



Πανεπιστήμιο Πειραιώς – Τμήμα Πληροφορικής

Πρόγραμμα Μεταπτυχιακών Σπουδών

«Πληροφορική»

Μεταπτυχιακή Διατριβή

Τίτλος Διατριβής	Το Πρόβλημα Διαχείρισης Αποθεμάτων μέσω της Ναυτιλίας The Maritime Inventory Routing Problem
Όνοματεπώνυμο Φοιτητή	Ζύγουρας Ευάγγελος
Πατρώνυμο	Χρήστος
Αριθμός Μητρώου	ΜΠΠΛ/ 17063
Επιβλέπων	Κωνσταντόπουλος Χαράλαμπος, Καθηγητής

Ημερομηνία Παράδοσης **Δεκέμβριος 2022**

Τριμελής Εξεταστική Επιτροπή

(υπογραφή)

(υπογραφή)

(υπογραφή)

Χαράλαμπος Κωνσταντόπουλος
Καθηγητής

Ιωάννης Βενέτης
Επικ. Καθηγητής

Ιωάννης Τασούλας
Επικ. Καθηγητής

Περιεχόμενα

Ευχαριστίες	6
Περίληψη	7
Abstract.....	8
Εισαγωγή	9
1. Βιβλιογραφική Ανασκόπηση.....	9
1.1 Εισαγωγή	9
1.2 Πρόβλημα Διαχείρισης Αποθεμάτων (IRPs)	10
1.3 Ένα παράδειγμα IRP	12
1.4 Πρόβλημα Διαχείρισης Αποθεμάτων μέσω της Ναυτιλίας (MIRP)	14
1.5 Μαθηματική Μοντελοποίηση ενός Βασικού MIRP Προβλήματος	18
1.6 MIRP Πρόβλημα με Πολλαπλά Προϊόντα και Καταμερισμό.....	22
1.7 Τα Μαθηματικά στην Προσέγγιση της Λύσης	23
1.8 Η Ταξινόμηση των Μαθηματικών	23
1.9 MIRP Προβλήματα υπό Αβεβαιότητα	26
Εφαρμογές.....	29
2. Παραδείγματα Εφαρμογών	29
2.1 MIRP Πρόβλημα ενός Προϊόντος.....	29
2.1.1 Μοντελοποίηση Προβλήματος.....	31
2.1.2 Αποτελέσματα Πειραμάτων.....	38
2.2 MIRP Πρόβλημα Πολλαπλών Προϊόντων.....	41
2.2.1 Αποτελέσματα Πειραμάτων.....	50
2.3 MIRP Πρόβλημα με Πολλαπλά Λιμάνια Παραγωγής και Κατανάλωσης.....	53
2.3.1 Αποτελέσματα Πειραμάτων.....	63

2.4 MIRP Πρόβλημα Πολλαπλών Προϊόντων με Πολλαπλά Λιμάνια Παραγωγής και Κατανάλωσης	65
2.4.1 Αποτελέσματα Πειραμάτων	76
Συμπεράσματα.....	79
Βιβλιογραφία.....	80

Ευχαριστίες

Αρχικά, θα ήθελα να εκφράσω ένα τεράστιο ευχαριστώ στον Καθηγητή κ. Κωνσταντόπουλο Χαράλαμπο, ο οποίος μου έδειξε εμπιστοσύνη για την υλοποίηση της συγκεκριμένης εργασίας, Οι συμβουλές και η καθοδήγηση που μου παρείχε, για την ολοκλήρωση της εργασίας, είχαν πάντα εποικοδομητικό χαρακτήρα.

Στη συνέχεια θα ήθελα να ευχαριστήσω τους δύο συμφοιτητές και συνοδοιπόρους μου σε αυτό το μεταπτυχιακό πρόγραμμα, τον Αιμίλιο Σταματελόπουλο και τον Νικόλαο Παραδείση.

Τέλος, θα ήθελα να εκφράσω τις βαθύτατες ευχαριστίες μου και την απέραντη ευγνωμοσύνη στην οικογένεια μου, που τόσα χρόνια βρίσκεται δίπλα μου και με στηρίζει σε όλες μου τις αποφάσεις και με βοηθάει σε κάθε προσπάθεια μου.

Περίληψη

Ο αυξημένος όγκος μεταφοράς προϊόντων μέσω θαλάσσης, δημιούργησε την ανάγκη εύρεσης βελτιστοποιημένων μοντέλων μεταφοράς προϊόντων. Η παρούσα εργασία, στο πρώτο κεφάλαιο ασχολείται με τη χρονολογική εξέλιξη αυτών των μοντέλων, στα οποία ο στόχος τους είναι να υπάρχει συντονισμός στη διαχείριση του αποθέματος και στη δρομολόγηση οχημάτων. Τα προβλήματα δρομολόγησης των θαλάσσιων αποθεμάτων (MIRP) είναι μια ειδική κατηγορία IRP, που προκύπτουν στο θαλάσσιο περιβάλλον. Στη συνέχεια του πρώτου κεφαλαίου αναλύονται οι κατηγορίες προβλημάτων που θα παρουσιαστούν στο δεύτερο κεφάλαιο. Τέλος, παρουσιάζονται οι κατηγορίες προσέγγισης των λύσεων σε προβλήματα δρομολόγησης αποθεμάτων (IRP) με ευρετικές και μαθηματικές μεθόδους. Στο δεύτερο κεφάλαιο παρουσιάζονται τέσσερα διαφορετικά προβλήματα MIRP, τα οποία μοντελοποιούνται, ενώ στη συνέχεια προσεγγίζεται η λύση τους μέσω ευρετικών και μαθηματικών μεθόδων. Πιο συγκεκριμένα, παρουσιάζεται ένα MIRP πρόβλημα ενός προϊόντος με ένα λιμάνι παραγωγής και πολλαπλά λιμάνια κατανάλωσης, ένα MIRP πρόβλημα πολλαπλών προϊόντων με πολλαπλά λιμάνια παραγωγής και πολλαπλά λιμάνια κατανάλωσης, ένα MIRP πρόβλημα με πολλαπλά λιμάνια παραγωγής και πολλαπλά λιμάνια κατανάλωσης ενός μόνο προϊόντος και ένα MIRP πρόβλημα πολλαπλών προϊόντων με πολλαπλά λιμάνια, τα οποία μπορούν να είναι συγχρόνως λιμάνια παραγωγής και λιμάνια κατανάλωσης.

Abstract

The increased volume of world seaborne shipments created the necessity of finding optimized transportation models of products. The first chapter of this thesis deals with the chronological evolution of these models, the main target of which is to coordinate inventory management and vehicle routing. Maritime inventory routing problems (MIRPs) are a special category of IRPs that take place in the marine environment. Next, the categories of the proposed solutions that will be presented in the second chapter are analyzed. Finally, the classes of solution approaches to inventory routing problems (IRP) based on heuristic and matheuristics methods are presented. In the second chapter, four different MIRP problems are introduced, their models are then defined and the solutions based on heuristic and matheuristic methods are presented. More specifically, we present a single product MIRP problem with multiple production and consumption ports, a multiple product MIRP problem with multiple production and consumption ports, a single product MIRP problem with multiple production and consumption ports, and a multiple product MIRP problem with multiple ports, which can be ports of consumption or production or both.

Εισαγωγή

1. Βιβλιογραφική Ανασκόπηση

1.1 Εισαγωγή

Για να επιβιώσουν σε μια σκληρή παγκόσμια αγορά, πολλές εταιρείες αναγκάστηκαν να αλλάξουν την εστίασή τους από τον ανταγωνισμό μεταξύ των επιχειρήσεων στον ανταγωνισμό μεταξύ των αλυσίδων εφοδιασμού. Οι αλυσίδες εφοδιασμού εταιρειών με ξένες πηγές πρώτων υλών ή με πελάτες στο εξωτερικό συνηθέστερα περιλαμβάνουν θαλάσσιες μεταφορές. Η διαχείριση και βελτιστοποίηση της αλυσίδας εφοδιασμού είναι ενεργά πεδία έρευνας και μπορούμε να δούμε εφαρμογές σε όλες σχεδόν τις βιομηχανίες. Το επίκεντρο των εφαρμογών αυτών βρίσκεται κυρίως στις θαλάσσιες μεταφορές και επομένως υπάρχει πληθώρα ερευνών στην περιοχή αυτή.

Ένα τυπικό πρόβλημα διαχείρισης αποθεμάτων (Inventory Routing Problem - IRP) αφορά τη διανομή ενός προϊόντος από μια ενιαία εγκατάσταση εφοδιασμού σε ένα σύνολο πελατών χρησιμοποιώντας ένα ομοιογενές στόλο οχημάτων. Η διαθέσιμη ποσότητα του προϊόντος είναι απεριόριστη στην εγκατάσταση εφοδιασμού, και κάθε πελάτης έχει τη δική του ικανότητα αποθήκευσης και δικό του ποσοστό κατανάλωσης. Το πρόβλημα διαχείρισης αποθεμάτων προσπαθεί να ελαχιστοποιήσει το συνολικό κόστος μεταφοράς σε ένα δεδομένο χρονικό ορίζοντα προγραμματισμού, ενώ παράλληλα εγγυάται ένα αποθεματικό σε καθέναν από τους πελάτες. Συνήθως θεωρείται ότι το μήκος κάθε διαδρομής είναι αρκετά μικρό ώστε να ολοκληρωθεί σε μία μόνο χρονική περίοδο (π.χ. μία ημέρα). Επομένως, για κάθε ημέρα, η βελτιστοποίηση λαμβάνει αποφάσεις σχετικά με την επιλογή των πελατών που επισκέπτονται, την ποσότητα του προϊόντος που παραδίδεται σε κάθε επιλεγμένο πελάτη και τις διαδρομές των οχημάτων για την εκτέλεση των παραδόσεων. Ακόμη και με τις απλουστεύσεις και τις παραδοχές που έγιναν στον ορισμό του τυπικού προβλήματος διαχείρισης αποθεμάτων, είναι γνωστό ότι το IRP είναι ένα εξαιρετικά δύσκολο πρόβλημα βελτιστοποίησης.

Όταν τα θαλάσσια μεταφορικά (πλοία κλπ.) είναι υπεύθυνα για τη μεταφορά στο IRP, το IRP γίνεται πρόβλημα διαχείρισης θαλάσσιων αποθεμάτων (Maritime Inventory Routing Problem - MIRP). Οι Christiansen και Fagerholt (2009) [16] περιγράφουν ένα βασικό πρόβλημα διαχείρισης αποθεμάτων μέσω θαλάσσιων μεταφορών ως τη μεταφορά ενός μόνο προϊόντος που παράγεται σε λιμάνια φόρτωσης και καταναλώνεται σε λιμάνια εκφόρτωσης όπου κάθε λιμάνι έχει μια δεδομένη χωρητικότητα αποθήκευσης αποθεμάτων και ένα ρυθμό παραγωγής ή κατανάλωσης. Οι Christiansen et al. (2007) [18] ερευνούν διεξοδικά τις θαλάσσιες μεταφορές, όμως το πρόβλημα μεταφορών που περιγράφουν δεν βασίζεται σε πραγματικές περιπτώσεις, αλλά σε τεχνητά παραγόμενα δεδομένα. Οι Al-Khayyal και Hwang (2007) [4] περιγράφουν τις θαλάσσιες μεταφορές από άποψη μοντελοποίησης, καθώς το πρόβλημα που περιγράφουν διατυπώνεται ως ένα πρόβλημα μικτού ακέραιου μη γραμμικού προγραμματισμού. Συγκεκριμένα περιγράφουν ένα μοντέλο για την εύρεση ελάχιστου κόστους δρομολόγησης σε έναν ετερογενή στόλο πλοίων, τα οποία μεταφέρουν υγρά χύδη προϊόντα, ένα πρόβλημα που αντιμετωπίζουν συνήθως οι εταιρείες χημικών μεταφορών. Πρόσφατα, οι Furman et al. (2011) [27] εισάγουν ένα MIRP βασισμένο σε μια πραγματική επιχειρηματική εφαρμογή στη βιομηχανία πετρελαίου. Το πρόβλημα που αναλύουν αφορά ένα προϊόν και υποθέτουν διακριτό χρόνο, ενώ περιλαμβάνουν και μία παραλλαγή του προβλήματος με πολλαπλές παραλαβές και παραδόσεις.

Σε έρευνα του UNCTAD (United Nations Trade And Development) [48], το 2018, υπολογίστηκε ότι ο όγκος των προϊόντων που μεταφέρονται μέσω θαλάσσης εκτιμάται ότι αγγίζει τους 11 δισεκατομμύρια τόνους, δηλαδή περίπου το 80% του παγκόσμιου εμπορίου. Το 29% περίπου αφορά *oil tankers*, δηλαδή πλοία με φορτίο πετροχημικών προϊόντων (πχ. μαζούτ, προϊόντα

πετρελαίου, αέριο). Η μεταφορά τέτοιων προϊόντων θα πρέπει να οργανώνεται έτσι ώστε να αποφέρει κερδοφορία με το μικρότερο δυνατό κόστος. Τέτοια προβλήματα ανήκουν στην κατηγορία των Προβλημάτων Δρομολόγησης Οχημάτων (Vehicle Routing Problems - VRPs). Πιο συγκεκριμένα, το πρόβλημα της μεταφοράς φορτίων μέσω θαλάσσιων αποστολών υπάγεται στην κατηγορία των προβλημάτων διαχείρισης αποθεμάτων μέσω θαλάσσιων μεταφορών (MIRP), τα οποία κατά την επίλυση τους θα δώσουν δρομολόγια πλοίων που θα εξασφαλίσουν την πλήρη διανομή των προϊόντων με το ελάχιστο κόστος. Ένα πρόβλημα διαχείρισης αποθεμάτων μέσω θαλάσσιων μεταφορών (MIRP), η οποία είναι η κύρια κατηγορία προβλήματος που θα ασχοληθούμε, είναι αυτό που μελέτησαν οι Parageorgiou et al. (2014) [37], όπου παρατίθεται ένα πρόβλημα που ελέγχει το απόθεμα ενός προϊόντος για όλα τα λιμάνια (φόρτωσης και εκφόρτωσης) σε όλη τη διάρκεια του χρονικού ορίζοντα.

Οι θαλάσσιες μεταφορές εξαρτώνται από απρόβλεπτα γεγονότα όπως είναι οι κακές καιρικές συνθήκες και οι ουρές αναμονής που διαμορφώνονται στα λιμάνια. Τα γεγονότα αυτά οδηγούν σε υψηλά επίπεδα αβεβαιότητας για τους χρόνους ταξιδιού των σκαφών κατά τη μεταφορά εμπορευμάτων μεταξύ λιμένων. Οι υπεύθυνοι λήψης αποφάσεων θα πρέπει να λαμβάνουν υπόψη αυτή την αβεβαιότητα κατά το σχεδιασμό των σχεδίων διανομής για την αποτροπή των διαταραχών αποθεμάτων σε περίπτωση καθυστερήσεων.

Στην ενότητα αυτή θα ορίσουμε το πρόβλημα διαχείρισης αποθεμάτων μέσω της ναυτιλίας, ένα πρόβλημα το οποίο εντάσσεται στην κατηγορία των προβλημάτων δρομολόγησης αποθεμάτων.

1.2 Πρόβλημα Διαχείρισης Αποθεμάτων (IRPs)

Ο ρόλος της διαχείρισης της εφοδιαστικής αλυσίδας έχει αλλάξει. Πολλές εταιρείες συνειδητοποιούν ότι η ικανοποίηση για έναν πελάτη μπορεί εν μέρει να δημιουργηθεί μέσω της διαχείρισης της εφοδιαστικής αλυσίδας (Langley and Holcomb, 1992 [3]). Η ικανοποίηση του πελάτη μπορεί να δημιουργηθεί μέσω της διαθεσιμότητας του προϊόντος, της έγκαιρης και συνεπούς παράδοσης, της ευκολίας στην τοποθέτηση παραγγελιών και άλλων στοιχείων της εφοδιαστικής υπηρεσίας. Κατά συνέπεια, η εφοδιαστική αλυσίδα αναγνωρίζεται ως βασικό στοιχείο της ικανοποίησης των πελατών σε έναν αυξανόμενο αριθμό αγορών προϊόντων σήμερα. Ο προμηθευτής που διαχειρίζεται τον ανεφοδιασμό είναι ένα παράδειγμα της αξίας που δημιουργεί η εφοδιαστική αλυσίδα. Ο προμηθευτής που διαχειρίζεται τον ανεφοδιασμό είναι μια αναδυόμενη τάση στην εφοδιαστική αλυσίδα και αναφέρεται σε μια κατάσταση κατά την οποία ένας προμηθευτής διαχειρίζεται την ανανέωση του αποθέματος των πελατών του. Ο πωλητής που διαχειρίζεται τον ανεφοδιασμό δημιουργεί αξία τόσο για τους προμηθευτές όσο και για τους πελάτες. Οι προμηθευτές εξοικονομούν το κόστος διανομής, καθώς είναι σε θέση να συντονίζουν καλύτερα τις παραδόσεις σε διάφορους πελάτες και οι πελάτες δεν χρειάζεται να αφιερώνουν πόρους στη διαχείριση αποθεμάτων.

Σε ένα παραδοσιακό σύστημα, όπου οι εμπλεκόμενοι είναι ο πελάτης/καταναλωτής και ο προμηθευτής, ο πελάτης επιλέγει να παραγγείλει αγαθά από τον προμηθευτή στην περίπτωση που το πλήθος των προϊόντων έχει φτάσει κάτω από ένα προκαθορισμένο επίπεδο. Ο προμηθευτής θα συλλέξει παραγγελίες από πολλούς πελάτες και στη συνέχεια καλείται να επιλύσει ένα πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων, το οποίο περιλαμβάνει όλους τους πελάτες που έχουν παραγγείλει από αυτόν. Το πρόβλημα που εμφανίζεται στην περίπτωση αυτή είναι ότι ο προμηθευτής δεν έχει υπό τον έλεγχό του όλες τις παραγγελίες και το πώς θα γίνει η διανομή στους πελάτες καθώς κατά ένα μέρος αυτό εξαρτάται και από τα μέσα μεταφοράς. Με τον τρόπο αυτό το συνολικό κόστος και ιδιαίτερα το κόστος διανομής των παραγγελιών αυξάνεται.

Το Inventory Routing Problem (IRP) ξεκίνησε να μελετάται στις αρχές του 1980 και ενσωμάτωσε δύο κατηγορίες προβλημάτων, τα Vehicle Routing Problems (VRPs) και Inventory Management

Problems (IMPs). Δηλαδή, τα συγκεκριμένα προβλήματα βασίζονται στην εξυπηρέτηση των παραγγελιών του κάθε πελάτη. Σε αυτού του είδους τα προβλήματα, υπάρχουν δύο κύριες κατηγορίες εμπλεκόμενων, ο προμηθευτής και ο καταναλωτής. Ο προμηθευτής σχεδιάζει το μοντέλο που θα ακολουθήσει και ελέγχει το επίπεδο αποθέματος του κάθε καταναλωτή. Επίσης, προμηθεύει τον καταναλωτή κατόπιν δικών του αποφάσεων για το πλήθος προμηθειών και τον χρόνο παράδοσης τους. Από την άλλη μεριά, ο καταναλωτής οφείλει να μην μηδενίσει τις προμήθειες γιατί τότε θα χρειαστεί να αγοράσει προϊόντα από την τοπική αγορά με μεγαλύτερο κόστος (όπως θα εξετασθεί παρακάτω). Στην περίπτωση του MIRP, τα προϊόντα μεταφέρονται μέσω ενός στόλου πλοίων, όπου η χωρητικότητα του κάθε πλοίου δεν πρέπει να υπερκαλύπτεται. Κάθε προϊόν μεταφέρεται μέσω θαλάσσης και έχει κάποιο κόστος μεταφοράς. Στόχος του προβλήματος είναι να ελαχιστοποιήσει το κόστος μεταφοράς ικανοποιώντας όλα τα αιτήματα παραγγελιών.

Τα IRPs, όπως αναφέρθηκε και παραπάνω, αποτελούν μια κατηγορία προβλημάτων δρομολόγησης οχημάτων. Τα προβλήματα δρομολόγησης οχημάτων (VRPs) πρωτοεμφανίστηκαν στην διεθνή βιβλιογραφία το 1959 από τους Dantzig και Ramser [22] με το «πρόβλημα αποστολής φορτηγών». Πρώτη φορά, που αναφέρθηκε IRP πρόβλημα στην διεθνή βιβλιογραφία έγινε από τους Deif και Bodin (1984) [24], όπου τροποποίησαν τον Clarke & Wright (1964) [21] αλγόριθμο.

Όπως αναφέρεται στο βιβλίο των Μαρινάκης Ι. και Μυγδαλάς Α. (2008) [51] στα VRPs, ο πελάτης παραγγέλλει προϊόντα από τον προμηθευτή, όταν το απόθεμα του έχει πέσει κάτω από ένα επίπεδο (το οποίο το θέτει ο πελάτης). Στα IRPs, ο προμηθευτής έχει τον έλεγχο των παραγγελιών για κάθε πελάτη. Δηλαδή, ο προμηθευτής αποφασίζει την ποσότητα αλλά και τον χρόνο εκτέλεσης της παραγγελίας του εκάστοτε πελάτη, φροντίζοντας κανένας πελάτης να μην μείνει χωρίς απόθεμα. Μια διαφορά των δύο κατηγοριών προβλημάτων είναι ότι στα VRPs ο προμηθευτής οργανώνει ένα σχέδιο παράδοσης των προϊόντων ανά ημέρα, ενώ στα IRPs ο προμηθευτής δημιουργεί ένα σχέδιο επίσκεψης πελατών λαμβάνοντας υπόψη ότι το σημερινό δρομολόγιο θα επηρεάσει και μελλοντικά δρομολόγια. Συμπερασματικά, τα IRPs επιτυγχάνουν ταυτόχρονη ελαχιστοποίηση του κόστους μεταφοράς (όπως και τα VRPs) και ελαχιστοποίηση του κόστους δημιουργίας αποθέματος.

Το IRP αποτελεί το πρόβλημα του καθορισμού του σχεδίου κατανομής ελαχίστου κόστους ενός εμπορεύματος από έναν προμηθευτή σε ένα σύνολο γεωγραφικά διασκορπισμένων πελατών σε περιόδους και για λόγους ευκολίας εξήγησης και χωρίς απώλεια γενίκευσης θεωρούμε τις περιόδους ως ημέρες. Οι πελάτες έχουν καθημερινή ζήτηση και η διανομή πραγματοποιείται μέσω ενός στόλου οχημάτων συγκεκριμένης χωρητικότητας που ξεκινούν και τελειώνουν τη διαδρομή τους στη θέση, όπου βρίσκεται ο προμηθευτής. Ο στόχος είναι να σχεδιαστεί ένα σχέδιο διανομής το οποίο να ελαχιστοποιεί το συνολικό κόστος διανομής, το οποίο είναι συνήθως το άθροισμα του κόστους δρομολόγησης και του κόστους αποθήκευσης του αποθέματος.

Η κλασσική μέθοδος IRP επικεντρώνεται στην ελαχιστοποίηση του συνολικού κόστους, που συνίσταται στη δρομολόγηση και στην κατοχή αποθεμάτων. Η ελαχιστοποίηση του συνολικού κόστους αποτελεί κύριο στόχο σε πολλές αλυσίδες εφοδιασμού. Πρόσφατα, έχουν προταθεί άλλοι τρόποι με στόχο τη βελτίωση της απόδοσης ολόκληρης της αλυσίδας ή τη διαμόρφωση λύσεων προς ένα συγκεκριμένο στόχο. Οι Escalona et al. (2018) [25] χρησιμοποίησαν μια διαφορετική αντικειμενική συνάρτηση για να οδηγήσουν τη λύση σε διαφορετικές πολιτικές αναπλήρωσης. Συγκεκριμένα μελετούν την επίδραση διαφόρων πολιτικών που αφορούν το απόθεμα στο σχεδιασμό ενός δικτύου διανομής για διάφορα μέσα μεταφοράς, τα οποία είναι ικανά να παρέχουν διαφοροποιημένα επίπεδα υπηρεσιών όσον αφορά τη διαθεσιμότητα των προϊόντων για πολλές κατηγορίες ζήτησης. Οι Rau et al. (2018) [40] χρησιμοποιούν μια πληρέστερη αντικειμενική συνάρτηση που περιλαμβάνει την αποθήκευση και το χειρισμό αποθεμάτων, εκτός από το

σταθερό και μεταβλητό κόστος του οχήματος. Αυτό επιτρέπει τη μέτρηση όχι μόνο των συνεισφορών διαχείρισης αποθεμάτων στο συνολικό κόστος, αλλά και τη σημαντική συμβολή στο ποσοστό των εκπομπών αερίων. Επίσης, με έμφαση στο κόστος και τις εκπομπές, οι Cheng et al. (2017) [14] επεκτείνουν τη συνάρτηση για να εξετάσουν την επίδραση ενός ετερογενούς στόλου στο κόστος και τις εκπομπές ενός IRP.

Η πιο απλή περίπτωση του IRP αφορά την επαναλαμβανόμενη διανομή ενός μοναδικού προϊόντος από μια μοναδική εγκατάσταση, σε ένα σύνολο N πελατών σε έναν ορίζοντα προγραμματισμού μήκους T , το οποίο μπορεί να ισούται με άπειρο. Ο πελάτης i καταναλώνει το προϊόν με ρυθμό u_i (όγκος ανά ημέρα) και το απόθεμα του πελάτη i είναι I_i τη χρονική στιγμή 0. Ένας στόλος M ομοιογενών οχημάτων, με χωρητικότητα Q , είναι διαθέσιμος για την καθημερινή διανομή του προϊόντος. Ο στόχος είναι να ελαχιστοποιηθεί το μέσο ημερήσιο κόστος διανομής κατά τη διάρκεια της περιόδου προγραμματισμού χωρίς να δημιουργηθούν αποθέματα σε κανέναν από τους πελάτες. Τα οχήματα επιτρέπεται να κάνουν πολλαπλά ταξίδια την ημέρα.

Επομένως, πρέπει να παρθούν οι παρακάτω τρεις αποφάσεις [18]:

- i. Πότε θα εξυπηρετηθεί κάθε πελάτης.
- ii. Ποια πρέπει να είναι η ποσότητα που θα διανεμηθεί σε κάθε πελάτη.
- iii. Ποια θα είναι η ακολουθία διαδρομών που θα πραγματοποιήσει ένα πλοίο.

Το IRP, όπως ορίστηκε παραπάνω είναι ντετερμινιστικό και στατικό λόγω της παραδοχής ότι ο ρυθμός κατανάλωσης του προϊόντος ανά ημέρα είναι γνωστός και σταθερός. Προφανώς, στην πραγματική ζωή τα προβλήματα δρομολόγησης αποθεμάτων είναι στοχαστικά και δυναμικά. Κανένας πελάτης δεν θα χρησιμοποιεί το προϊόν με τον ίδιο τρόπο κάθε μέρα. Σε πολλές περιπτώσεις, ωστόσο, η χρήση είναι σχετικά προβλέψιμη και οι πελάτες χρησιμοποιούν γενικά περίπου το ίδιο ποσό κάθε μέρα, εάν εξετάσουμε τη συνολική χρήση τους για αρκετές ημέρες στη σειρά.

1.3 Ένα παράδειγμα IRP

Στην παρούσα ενότητα θα παρουσιάσουμε μια χαρακτηριστική περίπτωση προβλήματος δρομολόγησης αποθεμάτων (IRP) όπου ένα προϊόν πρέπει να διανεμηθεί για να ικανοποιήσει τη ζήτηση ενός δικτύου πελατών σε μια διακριτή χρονική περίοδο. Μέσω αυτού του παραδείγματος επιδιώκεται να φανεί ο αντίκτυπος στο κόστος μεταφοράς που αφορά στη λήψη κοινών αποφάσεων για τα ερωτήματα (α) ποιος θα εξυπηρετηθεί, (β) ποια είναι η ποσότητα που θα παραδώσει και (γ) ποιες είναι οι διαδρομές που θα ακολουθήσει στο ταξίδι. Στο παράδειγμα, το κόστος αποθήκευσης του αποθέματος δεν παίζει ρόλο. Η περίπτωση που θα παρουσιαστεί βασίζεται σε παράδειγμα του Bell et al. (1983) [9].

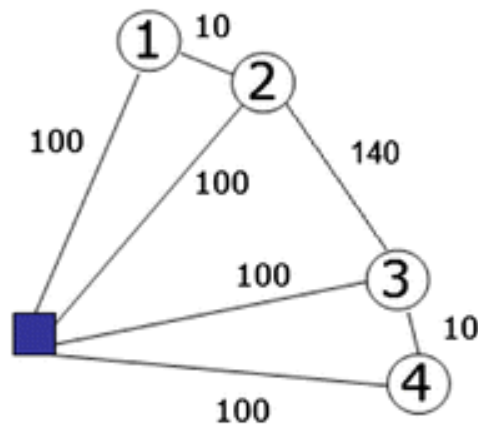
Το παράδειγμα

Ο χρόνος στο πρόβλημα θεωρείται ότι είναι διακριτός και δομημένος σε ημέρες. Ένα προϊόν πρέπει να διανέμεται από έναν προμηθευτή σε ένα σύνολο τεσσάρων πελατών μέσω κατάλληλων οχημάτων. Για την κάθε ημέρα θα πρέπει να λαμβάνονται αποφάσεις σχετικά με την εξυπηρέτηση των πελατών, την ποσότητα του προϊόντος που θα παραδοθεί και τις διαδρομές που θα πρέπει να ακολουθηθούν. Ο προμηθευτής διαθέτει απεριόριστο απόθεμα, οπότε δεν τίθεται θέμα περιορισμών στην ποσότητα.

Έστω $M = \{1,2,3,4\}$ το σύνολο των πελατών. Στο Σχήμα 1, βλέπουμε τις διαθέσιμες συνδέσεις μεταξύ προμηθευτή και πελατών αλλά και τις συνδέσεις μεταξύ των πελατών με αντίστοιχο κόστος ταξιδιού, δηλαδή το κόστος που θα πρέπει να πληρωθεί εάν η διαδρομή (σύνδεση) πραγματοποιηθεί με ένα όχημα. Υποθέτουμε ότι δεν υπάρχει περιορισμός για τον αριθμό των οχημάτων που θα χρησιμοποιηθούν, ενώ κάθε όχημα έχει χωρητικότητα $C = 5000$. Η ημερήσια ζήτηση q_s του πελάτη s , $s \in M$ είναι 1000, 3000, 2000 και 1500 αντίστοιχα. Ο κάθε πελάτης έχει

ένα περιορισμένο επίπεδο αποθέματος, δηλαδή η εκάστοτε ποσότητα αποθέματος του πελάτη δε μπορεί να υπερβεί το επίπεδο αυτό. Το μέγιστο επίπεδο αποθέματος U_s του πελάτη s , $s \in M$ είναι 5000, 3000, 2000 και 4000 αντίστοιχα. Το αρχικό επίπεδο αποθέματος του κάθε πελάτη s είναι ίσο με το μέγιστο επίπεδο αποθέματος, δηλαδή $I_{s0} = U_s$, για όλους τους πελάτες $s \in M$. Το κόστος αποθέματος δεν χρεώνεται ούτε στον προμηθευτή ούτε στον πελάτη.

Ο στόχος του προβλήματος είναι να βρεθεί μια πολιτική περιοδικής διανομής, δηλαδή ένα σχέδιο για την εξυπηρέτηση σχετικά με την ποσότητα που θα παραδοθεί και τις διαδρομές που θα κάνουν τα οχήματα και την τακτική επανάληψή τους, ώστε να ελαχιστοποιείται το συνολικό κόστος μεταφοράς. Η πολιτική πρέπει να είναι τέτοια ώστε να μην γίνεται ποτέ υπέρβαση του μέγιστου επιπέδου αποθέματος των πελατών, σε κανέναν από τους πελάτες να μην δημιουργείται ποτέ αποθεματικό, δηλαδή μετά τη εσωτερική διανομή του προϊόντος το επίπεδο αποθέματος να είναι μηδενικό, και να ικανοποιείται η χωρητικότητα του οχήματος. Η περιοδικότητα της πολιτικής συνεπάγεται ότι τα επίπεδα αποθέματος στο τέλος της περιόδου πρέπει να είναι ίσα με τα αρχικά επίπεδα.



Σχήμα 1. Το IRP για τους τέσσερις πελάτες (Πηγή: Bell et al. (1983))

Επίλυση Νο. 1 (Προφανής Λύση)

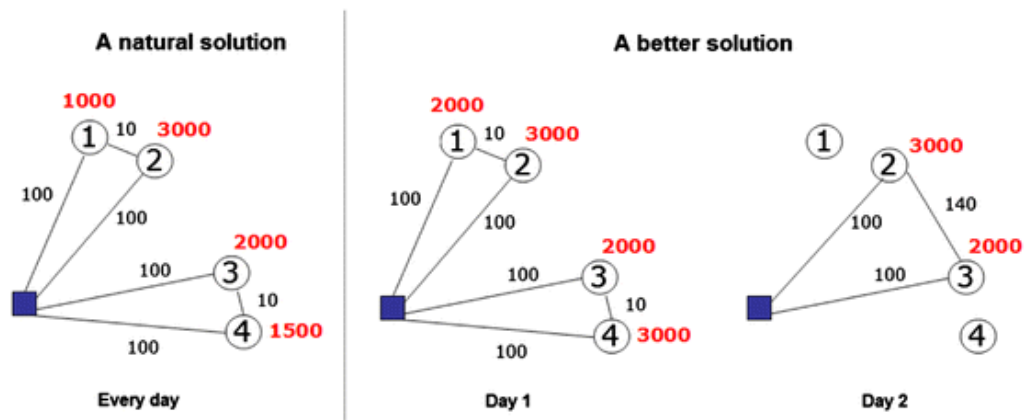
Καταρχάς, ας σημειώσουμε ότι οι πελάτες 2 και 3 πρέπει να εξυπηρετούνται καθημερινά, καθώς το μέγιστο επίπεδο αποθεμάτων τους ισούται με την ημερήσια ζήτηση, δηλ. δεν μπορούν να αποθηκεύσουν μεγαλύτερη ποσότητα από την καθημερινή ζήτηση. Παρατηρώντας το κόστος ταξιδιού στο σχήμα 2, είναι φυσικό να συνδυάσουμε τα δύο ζεύγη κοντινών πελατών 1, 2 και 3, 4 έτσι ώστε να εξυπηρετούμε το κάθε ζεύγος πελατών καθημερινά με δύο ξεχωριστά οχήματα (ένα για κάθε ζεύγος). Η χωρητικότητα των οχημάτων δεν χρησιμοποιείται πλήρως, ενώ το ημερήσιο κόστος είναι 420 και η περίοδος αυτής της πολιτικής ισούται με μία (1) ημέρα.

Επίλυση Νο. 2 (Better Solution)

Μια καλύτερη πολιτική έχει περίοδο ίση με δύο (2) ημέρες. Την πρώτη ημέρα, οι πελάτες 1 και 2 εξυπηρετούνται μαζί με ένα όχημα και οι πελάτες 3 και 4 εξυπηρετούνται μαζί με ένα άλλο όχημα. Μια ποσότητα 2000 (δύο φορές η ημερήσια κατανάλωση) παραδίδεται στον πελάτη 1, 3.000 (η ημερήσια κατανάλωση) παραδίδεται στον πελάτη 2, 2000 (η ημερήσια κατανάλωση) παραδίδεται στον πελάτη 3 και 3.000 (δύο φορές η ημερήσια κατανάλωση) παραδίδεται στον πελάτη 4. Η χωρητικότητα των οχημάτων χρησιμοποιείται πλήρως σε αυτήν την περίπτωση. Οι πελάτες 2 και 3 πρέπει να εξυπηρετούνται καθημερινά, λόγω της χωρητικότητας αποθήκευσης και της ημερήσιας κατανάλωσής τους. Έτσι, τη δεύτερη ημέρα οι πελάτες 2 και 3 εξυπηρετούνται μαζί σε μία διαδρομή, με ποσότητα 3000 να παραδίδεται στον πελάτη 2 και ποσότητα 2000 να παραδίδεται στον πελάτη 3, ενώ την δεύτερη οι πελάτες 1 και 4 δεν επισκέπτονται. Το μέσο

ημερήσιο κόστος αυτής της πολιτικής είναι 380 και έχει αποδειχθεί ότι αυτή η πολιτική είναι η βέλτιστη.

Το παράδειγμα αυτό μας δείχνει την επίδραση των αποφάσεων για το ποιος θα εξυπηρετήσει, την ποσότητα που θα παραδώσει και τα έξοδα μεταφοράς. Στο συγκεκριμένο παράδειγμα, οι αποφάσεις σχετικά με τις διαδρομές των οχημάτων ουσιαστικά δεν έχουν επίδραση στο κόστος. Αυτό ισχύει γιατί οι διαδρομές είναι πολύ εύκολο να βρεθούν λόγω προκαθορισμένης επίσκεψης στους πελάτες και προκαθορισμένων ποσοτήτων που θα παραδοθούν.



Σχήμα 2. Οι δύο λύσεις του προβλήματος IRP (Πηγή: Bell et al. (1983))

1.4 Πρόβλημα Διαχείρισης Αποθεμάτων μέσω της Ναυτιλίας (MIRP)

Ο κλάδος των θαλάσσιων μεταφορών αποτελεί τη ραχοκοκαλιά πολλών εθνικών οικονομιών και διαδραματίζει κρίσιμο ρόλο στη διεθνή ανταγωνιστικότητα πολλών άλλων. Σχεδόν όλες οι παγκόσμιες αλυσίδες εφοδιασμού περιλαμβάνουν τουλάχιστον ένα κομμάτι το οποίο πραγματοποιείται μέσω της ναυτιλίας. Το κομμάτι αυτό οδηγεί σε ζητήματα βελτιστοποίησης και δημιουργεί περίπλοκα προβλήματα εφοδιαστικής με πολύπλοκες αποφάσεις. Για χρόνια η ναυτιλία, είναι υπεύνηνη για τη μετακίνηση πάνω από το 70% του διεθνούς εμπορίου από άποψη αξίας. Ίσως πιο συναρπαστικό είναι το γεγονός ότι είναι υπεύθυνο για τη μετακίνηση μεταξύ 80% και 90% του συνόλου του διεθνούς εμπορίου ως προς τον όγκο. Χωρίς αμφιβολία, οι θαλάσσιες μεταφορές αποτελούν τη κύρια δίοδο της μεταφοράς μεγάλων ποσοτήτων εμπορευμάτων μεταξύ των ηπείρων (Christiansen et al., 2013 [19]).

Τα προβλήματα δρομολόγησης αποθέματος (IRP) περιλαμβάνουν την ενσωμάτωση και τον συντονισμό δύο συνιστωσών της εφοδιαστικής αλυσίδας: τη διαχείριση του αποθέματος και τη δρομολόγηση οχημάτων. Τα προβλήματα δρομολόγησης των θαλάσσιων αποθεμάτων είναι μια ειδική κατηγορία IRP που προκύπτουν στο θαλάσσιο περιβάλλον. Τα IRP έχουν αναδειχθεί στο επίκεντρο, επειδή αποτελούν αναπόσπαστο στοιχείο της αναπλήρωσης αποθεμάτων που διαχειρίζεται ο προμηθευτής, μια πολιτική στην οποία ένας ο υπεύθυνος λήψης αποφάσεων συντονίζει τόσο το απόθεμα όσο και τη διανομή του μέσω μιας αλυσίδας εφοδιασμού.

Όταν ένας φορέας ή συνεργαζόμενοι φορείς στην αλυσίδα εφοδιασμού θαλάσσιων μεταφορών έχουν την ευθύνη τόσο της μεταφοράς αγαθών όσο και των αποθεμάτων στα λιμάνια, το υποκείμενο πρόβλημα προγραμματισμού είναι ένα πρόβλημα διαχείρισης αποθεμάτων μέσω της Ναυτιλίας (MIRP).

Ένα πρόβλημα διαχείρισης αποθεμάτων μέσω της ναυτιλίας περιγράφεται καλύτερα ως προς τις κύριες συνιστώσες του: λιμάνια και πλοία. Κάθε λιμάνι χαρακτηρίζεται ως λιμάνι φόρτωσης όταν το προϊόν παράγεται και φορτώνεται σε πλοία ή ως λιμάνι εκφόρτωσης όταν το προϊόν καταναλώνεται, συνήθως μετά την εκφόρτωσή του από πλοία ή από εναλλακτική πηγή (π.χ.

αγωγό). Το προϊόν μπορεί να αποθηκευτεί ως απόθεμα και στους δύο τύπους λιμανιών. Κάθε λιμάνι «φόρτωσης» ή «εκφόρτωσης» έχει: χωρητικότητα αποθέματος η οποία μεταβάλλεται με την πάροδο του χρόνου, σταθερό αριθμό θέσεων αγκυροβόλησης, ο οποίος περιορίζει τον αριθμό των πλοίων που μπορούν να φορτώσουν ή εκφορτώσουν ταυτόχρονα σε μία δεδομένη χρονική περίοδο, ελάχιστη και ανώτατη ποσότητα που μπορεί να φορτωθεί ή να εκφορτωθεί σε μία χρονική περίοδο και ντετερμινιστικά όρια στο ρυθμό παραγωγής ή κατανάλωσης. Σε ορισμένες περιπτώσεις, οι δείκτες παρακολουθούνται μόνο για τη μία πλευρά της εφοδιαστικής αλυσίδας, π.χ. μόνο από την πλευρά της παραγωγής. Όταν οι δείκτες δεν είναι συγκεκριμένοι σε ένα λιμάνι, δίνεται ένα σύνολο παραθύρων χρόνου, το καθένα με ελάχιστη ποσότητα που μπορεί να φορτωθεί ή εκφορτωθεί. Εναλλακτικά, υπάρχουν μηνιαίες ρυθμίσεις, οι οποίες περιγράφονται στις συμβάσεις με τους πελάτες (λιμάνια εκφόρτωσης) ή δηλώνεται μία συγκεκριμένη ποσότητα προϊόντος, η οποία παραδίδεται ομοιόμορφα κατανεμημένη καθόλη τη διάρκεια του έτους. Οι παραδόσεις εκτός των ορίων ενδέχεται να γίνουν αποδεκτές, αλλά υπάρχει και το ενδεχόμενο επιβολής ποινών.

Πολλές εργασίες που σχετίζονται με το MIRP έχουν γραφεί. Ο Ronen (1983, 1993) δημοσίευσε δύο ανασκοπήσεις [42] και [43] σχετικά με τον προγραμματισμό πλοίων και τα σχετικά προβλήματα, όπου συζητήθηκαν διάφορα θέματα και τρόποι λειτουργίας. Η Christiansen (2004) [20] εξέτασε την υπάρχουσα κατάσταση και τις προοπτικές της δρομολόγησης και του προγραμματισμού των πλοίων. Οι Andersson et al. (2010) [6] διερεύνησαν το συνδυασμένο πρόβλημα διαχείρισης αποθεμάτων και δρομολόγησης από την πλευρά μιας βιομηχανίας, αλλά και ως προς τη μοντελοποίηση του προβλήματος. Επίσης, πρότειναν να πραγματοποιηθεί μελλοντική έρευνα αναφορικά με την περαιτέρω ανάπτυξη της έρευνας σε διάφορες χώρες αλλά και σε ανάγκες που έχει μια βιομηχανία. Οι Agra et al (2013) [1] έκαναν αναφορά στις ήδη υπάρχουσες μελέτες γύρω από το πρόβλημα διαχείρισης αποθεμάτων μέσω θαλάσσιων μεταφορών και στη συνέχεια μελέτησαν έγκυρους περιορισμούς υπό μορφή ανισοτήτων, για τη μεταφορά ενός προϊόντος, για να δημιουργήσουν ένα μοντέλο διακριτού χρόνου. Οι παραλλαγές αυτές έχουν ως κύριο στόχο να ενισχύσουν το προτεινόμενο μοντέλο και να μειώσουν σημαντικά το χάσμα ανάμεσα σε αυτό και στο αρχικό μοντέλο, δηλαδή χωρίς τις παραλλαγές. Οι έρευνες των Andersson et al (2010) [6] και των Christiansen και Fagerholt (2009) [16] έδειξαν ότι το MIRP λαμβάνει ολοένα και μεγαλύτερη προσοχή κατά την τελευταία δεκαετία. Όπως υπογράμμισαν οι Agra et al (2013) [1], τα πραγματικά MIRPs είναι υψηλής πολυπλοκότητας. Ο Ronen (2002) [44] περιγράφει ένα MIRP πολλών προϊόντων, το οποίο αντιμετωπίζουν οι παραγωγοί χύδην προϊόντων, τα οποία θα πρέπει να αποθηκευτούν ξεχωριστά σε διαφορετικούς χώρους ενός πλοίου. Τα πλοία ναυλώνονται για ταξίδια στα οποία επισκέπτονται μόνο ένα λιμάνι φόρτωσης και ένα λιμάνι εκφόρτωσης ενώ υπάρχει περίπτωση να μεταφέρουν περισσότερα από ένα προϊόντα. Για την επίλυση του προβλήματος προτείνεται η χρήση ευρετικού αλγορίθμου. Οι Persson και Gothe-Lundgren (2005) [38] περιγράφουν επίσης ένα πρόβλημα διαχείρισης αποθεμάτων μέσω της ναυτιλίας (MIRP) πολλαπλών προϊόντων για μια εταιρεία διυλιστηρίων πετρελαίου στη Σουηδία. Διατυπώνουν μοντέλα τόξου- και διαδρομής- ροής (arc- και path- flow) σε ένα δίκτυο χωροχρόνου. Οι Siswanto et al. (2019) [46] εξετάζουν ένα πρόβλημα διαχείρισης αποθεμάτων μέσω θαλάσσιων μεταφορών με πολλαπλά χρονικά παράθυρα (time windows). Κατά τη διάρκεια της ημέρας, λόγω ύπαρξης λειτουργικών δυσκολιών, είναι δυνατή η είσοδος και η έξοδος πλοίων σε ορισμένα λιμάνια, σε συγκεκριμένα χρονικά διαστήματα. Η κατάσταση αυτή περιγράφει ένα τυπικό χρονικό παράθυρο.

