



Πανεπιστήμιο Πειραιώς – Τμήμα Πληροφορικής
Πρόγραμμα Μεταπτυχιακών Σπουδών
«Πληροφορική»

Μεταπτυχιακή Διατριβή

Τίτλος Διατριβής	Μη γραμμικά μοντέλα διαμόρφωσης γνώμης σε κοινωνικά δίκτυα Non-linear opinion-formation models on social networks
Όνοματεπώνυμο Φοιτητή	Χριστίνα Μιχελακάκη
Πατρώνυμο	Εμμανουήλ
Αριθμός Μητρώου	ΜΠΠΛ/ 14051
Επιβλέπων	Διονύσιος Σωτηρόπουλος, Επίκουρος Καθηγητής

Τριμελής Εξεταστική Επιτροπή

(υπογραφή)

(υπογραφή)

(υπογραφή)

Διονύσιος Σωτηρόπουλος
Επίκουρος Καθηγητής

Γεώργιος Τσιχριντζής
Καθηγητής

Ευάγγελος Σακκόπουλος
Επίκουρος Καθηγητής

Περίληψη

Τα κοινωνικά δίκτυα έχουν σημαντική επίδραση στη συμπεριφορά των ανθρώπων και στη γνώμη τους. Για το λόγο αυτό, προκειμένου να διερευνηθεί ο ρόλος των δικτύων αυτών στην κοινωνική συμπεριφορά, έχουν αναπτυχθεί στο παρελθόν πολλά μαθηματικά μοντέλα κοινωνικών δικτύων. Η έρευνα για τη δυναμική της κοινής γνώμης ακολουθεί κατά κύριο λόγο δύο είδη μοντέλων, τα μοντέλα βασισμένα στη στατιστική φυσική και τα μοντέλα που βασίζονται σε δεδομένα. Ο πρώτος τύπος μοντέλων είναι παραδοσιακά σχεδιασμένος για να συλλάβει πολλά ρυθμιστικά φαινόμενα της πραγματικής ζωής. Ωστόσο, αυτά τα μοντέλα είναι σχεδόν μηχανογραφημένα και ως εκ τούτου οι παράμετροί τους είναι δύσκολο να προσδιοριστούν από τη συγκέντρωση λεπτομερών πραγματικών δεδομένων. Η δεύτερη κατηγορία μοντέλων, που είναι εντυπωσιακά λίγα, επιχειρεί να ξεπεράσει αυτούς τους περιορισμούς με την εκμάθηση ενός γραμμικού μοντέλου ανίχνευσης από τα μεταβαλλόμενα δυναμικά στοιχεία της γνώμης. Οι περισσότερες από αυτές τις προσεγγίσεις δεν εξετάζουν την πρόβλεψη γνώμης σε απροσδιόριστη χρονικά μελλοντική στιγμή για την αξιολόγηση της χρησιμότητας των μοντέλων τους. Αντίθετα, επικεντρώνονται στην κοντινή πρόβλεψη, επιδιώκοντας να προβλέψουν για την επόμενη χρονική στιγμή τη διαμόρφωση μίας γνώμης. Στην παρούσα εργασία μελετώνται τα μοντέλα διαμόρφωσης γνώμης, με έμφαση στα μη γραμμικά μοντέλα, για τα οποία διενεργείται μια βιβλιογραφική ανασκόπηση, ενώ παράλληλα επικεντρώνεται στην ανάλυση του αλγορίθμου Non-linear DeGroot, όπου εκτελέστηκε προσομοίωση ενός συστήματος δύο πρακτόρων.

Abstract

Social networks have a significant impact on people's behavior and opinion. For this reason, in order to investigate the role of these networks in social behavior, many mathematical models of social networks have been developed in the past. Research on the dynamics of public opinion mainly follows two types of models, the models based on statistical physics and the models based on data. The first type of model is traditionally designed to capture many real-life regulatory phenomena. However, these models are almost computerized and therefore their parameters are difficult to learn from detailed real data. The second category of models, which is surprisingly few, attempts to overcome these limitations by learning a linear detection model from the transient dynamics of thought. Most of these approaches do not consider predicting an arbitrary future time to evaluate the utility of their models. Instead, they focus on near prediction in order to predict the next time stamp opinion. This paper studies the opinion-forming models, with emphasis on non-linear models, for which a bibliographic review is performed, while also presenting the analysis of the Non-linear DeGroot algorithm where a simulation of a system with two agents was performed.

Περιεχόμενα

Περίληψη	3
Abstract	4
Περιεχόμενα	5
Κεφάλαιο 1: Εισαγωγικές Έννοιες.....	6
1.1. Δημιουργία Γνώμης	6
1.2. Διαμόρφωση Γνώμης στα Κοινωνικά Μέσα	7
1.3. Διαδικτυακή Διασπορά Ειδήσεων	7
1.4. Ρυθμίσεις Πλαισίου.....	8
1.5. Κοινωνικά Δίκτυα και Μοντέλα Απόψεων.....	9
Κεφάλαιο 2: Μοντέλα Διαμόρφωσης Γνώμης	11
2.1. Πρώιμη Θεωρία και Καθοδηγητές Γνώμης στα Κοινωνικά Δίκτυα	11
2.2. Μοντέλα Απομίμησης Κοινωνικής Επιρροής: Το Μοντέλο του De - Groot	12
2.2.1. Ενσωμάτωση των μέσων ενημέρωσης και των καθοδηγητών γνώμης.....	14
2.2.2. Σύγκλιση.....	14
2.2.3. Συναίνεση στις Πεποιθήσεις.....	17
2.2.4. Κανόνες συναίνεσης και μη σταθερής ενημέρωσης	18
2.2.5. Κοινωνική επιρροή.....	21
Κεφάλαιο 3: Βιβλιογραφική Ανασκόπηση Μη Γραμμικών Μοντέλων	27
3.1. Το μοντέλο Hegselmann-Krause.....	27
3.2. Το μοντέλο Hegselmann-Krause με ηγεσία.....	29
3.3. Επέκταση του μοντέλου Hegselmann-Krause	30
3.4. Το Απείρων Διαστάσεων Μοντέλο Κινητικής των Cucker-Smale (CS).....	31
3.5. Το μη γραμμικό μοντέλο SLANT+ για τη δυναμική της γνώμης στα κοινωνικά δίκτυα.....	32
3.5.1. Διατύπωση Προβλήματος	33
3.5.2. Μια προσέγγιση που καθοδηγείται από το RNN (Recurrent Neural Network).....	34
3.5.3. Εφαρμογή του μη γραμμικού μοντέλου SLANT+.....	35
Κεφάλαιο 4: Πρακτικό Μέρος	37
4.1. Αλγόριθμος Non-linear DeGroot.....	37
4.2. Non-linear DeGroot Simulation	38
4.3. Non-linear DeGroot Grid Simulation.....	40
Κεφάλαιο 5: Συμπεράσματα	44
Βιβλιογραφία	48
Παράρτημα	51

Κεφάλαιο 1: Εισαγωγικές Έννοιες

1.1. Δημιουργία Γνώμης

Η ανάπτυξη των πεπειθήσεων, των ιδεολογιών και των συναισθημάτων των ατόμων σχετικά με ένα ζήτημα εξαρτάται εν μέρει από τον τρόπο παρουσίασής του από τα μέσα ενημέρωσης. Αυτή η διαδικασία διαμόρφωσης γνώμης εξαρτάται από την πληροφόρηση που εκπορεύεται από τα μέσα ενημέρωσης (Lecheler & deVreese, 2010), διότι η κατανόηση της τρέχουσας πραγματικότητας από το κοινό εξαρτάται από τα κριτήρια, που τα μέσα θέτουν, για την επιλογή της πληροφορίας καθώς και από τον τρόπο που τα ίδια επιλέγουν να την παρουσιάσουν (Nelson, Oxley & Clawson, 1997). Επηρεάζουν, δηλαδή, τον τρόπο με τον οποίο το κοινό αντιλαμβάνεται και κατανοεί ένα ζήτημα, ενώ παράλληλα διαμορφώνουν γνώμη σχετικά με το θέμα, τονίζοντας ένα συγκεκριμένο στοιχείο ενός ευρύτερου αντικειμένου (Nelson, Clawson & Oxley, 1997). Για παράδειγμα, η αμερικανική κοινή γνώμη χαρακτηρίζει μια συγκέντρωση της Ku Klux Klan ως έκφραση ελευθερίας λόγου ή ως διατάραξη της δημόσιας ασφάλειας, ανάλογα με τη θέση που τα ΜΜΕ υιοθετούν κάθε φορά απέναντι στο γεγονός (Nelson, Clawson & Oxley, 1997, Chong & Druckman, 2007).

Επιπλέον, ο τρόπος οργάνωσης της πληροφόρησης συμβάλλει ουσιαστικά στη διαμόρφωση της κοινής γνώμης (Nelson, Clawson & Oxley, 1997). Έτσι, οι δημοσιογράφοι αναζητούν το σπάνιο ειδησεογραφικό γεγονός, το οποίο προβάλλουν ακολουθώντας μία συγκεκριμένη δομή (ανεστραμμένη πυραμίδα¹), το ερμηνεύουν ή το σχολιάζουν επιχειρηματολογώντας (Schuck & deVreese, 2006, Semetko & Valkenburg, 2000, Borah, 2011) και χρησιμοποιώντας γλωσσικές επιλογές (ειδικό λεξιλόγιο, επίθετα) και ύφος που εξυπηρετούν την οπτική γωνία θεώρησης του γεγονότος (Ford & King, 2015).

Πράγματι, ο σχηματισμός γνώμης επηρεάζεται από την προτεραιότητα παρουσίασης ορισμένων προβληματισμών έναντι των άλλων στο περιεχόμενο των ειδησεογραφικών μέσων με έναν από τους δύο ακόλουθους τρόπους: είτε ενισχύοντας την υπάρχουσα πίστη σε ένα αντικείμενο είτε προωθώντας μια νέα πεποίθηση, που δημιουργείται από τον παραλήπτη ο οποίος δέχεται τη νέα θεώρηση (Chong & Druckman, 2007). Με άλλα λόγια, οι πληροφορίες των μέσων ενημέρωσης ενεργοποιούν ή τροποποιούν τις εδραιωμένες πεπειθήσεις του κοινού ή, αν δεν υπάρχουν ήδη διαμορφωμένες θέσεις σχετικά με το θέμα, οι πληροφορίες των μέσων ενημέρωσης οδηγούν στη διαμόρφωσή τους (Scheufele & Scheufele, 2010).

Μια άλλη τεχνική που συχνά χρησιμοποιείται από τα μέσα ενημέρωσης για να επηρεάσει τη δημιουργία της άποψης είναι ο αποκλεισμός ή η παράλειψη στοιχείων. Οι Beattie και Milojević (2017) εξηγούν ότι μέσα από την παράλειψη ορισμένων στοιχείων της πραγματικότητας ή εξαιτίας της αποτυχίας να παρουσιάσουν απόψεις που οι πολίτες θα θεωρούσαν σημαντικές, τα μέσα ενημέρωσης θέτουν ιδεολογικά όρια στον δημόσιο λόγο. Αυτός ο καθορισμός πλαισίου των μέσων ενημέρωσης επηρεάζει την αντίληψη μιας πραγματικότητας, κατευθύνει την ερμηνεία και την αξιολόγησή της (Schuck & deVreese, 2006), περιορίζει τις πληροφορίες στις οποίες βασίζονται οι αποφάσεις των πολιτών υποδεικνύοντάς τους, στην πραγματικότητα, τον τρόπο σκέψης με απώτερο στόχο τη χειραγώγησή τους (Terkildsen & Schnell, 1997). Δηλαδή, η κάλυψη των γεγονότων, η επιλογή και η παρουσίαση των πληροφοριών από τους δημοσιογράφους με συγκεκριμένο τρόπο επηρεάζουν σημαντικά τις ιδέες του κοινού για τον κόσμο. Αυτή η επιρροή, που ορίζεται ως καθορισμός πλαισίων από τον Scheufele (1999), ή ανάγει ως κεντρικά και ουσιώδη επιλεγμένα στοιχεία ενός θέματος ή τα κρατά έξω από την κοινή γνώμη. Με αυτόν τον τρόπο επηρεάζεται η δημόσια συζήτηση και διαμορφώνεται η κοινή γνώμη (Coman & Cmeciu, 2014).

¹ Ο δημοσιογράφος πρώτα συνοψίζει τα γεγονότα σε μια περίοδο που αποτελεί τον τίτλο της είδησης· ύστερα τα εκθέτει περιληπτικά στις δύο πρώτες παραγράφους και τέλος τα διηγείται αναλυτικά στο κύριο σώμα του κειμένου.

1.2. Διαμόρφωση Γνώμης στα Κοινωνικά Μέσα

Η διαμόρφωση γνώμης στα κοινωνικά μέσα καθοδηγείται από τον τύπο των πληροφοριών που λαμβάνουν οι χρήστες και με τις πληροφορίες με τις οποίες αλληλεπιδρούν οι χρήστες. Σύμφωνα με τους Lu, Heatherly & Lee (2016), πολλοί χρήστες των κοινωνικών μέσων χρησιμοποιούν νέες πλατφόρμες μέσων ως τακτικές πηγές ειδήσεων. Επιπλέον, η ανάγνωση ειδήσεων και η αλληλεπίδραση στα κοινωνικά μέσα με τα μέλη του δικτύου είναι οι κινητήριοι παράγοντες για την συμμετοχή των χρηστών στα κοινωνικά μέσα ενημέρωσης (Khan, 2017). Παράλληλα, η ανταλλαγή και ο σχολιασμός των ειδήσεων συγκαταλέγονται στις συχνότερες δραστηριότητες των χρηστών των κοινωνικών μέσων (Lee & Ma, 2012). Το γεγονός αυτό έχει ανοίξει το δρόμο στα μέσα ενημέρωσης να διαδίδουν το περιεχόμενό τους σε διαδικτυακές ψηφιακές πλατφόρμες (Naroli, 2015) με διάφορους τρόπους, όπως με ζωντανές αναμεταδόσεις, με μεταφόρτωση περιεχομένου απευθείας στα κοινωνικά μέσα (π.χ τηλεοπτικές ειδήσεις και ντοκιμαντέρ στο YouTube ή δημοσίευση ειδήσεων στο Facebook) και μέσω σύνδεσης των ιστοτόπων τους με τις σελίδες των κοινωνικών μέσων δικτύωσης με σύντομες και ελκυστικές περιγραφές.

Η έρευνα ως τώρα (Barnidge 2015, Naroli 2015) δείχνει ότι η χρήση των κοινωνικών μέσων συσχετίζεται θετικά με την προβολή νέων ειδήσεων, καθώς οι ειδήσεις αποτελούν μία από τις κύριες πηγές πληροφοριών για τις πλατφόρμες κοινωνικής δικτύωσης και διαφοροποιούν την κοινωνική αλληλεπίδραση. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι τα κοινωνικά μέσα έχουν δημιουργήσει διαφορετικούς τρόπους για να λαμβάνουν οι χρήστες τα περιεχόμενα των ειδησεογραφικών μέσων από τις ψηφιακές πλατφόρμες ειδήσεων μέσω διαδικτύου, ενώ παράλληλα έχουν προσφέρει ένα ευρύ φάσμα δυνατοτήτων στα ειδησεογραφικά μέσα για τη διεξαγωγή συζητήσεων και τη διαμόρφωση γνώμης. Αποτέλεσμα όλης αυτής της διαδικασίας είναι τα μέσα ενημέρωσης να είναι σε θέση να παρέχουν επιλεγμένα στοιχεία, όπως επιστημονικές εξηγήσεις και ερμηνείες, ή να εστιάζουν την προσοχή σε διάφορα αντικείμενα και να διαμορφώνουν την κοινή γνώμη (Beattie & Milojevich, 2017).

Είναι αλήθεια ότι οι χρήστες των κοινωνικών μέσων δικτύωσης ασχολούνται με ειδήσεις. Επομένως, η γνώμη των κοινωνικών μέσων επηρεάζει την κατασκευή και την αποκρυστάλλωση του δημοσιογραφικού περιεχομένου (Scheufele, 1999) και, στη συνέχεια, η ανάγνωση των συγκεκριμένων ειδήσεων επηρεάζει την κοινή γνώμη. Είναι, λοιπόν, εμφανές ότι, στη διαδικασία σχηματισμού γνώμης, τα πλαίσια των μέσων ενημέρωσης επηρεάζουν την κατεύθυνση εκτίμησης των σκέψεων, των ερμηνειών ή των αντιλήψεων σχετικά με κάποιο θέμα (Schuck & deVreese, 2006), οι οποίες με τη σειρά τους οδηγούν σε αλλαγές στην κρίση σχετικά με την οργάνωση του μηνύματος, την επιλογή του περιεχομένου ή τη θεματική δομή (Semetko & Valkenburg, 2000).

1.3. Διαδικτυακή Διασπορά Ειδήσεων

Οι νέες εξελίξεις στον τομέα των κινητών τηλεφώνων και των διαδικτυακών τεχνολογιών παρείχαν άνευ προηγουμένου ευκαιρίες στα μέσα ενημέρωσης για τη διάδοση του περιεχομένου τους στο διαδίκτυο, στους χρήστες δικτυακών τόπων κοινωνικής δικτύωσης. Η συνύπαρξη των νέων και των παλαιών μέσων στο υβριδικό σύστημα των πλατφορμών ειδησεογραφικών μέσων διευκολύνει τη διαδικτυακή διάδοση των παραδοσιακών ειδήσεων και την κατανάλωση των ειδήσεων από τους χρήστες των κοινωνικών μέσων (Guallar et al., 2016). Οι νέες τεχνολογίες των μέσων ενημέρωσης μετασχημάτισαν την παραδοσιακή επικοινωνία «από έναν προς πολλούς» σε «από έναν / πολλούς προς πολλούς» (Ashuri, 2016) και έγιναν το προτιμώμενο μέσο λήψης ειδήσεων από το κοινό, διότι η διαδικτυακή μετάδοση είναι πιο διαδραστική (Han, 2017). Η προγενέστερη έρευνα σχετικά με τη διαδικασία διάδοσης ειδήσεων στο διαδίκτυο (Masip et al., 2015) δείχνει ότι τα παλιά μέσα ενημέρωσης διαδίδουν ειδήσεις στο διαδίκτυο επειδή υπάρχει μεγάλη ζήτηση για νέα από τα παραδοσιακά μέσα ενημέρωσης μεταξύ των χρηστών του ιστοτόπου κοινωνικής δικτύωσης.

Στη διαδικτυακή διαδικασία διασποράς ειδήσεων, η κύρια πρακτική είναι ότι τα παραδοσιακά μέσα μεταφορτώνουν έκτακτες ειδήσεις στις ιστοσελίδες τους και παρέχουν υπερσύνδεσμους (hyperlinks) στις ειδησεογραφικές δημοσιεύσεις σε ιστοτόπους κοινωνικής δικτύωσης (Liu et al., 2016). Ωστόσο, κάποια μέσα δημοσιεύουν ειδήσεις απευθείας στα μέσα κοινωνικής δικτύωσης. Οι χρήστες των κοινωνικών μέσων ενημέρωσης βρίσκουν συνδέσεις ειδήσεων με ελκυστικούς τίτλους, ακολουθούν τους συνδέσμους, διαβάζουν ή παρακολουθούν

τις ειδήσεις στις ιστοσελίδες (Trilling, Tolochko & Burscher 2016). Τα παραδοσιακά μέσα ενημέρωσης διαδίδουν το περιεχόμενό τους διαδικτυακά δημιουργώντας λογαριασμούς χρηστών κοινωνικών μέσων ή μέσω μελών του δικτύου (Liu et al., 2016). Η διαδικτυακή ικανότητα διάδοσης των ειδήσεων εξαρτάται από ορισμένα χαρακτηριστικά των ειδήσεων· οι Trilling, Tolochko και Burscher (2016) εξηγούν ότι η εγγύτητα, τα εγχώρια ζητήματα, η παρουσία συγκρούσεων, η οπτική γωνία προσέγγισης του θέματος και η φορτισμένη θετικά ή αρνητικά παρουσίαση όλων αυτών, αντί της ουδέτερης προσέγγισης που δεοντολογικά επιβάλλεται στη μετάδοση των πληροφοριών, καθορίζουν την «αξιοπιστία» μιας ειδησεογραφικής ιστορίας. Είναι χαρακτηριστικό δε ότι στις πλατφόρμες των μέσων μαζικής ενημέρωσης τα αρνητικά νέα, και όχι οι θετικές ειδήσεις, διαδίδονται σε περισσότερους αποδέκτες (Hornik, et al., 2015).

Η μετάδοση και κατανάλωση των ειδήσεων από τα μέσα ενημέρωσης έχουν αρκετά αποτελέσματα. Οι Liu et al. (2016) εξηγούν ότι οι έκτακτες ειδήσεις οι οποίες αφορούν στο ίδιο γεγονός πάντα μοιράζονται μεταξύ των μελών του δικτύου σε διαδικτυακές ψηφιακές πλατφόρμες και η κατανάλωση τέτοιων πληροφοριών επηρεάζει την κοινή γνώμη. Έτσι, τα κοινωνικά μέσα γίνονται το κατάλληλο φόρουμ για να εκφράζει απόψεις το κοινό, οι οποίες επηρεάζονται ή διαμορφώνονται από τη διανομή ειδήσεων στο διαδίκτυο (Guallar et al., 2016).

1.4. Ρυθμίσεις Πλαισίου

Τα πλαίσια αποβαίνουν σημαντικοί και καθοριστικοί παράγοντες της διαμόρφωσης της κοινής γνώμης (Nelson, Oxley & Clawson, 1997). Ήδη έχει αναφερθεί² ότι στις αποφάσεις τους για το περιεχόμενο που πρέπει να παρουσιαστεί στο κοινό από την κάλυψη ειδήσεων των μέσων μαζικής ενημέρωσης, οι δημοσιογράφοι και οι συντάκτες επιλέγουν προσεκτικά τη γλώσσα, το ύψος, τις σκέψεις στις οποίες πρέπει να επικεντρωθούν, την τοποθέτηση γεγονότων και επιχειρημάτων και λαμβάνουν σοβαρά υπόψη τους κανόνες που πρέπει να διέπουν τις ενέργειες τους (Ford & King, 2015). Στη διαδικασία πλαισίωσης τα μέσα ενημέρωσης χρησιμοποιούν σταθερά μοτίβα επιλογής, σύνθεσης, ερμηνείας, παρουσίασης, έμφασης και αποκλεισμού, υπογραμμίζουν ορισμένες πτυχές της πραγματικότητας, ενώ αποκλείουν άλλα στοιχεία, τα οποία ενδέχεται να απεικονίζουν ένα και το αυτό γεγονός από διαφορετικές οπτικές γωνίες (Borah 2011, Schuck & deVreese 2006, Semetko & Valkenburg 2000). Μέσα από τη διαμόρφωση, τα μέσα ενημέρωσης υποδεικνύουν συγκεκριμένες αποδόσεις, αξιολογήσεις ή αποφάσεις (Scheufele, 2006). Ο σχεδιασμός πλαισίου έργων, με το να επικεντρώνει την προσοχή του δέκτη σε επιλεγμένα στοιχεία ενός ζητήματος, με το να καθιστά αυτά περισσότερο συναφή με το θέμα και με το να πείθει τους αναγνώστες ή τους θεατές να θεωρήσουν ως σημαντική τη συγκεκριμένη εξέτασή του (Stauffacher et al., 2015), στην πραγματικότητα ορίζει και προσδιορίζει το θέμα, υποδεικνύει μια αιτιακή ερμηνεία, υποβάλλει μια αξιακή κρίση, καθώς και τις προτεινόμενες λύσεις (Borah, 2011, deVreese, 2012, Entman, 2010, Matthes, 2009, Scheufele, 1999). Ως αποτέλεσμα, η διαμόρφωση μπορεί να επιφέρει αλλαγή κρίσης στους θεατές ή στους αναγνώστες (Scheufele & Scheufele, 2010). Οι Xie & Ding (2016) εξηγούν ότι η διαμόρφωση πλαισίου κάνει τις πραγματικότητες να φαίνονται διαφορετικές, καθώς το ίδιο τοπίο θα παρουσιάζεται σε διαφορετική σκηνή, όταν χρησιμοποιούνται διαφορετικά σχήματα και χρώματα πλαισίων για την παρουσίαση.

Ο Scheufele (1999) εντόπισε τέσσερις υπο-διεργασίες στο πλαίσιο: το κτίσιμο πλαισίων (πώς διαμορφώνονται τα πλαίσια των μέσων)· τη ρύθμιση πλαισίων (πώς επηρεάζουν τα πλαίσια μέσων τα πλαίσια ακροαματικότητας)· τις επιδράσεις ατομικών πλαισίων (πώς επηρεάζουν τα πλαίσια ακροαματικότητας άλλα επιμέρους επίπεδα συμπεριφορικών, ιδιοσυγκρασιακών ή γνωστικών παραγόντων)· και τους δημοσιογράφους ως ακροατές (πώς επηρεάζουν οι δράσεις των πολιτών την αρχική διαδικασία δημιουργίας πλαισίων).

Κατά τη ρύθμιση πλαισίων, τα μέσα ενημέρωσης μεταδίδουν την αντιληπτή σημασία ορισμένων σκέψεων έναντι των άλλων για να επηρεάσουν τον τρόπο με τον οποίο το κοινό αντιλαμβάνεται και ερμηνεύει την πραγματικότητα (Chong & Druckman, 2007). Κατά τη διάρκεια της διαδικασίας αυτής, τα μέσα μαζικής ενημέρωσης επιλέγουν θέματα, δίνουν έμφαση σε

² Δες σελ. 7

στοιχεία μιας ιστορίας, όπως οι σκηνές, οι χαρακτήρες/οι ηθοποιοί τους, και χρησιμοποιούν επιχειρήματα για να επηρεάσουν τον τρόπο με τον οποίο το κοινό αξιολογεί και σκέφτεται το συγκεκριμένο ζήτημα (Ford & King, 2015, Kee et al., 2013). Κατά τη ρύθμιση πλαισίων ακροατηρίου, τα μέσα παρέχουν εργαλεία για την ερμηνεία, τον εντοπισμό, την αντίληψη, την αναγνώριση και την επισήμανση συμβάντων, καθώς και για τη νοηματοδότησή τους, οργανώνοντας εμπειρίες και κατευθυντήριες ενέργειες (Ford & King, 2015). Δεδομένου ότι τα μέσα παρουσιάζουν ως κυρίαρχη μια συγκεκριμένη προοπτική, είναι δυνατόν να δημιουργηθούν νέες πεποιθήσεις στο ακροατήριο ή να τροποποιηθούν τα υπάρχοντα σχήματα (Scheufele & Scheufele, 2010).

Επομένως, η πλαισίωση έχει άμεση επίδραση στον τρόπο με τον οποίο το κοινό σκέφτεται και αξιολογεί τα ζητήματα καθώς ενεργοποιεί ορισμένες δομές σε βάρος άλλων κατασκευών (Nijkraake, Gosselta & Gutteling, 2015). Η ρύθμιση πλαισίων επικεντρώνει περαιτέρω την προσοχή στο "τι είναι σχετικό και σημαντικό", απομακρύνει από το οπτικό πεδίο την εστίαση σε άλλα αντικείμενα και αναδεικνύει τον τρόπο λειτουργίας ενός πλαισίου γύρω από μια εικόνα (Coman & Cmeciu, 2014). Η ελίτ, η κοινωνική ιδεολογία, οι οργανωτικοί κανόνες των μέσων μαζικής ενημέρωσης και οι επιρροές των ατομικών προτιμήσεων των δημοσιογράφων διαδραματίζουν μείζονα ρόλο, καθώς τα μέσα μαζικής ενημέρωσης θέτουν πλαίσια για το κοινό (Yao, 2009).

