
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ



ΤΜΗΜΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΑΣΦΑΛΙΣΤΙΚΗΣ ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ

ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΣΠΟΥΔΩΝ ΣΤΗΝ ΑΝΑΛΟΓΙΣΤΙΚΗ ΕΠΙΣΤΗΜΗ ΚΑΙ ΔΙΟΙΚΗΤΙΚΗ ΚΙΝΔΥΝΟΥ

ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑΤΩΝ ΠΙΣΤΩΤΙΚΟΥ ΚΙΝΔΥΝΟΥ

Γεωργία Κατσούδα

Διπλωματική Εργασία
που υποβλήθηκε στο Τμήμα Στατιστικής και Ασφαλιστικής
Επιστήμης του Πανεπιστημίου Πειραιώς ως μέρος των
απαιτήσεων για την απόκτηση του Μεταπτυχιακού Διπλώματος
Ειδίκευσης στην Αναλογιστική Επιστήμη και Διοικητική Κινδύνου

Πειραιάς,
Μάρτιος 2016

Η παρούσα Διπλωματική Εργασία εγκρίθηκε ομόφωνα από την Τριμελή Εξεταστική Επιτροπή που ορίστηκε από την ΓΣΕΣ του Τμήματος Στατιστικής και Ασφαλιστικής Επιστήμης του Πανεπιστημίου Πειραιώς στην υπ' αριθ. συνεδρίαση του σύμφωνα με τον Εσωτερικό Κανονισμό Λειτουργίας του Προγράμματος Μεταπτυχιακών Σπουδών στην Αναλογιστική Επιστήμη και Διοικητική Κινδύνου.

Τα μέλη της Επιτροπής ήταν:

- Μιχαήλ Ανθρωπέλος (Επιβλέπων)
- Μιχαήλ Μπούτσικας
- Κωνσταντίνος Πολίτης

Η έγκριση της Διπλωματικής Εργασίας από το Τμήμα Στατιστικής και Ασφαλιστικής Επιστήμης του Πανεπιστημίου Πειραιώς δεν υποδηλώνει αποδοχή των γνωμών του συγγραφέα.

UNIVERSITY OF PIRAEUS



**DEPARTMENT OF STATISTICS
AND INSURANCE SCIENCE**

**POSTGRADUATE PROGRAM IN
ACTUARIAL SCIENCE
AND RISK MANAGEMENT**

COMPARISON OF CREDIT MODELS

By

Georgia Katsouda

MSc Dissertation

submitted to the Department of Statistics and Insurance
Science of the University of Piraeus in partial fulfilment of
the requirements for the degree of Master of
Actuarial Science and Risk Management

Piraeus, Greece,
March 2016

Στους γονείς μου
Χρήστο και Χρυσούλα

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Η παρούσα διπλωματική εργασία εκπονήθηκε στα πλαίσια του Μεταπτυχιακού Προγράμματος Σπουδών, «Αναλογιστικής Επιστήμης και Διοικητικής Κινδύνου», του Τμήματος «Στατιστικής και Ασφαλιστικής Επιστήμης», του Πανεπιστημίου Πειραιά, υπό την επίβλεψη του Καθηγητή κ. Μιχαήλ Ανθρωπέλου, τον οποίο ευχαριστώ θερμά για την πολύτιμη βοήθεια, υποστήριξη και καθοδήγησή του κατά τη διάρκεια της εργασίας μου.

Επίσης, θα ήθελα να ευχαριστήσω τα υπόλοιπα μέλη της εξεταστικής επιτροπής της διπλωματικής εργασίας μου, τον Επίκουρο καθηγητή κ. Μιχαήλ Μπούτσικα και τον Αναπληρωτή καθηγητή κ. Κωνσταντίνο Πολίτη, για την αποτελεσματική συνεργασία και συμβολή τους στην ολοκλήρωση της παρούσας εργασίας.

Ιδιαίτερες ευχαριστίες θέλω να εκφράσω προς τους γονείς μου, Χρήστο και Χρυσούλα, για την διαχρονική συμπαράστασή τους και την στήριξη τους στις επιλογές μου.

Περίληψη

Η έκταση που έχει πάρει το θέμα του πιστωτικού κινδύνου τα τελευταία χρόνια καθώς και οι απαιτήσεις των θεσμών (Βασιλεία) οδηγεί στη διαρκή προσπάθεια για την ποσοτική αντανάκλαση και εν τέλει τη σωστή διαχείριση του.

Σκοπός της παρούσας εργασίας είναι η παρουσίαση των κυριότερων υποδειγμάτων μέτρησης πιστωτικού κινδύνου. Τον κύριο λόγο έχουν τα δομικά μοντέλα και συγκεκριμένα το μοντέλο του Μέρτον για το οποίο αναλύουμε διάφορες προσεγγίσεις οι οποίες οδηγούν στην εκτίμηση της πιθανότητας αθέτησης κάτω από διάφορες υποθέσεις. Συμπληρωματικά, εξετάζεται και το Z-score του Altman ως ένας τρόπος εκτίμησης του κατά πόσο η επιχείρηση πρόκειται να έρθει σε κατάσταση αθέτησης τα επόμενα δύο έτη.

Στο τέλος της εργασίας, γίνεται εφαρμογή των προσεγγίσεων σε πραγματικά δεδομένα τριών ελληνικών εταιριών,(Sprider Stores AE, Κορρές AE και Π. Πετρόπουλος AEBE) και συγκρίνονται τα αποτελέσματα που εξάγονται από κάθε προσέγγιση.

Ως συμπέρασμα, θα πρέπει να σημειωθεί ότι το μοντέλο του Μέρτον χρήζει αρκετών βελτιώσεων, ιδιαίτερα ως προς τις υποθέσεις που γίνονται. Ήδη στην βιβλιογραφία μπορούμε να βρούμε αρκετούς ερευνητές οι οποίοι πρότειναν επεκτάσεις και βελτιώσεις του μοντέλου οι οποίες είναι πιο ρεαλιστικές και έχουν τη δυνατότητα να εναρμονιστούν με τα δεδομένα της αγοράς.

Abstract

The great interest of credit risk in recent years and the requirements of the institutions (Basel) lead to the continuous effort for its quantitative reflection and ultimately its right management.

The aim of this paper is to present the main credit risk measurement models. The primary reason have the structural models and specifically the Merton model for which we analyze various approaches which lead to the estimation of probability of default under various assumptions. Additionally, we examine the Altman Z-score as a way of assessing whether the business is going to default the next two years or not.

At the end of this dissertation, we apply the approaches to three Greek companies' real data (Sprider Stores SA, Korres SA and P. Petropoulos AEVE) and compare the results that outcome from each one.

As a conclusion, it should be noted that the model of Merton requires several improvements, particularly with regard to assumptions made. Already in the literature we can find several researchers who proposed extensions and improvements of the model which is more realistic and able to be aligned to market data.

Περιεχόμενα

1	Εισαγωγή	1
1.1	Τι είναι Πιστωτικός κίνδυνος	2
1.2	Altman Z-score	3
1.3	Υποδείγματα πιστωτικού κινδύνου στην αγορά ομολογιών	6
2	Το μοντέλο του Merton	7
2.1	Εισαγωγή	7
2.2	Το μοντέλο του Merton	7
2.3	Πραγματικές πιθανότητες αθέτησης	12
2.4	Υποθέσεις	13
2.5	Ανάλυση του Μοντέλου	14
2.6	Τιμολόγηση	15
	2.6.1 Τιμολόγηση του Χρέους	15
	2.6.2 Τιμολόγηση των Ιδίων Κεφαλαίων	17
3	Προσέγγιση της πιθανότητας αθέτησης	19
3.1	Η επαναληπτική προσέγγιση (The iterative approach)	20
3.2	Σύστημα επίλυσης δύο εξισώσεων (Equity approach)	23
3.3	Η επαναληπτική προσέγγιση με ορίζοντα T ετών (Multi-period approach)	25
4	Μελέτη Περιπτώσεων	31
4.1	Sprider Stores	31
	4.1.1 Εφαρμογή της επαναληπτικής προσέγγισης	32
	4.1.2 Εφαρμογή της προσέγγισης των 2 εξισώσεων	34
	4.1.3 Εφαρμογή του μοντέλου Μέρτον για χρονικό ορίζοντα T ετών	35
	4.1.4 The Altman z-score - Sprider	36
4.2	Κορρές	37
	4.2.1 Εφαρμογή της επαναληπτικής προσέγγισης	37

4.2.2	Εφαρμογή της προσέγγισης των 2 εξισώσεων	39
4.2.3	Εφαρμογή του μοντέλου Μέρτον για χρονικό ορίζοντα T ετών	40
4.2.4	The Altman z-score - Sprider	40
4.3	Π. Πετρόπουλος ΑΕΒΕ	41
4.3.1	Εφαρμογή της επαναληπτικής προσέγγισης	41
4.3.2	Εφαρμογή της προσέγγισης των 2 εξισώσεων	42
4.3.3	Εφαρμογή του μοντέλου Μέρτον για χρονικό ορίζοντα T ετών	43
4.3.4	The Altman z-score - Sprider	43
5	Σύμπεράσματα	45
	ΠΑΡΑΡΤΗΜΑΤΑ	47
A'	Pricing of options	49
A'.1	Χρηματοοικονομικά προϊόντα	49
A'.2	Τιμολόγηση option	52
A'.3	Στοχαστικές Διαδικασίες	52
A'.4	Markov process	53
A'.5	Συνεχούς χρόνου στοχαστικές διαδικασίες	53
A'.6	Wiener process	54
A'.7	Brownian motion	54
A'.8	Geometric Brownian motion	56
A'.9	Ο τύπος Black - Scholes	57
B'	Πίνακες μελέτης περιπτώσεων	59
B'.1	Sprider stores	59
B'.2	Κορρές	63
B'.3	Π. Πετρόπουλος	67
	Βιβλιογραφία	75

Κεφάλαιο 1

Εισαγωγή

Τα τελευταία χρόνια η παγκόσμια οικονομία αντιμετωπίζει μία κρίση χωρίς προηγούμενο. Αν και τα αίτια της κρίσης είναι αρκετά σύνθετα, υπάρχει μια γενική συμφωνία στην άποψη ότι ο πιστωτικός κίνδυνος έχει διαδραματίσει έναν από τους κυριότερους ρόλους (στις τράπεζες, για παράδειγμα, εμφανίστηκε είτε με την μορφή αθέτησης των συμβατικών υποχρεώσεων των δανειζόμενων είτε ως μείωση της αξίας των εγγυήσεων και κατά συνέπεια αύξηση των ζημιών). Αν και ο πιστωτικός κίνδυνος, ιστορικά, δεν ήταν ο πρωταρχικός τομέας εστίασης της αναλογιστικής επιστήμης, οι αναλογιστές έχουν συνεισφέρει σημαντικά στην ανάπτυξη τεχνικών μοντελοποίησης του πιστωτικού κινδύνου. Στην πραγματικότητα, ένας μεγάλος αριθμός πολύ γνωστών μοντέλων πιστωτικού κινδύνου είναι ευθείς εφαρμογές μοντέλων συχνότητας ή ρυθμού επικινδυνότητας τα οποία μπορούμε να βρούμε στην αναλογιστική / ασφαλιστική βιβλιογραφία. Εκτός από το ενδιαφέρον των επιχειρήσεων, των τραπεζών και των επενδυτών, ιδιαίτερο ενδιαφέρον έχουν δείξει και οι κανονιστικές αρχές (ήδη από το 1988 η επιτροπή της Βασιλείας συνέταξε το αρχικό σύμφωνο, Βασιλεία I, το οποίο αναφέρεται στην κεφαλαιακή επάρκεια των τραπεζών σε σχέση με τον πιστωτικό κίνδυνο που έχει αναλάβει). Πρωταρχικός στόχος ήταν να παρέχει ένα σύνολο ελάχιστων κεφαλαιακών απαιτήσεων για τις εμπορικές τράπεζες, ώστε να προαχθεί η ασφάλεια και η αξιοπιστία του χρηματοπιστωτικού συστήματος και να δημιουργηθεί ένα δίκαιο πεδίο ανταγωνισμού για τις διεθνώς δραστηριοποιούμενες τράπεζες. Η βασική ιδέα ήταν ότι τα πιο επικίνδυνα στοιχεία του ενεργητικού έπρεπε να «απασχολούν» μεγαλύτερο μέρος από τα κεφάλαια της εκάστοτε τράπεζας.

1.1 Τι είναι Πιστωτικός κίνδυνος

Πιστωτικός κίνδυνος είναι ο κίνδυνος οικονομικής ζημιάς λόγω αδυναμίας ή απροθυμίας του αντισυμβαλλόμενου να εκπληρώσει τις συμβατικές του υποχρεώσεις. Στην πραγματικότητα, ο πιστωτικός κίνδυνος υπάρχει σε κάθε είδους οικονομική συναλλαγή. Κάποια παραδείγματα που τα παρατηρούμε ακόμα και στην καθημερινή ζωή μας είναι:

- (i) Ένας δανειζόμενος σταματά να έχει τη δυνατότητα να πληρώνει τις δόσεις ή τους τόκους για το δάνειο του.
- (ii) Μια επιχείρηση ή ένας καταναλωτής δεν πληρώνει ένα τιμολόγιο.
- (iii) Μια ασφαλιστική επιχείρηση δεν καταβάλλει ασφάλισμα (ποσό για την αποζημίωση) σε έναν ασφαλισμένο.
- (iv) Μια τράπεζα δεν επιστρέφει κεφάλαια / τόκους σε έναν καταθέτη ή δεσμεύει τα χρήματα των καταθετών.

Η κατανομή των πιστωτικών ζημιών είναι μια αρκετά πολύπλοκη εκτίμηση. Κύριο συστατικό της αποτελεί η πιθανότητα αθέτησης, με την οποία εννοούμε κάθε είδος αποτυχίας ή αδυναμίας να τηρηθούν οι όροι μιας σύμβασης. Για να εκτιμήσουμε την πιθανότητα αθέτησης χρειάζεται να διευκρινίσουμε τα ακόλουθα:

- ένα μοντέλο της αβεβαιότητας των επενδυτών,
- ένα μοντέλο της διαθέσιμης πληροφόρησης και η εξέλιξή του στο πέρασμα του χρόνου και
- ένα μοντέλο το οποίο θα ορίζει την αθέτηση.

Ωστόσο, οι πιθανότητες αθέτησης μόνες τους δεν επαρκούν για να τιμολογηθούν ευαίσθητα πιστωτικά χρεόγραφα. Για αυτό το λόγο χρειαζόμαστε επιπλέον:

- ένα μοντέλο για το risk free επιτόκιο (που θα λειτουργεί και σαν σημείο αναφοράς),
- μια εκτίμηση του ποσοστού ανάκτησης σε περίπτωση αθέτησης και
- ένα μοντέλο για το ασφάλιστρο που απαιτούν οι επενδυτές ως αποζημίωση για την κάλυψη του συστηματικού πιστωτικού κινδύνου.

Για να μπορέσουν να τιμολογηθούν χρεόγραφα τα οποία είναι ευαίσθητα στον πιστωτικό κίνδυνο και για να μετρηθεί ο συνολικός πιστωτικός κίνδυνος ενός χαρτοφυλακίου, χρειάζεται να διευκρινίσουμε ακόμα ένα μοντέλο το οποίο συνδέει αθετήσεις από διάφορες επιχειρηματικές μονάδες.

Υπάρχουν τρία κύρια είδη ποσοτικών προσεγγίσεων για την ανάλυση του πιστωτικού κινδύνου. Στη **structural** προσέγγιση (δομική) κάνουμε υποθέσεις σχετικά με τη δυναμική των περιουσιακών στοιχείων της επιχείρησης, την κεφαλαιακή της δομή, τους πιστωτές (debt holders) και τους μετόχους της (stock holders). Σύμφωνα με αυτή τη προσέγγιση, μια επιχείρηση θα προβεί σε αθέτηση αν τα περιουσιακά της στοιχεία δεν επαρκούν βάση ενός μέτρου. Σε αυτή την περίπτωση μια εταιρική υποχρέωση μπορεί να χαρακτηριστεί ως ένα συμβόλαιο δικαιώματος προαίρεσης (option) επί των περιουσιακών στοιχείων της επιχείρησης.

Η προσέγγιση **reduced form** χρησιμοποιεί στοχαστικά υποδείγματα για να προβλεφθεί η πιθανότητα αθέτησης, χωρίς να λαμβάνεται υπόψη η κεφαλαιακή δομή της εταιρίας. Στην εκτίμηση των παραμέτρων των υποδειγμάτων αυτών, γίνεται χρήση ιστορικών στοιχείων και άλλων εκτιμήσεων από τον εκάστοτε αναλυτή. Εάν εκτιμηθεί η πιθανότητα αθέτησης, τότε κάθε χρεόγραφο τιμολογείται σαν να μην ήταν περιορισμένου κινδύνου χρησιμοποιώντας ένα προεξοφλητικό επιτόκιο, το οποίο είναι προσαρμοσμένο με την ένταση (intensity) της πιθανότητας αθέτησης.

Η **incomplete information** προσέγγιση (μη-πλήρους πληροφόρησης) συνδυάζει τα δύο προηγούμενα μοντέλα. Αποφεύγει τις δυσκολίες που παρουσιάζονται σε κάθε ένα από αυτά και παράλληλα διαλέγει τα καλύτερα χαρακτηριστικά: την οικονομική και διαισθητική έφεση των structural models και την ελαστικότητα και την εμπειρική εφαρμογή των reduced form models.

1.2 Altman Z-score

Γενικότερα, ο πιστωτικός κίνδυνος όπως και η μέτρησή του, αποτελούσε πάντα ένα δύσκολο πρόβλημα για τους συμμετέχοντες της οικονομικής αγοράς. Οι πρώτες προσπάθειες προσέγγισης του πιστωτικού κινδύνου στηρίχθηκαν σε απλές στατιστικές μετρήσεις, με στόχο να ξεχωρίσουν τους τυχόν αντισυμβαλλόμενους σε επικίνδυνους προς αθέτηση ή όχι.

Το 1968 ο Edward Altman δημοσίευσε το «**Z-score formula for predicting bankruptcy**» το οποίο ανέπτυξε μία από τις πιο διαδεδομένες προσεγγίσεις μέτρησης πιστω-

τικού κινδύνου. Το μοντέλο του Altman εξάγει για κάθε επιχείρηση έναν αριθμό, το λεγόμενο Z-score, το οποίο βασίζεται σε 5 οικονομικούς δείκτες. Το εν λόγω μοντέλο ορίζει το Z-score ως εξής

$$Z = 1,2 \times X_1 + 1,4 \times X_2 + 3,3 \times X_3 + 0,6 \times X_4 + 0,999 \times X_5.$$

Οι πέντε δείκτες ορίζονται σύμφωνα με τα παρακάτω.

- X_1 (Κεφάλαιο Κίνησης / Σύνολο Ενεργητικού): Αυτός ο παράγοντας μετρά την ρευστότητα της επιχείρησης. Χαμηλή ρευστότητα υποδεικνύει και πτώχευση καθώς μετρά την ικανότητα της επιχείρησης να πληρώνει τις υποχρεώσεις της. Το κεφάλαιο κίνησης ορίζεται ως η διαφορά μεταξύ του κυκλοφορούν ενεργητικού και των βραχυπρόθεσμων υποχρεώσεων.
- X_2 (Παρακρατηθέντα Κέρδη / Σύνολο Ενεργητικού): Αυτός ο παράγοντας μετρά την ηλικία και την μόχλευση. Τα παρακρατηθέντα κέρδη είναι μέρος του ισολογισμού ως ένα υποσύνολο των ιδίων κεφαλαίων. Αυτό το ποσό αφορά τα κέρδη της εταιρίας τα οποία δεν καταβλήθηκαν στους μετόχους και κρατήθηκαν ώστε να επενδυθούν εκ νέου. Αξίζει να σημειωθεί ότι σε αυτόν τον λόγο λαμβάνεται κατά κύριο λόγο υπόψη η ηλικία της επιχείρησης. Μια νέα επιχείρηση προφανώς και θα έχει χαμηλό λόγο X_2 καθώς δεν είχε τον χρόνο να συσσωρεύσει κέρδη. Αυτό μπορούμε να το δούμε και στον πραγματικό κόσμο καθώς η πιθανότητα πτώχευσης είναι υψηλότερη στις νέες επιχειρήσεις.
- X_3 (Κέρδη προ Τόκων και Φόρων / Σύνολο Ενεργητικού): Αυτός ο δείκτης είναι ένα μέτρο της πραγματικής παραγωγικότητας των περιουσιακών στοιχείων της εταιρίας, διαχωρίζοντάς τα από κάθε φόρο ή παράγοντα μόχλευσης. Αυτός ο παράγοντας φαίνεται να είναι ιδανικός για την μελέτη της εταιρικής πτώχευσης καθώς όλη η ύπαρξη μιας επιχείρησης βασίζεται στην κερδοφορία των περιουσιακών της στοιχείων. Μια επιχείρηση μπορεί να επιβιώσει μόνο αν έχει κέρδη. Μεγαλύτερη κερδοφορία σημαίνει και μικρότερη πιθανότητα πτώχευσης.
- X_4 (Αγοραία Αξία των Μετοχών / Λογιστική Αξία του χρέους): Ο παράγοντας X_4 είναι ένα μέτρο της φερεγγυότητας της επιχείρησης. Μια αφερέγγυα επιχείρηση δεν έχει τη δυνατότητα να εξοφλήσει τις υποχρεώσεις της και κατά συνέπεια έχει μεγαλύτερη πιθανότητα να πάει σε πτώχευση. Η

αγοραία αξία όλων των μετοχών χρησιμοποιείται γιατί προβλέπει την πτώχευση με μεγαλύτερη ακρίβεια από την λογιστική αξία. Επίσης η λογιστική αξία του χρέους συμπεριλαμβάνει βραχυπρόθεσμες και μακροπρόθεσμες υποχρεώσεις.

- X_5 (Πωλήσεις / Σύνολο Ενεργητικού): Ο τελευταίος παράγοντας δείχνει την ικανότητα των περιουσιακών στοιχείων να παράγουν πωλήσεις. Είναι ένα μέτρο της δυνατότητας της διοίκησης να αντιμετωπίζει δύσκολες καταστάσεις.

Η αρχική έρευνα βασίστηκε σε δεδομένα από εισηγμένες κατασκευαστικές εταιρίες (66 επιχειρήσεις οι μισές εκ των οποίων είχαν κάνει αίτηση για χρεοκοπία). Ο Altman υπολόγισε 22 κοινούς χρηματοοικονομικούς δείκτες οι οποίοι ταξινομούνται σε 5 κατηγορίες: ρευστότητα, κερδοφορία, μόχλευση, φερεγγυότητα και δραστηριότητα. Τους υπολόγισε για όλες τις εταιρίες και στη συνέχεια χρησιμοποίησε πολυμεταβλητή διακριτή ανάλυση για να διαλέξει ένα μικρό αριθμό από αυτούς τους δείκτες οι οποίοι θα διέκριναν καλύτερα μία επιχείρηση σε πτώχευση από μια υγιή. Για να ελέγξει το μοντέλο στη συνέχεια υπολόγισε τα Z-scores για νέες ομάδες χρεοκοπημένων και μη (αλλά με ελλείμματα) επιχειρήσεων.

Τα αποτελέσματα έδειξαν τα εξής: Ένα υψηλό Z-score σημαίνει ότι ο κίνδυνος αθέτησης είναι μικρός. Πιο συγκεκριμένα, το μοντέλο υποστηρίζει ότι η επιχείρηση είναι «ασφαλής» αν έχει Z-score μεγαλύτερο της τιμής 3, ενώ αν η τιμή του είναι μικρότερη του 1,8 η επιχείρηση εμφανίζεται ως «προβληματική». Για τιμές από 1,8 μέχρι 2,99 η εταιρία λέμε ότι βρίσκεται στη ζώνη «αβεβαιότητας». Μια σημαντική παρατήρηση για το εν λόγω μοντέλο είναι ότι προβλέπει τυχόν αθέτηση η οποία μπορεί να προκύψει τα επόμενα δύο χρόνια με αρκετά μεγάλη ακρίβεια (περίπου 72 %) ενώ είναι ακόμα περισσότερο ακριβές (80-90 %) για την πρόβλεψη χρεοκοπίας τον επόμενο χρόνο.