Στην πιο απλή περίπτωση του MIRP μεταφέρεται ένα προϊόν. Το προϊόν αυτό παράγεται στις πηγές, που ονομάζονται λιμάνια φόρτωσης και καταναλώνεται στους προορισμούς, που ονομάζονται λιμάνια εκφόρτωσης. Σε όλα τα λιμάνια, εκτός του ρυθμού παραγωγής ή κατανάλωσης, παρέχεται και η δυνατότητα αποθήκευσης αποθεμάτων. Ο ρυθμός παραγωγής ή κατανάλωσης θεωρείται σταθερός. Οι Christiansen et al. (2007) [18] περιγράφουν ένα βασικό

MIRP ως τη μεταφορά ενός μόνο προϊόντος που παράγεται σε λιμένες φόρτωσης και καταναλώνεται σε λιμένες εκφόρτωσης όπου κάθε λιμάνι διαθέτει δεδομένη χωρητικότητα αποθήκευσης αποθεμάτων και ρυθμό παραγωγής ή κατανάλωσης.

Τα προϊόντα που μεταφέρονται σε προβλήματα δρομολόγησης αποθεμάτων μέσω της Ναυτιλίας είναι συνήθως ογκώδη ή χύδην προϊόντα, όπου μεταφέρονται μεγάλες ποσότητες και υπάρχουν αποθέματα τόσο στα λιμάνια φόρτωσης όσο και εκφόρτωσης. Σε αυτά τα προβλήματα, οι πλοιοκτήτες έχουν διπλή ευθύνη: μεταφορά και διαχείριση αποθεμάτων στις εγκαταστάσεις παραγωγής και κατανάλωσης. Σε τέτοιες καταστάσεις σχεδιασμού, η δρομολόγηση και ο προγραμματισμός του στόλου πρέπει να συγχρονιστούν με τη διαχείριση των αποθεμάτων τόσο στις εγκαταστάσεις παραγωγής όσο και στην κατανάλωση. Για τη μεταφορά του προϊόντος μεταξύ των συγκεκριμένων λιμένων παραγωγής και κατανάλωσης, οι υπεύθυνοι σχεδιασμού ελέγχουν έναν ετερογενή στόλο πλοίων. Το πρόβλημα σχεδιασμού είναι να βρεθούν δρομολόγια και χρονοδιαγράμματα για το στόλο που θα ελαχιστοποιούν το κόστος μεταφοράς χωρίς διακοπή της παραγωγής ή κατανάλωσης στις αποθήκες. Ανάλογα με την περιοχή την οποία εξυπηρετεί ο στόλος, η τυπική περίοδος προγραμματισμού κυμαίνεται από 1 έως 2 εβδομάδες έως και αρκετούς μήνες.

Στα προβλήματα δρομολόγησης αποθεμάτων μέσω της ναυτιλίας καθορίζονται τα κατώτερα και ανώτερα όρια της χωρητικότητας αποθήκευσης σε κάθε λιμάνι. Το MIRP αποτελείται από το σχεδιασμό δρομολογίων και χρονοδιαγραμμάτων για ένα στόλο πλοίων και τον προσδιορισμό των ποσοτήτων φόρτωσης και εκφόρτωσης σε κάθε λιμάνι για τη διατήρηση των επιπέδων αποθέματος μεταξύ των ορίων, με ταυτόχρονη ελαχιστοποίηση του κόστους μεταφοράς και του κόστους λειτουργίας του λιμανιού. Οι χρόνοι ταξιδιού περιλαμβάνουν τόσο τους χρόνους πλεύσης όσο και τους χρόνους αγκυροβόλησης των πλοίων στα λιμάνια προορισμού και θεωρούνται ασαφείς. Συνεπώς, αν ληφθούν υπόψη μόνο οι μέσες τιμές των παραμέτρων εισόδου του προβλήματος, όπως οι μέσες προθεσμίες ταξιδιού, μπορεί να οδηγήσουν σε συχνές διαταραχές του αποθέματος, δεδομένου ότι τα χρονοδιαγράμματα δεν λαμβάνουν υπόψη πιθανές καθυστερήσεις. Αντίστροφα, ο σχεδιασμός συντηρητικών σχεδίων που ξεετάζουν τα χειρότερα σενάρια για τους χρόνους ταξιδιού μπορεί να αποτρέψει τις διαταραχές των αποθεμάτων (έλλειψη λιμένων κατανάλωσης και πλεόνασμα στους λιμένες παραγωγής), αλλά συνήθως παρέχουν λύσεις με υψηλό κόστος μεταφοράς.

Σε ένα πρόβλημα MIRP εκτός από τα συνήθη κόστη εμφανίζονται και τα κόστη υπεραναμονής φόρτωσης. Τα κόστη υπεραναμονής φόρτωσης προκύπτουν όταν γίνεται υπέρβαση του επιτρεπτού χρόνου (δηλαδή του χρόνου στο λιμάνι), για παράδειγμα, περιμένοντας να φορτωθεί ή να εκφορτωθεί μεγαλύτερη ποσότητα του προϊόντος. Ένα σταθερό κόστος χρεώνεται σε κάθε λιμάνι φόρτωσης ή εκφόρτωσης ανεξάρτητα από την ποσότητα του προϊόντος που υπάρχει στο πλοίο.

Ωστόσο, υπάρχει και ένα επιπλέον κόστος μεταφοράς, το οποίο εφαρμόζεται σε οποιαδήποτε ποσότητα παραγωγής, όταν ξεπερνά μία προκαθορισμένη ποσότητα φορτίου και είναι γνωστό στη ναυτιλιακή βιομηχανία ως ελάχιστο μέρος φορτίου (part-cargo minimum). Αυτό το επιπλέον κόστος χρεώνεται για ολόκληρο το ταξίδι. Αυτές οι πρόσθετες συνιστώσες κόστους καθιστούν τη δομή του κόστους των ναυλωμένων πλοίων πολύπλοκη. Τα προσχεδιασμένα όρια, δηλαδή οι απαιτήσεις που θέτει ένα λιμάνι, αποτελούν ενδιαφέροντα χαρακτηριστικά για τα προβλήματα θαλάσσιας μεταφοράς, δεδομένου ότι ένα πλοίο μπορεί να επιτρέπεται ή όχι να επισκεφθεί ένα λιμάνι ανάλογα με το βάρος του το οποίο επηρεάζεται από την ποσότητα του προϊόντος που μεταφέρει.

Ο στόχος των συγκεκριμένων προβλημάτων είναι να βρεθεί ένα βέλτιστο χρονοδιάγραμμα για τη δρομολόγηση ενός ετερογενούς στόλου θαλάσσιων πλοίων κατά τη φόρτωση, τη μεταφορά και την εκφόρτωση ενός ενιαίου ογκώδους προϊόντος από και προς πολλαπλά λιμάνια

διατηρώντας παράλληλα όλες τις απαιτήσεις, τους περιορισμούς και τις απαγορεύσεις που σχετίζονται με το απόθεμα ή με συγκεκριμένα λιμάνια. Ένα τέτοιο πρόβλημα μελετάται και στην εργασία των Song και Furman (2013) [47]. Το πρόβλημα αυτό ορίζεται ακολούθως.

Δίνονται:

- Ένα σύνολο από λιμάνια στα οποία παράγεται ή καταναλώνεται το προϊόν.
- Ένα σύνολο από ετερογενή πλοία (κάποια από αυτά μπορεί να είναι ήδη μισθωμένα).
- Χρονικός ορίζοντας για τον σχεδιασμό.
- Ημερήσια ποσότητα παραγωγής ή κατανάλωσης του προϊόντος σε κάθε λιμάνι.
- Αρχικά αποθέματα του προϊόντος και όρια αποθεμάτων σε κάθε λιμάνι.
- Οι ποσότητες φόρτωσης και εκφόρτωσης σε κάθε λιμάνι.
- Χρόνος ταξιδιού μεταξύ των λιμανιών.
- Τα προσχεδιασμένα όρια και λοιποί περιορισμοί σε κάθε λιμάνι.
- Η χωρητικότητα του φορτηγού-πλοίου και το ελάχιστο μέρος φορτίου (part-cargo minimum) για κάθε πλοίο.
- Οι παράμετροι για τον υπολογισμό του κόστους μεταφοράς.

Ο στόχος του προβλήματος είναι να ελαχιστοποιηθεί το συνολικό κόστος μεταφοράς μείον την προστιθέμενη αξία από το μεταφερόμενο προϊόν, ενώ οι διαδρομές συγκεκριμένων πλοίων, ο χρονικός προγραμματισμός κάθε ταξιδιού από κάθε πλευρά, οι ποσότητες των προϊόντων που φορτώνονται και εκφορτώνονται καθορίζονται από τη λύση του προβλήματος έτσι ώστε όλοι οι περιορισμοί να ικανοποιούνται. Το πρόβλημα αυτό αποτελείται από αρκετά περίπλοκα χαρακτηριστικά, όπως είναι τα ευέλικτα μεγέθη των φορτίων, τα προσχεδιασμένα όρια των λιμένων, τα καθημερινά μεταβαλλόμενα επίπεδα παραγωγής και κατανάλωσης, τα πλοία, τα οποία μπορούν να φορτώνουν και να εκφορτώνουν σε πολλαπλά λιμάνια, τα πλοία που ενδέχεται να επιστρέφουν ξανά σε ένα λιμάνι, η περιορισμένη διαθεσιμότητα των θέσεων αγκυροβόλησης και το κόστος μεταφοράς ανάλογα τη διαδρομή, το μέγεθος και το χρονοδιάγραμμα.

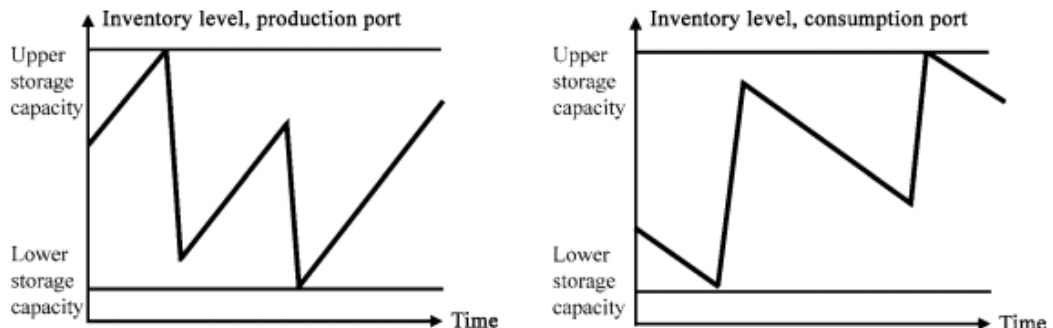
Για ένα πρόβλημα δρομολόγησης και προγραμματισμού πλοίων με προκαθορισμένα φορτία, οι Christiansen και Fagerholt (2002) [15] σχεδίασαν προγράμματα πλοίων, τα οποία έχουν λιγότερες πιθανότητες να οδηγήσουν στην παραμονή των πλοίων στα λιμάνια κατά τη διάρκεια των Σαββατοκύριακων επιβάλλοντας κόστος ποινής για αφίξεις των πλοίων σε επικίνδυνες περιόδους (δηλαδή, σε χρονική περίοδο κοντά στο Σαββατοκύριακο). Το συνεπαγόμενο χρονοδιάγραμμα θα πρέπει να παραμένει ανεπηρέαστο αναφορικά με τις καθυστερήσεις από τις κακές καιρικές συνθήκες και τον απρόβλεπτο χρόνο στο λιμάνι λόγω των περιορισμένων ωρών λειτουργίας κάθε ημέρα και των λιμένων που κλείνουν τα Σαββατοκύριακα. Στην μελέτη που έγινε από τους Agra et al (2013) [1] επιλύθηκε ένα πρόβλημα με πλήρη φόρτωση του πλοίου και προγραμματισμό χρησιμοποιώντας στοχαστικούς χρόνους, χρησιμοποιώντας εύρωστη βελτιστοποίηση (robust optimization). Επιπλέον, οι Halvorsen-Weare και Fagerholt (2011) [28] ανέλυσαν διάφορες ευρετικές στρατηγικές για την επίτευξη εφικτών εβδομαδιαίων δρομολογίων και χρονοδιαγραμμάτων για πλοία εφοδιασμού ανοικτής θάλασσας που εργάζονται κάτω από δύσκολες καιρικές συνθήκες. Οι ευρετικές στρατηγικές για τη λήψη εύρωστων λύσεων με χρόνους πλεύσης υπό συνθήκες αβεβαιότητας (uncertain time) και ταχύτητα παραγωγής συζητήθηκαν επίσης από τους Halvorsen-Weare et al. (2013) [29] για την παράδοση υγροποιημένου φυσικού αερίου. Ένα πρόβλημα διαχείρισης αποθεμάτων μέσω θαλάσσιων μεταφορών με απαιτήσεις και στοχαστικούς χρόνους ιστιοπλοΐας επιλύθηκε μέσω ευρετικών μεθόδων από τους Cheng και Duran (2004) [13].

1.5 Μαθηματική Μοντελοποίηση ενός Βασικού MIRP Προβλήματος

Στην ενότητα αυτή, θα παρουσιάσουμε ένα βασικό πρόβλημα δρομολόγησης των αποθεμάτων μέσω της θαλάσσης, όπως περιγράφεται από τους Christiansen και Fagerholt (2009) [16]. Αρχικά θα κάνουμε μία περιγραφή του προβλήματος και στη συνέχεια θα μοντελοποιήσουμε το πρόβλημα.

Περιγραφή προβλήματος

Στο βασικό MIRP πρόβλημα μεταφέρεται ένα (ομοιογενές) προϊόν. Το προϊόν παράγεται στις πηγές, που ονομάζονται λιμάνια φόρτωσης και καταναλώνεται στους προορισμούς, που ονομάζονται λιμάνια εκφόρτωσης. Οι δυνατότητες αποθήκευσης αποθεμάτων παρέχονται σε όλους τους λιμένες, επιπλέον του ρυθμού παραγωγής ή κατανάλωσης του προϊόντος. Εδώ, ο ρυθμός θεωρείται σταθερός κατά τη διάρκεια του χρονικού ορίζοντα. Ο αριθμός των αφίξεων σε ένα συγκεκριμένο λιμάνι κατά τη διάρκεια της περιόδου προγραμματισμού δεν είναι προκαθορισμένος, ούτε και η ποσότητα που θα πρέπει να φορτωθεί ή να εκφορτωθεί σε κάθε άφιξη στο λιμάνι. Στο Σχήμα 3 παρουσιάζεται ένα παράδειγμα παραγωγής/ κατανάλωσης και φόρτωσης/ εκφόρτωσης. Οι ποσότητες που φορτώνονται ή εκφορτώνονται διαφέρουν σε κάθε άφιξη. Ο λόγος για την διαφοροποίηση αυτή μπορεί να είναι ότι στα λιμάνια φθάνουν πλοία με διαφορετικές δυνατότητες φόρτωσης ή εκφόρτωσης πλήρους φορτίου ή λόγω μερικής φόρτωσης/ εκφόρτωσης. Είναι σημαντικό να γίνει η διασφάλιση στα λιμάνια φόρτωσης, ότι το επίπεδο χωρητικότητας του αποθέματος δεν ξεπερνά το μέγιστο επίπεδο αποθέματος κατά την εκκίνηση της διαδικασίας φόρτωσης και δεν είναι μικρότερο από το ελάχιστο επίπεδο αποθέματος τη στιγμή που θα ολοκληρωθεί η διαδικασία της φόρτωσης. Στα λιμάνια εκφόρτωσης θα πρέπει να διασφαλίζεται το αντίθετο. Το επίπεδο αποθέματος στην αρχή της προγραμματισμένης περιόδου μπορεί να βρίσκεται σε οποιοδήποτε επίπεδο, όπως φαίνεται στο Σχήμα 3.



Σχήμα 3. Επίπεδα αποθέματος κατά την προγραμματισμένη περίοδο σε λιμάνια παραγωγής – κατανάλωσης.

Επομένως, το πρόβλημα προγραμματισμού είναι να σχεδιαστούν διαδρομές και χρονοδιαγράμματα που ελαχιστοποιούν το κόστος μεταφοράς χωρίς διακοπή της παραγωγής ή της κατανάλωσης. Δεν υποθέτουμε κανένα κόστος αποθέματος επειδή ο αποστολέας διαθέτει τόσο πηγές παραγωγής όσο και προορισμούς κατανάλωσης. Ο πλοιοκτήτης ελέγχει έναν ετερογενή στόλο πλοίων και υποθέτουμε επίσης ότι επιτρέπεται η μερική φόρτωση και εκφόρτωση. Το πλοίο δεν είναι απαραίτητως άδειο στην αρχή του χρονικού ορίζοντα, αλλά μπορεί να έχει κάποιο φορτίο. Το πλοίο μπορεί να βρίσκεται είτε σε λιμάνι είτε στη θάλασσα στην αρχή της προγραμματισμένης χρονικής περιόδου.

Μαθηματικό Μοντέλο

Στην διατύπωση του προβλήματος, έχουμε υποθέσει ότι το πλοίο μπορεί να φορτώσει ή να εκφορτώσει μερικώς, γεγονός που σημαίνει ότι επάνω στο πλοίο βρίσκεται η αρχική ποσότητα

του προϊόντος διαιρεμένη σε μικρότερες. Η απλούστερη μορφή του προβλήματος θα έπρεπε να συμπεριλαμβάνει μόνο πλήρη φορτία ανάμεσα στα λιμάνια φόρτωσης και εκφόρτωσης.

Δρομολόγηση

Στη μαθηματική διατύπωση του προβλήματος, κάθε λιμάνι αντιπροσωπεύεται από ένα δείκτη i και το σύνολο των λιμανιών αντιπροσωπεύεται από μια παράμετρο N . Έστω V το σύνολο των διαθέσιμων πλοίων που θα πρέπει να δρομολογηθούν και να προγραμματιστούν. Δεν είναι δυνατόν όλα τα πλοία να επισκεφτούν όλα τα λιμάνια. Θεωρούμε $N_v = \{\text{εφικτά λιμάνια για το πλοίο } v\} \cup \{o(v), d(v)\}$ να είναι το σύνολο των λιμανιών που μπορεί να δέχεται επισκέψεις από το πλοίο v . Οι όροι $o(v)$ και $d(v)$ αναπαριστούν το τεχνητό λιμάνι προέλευσης και το τεχνητό λιμάνι προορισμού του πλοίου v , αντίστοιχα. Η χρήση των τεχνητών λιμανιών γίνεται για τα εικονικά πλοία που χρησιμοποιούνται κατά την διαμόρφωση του μαθηματικού μοντέλου, γιατί εάν ένα πλοίο είναι άδειο στην αρχή του χρονικού ορίζοντα, οι χρόνοι ταξιδιού από την προέλευση προς όλα τα λιμάνια φόρτωσης είναι μηδέν ημέρες. Κάθε λιμάνι μπορεί να δέχεται επισκέψεις αρκετές φορές κατά τη διάρκεια του χρονικού ορίζοντα. Ορίζουμε ως M_i να είναι το σύνολο των πιθανών αφίξεων στο λιμάνι i , ενώ M_{iv} να είναι το σύνολο των αφίξεων στο λιμάνι i που μπορούν να πραγματοποιηθούν από το πλοίο v . Ο αριθμός των αφίξεων στο λιμάνι αντιπροσωπεύεται από τον δείκτη m , και m_i είναι η τελευταία πιθανή άφιξη στο λιμάνι i μέσα στην προγραμματισμένη περίοδο. Το σύνολο των κόμβων μέσα στο δίκτυο ροής αντιπροσωπεύει το σύνολο των αφίξεων στα λιμάνια. Κάθε άφιξη στο λιμάνι καθορίζεται ως (i, m) , όπου $i \in N_v$, $m \in M_{iv}$. Το σύνολο A_v περιλαμβάνει όλα τα εφικτά τόξα – διαδρομές κάθε πλοίου v , το οποίο είναι υποσύνολο του συνόλου $\{i \in N_v, m \in M_{iv}\} \times \{i \in N_v, m \in M_{iv}\}$. Τέλος, η ποσότητα C_{ijv} αντιπροσωπεύει το μεταβλητό κόστος πλεύσης από το λιμάνι i στο λιμάνι j με το πλοίο v . Το μεταβλητό αυτό κόστος, περιλαμβάνει το λιμάνι, τα κανάλια δικτύωσης και το κόστος καυσίμων. Επίσης, κατά την μορφοποίηση του δικτύου ροής χρησιμοποιούνται οι ακόλουθοι τύποι μεταβλητών:

- η δυαδική μεταβλητή ροής x_{imjnv} , $v \in V$, $(i, m, j, n) \in A_v$, η οποία παίρνει την τιμή 1, εάν το πλοίο v πλεύσει από τον κόμβο (i, m) κατευθείαν στον κόμβο (j, n) και την τιμή 0 σε οποιαδήποτε άλλη περίπτωση.
- η χαλαρή μεταβλητή w_{im} , $i \in N$, $m \in M_i$, η οποία παίρνει την τιμή 1, στην περίπτωση που κανένα πλοίο δεν αφιχθεί στο λιμάνι (i, m) και την τιμή 0 σε οποιαδήποτε άλλη περίπτωση.

Η διατύπωση της δρομολόγησης του προβλήματος, καθώς και η αντικειμενική συνάρτηση παρουσιάζονται μέσω των ακόλουθων εξισώσεων.

Το πρόβλημα επιδιώκει την ελαχιστοποίηση της ακόλουθης σχέσης

$$\min \sum_{v \in V} \sum_{(i, m, j, n) \in A_v} C_{ijv} x_{imjnv} \quad (1)$$

υπό τους περιορισμούς

$$\sum_{v \in V} \sum_{j \in N_v} \sum_{n \in M_{jv}} x_{imjnv} + w_{im} = 1, \forall i \in N, m \in M_i \quad (2)$$

$$\sum_{j \in N_v} \sum_{m \in M_{iv}} x_{o(v)1jnv} = 1, \forall v \in V \quad (3)$$

$$\sum_{j \in N_v} \sum_{m \in M_{iv}} x_{imjnv} - \sum_{i \in N_v} \sum_{m \in M_{iv}} x_{jnimv} = 0, \\ \forall v \in V, j \in N_v / \{o(v), d(v)\}, n \in M_j \quad (4)$$

$$\sum_{j \in N_v} \sum_{m \in M_{iv}} x_{im d(v) 1v} = 1, \forall v \in V \quad (5)$$

$$w_{im} - w_{i(m-1)} \geq 0, \forall i \in N, m \in M_i \quad (6)$$

$$x_{imjnv} \in \{0,1\}, \forall v \in V, (i, m, j, n) \in A_v \quad (7)$$

$$w_{im} \in \{0,1\}, \forall i \in N, m \in M_i \quad (8)$$

Η αντικειμενική συνάρτηση (1) ελαχιστοποιεί το κόστος. Ο περιορισμός (2) εξασφαλίζει ότι κάθε πλοίο φθάνει στο λιμάνι το πολύ μία φορά. Οι περιορισμοί (3) - (5) περιγράφουν τη ροή της διαδρομής πλεύσης που χρησιμοποιείται από το πλοίο v . Μία ή περισσότερες από τις αφίξεις σε συγκεκριμένο λιμάνι μπορούν να πραγματοποιηθούν από ένα εικονικό πλοίο και η πραγματοποίηση της $m - \text{οστής}$ επίσκεψης στο λιμάνι i προϋποθέτει ότι θα έχει προηγηθεί η $(m - 1) - \text{οστή}$ επίσκεψη στο λιμάνι i μέσω του περιορισμού (6). Αυτοί οι περιορισμοί μειώνουν τον αριθμό των συμμετρικών λύσεων στην προσέγγιση της λύσης. Για τις κλήσεις που πραγματοποιούνται από ένα εικονικό σκάφος, έχουμε τεχνητούς χρόνους έναρξης και τεχνητά αποθέματα μέσα στα καθορισμένα ανώτερα και κατώτερα όρια. Τέλος, η διατύπωση περιλαμβάνει τις δυαδικές απαιτήσεις (7) και (8) στις δυαδικές μεταβλητές και στις χαλαρές μεταβλητές, αντίστοιχα.

Φόρτωση και Εκφόρτωση

Η χωρητικότητα του πλοίου v δίνεται από την μεταβλητή V_{CAPv} . Η μεταβλητή l_{imv} , $v \in V$, όπου $i \in N_v \setminus \{d(v)\}$, $m \in M_{iv}$ αντιπροσωπεύει το συνολικό φορτίο επάνω στο πλοίο v , τη στιγμή που ολοκληρώνεται η διαδικασία φόρτωσης και εκφόρτωσης στον κόμβο (i, m) , ενώ η μεταβλητή q_{imv} , $v \in V$, όπου $i \in N_v \setminus \{d(v)\}$, $m \in M_{iv}$, αντιπροσωπεύει την ποσότητα φόρτωσης και εκφόρτωσης στο λιμάνι άφιξης (i, m) , όταν το πλοίο v επισκέπτεται το λιμάνι (i, m) . Επίσης, υποθέτουμε ότι κανένα φορτίο δεν φορτώνεται ή εκφορτώνεται στην τεχνητή προέλευση $o(v)$, οπότε $q_{o(v)1v} = 0$. Παρόλα αυτά, το πλοίο μπορεί να έχει φορτίο, L_{0v} , στην αρχή της προγραμματισμένης χρονικής περιόδου. Επομένως, $l_{o(v)1v} = L_{0v}$. Επιπλέον, η σταθερά I_i είναι ίση με 1 εάν το λιμάνι i είναι λιμάνι φόρτωσης, -1 εάν το λιμάνι i είναι λιμάνι εκφόρτωσης και 0 εάν το λιμάνι i είναι $o(v)$ ή $d(v)$. Οι περιορισμοί που σχετίζονται με την ποσότητα που είναι επάνω στο πλοίο μπορούν να διατυπωθούν μέσα από τις ακόλουθες σχέσεις:

$$x_{imjnv}(l_{imv} + I_j q_{jnv} - l_{jnv}) = 0, \quad \forall v \in V, (i, m, j, n) \in A_v | j \neq d(v) \quad (9)$$

$$q_{imv} \leq l_{imv} \leq \sum_{j \in N_v} \sum_{n \in M_{jv}} V_{CAPv} x_{imjnv}, \quad \forall v \in V, i \in N_v, m \in M_{iv} | I_i = 1 \quad (10)$$

$$0 \leq l_{imv} \leq \sum_{j \in N_v} \sum_{n \in M_{iv}} V_{CAPv} \cdot x_{imjnv} - q_{jmv} \quad \forall v \in V, i \in N_v, m \in M_{jv} | I_j = -1 \quad (11)$$

Ο περιορισμός (9) μας δίνει την σχέση μεταξύ των δυαδικών μεταβλητών ροής και του φορτίου σε άφιξη στο λιμάνι. Οι περιορισμοί (10) και (11) δίνουν τα διαστήματα μέσα στα οποία κυμαίνεται η χωρητικότητα στα λιμάνια φόρτωσης και εκφόρτωσης, αντίστοιχα.

Προγραμματισμός

Ο χρόνος που απαιτείται για την φόρτωση ή εκφόρτωση του πλοίου αποτελεί ένα σημαντικό κομμάτι του συνολικού χρόνου σε οποιαδήποτε εφαρμογή μεταφοράς μέσω θαλάσσης. Είναι λοιπόν χρήσιμο, ο χρόνος αυτός να υπολογιστεί ως μία συνάρτηση της ποσότητας φόρτωσης/ εκφόρτωσης. Ο χρόνος που απαιτείται για την φόρτωση/ εκφόρτωση μίας μονάδας του φορτίου στο λιμάνι i , δίνεται από την ποσότητα T_{Qi} , ($Q = \text{quantity}$). Ο όρος T_{Sijv} αντιπροσωπεύει τον χρόνο πλεύσης από το λιμάνι i στο λιμάνι j με το πλοίο v , ($S = \text{sailing}$). Σε μερικά λιμάνια, υπάρχει ένας ελάχιστος απαιτούμενος χρόνος, T_{Bi} , μεταξύ της αναχώρησης του ενός πλοίου και της άφιξης του επόμενου πλοίου ($B = \text{time between}$), εξαιτίας της μικρής έκτασης του λιμανιού ή των στενών καναλιών από το λιμάνι στο σταθμό. Η μεταβλητή του χρόνου t_{im} ($i \in N, m \in M_i$) \cup ($i \in$

$o(v), \forall v, m = 1$) αντιπροσωπεύει τον χρόνο στον οποίο ξεκινά η εξυπηρέτηση στον κόμβο (i, m) . Υποθέτουμε ότι το πλοίο φθάνει στο $o(v)$ σε δεδομένο χρόνο, $t_{o(v)1} = T_{0v}$. Τέλος, έστω ότι T δηλώνει τον προγραμματισμένο χρονικό ορίζοντα. Οι περιορισμοί του προγραμματισμού μπορούν να διατυπωθούν μέσα από τις ακόλουθες σχέσεις:

$$x_{imjnv}(t_{im} + T_{Qi}q_{imv} + T_{Sijv} - t_{jn}) \leq 0 \quad (12)$$

$$\forall v \in V, (i, m, j, n) \in A_v | j \neq d(v)$$

$$t_{im} - t_{i(m-1)} - \sum_{v \in V} T_{Qi}q_{i(m-1)v} + T_{Bi}w_{im} \geq T_{Bi} \quad (13)$$

$$\forall i \in N, m \in M_i \setminus \{1\}$$

Στον περιορισμό (12) λαμβάνεται υπόψιν ο συγχρονισμός ή ο προγραμματισμός μίας διαδρομής. Σημειώνεται ότι ο χρόνος αναμονής σε ένα λιμάνι επιτρέπεται. Ο περιορισμός (13) αποτρέπει την επικάλυψη εξυπηρέτησης σε κάθε λιμάνι. Με τον τρόπο αυτό εξασφαλίζεται η σειρά με την οποία γίνονται οι πραγματικές αφίξεις σε κάθε λιμάνι. Ένα πλοίο θα πρέπει να έχει ολοκληρώσει με την διαδικασία εξυπηρέτησης πριν το επόμενο πλοίο ξεκινήσει με την διαδικασία αυτή. Εάν το λιμάνι i δεν έχει περιορισμούς αναφορικά με τον ελάχιστο χρόνο μεταξύ της αναχώρησης του ενός πλοίου και την άφιξη του άλλου, έχουμε ότι $T_{Bi} = 0$. Εάν το λιμάνι i , επιτρέπει την εξυπηρέτηση αρκετών πλοίων ταυτόχρονα, ο περιορισμός (13) απλοποιείται και παίρνει τη μορφή $t_{im} - t_{i(m-1)} \geq 0$ για να διασφαλίσει τις αφίξεις στο λιμάνι.

Διαχείριση Αποθέματος

Τα επίπεδα του αποθέματος θα πρέπει να παίρνουν τιμές, οι οποίες κυμαίνονται μέσα σε ένα δοθέν διάστημα σε κάθε λιμάνι $[S_{MNi}, S_{MXi}]$. Ο ρυθμός παραγωγής R_i είναι θετικός εάν κάθε λιμάνι παράγει το προϊόν και αρνητικός εάν κάθε λιμάνι καταναλώνει το προϊόν. Στην αρχή του προγραμματισμού, το επίπεδο αποθέματος σε κάθε λιμάνι i είναι S_{0i} . Τέλος, το s_{im} , όπου $i \in N, m \in M_i$ αντιπροσωπεύει το επίπεδο αποθέματος όταν η διαδικασία εξυπηρέτησης ξεκινήσει κατά την άφιξη στο λιμάνι (i, m) . Οι περιορισμοί για την διαχείριση του αποθέματος μπορούν να διατυπωθούν μέσα από τις ακόλουθες σχέσεις:

$$s_{i1} - R_i t_{i1} = S_{0i}, \forall i \in N \quad (14)$$

$$s_{i(m-1)} - \sum_{v \in V} I_i q_{i(m-1)v} + R_i (t_{im} - t_{i(m-1)}) - s_{im} = 0$$

$$\forall i \in N, m \in M_i \setminus \{1\} \quad (15)$$

$$S_{MNi} \leq s_{im} \leq S_{MXi}, \forall i \in N, m \in M_i \quad (16)$$

$$S_{MNi} \leq s_{im} - \sum_{v \in V} I_i q_{imv} + R_i (T - t_{im}) \leq S_{MXi}$$

$$\forall i \in N, m = m_i \quad (17)$$

Το επίπεδο του αποθέματος στην πρώτη άφιξη σε κάθε λιμάνι υπολογίζεται από τον περιορισμό (14). Από τον περιορισμό (15), μπορούμε να υπολογίσουμε το επίπεδο αποθέματος σε κάθε λιμάνι (i, m) από το επίπεδο αποθέματος μέχρι την προηγούμενη άφιξη στο λιμάνι $(i, m - 1)$, προσαρμοσμένο στην ποσότητα φόρτωσης/εκφόρτωσης στο λιμάνι άφιξης και στην παραγωγή/κατανάλωση μεταξύ των δύο αφίξεων. Το γενικό όριο του επιπέδου αποθέματος σε κάθε λιμάνι δίνεται από τον περιορισμό (16). Ο περιορισμός (17) εξασφαλίζει ότι το επίπεδο του αποθέματος στο τέλος του χρονικού προγραμματισμού είναι μέσα στα επιθυμητά όρια.

1.6 MIRP Πρόβλημα με Πολλαπλά Προϊόντα και Καταμερισμό

Στην ενότητα αυτή, θα παρουσιάσουμε ένα πρόβλημα δρομολόγησης αποθεμάτων στο οποίο εμφανίζονται πολλαπλά προϊόντα καθώς επίσης και η έννοια του καταμερισμού.

Η ενσωμάτωση πολλαπλών προϊόντων στο παραδοσιακό πρόβλημα δρομολόγησης αποθεμάτων εισάγει νέες προκλήσεις. Ποια λιμάνια χειρίζονται συγκεκριμένα προϊόντα, ποια προϊόντα μπορούν να διαχειριστούν ταυτόχρονα και ποια πλοία μπορούν να μεταφέρουν συγκεκριμένα προϊόντα είναι μόνο μερικές από τις παραμέτρους που πρέπει να επανεξεταστούν.

Στην εργασία των Hemmati et al. (2016) [30] δεν επιβάλλονται περιορισμοί στους συνδυασμούς των προϊόντων και λιμανιών. Δηλαδή, όλα τα προϊόντα μπορούν να καταναλωθούν ή να παραχθούν σε οποιοδήποτε λιμάνι. Από την άλλη πλευρά οι Al-Khayyal & Hwang (2007) [4], Siswanto et al. (2011) [45] και Agra et al. (2014) [3] έχουν θέσει κάποιους περιορισμούς. Συγκεκριμένα, υπάρχει ένα συγκεκριμένο σύνολο λιμανιών όπου γίνεται η παραγωγή και ένα συγκεκριμένο σύνολο λιμανιών όπου γίνεται η κατανάλωση, μέσω των οποίων περιορίζεται η ροή των προϊόντων σε μεγαλύτερο βαθμό. Με αυτόν τον τρόπο, δεν υπάρχουν περιορισμοί στη μοντελοποίηση των δραστηριοτήτων φόρτωσης - εκφόρτωσης στο ίδιο λιμάνι, μειώνοντας έτσι το μέγεθος του προβλήματος. Στις εργασίες των Hemmati et al. (2016) [30] και Al-Khayyal και Hwang (2007) [4], επιτρέπεται στα πλοία να φορτώνουν / εκφορτώνουν διαφορετικά προϊόντα ταυτόχρονα στο ίδιο λιμάνι, αλλά ο χειρισμός των ίδιων προϊόντων από διαφορετικά πλοία στα ίδια λιμάνια ταυτόχρονα δεν επιτρέπεται. Οι Agra et al. (2014) [3] έχουν επιλύσει αυτό το ζήτημα περιορίζοντας τα λιμάνια να λειτουργούν έτσι ώστε να διαχειρίζονται μόνο ένα πλοίο κάθε φορά και κατά συνέπεια αφαιρώντας τη δυνατότητα διαφορετικών πλοίων να χειρίζονται το ίδιο προϊόν ταυτόχρονα στο ίδιο λιμάνι. Οι Siswanto et al. (2011) [45] επιβάλλουν τον περιορισμό ότι κάθε πλοίο μπορεί να χειρίζεται μόνο ένα προϊόν κάθε φορά. Ο διαδοχικός χειρισμός προϊόντων για ένα πλοίο μειώνει το μέγεθος του προβλήματος. Περαιτέρω, προκλήσεις με πολλαπλά προϊόντα σε MIRPs εμφανίζονται στη βιομηχανία χαρτοπολτού (Andersson, 2011 [5]) και (Bredstrom et al., 2005 [12]), βιομηχανία σιτηρών (Bilgen & Ozkarahan, 2007 [11]), βιομηχανία υγρού χύδην (Ronen, 2002 [44]) και βιομηχανία ανθρακικού ασβεστίου (Dauzère-Pérès et al., 2007 [23]).

Μια φυσική επέκταση του προβλήματος στην εισαγωγή πολλαπλών προϊόντων αποτελεί το ζήτημα με τον τρόπο που θα φορτωθούν τα προϊόντα αυτά στο πλοίο. Στο πλαίσιο επίλυσης των προβλημάτων MIRP πολλαπλών προϊόντων, είναι φυσιολογικό να λαμβάνονται υπόψη τα χύδην προϊόντα, τα οποία θα πρέπει να μεταφέρονται ξεχωριστά επάνω στο πλοίο χωρίς να υπάρχει κίνδυνος ανάμιξης. Οι Agra et al. (2014) [3] και Al-Khayyal και Hwang (2007) [4] καθώς και οι Li et al. (2010) [34] θεωρούν ότι τα προϊόντα δεν μπορούν να αναμιχθούν και ως εκ τούτου αναγκάζονται να αντιμετωπίσουν το πρόβλημα της κατανομής προϊόντων σε «τμήματα». Συνεπώς, το πρόβλημα επιλύεται προσδιορίζοντας κάθε «τμήμα» για συγκεκριμένο προϊόν, εισάγοντας έναν περιορισμό σχετικά με το ποια προϊόντα μπορούν να μεταφερθούν από κάθε «τμήμα» ενός πλοίου. Αυτό συνεπάγεται ότι ο καταμερισμός των προϊόντων σε άλλα «τμήματα» είναι αδύνατη. Η χρήση ειδικών «τμημάτων» είναι η μέθοδος επίλυσης του προβλήματος καταμερισμού, η οποία χρησιμοποιείται πιο συχνά. Οι Siswanto et al. (2011) [45] και οι Christiansen et al. (2011) [17] από την άλλη πλευρά, εισάγουν τη χρήση μη ειδικών «τμημάτων». Για παράδειγμα, στην εργασία των Siswanto et al. (2011) [45] ορίζεται ένα μη ειδικό «τμήμα» ως τμήμα, το οποίο μπορεί να μεταφέρει οποιοδήποτε προϊόν αλλά μπορεί να αποθηκεύσει μόνο ένα προϊόν κάθε φορά.

Η εισαγωγή μη ειδικών «τμημάτων» χαλαρώνει τα μοντέλα που χρησιμοποιούν ειδικά «τμήματα» ως αποτέλεσμα της μεγαλύτερης ευελιξίας στον διαμερισμό των προϊόντων. Στην περίπτωση, όπου υπάρχει ένα άδειο «τμήμα», τότε μπορεί να φορτωθεί σε αυτό οποιοδήποτε προϊόν. Στην εργασία των Siswanto et al. (2011) [45] υπάρχει ο εξής περιορισμός: όλα τα «τμήματα» θα πρέπει να έχουν αδειάσει πριν επιστρέψει στο λιμάνι παραγωγής για να γίνει εκ

νέου φόρτωση. Ο περιορισμός αυτός αποτρέπει τον κίνδυνο ανάμιξης προϊόντων στο ίδιο «τμήμα» κατά τη διάρκεια της απομάκρυνσης του φορτίου. Δεν υπάρχει ακόμη αρκετή βιβλιογραφία σχετικά με το πρόβλημα καταμερισμού, ενώ οι εργασίες που αναφέρουμε στην παρούσα εργασία είναι οι μόνες που θέτουν το πρόβλημα. Οι Hemmati et al. (2016) [30], παρόλο που αναφέρουν την ύπαρξη πολλαπλών προϊόντων, ο διαμερισμός σε «τμήματα» δε φαίνεται να λαμβάνεται υπόψιν. Η έλλειψη «τμημάτων» στα πλοία συνεπάγεται ότι ο μόνος περιορισμός σχετικά με την χωρητικότητα που θα πρέπει να τηρηθεί είναι η συνολική χωρητικότητα του πλοίου. Αυτή η προσέγγιση χρησιμοποιείται επίσης από τους Ronen (2002) [44], Dauzère-Pérès et al. (2007) [23] και Persson και Göthe-Lundgren (2005) [38] μεταξύ άλλων.

1.7 Τα Μαθευρετικά στην Προσέγγιση της Λύσης

Στην ενότητα αυτή, θα παρουσιάσουμε την βιβλιογραφία, όπου τα μαθηματικά χρησιμοποιούνται για την προσέγγιση της λύσης σε προβλήματα δρομολόγησης αποθεμάτων (IRPs).

Η κατηγορία των προβλημάτων IRP περιλαμβάνει προβλήματα βελτιστοποίησης που διαφέρουν σε πολλά χαρακτηριστικά, αλλά ταυτόχρονα εξετάζουν μία δρομολόγηση και μία συνιστώσα διαχείρισης αποθέματος σε ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης (Bertazzi & Speranza, 2012 [9]). Τα προβλήματα VRP, τα οποία περιλαμβάνουν μόνο το κομμάτι της δρομολόγησης των προβλημάτων IRPs, είναι αρκετά δύσκολο να επιλυθούν υπολογιστικά. Η τρέχουσα μεθοδολογία επίλυσης των VRP είναι ο αλγόριθμος Κλάδου – Τιμής – Αποκοπής (branch – and – price – and cut) (Archetti, 2014 [7]). Για τα προβλήματα IRPs, έχουν υπάρξει λίγες προσπάθειες για την εξεύρεση της βέλτιστης λύσης και κυρίως είναι ευρετικοί αλγόριθμοι οι μεθοδολογίες που παρουσιάζονται στη βιβλιογραφία (Bertazzi & Speranza, 2012 [9]).

Τόσο η κλασική ευρετική (heuristics) όσο και η μετά - ευρετική (metaheuristics) έχουν δείξει καλά αποτελέσματα για την επίλυση των VRP, αλλά συχνά είναι κατασκευασμένα με αρκετά μηχανικό τρόπο σε τέτοιο βαθμό που μειώνεται η ευελιξία (Archetti, 2014 [7]). Τα τελευταία χρόνια έχει αναδυθεί μία νέα κατηγορία ευρετικών αλγορίθμων, τα μαθευρετικά (matheuristics). Τα μαθευρετικά είναι ευρετικοί αλγόριθμοι, οι οποίοι ενσωματώνουν τη βέλτιστη λύση των μαθηματικών μοντέλων προγραμματισμού, συνήθως μικτών ακέραιων γραμμικών προβλημάτων MILPs (Mixed Integer Linear Problems) (Archetti, 2014 [7]). Το ενδιαφέρον για τα μαθευρετικά οφείλεται εν μέρει στις βελτιώσεις που έχουν γίνει στην υπολογιστική δύναμη των ακριβών εμπορικών λύσεων και στη διαθεσιμότητα ενός τέτοιου λογισμικού (Bertazzi & Speranza, 2012 [9]). Αναμένεται ότι τα μαθευρετικά θα γίνουν όλο και πιο συχνά χρησιμοποιούμενη μέθοδος επίλυσης.

