



**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ
ΤΜΗΜΑ ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΗΣ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ & ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ**

**Μεταπτυχιακό Πρόγραμμα Σπουδών στην Οργάνωση και Διοίκηση
Βιομηχανικών Συστημάτων
MSc: Logistics**

**Η εργασία υποβάλλεται για την μερική κάλυψη των απαιτήσεων με στόχο την
απόκτηση του διπλώματος**

ΘΕΜΑ

**ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΠΟΛΛΑΠΛΩΝ
ΠΕΡΙΟΔΩΝ ΣΤΗΝ ΕΤΑΙΡΕΙΑ ΑΠ ΑΕ**

Επιβλέπων Καθηγητής : Χρυσολέων Παπαδόπουλος

Λιόσιος Άγγελος

Πρόλογος

Η παρούσα διπλωματική εργασία, με την εκπόνηση της οποίας ολοκληρώνονται οι σπουδές μου στο Μεταπτυχιακό Πρόγραμμα Σπουδών Logistics, του τμήματος Βιομηχανικής Διοίκησης και Τεχνολογίας του Πανεπιστημίου Πειραιώς, πραγματεύεται τη διαχείριση αποθεμάτων εξαρτημάτων - ανταλλακτικών της εταιρείας “ Α Π ΑΕ”. Η συγκεκριμένη προσπάθεια, η οποία ολοκληρώθηκε μετά από πολύμηνη δουλειά και έρευνα σε ένα αντικείμενο πολύπλευρο, έχει ως απώτερο σκοπό την πρόταση πολιτικών διαχείρισης που θα ανταποκρίνονται στις ανάγκες της συγκεκριμένης επιχείρησης.

Η ολοκλήρωση της παρούσας μελέτης θα ήταν αδύνατη χωρίς την καθοδήγηση, τις συμβουλές και τη βοήθεια που μου παρείχε ο επιβλέπωντας καθηγητής κ. Χρυσολέων Παπαδόπουλος, τον οποίο ευχαριστώ θερμά. Επίσης, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον υπεύθυνο εφοδιασμού - αποθήκης της Εταιρείας “ Α Π ΑΕ” που μου παρείχε πάσα δυνατή διευκόλυνση στη συλλογή όλων των απαραίτητων στοιχείων και αφιέρωσε πολύτιμο χρόνο για να μου αναλύσει τη φύση και τις πτυχές του προβλήματος.

Τέλος θα ήθελα να ευχαριστήσω την σύζυγό μου για την ηθική συμπαράσταση και ανοχή που έχει δείξει όλο αυτό το διάστημα.

Περιεχόμενα.....	4
Ευρετήριο Εικόνων.....	8
Ευρετήριο Πινάκων.....	10
Βασικές Έννοιες – Συμβολισμοί.....	11
Περίληψη – Σκοπός – Συνεισφορά της Εργασίας.....	13

Κεφάλαιο 1^ο : Η έννοια της Διαχείρισης Αποθεμάτων στις μέρες

μας.....	16
1.1. Εισαγωγή.....	17
1.2. Σκοπός Διατήρησης Αποθεμάτων.....	19
1.3. Στοιχεία Κόστους Αποθεμάτων.....	20
1.4. Παράγοντες που επηρεάζουν την Διαχείριση Αποθεμάτων στις Επιχειρήσεις.....	21
1.4.1. Ο παράγοντας Door to Door Service.....	23
1.4.2. Ο παράγοντας Just in Time.....	25
1.5. Συστήματα Διαχείρισης Αποθεμάτων.....	26
1.5.1. Διάκριση με κριτήριο τον χρονικό ορίζοντα παρακολούθησης των Αποθεμάτων.....	26
1.5.2. Διάκριση με κριτήριο τη γνώση ή μη της Ζήτησης.....	28
1.5.3. Διαγραμματική Απεικόνιση των Κριτηρίων Διάκρισης των Μοντέλων Αποθεμάτων.....	29
1.5.4. Καταλληλότητα Εφαρμογής των Μοντέλων Αποθεμάτων.....	30
1.5.5. Διάκριση μεταξύ Εξαρτημένης και Ανεξάρτητης Ζήτησης.....	30

Κεφάλαιο 2° : Στοχαστικά Μοντέλα.....	32
2.1. Αβεβαιότητα Στα Συστήματα Διαχείρισης Αποθεμάτων.....	33
2.2. Στοχαστικό Μοντέλο Μιας Περιόδου.....	35
2.3. Παράδειγμα – Εφαρμογή Στοχαστικού Μοντέλου μιας Περιόδου.....	37
2.4. Στοχαστικό Μοντέλο Πολλαπλών Περιόδων.....	40
2.5. Παράδειγμα – Εφαρμογή Στοχαστικού Μοντέλου Πολλαπλών Περιοδών.....	43
Κεφάλαιο 3° : Περίπτωση Μελέτης – Εφαρμογής του Στοχαστικού Μοντέλου Πολλαπλών Περιόδων στην Εταιρεία Ανταλλακτικών Α Π ΑΕ.....	51
3.1. Οργάνωση της Εταιρείας Α Π Α.Ε.....	52
3.2. Κατηγορίες Υλικών της Εταιρείας Α Π Α.Ε.....	53
3.3. Περιγραφή της Εφοδιαστικής Αλυσίδας της Α Π Α.Ε.....	54
3.4. Περιγραφή της Διαδικασίας Αίτησης Υλικών από την Α Π ΑΕ.....	55
3.5. Πολιτική Καθορισμού Αποθεμάτων της Α Π ΑΕ.....	57
3.6. Συνθέσεις Αποθεμάτων Υλικών.....	58
3.6.1. Παράγοντες Καθορισμού Αποθεμάτων.....	58
3.7. Βασικές Έννοιες Προσδιορισμού Αποθεμάτων.....	59
3.8. Ανάπτυξη Μεθόδων Υπολογισμού Συνθέσεων.....	60
3.9. Διαδικασία Καθορισμού Ποσότητας Παραγγελίας.....	64
3.10. Εφαρμογή – Χρήση Πραγματικών Δεδομένων της ΑΠ ΑΕ στο Στοχαστικό Μοντέλο Πολλαπλών Περιόδων.....	66
Συμπεράσματα.....	79
Βιβλιογραφία.....	81

Παραρτήματα

Παράρτημα Α : Περιγραφή Μοντέλων με Προσδιοριστική Ζήτηση....82

A.1.	Μοντέλα με Προσδιοριστική Ζήτηση.....	83
A.2	Βασικές Υποθέσεις των Μοντέλων ΟΠΠ.....	84
A.3	Ο ρυθμός Ζήτησης στα Μοντέλα της ΟΠΠ.....	85
A.4	Το Βασικό Μοντέλο ΟΠΠ (EOQ Model).....	86
A.5.	Μοντέλο ΟΠΠ για Αγορά χωρίς υστέρηση στην Παραλαβή της Παραγγελίας.....	88
A.6.	Μοντέλο ΟΠΠ για Αγορά με υστέρηση στην Παραλαβή της Παραγγελίας.....	92
A.7.	Μοντέλο ΟΠΠ για Αγορά με Ανεκτέλεστες Παραγγελίες.....	97
A.8.	Μοντέλο ΟΠΠ για Παραγωγή χωρίς υστέρηση στην Παραλαβή της Παραγγελίας.....	102
A.9.	Μοντέλο Ποσοτικών Εκπτώσεων.....	108

Παράρτημα Β : Περιγραφή Μοντέλου Σταθερής Περιόδου Επιθεώρησης (Fixed Period Model).....112

B.1	Βασικά Χαρακτηριστικά.....	113
B.2	Παράδειγμα Αναπλήρωσης ενός Υλικού με το Σύστημα Σταθερής Περιόδου Επιθεώρησης.....	113
B.3	Υπολογισμός του TSL.....	115
B.4	Υπολογισμός του Αποθέματος Ασφαλείας.....	116
B.5	Εναλλακτική Μέθοδος Υπολογισμού του Αποθέματος Ασφαλείας.....	121
B.6	Παράδειγμα Υπολογισμού Αποθέματος Ασφαλείας.....	121
B.7	Χρήση της Αριθμομηχανής Ασφαλούς Αποθέματος.....	122

**Παράρτημα Γ : Παραδείγματα Ανάπτυξης Μεθόδων Υπολογισμού
Σημείου Αναπαραγγελίας και Ανώτατου Ορίου
Αποθεμάτων από την Εταιρεία Α Π Α.Ε.....123**

Γ. 1 Παράδειγμα Υπολογισμού ΣΑ και ΑΟΑ σε αναλώσιμα Υλικά.....123

Γ.2 Παράδειγμα Υπολογισμού ΣΑ και ΑΟΑ σε Υλικά Κύκλου Επισκευής.....124

**Παράρτημα Δ : Αναλυτικοί υπολογισμοί των f_{ddl} και
 $E(DDL>ddl)$125**

Δ.1 Υπολογισμοί του f_{DDL} (ddl).....126

Δ.2 Υπολογισμοί του $E(DDL>ddl)$149

Ευρετήριο Εικόνων

Εικόνα 1.1: Σχηματική αναπαράσταση του περιεχομένου του Κεφαλαίου 1.....	16
Εικόνα 1.2: Σχηματική αναπαράσταση της διάκρισης των Μοντέλων ανάλογα με το κριτήριο διάκρισής τους.....	29
Εικόνα 2.1: Σχηματική αναπαράσταση του περιεχομένου του Κεφαλαίου 2.....	32
Εικόνα 2.2: Συνθήκη βέλτιστης λύσης χρησιμοποιώντας τη συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας.....	36
Εικόνα 2.3: Συνθήκη βέλτιστης λύσης χρησιμοποιώντας την αθροιστική συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας.....	36
Εικόνα 2.4. Μοντέλο πολλαπλών περιόδων στοχαστικής ζήτησης.....	41
Εικόνα 2.5. Αλγόριθμος εύρεσης βέλτιστης λύσης για μοντέλο πολλαπλών περιόδων στοχαστικής ζήτησης.....	42
Εικόνα 3.1: Σχηματική αναπαράσταση του περιεχομένου του Κεφαλαίου 3.....	51
Εικόνα 3.2: Οργανόγραμμα της Εταιρείας Α Π ΑΕ.....	52
Εικόνα 3.3: Εφοδιαστική Αλυσίδα της Εταιρείας Α Π ΑΕ.....	54
Εικόνα 3.4: Διαδικασία Αίτησης Ανταλλακτικών από την Α Π ΑΕ.....	56
Εικόνα 3.5: Διαδικασία καθορισμού της Ποσότητας Παραγγελίας.....	65
Εικόνα Α.1: Σχηματική αναπαράσταση του περιεχομένου του Παραρτήματος «Α».....	82
Εικόνα Α.2: Γράφημα της οικονομικής ποσότητας παραγγελίας.....	87
Εικόνα Α.3: Γράφημα με το επίπεδο αποθέματος ως συνάρτηση του χρόνου για το μοντέλο αγοράς χωρίς υστέρηση κατά την παραγγελία.....	88

Εικόνα Α.4: Γράφημα με το επίπεδο αποθέματος ως συνάρτηση του χρόνου για το μοντέλο αγοράς με υστέρηση κατά την παραγγελία.....	93
Εικόνα Α.5: Γράφημα με το επίπεδο αποθέματος ως συνάρτηση του χρόνου για το μοντέλο αγοράς με ανεκτέλεστες παραγγελίες.....	98
Εικόνα Α.6: Γράφημα με το επίπεδο αποθέματος ως συνάρτηση του χρόνου για το μοντέλο παραγωγής χωρίς υστέρηση στην παραλαβή της παραγγελίας.....	103
Εικόνα Α.7 Γράφημα με το επίπεδο αποθέματος ως συνάρτηση του χρόνου για το μοντέλο ποσοτικών εκπτώσεων για τρεις στάθμες τιμών.....	109
Εικόνα Β.1: Σχηματική αναπαράσταση του περιεχομένου του Παραρτήματος «Β»....	112
Εικόνα Β.2: Τυπικό Μοντέλο Σταθερής Περιόδου που δείχνει πώς αυτό λειτουργεί για ένα συγκεκριμένο υλικό με την πάροδο του χρόνου.....	113
Εικόνα Β.3: Σχέση κόστους μεταξύ Κόστους Αποθήκευσης και Επιπέδου Εξυπηρέτησης.....	117
Εικόνα Β.4: Σχηματική Απεικόνιση της κατανομής των Βαθμολογιών 1000 Φοιτητών ενός Κολλεγίου στο τελικό Τεστ.....	118
Εικόνα Β.5: Σχηματική Απεικόνιση της Κανονικής Κατανομής ή γνωστής ως Καμπάνας.....	119
Εικόνα Γ.1: Σχηματική αναπαράσταση του περιεχομένου του Παραρτήματος «Γ»....	123
Εικόνα Δ.1: Σχηματική αναπαράσταση του περιεχομένου του Παραρτήματος «Δ»...	125

Ευρετήριο Πινάκων

Πίνακας 1.1: Δεδομένα εισόδου (μεταβλητή και συχνότητα) για το παράδειγμα μοντέλου μιας περιόδου.....	37
Πίνακας 1.2: Υπολογισμός αθροιστικής κατανομής για το παράδειγμα μοντέλου μιας περιόδου.....	38
Πίνακας 1.3: Κατανομή εβδομαδιαίας ζήτησης προϊόντος.....	43
Πίνακας 1.4: Κατανομή χρόνου υστέρησης (εβδομάδες).....	43
Πίνακας 1.5: Υπολογισμός βασικών παραμέτρων για παράδειγμα μοντέλου πολλαπλών περιόδων.....	46
Πίνακας 1.6: Υπολογισμός ζευγών Q, ROP και αντίστοιχου κόστους για το παράδειγμα μοντέλου πολλαπλών	50
Πίνακας 3.1: Εβδομαδιαία ζήτηση για το Υλικό με P/N 1452PT1437789.....	66
Πίνακας 3.2: Εβδομαδιαία Υστέρηση για το Υλικό με P/N 1452PT1437789.....	67
Πίνακας 3.3: Κατανομή εβδομαδιαίας ζήτησης προϊόντος.....	68
Πίνακας 3.4: Κατανομή χρόνου υστέρησης (εβδομάδες) για το Υλικό με P/N 1452PT1437789.....	68
Πίνακας 3.5: Υπολογισμός βασικών παραμέτρων σύμφωνα με τα δεδομένα της εταιρείας Α Π ΑΕ.....	75
Πίνακας 3.6: Συγκεντρωτικά Αποτελέσματα – Όφελος Υπολογισμού Συνολικού Κόστους των εξήντα (60) Κωδικών μέσω του Στοχαστικού Μοντέλου Πολλαπλών Περιόδων και της Πολιτικής της Α Π ΑΕ.....	78
Πίνακας Β.1: Υπολογισμός του Αποθέματος Ασφαλείας μέσω της χρησιμοποίησης του Επιπέδου Εξυπηρέτησης.....	120

Βασικές έννοιες - Συμβολισμοί

Οι επιχειρήσεις μέσω του προσδιορισμού της ζήτησης στοχεύουν στην ικανοποίηση αυτής με το ελάχιστο δυνατό κόστος, δεδομένου ότι οι δαπάνες τοποθέτησης παραγγελιών και διατήρησης μεγάλων ποσοτήτων αποθεμάτων είναι απαγορευτικές. Για το λόγο αυτό προσανατολίζονται στη χρήση κατάλληλων συστημάτων ελέγχου αποθεμάτων που θα προσδιορίζουν την κατάλληλη ποσότητα παραγγελίας, η οποία θα ελαχιστοποιεί τα στοιχεία κόστους που εμφανίζονται κατά τη διάρκεια δημιουργίας και διατήρησης του αποθέματος

Γενικά, οι παράγοντες που επηρεάζουν την ποσότητα αποθέματος είναι :

- Ο ρυθμός ζήτησης (demand) που ορίζεται ως το πλήθος προϊόντων που ζητούνται προς κατανάλωση ανά χρονική μονάδα. Στα μοντέλα προσδιοριστικής ζήτησης ο ρυθμός αυτός είναι γνωστός, ενώ αντίθετα στα στοχαστικά μοντέλα ζήτησης, η ζήτηση κάθε περιόδου είναι τυχαία μεταβλητή.
- Ο χρόνος υστέρησης (lead time) που ορίζεται ως ο χρόνος που μεσολαβεί μεταξύ παραγγελίας και παράδοσης. Σε ορισμένα μοντέλα ο χρόνος αυτός είναι μηδενικός.
- Ο κύκλος παραγγελίας που ορίζεται ως το διάστημα μεταξύ δυο παραγγελιών.
- Το απόθεμα ασφαλείας που είναι το απόθεμα που διατηρείται προκειμένου να αντιμετωπισθεί υψηλότερη ζήτηση από την προβλεπόμενη κατά την διάρκεια του χρόνου υστέρησης.
- Οι ποσοτικές εκπτώσεις που δίνονται από τους κατασκευαστές στους πελάτες και εξαρτώνται από το ύψος της παραγγελίας.

Κάποιες επιπλέον βασικές έννοιες που είναι χρήσιμο να αναφερθούν είναι :

- Το επίπεδο υπηρεσίας (service level) που ορίζεται ως ο μέσος αριθμός ελλείψεων (stock outs) σε προϊόντα που διατίθεται μια επιχείρηση να επιτρέπει ανά χρόνο
- Ανεκτέλεστη Παραγγελία (backorder) που ορίζεται ως η λήψη μιας παραγγελίας για ένα προϊόν όταν δεν υπάρχουν διαθέσιμα προϊόντα να την καλύψουν.

Τέλος, παρατίθενται συγκεντρωτικά οι συμβολισμοί που θα χρησιμοποιηθούν τόσο στα υποδείγματα όσο και στα παραδείγματα που θα ακολουθήσουν :

- Στοιχεία κόστους Τήρησης Αποθεμάτων = **ch**
- Στοιχεία κόστους Παραγγελίας αποθεμάτων = **co**
- Στοιχεία κόστους Ελλείψεων αποθεμάτων = **cb**
- Σημείο Αναπαραγγελίας = **R**
- Χρόνος Υστέρησης = **m**
- Σταθερή Ζήτηση = **D**
- Κύκλος Παραγγελίας = **T**
- Απόθεμα Ασφαλείας = **S**
- Σταθερός Ρυθμός Παράδοσης Παραγγελιών = **p**
- Σταθερός Ρυθμός Ζήτησης = **d**
- Ποσότητα Παραγγελίας = **Q**
- Μέγιστο Επίπεδο Αποθεμάτων = **M**
- Χρόνος Μεταξύ Παραγγελιών = **To**
- Τυχαία μεταβλητή (συνεχής ή διακριτή) που αντιπροσωπεύει τον αριθμό των μονάδων που απαιτούνται κατά τη διάρκεια ενός κύκλου = **Z**
- Οι τιμές που λαμβάνει η τυχαία μεταβλητή $Z = z$
- Η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της μεταβλητής $Z = fZ(z)$
- Αθροιστική συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της μεταβλητής $Z = FZ(z)$
- Μεταβλητή απόφασης σχετικά με τον αριθμό των μονάδων που θα αποθηκευτούν = **x**
- Βέλτιστη τιμή της $x = x^*$
- Κόστος μη ανικανοποίητης ζήτησης (ή κόστος έλλειψης ανά προϊόν) = **c1**
- Κόστος υπερεπάρκειας ανά μονάδα (κόστος διατήρησης αποθεμάτων) = **c2**
- Κόστος τιμωρίας εάν ενώ η ζήτηση είναι z μονάδες ενώ οι διατηρηθείσες μονάδες είναι $x = C(x,z)$
- Αναμενόμενο κόστος τιμωρίας ως συνάρτηση της μεταβλητής απόφασης, $E\{C(x,z)\} = C(x)$

Σκοπός – Περίληψη – Συνεισφορά της Εργασίας

Σκοπός της Εργασίας είναι η μελέτη και αναφορά στα στοχαστικά μοντέλα διαχείρισης Αποθεμάτων που μέχρι σήμερα εφαρμόζονται. Με τον όρο στοχαστικά Μοντέλα εννοούμε τα Μοντέλα διαχείρισης Αποθέματος στα οποία τόσο η ζήτηση όσο και ο χρόνος εκτέλεσης των εντολών - παραγγελιών παρουσιάζουν διακυμάνσεις και δεν είναι εκ των προτέρων γνωστά. Θα εστιάσουμε στο στοχαστικό μοντέλο πολλαπλών Περιόδων με βασικό στόχο την εφαρμογή και εξαγωγή αποτελεσμάτων - συμπερασμάτων, κατόπιν σύγκρισής του, με τα δεδομένα μιας πραγματικής εταιρείας και συγκεκριμένα της ΑΠ Α.Ε

Για να γίνει η μελέτη όσο το δυνατό πιο κατανοητή, στην εισαγωγή γίνεται αναφορά στην σπουδαιότητα καθώς και στην αναγκαιότητα ύπαρξης αλλά και σωστής διαχείρισης των Αποθεμάτων. Στο Κεφάλαιο Πρώτο μελετάται η Διαχείριση αποθεμάτων στις μέρες μας. Συγκεκριμένα εξετάζονται τα στοιχεία κόστους Διατήρησης Αποθεμάτων, ο σκοπός για τον οποίο διατηρούνται τα Αποθέματα καθώς και οι παράγοντες που τα επηρεάζουν. Εν συνεχεία στο υπόψη Κεφάλαιο γίνεται διάκριση των Συστημάτων Διαχείρισης αποθεμάτων με κριτήριο τη Ζήτηση και τον χρονικό ορίζοντα παρακολούθησης αυτών, μέσα από τα οποία εξάγεται η καταλληλότητα εφαρμογής τους.

Στο δεύτερο Κεφάλαιο η εργασία αυτή εστιάζει και επικεντρώνεται στα Στοχαστικά Μοντέλα Αποθεμάτων. Ειδικότερα αναλύεται η έννοια της Στοχαστικότητας στα Μοντέλα Διαχείρισης Αποθεμάτων και μελετώνται διεξοδικά τα συνηθέστερα Μοντέλα της κατηγορίας αυτής, το Στοχαστικό Μοντέλο μιας Περιόδου καθώς και το Στοχαστικό Μοντέλο Πολλαπλών Περιόδων.

Στο Τρίτο Κεφάλαιο, το οποίο αποτελεί και το αντικείμενο της έρευνας, αναλύεται ο τρόπος λειτουργίας και η πολιτική καθορισμού των αποθεμάτων από την εταιρεία ΑΠ Α.Ε και γίνεται ανάλυση – σύγκριση του τρόπου παραγγελιοληψίας αυτής

σε σχέση με την εφαρμογή του Στοχαστικού Μοντέλου Πολλαπλών περιόδων, μέσω της χρήσης πραγματικών δεδομένων που έχουν αντληθεί από την εν λόγω εταιρεία. Συγκεκριμένα το υπόψη μοντέλου εφαρμόστηκε σε εξήντα (60) κρίσιμους κωδικούς της Εταιρείας, δηλαδή κωδικούς με μεγάλη ζήτηση και υψηλή τιμή (Κλάση Α) και τα αποτελέσματα που προέκυψαν ήταν άκρως ενθαρρυντικά και συγκεκριμένα υπήρχε εξοικονόμηση ενός σημαντικού αριθμού χρημάτων. Επισημαίνεται ότι, για την καλύτερη κατανόηση – εμπέδωση της διαδικασίας υπολογισμού του κόστους, γίνεται εκτενής ανάλυση ενός από τους εξήντα (60) προαναφερθέντες κωδικούς. Τα αποτελέσματα των υπόλοιπων κωδικών παρουσιάζονται συγκεντρωτικά στον Πίνακα 3.6. Επιπλέον στο ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α της παρούσης διπλωματικής γίνεται εκτενής αναφορά στα Μοντέλα Διαχείρισης Αποθεμάτων με Προσδιοριστική ζήτηση συνοδευόμενα και από ένα παράδειγμα ανά περίπτωση, προκειμένου να μπορούν να γίνουν κατανοητά από τον απλό αναγνώστη.

Στο ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β παρουσιάζεται με τρόπο απλό και κατανοητό το Μοντέλο Περιοδικής Επιθεώρησης (Fixed Period Model), προκειμένου να εξαχθεί ο τρόπος με τον οποίο υπολογίζεται το Απόθεμα ασφαλείας (Safety Stock) καθώς και η Οικονομική Ποσότητα Παραγγελίας (Economic Order Quantity)

Στο ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Γ παρουσιάζονται δυο παραδείγματα, ένα για αναλώσιμα και ένα για υλικά επισκευής, προκειμένου να καταστεί σαφής ο τρόπος με τον οποίο η Εταιρεία Α Π ΑΕ υπολογίζει το Σημείο Αναπαραγγελίας (ΣΑ) και το Ανώτατο Όριο Αποθέματος (ΑΟΑ).

Τέλος στο Παράρτημα Δ παρουσιάζονται αναλυτικά οι υπολογισμοί του f_{DDLT} (ddlt) και του $E(DDLT > ddlt)$.

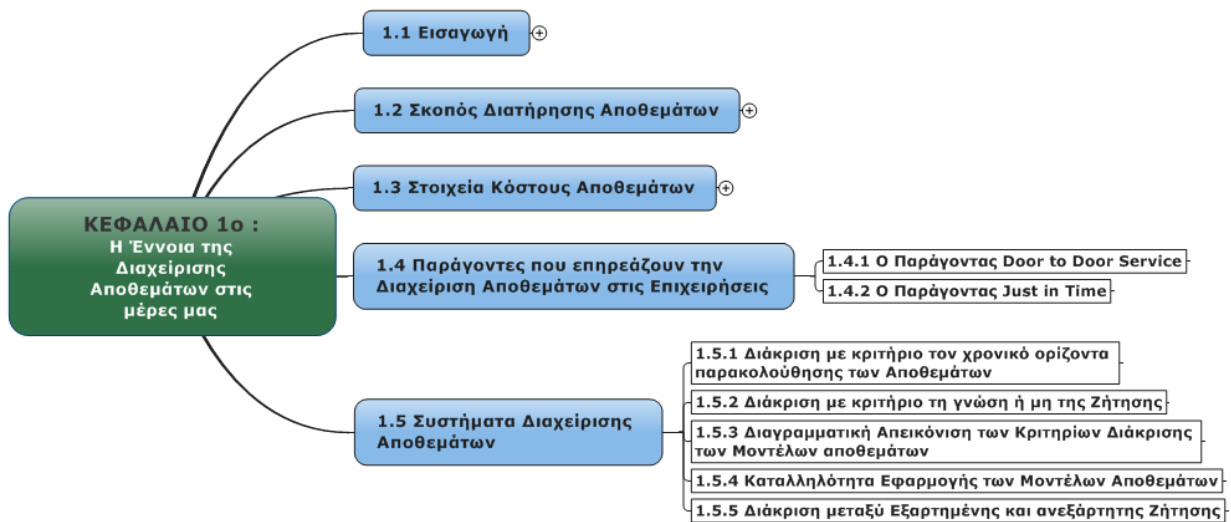
Στην συνεισφορά της εργασίας συγκαταλέγονται (α) η κατάρτιση ενός εγχειριδίου όσον αφορά τα διάφορα Μοντέλα Διαχείρισης Αποθεμάτων που υπάρχουν για την πρόβλεψη της Ζήτησης συνοδευόμενα κάθε φορά και από ένα απλό

παράδειγμα (β) Η χρησιμοποίηση - εφαρμογή ενός από τα Μοντέλα που παρουσιάζονται στην συγκεκριμένη εργασία και συγκεκριμένα αυτό του Στοχαστικού Μοντέλου Πολλαπλών Περιόδων σε πραγματικά δεδομένα μιας εταιρείας, προκειμένου να διαπιστωθούν τυχόν αποκλίσεις και να εξαχθούν χρήσιμα συμπεράσματα (γ) Οι διαδικασίες και τα βήματα που ακολουθούνται, προκειμένου να γίνει σύγκριση ενός Θεωρητικού Μοντέλου και Πραγματικών Δεδομένων μιας Εταιρείας, μπορούν κάλλιστα να αποτελέσουν οδηγό ή μια αναφορά για κάποιον που στο μέλλον θελήσει να εφαρμόσει μια παρόμοια διαδικασία - σύγκριση.

Πεποίθησή μου είναι ότι συγκεντρώθηκαν και αναλύθηκαν όλα εκείνα τα στοιχεία που μπορούν να βοηθήσουν τον αναγνώστη πρωτίστως να καταλάβει τις έννοιες με τις οποίες θα ασχοληθούμε αλλά και περαιτέρω να βρει ουσιαστική χρησιμότητα των εννοιών αυτών στα δικά του προβλήματα που σχετίζονται με την διαχείριση αποθεμάτων.

Κεφάλαιο 1^ο : Η έννοια της Διαχείρισης Αποθεμάτων στις Μέρες μας

Στο κεφάλαιο αυτό μελετάται η έννοια της Διαχείρισης Αποθεμάτων στις μέρες μας. Συγκεκριμένα, εξετάζεται ο σκοπός της Διατήρησης Αποθεμάτων, τα στοιχεία κόστους που προκύπτουν από την διατήρηση αυτών καθώς και οι παράγοντες που επηρεάζουν την διαχείρισή τους σήμερα. Εν συνεχεία γίνεται μια αναφορά των Μοντέλων Διαχείρισης Αποθεμάτων καθώς και των κριτηρίων διάκρισής τους. Επισημαίνεται ότι αναλυτική παρουσίαση των πιο πάνω Μοντέλων γίνεται στο Παράρτημα Α της παρούσης διπλωματικής. Αναλυτικότερα, τα περιεχόμενα του κεφαλαίου φαίνονται στην Εικόνα 1.1.



Εικόνα 1.1: Σχηματική Αναπαράσταση του περιεχομένου του Κεφαλαίου 1

1.1 Εισαγωγή

Η διαχείριση των αποθεμάτων στις μέρες μας αποτελεί μια από τις σημαντικότερες, αν όχι τη σημαντικότερη, δραστηριότητα για τη διοίκηση ενός παραγωγικού συστήματος. Με τον όρο απόθεμα εννοούμε την ποσότητα οποιουδήποτε οικονομικού αγαθού, υλικού ή όχι, που εισάγεται στο σύστημα και υπερβαίνει την ποσότητα του αγαθού που εξάγεται από το σύστημα. Η δημιουργία αποθεμάτων μπορεί, είτε να είναι σχεδιασμένη με σκοπό να εξομαλύνει τις παρουσιαζόμενες διαφορές μεταξύ της προσφοράς και της ζήτησης του αγαθού, είτε να είναι αποτέλεσμα διαφόρων παραγόντων όπως κακός προγραμματισμός ή έκτακτα φαινόμενα.

Η αναγκαιότητα ύπαρξης του αποθέματος σε μια επιχείρηση οφείλεται κυρίως στην αβεβαιότητα αναφορικά με την προσφορά και τη ζήτηση του αγαθού για την κάλυψη των εκάστοτε αναγκών. Ο έλεγχος των αποθεμάτων (inventory control) είναι μια τεχνική με επιστημονικό υπόβαθρο που σκοπό έχει να παρακολουθεί την αποθηκευμένη ποσότητα του αγαθού και να λαμβάνει αποφάσεις όπως πότε και σε τι ποσότητα θα πρέπει να παραγγελθεί το υλικό. Ένα σύστημα διαχείρισης αποθεμάτων θεωρείται το σύνολο των κανονισμών και ελέγχων που καθορίζουν το ύψος των αποθεμάτων, το πότε θα πρέπει τα αποθέματα να ανανεώνονται και πόσο μεγάλες θα πρέπει να είναι οι παραγγελίες που πρέπει να παραγγελθούν. Σε ένα παραγωγικό σύστημα, τα αποθέματα διακρίνονται σε πρώτες ύλες, τελικά προϊόντα, ενδιάμεσα προϊόντα και εφόδια. Αποθέματα δημιουργούνται και στις υπηρεσίες με την έννοια των υλικών αγαθών και προμηθειών που υποστηρίζουν την υπηρεσία αυτή. Ο βασικός σκοπός ενός συστήματος διαχείρισης αποθεμάτων είναι να καθορίζει πρώτον πότε θα πρέπει να παραγγελθούν τα αγαθά και δεύτερον πόσο μεγάλη θα πρέπει να είναι η παραγγελία. Ορισμένες επιχειρήσεις προτιμούν να διατηρούν μακροχρόνιες σχέσεις με τους προμηθευτές τους για την ικανοποίηση των αναγκών τους πέραν του ενός έτους. Στην περίπτωση αυτή ένα σύστημα διαχείρισης αποθεμάτων θα καθορίζει πότε και τι ποσότητα θα διανέμεται. Ένα αποτελεσματικό σύστημα διαχείρισης αποθεμάτων, εξοικονομεί πόρους για την επιχείρηση ελαχιστοποιώντας το κόστος. Η έννοια του αποθέματος είναι γενική και δεν περιορίζεται στην περίπτωση των πρώτων υλών, των προϊόντων και εμπορευμάτων αλλά καλύπτει ένα ευρύ φάσμα οικονομικών φαινομένων.

Ανεξάρτητα από τη γενικότητα του όρου, το πρόβλημα της διαχείρισης των αποθεμάτων είναι πολύ σημαντικό για όλες τις επιχειρήσεις καθώς τα αποθέματα τους δεσμεύουν συνήθως ένα μεγάλο ποσοστό του κεφαλαίου τους κι έχουν σημαντικό κόστος διατήρησης. Υπάρχουν κατηγορίες επιχειρήσεων όπως τα super market όπου τα αποθέματα τους καλύπτουν περίπου το 50% του ενεργητικού τους. Το πρόβλημα ελέγχου των αποθεμάτων έχει απασχολήσει σε μεγάλο βαθμό ιδιαίτερα τα τελευταία χρόνια την βιβλιογραφία κι έχει γίνει μεγάλη προσπάθεια ανάλυσης και εμβάθυνσης του προβλήματος. Στη θεωρητική προσέγγιση του προβλήματος, έχει δημοσιευτεί πλήθος επιστημονικών μελετών, έχουν γίνει πολλές και πολύπλοκες μαθηματικές αναλύσεις κι έχουν διατυπωθεί πολλές θεωρίες και μοντέλα διαχείρισης αποθεμάτων. Όμως, από πρακτικής απόψεως, μόνο ένα μικρό μέρος των θεωριών έχουν εφαρμοστεί σε πραγματικό επιχειρησιακό περιβάλλον.

Το πρόβλημα διαχείρισης αποθεμάτων ορίζεται γενικώς ως πρόβλημα εξισορρόπησης μεταξύ του κόστους έλλειψης και του κόστους πλεονάσματος αποθέματος ενός παραγωγικού προϊόντος. Ένας σωστός σχεδιασμός διαχείρισης αποθεμάτων αποσυνδέει το παραγωγικό σύστημα από τις διακυμάνσεις της ζήτησης και διατηρεί ομαλή ροή στην παραγωγή, ανεξάρτητη λειτουργία της παραγωγικής στάθμης, αυξάνει το ρυθμό παραγωγής και ελαττώνει το κόστος.

1.2 Σκοπός Διατήρησης Αποθεμάτων

Η διαχείριση των αποθεμάτων αποτελεί μια από τις σημαντικές λειτουργίες σε ένα παραγωγικό σύστημα για διάφορους λόγους. Αν η ζήτηση ενός προϊόντος ήταν γνωστή τότε η επιχείρηση θα μπορούσε να παράγει το προϊόν αυτό σε τέτοια ποσότητα έτσι ώστε να αντιστοιχεί ακριβώς στη ζήτηση. Επειδή όμως στην πραγματικότητα η ζήτηση είναι σπάνια γνωστή, με τη διατήρηση τελικών αποθεμάτων δίνεται η δυνατότητα στην επιχείρηση να αποσυνδέσει το παραγωγικό σύστημα από τη ζήτηση και να αντιμετωπίσει τυχόν μεταβολές της.

Συνεπώς, η δημιουργία αποθεμάτων συμβάλλει στην επιτάχυνση και βελτίωση της έγκαιρης παράδοσης των προϊόντων μειώνοντας τις πιθανότητες μη εκπλήρωσης μίας παραγγελίας ή καθυστερημένης παράδοσης. Η ύπαρξη αποθεμάτων πρώτων υλών και ενδιάμεσων προϊόντων εξασφαλίζει τη συνεχή τροφοδοσία του παραγωγικού συστήματος και την ομαλή ροή της παραγωγής, χωρίς να επηρεάζεται από καθυστερήσεις των προμηθευτών. Επίσης εξασφαλίζει την ανεξάρτητη λειτουργία των παραγωγικών σταδίων, την αύξηση του ρυθμού παραγωγής και τη μείωση του κόστους παραγωγής. Για παράδειγμα, με την διατήρηση αποθεμάτων μειώνεται το κόστος αλλαγής μιας μηχανής από την παραγωγή ενός προϊόντος στην παραγωγή ενός άλλου.

Κάθε καινούργια παραγγελία συνεπάγεται κόστος για την επιχείρηση το οποίο δεν εξαρτάται από την ποσότητα της παραγγελίας. Συνεπώς όσο μεγαλύτερη είναι η παραγγελία, τόσο μικρότερος θα είναι ο συνολικός αριθμός των παραγγελιών και συνεπώς τόσο μικρότερο το κόστος αυτών. Τέλος, μια επιχείρηση με τη διατήρηση αποθεμάτων έχει τη δυνατότητα να μειώσει τις πληρωμές της σε προμηθευτές, κάνοντας μεγαλύτερες παραγγελίες σε περιόδους που οι τιμές των προμηθευτών είναι χαμηλές.

1.3 Στοιχεία Κόστους Αποθεμάτων

Για την λήψη αποφάσεων σχετικά με το ύψος των αποθεμάτων, η επιχείρηση θα πρέπει να λάβει υπ' όψιν τα ακόλουθα κόστη:

α) Κόστος διατήρησης αποθέματος, το οποίο περιλαμβάνει :

- Το κόστος αποθηκευτικού χώρου
- Το κόστος δεσμευμένου κεφαλαίου
- Το κόστος ασφάλισης αποθέματος
- Το κόστος απαρχαίωσης αποθέματος και
- Το κόστος του χειρισμού του κατά την αποθήκευση και τη μεταφορά του.

Ειδικότερα το κόστος δεσμευμένου κεφαλαίου, προκύπτει επειδή η επιχείρηση αναγκάζεται να επενδύσει τα κεφάλαιά της για τη διατήρηση αποθεμάτων έναντι των άλλων εναλλακτικών χρήσεων των κεφαλαίων της. Το κόστος του δεσμευμένου κεφαλαίου είναι πάντα ίσο ή μεγαλύτερο της απόδοσης που θα είχε η επιχείρηση εάν είχε επενδύσει τα κεφάλαιά της σε χρηματοοικονομικά προϊόντα πολύ χαμηλού κινδύνου.

β) Κόστος προμήθειας αποθέματος, το οποίο περιλαμβάνει :

- Το σταθερό κόστος για την τοποθέτηση μιας παραγγελίας στους προμηθευτές της επιχείρησης
- Το κόστος αγοράς του αποθέματος από αυτούς
- Το κόστος προετοιμασίας της παραγωγικής διαδικασίας στην περίπτωση που η επιχείρηση δεν προμηθεύεται τα σχετικά προϊόντα αλλά τα παράγει χρησιμοποιώντας δικές της εγκαταστάσεις

γ) Κόστος έλλειψης/ μη ικανοποίησης της ζήτησης.

Αν εξαντληθούν τα αποθέματα ενός προϊόντος, η επιχείρηση είναι υποχρεωμένη να καθυστερήσει ή να ακυρώσει την παραγγελία χάνοντας με τον τρόπο αυτό κέρδος αλλά και φήμη.

1.4 Παράγοντες που Επηρεάζουν την Διαχείριση Αποθεμάτων στις Επιχειρήσεις

Ο απώτερος σκοπός κάθε επιχείρησης η οποία εφαρμόζει κάποιο από τα συστήματα διαχείρισης αποθεμάτων σε αποθηκευτικό κέντρο το οποίο λειτουργεί η ίδια ή μέσω εταιρειών παροχής τέτοιων υπηρεσιών, είναι η άμεση διαχείριση των αποθεμάτων της και η άριστη διανομή αυτών. Διανομές οι οποίες εκτελούνται καθημερινά από τα αποθηκευτικά κέντρα στα ράφια των καταστημάτων αλλά και στους ίδιους τους πελάτες οι οποίοι αγόρασαν αυτά τα αγαθά.

Κάθε επιχείρηση, λόγω της φύσης των εμπορευμάτων που εισάγει (ηλεκτρονικά είδη, ηλεκτρονικοί υπολογιστές, τρόφιμα, κ.α.), γνωρίζει πως πρέπει να εφαρμόζει ένα σύστημα διαχείρισης αποθεμάτων, το οποίο θα έχει ως άμεση ενασχόληση την καταγραφή των εισαγμένων εμπορευμάτων, τις ποσότητες που αποθηκεύονται αλλά και το που θα πρέπει να γίνονται οι διανομές αυτών. Μια σωστή διαχείριση αποθεμάτων, προσφέρει σίγουρα σε κάθε επιχείρηση σημαντική μείωση εξόδων ως προς τις νέες παραγγελίες οι οποίες θα πρέπει να γίνουν. Σωστή καταγραφή αποθεμάτων σημαίνει σωστός προγραμματισμός πωλήσεων και ουσιαστικά καλύτερος προγραμματισμός του χρόνου των εργαζομένων στα καταστήματα αλλά και τα αποθηκευτικά κέντρα.

Το στάδιο το οποίο ακολουθεί μετά την καταγραφή των διαφόρων προϊόντων που προορίζονται για αποθήκευση, είναι η διανομή αυτών στα ράφια των καταστημάτων αλλά και στους πελάτες. Οι ιθύνοντες και υπεύθυνοι των αντίστοιχων καταστημάτων θα πρέπει πάντα να γνωρίζουν την ποσότητα των αποθεμάτων τους στα αποθηκευτικά κέντρα, με σκοπό την έγκαιρη πρόληψη των παραγγελιών αλλά και την πώληση αυτών στους καταναλωτές.

Η λειτουργία της διανομής είναι σημαντικότερο μέρος της λειτουργίας της εφοδιαστικής αλυσίδας και ουσιαστικά είναι εκείνη που ολοκληρώνει την διαδικασία πώλησης των εμπορευμάτων και της σωστής διαχείρισης αυτών. Κάθε σύστημα Logistics και διαχείρισης αποθεμάτων, θα πρέπει να διαθέτει όλες εκείνες τις εφαρμογές αλλά και προοπτικές οι οποίες θα συνεισφέρουν αποτελεσματικά στην σωστή διανομή αυτών στα καταστήματα και τους πελάτες. Όλοι όσοι λειτουργούν συστήματα διαχείρισης αποθεμάτων τα οποία ουσιαστικά αποσκοπούν στην καλύτερη εξυπηρέτηση των πελατών καθώς και της προσέλκυσης νέων, δεν θα πρέπει να

ξεχνούν πως ο κάθε καταναλωτής μόλις αγοράσει κάτι θέλει αμέσως να το μεταφέρει σπίτι του. Στις περιπτώσεις που αυτό δεν καθίσταται εφικτό, τότε απαιτεί αυτό να μεταφερθεί στον χώρο του στο διάστημα που αυτό είναι εφικτό. Η έννοια της διανομής λοιπόν, είναι τόσο σημαντική και φυσικά θα πρέπει για κάθε αποθηκευτικό κέντρο να έχει την ίδια σημασία όπως οι έννοιες της καταγραφής αλλά και αποθηκείωσης των εμπορευμάτων που φτάνουν εκεί για απόθεση.

1.4.1. Ο Παράγοντας «Εξυπηρέτηση από πόρτα σε πόρτα» (Door to Door Service)

Κάθε επιχείρηση ή εταιρεία η οποία λειτουργεί ένα σύστημα διαχείρισης αποθεμάτων, αναζητά την σωστή του λειτουργία καθώς και τις αξιόπιστες λύσεις που μπορεί να προσφέρει στην αποθήκευση αλλά και διαχείριση των προϊόντων αυτών. Στις επόμενες σελίδες της συγκεκριμένης έρευνας παρουσιάζεται μια καταγραφή και ανάπτυξη των διαφόρων συστημάτων διαχείρισης αποθεμάτων, που εφαρμόζουν τα διάφορα καταστήματα και δημόσιες υπηρεσίες. Φυσικά λόγω του γεγονότος ότι κάθε μια από τις διάφορες κατηγορίες καταστημάτων που εξετάζονται παρουσιάζει κάποια ιδιαίτερα χαρακτηριστικά, η κάθε μια από αυτές έχει επιλέξει να εφαρμόζει ένα σύστημα διαχείρισης αποθεμάτων το οποίο είναι προσαρμοσμένο στα μέτρα της αλλά συγχρόνως την εξυπηρετεί και καλύτερα.

Πιο συγκεκριμένα τα διάφορα πολυκαταστήματα, είναι αναγκασμένα να χρησιμοποιούν συστήματα διαχείρισης αποθεμάτων και αποθηκευτικούς χώρους οι οποίοι θα είναι κατάλληλοι για κάθε ένα από αυτά τα προϊόντα. Πέρα όμως από την αποθήκευση - διαχείριση αυτών των αποθεμάτων, όλες οι επιχειρήσεις εμπορίας και συναφούς λειτουργίας, χρειάζονται ένα σύστημα το οποίο θα είναι ευέλικτο και θα μπορεί να ανταποκρίνεται στις απαιτήσεις της αγοράς. Με άλλα λόγια ένα σύστημα διαχείρισης αποθεμάτων το οποίο θα προσφέρει “Εξυπηρέτηση από πόρτα σε πόρτα” (Door to Door Service) και θα εξυπηρετεί στο έπακρο τις ανάγκες των πολυκαταστημάτων αλλά και των πελατών τους. Κάποιος ο οποίος θα επισκεφτεί ένα κατάστημα ή υπηρεσία για αγορά αγαθών και σχετικών υπηρεσιών, δεν είναι βέβαιο πως θα αγοράσει κάτι μεγάλο ή που θα χρήζει μεταφοράς στην οικία του από την εταιρεία.

Όμως υπάρχουν προϊόντα, όπως τηλεοράσεις ή άλλες μεγάλες συσκευές τα οποία η αποθήκη του συγκεκριμένου καταστήματος πρέπει να διαχειριστεί με τέτοιο τρόπο, ώστε να ανταποκριθεί στην συγκεκριμένη παραγγελία και να την παραδώσει στον ελάχιστο δυνατό χρόνο. Γίνεται λοιπόν αυτομάτως αντιληπτό ότι στην ανταγωνιστική αγορά με την ύπαρξη πολλών καταστημάτων, η υπηρεσία “Door to Door” κρίνεται αναγκαία με σκοπό την βελτιστοποίηση των υπηρεσιών που παρέχει το κάθε κατάστημα αλλά και την επιβίωση του μέσα σε αυτήν την ανταγωνιστική αγορά

Όσο πιο ειδικευμένο είναι ένα κατάστημα σε αυτό που πουλάει και το οποίο χρήζει μεταφοράς στον πελάτη, τόσο πιο επιτακτική είναι η ανάγκη για την καλύτερη ύπαρξη του “Door to Door Service”. Τα καταστήματα γνωρίζουν πολύ καλά πως πρέπει να λειτουργεί το σύστημα Logistics και διαχείρισης αποθεμάτων, διότι είναι αυτό που τους εξασφαλίζει πέρα από την σωστή διαχείριση των αποθεμάτων τους, γρήγορη και ευέλικτη διανομή των φορτίων τους και σε λογικό χρονικό όριο. Στην συγκεκριμένη λοιπόν περίπτωση τα διάφορα καταστήματα και υπηρεσίες, θα πρέπει να εφαρμόζουν το κατάλληλο σύστημα αποθηκείσεων και διανομών, το οποίο με την σωστή χρήση των εφαρμογών του θα προσφέρει ανταγωνιστικό πλεονέκτημα στην υπηρεσία “Door to Door Service” και συγχρόνως θα επωφελείται σημαντικά από αυτή.

Τέλος, θα πρέπει να ειπωθεί πως και τα ίδια τα πολυκαταστήματα πρέπει να λειτουργούν με ένα αξιόπιστο σύστημα Logistics και διαχείρισης αποθεμάτων το οποίο θα απαιτεί σαφής αποθήκευση των διαφόρων αγαθών αλλά και άμεση διανομή στον πελάτη. Μια κατηγορία καταστημάτων ηλεκτρονικών ειδών για παράδειγμα, θεωρείται ότι είναι, από τις πλέον απαιτητικές επιχειρήσεις στις μέρες μας, αφού το πλήθος των πελατών που τα επισκέπτεται είναι πολύ μεγάλο αλλά και πολλοί εκείνοι που επιθυμούν τα εμπορεύματα που αγοράζουν να μεταφέρονται από το προσωπικό στο σπίτι τους. Επίσης τα συγκεκριμένα καταστήματα διαθέτουν μια πολύ μεγάλη ποικιλία προϊόντων, και κάθε φορά που κάποιος αγοράζει κάτι από αυτά και ζητά την μεταφορά τους στο σπίτι του θα πρέπει οι υπεύθυνοι να είναι σίγουροι ότι θα μεταφερθούν τα σωστά είδη και στην ποσότητα που τα έχει επιλέξει ο πελάτης.

Μέσα από την ανάλυση λοιπόν των συστημάτων διαχείρισης αποθεμάτων που χρησιμοποιούν οι κατηγορίες των διαφόρων καταστημάτων, γίνεται αντιληπτό πως όποιο και να είναι το σύστημα λειτουργίας των Logistics και διαχείρισης αποθεμάτων, όλα μπορούν να παρέχουν το πλεονέκτημα της “Door to Door” υπηρεσίας. Μιας υπηρεσίας η οποία μπορεί να βοηθήσει σημαντικά στην ανάπτυξη της επιχείρησης αλλά και στην ενδυνάμωση του ονόματός της στην αγορά. Επιπλέον, μέσω των κατάλληλων μηχανογραφικών συστημάτων αλλά και τεχνολογιών που χρησιμοποιούν τα διάφορα αποθηκευτικά κέντρα, η παροχή της συγκεκριμένης υπηρεσίας μπορεί να υποστηριχθεί άριστα και να οδηγήσει την επιχείρηση σε μεγαλύτερα κέρδη και επενδύσεις οι οποίες σίγουρα θα αποβούν πολύ σημαντικές για την μελλοντική πορεία των επιχειρήσεων αυτών.

1.4.2 Ο Παράγοντας «Χρονικής Συνέπειας - Ακρίβειας» (Just in Time)

Εξίσου σημαντικό εγχείρημα για κάθε επιχείρηση η οποία χρησιμοποιεί υπηρεσίες Logistics και συστήματα διαχείρισης αποθεμάτων μέσω κάποιου ειδικευμένου αποθηκευτικού κέντρου, είτε μέσω δικών της αποθηκευτικών χώρων, αποτελεί η επίτευξη της άμεσης παράδοσης των αγαθών στα ράφια των καταστημάτων ή στους πελάτες. Είτε εξετάζεται η περίπτωση των πολυκαταστημάτων ηλεκτρονικών ειδών, είτε των καταστημάτων εμπορίας ηλεκτρονικών υπολογιστών, οποιοδήποτε αποθηκευτικό κέντρο το οποίο έχει την εποπτεία της λειτουργίας των συστημάτων διαχείρισης αποθεμάτων, θα πρέπει να ενεργεί με τέτοιο τρόπο που θα διασφαλίζει την λειτουργία του όρου “Just in Time”.

Ο συγκεκριμένος όρος εφόσον εφαρμόζεται στο έπακρο από την κάθε επιχείρηση, αποτελεί σημαντικότερο πλεονέκτημα που προσφέρεται από τα συστήματα διαχείρισης αποθεμάτων και είναι ικανό να εδραιώσει μια εταιρεία έναντι των ανταγωνιστών στην αγορά όπου δραστηριοποιείται. Όπως αναφέρθηκε και σε προηγούμενα σημεία, κάθε πελάτης ο οποίος επιλέγει να αγοράσει κάποιο ηλεκτρονικό αγαθό και το οποίο είναι μικρό ή μεγάλο, επιθυμεί αυτό να γίνει γρήγορα και με τρόπο που θα εξυπηρετηθεί άμεσα. “Ο όρος ‘Just in Time’ ουσιαστικά σημαίνει ότι ο πελάτης μπορεί να παραλαμβάνει τα εμπορεύματα που έχει αγοράσει το δυνατόν συντομότερα και στην ώρα και ημέρα που έχει οριστεί, χωρίς καθυστερήσεις και προβλήματα”.

Τα διάφορα πολυκαταστήματα εμπορίας και πώλησης αγαθών και προϊόντων λόγω της αναγκαιότητας επάρκειας πωληθέντων αγαθών στα ράφια , θα πρέπει να φροντίζουν ώστε να βρίσκονται τα αγαθά αυτά τοποθετημένα εκεί που πρέπει. Φυσικά αυτό θα πρέπει να γίνεται πριν από την έλευση των καταναλωτών στα πολυκαταστήματα. Επιπλέον λόγω του ότι ο καταναλωτής θα αγοράσει κάποιο προϊόν το οποίο θα χρειάζεται μεταφορά στην έδρα του και ενδεχομένως σε καθημερινή βάση, είναι επιτακτική η ανάγκη για σωστό προγραμματισμό των παραδόσεων σε χρόνο έγκαιρο και χωρίς καθυστερήσεις. Τέλος, θα πρέπει να σημειωθεί πως το ίδιο πλεονεκτήματα μπορεί να αναφερθεί και στις περιπτώσεις των καταστημάτων και επιχειρήσεων εμπορίας διαφόρων αγαθών, τα οποία εφαρμόζουν συστήματα διαχείρισης αποθεμάτων σε δικούς τους αποθηκευτικούς χώρους ή μέσω υπηρεσιών από άλλες εταιρείες.

1.5 Συστήματα Διαχείρισης Αποθεμάτων.

1.5.1 Διάκριση με Κριτήριο το Χρονικό Ορίζοντα Παρακολούθησης των Αποθεμάτων

Ο προσδιορισμός μιας πολιτικής για τη διαχείριση των αποθεμάτων μιας επιχείρησης συνίσταται στον προσδιορισμό του χρόνου τοποθέτησης μιας νέας παραγγελίας, καθώς και της ποσότητας που θα πρέπει να παραγγελθεί κάθε φορά. Η απόφαση που θα παρθεί για μια παραγγελία θα έχει επιπτώσεις σε όλες τις επόμενες παραγγελίες και συνεπώς σε όλη τη διαχείριση αποθέματος από τη στιγμή εκείνη. Επιπρόσθετα κάθε σύστημα διαχείρισης αποθεμάτων έχει ως στόχο την ελαχιστοποίηση του συνολικού κόστους. Για τον προσδιορισμό των βασικών μεγεθών «πότε, πόσο» που καθορίζουν τους βασικούς κανόνες λειτουργίας του συστήματος είναι σημαντική η γνώση των στοιχείων κόστους. Όλα τα μοντέλα χρησιμοποιούν ως αντικειμενική συνάρτηση το συνολικό κόστος αποθέματος μέσα σε μία ορισμένη χρονική περίοδο. Η συνάρτηση αυτή περιλαμβάνει όλες τις δαπάνες που μεταβάλλονται μόλις αλλάξει η πολιτική διαχείρισης που εφαρμόζεται.

Επίσης, τα μοντέλα με τα οποία θα ασχοληθούμε προσπαθούν να δώσουν απάντηση στα εξής ερωτήματα:

α. Πόση ποσότητα προϊόντος πρέπει να παραγγέλνεται κάθε φορά, ώστε να ανανεώνεται το απόθεμα (πόσο)

β. Πότε πρέπει να παραγγέλνεται η παραπάνω ποσότητα (πότε). Το πότε πρέπει να γίνει μία παραγγελία εξαρτάται από τη στάθμη του αποθέματος.

Ο έλεγχος της στάθμης του αποθέματος γίνεται με 2 τρόπους:

α. Με συνεχή έλεγχο των αποθεμάτων (continuous inventory models) - **«Μοντέλα Συνεχούς Επιθεώρησης»** τα οποία παρουσιάζουν τα παρακάτω χαρακτηριστικά :

➤ Ο χρόνος θεωρείται συνεχής

➤ Η χρονική στιγμή στην οποία γίνεται η παραγγελία (σημείο νέας παραγγελίας, reorder point) είναι η στιγμή όπου η στάθμη του αποθέματος πέφτει σε κάποιο προκαθορισμένο, από την εταιρεία, επίπεδο.

➤ Οι εντολές παραγγελίας ενεργοποιούνται όταν το απόθεμα φτάσει στο προκαθορισμένο από την εταιρεία επίπεδο, με στόχο την ανανέωση των αποθεμάτων. Το γεγονός αυτό μπορεί να συμβεί οποιαδήποτε στιγμή ανάλογα με τη ζήτηση για το

υλικό αυτό.

- Υπάρχει διαρκής καταγραφή του επιπέδου αποθεμάτων
- Η παραγγελία που δίνεται, ορίζεται για ένα σταθερό ποσό που ελαχιστοποιεί τις συνολικές δαπάνες αποθεμάτων. Αυτό το ποσό, καλείται οικονομική ποσότητα παραγγελίας (ΟΠΠ).

- Το πλεονέκτημα ενός συνεχούς συστήματος επιθεώρησης είναι ότι το επίπεδο αποθεμάτων ελέγχεται συνεχώς, και κατά συνέπεια η επιχείρηση γνωρίζει την κατάστασή τους κάθε χρονική στιγμή. Αυτό είναι συμφέρον για τα κρίσιμα προϊόντα όπως τα ανταλλακτικά ή οι πρώτες ύλες και οι προμήθειες

- Ως μειονέκτημα μπορεί να θεωρηθεί το γεγονός ότι η διατήρηση ενός συνεχούς αρχείου της ποσότητας αποθεμάτων είναι μια δαπανηρή υπόθεση τόσο οικονομικά όσο και χρονικά.

β. Με έλεγχο των αποθεμάτων ανά τακτά χρονικά διαστήματα (periodic inventory models) - **«Μοντέλα Περιοδικής Επιθεώρησης»** τα οποία παρουσιάζουν τα παρακάτω χαρακτηριστικά :

- Ο χρόνος θεωρείται διακριτός
- Η στάθμη του αποθέματος ελέγχεται σε τακτά χρονικά διαστήματα με αποτέλεσμα οι νέες παραγγελίες να γίνονται μόνο είτε στην αρχή είτε στο τέλος αυτών των χρονικών διαστημάτων για παράδειγμα κάθε εβδομάδα ή στο τέλος κάθε μήνα.

- Οι καταμετρήσεις του αποθέματος γίνονται αποκλειστικά σε περιόδους αναθεωρήσεων, εξαλείφοντας με τον τρόπο αυτό την ανάγκη της διαρκούς τήρησης αρχείων αποθεμάτων.

- Το μειονέκτημά τους όμως είναι ο λιγότερο άμεσος έλεγχος και κατά συνέπεια τα συστήματα αυτά διατηρούν συνήθως μεγαλύτερα επίπεδα αποθεμάτων ώστε να προστατευθούν από απροσδόκητες ελλείψεις σε προϊόντα

- Το ύψος της παραγγελίας διαφέρει συνήθως κάθε φορά που γίνεται μια περιοδική παραγγελία.

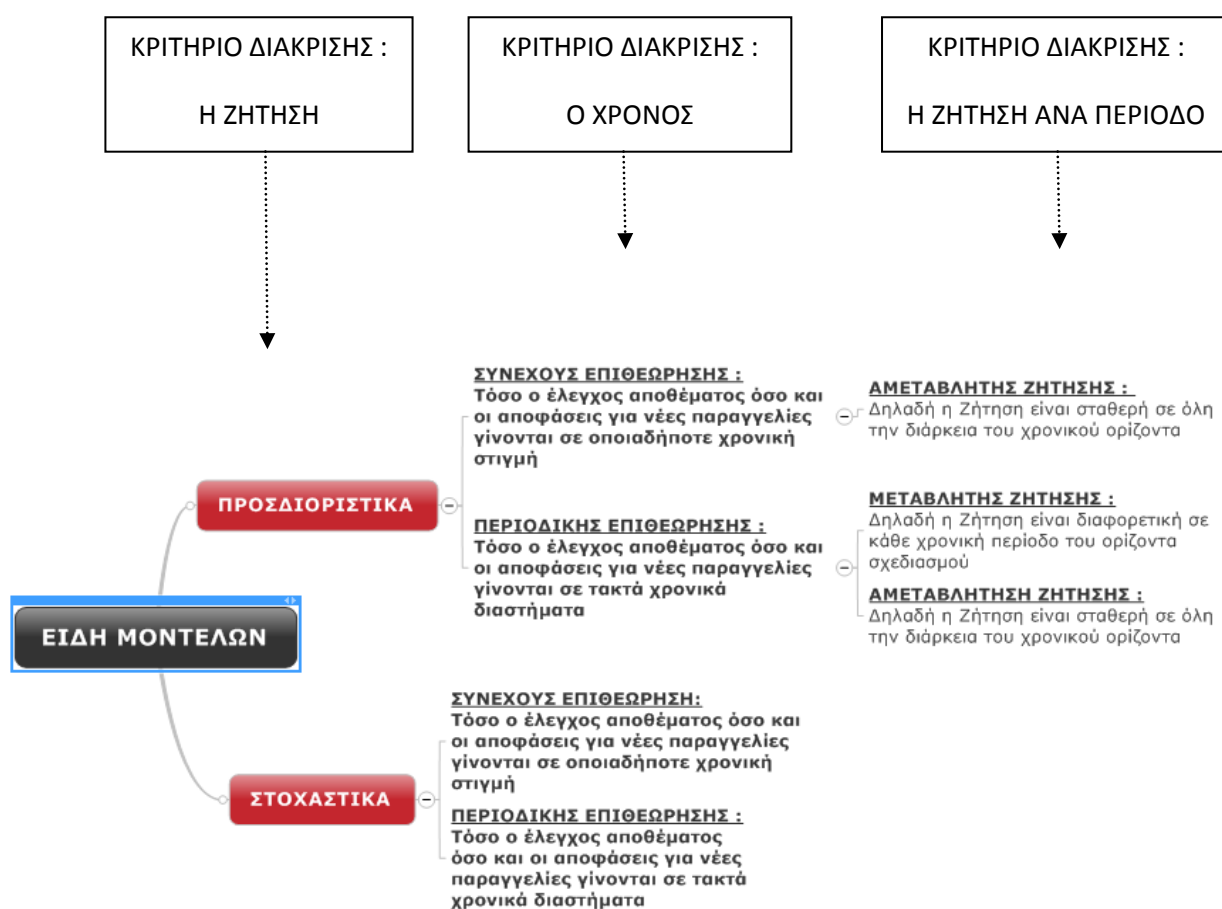
1.5.2 Διάκριση με Κριτήριο τη Γνώση ή μη της Ζήτησης

Μία άλλη σημαντική παράμετρος που πρέπει να αναφερθεί είναι ο παράγοντας της ζήτησης. Σε κάθε περίπτωση η ακριβής πρόβλεψη – γνώση της ζήτησης αποτελεί τον σημαντικότερο παράγοντα για την επίτευξη αποτελεσματικής διαχείρισης των αποθεμάτων. Βάση της ζήτησης τα μοντέλα διαχείρισης αποθεμάτων διακρίνονται σε: **προσδιοριστικά** (μοντέλα όπου η ζήτηση είναι προβλέψιμη) και σε **στοχαστικά** (μοντέλα όπου υπάρχει αβεβαιότητα στη ζήτηση). Στην παρούσα εργασία θα ασχοληθούμε με τα στοχαστικά μοντέλα. Επίσης, τα μοντέλα περιοδικής επιθεώρησης διακρίνονται βάση της ζήτησης σε μοντέλα αμετάβλητης ζήτησης (δηλαδή μοντέλα όπου η ζήτηση είναι η ίδια για όλες τις περιόδους όπου χωρίζεται ο χρονικός ορίζοντας σχεδιασμού) και σε μοντέλα μεταβλητής ζήτησης, δηλαδή μοντέλα όπου η ζήτηση μεταβάλλεται στις διάφορες περιόδους.

