



**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ**

**UNIVERSITY OF PIRAEUS**

**ΣΧΟΛΗ ΧΡΗΜΑΤΟΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗΣ ΚΑΙ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ**  
**ΤΜΗΜΑ ΧΡΗΜΑΤΟΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗΣ & ΤΡΑΠΕΖΙΚΗΣ ΔΙΟΙΚΗΤΗΣ**  
**ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ**  
**<<ΧΡΗΜΑΤΟΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗ & ΤΡΑΠΕΖΙΚΗ>> ΜΕ ΕΙΔΙΚΕΥΣΗ**  
**<<ΧΡΗΜΑΤΟΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗ & ΤΡΑΠΕΖΙΚΗ ΔΙΟΙΚΗΤΙΚΗ>>**

**ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΗ ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ**  
**ΑΠΟΤΙΜΗΣΗ ΧΡΕΟΥΣ ΜΕΙΩΜΕΝΗΣ ΕΞΑΣΦΑΛΙΣΗΣ**

**Μπότσης Χρήστος**

**ΜΧΡΗ2014**

**Επιβλέπων Καθηγητής:** Επίκουρος Καθηγητής Εγγλέζος Νικόλαος

**Εξεταστική Επιτροπή:** Καθηγητής Κουρογένης Νικόλαος

Επίκουρος Καθηγητής Ανθρωπέλος Μιχαήλ

Επίκουρος Καθηγητής Εγγλέζος Νικόλαος

**Πειραιάς, Οκτώβριος 2022**

## ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η παρούσα μελέτη αναπτύσσει ένα διαρθρωτικό υπόδειγμα πολλαπλών περιόδων για την αποτίμηση του τραπεζικού χρέους μειωμένης εξασφάλισης (subdebt) υπό διαφορετικές ρυθμιστικές πολιτικές. Το υπόδειγμα παρέχει ένα πλήρες πλαίσιο ανάλυσης με το οποίο διάφοροι παράγοντες, όπως οι πιστωτικοί κίνδυνοι και οι κίνδυνοι επιτοκίου, τα χαρακτηριστικά της τράπεζας και οι ρυθμιστικές πολιτικές, επηρεάζουν τις τιμές των υποομολόγων. Η εμπειρική έρευνα πραγματοποιείται στη Matlab χρησιμοποιώντας τις διακριτοποιημένες μορφές των δυναμικών των περιουσιακών στοιχείων, του επιτοκίου και των καταθέσεων της τράπεζας. Δημιουργούμε 50000 μονοπάτια όπου προεξοφλούμε την απόδοση του υποχρέους μέσω της μεθόδου Monte Carlo. Διαπιστώνεται ότι η εφαρμογή άμεσων διορθωτικών μέτρων (PCA) θα αυξήσει τις τιμές του υποομολόγου, ενώ η κεφαλαιακή ανοχή θα έχει τα αντίθετα αποτελέσματα. Τέλος, οι μεταβολές των τιμών του χρέους μειωμένης εξασφάλισης είναι πιο ευαίσθητες για βραχυπρόθεσμες ωριμάνσεις από ό,τι για μακροπρόθεσμες ως προς τις διαφορετικές κεφαλαιακές θέσεις της τράπεζας.

## **ABSTRACT**

This study develops a multi-period structural model to value bank subordinated debt (subdebt) under different regulatory policies. The model provides a complete framework for analyzing how various factors, such as credit and interest rate risks, bank characteristics and regulatory policies affect subdebt prices. The empirical research was performed in Matlab using the discretized forms of the bank's assets, interest rate and bank's deposits. We generate 50000 paths where we discount the payoff of subdebt through the Monte Carlo method. It turns out that the implementation of prompt corrective action (PCA) will raise subdebt prices, while capital forbearance will have the opposite effects. Finally, the changes of subordinated debt prices are more sensitive for short-term maturities than for long-term maturities to different bank capital positions.

# ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ

ΠΕΡΙΛΗΨΗ.....	i
ABSTRACT.....	,ii
ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ.....	iii
ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΠΙΝΑΚΩΝ.....	v
ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΩΝ.....	vi
ΚΩΔΙΚΕΣ MATLAB.....	vii
1 Εισαγωγή.....	1
1.1 Το Χρέος Μειωμένης Εξασφάλισης.....	1
1.2 Ιστορική Αναδρομή.....	2
1.3 Περιγραφή Διατριβής.....	4
2 Μοντέλο Τιμολόγησης Χρέους Μειωμένης Εξασφάλισης.....	5
2.1 Τα Δυναμικά των Περιουσιακών Στοιχείων.....	6
2.2 Τα Δυναμικά των Καταθέσεων.....	11
3 Τιμολόγηση Χρέους Μειωμένης Εξασφάλισης.....	12
3.1 Χρέος Μειωμένης Εξασφάλισης μιας περιόδου.....	12
3.2 Χρέος Μειωμένης Εξασφάλισης πολλαπλών περιόδων.....	14
3.2.1 Πρότυπα Κεφαλαίου και Αναδιάρθρωση.....	15
3.2.2 Κεφαλαιακή Ανοχή και Ηθικός Κίνδυνος.....	17
4 Αριθμητική Ανάλυση.....	18
4.1 Προσομοίωση Monte Carlo.....	18
4.2 Παραμετροποίηση.....	23
5 Αποτελέσματα Ανάλυσης.....	26

5.1	Τιμές Υποχρέους στο πλαίσιο της PCA.....	26
5.2	Τιμές Υποχρέους στο πλαίσιο της Ανοχής Κεφαλαίου και Ηθικού Κινδύνου.....	29
6	Συμπεράσματα/Επίλογος.....	32
	Βιβλιογραφία.....	33

## ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΠΙΝΑΚΩΝ

Πίνακας1 : Παράμετροι.....	24
Πίνακας 2 : Τιμές Υποομολόγων υπό Κεφαλαιακά Πρότυπα χωρίς Ηθικό κίνδυνο και Κεφαλαιακή Ανοχή .....	27
Πίνακας 3 : Τιμές Υποομολόγων υπό Κεφαλαιακά Πρότυπα με Ηθικό Κίνδυνο και Κεφαλαιακή Ανοχή .....	30

## ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΩΝ

Εικόνα 1 : Τύπος απόδοσης στον Χρόνο Ωρίμανσης.....	12
Εικόνα 2 : Υπολογισμός Ενεργητικού Τράπεζας.....	16
Διάγραμμα 1 : Τιμές υποομολόγων υπό κεφαλαιακά πρότυπα με ηθικό κίνδυνο και κεφαλαιακή ανοχή.....	28
Διάγραμμα 2 : Τιμές υποομολόγων υπό εναλλακτικές συνθήκες.....	31

## ΚΩΔΙΚΕΣ MATLAB

1	Βοηθητικός κώδικας ως προς την επίλυση των τιμών Υποομολόγων.....	37
2	One Period :TSD=1.....	38
3	Τιμές Υποομολόγων με Κεφαλαιακά Πρότυπα χωρίς Ηθικό Κίνδυνο και κεφαλαιακή Ανοχή.....	39
4	Τιμές Υποομολόγων με Κεφαλαιακά Πρότυπα με Ηθικό Κίνδυνο και Κεφαλαιακή Ανοχή.....	41
5	Τιμές Υποομολόγων χωρίς Κεφαλαιακά Πρότυπα.....	43



# 1 Εισαγωγή

## 1.1 Το Χρέος Μειωμένης Εξασφάλισης

Η ολοκληρωμένη πειθαρχία της αγοράς η οποία έχει προταθεί από τη συμφωνία “Βασιλεία” για τα ίδια κεφάλαια εκλαμβάνεται ως ένας από τους τρεις πυλώνες για την προώθηση της ασφάλειας και ευρωστίας των τραπεζών. Ένας τρόπος που προτείνεται για την εφαρμογή της ολοκληρωμένης πειθαρχίας, είναι το να απαιτήσουν από τις τράπεζες να εκδώσουν το χρέος μειωμένης εξασφάλισης. Στην παρούσα έρευνα το τελευταίο θα αναφέρεται ως «υποχρέος», λόγω συντομίας. Πιο αναλυτικά, οι κάτοχοι αυτών λαμβάνουν πληρωμή μόνο στην περίπτωση κατά την οποία όλοι οι πρωτεύοντες πιστωτές λαμβάνουν πλήρεις πληρωμές. Η υποδεέστερη κατάσταση του υποχρέους το κάνει να είναι πιο ευαίσθητο σε θέματα κινδύνου από τις καταθέσεις καθώς και άλλους επισφαλείς τίτλους χρέους.

Όσοι θεωρούνται ως υποστηρικτές του καλούμενου «υποχρέους», προτείνουν ότι αυτό θα έχει τη δυνατότητα να αυξήσει την πειθαρχία της αγοράς, διότι οι τράπεζες που βρίσκονται σε μεγαλύτερο κίνδυνο θα πρέπει να πληρώσουν μεγαλύτερα επιτόκια ως προς το «υποχρέος». Επίσης, οι τιμές που συνάδουν με αυτό μπορούν να παρέχουν επιπλέον πληροφορίες στους επιτηρητές για τον καθορισμό του πότε να παρέχουν έγκαιρη διορθωτική ενέργεια, η οποία θα αναφέρεται από εδώ και στο εξής ως PCA (prompt correction action).

Αξίζει να παρατηρηθεί ότι το «υποχρέος» έχει μετατραπεί σε σημαντική πηγή εσόδων για τις τράπεζες, και πιο συγκεκριμένα για όσες εξ αυτών είναι μεγάλες. Σύμφωνα μάλιστα με την επιτροπή της Βασιλείας για την τραπεζική εποπτεία (2003), η έκδοση «υποχρέων» έχει διαδοθεί ευρέως τόσο στις μεγάλες Ευρωπαϊκές χώρες, όπως επίσης και στην Ιαπωνία, καθώς και στις ΗΠΑ κατά την περίοδο 1990-2002. Η αναφορά ακόμη δείχνει ότι τα «υποχρέα» των τραπεζών μπορούν και κυμαίνονται κατά μέσο όρο στο 3.63 των σταθμισμένων προς τον κίνδυνο ενεργητικών, τα οποία αναφέρονται εν συντομία ως RWA (Risk-weighted assets).

Όταν λαμβάνουμε υπόψη μόνο τις 50 μεγαλύτερες εκδότριες, τότε το μέσο μερίδιο του «υποχρέους» μπορεί να κυμαίνεται στο 5.33 του RWA. Επιπρόσθετα, δείχνει ότι η συντριπτική πλειοψηφία των εκδόσεων έχουν μια αρχική περίοδο μέχρι τη λήξη μεταξύ των 5 και 15 χρόνων με μέση τιμή τα 11.4 χρόνια. Ο Pennacchi (2010) δηλώνει ότι για τις 20 μεγαλύτερες εγχώριες εταιρίες χαρτοφυλακίου των ΗΠΑ, το «υποχρέος» ήταν ίσο με το 2.23 των συνολικών ενεργητικών κατά το έτος 2007. Ο Flannery (2016) αναφέρει ότι για τις 14 παραδοσιακές εταιρίες χαρτοφυλακίου του εποπτικού προγράμματος αξιολόγησης κεφαλαίου, ο λόγος του «υποχρέους» ως προς τα συνολικά ενεργητικά που βρίσκονται σε κίνδυνο ήταν κατά μέσο όρο 4.893 κατά το τέλος του έτους 2008.

## 1.2 Ιστορική Αναδρομή

Υπάρχουν πολλές μελέτες, οι οποίες και μελετούν με εμπειρικό τρόπο την επίδραση που ασκεί η πειθαρχία της αγοράς προς το «υποχρέος». Οι περισσότερες εξ αυτών βρίσκουν ότι το επιτοκιακό περιθώριο του «υποχρέους» αυξάνεται όσο ανεβαίνει ο τραπεζικός κίνδυνος, το οποίο σημαίνει πως το εποτοκιακό περιθώριο σηματοδοτεί το προφίλ μιας τράπεζας σε κίνδυνο. Για παράδειγμα, οι Flannery and Sorescu (1996) και ο Goyal (2005) έδειξαν ότι τα τραπεζικά μέτρα κινδύνου συσχετίζονται με τις αποδόσεις των υποχρέων.

Στην εργασία των Black et al. (2016), προτείνεται ότι το επιτοκιακό περιθώριο των CDS είναι μία πρόχειρη προσεγγιστική εκτίμηση της πιθανότητας αθέτησης σε κατάσταση ουδέτερου κινδύνου. Οι Chen, Robinson και Siems (2004) έδειξαν ότι οι κάτοχοι των υποχρέων είναι ευαίσθητοι στα μέτρα κινδύνου και μπορούν να ενισχύσουν την πειθαρχία της αγοράς στην τράπεζα. Στη μελέτη τους οι DeYoung et al. (2001) υποστηρίζουν ότι η εξουσιοδοτημένη εκδότρια του «υποχρέους» παράγει χρήσιμα στοιχεία της αγοράς σχετικά με την οικονομική κατάσταση της Τράπεζας προς τους ρυθμιστές.

Στο άρθρο των Evanoff and Wall (2001, 2002) υπάρχει η απόδειξη ότι τα επιτοκιακά περιθώρια των υποχρέων αποτελούν καλύτερα μέτρα κινδύνου από ότι τους βασισμένους σε κίνδυνο δείκτες κεφαλαιακής επάρκειας ως προς την πρόβλεψη εποπτικών αξιολογήσεων. Ωστόσο, αναφέρουν ότι τα περιθώρια του υποχρέους αποτελούν αναπόσπαστο κομμάτι της ρυθμιστικής διαδικασίας για τη διενέργεια του PCA. Ο Sironi (2003) βρήκε επίσης ότι τα περιθώρια είναι ευαίσθητα ως προς τον τραπεζικό κίνδυνο για τις Ευρωπαϊκές Τράπεζες. Ο Nguyen (2013) απέδειξε ότι το «υποχρέος» έχει μια μία μετρια επίδραση όσον αφορά την

ανάληψη τραπεζικού κινδύνου.