1.8 Η Ταξινόμηση των Μαθευρετικών

Στην εργασία των Archetti and Speranza (2014) [8], οι μέθοδοι επίλυσης σύμφωνα με την προτεινόμενη βιβλιογραφία, ταξινομούνται σε τρεις διαφορετικές κατηγορίες: προσεγγίσεις αποσύνθεσης (decomposition approaches), ευρετικές βελτιώσεις και προσεγγίσεις βασισμένες στη δημιουργία στηλών (column generation based approaches). Η πιο πρόσφατη βιβλιογραφία επικεντρώνεται κυρίως στις δύο τελευταίες κατηγορίες, ωστόσο οι προσεγγίσεις αποσύνθεσης αποτελούν ιδιαίτερα δημοφιλείς μεθόδους στην επίλυση πολύπλοκων προβλημάτων, όπως είναι τα IRP.

Προσέγγιση αποσύνθεσης (decomposition approach)

Η βασική ιδέα της προσέγγισης μέσω αποσύνθεσης είναι να χωριστεί το πρόβλημα σε μικρότερα και απλούστερα προβλήματα, έτσι ώστε κάθε υποπρόβλημα να μπορεί να λυθεί χρησιμοποιώντας μια μέθοδο ακριβούς λύσης (Archetti & Speranza, 2014 [8]). Προκειμένου να αποκαλείται μαθευρετικός, τουλάχιστον ένα υποπρόβλημα πρέπει να λυθεί με τη χρήση μικτού ακέραιου γραμμικού προγραμματισμού (MILP). Η προσέγγιση αυτή είναι ιδιαίτερα κατάλληλη για

ολοκληρωμένα προβλήματα, όπως είναι τα προβλήματα IRP. Στα IRPs, είναι φυσικό να αποσυνθέσουμε τα διάφορα στοιχεία αποφάσεων. Σύμφωνα με τους Archetti και Speranza (2014) [8], οι προσεγγίσεις αποσύνθεσης έχουν επίσης αποδειχθεί ότι συμπεριφέρονται καλύτερα από άλλους ευρετικούς αλγόριθμους για IRP. Η κατηγορία των προσεγγίσεων αποσύνθεσης χωρίζεται περαιτέρω στις ακόλουθες υποκατηγορίες των Archetti και Speranza (2014) [8].

- Cluster – first route – second. Σύμφωνα με τη μέθοδο αυτή οι αρχικοί πελάτες ανατίθενται σε «οχήματα» σύμφωνα με τις συστάδες. Στη συνέχεια, αποφασίζεται η ακολουθία των πελατών για κάθε «όχημα». Η βασική ιδέα των Cluster – first route – second είναι να διαχωρίσουμε τις δύο κύριες αποφάσεις που χαρακτηρίζουν τα προβλήματα δρομολόγησης, δηλαδή την εκχώρηση πελατών σε «οχήματα» και την αλληλουχία των πελατών που επισκέπτονται σε κάθε διαδρομή. Το τελευταίο κομμάτι του προβλήματος συνήθως επιλύεται χρησιμοποιώντας ευρετικές τεχνικές.
- Προσεγγίσεις δύο φάσεων (two – phase approaches). Σύμφωνα με τη μέθοδο αυτή, το πρόβλημα αποσυντίθεται σε δύο φάσεις, και κάθε φάση επιλύεται ξεχωριστά. Η πρώτη φάση του ευρετικού αλγορίθμου βρίσκει μια αρχική λύση βασισμένη σε μια κατασκευαστική προσέγγιση, ενώ η δεύτερη φάση βελτιώνει την αρχική λύση υιοθετώντας έναν αλγόριθμο αναζήτησης. Στην παραπάνω κατηγορία περιλαμβάνονται όλες οι μαθευρετικές μέθοδοι δύο φάσεων, εκτός από την cluster – first route – second.
- Μερικές προσεγγίσεις βελτιστοποίησης (Partial optimization approaches). Τα MILPs χρησιμοποιούνται στον χειρισμό του ενός μέρους του προβλήματος, το οποίο αντιμετωπίζεται διαφορετικά από ευρετικές μεθόδους. Οι αποφάσεις δρομολόγησης αντιμετωπίζονται συνήθως από ευρετικές, ενώ οι αποφάσεις σχετικά με την ποσότητα που θα μεταφερθεί επιλύονται χρησιμοποιώντας MILP. Η ιδέα των προσεγγίσεων μερικής βελτιστοποίησης είναι ότι ένα ή περισσότερα μοντέλα MILP χρησιμοποιούνται για τον χειρισμό ενός μέρους του προβλήματος που δεν περιλαμβάνει τις αποφάσεις δρομολόγησης, οι οποίες είναι πιο δύσκολες στο χειρισμό μέσω μιας μαθηματικής διατύπωσης, διατηρώντας παράλληλα σταθερές όλες τις αποφάσεις που σχετίζονται με τα υπόλοιπα μέρη.
- Προσεγγίσεις κυλιόμενου ορίζοντα (Rolling horizon approaches). Οι αποφάσεις θα πρέπει να λαμβάνονται για μία συγκεκριμένη χρονική περίοδο και ο χρονικός ορίζοντας θα πρέπει να χωρίζεται σε μικρότερες χρονικές περιόδους.

Προσέγγιση βασισμένη στη δημιουργία στηλών (column generation based approaches)

Η συγκεκριμένη κατηγορία προσέγγισης, βασισμένη στη δημιουργία στηλών, υιοθετείται για την επίλυση συνθέσεων διαχωρισμού συνόλων (set partitioning formulations). Η μεθοδολογία αυτή θεωρείται κορυφαία και επιτυχημένη για την ακριβή επίλυση μιας μεγάλης ποικιλίας προβλημάτων δρομολόγησης, συμπεριλαμβανομένων ορισμένων από τα πιο διάσημα και κλασικά, όπως το VRP και το VRPTW. Λόγω της επιτυχίας της μεθόδου δημιουργίας στηλών, η χρήση της έχει επεκταθεί για την επίτευξη υψηλής απόδοσης και τον σχεδιασμό αποτελεσματικών ευρετικών αλγορίθμων. Συνεπώς, η ταξινόμηση των Archetti και Speranza (2014) [8] έγινε με βάση το είδος της προτεινόμενης προσέγγισης όπου τις διακρίνουμε στις ακόλουθες κατηγορίες.

- Περιορισμένη κύρια ευρετική (Restricted master heuristics). Η περιορισμένη κύρια ευρετική χρησιμοποιείται ευρέως σε προσεγγίσεις δημιουργίας στηλών, καθώς επιτρέπει τη γρήγορη βελτίωση των φραγμάτων. Αυτό έχει ως συνέπεια να υπάρχει βελτίωση στη ταχύτητα της ακριβούς διαδικασίας επίλυσης. Συγκεκριμένα, τις περισσότερες φορές είναι ενσωματωμένη σε μια branch-and-price προσέγγιση. Προκειμένου, οι λύσεις να ληφθούν σε έναν εύλογο υπολογιστικό χρόνο, η περιορισμένη κύρια ευρετική εκτελείται σε ένα υποσύνολο στηλών που δημιουργείται. Το υποσύνολο στηλών επιλέγεται με τέτοιο τρόπο έτσι ώστε να υπάρχει εξασφάλιση ότι θα καλυφθούν οι ανάγκες όλων των πελατών.

Σε αυτό το σημείο, το υποσύνολο στηλών, το οποίο περιέχει τα πιο κερδοφόρα τόξα, χωρίζεται σε τρία υποσύνολα, τα καλά, τα κακά και τα αμφίβολα τόξα. Ο διαχωρισμός βασίζεται στο πλήθος των φορών που έχει διασχιστεί κάθε τόξο σε μία λύση του αλγόριθμου αναζήτησης. Πιο συγκεκριμένα, αν η συχνότητα που διασχίζεται ένα τόξο είναι μεγαλύτερη από μία αρχικά ορισμένη τιμή, τότε κατατάσσεται στο υποσύνολο των καλών τόξων. Αντίστοιχα, αν η συχνότητα που διασχίζεται ένα τόξο είναι μικρότερη από μία αρχικά ορισμένη τιμή, τότε κατατάσσεται στο υποσύνολο των κακών τόξων. Τα κακά τόξα απορρίπτονται, ενώ βρίσκεται μια διαδρομή χρησιμοποιώντας τα καλά τόξα. Στη συνέχεια, επιλύεται ένα μοντέλο MILP για τη βέλτιστη εισαγωγή των αμφίβολων τόξων σε αυτή την διαδρομή. Οπότε, δημιουργείται ένα σύνολο διαχωρισμού στο οποίο έχουν επιλεγεί οι καλύτερες διαδρομές μεταξύ όλων των διαδρομών που έχουν παραχθεί μέχρι εκείνη τη στιγμή. Έτσι, η σύνθεση του συνόλου διαχωρισμού επιλύεται μέσω ενός υποσυνόλου στηλών που δημιουργείται από την επίλυση του προβλήματος τιμολόγησης (Pricing Problem), επιτυγχάνοντας μια γρήγορη λύση. Η διαφορά σε σχέση με έναν ακριβή αλγόριθμο διακλάδωσης και τιμής είναι ότι δημιουργείται μόνο ένα υποσύνολο στηλών.

- Ευρετικές προσεγγίσεις διακλάδωσης (Heuristic branching approaches). Οι ευρετικές προσεγγίσεις διακλάδωσης είναι αλγόριθμοι διακλάδωσης και τιμής, σε αντίθεση με την κατηγορία των περιορισμένων κύριων ευρετικών όπου δημιουργείται μόνο ένα υποσύνολο στηλών. Προκειμένου να υπάρξει επιτάχυνση της σύγκλισης της μεθόδου λύσης, η διακλάδωση πραγματοποιείται ευρετικά με στόχο την αφαίρεση ενός μεγάλου αριθμού κόμβων του αλγορίθμου. Με αυτό τον τρόπο επιτυγχάνεται μία γρήγορη λύση.
- Προσεγγίσεις που βασίζονται στη χαλάρωση (Relaxation-based approaches). Οι προσεγγίσεις που βασίζονται στη χαλάρωση χαρακτηρίζονται από το γεγονός ότι μια εφικτή λύση για το πρόβλημα, παράγεται από τα δεδομένα που παρέχονται από τη βέλτιστη λύση της χαλάρωσης του κύριου προβλήματος. Έτσι, η τεχνική δημιουργίας στηλών χρησιμοποιείται για την επίλυση της χαλάρωσης. Μόλις ληφθεί η χαλαρή λύση, χρησιμοποιείται μια ευρετική διαδικασία για τη δημιουργία μιας εφικτής λύσης του προβλήματος.

Ευρετικές βελτιώσεις (Improvement heuristics)

Στην κατηγορία των ευρετικών βελτιώσεων, τα μαθηματικά χρησιμοποιούν ένα MILP βελτιώνοντας μια λύση, η οποία βρέθηκε σε μία διαφορετική ευρετική προσέγγιση (Archetti & Speranza, 2014 [8]). Αυτή η προσέγγιση είναι δημοφιλής λόγω του γεγονότος ότι το MILP μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τη βελτίωση οποιασδήποτε λύσης, ανεξάρτητα από το ποιος ευρετικός αλγόριθμος εφαρμόζεται. Ο Archetti (2014) [7] ταξινομεί περαιτέρω την ευρετική προσέγγιση βελτίωσης στις ακόλουθες δύο κατηγορίες.

- Προσέγγιση της μίας φορές (One – shot approach). Το MILP χρησιμοποιείται ως τελική διαδικασία βελτίωσης και επιλύεται μόνο μία φορά εφόσον έχει υπάρξει λύση με τη χρήση ενός ευρετικού αλγορίθμου. Αυτή η προσέγγιση προτιμάται συνήθως όταν το MILP είναι δύσκολο και πολύπλοκο να επιλυθεί.
- Επαναληπτική προσέγγιση (Iterated approach). Το MILP είναι ενσωματωμένο στο ευρετικό σχήμα και χρησιμοποιείται ως διαχειριστής στο πλαίσιο μιας διαδικασίας αναζήτησης.

1.9 MIRP Προβλήματα υπό Αβεβαιότητα

Οι θαλάσσιες μεταφορές χαρακτηρίζονται από μεγάλη αβεβαιότητα (uncertainty). Η πιο διαδεδομένη πηγή αβεβαιότητας είναι ο χρόνος πλεύσης καθώς επηρεάζεται σε μεγάλο βαθμό από τις καιρικές συνθήκες που μεταβάλλονται συνεχώς. Στην πράξη, οι απρόβλεπτες καθυστερήσεις μπορεί να επηρεάσουν την εκτέλεση ενός κατά τα άλλα βέλτιστου ντετερμινιστικού σχεδίου. Προκειμένου να αντισταθμιστούν τέτοιες καθυστερήσεις, τα πλοία είναι δυνατόν να επιταχυνθούν όταν είναι απαραίτητο. Ωστόσο, στην πράξη είναι ωφέλιμο να εξετάσουμε ρητά την αβεβαιότητα αυτή κατά την λήψη του βέλτιστου σχεδίου. Στην ενότητα αυτή θα ασχοληθούμε με προβλήματα διαχείρισης αποθεμάτων μέσω θαλάσσιων μεταφορών (MIRP) με χρόνο πλεύσης ή ταξιδιού υπό αβεβαιότητα.

Επομένως, ως θεωρήσουμε ένα πρόβλημα διαχείρισης αποθεμάτων μέσω θαλάσσιων μεταφορών (MIRP) με αβέβαιους χρόνους πλεύσης ή ταξιδιού. Ένας ετερογενής στόλος πλοίων μεταφέρει μόνο ένα προϊόν μεταξύ λιμανιών. Υπάρχει ένα σύνολο λιμανιών όπου παράγεται το προϊόν και ένα σύνολο λιμανιών όπου καταναλώνεται. Ο ρυθμός παραγωγής και κατανάλωσης είναι σταθερός, ενώ σε όλα τα λιμάνια υπάρχει χώρος αποθήκευσης για το προϊόν, και δίνονται το κατώτερο και ανώτερο όριο αποθέματος σε κάθε χώρο αποθήκευσης. Κάθε πλοίο μπορεί να πλεύσει σε κάθε λιμάνι περισσότερες από μία φορές κατά τη διάρκεια του χρονικού προγραμματισμού ανάλογα με το χώρο αποθήκευσης, τον ρυθμό παραγωγής ή κατανάλωσης και την ποσότητα που φορτώνεται ή εκφορτώνεται σε κάθε λιμάνι. Τα προβλήματα MIRP με αβέβαιους (uncertain) χρόνους ταξιδιού ή πλεύσης συνίστανται να χρησιμοποιούνται στον σχεδιασμό δρομολογίων για πλοία που είναι εύρωστα (robust) έναντι καθυστέρησης σε χρόνους ταξιδιού, προκειμένου να ελαχιστοποιηθεί το κόστος μεταφοράς και να προσδιοριστούν οι ποσότητες του προϊόντος που θα χειρίζεται το κάθε λιμάνι χωρίς να ξεπεραστεί η χωρητικότητα του χώρου αποθήκευσης.

Οι Zhang et al. (2018) [50] και Zhang (2015) [49], ανέπτυξαν εύρωστες (robust) προσεγγίσεις για ένα πρόβλημα με ετήσιο σχέδιο παράδοσης, όπου συμμετείχε ένας προμηθευτής και πολλοί πελάτες στον τομέα του υδροποιημένου φυσικού αερίου. Αρχικά μελετάται ένα πρόβλημα δρομολόγησης μέσω θαλάσσης, στο οποίο τα χρονικά διαστήματα παράδοσης είναι δεδομένα, ενώ λαμβάνονται υπόψη ότι μπορεί να προκύψουν διακοπές στα ταξίδια των πλοίων. Το πρόβλημα αυτό επιλύεται μέσω ενός ευρετικού αλγορίθμου Lagrangian για την επίτευξη εύρωστων λύσεων. Στη συνέχεια, μελετάται ένα πιο γενικό πρόβλημα δρομολόγησης αποθέματος μέσω θαλάσσης, στο οποίο έχουν τεθεί χρονοδιαγράμματα. Το μέγεθος και η τοποθέτηση των χρονικών διαστημάτων παράδοσης, αποτελούν μεταβλητές απόφασης του προβλήματος. Αυτό συμβαίνει γιατί το πρόβλημα περιλαμβάνει έναν συνδυασμό διαχείρισης αποθεμάτων, δρομολόγησης και τοποθέτησης των χρονικών διαστημάτων παράδοσης. Το πρόβλημα αυτό διατυπώνεται ως ένα стоχαστικό (stochastic) πρόβλημα μικτού αέριου προγραμματισμού σε δύο στάδια. Για την επίλυσή του προτείνεται μία προσέγγιση δύο φάσεων, όπου εξετάζεται ένα σύνολο από πιθανές διακοπές στα ταξίδια των πλοίων, καθώς και οι λύσεις αποκατάστασης αυτών.

Οι Rodrigues et al. (2019) [41], εξέτασαν ένα πρόβλημα δρομολόγησης θαλάσσιων μεταφορών όπου οι χρόνοι ταξιδιού ήταν αβέβαιοι. Για την αντιμετώπιση του προβλήματος αβεβαιότητας εφάρμοσαν ντετερμινιστικά μοντέλα, μοντέλα εύρωστης βελτιστοποίησης (robust optimization) και στοχαστικού προγραμματισμού (stochastic programming). Για την αντιμετώπιση της αβεβαιότητας θεώρησαν ότι υπάρχουν δύο στάδια αποφάσεων. Στο πρώτο στάδιο λαμβάνονται οι αποφάσεις για τη δρομολόγηση, τη σειρά επίσκεψης των λιμανιών και των ποσοτήτων που θα φορτωθούν ή θα εκφορτωθούν. Οι συγκεκριμένες αποφάσεις λαμβάνονται πριν αποκαλυφθεί η αβεβαιότητα. Στο δεύτερο στάδιο λαμβάνονται οι αποφάσεις για το χρόνο επίσκεψης και για τα επίπεδα αποθεμάτων στα λιμάνια. Οι συγκεκριμένες αποφάσεις

προσαρμόζονται σε σχέση με τους χρόνους ταξιδιού που έχουν παρατηρηθεί. Ως εκ τούτου, εξετάζονται πέντε διαφορετικά μοντέλα επίλυσης του προβλήματος.

1. Ένα ντετερμινιστικό μοντέλο (Deterministic model). Το ντετερμινιστικό μαθηματικό μοντέλο του MIRP εξετάζει ένα σύνολο λιμανιών, το οποίο μπορεί να είναι είτε λιμάνια κατανάλωσης είτε λιμάνια παραγωγής, και ένα σύνολο από ετερογενή πλοία. Συγκεκριμένα, κάθε ταξίδι δεν στηρίζεται στην αβεβαιότητα του χρόνου. Κάθε λιμάνι μπορεί να δεχτεί επισκέψεις πολλές φορές και είναι δεδομένο ότι οι διαδρομές των πλοίων θα είναι προγραμματισμένες, Οι συγκεκριμένες διαδρομές ορίζονται σε ένα δίκτυο με κόμβους. Κάθε πλοίο μπορεί να επισκεφθεί ένα συγκεκριμένο σύνολο κόμβων. Είναι σημαντικό να σημειωθεί ότι το κάθε λιμάνι έχει ορίσει την ελάχιστη και τη μέγιστη ποσότητα φόρτωσης ή εκφόρτωσης, καθώς επίσης έχει περιορίσει τον χρόνο που μπορεί ένα πλοίο να φορτώσει ή να εκφορτώσει. Τέλος, κάθε λιμάνι έχει ένα αρχικό επίπεδο αποθεμάτων, το οποίο με την μεταβολή του πρέπει να διατηρηθεί ανάμεσα στο ελάχιστο και στο μέγιστο όριο αποθέματος. Σκοπός της αντικειμενικής συνάρτησης είναι να ελαχιστοποιηθεί το κόστος δρομολόγησης.
2. Ένα ντετερμινιστικό μοντέλο με ρύθμιση αποθέματος (Deterministic model with inventory buffers). Για την αντιμετώπιση της αβεβαιότητας του επιπέδου του αποθέματος, μια πρακτική προσέγγιση είναι η δημιουργία ενός ντετερμινιστικού μοντέλου ρύθμισης αποθέματος. Το συγκεκριμένο μοντέλο θέτει ένα όριο αποθεμάτων στο ντετερμινιστικό πρόβλημα και ποινές για αυτούς που υπερβαίνουν τα συγκεκριμένα όρια. Για τους λιμένες κατανάλωσης, η δημιουργία ορίων αποθεμάτων είναι τα γνωστά αποθέματα ασφαλείας που χρησιμοποιούνται για την αποφυγή ελλείψεων αποθεμάτων όταν εμφανίζονται καθυστερήσεις. Αντίθετα, για τους λιμένες παραγωγής, επιβάλλεται η δημιουργία ορίων αποθεμάτων για να αποφευχθεί το σενάριο το απόθεμα να υπερβεί την χωρητικότητα αποθήκευσης. Σκοπός της αντικειμενικής συνάρτησης δεν είναι μόνο να ελαχιστοποιηθεί το κόστος δρομολόγησης, αλλά να ελαχιστοποιηθεί και το κόστος ποινών στις αποκλίσεις του επιπέδου των αποθεμάτων από τα όρια που έχουν τεθεί.
3. Εύρωστη βελτιστοποίηση (Robust optimization). Το μοντέλο της εύρωστης βελτιστοποίησης, προκειμένου να αντιμετωπίσει την αβεβαιότητα, χρησιμοποιεί μια επαναλαμβανόμενη διαδικασία αποσύνθεσης ανάμεσα σε ένα κύριο πρόβλημα, το οποίο εξετάζει ένα υποσύνολο σεναρίων, και ενός ανταγωνιστικού προβλήματος διαχωρισμού, το οποίο αναζητά σενάρια που θα καταστήσουν τη λύση του κύριου προβλήματος ανέφικτη. Έτσι, προτείνονται διάφορες στρατηγικές βελτίωσης με στόχο τη μείωση του χρόνου εκτέλεσης του κύριου προβλήματος και τη μείωση του αριθμού των επαναλήψεων του αλγορίθμου αποσύνθεσης.
4. Στοχαστικός προγραμματισμός (Stochastic programming). Το μοντέλο στοχαστικού προγραμματισμού παρουσιάζει ότι οι χρόνοι ταξιδιού μεταξύ των λιμένων υποτίθεται είναι τυχαίες και ανεξάρτητες, ακολουθώντας έτσι μια κατανομή πιθανοτήτων. Είναι, λοιπόν, ένα μοντέλο διαχωρισμού με δύο επίπεδα αποφάσεων. Οι αποφάσεις του πρώτου σταδίου λαμβάνονται πριν γίνουν γνωστοί οι χρόνοι ταξιδιού, και αφορούν τις αποφάσεις δρομολόγησης, την ακολουθία επισκέψεων στο λιμάνι, το κόστος ταξιδιού και τις ποσότητες φόρτωσης/εκφόρτωσης. Στη συνέχεια, στο δεύτερο στάδιο γίνονται σενάρια με γνώμονα τους χρόνους ταξιδιού που είναι γνωστοί. Όμως, για να εξασφαλιστεί η εφικτότητα του προβλήματος στο δεύτερο στάδιο υποθέτουμε ότι τα όρια των αποθεμάτων μπορούν να παραβιαστούν, συμπεριλαμβάνοντας ένα κόστος ποινής.

5. Μοντέλα στοχαστικού προγραμματισμού που επεκτείνονται χρησιμοποιώντας υπό όρους μετρήσεις της αξίας κινδύνου (Stochastic programming models that extend using Conditional Value-at-Risk). Το μοντέλο στοχαστικού προγραμματισμού υποθέτει ότι ο λήπτης αποφάσεων είναι ουδέτερος όσον αφορά τον κίνδυνο παραβίασης των ορίων αποθεμάτων στους λιμένες. Επίσης, η πιθανότητα ότι μια δεδομένη λύση του πρώτου σταδίου παραβιάζει τα όρια του αποθέματος είναι άγνωστη και μπορεί να ελεγχθεί μόνο έμμεσα μέσω της μεταβολής των τιμών ποινής. Επιπροσθέτως, η χρήση μέτρων κινδύνου είναι μια πρόσφατη προσέγγιση για τη διαχείριση της αβεβαιότητας, διότι δημιουργεί λύσεις αλλά συγχρόνως διατηρεί τον έλεγχο σε ανεπιθύμητα συμβάντα, όπως για παράδειγμα οι ποινές όταν δεν τηρούνται τα όρια αποθέματος. Για να χρησιμοποιηθεί ένα μοντέλο στοχαστικού προγραμματισμού, το οποίο έχει επεκταθεί χρησιμοποιώντας υπό όρους μετρήσεις της αξίας κινδύνου, πρέπει να δημιουργήσει δύο διαφορετικά μοντέλα. Στο πρώτο, το μοντέλο χρησιμοποιείται για να γίνεται έλεγχος της συνολικής ποινής στις παραβιάσεις των ορίων αποθεμάτων στο ορίζοντα προγραμματισμού, δηλαδή πλεόνασμα στα λιμάνια παραγωγής και ελλείψεις στα λιμάνια κατανάλωσης. Το παραπάνω μοντέλο αντιπροσωπεύει μια μίξη μεταξύ της τεχνικής στοχαστικού προγραμματισμού (stochastic programming) και της τεχνικής της εύρωστης βελτιστοποίησης (robust optimization). Στο δεύτερο, το μοντέλο επίλυσης που περιγράφεται χρησιμοποιείται για να δημιουργηθεί ένας ανεξάρτητος χώρος αποθήκευσης για κάθε επίσκεψη σε λιμάνι.

Εφαρμογές

2. Παραδείγματα Εφαρμογών

2.1 MIRP Πρόβλημα ενός Προϊόντος

Σε αυτή την ενότητα θα μελετηθεί η εργασία των Parageorgiou et al. (2018) [36]. Το συγκεκριμένο άρθρο παρουσιάζει μια εκτεταμένη υπολογιστική μελέτη απλών, αλλά και μαθευρετικών μαθηματικών (δηλ. ευρετικών στοιχείων που βασίζονται σε μοντέλα μαθηματικού προγραμματισμού) για την εύρεση λύσεων υψηλής ποιότητας σχετικά με τον προγραμματισμό των δρομολογίων των πλοίων και των πολιτικών αποθέματος εμπορευμάτων για μια κατηγορία προβλημάτων δρομολόγησης των θαλάσσιων μεταφορών.

Αυτή η κατηγορία των προβλημάτων της δρομολόγησης αποθέματος έχει λίγους περιορισμούς σε σχέση με άλλα λειτουργικά προβλήματα, αλλά έχει μεγάλους ορίζοντες σχεδιασμού, οι οποίοι καθιστούν την χρονική διάσταση δύσκολη.

Στο πλαίσιο αυτής της έρευνας, συγκρίνονται διάφορες παραλλαγές ευρετικών τεχνικών με βάση τη στρατηγική της κύλισης ορίζοντα, ευρετικών K-opt, τοπικής διακλάδωσης, διακλάδωσης της λύσης, αλλά και υβριδίων αυτών. Πολλά από αυτά τα μαθηματικά μοντέλα υπερτερούν ουσιαστικά των εμπορικών λύσεων προγραμματισμού μικτού ακέραιου CPLEX.

Όπως αναφέρεται και στην εργασία των Parageorgiou et al. (2018) [36] το μεγαλύτερο ποσοστό του συνολικού παγκόσμιου εμπορίου γίνεται μέσω θαλάσσιων αποστολών. Γίνεται αντιληπτό, λοιπόν, ότι το κόστος μεταφοράς που σχετίζεται με αυτά τα εμπορεύματα επηρεάζει άμεσα και την οικονομική βιωσιμότητα πολλών μεγάλων έργων. Συνεπώς, τα αποτελεσματικά εργαλεία υποστήριξης αποφάσεων για την αλυσίδα εφοδιασμού είναι κρίσιμα για τη διασφάλιση της κερδοφορίας.

Τα προβλήματα δρομολόγησης αποθέματος (IRPs) περιλαμβάνουν την ολοκλήρωση και το συντονισμό δύο συστατικών της εφοδιαστικής αλυσίδας: τη διαχείριση αποθέματος και το πλάνο διαδρομής των οχημάτων. Η πρόσφατη πρόοδος χρησιμοποιεί *mathheuristics* (δηλαδή, ευρετικά στοιχεία που βασίζονται σε ένα μοντέλο μαθηματικού προγραμματισμού) για την εύρεση υψηλής ποιότητας λύσεων σύνταξης του χρονοδιαγράμματος των πλοίων και των πολιτικών αποθέματος, γνωστό ως Ναυτιλιακό πρόβλημα δρομολόγησης απογραφής (MIRP), το οποίο διαδραματίζει αναπόσπαστο ρόλο στην παγκόσμια χύδην μεταφορά φορτίων.

Σε σχέση με άλλους κλάδους μεταφορών (π.χ. αεροπορικά, σιδηροδρομικά και φορτηγά), ο ναυτιλιακός τομέας υιοθέτησε αργότερα εργαλεία υποστήριξης αποφάσεων με βάση τη βελτιστοποίηση για επιχειρηματικό σχεδιασμό και λειτουργίες. Κατά συνέπεια, έχουν αναπτυχθεί σχετικά λίγα εμπορικά λογισμικά για να καλύψουν την εξειδικευμένη ζήτηση.

Συνεπώς, η κατευθυντήρια γραμμή πίσω από τις μαθηματικές ευρετικές μεθόδους που παρουσιάζονται είναι η επιθυμία να διατηρηθεί ένας συνδυασμός μεικτού ακέραιου γραμμικού προγραμματισμού (MILP) και να βρεθούν λύσεις, διορθώνοντας επαναληπτικά υποσύνολα μεταβλητών και επιλύοντας το MILP με ένα επιλυτή MILP γενικού σκοπού. Η γενική δομή μίας τέτοιας MILP διατύπωσης είναι η κάτωθι:

$$\min c^T x \quad (1\alpha)$$

$$v. \pi Ax \geq b \quad (1\beta)$$

$$x \in Z^{n_1} \times \mathbb{R}^{n_1} \quad (1\gamma)$$

όπου $n = n_1 + n_2$, $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$, $b \in \mathbb{R}^m$ και $c \in \mathbb{R}^n$.

Έστω $J \subseteq \{1, \dots, n\}$ είναι ένα υποσύνολο των μεταβλητών απόφασης. Η κατηγορία των μαθευρετικών λειτουργεί καθορίζοντας $x_j = \hat{x}_j$ για όλα τα $j \notin J$ και επιλύοντας το περιορισμένο MILP.

$$\min \sum_{j \in J} c_j x_j + \sum_{j \notin J} c_j \hat{x}_j, \text{ όπου } \sum_{j \notin J} c_j \hat{x}_j = \text{σταθερό} \quad (2\alpha)$$

$$\sum_{j \in J} a_{ij} x_j + \sum_{j \notin J} a_{ij} \hat{x}_j \geq b_i \quad \forall i = 1, 2, \dots, m, \text{ όπου } \sum_{j \notin J} a_{ij} \hat{x}_j = \text{σταθερό} \quad (2\beta)$$

$$x \in X(J) \quad (2\gamma)$$

όπου $X(J) = \{x \in Z^{n_1} \times \mathbb{R}^{n_1} : x_j = \hat{x}_j \text{ για όλα τα } j \notin J\}$ είναι οι γείτονες του J . Επιλέγοντας με σύνεση το σύνολο J των μεταβλητών που θα βελτιστοποιηθούν τοπικά, οι επαγόμενοι γείτονες (σε αυτήν την περίπτωση, μικρότερα, πιο εύχρηστα MILPs) μπορούν να αναζητηθούν πιο εύκολα από έναν γενικό επιλυτή MILP.

Υπάρχουν πολλά αξιοσημείωτα οφέλη από τον περιορισμό σε αυτήν την κατηγορία μαθευρετικών όπως η ευκολότερη διατήρηση του λογισμικού υποστήριξης αποφάσεων, η προσαρμογή σε νέες επιχειρηματικές απαιτήσεις και ο χειρισμός των επεκτάσεων.

Μια σύντομη ανασκόπηση των matheuristics ταξινομεί τα προβλήματα δρομολόγησης οχήματος σε τρεις κατηγορίες, όπως έχει γίνει αναφορά σε προηγούμενη ενότητα:

1. Προσεγγίσεις αποσύνθεσης.
2. Ευρετικές βελτιώσεις.
3. Διακλάδωση και τιμή / προσεγγίσεις με βάση την τεχνική δημιουργίας στήλης (column generation).

Οι συγγραφείς εστίασαν αποκλειστικά σε μαθευρετικούς με χρήση προσεγγίσεων αποσύνθεσης και ευρετικών βελτιώσεων.

Όσο αφορά την σχετική βιβλιογραφία, έχει χρησιμοποιηθεί MIRP για τη μεταφορά πολτού ανθρακικού ασβεστίου [23], για τη μεταφορά τσιμέντου που αφορά χύδην πλοία με πολλαπλά διαμερίσματα [11], έχει παρουσιαστεί μοντέλο MILP ροής τόξου, δηλαδή ενός μοντέλου που παρέχει αδύναμες γραμμικές χαλαρώσεις, το οποίο είναι ενσωματωμένο σε ένα εργαλείο υποστήριξης αποφάσεων και χρησιμοποιείται για το σχεδιασμό της τακτικής δρομολόγησης και διαχείρισης αποθέματος του πετρελαίου εσωτερικής καύσης [27]. Συνεπώς, προκαλεί ιδιαίτερο ενδιαφέρον το μοντέλο MILP ροής-τόξου και έτσι τίθεται σε εφαρμογή η αναζήτηση γειτονιάς σε ένα μοντέλο ροής-τόξου για την επίλυση παρόμοιων προβλημάτων. Ειδικότερα, αφού δημιουργηθεί μια αρχική λύση, εφαρμόζεται μια τοπική διαδικασία αναζήτησης, παρόμοια με μια διαδικασία 2-opt, στην οποία οι μεταβλητές απόφασης σχετίζονται με όλα τα σκάφη, τα οποία έχουν πάρει σταθερή τιμή, εκτός από δύο. Τότε ένας ακριβής αλγόριθμος βελτιστοποίησης καλείται για τοπική βελτιστοποίηση των αποφάσεων για αυτά τα δύο σκάφη. Άλλοι ερευνητές προσπάθησαν να δημιουργήσουν καλές λύσεις γρήγορα με αναζήτηση βάσει διακλάδωσης και τιμής (Branch – and – Price Guided Search BPGS), μια τεχνική που αναζητά συστηματικά περιορισμένες γειτονιές ενός MILP χρησιμοποιώντας πληροφορίες από μια επέκταση του ήδη διατυπωμένου κύριου προβλήματος. Η τεχνική αυτή περιορίζει τις ακμές με τέτοιο τρόπο έτσι ώστε να παραμένουν στο πρόβλημα μόνο οι ακμές που προσφέρουν τη μικρότερη δυνατή διαδρομή.

Με λίγες εξαιρέσεις, τα MIRP που εμφανίζονται στην ανασκόπηση της βιβλιογραφίας μπορούν να μετατραπούν σε γραμμικά προγράμματα μικτού ακέрайου (MILPs). Σε γενικές γραμμές, ο χρόνος υπολογισμού, που απαιτείται για την επίλυση των αντίστοιχων προβληματικών περιπτώσεων, αυξάνεται ανάλογα με το πλήθος των συστατικών (π.χ. πλοία, λιμάνια και χρονικές περιόδους). Μάλιστα, αρκετά συχνά υπάρχουν περιπτώσεις στις οποίες κατά την προσπάθεια επίλυσης ενός ρεαλιστικού παραδείγματος, ο εμπορικά διαθέσιμος επιλυτής αποδίδει απαράδεκτη απόδοση, όπως για παράδειγμα μια λύση χαμηλής ποιότητας σε ένα δεδομένο χρονικό όριο. Για την καταπολέμηση αυτών των περιορισμών, έχουν αναπτυχθεί πολλές ευρετικές που εκμεταλλεύονται λύσεις μαθηματικού προγραμματισμού.

Στον τομέα του υδροποιημένου φυσικού αερίου (LNG), έχουν μελετηθεί αρκετές ευρετικές για LNG-IRP. Οι Rakke et al. [39] προτείνουν έναν ευρετικό κυλιόμενο ορίζοντα στον οποίο επιλύονται μια αλληλουχία επικαλυπτόμενων υποπροβλημάτων MILP. Κάθε υποπρόβλημα περιλαμβάνει το πολύ 3 μήνες δεδομένων και αποτελείται από μια «κεντρική περίοδο» ενός μήνα και μια «περίοδο πρόβλεψης» το πολύ δύο μηνών. Μόλις βρεθεί μια βέλτιστη λύση (είτε με τη βελτιστοποίηση είτε εντός ενός χρονικού ορίου), όλες οι μεταβλητές αποφάσεων στην κεντρική περίοδο σταθεροποιούνται στις τιμές που έχουν προσδιοριστεί για αυτές και η διαδικασία συνεχίζει στο επόμενο υποπρόβλημα.

Πιο πρόσφατα, έχουν εμφανιστεί εφαρμογές ευρετικού κυλιόμενου ορίζοντα που στηρίζονται στην αποσύνθεση του αρχικού προβλήματος σε μικρότερα [3]. Η σκοπιμότητα αυτής της διαδικασίας αποσκοπεί στην εύρεση αρχικών λύσεων για τα προβλήματα MILP, ενώ η τοπική διακλάδωση χρησιμοποιείται για τη βελτίωση των εφικτών λύσεων. Η συγκεκριμένη έρευνα χρησιμοποιεί ένα μοντέλο MILP διακριτού χρόνου ροής τόξου. Πιο συγκεκριμένα, χρησιμοποιεί ένα διακριτό σχηματισμό ροής τόξου του προβλήματος και περιλαμβάνει μια λεπτομερή υπολογιστική σύγκριση αυτών των μαθηματικών στοιχείων μεταξύ τους, καθώς και έναντι εμπορικών λύσεων όπως το MILP CPLEX 12.6.2 και το Gurobi 6.5.

2.1.1 Μοντελοποίηση Προβλήματος

Θεωρούμε ένα μοναδικό MIRP που περιλαμβάνει ορίζοντα προγραμματισμού των χρονικών περιόδων T , όπου $T = \{1, \dots, T\}$ καθώς και τρεις κύριες συνιστώσες: λιμένες, πλοία και κατηγορίες πλοίων. Κάθε λιμένας ταξινομείται ως λιμένας φόρτωσης (όπου παράγεται προϊόν) ή ως εκφόρτωσης. Το J^P υποδηλώνει το σύνολο των λιμένων φόρτωσης (παραγωγής), J^C το σύνολο των λιμένων καταπόνησης (ή εκφόρτωσης) και το $J = J^P \cup J^C$ το σύνολο όλων των λιμένων. Η παράμετρος Δ_j είναι 1 εάν $j \in J^P$ και -1 εάν $j \in J^C$. x_a^{vc} είναι ο αριθμός των πλοίων που ανήκουν σε μια κλάση πλοίων vc , το οποίο ταξιδεύει μέσω της ακμής $a \in A^{vc}$, όπου $x_a^{vc} \in \{0,1\}$. Συμβολίζουμε με B_j το πλήθος των αγκυροβόλιων, όπου περιορίζει τον αριθμό των σκαφών που μπορούν να φορτώνουν ή να ξεφορτώνουν ταυτόχρονα στο λιμάνι j σε μία χρονική περίοδο. $S_{j,t}^{max}$ είναι η χωρητικότητα του αποθέματος στο λιμάνι j στο τέλος της χρονικής περιόδου t , ενώ Q^{vc} είναι η χωρητικότητα των πλοίων v που ανήκουν στην κλάση $vc \in VC$. $s_{j,t}$ είναι ο διαθέσιμος αριθμός των εμπορευμάτων στο λιμάνι j στο τέλος της χρονικής περιόδου t . Το αρχικό απόθεμα $s_{j,0}$ δίνεται ως δεδομένο. $a_{j,t}$ είναι το πλήθος του εμπορεύματος που αγοράστηκε από την τοπική αγορά ή πουλήθηκε στην τοπική αγορά του λιμανιού j την χρονική περίοδο t και $P_{j,t}$ είναι το κόστος αγοράς μιας μονάδας προϊόντος από την τοπική αγορά του λιμανιού j την χρονική περίοδο t .

Επίσης, για λόγους ευκολίας οι συγγραφείς έκαναν τις παρακάτω υποθέσεις:

- Κάθε περιοχή διαθέτει μόνο ένα λιμάνι.
- Η χωρητικότητα του λιμανιού πάντα καλύπτει την χωρητικότητα των πλοίων, δηλαδή $S_{j,t}^{max} = \max\{Q^{vc}: vc \in VC\}$.
- Οι χρόνοι των ταξιδιών είναι προκαθορισμένοι.

- Τα πλοία μπορούν να φορτωθούν πλήρως ή να αδειάσουν πλήρως το εμπόρευμα τους σε μια απλή χρονική περίοδο, δηλαδή ο χρόνος που χρειάζεται για να φορτώσει ή να ξεφορτώσει το εμπόρευμα είναι προκαθορισμένος και έχει ενσωματωθεί στο χρόνο ταξιδιού.
- Το πλήθος των προϊόντων παραγωγής και κατανάλωσης είναι γνωστό.
- Υπάρχει μόνο ένα λιμάνι φόρτωσης προϊόντων $|J^P| = 1$.
- Σε μία χρονική περίοδο το πολύ ένα πλοίο ανά κλάση πλοίων μπορεί να ξεκινήσει ταξίδι από ένα λιμάνι εκφόρτωσης ή να επιστρέψει από ταξίδι στο λιμάνι φόρτωσης. Ο λόγος αυτής της παραδοχής γίνεται γιατί στην πραγματικότητα ένας στρατηγικός σχεδιαστής ενδιαφέρεται να αποφευχθούν συγκρούσεις προγραμματισμού σε έναν λιμένα κατά την εφαρμογή. Με άλλα λόγια, αν υποθέσουμε ότι έχει προγραμματιστεί να φορτώσουν ή να ξεφορτώσουν δύο πλοία της ίδιας κλάσης ταυτόχρονα στο ίδιο λιμάνι γίνεται αντιληπτό ότι η λύση που θα προκύψει δεν θα είναι εύρωστη. Αυτό θα συμβεί διότι θα υπάρχει αβεβαιότητα για το αν θα υπάρξει χωρητικότητα για τα αποθέματα και αν θα ξεπεράσει τα όρια χωρητικότητας που θα έχει το λιμάνι, αλλά και αν θα υπάρξει μεταβολή στο χρόνο που έχει δοθεί στο κάθε πλοίο για την φόρτωση/εκφόρτωση του. Η αβεβαιότητα αντιπροσωπεύεται ως ντετερμινιστική μεταβλητότητα των παραμέτρων του προβλήματος, διότι όπως έχει αναφερθεί και σε προηγούμενη ενότητα, οφείλει το κάθε πλοίο να καταγραφεί τον όγκο του αποθέματος που θα φορτώσει/εκφορτώσει και του δίνεται ένα συγκεκριμένο χρονικό διάστημα όπου δεν πρέπει να μεταβληθεί.

Παρακάτω παρατίθεται η επεξήγηση των παραμέτρων και των μεταβλητών που έχουν χρησιμοποιηθεί στη μοντελοποίηση του προβλήματος.

