

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ



**Σχολή Χρηματοοικονομικής και Στατιστικής
Τμήμα Στατιστικής και Ασφαλιστικής Επιστήμης
Μεταπτυχιακό Πρόγραμμα στην Εφαρμοσμένη Στατιστική**

**“Σύγκριση Μέτρων Κινδύνου Επενδυτικών
Χαρτοφυλακίων”**

Χρήστος Νικολόπουλος

Διπλωματική Εργασία

που υποβλήθηκε στο Τμήμα Στατιστικής και Ασφαλιστικής Επιστήμης του Πανεπιστημίου Πειραιώς ως μέρος των απαιτήσεων για την απόκτηση του Μεταπτυχιακού Διπλώματος Ειδίκευσης στην Εφαρμοσμένη Στατιστική.

Πειραιάς 2020

Η παρούσα Διπλωματική Εργασία εγκρίθηκε ομόφωνα από την Τριμελή Εξεταστική Επιτροπή που ορίστηκε από τη ΓΣΕΣ του Τμήματος Στατιστικής και Ασφαλιστικής Επιστήμης του Πανεπιστημίου Πειραιώς στην υπ' αριθμό συνεδρίασή του σύμφωνα με τον Εσωτερικό Κανονισμό Λειτουργίας του Προγράμματος Μεταπτυχιακών Σπουδών στην Εφαρμοσμένη Στατιστική

Τα μέλη της Επιτροπής ήταν:

- Μιχαήλ Ανθρωπέλος (Επιβλέπων)
- Μάρκος Κούτρας
- Μιχαήλ Μπούτσικας

Η έγκριση της Διπλωματικής Εργασίας από το Τμήμα Στατιστικής και Ασφαλιστικής Επιστήμης του Πανεπιστημίου Πειραιώς δεν υποδηλώνει αποδοχή των γνώμων του συγγραφέα.

UNIVERSITY OF PIRAEUS



School of Finance and Statistics

Department of Statistics and Insurance Science

Postgraduate Program in Applied Statistics

**“Comparison of Risk Measures for Investment
Portfolios”**

By

Christos Nikolopoulos

MSc Dissertation

Submitted to the Department of Statistics and Insurance Science of the University of Piraeus in partial fulfilment of the requirements for the degree of the Master of Science in Applied Statistics.

Piraeus 2020

*Στην οικογένεια μου τους φίλους μου και τη
Μάγδα για την αμέριστη στήριξη τους.*

Ευχαριστίες

Ένα μεγάλο ευχαριστώ στον επιβλέποντα καθηγητή μου, κύριο Μιχάλη Ανθρωπέλο, για τη στήριξη, την άψογη συνεργασία και την καθοδήγηση του στην περάτωση της διπλωματικής μου εργασίας.

Περίληψη

Οι χρηματοοικονομικοί οργανισμοί στην προσπάθεια τους να αντιμετωπίσουν τους κινδύνους της αγοράς έχουν αναπτύξει τις τελευταίες δεκαετίες πληθώρα μεθόδων και τεχνικών μοντελοποίησης του κινδύνου ώστε να μπορέσουν να τον εκτιμήσουν και να προλάβουν δυσάρεστες καταστάσεις. Έτσι έχουν δημιουργηθεί αρκετά μοντέλα με σκοπό την ποσοτικοποίηση και τη μέτρηση του κινδύνου. Στην παρούσα εργασία θα ασχοληθούμε με δύο από τα πιο δημοφιλή μέτρα κινδύνου, το Value at Risk και το Conditional Value at Risk ή αλλιώς Expected Shortfall με σκοπό να τα συγκρίνουμε. Αρχικά θα ορίσουμε τα μέτρα αυτά και θα δούμε τι απεικονίζουν καθώς και τα πλεονεκτήματα τους και αντίστοιχα τα μειονεκτήματα τους. Στη συνέχεια θα χρησιμοποιήσουμε δύο διαφορετικές μεθόδους ώστε να τα εκτιμήσουμε. Συγκεκριμένα στο κεφάλαιο 2 θα χρησιμοποιήσουμε τη μέθοδο της Ιστορικής Προσομοίωσης καθώς και μιας επέκτασης της κλασικής μεθόδου που είναι η Ιστορική Προσομοίωση με βάρη (Weighted Historical Simulation). Στο κεφάλαιο 3 θα χρησιμοποιήσουμε τη μέθοδο της προσομοίωσης Monte Carlo με σκοπό να εκτιμήσουμε τα παραπάνω μέτρα. Τέλος, στο κεφάλαιο 4 θα εξάγουμε τα συμπεράσματα μας για τη σύγκριση των δύο μέτρων κινδύνου.

Abstract

The financial institutions in order to cope with the risks of the market, they have developed the last decades a variety of methods and techniques for risk modeling and measurement, in order to estimate them property and prevent unfortunate situations. Thus, many models have been created for the purpose of quantification and the measurement of risk. In this thesis, we study the two of the most common risk measures the Value at Risk and the Conditional Value at Risk or Expected Shortfall and compare them. At first, we define these measures and state what they represent. Also, we list the advantages and disadvantages of each measure and then use two different methods to estimate them. Specifically, in chapter 2 we use the method of Historical Simulation, as well an extension of the classic method which is Weighted Historical Simulation. In chapter 3, we use the simulation method Monte Carlo in order to estimate the measures above. Finally, in chapter 4 we state our conclusions for the comparison of the two methods.

Περιεχόμενα

Περίληψη	7
Εισαγωγή	10
Κεφάλαιο 1 - Μέτρα κινδύνου: Εισαγωγή στο VaR & Expected Shortfall	11
1.1 Μέτρα Κινδύνου	11
1.2 Value at Risk (VaR)	11
1.2.1 Χρονικός Ορίζοντας	13
1.2.2 Το VaR και το Πλαίσιο της Βασιλείας	13
1.2.3 Χρήσεις του VaR	14
1.2.4 Το VaR στον κανονισμό της Κεφαλαιαγοράς	15
1.2.5 VaR Πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα	15
1.3 Conditional Value at Risk (CVaR) ή Expected Shortfall	16
1.3.1 Συνεκτικά Μέτρα Κινδύνου	16
1.3.2 Expected Shortfall	18
1.3.3 Expected Shortfall Πλεονεκτήματα Μειονεκτήματα	19
1.4 Ενδεικτικές Αναφορές	19
1.5 Εκτιμητικές Μέθοδοι	20
Κεφάλαιο 2 - Εκτίμηση με τη μέθοδο της Ιστορικής Προσομοίωσης	21
2.1 Η Ιστορική Προσομοίωση	21
2.1.1 Η μέθοδος	22
2.1.2 Ιστορική προσομοίωση με Βάρη (Weighted Historical Simulation)	22
2.2 Εκτίμηση των μέτρων κινδύνου	23
Κεφάλαιο 3 - Εκτίμηση με τη μέθοδο Monte Carlo	53
3.1 Η προσομοίωση Monte Carlo	53
3.2 Εκτίμηση των μέτρων κινδύνου	55
Κεφάλαιο 4 – Αποτελέσματα	63
Βιβλιογραφία	

Εισαγωγή

Με τον όρο κίνδυνο στα χρηματοοικονομικά ορίζουμε τη μεταβλητότητα των δυνητικών αποτελεσμάτων μιας επένδυσης γύρω από μια αναμενόμενη τιμή. Περιγράφει δηλαδή μια κατάσταση για την οποία υπάρχει αβεβαιότητα γύρω από το αποτέλεσμα. Είναι μια έννοια που έχει απασχολήσει και απασχολεί καθημερινά τόσο χρηματοπιστωτικά ιδρύματα όσο και επιχειρήσεις ενώ έχει γίνει αντικείμενο μελέτης για πολλούς επιστήμονες του κλάδου με σκοπό να τους κατηγοριοποιήσουν και να αναπτύξουν μεθόδους για την εκτίμηση και διαχείριση τους.

Οι κίνδυνοι που αντιμετωπίζει μια επένδυση άλλωστε είναι πολλοί και μπορεί να προέρχονται από διαφορετικές πηγές. Ενδεικτικά τέτοιες μπορεί να είναι διάφορες συγκυρίες όπως έκτακτα γεγονότα, κρίση στην αγορά κ.α. , το μακροοικονομικό περιβάλλον ακόμα και η ίδια η επιχείρηση ή το χρηματοπιστωτικό ίδρυμα που πραγματοποιεί την επένδυση με κακούς χειρισμούς. Σε μια προσπάθεια να ταξινομήσουμε τα είδη κινδύνων, μπορούμε να τους ομαδοποιήσουμε σε κινδύνους που προέρχονται από την Αγορά (market risk) ή αλλιώς συστηματικούς κινδύνους και σε αυτούς που προέρχονται μέσα από την επιχείρηση ή το ίδρυμα. Οι πρώτοι είναι αποτελούν εξωγενή παράμετρο και δεν μπορούν να αντιμετωπιστούν. Οι δεύτεροι μπορούν να αντιμετωπισθούν μέσω της διασποράς των επενδύμενων κεφαλαίων σε πολλές επιμέρους επενδύσεις (Μ. Γκλεζάκος, Διαχείριση Χαρτοφυλακίου Επενδύσεων). Στην ουσία η έκθεση στον κίνδυνο από ένα περιουσιακό στοιχείο δεν πρέπει να εκτιμάται μεμονωμένα αλλά από το πως συνεισφέρει στη συνολική έκθεση στον κίνδυνο του χαρτοφυλακίου.

Όσο πιο αποτελεσματική είναι η αποτίμηση του κινδύνου, τόσο περισσότερο εξασφαλίζει ο εκάστοτε οργανισμός ή χρηματοπιστωτικό ίδρυμα υψηλότερη αποδοτικότητα αλλά ταυτόχρονα διασφαλίζεται και θωρακίζεται απέναντι σε μια απρόβλεπτη κατάσταση της οικονομίας (Ross et al, 2017). Αυτός είναι και ένας λόγος για τον οποίο οι επιχειρήσεις επενδύουν αρκετά τα τελευταία χρόνια στον τομέα έρευνας και ανάπτυξης. Ως αποτέλεσμα, τα τελευταία χρόνια έχουν αναπτυχθεί αρκετά μαθηματικά εργαλεία και αλγοριθμικές τεχνικές μοντελοποίησης του κινδύνου (McNeil et al., 2015). Μία από τις πιο δημοφιλείς μεθόδους που έχουν αναπτυχθεί για τη διαχείριση του κινδύνου είναι η Αξία σε κίνδυνο (Value at Risk), με την οποία θα ασχοληθούμε σε αυτή την εργασία.

Κεφάλαιο 1- Εισαγωγή στο VaR & Expected Shortfall

Σκοπός του κεφαλαίου είναι να ορίσουμε τι είναι Αξία σε κίνδυνο (Value at Risk) και Υπό Συνθήκη Αξία σε Κίνδυνο (Conditional Value at Risk) ή διαφορετικά Expected Shortfall. Κύρια πηγή πληροφοριών για το σκοπό αυτό είναι το σύγγραμμα Risk Management and Financial Institutions (Hull C. John, Fifth Edition, 2018, Chapter 12).

1.1 Μέτρα Κινδύνου

Ως μέτρο κινδύνου ορίζουμε μια αντιστοίχιση μιας τυχαίας μεταβλητής και ενός μη αρνητικού πραγματικού αριθμού. Ο κίνδυνος αποτελεί ο ίδιος μια τυχαία μεταβλητή. Συνεπώς, αν συμβολίσουμε με x τον κίνδυνο και ρ την απεικόνιση του κινδύνου σε έναν μη αρνητικό πραγματικό αριθμό τότε αυτός ο αριθμός θα είναι ο $\rho(x)$ (Artzner et al, 1999). Στην ουσία μέσω αυτής της αντιστοίχισης ποσοτικοποιείται το πόσο επικίνδυνο είναι το x .

Τα μέτρα κινδύνου βοηθούν τον εκάστοτε επενδυτή να πάρει αποφάσεις σχετικά με τον καθορισμό των κεφαλαιακών διαθέσιμων που πρέπει να υπάρχουν ώστε να αποφευχθούν ακραίες καταστάσεις. Θα πρέπει σε αυτό το σημείο να επισημανθεί ότι δεν υπάρχει ενιαία μεθοδολογία εκτίμησης του μεγέθους κάθε κινδύνου. Η ακριβής μέτρηση του δεν είναι και δεν μπορεί να είναι εφικτή καθώς δεν αισθάνονται όλοι οι επενδυτές τον ίδιο κίνδυνο για την ίδια επένδυση (Μ. Γκλεζάκος, Διαχείριση Χαρτοφυλακίου Επενδύσεων).

Στις μέρες μας, είναι πολύ συχνό φαινόμενο ένα χαρτοφυλάκιο να αποτελείται από εκατοντάδες, ακόμα και χιλιάδες μεταβλητές που σχετίζονται με την αγορά. Άμεση συνέπεια αυτού είναι η έκθεση του χαρτοφυλακίου σε διάφορα είδη κινδύνων καθημερινά. Τα μέτρα κινδύνου, παρόλο που θα ήταν χρήσιμο, δεν προσφέρουν στον εκάστοτε αναλυτή κάποια ένδειξη του συνολικού ρίσκου στον οποίο εκτίθεται ο κάτοχος του χαρτοφυλακίου. Το Value at Risk όπως και το Expected Shortfall που θα αναλύσουμε παρακάτω, είναι προσπάθειες ώστε να απεικονίσουμε με ένα μόλις νούμερο το συνολικό κίνδυνο σε ένα χαρτοφυλάκιο.

1.2 Value at Risk (VaR)

Είναι το πιο δημοφιλές εργαλείο αξιολόγησης του κινδύνου στον κόσμο των επενδύσεων. Αναπτύχθηκε από στελέχη του τομέα έρευνας και ανάπτυξης της J.P Morgan Chase το 1994 (Morgan,1996, Laubsch & Ulmer,1999). Μπορεί να συνδυάζει τον κίνδυνο από διαφορετικά στοιχεία όπως μετοχές, ομόλογα κτλ. Σύμφωνα με το Value at Risk, ο κίνδυνος για ένα μέγεθος θα είναι

$$\text{VaR}_{1-\alpha}(X) = F_X^{-1}(1 - \alpha) = \inf\{x \in \mathbb{R}: P(X \leq x) \geq 1 - \alpha\}, \alpha \in (0,1)$$

όπου $F_X^{-1}(1 - \alpha)$ είναι η αθροιστική συνάρτηση κατανομής του μεγέθους για ένα συγκεκριμένο επίπεδο εμπιστοσύνης α .

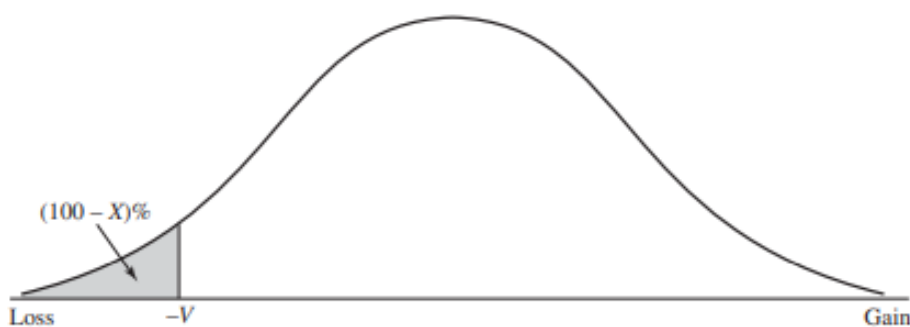
Χρησιμοποιώντας κάποιος το VaR, είναι σα να δηλώνει το εξής:

« Είμαι $\alpha\%$ σίγουρος ότι οι απώλειες μου δε θα ξεπεράσουν τα x ευρώ τις επόμενες N μέρες ». (Hull C. John, Fifth Edition, 2018, Chapter 12).

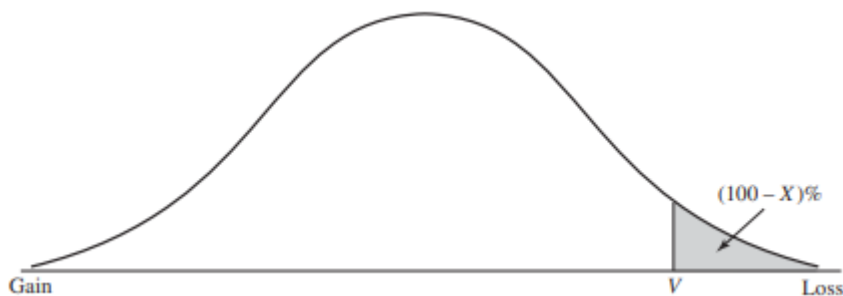
Το παραπάνω x ορίζεται ως το VaR του χαρτοφυλακίου. Πρακτικά, είναι μια συνάρτηση η οποία αποτελείται από δύο παραμέτρους, το χρονικό ορίζοντα N και το επίπεδο εμπιστοσύνης α . Η παράμετρος α εξαρτάται αποκλειστικά από τα όρια ανεκτικότητας του εκάστοτε επενδυτή στον κίνδυνο.

Το VaR συνεπώς είναι το επίπεδο απωλειών το οποίο έχει πιθανότητα να ξεπεραστεί $(100 - \alpha)\%$. Μπορεί να υπολογιστεί είτε από την πιθανότητα κατανομής του κέρδους είτε από την αντίστοιχη των απωλειών γύρω από μια χρονική περίοδο. Στην πρώτη περίπτωση οι απώλειες θεωρούνται αρνητικά κέρδη και το VaR είναι στην αριστερή ουρά της κατανομής, ενώ αντίθετα στη δεύτερη περίπτωση βρίσκεται στη δεξιά ουρά της κατανομής. Για παράδειγμα, έστω $N = 5$ και $\alpha = 97$. Τότε η τιμή του VaR θα είναι το 3^ο ποσοστιαίο σημείο της κατανομής του κέρδους γύρω από τις επόμενες 10 ημέρες ή αλλιώς το 97^ο ποσοστιαίο σημείο της κατανομής των απωλειών. Συνήθως το επίπεδο εμπιστοσύνης που χρησιμοποιούμε είναι 95% ή 99% (οι τράπεζες υπολογίζουν το VaR για τον κίνδυνο της αγοράς με $N = 10$ και $\alpha = 99\%$) . Παρακάτω απεικονίζονται γραφικά οι υπολογισμοί (Γραφήματα 1.1 και 1.2).

Γράφημα 1.1 Υπολογισμός VaR με βάση την κατανομή του κέρδους



Γράφημα 1.2 Υπολογισμός VaR με βάση την κατανομή των απωλειών



Παρά τα προβλήματα που υπάρχουν και θα αναλυθούν παρακάτω, το VaR αποτελεί όπως είδαμε το πιο δημοφιλές εργαλείο μέτρησης του κινδύνου. Χρησιμοποιείται ευρέως στα χρηματοοικονομικά για ποσοτικοποίηση του ρίσκου λόγω της απλότητας του. Είναι πολύ βολικό άλλωστε για τους αναλυτές να συνδυάζουν όλα τα είδη κινδύνου για όλες τις μεταβλητές ενός χαρτοφυλακίου σε έναν μόνο αριθμό. Το VaR λαμβάνει επίσης υπόψη του τη μόχλευση, τις διαφορές συσχετίσεις καθώς και τη θέση του χαρτοφυλακίου.

1.2.1 Χρονικός Ορίζοντας

Όπως είδαμε το VaR είναι μια συνάρτηση με 2 παραμέτρους, το επίπεδο εμπιστοσύνης και το χρονικό ορίζοντα. Στην πράξη, ο χρονικός ορίζοντας καθορίζεται από τη συμπεριφορά της επένδυσης. Αν για παράδειγμα οι θέσεις του χαρτοφυλακίου είναι αρκετά ρευστές και γίνονται διαρκώς συναλλαγές έχει νόημα να χρησιμοποιήσουμε ένα μικρό σε διάρκεια χρονικό ορίζοντα. Σε αντίθετη περίπτωση ένας μεγαλύτερος σε διάρκεια χρονικός ορίζοντας θα ήταν πιο χρήσιμος. Μια υπόθεση που γίνεται συχνά από τους επενδυτές γύρω από το χρονικό ορίζοντα είναι

$$N - Day VaR = 1 - Day VaR \times \sqrt{N}$$

Η παραπάνω υπόθεση είναι σωστή όταν οι αλλαγές στην αξία του χαρτοφυλακίου τις κερδοφόρες μέρες είναι ανεξάρτητες κανονικές κατανομές με μέση τιμή 0. Σε άλλη περίπτωση είναι απλά προσέγγιση.

1.2.2 Το VaR και το Πλαίσιο της Βασιλείας

Η επιτροπή της Βασιλείας που είναι αρμόδια για την επίβλεψη των τραπεζών, είναι μια ρυθμιστική αρχή της παγκόσμιας τράπεζας. Το 1988 η επιτροπή δημοσίευσε κάτι που έμεινε γνωστό ως Βασιλεία I. Ήταν μια συμφωνία μεταξύ των ρυθμιστικών αρχών σχετικά με το πως θα πρέπει να υπολογίζεται το κεφάλαιο που πρέπει να διαθέτει μια τράπεζα για να αντιμετωπίσει τον πιστωτικό κίνδυνο. Αργότερα, το 1996 δημοσιεύθηκε μια διόρθωση η οποία απαιτούσε από τις τράπεζες να κρατούν κεφάλαιο και για τον κίνδυνο της αγοράς πέρα από τον πιστωτικό κίνδυνο. Με βάση αυτή τη διόρθωση το κεφάλαιο υπολογίζεται χρησιμοποιώντας το VaR με $N = 10$ και $\alpha = 99$. Αυτό σημαίνει ότι εστιάζει στις απώλειες μιας περιόδου 10 ημερών που αναμένεται να ξεπεραστούν μόλις στο 1% των περιπτώσεων. Το κεφάλαιο που πρέπει να κατέχουν οι τράπεζες είναι k φορές την τιμή του VaR, με μια μικρή προσαρμογή σε ειδικές περιπτώσεις. Το k είναι μια σταθερά η οποία καθορίζεται από τις ρυθμιστικές αρχές και διαφέρει από τράπεζα σε τράπεζα αλλά θα πρέπει να είναι τουλάχιστον 3. Μια τράπεζα η οποία έχει πολύ καλές εκτιμήσεις για το VaR είναι πιθανό να έχει το μικρότερο k ενώ αντίθετα άλλες τράπεζες θα έχουν μεγαλύτερα k .

Τη Βασιλεία I ακολούθησαν η Βασιλεία II, Βασιλεία II.5 και Βασιλεία III. Με βάση τη Βασιλεία II το VaR καθιερώθηκε ως το επίσημο εργαλείο μέτρησης του κινδύνου της

αγοράς. Καθώς η επιτροπή δεν είχε καθορίσει ακόμα μια συγκεκριμένη μεθοδολογία για τον υπολογισμό του VaR, όπως ιστορική προσομοίωση ή προσομοίωση Monte Carlo, η υπόθεση της πιο κατάλληλης προσέγγισης ήταν μείζον ζήτημα. Η οικονομική κρίση του 2007 φανέρωσε αρκετές αδυναμίες στις εκτιμήσεις των χρηματοπιστωτικών ιδρυμάτων οι οποίες έπρεπε να αντιμετωπισθούν. Στα πλαίσια της Βασιλείας III συμφωνήθηκε η αντικατάσταση του VaR από το Expected Shortfall στην μέτρηση του κινδύνου της αγοράς. Ακόμα, προτάθηκε το 97,5% επίπεδο εμπιστοσύνης αντί για 99% ενώ επιπλέον η περίοδος του δείγματος θα πρέπει να είναι τουλάχιστον ένα έτος. Παρόλα αυτά οι τράπεζες έχουν ακόμα την επιλογή να επιλέξουν μεταξύ μοντέλων βασισμένων σε ιστορικές προσομοιώσεις είτε Monte Carlo προσομοιώσεις.