Από την άλλη πλευρά, ορισμένοι εντοπίζουν ελάχιστη επίδραση της πειθαρχίας της αγοράς στην αγορά υποχρέους. Για παράδειγμα, στα άρθρα των Avery, Belton, and Goldberg (1988) και Gorton and Santomero (1990) δεν υπάρχει σχέση μεταξύ του κινδύνου ισολογισμού και στην τιμολόγηση του υποχρέους. Με μια πιο διεισδυτική ματιά, οι Osterberg and Thomson (1991) έδειξαν ότι μία επιτακτική απαίτηση «υποχρέους» είναι εφικτό να μειώσει την επιδότηση ασφάλισης καταθέσεων, αλλά δεν μπορεί να επηρεάσει κατά τρόπο ολοκληρωτικό την έκθεση στον κίνδυνο.

Οι Jaffee and Levonian (2001) ουσιαστικά χρησιμοποιούν ένα τυπικό μοντέλο συγκυριακών συμβολαίων για να δείξουν ότι το «υποχρέος» δεν έχει κάποιο πλεονέκτημα ως προς τα μετοχικά κεφάλαια. Αυτό ισχύει είτε ως μορφή κεφαλαίου είτε ως πηγή πειθαρχίας αγοράς. Οι Hanweck and Spellman (2003) υποστηρίζουν ότι οι προσδοκίες υπό εκτενή ανοχή αποτρέπουν τελικά τα επιτοκιακά περιθώρια του «υποχρέους» από το να επιδράσουν ως σήμα εντοπισμού αφερεγγυότητας, όπως μάλιστα και αποτίμησης ασφαλιστικών καταθέσεων.

Επίσης, οι Krishnan, Ritchken, and Thomson (2005) υπογραμμίζουν ότι οι αλλαγές όσον αφορά τα επιτοκιακά περιθώρια των πιστώσεων των υποχρεών, τελικά δεν είναι εφικτό να αντικατοπτρίζουν με συνέπεια τις αλλαγές του τραπεζικού κινδύνου. Πιο αναλυτικά λοιπόν, οι Miller, Olson and Yeager (2015), έδειξαν ότι τα επιτοκιακά περιθώρια των υποχρεών, αποτελούν ιδιαίτερα φτωχούς προβλεπτικούς παράγοντες της τραπεζικής δυσχέρειας. Αυτό συμβαίνει, διότι διαμορφώνονται και από επιδοτήσεις τραπεζών, οι οποίες θεωρούνται πολύ μεγάλες για να αποτύχουν.

Όσον αφορά τη βιβλιογραφική ανασκόπηση, δεν υφίστανται πολλές μελέτες οι οποίες και να ασχολούνται με την ανάπτυξη μοντέλων που να εξετάζουν κατά πόσο η τιμή του «υποχρέους» είναι δυνατόν να υπολογιστεί. Τα άρθρα βέβαια, τα οποία μπορούν να μελετηθούν για τις συγκεκριμένες περιπτώσεις, είναι των Gorton and Santomero (1990), Schellhorn and Spellman (1996), Fan, et al. (2003) and Pennacchi (2010). Στις προαναφερθείσες προσεγγίσεις λοιπόν, παρατηρείται να υπάρχουν μοντέλα μίας περιόδου, τα οποία όμως αδυνατούν να αναλύσουν με επάρκεια την προκύπτουσα αλληλεπίδραση μεταξύ της επιβολής των κεφαλαιακών προτύπων, της ρυθμιστικής ανοχής και της ενδεχόμενης συμπεριφοράς ανάληψης κινδύνου της τραπεζής. Εύλογο είναι ότι αυτά δύνανται να επηρεάζουν σημαντικά την απόδοση των υποχρεών.

### 1.3 Περιγραφή Διατριβής

Στην παρούσα μεταπτυχιακή έρευνα, θα παρουσιασθεί ένα δομικό μοντέλο πολλαπλών περιόδων, το οποίο και αναμένεται να παρέχει την αποτίμηση του «υποχρέους». Επίσης, το ενεργητικό τραπεζής, το επιτόκιο και το σύνολο των καταθέσεων θα αντικατοπτρίζονται μέσω στοχαστικών διαδικασιών. Χαρακτηριστικό μάλιστα είναι ότι λαμβάνεται υπόψιν και η συμπεριφορά κινδύνου της τράπεζας υπό το πλαίσιο μιας ρυθμιστικής ανοχής. Η τράπεζα λοιπόν, η οποία και εκδίδει «υποχρέος», είναι δυνατόν να επιτηρείται από τη ρυθμιστική αρχή στο τέλος κάθε περιόδου. Εύλογο είναι ότι παράλληλα μπορεί να αναδιαρθρώνεται, όταν ο λόγος του συνολικού ενεργητικού της προς το σύνολο των καταθέσεων αποτυγχάνει να παραμένει πάνω από το κατώτατο όριο, το οποίο έχει θεσπιστεί από τους ρυθμιστές. Η εν λόγω μοντελοποίηση τελικά μας επιτρέπει να εξετασθεί το κατά πόσον οι ρυθμιστικές πολιτικές, ενδεικτικά όπως είναι το PCA, καθώς και η κεφαλαιακή ανοχή, αλλά και το πρόβλημα ανάληψης κινδύνου της τράπεζας μπορούν να επηρεάζουν τις τιμές των υποχρεών.

Η παρούσα μεταπτυχιακή έρευνα διακρίνεται στα εξής μέρη: Το πρώτο κεφάλαιο αποτελεί την εισαγωγή όπου παρέχονται βασικές πληροφορίες του χρέους μειωμένης εξασφάλισης, η χρησιμότητα του, μία ιστορική αναδρομή και η ερευνητική πρόταση. Στο δεύτερο κεφάλαιο αναφέρονται ορισμένα χρήσιμα στοιχεία στοχαστικών διαδικασιών, όπου θα χρησιμοποιηθούν για την αποτίμηση του χρέους μειωμένης εξασφάλισης, όπως το μοντέλο των περιουσιακών στοιχείων, των βραχυπρόθεσμων επιτοκίων και των καταθέσεων. Στο τρίτο κεφάλαιο πραγματοποιείται η παρουσίαση της τιμολόγησης του χρέους μειωμένης εξασφάλισης τόσο για μια περίοδο όσο και για πολλαπλές αντιστοίχως. Στο τέταρτο κεφάλαιο αναδεικνύεται η αριθμητική ανάλυση για την αποτίμηση του «υπόχρεους», όπου διακριτοποιώντας τα μοντέλα του ενεργητικού, του επιτοκίου και των καταθέσεων της τράπεζας στον κόσμο του ουδέτερου κινδύνου, προσομοιώνουμε 50000 μονοπάτια μέσω της γλώσσας προγραμματισμού Matlab για να υπολογίσουμε τη μέση τιμή της απόδοσης του χρέους μειωμένης εξασφάλισης μέσω Monte Carlo. Τέλος, στο πέμπτο κεφάλαιο παρουσιάζονται και αναλύονται οι πίνακες για τις τιμές των υποομολόγων στην περίπτωση όπου επικρατούν κεφαλαιακά πρότυπα χωρίς ηθικό και στην περίπτωση των κεφαλαιακών προτύπων με ηθικό κίνδυνο απεικονίζοντας και διαγράμματα τους υπό διαφορετικές περιπτώσεις.

## 2 Μοντέλο Τιμολόγησης Χρέους Μειωμένης Εξασφάλισης

Το μοντέλο που αναλύουμε επεκτείνει την δομική προσέγγιση του Merton (1974) ως προς την τιμή του υπαγόμενου χρέους. Η δομική αυτή προσέγγιση λοιπόν μας επιτρέπει να συνδέσουμε την αποτίμηση των χρηματοοικονομικών απαιτήσεων σε βασικά οικονομικά μεγέθη της εκδότριας εταιρεία. Επιπρόσθετα, η προεπιλογή σε ένα δομικό μοντέλο προσδιορίζεται με τρόπο ενδογενή. Μάλιστα, από τη στιγμή που το υπαγόμενο χρέος είναι μικρότερο από τις καταθέσεις σε απαίτηση πληρωμής, τότε είναι δυνατόν να αντιμετωπιστεί ως κεφάλαιο για ρυθμιστικούς σκοπούς. Ωστόσο για λόγους ευκολίας ως προς την παρουσίαση, η παρούσα διπλωματική το προσδιορίζει ως μία ειδική κατηγορία μετοχικών κεφαλαίων.

Το αναλυόμενο λοιπόν μοντέλο που στην ουσία επεκτείνει την δομική προσέγγιση του Merton (1974) σχετικά με την τιμή του υπαγόμενου χρέους, όπως ήδη αναφέρθηκε, μπορεί και απεικονίζεται μέσω της ακόλουθης σχέσης:

$$dV = (aV - C)dt + \sigma dZ_t$$

- Το  $a$  είναι ο αναμενόμενος στιγμιαίος ρυθμός της απόδοσης ανά μονάδα χρόνου
- Η παράμετρος  $C$  αποτελεί την συνολική πληρωμή ανά μονάδα χρόνου προς τους κάτοχους ή προς τις υποχρεώσεις στην περίπτωση που είναι θετική. Στην περίπτωση κατά την οποία είναι αρνητική γίνεται αναφορά στην πληρωμή που λαμβάνει από νέα χρηματοδότηση
- Η παράμετρος  $\sigma$  αναφέρεται στη στιγμιαία τυπική απόκλιση της απόδοσης ανά μονάδα χρόνου
- Η διαδικασία  $Z_t$  είναι μία τυπική κίνηση Brown.

## 2.1 Τα Δυναμικά των Περιουσιακών Στοιχείων

Τα υπαγόμενα χρέη θεωρούνται ως ομόλογα μηδενικού τοκομεριδίου και πληρώνονται πλήρως. Αυτό συμβαίνει, εάν η εκάστοτε τράπεζα θεωρηθεί ότι είναι φερέγγυα κατά τη στιγμή της ωρίμανσης. Στην αντίθετη περίπτωση, οι κάτοχοι του μετοχικού κεφαλαίου χρεωκοπούν, οι κάτοχοι του υποχρέους απορροφούν τη ζημιά και βέβαια απαιτούν τα υπολειπόμενα. Οπότε, προκειμένου να υπάρξει αποτίμηση για το υπαγόμενο χρέος, πρώτα προσδιορίζουμε τα δυναμικά των περιουσιακών στοιχείων και του επιτοκίου και στη συνέχεια προσδιορίζουμε τις αντίστοιχες πληρωμές των κατόχων χρέους κάτω από διάφορες συνθήκες.

Σε βιβλιογραφικό επίπεδο, ο συνήθης τρόπος σχετικά με την μοντελοποίηση των δυναμικών του ενεργητικού μιας τράπεζας είναι να θεωρήσουμε μία λογαριθμοκανονική διαδικασία διάχυσης.

Η λογαριθμοκανονική διαδικασία διάχυσης, έστω  $X_t$ , ικανοποιεί την παρακάτω στοχαστική διαφορική εξίσωση:

$$dX_t = \mu X_t dt + \sigma X_t dW_t$$

όπου η  $W_t$  είναι μία διαδικασία Wiener και  $\mu, \sigma$  αποτελούν τις σταθερές.

Χρησιμοποιώντας τον τύπο του Ito για τη συνάρτηση  $\ln(X_t)$ , θα λάβουμε:

$$X_t = X_0 \exp\left(\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)t + \sigma W_t\right)$$

Ωστόσο, η εν λόγω μοντελοποίηση δεν καταγράφει πλήρως με επιτυχία τον αντίκτυπο των στοχαστικών επιτοκίων στο περιουσιακό στοιχείο.

Αυτό είναι ιδιαίτερα σημαντικό στη μοντελοποίηση των περιουσιακών στοιχείων μιας τράπεζας, επειδή είναι σύνηθες για τις τράπεζες να κατέχουν μεγάλο μέρος περιουσιακών στοιχείων που είναι ευαίσθητα στα επιτόκια. Σκοπεύοντας να γίνει μέτρηση σχετικά με την επίδραση του κινδύνου των επιτοκίων στην αποτίμηση του «υποχρέους», θα ακολουθήσουμε τους Duan, Moreau, and Sealey (1995). Εν συνεχεία, θα περιγράψουμε την αξία του ενεργητικού της τράπεζας, θέτοντας μάλιστα δύο συνιστώσες κινδύνου, οι οποίες είναι το επιτόκιο, καθώς και ο πιστωτικός κίνδυνος. Ο όρος πιστωτικός κίνδυνος αναφέρεται σε όλους τους κινδύνους που είναι κάθετοι προς τον κίνδυνο επιτοκίου.

Συγκεκριμένα, η αξία του ενεργητικού τραπεζικής περιγράφεται από την ακόλουθη διαδικασία:

$$dA_t = (\mu_A A_t + \eta D_t) dt + \phi_A A_t dr_t + \sigma_A A_t dW_{A,t}$$

όπου ,

- $A_t$  είναι η τιμή του συνολικού ενεργητικού τραπεζικής τη στιγμή  $t$  ,
- $\mu_A$  είναι η στιγμιαία μετατόπιση που υφίσταται, λόγω του πιστωτικού κινδύνου,
- $\eta$  είναι ο καθαρός ρυθμός αύξησης των καταθέσεων,
- $D_t$  αναπαριστά τις συνολικές καταθέσεις της τράπεζας τη στιγμή  $t$
- $r_t$  είναι το στιγμιαίο επιτόκιο τη στιγμή  $t$ ,
- $\phi_A$  είναι η στιγμιαία ελαστικότητα επιτοκίου των περιουσιακών στοιχείων της τράπεζας,
- $W_{A,t}$  είναι μία διαδικασία Wiener, η οποία αναπαριστά τον πιστωτικό κίνδυνο.