Δείκτες και σύνολα

$t \in \mathcal{T}$	Το σύνολο των χρονικών περιόδων
$t \in \mathcal{T}^{start}$	Το σύνολο όλων των αρχικών περιόδων
$v \in \mathcal{V}$	Το σύνολο των πλοίων
$t \in \mathcal{T}_v^{start}$	Το σύνολο όλων των αρχικών περιόδων για το πλοίο v
$vc \in \mathcal{VC}$	Το σύνολο των κλάσεων των πλοίων
$j \in \mathcal{J}$	Το σύνολο όλων των λιμανιών, $\mathcal{J} = \mathcal{J}^P \cup \mathcal{J}^C$
$n \in \mathcal{N}$	Το σύνολο των “κανονικών” κόμβων: $\mathcal{N} = \{n = (j, t) : j \in \mathcal{J}, t \in \mathcal{T}\}$
$n \in \mathcal{N}_{0, T+1}$	Το σύνολο όλων των κόμβων (συμπεριλαμβανομένων του κόμβου προέλευσης n_0 και του κόμβου προορισμού n_{T+1})
$a \in \mathcal{A}$	Το σύνολο όλων των ακμών
$a \in \mathcal{A}^v$	Το σύνολο όλων των ακμών που σχετίζεται με το πλοίο $v \in \mathcal{V}$
$a \in \mathcal{A}^{vc}$	Το σύνολο των ακμών που σχετίζεται με την κλάση πλοίων $vc \in \mathcal{VC}$
$a \in \mathcal{RS}_n^{vc}$	Το σύνολο των εισερχόμενων ακμών που σχετίζεται με την κλάση πλοίων $vc \in \mathcal{VC}$
$a \in \mathcal{FS}_n^{vc}$	Το σύνολο των εξερχόμενων ακμών που σχετίζεται με την κλάση πλοίων $vc \in \mathcal{VC}$
$a \in \mathcal{FS}_n^{vc, inter}$	Το σύνολο όλων των εξερχόμενων και τερματικών ακμών που σχετίζεται με την κλάση πλοίων $vc \in \mathcal{VC}$

Παράμετροι $T_{t,v}^{Rem}$

Ο χρόνος που έχει παρέλθει μέχρι τη στιγμή t για το πλοίο v από την πρώτη πιθανή άφιξη του σε λιμάνι προμηθειών. Αποτελεί μία αισιόδοξη τιμή, καθώς το σκάφος ενδέχεται να μην είναι σε θέση να εκφορτωθεί πλήρως την ίδια περίοδο κατά την οποία εισέρχεται στο σύστημα/δίκτυο. Για σκάφος που προέρχεται από το λιμάνι φόρτωσης η τιμή θα είναι $T_{t,v}^{Rem} = [t - T_v^{start}]^+$, ενώ για σκάφος που προέρχεται από το λιμάνι εκφόρτωσης η τιμή θα είναι $T_{t,v}^{Rem} = [t - T_v^{start} - T_{j(v),v}^{OW}]^+$.

 $T_{j,v}^{OW}$

Ο χρόνος που χρειάζεται για να ταξιδέψει ένα πλοίο v από το λιμάνι προμηθειών στο λιμάνι ζήτησης j .

 $T_{j,v}^{RT}$

Ο χρόνος που χρειάζεται για να ταξιδέψει ένα πλοίο v από το λιμάνι προμηθειών στο λιμάνι ζήτησης j και να επιστρέψει πίσω.

 B_j

Το όριο των αγκυροβολιών στο λιμάνι $j \in J$

 C_α^{vc}

Το κόστος της ακμής διαδρομής $a \in A^v$ για την κλάση πλοίων $vc \in VC$

 $C_{j,v}^{OW}$

Το κόστος διαδρομής για ένα ταξίδι ενός πλοίου v από το λιμάνι προμηθειών στο λιμάνι ζήτησης j

 $C_{j,v}^{RT}$

Το κόστος διαδρομής για ένα μετ' επιστροφής ταξίδι ενός πλοίου v από το λιμάνι προμηθειών στο λιμάνι ζήτησης j

 $D_{j,t}$

Το πλήθος των προϊόντων που παράχθηκαν ή καταναλώθηκαν στο λιμάνι j σε μία χρονική περίοδο t .

 $D_{j,t}^{LB}$

Η περίσσεια ζήτησης στο λιμάνι ζήτησης j σε μία χρονική περίοδο t .

 $D_{j,t}^{UB}$

Η μέγιστη ζήτηση στο λιμάνι ζήτησης j σε μία χρονική περίοδο t .

 Δ_j

Μια παράμετρος που παίρνει την τιμή +1 αν $j \in J^P$ και -1 αν $j \in J^C$

 $P_{j,t}$

Η ποινή για ανεκπλήρωτη ζήτηση: $P_{j,t} = P_{j,1}$ για όλα τα j

 $Q^v (Q^{vc})$

Η χωρητικότητα του πλοίου $v \in V$ (η χωρητικότητα του πλοίου στην κλάση πλοίων $vc \in VC$)

 $S_{j,t}^{min} (S_{j,t}^{max})$

Κάτω όριο (χωρητικότητα) του λιμανιού $j \in J$ την χρονική περίοδο t

Μεταβλητές απόφασης $\sigma_{j,t}$

Συνεχής μεταβλητή που αναφέρεται στο πλήθος των μονάδων προϊόντος των οποίων δεν μπορεί να ικανοποιηθεί η ζήτηση στο λιμάνι ζήτησης j σε μία χρονική περίοδο t .

 $S_{j,t}$

Συνεχής μεταβλητή που αναφέρεται στο πλήθος των μονάδων προϊόντων που βρίσκονται σε απόθεμα στο λιμάνι $j \in J$ στο τέλος της χρονικής περιόδου $t \in T$

 x_α^{vc}

Διαδική μεταβλητή που αναφέρεται στον αριθμό των πλοίων που ανήκουν σε μια κλάση πλοίων $vc \in VC$, το οποίο ταξιδεύει μέσω της ακμής $a \in A^{vc}$ και παίρνει τιμή 0 ή 1

 $x_{j,t,v}^{OW}$

Διαδική μεταβλητή που αναφέρεται στο πλήθος σωρευτικά των ταξιδιών (χωρίς επιστροφή) στο λιμάνι ζήτησης j μέχρι την χρονική περίοδο t από ένα πλοίο v

$x_{j,t,v}^{RT}$	Ακέραια μεταβλητή που αναφέρεται στο πλήθος σωρευτικά των ταξιδιών με επιστροφή στο λιμάνι ζήτησης j μέχρι την χρονική περίοδο t από ένα πλοίο v
$Z_{j,vc}$	Διαδική μεταβλητή, η οποία παίρνει την τιμή 1 αν το λιμάνι ζήτησης j και η κλάση πλοίου vc θεωρούνται ασύμβατα και 0 σε κάθε άλλη περίπτωση

Στη συνέχεια ορίζουμε το κάτωθι μοντέλο MILP διακριτού χρόνου ροής τόξου:

$$\min \sum_{vc \in VC} \sum_{a \in A^{vc}} C_a^{vc,m} \cdot x_a^{vc} + \sum_{j \in J} \sum_{t \in T} P_{j,t} \cdot a_{j,t} \quad (3\alpha)$$

$$u.\pi \sum_{\alpha \in FS_n^{vc}} x_a^{vc} - \sum_{\alpha \in RS_n^{vc}} x_a^{vc} = \begin{cases} +1 \text{ \acute{e}\acute{\alpha}\nu } n = n_0 \\ -1 \text{ \acute{e}\acute{\alpha}\nu } n = n_{T+1} \\ 0 \text{ \acute{e}\acute{\alpha}\nu } n \in N \end{cases} \quad \forall n \in N_{0,T+1}, \forall vc \in VC \quad (3\beta)$$

$$s_{j,t} = s_{j,t-1} + A_j \cdot \left(D_{j,t} - \sum_{vc \in VC} \sum_{a \in FS_n^{vc,inter}} Q^{vc} \cdot x_a^{vc} - a_{j,t} \right) \quad \forall n = (j,t) \in N \quad (3\gamma)$$

$$\sum_{vc \in VC} \sum_{a \in FS_n^{vc,inter}} x_a^{vc} \leq B_j \quad \forall n = (j,t) \in N \quad (3\delta)$$

$$a_{j,t} \geq 0 \quad \forall n = (j,t) \in N \quad (3\epsilon)$$

$$s_{j,t} \in [0, S_{j,t}^{max}] \quad \forall n = (j,t) \in N \quad (3\sigma\tau)$$

$$x_a^{vc} \in \{0,1\} \quad \forall vc \in VC, \forall a \in A^{vc,inter} \quad (3\zeta)$$

$$x_a^{vc} \in \mathbb{Z}_+ \quad \forall vc \in VC, \forall a \in A^{vc} \setminus A^{vc,inter} \quad (3\eta)$$

Ο στόχος είναι να ελαχιστοποιηθεί το άθροισμα όλων των εξόδων μεταφοράς και κυρώσεων για χαμένη παραγωγή και την εξάντληση των αποθεμάτων. Οι περιορισμοί (3β) απαιτούν την ισορροπία ροής των σκαφών σε κάθε κατηγορία σκαφών. Οι περιορισμοί (3γ) είναι περιορισμοί ισοζυγίου αποθέματος στο λιμένα φόρτωσης και εκφόρτωσης, ενώ οι (3δ) περιορίζουν τον αριθμό των σκαφών που μπορούν να επιχειρήσουν να φορτώσουν / εκφορτώσουν σε ένα λιμάνι σε μια δεδομένη στιγμή. Η παραπάνω μαθηματική διατύπωση απαιτεί ότι ένα σκάφος πρέπει να ταξιδεύει πλήρως φορτωμένο από μια περιοχή φόρτωσης σε μια περιοχή εκφόρτωσης και να ταξιδεύει άδαιο από μια περιοχή εκφόρτωσης σε μια περιοχή φόρτωσης.

Στην αντικειμενική συνάρτηση δεν συμπεριλαμβάνονται τα έξοδα ταξιδιού, κάθε σκάφος μοντελοποιείται ξεχωριστά (με άλλα λόγια, υπάρχει μόνο ένα σκάφος ανά κατηγορία σκαφών). Τα ποσοστά κατανάλωσης μοντελοποιούνται ως μεταβλητές αποφάσεων με ανώτερα και κατώτερα όρια και περιλαμβάνουν ένα πρόσθετο σύνολο συνεχών μεταβλητών αποφάσεων για να ληφθεί υπόψη η αθροιστική μη ικανοποιηθείσα ζήτηση σε κάθε λιμάνι κατανάλωσης.

Δεν είναι σαφές εάν μερικοί επιπλέον περιορισμοί είναι επωφελείς για την εξεύρεση καλύτερων πρωτογενών λύσεων. Από τη μία πλευρά, περισσότεροι περιορισμοί συνήθως υποδηλώνουν ότι ένας επιλυτής πρέπει να εργαστεί περισσότερο σε κάθε κόμβο αναζήτησης, π.χ., κατά τη διάρκεια κάθε ενημέρωσης του δυϊκού της Simplex, καθώς ο πίνακας περιορισμών A είναι μεγαλύτερος.

Από την άλλη πλευρά, μια χαλάρωση μεταβλητών, κάτω από περιορισμούς, μειώνει συχνά τον αριθμό των κόμβων που πρέπει να διερευνηθούν.

Στη συνέχεια θα περιγράψουμε ένα σύνολο μεικτών ακέραιων περικοπών, οι οποίες μπορούν να προστεθούν στη διατύπωση του προβλήματος.

Το $R_{j,t}$, είναι το συσσωρευμένο ποσό του προϊόντος που απαιτείται για παραλαβή ή παράδοση στο λιμένα j ανά χρονική περίοδο και $Q = Q^{max} = \max\{Q^{vc} : vc \in VC\}$

$$R_{j,t} = \begin{cases} \sum_{t' \leq t} D_{j,t'} - s_{j,0} & \text{εάν } j \in J^C \\ \sum_{t' \leq t} D_{j,t'} + s_{j,0} - S_j^{max} & \text{εάν } j \in J^P \end{cases} \quad (4)$$

$$\sum_{vc \in VC} \sum_{t' \leq t} \sum_{\alpha \in FS_{j,t'}^{vc,inter}} \left(\left\lfloor \frac{Q^{vc}}{Q} \right\rfloor - \frac{(F_{vc} - F_{j,t}^0)^+}{1 - F_{j,t}^0} \right) \cdot x_a^{vc} + \sum_{t' \leq t} \frac{a_{j,t'}}{Q \cdot (1 - F_{j,t}^0)} \geq \left\lfloor \frac{R_{j,t}}{Q} \right\rfloor \quad \forall (j, t) \in N \quad (5)$$

όπου $F_{j,t}^0 = \frac{R_{j,t}}{Q} - \left\lfloor \frac{R_{j,t}}{Q} \right\rfloor$ και $F_{vc} = \frac{Q^{vc}}{Q} - \left\lfloor \frac{Q^{vc}}{Q} \right\rfloor$.

$$\sum_{vc \in VC} \sum_{t' \leq t} \sum_{\alpha \in FS_{j,t'}^{vc,inter}} \frac{Q^{vc}}{Q} \cdot x_a^{vc} + \frac{1}{Q} \sum_{t' \leq t} a_{j,t'} \geq \frac{R_{j,t}}{Q} \quad \forall (j, t) \in N$$

Αν και οι περιορισμοί (5) λαμβάνουν υπόψη μόνο τη συσσωρευμένη προσφορά και ζήτηση σε χρονικό διάστημα $[0, t]$, είναι δυνατόν να συμπεριληφθούν τέτοιοι περιορισμοί για οποιοδήποτε χρονικό διάστημα $[t_1, t_2]$ για κάθε $[t_1, t_2] \in T$ έτσι ώστε $t_1 < t_2$. Οπότε, ορίζουμε με R_{j,t_1,t_2} να είναι το συσσωρευμένο ποσό του προϊόντος που απαιτείται για παραλαβή ή παράδοση στο λιμένα j ανά χρονικό διάστημα $[t_1, t_2]$.

$$R_{j,t_1,t_2} = \begin{cases} D_{j,[t_1,t_2]} - S_{j,t_1-1}^{max} + S_{j,t_2}^{min} & \text{εάν } j \in J^C \\ D_{j,[t_1,t_2]} + S_{j,t_1-1}^{min} + S_{j,t_2}^{max} & \text{εάν } j \in J^P \end{cases}$$

Η βασική ιδέα πίσω από το MILP, που περιγράφετε παρακάτω, είναι η επίλυση μιας πολύ απλουστευμένης παραλλαγής του μοντέλου με την απαίτηση ότι τουλάχιστον K ζεύγη κλάσεων λιμανιού – πλοίου είναι ασυμβίβαστα έτσι ώστε να εξαλειφθεί ένα υποσύνολο των λιγότερο υποσχόμενων ακμών ταξιδιού, όπου $K \in \mathbb{N}$. Σε αντίθεση με το μοντέλο πριν, αυτό το MILP μοντελοποιεί ξεχωριστά κάθε σκάφος, αλλά δεν περιλαμβάνει καμία αλληλουχία.

Το μοντέλο περιγράφεται παρακάτω:

Port – Vessel Class Incompatibility MIP Model

$$\min \sum_{j \in J^c} \sum_{v \in V} (C_{j,v}^{RT} \cdot x_{j,T,v}^{RT} + C_{j,v}^{OW} \cdot x_{j,T,v}^{OW}) + \sum_{j \in J^c} P_j \cdot \sigma_{j,T} \quad (6\alpha)$$

$$v. \pi \sum_{j \in J^c} T_{j,v}^{RT} \cdot x_{j,t,v}^{RT} + T_{j,v}^{OW} \cdot x_{j,t,v}^{OW} \leq T_{t,v}^{Rem}, \quad \forall t \in \mathcal{T}', v \in V \quad (6\beta)$$

$$\sum_{v \in V} Q^v \cdot (x_{j,t,v}^{RT} + x_{j,t,v}^{OW}) + \sigma_{j,t} \geq D_{j,t}^{LB}, \quad \forall j \in J^c, t \in \mathcal{T}' \quad (6\gamma)$$

$$\sum_{v \in V} Q^v \cdot (x_{j,t,v}^{RT} + x_{j,t,v}^{OW}) + \sigma_{j,t} \leq D_{j,t}^{UB}, \quad \forall j \in J^c, t \in \mathcal{T}' \quad (6\delta)$$

$$x_{j,t,v}^{RT} + x_{j,t,v}^{OW} \geq x_{j,t-1,v}^{RT} + x_{j,t-1,v}^{OW}, \quad \forall j \in J^c, t \in \mathcal{T}' \quad (6\epsilon)$$

$$\sigma_{j,t} \geq \sigma_{j,t-1}, \quad \forall j \in J^c, t \in \mathcal{T}' \quad (6\sigma\tau)$$

$$T_{j,v}^{RT} \cdot x_{j,T,v}^{RT} + T_{j,v}^{OW} \cdot x_{j,T,v}^{OW} \leq T_{T,v}^{Rem} \cdot (1 - z_{j,vc}), \quad \forall j \in J^c, vc \in VC, v \in V: VC(v) = vc \quad (6\zeta)$$

$$\sum_{j,vc} z_{j,vc} \geq K, \quad (6\eta)$$

$$\sigma_{j,t} \geq 0, \quad \forall j \in J^c, t \in T' \quad (6\theta)$$

$$x_{j,t,v}^{RT} \in Z_+, \quad \forall j \in J^c, t \in T', v \in V \quad (6\iota)$$

$$x_{j,t,v}^{OW} \in \{0,1\}, \quad \forall j \in J^c, t \in T', v \in V \quad (6\kappa)$$

$$z_{j,vc} \in \{0,1\} \quad \forall j \in J^c, vc \in VC \quad (6\lambda)$$

Ο σκοπός είναι να ελαχιστοποιηθεί το συνολικό κόστος των απλών και μετ' επιστροφής ταξιδιών, καθώς επίσης και των σωρευτικών κυρώσεων ζήτησης που δεν έχουν ικανοποιηθεί έως το χρόνο T . Οι περιορισμοί (6β) περιορίζουν τον αριθμό απλών και μετ' επιστροφής ταξιδιών που μπορεί να κάνει κάθε σκάφος. Οι περιορισμοί (6γ) και (6δ) θέτουν ένα άνω και κάτω όριο, αντίστοιχα, στην ποσότητα του προϊόντος που μπορεί να εκφορτωθεί σε κάθε λιμάνι εκφόρτωσης έως το χρόνο $t \in T'$. Οι περιορισμοί (6ε) διασφαλίζουν ότι το σωρευτικό πλήθος ταξιδιών είναι σωστό. Οι περιορισμοί (6στ) εξασφαλίζουν ότι το απόθεμα στο λιμάνι φόρτωσης θα είναι τουλάχιστον ίσο με το απόθεμα στο λιμάνι εκφόρτωσης. Οι περιορισμοί (6ζ) περιορίζουν τον χρόνο των απλών και μετ' επιστροφής ταξιδιών που μπορεί να κάνει ένα σκάφος μέσα σε μία περίοδο. Ο περιορισμός (6η) απαιτεί τουλάχιστον K ζεύγη κατηγορίας λιμένων εκφόρτωσης να είναι ασύμβατα.

Αναμφισβήτητα η πιο συνηθισμένη μορφή αποσύνθεσης του χρόνου σε εφαρμογές μηχανικής είναι κάποια μορφή ευρετικού κυλιόμενου ορίζοντα (Rolling Horizon Heuristic RHH). Η κύρια ιδέα ενός RHH, το οποίο έχει προσαρμοστεί σε IRP πρόβλημα με βάση το χρόνο είναι να λύσει μια ακολουθία MILP υποπρόβλημάτων, όπου κάθε υποπρόβλημα αποτελείται από δύο περιόδους, της κεντρική περίοδο και την περίοδο πρόβλεψης. Έτσι, μόλις βρεθεί μια βέλτιστη λύση σε αυτό το υποπρόβλημα οι μεταβλητές απόφασης στην κεντρική περίοδο παίρνουν μια σταθερή τιμή και η διαδικασία προχωρά στο επόμενο υποπρόβλημα.

Η υλοποίησή των Papageorgiou et al. (2018) [36] εμφανίζεται στον Αλγόριθμο 1. Τα $\tau^{central}$ και $\tau^{forecast}$ είναι ο αριθμός των περιόδων στην κεντρική και στην περίοδο πρόβλεψης, αντίστοιχα. Το σύνολο $T^{start} = \{t \in T: t = 1 + v\tau^{central} \text{ για } v \in N\}$ υποδηλώνει το σύνολο όλων των αρχικών περιόδων που πρέπει να ληφθούν υπόψη στη διαδικασία. Ο αλγόριθμος αρχικοποιείται αναγκάζοντας όλα τα προϊόντα να αγοράζονται και να πωλούνται από την εγχώρια αγορά $a_{j,t} = D_{j,t}$ για όλους (j, t) , πράγμα που σημαίνει ότι το απόθεμα παραμένει σταθερό $s_{j,t} = s_{j,t-1}$ σε όλα τα λιμάνια σε ολόκληρο τον ορίζοντα προγραμματισμού. Ο έλεγχος που πραγματοποιείται στο Βήμα 6 του Αλγόριθμου 1, απαγορεύει στα σκάφη να εξέλθουν από το σύστημα στην κεντρική περίοδο. Χωρίς αυτή την συνθήκη, τα σκάφη που θα τελικά θα εξέλθουν από το σύστημα δεν θα είναι διαθέσιμα στις μελλοντικές περιόδους.

Algorithm 1 Rolling Horizon Heuristic

- 1: Initialization: Set $a_{j,t} = D_{j,t} \forall (j, t); s_{j,t} = s_{j,t-1} \forall (j, t); x_a^{vc} = 0 \forall vc \in VC, a \in A^{vc}$
 - 2: **for** $t^{start} \in T^{start}$ **do**
 - 3: $t^{end} = \min\{t^{start} + \tau^{central} + \tau^{forecast}, T\}$
 - 4: Fix all decision variables with index $t < t^{start}$ or $t > t^{end}$ to their current value
 - 5: Deactivate all constraints with index $t < t^{start}$ or $t > t^{end}$
 - 6: **If** $Ord(t^{start}) < Card(T^{start})$, fix all sink arc variables $x_{(j,t),n_{T+1}}^{vc} = 0$ for all $t \leq t^{start} + \tau^{central}$
 - 7: Solve Model (3)
 - 8: **end for**
-

Σε επόμενο βήμα προστέθηκε ο περιορισμός συμβατότητας κατηγορίας λιμάνι-πλοίου. Για περιπτώσεις με πολλά λιμάνια και κατηγορίες πλοίων, το μοντέλο απαιτεί πολλές δυαδικές μεταβλητές, δηλαδή μία για κάθε πλειάδα $(vc, j_1, j_2, t + \tau_{j_1, j_2})$ όπου τ_{j_1, j_2} είναι ο χρόνος ταξιδιού μεταξύ των λιμανιών j_1 και j_2 .

Στη συνέχεια θα γίνει αναφορά σε μερικούς μαθηματικούς αλγόριθμους που συνηθίζεται να χρησιμοποιούνται ως ευρετικές βελτιώσεις. Δηλαδή, χρησιμοποιούνται ως εργαλεία για τη βελτίωση των εφικτών ή ανέφικτων λύσεων που έχουν ήδη υπολογιστεί.

Ο αλγόριθμος K-opt local search, χρησιμοποιείται συνήθως σε συνδυαστικά προβλήματα βελτιστοποίησης. Διατηρούνται σταθερές οι διαδρομές για όλες τις κατηγορίες πλοίων εκτός από K κλάσεις πλοίων και λύνεται το MILP για βέλτιστη λύση στην περιοχή που ορίζεται για αυτές τις K κλάσεις σκαφών που δεν έχουν καθοριστεί. Το πιο ενδιαφέρον βήμα στον αλγόριθμο είναι να αποφασιστεί ποιες κατηγορίες σκαφών πρέπει να κρατηθούν σταθερές και με τι σειρά.

Algorithm 2 K -opt Heuristic

```

1: while elapsedTime ≤ timeLimit and improvementOccurred do
2:   for  $VC' \in S$  do
3:     Fix all decision variables associated with vessels in vessel class  $vc \notin VC'$  to their
       current value
4:     Solve Model (3)
5:   end for
6: end while

```

Ο αλγόριθμος 1-opt with D-day time window flexibility search πραγματοποιεί μια αναζήτηση σε μια γειτονιά που αποτελείται από όλες τις λύσεις στις οποίες πραγματοποιείται οποιαδήποτε αναχώρηση ταξιδιού που καθυστέρησε ή έφτασε νωρίτερα D ημέρες, σε σύγκριση με την ημερομηνία της προγραμματισμένης αναχώρησης της υπάρχουσας λύσης.

Ο αλγόριθμος Solution pool-based polishing επιδιώκει να βελτιώσει την καλύτερη από τις γνωστές λύσεις, δεδομένης μιας ομάδας λύσεων προσπαθώντας να εκμεταλλευτεί τις καλύτερες ιδιότητες των λύσεων αυτών. Η μέθοδος επιλύει ένα MILP στο οποίο τα τόξα ταξιδιού και αργοπορίας είναι ενεργά (μπορούν να μεταβληθούν) μόνο αν επιλέχθηκαν από μία από τις λύσεις στο σύνολο λύσεων. Το τόξο αργοπορίας διαθέτει ένα βάρος, το οποίο αφορά το κόστος επιβάρυνσης σε περίπτωση αδυναμίας φόρτωσης/εκφόρτωσης του προϊόντος εντός του συμφωνηθέντος χρόνου.

Ακολουθούν οι υβριδικές προσεγγίσεις που χρησιμοποιήθηκαν, οι οποίες συνδυάζουν κατασκευαστικές ευρετικές (construction heuristics) και ευρετικές βελτίωσης (improvement heuristics):

- Ευρετικός κυλιόμενος ορίζοντας με πρόβλεψη αραιής διακριτοποίησης χρόνου: διατηρείται σταθερή η κεντρική περίοδος, αλλά περιορίζονται οι χρόνοι κατά τους οποίους τα πλοία μπορούν να πραγματοποιούν ταξίδια από λιμάνι σε λιμάνι κατά την περίοδο πρόβλεψης.
- Κυλιόμενος ορίζοντας ευρετικός με διασκορπισμένες κλήσεις στο K-opt: Δεδομένου ότι η επίλυση ενός στιγμιότυπου 90 περιόδων μπορεί να είναι δύσκολη, αυτό το υβρίδιο εξαφανίζει τα ελαττώματα των λύσεων που έχουν προκύψει κατά τη διαδικασία εκτέλεσης ενός ευρετικού κυλιόμενου ορίζοντα. Κατά συνέπεια, αμέσως μετά την επίλυση των $T / 2$ περιόδων καλείται ένας αλγόριθμος K-opt, ο οποίος καλείται πάλι μετά την επίλυση όλων των T περιόδων.

- Κυλιόμενος ορίζοντας ευρετικός με περιορισμένα ζεύγη κατηγορίας λιμένων-πλοίων: Αυτό το υβρίδιο εφαρμόζει έναν ευρετικό ορίζοντα κύλισης σε ολόκληρο τον ορίζοντα σχεδιασμού μετά τον περιορισμό των ζευγών κατηγορίας λιμένων-πλοίων (δηλαδή, μετά την επίλυση του MILP (6)). Έτσι, εάν ένα ζεύγος κατηγορίας λιμένα-πλοίου θεωρείται ασύμβατο από το MILP (6), αυτό το ζεύγος αποκλείεται για ολόκληρη τη διαδικασία επίλυσης.

Algorithm 3 Rolling horizon Heuristic with restricted port-vessel class pairs

- 1: Solve MILP (6) to obtain port-vessel class incompatibility pairs $\hat{z}_{j,vc}$
 - 2: Set $x_a^{vc} = 0 \forall vc \in VC, a = ((j_1, t_1), (j_2, t_2)) \in A^{vc}$ s. t. $\hat{z}_{j_1,vc} = 1$ or $\hat{z}_{j_2,vc} = 1$
 - 3: Call Algorithm 1
-

- K-opt με περιορισμένα ζεύγη κατηγορίας λιμένων-πλοίων: το υβρίδιο εφαρμόζει K-opt σε ολόκληρο τον προγραμματιστικό ορίζοντα μετά τον περιορισμό των ζευγών κατηγορίας λιμένων-πλοίων (δηλαδή μετά τη επίλυση MILP (6)).

Algorithm 4 K -opt with restricted port-vessel class pairs

- 1: Solve MILP (6) to obtain port-vessel class incompatibility pairs $\hat{z}_{j,vc}$
 - 2: Set $x_a^{vc} = 0 \forall vc \in VC, a = ((j_1, t_1), (j_2, t_2)) \in A^{vc}$ s. t. $\hat{z}_{j_1,vc} = 1$ or $\hat{z}_{j_2,vc} = 1$
 - 3: Call Algorithm 2
-

2.1.2 Αποτελέσματα Πειραμάτων

Τα υπολογιστικά πειράματα εκτελούνται στα παραδείγματα της βιβλιοθήκης προβλημάτων δρομολόγησης θαλάσσιων αποθεμάτων (MIRPLib). Η κύρια μέτρηση που χρησιμοποιείται για να γίνει σύγκριση των μεθόδων λύσης είναι το μέσο κλάσμα του σχετικού κενού που έχει δημιουργηθεί με την πάροδο του χρόνου.

$$\min \left\{ \frac{(z^{method} - z^{best})}{z^{best}}, 1 \right\}$$

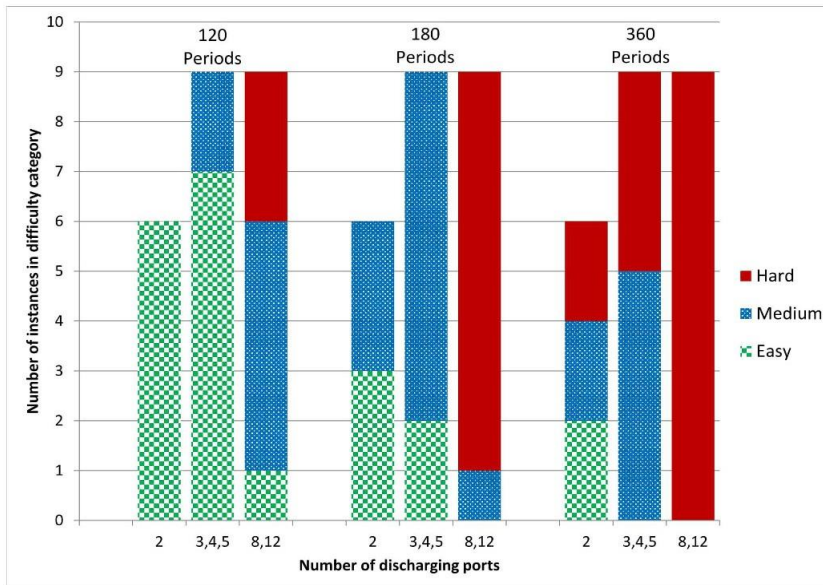
όπου z^{method} είναι η τιμή αντικειμενικής συνάρτησης της μεθόδου υπό αξιολόγηση και το z^{best} είναι η τιμή αντικειμενικής συνάρτησης της πιο γνωστής λύσης που έχει βρεθεί ποτέ. Οι αλγόριθμοι που συγκρίθηκαν:

Algorithm	Description
cpx	CPLEX 12.6.2 default
cpx_mir	CPLEX 12.6.2 με MIR cuts (5)
cpx_lb	CPLEX 12.6.2 με local branching
grb	Gurobi 6.5 default
grb_mir	Gurobi 6.5 with MIR cuts
rh_h_τ ^c _τ ^f	Rolling horizon με τ ^c κεντρικές περιόδους periods και τ ^f περιόδους πρόβλεψης
1opt	Διόρθωση όλων των κλάσεων πλοίων εκτός από μια σε κάθε επανάληψη: $S = VC$ in Algorithm 2

2opt	Διόρθωση όλων των κλάσεων πλοίων εκτός από δύο σε κάθε επανάληψη: $S = all \binom{ VC }{2}$ in Algorithm 2
2opt_cyclic	2opt με πολύ λιγότερα ζευγάρια: $S = \{(vc_1, vc_2), (vc_2, vc_3), \dots, (vc_{ vc }, vc_1)\}$
1opt_1daytw	1opt με την τεχνική 1-day time window flexibility search
pool_polish	Βελτίωση του συνόλου των λύσεων (solution pool polishing)
rhh_cg_τ ^c _τ ^f	rhh_τ ^c _τ ^f με πρόβλεψη χαμηλής ανάλυσης (coarse grain)
rhh_τ ^c _τ ^f _kopt	Υβριδικό σχήμα που περιλαμβάνει τις τεχνικές rhh_τ ^c _τ ^f και K-opt
rhh_τ ^c _τ ^f _restrict	Υβριδικό σχήμα του rhh_τ ^c _τ ^f με περιορισμούς στις κλάσεις λιμανιών – πλοίων
kopt_restrict	Υβριδικό σχήμα του kopt με περιορισμούς στις κλάσεις λιμανιών – πλοίων

Πίνακας 1. Σύγκριση Αλγορίθμων.

Εκτελέστηκαν δύο παραλλαγές για κάθε λύση. Το πρώτο λύνει άμεσα το μοντέλο, ενώ το δεύτερο λύνει το μοντέλο (3) με κοπές MIR – cuts (5) προσαρτημένα στο μοντέλο για όλα τα $t \in T$ για τα οποία η δεξιά πλευρά είναι θετική. Πρέπει να σημειωθεί ότι το CPLEX έχει ένα πλεονέκτημα όταν περιλαμβάνονται κοπές MIR καθώς αυτές οι κοπές προστίθενται ως "κοπές χρήστη" σε μια ομάδα κοπής χρήστη, ενώ έπρεπε να συμπεριληφθούν στην αρχική διατύπωση για το Gurobi.

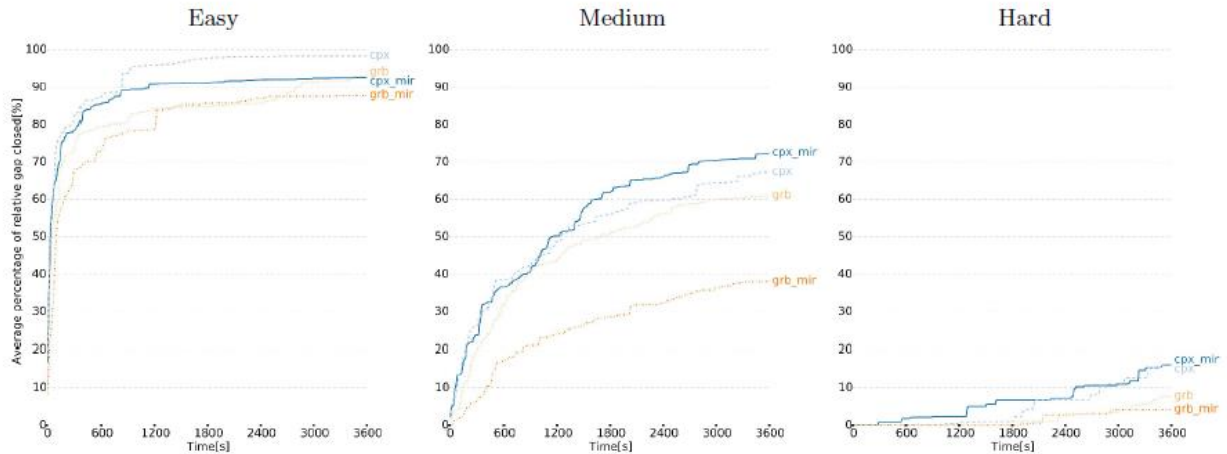


Σχήμα 4. Κατηγοριοποίηση ανά επίπεδο δυσκολίας των περιπτώσεων που αξιολογήθηκαν.

Από τα 72 συνολικά παραδείγματα (24 για καθεμιά από τις περιπτώσεις με χρονικό ορίζοντα 120, 180 και 360 περιόδους), υπάρχουν 26 δύσκολα, 25 μεσαίες και 21 εύκολα παραδείγματα. Το Σχήμα 4 αναλύει περαιτέρω τη σύγκριση.

Το CPLEX με MIR cuts φαίνεται να αποδίδει καλύτερα σε σχέση με την περίπτωση που δεν χρησιμοποιούνται αυτές οι κοπές για μεσαίες και δύσκολες περιπτώσεις. Το επόμενο σχήμα δείχνει τις καμπύλες για το μέσο κλάσμα του χάσματος που συρρικνώνεται με την πάροδο του χρόνου καταναμημένο ανά εύκολες, μέτριες και δύσκολες περιπτώσεις. Το CPLEX στην απλή εκδοχή, δηλαδή χωρίς τις κοπές MIR, ξεπερνά κατά μέσο όρο το προεπιλεγμένο Gurobi σε κάθε

κατηγορία δυσκολίας. Το CPLEX με τις περικοπές MIR φαίνεται να αποδίδει καλύτερα από το προεπιλεγμένο CPLEX για μεσαίας και μεγάλης δυσκολίας περιπτώσεις.



Σχήμα 5. Απόδοση των MILP επιλυτών.

Αντίστοιχα, πραγματοποιήθηκαν πειράματα για την αξιολόγηση των κατασκευαστικών ευρετικών. Τα αποτελέσματα των πειραμάτων έδειξαν ότι το RHH είναι ανώτερο από την καλύτερη παραλλαγή K-opt όταν χρησιμοποιείται ως ευρετική κατασκευή. Στις δύσκολες περιπτώσεις, σε 900 δευτερόλεπτα, το rhh.60.30 αποδίδει καλύτερα από το 2opt, το οποίο με τη σειρά του είναι καλύτερο από το rhh30.60. Αυτό συμβαίνει επειδή το rhh.60.30 έχει μεγαλύτερες κεντρικές περιόδους, οπότε κάνει μεγαλύτερα βήματα, σε σχέση με το rhh.30.60. Με κατάλληλες συνθήκες το 2opt θα μπορούσε να ξεπεράσει το rhh.60.30, ενώ σε δύσκολα παραδείγματα, η χειρότερη RHH και η παραλλαγή K-opt είναι πολύ ανώτερα από όλους τους εμπορικούς επιλυτές.

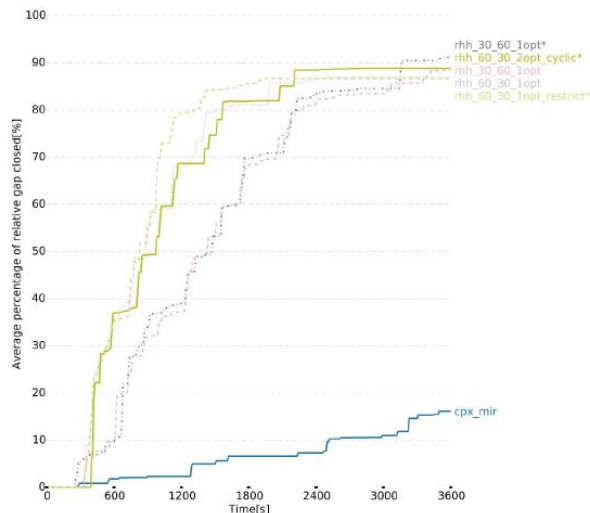
Στη συνέχεια, πραγματοποιήθηκαν πειράματα προκειμένου να γίνει αξιολόγηση των ευρετικών συστημάτων βελτίωσης. Τα αποτελέσματα που προέκυψαν συνοψίστηκαν μέσω ενός πίνακα, ο οποίος παρουσιάζει τη μέση ποσοστιαία βελτίωση σε σχέση με την καλύτερη λύση. Συγκεκριμένα, το 2opt κυκλικό αποδίδει τα καλύτερα σε εύκολα και μέτρια προβλήματα και η 1opt έχει την καλύτερη απόδοση σε δύσκολες περιπτώσεις. Το προεπιλεγμένο CPLEX έχει μικρή βελτίωση στα εύκολα και μέτρια παραδείγματα και καμία βελτίωση στα δύσκολα.

	Easy	Medium	Hard
2opt_cyclic	1.3	1.8	3.0
1opt	0.5	1.5	5.4
1opt_1daytw	1.2	0.8	1.2
cpx_lb	0.0	0.1	0.0
cpx	0.8	0.1	0.0
pool_polish	0.5	0.4	0.3

Πίνακας 2. Βελτίωση της βέλτιστης λύσης με χρήση ευρετικών συστημάτων βελτίωσης.

Τέλος, οι Parageorgiou et al. (2018) [36] πραγματοποίησαν πειράματα με συνδυασμό της RHH με την K-opt διαδικασίας ή με τους περιορισμούς των κλάσεων λιμάνι – πλοίο, για δύσκολες περιπτώσεις. Όλες οι μέθοδοι δύνανται να βελτιωθούν σε ποσοστό μεταξύ 86% και 91% σε 3600 δευτερόλεπτα. Και οι τρεις μέθοδοι RHH με $\tau^c = 60$, δηλαδή 60 περιόδους στην κεντρική περίοδο, φτάνουν το 82% βελτιστοποίησης στα 1800 δευτερόλεπτα, ενώ η καλύτερη μέθοδος RHH που

δοκιμάστηκε στα πειράματα με ευρετικές κατασκευές κατάφερε να κλείσει περίπου στο 73% της βελτιστοποίησης στον ίδιο χρονικό όριο.



Σχήμα 6. Απόδοση της υβριδικής ευρετικής.

Όταν αξιολογείται ένας γενικός επιλυτής MILP μέσα σε ένα matheuristic, είναι σημαντικό να προσδιοριστούν τα όρια που έχουν τεθεί. Η διαφοροποίηση σε δυσκολία που πραγματοποιήθηκε διαχώρισε τις περιπτώσεις σε τρεις κατηγορίες σκαφών και έως 180 χρονικές περιόδους σε εύκολα ή μεσαία παραδείγματα.

Όσον αφορά την ευρετική βελτίωση, οι Parageorgiou et al. (2018) [36] δείχνουν ότι η ευρετική K-opt είναι ανώτερη από το CPLEX με ή χωρίς τοπική διακλάδωση για περιπτώσεις με 180 ή περισσότερες χρονικές περιόδους. Εναλλακτικά, μπορεί κανείς να διασπάσει το πρόβλημα σε μικρότερα κομμάτια και να εφαρμόσει απευθείας ένα γενικό MILP. Για τα περισσότερα προβλήματα που αναφέρονται σε βιομηχανική κλίμακα και αποτελούν παραδείγματα μεγάλης δυσκολίας, αναμφισβήτητα ο απλούστερος, αλλά πιο αποτελεσματικός αλγόριθμος είναι η σύζευξη ενός ευρετικού κυλιόμενου ορίζοντα με μια διαδικασία K-opt ($rhh_{\tau^c}_{\tau^f_kopt}$). Εάν έχει οριστεί ένα σχετικά μεγάλο χρονικό όριο, τότε μία μορφή ευρετικού κυλιόμενου ορίζοντα (RHH) με μια μικρή κεντρική περίοδο τ^c (30 δευτερόλεπτα) επιτρέπει σε κάποιον να δημιουργήσει σταδιακά μια λύση και να κάνει πολλές διορθώσεις με την πάροδο του χρόνου. Οι διασκορπισμένες κλήσεις της K-opt θα βελτιώσουν περαιτέρω τις μη βέλτιστες αποφάσεις που λαμβάνονται στο «παραελθόν».

Εάν επιβληθεί ένα σύντομο χρονικό όριο, τότε ένα RHH με μεγαλύτερη κεντρική περίοδο τ^c είναι μια σοφή επιλογή επειδή προχωρά με μεγαλύτερα βήματα και έτσι θα οδηγήσει σε μια πλήρη λύση πιο γρήγορα.

2.2 MIRP Πρόβλημα Πολλαπλών Προϊόντων

Στην προηγούμενη ενότητα αναπτύχθηκε ένα πρόβλημα διαχείρισης θαλάσσιων αποθεμάτων ενός μόνο προϊόντος. Στην παρούσα ενότητα θα αναπτυχθεί μέσω της εργασίας των Misra et al. (2020) [35] ένα MIRP πρόβλημα που αφορά παραπάνω από ένα προϊόν. Οι θαλάσσιες μεταφορές είναι μια από τις πιο αξιοποιημένες μορφές μεταφοράς για τα χύδην υγρά φορτία σε μεγάλες αποστάσεις. Έχουν γίνει κατά καιρούς διάφορες προσεγγίσεις για τον προγραμματισμό και τη δρομολόγηση πλοίων, ξεκινώντας από την δρομολόγηση του φορτίου, η οποία περιλαμβάνει μεταφορά προϊόντων, μέχρι και τη δρομολόγηση των αποθεμάτων, στην οποία ο

τόπος παραγωγής και ο τόπος κατανάλωσης έχουν λιμένες. Η επιλογή κατάλληλης αποτύπωσης του χρόνου παίζει σημαντικό ρόλο στο σχεδιασμό ενός πλαισίου προγραμματισμού. Στο συγκεκριμένο παράδειγμα καταστρώνεται το πρόβλημα μεταφοράς τελικών προϊόντων διυλιστηρίου (όπως βενζίνη, κηροζίνη και πετρέλαιο) από τους λιμένες του διυλιστηρίου έως τους λιμένες κατανάλωσης και προτείνεται υβριδική διακριτικοποίηση χρόνου, η οποία συνδυάζει συνεχείς και διακριτές αναπαραστάσεις σε ένα μόνο πλαίσιο για την επίλυση ενός σύνθετου προβλήματος δρομολόγησης αποθέματος πολλαπλών προϊόντων (MIRP).

Παρακάτω παρατίθεται η επεξήγηση των παραμέτρων και των μεταβλητών που έχουν χρησιμοποιηθεί στη μοντελοποίηση του προβλήματος.

