ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ
UNIVERSITY OF PIRAEUS

Τμήμα Χρηματοοικονομικής & Τραπεζικής Διοικητικής

Π.Μ.Σ. στη «Χρηματοοικονομική και Τραπεζική» με κατεύθυνση:

«Χρηματοοικονομική Ανάλυση για Στελέχη»

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

«Ευσταθή Οικονομικά Δίκτυα. Μια Στρατηγική Θεώρηση»

ΦΟΙΤΗΤΡΙΑ

Χρήστου Κωνσταντίνα

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ

Επίκ. Καθηγητής Δημήτριος Βολιώτης

ΜΕΛΗ ΕΠΙΤΡΟΠΗΣ

Καθηγητής Γκίκας Χαρδούβελης

Λέκτορας Νικόλαος Εγγλέζος

ΠΕΙΡΑΙΑΣ

ΦΕΒΡΟΥΑΡΙΟΣ 2018

Ευχαριστίες

Η παρούσα διπλωματική εργασία εκπονήθηκε με σκοπό την απόκτηση του μεταπτυχιακού τίτλου σπουδών στη «Χρηματοοικονομική και Τραπεζική» με ειδίκευση στη «Χρηματοοικονομική Ανάλυση για Στελέχη Επιχειρήσεων» του τμήματος Χρηματοοικονομικής και Τραπεζικής Διοικητικής του Πανεπιστημίου Πειραιώς.

Θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά για την καθοδήγηση που μου παρείχε τον Επίκ. Καθηγητή κ. Βολιώτη Δ., υπό την επίβλεψη του οποίου εκπονήθηκε η συγκεκριμένη διπλωματική εργασία.

Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω ιδιαιτέρως όλους τους καθηγητές του τμήματος οι οποίοι συνετέλεσαν στην απόκτηση άρτιας επιστημονικής γνώσης, η οποία ήταν ωφέλιμη όχι μόνο για την πορεία των σπουδών μου, αλλά και γενικότερα σε διάφορους τομείς της ζωής.

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Τα κύρια θέματα που πραγματεύεται η παρούσα διπλωματική εργασία είναι τα παίγνια με βάση την ύπαρξη ή μη συνεργασίας μεταξύ των παικτών καθώς και η δημιουργία δικτύων. Στα παίγνια στα οποία δεν υπάρχει πλήρης συνεργασία θα παρατηρήσουμε ότι προκύπτει μία λύση ισορροπίας, η οποία μεγιστοποιεί το όφελος του συνόλου των παικτών. Η συγκεκριμένη λύση ισορροπίας έχει πάρει την ονομασία της από τον βραβευμένο με Νόμπελ οικονομολόγο και μαθηματικό John Forbes Nash. Ιδιαίτερη έμφαση θα δοθεί στην ανάπτυξη διάφορων υποδειγμάτων οικονομικών δικτύων και στον έλεγχο της αποτελεσματικότητας και σταθερότητάς τους. Θα εξεταστεί αν μπορούν να συνυπάρχουν ή αν σε κάποιες περιπτώσεις η μία αναιρεί την άλλη.

Επιπλέον, θα αναλυθούν διάφορες δομές οικονομικών δικτύων που θα βασίζονται στο αν υπάρχει ή όχι φθορά στην πληροφόρηση του δικτύου και θα παρουσιαστούν τα κύρια χαρακτηριστικά κάθε δομής. Όσον αφορά τα χρηματοοικονομικά δίκτυα, θα εξεταστεί ο τρόπος με τον οποίο πραγματοποιείται η χρηματοοικονομική μετάδοση ανάλογα με το μέγεθος του σοκ και τη δομή των δικτύων καθώς και ο ρόλος της ενσωμάτωσης και της διαφοροποίησης. Τέλος, θα παρουσιαστεί μία άσκηση στην οποία μέσω του υπολογισμού ενός υποτυπώδους δείκτη χρηματοπιστωτικής ευαισθησίας θα εξεταστεί η αναμενόμενη απώλεια του δικτύου λόγω της φθοράς της αξίας των περιουσιακών στοιχείων και πώς αυτή επηρεάζει την ευστάθεια του συστήματος.

Λέξεις-κλειδιά:

Συνεργατικά παίγνια, ισορροπία Nash, πληροφόρηση, φθορά πληροφόρησης, οικονομικά δίκτυα, χρηματοοικονομική μετάδοση, αναμενόμενη απώλεια, χρηματοπιστωτική ευαισθησία, σταθερότητα, αποτελεσματικότητα.

ABSTRACT

The main issues that this diploma thesis deals with, are games based on the existence or not of cooperation among the players, as well as the creation of networks. In games of no full-cooperation, we will notice that a balance-solution emerges which maximizes the benefit of all players. This equilibrium solution has been named after the Nobel prize-winning economist and mathematician John Forbes Nash. Great emphasis will be given on developing various models of economic networks and controlling their effectiveness and stability. We will examine whether they can coexist or in some cases one cancels the other.

In addition, various structures of economic networks will be analyzed based on whether the decay in networks exists or not and consequently the main features of each structure will be presented. Regarding to financial networks, we will study the way in which financial contagion takes place according to the magnitude of shocks and the structure of networks and the role of integration and diversification. Finally, an exercise will be presented, in which the calculation of a financial fragility index will examine the expected loss of network due to deterioration of value's assets and its impact on the stability of the network.

Key-words:

Cooperative games, Nash equilibrium, information, decay, financial networks, financial contagion, expected loss, financial fragility, stability, effectiveness.

Περιεχόμενα

Περιεχόμενα Πινάκων

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1: ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΗ ΕΠΙΣΚΟΠΗΣΗ

Ένας από τους πιο σημαντικούς οικονομολόγους που ασχολήθηκε με τα συνεργατικά παίγνια και την ανάπτυξη δικτύων είναι ο **Matthew O. Jackson**, οποίος δημοσίευσε το βιβλίο **«Social and Economic Networks»** το **2008**. Στο συγκεκριμένο βιβλίο αναλύει εκτενώς στρατηγικά μοντέλα σχηματισμού δικτύου όσο και τυχαία μοντέλα βασισμένα σε γραφήματα. Κύρια αναφορά γίνεται στο άρθρο του **«A Strategic Model of Social and Economic Networks»**, το οποίο δημοσίευσε το **1996** σε συνεργασία με τον Asher Wolinsky. Πιο αναλυτικά, αυτό το οποίο εξετάζεται στο άρθρο είναι η σταθερότητα και η αποτελεσματικότητα τόσο των οικονομικών όσο και των κοινωνικών δικτύων βασισμένες στα άτομα που αποτελούν κάθε δίκτυο και την ανάπτυξη δεσμών συνεργασίας μεταξύ τους. Οι **Matthew O. Jackson** και **Asher Wolinsky (1996)** επικεντρώνονται κυρίως στην σύγκρουση μεταξύ αποτελεσματικότητας και σταθερότητας των δικτύων. Θεωρούν ότι τις περισσότερες φορές τα δίκτυα δεν μπορούν να είναι ταυτόχρονα αποτελεσματικά και σταθερά, αλλά ότι το ένα αναιρεί το άλλο, δηλαδή είτε υπάρχουν δίκτυα που είναι σταθερά και μη αποτελεσματικά είτε αποτελεσματικά αλλά όχι σταθερά.

Εκτενή αναφορά γίνεται στις δομές των δικτύων, γιατί σύμφωνα με τους Jackson και Wolinsky διαδραματίζουν σημαντικό ρόλο στην οργάνωση των οικονομικών σχέσεων. Άτυπα κοινωνικά δίκτυα συχνά αποτελούν τα μέσα επικοινωνίας αλλά και διανομής των αγαθών και υπηρεσιών τα οποία πραγματοποιούνται εκτός αγοράς. Κάποια παραδείγματα ανάπτυξης άτυπων κοινωνικών δικτύων είναι η ανταλλαγή πληροφοριών σχετικά με θέσεις εργασίας ή με επιχειρηματικές ευκαιρίες. Σημαντικό ρόλο στην παραγωγικότητα μίας επιχείρησης παίζει και το τυπικό δίκτυο ανταλλαγής πληροφοριών μεταξύ των εργαζομένων. Γενικά, η θέση ενός ατόμου στο δίκτυο μπορεί να επηρεάσει τόσο την παραγωγικότητά του όσο και την θέση διαπραγμάτευσης που κατέχει σε σχέση με άλλα άτομα.

Ο κύριος στόχος του παραπάνω άρθρου είναι η μοντελοποίηση και η ανάλυση της σταθερότητας των δικτύων όταν τα άτομα που συμμετέχουν στο δίκτυο επιλέγουν να δημιουργούν νέες συνδέσεις μεταξύ τους ή να διακόπτουν τις ήδη υπάρχουσες. Ξεκινούν με την ανάλυση επιμέρους δικτύων και καταλήγουν σε ένα γενικό μοντέλο δικτύου. Εξετάζεται η σχέση μεταξύ σταθερών και αποτελεσματικών δικτύων και κατά πόσο μπορούν να συνυπάρχουν.

Η μεθοδολογική προσέγγιση στην ανάλυσή τους σχετίζεται με παίγνια τα οποία περιλαμβάνουν δομές επικοινωνίας και κατ' επέκταση ανάπτυξη συνεργασίας μεταξύ των παικτών. Ένας από τους πρώτους που ασχολήθηκε με τα συνεργατικά παίγνια ήταν ο **Roger Myerson**, ο οποίος το **1977** στο άρθρο του **«Graphs and Cooperation in Games»** αναλύει τα ενδιάμεσα στάδια που υπάρχουν μεταξύ της πλήρους συνεργασίας και της μη συνεργασίας στα παίγνια. Στα παίγνια, σύμφωνα με τον Myerson, συχνά υποθέτουμε ότι είτε δεν υπάρχει καθόλου συνεργασία μεταξύ των παικτών ή ότι οι παίκτες συνεργάζονται όλοι μεταξύ τους. Αυτό το οποίο προσπαθεί να δείξει ο Myerson στο άρθρο του είναι την ύπαρξη της μερικής συνεργασίας και τις μορφές τις οποίες μπορεί να πάρει. Για το σκοπό αυτό κάνει χρήση της θεωρίας γραφημάτων προσπαθώντας να δείξει πόσο επηρεάζεται το αποτέλεσμα ενός παιγνίου αν συνεργάζονται οι παίκτες μεταξύ τους καθώς και το επίπεδο συνεργασίας, αν δηλαδή υπάρχει μερική ή ολική συνεργασία.

Μεταγενέστερα, το **1986** ο **Guillermo Owen** στο άρθρο του **«Values of graph-restricted games»** ασχολείται επίσης με την ανάλυση των συνεργατικών παιγνίων. Πιο συγκεκριμένα, επικεντρώνεται στο πρόβλημα που προκύπτει από την τροποποίηση παιγνίων που αποτελούνται από n άτομα έτσι ώστε να ληφθούν υπόψη οι δυσκολίες λόγω έλλειψης επικοινωνίας και οι ευκαιρίες που θα μπορούσαν να έχουν οι μεσάζοντες. Στο εν λόγω υπόδειγμα τα μέλη ενός πεπερασμένου συνόλου είναι ταυτόχρονα παίκτες του παιχνιδιού και κορυφές του αντίστοιχου γραφήματος. Ο Owen τονίζει ότι ένας συνδυασμός αυτών των δύο δομών δημιουργεί ένα νέο παίγνιο στο οποίο οι μοναδικοί αποτελεσματικοί συνασπισμοί είναι εκείνοι που αντιστοιχούν σε μερικώς συνδεδεμένα γραφήματα. Στην μελέτη του αναφέρθηκε στη σχέση που υπάρχει μεταξύ των δεικτών ισχύος του αρχικού και του τροποποιημένου παιγνίου, επικεντρώνοντας το ενδιαφέρον του στην ανάλυση της ειδικής περίπτωσης όπου το γράφημα είναι «δέντρο».

Λίγα χρόνια αργότερα, το **1991**, η **Anne van den Nouweland** και ο **Peter Borm** στηριζόμενοι στην μελέτη του Myerson σχετικά με τα συνεργατικά παίγνια, δημοσίευσαν το άρθρο τους **«On the convexity of communication games»**. Με βάση το γεγονός ότι μία κατάσταση επικοινωνίας αποτελείται από ένα παίγνιο καθώς και από το αντίστοιχο γράφημα επικοινωνίας εισάγουν κάποιες καινούριες έννοιες όσον αφορά τα παίγνια συνεργασίας με περιορισμούς επικοινωνίας. Πιο συγκεκριμένα, εισάγοντας δύο διαφορετικούς τύπους αντίστοιχων παιγνίων τα παίγνια σημείων (point games) και τα παίγνια τόξου (arc games) αναφέρονται στην τιμή Myerson και στην θέση επικοινωνίας. Αναλύουν τις σχέσεις μεταξύ κυρτότητας του υποκείμενου παιχνιδιού και των δύο παιγνίων επικοινωνίας (των «point games» και «arc games»). Στην μελέτη τους υποθέτουν, υπό τις απαραίτητες συνθήκες, ότι το υποκείμενο παίγνιο καθώς και τα παίγνια επικοινωνίας είναι κυρτά. Επίσης, υπό τις ίδιες συνθήκες, καταλήγουν ότι η αξία Myerson και η αξία θέσης βρίσκονται στον πυρήνα του παιχνιδιού σημείων.

Πιο αναλυτικά, θεωρούν ότι υπάρχουν δυνατότητες επικοινωνίας στις οποίες τα σημεία είναι οι παίκτες και τα τόξα αποτελούν ζεύγη παικτών που μπορούν να επικοινωνήσουν άμεσα. Διερευνάται υπό ποιες συνθήκες στα γραφήματα επικοινωνίας, διοχετεύονται κάποιες χρήσιμες ιδιότητες από τα παίγνια σημείων και τόξου στο υποκείμενο παίγνιο. Το συμπέρασμα στο οποίο καταλήγουν η Anne van den Nouweland και ο Peter Borm είναι ότι αν ένα γράφημα επικοινωνίας είναι «cycle-complete» και ισχύει ότι το υποκείμενο παίγνιο είναι κυρτό τότε το αντίστοιχο παίγνιο σημείων (ή παίγνιο τόξου) είναι κυρτό κι επίσης, η αξία Myerson είναι στον πυρήνα του παιγνίου σημείων (ή αντίστοιχα του παιγνίου τόξου). Αναφορικά με την υπεραθροιστικότητα κάνουν κάποιες παρατηρήσεις σε σχέση με τα αποτελέσματα της έρευνας του Owen στα συνεργατικά παίγνια. Τονίζουν ότι ο Owen απέδειξε ότι η υπεραθροιστικότητα «κληρονομείται» από τα παίγνια σημείων στο υποκείμενο παίγνιο χωρίς να υποβάλει περιορισμούς στα γραφήματα επικοινωνίας. Κάτι αντίστοιχο βέβαια δεν ισχύει και για τα παίγνια τόξου. Σχετικά με την ισορροπία των παιγνίων τόξου δείχνουν ότι η ύπαρξη ισορροπίας του υποκείμενου παιχνιδιού δεν εξασφαλίζει απαραίτητα την ισορροπία του παιγνίου τόξου (arc game). Τέλος, σύμφωνα με τον P. Borm και την A. van den Nouweland η ύπαρξη ισορροπίας στο παίγνιο τόξου προϋποθέτει απαραίτητα και την ύπαρξη ισορροπίας στο αντίστοιχο παίγνιο σημείων.

Επιστρέφοντας στην μελέτη των **Matthew O. Jackson** και **Asher Wolinsky (1996)** αξίζει να σημειωθεί κάτι το οποίο αναφέρουν και οι ίδιοι για το έργο τους σε σύγκριση με το ανάλογο έργο των συναδέλφων τους σχετικά με τα συνεργατικά παίγνια και τον σχηματισμό δικτύων. Πρώτον, τονίζουν ότι η αξία ενός δικτύου μπορεί να εξαρτάται από το πώς ακριβώς συνδέονται οι παίκτες και όχι μόνο αν είναι συνδεδεμένοι άμεσα ή έμμεσα. Σε αντίθεση με τα παίγνια επικοινωνίας, διαφορετικές μορφές οργάνωσης μπορεί να δημιουργούν διαφορετικά επίπεδα κέρδους ή χρησιμότητας ακόμη κι αν περιλαμβάνουν ακριβώς τους ίδιους παίκτες. Δεύτερον, εστιάζουν στην σταθερότητα και τον σχηματισμό δικτύου και την σχέση τους με την αποτελεσματικότητα. Τρίτον, σημαντική πτυχή της προσέγγισης τους είναι η εφαρμογή της σε ορισμένα μοντέλα οργάνωσης επιχειρήσεων καθώς και οι μηχανισμοί κατανομής δικτύων μη εμπορεύσιμων αγαθών.

Σημαντική είναι και η συμβολή των **Bhaskar Dutta** και **Suresh Mutuswami** στον τομέα των δικτύων και στην σύγκρουση ανάμεσα στην σταθερότητα και την αποτελεσματικότητα τους. Οι Dutta και Mutuswami δημοσίευσαν την μελέτη τους με τίτλο **«Stable networks»** το έτος **1997**. Σύμφωνα με τους παραπάνω, ένα δίκτυο αποτελεί ένα γράφημα όπου οι κόμβοι αντιπροσωπεύουν τα άτομα που αποτελούν το δίκτυο καθώς επίσης, ισχύει ότι υπάρχει ένα τόξο μεταξύ δύο κόμβων στην περίπτωση που οι αντίστοιχοι παίκτες αλληλεπιδρούν διμερώς. Υποστηρίζουν ότι μία εξωγενής συνάρτηση της αξίας δίνει την αξία κάθε δικτύου, ενώ ένας κανόνας κατανομής περιγράφει πως κατανέμεται η εν λόγω αξία στους παίκτες. Εστιάζουν το ενδιαφέρον τους στην ανάλυση της πιθανής σύγκρουσης μεταξύ αποτελεσματικότητας και σταθερότητας των δικτύων, στην οποία έγινε εκτενή αναφορά από τους Matthew O. Jackson και Asher Wolinsky στο άρθρο τους «A Strategic Model of Social and Economic Networks». Ειδικότερα, προσπαθούν να επιλύσουν την σύγκρουση σταθερότητας και αποτελεσματικότητας με σκοπό την ανάπτυξη σταθερών και ταυτόχρονα αποτελεσματικών δικτύων. Όπως αναφέρουν και οι Dutta και Mutuswami το αποτέλεσμα της έρευνας των **Jackson** και **Wolinsky** (1996) επικεντρώνεται στην σταθερότητα των δικτύων. Η ανάλυση τους είναι με τέτοιο τρόπο σχεδιασμένη έτσι ώστε να παρέχει προβλέψεις σχετικά με τις οποίες τα δίκτυα είναι πιθανό να σχηματιστούν όταν τα ενδιαφερόμενα άτομα μπορούν να επιλέξουν να αναπτύξουν νέους συνδέσμους καθώς και πιο αυστηρούς υπάρχοντες συνδέσμους. Στην ανάλυση τους μία συνάρτηση αξίας δίνει την τιμή του γραφήματος ή του δικτύου και ο κανόνας κατανομής δίνει την κατανομή της αξίας μεταξύ των παικτών που σχηματίζουν το δίκτυο. Το κύριο αποτέλεσμα της ανάλυσης τους είναι το εξής: τα αποτελεσματικά γραφήματα, δηλαδή τα γραφήματα μέγιστης αξίας μπορεί να μην είναι σταθερά όταν ο κανόνας κατανομής αντιμετωπίζει τα άτομα συμμετρικά.

Ο κύριος σκοπός των Bhaskar Dutta και Suresh Mutuswami είναι να ελέγξουν την πιθανή σύγκρουση μεταξύ σταθερότητας και αποτελεσματικότητας των γράφων. Για να το επιτύχουν αυτό βασίστηκαν στην έρευνα που είχε δημοσιεύσει το **1995** ο ίδιος ο **Bhaskar Dutta et al.** με τίτλο **«Link formation in cooperative situations».** Το αντικείμενο της μελέτης τους ήταν ο ενδογενής σχηματισμός δομών συνεργασίας ή γραφημάτων επικοινωνίας μεταξύ παικτών σε ένα υπεραθροιστικό παίγνιο με μεταβιβάσιμη χρησιμότητα (superadditive TU game). Για κάθε σχηματισμένη δομή συνεργασίας οι απολαβές των παικτών προσδιορίζονται από μία εξωγενώς δοθείσα λύση. Αυτό που έκαναν οι παραπάνω μελετητές ήταν να μοντελοποιήσουν την διαδικασία δημιουργίας δομών συνεργασίας ως ένα παίγνιο με στρατηγική μορφή. Κατάφεραν να δείξουν ότι αρκετές απαιτήσεις ισορροπίας προβλέπουν τον σχηματισμό δομών πλήρους συνεργασίας ή έστω κάποιων δομών με ισοδύναμες απολαβές. Κύριο στόχο τους αποτελούσε η ανάλυση ενός προτύπου συνεργασίας μεταξύ των παικτών ενός συνεταιριστικού παιγνίου. Η πλήρης ανάλυση με βάση τα όσα υποστηρίζουν θα απαιτούσε τον ταυτόχρονο προσδιορισμό τόσο της δομής του συνασπισμού όσο και των σχετικών με κάθε δομή συνασπισμού συνεισφορών κάτι το οποίο θα ήταν αρκετά πολύπλοκο. Για τον λόγο αυτόν ασχολήθηκαν με έναν απλούστερο στόχο, την ανάλυση του τρόπου ισορροπίας της συνεργασίας μεταξύ των παικτών, υποθέτοντας έναν εξωγενώς δοθέντα κανόνα ή λύση που καθορίζει τη διανομή των πληρωμών, οι οποίες αντιστοιχούν σε κάθε τρόπο συνεργασίας.

Αντιθέτως, οι **Sergiu Hart** και **Mondecai Kurz** στο άρθρο τους **«Endogenous Formation of Coalitions»** που δημοσίευσαν το **1983** ασχολήθηκαν με τις δομές των συνασπισμών. Πιο συγκεκριμένα, οι Hart και Kurz προκειμένου να αναπτύξουν μία θεωρία του σχηματισμού και της διατήρησης ενός συνασπισμού, δημιούργησαν πρώτα ένα κριτήριο αποτίμησης για κάθε μεμονωμένο παίκτη σε μία δεδομένη δομή συνασπισμού. Στην συνέχεια μελέτησαν διάφορες έννοιες της σταθερότητας βασισμένες σ’ αυτό. Η δημιουργία συνασπισμών αποτελεί θεμελιώδες πρόβλημα στην θεωρία των παιγνίων. Με τον όρο συνασπισμό αυτό που εννοούν είναι μία ομάδα παικτών που αποφασίζουν να ενεργήσουν από κοινού, ως μία μονάδα, σε σχέση με τους υπόλοιπους παίκτες. Τέτοια παραδείγματα συνασπισμών θα μπορούσαν να ήταν συνδικάτα ή πολιτικά κόμματα ή κοινοβουλευτικοί συνασπισμοί κ.τ.λ. Ένα από τα πράγματα που τονίζουν στο άρθρο τους οι Hart και Kurz (1983) είναι ότι ακόμα και μετά την δημιουργία κάποιου συνασπισμού οι μεμονωμένοι παίκτες που αποτελούν τον συνασπισμό συνεχίζουν να θεωρούνται ως αυτόνομοι φορείς λήψης αποφάσεων. Σε όλες τις αλληλεπιδράσεις μεταξύ των παικτών τα μέλη του συνασπισμού δρουν ως μία μονάδα. Ωστόσο, η συμφωνία ολοκληρώνεται μόνο όταν συμφωνούν όλοι οι παίκτες. Η κατανομή των κερδών κάθε συνασπισμού στα μέλη του γίνεται κατόπιν διαπραγμάτευσης. Οπότε, προκύπτει ότι οι αλληλεπιδράσεις μεταξύ των παικτών πραγματοποιούνται σε δύο επίπεδα, τα οποία είναι τα εξής: α) μεταξύ των συνασπισμών και β) μεταξύ των μελών κάθε συνασπισμού. Σε αντίθεση με τα περισσότερα υποδείγματα στην οικονομία και στην θεωρία των παιγνίων όπου η δομή του συνασπισμού δίνεται εξωγενώς, προσπάθησαν να στραφούν σ' ένα ενδογενές αποτέλεσμα στο μοντέλο τους. Με λίγα λόγια, ήθελαν να επιτύχουν την πρόβλεψη των συμμαχιών που θα συμβούν σε κάθε δεδομένη κατάσταση.

Η θεωρία τους συνδυάζει δύο είδη θεωρητικών εννοιών παιγνίων την αξία και την σταθερότητα. Ο βασικός στόχος τους ήταν να μπορέσουν να αξιολογήσουν, αρχικά, τις προοπτικές των παικτών στις διάφορες δομές συνασπισμού και στην συνέχεια, με βάση τις αξίες που θα προκύψουν να βρουν ποιες είναι σταθερές. Ο λόγος που εξέτασαν τις αξίες του συνασπισμού και όχι μόνο τον συνασπισμό είναι ότι σε κάποιες περιπτώσεις οι παίκτες έχουν μεγαλύτερο όφελος από την συνεργασία τους με άλλους παίκτες, ενώ σε κάποιες άλλες περιπτώσεις δεν ισχύει το ίδιο, δηλαδή είναι περισσότερο επικερδές για τους παίκτες να δρουν μεμονωμένα. Αυτό σημαίνει ότι τόσο η αξία που προκύπτει όσο και η έννοια της σταθερότητας εξαρτώνται από ολόκληρη την δομή του συνασπισμού. Μία από τις υποθέσεις που χρησιμοποίησαν στην προσέγγιση τους ήταν ότι η κοινωνία ως σύνολο λειτουργεί αποτελεσματικά και το πρόβλημα το οποίο αντιμετώπισαν σχετικά μ' αυτό ήταν ο τρόπος κατανομής των κερδών μεταξύ των συμμετεχόντων.