Η παραπάνω σχέση, είναι δυνατόν να εξέλθει σύμφωνα με το εξής επιχείρημα:

Θεωρούμε ότι η  $A_t$  περιγράφεται από τη λογαριθμοκανονική διαδικασία διάχυσης:

$$dA_t = \mu_A A_t dt + \sigma_A A_t dZ_t \quad (2)$$

Θεωρούμε ακόμη ότι το στιγμιαίο επιτόκιο θα είναι μία διαδικασία των Cox, Ingersoll, and Ross (1985). Πρόκειται για μια υπόθεση, η οποία και αποφεύγει την περίπτωση του αρνητικού επιτοκίου και που είναι δυνατόν να εμφανιστεί στο μοντέλο του Vasicek (1977). Μάλιστα, το τελευταίο μπορεί και αναπαρίσταται από την ακόλουθη αναπαράσταση:

$$dr_t = \kappa(m - r_t) + \nu dZ_{r_t} \quad (3)$$

Σε αυτήν επίσης, υφίστανται τα στοιχεία  $\kappa, m, \nu$  και  $Z$  και αυτά αναφέρονται στην συνέχεια. Και στην εν λόγω περίπτωση έχει χρησιμοποιηθεί η προβολή των στοχαστικών διαδικασιών Wiener, ώστε να προκύπτει το κάτωθι:

$$dZ_t = \eta dZ_{r_t} + (1 - \eta^2)^{\frac{1}{2}} W_{A,t} \quad (4)$$

Όπου  $\eta = \cos \nu (dZ_t, dZ_{r_t})$  και  $W_{A,t}$  αποτελεί μία διαδικασία Wiener, η οποία και είναι ανεξάρτητη των υπολοίπων. Αν εισάγουμε στη (2) τη σχέση (4), τότε θα έχουμε μία περιγραφής στοχαστικής διαδικασίας  $A$  μέσω της  $r$  και θα καταλήγουμε στην (1), μέσω των κατάλληλων μετασχηματισμών.



Αν θεωρήσουμε ότι η διαδικασία στιγμιαίου επιτοκίου είναι μία διαδικασία των Cox, Ingersoll, and Ross (1985), θα δίνεται από την παρακάτω σχέση:

$$dr_t = \kappa(m - r_t)dt + u\sqrt{r_t}dZ_t$$

όπου,

- $\kappa$  είναι η μέτρηση της δύναμης αναστροφής στο μέσο
- $m$  είναι η μακροπρόθεσμη μέση τιμή του επιτοκίου
- $u$  είναι η παράμετρος μεταβλητότητας του επιτοκίου
- $Z_t$  είναι μία διαδικασία Wiener ανεξάρτητη της  $W_{A,t}$

Παρατηρούμε λοιπόν, ότι ο παράγοντας της τυπική απόκλισης  $u\sqrt{r_t}$  καθιστά αδύνατη την περίπτωση για την εμφάνιση του αρνητικού επιτοκίου, όσον αφορά οποιαδήποτε τιμή των  $\kappa$  και  $m$ .

Επομένως, αν εισάγουμε την παραπάνω σχέση στην εξίσωση (1), τότε θα έχουμε:

$$\begin{aligned} dA_t &= (\mu_A + A_t + \eta D_t)dt + \varphi_A A_t dr_t + \sigma_A A_t dW_{A,t} \\ &= (\mu_A A_t + \eta D_t)dt + \varphi_A A_t [\kappa(m - r_t)dt + u\sqrt{r_t}dZ_t] + \sigma_A A_t dW_{A,t} \\ &= (\mu_A A_t + \eta D_t + \varphi_A A_t [\kappa(m - r_t)])dt + \varphi_A A_t [u\sqrt{r_t}dZ_t] + \sigma_A A_t dW_{A,t} \\ &= (A_t [\mu_A + \varphi_A \kappa m - \varphi_A \kappa r_t] + \eta D_t)dt + \varphi_A A_t [u\sqrt{r_t}dZ_t] + \sigma_A A_t dW_{A,t} \end{aligned}$$

και επομένως η διαδικασία  $A$  θα ικανοποιεί περαιτέρω την παρακάτω στοχαστική διαφορική εξίσωση:

$$dA_t = (A_t [\mu_A + \varphi_A \kappa m - \varphi_A \kappa r_t] + \eta D_t)dt + \varphi_A A_t [u\sqrt{r_t}dZ_t] + \sigma_A A_t dW_{A,t}$$

Για την τιμολόγηση των παραγώγων, είναι τυπική η χρήση του μηχανισμού ουδετεροποίησης κινδύνου.

Τα δυναμικά για την διαδικασία επιτοκίου, υπό την τιμολόγηση μέσω του μέτρου ουδέτερου κινδύνου, το οποίο συμβολίζεται με  $Q$ , αποδίδονται μέσω του παρακάτω τύπου:

$$dr_t = \kappa^*(m^* - r_t)dt + u\sqrt{r_t}dZ_t^*$$

όπου,

$$m^* = m + \lambda$$

$$\kappa^* = \frac{\kappa m}{\kappa + \lambda}$$

$$Z_t^* = dZ_t + \frac{\lambda\sqrt{r_t}}{v} dt$$

Ο όρος  $\lambda$ , είναι δυνατόν να ερμηνευθεί ως η τιμή αγοράς του επιτοκιακού κινδύνου και αποτελεί σταθερά υπό τη διαδικασία των Cox, Ingersoll και Ross (1975).

Με μια πιο αναλυτική προσέγγιση, η διαδικασία  $Z_t^*$  αποτελεί μία διαδικασία Wiener υπό το  $Q$ . Κατά αυτόν τον τρόπο, τα δυναμικά των περιουσιακών στοιχείων της τράπεζας μπορούν να θεωρηθούν ως ουδέτερου κινδύνου και δίνονται από την ακόλουθη αναπαράσταση:

$$dA_t = (r_A A_t + \eta D_t)dt + \varphi_A A_t [u\sqrt{r_t}dZ_t^*] + \sigma_A A_t dW_{A,t}^*$$

όπου η  $W_{A,t}^*$  είναι μία διαδικασία Wiener, ανεξάρτητη της  $Z_t^*$  και δίνεται από τον τύπο:

$$dW_{A,t}^* = dW_{A,t} + \frac{\mu_A - r_t}{\sigma_A} dt$$

Η παραπάνω έκφραση, ουσιαστικά, δηλώνει ότι τα περιουσιακά στοιχεία της τράπεζας, εξαιρώντας τις προσαυξήσεις των νέων καταθέσεων, αναμένονται να επιτύχουν ένα επιτόκιο χωρίς κίνδυνο σε έναν κόσμο ουδέτερου κινδύνου.

## 2.2 Τα Δυναμικά των Καταθέσεων

Θεωρούμε ότι οι καταθέσεις καλύπτονται από την ασφάλεια καταθέσεων. Επίσης, θα ακολουθήσουμε τον Pennacchi (1987) και θα θεωρήσουμε το εξής:

Η τράπεζα είναι εφικτό να διατηρεί τον μέσο χρόνο σχετικά με την ωρίμανση (λήξη) των συνολικών καταθέσεων σταθερό ως προς το χρόνο. Επίσης ισχύει ότι οι καταθέσεις έχουν ποσοστό απόδοσης ίσο με εκείνο, που έχει ένα ομόλογο προεξόφλησης ουδέτερου κινδύνου με την ίδια ωρίμανση. Η προαναφερθείσα περίπτωση παραπέμπει ακριβώς στο ίδιο που ισχύει με το να υποθέσουμε ότι η διακύμανση (κίνδυνος) της απόδοσης των καταθέσεων θα είναι σταθερή στον χρόνο και ίση με τη διακύμανση της απόδοσης ενός ομολόγου προεξόφλησης ουδέτερου κινδύνου με την ίδια ωρίμανση. Η υπόθεση βέβαια ότι η μέση ωρίμανση των τραπεζικών καταθέσεων είναι σταθερή στον χρόνο, στην ουσία προσπαθεί να μοντελοποιήσει το γεγονός ότι οι περισσότερες τράπεζες έχουν σταθερό κύκλο καταθέσεων.

Πρόκειται λοιπόν για μια περίπτωση, η οποία και προσπαθεί να προβεί σε ανάλυση για το πώς ο κίνδυνος των τραπεζικών καταθέσεων μπορεί να επηρεάσει τις τιμές των επί μέρους υπαγόμενων χρεών. Πιο ειδικά, στην περίπτωση που το στιγμιαίο επιτόκιο ακολουθεί το πλαίσιο των Cox, Ingersoll και Ross (1985), τότε τα δυναμικά των τραπεζικών καταθέσεων, υπό το μέτρο ουδέτερου κινδύνου  $Q$ , περιγράφεται δια μέσω της παρακάτω μορφής:

$$dD_t = (r_A(1 - \lambda B(T_D)) + \eta)D_t dt - B(T_D)D_t v \sqrt{r_t} dZ_t$$

όπου,

$$B(T_D) = \frac{2(e^{rT_D} - 1)}{(\gamma + \kappa + \lambda)(e^{rT_D} - 1) + 2\gamma}$$

$$\gamma = [(\kappa + \lambda)^2 + 2v^2]^{\frac{1}{2}}$$

Εδώ το  $D_t$  περιγράφει την τιμή των συνολικών τραπεζικών καταθέσεων τη στιγμή  $t$ , το  $r_t$  απεικονίζει τη στιγμιαία απόδοση και το  $\eta$  είναι η απόδοση του καθαρού επιτοκίου νέων καταθέσεων που εισέρχονται. Όσον αφορά το  $T_D$  συνδέεται με τη μέση ωρίμανση των καταθέσεων και τα  $\lambda$ ,  $\kappa$ ,  $v$  είναι παράμετροι των δυναμικών των επιτοκίων, τα οποία και ήδη έχουν περιγράψει στην προηγούμενη παράγραφο.

### 3 Τιμολόγηση δανείων μειωμένης εξασφάλισης

Αφού είναι γνωστή η ουδετεροποιημένη ως προς τον κίνδυνο διαδικασία των δυναμικών των περιουσιακών στοιχείων, του επιτοκίου και των καταθέσεων, μπορεί κανείς να αποτιμήσει ένα υποχρέος προεξοφλώντας τις αναμενόμενες τιμές των αποδόσεων του στον ουδέτερο ως προς τον κίνδυνο κόσμο. Στον παρόν κεφάλαιο προσδιορίζονται οι αποπληρωμές του υποοφειλήματος υπό εναλλακτικά σενάρια. Αρχικά παρουσιάζεται η περίπτωση μιας περιόδου, στην οποία η τράπεζα ελέγχεται από τις ρυθμιστικές αρχές μόνο όταν λήγει το χρέος. Στη συνέχεια εξετάζεται η περίπτωση πολλαπλών περιόδων, όπου πραγματοποιούνται περιοδικοί έλεγχοι και οι τράπεζες μπορούν να πληρώνουν μερίσματα, να αναδιαρθρώνονται ή να αναλαμβάνουν μεγαλύτερο κίνδυνο πριν από τη λήξη του υποχρέους.

#### 3.1 Χρέος μειωμένης εξασφάλισης μιας περιόδου

Στην εν λόγω ενότητα υφίσταται η υπόθεση της περίπτωσης που η τράπεζα ελέγχεται κατά την ωρίμανση του χρέους. Πιο συγκεκριμένα, το μοντέλο που εξετάζεται, είναι εφικτό να απλοποιηθεί και το χρέος μπορεί να εκτιμηθεί στην περίπτωση ενός μοντέλου μίας χρονικής περιόδου, όπως και αναφέρεται στις εργασίες των Gorton and Santomero (1990), Schellhorn and Spellman (1996), Jaffee and Levonian (2001), and Pennacchi (2010). Στην προκειμένη περίπτωση λοιπόν, η ρύθμιση του τραπεζικού κεφαλαίου δεν σχετίζεται με την αποτίμηση του επιμέρους χρέους. Όσον αφορά την απόδοση του κατά το χρόνο ωρίμανσης, αυτή δίνεται από τον τύπο που ακολουθεί:

$$PO_{T_{SD}} = \begin{cases} SD, & \text{αν } A_{T_{SD}} > SD + D_{T_{SD}}, \\ A_{T_{SD}} - D_{T_{SD}}, & \text{αν } SD \geq A_{T_{SD}} > D_{T_{SD}}, \\ 0, & \text{διαφορετικά.} \end{cases} \quad (7)$$

Εικόνα 1 : Τύπος Απόδοσης στον Χρόνο Ωρίμανσης

όπου  $SD$  είναι το ονομαστικό ποσό του υπαγόμενου χρέους.

Το παραπάνω συμβαίνει, χρησιμοποιώντας τον εξής ισχυρισμό:

Αν  $A_{T_{SD}} > SD + D_{T_{SD}}$ , τότε θα πάρουμε ότι  $A_{T_{SD}} - D_{T_{SD}} > SD$ , δηλαδή ότι αν αφαιρέσουμε από το ενεργητικό τις καταθέσεις και συνεχίσει να παραμένει πάνω από το υπαγόμενο χρέος, τότε η πληρωμή θα είναι ακριβώς το ονομαστικό ποσό του χρέους.

Αν όμως  $SD + D_{T_{SD}} \geq A_{T_{SD}} > D_{T_{SD}}$ , τότε θα έχουμε  $SD - D_{T_{SD}} \geq A_{T_{SD}} - D_{T_{SD}}$  και επομένως θα έχουμε ότι η πληρωμή θα είναι η διαφορά του ενεργητικού και των καταθέσεων. Επομένως, η πληρωμή μπορεί να γραφεί με πιο μαθηματικό τρόπο ως:

$$PO_{T_{SD}} = \max\{\min\{SD, A_{T_{SD}} - D_{T_{SD}}\}, 0\}$$

Αν κατά την ωρίμανση η συνολική περιουσία είναι μεγαλύτερη από το ανώτερο εξασφαλισμένο χρέος, τότε θα πληρωθεί εξολοκλήρου. Αν όμως, η συνολική περιουσία βρίσκεται μεταξύ των συνολικών καταθέσεων και του αθροίσματος των συνολικών καταθέσεων και της ονομαστικής αξίας του χρέους, τότε θα πληρωθεί η διαφορά του ενεργητικού από τις καταθέσεις. Σε οποιαδήποτε άλλη περίπτωση, η πληρωμή θα είναι μηδέν.

Μπορούμε κατ' επέκταση να εφαρμόσουμε, την προσέγγιση του ουδέτερου κινδύνου των Harrison and Pliska (1981), σχετικά με την τιμολόγηση του υπαγόμενου χρέους με τις αποδόσεις που αναφέρονται στην εξίσωση (7).