Σύνολα

L	Το σύνολο όλων των έργων
V	Το σύνολο όλων των ταξιδιών

Δείκτες

$s \in S$	Πλοία
n	Γεγονός που θα πραγματοποιήσει ένα πλοίο. Το γεγονός αυτό μπορεί να είναι είτε γεγονός προμηθειών (εφοδιασμού) είτε άδειο γεγονός
$v \in V$	Ταξίδι που θα πραγματοποιήσει ένα πλοίο. Το ταξίδι αυτό μπορεί να πραγματοποιηθεί είτε σε ένα γεγονός προμηθειών (εφοδιασμού) είτε σε ένα άδειο γεγονός
$l \in L$	Έργο που θα πραγματοποιήσει ένα πλοίο. Το έργο αυτό μπορεί να πραγματοποιηθεί είτε σε ένα γεγονός προμηθειών (εφοδιασμού) είτε σε ένα άδειο γεγονός
$m \in M$	Προϊόντα
$j \in J$	Προβλήτα
$p \in P$	Λιμάνι
$c \in C$	Χώρος αποθήκευσης προϊόντος
d	Ημέρα
t	Χρονική θυρίδα

Παράμετροι

$BCPC$	Κόστος ποινής για την παραβίαση της ρυθμισμένης χωρητικότητας, δηλαδή της χωρητικότητας που έχει ορισθεί για να εξυπηρετείται η αυξημένη ζήτηση.
$CRPC$	Κόστος ποινής για την παραβίαση της απαραίτητης χωρητικότητας
Ct	Μέτρηση χρόνου
$EV_{s,n,v}$	Όλα τα πιθανά ταξίδια ενός συγκεκριμένου γεγονότος n το οποίο μπορεί να επιλεγεί από ένα πλοίο s
$JAH_{j,t}$	Ενεργές χρονικές περίοδοι για την προβλήτα j
$JM_{j,m}$	Καταλληλότητα προβλήτας για ένα συγκεκριμένο προϊόν
$JP_{j,p}$	Η προβλήτα j ανήκει στο λιμάνι p
h	Το μικρότερο μέγεθος βήματος διακριτικοποίησης
$LRate_{j,m}^j$	Ρυθμός φόρτωσης του προϊόντος m στην προβλήτα j

$LRate_{s,m}^s$	Ρυθμός φόρτωσης του προϊόντος m στο πλοίο j
LTy_l	Τύπος έργου; 1: Έργο Προμήθειας, 0: Άδειο Έργο
$LUT_{s,l,j}$	Ο χρόνος που χρειάζεται για να ολοκληρωθεί μια διαδικασία φόρτωσης/εκφόρτωσης στην προβλήτα j από το πλοίο s
$LUT_{s,l,j}^{ini}$	Χρονικές περίοδοι που χρειάζονται σε ένα συγκεκριμένο χρονικό ορίζοντα για να ολοκληρωθεί μια μη-ολοκληρωμένη διαδικασία φόρτωσης/εκφόρτωσης η οποία ξεκίνησε σε προηγούμενο χρονικό ορίζοντα
NC_s	Ο αριθμός των τμημάτων σε ένα πλοίο s
NE_s	Ο μέγιστος αριθμός γεγονότων τα οποία μπορούν να εκτελεστούν από το πλοίο s στην διάρκεια ενός ορίζοντα προγραμματισμού.
ND	Ο αριθμός των ημερών στον ορίζοντα προγραμματισμού
NPT	Ο συνολικός αριθμός των χρονικών θυρίδων που θεωρήθηκαν πριν ο τρέχον χρονικός ορίζοντας ξεκινήσει $NPT = \min ST_{s,v}^{ini}$
NT	Ο συνολικός αριθμός των χρονικών θυρίδων μέσα στον χρονικό ορίζοντα $NT = \frac{ND*24}{h}$
$NTy_{s,n}$	Τύπος γεγονότος; 1: Γεγονός προμηθειών, 0: Άδειο συμβάν
PC_j	Κόστος για φόρτωση/εκφόρτωση στην προβλήτα j
$PD_{p,m,d}$	Ποσότητα ζήτησης ή κατανάλωσης του προϊόντος m στο λιμάνι p την ημέρα d
$PS_{p,m,d}$	Παραγόμενη ποσότητα του προϊόντος m που προστίθεται στο λιμάνι προμηθευτή p την ημέρα d
$PM_{p,m}$	Καταλληλότητα λιμανιού p για το προϊόν m
PTy_p	Τύπος λιμανιών; 1: Λιμάνι προμηθευτή, 0: Λιμάνι καταναλωτή
$PVTy_s$	Τύπος παρελθοντικού ταξιδιού στο οποίο ανατέθηκε το πλοίο s . 1: Ταξίδι προμήθειας, 0: Άδειο ταξίδι
$PUPC$	Κόστος ποινής που παραβιάζει την μέγιστη χωρητικότητα
$Q_{s,m}^{s,ini}$	Το αρχικό εμπόρευμα του προϊόντος m στο πλοίο s
$Q_{p,m}^{p,ini}$	Το αρχικό εμπόρευμα του προϊόντος m στο λιμάνι p
$QC_{p,m,d}^{p,max}$	Μέγιστη χωρητικότητα αποθήκευσης για το προϊόν m στο λιμάνι p
$QC_{p,m,d}^{p,min}$	Ελάχιστη χωρητικότητα αποθήκευσης για το προϊόν m στο λιμάνι p
$QC_{p,m}^{p,b}$	Όριο ρύθμισης αποθέματος για το προϊόν m στο λιμάνι p
$QC_{p,m}^{p,cr}$	Όριο κρίσιμου αποθέματος για το προϊόν m στο λιμάνι p
$Qlu_{s,l,j,m,t}^{ini}$	Ποσότητα των προϊόντων τα οποία έχουν μείνει να φορτωθούν/εκφορτωθούν για μια διαδικασία που ξεκίνησε στον προηγούμενο χρονικό ορίζοντα.
$SC_{s,c}$	Το τμήμα c ανήκει στο πλοίο s και παίρνει τιμές 0 ή 1.
$SCM_{s,c,m}$	Η συμβατότητα μεταξύ του πλοίου, του τμήματος και των προϊόντων και παίρνει τιμές 0 ή 1
$SCQ_{s,c}^{max}$	Μέγιστη χωρητικότητα του τμήματος c του πλοίου s

SCU_s	Το ποσοστό της συνολικής χωρητικότητας του πλοίου το οποίο χρειάζεται να συμπληρωθεί
$SJ_{s,j}$	Καταλληλότητα προβλήτας πλοίου
$SJ_{s,l,j,t}^{ini}$	Αρχικός χρόνος από την συνεχιζόμενη λειτουργία της προβλήτας, η οποία ξεκίνησε σε προηγούμενο χρονικό ορίζοντα
$SM_{s,m}$	Καταλληλότητα του πλοίου που διαθέτει κάποιο προϊόν και παίρνει τιμές 0 ή 1
$ST_{s,v}^{ini}$	Αρχικός χρόνος από το προηγούμενο ταξίδι v του πλοίου s το οποίο ξεκίνησε πριν από τον τρέχον χρονικό ορίζοντα
$SV_{s,v}$	Η συμβατότητα ανάμεσα στο πλοίο και στο ταξίδι και παίρνει τιμές 0 ή 1
$SV_{s,v}^{ini}$	Το ταξίδι στο οποίο το πλοίο s πλέει/τελείωσε πριν ξεκινήσει ο τρέχων χρονικός ορίζοντας
$TC_{s,l}$	Το κόστος ταξιδιού για ένα πλοίο s ανά μονάδα απόστασης που διανύθηκε κατά την διάρκεια ενός έργου προμήθειας/άδειου έργου
$TT_{s,l,v}$	Χρόνος ταξιδιού που χρειάζεται για ένα πλοίο s να ολοκληρώσει ένα ταξίδι v ενώ εκτελείται ένα έργο l (έργο προμήθειας ή άδειο έργο)
$TT_{s,l}^{min}$	Ελάχιστος χρόνος ταξιδιού μεταξύ όλων των ταξιδιών που εκτελείται η κατάλληλη εργασία l
	$\left(TT_{s,l}^{min} = \min_{v: (VTy_v = LTy_l)} TT_{s,l,v} \right)$
$URate_{j,m}^j$	Ποσοστό εκφόρτωσης του προϊόντος m στην προβλήτα j
$URate_{s,m}^s$	Ποσοστό εκφόρτωσης του προϊόντος m στο πλοίο j
$V_{s,v}^{ini}$	Το ταξίδι στο οποίο έπλεε το πλοίο πριν ξεκινήσει ο τρέχων χρονικός ορίζοντας
$V_{s,l}^{max}$	Ο μέγιστος αριθμός από ταξίδια τύπου l ενός πλοίου s που μπορεί να εκτελεστεί κατά την διάρκεια του τρέχοντος χρονικού ορίζοντα
VD_v	Η απόσταση που χρειάζεται για πραγματοποιηθεί ένα ταξίδι v
VEP_v	Το τελικό λιμάνι (p) ενός ταξιδιού
$VEP_{s,v}^{ini}$	Το τελικό λιμάνι (p) ενός ταξιδιού στο οποίο το πλοίο s πλέει πριν ξεκινήσει ο τρέχων χρονικός ορίζοντας
VQC_p	Δείκτης ένδειξης της παραβίασης μέγιστης χωρητικότητας
VSP_v	Το αρχικό λιμάνι (p) ενός ταξιδιού
VTy_v	Τύπος λιμανιού; 1: Λιμάνι Προμήθειας, 0: Άδειο Λιμάνι

Διαδικές Μεταβλητές

$y_{s,n,v}$	Το ταξίδι v στο οποίο ένα πλοίο s ξεκινάει κατά την διάρκεια ενός γεγονότος n
$y_{s,n,j,t}^j$	Η έναρξη μιας εργασίας (εκ)φόρτωσης στην προβλήτα j
$ycm_{s,n,c,m}$	Το προϊόν που φορτώνεται σε ένα τμήμα c ενός πλοίου s ενός γεγονότος n

Συνεχείς Μεταβλητές

$xVT_{s,n}^S$	Αρχικός χρόνος ενός γεγονότος n για ένα πλοίο s
$xVT_{s,n}^E$	Τελικός χρόνος ενός γεγονότος n για ένα πλοίο s
$xlu_{s,n,j,t}$	Χρονικές περιόδους οι οποίες έχουν επιλεγεί για να εκτελεστεί μια εργασία στην προβλήτα j από ένα πλοίο s σε ένα γεγονός n , με μέγιστη τιμή 1
$xQlu_{s,n,j,m,t}$	Ποσότητα ενός προϊόντος m το οποίο φορτώνεται/εκφορτώνεται σε ένα γεγονός n για/από ένα πλοίο s σε μια προβλήτα j
$xQ_{s,m}^S$	Απόθεμα προϊόντος του πλοίου s κατά την διάρκεια ενός γεγονότος n
$xQ_{p,m,d}^P$	Απόθεμα προϊόντος m στο λιμάνι p την ημέρα d
$pxQC_{p,m,d}$	Υπέρβαση του μέγιστου ορίου αποθήκευσης
$pxQC_{p,m,d}^b$	Παραβίαση ρυθμισμένης χωρητικότητας
$pxQC_{p,m,d}^{cr}$	Παραβίαση της απαραίτητης χωρητικότητας

Οι περιορισμοί του προβλήματος που μελετήθηκε είναι οι κάτωθι:

$$V:(VTy_v=NTy_{s,n}) \quad \forall s, n: (n = 1 \dots NE_S) \quad (1)$$

$$\sum_{v:(EV_{s,n,v}=1)} y_{s,n,v} \leq 1$$

$$V:(VTy_v=NTy_{s,n}) \quad V:(VTy_v=NTy_{s,n-1}) \quad \forall s, n: (n = 2 \dots NE_S) \quad (2)$$

$$\sum_{v:(EV_{s,n,v}=1)} y_{s,n,v} - \sum_{v:(EV_{s,n-1,v}=1)} y_{s,n-1,v} \leq 0$$

Ο περιορισμός 1 εξασφαλίζει ότι σε κάθε γεγονός, δηλαδή σε κάθε κίνηση ενός πλοίου ή σε κάθε μεταφορά προϊόντων, ένα πλοίο $s \in S$ μπορεί να ξεκινήσει μόνο ένα ταξίδι, ενώ ο περιορισμός 2 εξασφαλίζει τη σειρά των ταξιδιών. Για παράδειγμα μπορεί να απαιτείται ένα ταξίδι προμηθειών να ακολουθείτε από ένα κενό συμβάν.

Για κάθε πλοίο, ο χρονικός ορίζοντας χωρίζεται σε έναν πεπερασμένο αριθμό γεγονότων. Η Ανίσωση 3, εξασφαλίζει ότι το σημείο εκκίνησης είναι το τελικό λιμάνι του προηγούμενου ταξιδιού.

$$v:(VSP_v=p) \quad v:(VEP_v=p) \quad \forall s, n: (n = 2 \dots NE_S), \quad (3)$$

$$\sum_{v:(EV_{s,n,v}=1)} y_{s,n,v} - \sum_{v:(EV_{s,n-1,v}=1)} y_{s,n-1,v} \leq 0 \quad p: PTy_p = NTy_{s,n}$$

Οι περιορισμοί 4-6 υπολογίζουν τους χρόνους έναρξης και λήξης κάθε συμβάντος. Η εξίσωση 4 περιγράφει το χρονικό ισοζύγιο για κάθε πλοίο $s \in S$ για όλα τα σχετιζόμενα γεγονότα n . Η εξίσωση 5 περιγράφει ότι το τρέχον συμβάν μπορεί να ξεκινήσει μόνο μετά το τέλος του προηγούμενου συμβάντος και η εξίσωση 6 δείχνει ότι το τελευταίο ενεργό συμβάν ενός πλοίου πρέπει να ξεκινήσει μέσα στον τρέχοντα χρονικό ορίζοντα.

$$xVT_{s,n}^E - xVT_{s,n}^S - \sum_{v:(EV_{s,n,v}=1)} \left(y_{s,n,v} * \sum_{l:(VTy_v=1)}^{L:(l=VTy_v)} TT_{s,l,v} \right) = 0 \quad \forall s, n: (n = 1 \dots NE_S) \quad (4)$$

$$xVT_{s,n-1}^E - xVT_{s,n}^S \leq 0 \quad \forall s, n: (n = 2 \dots NE_S) \quad (5)$$

$$xVT_{s,n}^S \geq \sum_{v:(V_{s,v}^{ini}=1)}^V \left(ST_{s,v}^{ini} + \sum_{l:(LT\gamma_l=VT\gamma_v)}^L TT_{s,l,v} \right) \quad \forall s, n: (n = 1) \quad (6)$$

$$xVT_{s,n}^S \leq NT \quad \forall s, n: (n = 1 \dots NE_S) \quad (7)$$

$$xVT_{s,n}^E \leq NT \quad \forall s, n: (n = 1 \dots NE_S) \quad (8)$$

$\text{και } NT\gamma_{s,n} = 1$

Μέσω του περιορισμού 7 περιορίζεται μία προμήθεια να ξεκινήσει μόνο εάν το συμβάν μπορεί να ολοκληρωθεί στον τρέχοντα ορίζοντα, ενώ μέσω του περιορισμού 8 περιορίζεται μία προμήθεια να τελειώσει μόνο εάν το συμβάν έχει ολοκληρωθεί στον τρέχοντα ορίζοντα.

Ομοίως, μόνο ένα πλοίο μπορεί να φορτώσει ή να αδειάσει από μία προβλήτα σε μία συγκεκριμένη χρονική τιμή (9 και 10). Δηλαδή, ανά πάσα στιγμή ένα μόνο πλοίο μπορεί να απασχολεί μια προβλήτα. Η εξίσωση 11 υπαγορεύει ότι ένα ταξίδι που ξεκίνησε από ένα λιμάνι θα πρέπει να εκτελέσει την απαραίτητη λειτουργία στη σχετική προβλήτα.

$$\sum_{j:(JAH_{j,t}=1)} y_{s,n,j,t} \leq 1 \quad \forall s, n: (n = 1 \dots NE_S), \quad (9)$$

$t: (t = 1 \dots NT)$

$$\sum_{s:(SJ_{s,j}=1)}^S \sum_{n=1}^{NE_S} y_{s,n,j,t} \leq 1 \quad \forall j, t: (t = 1 \dots NT) \quad (10)$$

$$\sum_{v:(SV_{s,v}=1)} y_{s,n,v} - \sum_{j:(SJ_{s,j}=1 \text{ and } JP_{j,p}=1)}^{J:(JAH_{j,t}=1)} y_{s,n,j,t} = 0 \quad \forall s, n: (n = 1 \dots NE_S), \quad (11)$$

$p: PT\gamma_p = NT\gamma_{s,n}$

Οι 12 και 13 δίνουν ένα κάτω και ένα άνω όριο του χρόνου που ξεκινά έναν συμβάν και ενεργοποιούνται οι λειτουργίες στην προβλήτα. Ο περιορισμός 14 υπαγορεύει ότι μόλις ξεκινήσει η εκφόρτωση το πλοίο θα πρέπει να παραμείνει αγκυροβολημένο στην προβλήτα του λιμανιού για τις απαραίτητες χρονικές περιόδους που υποδεικνύονται από την παράμετρο $LUT_{s,l,j}$.

$$t * \sum_{j:(SJ_{s,j}=1 \text{ and } JP_{j,p}=1)}^{J:(JAH_{j,t}=1)} y_{s,n,j,t} + \quad \forall s, n: (n = 1 \dots NE_S), \quad (12)$$

$p: PT\gamma_p = NT\gamma_{s,n}$

$t: (t = 1 \dots NT)$

$$+ M * \left(\sum_{j:(SJ_{s,j}=1 \text{ and } JP_{j,p}=1)}^{J:(JAH_{j,t}=1)} y_{s,n,j,t} - 1 \right) \leq xVT_{s,n}^S$$

$$t * \sum_{j:(SJ_{s,j}=1 \text{ and } JP_{j,p}=1)}^{J:(JAH_{j,t}=1)} y_{s,n,j,t} - \quad \forall s, n: (n = 1 \dots NE_S), \quad (13)$$

$p: PT\gamma_p = NT\gamma_{s,n}$

$t: (t = 1 \dots NT)$

$$- M * \left(\sum_{j:(SJ_{s,j}=1 \text{ and } JP_{j,p}=1)}^{J:(JAH_{j,t}=1)} y_{s,n,j,t} - 1 \right) \geq xVT_{s,n}^S$$

Οι υπολειπόμενες εργασίες εκφόρτωσης που δεν ολοκληρώθηκαν κατά τον προηγούμενο χρονικό ορίζοντα και πρέπει να ολοκληρωθούν σε αυτόν λαμβάνονται υπόψιν μέσω της 15.

$$\sum_{l:(l=NTy_{s,n})}^L LUT_{s,l,j} * y_{j,s,nj,t} - \sum_{t=d=t}^{t-1+\sum_{l:(l=NTy_{s,n})}^L LUT_{s,l,j}} xlu_{s,nj,t} \leq 0 \quad \forall s, n: (n = 1 \dots NE_S), \quad (14)$$

$$j: (S_{j,s} = 1),$$

$$t: (t = 1 \dots NT)$$

$$\sum_{l:(l=NTy_{s,0})}^L LUT_{s,l,j}^{ini} - \sum_{t=1}^{\sum_{l:(l=NTy_{s,0})}^L LUT_{s,l,j}^{ini}} xlu_{s,0j,t} \leq 0 \quad \forall s, j: (S_{j,s} = 1) \quad (15)$$

Ο περιορισμός 16 αναγκάζει το πλοίο να εγκαταλείψει την προβλήτα και να ξεκινήσει το ταξίδι του όταν τελειώσει τη διαδικασία της φόρτωσης ή της εκφόρτωσης.

Επιπλέον, οι 17 και 18 αντιπροσωπεύουν τους περιορισμούς που απαιτούνται για την αποφυγή κάθε λάθους κατανομής ή επικάλυψης των προβλητών.

$$\sum_{t=1}^{NT} xlu_{s,nj,t} - \sum_{t=1}^{NT} \left(\sum_{l:(l=NTy_{s,n})}^L LUT_{s,l,j} * y_{j,s,nj,t} \right) - \sum_{l:(l=NTy_{s,0})}^L LUT_{s,l,j}^{ini} = 0 \quad \forall s, n: (n = 0 \dots NE_S), \quad (16)$$

$$j: (S_{j,s} = 1)$$

$$\sum_{s:(S_{j,s}=1)}^S \sum_{n=0}^{NE_S} xlu_{s,nj,t} \leq 1 \quad \forall j, t: (t = 1 \dots NT) \quad (17)$$

$$\sum_{n=0}^{NE_S} \sum_{j:(S_{j,s}=1)}^J xlu_{s,nj,t} \leq 1 \quad \forall j, t: (t = 1 \dots NT) \quad (18)$$

Η εξίσωση 19 διασφαλίζει ότι μόνο ένα προϊόν m κατανέμεται σε ένα διαμέρισμα του πλοίου.

$$\sum_{v:EV_{s,n1,v}=1}^{V:VTy_v=NTy_{s,n}} y_{s,n,v} - \sum_{m:SCM_{s,c,m}=1}^M ycm_{s,n,c,m} = 0 \quad \forall s, n: (n = 1 \dots NE_S) \quad (19)$$

$$\text{και } NTy_{s,n} = 1,$$

$$c: (SC_{s,c} = 1)$$

Η 20 υπαγορεύει ότι κάθε διαμέρισμα του χώρου του πλοίου ανατίθεται σε κάποιο προϊόν.

$$NC_S * \sum_{v:EV_{s,n1,v}=1}^{V:VTy_v=NTy_{s,n}} y_{s,n,v} - \sum_{c:(SC_{s,c}=1)}^C \sum_{m:SCM_{s,c,m}=1}^M ycm_{s,n,c,m} = 0 \quad \forall s, n: (n = 1 \dots NE_S) \quad (20)$$

$$\text{και } NTy_{s,n} = 1)$$

$$SC_{s,c} = 1$$

Οι ανισώσεις 21-23 σχετίζονται με τους περιορισμούς φόρτωσης / εκφόρτωσης προϊόντων. Πιο συγκεκριμένα η ανίσωση 21 παρέχει το ανώτερο όριο για τη συνολική ποσότητα προϊόντος που μπορεί να φορτωθεί σε ένα πλοίο κατά τη διάρκεια ολόκληρης της διαδικασίας φόρτωσης, ενώ η ανίσωση 22 ορίζει τα ελάχιστα όρια για την ποσότητα των προϊόντων που χρειάζονται να μεταφερθούν. Η ανίσωση 23 παρέχει το ανώτερο όριο για τη συνολική ποσότητα προϊόντος που μπορεί να εκφορτωθεί σε ένα πλοίο κατά τη διάρκεια ολόκληρης της διαδικασίας εκφόρτωσης,

$$\sum_{m:JM_{j,m}=1}^M xQlu_{s,n,j,m,t} - \sum_{c:(SC_{s,c}=1)}^C (SCQ_{s,c}^{max} * y_{j,s,nj,t}) \leq 0 \quad \forall s, n: (n = 1 \dots NE_S) \quad (21)$$

$$\text{και } NTy_{s,n} = 1,$$

$$j: (S_{j,s} = 1),$$

$$t: (t = 1 \dots NT)$$

$$SCU_s * \sum_{c:(SC_{s,c}=1)}^C (SCQ_{s,c}^{max} * y_{j_{s,n,j,t}}) - \sum_{m:JM_{j,m}=1}^M xQlu_{s,n,j,m,t} \leq 0 \quad \forall s, n: (n = 1 \dots NE_s) \quad (22)$$

$$\text{και } NTy_{s,n} = 1), \\ j: (SJ_{s,j} = 1), \\ t: (t = 1 \dots NT)$$

$$\sum_{m:JM_{j,m}=1}^M xQlu_{s,n,j,m,t} - \sum_{c:(SC_{s,c}=1)}^C (SCQ_{s,c}^{max} * xlu_{s,n,j,t}) \leq 0 \quad \forall s, n: (n = 1 \dots NE_s) \quad (23)$$

$$\text{και } NTy_{s,n} = 0), \\ j: (SJ_{s,j} = 1), \\ t: (t = 1 \dots NT)$$

Οι ανισώσεις 24 και 25 υπολογίζουν την ποσότητα υλικού που μπορεί να φορτωθεί (ή να εκφορτωθεί από) ένα πλοίο σε κάθε χρονική στιγμή. Ενώ, η ανίσωση 26 αναφέρεται στις περιπτώσεις που η διαδικασία φόρτωσης δεν έχει τελειώσει και συνεχίζεται από προηγούμενη χρονική περίοδο.

Οι ανισώσεις 27 και 28 εξασφαλίζουν ότι θα φορτωθούν μόνο τα προϊόντα που βρίσκονται στην προβλήτα και έχουν «επιλεγεί» για μεταφορά σε ένα λιμάνι.

Το αποθεματικό του πλοίου για ένα γεγονός προμηθειών ή για ένα άδειο γεγονός (δηλαδή ότι το πλοίο επιστρέφει στο λιμάνι προμηθειών) εκφράζεται από τις εξισώσεις 29 και 30 αντίστοιχα.

Η ισότητα του περιορισμού 31 υποδηλώνει ότι το απόθεμα ενός προϊόντος m στο πλοίο s κατά την διάρκεια ενός άδειου γεγονότος θα πρέπει να είναι ίσο με το αρχικό εμπόρευμα του προϊόντος m στο πλοίο s .

Όλα τα πλοία θα πρέπει να εκφορτώνουν όλα τα προϊόντα στα λιμάνια κατανάλωσης και να επιστρέφουν άδεια. Ο περιορισμός που ικανοποιεί αυτή τη συνθήκη είναι ο 32.

$$\left(\frac{xQlu_{s,n,j,m,t}}{\sum_{l:(l=NTy_{s,n})}^L LUT_{s,l,j}} \right) - (h * \min\{LRate_{s,m}^s, LRate_{j,m}^j\}) \leq 0 \quad \forall s, n: (n = 1 \dots NE_s) \quad (24)$$

$$\text{και } NTy_{s,n} = 1), \\ j: (SJ_{s,j} = 1), \\ m: (SM_{s,m} = 1) \\ \text{και } JM_{j,m} = 1), \\ t: (t = 1 \dots NT)$$

$$xQlu_{s,n,j,m,t} - (h * \min\{URate_{s,m}^s, URate_{j,m}^j\}) \leq 0 \quad \forall s, n: (n = 1 \dots NE_s) \quad (25)$$

$$\text{και } NTy_{s,n} = 1), \\ j: (SJ_{s,j} = 1), \\ m: (SM_{s,m} = 1) \\ \text{και } JM_{j,m} = 1), \\ t: (t = 1 \dots NT)$$

$$xQlu_{s,0,j,m,t} - Qlu_{s,j,m,t}^{ini} \leq 0 \quad \forall s, j: (SJ_{s,j} = 1) \quad (26)$$

$$m: (SM_{s,m} = 1) \\ \text{και } JM_{j,m} = 1), \\ t: (t \leq \sum_{l:(l=NTy_{s,0})}^L LUT_{s,l,j})$$

$$\sum_{t=1}^{NT} \sum_{j:(SJ_{s,j}=1)}^{j:JM_{j,m}=1} xQlu_{s,n,j,m,t} - \sum_{c:(SC_{s,c}=1)}^C (SCQ_{s,c}^{max} * y_{j_{s,n,c,m}}) \leq 0 \quad \forall s, n: (n = 1 \dots NE_s) \quad (27)$$

$$\text{και } NTy_{s,n} = 1), \\ m: (SM_{s,m} = 1)$$

$$\sum_{t=1}^{NT} \sum_{m: JM_{j,m}=1}^M xQlu_{s,n,j,m,t} - \sum_{c:(SC_{s,c}=1)}^C \left(SCQ_{s,c}^{max} * \sum_{V:(JP_j, VSP_V=1) \atop V:(VTy_v=NTy_{s,n})} y_{s,n,v} \right) \leq 0 \quad \forall s, n: (n = 1 \dots NE_S) \quad (28)$$

$$xQ_{s,m,n}^s - xQ_{s,m,n-1}^s - \sum_{t=1}^{NT} \sum_{j:(JM_{j,m}=1)}^J xQlu_{s,n,j,m,t} = 0 \quad \forall s, m: (SM_{s,m} = 1), \quad (29)$$

$n: (n = 1 \dots NE_S)$
 $\text{και } NTy_{s,n} = 1)$

$$xQ_{s,m,n}^s - xQ_{s,m,n-1}^s + \sum_{t=1}^{NT} \sum_{j:(JM_{j,m}=1)}^J xQlu_{s,n,j,m,t} = 0 \quad \forall s, m: (SM_{s,m} = 1), \quad (30)$$

$n: (n = 1 \dots NE_S)$
 $\text{και } NTy_{s,n} = 0)$

όπου

$$xQ_{s,m,0}^s = Q_{s,m}^{s,ini} \quad \forall s, m: (SM_{s,m} = 1) \quad (31)$$

$$xQ_{s,m,n}^s \leq 0 \quad \forall s, m: (SM_{s,m} = 1), \quad (32)$$

$n: (n = 1 \dots NE_S)$
 $\text{και } NTy_{s,n} = 0)$

$$xQ_{p,m,d}^p = xQ_{p,m,d-1}^p + PS_{p,m,d} - \sum_{s \atop n=1:NTy_{s,n}=PTy_p}^S \sum_{NE_S}^J: (SJ_{s,j}=1 \text{ και } JM_{j,m}=1) \sum_{j:JP_{j,p}=1}^J \sum_{t=NPT:((d-1)*\frac{24}{h}) \leq t \leq d*\frac{24}{h}}^{NT} xQlu_{s,n,j,m,t} \quad \forall p: (PTy_p = 1), \quad (33)$$

$m: (PM_{p,m} = 1),$
 $d: (d = 1 \dots ND)$

Οι εξισώσεις 33 και 34 αντιπροσωπεύουν περιορισμούς υπόλοιπου αποθέματος στους λιμένες παραγωγής και κατανάλωσης, τα αρχικά επίπεδα αποθήκευσης δίνονται από τη σχέση 35, ενώ οι περιορισμοί μέγιστης και ελάχιστης χωρητικότητας διασφαλίζονται από την ανίσωση 36. Η ανίσωση 37 δηλώνει ότι επιτρέπεται η παραβίαση των ανώτατων ορίων αποθεμάτων στα λιμάνια κατανάλωσης με την υπόθεση ότι υπάρχει η δυνατότητα να αγοραστεί επιπλέον απόθεμα με κάποιο κόστος. Οι ανισώσεις 38 και 39 εκφράζουν περιορισμούς στα αποθέματα λιμένων κατανάλωσης.

$$xQ_{p,m,d}^p = xQ_{p,m,d-1}^p - PD_{p,m,d} + \sum_{s \atop n=1:NTy_{s,n}=PTy_p}^S \sum_{NE_S}^J: (SJ_{s,j}=1 \text{ και } JM_{j,m}=1) \sum_{j:JP_{j,p}=1}^J \sum_{t=NPT:((d-1)*\frac{24}{h}) \leq t \leq d*\frac{24}{h}}^{NT} xQlu_{s,n,j,m,t} \quad \forall p: (PTy_p = 0), \quad (34)$$

$m: (PM_{p,m} = 1),$
 $d: (d = 1 \dots ND)$

$$xQ_{p,m,0}^p = Q_{p,m}^{ini} \quad \forall p, m: (PM_{p,m} = 1) \quad (35)$$

$$QC_{p,m,d}^{p,min} \leq xQ_{p,m,d}^p \leq QC_{p,m,d}^{p,max} \quad \forall p, m: (PM_{p,m} = 1), \quad (36)$$

$d: (d = 1 \dots ND)$

$$xQ_{p,m,d}^p - (QC_{p,m,d}^{p,max} + VQC_p * pxQC_{p,m,d}) \leq 0 \quad \forall p: (PTy_p = 0), \quad (37)$$

$m: (PM_{p,m} = 1),$
 $d: (d = 1 \dots ND)$

$$(QC_{p,m}^{p,b} - pxQC_{p,m,d}^b) - xQ_{p,m,d}^p \leq 0 \quad \forall p: (PTy_p = 0), \quad (38)$$

$m: (PM_{p,m} = 1),$
 $d: (d = 1 \dots ND)$

$$(QC_{p,m}^{p,cr} - pxQC_{p,m,d}^{cr}) - xQ_{p,m,d}^p \leq 0 \quad \forall p: (PTy_p = 0), \quad (39)$$

$$m: (PM_{p,m} = 1),$$

$$d: (d = 1 \dots ND)$$

$$f = \sum_s \sum_l TC_{s,l} * \sum_{v: (VTy_v=l)} VDis_v * \sum_{n=1: (NTy_{s,n}=1)}^{NE_s} y_{s,n,v} + \sum_j PC_j \quad (40)$$

$$* \sum_{s: (SJ_{s,j}=1)} \sum_{n=1}^{NE_s} \sum_{t=1: (JAT_{j,t}=1)}^{NT} y_{j,s,n,t} - SUPC$$

$$* \sum_s \sum_{n=1: (NTy_{s,n}=1)}^{NE_s} \sum_{j: \left(\sum_{p: (PTy_p=1)}^P \sum_{p: (JP_{j,p}=1)}^P 1 > 0 \right)} \sum_{m: (JM_{j,m}=1)}^M \sum_{t=1}^{NT} xQlu_{s,n,j,m,t,d}$$

$$+ MCPC * \sum_{p: (PTy_p=0)}^P \sum_{m: (PM_{p,m}=1)}^M \sum_{d=1}^{ND} (pxQC_{p,m,d} - xQ_{p,m,d}^p) + CRPC$$

$$* \sum_p \sum_{m: (PM_{p,m}=1)}^M \sum_{d=1}^{ND} pxQC_{p,m,d}^{cr} + BCPC * \sum_p \sum_{m: (PM_{p,m}=1)}^M \sum_{d=1}^{ND} pxQC_{p,m,d}^b$$

$$+ PUPC * \sum_{p: (PTy_p=0)}^P \sum_{m: (PM_{p,m}=1)}^M \sum_{d=1}^{ND} pxQC_{p,m,d}$$

Η κύρια ιδέα της αντικειμενικής συνάρτησης είναι να ελαχιστοποιηθεί το κόστος μεταφοράς, διατηρώντας το επίπεδο αποθέματος σε κάθε λιμάνι μεταξύ των ικανοποιητικών επιπέδων, διασφαλίζοντας τη μέγιστη χρήση των διαμερισμάτων προϊόντων που διατίθενται σε κάθε πλοίο, και διάφορες ποινές για παραβίαση διαφόρων «συμβολαίων» αποθεμάτων και περιορισμών. Ο πρώτος όρος της αντικειμενικής συνάρτησης ελαχιστοποιεί το κόστος ταξιδιού. Ο δεύτερος βοηθάει στην επιλογή προβλητών κατά προτεραιότητα, όταν υπάρχουν πολλαπλές προβλήτες, ενώ ο τρίτος όρος επικεντρώνεται στη μεγιστοποίηση της χρήσης των διαφορετικών χώρων ανά προϊόν. Ο τέταρτος όρος στοχεύει στην αύξηση της αποθήκευσης προϊόντων στα λιμάνια ζήτησης, έτσι ώστε να προετοιμάσει αρκετό απόθεμα για τον επόμενο χρονικό ορίζοντα. Οι τρεις τελευταίοι όροι της αντικειμενικής συνάρτησης ελαχιστοποιούν το κόστος ποινής και μειώνουν τις πιθανότητες παραβίασης των διαφορετικών ορίων αποθέματος.

2.2.1 Αποτελέσματα Πειραμάτων

Δημιουργήθηκαν πολλά προβλήματα που ποικίλλουν στον αριθμό των πλοίων, των λιμένων και των προβλητών. Όλα τα παραδείγματα βελτιστοποιήθηκαν για μέγιστο 3600 s (ή έως ότου επιτευχθεί το κριτήριο βελτιστοποίησης 1%) χρησιμοποιώντας το λογισμικό FICO Xpress - έκδοση "mncxprs" 2.8.1. Για να αποδειχτεί ότι το προτεινόμενο πρόβλημα υβριδικής βελτιστοποίησης μειώνει αποτελεσματικά τον αριθμό των δυαδικών μεταβλητών και αυξάνει την υπολογιστική απόδοση, όλα τα σενάρια συγκρίνονται επίσης με τη μέθοδο του διακριτού πλέγματος πολλαπλών επιπέδων (Multigrad Discretized Framework MGD).

instances	time representation	constraints	variables	binary	time (s)	optimality gap (%)	optimal transportation cost (m, u)
1	HD	26228 (904)	13301 (1249)	1660 (200)	2	0	16016

	MGD	14705 (3387)	8982 (4611)	3656 (947)	58	0	16016
2	HD	37456 (3189)	19290 (4910)	2440 (768)	23	0.06	19502
	MGD	20994 (4936)	12649 (6748)	4839 (1230)	3600	3.7	19502
3	HD	44992 (3822)	22815 (6100)	2883 (844)	26	0.09	20650
	MGD	24692 (5457)	14778 (7086)	5564 (1307)	1712	0.09	20650
4	HD	172701 (11575)	86378 (19910)	10495 (3669)	3600	6.33	32424
	MGD	67571 (15057)	41924 (23505)	16363 (3941)	3600	24.76	36876
5	HD	49658 (3310)	23259 (5216)	3047 (635)	10	0	28266
	MGD	31257 (5785)	18838 (7830)	7929 (1557)	517	0.09	28420
6	HD	67635 (7024)	31307 (13222)	4067 (1454)	3600	6.7	36071
	MGD	43908 (9110)	27113 (12453)	11980 (2461)	3600	13	38241

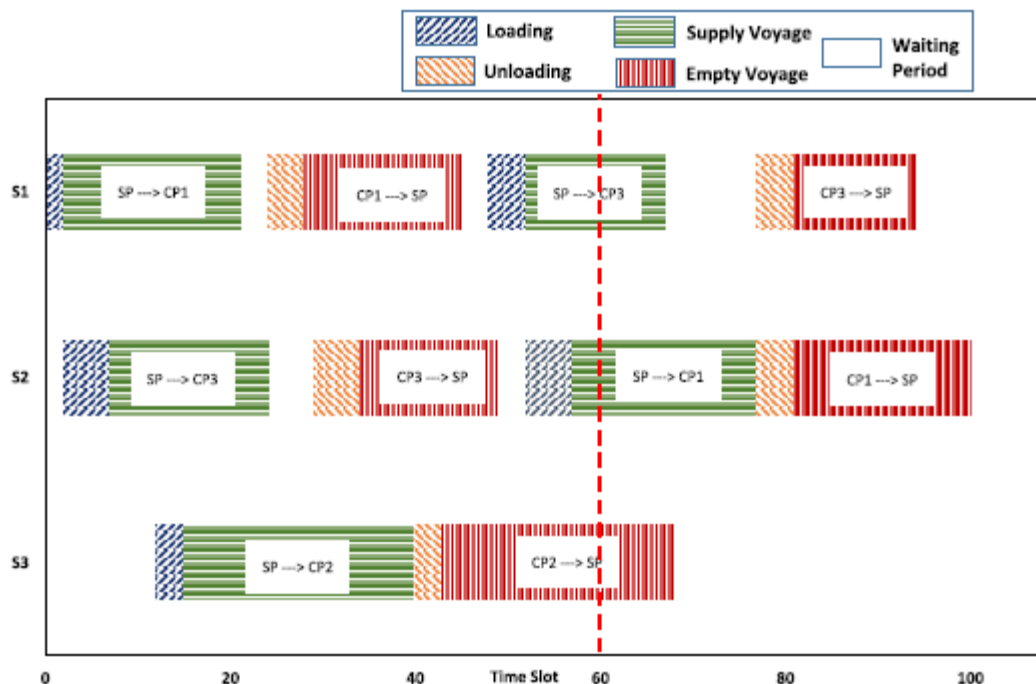
Πίνακας 3. Στατιστικά Μοντέλα για κάθε παράδειγμα και για κάθε μέθοδο διακριτοποίησης.

Όπως φαίνεται από τον Πίνακα 3, η σύνδεση κάθε συγκεκριμένου συμβάντος με τα διακριτά χρονικά διαστήματα μίας ώρας αυξάνει αρχικά το μέγεθος του προβλήματος, ωστόσο, οι συνδέσεις είναι περιττές και μπορούν να αποκλειστούν χρησιμοποιώντας την επιλογή "presolve" των εμπορικών επιλυτών. Αυτό φαίνεται από τους αριθμούς που δίνονται στις παρενθέσεις γεγονός που καταδεικνύει σημαντική μείωση του αριθμού των δυαδικών μεταβλητών και των περιορισμών για την περίπτωση της υβριδικής διατύπωσης που προτείνεται, το οποίο με τη σειρά του δικαιολογεί την αυξημένη υπολογιστική απόδοση του προτεινόμενου πλαισίου σε σχέση με τη MGD.

Η σύγκριση του παραδείγματος 1 - περίπτωση λιμανιού μονής τροφοδοσίας, οδήγησε σε βέλτιστη λύση με τη υβριδική μέθοδο σε μόλις 2 δευτερόλεπτα ενώ κάνοντας χρήση multigrid discretized framework (MGD) σε 58. Στην συνέχεια έγινε μελέτη παραδείγματος πολλαπλών προμηθειών και τα αποτελέσματα ήταν τα ίδια.

Οι μελέτες αυτές υπογραμμίζουν το προτεινόμενο υβριδικό μοντέλο σαν πολύ αποδοτικό εργαλείο. Τα προβλήματα θαλάσσιας μεταφοράς περιέχουν μεγάλους χρόνους πλεύσης μεταξύ των λιμένων με αποτέλεσμα η διαδικασία αυτή να μην είναι αρκετά ευέλικτη στη λήψη αποφάσεων.

Για την αύξηση της ευελιξίας στη λήψη αποφάσεων, προτείνεται η ενσωμάτωση στρατηγικής κυλιόμενου ορίζοντα. Στην περίπτωση αυτή υλοποιείται ένα υποσύνολο της βέλτιστης απόφασης και το σταθερό πλαίσιο σχεδιασμού επαναχρησιμοποιείται βάσει των πρόσφατα διαθέσιμων πληροφοριών και της ζήτησης. Η χρήση μελετάται σε νέο παράδειγμα χρήσης τριών πλοίων.



Σχήμα 7. Βέλτιστη κίνηση πλοίου για τις ημέρες 1 – 9.

Στο σχήμα 7, τα S_i , όπου $i = 1,2,3$, συμβολίζουν τα πλοία που χρησιμοποιούνται στο συγκεκριμένο χρονικό ορίζοντα. Το SP συμβολίζει το λιμάνι προμηθειών, ενώ τα CP_i , όπου $i = 1,2,3$, συμβολίζουν τα λιμάνια κατανάλωσης. Ο χρόνος που χρειάζεται για να γίνει φόρτωση ενός προϊόντος στο λιμάνι προμηθειών απεικονίζεται στο σχήμα με μπλε, ενώ ο χρόνος που χρειάζεται για να γίνει εκφόρτωση ενός προϊόντος στο λιμάνι κατανάλωσης αναπαρίσταται στο σχήμα με πορτοκαλί. Επίσης, η χρονική περίοδος που το πλοίο ταξιδεύει από το λιμάνι προμηθειών στο λιμάνι κατανάλωσης απεικονίζεται με πράσινο και η αντίθετη διαδρομή, όπου το πλοίο ταξιδεύει άδαιο από το λιμάνι κατανάλωσης στο λιμάνι προμηθειών απεικονίζεται με κόκκινο. Τέλος, με άσπρο απεικονίζονται οι περίοδοι όπου το πλοίο βρίσκεται σε αναμονή.

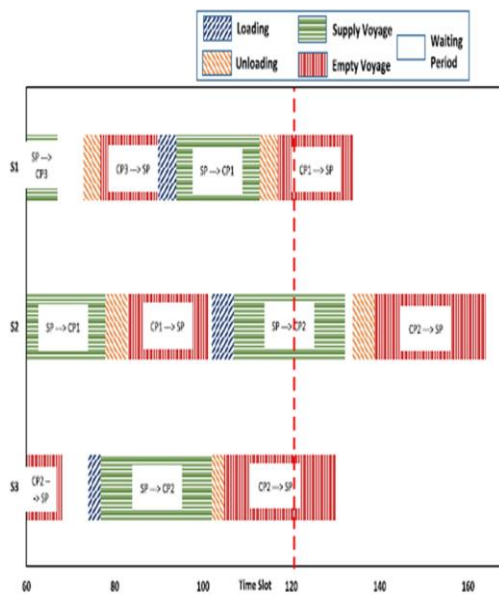
Αρχικά γίνεται βελτιστοποίηση σε ένα σενάριο χωρίς χρήση κυλιόμενου ορίζοντα. Το μικρότερο χρονικό βήμα διακριτοποίησης θεωρείται ότι είναι 2 ώρες και ο χρονικός ορίζοντας 9 μέρες.

