ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ

ΣΧΟΛΗ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΩΝ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ ΚΑΙ ΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΩΝ

ΤΜΗΜΑ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ

Πτυχιακή Εργασία

Τίτλος Πτυχιακής Εργασίας	Ανάπτυξη Μαθησιακού Αντικειμένου για την μελέτη του ορισμένου ολοκληρώματος Developing a Learning Object for studying definite integrals
Ονοματεπώνυμο Φοιτητή	Μιχαήλ-Άγγελος Παπαγιάννης
Πατρώνυμο	Γεώργιος
Αριθμός Μητρώου	Π17093
Επιβλέπων	Παναγιώτης Τσάκωνας

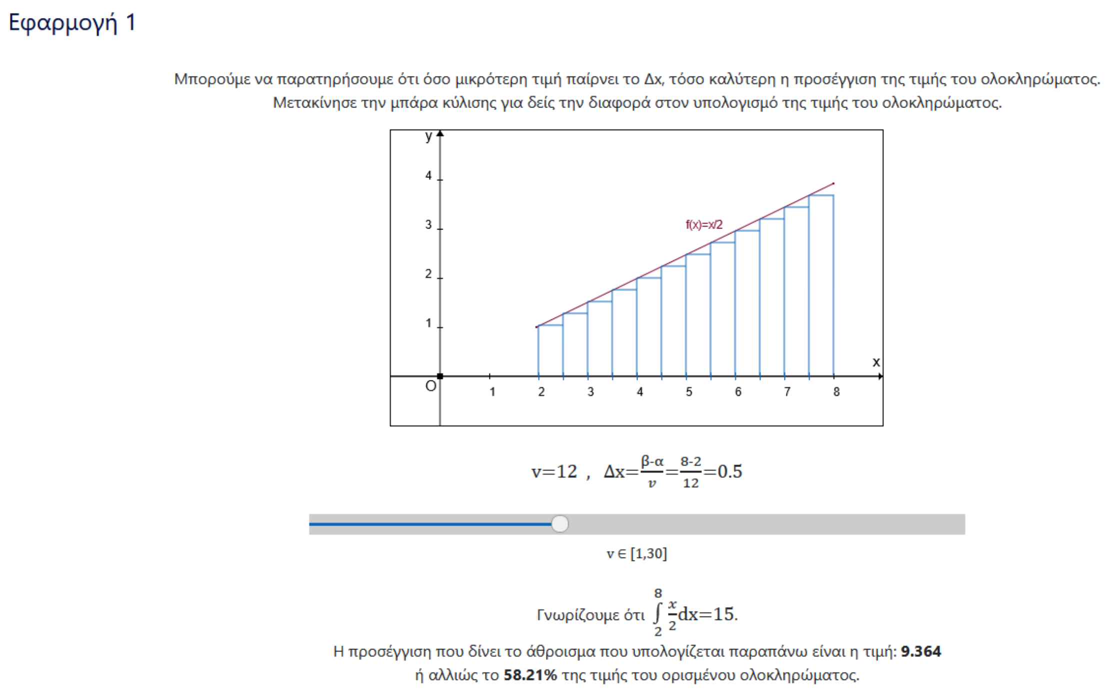
Ημερομηνία Παράδοσης **Ιούλιος 2024**

Παρουσίαση Εργασίας

Σκοπός της εργασίας είναι η ανάπτυξη ενός μαθησιακού αντικειμένου που οπτικοποιεί το ορισμένο ολοκλήρωμα. Για την ανάπτυξη αυτού του μαθησιακού αντικειμένου θα δημιουργήσουμε κάποια διαδραστικά εργαλεία τα οποία θα παρουσιάζουν μία έννοια που παρουσιάζεται στο βιβλίο των μαθηματικών κατεύθυνσης της Γ’ Λυκείου.

Το μαθησιακό αντικείμενο θα αναπτυχθεί σε μορφή ιστοσελίδας. Για την υλοποίηση του χρησιμοποιούνται τεχνολογίες που εκτελούνται στον browser του χρήστη χωρίς την χρήση διακομιστή (server). Για αυτό τον λόγο χρησιμοποιήσαμε τις τεχνολογίες HTML και Javascript για την ανάπτυξη της εφαρμογής.