Σχετικά με την προαναφερόμενη έρευνα των **Bhaskar Dutta et al. (1995)**, γεγονός είναι ότι επικέντρωσαν το ενδιαφέρον τους στις δομές συνεργασίας και όχι στις δομές συνασπισμού όπως έκαναν οι Hart και Kurz (1983). Αξίζει να αναφερθεί ότι την προσοχή του στις δομές συνεργασίας είχε επικεντρώσει και ο Roger Myerson το 1977 στο άρθρο του «Graphs and Cooperation in Games». Πιο αναλυτικά, οι B. Dutta et al. (1995) υποστηρίζουν ότι μία δομή συνεργασίας αποτελεί ένα γράφημα του οποίου οι κορυφές αντιπροσωπεύουν τους παίκτες. Μία σύνδεση μεταξύ δύο παικτών σημαίνει ότι οι συγκεκριμένοι παίκτες μπορούν να έχουν άμεσες διαπραγματεύσεις μεταξύ τους. Παρατηρούν ότι μία δομή συνασπισμού είναι ένα ειδικό είδος συνεργασίας όπου δύο μέλη i και j συνδέονται εάν και μόνο εάν βρίσκονται στον ίδιο συνασπισμό. Αυτό το οποίο κατάφεραν με την μελέτη τους είναι η μοντελοποίηση καταστάσεων στις οποίες η τελική διανομή των απολαβών ορίζεται σε δύο διαφορετικά στάδια. Το πρώτο στάδιο είναι αφιερωμένο στην δημιουργία συνδέσεων. Κατά την διάρκεια αυτής της περιόδου οι παίκτες δεν μπορούν να προχωρήσουν σε δεσμευτικές συμφωνίες οποιουδήποτε είδους. Ενώ, στο δεύτερο στάδιο δεν υπάρχει η δυνατότητα νέων συνδέσεων αλλά αυτό που γίνεται είναι η διαπραγμάτευση των παικτών σχετικά με την κατανομή των κερδών, δεδομένης της δομής συνεργασίας που διαμορφώθηκε στο αρχικό στάδιο. Χρησιμοποιούν την υπόθεση ότι οι αποφάσεις των παικτών σχετικά με το εάν πρέπει να συνδεθούν με άλλους παίκτες ή όχι μπορούν να θεωρηθούν ως ένα παίγνιο στρατηγικής μορφής. Στον σχηματισμό συνδέσεων κάθε παίκτης ανακοινώνει ένα σύνολο παικτών με τους οποίους θέλει να σχηματίσει μία σύνδεση. Κι εδώ ισχύει πάλι ότι για την δημιουργία οποιασδήποτε σύνδεσης απαιτείται η σύμφωνη γνώμη και των δύο παικτών. Μ' αυτόν τον τρόπο προκύπτουν οι δομές συνεργασίας και για κάθε τέτοια δομή υπάρχει ένας κανόνας κατανομής των απολαβών των παικτών. Επίσης, προκύπτει η συνάρτηση απολαβών που αντιστοιχεί στο στρατηγικό παίγνιο. Υπέθεσαν ότι ο κανόνας που καθορίζει τις απολαβές για κάθε δομή έχει την ιδιότητα ότι κανένας παίκτης δεν επιθυμεί να διακόψει μονομερώς μία σύνδεση.

Δεδομένου λοιπόν ότι χρειάζεται η συναίνεση και των δύο παικτών, οποιαδήποτε δομή συνεργασίας μπορεί να διατηρηθεί ως ισορροπία Nash. Οι ισορροπίες Nash τις οποίες χρησιμοποίησαν ήταν η μη κυρίαρχη ισορροπία Nash (undominated Nash equilibrium), η ισορροπία Nash με βάση τον συνασπισμό (coalition-proof Nash equilibrium) και η ισχυρή ισορροπία Nash (strong Nash equilibrium). Το βασικό συμπέρασμα στο οποίο κατέληξαν ήταν ότι οι απαιτήσεις των δύο πρώτων ισορροπιών οδηγούν στον σχηματισμό πλήρους συνεργασίας ή σε ισοδύναμες δομές. Το ίδιο ισχύει και για την τρίτη κατηγορία ισορροπίας, δεδομένου ότι υπάρχει μία ισχυρή ισορροπία Nash. Σημειωτέον ότι υπάρχουν παίγνια για τα οποία το σύνολο των ισχυρών ισορροπιών Nash είναι κενό. Με λίγα λόγια, τα αποτελέσματά τους δείχνουν όλα προς την ανάπτυξη πλήρους συνεργασίας σ' ένα υπεραθροιστικό περιβάλλον. Ωστόσο, τα αποτελέσματα αυτά είναι αβέβαια λόγω των υποθέσεων που έχουν χρησιμοποιηθεί στις λύσεις για συνεργατικά παίγνια.

Σύμφωνα με τα όσα υποστήριζαν οι **Bhaskar Dutta** και **Suresh Mutuswami (1997)**, έχοντας ως δεδομένο ότι το παίγνιο σχηματισμού συνδέσμων είναι ένα καλά καθορισμένο παίγνιο στρατηγικής μορφής, μπορεί να χρησιμοποιηθεί οποιαδήποτε έννοια ισορροπίας για να αναλύσει τη δημιουργία δικτύων. Πιο συγκεκριμένα, όρισαν ένα δίκτυο με μεγάλη σταθερότητα αλλά και ένα ασθενώς σταθερό δίκτυο. Το πρώτο αντιστοιχούσε σε μία ισχυρή ισορροπία Nash (strong Nash equilibrium), ενώ το δεύτερο σε μία ισορροπία Nash με βάση τον συνασπισμό (coalition-proof Nash equilibrium). Οι **Jackson** και **Wolinsky (1996)** δεν χρησιμοποίησαν στην μελέτη τους το παίγνιο σχηματισμού συνδέσμων, ωστόσο υπέθεσαν ότι μπορούν να σχηματιστούν μόνο δύο συνασπισμοί. Κατά συνέπεια, η θεωρία τους αναφορικά με την σταθερότητα ανά ζεύγη σχετίζεται με την έννοια της ισχυρής σταθερότητας. Αυτό τους οδήγησε σε μία σύγκρουση μεταξύ ισχυρής σταθερότητας και αποτελεσματικότητας όταν ο κανόνας κατανομής είναι συμμετρικός. Σ' αυτό το πρόβλημα προσπάθησαν να δώσουν λύση οι Dutta και Mutuswami (1997) μέσω δύο μεθόδων. Πρώτον, χρησιμοποίησαν μη συμμετρικούς κανόνες κατανομής. Δεύτερον, αντί για δίκτυα με ισχυρή σταθερότητα βασίστηκαν σε ασθενώς σταθερά δίκτυα. Ωστόσο, δεν κατάφεραν να επιλύσουν την σύγκρουση μεταξύ σταθερότητας και αποτελεσματικότητας.

Εν συνεχεία, υπέθεσαν ότι τα γραφήματα που θα σχηματιστούν θα είναι μόνο εκείνα που ανταποκρίνονται σε ισχυρή ισορροπία Nash περιορίζοντας το ενδιαφέρον τους στις ιδιότητες του κανόνα κατανομής που σχετίζεται μόνο με την εν λόγω κατηγορία γραφημάτων. Οπότε, έφτιαξαν έναν κανόνα κατανομής ο οποίος εξασφάλιζε τα εξής: α) τα ισχυρώς σταθερά γραφήματα αποτελούν ένα μη κενό υποσύνολο του συνόλου των αποτελεσματικών γραφημάτων και β) ο κανόνας κατανομής για τα ισχυρώς σταθερά γραφήματα είναι συμμετρικός. Το δεύτερο από τα συγκεκριμένα αποτελέσματα είναι ισχυρότερο από το πρώτο, αλλά ισχύει για μία πιο περιορισμένη κατηγορία συναρτήσεων αξίας. Ειδικότερα, ο κανόνας κατανομής που ανέπτυξαν μπορούσε να εγγυηθεί τα εξής: α) την ύπαρξη ενός τουλάχιστον ισχυρά σταθερού γραφήματος, β) το γεγονός ότι όλα τα ασθενώς σταθερά γραφήματα είναι αποδοτικά και γ) την συμμετρία του κανόνα κατανομής για τα ασθενώς σταθερά γραφήματα. Τέλος, στο άρθρο τους οι Dutta και Mutuswami (1997) καταλήγουν ότι η αποτελεσματικότητα και η σταθερότητα των δικτύων μπορούν να συνυπάρχουν.

Επιπροσθέτως, αξιοσημείωτη ήταν η συνεισφορά των **Venkatesh Bala** και **Sanjeev Goyal** (2000) όσον αφορά την θεωρία του σχηματισμού δικτύων και ειδικότερα, τα μη συνεργατικά παίγνια. Πιο συγκεκριμένα, στο άρθρο τους με τίτλο **«A noncooperative model of network formation»**, το οποίο δημοσιεύτηκε το **2000**, παρουσιάζουν μία προσέγγιση του σχηματισμού δικτύων. Η εν λόγω ανάλυση βασίζεται στην θεωρία ότι τα κοινωνικά δίκτυα σχηματίζονται βάσει των αποφάσεων των ατόμων που συμμετέχουν σ’ αυτά, ανάλογα με το κόστος δημιουργίας και διατήρησης των συνδέσεων καθώς και των πιθανών ανταμοιβών τους. Γενικά, ο ρόλος των κοινωνικών και οικονομικών δικτύων είναι αρκετά σημαντικός σε πολλούς τομείς. Όπως αναφέρουν και οι ίδιοι οι ερευνητές, έχουν αναπτυχθεί διάφορα μοντέλα δικτύων τα οποία συμβάλλουν στην εξήγηση πολλών φαινομένων, όπως για παράδειγμα η μεταβλητότητα της χρηματιστηριακής αγοράς, η διάδοση νέων προϊόντων και τεχνολογιών κι άλλα.

Στην ανάλυσή τους υπέθεσαν ότι η σύνδεση ενός παίκτη με έναν άλλον επιτρέπει την πρόσβαση, εν μέρει και εν ευθέτω χρόνω, στα οφέλη που έχει ο τελευταίος μέσω των δικών του συνδέσεων. Μ’ αυτόν τον τρόπο οι μεμονωμένοι σύνδεσμοι δημιουργούν εξωτερικότητες των οποίων η αξία εξαρτάται από το επίπεδο της φθοράς και της καθυστέρησης των πληροφοριών (decay). Η εν λόγω καθυστέρηση αφορά τις έμμεσες συνδέσεις, στις οποίες υπάρχει μία φθορά και κατ’ επέκταση ένα μέρος των πληροφοριών αλλοιώνεται ή και χάνεται. Μία από τις υποθέσεις που χρησιμοποιούν στην έρευνα τους και διαφέρει από τις υπόλοιπες είναι ότι το κόστος της δημιουργίας συνδέσμων αντιστοιχεί μόνο στο άτομο που ξεκινά των σύνδεσμο. Επομένως, ανέπτυξαν ένα μη συνεργατικό μοντέλο σχηματισμού δικτύου, όπου η στρατηγική ενός παίκτη είναι στην ουσία ο προσδιορισμός ενός συνόλου παικτών με τους οποίους έχει σχηματίσει συνδέσεις. Το κοινωνικό δίκτυο σχηματίζεται από τις συνδέσεις που έχουν δημιουργήσει τα άτομα μεταξύ τους.

Ασχολήθηκαν με την ανάπτυξη του υποδείγματος δικτύου μίας ροής (one-way flow model) και του υποδείγματος δικτύου αμφίδρομης ροής (two-way flow model). Στην πρώτη περίπτωση, ο παίκτης i δημιουργεί σύνδεσμο με τον παίκτη j και μέσω της σύνδεσης αυτής προκύπτουν κάποια οφέλη που αντιστοιχούν μόνο στον παίκτη i. Ενώ, στην δεύτερη περίπτωση τα οφέλη που προκύπτουν αντιστοιχούν και στους δύο παίκτες. Το αρχικό αποτέλεσμα της έρευνάς τους ήταν ότι τα δίκτυα Nash είναι είτε συνδεδεμένα είτε κενά. Όμως, η ύπαρξη πολλαπλών ισορροπιών Nash αποτέλεσε κίνητρο για την ανεύρεση μίας ισχυρότερης ισορροπίας. Γενικά, εάν ένας παίκτης έχει στην διάθεσή του διάφορες εναλλακτικές στρατηγικές εξίσου καλές, τότε το δίκτυο καθίσταται λιγότερο σταθερό διότι ο παίκτης μπορεί να μπει στον πειρασμό να αλλάξει την στρατηγική του με μία άλλη αντίστοιχων απολαβών. Το γεγονός αυτό οδήγησε τους Bala και Goyal (2000) στην μελέτη της φύσης των δικτύων που μπορούν να υποστηριχθούν σε μία ισχυρή ισορροπία Nash.

Η μελέτη τους αυτή κατέληξε στα εξής στοιχεία: στην περίπτωση που τα δυνητικά οφέλη είναι ευρέως διασκορπισμένα, μεμονωμένες προσπάθειες για την πρόσβαση στα συγκεκριμένα οφέλη οδηγούν αρκετά γρήγορα στην εμφάνιση ενός κοινωνικού δικτύου ισορροπίας. Οι περισσότεροι από τους ερευνητές που ασχολήθηκαν με την θεωρία σχηματισμού δικτύων επικεντρώθηκαν στην αποτελεσματικότητα των διαφόρων δομών δικτύου. Αντιθέτως, οι Bala και Goyal (2000) εξέτασαν τον σχηματισμό δικτύων με βάση τα ατομικά κίνητρα. Πιο αναλυτικά, συνεισέφεραν με την μελέτη τους στην θεωρία σχηματισμού δικτύου με δύο τρόπους.

Ο πρώτος τρόπος ήταν η ανάπτυξη ενός υποδείγματος σχηματισμού συνδέσεων, το οποίο ήταν μη συνεργατικό. Πολλοί μελετητές, ανάμεσα τους και οι **Jackson** και **Wolinsky (1996)**, υποστήριζαν ότι μία σύνδεση μεταξύ δύο ατόμων έχει κάποιο κόστος και για τα δύο αυτά άτομα. Επομένως, η έννοια του σταθερού δικτύου βασίζεται στην συμβατότητα των κινήτρων κάθε ζεύγους παικτών. Στην αντίθετη πλευρά, οι **Bala** και **Goyal (2000)** πίστευαν ότι ο σχηματισμός συνδέσεων είναι μονόπλευρος και μη συνεργατικός. Αυτή η διαφοροποίηση όσον αφορά τον τρόπο μοντελοποίησης είναι ουσιαστική, γιατί επιτρέπει την χρησιμοποίηση της έννοιας της ισορροπίας κατά Nash καθώς και των σχετικών βελτιώσεων στην μελέτη του σχηματισμού δικτύων. Κάποιες άλλες διαφορές στις αναλύσεις των προαναφερθέντων μελετητών ήταν οι εξής: οι Jackson και Wolinsky (1996) έδειξαν με τον αμφίπλευρο σχηματισμό συνδέσμων ότι το δίκτυο «αστέρι» (star network) είναι αποτελεσματικό, αλλά δεν είναι σταθερό για ένα ευρύ φάσμα παραμέτρων. Αντιθέτως, οι Bala και Goyal (2000) στο μη συνεργατικό υπόδειγμά τους διαπίστωσαν ότι το δίκτυο σε σχήμα αστεριού αποτελεί το μοναδικό αποτελεσματικό δίκτυο καθώς και ένα αυστηρό δίκτυο Nash για ένα σύνολο αξιών.

Ο δεύτερος τρόπος συνεισφοράς ήταν η εισαγωγή δυναμικής στην μελέτη του σχηματισμού δικτύου, η οποία δεν υπήρχε στις ήδη υπάρχουσες αναλύσεις που εξέταζαν την σχέση μεταξύ σταθερών και αποτελεσματικών δικτύων με στατικό τρόπο. Πίστευαν ότι το δυναμικό μοντέλο που είχαν αναπτύξει έπαιζε σημαντικό ρόλο στην μελέτη της διαδικασίας με την οποία οι μεμονωμένοι παίκτες μάθαιναν για το δίκτυο και προσάρμοζαν τις συνδέσεις τους αναλόγως. Επίσης, μπορούσε να βοηθήσει στην επιλογή μεταξύ εναλλακτικών ισορροπιών του στατικού παιγνίου. Σε αντίθεση με τις υπόλοιπες θεωρίες που είχαν αναπτυχθεί σχετικά με το συγκεκριμένο θέμα, η δυναμική προσέγγιση των Venkatesh Bala και Sanjeev Goyal (2000) κατάφερε να δείξει ότι το σύνολο των αυστηρών δικτύων Nash είναι ισοδύναμο με το σύνολο των απορροφητικών δικτύων (absorbing networks).

Συνοψίζοντας, και στα δύο μοντέλα μια απλή δυναμική διαδικασία συγκλίνει σ' ένα αυστηρό δίκτυο Nash υπό αρκετά γενικευμένες συνθήκες, ενώ οι προσομοιώσεις δείχνουν ότι η σύγκλιση είναι σχετικά ταχεία. Για χαμηλά επίπεδα φθοράς (decay) το σύνολο της αυστηρής ισορροπίας Nash επεκτείνεται τόσο στο μονόδρομο όσο και στο αμφίδρομο υπόδειγμα. Όπως τόνισαν οι ίδιοι οι αναλυτές, πολλές από τις νέες αυστηρές ισορροπίες αποτελούν φυσικές προεκτάσεις του δικτύου «τροχός» (wheel network) και του κεντρικά υποστηριζόμενου δικτύου «αστέρι» (center-sponsored star network) και επίσης, εμφανίζονται ως όρια της προσομοίωσης των μονοπατιών (paths) στην δυναμική προσέγγιση. Οι υποθέσεις που χρησιμοποίησαν στην ανάλυσή τους ήταν ότι οι παίκτες δεν έχουν περιορισμούς όσον αφορά τις απολαβές τους κι έχουν την δυνατότητα να αναπτύξουν οποιοδήποτε αριθμό συνδέσμων. Επιπλέον, το κόστος επικοινωνίας με ένα καλά συνδεδεμένο άτομο είναι το ίδιο μ' αυτό ενός σχετικά αδρανούς ατόμου και τα άτομα γενικά υποτίθεται ότι έχουν πρόσβαση σε ένα πλήθος πληροφοριών. Καταλήγουν προτείνοντας περαιτέρω διερεύνηση των υποθέσεων που έχουν χρησιμοποιηθεί και κατ' επέκταση την πιθανή χαλάρωσή τους.

Όσον αφορά τον τομέα των χρηματοοικονομικών δικτύων, σημαντική είναι η συνεισφορά των **Matthew O. Jackson et al.**, οι οποίοι το **2014** δημοσίευσαν το άρθρο τους **«Financial Networks and Contagion»**. Πιο συγκεκριμένα, οι εν λόγω αναλυτές αναπτύσσουν ένα γενικό μοντέλο σχετικά με την μετάδοση χρηματοοικονομικών κρίσεων και την αλληλουχία αποτυχιών μεταξύ οργανισμών που είναι συνδεδεμένοι μέσω ενός δικτύου χρηματοοικονομικών αλληλεξαρτήσεων. Για παράδειγμα, οι αξίες των οργανισμών εξαρτώνται η μία από την άλλη μέσω διασταυρούμενων μετοχών, χρεών ή άλλων υποχρεώσεων. Εάν η αξία ενός οργανισμού είναι αρκετά χαμηλή, τότε φτάνει σ' ένα όριο αποτυχίας στο οποίο χάνει όλο και περισσότερη αξία. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα τις ζημιές των αντισυμβαλλόμενων, ακόμη κι εκείνων που δεν αλληλεπιδρούν άμεσα. Με λίγα λόγια, οι Matthew O. Jackson et al. (2014) υποστηρίζουν ότι όσο πιο συνδεδεμένο είναι ένα δίκτυο τόσο πιο εύκολα και γρήγορα εξαπλώνεται η κρίση.

Η ανάλυση τους, όπως επισημαίνουν κι ίδιοι, βασίστηκε σε μία μεθοδολογία μέσω της οποίας έδειξαν τον τρόπο με τον οποίο η αγοραία αξία κάθε οργανισμού εξαρτάται από τις αξίες των αρχικών περιουσιακών στοιχείων (assets) του καθώς και από το κόστος σε περίπτωση χρεοκοπίας της οικονομίας. Τα βασικά αποτελέσματα της έρευνας τους έδειξαν ότι η πιθανότητα ύπαρξης μίας αλληλουχίας αποτυχιών σ' ένα δίκτυο (cascades) καθώς και η έκταση τους εξαρτώνται από δύο βασικές πτυχές, την ενσωμάτωση (integration) και την διαφοροποίηση (diversification). Η ενσωμάτωση σχετίζεται με το επίπεδο έκθεσης μεταξύ των οργανισμών, ενώ η διαφοροποίηση με τον τρόπο εξάπλωσης των διασταυρούμενων στοιχείων. Τονίζουν ότι εάν δεν υπάρχει ενσωμάτωση, δεν υπάρχει μετάδοση (contagion) κι ότι όσο πιο υψηλή είναι η σύνδεση μεταξύ των οργανισμών, τόσο πιο υψηλή είναι η πιθανότητα εξάπλωσης. Οπότε, συμπεραίνουμε ότι όσο πιο συνδεδεμένο είναι το δίκτυο τόσο πιο μεγάλη ευαισθησία εμφανίζει σε καταστάσεις οικονομικών κρίσεων. Ενώ, όσο πιο καλά διαφοροποιημένα είναι τα χαρτοφυλάκια των οργανισμών τόσο λιγότερη ευαισθησία εμφανίζουν απέναντι σε μία ενδεχόμενη κρίση.

Ανάλογη έρευνα πραγματοποίησαν το **2010** και οι **Gai και Kapadia**, οι οποίοι στο άρθρο τους **«Contagion in Financial Networks»** κατέληξαν στο συμπέρασμα ότι όσο πιο μεγάλο είναι ένα δίκτυο, τόσο πιο εύκολα μπορεί να αποτρέψει την κρίση. Από την άλλη πλευρά, όσο πιο μεγάλο σε μέγεθος είναι το δίκτυο, τόσο πιο εύκολα πραγματοποιείται η μετάδοση (contagion). Όπως τονίζουν και οι Jackson et al. (2014) παρατηρούν τα εξής στην έρευνα τους: 1) σπάνιες, μεγάλες διαταραχές μπορεί να έχουν ακραίες συνέπειες και 2) ένα σοκ δεδομένου μεγέθους μπορεί να έχει πολύ διαφορετικά αποτελέσματα ανάλογα με το που εκδηλώνεται στο δίκτυο κι ανάλογα με τον βαθμό συνδεσιμότητας του δικτύου.

Τέλος, σημαντικό ρόλο στην ανάλυση των χρηματοοικονομικών δικτύων έχει το έργο των **Acemoglou D. et al.**, οι οποίοι δημοσίευσαν το **2015** το άρθρο με τίτλο **«Systemic Risk and Stability in Financial Networks»** υποστηρίζοντας ότι όσο πιο μεγάλο είναι ένα δίκτυο, τόσο μεγαλύτερη ευαισθησία παρουσιάζει σε περίπτωση κάποιου σοκ. Κύριος στόχος της ανάλυσής τους ήταν να μελετήσουν την έκταση της χρηματοοικονομικής μετάδοσης (financial contagion) σε συνάρτηση με την διάρθρωση των διατραπεζικών υποχρεώσεων. Πιο αναλυτικά, χρησιμοποίησαν μια ομάδα τυχαίων δικτύων για να εξετάσουν τον τρόπο με τον οποίο εξαρτώνται οι συνέπειες ενός δεδομένου σοκ μετρίου μεγέθους από την διαφοροποίηση (diversification) και την ενσωμάτωση (integration) των δικτύων. Τα αποτελέσματα στα οποία κατέληξαν έδειξαν ότι τα ενδιάμεσα επίπεδα ενσωμάτωσης και διαφοροποίησης μπορεί να είναι τα πιο προβληματικά.

Επιπλέον, απέδειξαν ότι ανεξάρτητα από την δομή του χρηματοπιστωτικού δικτύου, υπάρχει πάντα ένα ισοζύγιο πληρωμών αποτελούμενο από τις εκκαθαρίσεις των περιουσιακών στοιχείων και τις αποπληρωμές των διατραπεζικών δανείων, το οποίο είναι μοναδικό. Εστίασαν την προσοχή τους σε δίκτυα στα οποία οι συνολικές απαιτήσεις και υποχρεώσεις όλων των τραπεζών είναι ίσες. Μία τέτοια εξομάλυνση εγγυάται ότι κάθε διακύμανση της ευστάθειας του συστήματος οφείλεται στην δομή του δικτύου κι όχι σε κάποια ανομοιογένεια στο μέγεθος των τραπεζών ή την μόχλευση μεταξύ τους. Κατέληξαν ότι το πλήρες χρηματοοικονομικό δίκτυο, δηλαδή εκείνο στο οποίο οι υποχρεώσεις κάθε ιδρύματος ανήκουν εξίσου σε όλες τις τράπεζες, αποτελεί το λιγότερο επιρρεπές δίκτυο όσον αφορά την χρηματοοικονομική μετάδοση (contagion). Επίσης, συμπέραναν ότι ένα πιο συνδεδεμένο δίκτυο δεν αποτελεί εγγύηση σταθερότητας. Με δεδομένη την ύπαρξη μεγάλων σοκ, υψηλά διαφοροποιημένα πρότυπα δανειοδότησης διευκολύνουν την οικονομική αλλοίωση και δημιουργούν ένα πιο εύθραυστο σύστημα.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: ΕΙΣΑΓΩΓΗ

2.1. Σταθερότητα και αποτελεσματικότητα δικτύων

Στο άρθρο «Ένα στρατηγικό μοντέλο οικονομικών και κοινωνικών δικτύων» (1996) ο Matthew O. Jackson και ο Asher Wolinsky επικεντρώνονται στην σταθερότητα των δικτύων. Πιο συγκεκριμένα, χρησιμοποιούν την υπόθεση ότι μία συνάρτηση τιμής δίνει την αξία κάθε γραφήματος ή δικτύου, ενώ οι κανόνες κατανομής δείχνουν τον τρόπο με τον οποίο διανέμεται η αξία στους παίκτες σύμφωνα με τον σχηματισμό του δικτύου. Το κύριο αποτέλεσμα αυτής της ανάλυσης, όπως αναφέρουν οι Bhaskar Dutta και Suresh Mutuswami (1997) στο άρθρο τους «Σταθερά Δίκτυα», είναι ότι τα αποτελεσματικά γραφήματα, δηλαδή τα γραφήματα μέγιστης αξίας, υπάρχει πιθανότητα να μην είναι σταθερά όταν ο κανόνας κατανομής αντιμετωπίζει τα άτομα συμμετρικά. Η υπόθεση που χρησιμοποίησαν στην ανάλυσή τους ήταν ότι υπάρχει δυνατότητα δημιουργίας συνασπισμών μεταξύ μόνο δύο ατόμων κι ως εκ τούτου, προκύπτει το πρόβλημα σύγκρουσης μεταξύ ισχυρής σταθερότητας κι αποτελεσματικότητας.

