ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ

ΤΜΗΜΑ ΧΡΗΜΑΤΟΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΡΑΠΕΖΙΚΗΣ ΔΙΟΙΚΗΤΙΚΗΣ

Π.Μ.Σ ΣΤΗ ΧΡΗΜΑΤΟΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ

ΓΙΑ ΣΤΕΛΕΧΗ ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΕΩΝ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ

"Αποτίμηση παραγώγων προϊόντων επί χρηματοοικονομικών τίτλων που υπόκεινται σε πιστωτικό κίνδυνο"

Πανούσης Δημήτριος

Αρ. Μητρώου : ΜΧΑΝ 1320

Επιβλέπων

Λέκτορας Νικόλαος Εγγλέζος

Μέλη Επιτροπής

Καθηγητής Νικήτας Πιττής

Επίκουρος Καθηγητής Δημήτριος Βολιώτης

Λέκτορας Νικόλαος Εγγλέζος

Πειραιάς, Ιούλιος 2015

Περίληψη

Στην παρούσα Διπλωματική διατριβή παρουσιάζονται μοντέλα αποτίμησης χρηματοοικονομικών παραγώγων τα οποία υπόκεινται σε τίτλους με πιθανότητα πτώχευσης. Συγκεκριμένα αποτυπώνεται η επιρροή του πτωχευτικού παράγοντα στη τιμή ενός δικαιώματος όταν για υποκείμενοι τίτλοι χρησιμοποιούνται αφενός το κρατικό ομόλογο της Αμερικής, ως τίτλος με μηδενικό κίνδυνο πτώχευσης, και αφετέρου ομόλογα εταιρειών της ίδιας χώρας με πιστοληπτική ικανότητα A^-, BBB^+, BBB. Αρχικά γίνεται μια ανάλυση της επιρροής στη τιμή αρχικά των ομολόγων αυτών η ύπαρξη, ή μη, διαφορετικού ύψους κουπονιών και έπειτα στην τιμή του δικαιώματος που αναφέρεται σε αυτά. Για την αποτίμηση των δικαιωμάτων που αναφέρονται στο κρατικό ομόλογο γίνεται η χρήση του μοντέλου Black Derman Toy «One-Factor Model of Interest Rates and Its Application to Treasury Bond Options» (1990). Για την αποτίμηση των δικαιωμάτων των ομολόγων με ύπαρξη πιστωτικού κινδύνου χρησιμοποιείται το μοντέλο της μελέτης Robert A. Jarrow, Stuart M. Turnbull «Pricing Derivatives on Financial Securities Subject to Credit Risk». Και τα δύο μοντέλα εφαρμόζονται σε διακριτό χρόνο και με τα μέσα των αντίστοιχων διωνυμικών δέντρων και των ψευδο-πιθανοτήτων τους. Τα χρηματοοικονομικά δικαιώματα τα οποία αποτιμώνται είναι Αμερικάνικου τύπου.

Abstract

This thesis presents valuation models of financial derivatives which are related to securities with probability of default. Specifically, it studies the influence of the bankruptcy factor in the price of an option when the underlying used is either the sovereign debt of America, a title with no risk of bankruptcy, or bonds of the same country companies with a rating of A^-, BBB +, BBB. Firstly, there is an analysis of the influence the presence or absence of different coupons have on the price of these bonds, as well as on the price of the options referred to them. For option pricing on the government bond we use the model Black Derman Toy developed in «One-Factor Model of Interest Rates and Its Application to Treasury Bond Options»

(1990). For option pricing on corporate bonds with credit risk, the model that is used was presented by Robert A. Jarrow and Stuart M. Turnbull in «Pricing Derivatives on Financial Securities Subject to Credit Risk» (1991). Both models are implemented in discrete time and by the means of the corresponding binomial trees and their pseudo-probabilities. All options are American.

Σημαντικοί όροι

Ληκτότητα: Η χρονική στιγμή κατά την οποία ένα ομόλογο επιστέφει την εσωτερική του αξία στον κάτοχο του.

Ομόλογο μηδενικού τοκομεριδίου : Αναφέρεται σε ένα ομόλογο το οποίο προσφέρει στο κάτοχο του μια μοναδική χρηματορροή ίση με την συμφωνημένη αρχική αξία στη λήξη του και είναι ίσο. Η τιμή του σε μία χρονική τιμή t και με ωρίμανση m ορίζεται ως P(t,m).

Ομόλογο χωρίς πιστωτικό κίνδυνο: Στην παρούσα εργασία αντιμετωπίζουμε ως ομόλογο μηδενικού κινδύνου το ομόλογο που εκδίδει η Κεντρική Τράπεζα της Αμερικής και συμβολίζεται με $P_0(t,m)$

Ομόλογο XYZ με πιστωτικό κίνδυνο: Ορίζεται ένα ομόλογο του οποίου η μελλοντική χρηματορροή είναι μικρότερη από αυτή ενός χωρίς πιστωτικό κίνδυνο.

Επιπλέον χρησιμοποιούνται πολλές λέξεις κλειδιά όπως **χρηματοοικονομικό δικαίωμα, επιτόκιο μιας περιόδου, προεξοφλητικός παράγοντας, σχέση ανταλλαγής, καμπύλη επιτοκίων.**

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

1. Εισαγωγή

1.1. Περιγραφή θέματος

Στη μελέτη μας παρουσιάζουμε μία διαφορετική μελέτη στην αποτίμηση παράγωγων χρηματοοικονομικών προϊόντων που υπόκεινται σε πιστωτικό κίνδυνο. Συγκεκριμένα ο πιστωτικός κίνδυνος μπορεί να εμφανίζεται με δύο διαφορετικές μορφές. Αρχικά στην περίπτωση όπου ο υποκείμενος τίτλος που αναφέρεται το χρηματοοικονομικό παράγωγο να πτωχεύσει. Αυτό θα έχει ως αποτέλεσμα να μην πληρώσει καθόλου ή και να πληρώσει λιγότερα σε σχέση με το υποσχόμενο ποσό. Έπειτα στην περίπτωση κατά την οποία πτωχεύσει ο εκδότης του παράγωγου προϊόντος. Η εμφάνιση του πιστωτικού κινδύνου στην περίπτωση των ομολόγων εμφανίζεται είτε μέσω της αύξησης των επιτοκίων είτε μέσα από το ρίσκο της αγοράς.

Στην περίπτωση του ρίσκου της αγοράς, αυτό αποτυπώνεται στα ομόλογα μέσα από τα yields τους. Συγκεκριμένα ένα επιχειρηματικό ομόλογο έχει μεγαλύτερο yield από το αντίστοιχο ενός κρατικού όπου η πιθανότητα πτώχευσης είναι μικρότερη. Ο προσδιορισμός της πιστωτικής ικανότητας ενός ιδρύματος ή μιας επιχείρησης στης μέρες προσδιορίζεται από μεγάλους χρηματοπιστωτικούς οργανισμούς. Κατ' επέκταση η αντίστοιχη τιμή ενός ομολόγου ενός ιδρύματος καθορίζεται από την πιστωτική του ικανότητα. Στην περίπτωση των επιτοκίων όταν αυτά αυξάνονται τότε η τιμή των ομολόγων μειώνεται και αντίστροφα. Όταν τα χρηματοοικονομικά δικαιώματα που εξετάζουμε αναφέρονται σε ομόλογα ως υποκείμενους τίτλους, τότε και η τιμή τους εξαρτάται στις αντίστοιχες διακυμάνσεις των τιμών των ομολόγων αυτών.

1.2.Βασικές θεωρίες αποτίμησης χρηματοοικονομικών παραγώγων

Οι παρακάτω δύο θεωρίες αποτελούν δύο εκ των βασικότερων μεθόδων αποτίμησης πάνω στις οποίες στηρίχτηκαν και αρκετές από τις μελέτες που αναφερόμαστε μετέπειτα. Για αυτό τον λόγο οδηγούμαστε σε μία συνοπτική αναφορά αυτών ούτως ώστε να γίνεται πιο κατανοητή η ανάλυση μας όταν θα τις ανακαλούμε.

1.2.1 Το υπόδειγμα Black – Scholes

Το αρχικό υπόδειγμα των Black-Scholes δημοσιεύτηκε πρώτη φορά το 1973 στο περιοδικό Journal of political economy με τίτλο “The pricing of options and corporate liabilities”. Από τότε μέχρι και σήμερα εξακολουθεί να αποτελεί το κυρίαρχο υπόδειγμα αποτίμησης δικαιωμάτων προαίρεσης. Βασικό πλεονέκτημα του υποδείγματος που το έκανε τόσο διαδεδομένο είναι το γεγονός ότι καθορίζει την αξία ενός δικαιώματος με βάση γνωστές παραμέτρους. Οι βασικές υποθέσεις του μοντέλου είναι οι εξής: Τα δικαιώματα είναι μόνο ευρωπαϊκού τύπου που σημαίνει ότι μπορούν να εξασκηθούν μόνο στη λήξη, το υποκείμενο αγαθό δεν διανέμει μερίσματα κατά τη διάρκεια ζωής του δικαιώματος, η αγορά είναι αποτελεσματική, που σημαίνει ότι οι τιμές των αξιόγραφων που διαπραγματεύονται στην αγορά δεν μπορούν να προβλεφθούν, δεν υπάρχουν κόστη συναλλαγών και φόροι, υπάρχει δυνατότητα ανοιχτών πωλήσεων (short selling) με πλήρη χρήση των εσόδων, τα αξιόγραφα είναι απολύτως διαιρέσιμα, οι συναλλαγές είναι συνεχείς, το επιτόκιο χωρίς κίνδυνο όπως και η μεταβλητότητα των αποδόσεων του υποκείμενου αγαθού είναι γνωστά και σταθερά στη διάρκεια του χρόνου και τέλος οι αποδόσεις του υποκείμενου αγαθού κατανέμονται κανονικά και ακολουθούν λογαριθμοκανονική κατανομή.

Σύμφωνα με το υπόδειγμα η τρέχουσα τιμή του υποκείμενου αγαθού $S0$, θεωρείται ότι ακολουθεί μία γεωμετρική κίνηση Brown με σταθερό βαθμό μετατόπισης μ και σταθερή μεταβλητότητα σ ενώ οι μεταβολές των τιμών ακολουθούν τη λογαριθμική κατανομή.

Δηλαδή: $dS = \mu S dt + \sigma S dW$.

Με βάση τα παραπάνω η τιμή ενός δικαιώματος αγοράς C και ενός δικαιώματος πώλησης P υπολογίζονται από τις παρακάτω σχέσεις:

$C = S0N(d1) – Ke\text{-}rTN(d2)$ και $P = Ke\text{-}rtN(-d2) - S0N(-d1)$ όπου $d1=[\ln(S0/K) + (r + \sigma 2/2)T]/\sigma\sqrt{T}$ και $d2= d1 - \sigma\sqrt{T}$. Είναι φανερό από τις παραπάνω εξισώσεις ότι η τιμή των δικαιωμάτων επηρεάζεται από πέντε βασικές παραμέτρους όπου S0 είναι η τρέχουσα τιμή του υποκείμενου αγαθού, K η τιμή εξάσκησης, T η διάρκεια μέχρι τη λήξη, r το επιτόκιο δίχως κίνδυνο, σ η ετησιοποιημένη μεταβλητότητα των αποδόσεων του υποκείμενου αγαθού και τέλος N(-) αποτελεί την τυπική σωρευτική συνάρτηση της κανονικής κατανομής.

Παρόλο που το υπόδειγμα των Black – Scholes αποτελεί ένα από τα πιο πετυχημένα υποδείγματα αποτίμησης δικαιωμάτων έχει δεχτεί κριτική ότι είναι μεροληπτικό από τον Rubinstein (1985) και ότι εμφανίζει μειωμένη αποδοτικότητα σε δικαιώματα προαίρεσης επί νομισμάτων από τους Melino και Turnbull (1990).

1.2.2 Το διωνυμικό υπόδειγμα των Cox, Ross και Rubinstein (1979)

Βασικό κομμάτι προκειμένου να γίνει πιο κατανοητή η βασική μας μελέτη είναι η κατανόηση των συνολικών παραμέτρων του διωνυμικού υποδείγματος των Cox, Ross και Rubinstein, μιας και αποτελεί μία εξέλιξη αυτού προσαρμόζοντας και τον πτωχευτικό παράγοντα. Το διωνυμικό υπόδειγμα αποτέλεσε ένα πρωτοποριακό υπόδειγμα γιατί δίνει τη δυνατότητα τιμολόγησης όλων των τύπων των δικαιωμάτων. Οι εμπνευστές του υποδείγματος εξηγούν πως μπορεί να κατασκευαστεί ένα διωνυμικό δέντρο που κάνει διακριτή την γεωμετρική κίνηση Brown. Το υπόδειγμα βασίζεται κυρίως στη λογική της μη ύπαρξης δυνατότητας για εξισορροπητική κερδοσκοπία (non –arbitrage arguments).

Βασικές υποθέσεις του υποδείγματος είναι ότι:

α) υπάρχουν δύο πιθανές τιμές που μπορεί να πάρει το υποκείμενο μέσο στο επόμενο βήμα. Μπορεί είτε να αυξηθεί κατά ένα παράγοντα u είτε να μειωθεί κατά ένα παράγοντα d.

β) η αβεβαιότητα έγκειται μόνο στο γεγονός ότι δεν ξέρουμε ποιες από τις δύο τιμές θα ακολουθήσει το υποκείμενο αγαθό.

γ) δεν διανέμεται μέρισμα από το υποκείμενο αγαθό μέχρι τη λήξη του δικαιώματος.

δ) το επιτόκιο μηδενικού κινδύνου είναι σταθερό καθ' όλη τη διάρκεια ζωής του δικαιώματος.

ε) η αγορά είναι τέλεια δηλαδή δεν υπάρχουν φόροι, κόστη συναλλαγών, bid ask spreads κλπ.

Το διωνυμικό υπόδειγμα είναι ασυνεχές και παρέχει τιμές κατά προσέγγιση σε αντίθεση με το υπόδειγμα των Black-Scholes που είναι συνεχές και αναλυτικό (ακριβές) υπόδειγμα. Βέβαια στο όριο ένα διωνυμικό υπόδειγμα με μεγάλο αριθμό βημάτων είναι αντίστοιχο με ένα συνεχές υπόδειγμα. Το υπόδειγμα των Cox, Ross και Rubinstein αποδεικνύει επίσης ότι η τιμή ενός δικαιώματος μπορεί να θεωρηθεί ως η προεξοφλημένη αξία των αναμενόμενων ροών σε ένα περιβάλλον όπου οι επενδυτές είναι ουδέτεροι ως προς τον κίνδυνο (risk neutral world). Όπως αναφέρθηκε και παραπάνω η τιμή του υποκείμενου αγαθού μπορεί να αυξηθεί κατά μία τιμή u με πιθανότητα p, είτε να μειωθεί κατά μία τιμή d με πιθανότητα 1-p. Η τιμή του δικαιώματος αγοράς υπολογίζεται από την ακόλουθη σχέση:

$$C = \frac{1}{(1+r)^n} \sum_{j=a}^{n} \binom{n}{j} p^j (1-p)^{n-j} [(1+u)^j (1+d)^{n-j} S_{T-n} - K]$$

Όπου p = ($e^{r\delta T}$ – d)/(u – d)

1.3 Βασικές προσεγγίσεις μοντελοποίησης του πιστωτικού κινδύνου

Παραδοσιακά υπήρχε η άποψη ότι τα παράγωγα δικαιώματα δεν υπόκεινται σε πιστωτικό κίνδυνο. Μια άποψη σαν και αυτή είναι λογική όταν κάποιος θέλει να μελετήσει δικαιώματα τα οποία συναλλάσσονται σε μία οργανωμένη αγορά όπως ένα χρηματιστήριο της Αμερικής. Ως πιστωτικός κίνδυνος σε αυτά τα παράγωγα δικαιώματα ίσως να εκλαμβανόταν, όπως το έθεσαν και οι Cox και Rubinstein, μια τεράστια μεταβολή στις τιμές των μετοχών. Παρόλα αυτά πολλά παράγωγα δικαιώματα και χρηματοοικονομικοί τίτλοι που συμπεριλαμβάνουν παρόμοιες πληρωμές με αυτές των δικαιωμάτων, πωλούνται από εταιρείες με περιορισμένα περιουσιακά στοιχεία, κάτι το οποίο υποδηλώνει ότι ο πιστωτικός κίνδυνος είναι υπαρκτός.

Στη προσπάθεια μοντελοποίησης του πιστωτικού κινδύνου υφίστανται αρκετές μέθοδοι όμως οι προσεγγίσεις με τη πιο μεγάλη χρησιμότητα είναι δύο: η structural form και η reduced form.

1.3.1 Structural form μοντέλα

Αναφέρονται σε μοντέλα που έχουν ως βασικό χαρακτηριστικό το να περιγράφουν την εσωτερική οικονομική δομή του εκδότη του ομολόγου, έτσι ώστε ένα πιστωτικό να είναι αποτέλεσμα ενός εσωτερικού γεγονότος. Τα μοντέλα αυτού του είδους βασίζονται στο μοντέλο των Black and Scholes (1973) και του Merton (1974). Τα structural model αντιμετωπίζουν το μετοχικό κεφάλαιο σαν ένα δικαίωμα αγοράς πάνω στα περιουσιακά στοιχεία της εταιρείας, ενώ η τιμή εξάσκησης αυτού είναι το χρέος της εταιρείας. Με τα χρόνια το μοντέλο εξελίχθηκε χρησιμοποιώντας ολοένα και περισσότερες νέες μεταβλητές.

1.3.1.1. Μοντέλο αποτίμησης Merton (1974)

Στις μέρες μας το μοντέλο του Merton είναι που ασχολείται περισσότερο με τη πρόβλεψη της πιθανότητας πτώχευσης και αναπτύσσεται σε άρθρο του το 1974. Το αντικείμενο του συγκεκριμένου άρθρου είναι να παρουσιάσει μία θεωρία η οποία ονομάζεται η θεωρία της δομής του ρίσκου στα επιτόκια. Με την έννοια του ρίσκου αναφέρεται στα πιθανά κέρδη ή ζημίες που μπορεί να υπάρξουν για τον κάτοχο μίας ομολογίας ως αποτέλεσμα να αλλάξει η πιθανότητα πτώχευσης κι όχι στις πιθανές διακυμάνσεις των επιτοκίων. Σε όλη την ανάλυση του άρθρου επικρατεί ένα σταθερό term structure και το μόνο που μπορεί να αποτελεί λόγος διαφοροποίησης μεταξύ των τιμών των ομολογιών είναι οι διαφορετικές πιθανότητες χρεωκοπίας. Το μοντέλο για την τιμολόγηση των εταιρικών υποχρεώσεων στο σύνολο τους στηρίζεται πάνω στο μοντέλο που ανέπτυξαν οι Black and Scholes με κάποιες επεκτάσεις που προσέθεσε ο Merton, στηριζόμενος όμως στις βασικές υποθέσεις του πρώτου.

Για την ανάπτυξη του το μοντέλο στηρίζεται στην απλή μορφή εταιρικού χρέους, δηλαδή σε ομόλογα που δεν πληρώνονται κουπόνια, και σε μία φόρμουλα υπολογισμού της δομής του ρίσκου στα επιτόκια. Επιπλέον χρησιμοποιείται συγκριτική στατική ανάλυση για την ανάπτυξη γραφημάτων της δομής του ρίσκου και να δοθεί μία εξήγηση εάν το term premium είναι ένα επαρκές μέτρο ρίσκου για ένα ομόλογο. Στην ανάλυση του ο Merton αποδεικνύει την εγκυρότητα του θεωρήματος των Modigliani - Miller στη παρουσία πτώχευσης, καθώς και ότι υφίσταται συγκεκριμένη απαιτούμενη απόδοση ανάλογη με τον συντελεστή μόχλευσης της εταιρείας, δεδομένου ότι δεν υπάρχουν διαφορές μεταξύ των εταιρειών όσο αφορά τις φορολογικές ελαφρύνσεις και τα κόστη συναλλαγών. Τέλος στο μοντέλο ανάλυσης προστίθενται στοιχεία για να συμπεριληφθούν ομόλογα που πληρώνουν κουπόνια και που είναι callable.

Ο Merton κατάφερε να δημιουργήσει κατά αυτόν τον τρόπο ένα μοντέλο που στηρίζεται σε στέρεα οικονομική ανάλυση, με τη χρήση δεδομένων που είναι εύκολα παρατηρήσιμα και που μπορεί να χρησιμοποιηθεί στην τιμολόγηση οποιουδήποτε χρηματοοικονομικού προϊόντος. Το συγκεκριμένο μοντέλο μελετάει το ενδεχόμενο πτώχευσης όταν λήγει ένα ομόλογο και αθετείται η πληρωμή. Έπειτα ακολούθησαν μελέτες κατά τις οποίες αυτό μπορεί να πραγματοποιηθεί και ενδιάμεσα, όταν για παράδειγμα η αξία της εταιρείας ξεπερνάει ένα συγκεκριμένο όριο. Ένα τέτοιου είδους μοντέλο ανέπτυξαν για πρώτη φορά οι **Black and Cox** στη μελέτη που έκαναν το 1976.

1.3.1.2. Μοντέλο αποτίμησης Black and Cox (1976)

Η συγκεκριμένη μελέτη παρουσίασε μία παρόμοια ανάλυση με αυτή των Black και Scholes, σύμφωνα με την οποία θα μπορούσε να γίνει η αποτίμηση όλων των εταιρικών τίτλων με τον ίδιο τρόπο όπως και αυτή των χρηματοοικονομικών δικαιωμάτων. Σκοπός του συγκεκριμένου άρθρου ήταν να πραγματοποιήσει κάποιες γενικεύσεις σε σχέση με αυτή τη μέθοδο αποτίμησης κι έπειτα να τις εξειδικεύσει πάνω σε συγκεκριμένες ρήτρες που εφαρμόζονται σε συμβόλαια ομολόγων. Συγκεκριμένα εξετάζουν τις επιπτώσεις των ρητρών ασφάλειας, της ύπαρξης δικαιωμάτων προτεραιότητας και των περιορισμών σχετικά με τη χρηματοδότηση των δαπανών για τόκους και μερίσματα.

Βασικές υποθέσεις ήταν οι εξής :

- Κάθε μοναδική πράξη αγοροπωλησίας μίας μετοχής δεν μπορεί να επηρεάσει την αγοραία τιμή της.
- Υπάρχει το περιουσιακό στοιχείο μηδενικού κινδύνου γνωστό ως επιτόκιο μηδενικού κινδύνου.
- Τα άτομα μπορούν να παίρνουν θέσεις πωλητή σε οποιαδήποτε μετοχή, συμπεριλαμβανομένου και του περιουσιακού στοιχείου μηδενικού κινδύνου.
- Έχουμε συνεχές συναλλακτικό χρόνο.
- Δεν υπάρχουν φόροι, κόστη πτώχευσης, έξοδα ανταλλαγής ή εκπροσώπησης και τέλος όλες οι πληροφορίες είναι γνωστέ για όλους.

- Η αξία της επιχείρησης ακολουθεί μια διαδικασία διάχυσης με στιγμιαία διακύμανση ανάλογη με το τετράγωνο της τιμής

Με βάση αυτές τις υποθέσεις η συνάρτηση αποτίμησης έχει ως εξής:

$$\tfrac{1}{2}\sigma^2V^2f_{vv} + (rV - p(V,t))f_v - rf + f_t + p'(V,t) = 0$$

Όπου:

f= συμβολισμός οποιασδήποτε μετοχής της εταιρείας,

V= η αξία της εταιρείας

t= ο χρόνος

σ^2 =η στιγμιαία διακύμανση των αποδόσεων της εταιρείας

p (V,t)= η συνολική καθαρή πληρωμή ή είσπραξη , για την εταιρεία

p'(V,t)= η είσπραξη ή η πληρωμή από την μετοχή f.

Αποδεικνύεται μέσα από τη μελέτη αυτή ότι αυτοί οι περιορισμοί αυξάνουν την αξία του ομολόγου και επίσης μπορούν να έχουν κάποια σημαντική επίδραση στη συμπεριφορά της τιμής των μετοχών της εταιρείας. Χαρακτηριστικό παράδειγμα είναι η περίπτωση κατά την οποία η εταιρεία περάσει από ένα jump process, όπου η αξία ενός περιουσιακού στοιχείου της το οποίο έχει χρησιμοποιηθεί ως εχέγγυο να μειωθεί δραματικά, με αποτέλεσμα η εταιρεία να κινδυνεύει άμεσα από χρεωκοπία χωρίς να έχει υπάρξει μεταβατικό στάδιο.

Με το όρο χρεωκοπία εννοούμε την μεταφορά της ιδιοκτησίας της εταιρείας στους κατόχους των ομολόγων χωρίς να μεταβληθούν οι δραστηριότητες της, ενώ αυτοί θα έχουν μετέπειτα τους εκπροσώπους τους στην διαχείριση της.

Αυτό που θα πρέπει να συμπεριληφθεί και να συνεκτιμηθεί στην ανάλυση είναι η εισαγωγή του κόστους πτώχευσης και άλλων ειδών κόστους όπως το φορολογικό, μιας και από μόνα τους μπορούν να οδηγήσουν σε πολύ μεγαλύτερες διαφοροποιήσεις με μεγάλες αρνητικές επιδράσεις.

