

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ



ΤΜΗΜΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΑΣΦΑΛΙΣΤΙΚΗΣ ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ

**ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΣΠΟΥΔΩΝ ΣΤΗΝ
ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΗ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ**

**ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗ ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΟΥ ΜΕ ΤΟ ΜΟΝΤΕΛΟ
BLACK-LITTERMAN**

Ελευθέριος Τζουβάρας

Διπλωματική εργασία

Που υποβλήθηκε στο Τμήμα Στατιστικής και Ασφαλιστικής Επιστήμης του Πανεπιστημίου Πειραιώς ως μέρος των απαιτήσεων για την απόκτηση του Μεταπτυχιακού Διπλώματος Ειδίκευσης στην Εφαρμοσμένη Στατιστική.

Πειραιάς

Ιούνιος 2013

Η παρούσα Διπλωματική εργασία εγκρίθηκε ομόφωνα από την Τριμελή Εξεταστική Επιτροπή που ορίστηκε από τη ΓΣΕΣ του Τμήματος Στατιστικής και Ασφαλιστικής Επιστήμης του Πανεπιστημίου Πειραιώς στην υπ' αριθμ.
Συνεδρίαση του σύμφωνα με τον Εσωτερικό Κανονισμό Λειτουργίας του Προγράμματος Μεταπτυχιακών Σπουδών στη Εφαρμοσμένη Στατιστική.

Τα μέλη της Επιτροπής ήταν:

- Καθηγητής Χρήστος Αγιακλόγλου (Επιβλέπων)
- Καθηγητής Μάρκος Κούτρας
- Επίκουρος Καθηγητής Γεώργιος Πιτσέλης

Η έγκριση της Διπλωματικής εργασίας από το τμήμα Στατιστικής και Ασφαλιστικής Επιστήμης του Πανεπιστημίου Πειραιώς δεν υποδηλώνει αποδοχή των γνωμών του συγγραφέα.

UNIVERSITY OF PIRAEUS



DEPARTMENT OF STATISTICS AND INSURANCE SCIENCE

POSTGRADUATE PROGRAM IN APPLIED STATISTICS

**PORTFOLIO MANAGEMENT WITH
BLACL – LITTERMAN MODEL**

By

Eleftherios Tzouvaras

MSc DISSERTATION

Submitted to the Department of Statistics and Insurance
Science of the University of Piraeus in partial fulfillment of
The requirements for the degree of Master of Science
In Applied Statistics

Piraeus, Greece

June 2013

Περίληψη

Ο στόχος αυτής της έρευνας είναι να αναδείξει μια σχετικά καινούργια μέθοδο διαχείρισης χαρτοφυλακίου, γνωστή και ως Black – Litterman. Να εφαρμοστεί στην πράξη ώστε να αξιολογηθεί. Αρχικά, πραγματοποιείται μια σύντομη ανασκόπηση της θεωρίας χαρτοφυλακίου. Με βάση ορισμένες σημαντικές εργασίες στον συγκεκριμένο τομέα, παρατηρούνται τα πρώτα βήματα της και η μετέπειτα πορεία της. Στην συνέχεια, γίνεται μια ανασκόπηση στα μοντέλα Garch. Στο επόμενο κεφάλαιο, αναπτύσσεται μια λεπτομερή περιγραφή του μοντέλου Black–Litterman, των ερευνητών που πρότειναν αυτήν την θεωρία, καθώς και του μαθηματικού υπόβαθρου πίσω από αυτήν.

Το μοντέλο εφαρμόζεται σε πραγματικά δεδομένα, χρησιμοποιείται ως δείκτης αναφοράς, ο Bel 20, που είναι ο δείκτης υψηλής κεφαλαιοποίησης του χρηματιστηρίου των Βρυξελλών, καθώς και 5 αμοιβαία κεφάλαια που τον ακολουθούν και γίνεται σύγκριση με τα αποτελέσματα του διαμορφωμένου χαρτοφυλακίου. Χρησιμοποιούνται τρεις δείκτες: Sharpe Ratio, Treynor Ratio και το Jensen Alpha. Τα αποτελέσματα που προκύπτουν είναι εξαιρετικά για το χαρτοφυλάκιο.

Abstract

The objective of this research is to highlight a relatively new method of portfolio management, also known as Black - Litterman. It is applied in practice in order to be assessed. It is, originally, presented a short overview of portfolio theory. Then, we present the Garch models. The next chapter develops a detailed description of Black-Litterman model, as researchers have proposed this theory and the mathematical background behind it.

The model is applied to real data, it is used as a benchmark, the Bel 20, which is the index of large capitalization stock of Brussels, and five mutual funds that follow it. It is then compared with the results of the modulated portfolio, using three indicators: Sharpe Ratio, Treynor Ratio and Jensen Alpha. The results are excellent for the portfolio.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

Κατάλογος Πινάκων.....	8
Κατάλογος Διαγραμμάτων.....	9

1. ΘΕΩΡΙΑ ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΟΥ

1.1 Εισαγωγή.....	10
1.2 Η θεωρία χαρτοφυλακίου.....	10
1.3 Υπόδειγμα Αποτίμησης Περιουσιακών Στοιχείων	21
1.4 Ανακεφαλαίωση.....	28

2. Γενικευμένη Υπό Συνθήκη Ετεροσκεδαστικότητα

2.1 Εισαγωγή.....	29
2.2 Χρηματοοικονομικές Σειρές.....	29
2.3 Το υπόδειγμα ARCH.....	30
2.4 Το υπόδειγμα GARCH.....	31
2.5 Υπόδειγμα E- GARCH.....	35
2.6 Χρησιμότητα μοντέλων GARCH.....	36
2.7 Ανακεφαλαίωση.....	37

3. ΥΠΟΔΕΙΓΜΑ BLACK-LITTERMAN

3.1 Εισαγωγή.....	39
3.2 Πλεονεκτήματα.....	40
3.3 Τρόπος Λειτουργίας.....	40
3.4 Ισορροπία Αγοράς (Market Equilibrium).....	41
3.5 Απόψεις Επενδυτών (Investor Views).....	43
3.6 Συνδιασμός της Ισορροπίας αγοράς με τις απόψεις των επενδυτών.....	45
3.7 Παράδειγμα.....	46
3.8 Ανακεφαλαίωση.....	47

4. ΕΜΠΕΙΡΙΚΗ ΕΦΑΡΜΟΓΗ

4.1 Εισαγωγή.....	48
4.2 Αποτελέσματα.....	50
4.3 Αξιολόγηση Χαρτοφυλακίου.....	51
4.4 Τελικά συμπεράσματα και περιορισμοί	53

Παραρτήματα

1.Υπολογισμός ελεύθερου από κίνδυνο επιτοκίου.....	55
2.Τιμές Μετοχών.....	56
3.Προβλέψεις E-Garch Μοντέλου.....	57

Βιβλιογραφία.....	60
--------------------------	-----------

Κατάλογος Πινάκων

Πίνακας 4.1: Σύνθεση BEL 20.....	48
Πίνακας 4.2: Σταθμά Χαρτοφυλακίου.....	50
Πίνακας 4.3: Αριστα σταθμά Χαρτοφυλακίου.....	51
Πίνακας 4.4: Αποδόσεις Χαρτοφυλακίων.....	52
Πίνακας 4.5: Δείκτες Αξιολόγησης.....	52

Κατάλογος Διαγραμμάτων

Σχήμα 1.1 : E- V κανόνας.....	11
Σχήμα 1.2: Αποτελεσματικό σύνορο.....	12
Σχήμα 1.3: Εφικτό Σύνολο για $\rho=+1$	14
Σχήμα 1.4: Εφικτό Σύνολο για $\rho= -1$	15
Σχήμα 1.5: Εφικτό Σύνολο για $\rho=-1<\rho<+1$	15
Σχήμα 1.6: Όλες οι περιπτώσεις συντελεστή συσχέτισης και εφικτού συνόλου.....	16
Σχήμα 1.7: Συστηματικός και Μη Συστηματικός κίνδυνος	17
Σχήμα 1.8: Επιλογή Άριστου Χαρτοφυλακίου.....	18
Σχήμα 1.9: Ασφάλεια Πρώτα.....	19
Σχήμα 1.10: Θεωρία Διαχωρισμού.....	21
Σχήμα 1.11: Capital Market Line.....	22
Σχήμα 1.12: Διαγώνιο Μοντέλο.....	23
Σχήμα 1.13: Risk effect & Income Effect.....	24
Σχήμα 1.14: Security Market Line & Beta.....	26
Σχήμα 1.15: Διαφοροποίηση.....	27
Σχήμα 3.1: Τα βασικά στάδια του BL.....	41
Σχήμα 3.2: Άριστα Βάρη με Βάση Ιστορικές Τιμές VS με Βάση τιμές Ισορροπίας.....	43
Σχήμα 3.3: Χαρτοφυλάκιο Ισορροπίας VS Χαρτοφυλάκιο Black Litterman.....	47

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

ΘΕΩΡΙΑ ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΟΥ

1.1 Εισαγωγή

Στον παρόν κεφάλαιο, παρουσιάζεται μια αναδρομή της θεωρητικής θεμελίωσης της Θεωρίας του Χαρτοφυλακίου, καθώς επίσης και του Υποδείγματος Αποτίμησης Περιουσιακών Στοιχείων. Η Θεωρία Χαρτοφυλακίου (Portfolio Theory) αναφέρεται στην ανάγκη του ανθρώπου να διανέμει με τρόπο αποτελεσματικό και αποδοτικό τα διαθέσιμα κεφάλαια του. Η συνθήκη αυτή επιτυγχάνεται με τον συνδυασμό διαφορετικών περιουσιακών στοιχείων με στόχο την επίτευξη του υψηλότερου κέρδους με το χαμηλότερο κίνδυνο ή την επίτευξη ενός συνδυασμού απόδοσης-κινδύνου κατάλληλου για τις ανάγκες κάθε συγκεκριμένου επενδυτή. Μέσα από την συγκεκριμένη διαδικασία επιτυγχάνεται η διαφοροποίηση του χαρτοφυλακίου έτσι ώστε ο επενδυτής να απαλλαγεί από κάθε μη συστηματικό κίνδυνο, δηλαδή κάθε κίνδυνο που απαλείφεται με τον κατάλληλο συνδυασμό περιουσιακών στοιχείων, του χαρτοφυλακίου και να αναλάβει μόνο τον κίνδυνο της αγοράς. Ο θεμελιωτής της θεωρίας είναι ο Harry Markowitz, που το 1952 ανέπτυξε την αντίστοιχη θεωρία και κέρδισε για την εργασία του αυτή, το βραβείο Νόμπελ, το 1990.

Το Υπόδειγμα Αποτίμησης Περιουσιακών Στοιχείων (CAPM) υποδεικνύει τον τρόπο με τον οποίο διαμορφώνεται η απαιτούμενη απόδοση όλων των χρεογράφων που διατίθενται στην αγορά. Η χρήση του υποδείγματος αποτελεί χρήσιμο εργαλείο στην διαχείριση χαρτοφυλακίων, καθώς σε αυτή την διαδικασία λαμβάνονται οι αποδόσεις των χρεογράφων που υποδεικνύονται από το CAMP.

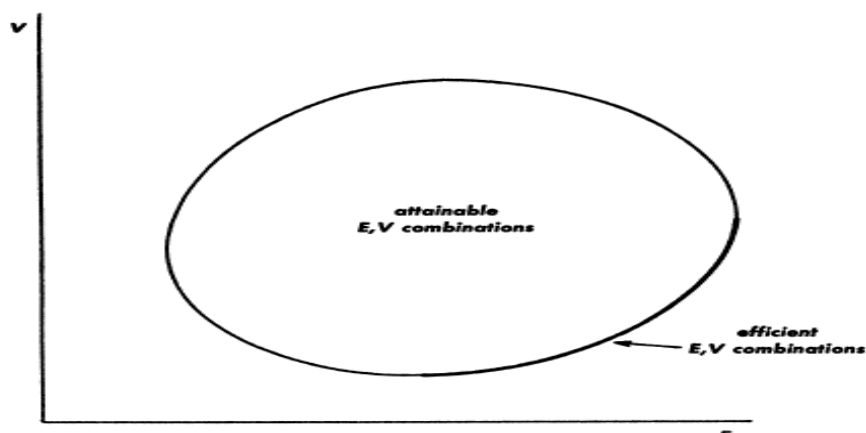
1.2 Η Θεωρία Χαρτοφυλακίου

Ο Hicks, το 1935, αναφέρεται σε δυο σημαντικές πτυχές της θεωρίας χαρτοφυλακίου. Στην επιλογή των επενδυτών ανάμεσα σε ασφαλείς επενδύσεις και σε αυτές που δεν μπορούν να ρυθμίσουν το επίπεδο κινδύνου που επιθυμούν. Επιπλέον, γίνεται λόγος για τον Νόμο των Μεγάλων Αριθμών (Law of Large Numbers) που επιτρέπει να μειωθεί ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου επενδύοντας σε διαφορετικές επικίνδυνες επενδύσεις (risky investments) παρά σε μια μεμονωμένη επένδυση. Έτσι, χωρίζοντας το κεφάλαιο του επενδυτή σε μικρά

κομμάτια διαχέεται το ρίσκο και προστατεύεται το αρχικό κεφάλαιο (J. R. Hicks, 1935). Ο Williams, το 1938, διατύπωσε ότι η αξία κάθε μετοχής είναι η παρούσα αξία των μελλοντικών μερισμάτων. Επίσης, ανέφερε ότι επενδύοντας σε πολλά χρεόγραφα ο κίνδυνος μπορεί να μειωθεί.

Σύμφωνα με τον Markowitz (1952), η αναμενόμενη απόδοση θεωρείται επιθυμητή ενώ η διακύμανση των αποδόσεων μη επιθυμητή. Έτσι, εφάρμοσε τον κανόνα (E-V), Expected Returns – Variance, όπου ο επενδυτής έχει την δυνατότητα να επιλέξει ανάμεσα σε πολλούς συνδυασμούς αναμενόμενων αποδόσεων και διακύμανσης. Βασίστηκε σε δυο παραδοχές:

1. Η αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου είναι ο σταθμισμένος μέσος όρος των αποδόσεων των χρεογράφων.
2. Η διακύμανση των αποδόσεων του χαρτοφυλακίου είναι μια συνάρτηση των διακυμάνσεων και των συνδιακυμάνσεων των επιμέρους χρεογράφων του χαρτοφυλακίου καθώς και σταθμών των χρεογράφων.

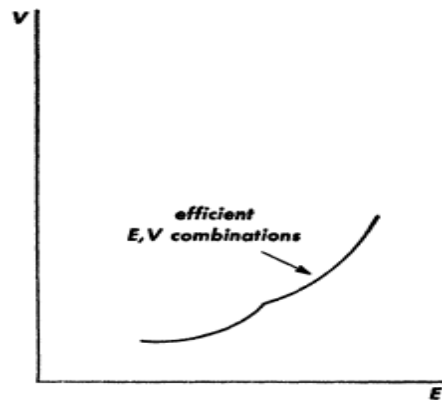


Πηγή: Markowitz Harry (1952)

Διάγραμμα 1.1 **E- V κανόνας**

Ο κανόνας μας δείχνει όμως ότι ο επενδυτής θα προτιμήσει τους συνδυασμούς με την χαμηλότερη διακύμανση για δεδομένη απόδοση ή τους συνδυασμούς με την μεγαλύτερη απόδοση για δεδομένη διακύμανση (risk – averter). Έτσι, δημιουργείται το ‘αποτελεσματικό σύνορο’ (efficient frontier). Το Αποτελεσματικό σύνορο χωρίζει τα χαρτοφυλάκια σε αποτελεσματικά και μη αποτελεσματικά. Τα μη αποτελεσματικά χαρτοφυλάκια είναι αυτά που βρίσκονται κάτω από το αποτελεσματικό σύνορο και ενώ μπορεί να είναι εφικτά, δεν

προτιμούνται από τον επενδυτή διότι υπάρχει κάποιο άλλο χαρτοφυλάκιο που θα προσφέρει είτε μεγαλύτερη απόδοση για τον ίδιο κίνδυνο είτε μικρότερο κίνδυνο για ίδιο επίπεδο απόδοσης (Δράκος Κ., 2003).



Πηγή: Markowitz Harry (1952)

Διάγραμμα 1.2 Αποτελεσματικό σύνορο

Ανάλογα με τις προτιμήσεις του ο επενδυτής διαλέγει την κατάλληλη αναλογία απόδοσης και διακύμανσης. Επομένως ο κανόνας E- V οδηγεί στην διαφοροποίηση, αλλά δεν εξασφαλίζεται μόνο με τον αριθμό των χρεογράφων αλλά και με την συνδιακύμανση των μετοχών. Αποφεύγονται οι επενδύσεις σε χρεόγραφα με υψηλή συνδιακύμανση. Έτσι, η κατάλληλη διαφοροποίηση απαιτεί χρεόγραφα με μικρή συνδιακύμανση. Επιπλέον, ο Markowitz αντικαθιστά την έννοια διακύμανση των αποδόσεων (variance of return) με τον κίνδυνο (risk) (Markowitz, 1952). Το σημαντικό της θεωρίας είναι ότι ο επενδυτής δεν εξετάζει το κάθε περιουσιακό στοιχείο ξεχωριστά αλλά πως αλληλοεπηρεάζονται τα περιουσιακά στοιχεία. Παίρνοντας υπόψη τις αλληλοσυσχετίσεις των περιουσιακών στοιχείων μπορούμε να δημιουργήσουμε χαρτοφυλάκιο με ίδια αναμενόμενη απόδοση και λιγότερη διακύμανση από ένα χαρτοφυλάκιο που αγνοεί αυτές τις αλληλεπιδράσεις (Edwin J. Elton, Martin J. Gruber, 1997).

ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΟΥ ΜΕ 2 ΜΕΤΟΧΕΣ

Έστω ότι το χαρτοφυλάκιο απαρτίζεται από 2 μετοχές με σχετικά βάρη w_1 και w_2 .

- Η αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου διαμορφώνεται ως εξής:

$$E(R_P) = w_1 E(R_1) + w_2 E(R_2)$$

- Η διακύμανση της απόδοσης του χαρτοφυλακίου διαμορφώνεται ως εξής:

$$\sigma_P^2 = w_1^2 \sigma_1^2 + w_2^2 \sigma_2^2 + 2 w_1 w_2 \text{Cov}(R_1, R_2)$$

ή

$$\sigma_P^2 = w_1^2 \sigma_1^2 + w_2^2 \sigma_2^2 + 2 w_1 w_2 \rho_{1,2} \sigma_1 \sigma_2$$

όπου $E(R_P)$ = αναμενόμενη απόδοση χαρτοφυλακίου και $E(R_1)$ και $E(R_2)$ = η αναμενόμενη απόδοση της κάθε μετοχής 1 και 2, αντίστοιχα.

σ_P^2 = διακύμανση χαρτοφυλακίου σ_1^2 και σ_2^2 = η διακύμανση της κάθε μετοχής 1 και 2, αντίστοιχα.

$\text{COV}(R_1, R_2)$ = συνδιακύμανση των 2 μετοχών.

$\rho_{1,2}$ = συντελεστής συσχέτισης

σ_1, σ_2 = τυπική απόκλιση των αποδόσεων των 2 μετοχών.

Ο συντελεστής συσχέτισης υποδηλώνει τον τρόπο με τον οποίο κινούνται οι μετοχές. Οι μετοχές δεν κινούνται πάντα με τον ίδιο τρόπο και αυτός είναι και ο λόγος για την δημιουργία χαρτοφυλακίου και επίτευξης της διαφοροποίησης κινδύνου. Αν ο συντελεστής συσχέτισης είναι θετικός, οι μετοχές κινούνται προς την ίδια κατεύθυνση. Αν είναι αρνητικός κινούνται προς αντίθετη κατεύθυνση. Αν πάλι ο συντελεστής συσχέτισης είναι μηδενικός σημαίνει ότι οι μετοχές κινούνται ανεξάρτητα η μια από την άλλη. Αν είναι ίσον με +1, τότε υπάρχει τέλεια θετική συσχέτιση ενώ αν είναι ίσον με -1, τότε υπάρχει τέλεια αρνητική συσχέτιση.