1.5. Κοινωνικά Δίκτυα και Μοντέλα Απόψεων

Τα τελευταία χρόνια έχουν παρουσιαστεί πολλά μοντέλα απόψεων, που προσομοιώνουν τις αλληλεπιδράσεις γνώμης από μια προσωπική οπτική γωνία. Με δεδομένο έναν κανόνα ατομικής αλληλεπίδρασης, η έρευνα για τη δυναμική της άποψης αποσκοπεί στην κατανόηση των παγκόσμιων σύνθετων ιδιοτήτων στον τομέα των κοινωνικών επιστημών. Χρησιμοποιούνται στατιστικές μέθοδοι για να διερευνηθεί ο τρόπος με τον οποίο οι τοπικοί κανόνες επηρεάζουν τη συλλογική συμπεριφορά των κοινωνικών εκπροσώπων. Στα μοντέλα αυτά, οι εκπρόσωποι κατέχουν μία από τις διάφορες πιθανές γνώμες, που αντιστοιχούν σε διακριτά μοντέλα γνώμης, ή οι απόψεις των πρακτόρων λαμβάνουν αξία από ένα ορισμένο εύρος πραγματικών αριθμών, δηλαδή από ορισμένα μοντέλα γνώμης με συνέχεια. Ξεκινώντας από τη διαμόρφωση της αρχικής άποψης, οι εκπρόσωποι επικαιροποιούν τις απόψεις τους σύμφωνα με τους κανόνες αλληλεπίδρασης και τελικά τα μοντέλα προσπαθούν να κατανοήσουν τη διαμόρφωση της κοινής γνώμης και τις συνθήκες της μεταβατικής φάσης. Διακριτά μοντέλα γνώμης, όπως το μοντέλο Ising και το μοντέλο Sznajd, τείνουν να χρησιμοποιούν την αναλογία των σιδηρομαγνητικών περιστροφών, εξηγώντας τα κοινωνικά συστήματα με μια αναλογία από την επιστήμη της φυσικής στέρεων αντικειμένων. Οι κανόνες αλληλεπίδρασης ορίζονται σε μοντέλα γνώμης και οι εκπρόσωποι ενημερώνουν τα κράτη τους ακολουθώντας το πρότυπο των σιδηρομαγνητικών περιστροφών, εξηγώντας τα κοινωνικά συστήματα μέσω της αναλογίας των φυσικών συστημάτων. Στα περισσότερα μοντέλα, η γειτονική επιρροή παίζει ζωτικό ρόλο στις μεμονωμένες αποφάσεις. Η τελική μακροσκοπική κατάσταση του συστήματος μπορεί να είναι συναίνεση, κατακερματισμός ή πόλωση. Στα δυαδικά μοντέλα κοινής γνώμης, η κατάσταση συναίνεσης συχνά προκύπτει ως αποτέλεσμα της απομίμησης και των συμβιβασμών μεταξύ των γειτόνων, αλλά η πόλωση μπορεί επίσης να παρατηρηθεί σε μερικά άλλα διακριτά μοντέλα, όπως το μοντέλο με διακριτικές διανυσματικές απόψεις και το μοντέλο ψηφοφόρων με τρεις γνωμοδοτήσεις. Επιπλέον, χρησιμοποιούνται εικονικά και πραγματικά σύνθετα δίκτυα για τη διαμεσολάβηση της αλληλεπίδρασης των γνωμοδοτήσεων. Τα κοινωνιολογικά και ψυχολογικά χαρακτηριστικά έχουν επίσης εισαχθεί σε μοντέλα γνώμης, όπως η μνήμη, η αδράνεια, ο θόρυβος, και η πεποίθηση, στοιχεία που χαρακτηρίζουν τον τρόπο με τον οποίο αυτά τα χαρακτηριστικά μεταβάλλουν την ατομική συμπεριφορά και την παγκόσμια δυναμική σε ένα συγκεκριμένο σενάριο.

Παρόλο που όλο και περισσότεροι πραγματικοί παράγοντες συμπεριλαμβάνονται στα μοντέλα γνώμης, το ζήτημα του κατά πόσο τα μοντέλα μπορούν να περιγράψουν επαρκώς τη διαδικασία διαμόρφωσης της κοινής γνώμης στην πραγματική κοινωνία και να εξηγήσουν ή και να προβλέψουν κοινωνικά φαινόμενα απαιτούν περαιτέρω διερεύνηση. Στο Banisch & Araujo (2010), χρησιμοποιήθηκαν τα εκλογικά δεδομένα των ομάδων ψηφοφορίας στις εκλογές του 2003 στη Φινλανδία για την εξακρίβωση μοντέλου γνώμης και διαπιστώθηκε ότι τα προσωρινά προφίλ

γνώμης που παράγονται από το μοντέλο συμφωνούν με τα πραγματικά δεδομένα. Στο Sobkowicz (2010), οι συγγραφείς μελέτησαν πολιτικές συζητήσεις σε ένα φόρουμ στο Διαδίκτυο, από όπου επέλεξαν αρκετές εκατοντάδες δημοσιεύσεις, και προσδιόρισαν τη γνώμη που εκφράζεται. Εστιάζοντας στην ανάπτυξη και την τοπολογία του δικτύου, απέδειξαν ότι οι διαμάχες και οι προσωπικές συγκρούσεις μεταξύ των συμμετεχόντων ενισχύουν την ανάπτυξη των συζητήσεων. Προσδιόρισαν την τελική κατάσταση των συζητήσεων, διαπιστώνοντας ότι οι ανταλλαγές απόψεων δεν οδηγούν σε συναίνεση και οι απόψεις τείνουν να φτάνουν στα άκρα. Παρόμοια αποτελέσματα βρίσκονται στο Chmiel et al., (2011). Αυτές οι μελέτες εγείρουν το ερώτημα κατά πόσο τα παραδοσιακά μοντέλα γνώμης περιγράφουν καταλλήλως τις αλληλεπιδράσεις διαδικτυακής γνώμης και αν οι αλληλεπιδρώντες κανόνες αντικατοπτρίζουν τα πραγματικά χαρακτηριστικά της ανθρώπινης συμπεριφοράς. Εκτός από αυτές τις λίγες μελέτες, λόγω των περιορισμών της δυνατότητας απόκτησης και επεξεργασίας δεδομένων, πραγματοποιήθηκε σπάνια εμπειρική ανάλυση μεγάλης κλίμακας για να ελεγχθεί η εγκυρότητα των μοντέλων γνώμης.

Το Διαδίκτυο έχει γίνει ένας από τους πιο σημαντικούς τρόπους για την απόκτηση πληροφοριών και, ως δημοφιλής υπηρεσία εφαρμογής στο Διαδίκτυο, τα μέσα κοινωνικής δικτύωσης έχουν προσελκύσει εκατομμύρια χρήστες. Στα μέσα κοινωνικής δικτύωσης, οι χρήστες αλληλεπιδρούν με άλλους χρήστες, δημιουργούν σχέσεις, δημοσιεύουν αναρτήσεις ή απαντήσεις και συζητούν θέματα. Ως εκ τούτου, η ανάπτυξη των κοινωνικών δικτύων προωθείται από τις ενέργειες των χρηστών. Η διαδικασία της διαμόρφωσης κοινής γνώμης στα κοινωνικά μέσα είναι πιο περίπλοκη από ό, τι στην πραγματική κοινωνία, και οι πληροφορίες διαχέονται και εξελίσσονται γρηγορότερα. Για παράδειγμα, οι χρήστες συζητούν πάντα θέματα με άλλους ανώνυμα. Δεν γνωρίζουν τα αληθινά ονόματα των γειτόνων τους και δεν μπορούν να εξοικειωθούν με τα χαρακτηριστικά της προσωπικότητας των γειτόνων τους. Επιπλέον, οι χρήστες δεν μπορούν να δουν απευθείας τις εσωτερικές απόψεις των γειτόνων τους, αλλά αντ' αυτού μαθαίνουν για τις απόψεις τους μέσω των δημοσιεύσεών τους. Στις έρευνες του Martins (2008) παρουσιάστηκε ένα μοντέλο με συνεχείς απόψεις και διακριτές ενέργειες, όπου τα ευρήματα έδειξαν ότι μετά την παρακολούθηση των ενεργειών των γειτόνων, οι εκπρόσωποι επικαιροποιούν τις εσωτερικές τους απόψεις που δεν μπορούν να παρατηρηθούν από άλλους. Αυτό το μοντέλο μπορεί να είναι μια προσπάθεια ερμηνείας της εξέλιξης της άποψης στα μέσα κοινωνικής δικτύωσης.

Τα μέσα κοινωνικής δικτύωσης προσφέρουν τεράστιες ποσότητες πληροφοριών και για τους χρήστες και για διάφορα θέματα. Στις έρευνες του Centola (2010, 2011), οι ερευνητές μελέτησαν εμπειρικά τη διάδοση της συμπεριφοράς υγείας σε ένα διαδικτυακό κοινωνικό δίκτυο, ενώ στις έρευνες του Salathe (2011, 2013) η δυναμική των συναισθημάτων συμπεριφοράς στην υγεία διερευνήθηκε με πραγματικά δεδομένα που συλλέχθηκαν από ένα μεγάλο κοινωνικό δίκτυο. Από τα κοινωνικά μέσα μπορεί κανείς να συλλέξει εύκολα και χωρίς περιορισμούς τις σχέσεις μεταξύ χρηστών και τις δημοσιεύσεις τους, στη συνέχεια να προχωρήσει στην επεξεργασία των προθέσεων και των επιθυμιών τους ώστε να αναπαραγάγει τη διαδικασία εξέλιξης των απόψεων τους.

Κεφάλαιο 2: Μοντέλα Διαμόρφωσης Γνώμης

2.1. Πρώιμη Θεωρία και Καθοδηγητές Γνώμης στα Κοινωνικά Δίκτυα

Η πρώιμη θεωρία σχετικά με τη μετάδοση πληροφοριών στα κοινωνικά δίκτυα περιλαμβάνει το τεράστιο έργο για το ρόλο των καθοδηγητών γνώμης των Lazarsfeld, Berelson και Gaudet, (1944), και την επακόλουθη πληρέστερη ανάπτυξη από τους Katz και Lazarsfeld, (1955). Αυτές οι μελέτες εξέτασαν τη διαμόρφωση απόψεων για τον τρόπο που λαμβάνονται αποφάσεις σχετικές με την άσκηση του εκλογικού δικαιώματος των πολιτών και για τον τρόπο που λαμβάνονται ορισμένες αποφάσεις στα νοικοκυριά. Η μελέτη των Lazarsfeld, Berelson και Gaudet, (1944), παρέχει μια βάση για τον εντοπισμό των καθοδηγητών της κοινής γνώμης μέσω παρατηρήσεων σχετικά με τον τρόπο με τον οποίο τα άτομα έλαβαν αποφάσεις ψήφου σε μια πόλη του Οχάιο στην προεκλογική εκστρατεία των ΗΠΑ το 1940. Οι Lazarsfeld et al. ορίζουν τους καθοδηγητές γνώμης ως άτομα μιας κοινωνίας που δέχονται επιδράσεις, αλληλοεπηρεάζονται και ενημερώνονται μέσω διαφόρων μέσων ενημέρωσης και τα οποία άτομα, στη συνέχεια, σχηματίζουν απόψεις, μεταδίδουν πληροφορίες και επηρεάζουν άλλα άτομα που ενημερώνονται λιγότερο άμεσα.

Αυτή η θεωρία των καθοδηγητών της γνώμης αναπτύχθηκε με περισσότερες λεπτομέρειες και δομή από τους Katz και Lazarsfeld, (1955). Αυτοί επίσης διεξήγαγαν μια εκτενή και με μεγάλη επιρροή μελέτη του σχηματισμού γνώμης, αυτή τη φορά στο Decatur, Illinois στις αρχές της δεκαετίας του 1950. Διεξήγαγαν δύο σειρές συνεντεύξεων με γυναίκες ηλικίας άνω των δεκαέξι ετών και τις ρώτησαν για θέματα πέρα από πολιτικές απόψεις. Συγκεκριμένα, οι Katz και Lazarsfeld ρώτησαν τις γυναίκες για τις απόψεις τους σχετικά με τα είδη οικιακής χρήσης, τη μόδα, τις ταινίες και τις τοπικές δημόσιες υποθέσεις (συμπεριλαμβανομένης της πολιτικής).

Η μελέτη σχεδιάστηκε έτσι ώστε να συλλεγούν πληροφορίες μέσω συνέντευξης από τις ίδιες γυναίκες πολλές φορές, με χρονική διαφορά δύο μηνών, με στόχο να εντοπιστούν οι τυχόν αλλαγές στις απόψεις τους. Όταν έβρισκαν μια αλλαγή στη γνώμη, οι Katz και Lazarsfeld έθεταν στη συνέχεια ερωτήσεις που τους βοηθούσαν να ανιχνεύσουν τις πηγές που επηρέασαν την αλλαγή της άποψης. Ζητούσαν, δηλαδή, από τις γυναίκες που είχαν αλλάξει γνώμη, να τους πουν τα πρόσωπα που είχαν επηρεάσει τις αποφάσεις τους, καθώς και αν οι ίδιες είχαν επηρεάσει τις αποφάσεις άλλων. Αυτό επέτρεψε στους Katz και Lazarsfeld να εντοπίσουν τα άτομα που έπαιξαν ρόλο σε πολλαπλές αλλαγές των απόψεων και ονόμασαν αυτά τα άτομα ως καθοδηγητές γνώμης. Οι Katz και Lazarsfeld βρήκαν στοιχεία ότι ενώ μερικές φορές οι καθοδηγητές γνώμης είχαν υψηλότερη κοινωνική θέση, υπήρχαν κάποιες περιπτώσεις που οι καθοδηγητές γνώμης είχαν την ίδια κοινωνική θέση με αυτούς που επηρέασαν, ειδικά σε θέματα που αφορούσαν διάφορες αποφάσεις των νοικοκυριών. Οι καθοδηγητές γνώμης συχνά διακρίνονταν από το κύρος τους και το μέγεθος των οικογενειών τους (το οποίο στη συνέχεια συσχετιζόταν με την ηλικία και την εμπειρία τους).

Πέρα από τις προαναφερθείσες εφαρμογές, οι οποίες παρέχουν μόνο μια ματιά σε μερικές από τις πρώτες έρευνες για τους καθοδηγητές γνώμης, υπάρχουν σημαντικές επιδράσεις από τον χώρο της οικογένειας, της εκπαίδευσης, της θρησκείας αλλά και διαφόρων οργανώσεων που οδηγούν στη διαμόρφωση γνώμης. Ο ρόλος που διαδραματίζουν οι καθοδηγητές γνώμης στη διάδοση των πληροφοριών και η επιρροή τους στις απόψεις και τις αποφάσεις είναι πρωταρχικής σημασίας για όλους αυτούς που ενδιαφέρονται για το μάρκετινγκ, τα κοινωνικά προγράμματα, την εκπαίδευση και την πολιτική εκστρατεία. Είναι δηλαδή πολύτιμος ο προσδιορισμός τους για κάθε περίπτωση που αφορά στη μετάδοση γνώμης. Η αναφορά στη μεγάλη εμπειρική βιβλιογραφία σχετικά με τη δημιουργία πεπειθίσεων και γνώμης, θεωρήθηκε απαραίτητη προκειμένου όχι μόνο να δειχθεί ο τρόπος που οι κοινωνικές σχέσεις παίζουν ρόλο στην εκμάθηση και τη διαμόρφωση των απόψεων, αλλά και να κατανοηθεί ότι οι διαφορετικοί παράγοντες μιας κοινωνίας επηρεάζουν με διαφορετικό τρόπο το κοινωνικό γίγνεσθαι. Για να κατανοηθεί καλύτερα το πώς μπορεί να λειτουργήσει αυτό, πρέπει να εξετασθούν τα μοντέλα που αντιπροσωπεύουν ρητά τη δομή του κοινωνικού δικτύου όσον αφορά τη διάδοση πληροφοριών. Μερικά από αυτά τα μοντέλα θα μας επιτρέψουν να υλοποιήσουμε την κοινωνική επιρροή και την καθοδήγηση της γνώμης στο πλαίσιο των κοινωνικών δικτύων.

2.2. Μοντέλα Απομίμησης Κοινωνικής Επιρροής: Το Μοντέλο του De - Groot

Στον DeGroot,(1974) οφείλουμε το μοντέλο αλληλεπίδρασης τεχνητού δικτύου για τη μετάδοση πληροφοριών, τη διαμόρφωση της γνώμης και τη συναίνεση. Πρόκειται για μια πολύ απλή και φυσική αφετηρία, για μια θεωρία που θα επιτρέψει να κατανοηθεί καλύτερα το πώς η δομή ενός δικτύου επηρεάζει την εξάπλωση της πληροφόρησης και τη διαμόρφωση της κοινής γνώμης.

Τα άτομα σε μια κοινωνία αρχίζουν με αρχικές απόψεις για ένα θέμα. Έστω ότι αντιπροσωπεύονται αυτές από ένα n -διάστατων διάνυσμα πιθανότητας, $p(0) = (p_1(0), \dots, p_n(0))$. Κάθε $p_i(0)$ βρίσκεται στο διάστημα $[0, 1]$ και μπορεί να θεωρηθεί ως η πιθανότητα ότι μια δεδομένη δήλωση είναι αληθής ή ως η ποιότητα ενός δεδομένου προϊόντος ή ως η πιθανότητα ότι το άτομο θα μπορούσε να συμμετάσχει σε μια συγκεκριμένη δραστηριότητα, κλπ. Τα μοτίβα αλληλεπίδρασης περιγράφονται μέσω ενός πιθανά σταθμισμένου και κατευθυνόμενου $n \times n$ θητικού πίνακα T . Ειδικότερα, ο T ως είναι ένας (ανά γραμμή) στοχαστικός πίνακας, έτσι ώστε τα στοιχεία του σε κάθε σειρά να έχουν άθροισμα τη μονάδα. Η ερμηνεία του στοιχείου T_{ij} είναι ότι αντιπροσωπεύει το βάρος ή την εμπιστοσύνη που ο παράγοντας i έχει στην τρέχουσα πεποίθηση του παράγοντα j στη διαμόρφωση της πεποίθησής του για την επόμενη περίοδο. Οι πεποιθήσεις ενημερώνονται με την πάροδο του χρόνου έτσι ώστε

$$p(t) = Tp(t-1) = T^t p(0)$$

Η διαδικασία αυτή παρουσιάζεται στο ακόλουθο παράδειγμα.

Παράδειγμα 1. Ενημέρωση στο μοντέλο DeGroot

Υπάρχουν τρία άτομα και ένας πίνακας ενημέρωσης που περιγράφεται από το

$$T = \begin{pmatrix} 1/3 & 1/3 & 1/3 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 1/4 & 3/4 \end{pmatrix}$$

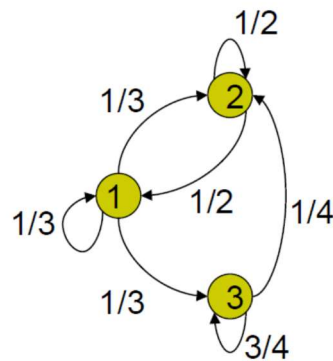
Αυτή η διαδικασία ενημέρωσης απεικονίζεται στο σχήμα 1.

Ο παράγοντας 1 σταθμίζει όλες τις πεποιθήσεις εξίσου, ενώ ο παράγοντας 2 σταθμίζει τους παράγοντες 1 και 2 εξίσου αλλά αγνοεί τον 3 και ο παράγοντας 3 σταθμίζει περισσότερο τις δικές του πεποιθήσεις. Θεωρείται ένα αρχικό διάνυσμα πεποιθήσεων που δίνεται από

$$p(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Έτσι, ο παράγοντας 1 ξεκινάει με μια πεποίθηση 1 (πιθανότητα ενός γεγονότος), ενώ οι παράγοντες 2 και 3 αρχίζουν με μια πεποίθηση 0. Εδώ,

$$p(1) = Tp(0) = \begin{pmatrix} 1/3 & 1/3 & 1/3 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 1/4 & 3/4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/3 \\ 1/2 \\ 0 \end{pmatrix}$$



Σχήμα 1. Διαδικασία ενημέρωσης

Στη συνέχεια, καθώς οι παράγοντες ενημερώνονται και πάλι, οι πεπιοθήσεις γίνονται

$$p(2) = Tp(1) = \begin{pmatrix} 1/3 & 1/3 & 1/3 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 1/4 & 3/4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/3 \\ 1/2 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5/18 \\ 5/12 \\ 1/8 \end{pmatrix}$$

Η επανάληψη αυτής της διαδικασίας οδηγεί σε πεπιοθήσεις που συγκλίνουν:

$$p(t) = Tp(t-1) = T^t p(0) \rightarrow \begin{pmatrix} 3/11 \\ 3/11 \\ 3/11 \end{pmatrix}$$

Ο τρόπος με τον οποίο μπορεί να υπολογιστεί η οριακή πεπιοθήση εξετάζεται λεπτομερώς παρακάτω. Αυτή η διαδικασία έχει την ακόλουθη οδήγηση, που συζητήθηκε από τους DeMarzo, Vayanos και Zwiebel, (2003). Οι παράγοντες συνδέονται μέσω ενός (ενδεχομένως κατευθυνόμενου) δικτύου που δείχνει ποια πληροφορία λαμβάνουν για να παρακολουθούν με την πάροδο του χρόνου. Στο χρόνο $t = 0$, κάθε παράγοντας βλέπει ένα θορυβώδες σήμα $p_i(0) = \mu + e_i$, όπου το $e_i \in \mathbb{R}$ είναι ένας όρος θορύβου. Ένας παράγοντας i ακούει έπειτα τις απόψεις των γειτόνων του και αποδίδει την ακρίβεια π_{ij} στο σήμα του παράγοντα j . Αν οι παράγοντες είναι Bayesian και οι όροι θορύβου κατανέμονται κανονικά με μηδενικό μέσο όρο, τότε ο παράγοντας i θα ενημερωθεί, θέτοντας $T_{ij} = \pi_{ij} / \sum_k \pi_{ik}$, όπου $\pi_{ik} = 0$ αν ο παράγοντας i δεν έχει κατευθυνόμενη σύνδεση στον παράγοντα k . Τώρα, στον χρόνο $t = 2$, οι παράγοντες θα συνειδητοποιούν ότι οι γείτονές τους έχουν τώρα νέες πληροφορίες (που συλλέγονται από τους γείτονες στο χρόνο $t = 1$) και έτσι αξίζει να ακούσουν ξανά τους γείτονές τους για να συλλέξουν αυτές τις έμμεσες πληροφορίες.

Η βελτιστοποίηση της επεξεργασίας των νέων πεπιοθήσεων των γειτόνων σε αυτό το δεύτερο στάδιο είναι λίγο πιο περίπλοκη, καθώς τώρα πρέπει να υπολογιστεί πόση καινούργια πληροφορία υπάρχει στο σήμα και ποια είναι η ακρίβεια σε αυτό το στάδιο. Με κάθε επανάληψη, το πρόβλημα συμπερασμάτων γίνεται ακόμα πιο περίπλοκο. Το μοντέλο DeGroot μπορεί να θεωρηθεί ως μια οριακά ορθολογική εκδοχή αυτής της διαδικασίας, όπου οι παράγοντες δεν προσαρμόζουν τους συντελεστές στάθμισής τους με την πάροδο του χρόνου. Παρόλα αυτά, η επανάληψη της διαδικασίας ενημέρωσης επιτρέπει στους παράγοντες να ενσωματώνουν πιο μακρινές πληροφορίες και πιθανόν να επιτυγχάνουν συναίνεση. Επιπλέον, όπως θα διαπιστωθεί, υπάρχουν περιπτώσεις στις οποίες η ενημέρωση σύμφωνα με αυτή την πολύ απλή διαδικασία θα οδηγήσει τους παράγοντες να συγκλίνουν οριακά σε μια απόλυτα ακριβή πεπιοθήση.

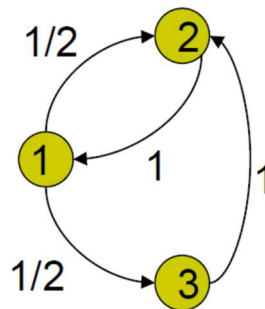
2.2.1. Ενσωμάτωση των μέσων ενημέρωσης και των καθοδηγητών γνώμης

Είναι επίσης ενδιαφέρον να κατανοηθεί πώς οι εξωτερικές πηγές πληροφοριών μπορούν να επηρεάσουν μια κοινωνία και πώς οι καθοδηγητές γνώμης θα μπορούσαν να διαμορφώσουν τις απόψεις των άλλων. Το μοντέλο αυτό ενσωματώνει εύκολα διάφορες μορφές εξωτερικών παρόχων πληροφοριών, οι οποίες δεν επηρεάζονται από τις απόψεις των μελών της κοινωνίας, αλλά λαμβάνονται υπόψη από αυτούς. Τέτοιες δεδομένες πηγές πληροφοριών μπορούν απλά να θεωρηθούν ως i 's με $T_{ii} = 1$ και $T_{ij} = 0$ για όλες τις $j \neq i$, αλλά για τις οποίες $T_{ji} > 0$ για κάποιες j 's. Έτσι, μια εξωτερική πηγή πληροφορίας διαμορφώνεται σαν ένας παράγοντας i του οποίου η γνώμη παραμένει σταθερή στο $\rho_i(0)$, αλλά λαμβάνεται υπόψη από άλλους κόμβους.

Οι καθοδηγητές γνώμης θα προκύψουν φυσιολογικά στο μοντέλο, ως άτομα που ακούγονται από άλλους και έχουν μη - αμελητέα επίδραση στις απόψεις τουλάχιστον ορισμένων άλλων παραγόντων. Δηλαδή, η επιρροή ενός παράγοντα j πάνω στις τελικές πεποιθήσεις στην κοινωνία θα εξαρτηθεί από το πόσο βάρος βάζουν οι άλλοι άνθρωποι στον παράγοντα, όπως λαμβάνεται μέσω των T_{kj} 's.

2.2.2. Σύγκλιση

Ένα πρώτο ερώτημα που τίθεται είναι: υπό ποιες συνθήκες η διαδικασία ενημέρωσης συγκλίνει σε ένα σαφώς καθορισμένο όριο; Ένα δεύτερο ερώτημα είναι τότε σε ποιο όριο συγκλίνει. Ας εξετασθούν αυτά τα ερωτήματα διαδοχικά.



Σχήμα 2. Μία κοινωνία με συγκλίνουσα διαδικασία ενημέρωσης

Ένας πίνακας κοινωνικής επιρροής T είναι συγκλίνων αν υπάρχει το $\lim_{r \rightarrow \infty} T^r$ για όλα τα αρχικά διανύσματα πεποιθήσεων ρ . Αυτό παρουσιάζεται στο ακόλουθο παράδειγμα.

Παράδειγμα 2. Σύγκλιση

Υπάρχουν τρία άτομα και ένας πίνακας ενημέρωσης που περιγράφεται από το

$$T = \begin{pmatrix} 0 & 1/2 & 1/2 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Αυτή η διαδικασία ενημέρωσης απεικονίζεται στο Σχήμα 2. Εδώ, μπορεί κανείς να ελέγξει ότι:

$$T^2 = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 1/2 & 1/2 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, T^3 = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/4 & 1/4 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 1/2 & 1/2 \end{pmatrix}, T^4 = \begin{pmatrix} 1/4 & 1/2 & 1/4 \\ 1/2 & 1/4 & 1/4 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \end{pmatrix}$$

Και

Μη γραμμικά μοντέλα διαμόρφωσης γνώμης σε κοινωνικά δίκτυα

$$T^t \rightarrow \begin{pmatrix} 2/5 & 2/5 & 1/5 \\ 2/5 & 2/5 & 1/5 \\ 2/5 & 2/5 & 1/5 \end{pmatrix}$$

Έτσι, ανεξάρτητα από τις πεποιθήσεις $p(0)$, με τις οποίες ξεκινούν οι παράγοντες όλοι καταλήγουν με οριακές πεποιθήσεις που αντιστοιχούν στις καταχωρήσεις του $p(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} T^t p(0)$ όπου

$$p_1(\infty) = p_2(\infty) = p_3(\infty) = \frac{2}{5}p_1(0) + \frac{2}{5}p_2(0) + \frac{1}{5}p_3(0)$$

Το παράδειγμα 2 όχι μόνο δείχνει ότι οι πεποιθήσεις συγκλίνουν με την πάροδο του χρόνου, αλλά επίσης δείχνει ότι οι παράγοντες φτάνουν σε μια συναίνεση και ότι οι παράγοντες 1 και 2 έχουν διπλάσια επιρροή στις οριακές πεποιθήσεις από ότι ο παράγοντας 3. Αυτό το είδος του αποτελέσματος λαμβάνεται υπό πολύ φυσικές συνθήκες και θα δειχθεί πώς θα χαρακτηριστεί η οριακή επίδραση στα ακόλουθα.