Μία άλλη θεωρεία η οποία συγκαταλέγεται στα μοντέλα με structural form είναι των

1.3.1.3. Μοντέλο αποτίμησης Ramaswamy και Sundaresan (1993)

Ανέπτυξαν ένα μοντέλο αποτίμησης συνεχούς χρόνου που θα μπορεί να εξετάσει τις υστερήσεις που εμφανίζονται στις αποδόσεις τον ομολόγων, κάποια ειδικά συμβατικά χαρακτηριστικά που εμφανίζουν, καθώς και τον πιστωτικό κίνδυνο που προκύπτει από τον εκδότη του ομολόγου.

Η μελέτη τους αυτή συμπληρώνει και επεκτείνει το έργο των Cox, Ingersoll και Ross, οι οποίοι έδωσαν ιδιαίτερη σημασία στην δημιουργία φόρμουλας υπολογισμού των τοκομεριδίων με τη οποία εξαλείφεται το ρίσκο βάσης. Συγκεκριμένα διαφοροποιείται στο γεγονός ότι με αυτή τη μελέτη εξετάζεται μία φόρμουλα που υπολογίζει το επιτόκιο του κουπονιού ως τον μέσο όρο παρελθοντικών επιτοκίων. Επιπλέον ενσωματώνουν μερικά από τα πιο συνήθη αντιμετωπίσιμα σχεδιαστικά χαρακτηριστικά μακροχρόνιων τίτλων κυμαινόμενου επιτοκίου και εξετάζουν τα αποτελέσματα του κινδύνου πτώχευσης που εμφανίζουν αυτά.

Στην ανάλυση τους περιγράφουν όλα τα χαρακτηριστικά που έχουν οι εταιρικές εκδόσεις τίτλων κυμαινόμενου επιτοκίου και παρουσιάζουν στοιχεία για το πώς συμπεριφέρεται η τιμή τους. Στις μέχρι αυτήν αναλύσεις όλες οι φόρμουλες ήταν ίδιες σε όλους του τίτλους κυμαινόμενου επιτοκίου, ανεξαρτήτως αν υπάρχει μεγάλη διακύμανση στο είδος των βασικών επιτοκίων(3-6μηνο Treasury Bill yield, LIBOR) καθώς και στη φύση και το μέγεθος του προσαύξηση της τιμής που αντικατοπτρίζει το πιστωτικό κίνδυνο του εκδότη.

Οι λύσεις που παρουσιάζονται μέσα από αυτή τη μελέτη δείχνουν ότι για εύλογες τιμές παραμέτρων αν αγνοήσουμε τον κίνδυνο πτώχευσης τότε τα χαρακτηριστικά των εκδιδόμενων αυτών τίτλων από μόνα τους οδηγούν τις τιμές αυτών σε διακυμάνσεις σε μεγαλύτερο βαθμό από όσο είναι επιθυμητό. Σε ένα εύλογο σετ παραμέτρων φαίνεται ότι ο τίτλος κυμαινόμενου επιτοκίου θα πουλήσει με έκπτωση όποτε το δεδομένο default premium στη φόρμουλα υπολογισμού τοκομεριδίων είναι λιγότερο από την μακροχρόνια μέση τιμή του default premium που αναμένεται από την αγορά. Ως συμπέρασμα προκύπτει ότι τα παρατηρούμενα discounts μπορούν να γίνουν πιο ορθολογικά μόνο αν τα δεδομένα premiums είναι πολύ λιγότερα από τα premiums που ζητούνται από τους επενδυτές.

1.3.2. Reduced form μοντέλα

Τα μοντέλα αυτά δεν μελετάνε τους λόγους για τους οποίους πραγματοποιήθηκε ένα πιστωτικό γεγονός αλλά προσπαθούν από στατιστικής πλευράς να προσεγγίσουν όσο το δυνατόν με τον πιο ακριβή τρόπο τις πιθανότητες όπου μπορεί να επέλθει η χρεωκοπία. Οι πιθανότητες αυτές υπολογίζονται μέσω της χρήσης των τιμών αγοράς του υποκείμενου τίτλου χρησιμοποιώντας ειδικά μοντέλα αποτίμησης. Το πρώτο μοντέλο αποτίμησης που παρουσιάστηκε με αυτή τη μέθοδο ήταν των Jarrow Turnbull (1995). Μέχρι σήμερα τα πιο διαδεδομένα reduced form μοντέλα στηρίζονται πάνω στη συγκεκριμένη μελέτη.

Στις επόμενες ενότητες γίνεται μια λεπτομερής ανάλυση του συγκεκριμένου μοντέλου ενώ παράλληλα με τη βοήθεια του μοντέλου των Black Derman Toy θα απεικονίσουμε την επιρροή που έχει ο πτωχευτικός παράγοντας στην τιμή των παράγωγων προϊόντων.

2. Περιγραφή μοντέλου Black Derman Toy (1990)

2.1. Περιγραφή του οικονομικού μοντέλου

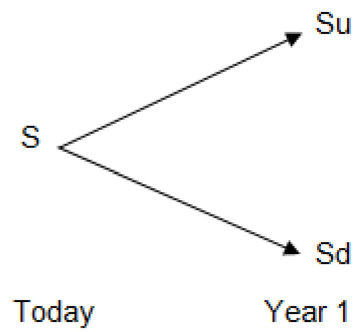
Στο σημείο αυτό της μελέτης μας θα χρησιμοποιήσουμε το μοντέλο Black-Derman-Toy (BDT) προκειμένου να περιγράψουμε και να υπολογίσουμε την εξέλιξη του επιτοκίου μηδενικού κίνδυνου, κάτι το οποίο θα χρησιμοποιηθεί στην κατασκευή του μοντέλου Jarrow - Turnbull. Παράλληλα θα υπολογίσουμε τις τιμές των Κρατικών ομολόγων που αναφέρονται στις τιμές των επιτοκίων αυτών, καθώς και τα αντίστοιχα δικαιώματα.

Συγκεκριμένα το BDT μοντέλο είναι ένα μονοπαραγωντικό μοντέλο με μοναδική μεταβλητή είναι το ετησιοποιημένο επιτόκιο μιας περιόδου. Είναι κατασκευασμένο με τέτοιο τρόπο ώστε να συνδυάζει την χρονική διαστρωμάτωση των επιτοκίων (yields) των ομολόγων μηδενικού τοκομεριδίου και τις αντίστοιχες διακυμάνσεις αυτού (yield volatilities).

Το μοντέλο στηρίζεται στις εξής βασικές υποθέσεις:

- Οι μεταβολές των επιτοκίων σε όλες τις κλάσεις ομολόγων είναι απόλυτα συσχετισμένες μεταξύ τους.
- Οι αναμενόμενες αποδόσεις όλων των μετοχών για μία περίοδο είναι ίσες.
- Τα επιτόκια μίας περιόδου είναι λογαριθμοκανονικά κατανεμημένα. Με αυτό τον τρόπο αποτρέπονται αρνητικά επιτόκια για μια περίοδο και βοηθάει στον υπολογισμό των μεταβλητοτήτων στη μορφή ποσοστού.
- Δεν υφίστανται φόροι και κόστη συναλλαγών.

Έστω τώρα ότι θέλουμε να υπολογίσουμε την τιμή ενός τίτλου S. Το μοντέλο BDT είναι ένα διωνυμικό μοντέλο για το οποίο υπολογίζουμε ότι η τιμή σε μία περίοδο μπορεί να κινηθεί είτε ανοδικά S_u είτε καθοδικά S_d. Η πιθανότητα για οποιαδήποτε από τις δύο καταστάσεις είναι ίση με $\frac{1}{2}$ και αντικατοπτρίζεται με βάση το κάτω διάγραμμα:



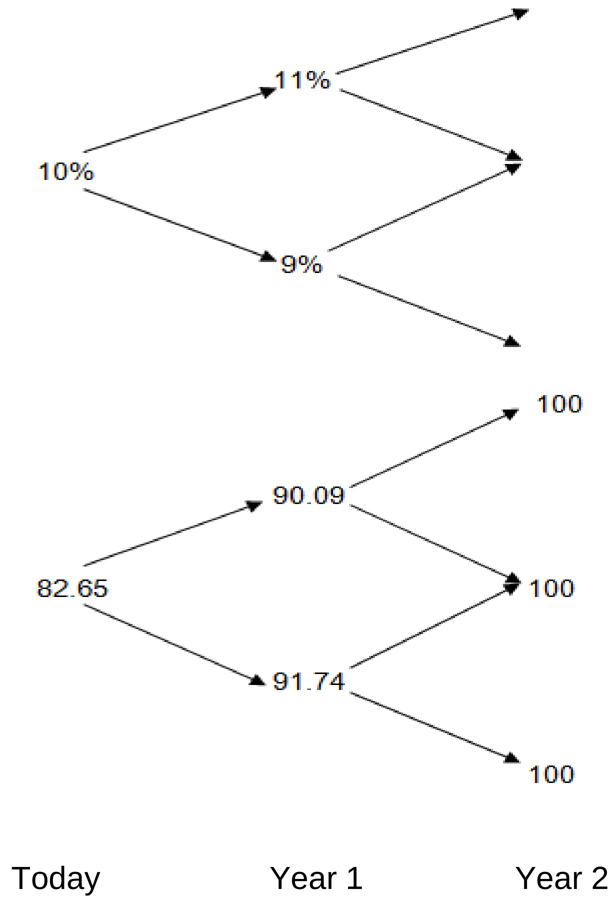
Γνωρίζουμε ότι η αναμενόμενη τιμή της μετοχής είναι S=$\frac{1}{2}$ (Su + Sd), οπότε και η αναμενόμενη απόδοση είναι: $\frac{\frac{1}{2}(Su+Sd)}{S}$. Με δεδομένη την υπόθεση ότι όλες οι αναμενόμενες αποδόσεις είναι ίσες και επειδή μπορούμε να δανειστούμε με r προκύπτει ότι :

$$S=\frac{\frac{1}{2}Su+\frac{1}{2}Sd}{1+r} \qquad\qquad 1+\mathrm{r}=\frac{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}}{\mathrm{S}}$$ Σχέση 1

Μπορούμε τώρα να χρησιμοποιήσουμε το δέντρο μίας περιόδου προκειμένου να συσχετίσουμε τις σημερινές ενός ομολόγου με τις πιθανές τιμές αυτού σε μία περίοδο. Και τις τιμές σε μία περίοδο με αυτές σε δύο περιόδους από σήμερα.

Προκειμένου να γίνει πιο κατανοητή αυτή η μεθοδολογία θα χρησιμοποιήσουμε ένα παραστατικό αριθμητικό παράδειγμα:

Έστω ότι το επιτόκιο την περίοδο 1 είναι 10% και υπάρχουν δύο υποθετικές περιπτώσεις: να ανέβει στο 11% ή να πέσει στο 9% (Διάγραμμα 1). Η τιμή ενός υποθετικού ομολόγου κινείται όπως γνωρίζουμε αντιστρόφως ανάλογα και φαίνεται από το **Διάγραμμα 2**.



2.2. Περιγραφή της εξέλιξης του επιτοκίου μιας περιόδου

Κατά αυτό τον τρόπο μπορούμε να υπολογίζουμε την αξία ενός ομολόγου μηδενικού τοκομεριδίου χρησιμοποιώντας το επιτόκιο μιας περιόδου. Ουσιαστικά γνωρίζοντας τη τιμή του ομολόγου στη λήξη μπορούμε να βρούμε τις τιμές αυτού στους προηγούμενους κόμβους προεξοφλώντας σε κάθε στάδιο με το επιτόκιο μιας περιόδου που υπολογίσαμε προηγουμένως.

Η σχέση ενός ομολόγου μηδενικού τοκομεριδίου Ν περιόδων με το αντίστοιχο επιτόκιο (yield) του δίδεται ως εξής:

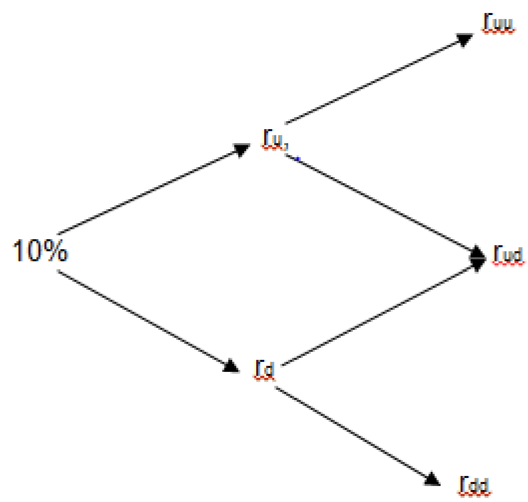
$$S = \frac{100}{(1+y)^N} \qquad \text{Σχέση 2}$$

Ενώ αντίστοιχα η τιμή αυτού για τις δύο καταστάσεις S_u, S_d για τα αντίστοιχα y_u, y_d δίδονται ως εξής:

$$S_{u,d} = \frac{100}{(1+y_{u,d})^{N-1}} \qquad \text{Σχέση 3}$$

Ουσιαστικά με όλη την παραπάνω διαδικασία υπολογίζουμε τα επιτόκια r_u,r_d (επιτόκια μιας περιόδου) με τέτοιο τρόπο ώστε να μας δίνουν την αξία ενός ομολόγου δύο περιόδων για το οποίο η τιμή και η μεταβλητότητα του επιτοκίου (yield) να είναι αυτά που έχουμε προσκομίσει από την αγορά για τις αντίστοιχες περιόδους. Η συγκεκριμένη λογική αναπτύσσεται και για ομόλογα περισσοτέρων περιόδων.

Έστω ότι έχουμε περισσότερες από δύο περιόδους όπου το επιτόκιο μιας περιόδου (short rate) αναπτύσσεται με βάση το Διάγραμμα 3:



Η μεταβλητότητα του επιτοκίου ενός επιτοκίου δίνεται από τον εξής τύπο:

$$\sigma = \frac{\ln \frac{r_u}{r_d}}{2} \qquad \text{Σχέση 4}$$

Η σχέση 4 προκύπτει από το υπόδειγμα Cox - Rubinstein όπου ισχύει ότι για τα u,d έχουμε: $u=e^{\sigma\sqrt{\Delta t}}$ και $d= e^{-\sigma\sqrt{\Delta t}}$.

και $\frac{u}{d} = e^{2\sigma\sqrt{\Delta t}} \rightarrow \ln(\frac{u}{d}) = 2\sigma\sqrt{\Delta t}$

οπότε : $\sigma = \frac{1}{2\sqrt{\Delta t}} \ln \frac{u}{d}$

Επειδή ομοίως στο υπόδειγμα BDT τα επιτόκια κατανέμονται λογαριθμοκανονικά, κατά αυτό τον τρόπο προκύπτει η σχέση 4.

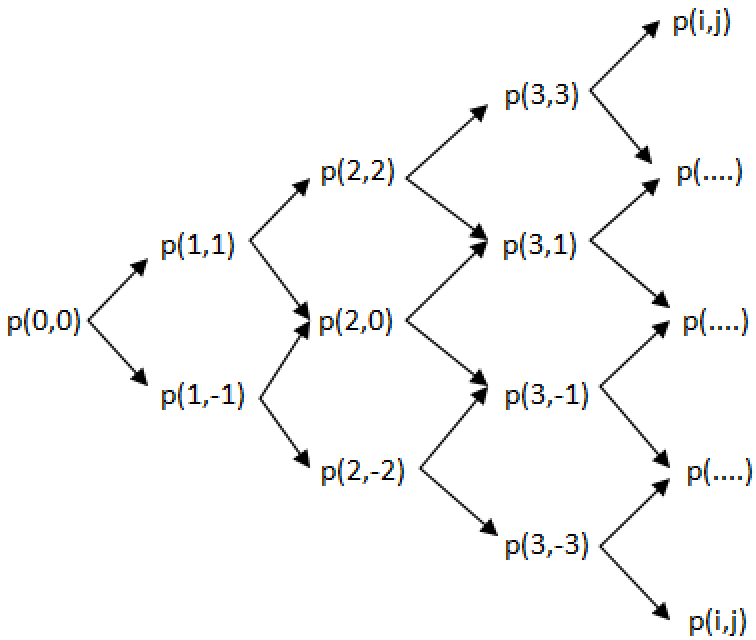
Με βάση την όλη μεθοδολογία του μοντέλου BDT ουσιαστικά όλα τα επιτόκια του διαγράμματος 3 θα πρέπει να είναι τέτοια ώστε ταιριάζουν με το yield και το yield volatility ενός ομολόγου μηδενικού τοκομεριδίου ληκτότητας τριών περιόδων.

Βάση θεωρίας μπορούμε να συνδυάσουμε τις παραπάνω μεταβλητές δύο μεταβλητές με δύο επιτόκια μίας περιόδου και δίνουν μοναδικά αποτελέσματα. Όταν όμως θέλουμε να τις συνδυάσουμε με τρία επιτόκια μιας περιόδου τότε πολλοί συνδυασμοί αυτών των επιτοκίων μπορούν να μας δώσουν τα ίδια αποτελέσματα για τα yield και τα yield volatilities.

Όμως βάση του μοντέλου τα επιτόκια μιας περιόδου κινούνται λογαριθμοκανονικά με μεταβλητότητα που εξαρτάται μόνο από το χρόνο. Καθώς και με βάση τη σχέση 4 αν το επιτόκιο είναι r_u τότε το volatility για αυτό είναι $\frac{1}{2}\ln(r_{uu}/r_{ud})$ και αν είναι r_d είναι $\frac{1}{2}\ln(r_{ud}/r_{dd})$. Επειδή όμως βάσης του μοντέλου αυτές οι δύο volatilities πρέπει να είναι ίσες τότε ισχύει ότι $r^2_{ud}= r_{uu}r_{dd}$. Κατά αυτόν τον τρόπο επειδή η ενδιάμεση κατάσταση του επιτοκίου είναι συναρτήσει των άλλων δύο, καλούμαστε πλέον να συνδυάσουμε το yield και το yield volatility με δύο επιτόκια, τα r_{uu}, r_{ud}. Χρησιμοποιώντας την ίδια διαδικασία μπορούμε να βρούμε τα επιτόκια μιας περιόδου για κάθε κόμβο ενός δέντρου πολύ όσων περιόδων θέλουμε.

Με αυτό τον τρόπο καταφέρνουμε να υπολογίσουμε τα επιτόκια προεξόφλησης για το βασικό μας μοντέλο για ένα οποιοδήποτε εύρος περιόδων που θέλουμε. Συγκεκριμένα με τη χρήση της μεθόδου του Jasmshidian (1991) μπορούμε να υπολογίσουμε το διωνυμικό δέντρο εξέλιξης του επιτοκίου μιας περιόδου, για χρονικό διάστημα από 0 έως T. Η συνολική περίοδος μπορεί να επιμεριστεί σε i=1,..,N περιόδους με τέτοιο τρόπο ώστε το μέγεθος κάθε περιόδου να είναι ίσο με Dt= T/N.

Δεδομένου ότι σε κάθε κόμβο υπάρχουν δύο πιθανές λύσεις, για το σύνολο των i χρονικών στιγμών υπάρχουν i+1 κόμβοι. Συγκεκριμένα το δέντρο εξελίσσεται ως εξής και αναπτύσσεται σε (i,j) κόμβους:



2.3. Περιγραφή της εξέλιξης της τιμής ενός ομολόγου μηδενικού τοκομεριδίου και κινδύνου

Τα επίπεδα σε κάθε κόμβο ορίζονται ως j. Στον αρχικό κόμβο όπου i=0 και το j=0 ενώ στον πρώτο κόμβο το επιτόκιο μιας περιόδου είτε έχει αυξηθεί σε j=1, είτε έχει μειωθεί σε j=-1. Γενικά κάθε κόμβος από εκεί και έπειτα για κάθε i,j, πλην αυτών που είναι στην απόλυτη κορυφή ή στη βάση του δέντρου, είτε θα οδηγηθεί σε ένα επόμενο i+1,j+1 σε μία άνοδο, είτε σε i+1,j-1 σε μία κάθοδο. Ο ανώτερος κόμβος του δέντρου είναι ο N,N και ο κατώτερος κόμβος ο N,-N.

Γνωρίζουμε ότι ο τα επιτόκια μηδενικού τοκομεριδίου και οι αντίστοιχες μεταβλητότητες τη χρονική στιγμή 0 είναι γνωστές. Αν υποθέσουμε ότι το αντίστοιχο επιτόκιο για τη χρονική στιγμή I ορίζεται ως ZR(i) τότε έχουμε ότι:

$$P(0,m) = [\frac{1}{1 + ZR(0,\iota)\Delta t}]^{i\Delta\tau}$$

Όπου: P(0,m)= η τιμή ενός ομολόγου μηδενικού τοκομεριδίου με τιμή στη λήξη 1, τη χρονική στιγμή 0 με ληκτότητα i

και Δt= το χρονικό βήμα ανάμεσα σε κάθε χρονική περίοδο το οποίο είναι σταθερό.

Προκειμένου να υπολογίσουμε τον προεξοφλητικό παράγοντα χρησιμοποιούμε την forward induction method.

Δεδομένου ότι η πιθανότητα να ανέβει ή να κατέβει η τιμή του ομολόγου είναι σταθερή και ίση με 1/2 καθώς και d(n,m) ο προεξοφλητικός παράγοντας μιας περιόδου και P(n,m) η τιμή του ομολόγου τη χρονική στιγμή n και κόμβο i. Η τιμή προκύπτει από τις τιμές της επόμενης περιόδου στο άνω και κάτω στάδιο μέσω της χρήσης της λύσης προς τα πίσω. Συγκεκριμένα έχουμε:

$$P(n,i) = \tfrac{1}{2}\, d(n,i)[P(n+1,i+1) + P(n+1,i+1)]$$

2.4. Περιγραφή της εξέλιξης της τιμής ενός ομολόγου μηδενικού κινδύνου με τοκομερίδιο και του αντίστοιχου δικαιώματος

Στην περίπτωση που έχουμε ομόλογα με κουπόνια υπολογίζουμε την τιμή του ομολόγου σαν να είναι ένα άθροισμα από ομόλογα μηδενικού τοκομεριδίου. Για παράδειγμα ένα ομόλογο με λήξη σε τρία χρόνια, κουπόνι 10$ και face value 100$ μπορεί να υπολογιστεί και ως ένα χαρτοφυλάκιο των εξής: ενός ομολόγου μηδενικού τοκομεριδίου ενός έτους με 10$ face value, ένα ομόλογο δύο ετών με 10$ face value και ένα ομόλογο τριών ετών με face value 110$. Το συγκεκριμένο χαρτοφυλάκιο έχει τα ίδια έσοδα με ένα ομόλογο τριών ετών με 10$.

Έστω ότι υπολογίζουμε την παραπάνω τιμή ενός κρατικού ομολόγου, μπορούμε να υπολογίσουμε και την αντίστοιχη τιμή του χρηματοοικονομικού δικαιώματος που αναφέρεται σε αυτό. Οι αναδρομικοί τύποι της ανάπτυξης των συγκεκριμένων δέντρων αναπτύσσονται κατά την εμπειρική μελέτη στο κεφάλαιο 4.

3. Περιγραφή μοντέλου Jarrow Turnbull (1995)

Όπως αναφέραμε και παραπάνω το μοντέλο Jarrow Turnbull (1995) ανήκει στην κατηγορία των reduced form models και αποτελεί το βασικότερο μοντέλο της συγκεκριμένης κατηγορίας.

Σε αυτό το σημείο της μελέτης μας θα καθορίσουμε την οικονομία πάνω στην οποία γίνεται η ανάλυση, καθώς και θα ορίσουμε την αναλογία που προκύπτει από την συναλλαγματική ισοτιμία.

Θεωρούμε μία οικονομία με επενδυτικό ορίζοντα [0,t] και συγκεκριμένα στην περίπτωση κατά την οποία ο χρονικός ορίζοντας του trading είναι σε διακριτό χρόνο τότε είναι ο εξής : {0,1,2,…,t}. Στο συνεχές trading ορίζεται [0,t].

Επιπρόσθετα εξετάζουμε δύο κατηγορίες μηδενικού τοκομεριδίου, με μηδενικό πιστωτικό κίνδυνο και με ύπαρξη πιστωτικού κινδύνου.

Στην πρώτη κατηγορία ορίζουμε την αξία του ομολόγου μηδενικού πιστωτικού κινδύνου, οποιασδήποτε ληκτότητας την χρονική στιγμή t ως $p_0(t,T)$, το οποίο πληρώνει ένα δολάριο την χρονική στιγμή $T \geq t$.Επιπλέον υποθέτουμε ότι οι τιμές του ομολόγου είναι αυστηρά θετικές $p_0(t,T) > 0$ και με μηδενικό πιστωτικό κίνδυνο $p_0(t,t) \equiv 1$.

Θεωρούμε B(t) ένα λογαριασμό χρηματαγοράς όπου δημιουργείται αν για το δεδομένο term structure επενδύσουμε ένα δολάριο σε ομόλογο μηδενικού κινδύνου και τοκομεριδίου, και παράλληλα να το επαναεπενδύουμε σε κάθε μελλοντική χρονική στιγμή.

Η δεύτερη κατηγορία είναι όλα τα XYZ μηδενικού τοκομεριδίου επίσης και όλων των ληκτοτήτων. Αυτές οι XYZ ομολογίες εμφανίζουν κίνδυνο, άρα υποκύπτουν και σε πιστωτικό κίνδυνο.