Καθώς τα πλοία απαιτούν σημαντικό χρονικό διάστημα για να φτάσουν στα λιμάνια κατανάλωσης, και τα μελλοντικά σενάρια ζήτησης δεν είναι γνωστά, εάν επαναπροσδιορίσουμε το πλαίσιο μετά την ολοκλήρωση του τρέχοντος ορίζοντα, μπορεί να διαπιστωθεί έλλειψη αποθεμάτων και να μην ανταποκριθεί στη ζήτηση. Για να αποφευχθούν τέτοια σενάρια, απαιτείται μια δυναμική δομή σχεδιασμού, η οποία μπορεί να επιτευχθεί με εφαρμογή του προτεινόμενου υβριδικού χρονοδιαγράμματος με κυλιόμενο ορίζοντα. Αν και το προτεινόμενο πλαίσιο σχεδιασμού έχει βελτιστοποιηθεί για τον ορίζοντα των 9 ημερών, εφαρμόζεται το βέλτιστο σχέδιο τις πρώτες 5 εβδομάδες (για το χρονικό διάστημα πριν από την κόκκινη διακεκομμένη γραμμή) και στη συνέχεια γίνεται επανασχεδιασμός για τις επόμενες 9 ημέρες ενσωματώνοντας τις νέες απαιτήσεις.

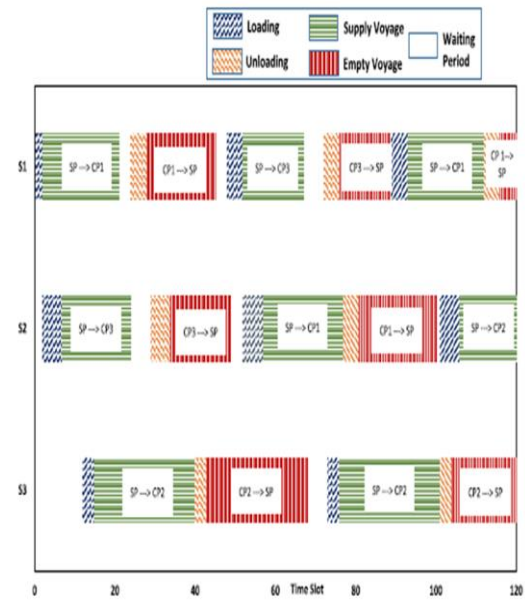
Στο Σχήμα 8 παρατηρούμε ότι τα ταξίδια των πλοίων αποτυπώνονται αποτελεσματικά στο νέο πρόγραμμα και η κατάσταση του αποθέματος των πλοίων και των λιμανιών μεταφέρεται στο νέο χρονοδιάγραμμα.

Στο Σχήμα 9, που απεικονίζεται το νέο πρόγραμμα, γίνεται μια συγχώνευση των δυο χρονοδιαγραμμάτων, που απεικονίζονται από το Σχήμα 7 για τις ημέρες 1 έως 9 και από το Σχήμα

8 για τις ημέρες 6 έως 14. Το νέο πρόγραμμα καταγράφει αποτελεσματικά τα συνεχόμενα δρομολόγια των πλοίων και τη μεταφορά της κατάστασης του αποθέματος. Οι πρώτες 5 ημέρες του νέου προγράμματος θα εφαρμοστούν με βάση τα αποτελέσματα που απεικονίζονται στο Σχήμα 7. Το πραγματικό πρόγραμμα για τις μέρες 1-10 είναι μια συγχώνευση αυτών των δύο προγραμμάτων, που απεικονίζονται από το Σχήμα 7 και από το Σχήμα 8.



Σχήμα 8. Βέλτιστη κίνηση πλοίου για τις ημέρες 6 – 14.



Σχήμα 9. Βέλτιστη κίνηση πλοίου για τις ημέρες 1 – 10.

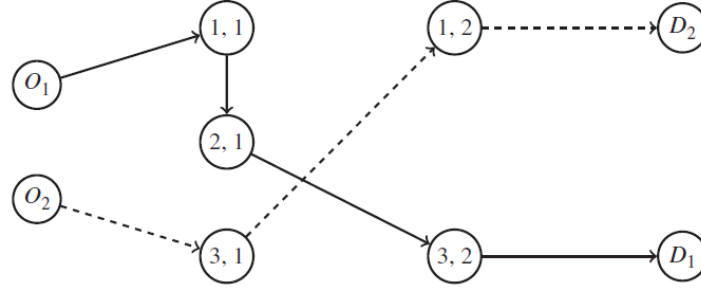
2.3 MIRP Πρόβλημα με Πολλαπλά Λιμάνια Παραγωγής και Κατανάλωσης

Το πρόβλημα που αναπτύσσεται παρακάτω αφορά έναν ετερογενή στόλο και πολλαπλά λιμάνια παραγωγής και κατανάλωσης με περιορισμένη χωρητικότητα αποθήκευσης. Πιο συγκεκριμένα, παρουσιάζεται το πρόβλημα των Agra et al, (2018) [2], το οποίο είναι ένα προσαρμόσιμο εύρωστο πρόβλημα, το οποίο χαρακτηρίζεται από δύο επίπεδα αποφάσεων: οι μεταβλητές του πρώτου σταδίου μπορούν να διορθωθούν πριν εμφανιστεί η αβεβαιότητα. Οι προσαρμοσμένες μεταβλητές μπορούν να ικανοποιηθούν λαμβάνοντας υπόψη την αβεβαιότητα. Στη συνέχεια του κεφαλαίου θα παρουσιαστεί η μέθοδος εύρωστης βελτιστοποίησης για την επίλυση του προβλήματος, στο οποίο οι χρόνοι ταξιδιού είναι υπό αβεβαιότητα. Η λύση που επιτυγχάνεται δεν επηρεάζεται από ορισμένες καθυστερήσεις χρόνου πλεύσης ενώ τα όρια του αποθέματος δεν παραβιάζονται λόγω των καθυστερήσεων.

Το μαθηματικό μοντέλο για το ντετερμινιστικό πρόβλημα περιγράφεται ως εξής:

Περιορισμοί δρομολόγησης: Το V δηλώνει το σύνολο των πλοίων και το N τα λιμάνια. Τα δρομολόγια των πλοίων ορίζονται σε ένα δίκτυο κόμβων (i, m) όπου το i ορίζει το λιμάνι και το m την επίσκεψη. Άμεσα δρομολόγια των πλοίων από τον κόμβο (i, m) στον κόμβο (j, n) προσδιορίζονται από τόξα (i, m, j, n) . Ως S_v^A ορίζεται το σύνολο όλων των κόμβων που μπορεί να επισκεφτεί ένα πλοίο v και ως S_v^X ορίζεται το σύνολο όλων των πιθανών δρομολογίων (i, m, j, n) ενός πλοίου v . Το x_{imjnv} είναι 1 αν το πλοίο v ταξιδεύει απευθείας από τον κόμβο (i, m) στον (j, n) και 0 σε άλλη περίπτωση. Αντίστοιχα, το x_{imv}^O υποδεικνύει αν το πλοίο v ταξιδεύει απευθείας

από την αρχική του θέση στον κόμβο (i, m) ή όχι. Το w_{imv} είναι 1 αν το πλοίο v επισκέπτεται τον κόμβο (i, m) και 0 αλλιώς. Το z_{imv} είναι 1 αν το πλοίο v τελειώνει το ταξίδι του στον κόμβο (i, m) και 0 αλλιώς. Αντίστοιχα, το z_v^o είναι 1 αν το πλοίο v δεν χρησιμοποιείται και 0 διαφορετικά. Το y_{im} δείχνει αν ένα πλοίο κάνει την m -οστή επίσκεψή του σε ένα λιμάνι i . Η παράμετρος $\underline{\mu}_i$ δείχνει τον ελάχιστο αριθμό επισκέψεων στο λιμάνι i , ενώ η παράμετρος $\bar{\mu}_i$ δείχνει το μέγιστο.



Σχήμα 10. Παράδειγμα δύο διαδρομών πλοίων.

Οι περιορισμοί του προβλήματος που μελετήθηκε είναι οι κάτωθι:

$$\sum_{(i,m) \in S_v^A} x_{imv}^o + z_v^o = 1, \quad \forall v \in V, \quad (1)$$

$$w_{imv} - \sum_{(j,n) \in S_v^A} x_{jnimv} = 0, \quad \forall v \in V, (i,m) \in S_v^A, \quad (2)$$

$$w_{imv} - \sum_{(j,n) \in S_v^A} x_{jnimv} - z_{imv} = 0, \quad \forall v \in V, (i,m) \in S_v^A, \quad (3)$$

$$\sum_{v \in V} w_{imv} = y_{im}, \quad \forall (i,m) \in S^A, \quad (4)$$

$$y_{im} = 1, \quad \forall (i,m) \in S^A: m \in \{1, \dots, \underline{\mu}_i\}, \quad (5)$$

$$y_{i(m-1)} - y_{im} \geq 0, \quad \forall (i,m) \in S^A: \underline{\mu}_i + 1 < m \leq \bar{\mu}_i, \quad (6)$$

$$x_{imjnv} \in \{0,1\}, \quad \forall v \in V, (i,m,j,n) \in S_v^X, \quad (7)$$

$$x_{imv}^o, w_{imv}, z_{imv} \in \{0,1\}, \quad \forall v \in V, (i,m) \in S_v^A, \quad (8)$$

$$y_{im} \in \{0,1\}, \quad \forall (i,m) \in S^A. \quad (9)$$

Ο περιορισμός (1) εξασφαλίζει ότι κάθε πλοίο είτε θα αναχωρήσει από την αρχική του θέση και θα ταξιδέψει σε έναν άλλον κόμβο ή δεν θα χρησιμοποιηθεί. Οι περιορισμοί (2) και (3) εξασφαλίζουν ότι όταν φτάνει ένα πλοίο σε έναν κόμβο είτε θα φύγει από αυτόν τον κόμβο ή θα τελειώσει την διαδρομή του. Ο περιορισμός (4) εξασφαλίζει ότι ένα πλοίο θα μπορεί να επισκεφτεί τον κόμβο (i, m) αν και μόνο αν $y_{im} = 1$, ενώ ο περιορισμός (5) δίνει την τιμή 1 στη μεταβλητή y_{im} όταν το πλοίο είναι αναγκαστικό να επισκεφτεί αυτόν τον κόμβο. Ο περιορισμός (6) εξασφαλίζει ότι αν ένα λιμάνι έχει επισκεφθεί m φορές, τότε αναγκαστικά έχει επισκεφθεί και $m - 1$ φορές. Τέλος, οι περιορισμοί (7) – (9) ορίζουν τις μεταβλητές ως δυαδικές.

Περιορισμοί φόρτωσης και εκφόρτωσης: Η παράμετρος J_i είναι 1 εάν το λιμάνι i είναι σταθμός παραγωγής και -1 σε περίπτωση που είναι σταθμός κατανάλωσης. Με Q_v^o χαρακτηρίζεται η ποσότητα που υπάρχει στο πλοίο v στην αρχή του ορίζοντα σχεδιασμού, ενώ η χωρητικότητα του πλοίου v ορίζεται με C_v . Οι ελάχιστες και οι μέγιστες ποσότητες που φορτώνονται και εκφορτώνονται στο λιμάνι i ορίζονται με \underline{Q}_i και \bar{Q}_i αντίστοιχα. Το q_{imv} είναι η ποσότητα που

φορτώνεται η εκφορτώνεται στον κόμβο (i, m) . Το f_{imjnv} δηλώνει την ποσότητα που μεταφέρει το καράβι από τον κόμβο (i, m) στον (j, n) , ενώ το f_{imv}^O δηλώνει την ποσότητα που μεταφέρει το πλοίο v από την αρχική του θέση στον κόμβο (i, m) .

Παρακάτω παρουσιάζονται οι περιορισμοί φόρτωσης και εκφόρτωσης:

$$f_{imv}^O + \sum_{(j,n) \in S_v^A} f_{jnimv} + J_i q_{imv} = \sum_{(j,n) \in S_v^A} f_{imjnv}, \quad \forall v \in V, (i, m) \in S_v^A, \quad (10)$$

$$f_{imv}^O = Q_v^O x_{imv}^O, \quad \forall v \in V, (i, m) \in S_v^A, \quad (11)$$

$$f_{imjnv} \leq C_v x_{imjnv}, \quad \forall v \in V, (i, m, j, n) \in S_v^X, \quad (12)$$

$$\underline{Q}_i w_{imv} \leq q_{imv} \leq \min\{C_v, \bar{Q}_i\} w_{imv}, \quad \forall v \in V, (i, m) \in S_v^A, \quad (13)$$

$$f_{imjnv} \geq 0, \quad \forall v \in V, (i, m, j, n) \in S_v^X, \quad (14)$$

$$f_{imv}^O, q_{imv} \geq 0, \quad \forall v \in V, (i, m) \in S_v^A. \quad (15)$$

Ο περιορισμός (10) εξασφαλίζει τη διατήρηση ροής στον κόμβο (i, m) . Ο περιορισμός (11) καθορίζει την ποσότητα στο πλοίο v όταν ταξιδεύει από την αρχική του θέση σε έναν κόμβο (i, m) . Ο περιορισμός (12) απαιτεί ότι η χωρητικότητα των πλοίων τηρείται. Ο περιορισμός (13) επιβάλλει άνω και κάτω όρια στις ποσότητες φόρτωσης και εκφόρτωσης. Οι περιορισμοί (14) – (15) εξασφαλίζουν μη αρνητικές τιμές για τις μεταβλητές.

Περιορισμοί χρόνου: T_i^Q είναι ο χρόνος που απαιτείται για να φορτωθεί ή εκφορτωθεί μία μονάδα προϊόντος. T_{ijv} είναι ο χρόνος που απαιτείται από το λιμάνι i στο j . Ο χρόνος T_i^B είναι το ελάχιστο μεσοδιάστημα ανάμεσα σε 2 επισκέψεις σε ένα λιμάνι. Ο χρόνο T_{iv}^O αναπαριστά το χρόνο ταξιδιού που απαιτείται από το πλοίο v για να ταξιδέψει από την αρχική του θέση στο λιμάνι i . Τα A_{im} και B_{im} είναι τα όρια του χρονικού διαστήματος για την έναρξη επίσης της επίσκεψης m στο λιμάνι i . Όμως, οι συγγραφείς όρισαν το $A_{im} = 0$ και $B_{im} = T$. Επίσης, για λόγους ευκολίας όρισαν ως T'_{im} , για κάθε κόμβο (i, m) , ένα άνω όριο του χρόνου λήξης της επίσκεψης στο i λιμάνι, όπου $T'_{im} = \min\{T, B_{im} + T_i^Q \bar{Q}_i\}$. Επίσης, ορίζεται μια χρονική μεταβλητή t_{im} που υποδεικνύει το χρόνο έναρξης για κάθε επίσκεψη που γίνεται σε κάθε λιμάνι.

$$t_{im} + \sum_{v \in V: (i,m,j,n) \in S_v^X} \max\{T'_{im} + T_{ijv} - A_{jn}, 0\} x_{imjnv} + \sum_{v \in V} T_i^Q q_{i,m-1,v} - t_{jn} \leq T'_{im} - A_{jn}, \quad \forall (i, m), (j, n) \in S^A, \quad (16)$$

$$t_{im} - t_{i,m-1} - \sum_{v \in V} T_i^Q q_{i,m-1,v} - T_i^B y_{im} \geq 0, \quad \forall (i, m) \in S^A: m > 1, \quad (17)$$

$$\sum_{v \in V} T_{iv}^O x_{imv}^O \leq t_{im}, \quad \forall (i, m) \in S^A, \quad (18)$$

$$A_{im} \leq t_{im} \leq B_{im}, \quad \forall (i, m) \in S^A. \quad (19)$$

Ο περιορισμός (16) αναφέρεται στο χρόνο έναρξης που σχετίζεται με τον κόμβο (i, m) προς το χρόνο έναρξης που σχετίζεται με τον κόμβο (j, n) , όταν ένα πλοίο ταξιδεύει κατευθείαν από τον (i, m) στον (j, n) . Ο περιορισμός (17) επιβάλλει ένα ελάχιστο διάστημα μεταξύ δύο συνεχόμενων επισκέψεων στο λιμάνι i . Ο περιορισμός (18) εξασφαλίζει ότι αν ένα πλοίο v ταξιδεύει από την αρχική του θέση στον κόμβο (i, m) , τότε ο χρόνος έναρξής του που σχετίζεται με το (i, m) είναι κατ' ελάχιστον ο χρόνος ταξιδιού μεταξύ της αρχικής του θέσης και του

λιμανιού i . Τέλος, ο περιορισμός (19) δίνει τα χρονικά παράθυρα για τον χρόνο έναρξης των επισκέψεων.

Περιορισμοί αποθέματος: Για κάθε λιμάνι i , το ποσοστό κατανάλωσης ή παραγωγής συμβολίζεται με R_i , \underline{S}_i είναι το ελάχιστο απόθεμα και \bar{S}_i είναι το μέγιστο απόθεμα. Ορίζονται μη αρνητικές συνεχείς μεταβλητές s_{im} για την αναπαράσταση των επιπέδων αποθεμάτων κατά την έναρξη της επίσκεψης στο λιμάνι i .

$$s_{i1} = S_i^0 + J_i R_i t_{i1}, \quad \forall i \in N, \quad (20)$$

$$s_{im} = s_{i,m-1} - J_i \sum_{v \in V} q_{i,m-1,v} + J_i R_i (t_{im} - t_{i,m-1}), \quad \forall (i, m) \in S^A: m > 1, \quad (21)$$

$$s_{im} + \sum_{v \in V} q_{imv} - R_i \sum_{v \in V} T_i^Q q_{imv} \leq \bar{S}_i, \quad \forall (i, m) \in S^A: J_i = -1, \quad (22)$$

$$s_{im} - \sum_{v \in V} q_{imv} + R_i \sum_{v \in V} T_i^Q q_{imv} \geq \underline{S}_i, \quad \forall (i, m) \in S^A: J_i = 1, \quad (23)$$

$$s_{i\bar{m}_i} + \sum_{v \in V} q_{i,\bar{m}_i,v} - R_i (T - t_{i\bar{m}_i}) \geq \underline{S}_i, \quad \forall i \in N: J_i = -1, \quad (24)$$

$$s_{i\bar{m}_i} - \sum_{v \in V} q_{i,\bar{m}_i,v} + R_i (T - t_{i\bar{m}_i}) \leq \bar{S}_i, \quad \forall i \in N: J_i = 1, \quad (25)$$

$$s_{im} \geq \underline{S}_i, \quad \forall (i, m) \in S^A: J_i = -1, \quad (26)$$

$$s_{im} \leq \bar{S}_i, \quad \forall (i, m) \in S^A: J_i = 1. \quad (27)$$

Ο περιορισμός (20) υπολογίζει το επίπεδο αποθέματος στο χρόνο έναρξης της πρώτης επίσκεψης στο λιμάνι. Ο περιορισμός (21) αναφέρεται στο επίπεδο αποθέματος στο χρόνο έναρξης της m -οστής επίσκεψης του ως προς το επίπεδο αποθέματος στο χρόνο έναρξης της προηγούμενης επίσκεψης. Οι περιορισμοί (22) και (23) εξασφαλίζουν ότι τα επίπεδα αποθέματος θα βρίσκονται εντός των ορίων στο τέλος της κάθε επίσκεψης. Οι περιορισμοί (24) και (25) ορίζουν ένα κάτω και άνω φράγμα, αντίστοιχα, για το επίπεδο αποθέματος τη χρονική στιγμή T για τα λιμάνια κατανάλωσης και τα λιμάνια παραγωγής αντίστοιχα. Οι περιορισμοί (26) και (27) εξασφαλίζουν ότι τα επίπεδα αποθέματος θα βρίσκονται εντός των ορίων στην αρχή κάθε επίσκεψης.

Αντικειμενική συνάρτηση Ο στόχος είναι η μείωση του συνολικού κόστους δρομολόγησης, περιλαμβάνοντας το κόστος μετακίνησης και το λειτουργικό κόστος. Το κόστος μετακίνησης του πλοίου v από το λιμάνι i στο λιμάνι j συμβολίζεται από το C_{ijv}^T και περιλαμβάνει το κόστος προετοιμασίας. Η παράμετρος C_{iv}^{TO} αντιπροσωπεύει το κόστος ταξιδιού του πλοίου v από την αρχική του θέση στο λιμάνι i .

$$\min C(X) = \sum_{v \in V} \sum_{(i,m,j,n) \in S^X} C_{ijv}^T \cdot x_{imjnv} + \sum_{v \in V} \sum_{(i,m) \in S^A} C_{iv}^{TO} \cdot x_{imv}^0 \quad (28)$$

Στη συνέχεια θα παρουσιάσουμε το εύρωστο μοντέλο βελτιστοποίησης και θα γίνει περιγραφή της προτεινόμενης μεθόδου επίλυσης.

Η λύση του πρώτου σταδίου πρέπει να εξασφαλίζει ότι, για κάθε πιθανό διάνυσμα των χρόνων ταξιδιού στο προβλεπόμενο πολύτοπο, δηλαδή του χώρου των εφικτών λύσεων, το επίπεδο των αποθεμάτων σε κάθε λιμένα i θα είναι εντός του ορίου αποθέματος.

Αντί του χρόνου ταξιδιού T_{ijv} , θα χρησιμοποιήσουμε τον χρόνο ταξιδιού \bar{T}_{ijv} , στον οποίο έχει προστεθεί μια καθυστέρηση \hat{T}_{ijv} . Το νέο χρόνο τον ορίζουμε ως T_{imjnv} , και δίνεται από τη σχέση $T_{imjnv} = \bar{T}_{ijv} + \hat{T}_{ijv}$.

Καθώς οι χρόνοι ταξιδιού δεν εξαρτώνται από τις επισκέψεις, θα μπορούσε αν αυξηθεί το T_{ijv} , να αυξηθούν όλοι οι χρόνοι ταξιδιού μεταξύ των λιμανιών i και j . Αυτή η αύξηση επηρεάζει κυρίως τις διαδρομές εκείνες όπου ένα πλοίο πλέει πολλές φορές απευθείας ανάμεσα σε δύο ίδια λιμάνια. Για να έχουμε τον πλήρη έλεγχο στον αριθμό των καθυστερήσεων αντικαθιστούμε το T_{ijv} με ξ_{imjnv} στον περιορισμό (16) και το T_{iv}^0 με ξ_{imv}^0 στον περιορισμό (18). Επομένως, οι περιορισμοί (29) και (30) αποτελούν μια επέκταση των περιορισμών (16) και (18) που παρουσιάστηκαν παραπάνω.

$$t_{im} + \sum_{v \in V | (i,m,j,n) \in S_v^X} \max\{T'_{im} + \xi_{imjnv} - A_{jn}, 0\} x_{imjnv} \quad \forall (i, m), (j, n) \in S^A, \quad (29)$$

$$+ \sum_{v \in V} T_i^Q q_{imv} - t_{jn} \leq T'_{im} - A_{jn},$$

$$\sum_{v \in V} \xi_{imv}^0 x_{imv} \leq t_{im}, \quad \forall (i, m) \in S^A. \quad (30)$$

Το υπό αβεβαιότητα σύνολο Ξ^T ορίζεται χρησιμοποιώντας τους χρόνους ταξιδιού που εξαρτώνται από τις επισκέψεις, όπου Γ είναι το μέγιστο πλήθος διαφορετικών καθυστερήσεων που μπορούν να πραγματοποιηθούν κατά τη διάρκεια της διαδρομής.

Με δ_{imjnv} ορίζουμε την απόκλιση της παραμέτρου T_{imjnv} από την ονομαστική της αξία.

Προς ευκολία, θα εξεταστεί το T_{imv}^0 ως μια συγκεκριμένη περίπτωση του T_{imjnv} , όπου j είναι η αρχική θέση του πλοίου v , που δηλώνεται ως $o(v)$, και η τιμή του n θα είναι 1.

Το σύνολο αβεβαιότητας ορίζεται πλέον μέσω των χρόνων ταξιδιού που εξαρτώνται από τις επισκέψεις και θα είναι το:

$$\Xi^T = \left\{ \xi: \xi_{imjnv} = \bar{T}_{ijv} + \hat{T}_{ijv} \delta_{imjnv}, 0 \leq \delta_{imjnv} \leq 1, \forall v \in V, \right.$$

$$\left. (i, m, j, n) \in S_v^X, \sum_{v \in V} \sum_{(i,m,j,n) \in S_v^A} \delta_{imjnv} \leq \Gamma \right\}.$$

Ορίζουμε το $t_{im}(\xi)$ και $s_{im}(\xi)$ ως το χρόνο και το επίπεδο αποθέματος της επίσκεψης (i, m) , αντίστοιχα, όταν το σενάριο ξ (διάλυση των ωρών ταξιδιού) αποκαλύπτεται. Στη συνέχεια, οι συγγραφείς απαλείφουν το $s_{im}(\xi)$, προκειμένου να γίνει το μοντέλο πιο απλό.

$$s_{im}(\xi) = S_i^0 + J_i R_i t_{im}(\xi) - J_i \sum_{v \in V} \sum_{n=1}^{m-1} q_{imv}, \quad \forall (i, m) \in S^A, \xi \in \Xi^T \quad (43)$$

$$S_i^0 + \sum_{v \in V} \sum_{m: (i,m) \in S^A} q_{imv} \geq R_i T + \underline{S}_i, \quad \forall i \in N: J_i = -1, \quad (44)$$

$$S_i^0 + R_i T \leq \sum_{v \in V} \sum_{m: (i,m) \in S^A} q_{imv} + \bar{S}_i, \quad \forall i \in N: J_i = 1, \quad (45)$$

Αντίστοιχα για τους περιορισμούς των λιμανιών εκφόρτωσης και φόρτωσης:

$$R_i t_{im}(\xi) \geq \sum_{v \in V} \sum_{n=1}^m q_{inv} - \sum_{v \in V} R_i T_i^O q_{imv} + S_i^O - \bar{S}_i, \quad \forall (i, m) \in S^A: J_i = -1, \xi \in \mathcal{E}^* \quad (46)$$

$$R_i t_{im}(\xi) \leq \sum_{v \in V} \sum_{n=1}^{m-1} q_{inv} + S_i^O - \underline{S}_i, \quad \forall (i, m) \in S^A: J_i = -1, \xi \in \mathcal{E}^* \quad (47)$$

$$R_i t_{im}(\xi) \geq \sum_{v \in V} \sum_{n=1}^m q_{inv} - \sum_{v \in V} R_i T_i^O q_{imv} - S_i^O + \bar{S}_i, \quad \forall (i, m) \in S^A: J_i = 1, \xi \in \mathcal{E}^* \quad (48)$$

$$R_i t_{im}(\xi) \leq \sum_{v \in V} \sum_{n=1}^{m-1} q_{inv} + \bar{S}_i - S_i^O, \quad \forall (i, m) \in S^A: J_i = 1, \xi \in \mathcal{E}^* \quad (49)$$

Μια κοινή προσέγγιση για τον χειρισμό της βέλτιστης λύσης των εύρωστων προβλημάτων είναι η χρήση τεχνικών προσέγγισης, όπως οι κανόνες συναφών αποφάσεων. Στο παρόν πρόβλημα, η χρήση αυτής της μεθόδου δεν είναι τόσο σαφής, όσο θα ήταν στην περίπτωση που λαμβάνονταν υπόψη οι χρονικές περιόδους. Έτσι, μια λογική προσέγγιση θα ήταν να γραφτεί το t_{im} ως γραμμικός συνδυασμός των χρόνων ταξιδιού που κάνει το πλοίο, με τα η_{kljn}^{im} και $\eta_{o(v)1im}^{im}$ να αποτελούν του συντελεστές βαρύτητας, ενώ το η_0^{im} είναι μια σταθερά.

$$t_{im}(\xi) = \sum_{v \in V} \sum_{(k,l,j,n) \in S_p^X} \eta_{kljn}^{im} \xi_{kljnv} + \sum_{v \in V} \eta_{o(v)1im}^{im} \xi_{o(v)1imv} + \eta_0^{im}$$

Αυτή η προσέγγιση έχει δύο βασικά μειονεκτήματα:

- i. Δεν λαμβάνει υπόψη άλλους παράγοντες που είναι σημαντικοί για τον καθορισμό του χρόνου των επισκέψεων, όπως για παράδειγμα τα επίπεδα αποθέματος και τον χρόνο μεταξύ δύο διαδοχικών επισκέψεων. Ως εκ τούτου, μπορεί να περιοριστεί ο χώρος λύσεων και να υποβαθμιστεί η ποιότητα της λύσης.
- ii. Επειδή δεν υπάρχουν χρονικές περιόδους, θα πρέπει να ληφθούν υπόψη όλες οι πιθανές διαδρομές του πλοίου. Αυτό θα έχει ως αποτέλεσμα να υπάρξει πολύ μεγάλος αριθμός μεταβλητών

Στη συνέχεια θα παρουσιάσουμε τη μέθοδο της προσέγγισης αποσύνθεσης. Το πρόβλημα χαλαρώνει σε ένα κύριο πρόβλημα (Master Problem), όπου κάθε ισχυρός περιορισμός γράφεται μόνο για ένα μικρό υποσύνολο $\mathcal{E}^* \subset \text{ext}(\mathcal{E}^T)$. Δίνοντας μια εφικτή λύση στο κύριο πρόβλημα, ελέγχουμε εάν η λύση είναι εφικτή για τους παραληφθέντες ισχυρούς περιορισμούς επιλύοντας ένα πρόβλημα διαχωρισμού αντιπάλου (Adversarial Separation Problem ASP). Εάν βρεθεί ένα σενάριο που οδηγεί σε κάτι που είναι ανέφικτο, επεκτείνουμε το \mathcal{E}^* και προστίθενται στο κύριο πρόβλημα οι αντίστοιχες στήλες και γραμμές και το επαυξημένο κύριο πρόβλημα επιλύεται ξανά.

Αν πραγματοποιήσουμε σύγκριση μεταξύ της τεχνικής προσέγγισης που κάναμε προηγουμένως και της προσέγγισης αποσύνθεσης γραμμής – στήλης, παρατηρούμε ότι ο αριθμός των μεταβλητών που χρησιμοποιούνται στην τεχνική προσέγγισης είναι μεγαλύτερος. Έτσι, με βάση τα παραπάνω συμπεράσματα καταλαβαίνουμε ότι οι κανόνες απόφασης προσέγγισης δεν βοηθούν στο συγκεκριμένο πρόβλημα, καθώς μπορεί να επιδεινώσουν την ποιότητα της λύσης και δεν φαίνεται να απλοποιούν αρκετά το πρόβλημα.

Στον παρακάτω αλγόριθμο συνοψίζεται όλη η διαδικασία της προσέγγισης αποσύνθεσης, που εφαρμόσαν οι συγγραφείς στο παραπάνω πρόβλημα:

Algorithm 1 (A column-and-row generation approach for the robust problem)

- 1: Initialization of the subset $\mathcal{E}^* \subseteq \text{ext}(\mathcal{E}^T) \leftarrow \{\xi^0\}$ where ξ^0 is the scenario with no delays
- 2: Solve the restricted $R - IR(\mathcal{E}^*)$ problem
- 3: **while** There is a scenario ξ^* in $\text{ext}(\mathcal{E}^T) \setminus \mathcal{E}^*$, leading to a violation of a constraint (46)-(48) **do**
- 4: Add ξ^* to \mathcal{E}^* (and add the corresponding variables and rows to the model)
- 5: Solve the new restricted $R - IR(\mathcal{E}^*)$ problem
- 6: **end while**

$\text{ext}(\mathcal{E}^T)$: Το σύνολο των ακραίων σημείων του συνόλου \mathcal{E}^T

Με τη σχέση $\xi^0 \rightarrow \text{ext}(\mathcal{E}^T)$ γίνεται μια αρχικοποίηση της τιμής ξ^0 .

Προκειμένου να βελτιώσουμε την απόδοση της προσέγγισης αποσύνθεσης δοκιμάζουμε δύο τρόπους βελτίωσης. Ο πρώτος έχει ως στόχο τη μείωση του χρόνου κάθε βασικού προβλήματος (Master Problem), ενώ ο δεύτερος προσπαθεί να μειώσει τον αριθμό επαναλήψεων της μεθόδου αποσύνθεσης.

Μείωση του χρόνου κάθε βασικού προβλήματος

Η βελτίωση του χρόνου επίλυσης του προβλήματος μπορεί να πραγματοποιηθεί με την εφαρμογή δύο βελτιώσεων:

- Μέσω συμπερίληψης των έγκυρων ανισοτήτων
- Μέσω συμπερίληψης μιας τιμής αποκοπής

Οι δύο αυτές βελτιώσεις είναι ικανές να οδηγήσουν σε σημαντική βελτίωση των χρόνων επίλυσης για μερικά δύσκολα παραδείγματα. Αντίθετα, η εφαρμογή τους σε εύκολα παραδείγματα ασκούν αμελητέα επιρροή.

Στο παρόν πρόβλημα θα προσθέσουμε ένα υποσύνολο των ανισοτήτων που έχει αποδειχθεί ότι παρέχει βελτιώσεις στο κενό ακεραιότητας αντίστοιχων προβλημάτων.

Έτσι ορίζουμε το D_i , το οποίο υποδηλώνει τη συνολική καθαρή ζήτηση του λιμένα i , όταν i ανήκει στο N , κατά τη διάρκεια του ορίζοντα σχεδιασμού.

$$D_i = \begin{cases} T \times R_i - S_i^0 + \underline{S}_i & \text{όταν } J_i = -1, \text{ όπου } i \in N \\ T \times R_i - \bar{S}_i + S_i^0 & \text{όταν } J_i = 1, \text{ όπου } i \in N \end{cases}$$

Το παρακάτω σύνολο αποτελεί μια χαλάρωση του εφικτού συνόλου:

$$\theta_i = \left\{ \chi \in Z_+^{|\mathcal{V}|} : \sum_{v \in \mathcal{V}} C_v \chi_v \geq D_i \right\},$$

$$\chi_v = \sum_{m: (i,m) \in S_v^A} w_{imv},$$

όπου χ_v είναι το πλήθος των φορών που επισκέφθηκε το πλοίο v το λιμάνι i κατά τη διάρκεια του χρονικού ορίζοντα T .

Οι ανισότητες για τα θ_i ισχύουν για κάθε σύνολο εφικτών λύσεων. Μία ιδιαίτερη περίπτωση αυτών των ανισοτήτων είναι η παρακάτω ακέραια περικοπή:

$$\sum_{v \in \mathcal{V}} \sum_{m: (i,m) \in S_v^A} \left\lfloor \frac{C_v}{Q} \right\rfloor w_{imv} \geq \left\lfloor \frac{D_i}{Q} \right\rfloor \quad (50)$$

όπου Q ένας οποιοσδήποτε θετικός αριθμός.

Ένα κοινό άνω όριο μπορεί να ληφθεί λαμβάνοντας υπόψη ότι:

$$\mathcal{E}^B = \{\xi: \xi_{imjnv} = \bar{T}_{ijv} + \hat{T}_{ijv}\delta_{imjnv}, \quad 0 \leq \delta_{imjnv} \leq 1, (i, m, j, n) \in S_v^X, v \in V\}.$$

Η χειρότερη περίπτωση συμβαίνει όταν όλοι οι χρόνοι ταξιδιού λαμβάνουν τη μέγιστη τιμή τους, δηλαδή όταν λαμβάνουμε υπόψη τους ντετερμινιστικούς χρόνους διαδρομής $T_{imjnv} = \bar{T}_{ijv} + \hat{T}_{ijv}$. Κάθε εφικτή λύση σε αυτό το ντετερμινιστικό πρόβλημα είναι εφικτή και για το εύρωστο πρόβλημα. Επομένως, η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης παρέχει ένα άνω όριο, προκειμένου να ενσωματωθεί στη διαδικασία αποσύνθεσης ως τιμή αποκοπής κατά την επίλυση κάθε προβλήματος βελτιστοποίησης, στο 2^ο βήμα του αλγόριθμου 1. Η προσέγγιση που ακολούθησαν οι συγγραφείς είναι να λυθεί το πρόβλημα περιορισμένου πλαισίου (box-constrained problem) μέχρι να επιτευχθεί ένα επιθυμητό κενό βελτιστοποίησης.

Μείωση στον αριθμό επαναλήψεων της μεθόδου αποσύνθεσης

Για να μειωθεί ο αριθμός επαναλήψεων της αποσύνθεσης, στο παρόν πρόβλημα, εφαρμόζονται τρεις στρατηγικές βελτίωσης:

- Η συγκέντρωση σεναρίων
- Η εξέταση ενός αρχικού σεναρίου
- Η προσαρμογή της προσεγγιστικής λύσης, έτσι ώστε να γίνει επιλογή τιμών για τις μεταβλητές πρώτου σταδίου οι οποίες μεγιστοποιούν ένα δοσμένο κριτήριο ευρωστίας

Πιο συγκεκριμένα, μια βελτίωση είναι να προστεθεί, σε κάθε επανάληψη, ένα σενάριο που προκύπτει από τη συγκέντρωση πολλών σεναρίων. Δηλαδή, αντί να προστεθεί καθυστέρηση στο τόξο (i, m, j, n) σε ένα δεδομένο πλοίο, μπορεί να προστεθεί είτε μια καθυστέρηση σε όλα τα τόξα (k, l, j, n) που εισέρχονται τον κόμβο (j, n) ή να προστεθεί μια καθυστέρηση σε όλα τα τόξα (i, m, k, l) που εξέρχονται από τον κόμβο (i, m) . Αυτό προκύπτει από το γεγονός ότι το πολύ ένα τόξο μπορεί να επιλεγεί σε κάθε εφικτή λύση. Ως εκ τούτου, πολλά σενάρια μπορούν να συγκεντρωθούν σε ένα επαυξημένο σενάριο.

Επίσης, ένα ζεστό ξεκίνημα – σενάριο (warm start) μπορεί να έχει θετική έκβαση προσθέτοντας τις καθυστερήσεις σε μερικές διαδρομές, $T_{imjnv} = \bar{T}_{ijv} + \hat{T}_{ijv}$. Αυτές οι καθυστερήσεις πρέπει να προστεθούν προσεκτικά, δεδομένου ότι πρέπει να εγγυηθούμε ότι δεν θα προστεθούν περισσότερες από Γ καθυστερήσεις σε οποιαδήποτε εφικτή λύση. Ένας πιο εύκολος τρόπος για να υπάρξει διασφάλιση ότι δεν θα προστεθούν περισσότερες από Γ καθυστερήσεις είναι είτε να προσθέσουμε καθυστερήσεις σε όλες τις διαδρομές που εξέρχονται από το λιμάνι i για $m - \text{οστή}$ φορά, είτε να προσθέσουμε σε όλες τις διαδρομές που εισέρχονται από το λιμάνι j για $n - \text{οστή}$ φορά για Γ επιλεγμένες επισκέψεις λιμανιών. Η προτιμότερη επιλογή επισκέψεων είναι τα λιμάνια τα οποία συμμετέχουν σε όλες τις εφικτές λύσεις. Επομένως, η φυσική επιλογή ξεκινάει από την προέλευση του κάθε πλοίου και στη συνέχεια εξετάζει την πρώτη επίσκεψη για κάθε λιμάνι, για πάνω από Γ πλοία.

Μια ακόμη στρατηγική βελτίωσης είναι να γίνεται επιλογή για κάθε διάνυσμα δυαδικών μεταβλητών $(\bar{x}_{imjnv}, \bar{z}_{imjnv}, \bar{w}_{imjnv}$ και $\bar{y}_{imjnv})$, έτσι ώστε να γίνεται εύρεση των εναλλακτικών τιμών για τις συνεχείς μεταβλητές \bar{q}_{imnv} , που οδηγούν στην ίδια τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης. Ως εκ τούτου, δεδομένου ενός δυαδικού διανύσματος, που αντιπροσωπεύει τις δυαδικές αποφάσεις, είναι λογικό να γίνεται επιλογή ανάμεσα σε όλες τις εναλλακτικές συνεχείς λύσεις η λύση που μεγιστοποιεί ένα δεδομένο κριτήριο ευρωστίας.

Το ανώτερο όριο των χρονικών παραθύρων εξαρτάται από τις ποσότητες φόρτωσης/εκφόρτωσης q_{imnv} ως εξής:

$$B_{im}(q) = \begin{cases} \left(\sum_{v \in V} \sum_{n=1}^{m-1} q_{imv} + \bar{S}_i - S_i^O \right) / R_i, J_i = 1 \\ \left(\sum_{v \in V} \sum_{n=1}^{m-1} q_{imv} + S_i^O - \underline{S}_i \right) / R_i, J_i = -1 \end{cases}$$

Για να επιτευχθεί ο στόχος μας, δηλαδή να μειωθεί ο αριθμός επαναλήψεων της μεθόδου αποσύνθεσης εφαρμόζουμε τους κάτωθι περιορισμούς:

$$t_{im} \leq B_{im}(q) \quad \forall (i, m) \in S^A \quad (51)$$

$$d_{im} = B_{im}(q) - t_{im} \quad \forall (i, m) \in S^A \quad (52)$$

$$\underline{d} \leq d_{im} \quad \forall (i, m) \in S^A \quad (53)$$

όπου θεωρούμε ότι d_{im} δηλώνει την χαλάρωση στον περιορισμό του άνω φράγματος του χρονικού παραθύρου. Ο συγκεκριμένος περιορισμός μετρά την καθυστέρηση που μπορεί να προκύψει κατά την επίσκεψη (i, m) χωρίς να υπάρξει παραβίαση. Διαισθητικά, μια εφικτή λύση που έχει μεγάλες τιμές στις χαλαρές μεταβλητές d_{im} θα είναι ανεκτική σε καθυστερήσεις σε σχέση με μια λύση που έχει μικρές τιμές στις χαλαρές μεταβλητές της. Προκειμένου να γίνει επιλογή του πρώτου σταδίου, προτείνονται δύο επιλογές. Η πρώτη επιλογή (Option 1) είναι να μεγιστοποιηθεί το άθροισμα των χαλαρών μεταβλητών $z = \sum_{(i,m) \in S^A} d_{im}$, ενώ η δεύτερη επιλογή (Option 2) είναι να μεγιστοποιηθεί η πιο μικρή χαλαρή μεταβλητή \underline{d} , $z = \underline{d}$.

Στη συνέχεια θα παρουσιαστεί ένας δεύτερος αλγόριθμος, σχετικός με την αποσύνθεση, ο οποίος περιγράφει με λεπτομέρεια τα βήματα που αντικαθιστούν Βήματα 2 και 4 στον αλγόριθμο 1.

Algorithm 2 (A two-stage approach for the master problem $R - IR(\mathcal{E}^*)$)

- 1: Solve the new restricted $R - IR(\mathcal{E}^*)$ problem
 - 2: Fix the variables $x_{imjnv}, z_{imv}, w_{imv}, y_{im}$ to their solution values
 - 3: Add nonnegative variables d_{im} (and \underline{d} for Option 2), and constraints (51) and (52) (and constraints (53) for Option 2)
 - 4: Solve the resulting linear problem by maximizing function z
-

Όμως, επειδή το MIRP είναι δύσκολο να επιλυθεί θα πρέπει να βρεθεί μια επαναληπτική ευρετική τοπική αναζήτηση που βασίζεται στην τοπική διακλάδωση (local branching), όπως αναφέρουν οι Fischetti and Lodi (2003) [26]. Θεωρούμε ως αρχική λύση την πιο συντηρητική, η οποία επικρατεί για το υπό αβεβαιότητα σύνολο. Αυτή η επιλογή επίλυσης έχει τα παρακάτω πλεονεκτήματα:

- Εξασφαλίζει ότι θα βρεθεί εφικτή λύση
- Η αρχική λύση μπορεί να εξασφαλιστεί επιλύοντας ένα ντετερμινιστικό πρόβλημα, αλλά και ευρετικά
- Σε αρκετά παραδείγματα η τιμή αυτής της λύσης δεν είναι αρκετά μακριά από την βέλτιστη.