1.2.3 Χρήσεις του VaR

Όπως αναφέρθηκε παραπάνω το VaR είναι το πιο δημοφιλές μέτρο αξιολόγησης του κινδύνου και χρησιμοποιείται ευρέως σε πολλούς οργανισμούς αλλά και σε ατομικό επίπεδο. Ενδεικτικά αναφέρουμε μερικές περιπτώσεις:

Χρηματοπιστωτικά ιδρύματα όπως τράπεζες με πολύ μεγάλα χαρτοφυλάκια, χρειάζεται άμεσα να διαχειρίζονται τους διάφορους κινδύνους που αντιμετωπίζουν καθημερινά. Οι ρυθμιστικές αρχές, όπως η επιτροπή της Βασιλείας, η παγκόσμια τράπεζα κ.α. αποδέχονται το VaR σαν ένα κοινώς αποδεκτό εργαλείο μέτρησης του κινδύνου. Ακόμα, μη χρηματοπιστωτικοί οργανισμοί έχουν την ανάγκη ενός ενοποιημένου συστήματος διαχείρισης κινδύνου. Για παράδειγμα πολυεθνικές εταιρείες, με περιουσιακά στοιχεία σε διαφορετικά συναλλάγματα είναι συνεχώς εκτεθειμένες σε αλλαγές στις ισοτιμίες. Τέλος, ατομικά επενδυτές και διαχειριστές χαρτοφυλακίων μπορούν χρησιμοποιώντας το VaR να εκτιμήσουν τον πιθανό κίνδυνο των περιουσιακών στοιχείων που κατέχουν.

1.2.4 Το VaR στον κανονισμό της Κεφαλαιαγοράς

Η ελληνική επιτροπή κεφαλαιαγοράς, η οποία είναι υπεύθυνη για την σωστή λειτουργία της κεφαλαιαγοράς στην Ελλάδα, έχει επιβάλλει συγκεκριμένους κανονισμούς γύρω από το VaR. Στην επίσημη σελίδα της (http://www.hcmc.gr/en_US/web/portal/home), μπορούμε να διαβάσουμε την απόφαση γύρω από το πως οι εταιρείες και οι οργανισμοί θα υπολογίζουν το VaR. Παρακάτω παρατίθεται ένα μικρό μέρος αυτής:

Εικόνα 1.1

Άρθρο 3 Συνολική έκθεση σε κίνδυνο

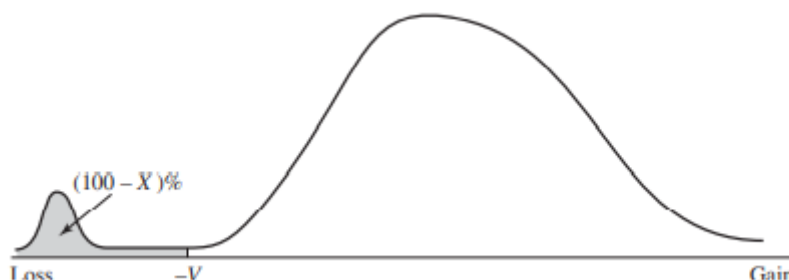
1. Η Εταιρεία υπολογίζει τη συνολική έκθεση σε κίνδυνο σε καθημερινή βάση και τηρεί τα όρια για τη συνολική έκθεση σε διαρκή βάση. Ανάλογα με την επενδυτική στρατηγική που ακολουθείται, η Εταιρεία διενεργεί, όπου είναι αναγκαίο, υπολογισμούς και κατά τη διάρκεια της ημέρας.
2. Η Εταιρεία επιλέγει την κατάλληλη μεθοδολογία για τον υπολογισμό της συνολικής έκθεσης σε κίνδυνο, μετά από αξιολόγηση των χαρακτηριστικών κινδύνου που απορρέουν από την επενδυτική πολιτική, ιδίως όταν γίνεται χρήση παράγωγων χρηματοπιστωτικών μέσων.
3. Η Εταιρεία χρησιμοποιεί για τον υπολογισμό της συνολικής έκθεσης σε κίνδυνο προηγμένη μεθοδολογία μέτρησης κινδύνων, όπως η μέθοδος υπολογισμού της δονητικής ζημίας (Value-at-Risk, VaR), διενεργώντας παράλληλα ελέγχους προσομοίωσης ακραίων καταστάσεων (stress tests), όταν:
 - (α) χρησιμοποιεί πολύπλοκες επενδυτικές στρατηγικές σε βαθμό που δεν αποτελούν αμελητέο τμήμα της επενδυτικής πολιτικής,
 - (β) έχει έκθεση σε μη τυποποιημένα παράγωγα χρηματοπιστωτικά μέσα (exotic derivatives) σε βαθμό που δεν μπορεί να χαρακτηριστεί ως αμελητέα,
 - (γ) η προσέγγιση βάσει των υποχρεώσεων (Commitment Approach) δεν καλύπτει επαρκώς τον κίνδυνο αγοράς του χαρτοφυλακίου.
4. Η χρήση οποιασδήποτε μεθοδολογίας μέτρησης κινδύνων και υπολογισμού της συνολικής έκθεσης σε κίνδυνο δεν απαλλάσσει την Εταιρεία από την υποχρέωσή της να θεσπίσει όρια διαχείρισης κινδύνων και κατάλληλα μέτρα για την τήρησή τους.

1.2.5 VaR Πλεονεκτήματα και Μειονεκτήματα

Όπως αναφέρθηκε παραπάνω, το VaR είναι πολύ βολικό και ελκυστικό λόγω της απλότητας του. Συγκεντρώνει διαφορετικά είδη κινδύνων σε έναν μόνο αριθμό ο οποίος καθορίζεται από το επίπεδο εμπιστοσύνης. Το VaR απαντά στο ερώτημα « Πόσο άσχημα μπορούν να πάνε τα πράγματα; ». Η ερώτηση δηλαδή που όλα τα ανώτερα στελέχη μιας εταιρείας ή ενός οργανισμού θα ήθελαν να απαντήσουν. Ένας άλλος λόγος που είναι τόσο δημοφιλές είναι ότι επικεντρώνεται σε ένα συγκεκριμένο μέρος της κατανομής, που καθορίζεται εξίσου από το επίπεδο εμπιστοσύνης. Έτσι υπερέρχει της τυπικής απόκλισης, που αποτελεί ένα μέτρο κινδύνου. Ακόμα έχει το χαρακτηριστικό ότι δε λαμβάνει υπόψη του την ουρά της κατανομής συνεπώς δεν επηρεάζεται από μεγάλες ουρές (μεγάλες απώλειες στην αριστερή ουρά), κάτι που είναι αρκετά δύσκολο να υπολογιστεί.

Από την άλλη μεριά το VaR έχει και κάποια σημαντικά μειονεκτήματα. Αρχικά δεν προσφέρει κάποια επιπλέον πληροφορία για την κατανομή πέρα από το επίπεδο εμπιστοσύνης. Αυτό σημαίνει ότι μπορεί να αυξηθεί δραματικά με μια μικρή αλλαγή του α . Επιπλέον όταν το VaR χρησιμοποιείται από τον trader σαν μια προσπάθεια να περιορίσει τον κίνδυνο μπορεί να έχει αναπάντεχα δυσάρεστα αποτελέσματα. Ας υποθέσουμε μια τράπεζα επιβάλλει στον trader το 99% VaR με χρονικό ορίζοντα μίας ημέρας να είναι 10 εκατομμύρια. Τότε ο trader μπορεί να κατασκευάσει ένα χαρτοφυλάκιο όπου θα υπάρχει 99% πιθανότητα η ημερήσια απώλεια να μην ξεπερνάει τα 10 εκατομμύρια και 0,9% πιθανότητα να φτάνει τα 500 εκατομμύρια. Είναι προφανές ότι ο trader ικανοποιεί τους περιορισμούς της τράπεζας όμως είναι εκτεθειμένος σε πολύ μεγάλο κίνδυνο. Στο σημείο αυτό θα αναρωτηθεί κανείς ότι η το παραπάνω σενάριο δε θα συμβεί στην πράξη. Στην πραγματικότητα όμως δεν είναι τόσο απίθανο. Στο διάγραμμα 1.3 παρουσιάζεται η πιθανότητα κατανομής του κέρδους για το παραπάνω σενάριο.

Γράφημα 1.3 Πιθανότητα Κατανομής του κέρδους με επίπεδο εμπιστοσύνης X



1.3 Conditional Value at Risk (CVaR) ή Expected Shortfall

Το Expected Shortfall είναι ένα από τα σημαντικότερα συνεκτικά μέτρα κινδύνου το οποίο κερδίζει πολύ γρήγορα έδαφος έναντι του VaR. Πρόκειται στην ουσία για μια επέκταση της Αξίας σε κίνδυνο η οποία μπορεί να παράγει καλύτερα αποτελέσματα για τους traders από το VaR και η οποία υπολογίζει το μέγεθος των αναμενόμενων απωλειών από τη στιγμή που αυτό ξεπεραστεί. Λόγω αυτής της δυνατότητας του να παράγει καλύτερες εκτιμήσεις των χρηματοοικονομικών κινδύνων, το μοντέλο Expected Shortfall (CVaR) προτείνεται από τις ρυθμιστικές αρχές που έχουν την εποπτεία των χρηματοπιστωτικών ιδρυμάτων ως πιθανός αντικαταστάτης του μοντέλου Value at Risk (Ortobelli et al, 2005).

1.3.1 Συνεκτικά Μέτρα κινδύνου (Coherent Risk Measures)

Έστω ότι ψάχνουμε το κατάλληλο μέτρο κινδύνου ώστε να υπολογίσουμε το απαραίτητο κεφάλαιο που χρειάζεται για να αντιμετωπίσουμε έναν χρηματοοικονομικό κίνδυνο. Ποιο θα ήταν αυτό το κατάλληλο μέτρο;

Οι Artzner et al., (1997) είχαν εξετάσει την ερώτηση και πρότειναν μια αξιωματική προσέγγιση των μέτρων κινδύνου. Συνεκτικά είναι τα μέτρα κινδύνου τα οποία ακολουθούν τέσσερα βασικά αλγεβρικά αξιώματα. Αυτά είναι τα αξιώματα της Μονοτονίας, της Θετικής Ομοιογένειας, της Μεταφραστικής Αμεταβλητότητας και της Υποπροσθετικότητας. Ας τα δούμε πιο αναλυτικά:

Έστω ότι ρ είναι ένα μέτρο κινδύνου και X, Y οι τυχαίες μεταβλητές που σχετίζονται με τον κίνδυνο και r μια θετική σταθερά. Τότε με βάση τον ορισμό το ρ θα είναι συνεκτικό αν ικανοποιεί τις παρακάτω παραδοχές:

- Μονοτονία (*Monotonicity*): $X \leq Y \rightarrow \rho(X) \leq \rho(Y)$
Δηλαδή αν ένα χαρτοφυλάκιο παρουσιάζει χειρότερα αποτελέσματα από ένα άλλο τότε θα πρέπει να θεωρείται ότι έχει μεγαλύτερο κίνδυνο και απαιτείται μεγαλύτερη δέσμευση κεφαλαίου.

- **Θετική Ομοιογένεια (Positive Homogeneity):** $\rho(rX) = r \times \rho(X)$
Σε περίπτωση για παράδειγμα που διπλασιάσουμε το μέγεθος του χαρτοφυλακίου, θα πρέπει να διπλασιάσουμε και το ζητούμενο κεφάλαιο.
- **Μεταφραστική Αμεταβλητότητα (Translation Invariance):** $\rho(X+r) = \rho(X) + r$
Όταν προστίθεται στο χαρτοφυλάκιο ένα ποσό σε μετρητά έστω r , τότε αυτό προσφέρει μια ασπίδα προστασίας σε ενδεχόμενες απώλειες και θα πρέπει να αφαιρείται από το ζητούμενο κεφάλαιο.
- **Υποπροσθετικότητα (Sub - Additivity):** $\rho(X + Y) \leq \rho(X) + \rho(Y)$
Η υποπροσθετικότητα συνάδει με την αρχή της διαφοροποίησης στη μοντέρνα θεωρία χαρτοφυλακίου. Ο συνολικός κίνδυνος για δύο χαρτοφυλάκια στην περίπτωση που αυτά ενωθούν δε θα πρέπει να ξεπερνά το άθροισμα των δύο όπως ήταν πριν την ένωση.

Το VaR όπως και το CVaR ικανοποιούν τις 3 πρώτες ιδιότητες. Ωστόσο το VaR δεν ικανοποιεί την ιδιότητα της υποπροσθετικότητας. Σύμφωνα με τη μοντέρνα θεωρία χαρτοφυλακίου όπως τη διατύπωσε ο Harry Markowitz, η έκθεση στον κίνδυνο μπορεί να μειωθεί, μέσω της διαφοροποίησης, της ιδέας δηλαδή ότι κατέχοντας διαφορετικούς τίτλους και περιουσιακά στοιχεία, ο επενδυτής εκτίθεται σε λιγότερο κίνδυνο απ' ότι αν κατείχε μόνο ένα μεμονωμένο τίτλο. Έτσι λοιπόν θα περιμέναμε ότι το VaR θα ικανοποιούσε την ιδιότητα αυτή. Ας δούμε ένα παράδειγμα στο οποίο παραβιάζεται η υποπροσθετικότητα:

Ας υποθέσουμε ότι μια τράπεζα έχει στην κατοχή της δύο δάνεια αξίας 10 εκατομμυρίων το καθένα με ορίζοντα ενός έτους. Οι πιθανότητες τα δάνεια να μην αποπληρωθούν είναι:

Αποτέλεσμα	Πιθανότητα
Κανένα απ' τα δύο	97,5 %
Μόνο το πρώτο	1,25 %
Μόνο το δεύτερο	1,25 %
Και τα δύο	0,00 %

Αν κάποιος σε κάποια από τις δύο περιπτώσεις δεν υπάρξει πρόβλημα αποπληρωμής τότε η τράπεζα θα έχει κέρδος 200 χιλιάδες.

Ας ξεκινήσουμε με το πρώτο δάνειο το οποίο έχει πιθανότητα να μην αποπληρωθεί 1,25%. Σε αυτή την περίπτωση η απώλεια αναμένεται από 0 έως 10 εκατομμύρια. Αυτό σημαίνει ότι υπάρχει πιθανότητα 1,25% να έχουμε απώλεια μεγαλύτερη από 0 και 0,625% πιθανότητα η απώλεια μας να είναι πάνω από 5 εκατομμύρια ενώ δεν υπάρχει πιθανότητα οι απώλειες να ξεπεράσουν τα 10 εκατομμύρια. Το επίπεδο απωλειών που συγκεντρώνει 1% πιθανότητα να ξεπεραστεί είναι 2 εκατομμύρια. Αυτό το διαπιστώνουμε αφού αν υπάρξουν απώλειες υπάρχει μια πιθανότητα 80% αυτές να είναι παραπάνω από 2 εκατομμύρια. Εξαιτίας του ότι η πιθανότητα να υπάρξει απώλεια είναι 1,25%, η πιθανότητα να είναι πάνω από 2 εκατομμύρια είναι $80\% \times 1,25\% = 1\%$. Επομένως το 99% VaR ενός έτους θα είναι 2 εκατομμύρια. Παρόμοια συμπεράσματα

παίρνουμε και για το δεύτερο δάνειο όπου και πάλι το 99% VaR ενός έτους θα είναι 2 εκατομμύρια.

Στη συνέχεια θεωρούμε ένα χαρτοφυλάκιο που περιλαμβάνει και τα δύο. Έτσι θα υπάρχει μια πιθανότητα 2,5% να μην υπάρξει αποπληρωμή. Το VaR σε αυτή την περίπτωση είναι 5,8 εκατομμύρια. Αυτό συμβαίνει διότι υπάρχει 2,5% πιθανότητα κάποιο από τα δύο να μην αποπληρωθεί και έτσι έχουμε 40% πιθανότητα ότι η απώλεια στο δάνειο που δε θα εξοφληθεί να είναι μεγαλύτερη από 8 εκατομμύρια. Η πιθανότητα η απώλεια να είναι μεγαλύτερη από 6 εκατομμύρια είναι επομένως $40\% \times 2,5\% = 1\%$. Όμως στην περίπτωση που μόνο το ένα δάνειο δεν αποπληρωθεί θα υπάρχει 200 χιλιάδες κέρδος από το δεύτερο και έτσι το 99% VaR θα είναι 5,8 εκατομμύρια.

Αν αναλογιστούμε τα δύο δάνεια ξεχωριστά το συνολικό VaR είναι 4 εκατομμύρια ενώ από τη στιγμή που ενώθηκαν σε ένα χαρτοφυλάκιο είναι 5,8 δηλαδή 1,8 εκατομμύρια μεγαλύτερο. Φαίνεται ξεκάθαρα ότι παραβιάζεται η υποπροσθετικότητα, παρά το γεγονός ότι η ένωση των δύο δανείων σε ένα χαρτοφυλάκιο ήταν ιδιαίτερα ελκυστική καθώς η πιθανότητα να μην αποπληρωθεί κανένα από τα δύο είναι 0.

1.3.2 Expected Shortfall

Το Expected Shortfall αποτελεί στην ουσία μια γενίκευση της παραδοσιακής προσέγγισης, του μοντέλου VaR δηλαδή, και θεωρείται ένας πιθανός αντικαταστάτης του (Rockafellar & Uryasev, 2002).

Σύμφωνα με τη μέθοδο αυτή ο κίνδυνος για ένα χρηματοοικονομικό μέγεθος είναι:

$$ES_{1-\alpha}(X) = E[X \in R | X \leq F_x^{-1}(1 - \alpha)] = E[X \in R | X \leq VaR_{1-\alpha}(X)], \alpha \in (0,1)$$

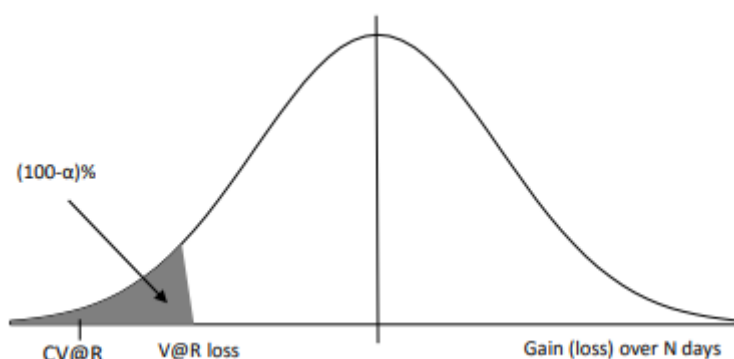
όπου $F_x^{-1}(1 - \alpha)$ η αντίστροφη αθροιστική συνάρτηση πιθανότητας του μεγέθους.

Με άλλα λόγια, το CVaR είναι η αναμενόμενη απώλεια σε μια περίοδο N ημερών θεωρώντας ότι βρισκόμαστε πέρα από το $(100 - \alpha)\%$ ποσοστιαίο σημείο της αριστερής ουράς της κατανομής. Υπολογίζεται παίρνοντας τον σταθμισμένο μέσο της εκτίμησης του VaR και των αναμενόμενων απωλειών πέρα από αυτό. Στην προσπάθεια μας να βρούμε μια κατάλληλη εναλλακτική του VaR, το Expected Shortfall είναι μια κατάλληλη επιλογή. Η εκτίμηση του είναι πάντα μεγαλύτερη από αυτή του VaR και μας λέει ποια είναι η μέση απώλεια γύρω από μια συγκεκριμένη χρονική περίοδο με δεδομένο ότι το VaR έχει ξεπεραστεί. Τα δύο αυτά μέτρα δεν είναι εντελώς άσχετα μεταξύ τους. Το VaR μας απαντά στην ερώτηση, « Πόσο άσχημα μπορούν να πάνε τα πράγματα; » ενώ το την ίδια ώρα το CVaR μας απαντά στο « Αν τα πράγματα πάνε στραβά, πόσο αναμένεται να χάσουμε; ».

Όπως και το VaR έτσι και το CVaR είναι μια συνάρτηση δύο παραμέτρων, του χρονικού ορίζοντα και του επιπέδου εμπιστοσύνης. Είναι προφανές ότι για να υπολογίσουμε το CVaR θα πρέπει πρώτα να έχει υπολογιστεί το VaR. Για παράδειγμα, έστω ότι έχουμε $\alpha = 99\%$ και $N = 10$ ημέρες και το VaR είναι 50 εκατομμύρια ευρώ. Το CVaR είναι η μέση απώλεια για τις επόμενες 10 ημέρες υποθέτοντας ότι η απώλεια

είναι μεγαλύτερη από 50 εκατομμύρια ευρώ. Στο επόμενο σχήμα απεικονίζεται γραφικά η σχέση των δύο μέτρων.

Γράφημα 1.4 Υπολογισμός του Expected Shortfall με επίπεδο εμπιστοσύνης $\alpha\%$



1.3.3 Expected Shortfall Πλεονεκτήματα Μειονεκτήματα

Το CVaR ή Expected Shortfall όπως αναφέρθηκε παραπάνω είναι μια επέκταση του VaR η οποία είναι σχεδιασμένη για να λύνει τα προβλήματα που αντιμετωπίζει το δεύτερο. Το CVaR ποσοτικοποιεί το ρίσκο στην αριστερή ουρά της κατανομής, την ίδια ώρα που το VaR δε τη λαμβάνει υπόψη του. Είναι ένα συνεπές μέτρο κινδύνου καθώς ικανοποιεί όλα κριτήρια που έχουν τα εν λόγω μέτρα. Τα κριτήρια αυτά είναι η μονοτονία, η γραμμική ομοιογένεια, η μετάθεση και η υποπροσθετικότητα. Περισσότερα για τα κριτήρια αυτά θα δούμε στη συνέχεια. Επιπλέον, από μαθηματικής σκοπιάς το CVaR είναι μια κυρτή και συνεχής συνάρτηση για διακριτές κατανομές.

Στα αρνητικά του μέτρου αυτού ξεχωρίζουμε την ευαισθησία του απέναντι σε λάθη κατά την εκτίμηση. Σε αντίθεση με το VaR, το CVaR επηρεάζεται αρκετά από την ακρίβεια στην εκτίμηση της ουράς της κατανομής. Αν δεν έχουμε ένα καλό μοντέλο για να εκτιμήσουμε την ουρά, τότε είναι πιθανό η τιμή του μέτρου να είναι παραπλανητική. Ενδεικτικά, πολλές φορές ιστορικά δεδομένα δε μας παρέχουν αρκετές πληροφορίες για τις ουρές. Ένα άλλο σημαντικό μειονέκτημα για το expected Shortfall είναι ότι απαιτεί πολύ μεγαλύτερο δείγμα καθώς και περισσότερους υπολογισμούς απ' ό τι το VaR για το ίδιο επίπεδο ακρίβειας.