Πιο ειδικά λοιπόν, υπό το μέτρο του ουδέτερου κινδύνου  $Q$ , η τιμή του χρέους κατά την ημερομηνία έκδοσης, μπορεί να δοθεί ακολούθως:

$$PO_{SD}(0) = \frac{1}{SD} E^* [e^{-\int_0^{T_{SD}} r_s ds} PO_{T_{SD}}] \quad (8)$$

Όπου  $PO_{SD}(0)$  είναι η αρχική τιμή του χρέους και το  $E^*$  εκφράζει την αναμενόμενη τιμή υπο το μέτρο  $Q$ .

Η προσέγγιση, γίνεται με τον εξής τρόπο: Ξεκινούμε από την εξίσωση (1.15) των Harrison, Pliska (1981) όπου εισάγουν το τελεστή της αναμενόμενης τιμής. Έτσι θεωρούμε  $X_t = PO_t$  και ότι η ντετερμινιστική διαδικασία  $S_0^0$  ξεκινάει με την τιμή  $SD$  και επίσης ότι η διαδικασία Wiener εισέρχεται στην (7) μέσω του ενεργητικού. Τότε, αν θεωρήσουμε ότι το  $rt$  είναι το επιτόκιο άνευ ρίσκου και

$$S_t^0 = SD \times \exp\left(\int_0^t r_s ds\right)$$

$$\beta_t = \frac{1}{S_t^0}$$

και εφαρμόσουμε τη μεθοδολογία των Harrison, Plinska (1981), θα καταλήξουμε στην (8).

### 3.2 Χρέος Μειωμένης Εξασφάλισης πολλαπλών περιόδων

Όπως ήδη έχει αναφερθεί στο πρώτο κεφάλαιο, η μέση ωρίμανση (λήξη) στο δείγμα Basel Committee on Banking Supervision (2003) είναι πάνω από 11 χρόνια. Τα οικονομικά στοιχεία της εκδότριας Τράπεζας πιθανολογείται ότι μπορεί να παρουσιάσουν σημαντικές αλλαγές κατά τη διάρκεια μιας μεγάλης χρονικής περιόδου. Με μια πιο διεισδυτική προσέγγιση, η εκδότρια Τράπεζα είναι δυνατόν να πτωχεύσει και να αναδιαρθρωθεί, είτε επίσης ναυποστει ζημιά και να κεφαλαιοποιηθεί ασθενώς ή τέλος να κάνει ανάληψη στα εκάστοτε κέρδη για την καταβολή μερισμάτων. Μάλιστα από τη στιγμή που οι προαναφερθείσες αυτές αλλαγές είναι πιθανόν να συμβούν, τότε είναι απαραίτητο κατά την αποτίμηση του μακροπρόθεσμου υποχρέους μιας τράπεζας, να τις εξετάσουμε.

Όσον αφορά τη συγκεκριμένη μελέτη θα ακολουθήσει το πλαίσιο των Lee and Yu (2002), Duan and Yu (2005) and Chang and Yu (2017), με σκοπό την εξέταση των αλληλεπιδράσεων μεταξύ των κεφαλαιακών προτύπων και την επίλυση της τραπεζικής πτώχευσης. Αποτιμάται επίσης το χρέος, λαμβάνοντας υπόψη τις επιπτώσεις του PCA, όπως ακόμη την ανάληψη τραπεζικού κινδύνου, καθώς και άλλα στοιχεία της τράπεζας και του υπόχρεους.

Ενδεικτικά, μπορεί να γίνει αναφορά ως παράδειγμα, στην εργασία των Gorton and Rosen (1995). Μέσα από την εν λόγω μελέτη, έδειξαν ότι η συσχέτιση της μεταβλητής που απεικονίζει την επικινδυνότητα του δανειακού χαρτοφυλακίου της τραπεζής και της έκτασης της διαχείρισης αποθεμάτων είναι στατιστικά σημαντική.

### 3.2.1 Πρότυπα Κεφαλαίου και Αναδιάρθρωση

Στην παρούσα μοντελοποίηση, θεωρώντας ότι η τράπεζα είναι ελεγχμένη, το ενεργητικό της θα ρυθμίζεται υπό τις ακόλουθες δύο συνθήκες:

Πρώτον, αν ο λόγος του ενεργητικού τραπέζης προς τις καταθέσεις της είναι μικρότερος από  $k$  κατά τη διάρκεια του ελέγχου, τότε η τράπεζα θα αναδιρθρωθεί από τη ρυθμιστική αρχή, η οποία ορίζει κατώτατο όριο  $k$  του λόγου. Για μία τράπεζα που βρίσκεται σε αναδιάρθρωση, το ενεργητικό της προσαρμόζεται έτσι ώστε μετά την αναδιάρθρωση να είναι  $q_1$ -πολλαπλάσιο των καταθέσεων της. Η συγκεκριμένη παράμετρος, μπορεί να αντικατοπτρίζει τα κεφαλαιακά πρότυπα, τα οποία έχουν τεθεί από τη ρυθμιστική αρχή ως προς το ελάχιστο ποσό κεφαλαίου που θα διατηρεί στην κατοχή της μια τράπεζα.

Σύμφωνα με τη συμφωνία της Βασιλείας, το συνολικό κεφάλαιο μιας τράπεζας θα πρέπει να είναι το λιγότερο 83 φορές από τα συνολικά ρυθμιζόμενα χρέη της. Το κεφαλαιακό πρότυπο λοιπόν, ισοδυναμεί με την απαίτηση  $q_1=1.087$ .

Το προαναφερθέν  $k$  αντικατοπτρίζει το ελάχιστο κάτω φράγμα που απαιτείται για το κεφάλαιο της τράπεζας ώστε και να ωθήσει στην τραπεζική αναδιάρθρωση. Θα θεωρήσουμε ότι το  $k$ , βασιζόμενοι στην πολιτική της ρυθμιστικής αρχής, θα είναι είτε  $p$  είτε  $q_1$ , όπου το  $p$  αναπαριστά τον βαθμό της κεφαλαιακής ανοχής και παίρνει τιμές στο διάστημα  $(0,1)$ .

Επειδή,  $q_1 > 1 > p$ , η τράπεζα αναδιρθρώνεται πριν εξαντλήσει το κεφάλαιο της όταν  $k=q_1$  και επιτρέπεται να είναι λειτουργική με αρνητική αξία ιδίων κεφαλαίων όταν το  $k$  ισούται με  $p$ . Τότε, θα λέμε ότι η ρυθμιστική αρχή θα επιβάλλει PCA, όταν το  $k$  είναι ίσο με το  $q_1$  και θα επιτρέπει κεφαλαιακή ανοχή, όταν το  $k$  ισούται με  $p$ . Στο άρθρο του Kane (2001) αναλύεται ο λόγος που ισχύει το προαναφερθέν.

Στην περίπτωση της κεφαλαιακής ανοχής, η αφερέγγυα τράπεζα δε θα έλθει αντιμέτωπη με κάποια οικονομική παρέμβαση, καθώς παραμένει σε καθεστώς ανοχής. Μόλις

η τράπεζα ξεπεράσει το κατώτατο όριο ανοχής κατά τη διάρκεια του οικονομικού ελέγχου, τότε μπαίνει σε κατάσταση άμεσης αναδιάρθρωσης. Ωστόσο, η τιμή του ορίου στην περίπτωση που υφίσταται η κατάσταση ανοχής για μία τράπεζα, η οποία βρίσκεται σε προβληματική κατάσταση, θα είναι μικρότερο από το αντίστοιχο της PCA. Η αναπροσαρμογή του τραπεζικού ενεργητικού, όταν αυτό φυσικά συμβεί, θα αποκαταστήσει πλήρως το ενεργητικόστο επίπεδο που απαιτείται από τα τραπεζικά πρότυπα. Είναι εμφανές ότι όταν ενεργοποιείταιη κατάσταση ανοχής, το ενεργητικό της τράπεζας θα πρέπει να έχει παρέβει τα κεφαλαιακά πρότυπα.

Δεύτερον, κατά τη διάρκεια του ελέγχου, αν η τράπεζα είναι τόσο επικερδής έτσι ώστε ο λόγος του ενεργητικού της προς τις καταθέσεις της να ξεπερνά την ποσότητα  $q_u$ , οι κάτοχοι των μετοχών της θα αποσύρουν τα υπερβάλλοντα κεφάλαια, καταβάλλοντας στους ίδιους μερίσματα μέχρις ότου το τραπεζικό ενεργητικό να φτάσει  $q_u$  φορές το σύνολο των καταθέσεων, όπου  $q_u > q_l$ .

Στην παρούσα μοντελοποίηση, η ποσότητα  $q_u$  αναπαριστά το ποσό των κεφαλαίων, το οποίο θα πρέπει οι κάτοχοι των μετοχών μιας κερδοφόρας τράπεζας να αφήσουν στην τράπεζα για κάθε συγκεκριμένο περιουσιακό στοιχείο. Ακόμη, θεωρούμε ότι  $q_u > q_l$ , επειδή το χρέος ενδέχεται να περιέχει προστατευτικές συμβάσεις, οι οποίες να απαγορεύουν στην τράπεζα να καταβάλλει υπερβάλλοντα μερίσματα προς τους κατόχους των μετοχών.

Σύμφωνα με όσα έχουν ήδη περιγράψει, είναι εφικτό να καταλήξουμε ότι το συνολικό ενεργητικό τραπεζίας, κατά τη διάρκεια του ελέγχου θα δίνεται από τον παρακάτω τύπο:

$$A_{t_i} = \begin{cases} q_u D_{t_i}, & \text{αν } A_{t_i}^* > q_u D_{t_i} \\ A_{t_i}^*, & \text{αν } q_u D_{t_i} \geq A_{t_i}^* \geq k D_{t_i}, \\ q_l D_{t_i}, & \text{διαφορετικά.} \end{cases}$$

**Εικόνα 2 : Υπολογισμός Ενεργητικού Τράπεζας**

όπου,

$$A_{t_i}^* = A_{t_{i-1}} + \int_{t_{i-1}}^{t_i} \mu_A A_s + \eta D_s ds + \int_{t_{i-1}}^{t_i} \varphi_A A_s dr_s + \int_{t_{i-1}}^{t_i} \sigma_A A_s dW_{A,s}$$



### 3.2.2 Κεφαλαιακή Ανοχή και Ηθικός Κίνδυνος

Στην παρούσα παράγραφο, θεωρούμε ότι η συμπεριφορά ανάληψης κινδύνων της τράπεζας ή αλλιώς ο ηθικός κίνδυνος διέπεται από την τιμή του ενεργητικού της. Πιο αναλυτικά, λοιπόν, αν η νέα τιμή του ενεργητικού τραπεζής είναι μεγαλύτερη από το επίπεδο που έχει θεσπιστεί από τα κεφαλαιακά πρότυπα, τότε η ίδια η τράπεζα θα λειτουργεί ομαλά και τα πρότυπα του κινδύνου επί του ενεργητικού παραμένουν, δίχως να υποστούν τυχόν αλλαγές. Στην περίπτωση όμως κατά την οποία το ενεργητικό παραβιάσει τα κεφαλαιακά πρότυπα (δηλαδή να είναι μικρότερο από το  $q_i$ -πολλαπλάσιο των καταθέσεων της) αλλά γίνεται ανεκτό από τη ρυθμιστική αρχή, τότε ενεργοποιείται ο ηθικός κίνδυνος, και τότε η τράπεζα θα αναλάβει μεγαλύτερο κίνδυνο επί του ενεργητικού της.

Ένας πιο απλός τρόπος για να γίνει η μοντελοποίηση πάνω στη συγκεκριμένη επίδραση, είναι να επιβληθεί μία αύξηση ως προς την τυπική απόκλιση στην τιμή του ενεργητικού της. Πιο συγκεκριμένα, η δράση αυτή θα αυξήσει τη μεταβλητότητα του ενεργητικού της κατά ένα ποσοστό  $\omega$  και η συγκεκριμένη διαδικασία μπορεί να περιγράψει αναλυτικότερα στον παρακάτω τύπο.

$$\sigma_A = (1 + \omega)\sigma_{A0}, \text{ αν } q_i D_{ti} \geq A_{ti} \geq \rho D_{ti}$$

Όπου η ποσότητα  $\sigma_{A0}$  είναι η αρχική τυπική απόκλιση.

## 4 Αριθμητική Ανάλυση

Στο παρόν κεφάλαιο θα ασχοληθούμε με τεχνικές προσομοίωσης χρησιμοποιώντας τις μοντελοποιήσεις που αναλύσαμε στα προηγούμενα κεφάλαια. Σκοπό αυτής της προσομοίωσης αποτελεί η αριθμητική ανάλυση χρησιμοποιώντας διάφορες υποθέσεις για τις τιμές των παραμέτρων. Πιο συγκεκριμένα, θα στηριχθούμε στη λογική της μεθόδου Monte Carlo λαμβάνοντας ένα αρκετά μεγάλο πλήθος ανεξάρτητων και ισόνομων τυχαίων παρατηρήσεων.