Στην πράξη βέβαια το παραπάνω score μπορεί να χρησιμοποιηθεί μόνο στις εταιρίες οι οποίες είναι εισηγμένες στο χρηματιστήριο καθώς η παράμετρος X_4 περιλαμβάνει την έννοια της αγοραίας αξίας του μετοχικού κεφαλαίου. Έτσι έγιναν κάποιες προσπάθειες βελτίωσης του τις οποίες βλέπουμε άμεσα.

(i) A Revised Z-Score Model:

Αυτό το μοντέλο αναπτύχθηκε για εταιρίες οι οποίες δεν είναι εισηγμένες στο χρηματιστήριο. Σε αυτή την περίπτωση αντικαθιστούμε στον δείκτη X_4 την αγοραία αξία του μετοχικού κεφαλαίου με την λογιστική αξία των ιδίων

κεφαλαίων. Ακόμη, γίνεται μια μεταβολή στα βάρη των δεικτών και έτσι η νέα προσέγγιση υπολογίζει το Z-score ως εξής:

$$Z' = 0.717 \times X_1 + 0.847 \times X_2 + 3.107 \times X_3 + 0.420 \times X_4 + 0.998 \times X_5.$$

(ii) **A Further Revision – Adapting the Model for Non-Manufacturers and Emerging Markets:**

Αυτή η προσέγγιση αναλύει τα χαρακτηριστικά και την ακρίβεια του μοντέλου χωρίς να συμπεριλαμβάνει τον παράγοντα X_5 . Σκοπός αυτού είναι η ελαχιστοποίηση της επίδρασης της βιομηχανίας κάτι που λαμβάνει χώρα στο μοντέλο μέσω του κύκλου εργασιών του ενεργητικού. Και σε αυτή την περίπτωση διατηρείται στην παράμετρο X_4 η λογιστική αξία των ιδίων κεφαλαίων. Το νέο Z-score υπολογίζεται ως εξής:

$$Z'' = 6.56 \times X_1 + 3.26 \times X_2 + 6.72 \times X_3 + 1.05 \times X_4.$$

Σε αυτή την περίπτωση όταν το Z'' -score είναι μικρότερο από 1.10 υποδεικνύει ότι η επιχείρηση βρίσκεται σε δυσμενή κατάσταση.

1.3 Υποδείγματα πιστωτικού κινδύνου στην αγορά ομολογιών

Τα υποδείγματα πιστωτικού κινδύνου που εμπεριέχονται στην αγορά ομολογιών χωρίζονται σε δύο βασικές κατηγορίες. Τα structural και τα reduced form models. Τα structural models έχουν ως στόχο να παρέχουν ρητή σχέση μεταξύ του κινδύνου αθέτησης και της δομής του κεφαλαίου, ενώ τα reduced form models προσεγγίζουν τα μοντέλα πιστωτικής αθέτησης ως εξωγενή γεγονότα τα οποία οδηγούνται από μια στοχαστική διαδικασία (όπως μια διαδικασία άλματος Poisson). Άλλη μία διαφορά μεταξύ των δύο ειδών είναι στην εφαρμογή τους, δηλαδή ενώ τα structural models χρησιμοποιούν κυρίως πληροφορίες από την αγορά των μετοχών, τα reduced form models χρησιμοποιούν συνήθως στοιχεία από την αγορά ομολόγων ή δεδομένα πιστωτικών παραγώγων. Τα structural models στα οποία πρωτοπόρος ήταν ο R. Merton, χρησιμοποιούν τη θεωρία τιμολόγησης δικαιωμάτων στην αποτίμηση του εταιρικού χρέους. Το μοντέλο του Merton ήταν το πρώτο structural model και υπηρέτησε ως ο ακρογωνιαίος λίθος για όλα τα υπόλοιπα.

Κεφάλαιο 2

Το μοντέλο του Merton

2.1 Εισαγωγή

Η μοντελοποίηση του πιστωτικού κινδύνου ξεκινά με την ανάπτυξη των τεχνικών τιμολόγησης δικαιωμάτων προαίρεσης και την εφαρμογή τους στις υποχρεώσεις εταιριών. Φυσικά, υπήρχε και πριν από αυτό έρευνα η οποία παρουσιάζει τα ομόλογα και τις μετοχές μίας επιχείρησης ως ενδεχόμενες ζημιές στα περιουσιακά στοιχεία της επιχείρησης, κάτι το οποίο μας δίνει ένα σύνδεσμο μεταξύ ενός στατιστικού μοντέλου το οποίο περιγράφει αθέτηση και ενός οικονομικού (τιμολόγησης) μοντέλου. Κατασκευάζουμε μοντέλα τα οποία περιγράφουν την κατανομή των γεγονότων αθέτησης και προσπαθούμε να εξάγουμε τιμές από αυτά. Με μοντέλα τιμολόγησης μπορούμε να αντιστρέψουμε το ερώτημα και να ρωτήσουμε, δοθέντων των τιμών της αγοράς ποια είναι η αντίληψη της αγοράς για τις πιθανότητες αθέτησης. Για να δώσουμε αυτή την απάντηση θα πρέπει να καταλάβουμε την πλήρη περιγραφή των μεταβλητών που προκαλούν αθέτηση.

2.2 Το μοντέλο του Merton

Το 1974 ο Robert Merton μας συστήνει μία νέα θεωρητική προσέγγιση της μοντελοποίησης του πιστωτικού κινδύνου και της μέτρησής του. Το μοντέλο του βασίζεται στις ιδέες που υπήρχαν ήδη στη θεωρία τιμολόγησης των Black and Scholes (1973).

Το μοντέλο του Merton (MM) εξάγει την πιθανότητα αθέτησης για κάθε επιχείρηση σε οποιαδήποτε χρονική στιγμή. Για να υπολογιστεί η πιθανότητα, το μοντέλο αφαιρεί την ονομαστική αξία του υφιστάμενου χρέους της επιχείρησης από

μια εκτίμηση της μελλοντικής αγοραίας αξίας της επιχείρησης και στη συνέχεια χωρίζει αυτή τη διαφορά μέσω μίας εκτίμησης της μεταβλητότητας της επιχείρησης (κλιμακούμενης ώστε να αντικατοπτρίζει τον ορίζοντα των προβλέψεων). Το αποτέλεσμα που προκύπτει, στη συνέχεια υποκαθίσταται σε μία αθροιστική συνάρτηση πυκνότητας για τον υπολογισμό της πιθανότητας η αξία της επιχείρησης να είναι μικρότερη από την ονομαστική αξία του χρέους κατά τον ορίζοντα πρόβλεψης (forecasting horizon). Η αγοραία αξία της επιχείρησης είναι απλώς το άθροισμα της αξίας της αγοραίας αξίας του χρέους της επιχείρησης και της αξίας του μετοχικού της κεφαλαίου. Κατά συνέπεια, αν και οι δύο αυτές ποσότητες ήταν παρατηρήσιμες, ο υπολογισμός των πιθανοτήτων αθέτησης θα ήταν ασήμαντος.

Το πρόβλημα που αντιμετωπίζουμε είναι ότι για μία τυπική επιχείρηση δεν μπορούμε να παρατηρήσουμε την αγοραία αξία των περιουσιακών της στοιχείων. Αυτό που γνωρίζουμε είναι η αξία σύμφωνα με τα οικονομικά στοιχεία της (book value - είναι στην ουσία το ποσό εκείνο το οποίο ανήκει στους μετόχους). Αυτό το πρόβλημα στην ουσία αντιμετωπίζει η θεωρία τιμολόγησης δικαιωμάτων εφαρμόζοντας μια σχέση μεταξύ των μη-παρατηρήσιμων και των παρατηρήσιμων μεταβλητών. Όπως όλα τα «structural models» έτσι και το MM ξεκινά με την ειδίκευση της στοχαστικής διαδικασίας για την αξία της επιχείρησης, δηλαδή, την οικονομική αξία των συνολικών περιουσιακών στοιχείων της επιχείρησης. Χρησιμοποιεί μια πολύ απλή δομή χρεών η οποία αναφέρει ότι η αξία των περιουσιακών στοιχείων ισούται με το άθροισμα της αγοραίας αξίας του χρέους και της αγοραίας αξίας της επιχείρησης και υποθέτει ότι η συνολική αξία των περιουσιακών στοιχείων μιας επιχείρησης τη χρονική στιγμή t ακολουθεί μια Γεωμετρική κίνηση Brown:

$$dV_t = \mu V_t dt + \sigma V_t dW_t. \quad (2.1)$$

Όπου:

- V_t : Η αγοραστική αξία της επιχείρησης τη χρονική στιγμή t . Έστω ότι η αρχική αξία των περιουσιακών στοιχείων είναι V_0 . Τότε μπορούμε να ορίσουμε την αξία της επιχείρησης ως εξής:

$$V_t = V_0 \exp \left(\left(\mu - \frac{1}{2} \sigma^2 \right) t + \sigma W_t \right).$$

Αξίζει να σημειωθεί ότι η στοχαστική διαδικασία (V_t) αποτελεί τη μοναδική πηγή κινδύνου στην κεφαλαιακή δομή του υποδείγματος.

- μ : Ο μέσος συντελεστής απόδοσης των στοιχείων του ενεργητικού.
- σ : Η μεταβλητότητα της αξίας της επιχείρησης.
- W_t : Μια τυποποιημένη κίνηση Brown κάτω από ένα μέτρο ουδέτερου κινδύνου.

Ορίζουμε $G = \ln V_t$ και εφαρμόζουμε το λήμμα του Ito.

$$dG = \left(\frac{\partial G}{\partial V_t} \mu V_t + \frac{\partial G}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 G}{\partial V_t^2} \sigma^2 V_t^2 \right) dt + \frac{\partial G}{\partial V_t} \sigma V_t dz,$$

όπου: $\frac{\partial G}{\partial V_t} = \frac{1}{V_t}$, $\frac{\partial G}{\partial t} = 0$ και $\frac{\partial^2 G}{\partial V_t^2} = -\frac{1}{V_t^2}$.

Κάνοντας τις πράξεις καταλήγουμε στη σχέση

$$dG = \left(\mu - \frac{1}{2} \sigma^2 \right) dt + \sigma dz.$$

Εφόσον οι παράγοντες μ και σ^2 είναι σταθερές, αυτή η ισότητα μας δείχνει ότι η συνάρτηση $G = \ln V_t$ ακολουθεί μια γενικευμένη διαδικασία Wiener με μέση τιμή $(\mu - \frac{1}{2} \sigma^2)$ και διακύμανση σ^2 . Σύμφωνα με αυτή την ισότητα η μεταβολή του $\ln V_t$ από τον χρόνο μηδέν μέχρι τον χρόνο T ακολουθεί κανονική κατανομή με μέση τιμή $(\mu - \frac{1}{2} \sigma^2) T$ και διακύμανση $\sigma^2 T$, δηλαδή,

$$\ln V_T - \ln V_0 \sim \mathcal{N} \left(\left(\mu - \frac{1}{2} \sigma^2 \right) T, \sigma^2 T \right)$$

ή

$$\ln \frac{V_T}{V_0} \sim \mathcal{N} \left(\left(\mu - \frac{1}{2} \sigma^2 \right) T, \sigma^2 T \right)$$

ή

$$\ln V_T \sim \mathcal{N} \left(\ln V_0 + \left(\mu - \frac{1}{2} \sigma^2 \right) T, \sigma^2 T \right).$$

Η τελευταία σχέση μας δείχνει ότι η αξία της επιχείρησης τη χρονική στιγμή T ακολουθεί την κατανομή lognormal.

Αντίστοιχα, η μεταβολή του $\ln V_t$ από τον χρόνο t μέχρι τον χρονική στιγμή T ακολουθεί κανονική κατανομή με μέση τιμή $(\mu - \frac{1}{2} \sigma^2) (T - t)$ και διακύμανση $\sigma^2 (T - t)$, δηλαδή

$$\ln V_T - \ln V_t \sim \mathcal{N} \left(\left(\mu - \frac{1}{2} \sigma^2 \right) (T - t), \sigma^2 (T - t) \right)$$

ή

$$\frac{\ln V_T}{\ln V_t} \sim \mathcal{N} \left(\left(\mu - \frac{1}{2} \sigma^2 \right) (T - t), \sigma^2 (T - t) \right)$$

ή

$$\ln V_T \sim \mathcal{N} \left(\ln V_t + \left(\mu - \frac{1}{2} \sigma^2 \right) (T - t), \sigma^2 (T - t) \right).$$

Η δεύτερη εισαγωγή στο μοντέλο αφορά την κεφαλαιακή δομή της επιχείρησης. Ο R. Merton υποθέτει μια πολύ απλουστευμένη μορφή κεφαλαιακής δομής σύμφωνα με την οποία:

- Η επιχείρηση έχει μία και μόνο υποχρέωση η οποία μπορεί να ταυτιστεί με ένα ομόλογο με μηδενικό κουπόνι, με ονομαστική αξία D και λήξη την χρονική στιγμή T .
- Δεν γίνονται πληρωμές μέχρι το χρόνο T .
- Οι μέτοχοι θα περιμένουν μέχρι τον χρόνο T για να αποφασίσουν αν θα προβούν σε αθέτηση ή όχι.

Σύμφωνα με αυτές τις υποθέσεις, η επιχείρηση θα προβεί σε χρεοκοπία μόνο σε περίπτωση που η συνολική αξία των περιουσιακών στοιχείων του ενεργητικού γίνει μικρότερη από το ποσό αποπληρωμής του συγκεκριμένου χρέους τη χρονική στιγμή T .

Ορίζουμε D_T το ποσό του χρέους της επιχείρησης τη χρονική στιγμή T . Τότε η πιθανότητα αθέτησης της επιχείρησης θα είναι ίση με

$$PD = P_r(V_T < D_T).$$

Επομένως για να εκτιμήσουμε αυτή την πιθανότητα χρειάζεται να γνωρίζουμε:

- (i) Το ποσό υποχρεώσεων, το οποίο αναφέρεται στον ισολογισμό της επιχείρησης.
- (ii) Την κατανομή των περιουσιακών στοιχείων τη χρονική στιγμή T . Υποθέτουμε ότι τα περιουσιακά στοιχεία της επιχείρησης ακολουθούν την λογαριθμοκανονική κατανομή (δηλαδή ο λογάριθμος τους ακολουθεί την κανονική κατανομή).
- (iii) Την ετήσια διακύμανση των μεταβολών των λογαρίθμων των περιουσιακών στοιχείων την οποία συμβολίζουμε με σ^2 .

(iv) Την αναμενόμενη ετήσια μεταβολή των λογαρίθμων των περιουσιακών στοιχείων την οποία ορίζουμε ως $\mu - \sigma^2/2$.

(v) Την χρονική στιγμή t .

Γενικά γνωρίζουμε ότι η πιθανότητα μίας κανονικά κατανομημένης μεταβλητής x να πέφτει κάτω από το z δίνεται από τη σχέση $\Phi\left(\frac{z-E(x)}{\sigma(x)}\right)$ όπου η συνάρτηση $\Phi(\cdot)$ είναι η αθροιστική τυπική κανονική κατανομή.

$$P_r(X < z) = \Phi\left(\frac{z - E(X)}{\sigma(X)}\right).$$

Άρα, χρησιμοποιώντας τα παραπάνω μπορούμε να πούμε ότι η πιθανότητα χρεοκοπίας μιας επιχείρησης δίνεται από τον τύπο:

$$PD = \Phi\left(\frac{\ln D_T - \ln V_t - (\mu - \frac{1}{2}\sigma^2)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}\right)$$

ή

$$PD = \Phi\left(\frac{\ln\left(\frac{D_T}{V_t}\right) - (\mu - \frac{1}{2}\sigma^2)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}\right). \quad (2.2)$$

Σημείωση: Η ποσότητα

$$-\left(\frac{\ln\left(\frac{D_T}{V_t}\right) - (\mu - \frac{1}{2}\sigma^2)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}\right)$$

ονομάζεται distance to default.

Από τα παραπάνω, φαίνεται ότι ο R. Merton θεωρεί ότι μια εταιρία θα αθετήσει στην περίπτωση που το ποσό των περιουσιακών στοιχείων συμπέσει με αυτό των υποχρεώσεων. Η απόσταση μεταξύ των περιουσιακών στοιχείων και των υποχρεώσεων ορίζει την απόσταση από την αθέτηση. Στην πραγματικότητα, προτείνει ένα μοντέλο το οποίο αξιολογεί τον πιστωτικό κίνδυνο μιας επιχείρησης χαρακτηρίζοντας το μετοχικό της κεφάλαιο ως ένα δικαίωμα προαίρεσης αγοράς Ευρωπαϊκού τύπου επί των στοιχείων του ενεργητικού της με ληκτότητα στο χρόνο T και τιμή άσκησης ίση με την ονομαστική αξία του χρέους D .

Για τη καλύτερη κατανόηση του εν λόγω μοντέλου θα ήταν χρήσιμο να σκεφτούμε ότι τα περιουσιακά στοιχεία της επιχείρησης είναι εύκολα ρευστοποιήσιμα. Έστω, για παράδειγμα, ότι η επιχείρηση έχει ως μόνο περιουσιακό στοιχείο έναν τόνο χρυσού. Η τιμή αυτού του περιουσιακού στοιχείου θα μπορούσε να είναι η τιμή

ενός αξιόγραφου. Γενικά η αγοραία αξία των περιουσιακών στοιχείων μιας επιχείρησης είναι η παρούσα αγοραία αξία των μελλοντικών χρηματοροών της επιχείρησης (μια ποσότητα η οποία όμως δεν είναι παρατηρήσιμη τις περισσότερες φορές).

Το MM μπορεί επίσης, να χρησιμοποιηθεί με σκοπό να εξαχθεί η πιθανότητα αθέτησης με ουδέτερο κίνδυνο, όπως για παράδειγμα, η ουδέτερη κινδύνου πιθανότητα η αξία της επιχείρησης να είναι μικρότερη από το ποσό των υποχρεώσεων της ($V_t < D$). Στην πράξη, αυτή η πιθανότητα είναι ακριβώς ίδια με την ουδέτερη κινδύνου πιθανότητα ενός put option D_t το οποίο ολοκληρώνεται in-the-money (δηλαδή η αξία του είναι μεγαλύτερη από την τιμή εξάσκησης). Αυτή η πιθανότητα είναι η εξής:

$$\Phi(-d + \sigma\sqrt{T-t})$$

Αν αντικαταστήσουμε το d σύμφωνα με τον ορισμό του Merton η πιθανότητα αυτή μπορεί να εκφραστεί ως εξής:

$$\Phi\left(\frac{\ln\frac{D}{V_t} - (r - \frac{1}{2}\sigma^2)(T-t)}{\sigma\sqrt{(T-t)}}\right). \quad (2.3)$$

2.3 Πραγματικές πιθανότητες αθέτησης

Κάτω από τη διαδικασία που έχει υποθεθεί στην εξίσωση 2.1, η πραγματική πιθανότητα αθέτησης είναι η πιθανότητα η αξία της επιχείρησης τη χρονική στιγμή T να είναι μικρότερη από το ποσό των υποχρεώσεων την ίδια στιγμή ($V_T < D$) δοθέντος ότι η αξία της επιχείρησης V_T έχει τάση μ και τυπική απόκλιση σ . Σύγκριση με βάση τη μέση τιμή της επιχείρησης, μ και του risk free επιτοκίου, r :

- $\mu = r$: ουδέτερου κινδύνου περίπτωση όπως αναλύσαμε σε προηγούμενη παράγραφο.
- $\mu > r$: η αξία της επιχείρησης στην πραγματικότητα αυξάνεται πιο γρήγορα σε σχέση με την περίπτωση ουδέτερου κινδύνου, οπότε η πραγματική πιθανότητα αθέτησης θα είναι μικρότερη από την αντίστοιχη πιθανότητα ουδέτερου κινδύνου.
- $\mu < r$: αντίθετα με την προηγούμενη περίπτωση η πραγματική πιθανότητα αθέτησης υπερβαίνει την αντίστοιχη πιθανότητα ουδέτερου κινδύνου.

Σύμφωνα με τα παραπάνω η πραγματική πιθανότητα μπορεί να εκφραστεί ως εξής:

$$\Phi \left(\frac{\ln \frac{D}{V_t} - (\mu - \frac{1}{2}\sigma^2)(T - t)}{\sigma \sqrt{(T - t)}} \right). \quad (2.4)$$

Στην πραγματικότητα η διαφορά της σχέσης 2.4 με την 2.3 είναι η αντικατάσταση του r από το μ .

2.4 Υποθέσεις

Για να ολοκληρωθεί το μοντέλο θα πρέπει να αναφερθούν οι συνθήκες οι οποίες μπορούν να οδηγήσουν σε αθέτηση της επιχείρησης στις υποχρεώσεις της. Αξίζει να σημειωθεί ότι ο Merton στο μοντέλο του κάνει κάποιες υποθέσεις οι οποίες απλουστεύουν τη διαδικασία αλλά παράλληλα περιορίζουν αρκετά τις συνθήκες αυτές. Οι υποθέσεις αυτές είναι οι εξής:

- Δεν υπάρχουν συμβάσεις οι οποίες θα οδηγήσουν σε αθέτηση / χρεοκοπία πριν τη χρονική στιγμή T . Με αυτόν τον τρόπο διασφαλίζεται ότι η αθέτηση, αν συμβεί, μπορεί να συμβεί μόνο μετά τη χρονική στιγμή T , όπου T είναι η ημερομηνία ληκτότητας του χρέους της επιχείρησης.
- Σε περίπτωση αθέτησης, θεωρείται ως προτεραιότητα να αποζημιωθούν οι πιστωτές της επιχείρησης στο έπακρο πριν οι μέτοχοι λάβουν την οποιαδήποτε αμοιβή. (Στην πραγματικότητα, είναι αποδεδειγμένο ότι τις περισσότερες φορές δεν συμβαίνει).
- Δεν επιτρέπεται η επαναδιαπραγμάτευση του χρέους, κάτι το οποίο έρχεται σε αντίθεση με την εμπειρική παρατήρηση.
- Το μοντέλο δεν επηρεάζεται από την αγορά. Πιο συγκεκριμένα, υποθέτει ότι δεν υπάρχουν έξοδα εκκαθάρισης ή μεταβίβασης του ελέγχου σε περίπτωση αθέτησης των υποχρεώσεων, δηλαδή το κόστος της χρεοκοπίας είναι μηδενικό. Ακόμα μια υπόθεση η οποία δεν εκφράζει την πραγματικότητα.

Το MM είναι μόνο η αρχή της μελέτης του πιστωτικού κινδύνου και υπάρχει μία σειρά από θέματα εκτός των παραπάνω υποθέσεων τα οποία οδηγούν το μοντέλο αυτό μακριά από την πραγματικότητα, ενδεικτικά αναφέρουμε:

- Η χρήση της κανονικότητας στην κατανομή των αποδόσεων αντί για μια κατανομή η οποία θα επέτρεπε βαριά ουρά.

- Η υπόθεση των μη – στοχαστικών επιτοκίων.
- Η έλλειψη μίας σαφώς προσδιορισμένης διαδικασίας ταμειακών ροών από την οποία θα ορίζεται η αξία του ενεργητικού της επιχείρησης.
- Η στατική φύση της κεφαλαιακής δομής της επιχείρησης.