Είναι επίσης πιθανό να μην επιτευχθεί σύγκλιση μιας διαδικασίας ενημέρωσης. Αυτό παρουσιάζεται στο ακόλουθο παράδειγμα.

Παράδειγμα 3. Μη σύγκλιση

Αυτή είναι μια μικρή παραλλαγή στο παράδειγμα 2, όπου αλλάζουν μόνο τα βάρη του τρίτου ατόμου έτσι ώστε να τοποθετεί όλο το βάρος του στον παράγοντα 1.

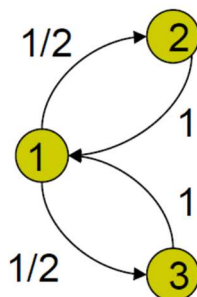
$$T = \begin{pmatrix} 0 & 1/2 & 1/2 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Αυτή η διαδικασία ενημέρωσης απεικονίζεται στο Σχήμα 2.

$$T^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & 1/2 \\ 0 & 1/2 & 1/2 \end{pmatrix}, T^3 = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, T^4 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & 1/2 \\ 0 & 1/2 & 1/2 \end{pmatrix} \dots$$

και έτσι η μήτρα απλά παλινδρομεί και δεν υπάρχει σύγκλιση. Για παράδειγμα, αν αρχίσουμε με μια αρχική σειρά πεποιθήσεων με $p_1(0) = 1$ και $p_2(0) = p_3(0) = 0$, τότε καθώς οι ενημερώσεις του 1 βασίζονται στις πεποιθήσεις του 2 και 3 και οι ενημερώσεις των 2 και 3 βασίζονται στην πεποίθηση του 1, οι παράγοντες καταλήγουν απλά να ανταλλάσσουν τις πεποιθήσεις τους με την πάροδο του χρόνου.

Το κλειδί για την αποτυχία της σύγκλισης στο παράδειγμα 3 είναι ότι υπάρχει ένας κατευθυνόμενος κύκλος στο δίκτυο που απεικονίζεται στο Σχήμα 3 και ότι όλοι οι κύκλοι έχουν μήκη που είναι πολλαπλάσια του 2. Η μήτρα ενημέρωσης / αλληλεπίδρασης T είναι περιοδική και αυτό επιτρέπει στη διαδικασία να επαναλαμβάνεται χωρίς σύγκλιση.



Σχήμα 3. Κοινωνία με μη συγκλίνουσα διαδικασία ενημέρωσης

Πιο συγκεκριμένα, αναφέρεται ότι ο T είναι μη περιοδικός εάν ο μεγαλύτερος κοινός διαιρέτης όλων των μηκών των κατευθυνόμενων κύκλων είναι η μονάδα όπου οι κατευθυνόμενοι κύκλοι είναι ορισμένοι σε σχέση με ένα κατευθυνόμενο δίκτυο όπου ένας κατευθυνόμενος σύνδεσμος υπάρχει από το i στο j αν και μόνο αν $T_{ij} > 0$.

Αυτή η συνθήκη ικανοποιείται στο Παράδειγμα 2 όπου υπάρχουν κατευθυνόμενοι κύκλοι μήκους 2 και μήκους 3 έτσι ώστε ο μεγαλύτερος κοινός διαιρέτης των μηκών των κατευθυνόμενων κύκλων να είναι 1, ενώ αποτυγχάνει στο Παράδειγμα 3 όπου όλοι οι κατευθυνόμενοι κύκλοι έχουν μήκη που είναι πολλαπλάσια του 2.

Τα τυπικά αποτελέσματα στη θεωρία της αλυσίδας Markov προσαρμόζονται εύκολα σε αυτό το μοντέλο για να προκύψει το συμπέρασμα ότι εάν η μήτρα T είναι ισχυρά συνδεδεμένη (έτσι ώστε να υπάρχει μια κατευθυνόμενη διαδρομή από οποιοδήποτε κόμβο σε οποιοδήποτε άλλο κόμβο, επίσης αναφερόμενο ως μη δυνάμενο να ελαττωθεί) και μη περιοδική, τότε είναι συγκλίνουσα. Ως εκ τούτου, μεγάλο μέρος της βιβλιογραφίας απλώς υποθέτει ότι η T είναι ισχυρά συνδεδεμένη και ότι $T_{ii} > 0$ για μερικά ή όλα τα i , πράγμα που σημαίνει ότι η μήτρα είναι μη περιοδική (αφού έχει έναν τουλάχιστον κύκλο μήκους 1) και επομένως συγκλίνουσα. Ωστόσο, δεν είναι απαραίτητο να έχουμε $T_{ii} > 0$ ακόμη και για ένα i για να διασφαλίσουμε τη σύγκλιση, όπως βλέπουμε από το Παράδειγμα 2. Η πλήρης αναγκαία και επαρκής συνθήκη για τη σύγκλιση έχει ως εξής, όπως επισημαίνεται από τους Golub και Jackson, (2007).

Προτού αναφερθεί η συνθήκη σύγκλισης, απαιτείται ο ακόλουθος ορισμός. Ένα κλειστό σύνολο παραγόντων είναι ένα σύνολο $C \subset \{1, 2, \dots, n\}$ έτσι ώστε να μην υπάρχει κατευθυνόμενος σύνδεσμος από έναν παράγοντα στο C σε έναν παράγοντα έξω από το C (δηλαδή, δεν υπάρχει ζεύγος $i \in C$ και $j \notin C$ έτσι ώστε $T_{ij} > 0$).

Παράδειγμα 4. Κλειστά σύνολα κόμβων

Εξετάζεται μια κοινωνία με $n = 6$ παράγοντες με μια διαδικασία ενημέρωσης

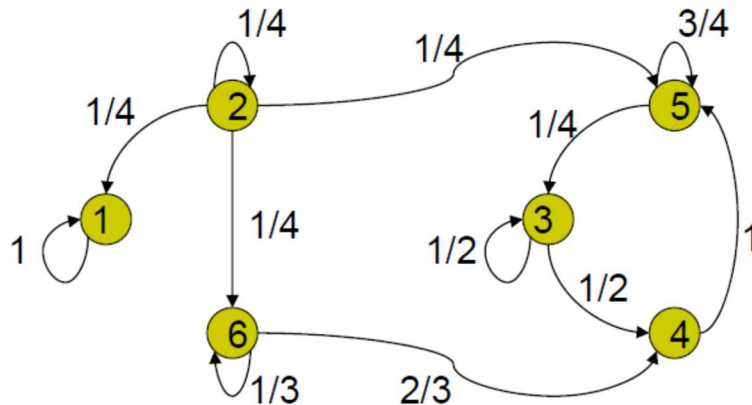
$$T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1/4 & 1/4 & 0 & 0 & 1/4 & 1/4 \\ 0 & 0 & 1/2 & 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/4 & 0 & 3/4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/3 & 0 & 2/3 \end{pmatrix}$$

Αυτό απεικονίζεται στο Σχήμα 4.

Εδώ υπάρχουν πολλά κλειστά σύνολα κόμβων: για παράδειγμα $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ είναι κλειστό. Επίσης, το $\{1\}$ είναι κλειστό, όπως και τα $\{3, 4, 5\}$, $\{1, 3, 4, 5\}$, $\{3, 4, 5, 6\}$ και $\{1, 3, 4, 5, 6\}$. Τα μόνα ισχυρά συνδεδεμένα και κλειστά σύνολα κόμβων είναι $\{1\}$ και $\{3, 4, 5\}$, όπως απεικονίζεται στο Σχήμα 4. Η σύγκλιση για τη συνολική κοινωνία ισχύει εάν και μόνο εάν συγκλίνει κάθε κλειστό και ισχυρά συνδεδεμένο σύνολο κόμβων, πράγμα που συμβαίνει εάν και μόνο εάν κάθε τέτοιο σετ είναι μη περιοδικό.

Θεώρημα 1. Η μήτρα T είναι συγκλίνουσα εάν και μόνο εάν κάθε σύνολο κόμβων που είναι ισχυρά συνδεδεμένο και κλειστό είναι μη περιοδικό.

Και πάλι, η επάρκεια της μη περιοδικότητας για τη σύγκλιση προκύπτει αρκετά εύκολα προσαρμόζοντας τα θεωρήματα των σταθερών κατανομών των αλυσίδων Markov. Η ανάγκη παρουσιάζεται με την παροχή ενός αλγορίθμου για την κατασκευή ενός μη συγκλίνοντος $p(0)$ κάθε φορά που υπάρχει μια ισχυρά συνδεδεμένη και κλειστή ομάδα έτσι ώστε όλοι οι κατευθυνόμενοι κύκλοι να έχουν έναν κοινό διαιρέτη μεγαλύτερο από ένα. Η απόδειξη παρέχεται στους Golub και Jackson, (2007).



Σχήμα 4. Κλειστά σετ κόμβων

2.2.3. Συναίνεση στις Πεποιθήσεις

Εκτός από το να είναι γνωστό αν συγκλίνουν ή όχι οι πεποιθήσεις, ενδιαφέρει επίσης να χαρακτηριστούν ποιες πεποιθήσεις συγκλίνουν όταν συγκλίνουν, ποιοι παράγοντες έχουν ουσιαστική επιρροή στην κοινωνία και πότε επιτυγχάνεται μια συναίνεση.

Πρώτα, μερικές απλές παρατηρήσεις. Πρώτον, είναι εύκολο ναδειχθεί ότι αν οι πεποιθήσεις συγκλίνουν, τότε μια ισχυρά συνδεδεμένη και κλειστή ομάδα παραγόντων θα φτάσει σε μια συναίνεση.

Λέγεται ότι μια ομάδα παραγόντων $C \subset \{1, \dots, n\}$ φτάνει μια συναίνεση κάτω υπό τον T για ένα αρχικό διάνυσμα πεποιθήσεων $p(0)$ αν $\lim_i p_i(t) = \lim_j p_j(t)$ για κάθε i και j στο C .

Πρόταση 1. Κάτω από τον T , κάθε ισχυρά συνδεδεμένη και κλειστή ομάδα ατόμων φτάνει σε μια συναίνεση για κάθε αρχικό φορέα πεποιθήσεων εάν και μόνο αν είναι μη περιοδική.

Απόδειξη της Πρότασης 1: Πρώτον, είναι γνωστό από τα προηγούμενα ότι μια τέτοια ομάδα θα έχει συγκλίνουσες πεποιθήσεις εάν και μόνο αν είναι μη περιοδική. Δεδομένου ότι δεν μπορεί να επιτευχθεί συναίνεση εάν οι πεποιθήσεις δεν συγκλίνουν, για να ολοκληρωθεί η απαίτηση αρκεί να αποδειχθεί ότι η μη περιοδικότητα μιας έντονα συνδεδεμένης και κλειστής ομάδας συνεπάγεται τη συναίνεση. Ας υποθεθεί λοιπόν ότι για κάποιο $p(0)$ η πεποίθηση των παραγόντων στο C συγκλίνει, αλλά σε κάποια p' τέτοιο ώστε $p'_i \neq p'_j$ για κάποια i και j στο C . Χωρίς απώλεια της γενικότητας, μπορούν να αγνοηθούν οι παράγοντες έξω του C , έτσι ώστε το C να είναι το πλήρες σύνολο των παραγόντων $\{1, \dots, n\}$ και να επαναπροσδιοριστούν οι παράγοντες έτσι ώστε το $p'_1 \geq p'_2 \geq \dots \geq p'_n$. Βρίσκεται το ελάχιστο i τέτοιο ώστε $p'_i > p'_{i+1}$. Δεδομένου ότι οι παράγοντες είναι ισχυρά συνδεδεμένοι, πρέπει κάποιος παράγοντας $k \leq i$ να έχει $T_{kh} > 0$ για κάποιο $h \geq i + 1$.

Η σύγκλιση συνεπάγεται ότι για κάθε ε , μπορούμε να βρούμε ένα αρκετά μεγάλο t' έτσι ώστε για όλα τα $t > t'$:

$$p_k(t) = \sum_j T_{kj} p_j(t-1) \leq \sum_j T_{kj} p'_j + \varepsilon \leq (1 - T_{kh}) p'_1 + T_{kh} p'_h + \varepsilon$$

Αλλά επειδή η δεξιά έκφραση είναι μικρότερη από p'_k για ένα αρκετά μικρό ε , προκύπτει μία αντίφαση.

Έτσι, έχουμε έναν πλήρη χαρακτηρισμό της συναίνεσης για τις έντονα συνδεδεμένες και κλειστές ομάδες, που είναι ότι επιτυγχάνουν συναίνεση όποτε συγκλίνουν. Η λογική είναι προφανής από την απόδειξη, η οποία βασικά είναι ότι ένα συγκεκριμένο άτομο δεν μπορεί να φτάσει σε ένα υψηλότερο όριο από κάθε γείτονά του, αφού η πεποίθησή του περιλαμβάνει έναν σταθμισμένο μέσο όρο αυτών των πεποιθήσεων.

Ας χωριστεί η κοινωνία σε στενά συνδεδεμένες και κλειστές ομάδες ατόμων και στη συνέχεια στα υπόλοιπα άτομα. Εάν υπάρχουν περισσότερες από μία στενά συνδεδεμένες και κλειστές ομάδες, τότε σαφώς η κοινωνία δεν θα καταλήξει πάντοτε σε μια συναίνεση εκτός από τις σπάνιες περιπτώσεις όπου οι αρχικές πεποιθήσεις είναι τέτοιες που οι ξεχωριστές κλειστές και έντονα συνδεδεμένες ομάδες φτάνουν στο ίδιο όριο. Για παράδειγμα, εάν μια κλειστή ομάδα αρχίζει με κοινές πεποιθήσεις στο 1 και μια ξεχωριστή κλειστή ομάδα αρχίζει με κοινές πεποιθήσεις στο 0, θα παραμείνουν για πάντα διαφορετικές. Έτσι, για να επιτευχθεί συναίνεση όταν οι αρχικές πεποιθήσεις δεν επιλέγονται κατ' εξαίρεση, πρέπει να υπάρχει ακριβώς μια κλειστή και έντονα συνδεδεμένη ομάδα στην κοινωνία. Ας σημειωθεί ότι είναι εύκολο να διαπιστωθεί ότι υπάρχει πάντα τουλάχιστον μία τέτοια ομάδα και ότι μια κοινωνία μπορεί να χωριστεί σε κάποιο αριθμό στενά συνδεδεμένων και κλειστών ομάδων και σε ένα υπόλοιπο σύνολο παραγόντων που έχουν τουλάχιστον μια κατευθυνόμενη διαδρομή προς έναν παράγοντα σε μια ισχυρή και συνδεδεμένη ομάδα.

Συμπέρασμα 1: Στο μοντέλο DeGroot επιτυγχάνεται συναίνεση εάν και μόνο εάν υπάρχει μία μόνο στενά συνδεδεμένη και κλειστή ομάδα παραγόντων και η T είναι μη περιοδική σε αυτή την ομάδα.

Αυτό οδηγεί επίσης σε έναν άλλο χαρακτηρισμό της συναίνεσης λόγω του Berger, (1981).

Συμπέρασμα 2: (Berger, 1981) Υπάρχει συναίνεση στο μοντέλο DeGroot εάν και μόνο εάν υπάρχει t τέτοιο ώστε κάποια στήλη του T^t να έχει όλες τις καταχωρήσεις θετικές.

Μπορεί να σκεφτεί κανείς μια καταχώρηση $[T^t]_{ij}$ ως παρακολούθηση του έμμεσου βάρους που ένας παράγοντας i τοποθετεί στον παράγοντα j , μέσω διαδρομών μήκους t . Έτσι, εάν κάποια στήλη του T^t έχει μόνο θετικές καταχωρήσεις, τότε κάθε παράγοντας βάζει κάποιο έμμεσο βάρος στον παράγοντα που αντιστοιχεί σε αυτή τη στήλη. Αυτό σημαίνει ότι όλοι οι παράγοντες πρέπει να έχουν μια έμμεση πορεία προς κάποιον παράγοντα, και έτσι πρέπει να υπάρχει ακριβώς μια ισχυρά συνδεδεμένη και κλειστή ομάδα παραγόντων. Μόλις μια στήλη είναι θετική, παραμένει έτσι, πράγμα που εγγυάται την μη περιοδικότητα.

2.2.4. Κανόνες συναίνεσης και μη σταθερής ενημέρωσης

Το συμπέρασμα για τη συναίνεση δεν βασίζεται στο ότι ο T είναι ένας σταθερός πίνακας. Διατηρείται σε μια ποικιλία μοντέλων όπου ο T ποικίλλει ανάλογα με το χρόνο ή με τις ίδιες τις πεποιθήσεις. Ακολουθούν μερικές γενικεύσεις του μοντέλου DeGroot, όπως η ενημέρωση που μπορεί να διαφέρει ανάλογα με το χρόνο και τις περιστάσεις.

Παράδειγμα 5. Χρονικά μεταβαλλόμενο βάρος σε δικές του πεποιθήσεις.

Οι DeMarzo, Vayanos και Zwiebel, (2003), εξετάζουν μια παραλλαγή στο μοντέλο DeGroot (που σχετίζεται με μια παραλλαγή στο μοντέλο DeGroot λόγω των Chatterjee και Seneta, (1977)) όπου ο κανόνας ενημέρωσης είναι:

$$p(t) = [(1 - \lambda_t)I + \lambda_t \hat{T}]p(t - 1)$$

όπου το I είναι ο μοναδιαίος πίνακας, $\lambda_t \in (0; 1)$ είναι ένας συντελεστής προσαρμογής και \hat{T} είναι στοχαστικός πίνακας. Αν το λ_t είναι σταθερό με την πάροδο του χρόνου, τότε αυτό αντιστοιχεί στο μοντέλο DeGroot, ενώ αλλιώς επιτρέπει την ενημέρωση να μεταβάλλεται με το χρόνο έτσι ώστε ένας παράγοντας να μπορεί να τοποθετήσει περισσότερο (ή λιγότερο) βάρος στην δική του πίστη με την πάροδο του χρόνου.

Παράδειγμα 6. Βάρος αποδίδεται μόνο σε όσους έχουν παρόμοιες πεποιθήσεις.

Το ακόλουθο μοντέλο του Krause (2002) επιτρέπει σε έναν παράγοντα να δίνει προσοχή μόνο σε άλλους παράγοντες των οποίων οι πεποιθήσεις δεν απέχουν πολύ από τη δική του. Έτσι, ο παράγοντας έχει κάποιο είδος δυσπιστίας για πληροφορίες που είναι πολύ διαφορετικές από τις δικές του. Εδώ,

$$T(p(t), t)_{ij} = \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{n_i(p(t))} \text{ αν } |p_i(t) - p_j(t)| < d \text{ και } n_i(p(t)) = \#\{k: |p_i(t) - p_k(t)| < d\} \\ 0 \text{ σε άλλη περίπτωση} \end{array} \right\}$$

Έτσι, ένας παράγοντας τοποθετεί ίσο βάρος σε όλες τις απόψεις που βρίσκονται μέσα σε κάποια απόσταση από την τρέχουσα άποψη του. Αυτό ουσιαστικά περιπλέκει τη διαδικασία, καθώς η ενημέρωση εξαρτάται από τις ιδιαιτερότητες των απόψεων και όχι απλώς από το χρόνο. Αυτό είναι επίσης στενά συνδεδεμένο με το μοντέλο των Deffuant et al., (2000), όπου κάθε φορά δύο παράγοντες είναι τυχαία ταιριασμένοι και στη συνέχεια επικαιροποιούν τις πεποιθήσεις τους μόνο αν οι πεποιθήσεις είναι αρκετά κοντά η μία στην άλλη.

Η επίτευξη συναίνεσης στις παραπάνω γενικεύσεις του μοντέλου DeGroot καλύπτεται από το ακόλουθο αποτέλεσμα του Lorenz, (2005).

Θεώρημα 2. Ας υποθεθεί ότι ο πίνακας $T(p(t), t)$ ικανοποιεί τις ακόλουθες συνθήκες:

- Υπάρχει $\delta > 0$ τέτοιο ώστε $T(p(t), t)_{ij} > 0$ αν και μόνο αν $T(p(t), t)_{ji} > \delta$, για όλα τα t , i , j και $p(t)$.
- $T(p(t), t)_{ii} > 0$ για όλα τα i , t , και $p(t)$.
- $T(p(t), t)_{ij} > 0$ αν και μόνο αν $T(p(t), t)_{ji} > 0$ για όλα τα t , i , j και $p(t)$.

Τότε, η κοινωνία μπορεί να χωριστεί σε ομάδες παραγόντων έτσι ώστε κάθε ομάδα παραγόντων να φτάσει σε μια συναίνεση, και κάθε δυο παράγοντες που βάζουν το βάρος ο ένας στον άλλο απείρως συχνά να βρίσκονται στην ίδια ομάδα.

Η απόδειξη λειτουργεί βάζοντας κάτω όριο στα βάρη που πρέπει να τοποθετούν οι παράγοντες σε οποιονδήποτε με τον οποίο επικοινωνούν με την πάροδο του χρόνου, και στη συνέχεια να τα συνδέει με τις αρχικές πεποιθήσεις και να καθιερώνει τη σύγκλιση. Αποτελεσματικά, με τα βάρη στα οποία μπαίνει κάτω φράγμα, η πεποίθηση δεν μπορεί να παραμείνει υπερβολικά πάνω ή κάτω από τις γειτονικές της πεποιθήσεις με την πάροδο του χρόνου, και επομένως η σύγκλιση προς μια συναίνεση εξακολουθεί να είναι εγγυημένη. Ο αναγνώστης παραπέμπεται στον Lorenz, (2005) για τις λεπτομέρειες. Οι υποθέσεις του κάθε παράγοντα που επικαιροποιούνται με βάση τις δικές του πεποιθήσεις ανά πάσα στιγμή, ή παραγόντων που δίνουν αμοιβαία προσοχή ο ένας στον άλλο, και έχουν χαμηλότερο όριο στην προσοχή (που στη συνέχεια θέτει επίσης ένα ανώτερο όριο στον αριθμό των παραγόντων που ένας παράγοντας μπορεί να δώσει προσοχή) είναι ισχυρότερες από ό, τι είναι απαραίτητο, αλλά απλοποιούν την ανάλυση και επιτρέπουν στο θεώρημα να καταγράφει αρκετά μη στατικές διαδικασίες ενημέρωσης σε μια τάξη που γενικεύει σημαντικά το βασικό μοντέλο DeGroot σε ορισμένες κατευθύνσεις. Η απαίτηση της προσοχής που καταβάλλεται συμμετρικά συνεπάγεται ότι όλοι οι συνδεδεμένοι με την πορεία πράκτορες είναι στενά συνδεδεμένοι, που είναι ένας τρόπος να διασφαλιστεί ότι οι πεποιθήσεις καταλήγουν σε μια γενική συναίνεση. Αν για παράδειγμα, αυτή η συνθήκη παραβιάζεται και υπάρχουν δύο ξεχωριστά συνδεδεμένες ομάδες και ένας πράκτορας που δίνει προσοχή και στις δύο αυτές ομάδες, τότε οι δύο ομάδες μπορεί να φτάσουν σε διαφορετικές συναίνεσεις και ο πράκτορας που δίνει προσοχή και στους δύο μπορεί να έχει ενδιάμεσο περιορισμό στην πεποίθησή του. Η παραδοχή ότι το $T_{ii} > 0$ δεν είναι πραγματικά απαραίτητη για το αποτέλεσμα, αλλά είναι ένας εύκολος τρόπος να διασφαλιστεί ότι η ρύθμιση είναι μη περιοδική, ανεξάρτητα από το πόσο το T ποικίλλει ανάλογα με το χρόνο και τις συνθήκες έτσι ώστε τα πράγματα να συγκλίνουν όμορφα. Η διαδικασία της φραγής των θετικών βαρών με κάποιο $\delta > 0$ δεν είναι απαραίτητη συνθήκη, αλλά απαιτείται κάποιο είδος φράγματος. Για να δειχθεί αυτό, εξετάζεται απλώς ένα παράδειγμα όπου δύο παράγοντες δίνουν προσοχή ο ένας στον άλλο, αλλά το βάρος που κάθε ένας τοποθετεί στην πίστη των άλλων πηγαίνει στο 0 με αρκετά υψηλό ρυθμό καθώς οι άλλες πεποιθήσεις πλησιάζουν και μετά οι πεποιθήσεις τους δεν συγκλίνουν ποτέ.

Είναι σαφές ότι το Θεώρημα 2 πρέπει να επιτρέπει σε διαφορετικά σύνολα παραγόντων να έχουν διαφορετικές περιοριστικές πεποιθήσεις, όπως στο μοντέλο Krause, δεν υπάρχει καθόλου ενημέρωση μεταξύ παραγόντων των οποίων οι πεποιθήσεις αρχίζουν σε απόσταση μεγαλύτερη από d . Για παράδειγμα, αν $d < 1/2$ είναι εύκολο να βρεθούν παραδείγματα σε αυτό το μοντέλο όπου θα υπάρχουν πολλαπλά περιοριστικά σύνολα πεποιθήσεων.

Το μοντέλο Krause έχει μια ασυνέχεια σε αυτό, καθώς ένας παράγοντας θα δώσει προσοχή σε μια πεποιθήση σε μια ορισμένη απόσταση, αλλά όχι σε μια άλλη που απέχει περισσότερο από ϵ μακριά. Αυτή η ασυνέχεια αποδεικνύεται σημαντική για να καθοριστεί εάν οι πεποιθήσεις διαφέρουν ή όχι σε διάφορες υποομάδες, για παράδειγμα, ας εξεταστεί η ακόλουθη συνεχή παραλλαγή του συγκεκριμένου μοντέλου.

Παράδειγμα 7. Συνεχής ενημέρωση με κοντινές πεποιθήσεις

Ας θεωρηθεί το ακόλουθο μοντέλο όπου οι παράγοντες τοποθετούν θετικό βάρος σε όλους τους άλλους αλλά τοποθετούν υψηλότερο βάρος σε γνώμες κοντά στις δικές τους:

$$T_{ij}(p(t), t) = \frac{e^{-\gamma_{ij}|p_i(t)-p_j(t)|}}{\sum_k e^{-\gamma_{ik}|p_i(t)-p_k(t)|}}$$

Όπου $\gamma_{ij} > 0$ για όλα τα i, j . Εδώ υπάρχει κάτω φράγμα στα βάρη και όλα είναι θετικά, έτσι η συναίνεση γίνεται σε όλους τους παράγοντες από κάθε αρχική πεποίθηση.

Η ακόλουθη γενίκευση του μοντέλου DeGroot δείχνει ότι είναι πιθανό να μην επιτευχθεί ποτέ η συναίνεση, ακόμη και όταν όλοι οι παράγοντες συνδέονται στενά, αν οι παράγοντες συνεχίσουν να κοιτάζουν πίσω στις αρχικές τους πεποιθήσεις στην ενημέρωσή τους.

Παράδειγμα 8. Χρονική μεταβολή του βάρους στις δικές του πεποιθήσεις.