Ορίζουμε την αξία ενός XYZ ομολόγου , το οποίο πληρώνει ένα δολάριο την χρονική στιγμή $T \geq t$, ως $u_1(t,T)$. Κι εδώ οι τιμές αυτών των ομολόγων θεωρούμε ότι είναι αυστηρά θετικές $u_1(t,T)>0$. Την προηγούμενη υπόθεση την κάνουμε και στις δύο περιπτώσεις γιατί θέλουμε να αποφύγουμε τυχόν σφάλματα από τη διαίρεση με μηδενικές τιμές.

Επιπλέον για να διευκολύνουμε την μοντελοποίηση μας και τις εκτιμήσεις μας, αναλύουμε τα XYZ ομόλογα στις κάτωθι υποθετικές ποσότητες :

Ένα ομόλογο μηδενικού τοκομεριδίου υπολογιζόμενο με βάση μία υποθετική ισοτιμία, ένα υποσχόμενο XYZ δολάριο όπου θα το αποκαλούμε XYZ και η τιμή σε δολάρια των XYZ.

3.1. Ορισμός της σχέσης ανταλλαγής

Ορίζουμε την εξής σχέση (1): $e_1(t) \equiv u_1(t,t)$, όπου $e_1(t)$ είναι η αξία ενός υποσχόμενου δολαρίου την χρονική στιγμή t με βάση την τρέχουσα σχέση ανταλλαγής. Αν η XYZ ομολογία δεν αναφέρεται σε τίτλο που υποκύπτει σε πτώχευση τότε η σχέση ανταλλαγής θα είναι ίση με τη μονάδα και η αξία της ομολογίας XYZ δολαρίων είναι ίση με ένα δολάριο. Αν όμως υποκύπτει σε πτώχευση κάθε XYZ υποσχόμενη αξία θα είναι λιγότερη από ένα δολάριο.

Ορίζουμε τη Σχέση (2): $p_1(t,T)= u_1(t,T) / e_1(t)$.

Όπου $p_1(t,T)$ είναι η τιμή της ομολογίας μηδενικού κινδύνου σε άλλο νόμισμα εκτός του δολαρίου.

Έπειτα δημιουργούμε ένα υποθετικό XYZ ομόλογο μηδενικού τοκομεριδίου

Σχέση (3): $p_1(T,T)=1$.

Αντικαθιστώντας την σχέση (2) η αξία του XYZ ομολόγου ορίζεται ως εξής: $u_1(t,T)= p_1(t,T)* e_1(t)$. Αυτός ο διαχωρισμός μας βοηθάει να ορίσουμε τα term structures των XYZ σε όρους του $p_1(t,T)$ και του $e_1(t)$. Επιπλέον θα μας βοηθήσει στον στόχο μας να διαχωρίσουμε την αναλογία της συναλλαγματικής ισοτιμίας. Αυτή η αναλογία είναι ιδιαιτέρως χρήσιμα στην έρευνα που μελετάμε, ενώ είναι κατανοητή λόγω των τεχνικών προηγούμενων μελετών που την εφάρμοζαν όπως των Amin και Jarrow (1991) και όπου αυτές οι τεχνικές μπορούν να χρησιμοποιηθούν και για την αποτίμηση παραγώγων προϊόντων που ενέχουν πιστωτικό κίνδυνο.

3.2. Μελέτη Amin και Jarrow (1991)

Η συγκεκριμένη μελέτη αναφέρεται στην αποτίμηση option μέσω χρήσης ανάλογων τεχνικών. Συγκεκριμένα στη μελέτη αυτή αναπτύχθηκαν τεχνικές κατά τις οποίες γίνεται αποτίμηση Ευρωπαϊκών και Αμερικάνικων δικαιωμάτων με την χρήση της τρέχουσας συναλλαγματική ισοτιμίας ή και συμβολαίων μελλοντικής εκπλήρωσης πάνω στην ισοτιμία (forwards).

Στη βιβλιογραφία υπάρχουν δύο κατηγορίες που αποτίμηση των δικαιωμάτων. Η πρώτη θεωρεί τόσο τα εγχώρια όσο και τα ξένα επιτόκια σταθερά, ενώ η τρέχουσα συναλλαγματική ισοτιμία ακολουθεί μία στοχαστική ακολουθία. Τέτοιου είδους μοντέλων αποτίμησης έχουν μία απλότητα. Μπορούν να διακρίνουν τις διαφορές των τωρινών με τις μελλοντικές τιμές, αγνοώντας όμως τα προβλήματα που έχουν σχέση με τις τρέχουσες τιμές αγοράς (mark to market). Η δεύτερη κατηγορία έχει να κάνει με μοντέλα αποτίμησης δικαιωμάτων (options), τα οποία θεωρούν τα επιτόκια ότι ακολουθούν κι αυτά μια στοχαστική κίνηση.

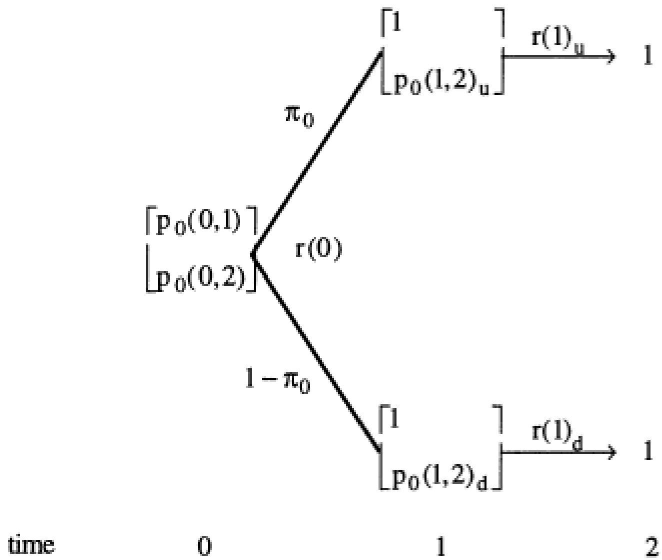
Στην μελέτη τους οι Amin και Jarrow συμπεριλαμβάνουν την στοχαστική κίνηση των επιτοκίων, αναφέρονται σε συνεχείς συναλλαγές, ενώ για να υπολογίσουν την καμπύλη των εγχώριων προθεσμιακών επιτοκίων χρησιμοποιούν μία στοχαστική μερική εξίσωση. Το μοντέλο αυτό είναι ιδιαίτερα σημαντικό γιατί μπορεί να αποτιμήσει με πολύ ακριβή τρόπο αφενός Ευρωπαϊκά δικαιώματα στην τρέχουσα ισοτιμία, αφετέρου και Αμερικάνικα δικαιώματα τόσο σε τρέχουσες όσο και σε μελλοντικές ισοτιμίες. Οι προηγούμενες μελέτες ήταν ικανές μόνο για αποτίμηση Ευρωπαϊκών δικαιωμάτων σε τρέχουσες τιμές, μιας και η προσέγγιση της μερικής διαφορικής εξίσωσης είναι ανεπαρκής.

3.2.1. Περιγραφή Οικονομικού μοντέλου

Χρησιμοποιούμε μία οικονομία δύο περιόδων για να εξετάσουμε την αποτίμηση των παραγώγων με την χρήση της αναλογίας της συναλλαγματικής ισοτιμίας. Η δομή της οικονομίας έχει ως εξής:

Έχουμε δύο χρονικές στιγμές όπου πραγματοποιείται το trading, t={0,1,2} και η δομή ενός ομολόγου μηδενικού κινδύνου και τοκομεριδίου είναι η εξής:

Θεωρούμε ότι η τιμή του ομολόγου που αναφέρεται σε χρέος μηδενικού κινδύνου εξαρτάται μόνο από το τρέχων επιτόκια. Ο τρόπος που υπολογίζουμε την στοχαστική εξέλιξη του επιτοκίου μηδενικού κινδύνου ορίζεται από το παρακάτω διάγραμμα 1:



ΔΙΑΓΡΑΜΑ 1

Το άνω διωνομικό δέντρο περιγράφει την εξέλιξη των επιτοκίων και των τιμών των ομολόγων μηδενικού τοκομεριδίου για τις χρονικές στιγμές 0,1,2. Επίσης τη χρονική στιγμή t η $p_0(t,T)_\omega$ είναι η τιμή του ομολόγου το οποίο πληρώνει ένα δολάριο τη χρονική στιγμή T. Επιπλέον ω ανήκει (u,d), $r(t)_\omega$ είναι το τρέχων επιτόκιο την χρονική στιγμή t με δεδομένο ω και π_0 είναι η ψευδοπιθανότητα.

Κατά αυτό το τρόπο μπορούμε πούμε να ότι το τρέχων (t=0) επιτόκιο είναι $r(0)=1/\rho_0(0,1)$. Για την άνω κατάσταση έχουμε $r(1)u \equiv 1/\rho_0(1,2)_u$, και για την κάτω κατάσταση έχουμε $r(1)d \equiv 1/\rho_0(1,2)_{d.}$
Επιπλέον η ψευδοπιθανότητα στο άνω όριο u είναι $\pi_{0.}$ Με βάση τα παραπάνω θεωρούμε ότι $\rho_0(1,2)_u<\rho_0(1,2)_{d.}$ Η αξία του money market account είναι B(0), $B(1)\equiv r(0)$, $B(2) \equiv r(0)*r(1)$ και $B(2)_u \equiv r(0)*r(1)_{u,}$ $B(2)_d \equiv r(0)*r(1)_{d.}$ Θεωρούμε ότι B(t+1) είναι γνωστό για χρόνο t.

3.2.2. Καθορισμός του τρόπου εξέλιξης της τιμής ενός XYZ ομολόγου

Θεωρούμε ομόλογα μηδενικού τοκομεριδίου τα οποία ανήκουν σε δεδομένη κατηγορία κινδύνου. Για ένα ομόλογο τέτοιας κατηγορίας με ληκτότητα μιας περιόδου, μπορεί να υπάρξουν δύο καταστάσεις στη λήξη του. Αφενός να μην πραγματοποιηθεί το πιστωτικό γεγονός, οπότε και η πληρωμή θα είναι ίση με την υποσχόμενη αξία στην έκδοση του. Αφετέρου να επέλθει το πιστωτικό γεγονός και να είναι μικρότερη.

Το πρώτο πρόβλημα που συναντάμε στην μοντελοποίηση του την ακριβή πληρωμή (payoff) σε περίπτωση πιστωτικού γεγονότος είναι ότι πολλές φορές παραβιάζεται το **absolute priority rule**. Παραβιάζεται δηλαδή η σειρά με την οποία τα πληρωθούν οι πιστούχοι και οι μέτοχοι της εταιρείας. Με βάση τη σωστή διατήρηση της σειράς πληρωμής, πρώτα θα πρέπει να πληρωθούν οι πιστωτές κι έπειτα οι μέτοχοι της εταιρείας. Ένα δεύτερο πρόβλημα το οποίο μπορεί να προκύψει είναι η ύπαρξη της διαφορετικής διαπραγματευτικής δύναμης που έχουν οι μέτοχοι λόγω και του διαφορετικού ποσοστού στη διοίκηση που κατέχει ο καθένας από αυτούς. Το πρόβλημα αυτό το έχει αναλύσει ο **Weiss (1990)** και ο **Schwartz (1993).**

3.3. Ανάλυση Weiss (1990)

Ο Weiss στη μελέτη που έκανε σε 37 εταιρείες του χρηματιστηρίου της Νέας Υόρκης και του Αμερικάνικου χρηματιστηρίου που πτώχευσαν στο διάστημα του Νοεμβρίου του 1979 και του Δεκεμβρίου του 1986, παρατήρησε ότι στις 27 πραγματοποιήθηκε παραβίαση της σειράς προτεραιότητας πληρωμής των πιστούχων. Η παραβίαση αυτή παρατηρήθηκε αρχικά ανάμεσα στους μη εξασφαλισμένους πιστωτές και τους κατόχους μετοχών της εταιρείας. Έπειτα παρατηρήθηκε και ανάμεσα στους μη εξασφαλισμένους πιστωτές. Τα δικαιώματα προτεραιότητας με βάση τη συγκεκριμένη έρευνα πραγματοποιήθηκαν για μόλις 1 στις 18 υποθέσεις εντός Νέας Υόρκης, και 7 στις 19 υποθέσεις εκτός Νέας Υόρκης. Όσο αφορά του εξασφαλισμένους πιστωτές 34 στις 37 υποθέσεις διατηρήθηκαν οι εξασφαλίσεις.

Δύο είναι οι βασικοί νόμοι που αναφέρονται σε περιπτώσεις πτώχευσης. Ο ένας αναφέρεται ως ενότητα 7 και με βάση αυτόν γίνεται ρευστοποίηση της εταιρείας και των περιουσιακών της στοιχείων. Στη συνέχεια με σύμφωνα με την επίβλεψη δικαστικό επιμελητή γίνεται η απόδοση των ρευστοποιημένων περιουσιακών στοιχείων στους δικαιούχους πιστωτές, ανάλογα με την αρχική προτεραιότητα που είχε συμφωνηθεί. Ο δεύτερος νόμος αναφέρεται ως ενότητα 11 και σύμφωνα με αυτόν γίνεται αναδιοργάνωση της εταιρείας. Όλοι οι συμμετέχοντες θα πρέπει να αποδεχτούν ένα πλάνο αναδιοργάνωσης ακόμα και αυτό έχει ως αποτέλεσμα να θίγεται η σειρά προτεραιότητας. Τη διαχείριση της εταιρείας για την αναδιοργάνωσης της την αναλαμβάνουν οι κάτοχοι του χρέους της, εκτός και αν κάποιο άλλο μέλος της εταιρείας αποδείξει ότι αυτοί πραγματοποιούν κάποια απάτη εις βάρος των υπολοίπων, κι οπότε το δικαστήριο ορίζει συγκεκριμένο αντιπρόσωπο. Λόγω της πιθανότητας να αθετηθεί η σειρά προτεραιότητας σε περίπτωση πτώχευσης., οι πιστούχοι ζητάνε ακόμα υψηλότερο επιτόκιο.

Ένα επιπλέον στοιχείο που αναφέρεται μέσα σε αυτή τη μελέτη είναι ότι η μέτοχοι μεγάλων εταιρειών αντιμετωπίζονται καλύτερα σε θέματα προτεραιότητας σε σχέση με τους ομόλογους τους των μικρών εταιριών. Το συγκεκριμένο φαινόμενο φαίνεται κι από το γεγονός ότι στη Νέα Υόρκη που είναι κέντρο μεγάλων εταιρειών μόνο μία εταιρεία διατήρησε τη σειρά προτεραιότητας.

3.4 Ανάλυση Schwartz (1993)

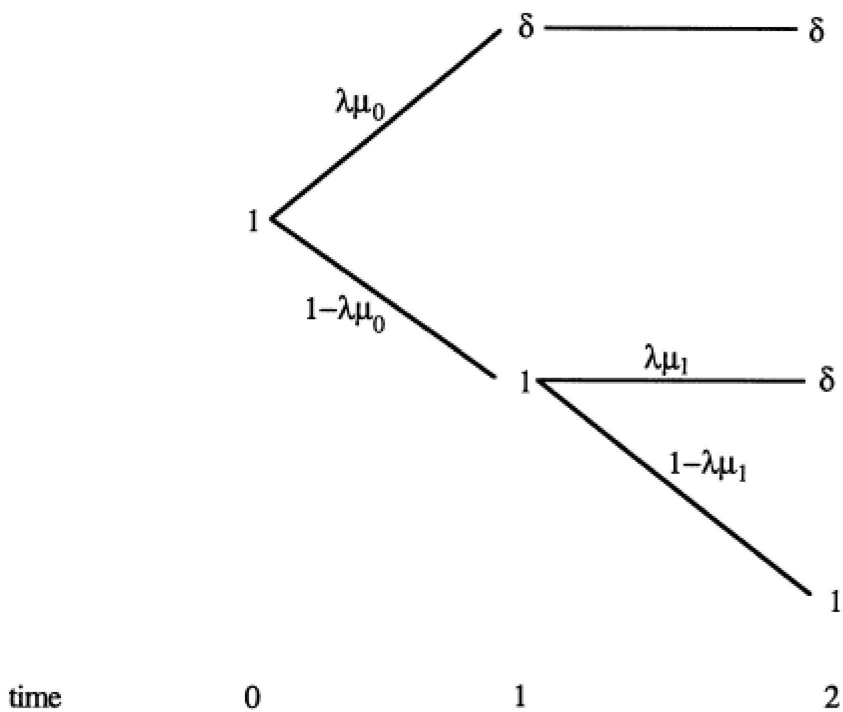
Σύμφωνα με την μελέτη του Schwartz τόσο οι πιστωτές, όσο και οι ίδιες οι εταιρείες προβλέπουν ότι τα κόστη που προκύπτουν από μια αναδιοργάνωση σύμφωνα με την ενότητα 11 ή και από μια χρεοκοπία μέσω δικαστικής οδού μπορεί να είναι μεγάλα. Για αυτό το λόγο σε περίπτωση χρεωκοπίας υπολογίζουν εκτός από το μερίδιο που δικαιούνται από την διάλυση μιας εταιρείας και τα χρήματα που θα γλιτώσουν αν αποφύγουν το δικαστήριο. Πολλές εταιρίες που αντιμετωπίζουν χρέη προτείνουν εξωδικαστικούς συμβιβασμούς για να αποφύγουν αυτά τα κόστη. Συγκεκριμένα προσφέρουν στους πιστωτές ένα ποσό που είναι κοντά στο ποσό που θα έπαιρναν ούτως ή άλλως σε περίπτωση που επιβαρύνονταν τα κόστη του δικαστηρίου. Σε περιπτώσεις άνω του 90% υπάρχει συμφωνία μέσω ιδιωτικών διαδικασιών κι όχι μέσω δικαστηρίων.

Αυτό που προσπαθούν να πετύχουν οι εταιρίες που προτείνουν την εξωδικαστική συμφωνία είναι μια επιτυχημένη προσφορά προκειμένου να δεχτούν οι υπόλοιποι πιστούχοι. Αυτή η προσφορά μπορεί να γίνει σίγουρα αποδεχτή αν μέσα στην συμφωνία τηρηθούν οι αρχικές σειρές προτεραιότητας. Ο βασικότερος λόγος που αυτές δεν πετυχαίνουν γιατί το ποσό που προσφέρουν στους πιστωτές είναι μικρό και το ποσό που απολαμβάνουν οι ίδιες είναι μεγαλύτερο από ότι είχε η αρχική συμφωνία με βάση τη σειρά προτεραιότητας.

Σύμφωνα με τους παραπάνω λόγους για τους οποίους η μοντελοποίηση του ακριβούς ποσού πληρωμής που πρέπει να λάβει ένας πιστωτής σε περίπτωση χρεωκοπίας είναι δύσκολη οδηγούμαστε στην εξής υπόθεση:

Το ποσό αυτό που θα πληρωθεί ο κάτοχος του ομολόγου είναι μία εξωγενής σταθερή τιμή. Συγκεκριμένα η πληρωμή ανά μονάδα face value συμβολίζεται ως *δ* και είναι ίδιο για όλες τις κατηγορίες ομολόγων του ίδιου πιστωτικού κινδύνου.

Με βάση την αναλογία της συναλλαγματικής ισοτιμίας η τρέχουσα συναλλαγματική ισοτιμία ορίζεται ως εξής: e(0)=1 και e(t) είναι η συναλλαγματική ισοτιμία για τις δύο επόμενες περιόδους και δίδεται από το διάγραμμα 2.

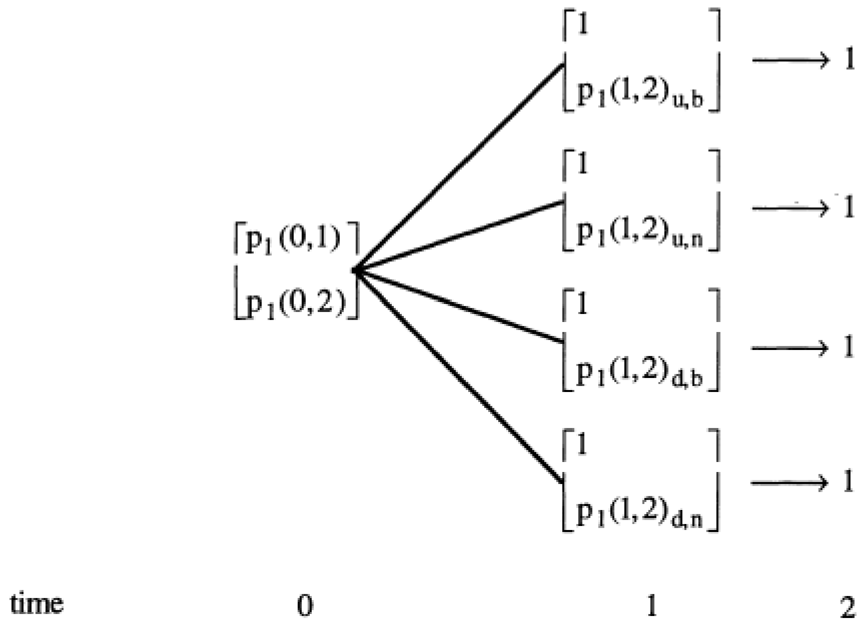


ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 2

Συγκεκριμένα στο άνω διάγραμμα τη χρονική στιγμή 1 με ψευδοπιθανότητα $\lambda\mu_0$, πραγματοποιείται το πιστωτικό γεγονός. Από τη στιγμή που έχει πραγματοποιηθεί το πιστωτικό γεγονός την χρονική στιγμή 1 και 2 η πληρωμή είναι σταθερή και ίση με την εξωγενή μεταβλητή *δ.*

Στη χρονική στιγμή 1 με ψευδοπιθανότητα $1\text{-}\lambda\mu_0$, όπου και το πιστωτικό γεγονός δεν έχει συμβεί, η πληρωμή είναι ίση με 1. Τώρα στην περίπτωση που το πιστωτικό γεγονός πραγματοποιηθεί (ψευδοπιθανότητα $\lambda\mu_0$) την χρονική στιγμή 2 η πληρωμή είναι *δ,* ενώ αν δεν πραγματοποιηθεί (ψευδοπιθανότητα $1\text{-}\lambda\mu_0$) η πληρωμή είναι 1.

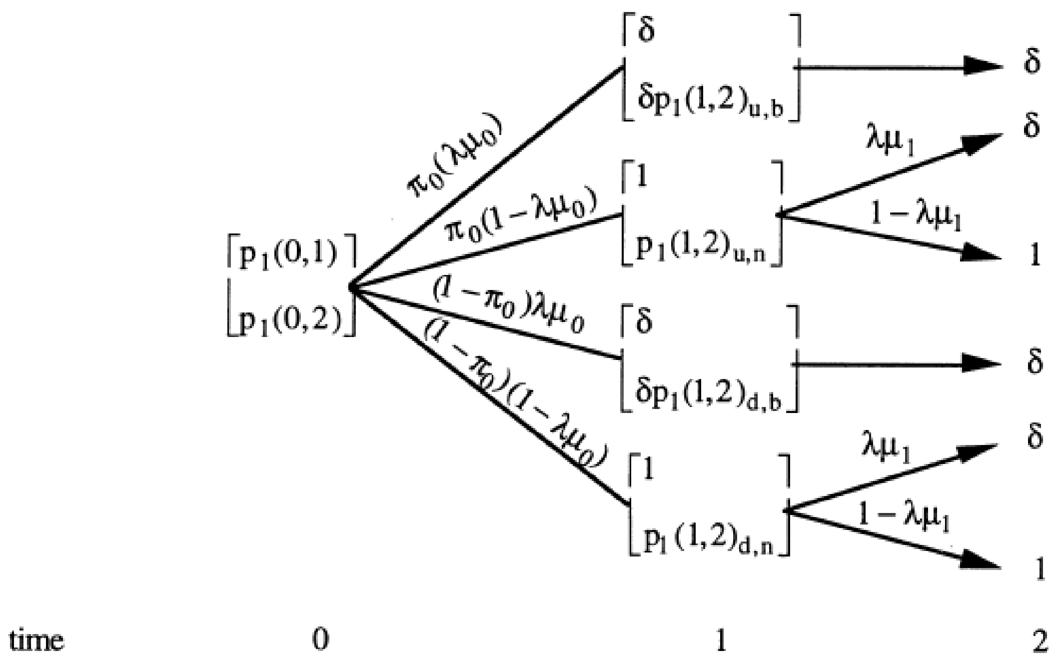
Στο Διάγραμμα 3 παρουσιάζεται η στοχαστική εξέλιξη τη τιμής των XYZ ομολόγων μηδενικού τοκομεριδίου πάνω σε στην XYZ υποθετική ισοτιμία. Το Διάγραμμα μοιάζει με το διάγραμμα των ομολόγων μηδενικού πιστωτικού κινδύνου με μόνη διαφορά ότι υπάρχουν περισσότερες τελικές τιμές. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι αντικατοπτρίζουν τις όλους τους πιθανούς συνδυασμούς μεταξύ των μεταβολών της συναλλαγματικής ισοτιμίας και της πιθανότητας χρεωκοπίας.



ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 3

Το συγκεκριμένο δεντροδιάγραμμα περιγράφει την εξέλιξη της τιμής ενός ομολόγου XYZ μηδενικού κουπονιού για τις χρονικές περιόδους 0, 1, 2, όπου $p_1(t,T)$ είναι η τιμή την χρονική στιγμή t σε μονάδες XYZ του ομολόγου XYZ με ληκτότητα Τα και ω ανήκει {ub,un,db,dn}

Έπειτα ακολουθεί το διάγραμμα όπου δείχνει και αυτό την εξέλιξη της τιμής του ομολόγου XYZ σε μονάδες δολαρίων.



ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 4

Το άνω δέντρο αναφέρεται σε μία οικονομία δύο περιόδων όπως και τα προηγούμενα, και ουσιαστικά αποτελεί ένα συνδυασμό των διαγραμμάτων 2,3. Περιγράφει την εξέλιξη της τιμής του XYZ ομολόγου σε μονάδες δολαρίων. Η ψευδοπιθανότητα της μεταβολής του επιτοκίου είναι π_0 και $\lambda\mu_0$ και $\lambda\mu_1$ είναι οι ψευδοπιθανότητες της ύπαρξης πιστωτικού γεγονότος. Το δ είναι η εξωγενώς δεδομένη πληρωμή σε περίπτωση πραγματοποίησης του πιστωτικού γεγονότος και $p_1(t,T)$ είναι η τιμή την χρονική στιγμή t σε μονάδες XYZ του ομολόγου XYZ με ληκτότητα T και ω ανήκει {ub,un,db,dn} όπου $0 \leq t \leq T \leq 2$.Το διάγραμμα αυτό μας δείχνει την ανεξαρτησία και των ψευδοπιθανοτήτων της εξέλιξης των επιτοκίων και της ύπαρξης πιστωτικού γεγονότος.

3.5. Ανάλυση του προβλήματος

3.5.1 Arbitrage free restrictions

Σε μία διακριτή οικονομία δύο περιόδων η μη ύπαρξη αντισταθμιστικής κερδοσκοπίας είναι εφάμιλλη με την ύπαρξη των ψευδοπιθανοτήτων π_0, $\lambda\mu_0$, $\lambda\mu_1$ κατά τις οποίες ισχύει: ότι οι $p_0(t,1)/B(t)$, $p_0(t,2)/B(t)$, $u_1(t,1)/B(t)$ και $u_1(t,2)/B(t)$, ακολουθούν την martingale διαδικασία και ότι η πληρότητα της αγοράς στηρίζεται στην μοναδικότητα αυτών των ψευδοπιθανοτήτων.

Στο σημείο αυτό κάνουμε μία συνοπτική αναφορά στην έννοια της διαδικασίας martingale. Για να κατανοήσουμε μία διαδικασία martingale θα πρέπει να αναφέρουμε μερικές ιδιότητες της μέσης τιμής. Έστω μια τυχαία μεταβλητή Y που τη χρησιμοποιούμε για να μετρήσουμε το αποτέλεσμα κάποιου τυχαίου πειράματος.
Συμβολίζουμε την δεσμευμένη τιμή αυτής ως προς $X_1,X_2,\ldots,X_N$ ως εξής:

$$E[Y \mid X_1,X_2,\ldots,X_N]$$

και την θεωρούμε ως μία τυχαία μεταβλητή. Ένα χαρακτηριστικό αυτής της τυχαίας μεταβλητής είναι εξαρτάται από τις τιμές των $X_1,X_2,\ldots,X_N$, οπότε έχουμε:

$$E[Y \mid X_1,X_2,\ldots,X_N]=\varphi(X_1,X_2,\ldots,X_N)$$

Για μία συνάρτηση φ η οποία είναι και μετρήσιμη.

Σε αυτό το σημείο θα χρησιμοποιήσουμε τον κάτωθι ορισμό:

Ορισμός 1.1

Αν μια τυχαία μεταβλητή K μπορεί να γραφτεί ως συνάρτηση των $X_1,X_2,\ldots,X_N$ τότε ονομάζεται μετρήσιμη ως προς αυτές. Επιπλέον έστω ότι F_n η πληροφορία που εμπεριέχεται στις $X_1,X_2,\ldots,X_N$. Οπότε μπορούμε να γράφουμε $E[Y \mid F_n]$.
Επίσης η μέση τιμή της Y ορίζεται πλέον ως :

$$E(Y) = E\{E[Y \mid X_1,X_2,\ldots,X_N]\} \text{ ή πλέον } E(Y)=E\{ E[Y \mid F_n]\}.$$

Παραθέτουμε παρακάτω και κάποιες ιδιότητες της μέσης τιμής.

1. ***Αν a και b σταθερές, τότε:***

$$E[aY_1 + bY_1 \mid F_n] = a\, E[Y_1 \mid F_n] + b\, E[Y_1 \mid F_n]$$

2. ***Αν η τυχαία μεταβλητή Y είναι ήδη μία συνάρτηση των*** $\boldsymbol{X_1,X_2,\ldots,X_N}$ **τότε**:

$$E[Y \mid F_n]= Y$$

3. ***Για m < n ισχύει***:

$$E[Y \mid F_n \mid F_m] = E[Y \mid F_m]$$

4. Αν η τυχαία μεταβλητή Y είναι ανεξάρτητη των $X_1, X_2, \ldots, X_N$, τότε η πληροφορία που εμπεριέχεται στις $X_1, X_2, \ldots, X_N$ δεν μας χρησιμεύει για τον προσδιορισμό τη Y, δηλαδή :

$$E[Y \mid F_n] = Y$$

Οδηγούμαστε στον κάτωθι ορισμό:

Ορισμός 1.2

Έστω $X_1, X_2, \ldots, X_N$ μία ακολουθία τυχαίων μεταβλητών και F_n η πληροφορία που εμπεριέχεται σε αυτές. Θεωρούμε επίσης μία ακολουθία τυχαίων μεταβλητών

$M_1, M_2, \ldots, M_n$ με μ ανήκει $E[|M_l|] < \infty$**.** Αν κάθε M_K είναι μετρήσιμη σε σχέση με τις $X_1, X_2, \ldots, X_N$ τότε η ακολουθία των τυχαίων μεταβλητών είναι μία Martingale ως προς την F_n αν για κάθε m<n,

$$E[M_n \mid F_m] = M_m$$

ή αλλιώς

$$E[M_n - M_m \mid F_m] = 0$$

Ας υποθέσουμε ότι κάποιος θέλει να δραστηριοποιηθεί στην αγορά των μετοχών και γνωρίζει ότι η τιμή της μετοχής είτε μπορεί να είναι ανοδική u είτε καθοδική d. Έστω ότι p είναι η πιθανότητα να είναι ανοδική και 1-p η πιθανότητα να είναι καθοδική. Τότε επιλέγουμε το p με τέτοιο τρόπο ώστε να ισχύσει ότι:

$$(pu+(1-p)d)/1+r=1 \text{ οπότε και } p=(1+r-d)/u-d.$$

Σε αυτή την περίπτωση η προεξοφλημένη διαδικασία των τιμών S^*_l είναι μια ακολουθία martingale.

Η πληρότητα της αγοράς μας δείχνει ότι οποιοδήποτε παράγωγο δικαίωμα γίνει πάνω σε μία μετοχή θα πρέπει να δημιουργείται με βάση τη διαπραγμάτευση της μετοχής αυτής. Γενικά προκειμένου να οδηγηθούμε στις κατάλληλες ψευδομεταβλητές θα πρέπει μέσα σε αυτές να υπάρχει η πληροφορία ότι υφίσταται πληρότητα στην αγορά, καθώς οι τιμές δεν επηρεάζονται από αντισταθμιστική κερδοσκοπία.

Προκειμένου να εξετάσουμε την ύπαρξη των παραπάνω συνθηκών θα χρησιμοποιήσουμε τις δύο διαφορετικές αγορές που έχουμε θέσει όταν ορίσαμε την οικονομία μας, την αγορά ομολόγων μηδενικού πιστωτικού κινδύνου και την αγορά με πιστωτικό κίνδυνο.

A) Προϋποθέσεις για την π_0 για τη μη ύπαρξη στρατηγικών εξισορροποιητικής κερδοσκοπίας :

Χρησιμοποιώντας το διάγραμμα 1 έχουμε με βάση την ψευδοπιθανότητα π_0 ότι:

$$p_0(0,2)_u = [\ \pi_0\ p_0(1,2)_u + (1-\pi_0)\ p_0(1,2)_d\ ] / r(0) \qquad (6)$$

Με αυτή την ισότητα δείχνουμε ότι η τιμή ενός ομολόγου μεγαλύτερης ληκτότητας μπορεί να προεξοφληθεί στη χρονική στιγμή t=0 με την χρήση ψευδοπιθανοτήτων. Χρησιμοποιώντας την σχέση (6) μπορούμε να υπολογίσουμε την π_0 ως εξής:

$$\pi_0 = [\ p_0(1,2)_d - r(0)p_0(0,2) / [p_0(1,2)_d - p_0(1,2)_u\ ] \qquad (7)$$

Οπότε ισχύει ότι π_0 είναι μοναδικό και ικανοποιεί την ανίσωση $0< \pi_0 <1$

εάν και μόνο: $p_0(1,2)_u < r(0)p_0(0,2) < p_0(1,2)_d$ (8)

Ουσιαστικά με αυτή την ανισότητα υποδηλώνουμε ότι δεν μπορεί η τιμή ενός ομόλογου μηδενικού τοκομεριδίου μεγαλύτερης ληκτότητας να οριστεί σωστά σε σχέση με ένα μικρότερης ληκτότητας. Αυτό γιατί έχει μεγαλύτερη αξία σε σχέση με το άνω επίπεδο (u) και μικρότερη σε σχέση με το κάτω (d).

B) Προϋποθέσεις για την $\lambda\mu_1$ για τη μη ύπαρξη στρατηγικών εξισορροποιητικής κερδοσκοπίας :

Εξετάζοντας τις τιμές για τα ομόλογα που εμφανίζουν κίνδυνο αντιλαμβανόμαστε ότι η τιμή τους ορίζεται για την χρονική τιμή t=0 με βάση τις τιμές της χρονικής στιγμής t=1. Και οι τιμές την χρονική στιγμή t=1 ορίζονται με βάση την προεξόφληση των τιμών της χρονικής στιγμής t=2. Με τη χρήση του διαγράμματος 4 και την ψευδοπιθανότητα $\lambda\mu_1$ έχουμε:

$$u_1(1,2)_{u,b} = \delta\ p_1(1,2)_{u,b} = \delta / r(1)_u \qquad (9a)$$

$$u_1(1,2)_{u,n} = p_1(1,2)_{u,n} = [\lambda\mu_1\delta + (1-\lambda\mu_1)]/r(1)_u \qquad (9b)$$

$$u_1(1,2)_{d,b} = \delta\ p_1(1,2)_{d,b} = \delta / r(1)_d \qquad (9c)$$

$$u_1(1,2)_{d,n} = p_1(1,2)_{d,n} = [\lambda\mu_1\delta + (1-\lambda\mu_1)]/r(1)_d \qquad (9d)$$

Δεδομένου ότι η ψευδομεταβλητή $\lambda\mu_1$ εμφανίζεται στη περίοδο 2 όπου υφίσταται στην περίπτωση που δεν έχει επέλθει πτώχευση στην περίοδο 1 υπολογίζεται με βάση την εξίσωση (9) ως εξής:

$$\lambda\mu_1 = [1 - p_1(1,2)_{u,n}\ r(1)_u] / [1-\delta] = [1 - p_1(1,2)_{d,n}] = [1 - p_1(1,2)_{d,n}\ r(1)_d] / [1-\delta] \quad (10)$$

Προκειμένου όπως περιγράψαμε ανωτέρω να υπάρχει πληρότητα στην αγορά θα πρέπει η ψευδομεταβλητή $\lambda\mu_1$ για την οποία ισχύει $0 < \lambda\mu_1 < 1$ να είναι μοναδική.
Για να ισχύει αυτό θα πρέπει να ισχύουν οι εξής προϋποθέσεις:

$$p_1(1,2)_{u,b} = 1/r(1)_u \qquad (11\alpha)$$

$$p_1(1,2)_{d,b} = 1/r(1)_d \qquad (11b)$$

Οι συγκεκριμένες σχέσεις δείχνουν ότι στη κατάσταση χρεωκοπίας η τιμή των ομολόγων μηδενικού κινδύνου και των XYZ ομολόγων είναι ίση. Αυτό συμβαίνει γιατί ουσιαστικά το ρίσκο πτώχευσης έχει εξαλειφθεί και το μόνο που απομένει είναι το τρέχον προεξοφλητικό επιτόκιο μηδενικού κινδύνου.

Επιπλέον θα πρέπει να ισχύουν οι σχέσεις:

$$\delta/r(1)_u < p_1(1,2)_{u,n} < 1/r(1)_u \qquad (11c)$$
$$\delta/r(1)_d < p_1(1,2)_{d,n} < 1/r(1)_d \qquad (11d)$$

Οι δύο αυτές σχέσεις δείχνουν ότι η αξία ενός XYZ ομολόγου τη χρονική στιγμή 1 αν δεν έχει επέλθει η χρεωκοπία θα πρέπει να είναι μικρότερη από τη προεξοφλημένη αξία ενός δολαρίου και μεγαλύτερη από τη προεξοφλημένη αξία δ. Υπενθυμίζεται ότι η αξία 1 δολαρίου είναι η αξία του ομολόγου μηδενικού κινδύνου στη λήξη, ενώ δ είναι η εξωγενής μεταβλητή που απεικονίζει την αξία του ομολόγου σε περίπτωση χρεωκοπίας. Η παραπάνω σχέσεις είναι απολύτως ορθολογικές μιας και η περίπτωση η τιμή του XYZ ομολόγου να είναι ίση με τις δύο ακραίες αυτές τιμές μία περίοδο πριν τη λήξη θα έδινε τη δυνατότητα σε κάποιο επενδυτή να κερδοσκοπήσει αναπτύσσοντας μια στρατηγική arbitrage με κάποιο άλλο όμοιο ομόλογο.

Τέλος προκειμένου να υφίσταται ανεξαρτησία μεταξύ της $\lambda\mu_1$ και της π_0 που ορίζει τη διαδικασία εξέλιξης του τρέχοντος προεξοφλητικού επιτοκίου θα πρέπει να ισχύει:

$$p_1(1,2)_{u,n}\, r(1)_u = p_1(1,2)_{u,d} r(1)_d \qquad (11e)$$

Γ) Προϋποθέσεις για την $\lambda\mu_0$ για τη μη ύπαρξη στρατηγικών εξισορροποιητικής κερδοσκοπίας :

Από το διάγραμμα 4 μπορούμε να ορίσουμε τα εξής:

$$u_0(0,2) = p_0(0,2) = [\ \lambda\mu_0\delta + (1-\lambda\mu_0)\ ] / r(0) \qquad (12a)$$

$$u_1(0,2) = p_1(0,2) = [\ \pi_0(\lambda\mu_0)\delta p_1(1,2)_{u,b} + \pi_0(1-\lambda\mu_0)\ p1(1,2)_{u,n} + (1-\pi_0)\lambda\mu_0\ \delta p_1(1,2)_{d,b} + (1-\pi_0)(1-\lambda\mu_0)\ p_1(1,2)_{d,n}\ ] / r(0) \qquad (12b)$$

Αντικαθιστώντας τις σχέσεις (7) και (10) στη (12b) έχουμε:

$$u_1(0,2) = p_1(0,2) = p_0(0,2) = [\ \lambda\mu_0\delta + (1-\lambda\mu_0)\ ]\ /\ r(1)_d\ p_1(1,2)_{d,n}] \qquad (13)$$

Οπότε χρησιμοποιώντας τις σχέσεις (12) και (13) το λμ0 μπορεί να οριστεί ως εξής:

$$\lambda\mu_0 = [1-r(0)p_1(0,1)]\ /\ [1-\delta]$$
$$= [r(1)_d\ p_1(1,2)_{d,n} - p_1(0,2)/\ p_1(0,2)]\ /\ [r(1)_d\ p_1(1,2)_{d,n} - \delta] \qquad (14)$$

Άρα η $\lambda\mu_0$ είναι μοναδική και ικανοποιεί τη σχέση $0< \lambda\mu_0<1$ εφόσον ισχύει:

$$\delta/r(0) < p_1(0,1) <1/r(0) \qquad (15a)$$

Η εξίσωση (15a) προϋποθέτει ότι η αξία ενός ομολόγου μηδενικού κινδύνου με λήξη την περίοδο 1 μια περίοδο πριν την ληκτότητα δεν μπορεί να είναι μικρότερο από τη προεξοφλημένη τιμή δ (αξία που δίδεται στο κάτοχο ενός XYZ σε περίπτωση πτώχευσης) , ενώ δεν θα μπορούσε να είναι μεγαλύτερο από τη προεξοφλημένη τιμή ενός δολαρίου.

Εξίσου και από τη σχέση (15b) προκύπτει ότι η αξία ενός ομολόγου που λήγει την περίοδο 2 δεν μπορεί να είναι μικρότερο από δ, και παράλληλα δεν μπορεί να είναι μεγαλύτερο από τη σχέση $r(1)_d\ p_1(1,2)_{d,n}$:

$$\delta\ p_0(0,2) < p_1(0,2) < p_0(0,2)r(1)_d\ p_1(1,2)_{d,n} \qquad (15b)$$

$$\frac{[r(1)_d\ p_1(1,2)d,n - p_1(0,2)\ /\ p_0(0,2)]}{[r(1)_d\ p_1(1,2)_{d,n} - \delta]} = \frac{[1-r(0)\,p_1(0,1)]}{[1-\delta]} \qquad (15c)$$

3.5.2 Ομόλογα μηδενικού τοκομεριδίου

Σε αυτό το σημείο της μελέτης θα προσδιορίσουμε την τιμή ενός ομολόγου μηδενικού τοκομεριδίου σύμφωνα με τους προηγούμενους περιορισμού. Σύμφωνα με το Διάγραμμα 4 μπορούμε να υπολογίσουμε τις αναμενόμενες πληρωμές του ομολόγου ανάλογα με την παρουσία η όχι κατάστασης πτώχευσης.

Συγκεκριμένα οι αναμενόμενες πληρωμές με ληκτότητες έως και τρεις περιόδους ορίζεται ως εξής:

$$\bar{E}_0\,(e(1)) = \lambda\mu_0\delta + (1-\lambda\mu_0) \tag{16a}$$

$$\bar{E}_0\,(e(2)) = \lambda\mu_0\delta + (1-\lambda\mu_0)[\,\lambda\mu_1\delta + (1-\lambda\mu_1)] \tag{16b}$$

$$\bar{E}_0\,(e(3)) = \lambda\mu_0\delta + (1-\lambda\mu_0)[\,\lambda\mu_1\delta + (1-\lambda\mu_1)[\lambda\mu_2\delta + (1-\lambda\mu_2)] \tag{16c}$$

Σημειώνεται ότι $\bar{E}_n(.)$ αναφέρεται στην υπό συνθήκη αναμενόμενη πληρωμή με βάση τις ψευδομεταβλητές την περίοδο n. Η εξίσωση (16a) δηλώνει ότι η αναμενόμενη πληρωμή σε μία περίοδο από σήμερα είναι το άθροισμα του γινομένου δ με το $\lambda\mu_0$ συν το γινόμενο $(1-\lambda\mu_0)$ με τη μονάδα. Προκειμένου να υπολογίσουμε την αναμενόμενη πληρωμή για την περίοδο 2 υπολογίζουμε τον σταθμισμένο μέσο της πληρωμής δ στην περίπτωση που επέλθει πτώχευση την περίοδο n=1, και την αναμενόμενη πληρωμή της περιόδου 2. Ομοίως υπολογίζεται και για τις υπόλοιπες περιόδους από εκεί και έπειτα.

Χρησιμοποιώντας την εξίσωση (16) καθώς και τις εξισώσεις (13) , (11) και (9) προκύπτει η εξίσωση:

$$v_1(t,T) = p_0(t,T)\,\bar{E}_t\,(e_1(T)) \tag{17}$$

Σύμφωνα με αυτή τη σχέση προκύπτει ότι η τιμή ενός ομολόγου μηδενικού τοκομεριδίου είναι η προεξοφλημένη σχέση ανταλλαγής την χρονική στιγμή T. Δεδομένου του γεγονότος ότι η αναμενόμενη σχέση ανταλλαγής δεν μπορεί να είναι μεγαλύτερη της μονάδος αλλά πού κοντά σε αυτήν, ένα οποιοδήποτε ομόλογο XYZ μηδενικού τοκομεριδίου είναι μικρότερο σε αξία από ένα ομόλογο ίδιας ληκτότητας μηδενικού τοκομεριδίου και μηδενικού πιστωτικού κινδύνου. Από τη στιγμή που εμφανίζεται η πιθανότητα χρεωκοπίας, η ύπαρξη ενός περιθωρίου πιστωτικού κινδύνου είναι αναγκαία για την μη ύπαρξη δυνατοτήτων εξισορροποιητικής κερδοσκοπίας.

Στην περίπτωση που το δ είναι γνωστό καθώς και η χρονική εξέλιξη της τιμή ενός ομολόγου μηδενικού κινδύνου P(0,T) κι ενός XYZ με πιστωτικό κίνδυνο $v_1(0,T)$ μπορούμε να υπολογίσουμε τις ψευδομεταβλητές με τον εξής τρόπο:

α) Υπολογίζουμε την αναμενόμενη πληρωμή $\bar{E}_0$ (e(1)) χρησιμοποιώντας τη σχέση (17) για T=1.

β) Χρησιμοποιούμε το $\bar{E}_0$ (e(1)) και τη πληρωμή πτώχευσης δ με βάση την εξίσωση (16α) προκειμένου να υπολογίσουμε την ψευδοπιθανότητα $λμ_0$.

γ) Έπειτα χρησιμοποιώντας την εξίσωση (17) υπολογίζουμε την υπολογίζουμε $\bar{E}_0$ (e(2)) για T=2.

δ) Με βάση την εξίσωση (16b) kai χρησιμοποιώντας το $\bar{E}_0$ (e(2)), δ και το $λμ_0$ υπολογίζουμε το $λμ_1$.

ε) Κατά αυτό τον τρόπο υπολογίζουμε και τι υπόλοιπες ψευδομεταβλητές.

Στις χρονικές στιγμές κατά τις οποίες τα δεδομένα της αγοράς για ομόλογα με πιστωτικό κίνδυνο δεν είναι γνωστά, οι ψευδομεταβλητές $λμ_n$ έχουν σταθερές τιμές. Επιπλέον ακόμα και η πληρωμή σε περίπτωση πτώχευσης δ μπορεί να μην είναι ξεκάθαρα γνωστή και να πρέπει να υπολογιστεί. Κατ' επέκταση δεν μπορούν οι τιμές όλων των XYZ ομολόγων που ανταλλάσσονται στην αγορά να υπολογιστούν με βάση το μοντέλο.

3.5.3 Ομόλογα με πιστωτικό κίνδυνο και τοκομερίδια

Έστω D(t) η αξία σε δολάρια ενός XYZ ομολόγου το οποίο προσφέρει τοκομερίδια και k_1, k_2 τα τοκομερίδια που προσφέρει τις χρονικές στιγμές 1,2. Συνεπώς η τιμή ενός ομολόγου XYZ που προσφέρει τοκομερίδια υπολογίζεται ως το άθροισμα των αναμενόμενων προεξοφλημένων χρηματοροών του.

$$D(0)= \bar{E}_1 (k_1 e_1(1)/B(1) + k2\ \bar{E}_1 (e_1(2)/B(2)) \qquad (18)$$

Όπου με τη χρήση της εξίσωσης (17) ορίζεται ως εξής:

$$D(0)= k_1u_1(0,1) + k_2u_1(0,2) \qquad (19)$$

Κατά μία έννοια τα τοκομερίδια που δίδει το ομόλογο θα μπορούσε να χαρακτηριστεί σαν ένα χαρτοφυλάκιο από δύο ομόλογα μηδενικού τοκομεριδίου. Ένα με ληκτότητα 1 περιόδου κι ένα με ληκτότητα 2 περιόδων. Ουσιαστικά η τελευταία σχέση δίνει την δυνατότητα να υπολογίσουμε την εξέλιξη της τιμής ενός ομολόγου με τοκομερίδια με τον ίδιο τρόπο όπου υπολογίσαμε την εξέλιξη της τιμής ενός ομολόγου μηδενικού τοκομεριδίου.

3.5.4 Δικαιώματα σε XYZ ομόλογα

Σε αυτό το σημείο της μελέτης θα χρησιμοποιήσουμε όλες τις προηγούμενες συνθήκες προκειμένου να υπολογίσουμε ένα Ευρωπαϊκό δικαίωμα αγοράς με υποκείμενο τίτλο ένα ομόλογο XYZ ληκτότητας t περιόδων.