2.5 Ανάλυση του Μοντέλου

Τη χρονική στιγμή T , τα περιουσιακά στοιχεία της επιχείρησης μπορεί να είναι περισσότερα ή λιγότερα από την αξία αποπληρωμής του χρέους D . Βασιζόμενοι στην υπόθεση ότι σε περίπτωση χρεοκοπίας αρχικά θα αποπληρωθεί το χρέος της επιχείρησης ορίζουμε το ποσό χρέους τη χρονική στιγμή T ως εξής:

$$\begin{aligned} D_T &= \min(D, V_T) \\ &= D + \min(V_T - D, 0) \\ &= D - \max(D - V_T, 0). \end{aligned}$$

Με άλλα λόγια, το χρέος μπορεί να αντισταθμιστεί αγοράζοντας ένα δικαίωμα προαίρεσης πώλησης (put option) (βλ. Α'.1). Έτσι το δικαίωμα προαίρεσης πώλησης παρουσιάζει τη ζημία, δοθέντος ότι έχει επέλθει η χρεοκοπία. Από την άλλη πλευρά οι μέτοχοι σε κάθε περίπτωση τη χρονική στιγμή T θα λάβουν το ποσό E_T το οποίο μπορεί να οριστεί αντίστοιχα ως εξής:

$$E_T = \max(V_T - D, 0).$$

Δηλαδή, η αποπληρωμή των μετόχων ακολουθεί ένα δικαίωμα προαίρεσης αγοράς (call option) με υποκείμενη αξία τα περιουσιακά στοιχεία της επιχείρησης V_t , με τιμή άσκησης του δικαιώματος ίση με D και ωρίμανση τη χρονική στιγμή T .

Εύκολα μπορούμε να παρατηρήσουμε ότι η αξία της επιχείρησης μπορεί να εξαχθεί από την πρόσθεση των υποχρεώσεων της και της αξίας του ποσού που λαμβάνουν οι μέτοχοι (θυμίζουμε ότι στο MM υπάρχει η υπόθεση ύπαρξης ενός μόνο χρέους).

Το παραπάνω συνοπτικά παρουσιάζεται από την εξής σχέση:

$$V_T = E_T + D_T. \quad (2.5)$$

Στον πίνακα 2.1 παρουσιάζεται η αξία των περιουσιακών στοιχείων της επιχείρησης καθώς και οι αποπληρωμές των πιστωτών και των μετόχων τη χρονική στιγμή T ανάλογα με το αν έχει επέλθει χρεοκοπία ή όχι.

Πίνακας 2.1: Στοιχεία Ενεργητικού και Παθητικού κατά τη λήξη του χρέους.

	ΠΕΡΙΟΥΣΙΑΚΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ	ΧΡΕΟΣ	ΜΕΤΟΧΕΣ
ΧΡΕΟΚΟΠΙΑ	$V_T < D$	V_T	0
ΜΗ ΧΡΕΟΚΟΠΙΑ	$V_T > D$	D	$V_T - D$

Για να μπορέσουμε να εφαρμόσουμε το MM πρέπει να εκτιμήσουμε την αξία των περιουσιακών στοιχείων της επιχείρησης, τη διακύμανση τους και να μετατρέψουμε τη δομή του χρέους της επιχείρησης σε ομόλογο με μηδενικό κουπόνι, ληκτότητα T και ονομαστική αξία D .

Η χρονική στιγμή λήξεως του ομολόγου, T , μπορεί να επιλεγθεί είτε για να αντιπροσωπεύσει την χρονική στιγμή λήξεως της υποχρέωσης (για παράδειγμα όπως το Macaulay Duration όλων των υποχρεώσεων), είτε ως ένας επιλεγμένος χρονικός ορίζοντας (σε περίπτωση που τιμολογούμε ένα πιστωτικό παράγωγο με συγκεκριμένη ληκτότητα).

2.6 Τιμολόγηση

Έστω ότι t είναι η τρέχουσα χρονική στιγμή. Έχουμε, ήδη υποθέσει ότι η αξία της επιχείρησης προκύπτει από μια Γεωμετρική Κίνηση Brown (βλ. 2.1). Συμπληρωματικά, υποθέτουμε ότι το risk – free επιτόκιο είναι ένας σταθερός αριθμός r . Σε αυτό το κεφάλαιο θα μελετήσουμε τον τρόπο τιμολόγησης των υποχρεώσεων και του μετοχικού κεφαλαίου.

2.6.1 Τιμολόγηση του Χρέους

Αν B είναι η αξία του χρέους (χωρίς κίνδυνο), τότε:

$$B = e^{-r(T-t)}D.$$

Δηλαδή, το B είναι η ονομαστική αξία του χρέους D τη χρονική στιγμή T προεξοφλημένο στη χρονική στιγμή t με το risk – free επιτόκιο r .

Η αξία του δικαιώματος προαίρεσης πώλησης D_t μπορεί να αναγνωριστεί χρησιμοποιώντας τον τύπο του μοντέλου Black-Scholes δεδομένου ότι ισχύουν όλες οι συνθήκες:

- Το δικαίωμα προαίρεσης πώλησης είναι Ευρωπαϊκού τύπου με τιμή άσκησης D και ημερομηνία λήξης T .

- Η αξία της επιχείρησης εξελίσσεται ακολουθώντας μια γεωμετρική κίνηση Brown με σταθερή μεταβλητότητα σ .
- Το risk – free επιτόκιο είναι ένα σταθερός αριθμός r .

Εφόσον τα παραπάνω ισχύουν και εφαρμόζοντας τον τύπο των Black-Scholes, η αξία του δικαιώματος προαίρεσης πώλησης θα δίνεται από τον τύπο:

$$D_t = De^{-r(T-t)} - P_t(V_t, D, T - t),$$

όπου η συνάρτηση P_t ορίζει την τιμή του δικαιώματος προαίρεσης πώλησης, άρα η παραπάνω σχέση μπορεί να γραφτεί ως:

$$D_t = De^{-r(T-t)} - [De^{-r(T-t)}\Phi(-d_2) - V_t\Phi(-d_1)]$$

ή

$$D_t = De^{(-r(T-t))}\Phi(-d_2) + V_t\Phi(-d_1). \quad (2.6)$$

Όπου:

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{V_t}{D}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)(T - t)}{\sigma\sqrt{T - t}}$$

και

$$d_2 = \frac{\ln\left(\frac{V_t}{D}\right) + \left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right)(T - t)}{\sigma\sqrt{T - t}}$$

$\Phi(\cdot)$: η συνάρτηση κατανομής της κανονικής κατανομής Ισοδύναμα, το d_2 μπορεί να υπολογιστεί και ως εξής:

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T - t}.$$

Ο Merton, το 1974, εξέφρασε λίγο διαφορετικά την τιμή του δικαιώματος προαίρεσης πώλησης ορίζοντας το L ως ένα μέτρο μόχλευσης, δηλαδή ως την αναλογία της παρούσας αξίας του χρέους προς τη συνολική αξία της επιχείρησης,

$$L = \frac{(e^{(-r(T-t))}D)}{V_t}.$$

Και γράφει:

$$D_t = De^{-r(T-t)}\Phi(-d + \sigma\sqrt{-t}) - V_t\Phi(-d), \quad (2.7)$$

στην οποία,

$$d = \frac{\ln\frac{1}{L} + \frac{1}{2}\sigma^2(T - t)}{\sigma\sqrt{(T - t)}}.$$

Θυμίζουμε ότι $B^* = B - D_t$ είναι η αξία του χρέους της επιχείρησης. Άρα χρησιμοποιώντας τα παραπάνω μπορούμε να γράψουμε:

$$B^* = De^{(-r(T-t))}\Phi(d - \sigma\sqrt{(T-t)}) + V_t\Phi(-d)$$

$$B^* = De^{(-r(T-t))} \left[\Phi(d - \sigma\sqrt{(T-t)}) + \frac{1}{L}\Phi(-d) \right]. \quad (2.8)$$

Η τελευταία σχέση εκφράζει / προβλέπει τα χρέη της επιχείρησης σύμφωνα με το MM.

2.6.2 Τιμολόγηση των Ιδίων Κεφαλαίων

Όπως αναφέρθηκε πιο πριν, το ποσό της αποπληρωμής των μετόχων

$$E_T = \max(V_T - D, 0)$$

μπορεί να υπολογιστεί ως ένα δικαίωμα προαίρεσης αγοράς με υποκείμενη αξία V_t και με τιμή άσκησης του δικαιώματος ίση με D .

Εφαρμόζοντας τον τύπο των Black-Scholes για ένα δικαίωμα προαίρεσης αγοράς Ευρωπαϊκού τύπου καταλήγουμε στην παρακάτω εξίσωση:

$$E_t = V_t\Phi(d_1) - De^{(-r(T-t))}\Phi(d_2), \quad (2.9)$$

όπου:

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{V_t}{D}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}$$

και

$$d_2 = \frac{\ln\left(\frac{V_t}{D}\right) + \left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}$$

Παράδειγμα:

Έστω ένα Ευρωπαϊκού τύπου δικαίωμα προαίρεσης το οποίο λήγει σε 3 μήνες με τιμή άσκησης δικαιώματος €100. Υποθέτουμε ότι η υποκείμενη μετοχή δεν πληρώνει μερίσματα, έχει υποκείμενη αξία €110 και μεταβλητότητα 50% ετησίως. Το risk - free επιτόκιο είναι 10% ετησίως. Τότε η αξία του χρέους και η αξία του μετοχικού κεφαλαίου θα τιμολογούνται αντίστοιχα ως εξής:

$$D_t = 5.2526,$$

$$E_t = 17.7216$$

Κεφάλαιο 3

Προσέγγιση της πιθανότητας αθέτησης

Η πιθανότητα αθέτησης της οικονομικής υποχρέωσης κατά τη λήξη της εκφράζει διαισθητικά και ποσοτικά τον πιστωτικό κίνδυνο μιας επιχείρησης. Η λήψη οικονομικών αποφάσεων στο παρόν στηρίζεται στις μελλοντικές εξελίξεις, άρα η πιθανότητα αθέτησης αντανακλά αυτή τη διάσταση. Σύμφωνα με τα παραπάνω αναφερόμενα η πιθανότητα αθέτησης υπολογίζεται σύμφωνα με τον τύπο:

$$PD = \Phi \left(\frac{\ln \left(\frac{D_T}{V_t} \right) - \left(\mu - \frac{1}{2} \sigma^2 \right) (T - t)}{\sigma (T - t)} \right).$$

Αυτό που παρατηρούμε είναι ότι προκειμένου να αποκτήσει λειτουργική αξία η παραπάνω εξίσωση, θα πρέπει να εκτιμηθούν οι τιμές των μη-παρατηρούμενων μεταβλητών της σχέσης V_t (η αξία της επιχείρησης μια δεδομένη χρονική στιγμή) και σ (η ετήσια μεταβλητότητα του ρυθμού αύξησης των περιουσιακών στοιχείων). Αυτό μπορεί να πραγματοποιηθεί με ποικίλους μεθόδους, όπως η επαναληπτική προσέγγιση, η επέκτασή της για χρονικό ορίζοντα T ετών, η προσέγγιση μέσω της αξίας των μετοχών (σύστημα δύο εξισώσεων), η μέθοδος μεγίστης πιθανοφάνειας κλπ. [17]

Σκοπός αυτού του κεφαλαίου είναι η θεωρητική παρουσίαση των διαφορετικών προσεγγίσεων που οδηγούν στην εύρεση της πιθανότητας αθέτησης μιας επιχείρησης ενώ στα επόμενα δύο κεφάλαια θα ακολουθήσουν παραδείγματα για την καλύτερη κατανόηση των διαδικασιών που ακολουθούνται.

3.1 Η επαναληπτική προσέγγιση (The iterative approach)

Μία απλή προσέγγιση του πως μπορούμε να εφαρμόσουμε το MM στα στοιχεία μιας επιχείρησης ώστε να εξάγουμε την πιθανότητα αθέτησής της είναι η επαναληπτική προσέγγιση (iterative approach - Vassalou, M. and Xing, Y., 2004). Αυτή η προσέγγιση χρησιμοποιεί την τιμολόγηση δικαιωμάτων με βάση τους τύπους των Black - Scholes (1973) και του Merton (1974) με σκοπό τον υπολογισμό της μεταβλητότητας του ρυθμού ανάπτυξης των περιουσιακών στοιχείων (σ_V). Δεδομένα:

Τα στοιχεία που είναι γνωστά σε εμάς είναι τα ακόλουθα:

- (i) η τιμή της μετοχής της εταιρίας στο κλείσιμο κάθε ημέρας για ένα έτος,
- (ii) ο αριθμός των μετοχών της εταιρίας που διαπραγματεύονται στο χρηματιστήριο,
- (iii) το ποσό των υποχρεώσεων (από τον ισολογισμό της εταιρίας) (D),
- (iv) οι ημερήσιες τιμές κλεισίματος του Γενικού δείκτη για ένα έτος,
- (v) τις ημερήσιες τιμές του Euribor με ωρίμανση 1 έτος για την περίοδο που εξετάζουμε - χρησιμοποιείται ως το risk-free rate.

Διαδικασία: Σκοπός της επαναληπτικής προσέγγισης είναι η εύρεση της αξίας των περιουσιακών στοιχείων της επιχείρησης (V_t) για κάθε ημέρα του έτους που μελετάμε. Από τα ημερήσια δεδομένα που έχουμε ήδη μπορούμε να εκμαιεύσουμε το ποσό της αγοραίας αξίας του μετοχικού κεφαλαίου (E_t) καθώς και την μεταβλητότητα του ρυθμού ανάπτυξης του μετοχικού κεφαλαίου (σ). Αυτές οι ποσότητες θα χρησιμοποιηθούν ώστε να εκτιμήσουμε την σ_V και στη συνέχεια τα V_t . Μια σύντομη περιγραφή της διαδικασίας που ακολουθείται είναι η ακόλουθη:

- (i) Βρίσκουμε την αγοραία αξία του μετοχικού κεφαλαίου χρησιμοποιώντας τα παραπάνω δεδομένα στη σχέση:

$$E_t = \text{αριθμός μετοχών διαπραγματεύσιμων} \times \text{τιμή μετοχής.}$$

- (ii) Η διαδικασία ξεκινά με την πρώτη επανάληψη στην οποία το ποσό των περιουσιακών στοιχείων κάθε ημέρας ορίζεται ως το άθροισμα του μετοχικού κεφαλαίου και των υποχρεώσεων της επιχείρησης.

$$V_t = E_t + D \tag{3.1}$$

Θυμίζουμε ότι το ποσό των υποχρεώσεων είναι δυνατό να το βρούμε στον ισολογισμό της εταιρίας ο οποίος είναι διαθέσιμος στο κοινό.

- (iii) Όπως ήδη αναφέραμε, η αξία της επιχείρησης μια δεδομένη χρονική στιγμή και η ετήσια τυπική απόκλιση των περιουσιακών στοιχείων είναι δύο παράγοντες προς εκτίμηση. Έτσι χρησιμοποιούμε αρχικά τα δεδομένα που διαθέτουμε ώστε να εκτιμήσουμε την ετήσια διακύμανση των περιουσιακών στοιχείων.

Σημείωση για την εύρεση της διακύμανσης: Η ποσοστιαία μεταβολή της τιμής για T περιόδους (από $t = 0$ έως $t = T$) μπορεί να γραφτεί με την βοήθεια της σχέσης:

$$\frac{P_T}{P_0} = R_{0,T} = R_1 \times R_2 \times \dots \times R_T$$

όπου, P είναι η τιμή της μετοχής και R η απόδοση. Χρησιμοποιώντας τις λογαριθμικές αποδόσεις έχουμε:

$$r_{0,T} = r_1 + r_2 + \dots + r_T.$$

Με την υπόθεση ότι οι λογαριθμικές αποδόσεις είναι ανεξάρτητες ανά περιόδους, η διακύμανση την περίοδο $(0, T)$ θα είναι το άθροισμα των διακυμάνσεων για κάθε υποπερίοδο, δηλαδή:

$$Var(r_{0,T}) = Var(r_1) + Var(r_2) + \dots + Var(r_T).$$

Κάνοντας τώρα την υπόθεση ότι οι διακυμάνσεις των αποδόσεων είναι ίσες για όλες τις υποπεριόδους τότε μπορούμε να γράψουμε:

$$Var(r_{0,T}) = TVar(r_t).$$

Η τυπική απόκλιση των αποδόσεων μπορεί να υπολογιστεί με βάση την σχέση:

$$\sigma(r_{0,T}) = \sqrt{T}\sigma(r_t).$$

- (iv) Το ποσό του χρέους της επιχείρησης παίζει τον ρόλο της τιμής άσκησης του δικαιώματος πώλησης, καθώς το E_t θεωρείται ως ένα δικαίωμα πώλησης με υποκείμενο τίτλο την αξία των περιουσιακών στοιχείων της επιχείρησης και λήξη την χρονική στιγμή T . Για να υπολογίσουμε την τιμή των V_t εφαρμόζουμε τον τύπο των Black - Scholes (1973) :

$$E_t = V_t\Phi(d_1) - De^{(-r(T-t))}\Phi(d_2)$$

ή

$$V_t = \frac{E_t + De^{(-r(T-t))}\Phi(d_2)}{\Phi(d_1)}. \quad (3.2)$$

Όπου

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{V_t}{D}\right) + \left(r + \frac{\sigma_V^2}{2}\right)(T-t)}{\sigma_V\sqrt{T-t}} \quad (3.3)$$

και

$$d_2 = \frac{\ln\left(\frac{V_t}{D}\right) + \left(r - \frac{\sigma_V^2}{2}\right)(T-t)}{\sigma_V\sqrt{T-t}}. \quad (3.4)$$

Όπως παρατηρούμε από τους τύπους 3.2 , 3.3 και 3.4 χρειάζεται να γνωρίζουμε την μεταβλητότητα του ρυθμού ανάπτυξης των περιουσιακών στοιχείων (σ_V) για να εκτιμήσουμε την V_t . Στην προσέγγιση αυτή, αρχικά υπολογίζουμε την τυπική απόκλιση των V_t (από τις τιμές που εξήχθησαν χρησιμοποιώντας τον τύπο 3.1) την οποία χρησιμοποιούμε ως σ_V για την επόμενη επανάληψη.

- (v) Η διαδικασία που περιγράψαμε πιο πάνω επαναλαμβάνεται τόσες φορές ώστε οι τιμές των περιουσιακών στοιχείων που έχουμε εκτιμήσει δύο διαδοχικές φορές να συγκλίνουν μεταξύ τους. Αυτό θα ισχύει όταν το άθροισμα των τετραγώνων των διαφορών τους είναι πολύ μικρή (περίπου 10^{-10}).
- (vi) Για να υπολογίσουμε την πιθανότητα αθέτησης χρειαζόμαστε την αναμενόμενη μεταβολή των περιουσιακών στοιχείων καθώς και την αναμενόμενη μεταβολή ενός δείκτη της αγοράς. Χρησιμοποιούμε τις τιμές που βρήκαμε στο προηγούμενο βήμα και εφαρμόζουμε το μοντέλο CAPM (Capital Asset Pricing Model) για να εκτιμήσουμε τις αναμενόμενες αποδόσεις, τη μέση τιμή και τέλος την πιθανότητα αθέτησης. Εδώ θα πρέπει να θυμίσουμε ότι το CAPM είναι ένα μοντέλο το οποίο περιγράφει τη σχέση μεταξύ κινδύνου και αναμενόμενης απόδοσης και συνήθως χρησιμοποιείται για την τιμολόγηση επικίνδυνων χρεογράφων. Ο τύπος του μοντέλου είναι:

$$E(R_i) = R + \beta_i \times (E(R_m) - R_f)$$

όπου:

- $R = \exp(r) - 1$,
- R_m : η τιμή του δείκτη αγοράς που επιλέγουμε,

- β_i : είναι το μέτρο της ευαισθησίας των περιουσιακών στοιχείων σε μία πιθανή κίνηση της αγοράς και το βρίσκουμε μέσω παλινδρόμησης σε ιστορικά δεδομένα.

Το market premium δεν μπορούμε να το γνωρίζουμε και κατά συνέπεια το υποθέτουμε. Αυτό σημαίνει ότι όλη η παραπάνω προσέγγιση για την εκτίμηση της πιθανότητας αθέτησης της εταιρίας βασίζεται στο πως θα κινηθεί η αγορά. Αυτό λοιπόν που θα μπορούσε να βοηθήσει ώστε να έχουμε μια πιο ξεκάθαρη εικόνα για το πως θα κυμαίνεται η πιθανότητα αθέτησης είναι να χρησιμοποιήσουμε ένα μεταβλητό market premium.

3.2 Σύστημα επίλυσης δύο εξισώσεων (Equity approach)

Μια άλλη προσέγγιση για την εκτίμηση της πιθανότητας αθέτησης είναι η λύση δύο ταυτόχρονων αλλά μη γραμμικών εξισώσεων. Το προς επίλυση σύστημα αποτελείται από τις ακόλουθες δύο εξισώσεις.

- (i) Την εξίσωση τιμολόγησης της μετοχής της εταιρίας

$$E_t = V_t \Phi(d_1) - D e^{(-r(T-t))} \Phi(d_2).$$

- (ii) Ένα μετασχηματισμό της μέσω του λήμματος του Ito. Υποθέτουμε ότι το μετοχικό κεφάλαιο της επιχείρησης ακολουθεί μια γεωμετρική κίνηση Brown. Αυτό γράφεται ως εξής:

$$dE_t = \mu E_t dt + \sigma_E E_t dW_t. \quad (3.5)$$

Χρησιμοποιώντας το λήμμα του Ito η σχέση αυτή γίνεται:

$$dE_t = \left(\frac{\partial E_t}{\partial V_t} \mu V_t + \frac{\partial E_t}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 E_t}{\partial V_t^2} \sigma^2 V_t^2 \right) dt + \frac{\partial E_t}{\partial V_t} \sigma V_t dW_t, \quad (3.6)$$

όπου: $\frac{\partial E_t}{\partial V_t} = \Phi(d_1)$.

Το δεξί μέρος των σχέσεων 3.5 και 3.6 είναι ίδιο άρα καταλήγουμε στη σχέση:

$$\sigma_E = \sigma \Phi(d_1) \frac{V_t}{E_t} \quad (3.7)$$

ή

$$\sigma = \frac{\sigma_E}{\Phi(d_1)} \frac{E_t}{V_t},$$

όπου d_1 και d_2 είναι οι ποσότητες των Black - Scholes όπως αναλύονται πιο πάνω.

Τα δεδομένα που χρησιμοποιούμε και σε αυτή την περίπτωση είναι όμοια με αυτά της επαναληπτικής προσέγγισης. Η μόνη νέα ποσότητα που χρειαζόμαστε είναι η εκτίμηση της τυπικής απόκλισης των τιμών της μετοχής σ_E . Ο τρόπος που εκτιμούμε την εν λόγω τιμή είναι μέσω των ιστορικών τιμών της μετοχής (για ένα έτος). Μετατρέπουμε τις τιμές των μετοχών σε ημερήσιες λογαριθμικές αποδόσεις και στη συνέχεια υπολογίζουμε την μέση τυπική απόκλιση.

Βήματα υπολογισμού της πιθανότητας αθέτησης:

(i) **Δεδομένα**

- Equity value E_t :
τιμή μετοχής την τελευταία παρατηρούμενη ημέρα \times αρ. μετοχών,
- Equity volatility σ_E (όπως αναλύσαμε προηγουμένως),
- Liabilities D_t ,
- Risk free rate r ,
- Χρονικός ορίζοντας ($T - t$) τον οποίο ορίζουμε ίσο με 1.

(ii) **Άγνωστοι:**

- Asset value V_t ,
- Asset volatility σ .

(iii) Υπολογίζουμε τις τιμές των d_1 , d_2 , E_t και σ_E μέσω του τύπου τιμολόγησης δικαιωμάτων προαίρεσης των Black-Scholes.

(iv) Λύνουμε το σύστημα των δύο εξισώσεων. Αυτό που θα πρέπει να συμβαίνει είναι η διαφορά μεταξύ των τιμών των μοντέλων και των παρατηρηθέντων τιμών να ισούται με μηδέν. Για να το επιλύσουμε ελαχιστοποιούμε το άθροισμα των τετραγώνων των διαφορών μεταξύ των τιμών των μοντέλων και των παρατηρηθέντων τιμών. Σημειώνουμε ότι επειδή οι τιμές των μετοχών και της τυπικής απόκλισης είναι διαφορετικής τάξης χρησιμοποιούμε τις ποσοστιαίες διαφορές τους.