Συντελεστής Συσχέτισης +1

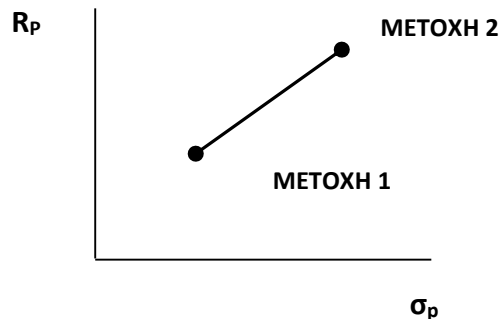
Σε αυτή την περίπτωση ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου δίνεται:

$$\sigma_P^2(R) = w_1^2 \sigma_1^2 + w_2^2 \sigma_2^2 + 2 w_1 w_2 \sigma_1 \sigma_2 = \dots$$

$$\sigma_P^2 = (w_1 \sigma_1 + w_2 \sigma_2)^2$$

Άρα, $\sigma_P = w_1 \sigma_1 + w_2 \sigma_2$

Ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου είναι ο μέσος σταθμικός κίνδυνος των 2 μετοχών. Επομένως, στην περίπτωση της τέλει θετικής συσχέτισης δεν υπάρχουν οφέλη από την διαφοροποίηση.



Διάγραμμα 1.3

Εφικτό Σύνολο για $\rho=+1$

Η ευθεία γραμμή στο διάγραμμα 1.3 μας δίνει όλες τις πιθανές επιλογές διαμόρφωσης χαρτοφυλακίου ενός επενδυτή, υποθέτοντας ότι μπορεί να επενδύσει είτε στην μετοχή 1 είτε στην μετοχή 2 είτε και στις δυο μαζί, στην περίπτωση που οι αποδόσεις των 2 μετοχών έχουν πλήρη θετική συσχέτιση.

Συντελεστής Συσχέτισης $\rho=-1$

Σε αυτή την περίπτωση οι αποδόσεις των δυο μετοχών κινούνται προς αντίθετη κατεύθυνση και έτσι υπάρχει περίπτωση να επιτευχθεί και τέλεια διαφοροποίηση, δηλαδή κίνδυνος χαρτοφυλακίου ίσος με μηδέν:

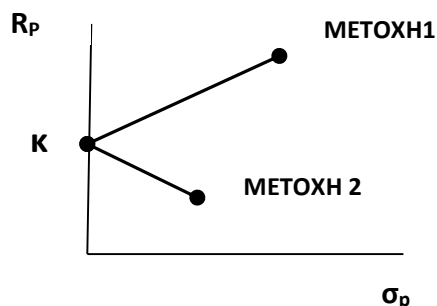
$$\sigma_p^2 (R) = w_1^2 \sigma_1^2 + w_2^2 \sigma_2^2 - 2 w_1 w_2 \sigma_1 \sigma_2 = \dots$$

$$\sigma_p^2 = (w_1 \sigma_1 - w_2 \sigma_2)^2$$

Άρα, $\sigma_p = |w_1 \sigma_1 - w_2 \sigma_2|$

Στο διάγραμμα 1.4 παρουσιάζονται οι επιλογές του επενδυτή σε αυτή την περίπτωση. Το χαρτοφυλάκιο K που είναι το χαρτοφυλάκιο με πλήρη διαφοροποίηση, υπολογίζεται παραγωγίζοντας την εξίσωση της τυπικής απόκλισης ως προς w_1 , θέτοντας την πρώτη παράγωγο με το μηδέν και λύνοντας ως προς το w_2 . Η λύση που προκύπτει είναι:

$$w_2 = \frac{\sigma_1^2 - \rho_{12} \sigma_1 \sigma_2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\rho_{12} \sigma_1 \sigma_2} = \frac{\sigma_1}{\sigma_1 + \sigma_2}$$

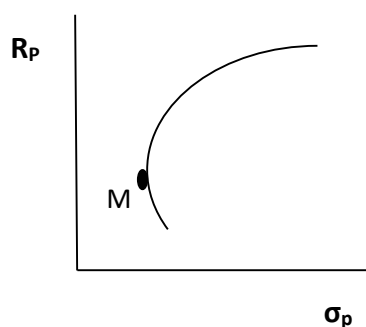


Διάγραμμα 1.4

Εφικτό Σύνολο για $\rho = -1$

Συντελεστής Συσχέτισης $-1 < \rho < +1$

Σε αυτή την περίπτωση το εφικτό σύνολο (feasible set) εκφράζεται από μια μη γραμμική σχέση μεταξύ αναμενόμενης απόδοσης και κινδύνου και πρόκειται για ενδιάμεσους συνδυασμούς των δυο προηγούμενων περιπτώσεων.



Διάγραμμα 1.5

Εφικτό Σύνολο για $-1 < \rho < +1$

Η εξίσωση του κινδύνου διαμορφώνεται ως εξής:

$$\sigma_p^2 = w_1^2 \sigma_1^2 + w_2^2 \sigma_2^2 - 2 w_1 w_2 \rho_{1,2} \sigma_1 \sigma_2$$

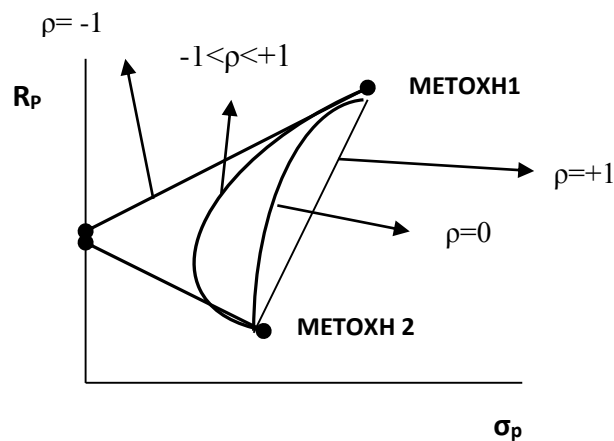
Όπως φαίνεται, υπάρχουν οφέλη από την διαφοροποίηση αλλά δεν γίνεται να διαμορφωθεί χαρτοφυλάκιο με μηδενικό βαθμό κινδύνου. Το χαρτοφυλάκιο M, όπως απεικονίζεται στο διάγραμμα 1.5, είναι το χαρτοφυλάκιο με τον μικρότερο δυνατό κίνδυνο από το εφικτό σύνολο αυτής της περίπτωσης (όταν όμως ο συντελεστής συσχέτισης είναι αρνητικός). Για την εύρεση του χαρτοφυλακίου M, λύνουμε το πρόβλημα ελαχιστοποίησης της τυπικής

απόκλισης με τον περιορισμό $w_1 + w_2 = 1$. Δηλαδή, παραγωγίζεται η εξίσωση της τυπικής απόκλισης ως προς w_1 και λύνεται η πρώτη παράγωγος ως προς w_1 , αφού έχει τεθεί στο μηδέν. Η λύση που προκύπτει είναι:

$$w_1 = \frac{\sigma_2^2 - \rho_{12} \sigma_1 \sigma_2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\rho_{12} \sigma_1 \sigma_2}$$

$$w_2 = 1 - w_1$$

Τέλος, να αναφερθεί ότι στην περίπτωση που ο συντελεστής συσχέτισης είναι μηδενικός, δηλαδή όταν οι κινήσεις των αποδόσεων των μετοχών είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους, υπάρχει όφελος από την διαφοροποίηση και μάλιστα μεγαλύτερο από την περίπτωση που υπάρχει μερική θετική συσχέτιση. Συμπερασματικά, στο διάγραμμα 1.6 απεικονίζονται όλες οι περιπτώσεις εφικτών συνόλων ανάλογα με την τιμή του συντελεστή συσχέτισης στο απλό παράδειγμα που ο επενδυτής διαμορφώνει χαρτοφυλάκια έχοντας στην διάθεσή του 2 μετοχές.



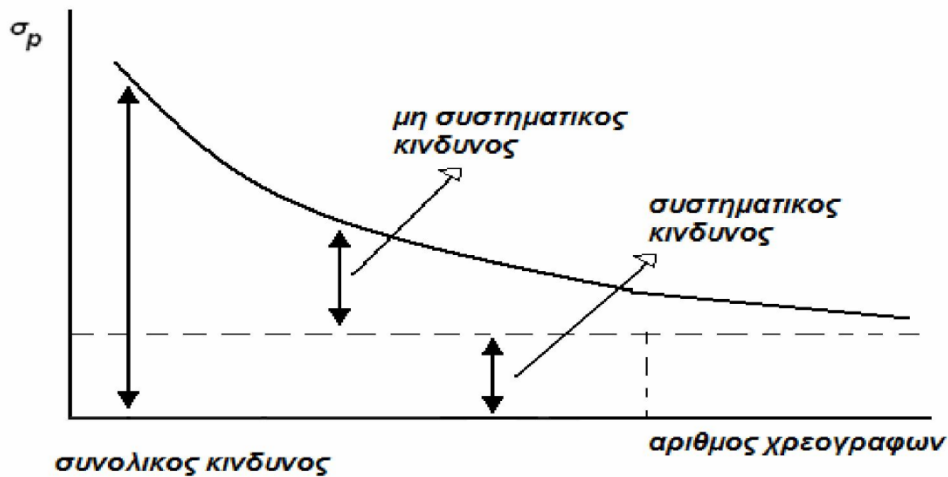
Διάγραμμα 1.6

Όλες οι περιπτώσεις Συντελεστή Συσχέτισης και Εφικτού Συνόλου

Στην γενική περίπτωση χαρτοφυλακίου με N μετοχές με ισοδύναμη συμμετοχή, ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου, αλγεβρικά, προσδιορίζεται ως εξής:

$$\begin{aligned} \sigma_P^2 &= \sum_{i=1}^N \left(\frac{1}{N}\right) \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \left(\frac{1}{N}\right) \left(\frac{1}{N}\right) \sigma_{ij} = \dots = \\ &= \left(\frac{1}{N}\right) \sum_{i=1}^N \frac{\sigma_i^2}{N} + \frac{N-1}{N} \sum \sum \frac{\sigma_{ij}}{N(N-1)} \end{aligned}$$

Όπως φαίνεται, όσο αυξάνεται ο αριθμός των μετοχών που συμμετέχουν σε ένα χαρτοφυλάκιο τόσο η συμμετοχή του επιμέρους κινδύνου της κάθε μετοχής τείνει προς το μηδέν και τόσο υπερिशύει η επίδραση της συνδιακύμανσης των μετοχών (Δράκος, 2003).



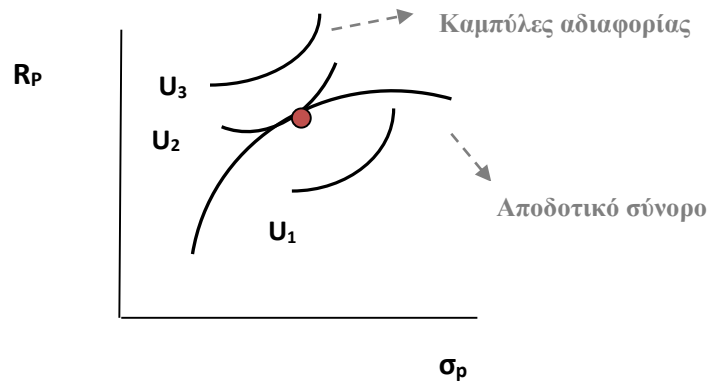
Διάγραμμα 1.7

Συστηματικός και μη Συστηματικός κίνδυνος

Όπως φαίνεται και στο διάγραμμα 1.7, όσο αυξάνει ο αριθμός των αξιόγραφων, ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου σχετίζεται με τον συστηματικό κίνδυνο και όχι με τον μη συστηματικό. Ο μη συστηματικός ή ειδικός κίνδυνος μιας μετοχής αφορά σε συγκεκριμένα χαρακτηριστικά της εταιρείας της μετοχής τα οποία αντισταθμίζονται από αυτά κάποιας άλλης. Ο συστηματικός κίνδυνος ή αλλιώς κίνδυνος της αγοράς αφορά χαρακτηριστικά της αγοράς που επηρεάζουν κάθε μετοχή οπότε και δεν γίνεται να εξαλειφτεί.

Αξίζει να αναφερθεί το ότι το εφικτό σύνολο ορίζει τις εφικτές λύσεις για έναν επενδυτή ενώ το αποτελεσματικό σύνολο, όπως έχει επισημανθεί, διαχωρίζει, από το σύνολο των εφικτών συνδυασμών, αυτές που είναι αποτελεσματικές. Ωστόσο, η επιλογή του άριστου χαρτοφυλακίου για έναν ορθολογικό επενδυτή απαιτεί ένα ακόμα βήμα. Ο ορθολογικός επενδυτής διαλέγει τον πιο αποτελεσματικό συνδυασμό απόδοσης- κινδύνου, όπως υποδεικνύονται από το αποτελεσματικό σύνολο, με βάση τις προσωπικές του προτιμήσεις. Οι προσωπικές προτιμήσεις του ορθολογικού επενδυτή εκφράζονται με την συνάρτηση χρησιμότητας και αλγεβρικά, απεικονίζονται με τις καμπύλες αδιαφορίες. Οι καμπύλες αδιαφορίας δίνουν συνδυασμούς απόδοσης- κινδύνου που αποφέρουν το ίδιο επίπεδο χρησιμότητας στον επενδυτή. Για κάθε επενδυτή οι καμπύλες αδιαφορίας διαφέρουν ανάλογα με τον βαθμό αποστροφής στον κίνδυνο. Σκοπός του ορθολογικού επενδυτή είναι η

μεγιστοποίηση της χρησιμότητάς του, η οποία πραγματοποιείται στο σημείο επαφής του Αποτελεσματικού Συνόρου με μια από τις καμπύλες αδιαφορίας του.

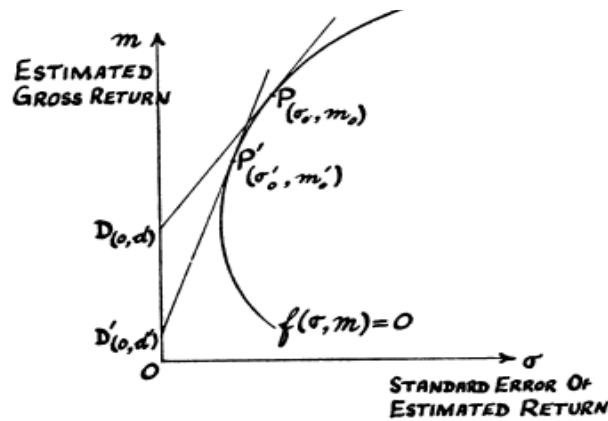


Διάγραμμα 1.8

Επιλογή Άριστου Χαρτοφυλακίου

Στο διάγραμμα 1.8, απεικονίζεται το σημείο επαφής του αποδοτικού συνόρου με την καμπύλη αδιαφορίας που ορίζει και το άριστο χαρτοφυλάκιο για τον επενδυτή. Όσο πιο πάνω και αριστερά βρίσκονται οι καμπύλες αδιαφορίας τόσο υψηλότερο είναι το επίπεδο χρησιμότητας. Η καμπύλη αδιαφορίας U_3 αντιστοιχεί σε υψηλότερο επίπεδο χρησιμότητας αλλά οι συνδυασμοί που βρίσκονται πάνω σε αυτήν είναι ανέφικτοι. Οι συνδυασμοί που αντιστοιχούν στην καμπύλη αδιαφορίας U_1 είναι μεν εφικτοί αλλά όχι αποτελεσματικοί. Οπότε, δεδομένου και το ότι η καμπύλη U_2 αντιστοιχεί σε υψηλότερη χρησιμότητα από την U_1 , επιλέγεται ως άριστο το χαρτοφυλάκιο στο σημείο τομής της U_2 και του αποτελεσματικού συνόρου. Τα υπόλοιπα σημεία της U_2 παρόλο που προσφέρουν το ίδιο επίπεδο χρησιμότητας με το άριστο χαρτοφυλάκιο, αντιστοιχούν σε ανέφικτους συνδυασμούς, διότι βρίσκονται εκτός αποτελεσματικού συνόρου.

Εκτός από τον Markowitz, υπήρχαν πολλοί ερευνητές που συνέβαλλαν στην θεωρία χαρτοφυλακίου. Μια από τις σημαντικότερες εργασίες στην δεκαετία του 50' είναι του Roy (1952) ο οποίος ανέπτυξε την Θεωρία της Ασφάλειας Πρώτα (Safety First). Σύμφωνα με τον συγγραφέα, ο άνθρωπος ψάχνει ώστε να μειώσει όσο μπορεί την πιθανότητα να του τύχει ένα καταστροφικό γεγονός. Ο συγγραφέας συνδυάζει την αναμενόμενη απόδοση (m) με τον κίνδυνο (σ) χρησιμοποιώντας στοιχεία του παρελθόντος και καθορίζει μια ποσότητα d που είναι η ελάχιστη που αναμένουμε. Μεγιστοποιώντας το $(m-d)/\sigma$ καταφέρνει να πετύχει την αρχή της ασφάλειας πρώτα.



Πηγή: A. D. Roy (1952)

Διάγραμμα 1.9 Ασφάλεια Πρώτα

Στο διάγραμμα 1.9 το σημείο D (0,d) συμβολίζει το σημείο στο οποίο βρίσκεται το χαμηλότερο όριο των προσδοκιών και συναντά των συνδυασμό αναμενόμενων αποδόσεων και τυπικής απόκλισης αυτών στο σημείο P. Έτσι και ο Roy, σαν τον Markowitz, χρησιμοποίησε την μέση απόδοση και την διακύμανση σαν επιλογή χαρτοφυλακίου.

Το 1958, ο Tobin ανέπτυξε την Θεωρία Διαχωρισμού (Separation Theory). Χώρισε τα στοιχεία που δεν έχουν κίνδυνο χρεοκοπίας σε δυο κατηγορίες: το χρήμα (cash) και τα άλλα χρηματοοικονομικά στοιχεία (consols) που η τιμή τους αλλάζει στην αγορά. Συνδύασε την έννοια του κινδύνου με την απόδοση έτσι ώστε να δημιουργήσει χαρτοφυλάκια ανάμεσα στα δυο αγαθά. Έτσι, ο κάθε επενδυτής ανάλογα με τις προτιμήσεις του στον κίνδυνο (Risk) εκφρασμένο με την μορφή της τυπικής απόκλισης μπορεί να επιλέξει το κατάλοιπο μείγμα σύμφωνα με την απόδοση και τον κίνδυνο που αναμένει. Με αυτόν τον τρόπο ο Tobin έδειξε ότι το μοντέλο του Markowitz πρέπει να χωριστεί σε δυο φάσεις: (i) Επιλογή ενός μοναδικού άριστου συνδυασμού από περιουσιακά στοιχεία που ενέχουν κίνδυνο, (ii) κατανομή των κεφαλαίων ανάμεσα σε αυτό το σημείο και σε ένα μοναδικό περιουσιακό στοιχείο χωρίς κίνδυνο (Sharpe, 1964).

Η θεωρία διαχωρισμού είχε δύο σημαντικές εφαρμογές στην εξέλιξη του χαρτοφυλακίου:

- Δημιούργησε το Χαρτοφυλάκιο Επαφής (Tangency Portfolio), στο οποίο μεγιστοποιείται ο λόγος της υπερβάλλουσας απόδοσης προς την τυπική απόκλιση:

$$\text{Δείκτης Sharpe} = \frac{E(R_M) - R_F}{\sigma_M}$$

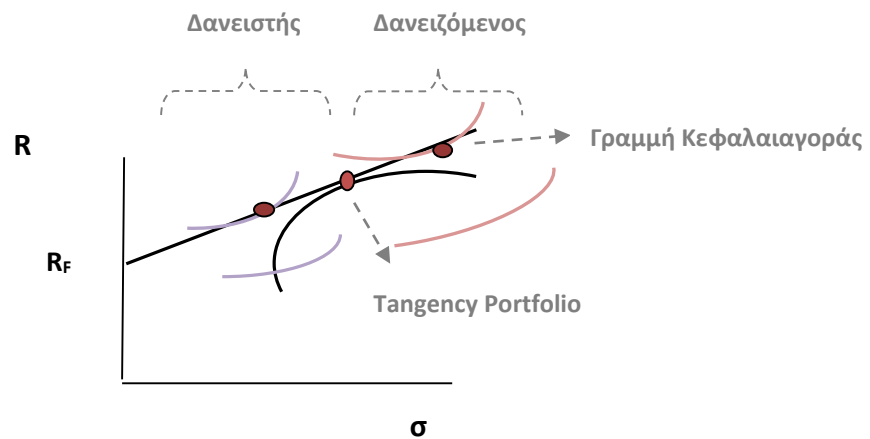
όπου $E(R_M)$ = αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου επαφής.

