλαγών με φίλτρα και διαγράμματα ελέγχου CUSUM.....	25
2.3 Διαδικασίες τύπου Shewhart.....	31
2.4 Αντιστάθμιση μέσης τιμής/τυπικής απόκλισης & συντελεστή ασυμμετρίας/κύρτωσης..	34

### Κεφάλαιο 3

Εφαρμογές.....	39
3.1 Εισαγωγή.....	39
3.2 Εφαρμογή διαγραμμάτων ελέγχου CUSUM.....	40
3.3 Εφαρμογή διαδικασιών Shewhart.....	58

### Κεφάλαιο 4

Συμπεράσματα.....	63
Παράρτημα .....	66
Βιβλιογραφία.....	72

## Κατάλογος Πινάκων

<b>Πίνακας 2.1 :</b> Συσχετισμοί μεταξύ μέσης τιμής/τυπικής απόκλισης, ασυμμετρίας/κύρτωσης.....	38
<b>Πίνακας 3.1:</b> Παράδειγμα εφαρμογής διαδικασίας CUSUM για ένα κύκλο συναλλαγών, $h = 0.03$ .....	41-42
<b>Πίνακας 3.2:</b> Παράδειγμα εφαρμογής διαδικασίας CUSUM για δύο κύκλους συναλλαγών, $h = 0.03$ .....	44-47
<b>Πίνακας 3.3:</b> Παράδειγμα εφαρμογής διαδικασίας CUSUM για $h = 0.02$ .....	48-51
<b>Πίνακας 3.4:</b> Ημερήσιο και συνολικό κέρδος, χωρίς και με τέλη συναλλαγών, για 21 διαφορετικές τιμές $k$ του δείκτη FTSE 100.....	52-53
<b>Πίνακας 3.5:</b> Σύγκριση βραχυπρόθεσμης και μακροπρόθεσμης μεταβλητότητας για επιλεγμένους δείκτες και μετοχές.....	59
<b>Πίνακας 3.6:</b> Κατάταξη των μέσων ημερήσιων αποδόσεων έναντι του κινδύνου.....	60



## Κατάλογος Σχημάτων

<b>Σχήμα 1.1:</b> Τυπικό διάγραμμα ελέγχου Shewhart.....	4
<b>Σχήμα 2.1:</b> Διάγραμμα διασποράς, απόδοσης και ρίσκου.....	36
<b>Σχήμα 2.2 :</b> Διάγραμμα διασποράς, ασυμμετρίας και κύρτωσης.....	37
<b>Σχήμα 3.1:</b> Τιμές κλεισίματος του δείκτη FTSE 100: 23/07/1984 – 24/08/1984.....	42
<b>Σχήμα 3.2:</b> Ανίχνευση σήματος αγοράς/πώλησης σε ένα κύκλο συναλλαγών ( $h = 0.03$ ).....	43
<b>Σχήμα 3.3:</b> Ανίχνευση σημάτων αγοράς/πώλησης σε δύο κύκλους συναλλαγών, ( $h = 0.03$ ).....	47
<b>Σχήμα 3.4:</b> Ανίχνευση σημάτων αγοράς/πώλησης σε τρεις κύκλους συναλλαγών, ( $h = 0.02$ ).....	51
<b>Σχήμα 3.5:</b> Συνολικό κέρδος με και χωρίς κόστη συναλλαγών.....	54
<b>Σχήμα 3.6:</b> Ημερήσιο κέρδος με και χωρίς κόστη συναλλαγών.....	54
<b>Σχήμα 3.7:</b> Αριθμός κύκλων συναλλαγών έναντι του $k$ .....	55
<b>Σχήμα 3.8α:</b> Σύγκριση του κέρδους αγοράς (MP) και του συνολικού κέρδους (TP) χωρίς τέλη συναλλαγών.....	56
<b>Σχήμα 3.8β:</b> Σύγκριση του κέρδους αγοράς (MP) και το συνολικού κέρδους (TP) χωρίς τέλη συναλλαγών.....	57
<b>Σχήμα 3.9:</b> Διάγραμμα διασποράς του κέρδους αγοράς (MP) και του συνολικού κέρδους (TP) χωρίς τέλη συναλλαγών.....	58
<b>Σχήμα 3.10:</b> Αντιστάθμιση μέσης τιμής/τυπικής απόκλισης.....	61
<b>Σχήμα 3.11 :</b> Αντιστάθμιση ασυμμετρίας/κύρτωσης.....	62

# ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

## Εισαγωγή στα διαγράμματα ελέγχου

### 1.1 Εισαγωγή

Κάθε άνθρωπος που αποφασίζει να αγοράσει ένα προϊόν (ή υπηρεσία) αντιμετωπίζει το πρόβλημα της επιλογής ανάμεσα σε ομοειδή προϊόντα που ικανοποιούν την ίδια ανάγκη. Η επιλογή του προϊόντος από τον καταναλωτή καθορίζεται κυρίως από δύο παράγοντες, την ποιότητα και την τιμή του.

Η αναγνώριση αυτών των δύο κύριων παραγόντων οι οποίοι καθορίζουν τις αγοραστικές συνήθειες των καταναλωτών οδήγησε τις επιχειρήσεις στην αναζήτηση επιχειρηματικών τακτικών που θα οδηγήσουν στη βέλτιστη δυνατή ποιότητα των παραγόμενων προϊόντων με το ελάχιστο δυνατό κόστος. Η αναζήτηση αυτή οδήγησε σε μια σειρά παρεμβάσεων στο επιχειρηματικό περιβάλλον οι οποίες τελικά διαμόρφωσαν νέα πλαίσια λειτουργίας και διοίκησης των επιχειρήσεων με τελικό στόχο και σκοπό τη διαρκή βελτίωση της ποιότητας.

Σημαντικό ρόλο στις διαδικασίες αυτές κατέχει ο Στατιστικός Έλεγχος Ποιότητας (*Statistical Quality Control*). Ο Στατιστικός Έλεγχος Ποιότητας αποτελεί την παλαιότερη και γνωστότερη μέθοδο ελέγχου παραγωγικών διεργασιών για τη βελτίωση της ποιότητας των παραγόμενων προϊόντων. Ένας από τους βασικούς στόχους του είναι η έγκαιρη ανακάλυψη μη συμμορφωμένων με τις προδιαγραφές παραγόμενων προϊόντων η οποία σηματοδοτεί τη λήψη διορθωτικών ενεργειών για την απομάκρυνση των αιτιών που είναι υπεύθυνες για τις αποκλίσεις, συμβάλλοντας έτσι στη διατήρηση της ποιότητας των προϊόντων. Θα μπορούσαμε να πούμε ότι ο Στατιστικός Έλεγχος

Ποιότητας επηρεάζει σημαντικά αποφάσεις σχετικές με τις προδιαγραφές, την παραγωγή και τον έλεγχο των παραγόμενων προϊόντων μιας επιχείρησης.

Ο Στατιστικός Έλεγχος Ποιότητας αποτελείται από ένα σύνολο μεθόδων ανάλυσης στατιστικών δεδομένων, τα οποία κατανέμονται σε τρία βασικά υποσύνολα που το καθένα περιέχει στατιστικές μεθόδους προσανατολισμένες σε διαφορετικές φάσεις της παραγωγικής διεργασίας. Τα τρία υποσύνολα είναι τα ακόλουθα:

1. Σχεδιασμός και Ανάλυση Πειραμάτων (Design of Experiments)
2. Στατιστικός Έλεγχος Διεργασιών (Statistical Process Control)
3. Δειγματοληψία Αποδοχής (Acceptance Sampling)

Ο Στατιστικός Έλεγχος Διεργασιών αποσκοπεί στην αποκάλυψη αλλαγών στη μεταβλητότητα της παραγωγικής διεργασίας.

Η μεταβλητότητα μίας διεργασίας μπορεί να κατηγοριοποιηθεί σε δυο κλάσεις, την ειδική αιτία μεταβλητότητας και την φυσική αιτία μεταβλητότητας. Σε κάθε παραγωγική διεργασία ανεξάρτητα από το πόσο καλά σχεδιασμένη είναι και το πόσο προσεκτικά επιβλέπεται και συντηρείται, θα υπάρχει πάντα μια μορφή φυσικής μεταβλητότητας που θα τη συνοδεύει. Η ειδική αιτία μεταβλητότητας είναι η μεταβλητότητα στην διεργασία η οποία ευθύνεται από αλλαγές σε διάφορους παράγοντες της παραγωγικής διαδικασίας όπως φθορές μηχανών, ανειδίκευτο προσωπικό, διαφορετικές πρώτες ύλες, κ.λπ. Η διεργασία θεωρείται ότι είναι εντός στατιστικού ελέγχου αν υπάρχει μόνο η φυσική μεταβλητότητα και η διεργασία θεωρείται εκτός στατιστικού ελέγχου αν υπάρχει ειδική αιτία μεταβλητότητας. Ο κύριος στόχος του Στατιστικού Ελέγχου Διεργασιών είναι η ανίχνευση της παρουσίας ειδικών αιτιών μεταβλητότητας ώστε να παρθούν σωστές κινήσεις για να τις εξαλείψουμε. Αυτό το στόχο υπηρετούν τα διαγράμματα ελέγχου, στο να μπορούν δηλαδή να εντοπίζουν διεργασίες με παρουσία μόνο φυσικής μεταβλητότητας και διεργασίες όπου παρουσιάζεται ειδική αιτία μεταβλητότητας.

Τα διαγράμματα ελέγχου Shewhart, που είναι τα πρώτα που εμφανίστηκαν ιστορικά, έχουν κάποιες αδυναμίες. Πρώτον, λειτουργούν αποτελεσματικά αν η κατανομή του ποιοτικού χαρακτηριστικού είναι κανονική και οι παρατηρήσεις είναι ανεξάρτητες και ισόνομα κατανεμημένες. Σε κάποιες περιπτώσεις αυτό δεν ισχύει και

τα διαγράμματα ελέγχου Shewhart δεν είναι κατάλληλα. Δεύτερον, τα διαγράμματα ελέγχου Shewhart δεν είναι αποτελεσματικά στο να εντοπίζουν μικρές μετατοπίσεις στη διεργασία. Τα διαγράμματα της νεότερης γενιάς, τα CUSUM και τα EWMA διαγράμματα ελέγχου, δεν έχουν αυτή την αδυναμία στις μικρές μετατοπίσεις, αλλά δεν είναι το ίδιο αποτελεσματικά στο να εντοπίζουν μεγάλες μετατοπίσεις. Ειδικότερα τα EWMA διαγράμματα ελέγχου είναι ανθεκτικά στην παραβίαση της κανονικότητας των δεδομένων.

Στο παρόν κεφάλαιο θα παρουσιαστούν εν συντομία τα κλασικά διαγράμματα ελέγχου Shewhart, Cusum και EWMA, όπως και η βασική θεωρία των διαγραμμάτων ελέγχου. Στα επόμενα δύο κεφάλαια θα παρουσιαστούν κάποιες εφαρμογές του Στατιστικού Ελέγχου Διεργασιών στα Χρηματοοικονομικά. Για τα αποτελέσματα που παρουσιάζονται στο εισαγωγικό Κεφαλαίο 1 δείτε Αντζουλάκο (2010), Μπερσίμη et al. (2021) και Φουντουκίδης (2019).

## 1.2 Περιγραφή και χρήση ενός διαγράμματος ελέγχου

Σε μία παραγωγική διεργασία μας ενδιαφέρει η παρακολούθηση της συμπεριφοράς μιας κρίσιμης ποσότητας ενός χαρακτηριστικού  $X$  το οποίο είναι τυχαία μεταβλητή, δηλαδή ένα χαρακτηριστικό των προϊόντων που παράγονται. Η διαδικασία παρακολούθησης αυτής της ποσότητας βασίζεται σε μετρήσεις του χαρακτηριστικού  $X$ , όπως προκύπτουν από την επιλογή τυχαίων δειγμάτων προϊόντων από την παραγωγή σε διαφορετικές χρονικές στιγμές, στα οποία αντιστοιχούν τυχαία δείγματα τιμών του χαρακτηριστικού  $X$ , έστω τα  $X_1, X_2, \dots$ . Συνεπώς χρησιμοποιώντας τα τυχαία δείγματα  $X_1, X_2, \dots$  υπολογίζουμε την τιμή  $W_t = g(X_t)$  ( $t = 1, 2, \dots$ ) μιας κατάλληλης στατιστικής συνάρτησης που εκτιμά την κρίσιμη ποσότητα που μας ενδιαφέρει. Συνεπώς, η διαχρονική παρακολούθηση της συμπεριφοράς της κρίσιμης ποσότητας επιτυγχάνεται με την παρακολούθηση των τιμών που λαμβάνει η στατιστική συνάρτηση  $W$  στα διάφορα δείγματα.

Ας υποθέσουμε ότι ενδιαφερόμαστε να παρακολουθήσουμε τη συμπεριφορά της μέσης τιμής διαμέτρου  $X$  των κυλίνδρων που παράγει μια μηχανή. Λαμβάνουμε τυχαία δείγματα μεγέθους  $n$  ( $n > 1$ ) από την παραγωγή της μηχανής σε διαφορετικά χρονικά διαστήματα και χρησιμοποιούμε την στατιστική συνάρτηση  $W_t = g(X_t) = (X_{t1} + X_{t2} + \dots + X_{tn})/n$ , η οποία είναι αμερόληπτη εκτιμήτρια του μέσου για την παρακολούθηση

της συμπεριφοράς της μέσης τιμής. Ένα τυπικό διάγραμμα ελέγχου Shewhart είναι μια γραφική παράσταση με την ακόλουθη μορφή.



**Σχήμα 1.1.** Τυπικό διάγραμμα ελέγχου Shewhart

Στο παραπάνω διάγραμμα παρατηρούμε ότι όλες οι τιμές  $W_t$  είναι εντός των ορίων ελέγχου το οποίο σημαίνει ότι η διεργασία είναι εντός ελέγχου. Επίσης το σχήμα έχει κεντρική γραμμή, η οποία παριστάνει το μέσο επίπεδο της διεργασίας και συνήθως είναι η μέση τιμή της  $W$  όπως προκύπτει από την λειτουργία μιας εντός ελέγχου διεργασίας. Στην περίπτωση που τιμές της  $W_t$  βρεθούν εκτός των ορίων ελέγχου, τότε η διεργασία θεωρείται ότι είναι εκτός ελέγχου και θα πρέπει να ελέγξουμε για ειδικές αιτίες μεταβλητότητας. Επιπλέον, σε ένα διάγραμμα ελέγχου δεν ελέγχουμε μόνο αν τα σημεία είναι εντός των ορίων ελέγχου αλλά και την περίπτωση που όλα τα σημεία του διαγράμματος συμπεριφέρονται με ένα συστηματικό ή μη τυχαίο τρόπο. Ακόμη και σε αυτή την περίπτωση θεωρούμε ότι υπάρχει ένδειξη ότι η διεργασία είναι εκτός ελέγχου.

Για την κατασκευή ενός διαγράμματος ελέγχου χρησιμοποιείται συνήθως το μοντέλο ορίων σίγμα (sigma limits), το οποίο παρουσιάζεται στο παρακάτω πλαίσιο.

<b>Μοντέλο ορίων L σίγμα</b>
$UCL = \mu_W + L\sigma_W$
$CL = \mu_W$

$$LCL = \mu_W - L\sigma_W$$

Όπου τα  $\mu_W$  και  $\sigma_W$  δηλώνουν τη μέση τιμή και την τυπική απόκλιση της στατιστικής συνάρτησης  $W$  που απεικονίζεται στο διάγραμμα ελέγχου. Ο αριθμός  $L$  δηλώνει την απόσταση των ορίων ελέγχου από την κεντρική γραμμή σε μονάδες τυπικής απόκλισης. Όταν  $L=3$  τότε αναφερόμαστε για όρια ελέγχου τριών σίγμα ( $3\sigma$ ). Για μεγάλες τιμές του  $L$ , η απόσταση των ορίων ελέγχου από την κεντρική γραμμή μεγαλώνει και έτσι μειώνεται η πιθανότητα να βρεθεί ένα σημείο του διαγράμματος εκτός των ορίων ελέγχου. Σε αναλογία με την ορολογία που χρησιμοποιείται στους ελέγχους στατιστικών υποθέσεων, λέμε ότι μειώνεται η πιθανότητα του σφάλματος τύπου I (ή ρίσκο  $\alpha$ ), αλλά ταυτόχρονα αυξάνεται η πιθανότητα του σφάλματος τύπου II (ή ρίσκο  $\beta$ ). Για μικρές τιμές του  $L$  έχουμε τα αντίθετα αποτελέσματα.

Εκτός από το μοντέλο ορίων σίγμα για την κατασκευή ενός διαγράμματος ελέγχου, υπάρχει και το μοντέλο ορίων πιθανότητας που παρουσιάζεται στο ακόλουθο πλαίσιο όταν η στατιστική συνάρτηση  $W$  έχει κανονική κατανομή (το  $w_\alpha$  συμβολίζει το άνω ποσοστιαίο σημείο της  $W$ ).

<b>Μοντέλο ορίων πιθανότητας <math>\alpha</math></b>
$UCL = w_{\alpha/2} = \mu_W + z_{\alpha/2}\sigma_W$
$CL = w_{\alpha/2} = \mu_W$
$LCL = w_{1-\alpha/2} = \mu_W - z_{\alpha/2}\sigma_W$

### 1.3 Διαγράμματα Φάσης I και Φάσης II

Σε μία παραγωγική διεργασία υπάρχουν δύο φάσεις για τον έλεγχο της ο οποίος γίνεται με την χρήση διαγραμμάτων ελέγχου. Παρακάτω έχουμε αναλύσει τις φάσεις:

- **Φάση I:** Σε αυτή τη φάση συλλέγεται ένα σύνολο δεδομένων από τη διεργασία που αναλύονται όλα μαζί ταυτοχρόνως, για να καθοριστεί αν η διεργασία ήταν εντός ή εκτός ελέγχου κατά τη χρονική περίοδο συλλογής των δεδομένων. Σε αυτή την φάση τα διαγράμματα ελέγχου βοηθούν τον διαχειριστή της διαδικασίας να “φέρει” τη διεργασία εντός στατιστικού ελέγχου με τη χρησιμοποίηση δοκιμαστικών ορίων

ελέγχου. Όταν αυτό επιτευχθεί τα διαγράμματα ελέγχου που προκύπτουν (κεντρική γραμμή και όρια ελέγχου) είναι κατάλληλα για την παρακολούθηση της μελλοντικής συμπεριφοράς της διεργασίας (Φάση II). Αυτή η χρήση των διαγραμμάτων ελέγχου αναφέρεται και ως αναδρομική (retrospective). Γενικά πολύ περισσότερες δράσεις και σκέψεις εξελίσσονται κατά την διάρκεια αυτής της φάσης πλην της απλής διαγραμματοποίησης κάποιων δεδομένων. Ο διαχειριστής της διαδικασίας μελετά σε βάθος τη διεργασία και αυτό γιατί δεν είναι εύκολο να αποφασίσει αν η διεργασία ήταν εντός ή εκτός στατιστικού ελέγχου κατά τη χρονική περίοδο που συλλέχθηκαν τα δεδομένα.

- **Φάση II:** Σε αυτή τη φάση τα διαγράμματα ελέγχου χρησιμοποιούνται προκειμένου να ελέγχουμε συνεχώς αν η διαδικασία παραμένει εντός ελέγχου. Στη φάση αυτή ο διαχειριστής έχει στα χέρια του ένα πολύτιμο εργαλείο μέσω του οποίου είναι δυνατόν να παρακολουθεί συνεχώς την παραγωγική διεργασία και να ανιχνεύει εγκαίρως μια πιθανή αλλαγή στο μέσο επίπεδο των χαρακτηριστικών που καθορίζουν την ποιότητα του παραγόμενου προϊόντος. Δηλαδή σε κάθε χρονική περίοδο που ένα δείγμα λαμβάνεται από την διεργασία, ο διαχειριστής δίνει άμεσα μια απάντηση στο ερώτημα “παραμένει η διεργασία εντός ελέγχου;”. Σε αυτή την φάση ο διαχειριστής αδιαφορεί για τον τρόπο με τον οποίο το μέσο επίπεδο της διεργασίας είχε εκτιμηθεί, ή αν αυτό ήταν εκ των προτέρων γνωστό.

## 1.4 Ταξινόμηση διαγραμμάτων ελέγχου

Τα διαγράμματα ελέγχου μπορούν να ταξινομηθούν με βάση τα χαρακτηριστικά τους σε διάφορες κατηγορίες.

- 1) Ανάλογα με το είδος της μεταβλητής που περιγράφει το ποιοτικό χαρακτηριστικό έχουμε διαγράμματα ελέγχου για μεταβλητές (control charts for variables) και διαγράμματα ελέγχου για ιδιότητες (control charts for attributes)
- 2) Εάν το μέγεθος των δειγμάτων μετρήσεων είναι μεγαλύτερο της μονάδας αναφερόμαστε σε διαγράμματα ελέγχου για δείγματα ή ομάδες (control charts for rational subgroups), ενώ αν λαμβάνονται δείγματα μετρήσεων μεγέθους ένα τότε αναφερόμαστε σε διαγράμματα ελέγχου για μεμονωμένες παρατηρήσεις (control charts for individual observations).

- 3) Αν οι μετρήσεις που λαμβάνονται σε κάθε χρονική στιγμή  $t$  είναι εξαρτημένες από τις μετρήσεις που λαμβάνονται σε προηγούμενες χρονικές στιγμές τότε αναφερόμαστε σε διαγράμματα ελέγχου για αυτοσυσχετιζόμενες διεργασίες (control charts for autocorrelated processes), ενώ αν οι μετρήσεις που λαμβάνονται σε κάθε χρονική στιγμή  $t$  είναι ανεξάρτητες από τις μετρήσεις που λαμβάνονται στο χρόνο  $t - 1$  αναφερόμαστε σε διαγράμματα ελέγχου για ασυσχέτιστες διεργασίες (control charts for uncorrelated processes).
- 4) Αν οι μετρήσεις που λαμβάνονται αφορούν ένα ποιοτικό χαρακτηριστικό αναφερόμαστε σε μονομεταβλητά διαγράμματα ελέγχου, ενώ αν οι μετρήσεις αναφέρονται σε περισσότερα χαρακτηριστικά αναφερόμαστε σε πολυμεταβλητά διαγράμματα ελέγχου.
- 5) Αν οι μετρήσεις που λαμβάνονται ακολουθούν μια γνωστή κατανομή τότε αναφερόμαστε σε παραμετρικά διαγράμματα ελέγχου, ενώ στην αντίθετη περίπτωση αναφερόμαστε σε μη-παραμετρικά διαγράμματα ελέγχου.
- 6) Ανάλογα με την στατιστική θεωρία που στηρίζει την κατασκευή ενός διαγράμματος ελέγχου διακρίνουμε τις εξής κατηγορίες:
  - a. Διαγράμματα ελέγχου τύπου Shewhart (Shewhart type control charts)
  - b. Διαγράμματα ελέγχου τύπου Cusum (Cumulative Sum - CUSUM type control charts).
  - c. Διαγράμματα ελέγχου τύπου EWMA (Exponentially weighted moving average- EWMA type control charts).

## 1.5 Εκτίμηση της μέσης τιμής και της διασποράς

### 1.5.1 Η περίπτωση των μεμονωμένων παρατηρήσεων

Έστω  $X = (X_1, X_2, \dots, X_n)$  είναι ένα τυχαίο δείγμα μεγέθους  $n$  από ένα πληθυσμό με άγνωστη μέση τιμή  $\mu$  και άγνωστη διακύμανση  $\sigma^2$ . Μια αμερόληπτη εκτιμήτρια της μέσης τιμής είναι ο δειγματικός μέσος:

$$\hat{\mu} = \bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$$

και μια αμερόληπτη εκτιμήτρια της διακύμανσης είναι η δειγματική διακύμανση



$$\sigma^2 = S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2.$$

Αν υποθέσουμε τώρα ότι το τυχαίο δείγμα προέρχεται από κανονικό πληθυσμό  $N(\mu, \sigma^2)$ , μπορούμε να βρούμε τις ακόλουθες αμερόληπτες εκτιμήτριες της τυπικής απόκλισης  $\sigma$ ,

$$\hat{\sigma} = \frac{R}{d_2} = \frac{X_{(n)} - X_{(1)}}{d_2}$$

και

$$\hat{\sigma} = \frac{S}{c_4} = \frac{\sqrt{S^2}}{c_4}.$$

Επίσης

$$\sigma_R = \sqrt{V(R)} = \sigma d_3, \quad \sigma_S = \sqrt{V(S)} = \sigma \sqrt{(1 - c_4^2)}.$$

Οι ποσότητες  $d_2$ ,  $d_3$  και  $c_4$  είναι σταθερές που εξαρτώνται από το μέγεθος του δείγματος και οι τιμές δίνονται σε ειδικούς πίνακες. Επίσης

### 1.5.2 Η περίπτωση των δειγμάτων

Σε αυτή την περίπτωση έχουμε στη διάθεση μας  $m$  τυχαία δείγματα μεγέθους  $n$  το καθένα από έναν κανονικό πληθυσμό  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$  με άγνωστη μέση τιμή και διακύμανση, έστω τα  $X_i = (X_{i1}, X_{i2}, \dots, X_{in})$ , για  $1 \leq i \leq m$ .