Οι Friedkin και Johnsen, (1990), εξετάζουν ένα μοντέλο στο οποίο η ενημέρωση εμπλέκεται πάντα με κάποιο βάρος σε μια αρχική πεποίθηση ενός ατόμου. Έστω D ένας πίνακας $n \times n$ όπου οι καταχωρίσεις είναι θετικές μόνο κατά μήκος της διαγώνιας και $D_{ii} \in (0, 1)$ υποδεικνύει το βαθμό στον οποίο ο παράγοντας i δίνει προσοχή σε άλλους. Η εξέλιξη περιγράφεται από

$$p(t) = D\hat{T}p(t-1) + (I - D)p(0)$$

Εδώ, είναι εύκολο να δει κάποιος ότι δεν μπορεί ποτέ να επιτευχθεί συναίνεση. Για παράδειγμα, αρκεί να ορίσει $n = 2$, $D_{ii} = 1/2$ και $\hat{T}_{12} = 1 = \hat{T}_{21}$. Έπειτα ένας παράγοντας σταθμίζει πάντα την αρχική του πεποίθηση με την τελευταία πεποίθησή του άλλου παράγοντα ως εξής:

$$p(t) = \begin{pmatrix} 1/2 & 0 \\ 0 & 1/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p_1(t-1) \\ p_2(t-1) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1/2 & 0 \\ 0 & 1/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p_1(0) \\ p_2(0) \end{pmatrix}$$

Έτσι ώστε

$$p_i(t) = \frac{p_j(t-1)}{2} + \frac{p_1(0)}{2}$$

Αρχίζοντας τον παράγοντα 1 με την πεποίθηση 1 και τον παράγοντα 2 με την πεποίθηση 0, είναι εύκολο να ελεγχθεί ότι οι πεποιθήσεις συγκλίνουν στα $2/3$ για τον παράγοντα 1 και στο $1/3$ για τον παράγοντα 2.

Από αυτά που έχουν δειχθεί, υπάρχει ένα ευρύ φάσμα περιστάσεων όπου τελικά επιτυγχάνεται συναίνεση, υπό την προϋπόθεση ότι οι παράγοντες δεν επιλέγουν (ασυνεχώς) τους παράγοντες στους οποίους δίνουν προσοχή βάσει της συμφωνίας με τις τρέχουσες πεποιθήσεις τους, και εφόσον δεν το κάνουν προσκολλημένοι πάρα πολύ άμεσα στο παρελθόν. Αυτό εξακολουθεί να αφήνει ανοικτά σημαντικά ερωτήματα, καθώς συνεχίζει να ενδιαφέρει το ποιες πεποιθήσεις συγκλίνουν όταν συγκλίνουν και επίσης πόσο γρήγορα αλλάζουν οι πεποιθήσεις. Εάν η σύγκλιση λαμβάνει πολλές επαναλήψεις και η ενημέρωση είναι σπάνια, τότε η ενδεχόμενη σύγκλιση μπορεί να μην είναι τόσο σημαντική.

2.2.5. Κοινωνική επιρροή

Προκειμένου να διαπιστωθεί πώς κάθε παράγοντας στο κοινωνικό δίκτυο επηρεάζει την οριακή πεποίθηση, γίνεται ανασκόπηση στο μοντέλο DeGroot.

Αρχικά, ας σκεφτεί κάποιος μια κλειστή και έντονα συνδεδεμένη ομάδα παραγόντων, και για την ώρα ας είναι $\{1, \dots, n\}$. Ας υποθεθεί επίσης ότι η μήτρα T είναι μη περιοδική έτσι ώστε σύμφωνα με την Πρόταση 1 όλες οι πεποιθήσεις συγκλίνουν και επιτυγχάνεται συναίνεση. Έστω ότι το $p(0)$ είναι ένα αυθαίρετο διάνυσμα πεποιθήσεων εκκίνησης και το $p(\infty) = (p^\infty, \dots, p^\infty)$ είναι το διάνυσμα των οριακών πεποιθήσεων συναίνεσης. Για να παρακολουθηθεί η περιοριστική επίδραση που έχει κάθε παράγοντας, ας δούμε ένα διάνυσμα $s \in [0, 1]^n$, έτσι ώστε $\sum_i s_i = 1$ και

$$p^\infty = s \cdot p(0) = \sum_i s_i p_i(0)$$

Εάν υπάρχει τέτοιο s , τότε οι περιορισμοί των πεποιθήσεων θα είναι σταθμισμένοι μέσοι όροι των αρχικών πεποιθήσεων και τα σχετικά βάρη θα είναι οι επιρροές που έχουν οι διάφοροι παράγοντες για τις τελικές πεποιθήσεις.

Για να ληφθεί μια ιδέα για το από πού προέρχονται αυτά τα βάρη, ας υποθεθεί ότι υπάρχει ένα τέτοιο διάνυσμα επιρροής που παρακολουθεί την επιρροή κάθε παράγοντα ανεξάρτητα από τις αρχικές πεποιθήσεις. Τότε είτε γίνεται η εκκίνηση με το $p(0)$ ή με το $p(1) = Tp(0)$ λαμβάνεται το ίδιο όριο, που πρέπει να είναι $sp(1) = sp(0)$. Επομένως,

$$s \cdot (Tp(0)) = s \cdot p(0)$$

Καθώς ισχύει για κάθε $p(0)$ συνάγεται ότι

$$sT = s$$

Επομένως, το s είναι ένα αριστερό μοναδιαίο ιδιοδιάνυσμα του T . Στην περίπτωση όπου ο T είναι ισχυρά συνδεδεμένος, μη περιοδικός και ανά γραμμή στοχαστικός, υπάρχει ένα μοναδικό τέτοιο μοναδιαίο ιδιοδιάνυσμα (ιδιοδιάνυσμα με ιδιοτιμή 1) που έχει μη αρνητικές τιμές και στην πραγματικότητα έχει όλες τις τιμές του θετικές.

Πράγματι, υπάρχει επίσης ένας εύκολος τρόπος να υπολογιστεί αυτό το ιδιοδιάνυσμα, καθώς πρέπει να ισχύει ότι το $s \cdot p(0)$ οδηγεί στην ίδια πεποίθηση με οποιαδήποτε είσοδο του $p(\infty) = (p^\infty, \dots, p^\infty) = T^\infty p(0)$. Επομένως, πρέπει κάθε γραμμή του T^∞ να συγκλίνει στο s .

Παράδειγμα 9. Κοινωνική επιρροή στο παράδειγμα 2.

Δίνεται ο πίνακας ενημέρωσης που περιγράφεται από

$$T = \begin{pmatrix} 0 & 1/2 & 1/2 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

όπου

$$T^t \rightarrow \begin{pmatrix} 2/5 & 2/5 & 1/5 \\ 2/5 & 2/5 & 1/5 \\ 2/5 & 2/5 & 1/5 \end{pmatrix}$$

$Tos = (2/5, 2/5, 1/5)$ είναι ένα μοναδιαίο ιδιοδιάνυσμα του T , δηλαδή:
Μη γραμμικά μοντέλα διαμόρφωσης γνώμης σε κοινωνικά δίκτυα

$$sT = \begin{pmatrix} \frac{2}{5} & \frac{2}{5} & 1/5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{2}{5} & \frac{2}{5} & \frac{1}{5} \end{pmatrix} = s$$

Γενικά, ένας εύκολος τρόπος για τον υπολογισμό ή τουλάχιστον για την προσέγγιση του αριστερού ιδιοδιανύσματος ενός στοχαστικού πίνακα T είναι απλώς η επανάληψη στο T^t και η εύρεση των ορίων του. Μπορεί επίσης να λυθεί η εξίσωση $sT = s$ άμεσα σε περιπτώσεις όπου το n δεν είναι πολύ μεγάλο.

Αξίζει να σημειωθεί η σχέση ανάμεσα σε αυτό το μέτρο της κοινωνικής επιρροής και στα μέτρα συγκέντρωσης που βασίζονται σε ιδιοδιανύσματα. Πράγματι, αυτό το μοντέλο μπορεί να θεωρηθεί ότι παρέχει μια σαφή βάση για μερικά από τα βασικά βασισμένα σε ιδιοδιανύσματα μέτρα συγκέντρωσης και επιρροής.

Εάν υπάρχει μόνο μία κλειστή στενά συνδεδεμένη ομάδα, τότε η παραπάνω συλλογιστική λέει σε τι συγκλίνουν οι πεποιθήσεις της και τις σχετικές κοινωνικές επιρροές που έχει κάθε μέλος της. Οι υπόλοιποι παράγοντες πρέπει στη συνέχεια να έχουν κατευθυνόμενες διαδρομές που οδηγούν στην ισχυρά συνδεδεμένη ομάδα και πρέπει να φτάσουν στην ίδια αντίληψη ομοφωνίας (Πρόταση 1). Έτσι, αυτοί οι άλλοι παράγοντες καταλήγουν χωρίς κοινωνική επιρροή στην οριακή πεποίθηση και οι αρχικές τους πεποιθήσεις είναι τελείως άσχετες στον προσδιορισμό της οριακής πεποίθησης.

Στην περίπτωση που υπάρχουν πολλές κλειστές στενά συνδεδεμένες ομάδες, κάθε μία θα φτάσει στη δική της συναίνεση, με τα δικά της βάρη της κοινωνικής επιρροής της, και στη συνέχεια οι υπόλοιποι παράγοντες που συνδέονται με τις έντονα συνδεδεμένες ομάδες θα καταλήξουν με κάποιο σταθμισμένο μέσο όρο των οριακών πεποιθήσεων των ισχυρά συνδεδεμένων ομάδων. Αυτό αποδεικνύεται από τους DeMarzo, Vayanos και Zwiebel, (2003), και αναφέρεται ως εξής.

Με δεδομένο το T , ας είναι M η συλλογή των κλειστών και έντονα συνδεδεμένων ομάδων παραγόντων, και ας είναι $M = \cup_{B \in M} B$.

Θεώρημα 3. [DeMarzo, Vayanos, και Zwiebel, (2003)] Δεδομένου του T , χωρίζεται το σετ των παραγόντων σε κλειστές και έντονα συνδεδεμένες ομάδες B_1, \dots, B_k και ας είναι το R που δηλώνει τους υπόλοιπους παράγοντες που δεν βρίσκονται σε καμία κλειστή και έντονα συνδεδεμένη ομάδα. Μια στοχαστική μήτρα T είναι συγκλίνουσα αν και μόνο αν υπάρχει ένα μη αρνητικό διάνυσμα σειράς $s \in \mathbb{R}^n$ έτσι ώστε

- $\sum_{i \in B_k} s_i = 1$ για κάθε κλειστό και ισχυρά συνδεδεμένο γκρουπ παραγόντων B_k
- $s_i > 0$ αν το i είναι σε ένα κλειστό και ισχυρά συνδεδεμένο γκρουπ και $s_i = 0$ αλλιώς,
- s_{B_k} είναι το αριστερό θετικό ιδιοδιάνυσμα του T περιορισμένου στο B_k ,
- Για κάθε διάνυσμα p και B_k , $(\lim_{t \rightarrow \infty} T^t p)_{B_k} = s_{B_k} p_{B_k}$

Και για κάθε παράγοντα $j \in R$ που δεν είναι σε ένα κλειστό ισχυρά συνδεδεμένο γκρουπ υπάρχει ένα $w_{B_k}^j > 0$ για κάθε B_k τέτοιο ώστε

$$(\lim_{t \rightarrow \infty} T^t p)_j = \sum_k w_{B_k}^j s_{B_k} p_{B_k}$$

Το Θεώρημα 3 δηλώνει ότι (με την προϋπόθεση ότι μια κοινωνία συγκλίνει) κάθε κλειστό και ισχυρά συνδεδεμένο σύνολο κόμβων συγκλίνει σε μια ομοφωνία πεποίθησης που καθορίζεται από το διάνυσμα κοινωνικής επιρροής για αυτήν την ομάδα επί τις αρχικές πεποιθήσεις του συνόλου. Οι παράγοντες έξω από τα κλειστά και έντονα συνδεδεμένα σύνολα στη συνέχεια συγκλίνουν σε κάποιο σταθμισμένο μέσο όρο των οριακών πεποιθήσεων των κλειστών και έντονα συνδεδεμένων ομάδων. Αυτό απεικονίζεται στο πλαίσιο του Παραδείγματος 4

Παράδειγμα 10. Κοινωνική επιρροή στο Παράδειγμα 4.

Δεδομένης της ενημέρωσης στην κοινωνία των έξι ατόμων από το Παράδειγμα 4 μπορούμε να προσδιορίσουμε τα βάρη κοινωνικής επιρροής και άλλα βάρη ως εξής. Πρώτον, είναι σαφές ότι ο παράγοντας 1 θα επιμείνει στις αρχικές πεποιθήσεις του και έτσι $s_1 = 1$. Στη συνέχεια, το μόνο άλλο κλειστό και ισχυρά συνδεδεμένο σύνολο παραγόντων είναι το $\{3, 4, 5\}$. Αυτοί οι παράγοντες δίνουν προσοχή μόνο στην ενημέρωση και θα καταλήξουν σε συναίνεση σαν να ήταν μια απομονωμένη κοινωνία.

Αν εξετάσουμε το αριστερό ιδιοδιάνυσμα του πίνακα T που περιορίζεται στους τρεις αυτούς παράγοντες, το περιορισμένο T είναι

$$T_{\{3,4,5\}} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1/4 & 0 & 3/4 \end{pmatrix}$$

Και έχει το μοναδιαίο ιδιοδιάνυσμα $(2/7, 1/7, 4/7)$, και έτσι αυτές είναι οι αντίστοιχες καταχωρήσεις του διάνυσματος s . Έτσι, αυτοί οι τρεις παράγοντες θα συγκλίνουν στην πεποίθηση $\frac{2}{7}p_3(\infty) + \frac{1}{7}p_4(\infty) + \frac{4}{7}p_5(\infty)$, και το ολικό διάνυσμα επιρροής είναι

$$s = (1, 0, 2/7, 1/7, 4/7, 0)$$

Σημειώνεται ότι το εν λόγω διάνυσμα αθροίζει στο 2, τον αριθμό των κλειστών στενά συνδεδεμένων ομάδων και κάθε ομάδα συγκλίνει στη δική της συναίνεση. Όσο για τους υπόλοιπους παράγοντες, ο 6 μόνο δίνει προσοχή στους 6 και 4. Δεδομένου ότι ο 4 τελικά συγκλίνει, η πεποίθηση του 6 θα συγκλίνει στην πεποίθηση του 4 ανεξάρτητα από την αρχική πεποίθηση του 6. Επομένως, ο 6 έχει βάρος 1 στο $\{3, 4, 5\}$, και έτσι $w_{\{1\}}^6 = 0$ ενώ $w_{\{3, 4, 5\}}^6 = 1$. Στη συνέχεια, ως θεωρηθεί η οριακή πεποίθηση του παράγοντα 2. Ο παράγοντας 2 δίνει την ίδια προσοχή στους 1, 2, 5 και 6. Καθώς οι πεποιθήσεις των 1, 5 και 6 συγκλίνουν σε διάφορα όρια, η αρχική πεποίθηση του 2 δεν θα έχει σημασία. Δεδομένου ότι ο 6 θα συγκλίνει στην ίδια πεποίθηση με τον 5, τότε ουσιαστικά ο 2 έχει διπλάσιο βάρος στην οριακή πεποίθηση του 5 ($2/4$) σε σύγκριση με εκείνη του 1 ($1/4$). Μπορεί επίσης να το δει κάποιος αυτό επισημαίνοντας ότι οι οριακές πεποιθήσεις του 2 πρέπει να ικανοποιούν τα εξής:

$$p_2(\infty) = \frac{1}{4}p_1(\infty) + \frac{1}{4}p_2(\infty) + \frac{1}{4}p_5(\infty) + \frac{1}{4}p_6(\infty)$$

Και έτσι λαμβάνοντας ότι $p_6(\infty) = p_5(\infty)$ λαμβάνουμε ότι

$$\frac{3}{4}p_2(\infty) = \frac{1}{4}p_1(\infty) + \frac{1}{2}p_5(\infty)$$

ή

$$p_2(\infty) = \frac{1}{3}p_1(\infty) + \frac{2}{3}p_5(\infty)$$

Έτσι $w_{\{1\}}^2 = 1/3$ και $w_{\{3, 4, 5\}}^2 = 2/3$, και έτσι οι οριακές πεποιθήσεις του 2 αποκτώνται δίνοντας βάρος $1/3$ στις πεποιθήσεις του 1 και $2/3$ στο όριο συναίνεσης των παραγόντων 3, 4 και 5.

Αυτοί οι τελευταίοι υπολογισμοί παρέχουν μια γενική προσέγγιση για την επίλυση του w . Είναι γνωστό ότι για κάθε παράγοντα i που δεν είναι σε ένα κλειστό και έντονα συνδεδεμένο

γκρουπ, οι οριακές πεπτοιθήσεις του i θα πρέπει να ικανοποιούν την ακόλουθη εξίσωση για να συγκλίνουν:

$$p_i(\infty) = T_{ii}p_i(\infty) + \sum T_{iB_k}p_{B_k}(\infty) + \sum_{j \in R, j \neq i} T_{ij} \sum_k w_k^j p_{B_k}(\infty)$$

Για κάθε οριακές πεπτοιθήσεις $p_{B_k}(\infty)$ του κλειστού ισχυρά συνδεδεμένου γγκρουπ B_k , όπου $T_{iB_k} = \sum_{l \in B_k} T_{il}$. Αυτό εννοεί ότι

$$w_{B_k}^i = \frac{T_{iB_k} + \sum_{j \in R, j \neq i} T_{ij} w_k^j}{1 - T_{ii}}$$

Αυτό είναι γενικά ένα σύνολο εξισώσεων που λύνεται εύκολα. Όσον αφορά την επιρροή, μπορούμε να συναγάγουμε κάποιες γενικές ιδέες. Σημειώστε ότι καθώς το s αντιστοιχεί σε ένα αριστερά μοναδιαίο ιδιοδιάνυσμα του T , ισχύει ότι

$$s_j = \sum_i T_{ij} s_i$$

για όλα τα j . Αυτό σημαίνει ότι ένας παράγοντας αποκτά επιρροή όταν ακούγεται από τους ανθρώπους που επηρεάζουν τον εαυτό τους.

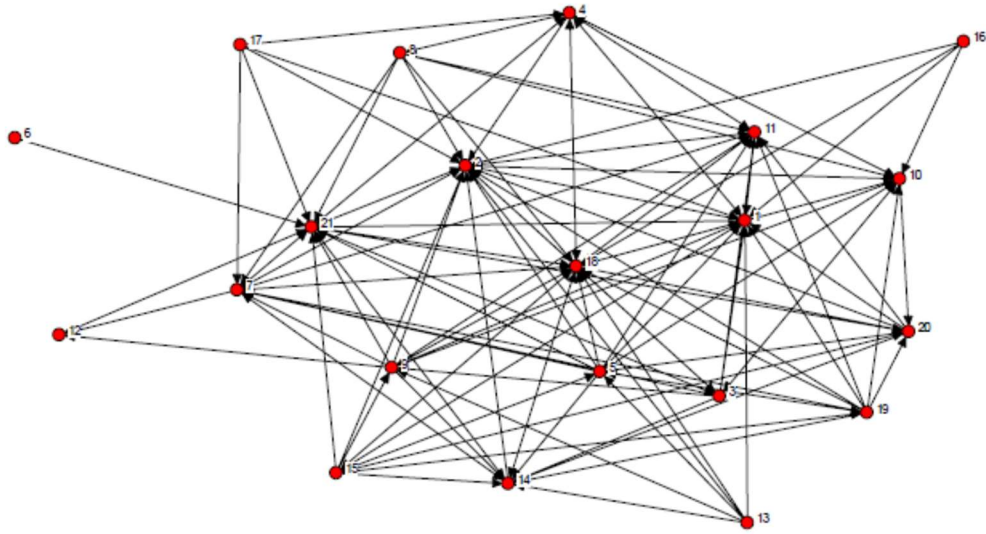
Από αυτή την παρατήρηση μπορούν να αντληθούν μερικά εύκολα συμπεράσματα σχετικά με την κοινωνική επιρροή. Αν ένας παράγοντας, έστω ο j , λαμβάνει συστηματικά περισσότερο βάρος από έναν άλλο, π.χ τον k , έτσι ώστε $T_{ij} \geq T_{ik}$ για όλους τους i , τότε ο j θα έχει μεγαλύτερη επιρροή από τον k . Αυτό δίνει μια προφανή και φυσική αντίληψη των καθοδηγητών της κοινής γνώμης - είναι απλώς άτομα που κυριαρχούν στους άλλους στα βάρη που τους έχουν ανατεθεί στη διαδικασία επικοινωνίας και ενημέρωσης. Είναι επίσης εύκολο να διαπιστωθεί ότι εάν δύο άτομα λαμβάνουν παρόμοια βάρη, τότε εκείνος που παίρνει βάρος από παράγοντες που με τη σειρά τους έχουν μεγαλύτερη κοινωνική επιρροή θα έχει μεγαλύτερη επιρροή.

Υπάρχουν επίσης μερικές περιπτώσεις αναφοράς που μπορούν να ληφθούν υπόψη: Αν η κοινωνία είναι αμοιβαία, έτσι ώστε $T_{ij} = T_{ji}$ για όλους τους i και j , τότε όλοι οι παράγοντες θα έχουν το ίδιο βάρος, ανεξάρτητα από την πραγματική κατανομή των βαρών. Αυτό προκύπτει από το αποτέλεσμα ότι εάν $\sum_i T_{ij} = 1$ για όλους τους j , τότε κάθε παράγοντας έχει την ίδια επιρροή.

Για να ληφθεί μια αίσθηση για το πώς εξαρτάται το διάνυσμα κοινωνικής επιρροής από την κοινωνική δομή, ας εξετασθεί μια συγκεκριμένη εφαρμογή.

Παράδειγμα 11. Μια εφαρμογή: Επίδραση στο δίκτυο συμβουλών Krackhardt

Ο Krackhardt, (1987), συγκέντρωσε στοιχεία σχετικά με μια μικρή επιχείρηση κατασκευής στη δυτική ακτή των Ηνωμένων Πολιτειών. Η επιχείρηση είχε περίπου 100 υπαλλήλους και 21 διευθυντές. Ο Krackhardt συγκέντρωσε πληροφορίες από τους διαχειριστές σχετικά με το ποιος ζήτησε συμβουλές από ποιον. Το προκύπτον κατευθυνόμενο δίκτυο απεικονίζεται στο Σχήμα 5.



Σχήμα 5. Δίκτυο συμβουλών μεταξύ των manager από τον Krackhardt

Βάσει αυτών των δεδομένων, μπορούμε να αναπτύξουμε μια μήτρα T κανονικοποιώντας κάθε γραμμή της μήτρας συμβουλών ώστε να έχει άθροισμα τη μονάδα, έτσι ώστε να δίνει μια ιδέα για το πώς ένας συγκεκριμένος παράγοντας σταθμίζει άλλες απόψεις για να σχηματίσει τη δική του. Έτσι, εάν ο i αναζητά συμβουλές από επτά διαφορετικούς πράκτορες, συμπεριλαμβανομένου του παράγοντα j , τότε $T_{ij} = 1/7$. Αυτό μπορεί να μην αντιστοιχεί στα πραγματικά βάρη που τοποθετούν οι διάφοροι παράγοντες, αλλά τα δεδομένα δεν περιέχουν σταθμισμένες πληροφορίες. Αυτό επίσης δεν περιέχει καμία αυτό-στάθμιση (self-weighting). Αυτό θα μπορούσε να προστεθεί, αλλά και πάλι τα δεδομένα δεν παρέχουν καμία άμεση εικόνα για το κατά πόσο οι παράγοντες αυτο-σταθμίζονται.

Λαμβάνοντας υπόψη αυτή τη μήτρα T μπορούμε στη συνέχεια να υπολογίσουμε το αριστερά μοναδιαίο ιδιοδιάνυσμα. Τα προκύπτοντα βάρη επιρροής s αναφέρονται στον Πίνακα 1.

label	s	level	dept.	age	tenure
1	0.048	3	4	33	9.3
2	0.132	2	4	42	19.6
3	0.039	3	2	40	12.8
4	0.052	3	4	33	7.5
5	0.002	3	2	32	3.3
6	0.000	3	1	59	28
7	0.143	1	0	55	30
8	0.007	3	1	34	11.3
9	0.015	3	2	62	5.4
10	0.024	3	3	37	9.3
11	0.053	3	3	46	27
12	0.051	3	1	34	8.9
13	0.000	3	2	48	0.3
14	0.071	2	2	43	10.4
15	0.015	3	2	40	8.4
16	0.000	3	4	27	4.7
17	0.000	3	1	30	12.4
18	0.106	2	3	33	9.1
19	0.002	3	2	32	4.8
20	0.041	3	2	38	11.7
21	0.201	2	1	36	12.5

Πίνακας 1. Επιρροή στο δίκτυο συμβουλών μεταξύ managers του Krackhardt

Υπάρχουν μερικά ενδιαφέροντα μοτίβα που μας βοηθούν να δώσουμε μια εικόνα σχετικά με τα βάρη επιρροής. Αρχικά, υπάρχουν τέσσερις παράγοντες οι (6, 13, 16, 17) από τους οποίους δεν ζητούν συμβουλές οι άλλοι παράγοντες. Καθένας από αυτούς τους παράγοντες είναι στη συνέχεια έξω από την ενιαία κλειστή έντονα συνδεδεμένη ομάδα εδώ, η οποία περιέχει όλους τους άλλους παράγοντες. Στη συνέχεια, φαίνεται ότι η επιρροή μπορεί να είναι πολύ διαφορετική από την αδιαφορία. Για παράδειγμα, ο παράγοντας 21 έχει την υψηλότερη επιρροή, ακόμη και αν αυτός είναι ο σύμβουλος οκτώ άλλων παραγόντων, ενώ ο παράγοντας 18 συμβουλεύει δώδεκα άλλους παράγοντες. Αυτό συμβαίνει για δύο τουλάχιστον λόγους.

Πρώτον, η επιρροή είναι υψηλότερη όταν ένας παράγοντας λαμβάνεται υπόψη από άλλους παράγοντες οι οποίοι με τη σειρά τους λαμβάνονται υπόψη από περισσότερους, και δεύτερον, κάποιος παίρνει μεγαλύτερη επιρροή όταν συμβουλεύει παράγοντες που ζητούν συμβουλές από σχετικά λιγότερους παράγοντες. Για παράδειγμα, ο παράγοντας 7 (ο επικεφαλής της επιχείρησης) έχει σημαντική επιρροή, παρότι αυτός ή αυτή συμβουλεύει μόνο έξι διευθυντές.

Αυτό που είναι ζωτικής σημασίας για αυτό είναι ότι ο παράγοντας 7 συμβουλεύει τους 2, 18 και 21, οι οποίοι όλοι έχουν ουσιαστική επιρροή οι ίδιοι (και βρίσκονται στο δεύτερο επίπεδο της ιεραρχίας στην επιχείρηση).

Όπως αναφέρθηκε παραπάνω, η κοινωνική επιρροή, όπως ορίζεται στο πλαίσιο του μοντέλου DeGroot, παρέχει θεμέλια για τα κεντρικά μέτρα που βασίζονται σε ιδιοδιανύσματα. Παρέχει επίσης μια βάση για την κατανόηση άλλων σχετικών συστημάτων. Συγκεκριμένα, η δομή του "PageRank" συστήματος της Google είναι ανάλογη με τους φορείς επιρροής, όπου η μήτρα T προέρχεται από την κανονικοποίηση της κατευθυνόμενης μήτρας των συνδέσεων μεταξύ των ιστοσελίδων (έτσι ώστε $T_{ij} = 1/d_i$ εάν η σελίδα i έχει ένα σύνδεσμο στη σελίδα j , και d_i είναι ο αριθμός των κατευθυνόμενων (προς τα έξω) συνδέσεων που η σελίδα i έχει σε άλλες σελίδες).