R_F = η απόδοση του χρεογράφου χωρίς κίνδυνο

σ_M = η τυπική απόκλιση (κίνδυνος) του χαρτοφυλακίου επαφής.

- Ανέπτυξε την Θεωρία των Αμοιβαίων Κεφαλαίων (Mutual Fund) στην οποία αναφέρεται ότι ο κάθε επενδυτής μπορεί να αποκτήσει το επιθυμητό χαρτοφυλάκιο απλά συνδυάζοντας δύο αμοιβαία κεφάλαια, το ένα είναι το ελεύθερο από κίνδυνο περιουσιακό στοιχείο και το δεύτερο είναι το χαρτοφυλάκιο επαφής (Edwin J. Elton, Martin J. Gruber, 1997).

Το χαρτοφυλάκιο επαφής είναι το σημείο στο οποίο η ευθεία που ξεκινά από το σημείο R_F , που λέγεται Γραμμή Κεφαλαιαγοράς, εφάπτεται με το αποτελεσματικό σύνορο. Το χαρτοφυλάκιο επαφής περιέχει όλες τις μετοχές που ενέχουν κίνδυνο και είναι αντικειμενικά ορισμένο, οπότε το επιλέγουν όλοι οι επενδυτές. Στην συνέχεια, ωστόσο, ο κάθε επενδυτής ανάλογα με τον βαθμό αποστροφής στον κίνδυνο, επιλέγει τον κατάλληλο συνδυασμό του χαρτοφυλακίου επαφής με το ακίνδυνο χρεόγραφο. Αν κάποιος αποστρέφεται τον κίνδυνο θα επιλέξει να δανείσει ένα μέρος του πλούτου του, επενδύοντας στο ακίνδυνο χρεόγραφο και το υπόλοιπο το επενδύει στο χαρτοφυλάκιο επαφής. Αυτός, διαγραμματικά, όπως φαίνεται στο διάγραμμα 1.10, τοποθετείται αριστερά της γραμμής κεφαλαιαγοράς. Αν κάποιος δεν είναι τόσο συντηρητικός επενδυτής θα επιλέξει να δανειστεί και έτσι επενδύει όλο τον πλούτο του, συν αυτά που δανείστηκε, στο χαρτοφυλάκιο επαφής. Αυτός ο επενδυτής, διαγραμματικά, τοποθετείται δεξιά, στην γραμμή κεφαλαιαγοράς. Αυτό συμβαίνει διότι η ανάληψη μεγαλύτερου κινδύνου ανταμείβεται με υψηλότερη απόδοση.



Διάγραμμα 1.10

Θεωρία Διαχωρισμού

Τέλος, μια σημαντική αρχή που θα βοηθήσει στην εξέλιξη της θεωρίας χαρτοφυλακίου διατυπώθηκε από τον Hicks: "Μπορούμε να ερμηνεύσουμε την προτίμηση για ρευστότητα σαν επιθυμία να θυσιάσουμε μερική απόδοση ώστε να μειώσουμε την διακύμανση του χαρτοφυλακίου" (Liquidity, 1962).

1.3 Υπόδειγμα Αποτίμησης Περιουσιακών Στοιχείων

Η θεωρία του Markowitz την εποχή που αναπτύχθηκε είχε ένα σημαντικό πρόβλημα στην πολυπλοκότητα των υπολογισμών. Υπήρχε δυσκολία στον υπολογισμό των απαραίτητων στοιχείων για την μήτρα διακυμάνσεων- συνδιακυμάνσεων, τα άριστα χαρτοφυλάκια με την υπολογιστική ικανότητα της εποχής ήταν χρονοβόρα και κοστοβόρα καθώς και η εκπαίδευση των διαχειριστών χαρτοφυλακίων στις απαιτήσεις της θεωρίας χαρτοφυλακίου ήταν αναποτελεσματική (Elton J., Gruber J., Padberg W., 1976). Χρειαζόταν μεγάλη προσπάθεια για να υπολογιστεί το αποτελεσματικό σύνορο. Έτσι, χρειαζόταν να αναπτυχθούν ορισμένες υποθέσεις ώστε να μειωθούν οι πράξεις. Το 1963, ο Sharpe παρουσίασε το Διαγώνιο Μοντέλο (Diagonal Model). Τα κύρια πλεονεκτήματα του μοντέλου είναι ότι αποτελεί το πιο απλό μοντέλο που λαμβάνει υπόψη την σχέση μεταξύ των χρεογράφων και έχει την δυνατότητα ότι συλλαμβάνει μέρος αυτής. Υποθέτει ότι οι αποδόσεις των χρεογράφων συνδέονται μόνο με έναν κοινό παράγοντα. Έτσι η απόδοση κάθε χρεογράφου εκτιμάται από τυχαίους παράγοντες (Random Factors) και έναν εξωτερικό παράγοντα. Πιο συγκεκριμένα:

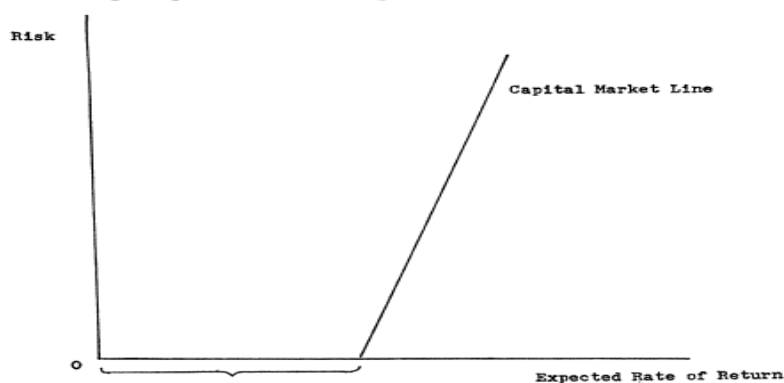
$$R_i = A_i + B_i I + C_i$$

όπου το A_i και το B_i είναι παράμετροι, το C_i είναι τυχαία μεταβλητή με μέση τιμή μηδέν και σταθερή διακύμανση και το I είναι το επίπεδο κάποιου παράγοντα. Η μελλοντική τιμή του I υπολογίζετε από τον τύπο:

$$I = A_{n+1} + C_{n+1}$$

Επομένως, για τον υπολογισμό του μοντέλου χρειάζονται οι εκτιμήσεις για τις παραμέτρους A_i , B_i και της διακύμανσης για κάθε χρεόγραφο καθώς και A_{n+1} και Q_{n+1} για τον υπολογισμό του παράγοντα I . Σύμφωνα με το μοντέλο, η μήτρα διακύμανσης συνδιακύμανσης μπορεί να εκφραστεί σαν μια μήτρα με μη μηδενικά στοιχεία μόνο στην διαγώνιο. Έτσι, μειώνονται δραματικά οι πράξεις (Sharpe, 1963).

Ο Sharpe (1964) παρουσίασε την Capital Market Line, η οποία αποτελεί έναν συνδυασμό κινδύνου και αναμενόμενης απόδοσης.



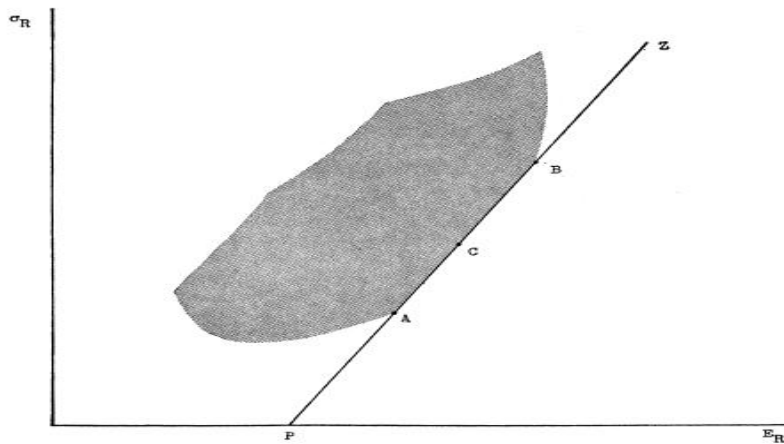
Πηγή: William F. Sharpe (1968)

Διάγραμμα 1.11 Capital Market Line

Ο επενδυτής ακολουθώντας ορθολογικές διαδικασίες στην διαφοροποίηση του χαρτοφυλακίου του βρίσκεται πάνω στην συγκεκριμένη γραμμή. Έτσι, είναι σε θέση να αποδεχτεί επιπλέον απόδοση εφόσον δεχτεί έξτρα ρίσκο.

Στη συνέχεια της ανάλυσης του χρησιμοποίησε το ελεύθερο από κίνδυνο αγαθό (riskless asset), με τυπική απόκλιση μηδέν και με δεδομένη αναμενόμενη απόδοση. Έτσι, κατέληξε ότι ο επενδυτής έχει ως διαθέσιμες επιλογές από το σημείο του ελεύθερου σε κίνδυνο αγαθού μέχρι το σημείο επαφής με το αποτελεσματικό σύνορο που σχηματίζουν τα περιουσιακά στοιχεία με κίνδυνο. Επιπλέον, άμα το επιτόκιο δανεισμού με το ελεύθερο από κίνδυνο

επιτόκιο είναι ίδιο τότε η γραμμή μπορεί να επεκταθεί. Συνεπώς, δεν υπάρχει μόνο ένας συνδυασμός επενδύσεων οπότε όλοι οι επενδυτές κατέχουν αλλά αρκετοί συνδυασμοί.



Πηγή: William F. Sharpe (1968)

Διάγραμμα 1.12 Διαγώνιο Μοντέλο

Ο Lintner, το 1965, παρουσίασε την παλινδρόμηση των αποδόσεων των χρεογράφων με έναν γενικό δείκτη I ως μια διαδικασία επιλογής χαρτοφυλακίου

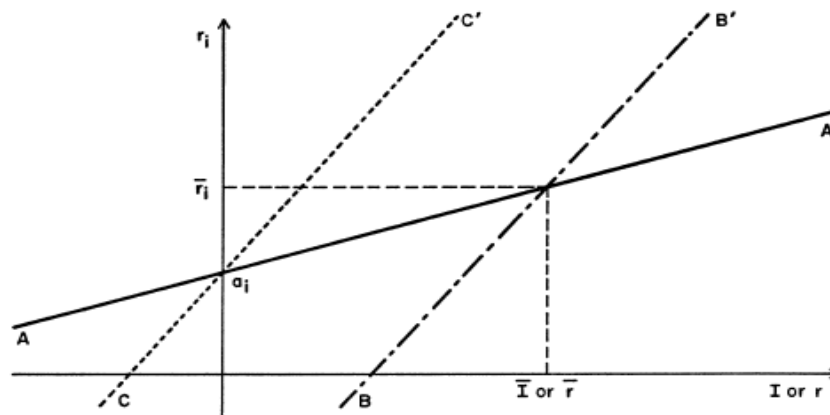
$$r_i = a_i + b_i \bar{I} + u_i$$

Όπου a_i και b_i είναι αριθμοί που παρουσιάζουν το σημείο τομής με τον κάθετο άξονα, καθώς και την κλίση της γραμμής παλινδρόμησης και το u_i αντιπροσωπεύει τις τυχαίες αποκλίσεις της αναμενόμενης απόδοσης από την πραγματική τιμή της. Επιπλέον τα κατάλοιπα των διάφορων μετοχών είναι ανεξάρτητα μεταξύ τους.

Ο κάθε επενδυτής υποθέτει σαν τον Sharpe (1963) ότι έχει την ίδια «εικόνα για κάθε μετοχή». Οι επιδράσεις σε μια αλλαγή στο σημείο τομής στην κλίση και στην συσχέτιση μεταξύ των μετοχών και του γενικού δείκτη (general index). Επισήμανε ότι υπάρχουν τρία άμεσα συμπεράσματα από την οποιαδήποτε μετακίνηση των παραμέτρων που επηρεάζουν την μετοχή: (i) η αγοραία τιμή ισορροπίας της μετοχής, *ceteris paribus*, είναι σε ευθεία σχέση με το σημείο τομής a_i χωρίς να επηρεάζεται καθόλου ο κίνδυνος, (ii) Η αξία της μετοχής επηρεάζεται αντίθετα από τα κατάλοιπα της διακύμανσης (residual variance) σ_{ui}^2 , καθώς επηρεάζουν την συνολική διακύμανση της μετοχής χωρίς να επηρεάζουν την αναμενόμενη

απόδοση, (iii) συνεπώς, η τιμή κάθε μετοχής θα είναι μεγαλύτερη όσο μεγαλύτερη είναι η συσχέτιση με τον εκάστοτε δείκτη, *ceteris paribus*.

Οι αλλαγές στην κλίση της γραμμής παλινδρόμησης είναι πιο πολύπλοκες διότι υπάρχουν δύο αντίθετες επιδράσεις, όπως φαίνεται και στο παρακάτω διάγραμμα: το ‘risk effect’ που είναι αποτέλεσμα της αύξησης της διακύμανσης της μετοχής καθώς και το ‘income effect’ που είναι αποτέλεσμα της αναμενόμενης απόδοσης της μετοχής στην αλλαγή της κλίσης.



Πηγή: John Lintner (1965)

Διάγραμμα 1.13 Risk effect & Income Effect

Επιπλέον, τόνισε ότι όλα τα οφέλη από την διαφοροποίηση προέρχονται από τα ανεξάρτητα κομμάτια του κινδύνου και της αναμενόμενης απόδοσης καθώς και ότι ο σκοπός της διαφοροποίησης δεν είναι να εξαλείψει τον κίνδυνο αλλά να διαλέξει το καλύτερο χαρτοφυλάκιο με τον σωστό συνδυασμό κινδύνου και αναμενόμενης απόδοσης.

Ο Fama, το 1968, έδειξε ότι οι θεωρίες του Sharpe 1963 και του Lintner 1965 οδηγούν στο ίδιο μέτρο κινδύνου καθώς και στην ίδια σχέση κινδύνου και αναμενόμενης απόδοσης. Κάνοντας μια σειρά από μαθηματικές υποθέσεις πάνω στην εργασία του Sharpe καταλήγει στην παρακάτω εξίσωση, η οποία παρουσιάζει την σχέση αναμενόμενης απόδοσης και κινδύνου:

$$E(R_i) = R_F + \frac{[E(R_M) - R_F]}{\sigma^2(R_M)} \text{COV}(R_i, R_M), \quad i = 1, 2, \dots, N$$

όπου $E(R_i)$ = αναμενόμενη απόδοση αξιόγραφου

R_F = απόδοση αξιόγραφου χωρίς κίνδυνο

$E(R_M)$ = αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου αγοράς

$E(R_M) - R_F$ = υπερβάλλουσα απόδοση του χαρτοφυλακίου αγοράς ή αλλιώς ασφάλιστρο αγοράς ή ασφάλιστρο κινδύνου.

$\sigma^2(R_M)$ = ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου αγοράς

$cov(R_i, R_M)$ = συνδιακύμανση του ακίνδυνου αξιόγραφου με το χαρτοφυλάκιο αγοράς.

Ουσιαστικά πρόκειται για το Υπόδειγμα Αποτίμησης Περιουσιακών Στοιχείων (Capital Asset Pricing Model). Το Υπόδειγμα CAMP επιχειρεί να εκτιμήσει την απαιτούμενη αναμενόμενη απόδοση μιας μεμονωμένης μετοχής, η οποία συμμετέχει στο χαρτοφυλάκιο αγοράς. Οι υποθέσεις πάνω στις οποίες στηρίζεται το CAMP είναι οι εξής (Δράκος, 2003):

1. Οι επενδυτές είναι ορθολογικοί, αποστρέφονται τον κίνδυνο και επιδιώκουν την μεγιστοποίηση της χρησιμότητάς τους.
2. Οι επενδυτές διαθέτουν όλες τις απαραίτητες διαθέσιμες πληροφορίες.
3. Υπάρχει τέλειος ανταγωνισμός της αγοράς.
4. Κάθε επενδυτής μπορεί να δανείσει και δανειστή οποιοδήποτε ποσό στο επιτόκιο αγοράς (ακίνδυνο χρεόγραφο).
5. Η προσφορά των περιουσιακών στοιχείων είναι δεδομένη και η ποσότητά τους είναι άπειρα διαιρετή.
6. Δεν υπάρχει συναλλακτικό κόστος.

Ο Jensen, το 1969, προσπάθησε να αναπτύξει ένα μοντέλο που αξιολογεί χαρτοφυλάκια με περιουσιακά στοιχεία υψηλού κινδύνου. Χρησιμοποιώντας τις θεωρίες του Sharpe (1963), Lintner (1965) και Mossin (1966) διατύπωσε ότι ένα εναλλακτικό μέτρο κινδύνου είναι ο συντελεστής beta (Mossin, 1966):

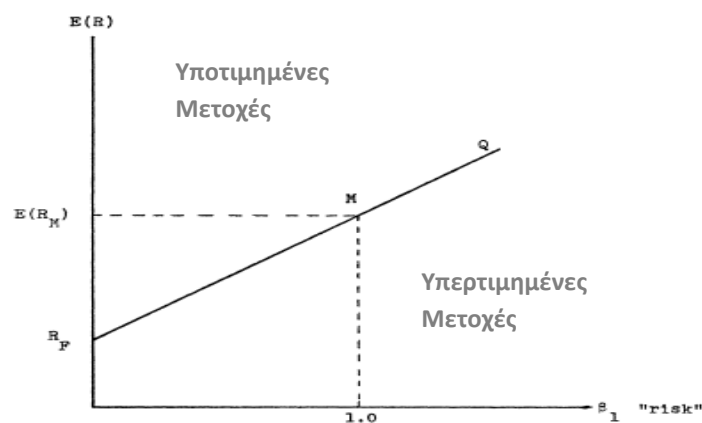
$$\beta_{1j} = \frac{cov(R_j, R_M)}{\sigma^2(R_M)}$$

Έτσι, το ρίσκο κάθε μετοχής μετριέται σε σχέση με το χαρτοφυλάκιο της αγοράς, ο συντελεστής beta αποτελεί τον συστηματικό κίνδυνο κάθε μετοχής (Jensen, 1969). Οπότε, με βάση τον συντελεστή Βήτα, η εξίσωση CAMP μετασχηματίζεται ως εξής:

$$E(R_i) = R_F + \beta_i [E(R_M) - R_F]$$

Η απαιτούμενη απόδοση μιας μετοχής εξαρτάται από την απόδοση του ακίνδυνου χρεογράφου, τον αγοραίο κίνδυνο και τον συστηματικό κίνδυνο της μετοχής. Το χαρτοφυλάκιο της αγοράς έχει συντελεστή βήτα ίσο με την μονάδα ενώ μια μετοχή που έχει μηδενικό συντελεστή βήτα έχει απόδοση ίση με την απόδοση του ακίνδυνου χρεογράφου και λέγεται ουδέτερη. Μια μετοχή που έχει συντελεστή βήτα μεγαλύτερο από την μονάδα σημαίνει ότι αν προστεθεί στο χαρτοφυλάκιο αγοράς αυξάνει τον κίνδυνο και για τον λόγο αυτό λέγεται επιθετική. Αν μια μετοχή, τέλος, έχει συντελεστή βήτα μικρότερο της μονάδας, λέγεται αμυντική, διότι αν προστεθεί στο χαρτοφυλάκιο αγοράς θα μειώσει τον κίνδυνο.