- **Εκτίμηση της μέσης τιμής**

Έστω  $\bar{X}_1, \bar{X}_2, \dots, \bar{X}_m$  οι δειγματικοί μέσοι των  $m$  δειγμάτων. Θέτουμε

$$\bar{\bar{X}} = \frac{\bar{X}_1 + \bar{X}_2 + \dots + \bar{X}_m}{m} = \frac{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n X_{ij}}{mn}.$$

Η ποσότητα  $\bar{\bar{X}}$  ακολουθεί κατανομή  $N(\mu, \frac{\sigma^2}{mn})$  και χρησιμοποιείται ως εκτιμήτρια της ποσότητας  $\mu$  (αμερόληπτη και συνεπής εκτιμήτρια του  $\mu$ ), δηλαδή  $\hat{\mu} = \bar{\bar{X}}$ .

- **Εκτίμηση της διακύμανσης  $\sigma$  (μέθοδος R)**

Έστω  $R_1, R_2, \dots, R_m$  τα εύρη των  $m$  δειγμάτων, δηλαδή

$$R_i = X_{i(n)} - X_{i(1)}, \quad 1 \leq i \leq m.$$

Θέτουμε

$$\bar{R} = \frac{R_1 + R_2 + \dots + R_m}{m}.$$

Μια αμερόληπτη εκτιμήτρια του  $\sigma$  είναι η στατιστική συνάρτηση

$$\hat{\sigma} = \frac{\bar{R}}{d_2}.$$

- **Εκτίμηση της διακύμανσης  $\sigma$  (Μέθοδος S)**

Έστω  $S_i$  η δειγματική τυπική απόκλιση του ιδείγματος, δηλαδή

$$S_i = \sqrt{S_i^2} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (X_{ij} - \bar{X}_i)^2}, \quad 1 \leq i \leq m.$$

Θέτουμε

$$\bar{S} = \frac{S_1 + S_2 + \dots + S_m}{m}.$$

Μια αμερόληπτη εκτιμήτρια του  $\sigma$  είναι η στατιστική συνάρτηση

$$\hat{\sigma} = \frac{\bar{S}}{c_4}.$$

- **Εκτίμηση της διακύμανσης  $\sigma$  (Μέθοδος  $S^2$ )**

Έστω  $S_1^2, S_2^2, \dots, S_m^2$  οι δειγματικές διασπορές των  $m$  δειγμάτων, δηλαδή

$$S_i^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (X_{ij} - \bar{X}_i)^2, \quad 1 \leq i \leq m.$$

Θέτουμε

$$\bar{S}^2 = \frac{S_1^2 + S_2^2 + \dots + S_m^2}{m}$$

Μια αμερόληπτη εκτιμήτρια του  $\sigma$  είναι η στατιστική συνάρτηση

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\bar{S}^2}$$

η οποία αν και δεν είναι αμερόληπτη, χρησιμοποιείται αρκετές φορές (λόγω του ότι έχει μικρότερο μέσο τετραγωνικό σφάλμα από την  $\bar{S}/c_4$ ).

## 1.6 Διαγράμματα ελέγχου Shewhart για τη μέση τιμή

Σε αυτή την ενότητα θα παρουσιάσουμε τα διαγράμματα ελέγχου Shewhart για τη μέση τιμή στην περίπτωση των δειγμάτων, τόσο στη Φάση I όσο και στη Φάση II.

### 1.6.1 Διάγραμμα ελέγχου Φάσης II

Ας υποθέσουμε ότι η κατανομή του χαρακτηριστικού  $X$  των προϊόντων που παράγονται ακολουθεί κανονική κατανομή  $N(\mu, \sigma^2)$  με γνωστές παραμέτρους και έστω  $\mathbf{X}_i = (X_{i1}, X_{i2}, \dots, X_{in})$ ,  $i \geq 1$ , ένα τυχαίο δείγμα μεγέθους  $n$  από το χαρακτηριστικό  $X$ .  
Θέτουμε

$$\bar{X}_i = \frac{X_{i1} + X_{i2} + \dots + X_{in}}{n}, \quad i = 1, 2, \dots$$

Το διάγραμμα ελέγχου, με όρια ελέγχου  $3\sigma$ , που χρησιμοποιείται για την παρακολούθηση του μέσου της διεργασίας είναι το  $\bar{X}$  διάγραμμα ελέγχου στο οποίο απεικονίζονται οι δειγματικές μέσες τιμές  $\bar{X}_i$  ( $i = 1, 2, \dots$ ). Τα όρια ελέγχου και η κεντρική γραμμή του διαγράμματος δίνονται στο ακόλουθο πλαίσιο.

$\bar{X}$ διάγραμμα ελέγχου
<b>Φάση II - Όρια ελέγχου <math>3\sigma</math></b>
$UCL = \mu + A\sigma$
$CL = \mu$
$LCL = \mu - A\sigma$

όπου  $A = \frac{3}{\sqrt{n}}$ .

### 1.6.2 Διαγράμματα ελέγχου Φάσης I

Σε αυτή την περίπτωση ουσιαστικά η μέση τιμή και η τυπική απόκλιση είναι άγνωστες οπότε πρέπει να εκτιμηθούν. Για το σκοπό αυτό παίρνουμε  $m$  ανεξάρτητα προκαταρκτικά τυχαία δείγματα μεγέθους  $n$  το καθένα, τα  $X_i = (X_{i1}, X_{i2}, \dots, X_{in})_{i=1, 2, \dots, m}$  για να εκτιμήσουμε τις ποσότητες  $\mu$  και  $\sigma$ , και υποθέτουμε ότι η επιλογή των προκαταρκτικών δειγμάτων έγινε όταν η διεργασία ήταν εντός ελέγχου. Οι εκτιμήσεις των παραμέτρων προκύπτουν συνήθως από 20 έως 25 προκαταρκτικά δείγματα μεγέθους 4 έως 6 το καθένα.

Για την εκτίμηση της μέσης τιμής χρησιμοποιείται η στατιστική συνάρτηση (αμερόληπτη εκτιμήτρια)

$$\mu = \bar{\bar{X}}$$

και για την εκτίμηση του  $\sigma$  έχουμε τις τρεις ακόλουθες στατιστικές συναρτήσεις

$$\hat{\sigma} = \frac{\bar{R}}{d_2}, \quad \hat{\sigma} = \frac{\bar{S}}{c_4}, \quad \hat{\sigma} = \sqrt{S^2}.$$

Συνεπώς, ανάλογα με την στατιστική συνάρτηση που χρησιμοποιούμε για την εκτίμηση της τυπικής απόκλισης προκύπτει διαφορετικό διάγραμμα ελέγχου για την παρακολούθηση της μέσης τιμής. Σε κάθε περίπτωση στο διάγραμμα ελέγχου απεικονίζονται οι δειγματικές μέσες τιμές  $\bar{X}_i$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ). Έτσι έχουμε τα τρία ακόλουθα διαγράμματα ελέγχου:

$\bar{X}$ διάγραμμα ελέγχου
<b>Φάση I - Όρια ελέγχου 3σΜέθοδος R</b>
$UCL = \bar{\bar{X}} + A_2\bar{R}$ $CL = \bar{\bar{X}}$ $LCL = \bar{\bar{X}} - A_2\bar{R}$

$\bar{X}$ διάγραμμα ελέγχου
<b>Φάση I - Όρια ελέγχου 3σΜέθοδος S</b>
$UCL = \bar{\bar{X}} + A_3\bar{S}$ $CL = \bar{\bar{X}}$ $LCL = \bar{\bar{X}} - A_3\bar{S}$

$\bar{X}$ διάγραμμα ελέγχου
<b>Φάση II - Όρια ελέγχου 3σΜέθοδος S<sup>2</sup></b>
$UCL = \bar{\bar{X}} + A\sqrt{\bar{S}^2}$ $CL = \bar{\bar{X}}$ $LCL = \bar{\bar{X}} - A\sqrt{\bar{S}^2}$

Στα παραπάνω διαγράμματα ελέγχου έχουμε ότι

$$A_2 = \frac{3}{d_2\sqrt{n}}, \quad A_3 = \frac{3}{c_4\sqrt{n}}, \quad A = \frac{3}{\sqrt{n}}.$$

## 1.7 Διαγράμματα ελέγχου Shewhartγια τη διασπορά

Σε αυτή την ενότητα θα παρουσιάσουμε τα διαγράμματα ελέγχου Shewhart για τη διασπορά στην περίπτωση των δειγμάτων, τόσο στη Φάση I όσο και στη Φάση II.

### 1.7.1 Διαγράμματα ελέγχου Φάσης II

Ας υποθέσουμε ότι η κατανομή του χαρακτηριστικού  $X$  των προϊόντων που παράγονται ακολουθεί κανονική κατανομή  $N(\mu, \sigma^2)$  με γνωστές παραμέτρους και έστω  $\mathbf{X}_i = (X_{i1}, X_{i2}, \dots, X_{in})$ ,  $i \geq 1$ , ένα τυχαίο δείγμα μεγέθους  $n$  από το χαρακτηριστικό  $X$ . Για την παρακολούθηση της διασποράς έχουν προταθεί τρία διαφορετικά διαγράμματα ελέγχου ανάλογα με τη στατιστική συνάρτηση που απεικονίζεται στο διάγραμμα.

Αρχικά θέτουμε

$$W_i = R_i = X_{i(n)} - X_{i(1)}, \quad i = 1, 2, \dots$$

Είναι γνωστό ότι  $\mu_{R_i} = E(R) = \sigma d_2$  και  $\sigma_{R_i} = \sqrt{V(R_t)} = \sigma d_3$  όπου οι ποσότητες  $d_2$  και  $d_3$  εξαρτώνται μόνο από το μέγεθος του δείγματος. Το διάγραμμα ελέγχου, με όρια ελέγχου  $3\sigma$ , που χρησιμοποιείται για την παρακολούθηση της διασποράς είναι το  $R$  διάγραμμα ελέγχου στο οποίο απεικονίζονται οι δειγματικές εκτάσεις  $R_i$  ( $i = 1, 2, \dots$ ). Τα όρια ελέγχου και η κεντρική γραμμή του διαγράμματος δίνονται στο ακόλουθο πλαίσιο.

<b><math>R</math>διάγραμμα ελέγχου</b>
<b>Φάση II - Όρια ελέγχου <math>3\sigma</math></b>
$UCL = D_2\sigma$
$CL = d_2\sigma$
$LCL = D_1\sigma$

Στο παραπάνω πλαίσιο  $D_1 = d_2 - 3d_3$  και  $D_2 = d_2 + 3d_3$ . Επειδή  $D_1 < 0$  για  $n \leq 6$ , σε αυτές τις περιπτώσεις θέτουμε  $D_1 = 0$ .

Ένα εναλλακτικό διάγραμμα προκύπτει θέτοντας

$$W_i = S_i = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (X_{ij} - \bar{X}_i)^2}, \quad i = 1, 2, \dots$$

Είναι γνωστό ότι  $\mu_{S_i} = E(S_i) = \sigma c_4$  και  $\sigma_{S_i} = \sqrt{V(S_i)} = \sigma \sqrt{1 - c_4^2}$ . Το διάγραμμα ελέγχου, με όρια ελέγχου  $3\sigma$ , που χρησιμοποιείται για την παρακολούθηση της διασποράς είναι το Sδιάγραμμα ελέγχου στο οποίο απεικονίζονται οι δειγματικές τυπικές αποκλίσεις  $S_i$  ( $i = 1, 2, \dots$ ). Τα όρια ελέγχου και η κεντρική γραμμή του διαγράμματος δίνονται στο ακόλουθο πλαίσιο.

<b>Sδιάγραμμα ελέγχου</b>
<b>Φάση II - Όρια ελέγχου <math>3\sigma</math></b>
$UCL = B_6\sigma$
$CL = c_4\sigma$
$LCL = B_5\sigma$

Στο παραπάνω πλαίσιο  $B_6 = c_4 + 3\sqrt{1 - c_4^2}$  και  $B_5 = c_4 - 3\sqrt{1 - c_4^2}$ . Επειδή  $B_5 < 0$  για  $n \leq 5$  σε αυτές τις περιπτώσεις θέτουμε  $B_5 = 0$ .

Το τρίτο διάγραμμα χρησιμοποιεί τη στατιστική συνάρτηση

$$S_i^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (X_{ij} - \bar{X}_i)^2, \quad i = 1, 2, \dots$$

Γνωρίζουμε ότι  $E(S_i^2) = \sigma^2$  και  $\frac{(n-1)S_i^2}{\sigma^2} \sim \chi_{n-1}^2$ , οπότε

$$P\left(\frac{(n-1)S_i^2}{\sigma^2} \chi_{n-1; 1-\frac{\alpha}{2}}^2 \leq S_i^2 \leq \frac{(n-1)S_i^2}{\sigma^2} \chi_{n-1; \alpha/2}^2\right) = 1 - \alpha$$

Το διάγραμμα ελέγχου, με όρια ελέγχου πιθανότητας  $\alpha$ , που χρησιμοποιείται για την παρακολούθηση της διασποράς είναι το  $S^2$  διάγραμμα ελέγχου στο οποίο απεικονίζονται οι δειγματικές διασπορές  $S_i^2$  ( $i = 1, 2, \dots$ ). Τα όρια ελέγχου και η κεντρική γραμμή του διαγράμματος δίνονται στο ακόλουθο πλαίσιο.

<b><math>S^2</math> διάγραμμα ελέγχου</b>
<b>Φάση II - Όρια ελέγχου πιθανότητας <math>\alpha</math></b>
$UCL = \frac{(n-1)}{\sigma^2} \chi_{n-1; \alpha/2}^2$ $CL = \sigma^2$ $LCL = \frac{(n-1)}{\sigma^2} \chi_{n-1; 1-\alpha/2}^2$

### 1.7.2 Διαγράμματα ελέγχου Φάσης I

Σε αυτή την περίπτωση ουσιαστικά η τυπική απόκλιση είναι άγνωστη οπότε πρέπει να εκτιμηθεί. Για το σκοπό αυτό παίρνουμε  $m$  ανεξάρτητα προκαταρκτικά τυχαία δείγματα μεγέθους  $n$  το καθένα, τα  $X_i = (X_{i1}, X_{i2}, \dots, X_{in})$   $i = 1, 2, \dots, m$  για να εκτιμήσουμε την τυπική απόκλιση  $\sigma$ , και υποθέτουμε ότι η επιλογή των προκαταρκτικών δειγμάτων έγινε όταν η διεργασία ήταν εντός ελέγχου.

Για την εκτίμηση της τυπική απόκλισης έχουμε τις τρεις ακόλουθες στατιστικές συναρτήσεις

$$\hat{\sigma} = \frac{\bar{R}}{d_2}, \quad \hat{\sigma} = \frac{\bar{S}}{c_4}, \quad \hat{\sigma} = \sqrt{\overline{S^2}}.$$

Συνεπώς, ανάλογα με την στατιστική συνάρτηση που χρησιμοποιούμε για την εκτίμηση της τυπικής απόκλισης και την αντίστοιχη στατιστική συνάρτηση που απεικονίζεται στο διάγραμμα ελέγχου, προκύπτει διαφορετικό διάγραμμα ελέγχου για την παρακολούθηση της διασποράς. Έτσι έχουμε τα τρία ακόλουθα διαγράμματα ελέγχου



<b>Rδιάγραμμα ελέγχου</b>
<b>Φάση I - Όρια ελέγχου 3σ</b>
$UCL = D_4 \bar{R}$ $CL = \bar{R}$ $LCL = D_3 \bar{R}$

<b>Sδιάγραμμα ελέγχου</b>
<b>Φάση I - Όρια ελέγχου 3σ</b>
$UCL = B_4 \bar{S}$ $CL = \bar{S}$ $LCL = B_3 \bar{S}$

<b>s<sup>2</sup> διάγραμμα ελέγχου</b>
<b>Φάση I - Όρια ελέγχου πιθανότητας α</b>
$UCL = \frac{\bar{S}^2}{(n-1)} \chi_{n-1; a/2}^2$ $CL = \bar{S}$ $LCL = B_3 \frac{\bar{S}^2}{(n-1)} \chi_{n-1; 1-a/2}^2$

Στα παραπάνω διαγράμματα ελέγχου έχουμε ότι

$$D_3 = 1 - 3 \frac{d_3}{d_2}, \quad D_4 = 1 + 3 \frac{d_3}{d_2}, \quad B_3 = 1 - \frac{3}{c_4} \sqrt{1 - c_4^2}, \quad B_4 = 1 + \frac{3}{c_4} \sqrt{1 - c_4^2}.$$

## 1.8 Διαγράμματα ελέγχου με μνήμη

Στα διαγράμματα ελέγχου που παρουσιάστηκαν στις προηγούμενες παραγράφους απεικονίζονται τιμές που βασίζονται στις μετρήσεις ενός δείγματος (του τρέχοντος)

χωρίς να λαμβάνονται υπόψη μετρήσεις από προηγούμενα δείγματα. Για το λόγο αυτό τα διαγράμματα ελέγχου Shewhart χαρακτηρίζονται ως διαγράμματα ελέγχου χωρίς μνήμη. Τα διαγράμματα ελέγχου Shewhart είναι πολύ χρήσιμα στην ανίχνευση μεγάλων μετατοπίσεων του μέσου, πάνω από  $1.5 \sigma$ .

Στην περίπτωση που θέλουμε να εντοπίσουμε μικρές μετατοπίσεις έχουμε μια άλλη κατηγορία διαγραμμάτων τα διαγράμματα ελέγχου με μνήμη. Στην κατηγορία αυτή ανήκουν τα διαγράμματα ελέγχου τύπου CUSUM και τα διαγράμματα ελέγχου τύπου EWMA. Τα διαγράμματα ελέγχου με μνήμη χρησιμοποιούνται κυρίως στην Φάση II, όταν δηλαδή θέλουμε να παρακολουθούμε συνεχώς τη συμπεριφορά ενός χαρακτηριστικού μιας παραγωγικής διεργασίας, του οποίου οι παράμετροι είναι ήδη γνωστές ή έχουν εκτιμηθεί σε προηγούμενο στάδιο.

Τα διαγράμματα ελέγχου με μνήμη, ονομάζονται έτσι διότι ο σχεδιασμός ενός σημείου στο διάγραμμα ελέγχου βασίζεται σε πληροφορίες που δίνει όχι μόνο το πρόσφατο δείγμα αλλά και προγενέστερα δείγματα. Τις τελευταίες δεκαετίες οι ερευνητές δίνουν μεγάλη βαρύτητα στα διαγράμματα ελέγχου με μνήμη. Τα διαγράμματα αυτά εμφανίζουν πολύ καλές ιδιότητες στην απόδοση τους όσον αφορά την παρακολούθηση της παραγωγικής διεργασίας, και κυριότερα λόγω του ότι ανιχνεύουν γρηγορότερα πολύ μικρές μετατοπίσεις. Στην παρούσα θέση θα αναπτύξουμε ένα πλαίσιο που καλύπτει τα διάγραμμα ελέγχου με μνήμη.

### 1.8.1 Διαγράμματα ελέγχου CUSUM

Ας θεωρήσουμε ότι έχουμε μια διεργασία που περιγράφεται από κατανομή με εντός ελέγχου μέσο  $\mu_0$  και τυπική απόκλιση  $\sigma$ . Από την διεργασία λαμβάνονται μεμονωμένες παρατηρήσεις  $X_t, t \geq 1$ , και μας ενδιαφέρει να ανιχνεύσουμε μετατοπίσεις του μέσου της διεργασίας της μορφής  $\mu_1 = \mu_0 \pm \delta\sigma$  ( $\delta > 0$ ). Στα διαγράμματα ελέγχου CUSUM, που εισήχθησαν από τον Page (1954), απεικονίζονται ταυτοχρόνως οι δυο ακόλουθες στατιστικές συναρτήσεις

$$\begin{aligned} S_t^+ &= \max[0, X_t - (\mu_0 + K) + S_{t-1}^+], & S_0^+ &= 0 \\ S_t^- &= \min[0, X_t - (\mu_0 - K) + S_{t-1}^-], & S_0^- &= 0. \end{aligned}$$

Οι τιμές των ποσοτήτων  $S_0^+$  και  $S_0^-$  ονομάζονται τιμές εκκίνησης (head start values). Η ποσότητα  $K$  ( $\geq 0$ ) ονομάζεται τιμή αναφοράς και ικανοποιεί τις σχέσεις

$$K = \frac{\sigma\delta}{2} = \frac{|\mu_1 - \mu_0|}{2} = k\sigma, \quad k = \delta/2.$$

Η ποσότητα  $S_t^+$  μπορεί να θεωρηθεί κατάλληλη για τον έλεγχο της υπόθεσης

$$H_0: \mu_1 = \mu_0 \quad \text{έναντι της} \quad H_1^+: \mu = \mu_1 = \mu_0 + \delta\sigma$$

αφού μεγάλες θετικές τιμές της  $S_t^+$  οδηγούν στην αποδοχή της  $H_1^+$ .

Ανάλογα η ποσότητα  $S_t^-$  μπορεί να θεωρηθεί κατάλληλη για τον έλεγχο της υπόθεσης

$$H_0: \mu_1 = \mu_0 \quad \text{έναντι της} \quad H_1^-: \mu = \mu_1 = \mu_0 - \delta\sigma$$

αφού μικρές αρνητικές τιμές της  $S_t^-$  οδηγούν στην αποδοχή της  $H_1^-$ .

Για το ποια από τις δυο εναλλακτικές υποθέσεις θα αποδεχθούμε ή όχι σε κάθε βήμα της διαδικασίας, η απόφαση θα εξαρτηθεί από το αν ισχύει η σχέση  $S_t^+ > H$ , ή η σχέση  $S_t^- < H$ , όπου  $H$  μια θετική σταθερά που δίνεται από την σχέση  $H = h\sigma$ . Η ποσότητα  $H$  ονομάζεται διάστημα απόφασης (decision interval). Φυσικά αν μία από τις δύο εναλλακτικές υποθέσεις  $H_1^+$  ή  $H_1^-$  γίνει αποδεκτή, τότε θεωρούμε ότι η διεργασία είναι εκτός ελέγχου λόγω μετατόπισης του μέσου της διεργασίας σε υψηλότερο ή χαμηλότερο επίπεδο, αντίστοιχα.

Στις περιπτώσεις που το μέγεθος δείγματος είναι μεγαλύτερο του 1 χρησιμοποιούμε τη μέση τιμή του δείγματος, δηλαδή η ποσότητα  $X_t$  θα πρέπει να αντικατασταθεί με την ποσότητα  $\bar{X}_t$  και η ποσότητα  $\sigma$  με την ποσότητα  $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ . Έτσι στο δίπλευρο συμμετρικό διάγραμμα ελέγχου τύπου CUSUM απεικονίζονται οι στατιστικές συναρτήσεις

$$\begin{aligned} S_t^+ &= \max[0, \bar{X}_t - (\mu_0 + K) + S_{t-1}^+], & S_0^+ &= 0 \\ S_t^- &= \max[0, \bar{X}_t - (\mu_0 - K) + S_{t-1}^-], & S_0^- &= 0 \end{aligned}$$

όπου

$$K = k \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \quad H = h \frac{\sigma}{\sqrt{n}}.$$

### 1.8.2 Διαγράμματα ελέγχου EWMA

Ας θεωρήσουμε ότι έχουμε μια διεργασία που περιγράφεται από κατανομή με εντός ελέγχου μέσο  $\mu_0$  και τυπική απόκλιση  $\sigma$ . Από την διεργασία λαμβάνονται μεμονωμένες παρατηρήσεις  $X_t$ ,  $t \geq 1$ , και μας ενδιαφέρει να ανιχνεύσουμε μετατοπίσεις του μέσου της διεργασίας της μορφής  $\mu_1 = \mu_0 \pm \delta\sigma$  ( $\delta > 0$ ). Στα διαγράμματα ελέγχου εκθετικά σταθμισμένου κινούμενου μέσου ή αλλιώς διαγράμματα ελέγχου EWMA (Exponentially Weighted Moving Average), τα οποία εισήχθησαν από τον Roberts (1959), απεικονίζεται η στατιστική συνάρτηση

$$Z_t = (1 - \lambda)Z_{t-1} + \lambda X_t, t \geq 1, \quad 0 < \lambda \leq 1$$

Για την εκκίνηση του παραπάνω σχεδίου απαιτείται ο καθορισμός της τιμής εκκίνησης  $Z_0$ , η οποία συνήθως λαμβάνεται ίση  $\mu_0$ . Χρησιμοποιώντας διαδοχικά τον παραπάνω τύπο παίρνουμε:

$$Z_t = (1 - \lambda)^t Z_0 + \lambda \sum_{i=1}^t (1 - \lambda)^{t-i} X_i, \quad t \geq 1.$$

Η μέση τιμή και η διακύμανση της στατιστικής συνάρτησης  $Z_t$  είναι

$$\mu_{Z_t} = \mu_0$$

και

$$\sigma_{Z_t}^2 = \sigma^2 \left( \frac{\lambda}{2 - \lambda} \right) [1 - (1 - \lambda)^{2t}].$$

Επομένως, συνυπολογίζοντας και την φιλοσοφία κατασκευής ενός διαγράμματος ελέγχου τύπου Shewhart, στο διάγραμμα ελέγχου τύπου EWMA απεικονίζεται η τιμή της στατιστικής συνάρτησης  $Z_t$  και τα όρια ελέγχου δίνονται από τις σχέσεις.

$$UCL = \mu_0 + L\sigma \sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda} [1 - (1-\lambda)^{2t}]},$$

$$CL = \mu_0,$$

$$LCL = \mu_0 - L\sigma \sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda} [1 - (1-\lambda)^{2t}]}.$$

Παρατηρούμε ότι τα όρια ελέγχου του παραπάνω διαγράμματος είναι μεταβλητά. Ωστόσο καθώς το  $t$  αυξάνει, η ποσότητα  $(1-\lambda)^{2t}$  τείνει στο μηδέν σχετικά γρήγορα, οπότε τα όρια ελέγχου σταθεροποιούνται στις ακόλουθες τιμές,

$$UCL = \mu_0 + L\sigma \sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda}}, \quad LCL = \mu_0 - L\sigma \sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda}}.$$

Αν και η μέθοδος των διαγραμμάτων ελέγχου τύπου EWMA αναπτύχθηκε για μεμονωμένες παρατηρήσεις μπορεί να τροποποιηθεί άμεσα έτσι ώστε να καλύψει και την περίπτωση όπου έχουμε δείγματα. Σε αυτήν την περίπτωση η ποσότητα  $X_t$  θα πρέπει να αντικατασταθεί με την ποσότητα  $\bar{X}_t$  και η τυπική απόκλιση  $\sigma$  με την ποσότητα  $\sigma/\sqrt{n}$ . Συνεπώς στο διάγραμμα ελέγχου απεικονίζεται η ποσότητα

$$Z_t = (1-\lambda)Z_{t-1} + \lambda\bar{X}_t, \quad 0 < \lambda \leq 1,$$

με όρια ελέγχου

$$UCL = \mu_0 + L \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda} [1 - (1-\lambda)^{2t}]},$$

$$CL = \mu_0,$$

$$LCL = \mu_0 - L \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda} [1 - (1-\lambda)^{2t}]}$$

Τα διαγράμματα ελέγχου τύπου EWMA χρησιμοποιούνται, όπως και τα διαγράμματα ελέγχου τύπου CUSUM, όταν θέλουμε να εντοπίσουμε μικρές μετατοπίσεις του μέσου της διεργασίας. Το πλεονέκτημα των διαγραμμάτων ελέγχου EWMA έναντι των CUSUM είναι ότι δεν είναι ευαίσθητα στην υπόθεση της κανονικότητας των παρατηρήσεων και για το λόγο αυτό είναι ιδανικά στην περίπτωση που έχουμε μεμονωμένες παρατηρήσεις.