Για την τοπική αναζήτηση, ορίζουμε τη γειτονιά μιας λύσης ως το σύνολο των λύσεων που μπορούν διαφέρουν σε πολύ Λ μεταβλητές w_{imv} σε σχέση την τρέχουσα λύση.

$$\sum_{(i,m) \in S_v^A, v \in V | \bar{w}_{imv}=0} w_{imv} + \sum_{(i,m) \in S_v^A, v \in V | \bar{w}_{imv}=1} (1 - w_{imv}) \leq \Lambda \quad (54)$$

Στον αλγόριθμο 3 εφαρμόζεται μια τεχνική επαναληπτικής τοπικής αναζήτησης. Η κύρια ιδέα σε αυτόν τον αλγόριθμο είναι να θεωρηθεί ως αρχική λύση η πιο συντηρητική, η οποία προκύπτει

από τον ένα πλαίσιο υπό αβεβαιότητας συνόλου (box uncertainty set). Το συγκεκριμένο πλαίσιο ορίζεται από ένα σύνολο γραμμικών ανισοτήτων και συγκεκριμένα από τις ανισώσεις (54). Αυτή η επιλογή έχει τρία πλεονεκτήματα:

- i. Εξασφαλίζει ότι η εφικτή λύση βρέθηκε
- ii. Η αρχική λύση λαμβάνεται επιλύοντας ένα ντετερμινιστικό πρόβλημα, δηλαδή κάνοντας εκτιμήσεις των παραμέτρων, αλλά μπορεί επίσης να ληφθεί και ευρετικά.
- iii. Σε πολλές περιπτώσεις ή τιμή αυτής της λύσης δεν απέχει πολύ από την τιμή της βέλτιστης εύρωστης λύσης.

Επομένως, οποιαδήποτε βελτίωση υπάρξει, θα δημιουργήσει καλά άνω όρια για αυτές τις περιπτώσεις.

Παρακάτω παρουσιάζεται ο αλγόριθμος 3:

Algorithm 3 (An MIP iterated local search-based approach for a given set of scenarios \mathcal{E}^*)

- 1: Solve the deterministic problem corresponding to the box uncertainty set for α seconds
- 2: repeat
- 3: Add constraints (54) to the model $R - IR(\mathcal{E}^*)$
- 4: Solve the model for β seconds using the warm start enhancement
- 5: Update the solution \bar{w}
- 6: until No improvement in the objective function is observed.

–warm start enhancement: χρησιμοποιείται η βέλτιστη λύση ενός απλοποιημένου προβλήματος βελτιστοποίησης για να μαντέψει τις αρχικές τιμές για το πρόβλημα που πραγματικά μας ενδιαφέρει.

Η νέα βελτιωμένη προσέγγιση δημιουργίας στήλης-σειράς δίνεται στον Αλγόριθμο 4. Στον συγκεκριμένο αλγόριθμο χρησιμοποιείται το σύνολο $ext(\mathcal{E}^T)$ το οποίο απεικονίζει το σύνολο των ακραίων σημείων του \mathcal{E}^T . Για να αποδειχθεί ότι η λύση είναι βέλτιστη, θα πρέπει το master πρόβλημα να λάβει υπόψη την τελευταία επανάληψη που λύθηκε βέλτιστα. Έτσι, για την επίλυση του master προβλήματος προτείνεται η χρήση του Αλγορίθμου 3 σε κάθε επανάληψη του αλγορίθμου αποσύνθεσης. Το μειονέκτημα είναι ότι δεν γνωρίζουμε εκ των προτέρων ποια είναι η τελευταία επανάληψη και αν θα υπάρξει κάποια καλύτερη λύση του προβλήματος. Σ αυτή την περίπτωση η επαναληπτική διαδικασία πρέπει να συνεχιστεί.

Ως εκ τούτου, από τα βήματα 1 έως 8 του Αλγορίθμου 4 λαμβάνεται η καλύτερη δυνατή λύση, η οποία χρησιμοποιείται για να δώσει τις αρχικές τιμές του ζεστού ξεκινήματος (warm start) στα βήματα 9-15.

Algorithm 4 (The enhanced column-and-row generation approach)

- 1: Initialize the subset $\mathcal{E}^* \subseteq ext(\mathcal{E}^T) \leftarrow \{\xi^*\}$ where ξ^* is a scenario with Γ delays
- 2: Solve the restricted $R - IR(\mathcal{E}^*)$ problem using Algorithm 3
- 3: Perform steps 2-4 of Algorithm 2
- 4: **while** There is a scenario ξ^* in $ext(\mathcal{E}^T) \setminus \mathcal{E}^*$, leading to a violation of a constraint (46)-(48)
do
- 5: Add ξ^* to \mathcal{E}^* (and add the corresponding variables and rows to the model)
- 6: Solve the new restricted $R - IR(\mathcal{E}^*)$ problem using Algorithm 3
- 7: Perform steps 2-4 of Algorithm 2
- 8: **end while**

- 9: Save the current best solution as incumbent
- 10: Solve the restricted $R - IR(\mathcal{E}^*)$ to optimality using the incumbent solution
- 11: Perform steps 2-4 of Algorithm 2
- 12: **while** There is a scenario ξ^* in $ext(\mathcal{E}^I) \setminus \mathcal{E}^*$, leading to a violation of a constraint (46)-(49) **do**
- 13: Add ξ^* to \mathcal{E}^* (and add the corresponding variables and rows to the model)
- 14: Solve the new restricted $R - IR(\mathcal{E}^*)$ using the incumbent solution
- 15: **end while**

2.3.1 Αποτελέσματα Πειραμάτων

Όλες οι δοκιμές εκτελέστηκαν σε υπολογιστή με επεξεργαστή Intel Core i5-2410M, έχοντας CPU 2,3 GHz και 8 GB RAM, χρησιμοποιώντας το λογισμικό βελτιστοποίησης Xpress Optimizer 21.01.00 με το Xpress Mosel 3.2.0. Ο πίνακας με τα 21 παραδείγματα που μελετήθηκαν, φαίνεται παρακάτω μαζί με τα αποτελέσματα. Στην πρώτη στήλη του πίνακα αναγράφονται οι τρεις περιπτώσεις κάθε ομάδας, που διαφέρουν μεταξύ τους στα αρχικά επίπεδα αποθέματος.

Inst.	(N , V)	Deterministic model		
		No. of rows	No. of col.	No. of int. var.
A1, A2, A3	(4,1)	765	545	273
B1, B2, B3	(3, 2)	767	590	302
C1, C2, C3	(4, 2)	1214	1042	530
D1, D2, D3	(5, 2)	1757	1622	822
E1, E2, E3	(5, 2)	1757	1622	822
F1, F2, F3	(4, 3)	1663	1539	787
G1, G2, G3	(6, 5)	4991	5717	2909

Πίνακας 4. Συνοπτικά στατιστικά στοιχεία για τα 21 παραδείγματα.

Πρώτη σύγκριση γίνεται για τα G1,G2,G3, για σύγκριση των αλγορίθμων αποσύνθεσης σε δισειπίλυτα προβλήματα.

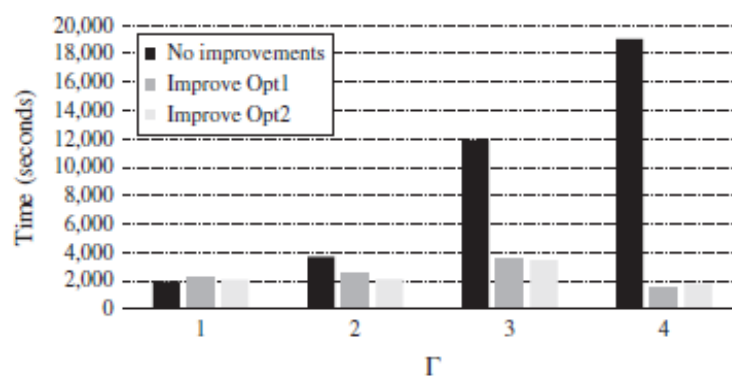
Instance	Δ	Γ	Cost	No improvements		Improve Opt1		Improve Opt2	
				Seconds	Iter	Seconds	Iter	Seconds	Iter
G1	0.2	0	645.8	975	0	-	-	-	-
		0	560.0	536	0	-	-	-	-
		1	560.0	1791	2	1325	2	1375	2
G2	1.6	2	589.9	13303	6	2818	6	1960	3
		3	589.9	14881	9	4728	5	3010	5
		4	631.4	>604800	>22	123981	13	63734	13
		0	550.7	712	0	-	-	-	-
G3	0.4	1	576.2	20999	7	1907	1	3650	4

Πίνακας 5. Αποτελέσματα υπολογισμού (για το χρόνο και τον αριθμό επαναλήψεων) για τις περιπτώσεις G1, G2 και G3.

Το Γ υποδεικνύει τον μέγιστο αριθμό καθυστερήσεων. Οι τιμές του κυμαίνονται από 0 (αντίστοιχα στο ντετερμινιστικό μοντέλο) μέχρι τον αριθμό καθυστερήσεων που οδηγούν στην ίδια λύση με

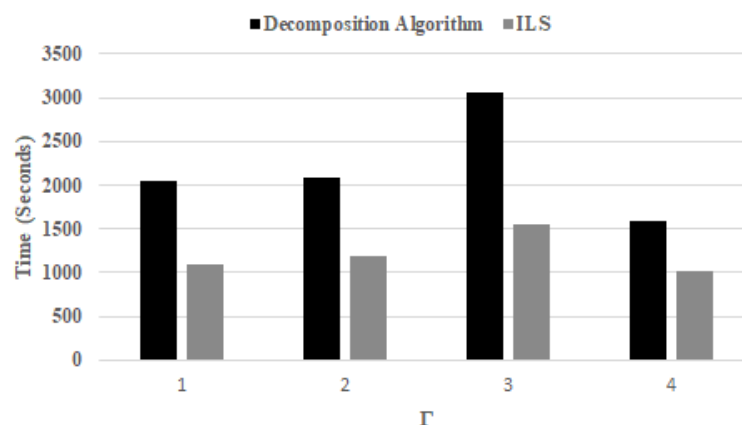
αυτήν που επιτεύχθηκε για το σετ αβεβαιότητας. Ενώ το Δ υποδεικνύει τη μέγιστη χρονική καθυστέρηση που μπορεί να προστεθεί σε όλους τους χρόνους ταξιδιού έτσι ώστε να προκύψει μια εφικτή λύση. Η στήλη *No improvements* αναφέρεται στη λύση του προβλήματος χωρίς τη χρήση βελτιώσεων, η στήλη *Improve Opt1* αναφέρεται στη λύση του προβλήματος χρησιμοποιώντας τις βελτιώσεις που προτείνονται στον αλγόριθμο 2 και η στήλη *Improve Opt2* αναφέρεται στη λύση του προβλήματος χρησιμοποιώντας όλες οι βελτιώσεις που μπορούν να χρησιμοποιηθούν.

Στο σχήμα 11 παρουσιάζεται ο συγκεντρωτικός χρόνος που απαιτείται από κάθε στρατηγική του αλγορίθμου αποσύνθεσης για την επίλυση όλων των περιπτώσεων, για τις διαφορετικές τιμές του Γ .



Σχήμα 11. Διάγραμμα για τον συνολικό υπολογιστικό χρόνο για όλες τις περιπτώσεις (εκτός από τις περιπτώσεις G1, G2 και G3), για τις διαφορετικές τιμές του Γ .

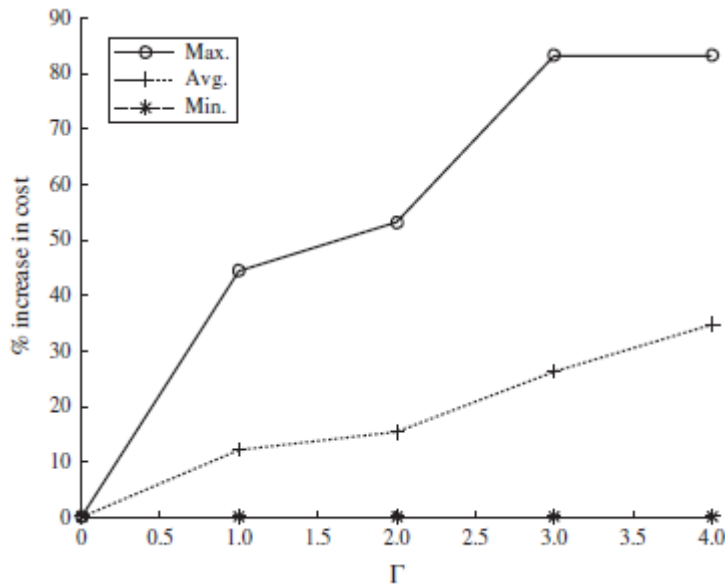
Στο σχήμα 12 παρουσιάζεται ο συγκεντρωτικός υπολογιστικός χρόνος που απαιτείται από την ευρετική ILS και τον αλγόριθμο αποσύνθεσης προκειμένου να ληφθεί εύρωστη λύση, για τις 21 περιπτώσεις. Όταν η πολυπλοκότητα του προβλήματος αυξάνεται, η ευρετική ILS γίνεται περισσότερο αποτελεσματική από τον αλγόριθμο αποσύνθεσης.



Σχήμα 12. Σύγκριση του συνολικού υπολογιστικού χρόνου που απαιτείται για τον αλγόριθμο αποσύνθεσης και για την ευρετική ILS για να ληφθεί η εύρωστη λύση για όλες τις περιπτώσεις (εκτός από τις περιπτώσεις G1, G2 και G3), για τις διαφορετικές τιμές του Γ .

Στο σχήμα 13 παρουσιάζεται το ελάχιστο, το μέσο και το μέγιστο ποσοστό αύξησης του κόστους, για όλες τις περιπτώσεις συναρτήσει του Γ . Παρατηρούμε ότι υπάρχει ένα ευρύ φάσμα στη

διακύμανση της αύξησης του κόστους ανάλογα με την περίπτωση. Πιο συγκεκριμένα, η ελάχιστη τιμή της είναι το 0, ενώ η μέγιστη τιμή της διπλασιάζει σχεδόν το κόστος, για $\Gamma = 4$.



Σχήμα 13. Ποσοστό αύξησης του κόστους συναρτήσει του Γ .

Γενικά η προστασία των λύσεων από πιθανές καθυστερήσεις κάνει πιο δύσκολο να λυθούν τα προβλήματα, καθώς οι χρόνοι λειτουργίας και ο αριθμός των επαναλήψεων τείνουν να αυξάνονται όταν ο αριθμός των συνδέσμων που μπορεί να υποστούν καθυστέρηση αυξάνεται.

Ανάλυση του υπολογιστικού χρόνου που απαιτείται από την κάθε προσέγγιση, δείχνει ότι, γενικά, οι εύρωστες λύσεις λαμβάνονται ταχύτερα όταν χρησιμοποιείται το ευρετικό ILS, όπως συνέβη στην περίπτωση των περιπτώσεων με ένα χρονικό ορίζοντα 30 ημερών.

Για όλες τις προσεγγίσεις, επιβλήθηκε χρονικό όριο 600 δευτερολέπτων για την επίλυση του κύριου προβλήματος στην κάθε επανάληψη. Αυτό σημαίνει ότι οι λύσεις που λήφθηκαν μπορεί να είναι μη βέλτιστες. Για αυτές τις περιπτώσεις, οι καλύτερες λύσεις ελήφθησαν χρησιμοποιώντας το ευρετικό ILS. Ωστόσο, ο υπολογιστικός χρόνος που απαιτείται για την απόκτηση αυτών των λύσεων είναι μεγαλύτερος από αυτόν που απαιτείται από την μέθοδο αποσύνθεσης, καθώς εκτελούνται περισσότερες επαναλήψεις.

2.4 MIRP Πρόβλημα Πολλαπλών Προϊόντων με Πολλαπλά Λιμάνια Παραγωγής και Κατανάλωσης

Στην ενότητα αυτή θα εξεταστεί ένα πρόβλημα δρομολόγησης αποθέματος μικρών αποστάσεων πολλαπλών προϊόντων στο οποίο ο ετερογενής στόλος των πλοίων μεταφέρει πολλαπλά προϊόντα από τους τόπους παραγωγής στις τοποθεσίες κατανάλωσης (Hemmati et al. 2016) [30].

Προτείνεται η επίλυση μίας διφασικής υβριδικής μαθευριστικής προσέγγισης - Hybrid Cargo Generating and Routing (HCGR).

Κατά την πρώτη φάση το πρόβλημα δρομολόγησης αποθέματος μετατρέπεται σε πρόβλημα δρομολόγησης και προγραμματισμού του πλοίου, δημιουργώντας φορτία που υπόκεινται σε όρια αποθεμάτων μέσω της χρήσης μαθηματικού προγραμματισμού.

Στη δεύτερη φάση, μια προσαρμοστική αναζήτηση ευρείας γειννίαςσης (Adaptive Large Neighborhood Search) επιλύει το πρόβλημα δρομολόγησης και προγραμματισμού πλοίων που προκύπτει. Η ευρετική HCGR τροποποιεί επαναληπτικά τα παραγόμενα φορτία με βάση τις πληροφορίες που αποκτήθηκαν κατά τη διαδικασία επεξεργασίας.

Στο SSIRP (Short Sea Routing Problem) πολλαπλών προϊόντων που εξετάζεται, κάθε προϊόν μπορεί να παραχθεί και να καταναλωθεί σε οποιονδήποτε αριθμό λιμένων.

Δεν υπάρχει προκαθορισμένος κανόνας για την ακολουθία των εργασιών φόρτωσης και εκφόρτωσης, έτσι τα πλοία μπορούν να φορτώσουν ή να εκφορτώσουν τα προϊόντα με οποιαδήποτε σειρά. Τα προϊόντα μεταφέρονται με ετερογενή στόλο, όπου τα πλοία διαφέρουν σε χαρακτηριστικά, όπως χωρητικότητα, ταχύτητα και κόστος μεταφοράς και χρόνο.

Παρακάτω παρατίθεται η επεξήγηση των παραμέτρων και των μεταβλητών που έχουν χρησιμοποιηθεί στη μοντελοποίηση του προβλήματος.

Δείκτες

i, j	Λιμάνια
v	Πλοία
k	Προϊόντα
m, n	Αριθμός επισκέψεων στο λιμάνι
(i, m)	Η m -οστή επίσκεψη στο λιμάνι i
(i, m, j, n)	Απευθείας μετάβαση πλοίου από το (i, m) στο (j, n)

Σύνολα

N	Το σύνολο των λιμανιών
\mathcal{V}	Το σύνολο των πλοίων
K_v	Το σύνολο των προϊόντων k , τα οποία το πλοίο v μπορεί να μεταφέρει
S_v^A	Το σύνολο όλων των πιθανών (i, m) επισκέψεων σε ένα λιμάνι για το πλοίο v
S_v^X	Το σύνολο όλων των πιθανών κινήσεων (i, m, j, n) για το πλοίο v

Παράμετροι

J_{ik}	Παίρνει την τιμή 1 αν το λιμάνι i είναι ο παραγωγός του προϊόντος k Παίρνει την τιμή -1 αν το λιμάνι i είναι ο καταναλωτής του προϊόντος k Παίρνει την τιμή 0 αν το λιμάνι i δεν είναι ούτε ο παραγωγός ούτε ο καταναλωτής του προϊόντος k
C_v	Χωρητικότητα του πλοίου v
$\underline{Q}_{ik}, \bar{Q}_{ik}$	Ελάχιστα και μέγιστα όρια της ποσότητας του προϊόντος k , η οποία θα ξεφορτωθεί ή θα φορτωθεί στο λιμάνι i στην κάθε επίσκεψη
T_{ik}^Q	Ο χρόνος για να εκφορτωθεί ή να φορτωθεί μια μονάδα του προϊόντος k στο λιμάνι i
T_{iv}^O	Ο χρόνος μετακίνησης από την αρχική θέση του πλοίου v στο λιμάνι i

T_{ijv}	Ο χρόνος μετακίνησης ανάμεσα στα λιμάνια i και j συμπεριλαμβανομένου του χρόνου προετοιμασίας στα λιμάνια από το πλοίο v
\bar{T}	Το μέγεθος του χρονικού ορίζοντα προγραμματισμού
$\bar{\mu}_i$	Άνω όριο για τον αριθμό των επισκέψεων στο λιμάνι i
S_{ik}^0	Αρχικό επίπεδο αποθεμάτων του προϊόντος k στο λιμάνι i
R_{ik}	Καθαρό ποσοστό παραγωγής ή κατανάλωσης του προϊόντος k στο λιμάνι i
$\underline{S}_{ik}, \bar{S}_{ik}$	Ελάχιστο και μέγιστο επίπεδο αποθεμάτων (χωρητικότητα δεξαμενής) του προϊόντος k στο λιμάνι i
$\underline{S}_{ik}^T, \bar{S}_{ik}^T$	Ελάχιστο και μέγιστο επίπεδο αποθεμάτων του προϊόντος k στο λιμάνι i στο τέλος του ορίζοντα προγραμματισμού
C_{ijv}^T	Συνολικό κόστος μεταφοράς από τα λιμάνια i και j με το πλοίο v
C_{iv}^{T0}	Συνολικό κόστος μεταφοράς από την αρχική θέση του πλοίου v στο λιμάνι i
C_{ik}^0	Σταθερό κόστος του χειρισμού του προϊόντος k στο λιμάνι i
C_{ik}^Q	Κόστος εκφόρτωσης ή φόρτωσης ανά μονάδα προϊόντος k στο λιμάνι i

Μεταβλητές

x_{imjnv}	Παίρνει την τιμή 1 αν το πλοίο v πλέει κατευθείαν από την επίσκεψη λιμανιού (i, m) προς την επίσκεψη λιμανιού (j, n) και 0 αλλιώς
x_{imv}^0	Παίρνει την τιμή 1 αν το πλοίο v πλέει κατευθείαν από την αρχική του θέση προς την επίσκεψη λιμανιού (i, m) και 0 αλλιώς
z_{imv}	Παίρνει την τιμή 1 αν το πλοίο v τελειώνει την διαδρομή του στην επίσκεψη λιμανιού (i, m) και 0 αλλιώς
z_v^0	Παίρνει την τιμή 1 αν το πλοίο v τελειώνει την διαδρομή του στο λιμάνι προέλευσής του (δεν χρησιμοποιείται) και 0 αλλιώς
w_{imv}	Παίρνει την τιμή 1 αν το πλοίο v φτάσει στο λιμάνι i στη m -οστή επίσκεψή του και 0 αλλιώς
y_{im}	Παίρνει την τιμή 1 αν ένα πλοίο φτάσει στο λιμάνι i στη m -οστή επίσκεψή του και 0 αλλιώς
o_{imvk}	Παίρνει την τιμή 1 αν το προϊόν k φορτώθηκε ή εκφορτώθηκε από το πλοίο v στην επίσκεψη λιμανιού (i, m) και 0 αλλιώς
l_{imvk}	Ποσότητα του προϊόντος k που βρίσκεται πάνω στο πλοίο v φεύγοντας από την επίσκεψη λιμανιού (i, m)
q_{imvk}	Ποσότητα του προϊόντος k που εκφορτώνονται ή φορτώνονται στην επίσκεψη λιμανιού (i, m) από το πλοίο v
t_{im}	Ώρα έναρξης της εκφόρτωσης ή φόρτωσης στην επίσκεψη λιμανιού (i, m)
t_{im}^E	Ώρα λήξης της εκφόρτωσης ή φόρτωσης στην επίσκεψη λιμανιού (i, m)
S_{imk}	Επίπεδα αποθέματος του προϊόντος k την στιγμή της έναρξης της εκφόρτωσης ή φόρτωσης στην επίσκεψη λιμανιού (i, m)

S_{imk}^E Επίπεδα αποθέματος του προϊόντος k την στιγμή της λήξης της εκφόρτωσης ή φόρτωσης στην επίσκεψη λιμανιού (i, m) **Αντικειμενική συνάρτηση**

$$\begin{aligned} \text{minimize} \quad & \sum_{v \in V} \sum_{(i,m,j,n) \in S_v^X} C_{ijv}^T \cdot x_{imjnv} + \sum_{v \in V} \sum_{(i,m) \in S_v^A} C_{iv}^{TO} \cdot x_{imv}^O \\ & + \sum_{v \in V} \sum_{(i,m) \in S_v^A} \sum_{k \in K_v} (C_{ik}^O \cdot o_{imvk} + C_{ik}^Q \cdot q_{imjvk}) \end{aligned} \quad (1)$$

υ.π.

Περιορισμοί δρομολόγησης

$$\sum_{(i,m) \in S_v^A} x_{imv}^O + z_v^O = 1, \quad v \in V \quad (2)$$

$$x_{imv}^O + \sum_{(j,n,l,m) \in S_v^X} x_{jnlimv} - w_{imv} = 0, \quad v \in V, (i,m) \in S_v^A \quad (3)$$

$$w_{imv} - \sum_{(i,m,j,n) \in S_v^X} x_{imjnv} - z_{imv} = 0, \quad v \in V, (i,m) \in S_v^A \quad (4)$$

$$\sum_{v \in V} w_{imv} = y_{im}, \quad (i,m) \in S^A \quad (5)$$

$$y_{i(m-1)} - y_{im} \geq 0, \quad (i,m) \in S^A: m \geq 0 \quad (6)$$

$$x_{imv}^O, w_{imv}, z_{imv} \in \{0,1\}, \quad v \in V, (i,m) \in S_v^A \quad (7)$$

$$x_{imjnv} \in \{0,1\}, \quad v \in V, (i,m,j,n) \in S_v^X \quad (8)$$

$$y_{im} \in \{0,1\}, \quad (i,m) \in S_v^A \quad (9)$$

$$z_v^O \in \{0,1\}, \quad v \in V \quad (10)$$

Περιορισμοί φόρτωσης και εκφόρτωσης

$$x_{imjnv} \cdot (l_{imvk} + J_{jk} q_{jnvk} - l_{jnvk}) = 0, \quad v \in V, (i,m,j,n) \in S_v^X, k \in K_v \quad (11)$$

$$x_{imv}^O \cdot (J_{ik} q_{imvk} - l_{imvk}) = 0, \quad v \in V, (i,m) \in S_v^A, k \in K_v \quad (12)$$

$$\sum_{k \in K_v} l_{imvk} \leq C_v \cdot \sum_{(j,n) \in S_v^A} x_{imjnv}, \quad v \in V, (i,m) \in S_v^A \quad (13)$$

$$Q_{ik} \cdot o_{imvk} \leq q_{imvk} \leq \bar{Q}_{ik} \cdot o_{imvk}, \quad v \in V, (i,m) \in S_v^A, k \in K_v \quad (14)$$

$$\sum_{k \in K_v} o_{imvk} \geq w_{imv}, \quad v \in V, (i,m) \in S_v^A \quad (15)$$

$$o_{imvk} \leq w_{imv}, \quad v \in V, (i,m) \in S_v^A, k \in K_v \quad (16)$$

$$l_{imvk}, q_{imvk} \geq 0, \quad v \in V, (i,m) \in S_v^A, k \in K_v \quad (17)$$

$$o_{imvk} \in \{0,1\}, \quad v \in V, (i,m) \in S_v^A, k \in K_v \quad (18)$$

Χρονικοί περιορισμοί

$$t_{im}^E \geq t_{im} + \sum_{v \in V} \sum_{k \in K_v} T_{ik}^Q \cdot q_{imvk}, \quad (i,m) \in S^A \quad (19)$$

$$t_{im} - t_{i(m-1)}^E \geq 0, \quad (i,m) \in S^A: m \geq 2 \quad (20)$$

$$x_{imjnv} \cdot (t_{im}^E + T_{ijv} - t_{jn}) \leq 0, \quad v \in V, (i,m,j,n) \in S_v^X \quad (21)$$

$$\sum_{v \in V} T_{iv}^O \cdot x_{imv}^O \leq t_{im}, \quad (i, m) \in S^A \quad (22)$$

$$t_{im}, t_{im}^E \geq 0 \quad (i, m) \in S^A \quad (23)$$

Περιορισμοί αποθέματος

$$s_{i1k} = s_{ik}^O + J_{ik} \cdot R_{ik} \cdot t_{i1}, \quad i \in N, k \in K \quad (24)$$

$$s_{imk}^E = s_{imk} - \sum_{v \in V} J_{ik} \cdot q_{imvk} + J_{ik} \cdot R_{ik} \cdot (t_{im}^E - t_{im}), \quad (i, m) \in S^A, k \in K \quad (25)$$

$$s_{imk} = s_{i(m-1)k}^E + J_{ik} \cdot R_{ik} \cdot (t_{im} - t_{i(m-1)}^E), \quad (i, m) \in S^A: m \geq 2, k \in K \quad (26)$$

$$\underline{s}_{ik} \leq s_{imk}, s_{imk}^E \leq \bar{s}_{ik}, \quad (i, m) \in S^A, k \in K \quad (27)$$

$$\underline{s}_{ik}^T \leq s_{i\bar{m}_i k}^E + J_{ik} \cdot R_{ik} \cdot (\bar{T} - t_{i\bar{m}_i}^E) \leq \bar{s}_{ik}^T, \quad i \in N, k \in K \quad (28)$$

$$s_{imk}, s_{imk}^E \geq 0 \quad (i, m) \in S^A, k \in K \quad (29)$$

Στην αντικειμενική συνάρτηση (1) πρέπει να ελαχιστοποιηθεί το συνολικό κόστος μεταφοράς και λειτουργίας λιμένων.

Οι εξισώσεις (2) διασφαλίζουν ότι κάθε πλοίο αναχωρεί από την αρχική του θέση και πλέει προς άλλο λιμάνι ή δεν χρησιμοποιείται.

Οι εξισώσεις (3) και (4) είναι οι περιορισμοί διατήρησης της ροής, διασφαλίζοντας ότι ένα πλοίο φτάνει σε ένα λιμάνι και είτε φεύγει από αυτό το λιμάνι για επίσκεψη σε άλλο, είτε τερματίζει τη διαδρομή του.

Οι περιορισμοί (5) διασφαλίζουν ότι κάθε επίσκεψη στο λιμάνι (i, m) πραγματοποιείται το πολύ μία φορά. Οι περιορισμοί (6) δηλώνουν ότι εάν το λιμάνι i δέχεται επισκέψεις m φορές, τότε πρέπει επίσης να έχει δεχτεί πριν $m-1$ επισκέψεις.

Οι περιορισμοί (7) - (10) ορίζουν τις μεταβλητές ως δυαδικές.

Οι μη γραμμικές εξισώσεις (11) καθορίζουν την ποσότητα του προϊόντος k στο πλοίο v όταν ταξιδεύει από το λιμάνι (i, m) στο λιμάνι (j, n) . Ο περιορισμός (12) είναι παρόμοιος με τον (11) και καθορίζει το φορτίο επί του πλοίου κατά την πρώτη επίσκεψη. Η χωρητικότητα του πλοίου επιβάλλεται μέσω του περιορισμού (13).

Ο περιορισμός (14) επιβάλλει τα κατώτερα και ανώτερα όρια στις φορτωμένες και εκφορτωμένες ποσότητες. Ο περιορισμός (15) διασφαλίζει ότι εάν το πλοίο v πραγματοποιεί επίσκεψη στο λιμάνι (i, m) , τότε τουλάχιστον ένα προϊόν πρέπει να εκφορτωθεί ή να φορτωθεί. Ο περιορισμός (16) διασφαλίζει ότι εάν το πλοίο v εκφορτώσει ή φορτώσει ένα προϊόν κατά την επίσκεψη στο λιμάνι (i, m) , τότε το w_{imv} πρέπει να είναι ίσο με 1.

Ο περιορισμός (19) καθορίζει την ώρα λήξης της επίσκεψης στο λιμάνι (i, m) . Ο περιορισμός (20) δηλώνει ότι όταν ξεκινά η επίσκεψη (i, m) , πρέπει να έχει τελειώσει η επίσκεψη $(i, m - 1)$.

Ο περιορισμός (21) σχετίζει την ώρα λήξης της επίσκεψης στο λιμάνι (i, m) με την ώρα έναρξης της επίσκεψης στο λιμάνι (j, n) όταν το πλοίο πηγαίνει απευθείας από το ένα λιμάνι στο άλλο. Ο περιορισμός (22) διασφαλίζει ότι εάν το πλοίο ταξιδεύει από την αρχική θέση απευθείας στο λιμάνι (i, m) , τότε η ώρα έναρξης είναι τουλάχιστον ο χρόνος μεταφοράς μεταξύ των δύο θέσεων. Η εξίσωση (24) παρέχει το επίπεδο αποθέματος κάθε προϊόντος κατά την πρώτη επίσκεψη. Η εξίσωση (25) παρέχει το επίπεδο αποθέματος κάθε προϊόντος, όταν η διανομή τελειώνει στην επίσκεψη (i, m) . Ομοίως, η εξίσωση (26) συσχετίζει το επίπεδο αποθέματος κατά την έναρξη της επίσκεψης στο λιμάνι (i, m) με το επίπεδο αποθέματος στο τέλος της επίσκεψης $(i, m - 1)$. Τα ανώτερα και κατώτερα όρια στα επίπεδα αποθέματος διασφαλίζονται από τους περιορισμούς (27), (28).

Η ευρετική HCGR που έχει αναπτυχθεί για το SSIRP βασίζεται στην ιδέα της μετατροπής ενός προβλήματος δρομολόγησης αποθέματος σε πρόβλημα δρομολόγησης και προγραμματισμού πλοίων. Στο πρόβλημα δρομολόγησης προγραμματισμού πλοίων, η ναυτιλιακή εταιρεία έχει ένα σύνολο φορτίων που έχει δεσμευτεί να μεταφέρει. Κάθε φορτίο πρέπει να παραλαμβάνεται από το λιμάνι φόρτωσης, να μεταφέρεται και να παραδίδεται στο αντίστοιχο λιμάνι εκφόρτωσης. Τα χρονικά παράθυρα καθορίζονται από τον επιτρεπόμενο χρόνο άφιξης στα λιμάνια. Επομένως, θα πρέπει να οριστούν τα φορτία με καθορισμένους λιμένες προέλευσης και προορισμού, η ποσότητα που πρέπει να μεταφερθεί και τα χρονικά παράθυρα για τους λιμένες προέλευσης και προορισμού, έτσι ώστε να μετατραπεί το SSIRP σε ένα πρόβλημα δρομολόγησης και προγραμματισμού πλοίου. Οι Hemmati et al. (2015) [32] εισήγαγε μια ευρετική για την επίλυση ενός συνδυαστικού προβλήματος δρομολόγησης φορτίου και δρομολόγησης αποθέματος που αντιμετωπίζει μια ναυτιλιακή εταιρεία. Υπέθεσαν ότι τα αποθέματα είναι ζευγάρια και στη συνέχεια εισήγαγαν φορτία για να αντικαταστήσουν τη διαχείριση αποθεμάτων για κάθε ζεύγους αποθεμάτων. Σε αυτή την εργασία (Hemmati et al. 2016) [30], αντί για ζεύγη αποθεμάτων, υπάρχουν αποθήκες για πολλά προϊόντα με δομή διανομής πολλά προς πολλά, γεγονός που καθιστά τη διαδικασία καθορισμού του κάθε φορτίου πιο δύσκολη.

Για να επιτύχουμε την απαιτούμενη μετατροπή, σε πρώτη φάση μετατρέπουμε το SSIRP σε πρόβλημα δρομολόγησης και προγραμματισμού πλοίων δημιουργώντας φορτία με βάση τις πληροφορίες απογραφής. Οι ποσότητες φόρτωσης και εκφόρτωσης, για καθένα από τα φορτία που παράγονται, προσδιορίζονται με την επίλυση ενός μοντέλου μεταφοράς, ενώ τα χρονικά παράθυρα για την έναρξη των διαδικασιών φόρτωσης ή εκφόρτωσης καθορίζονται με την επίλυση ενός μοντέλου χρονικού παραθύρου.

Το HCGR υπολογίζει πρώτα την ελάχιστη συνολική ποσότητα κάθε προϊόντος που πρέπει να φορτωθεί ή εκφορτωθεί σε κάθε λιμάνι, λαμβάνοντας υπόψη το καθαρό ποσοστό παραγωγής ή κατανάλωσης, τα όρια των αποθεμάτων και τα επίπεδα αποθεμάτων στην αρχή του ορίζοντα προγραμματισμού. Στη συνέχεια εφαρμόζεται το μοντέλο μεταφοράς, που αναφέρθηκε στην προηγούμενη παράγραφο, προσδιορίζοντας την ποσότητα κάθε προϊόντος για μεταφορά από κάθε λιμάνι προέλευσης σε κάθε λιμάνι προορισμού.

Έχοντας καθορίσει τα αρχικά φορτία και τα χρονικά παράθυρα, ένα πρώτο πρόβλημα δρομολόγησης και προγραμματισμού λύνεται από ένα ευρετικό αλγόριθμο αναζήτησης προσαρμοζόμενης μεγάλης γειτονιάς (Adaptive Large Neighborhood Search – ALNS).

Μετά την επίλυση του προβλήματος δρομολόγησης και προγραμματισμού του πρώτου πλοίου, η ευρετική HCGR δημιουργεί νέες εναλλακτικές ποσότητες φορτίου και τις προσθέτει σε μια λίστα.

Παράγει έπειτα όλους τους πιθανούς συνδυασμούς αυτών των ποσοτήτων φορτίου σε όλα τα σύνολα των ομοιογενών συνόλων φορτίων, δηλαδή ένα σύνολο φορτίων που έχουν τα ίδια λιμάνια προορισμού και προέλευσης, αλλά πιθανώς να αντιπροσωπεύουν διαφορετικές ποσότητες φορτίου και έχουν διαφορετικά χρονικά παράθυρα. Τα φορτία που ανήκουν σε ένα ομοιογενές σύνολο φορτίου στην ευρετική HCGR τελικά αλλάζουν, έτσι ώστε να ορίσουν μέσω μίας επαναληπτικής διαδικασίας τα νέα προβλήματα δρομολόγησης και προγραμματισμού πλοίων. Αντίθετα, τα υπόλοιπα φορτία, δηλαδή εκείνα τα οποία δεν ανήκουν σε κανένα ομοιογενές σύνολο φορτίων δεν αλλάζουν κατά την εκτέλεση της ευρετικής HCGR.

Επειδή στο πρόβλημα δρομολόγησης και προγραμματισμού πλοίου, κάθε φορτίο έχει ξεχωριστά χρονικά παράθυρα για το λιμάνι φόρτωσης και το λιμάνι εκφόρτωσης, στο επόμενο βήμα η ευρετική HCGR λαμβάνει υπόψη όλα τα όρια αποθέματος για κάθε προϊόν προκειμένου να υπολογίσει τα έγκυρα χρονικά παράθυρα για τα φορτία στα λιμάνια φόρτωσης και εκφόρτωσης. Το μοντέλο εγγυάται ότι τα επίπεδα αποθέματος θα παραμείνουν εντός των ορίων τους όσο τα φορτία φορτώνονται και εκφορτώνονται μέσα σε αυτά τα χρονικά παράθυρα. Στη συνέχεια, έχοντας καθορίσει τα αρχικά φορτία και τα χρονικά περιθώρια, ένα πρώτο πρόβλημα

δρομολόγησης και προγραμματισμού πλοίου λύνεται από ένα ευρετικό αλγόριθμο αναζήτησης προσαρμοζόμενης μεγάλης γειτονιάς (Adaptive Large Neighborhood Search – ALNS), ο οποίος θα παρουσιαστεί αναλυτικά παρακάτω μέσω του αλγόριθμου 2. Αφού λυθεί το πρώτο πρόβλημα δρομολόγησης και προγραμματισμού πλοίων, η ευρετική HCGR δημιουργεί νέες εναλλακτικές ποσότητες φορτίου και τις προσθέτει σε μία λίστα. Οι νέες ποσότητες φορτίου ορίζονται για κάθε ομοιογενές σύνολο φορτίου με βάση κάποια κριτήρια που θα παρουσιαστούν παρακάτω, μέσω του αλγόριθμου 3. Η ευρετική HCGR δημιουργεί στη συνέχεια όλους τους πιθανούς συνδυασμούς αυτών των ποσοτήτων φορτίων σε όλα τα ομοιογενή σύνολα φορτίου. Ο αριθμός αυτών των συνδυασμών αυξάνεται με εκθετικό βαθμό σε παραμέτρους, όπως ο αριθμός των αποθεμάτων, ο αριθμός των προϊόντων και το μήκος του ορίζοντα προγραμματισμού. Για να μειωθούν οι χρόνοι λύσης, ο ALNS δεν εφαρμόζεται σε όλους τους πιθανούς συνδυασμούς φορτίου, αλλά εφαρμόζεται ένας αλγόριθμος ομαδοποίησης k -συστάδων, έτσι ώστε να χωριστούν οι συνδυασμοί σε συστάδες παρόμοιων συνδυασμών. Έπειτα, χρησιμοποιείται μια επαναληπτική διαδικασία για την επιλογή νέων συνδυασμών ποσότητας φορτίων που χρησιμοποιούνται ως είσοδος στον ALNS.