Η τιμή του δικαιώματος υπολογίζεται με βάση την κατάσταση πτώχευσης την χρονική στιγμή n+1, ή μη, ως εξής:

$C_n(t)= \max[u_n(t,T) – K,0]$

$C_d(t)= \max[u_d(t,T) – K,0]$

Στην περίπτωση 2 περιόδων η παραπάνω εξίσωση γράφεται ως εξής:

$C(1)= \max[u_1(1,2) – K,0]$

Με βάση τις ψευδοπιθανότητες να πραγματοποιηθεί η πτώχευση $λμ_0$ και να μην πραγματοποιηθεί $1-λμ_0$, καθώς και με τη χρήση της διαδικασίας αποτίμησης μηδενικού κινδύνου η τιμή του δικαιώματος την χρονική στιγμή 0 υπολογίζεται ως εξής:

$C(0) = (1-λμ_0)(π_0C(1)_{u,n} + (1-π0) C(1)_{d,n}] / r(0) + (λμ_0)(π_0C(1)_{u,b}$

$+ (1-π_0) C(1)_{d,b}] / r(0)$

Δεδομένου ότι το δέντρο αποτίμησης ενός XYZ ομολόγου μηδενικού τοκομεριδίου έχει τέσσερα στάδια σε κάθε βήμα χρειαζόμαστε τρία περιουσιακά στοιχεία και ένα λογαριασμό χρηματαγοράς προκειμένου να αντισταθμίσουμε ένα δικαίωμα αγοράς. Το αντισταθμιστικό αυτό χαρτοφυλάκιο θα πρέπει να αποτελείται από *α* μερίδια ενός ομολόγου XYZ μηδενικού τοκομεριδίου ληκτότητας 2 περιόδων, *β* μερίδια από ομολόγου XYZ μηδενικού τοκομεριδίου ληκτότητας 1 περιόδου, *γ* μερίδια ομολόγου XYZ μηδενικού κινδύνου και μηδενικού τοκομεριδίου ληκτότητας 2 περιόδων, και *ε* μερίδια ενός λογαριασμού χρηματαγοράς τέτοια ώστε:

$$\alpha u_1(1,2)_{u,b} + \beta u_1(1,1)_{u,b} + \gamma p_0(1,2)_{u,b} + \varepsilon r(0) = C(1)_{u,b} \qquad (22a)$$
$$\alpha u_1(1,2)_{u,n} + \beta u_1(1,1)_{u,n} + \gamma p_0(1,2)_{u,n} + \varepsilon r(0) = C(1)_{u,n} \qquad (22b)$$
$$\alpha u_1(1,2)_{d,b} + \beta u_1(1,1)_{d,b} + \gamma p_0(1,2)_{d,b} + \varepsilon r(0) = C(1)_{d,b} \qquad (22c)$$
$$\alpha u_1(1,2)_{d,n} + \beta u_1(1,1)_{d,n} + \gamma p_0(1,2)_{d,n} + \varepsilon r(0) = C(1)_{d,n} \qquad (22d)$$

Συγκεκριμένα το αρχικό κόστος δημιουργίας ενός τέτοιου χαρτοφυλακίου ισούται με τη τιμή ενός δικαιώματος αγοράς:

$$C(0) = \alpha u_1(0,2) + \beta u_1(0,1) + \gamma p_0(0,2) + \varepsilon. \qquad (23)$$

3.5.5 Vulnerable Options

Η έννοια των συγκεκριμένων δικαιωμάτων δόθηκε από τους Johnson και Stulz το 1987. Σύμφωνα με τη συγκεκριμένη μελέτη υφίσταται ένας μεγάλος αριθμός δικαιωμάτων τα οποία εκδίδονται από τρίτους και όχι από τους κατόχους των χρηματοοικονομικών τίτλων στους οποίους αναφέρονται. Εμφανίζουν εξίσου τα χαρακτηριστικά των απλών δικαιωμάτων, όπως για παράδειγμα η αξία ενός Ευρωπαϊκού τέτοιου δικαιώματος, η οποία πέφτει σε σχέση με την ληκτότητα του, το επιτόκιο και τη μεταβλητότητα του υποκείμενου τίτλου. Επίσης μπορεί να συμφέρει να εξασκηθεί νωρίτερα ένα ευάλωτο Αμερικάνικο δικαίωμα το οποίο αναφέρεται σε τίτλο που δεν πληρώνει μέρισμα. Το κυρίως πρόβλημα αυτών των δικαιωμάτων είναι η πιθανότητα να πτωχεύσει εκτός από τον υποκείμενο τίτλο, και ο εκδότης τους ο οποίος όπως αναφέραμε είναι τρίτος. Τέτοιου είδους δικαιώματα είναι τα δικαιώματα που αναφέρονται πάνω στο συνάλλαγμα, σε πολύτιμα μέταλλα, στον καφέ, την ζάχαρη ή ακόμα και σε ακίνητα. Ένα ακόμα είδος τέτοιων δικαιωμάτων είναι και τα ασφαλιστικά συμβόλαια, τα οποία πολλές φορές υπόκεινται σε αθέτηση πληρωμής με αποτέλεσμα να υπάρχει μεγάλη ανησυχία για την οικονομική βιωσιμότητα πολλών ασφαλιστικών εταιρειών.

4. Αριθμητικές Εφαρμογές - Συγκριτική ανάλυση των ομολόγων στις διαβαθμίσεις των credit ratings και διεξαγωγή συμπερασμάτων μέσω της χρήσης της γλώσσας προγραμματισμού Matlab.

Για την πραγματοποίηση της εμπειρικής μας μελέτης χρησιμοποιήσαμε την αγορά της Αμερικής. Συγκεκριμένα χρησιμοποιήθηκε το Αμερικάνικο κρατικό ομόλογο ως το ομόλογο μηδενικού κινδύνου, ενώ για ομόλογα με πιστωτικό κίνδυνο χρησιμοποιούνται τα εκδιδόμενα από εταιρείες με πιστοληπτική ικανότητα (credit rating) A^{-}, BBB^{+} και BBB, όπου το A^{-} είναι η υψηλότερη και το BBB είναι η χαμηλότερη. Η πιστοληπτική ικανότητα των εταιρειών είναι με βάση την αξιολόγηση της βάσης δεδομένων Bloomberg. Συγκεκριμένα η επιλογή των yields για ομόλογα μηδενικού τοκομεριδίου έγινε από κατασκευασμένο για κάθε ομόλογο του αντίστοιχου credit rating. Δεδομένου ότι το μοντέλο μας χρησιμοποιεί ομόλογα μηδενικού τοκομεριδίου πραγματοποιείται η διαδικασία του stripping προκειμένου να τα δημιουργήσουμε. Συγκεκριμένα απομονώνουμε από την αξία ενός ομολόγου την αξία των κουπονιών του και έπειτα πουλάμε το υπόλοιπο ξεχωριστά. Στη μελέτη που πραγματοποιούμε χρησιμοποιήθηκαν έτοιμα χρηματοοικονομικά προϊόντα της βάσης **Εικόνα 1** του παραρτήματος. Η ημερομηνία που έχει επιλεγεί για να αναλυθούν τα yields των ομολόγων είναι η 01 Απριλίου 2015. Παρ' όλα αυτά έχει γίνει ανάλυση 326 ημερών προκειμένου να διαπιστωθεί ότι τα εξεταζόμενα μοντέλα αποδίδουν τις τιμές σύμφωνα με την εξέλιξη των yields.

4.1 Συγκριτική ανάλυση των ομολόγων στις διαβαθμίσεις των credit ratings και διεξαγωγή συμπερασμάτων μέσω της χρήσης της γλώσσας προγραμματισμού Matlab.

Όπως προαναφέρθηκε στην εισαγωγή της μελέτης το μοντέλο με το οποίο υπολογίζονται οι τιμές των default free ομολόγων και των αντίστοιχων option είναι το Black Derman Toy, ενώ τα αντίστοιχα με πιστωτικό κίνδυνο με το μοντέλο των Jarrow Turnbull. Προκειμένου να πραγματοποιηθεί η αποτίμηση για πολλαπλές περιόδους αναπτύχθηκαν οι αντίστοιχοι αναδρομικοί τύποι και μετέπειτα εφαρμόστηκαν στη Matlab.

4.2 Υπολογισμός των επιτοκίων μιας περιόδου με τη χρήση του μοντέλου Black-Derman-Toy (BDT)

Οι αναδρομικοί τύποι για την αποτίμηση του BDT όπως αυτοί έχουν περιγραφεί παραπάνω εφαρμόζονται στη Matlab στον **Κώδικας 1** του Παραρτήματος. Με βάση τον συγκεκριμένο κώδικα αναπτύσσουμε το δέντρο των επιτοκίων μιας περιόδου $p_{(j,i)}$, τιμές των ομολόγων μηδενικού κινδύνου με τοκομερίδια κ= 0,005,…,0,09 $P^{k}_{(j,i)}$ και τέλος τις αντίστοιχες τιμές των δικαιωμάτων αγοράς, αμερικανικού τύπου. Το επιτόκιο μιας περιόδου χρησιμοποιείται για της ανάγκες του εξεταζόμενου μοντέλου ως ο προεξοφλητικός παράγοντας, και οι τιμές αυτού για κάθε ληκτότητα και αντίστοιχο κόμβο εμφανίζονται στο παρακάτω πίνακα:

Year	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
Short rate values at each node										1,00235
									1,015266	1,003487
								1,035506	1,011914	1,003998
							1,055195	1,023003	1,009587	1,003995
						1,074605	1,036239	1,017603	1,00855	1,004153
					1,086231	1,04696	1,025574	1,013927	1,007585	1,00413
				1,120789	1,067801	1,038058	1,021363	1,011992	1,006731	1,003778
			1,129162	1,077274	1,046231	1,027659	1,016547	1,0099	1,005923	1,003543
		1,154245	1,095523	1,059157	1,036636	1,022688	1,014051	1,008702	1,005389	1,003337
	1,184991	1,116745	1,073676	1,046496	1,029343	1,018518	1,011686	1,007375	1,004654	1,002937

Η εξέλιξη της τιμής των ομολόγων μηδενικού κινδύνου με βάση τις εξεταζόμενες ληκτότητες και το ύψος των κουπονιών απεικονίζονται στα κοινά διαγράμματα με αυτή των ομολόγων με πιστωτικών ομολόγων που ακολουθεί στη συνέχεια της έρευνας.

4.3 Ανάπτυξη των ψευδομεταβλητών πτώχευσης

Για το μοντέλο Jarrow Turnbull οι αναδρομικοί τύποι έχουν ως εξής:

Αρχικά υπολογίστηκε ο αναδρομικός τύπος για την εξέλιξη της ψευδο-πιθανότητας πτώχευσης λμi. Συγκεκριμένα ο τύπος είναι:

$\lambda\mu_{(j,1)} = [(U_{(j,1)} / P_{(j,1)}) -]* 1/(\delta-1)$,για i=1 (χρονική περίοδος)

$\lambda\mu_{(j,i)} = [(U_{(j,i)} / P_{(j,i)}) - (U_{(j,i-1)} / P_{(j,i-1)})]* 1/[(\delta-1)*(1-\lambda\mu_{(j,1)})*(1- \lambda\mu_{(j,i)})$,για i=2,.., maturity

Όπου οι μεταβλητές εισόδου είναι ο συντελεστής χρεοκοπίας δ, η τιμή του ομολόγου με μηδενικό κίνδυνο $P_{(j,i-1)}$), και η τιμή του ομολόγου με πιθανότητα χρεοκοπίας. Ο κώδικας που αναπτύχθηκε αναφέρεται για κάθε διαφορετικό credit rating (A^-, BBB^+, BBB) και διαφορετικό κουπόνι ανά ομόλογο. Ο κώδικας υπολογισμού της πιθανότητας πτώχευσης για το ομόλογο μηδενικού τοκομεριδίου είναι ο **Κώδικας 2**, ενός ο κώδικας που είναι για τα ομόλογα με τοκομερίδια είναι ο **Κώδικας 4**. Ο **Κώδικας 4** αναπτύσσεται έπειτα από τον **Κώδικας 3** ο οποίος υπολογίζει τις τιμές των ομολόγων με πτωχευτικό κίνδυνο μηδενικού τοκομεριδίου, κάτι το οποίο βάση των αναδρομικών τύπων είναι απαραίτητο. Ο λόγος που παρουσιάζεται σε διαφορετικούς κώδικες γίνεται διότι για να υπολογιστούν οι τιμές των ομολόγων με τοκομερίδια όπως θα δούμε παρακάτω θα πρέπει πρώτα να υπολογίσουμε τις τιμές αυτών χωρίς τοκομερίδια. Στο παρακάτω πίνακα παρουσιάζονται οι τιμές των πιθανοτήτων πτώχευσης για ληκτότητες από 1 έως 10.

Default probabilities

Πινακας 1.	A^-	BBB	BBB+
Year 1	0,0103	0,0129	0,0115
Year 2	0,0080	0,0126	0,0093
Year 3	0,0065	0,0126	0,0088
Year 4	0,0085	0,0156	0,0112
Year 5	0,0107	0,0179	0,0130
Year 6	0,0132	0,0196	0,0154
Year 7	0,0147	0,0215	0,0172
Year 8	0,0153	0,0224	0,0212
Year 9	0,0143	0,0216	0,0248
Year 10	0,0155	0,0228	0,0299

4.4 Ανάπτυξη των διωνυμικών δέντρων των ομολόγων για τα διαφορετικά credit ratings

Αφότου έχουμε υπολογίσει τις ψευδοπιθανότητες πτώχευσης λμi, καθώς και το δέντρο των συντελεστών προεξόφλησης p(j,i) μπορούμε να αναπτύξουμε και τους αναδρομικούς τύπους των δέντρων των ομολόγων που επηρεάζονται από την ύπαρξη του πιστωτικού κινδύνου. Όπως αναφέρεται και κατά την περιγραφή του μοντέλου το δέντρο αποτελεί μία σύνθεση από δύο διαφορετικά διωνυμικά δέντρα. Το ένα διωνυμικό αναπτύσσει τη τιμή του ομολόγου στη κατάσταση πτώχευσης Ud (default) και το δεύτερο την τιμή του ομολόγου στην κατάσταση όπου δεν υφίσταται πτώχευση Un (non-default).

Η τιμή των παραπάνω τιμών για λήξη m, για χρονική στιγμή i και κόμβο s ορίζεται με βάση τους αναδρομικούς τύπους :

Για τη χρονική στιγμή πριν από τη ληκτότητα m-1 έχουμε:

$U_{d\,(m-1,s,m)} = p_{(m-1,s)} * \delta$

$U_{n\,(m-1,s,m)} = p_{(m-1,s)}\,[\lambda\mu_{m-1}\delta + (1-\lambda\mu_{m-1})]$

Για τις εσωτερικές τιμές i< m-1 έχουμε:

$U_{d\,(i,s,m)} = \frac{1}{2}\,p_{(i,s)} * [\,U_{d\,(i+1,s+1,m)} + U_{d\,(i+1,s-1,m)}]$

$U_{n\,(i,s,m)} = \frac{1}{2}\,p_{(i,s)} * [\,\lambda\mu i * U_{d\,(i+1,s+1,m)} + (1-\lambda\mu_i) * U_{n\,(i+1,s+1,m)} + \lambda\mu_i * U_{d\,(i+1,s-1,m)} + (1-\lambda\mu_i) * U_{n\,(i+1,s-1,m)}]$

Αφότου έχουμε αναπτύξει τα διωνυμικά δέντρα για τα ομόλογα μηδενικού τοκομεριδίου χρησιμοποιούμε το επόμενο αναδρομικό τύπο για να υπολογίσουμε αυτών με τοκομεριδίου:

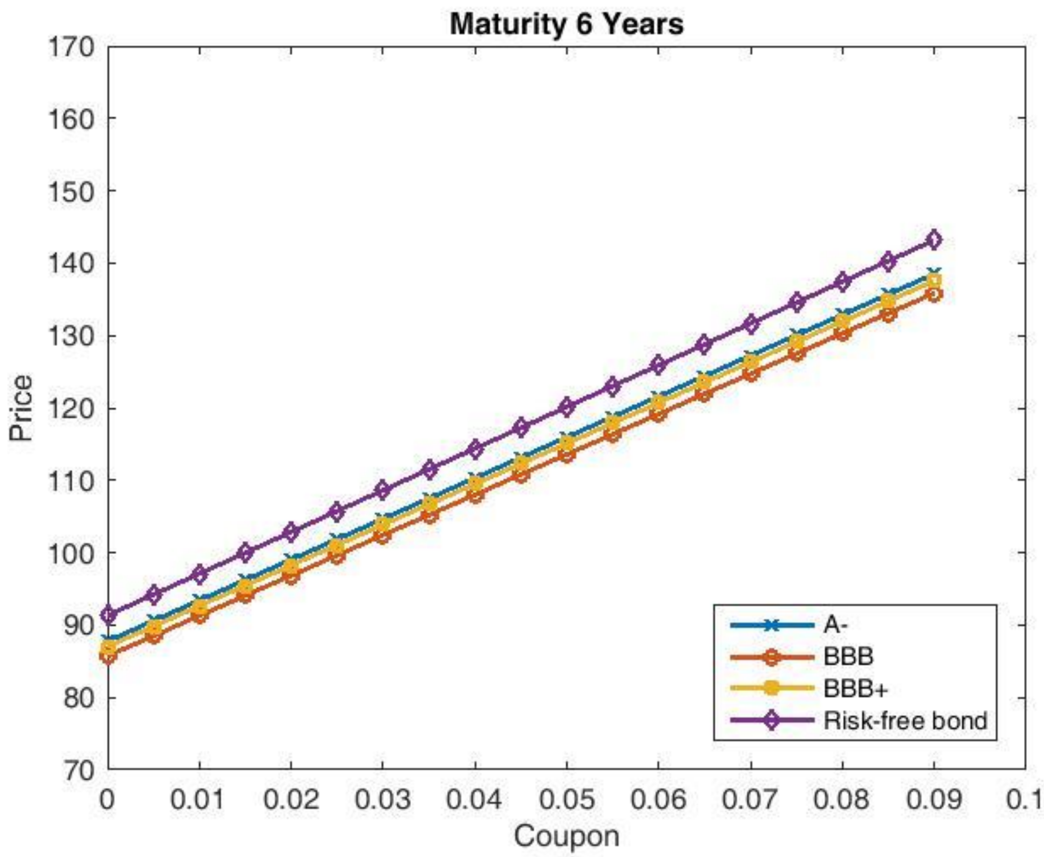
$U^k(0,0,m) = \sigma \sum_{j=1}^{m} k * U(0,0,j) + U(0,0,m)$

όπου $U^k(0,0,m)$ είναι η τιμή σήμερα ενός ομολόγου με πιστωτικό κίνδυνο και τοκομερίδιο k.

Ο **Κώδικας 3** και ο **Κώδικας 4** αναφέρονται στην ανάπτυξη των συγκεκριμένων δέντρων χωρίς τοκομερίδια και με τοκομερίδια.

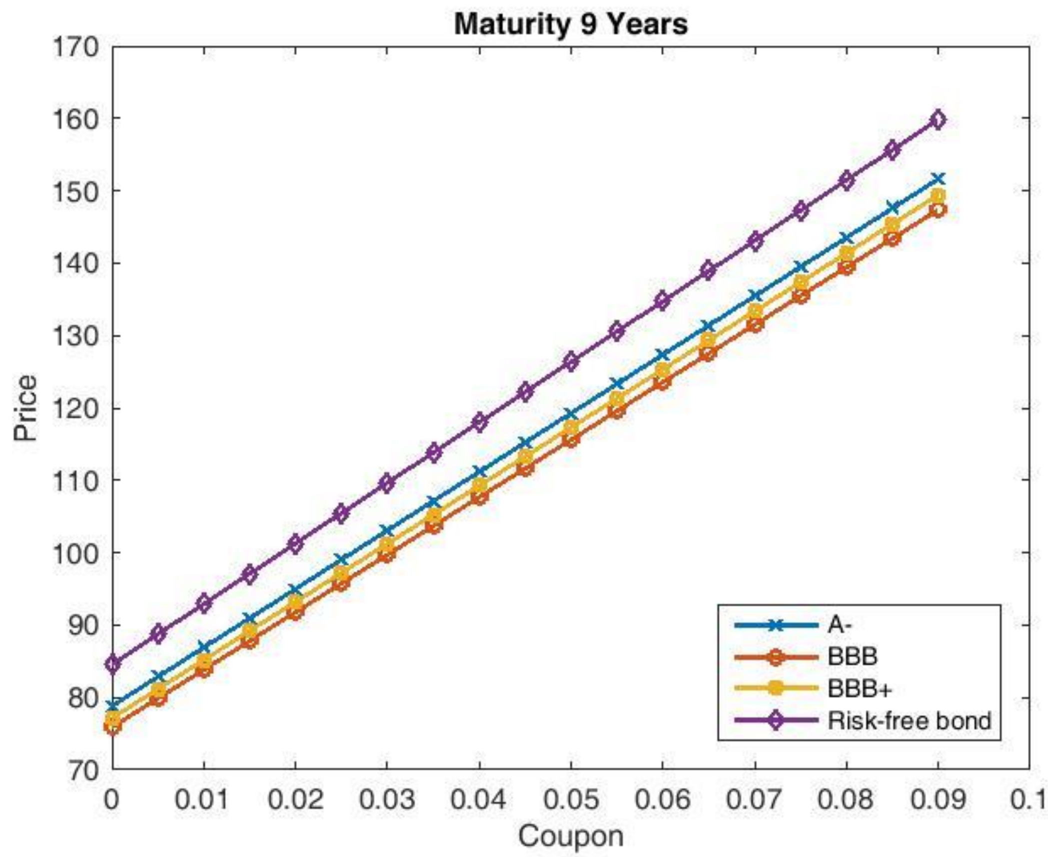
Αναπτύσσοντας τους συγκεκριμένους τύπους βλέπουμε πως κυμαίνονται οι τιμές των ομολόγων με ληκτότητα 6, 9 χρόνια και για τις εξεταζόμενες τιμές τοκομεριδίων. Στα διαγράμματα που ακολουθούν μπορούμε να δούμε τις διαφορές τις τιμής αυτών ανάμεσα στις διάφορες καταστάσεις εμφάνισης του πιστωτικού κινδύνου. Από το κρατικό ομόλογο που είναι μηδενικού κινδύνου έως την τιμή του αντίστοιχου με credit rating BBB.

Αρχικά θα εξετάσουμε τις διαφορές της τιμής στα ομόλογα με λήκτότητα 6 ετών. Συγκεκριμένα αυτά φαίνονται από το παρακάτω διάγραμμα:



Το συγκεκριμένο διάγραμμα απεικονίζει την εξέλιξη της τιμής των ομολόγων διαφορετικού credit rating στην αντίστοιχη αύξηση της τιμής των κουπονιών. Συγκεκριμένα βλέπουμε ότι η σχέση αυτή κινείται γραμμικά και αυξητικά κάτι το οποίο είναι λογικό μια και όσο αυξάνονται οι χρηματορροές που πληρώνει ένα ομόλογο τόσο αυξάνει και η αξία του. Σταθερά παρατηρούμε ότι τα ομόλογα με μεγαλύτερο πιστωτικό κίνδυνο έχουν χαμηλότερη αξία, και παρατηρούμε ότι η διαφορά αυτή στη τιμή παραμένει σταθερή μιας και σε περίπτωση χρεωκοπίας το payback rate δ είναι σταθερό στο 0,3.

Εξίσου το επόμενο διάγραμμα απεικονίζει την αντίστοιχη κίνηση της τιμής των ομολόγων διαφορετικών credit rating για λήκτότητα ίση με 9 χρόνια:



Εξίσου βλέπουμε ότι η σχέση αυτή κινείται γραμμικά και αυξητικά κάτι το οποίο είναι λογικό μια και όσο αυξάνονται οι χρηματορροές που πληρώνει ένα ομόλογο τόσο αυξάνει και η αξία του. Συγκριτικά με τη ληκτότητα των 6 ετών βλέπουμε ότι υπάρχει μεγαλύτερη κλίση του διαγράμματος και παράλληλα η τιμή των ομολόγων φτάνει σε υψηλότερα επίπεδα. Αυτό συμβαίνει γιατί τα κουπόνια που λαμβάνει ένα ομόλογο είναι περισσότερα κατ' επέκταση επηρεάζεται η συνολική του αξία. Σταθερά παρατηρούμε ότι τα ομόλογα με μεγαλύτερο πιστωτικό κίνδυνο έχουν χαμηλότερη αξία, και παρατηρούμε ότι η διαφορά αυτή στη τιμή παραμένει σταθερή μιας και σε περίπτωση χρεωκοπίας το payback rate δ είναι σταθερό στο 0,3.

4.5 Αποτίμηση των αντίστοιχων δικαιωμάτων αγοράς

Ο **Κώδικας 5** αναπτύσσει τα δέντρα αποτίμησης των αντίστοιχων δικαιωμάτων πώλησης. Αναπτύσσουμε τους αναδρομικούς τύπους που δείχνουν την εξέλιξη της τιμής των αντίστοιχων δικαιωμάτων αγοράς Αμερικανικού τύπου.