## 1.9 Μέσο μήκος ροής (ARL)

Μια βασική έννοια που σχετίζεται με τα διαγράμματα ελέγχου είναι το μέσο μήκος ροής ARL (average run length). Η τυχαία μεταβλητή  $T$  που δηλώνει το πλήθος των σημείων που πρέπει να σχεδιαστούν σε ένα διάγραμμα ελέγχου έως ότου πάρουμε ένδειξη ότι η διεργασία είναι εκτός ελέγχου ονομάζεται μήκος ροής (run length) του διαγράμματος. Η ποσότητα ARL δηλώνει τον αναμενόμενο αριθμό των σημείων (δειγμάτων) που πρέπει να σχεδιαστούν στο διάγραμμα έως ότου λάβουμε για πρώτη ένδειξη ότι η διεργασία είναι εκτός ελέγχου, δηλαδή  $ARL = E(T)$ . Στα διαγράμματα ελέγχου Shewhart με απεικονιζόμενη ποσότητα την  $W$ , η οποία έχει εντός ελέγχου μέση τιμή  $\mu$ , τυπική απόκλιση  $\sigma$  και συνάρτηση κατανομής  $F_0(\cdot)$ , έχουμε ότι η πιθανότητα  $\alpha$  εμφάνισης ενός σημείου του διαγράμματος εκτός των ορίων ελέγχου είναι ίση με

$$\alpha = 1 - P(LCL \leq W \leq UCL) = 1 - F_0(\mu + L\sigma) + F_0(-(\mu - L\sigma)).$$

Το εντός ελέγχου μέσο μήκος ροής είναι ίσο με

$$ARL_0 = \frac{1}{\alpha}$$

αφού το μήκος ροής ακολουθεί την γεωμετρική κατανομή με πιθανότητα επιτυχίας  $\alpha$ . Για μια διεργασία που βρίσκεται εντός ελέγχου θέλουμε να έχουμε μεγάλη τιμή για το

$ARL_0$  έτσι ώστε να μειωθεί ο αριθμός των λανθασμένων ενδείξεων εκτός ελέγχου διεργασίας ή αλλιώς ο αριθμός των λανθασμένων συναγερμών.

Για μια εκτός ελέγχου διεργασία, όπου η συνάρτηση κατανομής της τυχαίας μεταβλητής  $W$  είναι η  $F_1(\cdot)$ , έχουμε ότι η πιθανότητα  $1 - \beta$  εμφάνισης ενός σημείου εκτός των ορίων ελέγχου του διαγράμματος είναι ίση με

$$1 - \beta = 1 - P(LCL \leq W \leq UCL) = 1 - F_1(\mu + L\sigma) + F_1(-(\mu - L\sigma)).$$

Η πιθανότητα να βρεθεί σε αυτή την περίπτωση ένα σημείο του διαγράμματος ελέγχου εντός των ορίων ελέγχου είναι ίσο με  $\beta$ . Το εκτός μέσο μήκος ροής είναι ίσο με

$$ARL_1 = \frac{1}{1 - \beta}.$$

Προφανώς για μία διεργασία που βρίσκεται εκτός ελέγχου θέλουμε να έχουμε μικρή τιμή για το  $ARL_1$ , έτσι ώστε να μειωθεί ο αριθμός των δειγμάτων (και συνεπώς ο χρόνος) που απαιτούνται για να γίνει αντιληπτό ότι η διεργασία είναι εκτός ελέγχου.

# ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

## Στατιστικός έλεγχος διεργασιών και εφαρμογές στα χρηματοοικονομικά

### 2.1 Εισαγωγή

Η στατιστική ανάλυση χρηματοοικονομικών δεδομένων και η ανάπτυξη μηχανικών κανόνων συναλλαγών έχουν διαδραματίσει σημαντικό ρόλο στην κατανόηση και πρόβλεψη των διακυμάνσεων των χρηματιστηριακών τιμών. Οι αρχικές προσεγγίσεις για την ανίχνευση αλλαγών στις τιμές και την εκτίμηση της τάσης των μετοχών βασίζονται σε κλασικές μεθόδους στατιστικού ελέγχου διεργασιών. Ένας από τους πρώτους ερευνητές που πρότεινε τη χρήση των μεθόδων αυτών για τη μελέτη των χρηματιστηριακών αγορών ήταν ο Roberts (1959), ο οποίος εφάρμοσε τη στατιστική ανάλυση για τη μελέτη των τιμών των μετοχών. Στη συνέχεια, οι Hubbard (1967), Alexander (1961, 1964) και οι Fama & Blume (1966) ανέπτυξαν περαιτέρω μηχανικούς κανόνες συναλλαγών που βασίζονται σε φίλτρα, δημιουργώντας τα πρώτα συστήματα αυτόματης ανίχνευσης σημάτων αγοράς και πώλησης μετοχών.

Ο κανόνας συναλλαγών φίλτρου είναι ένας μηχανικός κανόνας συναλλαγών ο οποίος ορίζεται ως μια ακολουθία σημάτων για αγορά και πώληση μετοχών. Εν συντομία, δίνεται το σήμα αγοράς, εάν, για παράδειγμα, η ημερήσια τιμή κλεισίματος μιας παρατηρούμενης μετοχής κινηθεί προς τα πάνω τουλάχιστον πάνω από ένα ορισμένο ποσοστό  $x$  μετά από ένα επόμενο χαμηλό της τιμής. Έπειτα, ο επενδυτής πουλά τη μετοχή όταν δίνεται ένα σήμα, δηλαδή όταν οι τιμές κλεισίματος πέφτουν τουλάχιστον ένα ορισμένο ποσοστό  $y$  μετά από ένα επόμενο υψηλό. Οι τιμές  $x$  και  $y$



είναι τα μεγέθη των φίλτρων για τον κανόνα συναλλαγών και αντιπροσωπεύουν την ελάχιστη αποδεκτή ποσοστιαία μεταβολή της αξίας της μετοχής για τον επενδυτή.

Οι Lam & Yam (1997) εισήγαγαν μια πιο συστηματική προσέγγιση χρησιμοποιώντας τεχνικές CUSUM (Cumulative Sum Control Chart) για τη δημιουργία στρατηγικών συναλλαγών που βασίζονται στους κανόνες φίλτρων. Η μέθοδος CUSUM βασίζεται στη στατιστική ανάλυση της διαφοράς μεταξύ των τιμών κλεισίματος μιας μετοχής σε διαδοχικές ημέρες, δημιουργώντας έτσι ένα σήμα αγοράς ή πώλησης όταν η απόκλιση ξεπεράσει ένα προκαθορισμένο όριο. Οι τεχνικές αυτές επιτρέπουν στους επενδυτές να αναγνωρίζουν τότε υπάρχει μια ανοδική ή καθοδική μετατόπιση στην αγορά, ενώ η χρήση στατιστικών μοντέλων ενισχύει την ακρίβεια της πρόβλεψης.

Μια άλλη σημαντική συμβολή στη μελέτη των κανόνων φίλτρων συναλλαγών προέρχεται από τους Yi et al. (2006), οι οποίοι εισήγαγαν την έννοια της πρόβλεψης των αλλαγών καθεστώτος (regime shifts) χρησιμοποιώντας τις τεχνικές CUSUM για να ανιχνεύσουν τότε μια αγορά μεταβαίνει από μια κατάσταση ανόδου (bull) σε μια κατάσταση καθόδου (bear) και το αντίστροφο. Η μέθοδος αυτή αποδείχθηκε χρήσιμη για την κατανόηση των μεγαλύτερων τάσεων στις αγορές και την πρόβλεψη των μεταβολών στις αποδόσεις των χρηματιστηρίων.

Οι Cooper & Van Vliet (2012) ασχολήθηκαν με δεδομένα συναλλαγών υψηλής συχνότητας (High Frequency Trading, HFT) και ανέπτυξαν στατιστικές τεχνικές εναλλακτικές προς τον στατιστικό έλεγχο διεργασιών που εξετάζουν κάθε γεγονός συναλλαγών χρησιμοποιώντας την γενικευμένη κατανομή λάμδα. Η ανάγκη για τα προτεινόμενα σχήματα οφείλεται στο γεγονός ότι στα συστήματα HFT εκτελούνται μεγάλες ποσότητες συναλλαγών ανά λεπτό ή ανά δευτερόλεπτο, κάτι που καθιστά δύσκολο τον έλεγχό τους σε πραγματικό χρόνο. Επίσης, οι παραδοσιακές μέθοδοι στατιστικού ελέγχου διεργασιών συνήθως υποθέτουν κανονικότητα σε αντίθεση με τα συστήματα HFT που παράγουν συνήθως δεδομένα λοξά με μακριές ουρές που υποστηρίζουν την επιλογή της κατανομής λάμδα.

Οι Kumiega et al. (2014), ακολουθώντας το έργο των Cooper & Van Vliet (2012), αξιολόγησαν την απόδοση των επενδύσεων χρησιμοποιώντας δείκτες ικανότητας μιας διεργασίας. Πιο συγκεκριμένα χρησιμοποίησαν το δείκτη ικανότητας

$$C_{pl} = \frac{\mu_n - LSL}{3\sigma_n}$$

,όπου  $\mu_n$  είναι ο μέσος όλων των δειγμάτων με τα δεδομένα μας,  $\sigma_n$  είναι η τυπική απόκλιση των δειγματικών μέσων, και  $LSL$  είναι το κατώτερο όριο προδιαγραφών του κόστους που πρέπει να καλύψει μια ικανή επιχείρηση.

Οι Cooper et al. (2015) επέκτειναν το έργο του Kumiega (2014), και ανέπτυξαν μια νέα ανθεκτική μεθοδολογία μέτρησης της απόδοσης χωρίς καμία υπόθεση για κανονική κατανομή, υιοθετώντας ένα νέο δείκτη ικανότητας της διεργασίας.

Οι Dumićić & Žmuk (2015) αναφέρουν δυσκολίες στη χρήση διαγραμμάτων ελέγχου για τη λήψη αποφάσεων σχετικά με τις συναλλαγές στο χρηματιστήριο σε σύντομη χρονική περίοδο λόγω των πολλών σημάτων εκτός ελέγχου διεργασίας. Στις περιπτώσεις που μελέτησαν, οι συγγραφείς αυτοί κατέληξαν στο συμπέρασμα ότι πολλά από αυτά τα σήματα είναι πιθανώς ψευδείς συναγερμοί. Πιθανές εξηγήσεις για αυτό το πρόβλημα, σύμφωνα με τους Dumićić & Žmuk (2015), μπορεί να είναι το γεγονός ότι οι τιμές των μετοχών εμφανίζουν μη κανονική κατανομή και αυτοσυσχέτιση. Επισήμαναν πως πιο κατάλληλες διαδικασίες διαγραμμάτων ελέγχου θα μπορούσαν να είναι μια λύση σε αυτό το πρόβλημα, μιας και τα τελευταία χρόνια, έχουν αναπτυχθεί πολλά διαγράμματα ελέγχου για μη κανονικά δεδομένα που παρουσιάζουν αυτοσυσχέτιση.

Τέλος, οι διαδικασίες τύπου Shewhart προσφέρουν έναν απλό αλλά αποτελεσματικό τρόπο ανάλυσης της μεταβλητότητας στις αγορές. Οι Schwartz & Altman (1973) και οι Govindaraju & Godfrey (2011) χρησιμοποίησαν αυτή τη μέθοδο για τη διάκριση μεταξύ της βραχυπρόθεσμης και μακροπρόθεσμης μεταβλητότητας, βοηθώντας τους επενδυτές να κατανοήσουν καλύτερα τις πηγές μεταβλητότητας και να λάβουν πιο ενημερωμένες αποφάσεις. Συνολικά, η χρήση των τεχνικών στατιστικού ελέγχου στις χρηματοοικονομικές αγορές συνεχίζει να εξελίσσεται, ενσωματώνοντας νέα δεδομένα και προσεγγίσεις που ανταποκρίνονται στις απαιτήσεις των σύγχρονων αγορών.

Για περισσότερες εφαρμογές του Στατιστικού Ελέγχου Διεργασιών στα χρηματοοικονομικά ο ενδιαφερόμενος αναγνώστης παραπέμπεται στους Hassan et al. (2010), Bilson et al. (2010) και Bisiotis et al. (2020).

## **2.2 Κανόνες συναλλαγών με φίλτρα και διαγράμματα ελέγχου Cusum**

Στην προηγούμενη παράγραφο αναφέραμε ότι ο Alexander (1961, 1964) εισήγαγε κανόνες συναλλαγών με φίλτρα ακολουθούμενος από τους Fama & Blume (1966).

Οι Lam & Yam (1997) παρακινούμενοι από τον κανόνα συναλλαγών φίλτρου χρησιμοποίησαν τεχνικές CUSUM για να δημιουργήσουν μια στρατηγική συναλλαγών στο χρηματιστήριο ισοδύναμη με τον κανόνα συναλλαγών φίλτρου. Η διαδικασία των Lam & Yam (1997) έχει ως εξής:

Έστω  $p_t$  η τιμή κλεισίματος της μετοχής την ημέρα  $t$ ,  $t = 0, 1, 2, \dots$ . Έστω επίσης ότι ένα σήμα πώλησης γεννήθηκε τη χρονική στιγμή  $t = 0$  και ο κανόνας συναλλαγών φίλτρου είναι η δημιουργία του επόμενου σήματος αγοράς. Για κάθε  $n$ , έστω  $r_n$  η ποσότητα που δηλώνει πόσο η τιμή της μετοχής την ημέρα  $n$  έχει αυξηθεί από το ιστορικό χαμηλό της από την ημέρα  $t = 0$  έως την ημέρα  $t = n$ . Δηλαδή

$$r_n = p_n - \min_{1 \leq i \leq n} p_i, \quad n = 1, 2, \dots$$

Ο κανόνας φίλτρου θα δώσει σήμα αγοράς την ημέρα  $n$  αν

$$\frac{r_n}{\min_{0 \leq i \leq n} p_i} \geq x, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

όπου είναι το μέγεθος φίλτρου του κανόνα συναλλαγών.

Η παραπάνω διαδικασία είναι ουσιαστικά μια «διαδικασία» CUSUM όπως έδειξαν οι Lam & Yam (1997) με παραμέτρους σχεδιασμού  $k = 0$  και  $h = \log(1 + x)$ . Πράγματι, έστω

$$q_t = \log p_t,$$

$$y_t = q_t - q_{t-1}, \quad t = 1, 2, \dots,$$

$$S_n = \sum_{i=1}^n y_i = q_n - q_0$$

και

$$\begin{cases} S'_0 = 0 \\ S'_n = \max(S'_{n-1} + y_n, 0). \end{cases}$$

Τότε, σήμα αγοράς ενεργοποιείται την πρώτη ημέρα που  $S'_n \geq h$ , η οποία είναι ισοδύναμη σχέση με την

$$\frac{r_n}{\min_{1 \leq i \leq n} p_i} \geq x, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

όπως έδειξαν οι Lam & Yam (1997).

Αν ένα σήμα αγοράς είχε ενεργοποιηθεί τη χρονική στιγμή  $t = 0$ , τότε ο κανόνας φίλτρου θα δώσει το επόμενο σήμα πώλησης τη χρονική στιγμή  $t = n$ , όταν

$$\frac{d_n}{\max_{0 \leq i \leq n} p_i} \geq x$$

Όπου  $d_n = \max_{0 \leq i \leq n} p_i - p_n$ ,  $n = 1, 2, \dots$ . Η ισοδύναμη CUSUM διαδικασία είναι η

$$\begin{cases} S'_0 = 0 \\ S'_n = \min(S'_{n-1} + y_n, 0) \end{cases}$$

με το σήμα πώλησης να ενεργοποιείται την πρώτη ημέρα που  $S'_n \leq -h = -\log(1 + x)$ .

Οι Lam & Yam (1997) γενίκευσαν τον κλασικό κανόνα συναλλαγών φίλτρου θέτοντας τιμή αναφοράς  $k \neq 0$ . Πρώτα μελέτησαν τη γενική διαδικασία CUSUM με  $k > 0$  και  $h = 0$ , που σημαίνει ότι ένας τέτοιος γενικός κανόνας συναλλαγών φίλτρου θα δώσει σήμα αγοράς στον επενδυτή όταν η μονοήμερη απόδοση υπερβεί το  $k$ . Αυτό συμβαίνει όταν

$$y_t = \log p_t - \log p_{t-1} > k$$

ή ισοδύναμα

$$\frac{p_t - p_{t-1}}{p_{t-1}} > e^{-k} - 1.$$

Ομοίως, αυτός ο γενικός κανόνας συναλλαγών φίλτρου παράγει ένα σήμα πώλησης στον επενδυτή, όταν

$$\frac{p_t - p_{t-1}}{p_{t-1}} < e^{-k} - 1.$$

Αυτή η διαδικασία μπορεί να είναι μια επενδυτική στρατηγική εάν πιστεύουμε ότι μια ανοδική τάση στο χρηματιστήριο ξεκινά με μεγάλη ημερήσια άνοδο και έπειτα ακολουθεί πτωτική τάση με μεγάλη πτώση σε μία μόνο μέρα. Ωστόσο, οι Lam & Yam (1997) ανέφεραν ότι ένα κύριο μειονέκτημα αυτού του κανόνα ( $h = 0, k \neq 0$ ) είναι η απουσία μηχανισμού ανακοπής ζημιάς (stop-loss), δηλαδή η αυτόματη πώληση, μόλις ο δείκτης φτάσει μία συγκεκριμένη τιμή.

Οι Yi et al. (2006) εφάρμοσαν τεχνικές CUSUM στην πρόβλεψη αλλαγών καθεστώτος (regime shifts) στους χρηματιστηριακούς δείκτες, αλλά σε αντίθεση με τους Lam & Yam (1997) έλαβαν υπόψη τα τέλη συναλλαγής.

Ας υποθέσουμε ότι  $x_i$  είναι ο ημερήσιος δείκτης μιας συγκεκριμένης χρηματιστηριακής αγοράς και έστω

$$r_i = \log \frac{x_i}{x_{i-1}}, \quad i = 1, 2, \dots$$

Οι Yi et al. (2006) θεώρησαν ως παρατηρήσεις από τη διεργασία της τιμές  $r_i$  και έθεσαν

$$y_i = r_i - k, \quad i = 1, 2, \dots,$$

όπου  $k$  συμβολίζει την τιμή αναφοράς της διαδικασίας CUSUM. Χρησιμοποιώντας τη στατιστική συνάρτηση

$$C_i = \max(C_{i-1} + y_i, 0), \quad i = 1, 2, \dots$$

$$C_i = \max(C_{i-1} + y_i, 0), \quad i = 1, 2, \dots$$

$$C_i \geq h$$

όπου  $C_0 = 0$ , μια ανοδική μετατόπιση ανιχνεύεται όταν

$$C_i \geq h$$

όπου  $h$  το διάστημα απόφασης της διαδικασίας CUSUM. Αντίστοιχα, χρησιμοποιώντας τη στατιστική συνάρτηση

$$C'_i = \min(C'_{i-1} + y_i, 0), \quad i = 1, 2, \dots$$

$$C'_i \leq -h.$$

όπου  $C'_0 = 0$ , μια καθοδική μετατόπιση ανιχνεύεται όταν

$$C'_i \leq -h.$$

Ένας κύκλος συναλλαγών (trading cycle) είναι ο χρόνος που μεσολαβεί μεταξύ ενός σήματος αγοράς και του σήματος πώλησης που το ακολουθεί. Η απόδοση κάθε κύκλου συναλλαγών μετρείται χρησιμοποιώντας το συνολικό κέρδος TP (Total Profit) ή το ημερήσιο κέρδος DP (Daily Profit). Εάν ο κύκλος συναλλαγών ξεκινά την ημέρα  $n$  με τιμή αγοράς BP (Buying Price) και ολοκληρώνεται την ημέρα  $m$  με τιμή πώλησης SP (Selling Price), και ορίσουμε  $D = m - n$ , τότε

$$TP = \frac{SP}{BP}$$

και

$$DP = \frac{TP - 1}{D}.$$

Το συνολικό κέρδος και το ημερήσιο κέρδος της διαδικασίας CUSUM που περιέχει  $n$  κύκλους συναλλαγών για την περίπτωση που δεν συμπεριλαμβάνονται τέλη συναλλαγής δίνονται από τους τύπους

$$TP = TP_1 \cdot TP_2 \cdots TP_n = \frac{SP_1}{BP_1} \cdot \frac{SP_2}{BP_2} \cdots \frac{SP_n}{BP_n}$$

και

$$DP = \frac{TP - 1}{D_1 + D_2 + \cdots + D_n}$$

όπου  $D_i, i = 1, 2, \dots$ , είναι οι ημέρες κατά τις οποίες διακρατείται ο τίτλος στον  $i$ -οστό κύκλο συναλλαγών. Προφανώς, διαφορετικές τιμές των παραμέτρων σχεδιασμού  $k, h$  της διαδικασίας CUSUM οδηγούν σε διαφορετικές αποδόσεις κερδών (ημερήσιου ή συνολικού). Στην περίπτωση που υπάρχουν τέλη (προμήθεια) συναλλαγής ύψους  $a$  (ποσοστό) τότε το συνολικό και το ημερήσιο κέρδος της διαδικασίας CUSUM είναι

$$TP' = \frac{SP_1}{BP_1} \cdot \frac{SP_2}{BP_2} \cdots \frac{SP_n}{BP_n} (1 - a)^{2n} = TP \cdot (1 - a)^{2n}$$

και

$$DP' = \frac{TP' - 1}{D_1 + D_2 + \cdots + D_n}$$

Προφανώς  $TP' < TP$  και  $DP' < DP$ .

Το αποτέλεσμα, λαμβάνοντας υπόψη τα τέλη συναλλαγής, είναι η επιδείνωση της απόδοσης των διαδικασιών CUSUM. Οι Yi et al. (2006), στα παραδείγματα που εξέτασαν, κατέληξαν στο συμπέρασμα ότι εάν συμπεριληφθούν οι προμήθειες συναλλαγής, δεν υπάρχουν αποδεκτές τιμές των  $k$  και  $h$ .

Άλλες παραλλαγές/επεκτάσεις της έννοιας του κανόνα συναλλαγών φίλτρου δόθηκαν από τον Žmuk (2016) ο οποίος βασιζόμενος στο έργο του Alexander (1961, 1964) εφάρμοσε διαγράμματα ελέγχου CUSUM που βασίζονται σε υπόλοιπα (residuals) για να βελτιώσει τη διαδικασία λήψης αποφάσεων σε βραχυπρόθεσμο και μακροπρόθεσμο επίπεδο.