Η σχέση αναμενόμενης απόδοσης μετοχής και του κινδύνου της μετοχής απεικονίζεται διαγραμματικά με την Γραμμή Αξιογράφων (Security Market Line, SML). Το σημείο M στο διάγραμμα 1.14 παρουσιάζει την αναμενόμενη απόδοση και τον συστηματικό κίνδυνο που έχει το χαρτοφυλάκιο της αγοράς. Αν η αγορά βρίσκεται σε ισορροπία, τότε κάθε μετοχή βρίσκεται πάνω στην Γραμμή Αξιογράφων. Αν μια μετοχή βρίσκεται, για παράδειγμα, πάνω από την Γραμμή Αξιογράφων, είναι υποτιμημένη, δηλαδή, η τιμή της είναι μικρότερη από αυτή που προβλέπει το Υπόδειγμα. Αυτό προκύπτει από την αρνητική σχέση που συνδέει την απόδοση μιας μετοχής και την τιμή της. Όταν μια μετοχή είναι πάνω από την SML, η απόδοσή της εκτιμάται περισσότερο από ότι υποδεικνύει το υπόδειγμα. Το αντίστροφο συμβαίνει με την περίπτωση μετοχών που βρίσκονται κάτω από την SML, οι οποίες χαρακτηρίζονται ως υπερτιμημένες.

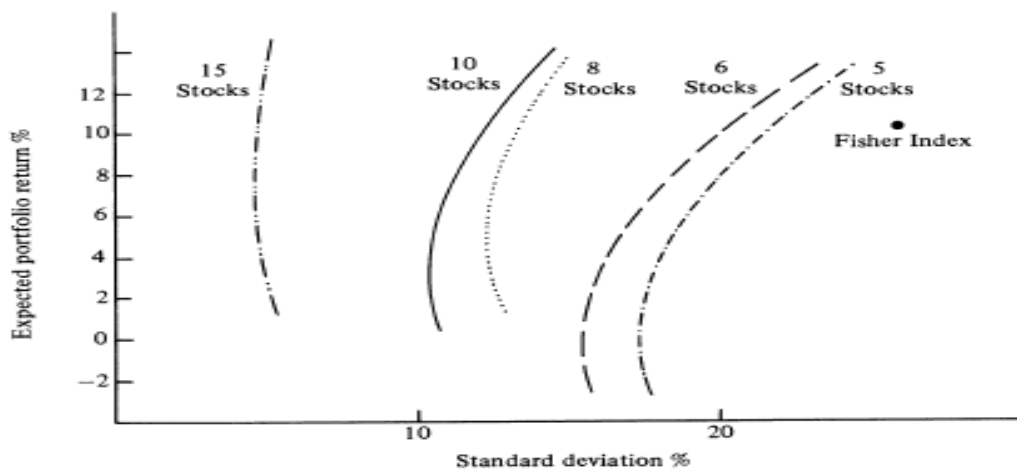


Πηγή: Michael C. Jensen (1969)

Διάγραμμα 1.14

Security Market Line & Beta

Ο Levy, το 1983, ασκεί κριτική στο Capital Asset Pricing Model. Υποστηρίζει ότι όποιος έχει προσπαθήσει να δημιουργήσει ένα αποτελεσματικό χαρτοφυλάκιο (Mean– Variance efficient portfolio) όταν επιτρέπονται οι ανοιχτές πωλήσεις (short sales) έχει παρατηρήσει ότι κάποιες μετοχές έχουν θετικά σταθμά και κάποιες αρνητικά. Έτσι, το χαρτοφυλάκιο της αγοράς (Market Portfolio) επειδή περιέχει μόνο θετικά σταθμά δεν είναι αποτελεσματικό. Τα εμπειρικά του αποτελέσματα αποδεικνύουν ότι είναι απίθανο να βρεις αποτελεσματικό χαρτοφυλάκιο με θετικά μόνο σταθμά. Αυτό συμβαίνει διότι οι ανοιχτές πωλήσεις παίζουν το σημαντικότερο ρόλο στην διαφοροποίηση του χαρτοφυλακίου. Ακόμη δείχνει ότι το χαρτοφυλάκιο της αγοράς είναι αναποτελεσματικό ακόμα και για μικρό αριθμό μετοχών.



Πηγή: Haim Levy (1983)

Διάγραμμα 1.15 Διαφοροποίηση

Το διάγραμμα 1.15, δείχνει ότι όσο αυξάνεται ο αριθμός των μετοχών το αποτελεσματικό σύνορο μετατοπίζεται προς τα αριστερά. Όλα τα παραπάνω χαρτοφυλάκια περιέχουν ανοικτές πωλήσεις. Έτσι, το χαρτοφυλάκιο της αγοράς στο διάγραμμα (Fisher Index) είναι μη αποτελεσματικό. Ο Levy καταλήγει ότι δεν υπάρχει ευθεία σχέση ανάμεσα στην αναμενόμενη απόδοση και το συντελεστή beta.

1.4 Ανακεφαλαίωση

Συμπερασματικά, η Μοντέρνα Θεωρία Χαρτοφυλακίου, όπως θεμελιώθηκε αρχικά, από τον Markowitz και όπως εμπλουτίστηκε, στην συνέχεια, από άλλους ερευνητές, υποδεικνύει τον τρόπο αποτελεσματικής διαχείρισης χαρτοφυλακίων, λαμβάνοντας υπόψη την αγορά αλλά και τις προτιμήσεις του κάθε επενδυτή. Γενικά, η βασική παραδοχή είναι ότι ο ορθολογικός επενδυτής επιδιώκει την μέγιστη απόδοση για δεδομένο κίνδυνο ή τον ελάχιστο κίνδυνο για δεδομένη απόδοση. Πιο συγκεκριμένα, κάθε επενδυτής συνδυάζει το χαρτοφυλάκιο αγοράς και το αξιόγραφο χωρίς κίνδυνο και έτσι πραγματοποιεί την καλύτερη διαφοροποίηση κινδύνου, με την έννοια ότι με αυτόν τον τρόπο εξαλείφεται ο ειδικός κίνδυνος των μετοχών που συμμετέχουν στο χαρτοφυλάκιο και παραμένει ο κίνδυνος της αγοράς που δεν γίνεται να εξαλειφθεί. Ο κατάλληλος συνδυασμός του ακίνδυνου χρεογράφου και του χαρτοφυλακίου αγοράς υποδεικνύεται από το σημείο επαφής της Γραμμής Κεφαλαιαγοράς και των καμπύλων αδιαφορίας του κάθε επενδυτή. Συνεπώς, κάποιος επενδυτής μπορεί να γίνει δανειστής είτε δανειζόμενος, ανάλογα αν αποστρέφεται πολύ ή λιγότερο τον κίνδυνο, αντίστοιχα.

Η απαιτούμενη απόδοση των χρεογράφων που συμμετέχουν στην αγορά υπολογίζεται με την βοήθεια του Υποδείγματος Αποτίμησης Περιουσιακών Στοιχείων. Σύμφωνα με αυτό, η απαιτούμενη απόδοση εξαρτάται από την απόδοση του χρεογράφου χωρίς κίνδυνο, της απόδοσης της αγοράς και τον συντελεστή βήτα που αποτελεί μέτρο κινδύνου και είναι ο συστηματικός κίνδυνος της μετοχής.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

Γενικευμένη Υπό Συνθήκη Ετεροσκεδαστικότητα

2.1 Εισαγωγή

Στο παρόν κεφάλαιο, παρουσιάζονται τα υποδείγματα (G)ARCH και κάποια άλλα τροποποιημένα μοντέλα, εστιάζοντας από αυτά, στο E-GARCH. Πιο συγκεκριμένα, γίνεται αλγεβρική ανάλυση των υποδειγμάτων αλλά και ανάλυση της χρησιμότητας και των εμπειρικών εφαρμογών τους. Το υπόδειγμα GARCH είναι ένα μοντέλο αυτοπαλινδρομής δεσμευμένης ετεροσκεδαστικότητας, το οποίο προτάθηκε από τον Bollerslev (1986). Ο Bollerslev στηρίχθηκε στον Engle (1982), γενικεύοντας το μοντέλο ARCH (Autoregressive Conditional Heteroskedasticity). Τα μοντέλα (G)ARCH αφορούν σε χρονολογικές σειρές που παρουσιάζουν ετεροσκεδαστικότητα, δηλαδή εκτιμούν την διακύμανση χρονολογικών σειρών, όταν αυτή μεταβάλλεται χρονικά.

Στα απλά υποδείγματα παλινδρόμησης με την μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων, υπάρχει η υπόθεση της ομοσκεδαστικότητας, ότι, δηλαδή, η διακύμανση του διαταρακτικού όρου παραμένει σταθερή. Στις περιπτώσεις που δεν ισχύει αυτό, αλλά η διακύμανση μεταβάλλεται, τα υποδείγματα αυτά καθίστανται ανεπαρκή και ανακριβή, ως προς τις προβλέψεις τους για τις εκτιμήσεις των συντελεστών παλινδρόμησης, των τυπικών λαθών (standard errors) και των διαστημάτων εμπιστοσύνης (confidence intervals). Αυτό ισχύει για τις χρηματοοικονομικές χρονολογικές σειρές.

2.2 Χρηματοοικονομικές Σειρές

Εμπειρικές μελέτες συγκλίνουν ως προς τα βασικά στοιχεία που χαρακτηρίζουν τις χρηματοοικονομικές χρονολογικές σειρές (Pagan, 1995; Bollerslev et al., 1994, από Palm, 1996 και Posedel, 2005):

- **Ετεροσκεδαστικότητα:** Σε κάποιες περιόδους, το ρίσκο αναφορικά με τις αποδόσεις είναι μεγαλύτερο, οπότε η αναμενόμενη αξία των τυπικών λαθών είναι επίσης μεγαλύτερη (Μπαταβάνη, 2009).
- Η «**ομαδοποιημένη μεταβλητότητα**» (volatility clustering): Χαρακτηριστικό των χρηματοοικονομικών δεδομένων, όπως παρατήρησε ο Madelbort (1963), αποτελεί το γεγονός ότι μικρές αποδόσεις ακολουθούνται από μικρές αποδόσεις και μεγάλες αποδόσεις από μεγάλες.
- **Αυτοσυσχέτιση** (serial correlation)
- **Μη- γκαουσιανή (μη- κανονική) κατανομή**, με βαριές ουρές (heavy tailed) και ασυμμετρίες.

Τα βασικά αυτά χαρακτηριστικά των χρηματοοικονομικών χρονοσειρών, σε συνδυασμό με τις ελλείψεις των απλών υποδειγμάτων παλινδρόμησης οδήγησαν στην δημιουργία και καθιέρωση των μοντέλων ARCH/ GARCH ως χρήσιμων εργαλείων για σημαντικές χρηματοοικονομικές αποφάσεις, όπως η αποτίμηση μετοχών, η διαχείριση χαρτοφυλακίου και η ανάληψη κινδύνου.

2.3 Το υπόδειγμα ARCH

Το υπόδειγμα ARCH είναι το πρώτο που επιχειρεί να προβλέψει την διακύμανση των διαταρακτικών όρων. Προάγγελος του υποδείγματος, υπήρξε η "κυλιόμενη τυπική απόκλιση" (rolling standard deviation) (Engle, 2001) . Πρόκειται για τον υπολογισμό της διακύμανσης ως τον ίσο-σταθμισμένο μέσο όρο των τετραγώνων των καταλοίπων για τις τελευταίες 22 εργάσιμες ημέρες. Ωστόσο, η υπόθεση της ίσης στάθμισης δεν ήταν ιδιαίτερα ρεαλιστική, καθώς οι πιο πρόσφατες μέρες, θεωρείται πιθανότερο να πλησιάζουν μια πιο ορθή πρόβλεψη. Το μοντέλο ARCH επιτρέπει τον υπολογισμό των συντελεστών στάθμισης, ανάλογα με την περίπτωση. Συγκεκριμένα, το μοντέλο είναι διαμορφωμένο, ώστε η διακύμανση του διαταρακτικού όρου να εξαρτάται από τις τιμές τους με χρονική υστέρηση (Χρήστου Γ., 2003). Ο Engle (1982) κάνει σαφή διαχωρισμό μεταξύ της δεσμευμένης και μη δεσμευμένης διακύμανσης. Στο μοντέλο που προτείνει θεωρεί σταθερή την μη δεσμευμένη διακύμανση και μεταβλητή την δεσμευμένη διακύμανση (Bollerslev, 1986). Πολλές μελέτες χρησιμοποίησαν ως ερευνητικό εργαλείο πρόβλεψης το οικονομετρικό μοντέλο ARCH, με επιτυχία (Coulson and Robins, 1985; Engle, Lilian and Robins, 1985; Domowitz and Hakkio, 1985; Weiss, 1984/ από Bollerslev, 1986). Ωστόσο, εμπειρικά στις περισσότερες περιπτώσεις εμφανιζόταν μια δομή

χρονικών υστερήσεων για την ίδια την διακύμανση και όχι μόνο για τα κατάλοιπα. Το εμπειρικό αυτό κενό του μοντέλου ARCH, ήρθε να καλύψει ο Bollerslev (1986) με το μοντέλο GARCH, που προσφέρει πιο ευέλικτη δομή χρονικών υστερήσεων και μεγαλύτερη μνήμη.

2.4 Το υπόδειγμα GARCH

Το υπόδειγμα **GARCH** (\mathbf{p}, \mathbf{q}) δίνεται ως εξής:

$$\varepsilon_t = \nu_t h_t^{1/2}, \quad h_t = a_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^p \beta_i h_{t-i}$$

όπου,

ν_t ακολουθεί μια διαδικασία λευκού θορύβου με $E(\nu_t)=0$ και $Var(\nu_t)=1$

h_t = δεσμευμένη διακύμανση των καταλοίπων,

ε_t = κατάλοιπα

a_0 = σταθερός όρος

$\sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2$ = παράγοντας ARCH

$\sum_{i=1}^p \beta_i h_{t-i}$ = παράγοντας GARCH

Το p εκφράζει τον αριθμό των αυτοπαλίνδρομων υστερήσεων, ενώ το q εκφράζει τον αριθμό υστερήσεων των κινητών μέσων όρων. Όπως γίνεται φανερό, λοιπόν, η διακύμανση ακολουθεί μια διαδικασία ARMA. Αυτός είναι και ένας από τους λόγους που το υπόδειγμα GARCH εξηγεί, με αποτελεσματικό τρόπο, τις χρηματοοικονομικές χρονοσειρές και ειδικότερα κάποια από τα χαρακτηριστικά τους, όπως οι βαριές ουρές και η ομαδοποιημένη μεταβλητότητα. Μια ακόμα υπόθεση είναι αυτή της κανονικότητας:

$$\varepsilon_t | \Phi_{t-1} \sim N(0, h_t)$$

όπου Φ_{t-1} αποτελεί το σύνολο των διαθέσιμων πληροφοριών την περίοδο $t-1$.

Οι περιορισμοί του υποδείγματος είναι οι εξής:

- 1) $a_0, \alpha_i, \beta_i > 0$
- 2) $\sum_{i=1}^q \alpha_i + \sum_{i=1}^p \beta_i < 1$, εξασφαλίζει την στασιμότητα του υποδείγματος. Το άθροισμα αυτό λέγεται επιμονή (persistence) και υποδηλώνει την επιρροή κινδύνου της προηγούμενης περιόδου στην επόμενη (Tsarouchas, 2009). Με τον περιορισμό αυτό εξασφαλίζεται και η θετική τιμή της μη δεσμευμένης διακύμανσης των καταλοίπων που δίνεται από τον τύπο:

$$\sigma^2 = \frac{\alpha_0}{1 - \sum_i^q \alpha_i - \sum_i^p \beta_i}$$

Σύμφωνα με το Υπόδειγμα GARCH, λοιπόν, επιτρέπεται ο υπολογισμός, για παράδειγμα, της απόδοσης (rate of return, r_t) χρονοσειρών ως εξής:

$$\varphi_s(\mathbf{B})r_t = \mu + \varepsilon_t \quad \text{με } \varphi_s(\mathbf{B}) = 1 - \varphi_1(\mathbf{B}) - \dots - \varphi_s(\mathbf{B})^s$$

όπου μ είναι ένας σταθερός όρος που εμπειρικά υπολογίζεται ότι παίρνει τιμές κοντά στο μηδέν και ο όρος ε_t υπολογίζεται όπως ορίστηκε παραπάνω. Ο \mathbf{B} είναι ένας οπισθοδρομικός τελεστής που ορίζεται ως $\mathbf{B}^k y_t = y_{t-k}$. Η τάξη του s υπολογίζεται κοντά στο μηδέν κάτι που υποδηλώνει ότι το r_t δεν ακολουθεί αυτοπαλίνδρομη διαδικασία.

Το υπόδειγμα μετατρέπεται σε ARCH, για $p=0$. Για $p=1$, $q=1$, προκύπτει η πιο απλή αλλά και η πιο ευρέως διαδεδομένη εκδοχή του μοντέλου, το **GARCH (1,1)**, που δίνεται ως εξής:

$$h_t = a_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1}$$

Η δεσμευμένη διακύμανση προκύπτει ως γραμμική συνάρτηση ενός σταθερού όρου και του σταθμισμένου όρου του τετραγώνου του καταλοίπου της προηγούμενης περιόδου και της τιμής της με μια χρονική υστέρηση. Πολλοί ερευνητές υποστηρίζουν ότι αυτή η εκδοχή είναι επαρκής, για αυτό και έχει καθιερωθεί (French, K. R., Schwert, G. W. and Stambaugh, R. F., 1987; Franses, P. H. and Van Dijk, R., 1996). Ωστόσο, το υπόδειγμα επιτρέπει την πρόβλεψη της δεσμευμένης διακύμανσης, μόνο για μια περίοδο. Αν βασισθεί κανείς στην πρόβλεψη μιας περιόδου μπορεί να πραγματοποιήσει πρόβλεψη για δυο περιόδους. Αν επαναληφτεί αυτή η διαδικασία πραγματοποιείται μακροχρόνια πρόβλεψη για την δεσμευμένη διακύμανση. Οι μελλοντικές προβλέψεις για την μεταβλητότητα του μοντέλου GARCH (1,1), όταν ο ορίζοντας τείνει στο άπειρο, συγκλίνουν στην μη δεσμευμένη διακύμανση (Tsarouchas, 2009).

Τα μοντέλα (G)ARCH που περιγράφονται παραπάνω είναι μονομεταβλητά (Univariate GARCH). Ωστόσο, τα μοντέλα αυτά επεκτάθηκαν και έτσι, διαμορφώθηκαν και πολυμεταβλητά μοντέλα (multivariate GARCH), που περιέχουν μήτρες συνδιακύμανσης. Η ιδέα για τα πολυμεταβλητά GARCH μοντέλα πηγάζει από το φαινόμενο, "βροχή μετεώρων" (meteor shower) ή "κύμα έντασης" (heat wave), που διαπίστωσαν οι Engle, Ito and Lin (1990) (από Engle, 2001). Σύμφωνα με αυτό το φαινόμενο, οι διακυμάνσεις ενός αξιόγραφου επηρεάζεται και από τις διακυμάνσεις ενός άλλου, όταν πρόκειται για την ίδια αγορά. Συμπερασματικά, η διακύμανση ενός αξιόγραφου εξαρτάται και από τις συνδιακυμάνσεις με τα άλλα αξιόγραφα.

Πιο αναλυτικά, ορίζεται ένα $N \times 1$ διάνυσμα για τον όρο ε_t που ακολουθεί στοχαστική διαδικασία:

$$\varepsilon_t = \nu_t \Omega_t^{\frac{1}{2}}$$

όπου ν_t είναι ένα $N \times 1$ διάνυσμα i.i.d. (independently and identically distributed) και Ω_t είναι μια $N \times N$ μήτρα διακυμάνσεων-συνδιακυμάνσεων των καταλοίπων δεδομένης όλης της σχετικής πληροφορίας που είναι διαθέσιμη την χρονική περίοδο t . Οι Bollerslev, Engle και Wooldridge (1988) προτείνουν το VECH πολυμεταβλητό GARCH μοντέλο, που διαμορφώνεται ως εξής:

$$\text{vech}(\Omega_t) = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q A_i \text{vech}(\varepsilon_{t-1} \varepsilon'_{t-1}) + \sum_{i=1}^p B_i \text{vech}(\Omega_{t-1})$$

όπου το α_0 αποτελεί ένα διάνυσμα $[N(N+1)/2] \times 1$ και οι A_i και B_i είναι $[N(N+1)/2] \times [N(N+1)/2]$ μήτρες. Ο αριθμός των παραμέτρων στην παραπάνω συνάρτηση είναι $\frac{1}{2}N(N+1) \left[1 + N(N+1) \frac{(p+q)}{2} \right]$, οπότε στην πράξη πρέπει να επιβληθούν κάποιοι περιορισμοί. Οι Bollerslev et al. (1988), προτείνουν οι μήτρες A_i και B_i να είναι διαγώνιες. Μια απλή παραμετροποίηση του διαγώνιου μοντέλου είναι η παραμετροποίηση BEKK, που σύμφωνα με τους Baba, Engle, Kraft και Kroner (1991) εξασφαλίζει ότι η μήτρα Ω είναι θετικά ορισμένη.