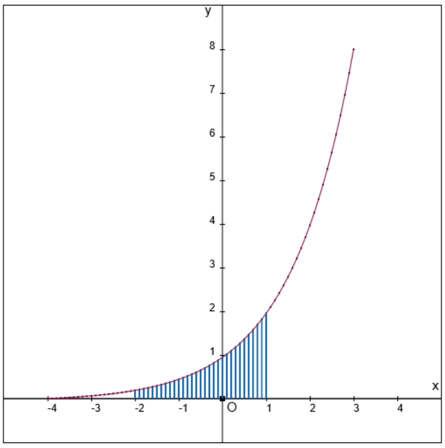
Το σύνολο του κώδικα παρουσιάζεται στο github στο ακόλουθο repository. https://github.com/MichaelPapagiannis/olokliromata



Εφαρμογή 1: Η έννοια του ορισμένου ολοκληρώματος

Εφαρμογή 2

Παρακάτω παρουσιάζεται η συνάρτηση $f(x)=2^x$, επίλεξε το α και το β για να δείς την τιμή του ολοκληρώματος.
Ισχύει ότι η παράγουσα F(x) της f(x) είναι η συνάρτηση $F(x)=\frac{2^x}{\ln 2}$.
G(x)=F(x)+c, όπου c ∈ ℝ.



Χρησιμοποίησε τις μπάρες κύλισης για να αλλάξεις τις τιμές για το α και το β.
Σε περίπτωση που το α είναι μεγαλύτερο από το β, ισχύει ότι:
$\int_\alpha^\beta f(x)dx=-\int_\beta^\alpha f(x)dx$, $\beta<\alpha$

Τιμή για το α: -2
α ∈ [-4,3]

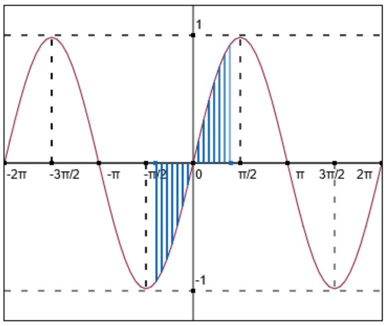
Τιμή για το β: 1
β ∈ [-4,3]

$\int_{-2}^{1} 2^x dx=G(1)-G(-2)=2.89-0.36=2.53$

Εφαρμογή 2: Θεμελιώδες Θεώρημα Ολοκληρωτικού Λογισμού

Εφαρμογή 3 (περιττή συνάρτηση)

Στο παρακάτω σχήμα παρουσιάζεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x)=\eta\mu x$.
Ισχύει ότι $f(-x)=\eta\mu(-x)=-\eta\mu x=-f(x)$, άρα η $f(x)=\eta\mu x$ είναι περιττή.
Ισχύει ότι η παράγουσα $F(x)$ της $f(x)$ είναι η συνάρτηση $F(x)=-\sigma\upsilon\nu x$.
G(x)=F(x)+c, όπου c ∈ ℝ.



Μετακίνησε την μπάρα κύλισης για να άλλαξεις την τιμή του α.

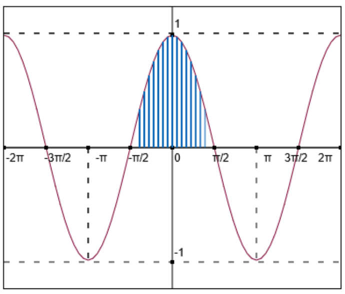
Τιμή για το α: 0.4π
α ∈ [-2π,2π]

$\int_{-0.4\pi}^{0.4\pi} \eta\mu x dx=$
G(-0.4π)-G(0.4π)=-συν(-0.4π)-(-συν(0.4π))=-0.31-(-0.31)=0

Εφαρμογή 3: Ολοκλήρωμα Περιττής Συνάρτησης

Εφαρμογή 4 (άρτια συνάρτηση)

Στο παρακάτω σχήμα παρουσιάζεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x)=\sigma\upsilon\nu x$.
Ισχύει ότι $f(-x)=\sigma\upsilon\nu(-x)=\sigma\upsilon\nu x=f(x)$, άρα η $f(x)=\sigma\upsilon\nu x$ είναι άρτια.
Ισχύει ότι η παράγουσα $F(x)$ της $f(x)$ είναι η συνάρτηση $F(x)=-\eta\mu x$.
G(x)=F(x)+c, όπου c ∈ ℝ.



Μετακίνησε την μπάρα κύλισης για να άλλαξεις την τιμή του α.