Οι Xin et al. (2013) χρησιμοποίησαν τα διαγράμματα ελέγχου CUSUM υπό το φάσμα του κανόνα φίλτρου συναλλαγών σε ένα μοντέλο εναλλαγής δύο καθεστώτων. Το μοντέλο των δύο καθεστώτων περιλαμβάνει το καθεστώς I και το καθεστώς II, στα οποία οι αποδόσεις ακολουθούν διαφορετικές κατανομές. Υπό το μοντέλο δύο καθεστώτων, η αγορά μεταβαίνει μεταξύ της bear (μείωσης οικονομίας) και της bullstate (αύξηση οικονομίας).

### 2.3 Διαδικασίες τύπου Shewhart

Ο Schwartz και ο Altman (1973) συζήτησαν την εγγενή μεταβλητότητα (inherent volatility) που εμπλέκεται στις χρηματιστηριακές αγορές. Η εγγενής μεταβλητότητα ορίζεται ως ο τύπος της μεταβλητότητας που είναι ουσιαστικά σταθερός με την πάροδο του χρόνου. Ο όρος επίμονη μεταβλητότητα (persistent volatility) χρησιμοποιείται πιο συχνά στη σύγχρονη βιβλιογραφία αντί του όρου εγγενής μεταβλητότητα (δείτε Chou (1988), Comte & Renault (1998)). Η μεθοδολογία του Shewhart παρέχει έναν απλό τρόπο εξαγωγής και εκτίμησης αυτής της μεταβλητότητας χρησιμοποιώντας τεχνικές του στατιστικού ελέγχου διεργασιών Φάσης I. Πιο συγκεκριμένα, σχηματίζουμε ορθολογικές υποομάδες των δεδομένων (όπως οι τιμές κλεισίματος μετοχών σε διαδοχικές ημέρες) που κάθε μια υποομάδα αφορά ένα σύντομο χρονικό διάστημα (π.χ. εβδομάδα) και στη συνέχεια οι υποομάδες που ανιχνεύονται με ειδικές αιτίες μεταβλητότητας αφαιρούνται. Έτσι από τις υπόλοιπες ομάδες υπολογίζεται η τυπική απόκλιση που αποτελεί εκτίμηση της επίμονης μεταβλητότητας (μεταβλητότητα που οφείλεται σε κοινές αιτίες σύμφωνα με την ορολογία του Shewhart).

Οι Govindaraju & Godfrey (2011) και μετέπειτα οι Premarathna et al. (2016) υπήρξαν οι πρωτοπόροι εφαρμογής των μεθόδων του Shewhart για τη διερεύνηση της μεταβλητότητας στις χρηματιστηριακές αγορές. Ακολουθώντας τον Shewhart διαχώρισαν την μεταβλητότητα σε μεταβλητότητα που οφείλεται σε κοινές (C) και ειδικές (S) αιτίες μεταβλητότητας. Στις χρηματοοικονομικές εφαρμογές, μπορεί να είναι δύσκολο να διακριθούν οι ειδικές από τις κοινές αιτίες μεταβλητότητας. Οι κοινές αιτίες είναι υπεύθυνες για την ελεγχόμενη μεταβλητότητα, ενώ οι ειδικές αιτίες για την ανεξέλεγκτη (μη ελεγχόμενη) μεταβλητότητα. Η βραχυπρόθεσμη μεταβλητότητα (short term variability) οφείλεται κυρίως σε κοινές αιτίες μεταβλητότητας και συνήθως μπορεί να εκτιμηθεί (Αντζουλάκος (2010)). Επιπλέον, η μακροπρόθεσμη μεταβλητότητα (long term variability) περιλαμβάνει όλη τη μεταβλητότητα που



οφείλεται σε ειδικές αιτίες. Οι Govindaraju & Godfrey (2011) χρησιμοποίησαν ορθολογικές υποομάδες για να ελέγξουν αν μια μεταβλητότητα οφείλεται σε κοινές ή ειδικές αιτίες μεταβλητότητας.

Έστω ότι η συνάρτηση κατανομής  $F$  της τυχαίας μεταβλητής  $X$  που μας ενδιαφέρει να παρακολουθήσουμε (ποιοτικό χαρακτηριστικό στη μεθοδολογία Shewhart) μπορεί να γραφεί ως ένα μείγμα των συναρτήσεων κατανομής της  $X$  υπό κοινές και ειδικές αιτίες μεταβλητότητας ως ακολούθως

$$F(x) = (1 - a)F_C(x) + aF_S(x)$$

όπου οι συναρτήσεις κατανομής  $F_C(x)$  και  $F_S(x)$  είναι οι συναρτήσεις κατανομής της τυχαίας μεταβλητής  $X$  υπό κοινές και ειδικές αιτίες μεταβλητότητας, αντίστοιχα. Στην περίπτωση που η διαδικασία είναι υπό στατιστικό έλεγχο, τότε  $a = 0$ .

Ας υποθέσουμε ότι οι παρατηρήσεις που έχουμε από την τυχαία μεταβλητής  $X$  είναι οι  $X_{ij}$ ,  $i = 1, 2, \dots, m$  και  $j = 1, 2, \dots, n$ . Υπάρχουν δηλαδή  $m$  ορθολογικές υποομάδες που η κάθε μια έχει μέγεθος  $n \geq 2$  (θεωρούμε ότι το μέγεθος κάθε δείγματος είναι σταθερό, αν και η θεωρία μπορεί κάλλιστα να εφαρμοστεί και για μεταβλητό μέγεθος δείγματος).

Η (δειγματική) τυπική απόκλιση της ολικής μεταβλητότητα (μακροπρόθεσμη, long term) δίνεται από τον τύπο

$$\hat{\sigma}_L = \frac{1}{mn - 1} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (X_{ij} - \bar{\bar{X}})^2$$

όπου

$$\bar{\bar{X}} = \frac{1}{mn} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n X_{ij}.$$

Η παραπάνω τυπική απόκλιση μπορεί να θεωρηθεί ότι αποτελεί εκτίμηση του συνδυασμού της μεταβλητότητας λόγω φυσικών και ειδικών αιτιών μεταβλητότητας.

Η δειγματική τυπική απόκλιση της υποομάδας δίνεται από τον τύπο

$$\hat{\sigma}_i = \sqrt{\frac{1}{n - 1} \sum_{j=1}^n (X_{ij} - \bar{X}_i)^2}, \quad 1 \leq i \leq m$$

όπου

$$\bar{X}_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n X_{ij}.$$

Μια αμερόληπτη εκτιμήτρια της τυπικής απόκλισης που οφείλεται σε φυσικές αιτίες δίνεται από τον τύπο

$$\hat{\sigma}_c = \frac{\bar{\sigma}}{c_4(n)}$$

όπου

$$\bar{\sigma} = \frac{\hat{\sigma}_1 + \hat{\sigma}_2 + \dots + \hat{\sigma}_m}{m}.$$

Όταν απουσιάζουν ειδικές αιτίες μεταβλητότητας τότε αναμένουμε οι τιμές των εκτιμήσεων  $\hat{\sigma}_L$  και  $\hat{\sigma}_c$  να είναι σχεδόν ίδιες (Αντζουλάκος (2010)). Συνεπώς είναι σημαντικό να αφαιρεθούν από τα δεδομένα εκείνα που προκύπτουν από ειδικές αιτίες μεταβλητότητας προκειμένου να εκτιμηθεί με όσο το δυνατό μεγαλύτερη ακρίβεια η εγγενής μεταβλητότητα  $\hat{\sigma}_c$  έτσι ώστε να μπορούν οι επενδυτές να γνωρίζουν το ρίσκο που αναλαμβάνουν.

Για την κατασκευή του κατάλληλου διαγράμματος ελέγχου προκειμένου να εντοπιστούν οι εκτός ελέγχου υποομάδες έχει προταθεί (Premarathna et al. (2016)) να χρησιμοποιείται η περικομμένη τυπική απόκλιση

$$\hat{\sigma}_a = \frac{1}{m - 2[m_a]} \sum_{i=[m_a]+1}^{m-[m_a]} \hat{\sigma}_{(i)}$$

όπου το  $a$  δηλώνει το ποσοστό των  $n$  υποομάδων που πρέπει να περικοπούν, η συνάρτηση  $[\cdot]$  είναι η συνάρτηση οροφής, και το  $\hat{\sigma}_{(i)}$  δηλώνει την  $i$  κατ' αύξουσα σειρά δειγματική τυπική απόκλιση. Σύμφωνα με τη μεθοδολογία κατασκευής τελικών ορίων ελέγχου στη Φάση I (Αντζουλάκος (2010)) όταν κάποια δειγματική τυπική απόκλιση υπερβεί ένα συγκεκριμένο όριο (δηλαδή το όριο  $B_4 \hat{\sigma}_a$  όταν χρησιμοποιούμε  $S$  διάγραμμα ελέγχου), τότε σε εκείνη την χρονική περίοδο μια ειδική αιτία μεταβλητότητας φαίνεται να επηρεάζει τη διαδικασία και αυτή η υποομάδα πρέπει να αφαιρεθεί από τον υπολογισμό του  $\hat{\sigma}_a$ . Έτσι τα όρια ελέγχου υπολογίζονται εκ νέου χρησιμοποιώντας το νέο  $\hat{\sigma}_a$ . Αυτή η διαδικασία επαναλαμβάνεται μέχρι να επιτευχθεί ένα άνω όριο ελέγχου

(UCL) που να βασίζεται αποκλειστικά σε υποομάδες των οποίων η μεταβλητότητα οφείλεται μόνο σε κοινές αιτίες μεταβλητότητας. Οι Premarathna et al. (2016), για να εξασφαλίσει τη λήξη της προαναφερθείσας διαδικασίας απόφασης περιέγραψε μια διαδικασία τερματισμού που σχετίζεται με Poisson όρια ελέγχου.

## **2.4 Αντιστάθμιση μέση τιμής/τυπικής απόκλισης και συντελεστή ασυμμετρίας/κύρτωσης**

Η ασυμμετρία και η κύρτωση είναι δύο σημαντικά στατιστικά μέτρα που μας βοηθούν να κατανοήσουμε το σχήμα μιας κατανομής. Αναλύοντας τις τιμές της ασυμμετρίας και της κύρτωσης, μπορούμε να αποκομίσουμε πολύτιμες πληροφορίες για τα δεδομένα και να εντοπίσουμε τυχόν πρότυπα ή ακραίες/απόμακρες τιμές. Αυτά τα μέτρα χρησιμοποιούνται ευρέως σε διάφορους τομείς για την ανάλυση κατανομών δεδομένων και τη λήψη τεκμηριωμένων αποφάσεων. Η κατανόηση των χαρακτηριστικών της ασυμμετρίας και της κύρτωσης μπορεί να ενισχύσει την στατιστική μας ανάλυση και να μας βοηθήσει να βγάλουμε ουσιαστικά συμπεράσματα από τα δεδομένα.

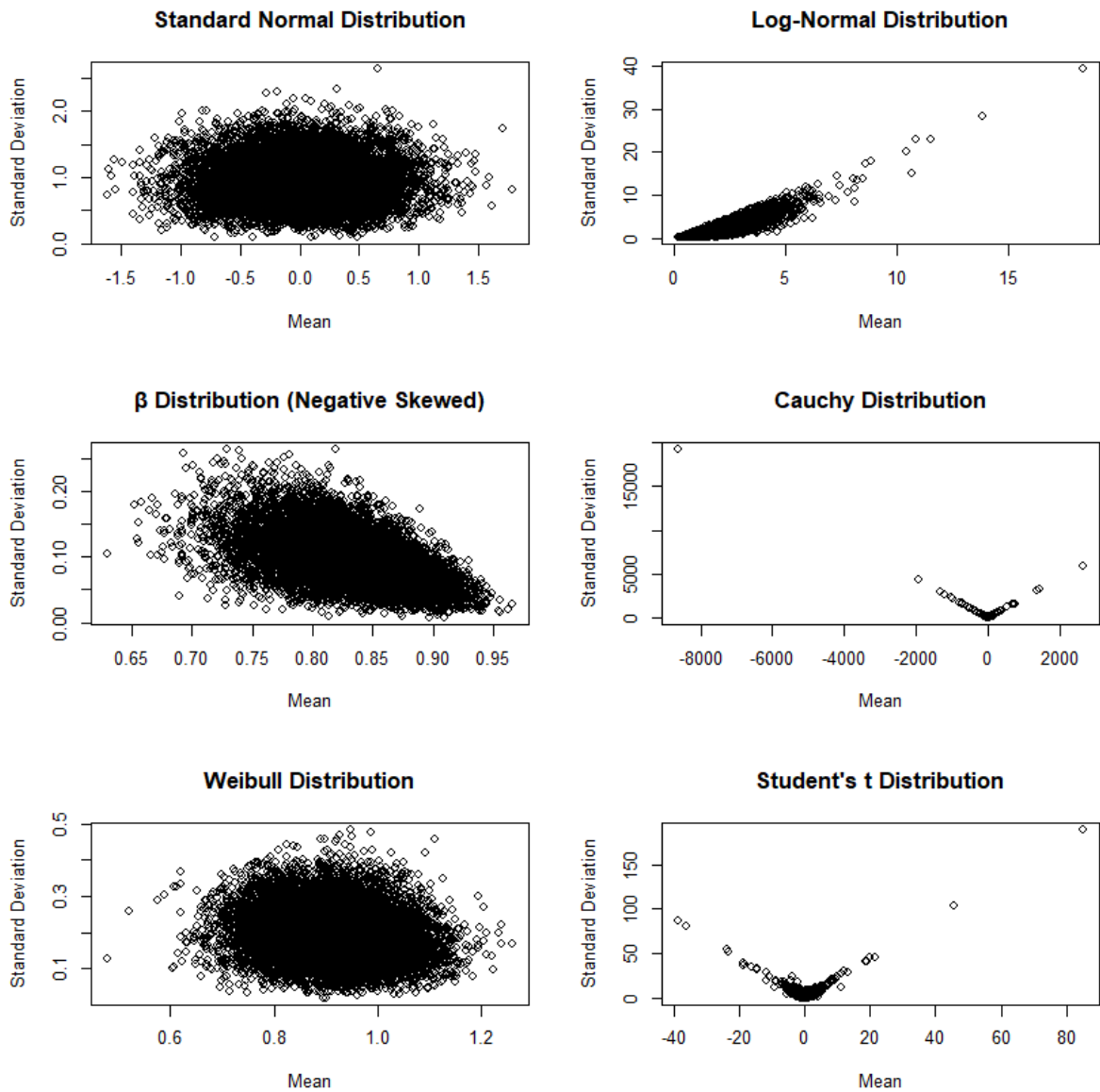
Πιο συγκεκριμένα, η ασυμμετρία δείχνει αν τα δεδομένα παρουσιάζουν μακριά ουρά προς τα αριστερά ή τα δεξιά της μέσης τιμής. Μία τιμή ασυμμετρίας ίση με μηδέν υποδηλώνει ότι τα δεδομένα είναι συμμετρικά κατανομημένα γύρω από τη μέση τιμή. Μία θετική τιμή ασυμμετρίας υποδεικνύει ότι τα δεδομένα παρουσιάζουν μακριά ουρά προς τα δεξιά. Αντίθετα, μία αρνητική τιμή ασυμμετρίας υποδεικνύει ότι τα δεδομένα παρουσιάζουν μακριά ουρά προς τα αριστερά. Η ασυμμετρία μπορεί να μας βοηθήσει να κατανοήσουμε το σχήμα της κατανομής και να εντοπίσουμε τυχόν ακραίες τιμές στα δεδομένα.

Η κύρτωση είναι ένα μέτρο της αιχμηρότητας μιας κατανομής στο κέντρο της. Δείχνει πόσο πολύ τα δεδομένα είναι συγκεντρωμένα γύρω από τη μέση τιμή και πως οι ουρές της κατανομής συγκρίνονται με μια κανονική κατανομή. Μία τιμή κύρτωσης ίση με μηδέν υποδηλώνει ότι η κατανομή έχει την ίδια περίπου αιχμηρότητα με μια κανονική κατανομή. Μία θετική τιμή κυρτότητας υποδεικνύει ότι η κατανομή είναι πιο αιχμηρή από μια κανονική κατανομή, με βαρύτερες ουρές. Αντίθετα, μία αρνητική τιμή κυρτότητας υποδεικνύει ότι η κατανομή είναι πιο επίπεδη από μια κανονική κατανομή,

με ελαφρύτερες ουρές. Η κύρτωση μπορεί να μας βοηθήσει να εντοπίσουμε αν τα δεδομένα περιέχουν ακραίες/απόμακρες παρατηρήσεις.

Στην παράγραφο αυτή θα αναλύσουμε την αντιστάθμιση (ανταλλαγή - trade-off) μεταξύ κινδύνου (τυπική απόκλιση) και απόδοσης (μέση τιμή), καθώς και μεταξύ ασυμμετρίας και κύρτωσης, χρησιμοποιώντας 10000 τιμές που δημιουργήθηκαν με προσομοίωση από συμμετρικές και ασύμμετρες θεωρητικές κατανομές (δείτε Πίνακα 2.1). Πιο συγκεκριμένα, οι τιμές προέρχονται από κανονικές, λογαριθμοκανονικές (θετικά ασύμμετρες) και βήτα (αρνητικά ασύμμετρες) κατανομές, όπως επίσης και από τις κατανομές Student's t, Cauchy και Weibull.

Το Σχήμα 2.1 απεικονίζει τη σχέση μεταξύ μέσης τιμής (απόδοσης, άξονας των  $x$ ) και της τυπικής απόκλισης (κινδύνου, άξονας των  $y$ ) για κάθε κατανομή. Στην περίπτωση της κανονικής κατανομής, αυτή η σχέση είναι ασήμαντη. Για τις ασύμμετρες κατανομές, τόσο η θετική όσο και η αρνητική ασυμμετρία δείχνουν το ίδιο πρόσημο σημαντικών συσχετίσεων μεταξύ μέσης τιμής και τυπικής απόκλισης (δείτε Πίνακα 2.1). Αυτό υποδηλώνει ότι η σχέση μεταξύ κινδύνου και απόδοσης εξαρτάται σε μεγάλο βαθμό από τις ιδιότητες της υποκείμενης κατανομής.

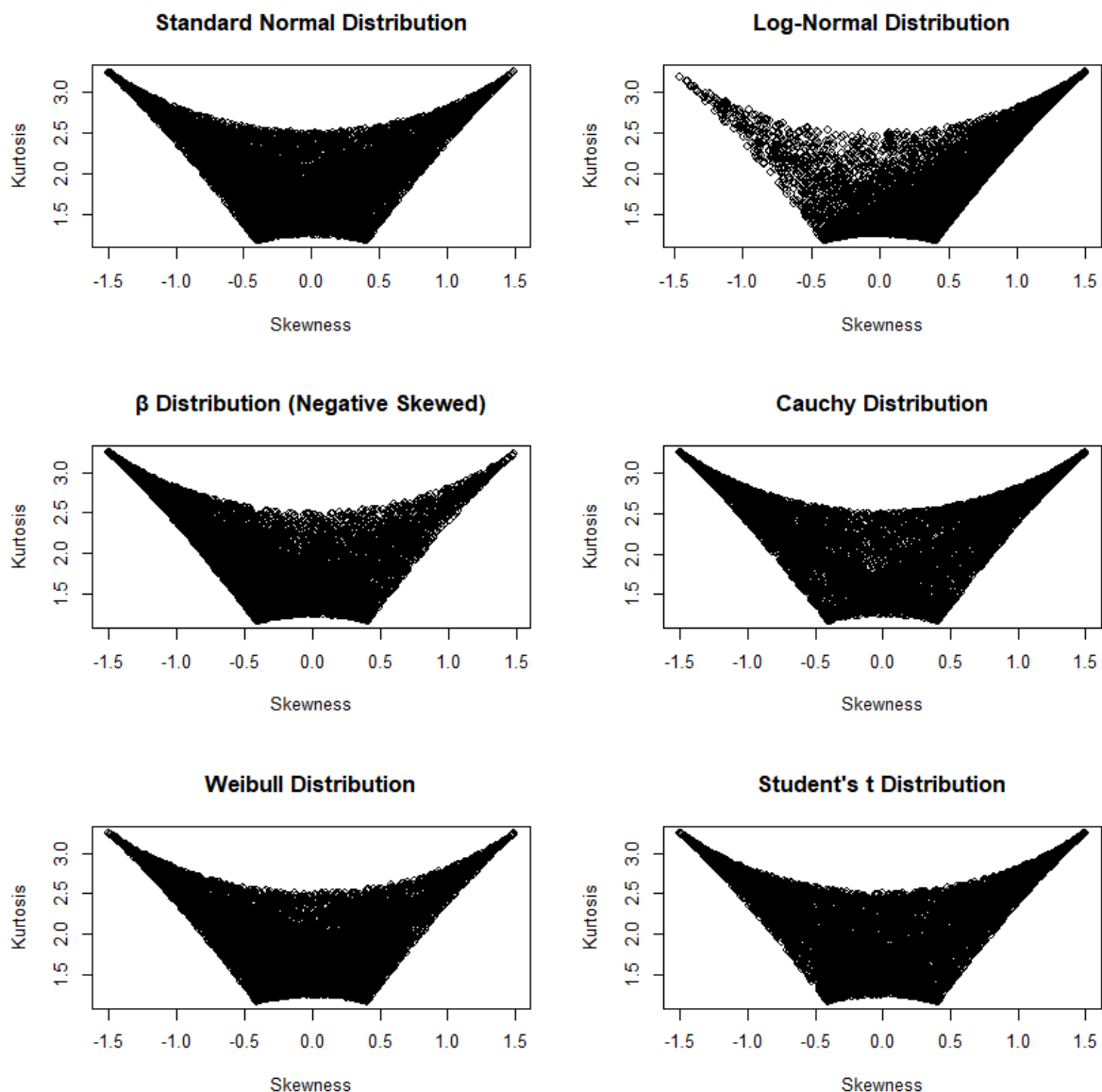


**Σχήμα 2.1:** Διάγραμμα διασποράς, απόδοσης και ρίσκου

Στις χρηματοπιστωτικές αγορές, η μεταβλητότητα αυξάνεται κατά τη διάρκεια περιόδων ασυνήθιστων γεγονότων, κάτι που υποδηλώνει και την αναποτελεσματικότητα της ροής των πληροφοριών. Καθώς αυξάνεται η μεταβλητότητα, οι επενδυτές μπορεί να παρατηρήσουν σήματα πέρα από τις υφιστάμενες πεποιθήσεις τους και αλλάζουν γρήγορα τις επενδυτικές τους αποφάσεις. Ωστόσο, όταν η μεταβλητότητα μειώνεται ή όταν φτάνουν καλά νέα στην αγορά, οι επενδυτές αντιδρούν αργά. Αυτό δείχνει ότι η ασυμμετρία αυξάνεται και η κύρτωση μειώνεται καθώς οι πληροφορίες γίνονται αναποτελεσματικές. Επιπλέον, γνωρίζουμε

ότι η ποιότητα των πληροφοριών διαφέρει από μετοχή σε μετοχή λόγω των διαφορών στη μεταβλητότητα.

Οι MacGillivray & Balanda (1988) δικαιολόγησαν την αλληλοσύνδεση της ασυμμετρίας, της αντι-ασυμμετρίας και της κύρτωσης, περιγράφοντάς τα συλλογικά όπως το σχήμα της κατανομής. Το Σχήμα 2.2 δείχνει τις δομές ασυμμετρίας/κύρτωσης για τις 6 επιλεγμένες κατανομές. Παρατηρούμε σε κάθε σχήμα την επίδραση του αντεστραμμένου «παπιγιόν».



**Σχήμα 2.2:** Διάγραμμα διασποράς, ασυμμετρίας και κύρτωσης

Ολοκληρώνοντας, η πρώτη στήλη του Πίνακα 2.1 παρέχει τους συντελεστές συσχέτισης μεταξύ ( $\alpha$ ) μέσης τιμής και τυπικής απόκλισης, και ( $\beta$ ) μεταξύ ασυμμετρίας και κύρτωσης για κάθε κατανομή που ενδέχεται να βοηθήσουν στη μοντελοποίηση των αποδόσεων μετοχών ή της μεταβλητότητας της αγοράς.