Στο Παράρτημα 1, της παρούσας Διπλωματικής, γίνεται εκτενής αναφορά των Μοντέλων που κριτήριο διάκρισής τους αποτελεί ο χρονικός ορίζοντας παρακολούθησης των Αποθεμάτων περιλαμβάνοντας επίσης και εφαρμογές – ασκήσεις για την καλύτερη εμπέδωσή τους.

1.5.3 Διαγραμματική απεικόνιση Κριτηρίων Διάκρισης των Μοντέλων Διαχείρισης Αποθεμάτων

Όσα Μοντέλα Διαχείρισης αποθεμάτων αναφέρθηκαν στις υποπαραγράφους 1.5.2 και 1.5.3 μπορούν κάλλιστα να γίνουν κατανοητά από το παρακάτω Σχήμα :



Εικόνα 1.2: Σχηματική Αναπαράσταση της διάκρισης των Μοντέλων ανάλογα με το κριτήριο διάκρισής τους

1.5.4 Καταλληλότητα Εφαρμογής των Μοντέλων Αποθεμάτων

Τα προαναφερθέντα συστήματα διαχείρισης αποθεμάτων εφαρμόζονται για διαχείριση αποθεμάτων επιχειρήσεων διαφορετικού τύπου. Συγκεκριμένα, τα συστήματα σταθερής ποσότητας παραγγελίας προτιμούνται για πιο ακριβά υλικά που έχουν μικρότερα αποθέματα. Επίσης, είναι πιο κατάλληλα για υλικά σημαντικά στην παραγωγική διαδικασία (π.χ. ανταλλακτικά), καθώς υπόκεινται σε αυστηρό έλεγχο και συνεπώς υπάρχει πιο γρήγορη αντίδραση σε περιπτώσεις εξάντλησης τους. Απαιτούν, ωστόσο, περισσότερο χρόνο για τη συντήρησή τους, καθώς για κάθε προσθήκη ή άντληση αποθέματος θα πρέπει να γίνεται η σχετική ενημέρωση. Από την άλλη πλευρά, τα συστήματα σταθερής περιόδου παραγγελίας διατηρούν μεγαλύτερα αποθέματα κατά μέσο όρο γιατί θα πρέπει να προλαμβάνουν τυχόν ελλείψεις κατά την περίοδο αναθεώρησης.

1.5.5 Διάκριση μεταξύ εξαρτημένης Ζήτησης και Ανεξάρτητης

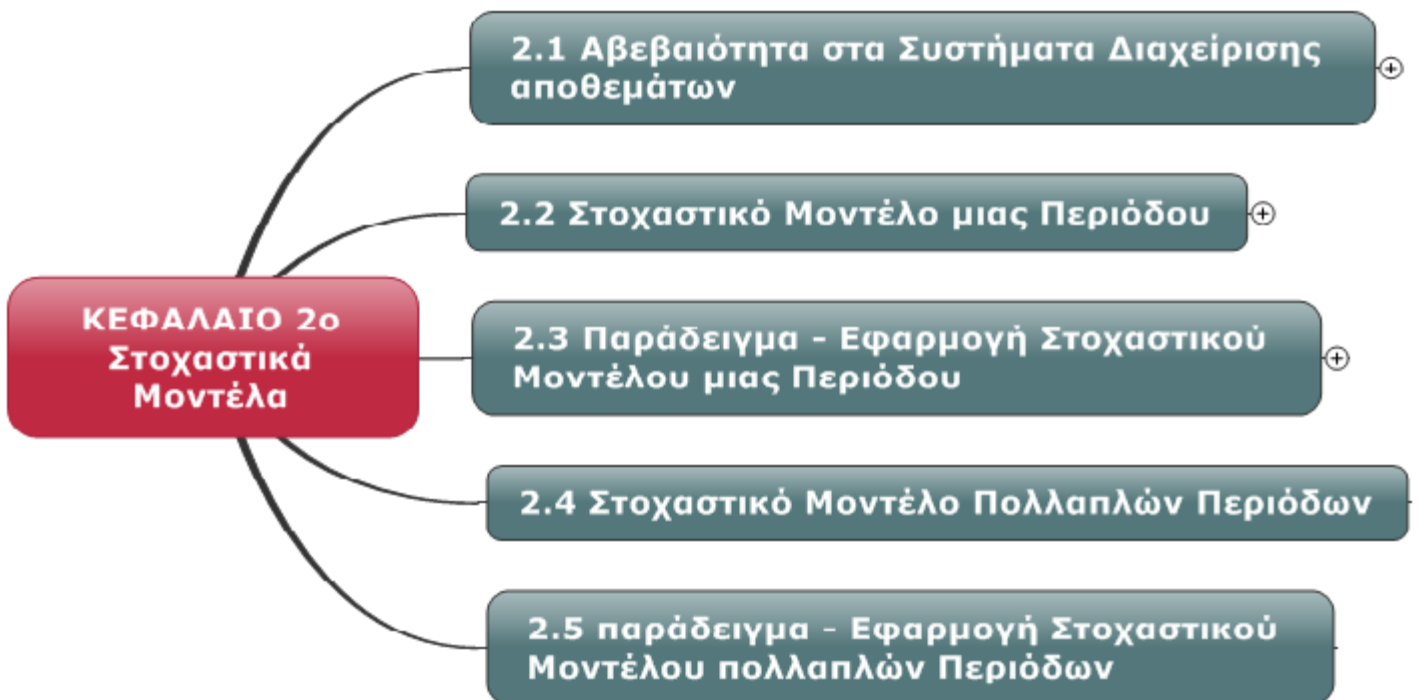
Όπως ήδη προαναφέραμε η ακριβής πρόβλεψη – γνώση της ζήτησης αποτελεί τον σημαντικότερο παράγοντα για την επίτευξη αποτελεσματικής διαχείρισης των αποθεμάτων. Για τη διαχείριση αποθεμάτων, είναι σημαντική η κατανόηση της διαφοράς μεταξύ εξαρτημένης και ανεξάρτητης ζήτησης. Στην περίπτωση της ανεξάρτητης ζήτησης, η ζήτηση για διάφορα προϊόντα είναι ανεξάρτητη η μια με την άλλη. Δηλαδή, μια παραγωγική μονάδα μπορεί να παράγει διάφορα αντικείμενα που δεν σχετίζονται μεταξύ τους αλλά αντιμετωπίζουν κάποια εξωτερική ζήτηση. Στην περίπτωση της εξαρτημένης ζήτησης, η ανάγκη για ένα αντικείμενο είναι αποτέλεσμα της ανάγκης για κάποιο άλλο, συνήθως σε υψηλότερο επίπεδο της παραγωγικής διαδικασίας.

Η εξαρτημένη ζήτηση είναι σχετικά εύκολο να προσδιοριστεί με βάση τη ζητούμενη ποσότητα του αντικειμένου από το οποίο εξαρτάται. Για παράδειγμα, αν μια βιομηχανία αυτοκινήτων σχεδιάζει να παράγει 1000 αυτοκίνητα, είναι φανερό ότι θα χρειαστεί 5000 τροχούς, συμπεριλαμβανομένου και της ρεζέρβας. Η ζήτηση για τροχούς δεν είναι ανεξάρτητη αλλά προσδιορίζεται από το ύψος της παραγωγής αυτοκινήτων. Η ζήτηση όμως για αυτοκίνητα είναι ανεξάρτητη και δε σχετίζεται με τη ζήτηση κάποιου άλλου προϊόντος.

Για τον καθορισμό της ποσότητας παραγωγής ανεξάρτητων αντικειμένων, οι επιχειρήσεις χρησιμοποιούν διάφορες μεθόδους όπως έρευνα αγοράς, μεθόδους προβλέψεις κ.α. Εξ' αιτίας της αβεβαιότητας της ανεξάρτητης ζήτησης, είναι απαραίτητη η διατήρηση επιπλέον μονάδων αποθέματος στα προϊόντα αυτά.

Κεφάλαιο 2° : Στοχαστικά Μοντέλα

Στο κεφάλαιο αυτό γίνεται καταρχήν αναφορά στα μοντέλα διαχείρισης Αποθεμάτων στα οποία η ζήτηση δεν είναι εκ των προτέρων γνωστή και εν συνεχεία αναλύονται λεπτομερώς, συμπεριλαμβανομένου και παραδειγμάτων για την καλύτερη κατανόησή τους, τα δυο πιο συνηθέστερα Μοντέλα αυτού του είδους. Συγκεκριμένα, παρουσιάζονται αναλυτικά το Στοχαστικό Μοντέλο μιας περιόδου καθώς και το Στοχαστικό Μοντέλο Πολλαπλών Περιόδων. Αναλυτικότερα, τα περιεχόμενα του κεφαλαίου φαίνονται στην Εικόνα 1.1.



Εικόνα 2.1: Σχηματική αναπαράσταση του περιεχομένου του Κεφαλαίου 2

2.1. Αβεβαιότητα στα Συστήματα Διαχείρισης Αποθεμάτων

Τα προηγούμενα μοντέλα διαχείρισης αποθεμάτων βασίζονταν στην υπόθεση ότι η ζήτηση του αποθέματος καθώς και ο χρόνος εκτέλεσης μιας παραγγελίας είναι γνωστά και σταθερά. Και οι δυο όμως υποθέσεις σπάνια συναντώνται στην πραγματικότητα, καθώς τόσο η ζήτηση όσο και ο χρόνος εκτέλεσης των εντολών παρουσιάζουν διακυμάνσεις. Στα αντίστοιχα στοχαστικά μοντέλα η ζήτηση είναι γνωστή μόνο πιθανοθεωρητικά, και εφαρμόζονται κυρίως με χρήση των υπολογιστών. Αυτή η υπόθεση είναι συνήθως πιο κοντά στην πραγματικότητα καθώς όπως προαναφέραμε η ζήτηση παρουσιάζει διακυμάνσεις. Αυτός είναι και ένας από τους λόγους για τους οποίους οι επιχειρήσεις διατηρούν συνήθως ένα απόθεμα ασφαλείας ώστε να αντιμετωπίζουν την μη προβλεπόμενη ζήτηση. Επομένως στην περίπτωση που η ζήτηση είναι αβέβαιη και οι παραγγελίες του αποθέματος επαναλαμβάνονται, το σύστημα διαχείρισης αποθέματος θα πρέπει να λαμβάνει υπόψη τον κίνδυνο μη ικανοποίησης της ζήτησης λόγω ελλείψεως αποθέματος.

Οι παράγοντες που πρέπει να καθοριστούν είναι η ποσότητα αποθέματος που θα παραγγέλλεται κάθε φορά (Q) και το σημείο αναπαραγγελίας (R). Εξ αιτίας των διακυμάνσεων στη ζήτηση είναι πιθανό να συμβούν τα εξής :

- Είτε η ζήτηση κατά τη διάρκεια του χρόνου υστέρησης να ξεπεράσει την ποσότητα του αποθέματος και το απόθεμα της επιχείρησης να είναι σε έλλειψη
- Είτε η ζήτηση να είναι μικρότερη από το απόθεμα και συνεπώς να υπάρχει πλεόνασμα αποθέματος.

Και οι δύο περιπτώσεις είναι ασύμφωρες για την επιχείρηση, καθώς συνεπάγονται κόστος. Επομένως, σκοπός είναι να βρεθούν οι βέλτιστες τιμές των Q και R που θα ελαχιστοποιούν το αναμενόμενο συνολικό κόστος διαχείρισης του αποθέματος.

Επιπλέον τα μοντέλα αυτά διακρίνονται σε συνεχούς και σε περιοδικής επιθεώρησης, ανάλογα με το αν είναι δυνατή η συνεχής παρακολούθηση του ύψους του αποθέματος ή όχι. Άλλοι παράγοντες που επηρεάζουν τα μοντέλα είναι ο τρόπος αντιμετώπισης των ελλειμμάτων, τα διάφορα κόστη που υπάρχουν, οι πιθανές εκπτώσεις λόγω οικονομιών κλίμακας, ο χρονικός ορίζοντας λειτουργίας του μοντέλου, η χωρητικότητα των αποθηκών κ.λ.π. Οι παράγοντες αυτοί οδηγούν σε πολύ

διαφορετικές συμπεριφορές τα συστήματα και για το λόγο αυτό ο ερευνητής θα πρέπει να βεβαιωθεί ότι το μοντέλο απεικονίζει αρκετά πιστά το πραγματικό σύστημα.

2.2 Στοχαστικό Μοντέλο Μιας Περιόδου

Το μοντέλο αυτό έχει τα ακόλουθα χαρακτηριστικά :

- Η ζήτηση είναι αβέβαιη
- Δεν μπορούν να μεταφερθούν μονάδες/ αποθέματα από έναν κύκλο σε έναν άλλο
- Η διάρκεια των κύκλων είναι σταθερή
- Υπάρχουν στοιχεία κόστους τήρησης και στοιχεία κόστους έλλειψης αλλά όχι στοιχεία κόστους ανανέωσης αποθεμάτων

Επίσης κρίνεται αναγκαίο για την καλύτερη κατανόηση του εν λόγω υποδείγματος, να παραθέσουμε τους συμβολισμούς για τις βασικότερες έννοιες που χρησιμοποιούνται στο μοντέλο αυτό :

- Z = τυχαία μεταβλητή (συνεχής ή διακριτή) που αντιπροσωπεύει τον αριθμό των μονάδων που απαιτούνται κατά τη διάρκεια ενός κύκλου
- z = Είναι οι τιμές που λαμβάνει η τυχαία μεταβλητή Z
- $f_Z(z)$ = Η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της μεταβλητής Z
- $F_Z(z)$ = αθροιστική συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της μεταβλητής Z
- x = μεταβλητή απόφασης σχετικά με τον αριθμό των μονάδων που θα αποθηκευτούν
- x^* = βέλτιστη τιμή της x
- c_1 = κόστος μη ανικανοποίητης ζήτησης (ή κόστος έλλειψης ανά προϊόν)
- c_2 = κόστος υπερεπάρκειας ανά μονάδα (κόστος διατήρησης αποθεμάτων)
- $C(x,z)$ = κόστος τιμωρίας εάν ενώ η ζήτηση είναι z μονάδες ενώ οι διατηρηθείσες μονάδες είναι x
- $C(x)$ = αναμενόμενο κόστος τιμωρίας ως συνάρτηση της μεταβλητής απόφασης, $E\{C(x,z)\}$

Το αναμενόμενο κόστος τιμωρίας για z μεταβλητή διακριτή ή συνεχής δίνεται από τους ακόλουθους τύπους:

$$C(x) = \begin{cases} \sum_{y=0}^x (x-y) \cdot c_2 \cdot f_z(y) + \sum_{y=x+1}^{\infty} (y-x) \cdot c_1 \cdot f_z(y) & \text{z διακριτή} \\ \int_0^x (x-y) \cdot c_2 \cdot f_z(y) \cdot dy + \int_{y=x+1}^{\infty} (y-x) \cdot c_1 \cdot f_z(y) \cdot dy & \text{z συνεχής} \end{cases}$$

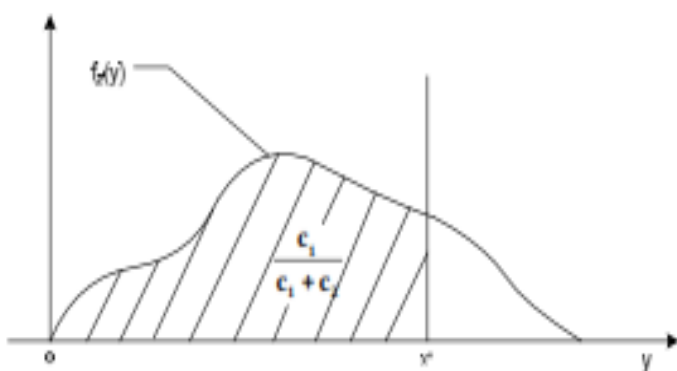
Η βέλτιστη λύση στην περίπτωση που η μεταβλητή z είναι διακριτή επιτυγχάνεται μέσω του ακόλουθου τύπου:

$$F_z(x^* - 1) \leq \frac{C_1}{C_1 + C_2} \leq F_z(x^*).$$

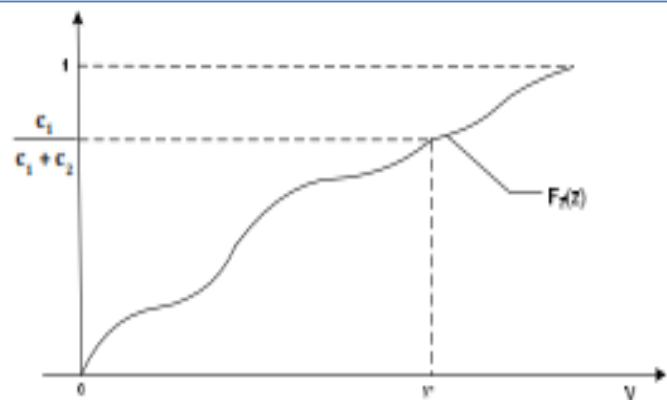
Αντίστοιχα, στην περίπτωση που η μεταβλητή z είναι συνεχής, η βέλτιστη λύση επιτυγχάνεται μέσω του παρακάτω τύπου:

$$F_z(x^*) = \frac{C_1}{C_1 + C_2}$$

Το πρόβλημα της βέλτιστης λύσης παριστάνεται γραφικά είτε ως τιμή του y για την οποία η περιοχή αριστερά του σημείου αυτού και κάτω από τη συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας είναι $\frac{C_1}{C_1 + C_2}$ (Σχήμα 2) είτε ως τιμή του z για την οποία η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας είναι ίση με $\frac{C_1}{C_1 + C_2}$ (Σχήμα 3)



Εικόνα 2.2: Συνθήκη Βέλτιστης Λύσης χρησιμοποιώντας την Συνάρτηση Πυκνότητας Πιθανότητας



Εικόνα 2.3: Συνθήκη Βέλτιστης Λύσης χρησιμοποιώντας την αθροιστική Συνάρτηση Πυκνότητας Πιθανότητας

2.3 Παράδειγμα - Εφαρμογή Στοχαστικού Μοντέλου μιας Περιόδου

Στην επιχείρηση κατασκευής μηχανών ΜΕΤΑΛΛΙΚ, ο διευθυντής προσωπικού πρέπει να αποφανθεί σχετικά με τον αριθμό των εργαζομένων που θα προσλάβει με αντικείμενο απασχόλησης την συντήρηση και τον εξοπλισμό των εγκαταστάσεων. Δεδομένου ότι το εργοστάσιο λειτουργεί κατά τη διάρκεια της ημέρας, οι εργαζόμενοι αυτοί θα απασχολούνται αποκλειστικά τις βραδινές ώρες και θα επισκευάζουν κατά τη διάρκεια της βάρδιας τις μηχανές που εμφάνισαν βλάβη κατά την πρωινή βάρδια. Κάθε άτομο μπορεί να επισκευάσει μια μηχανή ανά βάρδια. Εάν, κατά τη διάρκεια μιας δεδομένης ημέρας, υπάρξουν βλάβες σε περισσότερες μηχανές από τον αριθμό των εργαζομένων αυτών, οι επιπλέον μηχανές θα πρέπει να επισκευαστούν κατά τη διάρκεια της βραδινής βάρδιας από ένα εξωτερικό ανάδοχο, ο οποίος θα λαμβάνει 150€ ανά μηχανή. Ο συνολικός μισθός των εργαζομένων – επισκευαστών ανέρχεται σε 50€ ανά ημέρα. Επίσης ο αριθμός αποτυχιών των μηχανών σε μια ημέρα ποικίλλει. Εμπειρικά έχει προκύψει πως η συνάρτηση κατανομής πιθανότητας του αριθμού των αποτυχιών των μηχανών σε μία ημέρα είναι η ακόλουθη:

Πίνακας 1.1: Δεδομένα εισόδου (μεταβλητή και συχνότητα) για το παράδειγμα μοντέλου μιας περιόδου

Z	0	1	2	3	4
fz(z)	0,2	0,3	0,3	0,1	0,1

Στόχος της ανάλυσης είναι να εκτιμηθεί ο χρόνος μόνιμων εργαζομένων υπεύθυνων για την επισκευή των μηχανών, προκειμένου να ελαχιστοποιηθεί το ημερήσιο μέσο κόστος της επισκευής.

Μαθηματική επίλυση

Η μεταβλητή z αντιστοιχεί στον αριθμό των εργαζομένων και επομένως λαμβάνει διακριτές τιμές. Επομένως η βέλτιστη λύση επιτυγχάνεται μέσω του ακόλουθου τύπου:

$$F_z(x^* - 1) \leq \frac{C_1}{C_1 + C_2} \leq F_z(x^*).$$

Εν συνεχεία θα υπολογίσουμε την αθροιστική πιθανότητα :

Πίνακας 1.2: Υπολογισμός αθροιστικής κατανομής για το παράδειγμα μοντέλου μιας περιόδου

z	$f_z(z)$	$F_z(z)$
0	0,20	0,20
1	0,30	0.50
2	0,30	0.80
3	0,10	0.90
4	0,10	1.00

Δεδομένου ότι οι τιμές των C_1 και C_2 είναι 100 και 50 αντίστοιχα μπορούμε να υπολογίσουμε την βέλτιστη λύση :

$$F_z(x^* - 1) \leq \frac{C_1}{C_1 + C_2} \leq F_z(x^*). \Leftrightarrow$$

$$F_z(x^* - 1) \leq \frac{100}{100 + 50} \leq F_z(x^*). \Leftrightarrow$$

$$F_z(x^* - 1) \leq 0,6667 \leq F_z(x^*).$$

Το x για το οποίο ισχύει η ανισότητα 2.

Ο Μέσος αριθμός αποτυχιών είναι :

$$E(Z) = \sum_{y=0}^{\infty} f_z(z) \cdot z = 0,2 \cdot 0 + 0,3 \cdot 1 + 0,3 \cdot 2 + 0,1 \cdot 3 + 0,1 \cdot 4 = 0 + 0,3 + 0,6 + 0,3 + 0,4 = 1,6$$

Εφόσον η βέλτιστη λύση είναι 2, το αναμενόμενο κόστος τιμωρίας το βρίσκουμε ως ακολούθως :

$$C(x^*) = \sum_{z=0}^{x^*} (x^* - z) \cdot c_2 \cdot f_z(z) + \sum_{z=x^*+1}^{\infty} (z - x^*) \cdot c_1 \cdot f_z(z)$$

Και για $x^* = 2$

$$C(2) = \sum_{z=0}^2 (2 - z) \cdot 50 \cdot f_z(z) + \sum_{z=2+1}^{\infty} (z - 2) \cdot 100 \cdot f_z(z) \Leftrightarrow$$

$$C(2) = (2 - 0) \cdot 50 \cdot f_z(0) + (2 - 1) \cdot 50 \cdot f_z(1) + (2 - 2) \cdot 50 \cdot f_z(2) + (3 - 2) \cdot 100 \cdot f_z(3) + (4 - 2) \cdot 100 \cdot f_z(4) \Leftrightarrow$$

$$C(2) = (2 - 0) \cdot 50 \cdot f_z(0) + (2 - 1) \cdot 50 \cdot f_z(1) + (3 - 2) \cdot 100 \cdot f_z(3) + (4 - 2) \cdot 100 \cdot f_z(4) \Leftrightarrow$$

$$C(2) = 2 \cdot 50 \cdot 0,2 + 1 \cdot 50 \cdot 0,3 + 1 \cdot 100 \cdot 0,1 + 2 \cdot 100 \cdot 0,1 \Leftrightarrow$$

$$C(2) = 65$$

Σε περίπτωση που γνωρίζαμε με ακρίβεια τον αριθμό των μελλοντικών αποτυχιών και εφόσον ήταν εφικτό το αντίστοιχο δυναμικό να προσαρμοστεί κατάλληλα, το ημερήσιο κόστος σχετικά με τις επισκευές θα ήταν:

$$E(\text{συνολικό κόστος} / \text{τέλεια πληροφόρηση}) = E(\text{συνολικό κόστος} / \text{βεβαιότητα}) =$$

$$\sum_{y=0}^{\infty} f_z(z) \cdot E(\text{συνολικό κόστος} / Z = z) = \sum_{y=0}^{\infty} f_z(z) \cdot c_2 \cdot z = \sum_{y=0}^{\infty} f_z(z) \cdot 50 \cdot z = 50 \cdot E(Z)$$

$$= 50 \cdot 1,6 = 80$$

Αντίστοιχα, το συνολικό κόστος σε περίπτωση αβεβαιότητας όσον αφορά τον αριθμό των μελλοντικών αποτυχιών των μηχανών δίνεται ως συνάρτηση του κόστους βεβαιότητας και του κόστους τιμωρίας. Δηλαδή θα είχαμε:

$$E(\text{Συνολικό Κόστος} / \text{Αβεβαιότητα}) = E(\text{συνολικό κόστος} / \text{βεβαιότητα}) + E(\text{Κόστος λόγω τιμωρίας} - \text{Αβεβαιότητας})$$

$$= 80 + 65 = 145$$

2.4 Στοχαστικό Μοντέλο Πολλαπλών Περιόδων

Το μοντέλο αυτό έχει τα ακόλουθα χαρακτηριστικά :

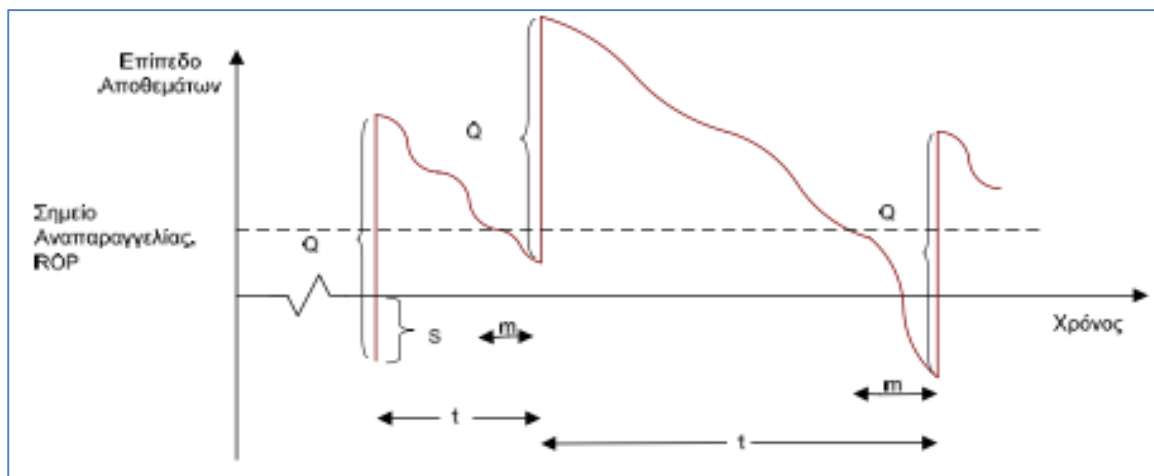
- Η ζήτηση είναι αβέβαιη – στοχαστική
- Ο χρόνος υστέρησης είναι διάφορος του μηδενός και είναι διακριτή μεταβλητή (στα πλαίσια της ανάπτυξης του μοντέλου είναι συνεχής)
- Επιτρέπονται οι ανεκτέλεστες παραγγελίες
- Δεν μπορούν να μεταφερθούν μονάδες/ αποθέματα από έναν κύκλο σε έναν άλλο
- Η διάρκεια των κύκλων είναι μεταβαλλόμενη
- Ο χρόνος υστέρησης είναι μεταβαλλόμενος
- Υπάρχουν στοιχεία κόστους τήρησης και στοιχεία κόστους έλλειψης αλλά όχι στοιχεία κόστους ανανέωσης αποθεμάτων

Στο σημείο αυτό, παρατίθενται οι συμβολισμοί για τις βασικότερες έννοιες που χρησιμοποιούνται στο μοντέλο αυτό:

- **D** = διακριτή τυχαία μεταβλητή που αντιπροσωπεύει τη ζήτηση (αριθμός μονάδων ανά χρονική περίοδο) – στα πλαίσια της ανάπτυξης του μοντέλου λαμβάνει συνεχείς τιμές
- **f_D(d)** = συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της ζήτησης D
- **M** = διακριτή τυχαία μεταβλητή που αντιπροσωπεύει το χρόνο υστέρησης – στα πλαίσια της ανάπτυξης του μοντέλου λαμβάνει συνεχείς τιμές
- **f_M(m)** = συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας του χρόνου υστέρησης m
- **DDL_T** = ζήτηση κατά τη τυχαία μεταβλητή του χρόνου υστέρησης
- **fDDL_T(ddl_t)** = συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της ζήτησης κατά το χρόνο υστέρησης (θεωρείται πως η ζήτηση και ο χρόνος υστέρησης είναι ανεξάρτητες τυχαίες μεταβλητές)

- **E(DDLT)** = μέση τιμή της ζήτησης κατά το χρόνο υστέρησης
- **R** = αριθμός απαιτούμενων μονάδων για κάθε περίοδο
- **R'** = ρυθμός ανανέωσης μονάδων ανά μονάδα χρόνου (τείνει στο ∞)
- **co** = κόστος παραγγελίας
- **ch** = κόστος τήρησης αποθεμάτων για κάθε περίοδο
- **cb** = κόστος ελλείψεων (ανά προϊόν). Είναι ανεξάρτητο του μήκους της περιόδου ανεκτέλεστης παραγγελίας
- **ROP** = σημείο αναπαραγγελίας
- **E(DDLT > ROP)** = αναμενόμενος αριθμός μονάδων σε έλλειψη κατά τη διάρκεια του χρόνου ανανέωσης των αποθεμάτων ή αναμενόμενο ποσό κατά το οποίο η ζήτηση κατά τη διάρκεια του χρόνου υστέρησης υπερβαίνει το σημείο αναπαραγγελίας
- **C(Q, ROP)** = συνολικό σχετικό κόστος αποθεμάτων ανά χρονική περίοδο
- **E[C(Q, ROP)]** = αναμενόμενο συνολικό σχετικό κόστος αποθεμάτων ανά χρονική περίοδο

Τα παραπάνω χαρακτηριστικά του Μοντέλου Πολλαπλών Περιόδων, κάλλιστα μπορούν να αποτυπωθούν στο παρακάτω διάγραμμα



Εικόνα 2.4: Μοντέλο πολλαπλών περιόδων στοχαστικής ζήτησης

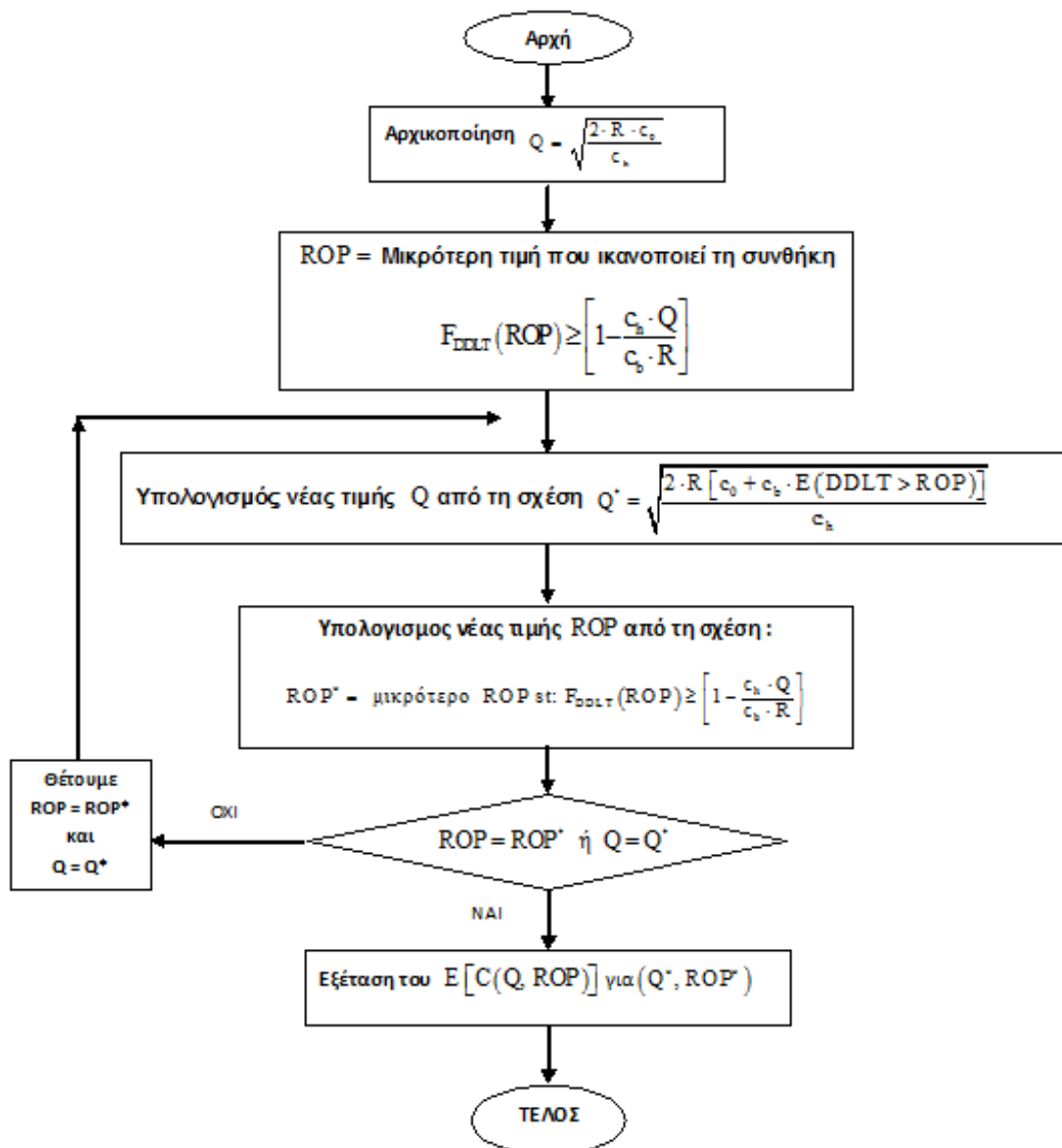
Για την εύρεση της βέλτιστης λύσης απαιτείται η ελαχιστοποίηση του αναμενόμενου συνολικού κόστους αποθεμάτων που δίνεται από τον ακόλουθο τύπο:

$$E[C(Q, ROP)] = C_0 \cdot \frac{R}{Q} + C_h \cdot \left[\frac{Q}{2} + ROP - E(DDLT) \right] + C_b \cdot \frac{R}{Q} \cdot E(DDLT > ROP)$$

Όπου η βέλτιστη λύση θα πρέπει να ικανοποιεί τις παρακάτω εξισώσεις

$$Q = \sqrt{\frac{2 \cdot R \cdot [C_0 + C_b \cdot E(DDLT > ROP)]}{C_h}} \quad (i) \text{ και} \quad F_{DDLT}(ROP^*) = 1 - \frac{C_h \cdot Q^*}{C_b \cdot R} \quad (ii)$$

Την εύρεση της βέλτιστης λύσης μπορούμε να την περιγράψουμε με την παρακάτω αλγοριθμική διαδικασία



Εικόνα 2.5: Αλγόριθμος εύρεσης βέλτιστης λύσης για μοντέλο πολλαπλών περιόδων στοχαστικής ζήτησης

2.5 Παράδειγμα - Εφαρμογή Στοχαστικού Μοντέλου Πολλαπλών Περιόδων

Θεωρούμε ένα προϊόν με κατανομή εβδομαδιαίας ζήτησης που φαίνεται στον Πίνακα 1.3 ενώ η κατανομή του χρόνου υστέρησης απεικονίζεται στον Πίνακα 1.4. Επιπλέον δίνονται τα ακόλουθα στοιχεία κόστους που σχετίζονται με τα αποθέματα, το κόστος παραγγελίας (c_o) είναι ίσο με € 160 ανά παραγγελία, το κόστος διατήρησης αποθεμάτων (c_h) που είναι ίσο με € 5 ανά μονάδα ανά έτος, το κόστος έλλειψης αποθεμάτων (c_b) που ισούται με € 1 ανά μονάδα - προϊόν. Η συνολική ανά έτος ζήτηση είναι 10000 μονάδες – προϊόντα.

Πίνακας 1.3: Κατανομή εβδομαδιαίας ζήτησης προϊόντος

d	P (D=d)
150	0,3
200	0,4
250	0,3

Πίνακας 1.4: Κατανομή χρόνου υστέρησης (εβδομάδες)

m	P (M=m)
1	0,25
2	0,50
3	0,25

Μαθηματική επίλυση

Πριν από την εφαρμογή της αλγοριθμικής διαδικασίας που περιγράφεται αναλυτικά στην εικόνα 1 και που αποτελεί μια επαναληπτική διαδικασία είναι απαραίτητο να γίνουν κάποιοι υπολογισμοί. Συγκεκριμένα, θα υπολογιστούν οι πιθανότητες, αθροιστικές πιθανότητες της ζήτησης κατά τη διάρκεια του χρόνου υστέρησης και ο αναμενόμενος αριθμός μονάδων σε έλλειψη κατά τη διάρκεια του χρόνου ανανέωσης των αποθεμάτων.

ddl	fDDLT(ddlt)	FDDLT(ddlt)	E(DDLT>ddlt)

α) Αρχικά από τον Πίνακα 1.3 παρατηρούμε πως η ζήτηση μεταβάλλεται σταδιακά κατά 50 μονάδες. Επιπλέον δεδομένου ότι ο Πίνακας 1.3 αφορά την κατανομή της εβδομαδιαίας ζήτησης και έχει μέγιστη τιμή το 250 και ότι ο Πίνακας 1.4 μελετά την κατανομή του χρόνου υστέρησης για τρεις εβδομάδες συνεπάγεται πως η μελέτη θα αφορά τη ζήτηση από 150 έως 750 μονάδες ($250 \cdot 3 = 750$).

Επομένως η ζήτηση κατά το χρόνο υστέρησης λαμβάνει τις εξής τιμές: 150, 200, 250, 300, 350,..., 750 (Πίνακας 1.5).

Ακολουθεί ο υπολογισμός της πιθανότητας $f_{DDL T}$ (ddlt). Στο σημείο αυτό θα παραθέσουμε αναλυτικά τη διαδικασία υπολογισμού της πιθανότητας για μερικές ενδεικτικές τιμές της ζήτησης, δηλαδή για τις τιμές 150, 300, 400, και 550.

➤ **ddlt = 150**

Η ζήτηση 150 προκύπτει με βάση τον Πίνακα 1.3 αποκλειστικά με ένα τρόπο (συνδυασμό), συγκεκριμένα όταν $ddlt = 150$.

$$\begin{aligned} f_{DDL T}(150) &= P(M=1) \cdot \left[\binom{1}{1} \cdot f_{DDL T}(150) \right] = \\ &= P(M=1) \cdot \left[\binom{1}{1} \cdot (0,3)^1 \right] = 0,25 \cdot [1 \cdot (0,3)^1] = 0,25 \cdot 0,3 = 0,075 \end{aligned}$$

Οι παράγοντες της παραπάνω συνάρτησης που ενδεχομένως επιδέχονται περισσότερης εξήγησης είναι ο $P(M=1)$ και ο συνδυασμός $\binom{1}{1}$. Όσον αφορά το $P(M=1)$, προκύπτει από το γεγονός ότι απαιτείται μια εβδομάδα για να επιτευχθεί αυτή η ζήτηση ενώ ο συνδυασμός $\binom{1}{1}$ προκύπτει επειδή επίσης μια εβδομάδα απαιτείται για να επιτευχθεί αυτή η ζήτηση και επειδή ο μέγιστος αριθμός εμφάνισης της ίδιας της Ζήτησης είναι πάλι μονάδα

➤ **ddlt = 300**

Η ζήτηση 300 προκύπτει με βάση τον Πίνακα 1.3 αποκλειστικά με ένα τρόπο (συνδυασμό), όταν $ddlt = 150 \times 2$.

$$\begin{aligned} f_{DDL T}(300) &= P(M=2) \cdot \left[\binom{2}{2} \cdot f_{DDL T}(150)^2 \right] = \\ &= P(M=2) \cdot [1 \cdot (0,3)^2] = 0,5 \cdot [1 \cdot (0,3)^2] = 0,50 \cdot 0,09 = 0,045 \end{aligned}$$

Όπως και προηγουμένως, οι παράγοντες της παραπάνω συνάρτησης που

ενδεχομένως επιδέχονται περισσότερης εξήγησης είναι ο $P(M=2)$ και ο συνδυασμός $\binom{2}{2}$. Όσον αφορά το $P(M=2)$, προκύπτει από το γεγονός ότι απαιτούνται δύο εβδομάδες για να επιτευχθεί αυτή η ζήτηση (150 + 150) ενώ ο συνδυασμός $\binom{2}{2}$ προκύπτει επειδή επίσης δύο εβδομάδες απαιτούνται για να επιτευχθεί αυτή η ζήτηση και επειδή ο μέγιστος αριθμός εμφάνισης της ίδιας ζήτησης είναι ίσος με το 2 ($f_{DDL}(150)^2$)

➤ **ddl = 400**

Η ζήτηση 400 προκύπτει με βάση τον Πίνακα 1.3 με δύο τρόπους, όταν $ddl = 200 \times 2$ και όταν $ddl=150 + 250$.

$$f_{DDL}(400) = P(M=2) \cdot \left[\binom{2}{2} \cdot f_{DDL}(200)^2 + \binom{2}{1} \cdot f_{DDL}(150) \cdot f_{DDL}(250) \right] =$$

$$= P(M=2) \cdot [1 \cdot (0,4)^2 + 2 \cdot 0,3 \cdot 0,3] = 0,5 \cdot [0,16 + 0,18] = 0,50 \cdot 0,34 = 0,17$$

➤ **ddl = 550**

Η ζήτηση 550 προκύπτει με βάση τον Πίνακα 1.3 με δύο τρόπους, όταν $ddl = 200 \times 2 + 150$ και όταν $ddl=150 \times 2 + 250$.

$$f_{DDL}(550) = P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{2} \cdot f_{DDL}(200)^2 \cdot f_{DDL}(150) + \binom{3}{2} \cdot f_{DDL}(150)^2 \cdot f_{DDL}(250) \right] =$$

$$= P(M=3) \cdot [3 \cdot (0,4)^2 \cdot 0,3 + 3 \cdot 0,3^2 \cdot 0,3] = 0,25 \cdot [3 \cdot 0,048 + 3 \cdot 0,027] = 0,75 \cdot 0,075 = 0,05625$$

Ομοίως προκύπτουν και οι υπόλοιπες πιθανότητες.

Η αθροιστική πυκνότητα πιθανότητας προκύπτει αθροίζοντας τις προηγούμενες πιθανότητες. Για παράδειγμα δεδομένου ότι πλέον η στήλη των πιθανοτήτων $f_{DDL}(ddl)$ είναι γνωστή, το

$$F_{DDL}(150) = f_{DDL}(150) = 0,075, \text{ το}$$

$$F_{DDL}(200) = f_{DDL}(150) + f_{DDL}(200) = 0,075 + 0,100 = 0,175 \text{ και ούτω καθεξής.}$$

Τέλος, υπολογίζεται ο αναμενόμενος αριθμός μονάδων σε έλλειψη κατά τη διάρκεια του χρόνου ανανέωσης των αποθεμάτων. Στο σημείο αυτό θα παραθέσουμε αναλυτικά τη διαδικασία υπολογισμού της παραμέτρου αυτής για μερικές ενδεικτικές τιμές της ζήτησης, δηλαδή για τις τιμές 700 και 550.

➤ **ddlt = 700**

$$E(DDLT > 700) = (750 - 700) \cdot f_{DDLT}(750) = 50 \cdot 0,00675 = 0,3375$$

➤ **ddlt = 550**

$$\begin{aligned} E(DDLT > 550) &= (750 - 550) \cdot f_{DDLT}(750) + \\ &+ (700 - 550) \cdot f_{DDLT}(700) + \\ &+ (650 - 550) \cdot f_{DDLT}(650) + \\ &+ (600 - 550) \cdot f_{DDLT}(600) + \\ &+ (550 - 550) \cdot f_{DDLT}(550) = \\ &= 200 \cdot 0,00675 + 150 \cdot 0,027 + 100 \cdot 0,05625 + 50 \cdot 0,07 = 14,525 \end{aligned}$$

Πίνακας 1.5: Υπολογισμός Βασικών Παραμέτρων για το παράδειγμα Μοντέλου Πολλαπλών Περιόδων

ddlt	f _{DDLT} (ddlt)	F _{DDLT} (ddlt)	E(DDLT>ddlt)
150	0,07500	0,07500	250,0000
200	0,10000	0,17500	203,7500
250	0,07500	0,25000	162,5000
300	0,04500	0,29500	125,0000
350	0,12000	0,41500	89,7500
400	0,17000	0,58500	60,5000
450	0,12675	0,71175	39,7500
500	0,07200	0,78375	25,3375
550	0,05625	0,84000	14,5250
600	0,07000	0,91000	6,525
650	0,05625	0,96625	2,025
700	0,02700	0,99325	0,3375
750	0,00675	1,00000	0

β) Το επόμενο βήμα είναι η εφαρμογή του αλγορίθμου που περιγράφεται αναλυτικά στην Εικόνα 2.5. Συνοπτικά ο αλγόριθμος αυτός περιλαμβάνει τον υπολογισμό του ζεύγους αριθμού αποθεμάτων και σημείου αναπαραγγελίας που ελαχιστοποιεί τη συνολική συνάρτηση κόστους.

Η διαδικασία εύρεσης του ζεύγους που πραγματοποιείται είναι επαναληπτική και θεωρείται επιτυχής όταν είτε το Q είτε το ROP δύο

διαδοχικών επαναλήψεων είναι ίδιο.

Αρχικοποίηση

Υπολογισμός του πρώτου ζεύγος Q και ROP. Το Q δίνεται από τον απλούστερο τύπο διαχείρισης αποθεμάτων, δηλαδή:

$$Q = \sqrt{\frac{2 \cdot R \cdot C_0}{C_h}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10000 \cdot 160}{5}} = 800$$

Η τιμή του ROP προκύπτει έμμεσα από την ακόλουθη συνθήκη

$$F_{DDLT}(ROP) \geq \left[1 - \frac{C_h \cdot Q}{C_p \cdot R} \right]$$

$$\text{Συγκεκριμένα, } F_{DDLT}(ROP) \geq \left[1 - \frac{C_h \cdot Q}{C_p \cdot R} \right] = \left[1 - \frac{5 \cdot 800}{1 \cdot 10000} \right] = 0,6$$

Από τον Πίνακα 1.5 προκύπτει πως το ddlit κυμαίνεται ανάμεσα στο 400 και 450 καθώς $F_{DDLT}(400) = 0,585$ και $F_{DDLT}(450) = 0,71175$. Λαμβάνουμε την μεγαλύτερη τιμή από τις δυο και επομένως προκύπτει ROP = 450

Συνεπώς το ζευγάρι είναι (Q=800, ROP=450)

Επανάληψη

Υπολογισμός του δεύτερου ζεύγους Q₁ και ROP₁. Το Q δίνεται πλέον από τον τύπο (I).

$$Q_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot R \cdot [C_o + C_p \cdot E(DDLT > ROP)]}{C_h}} =$$
$$= \sqrt{\frac{2 \cdot 10000 \cdot [160 + 1 \cdot 39,75]}{5}} = 893,9$$

Στρογγυλοποιούμε προς την πλησιέστερη πενήντάδα και προκύπτει πως Q₁=900. Η τιμή του ROP δίνεται ως εξής :

$$F_{DDLT}(ROP) \geq \left[1 - \frac{C_h \cdot Q}{C_p \cdot R} \right] = \left[1 - \frac{5 \cdot 900}{1 \cdot 10000} \right] = 0,55$$

Από τον πίνακα 1.5 προκύπτει πως το ddl κυμαίνεται ανάμεσα στο 350 και 400 καθώς $F_{DDL}(350) = 0,41500$. και $F_{DDL}(400) = 0,58500$. Λαμβάνουμε την μεγαλύτερη τιμή από τις δυο και επομένως προκύπτει $ROP_1 = 400$

Συνεπώς το ζευγάρι είναι ($Q_1=900$, $ROP_1=400$)

Έλεγχος

Στο βήμα αυτό ελέγχεται αν οι τιμές του Q ή του ROP είναι ίδιες για δυο διαδοχικά ζεύγη – λύσεις. Το πρώτο ζεύγος είναι το ($Q=800$, $ROP=450$) και το δεύτερο το ($Q_1=900$, $ROP_1=400$). Επειδή το $Q \neq Q_1$ και $ROP \neq ROP_1$ συνεπάγεται πως το ζεύγος ($Q_1=900$, $ROP_1=400$) δεν είναι η βέλτιστη λύση και άρα θα πρέπει να υπολογιστούν εκ νέου τα Q και ROP

Επανάληψη

Υπολογισμός του τρίτου ζεύγους Q_2 και ROP_2

$$Q_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot R \cdot [C_o + C_p \cdot E(DDL > ROP_1)]}{C_h}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10000 \cdot [160 + 1 \cdot 60,5]}{5}} = 939,1$$

Στρογγυλοποιούμε προς την πλησιέστερη πενήντάδα και προκύπτει πως $Q_2=950$. Η τιμή του ROP δίνεται ως εξής :

$$F_{DDL}(ROP) \geq \left[1 - \frac{C_h \cdot Q}{C_p \cdot R} \right] = \left[1 - \frac{5 \cdot 950}{1 \cdot 10000} \right] = 0,525$$

Από τον πίνακα 1.5 προκύπτει πως το ddl κυμαίνεται ανάμεσα στο 350 και 400 καθώς $F_{DDL}(350) = 0,41500$. και $F_{DDL}(400) = 0,58500$. Λαμβάνουμε την μεγαλύτερη τιμή από τις δυο και επομένως προκύπτει $ROP_2 = 400$

Συνεπώς το ζευγάρι είναι ($Q_2=950$, $ROP_2=400$)

Έλεγχος

Το πρώτο ζεύγος είναι το ($Q_1=900$, $ROP_1=400$) και το δεύτερο το ($Q_2=900$, $ROP_2=400$). Επειδή το $Q_1 = Q_2$ και $ROP_1 = ROP_2$ συνεπάγεται πως η λύση που ελαχιστοποιεί το συνολικό κόστος είναι το ζεύγος ($Q_2=950$, $ROP_2=400$)

γ) Το τελευταίο βήμα είναι η αξιολόγηση του ζεύγους που υπολογίστηκε ως βέλτιστο. Συγκεκριμένα λόγω των διαδοχικών στρογγυλοποιήσεων που πραγματοποιήθηκαν, θα υπολογιστεί η τιμή του συνολικού κόστους για το βέλτιστο ζεύγος καθώς και για τιμές γύρω από αυτό. Οι τιμές των (Q, ROP) οι οποίες ελέγχονται και τα υπολογιζόμενα στοιχεία κόστους φαίνονται στον Πίνακα 1.6.

Ενδεικτικά υπολογίζουμε το συνολικό κόστος για δύο ζεύγη (Q, ROP).

➤ **Q=900 , ROP=350**

$$E[C(Q, ROP)] = C_0 \cdot \frac{R}{Q} + C_h \cdot \left[\frac{Q}{2} + ROP - E(DDLT) \right] + C_b \cdot \frac{R}{Q} \cdot E(DDLT > ROP) =$$

$$= 160 \cdot \frac{10000}{900} + 5 \cdot \left[\frac{900}{2} + 350 - 400 \right] + 1 \cdot \frac{10000}{900} \cdot 89,75 \approx 4775$$

➤ **Q=950 , ROP=400**

$$E[C(Q, ROP)] = C_0 \cdot \frac{R}{Q} + C_h \cdot \left[\frac{Q}{2} + ROP - E(DDLT) \right] + C_b \cdot \frac{R}{Q} \cdot E(DDLT > ROP) =$$

$$= 160 \cdot \frac{10000}{950} + 5 \cdot \left[\frac{950}{2} + 400 - 400 \right] + 1 \cdot \frac{10000}{950} \cdot 89,75 \approx 4696$$

Σημειώνεται πως η μέση τιμή της ζήτησης στο χρόνο υστέρησης δίνεται

$$E(DDLT) = \sum_{all\ ddt} ddt \cdot f_{DDLT}(ddt) \text{ και είναι ίση με } 400$$

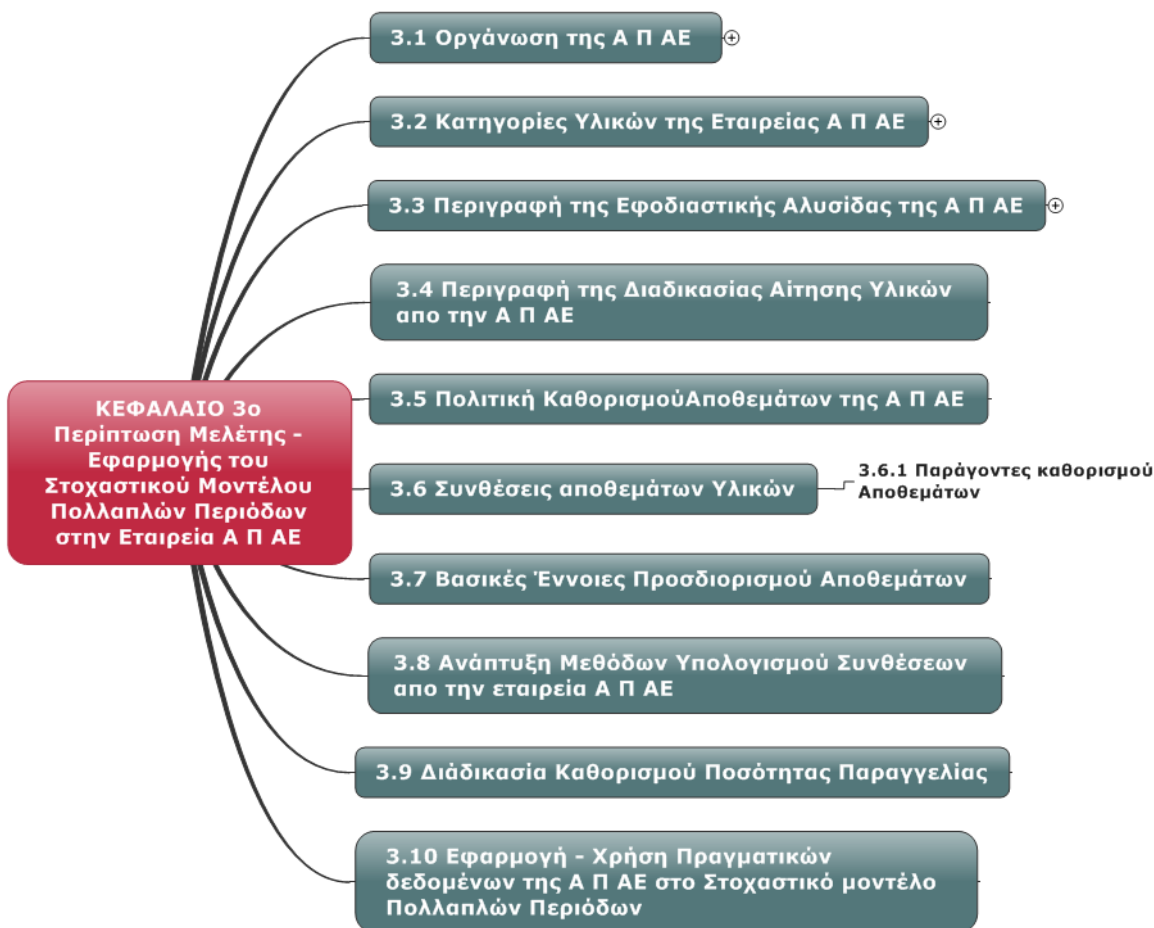
Πίνακας 1.6: Υπολογισμός ζευγών Q, ROP και αντίστοιχου κόστους για το παράδειγμα μοντέλου πολλαπλών περιόδων.

ROP	Q	E[C(Q,ROP)]
350	900	4775
350	950	4754
350	1000	4748
400	900	4700
400	950	4696
400	1000	4705
450	900	4719
450	950	4728
450	1000	4748

Παρατηρώντας προσεκτικά τον Πίνακα 1.6 προκύπτει πως όντως το ζευγάρι (Q, ROP) που δίνει το ελάχιστο κόστος είναι το (950, 400).

Κεφάλαιο 3^ο : Περίπτωση Μελέτης – Εφαρμογής του Στοχαστικού Μοντέλου Πολλαπλών Περιόδων στην Εταιρεία Α Π ΑΕ

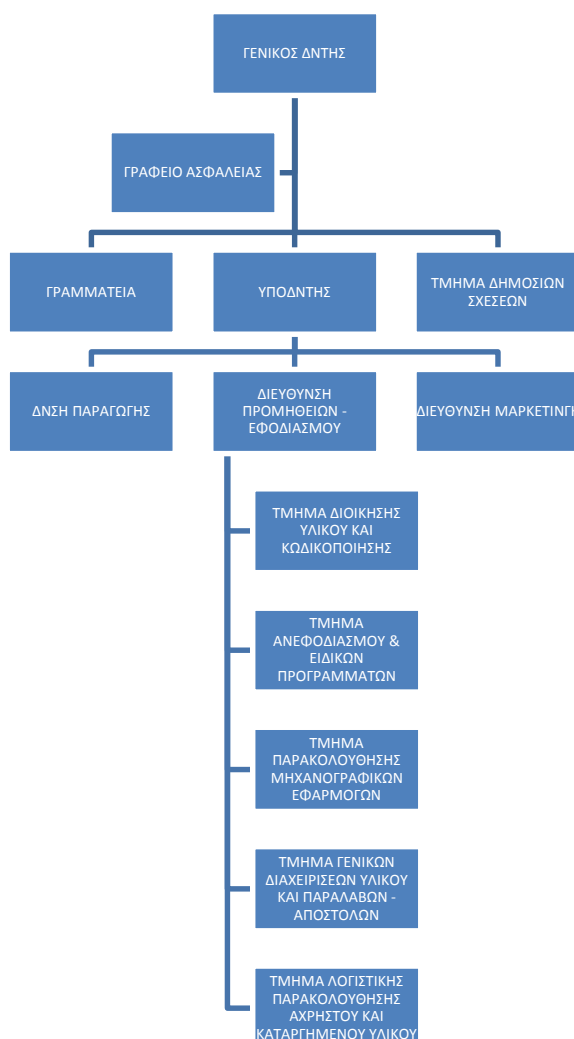
Στο τελευταίο κεφάλαιο, που αποτελεί και το αντικείμενο της έρευνάς μας, γίνεται μια λεπτομερής παρουσίαση του τρόπου οργάνωσης – λειτουργίας – λήψης αποφάσεων – πολιτικής καθορισμού των αποθεμάτων της Α Π ΑΕ, προκειμένου να γίνει αντιληπτός ο τρόπος με τον οποίο λειτουργεί. Εν συνεχεία με βάση κάποια πραγματικά δεδομένα που έχουν ληφθεί από την εν λόγω εταιρεία γίνεται προσπάθεια σύγκρισης μεταξύ των αποτελεσμάτων που προκύπτουν από την πολιτική που εφαρμόζει για τα αποθέματά της η Α Π ΑΕ, καθώς και των αντίστοιχων που προκύπτουν από το Στοχαστικό Μοντέλο Πολλαπλών Περιόδων. Αναλυτικότερα, τα περιεχόμενα του κεφαλαίου φαίνονται στην Εικόνα 3.1.



Εικόνα 3.1: Σχηματική αναπαράσταση του περιεχομένου του Κεφαλαίου 3

3.1 Οργάνωση της ΑΠ Α.Ε

Όπως κάθε επιχείρηση ή οργανισμός, έτσι και η εταιρεία ΑΠ Α.Ε παρουσιάζει μια οργανωτική δομή, αποτελούμενη από Διευθύνσεις και Τμήματα, προκειμένου να επιτευχθεί η εύρυθμη λειτουργία της, αλλά και οι στόχοι του κάθε τμήματος χωριστά. Παρακάτω παρουσιάζεται το Οργανόγραμμα της ΑΠ Α.Ε συνοπτικά, δίνοντας έμφαση στη Διεύθυνση Εφοδιασμού και στα επιμέρους τμήματά της που ασκούν τη διοίκηση του υλικού.



Εικόνα 3.2: Οργανόγραμμα της Εταιρείας Α Π ΑΕ

3.2 Κατηγορίες Υλικών της Εταιρείας ΑΠ Α.Ε

Τα υλικά της ΑΠ Α.Ε εξεταζόμενα από πλευράς αποστολής, αξίας, ανάλωσης, ποιοτικής κατάστασης, χρόνου ζωής και ελέγχου χορήγησης, διακρίνονται σε αντίστοιχες κατηγορίες. Προκειμένου να γίνει κατανοητός ο τρόπος και η φιλοσοφία καθορισμού και ελέγχου των αποθεμάτων στην εν λόγω εταιρεία, κρίνεται σκόπιμο να αναφερθούμε κυρίως στην διάκριση τους από πλευράς ανάλωσης και ποιοτικής κατάστασης.