Τιμή για το α: 0.4π
α ∈ [-2π,2π]

$\int_{-0.4\pi}^{0.4\pi} \sigma\upsilon\nu x dx=$
G(-0.4π)-G(0.4π)=-ημ(-0.4π)-(-ημ(0.4π))=-0.95-0.95=-1.9

$2\int_{0}^{0.4\pi} \sigma\upsilon\nu x dx=$
2(G(0.4π)-G(0))=2(-ημ(0.4π)-ημ(0))=2(-0.95-0)=-1.9

Εφαρμογή 4: Ολοκλήρωμα άρτιας συνάρτησης

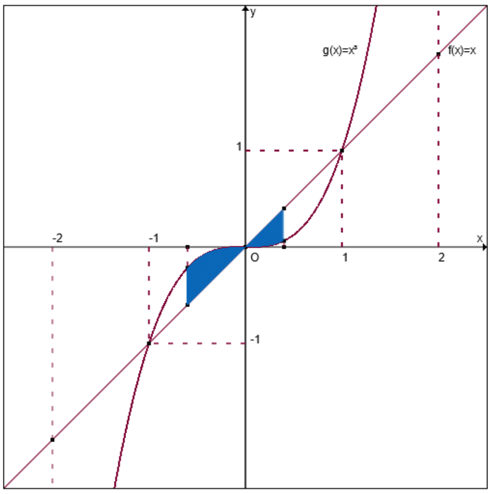
Εφαρμογή 5

Όταν θέλουμε να υπολογίσουμε το εμβαδό ανάμεσα σε δύο συναρτήσεις $f(x)$ και $g(x)$
και τις ευθείες x=α και x=β υπολογίζεται ως εξής

$$E(\Omega)=\int_{\alpha}^{\beta}(f(x)-g(x))dx,\ \text{για}\ f(x)-g(x)>0\quad \text{και}\quad E(\Omega)=-\int_{\alpha}^{\beta}(f(x)-g(x))dx,\ \text{για}\ f(x)-g(x)<0$$

Επομένως στην γενική περίπτωση έχουμε ότι $E(\Omega)=\int_{\alpha}^{\beta}|f(x)-g(x)|dx$.

Στο παρακάτω σχήμα παρουσιάζονται οι γραφικές παραστάσεις $f(x)=x$ και $g(x)=x^3$. Έστω $h(x)=f(x)-g(x)$. Η παράγουσα της συνάρτησης αυτής είναι η $H(x)=\frac{x^2}{2}-\frac{x^4}{4}+c,\ c\in\mathbb{R}$



Μετακίνησε τις μπάρες κύλισης για να μεταβάλλεις τις τιμές για το α και το β.
Σε περίπτωση που το α ή το β βρίσκεται έξω από τα σημεία τομής των f,g το εμβαδό θα υπολογίζεται με τις ευθείες $x=\alpha, x=\beta$ αντίστοιχα.

Τιμή για το α: -0.6

α ∈ [-2,2]

Τιμή για το β: 0.4

β ∈ [-2,2]

$$E(\Omega)=\int_{-0.6}^{0.4}|x-x^3|dx=0.22\ \text{τμ}$$

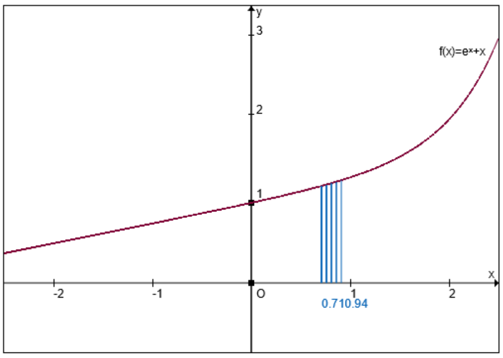
Εφαρμογή 5: Εμβαδό επιπέδου χωρίου

Εφαρμογή Αξιολόγησης

Παρακάτω παρουσιάζεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x)=e^x+x$.

Η εφαρμογή δίνει τις τιμές α, β και ζητά τον υπολογισμό του ολοκληρώματος $\int_{\alpha}^{\beta}f(x)dx$.

Προβολή Βοήθειας



$$\int_{0.71}^{0.94}f(x)dx=$$

Συμπλήρωσε την τιμή που υπολόγισες με ακρίβεια έως δύο δεκαδικά ψηφία.

Έλεγχος Απάντησης | Προβολή Απάντησης | Νέα Προσπάθεια

Εφαρμογή Αξιολόγησης: Υπολογισμός Ολοκληρώματος