Ένα σημαντικό ζήτημα που προκύπτει αναφορικά με το υπόδειγμα GARCH είναι ο τρόπος με τον οποίο μπορεί να εκτιμηθεί. Καθώς, το μόνο που γνωρίζει κάθε φορά ο ερευνητής είναι οι ιστορικές τιμές του μεγέθους, του οποίου την διακύμανση επιδιώκει να εκτιμήσει. Ένας τρόπος **εκτίμησης του υποδείγματος GARCH** είναι με την μέθοδο της μέγιστης πιθανοφάνειας (Maximum Likelihood Method), όπως προτείνει και ο Bollerslev (1986). Σύμφωνα με την μέθοδο αυτή, ο εκτιμητής μέγιστης πιθανοφάνειας της παραμέτρου h_t είναι εκείνη η τιμή που μεγιστοποιεί την συνάρτηση πιθανοφάνειας. Μέσω της συνάρτησης πιθανοφάνειας επιδιώκεται με έναν συστηματικό τρόπο η καλύτερη προσαρμογή των παραμέτρων του υποδείγματος.

Πιο συγκεκριμένα, ορίζεται $z'_t = (1, \varepsilon_{t-1}^2, \dots, \varepsilon_{t-q}^2, h_{t-1}, \dots, h_{t-p})$, $\omega' = (\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_q, \beta_1, \dots, \beta_p)$ και $\theta \in \Theta$, όπου $\theta = (b', w')$ και Θ συμπαγές υποσύνολο του Ευκλείδειου χώρου. Το μοντέλο παλινδρόμησης μπορεί να γραφτεί ως εξής:

$$\begin{aligned}\varepsilon_t &= y_t - x_t' b \\ \varepsilon_t | \Phi_{t-1} &\sim N(0, h_t) \\ h_t &= z_t' \omega\end{aligned}$$

Η λογαριθμική συνάρτηση πιθανοφάνειας για T παρατηρήσεις, διαμορφώνεται ως εξής:

$$\begin{aligned}L_T(\theta) &= T^{-1} \sum_{t=1}^T l_t(\theta) \\ l_t(\theta) &= -\frac{1}{2} \log h_t - \frac{1}{2} \varepsilon_t^2 h_t^{-1}\end{aligned}$$

Η διαδικασία αυτή, ωστόσο, χαρακτηρίζεται από ιδιαίτερη πολυπλοκότητα. Για το λόγο αυτό καθίσταται αναγκαία η χρήση κατάλληλων ηλεκτρονικών λογισμικών, όπως E-Views, SAS, GAUSS, TSP, RATS, Matlab, που βρίσκονται σε πληθώρα. Πλέον, αυτός ο τρόπος έχει καθιερωθεί, για την εκτίμηση των υποδειγμάτων Garch.

Σημαντικό στάδιο σε κάθε οικονομετρική μελέτη αποτελεί και ο **στατιστικός έλεγχος των αποτελεσμάτων**. Σε αρκετές έρευνες, οι εκτιμήσεις των παραμέτρων του υποδείγματος GARCH, δεν δίνουν αντιπροσωπευτική εικόνα της πραγματικής διακύμανσης και συνεπώς, επιβάλλεται η επιβεβαίωση της στατιστικής σημαντικότητας των αποτελεσμάτων. Μπορούν να εφαρμοστούν διάφορα στατιστικά τεστ, ώστε να ελαχιστοποιηθούν οι αποκλίσεις των προβλέψεων από την πραγματικότητα. Ο Bollerslev (1986) προτείνει το score test ή αλλιώς Lagrange Multiplier (LM). Οι Li and Mak (1994) προτείνουν ένα τεστ τύπου portmanteau. Οι Engle and Ng (1993) προτείνουν ένα τεστ ασυμμετρίας, sign-bias test (Lundbergh S., Teräsvittra T., 1999). Συνήθως, εφαρμόζεται ο έλεγχος γραμμικής ανεξαρτησίας Ljung-Box, με μηδενική υπόθεση ότι όλοι οι συντελεστές αυτοσυσχέτισης είναι μηδενικοί. Μάλιστα, συνηθίζεται να υπολογίζεται με 15 χρονικές υστερήσεις αυτοσυσχέτισης (Μπαταβάνη, 2009). Ένας άλλος απλός έλεγχος αποτελεί η δημιουργία μιας σειράς καταλοίπων, με βάση την υπόθεση, ότι για να είναι ορθά δομημένο το υπόδειγμα, θα πρέπει να έχουν σταθερό μέσο και διακύμανση.

Τα μοντέλα (G)ARCH έγιναν το χρήσιμο εργαλείο των περισσότερων χρηματοοικονομικών ερευνητών, με πολλές εφαρμογές και με ικανοποιητικό βαθμό αποτελεσματικών προβλέψεων. Ωστόσο, επειδή κάθε χρηματοοικονομική χρονολογική σειρά χαρακτηρίζεται από ιδιαίτερα στοιχεία, πολλές φορές τα μοντέλα (G)ARCH αποδεικνύονται πολύ γενικά και ανεπαρκή, ως προς την ενσωμάτωση αυτών των ιδιαίτερων

χαρακτηριστικών. Η ανεπάρκεια πηγάζει κυρίως λόγω κάποιων περιορισμών του μοντέλου ως προς τις παραμέτρους, όπως οι υποθέσεις στασιμότητας και θετικού πρόσημου (Choo Wei Chong, Muhammad Idrees Ahmad and Mat Yusoff Abdullah, 1999). Αυτές οι αδυναμίες οδήγησαν σε νέα μοντέλα GARCH, τροποποιημένα και εξειδικευμένα. Ένα από αυτά τα νέα μοντέλα είναι και το μοντέλο E-GARCH (Exponential GARCH) που προτείνει ο Nelson (1991).

2.5 Υπόδειγμα E- GARCH

Το E-GARCH μοντέλο δημιουργήθηκε από τον Nelson με σκοπό να ενσωματωθεί στο υπόδειγμα GARCH, το φαινόμενο της μόχλευσης (leverage effect). Πρώτος ο Black (1976), παρατήρησε το φαινόμενο της μόχλευσης, το οποίο περιγράφεται ως εξής: στην περίπτωση που οι τιμές των μετοχών πέφτουν κάτω από την αναμενόμενη αξία τους, η αστάθεια (διακύμανση) που ακολουθεί είναι μεγαλύτερη από ότι στην περίπτωση της ανόδου τους, κατά το ίδιο μέγεθος. Τα μοντέλα ARCH και GARCH είναι ανίκανα να περιγράψουν αυτό το φαινόμενο διότι, εκ κατασκευής, υποθέτουν ότι η δεσμευμένη διακύμανση εξαρτάται από το μέγεθος των σφαλμάτων με υστέρηση και όχι από το πρόσημό τους, εφόσον χρησιμοποιείται το τετράγωνο αυτών. Το μοντέλο E-GARCH εκφράζει την δεσμευμένη διακύμανση με λογάριθμους. Ο τύπος της δεσμευμένης διακύμανσης του μοντέλου διαμορφώνεται ως εξής:

$$\ln(h_t) = \alpha_0 + \sum_{k=t}^q \alpha_k g(z_{t-k}) + \sum_{i=1}^p \beta_i \ln h_{t-i}$$

όπου οι παράμετροι α_0 , α_k και β_i δεν έχουν το περιορισμό να είναι μη αρνητικοί. Το σκέλος $g(z_t)$ είναι αυτό που επιτρέπει την ασύμμετρη συμπεριφορά της διακύμανσης σε μεταβολές των τιμών και αποτελεί έναν γραμμικό συνδυασμό του z_t και του $|z_t|$:

$$g(z_{t-k}) = \theta z_{t-k} + \gamma (|z_{t-k}| - E|z_{t-k}|)$$

$$\text{με } z_t = \frac{\varepsilon_t}{\sqrt{h_t}}$$

όπου z_t κατανέμονται ομοιόμορφα και ανεξάρτητα με μέσο το μηδέν. Ο συντελεστής γ είναι αυτός που εκφράζει την μόχλευση. Όταν $0 < z_{t-k} < \infty$ τότε η $g(z_{t-k})$ είναι γραμμική εξίσωση της z_{t-k} με κλίση $\theta + \gamma$, ενώ όταν $-\infty < z_{t-k} \leq 0$ τότε η $g(z_{t-k})$ είναι γραμμική εξίσωση της z_{t-k} με κλίση $\theta - \gamma$. Με αυτό τον τρόπο, επιτρέπεται στην διαδικασία της δεσμευμένης διακύμανσης να ανταποκρίνεται με ασυμμετρία σε αυξήσεις και μειώσεις των χρονοσειρών. Αν $\alpha_k \times \theta < 0$ η

διακύμανση τείνει να αυξάνεται όταν το ε_{t-1} είναι αρνητικό, σύμφωνα με τις εμπειρικές ενδείξεις (Πετραλιάς Α., 2004).

Σε πάρα πολλές εφαρμογές, χρησιμοποιείται μια παραμετροποίηση του μοντέλου που παρέχει μια ARMA διαδικασία:

$$\ln(h_t) = \alpha_t + \frac{(1 + \Psi_1 L + \dots + \Psi_q L^q)}{(1 + \Delta_1 L + \dots + \Delta_q L^q)} g(z_{t-1})$$

Ο υπολογισμός των παραμέτρων του E-GARCH μοντέλου πραγματοποιείται, επίσης, με την μέθοδο της Μέγιστης Πιθανοφάνειας. Η συνάρτηση μέγιστης πιθανοφάνειας διαμορφώνεται ως εξής:

$$L_T = c - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \ln h_t - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T (\varepsilon_t^2 / h_t)$$

Αν οριστεί $\beta = (\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_q, \theta_1, \dots, \theta_q, \gamma_1, \dots, \gamma_q, \beta_1, \dots, \beta_p)'$, οι πρώτες μερικές παράγωγοι αναφορικά με το EGARCH μοντέλο δίνονται ως εξής:

$$\sum_{t=1}^T \frac{\partial l_t}{\partial \beta} = \left(\frac{1}{2}\right) \sum_{t=1}^T \left(\frac{\varepsilon_t^2}{h_t} - 1\right) \frac{\partial \ln h_t}{\partial \beta}$$

Για δείκτες μετοχών, έχει αποδειχτεί ότι το E-GARCH μοντέλο είναι το πιο αποτελεσματικό. Οι Choo Wei Chong et al. (1999), αξιολόγησαν τα διάφορα είδη μοντέλων GARCH (E-GARCH, GARCH-M, Non-negative GARCH, integrated GARCH), μέσω μιας συγκριτικής μελέτης και διαπίστωσαν ότι το E-GARCH είναι το πιο αποτελεσματικό στις προβλέψεις εκτός δείγματος και στις χρονοσειρές με ασυμμετρίες (skewness), όπως οι χρηματοοικονομικές. Αντίθετα, απέδειξαν ότι το Integrated GARCH μοντέλο είναι το πιο ανεπαρκές.

2.6 Χρησιμότητα μοντέλων GARCH

Όπως έχει ήδη αναφερθεί, τα μοντέλα GARCH κυριαρχούν στην εμπειρική βιβλιογραφία που ασχολείται με χρηματοοικονομικές χρονοσειρές: διαφόρων ειδών αξιογράφα (futures, ομόλογα κτλ), δείκτες μετοχών, συναλλαγματικές ισοτιμίες, πληθωρισμός κτλ. Αποτελεί το βασικό εργαλείο με το οποίο μοντελοποιείται ο κίνδυνος, αναφορικά με την πορεία της αξίας αυτών των χρονοσειρών. Πολλοί ερευνητές έχουν χρησιμοποιήσει μοντέλα GARCH για την αξιολόγηση του Value at Risk (VaR) που αποτελεί το πλέον διαδεδομένο τρόπο ποσοτικοποίησης του κινδύνου στην διαχείριση χαρτοφυλακίων και αναγνωρισμένο και επιβεβλημένο από την Επιτροπή Βασιλείας (1996) που αφορά στην τραπεζική εποπτεία

(Quermat and Harris, 2002; Engle, 2001; Engle and Manganelli, 1999 κτλ./ από Μαρκόπουλος Η., 2010). Οι Berkowitch and O'Brien (2002) διαπιστώνουν ότι τα απλά μοντέλα GARCH είναι πιο αποτελεσματικά στην εκτίμηση του VaR σε σχέση με πιο πολύπλοκες τροποποιήσεις τους.

Διάφορα θεωρητικά ζητήματα αναφορικά με τα μοντέλα GARCH, γίνονται αντικείμενο σε πολλές έρευνες (Duan, Ritchken and Sun, 2004; Ritchken and Trevor, 1999; Garcia and Renault, 1998 κτλ./ από Christoffersen and Jacobs, 2004). Ο Duan (2005), διαμορφώνει το υπόβαθρο για αποτελεσματική αξιολόγηση των Ευρωπαϊκών options. Άλλες σημαντικές μελέτες που εφαρμόζουν GARCH μοντέλα είναι: Bollerslev et al. (1988), Campbell and Hentschel (1992), French et al. (1987), Glosten et al. (1993), Maheu and McCurdy (2004), Pagan and Schwert (1990), and Schwert (1989) (από Christoffersen and Jacobs, 2004). Η πληθώρα των σχετικών ερευνών αποδεικνύει την επικράτηση των μοντέλων GARCH στις χρηματοοικονομικές έρευνες, που σκοπεύουν στην αξιολόγηση της μεταβλητότητας χρηματοοικονομικών χρονοσειρών, καθώς αναδεικνύονται χρήσιμα εργαλεία σημαντικών χρηματοοικονομικών αποφάσεων.

2.7 Ανακεφαλαίωση

Συμπερασματικά, τα μοντέλα (G)ARCH αντικατέστησαν την Μέθοδο των Ελαχίστων Τετραγώνων, στις αναλύσεις που αφορούσαν σε χρηματοοικονομικές χρονοσειρές, όπως αποτίμηση μετοχών, διαχείριση χαρτοφυλακίου κτλ. καθώς αποδείχθηκε εμπειρικά ότι οδηγούν σε πιο έγκυρα και αξιόπιστα αποτελέσματα. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι η βασική υπόθεση της Μεθόδου Ελαχίστων Τετραγώνων είναι η ομοσκεδαστικότητα, ενώ το βασικό χαρακτηριστικό των χρηματοοικονομικών χρονοσειρών είναι η ετεροσκεδαστικότητα, δηλαδή ότι διαχρονικά η διακύμανση των καταλοίπων δεν παραμένει σταθερή. Τα μοντέλα (G)ARCH υποθέτουν ετεροσκεδαστικότητα, και ερμηνεύουν πιο αποτελεσματικά την συμπεριφορά των χρονοσειρών στην χρηματοοικονομική ανάλυση.

Πιο, συγκεκριμένα, το μοντέλο GARCH, αποτελεί γενίκευση του μοντέλου ARCH, καθώς υποθέτει, εκτός από το ότι η διακύμανση των καταλοίπων εξαρτάται από τις χρονικές υστερήσεις των καταλοίπων, ότι η διακύμανση εξαρτάται επιπλέον και από τις δικές της χρονικές υστερήσεις. Το Μοντέλο GARCH μπορεί να εκτιμηθεί με την Μέθοδο της Μεγίστης Πιθανοφάνειας, αν και σήμερα, υπολογίζεται με την βοήθεια κατάλληλων σχετικών λογισμικών. Ανάλογα με το είδος των χρηματοοικονομικών χρονοσειρών της

εκάστοτε ανάλυσης, υιοθετούνται και διαφορετικά τροποποιημένα μοντέλα που έχουν αναπτυχθεί, που ενσωματώνουν καλύτερα τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά τους. Για παράδειγμα, το εκθετικό GARCH (E-GARCH), το οποίο εφαρμόζεται και στην συγκεκριμένη εργασία, λαμβάνει υπόψη του την ασυμμετρία των χρονοσειρών.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

ΥΠΟΔΕΙΓΜΑ BLACK- LITTERMAN

3.1 Εισαγωγή

Στο παρόν κεφάλαιο, παρουσιάζεται αναλυτικά το μοντέλο Black- Litterman που εφαρμόζεται εμπειρικά στην παρούσα έρευνα. Το μοντέλο Black- Litterman αναπτύχθηκε από τους Fischer Black και Robert Litterman, στην εταιρία Goldman Sachs, το 1990, και δημοσιεύτηκε, σε μια εμπλουτισμένη εκδοχή, στην Financial Analysts Journal, το 1992. Πρόκειται για ένα μαθηματικό μοντέλο, που έχει εφαρμογή στην χρηματοοικονομική ανάλυση και συγκεκριμένα, στην διαχείριση χαρτοφυλακίου. Η ιδέα για την δημιουργία του μοντέλου προήλθε από την διαπίστωση, ότι τα ποσοτικά μοντέλα διαχείρισης χαρτοφυλακίου δεν κατέχουν κυρίαρχο ρόλο στις αποφάσεις επενδυτών με παγκόσμια χαρτοφυλάκια, όπως θα ήταν αναμενόμενο. Πολλές φορές, η εφαρμογή αυτών των μοντέλων οδηγεί σε μη λογικά συμπεράσματα: στην περίπτωση που εφαρμόζονται τα μοντέλα υπό καθεστώς ανοιχτών πωλήσεων (sort sales), το πρόβλημα βελτιστοποίησης εξάγει αρνητικούς συντελεστές για πολλά περιουσιακά στοιχεία. Από την άλλη, στην περίπτωση που εφαρμόζονται τα μοντέλα υπό περιορισμούς (no sort sales), προκύπτουν χαρτοφυλάκια με μεγάλο ποσοστό συμμετοχής περιουσιακών στοιχείων από αγορές μικρής κεφαλαιοποίησης, ενώ πολλά περιουσιακά στοιχεία έχουν μηδενική στάθμιση (λύσεις "γωνίας", "corner" solutions) .

Η περιορισμένη αποτελεσματική πρακτική εφαρμογή αυτών των μοντέλων, σε αντίθεση με την ολοκληρωτική και διαχρονική αναγνώρισή τους, από την ακαδημαϊκή κοινότητα, οφείλεται σε δυο βασικά μειονεκτήματα, τα οποία εντοπίζουν οι Black και Litterman. Πρώτον, στα μοντέλα βελτιστοποίησης χαρτοφυλακίου είναι απαραίτητη η γνώση των αναμενόμενων αποδόσεων (expected return) όλων των περιουσιακών στοιχείων και των νομισμάτων, διότι χρησιμοποιούνται ως εισροές στους υπολογισμούς. Δεύτερον, είναι ιδιαίτερο δύσκολο να υπολογιστούν όλες οι αναμενόμενες αποδόσεις. Οι επενδυτές μπορούν να γνωρίζουν τις αναμενόμενες αποδόσεις κάποιων μόνο περιουσιακών στοιχείων, οπότε το "κενό" συμπληρώνεται από βοηθητικές υποθέσεις και χρήση ιστορικών τιμών που ενδεχομένως να οδηγούν σε μη ακριβείς και λανθασμένες εκτιμήσεις των συντελεστών. Θεωρητικά, οι σταθμίσεις (weights) προκύπτουν ως εκροή στα μοντέλα βελτιστοποίησης,

ενώ πρακτικά οι επενδυτές, έχουν κάποιες εκτιμήσεις, τις οποίες χρησιμοποιούν ως εισροές για την διαμόρφωση του ιδανικού, για κάθε πελάτη, χαρτοφυλακίου (Drobetz, 2001). Συνήθως, διαλέγουν περιουσιακά στοιχεία που θεωρούν υποτιμημένα, αξιολογώντας τους χρηματοοικονομικούς δείκτες, το στυλ του κάθε πελάτη, αναφορικά με την αποστροφή στον κίνδυνο κτλ. Τα μοντέλα που χρησιμοποιούνται είναι ιδιαίτερα ευαίσθητα στις υποθέσεις περί των αποδόσεων, με αποτέλεσμα, οι εκροές να λαμβάνουν υπόψη τους σε περιορισμένο ή ακόμα και σε μηδενικό βαθμό τις εκτιμήσεις των επενδυτών.