➤ Διάκριση από πλευράς ανάλωσης:

α. Υλικά Μη Αναλώσιμα: Χαρακτηρίζονται τα υλικά τα οποία κατά την χρήση τους δεν μεταβάλλεται η αρχική τους μορφή.

β. Υλικά Αναλώσιμα: Χαρακτηρίζονται εκείνα τα υλικά που κατά την διάρκεια της χρήσης τους μεταβάλουν την αρχική τους μορφή, αναλίσκόμενα μερικώς ή ολικώς.

➤ Διάκριση από πλευράς ποιοτικής κατάστασης:

α. Καινούργιες: Υλικό που παραλαμβάνεται από οποιαδήποτε πηγή ανεφοδιασμού σε ποιοτική κατάσταση "New ή Factory New" και δύναται να χρησιμοποιηθεί αμέσως.

β. Εύχρηστο: Υλικό που έχει ήδη χρησιμοποιηθεί και βρίσκεται σε κατάσταση άμεσης χρησιμοποίησης.

γ. Επισκευάσιμο: Υλικό το οποίο δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί παρά μόνο κατόπιν επισκευής του.

δ. Άχρηστο: Υλικό το οποίο εξαιτίας της χρήσης του ή οποιασδήποτε άλλης αιτίας, αχρηστεύτηκε τελείως ή υπέστη τέτοια φθορά ώστε η επισκευή του με σκοπό την επαναχρησιμοποίηση να μην θεωρείται οικονομικά συμφέρουσα. Στην κατηγορία αυτή ανήκουν και υλικά που βρίσκονται στην κατάσταση του καινούργιους, ευχρήστου, επισκευασίμου ή επιθεωρήσιμου τα οποία αποσύρονται από την κυκλοφορία, βάσει τεχνικής οδηγίας.

στ. Επιθεωρήσιμο : Υλικό το οποίο μπορεί να χρησιμοποιηθεί μόνο κατόπιν προηγούμενης δοκιμής ή επιθεώρησής του.

3.3 Περιγραφή της Εφοδιαστικής Αλυσίδας της Α Π Α.Ε

Ένας γενικός ορισμός της εφοδιαστικής αλυσίδας είναι ροή υλικών από τους προμηθευτές υλικών προς τον τελικό καταναλωτή – πελάτη. Έτσι λοιπόν και η Εφοδιαστική Αλυσίδα της **ΑΠ Α.Ε** έγκειται στην προμήθεια των υλικών από το Κέντρο Εφοδιασμού της και στην αποστολή αυτών στους Πελάτες, προκειμένου να καλυφθούν οι απαιτήσεις τους. Ικανοποιητικά αποθέματα ασφαλείας τηρούνται σε διάφορα επίπεδα της αλυσίδας, ώστε να καλύπτονται άμεσα οι απαιτήσεις, ενώ η αναπλήρωση τους γίνεται με συγκεντρωτικές παραγγελίες.

Συγκεκριμένα, οι κύριοι “Πελάτες” της αλυσίδας είναι οι Μονάδες που αποτελούνται από *Μοίρες* Αεροσκαφών και Ελικοπτέρων, καθώς και οι Μονάδες που αποτελούνται από Οπλικά Συστήματα. Κάθε Μοίρα Α/Φ , Ε/Π και Οπλικών Συστημάτων, πλαισιώνεται από ένα επιτελείο τεχνικών, που επιφορτίζονται με την τροφοδοσία υλικών και την βασική συντήρηση των μέσων.



Εικόνα 3.3: Εφοδιαστική Αλυσίδα της Εταιρείας Α Π ΑΕ

Το *Κέντρο Εφοδιασμού* της Α Π ΑΕ, διαχειρίζεται τα κύρια αποθέματα, παρακολουθεί το ύψος αυτών και προβαίνει σε παραγγελίες ή ανακατανομές των υλικών, ανάλογα με τις απαιτήσεις και όποτε κρίνεται αυτό απαραίτητο. Επιπλέον το εν λόγω Κέντρο Εφοδιασμού προμηθεύεται τα υλικά που είναι απαραίτητα για την συντήρηση και αναπλήρωση του αποθέματος από διάφορες Πηγές Εσωτερικού και Εξωτερικού.

Η ροή των υλικών στην αλυσίδα εφοδιασμού είναι αμφίδρομη (reverse logistics), καθώςον παράλληλα με την χορήγηση υλικών προς τις Μονάδες – Πελάτες της, επιστρέφονται στο Εφοδιαστικό κέντρο υλικά, σημαντικής συνήθως αξίας, προκειμένου να προωθηθούν για επισκευή ή ρύθμιση σε κατάλληλους φορείς όπως

εργοστάσια εσωτερικού και εξωτερικού καθώς και Πιστοποιημένους επισκευαστικούς φορείς.

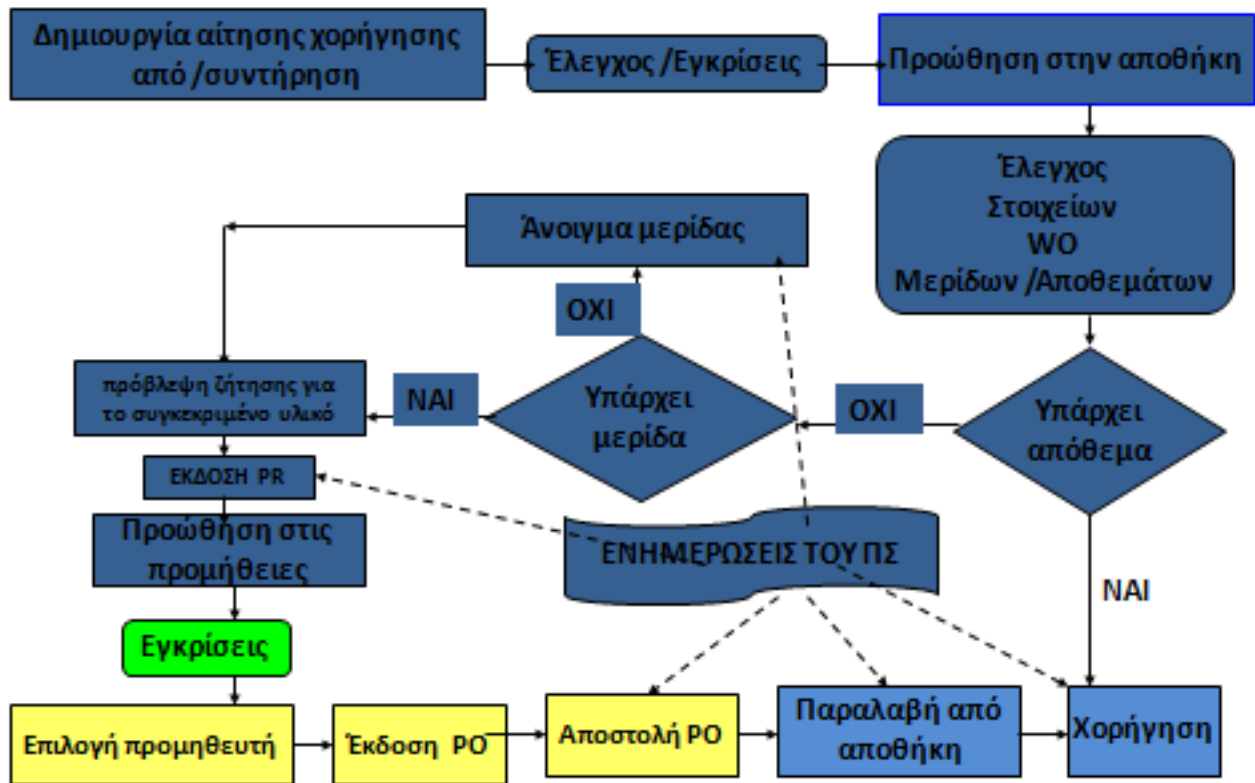
3.4 Περιγραφή της Διαδικασίας Αίτησης Υλικών από την Α Π Α.Ε

Από τη στιγμή που ένα υλικό ζητείται από την Α Π Α.Ε μέχρι και την τελική απόκτηση αυτού, εάν δεν είναι άμεσα διαθέσιμο, ακολουθούνται τα παρακάτω βήματα – διαδικασίες :

- Δημιουργία Αίτησης Χορήγησης του υλικού
- Έλεγχος ως προς τα στοιχεία και τις ζητούμενες ποσότητες της αίτησης, δηλαδή αν ανταποκρίνονται στο συγκεκριμένο υλικό που ζητείται
- Προώθηση στην αποθήκη και έλεγχος των στοιχείων του υλικού για να διαπιστωθεί η διαθεσιμότητά του ή μη, σε απόθεμα
- Εάν υπάρχει σε απόθεμα τότε χορηγείται άμεσα
- Σε αντίθετη περίπτωση ελέγχεται αν υπάρχει μερίδα και κατά συνέπεια ιστορικό ζήτησης του εν λόγω Υλικού. Εάν υπάρχει, τότε εκδίδεται Εντολή Αγοράς του Υλικού αυτού. Εάν δεν υπάρχει μερίδα τότε πρώτα ανοίγεται μερίδα, εν συνεχεία καθορίζεται και η πρόβλεψη ζήτησης για το Υλικό αυτό και εν τέλει εκδίδεται Εντολή αγοράς.
- Η Εντολή Αγοράς προωθείται στο Τμήμα Προμηθειών και εφόσον εγκριθεί στέλνεται σε εταιρείες που δύναται να καλύψουν τις ανάγκες για το Υλικό αυτό
- Αφού ληφθούν οι προσφορές των εταιρειών, αξιολογούνται και επιλέγεται ο προμηθευτής εκείνος που πληρεί τις απαιτήσεις βάσει προδιαγραφών, κόστους, χρόνου παράδοσης, εγγύησης
- Τέλος ο επιλεγθείσας προμηθευτής στέλνει το υλικό στην Εταιρεία και συγκεκριμένα στην αποθήκη, όπου γίνεται ποιοτικός και ποσοτικός έλεγχος και εφόσον δεν διαπιστωθούν ελλείψεις τότε χορηγείται το Υλικό στη Μονάδα που το αιτήθηκε.
- Για όλες τις παραπάνω ενέργειες οι υπεύθυνοι του Εφοδιασμού έχουν την υποχρέωση να συμβουλευονται καθώς και να ενημερώνουν το πληροφοριακό Σύστημα της Εταιρείας

Τα παραπάνω βήματα - διαδικασίες που απαιτούνται για την απόκτηση ενός Υλικού, μπορούν κάλλιστα να γίνουν κατανοητά από το παρακάτω διάγραμμα ροής

ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ ΑΙΤΗΣΗΣ ΑΝΤΑΛΛΑΚΤΙΚΩΝ ΑΠΟ ΣΥΝΤΗΡΗΣΗ ΚΑΙ ΠΑΡΑΚΟΛΟΥΘΗΣΗΣ ΑΝΤΑΛΛΑΚΤΙΚΩΝ (ΕΙΔΩΝ ΑΠΟΘΗΚΗΣ)



Εικόνα 3.4: Διαδικασία Αίτησης Ανταλλακτικών από την Εταιρεία Α Π ΑΕ

3.5 Πολιτική Καθορισμού Αποθεμάτων της ΑΠ Α.Ε

Τα είδη και το ύψος των τηρητέων από την Α Π ΑΕ αποθεμάτων σε υλικά, αποτελούν συνάρτηση διαφόρων παραγόντων, που πρέπει να προσδιορίζονται με σαφή και συγκεκριμένα κριτήρια, ώστε να εξασφαλίζεται κάθε φορά η πλέον αποτελεσματική υποστήριξη, με τη μικρότερη δυνατή δέσμευση οικονομικών μέσων. Οι βασικότεροι από αυτούς που επιδρούν άμεσα ή έμμεσα στην διαμόρφωση τους είναι :

- Οι διαθέσιμες πηγές Εφοδιασμού.
- Το ύψος και η κατανομή των υφιστάμενων αποθεμάτων στους Πελάτες που προμηθεύει.
 - Τα επιθυμητά και παραδεκτά όρια διαθεσιμότητας (Service Level).
 - Ο χρόνος ροής ανεφοδιασμού (total cycle time), που μεταφράζεται ως ο αριθμός ημερών που μεσολαβεί από την τοποθέτηση της αίτησης προς το Εφοδιαστικό Κέντρο της Α Π ΑΕ, όταν αναφερόμαστε στις Μονάδες – Πελάτες, ή της παραγγελίας που τοποθετείται προς τον προμηθευτή, όταν αναφερόμαστε στο κέντρο Εφοδιασμού της Α Π ΑΕ, μέχρι την παραλαβή του υλικού από τον αιτούντα.
 - Οι συντελεστές πρόβλεψης, οι οποίοι για ορισμένο χρόνο εκφράζονται αριθμητικά ως το πηλίκο του υπο εκτέλεση Έργου προς το εκτελεσθέν έργο.
 - Το απόθεμα ασφαλείας (Safety Stock), που είναι η ελάχιστη ποσότητα υλικού κάτω της οποίας το υπάρχον απόθεμα χορηγείται προς ικανοποίηση μόνο επείγουσών αναγκών. Ουσιαστικά, αντιπροσωπεύει το ύψος του αποθέματος που επιτρέπει τη διατήρηση της εφοδιαστικής υποστήριξης σε περιπτώσεις διακοπής της συνηθισμένης ροής ανεφοδιασμού ή απρόβλεπτης αύξησης της ζήτησης.
 - Οι Συνθέσεις των υλικών.
 - Η αξιολόγηση των απαιτήσεων των Μονάδων (πελατών) της ΑΠ Α.Ε .

3.6 Συνθέσεις Αποθεμάτων Υλικών

3.6.1. Παράγοντες Καθορισμού Αποθεμάτων

Με τον όρο «Σύνθεση Υλικών» εννοούμε το απόθεμα των υλικών που πρέπει να τηρείται στο Κέντρο Εφοδιασμού της ΑΠ Α.Ε και στις Μονάδες - Πελάτες με τις οποίες συνεργάζεται για την κάλυψη αναγκών ορισμένης χρονικής περιόδου. Κατά τον υπολογισμό και καθορισμό των συνθέσεων λαμβάνονται υπόψη οι παρακάτω παράγοντες :

➤ **Η Μέση Ημερήσια Κατανάλωση (ΜΗΚ)**, που ορίζεται ως η μέση ποσότητα χορηγήσεων στο χρονικό διάστημα εμφάνισης των στοιχείων κατανάλωσης των τελευταίων 365 ημερών .

➤ **Ο Χρόνος Κύκλου Επισκευής (ΧΚΕ)**, που είναι ο απαιτούμενος χρόνος επισκευής του υλικού (συμπεριλαμβάνεται και ο χρόνος αφαίρεσης-αποστολής και παραλαβής του μετά την επισκευή).

➤ **Τα ποσοστά της επισκευαστικής ικανότητας των ίδιων των Μονάδων - Πελατών (ΠΕΙ)**. Με άλλα λόγια καθορίζει το ποσοστό αξιοποίησης του υλικού στα επισκευαστικά κέντρα εσωτερικού - εξωτερικού. Το ποσοστό αυτό αντιστοιχεί στο πηλίκο της διαίρεσης της ποσότητας των επισκευασθέντων προς την ποσότητα επισκευασθέντων συν τα αχρηστευθέντα.

➤ **Ο Χρόνος Ροής Ανεφοδιασμού (total cycle time)**, ορίζεται ως ο αριθμός των ημερών που μεσολαβεί από την τοποθέτηση αίτησης-παραγγελίας μέχρι την παραλαβή του υλικού από τον αιτούντα (ΧΡΑ).

➤ **Η Τιμή Μονάδας του υλικού.**

➤ **Ο συντελεστής πρόβλεψης**, που εξαρτάται από το υποστηριζόμενο οπλικό σύστημα, με ημερομηνία έναρξης ισχύος για ένα έτος.

➤ **Ο συντελεστής απόκλισης** που καθορίζεται σε συνεργασία της Εταιρείας και των Πελατών της και συνδέεται με το επιθυμητό επίπεδο διαθεσιμότητας των Ο/Σ. Για παράδειγμα για ποσοστό εφοδιαστικής υποστήριξης 84%, που είναι και το επιθυμητό επίπεδο εξυπηρέτησης για την Εταιρεία, ο συντελεστής απόκλισης ορίζεται $A=1$.

3.7 Βασικές Έννοιες Προσδιορισμού Αποθεμάτων

- **Ανώτατο Όριο Αποθέματος (ΑΟΑ):** Είναι το άθροισμα της τηρητέας στάθμης αποθέματος και του αποθέματος που αντιστοιχεί στον χρόνο ροής ανεφοδιασμού.
- **Λειτουργικό Απόθεμα (ΛΑ):** Η ποσότητα αποθέματος που απαιτείται για την κάλυψη των αναγκών λειτουργίας και συντήρησης των Μονάδων για ορισμένη χρονική περίοδο.
- **Χρόνος Ροής Ανεφοδιασμού (ΧΡΑ):** Είναι ο αριθμός των ημερών που μεσολαβούν από την τοποθέτηση της αίτησης-παραγγελίας μέχρι της παραλαβής του υλικού από τον αιτούντα (total order cycle time-lead time). Για το Κέντρο Εφοδιασμού της ΑΠ Α.Ε, ο ΧΡΑ διαφοροποιείται από την πηγή προμήθειας, το πρόγραμμα στο οποίο εντάσσεται η προμήθεια και από διάφορους αστάθμητους παράγοντες.
- **Ποσότητα Χρόνου Ροής Ανεφοδιασμού (ΠΧΡΑ):** Είναι η αναγκαία ποσότητα υλικών για κάλυψη των απαιτήσεων κατά την περίοδο που αντιστοιχεί στο χρόνο ροής Ανεφοδιασμού (Lead time demand).
- **Απόθεμα Ασφαλείας (ΑΑ).** Είναι η ελάχιστη ποσότητα υλικού κάτω της οποίας το υπάρχον απόθεμα χορηγείται προς ικανοποίηση μόνο αναγκών προτεραιότητας. Το Α.Α (Safety Stock) αντιπροσωπεύει το ύψος του αποθέματος που επιτρέπει την διατήρηση της εφοδιαστικής υποστήριξης, σε περιπτώσεις διακοπής της συνηθισμένης ροής ανεφοδιασμού ή απρόβλεπτης αύξησης της ζήτησης ενός συγκεκριμένου υλικού.
- **Σημείο Αναπαραγγελίας (ΣΑ):** Είναι το σημείο (Reorder Point) στο οποίο όταν φθάσει το Λειτουργικό απόθεμα, πρέπει να τοποθετηθεί παραγγελία για κάλυψη του προβλεπόμενου Ανώτατου Ορίου Αποθέματος.

3.8 Ανάπτυξη Μεθόδων Υπολογισμού Συνθέσεων

α. Αναλώσιμα Υλικά.

Εφαρμόζεται η μέθοδος της Οικονομικής Ποσότητας Παραγγελίας (ΟΠΠ) μέσω της οποίας ελαχιστοποιείται το κόστος απόκτησης, σε συνάρτηση με την τιμή Μονάδας και την Ημερήσια Κατανάλωση.

Στο Κέντρο Εφοδιασμού της ΑΠ Α.Ε, η μέθοδος αυτή εφαρμόζεται όταν ο υπολογισμός των απαιτήσεων και η προβολή αυτών γίνεται σε καθημερινή βάση ή τουλάχιστον σε χρονικά διαστήματα μικρότερα των 60 ημερών, που καλύπτονται από την ελάχιστη οικονομική ποσότητα παραγγελίας. Ειδικότερα έχει εφαρμογή για υλικά με προβλέψιμο χρόνο ροής. Στην περίπτωση της οικονομικής ποσότητας παραγγελίας το Ανώτατο Όριο Αποθέματος δίνεται από τον τύπο.

$$\mathbf{ΑΟΑ = ΟΠΠ + ΠΧΡΑ + ΑΑ + 0,999 \text{ (Στρογγυλοποίηση)}}$$

Όπου **ΑΟΑ** : Ανώτατο Όριο Αποθέματος

ΟΠΠ : Οικονομικής Ποσότητας Παραγγελίας

ΠΧΡΑ : Ποσότητα Χρόνου Ροής Ανεφοδιασμού

ΑΑ : Απόθεμα Ασφαλείας

ΟΠΠ: Είναι το λειτουργικό απόθεμα των αναλωσίμων υλικών το οποίο υπολογίζεται συναρτήσει της τιμής μονάδας του υλικού κατά τέτοιο τρόπο ώστε να ελαχιστοποιείται το μεταβλητό κόστος (order cost and carry-purchase cost). Υπολογίζεται από τον κάτωθι τύπο:

$$EOQ = \sqrt{\frac{2 \times Co \times D}{UC \times Ch}}$$

Co=Κόστος Παραγγελίας ανά παραγγελία.

D=Ετήσια Ζήτηση σε Μονάδες μέτρησης.

UC=Τιμή Μονάδας του Υλικού.

Ch=Ετήσιο Κόστος Διατήρησης (συνεπαγόμενο) σε ποσοστό της τιμής αγοράς.

Επειδή $D = MHK \times 365$, το Co έχει υπολογιστεί στα 4,54\$ και το $Ch = 26\%$ ή 0,26 οπότε ο παραπάνω τύπος γράφεται:

$$\text{➤ } \text{ΟΠΠ} = \sqrt{\frac{2 \times Co \times D}{UC \times Ch}} = \sqrt{\frac{2 \times 4.54 \times MHK \times 365}{UC \times 0.26}} = 5,9 \times \frac{\sqrt{MHK \times 365 \times TM}}{TM}$$

Από τον ανωτέρω τύπο είναι κατανοητό ότι η ΟΠΠ εξαρτάται από την τιμή κτήσης του υλικού (TM).

Μέση Ημερήσια Κατανάλωση: Είναι ο μέσος χρόνος αναλώσεως της ημέρας. Αναπροσαρμόζεται από το Συντελεστή Πρόβλεψης και χρησιμοποιείται για την διαμόρφωση του Ανώτατου Ορίου Αποθέματος. Υπολογίζεται από τον παρακάτω τύπο:

$$MHK = \frac{SLF}{\text{ΗΠ}} \pm \Delta MHK$$

Όπου: SLF= Η συνολική ποσότητα των χορηγήσεων ή αιτήσεων που αντιστοιχεί σε ένα χρόνο.

ΗΠ= Ημέρες Πείρας (Η διαφορά της τρέχουσας ημερομηνίας και της ημερομηνίας πρώτης ζήτησης).

ΔMHK : Η μεταβολή (αυξητική ή μειωτική) που επέρχεται στην MHK όταν εφαρμόζεται ο συντελεστής πρόβλεψης (ΣΠ). Είναι δε:

$$\text{➤ } \Delta MHK = \frac{MHK \times (\Sigma\P - 1) \times \text{ημέρες ισχύος } \Sigma\P}{365}$$

όπου ημέρες Ισχύος ΣΠ= Ημερομηνία Έναρξης+365-Τρέχουσα Ημερομηνία. Άρα η ΔMHK μηδενίζεται όταν ο ΣΠ=1.

Ποσότητα Χρόνου Ροής Ανεφοδιασμού: Είναι το απόθεμα (lead time demand) που απαιτείται για να καλύψει τις ανάγκες κατά την περίοδο που αντιστοιχεί στο χρόνο ροής ανεφοδιασμού (ΧΡΑ ή delivery time). Υπολογίζεται από τον παρακάτω τύπο:

$$\text{➤ } \text{ΠΧΡΑ} = \text{MHK} \times \text{ΧΡΑ}$$

Απόθεμα Ασφαλείας (AA ή Safety Stock): Αντιπροσωπεύει το ύψος του αποθέματος εκείνου που επιτρέπει τη διατήρηση της εφοδιαστικής υποστήριξης, σε περιπτώσεις διακοπής της συνηθισμένης ροής ανεφοδιασμού ή λόγω απρόβλεπτης αύξησης της ζήτησης ενός συγκεκριμένου υλικού. Υπολογίζεται από τον παρακάτω τύπο:

$$A.A = A \times \sqrt{3 \times \text{ΠΧΡΑ}}$$

A : Ο συντελεστής Απόκλισης. Όταν A>1 το κατώτερο και το ανώτερο όριο ορίζονται σε 60 και 120 ημέρες

Όπου A = Συντελεστής Απόκλισης όπου	Τιμή	Εφοδ. Υποστήριξη
	1	84%
	2	95%
	3	99%

Σημείο Αναπαραγγελίας (ΣΑ ή Reorder point): Είναι το απόθεμα κάτω του οποίου απαιτείται ενέργεια για παραγγελία αναπλήρωσης αποθέματος. Υπολογίζεται από τον παρακάτω τύπο:

$$\Sigma.A = \text{ΠΧΡΑ} + AA + 0,99$$

β. Ποσότητα Κύκλου Επισκευής

Εφαρμόζεται στα υλικά κύκλου επισκευής (επισκευάσιμα υλικά), τα οποία δύναται να επισκευασθούν είτε από την ίδια τη Μονάδα - Πελάτη είτε από επισκευαστικά κέντρα εσωτερικού και εξωτερικού . Κατά την μέθοδο αυτή το Λειτουργικό Απόθεμα (ΛΑ) ισούται με την ποσότητα Κύκλου Επισκευής (Repair Cycle Quantity) και αντιπροσωπεύει την απαιτούμενη ποσότητα για κάλυψη αναγκών της περιόδου κύκλου επισκευής. Στην μέθοδο αυτή το Ανώτατο Όριο Αποθέματος δίνεται από τον τύπο :

$$\text{ΑΟΑ} = \text{ΠΚΕ} + \text{ΠΧΡΑ} + AA + 0,5 \text{ (Στρογγυλοποίηση)}$$

Ποσότητα Κύκλου Επισκευής (ΠΚΕ) : Η ποσότητα κύκλου επισκευής (ΠΚΕ) αντιπροσωπεύει, το ύψος του αποθέματος που είναι αναγκαίο ώστε να καλυφθούν οι ανάγκες κατά την περίοδο του κύκλου επισκευής. Η ποσότητα αυτή είναι συνάρτηση της επισκευαστικής ικανότητας της Μονάδος και μεταβάλλεται ανάλογα. Για να υπολογιστεί απαιτείται ο προσδιορισμός του ποσοστού επισκευαστικής ικανότητας της Μονάδος (ΠΕΙ) και του χρόνου κύκλου επισκευής (ΧΚΕ).

Υπολογίζεται από τον τύπο: $\text{ΠΚΕ} = \text{ΜΗΚ} \times \text{ΠΕΙ} \times \text{ΧΚΕ}$

Όπου : $\text{ΜΗΚ} = \text{Μέση Ημερήσια Κατανάλωση}$

ΠΕΙ = Ποσοστό Επισκευαστικής Ικανότητας της ίδιας της Μονάδος το οποίο καθορίζει την επισκευαστική ικανότητα σε κάθε συγκεκριμένο υλικό κύκλου επισκευής, επί τοις εκατό (%). Υπολογίζεται από τον τύπο:

$$\text{ΠΕΙ}(\%) = \frac{\text{Επισκευασθέντα}}{\text{Επισκευασθέντα} + \text{ΜηΑποδεκτά} + \text{Αχρηστευθέντα}}$$

ΧΚΕ= Χρόνος Κύκλου Επισκευής είναι ο κανονικός χρόνος που απαιτείται εντός του συνεργείου για να ακολουθήσει ένα υλικό την διαδικασία της επισκευής. Δεν μετρώνται τυχόν καθυστερήσεις (χρόνος αποστολής, αναμονής ανταλλακτικών). Υπολογίζεται από τον τύπο:

$$\text{ΧΚΕ} = \frac{\text{Καθαρός Χρόνος Κύκλου Επισκευής}}{\text{Επισκευασθέντα}}$$

Ο μέσος ΧΚΕ υπολογίζεται από στατιστικά τεσσάρων τριμήνων.

Ποσότητα Χρόνου Ροής Ανεφοδιασμού: Είναι το απόθεμα που απαιτείται για να καλύψει τις ανάγκες κατά την περίοδο που αντιστοιχεί στο χρόνο ροής ανεφοδιασμού. Υπολογίζεται από τον τύπο: $\text{ΠΧΡΑ} = \text{ΜΗΚ} \times (1 - \text{ΠΕΙ}) \times \text{ΧΡΑ}$

Όπου : ΜΗΚ=Μέση Ημερήσια Κατανάλωση

ΠΕΙ= Ποσοστό Επισκευαστικής Ικανότητας

ΧΡΑ= Χρόνος Ροής Ανεφοδιασμού

Όταν το ποσοστό επισκευαστικής ικανότητα της Μονάδας (ΠΕΙ) είναι 100% τότε η Ποσότητα του Χρόνου ροής ανεφοδιασμού μηδενίζεται.

Απόθεμα Ασφαλείας: Αντιπροσωπεύει το ύψος του αποθέματος εκείνου που επιτρέπει τη διατήρηση της εφοδιαστικής υποστήριξης, σε περιπτώσεις διακοπής της συνηθισμένης ροής ανεφοδιασμού ή λόγω απρόβλεπτης αύξησης της ζήτησης ενός συγκεκριμένου υλικού. Στην περίπτωση των υλικών κύκλου επισκευής δίνεται από τον τύπο:

$$\text{ΑΑ} = \text{Α} \times \sqrt{3 \times (\text{ΠΚΕ} + \text{ΠΧΡΑ})}$$

Όπου Α ο συντελεστής απόκλισης.

3.9 Διαδικασία καθορισμού Ποσότητας Παραγγελίας

Ο υπεύθυνος Εφοδιασμού (Manager Υλικού) αφού παραλάβει την αίτηση Υλικού από τη Μονάδα – Πελάτη, λαμβάνει υπόψη του και επιπλέον στοιχεία τα οποία θα τον οδηγήσουν στον καθορισμό της τελικής ποσότητας για το συγκεκριμένο Υλικό που ζητείται. Συγκεκριμένα :

- Ελέγχει αν υπάρχει απόθεμα στην Κεντρική Αποθήκη της Α Π ΑΕ
- Ελέγχει αν το συγκεκριμένο Υλικό που ζητείται βρίσκεται σε κάποια άλλη Μονάδα – Πελάτη, προκειμένου να προβεί σε ανακατανομή του Υλικού για την άμεση ικανοποίηση της απαίτησης
- Ελέγχει αν για το συγκεκριμένο Υλικό που ζητείται υπάρχει απαίτηση και από άλλον πελάτη, προκειμένου να προβεί σε μια συγκεντρωτική παραγγελία και με καλύτερους οικονομικούς όρους. Με τον τρόπο αυτό καθορίζει τις Συνολικές Απαιτήσεις για το υπόψη Υλικό
- Ελέγχει βάση του Πληροφοριακού Συστήματος της Α Π ΑΕ την ιστορικότητα δηλαδή την κίνηση του συγκεκριμένου Υλικού τα τελευταία πέντε (5) τουλάχιστον χρόνια
- Τέλος ελέγχει αν περιμένει επιστροφές από το συγκεκριμένο Υλικό, δηλαδή αν υπάρχουν ποσότητες από το Υλικό αυτό σε Επισκευαστικούς Οίκους (Εσωτερικού – Εξωτερικού). Αν υπάρχουν έρχεται σε επικοινωνία μαζί τους για την πιθανή παραλαβή των Υλικών αυτών.
- Εφόσον γίνουν όλοι οι παραπάνω έλεγχοι, τότε καταλήγει στην σωστή ποσότητα που θα παραγγείλει βάση της παρακάτω εξίσωσης :

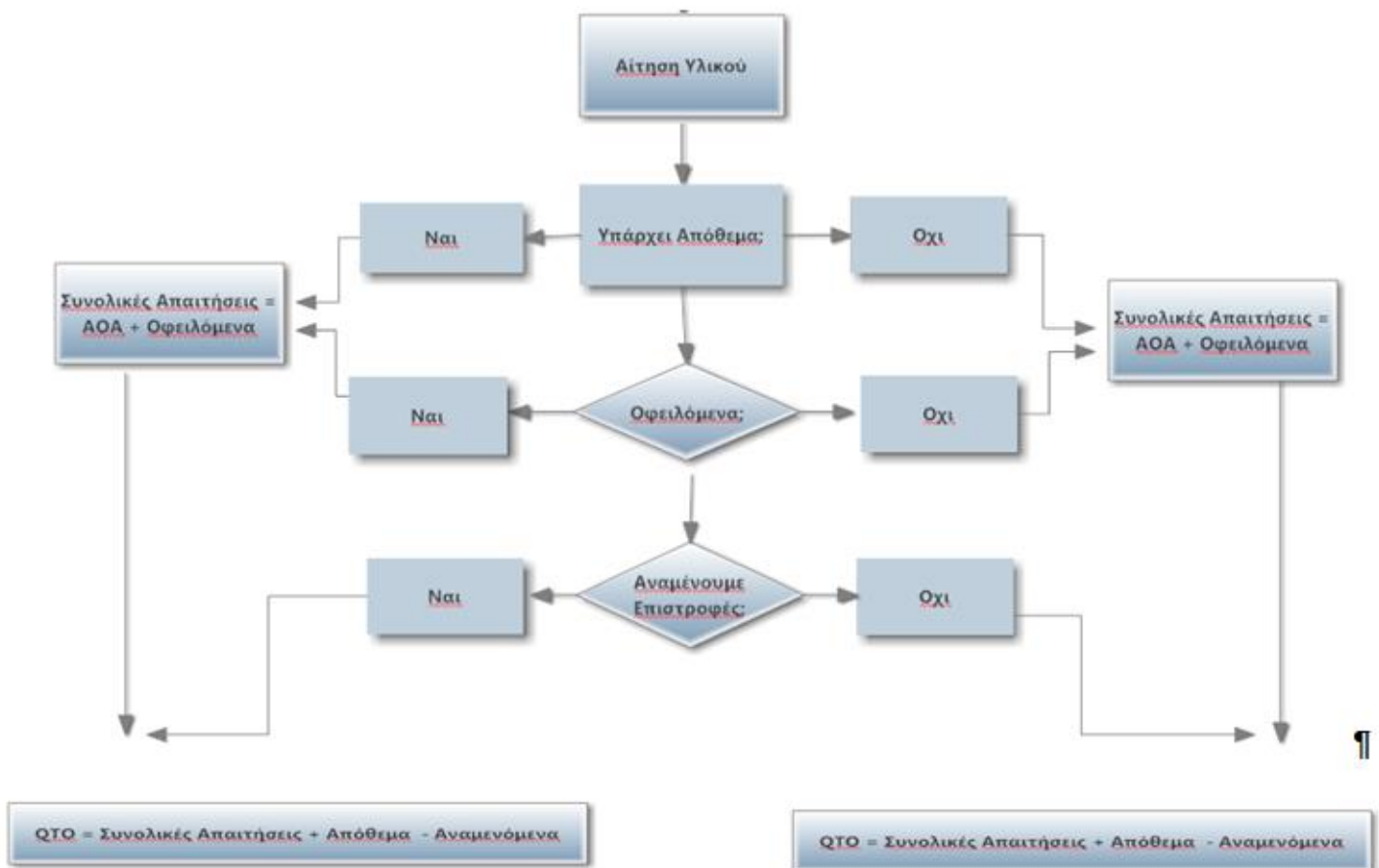
Quantity Order = Συνολικές Απαιτήσεις + Απόθεμα – Αναμενόμενα

Όπου Συνολικές Απαιτήσεις = ΑΟΑ + Οφειλόμενα

με ΑΟΑ = ΟΠΠ + ΠΧΡΑ + ΑΑ + 0,999 (Στρογγυλοποίηση) για Αναλώσιμα

και ΑΟΑ = ΠΚΕ + ΠΧΡΑ + ΑΑ + 0,5 (Στρογγυλοποίηση) για Υλικά Κύκλου Επισκευής

Όλοι οι παραπάνω έλεγχοι στους οποίους προβαίνει ο Manager Υλικού και οι τελικές του αποφάσεις για την Ποσότητα που τελικά θα παραγγείλει, παρουσιάζονται στο παρακάτω διάγραμμα Ροής



Εικόνα 3.5: Διαδικασία Καθορισμού της Ποσότητας Παραγγελίας

3.10 Εφαρμογή – Χρήση Πραγματικών δεδομένων της ΑΠ Α.Ε στο Στοχαστικό Μοντέλο Πολλαπλών Περιόδων

Στη παρούσα διπλωματική θα ασχοληθούμε με το προγραμματισμό παραγγελιών της Χ Μονάδας για το Υλικό με P/N 1452PT1437789. Μετά την πτήση οποιουδήποτε μαχητικού αεροπλάνου, που διαθέτει η συγκεκριμένη Μονάδα, γίνεται έλεγχος για τυχόν φθορές και αξιολογείται η πτητική του ικανότητα. Στο τύπο αεροσκάφους που εξετάζουμε υπάρχει το υλικό με P/N 1452PT1437789, όπου ο κατασκευαστής συνιστά την άμεση αντικατάσταση του μετά από 20 ώρες πτήσης ή τρεις μήνες παραμονής στην αποθήκη. Η συγκεκριμένη μονάδα έχει ως ευθύνη την αναχαίτιση αεροσκαφών τα οποία παραβιάζουν τον Ελληνικό Εναέριο Χώρο και για αυτό το λόγο πρέπει να έχει σε ετοιμότητα όλο το 24ωρο 2 ζεύγη (4 αεροσκάφη) έτοιμα προς απογείωση.

Έτσι για το παραπάνω υλικό η κατανομή εβδομαδιαίας ζήτησης καθώς και η κατανομή του χρόνου υστέρησης φαίνονται στους παρακάτω πίνακες:

Πίνακας 3.1: Εβδομαδιαία ζήτηση για το Υλικό με P/N 1452PT1437789

ΕΒΔΟΜ	2011	ΕΒΔΟΜ	2011	ΕΒΔΟΜ	2011	ΕΒΔΟΜ	2011
1η	45	14η	55	27η	55	40η	55
2η	50	15η	50	28η	55	41η	45
3η	55	16η	45	29η	50	42η	55
4η	45	17η	45	30η	60	43η	50
5η	50	18η	50	31η	55	44η	45
6η	55	19η	45	32η	45	45η	55
7η	50	20η	60	33η	50	46η	50
8η	45	21η	55	34η	55	47η	45
9η	50	22η	50	35η	50	48η	55
10η	60	23η	55	36η	60	49η	50
11η	55	24η	50	37η	45	50η	55
12η	60	25η	45	38η	55	51η	45
13η	50	26η	50	39η	50	52η	50

Πίνακας 3.2: Εβδομαδιαία Υστέρηση για το Υλικό με P/N 1452PT1437789

ΕΒΔΟΜ	ΧΡΟΝΟΣ ΥΣΤΕΡΗΣΗΣ	ΕΒΔΟΜ	ΧΡΟΝΟΣ ΥΣΤΕΡΗΣΗΣ	ΕΒΔΟΜ	ΧΡΟΝΟΣ ΥΣΤΕΡΗΣΗΣ	ΕΒΔΟΜ	ΧΡΟΝΟΣ ΥΣΤΕΡΗΣΗΣ
1η	1	27η	2	14η	4	40η	1
2η	4	28η	1	15η	1	41η	3
3η	1	29η	2	16η	1	42η	2
4η	2	30η	1	17η	1	43η	1
5η	4	31η	1	18η	3	44η	2
6η	1	32η	3	19η	2	45η	3
7η	1	33η	2	20η	2	46η	1
8η	4	34η	1	21η	1	47η	2
9η	2	35η	2	22η	1	48η	2
10η	1	36η	1	23η	2	49η	1
11η	4	37η	2	24η	2	50η	2
12η	1	38η	3	25η	1	51η	1
13η	2	39η	2	26η	3	52η	1

Από τους παραπάνω Πίνακες 3.1 και 3.2 μπορούμε να εξάγουμε συγκεντρωτικά στοιχεία (Πίνακας 3.3 και Πίνακας 3.4) τόσο για τη ζήτηση όσο και για την υστέρηση ανά εβδομάδα για το υπόψη Υλικό.

Έτσι

- Ζήτηση 45 είχαμε για 13 εβδομάδες άρα $P(D = 45) = \frac{13}{52} = 0,25$
- Ζήτηση 50 είχαμε για 18 εβδομάδες άρα $P(D = 50) = \frac{18}{52} = 0,35$
- Ζήτηση 55 είχαμε για 16 εβδομάδες άρα $P(D = 55) = \frac{16}{52} = 0,31$
- Ζήτηση 60 είχαμε για 6 εβδομάδες άρα $P(D = 60) = \frac{6}{52} = 0,11$

Οπότε από τους παραπάνω υπολογισμούς όσον αφορά τη ζήτηση του συγκεκριμένου υλικού προκύπτει ο παρακάτω Πίνακας 3.3

Πίνακας 3.3: Κατανομή εβδομαδιαίας ζήτησης για το Υλικό με P/N 1452PT1437789

d	P(D = d)
45	0.25
50	0.35
55	0.31
60	0.11

Για το χρόνο υστέρησης έχουμε τα εξής

- Χρόνος υστέρησης 1 είχαμε για 23 εβδομάδες άρα $P(M=1) = \frac{23}{52} = 0,44$
- Χρόνος υστέρησης 2 είχαμε για 18 εβδομάδες άρα $P(M=2) = \frac{18}{52} = 0,35$
- Χρόνος υστέρησης 3 είχαμε για 6 εβδομάδες άρα $P(M=3) = \frac{6}{52} = 0,11$
- Χρόνος υστέρησης 4 είχαμε για 5 εβδομάδες άρα $P(M=4) = \frac{5}{52} = 0,1$

Οπότε από τους παραπάνω υπολογισμούς που αφορούν την υστέρηση για το συγκεκριμένο υλικό προκύπτει ο παρακάτω Πίνακας 3.4

Πίνακας 3.4: Κατανομή χρόνου υστέρησης (εβδομάδες) για το Υλικό με P/N 1452PT1437789

m	P(M = m)
1	0.44
2	0.35
3	0.11
4	0.1
5	0.057

Επίσης έχουμε τα ακόλουθα στοιχεία σχετικά με το κόστος παραγγελίας καθώς και τη διατήρηση αποθέματος.

- Κόστος παραγγελίας $C_o = 100$ ευρώ ανα παραγγελία
- Κόστος διατήρησης αποθέματος $C_h = 5$ ανα μονάδα ανά έτος (το υλικό πρέπει να διατηρείται σε συγκεκριμένες συνθήκες)
- Το κόστος έλλειψης αποθέματος $C_b = 500$ ευρώ ανά μονάδα προϊόντος (αν το υλικό δεν αντικατασταθεί δεν απογειώνεται αεροπλάνο από τη συγκεκριμένη βάση και το κόστος προκύπτει από την κατανάλωση καυσίμου αεροσκάφους το οποίο απογειώνεται από άλλη μονάδα)
- Η συνολική ανά έτος ζήτηση είναι 2665 υλικά

Εφόσον η ζήτηση μεταβάλετε κατά 5 μονάδες και η μέγιστη τιμή είναι 60 η μελέτη θα αφορά τη ζήτηση για 4 χρονικές περιόδους, έχοντας θεωρήσει ότι μια χρονική περίοδος είναι το σύνολο όλων των εβδομάδων με την ίδια ζήτηση, θα μελετήσουμε τη ζήτηση από 45 έως 300 ($5 \cdot 60$)

Έτσι η ζήτηση κατά το χρόνο υστέρησης λαμβάνει τις τιμές 45, 50,, 200, 250,.....300.

Στο σημείο αυτό παραθέτουμε μερικούς από τους υπολογισμούς του $f_{DDL T}(ddl t)$ και συγκεκριμένα για τις τιμές 45, 50, 60, 90, 150, 250, 300. Στο παράρτημα «Δ» υπολογίζονται αναλυτικά όλες οι τιμές που λαμβάνει το $f_{DDL T}(ddl t)$

Για τον υπολογισμό του $f_{DDL T}(ddl t)$ έχουμε

$$f_{DDL T}(45) = P(M=1) \cdot \left[\binom{1}{1} \cdot f_{DDL T}(45) \right] = 0,43 \cdot 1 \cdot (0,25)^1 = 0,1075 = 0,11$$

$$f_{DDL T}(50) = P(M=1) \cdot \left[\binom{1}{1} \cdot f_{DDL T}(50) \right] = 0,43 \cdot 1 \cdot (0,35)^1 = 0,1505 = 0,151$$

$$f_{DDL T}(60) = P(M=1) \cdot \left[\binom{1}{1} \cdot f_{DDL T}(60) \right] = 0,43 \cdot 1 \cdot (0,11)^1 = 0,0473$$

Τη ζήτηση η οποία είναι από 60 – 75 την προσεγγίζουμε από το $f_{DDL T}(60) = 0,0374$

ενώ τη ζήτηση από 80 – 90 θα τη προσεγγίζουμε με το

$$f_{\text{DDLT}}(90) = P(M=2) \cdot \left[\binom{2}{2} \cdot f_{\text{DDLT}}(45) \right] = 0,35 \cdot 1 \cdot (0,25)^2 = 0,021875$$

$$\begin{aligned} f_{\text{DDLT}}(150) &= P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(45) \cdot f_{\text{DDLT}}(105) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(50) \cdot f_{\text{DDLT}}(100) \right] + \\ &P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(55) \cdot f_{\text{DDLT}}(95) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(60) \cdot f_{\text{DDLT}}(90) \right] + \\ &+ P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(65) \cdot f_{\text{DDLT}}(85) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(70) \cdot f_{\text{DDLT}}(80) \right] + \\ &+ P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{2} \cdot f_{\text{DDLT}}(75)^2 \right] = \\ &= 0,11 \cdot 3 \cdot 0,11 \cdot 0,0183 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,151 \cdot 0,018 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,133 \cdot 0,006 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,0473 \cdot 0,021875 + \\ &+ 0,11 \cdot 3 \cdot 0,0473 \cdot 0,021875 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,0473 \cdot 0,021875 + 0,11 \cdot 1 \cdot (0,0473)^2 = 0,00066 + 0,0009 + 0,00026 + \\ &+ 0,00034 + 0,00034 + 0,00034 + 0,00025 = 0,003 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_{\text{DDLT}}(200) &= P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(45) \cdot f_{\text{DDLT}}(155) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(50) \cdot f_{\text{DDLT}}(150) \right] + \\ &P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(55) \cdot f_{\text{DDLT}}(145) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(60) \cdot f_{\text{DDLT}}(140) \right] + \\ &+ P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(65) \cdot f_{\text{DDLT}}(135) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(70) \cdot f_{\text{DDLT}}(130) \right] + \\ &+ P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(75) \cdot f_{\text{DDLT}}(125) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(80) \cdot f_{\text{DDLT}}(120) \right] + \\ &+ P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(85) \cdot f_{\text{DDLT}}(115) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(90) \cdot f_{\text{DDLT}}(110) \right] + \\ &+ P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(95) \cdot f_{\text{DDLT}}(105) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{2} \cdot f_{\text{DDLT}}(100)^2 \right] = \\ &= 0,11 \cdot 3 \cdot 0,11 \cdot 0,011 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,151 \cdot 0,003 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,133 \cdot 0,003 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,0473 \cdot 0,004 + \\ &+ 0,11 \cdot 3 \cdot 0,0473 \cdot 0,0049 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,0473 \cdot 0,01 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,0473 \cdot 0,002641 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,021875 \cdot 0,013 + \\ &+ 0,11 \cdot 3 \cdot 0,021875 \cdot 0,0326 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,021875 \cdot 0,01524 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,06 \cdot 0,0183 + 0,11 \cdot 3 \cdot (0,018)^2 = \\ &= 0,0004 + 0,00015 + 0,00013 + 0,000064 + 0,000076 + 0,000156 + 0,0000412 + 0,000093 + \\ &+ 0,00024 + 0,000111 + 0,00036 + 0,0005 = 0,0023 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f_{\text{DDLT}}(250) &= P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(45) \cdot f_{\text{DDLT}}(205) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(50) \cdot f_{\text{DDLT}}(200) \right] + \\
&P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(55) \cdot f_{\text{DDLT}}(195) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(60) \cdot f_{\text{DDLT}}(190) \right] + \\
&+ P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(65) \cdot f_{\text{DDLT}}(185) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(70) \cdot f_{\text{DDLT}}(180) \right] + \\
&+ P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(75) \cdot f_{\text{DDLT}}(175) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(80) \cdot f_{\text{DDLT}}(170) \right] + \\
&+ P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(85) \cdot f_{\text{DDLT}}(165) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(90) \cdot f_{\text{DDLT}}(160) \right] + \\
&+ P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(95) \cdot f_{\text{DDLT}}(155) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(100) \cdot f_{\text{DDLT}}(150) \right] + \\
&+ P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(105) \cdot f_{\text{DDLT}}(145) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(110) \cdot f_{\text{DDLT}}(140) \right] + \\
&+ P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(115) \cdot f_{\text{DDLT}}(135) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(120) \cdot f_{\text{DDLT}}(130) \right] + \\
&+ P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{2} \cdot f_{\text{DDLT}}(125)^2 \right] = \\
&= 0,11 \cdot 3 \cdot 0,11 \cdot 0,002 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,151 \cdot 0,0023 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,133 \cdot 0,0021 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,0473 \cdot 0,0023 + \\
&+ 0,11 \cdot 3 \cdot 0,04473 \cdot 0,003 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,0473 \cdot 0,005 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,0473 \cdot 0,0041 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,021875 \cdot 0,0075 + \\
&+ 0,11 \cdot 3 \cdot 0,021875 \cdot 0,013 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,021875 \cdot 0,0047 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,06 \cdot 0,011 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,018 \cdot 0,003 + \\
&+ 0,11 \cdot 3 \cdot 0,0183 \cdot 0,003 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,01524 \cdot 0,004 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,0326 \cdot 0,0049 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,013 \cdot 0,01 + \\
&+ 0,11 \cdot 3 \cdot (0,02641)^2 = 0,000073 + 0,00011 + 0,0001 + 0,000036 + 0,000044 + 0,00008 + 0,000064 + \\
&+ 0,000054 + 0,0001 + 0,000034 + 0,00022 + 0,00002 + 0,00002 + 0,00002 + 0,000053 + 0,000043 + \\
&+ 0,00023 = 0,0013
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f_{\text{DDLT}}(300) &= P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(45) \cdot f_{\text{DDLT}}(255) \right] + P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(50) \cdot f_{\text{DDLT}}(250) \right] + \\
&P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(55) \cdot f_{\text{DDLT}}(245) \right] + P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(60) \cdot f_{\text{DDLT}}(240) \right] + \\
&+ P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(65) \cdot f_{\text{DDLT}}(235) \right] + P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(70) \cdot f_{\text{DDLT}}(230) \right] + \\
&+ P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(75) \cdot f_{\text{DDLT}}(225) \right] + P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(80) \cdot f_{\text{DDLT}}(220) \right] + \\
&+ P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(85) \cdot f_{\text{DDLT}}(215) \right] + P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(90) \cdot f_{\text{DDLT}}(210) \right] + \\
&+ P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(95) \cdot f_{\text{DDLT}}(205) \right] + P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(100) \cdot f_{\text{DDLT}}(200) \right] + \\
&+ P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(105) \cdot f_{\text{DDLT}}(195) \right] + P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(110) \cdot f_{\text{DDLT}}(190) \right] + \\
&+ P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(115) \cdot f_{\text{DDLT}}(185) \right] + P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(120) \cdot f_{\text{DDLT}}(180) \right] + \\
&+ P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(125) \cdot f_{\text{DDLT}}(175) \right] + P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(130) \cdot f_{\text{DDLT}}(170) \right] + \\
&+ P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(135) \cdot f_{\text{DDLT}}(165) \right] + P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(140) \cdot f_{\text{DDLT}}(160) \right] + \\
&+ P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(145) \cdot f_{\text{DDLT}}(155) \right] + P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{2} \cdot f_{\text{DDLT}}(150)^2 \right] = \\
&= 0,1 \cdot 4 \cdot 0,11 \cdot 0,00013 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,151 \cdot 0,00013 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,133 \cdot 0,002 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,0473 \cdot 0,0021 + \\
&+ 0,1 \cdot 4 \cdot 0,0473 \cdot 0,0015 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,0473 \cdot 0,002 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,0473 \cdot 0,002 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,021875 \cdot 0,0033 + \\
&+ 0,1 \cdot 4 \cdot 0,021875 \cdot 0,0023 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,021875 \cdot 0,0033 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,06 \cdot 0,002 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,018 \cdot 0,0023 + \\
&+ 0,1 \cdot 4 \cdot 0,0183 \cdot 0,0021 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,01524 \cdot 0,0023 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,0326 \cdot 0,003 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,013 \cdot 0,005 + \\
&+ 0,1 \cdot 4 \cdot 0,02641 \cdot 0,0041 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,01 \cdot 0,0075 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,0049 \cdot 0,013 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,004 \cdot 0,0047 + \\
&+ 0,1 \cdot 4 \cdot 0,003 \cdot 0,011 + 0,1 \cdot 4 \cdot (0,003)^2 = 0,00001 + 0,000012 + 0,0001 + 0,00004 + 0,00003 + 0,00004 + \\
&+ 0,00004 + 0,00003 + 0,000021 + 0,00003 + 0,00005 + 0,000016 + 0,00002 + 0,000014 + 0,00004 + 0,000026 + \\
&+ 0,000043 + 0,00003 + 0,002 + 0,00001 + 0,000013 + 0,00003 = 0,0026
\end{aligned}$$

Για τον υπολογισμό του $E_{DDLTL}(ddl)$ και πάλι θα παραθέσουμε μερικούς ενδεικτικούς υπολογισμούς, ο αναλυτικός υπολογισμός των οποίων φαίνεται στο Παράρτημα «Δ»

$$E(DDLTL > 300) = 0$$

$$E(DDLTL > 295) = (300 - 295) \cdot f(300) = 5 \cdot 0,0026 = 0,013$$

$$E(DDLTL > 290) = (300 - 290) \cdot f(300) + (295 - 290) \cdot f(295) = 10 \cdot 0,0026 + 5 \cdot 0,001 = 0,026 + 0,005 = 0,031$$

$$E(DDLTL > 285) = (300 - 285) \cdot f(300) + (295 - 285) \cdot f(295) + (290 - 285) \cdot f(290) = 15 \cdot 0,0026 + 10 \cdot 0,001 + 5 \cdot 0,01 = 0,1$$

$$E(DDLTL > 250) = (300 - 250) \cdot f(300) + (295 - 250) \cdot f(295) + (290 - 250) \cdot f(290) + (285 - 250) \cdot f(285) + (280 - 250) \cdot f(280) + (275 - 250) \cdot f(275) + (270 - 250) \cdot f(270) + (265 - 250) \cdot f(265) + (260 - 250) \cdot f(260) + (255 - 250) \cdot f(255) = 50 \cdot 0,0026 + 45 \cdot 0,001 + 40 \cdot 0,01 + 35 \cdot 0,00124 + 30 \cdot 0,0012 + 25 \cdot 0,001 + 20 \cdot 0,002 + 15 \cdot 0,012 + 10 \cdot 0,0027 + 5 \cdot 0,0013 = 0,7703$$

$$E(DDLTL > 200) = (300 - 200) \cdot f(300) + (295 - 200) \cdot f(295) + (290 - 200) \cdot f(290) + (285 - 200) \cdot f(285) + (280 - 200) \cdot f(280) + (275 - 200) \cdot f(275) + (270 - 200) \cdot f(270) + (265 - 200) \cdot f(265) + (260 - 200) \cdot f(260) + (255 - 200) \cdot f(255) + (250 - 200) \cdot f(250) + (245 - 200) \cdot f(245) + (240 - 200) \cdot f(240) + (235 - 200) \cdot f(235) + (230 - 200) \cdot f(230) + (225 - 200) \cdot f(225) + (220 - 200) \cdot f(220) + (215 - 200) \cdot f(215) + (210 - 200) \cdot f(210) + (205 - 200) \cdot f(205) = 100 \cdot 0,0026 + 95 \cdot 0,001 + 95 \cdot 0,01 + 85 \cdot 0,00124 + 80 \cdot 0,0012 + 75 \cdot 0,001 + 70 \cdot 0,002 + 65 \cdot 0,012 + 60 \cdot 0,0027 + 55 \cdot 0,0013 + 50 \cdot 0,0013 + 45 \cdot 0,002 + 40 \cdot 0,0021 + 35 \cdot 0,0015 + 30 \cdot 0,002 + 25 \cdot 0,002 + 20 \cdot 0,0033 + 15 \cdot 0,0023 + 10 \cdot 0,0033 + 5 \cdot 0,002 = 3,8712$$

$$E(DDLTL > 100) = (300 - 100) \cdot f(300) + (295 - 100) \cdot f(295) + (290 - 100) \cdot f(290) + (285 - 100) \cdot f(285) + (280 - 100) \cdot f(280) + (275 - 100) \cdot f(275) + (270 - 100) \cdot f(270) + (265 - 100) \cdot f(265) + (260 - 100) \cdot f(260) + (255 - 100) \cdot f(255) + (250 - 100) \cdot f(250) + (245 - 100) \cdot f(245) + (240 - 100) \cdot f(240) + (235 - 100) \cdot f(235) + (230 - 100) \cdot f(230) + (225 - 100) \cdot f(225) + (220 - 100) \cdot f(220) + (215 - 100) \cdot f(215) + (210 - 100) \cdot f(210) + (205 - 100) \cdot f(205) + (200 - 100) \cdot f(200) + (195 - 100) \cdot f(195) + (190 - 100) \cdot f(190) + (185 - 100) \cdot f(185) + (180 - 100) \cdot f(180) + (175 - 100) \cdot f(175) + (170 - 100) \cdot f(170) + (165 - 100) \cdot f(165) + (160 - 100) \cdot f(160) + (155 - 100) \cdot f(155) + (150 - 100) \cdot f(150) + (145 - 100) \cdot f(145) + (140 - 100) \cdot f(140) + (135 - 100) \cdot f(135) + (130 - 100) \cdot f(130) + (125 - 100) \cdot f(125) + (120 - 100) \cdot f(120) + (115 - 100) \cdot f(115) + (110 - 100) \cdot f(110) + (105 - 100) \cdot f(105) = 200 \cdot 0,00261 + 195 \cdot 0,001 + 190 \cdot 0,001 + 185 \cdot 0,0124 + 180 \cdot 0,0012 + 175 \cdot 0,001 + 170 \cdot 0,002 + 165 \cdot 0,012 + 160 \cdot 0,0027 + 155 \cdot 0,0013 + 150 \cdot 0,0013 + 145 \cdot 0,002 + 140 \cdot 0,0021 + 135 \cdot 0,002 + 130 \cdot 0,002 + 125 \cdot 0,002 + 120 \cdot 0,033 + 115 \cdot 0,023 + 110 \cdot 0,0033 + 105 \cdot 0,002 + 100 \cdot 0,0023 + 95 \cdot 0,0021 + 90 \cdot 0,023 + 85 \cdot 0,003 + 80 \cdot 0,005 + 75 \cdot 0,0041 + 70 \cdot 0,01 + 65 \cdot 0,013 + 60 \cdot 0,005 + 55 \cdot 0,011 + 50 \cdot 0,003 + 45 \cdot 0,003 + 40 \cdot 0,004 + 35 \cdot 0,005 + 30 \cdot 0,001 + 25 \cdot 0,02641 + 20 \cdot 0,013 + 15 \cdot 0,033 + 10 \cdot 0,01524 + 5 \cdot 0,0183 = 23,5$$

$$\begin{aligned}
E(\text{DDLT} > 50) &= (300 - 50) \cdot f(300) + (295 - 50) \cdot f(295) + (290 - 50) \cdot f(290) + (285 - 50) \cdot f(280) + \\
&+ (280 - 50) \cdot f(280) + (275 - 50) \cdot f(275) + (270 - 50) \cdot f(270) + (265 - 50) \cdot f(265) + \\
&+ (260 - 50) \cdot f(260) + (255 - 50) \cdot f(255) + (250 - 50) \cdot f(250) + (245 - 50) \cdot f(245) + \\
&+ (240 - 50) \cdot f(240) + (235 - 50) \cdot f(235) + (230 - 50) \cdot f(230) + (225 - 50) \cdot f(225) + \\
&+ (220 - 50) \cdot f(220) + (215 - 50) \cdot f(215) + (210 - 50) \cdot f(210) + (205 - 50) \cdot f(205) + \\
&+ (200 - 50) \cdot f(200) + (195 - 50) \cdot f(195) + (190 - 50) \cdot f(190) + (185 - 50) \cdot f(185) + \\
&+ (180 - 50) \cdot f(180) + (175 - 50) \cdot f(175) + (170 - 50) \cdot f(170) + (165 - 50) \cdot f(165) + \\
&+ (160 - 50) \cdot f(160) + (155 - 50) \cdot f(155) + (150 - 50) \cdot f(150) + (145 - 50) \cdot f(145) + \\
&+ (140 - 50) \cdot f(140) + (135 - 50) \cdot f(135) + (130 - 50) \cdot f(130) + (125 - 50) \cdot f(125) + \\
&+ (120 - 50) \cdot f(120) + (115 - 50) \cdot f(115) + (110 - 50) \cdot f(110) + (105 - 50) \cdot f(110) + \\
&+ (100 - 50) \cdot f(100) + (95 - 50) \cdot f(95) + (90 - 50) \cdot f(90) + (85 - 50) \cdot f(90) + \\
&+ (80 - 50) \cdot f(80) + (75 - 50) \cdot f(80) + (70 - 50) \cdot f(70) + (65 - 50) \cdot f(65) + \\
&+ (60 - 50) \cdot f(60) + (55 - 50) \cdot f(55) = \\
&= 250 \cdot 0,00261 + 245 \cdot 0,001 + 240 \cdot 0,001 + 235 \cdot 0,0124 + 230 \cdot 0,0012 + 225 \cdot 0,001 + 220 \cdot 0,002 + \\
&+ 215 \cdot 0,012 + 210 \cdot 0,0027 + 205 \cdot 0,0013 + 200 \cdot 0,0013 + 195 \cdot 0,002 + 190 \cdot 0,0021 + 185 \cdot 0,002 + \\
&+ 180 \cdot 0,002 + 175 \cdot 0,002 + 170 \cdot 0,033 + 165 \cdot 0,023 + 160 \cdot 0,0033 + 155 \cdot 0,002 + 150 \cdot 0,0023 + \\
&+ 145 \cdot 0,0021 + 140 \cdot 0,023 + 135 \cdot 0,003 + 130 \cdot 0,005 + 125 \cdot 0,0041 + 120 \cdot 0,01 + 115 \cdot 0,013 + 110 \cdot 0,005 + \\
&+ 105 \cdot 0,011 + 100 \cdot 0,003 + 95 \cdot 0,003 + 90 \cdot 0,004 + 85 \cdot 0,005 + 80 \cdot 0,01 + 75 \cdot 0,02641 + 70 \cdot 0,013 + \\
&+ 65 \cdot 0,033 + 60 \cdot 0,01524 + 55 \cdot 0,0183 + 50 \cdot 0,018 + 45 \cdot 0,006 + 40 \cdot 0,021875 + 35 \cdot 0,021875 + 30 \cdot 0,021875 + \\
&+ 25 \cdot 0,0473 + 20 \cdot 0,0473 + 15 \cdot 0,0473 + 10 \cdot 0,0473 + 5 \cdot 0,133 = 47,18
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E(\text{DDLT} > 45) &= (300 - 45) \cdot f(300) + (295 - 45) \cdot f(295) + (290 - 45) \cdot f(290) + (285 - 45) \cdot f(280) + \\
&+ (280 - 45) \cdot f(280) + (275 - 45) \cdot f(275) + (270 - 45) \cdot f(270) + (265 - 45) \cdot f(265) + \\
&+ (260 - 45) \cdot f(260) + (255 - 45) \cdot f(255) + (250 - 45) \cdot f(250) + (245 - 45) \cdot f(245) + \\
&+ (240 - 45) \cdot f(240) + (235 - 45) \cdot f(235) + (230 - 45) \cdot f(230) + (225 - 45) \cdot f(225) + \\
&+ (220 - 45) \cdot f(220) + (215 - 45) \cdot f(215) + (210 - 45) \cdot f(210) + (205 - 45) \cdot f(205) + \\
&+ (200 - 45) \cdot f(200) + (195 - 45) \cdot f(195) + (190 - 45) \cdot f(190) + (185 - 45) \cdot f(185) + \\
&+ (180 - 45) \cdot f(180) + (175 - 45) \cdot f(175) + (170 - 45) \cdot f(170) + (165 - 45) \cdot f(165) + \\
&+ (160 - 45) \cdot f(160) + (155 - 45) \cdot f(155) + (150 - 45) \cdot f(150) + (145 - 45) \cdot f(145) + \\
&+ (140 - 45) \cdot f(140) + (135 - 45) \cdot f(135) + (130 - 45) \cdot f(130) + (125 - 45) \cdot f(125) + \\
&+ (120 - 45) \cdot f(120) + (115 - 45) \cdot f(115) + (110 - 45) \cdot f(110) + (105 - 45) \cdot f(110) + \\
&+ (100 - 45) \cdot f(100) + (95 - 45) \cdot f(95) + (90 - 45) \cdot f(90) + (85 - 45) \cdot f(90) + \\
&+ (80 - 45) \cdot f(80) + (75 - 45) \cdot f(80) + (70 - 45) \cdot f(70) + (65 - 45) \cdot f(65) + \\
&+ (60 - 45) \cdot f(60) + (55 - 45) \cdot f(55) + (50 - 45) \cdot f(50) = \\
&= 255 \cdot 0,00261 + 250 \cdot 0,001 + 245 \cdot 0,001 + 240 \cdot 0,0124 + 235 \cdot 0,0012 + 230 \cdot 0,001 + 225 \cdot 0,002 + 220 \cdot 0,012 + \\
&+ 215 \cdot 0,0027 + 210 \cdot 0,0013 + 205 \cdot 0,0013 + 200 \cdot 0,002 + 195 \cdot 0,0021 + 190 \cdot 0,002 + 185 \cdot 0,002 + \\
&+ 180 \cdot 0,002 + 175 \cdot 0,033 + 170 \cdot 0,023 + 165 \cdot 0,0033 + 160 \cdot 0,002 + 155 \cdot 0,0023 + 150 \cdot 0,0021 + \\
&+ 145 \cdot 0,023 + 140 \cdot 0,003 + 135 \cdot 0,005 + 130 \cdot 0,0041 + 125 \cdot 0,01 + 120 \cdot 0,013 + 115 \cdot 0,005 + 110 \cdot 0,011 + \\
&+ 105 \cdot 0,003 + 100 \cdot 0,003 + 95 \cdot 0,004 + 90 \cdot 0,005 + 85 \cdot 0,01 + 80 \cdot 0,02641 + 75 \cdot 0,013 + 70 \cdot 0,033 + \\
&+ 65 \cdot 0,01524 + 60 \cdot 0,0183 + 55 \cdot 0,018 + 50 \cdot 0,006 + 45 \cdot 0,021875 + 40 \cdot 0,021875 + 35 \cdot 0,021875 + 30 \cdot 0,0473 + \\
&+ 25 \cdot 0,0473 + 20 \cdot 0,0473 + 15 \cdot 0,0473 + 10 \cdot 0,133 + 5 \cdot 0,151 = 51,6
\end{aligned}$$

Πίνακας 3.5: Υπολογισμός Βασικών Παραμέτρων σύμφωνα με τα δεδομένα της Εταιρείας

ddl	f_{DDL} (ddl)	F(ddl)	E(DDL>ddl)
45	0.11	0,11	51.6
50	0.151	0,261	47.18
55	0.133	0,394	43.3
60	0.0473	0.4413	38.9
65	0.0473	0.4886	36.6
70	0.0473	0.5359	34.8
75	0.0473	0.5832	33.36
80	0.021875	0.605075	31.48
85	0.021875	0.62695	30.67
90	0.021875	0.648825	25.89
95	0.006	0.7088	25.28
100	0.018	0.7268	23.5
105	0.0183	0.7451	22.17
110	0.01524	0.7603	20.67
115	0.03286	0.7932	19.24
120	0.013	0.8062	17.8
125	0.02641	0.8326	16.7
130	0.01	0.8426	15.72
135	0.0049	0.8475	14.69
140	0.0040	0.8515	14.6
145	0.003	0.8545	12.73
150	0.003	0.8575	11.77
155	0.011	0.8685	10.32
160	0.0047	0.8732	9.94
165	0.013	0.8862	9.08
170	0.0075	0.8937	82.858
175	0.0041	0.8978	68.865
180	0.005	0.9028	68.122
185	0.003	0.9058	6.143
190	0.0023	0.9081	55.051
195	0.0021	0.9102	4.85
200	0.0023	0.9125	38.712
205	0.002	0.9145	34.912
210	0.0033	0.9178	31.675
215	0.0023	0.9201	24.138
220	0.0033	0.9234	21.679
225	0.002	0.9254	19.379
230	0.002	0.9274	17.207
235	0.0015	0.9289	1.51

ddl	$f_{DDL}(ddl)$	$F(ddl)$	$E(DDL>ddl)$
240	0.00035	0.9292	13.063
245	0.002	0.9312	10.768
250	0.0013	0.9325	0.7703
255	0.0013	0.93385	0.6493
260	0.0027	0.9365	0.5348
265	0.012	0.9485	0.4338
270	0.002	0.9505	0.3386
275	0.001	0.9551	0.2534
280	0.0012	0.9527	0.1856
285	0.0012	0.9539	0.1
290	0.01	0.9639	0.031
295	0.001	0.9650	0.013
300	0.0026	0.9676	0

Στη συνέχεια θα υπολογίσουμε το ζεύγος αριθμού αποθεμάτων και σημείου αναπαραγγελίας το οποίο ελαχιστοποιεί τη συνολική συνάρτηση κόστους. Η διαδικασία είναι επαναληπτική και θεωρείται επιτυχής όταν είτε το Q είτε το ROP δυο διαδοχικών επαναλήψεων είναι το ίδιο.