### 4.1 Προσομοίωση Monte Carlo

Αν κάνουμε χρήση του Λήμματος Ito, επί της συνάρτησης  $f(x)=\ln(x)$ , η οποία είναι συνεχώς διαφορίσιμη, για τη στοχαστική διαδικασία  $A_t$  θα έχουμε ότι η πρώτη και η δεύτερη παράγωγος, θα είναι:

$$f'(x) = \frac{1}{x} \quad f''(x) = -\frac{1}{x^2}$$

Επίσης, το ενεργητικό τραπέζις (στην περίπτωση ουδέτερου κινδύνου), γράφεται στη μορφή

$$dV_t = X_t dt + Y_t dZ_t + M_t dW_t$$

με

$$X_t = r_t A_t + \eta D_t$$

$$Y_t = \varphi_A A_t v \sqrt{r_t}$$

$$M_t = \sigma_A A_t$$

Άρα για την  $f(A_t) = \ln(A_t)$  θα πάρουμε :

$$\begin{aligned} \ln(A_t) &= \int_0^t \frac{1}{A_s} (r_s A_s + \eta D_s) ds + \int_0^t \frac{1}{A_s} \varphi_A v \sqrt{r_s} dZ_s^* + \int_0^t \frac{1}{A_s} \sigma_A dW_{A,s} + \frac{1}{2} \int_0^t -\frac{1}{A_s^2} (\varphi_A)^2 v r_s A_s^2 ds + \frac{1}{2} \int_0^t -\frac{1}{A_s^2} \sigma_A^2 A_s^2 ds \\ &= \int_0^t r_s + \eta \frac{D_s}{A_s} ds + \int_0^t \varphi_A v \sqrt{r_s} dZ_s^* + \int_0^t \sigma_A dW_{A,s} - \frac{1}{2} \int_0^t (\varphi_A)^2 v r_s ds - \frac{1}{2} \int_0^t (\sigma_A)^2 ds \\ &= \int_0^t r_s + \frac{\eta D_s}{A_s} - \frac{1}{2} (\varphi_A)^2 v r_s - \frac{1}{2} (\sigma_A)^2 ds + \int_0^t \varphi_A v \sqrt{r_s} dZ_s^* + \int_0^t \sigma_A dW_{A,s} \\ &= \left(1 - \frac{1}{2} (\varphi_A)^2 v\right) \int_0^t r_s ds + \int_0^t \eta \frac{D_s}{A_s} ds - \frac{1}{2} (\sigma_A)^2 t + \int_0^t \varphi_A v \sqrt{r_s} dZ_s^* + \sigma_A W_{A,t} \end{aligned}$$

Αν πάρουμε τη διαφορά  $\ln(A_{t+\tau}) - \ln(A_t)$  για κάποιο  $\tau > 0$ , θα έχουμε

$$\ln(A_{t+\tau}) - \ln(A_t) = \left(1 - \frac{1}{2}(\varphi_A)^2 v\right) \int_t^{t+\tau} r_s ds + \int_t^{t+\tau} \eta \frac{D_s}{A_s} ds + \int_t^{t+\tau} \varphi_A v \sqrt{r_s} dZ_s^* + \sigma_A (W_{A,t+\tau}^* - W_{A,t}^*) - \frac{1}{2}(\sigma_A)^2 \tau$$

και επειδή

$$\ln(A_{t+\tau}) - \ln(A_t) = \ln\left(\frac{A_{t+\tau}}{A_t}\right)$$

θα πάρουμε άμεσα:

$$A_{t+\tau} = A_t \exp\left[\left(1 - \frac{1}{2}(\varphi_A)^2 v\right) \int_t^{t+\tau} r_s ds + \int_t^{t+\tau} \eta \frac{D_s}{A_s} ds + \int_t^{t+\tau} \varphi_A v \sqrt{r_s} dZ_s^* + \sigma_A (W_{A,t+\tau}^* - W_{A,t}^*) - \frac{1}{2}(\sigma_A)^2 \tau\right]$$

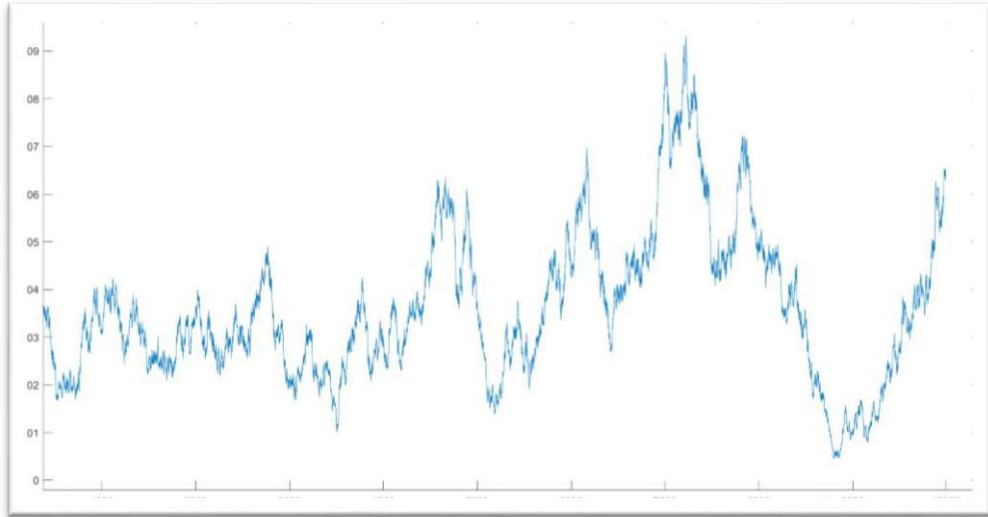
Σύμφωνα με την τελευταία σχέση, για να μπορέσουμε να εξάγουμε την απαραίτητη προσομοίωση του ενεργητικού τραπέζις, θα πρέπει να προσομοιώσουμε το  $r_t$ , μέσω μιας διακριτοποιημένης μορφής. Δηλαδή, θα πάρουμε για συγκεκριμένες χρονικές στιγμές  $t_1, t_2, \dots, t_n$  τιμές της συγκεκριμένης στοχαστικής διαδικασίας μέσα από το διάστημα  $[0, T]$  με  $t_k - t_{k-1} = \Delta$ ,

για κάθε  $k=1, 2, \dots, n$  και θα προσεγγίσουμε τη διαδικασία με τη χρήση του παρακάτω τύπου

$$\begin{aligned} r_{t_i} &= r_{t_{i-1}} + k^* \cdot (m^* - r_{t_{i-1}}) \Delta + v \sqrt{r_{t_{i-1}}} \cdot \left( \sqrt{\Delta} \varepsilon_t + \frac{\lambda \sqrt{r_{t_{i-1}}}}{v} \Delta \right) \\ &= r_{t_{i-1}} + k^* \cdot (m^* - r_{t_{i-1}}) \cdot \Delta + v \sqrt{\Delta \cdot r_{t_{i-1}}} \varepsilon_{t_i} + \lambda \cdot r_{t_{i-1}} \cdot \Delta \\ &= r_{t_{i-1}} + [k^* \cdot (m^* - r_{t_{i-1}}) + \lambda \cdot r_{t_{i-1}}] \cdot \Delta + v \sqrt{\Delta \cdot r_{t_{i-1}}} \varepsilon_{t_i} \end{aligned}$$

όπου η διαδικασία  $\varepsilon_t$  αποτελεί έναν λευκό θόρυβο.

Παρακάτω δίνουμε ένα δειγματικό μονοπάτι αυτής της διαδικασίας στο διάστημα  $[0, 20]$



Μέσα από την παραπάνω διαδικασία, θα μπορέσουμε να υπολογίσουμε και τις ποσότητες

$$\int_t^{t+\tau} r_s ds \text{ και } \int_t^{t+\tau} \sqrt{r_s} dZ_s^*$$

Κάνοντας χρήση συγκεκριμένων αριθμητικών μεθόδων χρησιμοποιώντας κατάλληλες διαμερίσεις των διαστημάτων  $[t, t+\tau]$  και με βάση τις προσομοιώσεις των επιτοκίων και των διαδικασιών Wiener θα προσεγγίζουμε τα δύο παραπάνω ολοκληρώματα ως εξής:

1. Το ολοκλήρωμα  $\int_t^{t+1} r_s ds$  θα υπολογιστεί μέσω διακριτοποίησης από την ακόλουθη διαδικασία

$$\int_t^{t+1} r_s ds = \sum_{j=1}^n r_{t_j} \cdot \Delta, t \leq t_1 \leq t_2 < \dots < t_n = t + 1$$

2. Το ολοκλήρωμα  $\int_t^{t+1} \sqrt{r_s} dZ_s^*$  θα υπολογιστεί μέσω διακριτοποίησης από την ακόλουθη διαδικασία :

$$\int_t^{t+1} \sqrt{r_s} dZ_s^* = \sum_{j=1}^n \sqrt{r_{t_j}} \cdot (Z_{t_j}^* - Z_{t_{j-1}}^*), t \leq t_1 < t_2 < \dots < t_n = t + 1$$

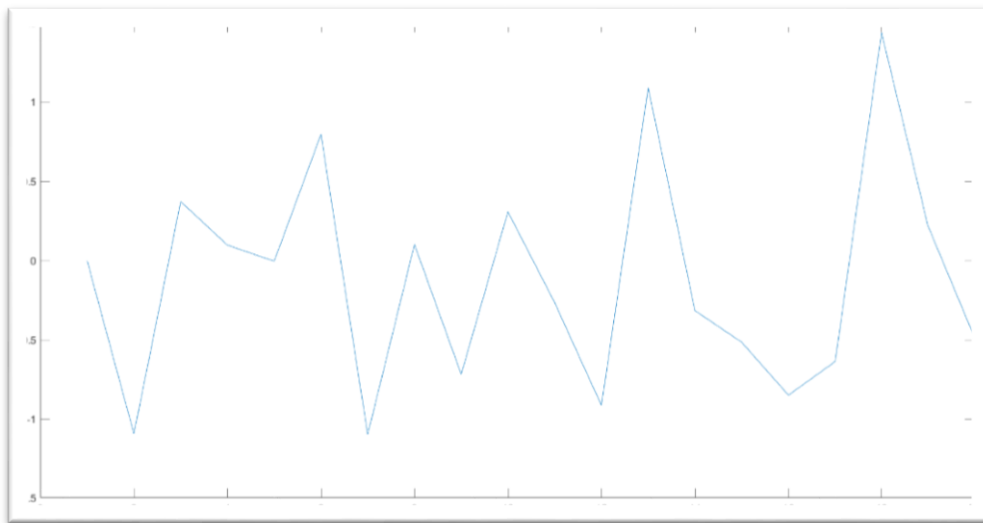
Ακόμη, θα χρειαστεί να προσομοιώσουμε τη διαδικασία  $W_{A,t+\tau} - W_{A,t}$ , η οποία είναι ανεξάρτητη από την  $r_t$ . Για να γίνουμε περισσότερο συγκεκριμένοι, η επιλογή του λευκού κανονικού θορύβου έχει να κάνει με το γεγονός ότι οι προσομοιώσεις των διαδικασιών Wiener είναι ανεξάρτητες και ακολουθούν την κανονική κατανομή με μέση τιμή 0 και διασπορά  $\tau$ . Η συγκεκριμένη κατανομή μπορεί να γραφεί ως γινόμενο της ποσότητας  $\sqrt{\tau}$  και μίας τυχαίας μεταβλητής που ακολουθεί την τυποποιημένη κανονική κατανομή (δηλαδή κανονική κατανομή με μηδενικό μέσο και τυπική απόκλιση 1)

Άρα η διαφορά,  $W^*_{A,t+\tau} - W^*_{A,t}$ , μέσω των παρακάτω βημάτων, θα προσομοιώνεται:

$$\begin{aligned} W^*_{A,t+\tau} - W^*_{A,t} &= W_{A,t+\tau} - W_{A,t} + \frac{\mu_A}{\sigma_A} \cdot \tau - \frac{1}{\sigma_A} \int_t^{t+\tau} r_s ds \\ &= \sqrt{\tau} \varepsilon_{W,t} + \frac{\mu_A}{\sigma_A} \cdot \tau - \frac{1}{\sigma_A} \int_t^{t+\tau} r_s ds \end{aligned}$$

με τη διαδικασία  $\varepsilon_{W,t}$  να είναι ένας κανονικός λευκός θόρυβος.

Παρακάτω, βλέπουμε τις τιμές που λαμβάνει η διαδικασία  $W^*$  στο τέλος κάθε χρόνου.



Προφανώς, επιλογή αυτού του  $\tau$  διαφέρει, ανάλογα την περίπτωση την οποία θέλουμε να μελετήσουμε.

Ακόμη, οι τιμές των σταθερών μεταβλητών (όπως είναι η σταθερά μεταβλητότητας) θα είναι δεδομένες ενώ θα γίνει διερεύνηση ως προς το χρόνο ωρίμανσης.

Επίσης, μέσω των σταθερών μεταβλητών και των ήδη προσομοιωμένων επιτοκίων θα δώσουμε τηνπροσομοίωση των καταθέσεων. Για να συμβεί αυτό, θα πρέπει πρώτα να δώσουμε έναν τύπο για το ζητούμενο μέγεθος. Αντίστοιχα, όπως και με το ενεργητικό, αν εφαρμόσουμε το Λήμμα του Ito στον τύπο των καταθέσεων, χρησιμοποιώντας την ίδια συνάρτηση με πριν, θα λάβουμε:

$$\begin{aligned}\ln(D_t) &= \int_0^t \frac{1}{D_s} [r_s(1 - \lambda B(T_D)) + \eta] D_s ds + \int_0^t \frac{1}{D_s} - B(T_D) v \sqrt{r_s} D_s dZ_s^* + \frac{1}{2} \int_0^t - \frac{1}{D_s^2} B^2(T_D) v^2 r_s D_s^2 ds \\ &= (1 - \lambda B(T_D)) \int_0^t r_s ds + \eta \cdot t - B(T_D) v \int_0^t \sqrt{r_s} dZ_s^* - \frac{1}{2} B^2(T_D) v^2 \int_0^t r_s ds \\ &= \left(1 - \lambda B(T_D) - \frac{1}{2} v^2 B^2(T_D)\right) \int_0^t r_s ds - B(T_D) v \int_0^t \sqrt{r_s} dZ_s^* + \eta \cdot t\end{aligned}$$

Άρα, θα πάρουμε άμεσα την εξής αναπαράσταση:

$$D_t = \exp \left\{ \left(1 - \lambda B(T_D) - \frac{1}{2} v^2 B^2(T_D)\right) \int_0^t r_s ds + \eta \cdot t - B(T_D) \cdot v \cdot \int_0^t \sqrt{r_s} dZ_s^* \right\}$$

Επομένως, με βάση την παραπάνω σχέση, μπορούμε να υπολογίσουμε το σύνολο των καταθέσεων με βάση τον παρακάτω αναδρομικό τύπο:

Για κάθε  $t \geq 0$  και  $\tau > 0$ , έχουμε:

$$\begin{aligned}D_{t+\tau} &= \exp \left\{ \left(1 - \lambda B(T_D) - \frac{1}{2} v^2 B^2(T_D)\right) \int_0^{t+\tau} r_s ds + \eta \cdot (t+\tau) - B(T_D) \cdot v \cdot \int_0^{t+\tau} \sqrt{r_s} dZ_s^* \right\} \\ &= \exp \left\{ \left(1 - \lambda B(T_D) - \frac{1}{2} v^2 B^2(T_D)\right) \int_0^t r_s ds + \eta \cdot t - B(T_D) \cdot v \cdot \int_0^t \sqrt{r_s} dZ_s^* \right\} \\ &\quad \times \exp \left\{ \left(1 - \lambda B(T_D) - \frac{1}{2} v^2 B^2(T_D)\right) \int_t^{t+\tau} r_s ds + \eta \cdot \tau - B(T_D) \cdot v \cdot \int_t^{t+\tau} \sqrt{r_s} dZ_s^* \right\} \\ &= D_t \times \exp \left\{ \left(1 - \lambda B(T_D) - \frac{1}{2} v^2 B^2(T_D)\right) \int_t^{t+\tau} r_s ds + \eta \cdot \tau - B(T_D) \cdot v \cdot \int_t^{t+\tau} \sqrt{r_s} dZ_s^* \right\}\end{aligned}$$

Στην παραπάνω αναπαράσταση, τα ολοκληρώματα είναι ακριβώς τα ίδια που υπολογίσαμε στην περίπτωση του ενεργητικού.