3.2 Πλεονεκτήματα

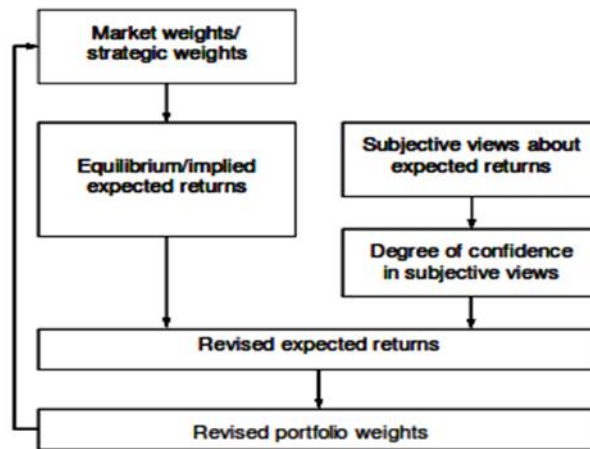
Το μοντέλο Black-Litterman αποτελεί ένα εξειδικευμένο μοντέλο διαμόρφωσης χαρτοφυλακίου που διορθώνει τα προβλήματα των μοντέλων βελτιστοποίησης χαρτοφυλακίου, με πιο καθιερωμένο το μοντέλο του Markowitz (1952). Το μοντέλο BL στηρίζεται στην Μπεϋζιανή προσέγγιση και στο Υπόδειγμα CAMP (Υπόδειγμα Αποτίμησης Περιουσιακών Στοιχείων) και συνδυάζει τις υποκειμενικές απόψεις των επενδυτών για κάποια ή όλα τα περιουσιακά στοιχεία με τα διανύσματα αντικειμενικών αποδόσεων, όπως προκύπτουν από την ισορροπία της αγοράς, για να εξάγει ένα νέο μικτό διάνυσμα αναμενόμενων αποδόσεων (Idzorek, 2002). Συγκεκριμένα, χρησιμοποιείται η εκδοχή του υποδείγματος CAMP (Black's Global CAMP), όπως την πρότεινε ο Black (1989). Τα δεδομένα που απαιτούνται, ωστόσο, είναι ιδιαίτερα δύσκολο να συλλεχθούν, παρόλο αυτά το μοντέλο προσφέρει υψηλή σταθερότητα και διαφοροποίηση στα χαρτοφυλάκια που διαμορφώνει.

3.3 Τρόπος Λειτουργίας

Ο πυρήνας του μοντέλου παρουσιάζεται ακολούθως:

- Υπάρχουν 2 διακριτές πηγές πληροφοριών για τις μελλοντικές υπερβάλλουσες αποδόσεις: οι απόψεις που διαμορφώνουν οι επενδυτές (views) και η ισορροπία αγοράς.
- Γίνεται η υπόθεση ότι υπάρχει αβεβαιότητα ως προς και τις δυο αυτές πηγές, η οποία εκφράζεται με την ενσωμάτωση πιθανοτικών κατανομών (προσέγγιση κατά Bayes). Ισχύει η πρόταση ότι είναι γνωστή η διακύμανση στις δυο κατανομές αλλά όχι ο πραγματικός μέσος (Unknown Mean and Known Variance) (Walters J., 2008).
- Οι τελικές αναμενόμενες υπεραποδόσεις (expected excess returns) προκύπτουν από τον συνδυασμό και των δυο αυτών πηγών (Black, F. , Litterman, R., 1992).

Με βάση τις παραπάνω υποθέσεις διαμορφώνονται τα βασικά στάδια εφαρμογής του μοντέλου που παρουσιάζονται από το παρακάτω διάγραμμα και αναλύονται στην συνέχεια.



Πηγή: Drobetz W.(2001)

Διάγραμμα 3.1 **Τα βασικά στάδια του BL**

3.4 Ισοροπία Αγοράς (Market Equilibrium)

Σημείο εκκίνησης της διαδικασίας είναι οι σταθμίσεις των περιουσιακών στοιχείων, που "καθαρίζουν" την αγορά (Market weights). Πρόκειται για τις σταθμίσεις που εκφράζουν την φυσιολογική επενδυτική συμπεριφορά ενός μέσου επενδυτή (neutral view). Χρησιμοποιώντας τις σταθμίσεις, σύμφωνα με την κεφαλαιοποίηση της αγοράς, προκύπτει το διάλυμα με τις αναμενόμενες αποδόσεις. Όταν ισχύει το υπόδειγμα CAMP, οι σταθμίσεις ανάλογα με την κεφαλαιοποίηση της αγοράς είναι οι άριστες σταθμίσεις, αν η αγορά είναι σε ισοροπία. Σε αντίθετη περίπτωση, χρησιμοποιούμε τις στρατηγικές σταθμίσεις (π.χ. μακροχρόνιες σταθμίσεις) (Drobetz, 2001). Η διαδικασία που χρησιμοποιείται για την εξαγωγή των αναμενόμενων αποδόσεων είναι αυτή της αντίστροφης βελτιστοποίησης (reverse optimization), όπως περιγράφεται παρακάτω (Sharpe, 1974):

Η διαδικασία ξεκινάει με την εξής συνάρτηση χρησιμότητας:

$$U = \omega' \Pi - (\delta/2) \omega' \Omega \omega$$

όπου U= χρησιμότητα του επενδυτή,

Π = το διάνυσμα των αναμενόμενων αποδόσεων με n διαστάσεις

δ = συντελεστής της σχετικής αποστροφής στον κίνδυνο

Ω = μήτρα συνδιακυμάνσεων

ω = άριστες σταθμίσεις- βάρη χαρτοφυλακίου.

Υπολογίζοντας την πρώτη παράγωγο της συνάρτησης χρησιμότητας ως προς τα σταθμά (ω) και θέτοντας την ίση με το μηδέν, λαμβάνεται η ακριβής λύση της μεγιστοποίησης της χρησιμότητας:

$$dU/d\omega = \Pi - \delta\Omega\omega = 0$$

Έτσι, λύνοντας ως προς το διάνυσμα των αναμενόμενων αποδόσεων προκύπτει η εξής σχέση:

$$\Pi = \delta\Omega\omega$$

Η εκτίμηση της αξίας του συντελεστή της σχετικής αποστροφής κινδύνου (δ) μπορεί να γίνει πολλαπλασιάζοντας κάθε σκέλος της παραπάνω ισότητας με το ω^T και αντικαθιστώντας τους όρους σε διανύσματα με όρους σε μονοσήμαντους όρους.

$$(\mathbf{E}(\mathbf{r}) - r_f) = \delta\sigma^2$$

$$\delta = (\mathbf{E}(\mathbf{r}) - r_f) / \sigma^2$$

όπου $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ = η συνολική απόδοση του χαρτοφυλακίου αγοράς, ($\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \Pi + r_f$)

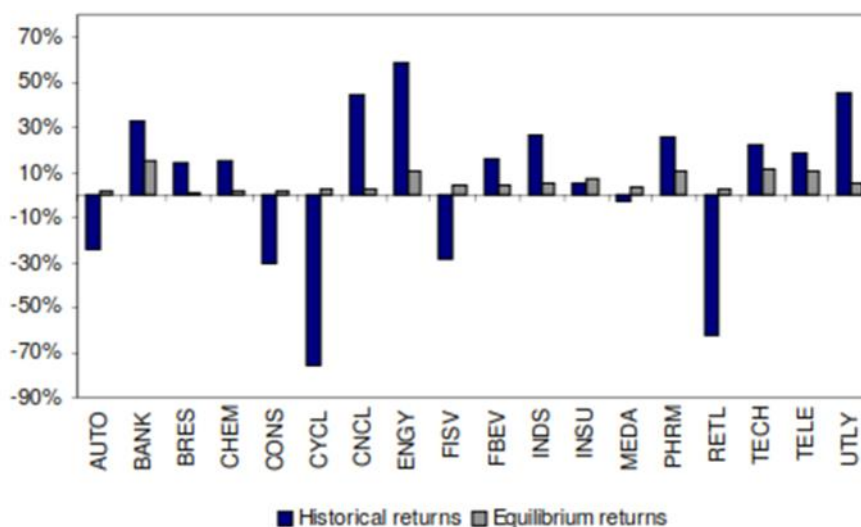
r_f = η απόδοση του χαρτοφυλακίου χωρίς κίνδυνο

σ^2 = είναι η διακύμανση του χαρτοφυλακίου αγοράς ($\sigma^2 = \omega^T \Omega \omega$)

Οι αποδόσεις που προκύπτουν με την παραπάνω διαδικασία, συνιστούν την αρχική κατανομή στο μοντέλο BL (prior distribution). Αποτελούν ένα σημείο αναφοράς για όλους τους επενδυτές και στην περίπτωση που ένας επενδυτής δεν έχει δική του άποψη για κανένα περιουσιακό στοιχείο, αυτές αποτελούν την τελική επιλογή του. Οι υπόλοιποι που διαμορφώνουν δικές τους απόψεις γέρνουν από τον βασικό αυτό άξονα είτε πάνω είτε κάτω, ανάλογα με τις απόψεις και το επίπεδο εμπιστοσύνης που έχουν για αυτές.

Η διαφορά των άριστων συντελεστών χαρτοφυλακίου με βάση ιστορικές τιμές από αυτών, με βάση αποδόσεις ισορροπίας, γίνεται κατανοητή, αν παρατηρήσει κανείς το διάγραμμα 3.2.

Πρόκειται για ένα παράδειγμα στο άρθρο του Drobetz (2001), με δείγμα δεικτών Ευρωπαϊκών κλάδων, για την περίοδο 1993-2000.



Πηγή: Drobetz, (2001)

Διάγραμμα 3.2 Άριστα Βάρη με Βάση Ιστορικές Τιμές VS με Βάση τιμές Ισορροπίας

Όπως είναι φανερό, όταν τα δεδομένα στηρίζονται στις ιστορικές τιμές, τα βάρη που προκύπτουν είναι ακραία, και συνεπώς είναι αδύνατον ένας επενδυτής να προτιμήσει ένα τέτοιο χαρτοφυλάκιο. Αντίθετα, το χαρτοφυλάκιο, που προκύπτει από τις αποδόσεις που "καθαρίζουν" την αγορά, φαίνεται πιο ρεαλιστικό και ελκυστικό.

3.5 Απόψεις Επενδυτών (Investor Views)

Η πιο σημαντική συνεισφορά του μοντέλου Black-Litterman είναι η δυνατότητα ενσωμάτωσης των υποκειμενικών απόψεων του επενδυτή, στην διαδικασία διαμόρφωσης του άριστου χαρτοφυλακίου. Δεν είναι απαραίτητο να έχει άποψη για όλα τα περιουσιακά στοιχεία. Επίσης, λαμβάνεται υπόψη το πόσο σίγουρος είναι για την άποψη του (confidence level). Οι απόψεις του μπορεί αν είναι συγκριτικές ή και απόλυτες. Για παράδειγμα, ένας επενδυτής ενδέχεται να πιστεύει ότι ο κλάδος A θα έχει καλύτερη απόδοση από τον κλάδο B κατά V , $[E(R_A)-E(R_B)=V]$, (relative view) ή να προσδοκά ότι ένας κλάδος θα αποδώσει κατά 10% καλύτερα σε σχέση με την προσδοκώμενη απόδοση της ισορροπίας (absolute view). Επίσης, μπορεί να μην είναι 100% σίγουρος για την προσδοκία του.

Αν ένας επενδυτής έχει k διαφορετικές απόψεις αναφορικά με γραμμικούς συνδυασμούς των αναμενόμενων αποδόσεων n περιουσιακών στοιχείων, οι απόψεις αυτές εκφράζονται και ενσωματώνονται ως εξής:

$$\mathbf{P} \cdot \mathbf{E}(\mathbf{R}) = \mathbf{V} + \mathbf{e}$$

όπου \mathbf{P} είναι μια $k \times n$ μήτρα των σταθμίσεων των περιουσιακών στοιχείων για κάθε άποψη. Στη περίπτωση των συγκριτικών απόψεων το άθροισμα των σταθμίσεων είναι 0, ενώ στην περίπτωση των απόλυτων απόψεων είναι ίσο με 1.

\mathbf{V} είναι ένα $k \times 1$ διάνυσμα

\mathbf{e} είναι ένα $k \times 1$ διάνυσμα για τα σφάλματα των απόψεων, δηλαδή εκφράζει τον βαθμό αβεβαιότητας για την άποψη. Αν ένα στοιχείο είναι μηδέν, τότε σημαίνει ότι ο επενδυτής είναι 100% σίγουρος.

Η πρώτη άποψη εκφράζεται ως γραμμικός συνδυασμός των αναμενόμενων αποδόσεων στην πρώτη γραμμή της μήτρας \mathbf{P} . Η τιμή της πρώτης άποψης δίνεται από το πρώτο στοιχείο του διανύσματος \mathbf{V} . Ο βαθμός αβεβαιότητας για την άποψη αυτή δίνεται από το πρώτο στοιχείο του διανύσματος \mathbf{e} . Τέλος, ορίζουμε ως Σ , την μήτρα συνδιακυμάνσεων των σφαλμάτων. Η μήτρα Σ είναι διαγώνια, εκφράζοντας, έτσι, την υπόθεση των Black και Litterman, ότι οι απόψεις είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους (Walters J., 2008). Τα διαγώνια στοιχεία της μήτρας Σ συγκεντρώνονται στο διάνυσμα \mathbf{e} .

Για παράδειγμα, έστω ότι έχουμε 4 περιουσιακά στοιχεία και 2 απόψεις. Η μια άποψη είναι συγκριτική, δηλαδή, ο επενδυτής πιστεύει ότι το περιουσιακό στοιχείο 1 θα έχει καλύτερη απόδοση σε σχέση με το περιουσιακό στοιχείο 3 κατά 2%, με εμπιστοσύνη σ_1 . Η δεύτερη άποψη είναι απόλυτη, κατά την οποία, ο επενδυτής πιστεύει ότι το περιουσιακό στοιχείο 2 θα έχει απόδοση 3%, με επίπεδο εμπιστοσύνης σ_2 . Για το τέταρτο περιουσιακό στοιχείο δεν υπάρχει υποκειμενική άποψη. Οι απόψεις του παραδείγματος μπορούν να εκφραστούν ως εξής (Walters J., 2008):

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{V} = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} \quad \Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & 0 \\ 0 & \sigma_{22} \end{bmatrix}$$

3.6 Συνδυασμός της Ισορροπίας αγοράς με τις απόψεις των επενδυτών.

Το μοντέλο Black- Litterman συνδυάζει τις αποδόσεις που "καθαρίζουν την αγορά" και τις απόψεις των επενδυτών για κάποιες από αυτές με έναν αντίστοιχο βαθμό βεβαιότητας και έτσι εξάγει ένα νέο, προσαρμοσμένο πακέτο αποδόσεων. Μέσω της διαδικασίας της βελτιστοποίησης, μέσα στο διαμορφωμένο πλαίσιο που περιγράφηκε, προκύπτουν και τα άριστα βάρη των περιουσιακών στοιχείων που διαμορφώνουν ένα πιο σταθερό και διαφοροποιημένο χαρτοφυλάκιο, σε σχέση με τα γνωστά μοντέλα διαχείρισης χαρτοφυλακίου.

Στην ειδική περίπτωση, όπου ο επενδυτής είναι σίγουρος για τις απόψεις του, η μήτρα Σ περιέχει μόνο μηδενικά στοιχεία. Η κατανομή των αναμενόμενων αποδόσεων, λαμβάνοντας υπόψη και την ισορροπία της αγοράς αλλά και τις απόψεις των επενδυτών, προκύπτει ως η λύση στο παρακάτω πρόβλημα:

$$\text{Min } [E(R)-\Pi]' \tau \Omega^{-1} [E(R)-\Pi]$$

$$\text{υπό τον περιορισμό } P \cdot E(R) = V$$

Η λύση του προβλήματος δίνεται ως εξής:

$$\text{Μέση } E(R) = \Pi + \tau \Omega P' (P \tau \Omega P')^{-1} (V - P \Pi)$$

Η φόρμουλα των Black και Litterman, η οποία δίνει το διάνυσμα των προσαρμοσμένων αναμενόμενων αποδόσεων (posterior distribution), με κανονική κατανομή, στην περίπτωση των αβέβαιων απόψεων, είναι η εξής:

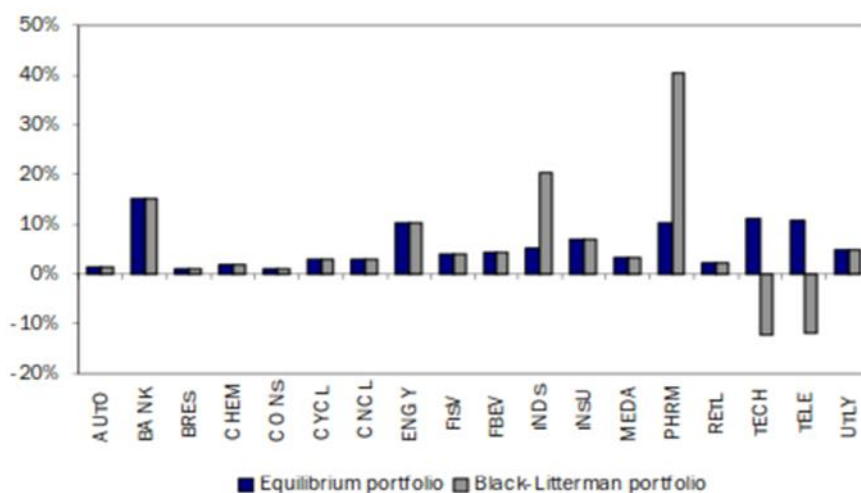
$$\text{Μέση } E(R) = [(\tau \Omega)^{-1} + P' \Sigma^{-1} P]^{-1} [(\tau \Omega)^{-1} \Pi + P' \Sigma^{-1} V]$$

Ουσιαστικά, όπως γίνεται φανερό, στο Μοντέλο LB, οι αναμενόμενες αποδόσεις προκύπτουν ως ο σταθμισμένος μέσος όρος του διανύσματος των αποδόσεων ισορροπίας (Π) και του διανύσματος των απόψεων των επενδυτών (V). Τα σχετικά βάρη είναι μια εξίσωση συναρτούμενη από την τιμή τ και τον βαθμό αβεβαιότητας των απόψεων (Ω). Όσο μεγαλύτερος είναι ο βαθμός βεβαιότητας για τις απόψεις, τόσο οι νέες αποδόσεις θα είναι πιο κοντά στις απόψεις. Όσο περισσότερο, ο επενδυτής είναι αβέβαιος για τις απόψεις του, τόσο οι νέες αποδόσεις θα πλησιάζουν στις αποδόσεις ισορροπίας της αγοράς. Η τιμή τ και ο βαθμός βεβαιότητας είναι ιδιαίτερα δύσκολο να προσδιοριστούν με ακρίβεια (Idzorek M. T., 2002). Η τιμή τ είναι αντιστρόφως ανάλογη με το σχετικό βάρος που αποδίδεται στο διάνυσμα των αποδόσεων ισορροπίας. Σύμφωνα με τους Black και Litterman (1992) και τον

Lee (2000), εφόσον η αβεβαιότητα για το μέσο είναι λιγότερη από την αβεβαιότητα για την απόδοση, η τιμή τ είναι κοντά στο μηδέν και πιο συγκεκριμένα κυμαίνεται από 0.01 έως 0.05. Άλλωστε είναι αναμενόμενο, οι τιμές ισορροπίας να παρουσιάζουν μικρότερη μεταβλητότητα από τις ιστορικές τιμές αποδόσεων.