Αρχικοποίηση

Υπολογισμός του πρώτου ζεύγους Q και ROP. Το Q δίνεται από τον τύπο

$$Q = \sqrt{\frac{2 \cdot R \cdot c_0}{c_h}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 2665 \cdot 100}{5}} = 326,49. \text{ Στρογγυλοποιώντας το Q στην πλησιέστερη}$$

πεντάδα έχουμε ότι $Q = 325$

Η τιμή του ROP δίνεται έμμεσα από την ακόλουθη συνθήκη

$$F_{DDL}(ROP) \geq \left[1 - \frac{c_h \cdot Q}{c_p \cdot R} \right] = 1 - \frac{5 \cdot 325}{500 \cdot 2665} = 0,99.$$

Ετσι από τον πίνακα έχουμε ότι $ROP = 300$

Αρα το πρώτο ζεύγος είναι το $(Q = 325, ROP = 300)$

Επανάληψη

Υπολογισμός του δεύτερου ζεύγους

$$Q_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot R \cdot [c_0 + c_p \cdot E(DDLT > ROP)]}{c_h}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 2665 \cdot [5 + 500 \cdot 0]}{5}} = 326,49 . \text{ Το οποίο}$$

στρογγυλοποιώντας στην πλησιέστερη πεντάδα έχουμε $Q = 325$.

Ετσι από τον πίνακα έχουμε ότι $ROP = 300$

Άρα το δεύτερο ζεύγος είναι το $(Q_1 = 325, ROP_1 = 300)$

Παρατηρούμε ότι $Q = Q_1$ και $ROP = ROP_1$ άρα η λύση που ελαχιστοποιεί το συνολικό κόστος είναι το ζεύγος $(Q_1 = 325, ROP_1 = 300)$

Αξιολόγηση της λύσης

Υπολογίζουμε το συνολικό κόστος της λύσης $(Q_1 = 325, ROP_1 = 300)$ το οποίο δίνεται από τη σχέση

$$\begin{aligned} E[C(Q, ROP)] &= c_0 \cdot \frac{R}{Q} + c_h \cdot \left[\frac{Q}{2} + ROP - E(DDLT) \right] + c_b \cdot \frac{R}{Q} \cdot E(DDLT > ROP) \\ &= 100 \cdot \frac{2665}{325} + 5 \left[\frac{325}{2} + 300 - 101,31 \right] + 500 \cdot \frac{2665}{325} \cdot 0 = 820 + 361,19 = 1181,19 \end{aligned}$$

Απο τα δεδομένα της Μονάδας γνωρίζουμε ότι για το δεδομένο έτος το συνολικό κόστος των παραγγελιών ανήλθε σε 1292 ευρώ

Διαπιστώνουμε λοιπόν ότι εφαρμόζοντας το Μοντέλο Πολλαπλών Περιόδων έχουμε μικρότερο κόστος για το συγκεκριμένο Υλικό, κάθε φορά που θα παραγγέλνουμε ποσότητα ίση με 325 τεμάχια όταν το απόθεμα είναι κάτω από 300. Συγκεκριμένα η διαφορά αυτή ανέρχεται σε $1292 - 1181,19 = 110,81$ ευρώ ήτοι μια μείωση της τάξης του 8,6%.

3.11 Συγκεντρωτικά Αποτελέσματα Υπολογισμού Συνολικού Κόστους των Εξήντα (60) Κρίσιμων Υλικών της Α Π ΑΕ, μέσω της εφαρμογής του Στοχαστικό Μοντέλο Πολλαπλών Περιόδων

Στην προηγούμενη παράγραφο έγινε εκτεταμένη ανάλυση του τρόπου υπολογισμού του συνολικού κόστους, μέσω του Μοντέλου Πολλαπλών Περιόδων, για ένα μόνο κρίσιμο υλικό – κωδικό. Η ίδια ακριβώς μεθοδολογία ακολουθήθηκε και για τους υπόλοιπους πενήντα εννέα κωδικούς, τα αποτελέσματα των οποίων παρουσιάζονται στον παρακάτω πίνακα. Συγκεκριμένα ο παρακάτω πίνακας δείχνει ανά κωδικό την ποσότητα που πρέπει να παραγγέλνουμε κάθε φορά, το συνολικό κόστος που προκύπτει ανά ποσότητα παραγγελίας μέσω του Στοχαστικού Μοντέλου πολλαπλών Περιόδων, το συνολικό κόστος σύμφωνα με την πολιτική που ακολουθεί η Α Π ΑΕ και τέλος το όφελος που προκύπτει από τα δυο αυτά κόστη.

Πίνακας 3.6: Συγκεντρωτικά Αποτελέσματα – Όφελος Υπολογισμού Συνολικού Κόστους των εξήντα (60) Κωδικών μέσω του Στοχαστικού Μοντέλου Πολλαπλών Περιόδων και της Πολιτικής της Α Π ΑΕ

A/A	P/N	Q	E[C(Q,ROP)]	TC ΑΠ ΑΕ	ΟΦΕΛΟΣ
1	1452PT1437789	300	1181,2	1292,01	110,81
2	1452PT1437790	200	3000	3200	200
3	1452PT1437791	100	4140	4500	360
4	1452PT1437792	180	3400	3780	380
5	1452PT1437793	230	4060	5060	1000
6	1452PT1437794	250	3450	3500	50
7	1452PT1437795	250	60	150	90
8	1452PT1437796	300	250	600	350
9	1452PT1437797	400	600	1600	1000
10	1452PT1437798	375	2160	2250	90
11	1453PT1437799	360	5770	6120	350
12	1453PT1437800	200	4250	4600	350
13	1453PT1437801	240	3080	3120	40
14	1453PT1437802	280	1250	1400	150
15	1453PT1437803	340	4370	4420	50
16	1453PT1437804	325	8635	8775	140
17	1453PT1437805	250	5950	6500	550
18	1453PT1437806	300	2150	2400	250
19	1453PT1437807	200	270	400	130
20	1454PT1437808	100	420	500	80

A/A	P/N	Q	E[C(Q,ROP)]	TC ΑΠ ΑΕ	ΟΦΕΛΟΣ
21	1454PT1437809	180	5670	5760	90
22	1454PT1437810	230	2410	2760	350
23	1454PT1437811	250	2550	3000	450
24	1454PT1437812	250	3710	3750	40
25	1454PT1437813	300	7950	8100	150
26	1454PT1437814	150	820	1200	380
27	1454PT1437815	350	8000	8050	50
28	1454PT1437816	175	6280	6475	195
29	1454PT1437817	400	8200	8800	600
30	1454PT1437818	200	4400	4600	200
31	1455PT1437818	450	3400	3600	200
32	1455PT1437819	450	2580	2700	120
33	1455PT1437820	380	7405	7600	195
34	1455PT1437821	400	2850	3200	350
35	1455PT1437822	300	8125	8400	275
36	1455PT1437823	375	650	750	100
37	1455PT1437824	150	730	750	20
38	1455PT1437825	200	6540	6600	60
39	1455PT1437826	100	4400	4500	100
40	1455PT1437827	180	2860	3060	200
41	1456PT1437828	230	1530	1610	80
42	1456PT1437829	250	1240	1250	10
43	1456PT1437830	250	4750	5000	250
44	1456PT1437831	300	4400	4500	100
45	1456PT1437832	500	1900	2000	100
46	1456PT1437833	450	3900	4500	600
47	1456PT1437834	160	2680	3200	520
48	1456PT1437835	100	5500	5700	200
49	1456PT1437836	450	8600	9000	400
50	1456PT1437837	400	7700	8000	300
51	1457PT1437838	600	4650	4800	150
52	1457PT1437839	350	3480	3500	20
53	1457PT1437840	230	1320	1380	60
54	1457PT1437841	350	3060	3150	90
55	1457PT1437842	280	4675	4760	85
56	1457PT1437843	260	2920	3120	200
57	1457PT1437844	300	5950	6000	50
58	1457PT1437845	190	4830	5130	300
59	1457PT1437846	280	1020	1120	100
60	1457PT1437847	500	4550	5000	450

Συμπεράσματα

Συμπερασματικά μπορούμε να αναφέρουμε πως τα αποτελέσματα της έρευνας μπορούν να εφαρμοστούν άμεσα για τη επίλυση πρακτικών προβλημάτων που αντιμετωπίζουν οι επιχειρήσεις. Συγκεκριμένα, είδαμε πως μέσω του Στοχαστικού Μοντέλου Πολλαπλών Περιόδων μπορεί να βελτιστοποιηθεί η διαχείριση των αποθεμάτων, μειώνοντας σημαντικά το κόστος παραγγελιών και εν γένει το Συνολικό κόστος.

Η διαφορά που προέκυψε, μέσω της εκτενής ανάλυσης του Μοντέλου, για τον έναν κωδικό της εταιρείας ΑΠ ΑΕ είναι της τάξεως των 111 ευρώ περίπου ήτοι 8,6% Επίσης βάση των αποτελεσμάτων που παρουσιάζονται συγκεντρωτικά στον Πίνακα 3.6, διαπιστώνουμε ότι το όφελος που προέκυψε από την εφαρμογή του Μοντέλου, για άλλους κωδικούς ήταν μικρό και για άλλους ιδιαίτερα σημαντικό. Ανεξάρτητα όμως από το μέγεθος του οφέλους που εξάγαμε, το τελικό συμπέρασμα είναι άκρως ενθαρρυντικό για την Α Π ΑΕ . Οφείλουμε να παρατηρήσουμε ότι στα αποτελέσματα της έρευνάς μας υπήρξαν και κάποιες στρογγυλοποιήσεις, οι οποίες όμως ελάχιστα επηρέασαν το συνολικό αποτέλεσμα. Και σε αυτή την περίπτωση, η διαφορά που θα προέκυπτε θα ήταν λίγο μικρότερη, αλλά αθροιστικά για περισσότερα υλικά το όφελος θα ήταν επίσης σημαντικό.

Όσον αφορά την εταιρεία Α Π ΑΕ διαπιστώσαμε ότι έχει μια πολύ καλή δομή, οργάνωση και υψηλών προδιαγραφών Πληροφοριακό Σύστημα ERP, γεγονός που διαπιστώνεται τόσο από τον τρόπο καθορισμού του Αποθέματος Ασφαλείας και Ανώτατου Ορίου Αποθεμάτων, όσο και από τον καθορισμό της τελικής παραγγελθείσας ποσότητας. Παρόλα αυτά θεωρούμε ότι η εν λόγω Εταιρεία θα μπορούσε , έστω και πιλοτικά, να εξετάσει τα πιθανά οφέλη που προέκυψαν από την έρευνά μας.

Επίσης διαπιστώσαμε πως αξιοποιώντας κάποια στοχαστικά Μοντέλα και συγκεκριμένα στην έρευνά μας, αυτό των Πολλαπλών Περιόδων βελτιώνεται η διαδικασία λήψης αποφάσεων. Επιπροσθέτως με την κατάρτιση του παρόντος εγχειρίδιου και την αναλυτική παρουσίαση μιας σειράς από ενδεικτικά παραδείγματα κατέστη προφανές πως η αξιοποίηση των ερευνητικών αποτελεσμάτων μπορεί να γίνει ακόμα και από μη εξειδικευμένους χρήστες με τις διαδικασίες που αναπτύχθηκαν και παρουσιάστηκαν στα πλαίσια της παρούσας εργασίας.

Μια μελλοντική επέκταση της εργασίας θα μπορούσε να συμπεριλάβει:

α) περαιτέρω μελέτη των διαθέσιμων τεχνικών και μεθόδων για επίλυση

επιχειρησιακών προβλημάτων και ενσωμάτωσή τους στο εγχειρίδιο

β) δημιουργία ενός εργαλείου εύχρηστου και ευέλικτου που να μπορεί να καλύπτει μεγαλύτερο εύρος περιπτώσεων ώστε να καταστεί δυνατή η εκτέλεση των βασικών λειτουργιών που υποστηρίζει, χωρίς τη χρήση επεξηγηματικού υλικού.

Βιβλιογραφία

DEC , Digital Equipment Corporation, Logistics Management Concepts and Techniques, Accessories & Supplies Group, Nashua, New Hampshire, 03063, USA, 1981.

Papadopoulos, C.T., Inventory models and Some probabilistic models: Personal Notes.

Hillier, F.S. and Lieberman, G.J. (2001). Introduction to Operations Research. McGraw-Hill, Boston, 7th Edition.

Russell, R. and Taylor, T., (2006). Operations Management, 5th Edition, John Wiley & Sons. New York

Silver, E.A. and Peterson, R. (1985). Decision Systems for Inventory Management and Production Planning. Wiley and Sons, New York.

Silver, E.A, Pyke, D.F. and Peterson , R. (1998). Inventory Management and Production Planning and Scheduling. John Wiley and Sons, New-York, 3rd Edition.

Παππής Κ., 2006, Προγραμματισμός Παραγωγής, Εκδόσεις Σταμούλη Α.Ε., Αθήνα

Δερβιτσιώτης, Κ.Ν. (1995). Σύγχρονες Προσεγγίσεις στη Διοίκηση Παραγωγής. Έκδοση ιδίου, Αθήνα.

Μουμτζίδου Αναστασία (2011). Ανάλυση αποθεμάτων Προβλέψεων και Πολυκριτηριακή Ανάλυση, Μεταπτυχιακή Εργασία, Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης. Τμήμα Πληροφορικής και Διοίκησης

Γιοβάνης Απόστολος, (2011), Διαχείριση Αποθεμάτων, Σημειώσεις μαθήματος Διοίκησης Παραγωγής και Συστημάτων Υπηρεσιών,
<http://users.teiath.gr/giovanis/>

ΓΕΑ/Γ4 (1976), Εγχειρίδιο Εφοδιασμού Αεροπορίας (ΕΓΕΦΑ), Έκδοση 1^η

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α. Περιγραφή Μοντέλων Συνεχούς Επιθεώρησης με Ομοιόμορφη Ζήτηση

Στο παράρτημα «Α» ακολουθεί μια λεπτομερής παρουσίαση των Μοντέλων συνεχούς Επιθεώρησης, συνοδευόμενα κάθε φορά και από ένα παράδειγμα για την καλύτερη κατανόησή τους από τον αναγνώστη. Συγκεκριμένα γίνεται αναφορά στο μοντέλο Αγοράς, με ή χωρίς υστέρηση κατά τον χρόνο παραλαβής, στο Μοντέλο Παραγωγής, στο Μοντέλο με ανεκτέλεστες παραγγελίες καθώς και στο Μοντέλο Ποσοτικών Εκπτώσεων. Αναλυτικότερα, τα περιεχόμενα του κεφαλαίου φαίνονται στην Εικόνα Α.1.



Εικόνα Α.1: Σχηματική αναπαράσταση του περιεχομένου του Παραρτήματος «Α»

A.1 Μοντέλα με Προσδιοριστική Ζήτηση

Στο παράρτημα αυτό αναλύονται τα μοντέλα συνεχούς επιθεώρησης τα οποία χρησιμοποιούνται για να δώσουν λύσεις σε προβλήματα παραγωγής και αποθήκευσης με σκοπό τη βέλτιστη πολιτική παραγγελίας ενός είδους (σε ορισμένες περιπτώσεις και περισσότερων ειδών) με πεπερασμένο ορίζοντα σχεδιασμού. Στην κατηγορία αυτή ανήκει το βασικό μοντέλο της Οικονομικής Ποσότητας Παραγγελίας (ΟΠΠ) (Economic Order Quantity) μαζί με τις παραλλαγές του:

- Το μοντέλο της ΟΠΠ για αγορά χωρίς υστέρηση στην παραλαβή της παραγγελίας, δηλαδή με μηδενικό χρόνο παράδοσης
- Το μοντέλο της ΟΠΠ για αγορά με υστέρηση στην παραλαβή της παραγγελίας
- Το μοντέλο της ΟΠΠ για αγορά με ανεκτέλεστες παραγγελίες
- Το μοντέλο της ΟΠΠ για παραγωγή χωρίς υστέρηση στην παραλαβή της παραγγελίας
- Το μοντέλο της ΟΠΠ όπου υπάρχει έκπτωση στο κόστος απόκτησης για κάθε είδος, ανάλογα με την ποσότητα παραγγελίας (μοντέλο ποσοτικών Εκπτώσεων)
- Το μοντέλο της ΟΠΠ για περισσότερα από ένα είδη και με περιορισμό στον διαθέσιμο αποθηκευτικό χώρο

Παρατηρούμε ότι στις παραλλαγές του ΟΠΠ ουσιαστικά αλλάζει κάποια από τις παραδοχές του βασικού μοντέλου της ΟΠΠ, προσπαθώντας να αγγίξει την πραγματικότητα.

A.2 Βασικές Υποθέσεις των μοντέλων ΟΠΠ:

➤ Υπάρχει δυνατότητα περισσότερων από μία παραγγελίες στη διάρκεια του χρονικού ορίζοντα. Παραγγελίες μπορούν να γίνονται καθ' όλη τη διάρκεια του χρονικού ορίζοντα, δηλαδή επαναλαμβάνονται και πραγματοποιούνται με κάποιο συγκεκριμένο μοτίβο.

Για παράδειγμα, μία εταιρεία που παραγγέλνει ηλεκτρικές κουζίνες έχει τη δυνατότητα κατά τη διάρκεια του χρονικού ορίζοντα (π.χ. 1 έτος) να παραγγέλνει συνέχεια κάθε φορά που τελειώνει το απόθεμά της.

➤ Ο ρυθμός ζήτησης του προϊόντος κατά τη διάρκεια του χρονικού ορίζοντα είναι σταθερός. Αν για παράδειγμα η ζήτηση D είναι 400 τεμάχια το χρόνο, η ζήτηση για ένα μήνα θα είναι $400/12$ και η ζήτηση για κάποιο χρονικό διάστημα t θα είναι $400t/12$.

➤ Ο χρόνος παράδοσης (L) μίας παραγγελίας είναι γνωστή σταθερά. Ως χρόνος παράδοσης ορίζεται το χρονικό διάστημα που μεσολαβεί από της στιγμή που θα γίνει μία παραγγελία μέχρι τη στιγμή που θα γίνει η παράδοσή της. Για παράδειγμα, αν $L = 5$ εβδομάδες κάθε παραγγελία πρέπει να εκτελείται μέσα σε 5 εβδομάδες, δηλαδή πρέπει να παραδίνεται μέσα σε 5 εβδομάδες αφότου έχει τεθεί.

➤ Ο χρόνος θεωρείται συνεχής και μία παραγγελία μπορεί να γίνει σε οποιαδήποτε στιγμή του χρονικού ορίζοντα σχεδιασμού.

Να σημειωθεί ότι τα μοντέλα της ΟΠΠ χρησιμοποιούνται ακόμη και όταν οι προϋποθέσεις τους δεν ισχύουν, προκειμένου να δώσουν μία σχεδόν βέλτιστη λύση.

A.3 Ο ρυθμός ζήτησης στα μοντέλα της ΟΠΠ

Λόγω διαφόρων παραγόντων που επηρεάζουν τη ζήτηση, ο ρυθμός της ζήτησης δεν είναι σταθερός. Ωστόσο, για να μπορέσει να χρησιμοποιηθεί κάποιο από τα μοντέλα της ΟΠΠ θα πρέπει να αποφασιστεί αν ο ρυθμός της ζήτησης είναι αρκετά σταθερός ώστε να ισχύσει η υπόθεση (bullet 2) που αναφέραμε παραπάνω. Για το λόγο αυτό οι Peterson και Silver (1985) πρότειναν ότι πρέπει να γίνουν οι ακόλουθοι υπολογισμοί:

- ✓ Εύρεση μέσης ζήτησης (d) :

$$\bar{d} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n d_i$$

Όπου $d_1, d_2, d_3, \dots, d_n$ η ζήτηση σε κάθε μία από τις n περιόδους που ορίζεται ο ορίζοντας σχεδιασμού

- ✓ Εκτίμηση της διασποράς της ζήτησης

$$\text{Est.VarD} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n d_i^2 - \bar{d}^2$$

- ✓ Εκτίμηση του συντελεστή μεταβλητότητας VC για τη ζήτηση D:

$$VC = \frac{\text{EstVarD}}{d}$$

Οπότε :

Αν $VC < 0.20$, τότε μπορούν να χρησιμοποιηθούν όλα τα μοντέλα της ΟΠΠ με την ζήτηση $D = n\bar{d}$

Αν $VC > 0.20$, η ζήτηση μεταβάλλεται αρκετά από περίοδο σε περίοδο και έτσι τα προβλήματα παραγωγής και αποθήκευσης λύνονται με τη χρήση μοντέλων δυναμικού προγραμματισμού ή με τη χρήση ευρετικών αλγόριθμων.

A.4 Το Βασικό Μοντέλο Οικονομικής Ποσότητας Παραγγελίας (EOQ Model)

Το μοντέλο της οικονομικής ποσότητας παραγγελίας (ΟΠΠ) (Economic Order Quantity - EOQ) αποτελεί την πιο κοινή προσέγγιση στον καθορισμό του βέλτιστου μεγέθους παραγγελίας ενός αγαθού όταν απαιτείται ανανέωση των αποθεμάτων με μοναδικό περιορισμό την ελαχιστοποίηση των συνολικών δαπανών των αποθεμάτων. Σύμφωνα με το μοντέλο αυτό, σε ένα σταθερής ποσότητας παραγγελίας σύστημα όταν τα αποθέματα φτάνουν σε ένα συγκεκριμένο επίπεδο, που ονομάζεται σημείο αναπαραγγελίας, η επιχείρηση προμηθεύεται ένα σταθερό ποσό αποθεμάτων.

Με το μοντέλο αυτό γίνεται μια προσπάθεια να συνεκτιμηθούν τα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματα της διατήρησης αποθεμάτων. Απαραίτητα στοιχεία για τον υπολογισμό των παραμέτρων που ελαχιστοποιούν το συνολικό κόστος αποθέματος ενός αντικείμενου είναι ο υπολογισμός του συνολικού κόστους διατήρησης αποθέματος μια μονάδας για μια χρονική περίοδο (TCh) και το συνολικό κόστος τοποθέτησης μιας παραγγελίας (TCo). Για τον υπολογισμό των δαπανών αυτών χρησιμοποιούμε τους ακόλουθους τύπους.

$$TC_h = \frac{C_h \cdot Q}{2} \quad \text{και} \quad TCo = \frac{Co \cdot D}{Q}$$

C_o : το κόστος παραγγελίας και

C_h : το κόστος τήρησης αποθεμάτων

Επομένως το μέσο συνολικό κόστος ανά χρονική μονάδα (total cost per unit) σε έναν κύκλο λειτουργίας ως συνάρτηση της ποσότητας παραγγελίας (Q) είναι:

$$TC = \frac{Co \cdot D}{Q} + \frac{C_h \cdot Q}{2}$$

Από τους παραπάνω τύπους μπορούμε να εξάγουμε τα παρακάτω συμπεράσματα :

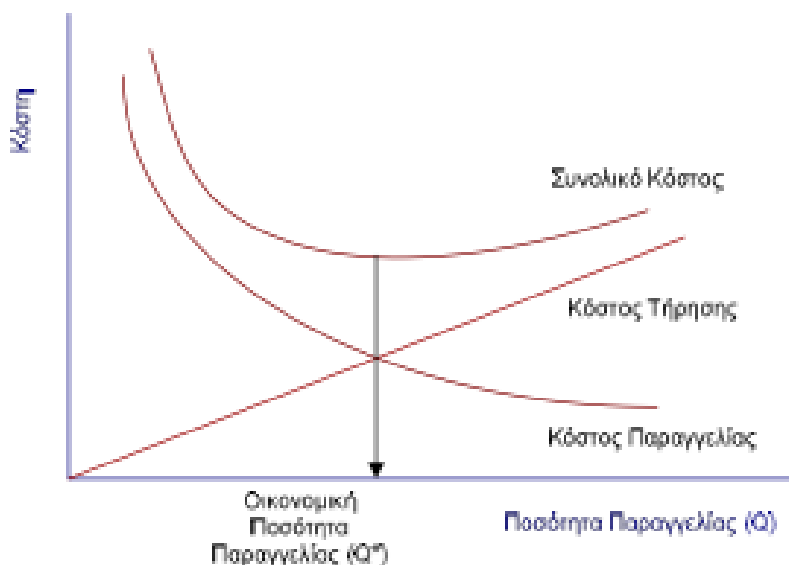
➤ Για χαμηλές τιμές του μεγέθους παραγγελίας (Q), το κόστος διατήρησης είναι χαμηλό σε αντίθεση με το κόστος παραγγελίας διότι απαιτείται να δίνονται συχνά παραγγελίες

➤ Η αύξηση του μεγέθους παραγγελίας συνεπάγεται μικρότερο αριθμό παραγγελιών γεγονός που οδηγεί σε μείωση του κόστους παραγγελίας, ενώ το

μέσο ποσό αποθεμάτων αυξάνεται με συνέπεια μια αύξηση στο κόστος τήρησης αποθεμάτων

➤ Διαπιστώνουμε λοιπόν ότι οι δύο αυτές δαπάνες δρουν αντίστροφα η μία στην άλλη. Αρχικά με τη μείωση του κόστους παραγγελίας, όπως φαίνεται και από την Εικόνα Α.2 παρατηρείται μείωση και του συνολικού κόστους. Από κάποιο όμως σημείο και έπειτα παρατηρείται πως η περαιτέρω αύξηση της ποσότητας παραγγελίας οδηγεί σε αύξηση της συνολικής δαπάνης. Το σημείο στο οποίο ελαχιστοποιείται το συνολικό κόστος αποτελεί την βέλτιστη ποσότητα παραγγελίας και ορίζεται ως οικονομική ποσότητα παραγγελίας και θα συμβολίζεται με Q^* . Από τα παραπάνω γίνεται κατανοητό ότι ουσιαστικά η οικονομική ποσότητα παραγγελίας αντιπροσωπεύει ένα συμβιβασμό μεταξύ των δύο αντιστρόφως σχετιζόμενων δαπανών.

➤ Παρόλο που υπάρχει μια μοναδική τιμή του Q που ελαχιστοποιεί το Συνολικό Κόστος, τυχόν μικρές αποκλίσεις από το σημείο ΕΟQ δεν συνεπάγεται σημαντικές αυξήσεις του Συνολικού Κόστους με αποτέλεσμα μικρά σφάλματα στον υπολογισμό των δαπανών παραγγελίας ή διατήρησης αποθεμάτων να μην προκαλούν σημαντικές αποκλίσεις από το σημείο Q^* .



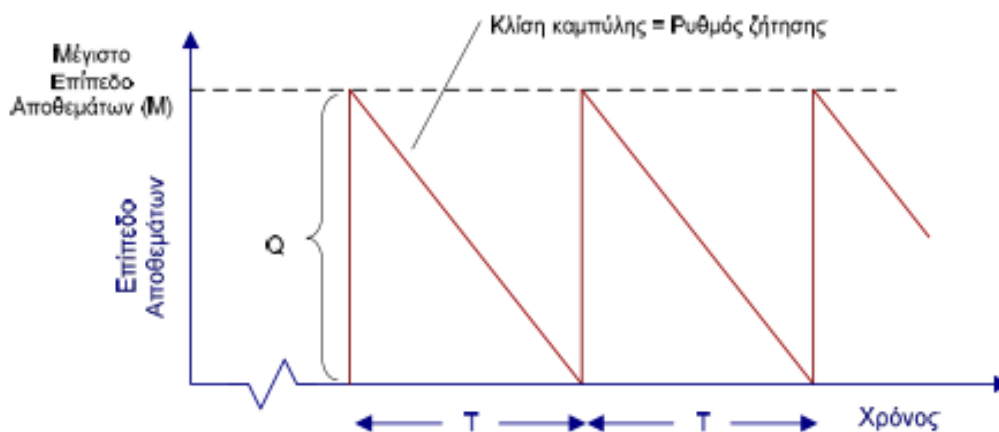
Εικόνα Α.2: Γράφημα της Οικονομικής Ποσότητας Παραγγελίας

A.5 Μοντέλο ΟΠΠ για αγορά χωρίς υστέρηση στην παραλαβή της παραγγελίας

Τα βασικά χαρακτηριστικά του συστήματος που ακολουθεί παρουσιάζει τα εξής χαρακτηριστικά :

- Η ζήτηση είναι γνωστή και σταθερή με την πάροδο του χρόνου (Ρυθμός ζήτησης, d = σταθερός)
- Μια ποσότητα παραγγελίας (Q) παραλαμβάνεται και καταναλώνεται με την πάροδο του χρόνου με σταθερό ρυθμό
- Η πολιτική αναπλήρωσης αποθέματος συνοψίζεται στην παραγγελία ποσότητας Q μονάδων προϊόντων όταν απόθεμα μηδενίζεται με αποτέλεσμα να μην υπάρχουν ελλείψεις (Σημείο αναπαραγγελίας, $R=0$ και Μέγιστο επίπεδο Αποθεμάτων $M=Q$).
- Η παράδοση νέων προϊόντων πραγματοποιείται άμεσα, επομένως δεν μεσολαβεί κάποιο χρονικό διάστημα μεταξύ παραγγελίας και παράδοσης τους και κατά συνέπεια η χρονική υστέρηση είναι μηδενική (Χρόνος υστέρησης, $m=0$)
- Η καινούρια παραγγελία παραλαμβάνεται σε μια παρτίδα – ενιαία τη στιγμή που τα αποθέματα έχουν μηδενιστεί και κατά συνέπεια δεν υπάρχουν ελλείψεις
- Συνεχής θεώρηση του χρόνου.

Οι παραπάνω βασικές υποθέσεις του Μοντέλου απεικονίζονται στο Σχήμα 7, το οποίο αποτελεί γραφική απεικόνιση του επιπέδου αποθεμάτων στο χρόνο



Εικόνα Α.3: Γράφημα με το επίπεδο αποθέματος ως συνάρτηση του χρόνου για το μοντέλο αγοράς χωρίς υστέρηση κατά την παραγγελία.

Σκοπός είναι να προσδιοριστεί η βέλτιστη ποσότητα των παραγγελιών. Στο σημείο αυτό θα πρέπει να σημειωθεί πως ο τύπος που δίνει τη βέλτιστη ποσότητα παραγγελίας διαφέρει ανάλογα με το είδος των προϊόντων / αποθεμάτων δηλαδή αν έχουμε συνεχείς Μονάδες ή Διακριτές.

Όταν η ποσότητα παραγγελίας λαμβάνει συνεχείς τιμές η βέλτιστη ποσότητα παραγγελίας δίνεται από τον ακόλουθο τύπο:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2 \cdot C_0 \cdot D}{C_h}}$$

Ενώ στην περίπτωση που λαμβάνει διακριτές τιμές (πολλαπλάσια του u) η βέλτιστη ποσότητα παραγγελίας δίνεται από τον ακόλουθο τύπο:

$$Q^* \cdot (Q^* - u) \leq \frac{2 \cdot C_0 \cdot D}{C_h} \leq Q^* \cdot (Q^* + u)$$

Και στις δύο περιπτώσεις (Συνεχείς – Διακριτές) το συνολικό ελάχιστο κόστος δίνεται από τον ακόλουθο τύπο:

$$TC_{\min} = \frac{C_0 \cdot D}{Q^*} + \frac{C_h \cdot Q^*}{2}$$

Για την καλύτερη κατανόηση των βασικότερων στοιχείων και τύπων του συγκεκριμένου μοντέλου ακολουθεί το παρακάτω παράδειγμα.

Παράδειγμα (συνεχείς αποθέματα)

Έχει υπολογιστεί πως μια βιοτεχνία παραγωγής υποδημάτων που παράγει ποικιλία δερμάτινων παπουτσιών για να καλυφθούν οι ετήσιες ανάγκες της βιοτεχνίας χρειάζονται 7200 τετραγωνικά μέτρα δέρματος. Αντίστοιχα οι ετήσιες ανάγκες τήρησης αποθεμάτων (C_h) ανέρχονται σε 0,5 € ανά τετραγωνικό μέτρο και το κόστος παραγγελίας (C_0) στα 100€. Να υπολογιστούν η βέλτιστη ποσότητα παραγγελίας, το συνολικό κόστος, ο ετήσιος αριθμός παραγγελιών, ο χρόνος μεταξύ δύο παραγγελιών καθώς και ο κύκλος παραγγελίας.

Μαθηματική Επίλυση

Δεδομένου ότι τόσο τα στοιχεία κόστους όσο και η ζήτηση αφορούν την ίδια χρονική περίοδο, δηλαδή το έτος μπορούμε να εφαρμόσουμε τους παραπάνω τύπους ώστε να υπολογιστούν τα ζητούμενα μεγέθη.

Επομένως, η βέλτιστη ποσότητα παραγγελίας είναι ίση με:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2 \cdot C_0 \cdot D}{C_h}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 100 \cdot 7200}{0,5}} = 1697,06 \text{ τ.μ. δέρμα}$$

Κατά συνέπεια, το συνολικό ελάχιστο κόστος είναι ίσο με:

$$TC_{\min} = \frac{C_0 \cdot D}{Q^*} + \frac{C_h \cdot Q^*}{2} = \frac{100 \cdot 7200}{1697,06} + \frac{0,5 \cdot 1697,06}{2} = 848,53 \text{ €}$$

Ο ετήσιος αριθμός (ΑΠ) ισούται με:

$$\text{ΑΠ} = \frac{D}{Q^*} = 4,24 \text{ παραγγελίες ανά έτος}$$

Και τέλος ο κύκλος παραγγελίας (ΚΠ) είναι ίσος με:

$$\text{ΚΠ} = \frac{311}{D/Q^*} = 73,3 \text{ εργάσιμες ημέρες}$$

Παράδειγμα (διακριτά αποθέματα)

Μια βιοτεχνία παραγωγής υποδημάτων που παράγει ποικιλία προϊόντων έχει υπολογίσει ότι για ένα συγκεκριμένο τύπο δερμάτινου παπουτσιού ο ετήσιος αριθμός ζήτησης είναι σταθερός και ισούται με 2.000 ζευγάρια παπούτσια ενώ οι δαπάνες παραγωγής και αποθήκευσής του ανά μήνα ανέρχονται αντίστοιχα στα 100€ και 0.5 €.

Να υπολογιστεί η βέλτιστη ποσότητα παραγγελίας, το συνολικό κόστος, το χρονικό διάστημα παραλαβής μιας παραγγελίας, ο αριθμός παραγγελιών το χρόνο και το μέγιστο επίπεδο αποθεμάτων.

Μαθηματική επίλυση

Δεδομένου ότι τόσο τα στοιχεία όσο και η ζήτηση αφορούν την ίδια χρονική περίοδο, δηλαδή το έτος μπορούμε να εφαρμόσουμε τους παραπάνω τύπους ώστε να υπολογιστούν τα ζητούμενα μεγέθη.

$$Q^* = \sqrt{\frac{2 \cdot C_0 \cdot D}{C_h}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 100 \cdot 2000}{0,5}} = 894,43 \text{ ζευγάρια παπούτσια}$$

Έπειτα στρογγυλοποιήστε προς τα κάτω και προκύπτει πως $Q = 894$.

Στη συνέχεια χρησιμοποιήστε την ανισότητα που δίνει η τιμή της βέλτιστης ποσότητας παραγγελίας για διακριτές μονάδες.

$$\begin{aligned}
 Q^* \cdot (Q^* - u) &\leq \frac{2 \cdot C_0 \cdot D}{C_h} \leq Q^* \cdot (Q^* + u) \Rightarrow \\
 894 \cdot (894 - 1) &\leq \frac{2 \cdot 100 \cdot 2000}{0,5} \leq 894 \cdot (894 + 1) \Rightarrow \\
 894 \cdot 893 &\leq \frac{2 \cdot 100 \cdot 2000}{0,5} \leq 894 \cdot 895 \Rightarrow \\
 798342 &\leq 800000 \leq 800130
 \end{aligned}$$

Καθώς η προηγούμενη ανισότητα είναι αληθής προκύπτει πως η τιμή της βέλτιστης οικονομικής ποσότητας παραγγελίας είναι 894 ζευγάρια παπούτσια. Σε περίπτωση που δεν ήταν αληθής θα γινόταν ο έλεγχος και για την περίπτωση όπου $Q = 895$ (στρογγυλοποίηση προς τα πάνω).

Κατά συνέπεια, το συνολικό ελάχιστο κόστος είναι ίσο με:

$$TC_{\min} = \frac{C_0 \cdot D}{Q} + \frac{C_h \cdot Q}{2} = \frac{100 \cdot 2000}{894} + \frac{0,5 \cdot 894}{2} = 447,214 \text{ €}$$

Ο ετήσιος αριθμός (ΑΠ) ισούται με:

$$\text{ΑΠ} = \frac{D}{Q} = 2,237 \text{ παραγγελίες ανά έτος}$$

Και τέλος ο κύκλος παραγγελίας (ΚΠ) είναι ίσος με:

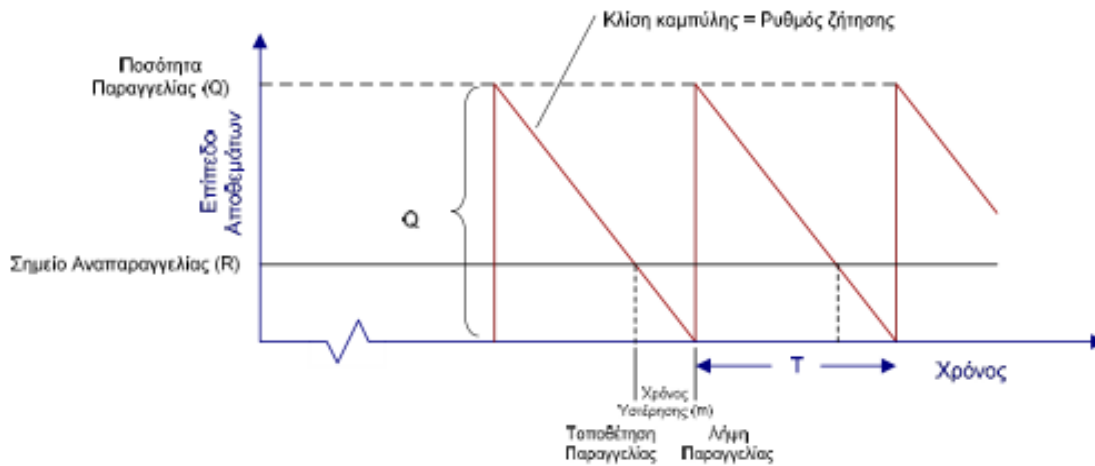
$$\text{ΚΠ} = \frac{311}{D/Q} = 139,025 \text{ εργάσιμες ημέρες}$$

A.6 Μοντέλο ΟΠΠ για αγορά με υστέρηση στην παραλαβή της παραγγελίας

Τα βασικά χαρακτηριστικά του συστήματος που ακολουθεί παρουσιάζει τα εξής χαρακτηριστικά :

- Η ζήτηση είναι γνωστή και σταθερή με την πάροδο του χρόνου (Ρυθμός ζήτησης, d = σταθερός)
- Μια ποσότητα παραγγελίας (Q) παραλαμβάνεται και καταναλώνεται με την πάροδο του χρόνου με σταθερό ρυθμό
- Η πολιτική αναπλήρωσης αποθέματος συνοψίζεται στην παραγγελία ποσότητας Q μονάδων προϊόντων όταν το επίπεδο αποθεμάτων φτάνει στο σημείο αναπαραγγελίας. Το σημείο αναπαραγγελίας είναι ένας προκαθορισμένος αριθμός μονάδων του υλικού. (Σημείο αναπαραγγελίας, $R \neq 0$ και Μέγιστο επίπεδο Αποθεμάτων $M=Q$)
- Η παράδοση νέων προϊόντων δεν πραγματοποιείται άμεσα, δηλαδή μεσολαβεί χρόνος μεταξύ της παραγγελίας και παράδοσης τους και κατά συνέπεια η χρονική υστέρηση είναι διάφορη του μηδενός (Χρόνος υστέρησης, $m \neq 0$)
- Η καινούρια παραγγελία παραλαμβάνεται σε μια παρτίδα – ενιαία τη στιγμή που τα αποθέματα έχουν μηδενιστεί και κατά συνέπεια δεν υπάρχουν ελλείψεις
- Συνεχής θεώρηση του χρόνου
- Διαρκής επανάληψη του κύκλου αυτού με τα παραπάνω χαρακτηριστικά για την ίδια ποσότητα παραγγελίας, σημείο αναπαραγγελίας και χρόνο υστέρησης.

Αυτές οι βασικές υποθέσεις του μοντέλου, απεικονίζονται στην Εικόνα Α.4, που αποτελεί γραφική απεικόνιση του επιπέδου αποθεμάτων στο χρόνο.



Εικόνα Α.4: Γράφημα με το επίπεδο αποθέματος ως συνάρτηση του χρόνου για το μοντέλο αγοράς με υστέρηση κατά την παραγγελία

Σκοπός και πάλι είναι να προσδιοριστεί η βέλτιστη ποσότητα των παραγγελιών. Ο τύπος που δίνει τη βέλτιστη ποσότητα παραγγελίας διαφέρει ανάλογα με το είδος των προϊόντων / αποθεμάτων (συνεχείς ή διακριτά).

Στην περίπτωση που η ποσότητα παραγγελίας λαμβάνει συνεχείς τιμές η βέλτιστη ποσότητα παραγγελίας δίνεται από τον ακόλουθο τύπο:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2 \cdot C_0 \cdot D}{C_h}}$$

Ενώ στην περίπτωση που λαμβάνει διακριτές τιμές (πολλαπλασία του u) η βέλτιστη ποσότητα παραγγελίας δίνεται από τον ακόλουθο τύπο:

$$Q^* \cdot (Q^* - u) \leq \frac{2 \cdot C_0 \cdot D}{C_h} \leq Q^* \cdot (Q^* + u)$$

Και στις δύο περιπτώσεις (Συνεχείς – Διακριτές) το συνολικό ελάχιστο κόστος δίνεται από τον ακόλουθο τύπο:

$$TC_{\min} = \frac{C_0 \cdot D}{Q^*} + \frac{C_h \cdot Q^*}{2}$$

Ο χρόνος μεταξύ των παραγγελιών δίνεται από τη σχέση $T_0 = \frac{Q^*}{D}$, ενώ η συχνότητα των παραγγελιών (αριθμός των παραγγελιών ανά έτος) ορίζεται από το αντίστροφο του.

Τέλος, το σημείο αναπαραγγελίας προκύπτει από τη σχέση $R = d \cdot m$ όπου d ο ρυθμός ζήτησης ανά περίοδο και m ο χρόνος υστέρησης.

Για την καλύτερη κατανόηση των βασικότερων στοιχείων και τύπων του συγκεκριμένου μοντέλου ακολουθεί το παρακάτω παράδειγμα.

Παράδειγμα (συνεχείς αποθέματα)

Θεωρούμε μια βιοτεχνία παραγωγής υποδημάτων που παράγει ποικιλία δερμάτινων παπουτσιών. Έχει υπολογιστεί πως για να καλυφθούν οι ετήσιες ανάγκες της βιοτεχνίας χρειάζονται 7200 τετραγωνικά μέτρα δέρματος. Αντίστοιχα οι ετήσιες ανάγκες τήρησης αποθεμάτων ανέρχονται σε 0,5 € ανά τετραγωνικό μέτρο και το κόστος παραγγελίας στα 100€. Τέλος, ο χρόνος υστέρησης είναι 5 μέρες. Να υπολογιστεί η βέλτιστη ποσότητα παραγγελίας, το συνολικό κόστος, ο ετήσιος αριθμός παραγγελιών, ο χρόνος μεταξύ δύο παραγγελιών και ο κύκλος παραγγελίας.

Μαθηματική Επίλυση

Δεδομένου ότι τόσο τα στοιχεία κόστους όσο και η ζήτηση αφορούν την ίδια χρονική περίοδο, δηλαδή το έτος μπορούμε να εφαρμόσουμε τους παραπάνω τύπους ώστε να υπολογιστούν τα ζητούμενα μεγέθη.

Επομένως, η βέλτιστη ποσότητα παραγγελίας είναι ίση με:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2 \cdot C_0 \cdot D}{C_h}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 100 \cdot 7200}{0,5}} = 1697,06 \text{ τ.μ. δέρμα}$$

Το συνολικό ελάχιστο κόστος είναι ίσο με:

$$TC_{\min} = \frac{C_0 \cdot D}{Q^*} + \frac{C_h \cdot Q^*}{2} = \frac{100 \cdot 7200}{1697,06} + \frac{0,5 \cdot 1697,06}{2} = 848,53 \text{ €}$$

Ο ετήσιος αριθμός (ΑΠ) ισούται με:

$$ΑΠ = \frac{D}{Q^*} = 4,24 \text{ παραγγελίες ανά έτος}$$

Ο κύκλος παραγγελίας (ΚΠ) είναι ίσος με:

$$ΚΠ = \frac{311}{D/Q^*} = 73,3 \text{ εργάσιμες ημέρες}$$

Και τέλος το σημείο αναπαραγγελίας είναι:

$$R = d \cdot m = \frac{7200}{311} \cdot 5 = 115,76 \text{ τ.μ. δέρματος}$$

Παράδειγμα (διακριτά αποθέματα)

Θεωρούμε μια βιοτεχνία παραγωγής υποδημάτων που παράγει ποικιλία προϊόντων. Για ένα συγκεκριμένο τύπο δερμάτινου παπουτσιού έχει υπολογιστεί πως ο ετήσιος αριθμός ζήτησης είναι σταθερός και ισούται με 2.000 ζευγάρια παπούτσια ενώ οι δαπάνες παραγωγής και αποθήκευσης του ανά μήνα ανέρχονται αντίστοιχα στα 100€ και 0.5 €. Τέλος, ο χρόνος υστέρησης είναι 5 μέρες. Στόχος είναι να υπολογιστεί η βέλτιστη ποσότητα παραγγελίας, το συνολικό κόστος, το χρονικό διάστημα παραλαβής μιας παραγγελίας, ο αριθμός παραγγελιών το χρόνο και το μέγιστο επίπεδο αποθεμάτων.

Μαθηματική επίλυση

Δεδομένου ότι τόσο τα στοιχεία όσο και η ζήτηση αφορούν την ίδια χρονική περίοδο, δηλαδή το έτος μπορούμε να εφαρμόσουμε τους παραπάνω τύπους ώστε να υπολογιστούν τα ζητούμενα μεγέθη.

$$Q^* = \sqrt{\frac{2 \cdot C_0 \cdot D}{C_h}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 100 \cdot 2000}{0,5}} = 894,43 \text{ ζευγάρια παπούτσια}$$

Έπειτα στρογγυλοποιήστε προς τα κάτω και προκύπτει πως $Q^* = 894$.

Στη συνέχεια χρησιμοποιήστε την ανισότητα που δίνει η τιμή της βέλτιστης ποσότητας παραγγελίας για διακριτές μονάδες.

$$\begin{aligned} Q^* \cdot (Q^* - u) &\leq \frac{2 \cdot C_0 \cdot D}{C_h} \leq Q^* \cdot (Q^* + u) \Rightarrow \\ 894 \cdot (894 - 1) &\leq \frac{2 \cdot 100 \cdot 2000}{0,5} \leq 894 \cdot (894 + 1) \Rightarrow \\ 894 \cdot 893 &\leq \frac{2 \cdot 100 \cdot 2000}{0,5} \leq 894 \cdot 895 \Rightarrow \\ 798342 &\leq 800000 \leq 800130 \end{aligned}$$

Καθώς η προηγούμενη ανισότητα είναι αληθής προκύπτει πως η τιμή της βέλτιστης οικονομικής ποσότητας παραγγελίας είναι 894 ζευγάρια παπούτσια. Σε περίπτωση που δεν ήταν αληθής θα γινόταν ο έλεγχος και για την περίπτωση όπου $Q = 895$ (στρογγυλοποίηση προς τα πάνω).

Κατά συνέπεια, το συνολικό ελάχιστο κόστος είναι ίσο με:

$$TC_{\min} = \frac{C_0 \cdot D}{Q^*} + \frac{C_h \cdot Q^*}{2} = \frac{100 \cdot 2000}{894} + \frac{0,5 \cdot 894}{2} = 447,214 \text{ €}$$

Ο ετήσιος αριθμός (ΑΠ) ισούται με:

$$ΑΠ = \frac{D}{Q^*} = 2,237 \text{ παραγγελίες ανά έτος}$$

Ο κύκλος παραγγελίας (ΚΠ) είναι ίσος με:

$$κπ = \frac{311}{D/Q^*} = 139,025 \text{ εργάσιμες ημέρες}$$

Και τέλος, το σημείο αναπαραγγελίας είναι:

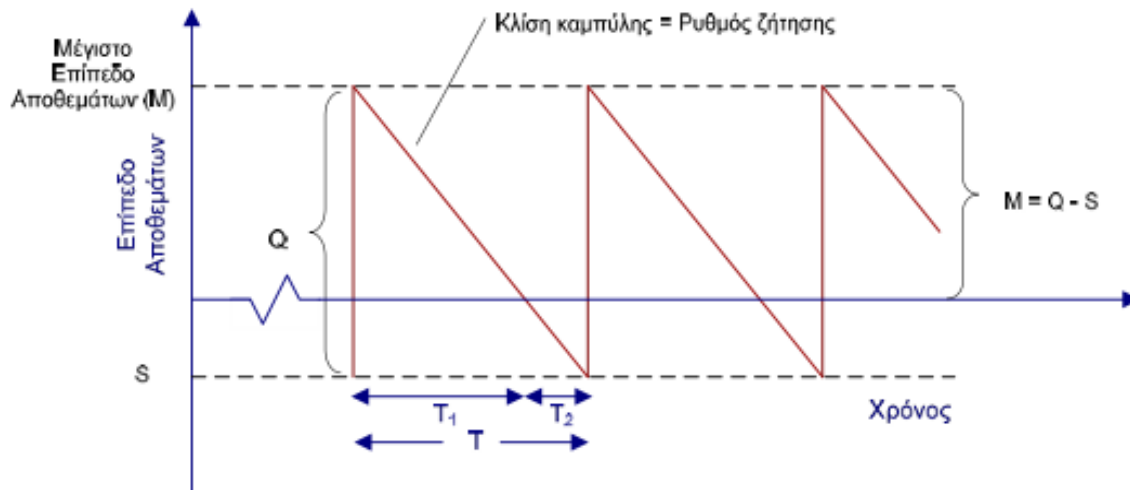
$$R = d \cdot m = \frac{2000}{311} \cdot 5 = 32,15 \approx 32 \text{ ζευγάρια παπούτσια}$$

A.7 Μοντέλο ΟΠΠ για αγορά με ανεκτέλεστες παραγγελίες

Το μοντέλου ΟΠΠ για αγορά με ανεκτέλεστες παραγγελίες είναι γνωστό και ως μοντέλο ΟΠΠ με ελλείμματα αποθέματος ή ντετερμινιστικό σύστημα σταθερής παραγγελίας με καθυστερημένη ικανοποίηση της ζήτησης (inventory model with planned shortages ή vendor with backorders). Η μοναδική διαφορά του σε σχέση με το βασικό ΟΠΠ μοντέλο είναι ότι επιτρέπονται ελλείμματα αποθεμάτων. Τα βασικά χαρακτηριστικά του συστήματος που ακολουθεί παρουσιάζει τα εξής χαρακτηριστικά :

- Η ζήτηση είναι γνωστή και σταθερή με την πάροδο του χρόνου (Ρυθμός ζήτησης, d = σταθερός)
- Η πολιτική αναπλήρωσης αποθέματος ορίζει πως παραγγέλλονται Q μονάδες προϊόντων κάθε φορά που το απόθεμα φτάνει σε επίπεδο S . Το S είναι μικρότερο του μηδενός και αποτελεί το μέγιστο έλλειμμα αποθέματος που παρατηρείται αμέσως πριν την τοποθέτηση Q παραγόμενων μονάδων. Τα ελλείμματα αυτά καλύπτονται από την επομένη παραγγελία. Αντιστοίχως το μέγιστο επίπεδο αποθεμάτων (M) διαφέρει από την ποσότητα παραγγελίας Q ($M=Q-S$). Συνεπώς, στο μοντέλο αυτό υπάρχει η δυνατότητα η επιχείρηση να καθυστερήσει στην κάλυψη της ζήτησης
 - Η εισαγωγή καθυστέρησης στην κάλυψη της ζήτησης εισάγει το αντίστοιχο κόστος έλλειψης αποθέματος (cb), το οποίο εξαρτάται από το χρόνο που η ζήτηση έμεινε ανικανοποίητη
 - Η καινούρια παραγγελία παραλαμβάνεται σε μια παρτίδα – ενιαία
 - Η παράδοση νέων προϊόντων πραγματοποιείται άμεσα, δηλαδή δεν μεσολαβεί χρόνος μεταξύ παραγγελίας και παράδοσης και άρα η χρονική υστέρηση είναι μηδενική (Χρόνος υστέρησης, $m=0$)
 - Συνεχής θεώρηση του χρόνου

Αυτές οι βασικές υποθέσεις του μοντέλου απεικονίζονται στην Εικόνα A.5 που αποτελεί γραφική απεικόνιση του επιπέδου αποθεμάτων στο χρόνο.



Εικόνα Α.5: Γράφημα με το επίπεδο αποθέματος ως συνάρτηση του χρόνου για το μοντέλο αγοράς με ανεκτέλεστες παραγγελίες

Σκοπός και πάλι είναι να προσδιοριστεί η βέλτιστη ποσότητα των παραγγελιών. Ο τύπος που δίνει τη βέλτιστη ποσότητα παραγγελίας διαφέρει ανάλογα με το είδος των προϊόντων / αποθεμάτων (συνεχείς ή διακριτά).

Στην περίπτωση που η ποσότητα παραγγελίας λαμβάνει συνεχείς τιμές η βέλτιστη ποσότητα παραγγελίας δίνεται από τον ακόλουθο τύπο:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2 \cdot C_0 \cdot D}{C_h} \cdot \left(\frac{C_h + C_b}{C_b} \right)}$$

Ενώ στην περίπτωση που λαμβάνει διακριτές τιμές (πολλαπλάσια του u) η βέλτιστη ποσότητα παραγγελίας δίνεται από τον ακόλουθο τύπο:

$$Q^* \cdot (Q^* - u) \leq \frac{2 \cdot C_0 \cdot D}{C_h} \cdot \left(\frac{C_h + C_b}{C_b} \right) \leq Q^* \cdot (Q^* + u)$$

Και στις δύο περιπτώσεις (Συνεχείς – Διακριτές) το συνολικό ελάχιστο κόστος δίνεται από τον ακόλουθο τύπο:

$$TC_{\min} = \frac{C_0 \cdot D}{Q^*} + \frac{C_h \cdot (Q^* - S)^2}{2 \cdot Q^*} + \frac{C_b \cdot S^2}{2 \cdot Q^*}$$

Κάποιες άλλες παράμετροι του μοντέλου αυτού είναι το μέγιστο έλλειμμα αποθέματος δηλαδή η ποσότητα ζήτησης που δεν καλύπτεται σε κάθε κύκλο και το μέγιστο απόθεμα. Οι παράμετροι αυτοί δίνονται από τους ακόλουθους τύπους:

$$S = Q^* \cdot \left(\frac{C_h}{C_h + C_b} \right)$$

$$M = Q^* - S^*$$

Ο βέλτιστος χρόνος μεταξύ των παραγγελιών είναι:

$$T = \frac{Q^*}{D} = \sqrt{\frac{2 \cdot C_0}{C_h \cdot D} \cdot \left(\frac{C_h + C_b}{C_b} \right)}$$

ενώ οι χρόνοι T1 και T2 όπως φαίνονται στην εικόνα 1 ορίζονται ως εξής:

$$T_1 = \frac{Q^* - S^*}{D} \quad T_2 = \frac{S^*}{D}$$

Τέλος, το σημείο αναπαραγγελίας βρίσκεται στο σημείο $-S$.