Algorithm 1 HCGR heuristic

- 1: **Inputs:** time horizon, number of ports, number of ships, number of products, net production-consumption rate, lower stock limits, upper stock limits, initial stocks, ending lower and upper stock limits, ship capacities, ship-port compatibility, transportation time table, transportation cost table, minimum and maximum limits on the loaded and unloaded quantity, loading and unloading times per unit, fixed costs, costs per unit
- 2: **For** each product k
- 3: **For** each port i
- 4: **Determine total quantity** of each product to be transported from and to each port
- 5: **End-for**
- 6: Solve the **Transportation Model** to initialize the cargoes for product k with quantities, origins and destinations
- 7: Solve the **Time Window Model** to find the time windows for the cargoes
- 8: Find the fixed and per unit unloading or loading times per cargo
- 9: **End-for**
- 10: Solve the cargo routing problem by **ALNS** considering all cargoes to get a solution, S , and an objective function value, $f(S)$
- 11: Find **homogeneous cargo set**
- 12: **For** each homogeneous cargo set
- 13: **For** each cargo inside the set
- 14: Create pool of **New cargo quantity**
- 15: **End-for**
- 16: **End-for**
- 17: Generate all possible combinations of cargo quantities
- 18: Use **k-means clustering algorithm*** to cluster the combinations
- 19: **For** (Iterations < Max Iteration)
- 20: **Cluster Selection** to select potentially improving clusters
- 21: Pick a random combination from the selected cluster which is not explored yet
- 22: Update the quantities of the cargoes using the combination picked
- 23: Optimize the **Time Windows Model** to find the time windows for new cargoes

- 24: Find the fixed per unit loading and unloading times per cargo based on new quantities
- 25: Solve the new cargo routing problem by **ALNS** considering all cargoes to get a solution, S' , and an objective function value, $f(S')$
- 26: **If** ($f(S') < f(S)$) **then**
- 27: $S = S'$
- 28: **End-if**
- 29: **adjust cluster weights**
- 30: **End-for**

– New cargo quantity: Δημιουργείται από τα πρώτα $m - 1$ φορτία του συνόλου

Στη γραμμή 4, ο αλγόριθμος 1 καθορίζει, για κάθε προϊόν k και κάθε λιμάνι i , την ελάχιστη ποσότητα Q_{ik}^T , που πρέπει να φορτωθεί ή να εκφορτωθεί έτσι ώστε να διασφαλιστεί ότι το επίπεδο αποθέματος για το προϊόν k στο λιμάνι i θα παραμείνει εντός των ορίων του στο τέλος του ορίζοντα σχεδιασμού. Μέσω της εξίσωσης (30) υπολογίζονται οι ελάχιστες συνολικές ποσότητες για τους τόπους παραγωγής ($J_{ik} > 0$) και τους τόπους κατανάλωσης ($J_{ik} < 0$) στο τέλος του χρονικού ορίζοντα.

$$Q_{ik}^T = \begin{cases} S_{ik}^O + (\bar{T} \cdot R_{ik}) - \bar{S}_{ik}^T, & J_{ik} > 0 \\ \underline{S}_{ik}^T + (\bar{T} \cdot R_{ik}) - S_{ik}^O, & J_{ik} < 0 \end{cases} \quad (30)$$

Το μοντέλο μεταφοράς καθορίζει, για κάθε προϊόν, πόσες φορές πρέπει να μεταφέρεται φορτίο μεταξύ κάθε ζεύγους λιμένων παραγωγής και κατανάλωσης. Ελαχιστοποιεί το συνολικό κόστος μεταφοράς και διακίνησης φορτίου, λαμβάνοντας υπόψη την ελάχιστη συνολική ποσότητα που φορτώνεται σε λιμάνι παραγωγής Q_{ik}^T , την ελάχιστη συνολική ποσότητα που εκφορτώνεται σε κάθε λιμάνι κατανάλωσης Q_{jk}^T και τα ανώτερα και κατώτατα όρια στις ποσότητες που μεταφέρονται.

h	Αριθμός φορτίου μεταφοράς μεταξύ δύο συγκεκριμένων λιμανιών
C_{ij}	Ελάχιστο κόστος μεταφοράς από το λιμάνι i στο λιμάνι j ($C_{ij} = \min_{v \in V} C_{ijv}^T, i, j \in N$)
H	Το σύνολο των φορτίων μεταφοράς ανάμεσα σε δύο λιμάνια
$\bar{\mu}_{ik}$	Άνω όριο για τον αριθμό των επισκέψεων στο λιμάνι i για το προϊόν k
\bar{Q}_{ijk}	Άνω όριο της ποσότητας του προϊόντος k , που μεταφέρεται από το λιμάνι i στο j , $\bar{Q}_{ijk} = \min(\bar{Q}_{ik}, \bar{Q}_{jk}, \min_v C_v)$
\underline{Q}_{ijk}	Κάτω όριο της ποσότητας του προϊόντος k , που μεταφέρεται από το λιμάνι i στο j , $\underline{Q}_{ijk} = \max(\underline{Q}_{ik}, \underline{Q}_{jk})$
x_{ijh}	Ποσότητα που μεταφέρεται από το λιμάνι i στο j με αριθμό φορτίου h
y_{ijh}	Παίρνει την τιμή 1 αν το h – οστό φορτίο από το λιμάνι i στο j υπάρχει και 0 διαφορετικά
$\varepsilon_{ij}, \delta_{ij}$	Διαταραχές των αντικειμενικών συντελεστών για τα φορτία από το λιμάνι i στο j

Ο δείκτης h , το σύνολο H και οι μεταβλητές απόφασης x_{ijh} και y_{ijh} ορίζονται για το προϊόν k . Το μοντέλο μεταφοράς για το προϊόν k μπορεί να δηλωθεί ως εξής:

$$\text{Minimize } \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} \sum_{h \in H} (C_{ij} + C_{ik}^o + C_{jk}^o + \varepsilon_{ij}) \cdot y_{ijh} + (C_{ik}^q + C_{jk}^q + \delta_{ij}) \cdot x_{ijh} \quad (31)$$

υ.π.

$$\sum_{j \in N} \sum_{h \in H} x_{ijh} \geq Q_{ik}^T, \quad i \in N, J_{ik} > 0 \quad (32)$$

$$\sum_{i \in N} \sum_{h \in H} x_{ijh} \geq Q_{jk}^T, \quad j \in N, J_{jk} < 0 \quad (33)$$

$$Q_{ijk} \cdot y_{ijh} \leq x_{ijh} \leq \bar{Q}_{ijk} \cdot y_{ijh}, \quad i, j \in N, h \in H, J_{ik} > 0, J_{jk} < 0 \quad (34)$$

$$\sum_{j \in N} \sum_{h \in H} y_{ijh} \leq \bar{\mu}_{ik}, \quad i \in N, h \in H, J_{ik} > 0 \quad (35)$$

$$\sum_{i \in N} \sum_{h \in H} y_{ijh} \leq \bar{\mu}_{jk}, \quad j \in N, h \in H, J_{jk} < 0 \quad (36)$$

$$y_{ij(h-1)} - y_{ijh} \geq 0, \quad i, j \in N, h \in H \setminus \{1\}, J_{ik} > 0, J_{jk} < 0 \quad (37)$$

$$x_{ijh} \geq 0, \quad i, j \in N, h \in H, J_{ik} > 0, J_{jk} < 0 \quad (38)$$

$$y_{ijh} \in \{0, 1\} \quad i, j \in N, h \in H, J_{ik} > 0, J_{jk} < 0 \quad (39)$$

Ο περιορισμός (31) ελαχιστοποιεί το άθροισμα του συνολικού κόστους μεταφοράς, το σταθερό κόστος λειτουργίας στα λιμάνια και το κόστος φόρτωσης και εκφόρτωσης μονάδας στα λιμάνια. Διαταραχές μπορούν να εισαχθούν στην αντικειμενική συνάρτηση, δίνοντας τη δυνατότητα απόκτησης διαφορετικών λύσεων. Οι περιορισμοί (32) διασφαλίζουν ότι η ελάχιστη απαιτούμενη ποσότητα φορτώνεται στον ορίζοντα προγραμματισμού σε λιμάνια με καθαρή παραγωγή. Οι περιορισμοί (33) διασφαλίζουν ότι η ελάχιστη απαιτούμενη ποσότητα εκφορτώνεται σε λιμένες με καθαρή κατανάλωση. Οι περιορισμοί (34) επιβάλλουν χαμηλότερα και ανώτερα όρια στα ποσά μεταφοράς, ενώ οι περιορισμοί (35), (36) ελέγχουν τον αριθμό των επισκέψεων στα λιμάνια.

Ο περιορισμός (37) διαφυλάσσει ότι αν το φορτίο h για το προϊόν k από το λιμάνι i στο j , υπάρχει, με $h > 1$, πρέπει να υπάρχει και το φορτίο $h-1$.

Το μοντέλο χρονικού παραθύρου δημιουργεί μεγάλα εφικτά χρονικά περιθώρια για τα λιμάνια προέλευσης και προορισμού που αντιστοιχούν σε κάθε φορτίο. Αυτό το μοντέλο εγγυάται ότι τα επίπεδα αποθέματος για το προϊόν k παραμένουν εντός των ορίων τους σε όλο τον ορίζοντα σχεδιασμού, εφόσον τα φορτία φορτώνονται και εκφορτώνονται εντός των χρονικών παραθύρων.

G_k	Το σύνολο των φορτίων για το προϊόν k που δημιουργείται από το φορτίο g
P_g	Το λιμάνι φόρτωσης του φορτίου g
D_g	Το λιμάνι εκφόρτωσης του φορτίου g
Q_g	Η ποσότητα του φορτίου g
S_{ig}^S	Το σωρευτικό άθροισμα των ποσοτήτων των φορτίων που φορτώνονται ή εκφορτώνονται από ή προς το λιμάνι i ακριβώς πριν την εκφόρτωση ή την φόρτωση του φορτίου g στο λιμάνι i
S_{ig}^E	Το σωρευτικό άθροισμα των ποσοτήτων των φορτίων που φορτώνονται ή εκφορτώνονται από ή προς το λιμάνι i ακριβώς

	μετά την εκφόρτωση ή την φόρτωση του φορτίου g στο λιμάνι i ($S_{ig}^E = S_{ig}^S + Q_g$)
T_{ij}^M	Ο ελάχιστος χρόνος μεταφοράς από το λιμάνι i στο λιμάνι j ($T_{ij}^M = \min_{v \in V} \{T_{ijv}\}, i, j \in N$)
$[t_g^{PS}, t_g^{PF}]$	Το χρονικό διάστημα για το φορτίο g που παρέμεινε στο λιμάνι φόρτωσης
$[t_g^{DS}, t_g^{DF}]$	Το χρονικό διάστημα για το φορτίο g που παρέμεινε στο λιμάνι εκφόρτωσης

Στη συνέχεια αναφέρουμε τη μαθηματική διατύπωση για το χρονικό παράθυρο, για κάθε $k \in K$ και $g \in G_k$:

$$\text{Maximize } t_g^{PF} - t_g^{PS} + t_g^{DF} - t_g^{DS} \quad (40)$$

υ.π.

$$\underline{S}_{P_gk} \leq S_{P_gk}^O - S_{P_gg}^S + (R_{P_gk} \cdot t_g^{PS}) \leq \bar{S}_{P_gk}, \quad (41)$$

$$\underline{S}_{P_gk} \leq S_{P_gk}^O - S_{P_gg}^S + (R_{P_gk} \cdot t_g^{PF}) \leq \bar{S}_{P_gk}, \quad (42)$$

$$\underline{S}_{D_gk} \leq S_{D_gk}^O + S_{D_gg}^S - (R_{D_gk} \cdot t_g^{DS}) \leq \bar{S}_{D_gk}, \quad (43)$$

$$\underline{S}_{D_gk} \leq S_{D_gk}^O + S_{D_gg}^S - (R_{D_gk} \cdot t_g^{DF}) \leq \bar{S}_{D_gk}, \quad (44)$$

$$\underline{S}_{P_gk} \leq S_{P_gk}^O - S_{P_gg}^E + (R_{P_gk} \cdot T_{P_gk}^Q \cdot Q_g) + (R_{P_gk} \cdot t_g^{PS}) \leq \bar{S}_{P_gk}, \quad (45)$$

$$\underline{S}_{P_gk} \leq S_{P_gk}^O - S_{P_gg}^E + (R_{P_gk} \cdot T_{P_gk}^Q \cdot Q_g) + (R_{P_gk} \cdot t_g^{PF}) \leq \bar{S}_{P_gk}, \quad (46)$$

$$\underline{S}_{D_gk} \leq S_{D_gk}^O + S_{D_gg}^E - (R_{D_gk} \cdot T_{D_gk}^Q \cdot Q_g) - (R_{D_gk} \cdot t_g^{DS}) \leq \bar{S}_{D_gk}, \quad (47)$$

$$\underline{S}_{D_gk} \leq S_{D_gk}^O + S_{D_gg}^E - (R_{D_gk} \cdot T_{D_gk}^Q \cdot Q_g) - (R_{D_gk} \cdot t_g^{DF}) \leq \bar{S}_{D_gk}, \quad (48)$$

$$t_g^{PS} \leq t_g^{PF}, \quad (49)$$

$$t_g^{DS} \leq t_g^{DF}, \quad (50)$$

$$t_g^{PF} \leq \bar{T}, \quad (51)$$

$$t_g^{DF} \leq \bar{T}, \quad (52)$$

$$t_g^{DS} - t_g^{PS} \geq T_{P_gD_g}^M, \quad (53)$$

$$t_g^{DF} - t_g^{PF} \geq T_{P_gD_g}^M, \quad (54)$$

$$t_g^{PS}, t_g^{PF}, t_g^{DS}, t_g^{DF} \geq 0 \quad (55)$$

Η αντικειμενική συνάρτηση (40) μεγιστοποιεί το πλάτος των χρονικών παραθύρων, ενώ οι περιορισμοί (41) - (48) εξασφαλίζουν ότι τα αποθέματα παραμένουν εντός των ορίων τους κατά τη διάρκεια του ορίζοντα προγραμματισμού. Οι περιορισμοί (49) - (50) δηλώνουν ότι το χρονικό παράθυρο πρέπει να ξεκινήσει πριν τελειώσει και οι περιορισμοί (51) - (52) δηλώνουν αυτό το χρονικό παράθυρο πρέπει να τελειώσει πριν από το τέλος του ορίζοντα προγραμματισμού. Οι περιορισμοί (53) - (54) δείχνουν ότι το χρονικό περιθώριο στον κόμβο εκφόρτωσης δε μπορεί να ξεκινά ή να τελειώνει νωρίτερα από την ώρα έναρξης ή λήξης στον κόμβο φόρτωσης συν το συντομότερο χρόνο μεταφοράς μεταξύ των δύο.

Ο ευρετικός ALNS χρησιμοποιείται για την επίλυση του προβλήματος δρομολόγησης και προγραμματισμού του πλοίου που δημιουργείται με τον καθορισμό φορτίων και αντίστοιχων χρονικών περιθωρίων. Χρησιμοποιεί αρκετές τεχνικές αφαίρεσης και εισαγωγής και σε κάθε επανάληψη, χρησιμοποιώντας στατιστικά στοιχεία που συγκεντρώθηκαν κατά την αναζήτηση,

επιλέγει μια τεχνική κατάργησης για κατάργηση φορτίων από τη λύση και μία τεχνική εισαγωγής για να επανεισαχθούν φορτία στη λύση.

Ο γενικός ψευδοκώδικας για τον ευρετικό ALNS βασίζεται στον ευρετικό αλγόριθμο των Hemmati et al. (2014) [31] που είχαν χρησιμοποιήσει για το πρόβλημα δρομολόγησης φορτίου και περιγράφεται στον αλγόριθμο 2:

Algorithm 2 ALNS heuristic for a ship routing and scheduling problem

```

1: Function ALNS
2:   generate initial solution  $s$  with objective function of  $f(s)$ 
3:    $s_{best} = s, f(s_{best}) = f(s)$ 
4:   Repeat
5:      $s' = s$ 
6:     select removal and insertion operators based on search parameters
7:     choose the number,  $q$ , of cargoes to remove
8:     remove  $q$  cargoes from  $s'$ 
9:     reinsert the removed cargoes into  $s'$ 
10:    If ( $f(s') < f(s_{best})$ ) then
11:       $s_{best} = s'$ 
12:    End-if
13:    If accept ( $s', s$ ) then
14:       $s = s'$ 
15:    End-if
16:    update search parameters
17:  Until stop-criterion met
18:  return  $s_{best}$ 

```

Η συνάρτηση $\text{accept}(s', s)$ εφαρμόζει ένα προσομοιωμένο κριτήριο αποδοχής της λύσης σύμφωνα με ένα τυπικό σφάλμα που έχουν ορίσει οι συγγραφείς. Πιο συγκεκριμένα, σύμφωνα με τους Hemmati et al. (2014) [31] θα πρέπει να δεχόμαστε λύσεις σε δύο περιπτώσεις:

- i. Όταν η νέα λύση είναι καλύτερη από την τρέχουσα
- ii. Όταν η νέα λύση είναι χειρότερη από την τρέχουσα λύση με πιθανότητα $e^{-\frac{|f-f_{new}|}{T}}$, όπου f είναι η τρέχουσα λύση, f_{new} είναι η νέα λύση και T μια θετική σταθερά.

Δεδομένου ότι ο αριθμός των πιθανών συνδυασμών φορτίων είναι τεράστιος, το ALNS δεν εφαρμόζεται σε όλους. Αντ' αυτού, πραγματοποιείται μια συστηματική επιλογή. Οι συνδυασμοί ομαδοποιούνται χρησιμοποιώντας τον αλγόριθμο συσταδοποίησης k -means με βάση ένα μέτρο ομοιότητας, συγκεκριμένα την Ευκλείδεια νόρμα.

Αρχικά επιλέγουμε k κέντρα συστάδων που είναι όσο το δυνατόν πιο μακριά το ένα από το άλλο. Στη συνέχεια, κάθε συνδυασμός εκχωρείται στο πλησιέστερο κέντρο συστάδας, με βάση το μέτρο ομοιότητας. Όταν ολοκληρωθεί αυτή η διαδικασία ανάθεσης, υπολογίζεται ένα νέο κέντρο για κάθε σύμπλεγμα χρησιμοποιώντας τα σημεία που του έχουν εκχωρηθεί. Η ανάθεση ξεκινά ξανά ξανά χρησιμοποιώντας αυτή τη φορά τα νέα κέντρα συμπλέγματος. Ως αποτέλεσμα αυτού του βρόχου, τα κέντρα k ενδέχεται να αλλάζουν μεταξύ των επαναλήψεων. Όταν τα κέντρα σταματήσουν να μετακινούνται, έχει επιτευχθεί ένα τοπικό ελάχιστο και η διαδικασία τερματίζεται. Η παραπάνω διαδικασία αποτελεί την περιγραφή του αλγόριθμου 3.

Algorithm 3 k-means clustering algorithm

- 1: Choose k random points to set as cluster centers
 - 2: Assign each object to the closest cluster center
 - 3: When all objects have been assigned, recalculate the positions of the centers
 - 4: Go back to Step 2 unless the centers have not changed
-

Ο αλγόριθμος ξεκινά με ίση βαρύτητα για όλες τις συστάδες και στη συνέχεια την προσαρμόζει αυτόματα, χρησιμοποιώντας στατιστικά στοιχεία από προηγούμενες επαναλήψεις σύμφωνα με την ιδέα της προσαρμοστικής προσαρμογής βαρύτητας. Αρχικά, η αναζήτηση χωρίζεται σε ίσα μέρη των 10 επαναλήψεων το καθένα. Στις συστάδες εκχωρούνται νέα βάρη σύμφωνα με τις βαθμολογίες που έλαβαν στο τρέχον τμήμα της αναζήτησης. Η βαθμολογία μίας συστάδας αυξάνεται με βάση την ποιότητα του επιλεγμένου συνδυασμού. Όταν ένας συνδυασμός από τις επιλεγμένες συστάδες βελτιώνει την καλύτερη λύση αυτής της συστάδας, το βάρος της συγκεκριμένης συστάδας αυξάνεται. Η συστάδα λαμβάνει διπλή βαθμολογία, εάν ο συνδυασμός που επιλέγεται από αυτή τη συστάδα βελτιώνει την καλύτερη λύση.

Θεωρούμε με ω_{is} το βάρος της συστάδας i στο τμήμα s . Τα νέα βάρη που λαμβάνονται στο τμήμα $s + 1$ υπολογίζονται ως εξής:

$$\omega_{i(s+1)} = \omega_{is} \cdot (1 - r) + r \cdot \frac{\pi_i}{\theta_i}$$

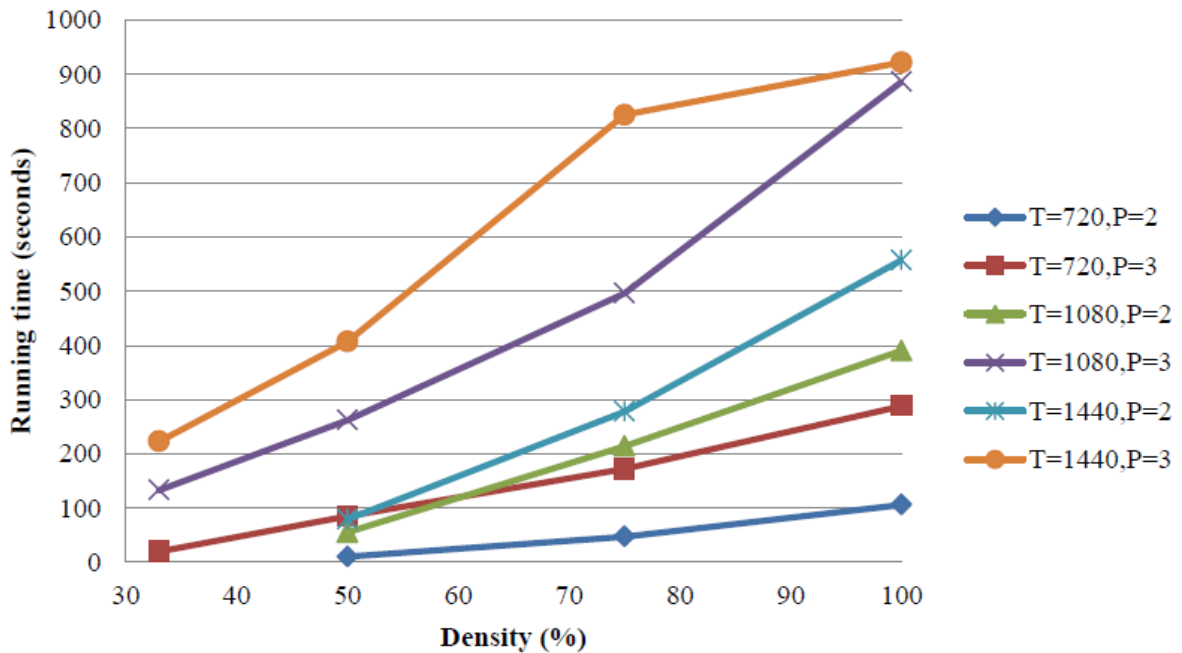
όπου π_i είναι η βαθμολογία της συστάδας i , θ_i είναι ο αριθμός των φορών που έχει επιλεγεί η συστάδα i και r είναι μια προκαθορισμένη παράμετρος που χρησιμοποιείται για την εξισορρόπηση των προηγούμενων βαρών και των νέων κανονικοποιημένων βαθμολογιών. Οι τιμές των π_i και θ_i επαναφέρονται από τμήμα σε τμήμα. Μετά την ανάθεση βαρών στις συστάδες, θα έχουμε k συστάδες με βάρη ω_i , με $i \in \{1, \dots, k\}$. Στη συνέχεια επιλέγουμε την συστάδα j με πιθανότητα $\frac{\omega_j}{\sum_{i=1}^k \omega_i}$ με χρήση του μηχανισμού τροχού της ρουλέτας. Ο μηχανισμός τροχού της ρουλέτας είναι ένας γενετικός τελεστής που χρησιμοποιείται σε γενετικούς αλγόριθμους για επιλογή δυνητικά χρήσιμων λύσεων για εκ νέου συνδυασμό. Αφού γίνει επιλογή μίας συστάδας και ενός συνδυασμού από την επιλεγμένη συστάδα, όπως αναφέρεται και στον αλγόριθμο 1, πρέπει να υπολογίσουμε τα χρονικά παράθυρα για τον νέο επιλεγμένο συνδυασμό με το μοντέλο χρονικών παραθύρων που διατυπώθηκε προηγουμένως από τους περιορισμούς (40) – (55).

2.4.1 Αποτελέσματα Πειραμάτων

Για την αξιολόγηση της προτεινόμενης ευρετικής HCGR ορίστηκαν δύο σύνολα παραδειγμάτων.

Ο προτεινόμενος αλγόριθμος συγκρίθηκε με μια ακριβή μέθοδο λύσης σε περιπτώσεις μικρού μεγέθους. Τα υπολογιστικά αποτελέσματα δείχνουν ότι η προτεινόμενη ευρετική HCGR μπορεί να βρει μια βέλτιστη λύση σε όλες σχεδόν τις περιπτώσεις μικρού μεγέθους εισόδου μέσα σε δευτερόλεπτα.

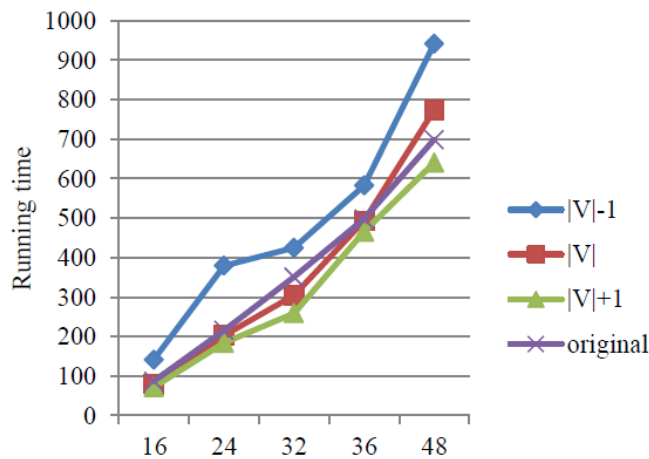
Ταυτόχρονα παρατηρήθηκε ότι ο χρόνος επίλυσης του αλγορίθμου είναι ως επί το πλείστον ευαίσθητος στο μέγεθος του ορίζοντα σχεδιασμού και στον αριθμό των αποθεμάτων. Για κάθε συνδυασμό μήκους ορίζοντα προγραμματισμού και αριθμού των αποθεμάτων, η αύξηση της πυκνότητας οδηγεί σε μεγαλύτερους χρόνους εκτέλεσης. Η πυκνότητα ορίζεται ως το ποσοστό των ενεργών αποθεμάτων, δηλαδή το σύνολο των αποθεμάτων, σε σχέση με το συνολικό αριθμό των πιθανών αποθεμάτων, δηλαδή τον αριθμό των λιμανιών πολλαπλασιασμένο με το πλήθος των διαφορετικών προϊόντων. Επιπλέον, η αύξηση του ορίζοντα προγραμματισμού και ο αριθμός των προϊόντων αυξάνει επίσης τον χρόνο επίλυσης.



Σχήμα 14. Χρόνος λειτουργίας του ευρετικού HCGR για διαφορετικές πυκνότητες.

Για την επίδραση του αριθμού των πλοίων, οι ίδιες περιπτώσεις επιλύθηκαν ξανά, αλλά με μόνο ένα υποσύνολο των διαθέσιμων σκαφών.

Εξετάζονται τρεις διαφορετικοί αριθμοί διαθέσιμων πλοίων. Στην πρώτη περίπτωση έχουμε ότι στις καλύτερες λύσεις χρησιμοποιούνται όλα τα πλοία, οπότε το πλήθος των πλοίων θα είναι $|V|$. Για τις άλλες δύο περιπτώσεις, είτε το μικρότερο πλοίο που χρησιμοποιείται στην καλύτερη λύση αφαιρείται, οπότε το πλήθος των πλοίων θα είναι $|V|-1$, είτε προστίθεται ένα επιπλέον πλοίο με το μικρότερο διαθέσιμο μέγεθος, οπότε το πλήθος των πλοίων θα είναι $|V|+1$.

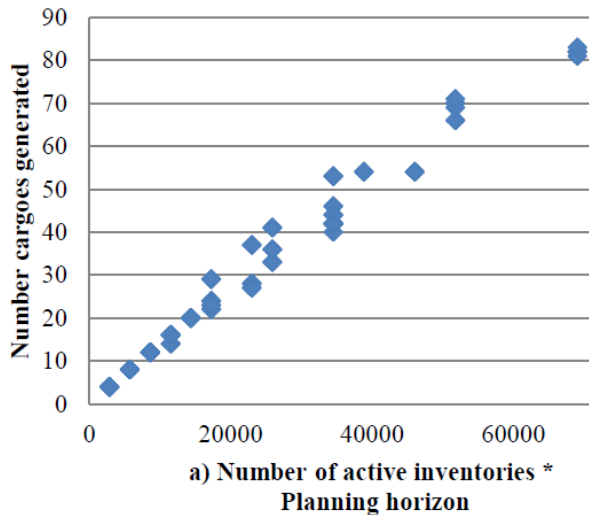


Σχήμα 15. Επίδραση του αριθμού αποθεμάτων συναρτήσει του χρόνου λειτουργίας του ευρετικού HCGR

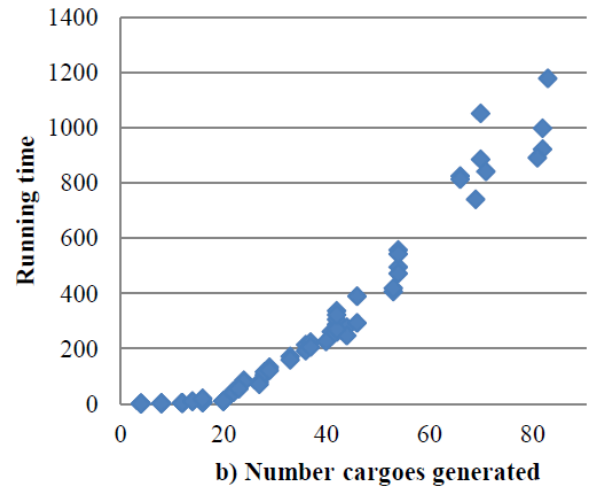
Με την αύξηση του πλήθους των αποθεμάτων, αυξάνεται και ο χρόνος επίλυσης της HCGR. Αντίθετα, αν κρατήσουμε σταθερό το πλήθος των αποθεμάτων και μειώσουμε το πλήθος των

διαφορετικών προϊόντων, αυξάνεται η πυκνότητα. Ο αλγόριθμος δεν είναι ευαίσθητος στον αριθμό των πλοίων.

Ο χρόνος επίλυσης του αλγορίθμου είναι στενά συνδεδεμένος με το μήκος του ορίζοντα προγραμματισμού και τον αριθμό των ενεργών αποθεμάτων. Δίνεται η σχέση μεταξύ του αριθμού των ενεργών αποθεμάτων πολλαπλασιαζόμενα με το μήκος του ορίζοντα προγραμματισμού και του αριθμού των φορτίων που δημιουργούνται, καθώς και η σχέση μεταξύ του αριθμού φορτίων που παράγονται και του χρόνου λειτουργίας, για το σύνολο των 77 παραδειγμάτων που εξετάστηκαν.



Σχήμα 16. Σχέση μεταξύ του αριθμού των ενεργών αποθεμάτων πολλαπλασιασμένο με το μήκος του ορίζοντα προγραμματισμού και του αριθμού των φορτίων που παράγονται.



Σχήμα 17. Σχέση μεταξύ των φορτίων που παράγονται και του χρόνου λειτουργίας του ευρετικού HCGR

Τέλος, ο Πίνακας 6 δείχνει ότι η διατάραξη των αντικειμενικών συντελεστών ενός μοντέλου μεταφοράς υποβαθμίζει σημαντικά το μοντέλο και η εφαρμογή περισσότερων διαταραχών οδηγεί σε χειρότερες λύσεις. Η ανάλυση των λύσεων με διαταραχή 10%, με διαταραχή 20% και χωρίς διαταραχή αποκαλύπτει ότι όταν χρησιμοποιούμε διαταραχή, λαμβάνουμε διαφορετικά φορτία ως προς την προέλευση, τον προορισμό και την ποσότητα. Η αντικειμενική συνάρτηση του μοντέλου μεταφοράς, στο οποίο δεν υπάρχουν διαταραχές, και η αντικειμενική συνάρτηση του κύριου προβλήματος ευθυγραμμίζονται κατάλληλα. Επομένως, δεν αποτελεί έκπληξη να έχουμε χειρότερα αποτελέσματα όταν προσθέτουμε διαταραχή παρόλο που έχουμε την ευκαιρία να έχουμε διαφορετικά σετ φορτίων κάθε φορά.

	no – perturbation	10% perturbation	20% perturbation
Average of Best Gap (%) to the best known solutions	1.34	5.06	7.29
Average of Average Gap (%) to the best known solutions	3.13	8.63	9.58
Number of contributions to the best known	33	7	5

Πίνακας 6. Απόδοση του αλγορίθμου HCGR με την προσθήκη διαφορετικών παραμέτρων διαταραχής στους αντικειμενικούς συντελεστές του μοντέλου μεταφοράς.

Συμπεράσματα

Στην ενότητα 2.1 μελετήθηκε ένα πρόβλημα MIRP, στο οποίο οι μαθηματικοί αλγόριθμοι που αναφέρονται, για την επίλυση του προβλήματος, απαιτούν την εφαρμογή ενός απλού μαθηματικού προγράμματος. Οι μαθηματικοί αλγόριθμοι είναι απλοί στην εφαρμογή τους και υπερτερούν από τους εμπορικούς MILP επιλυτές όταν πρόκειται να γίνει έρευνα για παραδείγματα μικρού μεγέθους. Αν και οι επιλυτές έχουν βελτιωθεί αρκετά σε σχέση με το παρελθόν, απαιτούνται ευρετικές διαδικασίες για την επίλυση προβλημάτων μεγάλου μεγέθους, όπως είναι η εφαρμογή τους στον πραγματικό κόσμο. Μια ενδιαφέρουσα πρόταση για μελλοντική έρευνα θα ήταν να διατυπωθεί ως πρόβλημα συνεχούς χρόνου, όπως συνηθίζεται για προβλήματα δρομολόγησης. Όμως, η κατηγορία προβλημάτων που ανήκει το πρόβλημα που μελετάμε στην ενότητα 2.1 έχει λίγους λειτουργικούς περιορισμούς και δεν έχει χρονικά παράθυρα, που αποτελούν δύο βασικά στοιχεία, τα οποία βοηθούν στη μείωση μεγέθους ενός μοντέλου συνεχούς χρόνου.

Στην ενότητα 2.2 διατυπώνεται ένα υβριδικό χρονικό πλαίσιο για να επιλυθεί ένα πρόβλημα MIRP. Το χρονικό πλαίσιο που υλοποιείται βασίζεται σε συγκεκριμένα γεγονότα και σε ένα σύστημα διαχωρισμού πολλαπλών πλεγμάτων. Το μοντέλο που προτείνουν οι συγγραφείς συνδέει τέλεια τα γεγονότα συνεχούς χρόνου με τα διακριτά χρονικά διαστήματα πραγματικού χρόνου. Η ιδέα να χρησιμοποιηθεί ένα υβριδικό πλαίσιο είναι φυσιολογική για τα προβλήματα που υπάρχουν πολλοί παράγοντες και ο καθένας από αυτούς δρα σε διαφορετικά χρονοδιαγράμματα. Αν και το συγκεκριμένο υβριδικό χρονικό πλαίσιο δοκιμάζεται για ένα συγκεκριμένο MIRP πρόβλημα μπορεί να φανεί χρήσιμο και σε άλλα προβλήματα, καθώς με τη συγκεκριμένη μεθοδολογία προκύπτουν πλεονεκτήματα και για τα συνεχή και για τα διακριτά χρονικά πλαίσια και παράγεται ένας συγκροτημένος και υπολογιστικά αποδοτικός αλγόριθμος.

Στην ενότητα 2.3 διατυπώνεται ένα MIRP πρόβλημα, στο οποίο οι χρόνοι ταξιδιού είναι υπό αβεβαιότητα. Οι συγγραφείς παρουσιάζουν μια διαδικασία αποσύνθεσης δύο σταδίων όπου το κύριο πρόβλημα διασπάται σε ένα υποσύνολο σεναρίων και το υποπρόβλημα ελέγχει αν υπάρχουν παραβιασμένα σενάρια. Δεδομένου ότι στο πρώτο στάδιο υπάρχουν πολλές εναλλακτικές βέλτιστες λύσεις, πραγματοποιούνται κατάλληλες προσεγγίσεις προκειμένου να επιλεγεί η πιο εύρωστη εναλλακτική λύση σε σχέση με ένα συγκεκριμένο κριτήριο. Μέσω μίας επαναληπτικής ευρετικής διαδικασίας τοπικής αναζήτησης εντοπίζονται ισχυρές λύσεις καλής ποιότητας για όλες τις περιπτώσεις.

Στην ενότητα 2.4 διατυπώνεται ένα MIRP πρόβλημα, το οποίο αφορά πολλαπλά προϊόντα. Η συγκεκριμένη κατηγορία προβλημάτων, λόγω των πολλαπλών προϊόντων και της δομής διανομής πολλά προς πολλά, είναι δύσκολο να μοντελοποιηθεί και να επιλυθεί με ακρίβεια. Έτσι, προκειμένου να γίνει πιο εύκολη η επίλυση του προβλήματος, αλλά συγχρόνως να απευθύνεται σε ρεαλιστικές καταστάσεις, οι συγγραφείς ανέπτυξαν έναν διφασικό υβριδικό μαθηματικό αλγόριθμο, τον HCGR. Όπως αποδεικνύουν οι συγγραφείς ο συγκεκριμένος αλγόριθμος μπορεί να βρει τη βέλτιστη λύση σε ένα μεγάλο πλήθος περιπτώσεων μικρού μεγέθους, αλλά και σε σχετικά λογικό διάστημα για ρεαλιστικές περιπτώσεις. Επίσης, η απόδοση του αλγορίθμου αναλύθηκε και παρατηρήθηκε ότι ο χρόνος λειτουργίας του είναι ευαίσθητος στο μήκος του χρονικού ορίζοντα και στο πλήθος των ενεργών αποθεμάτων.

Οι μελλοντικές ερευνητικές κατευθύνσεις που θα μπορούσαν να πραγματοποιηθούν από τους ερευνητές είναι η εξερεύνηση νέων ευρετικών και μαθηματικών μεθόδων προκειμένου να τεθούν σε εφαρμογή για προβλήματα του πραγματικού κόσμου. Επίσης, προτείνεται να μελετηθούν τα προβλήματα που περιεγράφηκαν με ακόμη μεγαλύτερους ορίζοντες προγραμματισμού.

Βιβλιογραφία

1. Agra, A., Andersson, H., Christiansen, M., & Wolsey, L. (2013). A maritime inventory routing problem: Discrete time formulations and valid inequalities. *Networks*, 62(4), 297–314.
2. Agra, A., Christiansen, M., Hvattum, L. M., & Rodrigues, F. (2018). Robust optimization for a maritime inventory routing problem. *Transportation Science*, 52(3), 509-525.
3. Agra, A., Christiansen, M., Delgado, A., & Simonetti, L. (2014). Hybrid heuristics for a short sea inventory routing problem. *European Journal of Operational Research*, 236(3), 924-935.
4. Al-Khayyal, F., & Hwang, S. J. (2007). Inventory constrained maritime routing and scheduling for multi-commodity liquid bulk, Part I: Applications and model. *European Journal of Operational Research*, 176(1), 106-130.
5. Andersson, H. (2011). A maritime pulp distribution problem. *INFOR: Information Systems and Operational Research*, 49(2), 125-138.
6. Andersson, H., Hoff, A., Christiansen, M., Hasle, G., & Løkketangen, A. (2010). Industrial aspects and literature survey: Combined inventory management and routing. *Computers & Operations Research*, 37(9), 1515-1536.
7. Archetti, C. (2014). Matheuristics for routing problems. In *Proceedings of 3th meeting of the EURO Working Group on Vehicle Routing and Logistics Optimization (VeRoLog)* (p. 3).
8. Archetti, C., & Speranza, M. (2014). A survey on matheuristics for routing problems. *EURO Journal on Computational Optimization*, 245(2), 223-246.
9. Bell WJ, Dalberto LM, Fisher ML, Greenfield AJ, Jaikumar R, Kedia P, Mack RG, Prutzman PJ (1983) Improving the distribution of industrial gases with an on-line computerized routing and scheduling optimizer. *Interfaces* 13:4–23
10. Bertazzi, L., & Speranza, M. G. (2012). Inventory routing problems: an introduction. *EURO Journal on Transportation and Logistics*, 1(4), 307-326.
11. Bilgen, B., & Ozkarahan, I. (2007). A mixed-integer linear programming model for bulk grain blending and shipping. *International journal of production economics*, 107(2), 555-571.
12. Bredstrom, D., Carlsson, D., & Ronnqvist, M. (2005). A hybrid algorithm for distribution problems. *IEEE Intelligent Systems*, 20(4), 19-25.
13. Cheng L, Duran M (2004) Logistics for world-wide crude oil transportation using discrete event simulation and optimal control. *Computers & Chemical Engineering* 28 (6-7): 897-911
14. Cheng, C., Yang, P., Qi, M., Rousseau, L. M. (2017). Modeling a green inventory routing problem with a heterogeneous fleet. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 97, 97-112.
15. Christiansen, M. and Fagerholt, K. (2002), Robust Ship Scheduling with Multiple Time Windows. *Naval Research Logistics* 2002; 49: 611-625.
16. Christiansen, M., & Fagerholt, K. (2009). Maritime Inventory Routing Problems. *Encyclopedia of optimization*, 2, 1947-1955.
17. Christiansen, M., Fagerholt, K., Flatberg, T., Haugen, Ø., Kloster, O., Lund, E.H., (2011). Maritime inventory routing with multiple products: a case study from the cement industry. *European Journal of Operational Research* 208 (1), 86–94

18. Christiansen, M., Fagerholt, K., Nygreen, B., Ronen, D. (2007). Maritime transportation. *Handbooks in operations research and management science*, 14, 189-284.
19. Christiansen, M., Fagerholt, K., Nygreen, B., & Ronen, D. (2013). Ship routing and scheduling in the new millennium. *European Journal of Operational Research*, 228(3), 467-483.
20. Christiansen, M., Fagerholt, K., Ronen, D. (2004). Ship routing and scheduling: Status and perspectives. *Transportation science*, 38(1), 1-18.
21. Clarke, G., & Wright, J. W. (1964). Scheduling of vehicles from a central depot to a number of delivery points. *Operations research*, 12(4), 568-581.
22. Dantzig, G. B., & Ramser, J. H. (1959). The truck dispatching problem. *Management science*, 6(1), 80-91.
23. Dautère-Pérès, S., Nordli, A., Olstad, A., Haugen, K., Koester, U., Olav, M.P., Teistklub, G., Reistad, A. (2007). Omya Hustadmarmor optimizes its supply chain for delivering calcium carbonate slurry to European paper manufacturers. *Interfaces* 37 (1), 39–51.
24. Deif, I., & Bodin, L. (1984). Extension of the Clarke and Wright algorithm for solving the vehicle routing problem with backhauling. In *Proceedings of the Babson conference on software uses in transportation and logistics management* (pp. 75-96). Babson Park, MA.
25. Escalona P., Marianov V., Ordonez F., Stegmaier R., (2018). On the effect of inventory policies on distribution network design with several demand classes. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 111:229-240.
26. Fischetti, M., & Lodi, A. (2003). Local branching. *Mathematical programming*, 98(1), 23-47.
27. Furman, K.C., Song, J.H., Kocis, G.R., McDonald, M.K., Warrick, (2011) P.H.: Feedstock routing in the ExxonMobil downstream sector. *Interfaces* 41(2), 149–163
28. Halvorsen-Weare, E. E., Fagerholt, K. (2011). Robust supply vessel planning. In: Pahl, J., Reiners, T., Vo, S. (Eds.), *Network Optimization*. Vol. 6701 of *Lecture Notes in Computer Science*. Springer Berlin / Heidelberg, pp.559–573.
29. Halvorsen-Weare, E.E., Fagerholt, K., Rönnqvist, M. (2013). Vessel routing and scheduling under uncertainty in the liquefied natural gas business. *Comput. Ind. Eng.* 64, 290-301
30. Hemmati, A., Hvattum, L. M., Christiansen, M., & Laporte, G. (2016). An iterative two-phase hybrid matheuristic for a multi-product short sea inventory-routing problem. *European Journal of Operational Research*, 252(3), 775-788.
31. Hemmati, A., Hvattum, L. M., Fagerholt, K., & Norstad, I. (2014). Benchmark suite for industrial and tramp ship routing and scheduling problems. *INFOR: Information Systems and Operational Research*, 52(1), 28-38.
32. Hemmati, A., Stålhane, M., Hvattum, L. M., & Andersson, H. (2015). An effective heuristic for solving a combined cargo and inventory routing problem in tramp shipping. *Computers & Operations Research*, 64, 274-282.
33. Langley Jr, C. J., & Holcomb, M. C. (1992). Creating logistics customer value. *Journal of business logistics*, 13(2), 1.
34. Li, J, Karimi, I.A. and Srinivasan R. (2010). Efficient bulk maritime logistics for the supply and delivery of multiple chemicals. *Computers & Chemical Engineering* 34, 2118-2128.

35. Misra, S., Kapadi, M., & Gudi, R. D. (2020). Hybrid Time-Based Framework for Maritime Inventory Routing Problem. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 59(46), 20394-20409.
36. Papageorgiou, D. J., Cheon, M. S., Harwood, S., Trespalacios, F., & Nemhauser, G. L. (2018). Recent progress using matheuristics for strategic maritime inventory routing. In *Modeling, computing and data handling methodologies for maritime transportation* (pp. 59-94). Springer, Cham.
37. Papageorgiou, D. J., Nemhauser, G. L., Sokol, J., Cheon, M. S., & Keha, A. B. (2014). MIRPLib—A library of maritime inventory routing problem instances: Survey, core model, and benchmark results. *European Journal of Operational Research*, 235(2), 350-366.
38. Persson JA, Göthe-Lundgren M (2005) Shipment planning at oilrefineries using column generation and valid inequalities. *Eur. J. Oper. Res.* 163(3): 631–652.
39. Rakke, J. G., Stålhane, M., Moe, C. R., Christiansen, M., Andersson, H., Fagerholt, K., & Norstad, I. (2011). A rolling horizon heuristic for creating a liquefied natural gas annual delivery program. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 19(5), 896-911.
40. Rau H., Budiman S.D., Widyadana G.A., (2018) Optimization of the multi-objective green cyclical inventory routing problem using discrete multi-swarm PSO method. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 120:51-57.
41. Rodrigues, F., Agra, A., Christiansen, M., Hvattum, L. M., and Requejo, C. (2019). Comparing techniques for modelling uncertainty in a maritime inventory routing problem. *European Journal of Operational Research*, 277(3): 831 – 845.
42. Ronen, D. (1983). Cargo ships routing and scheduling: Survey of models and problems. *European Journal of Operational Research*, 12,119–126.
43. Ronen, D. (1993). Ship scheduling: The last decade. *European Journal of Operational Research*, 71(3), 325–333.
44. Ronen, D. (2002). Marine inventory routing: Shipments planning. *Journal of the Operational Research Society*, 53(1), 108-114.
45. Siswanto, N., Essam, D., & Sarker, R. (2011). Solving the ship inventory routing and scheduling problem with undedicated compartments. *Computers & Industrial Engineering*, 61(2), 289-299.
46. Siswanto, N., Wiratno, S. E., Rusdiansyah, A., & Sarker, R. (2019). Maritime inventory routing problem with multiple time windows. *Journal of Industrial & Management Optimization*, 15(3), 1185-1211.
47. Song JH, Furman KC (2013). A maritime inventory routing problem: Practical approach. *Comput. Oper. Res.* 40(3): 657–665.
48. UNCTAD (2018). *Review of Maritime Transport*. New York and Geneva: United Nations.
49. Zhang C. (2015). *Robust optimization with applications in maritime inventory routing*. Doctoral thesis, School of Industrial and Systems Engineering, Institute of Technology, Georgia.
50. Zhang, C., Nemhauser, G., Sokol, J., Cheon, M. S., & Keha, A. (2018). Flexible solutions to maritime inventory routing problems with delivery time windows. *Computers & Operations Research*, 89, 153-162.

51. Μαρινάκης, Ι., Μυγδαλάς, Α. (2008) Σχεδιασμός και Βελτιστοποίηση της Εφοδιαστικής Αλυσίδας, Εκδόσεις Σοφία.