$C_{n(i,s)} = \max[u_{n(i,s,m)} – K,0]$

$C_{d(i,s)} = \max[u_{d(i,s,m)} – K,0]$

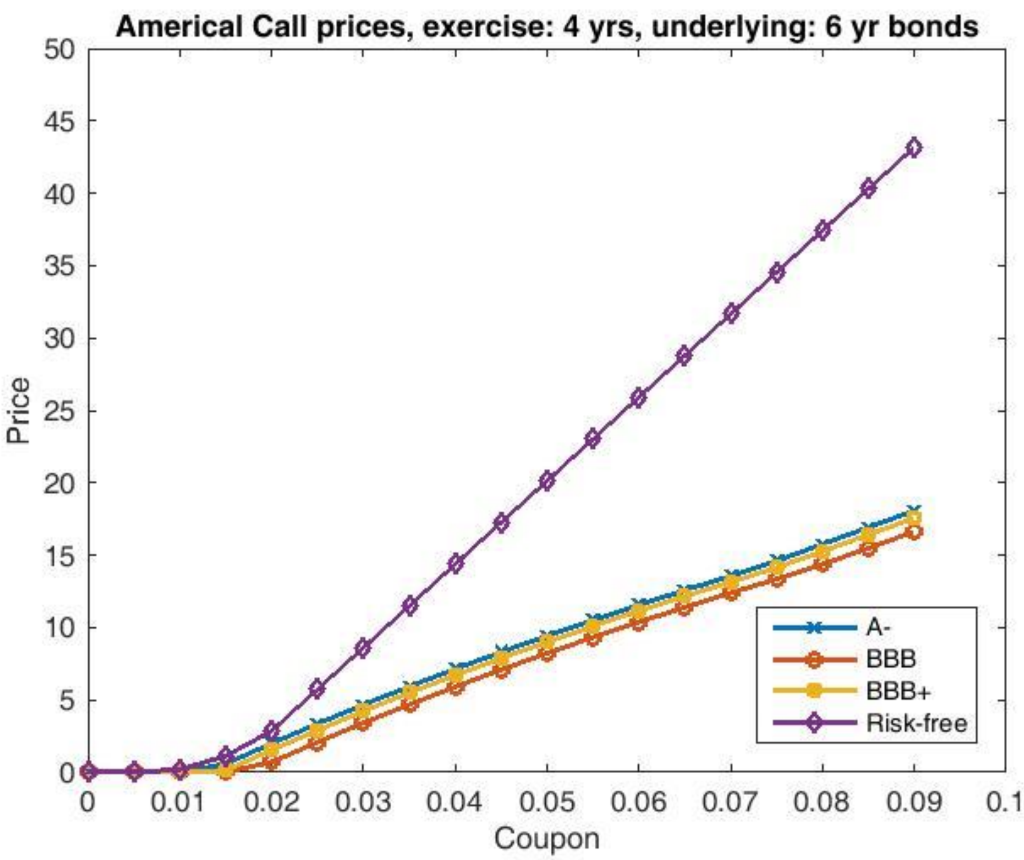
Όπου η τιμή του i εδώ αντικατοπτρίζει την χρονική στιγμή που λήγει το συγκεκριμένο δικαίωμα.

Προκειμένου να υπολογίσουμε τις εσωτερικές τιμές για τις χρονικές στιγμές από i < χρονική στιγμή που λήγει το δικαίωμα έχουμε ως εξής:

$$c_{n\ (i-1,s,)} = \frac{1}{2}\, p_{(i-1,s)} * [\ \lambda\mu_i * c_{d\ (i,s+1)} + (1-\lambda\mu_i) * c_{n\ (i,s+1)} + \lambda\mu_i * c_{d\ (i,s-1)} + (1-\lambda\mu_i) * c_{n\ (i,s-1)}]$$

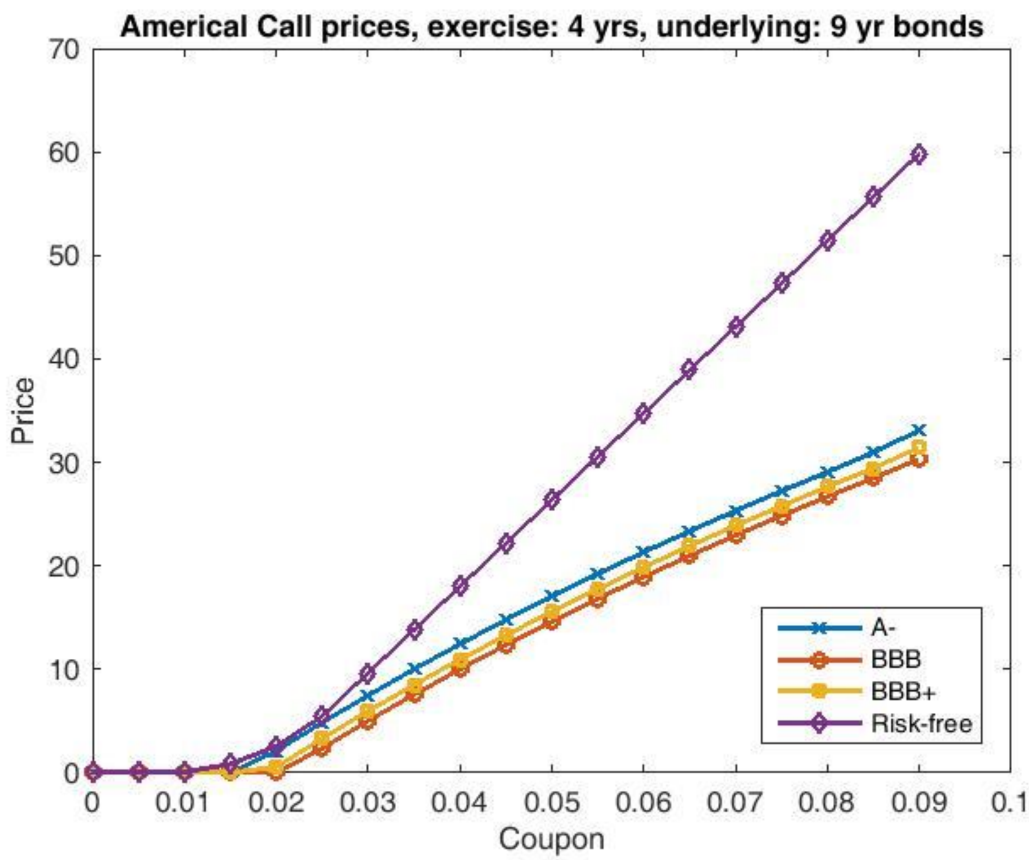
$$c_{d\ (i-1,s)} = \frac{1}{2}\, p_{(i-1,s)} * [\ c_{d\ (i,s+1)} + c_{d\ (i,s-1)}]$$

Οι υποκείμενοι τίτλοι και που εξετάζονται και σε αυτή την περίπτωση είναι ομόλογα ληκτότητας 6, 9 χρόνων ενώ τα αντίστοιχα δικαιώματα αγοράς έχουν ληκτότητα 4 ετών. Οι τιμές των Αμερικανικών δικαιωμάτων για τις διάφορες τιμές κουπονιών και διαφορετικής ληκτότητας αντικατοπτρίζεται από τα παρακάτω διαγράμματα: Για τα ομόλογα με ληκτότητα 6 ετών:



Παρατηρείται ότι σε πολύ χαμηλό κουπόνι 0,01-0,015 η τιμή των αντίστοιχων δικαιωμάτων αγοράς είναι μηδενική. Αυτό εξαρτάται κυρίως γιατί η τιμή του υποκείμενου τίτλου κινείται σε χαμηλότερα επίπεδα από την τιμή εξάσκησης 100. Από εκεί και πέρα βλέπουμε ότι η αξία ενός δικαιώματος αγοράς με υποκείμενο τίτλο με χαμηλότερο credit rating είναι χαμηλότερη. Βλέπουμε μια ξεκάθαρη διαφορά της τιμής του δικαιώματος με υποκείμενο τίτλο ομόλογο μηδενικού κινδύνου, όσο αυξάνεται η αξία των κουπονιών. Αυτό συμβαίνει γιατί η διαβάθμιση του credit rating από εντελώς risk free σε A^- είναι μεγάλη, κάτι το οποίο αντικατοπτρίζεται και στην τιμή των αντίστοιχων ομολόγων.

Αντίστοιχα για ληκτότητα 9 ετών:



Παρατηρείται κι εδώ ότι σε πολύ χαμηλό κουπόνι 0,01-0,02 η τιμή των αντίστοιχων δικαιωμάτων αγοράς είναι μηδενική. Αυτό εξαρτάται επίσης γιατί η τιμή του υποκείμενου τίτλου κινείται σε χαμηλότερα επίπεδα από την τιμή εξάσκησης 100. Βλέπουμε ότι οι τιμές των δικαιωμάτων όλων των κατηγοριών είναι μεγαλύτερες εν συγκρίσει με τις αντίστοιχες τιμές με υποκείμενο τίτλο ομόλογα ληκτότητας 6 ετών. Από εκεί και πέρα βλέπουμε κι εδώ ότι η αξία ενός δικαιώματος αγοράς με υποκείμενο τίτλο με χαμηλότερο credit rating είναι χαμηλότερη. Βλέπουμε μια ξεκάθαρη διαφορά της τιμής του δικαιώματος με υποκείμενο τίτλο ομόλογο μηδενικού κινδύνου, όσο αυξάνεται η αξία των κουπονιών.

Όλα τα διαγράμματα αναπτύχθηκαν μέσα από τον κώδικα της Matlab ο οποίος είναι και ο Κώδικας 6.

5. Συμπεράσματα

Η συγκεκριμένη μελέτη επικεντρώθηκε στην υλοποίησης μίας προσέγγισης για την αποτίμηση χρηματοοικονομικών παραγόντων που υπόκεινται σε πιστωτικό κίνδυνο όπως αύτη παρουσιάστηκε από τους Robert A Jarrow και Stuart M Turnbull.Σκοπός της συγκεκριμένης μελέτης είναι να δείξει ότι η αποτίμηση ενός τέτοιου προϊόντος χωρίς να λαμβάνει υπόψη τον πιστωτικό κίνδυνο που υπόκειται ο υποκείμενος τίτλος που αναφέρονται μπορεί να οδηγήσει σε υπερτίμηση τους. Αυτή η μέθοδος χρησιμοποιεί ως μεταβλητές εισόδου την στοχαστική ανέλιξη του επιτοκίου μίας περιόδου και των επιτοκίων των ομολόγων για διαφορετικό credit rating όπως αυτά παρατηρούνται στην αγορά.

Η αποτίμηση του ομολόγου με μηδενικό πιστωτικό κίνδυνο πραγματοποιείται με βάση το μοντέλο Black-Derman-Toy (BDT model). Τα επιτόκια που χρησιμοποιήθηκαν για την αποτίμηση αυτού είναι τα αντίστοιχα του κρατικού ομολόγου και παράλληλα γίνεται η υπόθεση ότι το κρατικό ομόλογο δεν μπορεί να πτωχεύσει. Η αποτίμηση των ομολόγων με πιστωτικό κίνδυνο γίνεται μέσω του μοντέλου Jarrow-Turnbull καθώς και τα δικαιώματα αγοράς που αναφέρονται σε αυτά. Σκοπός της συγκεκριμένης μελέτης είναι να συγκρίνει τις τιμές των δικαιωμάτων που προκύπτουν ανάμεσα σε αυτές τις δύο μεθόδους ώστε να αποτυπώσει την επιρροή που πιθανών μπορεί να έχει η αγνόηση του πιστωτικού κινδύνου των υποκείμενων ομολόγων.

Στην μεθοδολογία που ακολουθήσαμε υποθέτουμε ότι η συνολική αξία του ομολόγου μαζί με τα κουπόνια υπόκεινται σε πιστωτικό ρίσκο. Το ποσό πληρωμής σε περίπτωση πτώχευσης έχει οριστεί σε 30% της συνολικής αξίας των ομολόγων συμπεριλαμβανομένων και των χρηματοροών που προκύπτουν από τη λήψη των τοκομεριδίων. Το ποσοστό αυτό σύμφωνα με τον κώδικα που αναπτύχθηκε μπορεί να διαφοροποιηθεί εφόσον είναι απαραίτητο. Ανάλογα με το όσο αυξάνεται το ποσοστό τόσο παράλληλα θα αυξάνεται και η τιμή των αντίστοιχων default probabilities. Αυτό συμβαίνει γιατί στα ίδια επίπεδα των yields οι χρηματοροές που λαμβάνει ο κάτοχος του ομολόγου είναι ίδιες.

Στη μελέτη μας μια από τις βασικές υποθέσεις που κάναμε όσο αφορά το μοντέλο του Jarrow Turnbull είναι ότι οι τιμές των επιτοκίων μιας περιόδου και των default probabilities είναι ανεπηρέαστες μεταξύ μας. Επίσης ότι μια από τις βασικές υποθέσεις είναι το γεγονός ότι υπολογίζεται μόνο η πιθανότητα πτώχευσης του υποκείμενου τίτλου και όχι του εκδότη ο οποίος μπορεί να είναι τρίτο πρόσωπο. Οι υποθέσεις αυτές εξετάζονται σε μετέπειτα μελέτη που γίνεται από τους Jarrow, Lando, και Turnbull όπου χρησιμοποιούν μία μέθοδο προσέγγισης της πτώχευσης ενός εκδότη μέσα από την ιστορική μελέτη της διακύμανσης της τιμής ενός ομολόγου.

6.Βιβλιογραφία

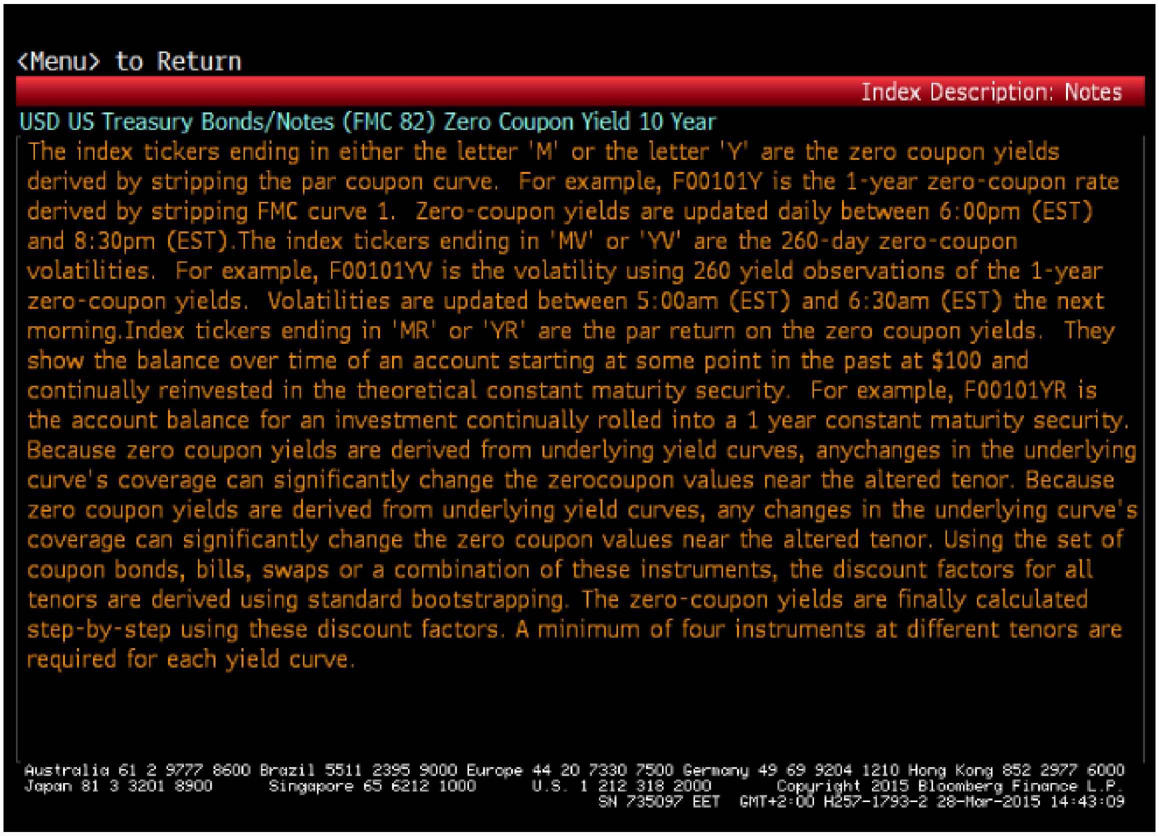
- Amin,K., and R.Jarrow, 1991, Pricing foreign currency options under stochastic interest rates, Journal of International Money and Finance 10, 310-329, 1992, Pricing options on risks assets in a stohastic interest rate economy, Mathematical Finance 2, 217-237
- Black, F., and J. Cox, 1976, Valuing corporate securities: Some effects of bond indenture provisions, Journal of Finance 31,351-367.
- Black,F., E. Derman , and W.Toy, 1990,A one factor model of interest rates and its application to treasury bond options, Financial Analyst Journal, 46, 33-39.
- Black, F., & Scholes, M. (1973). The pricing of options and corporate liabilities. Journal of Political Economy,637-659.
- Cox, J.C., Ross, S.A. and Rubinstein, M. (1979) Option pricing: a simplified approach. Journal of Financial Economics, 7, pp. 229-264.
- Harrison, J.M., and S. Pliska, 1981, Martingales and stohastic integrals in the theory of continuous trading, Stochastic Processes and Their Applications 11, 215-260.
- Financial Modelling: Theory, Implementation and Practice with MATLAB Source By Joerg Kienitz, Daniel Wetterau
- Hull, J., and A.WHITE , 1990, Pricing interest rate derivative securities, Review of Financial Studies 3, 573-592.
- Jarrow , R., and S.Turnbull, 1991, A unified approach for pricing contingent claims on multiple term structures :The foreign currency analogy, Working paper ,Cornell University.
- Johnson, H., and R. Stulz , 1987, The pricing of options with default risk, Journal of Finance 42, 267-280
- Kim, J., K. Ramaswamy, and S. Sundaresan, 1993, Does default risk in coupons affect the valuation of corporate bonds?: A contingent claims model, Financial Management 117-131.
- Longstaff , F., and E. Schwartz , 1992, Valuing risky debt: A new approach, Working paper, University of California, Los Angeles.
- Merton, R. C., 1974, On the pricing of corporate debt: The risk structure of interest rates, Journal of Finance 29, 449-470.
- Merton, R. C,1976, Option pricing when underlying stock returns are discontinuous,

Journal of Financial Economics 3, 124-144.

- Modeling Derivatives Applications in Matlab, C++, and Excel, Justin London, FT Press, 2007
- Schwart, A., 1993, Bankruptcy workouts and debt contracts, Journal of Law and Economics,36,595- 632
- The Mathematics of Derivatives Securities with Applications in MATLAB. Mario Cerrato
- Weiss, L.A., 1990, Bankruptcy resolution: Direct costs and violations of priority of claims, Journal of Financial Economics

7.Παράρτημα

Εικόνα 1



<Menu> to Return

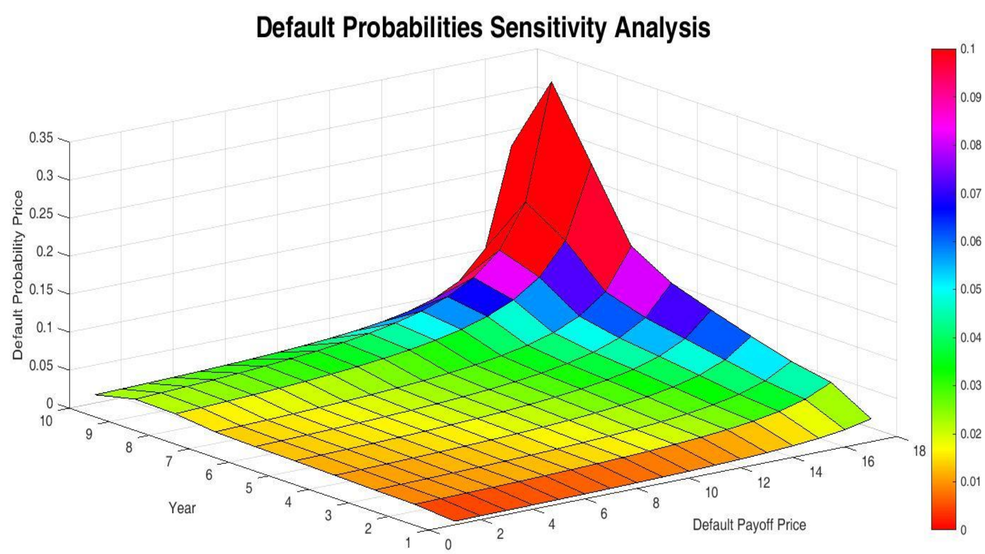
Index Description: Notes

USD US Treasury Bonds/Notes (FMC 82) Zero Coupon Yield 10 Year

The index tickers ending in either the letter 'M' or the letter 'Y' are the zero coupon yields derived by stripping the par coupon curve. For example, F00101Y is the 1-year zero-coupon rate derived by stripping FMC curve 1. Zero-coupon yields are updated daily between 6:00pm (EST) and 8:30pm (EST).The index tickers ending in 'MV' or 'YV' are the 260-day zero-coupon volatilities. For example, F00101YV is the volatility using 260 yield observations of the 1-year zero-coupon yields. Volatilities are updated between 5:00am (EST) and 6:30am (EST) the next morning.Index tickers ending in 'MR' or 'YR' are the par return on the zero coupon yields. They show the balance over time of an account starting at some point in the past at $100 and continually reinvested in the theoretical constant maturity security. For example, F00101YR is the account balance for an investment continually rolled into a 1 year constant maturity security. Because zero coupon yields are derived from underlying yield curves, anychanges in the underlying curve's coverage can significantly change the zerocoupon values near the altered tenor. Because zero coupon yields are derived from underlying yield curves, any changes in the underlying curve's coverage can significantly change the zero coupon values near the altered tenor. Using the set of coupon bonds, bills, swaps or a combination of these instruments, the discount factors for all tenors are derived using standard bootstrapping. The zero-coupon yields are finally calculated step-by-step using these discount factors. A minimum of four instruments at different tenors are required for each yield curve.

No table of figures entries found.

Εικόνα 2



Κώδικας 1

clear all

```
% ------------------------------
% INPUTS:
filename1='Treasury_yields-volatilities_2.xlsx';

%Διαβάζει από το συγκεκριμένο worksheet and range.

[num,Dates] = xlsread(filename1,1,'A3:A328');
[Rates_all] = xlsread(filename1,1,'B3:K328');
[Vols] = xlsread(filename1,2,'B3:K328');
[num, EndDates_all] = xlsread(filename1,3,'B3:K328');
nr_of_maturities=10;

% Ορισμός του βήματος και του εύρους των κουπονιών.

nr_CouponRate_step=19;
CouponRate_first_value=0.00;
CouponRate_step=0.005;

% Ημέρα επιλογής βάση του δείγματος : Interested_day=326;
% Δημιουργία του πίνακα Price = Τιμές των ομολόγων μηδενικού κινδύνου στις
διάφορες ληκτότητες και ύψη τοκομεριδίων.


nr_dates = numel(Dates)

% Αρχικοποιώ τον μηδενικό array

All_FwdTrees=cell(nr_dates,nr_of_maturities);

CouponRate=zeros(nr_CouponRate_step,1,'double');
CouponRate(1)=CouponRate_first_value;
for ii=2:nr_CouponRate_step
    CouponRate(ii)=CouponRate(ii-1)+CouponRate_step;
end

% Αρχικοποιώ τον πίνακα Price και τους πίνακες PBDT για ληκτότητες 6,9 που
αποτελούν τους πίνακες των δικαιωμάτων.

Price=zeros(nr_dates,nr_of_maturities,nr_CouponRate_step, 'double');
PBDT_y6=zeros(nr_CouponRate_step,nr_dates, 'double');
PBDT_y9=zeros(nr_CouponRate_step,nr_dates, 'double');

for dd=1:nr_dates

 % Υπολογίζω τα count rates FwdTree tou BDT "All_FwdTrees"
    ValuationDate=Dates(dd);
    EndDates=EndDates_all(dd,:)';
    Rates=(Rates_all(dd,:)')/100.0;
    Volatility=(Vols(dd,:)')/100.0;
    Compounding = 1;
    StartDate = ValuationDate;
```

```
    RateSpec = intenvset('Compounding',Compounding,...
        'ValuationDate',ValuationDate,...
        'StartDates',StartDate,...
        'EndDates',EndDates,...
        'Rates',Rates);
    BDTTimeSpec = bdttimespec(ValuationDate, EndDates, Compounding);
    BDTVolSpec = bdtvolspec(ValuationDate, EndDates, Volatility);
    OptSpec = 'call';
    Strike = [100];

% Ορίζω την ληκτότητα του δικαιώματος

option_end_date=[ValuationDate{1}(1:6),num2str(str2num(ValuationDate{1}(7:10))
+4)];
    ExerciseDates=[ValuationDate option_end_date];

 %   Ορίζω το δέντρο του BDT.

   BDTTree_out = bdttree( BDTVolSpec, RateSpec, BDTTimeSpec);
    All_FwdTrees(dd,:)=BDTTree_out.FwdTree;

 % Τώρα φτιάχνουμε όλα τα FwdTrees.

    for CR_nr=1:nr_CouponRate_step

 % Τώρα φτιάχνουμε όλα τα prices

        Settle=StartDate;
        Maturity=EndDates;
        Period=1;
        Price(dd,:,CR_nr)=bondbybdt(BDTTree_out, CouponRate(CR_nr), Settle,
Maturity, Period);

 %; Αποτίμηση των Option :
        %jd_end_day = juliandate(EndDates,'dd/mmm/yyyy');
        %jd_option_end_day = juliandate(option_end_date,'dd/mmm/yyyy')
        %if dd==Interested_day;

            Maturity=[EndDates{6,1}];
            PBDT_y6(CR_nr,dd)=
optbndbybdt(BDTTree_out,OptSpec,Strike,ExerciseDates,1,CouponRate(CR_nr),S
ettle,...
                                Maturity,1);
            Maturity=[EndDates{9,1}];
            PBDT_y9(CR_nr,dd)=
optbndbybdt(BDTTree_out,OptSpec,Strike,ExerciseDates,1,CouponRate(CR_nr),S
ettle,...
                                Maturity,1);
        %end
    end
end
```

```
str_end='END of Program'
```