Έχοντας παραθέσει τα βασικότερα στοιχεία και τύπους του μοντέλου μπορούμε να παραθέσουμε ένα παράδειγμα για να γίνει καλύτερα αντιληπτό.

Παράδειγμα (συνεχείς αποθέματα)

Θεωρούμε μια βιοτεχνία παραγωγής υποδημάτων που παράγει ποικιλία δερμάτινων παπουτσιών. Έχει υπολογιστεί πως για να καλυφθούν οι ετήσιες ανάγκες της βιοτεχνίας χρειάζονται 7200 τετραγωνικά μέτρα δέρματος. Αντίστοιχα οι ετήσιες ανάγκες τήρησης αποθεμάτων ανέρχονται σε 0,5 € ανά τετραγωνικό μέτρο και το κόστος παραγγελίας στα 100€. Τέλος, υπάρχει δυνατότητα ελλείψεων, με κόστος έλλειψης 0,70€ . Να υπολογιστεί η βέλτιστη ποσότητα παραγγελίας, το συνολικό κόστος, ο ετήσιος αριθμός παραγγελιών, ο χρόνος μεταξύ δύο παραγγελιών και ο κύκλος παραγγελίας.

Μαθηματική Επίλυση

Δεδομένου ότι τόσο τα στοιχεία κόστους όσο και η ζήτηση αφορούν την ίδια χρονική περίοδο, δηλαδή το έτος μπορούμε να εφαρμόσουμε τους παραπάνω τύπους ώστε να υπολογιστούν τα ζητούμενα μεγέθη.

Επομένως, η βέλτιστη ποσότητα παραγγελίας είναι ίση με:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2 \cdot C_0 \cdot D}{C_h} \cdot \left(\frac{C_h + C_b}{C_b}\right)} = \sqrt{\frac{2 \cdot 100 \cdot 7200}{0,5} \cdot \left(\frac{0,5 + 0,7}{0,7}\right)} = 2221,97 \text{ τ.μ. δέρμα}$$

Το μέγιστο έλλειμμα αποθέματος είναι ίσο με:

$$S^* = Q^* \cdot \left(\frac{C_h}{C_h + C_b}\right) = 925,82 \text{ τ.μ. δέρμα}$$

Αντίστοιχα, το μέγιστο απόθεμα είναι ίσο με:

$$M^* = Q^* - S^* = 1296,15 \text{ τ.μ δέρματος}$$

Ο βέλτιστος χρόνος μεταξύ των παραγγελιών είναι:

$$T^* = \frac{Q^*}{D} = \sqrt{\frac{2 \cdot C_0}{C_h \cdot D} \cdot \left(\frac{C_h + C_b}{C_b}\right)} = 0,31$$

Το συνολικό ελάχιστο κόστος είναι ίσο με:

$$TC_{\min} = \frac{C_0 \cdot D}{Q^*} + \frac{C_h \cdot (Q^* - S)^2}{2 \cdot Q^*} + \frac{C_b \cdot S^2}{2 \cdot Q^*} =$$

$$= \frac{100 \cdot 7200}{2221,97} + \frac{0,5 \cdot (1296,15)^2}{2 \cdot 2221,97} + \frac{0,7 \cdot 925,82^2}{2 \cdot 2221,97} = 648,07 \text{ €}$$

Τέλος, το σημείο αναπαραγγελίας είναι ίσο με $R = - S = 925,82 \text{ τ.μ δέρματος}$

Παράδειγμα (διακριτά αποθέματα)

Θεωρούμε μια βιοτεχνία παραγωγής υποδημάτων που παράγει ποικιλία προϊόντων. Για ένα συγκεκριμένο τύπο δερμάτινου παπουτσιού έχει υπολογιστεί πως ο ετήσιος αριθμός ζήτησης είναι σταθερός και ισούται με 2.000 ζευγάρια παπούτσια ενώ οι δαπάνες παραγωγής και αποθήκευσής του ανά μήνα ανέρχονται αντίστοιχα στα 100€ και 0.5 €. Τέλος, υπάρχει δυνατότητα ελλείψεων, με κόστος έλλειψης 0,70€ . Να υπολογιστεί η βέλτιστη ποσότητα παραγγελίας, το συνολικό κόστος, το χρονικό διάστημα παραλαβής μιας παραγγελίας, ο αριθμός παραγγελιών το χρόνο και το μέγιστο επίπεδο αποθεμάτων.

Μαθηματική επίλυση

Δεδομένου ότι τόσο τα στοιχεία όσο και η ζήτηση αφορούν την ίδια χρονική περίοδο, δηλαδή το έτος μπορούμε να εφαρμόσουμε τους παραπάνω τύπους ώστε να υπολογιστούν τα ζητούμενα μεγέθη.

$$Q^* = \sqrt{\frac{2 \cdot C_0 \cdot D}{C_h} \cdot \left(\frac{C_h + C_b}{C_b}\right)} = \sqrt{\frac{2 \cdot 100 \cdot 2000}{0,5} \cdot \left(\frac{0,5 + 0,7}{0,7}\right)} = 1171,08 \text{ ζευγάρια}$$

παπούτσια

Έπειτα στρογγυλοποιείτε προς τα κάτω και προκύπτει πως $Q = 1171$.

Στη συνέχεια χρησιμοποιείται η ανισότητα που δίνει η τιμή της βέλτιστης ποσότητας παραγγελίας για διακριτές μονάδες.

$$\begin{aligned} Q^* \cdot (Q^* - u) &\leq \frac{2 \cdot C_0 \cdot D}{C_h} \cdot \left(\frac{C_h + C_b}{C_b}\right) \leq Q^* \cdot (Q^* + u) \Rightarrow \\ 1171 \cdot (1171 - 1) &\leq \frac{2 \cdot 100 \cdot 2000}{0,5} \cdot \left(\frac{0,5 + 0,7}{0,7}\right) \leq 1171 \cdot (1171 + 1) \Rightarrow \\ 1171 \cdot 1170 &\leq \frac{2 \cdot 100 \cdot 2000}{0,5} \cdot \frac{1,2}{0,7} \leq 1171 \cdot 1172 \Rightarrow \\ 1370070 &\leq 1371428,57 \leq 13724126 \end{aligned}$$

Καθώς η προηγούμενη ανισότητα είναι αληθής προκύπτει πως η τιμή της βέλτιστης οικονομικής ποσότητας παραγγελίας είναι 1171 ζευγάρια παπούτσια. Σε περίπτωση που δεν ήταν αληθής θα γινόταν ο έλεγχος και για την περίπτωση όπου $Q = 2221$ (στρογγυλοποίηση προς τα κάτω).

Το μέγιστο έλλειμμα αποθέματος είναι ίσο με:

$$S^* = Q^* \cdot \left(\frac{C_h}{C_h + C_b}\right) = 487,92 \approx 488 \text{ ζευγάρια παπούτσια}$$

Αντίστοιχα, το μέγιστο απόθεμα είναι ίσο με:

$$M^* = Q^* - S^* = 683,08 \text{ ζευγάρια παπούτσια}$$

Ο βέλτιστος χρόνος μεταξύ των παραγγελιών είναι:

$$T^* = \frac{Q^*}{D} = \sqrt{\frac{2 \cdot C_0}{C_h \cdot D} \cdot \left(\frac{C_h + C_b}{C_b}\right)} = 0,5855$$

Το συνολικό ελάχιστο κόστος είναι ίσο με:

$$TC_{\min} = \frac{C_0 \cdot D}{Q^*} + \frac{C_h \cdot (Q^* - S)^2}{2 \cdot Q^*} + \frac{C_b \cdot S^2}{2 \cdot Q^*} = \frac{100 \cdot 2000}{1171} + \frac{0,5 \cdot (683,08)^2}{2 \cdot 1171} + \frac{0,7 \cdot 487,92^2}{2 \cdot 1171} = 341,57 \text{ ευρώ}$$

Τέλος, το σημείο αναπαραγγελίας είναι ίσο με $R = - S = 487,92$ ζευγάρια παπούτσια

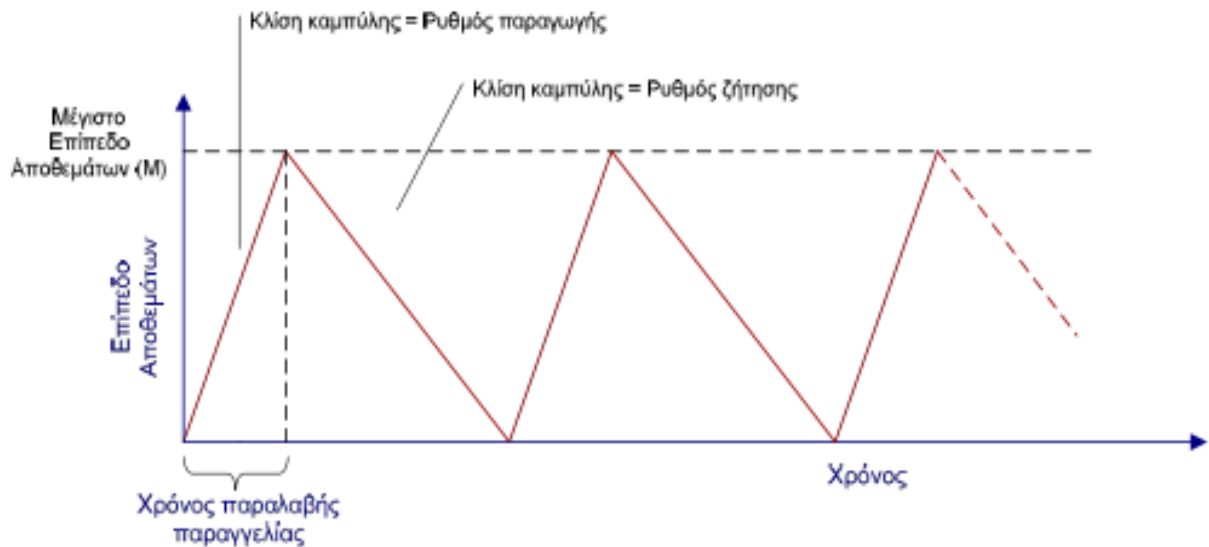
A.8 Μοντέλο ΟΠΠ για Παραγωγή χωρίς υστέρηση στην παραλαβή της παραγγελίας

Το μοντέλο ΟΠΠ για παραγωγή χωρίς υστέρηση στην παραλαβή της παραγγελίας είναι γνωστό και με τα εξής ονόματα: μοντέλο ΟΠΠ μη αυτόματου ανεφοδιασμού ή μοντέλο ΟΠΠ με σταδιακή ομοιόμορφη αναπλήρωση αποθέματος. Η σημαντικότερη διαφορά σε σχέση με τα προηγούμενα συστήματα είναι πως οι παραγγελίες παραλαμβάνονται βαθμιαία. Τα βασικά χαρακτηριστικά του συστήματος αυτού είναι τα ακόλουθα :

- Η ζήτηση είναι γνωστή και σταθερή με την πάροδο του χρόνου (αυτή η παραδοχή ισχύει για όλα τα μοντέλα του κεφαλαίου αυτού) (Ρυθμός ζήτησης, d = σταθερός)
- Η ποσότητα παραγγελίας παραλαμβάνεται βαθμιαία με την πάροδο του χρόνου, και το επίπεδο αποθεμάτων (Q) ανανεώνεται και μειώνεται την ίδια στιγμή
- Το απόθεμα αναπληρώνεται ομοιόμορφα με σταθερό ρυθμό, αρχίζοντας με την τοποθέτηση της παραγγελίας
- Ο ρυθμός αναπλήρωσης / παραγωγής είναι μεγαλύτερος του ρυθμού ζήτησης, διότι θεωρούμε πως δεν υπάρχουν ελλείψεις
- Συνεχής θεώρηση του χρόνου
- Διαρκής επανάληψη του κύκλου αυτού με τα παραπάνω χαρακτηριστικά για την ίδια ποσότητα παραγγελίας, σημείο αναπαραγγελίας και χρόνο υστέρησης

Το μοντέλο αυτό έχει εφαρμογή συνήθως στις περιπτώσεις όπου ο χρήστης των αποθεμάτων είναι ταυτόχρονα και παραγωγός, όπως σε μια βιομηχανία όπου ένα τμήμα ενός προϊόντος παράγεται για να χρησιμοποιηθεί σε άλλο σημείο της παραγωγής. Με βάση όσα αναφέραμε μια παράμετρος που εισάγεται στο μοντέλο αυτό και η οποία δεν υπήρχε στα προηγούμενα είναι ο ρυθμός παραγωγής (p) που ορίζεται ως ο ρυθμός στον οποίο λαμβάνεται η παραγγελία στο χρόνο.

Αυτές οι βασικές υποθέσεις του μοντέλου απεικονίζονται στην Εικόνα Α.6 που αποτελεί γραφική απεικόνιση του επιπέδου αποθεμάτων στο χρόνο



Εικόνα Α.6: Γράφημα με το επίπεδο αποθέματος ως συνάρτηση του χρόνου για το μοντέλο παραγωγής χωρίς υστέρηση στην παραλαβή της παραγγελίας

Παρατηρώντας την Εικόνα Α.6 προκύπτουν οι ακόλουθες παρατηρήσεις:

Πρώτον ο χρόνος που απαιτείται για τη λήψη μιας παραγγελίας (ή χρόνος παραγωγής) είναι $t = \frac{Q}{p}$

Δεύτερον το μέγιστο ποσό των αποθεμάτων είναι $M = (p - d) \cdot t = \left(1 - \frac{d}{p}\right) \cdot Q$

Με βάση τις δυο παραπάνω παρατηρήσεις το συνολικό κόστος τήρησης ορίζεται ως ακολούθως:

$$TC_h = (p - d) \cdot t = \left(1 - \frac{d}{p}\right) \cdot \frac{C_h \cdot Q}{2}$$

Και το συνολικό ετήσιο κόστος των αποθεμάτων καθορίζεται σύμφωνα με τον ακόλουθο τύπο:

$$TC_h = \left(1 - \frac{d}{p}\right) \cdot \frac{C_h \cdot Q}{2} + \frac{C_0 \cdot D}{Q}$$

Σκοπός και πάλι είναι να προσδιοριστεί η βέλτιστη ποσότητα των παραγγελιών. Ο τύπος που δίνει τη βέλτιστη ποσότητα παραγγελίας διαφέρει ανάλογα με το είδος των προϊόντων / αποθεμάτων (συνεχείς ή διακριτά).

Στην περίπτωση που η ποσότητα παραγγελίας λαμβάνει συνεχείς τιμές η βέλτιστη ποσότητα παραγγελίας δίνεται από τον ακόλουθο τύπο:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2 \cdot C_0 \cdot D}{C_h \cdot \left(1 - \frac{d}{p}\right)}}$$

Ενώ στην περίπτωση που λαμβάνει διακριτές τιμές (πολλαπλάσια του u) η βέλτιστη ποσότητα παραγγελίας δίνεται από τον ακόλουθο τύπο:

$$Q^* \cdot (Q^* - u) \leq \frac{2 \cdot C_0 \cdot D}{C_h \cdot \left(1 - \frac{d}{p}\right)} \leq Q^* \cdot (Q^* + u)$$

Και στις δύο περιπτώσεις (Συνεχείς – Διακριτές) το συνολικό ελάχιστο κόστος δίνεται από τον ακόλουθο τύπο:

$$TC_{\min} = \left(1 - \frac{d}{p}\right) \cdot \frac{C_h \cdot Q^*}{2} + \frac{C_0 \cdot D}{Q^*}$$

Έχοντας παραθέσει τα βασικότερα στοιχεία και τύπους του μοντέλου μπορούμε να παραθέσουμε ένα παράδειγμα για να γίνει καλύτερα αντιληπτό.

Παράδειγμα (Συνεχείς αποθέματα)

Ένα κατάστημα λιανικής παπουτσιών προμηθεύεται ένα συγκεκριμένο τύπο παπουτσιού από μια βιοτεχνία κατασκευής υποδημάτων. Για το συγκεκριμένο προϊόν της βιοτεχνίας θεωρούμε πως το κόστος παραγγελίας είναι 100€, το κόστος διατήρησης 0,25 ευρώ ανά τετραγωνικό μέτρο ζευγάρι, ενώ η ζήτηση του καταστήματος είναι ίση με 12.000 τετραγωνικά μέτρα δέρματος το χρόνο. Η βιομηχανική εγκατάσταση λειτουργεί τις ίδιες ημέρες που το κατάστημα είναι ανοικτό (δηλ., 311 ημέρες) και παράγει 60 ζευγάρια παπουτσιών ανά ημέρα.

Μαθηματική επίλυση

Τα δεδομένα του παραδείγματος είναι τα εξής: $c_0=100€$, $c_h=0,25€$ ανά ζευγάρι, $D=12.000$ ζευγάρια το χρόνο, $d=12.000/311 \approx 39$ τετραγωνικά μέτρα ανά ημέρα και $p=60$ τετραγωνικά μέτρα ανά ημέρα.

Η συνεχής τιμή της βέλτιστης ποσότητας παραγγελίας ισούται με:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2 \cdot C_0 \cdot D}{C_h \cdot \left(1 - \frac{d}{p}\right)}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 100 \cdot 12000}{0,25 \cdot \left(1 - \frac{39}{60}\right)}} = 5237,23 \text{ τ.μ δέρματος}$$

Το συνολικό κόστος είναι ίσο με:

$$TC_{\min} = \frac{C_0 \cdot D}{Q^*} + \frac{C_h \cdot Q^*}{2} \cdot \left(1 - \frac{d}{p}\right) = \frac{100 \cdot 12000}{5237,23} + \frac{0,25 \cdot 5237,23}{2} \cdot \left(1 - \frac{39}{60}\right) = 458,26 \text{ €}$$

Το μέγιστο απόθεμα είναι ίσο με :

$$M = \left(1 - \frac{d}{p}\right) \cdot Q^* = \left(1 - \frac{39}{60}\right) \cdot 5237,23 = 1833,03 \text{ τ.μ δέρματος}$$

Ο χρόνος παραλαβής της παραγγελίας είναι ίσος με :

$$t = \frac{Q^*}{p} = \frac{5237,23}{60} = 87,29 \text{ μέρες ανά παραγγελία.}$$

Ο αριθμός παραγγελιών ανά χρόνο είναι ίσος με : $\frac{D}{Q^*} = \frac{12000}{5237,23} = 2,29$ παραγγελίες

το χρόνο.

Τέλος, η χρονική διάρκεια ενός κύκλου είναι ίση με :

$$\frac{Q^*}{D} \cdot 311 = \frac{5237,23}{12000} \cdot 311 = 135,74 \approx 136 \text{ ημέρες.}$$

Παράδειγμα (διακριτά αποθέματα)

Θεωρούμε ένα κατάστημα λιανικής παπουτσιών που προμηθεύεται ένα συγκεκριμένο τύπο παπουτσιού από μια μικρή τοπική βιοτεχνία κατασκευής υποδημάτων. Για το συγκεκριμένο προϊόν της βιοτεχνίας θεωρούμε πως το κόστος παραγωγής είναι 100€, το κόστος διατήρησης είναι 0,25€ ανά ζευγάρι, ενώ η ζήτηση είναι ίση με 13.000 ζευγάρια το χρόνο. Η βιομηχανική εγκατάσταση λειτουργεί τις ίδιες μέρες που το κατάστημα είναι ανοιχτό (δηλαδή 311 ημέρες) και παράγει 60 ζευγάρια παπουτσιών τη ανά ημέρα.

Μαθηματική επίλυση

Τα δεδομένα του παραδείγματος είναι τα εξής: $C_0 = 100\text{€}$, $C_h = 0,25\text{€}$ ανά ζευγάρι, $D = 12.000$ ζευγάρια το χρόνο, $d = 13.000/311 \approx 42$ ζευγάρια ανά ημέρα και $p = 60$ ζευγάρια ανά ημέρα.

$$Q^* = \sqrt{\frac{2 \cdot C_0 \cdot D}{C_h \cdot \left(1 - \frac{d}{p}\right)}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 100 \cdot 13000}{0,25 \cdot \left(1 - \frac{42}{60}\right)}} = 5887,84 \text{ ζευγάρια παπούτσια}$$

Έπειτα στρογγυλοποιείτε προς τα πάνω και προκύπτει πως $Q^* = 5888$.

Επειδή αναφερόμαστε σε διακριτές μονάδες πρέπει στη συνέχεια να χρησιμοποιηθεί η ανισότητα που δίνει την τιμή της βέλτιστης ποσότητας παραγγελίας

$$\begin{aligned} Q^* \cdot (Q^* - u) &\leq \frac{2 \cdot C_0 \cdot D}{C_h \cdot \left(1 - \frac{d}{p}\right)} \leq Q^* \cdot (Q^* + u) \Rightarrow \\ 5888(5888 - 1) &\leq \frac{2 \cdot 100 \cdot 13000}{0,25 \cdot \left(1 - \frac{42}{60}\right)} \leq 5888(5888 + 1) \Rightarrow \\ 5888 \cdot 5887 &\leq \frac{2 \cdot 100 \cdot 13000}{0,25 \cdot 0,3} \leq 5888 \cdot 5889 \Rightarrow \\ 34662656 &\leq 34666666,67 \leq 34674432 \end{aligned}$$

Το συνολικό ελάχιστο κόστος είναι ίσο με:

$$TC_{\min} = \frac{C_0 \cdot D}{Q^*} + \frac{C_h \cdot Q^*}{2} \cdot \left(1 - \frac{d}{p}\right) = \frac{100 \cdot 13000}{5888} + \frac{0,25 \cdot 5888}{2} \cdot \left(1 - \frac{42}{60}\right) = 441,59 \text{ €}$$

Το μέγιστο απόθεμα είναι ίσο με :

$$M = \left(1 - \frac{d}{p}\right) \cdot Q^* = \left(1 - \frac{42}{60}\right) \cdot 5888 = 1766,4 = 1767 \text{ ζευγάρια παπούτσια}$$

Ο χρόνος παραλαβής της παραγγελίας είναι ίσος με :

$$t = \frac{Q^*}{p} = \frac{5888}{60} = 98,13 \text{ ημέρες ανά παραγγελία.}$$

Ο αριθμός παραγγελιών ανά χρόνο είναι ίσος με : $\frac{D}{Q^*} = \frac{13000}{5888} = 2,21$ παραγγελίες το χρόνο.

Τέλος, η χρονική διάρκεια ενός κύκλου είναι ίση με :

$$\frac{Q^*}{D} \cdot 311 = \frac{5888}{13000} \cdot 311 = 140,86 \approx 141 \text{ ημέρες.}$$

A.9 Μοντέλο Ποσοτικών Εκπτώσεων

Το μοντέλο ΟΠΠ ποσοτικών εκπτώσεων παρουσιάζει τα ακόλουθα χαρακτηριστικά :

- Η ζήτηση είναι γνωστή και σταθερή με την πάροδο του χρόνου (Ρυθμός ζήτησης, d = σταθερός)
- Μια ποσότητα παραγγελίας (Q) παραλαμβάνεται και καταναλώνεται με την πάροδο του χρόνου με σταθερό ρυθμό
- Η πολιτική αναπλήρωσης αποθέματος συνοψίζεται στην παραγγελία ποσότητας Q μονάδων προϊόντων κάθε φορά που το απόθεμα μηδενίζεται και συνεπώς δεν υπάρχουν ελλείψεις (Σημείο αναπαραγγελίας, $R=0$ και Μέγιστο επίπεδο Αποθεμάτων $M=Q$)
- Η καινούρια παραγγελία παραλαμβάνεται σε μια παρτίδα – ενιαία
- Η παράδοση νέων προϊόντων πραγματοποιείται άμεσα, δηλαδή δεν μεσολαβεί χρόνος μεταξύ παραγγελίας και παράδοσης και κατά συνέπεια η χρονική υστέρηση είναι μηδενική (Χρόνος υστέρησης, $m=0$)
- Το κόστος πώλησης είναι κλιμακούμενο ανάλογα με το ύψος της παραγγελίας
- Συνεχής θεώρηση του χρόνου

Από τα παραπάνω γίνεται σαφές ότι το κόστος του αποθέματος είναι μια κλιμακωτή συνάρτηση αφού το κόστος αγοράς είναι κλιμακούμενο. Η χρήση του μοντέλου είναι αρκετά συνηθισμένη δεδομένου ότι πολλές κατασκευαστικές επιχειρήσεις ή μαγαζιά λιανικής πώλησης λαμβάνουν εκπτώσεις για παραγγελία υλικών, προμηθειών και εμπορευμάτων σε μεγάλες ποσότητες. Επομένως, το συνολικό ετήσιο κόστος αποθεμάτων περιλαμβάνει στην περίπτωση αυτή και την τιμή αγοράς του προϊόντος προς παραγγελία και καθορίζεται από τον παρακάτω τύπο:

$$TC = p \cdot D + \frac{Ch \cdot Q}{2} + \frac{Co \cdot D}{Q}$$

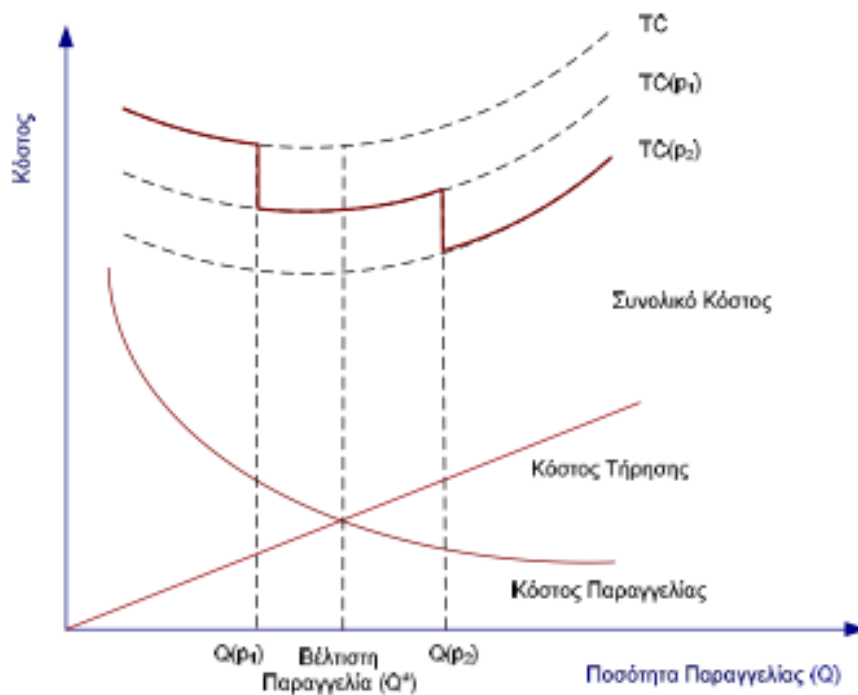
με p : το κόστος αγοράς ανά μονάδα προϊόντος.

Το κόστος αγοράς μπορεί να είναι είτε σταθερό είτε να μεταβάλλεται ανάλογα με το ύψος της παραγγελίας. Για παράδειγμα μπορεί να είναι ίσο με p_1 για

παραγγελίες μεγέθους μικρότερες του Q_1 , p_2 για παραγγελίες μεγέθους ανάμεσα σε Q_1 και Q_2 κ.ο.κ. Επομένως, ένας γενικότερος τύπος για το συνολικό ετήσιο κόστος αποθεμάτων είναι ο ακόλουθος:

$$TC = \begin{cases} TC(Q_1) = p_1 \cdot D + \frac{c_h \cdot Q}{2} + \frac{c_o \cdot D}{Q}, & 0 \leq Q \leq Q_1 \\ TC(Q_2) = p_2 \cdot D + \frac{c_h \cdot Q}{2} + \frac{c_o \cdot D}{Q}, & Q_1 \leq Q \leq Q_2 \\ TC(Q_n) = p_n \cdot D + \frac{c_h \cdot Q}{2} + \frac{c_o \cdot D}{Q}, & Q_{n-1} \leq Q \leq Q_n \end{cases}$$

Στην Εικόνα Α.7 που ακολουθεί απεικονίζεται το επίπεδο αποθέματος ως συνάρτηση του χρόνου για το μοντέλο ποσοτικών εκπτώσεων για τρία επίπεδα τιμών



Εικόνα Α.7 Γράφημα με το επίπεδο αποθέματος ως συνάρτηση του χρόνου για το μοντέλο ποσοτικών εκπτώσεων για τρεις στάθμες τιμών

Τα βήματα για τον υπολογισμό της οικονομικής ποσότητας παραγγελίας (ΟΠΠ) είναι τα ακόλουθα:

1. Υπολογισμός βέλτιστης ποσότητας παραγγελίας με βάση τον τύπο για κάθε διαφορετικό κόστος αγοράς. Σε περίπτωση που η ποσότητα αυτή είναι μικρότερη από την αντίστοιχη ποσότητα έκπτωσης, γίνεται αναπροσαρμογή της στο κατώτερο όριο.

2. Υπολογισμός του συνολικού ετήσιου κόστους αποθεμάτων για κάθε ποσότητα.

3. Σύγκριση όλων των συνολικών ετήσιων δαπανών αποθεμάτων και επιλογή της ποσότητας εκείνης που επιτυγχάνει το χαμηλότερο συνολικό ετήσιο κόστος αποθεμάτων.

Για την καλύτερη κατανόηση των ανωτέρω καθώς και του τρόπου υπολογισμού της βέλτιστης ποσότητας παραγγελίας ακολουθεί αναλυτικό παράδειγμα

Παράδειγμα

Ένα κατάστημα λιανικής υαλικών διαπραγματεύεται με μια εταιρεία κατασκευής σχετικά με το κόστος κάποιου είδους βάζου σε σχέση με το μέγεθος της παραγγελίας. Η εταιρεία παραγωγής προσφέρει την παρακάτω έκπτωση για το συγκεκριμένο προϊόν:

1 – 69 τμχ. €5,6 ανά τμχ.

70 – 199 τμχ. €5 ανά τμχ.

200 – 499 τμχ. €4,7 ανά τμχ.

500 τμχ. και πάνω €4,6 ανά τμχ.

Η ετήσια ζήτηση για το σώμα αυτό είναι 800 τεμάχια. Το κόστος παραγγελίας είναι €15 και το ετήσιο κόστος διατήρησης αποθεμάτων είναι ίσο με το 20% της τιμής του τεμαχίου.

Μαθηματική επίλυση

Ακολουθούμε τα βήματα που αναφέραμε παραπάνω για την εύρεση της βέλτιστης ποσότητας παραγγελίας

1. Υπολογισμός βέλτιστης ποσότητας παραγγελίας με βάση τον τύπο

$$Q^* = \sqrt{\frac{2 \cdot C_0 \cdot D}{C_h}} \quad \text{για κάθε διαφορετικό κόστος αγοράς.}$$

$$Q^*_{5,6} = \sqrt{\frac{2 \cdot C_0 \cdot D}{C_h}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 15 \cdot 800}{0,2 \cdot 5,6}} \approx 146 \quad \text{προσαρμόζεται σε 1}$$

$$Q^{*5} = \sqrt{\frac{2 \cdot C_0 \cdot D}{C_h}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 15 \cdot 800}{0,2 \cdot 5}} \approx 155$$

$$Q^{*4,7} = \sqrt{\frac{2 \cdot C_0 \cdot D}{C_h}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 15 \cdot 800}{0,2 \cdot 4,7}} \approx 160 \quad \text{προσαρμόζεται σε 200}$$

$$Q^{*4,2} = \sqrt{\frac{2 \cdot C_0 \cdot D}{C_h}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 15 \cdot 800}{0,2 \cdot 4,2}} \approx 162 \quad \text{προσαρμόζεται σε 500}$$

2. Υπολογισμός του συνολικού ετήσιου κόστους αποθεμάτων για κάθε ποσότητα.

$$TC(Q_{5,6}) = p \cdot D = \frac{C_h \cdot Q^*}{2} + \frac{C_0 \cdot D}{Q} = 5,6 \cdot 800 + \frac{0,2 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 1}{2} + \frac{15 \cdot 800}{1} = 16480,56$$

$$TC(Q_5) = p \cdot D = \frac{C_h \cdot Q^*}{2} + \frac{C_0 \cdot D}{Q} = 5 \cdot 800 + \frac{0,2 \cdot 5 \cdot 155}{2} + \frac{15 \cdot 800}{155} = 4154,92$$

$$TC(Q_{4,7}) = p \cdot D = \frac{C_h \cdot Q^*}{2} + \frac{C_0 \cdot D}{Q} = 4,7 \cdot 800 + \frac{0,2 \cdot 4,7 \cdot 200}{2} + \frac{15 \cdot 800}{200} = 3914$$

$$TC(Q_{4,6}) = p \cdot D = \frac{C_h \cdot Q^*}{2} + \frac{C_0 \cdot D}{Q} = 4,6 \cdot 800 + \frac{0,2 \cdot 4,6 \cdot 500}{2} + \frac{15 \cdot 800}{500} = 3934$$

3. Σύγκριση όλων των συνολικών ετήσιων δαπανών αποθεμάτων και επιλογή της ποσότητας εκείνης που επιτυγχάνει το χαμηλότερο συνολικό ετήσιο κόστος αποθεμάτων.

Επομένως, η ποσότητα των 200 τεμαχίων διότι είναι αυτή που έχει το μικρότερο συνολικό κόστος.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β. : Περιγραφή Μοντέλου Σταθερής Περιόδου Επιθεώρησης (Fixed Period Model)

Στο Παράρτημα «Β» παρουσιάζεται λεπτομερώς το Μοντέλο Σταθερής Περιόδου Επιθεώρησης (Fixed Period Model). Συγκεκριμένα γίνεται αναφορά στα χαρακτηριστικά του υπόψη Μοντέλου, στα βήματα που ακολουθούνται κατά την διάρκεια αναπλήρωσης ενός υλικού, στον τρόπο υπολογισμού του TSL (Target Service Level) καθώς και του αποθέματος Ασφαλείας (Safety Stock). Αναλυτικότερα, τα περιεχόμενα του Παραρτήματος «Β» φαίνονται στην Εικόνα Β.1.



Εικόνα Β.1: Σχηματική αναπαράσταση του περιεχομένου του Παραρτήματος «Β»

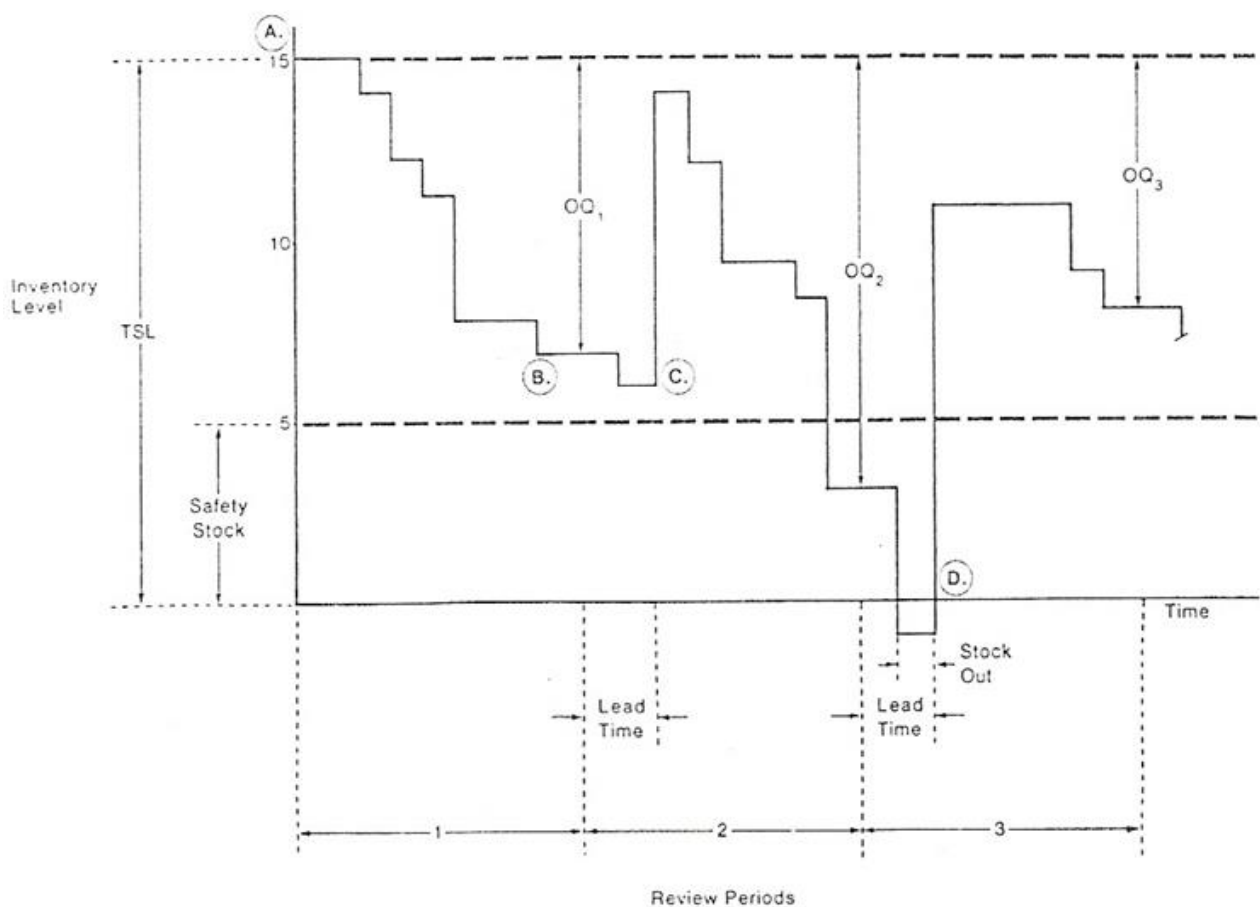
B.1 Βασικά Χαρακτηριστικά

Το μοντέλο σταθερής περιόδου, γνωστό επίσης και ως σύστημα «σταθερού κύκλου», είναι ένα σύστημα αναπλήρωσης με τα ακόλουθα χαρακτηριστικά:

➤ Σταθερή περίοδος επιθεώρησης: Η καταγραφή των αποθεμάτων επιθεωρούνται περιοδικά. Κάθε περίοδος επανεξέτασης- επιθεώρησης λαμβάνει το ίδιο χρονικό διάστημα. Αυτό μπορεί να είναι μία εβδομάδα, ένας μήνας ή και περισσότερο, ανάλογα με το τι είναι πιο βολικό ή οικονομικό για κάθε εταιρεία.

➤ Μεταβλητή ποσότητα παραγγελίας : Σε αντίθεση με το μοντέλο σταθερής ποσότητας, στο μοντέλο σταθερής περιόδου, ποικίλλουν οι ποσότητες παραγγελίας, προκειμένου να διαπιστωθεί το τι είναι "στο χέρι" και τι είναι "σε παραγγελία" μέχρι έναν προκαθορισμένο Στόχο Επιπέδου Αποθέματος (TSL). Ως TSL ορίζεται το βέλτιστο επίπεδο αποθέματος πάνω από ένα χρονικό διάστημα για ένα τμήμα.

B.2 Παράδειγμα Αναπλήρωσης ενός Υλικού με το Σύστημα Σταθερής Περιόδου Επιθεώρησης



Εικόνα Β.2: Τυπικό Μοντέλο Σταθερής Περιόδου που δείχνει πώς αυτό λειτουργεί για ένα συγκεκριμένο υλικό με την πάροδο του χρόνου.

Η Εικόνα Β.2 απεικονίζει ένα τυπικό μοντέλο σταθερής περιόδου και δείχνει πώς αυτό λειτουργεί για ένα συγκεκριμένο υλικό με την πάροδο του χρόνου. Τα σημεία Α έως Δ που απεικονίζονται στην παραπάνω Εικόνα Β.2 συμβολίζουν τα βήματα σε αυτό το σύστημα αναπλήρωσης και η περιγραφή αυτών είναι η ακόλουθη:

Βήμα Α. Το υλικό σε αυτό το παράδειγμα, όπως και με πολλά άλλα υλικά που βρίσκονται σε απόθεμα, έχει καθοριστεί ένα Επιθυμητό Επίπεδο Αποθέματος (TSL). Η ποσότητα του TSL που έχει καθοριστεί για το υλικό αυτό, πρέπει να παρέχει αρκετό απόθεμα στο επιθυμητό επίπεδο εξυπηρέτησης κατά τη διάρκεια της κάθε περιόδου επιθεώρησης.

Βήμα Β. Στο τέλος της πρώτης περιόδου επιθεώρησης, επίσης γνωστή και ως χρονικό διάστημα παραγγελίας, γίνεται επιθεώρηση του αποθέματος και το επίπεδο των αποθεμάτων για το συγκεκριμένο υλικό καταγράφεται. Για τον υπολογισμό της ποσότητας παραγγελίας (Order Quantity) για τη δεύτερη περίοδο επιθεώρησης γίνεται ο ακόλουθος υπολογισμός :

$$O Q. = TSL - (On Hand + On Order)$$

Αν το TSL είναι 15, με 7 σε απόθεμα και κανένα σε παραγγελία, τότε:

$$O Q = 15 - (7+0) = 8$$

Βήμα Γ. Η ποσότητα για ένα υλικό, που επιλέγεται ως ποσότητα TSL, αντιστοιχεί στην αναμενόμενη ζήτηση κατά τη διάρκεια του χρόνου που μεσολαβεί μεταξύ της τοποθέτησης και παραλαβής της παραγγελίας (Lead Time). Η ακίδα στην καμπύλη δείχνει πότε η παραγγελία έφτασε από τον πωλητή.

Βήμα Δ. Το γράφημα δείχνει τι μπορεί να συμβεί αν υπάρχει μια επιταχυνόμενη ζήτηση για το υλικό κατά τη διάρκεια της δεύτερης περιόδου επιθεώρησης. Η ζήτηση υπερέβη αυτής που αναμενόταν με αποτέλεσμα να δημιουργηθεί έλλειψη για το συγκεκριμένο υλικό. Η ακίδα στην καμπύλη δείχνει τη δεύτερη παράδοση του τμήματος. Εάν η ζήτηση εξακολουθεί να είναι υψηλή, τότε οι ποσότητες TSL πρέπει να αλλάξουν, προκειμένου η ζήτηση να αντισταθμιστεί.

B.3 Υπολογισμός του TSL

Υπάρχει μια ποικιλία μεθόδων που χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό του TSL. Η επιλογή του σωστού μοντέλου TSL που θα χρησιμοποιηθεί εξαρτάται από το βασικό στόχο της εταιρείας. Μερικές μέθοδοι δίνουν έμφαση στις απαιτήσεις παροχής υπηρεσιών του προϊόντος. Αυτές οι τεχνικές χρησιμοποιούνται όταν κύριος στόχος είναι η έμφαση στην εξυπηρέτηση. Άλλες μέθοδοι υπολογισμού του κόστους TSL τονίζουν τις εκτιμήσεις αντιστάθμισης κόστους. Αυτές οι τεχνικές χρησιμοποιούνται εάν κύριος στόχος είναι η ελαχιστοποίηση των επενδύσεων σε αποθέματα.

Όταν ο στόχος είναι να βρεθεί μια ισορροπία μεταξύ του επιπέδου εξυπηρέτησης και των εκτιμήσεων αντιστάθμισης κόστους, και οι δύο υπολογισμοί πρέπει να χρησιμοποιούνται ταυτόχρονα. Τα αποτελέσματα από την χρησιμοποίηση ενός μοντέλου TSL που είναι προσανατολισμένο στην παροχή υπηρεσιών, πρέπει να συγκριθεί με εκείνα που χρησιμοποιούν ένα μοντέλο TSL βασισμένο στις εκτιμήσεις αντιστάθμισης κόστους. Χρησιμοποιώντας και τα δύο μοντέλα TSL μαζί μπορεί να αποφασιστεί ποιες ποσότητες TSL είναι σωστές για τις συγκεκριμένες ανάγκες.

Αν κύριος στόχος της εταιρείας είναι να δώσει έμφαση στις υπηρεσίες συντήρησης της μπορεί κάλλιστα να χρησιμοποιηθεί ο παρακάτω τύπος:

$$\text{TSL} = \text{Review period Demand} + \text{Lead Time Demand} + \text{Safety Stock}$$

- Η **Review period Demand** είναι ο αναμενόμενος, κατόπιν πρόβλεψης, αριθμός των απαιτούμενων υλικών για τη διάρκεια της κάθε περιόδου επιθεώρησης.
- Το **Lead Time Demand** υπολογίζεται ως εξής:

$$LTD = \frac{\text{LeadTime}}{\text{ReviewPeriod}} \times \text{ReviewPeriodDemand}$$

Παράδειγμα

Το LT είναι μία εβδομάδα. Κάθε περίοδος επιθεώρησης καθορίζεται στις 4 εβδομάδες. Η μέση ζήτηση περιόδου επιθεώρησης είναι 8 κομμάτια.

Αρα
$$LTD = \frac{1}{4} \times 8 = 2 \text{ κομμάτια}$$

B.4 Υπολογισμός του Αποθέματος Ασφαλείας

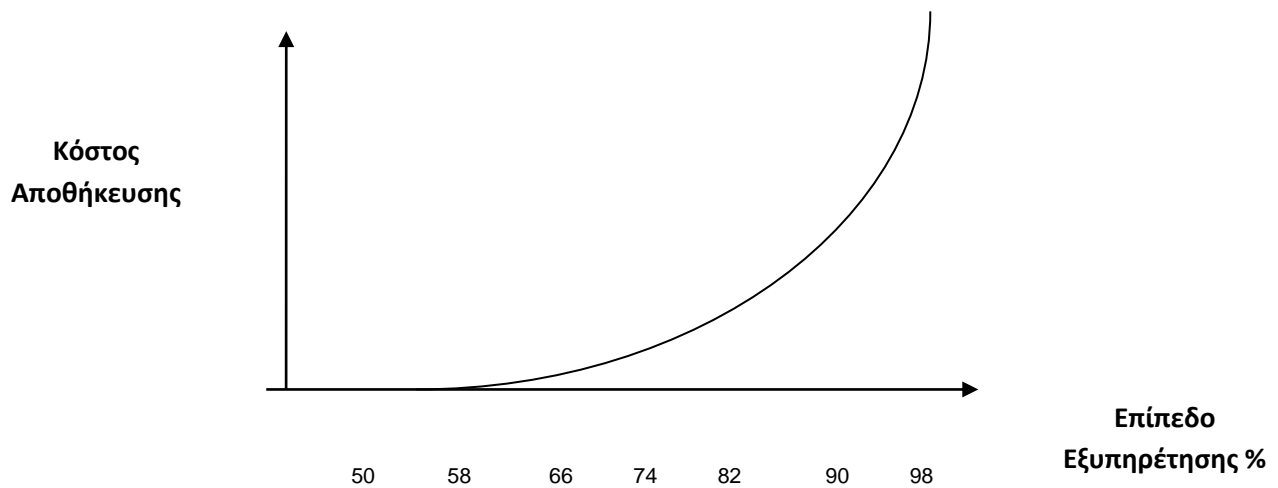
Το απόθεμα ασφαλείας, ένα σημαντικό στοιχείο σε οποιοδήποτε υπολογισμό του TSL, διότι προστατεύει από τυχόν ελλείψεις αποθεμάτων κατά τη διάρκεια των περιόδων εκείνων, όπου η χρήση υπερβαίνει την προβλεπόμενη ποσότητα. Η ποσότητα του αποθέματος ασφαλείας εξαρτάται από δύο βασικούς παράγοντες:

- Το Βαθμό Διακύμανσης της Ζήτησης
- Το Επιθυμητό Επίπεδο Υπηρεσιών - Εξυπηρέτησης

Το επίπεδο εξυπηρέτησης είναι μια μέτρηση της απόδοσης των αποθεμάτων. Αντιπροσωπεύει μια μέτρηση της ικανότητάς του να καλύψει τις παραγγελίες από το υπάρχον απόθεμα. Το επίπεδο εξυπηρέτησης του 90% σημαίνει ότι, σε ένα μεγάλο δείγμα, 9 από τα 10 είδη μπορεί να συλλέγονται από το απόθεμα. Καθώς ο βαθμός διακύμανσης στη ζήτηση αυξάνεται, μια μεγαλύτερη ποσότητα σε απόθεμα ασφαλείας είναι απαραίτητη για τη διατήρηση ενός συγκεκριμένου επιπέδου εξυπηρέτησης. Επίσης, μια αύξηση του επιπέδου εξυπηρέτησης απαιτήσει και αύξηση των αποθεμάτων ασφαλείας.

Ωστόσο, η σχέση δεν είναι γραμμική. Καθώς τα επιθυμητά επίπεδα εξυπηρέτησης αυξάνονται, το απαιτούμενο απόθεμα ασφαλείας αυξάνεται με επιταχυνόμενο ρυθμό. Δεδομένου ότι το απόθεμα ασφαλείας είναι μια σταθερή συνιστώσα του αποθεμάτων, αποτελεί ένα έξοδο στο κόστους μεταφοράς που θα πρέπει να σταθμιστεί έναντι κάθε επιθυμητής αύξησης στην εξυπηρέτηση.

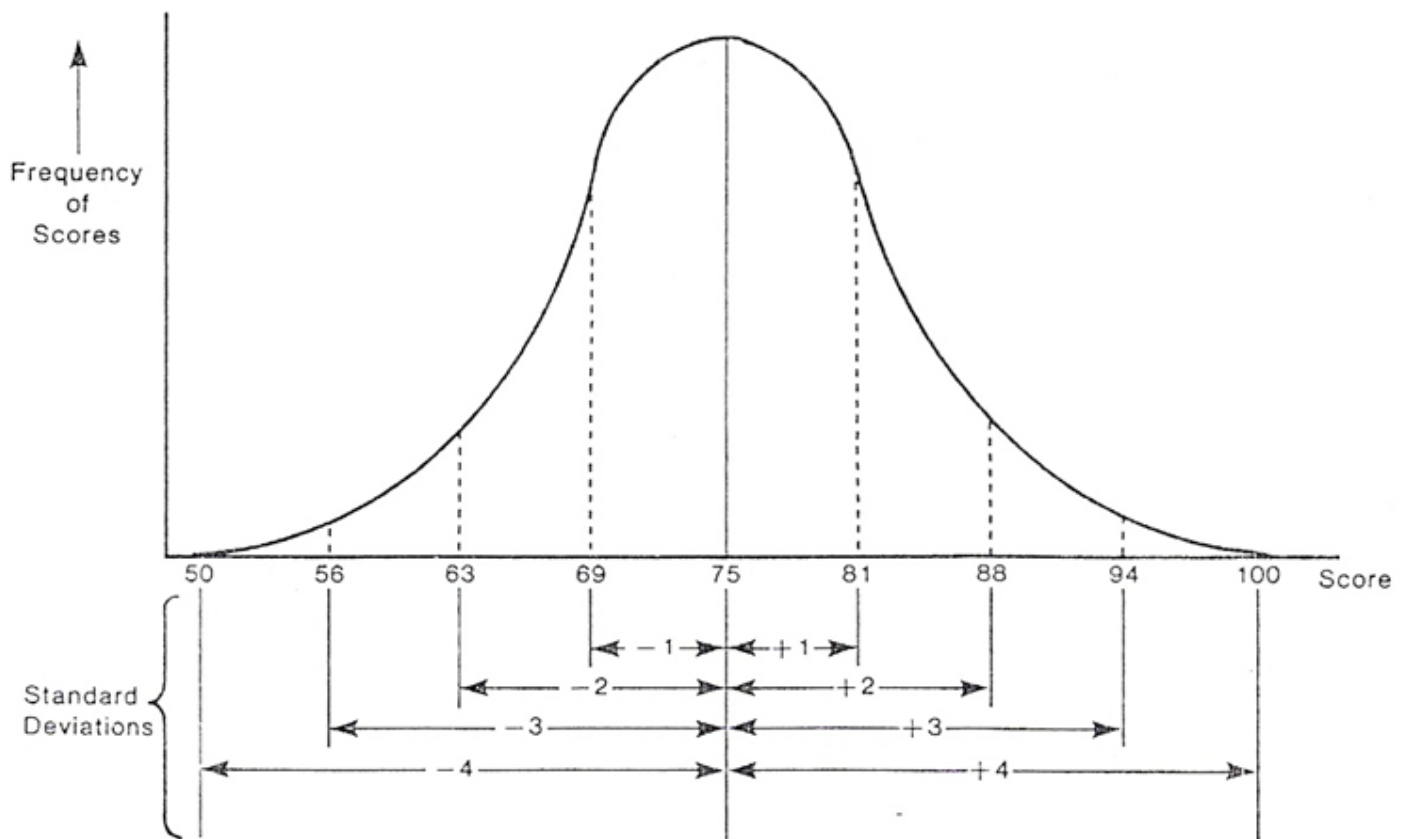
Για το λόγο αυτό, το επίπεδο εξυπηρέτησης είναι πάντα μικρότερο από 100%. Με άλλα λόγια, μερικές ελλείψεις αποθεμάτων αναμένονται με μια καλά οργανωμένη και καλά ισορροπημένη αποθήκη. Δεν πρέπει να ξεχνάμε ότι η διατήρηση ενός υψηλού επιπέδου εξυπηρέτησης είναι ακριβή, διότι απαιτείται περισσότερη αποθήκευση που σημαίνει υψηλότερο κόστος μεταφοράς (βλ. Εικόνα B.3). Ο στόχος του επιπέδου εξυπηρέτησης που καθορίζεται από την εταιρεία πρέπει να αντιπροσωπεύει μια ισορροπία μεταξύ επιθυμητού επιπέδου εξυπηρέτησης και κόστους.



Εικόνα Β.3: Σχέση κόστους μεταξύ Κόστους Αποθήκευσης και Επιπέδου Εξυπηρέτησης

Υπάρχουν διάφοροι τρόποι για να υπολογίσουμε το απόθεμα ασφαλείας. Μια από τις πιο ευρέως αποδεκτές μεθόδους βασίζεται στην κανονική καμπύλη κατανομής, επίσης γνωστή ως η «καμπύλη σε σχήμα καμπάνας».

Ένας απλοποιημένος τρόπος για να κατανοήσουμε την κανονική καμπύλη κατανομής είναι να σκεφτούμε τα αποτελέσματα των βαθμολογιών από φοιτητές που λαμβάνουν μια τελική εξέταση (Εικόνα Β.4). Τα πιο συχνά αποτελέσματα της τελικής εξέτασης ήταν περίπου στη μέση του 75, ή ένα "C" κατά μέσο όρο. Όπως με κάθε μεγάλο πληθυσμό φοιτητών κάποιοι μαθητές θα σκοράρουν πολύ υψηλότερα, και μερικοί κάτω από 75. Επιπλέον, υπάρχει συνήθως ένας ενδιάμεσος αριθμός φοιτητών που λαμβάνει βαθμολογία γύρω στο 70 ή λιγότερο (χαμηλή πλευρά της καμπύλης) και 80 ή περισσότερο (στην υψηλή πλευρά της καμπύλης). Αν η συχνότητα των βαθμολογιών κατανέμεται κατά μήκος της βασικής γραμμής, τα αποτελέσματα λαμβάνουν συχνά τη μορφή μιας «καμπάνας» ή κανονικής καμπύλης.

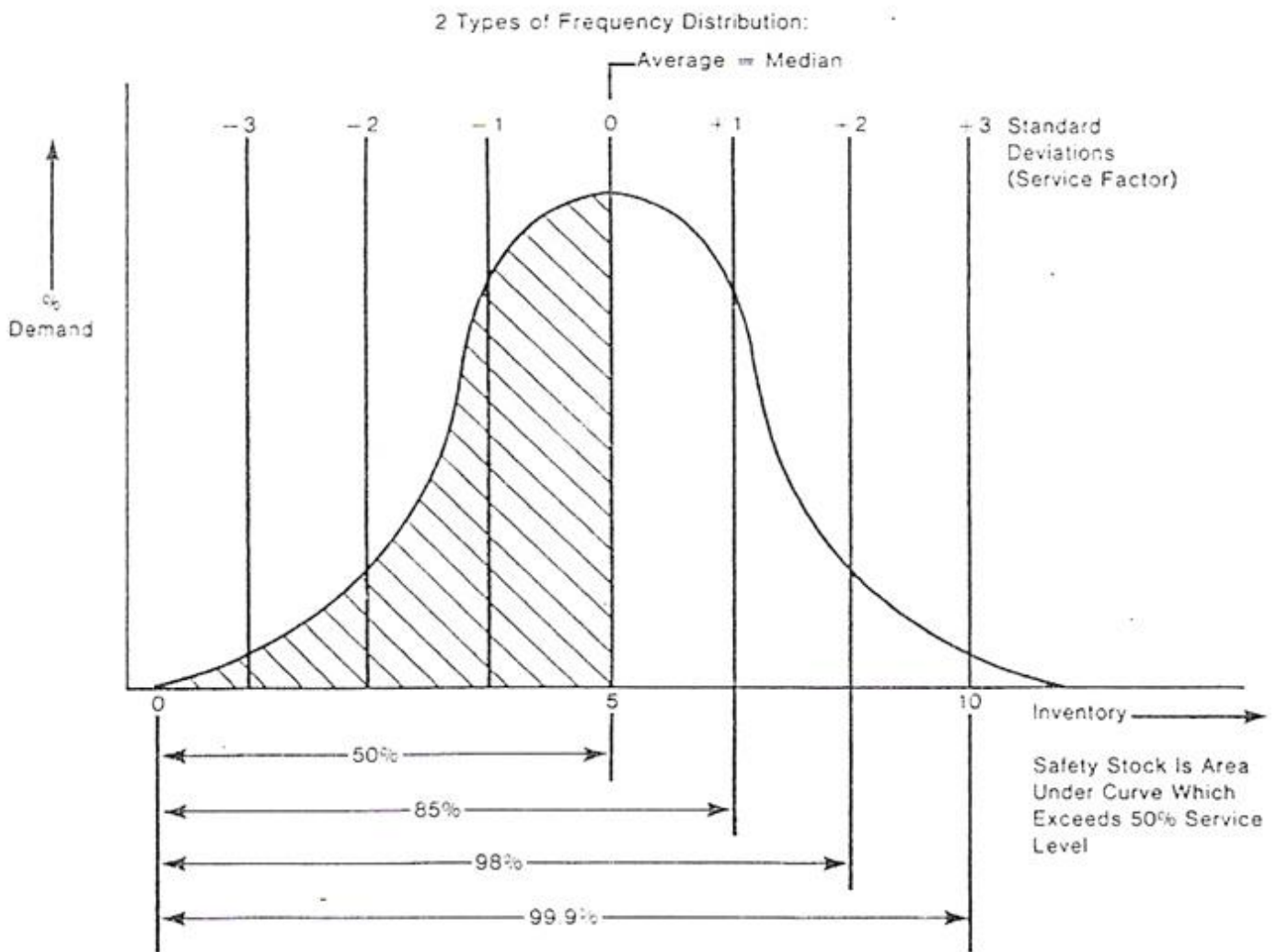


Εικόνα Β.4: Σχηματική Απεικόνιση της κατανομής των Βαθμολογιών 1000 Φοιτητών ενός Κολλεγίου στο τελικό Τεστ

Καθένα από τα ποσοστά που υποδεικνύονται στα διαστήματα στο κάτω μέρος του άξονα του γραφήματος στην Εικόνα Β.4, συνδέεται με μία γραμμή η οποία κόβει ένα ορισμένο τμήμα του συνολικού εμβαδού κάτω από την καμπύλη. Η γραμμή στην βαθμολογία 75 κόβει την καμπύλη στο υψηλότερο σημείο της, ή όπου βρίσκεται το 50% των αποτελεσμάτων των φοιτητών. Όλα τα υπόλοιπα αποτελέσματα των φοιτητών μειώνονται σε συχνότητα, δημιουργώντας μια συμμετρική καμπύλη περίπου στη μέση τιμή 75. Κάθε διακεκομμένη γραμμή σε κάθε πλευρά της μέσης τιμής αντιπροσωπεύει μία τυπική απόκλιση.

Η τυπική απόκλιση είναι ένας σημαντικός παράγοντας που χρησιμοποιείται στον υπολογισμό του αποθέματος ασφαλείας, καθώς περιγράφει την μεταβλητότητα εντός μιας κατανομής. Η τυπική απόκλιση μπορεί να θεωρηθεί ως μια μονάδα μέτρησης κατά μήκος της βασικής γραμμής μιας συχνότητας κατανομής.

Οι στατιστικές που χρησιμοποιούνται για την κανονική καμπύλη μπορούν να εφαρμοστούν με τη συχνότητα ζήτησης σε αποθέματα (βλέπε Εικόνα Β.5).



Εικόνα Β.5: Σχηματική Απεικόνιση της Κανονικής Κατανομής ή γνωστής ως Καμπάνας

Όπως και στο παράδειγμα των αποτελεσμάτων των φοιτητών του κολεγίου, τα ποσοστά εμφανίζονται στα διαστήματα κατά μήκος του άξονα στο κάτω μέρος του γραφήματος. Καθώς η ποσότητα των αποθεμάτων που έχει ένα συγκεκριμένο υλικό αυξάνεται, το ποσοστό του επιπέδου εξυπηρέτησης επίσης αυξάνεται. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι μια μεγαλύτερη αποθήκευση υλικών σημαίνει μικρότερη πιθανότητα ελλείψεων. Έτσι, το επιθυμητό επίπεδο εξυπηρέτησης καθορίζει την πιθανότητα έλλειψης ενός υλικού. Κάθε ποσοστό που είναι πάνω από 50% στο πλαίσιο της κανονικής καμπύλης αντιπροσωπεύει ένα επιθυμητό επίπεδο του ποσοστού εξυπηρέτησης. Τα ποσοστά αυτά του επιπέδου εξυπηρέτησης μπορούν να εξισωθούν σε ποσότητες αποθεμάτων. Αυτό μπορεί να επιτευχθεί χρησιμοποιώντας τις τιμές τυπικής απόκλισης που σχετίζονται με κάθε ποσοστό επιπέδου εξυπηρέτησης.