## 4.2 Παραμετροποίηση

Ως σημείο αναφοράς για την αριθμητική ανάλυση, καθορίζεται ένα βασικό σύνολο παραμέτρων που συνοψίζεται στον παρακάτω πίνακα μιας τυχαίας τράπεζας. Οι αποκλίσεις από τις τιμές βάσης παρέχουν πληροφορίες σχετικά με το πώς οι αλλαγές στα χαρακτηριστικά της διάρθρωσης ενεργητικού-παθητικού, της διάρθρωσης του χρέους, της διαδικασίας των επιτοκίων, του καθαρού ρυθμού αύξησης των καταθέσεων, της συμπεριφοράς ηθικού κινδύνου και των ρυθμιστικών αντιδράσεων επηρεάζουν τις τιμές των υποοφειλών. Οι λήξεις του υποχρέους ορίζονται από 1 έως 20 έτη και ο έλεγχος υποτίθεται ότι πραγματοποιείται στοτέλος κάθε έτους. Οι παράμετροι  $q_1$  και  $q_l$  ορίζονται σε 1,3 και 1,087, αντίστοιχα. Η αξία του ενεργητικού θα επανα-υπολογίζεται περιοδικά κατά τις χρονικές στιγμές του ελέγχου, ώστε να αντικατοπτρίζεται ότι η τράπεζα δεν θα διατηρεί περισσότερα κεφάλαια από το ποσό που θεωρείται επαρκές. Υπενθυμίζεται ότι η τιμή της παραμέτρου  $q_l$  είναι σύμφωνη με το πρότυπο κεφαλαίου 83 που θεσπίστηκε στο πλαίσιο της Βασιλείας Συμφωνία.

Για να μελετήσουμε τις επιπτώσεις ενός πιο χαλαρού κεφαλαιακού προτύπου, εξετάζουμε επίσης την περίπτωση που  $q_l = 1,05, 1,03$  και 1. Εξετάζονται οι αρχικές κεφαλαιακές θέσεις των λόγων ενεργητικού-παθητικού (A/D) 1.2, 1.25, 1.30 και 1.35. Αυτοί οι λόγοι ενεργητικού-παθητικού εμπίπτουν στο εύρος που καθορίζεται από τα  $q_1$  και  $q_l$ . Δεν εξετάζουμε τις περιπτώσεις όπου οι κεφαλαιακές θέσεις της τράπεζας είναι υψηλότερες από 1.35. Ο περιορισμός της ανάλυσης σε αυτές τις περιπτώσεις ισοδυναμεί με την εξέταση μόνο των τραπεζών με χαμηλή κεφαλαιοποίηση.

Παράμετροι περιουσιακών στοιχείων		Τιμές
$A$	τα περιουσιακά στοιχεία της τράπεζας	73.355.956
$A / D$	Δείκτες ενεργητικού-καταθέσεων	1.1 ~ 1.25
	ελαστικότητα επιτοκίου του ενεργητικού	0, -3, -5
$\sigma_a$	μεταβλητότητα του πιστωτικού κινδύνου	5%
$w_A$	Διαδικασία Weiner για πιστωτικό σοκ	
Παράμετροι κατάθεσης		Τιμές
$D$	Σύνολο τοκοφόρων καταθέσεων	46,969,626
$\eta$	καθαρός ρυθμός αύξησης των καταθέσεων	0
$\tau_D$	μέση διάρκεια καταθέσεων	0, 3, 5
Παράμετροι επιτοκίου		
$r$	αρχικό στιγμιαίο επιτόκιο	5%
$k$	μέγεθος της μέσης δύναμης αναστροφής	0.2
$m$	μακροχρόνιος μέσος όρος του επιτοκίου	5%
$v$	μεταβλητότητα του επιτοκίου	10%
$\lambda$	αγοραία τιμή του κινδύνου επιτοκίου	-0.01
$Z$	Διαδικασία Weiner για το σοκ των επιτοκίων	
Άλλες παράμετροι		
$SD$	ονομαστικό ποσό χρέους μειωμένης εξασφάλισης	998.758
$E$	ίδια κεφάλαια της τράπεζας	6,079,507
$qu$	ανώτατο όριο ενεργοποίησης για την απόσυρση του πλεονάζοντος κεφαλαίου	1.3
$ql$	κεφαλαιακό πρότυπο	1.087
$\rho$	Επίπεδο κεφαλαιακής ανοχής	0.97
$\omega$	ένταση του ηθικού κινδύνου	0.2

**Πίνακας 1 : Παράμετροι τυχαίας τράπεζας**



Η μελέτη αυτή μοντελοποιεί το γεγονός ότι η τράπεζα έχει μια αρκετά σταθερή κίνηση καταθέσεων και υποθέτει ότι η μέση διάρκεια των καταθέσεων της τράπεζας (  $TD$  ) είναι 0, 3 και 5 έτη. Η υπόθεση αυτή επιτρέπει στην τράπεζα να διατηρήσει την ελαστικότητα των επιτοκίων των καταθέσεων της (  $B(TD)$  ) στο 0, -2,12 και -2,85, αντίστοιχα, διαχρονικά. Η ελαστικότητα επιτοκίου των στοιχείων ενεργητικού της τράπεζας, δηλαδή  $A$ , τίθεται σε 0, -3 και -5. Η διαφορά στην ελαστικότητα επιτοκίου των στοιχείων ενεργητικού και των καταθέσεων της τράπεζας μετρά το βαθμό αναντιστοιχίας στην έκθεση σε κίνδυνο επιτοκίου των στοιχείων ενεργητικού και των καταθέσεων.

Η μεταβλητότητα της απόδοσης του περιουσιακού στοιχείου που προκαλείται από τον πιστωτικό κίνδυνο ορίζεται σε 5%. Οι λόγοι του ονομαστικού ποσού του υποχρέους προς την αξία των ιδίων κεφαλαίων της τράπεζας ορίζονται σε 10%, ενώ θα χρησιμοποιηθούν και άλλες τιμές για να μετρηθεί η επίδραση της δομής του χρέους στην αποτίμηση του υποχρέους. Το αρχικό τρέχον επιτόκιο και το μακροπρόθεσμο επιτόκιο ορίζονται αμφότερα στο 5%. Η δύναμη της αναστροφής στο μέσο ορίζεται σε 0,2, ενώ η μεταβλητότητα του επιτοκίου ορίζεται σε 10%. Η αγοραία τιμή του κινδύνου επιτοκίου ορίζεται σε -0,01. Οι παράμετροι της διάρθρωσης των στοχαστικών διαδικασιών βρίσκονται όλες εντός των ορίων που χρησιμοποιούνται συνήθως στην υπάρχουσα βιβλιογραφία.

## 5 Αποτελέσματα Ανάλυσης

Στους παρακάτω πίνακες παρουσιάζονται οι τιμές των υποομολόγων υπό εναλλακτικούς συνδυασμούς της ελαστικότητας των επιτοκίων των τραπεζικών περιουσιακών στοιχείων και της μέσης διάρκειας των καταθέσεων.

Οι Πίνακες 2, 3 αντιπροσωπεύουν τις εκτιμήσεις στην περίπτωση όπου ο συνδυασμός της ελαστικότητας του επιτοκίου του ενεργητικού της τράπεζας και της μέσης διάρκειας των καταθέσεων, δηλαδή  $(\Phi A, TD)$ , ορίζεται σε  $(-5, 3)$ ,  $(-3, 5)$  και  $(0, 0)$ , αντίστοιχα.

Για την περίπτωση του  $(0, 0)$ , εξαλείφουμε τον επιτοκιακό κίνδυνο και στις δύο πλευρές του ισολογισμού της τράπεζας.

### 5.1 Τιμές Υποχρέους στο πλαίσιο της PCA

Ο παρακάτω πίνακας παρουσιάζει τις εκτιμήσεις μιας τυχαίας τράπεζας στην οποία οι ρυθμιστικές αρχές ελέγχουν τις τράπεζες ετησίως και αναδιαρθρώνουν την τράπεζα κάθε φορά που το κεφαλαιακό επίπεδο της τράπεζας παραβιάζει το κεφαλαιακό πρότυπο,  $q_1=1.087$ . Η μελέτη υποθέτει ότι οι υποκεφαλαιοποιημένες τράπεζες θα αναδιαρθρωθούν με τη μέθοδο της συγχώνευσης είτε μέσω της εξαγοράς είτε με τη βοήθεια της κυβέρνησης, όπως συμβαίνει στις ΗΠΑ. Οι μεταβολές των τιμών των υποομολόγων είναι πιο ευαίσθητες για βραχυπρόθεσμες ωριμάνσεις από ό,τι για μακροπρόθεσμες ως προς τις διαφορετικές κεφαλαιακές θέσεις της τράπεζας.

Στην πρώτη περίπτωση εξετάζεται το ενδεχόμενο όπου ο συνδυασμός της ελαστικότητας του επιτοκίου του ενεργητικού της τράπεζας και της μέσης διάρκειας των καταθέσεων, δηλαδή  $(\Phi A, TD)$ , ορίζεται σε  $(-5, 3)$  είτε  $(-3,5)$  είτε  $(0,0)$  θέτοντας το κεφαλαιακό πρότυπο στο 1.087 χωρίς να έχουμε ηθικό κίνδυνο και κεφαλαιακή ανοχή.

<b>Πίνακας 2</b>				
Πλαίσιο A		$(\Phi A, TD) = (-5, 3)$		
Ωριμότητα	A/D=1.2	1.25	1.3	1.35
1	0.8011	0.8903	0.9255	0.9409
3	0.7950	0.8110	0.8232	0.8308
5	0.7290	0.7388	0.7487	0.7497
10	0.5753	0.5866	0.5875	0.5893
20	0.3603	0.3639	0.3650	0.3670
Πλαίσιο B		$(\Phi A, TD) = (-3, 5)$		
1	0.9016	0.9444	0.9506	0.9511
3	0.7772	0.8222	0.8450	0.8528
5	0.7138	0.7323	0.7496	0.7629
10	0.5641	0.571	0.5799	0.5891
20	0.3605	0.361	0.3613	0.3634
Πλαίσιο C		$(\Phi A, TD) = (0, 0)$		
1	0.9042	0.9462	0.9507	0.9510
3	0.7896	0.8268	0.8491	0.8605
5	0,7169	0.7376	0.7517	0.7662
10	0.5747	0.5791	0.5906	0.5917
20	0.3641	0.3630	0.3638	0.3858

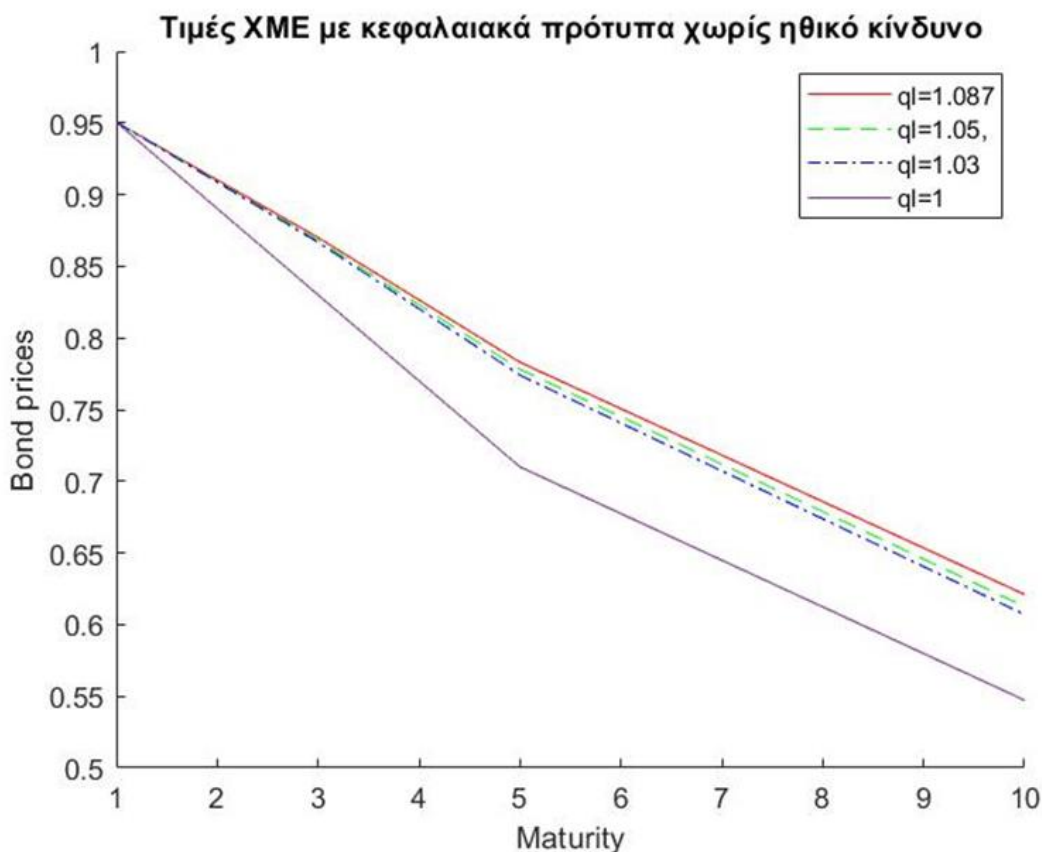
Κρίνοντας το διάγραμμα που ακολουθεί παρατηρούμε ότι όσο αυξάνονται οι τιμές των κεφαλαιακών προτύπων αυξάνονται οι τιμές του υποχρέους διότι μειώνεται η πιθανότητα αθέτησης των πληρωμών στους κατόχους όταν η τράπεζα αναδιαρθρώνεται, ενώ η επίδραση των κεφαλαιακών προτύπων στις τιμές του υποχρέους είναι μεγαλύτερη για μακροπρόθεσμες ωριμάνσεις αντί για βραχυπρόθεσμες.