(v) Η αντικειμενική συνάρτηση που ελαχιστοποιούμε είναι η εξής:

$$\left(\frac{Model E_t}{Observed E_t} - 1 \right)^2 + \left(\frac{Model \sigma_E}{Observed \sigma_E} - 1 \right)^2.$$

Για την επίλυση του μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε το σύστημα επίλυσης του excel, solver.

(vi) Για να υπολογίσουμε την πιθανότητα αθέτησης χρειάζεται να γνωρίζουμε την μέση τιμή μ των αποδόσεων των περιουσιακών στοιχείων. Μπορούμε, ομοίως με την επαναληπτική προσέγγιση, να εφαρμόσουμε το μοντέλο CAPM και να εκτιμήσουμε την πιθανότητα αθέτησης.

3.3 Η επαναληπτική προσέγγιση με ορίζοντα T ετών (Multi-period approach)

Μέχρι στιγμής η εφαρμογή του μοντέλου έχει γίνει με την υπόθεση ότι η λήξη του χρέους της επιχείρησης είναι σε ένα έτος. Θεωρούμε ότι δεν γίνονται πληρωμές ενδιάμεσα του χρόνου και για αυτό μπορούμε να παρομοιάσουμε το ποσό της υποχρέωσης με ένα ομόλογο με ετήσιες πληρωμές κουπονιού ή ακόμα και ένα ομόλογο με μηδενικό κουπόνι (στην ουσία αυτό που θέλουμε να δείξουμε είναι ότι δεν πληρώνονται μερίσματα ή τόκοι πριν την χρεοκοπία). Αυτό όμως δεν μπορεί να συμβαίνει στην πραγματικότητα καθώς η μέση ληκτότητα των χρεών μιας επιχείρησης είναι μεγαλύτερη από ένα έτος (στον ισολογισμό μιας επιχείρησης υπάρχει διάκριση μεταξύ των βραχυπρόθεσμων (≤ 1 έτους) και των μακροπρόθεσμων (> 1 έτους) υποχρεώσεων). Επομένως θα πρέπει να εξετάσουμε αν τα αποτελέσματα που λαμβάνουμε από το μοντέλο είναι καλύτερα θέτοντας τον χρονικό ορίζοντα μεγαλύτερο του έτους. Σε αυτή την περίπτωση δεν θα πρέπει η μόνη τροποποίηση που θα κάνουμε στο μοντέλο να είναι στον χρονικό ορίζοντα γιατί έτσι θα έχουμε αποτύχει να μοντελοποιήσουμε το γεγονός ότι γίνονται πληρωμές πριν επέλθει αθέτηση. Η προσέγγιση που εξετάζουμε σε αυτή την παράγραφο διατηρεί την ίδια μορφή με αυτή στην οποία υποθέτουμε ορίζοντα του ενός έτους καθώς θεωρούμε ότι υπάρχει μόνο μια ημερομηνία στην οποία γίνονται οι πληρωμές αλλά λαμβάνονται υπόψη οι ενδιάμεσες καταβολές. Τα τρία βασικά βήματα που ακολουθούνται στην εν λόγω προσέγγιση είναι τα ακόλουθα:

Βήμα 1: Υποθέτουμε ότι η επιχείρηση έχει μόνο μια υποχρέωση με λήξη ίση με τη μέση λήξη των υποχρεώσεων. Όπως αναφέραμε και πιο πάνω στον ισολογισμό οι υποχρεώσεις διακρίνονται σε αυτές που πρέπει να πληρωθούν άμεσα / βραχυπρόθεσμα - (current liabilities CL) και στις μακροπρόθεσμες (long term liabilities LL). Επειδή όμως η διαθέσιμη πληροφόρηση δεν επαρκεί για να εξάγουμε τον ακριβή μέσο εφαρμόζουμε έναν απλό κανόνα ο οποίος απαιτεί λιγότερα στοιχεία. Αυτός ο κανόνας υποθέτει ότι οι βραχυχρόνιες υποχρεώσεις έχουν μέση λήξη 0,5 έτη ενώ οι μακροχρόνιες 10 έτη. Επομένως η μέση ληκτότητα υπολογίζεται από τον τύπο:

$$\frac{0.5 \times CL + 10 \times LL}{L} \quad (3.8)$$

Βήμα 2: Όπως ήδη αναφέραμε σε αυτή την προσέγγιση πρέπει να λαμβάνουμε υπόψη τις πληρωμές που γίνονται μέχρι τη στιγμή της λήξης του χρέους. Εδώ θα πρέπει να σημειωθεί ότι η διαφορά της πληρωμής του κεφαλαίου του χρέους με την αποπληρωμή των μερισμάτων και των τόκων είναι ότι οι πληρωμές των δεύτερων γίνονται κατά τη διάρκεια της ζωής του χρέους και έτσι είναι λιγότερο επικίνδυνες.

Σε αυτό το βήμα συσσωρεύουμε τις πληρωμές των τόκων (I) και των μερισμάτων (D) στη λήξη που υποθέσαμε στο βήμα 1. Η συσσωρευμένη αυτή αξία είναι μια επιπλέον υποχρέωση της επιχείρησης στη λήξη του χρέους. Αυξάνουμε δηλαδή το μέτρο στο οποίο θα πρέπει η επιχείρηση να διατηρεί περιουσιακά στοιχεία ώστε να παραμένει φερέγγυα. Υποθέτουμε ότι τα μερίσματα πληρώνονται σε ετήσια βάση με ετήσιο επιτόκιο g . Αν D_0 είναι η πληρωμή που έγινε τώρα τότε:

$$D = \sum_{\tau=t+1}^T D_0(1+g)^\tau \exp(r(T-t)). \quad (3.9)$$

Επίσης, υποθέτουμε ότι οι πληρωμές των τόκων είναι ετήσιες με επιτόκιο c . Τότε:

$$I = \sum_{\tau=t+1}^T cD \exp(r(T-t)). \quad (3.10)$$

Βήμα 3: Για να κατανοήσουμε πως πρέπει να τιμολογηθεί το μετοχικό κεφάλαιο μελετούμε την αποπληρωμή των μετόχων στη λήξη T . Υποθέτουμε ότι τα συσσωρευμένα μερίσματα (D) έχουν μεγαλύτερη προτεραιότητα από το χρέος (L) και οι συσσωρευμένοι τόκοι (I) έχουν ίση προτεραιότητα με τα μερίσματα χάριν ευκολίας (η προτεραιότητα αντανακλάται από το γεγονός ότι οι πληρωμές γίνονται πριν τη λήξη του χρέους).

Το ποσό που θα λάβουν οι μέτοχοι στη λήξη του χρέους εξαρτάται από το πόσο επαρκούν τα περιουσιακά στοιχεία της εταιρίας ώστε να εκπληρώσει το ποσό των υποχρεώσεων της, των μερισμάτων και των τόκων που έχουν προκύψει μέχρι την λήξη του χρέους. Άρα θα πρέπει να εξετάσουμε τις τρεις παρακάτω ενδεχόμενες περιπτώσεις.

- $V_t < D + I$: Σε αυτή την περίπτωση η επιχείρηση χρεοκοπεί καθώς δεν έχει τη δυνατότητα να πληρώσει τις απαιτήσεις από τα μερίσματα και τους τόκους. Οι μέτοχοι θα λάβουν αμοιβή ίση με: $\frac{D}{(D+I)}V_t$.
- $L + D + I > V_t > I + D$: Η αξία των περιουσιακών στοιχείων δεν επαρκεί για να πληρωθούν οι υποχρεώσεις - η επιχείρηση τίθεται σε αθέτηση. Σε αυτή την περίπτωση οι μέτοχοι θα λάβουν μόνο το συσσωρευμένο ποσό των μερισμάτων D .
- $V_t > L + I + D$: Η επιχείρηση είναι υγιής και οι μέτοχοι λαμβάνουν το ποσό $D + (V_t - L - I - D) = V_t - L - I$.

Συνοπτικά, το μετοχικό κεφάλαιο μπορεί να ισούται με:

$$E_T = \begin{cases} \frac{D}{(D+I)}V_t, & V_t < D + I \\ D, & L + D + I > V_t > I + D \\ D + (V_t - L - I - D), & V_t > L + I + D \end{cases}$$

Η ανάλυση βασίζεται στον τύπο τιμολόγησης των δικαιωμάτων προαίρεσης ο οποίος επιστρέφει την αξία του μετοχικού κεφαλαίου ως συνάρτηση των περιουσιακών στοιχείων, των υποχρεώσεων και της ετήσια διακύμανσης των περιουσιακών στοιχείων.

- Ένα μερίδιο από $\frac{D}{D+I}$ επί των περιουσιακών στοιχείων το οποίο δίνει απόδοση:

$$\left(\frac{D}{D+I}V_t \right)$$

.

- Ένα μερίδιο από $\frac{D}{D+I}$ της αγοράς ενός call option επί των περιουσιακών στοιχείων με τιμή άσκησης δικαιώματος το οποίο δίνει απόδοση: $D + I$

$$\left(-\frac{D}{D+I}(V_t\Phi(k_1) - (D+I)e^{-r(T-t)}\Phi(k_2)) \right),$$

όπου:

$$k_1 = \frac{\ln\left(\frac{V_t}{D+I}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}$$

και

$$k_2 = k_1 - \sigma\sqrt{T-t}.$$

Το αρνητικό πρόσημο προκύπτει γιατί σε αυτή την περίπτωση αγοράζουμε ένα αξιόγραφο.

- Η αγορά ενός call option επί των περιουσιακών στοιχείων με τιμή άσκησης δικαιώματος $L + D + I$ το οποίο δίνει απόδοση:

$$V_t\Phi(d_1) - (L + D + I)e^{-r(T-t)}\Phi(d_2),$$

όπου:

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{V_t}{L+D+I}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}$$

και

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T-t}.$$

Χρησιμοποιώντας τον βασικό τύπο της τιμολόγησης των δικαιωμάτων προαίρεσης των Black - Scholes ($E_t = V_t\Phi(d_1) - De^{(-r(T-t))}\Phi(d_2)$) μοντελοποιείται η αξία του μετοχικού κεφαλαίου σήμερα:

$$E_t = \frac{D}{D+I}V_t + V_t\Phi(d_1) - (L+D+I)e^{-r(T-t)}\Phi(d_2) - \left(\frac{D}{D+I}(V_t\Phi(k_1) - (D+I)e^{-r(T-t)}\Phi(k_2))\right)$$

ή

$$E_t = \frac{D}{D+I}V_t + V_t\Phi(d_1) - (L+D+I)e^{-r(T-t)}\Phi(d_2) - \left(\frac{D}{D+I}(V_t\Phi(k_1) - (D+I)e^{-r(T-t)}\Phi(k_2))\right)$$

ή

$$E_t = V_t\Phi(d_1) - (L+D+I)e^{-r(T-t)}\Phi(d_2) + \frac{D}{D+I}(V_t - V_t\Phi(k_1) + (D+I)e^{-r(T-t)}\Phi(k_2)). \quad (3.11)$$

Όπου:

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{V_t}{L+D+I}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}},$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T-t},$$

$$k_1 = \frac{\ln\left(\frac{V_t}{D+I}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}},$$

και

$$k_2 = k_1 - \sigma\sqrt{T-t}.$$

Στη συνέχεια, μέσω του λήμματος του Ito, εξάγουμε ακόμα μια ισότητα η οποία συσχετίζει την διακύμανση του μετοχικού κεφαλαίου με τη διακύμανση των περιουσιακών στοιχείων (μετατροπή της σχέσης 3.7).

$$\sigma_E = \sigma \frac{V_t}{E_t} \left(\Phi(d_1) + \frac{D}{D+I} (1 - \Phi(k_1)) \right). \quad (3.12)$$

Σε αυτή την προσέγγιση η πιθανότητα αθέτησης εκτιμάται με τον τύπο:

$$PD = \Phi \left[-\frac{\ln\left(\frac{V_t}{L+D+I}\right) + \left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{(T-t)}} \right] \quad (3.13)$$

Πρέπει να σημειώσουμε ότι η πιθανότητα που εξάγεται είναι η πιθανότητα αθέτησης για τον χρονικό ορίζοντα που έχει οριστεί. Αυτό βέβαια που θα χρησίμευε στην πραγματικότητα θα ήταν η πιθανότητα χρεοκοπίας για το επόμενο έτος. Το μοντέλο που μελετάμε όμως δεν επιτρέπει να πραγματοποιηθεί αθέτηση πριν τη λήξη των υποχρεώσεων, κάτι το οποίο κάνει δύσκολο τη μετατροπή της πιθανότητας σε ετήσια βάση. Για να λάβουμε μία ένδειξη υποθέτουμε ότι οι πιθανότητες αθέτησης είναι σταθερές κατά τη διάρκεια του χρόνου. Έτσι οδηγούμαστε στον τύπο:

$$PD(1_y) = 1 - (1 - PD)^{\frac{1}{(T-t)}}.$$

Στο επόμενο κεφάλαιο αναλύουμε την εφαρμογή της επαναληπτικής προσέγγισης με χρονικό ορίζοντα ένα έτος και T έτη, της προσέγγισης μέσω επίλυσης του συστήματος των δύο εξισώσεων αλλά και του Altman Z-score στα δεδομένα δύο εταιριών, μιας επιχείρησης που γνωρίζουμε ήδη ότι χρεοκόπησε (SPRIDER STORES) και μιας υγιούς για τα οικονομικά δεδομένα της Ελλάδας (KOPPEΣ).

Κεφάλαιο 4

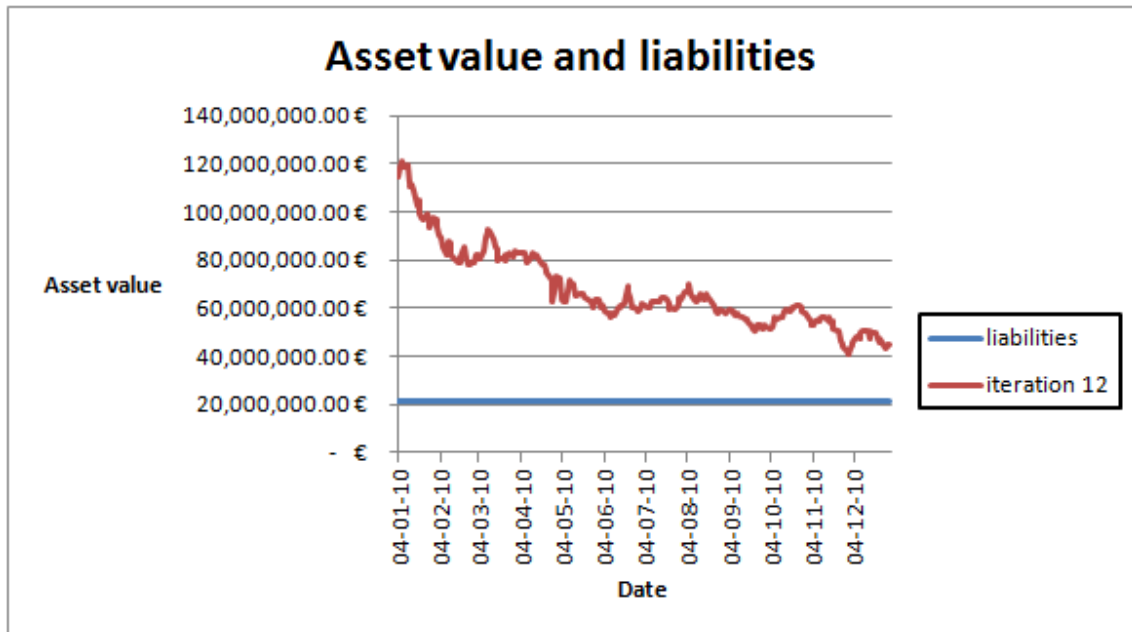
Μελέτη Περιπτώσεων

Σε αυτό το κεφάλαιο θα αναλύσουμε την εφαρμογή των ανωτέρω προσεγγίσεων σε πραγματικά δεδομένα τριών εταιριών, της SPRIDER STORES, της KOPPEΣ και της Τα στοιχεία τα οποία έχω χρησιμοποιήσει στην εν λόγω εργασία έχουν ληφθεί από το διαδίκτυο. Συγκεκριμένα οι ημερήσιες τιμές των μετοχών και του γενικού δείκτη από το euro2day.gr και οι οικονομικές αναλύσεις από το helex.gr.

4.1 Sprider Stores

Τον Δεκέμβριο του 2013 η εταιρία Sprider τέθηκε σε καθεστώς πτώχευσης (Το Πολυμελές Πρωτοδικείο Θεσσαλονίκης, σύμφωνα με πληροφορίες του Capital.gr, έκανε δεκτή την αίτηση πτώχευσης που είχε καταθέσει κατά της εταιρείας προμηθευτής.) Τα στοιχεία που χρησιμοποιήθηκαν είναι του 2010 και αρχικά θα ήθελα να σημειώσω τα εξής:

- (i) Αριθμός των μετοχών που διαπραγματεύονται στο χρηματιστήριο: 78.787.980.
- (ii) Όσον αφορά τις υποχρεώσεις της επιχείρησης (αναφερόμαστε στις δανειακές) εκεί έχουμε:
 - (α') Βραχυπρόθεσμες: €21.721.000
 - (β') Μακροπρόθεσμες: €21.400.000
- (iii) Η τιμή της μετοχής κατά τη διάρκεια του έτους μαρτυρά την πτωτική πορεία της επιχείρησης. Στις αρχές του 2010 η τιμή της μετοχής ήταν 1,15 ενώ έκλεισε το έτος με τιμή 0,29.



Σχήμα 4.1: Περιουσιακά στοιχεία 2010

4.1.1 Εφαρμογή της επαναληπτικής προσέγγισης

Στον πίνακα Β'.1 μπορούμε να δούμε ότι χρειάστηκε να γίνουν 12 επαναλήψεις ώστε τα αποτελέσματα των τιμών για τα περιουσιακά στοιχεία δύο διαδοχικών φορών να συγκλίνουν μεταξύ τους. Τα τελικά αποτελέσματα που πήραμε από την παρακάτω διαδικασία φαίνονται στο σχήμα 4.1

Η διαδικασία ξεκινάει με την επανάληψη 0 (στήλη F) στην οποία υπολογίζονται τα περιουσιακά στοιχεία της επιχείρησης με την πλέον βασική υπόθεση του MM για απλή κεφαλαιακή δομή, δηλαδή

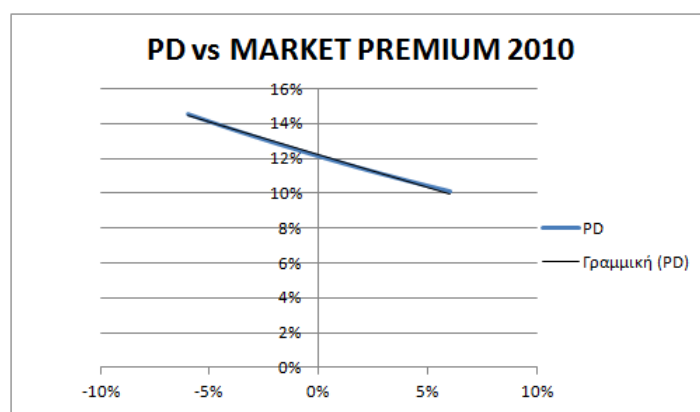
$$\text{asset value} = \text{market value of equities} + \text{market value of debt.}$$

Στον πίνακα Β'.2 μπορούμε να δούμε αναλυτικά την διαδικασία που ακολουθείται για την εκτίμηση της μεταβλητότητας του ρυθμού ανάπτυξης των περιουσιακών στοιχείων. Αφού έχουμε βρει τα περιουσιακά στοιχεία υπολογίζουμε την διακύμανση χρησιμοποιώντας τις λογαριθμικές αποδόσεις τους. Έτσι εξάγεται μια εκτίμηση της τυπικής απόκλισης την οποία θα χρησιμοποιήσουμε στην εξαγωγή των τιμών των περιουσιακών στοιχείων στην επόμενη επανάληψη. Η διαδικασία αυτή συνεχίζεται μέχρι τα αποτελέσματα να συγκλίνουν ή ώσπου το άθροισμα των τετραγώνων των διαφορών δύο διαδοχικών επαναλήψεων να πλη-

σιάζει την ποσότητα 10^{-10} . Στο επόμενο βήμα εφαρμόζουμε στο μοντέλο CAPM τις τιμές των περιουσιακών στοιχείων και την τυπική απόκλιση που υπολογίσαμε στο προηγούμενο μέρος για να εκτιμήσουμε τις αναμενόμενες αποδόσεις, τον αναμενόμενο ρυθμό ανάπτυξης των περιουσιακών στοιχείων μ και τέλος την πιθανότητα αθέτησης. Για την **απόδοση της αγοράς** χρησιμοποιήθηκαν ως υποκατάστατο οι ημερήσιες τιμές του Γενικού Δείκτη για το 2010 (R_m). Επίσης όσον αφορά το **market- risk-premium** δεν το γνωρίζουμε και για αυτό το λόγο το υποθέτουμε ίσο με μια σταθερή τιμή 6%.

Το αποτέλεσμα που εξάγουμε είναι ότι η εταιρία παρουσιάζει πιθανότητα αθέτησης με ποσοστό 10% περίπου. Ωστόσο αυτό που πρέπει να προσέξουμε είναι ότι η τελική τιμή που υπολογίζεται για την πιθανότητα αθέτησης εξαρτάται άμεσα από μία τιμή την οποία έχουμε υποθέσει και κατά συνέπεια δεν αντικατοπτρίζει την πραγματική πιθανότητα αθέτησης της εταιρίας. Το πως θα κινηθεί συνεπώς η αγορά θα επηρεάσει άμεσα την οικονομική πορεία της επιχείρησης. Αυτό είναι δυνατόν να το δούμε κάνοντας μια ανάλυση ευαισθησίας και παρατηρώντας τα αποτελέσματα που προκύπτουν (βλ. πίνακας Β'.4).

Ο συντελεστής συσχέτισης (ρ) είναι ένα μέτρο το οποίο εκφράζει το βαθμό με τον οποίο δύο μεταβλητές (στην περίπτωση μας το market premium και η πιθανότητα αθέτησης) συσχετίζονται, δηλαδή πως η μια μεταβάλλεται ως προς την άλλη. Το 2010 ο συντελεστής συσχέτισης ήταν -0,9986 κάτι το οποίο μας δείχνει ότι υπάρχει "ισχυρή" αρνητική συσχέτιση μεταξύ των δύο μεταβλητών (μια συσχέτιση την καλούμε "ισχυρή" όταν $|\rho| > 0,9$). Στο παρακάτω διάγραμμα φαίνεται καθαρά η αρνητική σχέση μεταξύ των δύο μεταβλητών.



Σχήμα 4.2: Διάγραμμα συσχέτισης market premium και πιθανότητας αθέτησης (2010)

Δηλαδή, όσο η αγορά κινείται με ανοδική πορεία (μεγάλο market premium) η πιθανότητα αθέτησης μειώνεται. Βέβαια, αυτό που παρατηρούμε είναι και ότι η σχέση μεταξύ των δύο φαίνεται ότι είναι γραμμική, κάτι το οποίο όμως δεν θα μπορούσε να είναι αληθές, βάση του τύπου της πιθανότητας αθέτησης. Αυτό που συμβαίνει σε αυτή την περίπτωση είναι ότι το εύρος των τιμών στις οποίες έχουμε εφαρμόσει την ανάλυση ευαισθησίας δεν είναι μεγάλο και κατά συνέπεια στο σχήμα μας δεν εμφανίζεται το ακριβές σχήμα. Αυτό όμως που μπορούμε με βεβαιότητα να πούμε είναι ότι η φθίνουσα πορεία της ελληνικής οικονομίας ήταν ακόμα μια αιτία στην χρεοκοπία της εταιρίας SPRIDER STORES ΑΕ. Αυτό φαίνεται να είναι λογικό αν σκεφτούμε ότι αφορά ένα κατάστημα ενδυμάτων. Όταν η αγορά δεν κινείται ανοδικά οι πωλήσεις μειώνονται και κατά συνέπεια αυξάνεται η πιθανότητα να μην μπορεί να εξοφλήσει τις υποχρεώσεις της. Βέβαια πρέπει να λαμβάνονται πάντα υπόψη οι υποθέσεις που έχουν γίνει για να ληφθούν αυτά τα αποτελέσματα.