3.7 Παράδειγμα

Ο Drobetz (2001) εφαρμόζει το μοντέλο BL, χρησιμοποιώντας δείκτες από διάφορους Ευρωπαϊκούς κλάδους, για την περίοδο 1993-2000. Στην αρχή διαμορφώνει ένα χαρτοφυλάκιο με σταθμίσεις, όπως αυτές προκύπτουν από την ισορροπία της αγοράς. Στην συνέχεια, υποθέτει ότι, ο επενδυτής έχει την άποψη ότι ένα χαρτοφυλάκιο με μετοχές από τον βιομηχανικό κλάδο (industrial) και τον φαρμακευτικό κλάδο (pharmaceutical) αποδίδει καλύτερα, και συγκεκριμένα κατά 3% περισσότερο κάθε χρόνο, από ένα χαρτοφυλάκιο με μετοχές του κλάδου τηλεπικοινωνιών (telecom) και τεχνολογίας (technology). Ενσωματώνοντας την άποψη του επενδυτή και συνδυάζοντάς την με το χαρτοφυλάκιο ισορροπίας, που λειτουργεί ως σημείο αναφοράς, προκύπτει το χαρτοφυλάκιο Black-Litterman. Οι διαφορές των δυο χαρτοφυλακίων φαίνονται στο παρακάτω διάγραμμα. Οι κλάδοι για τους οποίους δεν υπήρχε άποψη, συμμετέχουν κατά την αξιακή τους αναλογία, όπως αυτή διαμορφώνεται στην ισορροπία της αγοράς. Οι κλάδοι για τους οποίους εκφράστηκε άποψη από τον επενδυτή, συμμετέχουν κατά διαφορετικό ποσοστό στο χαρτοφυλάκιο BL. Οι κλάδοι που αναμένεται να αποδώσουν περισσότερο από τους άλλους έχουν αυξήσει την συμμετοχή τους, ενώ οι άλλοι κλάδοι συμμετέχουν με ανοιχτή πώληση.



Πηγή: Drobetz, (2001)

Διάγραμμα 3.3

Χαρτοφυλάκιο Ισορροπίας VS Χαρτοφυλάκιο Black Litterman

3.8 Ανακεφαλαίωση

Συμπερασματικά, το μοντέλο Black-Litterman υπερέρχει των άλλων μοντέλων βελτιστοποίησης χαρτοφυλακίου, σε πρακτικό επίπεδο, καθώς δεν απαιτεί την γνώση όλων των αποδόσεων και ενσωματώνει τις υποκειμενικές απόψεις των επενδυτών. Το μοντέλο Black-Litterman, από την στιγμή της δημιουργίας του, αποτέλεσε αντικείμενο μελέτης από πολλούς ερευνητές. Κάποια σημαντικά σχετικά άρθρα μπορεί να θεωρηθούν: He και Litterman (1999), Satchell και Scowcroft (2000), Drobetz (2001), Fusai και Meucci (2003), Krishnan και Mains (2005), Walters (2008). Σε κάποιες από αυτές τις έρευνες, εκτός από εφαρμογή του μοντέλου επιχειρήθηκε και η εξέλιξη αυτού. Χαρακτηριστικό παράδειγμα αποτελεί το άρθρο του Idzorek (2002). Στο άρθρο, προτείνεται ο εμπλουτισμός του τρόπου με τον οποίον διαμορφώνονται, από τους επενδυτές, τα επίπεδα εμπιστοσύνης στις απόψεις τους, και από άλλους παράγοντες, όπως η προηγούμενη ακρίβεια του μοντέλου ή του αναλυτή από όπου επηρεάστηκε ο επενδυτής. Κοινός τόπος των ερευνών αποτελεί το γεγονός ότι η εφαρμογή του Μοντέλου Black-Litterman οδηγεί στην διαμόρφωση πιο σταθερών και διαφοροποιημένων χαρτοφυλακίων για το λόγο αυτό υπερσχύει των κλασικών μοντέλων βελτιστοποίησης χαρτοφυλακίου, τουλάχιστον από πρακτικής άποψης.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

ΕΜΠΕΙΡΙΚΗ ΕΦΑΡΜΟΓΗ

4.1 Εισαγωγή

Στο κεφάλαιο αυτό, εφαρμόζεται το μοντέλο Black – Litterman ώστε να δημιουργηθεί ένα χαρτοφυλάκιο μετοχών που θα ακολουθεί τον δείκτη BEL 20, που περιλαμβάνει τις 20 μετοχές του χρηματιστηρίου των Βρυξελλών με την υψηλότερη κεφαλαιοποίηση, όπως φαίνεται στον πίνακα 4.1. Στην συνέχεια, περιγράφεται η διαδικασία που εφαρμόζεται στην έρευνα και παρουσιάζονται τα αποτελέσματα. Τέλος, με την βοήθεια των κατάλληλων δεικτών πραγματοποιείται αξιολόγηση των αποτελεσμάτων και εξάγονται τα σχετικά συμπεράσματα.

Πίνακας 4.1
Σύνθεση BEL 20

Μετοχή	Κλάδος
<i>Ackermans & van Haaren</i>	Διαφοροποιημένες Βιομηχανίες
<i>Ageas</i>	Ασφάλειες Ζωής
<i>Anheuser-Busch InBev</i>	Ζυθοποιία
<i>Befimmo-Sicafi</i>	Βιομηχανικών & Επαγγελματικών Χώρων
<i>Bekaert</i>	Διαφοροποιημένες Βιομηχανίες
<i>Belgacom</i>	Σταθερή Τηλεφωνία
<i>Cofinimmo</i>	Βιομηχανικών & Επαγγελματικών Χώρων
<i>Colruyt</i>	Τρόφιμα
<i>Delhaize Group</i>	Τρόφιμα
<i>D'Ieteren</i>	Υπηρεσίες Καταναλωτών
<i>Elia System Operator</i>	Ηλεκτρισμός
<i>GBL</i>	Χρηματοοικονομικά
<i>GDF Suez</i>	Αέριο
<i>KBC Group</i>	Τράπεζες
<i>Mobistar</i>	Τηλεπικοινωνίες
<i>Nyrstar</i>	Μη σιδηρούχα μέταλλα
<i>Solvay</i>	Χημικά
<i>Telenet Group</i>	Ραδιοτηλεοπτικές μεταδόσεις και ψυχαγωγία
<i>UCB</i>	Φαρμακευτικά προϊόντα
<i>Umicore</i>	Χημικά

Πηγή: Wikipedia, <http://en.wikipedia.org/wiki/BEL20>

Τα στοιχεία που χρησιμοποιούνται για την έρευνα, είναι οι μηνιαίες τιμές από τον Φεβρουάριο του 2008 έως τον Ιανουάριο του 2013 για όλες τις μετοχές του δείκτη BEL 20. Πηγές ήταν κυρίως το Yahoo Finance καθώς και το NYSE Euronext που διαχειρίζεται τον BEL 20. Σαν αρχικό δείγμα για την κατασκευή του χαρτοφυλακίου χρησιμοποιούνται οι λογαριθμημένες αποδόσεις από τον Μάρτιο του 2008 τον Ιανουάριο του 2012. Στο τέλος κάθε μήνα αφαιρείται ο πρώτος μήνας και προσθέτεται αυτός που έχει προβλεφθεί. Σύμφωνα με αυτό το δείγμα, προβλέπονται οι αποδόσεις των μετοχών για τον Φεβρουάριο του 2012. Συγκεκριμένα, εφαρμόζοντας τον μοντέλο BL, χρησιμοποιώντας την εφαρμογή solver του excel και μεγιστοποιώντας την αναμενόμενη απόδοση, προκύπτουν τα άριστα σταθμά. Ως γνώμες (Q) που είναι απαραίτητες για το μοντέλο BL χρησιμοποιείται ένα μοντέλο E-Garch – M, σύμφωνα με την εργασία των Beach και Orlov (2007). Μοντελοποιούνται οι λογαριθμημένες αποδόσεις, ώστε να γίνουν οι προβλέψεις για κάθε μήνα. Επίσης, εφαρμόζονται τα κατάλληλα κριτήρια ώστε να αποφευχθεί η ετεροσκεδαστικότητα στα κατάλοιπα. Επιπλέον, για την κατασκευή της μήτρας συνδιακυμάνσεως (Ω) χρησιμοποιούνται οι τυπικές αποκλίσεις του μοντέλου E-Garch. Στην κατασκευή των άριστων σταθμών για το χαρτοφυλάκιο μας χρησιμοποιείται ο εξής κανόνας: τα σταθμά του χαρτοφυλακίου μπορούν να είναι επιπλέον 1,5 φορά από τα επίσημα σταθμά του δείκτη ή λιγότερο κατά 1,5.

Πίνακας 4.2
Σταθμά Χαρτοφυλακίου

Μετοχή	BEL 20 Σταθμά	Ελάχιστα Σταθμά Χαρτοφυλακίου	Μέγιστα Σταθμά Χαρτοφυλακίου
<i>ACKERMANS</i>	2,53%	1,69%	3,80%
<i>AGEAS</i>	9,22%	6,15%	13,83%
<i>BEFIMMO</i>	1,14%	0,76%	1,71%
<i>BEKAERT</i>	1,32%	0,88%	1,98%
<i>BELGACOM</i>	4,93%	3,29%	7,40%
<i>COFNIMMO</i>	2,17%	1,45%	3,26%
<i>COLRUYT</i>	4,20%	2,80%	6,30%
<i>DELHAIZE</i>	5,66%	3,77%	8,49%
<i>D'ETEREN</i>	1,33%	0,89%	2,00%
<i>ELIA</i>	1,44%	0,96%	2,16%
<i>GBL</i>	7,58%	5,05%	11,37%
<i>GDF</i>	8,40%	5,60%	12,60%
<i>INBEV</i>	13,81%	9,21%	20,72%
<i>KBC</i>	7,21%	4,81%	10,82%
<i>MOBISTAR</i>	0,86%	0,57%	1,29%
<i>NYRSTAR</i>	1,01%	0,67%	1,52%
<i>SOLVAY</i>	10,32%	6,88%	15,48%
<i>TELENET</i>	3,35%	2,23%	5,03%
<i>UCB</i>	6,76%	4,51%	10,14%
<i>UMICORE</i>	6,76%	4,51%	10,14%

Πηγή Euronext, <https://indices.nyx.com/en/products/indices/BE0389555039-XBRU>

Με αυτόν τον τρόπο αποφεύγονται τα ακραία σταθμά για το χαρτοφυλάκιο και εξασφαλίζεται όσο τον δυνατόν καλύτερα η παρακολούθηση του δείκτη αναφοράς.

4.2 Αποτελέσματα

Στην αρχή κάθε μήνα αλλάζουν τα σταθμά του χαρτοφυλακίου ώστε να προσαρμοστούν στις νέες συνθήκες τις αγορές. Στο παρακάτω σχήμα παρουσιάζονται τα αριστά σταθμά που προκύπτουν μέσα από το Solver του Excel καθώς και οι αποδόσεις των μετοχών για τους μήνες που αξιολογούνται στο χαρτοφυλάκιο.

Το χαρτοφυλάκιο, θα συγκριθεί επιπλέον με τα εξής αμοιβαία κεφάλαια που παρακολουθούν τον δείκτη BEL 20: *KBC Equity Fund – Belgium*, *ING - Life Fund Belgium Equity*, *Dexia Equities B – Belgium*, *AXA B Fund - Belgian Equities*, *Lyxor ETF BEL 20*.

Πίνακας 4.4 Αποδόσεις Χαρτοφυλακίων

	<i>KBC Equity Fund - Belgium</i>	<i>ING - Life Fund Belgium Equity</i>	<i>Dexia Equities B - Belgium</i>	<i>AXA B Fund - Belgian Equities</i>	<i>Lyxor ETF BEL 20</i>	<i>BL MODEL</i>	<i>BEL 20 Index</i>
	7,09%	3,92%	3,55%	7,55%	5,56%	4,06%	5,46%
	2,45%	3,31%	2,82%	-0,66%	1,38%	1,54%	1,05%
	2,21%	2,17%	3,11%	6,73%	2,31%	-2,68%	2,84%
	-4,58%	-4,97%	-3,07%	-4,21%	-4,38%	-5,78%	-6,31%
	-7,01%	-6,06%	-5,04%	-4,48%	-6,55%	4,46%	-7,34%
	8,24%	8,36%	8,05%	6,00%	9,01%	3,70%	9,30%
	-0,44%	2,01%	-0,03%	2,68%	1,77%	1,37%	1,55%
	4,68%	1,84%	3,17%	0,09%	3,32%	2,68%	3,32%
	3,89%	1,81%	3,18%	5,46%	1,83%	-0,28%	1,51%
	0,18%	-1,23%	-2,45%	1,79%	-0,18%	4,36%	-0,61%
	1,64%	1,93%	2,29%	-0,05%	1,71%	2,14%	2,17%
	4,86%	1,41%	3,28%	5,05%	2,93%	1,34%	3,42%
Standard Deviation	4,45%	3,85%	3,60%	4,11%	4,06%	3,07%	4,57%
Expected Return	1,93%	1,21%	1,57%	2,16%	1,56%	1,41%	1,36%

Ο παραπάνω πίνακας μας δείχνει πως το χαρτοφυλάκιο μας έχει την μικρότερη τυπική απόκλιση από τα υπόλοιπα αμοιβαία κεφάλαια καθώς και καλύτερη απόδοση από τον δείκτη. Στη συνέχεια, εφαρμόζονται οι δείκτες αξιολόγησης με αποτέλεσμα να προκύπτει μια πιο λεπτομερή εικόνα για το μοντέλο. Ως ελεύθερο από κίνδυνο επιτόκιο χρησιμοποιείται το 2,03%.

Πίνακας 4.5 Δείκτες Αξιολόγησης

	<i>KBC Equity Fund - Belgium</i>	<i>ING - Life Fund Belgium Equity</i>	<i>Dexia Equities B - Belgium</i>	<i>AXA B Fund - Belgian Equities</i>	<i>Lyxor ETF BEL 20</i>	<i>BL MODEL</i>	<i>BEL 20 Index</i>
Sharpe Ratio	39,65%	26,99%	38,99%	48,44%	34,21%	40,32%	26,14%
Treynor Ratio	1,89%	1,28%	1,90%	2,72%	1,57%	5,86%	1,19%
Jensen Alpha	0,65%	0,07%	0,52%	1,12%	0,33%	0,99%	0,00%

Από τον δείκτη Sharpe προκύπτει ότι το χαρτοφυλάκιο καταφέρνει να ξεπεράσει την αγορά και υπολείπεται μόνο του αμοιβαίου κεφαλαίου της AXA. Ο δείκτης Treynor μας δείχνει ότι το χαρτοφυλάκιο μας έχει την καλύτερη επίδοση στην αγορά. Ο δείκτης του Jensen μας δείχνει πάλι ότι το χαρτοφυλάκιο μας που ακολουθεί το μοντέλο των Black & Litterman έχει μια εξαιρετική απόδοση

4.4 Τελικά Συμπεράσματα και Περιορισμοί

Το μοντέλο των Black & Litterman αποδείχτηκε ότι μπορεί να αποδώσει εξαιρετικά. Οι επιδόσεις του σε σύγκριση με τον δείκτη αναφοράς (Benchmark) αλλά και σε σύγκριση με τα υπόλοιπα αμοιβαία κεφάλαια μας δείχνουν ένα μοντέλο που έχει προοπτικές. Οι απόψεις των επενδυτών που σχηματίστηκαν μέσω του E-Garch μοντέλου αλλά και οι μήτρες συνδιακύμανσης που δημιουργήθηκαν με το ίδιο μοντέλο φαίνεται ότι έχουν προβλεπτική ικανότητα.

Η διαχείριση του χαρτοφυλακίου με το μοντέλο BL έβγαλε θετικά συμπεράσματα. Πρέπει να ληφθεί υπόψη, όμως, ότι το δείγμα που χρησιμοποιήθηκε για το πείραμα ήταν αρκετά μικρό όπως και η αξιολόγηση αφορούσε πολύ σύντομο χρονικό διάστημα. Επιπλέον, η εφαρμογή και η επιτυχία του μοντέλου σε μια αγορά και σε μια χρονική στιγμή δεν διασφαλίζει και την ανάλογη επιτυχία σε άλλη αγορά και σε άλλη χρονική στιγμή.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

1. Υπολογισμός ελεύθερου από κίνδυνο επιτοκίου.....	35
2. Τιμές Μετοχών.....	35
3. Προβλέψεις E-Garch Μοντέλου.....	36

1.Υπολογισμός ελεύθερου από κίνδυνο επιτοκίου

	Bel 20 Return	10 Years Bond	Rm - Rf
2003	8,20%	4,33%	3,86%
2004	30,68%	3,69%	26,99%
2005	21,03%	3,33%	17,70%
2006	23,65%	4,00%	19,65%
2007	-5,95%	4,45%	-10,40%
2008	-53,76%	3,77%	-57,52%
2009	31,59%	3,70%	27,89%
2010	2,67%	3,97%	-1,30%
2011	-19,20%	4,10%	-23,30%
2012	18,83%	2,06%	16,78%
		Average	2,03%