Κώδικας 2

```
%clear all
% Αυτός ο κώδικας πραγματοποιείται μετά τον "Black_Derman_Toy" και
χρησιμοποιεί τις "TBond_prices".
% -----------------------------
% INPUTS:
filename1='Treasury_yields-volatilities_2.xlsx';
filename2='Corporate yields.xlsx';

%Διαβάζει το συγκεκριμένο worksheet and range.

[num,Dates] = xlsread(filename1,1,'A3:A328');

%[TBond_prices] = xlsread(filename1,1,'M3:V328');

TBond_prices = Price(:,:,1);
[Aminus] = xlsread(filename2,3,'B3:K328');
[BBBplus] = xlsread(filename2,3,'M3:V328');
[BBB] = xlsread(filename2,3,'Y3:AH328');
nr_of_maturities=10;
delta = 0.3;
% -----------------------------

nr_dates = numel(Dates);
nr_p = numel(TBond_prices);

% Αρχικοποιώ τον μηδενικό array.

n = size(TBond_prices); %[nr_dates,nr_of_maturities]

lamdaM_Aminus = zeros(n);
for nr_dt=1:1:nr_dates
   lamdaM_Aminus(nr_dt,1) = ((Aminus(nr_dt,1)/TBond_prices(nr_dt,1))-
1)*(1/(delta-1));
   a = (1-lamdaM_Aminus(nr_dt,1))*(delta-1);
   for i=2:1:nr_of_maturities
      lamdaM_Aminus(nr_dt,i)=((Aminus(nr_dt,i)/TBond_prices(nr_dt,i))-
(Aminus(nr_dt,i-1)/TBond_prices(nr_dt,i-1)))*(1/a);
      a = (1-lamdaM_Aminus(nr_dt,i))*a;
   end
end

lamdaM_BBBplus = zeros(n);
for nr_dt=1:1:nr_dates
   lamdaM_BBBplus(nr_dt,1) = ((BBBplus(nr_dt,1)/TBond_prices(nr_dt,1))-
1)*(1/(delta-1));
   a = (1-lamdaM_BBBplus(nr_dt,1))*(delta-1);
```

```
    for i=2:1:nr_of_maturities
        lamdaM_BBBplus(nr_dt,i)=((BBBplus(nr_dt,i)/TBond_prices(nr_dt,i))-
(BBBplus(nr_dt,i-1)/TBond_prices(nr_dt,i-1)))*(1/a);
        a = (1-lamdaM_BBBplus(nr_dt,i))*a;
    end
end

lamdaM_BBB = zeros(n);
for nr_dt=1:1:nr_dates
    lamdaM_BBB(nr_dt,1) = ((BBB(nr_dt,1)/TBond_prices(nr_dt,1))-1)*(1/(delta-1));
    a = (1-lamdaM_BBB(nr_dt,1))*(delta-1);
    for i=2:1:nr_of_maturities
        lamdaM_BBB(nr_dt,i)=((BBB(nr_dt,i)/TBond_prices(nr_dt,i))-(BBB(nr_dt,i-
1)/TBond_prices(nr_dt,i-1)))*1/a;
        a = (1-lamdaM_BBB(nr_dt,i))*a;
    end
end

str_end='END of Program'
```

Κώδικας 3

```
delta = 0.3;
par=100;
nr_of_maturities=10;

% bmipm:bond_matures_in_period_m
% Αλλάζει όταν κάνει mature σε λιγότερο από nr_of_maturities χρόνια.

bmipm=[2,3,4,5,6,7,8,9,10,11];
Strike_price=100; % K in txt

% ---------------------------------

% nr_mtry: Number of maturity years που εξετάζονται.

nr_mtry=numel(bmipm)

% Ορίζουμε ώστε οι πίνακες να είναι ίδιοι με τα All_FwdTrees.
discount_factor=cell(nr_dates,nr_of_maturities);

% Τώρα θα τους βάλουμε τις σωστες τιμές.

for nr_dt=1:nr_dates
    for nr_mt=1:nr_of_maturities
        for nr_insd=1:nr_mt

discount_factor{nr_dt,nr_mt}(nr_insd)=1/(All_FwdTrees{nr_dt,nr_mt}(nr_insd));
        end
    end
end
```

```
% Τώρα θα φτιάξουμε τις τιμές των price_nondefault kai price_default.

% Aminus:
% Αρχικοποιώ τους πίνακες που θα δημιουργήσω:

price_nondef_Aminus=cell(nr_dates,nr_of_maturities,nr_mtry);
price_def_Aminus=cell(nr_dates,nr_of_maturities,nr_mtry);
for nr_dt=1:nr_dates

% Για κάθε διαφορετικές maturity:
   for nr_my=1:nr_mtry

% Για μία περίοδο πριν το  maturity του bond:

     for nr_insd=1:bmipm(nr_my)-1
          price_def_Aminus{nr_dt,bmipm(nr_my)-
1,nr_my}(nr_insd)=discount_factor{nr_dt,bmipm(nr_my)-1}(nr_insd)*delta*par;
          price_nondef_Aminus{nr_dt,bmipm(nr_my)-
1,nr_my}(nr_insd)=(discount_factor{nr_dt,bmipm(nr_my)-1}(nr_insd))*...
                       (lamdaM_Aminus(nr_dt,bmipm(nr_my)-1)*delta+(1-
lamdaM_Aminus(nr_dt,bmipm(nr_my)-1)))*par;
      end
      % Για τα υπόλοιπα:

        for nr_mt=bmipm(nr_my)-2:-1:1
          for nr_insd=1:nr_mt

price_def_Aminus{nr_dt,nr_mt,nr_my}(nr_insd)=0.5*discount_factor{nr_dt,nr_mt}(nr
_insd)*...

(price_def_Aminus{nr_dt,nr_mt+1,nr_my}(nr_insd+1)+price_def_Aminus{nr_dt,nr_
mt+1,nr_my}(nr_insd));

price_nondef_Aminus{nr_dt,nr_mt,nr_my}(nr_insd)=0.5*discount_factor{nr_dt,nr_m
t}(nr_insd)*...

(lamdaM_Aminus(nr_dt,nr_mt)*price_def_Aminus{nr_dt,nr_mt+1,nr_my}(nr_insd+1
)+...
                                             (1-
lamdaM_Aminus(nr_dt,nr_mt))*price_nondef_Aminus{nr_dt,nr_mt+1,nr_my}(nr_ins
d+1)+...

lamdaM_Aminus(nr_dt,nr_mt)*price_def_Aminus{nr_dt,nr_mt+1,nr_my}(nr_insd)+...
                                             (1-
lamdaM_Aminus(nr_dt,nr_mt))*price_nondef_Aminus{nr_dt,nr_mt+1,nr_my}(nr_ins
d));

          end
      end
   end
```

```
end

% BBB:
price_nondef_BBB=cell(nr_dates,nr_of_maturities,nr_mtry);
price_def_BBB=cell(nr_dates,nr_of_maturities,nr_mtry);
for nr_dt=1:nr_dates

% Για κάθε διαφορετικές maturity:

   for nr_my=1:nr_mtry

% Για μία περίοδο πριν το  maturity του bond:

      for nr_insd=1:bmipm(nr_my)-1
         price_def_BBB{nr_dt,bmipm(nr_my)-
1,nr_my}(nr_insd)=discount_factor{nr_dt,bmipm(nr_my)-1}(nr_insd)*delta*par;
         price_nondef_BBB{nr_dt,bmipm(nr_my)-
1,nr_my}(nr_insd)=(discount_factor{nr_dt,bmipm(nr_my)-1}(nr_insd))*...
                     (lamdaM_BBB(nr_dt,bmipm(nr_my)-1)*delta+(1-
lamdaM_BBB(nr_dt,bmipm(nr_my)-1)))*par;
      end
      % For the rest:
      for nr_mt=bmipm(nr_my)-2:-1:1
         for nr_insd=1:nr_mt

price_def_BBB{nr_dt,nr_mt,nr_my}(nr_insd)=0.5*discount_factor{nr_dt,nr_mt}(nr_in
sd)*...

(price_def_BBB{nr_dt,nr_mt+1,nr_my}(nr_insd+1)+price_def_BBB{nr_dt,nr_mt+1,n
r_my}(nr_insd));

price_nondef_BBB{nr_dt,nr_mt,nr_my}(nr_insd)=0.5*discount_factor{nr_dt,nr_mt}(n
r_insd)*...

(lamdaM_BBB(nr_dt,nr_mt)*price_def_BBB{nr_dt,nr_mt+1,nr_my}(nr_insd+1)+...
                                        (1-
lamdaM_BBB(nr_dt,nr_mt))*price_nondef_BBB{nr_dt,nr_mt+1,nr_my}(nr_insd+1)+.
..

lamdaM_BBB(nr_dt,nr_mt)*price_def_BBB{nr_dt,nr_mt+1,nr_my}(nr_insd)+...
                                        (1-
lamdaM_BBB(nr_dt,nr_mt))*price_nondef_BBB{nr_dt,nr_mt+1,nr_my}(nr_insd));

         end
      end
   end
end

% BBBplus:
price_nondef_BBBplus=cell(nr_dates,nr_of_maturities,nr_mtry);
price_def_BBBplus=cell(nr_dates,nr_of_maturities,nr_mtry);
```

```
for nr_dt=1:nr_dates

% Για κάθε διαφορετικές maturity:

   for nr_my=1:nr_mtry

% Για μία περίοδο πριν το  maturity του bond:

      for nr_insd=1:bmipm(nr_my)-1
         price_def_BBBplus{nr_dt,bmipm(nr_my)-
1,nr_my}(nr_insd)=discount_factor{nr_dt,bmipm(nr_my)-1}(nr_insd)*delta*par;
         price_nondef_BBBplus{nr_dt,bmipm(nr_my)-
1,nr_my}(nr_insd)=(discount_factor{nr_dt,bmipm(nr_my)-1}(nr_insd))*...
                     (lamdaM_BBBplus(nr_dt,bmipm(nr_my)-1)*delta+(1-
lamdaM_BBBplus(nr_dt,bmipm(nr_my)-1)))*par;
      end
      % For the rest:
      for nr_mt=bmipm(nr_my)-2:-1:1
         for nr_insd=1:nr_mt

price_def_BBBplus{nr_dt,nr_mt,nr_my}(nr_insd)=0.5*discount_factor{nr_dt,nr_mt}(
nr_insd)*...

(price_def_BBBplus{nr_dt,nr_mt+1,nr_my}(nr_insd+1)+price_def_BBBplus{nr_dt,nr
_mt+1,nr_my}(nr_insd));

price_nondef_BBBplus{nr_dt,nr_mt,nr_my}(nr_insd)=0.5*discount_factor{nr_dt,nr_
mt}(nr_insd)*...

(lamdaM_BBBplus(nr_dt,nr_mt)*price_def_BBBplus{nr_dt,nr_mt+1,nr_my}(nr_insd
+1)+...
                                        (1-
lamdaM_BBBplus(nr_dt,nr_mt))*price_nondef_BBBplus{nr_dt,nr_mt+1,nr_my}(nr_i
nsd+1)+...

lamdaM_BBBplus(nr_dt,nr_mt)*price_def_BBBplus{nr_dt,nr_mt+1,nr_my}(nr_insd)
+...
                                        (1-
lamdaM_BBBplus(nr_dt,nr_mt))*price_nondef_BBBplus{nr_dt,nr_mt+1,nr_my}(nr_i
nsd));

         end
      end
   end
end

%7.1

%cbrb: coupon bearing risky bonds

cbrb_Aminus=zeros(nr_CouponRate_step,nr_mtry,nr_dates);
```

```
cbrb_BBB=zeros(nr_CouponRate_step,nr_mtry,nr_dates);
cbrb_BBBplus=zeros(nr_CouponRate_step,nr_mtry,nr_dates);

% k: CouponRate

for nr_dt=1:nr_dates
  for k=1:nr_CouponRate_step
    for m=1:nr_mtry
       temp_arr_Am=zeros(m,1);
       temp_arr_BBB=zeros(m,1);
       temp_arr_Bp=zeros(m,1);
       for iii=1:m
          temp_arr_Am(iii)=CouponRate(k)*price_nondef_Aminus{nr_dt,1,iii}(1);
          temp_arr_BBB(iii)=CouponRate(k)*price_nondef_BBB{nr_dt,1,iii}(1);
          temp_arr_Bp(iii)=CouponRate(k)*price_nondef_BBBplus{nr_dt,1,iii}(1);
       end
       The_sum_temp_Am=sum(temp_arr_Am);
       The_sum_temp_BBB=sum(temp_arr_BBB);
       The_sum_temp_Bp=sum(temp_arr_Bp);
       cbrb_Aminus(k,m,nr_dt)=The_sum_temp_Am+Aminus(nr_dt,m);
       cbrb_BBB(k,m,nr_dt)=The_sum_temp_BBB+BBB(nr_dt,m);
       cbrb_BBBplus(k,m,nr_dt)=The_sum_temp_Bp+BBBplus(nr_dt,m);
    end
  end
end




% Τώρα θα υπολογίσω τα Option prices at each note, state, date, maturity.
% Και για κάθε credit rating: Aminus, BBB, BBB_plus.
% Όλα έχουν το ίδιο array size.
% Αρχικοποιώ τους πίνακες που θέλω να φτιάξω.

Option_price_def_Aminus=cell(nr_dates,nr_of_maturities,nr_mtry);
Option_price_nondef_Aminus=cell(nr_dates,nr_of_maturities,nr_mtry);
Option_price_def_BBB=cell(nr_dates,nr_of_maturities,nr_mtry);
Option_price_nondef_BBB=cell(nr_dates,nr_of_maturities,nr_mtry);
Option_price_def_BBBplus=cell(nr_dates,nr_of_maturities,nr_mtry);
Option_price_nondef_BBBplus=cell(nr_dates,nr_of_maturities,nr_mtry);

% Τώρα δίνουμε τις τιμές που θέλουμε.

for nr_dt=1:nr_dates
   for nr_my=1:nr_mtry % m sto txt
      for nr_mt=1:1:bmipm(nr_my)-1 % n st txt
         for nr_insd=1:nr_mt % i sto txt

Option_price_def_Aminus{nr_dt,nr_mt,nr_my}(nr_insd)=max((price_def_Aminus{nr
_dt,nr_mt,nr_my}(nr_insd)-Strike_price),0);
```

```
Option_price_nondef_Aminus{nr_dt,nr_mt,nr_my}(nr_insd)=max((price_nondef_Aminus{nr_dt,nr_mt,nr_my}(nr_insd)-Strike_price),0);

Option_price_def_BBB{nr_dt,nr_mt,nr_my}(nr_insd)=max((price_def_BBB{nr_dt,nr_mt,nr_my}(nr_insd)-Strike_price),0);

Option_price_nondef_BBB{nr_dt,nr_mt,nr_my}(nr_insd)=max((price_nondef_BBB{nr_dt,nr_mt,nr_my}(nr_insd)-Strike_price),0);

Option_price_def_BBBplus{nr_dt,nr_mt,nr_my}(nr_insd)=max((price_def_BBBplus{nr_dt,nr_mt,nr_my}(nr_insd)-Strike_price),0);

Option_price_nondef_BBBplus{nr_dt,nr_mt,nr_my}(nr_insd)=max((price_nondef_BBBplus{nr_dt,nr_mt,nr_my}(nr_insd)-Strike_price),0);
            end
        end
    end
end



str_end='END of Program'
```

Κώδικας 4

```
% Program 4:

%clear all
% Αυτός ο κώδικας τρέχει μετά τον κώδικα 3 "main_program" και χρησιμοποιεί
% to "Aminus" που υπολόγισα για να φτιάξει τις "Default_Props".
% ------------------------------
% INPUTS:
%filename1='Treasury_yields-volatilities_2.xlsx';
%filename2='Corporate yields.xlsx';

%[num,Dates] = xlsread(filename1,1,'A3:A328'); % Διαβάζει το συγκεκριμένο worksheet and range.
%[TBond_prices] = xlsread(filename1,1,'M3:V328');
%TBond_prices = Price(:,:,1);
%[Aminus] = xlsread(filename2,3,'B3:K328');
%[BBBplus] = xlsread(filename2,3,'M3:V328');
%[BBB] = xlsread(filename2,3,'Y3:AH328');

nr_of_maturities=10;
delta = 0.3;
% ------------------------------

nr_dates = numel(Dates);
nr_p = numel(TBond_prices);
% Αρχικοποιώ τον μηδενικό array
n = size(TBond_prices); %[nr_dates,nr_of_maturities]
```

```
lamdaM_Aminus_coupon = zeros(nr_dates,nr_of_maturities,nr_CouponRate_step);
for k=1:nr_CouponRate_step
    for nr_dt=1:1:nr_dates
        lamdaM_Aminus_coupon(nr_dt,1,k) =
((cbrb_Aminus(k,1,nr_dt)/TBond_prices(nr_dt,1))-1)*(1/(delta-1));
        a = (1-lamdaM_Aminus_coupon(nr_dt,1,k))*(delta-1);
        for i=2:1:nr_of_maturities

lamdaM_Aminus_coupon(nr_dt,i,k)=((cbrb_Aminus(k,i,nr_dt)/TBond_prices(nr_dt,i)
)-(cbrb_Aminus(k,i-1,nr_dt)/TBond_prices(nr_dt,i-1)))*(1/a);
            a = (1-lamdaM_Aminus_coupon(nr_dt,i,k))*a;
        end
    end
end

lamdaM_BBBplus_coupon =
zeros(nr_dates,nr_of_maturities,nr_CouponRate_step);
for k=1:nr_CouponRate_step
    for nr_dt=1:1:nr_dates
        lamdaM_BBBplus_coupon(nr_dt,1,k) =
((cbrb_BBBplus(k,1,nr_dt)/TBond_prices(nr_dt,1))-1)*(1/(delta-1));
        a = (1-lamdaM_BBBplus_coupon(nr_dt,1,k))*(delta-1);
        for i=2:1:nr_of_maturities

lamdaM_BBBplus_coupon(nr_dt,i,k)=((cbrb_BBBplus(k,i,nr_dt)/TBond_prices(nr_dt
,i))-(cbrb_BBBplus(k,i-1,nr_dt)/TBond_prices(nr_dt,i-1)))*(1/a);
            a = (1-lamdaM_BBBplus_coupon(nr_dt,i,k))*a;
        end
    end
end

lamdaM_BBB_coupon = zeros(nr_dates,nr_of_maturities,nr_CouponRate_step);
for k=1:nr_CouponRate_step
    for nr_dt=1:1:nr_dates
        lamdaM_BBB_coupon(nr_dt,1,k) =
((cbrb_BBB(k,1,nr_dt)/TBond_prices(nr_dt,1))-1)*(1/(delta-1));
        a = (1-lamdaM_BBB_coupon(nr_dt,1,k))*(delta-1);
        for i=2:1:nr_of_maturities

lamdaM_BBB_coupon(nr_dt,i,k)=((cbrb_BBB(k,i,nr_dt)/TBond_prices(nr_dt,i))-
(cbrb_BBB(k,i-1,nr_dt)/TBond_prices(nr_dt,i-1)))*1/a;
            a = (1-lamdaM_BBB_coupon(nr_dt,i,k))*a;
        end
    end
end

str_end='END of Program'
```