**Πίνακας 2.1:** Συσχετίσεις μεταξύ μέσης τιμής/τυπικής απόκλισης, ασυμμετρίας/κύρτωσης

Κατανομή	Μέση τιμή / Τυπική απόκλιση	Ασυμμετρία / Κύρτωση
$N(0,1)$	-0.0002662112	-0.007105546
$t_2$	0.231669	0.01063254
$Beta(10,2)$	-0.5316406	-0.4424014
$Log - Normal (0,1)$	0.8898055	0.7524771
$Cauchy(0,1)$	-0.7223823	-0.009738481
$Weibull(1,5)$	-0.1588358	-0.1003956

# ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

## Εφαρμογές

### 3.1 Εισαγωγή

Σε αυτή την ενότητα θα εφαρμόσουμε έννοιες και τεχνικές του στατιστικού ελέγχου διεργασιών στο χρηματοοικονομικό κλάδο. Η πρώτη εφαρμογή αφορά τα διαγράμματα ελέγχου CUSUM, η οποία επικεντρώνεται στην ανίχνευση μεταβολών του χρηματιστηριακού δείκτη FTSE 100 με σκοπό την αγορά και πώληση μετοχών για την επίτευξη κέρδους με τεχνικές κανόνων φίλτρου συναλλαγών. Η ανάλυση αυτή βασίζεται σε δεδομένα του χρηματιστηριακού δείκτη FTSE 100 που καλύπτουν την περίοδο 2 Απριλίου 1984 έως 29 Απριλίου 2004. Σκοπός είναι να παρουσιαστεί η λειτουργία της μεθόδου CUSUM μέσω παραδειγμάτων και να εξεταστεί η επίδραση των παραμέτρων σχεδιασμού, όπως η τιμή αναφοράς  $k$  και το διάστημα απόφασης  $h$ , στο τελικό αποτέλεσμα των συναλλαγών μας. Θα εξεταστούν διάφορα σενάρια σχετικά με την επίδραση των τιμών  $k$  και  $h$  στους κύκλους συναλλαγών που προκύπτουν σε τρία διαφορετικά σενάρια. Σε αυτούς τους κύκλους συναλλαγών υπολογίζονται το συνολικό και το ημερήσιο κέρδος, με και χωρίς τέλη συναλλαγών, ενώ έπειτα η μελέτη προχωράει με την ανάλυση των συνολικών δεδομένων για τη διερεύνηση της επίδρασης της τιμής του  $k$ . Θα παρουσιαστούν επίσης ανάλογα αποτελέσματα και από δείκτες άλλων αγορών.

Η δεύτερη εφαρμογή αφορά διαδικασίες Shewhart στην ανάλυση της μεταβλητότητας των χρηματιστηριακών αγορών προκειμένου να κατανοήσουμε τους παράγοντες που επηρεάζουν τις αποδόσεις μετοχών και δεικτών. Με βάση τα αποτελέσματα που παρουσιάζονται τα οποία αφορούν κυρίως αντισταθμίσεις μέσης



τιμής και τυπικής απόκλισης, όπως και ασυμμετρίας και κύρτωσης, παρέχονται στους επενδυτές πολύτιμες πληροφορίες για την επιλογή του κατάλληλου χαρτοφυλακίου.

Τέλος, η χρήση των μεθοδολογιών που διαχωρίζουν τις κοινές και ειδικές αιτίες είναι ζωτικής σημασίας για τη διαχείριση της μεταβλητότητας στις αγορές, καθώς αποδεικνύεται ότι τέτοιες προσεγγίσεις μπορούν να συμβάλουν στη μείωση της βραχυπρόθεσμης μεταβλητότητας χωρίς να διαταράσσουν τη συνολική ρευστότητα της αγοράς. Οι τεχνικές Shewhart που χρησιμοποιούνται σε αυτή την ανάλυση προσφέρουν ένα ισχυρό εργαλείο για τη διάκριση της μεταβλητότητας, βελτιώνοντας την κατανόηση της συμπεριφοράς των μετοχών και των δεικτών στις χρηματοοικονομικές αγορές.

### **3.2 Εφαρμογή διαγραμμάτων ελέγχου CUSUM**

Η ακόλουθη εφαρμογή των διαγραμμάτων CUSUM αφορά στην πρόβλεψη αλλαγών καθεστώτος (regime shifts) στους χρηματιστηριακούς δείκτες. Ο δείκτης αναφοράς που θα μελετηθεί σε αυτή την εφαρμογή είναι ο FTSE 100 (Financial Times Stock Exchange 100 Index), που είναι ο πιο γνωστός χρηματιστηριακός δείκτης του Ηνωμένου Βασιλείου. Αποτελείται από τα 100 blue chips με την υψηλότερη κεφαλαιοποίηση που είναι εισηγμένα στο Χρηματιστήριο του Λονδίνου.

Ένα χαρτοφυλάκιο είναι μια συλλογή επενδύσεων που ανήκουν όλα στο ίδιο άτομο ή οργάνωση. Σε όρους χρηματιστηριακής αγοράς, ένα χαρτοφυλάκιο σημαίνει μια λίστα με μετοχές που έχει επιλέξει ο επενδυτής. Όταν αγοράζει ή πουλάει τις μετοχές, πρέπει να πληρώσει τα έξοδα συναλλαγών, επομένως έχει νόημα να ληφθούν υπόψη τα έξοδα συναλλαγών κατά τη μελέτη του χαρτοφυλακίου και του δείκτη. Τα δεδομένα που έχουμε χρησιμοποιήσει αφορούν τιμές του δείκτη FTSE 100 την περίοδο 2 Απριλίου 1984 έως 29 Απριλίου 2004 και έχουν μελετηθεί από τους Yi et al. (2006). Η επίδειξη της μεθόδου (κανόνας συναλλαγών με φίλτρο) θα δοθεί μέσω τριών παραδειγμάτων που χρησιμοποιούν περιορισμένο πλήθος δεδομένων, ενώ στο τέλος θα αναφερθούμε σε αποτελέσματα που αφορούν το σύνολο των δεδομένων.

Αρχικά θα μελετήσουμε τα δεδομένα που αφορούν την περίοδο 23 Ιουλίου 1984 έως 24 Αυγούστου 1984, δηλαδή μια περίοδο 25 ημερών. Στον Πίνακα 3.1 και ειδικότερα στη δεύτερη στήλη δίνονται οι ημερήσιες τιμές κλεισίματος  $x_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, 25$ , του δείκτη. Στο Σχήμα 3.1 δίνεται μια γραφική παράστασή τους. Υπολογίζουμε τις ποσότητες

$$r_i = \log \frac{x_i}{x_{i-1}}, i = 2, 3, \dots,$$

$$y_i = r_i - k, i = 2, 3, \dots,$$

$$C_i = \max(C_{i-1} + y_i, 0), i = 1, 2, 3, \dots,$$

$$C'_i = \min(C'_{i-1} + y_i, 0), i = 1, 2, 3, \dots,$$

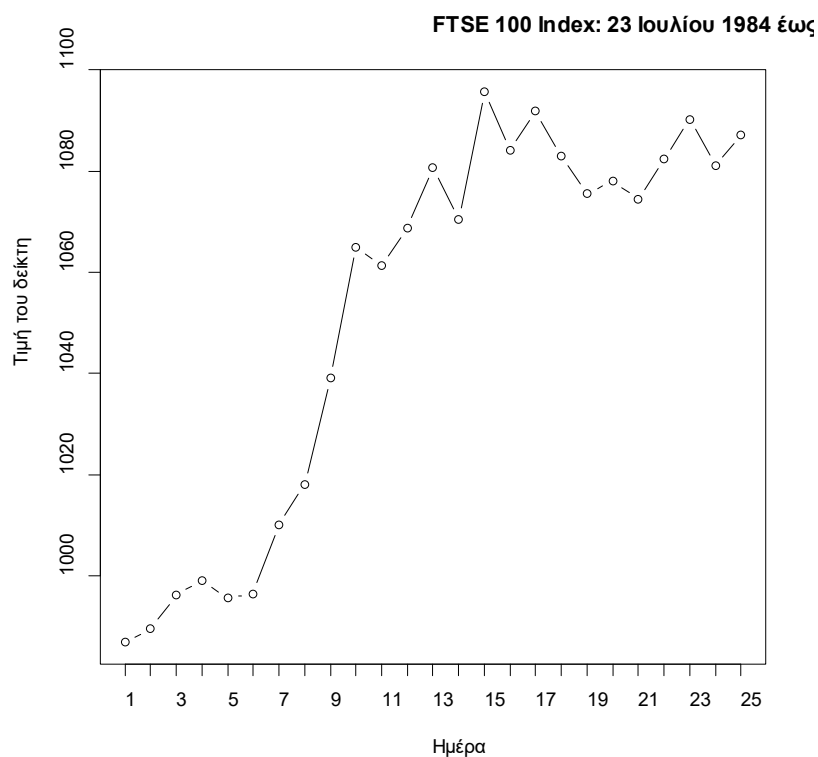
όπου  $C_0 = 0$  και  $C'_0 = 0$ .

Ως τιμή για το  $k$ , που δηλώνει την τιμή αναφοράς της διαδικασίας CUSUM, επιλέχθηκε η τιμή  $k = 0.003$ . Γενικά η τιμή του  $k$  μπορεί να τεθεί σε οποιοδήποτε επίπεδο (Lam&Yam (1997)). Επίσης, για την τιμή του διαστήματος απόφασης  $h$  έχουν προταθεί οι τιμές  $10k, 20k, 30k$ , κλπ. Στο πρώτο μας παράδειγμα χρησιμοποιήθηκε η τιμή  $h = 10k = 0.03$ .

**Πίνακας 3.1:** Παράδειγμα εφαρμογής διαδικασίας CUSUM για ένα κύκλο συναλλαγών ( $h = 0.03$ )

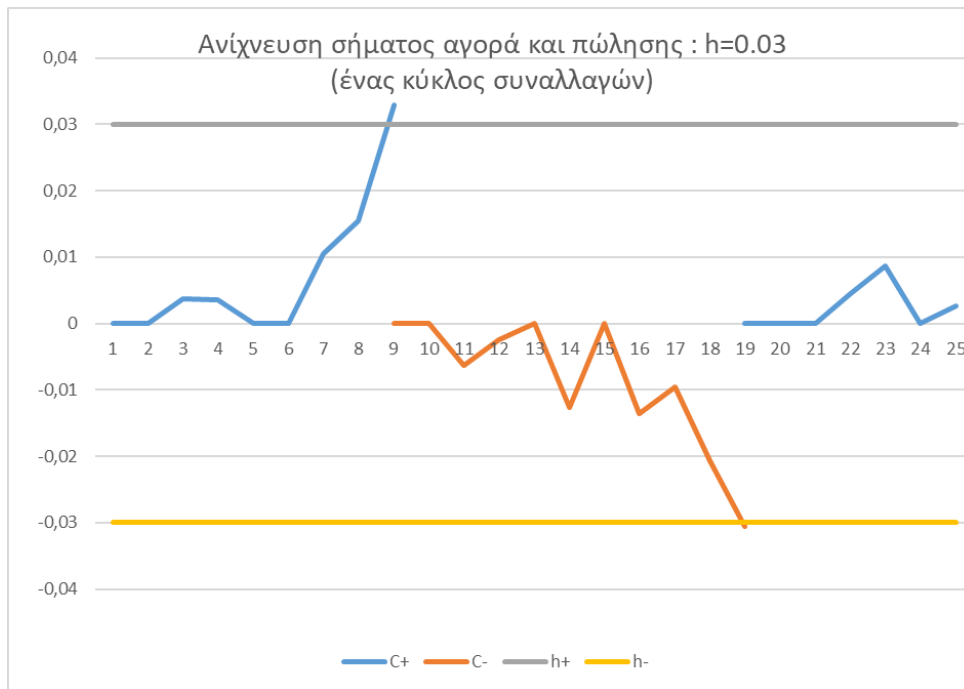
Ημέρα( $i$ )	Τιμή κλεισίματος( $x_i$ )	$r_i$	$y_i$	$C_i$ (C+)	$C'_i$ (C-)
1	986.90			0	-
2	989.60	0.002732	-0.00027	0	-
3	996.20	0.006647	0.003647	0.003647	-
4	999.10	0.002907	-9.3E-05	0.003554	-
5	995.60	-0.00351	-0.00651	0	-
6	996.50	0.000904	-0.0021	0	-
7	1010.10	0.013555	0.010555	0.010555	-
8	1018.10	0.007889	0.004889	0.015444	-
9	1039.10	0.020417	0.017417	0.032861	0
10	1065.00	0.02462	0.02162	-	0
11	1061.40	-0.00339	-0.00639	-	-0.00639
12	1068.70	0.006854	0.003854	-	-0.00253
13	1080.70	0.011166	0.008166	-	0
14	1070.40	-0.00958	-0.01258	-	-0.01258
15	1095.70	0.023361	0.020361	-	0
16	1084.10	-0.01064	-0.01364	-	-0.01364

17	1091.80	0.007078	0.004078	-	-0.00957
18	1082.90	-0.00819	-0.01119	-	-0.02075
19	1075.60	-0.00676	-0.00976	0	-0.03051
20	1078.00	0.002229	-0.00077	0	-
21	1074.40	-0.00335	-0.00635	0	-
22	1082.40	0.007418	0.004418	0.004418	-
23	1090.20	0.00718	0.00418	0.008599	-
24	1081.10	-0.00838	-0.01138	0	-
25	1087.20	0.005627	0.002627	0.002627	-



**Σχήμα 3.1:** Τιμές κλεισίματος του δείκτη FTSE 100: 23/07/1984 – 24/08/1984

Χρησιμοποιώντας τα δεδομένα από τον Πίνακα 3.1 κατασκευάζουμε το ακόλουθο διάγραμμα CUSUM για την ανίχνευση σημάτων αγοράς/πώλησης.



**Σχήμα 3.2:** Ανίχνευση σήματος αγοράς/πώλησης σε ένα κύκλο συναλλαγών ( $h = 0.03$ )

Ένας κύκλος συναλλαγών ξεκινά όταν

$$C_i \geq h.$$

Στη δική μας περίπτωση όταν

$$C_i \geq 0.03$$

το οποίο ισχύει για το  $C_9$ . Συνεπώς ο κύκλος συναλλαγών ξεκινά τη 10<sup>η</sup> ημέρα.

Ο κύκλος συναλλαγών διακόπτεται όταν

$$C'_i \leq -h.$$

Στη δική μας περίπτωση όταν

$$C'_i \leq -0.03$$

το οποίο ισχύει για το  $C_{19}$ . Συνεπώς ο κύκλος συναλλαγών διακόπτεται την 20<sup>η</sup> ημέρα.

Έτσι ο πρώτος κύκλος συναλλαγών διαρκεί 10 ημέρες από την 10<sup>η</sup> ημέρα έως την 20<sup>η</sup> ημέρα. Σημειώνεται πως ο επόμενος κύκλος συναλλαγών δεν ξεκινάει αμέσως μετά, αλλά από τη στιγμή που θα έχουμε υπερβεί ξανά το ανώτατο όριο  $h$ .

Με την πάροδο ενός κύκλου συναλλαγών μπορεί να υπολογιστεί το συνολικό κέρδος (TP) και το ημερήσιο κέρδος (DP). Στην περίπτωση μας έχουμε  $n = 10$ ,  $m = 20$  και  $D = m - n = 10$ , οπότε

$$TP = \frac{SP}{BP} = \frac{x_{20}}{x_{10}} = \frac{1078.00}{1065.00} = 1.0122$$

και

$$DP = \frac{TP - 1}{D} = \frac{0.0122}{10} = 0.00122.$$

Προφανώς αν  $TP < 1$  υπάρχει απώλεια χρημάτων. Επίσης αν  $DP < 0$ , τότε υπάρχει απώλεια χρημάτων σε μέσους όρους.

Στην περίπτωση που υπάρχουν τέλη (προμήθεια) συναλλαγής, για παράδειγμα ύψους  $a = 0.75\%$ , τότε το συνολικό και το ημερήσιο κέρδος της διαδικασίας CUSUM είναι

$$TP' = \frac{SP}{BP} \cdot (1 - a)^2 = 0.9971$$

και

$$DP' = \frac{TP' - 1}{D} = -0.000292.$$

Στο δεύτερο παράδειγμα θα μελετήσουμε τα ίδια δεδομένα που ξεκινούν στις 23 Ιουλίου 1984, έως ότου συμπληρωθούν 2 κύκλοι συναλλαγών. Οι υπολογισμοί για τη συμπλήρωση των 2 κύκλων συναλλαγών δίνονται στον Πίνακα 3.2 και το σχετικό διάγραμμα CUSUM στο Σχήμα 3.3.

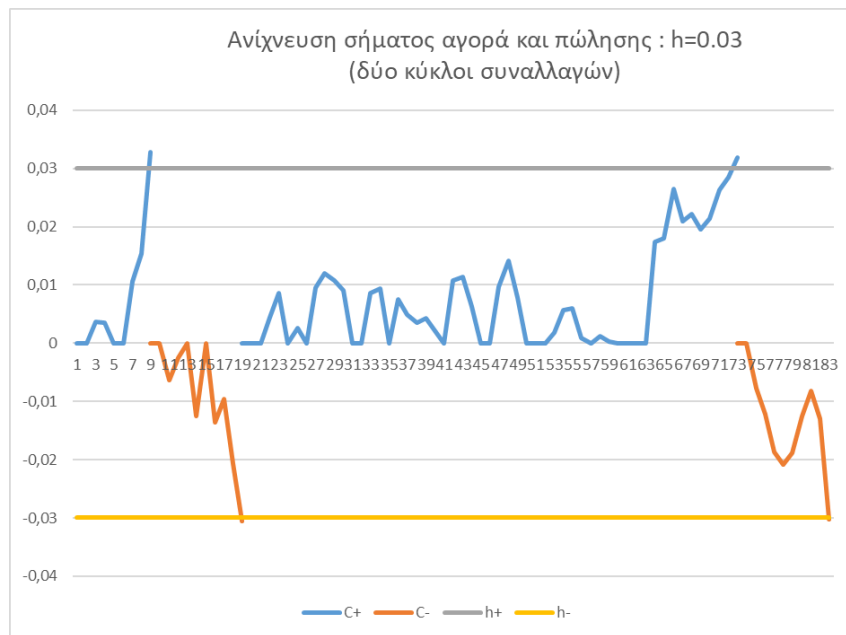
**Πίνακας 3.2:** Παράδειγμα εφαρμογής διαδικασίας CUSUM για δύο κύκλους συναλλαγών ( $h = 0.03$ )

Ημέρα( $i$ )	Τιμή κλεισίματος ( $x_i$ )	$r_i$	$y_i$	$C_i$ (C+)	$C'_i$ (C-)
1	986.90			0	-
2	989.60	0.002732	-0.00027	0	-
3	996.20	0.006647	0.003647	0.003647	-
4	999.10	0.002907	-9.3E-05	0.003554	-
5	995.60	-0.00351	-0.00651	0	-

6	996.50	0.000904	-0.0021	0	-
7	1010.10	0.013555	0.010555	0.010555	-
8	1018.10	0.007889	0.004889	0.015444	-
9	1039.10	0.020417	0.017417	0.032861	0
10	1065.00	0.02462	0.02162	-	0
11	1061.40	-0.00339	-0.00639	-	-0.00639
12	1068.70	0.006854	0.003854	-	-0.00253
13	1080.70	0.011166	0.008166	-	0
14	1070.40	-0.00958	-0.01258	-	-0.01258
15	1095.70	0.023361	0.020361	-	0
16	1084.10	-0.01064	-0.01364	-	-0.01364
17	1091.80	0.007078	0.004078	-	-0.00957
18	1082.90	-0.00819	-0.01119	-	-0.02075
19	1075.60	-0.00676	-0.00976	0	-0.03051
20	1078.00	0.002229	-0.00077	0	-
21	1074.40	-0.00335	-0.00635	0	-
22	1082.40	0.007418	0.004418	0.004418	-
23	1090.20	0.00718	0.00418	0.008599	-
24	1081.10	-0.00838	-0.01138	0	-
25	1087.20	0.005627	0.002627	0.002627	-
26	1082.30	-0.00452	-0.00752	0	-
27	1096.00	0.012579	0.009579	0.009579	-
28	1101.90	0.005369	0.002369	0.011948	-
29	1103.90	0.001813	-0.00119	0.010761	-
30	1105.30	0.001267	-0.00173	0.009028	-
31	1083.70	-0.01974	-0.02274	0	-
32	1082.60	-0.00102	-0.00402	0	-
33	1095.30	0.011663	0.008663	0.008663	-
34	1099.30	0.003645	0.000645	0.009308	-
35	1091.60	-0.00703	-0.01003	0	-
36	1103.10	0.01048	0.00748	0.00748	-
37	1103.50	0.000363	-0.00264	0.004842	-
38	1105.30	0.00163	-0.00137	0.003472	-
39	1109.60	0.003883	0.000883	0.004355	-
40	1110.50	0.000811	-0.00219	0.002166	-
41	1109.90	-0.00054	-0.00354	0	-
42	1125.20	0.013691	0.010691	0.010691	-

43	1129.30	0.003637	0.000637	0.011328	-
44	1127.00	-0.00204	-0.00504	0.006289	-
45	1122.10	-0.00436	-0.00736	0	-
46	1121.20	-0.0008	-0.0038	0	-
47	1135.50	0.012674	0.009674	0.009674	-
48	1144.10	0.007545	0.004545	0.014219	-
49	1140.30	-0.00333	-0.00633	0.007892	-
50	1127.70	-0.01111	-0.01411	0	-
51	1119.20	-0.00757	-0.01057	0	-
52	1122.10	0.002588	-0.00041	0	-
53	1127.50	0.004801	0.001801	0.001801	-
54	1135.20	0.006806	0.003806	0.005607	-
55	1139.00	0.003342	0.000342	0.005949	-
56	1136.60	-0.00211	-0.00511	0.000839	-
57	1136.50	-8.8E-05	-0.00309	0	-
58	1141.30	0.004215	0.001215	0.001215	-
59	1143.70	0.002101	-0.0009	0.000315	-
60	1146.00	0.002009	-0.00099	0	-
61	1124.50	-0.01894	-0.02194	0	-
62	1099.80	-0.02221	-0.02521	0	-
63	1088.90	-0.00996	-0.01296	0	-
64	1111.30	0.020362	0.017362	0.017362	-
65	1115.40	0.003683	0.000683	0.018045	-
66	1128.30	0.011499	0.008499	0.026544	-
67	1125.40	-0.00257	-0.00557	0.020971	-
68	1130.10	0.004168	0.001168	0.022138	-
69	1130.50	0.000354	-0.00265	0.019492	-
70	1136.10	0.004941	0.001941	0.021433	-
71	1145.20	0.007978	0.004978	0.026411	-
72	1151.00	0.005052	0.002052	0.028463	-
73	1158.40	0.006409	0.003409	0.031872	0
74	1168.60	0.008767	0.005767	-	0
75	1163.10	-0.00472	-0.00772	-	-0.00772
76	1161.40	-0.00146	-0.00446	-	-0.01218
77	1157.30	-0.00354	-0.00654	-	-0.01872
78	1158.30	0.000864	-0.00214	-	-0.02085
79	1164.20	0.005081	0.002081	-	-0.01877

80	1175.10	0.009319	0.006319	-	-0.01245
81	1183.70	0.007292	0.004292	-	-0.00816
82	1181.50	-0.00186	-0.00486	-	-0.01302
83	1164.90	-0.01415	-0.01715	0	-0.03017
84	1173.5				



**Σχήμα 3.3:** Ανίχνευση σημάτων αγοράς/πώλησης σε δύο κύκλους συναλλαγών ( $h = 0.03$ )

Συνολικά χρειάζονται 84 ημέρες (τιμές κλεισίματος του δείκτη). Για τον πρώτο κύκλο συναλλαγών δεν έχουμε κάποια διαφορά. Έτσι ο πρώτος κύκλος συναλλαγών διαρκεί 10 ημέρες από την 10<sup>η</sup> ημέρα έως την 20<sup>η</sup> ημέρα. Σημειώνεται πως ο επόμενος κύκλος συναλλαγών δεν ξεκινάει αμέσως μετά, αλλά από τη στιγμή που θα έχουμε υπερβεί ξανά το διάστημα απόφασης  $h = 0.03$ . Παρατηρούμε ότι αυτός ξεκινά την 74<sup>η</sup> ημέρα και ολοκληρώνεται την 84<sup>η</sup> ημέρα.

Για τον πρώτο κύκλο συναλλαγών έχουμε  $n_1 = 10, m_1 = 20$  και  $D_1 = m_1 - n_1 = 10$ . Για το δεύτερο κύκλο συναλλαγών έχουμε  $n_2 = 74, m_2 = 84$  και  $D_2 = m_2 - n_2 = 10$ . Για το συνολικό κέρδος κάθε κύκλου έχουμε

$$TP_1 = \frac{SP_1}{BP_1} = \frac{x_{20}}{x_{10}} = \frac{1078.00}{1065.00} = 1.0122,$$



$$TP_2 = \frac{SP_2}{BP_2} = \frac{x_{84}}{x_{74}} = \frac{1173.50}{1168.60} = 1.00419,$$

οπότε

$$TP = TP_1 \cdot TP_2 = 1.01645.$$

Για το ημερήσιο κέρδος έχουμε

$$DP = \frac{TP - 1}{D_1 + D_2} = \frac{0.01645}{20} = 0.0008225.$$

Στην περίπτωση που υπάρχουν τέλη ύψους  $a = 0.75\%$ , τότε το συνολικό και το ημερήσιο κέρδος της διαδικασίας CUSUM είναι

$$TP' = TP \cdot (1 - a)^4 = 0.9863$$

και

$$DP' = \frac{TP' - 1}{D_1 + D_2} = -0.000685.$$

Σαν τρίτο παράδειγμα θα μελετήσουμε τα δεδομένα που δόθηκαν στον Πίνακα 3.2, αλλά τώρα προκειμένου να διερευνηθεί η επίδραση της παραμέτρου σχεδιασμού  $k$  του διαγράμματος CUSUM θα εξετάσουμε την περίπτωση μικρότερης τιμής του  $k$ . Πιο συγκεκριμένα θα χρησιμοποιηθεί η τιμή  $k = 0.002$  (αντί της  $k = 0.003$ ). Επίσης, για την τιμή του διαστήματος απόφασης  $h$  θα χρησιμοποιηθεί, όπως και πριν η τιμή  $10k$ , οπότε  $h = 10k = 0.02$ . Έτσι έχουμε μειωμένη τιμή και για το  $h$  που συνεπάγεται περισσότερους κύκλους συναλλαγών. Πράγματι από τον Πίνακα 3.3 φαίνεται να υπάρχουν τώρα 3 κύκλοι συναλλαγών, αντί δύο.