Ο κύριος σκοπός των Bhaskar Dutta και Suresh Mutuswami (1997) στο παραπάνω άρθρο ήταν να ελέγξουν την πιθανότητα σύγκρουσης μεταξύ αποτελεσματικότητας και σταθερότητας των γραφημάτων. Προκειμένου να γίνει αυτός ο έλεγχος, χρησιμοποιείται η υπόθεση ότι οι αποφάσεις των παικτών σχετικά με το αν θα σχηματίσουν μία σύνδεση με άλλους παίκτες ή όχι μπορεί να παρουσιαστούν ως ένα στρατηγικό παίγνιο. Δεδομένου ότι ένα παίγνιο σχηματισμού συνδέσμων είναι ένα καλά καθορισμένο στρατηγικό παίγνιο, μπορεί να χρησιμοποιηθεί οποιαδήποτε έννοια ισορροπίας για την ανάλυση του σχηματισμού των δικτύων.

Κάποιοι πιθανοί τρόποι αντιμετώπισης του προβλήματος που δημιουργείται λόγω της σύγκρουσης μεταξύ ισχυρής σταθερότητας κι αποτελεσματικότητας είναι η χρήση κανόνων κατανομής που δεν είναι συμμετρικοί, καθώς και η ασθενής σταθερότητα αντί για την ισχυρή σταθερότητα. Ωστόσο, σύμφωνα με την μελέτη των Bhaskar Dutta και Suresh Mutuswami (1997) προκύπτει ότι οι συγκεκριμένοι τρόποι αντιμετώπισης δεν είναι τόσο αποτελεσματικοί. Για το λόγο αυτό, υιοθετείται η εξής προσέγγιση: υποθέτουμε ότι ισχύει η σιωπηρή παραδοχή της δημιουργίας εκείνων των γραφημάτων που ανταποκρίνονται στην ισχυρή ισορροπία Nash. Αναφορικά με τον πρώτο τρόπο αντιμετώπισης, αυτό που απαιτείται είναι η δημιουργία ενός κανόνα κατανομής έτσι ώστε να διασφαλιστούν τα εξής:

1) Τα ισχυρά σταθερά γραφήματα είναι ένα μη κενό υποσύνολο του συνόλου των αποτελεσματικών γραφημάτων,

2) Ικανοποιείται ο περιορισμός ότι ο κανόνας κατανομής είναι συμμετρικός όσον αφορά τα ισχυρά σταθερά γραφήματα.

Ο δεύτερος τρόπος αντιμετώπισης είναι πιο ισχυρός αλλά ισχύει για μία πιο περιορισμένη κατηγορία συναρτήσεων αξίας. Πιο συγκεκριμένα, ο κανόνας κατανομής δημιουργείται έτσι ώστε να εξασφαλίσει τα εξής:

1) Υπάρχει ένα τουλάχιστον ισχυρά σταθερό γράφημα,
2) Όλα τα ασθενώς σταθερά γραφήματα είναι αποτελεσματικά,
3) Ο κανόνας κατανομής είναι συμμετρικός όσον αφορά τα ασθενώς σταθερά γραφήματα.

Το κοινό χαρακτηριστικό στους παραπάνω κανόνες κατανομής είναι ότι κατανέμουν την αξία των σταθερών γραφημάτων ισόποσα στους παίκτες, εξασφαλίζοντας έτσι τη συμμετρία των κανόνων κατανομής σε σχέση με τα σταθερά γραφήματα. Ωστόσο, δεν ισχύει το ίδιο και για τα μη σταθερά γραφήματα.

2.1.1. Παίγνιο σχηματισμού συνασπισμών

Ο τύπος στρατηγικού παιγνίου που χρησιμοποιείται στο υπόδειγμα του ενδογενούς σχηματισμού των δικτύων ή των γραφημάτων είναι το παίγνιο σχηματισμού συνασπισμών, το οποίο προϋποθέτει μία συγκεκριμένη συνάρτηση αξίας v και έναν κανόνα κατανομής Y.

Έστω ότι $\gamma \equiv (v, Y)$. Το παίγνιο συνασπισμών $\Gamma(\gamma)$ δίνεται από $(N; S_1, \ldots, S_n, f^{\gamma})$, όπου για κάθε $i \in N$ ισχύει ότι S_i είναι η στρατηγική του παίκτη i με $S_i = 2^{N|\{i\}}$ και η συνάρτηση απολαβής είναι η f^{γ}: $S \equiv \Pi_{i \in N,} S_i \rightarrow R^N$ δίνεται από $f_i^{\gamma}(s) = Y_i(v, g(s))$ για κάθε $s \in S$ με $g(s) = \{(ij) | j \in s_{i,} i \in s_j\}$.

Μία τυπική στρατηγική του παίκτη i στο $\Gamma(\gamma)$ αποτελείται από το σύνολο των παικτών με τους οποίους ο i θέλει να δημιουργήσει σύνδεση. Η $g(s) = \{(ij) | j \in s_{i,} i \in s_j\}$ δηλώνει ότι δημιουργείται σύνδεση μεταξύ του παίκτη i και του παίκτη j αν και μόνο αν και οι δύο θέλουν να δημιουργήσουν αυτό τον συνασπισμό. Οπότε, με κάθε διάνυσμα στρατηγικής δημιουργείται κι ένα μοναδικό γράφημα g(s). Τέλος, η πληρωμή στον παίκτη i που συνδέεται με το s είναι $Y_i(v, g(s))$, δηλαδή η πληρωμή που προκύπτει από τον κανόνα κατανομής για το γράφημα που προκαλείται από το s.

2.2. Γραφήματα

Έστω N=[1, ..., N] είναι το πεπερασμένο σύνολο παικτών. Οι σχέσεις δικτύου μεταξύ αυτών των παικτών αντιπροσωπεύονται από γραφήματα των οποίων οι κόμβοι ταυτίζονται με τους παίκτες και τα τόξα φανερώνουν τις σχέσεις μεταξύ των ζευγών.

Ένα γράφημα αντιπροσωπεύει ένα σύνολο από μη ταξινομημένα ζεύγη ξεχωριστών μελών του συνόλου N. Το πλήρες γράφημα, το οποίο είναι το σύνολο όλων των υποσυνόλων του N, δηλώνεται ως εξής: $g^N = \{nm \mid n \in N, m \in N, n \neq m\}$.

Οι παίκτες μπορούν να συνεργαστούν σε ένα παιχνίδι σχηματίζοντας διμερείς συμφωνίες μεταξύ τους. Το σύνολο όλων των δυνατών δομών συνεργασίας, δηλαδή το σύνολο όλων των δυνατών γραφημάτων στο N, δίνεται από την σχέση $GR=\{g \mid g \subseteq g^N\}$.

Όταν έχουμε τον σύνδεσμο ij, εάν $ij \in g$, τότε οι κόμβοι i και j συνδέονται άμεσα. Σε αντίθετη περίπτωση, όταν δηλαδή ισχύει ότι $ij \notin g$, τότε οι κόμβοι i και j δεν συνδέονται άμεσα.

Έστω ότι το g+ij υποδηλώνει το γράφημα που προκύπτει από την προσθήκη του συνδέσμου ij στο υπάρχον γράφημα g, ενώ το g-ij υποδηλώνει το γράφημα που προκύπτει αν αφαιρέσουμε από το γράφημα g τον σύνδεσμο ij. Πιο αναλυτικά ισχύει ότι $g+ij = g \cup \{ij\}$ και $g-ij = g \setminus \{ij\}$.

Αν υποθέσουμε ότι υπάρχει ένα σύνολο N(g) το οποίο ισούται με $\{i \mid \exists\ j$ έτσι ώστε $ij \in g\}$ και n(g) είναι ο αριθμός των στοιχείων του N(g), τότε ένα μονοπάτι στο g το οποίο ενώνει το i_1 με το i_n αποτελεί ένα σύνολο διακριτών κόμβων $\{i_1, i_2, \ldots, i_n\} \subset N(g)$ έτσι ώστε $\{i_1 i_2, i_2 i_3, \ldots, i_{n-1} i_n\} \subset g$.

Τέλος, δεδομένου ότι το γράφημα $g' \subset g$ είναι συστατικό του g, εάν για όλα τα $i \in N(g')$ και $j \in N(g')$, $i \neq j$, τότε υπάρχει ένα μονοπάτι στο g' το οποίο ενώνει το i με το j και για κάθε $i \in N(g')$ και $j \in N(g)$, $ij \in g$ υποδηλώνει ότι $ij \in g'$.

2.3. Συνασπισμοί και συνεκτικότητα

Συνασπισμός είναι ένα μη μηδενικό υποσύνολο του N. Υποθέτουμε ότι ισχύουν τα εξής: $S \subseteq N$, $g \in GR$, $n \in S$ και $m \in S$. Εάν υπάρχει ένα μονοπάτι το οποίο να συνδέει τον κόμβο n με τον κόμβο m μέσα στο S, τότε λέμε ότι οι κόμβοι n και m συνδέονται στο S μέσω του g. Το κομμάτι εκείνο του S στο οποίο ομαδοποιούνται οι παίκτες που είναι συνδεδεμένοι μέσω του g εκφράζεται ως εξής: S / g = { { i $\mid$ i και j είναι συνδεδεμένοι στο S μέσω του g } $\mid$ $j \in S$ }.

Για παράδειγμα, εάν N = {1, 2, 3, 4, 5} και g = {12, 14, 24, 34} τότε {1, 2, 3} / g = { {1, 2}, {3} } και N/g = { {1, 2, 3, 4}, {5} }.

Επομένως, συμπεραίνουμε ότι δύο παίκτες μπορεί να μην έχουν άμεση συμφωνία μεταξύ τους κι ωστόσο να μπορούν να συνεργαστούν αποτελεσματικά μέσω κάποιων έμμεσων συνδέσεων, όπως για παράδειγμα η συμφωνία δύο διαφορετικών παικτών με έναν κοινό φίλο.

2.4. Κανόνες κατανομής και έννοια σταθερότητας

Έστω ότι v είναι ένα παιχνίδι με χαρακτηριστική μορφή λειτουργίας. Πιο συγκεκριμένα, πρόκειται για μια συνάρτηση που ορίζει κάθε συνασπισμό S σ' έναν πραγματικό αριθμό v(S). Το GR είναι το σύνολο όλων των δυνατών δομών συνεργασίας για το v και τα αποτελέσματα του v μπορούν να οριστούν από τους φορείς κατανομής πληρωμών στο RN. Επομένως, η συνάρτηση Y: GR - RN μπορεί να περιγράψει με ποιον τρόπο εξαρτάται η έκβαση του v από τη δομή συνεργασίας. Επίσης, το $Y_n(g)$ είναι η χρησιμότητα που αναμένει ο παίκτης n στο παιχνίδι v στην περίπτωση που το g αποτελεί το πρότυπο των συνεταιριστικών συμφωνιών μεταξύ των παικτών.

$\forall$ g$\in$GR, $\forall$ S$\in$N/g, $\sum_{n\in S} \mathrm{Yn(g)} = \mathrm{v(S)}$

Εάν το S είναι συνδεδεμένο στοιχείο του g, τότε θα πρέπει να διατεθεί στα μέλη του S το σύνολο του πλούτου v(S) που τους αντιστοιχεί. Το N/g είναι η φυσική δομή συνασπισμού που συνδέεται με ένα γράφημα συνεργασίας g. Η κατανομή σε έναν συνδεδεμένο συνασπισμό S εξαρτάται από το πραγματικό γράφημα g.

Για παράδειγμα, ένας κανόνας κατανομής μπορεί να δώσει υψηλότερες απολαβές στον παίκτη 1 στο g_1 = {1 2, 1 3, 1 4} σε σύγκριση με το g_2 = {1 2, 2 3, 3 4}. Αυτό συμβαίνει γιατί η θέση του παίκτη 1 είναι πιο σημαντική για τον συντονισμό των υπολοίπων στο g_1.

Ένας κανόνας κατανομής Y: GR $\rightarrow$ R^N είναι σταθερός εάν και μόνο εάν

$\forall$ g$\in$GR, $\forall$ nm$\in$g, $Y_n(g) \geq Y_n(g\backslash nm)$ και $Y_m(g) \geq Y_m(g\backslash nm)$.

Βασική ιδιότητα ενός σταθερού κανόνα κατανομής αποτελεί το γεγονός ότι με την επίτευξη διμερούς συμφωνίας πάντα επωφελούνται και οι δύο παίκτες.

Συνεπώς, αν ο κανόνας κατανομής ήταν σταθερός όλοι οι παίκτες θα ήθελαν να συνδεθούν με όσον το δυνατόν περισσότερους παίκτες και το πλήρες γράφημα συνεργασίας g^N θα αποτελούσε τη δομή συνεργασίας του παιχνιδιού.

Για παράδειγμα, το παίγνιο «Divide the dollar» μεταξύ δύο παικτών: N = {1, 2}, v({1}) = v({2}) = 0 και v({1, 2}) = 1. Ο Y για να είναι ένας κανόνας κατανομής για το v πρέπει να ισχύει ότι $Y_1(\emptyset) = 0$, $Y_2(\emptyset) = 0$ και $Y_1(\{12\}) + Y_2(\{12\}) = 1$ ($\emptyset$ είναι το κενό γράφημα χωρίς συνδέσεις). Για να υπάρχει σταθερότητα θα πρέπει $Y_1(\{12\}) \geq 0$ και $Y_2(\{12\}) \geq 0$.

Τέλος, μία αρχή που μπορεί να εφαρμοστεί στους κανόνες κατανομής έτσι ώστε να είναι πιο δίκαιοι είναι η αρχή της ισότητας, σύμφωνα με την οποία σε διμερείς συμφωνίες πρέπει οι δύο παίκτες να κερδίζουν ισόποσα. Ένας κανόνας κατανομής $Y: GR \rightarrow R^N$ είναι δίκαιος εάν και μόνο εάν

$\forall\, g \in GR,\ \forall\, nm \in g,\ Y_n(g) - Y_n(g \backslash nm) = Y_m(g) - Y_m(g \backslash nm)$.

Για παράδειγμα, στο παίγνιο «Divide the dollar» ο μοναδικός δίκαιος κανόνας κατανομής είναι $Y_1(\{12\}) = 0.5$ και $Y_2(\{12\}) = 0.5$, έτσι ώστε και οι δύο παίκτες να κερδίσουν τις ίδιες μονάδες χρησιμότητας (0.5) από την διμερή συμφωνία.

Παρόμοια είναι η λογική που ακολουθείται όταν αντί για δύο παίκτες υπάρχουν τρεις, δηλαδή $N = \{1, 2, 3\}$, $v(\{1\}) = v(\{2\}) = v(\{3\}) = 0$, $v(\{1, 3\}) = v(\{2, 3\}) = 6$ και $v(\{1, 2\}) = v(\{1, 2, 3\}) = 12$.

Επομένως ο δίκαιος κανόνας κατανομής για το παραπάνω παίγνιο θα είναι ως εξής:

$Y(\varnothing) = (0, 0, 0)$

$Y(\{12\}) = (6, 6, 0)$

$Y(\{13\}) = (3, 0, 3)$

$Y(\{23\}) = (0, 3, 3)$

$Y(\{12, 13\}) = (7, 4, 1)$

$Y(\{12, 23\}) = (4, 7, 1)$

$Y(\{13, 23\}) = (3, 3, 6)$

$Y(\{12, 13, 23\}) = (5, 5, 2)$

Η αξία Shapley του v είναι η φ(v) και ισούται με $Y(g^N) = (5, 5, 2)$. Ο πυρήνας (5, 5, 2) θα μπορούσε να θεωρηθεί ως ασταθής κανόνας κατανομής επειδή οι παίκτες 1 και 2 θα μπορούσαν να κερδίσουν δώδεκα μονάδες πλούτου (δηλαδή από έξι μονάδες ο καθένας) «σπάζοντας» τις συνδέσεις με τον παίκτη 3. Σε αντίθετη περίπτωση, διατηρώντας δηλαδή τις συνδέσεις τους με τον παίκτη 3, φαίνεται ότι οι μονάδες πλούτου που κερδίζουν είναι δέκα (δηλαδή από πέντε μονάδες ο καθένας). Αυτό, όμως, παύει να ισχύει όταν η προοπτική μας είναι με βάση τα γραφήματα συνεργασίας και όχι τους συνασπισμούς. Η αξία (5, 5, 2) αποτελεί μέρος ενός σταθερού και δίκαιου κανόνα κατανομής. Αν ένας παίκτης διακόψει μία από τις δύο ή και τις δύο συνδέσεις του με τους υπόλοιπους παίκτες, τότε η αξία του δίκαιου κανόνα κατανομής θα μειωθεί. Στην περίπτωση που οι παίκτες 1 και 2 διακόψουν τις συνδέσεις τους με τον παίκτη 3 ταυτόχρονα, τότε και οι δύο θα επωφεληθούν. Τέλος, αν κάποιος από τους παίκτες 1 και 2 συνεχίσει την συνεργασία του με τον παίκτη 3 ενώ ταυτόχρονα ο άλλος από τους δύο την διακόψει, τότε αυτός ο παίκτης που έχει τον συνασπισμό με τον παίκτη 3 θα ωφεληθεί περισσότερο σε σύγκριση με τις προηγούμενες περιπτώσεις συνδέσεων.

Σε παίγνια που η συνεργασία των παικτών δεν είναι πλήρης ή δεν συνεργάζονται καθόλου μεταξύ τους, η λύση ισορροπίας του παιγνίου είναι η λεγόμενη ισορροπία Nash. Ειδικότερα, η ισορροπία κατά Nash είναι εκείνη η λύση που αποτελεί την άριστη στρατηγική των παικτών με δεδομένη την στρατηγική όλων των υπολοίπων ατόμων που συμμετέχουν στο παίγνιο. Με λίγα λόγια, άριστη στρατηγική θεωρείται όχι εκείνη που μεγιστοποιεί το κέρδος ενός μόνο παίκτη, αλλά εκείνη με το μεγαλύτερο δυνατό όφελος για το σύνολο των παικτών.

2.5. Τύποι συνεταιριστικών παιγνίων

Ορισμός 1: Υπεραθροιστικό παίγνιο (Superadditive game)

Ένα παίγνιο G=(N, v) ονομάζεται υπεραθροιστικό εάν για όλα τα $S, T \subset N$ και $S \cap T = \emptyset$, τότε ισχύει ότι $v(S \cup T) \geq v(S) + v(T)$.

Από τον παραπάνω ορισμό συμπεραίνουμε ότι οι συνασπισμοί μπορούν να λειτουργούν χωρίς να υπάρχει αλληλεπίδραση μεταξύ τους και ως εκ τούτου η αξία των δύο συνασπισμών δεν θα είναι μικρότερη από το άθροισμα των ατομικών τους αξιών.

Με λίγα λόγια, η υπεραθροιστικότητα υποδηλώνει ότι η αξία ολόκληρου του συνόλου των παικτών είναι πάντα μεγαλύτερη σε σχέση με την αξία οποιουδήποτε μη αλληλοκαλυπτόμενου συνόλου συνασπισμών. Κατά συνέπεια, ο μεγαλύτερος συνασπισμός (grand coalition), δηλαδή ολόκληρο το σύνολο των παικτών, έχει την μεγαλύτερη αποπληρωμή κι άρα το μεγαλύτερο όφελος σε σχέση με τις υπόλοιπες δομές συνασπισμών.

Ένα χαρακτηριστικό παράδειγμα υπεραθροιστικού παιγνίου είναι η ψηφοφορία. Πιο αναλυτικά, σε μία ψηφοφορία για ένα νομοσχέδιο υπάρχει ένα σύνολο παικτών N κι ένα σύνολο κερδοφόρων συνασπισμών $W \subseteq 2^N$, οι συνασπισμοί αυτοί επαρκούν έτσι ώστε να γίνει δεκτό το νομοσχέδιο εφόσον όλα τα μέλη ψηφίσουν υπέρ. Σε κάθε συνασπισμό $S \in W$ ισχύει ότι $v(S) = 1$, ενώ για τους υπόλοιπους $v(S) = 0$.

Ορισμός 2: Αθροιστικό παίγνιο (Additive game)

Ένα παίγνιο G=(N, v) είναι αθροιστικό εάν για όλα τα S, T $\subset$ N και S $\cap$ T = $\emptyset$, τότε ισχύει ότι v (S $\cup$ T) = v (S) + v (T).

Στον συγκεκριμένο ορισμό βλέπουμε ότι η αξία των δύο συνασπισμών είναι ίση με το άθροισμα των ατομικών αξιών.

Γενικά, η αθροιστικότητα (additivity) προϋποθέτει ότι η αξία ενός συγκεκριμένου στοιχείου ενός συνόλου δεν εξαρτάται από την δομή των υπόλοιπων στοιχείων καθώς επίσης, τα διαφορετικά στοιχεία ενός συνόλου δεν αλληλεπιδρούν μεταξύ τους.

Ορισμός 3: Παίγνιο σταθερού αθροίσματος (Constant-sum game)

Ένα παίγνιο G=(N, v) θεωρείται σταθερού αθροίσματος εάν για όλα τα S $\subset$ N ισχύει ότι v (S) + v (N \ S) = v (N).

Γενικά ισχύει ότι κάθε αθροιστικό παιχνίδι είναι απαραίτητα και σταθερού αθροίσματος, χωρίς όμως να ισχύει και το αντίστροφο. Το πιο συχνό παράδειγμα παιγνίων σταθερού αθροίσματος είναι τα παίγνια μηδενικού αθροίσματος. Παραδείγματα τέτοιων παιχνιδιών είναι το σκάκι, το πόκερ κ.ά.

Σε αντίθεση με τα παιχνίδια κοινής ανταμοιβής, τα παίγνια σταθερού αθροίσματος έχουν νόημα κυρίως στο πλαίσιο παιχνιδιών με δύο παίκτες, χωρίς αυτό απαραίτητα να σημαίνει και την ύπαρξη δύο στρατηγικών. Τα παίγνια μηδενικού αθροίσματος αντιπροσωπεύουν καταστάσεις καθαρού ανταγωνισμού, δηλαδή το κέρδος του ενός παίκτη είναι εις βάρος του άλλου.

Ένα χαρακτηριστικό παράδειγμα του συγκεκριμένου τύπου παιγνίων είναι και το παιχνίδι «Πέτρα, Ψαλίδι, Χαρτί», το οποίο περιλαμβάνει τρεις στρατηγικές. Σ’ αυτό το παιχνίδι κάθε παίκτης έχει την δυνατότητα να επιλέξει ανάμεσα στην πέτρα, το ψαλίδι και το χαρτί. Εάν κι οι δύο παίκτες επιλέξουν το ίδιο, τότε δεν υπάρχει νικητής. Σε αντίθετη περίπτωση, ένας από τους δύο παίκτες κερδίζει, ενώ ο άλλος χάνει. Πιο αναλυτικά, ισχύουν τα εξής:

	Πέτρα	**Χαρτί**	**Ψαλίδι**
Πέτρα	0, 0	-1, 1	1, -1
Χαρτί	1, -1	0,0	-1, 1
Ψαλίδι	-1, 1	1, -1	0,0

Ορισμός 4: Κυρτό παίγνιο (Convex game)

Ένα παίγνιο G=(N, v) ονομάζεται κυρτό εάν για όλα τα S, T $\subset$ N ισχύει ότι v (S $\cup$ T) ≥ v (S) + v (T) – v (S $\cap$ T).

Η κυρτότητα αποτελεί μία πιο ισχυρή κατάσταση σε σύγκριση με την υπεραθροιστικότητα.

Ορισμός 5: Απλό παίγνιο (Simple game)

Ένα παίγνιο G=(N, v) είναι απλό εάν για όλα τα S $\subset$ N ισχύει ότι v (S)$\in${0,1}.

Τα απλά παίγνια όταν είναι και σταθερού αθροίσματος ονομάζονται κατάλληλα κι ισχύει ότι εάν S είναι ένας επιτυχής συνασπισμός, τότε N\S είναι ένας ανεπιτυχής συνασπισμός.

Γενικά, ο συγκεκριμένος τύπος παιγνίων είναι χρήσιμος όσον αφορά την μοντελοποίηση καταστάσεων ψηφοφορίας. Η απαίτηση που συχνά προστίθεται είναι ότι εάν ένας συνασπισμός κερδίζει, τότε όλα τα μεγαλύτερα σύνολα είναι επίσης κερδοφόροι συνασπισμοί. Αυτό δεν σημαίνει ότι ισχύει και η υπεραθροιστικότητα.