4.1.2 Εφαρμογή της προσέγγισης των 2 εξισώσεων

Η μόνη νέα ποσότητα που χρειαζόμαστε σε αυτή την προσέγγιση είναι η εκτίμηση της τυπικής απόκλισης των τιμών της μετοχής σ_E . Όπως έχουμε ήδη αναφέρει στο θεωρητικό μέρος της εργασίας, ο τρόπος που εκτιμούμε την εν λόγω τιμή είναι μέσω των ιστορικών τιμών της μετοχής. Άρα αρχικά, μετατρέπουμε τις τιμές των μετοχών σε ημερήσιες λογαριθμικές αποδόσεις και στη συνέχεια υπολογίζουμε την μέση τυπική απόκλιση.

Στον πίνακα Β'5 φαίνονται αναλυτικά όλοι οι υπολογισμοί που αναλύσαμε στο κεφάλαιο 3.2.

Εφαρμόζουμε το μοντέλο CAPM (όπως και στην επαναληπτική προσέγγιση υποθέτουμε ένα market premium 6%) και εξάγουμε τα εξής αποτελέσματα:

- Αξία περιουσιακών στοιχείων: €41,049,440
- Μεταβλητότητα περιουσιακών στοιχείων: €4.17%
- Πιθανότητα αθέτησης: 0.00%

Αυτό που παρατηρούμε σε σχέση με την επαναληπτική προσέγγιση είναι ότι ίσως υπάρχει υποεκτίμηση της πιθανότητας αθέτησης.

Προτού συνεχίσουμε με την επόμενη προσέγγιση καλό θα ήταν να σχολιάσουμε τα αποτελέσματα των δύο πρώτων συγκριτικά.

• 2010:

- στην τιμή των περιουσιακών στοιχείων δεν βρίσκουμε ιδιαίτερη διαφορά (περίπου 9%)
- οι μεταβλητότητες που έχουν εκτιμηθεί ωστόσο διαφέρουν σε μεγάλο βαθμό και κατά συνέπεια εξάγεται και διαφορετική πιθανότητα αθέτησης.

Η διαφορά που εντοπίζουμε στην εκτίμηση της μεταβλητότητας των περιουσιακών στοιχείων οφείλεται στο γεγονός ότι έχουμε χρησιμοποιήσει ίδια μεν δεδομένα (ιστορικές τιμές των μετοχών), με διαφορετικό τρόπο δε. Στην προσέγγιση με τις δύο εξισώσεις τα χρησιμοποιήσαμε για να εκτιμήσουμε την μεταβλητότητα του μετοχικού κεφαλαίου. Αυτός είναι ένας καλός τρόπος να προσεγγίσουμε τη διακύμανση αν θεωρούμε ότι είναι σταθερή με το πέρασμα του χρόνου. Όμως το μετοχικό κεφάλαιο στον "κόσμο" του R. Merton είναι ένα call option το οποίο με τον κίνδυνο να διαφέρει αν ο λόγος $\frac{V_t}{E_t}$ ποικίλλει. Ισοδύναμα, θα μπορούσαμε να πούμε ότι ο κίνδυνος της μετοχής διαφέρει ανάλογα με την μόχλευση (ο συντελεστής μόχλευσης είναι ίσος με $\frac{V_t - E_t}{V_t} = 1 - \frac{E_t}{V_t}$). Από την άλλη, στην επαναληπτική προσέγγιση οι αλλαγές στη μόχλευση μοντελοποιούνται. Στη διαδικασία που ακολουθείται υποθέτουμε ότι η μεταβλητότητα των περιουσιακών στοιχείων είναι σταθερή στο πέρασμα του χρόνου. Βέβαια αυτή την υπόθεση την κάναμε και στην προσέγγιση με τις δύο μεταβλητές (η διακύμανση του μετοχικού κεφαλαίου είναι σταθερή αν και η μόχλευση και η διακύμανση των περιουσιακών στοιχείων είναι σταθερά). Για τα δεδομένα με μεγάλες διαφορές στη μόχλευση θα προτιμούσαμε την επαναληπτική προσέγγιση. Κατά τη διάρκεια της ανάλυσης των δύο ετών παρατηρούμε ότι ο δείκτης μόχλευσης για το 2010 αυξήθηκε από 21% σε 49%. Αυτό μας δείχνει ότι η μεταβλητότητα του μετοχικού κεφαλαίου υπολογίστηκε με ιστορικές αξίες με διαφορετική μεταβλητότητα (είτε χαμηλή είτε υψηλή).

4.1.3 Εφαρμογή του μοντέλου Μέρτον για χρονικό ορίζοντα T ετών

Στην παράγραφο 3.3 είδαμε το θεωρητικό μέρος του πως εκτιμούμε την πιθανότητα αθέτησης μιας επιχείρησης έχοντας ορίσει ως χρονικό ορίζοντα για τη λήξη των υποχρεώσεων την περίοδο $(T - t)$. Σε αυτή τη παράγραφο, θα παρουσιάσουμε την εφαρμογή της προσέγγισης στα πραγματικά δεδομένα της εταιρίας

Sprider. Στον πίνακα Β.7 βλέπουμε τα αποτελέσματα των υπολογισμών για το έτος 2010.

Σημειώνουμε πως για να λάβουμε μια ένδειξη για την ετήσια πιθανότητα αθέτησης, εξάγουμε μια ετησιοποιημένη πιθανότητα κάτω από την υπόθεση ότι οι πιθανότητες αθέτησης είναι σταθερές στο χρόνο. (χρησιμοποιήθηκε ο τύπος $1 - (1 - pd)^{\left(\frac{1}{T-t}\right)}$)

Το αποτέλεσμα που εξάγουμε από αυτή την προσέγγιση είναι μηδενική πιθανότητα αθέτησης. Επίσης θα πρέπει και σε αυτή την περίπτωση να σημειωθεί ότι εκτός από τις υποθέσεις του μοντέλου τα αποτελέσματα επηρεάζονται και από το γεγονός ότι έχουμε ορίσει ένα επιτόκιο κουπονιού και το συντελεστή ανάπτυξης των μερισμάτων. Άρα τα αποτελέσματά μας εξαρτώνται πάλι από την αγορά και καλό θα είναι να γίνεται η σχετική ανάλυση προτού προβούμε σε συμπεράσματα.

Από τις παραπάνω προσεγγίσεις συνοπτικά αναφέρουμε ότι τα αποτελέσματα της πιθανότητας αθέτησης που λάβαμε για το 2010 ήταν τα εξής:

- Iterative 1 year: 10.07%
- 2 - equations: 0.00%
- Iterative T years: 0.00%

Αυτό που διαπιστώνουμε είναι μεγάλη διαφορά στα αποτελέσματα μεταξύ της πρώτης προσέγγισης και των άλλων δύο. Δεδομένου όμως ότι γνωρίζουμε ότι η εν λόγω επιχείρηση οδηγήθηκε σε χρεοκοπία το 2013 θεωρούμε ότι η επαναληπτική προσέγγιση με χρονικό ορίζοντα ενός έτους είναι πιο κοντά στην πραγματικότητα.

4.1.4 The Altman z-score - Sprider

Ένα ακόμη στατιστικό εργαλείο για να εξετάσουμε αν μια εταιρία αντιμετωπίζει την πιθανότητα πτώχευσης είναι το Altman z-score.

Όπως έχουμε ήδη αναπτύξει στο 1.2 το μοντέλο αυτό εξάγει για κάθε επιχείρηση έναν αριθμό (το λεγόμενο Z-score) το οποίο βασίζεται σε 5 οικονομικούς λόγους. Στους πίνακες 4.1 φαίνονται οι αναλυτικοί υπολογισμοί για το Altman z-score με τις τρεις εναλλακτικές περιπτώσεις που είδαμε:

Πίνακας 4.1: Υπολογισμός του Altman z-score 2010

Altman Z-score			
Δείκτες		Ποσοστό συμμετοχής	Δείκτης * Ποσοστό
X1 =	0.013845486	1.2	0.016614584
X2 =	0.099918383	1.4	0.139885736
X3 =	-0.033257108	3.3	-0.109748458
X4 =	0.526136089	0.6	0.315681653
X5 =	1.01472048	0.999	1.01370576
ΣΥΝΟΛΟ			1.376139275
Altman Z' - score			
Δείκτες		Ποσοστό συμμετοχής	Δείκτης * Ποσοστό
X1 =	0.013845486	0.717	0.009927214
X2 =	0.099918383	0.847	0.08463087
X3 =	-0.033257108	3.107	-0.103329836
X4 =	0.605470364	0.42	0.254297553
X5 =	1.01472048	0.998	1.012691039
ΣΥΝΟΛΟ			1.25821684
Altman Z'' -score			
Δείκτες		Ποσοστό συμμετοχής	Δείκτης * Ποσοστό
X1 =	0.013845486	6.56	0.090826391
X2 =	0.099918383	3.26	0.325733928
X3 =	-0.033257108	6.72	-0.223487768
X4 =	0.605470364	1.05	0.635743882
ΣΥΝΟΛΟ			0.828816433

Όπως παρατηρούμε το z-score βρίσκεται στην "προβληματική" περιοχή, δηλαδή υπάρχει ένδειξη μέσα στα επόμενα δύο έτη η επιχείρηση να προβεί σε αθέτηση.

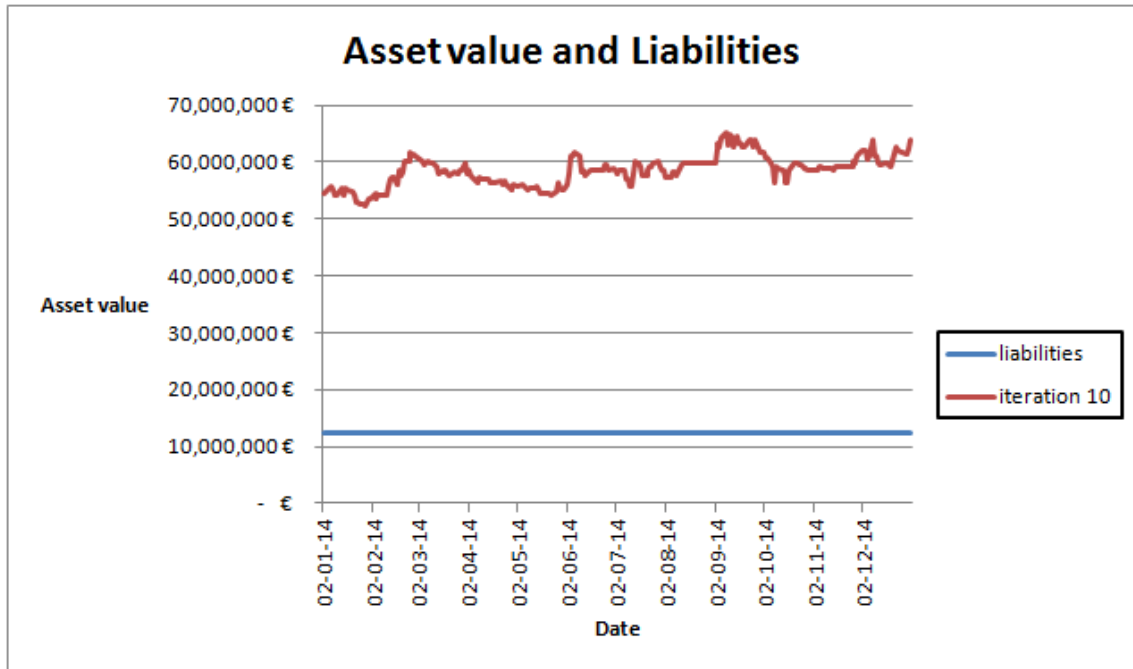
4.2 Κορρές

Στο προηγούμενο παράδειγμα είδαμε πως το MM αλλά και το Z-score του Altman υποδεικνύουν πτώχευση για την εταιρία Sprider Stores AE εξετάζοντας το έτος 2010. Από την μετέπειτα εξέλιξη της εν λόγω εταιρίας μπορούμε να πούμε ότι λειτουργούν "σωστά". Εφαρμόζοντας της ίδια διαδικασία στα οικονομικά δεδομένα της εταιρίας KOPRES AE, μια επιχείρηση η οποία γνωρίζουμε βάση των οικονομικών της στοιχείων ότι είναι κερδοφόρα, τα αποτελέσματα που λαμβάνουμε είναι τα ακόλουθα.

Τα στοιχεία που χρησιμοποιήθηκαν είναι πιο πρόσφατα, του έτους 2014.

4.2.1 Εφαρμογή της επαναληπτικής προσέγγισης

Για τα δεδομένα της εταιρίας KORRES η διαδικασία χρειάστηκε να επαναληφθεί 10 φορές ώστε να εξάγουμε τα αποτελέσματα που επιθυμούμε (δηλαδή



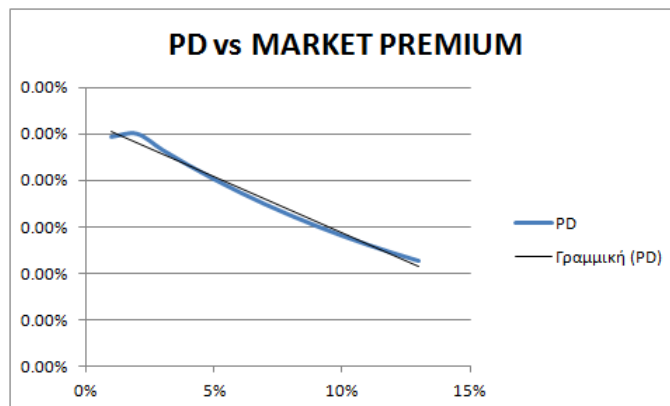
Σχήμα 4.3: Περιουσιακά στοιχεία 2014

μέχρι τα αποτελέσματα των τιμών για τα περιουσιακά στοιχεία δύο διαδοχικών επαναλήψεων να συγκλίνουν μεταξύ τους). Στο σχήμα 4.5 φαίνεται η πορεία των περιουσιακών στοιχείων που εκτιμούνται με το MM κατά τη διάρκεια του έτους. Σε αντίθεση με το αντίστοιχο σχήμα που είδαμε στην Sprider, εδώ διακρίνουμε μια σταθερή (κατά διαστήματα ανοδική) πορεία στη διάρκεια του έτους. Τα αποτελέσματα που εξάγουμε από αυτή την προσέγγιση είναι τα εξής:

- Αξία περιουσιακών στοιχείων: €63,932,275
- Μεταβλητότητα περιουσιακών στοιχείων: €25.10%
- Πιθανότητα αθέτησης: 0.00%

Το αποτέλεσμα της μηδενικής πιθανότητας αθέτησης στο οποίο καταλήγουμε είναι και το αναμενόμενο (σύμφωνα με τα προαναφερόμενα). Βέβαια, και εδώ δεν θα πρέπει να ξεχνάμε ότι η εκτίμηση της πιθανότητας έχει γίνει κάτω από την υπόθεση ενός σταθερού market premium και θα πρέπει να γίνει αντίστοιχα με το προηγούμενο παράδειγμα μια ενδεικτική ανάλυση ευαισθησίας με την εκτιμώμενη πιθανότητα αθέτησης.

Για το 2014 ο συντελεστής συσχέτισης (ρ) ήταν -0.9944 κάτι το οποίο μας δείχνει ότι υπάρχει "ισχυρή" αρνητική συσχέτιση μεταξύ των δύο μεταβλητών. Στο διάγραμμα 4.4 φαίνεται καθαρά η αρνητική σχέση μεταξύ των δύο μεταβλητών, δηλαδή, όσο η αγορά κινείται με ανοδική πορεία (μεγάλο market premium) η πιθανότητα αθέτησης μειώνεται.



Σχήμα 4.4: Διάγραμμα συσχέτισης market premium και πιθανότητας αθέτησης (2014)

4.2.2 Εφαρμογή της προσέγγισης των 2 εξισώσεων

Εφαρμόζουμε στα δεδομένα μας τους υπολογισμούς που έχουμε ήδη αναλύσει στο κεφάλαιο 3.2 και το προηγούμενο παράδειγμα και τα αποτελέσματα φαίνονται στον πίνακα Β'13.

Παρατηρούμε ότι και με αυτή την προσέγγιση η πιθανότητα αθέτησης παραμένει μηδενική όπως αναμέναμε.

Σε αντίθεση με τα αποτελέσματα που λάβαμε για την εταιρία SPRIDER STORES τα αποτελέσματα εδώ και για τις δύο προσεγγίσεις δεν διαφέρουν σημαντικά (και τα περιουσιακά στοιχεία αλλά και η μεταβλητότητα τους κινείται στα ίδια επίπεδα) και έτσι οι πιθανότητες και στις δύο είναι σχεδόν μηδενικές. Κάνοντας έναν έλεγχο στον δείκτη μόχλευσης κατά τη διάρκεια του έτους που εξετάζουμε θα παρατηρήσουμε ότι οι τιμές του δεν μεταβάλλονται ιδιαίτερα - κινούνται γύρω από το 21%.

4.2.3 Εφαρμογή του μοντέλου Μέρτον για χρονικό ορίζοντα T ετών

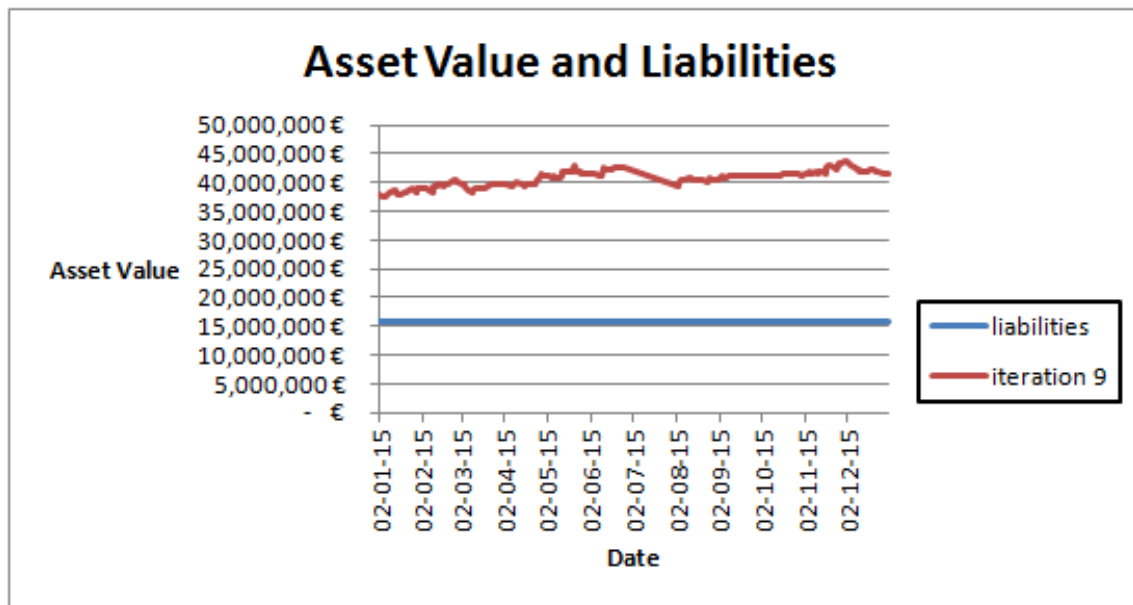
Στον πίνακα Β'.14 βλέπουμε τα αποτελέσματα των υπολογισμών για το έτος 2014. Μεσώ και αυτής της προσέγγισης η πιθανότητα αθέτησης είναι μηδενική. Από τα παραπάνω βλέπουμε ότι στην περίπτωση της εταιρίας ΚΟΡΡΕΣ η πιθανότητα αθέτησης και με τις τρεις προσεγγίσεις που εξετάσαμε είναι μηδενική. Άρα δεν προκύπτει κάποια αμφισβήτηση ως προς το αποτέλεσμα.

4.2.4 The Altman z-score - Sprider

Στον πίνακα 4.2 παρουσιάζονται οι αναλυτικοί υπολογισμοί για το Altman z-score και των λοιπών προσεγγίσεων του για την επιχείρηση ΚΟΡΡΕΣ ΑΕ για το 2014. Ένα σημαντικό στοιχείο που παρατηρούμε στα οικονομικά στοιχεία της εν λόγω επιχείρησης είναι ότι τα παρακρατηθέντα κέρδη είναι αρνητική ποσότητα κάτι το οποίο θα πρέπει να προβληματίζει για την πορεία της. Αρνητικά παρακρατηθέντα κέρδη σημαίνει ότι η εταιρεία αντιμετωπίζει προβλήματα στη λειτουργία της, με αποτέλεσμα τη μείωση της περιουσίας των μετόχων.

Πίνακας 4.2: Υπολογισμός του Altman z-score 2014

Altman Z-score			
Δείκτες		Ποσοστό συμμετοχής	Δείκτης * Ποσοστό
X1 =	0.066844197	1.2	0.080213036
X2 =	-0.08369343	1.4	-0.117170802
X3 =	0.003337579	3.3	0.011014009
X4 =	1.199736464	0.6	0.719841878
X5 =	0.72951038	0.999	0.72878087
ΣΥΝΟΛΟ			1.422678991
Altman Z'-score			
Δείκτες		Ποσοστό συμμετοχής	Δείκτης * Ποσοστό
X1 =	0.066844197	0.717	0.047927289
X2 =	-0.08369343	0.847	-0.070888335
X3 =	0.003337579	3.107	0.010369857
X4 =	0.300704139	0.42	0.126295738
X5 =	0.72951038	0.998	0.728051359
ΣΥΝΟΛΟ			0.841755908
Altman Z''-score			
Δείκτες		Ποσοστό συμμετοχής	Δείκτης * Ποσοστό
X1 =	0.066844197	6.56	0.438497931
X2 =	-0.08369343	3.26	-0.272840583
X3 =	0.003337579	6.72	0.022428528
X4 =	1.053877183	1.05	1.106571042
ΣΥΝΟΛΟ			1.294656918



Σχήμα 4.5: Περιουσιακά στοιχεία 2015

Αυτό που παρατηρούμε είναι ότι από τις δύο πρώτες προσεγγίσεις το συμπέρασμα που εξάγεται είναι ότι η εταιρία βρίσκεται στην "προβληματική" περιοχή καθώς οι τιμές είναι μικρότερες του 1,8. Δηλαδή βάση αυτού η εν λόγω εταιρία έχει μεγάλη πιθανότητα στα επόμενα δύο χρόνια να αθετήσει. Αντίθετα όμως με αυτό το αποτέλεσμα το Z" είναι μεγαλύτερο της τιμής 1.10 και κατά συνέπεια δεν βρίσκεται σε δυσμενή κατάσταση.

4.3 Π. Πετρόπουλος ΑΕΒΕ

Στο τελευταίο παράδειγμα, εξετάζουμε τα αποτελέσματα που εξάγονται από τα οικονομικά δεδομένα της εταιρίας Π. ΠΕΤΡΟΠΟΥΛΟΣ ΑΕΒΕ, μια επιχείρηση η οποία γνωρίζουμε βάση των οικονομικών της στοιχείων ότι είναι κερδοφόρα, τα αποτελέσματα που λαμβάνουμε είναι τα ακόλουθα.

Τα στοιχεία που χρησιμοποιήθηκαν είναι αυτά του έτους 2015.