Κεφάλαιο 3: Βιβλιογραφική Ανασκόπηση Μη Γραμμικών Μοντέλων

Τα μοντέλα κοινωνικής δυναμικής μπορούν να ταξινομηθούν ως μοντέλα πρώτης τάξης και μοντέλα δεύτερης τάξης. Σε μοντέλα πρώτης τάξης, γίνεται αναφορά στις μεταβλητές ενδιαφέροντος ως απόψεις, παρόλο που τέτοια μοντέλα μπορούν να περιγράψουν ένα ευρύ φάσμα χαρακτηριστικών όπως θέσεις, μερίδια αγοράς ή πλούτο. Η γνώμη κάθε παράγοντα επηρεάζεται από τις απόψεις των γειτονικών παραγόντων στο χώρο κατάστασης. Από την άλλη πλευρά, σε μοντέλα δεύτερης τάξης, οι μεταβλητές ενδιαφέροντος είναι οι ταχύτητες που λαμβάνονται ως παράγωγα χρόνου των θέσεων. Η ταχύτητα κάθε παράγοντα επηρεάζεται από τις ταχύτητες των παραγόντων των οποίων οι θέσεις είναι κοντά στον χώρο κατάστασης.

Τα μοντέλα πρώτης τάξης (ή η δυναμική της γνώμης) μπορούν να δημιουργήσουν μοτίβα όπως η συναίνεση (δηλ. Η συμφωνία όλων των μερών), η πόλωση (δηλ. Η διαφωνία μεταξύ δύο αντίθετων μερών) ή η ομαδοποίηση (δηλαδή η ανάλυση των απόψεων σε πολλά υποσύνολα).

Μια πρώτη διατύπωση της δυναμικής της γνώμης μπορεί να αναχθεί στην έρευνα της Γαλλίας για την κοινωνική επιρροή, (French, 1956), ακολουθούμενη από έργα των Hagary, (1959), De Groot, (1974), και Lehrer, (1975), όλα εστιάζοντας σε γραμμικά μοντέλα. Πιο πρόσφατα, τα μη γραμμικά μοντέλα εισήχθησαν και αναλύθηκαν από τους Krause, (2000), Dittmer, (2000), Hegselmann και Flache, (1998).

Τα μοντέλα δεύτερης τάξης εφαρμόζονται συνήθως σε ομάδες ζώων για να μελετήσουν τη συντονισμένη συλλογική συμπεριφορά (όπως γίνεται από τους Couzin et al., (2002)), για παράδειγμα στα ψάρια (Huth & Wissel, (1992)) ή τα πτηνά (Cucker & Smale, (2007)). Ορισμένα μοντέλα έχουν σχεδιαστεί έτσι ώστε να περιλαμβάνουν απλούς κανόνες αλληλεπίδρασης όπως έλξη, απόσπαση μικρής απόστασης και μιμητικό προσανατολισμό ή ευθυγράμμιση. Η συμφωνία όλων των παραγόντων στη μεταβλητή ταχύτητας αναφέρεται ως ευθυγράμμιση ή συρρίκνωση.

Το δίκτυο αλληλεπίδρασης διαδραματίζει κρίσιμο ρόλο στην εμφάνιση καθολικών προτύπων. Ανάλογα με το δίκτυο, τα μοντέλα σχηματισμού γνώμης μπορεί να οδηγήσουν σε συναίνεση μεταξύ όλων των απόψεων ή στο σχηματισμό ξεχωριστών ομάδων. Η δυναμική του συστήματος και η δυναμική του δικτύου μπορεί να συνδυαστούν. Για παράδειγμα, τα μοντέλα περιορισμένης εμπιστοσύνης επιτρέπουν στους παράγοντες να αλληλεπιδρούν μόνο αν βρίσκονται μέσα σε μια ορισμένη ακτίνα μεταξύ τους στο χώρο κατάστασης, όπως προτείνεται από τους Hegselmann και Krause, (2002). Από την άλλη πλευρά, αποδείχθηκε ότι η ετεροφυής δυναμική ενισχύει τη συναίνεση σύμφωνα με τους Motsch και Tadmor, (2014). Μια άλλη διάκριση μπορεί να γίνει μεταξύ μετρικών και τοπολογικών αλληλεπιδράσεων. Ένα δίκτυο που βασίζεται σε μετρικές αλληλεπιδράσεις συνδέει τους παράγοντες με βάση την απόσταση τους στο χώρο της κατάστασης, ενώ ένα βασισμένο σε τοπολογικές αλληλεπιδράσεις συνδέει έναν παράγοντα με άλλον, αν είναι μεταξύ των πλησιέστερων κ γειτόνων του, γεγονός που μπορεί να οδηγήσει σε ασύμμετρες σχέσεις και ενδιαφέροντα πρότυπα. Επιπλέον, ένα δίκτυο μπορεί να είναι σταθερό σε χρόνο ή εξαρτώμενο από το χρόνο.

Ο χώρος κατάστασης είναι ένας άλλος παράγοντας που επηρεάζει σε μεγάλο βαθμό τη δυναμική. Οι περισσότερες μελέτες έχουν εξετάσει τη δυναμική στους Ευκλείδειους χώρους (συνήθως 1-διαστάσεων για μοντέλα γνώμης και 2 ή 3-διαστάσεων για ομάδες ζώων). Μπορεί κάποιος επίσης να μελετήσει την ίδια δυναμική σε γενικούς τόπους Riemann. Για παράδειγμα, ένα μη γραμμικό μοντέλο σχηματισμού γνώμης στη σφαίρα μελετήθηκε από τους Caronigro, Lai και Piccoli (2015), με μια πλούσια δομή που οδηγεί σε ασυνήθιστες ισορροπίες. Αυτά τα μοντέλα βασίζονται στην προβολή της γραμμικής δυναμικής στον περιβάλλοντα χώρο πάνω στον επαπτόμενο χώρο του τόπου.

3.1. Το μοντέλο Hegselmann-Krause

Το μοντέλο Hegselmann-Krause, (2002), (HK) είναι ένα κλασικό παράδειγμα ενός μοντέλου σχηματισμού μη γραμμικής γνώμης πρώτης τάξης. Σχεδιάστηκε στο πλαίσιο της δυναμικής της γνώμης και καταγράφει γνωστά φαινόμενα όπως το σχηματισμό συναίνεσης και την εμφάνιση της ομαδοποίησης. Οι παράγοντες τροποποιούν τη δική τους γνώμη σε σχέση με μέσες γειτονικές απόψεις ως εξής:

Μη γραμμικά μοντέλα διαμόρφωσης γνώμης σε κοινωνικά δίκτυα

$$\dot{x}_i = \frac{1}{\text{card}(\mathcal{N}_i)} \sum_{j \in \mathcal{N}_i} (x_j - x_i) \text{ για όλα τα } i \in \{1, \dots, N\}, x_i \in \mathbb{R}^d$$

όπου

$$\mathcal{N}_i = \{j: \|x_i - x_j\| \leq r\}, r > 0,$$

είναι το σύνολο των παραγόντων που αλληλεπιδρούν με τον παράγοντα i . Η ακτίνα r μπορεί να ερμηνευτεί ως το επίπεδο εμπιστοσύνης. Αυτό το μοντέλο καταγράφει το γεγονός ότι ένα άτομο τείνει να εμπιστευτεί μόνο τις απόψεις που δεν διαφέρουν από τις δικές του περισσότερο από r . Δεδομένου ότι η περιοχή αλληλεπίδρασης περιορίζεται, το μοντέλο ΗΚ ονομάζεται επίσης φραγμένο μοντέλο εμπιστοσύνης. Ανάλογα με το μέγεθος των περιοχών αλληλεπίδρασης και την πυκνότητα των παραγόντων στην περιοχή, παρατηρούνται διαφορετικά φαινόμενα. Εάν η αλληλεπίδραση είναι αρκετά ισχυρή (δηλαδή το r είναι αρκετά μεγάλο), οι παράγοντες μπορούν να φθάσουν στη συναίνεση, δηλαδή σύγκλιση σε μια ενιαία γνώμη. Εάν οι περιοχές αλληλεπίδρασης είναι πολύ περιορισμένες, κάποιος παρατηρεί τη συσσωμάτωση γύρω από διαφορετικές απόψεις. Έχει αναπτυχθεί μια ευρεία ποικιλία μοντέλων μεταβάλλοντας την περιοχή εμπιστοσύνης \mathcal{N}_i . Οι Hegselmann και Krause, (2002), έχουν εξετάσει, για παράδειγμα, την (μονοδιάστατη) ασύμμετρη εμπιστοσύνη:

$$\mathcal{N}_i = \{j: -r_l \leq x_i - x_j \leq r_r\}, r_l > 0, r_r > 0.$$

Πρόσφατα, οι Motsch και Tadmor, (2014), έχουν αναλύσει μοντέλα με δύναμη αλληλεπίδρασης που αυξάνει με την απόσταση μεταξύ των παραγόντων, δείχνοντας ότι αυτή η επανομαζόμενη ετεροφυλόφιλη δυναμική ενισχύει τη συναίνεση. Οι Jabin και Motsch, (2014), έχουν μελετήσει ένα ελαφρώς διαφορετικό μοντέλο σχηματισμού γνώμης, το οποίο μπορεί να γραφτεί ως:

$$\dot{x}_i = \frac{\sum_j \varphi_{ij}(x_j - x_i)}{\sum_j \varphi_{ij}}, i \in \{1, \dots, N\}, x_i \in \mathbb{R}^d$$

όπου φ είναι η συνάρτηση επιρροής και ορίζουμε

$$\varphi_{ij} := \varphi(\|x_i - x_j\|^2)$$

Μπορεί κανείς να αποδείξει ότι υπό τις κατάλληλες συνθήκες σχετικά με τη συνάρτηση επιρροής, το σύστημα οδηγεί σε ομαδοποίηση. Για παράδειγμα, εάν

- $\varphi \in L^\infty(\mathbb{R}^d)$ με συνεχή υποστήριξη στο $[0, 1]$
- για κάθε $\varepsilon > 0$, $\varphi \in W^{l, \infty}([0, 1 - \varepsilon])$ και η φ είναι αυστηρά θετική στο $[0, 1 - \varepsilon]$
- $|\varphi'(r)|^2 \leq C\varphi(r)$ για όλα τα $r \in [0, 1]$

τότε υπάρχει ένα σύνολο κέντρων συμπλέγματος $\{\bar{x}_i\}$ έτσι ώστε για όλα τα i , $x_i(t) \rightarrow_{t \rightarrow \infty} \bar{x}_i$, και για οποιοδήποτε i, j , είτε $\bar{x}_i = \bar{x}_j$ είτε $|\bar{x}_i - \bar{x}_j| \geq 1$. Σε μία διάσταση, μπορεί να χαρακτηριστεί ακόμη και ο ρυθμός σύγκλισης προς τα συμπλέγματα με τον ακόλουθο τρόπο. Υποτίθεται ότι $d = 1$ και $\varphi \in W^{l, \infty}([0, 1])$ με $\inf_{[0, 1]} \varphi > 0$. Στη συνέχεια για κάθε παράγοντα i υπάρχει \bar{x}_i ανάλογα με τις αρχικές θέσεις όλων των παραγόντων τέτοιο ώστε, $|x_i(t) - \bar{x}_i| \leq C e^{-\lambda(t-t_0)}$ για όλα τα $t \geq t_0$, όπου οι σταθερές C και λ καθορίζονται a priori από τον συνολικό αριθμό των παραγόντων N και από τη συνάρτηση επιρροής φ και ο χρόνος t_0 εξαρτάται από τα N , φ και τη διάμετρο του αρχικού υποστηρίγματος, (Jabin & Motsch, 2014).

3.2. Το μοντέλο Hagselmann-Krause με ηγεσία

Στην εργασία τους οι Wongkaew et al., (2015), εστιάζουν στο μοντέλο Hagselmann-Krause (HK) όπου η εξέλιξη της γνώμης εξαρτάται από τις αλληλεπιδράσεις μεταξύ των παραγόντων που λαμβάνουν χώρα στον φραγμένο τομέα της εμπιστοσύνης. Σκοπός των Wongkaew et al., (2015), είναι να ερευνήσουν στρατηγικές έλεγχου για παραλλαγές αυτού του μοντέλου που είναι "μη επεμβατικές", υπό την έννοια ότι η συνάρτηση ελέγχου δεν εφαρμόζεται άμεσα στη γνώμη του παράγοντα αλλά έμμεσα μέσω της αλληλεπίδρασης ενός ηγετικού ελεγκτή. Το κίνητρο για την προσέγγισή των Wongkaew et al., (2015), είναι διπλό. Πρώτον, είναι πιο κοντά στις πραγματικές κοινωνικές συμπεριφορές, όπως για παράδειγμα στην πολιτική. Δεύτερον, μπορεί να εφαρμοστεί εύκολα μόλις υπάρχει ηγετική θέση. Η εργασία των Bellomo & Soler, (2012), δίνει αποτελέσματα σε συστήματα πολλαπλών παραγόντων με ηγεσία.

Η συνεισφορά της εργασίας των Wongkaew et al., (2015), στη μαθηματική έρευνα των συστημάτων σχηματισμού γνώμης επικεντρώνεται σε ένα μοντέλο HK με ηγεσία όπου η συνάρτηση ελέγχου εφαρμόζεται στην δυναμική των ηγετών. Αναπτύσσεται ένας έλεγχος ανάδρασης για να επιτευχθεί η καθολική συναίνεση και στη συνέχεια να συζητιέται η τοπική δυνατότητα ελέγχου. Επιπλέον, εξετάζονται τα βέλτιστα προβλήματα ελέγχου που διέπονται από το μοντέλο HK με ηγεσία. Στην τελευταία περίπτωση, επεκτείνονται τα αποτελέσματα προηγούμενων εργασιών για τον πρότυπο έλεγχο πρόβλεψης μέσω της ηγεσίας ενός συστήματος συρρίκνωσης. Στην εργασία των Wongkaew et al., (2015), η ανάλυση ολοκληρώνεται συγκρίνοντας την αποτελεσματικότητα του ελέγχου.

Θεωρείται ο έλεγχος του μοντέλου σχηματισμού γνώμης HK με ηγεσία. Το σύστημα των N αλληλεπιδρώντων παραγόντων με έναν ηγέτη με απόψεις στο \mathbb{R}^d δίνεται από

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_0(t) = u(t) \\ \dot{x}_i(t) = \sum_{j=1}^N a_{ij} (x_j(t) - x_i(t)) + c_i(x_0(t) - x_i(t)), \text{ για } i = 1, \dots, N \end{array} \right\} \quad (1)$$

με δεδομένες αρχικές θέσεις $x_j(0) \in \mathbb{R}^d$, για $j = 0, 1, \dots, N$. Η κατάσταση του συστήματος, που αντιπροσωπεύει τις απόψεις των παραγόντων και του ηγέτη είναι $x = (x_0, x_1, \dots, x_N) \in \mathbb{R}^{(N+1)d}$.

Δηλώνεται ο ηγέτης με τον δείκτη 0 και με τον δείκτη $i = 1, \dots, N$ υποδηλώνονται οι N παράγοντες. Η συνάρτηση ελέγχου, η οποία είναι μια μετρήσιμη συνάρτηση $t \rightarrow u(t) \in \mathbb{R}^d$ που ικανοποιεί τον περιορισμό $\|u\| \leq M$, ενεργεί μόνο στον ηγέτη.

Ο πρώτος όρος στην εξίσωση (1), $\sum_{j=1}^N a_{ij}(x_j - x_i)$, προέρχεται από το αρχικό μοντέλο HK. Η βασική ιδέα του μοντέλου HK είναι ότι κάθε πράκτορας ενημερώνει τη γνώμη του με τον μέσο όρο των απόψεων των γειτόνων με έναν συντελεστή απόκλισης

$$a_{ij} = a(\|x_i(t) - x_j(t)\|)$$

που δίνεται από μια συνάρτηση $a(r): [0, \infty) \rightarrow [0, 1]$ της απόστασης r μεταξύ των απόψεων και αντιπροσωπεύει την εξάρτηση του ρυθμού αλληλεπίδρασης από τον περιορισμένο τομέα εμπιστοσύνης.

Η συνάρτηση $a = a(r)$ είναι η ακόλουθη ομαλή συνάρτηση αποκοπής:

$$a(r) = a(r; \delta, \varepsilon) := \begin{cases} 1, & 0 \leq r \leq \delta \\ \varphi(r), & \delta < r < (\delta + \varepsilon) \\ 0, & (\delta + \varepsilon) \leq r \end{cases}$$

όπου δ είναι η φραγμένη εμπιστοσύνη, $\varphi(r)$ είναι μια ομαλή συνάρτηση φθίνουσα στο $(\delta, \delta + \varepsilon)$, και $\varepsilon > 0$ είναι μια παράμετρος του μοντέλου HK που καθορίζει το πλάτος της περιοχής όπου η συνάρτηση αποκοπής αποσυντίθεται στο μηδέν.

Ο δεύτερος όρος στην εξίσωση (1) μοντελοποιεί τη δράση του ηγέτη στον i -παράγοντα. Ένας ηγέτης μπορεί να οριστεί ως ένας παράγοντας με υψηλό επίπεδο εμπιστοσύνης και αυτοεκτίμησης, που έχει την ικανότητα να αντέχει την κριτική, έτσι ώστε η δυναμική του να μην επηρεάζεται από τις απόψεις των άλλων αντιπροσώπων. Η επίδραση της γνώμης του ηγέτη στην άποψη της ομάδας κατά τη λήψη αποφάσεων δίνεται από τον όρο $c_i(x_0(t) - x_i(t))$. Η παράμετρος

$$c_i = \gamma \varphi(|x_i - x_0|)$$

αντιπροσωπεύει το ρυθμό της σχέσης μεταξύ του ηγέτη και των άλλων παραγόντων, όπου $\varphi: [0, \infty) \rightarrow (0, 1)$ είναι μια ομαλή μη αυξανόμενη θετική συνάρτηση, ώστε $\varphi(0) = 1$ και $\lim_{r \rightarrow \infty} \varphi(r) = 0$, και όπου αντιπροσωπεύεται η δύναμη του ηγέτη της κοινής γνώμης από την παράμετρο $\gamma > 0$. Με άλλα λόγια, ο ηγέτης έχει την ικανότητα να επηρεάζει κάθε παράγοντα με παράγοντα αντιστρόφως ανάλογο με την απόστασή του από τον παράγοντα.

3.3. Επέκταση του μοντέλου Hegselmann-Krause

Εξετάζεται ένα σύνολο παραγόντων, $N = \{1, \dots, n\}$, οι οποίοι είναι συνδεδεμένοι σε σταθμισμένο και ενδεχομένως κατευθυνόμενο δίκτυο. Κάθε παράγοντας $i \in N$ ξεκινά με μια αρχική πεποίθηση $p_i(0) \in [0, 1]$ για μια υποκείμενη κατάσταση του κόσμου έτσι ώστε το διάνυσμα των αρχικών πεποιθήσεων για όλους τους παράγοντες του δικτύου δίνεται από το $p(0) = [p_1(0), \dots, p_n(0)]^T \in M_n \times 1$. Γενικά, η πεποίθηση του παράγοντα i στην περίοδο t δίνεται από το $p_i(t)$ έτσι ώστε το αντίστοιχο πλήρες διάνυσμα των πεποιθήσεων στην περίοδο t να συμβολίζεται ως $p(t) = [p_1(t), \dots, p_n(t)]^T \in M_n \times 1$.

Το δίκτυο απεικονίζεται από μια μη αρνητική κατά γραμμή στοχαστική μήτρα κοινωνικής αλληλεπίδρασης $T \in M_n \times n$. Κάθε στοιχείο T_{ij} αυτού του πίνακα αντιπροσωπεύει το βάρος που ο παράγοντας i τοποθετεί στην τρέχουσα πεποίθηση του j στη διαμόρφωση της δικής του πεποίθησης για την επόμενη περίοδο.

Η εργασία των Sotiropoulos et al., (2015), εισάγει έναν εναλλακτικό κανόνα ενημέρωσης της γνώμης που επεκτείνει το αρχικό μοντέλο εμπιστοσύνης που προτάθηκε από τους Hegselmann και Krause, (2002). Ο πρωταρχικός στόχος των Sotiropoulos et al., (2015), έγκειται στην ενσωμάτωση μιας εξαρτώμενης από το χρόνο συναρτησιακής σχέσης για τον πίνακα κοινωνικής αλληλεπίδρασης, που παρουσιάζει ιδιότητες που επιβάλλουν τις ακόλουθες οδηγίες:

- Οι αλληλεπιδράσεις των καθολικών δικτύων θα πρέπει να λαμβάνονται υπόψη όταν ενημερώνεται η πεποίθηση ενός συγκεκριμένου παράγοντα.
- Για κάθε ζεύγος αλληλεπιδρώντων παραγόντων θα πρέπει να χρησιμοποιούνται συνεχή, χρονικά μεταβαλλόμενα βάρη σύνδεσης.
- Μια μη ομοιόμορφη κατανομή εμπιστοσύνης θα πρέπει να χρησιμοποιείται στις πεποιθήσεις των παραγόντων που λαμβάνονται υπόψη από έναν συγκεκριμένο παράγοντα κατά τη διαμόρφωση της πεποιθήσής της επόμενης περιόδου.
- Υψηλότερα βάρη σύνδεσης πρέπει να ανατίθενται σε ζεύγη παραγόντων των οποίων οι ιδιωτικές πεποιθήσεις παρουσιάζουν μικρότερη απόκλιση.

Το αρχικό οριοθετημένο μοντέλο εμπιστοσύνης στηρίζεται στην απλουστευτική υπόθεση ότι κάθε άτομο $i \in N$ δίνει προσοχή αποκλειστικά σε ένα περιορισμένο σύνολο εμπιστοσύνης παραγόντων, των οποίων οι πεποιθήσεις εμπίπτουν μέσα σε ένα προκαθορισμένο εύρος από την ιδιωτική του πεποίθηση. Συγκεκριμένα, αυτό το σετ παραμετροποιείται με μια τιμή κατωφλίου διόπως φαίνεται στην ακόλουθη εξίσωση:

$$S_i(t; d_i) = \{k \in N : |p_i(t) - p_k(t)| < d_i\}$$

έτσι ο αντίστοιχος κανόνας ενημέρωσης της γνώμης γίνεται:

$$p_i(t+1) = \sum_{j \in S_i(t; d_i)} \frac{1}{|S_i(t; d_i)|} \cdot p_j(t)$$

Έτσι, οι παράγοντες χαρακτηρίζονται από ένα είδος δυσπιστίας κατά των εξωτερικών πληροφοριών που αποκλίνουν σημαντικά από τις δικές τους απόψεις, οδηγώντας τους να αγνοήσουν εντελώς αυτά τα συγκεκριμένα σήματα πεποιθήσεων. Η άλλη θεμελιώδης ιδιότητα αυτού του μοντέλου σχετίζεται με το γεγονός ότι κάθε παράγοντας αποδίδει το ίδιο βάρος σε όλους τους παράγοντες που σχετίζονται με το σετ εμπιστοσύνης του, χωρίς να χρησιμοποιεί ένα κλιμακωτό σχήμα εμπιστοσύνης που ενσωματώνει διαφορετικά επίπεδα εμπιστοσύνης. Επομένως, το μοντέλο που προτείνεται από τους Hegselmann και Krause μπορεί να συνοψισθεί με τη λειτουργική μορφή της χρονομεταβλητής μήτρας κοινωνικής αλληλεπίδρασης που δίνεται παρακάτω:

$$T_{ij}(t) = \begin{cases} \frac{1}{|S_i(t; d_i)|}, & \text{αν } |p_i(t) - p_j(t)| < d_i \\ 0, & \text{αλλιώς} \end{cases}$$

3.4. Το Απείρων Διαστάσεων Μοντέλο Κινητικής των Cucker-Smale (CS)

Σε πολλές εφαρμογές όπως την ανάληψη κινδύνων στα οικονομικά, τα μοντέλα τιμολόγησης και τη διαμόρφωση της κοινής γνώμης, το σύστημα αποτελείται από έναν πολύ μεγάλο αριθμό παραγόντων. Η μελέτη και η προσομοίωση των συστημάτων κοινωνικής δυναμικής γίνεται ένα ιδιαίτερα δύσκολο πρόβλημα όταν αυξάνεται η διάσταση του συστήματος. Αυτό αναφέρεται ως η κατάρα των διαστάσεων, ένας όρος που επινοήθηκε από τον Bellman στο πλαίσιο της δυναμικής βελτιστοποίησης των συστημάτων μεγάλων διαστάσεων. Ένας τρόπος γύρω από αυτό το πρόβλημα είναι να απομακρυνθεί κανείς από τη μικροσκοπική άποψη όπου κάθε παράγοντας εξετάζεται ξεχωριστά και να εξετάσει αντίθετα το όριο μέσου πεδίου, το οποίο παρέχει μια κινητική περιγραφή του συστήματος. Αυτή η προσέγγιση συνίσταται στην προσέγγιση της επίδρασης όλων των παραγόντων σε ένα δεδομένο άτομο με μία μέση επίδραση. Η παραλλαγή των κινητικών μοντέλων έχει μελετηθεί εντατικά, από τους Canizo, Carillo και Rosado, (2011), από τους Ha και Tadmor για το μοντέλο CS, (2008) ή από τους Degond και Motsch για το μοντέλο Viscek, (2008). Όταν ο αριθμός των παραγόντων είναι μεγάλος, κάποιος συχνά αναφέρεται στους παράγοντες ως σωματίδια. Έστω $\mu(t, x, v)$ ότι υποδηλώνει τη συνάρτηση κατανομής των σωματιδίων που είναι τοποθετημένα στο $x \in \mathbb{R}^d$ σε χρόνο $t > 0$ με ταχύτητα $v \in \mathbb{R}^d$ λαμβάνοντας το όριο μέσου πεδίου στο σύστημα

$$\begin{cases} \dot{x}_i(t) = v_i(t) \\ \dot{v}_i(t) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N a(|x_j(t) - x_i(t)|) (v_j(t) - v_i(t)), \text{για } i = 1, \dots, N \end{cases} \quad (2)$$

όπου $x_i \in \mathbb{R}^d$, $v_i \in \mathbb{R}^d$, και $a \in C^1([0, +\infty))$ είναι μια μη αύξουσα θετική συνάρτηση που ονομάζεται ρυθμός επικοινωνίας, λαμβάνουμε το κινητικό μοντέλο Cucker-Smale:

$$\partial_t \mu + \langle v, \nabla_x \mu \rangle + \text{div}_v (\xi[\mu] \mu) = 0 \quad (3)$$

όπου $\mu(t)$ είναι ένα μέτρο πιθανότητας για $\mathbb{R}^d \times \mathbb{R}^d$ (εάν $\mu(t, x, v) = f(t, x, v) dx dv$, τότε f είναι η πυκνότητα των σωματιδίων) και $\xi[\mu]$ είναι ο πυρήνας αλληλεπίδρασης που δίνεται από το

$$\xi[\mu](x, v) = \int_{\mathbb{R}^d \times \mathbb{R}^d} a(|x - v|) (w - v) d\mu(y, w)$$

Η σύνδεση με το σύστημα πεπερασμένων διαστάσεων δίνεται από το εμπειρικό μέτρο

$$\mu(t) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \delta_{(x_i(t), v_i(t))}$$

Πράγματι, συνδέοντας αυτό το μέτρο στην (3), διαπιστώνεται ότι τα $(x_i(t), v_i(t))$ ικανοποιούν ακριβώς την (2). Η κινητική εξίσωση (3) μπορεί να γραφτεί ως

$$\partial_t \mu + \text{div}_{(x,v)}(V[\mu]\mu) = 0$$

με το πεδίο ταχύτητας

$$V[\mu] = \begin{pmatrix} v \\ \xi[\mu] \end{pmatrix}$$

Η αποκαλούμενη ροή σωματιδίων $\Phi(t)$ που παράγεται από την $V[\mu(t)]$ αποδίδει τα χαρακτηριστικά

$$\dot{x}(t) = v(t), \quad \dot{v}(t) = \xi[\mu(t)](x(t), v(t))$$

Η κίνηση οποιουδήποτε τέτοιου σωματιδίου ακολουθεί ακριβώς το σύστημα πεπερασμένων διαστάσεων CS.