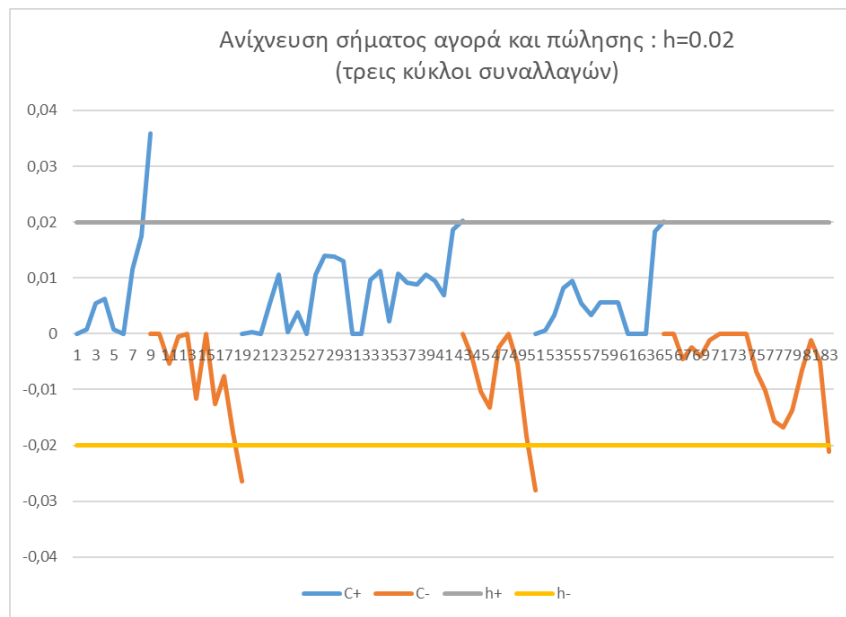
**Πίνακας 3.3:** Παράδειγμα εφαρμογής διαδικασίας CUSUM για  $h = 0.02$

Ημέρα( $i$ )	Τιμή κλεισίματος ( $x_i$ )	$r_i$	$y_i$	$C_i$ (C+)	$C'_i$ (C-)
1	986.90			0	-
2	989.60	0.002732	0.000732	0.000732	-
3	996.20	0.006647	0.004647	0.005379	-
4	999.10	0.002907	0.000907	0.006286	-

5	995.60	-0.00351	-0.00551	0.000777	-
6	996.50	0.000904	-0.0011	0	-
7	1010.10	0.013555	0.011555	0.011555	-
8	1018.10	0.007889	0.005889	0.017444	-
9	1039.10	0.020417	0.018417	0.035861	0
10	1065.00	0.02462	0.02262	-	0
11	1061.40	-0.00339	-0.00539	-	-0.00539
12	1068.70	0.006854	0.004854	-	-0.00053
13	1080.70	0.011166	0.009166	-	0
14	1070.40	-0.00958	-0.01158	-	-0.01158
15	1095.70	0.023361	0.021361	-	0
16	1084.10	-0.01064	-0.01264	-	-0.01264
17	1091.80	0.007078	0.005078	-	-0.00757
18	1082.90	-0.00819	-0.01019	-	-0.01775
19	1075.60	-0.00676	-0.00876	0	-0.02651
20	1078.00	0.002229	0.000229	0.000229	-
21	1074.40	-0.00335	-0.00535	0	-
22	1082.40	0.007418	0.005418	0.005418	-
23	1090.20	0.00718	0.00518	0.010599	-
24	1081.10	-0.00838	-0.01038	0.000217	-
25	1087.20	0.005627	0.003627	0.003843	-
26	1082.30	-0.00452	-0.00652	0	-
27	1096.00	0.012579	0.010579	0.010579	-
28	1101.90	0.005369	0.003369	0.013948	-
29	1103.90	0.001813	-0.00019	0.013761	-
30	1105.30	0.001267	-0.00073	0.013028	-
31	1083.70	-0.01974	-0.02174	0	-
32	1082.60	-0.00102	-0.00302	0	-
33	1095.30	0.011663	0.009663	0.009663	-
34	1099.30	0.003645	0.001645	0.011308	-
35	1091.60	-0.00703	-0.00903	0.002279	-
36	1103.10	0.01048	0.00848	0.010759	-
37	1103.50	0.000363	-0.00164	0.009121	-
38	1105.30	0.00163	-0.00037	0.008751	-
39	1109.60	0.003883	0.001883	0.010634	-
40	1110.50	0.000811	-0.00119	0.009445	-
41	1109.90	-0.00054	-0.00254	0.006904	-

42	1125.20	0.013691	0.011691	0.018595	-
43	1129.30	0.003637	0.001637	0.020232	0
44	1127.00	-0.00204	-0.00404	-	-0.00404
45	1122.10	-0.00436	-0.00636	-	-0.0104
46	1121.20	-0.0008	-0.0028	-	-0.0132
47	1135.50	0.012674	0.010674	-	-0.00252
48	1144.10	0.007545	0.005545	-	0
49	1140.30	-0.00333	-0.00533	-	-0.00533
50	1127.70	-0.01111	-0.01311	-	-0.01844
51	1119.20	-0.00757	-0.00957	0	-0.028
52	1122.10	0.002588	0.000588	0.000588	-
53	1127.50	0.004801	0.002801	0.003389	-
54	1135.20	0.006806	0.004806	0.008195	-
55	1139.00	0.003342	0.001342	0.009537	-
56	1136.60	-0.00211	-0.00411	0.005427	-
57	1136.50	-8.8E-05	-0.00209	0.003339	-
58	1141.30	0.004215	0.002215	0.005554	-
59	1143.70	0.002101	0.000101	0.005654	-
60	1146.00	0.002009	9E-06	0.005663	-
61	1124.50	-0.01894	-0.02094	0	-
62	1099.80	-0.02221	-0.02421	0	-
63	1088.90	-0.00996	-0.01196	0	-
64	1111.30	0.020362	0.018362	0.018362	-
65	1115.40	0.003683	0.001683	0.020045	0
66	1128.30	0.011499	0.009499	-	0
67	1125.40	-0.00257	-0.00457	-	-0.00457
68	1130.10	0.004168	0.002168	-	-0.00241
69	1130.50	0.000354	-0.00165	-	-0.00405
70	1136.10	0.004941	0.002941	-	-0.00111
71	1145.20	0.007978	0.005978	-	0
72	1151.00	0.005052	0.003052	-	0
73	1158.40	0.006409	0.004409	-	0
74	1168.60	0.008767	0.006767	-	0
75	1163.10	-0.00472	-0.00672	-	-0.00672
76	1161.40	-0.00146	-0.00346	-	-0.01018
77	1157.30	-0.00354	-0.00554	-	-0.01572
78	1158.30	0.000864	-0.00114	-	-0.01685

79	1164.20	0.005081	0.003081	-	-0.01377
80	1175.10	0.009319	0.007319	-	-0.00645
81	1183.70	0.007292	0.005292	-	-0.00116
82	1181.50	-0.00186	-0.00386	-	-0.00502
83	1164.90	-0.01415	-0.01615	0	-0.02117
84	1173.5				



**Σχήμα 3.4:** Ανίχνευση σημάτων αγοράς/πώλησης σε τρεις κύκλους συναλλαγών ( $h = 0.02$ )

Ο πρώτος κύκλος συναλλαγών διαρκεί 10 ημέρες από την 10<sup>η</sup> ημέρα έως την 20<sup>η</sup> ημέρα. Σημειώνεται πως ο επόμενος κύκλος συναλλαγών δεν ξεκινάει αμέσως μετά, αλλά από τη στιγμή που θα έχουμε υπερβεί ξανά το διάστημα απόφασης  $h = 0.02$ . Παρατηρούμε ότι αυτός ξεκινά την 44<sup>η</sup> ημέρα και ολοκληρώνεται την 53<sup>η</sup> ημέρα. Επίσης ο τρίτος κύκλος συναλλαγών ξεκινά την 66<sup>η</sup> ημέρα και ολοκληρώνεται την 84<sup>η</sup> ημέρα.

Για τον πρώτο κύκλο συναλλαγών έχουμε  $n_1 = 10, m_1 = 20$  και  $D_1 = m_1 - n_1 = 10$ . Για το δεύτερο κύκλο συναλλαγών έχουμε  $n_2 = 44, m_2 = 52$  και  $D_2 = m_2 - n_2 = 8$ . Για τον τρίτο κύκλο συναλλαγών έχουμε  $n_3 = 66, m_3 = 84$  και  $D_3 = m_3 - n_3 = 18$ . Για το συνολικό κέρδος κάθε κύκλου έχουμε

$$TP_1 = \frac{SP_1}{BP_1} = \frac{x_{20}}{x_{10}} = \frac{1078.00}{1065.00} = 1.0122,$$

$$TP_2 = \frac{SP_2}{BP_2} = \frac{x_{52}}{x_{44}} = \frac{1122.10}{1127.00} = 0.9957,$$

$$TP_3 = \frac{SP_3}{BP_3} = \frac{x_{84}}{x_{66}} = \frac{1173.50}{1128.3} = 1.0401,$$

οπότε

$$TP = TP_1 \cdot TP_2 \cdot TP_3 = 1.0482.$$

Για το ημερήσιο κέρδος έχουμε

$$DP = \frac{TP - 1}{D_1 + D_2 + D_3} = \frac{0.0482}{36} = 0.001338.$$

Στην περίπτωση που υπάρχουν τέλη ύψους  $a = 0.75\%$ , τότε το συνολικό και το ημερήσιο κέρδος της διαδικασίας CUSUM είναι

$$TP' = TP \cdot (1 - a)^6 = 1.001886$$

και

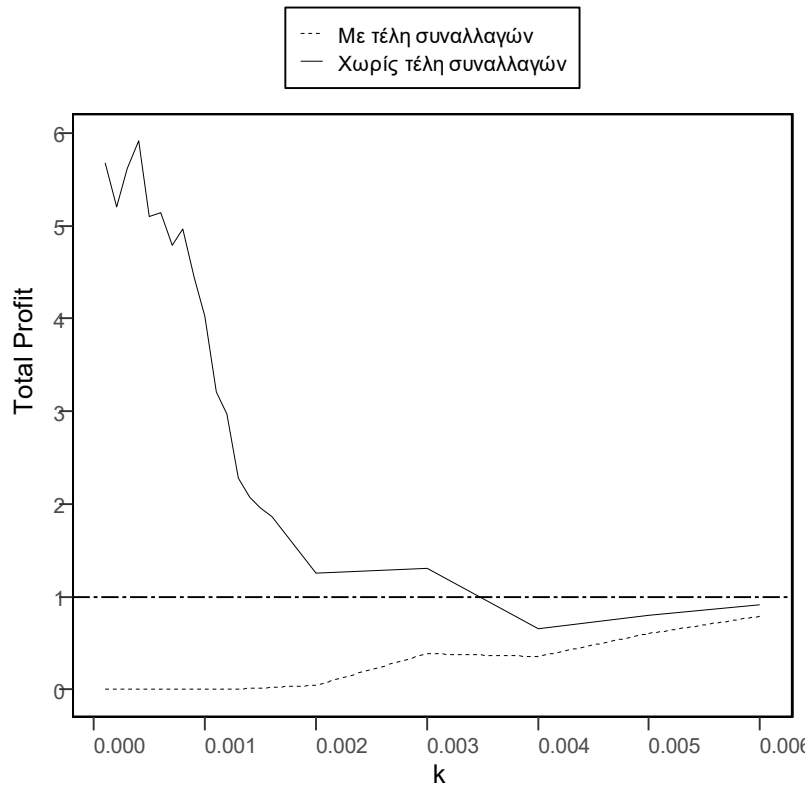
$$DP' = \frac{TP' - 1}{D_1 + D_2 + D_3} = 0.00005239.$$

Ο Πίνακας 3.4 (δείτε Yi et al. (2006)) μας δίνει το ημερήσιο και το συνολικό κέρδος χωρίς αλλά και με τέλη συναλλαγών για 21 διαφορετικές τιμές  $k$  (στο σύνολο όλων των διαθέσιμων δεδομένων). Στον πίνακα αυτόν παρατηρούμε ότι το συνολικό κέρδος με αλλά και χωρίς τα τέλη συναλλαγών για όλες τις τιμές του  $k$ , είναι θετικό, το ίδιο όμως δεν ισχύει και για το ημερήσιο κέρδος, το οποίο συμπεριλαμβανομένων των τελών των συναλλαγών, είναι αρνητικό για όλες τις τιμές του  $k$ , όπως επίσης και χωρίς τέλη συναλλαγών, για  $k$  μεγαλύτερο του 0.004. Χωρίς τα τέλη συναλλαγών το πιο επικερδές σενάριο είναι αυτό με  $k = 0.0004$  και  $h = 0.004$  με συνολικό κέρδος 5.91454. Ωστόσο με τέλη συναλλαγών πέφτει στα  $2.08 \times 10^{-5}$ , γεγονός που οφείλεται στο μεγάλο πλήθος των κύκλων συναλλαγών (834).

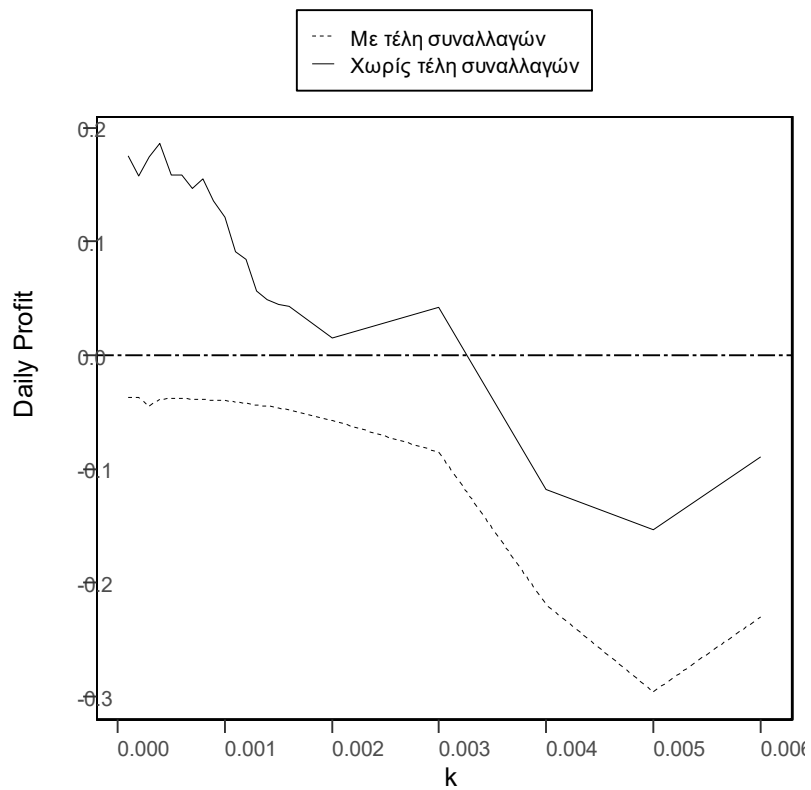
**Πίνακας 3.4:** Ημερήσιο και συνολικό κέρδος, χωρίς και με τέλη συναλλαγών, για 21 διαφορετικές τιμές  $k$  του δείκτη FTSE 100.

$k$	Ημερήσιο κέρδος χωρίς τέλη συναλλαγών (%)	Συνολικό κέρδος χωρίς τέλη συναλλαγών	Ημερήσιο κέρδος με τέλη συναλλαγών (%)	Συνολικό κέρδος με τέλη συναλλαγών	Αριθμός κύκλων
0.0001	0.175162	5.67856	-0.0374	$2 \times 10^{-7}$	1155
0.0002	0.157204	5.19891	-0.0374	$8 \times 10^{-7}$	1044
0.0003	0.174531	5.6146	-0.0444	$4.5 \times 10^{-6}$	933
0.0004	0.186016	5.91454	-0.0385	$2.08 \times 10^{-5}$	834
0.0005	0.158285	5.10273	-0.0379	5.81E-05	756
0.0006	0.158349	5.13607	-0.0383	0.000201	674
0.0007	0.146787	4.7871	-0.0387	0.000436	618
0.0008	0.154886	4.96507	-0.0391	0.001166	555
0.0009	0.135334	4.43748	-0.0393	0.00218	506
0.0010	0.121396	4.02154	-0.0399	0.003718	464
0.0011	0.090862	3.21159	-0.041	0.004665	434
0.0012	0.083887	2.97219	-0.0423	0.007423	398
0.0013	0.056598	2.27968	-0.0439	0.008421	372
0.0014	0.048748	2.06904	-0.045	0.011651	344
0.0015	0.044789	1.95625	-0.0461	0.015575	321
0.0016	0.04274	1.86762	-0.0482	0.021022	298
...	...	...	...	...	...
0.002	0.015097	1.25334	-0.0569	0.044973	221
0.003	0.042274	1.30521	-0.0851	0.385499	81
0.004	-0.11783	0.65476	-0.219	0.358526	40
0.005	-0.15294	0.79812	-0.296	0.608648	18
0.006	-0.08902	0.91899	-0.23	0.790532	10

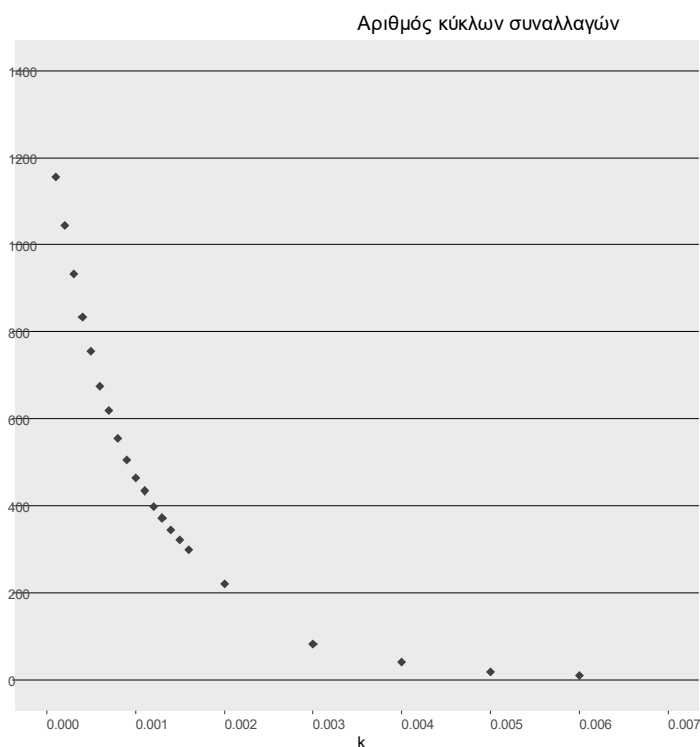
Τα αποτελέσματα του Πίνακα 3.4 παρουσιάζονται στα τρία ακόλουθα σχήματα.



Σχήμα 3.5: Συνολικό κέρδος με και χωρίς κόστη συναλλαγών



Σχήμα 3.6: Ημερήσιο κέρδος με και χωρίς κόστη συναλλαγών



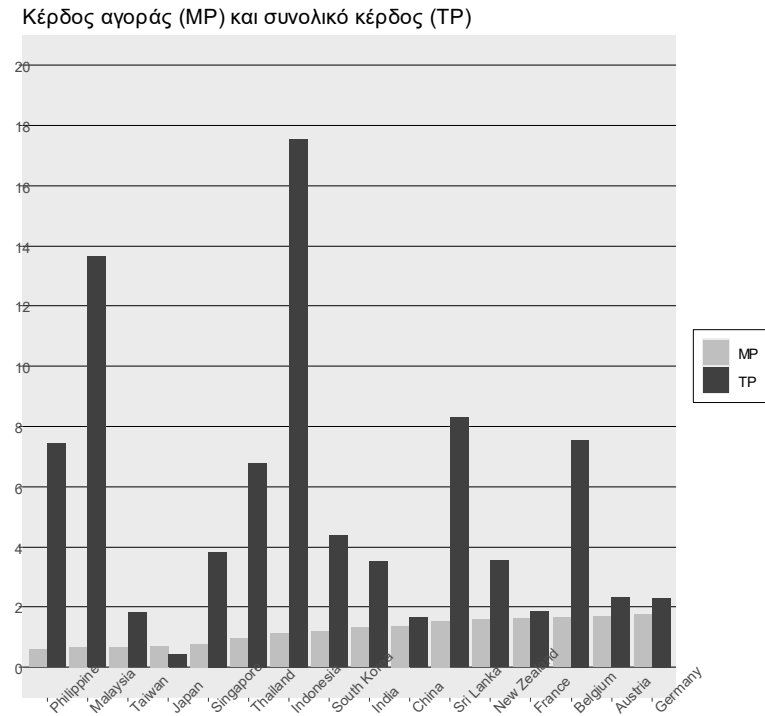
**Σχήμα 3.7:** Αριθμός κύκλων συναλλαγών έναντι του  $k$

Στα σχήματα 3.8α και 3.8β (δείτε Yi et al. (2006)) δίνεται η γραφική παράσταση του κέρδους αγοράς (MP) έναντι του συνολικού κέρδους (TP) χωρίς να λαμβάνονται υπόψη τα έξοδα συναλλαγών για τη διαδικασία CUSUM με παραμέτρους  $k = 0.003$  και  $h = 0.003$  σε διάφορες αγορές. Το κέρδος αγοράς ορίζεται ως το πηλίκο της τιμής του δείκτη της αγοράς στο τέλος της υπό εξέταση περιόδου, προς την τιμή του δείκτη στην αρχή της περιόδου. Όπως φαίνεται στο σχήμα, χωρίς να ληφθούν υπόψη τα έξοδα συναλλαγών, η απόδοση της μεθόδου CUSUM είναι αποδεκτή, καθώς στις περισσότερες αγορές το συνολικό κέρδος (TP) είναι μεγαλύτερο από το κέρδος αγοράς (MP). Ωστόσο, μετά την εισαγωγή των εξόδων συναλλαγών, όπως αναφέρουν οι Yi et al. (2006), η απόδοση της μεθόδου CUSUM επιδεινώνεται. Καθώς καμία τιμή του συνολικού κέρδους με έξοδα συναλλαγών  $TP'$  δεν είναι μεγαλύτερη από 1, αυτό σημαίνει ότι οι επενδυτές θα χάσουν χρήματα χρησιμοποιώντας τη μέθοδο CUSUM.

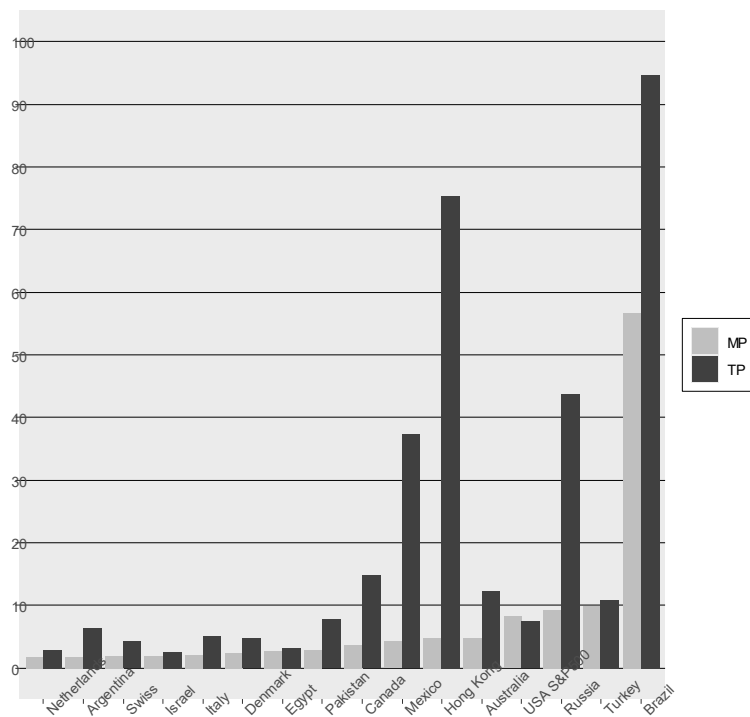
Τα σχήματα δείχνουν επίσης ότι, εκτός από μερικές αγορές, όπως της Ινδονησίας και του Χονγκ Κονγκ, το συνολικό κέρδος και το ημερήσιο κέρδος χωρίς τα έξοδα συναλλαγών σχετίζονται στενά με το κέρδος της αγοράς, κάτι που είναι λογικό.



Αντίθετα, το συνολικό κέρδος και το ημερήσιο κέρδος με έξοδα συναλλαγών ( $TP'$  και  $DP'$ ) δεν συσχετίζονται στενά με το κέρδος της αγοράς.