1.4 Ενδεικτικές Αναφορές

Τα δύο μέτρα που μελετάμε έχουν το καθένα τα πλεονεκτήματα του αλλά και αντίστοιχα μειονεκτήματα. Τα αποτελέσματα του VaR μπορούν να ξεγελάσουν έναν ορθολογικό επενδυτή στην προσπάθεια του να μεγιστοποιήσει την αναμενόμενη χρησιμότητα του (Yamai and Yoshida, 2002). Οι Artzner et al. (1997, 1999) έδειξαν ότι το VaR αγνοεί οποιαδήποτε απώλεια πέρα από την αξία του κινδύνου. Έτσι το 1999 σύστησαν για πρώτη φορά το Expected Shortfall. Βέβαια, φαίνεται ότι σε περιπτώσεις όπου τα δεδομένα μας δεν παρουσιάζουν μεγάλες ουρές και ακραίες τιμές, τα δύο

μέτρα κινδύνου είναι εξίσου αξιόπιστα. Το VaR άλλωστε χαρακτηρίζεται για την απλότητα του, και σε τέτοιες περιπτώσεις αποτελεί μια καλή επιλογή έναντι του Expected Shortfall το οποίο απαιτεί περισσότερους υπολογισμούς και χρειάζεται μεγαλύτερο δείγμα απ' ότι το VAR για το ίδιο επίπεδο εμπιστοσύνης (Yamai and Yoshihara, 2002). Οι Yamai and Yoshihara, (2005) δείχνουν ότι ο κίνδυνος στην ουρά του μοντέλου Value at Risk μπορεί να δημιουργήσει σοβαρά προβλήματα σε συγκεκριμένες καταστάσεις, καταστάσεις τις οποίες το Expected Shortfall μπορεί να τις περιγράψει καλύτερα. Ακόμα σε μια ακόμα εφαρμογή, οι Oh and Moon (2006) δείχνουν ότι το Expected Shortfall έχει πολύ μεγαλύτερες τιμές έναντι του VaR και αυτό μπορεί να έχει ως αποτέλεσμα το δεύτερο να υποεκτιμά τον κίνδυνο της ουράς. Μια πολύ σημαντική εφαρμογή επίσης για το Expected Shortfall από τους Inui and Kijima (2005) αποδεικνύει ότι κάθε συνεκτικό μέτρο κινδύνου δίνεται από ένα των expected shortfalls και ένα expected shortfall έχει την ελάχιστη αξία μεταξύ των συνεκτικών μέτρων κινδύνου. Όσον αφορά αυτή την αξία το expected shortfall είναι το μικρότερο συνεκτικό μέτρο κινδύνου που επικράτησε του VaR (Tasche, 2002). Τέλος οι Rockafellar and Uryasev, (2002) απέδειξαν ότι το expected shortfall μας δίνει τη δυνατότητα να απλουστεύσουμε διαδικασίες μέσω οπτικοποίησης οι οποίες, μέσω τεχνικών προγραμματισμού δημιουργούν πρακτικά πολλούς μακροσκελείς υπολογισμούς που υπό άλλες συνθήκες θα ήταν αδύνατο να πραγματοποιηθούν. Φαίνεται ότι τα δύο μέτρα συγκεντρώνουν θετικά και αρνητικά στοιχεία, με το Expected Shortfall παρόλα αυτά να είναι πιο ακριβές μέτρο για την εκτίμηση του κινδύνου και μάλλον δικαίως προορίζεται από τις ρυθμιστικές αρχές ως πιθανός αντικαταστάτης του VaR.

1.5 Εκτιμητικές Μέθοδοι

Το VaR και το Expected Shortfall μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να συγκρίνουμε διαφορετικές μορφές κινδύνων που μπορεί να προέρχονται από διαφορετικές πηγές. Για το τον υπολογισμό τους έχουν αναπτυχθεί διάφορες μέθοδοι οι οποίες μπορεί να είναι είτε παραμετρικές όπως για παράδειγμα Έλεγχος Υποθέσεων, Μέθοδος Διακύμανσης – Συνδιακύμανσης, Θεωρία Ακραίων Τιμών (*Extreme Value Theory*) κ.α., είτε μη παραμετρικές όπως η μέθοδος της Ιστορικής Προσομοίωσης. Μια πολύ δημοφιλής μέθοδος είναι ακόμα η μέθοδος Monte Carlo με την οποία θα ασχοληθούμε στο κεφάλαιο 3. Υπάρχουν αρκετές μελέτες μέσα από τις οποίες γίνεται σύγκριση ιστορικών, παραμετρικών και Monte Carlo προσεγγίσεων των μέτρων που εξετάζουμε. Ενδεικτικά Lechner & Ovaert (2010), Deepak & Ramanathan (2009), Jorion (2001), Pritsker (1997) and Stambaugh (1996). Οι παραπάνω μελέτες έχουν δείξει ότι δεν υπάρχει απαραίτητα καλύτερη μέθοδος. Διαφορετικές προσεγγίσεις μπορεί να είναι κατάλληλες για διαφορετικού τύπου χαρτοφυλάκια, διαφορετικούς σκοπούς και διαφορετικά διαθέσιμα (Cheung & Powell, 2012). Στην παρούσα εργασία και συγκεκριμένα στα κεφάλαια 2 και 3 θα αναπτύξουμε τις μεθόδους της Ιστορικής προσομοίωσης και Monte Carlo, θα εκτιμήσουμε τα μέτρα κινδύνου που αναπτύξαμε με σκοπό να βγάλουμε συμπεράσματα για τα αποτελέσματά τους.

Κεφάλαιο 2 – Εκτίμηση με τη μέθοδο της Ιστορικής Προσομοίωσης

Σκοπός του κεφαλαίου είναι να η χρήση της μεθόδου Ιστορικής Προσομοίωσης για την εκτίμηση των Value at Risk και Conditional Value at Risk ή Expected Shortfall ώστε να μελετήσουμε τα αποτελέσματα. Για το σκοπό αυτό χρησιμοποιήθηκαν πραγματικά ιστορικά δεδομένα από τιμές κλεισίματος τεσσάρων χρηματιστηριακών δεικτών, Dow Jones Industrial Average, FTSE 100, STOXX 600 και Nikkei 225. Πηγή των δεδομένων ήταν το (<https://finance.yahoo.com>). Κύριες πηγές πληροφοριών για τη μεθοδολογία και τη μέθοδο ήταν το σύγγραμμα Risk Management and Financial Institutions (Hull C. John, Fifth Edition, 2018, Chapter 12) και το paper “Anybody can do Value at Risk: A Nonparametric Teaching Study” (Cheung, Yun Hsing and Powell, Robert J., Australasian Accounting, Business and Finance Journal, 2012).

2.1 Η Ιστορική Προσομοίωση

Στο κεφάλαιο 2 θα παρουσιάσουμε έναν από τους πιο δημοφιλείς τρόπους για τον υπολογισμό των VaR και ES για τον κίνδυνο της αγοράς, την ιστορική προσομοίωση. Έπειτα θα εφαρμόσουμε τη μέθοδο για να υπολογίσουμε τα δύο μέτρα κινδύνου και να εξάγουμε συμπεράσματα. Η ιδέα είναι ότι χρησιμοποιούμε τις μεταβολές των τιμών των μεταβλητών της αγοράς που έχουν καταγραφεί έτσι ώστε να δημιουργήσουμε μια πιθανότητα κατανομής για τις μεταβολές του τρέχοντος χαρτοφυλακίου μεταξύ του παρόντος και του μέλλοντος. Χρησιμοποιούμε δηλαδή παρελθοντικά δεδομένα σαν οδηγό για να προβλέψουμε τι θα συμβεί στο μέλλον.

Η ιστορική προσομοίωση είναι ανήκει στις μη παραμετρικές προσεγγίσεις καθώς δεν απαιτεί να γνωρίζουμε την κατανομή των παραγόντων κινδύνου και έτσι αποφεύγουμε καταστάσεις όπως να υποεκτιμήσουμε ή να υπερεκτιμήσουμε το VaR (Cheung & Powell, 2012). Κάθε ιστορική μέθοδος υποθέτει ότι η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας των παραγόντων κινδύνου από την οποία προκύπτουν και οι μελλοντικές τιμές στο τέλος της περιόδου, είναι παρόμοιες με τις συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας κάτω από μια συγκεκριμένη ιστορική περίοδο. Είναι σα να λέμε ότι η ιστορία επαναλαμβάνεται. Στην πράξη βέβαια είναι δύσκολο να επιλέξουμε με ακρίβεια ένα σχετικό ιστορικό χρονικό ορίζοντα. Συνεπώς η επιλογή ενός μεγαλύτερου εύρους ιστορικών δεδομένων είναι προτιμότερη.

Η μέθοδος έχει φυσικά και ορισμένα μειονεκτήματα. Ένα από αυτά είναι ότι βασίζεται σε ένα συγκεκριμένο σετ δεδομένων. Τα ιστορικά δεδομένα μπορεί να περιλαμβάνουν περιόδους πολύ υψηλής ή αντίστοιχα πολύ χαμηλής μεταβλητότητας, με αποτέλεσμα να μην αντιπροσωπεύουν σωστά μελλοντικά αποτελέσματα. Ένας ακόμη περιορισμός είναι πολλές φορές και η διαθεσιμότητα των δεδομένων. Για παράδειγμα, ένα έτος δεδομένων παραπέμπει σε μόλις 250 ημέρες διαπραγμάτευσης κατά μέσο όρο. Ενδεικτικά αναφέρουμε ότι η αντίστοιχη Monte Carlo προσομοίωση που θα αναλύσουμε παρακάτω, περιλαμβάνει συνήθως ένα πολύ μεγάλο αριθμό

προσομοιώσεων. Δουλεύοντας επίσης με μικρά δείγματα ιστορικών δεδομένων μπορεί να υπάρξουν κενά στην κατανομή ενός παράγοντα κινδύνου.

2.1.1 Η μέθοδος

Ας δούμε αναλυτικά τη διαδικασία. Έστω ότι θέλουμε να υπολογίσουμε το VaR για ένα χαρτοφυλάκιο χρησιμοποιώντας εβδομαδιαία ιστορικά δεδομένα και έχοντας ένα καθορισμένο επίπεδο εμπιστοσύνης. Το πρώτο βήμα είναι να αναγνωρίσουμε τις μεταβλητές της αγοράς που επηρεάζουν το χαρτοφυλάκιο, γνωστές και ως παράγοντες κινδύνου. Τέτοιοι παράγοντες μπορεί να είναι επιτόκια, τιμές μετοχών κ.α. Στη συνέχεια επιλέγουμε ένα δείγμα από πραγματικές τιμές των παραγόντων κινδύνου γύρω από μια περίοδο σε εβδομαδιαία βάση. Όλες οι τιμές εκφράζονται στο εγχώριο νόμισμα. Για το σκοπό της παρούσας εργασίας συλλέχθηκαν δεδομένα των τελευταίων 303 εβδομάδων για τις οποίες βρέθηκε ιστορικότητα για όλες τις μεταβλητές που θα μας απασχολήσουν. Αυτό μας προσφέρει 302 εναλλακτικά σενάρια για το τι θα συμβεί την επομένη εβδομάδα. Η πρώτη εβδομάδα για την οποία έχουμε δεδομένα αναφέρεται ως εβδομάδα 0, η δεύτερη αναφέρεται ως εβδομάδα 1 κτλ. Κατά το σενάριο 1 οι ποσοστιαίες αλλαγές των μεταβλητών θα είναι ίδιες με αυτές των εβδομάδων 0 και 1. Για το σενάριο 2 οι ποσοστιαίες αλλαγές των μεταβλητών θα είναι ίδιες με αυτές των εβδομάδων 1 και 2 κτλ. Για κάθε σενάριο υπολογίζουμε και τη μετατροπή στο εγχώριο νόμισμα, στην προκειμένη το ευρώ. Από την παραπάνω διαδικασία προκύπτει μια πιθανότητα κατανομής για τις εβδομαδιαίες απώλειες της αξίας του χαρτοφυλακίου. Σε αυτά τα 302 σενάρια, το 99^ο ποσοστιαίο σημείο της κατανομής μπορεί να εκτιμηθεί ως η 3^η μεγαλύτερη απώλεια. Το VaR είναι η απώλεια ότι βρισκόμαστε σ' αυτό το 99^ο ποσοστιαίο σημείο. Με άλλα λόγια, είμαστε 99% σίγουροι ότι η απώλεια δε θα είναι μεγαλύτερη από την εκτίμηση του VaR, αν οι αλλαγές στις μεταβλητές της αγοράς τις τελευταίες 303 εβδομάδες είναι ένα αντιπροσωπευτικό δείγμα του τι θα συμβεί μεταξύ της σημερινής και της αυριανής ημέρας. Το Expected Shortfall είναι η μέση απώλεια όταν βρισκόμαστε στο 1% της ουράς της κατανομής απωλειών. Μπορεί να εκτιμηθεί συνεπώς βρίσκοντας το μέσο όρο των απωλειών που είναι χειρότερες από το VaR.

Σε αλγεβρικούς όρους, ορίζουμε ως u_i τη τιμή της μεταβλητής την εβδομάδα i και υποθέτουμε ότι σήμερα διανύουμε την εβδομάδα n . Το $i - \text{οστό}$ σενάριο για την ιστορική προσομοίωση μας λέει ότι η τιμή της μεταβλητής για την επόμενη εβδομάδα θα είναι

$$\text{Αξία κάτω από το } i - \text{οστό σενάριο} = u_n \frac{u_i}{u_{i-1}}$$

2.1.2 Ιστορική προσομοίωση με Βάρη (Weighted Historical Simulation)

Όταν υπολογίζουμε το VaR και το Expected Shortfall χρησιμοποιώντας δεδομένα από μια ιστορική περίοδο, επικρατεί η αίσθηση ότι τα πιο πρόσφατα ιστορικά δεδομένα είναι ένας καλός οδηγός για το μέλλον. Πιο συγκεκριμένα, είναι η εμπειρική

πιθανότητα κατανομής που εκτιμάμε για τις μεταβλητές η οποία είναι καλός οδηγός για τη συμπεριφορά των μεταβλητών στο μέλλον (Hull, 2012). Η συμπεριφορά αυτή δεν είναι στατική. Μερικές φορές η μεταβλητότητα είναι αρκετά υψηλή ενώ άλλες αρκετά χαμηλή. Σ' αυτή την ενότητα θα δούμε μια επέκταση της ιστορικής προσομοίωσης που έχει σχεδιαστεί για την αντιμετώπιση αυτής της μη στατικότητας.

Μέχρι τώρα υποθέσαμε ότι κάθε παρατήρηση στο σετ ιστορικών δεδομένων μας έχει ίση βαρύτητα, δηλαδή αν είχαμε n παρατηρήσεις κάθε μία απ' αυτές θα έχει βαρύτητα $1/n$. Οι Boudoukh, Richardson & Whitelaw (1998) πρότειναν ότι στις πιο πρόσφατες ημερομηνίες θα πρέπει να δίνεται μεγαλύτερη βαρύτητα καθώς αντικατοπτρίζουν καλύτερα τις τρέχουσες μεταβλητότητες και τις συνθήκες που επικρατούν. Ο τρόπος που θα χρησιμοποιήσουμε για να καθορίσουμε τις βαρύτητες θα είναι τέτοιος ώστε αυτές να φθίνουν εκθετικά, ενώ το άθροισμα τους θα είναι ίσο με 1. Έτσι το βάρος κάθε σεναρίου θα καθορίζεται από τον τύπο:

$$\frac{(1 - \lambda)\lambda^{n-i}}{1 - \lambda^n}$$

όπου n ο αριθμός των σεναρίων και η παράμετρος λ επιλέγεται αυθαίρετα κάνοντας δοκιμές και βλέποντας ποια ταιριάζει καλύτερα στα δεδομένα μας.

Το VaR υπολογίζεται ταξινομώντας τις παρατηρήσεις από τη χειρότερη στην καλύτερη. Ξεκινώντας από το χειρότερο αποτέλεσμα, οι βαρύτητες αθροίζονται μέχρι το άθροισμα αυτό να ξεπεράσει οριακά το ζητούμενο ποσοστιαίο σημείο. Για παράδειγμα αν υπολογίζουμε το VaR με 99% επίπεδο εμπιστοσύνης θα πρέπει οι βαρύτητες αθροιστικά να ξεπεράσουν το 0,01.

Ένα μειονέκτημα της μεθόδου σε σχέση με την κλασική ιστορική προσομοίωση που είδαμε παραπάνω, είναι ότι μειώνεται το μέγεθος του δείγματος που επιδρά ουσιαστικά, λόγω του ότι οι πιο παλιές ημερομηνίες θα έχουν πιο μικρές βαρύτητες. Αυτό βέβαια μπορεί να αντιμετωπιστεί αν πάρουμε μεγαλύτερο αριθμό παρατηρήσεων.

2.2 Εκτίμηση των μέτρων κινδύνου

Σε αυτή την ενότητα θα χρησιμοποιήσουμε τη μέθοδο της ιστορικής προσομοίωσης για να υπολογίσουμε το VaR και το Expected Shortfall. Θα εξετάσουμε τρία χαρτοφυλάκια για διαφορετικό ύψος επενδύσεων ανάμεσα στα περιουσιακά στοιχεία κάθε φορά, ενώ θα χρησιμοποιήσουμε πέρα από την κλασική ιστορική προσομοίωση και την ιστορική προσομοίωση με βάρη. Τέλος έχει ενδιαφέρον να εφαρμόσουμε τη μέθοδο όχι σε κάποιο περιουσιακό στοιχείο αλλά στο ίδιο το συνάλλαγμα, ώστε να εξετάσουμε τι ποσοστό από τις τιμές των VaR και Expected Shortfall προέρχεται από τις μεταβολές στην ισοτιμία.

Ας υποθέσουμε ότι ένας επενδυτής στην Ελλάδα, κατέχει στις 27 Αυγούστου του 2014, και κατ' επέκταση την 35^η εβδομάδα του ίδιου έτους, ένα χαρτοφυλάκιο αξίας 20

εκατομμυρίων ευρώ το οποίο αποτελείται από επενδύσεις σε τέσσερις δείκτες μετοχών, τους Dow Jones Industrial Average (DJI) στις Ηνωμένες Πολιτείες, FTSE 100 στο Ηνωμένο Βασίλειο, τον πανευρωπαϊκό δείκτη STOXX 600 και το δείκτη Nikkei 225 στην Ιαπωνία. Ο πίνακας 2.1 δείχνει την αξία της επένδυσης σε κάθε δείκτη.

Πίνακας 2.1 Αξία της επένδυσης I

<i>Index</i>	<i>Investments (000s)</i>
<i>DJI</i>	<i>8.000</i>
<i>FTSE 100</i>	<i>4.000</i>
<i>STOXX 600</i>	<i>6.000</i>
<i>N225</i>	<i>2.000</i>
<i>Επένδυση I</i>	<i>20.000</i>

Στον πίνακα 2.2 παρουσιάζεται μέρος από τις 303 καταγεγραμμένες τιμές κλεισίματος των τεσσάρων δεικτών. Οι τιμές είναι στο νόμισμα του κάθε δείκτη

Πίνακας 2.2 Ιστορικά Δεδομένα για τους δείκτες

	<i>Weeks</i>	<i>DJI</i>	<i>FTSE 100</i>	<i>STOXX 600</i>	<i>N225</i>
<i>0</i>	<i>Week 35 2014</i>	<i>17122,009</i>	<i>6830,7</i>	<i>342,75</i>	<i>15668,599</i>
<i>1</i>	<i>Week 36 2014</i>	<i>17078,279</i>	<i>6873,6</i>	<i>344,869</i>	<i>15749,15</i>
<i>2</i>	<i>Week 37 2014</i>	<i>17068,71</i>	<i>6830,1</i>	<i>342,839</i>	<i>15911,53</i>
<i>.</i>	<i>.</i>	<i>.</i>	<i>.</i>	<i>.</i>	<i>.</i>
<i>.</i>	<i>.</i>	<i>.</i>	<i>.</i>	<i>.</i>	<i>.</i>
<i>.</i>	<i>.</i>	<i>.</i>	<i>.</i>	<i>.</i>	<i>.</i>
<i>301</i>	<i>Week 36 2020</i>	<i>29100,5</i>	<i>5941</i>	<i>363,75</i>	<i>23274,13</i>
<i>302</i>	<i>Week 37 2020</i>	<i>27940,47</i>	<i>6012,79</i>	<i>367,959</i>	<i>23406,49</i>

Ο επενδυτής βρίσκεται στην Ελλάδα συνεπώς όλες οι τιμές θα πρέπει να είναι σε ευρώ. Στον πίνακα 2.3 παρουσιάζεται μέρος των ιστορικών δεδομένων για τις ισοτιμίες Ευρώ – Δολαρίου, Ευρώ – Βρετανικής Λίρας και Ευρώ – Γιεν.

Πίνακας 2.3 Ιστορικά Δεδομένα για τις ισοτιμίες

	<i>Weeks</i>	<i>EUR/USD</i>	<i>EUR/GBP</i>	<i>EUR/JPY</i>
<i>0</i>	<i>Week 35 2014</i>	<i>0,75929</i>	<i>1,2563</i>	<i>0,0073</i>
<i>1</i>	<i>Week 36 2014</i>	<i>0,7615</i>	<i>1,254</i>	<i>0,00731</i>
<i>2</i>	<i>Week 37 2014</i>	<i>0,77268</i>	<i>1,2457</i>	<i>0,00721</i>
<i>.</i>	<i>.</i>	<i>.</i>	<i>.</i>	<i>.</i>
<i>.</i>	<i>.</i>	<i>.</i>	<i>.</i>	<i>.</i>
<i>.</i>	<i>.</i>	<i>.</i>	<i>.</i>	<i>.</i>
<i>301</i>	<i>Week 36 2020</i>	<i>0,8387</i>	<i>1,12371</i>	<i>0,007959</i>
<i>302</i>	<i>Week 37 2020</i>	<i>0,8496</i>	<i>1,10187</i>	<i>0,007964</i>

Συνεπώς η τιμή του DJI καθώς την 35^η εβδομάδα του 2014 ήταν 17122,009 \$ και η αντίστοιχη ισοτιμία ευρώ δολαρίου 0,75929 ευρώ ανά δολάριο. Αυτό σημαίνει ότι αν μετρηθεί ευρώ η τιμή του DJI θα ήταν $17122,009 \times 0,75929 = 13000,57$ €. Αντίστοιχα για τιμές των υπολοίπων δεικτών. Μέρος των προσαρμοσμένων στο εγχώριο νόμισμα τιμών φαίνονται στον πίνακα 2.4.

Πίνακας 2.4 Τιμές κλεισίματος εκφρασμένες σε ευρώ

	<i>Weeks</i>	<i>DJI</i>	<i>FTSE 100</i>	<i>STOXX 600</i>	<i>N225</i>
0	Week 35 2014	13000,57	8581,4	342,75	114,38
1	Week 36 2014	13005,1	8619,4	344,869	115,12
2	Week 37 2014	13188,65	8508,2	342,839	114,72
.
.
.
301	Week 36 2020	24406,58	6675,9	363,75	185,23
302	Week 37 2020	23738,22	6625,3	367,959	186,4

Στη συνέχεια παρουσιάζονται τα σενάρια που δημιουργήθηκαν για τις τιμές των δεικτών τη 38^η εβδομάδα του 2020. Συγκεκριμένα, το σενάριο 1 μας δείχνει τις τιμές των δεικτών για την εβδομάδα 38 του 2020 υποθέτοντας ότι οι ποσοστιαίες αλλαγές μεταξύ των εβδομάδων 37.2020 και 38.2020 είναι ίδιες με τις αντίστοιχες των εβδομάδων 35.2014 και 36.2014. Το σενάριο 2 μας δείχνει τις τιμές των δεικτών την 38^η εβδομάδα του 2020 υποθέτοντας ότι οι ποσοστιαίες αλλαγές μεταξύ των εβδομάδων 37.2020 και 38.2020 είναι ίδιες με τις αντίστοιχες των εβδομάδων 36.2014 και 37.2014 κτλ. Γενικά, το σενάριο κατά το σενάριο *i* γίνεται η υπόθεση ότι οι ποσοστιαίες αλλαγές μεταξύ των εβδομάδων 38.2020 και 37.2020 είναι παρόμοιες με τις ποσοστιαίες αλλαγές των εβδομάδων *i* και *i* - 1 των δεδομένων μας, με $1 \leq i \leq 302$.

Η τιμή του DJI την 37^η εβδομάδα του 2020 είναι 23738,22€. Την 35^η και 36^η εβδομάδα του 2014 η τιμή του δείκτη ήταν 13000,57€ και 13005,1€ αντίστοιχα. Συνεπώς, η τιμή του DJI κάτω από το σενάριο 1 θα είναι:

$$23738,22 \times \frac{13005,1}{13000,57} = 23746,51 \text{ €}$$

Ομοίως, οι τιμές των FTSE 100, STOXX 600 και N225 κάτω από το σενάριο 1 θα είναι 6654,72 €, 370,23 € και 187,62 € αντίστοιχα. Στον πίνακα 2.5 φαίνεται μέρος των 301 σεναρίων που δημιουργήθηκαν από τα ιστορικά δεδομένα.