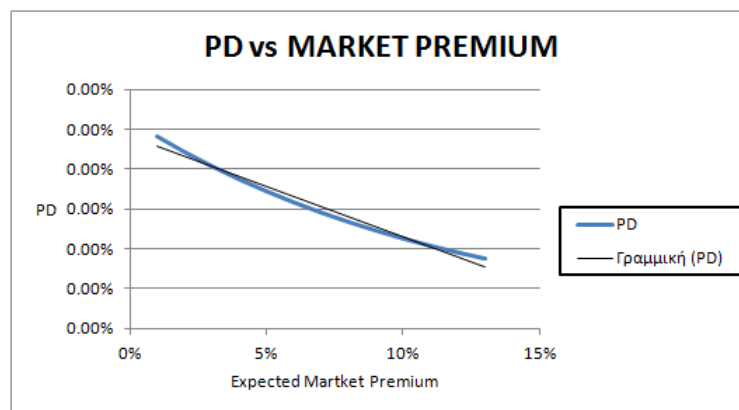
4.3.1 Εφαρμογή της επαναληπτικής προσέγγισης

Στο σχήμα ?? φαίνεται η πορεία των περιουσιακών στοιχείων που εκτιμούνται με το MM κατά τη διάρκεια του έτους.

Τα αποτελέσματα που εξάγουμε από αυτή την προσέγγιση είναι τα εξής:

- Αξία περιουσιακών στοιχείων: €41,589,395
- Μεταβλητότητα περιουσιακών στοιχείων: €13.54%
- Πιθανότητα αθέτησης: 0.00%

Το αποτέλεσμα της μηδενικής πιθανότητας αθέτησης στο οποίο καταλήγουμε είναι και το αναμενόμενο δεδομένων των "καλών οικονομικών στοιχείων της εταιρίας. Εφαρμόζοντας μια ενδεικτική ανάλυση ευαισθησίας με την εκτιμώμενη πιθανότητα αθέτησης παίρνουμε το διάγραμμα 4.6 το οποίο μας δείχνει τη αρνητική σχέση μεταξύ των δύο μεταβλητών.



Σχήμα 4.6: Διάγραμμα συσχέτισης market premium και πιθανότητας αθέτησης (2015)

4.3.2 Εφαρμογή της προσέγγισης των 2 εξισώσεων

Και με αυτή την προσέγγιση η πιθανότητα αθέτησης εκτιμάται να είναι μηδενική. Τα αναλυτικά αποτελέσματα φαίνονται στον πίνακα Β'.19.

Αυτό που είναι σημαντικό να παρατηρήσουμε είναι ότι τα αποτελέσματα των δύο ανωτέρω προσεγγίσεων είναι σχεδόν ίδια. Το ποσό των περιουσιακών στοιχείων στην επαναληπτική προσέγγιση είναι €41,589,395 ενώ με τις 2 προσεγγίσεις €41,576,002. Αντίστοιχα και η μεταβλητότητα κυμαίνεται στα ίδια επίπεδα.

4.3.3 Εφαρμογή του μοντέλου Μέρτον για χρονικό ορίζοντα T ετών

Στον πίνακα Β.20 βλέπουμε τα αποτελέσματα των υπολογισμών για το έτος 2015. Ωστόσο, σε αυτή την προσέγγιση βλέπουμε μια υπερεκτίμηση της πιθανότητας αθέτησης καθώς εκτιμάται περίπου στο 3%.

4.3.4 The Altman z-score - Sprider

Από τον πίνακα 4.3 διακρίνουμε ότι σύμφωνα με την πρώτη και την τρίτη προσέγγιση η επιχείρηση δεν πρόκειται να αθετήσει στα επόμενα δύο ετή σε αντίθεση με τα αποτελέσματα της δεύτερης προσέγγισης που θέτει την επιχείρηση στην "προβληματική" περιοχή καθώς η τιμή του score είναι μικρότερη του 1,8.

Πίνακας 4.3: Υπολογισμός του Altman z-score 2015

Altman Z-score			
Δείκτες		Ποσοστό συμμετοχής	Δείκτης * Ποσοστό
X1 =	0.146834933	1.2	0.17620192
X2 =	0.03032609	1.4	0.042456527
X3 =	0.017526945	3.3	0.057838919
X4 =	0.663192558	0.6	0.397915535
X5 =	1.154044233	0.999	1.152890189
ΣΥΝΟΛΟ			1.827303089
Altman Z'-score			
Δείκτες		Ποσοστό συμμετοχής	Δείκτης * Ποσοστό
X1 =	0.146834933	0.717	0.105280647
X2 =	0.03032609	0.847	0.025686199
X3 =	0.017526945	3.107	0.054456219
X4 =	0.795684755	0.42	0.334187597
X5 =	1.154044233	0.998	1.151736144
ΣΥΝΟΛΟ			1.671346805
Altman Z''-score			
Δείκτες		Ποσοστό συμμετοχής	Δείκτης * Ποσοστό
X1 =	0.146834933	6.56	0.963237161
X2 =	0.03032609	3.26	0.098863055
X3 =	0.017526945	6.72	0.117781071
X4 =	0.4825557	1.05	0.506683485
ΣΥΝΟΛΟ			1.686564771

Κεφάλαιο 5

Σύμπερασματα

Φτάνοντας στο τέλος αυτής της εργασίας θα ήταν χρήσιμο να συνοψίσουμε τη μελέτη που έγινε καθώς και τα αποτελέσματα στα οποία καταλήξαμε.

Όπως αναφέραμε αρχικά, δεδομένων των γενικότερων οικονομικών εξελίξεων και της οικονομικής κατάστασης η οποία επικρατεί τα τελευταία χρόνια έχει δοθεί ιδιαίτερο ενδιαφέρον για την εκτίμηση του πιστωτικού κινδύνου. Βέβαια αυτό είναι κάτι το οποίο έχει ήδη αναπτυχθεί εδώ και αρκετές δεκαετίες.

Η μελέτη για την εν λόγω εργασία ξεκινά με την δημοσίευση του Edward Altman «Z-score formula for predicting bankruptcy» το 1968 με την οποία αναπτύχθηκε μία από τις πιο επιτυχημένες προσεγγίσεις μέτρησης πιστωτικού κινδύνου βασιζόμενη σε 5 οικονομικούς λόγους.

Στη συνέχεια αναπτύχθηκαν τρεις διαφορετικές προσεγγίσεις του MM. Ο R. Merton το 1974 εισάγει για πρώτη φορά την ερμηνεία της μετοχής μια επιχείρησης ως ένα δικαίωμα προαίρεσης πώλησης των μετοχών με υποκείμενο τίτλο τα περιουσιακά στοιχεία της επιχείρησης, τιμή εξάσκησης ίση με την αξία του χρέους της επιχείρησης και χρόνο λήξης τον χρόνο λήξης του χρέους της επιχείρησης. Το MM αποτελεί το κύριο δομικό μοντέλο και χρησιμοποιεί τους τύπους τιμολόγησης δικαιωμάτων προαίρεσης που αναπτύχθηκαν από τους Black & Scholes το 1973.

Σκοπός του μοντέλου είναι η εύρεση της πιθανότητας αθέτησης μιας επιχείρησης. Ωστόσο, για να μπορέσουμε να εκτιμήσουμε την εν λόγω ποσότητα θα πρέπει να γνωρίζουμε τα περιουσιακά στοιχεία της επιχείρησης μια δεδομένη χρονική στιγμή αλλά και την ετήσια αύξηση της μεταβλητότητας τους.

Για την επίλυση αυτού του προβλήματος αναπτύχθηκαν τρεις διαφορετικές προσεγγίσεις εκτίμησης της πιθανότητας. Την επαναληπτική προσέγγιση, την επέ-

κτασή της για χρονικό ορίζοντα T ετών αλλά και την προσέγγιση μέσω επίλυσης δύο εξισώσεων. Στη συνέχεια, εφαρμόστηκαν στα δεδομένα δύο επιχειρήσεων. Για την καλύτερη κατανόηση των προσεγγίσεων έγινε εφαρμογή σε πραγματικά δεδομένα τριών ελληνικών επιχειρήσεων εισηγμένων στο χρηματιστήριο. Τα δεδομένα που χρησιμοποιήθηκαν αντλήθηκαν κατά κύριο λόγο από τους ισολογισμούς των εταιριών και των ετήσιων οικονομικών αναφορών οι οποίες είναι διαθέσιμες στο διαδίκτυο. Επίσης, οι αξίες των μετοχών τους αντλήθηκαν από το διαδίκτυο. Τα αποτελέσματα που λαμβάνουμε από την εφαρμογή φαίνεται κατά κύριο λόγο να προσεγγίζουν την πραγματικότητα. Το 2010 για παράδειγμα η πιθανότητα αθέτησης φτάνει το 10% για την SPRIDER STORES AE ενώ για την KORRES και την ΠΕΤΡΟΣ ΠΕΤΡΟΠΟΥΛΟΣ το αποτέλεσμα είναι 0.00%.

Βέβαια σε όλα τα ανωτέρω είναι σημαντικό να λάβουμε υπόψη μας το γεγονός ότι για να καταλήξουμε στα αποτελέσματα αυτά έχουμε κάνει κάποιες υποθέσεις οι οποίες όμως μπορεί στην πραγματικότητα να μην ισχύουν.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑΤΑ

Παράρτημα Α΄

Pricing of options

Αυτό το παράρτημα βοηθάει τον αναγνώστη στο να κατανοήσει βασικούς ορισμούς και έννοιες της τιμολόγησης δικαιωμάτων προαίρεσης (option pricing) οι οποίες χρησιμοποιούνται στη διάρκεια της εργασίας.

Α΄.1 Χρηματοοικονομικά προϊόντα

Τα Παράγωγα Χρηματοοικονομικά Προϊόντα (derivatives) χωρίζονται σε δύο κατηγορίες:

- (i) Συμβόλαια μελλοντικής Εκπλήρωσης (Futures)
- (ii) Δικαιώματα προαίρεσης (Options) .

Σε αυτό το παράρτημα θα ασχοληθούμε και θα αναλύσουμε τα options. Δικαίωμα προαίρεσης (option) είναι ένα συμβόλαιο (συμφωνία) το οποίο δίνει στον αγοραστή του το δικαίωμα, αλλά όχι την υποχρέωση, να αγοράσει (**δικαίωμα αγοράς, call**) ή να πουλήσει (**δικαίωμα πώλησης, put**) μια προκαθορισμένη ποσότητα ενός αγαθού, σε μια προκαθορισμένη ποσότητα ενός αγαθού, σε μια προκαθορισμένη ημερομηνία στο μέλλον σε μια προκαθορισμένη τιμή συναλλαγής. Ο πωλητής του δικαιώματος αναλαμβάνει την αντίστροφη υποχρέωση. Πιο απλά θα αγοράζαμε ένα call option αν πιστεύαμε ότι η τιμή της μετοχής / του χρεογράφου θα αυξηθεί ενώ θα αγοράζαμε ένα put option αν πιστεύαμε αντίστοιχα ότι η αξία αυτή θα μειωθεί.

- (i) Ημερομηνία Λήξης (maturity): η ημερομηνία που αναγράφεται στο συμβόλαιο ότι μπορεί να ασκηθεί το δικαίωμα.

- (ii) Τιμή άσκησης δικαιώματος (strike price): η τιμή στην οποία ο κάτοχος ενός δικαιώματος μπορεί να αγοράσει ή να πωλήσει τον τίτλο αν επιλέξει να ασκήσει το δικαίωμα.
- (iii) Τιμή δικαιώματος (premium): το ποσό που πρέπει να καταβάλλει ο αγοραστής του δικαιώματος στον πωλητή ανεξάρτητα από την εξέσκηση ή όχι του δικαιώματος.
- (iv) Αμερικάνικο δικαίωμα προαίρεσης (American option): σε αυτή την περίπτωση το δικαίωμα μπορεί να ασκηθεί οποιαδήποτε στιγμή μέχρι τη λήξη της συμφωνίας.
- (v) Ευρωπαϊκό δικαίωμα προαίρεσης (European option): αυτού του είδους τα δικαιώματα μπορούν να ασκηθούν μόνο τη χρονική στιγμή λήξης της συμφωνίας.
- (vi) Option positions: Στη σύναψη ενός option υπάρχουν δύο μέρη. Από την μία πλευρά βρίσκεται ο επενδυτής ο οποίος πουλάει ή "γράφει" το option και ο οποίος λέμε ότι έχει πάρει μια θέση short και από την άλλη υπάρχει ο επενδυτής ο οποίος αγοράζει το option και οποίος λέμε ότι έχει πάρει μια θέση long στη συναλλαγή αυτή. Επομένως με βάση τα είδη των option και των θέσεων των επενδυτών υπάρχουν τέσσερα είδη θέσεων:
 - (α') long position in a call option,
 - (β') short position in a call option,
 - (γ') long position in a put option,
 - (δ') short position in a put option.

ΒΑΣΙΚΕΣ ΧΡΗΣΕΙΣ ΤΩΝ OPTION

(i) ΑΝΤΙΣΤΑΘΜΙΣΗ (Hedging):

Μπορούμε να σκεφτούμε τη διαδικασία της αντιστάθμισης μέσω ενός δικαιώματος προαίρεσης ως ένα ασφαλιστήριο συμβόλαιο το οποίο θα ασφαλίσει τις επενδύσεις από μια πιθανή πτώση των τιμών. Για παράδειγμα, έστω ένας επενδυτής ο οποίος τον Μάρτιο του 2015 έχει 1.000 μετοχές της Apple. Η τιμή της μετοχής είναι €125.90 (22/03/2015). Ο επενδυτής ανησυχεί για πιθανή πτώση της τιμής τους επόμενους δύο μήνες και θέλει προστασία. Αν ο επενδυτής αγοράσει 10 put options με λήξη τον Ιούνιο

και τιμή άσκησης €125 θα του δώσει το δικαίωμα να πουλήσει συνολικά 1.000 μετοχές με τιμή €125 η μία. Αν η τιμή του δικαιώματος είναι €1, τότε κάθε συμφωνία δικαιώματος θα κόστιζε $100 * €1 = €100$ και το συνολικό κόστος της στρατηγικής αντιστάθμισης κινδύνου θα ήταν $10 * €100 = €1.000$. Με αυτόν τον τρόπο ακόμα και να πέσει η τιμή της ομολογίας κάτω της τιμής €125.90 ο επενδυτής θα πάρει σίγουρα €124.000 (€125.000 από την άσκηση του δικαιώματος μείον €1.000 για το κόστος) **Σημείωση:** στην πραγματικότητα ένα τέλεια τιμολογημένο put option για αντιστάθμιση θα ήταν αυτό το οποίο θα είχε μηδενικά έξοδα.

(ii) **Κερδοσκοπία (Speculation):** Η κερδοσκοπία στις αγορές χρήματος, κεφαλαίου, εμπορευμάτων και ακινήτων αποβλέπει την σε σύντομο χρόνο απόληψη μεγάλων κερδών. Ενέχει, όμως, και μεγάλο κίνδυνο διότι μπορεί να οδηγήσει σε μεγάλες ζημιές. Ο κατ' επάγγελμα κερδοσκόπος επενδύει όταν εκτιμά ότι η αξία ενός περιουσιακού στοιχείου θα αυξηθεί κατακόρυφα και άμεσα. Μορφή της κερδοσκοπίας είναι και η αγορά και πώληση στη διάρκεια της ίδιας ημέρας (day trading). Τα δικαιώματα προαίρεσης μπορούν να χρησιμοποιηθούν με σκοπό την κερδοσκοπία. Στην πραγματικότητα η κερδοσκοπία μπορεί να παρομοιαστεί με ένα στοίχημα για την κίνηση ενός χρεογράφου. Το πλεονέκτημα των δικαιωμάτων προαίρεσης είναι ότι δεν είσαι περιορισμένος να έχεις κέρδος μόνο στην περίπτωση που οι τιμές αυξάνονται αλλά και όταν οι τιμές μειώνονται. Για παράδειγμα: Έστω ότι ένας επενδυτής έχει €2.000 να επενδύσει στην εταιρία Κ και ότι έχει δύο επιλογές:

(α') Η μετοχή της εταιρίας κοστίζει €50 άρα μπορεί να αποκτήσει 40 μετοχές

(β') Ένα call option με τιμή άσκησης δικαιώματος και λήξη σε 6 μήνες κοστίζει €2 άρα μπορεί να ελέγχει 1.000 μετοχές.

Άρα η κερδοσκοπία χρησιμοποιώντας δικαιώματα προαίρεσης είναι περισσότερο ευέλικτη καθώς ελέγχοντας 100 μετοχές με ένα συμβόλαιο, δεν χρειάζεται περισσότερο από μια κίνηση των τιμών για να παράγεις κέρδη.

Α.2 Τιμολόγηση option

Η ιστορία της θεωρίας της τιμολόγησης των option ξεκινά το 1900 όταν ο Γάλλος μαθηματικός Louis Bachelier ανέπτυξε έναν τύπο τιμολόγησης option ο οποίος βασιζόταν στην υπόθεση ότι οι τιμές των μετοχών ακολουθούν μία Κίνηση Brown με μηδενική μέση τιμή (τάση). Οι παράγοντες που επηρεάζουν την τιμή των option είναι οι εξής:

- Τρέχουσα τιμή της μετοχής S_0
- Τιμή άσκησης του δικαιώματος K
- Χρόνος μέχρι τη λήξη του δικαιώματος T
- Μεταβλητότητα της τιμής του δικαιώματος σ
- Μελλοντικά μερίσματα / έσοδα (dividends)

Ο παρακάτω πίνακας δείχνει συνοπτικά πως επηρεάζεται η τιμή ενός option (Ευρωπαϊκού ή Αμερικάνικου τύπου) στην αύξηση μίας από τις παραπάνω μεταβλητές καθώς διατηρούμε τις υπόλοιπες σταθερές.

ΜΕΤΑΒΛΗΤΗ	EUROP. CALL	EUR. PUT	AMER. CALL	AMER. PUT
S_0	+	-	+	-
K	-	+	-	+
T	?	?	+	+
σ	+	+	+	+
r	+	-	+	-
Μελλοντικά Μερίσματα	-	+	-	+

Πως επηρεάζεται η τιμή ενός option στην αύξηση μίας μεταβλητής

+: Αύξηση στη μεταβλητή οδηγεί σε αύξηση της τιμής του option

-: Αύξηση στη μεταβλητή οδηγεί σε μείωση της τιμής του option

?: Η σχέση μεταξύ της μεταβλητής και της τιμής option είναι αβέβαιη

Α.3 Στοχαστικές Διαδικασίες

Κάθε μεταβλητή της οποίας η αξία μεταβάλλεται στον χρόνο με ένα αβέβαιο τρόπο, ακολουθεί μία στοχαστική διαδικασία. Ανάλογα με τον τρόπο με τον οποίο μεταβάλλεται η αξία της μεταβλητής η στοχαστική διαδικασία μπορεί να είναι είτε διακριτού χρόνου (αν αλλάζει μόνο σε συγκεκριμένα σημεία του χρόνου)

είτε **συνεχούς χρόνου** (αν η αξία μπορεί να μεταβληθεί οποιαδήποτε στιγμή μέσα στο χρόνο). Επίσης μια ακόμα διάκριση που γίνεται έχει να κάνει με τη μεταβλητή και λέμε ότι η στοχαστική διαδικασία είναι **διακριτής μεταβλητής** ή **συνεχούς μεταβλητής**. Συνήθως στην τιμολόγηση των option χρησιμοποιούμε στοχαστικές διαδικασίες με συνεχή μεταβλητή και συνεχούς χρόνου (στην πράξη ωστόσο οι τιμές των μετοχών περιορίζονται σε διακριτές τιμές και οι αλλαγές μπορούν να συμβούν μόνο όταν το χρηματιστήριο είναι ανοιχτό).

A'.4 Markov process

Είναι ένας τύπος στοχαστικής διαδικασίας κατά την οποία μόνο η παρούσα αξία μιας μεταβλητής μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την πρόβλεψη μελλοντικών τιμών. Η ιστορικότητα και ο τρόπος με τον οποίο η σημερινή τιμή έχει εξαχθεί από το παρελθόν θεωρούνται ανεξάρτητα. Συνήθως υποθέτουμε ότι οι τιμές των μετοχών ακολουθούν μία Μαρκοβιανή διαδικασία. Αυτό σημαίνει ότι οι προβλέψεις που θα κάνουμε για την τιμή της μετοχής δεν θα επηρεάζονται από τις τιμές που είχε μία εβδομάδα, ένα μήνα ή ένα χρόνο πριν.

A'.5 Συνεχούς χρόνου στοχαστικές διαδικασίες

Έστω μία τυχαία μεταβλητή (τ.μ.) η οποία ακολουθεί μια Μαρκοβιανή διαδικασία. Υποθέτουμε ότι η τρέχουσα αξία είναι 10 και η μεταβολή στην αξία της κατά τη διάρκεια του έτους είναι $\Phi(0, 1)$. Σημειώνουμε ότι το $\Phi(m, v)$ υποδεικνύει ότι η τ.μ. ακολουθεί μία κανονική κατανομή με μέση τιμή m και διακύμανση v . Για να βρούμε για παράδειγμα τη μεταβολή της αξίας στα 2 χρόνια τότε αρκεί να προσθέσουμε τις δύο κανονικές κατανομές - επειδή η τ.μ. ακολουθεί τη Μαρκοβιανή διαδικασία οι συναρτήσεις πιθανότητας είναι ανεξάρτητες. Προσθέτοντάς τες το αποτέλεσμα που θα πάρουμε είναι μια κανονική κατανομή με μέση τιμή το άθροισμα των μέσων των δύο κατανομών και διακύμανση το άθροισμα των διακυμάνσεων. Επομένως η μεταβολή μεταξύ των 2 ετών θα έχει κατανομή $\Phi(0, 2)$.

Στη γενίκευσή των παραπάνω καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι αν μία τ.μ. ακολουθεί Μαρκοβιανή διαδικασία και η μεταβολή της τιμής σε μία χρονική περίοδο ακολουθεί την κανονική κατανομή $\mathcal{N}(0, 1)$ τότε σε οποιαδήποτε χρονική περίοδο T η μεταβολή της τιμής θα ακολουθεί μία κανονική κατανομή με μέση τιμή 0 και

διακύμανση T , $\Phi(0, T)$. Ενώ για μία πολύ μικρή χρονική περίοδο Δt ακολουθεί αντίστοιχα κανονική κατανομή $\mathcal{N}(0, \Delta t)$. Σημείωση: αν και στην παραπάνω διαδικασία προσθέσαμε τις διακυμάνσεις, το ίδιο δεν μπορεί να συμβεί και για τις τυπικές αποκλίσεις καθώς δεν μπορούν να προστεθούν.

A.6 Wiener process

Η διαδικασία Wiener είναι ένας τύπος διαδικασίας Markov με μέσο μηδέν και διακύμανση 1 (ανά χρονική περίοδο που μελετάμε). Έχει χρησιμοποιηθεί στη φυσική για να περιγράψει την κίνηση ενός αντικειμένου το οποίο είναι υποκείμενο σε ένα μεγάλο αριθμό μικρών Molecular σοκ και συνήθως αναφέρεται και ως Κίνηση Brown.

Μια τ.μ. ακολουθεί τη διαδικασία Wiener αν ικανοποιούνται οι επόμενες 2 συνθήκες:

Συνθήκη 1: Η μεταβολή Δz σε μια μικρή χρονική περίοδο Δt είναι:

$$\Delta z = e\sqrt{\Delta t}$$

όπου το e ακολουθεί μια τυποποιημένη κανονική κατανομή $\Phi(0, 1)$.

Από αυτή τη συνθήκη προκύπτουν τα εξής:

μέσος του $\Delta z = 0$,

διακύμανση του $\Delta z = \Delta t$,

τυπική απόκλιση του $\Delta z = \sqrt{\Delta t}$.

Συνθήκη 2: Οι τιμές του Δz για οποιαδήποτε δύο διαφορετικά μικρά χρονικά διαστήματα είναι ανεξάρτητα. Από αυτό προκύπτει ότι η τ.μ. z ακολουθεί μία διαδικασία Markov.

Παρατήρηση: Η αύξηση της τυπικής απόκλισης της αξίας της τ.μ. που μελετάμε κατά την διάρκεια των χρονικών περιόδων δείχνει αύξηση της αβεβαιότητας για την αξία της τ.μ. σε μία συγκεκριμένη χρονική περίοδο στο μέλλον.