Έστω ότι έχουμε μία ψηφοφορία, στην οποία αρκεί το 50% των ψήφων για να γίνει δεκτό το νομοσχέδιο. Όταν δύο διαφορετικοί κερδοσκοπικοί συνασπισμοί S και T ενωθούν, έτσι ώστε να δημιουργήσουν τον συνασπισμό S $\cup$ T, δεν επιτυγχάνουν τουλάχιστον το άθροισμα των αξιών τους που είχαν χωριστά. Επομένως, δεν ισχύει η υπεραθροιστικότητα.

2.6. Υπόδειγμα συνδέσεων

Τα άτομα επικοινωνούν κατ' ευθείαν με εκείνους τους οποίους συνδέονται. Μέσω των συγκεκριμένων συνδέσεων επωφελούνται κι από την έμμεση επικοινωνία από εκείνους στους οποίους οι γειτονικοί κόμβοι τους είναι συνδεδεμένοι και ούτω καθ' εξής. Η αξία της επικοινωνίας που αποκτάται από άλλους κόμβους εξαρτάται από την απόσταση. Επιπλέον, εξαιτίας του γεγονότος ότι η επικοινωνία είναι δαπανηρή, τα άτομα πρέπει να υπολογίζουν τα οφέλη ενός συνδέσμου αναλογικά πάντα με το κόστος του.

Έστω ότι $w_{ij} \geq 0$ υποδηλώνει την εσωτερική αξία του ατόμου j στο άτομο i και c_{ij} είναι το κόστος για τον παίκτη i όσον αφορά την διατήρηση του συνδέσμου ij. Η χρησιμότητα κάθε παίκτη i από το γράφημα g είναι η εξής:

$u_i(g) = w_{ii} + \sum(j \neq i)\delta^{t}{}_{ij}\, w_{ij} - \sum(j: ij \in g)\, c_{ij}$

Γενικά, οι συνδέσεις με την μικρότερη απόσταση είναι πιο χρήσιμες σε σύγκριση με τις απομακρυσμένες. Ωστόσο, οι άμεσες συνδέσεις είναι δαπανηρές.

2.6.1. Ισχυρή αποτελεσματικότητα

Όσον αφορά την συμμετρική εκδοχή του συγκεκριμένου υποδείγματος ισχύει ότι $c_{ij}=c$ για όλα τα ij καθώς επίσης, $w_{ii}=1$ για όλα τα $j \neq i$ και $w_{ij}=0$.

Το μοναδικό, ισχυρά αποδοτικό δίκτυο στο συμμετρικό υπόδειγμα συνδέσεων είναι το εξής:

α) το πλήρες γράφημα g^N εάν ισχύει ότι $c < \delta-\delta^2$,

β) ένα αστέρι που συμπεριλαμβάνει όλα τα άτομα εάν ισχύει ότι

$\delta-\delta^2 < c < \delta+((N-2)/2)\delta^2$,

Σημειωτέον ότι με τον όρο αστέρι περιγράφεται ένα στοιχείο στο οποίο όλοι οι παίκτες είναι συνδεδεμένοι με έναν κεντρικό παίκτη κι εκεί δεν υπάρχουν άλλοι σύνδεσμοι. Πιο συγκεκριμένα, ισχύει ότι $g \subset g^N$ είναι ένα αστέρι εάν $g \neq \emptyset$ κι υπάρχει $i \in N$ τέτοιο ώστε αν $jk \in g$, τότε είτε j=i είτε k=i. Ο παίκτης i είναι ο κεντρικός παίκτης του αστεριού.

γ) δεν υπάρχουν συνδέσεις εάν ισχύει ότι $\delta+((N-2)/2)\delta^2 < c$.

2.6.2. Σταθερότητα χωρίς πλευρικές πληρωμές

Η εξεταζόμενη περίπτωση αφορά τις συνέπειες της σταθερότητας για τον κανόνα κατανομής $Y_i(g) = u_i(g)$. Η συγκεκριμένη διασάφηση ανταποκρίνεται καλύτερα σ' ένα κοινωνικό δίκτυο στο οποίο δεν επιτρέπονται οι ανταλλαγές πληρωμών για «φιλία».

Στο συμμετρικό, λοιπόν, υπόδειγμα συνδέσεων με $Y_i(g) = u_i(g)$ ισχύουν τα εξής:

α) Ένα σταθερό ανά ζεύγη δίκτυο έχει το πολύ ένα (μη κενό) στοιχείο, β) Το μοναδικό σταθερό ανά ζεύγη δίκτυο είναι το πλήρες γράφημα g^N για $c < δ-δ^2$,

γ) Για $δ-δ^2 < c < δ$ ισχύει ότι ένα αστέρι, το οποίο συμπεριλαμβάνει όλους τους παίκτες είναι σταθερό κατά ζεύγη, χωρίς όμως απαραίτητα να είναι το μοναδικό σταθερό κατά ζεύγη γράφημα,

δ) Για $δ < c$, σ' οποιοδήποτε σταθερό ανά ζεύγη δίκτυο που δεν είναι κενό ισχύει ότι κάθε παίκτης έχει τουλάχιστον δύο συνδέσεις. Με αποτέλεσμα, το δίκτυο να καθίσταται αναποτελεσματικό.

Παράδειγμα:

Έστω ότι έχουμε ένα τετράεδρο και N=16. Ένα αστέρι θα περιείχε δεκαπέντε συνδέσμους και η συνολική αξία θα ήταν $30δ + 210δ^2 – 30c$. Το τετράεδρο έχει δεκαοκτώ συνδέσεις και η συνολική αξία είναι $36δ + 48δ^2 + 60δ^3 + 72δ^4 + 24δ^5 – 36c$, η οποία είναι μικρότερη από την συνολική αξία του αστεριού επειδή $c>δ$ και $δ<1$.

Η χρησιμότητα που προκύπτει για τον παίκτη i από τον συνασπισμό ij συμβολίζεται με u^{ij} και ισχύει ότι $u^{ij} = u_i (g + ij) - u_i (g)$ εάν $ij \notin g$, ενώ εάν $ij \in g$ ισχύει ότι $u^{ij} = u_i (g) - u_i (g - ij)$. Το τετράεδρο είναι σταθερό ανά ζεύγη. Οι ακόλουθες ανισότητες εξασφαλίζουν την σταθερότητα ανά ζεύγη του γραφήματος: $u^{12} \geq 0$, $u^{21} \geq 0$, $u^{23} \geq 0$, $u^{13} \leq 0$, , $u^{14} \leq 0$, , $u^{15} \leq 0$ και , $u^{26} \leq 0$. Με τις τρεις πρώτες ανισότητες διασφαλίζεται ότι κανείς δεν επιθυμεί να σπάσει κάποιον σύνδεσμο. Οι επόμενες τέσσερις ανισότητες εξασφαλίζουν ότι κανένας νέος σύνδεσμος δεν βελτιώνει τις απολαβές των παικτών.

Επομένως, $u^{12} = δ – δ^8 + δ^2 – δ^7 + δ^3 – δ^6 + 2(δ^4 – δ^5) – c$

και $u^{26} = δ – δ^5 + δ^2 – δ^4 + δ^2 – δ^5 + 2(δ^3 – δ^4) – c$.

Εάν λοιπόν ισχύει ότι $c = 1$ και $δ = 0.9$ τότε $u^{12} = 0.13$ και $u^{26} = -0.17$.

Το γράφημα του συγκεκριμένου παραδείγματος είναι σταθερό επειδή κάθε σύνδεσμος ενώνει με έμμεσο τρόπο έναν παίκτη με άλλους πολύτιμους παίκτες. Επίσης, το γράφημα δε μπορεί να είναι πολύ πυκνό λόγω του αυξημένου κόστους, αλλά ούτε και πολύ αραιό επειδή οι παίκτες θα έχουν κίνητρο να προσθέσουν νέους συνδέσμους ή να διακόψουν παλαιούς συνδέσμους με μικρή αξία.

2.6.3. Σταθερότητα με πλευρικές πληρωμές

Οι παίκτες στο υπόδειγμα συνδέσεων με πλευρικές πληρωμές έχουν την δυνατότητα, εκτός από τις άμεσες παροχές που έχουν λόγω της ύπαρξης τους στο δίκτυο, να ανταλλάσσουν χρήματα. Ο κανόνας κατανομής που αντικατοπτρίζει αυτές τις πλευρικές πληρωμές είναι συνήθως αποτέλεσμα διμερών διαπραγματεύσεων.

Τα δίκτυα που παράγουν υψηλές αξίες ενδέχεται να τοποθετήσουν ορισμένους παίκτες σε θέσεις κλειδιά, με αποτέλεσμα να δίνεται η δυνατότητα στους παίκτες αυτούς να απαιτήσουν ένα δυσανάλογο μερίδιο της συνολικής αξίας. Γεγονός που ισχύει ιδιαίτερα στην περίπτωση του πολύ αποτελεσματικού σε σχήμα αστεριού δικτύου. Αυτό προκαλεί άλλους παίκτες να σχηματίσουν επιπλέον συνδέσμους προκειμένου να μετριάσουν αυτή την εξουσία που έχουν οι παίκτες σε θέσεις κλειδιά εις βάρος της μείωσης της συνολικής αξίας.

Παράδειγμα:

Έστω ότι έχουμε N=3 και g={12, 13}, ισχύει ότι το γράφημα g είναι ισχυρά αποτελεσματικό για $\delta-\delta^2 < c < \delta$. Υποθέτουμε ότι ο κανόνας κατανομής Y μοιράζει ισόποσα την συνολική αξία του γραφήματος στους παίκτες που έχουν συνδέσμους στο συγκεκριμένο γράφημα. Επιπλέον, ισχύει ότι $Y_i(g, v) - Y_i(g - ij, v) = Y_j(g, v)) - Y_j(g - ij, v)$ για κάθε g, i και j.

Πιο αναλυτικά, $Y_1(g, v) = Y_3(g, v) = \delta + \frac{2}{3}\delta^2 - c$ και $Y_2(g, v) = 2\delta + \frac{2}{3}\delta^2 - 2c$.

Καθένας από τους περιφερειακούς παίκτες πληρώνει $\frac{1}{3}\delta^2$.

Ενώ, στην περίπτωση του κυκλικού δικτύου, δηλαδή για g'={12, 23, 31} ισχύει $Y_1(g', v) = Y_2(g', v) = Y_3(g', v) = 2\delta - 2c$ και δεν πραγματοποιούνται πλευρικές πληρωμές.

Το ισχυρά αποδοτικό δίκτυο g είναι μοναδικά σταθερό για $\delta - \frac{2}{3}\delta^2 < c < \delta$, ενώ για $\delta - \delta^2 < c < \delta - \frac{2}{3}\delta^2$ το μη αποτελεσματικό g' είναι το μοναδικό σταθερό δίκτυο. Συμπερασματικά, η αιτία της σύγκρουσης μεταξύ αποτελεσματικότητας και σταθερότητας του δικτύου είναι η ισχυρή διαπραγματευτική θέση του κέντρου στο γράφημα g. Όταν το c δεν είναι πολύ μεγάλο τότε το g αποσταθεροποιείται λόγω της σύνδεσης των περιφερειακών παικτών, οι οποίοι αυξάνουν το μερίδιό τους εις βάρος του κέντρου.

Γενικά, το συγκεκριμένο υπόδειγμα συνδέσεων θα μπορούσε επίσης, να συμβάλλει στην ανάλυση της εσωτερικής οργάνωσης των επιχειρήσεων. Έστω ότι έχουμε μία επιχείρηση της οποίας η παραγωγή εξαρτάται από την οργάνωση των εργαζομένων ως δίκτυο. Η δομή της επικοινωνίας κι επομένως, ο συντονισμός μεταξύ των εργαζομένων θα αναδειχθεί μέσω του δικτύου. Οι κόμβοι του γραφήματος αντιστοιχούν στους εργάτες. Ο κανόνας κατανομής Y καθορίζει τη διανομή της συνολικής αξίας μεταξύ των εργαζομένων (μισθοί) και της επιχείρησης (κέρδος). Έτσι, αποτυπώνεται το αποτέλεσμα της διαπραγμάτευσης της μισθοδοσίας μέσα στην επιχείρηση, που οι συμβάσεις εργασίας δεν είναι δεσμευτικές και ο μισθωτοί πληρώνονται με το ήμισυ του πλεονάσματος που σχετίζεται με την απασχόληση τους. Η υπόθεση που προκύπτει είναι ότι οι θέσεις των εργαζομένων που κλείνουν δε μπορούν να καλυφθούν αμέσως. Επομένως, Y_i (g-i, v) και v(g-i) – $\sum_{j\neq i} \mathrm{Yj}(\mathrm{g}-\mathrm{i}),\mathrm{v})$ είναι τα σημεία διαφωνίας της διαπραγμάτευσης μεταξύ εργαζομένων κι επιχείρησης. Το πρώτο αφορά τους εργαζόμενους, ενώ το δεύτερο την εταιρεία. Άρα ισχύει ότι:

$$Y_i(g, v) = Y_i(g\text{-}i, v) + \frac{1}{2}\left[v(g) - \sum_{j\neq i} \mathrm{Yj}\,(\mathrm{g},\mathrm{v}) - \mathrm{Yi}\,(\mathrm{g}-\mathrm{i},\mathrm{v}) - (v(g\text{-}i) - \sum_{j\neq i} \mathrm{Yj}\,(\mathrm{g}-\mathrm{i},\mathrm{v}))\right]$$

Αν θεωρήσουμε ότι ο ιδιοκτήτης της επιχείρησης είναι εκτός δικτύου, ο παραπάνω κανόνας κατανομής δεν είναι ισορροπημένος αφού το κέρδος της επιχείρησης είναι v-$\sum_i Yi$.

<u>Παράδειγμα</u>:

Έστω N=3 και Y_i (g-i, v) = 0 διότι ο εργαζόμενος που παραιτείται δεν έχει μισθό. Το γράφημα g={12, 13} είναι ισχυρά αποτελεσματικό για $\delta - \delta^2 < c < \delta$. Y_1 (g, v) = Y_3 (g, v) = $\frac{2}{3}\delta + \frac{1}{2}\delta^2 - \frac{2}{3}c$ και Y_2 (g, v) = $\frac{4}{3}\delta + \frac{1}{2}\delta^2 - \frac{4}{3}c$

Το κέρδος για την επιχείρηση ισούται με $\frac{4}{3}\delta + \frac{1}{2}\delta^2 - \frac{4}{3}c$.

Όσον αφορά το γράφημα g'={12, 23, 31}, ισχύει ότι Y_1 (g', v) = Y_2 (g', v) = Y_3 (g', v) = $\frac{4}{3}\delta - \frac{4}{3}c$, ενώ το κέρδος της εταιρείας είναι 2(δ – c).

Για $\delta - \delta^2 < c < \delta - 3/4\, \delta^2$ το g είναι ισχυρά αποτελεσματικό, ενώ το g' είναι πιο κερδοφόρο για την επιχείρηση επειδή αποδυναμώνει την διαπραγματευτική θέση του εργαζόμενου που κατέχει την κεντρική θέση στο γράφημα g.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: ΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΣ ΔΙΚΤΥΩΝ

3.1. Υπόδειγμα «Co-author»

Στον συγκεκριμένο τύπο υποδείγματος τα άτομα δεν αντλούν οφέλη από τις έμμεσες συνδέσεις, όπως ίσχυε για άλλα υποδείγματα. Πιο αναλυτικά, ένα άτομο θα προτιμούσε οι γείτονες του να έχουν λιγότερες συνδέσεις, γεγονός το οποίο οδηγεί σε μία ανταγωνιστική κατάσταση μεταξύ των ατόμων που σχετίζεται με την πρόσβαση στους γείτονες. Για παράδειγμα, έστω ότι οι κόμβοι αντιπροσωπεύουν κάποιους ερευνητές, οι οποίοι ξοδεύουν χρόνο για τις αναλύσεις τους. Κάθε σύνδεση που γίνεται είναι το αποτέλεσμα της συνεργασίας μεταξύ δύο ερευνητών. Ο χρόνος που ένας ερευνητής δαπανά για ένα συγκεκριμένο πρόγραμμα είναι αντιστρόφως ανάλογος με τον αριθμό των έργων στα οποία εμπλέκεται ο ίδιος. Επομένως, σε αντίθεση με το υπόδειγμα των συνδέσεων, αυτό που ισχύει εδώ είναι ότι οι έμμεσες συνδέσεις επιδρούν με αρνητικό τρόπο στην χρησιμότητα.

Η συνέργεια μεταξύ δύο ερευνητών εξαρτάται από το πόσο χρόνο ξοδεύουν μαζί και εκφράζεται με τον εξής όρο: $\frac{1}{d_i(g)d_j(g)}$. Με όσο περισσότερα έργα ασχολείται ένας ερευνητής τόσο λιγότερη συνέργεια επιτυγχάνεται ανά έργο. Η χρησιμότητα για τον παίκτη i στο δίκτυο g είναι: $u_i(g)=\Sigma_{i:ij\in g}\, w_i(n_i,j,n_j) - c(n_i)$, όπου $w_i(n_i,j,n_j)$ είναι η χρησιμότητα που αντλεί ο παίκτης i από την άμεση επαφή του με τον παίκτη j όταν τα άτομα i και j εμπλέκονται σε έργα n_i και n_j αντίστοιχα. Τέλος, με τον όρο $c(n_i)$ αποδίδεται το κόστος που απαιτείται για την διατήρηση των εν λόγω συνδέσεων.

Ο τύπος από τον οποίο προκύπτει η χρησιμότητα σε μία πιο ειδική εκδοχή του υποδείγματος «co-author» είναι ο εξής:

$u_i(g) = \Sigma_{i:ij\in g}\, [\frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_j} + \frac{1}{n_i n_j}] = 1 + (1 + \frac{1}{n_i})\, \Sigma_{i:ij\in g}\, \frac{1}{n_j}$ κι ισχύει για $n_i>0$.

Στην περίπτωση που το n_i ισούται με μηδέν η χρησιμότητα είναι μηδενική, δηλαδή ισχύει ότι $u_i(g) = 0$. Σημαντική προϋπόθεση είναι ότι κάθε ερευνητής έχει στην διάθεση του συγκεκριμένο χρόνο, τον οποίο και κατανείμει ισόποσα σε κάθε έργο του. Η απόδοση του κάθε έργου εξαρτάται από τον συνολικό χρόνο που επενδύουν σ' αυτό οι δύο συνεργαζόμενοι ερευνητές και δίνεται με τον όρο $\frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_j}$. Επίσης, αξίζει να αναφερθεί ότι δεν υπάρχει άμεσο κόστος από τις συνδέσεις. Το κόστος μίας νέας σύνδεσης είναι η μείωση της ισχύος του όρου αλληλεπίδρασης με τους υπάρχοντες συνδέσμους.

Τέλος, στο συγκεκριμένο «co-author» υπόδειγμα ισχύουν τα εξής: α) εάν το Ν είναι άρτιο, τότε το ισχυρά αποδοτικό δίκτυο είναι ένα γράφημα που αποτελείται από $\frac{N}{2}$ διαφορετικά ζεύγη και β) ένα σταθερό ανά ζεύγη δίκτυο μπορεί να χωριστεί σε πλήρως συνδεδεμένα στοιχεία, καθένα από τα οποία έχει διαφορετικό αριθμό μελών. Πιο αναλυτικά, αν m είναι ο αριθμός των μελών ενός στοιχείου και n είναι το αμέσως επόμενο σε μέγεθος, τότε ισχύει $m>n^2$. Συμπερασματικά, ο συνδυασμός αποτελεσματικότητας και σταθερότητας υποδηλώνει ότι τα σταθερά δίκτυα έχουν την τάση να είναι υπερ-συνδεδεμένα όσον αφορά την απόδοση. Γεγονός που οφείλεται στην εν μέρει εξέταση του αρνητικού αποτελέσματος των νέων συνδέσεων, το οποίο επιδρά στην παραγωγικότητα των συνδέσμων με τους υπάρχοντες «co-authors».

3.2. Υπόδειγμα «Islands-connections»

Πρόκειται για μία παραλλαγή του υποδείγματος συνδέσεων, η οποία δείχνει με ποιον τρόπο τα παρατηρούμενα χαρακτηριστικά των πραγματικών δικτύων, όπως για παράδειγμα οι ιδιότητες του μικρού κόσμου, μπορούν να εξηγηθούν από στρατηγική σκοπιά. Αυτό παρέχει μία πολύ διαφορετική προοπτική σε σύγκριση με εκείνη των τυχαίων δικτύων. Η λογική πίσω απ' αυτό το υπόδειγμα είναι ότι η διάρθρωση του κόστους γίνεται με βάση την απόσταση. Είναι προτιμότερο από άποψη κόστους οι κόμβοι που βρίσκονται σε πιο κοντινές αποστάσεις ή είναι παρόμοιοι να αναπτύσσουν συνδέσεις μεταξύ τους. Ωστόσο, αξίζει να σημειωθεί ότι στην περίπτωση που δεν υπάρχουν επαρκή μονοπάτια μεταξύ δύο συγκεκριμένων κόμβων, η προσθήκη ενός συνδέσμου που θα γεφυρώνει τα απομακρυσμένα τμήματα του δικτύου μπορεί να αποφέρει μεγάλα οφέλη στο ζεύγος των κόμβων ανεξάρτητα από το ύψος του κόστους που απαιτείται γι' αυτή την σύνδεση.

Μία σημαντική διάκριση μεταξύ των στρατηγικών μοντέλων και των αμιγώς τυχαίων μοντέλων είναι ότι τα τυχαία μοντέλα μπορούν να εξηγήσουν τις διαδικασίες που παράγουν ορισμένα χαρακτηριστικά χωρίς όμως, να μπορεί να δοθεί μία εξήγηση αναφορικά με τον λόγο για τον οποίο συμβαίνουν αυτές οι διαδικασίες. Δεν ισχύει το ίδιο και για τα στρατηγικά μοντέλα, τα οποία μπορούν να εξηγήσουν ένα συγκεκριμένο χαρακτηριστικό του δικτύου βασιζόμενα σε παλαιότερα στοιχεία, στο αρχικό επίπεδο, όπως για παράδειγμα το κόστος και τα οφέλη από τις κοινωνικές σχέσεις. Χωρίς αυτό να σημαίνει ότι τα στρατηγικά μοντέλα θεωρούνται καλύτερα. Όλες οι τεχνικές μοντελοποίησης έχουν κάποια θετικά και κάποια αρνητικά στοιχεία. Στην προκειμένη περίπτωση τόσο τα στρατηγικά μοντέλα όσο και τα αμιγώς τυχαία μοντέλα λειτουργούν με τέτοιο τρόπο ώστε να συμπληρώνει το ένα το άλλο.

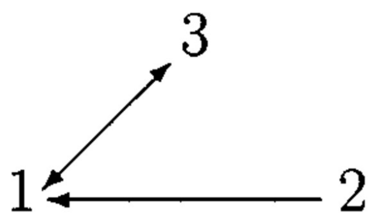
Δύο σημαντικές διαφοροποιήσεις αναφορικά με το συμμετρικό υπόδειγμα συνδέσεων είναι οι εξής: α) εάν το ελάχιστο μήκος ενός μονοπατιού μεταξύ δύο παικτών είναι μεγαλύτερο από D συνδέσεις, τότε δεν λαμβάνουν καμία αξία ο ένας από τον άλλον, β) υπάρχει μία γεωγραφική δομή του κόστους, δηλαδή υπάρχουν K «islands» καθένα από τα οποία έχει J παίκτες. Η δημιουργία σύνδεσης μεταξύ δύο παικτών που ανήκουν στο ίδιο «island» έχει κόστος c, ενώ αν ανήκουν σε διαφορετικά «islands» το κόστος είναι C κι ισχύει ότι C>c>0. Επομένως, η σύνδεση με τους κοντινότερους παίκτες είναι χαμηλότερου κόστους. Η συνολική χρησιμότητα για τον παίκτη i στο δίκτυο g δίνεται από τον εξής τύπο: $u_i(g) = \sum_{j\neq i:\ell(i,j)\leq D} \delta^{\ell(i,j)} - \sum_{j:ij\in g} c_{ij}$, όπου εάν οι παίκτες i και j βρίσκονται στο ίδιο νησί τότε c_{ij} = c. Σε αντίθετη περίπτωση, ισχύει ότι c_{ij} = C.

Εάν ισχύει ότι $c < \delta-\delta^2$ και $C < \delta+(J-1)\delta^2$, τότε για οποιοδήποτε δίκτυο που είναι είτε σταθερό ανά ζεύγη είτε αποτελεσματικό ισχύουν τα εξής: α) οι παίκτες που ανήκουν στο ίδιο «island» είναι τελείως συνδεδεμένοι μεταξύ τους, β) η διάμετρος και το μέσο μήκος μονοπατιού δεν υπερβαίνουν το D+1, γ) εάν $\delta-\delta^3 < C$, τότε με τον όρο $\frac{(J-1)(J-2)}{J^2K^2}$ δίνεται το κατώτερο όριο ανά άτομο της συνολικής συσσωμάτωσης.

Γενικά, στο συγκεκριμένο υπόδειγμα το χαμηλό κόστος των συνδέσεων με τους κοντινούς παίκτες οδηγεί σε υψηλή συσσωμάτωση. Ενώ, η σύνδεση με απομακρυσμένους παίκτες αυξάνει τον αριθμό των παικτών που έχουν πρόσβαση ο ένας στον άλλον κι έχει ως αποτέλεσμα το χαμηλό κατά μέσο όρο μήκος των μονοπατιών. Το υψηλό κόστος, όμως, αποτρέπει την δημιουργία τέτοιων συνδέσεων.