Πίνακας 2.5 Σενάρια για την 38^η βδομάδα 2020

<i>Scenarios</i>	<i>DJI</i>	<i>FTSE 100</i>	<i>STOXX 600</i>	<i>N225</i>
1	23746,51	6654,72	370,235	187,62
2	24073,24	6539,82	365,794	185,75
3	23829,3	6627,23	366,94	188,27

.
.
.
301	24201,83	6584,1	366,468	188,95
302	23088,16	6575,07	372,218	187,58

Η αξία του χαρτοφυλακίου κάτω από το σενάριο 1 θα είναι:

$$8000 \times \frac{23746,51}{23738,22} + 4000 \times \frac{6654,72}{6625,3} + 6000 \times \frac{370,23}{367,95} + 2000 \times \frac{187,62}{186,4} = 20070,69 \text{ €}$$

και έτσι ο επενδυτής θα έχει κέρδος 70.690 €.

Στον πίνακα 2.6 παρουσιάζεται μέρος της ανάλυσης σχετικά με την αξία του χαρτοφυλακίου καθώς και επίσης και η στήλη με τα αντίστοιχα κέρδη / ζημιές.

Πίνακας 2.6 Η αξία του χαρτοφυλακίου για τα πιθανά σενάρια

<i>Scenarios</i>	<i>Portfolio Value under the i - th scenario (000s)</i>	<i>Losses</i>	<i>% Loss</i>
1	20070,69	70.692	0,35%
2	20018,94	18.943	0,09%
3	20035,27	35.271	0,18%
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
301	20134,34	134,343	0,67%
302	19832,66	-167.336	-0,84%

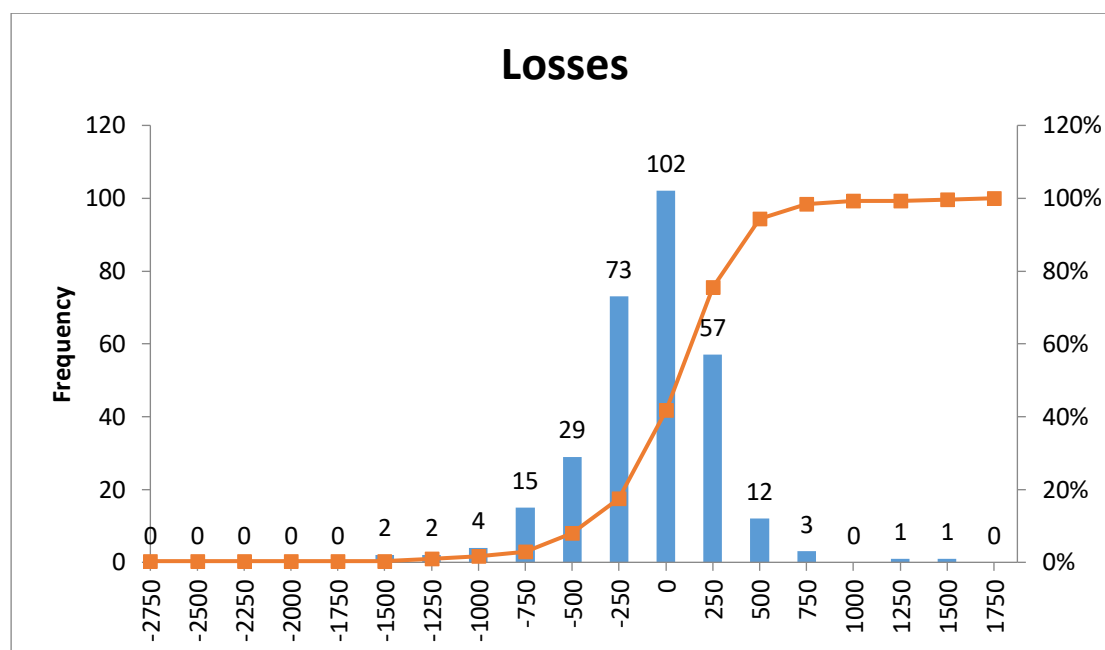
Ο πίνακας 2.7 περιλαμβάνει κάποια περιγραφικά μέτρα για τις απώλειες.

Πίνακας 2.7 Περιγραφικά στατιστικά των απωλειών

<i>Descriptive Statistics for Loss</i>	
<i>Mean</i>	24,08348189
<i>Std Dev</i>	396,2424714
<i>Median</i>	69,58887288
<i>Std Error</i>	22,80119203
<i>Sample Variance</i>	157008,0961
<i>Kurtosis</i>	9,971070142
<i>Skewness</i>	-1,479252391
<i>Range</i>	4340,296733
<i>Min</i>	-2796,63713
<i>Max</i>	1543,659603

*Αρνητική ασυμμετρία υποδηλώνει κατανομή με ασύμμετρη ουρά που εκτείνεται προς τα αριστερά, προς περισσότερα αρνητικές τιμές.

Γράφημα 2.1 Ιστόγραμμα των απωλειών για τα 302 σενάρια



Οι απώλειες που έχουν προκύψει από τα 302 σενάρια ταξινομούνται από με αύξουσα σειρά. Το χειρότερο σενάριο είναι το 276. Το 99% Value at Risk για μία εβδομάδα εκτιμάται ότι είναι η 3^η χειρότερη απώλεια, δηλαδή -1.340.760 €, μια απώλεια της τάξης του 6,70%. Υπολογίζεται ακόμα το 95% Value at Risk για μία εβδομάδα το οποίο εκτιμάται ότι είναι η 15^η χειρότερη απώλεια, δηλαδή -599.400 €, μια απώλεια δηλαδή της τάξης του 3,00%. Στον πίνακα 2.8 παρουσιάζεται μέρος των απωλειών ταξινομημένες από το χειρότερο προς στο καλύτερο σενάριο.

Πίνακας 2.8 Οι απώλειες ταξινομημένες από τη μεγαλύτερη στη μικρότερη για τα 302 σενάρια

Scenarios	Loss	% Loss
276	-2796,63713	-13,98%
274	-1453,091646	-7,27%
277	-1340,75938	-6,70%
50	-1247,789012	-6,24%
275	-1237,393107	-6,19%
49	-850,7715378	-4,25%
220	-807,3436888	-4,04%
70	-794,4894724	-3,97%
65	-786,141316	-3,93%
221	-706,0861507	-3,53%
38	-671,7278971	-3,36%
212	-663,0634118	-3,32%
69	-658,6911471	-3,29%
177	-642,8113583	-3,21%
178	-599,4023267	-3,00%

15	-588,2697393	-2,94%
7	-573,9430136	-2,87%
91	-562,4800275	-2,81%
73	-556,8118287	-2,78%
28	-555,116483	-2,78%
217	-541,9013714	-2,71%
33	-532,7349798	-2,66%
.	.	.
.	.	.
.	.	.

Κάθε βδομάδα η εκτίμηση για το VaR ενημερώνεται χρησιμοποιώντας τις πιο πρόσφατες 303 βδομάδες δεδομένων. Ας σκεφτούμε για παράδειγμα τι συνέβη την 38^η βδομάδα του 2020 (εβδομάδα 303). Υπολογίζονται καινούριες τιμές για τις μεταβλητές και επομένως προκύπτει μια νέα αξία για το χαρτοφυλάκιο μας. Έπειτα ακολουθούμε τη διαδικασία όπως περιεγράφηκε παραπάνω για να υπολογίσουμε το νέο VaR. Για τον υπολογισμό πλέον χρησιμοποιούμε τις εβδομάδες 1 έως 303 δηλαδή από την 36^η εβδομάδα του 2014 έως την 38^η εβδομάδα του 2020. Αυτό θα μας δώσει ξανά 303 παρατηρήσεις. Η 35^η εβδομάδα του 2014, η εβδομάδα 0 δηλαδή, δε χρησιμοποιείται πλέον. Ομοίως, κατά την επόμενη εβδομάδα, δεδομένα από την 37^η εβδομάδα του 2014 έως και την 39^η εβδομάδα του 2020 χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό του νέου VaR κ.ο.κ.

Στη πράξη βέβαια, τα πράγματα είναι πιο περίπλοκα. Τα χαρτοφυλάκια ενός για παράδειγμα χρηματοοικονομικού ιδρύματος είναι πιο σύνθετα από ότι το χαρτοφυλάκιο που μελετήσαμε στο παράδειγμά μας. Το πιο πιθανό είναι να αποτελούνται από εκατοντάδες ή ακόμα και χιλιάδες περιουσιακά στοιχεία. Συχνά μερικά από αυτά μπορεί να είναι προθεσμιακά συμβόλαια, πράξεις με άσκηση δικαιώματος επιλογής και άλλα παράγωγα. Επιπροσθέτως είναι αρκετά πιθανό το ίδιο το χαρτοφυλάκιο να αλλάζει από βδομάδα σε βδομάδα. Στο παράδειγμά μας το VaR για κάθε εβδομάδα υπολογίζεται με την προϋπόθεση ότι το χαρτοφυλάκιο θα μείνει αμετάβλητο.

Για να υπολογίσουμε το Expected Shortfall βρίσκουμε το μέσο όρο των παρατηρήσεων που βρίσκονται στο α% της ουράς της κατανομής των απωλειών. Πιο συγκεκριμένα, για επίπεδο εμπιστοσύνης 99% η εκτίμηση για το Expected Shortfall είναι ο μέσος όρος των τριών χειρότερων παρατηρήσεων, δηλαδή -1.863.500 €, μια απώλεια της τάξης του 9,32%. Για επίπεδο εμπιστοσύνης 95% η εκτίμηση για το Expected Shortfall είναι ο μέσος όρος των δεκαπέντε χειρότερων παρατηρήσεων, δηλαδή -1.017.080 € μια απώλεια της τάξης του 5,09%.

Στη συνέχεια θα κάνουμε την ίδια ανάλυση για τους ίδιους δείκτες υποθέτοντας αυτή τη φορά ότι το χαρτοφυλάκιο αποτελείται από έναν δείκτη κάθε φορά και θα συγκρίνουμε τα αποτελέσματα του VaR & Expected Shortfall που θα προκύψουν για τα 4 διαφορετικά χαρτοφυλάκια με αυτά που είδαμε παραπάνω. Στους πίνακες 2.9-2.12

παρουσιάζονται οι τιμές για τους 4 διαφορετικούς δείκτες καθώς και οι διορθωμένες τιμές τους μετά τη μετατροπή στο εγχώριο νόμισμα καθώς έχουμε υποθέσει ο επενδυτής βρίσκεται στην Ελλάδα.

Πίνακας 2.9 Ιστορικά δεδομένα για τον δείκτη DJI εκφρασμένα σε ευρώ

	<i>Weeks</i>	<i>DJI</i>	<i>USD/EUR</i>	<i>Adjusted DJI</i>
0	Week 35 2014	17122,009	0,7592	13000,57
1	Week 36 2014	17078,27	0,7615	13005,1
2	Week 37 2014	17068,71	0,7726	13188,65
.
.
.
301	Week 36 2020	29100,5	0,8387	24406,58
302	Week 37 2020	27940,47	0,8496	23738,22

Πίνακας 2.10 Ιστορικά δεδομένα για τον δείκτη FTSE 100 εκφρασμένα σε ευρώ

	<i>Weeks</i>	<i>FTSE 100</i>	<i>GBP/EUR</i>	<i>Adjusted FTSE 100</i>
0	Week 35 2014	6830,7	1,2563	8581,4
1	Week 36 2014	6873,6	1,254	8619,49
2	Week 37 2014	6830,1	1,2457	8508,25
.
.
.
301	Week 36 2020	5941	0,8387	6675,96
302	Week 37 2020	6012,79	0,8496	6625,32

Πίνακας 2.11 Ιστορικά δεδομένα για τον δείκτη STOXX 600

	<i>Weeks</i>	<i>STOXX 600</i>
0	Week 35 2014	342,75
1	Week 36 2014	344,86
2	Week 37 2014	342,83
.	.	.
.	.	.
.	.	.
301	Week 36 2020	363,75
302	Week 37 2020	367,95

Πίνακας 2.12 Ιστορικά δεδομένα για τον δείκτη N225 εκφρασμένα σε ευρώ

	<i>Weeks</i>	<i>N225</i>	<i>JPY/EUR</i>	<i>Adjusted N225</i>
0	Week 35 2014	15668,59	0,0073	114,38
1	Week 36 2014	15749,15	0,00731	115,12
2	Week 37 2014	15911,53	0,00721	114,72
.
.
.
301	Week 36 2020	23274,13	0,00795	185,23
302	Week 37 2020	23406,49	0,00796	186,4

Έπειτα όπως και παραπάνω δημιουργούνται 302 εναλλακτικά σενάρια για την επόμενη εβδομάδα. Στους πίνακες 2.13 - 2.16 παρουσιάζονται τα εναλλακτικά σενάρια για κάθε ένα από τα 4 χαρτοφυλάκια καθώς επίσης η αξία και οι απώλειες τους.

Πίνακας 2.13 Αξία και απώλειες του χαρτοφυλακίου DJI

<i>Scenarios</i>	<i>DJI</i>	<i>Portfolio Value</i>	<i>Loss</i>	<i>% Loss</i>
1	23746,51	8002,79	2,79	0,03%
2	24073,24	8112,9	112,9	1,41%
3	23829,3	8030,69	30,69	0,38%
.
.
.
301	24201,83	8156,24	366,46	1,95%
302	23088,16	7780,92	-219,08	-2,74%

Πίνακας 2.14 Αξία και απώλειες του χαρτοφυλακίου FTSE 100

<i>Scenarios</i>	<i>FTSE 100</i>	<i>Portfolio Value</i>	<i>Loss</i>	<i>% Loss</i>
1	6654,72	4017,75	17,75	0,44%
2	6539,82	3948,37	-51,62	-1,29%
3	6627,23	4001,15	1,15	0,03%
.
.
.
301	6584,1	3975,11	-24,89	-0,62%
302	6575,07	3969,65	-30,35	-0,76%

Πίνακας 2.15 Αξία και απώλειες του χαρτοφυλακίου STOXX 600

<i>Scenarios</i>	<i>STOXX 600</i>	<i>Portfolio Value</i>	<i>Loss</i>	<i>% Loss</i>
1	370,235	6037,11	37,11	0,62%
2	365,794	5964,68	-35,31	-0,59%
3	366,94	5983,37	-16,62	-0,28%
.
.
.
301	366,468	5975,68	-24,31	-0,41%
302	372,218	6069,44	69,44	1,16%

Πίνακας 2.16 Αξία και απώλειες του χαρτοφυλακίου N225

<i>Scenarios</i>	<i>N225</i>	<i>Portfolio Value</i>	<i>Loss</i>	<i>% Loss</i>
1	187,62	2013,03	13,03	0,65%
2	185,75	1992,97	-7,02	-0,35%
3	188,27	2020,04	20,04	1,00%
.
.
.
301	188,95	2027,29	27,29	1,36%
302	187,58	2012,63	12,63	0,63%

Οι απώλειες στη συνέχεια ταξινομούνται σε αύξουσα σειρά και υπολογίζουμε το VaR και το Expected Shortfall για κάθε χαρτοφυλάκιο. Οι πίνακες 2.17-2.20 δείχνουν μέρος των ταξινομημένων σεναρίων από το χειρότερο στο καλύτερο.

Πίνακας 2.17 Ταξινομημένες απώλειες για τα 302 σενάρια για τον DJI

<i>Scenarios</i>	<i>Loss</i>	<i>% Loss</i>
276	-1128,15	-14,10%
277	-1056,53	-13,21%
50	-828,42	-10,36%
274	-710,08	-8,88%
74	-460,60	-5,76%
221	-427,55	-5,34%
70	-422,14	-5,28%
7	-383,88	-4,80%
28	-376,93	-4,71%
185	-367,44	-4,59%
178	-366,87	-4,59%
212	-336,95	-4,21%

284	-316,17	-3,95%
86	-312,52	-3,91%
65	-301,35	-3,77%
252	-289,14	-3,61%
.	.	.
.	.	.

Πίνακας 2.18 Ταξινομημένες απώλειες για τα 302 σενάρια για τον FTSE 100

<i>Scenarios</i>	<i>Loss</i>	<i>% Loss</i>
277	-663,71	-16,59%
276	-570,57	-14,26%
50	-426,55	-10,66%
65	-293,57	-7,34%
275	-284,75	-7,12%
71	-283,51	-7,09%
92	-273,81	-6,85%
274	-250,14	-6,25%
94	-243,71	-6,09%
74	-225,18	-5,63%
252	-217,26	-5,43%
86	-207,68	-5,19%
7	-205,49	-5,14%
178	-180,37	-4,51%
284	-170,979678	-4,27%
70	-170,119908	-4,25%
.	.	.
.	.	.
.	.	.

Πίνακας 2.19 Ταξινομημένες απώλειες για τα 302 σενάρια για τον STOXX 600

<i>Scenarios</i>	<i>Loss</i>	<i>% Loss</i>
276	-796,74	-13,28%
275	-716,13	-11,94%
49	-491,12	-8,19%
73	-451,89	-7,53%
91	-445,85	-7,43%
93	-411,83	-6,86%
273	-358,74	-5,98%
177	-353,37	-5,89%
274	-348,04	-5,80%
220	-300,81	-5,01%
64	-288,72	-4,81%
251	-271,09	-4,52%

41	-263,57	-4,39%
69	-261,81	-4,36%
33	-225,50	-3,76%
217	-220,28	-3,67%
.	.	.
.	.	.
.	.	.

Πίνακας 2.20 Ταξινομημένες απώλειες για τα 302 σενάρια για τον N225

<i>Scenarios</i>	<i>Loss</i>	<i>% Loss</i>
276	-301,16	-15,06%
49	-264,97	-13,25%
81	-155,6	-7,78%
73	-154,19	-7,71%
221	-152,85	-7,64%
177	-144,90	-7,25%
274	-144,81	-7,24%
54	-123,57	-6,18%
33	-115,64	-5,78%
38	-102,22	-5,11%
69	-101,47	-5,07%
64	-100,14	-5,01%
85	-99,33	-4,97%
15	-90,84	-4,54%
65	-89,99	-4,50%
6	-86,51	-4,33%
.	.	.
.	.	.
.	.	.

Υπολογίζουμε το 99% VaR μιας εβδομάδας καθώς και το Expected Shortfall για 99% επίπεδο εμπιστοσύνης όπως ακριβώς κάναμε στο αρχικό παράδειγμα. Τα αποτελέσματα φαίνονται στον πίνακα 2.21.

Πίνακας 2.21 99% VaR και Expected Shortfall για τα 4 διαφορετικά χαρτοφυλάκια

<i>Portfolios</i>	<i>99% VaR Value</i>	<i>Losses</i>	<i>Expected Shortfall</i>	<i>Losses</i>
DJI	-828,43	-10,36%	-1.004,37	-12,55%
FTSE 100	-426,55	-10,66%	-553,61	-13,84%
STOXX 600	-491,12	-8,19%	-668,00	-11,13%
N225	-155,61	-7,78%	-240,58	-12,03%

Έχοντας υπολογίσει τις τιμές των VaR και Expected Shortfall για το χαρτοφυλάκιο που περιέχει όλους τους δείκτες αλλά και για τα 4 χαρτοφυλάκια που είδαμε παραπάνω θα ελέγξουμε για τα οφέλη της διαφοροποίησης (Diversification).

Όπως φαίνεται το 99% VaR είναι:

- 828.430 € για το χαρτοφυλάκιο με επενδύσεις στον DJI
- 426.550 € για το χαρτοφυλάκιο με επενδύσεις στον FTSE 100
- 491.120 € για το χαρτοφυλάκιο με επενδύσεις στον STOXX 600
- 155.610 € για το χαρτοφυλάκιο με επενδύσεις στον N225

Το αντίστοιχο 99% Expected Shortfall είναι:

- 1.004.370 € για το χαρτοφυλάκιο με επενδύσεις στον DJI
- 553.610 € για το χαρτοφυλάκιο με επενδύσεις στον FTSE 100
- 668.000 € για το χαρτοφυλάκιο με επενδύσεις στον STOXX 600
- 240.580 € για το χαρτοφυλάκιο με επενδύσεις στον N225

Για το πρώτο μέτρο παρατηρούμε ότι το άθροισμα των τιμών των VaR για τα παραπάνω χαρτοφυλάκια είναι 1.901.710 € το οποίο είναι μεγαλύτερο από το VaR που υπολογίσαμε νωρίτερα για το χαρτοφυλάκιο που αποτελούνταν από τους 4 δείκτες και η τιμή του ήταν 1.340.760 €. Αυτό μας δείχνει τα οφέλη της διαφοροποίησης, παρά το ότι γενικά το Value at Risk είναι ένα μέτρο κινδύνου το οποίο όπως είδαμε δεν πληροί την ιδιότητα της υποπροσθετικότητας. Για το Expected Shortfall το άθροισμα των τιμών για τα παραπάνω χαρτοφυλάκια είναι 2.446.560 €, τιμή η οποία είναι επίσης μεγαλύτερη από την αντίστοιχη 1.863.500 € του χαρτοφυλακίου που αποτελούνταν από τους 4 δείκτες. Αυτό βέβαια ήταν αναμενόμενο μιας και το Expected Shortfall είναι ένα συνεκτικό μέτρο κινδύνου.

Αντίστοιχα αποτελέσματα παρουσιάζονται για το 95% VaR και 95% Expected Shortfall.

Πίνακας 2.22 95% VaR και Expected Shortfall για τα 4 διαφορετικά χαρτοφυλάκια

<i>Portfolios</i>	<i>95% VaR Value</i>	<i>Losses</i>	<i>Expected Shortfall</i>	<i>Losses</i>
<i>DJI</i>	-301,35	-3,77%	-519,71	-6,50%
<i>FTSE 100</i>	-170,98	-4,27%	-299,82	-7,50%
<i>STOXX 600</i>	-225,51	-3,76%	-399,02	-6,65%
<i>N225</i>	-90,00	-4,50%	-142,78	-7,14%

Όπως φαίνεται το 95% VaR είναι:

- 301.350 € για το χαρτοφυλάκιο με επενδύσεις στον DJI
- 170.980 € για το χαρτοφυλάκιο με επενδύσεις στον FTSE 100
- 225.510 € για το χαρτοφυλάκιο με επενδύσεις στον STOXX 600
- 90.000 € για το χαρτοφυλάκιο με επενδύσεις στον N225

Το αντίστοιχο 99% Expected Shortfall είναι:

- 519.710 € για το χαρτοφυλάκιο με επενδύσεις στον DJI
- 299.820 € για το χαρτοφυλάκιο με επενδύσεις στον FTSE 100
- 399.020 € για το χαρτοφυλάκιο με επενδύσεις στον STOXX 600
- 142.780 € για το χαρτοφυλάκιο με επενδύσεις στον N225

Για το πρώτο μέτρο παρατηρούμε ότι το άθροισμα των τιμών των VaR για τα παραπάνω χαρτοφυλάκια είναι 787.840 € το οποίο είναι μεγαλύτερο από το VaR που υπολογίσαμε νωρίτερα για το χαρτοφυλάκιο που αποτελούνταν από τους 4 δείκτες και η τιμή του ήταν 599.400 €. Αυτό μας δείχνει ξανά τα οφέλη της διαφοροποίησης, παρά το γεγονός ότι το VaR όπως αναφέραμε είναι ένα μέτρο κινδύνου το οποίο δεν πληροί την ιδιότητα της υποπροσθετικότητας.

Αντίστοιχα για το Expected Shortfall το άθροισμα των τιμών για τα παραπάνω χαρτοφυλάκια είναι 1.361.330 €, τιμή η οποία είναι επίσης μεγαλύτερη από την αντίστοιχη 1.017.080 € του χαρτοφυλακίου που αποτελούνταν από τους 4 δείκτες. Το αποτέλεσμα βέβαια ήταν αναμενόμενο, μιας και το Expected Shortfall είναι ένα συνεκτικό μέτρο κινδύνου.