Αυτό δικαιολογεί τη διατύπωση σωματίδιο. Επιπλέον, η λύση στην κινητική εξίσωση (3) είναι τυπικά:

$$\mu(t) = \Phi(t) \# \mu^0$$

που είναι η κίνηση προς τα εμπρός υπό τη ροή $\Phi(t)$ του αρχικού μέτρου.

Πρόσφατα, οι Caronigro, Lai και Piccoli, (2015), πρότειναν ένα μη γραμμικό μοντέλο σχηματισμού γνώμης στην d-διαστάσεων σφαίρα S^d . Το σκεπτικό της σφαίρας S^d είναι ότι οι απόψεις υποβάλλονται σε ένα φαινόμενο ποσοτικοποίησης όταν μετρούνται.

Μπορεί να φανταστεί κανείς ότι κατά τη στιγμή της μέτρησης (εκλογές, δημοσκοπήσεις, συνεντεύξεις κ.λπ.), οι απόψεις λαμβάνουν μόνο δύο αξίες (ναι / όχι, αριστερά / δεξιά, δημοκρατική / ρεπουμπλικανική, φιλελεύθερη / συντηρητική, υπέρ / κατά κλπ), έτσι ώστε κάθε στοιχείο του φορέα $x_i = (x_i^{(1)}, \dots, x_i^{(d+1)})$ να έχει θετική ή αρνητική τιμή. Συγκεκριμένα, το x_i ανήκει στο $\sqrt{d+1} S^d$. Το χωρίο S^d είναι μια μαθηματική έννοια για να περιγράψει τη δυναμική εξέλιξη των απόψεων σε ένα συνεχές (δηλαδή μη διακριτό) σετ. Επιπλέον, οι απόψεις σχετικά με διάφορα θέματα είναι συνήθως διασυνδεδεμένες: στάσεις οικονομικής πολιτικής και επιλογή υποψηφίων στις πολιτικές εκλογές, η δημιουργία γνώμης και η οικονομική κατάσταση, η γνώμη σχετικά με τη χρηματοδότηση της έρευνας και τις θρησκευτικές ή ιδεολογικές πεποιθήσεις.

3.5. Το μη γραμμικό μοντέλο SLANT+ για τη δυναμική της γνώμης στα κοινωνικά δίκτυα

Σε αντίθεση με προηγούμενες εργασίες, η εργασία των Kulkarni et al., (2017) προσπαθεί επίσης να σχεδιάσει τη μη γραμμική μορφή με έναν τρόπο με αρχές και ερμηνεία. Για να γίνει αυτό, εξετάζονται περαιτέρω τα ανιχνευμένα σύνολα δεδομένων και εκπληκτικά παρατηρείται ότι η έκταση της διαφωνίας μεταξύ δύο χρηστών έχει ισχυρή επίδραση τόσο στη δυναμική των μηνυμάτων όσο και στη γνώμη. Ένας τέτοιος παράγοντας διαφωνίας βοηθά το μοντέλο των

Kulkarni et al., (2017), να συλλάβει τη συζευγμένη δυναμική μεταξύ μηνύματος και γνώμης και ως εκ τούτου διαισθητικά αρθρώνει την πραγματικότητα πολύ καλά χωρίς να αλλάζει δραστικά το μοντέλο.

Στα πέντε σύνολα δεδομένων που συλλέχθηκαν από το Twitter, η εργασία των Kulkarni et al., (2017), προσφέρει σημαντική ακρίβεια, επιτρέποντας στο μοντέλο να προβλέψει τις απόψεις ακόμη και σε μακρινή χρονική στιγμή.

3.5.1. Διατύπωση Προβλήματος

Ορισμός: Δεδομένου ενός κατευθυνόμενου κοινωνικού δικτύου $\mathcal{G} = (\mathcal{V}, \mathcal{E})$, δηλώνεται το $\mathcal{N}(u)$ ως το σύνολο χρηστών που ακολουθείται από ένα χρήστη u και κάθε δημοσίευση e ως $e = (t, m, u)$, όπου η τριάδα σημαίνει ότι ο χρήστης $u \in \mathcal{V}$ δημοσίευσε ένα μήνυμα με αίσθημα m στο χρόνο t .

Δηλώνεται ότι

$$\mathcal{H}_u(t) = \{e_i = (t_i, m_i, u_i) | u_i = u \text{ και } t_i < t\}$$

ως μία συλλογή όλων των μηνυμάτων που δημοσιεύει ο χρήστης u μέχρι τον χρόνο t και

$$\mathcal{H}(t) := \cup_{u \in \mathcal{V}} \mathcal{H}_u(t)$$

ως ολόκληρο το ιστορικό μηνυμάτων που αποστέλλονται από οποιονδήποτε χρήστη μέχρι και εξαιρουμένου του χρόνου t .

Με δεδομένο ένα σύνολο μηνυμάτων

$$\mathcal{H}(t) = \{e_i = (t_i, m_i, u_i)\}_{i=1}^n$$

που συλλέχθηκε στο χρόνο $(0, T]$, είναι επιθυμητό να δημιουργηθεί ένα κατάλληλο μαθηματικό μοντέλο για τη δυναμική της γνώμης, το οποίο θα πρέπει να είναι σε θέση να προβλέψει την τιμή της γνώμης που δημοσιεύτηκε σε χρόνο $T + \Delta t$ για ένα δεδομένο $\Delta t > 0$.

Προσέγγιση: Με δεδομένο ένα κατευθυνόμενο κοινωνικό δίκτυο $\mathcal{G} = (\mathcal{V}, \mathcal{E})$, το ιστορικό

$$\mathcal{H}(t) := \cup_{u \in \mathcal{V}} \mathcal{H}_u(t)$$

των μηνυμάτων, την ένταση των μηνυμάτων $\lambda^*(t) := (\lambda_u^*(t))_{u \in \mathcal{V}}$ και τη γνώμη $x(t) := (x_u^*(t))_{u \in \mathcal{V}}$, η κοινή μη γραμμική δυναμική της γνώμης και η ένταση του μηνύματος ακολουθούν ως,

$$\lambda_u^*(t) = f_u \left(\cup_{v \in \mathcal{N}(u)} \mathcal{H}_v(t) \right), x_u^*(t) = g_u \left(\cup_{v \in \mathcal{N}(u)} \mathcal{H}_v(t) \right)$$

Πιο ειδικά αν

$$\begin{aligned} \mathcal{H}(t) &:= \{t_j, m_j, u_j\}_{j=1}^{j=i} \\ \lambda_u^*(t_{i+1}) &= f_u \left(\cup_{v \in \mathcal{N}(u)} \mathcal{H}_v(t_i^+) \right) \\ x_u^*(t_{i+1}) &= g_u \left(\cup_{v \in \mathcal{N}(u)} \mathcal{H}_v(t_i^+) \right) \end{aligned}$$

όπου $f(\cdot) = (f_u(\cdot))_{u \in \mathcal{V}}$ και $g(\cdot) = (g_u(\cdot))_{u \in \mathcal{V}}$ είναι αυθαίρετες μη γραμμικές συναρτήσεις σε αντίθεση με την περιοριστική μορφή που δίνεται σε άλλες εξισώσεις. Εδώ στόχος είναι να εκτιμηθούν αυτές οι μη γραμμικές συναρτήσεις $f(\cdot), g(\cdot)$ με εύλογη προσέγγιση που εκμεταλλεύεται τις εξελιγμένες τεχνικές τελευταίας τεχνολογίας του βαθιά επαναλαμβανόμενου νευρωνικού δικτύου.

3.5.2. Μια προσέγγιση που καθοδηγείται από το RNN (Recurrent Neural Network)

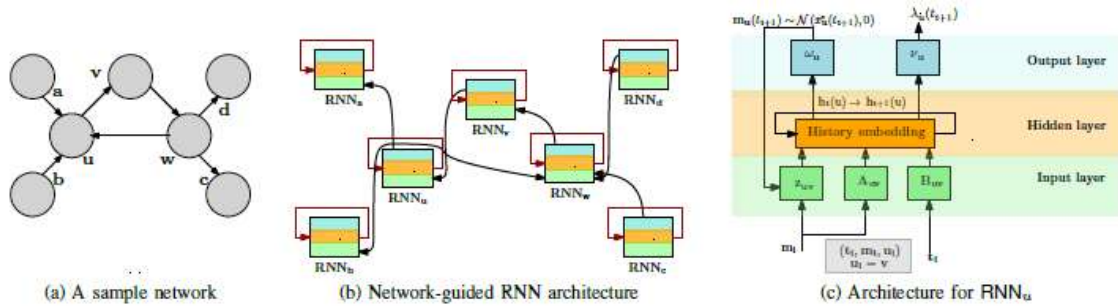
Θεωρητικά, ένα επαναλαμβανόμενο νευρωνικό δίκτυο πεπερασμένου μεγέθους με μονάδες ενεργοποίησης σιγμοειδούς μπορεί να προσεγγίσει μια καθολική μηχανή Turing, (Siegelmann & Sontag, 1991), και γι' αυτό θεωρείται ότι είναι ένα ισχυρό εργαλείο για τη μοντελοποίηση ενός ευρέος φάσματος εφαρμογών, (NanDu et al., 2016). Σε υψηλό επίπεδο, οποιοδήποτε RNN είναι μια δομή ανεστραμμένου νευρωνικού δικτύου με μερικές βοηθητικές ακμές. Αυτές οι επιπλέον ακμές, που αναφέρονται ως επαναλαμβανόμενες ακμές, συνδέουν τα σήματα εξόδου των κρυφών μονάδων στην τρέχουσα στιγμή με το δίκτυο ως τις μελλοντικές εισόδους στο επόμενο βήμα. Αυτός ο τύπος νευρωνικής δομής μπορεί επίσης να αναπαρασταθεί ισοδύναμα ως μια συνδεδεμένη σειρά απλών νευρωνικών μπλοκ, που αναπαράγονται σε κάθε βήμα του χρόνου για να σχηματίσουν μία άπειρη σειρά. Έχει παρατηρηθεί (NanDu et al., 2016), ότι λόγω της παρουσίας μιας τέτοιας αναδρομικής δομής μαζί με τον ενσωματωμένο μηχανισμό μνήμης, το RNN επιτρέπει μια αποτελεσματική μοντελοποίηση των αμοιβαία συναρπαστικών χρονικών διεργασιών με έναν ακριβή και ανιχνεύσιμο τρόπο. Ο παράγοντας μνήμης ποσοτικοποιεί την ποσότητα της απώλειας πληροφοριών που επιτρέπει η διαδικασία από ένα παρελθοντικό συμβάν. Ενώ αυτή η μνήμη συλλαμβάνεται συχνά (σε γραμμικά μοντέλα) από έναν εκθετικό πυρήνα, στην πράξη, η επίδραση της μνήμης μπορεί να είναι πιο περίπλοκη. Το RNN χρησιμοποιεί τα σήματα από τις κρυμμένες μονάδες στο τελευταίο χρονικό βήμα για τη δημιουργία ενός μηχανισμού ανάδρασης που δημιουργεί και πάλι μια επιπλέον εσωτερική κατάσταση στο δίκτυο για να απομνημονεύσει την επίδραση κάθε προηγούμενου δείγματος δεδομένων.

Οι Kulkarni et al., (2017) προτείνουν μια αρχιτεκτονική επαναλαμβανόμενου νευρωνικού δικτύου καθοδηγούμενη από το δίκτυο (Εικόνα 1), προκειμένου να μοντελοποιηθούν οι μη γραμμικές εξαρτήσεις μεταξύ παρελθοντικών γεγονότων και μνήμης. Αναθέεται ένα RNN (RNN_u) ανά χρήστη u (βλέπε πίνακα (b) Εικόνα 1) και το RNN_u παίρνει συμβάντα $U_{v \in \mathcal{N}(u)} e_v$ ως είσοδο και εξάγει την ένταση του επόμενου υποψήφιου γεγονότος που δημοσιεύτηκε από το u μαζί με τη διανομή της ενημερωμένης γνώμης m_u .

Συγκεκριμένα, όπως φαίνεται στο πίνακα (c) της Εικόνας 1, ένα συμβάν (t_i, m_i, v) που δημοσιεύτηκε στο χρόνο t_i από τον κόμβο v , πηγαίνει ως είσοδος στο RNN_u που αντιστοιχεί σε καθένα από τους ακόλουθους του v , και με τη σειρά του δημιουργεί τις κατανομές των χρονισμών και τις απόψεις του δυνητικού επόμενου γεγονότος (t_{i+1}, m_{i+1}, u) που δημοσιεύεται από το u . Οι κρυφές καταστάσεις κάθε RNN_u καταγράφουν την ιστορία $H_u(t)$ μέσω των ενσωματώσεων $h_i(u)$ που υπολογίστηκαν αναδρομικά από τα $h_{i-1}(u)$ χρησιμοποιώντας τα γεγονότα από τους ακόλουθους ως εισροές. Λόγω της αναδρομικής δομής, αυτές οι ενσωματώσεις εμπεριέχουν επίσης τη μνήμη της επιρροής από τις προηγούμενες χρονικές στιγμές και απόψεις. Το επαναλαμβανόμενο νευρωνικό δίκτυο σε κάθε κόμβο προσφέρει διαφορετικό αριθμό επιπέδων για διαφορετικά άτομα. Ως συνέπεια, μια τέτοια αρχιτεκτονική επαναλαμβανόμενου νευρωνικού δικτύου καθοδηγούμενη από το δίκτυο δίνει ένα τεράστιο πλεονέκτημα έναντι των σταθερών παραμετρικών παραστάσεων, καταγράφοντας τυχόν μη γραμμικές εξαρτήσεις μεταξύ παρελθόντων γεγονότων. Ως αποτέλεσμα, η προτεινόμενη από τους Kulkarni et al., (2017) μέθοδος μπορεί να ενσωματώνει μια γενική μορφή αντιπροσώπευσης της συνάρτησης έντασης.

Ενώ μία περίπλοκη μη γραμμική μοντελοποίηση είναι συχνά ένα κλειδί για την αποκάλυψη της πολυπλοκότητας μιας διαδικασίας διάδοσης της γνώμης, ένα εννοιολογικό και ερμηνεύσιμο σχέδιο της μη γραμμικής μορφής είναι επίσης ζωτικής σημασίας για την πλήρη κατανόηση της εγγενούς δυναμικής. Για να γίνει αυτό, χρησιμοποιούνται διάφορα σήματα από το σύνολο δεδομένων και διαπιστώνεται ότι η διαφωνία μεταξύ των χρηστών διαδραματίζει σημαντικό ρόλο στη δυναμική των μηνυμάτων και της γνώμης. Αναλυτικότερα, διαπιστώνεται ότι οι χρήστες με ελάχιστη ή μηδενική διαφωνία προκαλούν υψηλότερο μετά - ρυθμό (διάλογος στη

γειτονιά) από ό,τι οι συγκρουόμενοι, ενώ η αλλαγή της κοινής γνώμης εμφανίζεται όταν υπάρχει κάποια διαφωνία μεταξύ των χρηστών - ένας απλός, διαισθητικός αλλά κρίσιμος παράγοντας που αφήθηκε αδιευκρίνιστος στη βιβλιογραφία. Στην εργασία τους οι Kulkarni et al., (2017), κωδικοποιούν αυτό το επιπρόσθετο χαρακτηριστικό σε μια κατάλληλη λειτουργική μορφή που με τη σειρά της είναι ενσωματωμένη στην μη γραμμικότητα που πρέπει να μαθευτεί. Μια τέτοια αρχή a priori συχνά βοηθά στην ακριβή εκμάθηση της διαδικασίας από περιορισμένα και ελλείποντα δεδομένα.



Εικόνα 1. Η αρχιτεκτονική νευρωνικού δικτύου του SLANT+. Ο πίνακας (b) δείχνει την αναπαράσταση υψηλού επιπέδου του σχηματισμού RNN με καθοδήγηση δικτύου που αντιστοιχεί στο δίκτυο δειγμάτων στο πλαίσιο (a). Σε αυτή την αρχιτεκτονική που είναι καθοδηγούμενη από το δίκτυο, η έξοδος από το RNN_x πηγαίνει ως είσοδος στο RNN_y αν το y ακολουθεί το x. Ο πίνακας (c) δείχνει την αρχιτεκτονική για το RNN_u.

3.5.3. Εφαρμογή του μη γραμμικού μοντέλου SLANT+

Επίπεδο εισόδου: Κατά την άφιξη του γεγονότος e_i , το επίπεδο εισόδου στο RNN_u μετατρέπει τα μηνύματα-συναισθήματα m_i σε $y_u^i = A_{uui}m_i + \alpha_u$. Εδώ το A_{uui} είναι ένα διάνυσμα που επιδεικνύει την επιρροή μεταξύ του χρήστη u και του u_i και το α_u δίνει τις προκαταλήψεις. Το A_{uui} συνήθως εξαρτάται από τα χαρακτηριστικά των κόμβων u και u_i , (De et al., 2013).

Παρόμοια οι χρονισμοί μηνυμάτων υφίστανται παρόμοιο μετασχηματισμό $\theta_u^i = B_{uui}t_i + \mu_u$. Σε αντίθεση με τα υπάρχοντα έργα που υποτίθεται ότι η επιρροή είναι βαθμωτή, εδώ μοντελοποιείται η επιρροή δια χρήστη ως διάνυσμα που καταγράφει την επιρροή σε διάφορες διαστάσεις.

Σε μια αξιοσημείωτη προσθήκη, το επίπεδο εισόδου κάνει έναν πρόσθετο μη γραμμικό μετασχηματισμό (z_{uv}) στα συναισθήματα των μηνυμάτων που καταγράφει το αποτέλεσμα της διαφωνίας μεταξύ των χρηστών. Όπως αναφέρθηκε προηγουμένως, οι συναινετικοί χρήστες θα ήταν πιο πιθανό να αλληλεπιδρούν μεταξύ τους σε αντίθεση με τους αντιμαχόμενους. Από την άλλη πλευρά, οι χρήστες με κάποιο επίπεδο διαφωνίας μπορούν να επηρεάσουν αμοιβαία ο ένας τον άλλο ώστε να αλλάξουν τη γνώμη τους. Για να διαμορφωθούν αυτά τα χαρακτηριστικά, σχεδιάζεται το $z_{uv}(t)$ ως

$$z_{uv}(t_i) = \left(w_1^{z_{uv}} \sigma(w_{uv}^{(1)} \cdot |\Delta m_{uv}|) + w_2^{z_{uv}} \sigma(w_{uv}^{(2)} \cdot |\Delta m_{uv}|) \right)_+$$

Εδώ $\sigma(x) = 1 / (1 + \exp(-x))$ είναι η συνήθης συνάρτηση sigmoid. Ωστόσο, οι παράμετροι αυτής της καμπύλης είναι γενικά διαφορετικοί μεταξύ των χρηστών, δεδομένου ότι ορισμένοι χρήστες ενδέχεται να είναι ανοιχτοί για συζήτηση με τους χρήστες με διαφορετικές απόψεις και άλλοι μπορεί να μην είναι. Για παράδειγμα, εάν $w_1^{z_{uv}} \cdot w_2^{z_{uv}} > 0$, τότε ο u είναι ανοιχτός στη συζήτηση (και ίσως αλλάξει γνώμη) ακόμη και με έναν εντόνως αντικρουόμενο χρήστη v . Εάν $w_1^{z_{uv}} \cdot w_2^{z_{uv}} < 0$, η διαφωνία είναι απλά μια καμπύλη μορφής καμπάνας. Τούτου λεχθέντος, μια λογική διαφωνία μεταξύ δύο χρηστών θα εντείνει τις μετατροπές τους πάνω στις οποίες θα ήθελαν να επιλύσουν τις συγκρούσεις τους. Ωστόσο, αν οποιοδήποτε από τα βάρη είναι μηδέν, δείχνει ότι οι χρήστες με παρόμοια άποψη προτιμούν να συνεχίσουν τις μετατροπές.

Κρυφό επίπεδο: Σκοπός του επιπέδου είναι η κατάλληλη ενσωμάτωση της ιστορίας. Για να επιτευχθεί αυτό, το RNN_u , δηλαδή το RNN που αντιστοιχεί στον κόμβο u , ενημερώνει το $h_i(u)$ αναδρομικά χρησιμοποιώντας το $h_{i-1}(u)$ και τα σήματα των τρέχοντων συμβάντων από κατάλληλους κόμβους. Στην εργασία των Kulikarni et al., (2017), η γενετική δυναμική της συνάρτησης ενσωμάτωσης $h_i(u)$ διέπεται από το ακόλουθο

$$h_{i+1}(u) = \sigma(w_u^h h_i(u) + w_u^\theta \cdot \theta_u^i + w_u^y \cdot y_u^i + w_u^z \sum_v z_{uv})$$

Επίπεδο Εξόδου: Οι μη γραμμικές ενσωματώσεις $h_i(u)$ όπως λαμβάνονται τροφοδοτούνται ως εισροές στο επίπεδο εξόδου και μετατρέπονται σε εντάσεις και γνώμες. Η ένταση λ_u^* είναι

$$\lambda_u^*(t) = \exp(w_u^h h_{i+1} + w_u^t(t - t_i) + b^t)$$

Ο όρος $w_u^h h_{i+1}$ υποδηλώνει την παρελθοντική επιρροή των γεγονότων και ο όρος $w_u^t(t - t_i)$ υποδηλώνει την τρέχουσα επιρροή. Η γνώμη δημιουργείται ως ακολούθως:

$$x_u^*(t) = \tanh(v_u^h h_{i+1} + v_u^t(t - t_i) + k^t)$$

Κεφάλαιο 4: Πρακτικό Μέρος

4.1. Αλγόριθμος Non-linear DeGroot

Ο αλγόριθμος Non Linear DeGroot (αρχείο Non Linear DeGroot.m) κάνει προσομοίωση της εξέλιξης των πεποιθήσεων ενός δικτύου συνδεδεμένων πρακτόρων. Ο αλγόριθμος δέχεται ως παραμέτρους εισόδου τις μεταβλητές:

T: n*n πίνακας με τον πίνακα αλληλεπιδράσεων μεταξύ των πρακτόρων

P₀: Οι αρχικές τιμές των πεποιθήσεων P₀ (διάνυσμα μήκους n)

F: Η μη γραμμική συνάρτηση μεταφοράς

R: Η παράμετρος της συνάρτησης μεταφοράς

diff_thres: το όριο που ελέγχεται στο κριτήριο τερματισμού

max_iteration: μέγιστος αριθμών επαναλήψεων

όπου n₀ αριθμός των πρακτόρων.

Η εξίσωση που ορίζει την πεποίθηση P_i(t+1) ενός πράκτορα i τη χρονική στιγμή t+1 με βάση τις πεποιθήσεις της τρέχουσας χρονικής στιγμής P_i(t) είναι:

$$P_i(t + 1) = \sum_{j=1}^n T_{ij} F(P_j(t)) \forall i \in n$$

Οπότε ο αλγόριθμος υπολογίζει το P_i(t+1) (μεταβλητή P_{next}) για κάθε i με την παραπάνω εξίσωση. Η εξίσωση στον κώδικα υλοποιείται απλά με έναν πολλαπλασιασμό πινάκων:

$$P_{next} = T * F(P_{current}, R)$$

Ο αλγόριθμος σταματάει αν το μέτρο της διαφοράς του από το P_i(t) (μεταβλητή P_{current}) είναι μικρότερο από diff_thres (δηλαδή όταν ο αλγόριθμος συγκλίνει, οπότε το P ουσιαστικά δεν αλλάζει μεταξύ δύο επαναλήψεων) ή αν φτάσουμε το μέγιστο αριθμό επαναλήψεων. Ο αλγόριθμος επιστρέφει στην έξοδο όλες τις τιμές του P (μεταβλητή P_{trajectory}), δηλαδή την τροχιά του P ως προς το χρόνο (αριθμό επαναλήψεων) καθώς και τις διαφορές μεταξύ δύο διαδοχικών επαναλήψεων (μεταβλητή Diffs).

4.2. Non-linear DeGroot Simulation

Σε αυτή την περίπτωση η προσομοίωση εκτελείται σε ένα δίκτυο από δύο πράκτορες.