Όπως φαίνεται στον Πίνακα Β.1, οι τιμές συντελεστή εξυπηρέτησης, οι οποίες είναι ισοδύναμες με τις τιμές τυπικής απόκλισης, είναι μέρος της εξίσωσης του αποθέματος Ασφαλείας:

$$SafetyStock = ServiceFactor \times StandardDeviation$$

- Όπου ο συντελεστής Εξυπηρέτησης είναι μια τιμή που αντανακλά το επιθυμητό επίπεδο Εξυπηρέτησης
- Όπου η τυπική απόκλιση βασίζεται στον υπολογισμό του Σφάλματος της Πρόβλεψης. Τα σφάλματα Πρόβλεψης είναι ένα σημαντικό στοιχείο πρόβλεψης. Ένας σημαντικός υπολογισμός της Πρόβλεψης των Σφαλμάτων είναι η Μέση Απόλυτη Απόκλιση (MAD). Οι τιμές της Μέσης Απόλυτης Απόκλισης μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να αντλήσουν γρήγορα την Τυπική Απόκλιση (SD) για ένα υλικό:

$$SD = 1.25 \times MAD$$

Πίνακας Β.1: Υπολογισμός του Αποθέματος Ασφαλείας μέσω της χρησιμοποίησης του Επιπέδου Εξυπηρέτησης

Service Level %	Service Factor Values
50	0.0
75	0.67
80	0.84
85	1.04
90	1.28
95	1.65
98	2.05
99	2.33
99.9	3.09

B.5 Εναλλακτική Μέθοδος Υπολογισμού του Αποθέματος Ασφαλείας

Εάν είναι επιθυμητό από την εταιρεία τα αποτελέσματα για την εξίσωση της τυπικής απόκλισης να είναι περίπου ίσα με την τετραγωνική ρίζα του αθροίσματος του Review Period Demand και της LTD, μπορεί να χρησιμοποιηθεί η ακόλουθη εξίσωση αποθέματος ασφαλείας:

$$SafetyStock = [ServiceFactor] \times \sqrt{ReviewPeriodDemand + LeadTimeDemand}$$

- Όπου Service Factor ο αριθμός ο οποίος αντανακλά το επιθυμητό επίπεδο Εξυπηρέτησης
- Όπου Review Period Demand, που εκφράζεται σε μονάδες, είναι η αναμενόμενη ζήτηση για ένα υλικό κάθε περιόδου επιθεώρησης (η περίοδος επιθεώρησης εκφράζεται σε ημέρες ή μήνες)
- Όπου Lead Time Demand, εκφραζόμενος επίσης σε μονάδες, είναι η αναμενόμενη ζήτηση για ένα υλικό κατά τη διάρκεια του χρόνου που μεσολαβεί από την τοποθέτηση της παραγγελίας μέχρι και την παραλαβή του.

B.6 Παράδειγμα Υπολογισμού Αποθέματος Ασφαλείας

Ένας Logistics Planner θέλει να καθιερώσει μια ποσότητα αποθέματος ασφαλείας για ένα υλικό. Η εταιρεία διατηρεί ένα επίπεδο εξυπηρέτησης σε απόθεμα ασφαλείας στο 90% για όλα τα υλικά. Ο Logistics Planner χρησιμοποιεί τις ακόλουθες πληροφορίες για τον υπολογισμό του αποθέματος ασφαλείας:

- Το 90% του επιπέδου εξυπηρέτησης ισοδυναμεί με την αξία του συντελεστή εξυπηρέτησης, που είναι 1.28(βλ. Πίνακα Β.1).
- Η μέση ζήτηση για το υλικό είναι 8 ανά μήνα. Με άλλα λόγια, η μηνιαία ζήτηση της περιόδου επιθεώρησης είναι 8
- Η ζήτηση που μεσολαβεί από την τοποθέτηση μέχρι την παραλαβή του υλικού είναι 2 κομμάτια και ως εκ τούτου, το Lead Time είναι μία εβδομάδα.

Οπότε :

$$SafetyStock = [ServiceFactor] \times \sqrt{ReviewPeriodDemand + LeadTimeDemand}$$

$$SafetyStock = 1,28 \times \sqrt{8+2} = 4$$

B.7 Χρήση της Αριθμομηχανής Ασφαλούς Αποθέματος

Αυτή η εξίσωση αποθέματος ασφαλείας μπορεί να είναι χρονοβόρα, ειδικά αν τα αποθέματα ασφαλείας πρέπει να υπολογίζονται για μεγάλες ποσότητες υλικών. Μια πιο βολική μέθοδος υπολογισμού των αποθέματος ασφαλείας είναι να χρησιμοποιηθεί η Αριθμομηχανή αποθέματος ασφαλείας. Αυτή η συσκευή υπολογίζει τα ίδια αποτελέσματα όπως ο τύπος αποθέματος ασφαλείας με ένα γρήγορο, εύκολο τρόπο. Προκειμένου να καταστεί η αριθμομηχανή ευκολότερη στη χρήση, οι τιμές του συντελεστή ασφαλείας άλλαξαν σε ποσοστά επιπέδου εξυπηρέτησης. Επιστρέφοντας στον αρχικό υπολογισμό TSL, αν τα αποθέματος ασφαλείας έχουν οριστεί σε 4 κομμάτια, εφαρμόζουμε αυτά τα αποτελέσματα για να προκύψει το TSL:

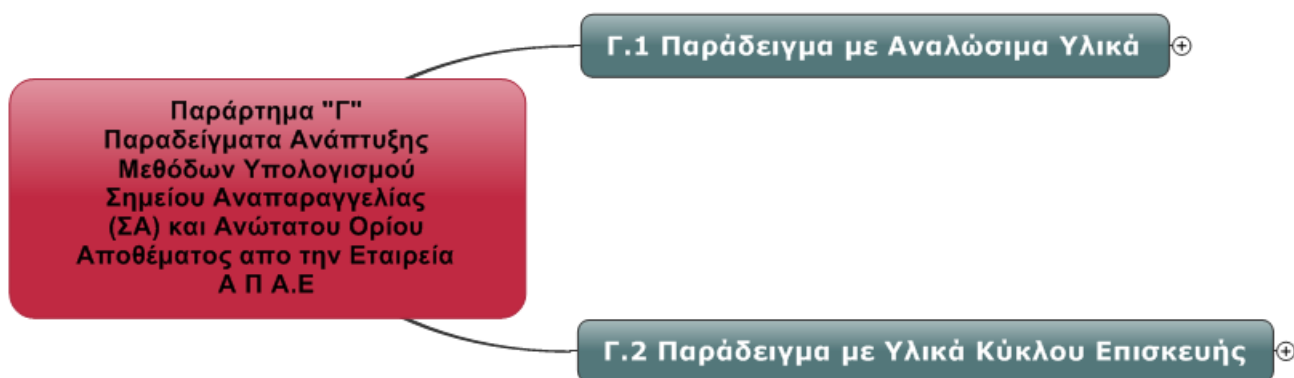
$$TSL = [ReviewPeriodDemand] + [LeadTimeDemand] + [SafetyStock]$$

$$TSL = 8 + 2 + 4 = 14$$

Χρησιμοποιώντας αυτό το TSL το απόθεμα επιθεωρείται κάθε τέσσερις εβδομάδες και η ποσότητα παραγγελίας, προκειμένου να γίνει η αναπλήρωση κάθε υλικού, βασίζεται στο επίπεδο αποθέματος που έχει καθοριστεί για κάθε ένα από τα υλικά αυτά.

Παράρτημα Γ : Παραδείγματα Υπολογισμού Σημείου Αναπαραγγελίας (ΣΑ) και Ανώτερου Ορίου Αποθέματος (ΑΟΑ) της Εταιρείας Α Π Α.Ε

Για την καλύτερη κατανόηση από τον αναγνώστη του τρόπου με τον οποίο η Εταιρεία Α Π ΑΕ υπολογίζει το Σημείο Αναπαραγγελίας (ΣΑ), καθώς και το Ανώτατο Όριο Αποθέματος (ΑΟΑ) στο Παράρτημα «Γ» παρουσιάζονται και αναλύονται δυο παραδείγματα, ένα για αναλώσιμα και ένα για υλικά κύκλου επισκευής. Αναλυτικότερα, τα περιεχόμενα του Παραρτήματος «Γ» φαίνονται στην Εικόνα Γ.1.



Εικόνα Γ.1: Σχηματική αναπαράσταση του περιεχομένου του Παραρτήματος «Γ»

Γ. 1 Παράδειγμα Υπολογισμού ΣΑ και ΑΟΑ σε αναλώσιμα Υλικά

Εστω ΜΗΚ = 0,082 (ετήσια 30)

ΧΡΑ : 10 ημέρες

Τιμή Μονάδος : 100 \$

Συντελεστής Απόκλισης: 1 (δηλ. υφίσταται 84% Εφοδιαστική Υποστήριξη)

Τότε έχω :

$$\text{ΟΠΠ} = 5,9 \times \frac{\sqrt{\text{ΜΗΚ} \times 365 \times \text{ΤΜ}}}{\text{ΤΜ}} = 5,9 \times \frac{\sqrt{0,082 \times 365 \times 100}}{100} = 3,231$$

Σημείωση: Όταν το $A > 1$ το κατώτερο και ανώτερο όριο ορίζονται σε 60 και 120 ημέρες. Επομένως το 3,231 είναι μικρότερο από το κατώτερο όριο 4,932 ($60 \times 0,0822$) και έτσι η ΟΠΠ αναπροσαρμόζεται στην τιμή 4,932 , δηλαδή το κατώτερο όριο.

$$\text{ΠΧΡΑ} = \text{ΜΗΚ} \cdot \text{ΧΡΑ} = 0,082 \cdot 10 = 0,822$$

$$A.A = A \times \sqrt{3 \times \text{ΠΧΡΑ}} = 1 \times \sqrt{3 \times 0,822} = 1,570$$

Το οποίο είναι μικρότερο από το κατώτερο όριο, δηλ το γινόμενο $\text{ΜΗΚ} \cdot \text{ΧΡΑ} = 0,082 \cdot 30 = 2,466$. Επομένως το αναπροσαρμόζουμε το ΑΑ στο 2,466

Τελικά $\text{ΑΟΑ} = \text{ΟΠΠ} + \text{ΠΧΡΑ} + \text{ΑΑ} + 0,999$

$$\text{ΑΟΑ} = 4,932 + 0,822 + 2,466 + 0,999 = 9,212 = 9 \quad \text{και}$$

$$\Sigma\text{Α} = \text{ΠΧΡΑ} + \text{ΑΑ} + 0,999 = 0,822 + 2,466 + 0,999 = 4,287 = 4$$

Γ.2 Παράδειγμα Υπολογισμού ΣΑ και ΑΟΑ σε Υλικά Κύκλου Επισκευής

Εστω $\text{ΜΗΚ} = 0,115$ (ετήσια 42)

$\text{ΧΡΑ} : 30$ ημέρες

$\text{ΠΕΙ} : 80\%$ ή 0.80

$\text{ΧΚΕ} : 10$ ημέρες

Συντελεστής Απόκλισης Α: 1 (δηλ. υφίσταται 84% Εφοδιαστική Υποστήριξη)

Τότε έχω :

$$\text{ΠΚΕ} = \text{ΜΗΚ} \cdot \text{ΠΕΙ} \cdot \text{ΧΚΕ} = 0,115 \cdot 0,80 \cdot 10 = 0,920$$

$$\text{ΠΧΡΑ} = \text{ΜΗΚ} \cdot (1 - \text{ΠΕΙ}) \cdot \text{ΧΡΑ} = 0,115 \cdot 0,20 \cdot 30 = 0,690$$

$$A.A = A \times \sqrt{3 \times (\text{ΠΧΡΑ} + \text{ΠΚΕ})} = 1 \times \sqrt{3 \times (0,920 + 0,690)} = 2,198$$

Το οποίο είναι μικρότερο από το κατώτερο όριο των 30 ημερών, δηλ το γινόμενο $\text{ΜΗΚ} \cdot \text{ΧΡΑ} = 0,115 \cdot 30 = 3,450$. Επομένως αναπροσαρμόζουμε το ΑΑ στο 3,450

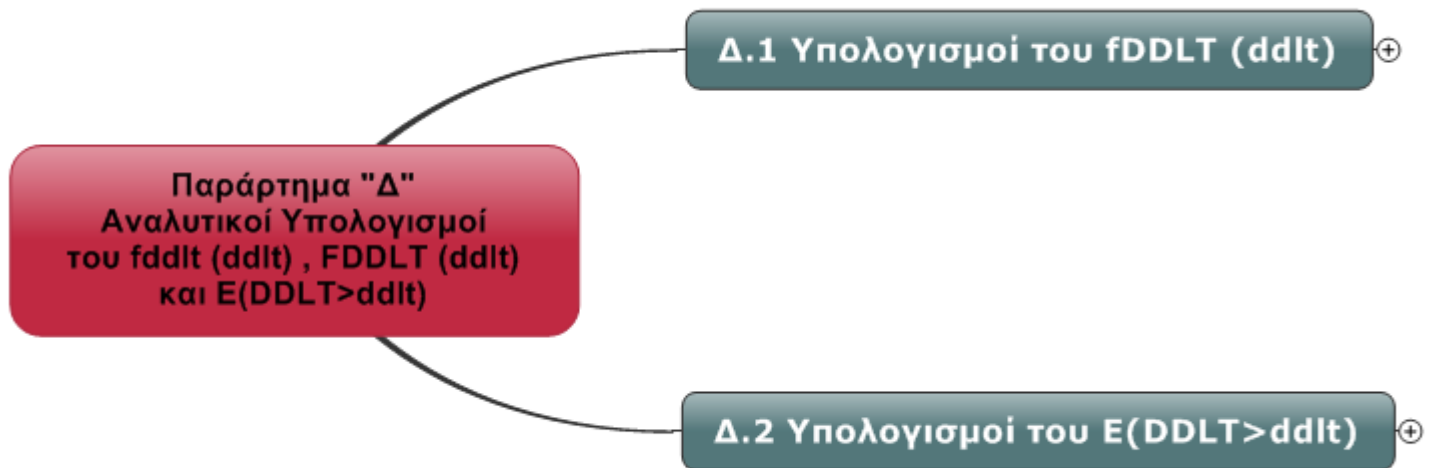
Τελικά $\text{ΑΟΑ} = \text{ΠΚΕ} + \text{ΠΧΡΑ} + \text{ΑΑ} + 0,5$

$$\text{ΑΟΑ} = 0,920 + 0,690 + 3,450 + 0,5 = 5,560 = 5 \quad \text{και}$$

$$\Sigma\text{Α} = \text{ΑΟΑ} - 1 = 5 - 1 = 4$$

Παράρτημα Δ : Υπολογισμοί του $f_{DDL T} (ddl t)$ και του $E(DDL T > ddl t)$

Στο Παράρτημα «Δ» παρουσιάζονται αναλυτικά οι υπολογισμοί του $f_{DDL T} (ddl t)$ και του $E(DDL T > ddl t)$, βάσει των πραγματικών δεδομένων της Εταιρείας Α Π ΑΕ. Αναλυτικότερα, τα περιεχόμενα του Παραρτήματος «Δ» φαίνονται στην Εικόνα Δ.1.



Εικόνα Δ.1: Σχηματική αναπαράσταση του περιεχομένου του Παραρτήματος «Δ»

Δ.1 Υπολογισμοί του f_{DDLT} (ddlt)

$$f_{DDLT}(45) = P(M=1) \cdot \left[\binom{1}{1} \cdot f_{DDLT}(45) \right] = 0,43 \cdot 1 \cdot (0,25)^1 = 0,1075 = 0,11$$

$$f_{DDLT}(50) = P(M=1) \cdot \left[\binom{1}{1} \cdot f_{DDLT}(50) \right] = 0,43 \cdot 1 \cdot (0,35)^1 = 0,1535 = 0,151$$

$$f_{DDLT}(55) = P(M=1) \cdot \left[\binom{1}{1} \cdot f_{DDLT}(55) \right] = 0,43 \cdot 1 \cdot (0,31)^1 = 0,133$$

$$f_{DDLT}(60) = P(M=1) \cdot \left[\binom{1}{1} \cdot f_{DDLT}(60) \right] = 0,43 \cdot 1 \cdot (0,11)^1 = 0,0473$$

Τη ζήτηση η οποία είναι από 60 – 75 την προσεγγίζουμε από το $f_{DDLT}(60) = 0,0374$

Ενώ τη ζήτηση από 80 – 90 θα τη προσεγγίζουμε με το

$$f_{DDLT}(90) = P(M=2) \cdot \left[\binom{2}{2} \cdot f_{DDLT}(45) \right] = 0,35 \cdot 1 \cdot (0,25)^2 = 0,021875$$

$$f_{DDLT}(95) = P(M=2) \cdot \left[\binom{2}{1} \cdot f_{DDLT}(45) \cdot f_{DDLT}(50) \right] = 0,35 \cdot 1 \cdot (0,154) \cdot (0,11) = 0,006$$

$$f_{DDLT}(100) = P(M=2) \cdot \left[\binom{2}{1} \cdot f_{DDLT}(45) \cdot f_{DDLT}(55) \right] + P(M=2) \cdot \left[\binom{2}{2} \cdot f_{DDLT}(50)^2 \right] =$$
$$= 0,35 \cdot 2 \cdot 0,11 \cdot 0,1364 + 0,35 \cdot 1 \cdot (0,154)^2 = 0,0105 + 0,0083 = 0,018$$

$$f_{DDLT}(105) = P(M=2) \cdot \left[\binom{2}{1} \cdot f_{DDLT}(50) \cdot f_{DDLT}(55) \right] + P(M=2) \cdot \left[\binom{2}{1} \cdot f_{DDLT}(60) \cdot f_{DDLT}(45) \right] =$$
$$= 0,35 \cdot 2 \cdot 0,154 \cdot 0,1364 + 0,35 \cdot 2 \cdot 0,0473 \cdot 0,11 = 0,0147 + 0,00364 = 0,0183$$

$$f_{DDLT}(110) = P(M=2) \cdot \left[\binom{2}{1} \cdot f_{DDLT}(45) \cdot f_{DDLT}(65) \right] + P(M=2) \cdot \left[\binom{2}{1} \cdot f_{DDLT}(50) \cdot f_{DDLT}(60) \right] +$$
$$+ P(M=2) \cdot \left[\binom{2}{2} \cdot f_{DDLT}(55)^2 \right] =$$
$$= 0,35 \cdot 2 \cdot 0,11 \cdot 0,0473 + 0,35 \cdot 2 \cdot 0,154 \cdot 0,0473 + 0,35 \cdot (0,1364)^2 = 0,00364 + 0,00509 + 0,00651 =$$
$$= 0,01524$$

$$\begin{aligned}
f_{\text{DDLT}}(115) &= P(M=2) \cdot \left[\binom{2}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(45) \cdot f_{\text{DDLT}}(70) \right] + P(M=2) \cdot \left[\binom{2}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(50) \cdot f_{\text{DDLT}}(65) \right] + \\
&+ P(M=2) \cdot \left[\binom{2}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(55) \cdot f_{\text{DDLT}}(60) \right] = \\
&= 0,35 \cdot 2 \cdot 0,11 \cdot 0,0473 + 0,35 \cdot 2 \cdot 0,154 \cdot 0,0473 + 0,35 \cdot 2 \cdot 0,31 \cdot 0,11 = 0,00364 + 0,00509 + \\
&+ 0,02387 = 0,03286
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f_{\text{DDLT}}(120) &= P(M=2) \cdot \left[\binom{2}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(45) \cdot f_{\text{DDLT}}(75) \right] + P(M=2) \cdot \left[\binom{2}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(50) \cdot f_{\text{DDLT}}(70) \right] + \\
&P(M=2) \cdot \left[\binom{2}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(55) \cdot f_{\text{DDLT}}(65) \right] + P(M=2) \cdot \left[\binom{2}{2} \cdot (f_{\text{DDLT}}(60))^2 \right] = \\
&= 0,35 \cdot 2 \cdot 0,11 \cdot 0,0473 + 0,35 \cdot 2 \cdot 0,151 \cdot 0,0473 + 0,35 \cdot 2 \cdot 0,133 \cdot 0,0473 + 0,35 \cdot 1 \cdot (0,0473)^2 = \\
&= 0,0036 + 0,0049 + 0,0044 + 0,00078 = 0,013
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f_{\text{DDLT}}(125) &= P(M=2) \cdot \left[\binom{2}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(45) \cdot f_{\text{DDLT}}(80) \right] + P(M=2) \cdot \left[\binom{2}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(50) \cdot f_{\text{DDLT}}(75) \right] + \\
&P(M=2) \cdot \left[\binom{2}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(55) \cdot f_{\text{DDLT}}(70) \right] + P(M=2) \cdot \left[\binom{2}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(60) \cdot f_{\text{DDLT}}(65) \right] = \\
&= 0,35 \cdot 2 \cdot 0,11 \cdot 0,021875 + 0,35 \cdot 2 \cdot 0,154 \cdot 0,0473 + 0,35 \cdot 2 \cdot 0,1364 \cdot 0,0473 + 0,35 \cdot 2 \cdot (0,0473)^2 = \\
&= 0,0168 + 0,0051 + 0,00451 + 0,0016 = 0,02641
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f_{\text{DDLT}}(130) &= P(M=2) \cdot \left[\binom{2}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(45) \cdot f_{\text{DDLT}}(85) \right] + P(M=2) \cdot \left[\binom{2}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(50) \cdot f_{\text{DDLT}}(80) \right] + \\
&P(M=2) \cdot \left[\binom{2}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(55) \cdot f_{\text{DDLT}}(75) \right] + P(M=2) \cdot \left[\binom{2}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(60) \cdot f_{\text{DDLT}}(70) \right] + \\
&+ P(M=2) \cdot \left[\binom{2}{2} \cdot f_{\text{DDLT}}(65)^2 \right] = \\
&= 0,35 \cdot 2 \cdot 0,11 \cdot 0,021875 + 0,35 \cdot 2 \cdot 0,154 \cdot 0,021875 + 0,35 \cdot 2 \cdot 0,1364 \cdot 0,0473 + \\
&+ 0,35 \cdot 2 \cdot (0,0473)^2 + 0,35 \cdot (0,0473)^2 = 0,0016 + 0,0024 + 0,0045 + 0,0016 + 0,0008 = \\
&= 0,01
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f_{\text{DDLT}}(135) &= P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{3} \cdot f_{\text{DDLT}}(45)^3 \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(50) \cdot f_{\text{DDLT}}(85) \right] + \\
&P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(55) \cdot f_{\text{DDLT}}(80) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(60) \cdot f_{\text{DDLT}}(75) \right] + \\
&+ P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(65) \cdot f_{\text{DDLT}}(70) \right] = \\
&= 0,11 \cdot (0,11)^3 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,154 \cdot 0,021875 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,1364 \cdot 0,021875 + 0,11 \cdot 3 \cdot (0,0473)^2 + \\
&+ 0,11 \cdot 3 \cdot (0,0473)^2 = 0,0014 + 0,0011 + 0,0010 + 0,00074 + 0,00073 = 0,0049
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f_{\text{DDLT}}(140) &= P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{2} \cdot f_{\text{DDLT}}(45)^2 \cdot f_{\text{DDLT}}(50) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(55) \cdot f_{\text{DDLT}}(85) \right] + \\
&P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(60) \cdot f_{\text{DDLT}}(80) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(65) \cdot f_{\text{DDLT}}(75) \right] + \\
&+ P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{2} \cdot f_{\text{DDLT}}(70)^2 \right] = \\
&= 0,11 \cdot (0,11)^2 \cdot 0,154 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,31 \cdot 0,021875 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,11 \cdot 0,021875 + 0,11 \cdot 3 \cdot (0,0473)^2 + \\
&+ 0,11 \cdot (0,0473)^2 = 0,0002 + 0,0022 + 0,0008 + 0,0007 + 0,00025 = 0,0040
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f_{\text{DDLT}}(145) &= P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(45) \cdot f_{\text{DDLT}}(100) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(50) \cdot f_{\text{DDLT}}(95) \right] + \\
&P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(55) \cdot f_{\text{DDLT}}(90) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(60) \cdot f_{\text{DDLT}}(85) \right] + \\
&+ P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(65) \cdot f_{\text{DDLT}}(80) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(70) \cdot f_{\text{DDLT}}(75) \right] = \\
&= 0,11 \cdot 3 \cdot 0,11 \cdot 0,018 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,151 \cdot 0,006 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,133 \cdot 0,021875 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,0473 \cdot 0,021875 + \\
&+ 0,11 \cdot 3 \cdot 0,0473 \cdot 0,021875 + 0,11 \cdot 3 \cdot (0,0473)^2 = 0,00065 + 0,00003 + 0,0010 + 0,00034 + 0,00034 \\
&+ 0,0007 = 0,003
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f_{\text{DDLT}}(150) &= P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(45) \cdot f_{\text{DDLT}}(105) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(50) \cdot f_{\text{DDLT}}(100) \right] + \\
&P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(55) \cdot f_{\text{DDLT}}(95) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(60) \cdot f_{\text{DDLT}}(90) \right] + \\
&+ P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(65) \cdot f_{\text{DDLT}}(85) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(70) \cdot f_{\text{DDLT}}(80) \right] + \\
&+ P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{2} \cdot f_{\text{DDLT}}(75)^2 \right] = \\
&= 0,11 \cdot 3 \cdot 0,11 \cdot 0,0183 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,151 \cdot 0,018 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,133 \cdot 0,006 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,0473 \cdot 0,021875 + \\
&+ 0,11 \cdot 3 \cdot 0,0473 \cdot 0,021875 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,0473 \cdot 0,021875 + 0,11 \cdot 1 \cdot (0,0473)^2 = 0,00066 + 0,0009 + 0,00026 + \\
&+ 0,00034 + 0,00034 + 0,00034 + 0,00025 = 0,003
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f_{\text{DDLT}}(155) &= P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(45) \cdot f_{\text{DDLT}}(110) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(50) \cdot f_{\text{DDLT}}(105) \right] + \\
&P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(55) \cdot f_{\text{DDLT}}(100) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(60) \cdot f_{\text{DDLT}}(95) \right] + \\
&+ P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(65) \cdot f_{\text{DDLT}}(90) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(70) \cdot f_{\text{DDLT}}(85) \right] + \\
&+ P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(75) \cdot f_{\text{DDLT}}(80) \right] = \\
&= 0,11 \cdot 3 \cdot 0,11 \cdot 0,01524 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,151 \cdot 0,0183 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,133 \cdot 0,018 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,0473 \cdot 0,06 + \\
&+ 0,11 \cdot 3 \cdot 0,0473 \cdot 0,021875 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,0473 \cdot 0,021875 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,0473 \cdot 0,021875 = 0,0005 + 0,00091 + \\
&+ 0,008 + 0,00094 + 0,00034 + 0,00034 + 0,00034 = 0,011
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f_{\text{DDLT}}(160) &= P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(45) \cdot f_{\text{DDLT}}(115) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(50) \cdot f_{\text{DDLT}}(110) \right] + \\
&P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(55) \cdot f_{\text{DDLT}}(105) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(60) \cdot f_{\text{DDLT}}(100) \right] + \\
&+ P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(65) \cdot f_{\text{DDLT}}(95) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(70) \cdot f_{\text{DDLT}}(90) \right] + \\
&+ P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(75) \cdot f_{\text{DDLT}}(85) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{2} \cdot f_{\text{DDLT}}(80)^2 \right] = \\
&= 0,11 \cdot 3 \cdot 0,11 \cdot 0,0326 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,151 \cdot 0,01524 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,133 \cdot 0,0183 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,0473 \cdot 0,018 + \\
&+ 0,11 \cdot 3 \cdot 0,0473 \cdot 0,06 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,0473 \cdot 0,021875 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,0473 \cdot 0,021875 + 0,11 \cdot 3 \cdot (0,021875)^2 = \\
&= 0,0011 + 0,00075 + 0,0008 + 0,00028 + 0,00093 + 0,00034 + 0,00034 + 0,00016 = 0,0047
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f_{\text{DDLT}}(165) &= P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(45) \cdot f_{\text{DDLT}}(120) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(50) \cdot f_{\text{DDLT}}(115) \right] + \\
&P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(55) \cdot f_{\text{DDLT}}(110) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(60) \cdot f_{\text{DDLT}}(105) \right] + \\
&+ P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(65) \cdot f_{\text{DDLT}}(100) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(70) \cdot f_{\text{DDLT}}(95) \right] + \\
&+ P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(75) \cdot f_{\text{DDLT}}(90) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(80) \cdot f_{\text{DDLT}}(85) \right] = \\
&= 0,11 \cdot 3 \cdot 0,11 \cdot 0,013 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,151 \cdot 0,0326 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,133 \cdot 0,1524 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,0473 \cdot 0,0183 + \\
&+ 0,11 \cdot 3 \cdot 0,0473 \cdot 0,018 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,0473 \cdot 0,06 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,0473 \cdot 0,021875 + 0,11 \cdot 3 \cdot (0,021875)^2 = \\
&= 0,00047 + 0,0016 + 0,0067 + 0,00028 + 0,0028 + 0,00093 + 0,00034 + 0,00016 = 0,013
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f_{\text{DDLT}}(170) &= P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(45) \cdot f_{\text{DDLT}}(125) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(50) \cdot f_{\text{DDLT}}(120) \right] + \\
&P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(55) \cdot f_{\text{DDLT}}(115) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(60) \cdot f_{\text{DDLT}}(110) \right] + \\
&+ P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(65) \cdot f_{\text{DDLT}}(105) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(70) \cdot f_{\text{DDLT}}(100) \right] + \\
&+ P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(75) \cdot f_{\text{DDLT}}(95) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(80) \cdot f_{\text{DDLT}}(90) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{2} \cdot f_{\text{DDLT}}(85)^2 \right] = \\
&= 0,11 \cdot 3 \cdot 0,11 \cdot 0,02641 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,151 \cdot 0,013 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,133 \cdot 0,0326 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,0473 \cdot 0,01524 + \\
&+ 0,11 \cdot 3 \cdot 0,0473 \cdot 0,0183 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,0473 \cdot 0,018 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,0473 \cdot 0,06 + 0,11 \cdot 3 \cdot (0,021875)^2 + \\
&+ 0,11 \cdot 3 \cdot (0,021875)^2 = 0,00095 + 0,00064 + 0,0014 + 0,00024 + 0,00028 + 0,0028 + 0,00095 + \\
&+ 0,00016 + 0,00016 = 0,0075
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f_{\text{DDLT}}(175) &= P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(45) \cdot f_{\text{DDLT}}(130) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(50) \cdot f_{\text{DDLT}}(125) \right] + \\
&P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(55) \cdot f_{\text{DDLT}}(120) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(60) \cdot f_{\text{DDLT}}(115) \right] + \\
&+ P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{2} \cdot f_{\text{DDLT}}(65) \cdot f_{\text{DDLT}}(110) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(70) \cdot f_{\text{DDLT}}(105) \right] + \\
&+ P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(75) \cdot f_{\text{DDLT}}(100) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(80) \cdot f_{\text{DDLT}}(95) \right] + \\
&+ P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(85) \cdot f_{\text{DDLT}}(90) \right] = \\
&= 0,11 \cdot 3 \cdot 0,11 \cdot 0,01 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,151 \cdot 0,02641 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,133 \cdot 0,013 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,0473 \cdot 0,0326 + \\
&+ 0,11 \cdot 3 \cdot 0,0473 \cdot 0,01524 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,0473 \cdot 0,0183 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,0473 \cdot 0,018 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,021875 \cdot 0,06 + \\
&+ 0,11 \cdot 3 \cdot (0,021875)^2 = 0,00036 + 0,0013 + 0,00057 + 0,0005 + 0,00024 + 0,00029 + 0,00029 + 0,00043 + \\
&+ 0,00015 = 0,0041
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f_{\text{DDLT}}(180) &= P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(45) \cdot f_{\text{DDLT}}(135) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(50) \cdot f_{\text{DDLT}}(130) \right] + \\
&P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(55) \cdot f_{\text{DDLT}}(125) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(60) \cdot f_{\text{DDLT}}(120) \right] + \\
&+ P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(65) \cdot f_{\text{DDLT}}(115) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(70) \cdot f_{\text{DDLT}}(110) \right] + \\
&+ P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(75) \cdot f_{\text{DDLT}}(105) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(80) \cdot f_{\text{DDLT}}(100) \right] + \\
&+ P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(85) \cdot f_{\text{DDLT}}(95) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{2} \cdot f_{\text{DDLT}}(90)^2 \right] = \\
&= 0,11 \cdot 3 \cdot 0,11 \cdot 0,0049 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,151 \cdot 0,01 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,133 \cdot 0,02641 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,0473 \cdot 0,013 + \\
&+ 0,11 \cdot 3 \cdot 0,0473 \cdot 0,0326 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,0473 \cdot 0,01524 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,0473 \cdot 0,0183 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,021875 \cdot 0,018 + \\
&+ 0,11 \cdot 3 \cdot 0,021875 \cdot 0,06 + 0,11 \cdot 3 \cdot (0,021875)^2 = 0,00018 + 0,0005 + 0,0012 + 0,00021 + 0,00052 + \\
&+ 0,00024 + 0,0003 + 0,0013 + 0,00043 + 0,00016 = 0,005
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f_{\text{DDLT}}(185) &= P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(45) \cdot f_{\text{DDLT}}(140) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(50) \cdot f_{\text{DDLT}}(135) \right] + \\
&P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(55) \cdot f_{\text{DDLT}}(130) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(60) \cdot f_{\text{DDLT}}(125) \right] + \\
&+ P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(65) \cdot f_{\text{DDLT}}(120) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(70) \cdot f_{\text{DDLT}}(115) \right] + \\
&+ P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(75) \cdot f_{\text{DDLT}}(110) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(80) \cdot f_{\text{DDLT}}(105) \right] + \\
&+ P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(85) \cdot f_{\text{DDLT}}(100) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(90) \cdot f_{\text{DDLT}}(95) \right] = \\
&= 0,11 \cdot 3 \cdot 0,11 \cdot 0,004 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,151 \cdot 0,0049 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,133 \cdot 0,01 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,0473 \cdot 0,02641 + \\
&+ 0,11 \cdot 3 \cdot 0,0473 \cdot 0,013 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,0473 \cdot 0,0326 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,0473 \cdot 0,01524 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,021875 \cdot 0,0183 + \\
&+ 0,11 \cdot 3 \cdot 0,021875 \cdot 0,018 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,021875 \cdot 0,06 = 0,00015 + 0,00024 + 0,00044 + 0,00041 + 0,0002 + \\
&+ 0,00051 + 0,00024 + 0,00013 + 0,00013 + 0,00043 = 0,003
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f_{\text{DDLT}}(190) &= P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(45) \cdot f_{\text{DDLT}}(145) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(50) \cdot f_{\text{DDLT}}(140) \right] + \\
&P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(55) \cdot f_{\text{DDLT}}(135) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(60) \cdot f_{\text{DDLT}}(130) \right] + \\
&+ P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(65) \cdot f_{\text{DDLT}}(125) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(70) \cdot f_{\text{DDLT}}(120) \right] + \\
&+ P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(75) \cdot f_{\text{DDLT}}(115) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(80) \cdot f_{\text{DDLT}}(110) \right] + \\
&+ P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(85) \cdot f_{\text{DDLT}}(105) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(90) \cdot f_{\text{DDLT}}(100) \right] + \\
&+ P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{2} \cdot f_{\text{DDLT}}(90)^2 \right] = \\
&= 0,11 \cdot 3 \cdot 0,11 \cdot 0,003 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,151 \cdot 0,004 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,133 \cdot 0,0049 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,0473 \cdot 0,01 + \\
&+ 0,11 \cdot 3 \cdot 0,0473 \cdot 0,02642 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,0473 \cdot 0,013 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,0473 \cdot 0,0326 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,021875 \cdot 0,01524 + \\
&+ 0,11 \cdot 3 \cdot 0,021875 \cdot 0,0183 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,021875 \cdot 0,018 + 0,11 \cdot 3 \cdot (0,021875)^2 = 0,00011 + 0,0002 + \\
&+ 0,00022 + 0,000156 + 0,00041 + 0,0002 + 0,00051 + 0,00011 + 0,00013 + 0,00013 + 0,00016 = 0,0023
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f_{\text{DDLT}}(195) &= P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(45) \cdot f_{\text{DDLT}}(150) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(50) \cdot f_{\text{DDLT}}(145) \right] + \\
&P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(55) \cdot f_{\text{DDLT}}(140) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(60) \cdot f_{\text{DDLT}}(135) \right] + \\
&+ P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(65) \cdot f_{\text{DDLT}}(130) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(70) \cdot f_{\text{DDLT}}(125) \right] + \\
&+ P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(75) \cdot f_{\text{DDLT}}(120) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(80) \cdot f_{\text{DDLT}}(115) \right] + \\
&+ P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(85) \cdot f_{\text{DDLT}}(110) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(90) \cdot f_{\text{DDLT}}(105) \right] + \\
&+ P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(95) \cdot f_{\text{DDLT}}(100) \right] = \\
&= 0,11 \cdot 3 \cdot 0,11 \cdot 0,003 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,151 \cdot 0,003 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,133 \cdot 0,004 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,0473 \cdot 0,0049 + \\
&+ 0,11 \cdot 3 \cdot 0,0473 \cdot 0,01 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,0473 \cdot 0,02641 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,0473 \cdot 0,013 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,021875 \cdot 0,0326 + \\
&+ 0,11 \cdot 3 \cdot 0,021875 \cdot 0,01524 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,021875 \cdot 0,0183 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,06 \cdot 0,018 = \\
&= 0,00011 + 0,00015 + 0,00017 + 0,000076 + 0,000156 + 0,00041 + 0,00021 + 0,00024 + 0,00011 + 0,00013 + \\
&+ 0,00036 = 0,0021
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f_{\text{DDLT}}(200) &= P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(45) \cdot f_{\text{DDLT}}(155) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(50) \cdot f_{\text{DDLT}}(150) \right] + \\
&P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(55) \cdot f_{\text{DDLT}}(145) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(60) \cdot f_{\text{DDLT}}(140) \right] + \\
&+ P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(65) \cdot f_{\text{DDLT}}(135) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(70) \cdot f_{\text{DDLT}}(130) \right] + \\
&+ P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(75) \cdot f_{\text{DDLT}}(125) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(80) \cdot f_{\text{DDLT}}(120) \right] + \\
&+ P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(85) \cdot f_{\text{DDLT}}(115) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(90) \cdot f_{\text{DDLT}}(110) \right] + \\
&+ P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(95) \cdot f_{\text{DDLT}}(105) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{2} \cdot f_{\text{DDLT}}(100)^2 \right] = \\
&= 0,11 \cdot 3 \cdot 0,11 \cdot 0,011 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,151 \cdot 0,003 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,133 \cdot 0,003 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,0473 \cdot 0,004 + \\
&+ 0,11 \cdot 3 \cdot 0,0473 \cdot 0,0049 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,0473 \cdot 0,01 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,0473 \cdot 0,002641 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,021875 \cdot 0,013 + \\
&+ 0,11 \cdot 3 \cdot 0,021875 \cdot 0,0326 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,021875 \cdot 0,01524 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,06 \cdot 0,0183 + 0,11 \cdot 3 \cdot (0,018)^2 = \\
&= 0,0004 + 0,00015 + 0,00013 + 0,000064 + 0,000076 + 0,000156 + 0,0000412 + 0,000093 + \\
&+ 0,00024 + 0,000111 + 0,00036 + 0,0005 = 0,0023
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f_{\text{DDLT}}(205) &= P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(45) \cdot f_{\text{DDLT}}(160) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(50) \cdot f_{\text{DDLT}}(155) \right] + \\
&P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(55) \cdot f_{\text{DDLT}}(150) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(60) \cdot f_{\text{DDLT}}(145) \right] + \\
&+ P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(65) \cdot f_{\text{DDLT}}(140) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(70) \cdot f_{\text{DDLT}}(135) \right] + \\
&+ P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(75) \cdot f_{\text{DDLT}}(130) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(80) \cdot f_{\text{DDLT}}(125) \right] + \\
&+ P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(85) \cdot f_{\text{DDLT}}(120) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(90) \cdot f_{\text{DDLT}}(115) \right] + \\
&+ P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(95) \cdot f_{\text{DDLT}}(110) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{2} \cdot f_{\text{DDLT}}(100) \cdot f_{\text{DDLT}}(105) \right] = \\
&= 0,11 \cdot 3 \cdot 0,11 \cdot 0,0047 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,151 \cdot 0,011 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,133 \cdot 0,003 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,0473 \cdot 0,003 + \\
&+ 0,11 \cdot 3 \cdot 0,0473 \cdot 0,004 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,0473 \cdot 0,0049 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,0473 \cdot 0,01 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,021875 \cdot 0,02 + \\
&+ 0,11 \cdot 3 \cdot 0,021875 \cdot 0,013 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,021875 \cdot 0,0326 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,06 \cdot 0,01524 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,018 \cdot 0,0183 = \\
&= 0,00017 + 0,00055 + 0,00013 + 0,000047 + 0,000062 + 0,000076 + 0,000156 + 0,000144 + 0,0001 + \\
&+ 0,00024 + 0,0003 + 0,00011 = 0,002
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f_{\text{DDLT}}(210) &= P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(45) \cdot f_{\text{DDLT}}(165) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(50) \cdot f_{\text{DDLT}}(160) \right] + \\
&P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(55) \cdot f_{\text{DDLT}}(155) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(60) \cdot f_{\text{DDLT}}(150) \right] + \\
&+ P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(65) \cdot f_{\text{DDLT}}(145) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(70) \cdot f_{\text{DDLT}}(140) \right] + \\
&+ P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(75) \cdot f_{\text{DDLT}}(135) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(80) \cdot f_{\text{DDLT}}(130) \right] + \\
&+ P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(85) \cdot f_{\text{DDLT}}(125) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(90) \cdot f_{\text{DDLT}}(120) \right] + \\
&+ P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(95) \cdot f_{\text{DDLT}}(115) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(100) \cdot f_{\text{DDLT}}(110) \right] + \\
&P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{2} \cdot f_{\text{DDLT}}(105)^2 \right] = \\
&= 0,11 \cdot 3 \cdot 0,11 \cdot 0,0133 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,151 \cdot 0,0047 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,133 \cdot 0,011 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,0473 \cdot 0,003 + \\
&+ 0,11 \cdot 3 \cdot 0,0473 \cdot 0,003 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,0473 \cdot 0,004 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,0473 \cdot 0,0049 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,021875 \cdot 0,01 + \\
&+ 0,11 \cdot 3 \cdot 0,021875 \cdot 0,02641 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,021875 \cdot 0,013 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,06 \cdot 0,0326 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,018 \cdot 0,01524 + \\
&+ 0,11 \cdot 3 \cdot (0,0183)^2 = 0,00048 + 0,00023 + 0,00048 + 0,000047 + 0,000047 + 0,000064 + 0,000076 + 0,00072 + \\
&+ 0,0002 + 0,0001 + 0,00065 + 0,0001 + 0,000111 = 0,0033
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f_{\text{DDLT}}(215) &= P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(45) \cdot f_{\text{DDLT}}(170) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(50) \cdot f_{\text{DDLT}}(165) \right] + \\
&P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(55) \cdot f_{\text{DDLT}}(160) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(60) \cdot f_{\text{DDLT}}(155) \right] + \\
&+ P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(65) \cdot f_{\text{DDLT}}(150) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(70) \cdot f_{\text{DDLT}}(145) \right] + \\
&+ P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(75) \cdot f_{\text{DDLT}}(140) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(80) \cdot f_{\text{DDLT}}(135) \right] + \\
&+ P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(85) \cdot f_{\text{DDLT}}(130) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(90) \cdot f_{\text{DDLT}}(125) \right] + \\
&+ P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(95) \cdot f_{\text{DDLT}}(120) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(100) \cdot f_{\text{DDLT}}(115) \right] + \\
&P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(105) \cdot f_{\text{DDLT}}(110) \right] = \\
&= 0,11 \cdot 3 \cdot 0,11 \cdot 0,0075 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,151 \cdot 0,0133 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,133 \cdot 0,0047 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,0473 \cdot 0,011 + \\
&+ 0,11 \cdot 3 \cdot 0,0473 \cdot 0,003 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,0473 \cdot 0,003 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,0473 \cdot 0,004 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,021875 \cdot 0,0049 + \\
&+ 0,11 \cdot 3 \cdot 0,021875 \cdot 0,01 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,021875 \cdot 0,02641 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,06 \cdot 0,013 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,018 \cdot 0,0326 + \\
&+ 0,11 \cdot 3 \cdot 0,0183 \cdot 0,01524 = 0,00027 + 0,00068 + 0,0002 + 0,00017 + 0,000047 + 0,000047 + 0,000062 + \\
&+ 0,000035 + 0,00007 + 0,0002 + 0,00025 + 0,0002 + 0,0001 = 0,0023
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f_{\text{DDLT}}(220) &= P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(45) \cdot f_{\text{DDLT}}(175) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(50) \cdot f_{\text{DDLT}}(170) \right] + \\
&P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(55) \cdot f_{\text{DDLT}}(165) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(60) \cdot f_{\text{DDLT}}(160) \right] + \\
&+ P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(65) \cdot f_{\text{DDLT}}(155) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(70) \cdot f_{\text{DDLT}}(150) \right] + \\
&+ P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(75) \cdot f_{\text{DDLT}}(145) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(80) \cdot f_{\text{DDLT}}(140) \right] + \\
&+ P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(85) \cdot f_{\text{DDLT}}(135) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(90) \cdot f_{\text{DDLT}}(130) \right] + \\
&+ P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(95) \cdot f_{\text{DDLT}}(125) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(100) \cdot f_{\text{DDLT}}(120) \right] + \\
&+ P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(105) \cdot f_{\text{DDLT}}(115) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{2} \cdot f_{\text{DDLT}}(110)^2 \right] = \\
&= 0,11 \cdot 3 \cdot 0,11 \cdot 0,0041 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,151 \cdot 0,0075 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,133 \cdot 0,0133 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,00473 \cdot 0,0047 + \\
&+ 0,11 \cdot 3 \cdot 0,0473 \cdot 0,011 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,0473 \cdot 0,003 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,0473 \cdot 0,003 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,021875 \cdot 0,004 + \\
&+ 0,11 \cdot 3 \cdot 0,021875 \cdot 0,0049 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,021875 \cdot 0,01 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,06 \cdot 0,02641 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,018 \cdot 0,013 + \\
&+ 0,11 \cdot 3 \cdot 0,0183 \cdot 0,0326 + 0,11 \cdot 3 \cdot (0,01524)^2 = 0,00015 + 0,00037 + 0,0006 + 0,00001 + 0,00017 + 0,000046 + \\
&+ 0,000047 + 0,00003 + 0,000035 + 0,00007 + 0,00138 + 0,00008 + 0,0002 + 0,000078 = 0,0033 \\
f_{\text{DDLT}}(225) &= P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(45) \cdot f_{\text{DDLT}}(180) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(50) \cdot f_{\text{DDLT}}(175) \right] + \\
&P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(55) \cdot f_{\text{DDLT}}(170) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(60) \cdot f_{\text{DDLT}}(165) \right] + \\
&+ P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(65) \cdot f_{\text{DDLT}}(160) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(70) \cdot f_{\text{DDLT}}(155) \right] + \\
&+ P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(75) \cdot f_{\text{DDLT}}(150) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(80) \cdot f_{\text{DDLT}}(145) \right] + \\
&+ P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(85) \cdot f_{\text{DDLT}}(140) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(90) \cdot f_{\text{DDLT}}(135) \right] + \\
&+ P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(95) \cdot f_{\text{DDLT}}(130) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(100) \cdot f_{\text{DDLT}}(125) \right] + \\
&+ P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(105) \cdot f_{\text{DDLT}}(120) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(110) \cdot f_{\text{DDLT}}(115) \right] = \\
&= 0,11 \cdot 3 \cdot 0,11 \cdot 0,005 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,151 \cdot 0,0041 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,133 \cdot 0,0075 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,0473 \cdot 0,0133 + \\
&+ 0,11 \cdot 3 \cdot 0,0473 \cdot 0,0047 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,0473 \cdot 0,011 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,0473 \cdot 0,003 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,021875 \cdot 0,003 + \\
&+ 0,11 \cdot 3 \cdot 0,021875 \cdot 0,004 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,021875 \cdot 0,0049 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,06 \cdot 0,01 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,018 \cdot 0,02641 + \\
&+ 0,11 \cdot 3 \cdot 0,0183 \cdot 0,013 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,01524 \cdot 0,0326 = 0,00018 + 0,0002 + 0,0004 + 0,00021 + 0,000073 + \\
&+ 0,00017 + 0,000046 + 0,000022 + 0,000029 + 0,000035 + 0,0002 + 0,0002 + 0,000078 + 0,000164 = 0,002
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f_{\text{DDLT}}(235) &= P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(45) \cdot f_{\text{DDLT}}(190) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(50) \cdot f_{\text{DDLT}}(185) \right] + \\
&P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(55) \cdot f_{\text{DDLT}}(180) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(60) \cdot f_{\text{DDLT}}(175) \right] + \\
&+ P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(65) \cdot f_{\text{DDLT}}(170) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(70) \cdot f_{\text{DDLT}}(165) \right] + \\
&+ P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(75) \cdot f_{\text{DDLT}}(160) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(80) \cdot f_{\text{DDLT}}(155) \right] + \\
&+ P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(85) \cdot f_{\text{DDLT}}(150) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(90) \cdot f_{\text{DDLT}}(145) \right] + \\
&+ P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(95) \cdot f_{\text{DDLT}}(140) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(100) \cdot f_{\text{DDLT}}(135) \right] + \\
&+ P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(105) \cdot f_{\text{DDLT}}(130) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(110) \cdot f_{\text{DDLT}}(125) \right] + \\
&+ P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(115) \cdot f_{\text{DDLT}}(120) \right] = \\
&= 0,11 \cdot 3 \cdot 0,11 \cdot 0,0023 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,151 \cdot 0,003 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,133 \cdot 0,005 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,0473 \cdot 0,0041 + \\
&+ 0,11 \cdot 3 \cdot 0,0473 \cdot 0,0075 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,0473 \cdot 0,0133 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,0473 \cdot 0,0047 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,021875 \cdot 0,011 + \\
&+ 0,11 \cdot 3 \cdot 0,021875 \cdot 0,003 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,021875 \cdot 0,003 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,06 \cdot 0,004 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,018 \cdot 0,0049 + \\
&+ 0,11 \cdot 3 \cdot 0,0183 \cdot 0,01 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,01524 \cdot 0,02641 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,0326 \cdot 0,013 = 0,0001 + 0,00015 + \\
&+ 0,00022 + 0,000064 + 0,00012 + 0,00021 + 0,000073 + 0,00008 + 0,000022 + 0,000022 + 0,00008 + \\
&+ 0,00003 + 0,00006 + 0,00013 + 0,00014 = 0,0015
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f_{\text{DDLT}}(240) &= P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(45) \cdot f_{\text{DDLT}}(195) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(50) \cdot f_{\text{DDLT}}(190) \right] + \\
&P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(55) \cdot f_{\text{DDLT}}(185) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(60) \cdot f_{\text{DDLT}}(180) \right] + \\
&+ P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(65) \cdot f_{\text{DDLT}}(175) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(70) \cdot f_{\text{DDLT}}(170) \right] + \\
&+ P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(75) \cdot f_{\text{DDLT}}(165) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(80) \cdot f_{\text{DDLT}}(160) \right] + \\
&+ P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(85) \cdot f_{\text{DDLT}}(155) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(90) \cdot f_{\text{DDLT}}(150) \right] + \\
&+ P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(95) \cdot f_{\text{DDLT}}(145) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(100) \cdot f_{\text{DDLT}}(140) \right] + \\
&+ P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(105) \cdot f_{\text{DDLT}}(135) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(110) \cdot f_{\text{DDLT}}(130) \right] + \\
&+ P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(115) \cdot f_{\text{DDLT}}(125) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{2} \cdot f_{\text{DDLT}}(120)^2 \right] = \\
&= 0,11 \cdot 3 \cdot 0,11 \cdot 0,0021 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,151 \cdot 0,0023 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,133 \cdot 0,003 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,0473 \cdot 0,005 + \\
&+ 0,11 \cdot 3 \cdot 0,0473 \cdot 0,0041 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,0473 \cdot 0,0075 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,0473 \cdot 0,0133 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,021875 \cdot 0,0047 + \\
&+ 0,11 \cdot 3 \cdot 0,021875 \cdot 0,011 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,021875 \cdot 0,003 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,06 \cdot 0,003 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,06 \cdot 0,004 + \\
&+ 0,11 \cdot 3 \cdot 0,0183 \cdot 0,0049 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,01244 \cdot 0,01 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,0326 \cdot 0,02641 + 0,11 \cdot 3 \cdot (0,013)^2 = \\
&= 0,0001 + 0,000115 + 0,00013 + 0,000078 + 0,000064 + 0,000117 + 0,00021 + 0,000034 + 0,00008 + \\
&0,000021 + 0,00006 + 0,00008 + 0,00003 + 0,000041 + 0,0003 + 0,000055 = 0,00035
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f_{\text{DDLT}}(245) &= P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(45) \cdot f_{\text{DDLT}}(200) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(50) \cdot f_{\text{DDLT}}(195) \right] + \\
&P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(55) \cdot f_{\text{DDLT}}(190) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(60) \cdot f_{\text{DDLT}}(185) \right] + \\
&+ P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(65) \cdot f_{\text{DDLT}}(180) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(70) \cdot f_{\text{DDLT}}(175) \right] + \\
&+ P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(75) \cdot f_{\text{DDLT}}(170) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(80) \cdot f_{\text{DDLT}}(165) \right] + \\
&+ P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(85) \cdot f_{\text{DDLT}}(160) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(90) \cdot f_{\text{DDLT}}(155) \right] + \\
&+ P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(95) \cdot f_{\text{DDLT}}(150) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(100) \cdot f_{\text{DDLT}}(145) \right] + \\
&+ P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(105) \cdot f_{\text{DDLT}}(140) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(110) \cdot f_{\text{DDLT}}(135) \right] + \\
&+ P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(115) \cdot f_{\text{DDLT}}(130) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(120) \cdot f_{\text{DDLT}}(125) \right] = \\
&= 0,11 \cdot 3 \cdot 0,11 \cdot 0,0023 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,151 \cdot 0,0021 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,133 \cdot 0,0023 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,0473 \cdot 0,003 + \\
&+ 0,11 \cdot 3 \cdot 0,0473 \cdot 0,005 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,0473 \cdot 0,0041 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,0473 \cdot 0,0075 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,021875 \cdot 0,0133 + \\
&+ 0,11 \cdot 3 \cdot 0,021875 \cdot 0,0047 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,021875 \cdot 0,011 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,06 \cdot 0,003 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,018 \cdot 0,003 + \\
&+ 0,11 \cdot 3 \cdot 0,0183 \cdot 0,004 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,01524 \cdot 0,0049 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,0326 \cdot 0,01 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,013 \cdot 0,02641 = \\
&= 0,0009 + 0,0001 + 0,0001 + 0,00005 + 0,00008 + 0,000064 + 0,00012 + 0,000096 + 0,000034 + 0,00008 + \\
&+ 0,00006 + 0,000017 + 0,000024 + 0,000025 + 0,00012 + 0,00011 = 0,002
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f_{\text{DDLT}}(250) &= P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(45) \cdot f_{\text{DDLT}}(205) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(50) \cdot f_{\text{DDLT}}(200) \right] + \\
&P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(55) \cdot f_{\text{DDLT}}(195) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(60) \cdot f_{\text{DDLT}}(190) \right] + \\
&+ P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(65) \cdot f_{\text{DDLT}}(185) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(70) \cdot f_{\text{DDLT}}(180) \right] + \\
&+ P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(75) \cdot f_{\text{DDLT}}(175) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(80) \cdot f_{\text{DDLT}}(170) \right] + \\
&+ P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(85) \cdot f_{\text{DDLT}}(165) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(90) \cdot f_{\text{DDLT}}(160) \right] + \\
&+ P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(95) \cdot f_{\text{DDLT}}(155) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(100) \cdot f_{\text{DDLT}}(150) \right] + \\
&+ P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(105) \cdot f_{\text{DDLT}}(145) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(110) \cdot f_{\text{DDLT}}(140) \right] + \\
&+ P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(115) \cdot f_{\text{DDLT}}(135) \right] + P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(120) \cdot f_{\text{DDLT}}(130) \right] + \\
&+ P(M=3) \cdot \left[\binom{3}{2} \cdot f_{\text{DDLT}}(125)^2 \right] = \\
&= 0,11 \cdot 3 \cdot 0,11 \cdot 0,002 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,151 \cdot 0,0023 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,133 \cdot 0,0021 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,0473 \cdot 0,0023 + \\
&+ 0,11 \cdot 3 \cdot 0,04473 \cdot 0,003 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,0473 \cdot 0,005 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,0473 \cdot 0,0041 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,021875 \cdot 0,0075 + \\
&+ 0,11 \cdot 3 \cdot 0,021875 \cdot 0,013 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,021875 \cdot 0,0047 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,06 \cdot 0,011 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,018 \cdot 0,003 + \\
&+ 0,11 \cdot 3 \cdot 0,0183 \cdot 0,003 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,01524 \cdot 0,004 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,0326 \cdot 0,0049 + 0,11 \cdot 3 \cdot 0,013 \cdot 0,01 + \\
&+ 0,11 \cdot 3 \cdot (0,02641)^2 = 0,000073 + 0,00011 + 0,0001 + 0,000036 + 0,000044 + 0,00008 + 0,000064 + \\
&+ 0,000054 + 0,0001 + 0,000034 + 0,00022 + 0,00002 + 0,00002 + 0,00002 + 0,00002 + 0,000053 + 0,000043 + \\
&+ 0,00023 = 0,0013
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f_{\text{DDLT}}(255) &= P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(45) \cdot f_{\text{DDLT}}(210) \right] + P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(50) \cdot f_{\text{DDLT}}(205) \right] + \\
&P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(55) \cdot f_{\text{DDLT}}(200) \right] + P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(60) \cdot f_{\text{DDLT}}(195) \right] + \\
&+ P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(65) \cdot f_{\text{DDLT}}(190) \right] + P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(70) \cdot f_{\text{DDLT}}(185) \right] + \\
&+ P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(75) \cdot f_{\text{DDLT}}(180) \right] + P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(80) \cdot f_{\text{DDLT}}(175) \right] + \\
&+ P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(85) \cdot f_{\text{DDLT}}(170) \right] + P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(90) \cdot f_{\text{DDLT}}(165) \right] + \\
&+ P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(95) \cdot f_{\text{DDLT}}(160) \right] + P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(100) \cdot f_{\text{DDLT}}(155) \right] + \\
&+ P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(105) \cdot f_{\text{DDLT}}(150) \right] + P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(110) \cdot f_{\text{DDLT}}(145) \right] + \\
&+ P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(115) \cdot f_{\text{DDLT}}(140) \right] + P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(120) \cdot f_{\text{DDLT}}(135) \right] + \\
&+ P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(125) \cdot f_{\text{DDLT}}(130) \right] = \\
&= 0,1 \cdot 4 \cdot 0,11 \cdot 0,0033 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,151 \cdot 0,002 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,133 \cdot 0,0023 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,0473 \cdot 0,0021 + \\
&+ 0,1 \cdot 4 \cdot 0,0473 \cdot 0,0023 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,0473 \cdot 0,003 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,0473 \cdot 0,005 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,021875 \cdot 0,0041 + \\
&+ 0,1 \cdot 4 \cdot 0,021875 \cdot 0,0075 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,021875 \cdot 0,013 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,06 \cdot 0,0047 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,018 \cdot 0,011 + \\
&+ 0,1 \cdot 4 \cdot 0,0183 \cdot 0,003 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,01524 \cdot 0,003 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,0326 \cdot 0,004 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,013 \cdot 0,0049 + \\
&+ 0,1 \cdot 4 \cdot 0,02641 \cdot 0,01 = 0,00015 + 0,00012 + 0,00012 + 0,00004 + 0,000044 + 0,00006 + \\
&+ 0,0001 + 0,00004 + 0,000065 + 0,00011 + 0,00011 + 0,00008 + 0,00011 + 0,000018 + 0,000052 + \\
&+ 0,000025 + 0,0001 = 0,0013
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f_{\text{DDLT}}(260) &= P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(45) \cdot f_{\text{DDLT}}(215) \right] + P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(50) \cdot f_{\text{DDLT}}(210) \right] + \\
&P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(55) \cdot f_{\text{DDLT}}(205) \right] + P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(60) \cdot f_{\text{DDLT}}(200) \right] + \\
&+ P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(65) \cdot f_{\text{DDLT}}(195) \right] + P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(70) \cdot f_{\text{DDLT}}(190) \right] + \\
&+ P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(75) \cdot f_{\text{DDLT}}(185) \right] + P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(80) \cdot f_{\text{DDLT}}(180) \right] + \\
&+ P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(85) \cdot f_{\text{DDLT}}(175) \right] + P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(90) \cdot f_{\text{DDLT}}(170) \right] + \\
&+ P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(95) \cdot f_{\text{DDLT}}(165) \right] + P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(100) \cdot f_{\text{DDLT}}(160) \right] + \\
&+ P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(105) \cdot f_{\text{DDLT}}(155) \right] + P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(110) \cdot f_{\text{DDLT}}(150) \right] + \\
&+ P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(115) \cdot f_{\text{DDLT}}(145) \right] + P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(120) \cdot f_{\text{DDLT}}(140) \right] + \\
&+ P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(125) \cdot f_{\text{DDLT}}(135) \right] + P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{2} \cdot f_{\text{DDLT}}(130)^2 \right] = \\
&= 0,1 \cdot 4 \cdot 0,11 \cdot 0,0023 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,151 \cdot 0,0033 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,133 \cdot 0,002 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,0473 \cdot 0,0023 + \\
&+ 0,1 \cdot 4 \cdot 0,0473 \cdot 0,0021 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,0473 \cdot 0,0023 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,0473 \cdot 0,003 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,021875 \cdot 0,005 + \\
&+ 0,1 \cdot 4 \cdot 0,021875 \cdot 0,0041 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,021875 \cdot 0,0075 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,06 \cdot 0,013 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,018 \cdot 0,0047 + \\
&+ 0,1 \cdot 4 \cdot 0,0183 \cdot 0,011 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,01524 \cdot 0,003 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,0326 \cdot 0,003 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,013 \cdot 0,004 + \\
&+ 0,1 \cdot 4 \cdot 0,02641 \cdot 0,0049 + 0,1 \cdot 6 \cdot (0,01)^2 = 0,0001 + 0,0002 + 0,0001 + 0,00004 + 0,00004 + 0,000043 + \\
&+ 0,000056 + 0,000043 + 0,000036 + 0,000065 + 0,00031 + 0,000034 + 0,000081 + 0,00002 + \\
&+ 0,00004 + 0,000021 + 0,000052 + 0,00006 = 0,0027
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f_{\text{DDLT}}(265) &= P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(45) \cdot f_{\text{DDLT}}(220) \right] + P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(50) \cdot f_{\text{DDLT}}(215) \right] + \\
&P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(55) \cdot f_{\text{DDLT}}(210) \right] + P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(60) \cdot f_{\text{DDLT}}(205) \right] + \\
&+ P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(65) \cdot f_{\text{DDLT}}(200) \right] + P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(70) \cdot f_{\text{DDLT}}(195) \right] + \\
&+ P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(75) \cdot f_{\text{DDLT}}(190) \right] + P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(80) \cdot f_{\text{DDLT}}(185) \right] + \\
&+ P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(85) \cdot f_{\text{DDLT}}(180) \right] + P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(90) \cdot f_{\text{DDLT}}(175) \right] + \\
&+ P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(95) \cdot f_{\text{DDLT}}(170) \right] + P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(100) \cdot f_{\text{DDLT}}(165) \right] + \\
&+ P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(105) \cdot f_{\text{DDLT}}(160) \right] + P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(110) \cdot f_{\text{DDLT}}(155) \right] + \\
&+ P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(115) \cdot f_{\text{DDLT}}(150) \right] + P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(120) \cdot f_{\text{DDLT}}(145) \right] + \\
&+ P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(125) \cdot f_{\text{DDLT}}(140) \right] + P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(130) \cdot f_{\text{DDLT}}(135) \right] = \\
&= 0,1 \cdot 4 \cdot 0,11 \cdot 0,0033 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,151 \cdot 0,0023 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,133 \cdot 0,0033 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,0473 \cdot 0,002 + \\
&+ 0,1 \cdot 4 \cdot 0,0473 \cdot 0,0023 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,0473 \cdot 0,0021 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,0473 \cdot 0,0023 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,021875 \cdot 0,003 + \\
&+ 0,1 \cdot 4 \cdot 0,021875 \cdot 0,005 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,021875 \cdot 0,0041 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,06 \cdot 0,0075 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,018 \cdot 0,013 + \\
&+ 0,1 \cdot 4 \cdot 0,0183 \cdot 0,002641 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,01524 \cdot 0,01 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,0326 \cdot 0,003 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,013 \cdot 0,003 + \\
&+ 0,1 \cdot 4 \cdot 0,02641 \cdot 0,004 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,01 \cdot 0,0049 = 0,00015 + 0,00014 + 0,0002 + 0,00004 + 0,00004 + \\
&+ 0,00004 + 0,000043 + 0,00003 + 0,000044 + 0,000036 + 0,00018 + 0,000016 + 0,00002 + 0,000061 + \\
&+ 0,00004 + 0,000016 + 0,000042 + 0,00002 = 0,012
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f_{\text{DDLT}}(270) &= P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(45) \cdot f_{\text{DDLT}}(225) \right] + P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(50) \cdot f_{\text{DDLT}}(220) \right] + \\
&P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(55) \cdot f_{\text{DDLT}}(215) \right] + P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(60) \cdot f_{\text{DDLT}}(210) \right] + \\
&+ P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(65) \cdot f_{\text{DDLT}}(205) \right] + P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(70) \cdot f_{\text{DDLT}}(200) \right] + \\
&+ P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(75) \cdot f_{\text{DDLT}}(195) \right] + P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(80) \cdot f_{\text{DDLT}}(190) \right] + \\
&+ P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(85) \cdot f_{\text{DDLT}}(185) \right] + P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(90) \cdot f_{\text{DDLT}}(180) \right] + \\
&+ P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(95) \cdot f_{\text{DDLT}}(175) \right] + P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(100) \cdot f_{\text{DDLT}}(170) \right] + \\
&+ P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(105) \cdot f_{\text{DDLT}}(165) \right] + P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(110) \cdot f_{\text{DDLT}}(160) \right] + \\
&+ P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(115) \cdot f_{\text{DDLT}}(155) \right] + P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(120) \cdot f_{\text{DDLT}}(150) \right] + \\
&+ P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(125) \cdot f_{\text{DDLT}}(145) \right] + P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(130) \cdot f_{\text{DDLT}}(140) \right] + \\
&+ P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{2} \cdot f_{\text{DDLT}}(135)^2 \right] = \\
&= 0,1 \cdot 4 \cdot 0,11 \cdot 0,002 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,151 \cdot 0,0033 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,133 \cdot 0,0023 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,0473 \cdot 0,0033 + \\
&+ 0,1 \cdot 4 \cdot 0,0473 \cdot 0,002 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,0473 \cdot 0,0023 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,0473 \cdot 0,0021 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,021875 \cdot 0,0023 + \\
&+ 0,1 \cdot 4 \cdot 0,021875 \cdot 0,003 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,021875 \cdot 0,005 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,06 \cdot 0,0041 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,018 \cdot 0,0075 + \\
&+ 0,1 \cdot 4 \cdot 0,0183 \cdot 0,013 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,01524 \cdot 0,0047 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,0326 \cdot 0,011 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,013 \cdot 0,003 + \\
&+ 0,1 \cdot 4 \cdot 0,02641 \cdot 0,003 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,01 \cdot 0,004 + 0,1 \cdot 6 \cdot (0,0049)^2 = 0,00009 + 0,0002 + 0,00012 + \\
&+ 0,000063 + 0,00004 + 0,000044 + 0,00004 + 0,00002 + 0,00003 + 0,000044 + 0,0001 + 0,00051 + \\
&+ 0,00005 + 0,0001 + 0,00003 + 0,00014 + 0,00002 + 0,000032 + 0,000016 + 0,0000144 = 0,002
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f_{\text{DDLT}}(275) &= P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(45) \cdot f_{\text{DDLT}}(230) \right] + P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(50) \cdot f_{\text{DDLT}}(225) \right] + \\
&P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(55) \cdot f_{\text{DDLT}}(220) \right] + P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(60) \cdot f_{\text{DDLT}}(215) \right] + \\
&+ P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(65) \cdot f_{\text{DDLT}}(210) \right] + P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(70) \cdot f_{\text{DDLT}}(205) \right] + \\
&+ P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(75) \cdot f_{\text{DDLT}}(200) \right] + P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(80) \cdot f_{\text{DDLT}}(195) \right] + \\
&+ P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(85) \cdot f_{\text{DDLT}}(190) \right] + P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(90) \cdot f_{\text{DDLT}}(185) \right] + \\
&+ P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(95) \cdot f_{\text{DDLT}}(180) \right] + P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(100) \cdot f_{\text{DDLT}}(175) \right] + \\
&+ P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(105) \cdot f_{\text{DDLT}}(170) \right] + P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(110) \cdot f_{\text{DDLT}}(165) \right] + \\
&+ P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(115) \cdot f_{\text{DDLT}}(160) \right] + P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(120) \cdot f_{\text{DDLT}}(155) \right] + \\
&+ P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(125) \cdot f_{\text{DDLT}}(150) \right] + P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(130) \cdot f_{\text{DDLT}}(145) \right] + \\
&+ P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(135) \cdot f_{\text{DDLT}}(140) \right] = \\
&= 0,1 \cdot 4 \cdot 0,11 \cdot 0,002 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,151 \cdot 0,002 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,133 \cdot 0,0033 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,0473 \cdot 0,0023 + \\
&+ 0,1 \cdot 4 \cdot 0,0473 \cdot 0,0033 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,0473 \cdot 0,002 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,0473 \cdot 0,0023 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,021875 \cdot 0,0021 + \\
&+ 0,1 \cdot 4 \cdot 0,021875 \cdot 0,0023 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,021875 \cdot 0,003 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,06 \cdot 0,005 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,018 \cdot 0,0041 + \\
&+ 0,1 \cdot 4 \cdot 0,0183 \cdot 0,0075 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,01524 \cdot 0,013 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,0326 \cdot 0,0047 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,013 \cdot 0,011 + \\
&+ 0,1 \cdot 4 \cdot 0,02641 \cdot 0,003 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,01 \cdot 0,003 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,0049 \cdot 0,004 = 0,00009 + 0,00012 + 0,00017 + \\
&+ 0,000043 + 0,000063 + 0,00004 + 0,000043 + 0,0000183 + 0,00002 + 0,00003 + 0,00012 + 0,00003 + \\
&+ 0,000055 + 0,00008 + 0,000061 + 0,00006 + 0,0000031 + 0,000012 + 0,00001 = 0,001
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f_{\text{DDLT}}(280) &= P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(45) \cdot f_{\text{DDLT}}(235) \right] + P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(50) \cdot f_{\text{DDLT}}(230) \right] + \\
&P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(55) \cdot f_{\text{DDLT}}(225) \right] + P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(60) \cdot f_{\text{DDLT}}(220) \right] + \\
&+ P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(65) \cdot f_{\text{DDLT}}(215) \right] + P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(70) \cdot f_{\text{DDLT}}(210) \right] + \\
&+ P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(75) \cdot f_{\text{DDLT}}(205) \right] + P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(80) \cdot f_{\text{DDLT}}(200) \right] + \\
&+ P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(85) \cdot f_{\text{DDLT}}(195) \right] + P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(90) \cdot f_{\text{DDLT}}(190) \right] + \\
&+ P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(95) \cdot f_{\text{DDLT}}(185) \right] + P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(100) \cdot f_{\text{DDLT}}(180) \right] + \\
&+ P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(105) \cdot f_{\text{DDLT}}(175) \right] + P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(110) \cdot f_{\text{DDLT}}(170) \right] + \\
&+ P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(115) \cdot f_{\text{DDLT}}(165) \right] + P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(120) \cdot f_{\text{DDLT}}(160) \right] + \\
&+ P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(125) \cdot f_{\text{DDLT}}(155) \right] + P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(130) \cdot f_{\text{DDLT}}(150) \right] + \\
&+ P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(135) \cdot f_{\text{DDLT}}(145) \right] + P(M=4) \cdot \left[\binom{2}{2} \cdot f_{\text{DDLT}}(140)^2 \right] = \\
&= 0,1 \cdot 4 \cdot 0,11 \cdot 0,0015 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,151 \cdot 0,002 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,133 \cdot 0,002 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,0473 \cdot 0,0033 + \\
&+ 0,1 \cdot 4 \cdot 0,0473 \cdot 0,0023 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,0473 \cdot 0,0033 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,0473 \cdot 0,002 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,021875 \cdot 0,0023 + \\
&+ 0,1 \cdot 4 \cdot 0,021875 \cdot 0,0021 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,021875 \cdot 0,0023 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,06 \cdot 0,003 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,018 \cdot 0,005 + \\
&+ 0,1 \cdot 4 \cdot 0,0183 \cdot 0,0041 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,01524 \cdot 0,0075 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,0326 \cdot 0,013 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,013 \cdot 0,0047 + \\
&+ 0,1 \cdot 4 \cdot 0,02641 \cdot 0,011 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,01 \cdot 0,003 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,0049 \cdot 0,003 + 0,1 \cdot 6 \cdot (0,004)^2 = \\
&= 0,000066 + 0,00012 + 0,0001 + 0,000062 + 0,000044 + 0,000062 + 0,00004 + 0,00002 + 0,000043 + \\
&+ 0,00002 + 0,000072 + 0,000036 + 0,00003 + 0,000046 + 0,00017 + 0,000024 + 0,00012 + 0,000012 + \\
&+ 0,000006 + 0,00001 = 0,0012
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f_{\text{DDLT}}(285) &= P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(45) \cdot f_{\text{DDLT}}(240) \right] + P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(50) \cdot f_{\text{DDLT}}(235) \right] + \\
&P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(55) \cdot f_{\text{DDLT}}(230) \right] + P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(60) \cdot f_{\text{DDLT}}(225) \right] + \\
&+ P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(65) \cdot f_{\text{DDLT}}(220) \right] + P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(70) \cdot f_{\text{DDLT}}(215) \right] + \\
&+ P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(75) \cdot f_{\text{DDLT}}(210) \right] + P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(80) \cdot f_{\text{DDLT}}(205) \right] + \\
&+ P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(85) \cdot f_{\text{DDLT}}(200) \right] + P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(90) \cdot f_{\text{DDLT}}(195) \right] + \\
&+ P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(95) \cdot f_{\text{DDLT}}(190) \right] + P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(100) \cdot f_{\text{DDLT}}(185) \right] + \\
&+ P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(105) \cdot f_{\text{DDLT}}(180) \right] + P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(110) \cdot f_{\text{DDLT}}(175) \right] + \\
&+ P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(115) \cdot f_{\text{DDLT}}(170) \right] + P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(120) \cdot f_{\text{DDLT}}(165) \right] + \\
&+ P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(125) \cdot f_{\text{DDLT}}(160) \right] + P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(130) \cdot f_{\text{DDLT}}(155) \right] + \\
&+ P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(135) \cdot f_{\text{DDLT}}(150) \right] + P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(140) \cdot f_{\text{DDLT}}(145) \right] = \\
&= 0,1 \cdot 4 \cdot 0,11 \cdot 0,0021 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,151 \cdot 0,0015 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,133 \cdot 0,002 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,0473 \cdot 0,002 + \\
&+ 0,1 \cdot 4 \cdot 0,0473 \cdot 0,0033 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,0473 \cdot 0,0023 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,0473 \cdot 0,0033 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,021875 \cdot 0,002 + \\
&+ 0,1 \cdot 4 \cdot 0,021875 \cdot 0,0023 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,021875 \cdot 0,0021 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,06 \cdot 0,0023 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,018 \cdot 0,003 + \\
&+ 0,1 \cdot 4 \cdot 0,0183 \cdot 0,005 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,01524 \cdot 0,0041 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,0326 \cdot 0,0075 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,013 \cdot 0,013 + \\
&+ 0,1 \cdot 4 \cdot 0,02641 \cdot 0,0047 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,01 \cdot 0,011 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,0049 \cdot 0,003 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,004 \cdot 0,003 = \\
&= 0,0001 + 0,0001 + 0,00012 + 0,00004 + 0,00006 + 0,00004 + 0,00006 + 0,0002 + 0,00002 + 0,00002 + \\
&+ 0,00006 + 0,00002 + 0,00004 + 0,000025 + 0,000055 + 0,000022 + 0,00005 + 0,000055 + 0,0001 + \\
&+ 0,00005 = 0,0012
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f_{\text{DDLT}}(290) &= P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(45) \cdot f_{\text{DDLT}}(245) \right] + P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(50) \cdot f_{\text{DDLT}}(240) \right] + \\
&P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(55) \cdot f_{\text{DDLT}}(235) \right] + P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(60) \cdot f_{\text{DDLT}}(230) \right] + \\
&+ P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(65) \cdot f_{\text{DDLT}}(225) \right] + P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(70) \cdot f_{\text{DDLT}}(220) \right] + \\
&+ P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(75) \cdot f_{\text{DDLT}}(215) \right] + P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(80) \cdot f_{\text{DDLT}}(210) \right] + \\
&+ P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(85) \cdot f_{\text{DDLT}}(205) \right] + P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(90) \cdot f_{\text{DDLT}}(200) \right] + \\
&+ P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(95) \cdot f_{\text{DDLT}}(195) \right] + P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(100) \cdot f_{\text{DDLT}}(190) \right] + \\
&+ P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(105) \cdot f_{\text{DDLT}}(185) \right] + P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(110) \cdot f_{\text{DDLT}}(180) \right] + \\
&+ P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(115) \cdot f_{\text{DDLT}}(175) \right] + P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(120) \cdot f_{\text{DDLT}}(170) \right] + \\
&+ P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(125) \cdot f_{\text{DDLT}}(165) \right] + P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(130) \cdot f_{\text{DDLT}}(160) \right] + \\
&+ P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(135) \cdot f_{\text{DDLT}}(155) \right] + P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(140) \cdot f_{\text{DDLT}}(150) \right] + \\
&+ P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{2} \cdot f_{\text{DDLT}}(145)^2 \right] = \\
&= 0,1 \cdot 4 \cdot 0,11 \cdot 0,002 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,151 \cdot 0,0021 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,133 \cdot 0,0015 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,0473 \cdot 0,002 + \\
&+ 0,1 \cdot 4 \cdot 0,0473 \cdot 0,002 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,0473 \cdot 0,0033 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,0473 \cdot 0,0023 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,021875 \cdot 0,0033 + \\
&+ 0,1 \cdot 4 \cdot 0,021875 \cdot 0,002 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,021875 \cdot 0,0023 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,06 \cdot 0,0021 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,018 \cdot 0,0023 + \\
&+ 0,1 \cdot 4 \cdot 0,0183 \cdot 0,003 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,01524 \cdot 0,005 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,0326 \cdot 0,0041 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,013 \cdot 0,0075 + \\
&+ 0,1 \cdot 4 \cdot 0,02641 \cdot 0,013 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,01 \cdot 0,0047 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,0049 \cdot 0,011 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,004 \cdot 0,003 + \\
&+ 0,1 \cdot 6 \cdot (0,003)^2 = 0,0001 + 0,00013 + 0,00008 + 0,00004 + 0,00004 + 0,00006 + 0,00004 + 0,0003 + \\
&+ 0,00002 + 0,00002 + 0,00005 + 0,00002 + 0,000022 + 0,00003 + 0,000053 + 0,00004 + 0,00002 + 0,000021 + \\
&+ 0,0044 + 0,00005 + 0,00005 = 0,01
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f_{\text{DDLT}}(295) &= P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(45) \cdot f_{\text{DDLT}}(250) \right] + P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(50) \cdot f_{\text{DDLT}}(245) \right] + \\
&P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(55) \cdot f_{\text{DDLT}}(240) \right] + P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(60) \cdot f_{\text{DDLT}}(235) \right] + \\
&+ P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(65) \cdot f_{\text{DDLT}}(230) \right] + P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(70) \cdot f_{\text{DDLT}}(225) \right] + \\
&+ P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(75) \cdot f_{\text{DDLT}}(220) \right] + P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(80) \cdot f_{\text{DDLT}}(215) \right] + \\
&+ P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(85) \cdot f_{\text{DDLT}}(210) \right] + P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(90) \cdot f_{\text{DDLT}}(205) \right] + \\
&+ P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(95) \cdot f_{\text{DDLT}}(200) \right] + P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(100) \cdot f_{\text{DDLT}}(195) \right] + \\
&+ P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(105) \cdot f_{\text{DDLT}}(190) \right] + P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(110) \cdot f_{\text{DDLT}}(185) \right] + \\
&+ P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(115) \cdot f_{\text{DDLT}}(180) \right] + P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(120) \cdot f_{\text{DDLT}}(175) \right] + \\
&+ P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(125) \cdot f_{\text{DDLT}}(170) \right] + P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(130) \cdot f_{\text{DDLT}}(165) \right] + \\
&+ P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(135) \cdot f_{\text{DDLT}}(160) \right] + P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(140) \cdot f_{\text{DDLT}}(155) \right] + \\
&+ P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(145) \cdot f_{\text{DDLT}}(150) \right] = \\
&= 0,1 \cdot 4 \cdot 0,11 \cdot 0,0013 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,151 \cdot 0,002 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,133 \cdot 0,0021 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,0473 \cdot 0,0015 + \\
&+ 0,1 \cdot 4 \cdot 0,0473 \cdot 0,002 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,0473 \cdot 0,002 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,0473 \cdot 0,0033 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,021875 \cdot 0,0023 + \\
&+ 0,1 \cdot 4 \cdot 0,021875 \cdot 0,0033 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,021875 \cdot 0,002 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,06 \cdot 0,0023 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,018 \cdot 0,0021 + \\
&+ 0,1 \cdot 4 \cdot 0,0183 \cdot 0,0023 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,01524 \cdot 0,003 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,0326 \cdot 0,005 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,013 \cdot 0,0041 + \\
&+ 0,1 \cdot 4 \cdot 0,02641 \cdot 0,0075 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,01 \cdot 0,013 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,0049 \cdot 0,0047 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,004 \cdot 0,011 + \\
&+ 0,1 \cdot 4 \cdot 0,003 \cdot 0,003 = 0,00006 + 0,00012 + 0,00011 + 0,00003 + 0,00004 + 0,00004 + 0,00006 + 0,00002 + \\
&+ 0,00003 + 0,00002 + 0,000055 + 0,000015 + 0,000017 + 0,00002 + 0,000066 + 0,000021 + 0,00008 + \\
&+ 0,000052 + 0,00002 + 0,00002 + 0,00003 = 0,001
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f_{\text{DDLT}}(300) &= P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(45) \cdot f_{\text{DDLT}}(255) \right] + P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(50) \cdot f_{\text{DDLT}}(250) \right] + \\
&P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(55) \cdot f_{\text{DDLT}}(245) \right] + P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(60) \cdot f_{\text{DDLT}}(240) \right] + \\
&+ P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(65) \cdot f_{\text{DDLT}}(235) \right] + P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(70) \cdot f_{\text{DDLT}}(230) \right] + \\
&+ P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(75) \cdot f_{\text{DDLT}}(225) \right] + P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(80) \cdot f_{\text{DDLT}}(220) \right] + \\
&+ P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(85) \cdot f_{\text{DDLT}}(215) \right] + P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(90) \cdot f_{\text{DDLT}}(210) \right] + \\
&+ P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(95) \cdot f_{\text{DDLT}}(205) \right] + P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(100) \cdot f_{\text{DDLT}}(200) \right] + \\
&+ P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(105) \cdot f_{\text{DDLT}}(195) \right] + P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(110) \cdot f_{\text{DDLT}}(190) \right] + \\
&+ P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(115) \cdot f_{\text{DDLT}}(185) \right] + P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(120) \cdot f_{\text{DDLT}}(180) \right] + \\
&+ P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(125) \cdot f_{\text{DDLT}}(175) \right] + P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(130) \cdot f_{\text{DDLT}}(170) \right] + \\
&+ P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(135) \cdot f_{\text{DDLT}}(165) \right] + P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(140) \cdot f_{\text{DDLT}}(160) \right] + \\
&+ P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{1} \cdot f_{\text{DDLT}}(145) \cdot f_{\text{DDLT}}(155) \right] + P(M=4) \cdot \left[\binom{4}{2} \cdot f_{\text{DDLT}}(150)^2 \right] = \\
&= 0,1 \cdot 4 \cdot 0,11 \cdot 0,00013 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,151 \cdot 0,00013 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,133 \cdot 0,002 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,0473 \cdot 0,0021 + \\
&+ 0,1 \cdot 4 \cdot 0,0473 \cdot 0,0015 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,0473 \cdot 0,002 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,0473 \cdot 0,002 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,021875 \cdot 0,0033 + \\
&+ 0,1 \cdot 4 \cdot 0,021875 \cdot 0,0023 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,021875 \cdot 0,0033 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,06 \cdot 0,002 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,018 \cdot 0,0023 + \\
&+ 0,1 \cdot 4 \cdot 0,0183 \cdot 0,0021 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,01524 \cdot 0,0023 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,0326 \cdot 0,003 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,013 \cdot 0,005 + \\
&+ 0,1 \cdot 4 \cdot 0,02641 \cdot 0,0041 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,01 \cdot 0,0075 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,0049 \cdot 0,013 + 0,1 \cdot 4 \cdot 0,004 \cdot 0,0047 + \\
&+ 0,1 \cdot 4 \cdot 0,003 \cdot 0,011 + 0,1 \cdot 4 \cdot (0,003)^2 = 0,00001 + 0,000012 + 0,0001 + 0,00004 + 0,00003 + 0,00004 + \\
&+ 0,00004 + 0,00003 + 0,000021 + 0,00003 + 0,00005 + 0,000016 + 0,00002 + 0,000014 + 0,00004 + 0,000026 + \\
&+ 0,000043 + 0,00003 + 0,002 + 0,00001 + 0,000013 + 0,00003 = 0,0026
\end{aligned}$$