Κώδικας 5

```
delta = 0.3;
par=100;
nr_of_maturities=10;

% bmipm:bond_matures_in_period_m

bmipm=[2,3,4,5,6,7,8,9,10,11]; % Αυτό θα αλλάξω όταν θέλω να κάνει mature σε
λιγότερο από nr_of_maturities χρόνια.

Strike_price=100; % K in txt

% θα εξετάσω μόνο για 1 ημέρα:
%nr_dt=1;
% ---------------------------------
% nr_mtry: Number of maturity years που θα εξετάσουμε
nr_mtry=numel(bmipm);

% Ορίζουμε τους πίνακες ώστε να είναι ίδιοι με τους All_FwdTrees.
discount_factor=cell(nr_dates,nr_of_maturities);

% Ορίζουμε το εύρος τιμών αυτών.

for nr_dt=1:nr_dates
    for nr_mt=1:nr_of_maturities
        for nr_insd=1:nr_mt

discount_factor{nr_dt,nr_mt}(nr_insd)=1/(All_FwdTrees{nr_dt,nr_mt}(nr_insd));
        end
    end
end

% Δημιουργούμε τις τιμές των price_nondefault kai price_default.

% Aminus:

% Αρχικοποιώ τους πίνακες που θα δημιουργήσω:

price_nondef_Aminus_coupon=cell(nr_dates,nr_of_maturities,nr_mtry,nr_CouponR
ate_step);
price_def_Aminus_coupon=cell(nr_dates,nr_of_maturities,nr_mtry,nr_CouponRate
_step);
for k=1:nr_CouponRate_step
 for nr_dt=1:nr_dates

% Για κάθε διαφορετική ληκτότητα:
    for nr_my=1:nr_mtry

  % Για μια περίοδο πριν τη λήξη :

        for nr_insd=1:bmipm(nr_my)-1
```

```
          price_def_Aminus_coupon{nr_dt,bmipm(nr_my)-
1,nr_my,k}(nr_insd)=discount_factor{nr_dt,bmipm(nr_my)-1}(nr_insd)*delta*par;
          price_nondef_Aminus_coupon{nr_dt,bmipm(nr_my)-
1,nr_my,k}(nr_insd)=(discount_factor{nr_dt,bmipm(nr_my)-1}(nr_insd))*...
                    (lamdaM_Aminus_coupon(nr_dt,bmipm(nr_my)-1,k)*delta+(1-
lamdaM_Aminus_coupon(nr_dt,bmipm(nr_my)-1,k)))*par;
      end

% Για τα υπόλοιπα:
      for nr_mt=bmipm(nr_my)-2:-1:1
         for nr_insd=1:nr_mt

price_def_Aminus_coupon{nr_dt,nr_mt,nr_my,k}(nr_insd)=0.5*discount_factor{nr_d
t,nr_mt}(nr_insd)*...

(price_def_Aminus_coupon{nr_dt,nr_mt+1,nr_my,k}(nr_insd+1)+...

price_def_Aminus_coupon{nr_dt,nr_mt+1,nr_my,k}(nr_insd));

price_nondef_Aminus_coupon{nr_dt,nr_mt,nr_my,k}(nr_insd)=0.5*discount_factor{
nr_dt,nr_mt}(nr_insd)*...

(lamdaM_Aminus_coupon(nr_dt,nr_mt,k)*price_def_Aminus_coupon{nr_dt,nr_mt+1
,nr_my,k}(nr_insd+1)+...
                                        (1-
lamdaM_Aminus_coupon(nr_dt,nr_mt,k))*price_nondef_Aminus_coupon{nr_dt,nr_
mt+1,nr_my,k}(nr_insd+1)+...

lamdaM_Aminus_coupon(nr_dt,nr_mt,k)*price_def_Aminus_coupon{nr_dt,nr_mt+1,
nr_my,k}(nr_insd)+...
                                        (1-
lamdaM_Aminus_coupon(nr_dt,nr_mt,k))*price_nondef_Aminus_coupon{nr_dt,nr_
mt+1,nr_my,k}(nr_insd));

         end
      end
   end
 end
end

% BBB:

% Αρχικοποιώ τους πίνακες που θα δημιουργήσω:

price_nondef_BBB_coupon=cell(nr_dates,nr_of_maturities,nr_mtry,nr_CouponRate
_step);
price_def_BBB_coupon=cell(nr_dates,nr_of_maturities,nr_mtry,nr_CouponRate_st
ep);
for k=1:nr_CouponRate_step
 for nr_dt=1:nr_dates
```

```
% Για κάθε διαφορετική ληκτότητα:
   for nr_my=1:nr_mtry

% Για μια περίοδο πριν τη λήξη:

      for nr_insd=1:bmipm(nr_my)-1
         price_def_BBB_coupon{nr_dt,bmipm(nr_my)-
1,nr_my,k}(nr_insd)=discount_factor{nr_dt,bmipm(nr_my)-1}(nr_insd)*delta*par;
         price_nondef_BBB_coupon{nr_dt,bmipm(nr_my)-
1,nr_my,k}(nr_insd)=(discount_factor{nr_dt,bmipm(nr_my)-1}(nr_insd))*...
                     (lamdaM_BBB_coupon(nr_dt,bmipm(nr_my)-1,k)*delta+(1-
lamdaM_BBB_coupon(nr_dt,bmipm(nr_my)-1,k)))*par;
      end

% Για όλα τα υπόλοιπα:

      for nr_mt=bmipm(nr_my)-2:-1:1
         for nr_insd=1:nr_mt

price_def_BBB_coupon{nr_dt,nr_mt,nr_my,k}(nr_insd)=0.5*discount_factor{nr_dt,nr
_mt}(nr_insd)*...

(price_def_BBB_coupon{nr_dt,nr_mt+1,nr_my,k}(nr_insd+1)+...

price_def_BBB_coupon{nr_dt,nr_mt+1,nr_my,k}(nr_insd));

price_nondef_BBB_coupon{nr_dt,nr_mt,nr_my,k}(nr_insd)=0.5*discount_factor{nr_
dt,nr_mt}(nr_insd)*...

(lamdaM_BBB_coupon(nr_dt,nr_mt,k)*price_def_BBB_coupon{nr_dt,nr_mt+1,nr_m
y,k}(nr_insd+1)+...
                                        (1-
lamdaM_BBB_coupon(nr_dt,nr_mt,k))*price_nondef_BBB_coupon{nr_dt,nr_mt+1,n
r_my,k}(nr_insd+1)+...

lamdaM_BBB_coupon(nr_dt,nr_mt,k)*price_def_BBB_coupon{nr_dt,nr_mt+1,nr_m
y,k}(nr_insd)+...
                                        (1-
lamdaM_BBB_coupon(nr_dt,nr_mt,k))*price_nondef_BBB_coupon{nr_dt,nr_mt+1,n
r_my,k}(nr_insd));
         end
      end
   end
 end
end

% BBBplus:

% Αρχικοποιώ τους πίνακες που θα δημιουργήσω:
```

```
price_nondef_BBBplus_coupon=cell(nr_dates,nr_of_maturities,nr_mtry,nr_Coupon
Rate_step);
price_def_BBBplus_coupon=cell(nr_dates,nr_of_maturities,nr_mtry,nr_CouponRat
e_step);
for k=1:nr_CouponRate_step
 for nr_dt=1:nr_dates

% Για κάθε διαφορετική ληκτότητα:

    for nr_my=1:nr_mtry

% Για μια περίοδο πριν τη λήξη:

        for nr_insd=1:bmipm(nr_my)-1
            price_def_BBBplus_coupon{nr_dt,bmipm(nr_my)-
1,nr_my,k}(nr_insd)=discount_factor{nr_dt,bmipm(nr_my)-1}(nr_insd)*delta*par;
            price_nondef_BBBplus_coupon{nr_dt,bmipm(nr_my)-
1,nr_my,k}(nr_insd)=(discount_factor{nr_dt,bmipm(nr_my)-1}(nr_insd))*...
                            (lamdaM_BBBplus_coupon(nr_dt,bmipm(nr_my)-1,k)*delta+(1-
lamdaM_BBBplus_coupon(nr_dt,bmipm(nr_my)-1,k)))*par;
        end

 % Για όλα τα υπόλοιπα:

        for nr_mt=bmipm(nr_my)-2:-1:1
            for nr_insd=1:nr_mt

price_def_BBBplus_coupon{nr_dt,nr_mt,nr_my,k}(nr_insd)=0.5*discount_factor{nr_
dt,nr_mt}(nr_insd)*...

(price_def_BBBplus_coupon{nr_dt,nr_mt+1,nr_my,k}(nr_insd+1)+...

price_def_BBBplus_coupon{nr_dt,nr_mt+1,nr_my,k}(nr_insd));

price_nondef_BBBplus_coupon{nr_dt,nr_mt,nr_my,k}(nr_insd)=0.5*discount_factor
{nr_dt,nr_mt}(nr_insd)*...

(lamdaM_BBBplus_coupon(nr_dt,nr_mt,k)*price_def_BBBplus_coupon{nr_dt,nr_mt
+1,nr_my,k}(nr_insd+1)+...
                                                        (1-
lamdaM_BBBplus_coupon(nr_dt,nr_mt,k))*price_nondef_BBBplus_coupon{nr_dt,nr
_mt+1,nr_my,k}(nr_insd+1)+...

lamdaM_BBBplus_coupon(nr_dt,nr_mt,k)*price_def_BBBplus_coupon{nr_dt,nr_mt
+1,nr_my,k}(nr_insd)+...
                                                        (1-
lamdaM_BBBplus_coupon(nr_dt,nr_mt,k))*price_nondef_BBBplus_coupon{nr_dt,nr
_mt+1,nr_my,k}(nr_insd));

            end
        end
```

```
   end
 end
end


%%%%% Τώρα θα υπολογίσουμε τα Option prices at each node, state, date,
maturity, COUPON.

% Χρόνος λήξης του ομολόγου (years_my) == 6 & 9.
% Χρόνος λήξης του κουπονιού == 4.

opt_mat=4,8;
Option_price_def_Aminus_coupon_y9=cell(nr_dates,opt_mat,nr_CouponRate_step
);
% Τώρα δεν είναι δέντρο αλλά πίνακας 2 διαστάσεων και η δεύτερη διάσταση είναι
τα trees.
Option_price_nondef_Aminus_coupon_y9=cell(nr_dates,opt_mat,nr_CouponRate_
step);
Option_price_def_BBB_coupon_y9=cell(nr_dates,opt_mat,nr_CouponRate_step);
Option_price_nondef_BBB_coupon_y9=cell(nr_dates,opt_mat,nr_CouponRate_ste
p);
Option_price_def_BBBplus_coupon_y9=cell(nr_dates,opt_mat,nr_CouponRate_ste
p); % Τώρα δεν είναι δέντρο αλλά πίνακας 2 διαστάσεων και η δεύτερη διάσταση
είναι  τα trees.
.
Option_price_nondef_BBBplus_coupon_y9=cell(nr_dates,opt_mat,nr_CouponRate
_step);

% Ορίζουμε το εύρος τιμών.

for nr_dt=1:nr_dates
 for k=1:nr_CouponRate_step
 years_my=9;
   for nr_insd=1:opt_mat

Option_price_def_Aminus_coupon_y9{nr_dt,opt_mat,k}(nr_insd)=max((price_def_A
minus_coupon{nr_dt,opt_mat,years_my,k}(nr_insd)-Strike_price),0);

Option_price_nondef_Aminus_coupon_y9{nr_dt,opt_mat,k}(nr_insd)=max((price_n
ondef_Aminus_coupon{nr_dt,opt_mat,years_my,k}(nr_insd)-Strike_price),0);

Option_price_def_BBB_coupon_y9{nr_dt,opt_mat,k}(nr_insd)=max((price_def_BBB
_coupon{nr_dt,opt_mat,years_my,k}(nr_insd)-Strike_price),0);

Option_price_nondef_BBB_coupon_y9{nr_dt,opt_mat,k}(nr_insd)=max((price_nond
ef_BBB_coupon{nr_dt,opt_mat,years_my,k}(nr_insd)-Strike_price),0);

Option_price_def_BBBplus_coupon_y9{nr_dt,opt_mat,k}(nr_insd)=max((price_def_
BBBplus_coupon{nr_dt,opt_mat,years_my,k}(nr_insd)-Strike_price),0);
```

```
Option_price_nondef_BBBplus_coupon_y9{nr_dt,opt_mat,k}(nr_insd)=max((price_
nondef_BBBplus_coupon{nr_dt,opt_mat,years_my,k}(nr_insd)-Strike_price),0);
  end
  this_year=opt_mat-1;
  for nr_years=this_year:-1:1
     the_year=this_year;
   for nr_insd=1:this_year

     % Aminus

Option_price_nondef_Aminus_coupon_y9{nr_dt,the_year,k}(nr_insd)=0.5*discount
_factor{nr_dt,the_year}(nr_insd)*...

(lamdaM_Aminus_coupon(nr_dt,the_year+1,k)*Option_price_def_Aminus_coupon_
y9{nr_dt,the_year+1,k}(nr_insd+1)+...
                    (1-
lamdaM_Aminus_coupon(nr_dt,the_year+1,k))*Option_price_nondef_Aminus_coup
on_y9{nr_dt,the_year+1,k}(nr_insd+1)+...

lamdaM_Aminus_coupon(nr_dt,the_year+1,k)*Option_price_def_Aminus_coupon_
y9{nr_dt,the_year+1,k}(nr_insd)+...
                    (1-
lamdaM_Aminus_coupon(nr_dt,the_year+1,k))*Option_price_nondef_Aminus_coup
on_y9{nr_dt,the_year+1,k}(nr_insd));

Option_price_def_Aminus_coupon_y9{nr_dt,the_year,k}(nr_insd)=0.5*discount_fac
tor{nr_dt,the_year}(nr_insd)*...

(Option_price_def_Aminus_coupon_y9{nr_dt,the_year+1,k}(nr_insd+1)+...

Option_price_def_Aminus_coupon_y9{nr_dt,the_year+1,k}(nr_insd));

%Υπολογίζουμε την τιμή του american option ως εξής:

Option_price_nondef_Aminus_coupon_y9{nr_dt,the_year,k}(nr_insd)=max(Option_
price_nondef_Aminus_coupon_y9{nr_dt,the_year,k}(nr_insd),...
             (price_nondef_Aminus_coupon{nr_dt,opt_mat,years_my,k}(nr_insd)-
Strike_price));

Option_price_def_Aminus_coupon_y9{nr_dt,the_year,k}(nr_insd)=max(Option_pric
e_def_Aminus_coupon_y9{nr_dt,the_year,k}(nr_insd),...
              (price_def_Aminus_coupon{nr_dt,opt_mat,years_my,k}(nr_insd)-
Strike_price));

 % BBB

Option_price_nondef_BBB_coupon_y9{nr_dt,the_year,k}(nr_insd)=0.5*discount_fa
ctor{nr_dt,the_year}(nr_insd)*...
```

```
(lamdaM_BBB_coupon(nr_dt,the_year+1,k)*Option_price_def_BBB_coupon_y9{nr_dt,the_year+1,k}(nr_insd+1)+...
                    (1-lamdaM_BBB_coupon(nr_dt,the_year+1,k))*Option_price_nondef_BBB_coupon_y9{nr_dt,the_year+1,k}(nr_insd+1)+...

lamdaM_BBB_coupon(nr_dt,the_year+1,k)*Option_price_def_BBB_coupon_y9{nr_dt,the_year+1,k}(nr_insd)+...
                    (1-lamdaM_BBB_coupon(nr_dt,the_year+1,k))*Option_price_nondef_BBB_coupon_y9{nr_dt,the_year+1,k}(nr_insd));

Option_price_def_BBB_coupon_y9{nr_dt,the_year,k}(nr_insd)=0.5*discount_factor{nr_dt,the_year}(nr_insd)*...

(Option_price_def_BBB_coupon_y9{nr_dt,the_year+1,k}(nr_insd+1)+...
                    Option_price_def_BBB_coupon_y9{nr_dt,the_year+1,k}(nr_insd));

 % Υπολογίζουμε την τιμή του american option ως εξής:

Option_price_nondef_BBB_coupon_y9{nr_dt,the_year,k}(nr_insd)=max(Option_price_nondef_BBB_coupon_y9{nr_dt,the_year,k}(nr_insd),...
              (price_nondef_BBB_coupon{nr_dt,opt_mat,years_my,k}(nr_insd)-Strike_price));

Option_price_def_BBB_coupon_y9{nr_dt,the_year,k}(nr_insd)=max(Option_price_def_BBB_coupon_y9{nr_dt,the_year,k}(nr_insd),...
              (price_def_BBB_coupon{nr_dt,opt_mat,years_my,k}(nr_insd)-Strike_price));

 % BBBplus

Option_price_nondef_BBBplus_coupon_y9{nr_dt,the_year,k}(nr_insd)=0.5*discount_factor{nr_dt,the_year}(nr_insd)*...

(lamdaM_BBBplus_coupon(nr_dt,the_year+1,k)*Option_price_def_BBBplus_coupon_y9{nr_dt,the_year+1,k}(nr_insd+1)+...
                    (1-lamdaM_BBBplus_coupon(nr_dt,the_year+1,k))*Option_price_nondef_BBBplus_coupon_y9{nr_dt,the_year+1,k}(nr_insd+1)+...

lamdaM_BBBplus_coupon(nr_dt,the_year+1,k)*Option_price_def_BBBplus_coupon_y9{nr_dt,the_year+1,k}(nr_insd)+...
                    (1-lamdaM_BBBplus_coupon(nr_dt,the_year+1,k))*Option_price_nondef_BBBplus_coupon_y9{nr_dt,the_year+1,k}(nr_insd));

Option_price_def_BBBplus_coupon_y9{nr_dt,the_year,k}(nr_insd)=0.5*discount_factor{nr_dt,the_year}(nr_insd)*...
```

```
(Option_price_def_BBBplus_coupon_y9{nr_dt,the_year+1,k}(nr_insd+1)+...

Option_price_def_BBBplus_coupon_y9{nr_dt,the_year+1,k}(nr_insd));

% Υπολογίζουμε την τιμή του american option ως εξής:

Option_price_nondef_BBBplus_coupon_y9{nr_dt,the_year,k}(nr_insd)=max(Option
_price_nondef_BBBplus_coupon_y9{nr_dt,the_year,k}(nr_insd),...
                (price_nondef_BBBplus_coupon{nr_dt,opt_mat,years_my,k}(nr_insd)-
Strike_price));

Option_price_def_BBBplus_coupon_y9{nr_dt,the_year,k}(nr_insd)=max(Option_pri
ce_def_BBBplus_coupon_y9{nr_dt,the_year,k}(nr_insd),...
                 (price_def_BBBplus_coupon{nr_dt,opt_mat,years_my,k}(nr_insd)-
Strike_price));
    end
    this_year=this_year-1;
   end
 end
end

% Για το ομόλογο με λήξη τον 6 χρόνο.
opt_mat=4;
Option_price_def_Aminus_coupon_y6=cell(nr_dates,opt_mat,nr_CouponRate_step
); % Τώρα δεν είναι δέντρο αλλά πίνακας 2 διαστάσεων και η δεύτερη διάσταση
είναι  τα trees.
.
Option_price_nondef_Aminus_coupon_y6=cell(nr_dates,opt_mat,nr_CouponRate_
step);
Option_price_def_BBB_coupon_y6=cell(nr_dates,opt_mat,nr_CouponRate_step);
% Τώρα δεν είναι δέντρο αλλά πίνακας 2 διαστάσεων και η δεύτερη διάσταση είναι
τα trees.

Option_price_nondef_BBB_coupon_y6=cell(nr_dates,opt_mat,nr_CouponRate_ste
p);
Option_price_def_BBBplus_coupon_y6=cell(nr_dates,opt_mat,nr_CouponRate_ste
p); % Τώρα δεν είναι δέντρο αλλά πίνακας 2 διαστάσεων και η δεύτερη διάσταση
είναι  τα trees.
.
Option_price_nondef_BBBplus_coupon_y6=cell(nr_dates,opt_mat,nr_CouponRate
_step);

% Ορίζουμε το εύρος τιμών.

for nr_dt=1:nr_dates
 for k=1:nr_CouponRate_step
years_my=6;
   for nr_insd=1:opt_mat % i sto txt, ta states
```

```
Option_price_def_Aminus_coupon_y6{nr_dt,opt_mat,k}(nr_insd)=max((price_def_A
minus_coupon{nr_dt,opt_mat,years_my,k}(nr_insd)-Strike_price),0);

Option_price_nondef_Aminus_coupon_y6{nr_dt,opt_mat,k}(nr_insd)=max((price_n
ondef_Aminus_coupon{nr_dt,opt_mat,years_my,k}(nr_insd)-Strike_price),0);

Option_price_def_BBB_coupon_y6{nr_dt,opt_mat,k}(nr_insd)=max((price_def_BBB
_coupon{nr_dt,opt_mat,years_my,k}(nr_insd)-Strike_price),0);

Option_price_nondef_BBB_coupon_y6{nr_dt,opt_mat,k}(nr_insd)=max((price_nond
ef_BBB_coupon{nr_dt,opt_mat,years_my,k}(nr_insd)-Strike_price),0);

Option_price_def_BBBplus_coupon_y6{nr_dt,opt_mat,k}(nr_insd)=max((price_def_
BBBplus_coupon{nr_dt,opt_mat,years_my,k}(nr_insd)-Strike_price),0);

Option_price_nondef_BBBplus_coupon_y6{nr_dt,opt_mat,k}(nr_insd)=max((price_
nondef_BBBplus_coupon{nr_dt,opt_mat,years_my,k}(nr_insd)-Strike_price),0);
   end
   this_year=opt_mat-1;
   for nr_years=this_year:-1:1
       the_year=this_year;
    for nr_insd=1:this_year % i sto txt, ta states
        % Aminus

Option_price_nondef_Aminus_coupon_y6{nr_dt,the_year,k}(nr_insd)=0.5*discount
_factor{nr_dt,the_year}(nr_insd)*...

(lamdaM_Aminus_coupon(nr_dt,the_year+1,k)*Option_price_def_Aminus_coupon_
y6{nr_dt,the_year+1,k}(nr_insd+1)+...
                        (1-
lamdaM_Aminus_coupon(nr_dt,the_year+1,k))*Option_price_nondef_Aminus_coup
on_y6{nr_dt,the_year+1,k}(nr_insd+1)+...

lamdaM_Aminus_coupon(nr_dt,the_year+1,k)*Option_price_def_Aminus_coupon_
y6{nr_dt,the_year+1,k}(nr_insd)+...
                        (1-
lamdaM_Aminus_coupon(nr_dt,the_year+1,k))*Option_price_nondef_Aminus_coup
on_y6{nr_dt,the_year+1,k}(nr_insd));

Option_price_def_Aminus_coupon_y6{nr_dt,the_year,k}(nr_insd)=0.5*discount_fac
tor{nr_dt,the_year}(nr_insd)*...

(Option_price_def_Aminus_coupon_y6{nr_dt,the_year+1,k}(nr_insd+1)+...

Option_price_def_Aminus_coupon_y6{nr_dt,the_year+1,k}(nr_insd));

% Υπολογίζουμε την τιμή του american option ως εξής:

Option_price_nondef_Aminus_coupon_y6{nr_dt,the_year,k}(nr_insd)=max(Option_
price_nondef_Aminus_coupon_y6{nr_dt,the_year,k}(nr_insd),...
```

```
            (price_nondef_Aminus_coupon{nr_dt,opt_mat,years_my,k}(nr_insd)-
Strike_price));


Option_price_nondef_BBB_coupon_y6{nr_dt,the_year,k}(nr_insd)=0.5*discount_fa
ctor{nr_dt,the_year}(nr_insd)*...

(lamdaM_BBB_coupon(nr_dt,the_year+1,k)*Option_price_def_BBB_coupon_y6{nr
_dt,the_year+1,k}(nr_insd+1)+...
                  (1-
lamdaM_BBB_coupon(nr_dt,the_year+1,k))*Option_price_nondef_BBB_coupon_y6
{nr_dt,the_year+1,k}(nr_insd+1)+...

lamdaM_BBB_coupon(nr_dt,the_year+1,k)*Option_price_def_BBB_coupon_y6{nr_
dt,the_year+1,k}(nr_insd)+...
                  (1-
lamdaM_BBB_coupon(nr_dt,the_year+1,k))*Option_price_nondef_BBB_coupon_y6
{nr_dt,the_year+1,k}(nr_insd));

Option_price_def_BBB_coupon_y6{nr_dt,the_year,k}(nr_insd)=0.5*discount_factor{
nr_dt,the_year}(nr_insd)*...

(Option_price_def_BBB_coupon_y6{nr_dt,the_year+1,k}(nr_insd+1)+...
                   Option_price_def_BBB_coupon_y6{nr_dt,the_year+1,k}(nr_insd));
      % Υπολογίζουμε την τιμή του american option ως εξής:

Option_price_nondef_BBB_coupon_y6{nr_dt,the_year,k}(nr_insd)=max(Option_pri
ce_nondef_BBB_coupon_y6{nr_dt,the_year,k}(nr_insd),...
            (price_nondef_BBB_coupon{nr_dt,opt_mat,years_my,k}(nr_insd)-
Strike_price));


Option_price_nondef_BBBplus_coupon_y6{nr_dt,the_year,k}(nr_insd)=0.5*discoun
t_factor{nr_dt,the_year}(nr_insd)*...

(lamdaM_BBBplus_coupon(nr_dt,the_year+1,k)*Option_price_def_BBBplus_coupo
n_y6{nr_dt,the_year+1,k}(nr_insd+1)+...
                  (1-
lamdaM_BBBplus_coupon(nr_dt,the_year+1,k))*Option_price_nondef_BBBplus_co
upon_y6{nr_dt,the_year+1,k}(nr_insd+1)+...

lamdaM_BBBplus_coupon(nr_dt,the_year+1,k)*Option_price_def_BBBplus_coupo
n_y6{nr_dt,the_year+1,k}(nr_insd)+...
                  (1-
lamdaM_BBBplus_coupon(nr_dt,the_year+1,k))*Option_price_nondef_BBBplus_co
upon_y6{nr_dt,the_year+1,k}(nr_insd));

Option_price_def_BBBplus_coupon_y6{nr_dt,the_year,k}(nr_insd)=0.5*discount_fa
ctor{nr_dt,the_year}(nr_insd)*...

(Option_price_def_BBBplus_coupon_y6{nr_dt,the_year+1,k}(nr_insd+1)+...
```

```
Option_price_def_BBBplus_coupon_y6{nr_dt,the_year+1,k}(nr_insd));

% Υπολογίζουμε την τιμή του american option ως εξής:

Option_price_nondef_BBBplus_coupon_y6{nr_dt,the_year,k}(nr_insd)=max(Option
_price_nondef_BBBplus_coupon_y6{nr_dt,the_year,k}(nr_insd),...
                (price_nondef_BBBplus_coupon{nr_dt,opt_mat,years_my,k}(nr_insd)-
Strike_price));

    end
    this_year=this_year-1;
   end
 end
end


str_end='END of Program'
```

Κώδικας 6

```
id=326; %:Interested_day

% Figure Bond Prices 6 year
figure
plot(CouponRate, cbrb_Aminus(:,6,id),'-x','LineWidth',2,...
    'MarkerSize',5)
hold on
plot(CouponRate, cbrb_BBB(:,6,id), '-o','LineWidth',2,...
    'MarkerSize',5)
hold on
plot(CouponRate, cbrb_BBBplus(:,6,id),'-s','LineWidth',2,...
    'MarkerSize',5)
hold on
plot_price_arr=Price(id,6,:);
plot_price_arr=plot_price_arr(:);
plot(CouponRate, plot_price_arr, '-d','LineWidth',2,...
    'MarkerSize',5)
title('Maturity 6 Years')
xlabel('Coupon')
ylabel('Price')
legend('A-','BBB','BBB+','Risk-free bond','Location','southeast')
axis([0 0.1 70 170])


% Figure Bond prices 9 year

figure
plot(CouponRate, cbrb_Aminus(:,9,id),'-x','LineWidth',2,...
```

```
    'MarkerSize',5)
hold on
plot(CouponRate, cbrb_BBB(:,9,id), '-o','LineWidth',2,...
    'MarkerSize',5)
hold on
plot(CouponRate, cbrb_BBBplus(:,9,id),'-s','LineWidth',2,...
    'MarkerSize',5)
hold on
plot_price_arr=Price(id,9,:);
plot_price_arr=plot_price_arr(:);
plot(CouponRate, plot_price_arr, '-d','LineWidth',2,...
    'MarkerSize',5)
title('Maturity 9 Years')
xlabel('Coupon')
ylabel('Price')
legend('A-','BBB','BBB+','Risk-free bond','Location','southeast')
axis([0 0.1 70 170])

% Figure American call prices year 6
figure
plot_y_var=cell2mat(Option_price_nondef_Aminus_coupon_y6(id,1,:));
plot_y_var=plot_y_var(:);
plot(CouponRate, plot_y_var,'-x','LineWidth',2,'MarkerSize',5)
hold on
plot_y_var=cell2mat(Option_price_nondef_BBB_coupon_y6(id,1,:));
plot_y_var=plot_y_var(:);
plot(CouponRate, plot_y_var, '-o','LineWidth',2,'MarkerSize',5)
hold on
plot_y_var=cell2mat(Option_price_nondef_BBBplus_coupon_y6(id,1,:));
plot_y_var=plot_y_var(:);
plot(CouponRate, plot_y_var,'-s','LineWidth',2,'MarkerSize',5)
hold on
plot_y_var=PBDT_y6(:,id);
plot_y_var=plot_y_var(:);
plot(CouponRate, plot_y_var, '-d','LineWidth',2,'MarkerSize',5)
title('Americal Call prices, exercise: 4 yrs, underlying: 6 yr bonds')
xlabel('Coupon')
ylabel('Price')
legend('A-','BBB','BBB+','Risk-free','Location','southeast')
axis([0 0.1 0 50])

% Figure American call prices year 9
figure
plot_y_var=cell2mat(Option_price_nondef_Aminus_coupon_y9(id,1,:));
plot_y_var=plot_y_var(:);
plot(CouponRate, plot_y_var,'-x','LineWidth',2,'MarkerSize',5)
hold on
plot_y_var=cell2mat(Option_price_nondef_BBB_coupon_y9(id,1,:));
plot_y_var=plot_y_var(:);
plot(CouponRate, plot_y_var, '-o','LineWidth',2,'MarkerSize',5)
hold on
```

```
plot_y_var=cell2mat(Option_price_nondef_BBBplus_coupon_y9(id,1,:));
plot_y_var=plot_y_var(:);
plot(CouponRate, plot_y_var,'-s','LineWidth',2,'MarkerSize',5)
hold on
plot_y_var=PBDT_y9(:,id);
plot_y_var=plot_y_var(:);
plot(CouponRate, plot_y_var, '-d','LineWidth',2,'MarkerSize',5)
title('Americal Call prices, exercise: 4 yrs, underlying: 9 yr bonds')
xlabel('Coupon')
ylabel('Price')
legend('A-','BBB','BBB+','Risk-free','Location','southeast')
axis([0 0.1 0 70])
```