Στη συνέχεια παρουσιάζονται συνοπτικά τα αποτελέσματα για τα 99% και 95% VaR και Expected Shortfall έχοντας διαφοροποιήσει την αρχική επένδυση. Συγκεκριμένα υποθέτουμε ξανά ότι ο επενδυτής κατέχει ένα χαρτοφυλάκιο αξίας 20 εκατομμυρίων ευρώ το οποίο αποτελείται από επενδύσεις σε τέσσερις δείκτες μετοχών, τους Dow Jones Industrial Average (DJI) στις Ηνωμένες Πολιτείες, FTSE 100 στο Ηνωμένο Βασίλειο, STOXX 600 της Ελβετίας και το δείκτη Nikkei 225 στην Ιαπωνία. Οι επενδύσεις που θα εξετάσουμε φαίνονται στον πίνακα 2.23.

Πίνακας 2.23 Αξία της επένδυσης II & III

<i>Index</i>	<i>Investments (000s)</i>	<i>Index</i>	<i>Investments (000s)</i>
<i>DJI</i>	<i>5.000</i>	<i>DJI</i>	<i>2.000</i>
<i>FTSE 100</i>	<i>5.000</i>	<i>FTSE 100</i>	<i>2.000</i>
<i>STOXX 600</i>	<i>5.000</i>	<i>STOXX 600</i>	<i>15.000</i>
<i>N225</i>	<i>5.000</i>	<i>N225</i>	<i>1.000</i>
<i>Επένδυση II</i>	<i>20.000</i>	<i>Επένδυση III</i>	<i>20.000</i>

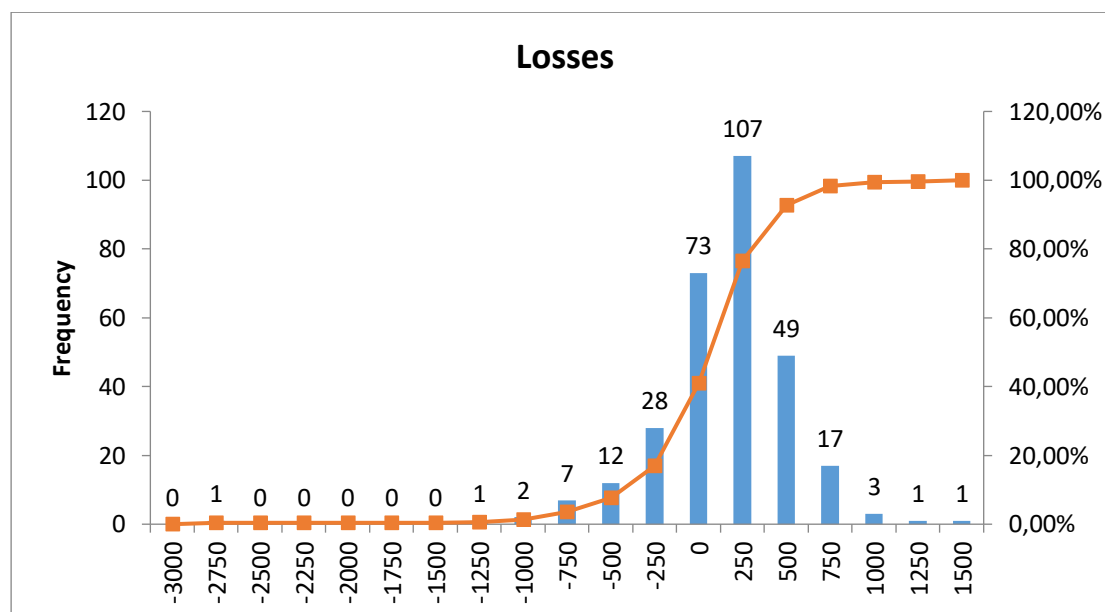
Οι ιστορικές τιμές, οι τιμές μετά την μετατροπή του νομίσματος καθώς και τα σενάρια για την 38^η εβδομάδα του 2020 παρουσιάζονται στους πίνακες 2.2-2.5.

Στον πίνακα 2.24 παρουσιάζεται μέρος από την αξία του χαρτοφυλακίου καθώς και οι απώλειες / κέρδη για την πρώτη επένδυση.

Πίνακας 2.24 Η αξία του χαρτοφυλακίου για τα πιθανά σενάρια της επένδυσης II

Scenarios	Portfolio Value under the i - th scenario (000s)	Losses	% Loss
1	20087,45	87,45	0,44%
2	19959,05	-40,94	-0,20%
3	20056,89	56,89	0,28%
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
301	20114,53	114,53	0,57%
302	19914,61	-85,38	-0,43%

Γράφημα 2.2 Ιστόγραμμα των απωλειών για τα 302 σενάρια της επένδυσης II



Στη συνέχεια παρουσιάζονται (πίνακας 2.25) ταξινομημένα τα σενάρια από το χειρότερο στο καλύτερο.

Πίνακας 2.25 Οι απώλειες ταξινομημένες από τη μεγαλύτερη στη μικρότερη για τα 302 σενάρια

Scenarios	Loss	% Loss
276	-2835,18	-14,18%
274	-1408,56	-7,04%
275	-1215,45	-6,08%
49	-1179,66	-5,90%
277	-985,49	-4,93%
50	-935,61	-4,68%
65	-864,65	-4,32%

73	-796,69	-3,98%
220	-794,26	-3,97%
177	-777,99	-3,89%
221	-768,13	-3,84%
38	-747,69	-3,74%
69	-721,66	-3,61%
70	-682,25	-3,41%
15	-655,25	-3,28%
212	-653,65	-3,27%
33	-612,11	-3,06%
.	.	.
.	.	.
.	.	.

Οι απώλειες που έχουν προκύψει από τα 302 σενάρια ταξινομούνται από με αύξουσα σειρά με το χειρότερο σενάριο να είναι το 276. Το 99% Value at Risk για μία εβδομάδα εκτιμάται ότι είναι η 3^η χειρότερη απώλεια, δηλαδή 1.215.450 €, μια απώλεια της τάξης του 6,08%. Υπολογίζεται ακόμα το 95% Value at Risk για μία εβδομάδα το οποίο εκτιμάται ότι είναι η 15^η χειρότερη απώλεια, δηλαδή 655.250 €, μια απώλεια δηλαδή της τάξης του 3,28%.

Για να υπολογίσουμε το Expected Shortfall βρίσκουμε το μέσο όρο των παρατηρήσεων που βρίσκονται στο α% της ουράς της κατανομής των απωλειών. Πιο συγκεκριμένα, για επίπεδο εμπιστοσύνης 99% η εκτίμηση για το Expected Shortfall είναι ο μέσος όρος των τριών χειρότερων παρατηρήσεων, δηλαδή 1.819.730 €, μια απώλεια της τάξης του 9,10%. Για επίπεδο εμπιστοσύνης 95% η εκτίμηση για το Expected Shortfall είναι ο μέσος όρος των δεκαπέντε χειρότερων παρατηρήσεων, δηλαδή 1.024.570 € μια απώλεια της τάξης του 5,12%.

Στη συνέχεια θα κάνουμε την ίδια ανάλυση υποθέτοντας αυτή τη φορά ότι το χαρτοφυλάκιο αποτελείται από έναν δείκτη κάθε φορά και θα υπολογίσουμε τα μέτρα κινδύνου για τα 4 διαφορετικά χαρτοφυλάκια. Τα αποτελέσματα φαίνονται στους παρακάτω πίνακες 2.26-2.29.

Πίνακας 2.26 Τελικά αποτελέσματα για το χαρτοφυλάκιο DJI

Scenarios	Portfolio Value	Loss	% Loss
276	4294,9	-705,1	-14,10%
277	4339,67	-660,33	-13,21%
50	4482,23	-517,77	-10,36%
274	4556,2	-443,8	-8,88%
74	4712,12	-287,88	-5,76%
221	4732,78	-267,22	-5,34%
70	4736,16	-263,84	-5,28%
7	4760,07	-239,93	-4,80%

28	4764,41	-235,59	-4,71%
185	4770,35	-229,65	-4,59%
178	4770,7	-229,3	-4,59%
212	4789,4	-210,6	-4,21%
284	4802,39	-197,61	-3,95%
86	4804,67	-195,33	-3,91%
65	4811,66	-188,34	-3,77%
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.

Πίνακας 2.27 Τελικά αποτελέσματα για το χαρτοφυλάκιο FTSE 100

Scenarios	Portfolio Value	Loss	% Loss
277	4170,36	-829,64	-16,59%
276	4286,78	-713,22	-14,26%
50	4466,81	-533,19	-10,66%
65	4633,03	-366,97	-7,34%
275	4644,06	-355,94	-7,12%
71	4645,61	-354,39	-7,09%
92	4657,73	-342,27	-6,85%
274	4687,32	-312,68	-6,25%
94	4695,35	-304,65	-6,09%
74	4718,52	-281,48	-5,63%
252	4728,42	-271,58	-5,43%
86	4740,39	-259,61	-5,19%
7	4743,13	-256,87	-5,14%
178	4774,53	-225,47	-4,51%
284	4786,28	-213,72	-4,27%
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.

Πίνακας 2.28 Τελικά αποτελέσματα για το χαρτοφυλάκιο STOXX 600

Scenarios	Portfolio Value	Loss	% Loss
276	4336,04	-663,96	-13,28%
275	4403,22	-596,78	-11,94%
49	4590,73	-409,27	-8,19%
73	4623,42	-376,58	-7,53%
91	4628,46	-371,54	-7,43%
93	4656,81	-343,19	-6,86%
273	4701,04	-298,96	-5,98%
177	4705,52	-294,48	-5,89%

274	4709,96	-290,04	-5,80%
220	4749,32	-250,68	-5,01%
64	4759,4	-240,6	-4,81%
251	4774,09	-225,91	-4,52%
41	4780,36	-219,64	-4,39%
69	4781,82	-218,18	-4,36%
33	4812,08	-187,92	-3,76%
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.

Πίνακας 2.29 Τελικά αποτελέσματα για το χαρτοφυλάκιο N225

Scenarios	Portfolio Value	Loss	% Loss
276	4247,09	-752,91	-15,06%
49	4337,56	-662,44	-13,25%
81	4610,98	-389,02	-7,78%
73	4614,51	-385,49	-7,71%
221	4617,86	-382,14	-7,64%
177	4637,74	-362,26	-7,25%
274	4637,96	-362,04	-7,24%
54	4691,05	-308,95	-6,18%
33	4710,9	-289,1	-5,78%
38	4744,43	-255,57	-5,11%
69	4746,3	-253,7	-5,07%
64	4749,65	-250,35	-5,01%
85	4751,66	-248,34	-4,97%
15	4772,9	-227,1	-4,54%
65	4775,01	-224,99	-4,50%
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.

Στους πίνακες 2.30 και 2.31 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα για το 99% και 95% VaR και Expected Shortfall για τα 4 χαρτοφυλάκια.

Πίνακας 2.30 99% VaR και Expected Shortfall για τα 4 διαφορετικά χαρτοφυλάκια

Portfolios	99% VaR Value	Losses	Expected Shortfall	Losses
DJI	-517,77	-10,36%	-627,73	-12,55%
FTSE 100	-533,19	-10,66%	-692,01	-13,84%
STOXX 600	-409,27	-8,19%	-556,67	-11,13%
N225	-389,02	-7,78%	-601,46	-12,03%

Έχοντας υπολογίσει τις τιμές των VaR και Expected Shortfall για το χαρτοφυλάκιο που περιέχει όλους τους δείκτες αλλά και για τα 4 χαρτοφυλάκια που είδαμε παραπάνω θα ελέγξουμε για τα οφέλη της διαφοροποίησης (Diversification).

Όπως φαίνεται το 99% VaR είναι:

- 517.770 € για το χαρτοφυλάκιο με επενδύσεις στον DJI
- 533.190 € για το χαρτοφυλάκιο με επενδύσεις στον FTSE 100
- 409.270 € για το χαρτοφυλάκιο με επενδύσεις στον STOXX 600
- 389.020 € για το χαρτοφυλάκιο με επενδύσεις στον N225

Το αντίστοιχο 99% Expected Shortfall είναι:

- 627.730 € για το χαρτοφυλάκιο με επενδύσεις στον DJI
- 692.010 € για το χαρτοφυλάκιο με επενδύσεις στον FTSE 100
- 556.670 € για το χαρτοφυλάκιο με επενδύσεις στον STOXX 600
- 601.460 € για το χαρτοφυλάκιο με επενδύσεις στον N225

Για το πρώτο μέτρο παρατηρούμε ότι το άθροισμα των τιμών των VaR για τα παραπάνω χαρτοφυλάκια είναι 1.849.250 € το οποίο είναι μεγαλύτερο από το VaR που υπολογίσαμε νωρίτερα για το χαρτοφυλάκιο που αποτελούνταν από τους 4 δείκτες και η τιμή του ήταν 1.215.450 €. Αυτό μας δείχνει τα οφέλη της διαφοροποίησης, παρά το ότι γενικά το Value at Risk είναι ένα μέτρο κινδύνου το οποίο όπως είδαμε δεν πληροί την ιδιότητα της υποπροσθετικότητας. Για το Expected Shortfall το άθροισμα των τιμών για τα παραπάνω χαρτοφυλάκια είναι 2.447.870 €, τιμή η οποία είναι επίσης μεγαλύτερη από την αντίστοιχη 1.819.730 € του χαρτοφυλακίου που αποτελούνταν από τους 4 δείκτες. Αυτό βέβαια ήταν αναμενόμενο μιας και το Expected Shortfall είναι ένα συνεκτικό μέτρο κινδύνου.

Αντίστοιχα αποτελέσματα παρουσιάζονται για το 95% VaR και 95% Expected Shortfall.

Πίνακας 2.31 95% VaR και Expected Shortfall για τα 4 διαφορετικά χαρτοφυλάκια

<i>Portfolios</i>	<i>95% VaR Value</i>	<i>Losses</i>	<i>Expected Shortfall</i>	<i>Losses</i>
<i>DJI</i>	-188,34	-3,77%	-324,82	-6,50%
<i>FTSE 100</i>	-213,72	-4,27%	-374,78	-7,50%
<i>STOXX 600</i>	-187,92	-3,76%	-332,52	-6,65%
<i>N225</i>	-224,99	-4,50%	-356,96	-7,14%

Όπως φαίνεται το 95% VaR είναι:

- 188.340 € για το χαρτοφυλάκιο με επενδύσεις στον DJI
- 213.720 € για το χαρτοφυλάκιο με επενδύσεις στον FTSE 100
- 187.920 € για το χαρτοφυλάκιο με επενδύσεις στον STOXX 600
- 224.990 € για το χαρτοφυλάκιο με επενδύσεις στον N225

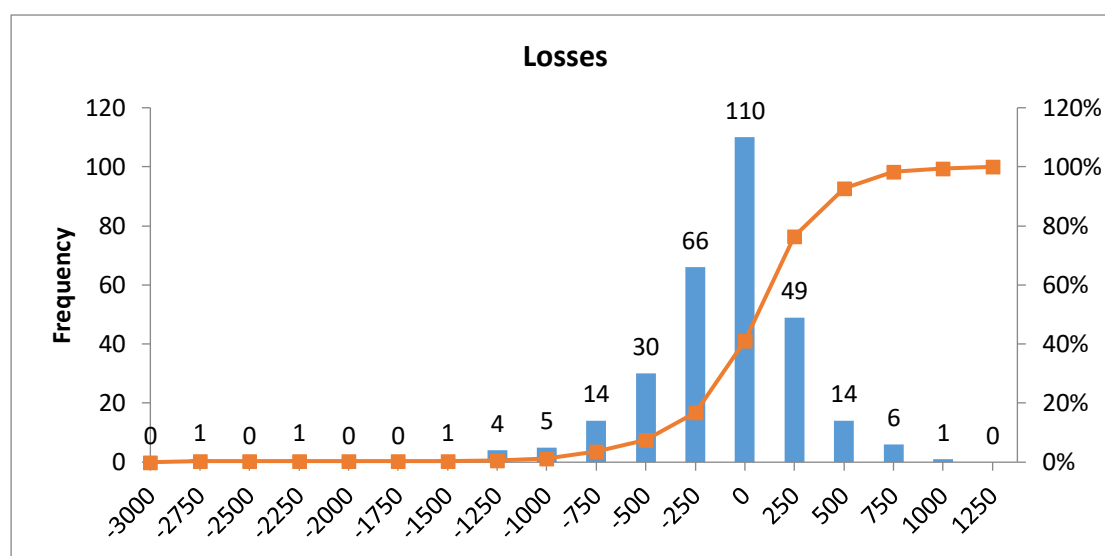
Το αντίστοιχο 95% Expected Shortfall είναι:

- 324.820 € για το χαρτοφυλάκιο με επενδύσεις στον DJI
- 374.780 € για το χαρτοφυλάκιο με επενδύσεις στον FTSE 100
- 332.520 € για το χαρτοφυλάκιο με επενδύσεις στον STOXX 600
- 356.960 € για το χαρτοφυλάκιο με επενδύσεις στον N225

Για το πρώτο μέτρο παρατηρούμε ότι το άθροισμα των τιμών των VaR για τα παραπάνω χαρτοφυλάκια είναι 834.970 € το οποίο είναι μεγαλύτερο από το VaR που υπολογίσαμε νωρίτερα για το χαρτοφυλάκιο που αποτελούνταν από τους 4 δείκτες και η τιμή του ήταν 655.250 €. Αυτό μας δείχνει ξανά τα οφέλη της διαφοροποίησης, παρά το γεγονός ότι το VaR όπως αναφέραμε είναι ένα μέτρο κινδύνου το οποίο δεν πληροί την ιδιότητα της υποπροσθετικότητας. Αντίστοιχα για το Expected Shortfall το άθροισμα των τιμών για τα παραπάνω χαρτοφυλάκια είναι 1.389.080 €, τιμή η οποία είναι επίσης μεγαλύτερη από την αντίστοιχη 1.024.570 € του χαρτοφυλακίου που αποτελούνταν από τους 4 δείκτες. Το αποτέλεσμα βέβαια ήταν αναμενόμενο, μιας και το Expected Shortfall είναι ένα συνεκτικό μέτρο κινδύνου.

Στη συνέχεια παρουσιάζονται συνοπτικά τα αποτελέσματα για την επένδυση III.

Γράφημα 2.3 Ιστόγραμμα των απωλειών για τα 302 σενάρια της επένδυσης III



Πίνακας 2.32 Τελικά αποτελέσματα για επένδυση III

Scenarios	Portfolio Value	Loss	%Loss
276	17290	-2709,77	-13,55%
275	17993	-2007,16	-10,04%
49	18597	-1403,48	-7,02%
274	18755	-1245,12	-6,23%
73	18779	-1220,68	-6,10%
91	18842	-1157,62	-5,79%
177	18996	-1004,39	-5,02%

220	19065	-934,98	-4,67%
273	19086	-914,01	-4,57%
93	19145	-854,57	-4,27%
69	19195	-805,19	-4,03%
251	19236	-763,85	-3,82%
64	19251	-749,15	-3,75%
33	19324	-675,63	-3,38%
38	19340	-660,47	-3,30%
15	19340	-659,58	-3,30%
70	19349	-651,48	-3,26%
.	.	.	.
.	.	.	.

Το 99% Value at Risk για μία εβδομάδα εκτιμάται ότι είναι 1.403.480 €, μια απώλεια της τάξης του 7,02%. Το 95% Value at Risk για μία εβδομάδα εκτιμάται ότι είναι 660.470 €, μια απώλεια δηλαδή της τάξης του 3,3%.

Το Expected Shortfall υπολογίζεται ως ο μέσος όρος των παρατηρήσεων που βρίσκονται στο α% της ουράς της κατανομής των απωλειών. Πιο συγκεκριμένα, η εκτίμηση για το 99% Expected Shortfall 2.040.140 €, μια απώλεια της τάξης του 10,2%. Για επίπεδο εμπιστοσύνης 95% η εκτίμηση για το Expected Shortfall είναι 1.140.410 € μια απώλεια της τάξης του 5,7%.

Τα τελικά αποτελέσματα για τα μέτρα κινδύνου αν υποθέσουμε ότι ο επενδυτής μας κατέχει 4 διαφορετικά χαρτοφυλάκια, ένα για κάθε δείκτη, συνοψίζονται στους πίνακες 2.33 και 2.34.

Πίνακας 2.33 99% VaR και Expected Shortfall για τα 4 διαφορετικά χαρτοφυλάκια

<i>Portfolios</i>	<i>99% VaR Value</i>	<i>Losses</i>	<i>Expected Shortfall</i>	<i>Losses</i>
<i>DJI</i>	-207,11	-10,36%	-251,09	-12,55%
<i>FTSE 100</i>	-213,28	-10,66%	-276,81	-13,84%
<i>STOXX 600</i>	-1.227,81	-8,19%	-1.670,00	-11,13%
<i>N225</i>	-77,80	-7,78%	-120,29	-12,03%

Πίνακας 2.33 95% VaR και Expected Shortfall για τα 4 διαφορετικά χαρτοφυλάκια

<i>Portfolios</i>	<i>95% VaR Value</i>	<i>Losses</i>	<i>Expected Shortfall</i>	<i>Losses</i>
<i>DJI</i>	-75,34	-3,77%	-129,93	-6,50%
<i>FTSE 100</i>	-85,49	-4,27%	-149,91	-7,50%
<i>STOXX 600</i>	-563,77	-3,76%	-997,55	-6,65%
<i>N225</i>	-45,00	-4,50%	-71,39 €	-7,14%

Για το πρώτο μέτρο παρατηρούμε ότι το άθροισμα των τιμών των 99% VaR για τα παραπάνω χαρτοφυλάκια είναι 1.726.000 € το οποίο είναι μεγαλύτερο από το VaR που υπολογίσαμε νωρίτερα για το χαρτοφυλάκιο της επένδυσης III και η τιμή του ήταν 1.403.480 €. Για το 99% Expected Shortfall το άθροισμα των τιμών για τα παραπάνω χαρτοφυλάκια είναι 2.318.190 €, τιμή η οποία είναι επίσης μεγαλύτερη από την αντίστοιχη 2.040.140 € του χαρτοφυλακίου της επένδυσης III.

Αντίστοιχα αποτελέσματα παρουσιάζονται για το 95% VaR και 95% Expected Shortfall. Για το πρώτο μέτρο παρατηρούμε ότι το άθροισμα των τιμών των 95% VaR για τα παραπάνω χαρτοφυλάκια είναι 769.600 € το οποίο είναι μεγαλύτερο από το VaR που υπολογίσαμε νωρίτερα για το χαρτοφυλάκιο της επένδυσης III και η τιμή του ήταν 660.470 €. Για το 95% Expected Shortfall το άθροισμα των τιμών για τα παραπάνω χαρτοφυλάκια είναι 1.987.980 €, τιμή η οποία είναι επίσης μεγαλύτερη από την αντίστοιχη 1.140.410 € του χαρτοφυλακίου της επένδυσης III.

Θα κάνουμε τώρα την ίδια ανάλυση για την επένδυση I αυτή τη φορά όμως όχι με την κλασική μέθοδο αλλά χρησιμοποιώντας Ιστορική Προσομοίωση με βάρη (για να τις διαχωρίσουμε θα την ονομάσουμε επένδυση IV). Όπως είδαμε παραπάνω η ιδέα είναι ότι θα πρέπει να δίνεται μεγαλύτερη βαρύτητα στα πιο πρόσφατα ιστορικά δεδομένα στη λογική ότι αντικατοπτρίζουν καλύτερα τις τρέχουσες μεταβλητότητες και τις συνθήκες που επικρατούν. Για την επένδυση IV θα ισχύουν τα σενάρια που ίσχυαν και στην επένδυση I τα οποία παρουσιάζονται στον παρακάτω πίνακα.