Δ.2 Υπολογισμοί του $E(DDLT > ddit)$

$$E(DDLT > 300) = 0$$

$$E(DDLT > 295) = (300 - 295) \cdot f(300) = 5 \cdot 0,0026 = 0,013$$

$$E(DDLT > 290) = (300 - 290) \cdot f(300) + (295 - 290) \cdot f(295) = 10 \cdot 0,0026 + 5 \cdot 0,001 = 0,026 + 0,005 = 0,031$$

$$E(DDLT > 285) = (300 - 285) \cdot f(300) + (295 - 285) \cdot f(295) + (290 - 285) \cdot f(290) = 15 \cdot 0,0026 + 10 \cdot 0,001 + 5 \cdot 0,01 = 0,1$$

$$E(DDLT > 280) = (300 - 280) \cdot f(300) + (295 - 280) \cdot f(295) + (290 - 280) \cdot f(290) + (285 - 280) \cdot f(285) = 20 \cdot 0,0026 + 15 \cdot 0,001 + 10 \cdot 0,01 + 5 \cdot 0,00124 = 0,1856$$

$$E(DDLT > 275) = (300 - 275) \cdot f(300) + (295 - 275) \cdot f(295) + (290 - 275) \cdot f(290) + (285 - 275) \cdot f(285) + (280 - 275) \cdot f(280) = 25 \cdot 0,0026 + 20 \cdot 0,001 + 15 \cdot 0,01 + 10 \cdot 0,00124 + 5 \cdot 0,0012 = 0,2534$$

$$E(DDLT > 270) = (300 - 270) \cdot f(300) + (295 - 270) \cdot f(295) + (290 - 270) \cdot f(290) + (285 - 270) \cdot f(285) + (280 - 270) \cdot f(280) + (275 - 270) \cdot f(275) = 30 \cdot 0,0026 + 25 \cdot 0,001 + 20 \cdot 0,01 + 15 \cdot 0,00124 + 10 \cdot 0,0012 + 5 \cdot 0,001 = 0,3386$$

$$E(DDLT > 265) = (300 - 265) \cdot f(300) + (295 - 265) \cdot f(295) + (290 - 265) \cdot f(290) + (285 - 265) \cdot f(285) + (280 - 265) \cdot f(280) + (275 - 265) \cdot f(275) + (270 - 265) \cdot f(270) = 35 \cdot 0,0026 + 30 \cdot 0,001 + 25 \cdot 0,01 + 20 \cdot 0,00124 + 15 \cdot 0,0012 + 10 \cdot 0,001 + 5 \cdot 0,002 = 0,4338$$

=

$$E(DDLT > 260) = (300 - 260) \cdot f(300) + (295 - 260) \cdot f(295) + (290 - 260) \cdot f(290) + (285 - 260) \cdot f(285) + (280 - 260) \cdot f(280) + (275 - 260) \cdot f(275) + (270 - 260) \cdot f(270) + (265 - 260) \cdot f(265) = 40 \cdot 0,0026 + 35 \cdot 0,001 + 30 \cdot 0,01 + 25 \cdot 0,00124 + 20 \cdot 0,0012 + 15 \cdot 0,001 + 10 \cdot 0,002 + 5 \cdot 0,00116 = 0,5348$$

$$E(DDLT > 255) = (300 - 255) \cdot f(300) + (295 - 255) \cdot f(295) + (290 - 255) \cdot f(290) + (285 - 255) \cdot f(285) + (280 - 255) \cdot f(280) + (275 - 255) \cdot f(275) + (270 - 255) \cdot f(270) + (265 - 255) \cdot f(265) + (260 - 255) \cdot f(260) = 45 \cdot 0,0026 + 40 \cdot 0,001 + 35 \cdot 0,01 + 30 \cdot 0,00124 + 25 \cdot 0,0012 + 20 \cdot 0,001 + 15 \cdot 0,002 + 10 \cdot 0,00116 + 5 \cdot 0,0027 = 0,6493$$