## Γράφημα 1

Τιμές υποομολόγων υπό διαφορετικά κεφαλαιακά πρότυπα χωρίς ηθικό κίνδυνο και κεφαλαιακή ανοχή.

$A/D=1.15$  ,  $SD/E=0.1$  ,  $(\Phi_A, T_D)=(0,0)$  ,  $\eta=0$

$q_I=1, 1.03, 1.05, 1.087$



## **5.2 Τιμές Υποχρέους στο πλαίσιο της Ανοχής Κεφαλαίου και Ηθικού Κινδύνου**

Οι παρακάτω πίνακες παρουσιάζουν τις τιμές των υποομολόγων όταν είναι δυνατή η ανοχή και η συμπεριφορά ηθικού κινδύνου. Η συμπεριφορά ηθικού κινδύνου αναφέρεται σε δραστηριότητες ανάληψης κινδύνου που προκαλούνται από την ανοχή. Η παρούσα μελέτη υποθέτει ότι οι προβληματικές τράπεζες θα αυξήσουν τον κίνδυνο του χαρτοφυλακίου τους κατά 20% (δηλ. = 0,2) όταν η αξία του ενεργητικού τους πέφτει κάτω από τις υποχρεώσεις τους από καταθέσεις. Οι πίνακες δείχνουν ότι η πιθανότητα ανοχής και ηθικού κινδύνου οδηγεί τις τιμές των υποομολόγων σε χαμηλότερα επίπεδα, επειδή η ανοχή και ο ηθικός κίνδυνος αυξάνουν τον κίνδυνο αθέτησης των υποομολόγων. Δείχνει επίσης ότι η επίδραση της ανοχής είναι πιο σημαντική γιατί τράπεζες με χαμηλό αρχικό κεφάλαιο και υποομολόγα με μεγάλη διάρκεια στη λήξη. Όπως και στον πίνακα της προηγούμενης ενότητας, ο πίνακας σε αυτό το κεφάλαιο μας δείχνει επίσης ότι ο κίνδυνος επιτοκίου μειώνει τις τιμές του υποχρέους .

Στην πρώτη περίπτωση εξετάζεται το ενδεχόμενο όπου ο συνδυασμός της ελαστικότητας του επιτοκίου του ενεργητικού της τράπεζας και της μέσης διάρκειας των καταθέσεων, δηλαδή  $(\Phi A, TD)$ , ορίζεται σε  $(-5, 3)$  είτε  $(-3,5)$  είτε  $(0,0)$  θέτοντας το όριο των κεφαλαιακών προτύπων στο 1.087 έχοντας ηθικό κίνδυνο και κεφαλαιακή ανοχή.

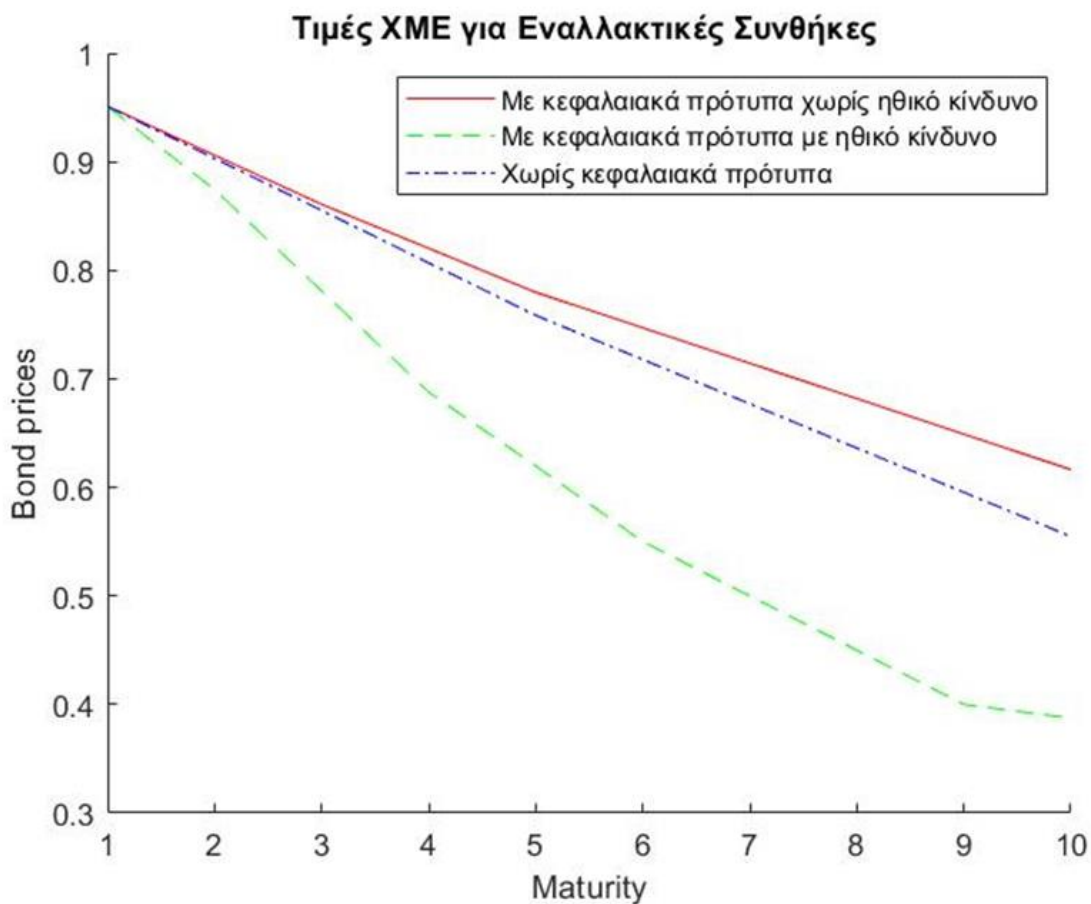
<b>Πίνακας 3</b>				
	Πλαίσιο A	$(\Phi A, TD) = (-5, 3)$		
Ωριμότητα	A/D=1.2	1.25	1.3	1.35
1	0.8011	0.8903	0.9255	0.9409
3	0.1234	0.4059	0.6531	0.8598
5	0.0912	0.2831	0.3242	0.7497
10	0.0645	0.1107	0.1326	0.5893
20	0.0374	0.1009	0.1070	0.3670
	Πλαίσιο B	$(\Phi A, TD) = (-3, 5)$		
1	0.9016	0.9444	0.9506	0.9511
3	0.4130	0.7667	0.8202	0.8395
5	0.3017	0.6975	0.7391	0.7588
10	0.1931	0.5311	0.5636	0.5726
20	0.1117	0.3253	0.3598	0.3610
	Πλαίσιο C	$(\Phi A, TD) = (0, 0)$		
1	0.9042	0.9462	0.9507	0.9510
3	0.4391	0.7747	0.8342	0.8597
5	0.3269	0.6199	0.7445	0.7520
10	0.2043	0.5474	0.5704	0.5889
20	0.1223	0.3432	0.3723	0.3753

Στο επόμενο διάγραμμα μπορούμε να συμπεράνουμε ότι τα κεφαλαιακά πρότυπα αυξάνουν τις τιμές του υποχρέους, καθώς επίσης ο ηθικός κίνδυνος μειώνει τις τιμές του υποχρέους. Ακόμα παρατηρείται ότι χωρίς κεφαλαιακά πρότυπα δεν πραγματοποιείται αναδιάρθρωση, οπότε ειδικά για μεγάλο χρόνο ωρίμανσης υπάρχει κίνδυνος αθέτησης των πληρωμών εφόσον μειωθούν αρκετά τα περιουσιακά στοιχεία. Τέλος η επίδραση των παραπάνω φαινομένων αυξάνεται ως προς το χρόνο ωρίμανσης.

## Γράφημα 2

Τιμές υποομολόγων υπό εναλλακτικές συνθήκες.

$qI=1.087$  ,  $(\Phi_A, T_D)=(0,0)$  ,  $\eta=0$  ,  $A/D=1.25$  ,  $SD/E=0.1$



## 6. Συμπεράσματα/ Επίλογος

Η παρούσα μελέτη αναπτύσσει ένα διαρθρωτικό υπόδειγμα για την τιμολόγηση του υποχρέους μιας τυχαίας τράπεζας, λαμβάνοντας υπόψη τα κεφαλαιακά πρότυπα, τις ρυθμιστικές ενέργειες, τη συμπεριφορά ανάληψης κινδύνων μιας τράπεζας, τον κίνδυνο επιτοκίου και άλλα χρηματοοικονομικά χαρακτηριστικά της τράπεζας και του υποχρέους. Οι αριθμητικές εκτιμήσεις δείχνουν πως οι τιμές υποομολόγων καθορίζονται από τις μεταβλητές του υποδείγματος και τις κεφαλαιακές ρυθμίσεις. Τα αποτελέσματα μετρούν επίσης τον αντίκτυπο των βασικών μεταβλητών του υποδείγματος στις τιμές υποομολόγων και δείχνουν πώς μπορεί να επηρεαστεί η σχέση μεταξύ του τραπεζικού κινδύνου και των τιμών των υποομολόγων.

Το υπόδειγμά αποτίμησης έχει ενδιαφέρουσες επιπτώσεις στην χάραξη επενδυτικής πολιτικής και απ' ότι βλέπουμε ποικίλει ανάλογα με την τράπεζα. Επισημαίνει ότι οι τιμές του υποχρέους είναι διαφορετικές υπό διαφορετικές ρυθμιστικές πολιτικές. Επιπλέον, όσο υψηλότερο είναι το κεφαλαιακό πρότυπο στο πλαίσιο της PCA, τόσο υψηλότερες θα είναι οι τιμές του υποχρέους λόγω του ότι αυξάνονται τα περυσιακά στοιχεία και υπάρχει μεγαλύτερη σιγουριά.

Επίσης οι μεταβολές των τιμών του υποομολόγου είναι πιο ευαίσθητες για βραχυπρόθεσμες ωριμάνσεις από ό,τι για μακροπρόθεσμες ως προς τις διαφορετικές κεφαλαιακές θέσεις της τράπεζας, ενώ ο ηθικός κίνδυνος οδηγεί τις τιμές των υποομολόγων σε χαμηλότερα επίπεδα επειδή αυξάνει τον κίνδυνο αθέτησης.

Αυτό το υπόδειγμα αποτίμησης πολλαπλών περιόδων για το υποχρέος προσφέρει μια χρήσιμη πλατφόρμα για μελλοντική έρευνα που θα επιδιώξει να ενσωματώσει άλλους τύπους ρυθμιστικών παρεμβάσεων και την τραπεζική συμπεριφορά προκειμένου να προκύψουν θεωρητικές τιμές χρέους, ενώ η ακριβής σχέση μεταξύ μιας μεταβλητής ενδιαφέροντος και των τιμών υποχρέους που μετράται από το υπόδειγμα χρησιμεύει ως σημείο αναφοράς για εμπειρικές μελέτες.



## **Βιβλιογραφία**

[1] Avery, R. B., T. M. Belton, and M. Goldberg, 1988, Market Discipline in Regulating Bank Risk: New Evidence from the Capital Markets, *Journal of Money, Credit, and Banking*, 20, 597-610.

[2] Bartholomew, P., 1991, The Cost of Forbearance During the Thrift Crisis, U.S. Congressional Budget Office's Staff Memorandum, Washington DC.

[3] Basel Committee on Banking Supervision, 2003, Markets for Bank Subordinated Debt and Equity in Basel Committee Member Countries, Working Paper No. 12.

[4] Basel Committee on Banking Supervision, 2004, International Convergence of Capital Measurement and Capital Standards, A Revised Framework.

[5] Black, L, R. Correa, X. Huang, and H. Zhou, 2016, The systemic risk of European banks during the financial and sovereign debt crises. *Journal of Banking & Finance*, 63, 107- 125.

[6] Brennan, M. J. and E. S. Schwartz, 1980, Analyzing Convertible Bonds, *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 15, 907-929.

[7] Chang, C. C., and M.-T. Yu, 2017. Bank Contingent Capital: Valuation and the Role of Market Discipline. *Journal of Financial Services Research*, DOI 10.1007/s10693-016-0259-9.

[8] Chen, A. H., K. J. Robinson, and T. F. Siems, 2004, The Wealth Effects from a Subordinated Debt Policy: Evidence from Passage of the Gramm-Leach-Bliley Act, *Review of Financial Economics* ,13, 103-119.

[9] Cox, J., J. Ingersoll, and S. Ross, 1985, The Term Structure of Interest Rates, *Econometrica* ,53, 363-384.

[10] DeYoung, R., M. J. Flannery, W. W. Lang, and S. Sorescu, 2001, The Information Content of Bank Exam Ratings and Subordinated Debt Prices, *Journal of Money, Credit and*

Banking ,33, 900-925.