Πίνακας 2.34 Σενάρια για την επένδυση IV με βάρη

<i>Scenarios</i>	<i>Portfolio Value under the i - th scenario (000s)</i>	<i>Losses</i>	<i>% Loss</i>	<i>Weights</i>
1	20070,69	70.692	0,35%	0,0005100
2	20018,94	18.943	0,09%	0,0005152
3	20035,27	35.271	0,18%	0,0005204
.
.
.
301	20134,34	134,343	0,67%	0,0103999
302	19832,66	-167.336	-0,84%	0,0105049

Στον πίνακα 2.34 παρουσιάζονται τα σενάρια του πίνακα 2.6 έχοντας προσθέσει μία στήλη για τα βάρη. Όπως αναφέραμε η παράμετρος λ επιλέγεται αυθαίρετα κάνοντας δοκιμές και βλέποντας ποια ταιριάζει καλύτερα στα δεδομένα μας. Για την παρούσα εργασία έχουμε χρησιμοποιούμε $\lambda = 0,99$. Στον πίνακα 2.35 παρουσιάζονται τα σενάρια ταξινομημένα.

Πίνακας 2.35 Ταξινομημένα σενάρια με βάρη

Scenarios	Loss	% Loss	Weights	Cumulative Weights
276	-2796,63713	-13,98%	0,00809	0,00809
274	-1453,091646	-7,27%	0,00793	0,01602
277	-1340,75938	-6,70%	0,00817	0,02419
50	-1247,789012	-6,24%	0,00083	0,02502
275	-1237,393107	-6,19%	0,00801	0,03303
49	-850,7715378	-4,25%	0,00083	0,03386
220	-807,3436888	-4,04%	0,00461	0,03847
70	-794,4894724	-3,97%	0,00102	0,03949
65	-786,141316	-3,93%	0,00097	0,04046
221	-706,0861507	-3,53%	0,00465	0,04511
38	-671,7278971	-3,36%	0,00074	0,04585
212	-663,0634118	-3,32%	0,00425	0,0501
69	-658,6911471	-3,29%	0,00101	0,05111
177	-642,8113583	-3,21%	0,00299	0,0541
178	-599,4023267	-3,00%	0,00302	0,05712
15	-588,2697393	-2,94%	0,00059	0,05771
7	-573,9430136	-2,87%	0,00054	0,05825
91	-562,4800275	-2,81%	0,00126	0,05951
73	-556,8118287	-2,78%	0,00105	0,06056
28	-555,116483	-2,78%	0,00067	0,06123
217	-541,9013714	-2,71%	0,00447	0,0657
33	-532,7349798	-2,66%	0,0007	0,06641

Το χειρότερο σενάριο είναι συνεπώς το 276 και αυτό το σενάριο έχει βαρύτητα

$$\frac{(1-\lambda)\lambda^{n-i}}{1-\lambda^n} = \frac{(1-0,99) \times 0,99^{302-276}}{1-0,99^{302}} = 0,00809$$

Το 99% VaR είναι η 2^η χειρότερη απώλεια 1.453.091 € μια απώλεια της τάξης του 7,27% ενώ το 95% VaR θα είναι η 12^η χειρότερη απώλεια (663.063 €) μια απώλεια της τάξης του 3,32%. Το 1% της ουράς της κατανομής των απωλειών θα περιλαμβάνει πλέον πιθανότητα 0,00809 να έχουμε απώλειες 2.736.637 € και 0,01 – 0,00809 = 0,00191 να έχουμε απώλειες 1.453.091 €. Συνεπώς το 99% Expected Shortfall θα είναι

$$\frac{0,00809 \times 2.736.637 + 0,00191 \times 1.453.091}{0,01} = 2.539.920 \text{ €}$$

μια απώλεια 12,7%.

Έχοντας τα αποτελέσματα για το χαρτοφυλάκιο των τεσσάρων δεικτών θα δούμε τώρα και με τη μέθοδο της ιστορικής προσομοίωσης με βάρη τα οφέλη της διαφοροποίησης. Θεωρούμε ξανά ότι ο επενδυτής κατέχει τέσσερα διαφορετικά χαρτοφυλάκια και εφαρμόζοντας την παραπάνω διαδικασία θα βάλουμε βαρύτητες στα σενάρια των πινάκων 2.17 – 2.20. Τα αποτελέσματα συνοψίζονται στους παρακάτω πίνακες.

Πίνακας 2.36 Ταξινομημένες απώλειες για τα 302 σενάρια για τον DJI

Scenarios	Loss	% Loss	Weights	Cumulative Weights
276	-1128,16	-14,10%	0,00809	0,00809
277	-1056,53	-13,21%	0,00817	0,01626
50	-828,428	-10,36%	0,00083	0,01709
274	-710,085	-8,88%	0,00793	0,02502
74	-460,61	-5,76%	0,00106	0,02609
221	-427,551	-5,34%	0,00465	0,03074
70	-422,141	-5,28%	0,00102	0,03176
7	-383,881	-4,80%	0,00054	0,0323
28	-376,94	-4,71%	0,00067	0,03297
185	-367,446	-4,59%	0,00324	0,03621
178	-366,877	-4,59%	0,00302	0,03923
212	-336,955	-4,21%	0,00425	0,04348
284	-316,176	-3,95%	0,00877	0,05225
86	-312,528	-3,91%	0,0012	0,05345
65	-301,35	-3,77%	0,00097	0,05442
252	-289,143	-3,61%	0,00636	0,06078
.
.

Πίνακας 2.37 Ταξινομημένες απώλειες για τα 302 σενάρια για τον FTSE 100

Scenarios	Loss	% Loss	Weights	Cumulative Weights
277	-663,711	-16,59%	0,00817	0,00817
276	-570,573	-14,26%	0,00809	0,01626
50	-426,551	-10,66%	0,00083	0,01709
65	-293,578	-7,34%	0,00097	0,01807
275	-284,751	-7,12%	0,00801	0,02607
71	-283,513	-7,09%	0,00103	0,0271
92	-273,819	-6,85%	0,00127	0,02838
274	-250,143	-6,25%	0,00793	0,03631
94	-243,719	-6,09%	0,0013	0,0376
74	-225,187	-5,63%	0,00106	0,03867
252	-217,264	-5,43%	0,00636	0,04502
86	-207,687	-5,19%	0,0012	0,04622
7	-205,495	-5,14%	0,00054	0,04676
178	-180,375	-4,51%	0,00302	0,04978
284	-170,98	-4,27%	0,00877	0,05855
70	-170,12	-4,25%	0,00102	0,05957
.
.

Πίνακας 2.38 Ταξινομημένες απώλειες για τα 302 σενάρια για τον STOXX 600

Scenarios	Loss	% Loss	Weights	Cumulative Weights
276	-796,747	-13,28%	0,00809	0,00809
275	-716,133	-11,94%	0,00801	0,0161
49	-491,124	-8,19%	0,00083	0,01692
73	-451,896	-7,53%	0,00105	0,01798
91	-445,85	-7,43%	0,00126	0,01924
93	-411,834	-6,86%	0,00129	0,02052
273	-358,748	-5,98%	0,00785	0,02837
177	-353,378	-5,89%	0,00299	0,03136
274	-348,047	-5,80%	0,00793	0,03929
220	-300,812	-5,01%	0,00461	0,0439
64	-288,726	-4,81%	0,00096	0,04486
251	-271,091	-4,52%	0,00629	0,05115
41	-263,571	-4,39%	0,00076	0,05191
69	-261,815	-4,36%	0,00101	0,05292
33	-225,509	-3,76%	0,0007	0,05363
217	-220,283	-3,67%	0,00447	0,0581
.
.

Πίνακας 2.39 Ταξινομημένες απώλειες για τα 302 σενάρια για τον N225

Scenarios	Loss	% Loss	Weights	Cumulative Weights
276	-301,163	-15,06%	0,00809	0,00809
49	-264,975	-13,25%	0,00083	0,00892
81	-155,608	-7,78%	0,00114	0,01006
73	-154,196	-7,71%	0,00105	0,01111
221	-152,858	-7,64%	0,00465	0,01576
177	-144,905	-7,25%	0,00299	0,01875
274	-144,817	-7,24%	0,00793	0,02668
54	-123,579	-6,18%	0,00087	0,02755
33	-115,641	-5,78%	0,0007	0,02825
38	-102,229	-5,11%	0,00074	0,02899
69	-101,479	-5,07%	0,00101	0,03
64	-100,142	-5,01%	0,00096	0,03096
85	-99,337	-4,97%	0,00119	0,03215
15	-90,841	-4,54%	0,00059	0,03274
65	-89,996	-4,50%	0,00097	0,03371
6	-86,51	-4,33%	0,00054	0,03424
.
.

Τα τελικά αποτελέσματα για τα μέτρα κινδύνου αν υποθέσουμε ότι ο επενδυτής μας κατέχει 4 διαφορετικά χαρτοφυλάκια, ένα για κάθε δείκτη, συνοψίζονται στον πίνακα 2.40 και 2.41.

Πίνακας 2.40 99% VaR και Expected Shortfall για τα 4 διαφορετικά χαρτοφυλάκια

<i>Portfolios</i>	<i>99% VaR Value</i>	<i>Losses</i>	<i>Expected Shortfall</i>	<i>Losses</i>
<i>DJI</i>	-1.056,53	-13,21%	-1.114,47	-13,93%
<i>FTSE 100</i>	-570,57	-14,26%	-646,68	-16,17%
<i>STOXX 600</i>	-716,13	-11,94%	-781,34	-13,02%
<i>N225</i>	-155,61	-7,78%	-282,39	-14,12%

Πίνακας 2.41 95% VaR και Expected Shortfall για τα 4 διαφορετικά χαρτοφυλάκια

<i>Portfolios</i>	<i>95% VaR Value</i>	<i>Losses</i>	<i>Expected Shortfall</i>	<i>Losses</i>
<i>DJI</i>	-316,18	-3,95%	-664,84	-8,31%
<i>FTSE 100</i>	-170,98	-4,27%	-369,25	-9,23%
<i>STOXX 600</i>	-271,09	-4,52%	-476,84	-7,95%
<i>N225</i>	-70,70	-3,53%	-144,17	-7,21%

Για το πρώτο μέτρο παρατηρούμε ότι το άθροισμα των τιμών των 99% VaR για τα παραπάνω χαρτοφυλάκια είναι 2.498.840 € το οποίο είναι μεγαλύτερο από το VaR που υπολογίσαμε νωρίτερα για το χαρτοφυλάκιο της επένδυσης I και η τιμή του ήταν 1.453.091 €. Για το 99% Expected Shortfall το άθροισμα των τιμών για τα παραπάνω χαρτοφυλάκια είναι 2.824.880 €, τιμή η οποία είναι επίσης μεγαλύτερη από την αντίστοιχη 2.539.920 € του χαρτοφυλακίου της επένδυσης III.

Αντίστοιχα αποτελέσματα προκύπτουν για το 95% VaR και 95% Expected Shortfall. Για το πρώτο το άθροισμα των τιμών των 95% VaR για τα παραπάνω χαρτοφυλάκια είναι 828.950 € το οποίο είναι μεγαλύτερο από το VaR που υπολογίσαμε νωρίτερα για το χαρτοφυλάκιο της επένδυσης IV και η τιμή του ήταν 663.063 €. Για το 95% Expected Shortfall το άθροισμα των τιμών για τα παραπάνω χαρτοφυλάκια είναι 1.655.100 €, τιμή η οποία είναι επίσης μεγαλύτερη από την αντίστοιχη 1.371.610 € του χαρτοφυλακίου της επένδυσης IV.

Έχοντας υπολογίσει για όλα τα παραπάνω χαρτοφυλάκια το VaR και Expected Shortfall, θέλουμε στη συνέχεια να εξετάσουμε τι ποσοστό αυτών προέρχεται από το συνάλλαγμα, από τις μεταβολές δηλαδή στην ισοτιμία. Έχοντας υποθέσει ο επενδυτής βρίσκεται στην Ελλάδα, όλες οι τιμές μετατρέπονται σε ευρώ. Για την παραπάνω ανάλυση, θεωρούμε ότι οι επενδύσεις γίνονται αυτή τη φορά σε χαρτοφυλάκια που περιλαμβάνουν το Δολάριο, τη Λίρα και το Γιεν ενώ επενδύονται ανάλογα κεφάλαια με αυτά των επενδύσεων I – IV. Ας δούμε αναλυτικά τη διαδικασία.

Πίνακας 2.42 Αξία της επένδυσης

<i>Index</i>	<i>Investments (000s)</i>
USD	8.000
	5.000
	2.000
GBP	4000
	5000
	2000
JPY	2000
	5000
	1000

Όπως φαίνεται στον παραπάνω πίνακα, τα ποσά των επενδύσεων είναι αντίστοιχα με αυτά που είχαμε παραπάνω, στα χαρτοφυλάκια που αποτελούνταν από κάθε ένα δείκτη κάθε φορά. Με λίγα λόγια αντί να επενδύσουμε 8.000.000 στον Dow Jones, θα τα επενδύσουμε στο Δολάριο κτλ. Για να δούμε τι ποσοστό των VaR και Expected Shortfall προέρχεται από το συνάλλαγμα όσον αφορά την επένδυση IV, θα χρησιμοποιήσουμε ιστορική προσομοίωση με βάρη. Θυμίζουμε τις ιστορικές τιμές για τα συναλλάγματα όπως παρουσιάστηκαν στον πίνακα 2.3.

<i>Weeks</i>	<i>EUR/USD</i>	<i>EUR/GBP</i>	<i>EUR/JPY</i>
0 Week 35 2014	0,75929	1,2563	0,0073
1 Week 36 2014	0,7615	1,254	0,00731
2 Week 37 2014	0,77268	1,2457	0,00721
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
301 Week 36 2020	0,8387	1,12371	0,007959
302 Week 37 2020	0,8496	1,10187	0,007964

Ακολουθώντας τα βήματα που πραγματοποιήσαμε παραπάνω δημιουργούνται αντίστοιχα 302 σενάρια για 38^η εβδομάδα του 2020 για κάθε ένα από τα παραπάνω χαρτοφυλάκια. Η τιμή του δολαρίου την 37^η εβδομάδα του 2020 είναι 0,8496. Την 35^η και 36^η εβδομάδα του 2014 η τιμή του ήταν 0,7592 και 0,7615 αντίστοιχα. Συνεπώς, η τιμή για το δολάριο κάτω από το σενάριο 1 θα είναι:

$$0,8496 \times \frac{0,7615}{0,7592} = 0,852$$

Ομοίως υπολογίζονται τα υπόλοιπα σενάρια. Στη συνέχεια βρίσκουμε την αξία των επενδύσεων για κάθε σενάριο όπως και τις απώλειες τους. Οι απώλειες ταξινομούνται

σε αύξουσα σειρά. Ακόμα υπολογίζονται οι βαρύτητες που θα δοθούν στα σενάρια ώστε να εφαρμόσουμε και τη μέθοδο με βάρη.

Τα αποτελέσματα της παραπάνω ανάλυσης συνοψίζονται στους παρακάτω πίνακες.

Πίνακας 2.43 Τα σενάρια για τα συναλλάγματα και οι βαρύτητες τους

Scenarios	USD	GBP	JPY	Weights
1	0,852	1,100	0,008	0,001
2	0,862	1,095	0,008	0,001
3	0,848	1,110	0,008	0,001
.
.
.
301	0,843	1,114	0,008	0,010
301	0,861	1,080	0,008	0,011

Πίνακας 2.44 Αξία των χαρτοφυλακίων και απώλειες για τις επενδύσεις στο δολάριο

Scenarios	USD (8 m)		USD (5 m)		USD (2 m)	
	Portfolio Value	Loss	Portfolio Value	Loss	Portfolio Value	Loss
1	8023,285	23,285	5014,553	14,553	2005,821	5,821
2	8117,452	117,452	5073,408	73,408	2029,363	29,363
3	7989,439	-10,561	4993,400	-6,600	1997,360	-2,640
.
.
.
301	7940,825	-59,175	4963,016	-36,984	1985,206	-14,794
301	8103,970	103,970	5064,982	64,982	2025,993	25,993

Πίνακας 2.45 Αξία των χαρτοφυλακίων και απώλειες για τις επενδύσεις στη λίρα

Scenarios	GBP (4 m)		GBP (5 m)		GBP (2 m)	
	Portfolio Value	Loss	Portfolio Value	Loss	Portfolio Value	Loss
1	3992,677	-7,323	4990,846	-9,154	1996,338	-3,662
2	3973,525	-26,475	4966,906	-33,094	1986,762	-13,238
3	4030,184	30,184	5037,730	37,730	2015,092	15,092
.
.
.
301	4045,105	45,105	5056,382	56,382	2022,553	22,553
301	3922,258	-77,742	4902,822	-97,178	1961,129	-38,871

Πίνακας 2.46 Αξία των χαρτοφυλακίων και απώλειες για τις επενδύσεις στο Γιέν

Scenarios	JPY (2 m)		JPY (5 m)		JPY (1 m)	
	Portfolio Value	Loss	Portfolio Value	Loss	Portfolio Value	Loss
1	2002,740	2,740	5006,849	6,849	1001,370	1,370
2	1972,640	-27,360	4931,601	-68,399	986,320	-13,680
3	1983,356	-16,644	4958,391	-41,609	991,678	-8,322
.
.
.
301	2015,447	15,447	5038,617	38,617	1007,723	7,723
301	2001,256	1,256	5003,141	3,141	1000,628	0,628

Πίνακας 2.47 Ταξινομημένες οι απώλειες σε αύξουσα σειρά για κάθε μία από τις παραπάνω επενδύσεις.

USD (8 m)	USD (5 m)	USD (2 m)	GBP (4 m)	GBP (5 m)	GBP (2 m)	JPY (2 m)	JPY (5 m)	JPY (1 m)
-360,223	-225,139	-90,0557	-302,129	-377,662	-151,065	-71,2329	-178,082	-35,6164
-260,731	-162,957	-65,1827	-172,97	-216,212	-86,485	-70,2948	-175,737	-35,1474
-223,068	-139,417	-55,7669	-161,066	-201,332	-80,5329	-64,7668	-161,917	-32,3834
-222,935	-139,335	-55,7338	-141,066	-176,332	-70,5329	-63,5824	-158,956	-31,7912
-213,714	-133,571	-53,4284	-118,472	-148,09	-59,2359	-60,0273	-150,068	-30,0136
-196,876	-123,047	-49,219	-115,599	-144,498	-57,7994	-59,5745	-148,936	-29,7872
-187,375	-117,11	-46,8439	-115,516	-144,395	-57,7579	-53,8491	-134,623	-26,9245
-165,852	-103,658	-41,463	-114,337	-142,921	-57,1685	-51,3479	-128,37	-25,6739
-164,905	-103,066	-41,2262	-108,62	-135,775	-54,3102	-50,1917	-125,479	-25,0959
-162,472	-101,545	-40,6179	-97,9426	-122,428	-48,9713	-49,4792	-123,698	-24,7396
-159,657	-99,7856	-39,9142	-97,9041	-122,38	-48,9521	-46,7167	-116,792	-23,3584
-156,26	-97,6626	-39,065	-95,2524	-119,066	-47,6262	-46,4504	-116,126	-23,2252
-155,323	-97,0767	-38,8307	-95,1409	-118,926	-47,5705	-45,3333	-113,333	-22,6667
-149,367	-93,3547	-37,3419	-92,2158	-115,27	-46,1079	-41,6157	-104,039	-20,8078
-148,474	-92,796	-37,1184	-91,8964	-114,87	-45,9482	-41,5135	-103,784	-20,7567
.
.
.

Το 99% VaR υπολογίζεται ότι είναι η 3^η χειρότερη παρατήρηση στις παραπάνω επενδύσεις καθώς έχουμε 302 εναλλακτικά σενάρια. Για παράδειγμα όταν επενδύουμε 4 εκατομμύρια στη Λίρα, το Value at Risk είναι 161.070 €, μια απώλεια της τάξης του 4,03%. Αντίστοιχα το 95% VaR υπολογίζεται ότι είναι η 15^η χειρότερη παρατήρηση, δηλαδή 91.900 €, απώλεια της τάξης του 2,3%.

Για το Expected Shortfall θα υπολογίζουμε τη μέση τιμή των απωλειών που είναι χειρότερη από το VaR. Για επίπεδο εμπιστοσύνης 99% το Expected Shortfall θα είναι 212.060 € ενώ για 95% επίπεδο εμπιστοσύνης θα είναι 128.010 €.

Από τα παραπάνω συμπεραίνουμε τα εξής:

Το 99% VaR για το χαρτοφυλάκιο που περιλάμβανε επενδύσεις στον δείκτη FTSE 100 και στο οποίο είχαμε επενδύσει 4.000.000 € ήταν 426.550 €, απώλεια της τάξης του 10,66%. Όπως υπολογίσαμε επενδύοντας 4.000.000 € στη Λίρα το 99% VaR αντιστοιχούσε σε απώλειες 4,03% κάτι το οποίο σημαίνει ότι ένα ποσοστό 38% του VaR για το χαρτοφυλάκιο FTSE 100 προέρχεται από τις μεταβολές στην ισοτιμία. Αντίστοιχα αποτελέσματα παίρνουμε και για το 95% VaR όπως και για τα υπόλοιπα χαρτοφυλάκια των δεικτών DJI, FTSE 100 και JPY.

Χρησιμοποιώντας ιστορική προσομοίωση με βάρη, θα υπολογίζουμε αντίστοιχα τα VaR και Expected Shortfall για τις επενδύσεις σε δολάριο, λίρα και γιεν με ποσά οκτώ, τέσσερα και δύο εκατομμύρια αντίστοιχα. Τα αποτελέσματα φαίνονται στους παρακάτω πίνακες.

Πίνακας 2.48 Ταξινομημένα σενάρια για την επένδυση στο δολάριο με τα αντίστοιχα βάρη

<i>Scenarios</i>	<i>Loss</i>	<i>Weights</i>	<i>Cumulative Weights</i>
50	-360,223	0,000835	0,000834568
74	-260,731	0,001062	0,001896794
28	-223,068	0,000669	0,00256581
175	-222,935	0,002931	0,005497124
275	-213,714	0,008008	0,013505472
65	-196,876	0,00097	0,014475834
.	.	.	.
.	.	.	.
137	-146,082	0,002001	0,046646789
146	-142,642	0,00219	0,048836985
86	-142,549	0,001198	0,050035366
.	.	.	.
.	.	.	.

Πίνακας 2.49 Ταξινομημένα σενάρια για την επένδυση στη λίρα με τα αντίστοιχα βάρη

<i>Scenarios</i>	<i>Loss</i>	<i>Weights</i>	<i>Cumulative Weights</i>
94	-302,129	0,001299	0,001298713
50	-172,97	0,000835	0,002133281
275	-161,066	0,008008	0,010141629
277	-141,066	0,008171	0,018312579
34	-118,472	0,000711	0,019023179
.	.	.	.
.	.	.	.
108	-83,8076	0,001495	0,048908344
86	-78,6916	0,001198	0,050106724
.	.	.	.
.	.	.	.

Πίνακας 2.50 Ταξινομημένα σενάρια για την επένδυση στο γιεν με τα αντίστοιχα βάρη

<i>Scenarios</i>	<i>Loss</i>	<i>Weights</i>	<i>Cumulative Weights</i>
9	-71,2329	0,000553	0,000552719
96	-70,2948	0,001325	0,001877801
33	-64,7668	0,000703	0,002581295
116	-63,5824	0,00162	0,004201384
38	-60,0273	0,00074	0,004941132
146	-59,5745	0,00219	0,007131329
205	-53,8491	0,003963	0,011094169
72	-51,3479	0,001041	0,012135257
136	-50,1917	0,001981	0,014116031
.	.	.	.
.	.	.	.
157	-37,6963	0,002446	0,047708649
199	-37,1901	0,003731	0,051439584
.	.	.	.
.	.	.	.