Αρχικά, ορίζεται η παρακάτω μη γραμμική συνάρτηση μεταφοράς:

$$F(P, R) = R * P * (1 - P)$$

Μετά, ορίζονται οι παράμετροι του αλγορίθμου:

$$R = 1, \text{diff_thres} = 1 * 10^{-10}, \text{max_iterations} = 100000$$

Επίσης αρχικοποιούνται με τυχαίες τιμές για κάθε πράκτορα η μεταβλητή P_0 (αρχική τιμή των πεποιθήσεων τη χρονική στιγμή 0) και selfReliance , από την οποία ορίζεται ο πίνακας T ως εξής:

$$T = [\text{selfReliance1}, 1 - \text{selfReliance1} \\ \text{selfReliance2}, 1 - \text{selfReliance2}]$$

Στη συνέχεια εκτελείται ο αλγόριθμος Non Linear DeGroot με τις παραπάνω παραμέτρους (στην Εικόνα 2 φαίνονται οι τελικές τιμές των μεταβλητών) και εκτυπώνονται οι τροχιές των πεποιθήσεων ως προς το χρόνο (Εικόνα 3, οι δύο πράκτορες απεικονίζονται με μπλε και κόκκινο αντίστοιχα, απλά τα σημεία επικαλύπτονται και φαίνονται τα κόκκινα) και στο επίπεδο με άξονες P_1, P_2 (Εικόνα 4). Οι τελικές τιμές του P καταλήγουν στο σημείο (0,0)

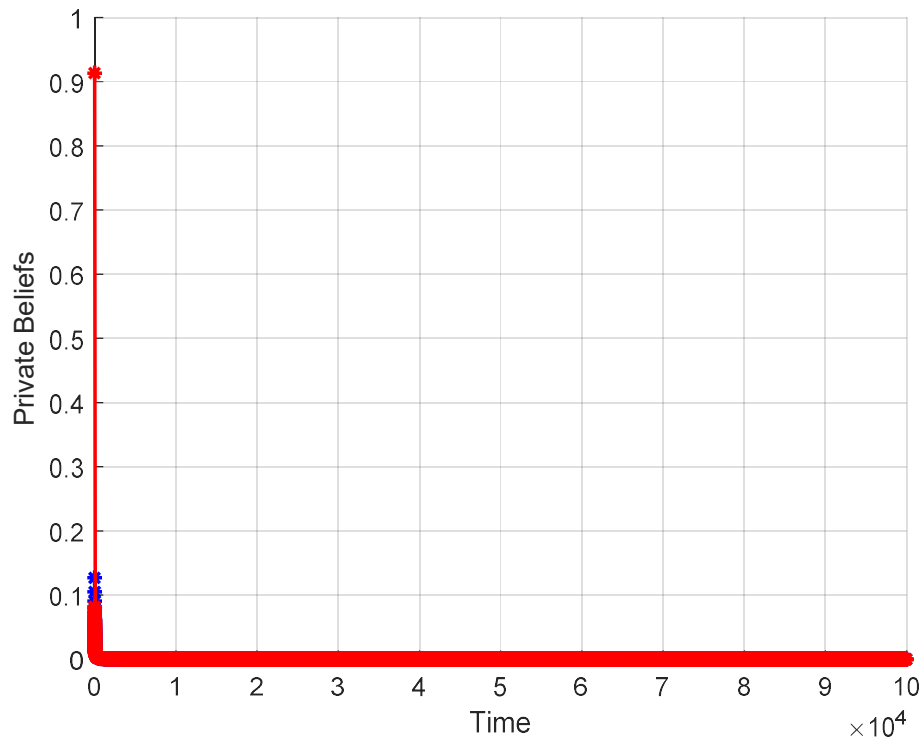
```
Command Window
Iteration: 99982 Difference: 1.414233e-10 P1 = 9.999869e-06 P2 = 9.999869e-06
Iteration: 99983 Difference: 1.414205e-10 P1 = 9.999869e-06 P2 = 9.999869e-06
Iteration: 99984 Difference: 1.414176e-10 P1 = 9.999769e-06 P2 = 9.999769e-06
Iteration: 99985 Difference: 1.414148e-10 P1 = 9.999669e-06 P2 = 9.999669e-06
Iteration: 99986 Difference: 1.414120e-10 P1 = 9.999569e-06 P2 = 9.999569e-06
Iteration: 99987 Difference: 1.414092e-10 P1 = 9.999469e-06 P2 = 9.999469e-06
Iteration: 99988 Difference: 1.414063e-10 P1 = 9.999369e-06 P2 = 9.999369e-06
Iteration: 99989 Difference: 1.414035e-10 P1 = 9.999269e-06 P2 = 9.999269e-06
Iteration: 99990 Difference: 1.414007e-10 P1 = 9.999169e-06 P2 = 9.999169e-06
Iteration: 99991 Difference: 1.413978e-10 P1 = 9.999069e-06 P2 = 9.999069e-06
Iteration: 99992 Difference: 1.413950e-10 P1 = 9.998969e-06 P2 = 9.998969e-06
Iteration: 99993 Difference: 1.413922e-10 P1 = 9.998869e-06 P2 = 9.998869e-06
Iteration: 99994 Difference: 1.413894e-10 P1 = 9.998769e-06 P2 = 9.998769e-06
Iteration: 99995 Difference: 1.413865e-10 P1 = 9.998669e-06 P2 = 9.998669e-06
Iteration: 99996 Difference: 1.413837e-10 P1 = 9.998569e-06 P2 = 9.998569e-06
Iteration: 99997 Difference: 1.413809e-10 P1 = 9.998469e-06 P2 = 9.998469e-06
Iteration: 99998 Difference: 1.413781e-10 P1 = 9.998369e-06 P2 = 9.998369e-06
Iteration: 99999 Difference: 1.413752e-10 P1 = 9.998269e-06 P2 = 9.998269e-06
Iteration: 100000 Difference: 1.413724e-10 P1 = 9.998169e-06 P2 = 9.998169e-06
Iteration: 100001 Difference: 1.413696e-10 P1 = 9.998069e-06 P2 = 9.998069e-06
Stopped Iteration: 100001 Stopped Difference: 1.413696e-10
P_1 = 9.998069e-06 P_2 = 9.998069e-06

T =

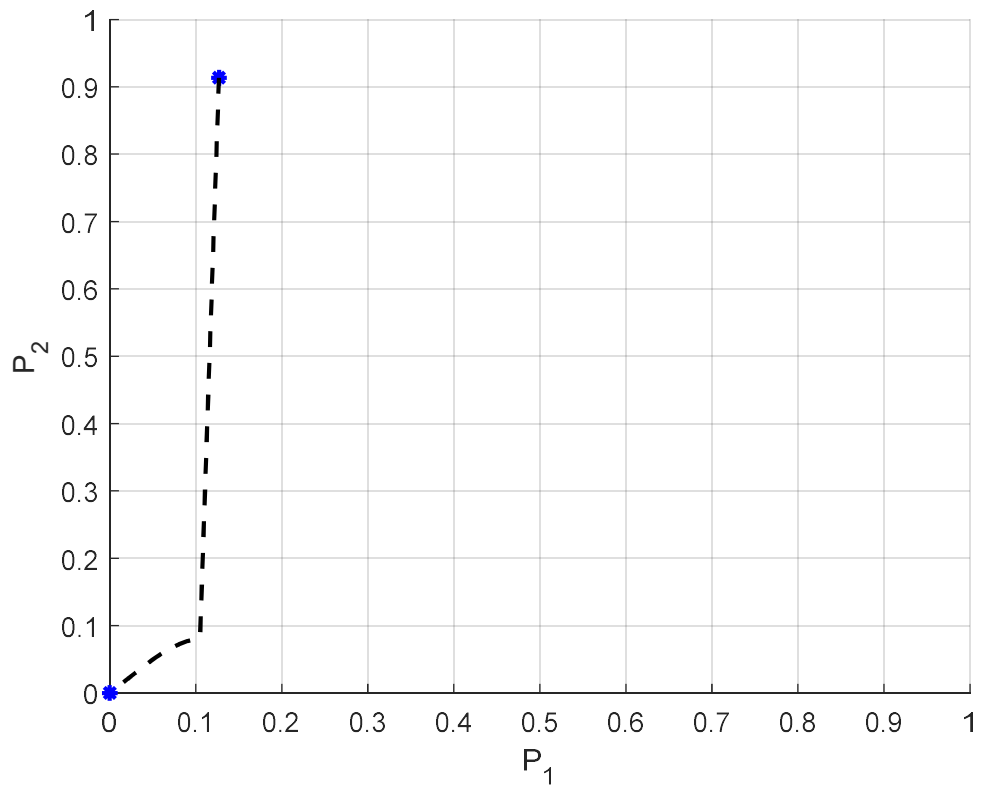
    0.8147    0.1853
    0.0942    0.9058

fx >> |
```

Εικόνα 2.



Εικόνα 3.



Εικόνα 4.

4.3. Non-linear DeGroot Grid Simulation

Σε αυτή την περίπτωση ισχύουν τα ίδια με προηγουμένως για την αρχικοποίηση των μεταβλητών, εκτός από τις πεποιθήσεις P_0 . Η μεταβλητή P_0 κάθε πράκτορα (εδώ οι δύο πράκτορες συμβολίζονται με x, y) παίρνει τιμές στο διάστημα $[0, 1]$ με βήμα 0.1 και εκτελείται ο αλγόριθμος Non Linear DeGroot για κάθε ζεύγος τιμών P_x, P_y . Στην Εικόνα 5 φαίνονται οι τελικές τιμές των μεταβλητών. Επίσης τυπώνεται η τροχιά των πεποιθήσεων P για κάθε ζεύγος αρχικών τιμών P_x, P_y , όπου μπλε είναι τα αρχικά σημεία και κόκκινα τα τελικά σημεία (Εικόνα 6). Ο πίνακας T λαμβάνει τυχαία τις τιμές

$$T = \begin{bmatrix} 0.6324 & 0.3676 \\ 0.9025 & 0.0975 \end{bmatrix}$$

Στη συνέχεια, δοκιμάσαμε αντί τυχαίου πίνακα T να ορίσουμε εμείς τις τιμές. Αρχικά δοκιμάσαμε τις τιμές του self-reliance = $[0.4 \ 0.6]$, οπότε προκύπτει ο πίνακας:

$$T = \begin{bmatrix} 0.4 & 0.6 \\ 0.4 & 0.6 \end{bmatrix}$$

Τα αποτελέσματα της εκτέλεσης φαίνονται στην Εικόνα 7.

Επίσης, δοκιμάσαμε να έχουμε μεγαλύτερη τιμή στον δεύτερο πράκτορα, οπότε δοκιμάσαμε τις τιμές του self-reliance = $[0.6 \ 0.4]$, οπότε προκύπτει ο πίνακας:

$$T = \begin{bmatrix} 0.6 & 0.4 \\ 0.6 & 0.4 \end{bmatrix}$$

Τα αποτελέσματα της εκτέλεσης φαίνονται στην Εικόνα 8.

Όπως παρατηρούμε, σε όλες τις περιπτώσεις τα αποτελέσματα μοιάζουν, καθώς όλες οι τροχιές συγκλίνουν σε ένα από τα τρία κόκκινα σημεία, παρά τις διαφορετικές αρχικές τιμές P και T . Οι τελικές τιμές του P βρίσκονται πάνω στην ευθεία $y = x$ και συγκεκριμένα είναι τα σημεία $(0,0)$, $(0.558, 0.558)$ και $(0.765, 0.765)$. Αφού οι αρχικές συνθήκες δεν επηρεάζουν το τελικό αποτέλεσμα, συμπεραίνουμε ότι αυτό είναι χαρακτηριστικό του συγκεκριμένου συστήματος, δηλαδή της συγκεκριμένης μη γραμμικής συνάρτησης μεταφοράς F . Φυσικά, παρατηρούμε ότι οι τροχιές διαφέρουν, δηλαδή φτάνουμε στο αποτέλεσμα μέσω διαφορετικών αλληλουχιών τιμών του P .

```

Command Window
Iteration: 9987 Difference: 2.921092e-01 P1 = 7.645665e-01 P2 = 7.645665e-01
Iteration: 9988 Difference: 2.921092e-01 P1 = 5.580141e-01 P2 = 5.580141e-01
Iteration: 9989 Difference: 2.921092e-01 P1 = 7.645665e-01 P2 = 7.645665e-01
Iteration: 9990 Difference: 2.921092e-01 P1 = 5.580141e-01 P2 = 5.580141e-01
Iteration: 9991 Difference: 2.921092e-01 P1 = 7.645665e-01 P2 = 7.645665e-01
Iteration: 9992 Difference: 2.921092e-01 P1 = 5.580141e-01 P2 = 5.580141e-01
Iteration: 9993 Difference: 2.921092e-01 P1 = 7.645665e-01 P2 = 7.645665e-01
Iteration: 9994 Difference: 2.921092e-01 P1 = 5.580141e-01 P2 = 5.580141e-01
Iteration: 9995 Difference: 2.921092e-01 P1 = 7.645665e-01 P2 = 7.645665e-01
Iteration: 9996 Difference: 2.921092e-01 P1 = 5.580141e-01 P2 = 5.580141e-01
Iteration: 9997 Difference: 2.921092e-01 P1 = 7.645665e-01 P2 = 7.645665e-01
Iteration: 9998 Difference: 2.921092e-01 P1 = 5.580141e-01 P2 = 5.580141e-01
Iteration: 9999 Difference: 2.921092e-01 P1 = 7.645665e-01 P2 = 7.645665e-01
Iteration: 10000 Difference: 2.921092e-01 P1 = 5.580141e-01 P2 = 5.580141e-01
Iteration: 10001 Difference: 2.921092e-01 P1 = 7.645665e-01 P2 = 7.645665e-01
Stopped Iteration: 10001 Stopped Difference: 2.921092e-01
P1 = 7.645665e-01 P2 = 7.645665e-01
P1(0) = 1 P2(0) = 1
Iteration: 2 Difference: 1.414214e+00 P1 = 0 P2 = 0
Iteration: 3 Difference: 0 P1 = 0 P2 = 0
Stopped Iteration: 3 Stopped Difference: 0
P1 = 0 P2 = 0

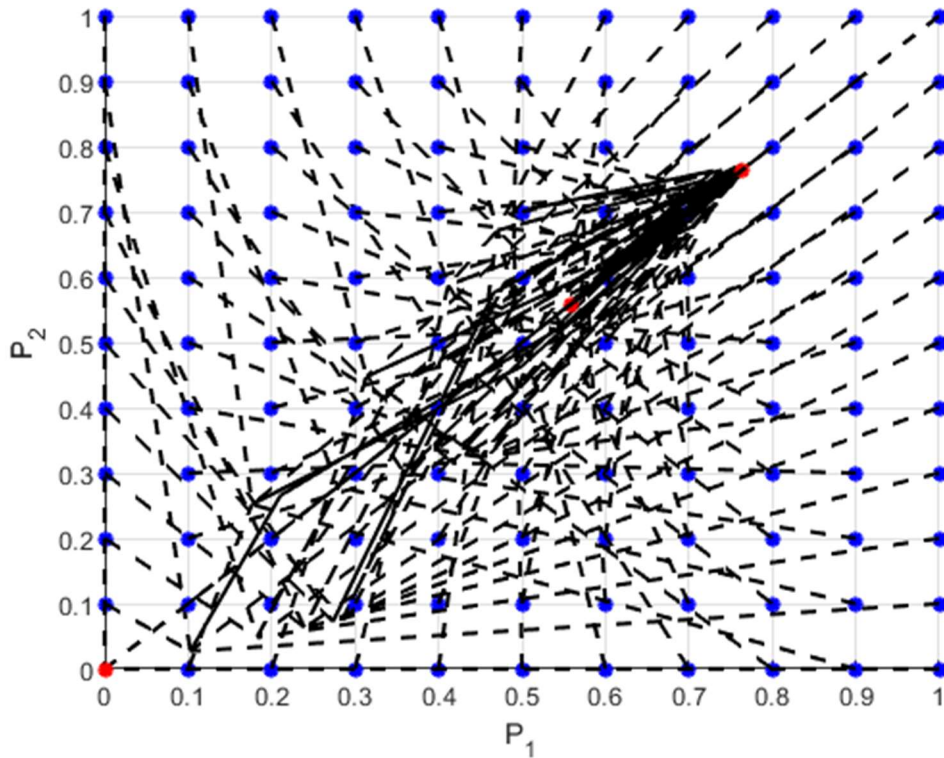
T =

    0.6324    0.3676
    0.9025    0.0975

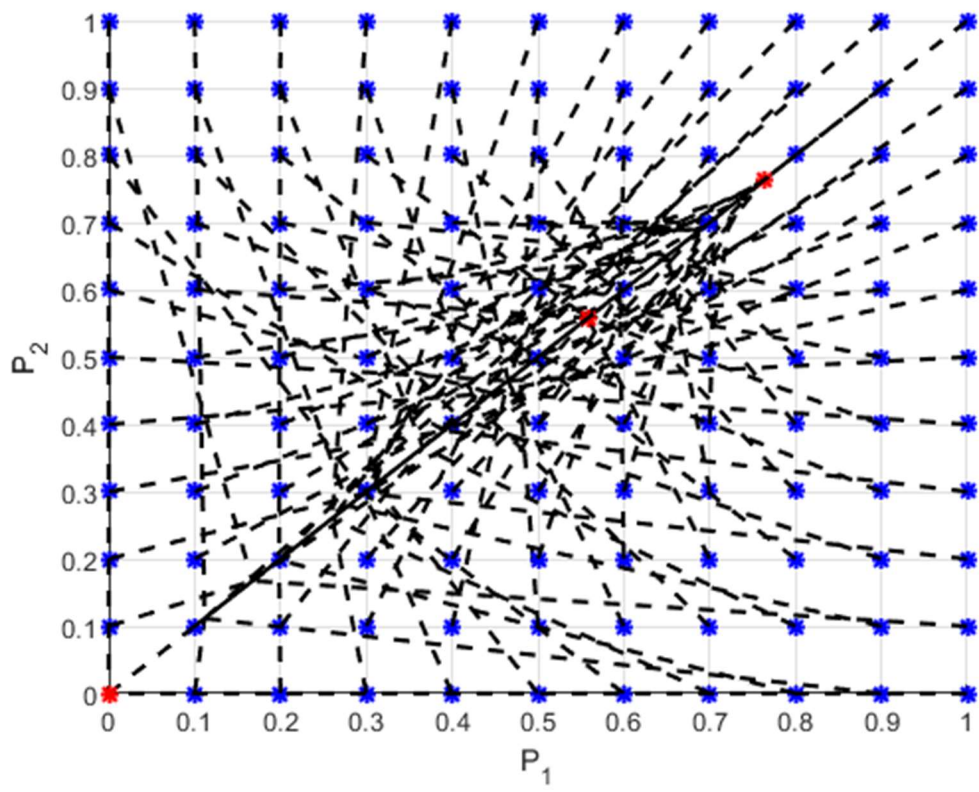
fx >>

```

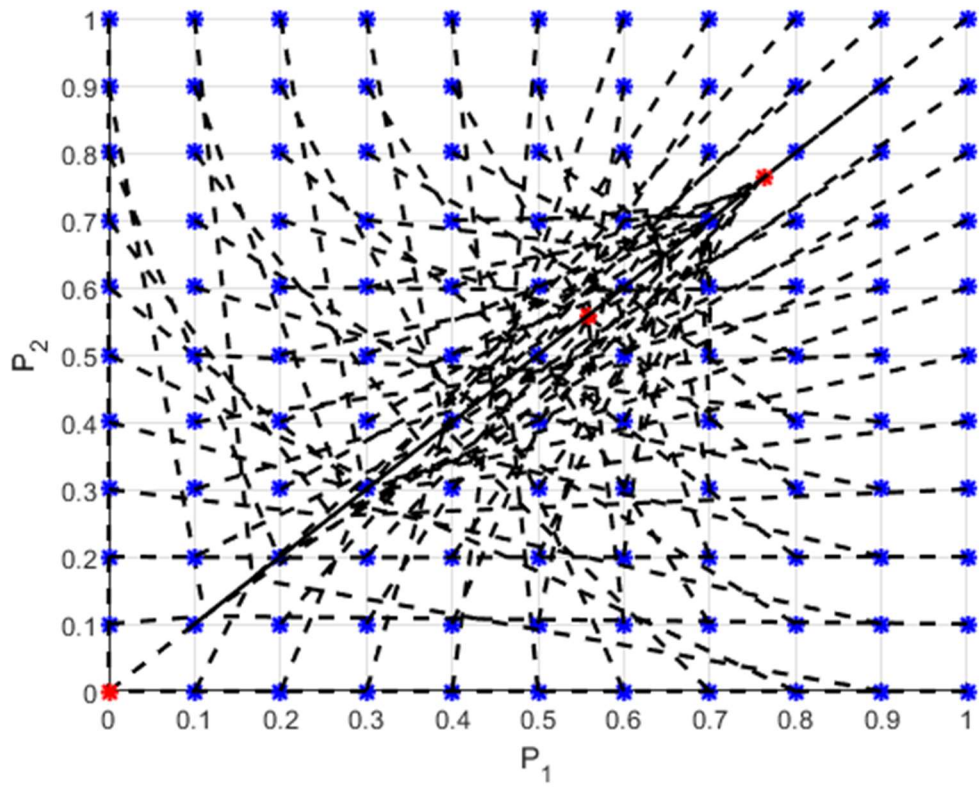
Εικόνα 5.



Εικόνα 6.



Εικόνα 7.



Εικόνα 8.

Κεφάλαιο 5: Συμπεράσματα

Τα κοινωνικά μέσα και οι ιστότοποι κοινωνικής δικτύωσης διαδραματίζουν συχνά ζωτικό ρόλο στη διαμόρφωση και στο σχηματισμό της γνώμης των χρηστών. Στην πραγματικότητα, αυτή την εποχή, διάφοροι οργανισμοί συνήθως χρησιμοποιούν τα κοινωνικά μέσα για να διερευνήσουν τη γνώμη των ανθρώπων σχετικά με τα θέματα ενδιαφέροντος. Ως εκ τούτου, η αποκάλυψη της δυναμικής της ροής της γνώμης σε ένα δίκτυο έχει συγκεντρώσει μεγάλο ενδιαφέρον τα τελευταία χρόνια, (Das et al., 2014).

Οι μέχρι σήμερα εργασίες περιορίζονται από τα εξής:

Η έρευνα για τη δυναμική της κοινής γνώμης ακολουθεί κατά κύριο λόγο δύο είδη μοντέλων. (i) μοντέλα βασισμένα στη στατιστική φυσική και (ii) μοντέλα που βασίζονται σε δεδομένα. Ο πρώτος τύπος μοντέλων, (Axelrod, 1997), είναι παραδοσιακά σχεδιασμένος για να συλλάβει πολλά ρυθμιστικά φαινόμενα της πραγματικής ζωής. π.χ. συναίνεση, πόλωση, κλπ. Ωστόσο, αυτά τα μοντέλα είναι σχεδόν μηχανογραφημένα και ως εκ τούτου οι παράμετροί τους είναι δύσκολο να ανιχνευθούν στα λεπτομερή πραγματικά δεδομένα. Η δεύτερη κατηγορία μοντέλων, (Das et al., 2014), ελάχιστα για την ώρα γνωστή, επιχειρεί να ξεπεράσει αυτούς τους περιορισμούς εκπονώντας ένα γραμμικό μοντέλο ανίχνευσης που αξιοποιεί τα διαρκώς μεταβαλλόμενα δυναμικά στοιχεία που διαμορφώνουν τη γνώμη. Οι περισσότερες από αυτές τις προσεγγίσεις, (Das et al., 2014), προκειμένου να αξιολογήσουν τη χρησιμότητα των μοντέλων τους δεν εξετάζουν την πρόβλεψη μίας γνώμης σε μία τυχαία και απροσδιόριστη στο μέλλον χρονική στιγμή. Αντίθετα, επικεντρώνονται στην κοντινή πρόβλεψη, δηλαδή προσπαθούν να προβλέψουν για την αμέσως επόμενη χρονική στιγμή τη γνώμη που πρόκειται να σχηματισθεί βάσει των δεδομένων που επεξεργάζονται. Μόνο μια πρόσφατη προσέγγιση, το SLANT, (De et al., 2016), που ενσωματώνει τη σύνθετη στοχαστική δυναμική των μηνυμάτων, μπορεί να προβλέψει με ακρίβεια τις απόψεις ακόμη και για το μακρινό μέλλον.

Ωστόσο, όλες αυτές οι υπάρχουσες προσεγγίσεις έχουν εξετάσει το φαινόμενο της δυναμικής της γνώμης μέσω της οπτικής δύο περιοριστικών παραδοχών: (i) τη γραμμικότητα της επιρροής μεταξύ των παρελθόντων γεγονότων και (ii) την ανεξάρτητη ή αποσυνδεδεμένη δυναμική των χρονισμών των μηνυμάτων και της ροής της γνώμης. Η δυναμική των απόψεων, όμως, που είναι μια πολύπλοκη ψυχολογική και κοινωνιολογική διαδικασία, αναμένεται να είναι γενικά μη γραμμική. Επομένως, ενώ η γραμμικότητα είναι μια χρήσιμη ιδέα για το μοντέλο για να μπορεί να εξηγηθεί και να εξαχθεί, στην πραγματικότητα μια τέτοια επιβολή εμποδίζει την ανίχνευση της τυχόν παρουσίας μη γραμμικότητας στα δεδομένα, αγνοώντας έτσι την εγγενή πολυπλοκότητα. Παρόλο που πρόσφατα ορισμένες προσπάθειες, (NanDu et al., 2016), θεωρούσαν τη μη γραμμική μοντελοποίηση των σημειακών διεργασιών σε διαφορετικά πλαίσια, οι λύσεις αυτές δεν είναι καθόλου ικανοποιητικές - δεν θεωρούν την ύπαρξη του υποκείμενου δικτύου και έτσι δεν μπορούν να επεκταθούν στην περίπτωση της δυναμικής της γνώμης γενικά. Ως εκ τούτου, οι προτάσεις τους δεν μπορούν να επεκταθούν εύκολα στο πλαίσιο της δυναμικής της κοινής γνώμης, που είναι ένα σενάριο που προωθείται σε μεγάλο βαθμό από τις αλληλεπιδράσεις μεταξύ των χρηστών ενός κοινωνικού δικτύου.

Στην εργασία των Kulkarni et al., (2017), αναπτύσσεται το SLANT +, ένα πλαίσιο εργασίας βασισμένο σε σημειακές διαδικασίες, το οποίο καταγράφει τη μη γραμμική δυναμική της διάδοσης της κοινής γνώμης. Αρχικά, αυτή η προσέγγιση επεκτείνει το προηγούμενο προτεινόμενο πρότυπο SLANT, (De et al., 2016) σε ένα μη γραμμικό κοινό γενετικό μοντέλο των απόψεων των χρηστών και των χρονισμών μηνυμάτων ως μία χρονική διαδικασία σημείων που επιτρέπει τη διαμόρφωση της κρυφής γνώμης του κάθε χρήστη (ρυθμός μηνυμάτων) από τις απόψεις (χρονοδιαγράμματα μηνυμάτων) των γειτόνων του. Όταν ένας χρήστης εκφράζει τη γνώμη του, οι τρέχουσες απόψεις των γειτόνων του ενημερώνονται - αυτές οι ενημερώσεις οδηγούνται από μη γραμμικές αλληλεπιδράσεις. Για να συλλάβει τις μη γραμμικότητες, το SLANT+ βλέπει τη συνάρτηση έντασης ως μια μη γραμμική συνάρτηση προηγούμενων απόψεων και χρονικών σημείων. Επιπλέον, το ιστορικό συμβάντων είναι ενσωματωμένο σε μία χρονική συνάρτηση, η οποία μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την πρόβλεψη του επόμενου χρόνου και γνώμης του μηνύματος. Σε αντίθεση με τις παραδοσιακές προσεγγίσεις που θεωρούν τις λειτουργίες έντασης με σταθερές παραμετρικές μορφές, η πρότασή των Kulkarni et al., (2017) δεν παίρνει καμία περιοριστική μορφή, αλλά στοχεύει να μάθει τη μορφή της μη γραμμικότητας

για να αποκαλύψει την υποκείμενη πολυπλοκότητα της διαδικασίας. Στην εργασία των Kulkarni et al., (2017), σχεδιάζεται μία δικτυακή αρχιτεκτονική επαναλαμβανόμενων νευρωνικών δικτύων (RNN) για να κατανοηθεί και να μοντελοποιηθεί η δυναμική της μη γραμμικής δικτυωμένης γνώμης. Μια τέτοια νευρωνική αρχιτεκτονική είναι ένα δίκτυο κελιών RNN, όπου κάθε κελί RNN συλλαμβάνει τη δυναμική της γνώμης και του μηνύματος του αντίστοιχου χρήστη και η σύνδεση μεταξύ δύο κελιών RNN συμμορφώνεται με την γειτνίαση μεταξύ των αντίστοιχων χρηστών. Κάθε κελί RNN λαμβάνει εισροή από τα τρέχοντα γεγονότα των γειτόνων καθώς και από τις κρυμμένες μονάδες, τα επεξεργάζεται για να κατασκευάσει αναδρομικά τις καταστάσεις (ενσωματώσεις ιστορικού) για το επόμενο βήμα και τελικά δημιουργεί τη διανομή του επόμενου γεγονότος.

Επιπλέον, μια σειρά εργαστηριακών πειραμάτων που διεξήχθησαν από τους Choi et al, (2005), έδειξαν ότι τα συμπεριφορικά πρότυπα των ατόμων ουσιαστικά αποκλίνουν από τις στρατηγικές που θα ακολουθούσαν οι πλήρως ορθολογικοί (Bayesian) παράγοντες. Ως αποτέλεσμα, μια δεύτερη ευρέως χρησιμοποιούμενη προσέγγιση για τη μοντελοποίηση της δυναμικής της γνώμης βασίστηκε στο τεράστιο έργο του DeGroot, (1974), το οποίο βασίζεται στην παραδοχή ότι οι παράγοντες έχουν περιορισμένη λογική. Σύμφωνα με αυτή τη διατύπωση, οι μεμονωμένοι κόμβοι χρησιμοποιούν κάποιο απλό κανόνα για να ενημερώσουν τις πεπειθήσεις τους σε κάθε περίοδο ως συνάρτηση των πεπειθήσεων των γειτόνων τους στην προηγούμενη περίοδο, (Lorenz, 2005). Η εργασία των Sotiropoulos et al., (2015), βρίσκεται επίσης στο πλαίσιο της οριοθετημένης ορθολογικότητας αλλά προτείνει έναν νέο κανόνα επικαιροποίησης ο οποίος ορίζει ότι το βάρος που δίνει ένας παράγοντας στη γνώμη ενός άλλου είναι μια συνεχώς μειούμενη συνάρτηση της απόστασης μεταξύ των πεπειθήσεών τους στην προηγούμενη περίοδο.