3.3. Υπόδειγμα δικτύου μίας ροής (one-way flow model)

Έστω ότι έχουμε ένα σύνολο στρατηγικών $g=(g_1, \ldots, g_n)$ στο G ως ένα κατευθυνόμενο δίκτυο και η σύνδεση μεταξύ του παίκτη i και του παίκτη j συμβολίζεται με $g_{i,j}$ και ισούται με την μονάδα. Ο σύνδεσμος μεταξύ των δύο αυτών παικτών παριστάνεται με ένα βέλος, το οποίο ξεκινάει από τον παίκτη j και καταλήγει με κατεύθυνση προς τον παίκτη i.



Για παράδειγμα, όπως φαίνεται και στο παραπάνω σχήμα, έχουμε τρεις παίκτες και τα βέλη παριστάνουν τις συνδέσεις που δημιουργούνται μεταξύ αυτών των παικτών. Πιο αναλυτικά, ο παίκτης 1 έχει συνδέσμους με τους παίκτες 2 και 3, ο παίκτης 3 έχει σύνδεση με τον παίκτη 1, ενώ ο παίκτης 2 δεν έχει σύνδεση με κάποιον άλλον παίκτη. Παρατηρούμε ότι υπάρχει μία αντιστοιχία ένα προς ένα μεταξύ του συνόλου όλων των κατευθυνόμενων δικτύων με n κορυφές και του συνόλου G. Το σύνολο των παικτών με τους οποίους ο παίκτης i διατηρεί μία σύνδεση ορίζεται ως εξής: $N^d(i;g) = \{k \in N \mid g_{i,k} = 1\}$. Στην περίπτωση που ισχύει $g_{i,j} = 1$ ή υπάρχουν παίκτες $j_1, \ldots, j_m$ διαφορετικοί από τους i και j έτσι ώστε να ισχύει $g_{i,j1} = g_{j1,j2} = \ldots = g_{jm,j}$, τότε ισχύει ότι υπάρχει ένα μονοπάτι από τον παίκτη j στον παίκτη i στο g και συμβολίζεται ως εξής: $j \xrightarrow{g} i$. Για παράδειγμα, όσον αφορά το παραπάνω σχήμα υπάρχει ένα μονοπάτι από τον παίκτη 2 στον παίκτη 3. Επίσης, το σύνολο όλων των παικτών στων οποίων τις πληροφορίες έχει πρόσβαση ο παίκτης i περιγράφεται ως εξής: $N(i;g) = \{k \in N \mid k \xrightarrow{g} i\} \cup \{i\}$.

Η συνάρτηση απολαβής Π_i: $G \rightarrow R$ ορίζεται ως εξής: $\Pi_i(g) = \Phi(\mu_i(g), \mu_i^d(g))$, όπου $\mu_i(g)$ είναι το όφελος που λαμβάνει ο παίκτης i από τις συνδέσεις που έχει αναπτύξει και το κόστος διατήρησης των συγκεκριμένων συνδέσεων δίνεται από $\mu_i^d(g)$. Βασική υπόθεση της συνάρτησης είναι ότι δεν εξαρτάται η αξία των πληροφοριών από τον αριθμό των ατόμων μέσω των οποίων μεταδίδονται, δηλαδή δεν υπάρχει αλλοίωση στις πληροφορίες ή καθυστέρηση στην μετάδοσή τους.

Μία πιο ειδική περίπτωση της παραπάνω συνάρτησης είναι όταν οι απολαβές είναι γραμμικές, τότε ισχύει ότι $\Pi_i(g) = \mu_i(g) - \mu_i^d(g)c$, όπου $\mu_i^d(g)c$ είναι το συνολικό κόστος των συνδέσεων του παίκτη i. Εάν $c \in (0, 1)$ τότε ο παίκτης i είναι πρόθυμος να δημιουργήσει συνδέσμους με τον παίκτη j με σκοπό τις πληροφορίες που κατέχει. Ενώ, εάν $c \in (1, n-1)$ τότε προκειμένου ο i να κάνει σύνδεση με τον j θα απαιτήσει απ' αυτόν περισσότερες πληροφορίες, δηλαδή την παρατήρηση περισσότερων παικτών. Στην περίπτωση που $c > n-1$ τότε το κόστος για την ανάπτυξη συνδέσμων υπερβαίνει το συνολικό όφελος των πληροφοριών και ο παίκτης i έχει κάποιο λόγο για να δημιουργήσει συνδέσεις με οποιονδήποτε άλλον παίκτη.

Τέλος, όσον αφορά τις ιδιότητες που διέπουν το υπόδειγμα δικτύου μίας ροής (one-way flow model) ισχύουν τα παρακάτω:

1) Ένα σύνολο $C \subset N$ αποτελεί συνιστώσα του δικτύου g εάν για κάθε ξεχωριστό ζεύγος των παικτών i και j στο C έχουμε $j \xrightarrow{g} i$ (δηλαδή $j \in N(i;g)$) και δεν υπάρχει κάποιο αυστηρό υπερσύνολο C' του C για το οποίο να ισχύει αυτό.

2) Ένα στοιχείο C θεωρείται ελάχιστο εάν το C δεν αποτελεί πλέον συστατικό στην περίπτωση που η σύνδεση μεταξύ των παικτών i και j αντί για ένα ισούται με μηδέν (με αμετάβλητα τα λοιπά στοιχεία).

3) Ένα δίκτυο g καλείται συνδεδεμένο στην περίπτωση που περιέχει ένα μοναδικό στοιχείο κι αν το μοναδικό αυτό στοιχείο είναι ελάχιστο τότε το g ονομάζεται ελάχιστα συνδεδεμένο.

4) Ένα δίκτυο το οποίο δεν είναι συνδεδεμένο αναφέρεται ως αποσυνδεδεμένο.

5) Εάν $N(i;g) = \{i\}$ τότε το δίκτυο g ονομάζεται κενό και συμβολίζεται με g^e. Ενώ, εάν ισχύει ότι $N^d(i;g) = N\backslash\{i\}$ για κάθε $i \in N$ τότε το δίκτυο είναι ολοκληρωμένο και συμβολίζεται με g^c.

6) Δίκτυο «τροχός» (wheel network) είναι όταν οι παίκτες είναι διατεταγμένοι ως $\{i_1, \ldots, i_n\}$ με $g_{i2,i1} = \ldots = g_{in,in-1} = g_{i1,in} = 1$ και δεν υπάρχουν άλλες συνδέσεις. Το συγκεκριμένο δίκτυο συμβολίζεται με g^w.

7) Ένα δίκτυο «αστέρι» (star network) έχει έναν κεντρικό παίκτη i έτσι ώστε $g_{i,j} = g_{j,i} = 1$ για κάθε $j \in N\backslash\{i\}$ χωρίς να υπάρχουν άλλες συνδέσεις.

Στο παρακάτω σχήμα απεικονίζεται αριστερά ένα δίκτυο «αστέρι» και δεξιά ένα δίκτυο «τροχός»

8) Η γεωδαισιακή (geodesic) απόσταση από τον παίκτη j στον παίκτη i στο δίκτυο g είναι ο αριθμός των συνδέσεων στο συντομότερο μονοπάτι από τον j στον i και ορίζεται ως $d(i,j;g)$ Εάν δεν υπάρχει μονοπάτι από τον j στον i τότε $d(i,j;g) = \infty$.

Ένα από τα αποτελέσματα της έρευνας των Bala V. και Goyal S. (2000) είναι αναφορικά με την παρατήρηση ότι αν οι παίκτες είναι συμμετρικά τοποθετημένοι έναντι των πληροφοριών και του κόστους πρόσβασης, τότε είτε δεν υπάρχει η δυνατότητα επικοινωνίας είτε όλες οι πληροφορίες είναι διαθέσιμες σε όλους τους παίκτες.

3.3.1. Υπόδειγμα δικτύου μίας ροής με φθορά πληροφόρησης (decay)

Το συγκεκριμένο υπόδειγμα περιέχει μία τροποποίηση της δομής της γραμμικής απόδοσης, όπου η αξία των πληροφοριών είναι $V \equiv 1$ και το κόστος είναι $c>0$. Το επίπεδο της φθοράς των πληροφοριών, αυτό δηλαδή που χάνεται, μετριέται με την παράμετρο $\delta \in (0,1]$. Δεδομένου ότι έχουμε το δίκτυο g, υποθέτουμε ότι εάν ένας παίκτης i έχει μία σύνδεση με έναν παίκτη j, δηλαδή $g_{i,j} = 1$, τότε ο i λαμβάνει πληροφορίες από τον j αξίας δ. Γενικά, ισχύει ότι αν το συντομότερο μονοπάτι σε ένα δίκτυο από τον παίκτη j στον i έχει τουλάχιστον μία σύνδεση ($q \geq 1$), τότε η αξία των πληροφοριών του παίκτη j στον i είναι δ^q. Η απολαβή του παίκτη i σε ένα δίκτυο g δίνεται από την παρακάτω εξίσωση:

$\Pi_i(g) = 1 + \sum_{j \in N(i;g)\setminus\{i\}} \delta^{d(i,j;g)} - \mu_i^d(g)c$, όπου d(i,j;g) είναι η γεωδαισιακή απόσταση από τον j στον i. Το γραμμικό μοντέλο ισχύει για δ=1. Ωστόσο, στις περισσότερες περιπτώσεις αυτό που υποθέτουμε ότι ισχύει είναι δ<1.

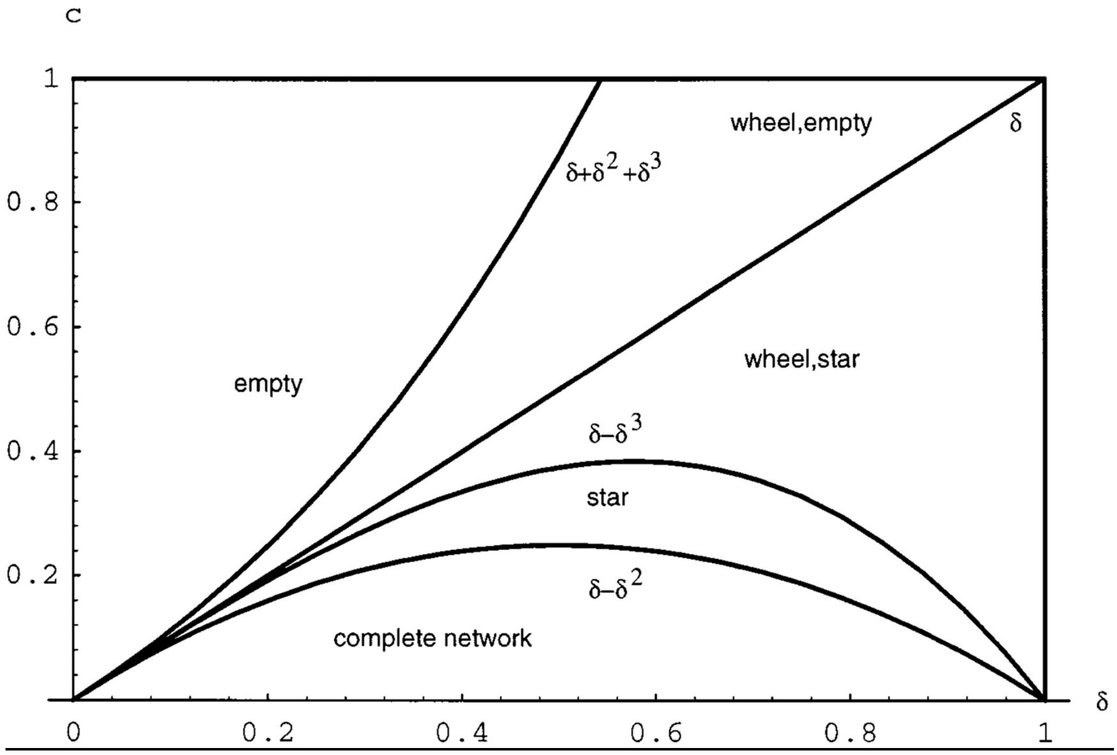
Σχετικά με την αντιμετώπιση των ζημιών μετάδοσης παίζει σημαντικό ρόλο η ισορροπία μεταξύ του κόστους της δημιουργίας συνδέσεων και της ωφέλειας από την ύπαρξη βραχέων διαύλων πληροφόρησης. Εάν $c < \delta-\delta^2$, τότε η σταδιακή απολαβή από την αντικατάσταση μίας έμμεσης σύνδεσης από μία άμεση υπερβαίνει το κόστος του σχηματισμού σύνδεσης. Με αποτέλεσμα, αυτή η στρατηγική δημιουργίας συνδέσεων μεταξύ των παικτών να είναι κυρίαρχη και το πλήρες δίκτυο g^c είναι η μοναδική (αυστηρή) ισορροπία Nash.

Αν υποθέσουμε, λοιπόν, ότι ισχύει $\delta-\delta^2 < c < \delta$, επειδή $c < \delta$ ένας παίκτης έχει κίνητρο για άμεση ή έμμεση πρόσβαση σε όλους. Επιπρόσθετα, το ότι ισχύει $\delta-\delta^2 < c$ υποδηλώνει ότι αν ένας παίκτης έχει δημιουργήσει συνδέσεις με οποιονδήποτε άλλον παίκτη τότε η υπόλοιπη κοινωνία θα σχηματίσει μια ενιαία σύνδεση μ' αυτόν τον παίκτη.

Ως εκ τούτου, ένα δίκτυο «αστέρι» είναι πάντα μία αυστηρή ισορροπία Nash όπως, επίσης και το δίκτυο «τροχός» αποτελεί αυστηρή ισορροπία Nash για δ=1 ή για τιμές κοντά στο 1. Το κενό δίκτυο για c>δ είναι αυστηρό δίκτυο Nash. Δεδομένου ότι οι απολαβές για τον παίκτη δίνονται από την συνάρτηση $\Pi_i(g) = 1 + \sum_{j \in N(i;g)\setminus\{i\}} \delta^{d(i,j;g)} - \mu_i^d(g)c$ ένα αυστηρό δίκτυο Nash είναι είτε συνδεδεμένο είτε κενό.

Σχήμα 2.3.1.Α

Αυστηρά Nash Δίκτυα (n=4)



Πηγή: Venkatesh Bala και Sanjeev Goyal (2000) «A noncooperative model of network formation»

Επίσης, ισχύουν τα εξής σχετικά με τα αυστηρά Nash δίκτυα:

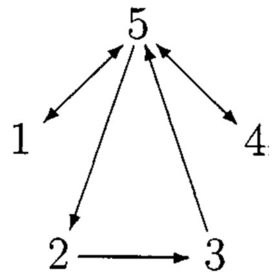
1) Το πλήρες δίκτυο θεωρείται αυστηρό Nash δίκτυο εάν και μόνο εάν ισχύει ότι $0 < c < \delta\text{-}\delta^2$,

2) Το δίκτυο σε σχήμα αστεριού είναι αυστηρό Nash δίκτυο εάν και μόνο εάν $\delta\text{-}\delta^2 < c < \delta$,

3) Εάν $c \in (0,n\text{-}1)$ τότε υπάρχει $\delta(c) \in (0,1)$ έτσι ώστε το δίκτυο «τροχός» να είναι αυστηρό Nash δίκτυο για όλα τα $\delta \in (\delta(c),1)$,

4) Το κενό αποτελεί αυστηρό Nash εάν και μόνο εάν c>δ.

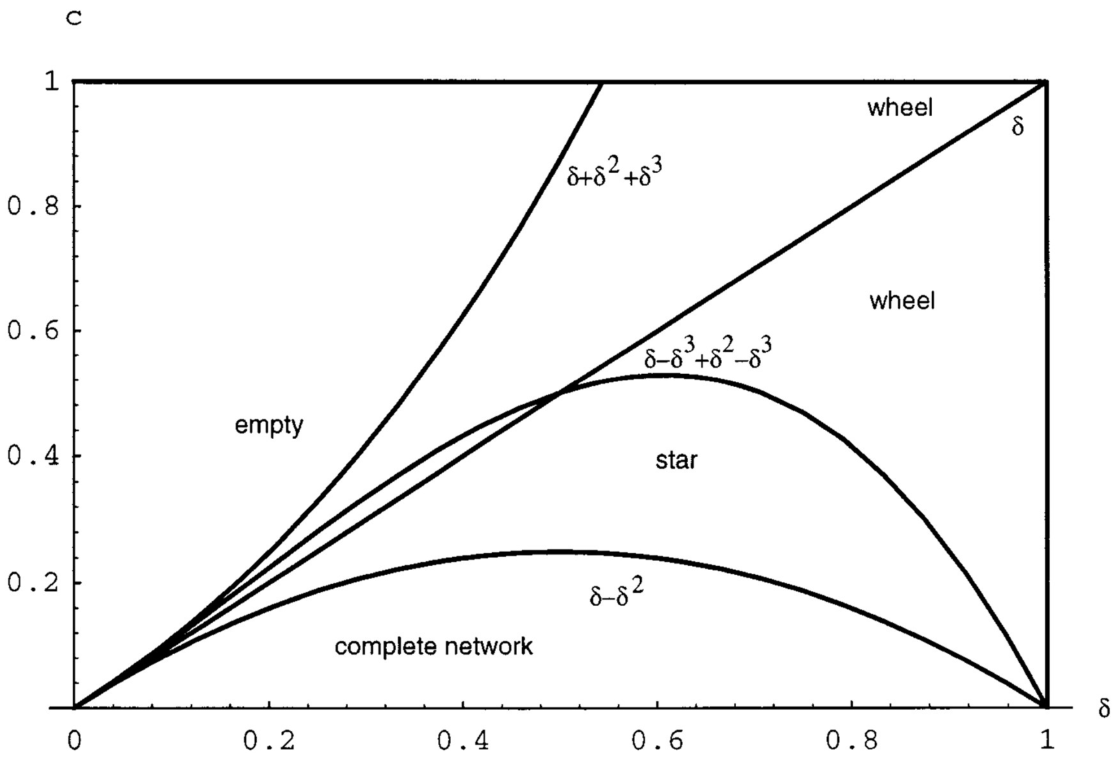
Γενικά, η αντιστάθμιση μεταξύ κόστους και φθοράς της πληροφόρησης οδηγεί σε αυστηρά Nash δίκτυα που ο κεντρικός παίκτης μειώνει τις αποστάσεις μεταξύ των παικτών, ενώ η παρουσία μικρών «τροχών» επιτρέπει στους παίκτες την εξοικονόμηση των συνδέσεων. Επομένως, καταλαβαίνουμε ότι η φθορά της πληροφορίας δημιουργεί έναν βασικό ρόλο για τους κεντρικούς παίκτες των δικτύων. Για παράδειγμα, το δίκτυο που φαίνεται στο παρακάτω σχήμα μπορεί να χαρακτηριστεί ως αυστηρό Nash δίκτυο για χαμηλά επίπεδα φθοράς.



Πιο αναλυτικά, ο παίκτης 5 έχει δημιουργήσει τρεις συνδέσεις, ενώ οι υπόλοιποι παίκτες έχουν ο καθένας από μία σύνδεση. Άρα, η θέση του παίκτη 5 είναι παρόμοια μ' αυτή του κεντρικού συντονιστή στο δίκτυο «αστέρι». Για δ=1, ο παίκτης 1 δεν έχει κάποιο επιπλέον όφελος από την σύνδεση του με τον 5, σε σύγκριση με τις συνδέσεις του με τους υπόλοιπους τρεις παίκτες. Επομένως, δεν μπορεί αυτό το δίκτυο να θεωρηθεί ως αυστηρό Nash δίκτυο. Ωστόσο, όταν το δ είναι μικρότερο από 1, τότε ο παίκτης 1 επωφελείται αυστηρά από την σύνδεση του παίκτη 5 σε σύγκριση με τις συνδέσεις με τους παίκτες 2, 3 ή 4. Αυτό συμβαίνει επειδή ο παίκτης 5 είναι σε μικρότερη απόσταση σε σχέση με τους υπόλοιπους παίκτες. Επίσης, η σχέση μεταξύ κόστους και φθοράς της πληροφόρησης καθορίζει και την δομή των αποτελεσματικών δικτύων.

Σχήμα 2.3.1.Β

Αποτελεσματικά Δίκτυα (n=4)



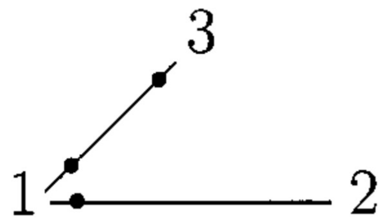
Πηγή: Venkatesh Bala και Sanjeev Goyal (2000) «A noncooperative model of network formation»

Πιο συγκεκριμένα, εάν το κόστος είναι επαρκώς χαμηλό η αποτελεσματικότητα προστάζει ότι κάθε παίκτης θα πρέπει να συνδέεται με κάθε άλλον παίκτη. Για τιμές του δ κοντά στο 1 και/ή το κόστος σχηματισμού συνδέσμων είναι υψηλό, το δίκτυο σε σχήμα τροχού εξακολουθεί να είναι αποτελεσματικό. Για ενδιάμεσες τιμές αυτών, το δίκτυο σε σχήμα αστεριού επιτυγχάνει μία ισορροπία μεταξύ αυτών των δυνάμεων.

Τέλος, συμπεραίνουμε από τα σχήματα 2.3.1.Α και 2.3.1.Β ότι υπάρχουν περιοχές όπου τα αυστηρά Nash δίκτυα και τα αποτελεσματικά δίκτυα συμπίπτουν, δηλαδή όταν ισχύει $c < δ-δ^2$ ή $c > δ+δ^2+δ^3$.

3.4. Υπόδειγμα δικτύου αμφίδρομης ροής (two-way flow model)

Έστω ότι έχουμε, στο μοντέλο αμφίδρομης ροής, ένα σύνολο στρατηγικών $g=(g_1, \ldots, g_n)$ στο G ως ένα μη κατευθυνόμενο δίκτυο και η σύνδεση μεταξύ του παίκτη i και του παίκτη j συμβολίζεται με $g_{i,j}$ και ισούται με την μονάδα. Ο σύνδεσμος μεταξύ των δύο αυτών παικτών παριστάνεται με μία ευθεία γραμμή μεταξύ τους κι ένας γεμάτος κύκλος κοντά στην άκρη της γραμμής δείχνει τον παίκτη που ξεκίνησε την συγκεκριμένη σύνδεση.



Για παράδειγμα, όπως φαίνεται και στο παραπάνω σχήμα, έχουμε τρεις παίκτες οι οποίοι έχουν αναπτύξει κάποιες συνδέσεις μεταξύ τους. Πιο συγκεκριμένα, ο παίκτης 1 έχει συνδέσμους με τους παίκτες 2 και 3, ο παίκτης 3 έχει σύνδεση με τον παίκτη 1, ενώ ο παίκτης 2 δεν έχει σύνδεση με κάποιον άλλον παίκτη. Δεδομένου ότι οι παίκτες επιλέγουν στρατηγικές ανεξάρτητα ο ένας από τον άλλον, υπάρχει η πιθανότητα να δημιουργηθεί ταυτόχρονα μία αμφίδρομη σχέση μεταξύ των παικτών. Όπως φαίνεται και στο παραπάνω σχήμα μεταξύ των παικτών 1 και 3 έχει αναπτυχθεί μία αμφίδρομη σύνδεση. Γενικά, κάθε σύνολο στρατηγικών $g \in G$ έχει έναν μοναδικό τρόπο αναπαράστασης.

Πιο αναλυτικά, μονοπάτι διπλής κατεύθυνσης στο g μεταξύ των παικτών i και j υπάρχει όταν ισχύει κάτι από τα παρακάτω: α) $\bar{g}_{i,j} = 1$ ή β) υπάρχουν οι παίκτες $j_1, \ldots, j_m$ διαφορετικοί μεταξύ τους καθώς και οι παίκτες ι και j έτσι ώστε να ισχύει $\bar{g}_{i,j1} = \ldots = \bar{g}_{jm,j} = 1$. Με το $\bar{g}$ συμβολίζεται το κλείσιμο (closure) του g, το οποίο αποτελεί ένα μη κατευθυνόμενο δίκτυο. Οπότε, ισχύει $\bar{g}$ = cl(g) και ορίζεται από $\bar{g}_{i,j} = \max\{g_{i,j}, g_{j,i}\}$ για κάθε παίκτη i και j στο N. Το αμφίδρομο μονοπάτι μεταξύ των i και j στο g συμβολίζεται με $i \xleftrightarrow{\bar{g}} j$. Το σύνολο των παικτών με τους οποίους ο παίκτης i διατηρεί μία σύνδεση ορίζεται ως εξής: $N^d(i;g) = \{k \in N \mid g_{i,k} = 1\}$, ενώ το κόστος διατήρησης των συγκεκριμένων συνδέσεων δίνεται από τον όρο $\mu_i^d(g)$.

Το σύνολο $N(i;\bar{g})$ ισούται με $\{k \mid i \xrightarrow{g} k\} \cup \{i\}$ και αποτελείται από τους παίκτες που παρατηρεί ο i στο g σε αμφίδρομη επικοινωνία, ενώ ο αριθμός των στοιχείων του συγκεκριμένου συνόλου είναι $\mu_i(\bar{g}) \equiv |N(i;\bar{g})|$. Η απολαβή του παίκτη i στο δίκτυο g ορίζεται ως $\bar{\Pi}_i(g) = \Phi(\mu_i(\bar{g}), \mu_i^d(g))$.

Μία πιο ειδική περίπτωση της συγκεκριμένης συνάρτησης είναι όταν οι απολαβές είναι γραμμικές, τότε ισχύει ότι $\bar{\Pi}_i(g) = \mu_i(\bar{g}) - \mu_i^d(g)c$, όπου $\mu_i^d(g)c$ είναι το συνολικό κόστος των συνδέσεων του παίκτη i. Εάν $c \in (0, 1)$ τότε ο παίκτης i είναι πρόθυμος να δημιουργήσει συνδέσμους με τον παίκτη j με σκοπό τις πληροφορίες που κατέχει. Ενώ, εάν $c \in (1, n-1)$ τότε προκειμένου ο i να κάνει σύνδεση με τον j θα απαιτήσει απ' αυτόν περισσότερες πληροφορίες, δηλαδή την παρατήρηση περισσότερων παικτών. Στην περίπτωση που $c > n-1$ τότε το κόστος για την ανάπτυξη συνδέσμων υπερβαίνει το συνολικό όφελος των πληροφοριών και ο παίκτης i έχει κάποιο λόγο για να δημιουργήσει συνδέσεις με οποιονδήποτε άλλον παίκτη.