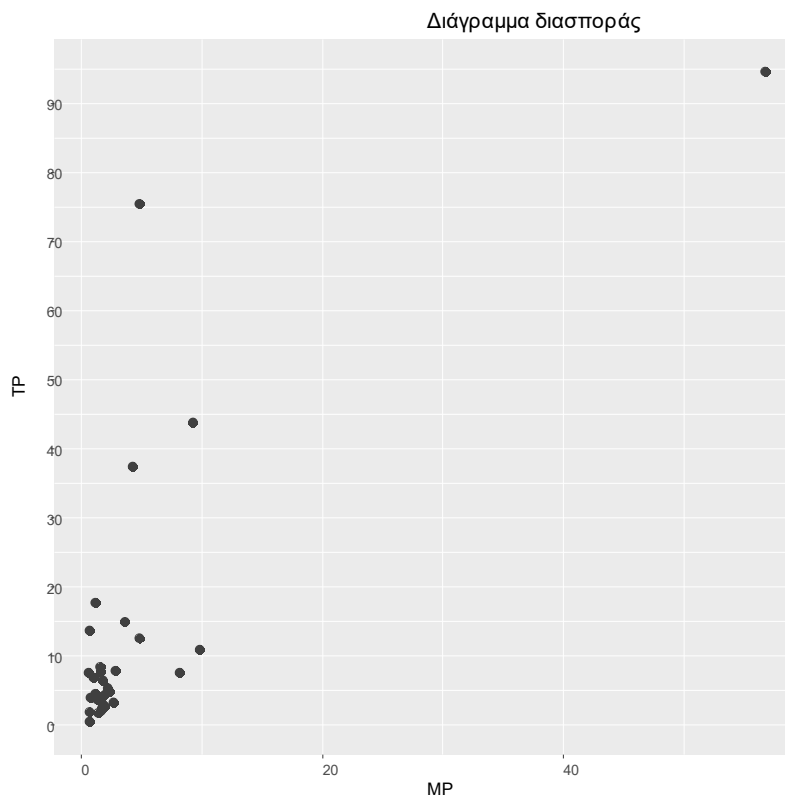


**Σχήμα 3.8α:** Σύγκριση του κέρδους αγοράς (MP) και του συνολικού κέρδους (TP) χωρίς τέλη συναλλαγών



**Σχήμα 3.8β:** Σύγκριση του κέρδους αγοράς (MP) και του συνολικού κέρδους (TP) χωρίς τέλη συναλλαγών

Ένα διάγραμμα διασποράς του συνολικού κέρδους (TP) και του κέρδους της αγοράς (MP) για διάφορες χώρες παρουσιάζεται στο Σχήμα 3.9. Από αυτό φαίνεται ότι υπάρχει μια αναμενόμενη θετική συσχέτιση μεταξύ συνολικού κέρδους και κέρδους της αγοράς. Επιπρόσθετα, το διάγραμμα διασποράς δείχνει μια απόμακρη παρατήρηση που είναι η Βραζιλία. Σημειώνεται ότι η Βραζιλία είναι μια ταχέως αναπτυσσόμενη αγορά με κέρδος αγοράς (MP) σχεδόν 60. Αποκλείοντας τη Βραζιλία, εξακολουθεί να υπάρχει σημαντική θετική συσχέτιση 0.47 για το συνολικό κέρδος (TP) και 0.56 για το ημερήσιο κέρδος (DP) σε σχέση με το κέρδος της αγοράς (MP).



**Σχήμα 3.9:** Διάγραμμα διασποράς του κέρδους αγοράς (MP) και του συνολικού κέρδους (TP) χωρίς τέλη συναλλαγών

Η μέθοδος CUSUM αποδίδει διαφορετικά σε διάφορες χρηματιστηριακές αγορές. Χωρίς να λαμβάνονται υπόψη τα έξοδα συναλλαγών, για τις περισσότερες χρηματιστηριακές αγορές, τα συνολικά κέρδη, όπως και τα ημερήσια, είναι στενά συσχετισμένα με τα κέρδη της αγοράς, με ορισμένες εξαιρέσεις. Όταν υπάρχουν έξοδα συναλλαγών, οι συσχετίσεις είναι ελάχιστες, γεγονός που σημαίνει ότι τα έξοδα συναλλαγών επηρεάζουν την απόδοση της μεθόδου CUSUM στη χρηματοπιστωτική αγορά. Συνεπώς, για να αξιοποιηθεί η μέθοδος CUSUM στην πράξη, απαιτείται περαιτέρω έρευνα.

### 3.3 Εφαρμογή διαδικασιών Shewhart

Ας υποθέσουμε ότι  $x_i$  είναι ο ημερήσιος δείκτης μιας συγκεκριμένης χρηματιστηριακής αγοράς (τιμή δείκτη ή μετοχής) και έστω η απόδοση (return)

$$r_i = \log \frac{x_i}{x_{i-1}}, \quad i = 1, 2, \dots$$

Μελετώντας τις ημερήσιες αποδόσεις του δείκτη Dow Jones από την 01/01/1928 – 12/05/2009 (συνολικά 20240 παρατηρήσεις) οι Govindaraju & Godfrey (2011) εκτίμησαν τη μακροπρόθεσμη μεταβλητότητα του δείκτη και τη βρήκαν ίση με  $\hat{\sigma}_L = 0.01165907$  η οποία προφανώς περιλαμβάνει τόσο τη φυσική μεταβλητότητα όσο και τη μεταβλητότητα λόγω ειδικών αιτιών. Για την εκτίμηση της φυσικής (βραχυπρόθεσμης) μεταβλητότητας διαίρεσε τα δεδομένα σε  $m = 10120$  ορθολογικές υποομάδες μεγέθους  $n = 2$  και βρήκε ότι  $\hat{\sigma}_c = 0.007324448$ . Για την ακρίβεια, χρησιμοποίησε τον κλασικό τύπο

$$\hat{\sigma}_c = \frac{\bar{\sigma}}{c_4(2)}$$

όλα για τον υπολογισμό του  $\bar{\sigma}$  περιέκοψε κατά  $a = 10\%$  της 10120 τυπικές αποκλίσεις. Συνεπώς το 62.8% της συνολικής μεταβλητότητας των αποδόσεων οφείλεται σε φυσικές αιτίες.

Ο Πίνακας 3.5 δίνει συγκεντρωτικά αποτελέσματα για 10 δείκτες/μετοχές. Όταν το  $\hat{\sigma}_c$  είναι πολύ μικρότερο από το  $\hat{\sigma}_L$ , αυτό υποδηλώνει ότι η αγορά δεν είναι αποτελεσματική (efficient), αφού στις αποτελεσματικές αγορές οι ημερήσιες αποδόσεις αποτελούν ένα τυχαίο περίπατο (Fama(1969, 1990)).

**Πίνακας 3.5:** Σύγκριση βραχυπρόθεσμης και μακροπρόθεσμης μεταβλητότητας για επιλεγμένους δείκτες και μετοχές

Μετοχές / Δείκτες	$m$	$\hat{\sigma}_c \left( \frac{\hat{\sigma}_c}{\hat{\sigma}_L} \% \right)$	$\hat{\sigma}_L$
Dow Jones (^DJI)	10120	0.007324448 (62.82%)	0.01165907
Nasdaq (^IXIC)	4826	0.007125992 (56.52%)	0.01260692
S&P 500 (^GSPC)	7466	0.006463623 (66.86%)	0.00966728
FTSE 100 (^FTSE)	3170	0.00823886 (73.23%)	0.01125012
IBM	5960	0.01225864 (74.6%)	0.01643123
Boeing	5960	0.01653136 (74.46%)	0.02220167
3M	4966	0.01134440 (76.25%)	0.01487754
Disney	5960	0.01485958 (59.30%)	0.02505763
Toyota	2022	0.01413875 (75.22%)	0.01879624
BP	4082	0.01311424 (75.22%)	0.01743494

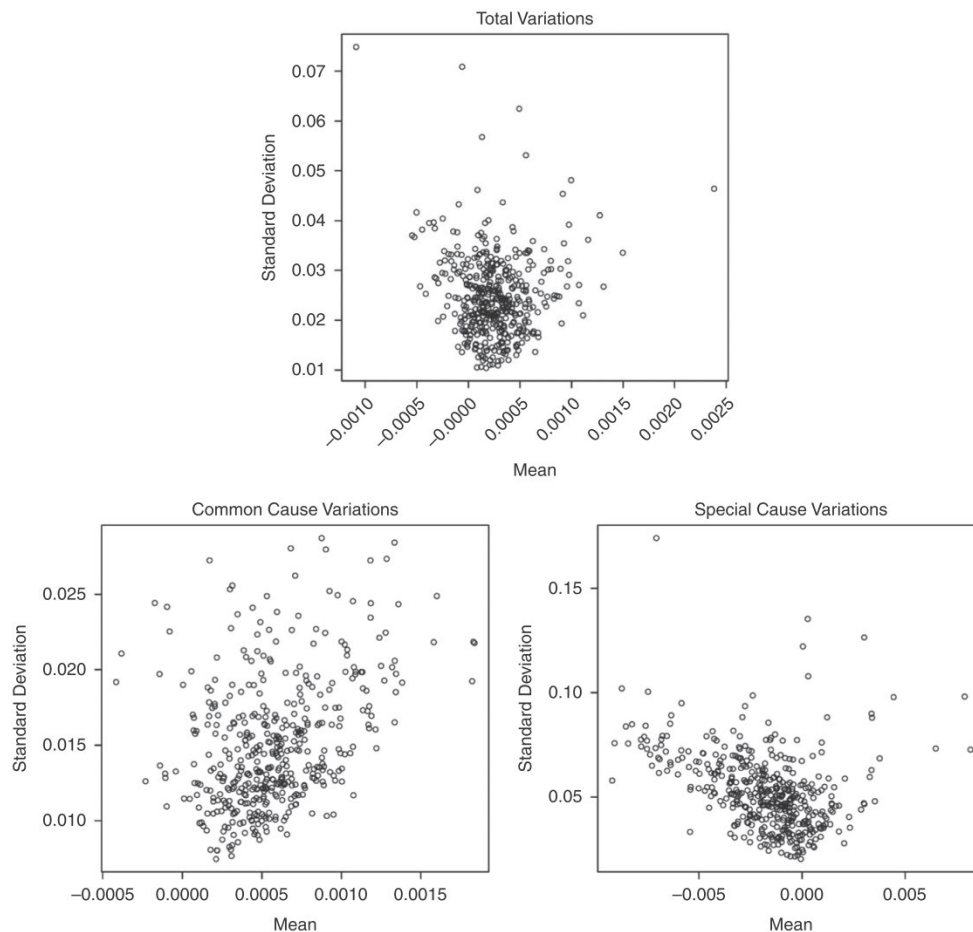
Γενικά, σε μια αγορά ένα μέτρο κινδύνου είναι η μεταβλητότητα. Η εκτίμηση  $\hat{\sigma}_C$  μπορεί να θεωρηθεί ως ο επίμονος (persistent) κίνδυνος που συνδέεται με μια μετοχή. Αυτός ο κίνδυνος ενδιαφέρει τον χρηματιστή, και όχι απαραίτητα τον μακροπρόθεσμο επενδυτή. Από την άλλη η εκτίμηση  $\hat{\sigma}_L$  μετρά τον συνολικό κίνδυνο, και η διαφορά  $\hat{\sigma}_L - \hat{\sigma}_C$  μετρά τον κίνδυνο από ειδικές αιτίες με την πάροδο του χρόνου. Συνεπώς, η ισορροπία απόδοσης-κινδύνου αλλάζει ανάλογα με το αν χρησιμοποιείται η  $\hat{\sigma}_L$  ή η  $\hat{\sigma}_L - \hat{\sigma}_C$  για την επιλογή χαρτοφυλακίου. Στον Πίνακα 3.6 (δείτε Govindaraju & Godfrey (2011)) δίνεται η διάταξη των μέσων αποδόσεων (ας πούμε  $\bar{r}$ ) και ο λόγος απόδοσης προς κίνδυνο για τις μετοχές και τους χρηματιστηριακούς δείκτες που δόθηκαν στον Πίνακα 3.4. Με βάση την κατάταξη, είναι προφανές ότι μετοχές όπως η 3M και η BP θα πρέπει να προτιμώνται από έναν μακροπρόθεσμο επενδυτή που βασίζεται στο λόγο  $\frac{\bar{r}}{(\hat{\sigma}_L - \hat{\sigma}_C)}$ . Αυτό δεν ισχύει όταν χρησιμοποιείται η κατάταξη  $\frac{\bar{r}}{\hat{\sigma}_L}$ , η οποία ευνοεί δείκτες της αγοράς όπως ο Nasdaq και ο S&P 500, που χρησιμοποιούνται ως υποκατάστατα για μια διαφοροποιημένη επένδυση στην αγορά.

**Πίνακας 3.6:** Κατάταξη των μέσων ημερήσιων αποδόσεων έναντι του κινδύνου

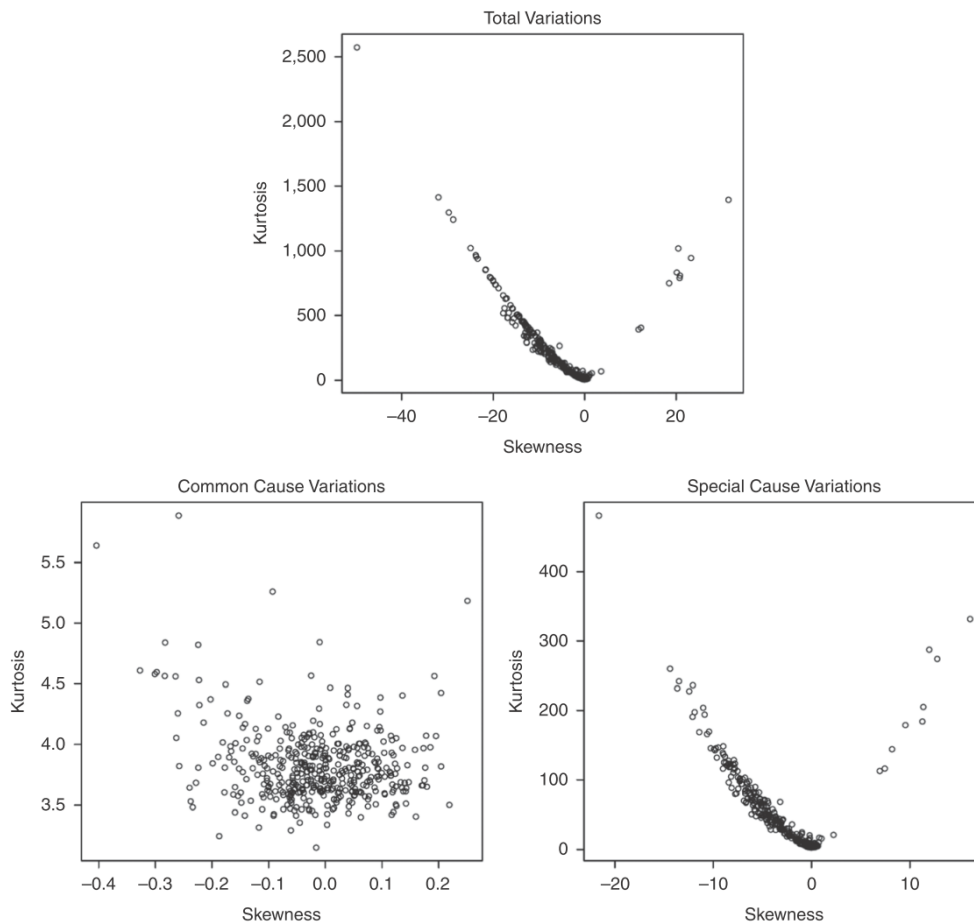
Μετοχές /Δείκτες	Μέση απόδοση (Βαθμίδα)	$\frac{\bar{r}}{\hat{\sigma}_C}$ (Βαθμίδα)	$\frac{\bar{r}}{(\hat{\sigma}_L - \hat{\sigma}_C)}$ (Βαθμίδα)	$\frac{\bar{r}}{\hat{\sigma}_L}$ (Βαθμίδα)
Dow Jones	0.0001757677 (10)	0.02399740 (9)	0.04054975 (10)	0.01507562 (9)
Nasdaq	0.0002954230 (2)	0.04145711 (2)	0.05390016 (8)	0.02343340 (2)
S&P 500	0.0002693106 (7)	0.04166558 (1)	0.0840635 (3)	0.02785795 (1)
FTSE 100	0.0002197118 (9)	0.02666774 (6)	0.07296347 (6)	0.01952973 (7)
IBM	0.0003057229 (5)	0.02493939 (8)	0.07326919 (5)	0.01860620 (8)
Boeing	0.0004351271 (2)	0.02632132 (7)	0.07673769 (4)	0.01959884 (6)
3M	0.0003406055 (4)	0.03002410 (4)	0.0964031 (1)	0.02289394 (3)
Disney	0.0004921534 (1)	0.03312026 (3)	0.04825957 (9)	0.01964086 (5)
Toyota	0.0002540188 (8)	0.01796615 (10)	0.05453978 (7)	0.01351434 (10)
BP	0.00039044287 (3)	0.02977135 (5)	0.09036236 (2)	0.02239346 (4)

Μια άλλη εφαρμογή των διαδικασιών Shewhart στο ίδιο πλαίσιο με τους Govindaraju & Godfrey (2011) έδωσαν οι Premarathna et al. (2016). Υποστηρίζεται ότι, εάν οι συμμετέχοντες στις αγορές και οι αρμόδιες αρχές κατανοήσουν τις διαφορές μεταξύ της μεταβλητότητας λόγω κοινών και ειδικών αιτιών, θα είναι δυνατόν να

μειωθεί η βραχυπρόθεσμη μεταβλητότητα χωρίς να τεθεί σε κίνδυνο η ρευστότητα της αγοράς. Οι Premarathna et al. (2016) εξέτασαν τις αποδόσεις 384 μετοχών του S&P 500 από την 1/1/2003-31/12/2013. Με τη μεθοδολογία που περιγράφηκε στην Παράγραφο 2.3 και με τη βοήθεια S διαγραμμάτων ελέγχου βρήκαν τις ορθολογικές υποομάδες που παρουσιάζουν ειδικές ή κοινές αιτίες μεταβλητότητας για κάθε μετοχή. Στη συνέχεια παρουσίασαν τα διαγράμματα διασποράς μέσης τιμής / τυπικής απόκλισης και ασυμμετρίας / κύρτωσης για τα συνολικά (Total) δεδομένα, τα δεδομένα που αφορούν κοινές (common) αιτίες μεταβλητότητας και ειδικές (special) αιτίες μεταβλητότητας. Τα διαγράμματα δίνονται στα Σχήματα 3.10 και 3.11.



**Σχήμα 3.10:** Αντιστάθμιση μέσης τιμής / τυπικής απόκλισης



**Σχήμα 3.11:** Αντιστάθμιση ασυμμετρίας / κύρτωσης

Από την εμπειρική εφαρμογή, βρήκαν αρνητική αντιστάθμιση μέσης τιμής / τυπικής απόκλισης σε περιόδους που εμφανίζονται ειδικές αιτίες μεταβλητότητας και θετική αντιστάθμιση σε περιόδους που εμφανίζονται κοινές αιτίες μεταβλητότητας. Ως αποτέλεσμα, η προτεινόμενη μέθοδος ξεκαθάρισε τις αντισταθμίσεις που δεν παρατηρήθηκαν στα συνολικά δεδομένα. Οι αρνητικές αντισταθμίσεις στις περιόδους ειδικών αιτιών μεταβλητότητας συνδέονται με την αύξηση της μεταβλητότητας της αγοράς. Η αντιστάθμιση ασυμμετρίας/κύρτωσης είναι αρνητική τόσο στα συνολικά δεδομένα όσο και σε περιόδους που εμφανίζονται ειδικές αιτίες μεταβλητότητας και αυτό δεν έχει παρατηρηθεί πριν. Επίσης, η συνολική αντιστάθμιση καθοδηγείται κυρίως από γεγονότα κατά τη διάρκεια των περιόδων ειδικών αιτιών μεταβλητότητας.

# ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

## Συμπεράσματα

Τα κύρια συμπεράσματα από την εφαρμογή της μεθόδου CUSUM για την ανίχνευση αλλαγών καθεστώτος στους χρηματιστηριακούς δείκτες, και συγκεκριμένα στο δείκτη FTSE 100, είναι ότι η μέθοδος CUSUM παρουσιάζει θετικά αποτελέσματα στην πρόβλεψη σημάτων αγοράς και πώλησης χωρίς να λαμβάνονται υπόψη τα έξοδα συναλλαγών, ενώ το συνολικό και ημερήσιο κέρδος είναι θετικά για τις περισσότερες τιμές της παραμέτρου  $k$ , με εξαίρεση τις υψηλότερες τιμές. Επίσης υπάρχει αναμενόμενη μείωση απόδοσης συμπεριλαμβάνοντας τα έξοδα συναλλαγών, δηλαδή όταν υπολογίζονται τα έξοδα συναλλαγών η απόδοση της μεθόδου μειώνεται σημαντικά. Σε πολλές περιπτώσεις, το συνολικό και ημερήσιο κέρδος γίνεται αρνητικό, δείχνοντας ότι η μέθοδος μπορεί να προκαλέσει απώλειες σε επενδυτές, καθώς κανένα συνολικό κέρδος δεν είναι μεγαλύτερο από 1 μετά τον υπολογισμό των εξόδων. Συνεχίζοντας, υπάρχει θετική συσχέτιση μεταξύ του συνολικού κέρδους της μεθόδου CUSUM και των κερδών της αγοράς, όταν δεν λαμβάνονται υπόψη τα έξοδα συναλλαγών. Αυτή η συσχέτιση είναι ισχυρή, εκτός από ορισμένες εξαιρέσεις όπως οι αγορές της Ινδονησίας και του Χονγκ Κονγκ. Επιπρόσθετα, η τιμή της παραμέτρου  $k$  επηρεάζει την απόδοση της μεθόδου, ενώ μικρότερες τιμές του  $k$  αυξάνουν τον αριθμό των κύκλων συναλλαγών και μπορούν να οδηγήσουν σε αυξημένα κέρδη χωρίς έξοδα συναλλαγών, ωστόσο, όταν υπολογίζονται τα τέλη, η συνολική απόδοση μειώνεται. Τέλος, μπορούμε να συμπεράνουμε ότι παρά τα θετικά αποτελέσματα χωρίς να συμπεριληφθούν τα έξοδα συναλλαγών, η μέθοδος CUSUM παρουσιάζει προκλήσεις λόγω των εξόδων συναλλαγών. Για να γίνει αυτή η εφαρμογή πρακτικά αξιοποιήσιμη, απαιτείται περαιτέρω έρευνα έτσι ώστε να βρεθούν τρόποι βελτιστοποίησης της απόδοσης. Συνολικά, η μέθοδος CUSUM έχει δυναμική σε θεωρητικό επίπεδο, αλλά τα έξοδα συναλλαγών μειώνουν σημαντικά τα οφέλη της στην πράξη.



Η δεύτερη εφαρμογή αναλύει τη σχέση μεταξύ της βραχυπρόθεσμης και μακροπρόθεσμης μεταβλητότητας στις χρηματιστηριακές αγορές, με έμφαση στις αποδόσεις των δεικτών και των μετοχών. Μέσα από την ανάλυση των Govindaraju & Godfrey (2011), παρουσιάστηκαν δύο είδη μεταβλητότητας: η φυσική (ή βραχυπρόθεσμη) και η συνολική (ή μακροπρόθεσμη), με τη συνολική να περιλαμβάνει (όταν υπάρχει) και μεταβλητότητα από ειδικές αιτίες. Η μελέτη τους δείχνει ότι το 62.8% της συνολικής μεταβλητότητας οφείλεται σε φυσικές αιτίες, ενώ η απόκλιση μεταξύ της βραχυπρόθεσμης και μακροπρόθεσμης μεταβλητότητας παρέχει ενδείξεις για το αν είναι αποτελεσματική η αγορά. Σύμφωνα με τον Fama (1969, 1990), οι αποτελεσματικές αγορές χαρακτηρίζονται από τυχαία μεταβλητότητα στις αποδόσεις, ενώ όταν η βραχυπρόθεσμη μεταβλητότητα είναι σημαντικά χαμηλότερη από τη μακροπρόθεσμη, η αγορά δεν θεωρείται αποτελεσματική. Επίσης, οι μετοχές που παρουσιάζουν υψηλή αναλογία απόδοσης προς κίνδυνο, όπως η 3M και η BP, είναι πιο ελκυστικές για μακροπρόθεσμους επενδυτές, σε αντίθεση με δείκτες όπως ο Nasdaq και ο S&P 500 που προτιμώνται από επενδυτές που επιδιώκουν διαφοροποιημένες επενδύσεις. Επιπλέον, οι Premarathna et al. (2016) παρουσίασαν μια ανάλυση της μεταβλητότητας με τη χρήση διαγραμμάτων ελέγχου  $S$ , που διαχωρίζει τις κοινές και ειδικές αιτίες μεταβλητότητας. Με βάση αυτή, ανακάλυψαν ότι οι ειδικές αιτίες συνδέονται με αυξημένη μεταβλητότητα και αρνητική συσχέτιση μεταξύ μέσης απόδοσης και τυπικής απόκλισης, ενώ οι κοινές αιτίες δείχνουν θετική συσχέτιση. Συνολικά, η κατανόηση αυτών των παραγόντων μπορεί να βοηθήσει στη μείωση της βραχυπρόθεσμης μεταβλητότητας, χωρίς να απειλείται η ρευστότητα της αγοράς.