Το κλασικό μοντέλο DeGroot θεωρεί ένα σύνολο μωπικών παραγόντων $N = \{1, \dots, n\}$ οι οποίοι συνδέονται σε ένα ενδεχομένως κατευθυνόμενο και σταθμισμένο δίκτυο. Κάθε πράκτορας $i \in N$ αρχίζει με μια αρχική πεποίθηση ($p_i(0) \in [0, 1]$) για μια υποκείμενη κατάσταση του κόσμου. Το δίκτυο αλληλεπιδράσεων συλλαμβάνεται από μια μη αρνητική στοχαστική μήτρα T έτσι ώστε:

$$\sum_{j=1}^n T_{ij} = 1, \forall i \in N$$

Κάθε στοιχείο T_{ij} αυτού του πίνακα αντιπροσωπεύει τον παράγοντα βάρος που ο παράγοντας i τοποθετεί στην τρέχουσα γνώμη του j , ενώ διαμορφώνει την πεποίθηση της επόμενης περιόδου. Ο κανόνας ενημέρωσης ορίζει ότι κάθε άτομο διαμορφώνει τις πεπειθήσεις του σε κάθε περίοδο ως σταθμισμένο μέσο όρο (δηλαδή ως γραμμικό συνδυασμό) των πεπειθήσεων των γειτόνων του στην προηγούμενη περίοδο σύμφωνα με την ακόλουθη εξίσωση:

$$p_i(t+1) = \sum_{j=1}^n T_{ij} p_j(t)$$

Δεδομένου ότι η μήτρα αλληλεπίδρασης παραμένει σταθερή με την πάροδο του χρόνου, πρόκειται για ένα γραμμικό και σταθερό μοντέλο που παράγει απαραίτητες και επαρκείς συνθήκες για τη σύγκλιση και τη συναίνεση των πεπειθήσεων μακροπρόθεσμα. Μια ενδιαφέρουσα παραλλαγή του μοντέλου υποθέτει ότι οι παράγοντες έχουν κάποιο βαθμό επιμονής στις αρχικές τους πεπειθήσεις αλλά διατηρούν τις ιδιότητες γραμμικότητας και μη μεταβολής, (Friedkin & Johnsen, 1990).

Αντίθετα, στην εργασία του ο Chatterjee, (1975), επεκτείνει το μοντέλο υποθέτοντας ότι τα στοιχεία της μήτρας αλληλεπίδρασης είναι χρονικά εξαρτώμενα. Σε αυτό το μη στάσιμο (αλλά ακόμα γραμμικό) πλαίσιο, αποδεικνύεται ότι μπορεί να επιτευχθεί συναίνεση υπό την προϋπόθεση ότι τα βάρη παραμένουν επαρκώς θετικά με την πάροδο του χρόνου (δηλαδή δεν τείνουν να μηδενίζονται πολύ γρήγορα). Φυσικά, η πιο γενική μορφή του μοντέλου δυναμικής της γνώμης περιλαμβάνει έναν κανόνα μη γραμμικής και μη στάσιμης επικαιροποίησης που λαμβάνεται υποθέτοντας ότι η μήτρα αλληλεπίδρασης εξαρτάται από τον ίδιο τον φορέα της

θεώρησης $p(t)$ σε κάθε περίοδο $T = T(p(t))$. Προκειμένου να αντιμετωπιστούν τα ζητήματα σύγκλισης και συναίνεσης σε αυτό το πλαίσιο, πρέπει να γίνει διάκριση μεταξύ των περιπτώσεων τοπικών και καθολικών αλληλεπιδράσεων. Τα τοπικά μοντέλα αλληλεπίδρασης συχνά βασίζονται σε ένα ιδιαίτερα ελκτικό είδος μη γραμμικότητας που συνεπάγεται περιορισμένη εμπιστοσύνη μεταξύ των παραγόντων στο δίκτυο. Αυτό σημαίνει ότι κάθε άτομο i λαμβάνει υπόψη μόνο το σύνολο των παραγόντων των οποίων οι απόψεις διαφέρουν από τη δική του λιγότερο από ένα επίπεδο εμπιστοσύνης d_i . Αυτό το υποσύνολο του συνολικού πληθυσμού αποτελεί το σετ εμπιστοσύνης του. Ο κανόνας ενημέρωσης στο οριοθετημένο μοντέλο εμπιστοσύνης υποθέτει ότι κάθε κόμβος αποδίδει ίσο βάρος στη γνώμη όλων των παραγόντων που ανήκουν στο σύνολο της εμπιστοσύνης του.

Υπό την υπόθεση ενός ομοιόμορφου επιπέδου εμπιστοσύνης σε όλους τους παράγοντες, μπορεί να αποδειχθεί ότι οι πεποιθήσεις θα συγκλίνουν σε πεπερασμένο χρόνο και τελικά επικρατεί ένα πρότυπο κατακερματισμού, (Lorenz, 2005). Δεδομένου ότι το σύνολο των συνθηκών για την επίτευξη συναίνεσης στη συνολική κοινωνία εξαρτάται από τον αριθμό των παραγόντων, η μαθηματική ανάλυση καθίσταται δύσκολη για αυθαίρετα μεγέθη δικτύων και η διερεύνηση του φραγμένου μοντέλου εμπιστοσύνης συνήθως προχωρά με μια σειρά προσομοιώσεων υπολογιστών, (Hegselmann & Krause, 2002).

Μια δεύτερη κατηγορία μη γραμμικών (και μη στατικών) μοντέλων σχηματισμού γνώμης εξετάζει την περίπτωση των καθολικών αλληλεπιδράσεων, όπου κάθε παράγοντας σχηματίζει τη γνώμη του κατά την περίοδο $t + 1$ λαμβάνοντας υπόψη (δηλαδή συμβιβάζόμενος με) τη γνώμη δυνητικά όλων των άλλων παραγόντων κατά την περίοδο t . Σε αυτή την περίπτωση, το σύνολο εμπιστοσύνης κάθε κόμβου συμπίπτει με το συνολικό πληθυσμό. Στην πραγματικότητα, ένα μοντέλο τοπικών αλληλεπιδράσεων καθίσταται καθολικό, αυξάνοντας επαρκώς το επίπεδο εμπιστοσύνης κάθε ατόμου. Με την παραδοχή της ισορροπίας των πεποιθήσεων των άλλων, η γνώμη κάθε παράγοντα στην περίοδο $t + 1$ θα δοθεί απλώς από τον αριθμητικό μέσο όλων των ατομικών απόψεων κατά την περίοδο t . Αυτή η περίπτωση δεν είναι πραγματικά ενδιαφέρουσα, καθώς συνεπάγεται ότι θα επιτευχθεί συνολική συναίνεση στο $t = 1$. Για το λόγο αυτό, ο Krause, (2009), θεωρεί έναν γενικότερο κανόνα ενημέρωσης ο οποίος ορίζει ότι η τρέχουσα πεποίθηση κάθε ατόμου βρίσκεται ανάμεσα στη χαμηλότερη και την υψηλότερη πεποίθηση που πραγματοποιήθηκε εντός του πληθυσμού κατά την προηγούμενη περίοδο. Η χρήση ενός τέτοιου συμβιβαστικού κανόνα συνεπάγεται ότι θα επιτευχθεί τελικά μια μακροπρόθεσμη συναίνεση. Ωστόσο, η σχέση μεταξύ της περιοριστικής αντίληψης συναίνεσης και της αρχικής διάρθρωσης της γνώμης μπορεί να είναι μάλλον πολύπλοκη (ανάλογα με τη συγκεκριμένη μορφή του κανόνα ενημέρωσης) και παραμένει ανοιχτό ερώτημα για έρευνα.

Η εργασία των Sotiropoulos et al., (2015), παραμένει στο πλαίσιο των καθολικών αλληλεπιδράσεων για να εισαχθεί ένας απλός και διαισθητικός κανόνας ενημέρωσης σύμφωνα με τον οποίο το βάρος που τοποθετεί ένας παράγοντας στη γνώμη ενός άλλου μειώνεται συνεχώς με την απόσταση μεταξύ των πεποιθήσεών τους στην προηγούμενη περίοδο. Για την περίπτωση δύο παραγόντων, υπολογίζεται ότι η περιοριστική πεποίθηση είναι ο απλός αριθμητικός μέσος των αρχικών απόψεων. Όταν υπάρχουν τρεις παράγοντες στο δίκτυο, μια παρόμοια ανάλυση της σύγκλισης και της συναίνεσης ακολουθείται από τη χρήση τόσο των υπολογιστικών όσο και των αναλυτικών μεθόδων για να εξαχθεί η έμμεση σχέση μεταξύ της συναινετικής πεποίθησης και του διανύσματος των αρχικών απόψεων. Επομένως, η ανάλυσή των Sotiropoulos et al., (2015), συνεπάγεται την ύπαρξη μιας έμμεσης συναρτησιακής σχέσης μεταξύ της περιοριστικής συναινετικής πεποίθησης και της αρχικής άποψης των παραγόντων.

Τα ευρήματά των Sotiropoulos et al., 2015, μπορούν να συγκριθούν με το σύνολο των αποτελεσμάτων που επιτεύχθηκε από τον Pan, (2010). Αποδεικνύει επίσης τη σύγκλιση και τη συναίνεση χρησιμοποιώντας έναν κανόνα ενημέρωσης ο οποίος ορίζει ότι το βάρος που βάζει ένας παράγοντας σε άλλες πεποιθήσεις σε κάθε περίοδο συνδέεται αντιστρόφως με την απόσταση μεταξύ των πεποιθήσεών τους στην προηγούμενη περίοδο. Ωστόσο, υιοθετεί μια μάλλον *ad hoc* διατύπωση σχετικά με τα διαγώνια στοιχεία της μήτρας αλληλεπίδρασης, σύμφωνα με την οποία το επίπεδο εμπιστοσύνης που θέτει ένας παράγοντας στον εαυτό του δεν μεταβάλλεται άμεσα με την πάροδο του χρόνου. Αυτή η μέθοδος υποδηλώνει ότι κάθε παράγοντας οριακά θέτει μηδενικό βάρος στον εαυτό του και ίσο βάρος σε άλλους παράγοντες. Η αντιμετώπιση των Sotiropoulos et al., (2015), για την διαδικασία ενημέρωσης τροποποιεί αυτό

το μάλλον παράδοξο αποτέλεσμα, καθώς τους επιτρέπει να συμπεράνουν ότι τα βάρη επιρροής κάθε κόμβου κατανέμονται ομοιόμορφα μεταξύ όλων των παραγόντων (συμπεριλαμβανομένου και του εαυτού του) στο όριο. Ταυτόχρονα, η ανάλυσή των Sotiropoulos et al., (2015), προχωράει ένα βήμα παραπέρα δείχνοντας ότι η σχέση μεταξύ της οριακής πεπιοίθησης συναίνεσης και του διανύσματος των αρχικών απόψεων μπορεί να είναι αρκετά πολύπλοκη σε δίκτυα με περισσότερους από δύο παράγοντες.

Τέλος, έγινε προσομοίωση ενός συστήματος δύο πρακτόρων με χρήση της μεθόδου non-linear DeGroot. Δοκιμάσαμε διάφορες τιμές των αρχικών πεπιοιθήσεων και της μήτρας αλληλεπίδρασης και διαπιστώσαμε ότι το σύστημα καταλήγει πάντα σε κάποια συγκεκριμένα σημεία ως τελικές τιμές των πεπιοιθήσεων.

Βιβλιογραφία

- Ahn, S., Bae, H. O., Ha, S. Y., Kim, Y., & Lim, H. (2013). Application of flocking mechanism to the modeling of stochastic volatility. *Mathematical Models and Methods in Applied Sciences*, 23(09), 1603-1628.
- Albi, G., Herty, M., & Pareschi, L. (2014). Kinetic description of optimal control problems and applications to opinion consensus. arXiv preprint arXiv:1401.7798.
- Axelrod, R. (1997). The dissemination of culture: A model with local convergence and global polarization. *Journal of conflict resolution*, 41(2), 203-226.
- Behera, L., & Schweitzer, F. (2003). On spatial consensus formation: Is the Sznajd model different from a voter model?. *International Journal of Modern Physics C*, 14(10), 1331-1354.
- Bellomo, N., & Soler, J. (2012). On the mathematical theory of the dynamics of swarms viewed as complex systems. *Mathematical Models and Methods in Applied Sciences*, 22(supp01), 1140006.
- Berger, R. L. (1981). A necessary and sufficient condition for reaching a consensus using DeGroot's method. *Journal of the American Statistical Association*, 76(374), 415-418.
- Canizo, J. A., Carrillo, J. A., & Rosado, J. (2011). A well-posedness theory in measures for some kinetic models of collective motion. *Mathematical Models and Methods in Applied Sciences*, 21(03), 515-539.
- Caponigro, M., Lai, A. C., & Piccoli, B. (2015). A nonlinear model of opinion formation on the sphere.
- Chatterjee S., "Reaching a consensus: Some limit theorems," *Proceedings of the Institute of Statistical Mathematics*, pp. 159–164, 1975.
- Chatterjee, S., & Seneta, E. (1977). Towards consensus: Some convergence theorems on repeated averaging. *Journal of Applied Probability*, 14(1), 89-97.
- Columbia University. Bureau of Applied Social Research, & Lazarsfeld, P. F. (1955). *Personal influence: the part played by people in the flow of mass communications*. Glencoe, Ill: Free Press.
- Couzin, I. D., Krause, J., James, R., Ruxton, G. D., & Franks, N. R. (2002). Collective memory and spatial sorting in animal groups. *Journal of theoretical biology*, 218(1), 1-11.
- Cucker, F., & Smale, S. (2007). Emergent behavior in flocks. *IEEE Transactions on automatic control*, 52(5), 852-862.
- D. Gale and S. Kariv, "Bayesian learning in social networks," *Games and Economic Behavior*, vol. 45, no. 2, pp. 329–346, November 2003.
- D. Gale, S. Kariv, and S. Choi, *Behavioral Aspects of Learning in Social Networks: An Experimental Study*, 2005, ch. 4, pp. 25–61.
- Das, A., Gollapudi, S., & Munagala, K. (2014, February). Modeling opinion dynamics in social networks. In *Proceedings of the 7th ACM international conference on Web search and data mining* (pp. 403-412). ACM.
- De, A., Ganguly, N., & Chakrabarti, S. (2013, December). Discriminative link prediction using local links, node features and community structure. In *2013 IEEE 13th International Conference on Data Mining* (pp. 1009-1018). IEEE.
- De, A., Valera, I., Ganguly, N., Bhattacharya, S., & Rodriguez, M. G. (2016). Learning and forecasting opinion dynamics in social networks. In *Advances in Neural Information Processing Systems* (pp. 397-405).
- De, G. M. (1974). Reaching a Consensus. *J. Amer. Statis. Assoc.*, 69, 118-121.
- Deffuant, G., Neau, D., Amblard, F., & Weisbuch, G. (2000). Mixing beliefs among interacting agents. *Advances in Complex Systems*, 3(01n04), 87-98.

- Degond, P., & Motsch, S. (2008). Continuum limit of self-driven particles with orientation interaction. *Mathematical Models and Methods in Applied Sciences*, 18(supp01), 1193-1215.
- DeGroot, M. H. (1974). Reaching a consensus. *Journal of the American Statistical Association*, 69(345), 118-121.
- Dittmer, J. C. (2000). *Diskrete nichtlineare modelle der konsensbildung* (Doctoral dissertation, Diploma thesis Universität Bremen).
- Du, N., Dai, H., Trivedi, R., Upadhyay, U., Gomez-Rodriguez, M., & Song, L. (2016, August). Recurrent marked temporal point processes: Embedding event history to vector. In *Proceedings of the 22nd ACM SIGKDD International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining* (pp. 1555-1564). ACM.
- French Jr, J. R. (1956). A formal theory of social power. *Psychological review*, 63(3), 181.
- Friedkin, N. E., & Johnsen, E. C. (1990). Social influence and opinions. *Journal of Mathematical Sociology*, 15(3-4), 193-206.
- Golub, B., & Jackson, M. O. (2007). Naive learning in social networks: Convergence, influence, and the wisdom of crowds. Preprint, available at <http://www.stanford.edu/~jacksonm/naivelearning.pdf>.
- Ha, S. Y., & Tadmor, E. (2008). From particle to kinetic and hydrodynamic descriptions of flocking. arXiv preprint arXiv:0806.2182.
- Harary, F. (1959). A criterion for unanimity in French's theory of social power.
- Hegselmann, R., & Flache, A. (1998). Understanding complex social dynamics: A plea for cellular automata based modelling. *Journal of Artificial Societies and Social Simulation*, 1(3), 1.
- Hegselmann, R., & Krause, U. (2002). Opinion dynamics and bounded confidence models, analysis, and simulation. *Journal of artificial societies and social simulation*, 5(3).
- Hegselmann, R., & Krause, U. (2002). Opinion dynamics and bounded confidence models, analysis, and simulation. *Journal of artificial societies and social simulation*, 5(3).
- Huth, A., & Wissel, C. (1992). The simulation of the movement of fish schools. *Journal of theoretical biology*, 156(3), 365-385.
- Jabin, P. E., & Motsch, S. (2014). Clustering and asymptotic behavior in opinion formation. *Journal of Differential Equations*, 257(11), 4165-4187.
- Krackhardt, D. (1987). Cognitive social structures. *Social networks*, 9(2), 109-134.
- Krause, U. (2000). A discrete nonlinear and non-autonomous model of consensus formation. *Communications in difference equations*, 2000, 227-236.
- Krause, U. (2009). Compromise, consensus, and the iteration of means. *Elemente der Mathematik*, 64(1), 1-8.
- Lehrer, K. (1975). Social consensus and rational agnology. *Synthese*, 31(1), 141-160.
- Lorenz, J. (2005). A stabilization theorem for dynamics of continuous opinions. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 355(1), 217-223.
- M. H. Degroot, "Reaching a Consensus," *Journal of the American Statistical Association*, vol. 69, no. 345, pp. 118–121, 1974.
- Motsch, S., & Tadmor, E. (2014). Heterophilious dynamics enhances consensus. *SIAM review*, 56(4), 577-621.
- Pan, Z. (2010). Trust, influence, and convergence of behavior in social networks. *Mathematical Social Sciences*, 60(1), 69-78.
- Siegelmann, H. T., & Sontag, E. D. (1991). Turing computability with neural nets. *Applied Mathematics Letters*, 4(6), 77-80.
- Taddicken, M. (2016). The People's Choice. How the Voter Makes Up His Mind in a Presidential Campaign. In *Schlüsselwerke der Medienwirkungsforschung* (pp. 25-36). Springer VS, Wiesbaden.

ZWIEBEL, J. (2003). PERSUASION BIAS, SOCIAL INFLUENCE, AND UNIDIMENSIONAL OPINIONS* PETER M. DEMARZO DIMITRI VAYANOS. Technology, 909.

Παράρτημα

```

% This script file runs the non-linear opinion formation process on a
% two-dimensional space of initial beliefs.

% Set the network structure by randomizing the self reliance of each agent.
SelfReliances = rand(1,2);
T = [SelfReliances(1) 1-SelfReliances(1);1-SelfReliances(2) SelfReliances(2)];
% T11 = 0.4;
% T22 = 0.6;
% T = [T11 1-T11;1-T22 T22];

% Set discretizing step of the initial opinions space.
dxy = 0.1;

% Set the vector of initial opinions for the first agent.
Px = 0:dxy:1;
% Set the vector of initial opinions for the second agent.
Py = 0:dxy:1;

% Get the number of points in each space.
Nx = length(Px);
Ny = length(Py);
% Get the total number of points.
N = Nx * Ny;

% Set the function-handle to the non-linear transfer function.
F = @(P,RO)(RO.*P.*(1-P));

% Set the parameter of the non-linear function.
R = 3.1;
% Set the stopping criteria.
diff_thres = 1e-09;
max_iterations = 10000;

% Initialize a container for storing the distinct trajectories.
Ptrajectories = cell(1,N);

% Initialize the counter of current trajectory.
current_trajectory = 1;

% Loop through the various points in the discretized grid.
for x = Px
    for y = Py
        % Set the current vector of initial beliefs.
        Po = [x;y];
        % Report vector of initial beliefs.
        fprintf('P1(0) = %d P2(0) = %d\n',x,y);
        % Simulate the non-linear opinion formation process.
        [Ptrajjectory,Diff] = NonLinearDeGroot(T,Po,F,R,diff_thres,max_iterations);
        % Report limiting beliefs.
        fprintf('P1 = %d P2 = %d\n',Ptrajjectory(end,1),Ptrajjectory(end,2));
        % Save current trajectory.
    end
end

```

```

Ptrajectories{current_trajectory} = Ptrajjectory;
% Increase current trajectory counter.
current_trajectory = current_trajectory + 1;
end
end

% Plot the obtained trajectories.
plot_2d_trajectories(Ptrajectories)

function [Ptrajjectory, Diffs] = NonLinearDeGroot(T, Po, F, R, diff_thres, max_iterations)

% This function simulates the non-linear process of opinion formation
% within a network of connected agents whose beliefs are updated according
% to the following rule:
%
%           n
%         -----
%          \
% P_i(t+1) = /  T_ij * F(P_j(t)), for all i in [n]          [I]
%          -----
%           j=1
%
% For the current implementation, since we attempt to reproduce chaotic
% behavior, the following non-linear function will be used:
%
%           F(u;r) = R * u * (1 - u)                        [II]
% -----
% Input arguments definition:
% -----
% T: is the [n x n] social interaction matrix.
% Po: is the [n x 1] vector of initial beliefs.
% F: is a function handle to the non-linear transfer function.
% R: is the parameter of the transfer function.
% diff_thres: is the norm difference threshold controlling the termination
%             of the algorithm.
% max_iterations: is an additional stopping criterion.
% -----
% Output arguments definition:
% Ptrajjectory: is matrix which row-wise stores the vector of beliefs for
%              each time period.
% Diffs: is a vector storing the norm difference between the vectors of
%        beliefs for the current and the previous time period.

% Initialize the vector of norm differences.
Diffs = [];
% Initialize the matrix of agents' beliefs.
Ptrajjectory = Po';
% Initialize the current vector of beliefs.
Pcurrent = Po;
% Initialize the current difference.
difference = 1; % The maximum possible norm difference is ||0[n x 1] - 1[n x 1]|| =
||1|| = 1.
% Initialize current iteration counter.
current_iteration = 1;

```

```

% Initialize the current iteration counter.
while((current_iteration<=max_iterations)&&(difference>diff_thres))
    % Compute the vector of agents' beliefs for the next time period.
    Pnext = T * F(Pcurrent,R);
    difference = norm(Pnext - Pcurrent);
    Diffs = [Diffs;difference];
    Pcurrent = Pnext;
    Ptrajjectory = [Ptrajjectory;Pcurrent'];
    current_iteration = current_iteration + 1;
    fprintf('Iteration: %d Difference: %d P1 = %d P2 =
%d\n',current_iteration,difference,Pcurrent(1),Pcurrent(2));
end
fprintf('Stopped Iteration: %d Stopped Difference: %d\n',current_iteration,difference);

end

% This script file exemplifies the execution of the non-linear DeGroot
% extension model for a given network structure. We assume a network of two
% agents.

% Set the function-handle to the non-linear transfer function.
F = @(P,Ro)(Ro.*P.*(1-P));

% Set the parameter of the non-linear function.
R = 1.0;
% Set the stopping criteria.
diff_thres = 1e-10;
max_iterations = 100000;

% Set the network structure by randomizing the self reliance of each agent.
SelfReliances = rand(1,2);
T = [SelfReliances(1) 1-SelfReliances(1);1-SelfReliances(2) selfReliances(2)];

% Randomize the vector of initial beliefs.
Po = rand(2,1)

% Set the number of iterations for the same set of parameters.
K = 1;

for k = 1:1:K
    % Report current iteration with same random parameters.
    fprintf('Current Experiment: %d\n',k);
    % Simulate the non-linear opinion formation process.
    [Ptrajjectory,Diffs] = NonLinearDeGroot(T,Po,F,R,diff_thres,max_iterations);
    % Report the limiting beliefs.
    fprintf('P_1 = %d P_2 = %d\n',Ptrajjectory(end,1),Ptrajjectory(end,2));
    % Plot trajectory of private beliefs.
    plot_beliefs_evolution(Ptrajjectory);
    plot_2d_trajectory(Ptrajjectory);
end

function plot_2d_trajectories(Ptrajectories)

% This function plots the trajectories of privates beliefs for a given

```

```

% range of initial beliefs for the case of two agents.

% Get the number of stored trajectories.
N = length(Ptrajectories);

figure('Name','Private Beliefs Trajectories');
hold on
for n = 1:1:N
    % Plot the initial point of the two-dimensional trajectory.
    plot(Ptrajectories{n}(1,1),Ptrajectories{n}(1,2),'*b','Linewidth',1.6);
    % Plot the intermediate points of the two-dimensional trajectory.
    plot(Ptrajectories{n}(:,1),Ptrajectories{n}(:,2),'--k','Linewidth',1.6);
    % Plot the last point of the two-dimensional trajectory.
    plot(Ptrajectories{n}(end,1),Ptrajectories{n}(end,2),'*r','Linewidth',1.6);
end
% Set the axis limits.
axis([0 1 0 1]);
% Set the axis labels.
xlabel('P_1')
ylabel('P_2');
% Create a grid.
grid on
hold off

function plot_2d_trajectory(Ptrajectory)

% This function plots the trajectory of beliefs for the particular case of
% a two-dimensional system. That is, the phase-space is the Cartesian
% product [0,1] x [0,1].

figure('Name','Private Beliefs Trajectory');
hold on
% Plot the initial point of the two-dimensional trajectory.
plot(Ptrajectory(1,1),Ptrajectory(1,2),'*b','Linewidth',1.6);
% Plot the intermediate points of the two-dimensional trajectory.
plot(Ptrajectory(:,1),Ptrajectory(:,2),'--k','Linewidth',1.6);
% Plot the last point of the two-dimensional trajectory.
plot(Ptrajectory(end,1),Ptrajectory(end,2),'*b','Linewidth',1.6);
% Set the axis limits.
axis([0 1 0 1]);
% Set the axis labels.
xlabel('P_1');
ylabel('P_2');
% Create a grid.
grid on

end

function plot_beliefs_evolution(Ptrajectory)

% This function plots the private node beliefs evolution as a function of
% the steps elapsed during the learning process.

[time_steps,nodes_num] = size(Ptrajectory);

```

```

t = [0:1:time_steps-1];

figure('Name','Beliefs evolution for all nodes');
hold on
for n = 1:1:nodes_num
    if(n==1)
        plot(t,Ptrajjectory(:,n),'*-b','Linewidth',1.4);
    end
    if(n==2)
        plot(t,Ptrajjectory(:,n),'*-r','Linewidth',1.4);
    end
    xlabel('Time');
    ylabel('Private Beliefs');
    grid on
end;
hold off

end

function plot_trajectory(Ptrajjectory,Diffes)

% This function the trajectory of private beliefs during the learning
% process.

%Plot sequence of differences.
figure('Name','Differences Convergence');
plot([1:1:length(Diffes)],Diffes,'-*r','Linewidth',1.5);
grid on

dimensions = size(Ptrajjectory,2);
if(dimensions>3)
    [coeff,score] = princomp(Ptrajjectory);
    P = coeff(:,[1:1:3]);
else
    P = Ptrajjectory;
end;
if(dimensions==2)
    figure('Name','Private Beliefs Trajectory');
    plot(P(:,1),P(:,2),'--k*','Linewidth',1.5)
    axis([0 1 0 1]);
    grid on
else
    figure('Name','Private Beliefs Trajectory');
    plot3(P(:,1),P(:,2),P(:,3),'*r','Linewidth',1.4)
    x_min = min(P(:,1));
    x_max = max(P(:,1));
    y_min = min(P(:,2));
    y_max = max(P(:,2));
    z_min = min(P(:,3));
    z_max = max(P(:,3));
    axis([x_min x_max y_min y_max z_min z_max]);
    grid on

```



```
end;  
end
```

[Published with MATLAB® R2018b](#)