Τέλος, όσον αφορά τις ιδιότητες που διέπουν το υπόδειγμα δικτύου αμφίδρομης ροής (two-way flow model) ισχύουν τα παρακάτω:

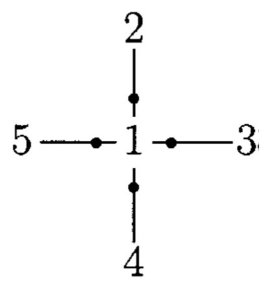
1) Ένα σύνολο $C \subset N$ αποτελεί αμφίδρομη συνιστώσα (tw-component) του δικτύου g εάν για όλους τους παίκτες i και j στο C υπάρχει ένα αμφίδρομο μονοπάτι (tw-path) μεταξύ τους, ενώ δεν υπάρχει αντίστοιχο μονοπάτι μεταξύ ενός οποιουδήποτε παίκτη στο C κι ενός άλλου στο N\C.

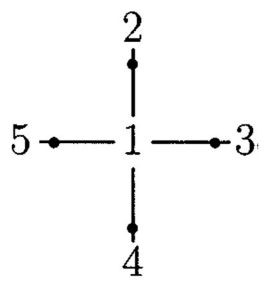
2) Το παραπάνω στοιχείο C θεωρείται ελάχιστο αν ισχύουν τα παρακάτω: α) δεν υπάρχει αμφίδρομος κύκλος (tw-cycle) στο C και β) $g_{i,j}=1$ υποδηλώνει ότι $g_{j,i}=0$ για κάθε ζεύγος παικτών i και j στο C.

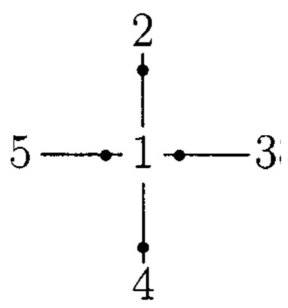
3) Εάν το δίκτυο g περιέχει μία μοναδική αμφίδρομη συνιστώσα C, τότε θεωρείται αμφίδρομα συνδεδεμένο (tw-connected) κι αν η μοναδική αυτή συνιστώσα C είναι ελάχιστη χαρακτηρίζεται ως ελάχιστα αμφίδρομα συνδεδεμένο (minimally tw-connected).

4) Η απόσταση (tw-distance) μεταξύ δύο παικτών i και j στο δίκτυο g είναι το μήκος της μικρότερης διαδρομής μεταξύ τους και συμβολίζεται με $d(i,j;\bar{g})$.

5) Υπάρχουν τρεις τύποι δικτύων σε σχήμα αστεριού, οι οποίοι είναι α) το κεντρικά υποστηριζόμενο (center-sponsored) δίκτυο, β) το περιφερειακά υποστηριζόμενο (periphery-sponsored) δίκτυο και γ) το μικτό δίκτυο, ανάλογα με το ποιοι παίκτες είναι εκείνοι που επωμίζονται το κόστος των συνδέσεων.







Στα παραπάνω σχήματα απεικονίζονται οι τρεις τύποι δικτύων σε σχήμα αστεριού. Το πρώτο απεικονίζει ένα κεντρικά υποστηριζόμενο (center-sponsored) δίκτυο, το δεύτερο ένα περιφερειακά υποστηριζόμενο (periphery-sponsored) δίκτυο και το τρίτο είναι ένας συνδυασμός των δύο άλλων κατηγοριών. Τα συγκεκριμένα σχήματα αφορούν δίκτυα με πέντε παίκτες κι ανάλογα με το ποιοι είναι οι παίκτες που επωμίζονται το κόστος των συνδέσεων προκύπτει κι ο ανάλογος τύπος δικτύου.

3.4.1. Υπόδειγμα δικτύου αμφίδρομης ροής με φθορά πληροφόρησης (decay)

Στην περίπτωση δικτύου αμφίδρομης ροής, στο οποίο υπάρχει μία φθορά της πληροφόρησης, οι απολαβές του παίκτη i από το δίκτυο g δίνονται από την εξής συνάρτηση:

$$\overline{\Pi}_i(g) = 1 + \sum_{j \in N(i;\bar{g}) \setminus \{i\}} \delta^{d(i,j;\bar{g})} - \mu_i^d(g)c.$$

Για δ=1 ισχύει το γραμμικό μοντέλο που η συνάρτηση απολαβής είναι: $\overline{\Pi}_i(g) = \mu_i(\bar{g}) - \mu_i^d(g)c$, όπου $\mu_i^d(g)c$ είναι το συνολικό κόστος των συνδέσεων του παίκτη i. Στις περισσότερες περιπτώσεις υποθέτουμε ότι δεν ισχύει το γραμμικό μοντέλο πληρωμών κι άρα το δ<1.

Δεδομένου ότι οι απολαβές για τον παίκτη δίνονται από την συνάρτηση $\overline{\Pi}_i(g) = 1 + \sum_{j \in N(i;\bar{g}) \setminus \{i\}} \delta^{d(i,j;\bar{g})} - \mu_i^d(g)c$ ένα αυστηρό Nash δίκτυο είναι είτε αμφίδρομα συνδεδεμένο είτε κενό. Επίσης, ισχύουν τα εξής σχετικά με τα αυστηρά Nash δίκτυα:

1) Εάν ισχύει ότι $0 < c < \delta - \delta^2$, τότε το αμφίδρομα συνδεδεμένο δίκτυο είναι το μοναδικό αυστηρό Nash δίκτυο,

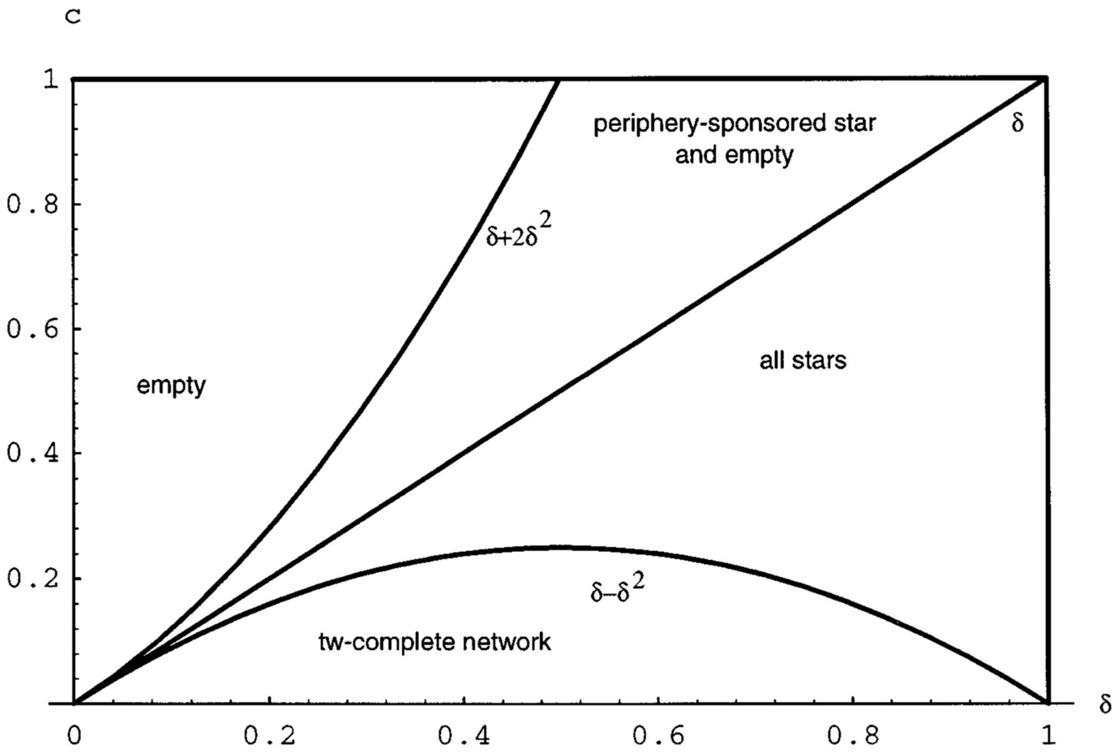
2) Εάν ισχύει ότι $\delta - \delta^2 < c < \delta$, τότε και οι τρεις κατηγορίες δικτύων σε σχήμα αστεριού, δηλαδή το κεντρικά υποστηριζόμενο, το περιφερειακά υποστηριζόμενο και ο συνδυασμός αυτών, αποτελούν αυστηρά Nash δίκτυα,

3) Εάν ισχύει ότι $\delta < c < \delta + (n-2)\delta^2$, τότε μόνο το περιφερειακά υποστηριζόμενο δίκτυο «αστέρι», και όχι οι δύο άλλοι τύποι δικτύου σε σχήμα αστεριού, αποτελεί αυστηρό Nash δίκτυο,

4) Εάν ισχύει ότι $c > \delta$, τότε το κενό δίκτυο αποτελεί αυστηρό Nash δίκτυο.

Σχήμα 2.4.1.Α

Αυστηρά Nash Δίκτυα (n=4)



Πηγή: Venkatesh Bala και Sanjeev Goyal (2000) «A noncooperative model of network formation»

Το μοναδικό αποτελεσματικό δίκτυο είναι:

α) το πλήρες δίκτυο εάν ισχύει ότι $0 < c < 2(\delta-\delta^2)$,

β) το δίκτυο αστέρι εάν ισχύει ότι $2(\delta-\delta^2) < c < 2\delta+(n-2)\delta^2$ και

γ) το κενό δίκτυο εάν ισχύει ότι $c > 2\delta+(n-2)\delta^2$.

Άρα, παρόλο που η φύση του πλήρους δικτύου, του δικτύου «αστέρι» και του κενού δικτύου είναι η ίδια, το εύρος των τιμών για τις οποίες αυτά τα δίκτυα είναι αποτελεσματικά διαφέρει. Αυτή η αντίθεση, όπως αναφέρουν και οι ίδιοι οι Venkatesh Bala και Sanjeev Goyal οφείλεται στην διαφορετική οπτική τους πάνω στον σχηματισμό δικτύων σε σχέση με εκείνη των Matthew Jackson και Asher Wolinsky, οι οποίοι θεωρούσαν απαραίτητο για να δημιουργηθεί μία σύνδεση μεταξύ δύο παικτών να συναινούν και οι δύο.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4: ΧΡΗΜΑΤΟΟΙΚΟΝΟΜΙΚΑ ΔΙΚΤΥΑ

4.1. Υπόδειγμα

Έστω ότι έχουμε n οργανισμούς (για παράδειγμα χώρες ή τράπεζες ή εταιρείες) που αποτελούν ένα σύνολο N = {1, …, n}. Οι αξίες των οργανισμών βασίζονται στις αξίες των πρωταρχικών περιουσιακών στοιχείων ή στους συντελεστές παραγωγής. Το σύνολο των περιουσιακών στοιχείων ορίζεται ως εξής: M = {1, …, m}. Όπως αναφέρουν οι Matthew O. Jackson et al. (2014), σε συγκεκριμένες περιπτώσεις ένα πρωταρχικό περιουσιακό στοιχείο μπορεί να δημιουργήσει μία καθαρή ταμειακή ροή με την πάροδο του χρόνου. Η τρέχουσα αξία (ή αγοραία αξία) ενός περιουσιακού στοιχείου k συμβολίζεται ως p_k. Εάν $D_{ik} \geq 0$ ορίζεται ως το μερίδιο της αξίας του περιουσιακού στοιχείου k που κατέχει ο οργανισμός i και D δηλώνει την μήτρα (matrix) της οποίας η είσοδος (i, k) ισούται με D_{ik}.

Ένας οργανισμός υπάρχει η πιθανότητα να έχει στην κατοχή του μετοχές άλλων οργανισμών και για κάθε i, $j \in N$ το $C_{ij} \geq 0$ αποτελεί το μερίδιο του οργανισμού j που ανήκει στον οργανισμό i και ισχύει $C_{ii} = 0$ για κάθε i. Υπάρχει ωστόσο κι η πιθανότητα να ισχύει $C_{ii} > 0$ σε κάποιες περιπτώσεις όπου έχουμε μία μορφή ιδιωτικής ιδιοκτησίας (private ownership). Το C μπορεί να θεωρηθεί ως ένα δίκτυο στο οποίο υπάρχει μία απευθείας σύνδεση του i στο j. Αυτό ισχύει στην περίπτωση που ο i έχει στην κατοχή του μερίδιο του j ώστε $C_{ij} > 0$. Τα μονοπάτια στο εν λόγω δίκτυο ονομάζονται μονοπάτια ιδιοκτησίας.

Οι αξίες των οργανισμών παίζουν σημαντικό ρόλο όταν η αποτυχία ενός οργανισμού οδηγεί στην αποτυχία ενός άλλου εντός του δικτύου. Στις περισσότερες διαδικασίες πτώχευσης υπάρχει ένας γραμμικός κανόνας κατανομής που υπολογίζει πόσο από το χρέος επιστρέφεται. Είναι πιθανόν κάποιοι οργανισμοί να βρίσκονται μακριά από τα κατώτατα όρια πτώχευσης και για τον λόγο αυτόν οι μεταβολές των άλλων οργανισμών να έχουν μικρότερη επιρροή όσον αφορά τον κίνδυνο αποτυχίας τους. Γενικά, οι διασταυρούμενες συμμετοχές (cross-holdings) μπορούν να περιλαμβάνουν διάφορα είδη συμβάσεων, δηλαδή θα μπορούσε να συμπεριληφθεί οποιαδήποτε υποχρέωση υπό την μορφή κάποιου οφειλόμενου ποσού.

Η καθαρή αξία ή η λογιστική αξία V_i ενός οργανισμού i αποτελεί την συνολική αξία των μετοχών του, δηλαδή αυτές που κατέχουν άλλοι οργανισμοί του δικτύου καθώς και οι μέτοχοι εκτός δικτύου. Η παραπάνω αξία ισούται με την αξία των περιουσιακών στοιχείων του οργανισμού i συν την αξία των απαιτήσεων του σε άλλους οργανισμούς και δίνεται από τον παρακάτω τύπο:

$$V_i = \sum_k D_{ik} p_k + \sum_j C_{ij} V_j$$

Επιπλέον, οι Matthew O. Jackson et al. (2014) αναφέρουν πως σημαντικό κομμάτι του υποδείγματος αποτελεί το γεγονός ότι οι εκάστοτε οργανισμοί μπορεί να χάσουν την παραγωγική τους αξία με ασυνεχείς τρόπους. Αυτό συμβαίνει στην περίπτωση που η αξία τους πέσει κάτω από κάποια ορισμένα κρίσιμα όρια. Με αποτέλεσμα την πιθανότητα εμφάνισης μίας αλληλουχίας αποτυχιών (cascading failures) αλλά και την ύπαρξη πολλαπλών ισορροπιών (multiple equilibria). Για παράδειγμα, αν η πιστοληπτική διαβάθμιση μίας χώρας ή μίας εταιρείας υποβαθμιστεί τότε μπορεί να εμφανιστεί ένα ασυνεχές άλμα στο κόστος κεφαλαίου. Ενώ, τονίζουν οι παραπάνω αναλυτές ότι η πτώση κάτω από μία κρίσιμη τιμή μπορεί να οδηγήσει σε διαδικασία πτώχευσης και να περιλαμβάνει κάποια νομικά έξοδα. Σε γενικές γραμμές, η κύρια αιτία γι' αυτές τις ασυνέχειες είναι η έλλειψη ρευστότητας, η οποία έχει ως συνέπεια την αναποτελεσματική χρήση των περιουσιακών στοιχείων της επιχείρησης ή αντίστοιχα της χώρας.

Πιο αναλυτικά, εάν η αξία v_i ενός οργανισμού i (π.χ. χώρα ή τράπεζα ή επιχείρηση) πέσει κάτω από το επίπεδο του κατωφλιού $\underline{v_i}$ τότε λόγω χρεοκοπίας προκύπτουν κάποια κόστη πτώχευσης τα οποία υφίσταται ο οργανισμός i και συμβολίζονται με $\beta_i(p)$ και εξαρτώνται από την αξία των περιουσιακών στοιχείων του οργανισμού. Τα συγκεκριμένα κόστη αφαιρούνται από την ταμειακή ροή. Επίσης, βασίζονται στην αγοραία αξία (market value) των οργανισμών v_i και όχι στην λογιστική (book value) V_i. Ωστόσο, όταν οι ταμειακές ροές σχετίζονται με τις λογιστικές αξίες, η χρεοκοπία εξαρτάται από τις λογιστικές αξίες. Σ' αυτή την περίπτωση αυτό που θα διέφερε θα ήταν τα κρίσιμα σημεία (trigger points).

Μία από τις σημαντικότερες συνεισφορές των Matthew O. Jackson et al. (2014) ήταν η διάκριση μεταξύ των ρόλων της ενσωμάτωσης (integration) και της διαφοροποίησης (diversification) στα «cascades». Πιο συγκεκριμένα, υποστηρίζουν ότι ένα χρηματοπιστωτικό σύστημα καθίσταται περισσότερο διαφοροποιημένο όταν ο αριθμός των διασταυρούμενων κατόχων (cross-holders) σε κάθε οργανισμό i αυξάνεται ασθενώς και παράλληλα τα διασταυρούμενα περιουσιακά στοιχεία (cross-holdings) μειώνονται ελαφρώς. Οπότε, τα διασταυρούμενα περιουσιακά στοιχεία C' είναι περισσότερο διαφοροποιημένα σε σύγκριση με τα διασταυρούμενα περιουσιακά στοιχεία C αν και μόνο αν:

1) $C'_{ij} \le C_{ij}$ για κάθε i, j έτσι ώστε $C_{ij} > 0$ με αυστηρή ανισότητα για κάποιο διατεταγμένο ζεύγος (i, j) και
2) $C'_{ij} > C_{ij} = 0$ για κάποια i, j.

Ενώ, ένα χρηματοπιστωτικό σύστημα θεωρείται καλύτερα ενσωματωμένο αν οι εξωτερικοί μέτοχοι κάθε οργανισμού i έχουν λιγότερα περιουσιακά στοιχεία (holdings) έτσι ώστε η συνολική διακράτηση (cross-holdings) κάθε οργανισμού από τους υπόλοιπους να αυξηθεί ασθενώς. Επομένως, τα περιουσιακά στοιχεία C' θεωρούνται πιο ενσωματωμένα από τα περιουσιακά στοιχεία C αν και μόνο αν $\widehat{C'}_{ii} \le \hat{C}_{ii}$ για όλα τα i, με αυστηρή ανισότητα για κάποια i. Αυτό είναι ισοδύναμο με την εξής υπόθεση:

$\sum_{j:j\neq i} C'_{ji} \geq \sum_{j:j\neq i} C_{ji}$ για όλα τα i, με αυστηρή ανισότητα για κάποια i.

Ο παραπάνω ορισμός σύμφωνα με τους Matthew O. Jackson et al. (2014) είναι κατάλληλος όταν οι αξίες των υποκείμενων περιουσιακών στοιχείων είναι συμμετρικές. Στην περίπτωση που οι αξίες είναι ασύμμετρες απαιτείται ένας πιο πολύπλοκος ορισμός λόγω των σημαντικών αλλαγών στις σχετικές αξίες των οργανισμών. Επίσης, πρέπει να σημειωθεί ότι ο ορισμός που χρησιμοποιούν στο εν λόγω υπόδειγμα διατηρεί σταθερές τις αγοραίες αξίες των οργανισμών.

Επομένως, προκύπτει ότι η ενσωμάτωση (integration) καταγράφει το μέγεθος των διασταυρούμενων περιουσιακών στοιχείων των οργανισμών. Αντίθετα, η διαφοροποίηση τον αριθμό των οργανισμών που αλληλεπιδρούν άμεσα μεταξύ τους. Μία αλλαγή στα διασταυρούμενα περιουσιακά στοιχεία μπορεί να οδηγήσει σε αύξηση της διαφοροποίησης ή της ενσωμάτωσης ή και των δύο μαζί.

4.2. Χρηματοοικονομική μετάδοση (financial contagion) ανάλογα με την δομή του δικτύου

Όπως υποστηρίζουν οι Acemoglou D. et al. (2015) στο άρθρο τους «Systemic Risk and Stability in Financial Networks», η αλληλεξάρτηση των διατραπεζικών πληρωμών μέσω του δικτύου συνεπάγεται ότι η χρεοκοπία μίας τράπεζας του δικτύου μπορεί να έχει ως αποτέλεσμα μία αλληλουχία αθέτησης των υποχρεώσεων (a cascade of defaults) του εν λόγω χρηματοπιστωτικού συστήματος. Σ΄ αυτό σημαντικό ρόλο έχει η δομή του εκάστοτε χρηματοπιστωτικού συστήματος.

Προκειμένου να αναλυθεί ο ρόλος της δομής του δικτύου εξετάζονται χρηματοοικονομικά δίκτυα στα οποία οι συνολικές απαιτήσεις και υποχρεώσεις όλων των τραπεζών είναι ίσες. Μία τέτοια υπόθεση μπορεί να εγγυηθεί ότι οποιαδήποτε μεταβολή στην ευθραυστότητα (fragility) του συστήματος οφείλεται στην κατανομή των διατραπεζικών υποχρεώσεων και όχι για παράδειγμα στο μέγεθος ή την ετερογένεια της μόχλευσης μεταξύ αυτών.

Μία ακόμη υπόθεση είναι ότι οι βραχυπρόθεσμες αποδόσεις των επενδύσεων των τραπεζών είναι i.i.d (independent and identically distributed) και μπορούν να πάρουν μόνο δύο τιμές $z_i \in \{α, α - ϵ\}$ όπου α είναι η απόδοση και $ϵ \in$(α–ν+ζΑ, α) σε περίπτωση αρνητικού σοκ. Πιο συγκεκριμένα, το ανώτατο όριο του ϵ σημαίνει ότι η απόδοση της επένδυσης είναι πάντα θετική, ενώ το κατώτατο εγγυάται ότι δεν υπάρχουν πληρωμές από άλλες τράπεζες. Οπότε, μία προβληματική τράπεζα που πλήττεται άμεσα από κάποιο σοκ να είναι σε θέση να πληρώσει τους ανώτερους πιστωτές (senior creditors) της. Επίσης, υποτίθεται ότι όλες οι τράπεζες κατέχουν το ίδιο ποσό μετρητών.

4.2.1 Μικρά χρηματοοικονομικά σοκ

Το αντικείμενο του ενδιαφέροντος μας είναι η χρηματοπιστωτική ευαισθησία (financial fragility) των χρηματοοικονομικών δικτύων όταν πρόκειται για μικρά σε μέγεθος σοκ, δηλαδή δεν ξεπερνούν ένα κρίσιμο σημείο (critical threshold). Έστω ότι $\epsilon^* = n(\alpha - v)$ όπου χωρίς την ύπαρξη κάποιου σοκ $\alpha - v$ είναι η διαθέσιμη ρευστότητα σε κάθε τράπεζα μετά την εκπλήρωση των υποχρεώσεων της και $\epsilon < \epsilon^*$ (δηλαδή το μέγεθος του σοκ είναι μικρότερο από την συνολική πλεονάζουσα ρευστότητα). Επίσης, υπάρχει y^* έτσι ώστε για $y > y^*$ (δηλαδή για να υπάρξει χρηματοοικονομική μετάδοση πρέπει οι διατραπεζικές απαιτήσεις-υποχρεώσεις να υπερβαίνουν ένα συγκεκριμένο όριο y^*) να ισχύουν τα εξής:

1) Το δίκτυο σε σχήμα δακτυλίου (ring network) είναι το λιγότερο ανθεκτικό και σταθερό χρηματοοικονομικό δίκτυο.
2) Το πιο ανθεκτικό και σταθερό δίκτυο είναι το πλήρες δίκτυο.
3) Ο γ-κυρτός συνδυασμός (γ-convex combination) των δύο προηγούμενων δικτύων γίνεται πιο σταθερός και ανθεκτικός καθώς το γ αυξάνεται.

Επομένως, εάν το μέγεθος του αρνητικού σοκ παραμένει κάτω από το κρίσιμο κατώφλι ϵ^* τότε το δίκτυο που είναι περισσότερο επιρρεπές στην χρηματοοικονομική μετάδοση (financial contagion) είναι το δίκτυο σε σχήμα δακτυλίου, ενώ το πλήρες δίκτυο είναι το πιο ανθεκτικό. Επίσης, η ισότιμη κατανομή των διατραπεζικών υποχρεώσεων οδηγεί σε λιγότερη αστάθεια. Σε γενικές γραμμές, τα δίκτυα στα οποία οι διατραπεζικές υποχρεώσεις κατανέμονται μεταξύ περισσότερων τραπεζών δημιουργούν ένα πιο ισχυρό χρηματοπιστωτικό σύστημα. Για παράδειγμα, στην περίπτωση του πλήρους δικτύου οι απώλειες μιας προβληματικής τράπεζας κατανέμονται σε περισσότερους πιστωτές, εξασφαλίζοντας ότι η πλεονάζουσα ρευστότητα του χρηματοπιστωτικού συστήματος μπορεί να απορροφήσει πλήρως τις απώλειες. Αντίθετα, στο δίκτυο σε σχήμα δακτυλίου οι απώλειες της προβληματικής τράπεζας μεταφέρονται πλήρως στον άμεσο πιστωτή οδηγώντας τον σε πιθανή πτώχευση.