$$\begin{aligned}
E(\text{DDLT} > 250) &= (300 - 250) \cdot f(300) + (295 - 250) \cdot f(295) + (290 - 250) \cdot f(290) + (285 - 250) \cdot f(285) + \\
&+ (280 - 250) \cdot f(280) + (275 - 250) \cdot f(275) + (270 - 250) \cdot f(270) + (265 - 250) \cdot f(265) + \\
&(260 - 250) \cdot f(260) + (255 - 250) \cdot f(255) = \\
&= 50 \cdot 0,0026 + 45 \cdot 0,001 + 40 \cdot 0,01 + 35 \cdot 0,00124 + 30 \cdot 0,0012 + 25 \cdot 0,001 + 20 \cdot 0,002 + 15 \cdot 0,012 + \\
&+ 10 \cdot 0,0027 + 5 \cdot 0,0013 = 0,7703
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E(\text{DDLT} > 245) &= (300 - 245) \cdot f(300) + (295 - 245) \cdot f(295) + (290 - 245) \cdot f(290) + (285 - 245) \cdot f(285) + \\
&+ (280 - 245) \cdot f(280) + (275 - 245) \cdot f(275) + (270 - 245) \cdot f(270) + (265 - 245) \cdot f(265) + \\
&(260 - 245) \cdot f(260) + (255 - 245) \cdot f(255) + (250 - 245) \cdot f(250) = \\
&= 55 \cdot 0,0026 + 50 \cdot 0,001 + 45 \cdot 0,01 + 40 \cdot 0,00124 + 35 \cdot 0,0012 + 30 \cdot 0,001 + 25 \cdot 0,002 + 20 \cdot 0,012 + \\
&+ 15 \cdot 0,0027 + 10 \cdot 0,0013 + 5 \cdot 0,0013 = 1,0768
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E(\text{DDLT} > 240) &= (300 - 240) \cdot f(300) + (295 - 240) \cdot f(295) + (290 - 240) \cdot f(290) + (285 - 240) \cdot f(285) + \\
&+ (280 - 240) \cdot f(280) + (275 - 240) \cdot f(275) + (270 - 240) \cdot f(270) + (265 - 240) \cdot f(265) + \\
&(260 - 240) \cdot f(260) + (255 - 240) \cdot f(255) + (250 - 240) \cdot f(250) + (245 - 240) \cdot f(245) = \\
&= 60 \cdot 0,0026 + 55 \cdot 0,001 + 50 \cdot 0,01 + 45 \cdot 0,00124 + 40 \cdot 0,0012 + 35 \cdot 0,001 + 30 \cdot 0,002 + 25 \cdot 0,012 + \\
&+ 20 \cdot 0,0027 + 15 \cdot 0,0013 + 10 \cdot 0,0013 + 5 \cdot 0,002 = 1,3063
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E(\text{DDLT} > 235) &= (300 - 235) \cdot f(300) + (295 - 235) \cdot f(295) + (290 - 235) \cdot f(290) + (285 - 235) \cdot f(285) + \\
&+ (280 - 235) \cdot f(280) + (275 - 235) \cdot f(275) + (270 - 235) \cdot f(270) + (265 - 235) \cdot f(265) + \\
&(260 - 235) \cdot f(260) + (255 - 235) \cdot f(255) + (250 - 235) \cdot f(250) + (245 - 235) \cdot f(245) + \\
&+ (240 - 235) \cdot f(240) = \\
&= 65 \cdot 0,0026 + 60 \cdot 0,001 + 55 \cdot 0,01 + 50 \cdot 0,00124 + 45 \cdot 0,0012 + 40 \cdot 0,001 + 35 \cdot 0,002 + 30 \cdot 0,012 + \\
&+ 25 \cdot 0,0027 + 20 \cdot 0,0013 + 15 \cdot 0,0013 + 10 \cdot 0,002 + 5 \cdot 0,0021 = 1,51
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E(\text{DDLT} > 230) &= (300 - 230) \cdot f(300) + (295 - 230) \cdot f(295) + (290 - 230) \cdot f(290) + (285 - 230) \cdot f(285) + \\
&+ (280 - 230) \cdot f(280) + (275 - 230) \cdot f(275) + (270 - 230) \cdot f(270) + (265 - 230) \cdot f(265) + \\
&(260 - 230) \cdot f(260) + (255 - 230) \cdot f(255) + (250 - 230) \cdot f(250) + (245 - 230) \cdot f(245) + \\
&+ (240 - 230) \cdot f(240) + (235 - 230) \cdot f(235) = \\
&= 70 \cdot 0,0026 + 65 \cdot 0,001 + 60 \cdot 0,01 + 55 \cdot 0,00124 + 50 \cdot 0,0012 + 45 \cdot 0,001 + 40 \cdot 0,002 + 35 \cdot 0,012 + \\
&+ 30 \cdot 0,0027 + 25 \cdot 0,0013 + 20 \cdot 0,0013 + 15 \cdot 0,002 + 10 \cdot 0,0021 + 5 \cdot 0,0015 = 1,7207
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E(\text{DDLT} > 225) &= (300 - 225) \cdot f(300) + (295 - 225) \cdot f(295) + (290 - 225) \cdot f(290) + (285 - 225) \cdot f(285) + \\
&+ (280 - 225) \cdot f(280) + (275 - 225) \cdot f(275) + (270 - 225) \cdot f(270) + (265 - 225) \cdot f(265) + \\
&(260 - 225) \cdot f(260) + (255 - 225) \cdot f(255) + (250 - 225) \cdot f(250) + (245 - 225) \cdot f(245) + \\
&+ (240 - 225) \cdot f(240) + (235 - 225) \cdot f(235) + (230 - 225) \cdot f(230) = \\
&= 75 \cdot 0,0026 + 70 \cdot 0,001 + 65 \cdot 0,01 + 60 \cdot 0,00124 + 55 \cdot 0,0012 + 50 \cdot 0,001 + 45 \cdot 0,002 + 40 \cdot 0,012 + \\
&+ 35 \cdot 0,0027 + 30 \cdot 0,0013 + 25 \cdot 0,0013 + 20 \cdot 0,002 + 15 \cdot 0,0021 + 10 \cdot 0,0015 + 5 \cdot 0,002 = 1,9379
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E(\text{DDLT} > 220) &= (300 - 220) \cdot f(300) + (295 - 220) \cdot f(295) + (290 - 220) \cdot f(290) + (285 - 220) \cdot f(285) + \\
&+ (280 - 220) \cdot f(280) + (275 - 220) \cdot f(275) + (270 - 220) \cdot f(270) + (265 - 220) \cdot f(265) + \\
&(260 - 220) \cdot f(260) + (255 - 220) \cdot f(255) + (250 - 220) \cdot f(250) + (245 - 220) \cdot f(245) + \\
&+ (240 - 220) \cdot f(240) + (235 - 220) \cdot f(235) + (230 - 220) \cdot f(230) + (225 - 220) \cdot f(225) = \\
&= 80 \cdot 0,0026 + 75 \cdot 0,001 + 70 \cdot 0,01 + 65 \cdot 0,00124 + 60 \cdot 0,0012 + 55 \cdot 0,001 + 50 \cdot 0,002 + 45 \cdot 0,012 + \\
&+ 40 \cdot 0,0027 + 35 \cdot 0,0013 + 30 \cdot 0,0013 + 25 \cdot 0,002 + 20 \cdot 0,0021 + 15 \cdot 0,0015 + 10 \cdot 0,002 + 5 \cdot 0,002 = \\
&= 2,1679
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E(\text{DDLT} > 215) &= (300 - 215) \cdot f(300) + (295 - 215) \cdot f(295) + (290 - 215) \cdot f(290) + (285 - 215) \cdot f(285) + \\
&+ (280 - 215) \cdot f(280) + (275 - 215) \cdot f(275) + (270 - 215) \cdot f(270) + (265 - 215) \cdot f(265) + \\
&(260 - 215) \cdot f(260) + (255 - 215) \cdot f(255) + (250 - 215) \cdot f(250) + (245 - 215) \cdot f(245) + \\
&+ (240 - 215) \cdot f(240) + (235 - 215) \cdot f(235) + (230 - 215) \cdot f(230) + (225 - 215) \cdot f(225) + \\
&+ (220 - 215) \cdot f(220) = \\
&= 85 \cdot 0,0026 + 80 \cdot 0,001 + 75 \cdot 0,01 + 70 \cdot 0,00124 + 65 \cdot 0,0012 + 60 \cdot 0,001 + 55 \cdot 0,002 + 50 \cdot 0,012 \\
&+ 45 \cdot 0,0027 + 40 \cdot 0,0013 + 35 \cdot 0,0013 + 30 \cdot 0,002 + 25 \cdot 0,0021 + 20 \cdot 0,0015 + \\
&+ 15 \cdot 0,002 + 10 \cdot 0,002 + 5 \cdot 0,0033 = 2,4138
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E(\text{DDLT} > 210) &= (300 - 210) \cdot f(300) + (295 - 210) \cdot f(295) + (290 - 210) \cdot f(290) + (285 - 210) \cdot f(285) + \\
&+ (280 - 210) \cdot f(280) + (275 - 210) \cdot f(275) + (270 - 210) \cdot f(270) + (265 - 210) \cdot f(265) + \\
&(260 - 210) \cdot f(260) + (255 - 210) \cdot f(255) + (250 - 210) \cdot f(250) + (245 - 210) \cdot f(245) + \\
&+ (240 - 210) \cdot f(240) + (235 - 210) \cdot f(235) + (230 - 210) \cdot f(230) + (225 - 210) \cdot f(225) + \\
&+ (220 - 210) \cdot f(220) + (215 - 210) \cdot f(215) = \\
&= 90 \cdot 0,0026 + 85 \cdot 0,001 + 80 \cdot 0,01 + 75 \cdot 0,00124 + 70 \cdot 0,0012 + 65 \cdot 0,001 + 60 \cdot 0,002 + 55 \cdot 0,012 + \\
&+ 50 \cdot 0,0027 + 45 \cdot 0,0013 + 40 \cdot 0,0013 + 35 \cdot 0,002 + 30 \cdot 0,0021 + 25 \cdot 0,0015 + 20 \cdot 0,002 + 15 \cdot 0,002 + \\
&+ 10 \cdot 0,0033 + 5 \cdot 0,0023 = 3,1675
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E(\text{DDLT} > 205) &= (300 - 205) \cdot f(300) + (295 - 205) \cdot f(295) + (290 - 205) \cdot f(290) + (285 - 205) \cdot f(285) + \\
&+ (280 - 205) \cdot f(280) + (275 - 205) \cdot f(275) + (270 - 205) \cdot f(270) + (265 - 205) \cdot f(265) + \\
&(260 - 205) \cdot f(260) + (255 - 205) \cdot f(255) + (250 - 205) \cdot f(250) + (245 - 205) \cdot f(245) + \\
&+ (240 - 205) \cdot f(240) + (235 - 205) \cdot f(235) + (230 - 205) \cdot f(230) + (225 - 205) \cdot f(225) + \\
&+ (220 - 205) \cdot f(220) + (215 - 205) \cdot f(215) + (210 - 205) \cdot f(210) = \\
&= 95 \cdot 0,0026 + 90 \cdot 0,001 + 85 \cdot 0,01 + 80 \cdot 0,00124 + 75 \cdot 0,0012 + 70 \cdot 0,001 + 65 \cdot 0,002 + 60 \cdot 0,012 + \\
&+ 55 \cdot 0,0027 + 50 \cdot 0,0013 + 45 \cdot 0,0013 + 40 \cdot 0,002 + 35 \cdot 0,0021 + 30 \cdot 0,0015 + 25 \cdot 0,002 + 20 \cdot 0,007 + \\
&+ 15 \cdot 0,033 + 10 \cdot 0,0023 + 5 \cdot 0,0033 = 3,4912
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E(\text{DDLT} > 200) &= (300 - 200) \cdot f(300) + (295 - 200) \cdot f(295) + (290 - 200) \cdot f(290) + (285 - 200) \cdot f(285) + \\
&+ (280 - 200) \cdot f(280) + (275 - 200) \cdot f(275) + (270 - 200) \cdot f(270) + (265 - 200) \cdot f(265) + \\
&(260 - 200) \cdot f(260) + (255 - 200) \cdot f(255) + (250 - 200) \cdot f(250) + (245 - 200) \cdot f(245) + \\
&+ (240 - 200) \cdot f(240) + (235 - 200) \cdot f(235) + (230 - 200) \cdot f(230) + (225 - 200) \cdot f(225) + \\
&+ (220 - 200) \cdot f(220) + (215 - 200) \cdot f(215) + (210 - 200) \cdot f(210) + (205 - 200) \cdot f(205) = \\
&= 100 \cdot 0,0026 + 95 \cdot 0,001 + 95 \cdot 0,01 + 85 \cdot 0,00124 + 80 \cdot 0,0012 + 75 \cdot 0,001 + 70 \cdot 0,002 + 65 \cdot 0,012 + \\
&+ 60 \cdot 0,0027 + 55 \cdot 0,0013 + 50 \cdot 0,0013 + 45 \cdot 0,002 + 40 \cdot 0,0021 + 35 \cdot 0,0015 + 30 \cdot 0,002 + 25 \cdot 0,002 + \\
&+ 20 \cdot 0,0033 + 15 \cdot 0,0023 + 10 \cdot 0,0033 + 5 \cdot 0,002 = 3,8712
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E(\text{DDLT} > 195) &= (300 - 195) \cdot f(300) + (295 - 195) \cdot f(295) + (290 - 195) \cdot f(290) + (285 - 195) \cdot f(285) + \\
&+ (280 - 195) \cdot f(280) + (275 - 195) \cdot f(275) + (270 - 195) \cdot f(270) + (265 - 195) \cdot f(265) + \\
&(260 - 195) \cdot f(260) + (255 - 195) \cdot f(255) + (250 - 195) \cdot f(250) + (245 - 195) \cdot f(245) + \\
&+ (240 - 195) \cdot f(240) + (235 - 195) \cdot f(235) + (230 - 195) \cdot f(230) + (225 - 195) \cdot f(225) + \\
&+ (220 - 195) \cdot f(220) + (215 - 195) \cdot f(215) + (210 - 195) \cdot f(210) + (205 - 195) \cdot f(205) + \\
&+ (200 - 195) \cdot f(200) = \\
&= 105 \cdot 0,00261 + 100 \cdot 0,001 + 95 \cdot 0,001 + 90 \cdot 0,0124 + 85 \cdot 0,0012 + 80 \cdot 0,001 + 75 \cdot 0,002 + 70 \cdot 0,012 + \\
&+ 65 \cdot 0,0027 + 60 \cdot 0,0013 + 55 \cdot 0,0013 + 50 \cdot 0,002 + 45 \cdot 0,0021 + 40 \cdot 0,002 + 35 \cdot 0,002 + 30 \cdot 0,002 + \\
&+ 25 \cdot 0,033 + 20 \cdot 0,023 + 15 \cdot 0,0033 + 10 \cdot 0,002 + 5 \cdot 0,0023 = 4,85
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E(\text{DDLT} > 190) &= (300 - 190) \cdot f(300) + (295 - 190) \cdot f(295) + (290 - 190) \cdot f(290) + (285 - 190) \cdot f(285) + \\
&+ (280 - 190) \cdot f(280) + (275 - 190) \cdot f(275) + (270 - 190) \cdot f(270) + (265 - 190) \cdot f(265) + \\
&(260 - 190) \cdot f(260) + (255 - 190) \cdot f(255) + (250 - 190) \cdot f(250) + (245 - 190) \cdot f(245) + \\
&+ (240 - 190) \cdot f(240) + (235 - 190) \cdot f(235) + (230 - 190) \cdot f(230) + (225 - 190) \cdot f(225) + \\
&+ (220 - 190) \cdot f(220) + (215 - 190) \cdot f(215) + (210 - 190) \cdot f(210) + (205 - 190) \cdot f(205) + \\
&+ (200 - 190) \cdot f(200) + (195 - 190) \cdot f(195) = \\
&= 110 \cdot 0,00261 + 105 \cdot 0,001 + 100 \cdot 0,001 + 95 \cdot 0,0124 + 90 \cdot 0,0012 + 85 \cdot 0,001 + 80 \cdot 0,002 + 75 \cdot 0,012 + \\
&+ 70 \cdot 0,0027 + 65 \cdot 0,0013 + 60 \cdot 0,0013 + 55 \cdot 0,002 + 50 \cdot 0,0021 + 45 \cdot 0,002 + 40 \cdot 0,002 + 35 \cdot 0,002 + \\
&+ 30 \cdot 0,033 + 25 \cdot 0,023 + 20 \cdot 0,0033 + 15 \cdot 0,002 + 10 \cdot 0,0023 + 5 \cdot 0,0021 = 5,5051
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E(\text{DDLT} > 185) &= (300 - 185) \cdot f(300) + (295 - 185) \cdot f(295) + (290 - 185) \cdot f(290) + (285 - 185) \cdot f(285) + \\
&+ (280 - 185) \cdot f(280) + (275 - 185) \cdot f(275) + (270 - 185) \cdot f(270) + (265 - 185) \cdot f(265) + \\
&(260 - 185) \cdot f(260) + (255 - 185) \cdot f(255) + (250 - 185) \cdot f(250) + (245 - 185) \cdot f(245) + \\
&+ (240 - 185) \cdot f(240) + (235 - 185) \cdot f(235) + (230 - 185) \cdot f(230) + (225 - 185) \cdot f(225) + \\
&+ (220 - 185) \cdot f(220) + (215 - 185) \cdot f(215) + (210 - 185) \cdot f(210) + (205 - 185) \cdot f(205) + \\
&+ (200 - 185) \cdot f(200) + (195 - 185) \cdot f(195) + (190 - 185) \cdot f(190) = \\
&= 115 \cdot 0,00261 + 110 \cdot 0,001 + 105 \cdot 0,001 + 100 \cdot 0,0124 + 95 \cdot 0,0012 + 90 \cdot 0,001 + 85 \cdot 0,002 + 80 \cdot 0,012 + \\
&+ 75 \cdot 0,0027 + 70 \cdot 0,0013 + 65 \cdot 0,0013 + 60 \cdot 0,002 + 55 \cdot 0,0021 + 50 \cdot 0,002 + 45 \cdot 0,002 + 40 \cdot 0,002 + \\
&+ 35 \cdot 0,033 + 30 \cdot 0,023 + 25 \cdot 0,0033 + 20 \cdot 0,002 + 15 \cdot 0,0023 + 10 \cdot 0,0021 + 5 \cdot 0,023 = 6,143
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E(\text{DDLT} > 180) &= (300-180) \cdot f(300) + (295-180) \cdot f(295) + (290-180) \cdot f(290) + (285-180) \cdot f(285) + \\
&+ (280-180) \cdot f(280) + (275-180) \cdot f(275) + (270-180) \cdot f(270) + (265-180) \cdot f(265) + \\
&+ (260-180) \cdot f(260) + (255-180) \cdot f(255) + (250-180) \cdot f(250) + (245-180) \cdot f(245) + \\
&+ (240-180) \cdot f(240) + (235-180) \cdot f(235) + (230-180) \cdot f(230) + (225-180) \cdot f(225) + \\
&+ (220-180) \cdot f(220) + (215-180) \cdot f(215) + (210-180) \cdot f(210) + (205-180) \cdot f(205) + \\
&+ (200-180) \cdot f(200) + (195-180) \cdot f(195) + (190-180) \cdot f(190) + (185-180) \cdot f(185) = \\
&= 120 \cdot 0,00261 + 115 \cdot 0,001 + 110 \cdot 0,001 + 105 \cdot 0,0124 + 100 \cdot 0,0012 + 95 \cdot 0,001 + 90 \cdot 0,002 + 85 \cdot 0,012 + \\
&+ 80 \cdot 0,0027 + 75 \cdot 0,0013 + 70 \cdot 0,0013 + 65 \cdot 0,002 + 60 \cdot 0,0021 + 55 \cdot 0,002 + 50 \cdot 0,002 + 45 \cdot 0,002 + \\
&+ 40 \cdot 0,033 + 35 \cdot 0,023 + 30 \cdot 0,0033 + 25 \cdot 0,002 + 20 \cdot 0,0023 + 15 \cdot 0,0021 + 10 \cdot 0,023 + 5 \cdot 0,003 = 6,8122
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E(\text{DDLT} > 175) &= (300-175) \cdot f(300) + (295-175) \cdot f(295) + (290-175) \cdot f(290) + (285-175) \cdot f(285) + \\
&+ (280-175) \cdot f(280) + (275-175) \cdot f(275) + (270-175) \cdot f(270) + (265-175) \cdot f(265) + \\
&+ (260-175) \cdot f(260) + (255-175) \cdot f(255) + (250-175) \cdot f(250) + (245-175) \cdot f(245) + \\
&+ (240-175) \cdot f(240) + (235-175) \cdot f(235) + (230-175) \cdot f(230) + (225-175) \cdot f(225) + \\
&+ (220-175) \cdot f(220) + (215-175) \cdot f(215) + (210-175) \cdot f(210) + (205-175) \cdot f(205) + \\
&+ (200-175) \cdot f(200) + (195-175) \cdot f(195) + (190-175) \cdot f(190) + (185-175) \cdot f(185) + \\
&+ (180-175) \cdot f(180) = \\
&= 125 \cdot 0,00261 + 120 \cdot 0,001 + 115 \cdot 0,001 + 110 \cdot 0,0124 + 105 \cdot 0,0012 + 100 \cdot 0,001 + 95 \cdot 0,002 + 90 \cdot 0,012 + \\
&+ 85 \cdot 0,0027 + 80 \cdot 0,0013 + 75 \cdot 0,0013 + 70 \cdot 0,002 + 65 \cdot 0,0021 + 60 \cdot 0,002 + 55 \cdot 0,002 + 50 \cdot 0,002 + \\
&+ 45 \cdot 0,033 + 40 \cdot 0,0023 + 35 \cdot 0,0033 + 30 \cdot 0,002 + 25 \cdot 0,0023 + 20 \cdot 0,0021 + 15 \cdot 0,023 + \\
&+ 10 \cdot 0,003 + 5 \cdot 0,005 = 6,8865
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E(\text{DDLT} > 170) &= (300-170) \cdot f(300) + (295-170) \cdot f(295) + (290-170) \cdot f(290) + (285-170) \cdot f(285) + \\
&+ (280-170) \cdot f(280) + (275-170) \cdot f(275) + (270-170) \cdot f(270) + (265-170) \cdot f(265) + \\
&+ (260-170) \cdot f(260) + (255-170) \cdot f(255) + (250-170) \cdot f(250) + (245-170) \cdot f(245) + \\
&+ (240-170) \cdot f(240) + (235-170) \cdot f(235) + (230-170) \cdot f(230) + (225-170) \cdot f(225) + \\
&+ (220-170) \cdot f(220) + (215-170) \cdot f(215) + (210-170) \cdot f(210) + (205-170) \cdot f(205) + \\
&+ (200-170) \cdot f(200) + (195-170) \cdot f(195) + (190-170) \cdot f(190) + (185-170) \cdot f(185) + \\
&+ (180-170) \cdot f(180) + (175-170) \cdot f(175) = \\
&= 130 \cdot 0,00261 + 125 \cdot 0,001 + 120 \cdot 0,001 + 115 \cdot 0,0124 + 110 \cdot 0,0012 + 105 \cdot 0,001 + 100 \cdot 0,002 + 95 \cdot 0,012 + \\
&+ 90 \cdot 0,0027 + 85 \cdot 0,0013 + 80 \cdot 0,0013 + 75 \cdot 0,002 + 70 \cdot 0,0021 + 65 \cdot 0,002 + 60 \cdot 0,002 + 55 \cdot 0,002 + \\
&+ 50 \cdot 0,033 + 45 \cdot 0,023 + 40 \cdot 0,0033 + 35 \cdot 0,002 + 30 \cdot 0,0023 + 25 \cdot 0,0021 + 20 \cdot 0,023 + 15 \cdot 0,003 + \\
&+ 10 \cdot 0,005 + 5 \cdot 0,0041 = 8,2858
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E(\text{DDLT} > 165) &= (300-165) \cdot f(300) + (295-165) \cdot f(295) + (290-165) \cdot f(290) + (285-165) \cdot f(285) + \\
&+ (280-165) \cdot f(280) + (275-165) \cdot f(275) + (270-165) \cdot f(270) + (265-165) \cdot f(265) + \\
&(260-165) \cdot f(260) + (255-165) \cdot f(255) + (250-165) \cdot f(250) + (245-165) \cdot f(245) + \\
&+ (240-165) \cdot f(240) + (235-165) \cdot f(235) + (230-165) \cdot f(230) + (225-165) \cdot f(225) + \\
&+ (220-165) \cdot f(220) + (215-165) \cdot f(215) + (210-165) \cdot f(210) + (205-165) \cdot f(205) + \\
&+ (200-165) \cdot f(200) + (195-165) \cdot f(195) + (190-165) \cdot f(190) + (185-165) \cdot f(185) + \\
&+ (180-165) \cdot f(180) + (175-165) \cdot f(175) + (170-165) \cdot f(170) = \\
&= 135 \cdot 0,00261 + 130 \cdot 0,001 + 125 \cdot 0,001 + 120 \cdot 0,0124 + 115 \cdot 0,0012 + 110 \cdot 0,001 + 105 \cdot 0,002 + 100 \cdot 0,012 + \\
&+ 95 \cdot 0,0027 + 90 \cdot 0,0013 + 85 \cdot 0,0013 + 80 \cdot 0,002 + 75 \cdot 0,0021 + 70 \cdot 0,002 + 65 \cdot 0,002 + 60 \cdot 0,002 + \\
&+ 55 \cdot 0,033 + 50 \cdot 0,023 + 45 \cdot 0,0033 + 40 \cdot 0,002 + 35 \cdot 0,0023 + 30 \cdot 0,0021 + 25 \cdot 0,023 + 20 \cdot 0,003 + \\
&+ 15 \cdot 0,005 + 10 \cdot 0,0041 + 5 \cdot 0,01 = 9,08
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E(\text{DDLT} > 160) &= (300-160) \cdot f(300) + (295-160) \cdot f(295) + (290-160) \cdot f(290) + (285-160) \cdot f(285) + \\
&+ (280-160) \cdot f(280) + (275-160) \cdot f(275) + (270-160) \cdot f(270) + (265-160) \cdot f(265) + \\
&(260-160) \cdot f(260) + (255-160) \cdot f(255) + (250-160) \cdot f(250) + (245-160) \cdot f(245) + \\
&+ (240-160) \cdot f(240) + (235-160) \cdot f(235) + (230-160) \cdot f(230) + (225-160) \cdot f(225) + \\
&+ (220-160) \cdot f(220) + (215-160) \cdot f(215) + (210-160) \cdot f(210) + (205-160) \cdot f(205) + \\
&+ (200-160) \cdot f(200) + (195-160) \cdot f(195) + (190-160) \cdot f(190) + (185-160) \cdot f(185) + \\
&+ (180-160) \cdot f(180) + (175-160) \cdot f(175) + (170-160) \cdot f(170) + (165-160) \cdot f(165) = \\
&= 140 \cdot 0,00261 + 135 \cdot 0,001 + 130 \cdot 0,001 + 125 \cdot 0,0124 + 120 \cdot 0,0012 + 115 \cdot 0,001 + 110 \cdot 0,002 + \\
&+ 105 \cdot 0,012 + 100 \cdot 0,0027 + 95 \cdot 0,0013 + 90 \cdot 0,0013 + 85 \cdot 0,002 + 80 \cdot 0,0021 + 75 \cdot 0,002 + 70 \cdot 0,002 + \\
&+ 65 \cdot 0,002 + 60 \cdot 0,033 + 55 \cdot 0,023 + 50 \cdot 0,0033 + 45 \cdot 0,002 + 40 \cdot 0,0023 + 35 \cdot 0,0021 + 30 \cdot 0,023 + \\
&+ 25 \cdot 0,003 + 20 \cdot 0,005 + 15 \cdot 0,0041 + 10 \cdot 0,01 + 5 \cdot 0,013 = 9,94
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E(\text{DDLT} > 155) &= (300-155) \cdot f(300) + (295-155) \cdot f(295) + (290-155) \cdot f(290) + (285-155) \cdot f(285) + \\
&+ (280-155) \cdot f(280) + (275-155) \cdot f(275) + (270-155) \cdot f(270) + (265-155) \cdot f(265) + \\
&(260-155) \cdot f(260) + (255-155) \cdot f(255) + (250-155) \cdot f(250) + (245-155) \cdot f(245) + \\
&+ (240-155) \cdot f(240) + (235-155) \cdot f(235) + (230-155) \cdot f(230) + (225-155) \cdot f(225) + \\
&+ (220-155) \cdot f(220) + (215-155) \cdot f(215) + (210-155) \cdot f(210) + (205-155) \cdot f(205) + \\
&+ (200-155) \cdot f(200) + (195-155) \cdot f(195) + (190-155) \cdot f(190) + (185-155) \cdot f(185) + \\
&+ (180-155) \cdot f(180) + (175-155) \cdot f(175) + (170-155) \cdot f(170) + (165-155) \cdot f(165) + \\
&+ (160-155) \cdot f(160) = \\
&= 145 \cdot 0,00261 + 140 \cdot 0,001 + 135 \cdot 0,001 + 130 \cdot 0,0124 + 125 \cdot 0,0012 + 120 \cdot 0,001 + 115 \cdot 0,002 + 110 \cdot 0,012 + \\
&+ 105 \cdot 0,0027 + 100 \cdot 0,0013 + 95 \cdot 0,0013 + 90 \cdot 0,002 + 85 \cdot 0,0021 + 80 \cdot 0,002 + 75 \cdot 0,002 + 70 \cdot 0,002 + \\
&+ 65 \cdot 0,0033 + 60 \cdot 0,023 + 55 \cdot 0,0033 + 50 \cdot 0,002 + 45 \cdot 0,0023 + 40 \cdot 0,0021 + 35 \cdot 0,023 + 30 \cdot 0,003 + \\
&+ 25 \cdot 0,005 + 20 \cdot 0,0041 + 15 \cdot 0,01 + 10 \cdot 0,013 + 5 \cdot 0,005 = 10,32
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E(\text{DDLT} > 150) &= (300-150) \cdot f(300) + (295-150) \cdot f(295) + (290-150) \cdot f(290) + (285-150) \cdot f(285) + \\
&+ (280-150) \cdot f(280) + (275-150) \cdot f(275) + (270-150) \cdot f(270) + (265-150) \cdot f(265) + \\
&(260-150) \cdot f(260) + (255-150) \cdot f(255) + (250-150) \cdot f(250) + (245-150) \cdot f(245) + \\
&+ (240-150) \cdot f(240) + (235-150) \cdot f(235) + (230-150) \cdot f(230) + (225-150) \cdot f(225) + \\
&+ (220-150) \cdot f(220) + (215-150) \cdot f(215) + (210-150) \cdot f(210) + (205-150) \cdot f(205) + \\
&+ (200-150) \cdot f(200) + (195-150) \cdot f(195) + (190-150) \cdot f(190) + (185-150) \cdot f(185) + \\
&+ (180-150) \cdot f(180) + (175-150) \cdot f(175) + (170-150) \cdot f(170) + (165-150) \cdot f(165) + \\
&+ (160-150) \cdot f(160) + (155-150) \cdot f(155) = \\
&= 150 \cdot 0,00261 + 145 \cdot 0,001 + 140 \cdot 0,001 + 135 \cdot 0,0124 + 130 \cdot 0,0012 + 125 \cdot 0,001 + 120 \cdot 0,002 + 115 \cdot 0,012 + \\
&+ 110 \cdot 0,0027 + 105 \cdot 0,0013 + 100 \cdot 0,0013 + 95 \cdot 0,002 + 90 \cdot 0,0021 + 85 \cdot 0,002 + 80 \cdot 0,002 + 75 \cdot 0,002 + \\
&+ 70 \cdot 0,033 + 65 \cdot 0,023 + 60 \cdot 0,0033 + 55 \cdot 0,002 + 50 \cdot 0,0023 + 45 \cdot 0,0021 + 40 \cdot 0,023 + 35 \cdot 0,003 + \\
&+ 30 \cdot 0,005 + 25 \cdot 0,0041 + 20 \cdot 0,01 + 15 \cdot 0,013 + 10 \cdot 0,005 + 5 \cdot 0,011 = 11,77
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E(\text{DDLT} > 145) &= (300-145) \cdot f(300) + (295-145) \cdot f(295) + (290-145) \cdot f(290) + (285-145) \cdot f(285) + \\
&+ (280-145) \cdot f(280) + (275-145) \cdot f(275) + (270-145) \cdot f(270) + (265-145) \cdot f(265) + \\
&(260-145) \cdot f(260) + (255-145) \cdot f(255) + (250-145) \cdot f(250) + (245-145) \cdot f(245) + \\
&+ (240-145) \cdot f(240) + (235-145) \cdot f(235) + (230-145) \cdot f(230) + (225-145) \cdot f(225) + \\
&+ (220-145) \cdot f(220) + (215-145) \cdot f(215) + (210-145) \cdot f(210) + (205-145) \cdot f(205) + \\
&+ (200-145) \cdot f(200) + (195-145) \cdot f(195) + (190-145) \cdot f(190) + (185-145) \cdot f(185) + \\
&+ (180-145) \cdot f(180) + (175-145) \cdot f(175) + (170-145) \cdot f(170) + (165-145) \cdot f(165) + \\
&+ (160-145) \cdot f(160) + (155-145) \cdot f(155) + (150-145) \cdot f(150) = \\
&= 155 \cdot 0,00261 + 150 \cdot 0,001 + 145 \cdot 0,001 + 140 \cdot 0,0124 + 135 \cdot 0,0012 + 130 \cdot 0,001 + 125 \cdot 0,002 + 120 \cdot 0,012 + \\
&+ 115 \cdot 0,0027 + 110 \cdot 0,0013 + 105 \cdot 0,0013 + 100 \cdot 0,002 + 95 \cdot 0,0021 + 90 \cdot 0,002 + 85 \cdot 0,002 + 80 \cdot 0,002 + \\
&+ 75 \cdot 0,033 + 70 \cdot 0,023 + 65 \cdot 0,0033 + 60 \cdot 0,002 + 55 \cdot 0,0023 + 50 \cdot 0,0021 + 45 \cdot 0,023 + 40 \cdot 0,003 + \\
&+ 35 \cdot 0,005 + 30 \cdot 0,0041 + 25 \cdot 0,01 + 20 \cdot 0,013 + 15 \cdot 0,005 + 10 \cdot 0,011 + 5 \cdot 0,003 = 12,73
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E(\text{DDLT} > 140) &= (300-140) \cdot f(300) + (295-140) \cdot f(295) + (290-140) \cdot f(290) + (285-140) \cdot f(285) + \\
&+ (280-140) \cdot f(280) + (275-140) \cdot f(275) + (270-140) \cdot f(270) + (265-140) \cdot f(265) + \\
&(260-140) \cdot f(260) + (255-140) \cdot f(255) + (250-140) \cdot f(250) + (245-140) \cdot f(245) + \\
&+ (240-140) \cdot f(240) + (235-140) \cdot f(235) + (230-140) \cdot f(230) + (225-140) \cdot f(225) + \\
&+ (220-140) \cdot f(220) + (215-140) \cdot f(215) + (210-140) \cdot f(210) + (205-140) \cdot f(205) + \\
&+ (200-140) \cdot f(200) + (195-140) \cdot f(195) + (190-140) \cdot f(190) + (185-140) \cdot f(185) + \\
&+ (180-140) \cdot f(180) + (175-140) \cdot f(175) + (170-140) \cdot f(170) + (165-140) \cdot f(165) + \\
&+ (160-140) \cdot f(160) + (155-140) \cdot f(155) + (150-140) \cdot f(150) + (145-140) \cdot f(145) = \\
&= 160 \cdot 0,00261 + 155 \cdot 0,001 + 150 \cdot 0,001 + 145 \cdot 0,0124 + 140 \cdot 0,0012 + 135 \cdot 0,001 + 130 \cdot 0,002 + 125 \cdot 0,012 + \\
&+ 120 \cdot 0,0027 + 115 \cdot 0,0013 + 110 \cdot 0,0013 + 105 \cdot 0,002 + 100 \cdot 0,0021 + 95 \cdot 0,002 + 90 \cdot 0,002 + 85 \cdot 0,002 + \\
&+ 80 \cdot 0,033 + 75 \cdot 0,023 + 70 \cdot 0,0033 + 65 \cdot 0,002 + 60 \cdot 0,0023 + 55 \cdot 0,0021 + 50 \cdot 0,023 + 45 \cdot 0,003 + \\
&+ 40 \cdot 0,005 + 35 \cdot 0,0041 + 30 \cdot 0,01 + 25 \cdot 0,013 + 20 \cdot 0,05 + 15 \cdot 0,011 + 10 \cdot 0,003 + 5 \cdot 0,003 = 14,6
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E(\text{DDLT} > 135) &= (300-135) \cdot f(300) + (295-135) \cdot f(295) + (290-135) \cdot f(290) + (285-135) \cdot f(285) + \\
&+ (280-135) \cdot f(280) + (275-135) \cdot f(275) + (270-135) \cdot f(270) + (265-135) \cdot f(265) + \\
&(260-135) \cdot f(260) + (255-135) \cdot f(255) + (250-135) \cdot f(250) + (245-135) \cdot f(245) + \\
&+ (240-135) \cdot f(240) + (235-135) \cdot f(235) + (230-135) \cdot f(230) + (225-135) \cdot f(225) + \\
&+ (220-135) \cdot f(220) + (215-135) \cdot f(215) + (210-135) \cdot f(210) + (205-135) \cdot f(205) + \\
&+ (200-135) \cdot f(200) + (195-135) \cdot f(195) + (190-135) \cdot f(190) + (185-135) \cdot f(185) + \\
&+ (180-135) \cdot f(180) + (175-135) \cdot f(175) + (170-135) \cdot f(170) + (165-135) \cdot f(165) + \\
&+ (160-135) \cdot f(160) + (155-135) \cdot f(155) + (150-135) \cdot f(150) + (145-135) \cdot f(145) + \\
&+ (140-135) \cdot f(140) = \\
&= 165 \cdot 0,00261 + 160 \cdot 0,001 + 155 \cdot 0,001 + 150 \cdot 0,0124 + 145 \cdot 0,0012 + 140 \cdot 0,001 + 135 \cdot 0,002 + 130 \cdot 0,012 + \\
&+ 125 \cdot 0,0027 + 120 \cdot 0,0013 + 115 \cdot 0,0013 + 110 \cdot 0,002 + 105 \cdot 0,0021 + 100 \cdot 0,002 + 95 \cdot 0,002 + 90 \cdot 0,002 + \\
&+ 85 \cdot 0,033 + 80 \cdot 0,023 + 75 \cdot 0,0033 + 70 \cdot 0,002 + 65 \cdot 0,0023 + 60 \cdot 0,0021 + 55 \cdot 0,023 + 50 \cdot 0,003 + \\
&+ 45 \cdot 0,005 + 40 \cdot 0,0041 + 35 \cdot 0,01 + 30 \cdot 0,013 + 25 \cdot 0,005 + 20 \cdot 0,011 + 15 \cdot 0,003 + 10 \cdot 0,003 + 5 \cdot 0,004 = 14,69
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E(\text{DDLT} > 130) &= (300-130) \cdot f(300) + (295-130) \cdot f(295) + (290-130) \cdot f(290) + (285-130) \cdot f(285) + \\
&+ (280-130) \cdot f(280) + (275-130) \cdot f(275) + (270-130) \cdot f(270) + (265-130) \cdot f(265) + \\
&(260-130) \cdot f(260) + (255-130) \cdot f(255) + (250-130) \cdot f(250) + (245-130) \cdot f(245) + \\
&+ (240-130) \cdot f(240) + (235-130) \cdot f(235) + (230-130) \cdot f(230) + (225-130) \cdot f(225) + \\
&+ (220-130) \cdot f(220) + (215-130) \cdot f(215) + (210-130) \cdot f(210) + (205-130) \cdot f(205) + \\
&+ (200-130) \cdot f(200) + (195-130) \cdot f(195) + (190-130) \cdot f(190) + (185-130) \cdot f(185) + \\
&+ (180-130) \cdot f(180) + (175-130) \cdot f(175) + (170-130) \cdot f(170) + (165-130) \cdot f(165) + \\
&+ (160-130) \cdot f(160) + (155-130) \cdot f(155) + (150-130) \cdot f(150) + (145-130) \cdot f(145) + \\
&+ (140-130) \cdot f(140) + (135-130) \cdot f(135) = \\
&= 170 \cdot 0,00261 + 165 \cdot 0,001 + 160 \cdot 0,001 + 155 \cdot 0,0124 + 150 \cdot 0,0012 + 145 \cdot 0,001 + 140 \cdot 0,002 + 135 \cdot 0,012 + \\
&+ 130 \cdot 0,0027 + 125 \cdot 0,0013 + 120 \cdot 0,0013 + 115 \cdot 0,002 + 110 \cdot 0,0021 + 105 \cdot 0,002 + 100 \cdot 0,002 + 95 \cdot 0,002 + \\
&+ 90 \cdot 0,033 + 85 \cdot 0,023 + 80 \cdot 0,0033 + 75 \cdot 0,002 + 70 \cdot 0,0023 + 65 \cdot 0,0021 + 60 \cdot 0,023 + 55 \cdot 0,003 + \\
&+ 50 \cdot 0,005 + 45 \cdot 0,0041 + 40 \cdot 0,01 + 35 \cdot 0,013 + 30 \cdot 0,005 + 25 \cdot 0,011 + 20 \cdot 0,003 + 15 \cdot 0,003 + 10 \cdot 0,004 + \\
&+ 5 \cdot 0,005 = 15,72
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E(\text{DDLT} > 125) &= (300-125) \cdot f(300) + (295-125) \cdot f(295) + (290-125) \cdot f(290) + (285-125) \cdot f(285) + \\
&+ (280-125) \cdot f(280) + (275-125) \cdot f(275) + (270-125) \cdot f(270) + (265-125) \cdot f(265) + \\
&(260-125) \cdot f(260) + (255-125) \cdot f(255) + (250-125) \cdot f(250) + (245-125) \cdot f(245) + \\
&+ (240-125) \cdot f(240) + (235-125) \cdot f(235) + (230-125) \cdot f(230) + (225-125) \cdot f(225) + \\
&+ (220-125) \cdot f(220) + (215-125) \cdot f(215) + (210-125) \cdot f(210) + (205-125) \cdot f(205) + \\
&+ (200-125) \cdot f(200) + (195-125) \cdot f(195) + (190-125) \cdot f(190) + (185-125) \cdot f(185) + \\
&+ (180-125) \cdot f(180) + (175-125) \cdot f(175) + (170-125) \cdot f(170) + (165-125) \cdot f(165) + \\
&+ (160-125) \cdot f(160) + (155-125) \cdot f(155) + (150-125) \cdot f(150) + (145-125) \cdot f(145) + \\
&+ (140-125) \cdot f(140) + (135-125) \cdot f(135) + (130-125) \cdot f(130) = \\
&= 175 \cdot 0,00261 + 170 \cdot 0,001 + 165 \cdot 0,001 + 160 \cdot 0,0124 + 155 \cdot 0,0012 + 150 \cdot 0,001 + 145 \cdot 0,002 + 140 \cdot 0,012 + \\
&+ 135 \cdot 0,0027 + 130 \cdot 0,0013 + 125 \cdot 0,0013 + 120 \cdot 0,002 + 115 \cdot 0,0021 + 110 \cdot 0,002 + 105 \cdot 0,002 + \\
&+ 100 \cdot 0,002 + 95 \cdot 0,033 + 90 \cdot 0,023 + 85 \cdot 0,0033 + 80 \cdot 0,002 + 75 \cdot 0,0023 + 70 \cdot 0,0021 + 65 \cdot 0,023 + \\
&+ 60 \cdot 0,003 + 55 \cdot 0,005 + 50 \cdot 0,0041 + 45 \cdot 0,01 + 40 \cdot 0,013 + 35 \cdot 0,005 + 30 \cdot 0,011 + 25 \cdot 0,003 + 20 \cdot 0,003 + \\
&+ 15 \cdot 0,004 + 10 \cdot 0,005 + 5 \cdot 0,001 = 16,7
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E(\text{DDLT} > 120) &= (300-120) \cdot f(300) + (295-120) \cdot f(295) + (290-120) \cdot f(290) + (285-120) \cdot f(285) + \\
&+ (280-120) \cdot f(280) + (275-120) \cdot f(275) + (270-120) \cdot f(270) + (265-120) \cdot f(265) + \\
&+ (260-120) \cdot f(260) + (255-120) \cdot f(255) + (250-120) \cdot f(250) + (245-120) \cdot f(245) + \\
&+ (240-120) \cdot f(240) + (235-120) \cdot f(235) + (230-120) \cdot f(230) + (225-120) \cdot f(225) + \\
&+ (220-120) \cdot f(220) + (215-120) \cdot f(215) + (210-120) \cdot f(210) + (205-120) \cdot f(205) + \\
&+ (200-120) \cdot f(200) + (195-120) \cdot f(195) + (190-120) \cdot f(190) + (185-120) \cdot f(185) + \\
&+ (180-120) \cdot f(180) + (175-120) \cdot f(175) + (170-120) \cdot f(170) + (165-120) \cdot f(165) + \\
&+ (160-120) \cdot f(160) + (155-120) \cdot f(155) + (150-120) \cdot f(150) + (145-120) \cdot f(145) + \\
&+ (140-120) \cdot f(140) + (135-120) \cdot f(135) + (130-120) \cdot f(130) + (125-120) \cdot f(125) = \\
&= 180 \cdot 0,00261 + 175 \cdot 0,001 + 170 \cdot 0,001 + 165 \cdot 0,0124 + 160 \cdot 0,0012 + 155 \cdot 0,001 + 150 \cdot 0,002 + 145 \cdot 0,012 + \\
&+ 140 \cdot 0,0027 + 135 \cdot 0,0013 + 130 \cdot 0,0013 + 125 \cdot 0,002 + 120 \cdot 0,0021 + 115 \cdot 0,002 + 110 \cdot 0,002 + \\
&+ 105 \cdot 0,002 + 100 \cdot 0,033 + 95 \cdot 0,023 + 90 \cdot 0,0033 + 85 \cdot 0,002 + 80 \cdot 0,0023 + 75 \cdot 0,0021 + 70 \cdot 0,023 + \\
&+ 65 \cdot 0,003 + 60 \cdot 0,005 + 55 \cdot 0,0041 + 50 \cdot 0,01 + 45 \cdot 0,013 + 40 \cdot 0,005 + 35 \cdot 0,011 + 30 \cdot 0,003 + 25 \cdot 0,003 + \\
&+ 20 \cdot 0,004 + 15 \cdot 0,005 + 10 \cdot 0,001 + 5 \cdot 0,02641 = 17,8
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E(\text{DDLT} > 115) &= (300-115) \cdot f(300) + (295-115) \cdot f(295) + (290-115) \cdot f(290) + (285-115) \cdot f(285) + \\
&+ (280-115) \cdot f(280) + (275-115) \cdot f(275) + (270-115) \cdot f(270) + (265-115) \cdot f(265) + \\
&+ (260-115) \cdot f(260) + (255-115) \cdot f(255) + (250-115) \cdot f(250) + (245-115) \cdot f(245) + \\
&+ (240-115) \cdot f(240) + (235-115) \cdot f(235) + (230-115) \cdot f(230) + (225-115) \cdot f(225) + \\
&+ (220-115) \cdot f(220) + (215-115) \cdot f(215) + (210-115) \cdot f(210) + (205-115) \cdot f(205) + \\
&+ (200-115) \cdot f(200) + (195-115) \cdot f(195) + (190-115) \cdot f(190) + (185-115) \cdot f(185) + \\
&+ (180-115) \cdot f(180) + (175-115) \cdot f(175) + (170-115) \cdot f(170) + (165-115) \cdot f(165) + \\
&+ (160-115) \cdot f(160) + (155-115) \cdot f(155) + (150-115) \cdot f(150) + (145-115) \cdot f(145) + \\
&+ (140-115) \cdot f(140) + (135-115) \cdot f(135) + (130-115) \cdot f(130) + (125-115) \cdot f(125) + \\
&+ (120-115) \cdot f(120) = \\
&= 185 \cdot 0,00261 + 180 \cdot 0,001 + 175 \cdot 0,001 + 170 \cdot 0,0124 + 165 \cdot 0,0012 + 160 \cdot 0,001 + 155 \cdot 0,002 + 150 \cdot 0,012 + \\
&+ 145 \cdot 0,0027 + 140 \cdot 0,0013 + 135 \cdot 0,0013 + 130 \cdot 0,002 + 125 \cdot 0,0021 + 120 \cdot 0,002 + 115 \cdot 0,002 + \\
&+ 110 \cdot 0,002 + 105 \cdot 0,033 + 100 \cdot 0,023 + 95 \cdot 0,0033 + 90 \cdot 0,002 + 85 \cdot 0,0023 + 80 \cdot 0,0021 + 75 \cdot 0,023 + \\
&+ 70 \cdot 0,003 + 65 \cdot 0,005 + 60 \cdot 0,0041 + 55 \cdot 0,01 + 50 \cdot 0,013 + 45 \cdot 0,005 + 40 \cdot 0,011 + 35 \cdot 0,003 + 30 \cdot 0,003 + \\
&+ 25 \cdot 0,004 + 20 \cdot 0,005 + 15 \cdot 0,01 + 10 \cdot 0,02641 + 5 \cdot 0,013 = 19,24
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E(\text{DDLT} > 110) &= (300-110) \cdot f(300) + (295-110) \cdot f(295) + (290-110) \cdot f(290) + (285-110) \cdot f(285) + \\
&+ (280-110) \cdot f(280) + (275-110) \cdot f(275) + (270-110) \cdot f(270) + (265-110) \cdot f(265) + \\
&+ (260-110) \cdot f(260) + (255-110) \cdot f(255) + (250-110) \cdot f(250) + (245-110) \cdot f(245) + \\
&+ (240-110) \cdot f(240) + (235-110) \cdot f(235) + (230-110) \cdot f(230) + (225-110) \cdot f(225) + \\
&+ (220-110) \cdot f(220) + (215-110) \cdot f(215) + (210-110) \cdot f(210) + (205-110) \cdot f(205) + \\
&+ (200-110) \cdot f(200) + (195-110) \cdot f(195) + (190-110) \cdot f(190) + (185-110) \cdot f(185) + \\
&+ (180-110) \cdot f(180) + (175-110) \cdot f(175) + (170-110) \cdot f(170) + (165-110) \cdot f(165) + \\
&+ (160-110) \cdot f(160) + (155-110) \cdot f(155) + (150-110) \cdot f(150) + (145-110) \cdot f(145) + \\
&+ (140-110) \cdot f(140) + (135-110) \cdot f(135) + (130-110) \cdot f(130) + (125-110) \cdot f(125) + \\
&+ (120-110) \cdot f(120) + (115-110) \cdot f(115) = \\
&= 190 \cdot 0,00261 + 185 \cdot 0,001 + 180 \cdot 0,001 + 175 \cdot 0,0124 + 170 \cdot 0,0012 + 165 \cdot 0,001 + 160 \cdot 0,002 + 155 \cdot 0,012 + \\
&+ 150 \cdot 0,0027 + 145 \cdot 0,0013 + 140 \cdot 0,0013 + 135 \cdot 0,002 + 130 \cdot 0,0021 + 125 \cdot 0,002 + 120 \cdot 0,002 + \\
&+ 115 \cdot 0,002 + 110 \cdot 0,033 + 105 \cdot 0,023 + 100 \cdot 0,0033 + 95 \cdot 0,002 + 90 \cdot 0,0023 + 85 \cdot 0,0021 + 80 \cdot 0,023 + \\
&+ 75 \cdot 0,003 + 70 \cdot 0,005 + 65 \cdot 0,0041 + 60 \cdot 0,01 + 55 \cdot 0,013 + 50 \cdot 0,005 + 45 \cdot 0,011 + 40 \cdot 0,003 + 35 \cdot 0,003 + \\
&+ 30 \cdot 0,004 + 25 \cdot 0,005 + 20 \cdot 0,01 + 15 \cdot 0,02641 + 10 \cdot 0,013 + 5 \cdot 0,033 = 20,67
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E(\text{DDLT} > 105) &= (300-105) \cdot f(300) + (295-105) \cdot f(295) + (290-105) \cdot f(290) + (285-105) \cdot f(285) + \\
&+ (280-105) \cdot f(280) + (275-105) \cdot f(275) + (270-105) \cdot f(270) + (265-105) \cdot f(265) + \\
&+ (260-105) \cdot f(260) + (255-105) \cdot f(255) + (250-105) \cdot f(250) + (245-105) \cdot f(245) + \\
&+ (240-105) \cdot f(240) + (235-105) \cdot f(235) + (230-105) \cdot f(230) + (225-105) \cdot f(225) + \\
&+ (220-105) \cdot f(220) + (215-105) \cdot f(215) + (210-105) \cdot f(210) + (205-105) \cdot f(205) + \\
&+ (200-105) \cdot f(200) + (195-105) \cdot f(195) + (190-105) \cdot f(190) + (185-105) \cdot f(185) + \\
&+ (180-105) \cdot f(180) + (175-105) \cdot f(175) + (170-105) \cdot f(170) + (165-105) \cdot f(165) + \\
&+ (160-105) \cdot f(160) + (155-105) \cdot f(155) + (150-105) \cdot f(150) + (145-105) \cdot f(145) + \\
&+ (140-105) \cdot f(140) + (135-105) \cdot f(135) + (130-105) \cdot f(130) + (125-105) \cdot f(125) + \\
&+ (120-105) \cdot f(120) + (115-105) \cdot f(115) + (110-105) \cdot f(110) = \\
&= 195 \cdot 0,00261 + 190 \cdot 0,001 + 185 \cdot 0,001 + 180 \cdot 0,0124 + 175 \cdot 0,0012 + 170 \cdot 0,001 + 165 \cdot 0,002 + 160 \cdot 0,012 + \\
&+ 155 \cdot 0,0027 + 150 \cdot 0,0013 + 145 \cdot 0,0013 + 140 \cdot 0,002 + 135 \cdot 0,0021 + 130 \cdot 0,002 + 125 \cdot 0,002 + \\
&+ 120 \cdot 0,002 + 115 \cdot 0,033 + 110 \cdot 0,023 + 105 \cdot 0,0033 + 100 \cdot 0,002 + 95 \cdot 0,0023 + 90 \cdot 0,0021 + 85 \cdot 0,023 + \\
&+ 80 \cdot 0,003 + 75 \cdot 0,005 + 70 \cdot 0,0041 + 65 \cdot 0,01 + 60 \cdot 0,013 + 55 \cdot 0,005 + 50 \cdot 0,011 + 45 \cdot 0,003 + 40 \cdot 0,003 + \\
&+ 35 \cdot 0,004 + 30 \cdot 0,005 + 25 \cdot 0,01 + 20 \cdot 0,02641 + 15 \cdot 0,013 + 10 \cdot 0,033 + 5 \cdot 0,01524 = 22,17
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E(\text{DDLT} > 100) &= (300-100) \cdot f(300) + (295-100) \cdot f(295) + (290-100) \cdot f(290) + (285-100) \cdot f(285) + \\
&+ (280-100) \cdot f(280) + (275-100) \cdot f(275) + (270-100) \cdot f(270) + (265-100) \cdot f(265) + \\
&+ (260-100) \cdot f(260) + (255-100) \cdot f(255) + (250-100) \cdot f(250) + (245-100) \cdot f(245) + \\
&+ (240-100) \cdot f(240) + (235-100) \cdot f(235) + (230-100) \cdot f(230) + (225-100) \cdot f(225) + \\
&+ (220-100) \cdot f(220) + (215-100) \cdot f(215) + (210-100) \cdot f(210) + (205-100) \cdot f(205) + \\
&+ (200-100) \cdot f(200) + (195-100) \cdot f(195) + (190-100) \cdot f(190) + (185-100) \cdot f(185) + \\
&+ (180-100) \cdot f(180) + (175-100) \cdot f(175) + (170-100) \cdot f(170) + (165-100) \cdot f(165) + \\
&+ (160-100) \cdot f(160) + (155-100) \cdot f(155) + (150-100) \cdot f(150) + (145-100) \cdot f(145) + \\
&+ (140-100) \cdot f(140) + (135-100) \cdot f(135) + (130-100) \cdot f(130) + (125-100) \cdot f(125) + \\
&+ (120-100) \cdot f(120) + (115-100) \cdot f(115) + (110-100) \cdot f(110) + (105-100) \cdot f(105) = \\
&= 200 \cdot 0,00261 + 195 \cdot 0,001 + 190 \cdot 0,001 + 185 \cdot 0,0124 + 180 \cdot 0,0012 + 175 \cdot 0,001 + 170 \cdot 0,002 + 165 \cdot 0,012 + \\
&+ 160 \cdot 0,0027 + 155 \cdot 0,0013 + 150 \cdot 0,0013 + 145 \cdot 0,002 + 140 \cdot 0,0021 + 135 \cdot 0,002 + 130 \cdot 0,002 + \\
&+ 125 \cdot 0,002 + 120 \cdot 0,033 + 115 \cdot 0,023 + 110 \cdot 0,0033 + 105 \cdot 0,002 + 100 \cdot 0,0023 + 95 \cdot 0,0021 + 90 \cdot 0,023 + \\
&+ 85 \cdot 0,003 + 80 \cdot 0,005 + 75 \cdot 0,0041 + 70 \cdot 0,01 + 65 \cdot 0,013 + 60 \cdot 0,005 + 55 \cdot 0,011 + 50 \cdot 0,003 + 45 \cdot 0,003 + \\
&+ 40 \cdot 0,004 + 35 \cdot 0,005 + 30 \cdot 0,001 + 25 \cdot 0,02641 + 20 \cdot 0,013 + 15 \cdot 0,033 + 10 \cdot 0,01524 + 5 \cdot 0,0183 = 23,5
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E(\text{DDLT} > 95) &= (300-95) \cdot f(300) + (295-95) \cdot f(295) + (290-95) \cdot f(290) + (285-95) \cdot f(285) + \\
&+ (280-95) \cdot f(280) + (275-95) \cdot f(275) + (270-95) \cdot f(270) + (265-95) \cdot f(265) + \\
&+ (260-95) \cdot f(260) + (255-95) \cdot f(255) + (250-95) \cdot f(250) + (245-95) \cdot f(245) + \\
&+ (240-95) \cdot f(240) + (235-95) \cdot f(235) + (230-95) \cdot f(230) + (225-95) \cdot f(225) + \\
&+ (220-95) \cdot f(220) + (215-95) \cdot f(215) + (210-95) \cdot f(210) + (205-95) \cdot f(205) + \\
&+ (200-95) \cdot f(200) + (195-95) \cdot f(195) + (190-95) \cdot f(190) + (185-95) \cdot f(185) + \\
&+ (180-95) \cdot f(180) + (175-95) \cdot f(175) + (170-95) \cdot f(170) + (165-95) \cdot f(165) + \\
&+ (160-95) \cdot f(160) + (155-95) \cdot f(155) + (150-95) \cdot f(150) + (145-95) \cdot f(145) + \\
&+ (140-95) \cdot f(140) + (135-95) \cdot f(135) + (130-95) \cdot f(130) + (125-95) \cdot f(125) + \\
&+ (120-95) \cdot f(120) + (115-95) \cdot f(115) + (110-95) \cdot f(110) + (105-95) \cdot f(105) + \\
&+ (100-95) \cdot f(100) = \\
&= 205 \cdot 0,00261 + 200 \cdot 0,001 + 195 \cdot 0,001 + 190 \cdot 0,0124 + 185 \cdot 0,0012 + 180 \cdot 0,001 + 175 \cdot 0,002 + \\
&+ 170 \cdot 0,012 + 165 \cdot 0,0027 + 160 \cdot 0,0013 + 155 \cdot 0,0013 + 150 \cdot 0,002 + 145 \cdot 0,0021 + 140 \cdot 0,002 + \\
&+ 135 \cdot 0,002 + 130 \cdot 0,002 + 125 \cdot 0,033 + 120 \cdot 0,023 + 115 \cdot 0,0033 + 110 \cdot 0,002 + 105 \cdot 0,0023 + \\
&+ 100 \cdot 0,0021 + 95 \cdot 0,023 + 90 \cdot 0,003 + 85 \cdot 0,005 + 80 \cdot 0,0041 + 75 \cdot 0,01 + 70 \cdot 0,013 + 65 \cdot 0,005 + 60 \cdot 0,011 + \\
&+ 55 \cdot 0,003 + 50 \cdot 0,003 + 45 \cdot 0,004 + 40 \cdot 0,005 + 35 \cdot 0,01 + 30 \cdot 0,02641 + 25 \cdot 0,013 + 20 \cdot 0,033 + \\
&+ 15 \cdot 0,01524 + 10 \cdot 0,0183 + 5 \cdot 0,018 = 25,28
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E(\text{DDLT} > 90) &= (300-90) \cdot f(300) + (295-90) \cdot f(295) + (290-90) \cdot f(290) + (285-90) \cdot f(285) + \\
&+ (280-90) \cdot f(280) + (275-90) \cdot f(275) + (270-90) \cdot f(270) + (265-90) \cdot f(265) + \\
&+ (260-90) \cdot f(260) + (255-90) \cdot f(255) + (250-90) \cdot f(250) + (245-90) \cdot f(245) + \\
&+ (240-90) \cdot f(240) + (235-90) \cdot f(235) + (230-90) \cdot f(230) + (225-90) \cdot f(225) + \\
&+ (220-90) \cdot f(220) + (215-90) \cdot f(215) + (210-90) \cdot f(210) + (205-90) \cdot f(205) + \\
&+ (200-90) \cdot f(200) + (195-90) \cdot f(195) + (190-90) \cdot f(190) + (185-90) \cdot f(185) + \\
&+ (180-90) \cdot f(180) + (175-90) \cdot f(175) + (170-90) \cdot f(170) + (165-90) \cdot f(165) + \\
&+ (160-90) \cdot f(160) + (155-90) \cdot f(155) + (150-90) \cdot f(150) + (145-90) \cdot f(145) + \\
&+ (140-90) \cdot f(140) + (135-90) \cdot f(135) + (130-90) \cdot f(130) + (125-90) \cdot f(125) + \\
&+ (120-90) \cdot f(120) + (115-90) \cdot f(115) + (110-90) \cdot f(110) + (105-90) \cdot f(110) + \\
&+ (100-90) \cdot f(100) + (95-90) \cdot f(95) = \\
&= 210 \cdot 0,00261 + 205 \cdot 0,001 + 200 \cdot 0,001 + 195 \cdot 0,0124 + 190 \cdot 0,0012 + 185 \cdot 0,001 + 180 \cdot 0,002 + 175 \cdot 0,012 + \\
&+ 170 \cdot 0,0027 + 165 \cdot 0,0013 + 160 \cdot 0,0013 + 155 \cdot 0,002 + 150 \cdot 0,0021 + 145 \cdot 0,002 + 140 \cdot 0,002 + \\
&+ 135 \cdot 0,002 + 130 \cdot 0,033 + 125 \cdot 0,023 + 120 \cdot 0,0033 + 115 \cdot 0,002 + 110 \cdot 0,0023 + 105 \cdot 0,0021 + 100 \cdot 0,023 + \\
&+ 95 \cdot 0,003 + 90 \cdot 0,005 + 85 \cdot 0,0041 + 80 \cdot 0,01 + 75 \cdot 0,013 + 70 \cdot 0,005 + 65 \cdot 0,011 + 60 \cdot 0,003 + 55 \cdot 0,003 + \\
&+ 50 \cdot 0,004 + 45 \cdot 0,005 + 40 \cdot 0,001 + 35 \cdot 0,02641 + 30 \cdot 0,013 + 25 \cdot 0,033 + 20 \cdot 0,01524 + 15 \cdot 0,0183 + \\
&+ 10 \cdot 0,018 + 5 \cdot 0,006 = 25,89
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E(\text{DDLT} > 85) &= (300-85) \cdot f(300) + (295-85) \cdot f(295) + (290-85) \cdot f(290) + (285-85) \cdot f(285) + \\
&+ (280-85) \cdot f(280) + (275-85) \cdot f(275) + (270-85) \cdot f(270) + (265-85) \cdot f(265) + \\
&+ (260-85) \cdot f(260) + (255-85) \cdot f(255) + (250-85) \cdot f(250) + (245-85) \cdot f(245) + \\
&+ (240-85) \cdot f(240) + (235-85) \cdot f(235) + (230-85) \cdot f(230) + (225-85) \cdot f(225) + \\
&+ (220-85) \cdot f(220) + (215-85) \cdot f(215) + (210-85) \cdot f(210) + (205-85) \cdot f(205) + \\
&+ (200-85) \cdot f(200) + (195-85) \cdot f(195) + (190-85) \cdot f(190) + (185-85) \cdot f(185) + \\
&+ (180-85) \cdot f(180) + (175-85) \cdot f(175) + (170-85) \cdot f(170) + (165-85) \cdot f(165) + \\
&+ (160-85) \cdot f(160) + (155-85) \cdot f(155) + (150-85) \cdot f(150) + (145-85) \cdot f(145) + \\
&+ (140-85) \cdot f(140) + (135-85) \cdot f(135) + (130-85) \cdot f(130) + (125-85) \cdot f(125) + \\
&+ (120-85) \cdot f(120) + (115-85) \cdot f(115) + (110-85) \cdot f(110) + (105-85) \cdot f(110) + \\
&+ (100-85) \cdot f(100) + (95-85) \cdot f(95) + (90-85) \cdot f(90) = \\
&= 215 \cdot 0,00261 + 210 \cdot 0,001 + 205 \cdot 0,001 + 200 \cdot 0,0124 + 195 \cdot 0,0012 + 190 \cdot 0,001 + 185 \cdot 0,002 + 180 \cdot 0,012 + \\
&+ 175 \cdot 0,0027 + 170 \cdot 0,0013 + 165 \cdot 0,0013 + 160 \cdot 0,002 + 155 \cdot 0,0021 + 150 \cdot 0,002 + 145 \cdot 0,002 + 140 \cdot 0,002 + \\
&+ 135 \cdot 0,033 + 130 \cdot 0,023 + 125 \cdot 0,0033 + 120 \cdot 0,002 + 115 \cdot 0,0023 + 110 \cdot 0,0021 + 105 \cdot 0,023 + 100 \cdot 0,003 + \\
&+ 95 \cdot 0,005 + 90 \cdot 0,0041 + 85 \cdot 0,01 + 80 \cdot 0,013 + 75 \cdot 0,005 + 70 \cdot 0,011 + 65 \cdot 0,003 + 60 \cdot 0,003 + 55 \cdot 0,004 + \\
&+ 50 \cdot 0,005 + 45 \cdot 0,001 + 40 \cdot 0,02641 + 35 \cdot 0,013 + 30 \cdot 0,033 + 25 \cdot 0,01524 + 20 \cdot 0,0183 + 15 \cdot 0,018 + \\
&+ 10 \cdot 0,006 + 5 \cdot 0,021875 = 30,67
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E(\text{DDLT} > 80) &= (300 - 80) \cdot f(300) + (295 - 80) \cdot f(295) + (290 - 80) \cdot f(290) + (285 - 80) \cdot f(280) + \\
&+ (280 - 80) \cdot f(280) + (275 - 80) \cdot f(275) + (270 - 80) \cdot f(270) + (265 - 80) \cdot f(265) + \\
&+ (260 - 80) \cdot f(260) + (255 - 80) \cdot f(255) + (250 - 80) \cdot f(250) + (245 - 80) \cdot f(245) + \\
&+ (240 - 80) \cdot f(240) + (235 - 80) \cdot f(235) + (230 - 80) \cdot f(230) + (225 - 80) \cdot f(225) + \\
&+ (220 - 80) \cdot f(220) + (215 - 80) \cdot f(215) + (210 - 80) \cdot f(210) + (205 - 80) \cdot f(205) + \\
&+ (200 - 80) \cdot f(200) + (195 - 80) \cdot f(195) + (190 - 80) \cdot f(190) + (185 - 80) \cdot f(185) + \\
&+ (180 - 80) \cdot f(180) + (175 - 80) \cdot f(175) + (170 - 80) \cdot f(170) + (165 - 80) \cdot f(165) + \\
&+ (160 - 80) \cdot f(160) + (155 - 80) \cdot f(155) + (150 - 80) \cdot f(150) + (145 - 80) \cdot f(145) + \\
&+ (140 - 80) \cdot f(140) + (135 - 80) \cdot f(135) + (130 - 80) \cdot f(130) + (125 - 80) \cdot f(125) + \\
&+ (120 - 80) \cdot f(120) + (115 - 80) \cdot f(115) + (110 - 80) \cdot f(110) + (105 - 80) \cdot f(110) + \\
&+ (100 - 80) \cdot f(100) + (95 - 80) \cdot f(95) + (90 - 80) \cdot f(90) + (85 - 80) \cdot f(85) = \\
&= 220 \cdot 0,00261 + 215 \cdot 0,001 + 210 \cdot 0,001 + 205 \cdot 0,0124 + 200 \cdot 0,0012 + 195 \cdot 0,001 + 190 \cdot 0,002 + \\
&+ 185 \cdot 0,012 + 180 \cdot 0,0027 + 175 \cdot 0,0013 + 170 \cdot 0,0013 + 165 \cdot 0,002 + 160 \cdot 0,0021 + 155 \cdot 0,002 + \\
&+ 150 \cdot 0,002 + 145 \cdot 0,002 + 140 \cdot 0,033 + 135 \cdot 0,023 + 130 \cdot 0,0033 + 125 \cdot 0,002 + 120 \cdot 0,0023 + \\
&+ 115 \cdot 0,0021 + 110 \cdot 0,023 + 105 \cdot 0,003 + 100 \cdot 0,005 + 95 \cdot 0,0041 + 90 \cdot 0,01 + 85 \cdot 0,013 + 80 \cdot 0,005 + \\
&+ 75 \cdot 0,011 + 70 \cdot 0,003 + 65 \cdot 0,003 + 60 \cdot 0,004 + 55 \cdot 0,005 + 50 \cdot 0,01 + 45 \cdot 0,02641 + 40 \cdot 0,013 + \\
&+ 35 \cdot 0,033 + 30 \cdot 0,01524 + 25 \cdot 0,0183 + 20 \cdot 0,018 + 15 \cdot 0,006 + 10 \cdot 0,021875 + 5 \cdot 0,021875 = 31,48
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E(\text{DDLT} > 75) &= (300 - 75) \cdot f(300) + (295 - 75) \cdot f(295) + (290 - 75) \cdot f(290) + (285 - 75) \cdot f(280) + \\
&+ (280 - 75) \cdot f(280) + (275 - 75) \cdot f(275) + (270 - 75) \cdot f(270) + (265 - 75) \cdot f(265) + \\
&+ (260 - 75) \cdot f(260) + (255 - 75) \cdot f(255) + (250 - 75) \cdot f(250) + (245 - 75) \cdot f(245) + \\
&+ (240 - 75) \cdot f(240) + (235 - 75) \cdot f(235) + (230 - 75) \cdot f(230) + (225 - 75) \cdot f(225) + \\
&+ (220 - 75) \cdot f(220) + (215 - 75) \cdot f(215) + (210 - 75) \cdot f(210) + (205 - 75) \cdot f(205) + \\
&+ (200 - 75) \cdot f(200) + (195 - 75) \cdot f(195) + (190 - 75) \cdot f(190) + (185 - 75) \cdot f(185) + \\
&+ (180 - 75) \cdot f(180) + (175 - 75) \cdot f(175) + (170 - 75) \cdot f(170) + (165 - 75) \cdot f(165) + \\
&+ (160 - 75) \cdot f(160) + (155 - 75) \cdot f(155) + (150 - 75) \cdot f(150) + (145 - 75) \cdot f(145) + \\
&+ (140 - 75) \cdot f(140) + (135 - 75) \cdot f(135) + (130 - 75) \cdot f(130) + (125 - 75) \cdot f(125) + \\
&+ (120 - 75) \cdot f(120) + (115 - 75) \cdot f(115) + (110 - 75) \cdot f(110) + (105 - 75) \cdot f(110) + \\
&+ (100 - 75) \cdot f(100) + (95 - 75) \cdot f(95) + (90 - 75) \cdot f(90) + (85 - 75) \cdot f(90) + \\
&+ (80 - 75) \cdot f(80) = \\
&= 225 \cdot 0,00261 + 220 \cdot 0,001 + 215 \cdot 0,001 + 210 \cdot 0,0124 + 205 \cdot 0,0012 + 200 \cdot 0,001 + 195 \cdot 0,002 + \\
&+ 190 \cdot 0,012 + 185 \cdot 0,0027 + 180 \cdot 0,0013 + 175 \cdot 0,0013 + 170 \cdot 0,002 + 165 \cdot 0,0021 + 160 \cdot 0,002 + \\
&+ 155 \cdot 0,002 + 150 \cdot 0,002 + 145 \cdot 0,033 + 140 \cdot 0,023 + 135 \cdot 0,0033 + 130 \cdot 0,002 + 125 \cdot 0,0023 + \\
&+ 120 \cdot 0,0021 + 115 \cdot 0,023 + 110 \cdot 0,003 + 105 \cdot 0,005 + 100 \cdot 0,0041 + 95 \cdot 0,01 + 90 \cdot 0,013 + 85 \cdot 0,005 + \\
&+ 80 \cdot 0,011 + 75 \cdot 0,003 + 70 \cdot 0,003 + 65 \cdot 0,004 + 60 \cdot 0,005 + 55 \cdot 0,01 + 50 \cdot 0,02641 + 45 \cdot 0,013 + \\
&+ 40 \cdot 0,033 + 35 \cdot 0,01524 + 30 \cdot 0,0183 + 25 \cdot 0,018 + 20 \cdot 0,006 + 15 \cdot 0,021875 + 10 \cdot 0,021875 + \\
&+ 5 \cdot 0,021875 = 33,36
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E(\text{DDLT} > 70) &= (300 - 70) \cdot f(300) + (295 - 70) \cdot f(295) + (290 - 70) \cdot f(290) + (285 - 70) \cdot f(280) + \\
&+ (280 - 70) \cdot f(280) + (275 - 70) \cdot f(275) + (270 - 70) \cdot f(270) + (265 - 70) \cdot f(265) + \\
&(260 - 70) \cdot f(260) + (255 - 70) \cdot f(255) + (250 - 70) \cdot f(250) + (245 - 70) \cdot f(245) + \\
&+ (240 - 70) \cdot f(240) + (235 - 70) \cdot f(235) + (230 - 70) \cdot f(230) + (225 - 70) \cdot f(225) + \\
&+ (220 - 70) \cdot f(220) + (215 - 70) \cdot f(215) + (210 - 70) \cdot f(210) + (205 - 70) \cdot f(205) + \\
&+ (200 - 70) \cdot f(200) + (195 - 70) \cdot f(195) + (190 - 70) \cdot f(190) + (185 - 70) \cdot f(185) + \\
&+ (180 - 70) \cdot f(180) + (175 - 70) \cdot f(175) + (170 - 70) \cdot f(170) + (165 - 70) \cdot f(165) + \\
&+ (160 - 70) \cdot f(160) + (155 - 70) \cdot f(155) + (150 - 70) \cdot f(150) + (145 - 70) \cdot f(145) + \\
&+ (140 - 70) \cdot f(140) + (135 - 70) \cdot f(135) + (130 - 70) \cdot f(130) + (125 - 70) \cdot f(125) + \\
&+ (120 - 70) \cdot f(120) + (115 - 70) \cdot f(115) + (110 - 70) \cdot f(110) + (105 - 70) \cdot f(110) + \\
&+ (100 - 70) \cdot f(100) + (95 - 70) \cdot f(95) + (90 - 70) \cdot f(90) + (85 - 70) \cdot f(90) + \\
&+ (80 - 70) \cdot f(80) + (75 - 70) \cdot f(75) = \\
&= 230 \cdot 0,00261 + 225 \cdot 0,001 + 220 \cdot 0,001 + 215 \cdot 0,0124 + 210 \cdot 0,0012 + 205 \cdot 0,001 + 200 \cdot 0,002 + 195 \cdot 0,012 + \\
&+ 190 \cdot 0,0027 + 185 \cdot 0,0013 + 180 \cdot 0,0013 + 175 \cdot 0,002 + 170 \cdot 0,0021 + 165 \cdot 0,002 + 160 \cdot 0,002 + \\
&+ 155 \cdot 0,002 + 150 \cdot 0,033 + 145 \cdot 0,023 + 140 \cdot 0,0033 + 135 \cdot 0,002 + 130 \cdot 0,0023 + 125 \cdot 0,0021 + 120 \cdot 0,023 + \\
&+ 115 \cdot 0,003 + 110 \cdot 0,005 + 105 \cdot 0,0041 + 100 \cdot 0,01 + 95 \cdot 0,013 + 90 \cdot 0,005 + 85 \cdot 0,011 + 80 \cdot 0,003 + \\
&+ 75 \cdot 0,003 + 70 \cdot 0,004 + 65 \cdot 0,005 + 60 \cdot 0,001 + 55 \cdot 0,02641 + 50 \cdot 0,013 + 45 \cdot 0,033 + 40 \cdot 0,01524 + \\
&+ 35 \cdot 0,0183 + 30 \cdot 0,018 + 25 \cdot 0,006 + 20 \cdot 0,021875 + 15 \cdot 0,021875 + 10 \cdot 0,021875 + 5 \cdot 0,0473 = 34,8
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E(\text{DDLT} > 65) &= (300 - 65) \cdot f(300) + (295 - 65) \cdot f(295) + (290 - 65) \cdot f(290) + (285 - 65) \cdot f(280) + \\
&+ (280 - 65) \cdot f(280) + (275 - 65) \cdot f(275) + (270 - 65) \cdot f(270) + (265 - 65) \cdot f(265) + \\
&(260 - 65) \cdot f(260) + (255 - 65) \cdot f(255) + (250 - 65) \cdot f(250) + (245 - 65) \cdot f(245) + \\
&+ (240 - 65) \cdot f(240) + (235 - 65) \cdot f(235) + (230 - 65) \cdot f(230) + (225 - 65) \cdot f(225) + \\
&+ (220 - 65) \cdot f(220) + (215 - 65) \cdot f(215) + (210 - 65) \cdot f(210) + (205 - 65) \cdot f(205) + \\
&+ (200 - 65) \cdot f(200) + (195 - 65) \cdot f(195) + (190 - 65) \cdot f(190) + (185 - 65) \cdot f(185) + \\
&+ (180 - 65) \cdot f(180) + (175 - 65) \cdot f(175) + (170 - 65) \cdot f(170) + (165 - 65) \cdot f(165) + \\
&+ (160 - 65) \cdot f(160) + (155 - 65) \cdot f(155) + (150 - 65) \cdot f(150) + (145 - 65) \cdot f(145) + \\
&+ (140 - 65) \cdot f(140) + (135 - 65) \cdot f(135) + (130 - 65) \cdot f(130) + (125 - 65) \cdot f(125) + \\
&+ (120 - 65) \cdot f(120) + (115 - 65) \cdot f(115) + (110 - 65) \cdot f(110) + (105 - 65) \cdot f(110) + \\
&+ (100 - 65) \cdot f(100) + (95 - 65) \cdot f(95) + (90 - 65) \cdot f(90) + (85 - 65) \cdot f(90) + \\
&+ (80 - 65) \cdot f(80) + (75 - 65) \cdot f(80) + (70 - 65) \cdot f(70) = \\
&= 235 \cdot 0,00261 + 230 \cdot 0,001 + 225 \cdot 0,001 + 220 \cdot 0,0124 + 215 \cdot 0,0012 + 210 \cdot 0,001 + 205 \cdot 0,002 + \\
&+ 200 \cdot 0,012 + 195 \cdot 0,0027 + 190 \cdot 0,0013 + 185 \cdot 0,0013 + 180 \cdot 0,002 + 175 \cdot 0,0021 + 170 \cdot 0,002 + \\
&+ 165 \cdot 0,002 + 160 \cdot 0,002 + 155 \cdot 0,033 + 150 \cdot 0,023 + 145 \cdot 0,0033 + 140 \cdot 0,002 + 135 \cdot 0,0023 + \\
&+ 130 \cdot 0,0021 + 125 \cdot 0,023 + 120 \cdot 0,003 + 115 \cdot 0,005 + 110 \cdot 0,0041 + 105 \cdot 0,01 + 100 \cdot 0,0013 + 95 \cdot 0,005 + \\
&+ 90 \cdot 0,011 + 85 \cdot 0,003 + 80 \cdot 0,003 + 75 \cdot 0,004 + 70 \cdot 0,005 + 65 \cdot 0,01 + 60 \cdot 0,02641 + 55 \cdot 0,013 + 50 \cdot 0,033 + \\
&+ 45 \cdot 0,01524 + 40 \cdot 0,0183 + 35 \cdot 0,018 + 30 \cdot 0,006 + 25 \cdot 0,021875 + 20 \cdot 0,021875 + 15 \cdot 0,021875 + 10 \cdot 0,0473 + \\
&+ 5 \cdot 0,0473 = 36,6
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E(\text{DDLT} > 60) &= (300 - 60) \cdot f(300) + (295 - 60) \cdot f(295) + (290 - 60) \cdot f(290) + (285 - 60) \cdot f(280) + \\
&+ (280 - 60) \cdot f(280) + (275 - 60) \cdot f(275) + (270 - 60) \cdot f(270) + (265 - 60) \cdot f(265) + \\
&+ (260 - 60) \cdot f(260) + (255 - 60) \cdot f(255) + (250 - 60) \cdot f(250) + (245 - 60) \cdot f(245) + \\
&+ (240 - 60) \cdot f(240) + (235 - 60) \cdot f(235) + (230 - 60) \cdot f(230) + (225 - 60) \cdot f(225) + \\
&+ (220 - 60) \cdot f(220) + (215 - 60) \cdot f(215) + (210 - 60) \cdot f(210) + (205 - 60) \cdot f(205) + \\
&+ (200 - 60) \cdot f(200) + (195 - 60) \cdot f(195) + (190 - 60) \cdot f(190) + (185 - 60) \cdot f(185) + \\
&+ (180 - 60) \cdot f(180) + (175 - 60) \cdot f(175) + (170 - 60) \cdot f(170) + (165 - 60) \cdot f(165) + \\
&+ (160 - 60) \cdot f(160) + (155 - 60) \cdot f(155) + (150 - 60) \cdot f(150) + (145 - 60) \cdot f(145) + \\
&+ (140 - 60) \cdot f(140) + (135 - 60) \cdot f(135) + (130 - 60) \cdot f(130) + (125 - 60) \cdot f(125) + \\
&+ (120 - 60) \cdot f(120) + (115 - 60) \cdot f(115) + (110 - 60) \cdot f(110) + (105 - 60) \cdot f(110) + \\
&+ (100 - 60) \cdot f(100) + (95 - 60) \cdot f(95) + (90 - 60) \cdot f(90) + (85 - 60) \cdot f(90) + \\
&+ (80 - 60) \cdot f(80) + (75 - 60) \cdot f(80) + (70 - 60) \cdot f(70) + (65 - 60) \cdot f(65) = \\
&= 240 \cdot 0,00261 + 235 \cdot 0,001 + 230 \cdot 0,001 + 225 \cdot 0,0124 + 220 \cdot 0,0012 + 215 \cdot 0,001 + 210 \cdot 0,002 + 205 \cdot 0,012 + \\
&+ 200 \cdot 0,0027 + 195 \cdot 0,0013 + 190 \cdot 0,0013 + 185 \cdot 0,002 + 180 \cdot 0,0021 + 175 \cdot 0,002 + 170 \cdot 0,002 + \\
&+ 165 \cdot 0,002 + 160 \cdot 0,033 + 155 \cdot 0,023 + 150 \cdot 0,0033 + 145 \cdot 0,002 + 140 \cdot 0,0023 + 135 \cdot 0,0021 + \\
&+ 130 \cdot 0,023 + 125 \cdot 0,003 + 120 \cdot 0,005 + 115 \cdot 0,0041 + 110 \cdot 0,01 + 105 \cdot 0,013 + 100 \cdot 0,005 + 95 \cdot 0,011 + \\
&+ 90 \cdot 0,003 + 85 \cdot 0,003 + 80 \cdot 0,004 + 75 \cdot 0,005 + 70 \cdot 0,01 + 65 \cdot 0,02641 + 60 \cdot 0,013 + 55 \cdot 0,0033 + \\
&+ 50 \cdot 0,01524 + 45 \cdot 0,0183 + 40 \cdot 0,018 + 35 \cdot 0,006 + 30 \cdot 0,021875 + 25 \cdot 0,021875 + 20 \cdot 0,021875 + 15 \cdot 0,0473 + \\
&+ 10 \cdot 0,0473 + 5 \cdot 0,0473 = 38,9
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E(\text{DDLT} > 55) &= (300 - 55) \cdot f(300) + (295 - 55) \cdot f(295) + (290 - 55) \cdot f(290) + (285 - 55) \cdot f(280) + \\
&+ (280 - 55) \cdot f(280) + (275 - 55) \cdot f(275) + (270 - 55) \cdot f(270) + (265 - 55) \cdot f(265) + \\
&+ (260 - 55) \cdot f(260) + (255 - 55) \cdot f(255) + (250 - 55) \cdot f(250) + (245 - 55) \cdot f(245) + \\
&+ (240 - 55) \cdot f(240) + (235 - 55) \cdot f(235) + (230 - 55) \cdot f(230) + (225 - 55) \cdot f(225) + \\
&+ (220 - 55) \cdot f(220) + (215 - 55) \cdot f(215) + (210 - 55) \cdot f(210) + (205 - 55) \cdot f(205) + \\
&+ (200 - 55) \cdot f(200) + (195 - 55) \cdot f(195) + (190 - 55) \cdot f(190) + (185 - 55) \cdot f(185) + \\
&+ (180 - 55) \cdot f(180) + (175 - 55) \cdot f(175) + (170 - 55) \cdot f(170) + (165 - 55) \cdot f(165) + \\
&+ (160 - 55) \cdot f(160) + (155 - 55) \cdot f(155) + (150 - 55) \cdot f(150) + (145 - 55) \cdot f(145) + \\
&+ (140 - 55) \cdot f(140) + (135 - 55) \cdot f(135) + (130 - 55) \cdot f(130) + (125 - 55) \cdot f(125) + \\
&+ (120 - 55) \cdot f(120) + (115 - 55) \cdot f(115) + (110 - 55) \cdot f(110) + (105 - 55) \cdot f(110) + \\
&+ (100 - 55) \cdot f(100) + (95 - 55) \cdot f(95) + (90 - 55) \cdot f(90) + (85 - 55) \cdot f(90) + \\
&+ (80 - 55) \cdot f(80) + (75 - 55) \cdot f(80) + (70 - 55) \cdot f(70) + (65 - 55) \cdot f(65) + \\
&+ (60 - 55) \cdot f(60) = \\
&= 245 \cdot 0,00261 + 240 \cdot 0,001 + 235 \cdot 0,001 + 230 \cdot 0,0124 + 225 \cdot 0,0012 + 220 \cdot 0,001 + 215 \cdot 0,002 + 210 \cdot 0,012 + \\
&+ 205 \cdot 0,0027 + 200 \cdot 0,0013 + 195 \cdot 0,0013 + 190 \cdot 0,002 + 185 \cdot 0,0021 + 180 \cdot 0,002 + 175 \cdot 0,002 + \\
&+ 170 \cdot 0,002 + 165 \cdot 0,033 + 160 \cdot 0,023 + 155 \cdot 0,0033 + 150 \cdot 0,002 + 145 \cdot 0,0023 + 140 \cdot 0,0021 + \\
&+ 135 \cdot 0,023 + 130 \cdot 0,003 + 125 \cdot 0,005 + 120 \cdot 0,0041 + 115 \cdot 0,01 + 110 \cdot 0,013 + 105 \cdot 0,005 + 100 \cdot 0,011 + \\
&+ 95 \cdot 0,003 + 90 \cdot 0,003 + 85 \cdot 0,004 + 80 \cdot 0,005 + 75 \cdot 0,01 + 70 \cdot 0,02641 + 65 \cdot 0,013 + 60 \cdot 0,033 + \\
&+ 55 \cdot 0,01524 + 50 \cdot 0,0183 + 45 \cdot 0,018 + 40 \cdot 0,006 + 35 \cdot 0,021875 + 30 \cdot 0,021875 + 25 \cdot 0,021875 + \\
&+ 20 \cdot 0,0473 + 15 \cdot 0,0473 + 10 \cdot 0,0473 + 5 \cdot 0,0473 = 43,3
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E(\text{DDLT} > 50) &= (300 - 50) \cdot f(300) + (295 - 50) \cdot f(295) + (290 - 50) \cdot f(290) + (285 - 50) \cdot f(280) + \\
&+ (280 - 50) \cdot f(280) + (275 - 50) \cdot f(275) + (270 - 50) \cdot f(270) + (265 - 50) \cdot f(265) + \\
&+ (260 - 50) \cdot f(260) + (255 - 50) \cdot f(255) + (250 - 50) \cdot f(250) + (245 - 50) \cdot f(245) + \\
&+ (240 - 50) \cdot f(240) + (235 - 50) \cdot f(235) + (230 - 50) \cdot f(230) + (225 - 50) \cdot f(225) + \\
&+ (220 - 50) \cdot f(220) + (215 - 50) \cdot f(215) + (210 - 50) \cdot f(210) + (205 - 50) \cdot f(205) + \\
&+ (200 - 50) \cdot f(200) + (195 - 50) \cdot f(195) + (190 - 50) \cdot f(190) + (185 - 50) \cdot f(185) + \\
&+ (180 - 50) \cdot f(180) + (175 - 50) \cdot f(175) + (170 - 50) \cdot f(170) + (165 - 50) \cdot f(165) + \\
&+ (160 - 50) \cdot f(160) + (155 - 50) \cdot f(155) + (150 - 50) \cdot f(150) + (145 - 50) \cdot f(145) + \\
&+ (140 - 50) \cdot f(140) + (135 - 50) \cdot f(135) + (130 - 50) \cdot f(130) + (125 - 50) \cdot f(125) + \\
&+ (120 - 50) \cdot f(120) + (115 - 50) \cdot f(115) + (110 - 50) \cdot f(110) + (105 - 50) \cdot f(110) + \\
&+ (100 - 50) \cdot f(100) + (95 - 50) \cdot f(95) + (90 - 50) \cdot f(90) + (85 - 50) \cdot f(90) + \\
&+ (80 - 50) \cdot f(80) + (75 - 50) \cdot f(80) + (70 - 50) \cdot f(70) + (65 - 50) \cdot f(65) + \\
&+ (60 - 50) \cdot f(60) + (55 - 50) \cdot f(55) = \\
&= 250 \cdot 0,00261 + 245 \cdot 0,001 + 240 \cdot 0,001 + 235 \cdot 0,0124 + 230 \cdot 0,0012 + 225 \cdot 0,001 + 220 \cdot 0,002 + \\
&+ 215 \cdot 0,012 + 210 \cdot 0,0027 + 205 \cdot 0,0013 + 200 \cdot 0,0013 + 195 \cdot 0,002 + 190 \cdot 0,0021 + 185 \cdot 0,002 + \\
&+ 180 \cdot 0,002 + 175 \cdot 0,002 + 170 \cdot 0,033 + 165 \cdot 0,023 + 160 \cdot 0,0033 + 155 \cdot 0,002 + 150 \cdot 0,0023 + \\
&+ 145 \cdot 0,0021 + 140 \cdot 0,023 + 135 \cdot 0,003 + 130 \cdot 0,005 + 125 \cdot 0,0041 + 120 \cdot 0,01 + 115 \cdot 0,013 + 110 \cdot 0,005 + \\
&+ 105 \cdot 0,011 + 100 \cdot 0,003 + 95 \cdot 0,003 + 90 \cdot 0,004 + 85 \cdot 0,005 + 80 \cdot 0,01 + 75 \cdot 0,02641 + 70 \cdot 0,013 + \\
&+ 65 \cdot 0,033 + 60 \cdot 0,01524 + 55 \cdot 0,0183 + 50 \cdot 0,018 + 45 \cdot 0,006 + 40 \cdot 0,021875 + 35 \cdot 0,021875 + 30 \cdot 0,021875 + \\
&+ 25 \cdot 0,0473 + 20 \cdot 0,0473 + 15 \cdot 0,0473 + 10 \cdot 0,0473 + 5 \cdot 0,133 = 47,18
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E(\text{DDLT} > 45) &= (300 - 45) \cdot f(300) + (295 - 45) \cdot f(295) + (290 - 45) \cdot f(290) + (285 - 45) \cdot f(280) + \\
&+ (280 - 45) \cdot f(280) + (275 - 45) \cdot f(275) + (270 - 45) \cdot f(270) + (265 - 45) \cdot f(265) + \\
&+ (260 - 45) \cdot f(260) + (255 - 45) \cdot f(255) + (250 - 45) \cdot f(250) + (245 - 45) \cdot f(245) + \\
&+ (240 - 45) \cdot f(240) + (235 - 45) \cdot f(235) + (230 - 45) \cdot f(230) + (225 - 45) \cdot f(225) + \\
&+ (220 - 45) \cdot f(220) + (215 - 45) \cdot f(215) + (210 - 45) \cdot f(210) + (205 - 45) \cdot f(205) + \\
&+ (200 - 45) \cdot f(200) + (195 - 45) \cdot f(195) + (190 - 45) \cdot f(190) + (185 - 45) \cdot f(185) + \\
&+ (180 - 45) \cdot f(180) + (175 - 45) \cdot f(175) + (170 - 45) \cdot f(170) + (165 - 45) \cdot f(165) + \\
&+ (160 - 45) \cdot f(160) + (155 - 45) \cdot f(155) + (150 - 45) \cdot f(150) + (145 - 45) \cdot f(145) + \\
&+ (140 - 45) \cdot f(140) + (135 - 45) \cdot f(135) + (130 - 45) \cdot f(130) + (125 - 45) \cdot f(125) + \\
&+ (120 - 45) \cdot f(120) + (115 - 45) \cdot f(115) + (110 - 45) \cdot f(110) + (105 - 45) \cdot f(110) + \\
&+ (100 - 45) \cdot f(100) + (95 - 45) \cdot f(95) + (90 - 45) \cdot f(90) + (85 - 45) \cdot f(90) + \\
&+ (80 - 45) \cdot f(80) + (75 - 45) \cdot f(80) + (70 - 45) \cdot f(70) + (65 - 45) \cdot f(65) + \\
&+ (60 - 45) \cdot f(60) + (55 - 45) \cdot f(55) + (50 - 45) \cdot f(50) = \\
&= 255 \cdot 0,00261 + 250 \cdot 0,001 + 245 \cdot 0,001 + 240 \cdot 0,0124 + 235 \cdot 0,0012 + 230 \cdot 0,001 + 225 \cdot 0,002 + 220 \cdot 0,012 + \\
&+ 215 \cdot 0,0027 + 210 \cdot 0,0013 + 205 \cdot 0,0013 + 200 \cdot 0,002 + 195 \cdot 0,0021 + 190 \cdot 0,002 + 185 \cdot 0,002 + \\
&+ 180 \cdot 0,002 + 175 \cdot 0,033 + 170 \cdot 0,023 + 165 \cdot 0,0033 + 160 \cdot 0,002 + 155 \cdot 0,0023 + 150 \cdot 0,0021 + \\
&+ 145 \cdot 0,023 + 140 \cdot 0,003 + 135 \cdot 0,005 + 130 \cdot 0,0041 + 125 \cdot 0,01 + 120 \cdot 0,013 + 115 \cdot 0,005 + 110 \cdot 0,011 + \\
&+ 105 \cdot 0,003 + 100 \cdot 0,003 + 95 \cdot 0,004 + 90 \cdot 0,005 + 85 \cdot 0,01 + 80 \cdot 0,02641 + 75 \cdot 0,013 + 70 \cdot 0,033 + \\
&+ 65 \cdot 0,01524 + 60 \cdot 0,0183 + 55 \cdot 0,018 + 50 \cdot 0,006 + 45 \cdot 0,021875 + 40 \cdot 0,021875 + 35 \cdot 0,021875 + 30 \cdot 0,0473 + \\
&+ 25 \cdot 0,0473 + 20 \cdot 0,0473 + 15 \cdot 0,0473 + 10 \cdot 0,133 + 5 \cdot 0,151 = 51,6
\end{aligned}$$