Κλείνοντας, αναφέρουμε περιληπτικά κάποιες άλλες εφαρμογές των διαγραμμάτων ελέγχου και των διαδικασιών Shewhart στα χρηματοοικονομικά όπως είναι αυτή των Yashchin et al. (1997), οι οποίοι χρησιμοποίησαν μια διαδικασία CUSUM τριών βημάτων για την παρακολούθηση και ανίχνευση αλλαγών στην απόδοση ενεργά διαχειριζόμενων χαρτοφυλακίων, σε σύγκριση με την καθορισμένη απόδοση αναφοράς. Σε αντίθεση με την προσέγγιση μέτρησης απόδοσης, η παρακολούθηση χαρτοφυλακίων μπορεί να εντοπίσει αλλαγές στο καθεστώς ή μετατοπίσεις στην απόδοση. Οι επενδυτές εκτιμούν την τρέχουσα απόδοση του χαρτοφυλακίου τους κάθε φορά και λαμβάνουν μέτρα με βάση τα αποτελέσματα των συστημάτων ελέγχου. Ο δείκτης πληροφορίας (information ratio), δηλαδή ο λόγος των αποδόσεων ενός χαρτοφυλακίου που υπερβαίνουν ένα συγκεκριμένο δείκτη αναφοράς σε σχέση με το σφάλμα παρακολούθησης (tracking

error, TE), επιλέγεται ως μέτρο της απόδοσης του χαρτοφυλακίου και παρακολουθείται με τη διαδικασία CUSUM. Τα εμπειρικά ευρήματα των Yashchin et al. (1997) δείχνουν ότι κατά μέσο όρο χρειάζονται 41 μήνες για να ανιχνευθεί μια κακή απόδοση. Για έναν καλό διαχειριστή χαρτοφυλακίου, ο μέσος χρόνος μεταξύ των ψευδών συναγερμών είναι 84 μήνες.

Άλλη μία αξιόλογη εφαρμογή είναι του Gandy (2012), που παρακολούθησε την απόδοση των πιστωτικών χαρτοφυλακίων χρησιμοποιώντας προσέγγιση ανάλυσης επιβίωσης στις διαδικασίες CUSUM. Τα πιστωτικά χαρτοφυλάκια αλλάζουν είτε με την προσθήκη νέων πιστώσεων είτε όταν οι τρέχουσες πιστώσεις εγκαταλείπουν το χαρτοφυλάκιο σε περίπτωση αθέτησης ή πλήρους αποπληρωμής. Οι εναλλακτικές στρατηγικές, με εξαίρεση τα διαγράμματα CUSUM που χρησιμοποιούν σταθερό χρόνο παρακολούθησης, είναι ευαίσθητες σε αλλαγές στον πληθυσμό του χαρτοφυλακίου. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα την αύξηση των ποσοστών αθέτησης και τον αριθμό ψευδών συναγερμών. Τέλος, η ανάλυση επιβίωσης της διαδικασίας CUSUM ανιχνεύει ταχύτερα τους χρόνους συναγερμού επειδή μπορεί να χρησιμοποιήσει τις πληροφορίες σχετικά με τις αθετήσεις πιστώσεων χωρίς καμία καθυστέρηση.

Ολοκληρώνοντας, σημειώνουμε ότι ο Golosnoy (2019) πρότεινε τις διαδικασίες ελέγχου Shewhart και Hotelling για την παρακολούθηση του χαρακτηριστικού beta του χαρτοφυλακίου σύμφωνα με το μοντέλο κεφαλαιακής τιμολόγησης περιουσιακών στοιχείων (CAPM) με ένα μόνο παράγοντα. Το διάγραμμα ελέγχου Shewhart είναι κατάλληλο για την περίπτωση της μονοδιάστατης ποσότητας beta, δηλαδή όταν έχουμε ένα μόνο χαρτοφυλάκιο, ενώ οι διαδικασίες Hotelling είναι κατάλληλες όταν υπάρχει ένα σύνολο χαρτοφυλακίων και η παρακολουθούμενη ποσότητα beta είναι ένα πολυδιάστατο διάνυσμα.

# ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

## Κώδικας Παραγράφου 2.4

```
library(moments)

par(mar = c(2, 2, 2, 2))
par(mfrow=c(3,2))

data_stand_normal = data.frame(mean = rep(0,10000), std = rep(0,10000), skew =
rep(0,10000), kurt = rep(0,10000))

for (i in 1:10000) {
  s = rnorm(n = 5, mean = 0, sd = 1)
  data_stand_normal[i,1] = mean(s)
  data_stand_normal[i,2] = sd(s)
  data_stand_normal[i,3] = skewness(s)
  data_stand_normal[i,4] = kurtosis(s)
}

data_log_normal = data.frame(mean = rep(0,10000), std = rep(0,10000), skew =
rep(0,10000), kurt = rep(0,10000))

for (i in 1:10000) {
  s = rlnorm(n = 5, meanlog = 0, sdlog = 1)
  data_log_normal[i,1] = mean(s)
  data_log_normal[i,2] = sd(s)
  data_log_normal[i,3] = skewness(s)
  data_log_normal[i,4] = kurtosis(s)
}

data_beta_neg_skew = data.frame(mean = rep(0,10000), std = rep(0,10000), skew =
rep(0,10000), kurt = rep(0,10000))

for (i in 1:10000) {
  s = rbeta(5,shapel=10, shape2=2)
  data_beta_neg_skew[i,1] = mean(s)
  data_beta_neg_skew[i,2] = sd(s)
  data_beta_neg_skew[i,3] = skewness(s)
  data_beta_neg_skew[i,4] = kurtosis(s)
}

data_cauchy = data.frame(mean = rep(0,10000), std = rep(0,10000), skew =
rep(0,10000), kurt = rep(0,10000))

for (i in 1:10000) {
  s = rcauchy(5,location=0,scale=1)
  data_cauchy[i,1] = mean(s)
  data_cauchy[i,2] = sd(s)
  data_cauchy[i,3] = skewness(s)
  data_cauchy[i,4] = kurtosis(s)
}

data_weibull = data.frame(mean = rep(0,10000), std = rep(0,10000), skew =
rep(0,10000), kurt = rep(0,10000))

for (i in 1:10000) {
  s = rweibull(5,shape=5,scale=1)
  data_weibull[i,1] = mean(s)
  data_weibull[i,2] = sd(s)
  data_weibull[i,3] = skewness(s)
  data_weibull[i,4] = kurtosis(s)
}
```

```

data_student = data.frame(mean = rep(0,10000), std = rep(0,10000), skew =
rep(0,10000), kurt = rep(0,10000))

for (i in 1:10000) {
  s = rt(5,df=2)
data_student[i,1] = mean(s)
data_student[i,2] = sd(s)
data_student[i,3] = skewness(s)
data_student[i,4] = kurtosis(s)
}

```

### Σχήμα 2.1

```

plot(data_stand_normal$mean,data_stand_normal$std,xlab = "Mean", ylab = "Standard
Deviation")
title(main = "Standard Normal Distribution")

plot(data_log_normal$mean,data_log_normal$std,xlab = "Mean", ylab = "Standard
Deviation")
title(main = "Log-Normal Distribution")

plot(data_beta_neg_skew$mean,data_beta_neg_skew$std,xlab = "Mean", ylab = "Standard
Deviation")
title(main = "β Distribution (Negative Skewed)")

plot(data_cauchy$mean,data_cauchy$std,xlab = "Mean", ylab = "Standard Deviation")
title(main = "Cauchy Distribution")

plot(data_weibull$mean,data_weibull$std,xlab = "Mean", ylab = "Standard Deviation")
title(main = "Weibull Distribution")

plot(data_student$mean,data_student$std,xlab = "Mean", ylab = "Standard Deviation")
title(main = "Student's t Distribution")

par(mar = c(2, 2, 2, 2))
par(mfrow=c(3,2))

```

### Σχήμα 2.2

```

plot(data_stand_normal$skew,data_stand_normal$kurt,xlab = "Mean", ylab = "Standard
Deviation")
title(main = "Standard Normal Distribution")

plot(data_log_normal$skew,data_log_normal$kurt,xlab = "Mean", ylab = "Standard
Deviation")
title(main = "Log-Normal Distribution")

plot(data_beta_neg_skew$skew,data_beta_neg_skew$kurt,xlab = "Mean", ylab =
"Standard Deviation")
title(main = "β Distribution (Negative Skewed)")

plot(data_cauchy$skew,data_cauchy$kurt,xlab = "Mean", ylab = "Standard Deviation")
title(main = "Cauchy Distribution")

plot(data_weibull$skew,data_weibull$kurt,xlab = "Mean", ylab = "Standard
Deviation")
title(main = "Weibull Distribution")

plot(data_student$skew,data_student$kurt,xlab = "Mean", ylab = "Standard
Deviation")
title(main = "Student's t Distribution")

par(mfrow=c(1,1))

par(mfrow=c(1,1))

```

## Πίνακας 2.1

```
>cor(data_stand_normal$mean,data_stand_normal$std)
[1] -0.0002662112
>cor(data_student$mean,data_student$std)
[1] 0.231669
>cor(data_beta_neg_skew$mean,data_beta_neg_skew$std)
[1] -0.5316406
>cor(data_log_normal$mean,data_log_normal$std)
[1] 0.8898055
>cor(data_cauchy$mean,data_cauchy$std)
[1] -0.7223823
>cor(data_weibull$mean,data_weibull$std)
[1] -0.1588358
>
>cor(data_stand_normal$skew,data_stand_normal$kurt)
[1] -0.007105546
>cor(data_student$skew,data_student$kurt)
[1] 0.01063254
>cor(data_beta_neg_skew$skew,data_beta_neg_skew$kurt)
[1] -0.4424014
>cor(data_log_normal$skew,data_log_normal$kurt)
[1] 0.7524771
>cor(data_cauchy$skew,data_cauchy$kurt)
[1] -0.009738481
>cor(data_weibull$skew,data_weibull$kurt)
[1] -0.1003956
```

## Κώδικας Παραγράφου 3.2

```
install.packages("readxl")
library(readxl)
data = read_excel("C:\\Users\\dantz\\Documents\\FTSE.xlsx")
```

```
data$Date = as.Date(data$Date)
data_sub = data[77:101,]
```

### Σχήμα 3.1

```
colnames(data_sub)[ncol(data_sub)] = "Close_Value"

plot(x = 1:nrow(data_sub),y = data_sub$Close_Value, type = "b", xaxt = "n", xlab =
"Ημέρα", ylab = "Τιμήτουδείκτη", main="FTSE 100 Index: 23 Ιουλίου 1984 έως 24
Αυγούστου 1984")
axis(1, at = seq(1, 25, by = 1), las =1)
```

### Σχήμα 3.5

```
install.packages("tidyverse")
library(tidyverse)
library(ggplot2)

install.packages("magrittr")
library("magrittr")

tot_profit_without =
c(5.67856,5.19891,5.6146,5.91454,5.10273,5.13607,4.7871,4.96507,4.43748,4.02154,3.2
1159,2.97219,2.27968,2.06904,1.95625,1.86762,1.25334,1.30521,0.65476,0.79812,0.9189
9)
```

```
tot_profit_with = c(2*10^(-7),8*10^(-7),4.5*10^(-6),2.08*10^(-5),5.81*10^(-5),0.000201,0.000436,0.001166,0.00218,0.003718,0.004665,0.007423,0.008421,0.011651,0.015575,0.021022,0.044973,0.385499,0.358526,0.608648,0.790532)
```

```
app2 = data.frame(tot_profit_without,tot_profit_with)
```

```
app2 %>%
  mutate(k = c(seq(0.0001, 0.0016, 0.0001), seq(0.002,0.006, 0.001))) %>%
  pivot_longer(-k, values_to = 'Profit') %>%
  ggplot(aes(k, Profit, linetype = name)) +
  geom_line() + ylab("Total Profit") +
  geom_hline(yintercept = 1, lty = "9222", linewidth = 0.8) +
  scale_linetype_manual(NULL, values = c(2,1),
    labels = c("Με τέλη συναλλαγών",
  "Χωρίςτέλησυναλλαγών")) +
  scale_x_continuous(breaks = 0:6*1e-3) +
  scale_y_continuous(breaks = 0:6) +
  theme_classic(base_size = 16) +
  theme(legend.position = 'top',
  legend.direction = 'vertical',
  legend.background = element_rect(fill = 'white', color = 'black'),
  axis.ticks.length = unit(3, 'mm'),
  axis.line = element_blank(),
  panel.border = element_rect(fill = NA, color = 'black', linewidth = 1))
```

### Σχήμα 3.6

```
d_prof_without =
c(0.175162,0.157204,0.174531,0.186016,0.158285,0.158349,0.146787,0.154886,0.135334,
0.121396,0.090862,0.083887,0.056598,0.048748,0.044789,0.04274,0.015097,0.042274,-
0.11783,-0.15294,-0.08902)
```

```
d_prof_with = c(-0.0374,-0.0374,-0.0444,-0.0385,-0.0379,-0.0383,-0.0387,-0.0391,-
0.0393,-0.0399,-0.0410,-0.0423,-0.0439,-0.0450,-0.0461,-0.0482,-0.0569,-0.0851,-
0.2190,-0.2960,-0.2300)
```

```
app3 = data.frame(d_prof_without = d_prof_without,d_prof_with = d_prof_with)
```

```
app3 %>%
  mutate(k = c(seq(0.0001, 0.0016, 0.0001), seq(0.002,0.006, 0.001))) %>%
  pivot_longer(-k, values_to = 'd_prof') %>%
  ggplot(aes(k, d_prof, linetype = name)) +
  geom_line() + ylab("Daily Profit") +
  geom_hline(yintercept = 0, lty = "9222", linewidth = 0.8) +
  scale_linetype_manual(NULL, values = c(2,1),
    labels = c("Με τέλη συναλλαγών",
  "Χωρίςτέλησυναλλαγών")) +
  scale_x_continuous(breaks = 0:6*1e-3) +
  scale_y_continuous(breaks = c(-0.3,-0.2,-0.1,0,0.1,0.2)) +
  theme_classic(base_size = 16) +
  theme(legend.position = 'top',
  legend.direction = 'vertical',
  legend.background = element_rect(fill = 'white', color = 'black'),
  axis.ticks.length = unit(3, 'mm'),
  axis.line = element_blank(),
  panel.border = element_rect(fill = NA, color = 'black', linewidth = 1))
```

### Σχήμα 3.7

```
n_cycles =
c(1155,1044,933,834,756,674,618,555,506,464,434,398,372,344,321,298,221,81,40,18,10
)
```

```
df = data.frame(k = c(seq(0.0001, 0.0016, 0.0001), seq(0.002,0.006,
0.001)),n_cycles = n_cycles)
```

```

ggplot(df,aes(x = k, y = n_cycles)) + scale_x_continuous(name = "k", breaks =
seq(0,0.007,by = 0.001)) +
scale_y_continuous(name = "",breaks = seq(0,1400,by = 200)) + geom_point(shape =
18,color = "#404040", size= 2.5) +
expand_limits(x = c(0,0.007), y = c(0,1400)) + theme_minimal() +
ggtitle("Αριθμός κύκλων συναλλαγών") +
theme_gray() + theme(panel.grid.major.y = element_line(color = "black"),
plot.title = element_text(hjust = 0.5),
panel.grid = element_blank(),
panel.grid.major = element_blank(),
panel.grid.minor = element_blank())

```

### Σχήμα 3.8-α

```

cou_1 =
c("Philippine", "Malaysia", "Taiwan", "Japan", "Singapore", "Thailand", "Indonesia", "South
Korea", "India", "China", "SriLanka", "NewZealand", "France", "Belgium", "Austria", "Germany")

countries_1 = rep(cou_1,each = 2)

measure = rep(c("MP", "TP"),length(cou_1))

values_1 =
c(0.5776,7.4339,0.6685,13.6402,0.6878,1.8188,0.6934,0.4143,0.7592,3.8142,0.9703,6.8
004,1.1335,17.5688,1.1897,4.3758,1.3142,3.5204,1.364,1.6642,1.5294,8.2756,1.604,3.5
445,1.6156,1.8617,1.6537,7.5456,1.7002,2.3213,1.7596,2.2928)

data = data.frame(countries_1,measure,values_1)

ggplot(data,aes(fill = measure, y = values_1, x = countries_1)) +
geom_bar(position="dodge", stat="identity") + labs(y = "",x = "") +
scale_y_continuous(breaks = seq(0,20,by = 2)) + expand_limits(y = c(0,20))+
ggtitle("Κέρδος αγοράς (MP) και συνολικό κέρδος (TP) ") +
theme(plot.title = element_text(hjust=0.5)) +
theme_gray() + theme(panel.grid.major.y = element_line(color = "black"),
legend.title=element_blank(),
legend.background = element_blank(),
legend.box.background = element_rect(colour = "black"),
panel.grid = element_blank(),
axis.text.x = element_text(angle = 45),
panel.grid.major = element_blank(),
panel.grid.minor = element_blank())+
scale_x_discrete(limit = cou_1) +
scale_fill_manual(values = c("#BFBFBF", "#404040"))

```

### Σχήμα 3.8-β

```

cou_2 =
c("Netherlands", "Argentina", "Swiss", "Israel", "Italy", "Denmark", "Egypt", "Pakistan", "
Canada", "Mexico", "Hong Kong", "Australia", "USA S&P500", "Russia", "Turkey", "Brazil")

countries_2 = rep(cou_2,each = 2)

measure = rep(c("MP", "TP"),length(cou_2))

values_2 =
c(1.7985,2.8377,1.8165,6.3761,1.9457,4.2561,1.9839,2.6235,2.1745,5.1833,2.352,4.733
7,2.6652,3.1367,2.8445,7.7778,3.6512,14.8468,4.2849,37.3705,4.8218,75.467,4.8548,12
.4283,8.1922,7.5138,9.2381,43.7409,9.8567,10.7619,56.8008,94.6789)

data = data.frame(countries_2,measure,values_2)

ggplot(data,aes(fill = measure, y = values_2, x = countries_2)) +
geom_bar(position="dodge", stat="identity") + labs(y = "",x = "") +
scale_y_continuous(breaks = seq(0,100,by = 10)) + expand_limits(y = c(0,100))+

```

```

theme_gray() + theme(panel.grid.major.y = element_line(color = "black"),
legend.title=element_blank(),
legend.background = element_blank(),
legend.box.background = element_rect(colour = "black"),
panel.grid = element_blank(),
axis.text.x = element_text(angle = 45),
panel.grid.major = element_blank(),
panel.grid.minor = element_blank()+
scale_fill_manual(values = c("#BFBFBF", "#404040")) +
scale_x_discrete(limit = cou_2)

```

### Σχήμα 3.9

```

mp =
c(0.5776,0.6685,0.6878,0.6934,0.7592,0.9703,1.1335,1.1897,1.3142,1.364,1.5294,1.604
,1.6156,1.6537,1.7002,1.7596,1.7985,1.8165,1.9457,1.9839,2.1745,2.352,2.6652,2.8445
,3.6512,4.2849,4.8218,4.8548,8.1922,9.2381,9.8567,56.8008)

tp =
c(7.4339,13.6402,1.8188,0.4143,3.8142,6.8004,17.5688,4.3758,3.5204,1.6642,8.2756,3.
5445,1.8617,7.5456,2.3213,2.2928,2.8377,6.3761,4.2561,2.6235,5.1833,4.7337,3.1367,7
.7778,14.8468,37.3705,75.467,12.4283,7.5138,43.7409,10.7619,94.6789)

data = data.frame(mp, tp)

ggplot(data, aes(x = mp, y = tp)) +
scale_x_continuous(name = "MP", breaks = c(0,20,40,60)) +
scale_y_continuous(name = "TP", breaks = seq(0,100,by = 10)) +
geom_point(shape = 20, color = "#404040", size= 4) +
ggtitle("Διάγραμμα διασποράς") +
  theme(plot.title = element_text(hjust=0.5))
expand_limits(x = c(0,60), y = c(0,100)) +
theme_gray() + theme(panel.grid.major.y = element_line(color = "black"),
panel.grid = element_blank(),
panel.grid.major = element_blank(),
panel.grid.minor = element_blank())

```



# Βιβλιογραφία

## Ξένη

Alexander SS. (1961). Price movements in speculative markets: trends or random walks. *Ind Manag Rev.*, 2(2):7-26.

Alexander SS. (1964). Price movements in speculative markets-trends or random walks, number 2. *Ind Manage Rev.*, 5(2):25-46.

Bilson J.F., Kumiega A. & Van Vliet B. (2010). Trading model uncertainty and statistical process control. *J Trading.*, 5(3):39-50.

Bisiotis K., Psarakis S. & Yannacopoulos A. N. (2022). Control charts in financial applications: An overview. *Qual Reliab Eng Int.*, 38(3):1441-1462

Chou R. Y. (1988). Volatility persistence and stock valuations: Some empirical evidence using GARCH. *Journal of Applied Econometrics*, 3, 279-294.

Comte F. & Renault E. (1998). Long memory in continuous-time stochastic volatility models. *Mathematical Finance*, 8, 291-323.

Cooper R.A. & Van Vliet B. (2012). Whole-distribution statistical process control in high-frequency trading. *J Trading.*, 7(2):57-68.

Cooper R. A., Ong M. & Van Vliet B. (2015). Multi-scale capability: a better approach to performance measurement for algorithmic trading. *Algorithmic Finance.*, 4(1-2):53-68.

Dumičić K. & Žmuk B. (2015) Statistical control charts: performances of short term stock trading in croatia. *Bus Syst Res J.*, 6(1):22-35.

Fama E. F. (1969). Efficient capital markets: A review of theory and empirical work. *The Journal of Finance*, 25, 383-417.

Fama E. F. (1990). Efficient capital markets: II. *The Journal of Finance*, 46, 1575-1617.

Fama E. F. & Blume M. E. (1966). Filter rules and stock-market trading. *J Bus.*, 39(1):226-241.

Gandy A. (2012) Performance monitoring of credit portfolios using survival analysis. *Int J Forecast.*, 28(1):139-144.

Golosnoy V, Roestel J. (2019) Real time monitoring of the US inflation expectation process. *Macroecon Dyn.*, 23(6):2221-2249.

- Govindaraju K. & Godfrey A. (2011). Analysis of stock market volatility using Shewhart methodology. *Total Qual Manag.*, 22(4):425-432.
- Hassan M.Z., Kumiega A. & Van Vliet B. (2010). Trading machines: using SPC to assess performance of financial trading systems. *Qual Manage J.*, 17(2):42-53
- Hubbard C. L. (1967). A control chart for postwar stock price levels. *Finance Anal J.*, 23(6):139-145.
- Kumiega A., Neururer T. & Van Vliet B. (2014). Trading system capability. *Quant Finance.*, 14(3):383-392.
- Lam K. & Yam H. (1997). CUSUM techniques for technical trading in financial markets. *Financ Eng Jpn Markets*, 4(3):257-274.
- MacGillivray H. L. & Balanda K. P. (1988). The relationships between skewness and kurtosis. *Australian Journal of Statistics*, 30(3):319-337.
- Premarathna N., Godfrey A.J.R. & Govindaraju K. (2016). Decomposition of stock market trade-offs using Shewhart methodology. *Int J Qual Reliab Manage.*, 1311-1331.
- Roberts S. (1959). Control chart tests based on geometric moving averages. *Technometrics*, 239-250.
- Roberts H. V. (1959) Stock-market "patterns" and financial analysis: methodological suggestions. *J Finance*, 14(1):1-10.
- Schwartz, R. A., & Altman, E. I. (1973). Volatility behavior of industrial stock price indices. *The Journal of Finance*, 28, 957-971.
- Xin L., Philip L. & Lam K. (2013). An application of CUSUM chart on financial trading. *Ninth International Conference on Computational Intelligence and Security. IEEE*, 178-181.
- Yashchin E, Philips TK, Stein DM. (1997). Monitoring active portfolios using statistical process control. In *Computational Approaches to Economic Problems.*, 193-205.
- Yi G., Coleman S. & Ren Q. (2006). CUSUM method in predicting regime shifts and its performance in different stock markets allowing for transaction fees. *J Appl Stat.*, 33(7):647-661.
- Žmuk B. (2016). Capabilities of statistical residual-based control charts in short-and long-term stock trading. *Našegospodarstvo/Our Economy*, 62(1):12-26.

## Ελληνική

Αντζουλάκος Δημήτριος (2010). Πανεπιστημιακές σημειώσεις: Στατιστικός Έλεγχος Ποιότητας, Πανεπιστήμιο Πειραιώς.

Μπερσίμης Σωτήριος, Ρακιτζής Αθανάσιος και Σαχλός Αθανάσιος (2021). ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΟΣ ΕΛΕΓΧΟΣ ΠΟΙΟΤΗΤΑΣ, Με χρήση του MINITAB και με ενδεικτικές εφαρμογές στο IBM SPSS STATISTICS, στην Python και στην R, Εκδόσεις Τζόλα.

Φουντουκίδης Κωνσταντίνος (2019). Συνδυασμένα διαγράμματα για τη μέση τιμή και τη διασπορά, Διπλωματική εργασία στα πλαίσια του ΠΜΣ «Εφαρμοσμένη Στατιστική», Πανεπιστήμιο Πειραιώς.