Παίρνοντας τα αποτελέσματα του πίνακα 2.48, το χειρότερο σενάριο είναι το 50°. Η βαρύτητα του υπολογίζεται όπως είχαμε δει και παραπάνω ως εξής:

$$\frac{(1-\lambda)\lambda^{n-i}}{1-\lambda^n} = \frac{(1-0,99) \times 0,99^{302-50}}{1-0,99^{302}} = 0,000835$$

Το 99% VaR είναι 213.714 € και το 95% VaR είναι 142.549 €, απώλειες της τάξης του 2,67% και 1,78% αντίστοιχα. Αντίστοιχα το 99% και 95% Expected Shortfall υπολογίζεται σε 234.260 € και 175.460 € αντίστοιχα.

Το 99% VaR για το χαρτοφυλάκιο που περιλάμβανε επενδύσεις στον δείκτη DJI και στο οποίο είχαμε επενδύσει 8.000.000 € ήταν 1.056.530 €, απώλεια της τάξης του 13,21%. Όπως υπολογίσαμε επενδύοντας 8.000.000 € στη δολάρια το 99% VaR αντιστοιχούσε σε απώλειες 2,67% κάτι το οποίο σημαίνει ότι ένα ποσοστό 20% του VaR για το χαρτοφυλάκιο DJI προέρχεται από τις μεταβολές στην ισοτιμία. Αντίστοιχα αποτελέσματα παίρνουμε και για το 95% VaR όπως και για τα υπόλοιπα χαρτοφυλάκια των δεικτών DJI, FTSE 100 και JPY.

Κεφάλαιο 3 – Εκτίμηση με τη μέθοδο Monte Carlo

Σκοπός του κεφαλαίου είναι να η χρήση της μεθόδου Monte Carlo για την εκτίμηση των Value at Risk και Conditional Value at Risk ή Expected Shortfall ώστε να μελετήσουμε τα αποτελέσματα. Για το σκοπό αυτό χρησιμοποιήθηκαν πραγματικά ιστορικά δεδομένα από τιμές κλεισίματος τεσσάρων χρηματιστηριακών δεικτών, Dow Jones Industrial Average, FTSE 100, STOXX 600 και Nikkei 225. Πηγή των δεδομένων ήταν το (<https://finance.yahoo.com>). Κύρια πηγή πληροφοριών για τη μεθοδολογία και τη μέθοδο ήταν το paper “Anybody can do Value at Risk: A Teaching Study Using Parametric Computation and Monte Carlo Simulation” (Cheung, Yun Hsing and Powell, Robert J., Australasian Accounting, Business and Finance Journal, 2012) και οι πανεπιστημιακές σημειώσεις του κ. Μιχάλη Μπούτσικα για το μάθημα “Μέθοδοι Προσομοίωσης”.

3.1 Η προσομοίωση Monte Carlo

Είναι μια μαθηματική τεχνική η οποία παράγει τυχαίες μεταβλητές για μοντελοποίηση αβέβαιων καταστάσεων. Εμφανίστηκε πρώτη φορά κατά τη διάρκεια του 2ου παγκοσμίου πολέμου. Σήμερα χρησιμοποιείται σε ένα μεγάλο εύρος πεδίων όπως η βιολογία, η φυσική, η στατιστική κτλ.

Η τεχνική Monte Carlo βασίζεται στη θεωρία πιθανοτήτων. Περιλαμβάνει επαναλαμβανόμενες δοκιμές των τιμών των συστατικών του χαρτοφυλακίου βασισμένες σε μια γνωστή πιθανότητα κατανομής και μιας γνωστής διαδικασίας που θα αναλύσουμε στη συνέχεια με σκοπό τη δημιουργία μιας πιθανότητας κατανομής για το αποτέλεσμα. Κάθε αβέβαιη μεταβλητή εκχώρησης του προβλήματος θεωρείται μια τυχαία μεταβλητή με μια γνωστή πιθανότητα κατανομής. Το αποτέλεσμα του μοντέλου μετά από ένα μεγάλο αριθμό επαναλήψεων είναι κι αυτό μια πιθανότητα κατανομής. Η προσομοίωση Monte Carlo μπορεί να θεωρηθεί σαν ένα σενάριο ανάλυσης όπως αυτό της ιστορικής προσομοίωσης, αντί όμως για 302 σενάρια έχουμε χιλιάδες ή και δεκάδες χιλιάδες σενάρια. Όσα περισσότερα είναι τα σενάρια τόσο καλύτερα μπορούμε να αντιληφθούμε τη φύση του προβλήματος. Αντί του καθορισμού μιας πιθανότητας κατανομής για τον παράγοντα ρίσκου, η προσομοίωση Monte Carlo παράγει την κατανομή αποδόσεων των δεικτών μέσω μιας στοχαστικής διαδικασίας. Υποθέτουμε ότι οι τιμές των δεικτών ακολουθούν ένα συγκεκριμένο τύπο στοχαστικής διαδικασίας γνωστό ως Γεωμετρική Κίνηση Brown που περιγράφεται από την εξίσωση:

$$S_{t+\Delta t} = S_t e^{(k\Delta t + \sigma \varepsilon_t \sqrt{\Delta t})}$$

όπου S_t είναι η τιμή του δείκτη τη χρονική στιγμή t , e η βάση του φυσικού λογαρίθμου, Δt είναι η χρονική μεταβολή, $k = \mu - \left(\frac{\sigma^2}{2}\right)$ είναι η αναμενόμενη απόδοση η οποία ισούται με τη μέση ετήσια απόδοση μείον τη μισή ετήσια διακύμανση της απόδοσης, ε_t είναι η τυχαία μεταβλητή τη χρονική στιγμή t η οποία εισάγεται για να προσδώσει

τυχαιότητα στην τιμή του δείκτη. Συγκεκριμένα, είναι ένας τυχαίος αριθμός που παράγεται από μια πιθανότητα κατανομής, με μέση τιμή 0 και τυπική απόκλιση 1.

Η παραπάνω εξίσωση μπορεί να πάρει τη μορφή

$$R_{t+\Delta t} = \ln \frac{S_{t+\Delta t}}{S_t} = k\Delta t + \sigma \varepsilon_t \sqrt{\Delta t}$$

Συνεπώς η ιδέα είναι η δημιουργία των μελλοντικών αποδόσεων με βάση την παραπάνω εξίσωση. Ο αριθμός των επαναλήψεων καθορίζεται από μας και συνήθως είναι περίπου 10.000 ή ακόμα και 20.000.

Για τον υπολογισμό του VaR και του Expected Shortfall, ακολουθούμε τα παρακάτω βήματα:

- Υπολογίζουμε τις παραμέτρους της Γεωμετρικής Κίνησης Brown.
- Παραγωγή ψευδοτυχαίων αριθμών. Το φαινόμενο το οποίο μελετάμε είναι στοχαστικό, επηρεάζεται δηλαδή από μεταβλητές των οποίων η τιμή τους δεν είναι γνωστή. Συνεπώς για την αναπαράσταση του χρειαζόμαστε τυχαίους αριθμούς. Τυχαίους αριθμούς θεωρούμε τις τιμές μιας πραγματοποίησης της ακολουθίας X_1, X_2, \dots, X_n ανεξαρτήτων τυχαίων μεταβλητών από την ομοιόμορφη κατανομή στο $(0,1)$. Δηλαδή,

$$F_{x_i}(x) = P(X_i \leq x) = x, x \in (0,1)$$

Στην πραγματικότητα η παραγωγή μιας μεγάλης ακολουθίας τυχαίων αριθμών είναι αρκετά δύσκολη. Έτσι καταφεύγουμε στην παραγωγή ψευδοτυχαίων αριθμών με τη βοήθεια του H/Y. Δεν είναι δηλαδή πραγματικά τυχαίοι αλλά παράγονται αναδρομικά με μια αρχική τιμή (M. Μπούτσικας, Μέθοδοι Προσομοίωσης, Πανεπιστημιακές σημειώσεις)

- Οι αριθμοί που έχουμε δημιουργήσει ακολουθούν τη ομοιόμορφη κατανομή στο $(0,1)$. Συνεπώς θα πρέπει να γίνει μετατροπή σε κανονικά κατανομημένους. Για να το πετύχουμε αυτό χρησιμοποιούμε την συνάρτηση NORM.S.INV του Excel.
- Εφαρμογή των παραπάνω κανονικά κατανομημένων αριθμών στη Γεωμετρική Κίνηση Brown ώστε να μας αποδώσει τις προσομοιωμένες αποδόσεις των στοιχείων του χαρτοφυλακίου.
- Υπολογισμός του VaR και του Expected Shortfall. Όπως στην ιστορική προσομοίωση, έτσι και εδώ θα είναι η παρατήρηση στο 1% αν μιλάμε για το 99% VaR, ή στο 5% αν μιλάμε για το 95% VaR. Αντίστοιχα και για το Expected Shortfall επαναλαμβάνουμε τη διαδικασία που περιγράψαμε στην ιστορική προσομοίωση.

Η μέθοδος Monte Carlo παρουσιάζει μια σειρά από πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα. Ενδεικτικά αναφέρουμε ότι δε είναι απαραίτητη η εκτίμηση της μεταβλητότητας ή των συσχετίσεων, καθώς αυτές λαμβάνονται από τις καθημερινές πραγματοποιήσεις των παραγόντων. Επίσης, εντοπίζονται εύκολα ακραία γεγονότα αλλά και κατανομές που εμφανίζουν το πρόβλημα των παχιών ουρών. Από την άλλη μεριά, η εφαρμογή της προϋποθέτει μεγάλη υπολογιστική ισχύ λόγω του μεγάλου αριθμού των προσομοιώσεων που πραγματοποιούνται. Ακόμα, ένα μικρό σετ δεδομένων μπορεί να οδηγήσει σε μεροληπτική και μη ακριβή μέτρηση για το VaR.

3.2 Εκτίμηση των μέτρων κινδύνου

Στην ενότητα αυτή θα χρησιμοποιήσουμε τα ίδια δεδομένα που χρησιμοποιήσαμε στην ιστορική προσομοίωση και θα επαναλάβουμε την άσκηση υπολογίζοντας το VaR και το Expected Shortfall με την μέθοδο της προσομοίωσης Monte Carlo. Υποθέτουμε ξανά ότι ένας επενδυτής στην Ελλάδα κατέχει στις 27 Αυγούστου του 2014, και κατ' επέκταση την 35^η εβδομάδα του ίδιου έτους, ένα χαρτοφυλάκιο αξίας 10 εκατομμυρίων ευρώ αυτή τη φορά το οποίο αποτελείται από επενδύσεις σε τέσσερις δείκτες μετοχών, τους Dow Jones Industrial Average (DJI) στις Ηνωμένες Πολιτείες που συμμετέχει με 3 εκατομμύρια, FTSE 100 στο Ηνωμένο Βασίλειο που συμμετέχει με 2 εκατομμύρια, τον πανευρωπαϊκό δείκτη STOXX 600 που συμμετέχει με 4 εκατομμύρια και το δείκτη Nikkei 225 (N225) στην Ιαπωνία που συμμετέχει με 1 εκατομμύριο. Έπειτα, όπως και παραπάνω θα πάρουμε την περίπτωση που ο επενδυτής μας κατέχει 4 διαφορετικά χαρτοφυλάκια, ένα για κάθε δείκτη και θα συγκρίνουμε τα αποτελέσματα. Για τη μέθοδο Monte Carlo θα θεωρήσουμε έναν νέο ενιαίο δείκτη (Portfolio Index) ο οποίος προκύπτει από το σταθμισμένο μέσο των παραπάνω δεικτών, ανάλογα με τη συμμετοχή τους στο χαρτοφυλάκιο. Στη διάθεση μας έχουμε 303 καταγεγραμμένες τιμές κλεισίματος. Οι τιμές των DJI, FTSE 100 και N225 πρέπει να μετρηθούν σε ευρώ καθώς ο επενδυτής είναι στη Ελλάδα. Στη συνέχεια θα υπολογίσουμε τις ιστορικές τους αποδόσεις καθώς και τις αποδόσεις του νέου ενιαίου δείκτη. Ο πίνακας 3.1 δείχνει μέρος αυτών των αποδόσεων. Η συνολική απόδοση ενός δείκτη περιγράφεται από την παρακάτω εξίσωση:

$$\text{Απόδοση} = \frac{\text{Τιμή}_{t+1} + \text{Τιμή}_t}{\text{Τιμή}_t}$$

Στη συνέχεια θα υπολογίσουμε τις παραμέτρους της Γεωμετρικής κίνησης Brown για τους τέσσερις δείκτες. Τα αποτελέσματα φαίνονται στον πίνακα 3.2.

Πίνακας 3.1 Ιστορικές αποδόσεις των δεικτών

	STOXX 600	DJIA	FTSE 100	N225	Portfolio Index
1	0,62%	0,03%	0,44%	0,65%	0,41%
2	-0,59%	1,41%	-1,29%	-0,35%	-0,11%
3	-0,28%	0,38%	0,03%	1,00%	0,11%
4	0,35%	1,13%	0,51%	0,50%	0,63%
.
.
.
300	-1,22%	3,28%	-0,91%	-1,90%	0,12%
301	-0,41%	1,95%	-0,62%	1,36%	0,44%
302	1,16%	-2,74%	-0,76%	0,63%	-0,45%

Οι ιστορικές αποδόσεις δείκτη του χαρτοφυλακίου προκύπτουν σταθμίζοντας τις αποδόσεις των τεσσάρων επιμέρους δεικτών. Επομένως κατά το σενάριο 1 η απόδοση του νέου δείκτη θα είναι

$$0,0062 \cdot 0,4 + 0,003 \cdot 0,3 + 0,0044 \cdot 0,2 + 0,0065 \cdot 0,1 = 0,41\%$$

Πίνακας 3.2 Υπολογισμός παραμέτρων της Γεωμετρικής κίνησης Brown

Geometric Brownian Motion	STOXX 600	DJIA	FTSE 100	N225	Portfolio Index
<i>Number of observations</i>	302	302	302	302	302
<i>Min Daily Return</i>	-13,28%	-14,10%	-16,59%	-15,06%	-13,90%
<i>Max Daily Return</i>	6,86%	13,24%	11,06%	7,12%	7,38%
<i>Share Price Now</i>	1,16%	-2,74%	-0,76%	0,63%	-0,45%
<i>Trading Weeks per Year</i>	52	52	52	52	52
<i>Time increment for one week (Δt)</i>	0,01923	0,01923	0,01923	0,01923	0,01923
<i>Average weekly return</i>	0,05%	0,23%	-0,05%	0,20%	0,10%
<i>Weekly Std dev</i>	2,40%	2,62%	2,81%	2,65%	1,93%
<i>Annualized mean return for one year (μ)</i>	2,75%	12,19%	-2,35%	10,29%	5,32%
<i>Annualized Std dev (σ)</i>	17,28%	18,90%	20,28%	19,14%	13,88%
<i>Expected Return (k)</i>	1,26%	10,41%	-4,40%	8,46%	4,35%

Όλοι οι υπολογισμοί έχουν γίνει χρησιμοποιώντας τις συναρτήσεις του Microsoft Excel 2016.

Το επόμενο βήμα είναι να δημιουργήσουμε κανονικά κατανομημένους τυχαίους αριθμούς. Το πλήθος των αριθμών αυτών είναι στη ευχέρεια του αναλυτή. Όσο πιο μεγάλο το νούμερο τόσο καλύτερα αποτελέσματα παίρνουμε. Στην παρούσα εργασία θα χρησιμοποιήσουμε 20.000 προσομοιώσεις. Όπως αναφέραμε στην αρχή του κεφαλαίου, οι αριθμοί δεν είναι πρακτικά τυχαίοι, και ύστερα από ένα μεγάλο αριθμό βημάτων επαναλαμβάνονται. Θα χρησιμοποιήσουμε πολλαπλασιαστική μέθοδο (multiplicative congruential method) ώστε να δημιουργήσουμε ψευδοτυχαίους

αριθμούς. Ξεκινάμε με μια αρχική τιμή (seed), στην προκειμένη χρησιμοποιήσαμε $seed = 230$ και υπολογίζονται διαδοχικά οι τιμές $X_1 = \alpha X_0 \bmod m$, $X_2 = \alpha X_1 \bmod m$ κτλ. για κατάλληλους φυσικούς αριθμούς α και m . Για την παρούσα εργασία έχουμε θεωρήσει το $\alpha = 7^5$ και το $m = 2^{31} - 1$. Στη συνέχεια μέσω της συνάρτησης NORM.S.INV του excel δημιουργούμε 20.000 κανονικά κατανομημένους αριθμούς με μέση τιμή 0 και τυπική απόκλιση 1. Στη συνέχεια θα χρησιμοποιήσουμε τις τιμές αυτές στη Γεωμετρική κίνηση Brown ώστε να δημιουργήσουμε τις προσομοιωμένες αποδόσεις. Μέρος των παραπάνω αποτελεσμάτων φαίνεται στους πίνακες 3.3 και 3.4.

Πίνακας 3.3 20.000 κανονικά κατανομημένοι τυχαίοι αριθμοί

	STOXX 600	DJI	FTSE 100	N225	Portfolio Index
1	-2,9112265	-2,9112265	-2,9112265	-2,9112265	-2,9112265
2	-0,6629188	-0,6629188	-0,6629188	-0,6629188	-0,6629188
3	0,8037320	0,8037320	0,8037320	0,8037320	0,8037320
4	-0,0262466	-0,0262466	-0,0262466	-0,0262466	-0,0262466
5	0,0915309	0,0915309	0,0915309	0,0915309	0,0915309
.
.
.
19.998	-0,6870697	-0,6870697	-0,6870697	-0,6870697	-0,6870697
19.999	1,0280858	1,0280858	1,0280858	1,0280858	1,0280858
20.000	-1,2991576	-1,2991576	-1,2991576	-1,2991576	-1,2991576

Πίνακας 3.4 Προσομοιωμένες αποδόσεις μέσω της GBM

	STOXX 600	DJI	FTSE 100	N225	Portfolio Index
1	-6,95%	-7,43%	-8,27%	-7,57%	-5,52%
2	-1,56%	-1,54%	-1,95%	-1,60%	-1,19%
3	1,95%	2,31%	2,18%	2,30%	1,63%
.
.
.
19.999	2,49%	2,89%	2,81%	2,89%	2,06%
20.000	-3,09%	-3,20%	-3,74%	-3,29%	-2,42%

Στον πίνακα 3.5 παρουσιάζονται οι αποδόσεις του πίνακα 3.4, δηλαδή των χαρτοφυλακίων που μελετάμε, ταξινομημένες σε αύξουσα σειρά. Έπειτα υπολογίζουμε το VaR και Expected Shortfall για επίπεδο εμπιστοσύνης 99% και 95%.

Πίνακας 3.5 Οι αποδόσεις του χαρτοφυλακίων ταξινομημένες σε αύξουσα σειρά

<i>Portfolio Index</i>	<i>STOXX 600</i>	<i>DJI</i>	<i>FTSE 100</i>	<i>N225</i>
-7,45%	-9,35%	-10,05%	-11,09%	-10,22%
-7,08%	-8,89%	-9,55%	-10,55%	-9,72%
-6,97%	-8,75%	-9,40%	-10,38%	-9,56%
-6,79%	-8,53%	-9,15%	-10,12%	-9,31%
-6,52%	-8,19%	-8,78%	-9,72%	-8,94%
-6,40%	-8,05%	-8,63%	-9,55%	-8,78%
-6,38%	-8,02%	-8,60%	-9,52%	-8,75%
.
.
.
-4,37%	-5,51%	-5,87%	-6,59%	-5,98%
.
.
-3,04%	-3,86%	-4,05%	-4,65%	-4,14%
.
.

Το 99% VaR για το χαρτοφυλάκιο των τεσσάρων δεικτών θα είναι η 200η χειρότερη παρατήρηση καθώς έχουμε 20.000 προσομοιώσεις, δηλαδή -4,37%. Αυτή η απώλεια σημαίνει 437.010 €. Το 95% VaR θα είναι η 1000η χειρότερη παρατήρηση δηλαδή 3,04%. Η απώλεια αυτή μεταφράζεται σε 303.970 €.

Για να υπολογίσουμε το Expected Shortfall βρίσκουμε το μέσο όρο των παρατηρήσεων που βρίσκονται στο α % της ουράς της κατανομής των απωλειών. Πιο συγκεκριμένα, για επίπεδο εμπιστοσύνης 99% η εκτίμηση για το Expected Shortfall είναι -5,02% , που σημαίνει απώλεια 501.770 €. Για επίπεδο εμπιστοσύνης 95% η εκτίμηση για το Expected Shortfall είναι 3,87%, που σημαίνει απώλεια 386.990 €.

Πίνακας 3.6 99% VaR και Expected Shortfall για τα μεμονωμένα χαρτοφυλάκια

<i>Portfolios</i>	<i>99% VaR Value</i>	<i>Losses</i>	<i>Expected Shortfall</i>	<i>Losses</i>
STOXX 600	-220,78	-5,51%	-253,02	-6,33%
DJI	-175,87	-5,87%	-202,32	-6,74%
FTSE 100	-131,78	-6,59%	-150,70	-7,53%
N225	-59,79	-5,98%	-68,71	-6,87%

Πίνακας 3.7 95% VaR και Expected Shortfall για τα μεμονωμένα χαρτοφυλάκια

<i>Portfolios</i>	<i>95% VaR Value</i>	<i>Losses</i>	<i>Expected Shortfall</i>	<i>Losses</i>
STOXX 600	-154,54	-3,86%	-195,87	-4,90%
DJI	-121,55	-4,05%	-155,45	-5,18%
FTSE 100	-92,92	-4,65%	-117,17	5,86%
N225	-41,44	-4,14%	-52,89	-5,29%

Έχοντας υπολογίσει τις τιμές των VaR και Expected Shortfall για το χαρτοφυλάκιο με το σταθμισμένο δείκτη αλλά και για τα 4 χαρτοφυλάκια που είδαμε παραπάνω θα ελέγξουμε για τα οφέλη της διαφοροποίησης (Diversification).

Όπως φαίνεται το 99% VaR είναι:

- 175.870 € για το χαρτοφυλάκιο με επενδύσεις στον DJI
- 220.780 € για το χαρτοφυλάκιο με επενδύσεις στον FTSE 100
- 131.780 € για το χαρτοφυλάκιο με επενδύσεις στον STOXX 600
- 59.790 € για το χαρτοφυλάκιο με επενδύσεις στον N225

Το αντίστοιχο 99% Expected Shortfall είναι:

- 253.020 € για το χαρτοφυλάκιο με επενδύσεις στον DJI
- 202.320 € για το χαρτοφυλάκιο με επενδύσεις στον FTSE 100
- 150.700 € για το χαρτοφυλάκιο με επενδύσεις στον STOXX 600
- 68.710 € για το χαρτοφυλάκιο με επενδύσεις στον N225

Για το πρώτο μέτρο παρατηρούμε ότι το άθροισμα των τιμών των VaR για τα παραπάνω χαρτοφυλάκια είναι 580.220 € το οποίο είναι μεγαλύτερο από το VaR που υπολογίσαμε νωρίτερα για το χαρτοφυλάκιο που αποτελούνταν από το σταθμισμένο δείκτη και η τιμή του ήταν 437.010 €. Αυτό μας δείχνει τα οφέλη της διαφοροποίησης, παρά το ότι γενικά το Value at Risk είναι ένα μέτρο κινδύνου το οποίο όπως είδαμε δεν πληροί την ιδιότητα της υποπροσθετικότητας. Για το Expected Shortfall το άθροισμα των τιμών για τα παραπάνω χαρτοφυλάκια είναι 674.750 €, τιμή η οποία είναι επίσης μεγαλύτερη από την αντίστοιχη 501.770 € του χαρτοφυλακίου που αποτελούνταν από το σταθμισμένο δείκτη. Αυτό βέβαια ήταν αναμενόμενο μιας και το Expected Shortfall είναι ένα συνεκτικό μέτρο κινδύνου.