4.2.2 Μεγάλα χρηματοοικονομικά σοκ

Όταν το μέγεθος του σοκ ξεπερνά το κρίσιμο σημείο ϵ^* (δηλαδή $\epsilon > \epsilon^*$) τα δεδομένα αλλάζουν δραματικά. Έστω ότι υπάρχει y έτσι ώστε για $y > y^*$ (δηλαδή υπάρχει χρηματοοικονομική μετάδοση) να ισχύουν τα παρακάτω:

1) Το πλήρες δίκτυο καθώς και το δίκτυο σε σχήμα δακτυλίου (ring network) είναι τα λιγότερο σταθερά και ανθεκτικά χρηματοοικονομικά δίκτυα.

2) Για αρκετά μικρές τιμές του δ, οποιοδήποτε δ-συνδεδεμένο δίκτυο (δ-connected network) είναι περισσότερο σταθερό και ανθεκτικό από τα δύο προηγούμενα δίκτυα.

Πιο συγκεκριμένα, όταν $\epsilon > \epsilon^*$ όλες οι τράπεζες στο πλήρες δίκτυο αδυνατούν να καλύψουν τις υποχρεώσεις τους. Αυτό συμβαίνει γιατί στο πλήρες δίκτυο όλες οι τράπεζες αποτελούν τους πιστωτές της προβληματικής τράπεζας, με αποτέλεσμα οι συνέπειες του σοκ να μεταδίδονται απευθείας σ' αυτές. Επομένως, όλες οι τράπεζες ανεξαιρέτως (ακόμη κι εκείνες που αρχικά δεν είχαν επηρεαστεί) να καταλήγουν στην χρεοκοπία.

Συνοψίζοντας, αυτό που ισχύει για τα χρηματοοικονομικά σοκ ανεξαρτήτου μεγέθους είναι ότι τα δίκτυα που είναι πιο πυκνά διασυνδεδεμένα (το πιο πυκνά διασυνδεδεμένο δίκτυο είναι το πλήρες) παρουσιάζουν μεγαλύτερη σταθερότητα και είναι περισσότερο ανθεκτικά.

Επίσης, σημαντικό ρόλο έχουν οι δύο μηχανισμοί αντιμετώπισης των σοκ. Πρώτον, η πλεονάζουσα ρευστότητα, δηλαδή ισχύει $\alpha - \nu > 0$. Ο συγκεκριμένος μηχανισμός είναι περισσότερο αποτελεσματικός σε δίκτυα που η δομή τους τείνει περισσότερο σ΄ αυτή του πλήρους δικτύου. Δεύτερον, η απαίτηση ν των ανώτερων πιστωτών της προβληματικής τράπεζας αποτελεί ένα επιπλέον μηχανισμό αντιμετώπισης. Όταν το σοκ είναι τόσο μεγάλο που η πλεονάζουσα ρευστότητα δεν μπορεί να το αντιμετωπίσει πλήρως ενεργοποιείται ο δεύτερος μηχανισμός στον οποίο οι ανώτεροι πιστωτές της προβληματικής τράπεζας επωμίζονται κάποιες από τις απώλειες με αποτέλεσμα την προστασία του υπόλοιπου συστήματος. Ο εν λόγω μηχανισμός, σε αντίθεση με τον πρώτο, λειτουργεί πιο σωστά σε ασθενώς συνδεδεμένα δίκτυα.

Άρα αυτό που προκύπτει από τα παραπάνω στοιχεία είναι ότι τα ίδια χαρακτηριστικά μπορούν υπό διαφορετικές συνθήκες να έχουν και τελείως διαφορετικά αποτελέσματα. Για παράδειγμα, υπό ορισμένες συνθήκες μπορεί να προσδίδουν σταθερότητα στο δίκτυο, ενώ υπό άλλες συνθήκες να αποτελούν σημαντική πηγή συστημικού κινδύνου (systemic risk).

4.3. Τα στάδια ενός «Cascade»

Σημαντικό ρόλο στην ενσωμάτωση αλλά και την διαφοροποίηση στα χρηματοοικονομικά δίκτυα παίζει το «cascade». Τα μέρη που το αποτελούν είναι τα εξής:

1) Πρώτη Αποτυχία: Ορισμένοι από τους οργανισμούς καθίστανται αρκετά ευάλωτοι απέναντι σε κάποιο σοκ κι έτσι οδηγούνται στην χρεοκοπία,

2) Μετάδοση (Contagion): Κάποιοι από τους υπόλοιπους οργανισμούς καθίστανται επαρκώς ευαίσθητοι λόγω της αποτυχίας των πρώτων

οργανισμών. Με αποτέλεσμα να οδηγούνται κι εκείνοι στην χρεοκοπία. Σημειωτέον ότι δεν αποτελεί απαραίτητο κριτήριο οι οργανισμοί που πλήττονται να έχουν άμεση σχέση, δηλαδή να είναι οι πλησιέστεροι στο δίκτυο.

3) Διασύνδεση (interconnection): Πρέπει το δίκτυο να είναι επαρκώς συνδεδεμένο έτσι ώστε να συνεχιστεί η διάδοση των αποτυχιών.

4.3.1. Ο ρόλος της ενσωμάτωσης (integration) και της διαφοροποίησης (diversification)

Στο άρθρο τους με τίτλο «Financial Networks and Contagion» οι Matthew O. Jackson et al. (2014) προκειμένου να αναλύσουν τον ρόλο που έχουν η ενσωμάτωση και η διαφοροποίηση του δικτύου σε σχέση με τα «cascades» χρησιμοποιούν προσομοιωμένα τυχαία δίκτυα (simulated random networks). Αναλύουν τον τρόπο με τον οποίο η αύξηση της ενσωμάτωσης αλλά και της διαφοροποίησης επηρεάζουν τον αριθμό των οργανισμών που αποτυγχάνουν σ΄ ένα «cascade» ως αποτέλεσμα της αποτυχίας ενός και μόνο οργανισμού αρχικά.

Κάθε οργανισμός (χώρα ή τράπεζα ή επιχείρηση) έχει κάποια ιδιόκτητα περιουσιακά στοιχεία έτσι ώστε m=n και D=I. Για λόγους απλούστευσης χρησιμοποιούν στην έρευνα τους ότι κάθε οργανισμός έχει στην ιδιοκτησία μόνο ένα περιουσιακό στοιχείο, δηλαδή ένα επενδυτικό σχέδιο που δημιουργεί απόδοση. Επίσης, ξεκινούν με αξία ενεργητικού p_i = 1 για όλους τους οργανισμούς οι οποίοι έχουν κοινό «κατώφλι» αποτυχίας $\underline{v_i}$ = θ v_i για μία παράμετρο θ∈(0,1) όπου v_i είναι η αρχική αξία του οργανισμού i όταν όλα τα στοιχεία του ενεργητικού (assets) είναι στην τιμή 1. Σε περίπτωση αποτυχίας ενός οργανισμού χάνεται η πλήρης αξία του έτσι ώστε β_i = v_i, όπου με β_i συμβολίζεται το διάνυσμα (vector) του κόστους αποτυχίας β του οργανισμού i.

Οι διασταυρούμενες απολαβές προέρχονται από μία «adjacency matrix» G με δεδομένα εισόδου {0, 1} όπου G_{ij} = 1 υποδηλώνει ότι ο i έχει «cross-holdings» στον j και θέτουμε G_{ii} = 0. Οπότε, ένα μερίδιο c κάθε οργανισμού ανήκει σ’ άλλους οργανισμούς και κατανέμεται ομοιόμορφα μεταξύ αυτών οδηγώντας στον παρακάτω τύπο: $d_i = \sum_j G_{ji}$. Το υπόλοιπο ποσοστό 1 – c των οργανισμών βρίσκεται στην κατοχή εξωτερικών μετόχων έτσι ώστε $\hat{C}_{ii}$ = 1 – c.

Το γεγονός ότι τα δίκτυα που χρησιμοποιούνται είναι τυχαία σημαίνει ότι οι συνδέσεις μεταξύ των οργανισμών σχηματίζονται με τυχαίο τρόπο καθώς κι ότι κάθε οργανισμός έχει πολλαπλές συμμετοχές σ’ ένα τυχαίο σύνολο οργανισμών του δικτύου. Πιο συγκεκριμένα, διαμορφώνεται ένα τυχαίο γράφημα στο οποίο κάθε απευθείας σύνδεση έχει πιθανότητα $\frac{d}{n-1}$ όπου d είναι ο αναμενόμενος βαθμός εισόδου (in-degree) και εξόδου (out-degree) οποιουδήποτε κόμβου. Ειδικότερα, η «adjacency matrix» G του γραφήματος συνήθως δεν είναι συμμετρική και ισχύει ότι G_{ij} για $i \neq j$ είναι i.i.d (independent and identically distributed).

Τα βήματα του αλγόριθμου που χρησιμοποιείται από τους παραπάνω ερευνητές είναι τα εξής:

1) Δημιουργία ενός τυχαίου δικτύου G με απευθείας συνδέσεις, όπου κάθε μία απ' αυτές τις συνδέσεις έχει πιθανότητα $\frac{d}{n-1}$ και d είναι ο αναμενόμενος βαθμός εισόδου (in-degree) και εξόδου (out-degree) οποιουδήποτε κόμβου.

2) Υπολογισμός της μήτρας (matrix) G.

3) Υπολογισμός των αρχικών αξιών v_i των οργανισμών (όλοι οι οργανισμοί ξεκινούν με αξία ενεργητικού p_i = 1) θέτοντας $\underline{v_i} = \theta\, v_i$ για παράμετρο $\theta \in (0,1)$.

4) Επιλογή ενός ομοιόμορφα κατανεμημένου τυχαίου οργανισμού i και πτώση της αξίας του p_i στο μηδέν.

5) Υπολογισμός της καλύτερης ισορροπίας (equilibrium) υποθέτοντας ότι όλες οι άλλες αξίες των περιουσιακών στοιχείων (p_j με $j \neq i$) παραμένουν στο ένα.

4.4. «Cross-holdings» χρέους ευρωπαϊκών χωρών

Παράδειγμα απεικόνισης του παραπάνω υποδείγματος: Χρησιμοποιούνται ως δεδομένα οι διασταυρώσεις χρέους μεταξύ έξι ευρωπαϊκών χωρών (Ελλάδα, Ιταλία, Γαλλία, Γερμανία, Ισπανία και Πορτογαλία). Με την ανταλλαγή συμμετοχών οι χώρες αποκτούν συμμετοχές των οποίων η αξία εξαρτάται από την αξία των ταμειακών ροών (fiscal streams) των υπολοίπων. Η ενδεχόμενη χρεοκοπία μίας χώρας μπορεί να προκληθεί από την απώλεια ενός ποσοστού της αξίας των συνολικών συμμετοχών της. Στο υπό εξέταση υπόδειγμα, μία χώρα πτωχεύει όταν αθετεί το 50% των υποχρεώσεων της σε ξένες χώρες. Υπάρχουν αρκετοί λόγοι που μπορεί να προκαλέσουν μία τέτοια απώλεια. Για παράδειγμα, οι ασυνεχείς αλλαγές σχετικά με το τρόπο χρήσης των ταμειακών ροών.

Τα στοιχεία που χρησιμοποιούνται στο συγκεκριμένο παράδειγμα αφορούν το τέλος του Δεκεμβρίου 2011 και έχουν ληφθεί από την BIS (Bank for International Settlements). Τα δεδομένα που απεικονίζονται στον παρακάτω πίνακα αφορούν τις ενοποιημένες απαιτήσεις των τραπεζών μίας χώρας σε σχέση με τις οφειλές της άλλης χώρας. Πιο συγκεκριμένα, τα παρακάτω στοιχεία εξετάζουν τον άμεσο δανειολήπτη κι όχι τον τελικό όταν μία τράπεζα από μία χώρα χρησιμεύει ως ενδιάμεσος. Κάθε στήλη αντιπροσωπεύει το χρέος της χώρας, ενώ κάθε σειρά δείχνει σε ποια χώρα αντιστοιχεί το εκάστοτε χρέος. Για παράδειγμα, η Ιταλία οφείλει στην Γαλλία $329,550 δισ. Ενώ, αντίστοιχα η Γαλλία χρωστάει στην Ιταλία $40,311 δισ. Ένα ακόμη παράδειγμα είναι ότι η Ισπανία οφείλει στην Πορτογαλία $21,620 δισ., ενώ η Πορτογαλία στην Ισπανία $78,005 δισ.

	Γαλλία	**Γερμανία**	**Ελλάδα**	**Ιταλία**	**Πορτογαλία**	**Ισπανία**
Γαλλία	0	198,304	39,458	329,550	21,817	115,162
Γερμανία	174,862	0	32.,977	133,954	30,208	146,096
Ελλάδα	1,960	2,663	0	444	51	292
Ιταλία	40,311	227,813	2,302	0	3,188	26,939
Πορτογαλία	6,679	2,271	8,077	2,108	0	21,620
Ισπανία	27,015	54,178	1,001	29,938	78,005	0

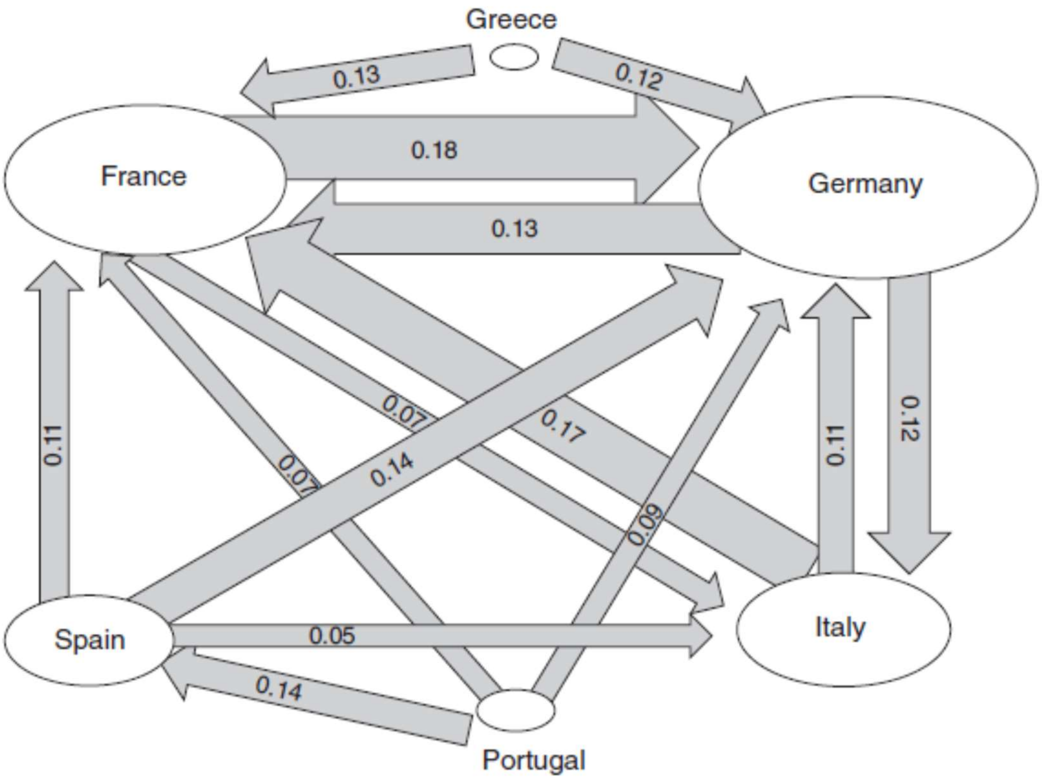
Πηγή: Matthew O. Jackson et al. (2014) «Financial Networks and Contagion»

Στην συνέχεια πρέπει να γίνει εκτίμηση του συνολικού χρέους κάθε χώρας. Χρησιμοποιώντας τον τύπο $A = \hat{C}\ (1 – C)^{-1}$ προκύπτουν τα εξής δεδομένα:

	Γαλλία	**Γερμανία**	**Ελλάδα**	**Ιταλία**	**Πορτογαλία**	**Ισπανία**
Γαλλία	0.71	0.13	0.13	0.17	0.07	0.11
Γερμανία	0.18	0.72	0.12	0.11	0.09	0.14
Ελλάδα	0.00	0.00	0.67	0.00	0.00	0.00
Ιταλία	0.07	0.12	0.03	0.70	0.03	0.05
Πορτογαλία	0.01	0.00	0.02	0.00	0.67	0.02
Ισπανία	0.03	0.03	0.02	0.02	0.14	0.68

Πηγή: Matthew O. Jackson et al. (2014) «Financial Networks and Contagion»

Τα εν λόγω στοιχεία έχουν ως αποτέλεσμα το παρακάτω σταθμισμένο γράφημα, στο οποίο τα βέλη δείχνουν τον τρόπο με τον οποίο μειώνεται η ροή της αξίας από χώρα σε χώρα. Επίσης, τα οβάλ σχήματα αντιπροσωπεύουν την αξία της άμεσης κατοχής των πρωταρχικών περιουσιακών στοιχείων (primitive assets) κάθε χώρας.



Πηγή: Matthew O. Jackson et al. (2014) «Financial Networks and Contagion»

Για παράδειγμα, το βέλος από την Ελλάδα προς την Γαλλία αντιπροσωπεύει την αξία των απαιτήσεων της Γαλλίας σε ελληνικά περιουσιακά στοιχεία. Επομένως, δείχνει πόσο βλάπτεται η Γαλλία όταν το ελληνικό χρέος χάνει την αξία του. Συνοπτικά, στα παραπάνω σχήματα φαίνεται πόσο εξαρτάται κάθε χώρα από το χρέος των υπόλοιπων χωρών. Το πλάτος κάθε βέλους δείχνει το μέγεθος των εξαρτήσεων, ενώ τα ωοειδή σχήματα παρουσιάζουν τις υποκειμενικές αξίες του ενεργητικού (underlying asset values) κάθε χώρας. Τέλος, στην παραπάνω μήτρα αποτελεσμάτων βρίσκουμε τις αρχικές αξίες (initial values) κάθε χώρας για το έτος 2011, με βάση το Ακαθάριστο Εγχώριο Προϊόν (GDP). Οι αξίες V_0 προκύπτουν πολλαπλασιάζοντας τα δεδομένα της μήτρας A με το αντίστοιχο ποσοστό ΑΕΠ κάθε χώρας.

4.5. Άσκηση

Με βάση τον παρακάτω πίνακα (από το άρθρο «Financial Networks and Contagion» των Jackson et al. (2014) στον οποίο απεικονίζονται τα ποσά χρέους μεταξύ έξι ευρωπαϊκών χωρών (Ελλάδα, Ιταλία, Γαλλία, Γερμανία, Ισπανία και Πορτογαλία) θα εξεταστεί η χρηματοπιστωτική ευαισθησία (financial fragility) διάφορων χρηματοπιστωτικών δικτύων.

Πίνακας 1

	Γαλλία	Γερμανία	Ελλάδα	Ιταλία	Πορτογαλία	Ισπανία
Γαλλία	0,000	198,304	39,458	329,550	21,817	115,162
Γερμανία	174,862	0,000	32,977	133,954	30,208	146,096
Ελλάδα	1,960	2,663	0,000	444,000	51,000	292,000
Ιταλία	40,311	227,813	2,302	0,000	3,188	26,939
Πορτογαλία	6,679	2,271	8,077	2,108	0,000	21,620
Ισπανία	27,015	54,178	1,001	29,938	78,005	0,000
ΣΥΝΟΛΟ	250,827	485,229	83,815	939,550	184,218	601,817

Πηγή: Matthew O. Jackson et al. (2014) «Financial Networks and Contagion»

Πιο αναλυτικά, τα δεδομένα που απεικονίζονται στον παραπάνω πίνακα αφορούν τις ενοποιημένες απαιτήσεις των τραπεζών μίας χώρας σε σχέση με τις οφειλές της άλλης χώρας. Κάθε στήλη αντιπροσωπεύει το χρέος της χώρας, ενώ κάθε σειρά δείχνει σε ποια χώρα αντιστοιχεί η κάθε οφειλή.

Για παράδειγμα, η Ιταλία οφείλει στην Γαλλία $329,550 δισ. Ενώ, αντίστοιχα η Γαλλία χρωστάει στην Ιταλία $40,311 δισ. Ένα ακόμη παράδειγμα είναι ότι η Ισπανία οφείλει στην Πορτογαλία $21,620 δισ., ενώ η Πορτογαλία στην Ισπανία $78,005 δισ.

Πίνακας 2

Exhibit 10 (MOODY'S)										
Issuer-Weighted Cumulative Default Rates, 1983-2016										
	Year 1	Year 2	Year 3	Year 4	Year 5	Year 6	Year 7	Year 8	Year 9	Year 10
Sovereign Issuers										
Aaa	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%
Aa	0,000%	0,000%	0,186%	0,520%	0,871%	1,053%	1,053%	1,053%	1,053%	1,053%
A	0,000%	0,075%	0,512%	0,830%	1,160%	1,679%	2,405%	3,175%	4,004%	4,906%
Baa	0,000%	0,423%	0,695%	0,989%	1,310%	1,628%	1,628%	1,628%	1,628%	1,628%
Ba	0,545%	1,424%	2,706%	3,866%	5,042%	5,874%	7,032%	8,529%	9,772%	10,928%
B	2,764%	5,844%	8,259%	10,475%	12,588%	14,671%	16,714%	18,601%	20,166%	21,376%
Caa-C	12,175%	19,129%	24,580%	30,164%	37,675%	42,258%	45,517%	49,256%	50,579%	50,579%

Πηγή: Moody's

Στον συγκεκριμένο πίνακα εμφανίζονται τα σωρευτικά ποσοστά αθέτησης των υποχρεώσεων μίας χώρας (cumulative default rates) ανάλογα με την διαβάθμιση πιστοληπτικής ικανότητας, έχοντας ως βάση το 10ετές ομόλογο.

Επίσης, απαραίτητα στοιχεία για την εν λόγω ανάλυση είναι η διαβάθμιση της πιστοληπτικής ικανότητας των χωρών όπως έχουν ανακοινωθεί από τους πιστωτικούς οίκους (Moody's, S & P, Fitch). Ενδεικτικά θα χρησιμοποιηθούν τα δεδομένα που αφορούν τα έτη 2011, 2016, 2018.

Πίνακας 3

ΠΙΣΤΟΛΗΠΤΙΚΗ ΙΚΑΝΟΤΗΤΑ (CREDIT RATING) 2011			
	MOODY'S	**S & P**	**FITCH**
Γαλλία	Aaa	AAA	AAA
Γερμανία	Aaa	AAA	AAA
Ελλάδα	Ca	CC	CCC
Ιταλία	A2	A	A+
Πορτογαλία	Ba2	BBB-	BBB-
Ισπανία	Aa2	AA-	AA-

Πηγές: Moody's, Standard & Poor's, Fitch, Wikipedia

Πίνακας 4

ΠΙΣΤΟΛΗΠΤΙΚΗ ΙΚΑΝΟΤΗΤΑ (CREDIT RATING) 2016			
	MOODY'S	**S & P**	**FITCH**
Γαλλία	Aa2	AA	AA
Γερμανία	Aaa	AAA	AAA
Ελλάδα	Ca3	B-	CCC
Ιταλία	Baa2	BBB-	BBB+
Πορτογαλία	Ba1	BB+	BB+
Ισπανία	Baa2	BBB+	BBB+

Πηγές: Moody's, Standard & Poor's, Fitch, Wikipedia

Πίνακας 5

ΠΙΣΤΟΛΗΠΤΙΚΗ ΙΚΑΝΟΤΗΤΑ (CREDIT RATING) 2018			
	MOODY'S	**S & P**	**FITCH**
Γαλλία	Aa2	AA	AA
Γερμανία	Aaa	AAA	AAA
Ελλάδα	B3	B	B
Ιταλία	Baa2	BBB	BBB
Πορτογαλία	Ba1	BBB-	BBB
Ισπανία	Baa2	BBB+	A-

Πηγές: Moody's, Standard & Poor's, Fitch, Wikipedia

Τέλος, για τον υπολογισμό του δείκτη χρηματοπιστωτικής ευαισθησίας (financial fragility index) L(π) κρίνεται απαραίτητο να υπολογισθεί το ποσοστό στάθμισης κάθε χώρας, δηλαδή το σχετικό μέγεθος s_i επί του συνόλου καθώς επίσης και η συνολική αναμενόμενη απώλεια. Πιο συγκεκριμένα, ο δείκτης χρηματοπιστωτικής ευαισθησίας προκύπτει αν πολλαπλασιάσουμε το σχετικό μέγεθος s_i (δηλαδή το ποσοστό στάθμισης κάθε χώρας) με το αντίστοιχο ποσό αναμενόμενης απώλειας (expected loss) και αθροίζοντας τα ποσά που προκύπτουν για κάθε χώρα του συστήματος.

Παρακάτω παρουσιάζονται τα ποσοστά στάθμισης των έξι χωρών:

Γαλλία	0,099
Γερμανία	0,191
Ελλάδα	0,033
Ιταλία	0,369
Πορτογαλία	0,072
Ισπανία	0,236

Τα παραπάνω ποσοστά προέκυψαν διαιρώντας το συνολικό χρέος κάθε χώρας του πίνακα 1 προς το συνολικό χρέος του συστήματος ($ 2.545.456.000). Για παράδειγμα, η στάθμιση της Ισπανίας είναι 0,236 και υπολογίζεται ως εξής: ${}^{601{,}817}/_{2.545{,}456}$. Ομοίως, υπολογίζονται και των υπολοίπων χωρών.

4.5.1. Παράδειγμα 1:

Αρχικά η ανάλυση που θα πραγματοποιηθεί θα αφορά τα πλήρη δίκτυα (complete networks). Ειδικότερα, τα στοιχεία του πίνακα 1 αφορούν ένα τέτοιο δίκτυο, γιατί και οι έξι χώρες του δικτύου έχουν απαιτήσεις αλλά και υποχρεώσεις προς όλες τις υπόλοιπες χώρες.