[11] Duan, J.-C., A. Moreau, and C. W. Sealey, 1995, Deposit Insurance and Bank Interest Rate Risk: Pricing and Regulatory Implications, *Journal of Banking and Finance*,19, 1091-1108.

[12] Duan, J. and J. Simonato, 1999, Estimating and Testing Exponential-affine Term Structure Models by Kalman Filter, *Review of Quantitative Finance and Accounting*,13, 111-135.

[13] Duan, J.-C. and M.-T. Yu, 2005, Fair Insurance Guaranty Premia in the Presence of Risk-based Capital Regulations, *Stochastic Interest Rate and Catastrophe Risk*, *Journal of Banking and Finance*,29, 2435-2454.

[14] Duffie, D. and K. Singleton, 1999, Modeling Term Structures of Defaultable Bonds, *Review of Financial Studies*,12, 687-720.

[15] Evanoff, D. D. and L. D. Wall, 2001, SND Yield Spreads as Bank Risk Measures, *Journal of Financial Services Research*,19, 121-146.

[16] Evanoff, D. D. and L. D. Wall, 2002, Measures of the Riskiness of Banking Organizations: Subordinated Debt Yields, Risk-Based Capital, and Examination Ratings, *Journal of Banking and Finance*,26, 989-1009.

[17] Fan, et al, 2003, Time-Dependent Diffusion Models for Term Structure Dynamics, *Statistica Sinica*,13, 965-992.

[18] Flannery Mark, Sorescu Sorin, 1996, Evidence of Bank Market Discipline in Subordinated Debenture Yields,51, 1347-1377.

[19] Gorton Gary and Rosen Richard, 1995, Corporate Control, Portfolio Choice, and the Decline of Banking, *The Journal of Finance*,50, 1377-1420.

[20] Gorton, G., & Santomero, 1990, Market Discipline and Bank Subordinated Debt: Note. *Journal of Money, Credit and Banking*, 22, 119-128.

[21] Goyal 2005 *Random Structures & Algorithms*,27, 227-234.

[22] Hanweck Gerald A, J. Spellman Lewis, 2002, Forbearance Expectations and the Subordinated Debt Signal of Bank Insolvency”, presented at the joint FDIC .

[23] Harrison J.Michael, Stanley R. Pliska Stanley, 1981, Martingales and stochastic integrals in the theory of continuous trading *Stochastic Processes and their Applications*,11, 215-260.

[24] Jaffee Dwight, Mark Levonian, 2001, The Structure of Banking Systems in Developed and Transition Economies,7, 161-181.

[25] Kane Deposit Insurance around the Globe: Where Does It Work?, *Journal of Economic Perspectives*, American Economic Association,16, 175-195.

[26] Krishnan, C. N. V., Ritchken, P. H., & Thomson, J. B, 2005. Monitoring and Controlling Bank Risk: Does Risky Debt Help? *Journal of Finance*,60, 343-378.

[27] Merton Robert, 1974, On the Pricing of Corporate Debt: The Risk Structure of Interest Rates *The Journal of Finance* ,29, *Papers and Proceedings of the Thirty-Second Annual Meeting of the American Finance Association*, New York, New York, 449-470.

[28] Miller, Olson and Yeager, 2015, The Relative Contributions of Equity and Subordinated Debt signals as predictors of Bank Distress during the Financial Crisis,16, 118-137.

[29] Nguyen, N. and Luu, 2013, Determinants of Financing Pattern and Access to Formal-Informal Credit: The Case of Small and Medium Sized Enterprises in Viet Nam. *Journal of Management Research*,5, 240-259.

[30] Osterberg William and Thomson, 1991, The effect of subordinated debt and surety bonds on the cost of capital for banks and the value of federal deposit insurance *Journal of Banking & Finance* ,15, 939-953.

[31] Pennacchi George, 1987, A Reexamination of the Over- (or Under-) Pricing of Deposit Insurance, *Journal of Money, Credit and Banking*,19, 340-360.

[32] Pennacchi, George G, 2010, A Structural Model of Contingent Bank Capital, FRB of Cleveland Working Paper,10, 01-46

[33] Ping Jin Lee, Yu Ming The, 2002, Pricing Default-Risky CAT Bonds With Moral Hazard and Basis Risk, *Journal of Risk and Insurance*,69, 25-44.

[34] Schellhorn and Spellman, 1996, Subordinated Debt Prices and forward-looking estimates of Bank Asset Volatility *Journal of Economics and Business*,48, 337-347.

[35] Sironi, A, 2003, Testing for market discipline in the European banking industry: Evidence from subordinated debt issues. *Journal of Money, Credit & Banking*,35, 443-473

[36] Vasicek Oldrich, 1977, An Equilibrium characterization of the term Structure, *Journal of Financial Economics*,5, 177-188.

## Παράρτημα (κώδικες matlab)

### 1 Βοηθητικός κώδικας ως προς την επίλυση των τιμών υποομολόγων

```
function[A,D,r]=Asset_Deposit_Interest_Paths(A0,D0,r0,TSD,eta,phiA,v,sigmaA,TD,lam,k,m,
NRepl,NSteps)

kstar=k+lam;

mstar=k*m/(k+lam);

gamma=sqrt((k+lam)^2+2*v^2);

B_TD=2*(exp(gamma*TD)-1)/((gamma+k+lam)*(exp(gamma*TD)-1)+2*gamma);

A=zeros(NRepl,NSteps+1);

D=zeros(NRepl,NSteps+1);

r=zeros(NRepl,NSteps+1);

A(:,1)=A0;

D(:,1)=D0;

r(:,1)=r0;

dt=TSD/NSteps;

for i=1:NRepl

for j=2:NSteps+1

ep=randn;

ep2=randn;

A(i,j)=A(i,j-1)*exp((1-1/2*phiA^2*v^2)*r(i,j-1)*dt+(eta*D(i,j-1)/A(i,j-1)-
1/2*sigmaA^2)*dt+phiA*v*sqrt(r(i,j-1))*ep*sqrt(dt)+sigmaA*ep2*sqrt(dt));

D(i,j)=D(i,j-1)*exp(((1-lam*B_TD-1/2*v^2*B_TD^2)*r(i,j-1)+eta)*dt-B_TD*v*sqrt(r(i,j-
1))*ep*sqrt(dt));

r(i,j)=r(i,j-1)+kstar*(mstar-r(i,j-1))*dt+v*sqrt(r(i,j-1))*ep*sqrt(dt);

end

end

end
```

## Τιμές υποομολόγων

### 2 ONE PERIOD:TSD=1

```
function [Price] = PriceSubDebt_OnePeriod(A,D,r,TSD,SD)
[NRepl,NSteps]=size(A);
NSteps=NSteps-1;
dt=TSD/NSteps;
PTSD=zeros(NRepl,1);
PTSD0=zeros(NRepl,1);
for i=1:NRepl
discountfactor=exp(-sum(r(i,2:NSteps+1))*dt);
if (A(i,NSteps+1)>SD+D(i,NSteps+1))
PTSD(i)=SD;
elseif (A(i,NSteps+1)>D(i,NSteps+1) && (A(i,NSteps+1)<=SD+D(i,NSteps+1)))
PTSD(i)=A(i,NSteps+1)-D(i,NSteps+1);
else
PTSD(i)=0;
end
PTSD0(i)=discountfactor*PTSD(i);
end
Price=mean(PTSD0)/SD;
end
```

**MULTI PERIOD: TSD=2,...,20**

### **3 Τιμές υποομολόγων υπό κεφαλαιακά πρότυπα χωρίς ηθικόκίνδυνο και κεφαλαιακή ανοχή.**

```
function[Price]=PriceSubDebt_multiPeriod(SD,A0,D0,r0,TSD,eta,phiA,v,sigmaA,TD,lam,k,m,q  
u,ql,kappa,NRepl,NSteps)
```

```
dt=1/NSteps;
```

```
PTSD=zeros(NRepl,1);
```

```
PTSD0=zeros(NRepl,1);
```

```
rm=zeros(NRepl,1+TSD*NSteps);
```

```
[A,D,r]=Asset_Deposit_Interest_Paths(A0,D0,r0,1,eta,phiA,v,sigmaA,TD,lam,k,m,NRepl,NSte  
ps);
```

```
rm(:,1:NSteps+1)=r;
```

```
for i=1:NRepl
```

```
if (A(i,NSteps+1)>qu*D(i,NSteps+1))
```

```

A(i,NSteps+1)=qu*D(i,NSteps+1);
elseif (A(i,NSteps+1)<kappa*D(i,NSteps+1))
A(i,NSteps+1)=ql*D(i,NSteps+1);
end

for t=2:TSD
[A(i,:),D(i,:),r(i,:)] =
Asset_Deposit_Interest_Paths(A(i,NSteps+1),D(i,NSteps+1),r(i,NSteps+1),1,eta,phiA,v,sigma
A,TD,lam,k,m,1,NSteps);
rm(i,(t-1)*NSteps+2:t*NSteps+1)=r(i,2:NSteps+1);
if (A(i,NSteps+1)>qu*D(i,NSteps+1))
A(i,NSteps+1)=qu*D(i,NSteps+1);
elseif (A(i,NSteps+1)<kappa*D(i,NSteps+1))
A(i,NSteps+1)=ql*D(i,NSteps+1);
end
end
if (A(i,NSteps+1)>SD+D(i,NSteps+1))
PTSD(i)=SD;
elseif (A(i,NSteps+1)>D(i,NSteps+1) && (A(i,NSteps+1))<=SD+D(i,NSteps+1))
PTSD(i)=A(i,NSteps+1)-D(i,NSteps+1);
else
PTSD(i)=0;
end
discountfactor=exp(-sum(rm(i,2:1+TSD*NSteps))*dt);
PTSD0(i)=discountfactor*PTSD(i);
end
Price=mean(PTSD0)/SD;
end

```



#### 4 Τιμές υποομολόγων υπό κεφαλαιακά πρότυπα με ηθικό κίνδυνο και κεφαλαιακή ανοχή.

```
function[Price]=PriceSubDebt_multiPeriod_Moral(SD,A0,D0,r0,TSD,eta,phiA,v,sigmaA,TD
,lam,k,m,qu,ql,rho,w,NRepl,NSteps)

dt=1/NSteps;

PTSD=zeros(NRepl,1);

PTSD0=zeros(NRepl,1);

rm=zeros(NRepl,1+TSD*NSteps);

[A,D,r]=Asset_Deposit_Interest_Paths(A0,D0,r0,1,eta,phiA,v,sigmaA,TD,lam,k,m,NRepl,N
Steps);

rm(:,1:NSteps+1)=r;

for i=1:NRepl

    if (A(i,NSteps+1)>qu*D(i,NSteps+1))

        A(i,NSteps+1)=qu*D(i,NSteps+1);

    elseif (A(i,NSteps+1)<ql*D(i,NSteps+1)) && (A(i,NSteps+1)>rho*D(i,NSteps+1))

        sigmaA=(1+w)*sigmaA;

    elseif (A(i,NSteps+1)<rho*D(i,NSteps+1))

        A(i,NSteps+1)=ql*D(i,NSteps+1);

    end

    for t=2:TSD
        [A(i,:),D(i,:),r(i,:)]=Asset_Deposit_Interest_Paths(A(i,NSteps+1),D(i,NSteps+1),
r(i,NSteps+1),1,eta,phiA,v,sigmaA,TD,lam,k,m,1,NSteps);
```

```

rm(i,(t-1)*NSteps+2:t*NSteps+1)=r(i,2:NSteps+1);

if (A(i,NSteps+1)>qu*D(i,NSteps+1))

A(i,NSteps+1)=qu*D(i,NSteps+1);

Elseif (A(i,NSteps+1)<ql*D(i,NSteps+1)) && (A(i,NSteps+1)>rho*D(i,NSteps+1))

sigmaA=(1+w)*sigmaA;

elseif (A(i,NSteps+1)<rho*D(i,NSteps+1))

A(i,NSteps+1)=ql*D(i,NSteps+1);

end

end

if (A(i,NSteps+1)>SD+D(i,NSteps+1))

PTSD(i)=SD;

elseif (A(i,NSteps+1)>D(i,NSteps+1)) && (A(i,NSteps+1)<=SD+D(i,NSteps+1))

PTSD(i)=A(i,NSteps+1)-D(i,NSteps+1);

else

PTSD(i)=0;

end

discountfactor=exp(-sum(rm(i,2:1+TSD*NSteps))*dt);

PTSD0(i)=discountfactor*PTSD(i);

end

Price=mean(PTSD0)/SD;

end

```

## 5 Τιμές υποομολόγων υπό κεφαλαιακά πρότυπα χωρίς κεφαλαιακά πρότυπα.

```
function[Price]=PriceSubDebt_multiPeriodcp(SD,A0,D0,r0,TSD,eta,phiA,v,sigmaA,TD,lam,k,
m,NRepl,NSteps)

dt=1/NSteps;

PTSD=zeros(NRepl,1);

PTSD0=zeros(NRepl,1);

rm=zeros(NRepl,1+TSD*NSteps);

[A,D,r]=Asset_Deposit_Interest_Paths(A0,D0,r0,1,eta,phiA,v,sigmaA,TD,lam,k,m,NRepl,NSteps);

rm(:,1:NSteps+1)=r;

for i=1:NRepl

for t=2:TSD

[A(i,:),D(i,:),r(i,:)] =
Asset_Deposit_Interest_Paths(A(i,NSteps+1),D(i,NSteps+1),r(i,NSteps+1),1,eta,phiA,v,sigma
A,TD,lam,k,m,1,NSteps);

rm(i,(t-1)*NSteps+2:t*NSteps+1)=r(i,2:NSteps+1);

end

if (A(i,NSteps+1)>SD+D(i,NSteps+1))

PTSD(i)=SD;

elseif (A(i,NSteps+1)>D(i,NSteps+1)) && (A(i,NSteps+1))<=SD+D(i,NSteps+1)

PTSD(i)=A(i,NSteps+1)-D(i,NSteps+1);

else

PTSD(i)=0;

end

discountfactor=exp(-sum(rm(i,2:1+TSD*NSteps))*dt);

PTSD0(i)=discountfactor*PTSD(i);

end

Price=mean(PTSD0)/SD;

end
```