Αντίστοιχα αποτελέσματα παίρνουμε και για επίπεδο εμπιστοσύνης 95%

Το 95% VaR είναι:

- 154.540 € για το χαρτοφυλάκιο με επενδύσεις στον DJI
- 121.550 € για το χαρτοφυλάκιο με επενδύσεις στον FTSE 100
- 92.920 € για το χαρτοφυλάκιο με επενδύσεις στον STOXX 600
- 41.440 € για το χαρτοφυλάκιο με επενδύσεις στον N225

Το αντίστοιχο 95% Expected Shortfall είναι:

- 195.870 € για το χαρτοφυλάκιο με επενδύσεις στον DJI
- 155.450 € για το χαρτοφυλάκιο με επενδύσεις στον FTSE 100
- 117.170 € για το χαρτοφυλάκιο με επενδύσεις στον STOXX 600
- 52.890 € για το χαρτοφυλάκιο με επενδύσεις στον N225

Για το πρώτο μέτρο παρατηρούμε ότι το άθροισμα των τιμών των VaR για τα παραπάνω χαρτοφυλάκια είναι 410.450 € το οποίο είναι μεγαλύτερο από το VaR που υπολογίσαμε νωρίτερα για το χαρτοφυλάκιο που αποτελούνταν από το σταθμισμένο δείκτη και η τιμή του ήταν 303.970 €. Για το Expected Shortfall το άθροισμα των τιμών για τα παραπάνω χαρτοφυλάκια είναι 521.380 €, τιμή η οποία είναι επίσης μεγαλύτερη από την αντίστοιχη 386.990 € του χαρτοφυλακίου που αποτελούνταν από το σταθμισμένο δείκτη.

Όπως είδαμε και στο κεφάλαιο 2 ένα μεγάλο μέρος της αξίας σε κίνδυνο πηγάζει μέσα από τις συναλλαγματικές ισοτιμίες. Θα δούμε και σε αυτή την περίπτωση τι ποσοστό των VaR και Expected Shortfall προέρχεται από την ισοτιμία. Για το λόγο αυτό μελετάμε αντίστοιχες επενδύσεις με αυτές που έγιναν στους δείκτες DJI, FTSE 100 και N225, αυτή τη φορά όμως στο συνάλλαγμα, δηλαδή στο δολάριο, τη βρετανική λίρα και το γιέν. Ακολουθώντας την ίδια μέθοδο με παραπάνω, τα αποτελέσματα συνοψίζονται στους παρακάτω πίνακες.

Πίνακας 3.8 Ιστορικές αποδόσεις των νομισμάτων

	USDEUR	GBPEUR	JPYEUR
1	0,29%	-0,18%	0,14%
2	1,47%	-0,66%	-1,37%
3	-0,13%	0,75%	-0,83%
4	0,82%	1,63%	0,70%
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
300	0,95%	0,18%	-1,23%
301	-0,74%	1,13%	0,77%
302	1,30%	-1,94%	0,06%

Πίνακας 3.9 Υπολογισμός παραμέτρων της Γεωμετρικής κίνησης Brown

Geometric Brownian Motion	USDEUR	GBPEUR	JPYEUR
<i>Number of observation</i>	302	302	302
<i>Min Daily Return</i>	-4,50%	-7,55%	-3,56%
<i>Max Daily Return</i>	5,36%	4,94%	4,85%
<i>Share Price Now</i>	1,30%	-1,94%	0,06%
<i>Trading Weeks per Year</i>	52	52	52
<i>Time increment for one week (Δt)</i>	0,019230769	0,019230769	0,019230769

<i>Average weekly return</i>	0,04%	-0,03%	0,04%
<i>Weekly Std dev</i>	1,16%	1,33%	1,23%
<i>Annualized mean return for one year (μ)</i>	2,28%	-1,80%	1,89%
<i>Annualized Std dev (σ)</i>	8,36%	9,56%	8,89%
<i>Expected Return (k)</i>	1,93%	-2,25%	1,50%

Στη συνέχεια χρησιμοποιούμε τους αριθμούς του πίνακα 3.3 στη γεωμετρική κίνηση Brown για να πάρουμε τις προσομοιωμένες αποδόσεις.

Πίνακας 3.10 Προσομοιωμένες αποδόσεις μέσω της GBM

	<i>DJI</i>	<i>FTSE 100</i>	<i>N225</i>
1	-3,34%	-3,90%	-3,56%
2	-0,73%	-0,92%	-0,79%
3	0,97%	1,02%	1,02%
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
19.999	1,23%	1,32%	1,30%
20.000	-1,47%	-1,76%	-1,57%

Πίνακας 3.11 Οι αποδόσεις ταξινομημένες σε αύξουσα σειρά

<i>USDEUR</i>	<i>GBPEUR</i>	<i>JPYEUR</i>
-4,50%	-5,23%	-4,80%
-4,28%	-4,97%	-4,56%
-4,21%	-4,90%	-4,49%
-4,10%	-4,77%	-4,37%
-3,94%	-4,59%	-4,20%
-3,87%	-4,51%	-4,12%
-3,86%	-4,49%	-4,11%
.	.	.
.	.	.
.	.	.
-2,65%	-3,11%	-2,82%
.	.	.
.	.	.
-1,84%	-2,19%	-1,97%
.	.	.
.	.	.

Το 99% VaR υπολογίζεται ότι είναι η 200^η χειρότερη παρατήρηση στις παραπάνω επενδύσεις καθώς έχουμε 20.000 προσομοιώσεις. Για παράδειγμα όταν επενδύουμε 3 εκατομμύρια στη δολάρια, το 99% Value at Risk ισοδυναμεί με απώλειες της τάξης του 2,65% δηλαδή είναι $0,0265 \cdot 3.000.000 = 79.370$ €. Αντίστοιχα το 95% VaR

ισοδυναμεί με απώλειες της τάξης του 1,84% δηλαδή είναι $0,0184 \cdot 3.000.000 = 55.330 \text{ €}$.

Για το Expected Shortfall θα υπολογίζουμε τη μέση τιμή των απωλειών που είναι χειρότερη από το VaR. Για επίπεδο εμπιστοσύνης 99% το Expected Shortfall θα είναι 91.070 € ενώ για 95% επίπεδο εμπιστοσύνης θα είναι 70.330 €.

Από τα παραπάνω συμπεραίνουμε τα εξής:

Το 99% VaR για το χαρτοφυλάκιο που περιλάμβανε επενδύσεις στον δείκτη DJI και στο οποίο είχαμε επενδύσει 3.000.000 € ήταν 175.870 €, απώλεια της τάξης του 5,87%. Όπως υπολογίσαμε επενδύοντας 3.000.000 € στο δολάριο το 99% VaR αντιστοιχούσε σε απώλειες 2,65% κάτι το οποίο σημαίνει ότι ένα ποσοστό 45% του VaR για το χαρτοφυλάκιο DJI προέρχεται από τις μεταβολές στην ισοτιμία. Αντίστοιχα αποτελέσματα παίρνουμε και για το 95% VaR όπως και για τα υπόλοιπα χαρτοφυλάκια των δεικτών DJI, FTSE 100 και JPY.

Κεφάλαιο 4 – Αποτελέσματα

Στα προηγούμενα κεφάλαια, χρησιμοποιήσαμε τη μέθοδο της ιστορικής προσομοίωσης και την προσομοίωση Monte Carlo και εκτιμήσαμε το VaR και το Expected Shortfall. Εξετάσαμε 5 διαφορετικές επενδύσεις και είδαμε τα οφέλη της διαφοροποίησης. Παρόλο που το VaR δεν είναι συνεκτικό μέτρο κινδύνου, είδαμε στην πράξη ότι μπορεί να περιγράψει τα οφέλη από τη διαφοροποίηση. Στους πίνακες 4.1 - 4.4 βλέπουμε συνολικά τα αποτελέσματα για τις 5 διαφορετικές επενδύσεις.

Στις στήλες 2 και 3 βλέπουμε τις μετρήσεις για τα 2 μέτρα κινδύνου σε απόλυτα ποσά και ως ποσοστά απωλειών αντίστοιχα. Στην 5^η στήλη βλέπουμε τα οφέλη από τη διαφοροποίηση. Τόσο σε επίπεδο εμπιστοσύνης 99% όσο και σε 95%, παρατηρούμε ότι τα ποσοστά απωλειών είναι αρκετά υψηλά, το οποίο πιθανώς οφείλεται στο γεγονός ότι μελετάμε μια ασταθή περίοδο με μεγάλες διακυμάνσεις. Συγκρίνοντας τις επενδύσεις I έως III, στις οποίες χρησιμοποιήσαμε ιστορική προσομοίωση, φαίνεται ότι η επένδυση 3 μας δίνει το μικρότερο όφελος από τη διαφοροποίηση. Αυτό συμβαίνει διότι το 75% (15.000.000 €) της επένδυσης είναι σε έναν δείκτη, τον STOXX 600. Από την άλλη, παρατηρούμε ότι και για τα 2 μέτρα κινδύνου η μικρότερη τιμή παρουσιάζεται στην επένδυση II όπου τα βάρη έχουν μοιραστεί εξίσου μεταξύ των 4 δεικτών. Μέσα από αυτό το παράδειγμα, γίνεται αντιληπτή η σημασία της διαφοροποίησης στα επενδυτικά χαρτοφυλάκια.

Με βάση τις μετρήσεις, δεν είναι ξεκάθαρο ποια μέθοδος μας δίνει καλύτερα αποτελέσματα. Φαίνεται πως με βάση τη μέθοδο ιστορικής προσομοίωσης παίρνουμε ελαφρώς καλύτερα αποτελέσματα με βάση το diversification effect (επίδραση της διαφοροποίησης). Παρόλα αυτά τα ποσοστά από τα οφέλη της διαφοροποίησης είναι αρκετά υψηλά και στα 5 παραδείγματα τόσο σε επίπεδο 99% όσο και σε 95%.

Τέλος αξίζει να αναφερθούμε και στην 4^η στήλη όπου φαίνεται το ποσοστό των VAR και Expected Shortfall που προέρχεται από τις μεταβολές στην ισοτιμία. Παρατηρούμε και εδώ ότι τα ποσοστά αυτά είναι ιδιαίτερα υψηλά, κάτι που επιβεβαιώνει τον ισχυρισμό ότι μελετάμε μια περίοδο με μεγάλη μεταβλητότητα. Στην επένδυση IV, δίνοντας βαρύτερες στις πιο πρόσφατες ημερομηνίες, το ποσοστό αυτό που προέρχεται από τις συναλλαγματικές ισοτιμίες φαίνεται να μειώνεται αρκετά. Τέλος, φαίνεται ότι οι τιμές των VAR και Expected Shortfall επηρεάζονται σε μεγαλύτερο βαθμό από τις επενδύσεις στον δείκτη FTSE 100, καθώς είναι αυτός ο οποίος έχει το μεγαλύτερο ποσοστό απωλειών σε όλες τις μετρήσεις. Αντίστοιχα αποτελέσματα παίρνουμε και για επίπεδο εμπιστοσύνης 99% όσο και για 95%.

Πίνακας 4.1 Τα αποτελέσματα για το 99% VaR

Investments	99% VaR Value	Ποσοστό Απωλειών	Ποσοστό που προέρχεται από την ισοτιμία	Diversification effect
Επένδυση I	1.340.760 €	6,70%		
STOXX 600(I)	491.120 €	8,19%	38%	-29,5%
DJI (I)	828.430 €	10,36%		
FTSE 100(I)	426.550 €	10,66%		
N225(I)	155.610 €	7,78%		
EUR/USD	223.070 €	2,79%	42%	
EUR/GBP	161.070 €	4,03%		
EUR/JPY	64.770 €	3,24%		
Επένδυση II	1.215.450 €	6,08%		
STOXX 600(II)	409.270 €	8,19%	38%	-34,3%
DJI(II)	517.770 €	10,36%		
FTSE 100(II)	533.190 €	10,66%		
N225(II)	389.020 €	7,78%		
EUR/USD	139.420 €	2,79%	42%	
EUR/GBP	201.330 €	4,03%		
EUR/JPY	161.920 €	3,24%		
Επένδυση III	1.403.480 €	7,02%		
STOXX 600(III)	1.227.810 €	8,19%	38%	-18,7%
DJI(III)	207.110 €	10,36%		
FTSE 100(III)	213.280 €	10,66%		
N225(III)	77.880 €	7,79%		
EUR/USD	55.770 €	2,79%	42%	
EUR/GBP	80.530 €	4,03%		
EUR/JPY	32.380 €	3,24%		
Επένδυση IV	1.453.091 €	7,27%		
STOXX 600(IV)	716.013 €	11,93%	21%	-41,8%
DJI (IV)	1.056.530 €	13,21%		
FTSE 100(IV)	570.570 €	14,26%		
N225(IV)	155.610 €	7,78%		
EUR/USD	222.940 €	2,79%	14%	
EUR/GBP	80.530 €	2,01%		
EUR/JPY	32.380 €	1,62%		
Επένδυση V	437.010 €	4,37%		
STOXX 600(V)	220.780 €	5,52%	45%	-25,7%
DJI(V)	175.870 €	5,86%		
FTSE 100(V)	131.780 €	6,59%		
N225(V)	59.790 €	5,98%		
EUR/USD	79.370 €	2,65%	47%	
EUR/GBP	62.173 €	3,11%		
EUR/JPY	28.200 €	2,82%		

Πίνακας 4.2 Τα αποτελέσματα για το 99% Expected Shortfall

Investments	99% Expected Shortfall	Ποσοστό Απωλειών	Ποσοστό που προέρχεται από την ισοτιμία	Diversification effect
Επένδυση I	1.863.500 €	9,32%		
STOXX 600(I)	668.000 €	11,13%	28%	-24,4%
DJI (I)	1.004.370 €	12,55%		
FTSE 100(I)	553.610 €	13,84%		
N225(I)	240.580 €	12,03%		
EUR/USD	281.340 €	3,52%		
EUR/GBP	210.060 €	5,25%		
EUR/JPY	68.760 €	3,44%		
Επένδυση II	1.819.730 €	9,10%		
STOXX 600(II)	556.670 €	11,13%	28%	-26,6%
DJI(II)	627.730 €	12,55%		
FTSE 100(II)	692.010 €	13,84%		
N225(II)	601.460 €	12,03%		
EUR/USD	175.840 €	3,52%		
EUR/GBP	265.070 €	5,30%		
EUR/JPY	171.910 €	3,44%		
Επένδυση III	2.040.140 €	10,20%		
STOXX 600(III)	1.670.000 €	11,13%	28%	-12,0%
DJI(III)	251.090 €	12,55%		
FTSE 100(III)	276.810 €	13,84%		
N225(III)	120.290 €	12,03%		
EUR/USD	70.340 €	3,52%		
EUR/GBP	106.030 €	5,30%		
EUR/JPY	34.380 €	3,44%		
Επένδυση IV	2.539.920 €	12,70%		
STOXX 600(IV)	781.340 €	13,02%	21%	-10,1%
DJI (IV)	1.114.470 €	13,93%		
FTSE 100(IV)	646.680 €	16,17%		
N225(IV)	282.390 €	14,12%		
EUR/USD	234.260 €	2,93%		
EUR/GBP	180.380 €	4,51%		
EUR/JPY	61.050 €	3,05%		
Επένδυση V	501.770 €	5,02%		
STOXX 600(V)	253.020 €	6,33%	45%	-25,6%
DJI(V)	202.320 €	6,74%		
FTSE 100(V)	150.700 €	7,54%		
N225(V)	68.710 €	6,87%		
EUR/USD	91.070 €	3,04%		
EUR/GBP	71.090 €	3,55%		
EUR/JPY	32.390 €	3,24%		

Πίνακας 4.3 Τα αποτελέσματα για το 95% VaR

Investments	95% VaR Value	Ποσοστό Απωλειών	Ποσοστό που προέρχεται από την ισοτιμία	Diversification effect
Επένδυση I	599.400 €	3,00%		
STOXX 600(I)	225.510 €	3,76%	49%	-23,9%
DJI (I)	301.350 €	3,77%		
FTSE 100(I)	170.980 €	4,27%		
N225(I)	90.000 €	4,50%		
EUR/USD	148.470 €	1,86%	54%	
EUR/GBP	91.900 €	2,30%		
EUR/JPY	41.510 €	2,08%		
Επένδυση II	655.250 €	3,28%		
STOXX 600(II)	187.920 €	3,76%	49%	-19,5%
DJI(II)	188.340 €	3,77%		
FTSE 100(II)	212.720 €	4,25%		
N225(II)	224.990 €	4,50%		
EUR/USD	92.800 €	1,86%	54%	
EUR/GBP	114.870 €	2,30%		
EUR/JPY	103.780 €	2,08%		
Επένδυση III	660.470 €	3,30%		
STOXX 600(III)	563.770 €	3,76%	49%	-14,2%
DJI(III)	75.340 €	3,77%		
FTSE 100(III)	85.490 €	4,27%		
N225(III)	45.000 €	4,50%		
EUR/USD	37.120 €	1,86%	54%	
EUR/GBP	45.950 €	2,30%		
EUR/JPY	20.760 €	2,08%		
Επένδυση IV	663.060 €	3,32%		
STOXX 600(IV)	271.090 €	4,52%	45%	-20,0%
DJI (IV)	316.180 €	3,95%		
FTSE 100(IV)	170.980 €	4,27%		
N225(IV)	70.700 €	3,54%		
EUR/USD	142.550 €	1,78%	46%	
EUR/GBP	78.690 €	1,97%		
EUR/JPY	37.190 €	1,86%		
Επένδυση V	303.970 €	3,04%		
STOXX 600(V)	154.540 €	3,86%	45%	-25,9%
DJI(V)	121.550 €	4,05%		
FTSE 100(V)	92.920 €	4,65%		
N225(V)	41.440 €	4,14%		
EUR/USD	55.330 €	1,84%	47%	
EUR/GBP	43.860 €	2,19%		
EUR/JPY	19.720 €	1,97%		

Πίνακας 4.4 Τα αποτελέσματα για το 95% Expected Shortfall

Investments	95% Expected Shortfall	Ποσοστό Απωλειών	Ποσοστό που προέρχεται από την ισοτιμία	Diversification effect
Επένδυση I	1.017.080 €	5,09%		
STOXX 600(I)	399.020 €	6,65%	38%	-25,3%
DJI (I)	519.710 €	6,50%		
FTSE 100(I)	299.820 €	7,50%		
N225(I)	142.780 €	7,14%		
EUR/USD	195.150 €	2,44%	43%	
EUR/GBP	128.010 €	3,20%		
EUR/JPY	54.400 €	2,72%		
Επένδυση II	1.024.570 €	5,12%		
STOXX 600(II)	332.520 €	6,65%	38%	-26,2%
DJI(II)	324.820 €	6,50%		
FTSE 100(II)	374.780 €	7,50%		
N225(II)	356.960 €	7,14%		
EUR/USD	121.970 €	2,44%	43%	
EUR/GBP	160.010 €	3,20%		
EUR/JPY	136.000 €	2,72%		
Επένδυση III	1.140.410 €	5,70%		
STOXX 600(III)	997.550 €	6,65%	38%	-15,4%
DJI(III)	129.930 €	6,50%		
FTSE 100(III)	149.910 €	7,50%		
N225(III)	71.390 €	7,14%		
EUR/USD	48.790 €	2,44%	43%	
EUR/GBP	64.000 €	3,20%		
EUR/JPY	27.200 €	2,72%		
Επένδυση IV	1.371.610 €	6,86%		
STOXX 600(IV)	476.840 €	7,95%	26%	-17,1%
DJI (IV)	664.840 €	8,31%		
FTSE 100(IV)	369.250 €	9,23%		
N225(IV)	144.170 €	7,21%		
EUR/USD	175.460 €	2,19%	32%	
EUR/GBP	118.890 €	2,97%		
EUR/JPY	46.520 €	2,33%		
Επένδυση V	386.990 €	3,87%		
STOXX 600(V)	195.870 €	4,90%	45%	-25,8%
DJI(V)	155.450 €	5,18%		
FTSE 100(V)	117.170 €	5,86%		
N225(V)	52.890 €	5,29%		
EUR/USD	70.330 €	2,34%	47%	
EUR/GBP	55.290 €	2,76%		
EUR/JPY	25.040 €	2,50%		

Βιβλιογραφία

- Μ. Γκλεζάκος. Διαχείριση Χαρτοφυλακίου Επενδύσεων, Συνοπτικές Σημειώσεις, pp 1-15. 2016.
- Artzner, P., Delbaen, F., Eber, J.M. and Heath, D., Thinking coherently. Risk, 1997, 10, 68-71.
- Artzner, P., Delbaen, F., Eber, J.M. and Heath, D., Coherent measures of risk. Math. Finan, 1999, 9, 203–228.
- Cheung, Yun Hsing and Powell, Robert J., Anybody can do Value at Risk: A Non-Parametric Teaching Study, Australasian Accounting, Business and Finance Journal, 6(1), 2012, 111-123.
- Cheung, Yun Hsing and Powell, Robert J., Anybody can do Value at Risk: A Teaching Study using Parametric Computation and Monte Carlo simulation, Australasian Accounting, Business and Finance Journal, 6(5), 2012, 101-118.
- Hull C. John Options, Futures and Other Derivatives, Ninth Edition, Pearson, 2015.
- Hull C. John Risk Management and Financial Institutions, Fifth Edition, Wiley, 2018.
- Koji Inui, Masaaki Kijima, On the significance of expected shortfall as a coherent risk measure, Journal of Banking & Finance 29, 853-864, 2005.
- Rockafellar R. T. and Stanislav Uryasev Conditional Value at Risk for general loss distributions, Research Report, University of Florida, 2001.
- Tasche D ., Expected shortfall and beyond, Journal of Banking & Finance 26, 1519-1533, 2002.
- Yamai, Y. and Yoshida, T. Comparative analyses of expected shortfall and value-at-risk: Their estimation error, decomposition, and optimization. Monetary Econom. Stud., 2002, 87– 122.
- Yamai, Y. and Yoshida, T. Value-at-risk versus expected shortfall: A practical perspective, Journal of Banking & Finance 29, 997-1015, 2005
- J. Boudoukh, M. Richardson, and R. Whitelaw, “The Best of Both Worlds: A Hybrid Approach to Calculating Value at Risk,” Risk 11 (May 1998): 64–67
- Zvi Bodie, Alex Kane, Alan J. Marcus. Investments 9th ed. Douglas Reiner, pp 280-300, 2010
- Μ. Μπούτσικας, Πανεπιστημιακές Σημειώσεις, Μέθοδοι Προσομοίωσης
- McNeil, A. J., Frey, R., & Embrechts, P. (2015), “Quantitative Risk Management: Concepts, Techniques & Tools”, Princeton: Princeton University Press.

Ross, S.A., Westerfield, R.W., and Jaffe, J. (2017), “Χρηματοοικονομική των Επιχειρήσεων”, Εκδόσεις Broken Hill Publishers Ltd., 10η Αγγλική Έκδοση -1η Ελληνική Έκδοση.

Saunders A., & Cornett M. M., (2017), “Διοίκηση Χρηματοπιστωτικών Ιδρυμάτων & Διαχείριση Κινδύνων”, Εκδόσεις Broken Hill, 8η Αγγλική Έκδοση -1η Ελληνική Έκδοση.

Morgan, J. P. (1996), "RiskMetrics Technical Document", New York

Ortobelli, S., Rachev, S. T., Stoyanov, S., Fabozzi, F. J., & Biglova, A. (2005), The Proper use of Risk Measures in Portfolio Theory”, International Journal of Theoretical and Applied Finance, 8(08), 1107-1133.

Laubsch, A. J. & Ulmer, A. (1999), “Risk Management: A Practical Guide”, RiskMetrics Group.

Πηγές από το Διαδίκτυο

<https://www.investopedia.com>

<https://economictimes.indiatimes.com/definition/monte-carlo-simulation>

<https://finance.yahoo.com/>

https://en.wikipedia.org/wiki/Main_Page