Έστω ότι η ληκτότητα των ομολόγων είναι στα 10 έτη, τότε για το 2011 σύμφωνα με τους πίνακες 1, 2 και 3 προκύπτουν τα εξής στοιχεία:

2011	YEAR 10
expected loss	
Γαλλία	39,722
Γερμανία	28,091
Ελλάδα	30,431
Ιταλία	1,796
Πορτογαλία	4,416
Ισπανία	10,499
ΣΥΝΟΛΟ	114,956

financial fragility index L(π)	
Γαλλία	3,914
Γερμανία	5,355
Ελλάδα	1,002
Ιταλία	0,663
Πορτογαλία	0,320
Ισπανία	2,482
ΣΥΝΟΛΟ	13,736

4.5.2. Παράδειγμα 2:

Έστω ότι η διάρκεια των ομολόγων είναι και πάλι 10 έτη, τότε για το 2016 σύμφωνα με τα δεδομένα των πινάκων 1, 2 και 4 προκύπτουν τα εξής στοιχεία:

2016	YEAR 10
expected loss	
Γαλλία	28,919
Γερμανία	26,381
Ελλάδα	17,576
Ιταλία	6,085
Πορτογαλία	4,542
Ισπανία	9,803
ΣΥΝΟΛΟ	93,305

financial fragility index L(π)	
Γαλλία	2,850
Γερμανία	5,029
Ελλάδα	0,579
Ιταλία	2,246
Πορτογαλία	0,329
Ισπανία	2,318
ΣΥΝΟΛΟ	13,349

4.5.3. Παράδειγμα 3:

Υποθέτοντας ότι η ληκτότητα των ομολόγων είναι στα 8 έτη, τότε για το 2016 σύμφωνα με τους πίνακες 1, 2 και 4 προκύπτουν τα παρακάτω στοιχεία:

2016	YEAR 8
expected loss	
Γαλλία	28,536
Γερμανία	25,220
Ελλάδα	16,353
Ιταλία	2,269
Πορτογαλία	5,927
Ισπανία	7,918
ΣΥΝΟΛΟ	86,223

financial fragility index L(π)	
Γαλλία	2,812
Γερμανία	4,808
Ελλάδα	0,538
Ιταλία	0,837
Πορτογαλία	0,429
Ισπανία	1,872
ΣΥΝΟΛΟ	11,296

4.5.4. Παράδειγμα 4:

Με την παραδοχή ότι η ληκτότητα των ομολόγων είναι 10 έτη και αφαιρώντας από το σύστημα την Ελλάδα έχουμε το εξής πλήρες δίκτυο:

Πίνακας 6

	Γαλλία	**Γερμανία**	**Ιταλία**	**Πορτογαλία**	**Ισπανία**
Γαλλία	0,000	198,304	329,550	21,817	115,162
Γερμανία	174,862	0,000	133,954	30,208	146,096
Ιταλία	40,311	227,813	0,000	3,188	26,939
Πορτογαλία	6,679	2,271	2,108	0,000	21,620
Ισπανία	27,015	54,178	29,938	78,005	0,000
ΣΥΝΟΛΟ	248,867	482,566	495,550	133,218	309,817

Το συνολικό χρέος του συστήματος είναι $ 1.670.018.000 και τα αντίστοιχα σταθμισμένα ποσοστά των πέντε χωρών είναι:

Γαλλία	0,149
Γερμανία	0,289
Ιταλία	0,297
Πορτογαλία	0,080
Ισπανία	0,186

Επομένως όσον αφορά την αναμενόμενη απώλεια (expected loss) και την χρηματοπιστωτική ευαισθησία του δικτύου βάσει των πινάκων 2,4 και 6 ισχύουν τα παρακάτω:

2016	YEAR 10
expected loss	**NO GREECE**
Γαλλία	11,712
Γερμανία	9,702
Ιταλία	1,211
Πορτογαλία	0,457
Ισπανία	9,296
ΣΥΝΟΛΟ	32,378

financial fragility index L(π)	
Γαλλία	1,154
Γερμανία	1,849
Ιταλία	0,447
Πορτογαλία	0,033
Ισπανία	2,198
ΣΥΝΟΛΟ	5,682

Παρατηρούμε ότι βγάζοντας εκτός του συστήματος την Ελλάδα υπάρχει αξιοσημείωτη μείωση του δείκτη χρηματοπιστωτικής ευαισθησίας L(π) (financial fragility index) από 13,349 σε 5,682. Επίσης, πτώση παρατηρείται και στην αναμενόμενη απώλεια (expected loss) του συστήματος. Πιο συγκεκριμένα, για το 2016 έχοντας ως υπόθεση την 10ετή διάρκεια των ομολόγων, στο δίκτυο και με τις έξι χώρες (Γαλλία, Γερμανία, Ελλάδα, Ιταλία, Πορτογαλία, Ισπανία) η συνολική αναμενόμενη απώλεια ήταν 93,305. Ενώ, αφαιρώντας από το δίκτυο την Ελλάδα μειώθηκε σε 32,378.

4.5.5. Παράδειγμα 5:

Υποθέτοντας ότι η ληκτότητα των ομολόγων είναι 10 έτη, τότε για το έτος 2018 με βάση τους πίνακες 1,2 και 5 προκύπτουν τα εξής στοιχεία:

2018	YEAR 10
expected loss	
Γαλλία	16,030
Γερμανία	16,751
Ελλάδα	17,576
Ιταλία	1,704
Πορτογαλία	2,183
Ισπανία	9,510
ΣΥΝΟΛΟ	63,753

financial fragility index L(π)	
Γαλλία	1,580
Γερμανία	3,193
Ελλάδα	0,579
Ιταλία	0,629
Πορτογαλία	0,158
Ισπανία	2,248
ΣΥΝΟΛΟ	8,387

Πρόσφατα ο οίκος Moody's, ακολουθώντας την αναβάθμιση που είχαν ήδη πραγματοποιήσει οι οίκοι αξιολόγησης S&P και Fitch, αναβάθμισε την πιστοληπτική ικανότητα της Ελλάδος κατά δύο βαθμίδες (από Caa2 σε B3). Οπότε, με βάση την εν λόγω αναβάθμιση της πιστοληπτικής ικανότητας της Ελλάδος και τα δεδομένα των πινάκων 1,2 και 5 παρατηρούμε μία μείωση στην αναμενόμενη απώλεια του δικτύου και κατ' επέκταση στον δείκτη χρηματοπιστωτικής ευαισθησίας (8,387).

4.5.6. Παράδειγμα 6:

Εάν στο προηγούμενο παράδειγμα υποθέσουμε ότι η πιστοληπτική ικανότητα της Ελλάδος αναβαθμίζεται περαιτέρω και γίνεται Α, τότε με βάση τα δεδομένα των πινάκων 1,2 και 5 και με την παραδοχή ότι η διάρκεια των ομολόγων είναι 10 έτη καταλήγουμε στα εξής στοιχεία:

2018	YEAR 10
expected loss	**GREECE (B → A)**
Γαλλία	9,685
Γερμανία	9,478
Ελλάδα	17,576
Ιταλία	1,324
Πορτογαλία	1,339
Ισπανία	9,345
ΣΥΝΟΛΟ	48,748

financial fragility index L(π)	
Γαλλία	0,954
Γερμανία	1,807
Ελλάδα	0,579
Ιταλία	0,489
Πορτογαλία	0,097
Ισπανία	2,210
ΣΥΝΟΛΟ	6,135

Επομένως, αυτό που προκύπτει είναι ότι όσο η Ελλάδα ανεβαίνει βαθμίδα όσον αφορά την πιστοληπτική της ικανότητα μειώνεται η πιθανότητα χρεοκοπίας της (probability of default) και κατ' επέκταση παρουσιάζει μείωση η αναμενόμενη απώλεια του δικτύου και ο δείκτης χρηματοπιστωτικής ευαισθησίας.

4.5.7. Παράδειγμα 7:

Όλα τα προηγούμενα παραδείγματα αφορούσαν πλήρη δίκτυα (complete networks). Παρακάτω θα εξετάσουμε την περίπτωση ενός «star network». Πιο αναλυτικά, θα υπολογιστεί η αναμενόμενη απώλεια (expected loss) του δικτύου καθώς και ο δείκτης χρηματοπιστωτικής ευαισθησίας L(π), υποθέτοντας πως η Γερμανία είναι η μόνη χώρα που δανείζει τις υπόλοιπες πέντε χώρες. Άρα, η Γαλλία, η Ελλάδα, η Ιταλία, η Πορτογαλία και η Ισπανία έχουν χρέος μόνο προς την Γερμανία. Επίσης, υποθέτουμε ότι και οι πέντε αυτές χώρες δανείζουν μόνο την Γερμανία. Επομένως, η Γερμανία έχει υποχρεώσεις και απαιτήσεις από τις υπόλοιπες χώρες. Λαμβάνοντας υπόψη τα παραπάνω, το δίκτυο θα είναι ως εξής:

Πίνακας 7

	Γαλλία	Γερμανία	Ελλάδα	Ιταλία	Πορτογαλία	Ισπανία
Γαλλία		198,304				
Γερμανία	174,862	0,000	32,977	133,954	30,208	146,096
Ελλάδα		2,663				
Ιταλία		227,813				
Πορτογαλία		2,271				
Ισπανία		54,178				
ΣΥΝΟΛΟ	174,862	485,229	32,977	133,954	30,208	146,096

Επομένως, το συνολικό χρέος του συστήματος είναι $ 1.003.326.000 και τα ποσοστά στάθμισης των έξι χωρών που είναι απαραίτητα για τον υπολογισμό του δείκτη χρηματοπιστωτικής ευαισθησίας είναι τα εξής:

Γαλλία	0,174
Γερμανία	0,484
Ελλάδα	0,033
Ιταλία	0,134
Πορτογαλία	0,030
Ισπανία	0,146

Η αναμενόμενη απώλεια του δικτύου καθώς και ο δείκτης χρηματοπιστωτικής ευαισθησίας, παίρνοντας ως βάση το έτος 2016 και υποθέτοντας ότι η διάρκεια των ομολόγων είναι 10 έτη:

2016	**YEAR 10**
expected loss	
Γαλλία	0,000
Γερμανία	18,521
Ελλάδα	0,000
Ιταλία	0,000
Πορτογαλία	0,000
Ισπανία	0,000
ΣΥΝΟΛΟ	18,521

financial fragility index L(π)	
Γαλλία	0,000
Γερμανία	8,957
Ελλάδα	0,000
Ιταλία	0,000
Πορτογαλία	0,000
Ισπανία	0,000
ΣΥΝΟΛΟ	8,957

Συμπερασματικά, το δίκτυο με μορφή αστεριού (star network) σε σύγκριση με το αντίστοιχο πλήρες δίκτυο παρουσιάζει πολύ χαμηλότερη αναμενόμενη απώλεια (expected loss), από 93,305 του πλήρους δικτύου σε 18,521. Αυτό συμβαίνει γιατί η μοναδική χώρα από τις έξι που έχει ρίσκο είναι η Γερμανία. Κατ' επέκταση μειωμένος εμφανίζεται και ο δείκτης χρηματοπιστωτικής ευαισθησίας L(π), από 13,349 σε 8,957.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5: ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Γεγονός είναι ότι τόσο η θεωρία παιγνίων και ειδικότερα η ανάπτυξη συνεργατικών παιγνίων όσο και η δημιουργία δικτύων είναι τομείς με ευρύ φάσμα εφαρμογών. Όσον αφορά τα συνεργατικά παίγνια, υπάρχουν διάφορα επίπεδα συνεργασίας μεταξύ των ατόμων που συμμετέχουν σ' αυτά. Πιο συγκεκριμένα, υπάρχουν περιπτώσεις πλήρους συνεργασίας, στις οποίες τα άτομα έχουν πλήρη πληροφόρηση και στόχος είναι ο αποτελεσματικός συνδυασμός των κινήσεων των ατόμων που συμμετέχουν στο παίγνιο. Επίσης, υπάρχουν περιπτώσεις μερικής ή και μηδενικής συνεργασίας μεταξύ των παικτών. Σε τέτοιου είδους παίγνια, που η συνεργασία των παικτών δεν είναι πλήρης ή δεν συνεργάζονται καθόλου μεταξύ τους, η λύση ισορροπίας του παιγνίου είναι η λεγόμενη ισορροπία Nash. Ειδικότερα, η ισορροπία κατά Nash είναι εκείνη η λύση που αποτελεί την άριστη στρατηγική των παικτών με δεδομένη την στρατηγική όλων των υπολοίπων ατόμων που συμμετέχουν στο παίγνιο. Με λίγα λόγια, άριστη στρατηγική θεωρείται όχι εκείνη που μεγιστοποιεί το κέρδος ενός μόνο παίκτη, αλλά εκείνη με το μεγαλύτερο δυνατό όφελος για το σύνολο των παικτών.

Στο πρώτο μέρος, η παρούσα διπλωματική εργασία βασίστηκε αρκετά, όσον αφορά τα παίγνια συνεργασίας αλλά και τα μη συνεργατικά παίγνια, στην μελέτη που πραγματοποίησαν σχετικά μ' αυτά οι Matthew O. Jackson, Asher Wolinsky και Roger B. Myerson. Στην συνέχεια, επικεντρωθήκαμε στην ανάπτυξη δικτύων, που κι εδώ στην βιβλιογραφία που παρατέθηκε σημαντικό ρόλο είχε η έρευνα του Matthew O. Jackson και το βιβλίο του με τίτλο «Κοινωνικά και Οικονομικά Δίκτυα» και ιδίως το άρθρο του σε συνεργασία με τον Asher Wolinsky «Ένα στρατηγικό μοντέλο των κοινωνικών και οικονομικών δικτύων». Ιδιαίτερη έμφαση δόθηκε στο να εξετάσουμε την ευστάθεια των δικτύων, κατά πόσο είναι σταθερά και αποτελεσματικά ή αν το ένα αναιρεί το άλλο. Επίσης, εξετάστηκαν διάφορα υποδείγματα σχηματισμού δικτύων και αναλύθηκαν περιπτώσεις στις οποίες υπάρχει φθορά πληροφόρησης (decay). Η αλλοίωση αυτή της πληροφόρησης συμβαίνει κυρίως σε έμμεσες συνδέσεις, που ένα μέρος των πληροφοριών αλλοιώνεται ή σε χειρότερες περιπτώσεις χάνεται εντελώς.

Στην συνέχεια, η ανάλυση που πραγματοποιείται αφορά έναν εξίσου σημαντικό κλάδο των δικτύων, τα χρηματοοικονομικά δίκτυα (financial networks). Τα χρηματοοικονομικά δίκτυα, σε σύγκριση με τα προηγούμενα, έχουν κι αυτά μία φθορά αντίστοιχη με την φθορά πληροφόρησης που εξετάστηκε στο προηγούμενο μέρος. Πιο συγκεκριμένα, επηρεάζονται οι χρηματοοικονομικές ροές, με αποτέλεσμα να υπάρχει μία αναμενόμενη απώλεια που σχετίζεται με την φθορά της αξίας των περιουσιακών στοιχείων (assets). Προκειμένου να αναλύσουμε πως προκύπτει αυτή η αναμενόμενη απώλεια και κατά πόσο επηρεάζει το δίκτυο, δημιουργήσαμε έναν υποτυπώδη δείκτη χρηματοπιστωτικής ευαισθησίας (financial fragility index).

Το τελευταίο μέρος της παρούσας εργασίας αφορά μία άσκηση στην οποία εξετάζονται, με βάση διάφορες υποθέσεις, η αναμενόμενη απώλεια (expected loss) ή αλλιώς η φθορά της αξίας των «assets» των οργανισμών (χώρα ή τράπεζα ή επιχείρηση), καθώς και ο δείκτης χρηματοπιστωτικής ευαισθησίας L(π) του χρηματοοικονομικού δικτύου. Γι' αυτό τον λόγο, παίρνουμε ως δείγμα ένα σύστημα που αποτελείται από έξι ευρωπαϊκές χώρες (Γαλλία, Γερμανία, Ελλάδα, Ιταλία, Πορτογαλία, Ισπανία) και συγκρίνουμε τις ενοποιημένες απαιτήσεις των τραπεζών της μίας χώρας σε σχέση με τις οφειλές της άλλης. Σημαντικό ρόλο στους παραπάνω υπολογισμούς έχει η πιθανότητα χρεοκοπίας κάθε χώρας ανάλογα με την διαβάθμιση της πιστοληπτικής της ικανότητας σύμφωνα με τους διεθνείς οίκους αξιολόγησης (Moody's, Standard and Poor's, Fitch).

Αυτό που συμπεραίνουμε από την εν λόγω άσκηση είναι ότι οι αλλαγές στην πιθανότητα χρεοκοπίας μίας χώρας ανάλογα με την υποβάθμιση ή την αναβάθμιση της πιστοληπτικής της ικανότητας έχουν σημαντική επιρροή στην αναμενόμενη απώλεια των περιουσιακών στοιχείων (assets) των υπολοίπων χωρών, οι οποίες έχουν δανειστεί ή δανείσει αυτή την χώρα. Για παράδειγμα, εάν υποθέσουμε ότι η Πορτογαλία έχει οφειλές προς τις υπόλοιπες πέντε χώρες και η πιθανότητα χρεοκοπίας της αυξηθεί λόγω υποβάθμισης της πιστοληπτικής της ικανότητας, αυτό ως γεγονός θα επηρεάσει και τις υπόλοιπες χώρες του δικτύου. Επίσης, αυτό μπορεί να συμβεί όχι μόνο με άμεσο τρόπο όπως παραπάνω αλλά και με έμμεσο. Για παράδειγμα, αν η Ελλάδα έχει δανείσει στην Γαλλία και η Γαλλία με την σειρά της έχει δανείσει στην Ισπανία, σε περίπτωση που υπάρξει αλλαγή στην διαβάθμιση της πιστοληπτικής ικανότητας της Ισπανίας και κατ' επέκταση της πιθανότητας χρεοκοπίας της αυτό θα επηρεάσει και την Γαλλία με άμεσο τρόπο αλλά και την Ελλάδα με έμμεσο τρόπο.

Ιδιαίτερο ενδιαφέρον από τις περιπτώσεις που εξετάστηκαν στην συγκεκριμένη άσκηση παρουσιάζει εκείνη της Ελλάδος μετά την πρόσφατη αναβάθμισή της από τον οίκο αξιολόγησης Moody's κατά δύο βαθμίδες (από Caa2 σε B3) ακολουθώντας την ήδη υπάρχουσα αναβάθμιση (σε B) από τους οίκους αξιολόγησης S & P και Fitch. Στο παραπάνω παράδειγμα βλέπουμε πως μειώθηκε η αναμενόμενη απώλεια του συστήματος λόγω αυτής της αναβάθμισης και επιπλέον, πτώση πραγματοποίησε και ο δείκτης χρηματοπιστωτικής ευαισθησίας του πλήρους δικτύου.

Τέλος, ένα ακόμα παράδειγμα που αξίζει να σημειωθεί λόγω των αποτελεσμάτων που προέκυψαν είναι εκείνο στο οποίο υποθέσαμε ότι το δίκτυο των έξι χωρών δεν είναι πλήρες αλλά έχει την δομή ενός δικτύου «αστέρι» (star network). Πιο αναλυτικά, στο συγκεκριμένο δίκτυο δεν έχουν όλες οι χώρες απαιτήσεις και οφειλές προς τις υπόλοιπες, αλλά η Γερμανία της οποίας η βαθμίδα αξιολόγησης της πιστοληπτικής της ικανότητας είναι AAA αποτελεί των μοναδικό δανειστή των υπολοίπων χωρών και οι υπόλοιπες αυτές χώρες έχουν δανείσει ποσά μόνο στην Γερμανία. Αυτό είχε ως αποτέλεσμα η αναμενόμενη φθορά της αξίας των περιουσιακών στοιχείων του δικτύου να μειωθεί αρκετά, γιατί η μοναδική χώρα στην ουσία που θα έχει ρίσκο θα είναι η

Γερμανία. Τέλος, πτωτική τάση είχε και ο δείκτης χρηματοπιστωτικής ευαισθησίας του δικτύου.

<u>ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ</u>

<u>Άρθρα:</u>

- Myerson R. (1977), “Graphs and cooperation in games”, Math. Oper. Res. 2, pp. 225-229

- Jackson M. and Wolinsky A. (1996), “A strategic model of economic and social networks”, J. Econ. Theory 71, pp. 44-74

- Dutta B. and Mutuswami S. (1997), “Stable Networks”, J. Econ. Theory 76, pp. 322-344

- Bala V. and Goyal S. (2000), “A noncooperative model of network formation”, Econometrica, Vol.68, No.5, pp. 1181-1229

- Dutta B., van den Nouweland A. and Tijs S. (1995), “Link formation in cooperative situations”, Discussion Paper 95-02, Indian Statistical Institute, New Delhi

- Qin C. (1996), “Endogenous formation of cooperation structures”, Journal of Economic Theory, Vol. 69, pp. 218-226

- Goyal S. (1993), “Sustainable Communications Networks”, Discussion Paper TI 93-250, Tinbergen Institute, Amsterdam-Rotterdam

- Hendricks K., Piccione M. and Tan G. (1995), “The Economics of Hubs: The Case of Monopoly”, Review of Economic Studies, Vol.62, pp. 83-100

- Van den Nouweland A. (1993), “Games and Graphs in Economic Situations”, Ph.D. thesis, Tilburg University, Netherlands

- Ellison G. (1993), “Learning, Local Interaction and Coordination”, Econometrica, Vol. 61, pp. 1047-1071

- Kirman A.P. (1997), “The Economy as an Evolving Network”, Journal of Evolutionary Economics, Vol.7, pp. 339-353

- Kranton R. E. and Minehart D. F. (1998), “A Theory of Buyer-Seller Networks, American Economic Review, Vol. 61, pp. 485-508

- Katz M. and Shapiro C. (1994), “Systems Competition and Networks Effects”, Journal of Economic Perspectives, Vol. 8, pp. 93-115

- Bollobas B. (1978), “An Introduction to Graph Theory”, Springer Verlag, Berlin

- Aumann R. and Myerson R. (1988), “Endogenous Formation of Links Between Players and Coalitions: An Application of the Shapley Value”, Cambridge University Press, pp. 175-191

- Hart S. and Kurz M. (1983), “Endogenous Formation of Coalitions”, Econometrica, Vol. 51, pp. 1047-1064

- Shenoy P.P. (1979), “On Coalition Formation: A Game-Theoretical Approach”, International Journal of Game Theory, Vol. 8, pp. 133-164

- Jackson M. and Watts A. (2002), “The Evolution of Social and Economic Networks”, Journal of Economic Theory, Vol. 106, pp. 265-295

- Lacobucci D. (1994), “Chapter 4: Graph Theory” in “Social Networks: Analyses, Applications and Methods”, Wasserman S. and Faust K., Cambridge University Press, Cambridge

- Sharkey W. (1993), “Network models in economics” in “The Handbook of Operations Research and Management Science

- Wellman B. and Berkowich S. (1988), “Social Structure: A Network Approach, Cambridge University Press, Cambridge

- Roth A. and Sotomayor M. (1989), “Two-sided matching”, Econometric Society Monographs 18, Cambridge University Press, Cambridge

- Kalai E. and Zemel E. (1982) “Totally Balanced Games and Games of Flow”, Math. Oper. Res. 7, pp. 476-478

- Owen G. (1986), “Values of Graph-Restricted Games”, SIAM J. Alg. Discrete Methods 7, pp. 210-220

- Myerson R. (1991), “Game Theory: Analysis of Conflict”, Harvard University Press, Cambridge

- Goyal S. and Janssen M. (1977), “Non-Exclusive Conventions and Social Coordination, Journal of Economic Theory, Vol. 77, pp. 34-57

- Mailath G., Samuelson L. and Shaked A. (1996), “Evolution and Endogenous Interactions” Social Systems Research Institute, University of Wisconsin

- Aumann R. J. and Dreze J. H. (1974), “Cooperative Games with Coalition Structures”, International Journal of Game Theory 3, pp.217-23

- Van den Nouweland A. and Borm P. (1991), “On the convexity of communication games”, International Journal of Game Theory 19, pp. 421-430

- Bala V. and Goyal S. (1998), “Learning from Neighbours”, Review of Economic Studies, Vol. 65, pp.595-621

- Jackson M., Elliott M. and Golub B. (2014), “Financial Networks and Contagion”, American Economic Review 104(10): 3115-3153

- Acemoglu D., Ozdaglar A. and Tahbaz-Salehi A. (2015), “Systemic Risk and Stability in Financial Networks”, American Economic Review 105(2): 564-608

- Gai P. and Kapadia S. (2010), “Contagion in Financial Networks”, Proceedings of the Royal Society A 466(2120): 2401-2423

Βιβλία

- Leyton-Brown K. and Shoham Y. (2008), “Essentials of game theory: A concise, multidisciplinary introduction”, Morgan & Claypool

- Jackson M. (2008), “Social and economic networks”, Princeton University Press

- Aumann R. and Myerson R. (1988), “The Shapley Value” (A. Roth, Ed.), Cambridge University Press, Cambridge, UK

- Wellman B. and Berkowitz S. (1988), “Social structure: A network approach”, Cambridge University Press, Cambridge, UK

- Myerson R. (1991), “Game Theory: Analysis of Conflict”, Harvard University Press, Cambridge, UK

- Dutta B. and Jackson M. (2003), “Networks and Groups: Models of Strategic Formation”, Springer-Verlag, Heidelberg

- Goyal S. (2007), “Connection: An Introduction to the Economics of Networks”, Princeton University Press, UK

- Van den Nouweland A. and Slikker M. (2001), “Social and Economic Networks in Cooperative Game Theory”, Springer Science & Business Media