A.7 Brownian motion

[18] Η κίνηση Brown (BM) μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να περιγράψει πολλά φυσικά φαινόμενα. Έχει λάβει το όνομά της από τον Άγγλο βοτανολόγο Robert Brown, ο οποίος περιέγραψε πρώτος το 1827 την «ακανόνιστη» κίνηση ενός μικρού σώματος μέσα σε ένα υγρό ή αέριο. Ο Γερμανός φυσικός Albert Einstein

έδειξε το 1905 ότι η κίνηση αυτή μπορεί να ερμηνευθεί θεωρώντας ότι το σωματίδιο «βομβαρδίζεται» από τα μόρια του υγρού ή του αερίου και για αυτό κινείται ακανόνιστα με «τυχαίο» τρόπο στο χώρο. Τέλος, το 1918 ο Αμερικανός μαθηματικός Norbert Wiener όρισε αυστηρά και μελέτησε σε βάθος την ανέλιξη αυτή αποδεικνύοντας πολλές ιδιότητές της (για αυτό και η ανέλιξη είναι γνωστή και ως Wiener Process).

Ορισμός Α.7.1. Μία στοχαστική ανέλιξη $X_t, t \geq 0$ (με τιμές στο \mathbb{R}) καλείται **κίνηση Brown** με παραμέτρους $\mu \in \mathbb{R}$ (τάση - drift) και $\sigma > 0$ (μεταβλητότητα - volatility) αν ισχύει ότι για κάθε $y \geq 0, t > 0$,

(i) Η τ.μ. $X_{t+y} - X_y$ ακολουθεί $N(\mu t, t\sigma^2)$

(ii) Η τ.μ. $X_{t+y} - X_y$ είναι ανεξάρτητη από τις τ.μ $X_u, 0 \leq u \leq y$.

Αποδεικνύεται ότι η κίνηση Brown είναι η μοναδική στοχαστική ανέλιξη σε συνεχή χρόνο που

(i) οι διαδρομές της $g_\omega(t) = X_t(\omega)$ είναι συνεχείς συναρτήσεις.

(ii) έχει ανεξάρτητες και ισόνομες προσαυξήσεις.

Για παράδειγμα οι τ.μ.

$$X_{t_1} - X_{t_0}, X_{t_2} - X_{t_1}, \dots, X_{t_m} - X_{t_{m-1}}$$

είναι ανεξάρτητες προσαυξήσεις και ακόμα αν ισχύει ότι

$$t_1 - t_0 = t_2 - t_1 = \dots = t_m - t_{m-1}$$

τότε είναι και ισόνομες. Το πρώτο μπορεί να αποδειχθεί διασθητικά από το ότι η ανέλιξη X_t κάνει "άλματα" μήκους $\sigma h^{1/2}$ σε χρονικό διάστημα μήκους h , δηλαδή το μέγεθος του άλματος συγκλίνει στο 0 όταν το h τείνει στο 0.

Παρατήρηση

Αν $X_t, t \geq 0$ ακολουθεί BM, η X_t αλλάζει απειροστά τιμή κάθε απειροστό χρονικό διάστημα και συνεπώς παρουσιάζει «ιδιάζουσες διαδρομές» (irregular paths). Συγκεκριμένα, μία πραγματοποίηση της στοχαστικής ανέλιξης $X_t, t \geq 0$ (δηλ. η $X_t(\omega), t \geq 0$ για κάποιο $\omega \in \Omega$ είναι μία συνεχής συνάρτηση του t η οποία όμως δεν είναι πουθενά παραγωγίσιμη (σχεδόν για κάθε $\omega \in \Omega$). Αυτό μπορεί διασθητικά να γίνει φανερό και από τον τρόπο με τον οποίο «κατασκευάσαμε» την

κίνηση Brown. Συγκεκριμένα θεωρήσαμε ότι σε κάθε «πολύ μικρό» διάστημα μήκους h , η ανέλιξη κινείται πάνω ή κάτω κατά $\sigma\sqrt{h}$, δηλαδή η «παράγωγος» της στο διάστημα αυτό θα είναι ίση με $\sigma\sqrt{h}$ η οποία συγκλίνει στο άπειρο όταν το h τείνει στο 0. Επιπλέον, η ανέλιξη αλλάζει τυχαία κλίση (πάνω ή κάτω) σε κάθε απειροστό διάστημα.

A'.8 Geometric Brownian motion

[18] Η κίνηση Brown δεν είναι κατάλληλη για την περιγραφή της εξέλιξης των τιμών αγαθών ή μετοχών καθώς:

- (i) μπορεί να λάβει και αρνητικές τιμές,
- (ii) η αύξηση ή η μείωση της τιμής είναι ανεξάρτητη από την ίδια την τιμή κάτι το οποίο δεν ταιριάζει σε πραγματικά δεδομένα. Αντίθετα θα περιμέναμε ότι η ποσοστιαία αύξηση ή μείωση της τιμής θα είναι ανεξάρτητη της τιμής.

Ένα σχετικά απλό μοντέλο το οποίο μπορεί να περιγράψει την εξέλιξη τιμών χρηματοοικονομικών τίτλων στο χρόνο είναι η **γεωμετρική κίνηση Brown (GBM)**. Πρόκειται για ένα αρκετά αποδεκτό θεωρητικό μοντέλο το οποίο, λόγω της απλότητάς του, χρησιμοποιείται ως βάση για τη θεωρητική μελέτη πολλών προβλημάτων που σχετίζονται με την εξέλιξη τιμών στο χρόνο.

Ορισμός A'.8.1. Μία στοχαστική ανέλιξη $S_t, t \geq 0$ καλείται **γεωμετρική κίνηση Brown** με παραμέτρους $\mu \in \mathbb{R}$ (τάση - drift) και $\sigma > 0$ (μεταβλητότητα - volatility) αν ισχύει ότι για κάθε $y \geq 0, t > 0$,

- (i) Η τ.μ. $X_{t+y} - X_y$ ακολουθεί $(t, t\sigma^2)$.
- (ii) Η τ.μ. $X_{t+y} - X_y$ είναι ανεξάρτητη από τις $X_u, 0 \leq u \leq y$.

Η Γεωμετρική κίνηση Brown εκφράζεται ως εξής:

$$dS = \mu S dt + \sigma S dz. \quad (A'.1)$$

Όπου:

- S : η τιμή της μετοχής,
- μ : η μέση τιμή - τάση,
- σ : η μεταβλητότητα στην αξία της επιχείρησης,
- z : ακολουθεί μία διαδικασία Wiener (βλ. § A'.6).

Α.9 Ο τύπος Black - Scholes

ΥΠΟΘΕΣΕΙΣ

- Το επιτόκιο είναι γνωστό και σταθερό στο χρόνο.
- Η τιμή της μετοχής ακολουθεί ένα τυχαίο περίπατο σε συνεχή χρόνο. Η κατανομή των πιθανών τιμών της μετοχής είναι η λογαριθμοκανονική.
- Η μετοχή δεν πληρώνει μερίσματα ή άλλα έξοδα.
- Το option είναι "Ευρωπαϊκού τύπου", δηλαδή μπορεί να ασκηθεί μόνο στη λήξη του.
- Δεν υπάρχουν κόστη μεταφοράς στην αγορά ή την πώληση της μετοχής ή του Option.
- Είναι πιθανό να δανειστείς κάθε φράγμα (fraction) της τιμής ενός χρεογράφου για να το αγοράσεις ή να το κρατήσεις.
- Δεν υπάρχουν κυρώσεις στο "short selling".

$$C = S\Phi(d_1) - X\exp(-rT)\Phi(d_2)$$

Όπου:

- C: η αξία ενός Ευρωπαϊκού τύπου call option,
- r: το ετήσιο, συνεχές, σύνθετου τύπου, risk - free επιτόκιο.
- X: η τιμή άσκησης του δικαιώματος,
- N(.): η συνάρτηση κατανομής της τυποποιημένης κανονικής κατανομής.

και

$$d_1 = \frac{1}{\sigma\sqrt{T}} + \left[\ln\left(\frac{S}{X}\right) + rT \right] + 1/2\sigma\sqrt{T},$$
$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}.$$

Παράρτημα Β΄

Πίνακες μελέτης περιπτώσεων

Β΄.1 Sprider stores

Πίνακας Β΄.1: Επαναληπτική Διαδικασία - Βήμα 1 (2010)

	A	B	C	D	E	F	H	J	AD
1									
2	sprider		outstanding shares	78,787,980					
3	2010					Asset Values			
4	DATE	CLOSE	market value of equity	liabilities	risk free rate	iteration 0	iteration 1	iteration 2	iteration 12
5	04-01-10	1.15	90,606,177.00 €	21,721,000.00 €	1.251%	112,327,177.00 €	114,798,800.85 €	114,778,276.39 €	114,792,361.20 €
6	05-01-10	1.2	94,545,576.00 €	21,721,000.00 €	1.246%	116,266,576.00 €	118,715,327.92 €	118,705,577.11 €	118,719,676.97 €
7	07-01-10	1.23	96,909,215.40 €	21,721,000.00 €	1.243%	118,630,215.40 €	121,063,824.19 €	121,060,266.92 €	121,074,386.58 €
8	08-01-10	1.2	94,545,576.00 €	21,721,000.00 €	1.242%	116,266,576.00 €	118,716,682.12 €	118,706,851.98 €	118,720,956.46 €
9	11-01-10	1.21	95,333,455.80 €	21,721,000.00 €	1.239%	117,054,455.80 €	119,500,299.95 €	119,492,518.53 €	119,506,630.97 €
10	12-01-10	1.11	87,454,657.80 €	21,721,000.00 €	1.236%	109,175,657.80 €	111,669,528.13 €	111,639,568.37 €	111,653,683.58 €
11	13-01-10	1.1	86,666,778.00 €	21,721,000.00 €	1.236%	108,387,778.00 €	110,885,545.60 €	110,853,249.74 €	110,867,370.56 €
12	14-01-10	1.11	87,454,657.80 €	21,721,000.00 €	1.236%	109,175,657.80 €	111,669,867.27 €	111,639,885.64 €	111,654,002.15 €
13	15-01-10	1.08	85,091,018.40 €	21,721,000.00 €	1.228%	106,812,018.40 €	109,319,778.21 €	109,282,563.88 €	109,296,710.21 €
14	18-01-10	1	78,787,980.00 €	21,721,000.00 €	1.225%	100,508,980.00 €	103,038,935.85 €	102,981,851.48 €	102,996,106.83 €
248	20-12-10	0.34	26,787,913.20 €	21,721,000.00 €	1.533%	48,508,913.20 €	49,497,874.31 €	49,363,392.99 €	49,369,827.13 €
249	21-12-10	0.32	25,212,153.60 €	21,721,000.00 €	1.533%	46,933,153.60 €	47,754,912.87 €	47,629,929.87 €	47,634,858.64 €
250	22-12-10	0.3	23,636,394.00 €	21,721,000.00 €	1.534%	45,357,394.00 €	45,993,861.11 €	45,880,165.45 €	45,883,393.53 €
251	23-12-10	0.32	25,212,153.60 €	21,721,000.00 €	1.526%	46,933,153.60 €	47,756,861.98 €	47,631,661.37 €	47,636,608.43 €
252	27-12-10	0.27	21,272,754.60 €	21,721,000.00 €	1.520%	42,993,754.60 €	43,318,203.91 €	43,224,381.67 €	43,224,731.03 €
253	28-12-10	0.28	22,060,634.40 €	21,721,000.00 €	1.519%	43,781,634.40 €	44,217,128.80 €	44,116,064.17 €	44,117,434.56 €
254	29-12-10	0.28	22,848,514.20 €	21,721,000.00 €	1.517%	44,569,514.20 €	45,110,724.03 €	45,002,833.44 €	45,005,180.44 €
255	30-12-10	0.28	22,848,514.20 €	21,721,000.00 €	1.514%	44,569,514.20 €	45,111,533.91 €	45,003,555.11 €	45,005,909.39 €

Πίνακας Β'.2: Επαναληπτική Διαδικασία - Βήμα 2 (2010)

	AD	AE	AF	BA	BB	BC
iteration 12	In returns iteration 0	Asset Volatility	In returns iteration 11	Asset Volatility	In returns iteration 12	
114,792,361.20 €		50.94%		52.01%		
118,719,676.97 €	0.034469788	Sum of squared errors	0.033640117	Sum of squared errors	0.03364012	
121,074,386.58 €	0.020125598	9.44E+14	0.019640063	2.36E-09	0.01964006	
118,720,956.46 €	-0.0201256		-0.019629286		-0.01962929	
119,506,630.97 €	0.006753637		0.006596023		0.00659602	
111,653,683.58 €	-0.06968114		-0.067969889		-0.06796989	
110,867,370.56 €	-0.00724279		-0.007067343		-0.00706734	
111,654,002.15 €	0.007242791		0.007070196		0.0070702	
109,296,710.21 €	-0.02188767		-0.021338527		-0.02133853	
102,996,106.83 €	-0.06082338		-0.059375106		-0.05937511	
49,369,827.13 €	0		0		0	
47,634,858.64 €	-0.03302323		-0.035774633		-0.03577463	
45,883,393.53 €	-0.03415112		-0.037461563		-0.03746156	
47,636,608.43 €	0.034151119		0.037498295		0.0374983	
43,224,731.03 €	-0.08766946		-0.097188741		-0.09718874	
44,117,434.56 €	0.01815956		0.020442237		0.02044224	
45,005,180.44 €	0.017835664		0.019922558		0.01992256	
45,005,909.39 €	0		1.62E-05		1.6197E-05	

Πίνακας Β'.3: Εξαγωγή της πιθανότητας αθέτησης με την επαναληπτική διαδικασία (2010)

Probability of default 2010	
Estimates	
Asset value	45,005,909.39 €
Asset volatility	52.01%
Asset drift rate	0.071
Balance sheet data	
Liabilities L	21,721,000.00 €
Default probability calculations	
Distance to default	1.27753019
Default probability	10.07%

Πίνακας Β'.4: Τιμές πιθανότητας αθέτησης μεταβάλλοντας το market premium (2010)

Expected market premium	Expected asset return	Drift rate μ	Distance to default	PD
-6%	-0.043	-0.044	1.056	14.56%
-5%	-0.034	-0.034	1.075	14.12%
-4%	-0.024	-0.024	1.094	13.69%
-3%	-0.014	-0.014	1.113	13.28%
-2%	-0.004	-0.004	1.132	12.87%
-1%	0.005	0.005	1.151	12.48%
0%	0.015	0.015	1.170	12.11%
1%	0.025	0.025	1.188	11.74%
2%	0.035	0.034	1.206	11.38%
3%	0.045	0.044	1.224	11.04%
4%	0.054	0.053	1.242	10.71%
5%	0.064	0.062	1.260	10.38%
6%	0.074	0.071	1.278	10.07%

Πίνακας Β'.5: Εκτίμηση της αξίας του μετοχικού κεφαλαίου και της τυπικής απόκλισης των μετοχών (2010)

	E	F	G	H	I
Δεδομένα / Υποθέσεις					
Equity value E_t		22,848,514.20 €			
Equity volatility σ		0.79280			
Liabilities D_t		21,721,000.00 €			
Risk free rate r		0.01514			
Horizon (T-t)		1			
Άγνωστες παράμετροι					
Asset value A_t		41,049,440.46 €	αρχική τιμή = F_2+F_4		
Asset volatility σ		0.0417	αρχική τιμή = F_3^2/F_9		
Αξίες από τον τύπο B-S					
d1		15.46261826	$(LN(F_9/F_4)+(F_5+F_{10}^2/2)*F_6)/(F_{10}*F_6^{0.5})$		
d2		15.42090906	$F_{13}-F_{10}*F_6^{0.5}$		
Equity value E_t		19,654,819.47 €	$F_9*NORMSDIST(F_{13})-F_4*EXP(-F_5*F_6)*NORMSDIST(F_{14})$		
Equity volatility σ		8.71%	$(F_9/F_{15})*F_{10}*NORMSDIST(F_{13})$		
Αντικεμενική συνάρτηση					
Squared rel. errors		0.811855603004	$(F_{15}/F_2-1)^2+(F_{16}/F_3-1)^2$		

Πίνακας Β'.6: Εξαγωγή της πιθανότητας αθέτησης με προσέγγιση των δύο εξισώσεων (2010)

Probability of default (2 equations) 2010	
Estimates	
Asset value	41,049,440.46 €
Asset volatility	4.17%
Asset drift rate	0.071
Balance sheet data	
Liabilities L	21,721,000.00 €
Default probability calculations	
Distance to default	16.94676422
Default probability	0.00%

Πίνακας Β'.7: Εφαρμογή του μοντέλου Μέρτον για χρονικό ορίζοντα T ετών (2010)

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Δεδομένα / Υποθέσεις				Value of pay-outs at T			
2	Equity value Et	22,848,514 €			Year	Dividends	Interest	
3	Equity volatility σ	4.17%			1	1	1,347,043 €	
4	Liabilities Lt	43,121,000 €			2	1	1,326,802 €	
5	Risk free rate r	1.51%			3	1	1,306,865 €	
6	Short - term liabilities	21,721,000 €			4	1	1,287,228 €	
7	Long - term liabilities	21,400,000 €			5	1	1,267,887 €	
8	Total liabilities	43,121,000 €			6	0	- €	
9	Horizon (T-t)	5.21	$0.5 \cdot CL + 10 \cdot (L - CL) / L$		7	0	- €	
10	Coupon rate c	3.17%			8	0	- €	
11	Divident D ₀	1 €			9	0	- €	
12	Divident growth g	5%			10	0	- €	
13	Accrued divident D	6 €						
14	Accrued interest I	6,535,825 €						
15								
17	Άγνωστες παράμετροι							
18	Asset value At	68,735,713.24 €	$initial\ value = B2 + B4$					
19	Asset volatility σ	1.39%	$initial\ value = B3 \cdot B2 / B18$					
20								
21	Αξίες από τον τύπο B-S							
22	d1	12.77882386	$d1 = (LN(B18 / (B4 + B13 + B14)) + (B5 + B19 \cdot 2/2) \cdot B9) / (B19 \cdot B9 \cdot 0.5)$					
23	d2	12.75 €	$d2 = B22 - B19 \cdot B9 \cdot 0.5$					
24	k1	76.82826355	$k1 = (LN(B18 / (B13 + B14)) + (B5 + B19 \cdot 2/2) \cdot B9) / (B19 \cdot B9 \cdot 0.5)$					
25	k2	76.79660306	$k2 = B24 - B19 \cdot B9 \cdot 0.5$					
26	Equity value Et	22,848,514.20 €	$E_t = B18 \cdot NORMSDIST(B22) - (B4 + B13 + B14) \cdot EXP(-B5 \cdot B9) \cdot NORMSDIST(B23) + B13 / (B13 + B14) \cdot (B18 - B18 \cdot NORMSDIST(B24) + EXP(-B5 \cdot B9) \cdot (B13 + B14) \cdot NORMSDIST(B25))$					
27	Equity volatility σ	4.17%	$\sigma = B19 \cdot B18 / B26 \cdot (NORMSDIST(B22) + B13 / (B13 + B14) \cdot (1 - NORMSDIST(B24)))$					
28								
29	Αντικειμενική συνάρτηση							
30	Squared rel. errors	2.08E-11	$(B26 / B2 - 1)^2 + (B27 / B3 - 1)^2$					
31								
32	Prob (default)	0.00%	$NORMSDIST(-LN(B18 / (B4 + B13 + B14)) + (0.045 - B19 \cdot 2/2) \cdot B9) / (B19 \cdot B9 \cdot 0.5)$					
33	Για να λάβουμε μια ένδειξη για την ετήσια πιθανότητα αθέτησης, εξαγωγή μια ετησιοποιημένη πιθανότητα κάτω από την υπόθεση ότι οι πιθανότητες αθέτησης είναι σταθερές στο χρόνο							
34								
35	Prob (default) - annually	0.00%						
36								

B.2 Κορρές

Πίνακας Β'.8: Επαναληπτική Διαδικασία - Βήμα 1 (2014)

	A	B	C	D	E	F	Z
1							
2	korres 2014		outstanding shares	13,586,500			
3						Asset Values	
4	DATE	CLOSE	market value of equity	liabilities	risk free rate	iteration 0	iteration 10
5	02-01-14	3.10	42,118,150 €	12,292,359 €	0.56%	54,410,509 €	54,436,514 €
6	03-01-14	3.14	42,661,610 €	12,292,359 €	0.55%	54,953,969 €	54,977,105 €
7	07-01-14	3.20	43,476,800 €	12,292,359 €	0.55%	55,769,159 €	55,787,562 €
8	08-01-14	3.15	42,797,475 €	12,292,359 €	0.55%	55,089,834 €	55,112,008 €
9	09-01-14	3.09	41,982,285 €	12,292,359 €	0.56%	54,274,644 €	54,301,253 €
10	10-01-14	3.09	41,982,285 €	12,292,359 €	0.56%	54,274,644 €	54,301,253 €
11	13-01-14	3.17	43,069,205 €	12,292,359 €	0.56%	55,361,564 €	55,381,441 €
12	14-01-14	3.16	42,933,340 €	12,292,359 €	0.56%	55,225,699 €	55,246,390 €
15	17-01-14	3.15	42,797,475 €	12,292,359 €	0.57%	55,089,834 €	55,109,495 €
245	19-12-14	3.45	46,873,425 €	12,292,359 €	0.33%	59,165,784 €	59,195,456 €
246	22-12-14	3.70	50,270,050 €	12,292,359 €	0.33%	62,562,409 €	62,577,908 €
247	23-12-14	3.65	49,590,725 €	12,292,359 €	0.33%	61,883,084 €	61,901,286 €
248	29-12-14	3.62	49,183,130 €	12,292,359 €	0.33%	61,475,489 €	61,495,295 €
249	30-12-14	3.69	50,134,185 €	12,292,359 €	0.33%	62,426,544 €	62,442,807 €
250	31-12-14	3.80	51,628,700 €	12,292,359 €	0.33%	63,921,059 €	63,932,275 €

Πίνακας Β'.9: Επαναληπτική Διαδικασία - Βήμα2 (2014)

	A	Z	AC	AD	AE	AF	AU	AV
3		Asset Values						
4	DATE	iteration 10	In returns iteration 0	Asset Volatility	iteration 1	Asset Volatility	iteration 9	Asset Volatility
5	02-01-14	54,436,514 €		25.22%		25.09%		25.10%
6	03-01-14	54,977,105 €	0.009938592	Sum of squared errors	0.0098788	Sum of squared errors	0.0098817	Sum of squared errors
7	07-01-14	55,787,562 €	0.014725103	1.13E+11	0.01463	2.53E+09	0.0146341	4.57E-12
8	08-01-14	55,112,008 €	-0.01225581		-0.0121799		-0.0121833	
9	09-01-14	54,301,253 €	-0.01490804		-0.014816		-0.0148203	
10	10-01-14	54,301,253 €	0		0		0	
11	13-01-14	55,381,441 €	0.019828406		0.0196914		0.0196972	
12	14-01-14	55,246,390 €	-0.00245716		-0.0024408		-0.0024415	
15	17-01-14	55,109,495 €	-0.00492036		-0.0048853		-0.0048867	
245	19-12-14	59,195,456 €	-0.00686541		-0.006831		-0.0068326	
246	22-12-14	62,577,908 €	0.055821201		0.0555561		0.0555675	
247	23-12-14	61,901,286 €	-0.01091774		-0.0108693		-0.0108713	
248	29-12-14	61,495,295 €	-0.00680832		-0.006579		-0.0065803	
249	30-12-14	62,442,807 €	0.015352027		0.0152875		0.0152904	
250	31-12-14	63,932,275 €	0.023658299		0.0235692		0.0235733	
251								

Πίνακας Β'.10: Εξαγωγή της πιθανότητας αθέτησης με την επαναληπτική διαδικασία - Βήμα 1 (2014)

	A	B	C	D	E	F
1						
2					Excess returns	
3	Date	Asset Value	GDP	R	Asset Value	GDP
4	02-01-14	54,436,514 €	1204.96	0.557%		
5	03-01-14	54,977,105 €	1205.51	0.553%	0.991%	0.044%
6	07-01-14	55,787,562 €	1238.06	0.552%	1.472%	2.698%
7	08-01-14	55,112,008 €	1279.41	0.554%	-1.213%	3.338%
8	09-01-14	54,301,253 €	1289.98	0.559%	-1.473%	0.824%
9	10-01-14	54,301,253 €	1296.39	0.559%	-0.002%	0.495%
10	13-01-14	55,381,441 €	1286.47	0.559%	1.987%	-0.767%
11	14-01-14	55,246,390 €	1260.70	0.559%	-0.246%	-2.005%
12	15-01-14	54,165,203 €	1283.70	0.567%	-1.959%	1.822%
13	16-01-14	55,379,459 €	1271.31	0.574%	2.240%	-0.967%
242	17-12-14	59,736,287 €	862.06	0.331%	-0.001%	3.334%
243	18-12-14	59,601,299 €	874.69	0.329%	-0.227%	1.464%
244	19-12-14	59,195,456 €	862.40	0.330%	-0.682%	-1.406%
245	22-12-14	62,577,908 €	867.84	0.330%	5.713%	0.630%
246	23-12-14	61,901,286 €	853.20	0.329%	-1.083%	-1.688%
247	29-12-14	61,495,295 €	819.81	0.329%	-0.657%	-3.915%
248	30-12-14	62,442,807 €	816.15	0.328%	1.540%	-0.448%
249	31-12-14	63,932,275 €	826.18	0.326%	2.384%	1.228%

Πίνακας Β'.11: Εξαγωγή της πιθανότητας αθέτησης με την επαναληπτική διαδικασία - Βήμα 2 (2014)

Probability of default 2010	
Estimates	
Asset value	63,932,275.23 €
Asset volatility	25.10%
Asset drift rate	0.020
Balance sheet data	
Liabilities L	12,292,359.00 €
Default probability calculations	
Distance to default	6.52
Default probability	0.00

Πίνακας Β'.12: Τιμές πιθανότητας αθέτησης μεταβάλλοντας το market premium (2014)

Expected market premium	Expected asset return	Drift rate μ	Distance to default	PD
1%	0.006	0.006	6.469	0.00%
2%	0.006	0.005	6.467	0.00%
3%	0.008	0.008	6.478	0.00%
4%	0.011	0.011	6.488	0.00%
5%	0.014	0.014	6.499	0.00%
6%	0.017	0.016	6.510	0.00%
7%	0.019	0.019	6.521	0.00%
8%	0.022	0.022	6.532	0.00%
9%	0.025	0.024	6.542	0.00%
10%	0.028	0.027	6.553	0.00%
11%	0.030	0.030	6.564	0.00%
12%	0.033	0.032	6.574	0.00%
13%	0.036	0.035	6.585	0.00%

Πίνακας Β'.13: Εκτίμηση της αξίας του μετοχικού κεφαλαίου και της τυπικής απόκλισης των μετοχών (2014)

E	F	G	H	I	J
Δεδομένα / Υποθέσεις				Probability of default (2 equations) 2014	
Equity value Et	51,628,700 €			Estimates	
Equity volatility σ	0.318			Asset value	63,881,173.68 €
Liabilities Dt	12,292,359 €			Asset volatility	25.74%
Risk free rate r	0.003			Asset drift rate	0.020
Horizon (T-t)	1			Balance sheet data	
Άγνωστες παράμετροι				Liabilities L	12,292,359.00 €
Asset value At	63,881,174 €	αρχική τιμή = F2+F4		Default probability calculations	
Asset volatility σ	0.257	αρχική τιμή = F3*F2/F9		Distance to default	6.34984373
Αξίες από τον τύπο B-S				Default probability	0.00%
d1	6.4296	$(LN(F9/F4)+(F5+F10^2/2)*F6)/(F10*F6^0.5)$			
d2	6.1722	$F13-F10*F6^0.5$			
Equity value Et	51,628,700 €	$F9*NORMSDIST(F13)-F4*EXP(-F5*F6)*NORMSDIST(F14)$			
Equity volatility σ	31.85%	$(F9/F15)*F10*NORMSDIST(F13)$			
Αντικειμενική συνάρτηση					
Squared rel. errors	0.000000000000	$(F15/F2-1)^2+(F16/F3-1)^2$			

Πίνακας Β'.14: Εφαρμογή του μοντέλου Μέρτον για χρονικό ορίζοντα T ετών (2014)

	A	B	C	D	E	F	G
1	Δεδομένα / Υποθέσεις				Value of pay-outs at T		
2	Equity value Et	51,628,700 €			Year	Dividends	Interest
3	Equity volatility σ	31.85%			1	1.07 €	1,049,159 €
4	Liabilities Lt	31,892,764 €			2	1.12 €	1,045,755 €
5	Risk free rate r	0.33%			3	1.17 €	1,042,361 €
6	Short - term liabilities	12,292,359 €			4	1.22 €	1,038,979 €
7	Long - term liabilities	19,600,405 €			5	1.28 €	1,035,608 €
8	Total liabilities	31,892,764 €			6	1.34 €	1,032,248 €
9	Horizon (T-t)	6.34	$0.5 \cdot CL + 10 \cdot (L - CL) / L$		7	- €	- €
10	Coupon rate c	3.30%			8	- €	- €
11	Divident D ₀	1 €	αποφασίστηκε να μην διανεμηθούν εταιρικά κέρδη στους μετόχους το 2014		9	- €	- €
12	Divident growth g	5%			10	- €	- €
13	Accrued dividend D	7 €					
14	Accrued interest I	6,244,110 €					
15							
16	Άγνωστες παράμετροι						
17							
18	Asset value At	68,735,713.24 €	initial value = B2+B4				
19	Asset volatility σ	1.39%	initial value = B3*B2/B18				
20							
21	Αξίες από τον τύπο B-S						
22	d ₁	17.48413758	$d_1 = (\ln(B18/(B4+B13+B14)) + (B5+B19^2/2) \cdot B9) / (B19 \cdot B9^{0.5})$				
23	d ₂	17.45 €	$d_2 = B22 - B19 \cdot B9^{0.5}$				
24	k ₁	69.32500179	$k_1 = (\ln(B18/(B13+B14)) + (B5+B19^2/2) \cdot B9) / (B19 \cdot B9^{0.5})$				
25	k ₂	69.29009608	$k_2 = B24 - B19 \cdot B9^{0.5}$				
26	Equity value Et	31,376,419.48 €	$E_t = B18 \cdot \text{NORMSDIST}(B22) - (B4+B13+B14) \cdot \text{EXP}(-B5 \cdot B9) \cdot \text{NORMSDIST}(B23) + B13 \cdot (B13+B14) \cdot (B18 - B18 \cdot \text{NORMSDIST}(B24) + \text{EXP}(-B5 \cdot B9) \cdot (B13+B14) \cdot \text{NORMSDIST}(B25))$				
27	Equity volatility σ	3.04%	$\sigma = B19 \cdot B18 / B26 \cdot (\text{NORMSDIST}(B22) + B13 / (B13+B14) \cdot (1 - \text{NORMSDIST}(B24)))$				
28							
29	Αντικειμενική συνάρτηση						
30	Squared rel. errors	0.972240553	$(B26/B2-1)^2 + (B27/B3-1)^2$				
31							
32	Prob (default)	0.00%	$\text{NORMSDIST}(-\ln(B18/(B4+B13+B14)) + (0.045 - B19^2/2) \cdot B9) / (B19 \cdot B9^{0.5})$				
33							
34	Για να λάβουμε μια ένδειξη για την ετήσια πιθανότητα αθέτησης, εξαγωγή μια ετησιοποιημένη πιθανότητα κάτω από την υπόθεση ότι οι πιθανότητες αθέτησης είναι σταθερές στο χρόνο.						
35	Prob (default) - annually	0.00%					

Β.3 Π. Πετρόπουλος

Πίνακας Β.15: Επαναληπτική Διαδικασία - Βήμα 1 (2015)

	B	C	D	E	F	G	I	Y
1								
2	pp 2015		outstanding shares	7,070,400				
3						Asset Values		
4	DATE	CLOSE	market value of equity	liabilities	risk free rate	iteration 0	iteration 1	iteration 9
5	02-01-15	3.10	21,918,240 €	15,873,542 €	0.32%	37,791,782 €	37,769,090 €	37,768,550 €
6	05-01-15	3.08	21,776,832 €	15,874,036 €	0.32%	37,650,868 €	37,629,382 €	37,628,821 €
7	07-01-15	3.09	21,847,536 €	15,874,528 €	0.32%	37,722,064 €	37,700,472 €	37,699,918 €
8	08-01-15	3.10	21,918,240 €	15,874,734 €	0.32%	37,792,974 €	37,770,951 €	37,770,405 €
9	09-01-15	3.17	22,413,168 €	15,875,081 €	0.32%	38,288,249 €	38,263,529 €	38,263,038 €
10	12-01-15	3.23	22,837,392 €	15,875,426 €	0.32%	38,712,818 €	38,686,030 €	38,685,580 €
221	21-12-15	3.72	26,301,888 €	15,919,762 €	0.06%	42,221,650 €	42,223,979 €	42,223,596 €
222	22-12-15	3.70	26,160,480 €	15,919,805 €	0.06%	42,080,285 €	42,083,153 €	42,082,758 €
223	23-12-15	3.70	26,160,480 €	15,919,841 €	0.06%	42,080,321 €	42,083,027 €	42,082,633 €
224	28-12-15	3.62	25,594,848 €	15,919,883 €	0.06%	41,514,731 €	41,519,223 €	41,518,782 €
225	29-12-15	3.63	25,665,552 €	15,919,925 €	0.06%	41,585,477 €	41,590,080 €	41,589,644 €
226	30-12-15	3.63	25,665,552 €	15,919,962 €	0.06%	41,585,514 €	41,589,955 €	41,589,519 €
227	31-12-15	3.63	25,665,552 €	15,920,000 €	0.06%	41,585,552 €	41,589,830 €	41,589,396 €

Πίνακας Β.16: Επαναληπτική Διαδικασία - Βήμα2 (2015)

	B	Y	AB	AC	AD	AE	AR	AS
1								
2	pp 2015							
3		Asset Values						
4	DATE	iteration 9	In returns iteration 0	Asset Volatility	iteration 1	Asset Volatility	iteration 8	Asset Volatility
5	02-01-15	37,768,550 €		13.58%		13.54%		13.54%
6	05-01-15	37,628,821 €	-0.00373566	Sum of squared errors	-0.0037059	Sum of squared errors	-0.0037065	Sum of squared errors
7	07-01-15	37,699,918 €	0.001889158	3.36E+10	0.0018874	4.47E+07	0.0018876	1.17E-12
8	08-01-15	37,770,405 €	0.00187804		0.0018677		0.0018679	
9	09-01-15	38,263,038 €	0.013019821		0.0129569		0.0129585	
10	12-01-15	38,685,580 €	0.011027743		0.0109814		0.0109826	
221	21-12-15	42,223,596 €	6.15585E-07		-1.091E-05		-1.087E-05	
222	22-12-15	42,082,758 €	-0.00335378		-0.0033408		-0.0033411	
223	23-12-15	42,082,633 €	8.64722E-07		-2.99E-06		-2.975E-06	
224	28-12-15	41,518,782 €	-0.01353188		-0.013488		-0.0134892	
225	29-12-15	41,589,644 €	0.001702658		0.0017052		0.0017053	
226	30-12-15	41,589,519 €	8.9065E-07		-3.017E-06		-3E-06	
227	31-12-15	41,589,396 €	9.21904E-07		-2.986E-06		-2.968E-06	

Πίνακας Β'.17: Εξαγωγή της πιθανότητας αθέτησης με την επαναληπτική διαδικασία - Βήμα 1 (2015)

	A	B	C	D	E	F
1						
2					Excess returns	
3	Date	Asset Value	GDP	R	Asset Value	GDP
4	02-01-15	37,768,550 €	836.24	0.324%		
5	05-01-15	37,628,821 €	789.20	0.322%	-0.371%	-5.626%
6	07-01-15	37,699,918 €	777.70	0.320%	0.188%	-1.458%
7	08-01-15	37,770,405 €	761.66	0.320%	0.186%	-2.064%
8	09-01-15	38,263,038 €	779.56	0.319%	1.303%	2.349%
9	12-01-15	38,685,580 €	809.01	0.318%	1.103%	3.777%
10	13-01-15	38,755,839 €	835.40	0.319%	0.180%	3.261%
221	22-12-15	42,082,758 €	619.04	0.060%	-0.334%	-0.992%
222	23-12-15	42,082,633 €	619.96	0.061%	-0.001%	0.148%
223	28-12-15	41,518,782 €	615.31	0.060%	-1.340%	-0.750%
224	29-12-15	41,589,644 €	617.55	0.058%	0.170%	0.364%
225	30-12-15	41,589,519 €	610.97	0.059%	-0.001%	-1.066%
226	31-12-15	41,589,396 €	631.35	0.060%	-0.001%	3.335%

Πίνακας Β'.18: Εξαγωγή της πιθανότητας αθέτησης με την επαναληπτική διαδικασία - Βήμα 2 (2015)

Probability of default 2015	
Estimates	
Asset value	41,589,395.78 €
Asset volatility	13.54%
Asset drift rate	0.010
Balance sheet data	
Liabilities L	15,920,000.00 €
Default probability calculations	
Distance to default	7.10
Default probability	0.00

Πίνακας Β'.19: Εκτίμηση της αξίας του μετοχικού κεφαλαίου και της τυπικής απόκλισης των μετοχών (2015)

E	F	G	I	J
Δεδομένα / Υποθέσεις			Probability of default (2 equations) 2015	
Equity value Et	25,665,552 €		Estimates	
Equity volatility σ	0.223		Asset value	41,576,002.87 €
Liabilities Lt	15,920,000 €		Asset volatility	13.76%
Risk free rate r	0.001		Asset drift rate	0.010
Horizon (T-t)	1		Balance sheet data	
Άγνωστες παράμετροι			Liabilities L	15,920,000.00 €
Asset value Vt	41,576,003 €	αρχική τιμή = F2+F4	Default probability calculations	
Asset volatility σ	0.138	αρχική τιμή = F3*F2/F9	Distance to default	6.979149019
Αξίες από τον τύπο B-S			Default probability	0.00%
d1	7.0031	$(LN(F9/F4)+(F5+F10^2/2)*F6)/(F10*F6^0.5)$		
d2	6.8655	$F13-F10*F6^0.5$		
Equity value Et	25,665,552 €	$F9*NORMSDIST(F13)-F4*EXP(-F5*F6)*NORMSDIST(F14)$		
Equity volatility σ	22.29%	$(F9/F15)*F10*NORMSDIST(F13)$		
Αντικειμενική συνάρτηση				
Squared rel. errors	0.000000000000	$(F15/F2-1)^2+(F16/F3-1)^2$		

Πίνακας Β'.20: Εφαρμογή του μοντέλου Μέρτον για χρονικό ορίζοντα T ετών (2015)

	A	B	C
1	Δεδομένα / Υποθέσεις		
2	Equity value Et	25,665,552 €	
3	Equity volatility σ	22.29%	
4	Liabilities Lt	15,920,000 €	
5	Risk free rate r	0.06%	
6	Short - term liabilities	15,920,000 €	
7	Long - term liabilities	6,800,000 €	
8	Total liabilities	22,720,000 €	
9	Horizon (T-t)	3.34	$0.5*CL+10*(L-CL)/L$
10	Coupon rate c	2.00%	
11	Divident D ₀	707,040.00 €	
12	Divident growth g	5%	
13	Accrued dividend D	2,342,232 €	
14	Accrued interest I	954,066 €	
15			
16			
17	Άγνωστες παράμετροι		
18	Asset value At	42,505,671.68 €	initial value = B2+B4
19	Asset volatility σ	13.46%	initial value = B3*B2/B18
20			
21	Αξίες από τον τύπο B-S		
22	d1	3.356413716	$d1=(LN(B18/(B4+B13+B14))+(B5+B19^2/2)*B9)/(B19*B9^0.5)$
23	d2	3.11 €	$d2=B22-B19*B9^0.5$
24	k1	10.51856022	$k1=(LN(B18/(B13+B14))+(B5+B19^2/2)*B9)/(B19*B9^0.5)$
25	k2	10.27241074	$k2=B24-B19*B9^0.5$
26	Equity value Et	25,666,563.14 €	$E1=B18*NORMSDIST(B22)-(B4+B13+B14)*EXP(-B5*B9)*NORMSDIST(B23)+B13/(B13+B14)*(B18-B18*NORMSDIST(B24)+EXP(-B5*B9)*(B13+B14)*NORMSDIST(B25))$
27	Equity volatility σ	22.29%	$\sigma=B19*B18/B26*(NORMSDIST(B22)+B13/(B13+B14)*(1-NORMSDIST(B24))$
28			
29	Αντικειμενική συνάρτηση		
30	Squared rel. errors	1.48183E-07	$(B26/B2-1)^2+(B27/B3-1)^2$
31			
32	Prob (default)	9.99%	$NORMSDIST(-LN(B18/(B4+B13+B14))+(0.045-B19^2/2)*B9)/(B19*B9^0.5)$
33	Για να λάβουμε μια ένδειξη για την ετήσια πιθανότητα αθέτησης, εξάγουμε μια ετησιοποιημένη πιθανότητα κάτω από την υπόθεση ότι οι πιθανότητες αθέτησης είναι σταθερές στο χρόνο.		
34			
35	Prob (default) - annually	3.10%	

Κατάλογος σχημάτων

4.1	Περιουσιακά στοιχεία 2010	32
4.2	Διάγραμμα συσχέτισης market premium και πιθανότητας αθέτησης (2010)	33
4.3	Περιουσιακά στοιχεία 2014	38
4.4	Διάγραμμα συσχέτισης market premium και πιθανότητας αθέτησης (2014)	39
4.5	Περιουσιακά στοιχεία 2015	41
4.6	Διάγραμμα συσχέτισης market premium και πιθανότητας αθέτησης (2015)	42

Κατάλογος πινάκων

2.1	Στοιχεία Ενεργητικού και Παθητικού κατά τη λήξη του χρέους. . .	15
4.1	Υπολογισμός του Altman z-score 2010	37
4.2	Υπολογισμός του Altman z-score 2014	40
4.3	Υπολογισμός του Altman z-score 2015	43
B'.1	Επαναληπτική Διαδικασία - Βήμα 1 (2010)	59
B'.2	Επαναληπτική Διαδικασία - Βήμα 2 (2010)	60
B'.3	Εξαγωγή της πιθανότητας αθέτησης με την επαναληπτική διαδικασία (2010)	60
B'.4	Τιμές πιθανότητας αθέτησης μεταβάλλοντας το market premium (2010)	61
B'.5	Εκτίμηση της αξίας του μετοχικού κεφαλαίου και της τυπικής απόκλισης των μετοχών (2010)	61
B'.6	Εξαγωγή της πιθανότητας αθέτησης με προσέγγιση των δύο εξισώσεων (2010)	62
B'.7	Εφαρμογή του μοντέλου Μέρτον για χρονικό ορίζοντα T ετών (2010)	62
B'.8	Επαναληπτική Διαδικασία - Βήμα 1 (2014)	63
B'.9	Επαναληπτική Διαδικασία - Βήμα2 (2014)	63
B'.10	Εξαγωγή της πιθανότητας αθέτησης με την επαναληπτική διαδικασία - Βήμα 1 (2014)	64
B'.11	Εξαγωγή της πιθανότητας αθέτησης με την επαναληπτική διαδικασία - Βήμα 2 (2014)	64
B'.12	Τιμές πιθανότητας αθέτησης μεταβάλλοντας το market premium (2014)	65
B'.13	Εκτίμηση της αξίας του μετοχικού κεφαλαίου και της τυπικής απόκλισης των μετοχών (2014)	65
B'.14	Εφαρμογή του μοντέλου Μέρτον για χρονικό ορίζοντα T ετών (2014)	66

B'.15 Επαναληπτική Διαδικασία - Βήμα 1 (2015)	67
B'.16 Επαναληπτική Διαδικασία - Βήμα 2 (2015)	67
B'.17 Εξαγωγή της πιθανότητας αθέτησης με την επαναληπτική διαδικασία - Βήμα 1 (2015)	68
B'.18 Εξαγωγή της πιθανότητας αθέτησης με την επαναληπτική διαδικασία - Βήμα 2 (2015)	68
B'.19 Εκτίμηση της αξίας του μετοχικού κεφαλαίου και της τυπικής απόκλισης των μετοχών (2015)	69
B'.20 Εφαρμογή του μοντέλου Μέρτον για χρονικό ορίζοντα T ετών (2015)	69

Βιβλιογραφία

Ξένη

- [1] Adriana Breccia (2012) : *Lecture 10.1 Default risk in Merton's model*
- [2] Darrell Duffie & Stephen Schaefer : *Credit Risk: Pricing, Measurement, and Management*
- [3] E.I. Altman (1968),
"Financial Ratios Discriminant Analysis and the Prediction of Corporate Bankruptcy", *Journal of Finance*, Vol.23, No. 4, pp. 589-609.
- [4] E.I.Altman (2002),
Revisiting credit scoring models in a Basel 2 environment
- [5] E.I. Altman, Anthony Saunders(1998),
"Credit risk measurement: Developments over the last 20 years", *Journal of Finance* 21 (1998), pp. 1721-1742.
- [6] Fischer Black and Myron Scholes: *The Pricing of Options and Corporate Liabilities*
Source: *The Journal of Political Economy*, Vol. 81, No. 3 (May - Jun., 1973),
pp. 637-654
Published by: *The University of Chicago Press*
Stable URL: <http://www.jstor.org/stable/1831029>
- [7] Gunter Loffler, Peter N. Posch : *Credit risk modeling using Excel and VBA*
- [8] G. Delianedis and R. Geske,(2001): "The components of corporate credit spreads. Default, recovery, tax, jumps, liquidity and market factors", *Working Paper, UCLA*
- [9] Hull John C.: *Option, Futures and Other Derivatives, Seventh edition*

- [10] Bc. Martin Peška (2006): *The Applicability of Merton's Credit Risk Model in the Czech Republic*
- [11] M. R. Grasselli and T. R. Hurd (2010) : *Math 774 - Credit Risk Modeling, Dept. of Mathematics and Statistics McMaster University Hamilton*
- [12] Rangarajan Sundaram, New York University and Sanjiv Das, Santa Clara University (copyright 2011): *Derivatives, principles and practice, chapter 32 Structural Models of Default Risk*
- [13] Robert C. Merton *Theory of Rational Option Pricing*
Source: The Bell Journal of Economics and Management Science, Vol. 4, No. 1 (Spring, 1973), pp. 141-183
Published by: The RAND Corporation
Stable URL: <http://www.jstor.org/stable/3003143>
- [14] Vassalou, M. and Xing, Y. (2004): *Default risk in equity returns, Journal of Finance 59, 831–868*
- [15] Young Ho Eom, Jean Helwege, Jing-Zhi Huang (2009): "Structural Models of Corporate Bond Pricing: An Empirical Analysis", *The Review of Financial Studies Vol. 17, No. 2, pp. 499–544*
- [16] Yu Wang (2009): *Structural Credit Risk Modeling: Merton and Beyond, Society of Actuaries, Article from Risk Management*

Ελληνική

- [17] Δρ Γεωργίου Α. Χριστοδουλάκη (2004): *Υποδείγματα πιστωτικού κινδύνου τύπου Merton (1974) και η προβλεπτική τους ικανότητα ως συστήματα έγκαιρης προειδοποίησης*, *Δελτίο της ένωσης ελληνικών τραπεζών, Γ' τρίμηνο 2004, σελ. 51-54*
- [18] Μ. Μπούτσικας (2005-2007) : *Σημειώσεις μαθήματος «Παράγωγα Χρηματοοικονομικά Προϊόντα» Τμήμα Στατιστικής & Ασφαλιστικής Επιστήμης, Πανεπιστήμιο Πειραιώς, Κεφάλαιο 5 Κίνηση Brown – Εισαγωγή στη Στοχαστική Ανάλυση, σελ. 63-86*