2. Τιμές Μετοχών

	ACKERMANS	AGEAS	BEFIMMO	BEKAERT	BELGACOI	COFNIMM	COLRUYT	DELHAIZE	D'ETEREN	ELIA	GBL	GDF	INBEV	KBC	MOBISTAI	NYRSTAR	SOLVAY	TELENET	UCB	UMICORE
Φεβ-08	67,9 €	146,8 €	70,6 €	29,9 €	31,8 €	134,3 €	32,4 €	51,9 €	23,4 €	29,0 €	79,5 €	41,0 €	60,0 €	83,3 €	56,5 €	16,3 €	83,3 €	14,1 €	31,4 €	33,8 €
Μαρ-08	65,8 €	159,6 €	72,0 €	29,2 €	28,1 €	132,9 €	32,6 €	50,0 €	22,5 €	28,2 €	77,3 €	39,5 €	55,7 €	82,1 €	57,4 €	13,6 €	80,8 €	14,0 €	22,0 €	33,0 €
Απρ-08	65,6 €	175,0 €	77,0 €	31,2 €	29,7 €	139,9 €	32,7 €	51,7 €	19,8 €	28,6 €	81,6 €	41,0 €	52,8 €	87,1 €	57,3 €	13,7 €	94,4 €	15,6 €	27,8 €	34,3 €
Μαι-08	70,4 €	157,4 €	72,9 €	33,0 €	30,3 €	137,3 €	32,6 €	57,2 €	19,7 €	27,0 €	85,7 €	43,1 €	49,6 €	79,3 €	52,8 €	14,5 €	92,2 €	16,4 €	25,9 €	35,3 €
Ιουν-08	64,3 €	101,6 €	70,6 €	34,8 €	27,4 €	121,6 €	33,6 €	49,2 €	17,5 €	26,1 €	75,6 €	46,1 €	44,1 €	70,5 €	51,5 €	11,3 €	83,1 €	14,4 €	23,5 €	31,4 €
Ιουλ-08	68,2 €	90,8 €	63,6 €	31,7 €	25,4 €	114,3 €	33,8 €	41,6 €	15,9 €	26,0 €	71,5 €	41,1 €	43,3 €	65,6 €	53,2 €	8,1 €	77,0 €	14,0 €	22,0 €	28,9 €
Αυγ-08	67,7 €	94,8 €	67,2 €	37,0 €	27,2 €	121,3 €	37,2 €	35,6 €	17,2 €	26,3 €	71,1 €	39,6 €	47,4 €	65,1 €	50,6 €	6,1 €	83,7 €	15,6 €	26,9 €	30,0 €
Σεπ-08	63,5 €	43,0 €	72,1 €	40,1 €	26,5 €	122,6 €	35,4 €	44,9 €	15,9 €	26,3 €	60,4 €	40,0 €	41,8 €	59,7 €	49,7 €	4,3 €	86,3 €	14,5 €	24,9 €	21,6 €
Οκτ-08	44,9 €	8,9 €	68,5 €	31,1 €	26,7 €	123,5 €	35,2 €	42,4 €	12,0 €	24,5 €	57,1 €	36,4 €	31,5 €	33,5 €	52,0 €	2,4 €	72,7 €	12,1 €	20,0 €	14,0 €
Νοε-08	44,4 €	7,4 €	58,4 €	25,5 €	28,4 €	100,5 €	33,9 €	43,4 €	9,8 €	25,1 €	57,7 €	35,2 €	12,9 €	23,6 €	53,9 €	2,3 €	56,2 €	11,6 €	23,5 €	14,1 €
Δεκ-08	36,4 €	9,3 €	59,4 €	16,4 €	27,3 €	102,1 €	30,8 €	46,3 €	7,5 €	24,6 €	56,9 €	28,9 €	16,6 €	21,5 €	51,6 €	2,2 €	53,1 €	12,3 €	23,3 €	14,1 €
Ιαν-09	34,3 €	15,5 €	66,9 €	16,4 €	27,4 €	103,5 €	34,7 €	47,0 €	8,8 €	26,2 €	57,6 €	35,3 €	19,9 €	14,3 €	57,5 €	2,4 €	55,4 €	12,4 €	24,4 €	14,6 €
Φεβ-09	36,8 €	13,2 €	68,8 €	14,5 €	25,9 €	90,2 €	36,0 €	48,5 €	9,8 €	27,0 €	51,0 €	30,1 €	21,8 €	8,4 €	48,9 €	2,5 €	45,1 €	13,8 €	23,9 €	12,1 €
Μαρ-09	36,2 €	13,8 €	67,0 €	12,6 €	23,6 €	83,4 €	34,5 €	45,8 €	10,8 €	24,8 €	51,2 €	23,3 €	20,8 €	12,2 €	47,6 €	3,0 €	52,8 €	12,7 €	22,2 €	13,9 €
Απρ-09	44,4 €	18,8 €	64,6 €	17,4 €	22,1 €	82,6 €	34,5 €	49,8 €	14,5 €	27,7 €	55,0 €	25,8 €	23,3 €	16,9 €	45,4 €	4,9 €	65,2 €	14,7 €	20,7 €	15,0 €
Μαι-09	45,4 €	27,0 €	64,4 €	25,3 €	22,1 €	85,4 €	33,3 €	51,5 €	14,5 €	26,3 €	56,9 €	27,9 €	24,8 €	14,5 €	43,6 €	6,4 €	64,6 €	14,1 €	23,5 €	16,9 €
Ιουν-09	47,1 €	24,3 €	60,2 €	24,9 €	22,7 €	86,5 €	32,5 €	49,4 €	14,7 €	26,0 €	52,1 €	28,6 €	25,7 €	13,0 €	43,9 €	6,0 €	60,1 €	15,1 €	22,8 €	16,2 €
Ιουλ-09	49,2 €	27,3 €	55,9 €	24,9 €	25,1 €	82,3 €	31,4 €	51,4 €	15,2 €	26,4 €	55,7 €	23,3 €	27,9 €	15,0 €	44,7 €	6,1 €	68,8 €	16,1 €	23,2 €	18,3 €
Αυγ-09	51,2 €	29,8 €	61,0 €	29,2 €	26,2 €	83,5 €	32,0 €	50,0 €	21,3 €	26,5 €	61,1 €	26,3 €	30,1 €	26,1 €	44,9 €	7,2 €	73,5 €	16,6 €	27,1 €	18,9 €
Σεπ-09	49,8 €	32,0 €	64,3 €	30,2 €	26,6 €	90,3 €	32,1 €	46,9 €	25,2 €	27,6 €	63,1 €	25,4 €	31,2 €	24,3 €	47,3 €	8,3 €	71,0 €	18,0 €	28,8 €	20,5 €
Οκτ-09	49,3 €	29,5 €	61,4 €	29,9 €	25,5 €	95,0 €	32,4 €	47,1 €	24,7 €	27,5 €	60,1 €	29,6 €	32,0 €	29,3 €	46,8 €	8,0 €	66,9 €	18,2 €	29,1 €	20,8 €
Νοε-09	50,9 €	28,1 €	61,9 €	28,9 €	25,2 €	96,5 €	33,9 €	46,7 €	28,5 €	27,3 €	60,7 €	28,2 €	33,2 €	29,6 €	46,8 €	8,4 €	70,3 €	18,2 €	29,7 €	22,7 €
Δεκ-09	52,0 €	26,2 €	61,5 €	35,1 €	25,3 €	98,5 €	33,7 €	52,0 €	27,9 €	27,3 €	66,1 €	28,5 €	36,4 €	30,4 €	47,9 €	7,5 €	75,6 €	19,9 €	29,2 €	23,4 €
Ιαν-10	49,8 €	25,5 €	63,0 €	37,3 €	26,4 €	99,5 €	35,2 €	54,9 €	31,1 €	27,4 €	66,2 €	30,5 €	36,2 €	31,6 €	45,5 €	10,1 €	71,7 €	20,8 €	32,3 €	22,4 €
Φεβ-10	49,1 €	25,2 €	60,3 €	36,1 €	27,5 €	99,4 €	36,7 €	56,9 €	32,0 €	27,8 €	64,3 €	27,7 €	36,8 €	33,2 €	43,4 €	9,5 €	70,2 €	21,9 €	32,5 €	22,0 €
Μαρ-10	54,2 €	26,4 €	58,5 €	40,0 €	28,9 €	98,6 €	36,5 €	57,9 €	37,5 €	27,8 €	65,4 €	27,2 €	37,3 €	35,9 €	45,6 €	11,0 €	76,1 €	22,4 €	31,6 €	25,9 €
Απρ-10	52,0 €	23,3 €	62,7 €	44,9 €	26,4 €	105,2 €	37,0 €	60,7 €	35,4 €	28,5 €	63,7 €	28,9 €	36,6 €	34,3 €	46,3 €	9,9 €	72,0 €	22,8 €	29,9 €	27,6 €
Μαι-10	48,4 €	20,8 €	55,9 €	45,5 €	25,0 €	96,9 €	37,0 €	62,7 €	36,1 €	26,5 €	58,8 €	26,2 €	39,3 €	31,9 €	40,8 €	8,6 €	71,4 €	21,2 €	26,9 €	24,7 €
Ιουν-10	50,8 €	18,5 €	58,2 €	46,0 €	25,9 €	95,8 €	38,6 €	66,4 €	35,0 €	25,6 €	57,0 €	25,5 €	39,7 €	31,8 €	43,6 €	8,5 €	70,2 €	21,6 €	26,8 €	23,9 €
Ιουλ-10	52,5 €	21,1 €	55,3 €	44,6 €	27,6 €	91,1 €	37,8 €	58,9 €	37,0 €	26,4 €	59,6 €	23,3 €	40,6 €	33,9 €	44,2 €	8,9 €	75,1 €	21,9 €	24,7 €	25,9 €
Αυγ-10	53,5 €	20,0 €	58,6 €	55,6 €	28,1 €	98,7 €	39,1 €	57,8 €	37,1 €	26,8 €	58,2 €	26,3 €	41,0 €	32,8 €	44,2 €	8,5 €	71,5 €	23,6 €	22,5 €	27,4 €
Σεπ-10	58,6 €	21,0 €	59,3 €	56,2 €	28,6 €	95,8 €	38,8 €	53,7 €	41,1 €	26,9 €	61,1 €	25,4 €	43,2 €	32,9 €	44,9 €	9,8 €	78,3 €	24,6 €	25,4 €	31,7 €
Οκτ-10	61,9 €	22,1 €	62,1 €	64,0 €	28,2 €	98,0 €	40,5 €	52,0 €	39,2 €	27,2 €	63,6 €	26,0 €	45,0 €	31,3 €	47,6 €	10,6 €	76,1 €	30,0 €	27,9 €	33,8 €
Νοε-10	57,4 €	17,6 €	65,7 €	73,8 €	26,1 €	103,2 €	38,5 €	50,7 €	40,7 €	27,2 €	60,4 €	28,5 €	41,9 €	27,0 €	44,8 €	10,1 €	74,5 €	27,9 €	24,9 €	36,6 €
Δεκ-10	62,5 €	17,1 €	65,1 €	76,5 €	25,1 €	96,5 €	38,1 €	53,3 €	47,2 €	28,7 €	62,9 €	25,7 €	42,8 €	25,5 €	48,5 €	11,2 €	79,8 €	29,5 €	26,7 €	38,9 €
Ιαν-11	62,6 €	20,7 €	62,6 €	87,4 €	26,3 €	96,6 €	37,4 €	56,9 €	43,9 €	29,2 €	65,7 €	27,3 €	40,4 €	29,3 €	45,6 €	11,7 €	76,4 €	28,8 €	26,1 €	37,5 €
Φεβ-11	62,9 €	23,0 €	60,5 €	74,3 €	27,2 €	100,5 €	36,4 €	57,8 €	49,1 €	28,5 €	66,6 €	29,5 €	40,4 €	30,3 €	46,3 €	9,8 €	85,0 €	32,5 €	26,9 €	36,5 €
Μαρ-11	68,1 €	20,1 €	60,6 €	79,4 €	27,3 €	101,3 €	37,2 €	56,7 €	48,4 €	28,8 €	65,9 €	28,8 €	40,2 €	26,5 €	48,9 €	10,2 €	83,9 €	33,1 €	26,8 €	35,0 €
Απρ-11	70,6 €	20,5 €	61,4 €	81,9 €	26,6 €	103,9 €	39,0 €	57,4 €	49,1 €	30,0 €	67,0 €	28,4 €	43,1 €	27,5 €	50,1 €	9,3 €	97,4 €	33,6 €	32,6 €	38,7 €
Μαι-11	66,8 €	19,2 €	62,9 €	83,3 €	24,2 €	103,1 €	39,9 €	58,4 €	46,7 €	32,3 €	63,0 €	27,7 €	41,9 €	29,4 €	49,8 €	9,3 €	103,9 €	31,6 €	33,2 €	38,3 €
Ιουν-11	67,0 €	18,7 €	64,2 €	72,9 €	24,6 €	99,1 €	34,5 €	56,0 €	47,1 €	29,5 €	61,3 €	25,2 €	40,0 €	27,1 €	52,4 €	10,0 €	106,6 €	32,8 €	31,0 €	37,6 €
Ιουλ-11	61,7 €	14,4 €	61,5 €	54,2 €	24,3 €	97,9 €	33,9 €	51,5 €	47,4 €	28,5 €	58,8 €	25,3 €	40,2 €	24,7 €	48,6 €	9,3 €	104,9 €	28,4 €	32,1 €	35,6 €
Αυγ-11	59,7 €	14,0 €	57,7 €	39,9 €	22,8 €	95,7 €	36,4 €	49,2 €	38,6 €	30,5 €	56,2 €	22,0 €	38,5 €	19,7 €	45,2 €	7,8 €	85,4 €	28,2 €	31,2 €	33,7 €
Σεπ-11	53,1 €	13,1 €	57,4 €	38,9 €	22,7 €	95,3 €	31,3 €	46,7 €	37,5 €	30,4 €	53,0 €	21,5 €	39,8 €	17,5 €	43,0 €	6,6 €	71,0 €	27,6 €	32,1 €	27,5 €
Οκτ-11	58,6 €	14,6 €	55,3 €	29,8 €	21,9 €	87,6 €	29,8 €	43,3 €	41,3 €	29,4 €	55,8 €	22,4 €	40,2 €	16,2 €	41,3 €	6,4 €	74,1 €	27,9 €	31,9 €	31,1 €
Νοε-11	57,3 €	13,0 €	54,1 €	31,2 €	23,6 €	86,7 €	28,1 €	46,2 €	35,0 €	29,4 €	52,8 €	19,7 €	44,3 €	8,3 €	40,6 €	6,4 €	69,7 €	27,8 €	31,1 €	31,9 €
Δεκ-11	57,6 €	12,0 €	51,1 €	28,5 €	24,2 €	87,6 €	29,3 €	44,1 €	34,1 €	29,9 €	51,5 €	20,9 €	47,3 €	9,7 €	40,5 €	6,1 €	63,7 €	29,5 €	32,5 €	31,9 €
Ιαν-12	61,4 €	15,9 €	52,2 €	25,8 €	23,9 €	92,2 €	28,9 €	43,1 €	38,0 €	29,1 €	55,4 €	21,8 €	46,4 €	14,5 €	38,2 €	7,1 €	75,4 €	30,3 €	31,1 €	35,5 €
Φεβ-12	62,3 €	15,9 €	52,5 €	33,3 €	23,9 €	91,5 €	29,4 €	42,5 €	36,2 €	30,1 €	56,4 €	21,2 €	50,4 €	17,7 €	36,0 €	7,1 €	92,4 €	29,6 €	30,3 €	39,1 €
Μαρ-12	63,5 €	16,5 €	48,3 €	24,4 €	24,1 €	91,3 €	30,1 €	41,4 €	34,9 €	31,8 €	58,0 €	19,8 €	54,8 €	18,8 €	37,4 €	6,2 €	88,8 €	31,0 €	32,4 €	41,3 €
Απρ-12	64,8 €	13,8 €	49,9 €	24,3 €	21,5 €	92,6 €	31,0 €	40,0 €	33,3 €	32,3 €	52,4 €	19,6 €	54,5 €	14,6 €	28,6 €	6,2 €	91,9 €	32,4 €	35,3 €	41,0 €
Μαι-12	62,7 €	12,8 €	45,4 €	22,1 €	21,3 €	85,5 €	32,5 €	35,9 €	30,6 €	30,6 €	50,6 €	17,3 €	54,8 €	12,4 €	23,9 €	4,8 €	84,7 €	33,0 €	37,9 €	38,4 €
Ιουν-12	61,9 €	15,6 €	45,6 €	20,2 €	22,5 €	83,4 €	35,2 €	29,3 €	32,8 €	32,5 €	53,5 €	16,0 €	61,3 €	16,7 €	27,0 €	4,5 €	77,8 €	34,5 €	39,8 €	36,4 €
Ιουλ-12	62,3 €	16,2 €	46,3 €	19,5 €	23,4 €	87,8 €	36,9 €	29,1 €	33,8 €	32,3 €	53,3 €	18,9 €	64,2 €	17,0 €	25,1 €	3,9 €	84,6 €	35,9 €	40,8 €	36,1 €
Αυγ-12	61,4 €	17,7 €	49,0 €	20,8 €	23,6 €	88,7 €	37,7 €	28,7 €	35,2 €	31,1 €	54,9 €	18,3 €	66,8 €	17,3 €	25,2 €	3,8 €	89,2 €	30,9 €	39,0 €	37,7 €
Σεπ-12	62,6 €	18,7 €	46,7 €	20,3 €	23,8 €	87,5 €	33,9 €	31,9 €	38,0 €	31,8 €	57,8 €	19,7 €	65,0 €	18,7 €	24,6 €	4,9 €	90,1 €	34,9 €	42,8 €	40,7 €
Οκτ-12	62,7 €	19,6 €	45,9 €	22,6 €																

3. Προβλέψεις E-Garch Μοντέλου

Φεβρουάριος	Resid(-1)	Resid(-2)	MA(1) coef	MA(2) Coef	Garch(-1)	C(7)	C(8)	C(9)	C(10)	C	stock(-1) Coef	Stock(-2) Coef	Stock(-1)	Stock(-2)	Garch Coef	Log(garch)	Αναμ. τυπική Απόκλιση	Αναμενόμενη Απόδοση
Ackermans	0,08	0,01	-0,58	0,84	0,02	-2,50	-1,87	-0,72	0,28	0,01	0,55	-0,53	0,06	0,01	-3,53	-4,65	0,48%	0,72%
Ageas	0,26	-0,05	-0,12	1,11	0,01	-3,17	0,97	-0,71	0,37	-0,09	-0,04	-1,03	0,28	-0,08	-2,82	-3,23	2,43%	-10,72%
Befimmo	0,02	0,00	0,00	0,00	0,00	-2,29	-0,15	-0,38	0,60	-0,06	0,24	0,00	0,02	-0,06	19,34	-3,90	1,13%	-4,97%
Belgacom	0,00	0,00	1,00	0,00	0,00	0,05	-0,98	-0,24	-0,54	0,70	0,00	-0,78	0,00	-0,10	0,00	0,00	11,25%	8,21%
Confimmo	-0,02	0,00	0,63	0,00	1,01	-4,22	-0,93	-0,41	0,22	-0,04	-0,24	0,00	-0,02	0,00	17,98	-4,23	0,77%	-4,38%
Colruyt	0,07	0,00	0,00	0,00	0,00	-4,79	-0,79	-0,48	-0,15	0,03	-0,35	0,00	0,05	0,00	-9,65	-7,42	0,02%	0,73%
Colruyt	-0,09	0,00	-0,51	0,00	0,00	-8,77	0,74	0,05	-0,30	0,05	0,08	0,00	-0,01	0,00	-22,26	-6,29	0,07%	9,19%
Delhaize	-0,05	-0,04	-0,61	0,88	0,01	-9,66	2,25	-0,25	-0,21	-0,01	0,48	-0,42	-0,02	-0,05	0,00	-7,66	0,01%	-0,14%
Dieteren	-0,57	-0,83	0,73	-0,02	0,04	-5,09	-0,27	-0,67	-0,17	-0,21	0,23	0,44	0,11	-0,03	19,03	-3,70	1,42%	-59,37%
Ella	-0,03	0,00	-0,96	0,00	0,00	-0,26	0,81	0,08	0,89	0,00	0,40	0,00	-0,03	0,00	0,00	-4,04	0,95%	1,49%
GBL	0,04	0,00	-0,17	0,00	0,00	-3,25	-1,87	0,08	0,24	0,01	0,47	-0,44	0,07	-0,03	-7,10	-5,31	0,22%	5,15%
GDF	-0,01	0,06	-1,51	1,23	0,00	-2,71	-2,15	-1,43	0,33	0,00	0,84	-0,59	0,04	0,06	0,00	-3,90	1,12%	7,78%
Inbev	-0,05	0,05	1,18	0,73	0,00	-3,73	1,22	-0,40	0,50	0,04	-1,04	-0,57	-0,02	0,07	0,00	-3,60	1,59%	0,34%
KBC	-0,09	0,34	0,39	-0,42	0,01	-3,40	-0,16	-0,55	0,05	-0,34	0,88	0,00	0,40	0,00	11,71	-3,76	1,32%	-16,74%
Mobistar	-0,04	0,01	-0,25	0,95	0,00	-0,98	0,00	0,51	0,84	0,00	0,00	-0,57	0,00	0,00	0,00	-2,30	7,08%	1,91%
Nyrstar	0,17	-0,04	-0,41	-0,33	0,01	-4,72	0,97	-0,16	0,00	0,00	0,81	0,00	0,16	0,00	0,00	-3,53	1,72%	7,01%
Solvay	0,00	0,00	0,00	0,00	0,01	-4,09	-1,26	-2,11	0,00	0,01	0,19	-0,37	0,17	-0,09	0,00	-4,09	0,90%	7,24%
Telenet	0,02	0,00	1,23	0,00	0,00	-13,65	0,00	-0,27	-0,51	0,03	-0,94	0,00	0,03	0,00	0,00	-12,37	0,00%	2,66%
UCB	-0,03	0,00	0,44	0,00	0,00	-1,06	-0,36	-0,78	0,20	-0,02	-0,42	0,00	-0,04	0,00	0,00	-1,35	21,23%	-1,59%
Umicore	0,08	0,00	0,00	0,00	0,01	-3,43	-0,20	-0,47	0,29	0,29	-0,85	0,00	0,11	0,00	-36,22	-4,65	0,47%	19,61%
Μάρτιος																		
Resid(-1)	Resid(-2)	MA(1) coef	MA(2) Coef	Garch(-1)	C(7)	C(8)	C(9)	C(10)	C	stock(-1) Coef	Stock(-2) Coef	Stock(-1)	Stock(-2)	Garch Coef	Log(garch)	Αναμ. τυπική Απόκλιση	Αναμενόμενη Απόδοση	
Ackermans	0,02	0,10	-0,48	0,74	0,00	-4,45	-1,44	-0,48	0,00	0,01	0,41	-0,37	0,02	0,06	-6,61	-5,56	0,17%	5,37%
Ageas	-0,04	0,28	1,29	0,98	0,01	-0,34	-0,25	-0,55	0,86	-0,11	-0,95	-0,57	0,00	0,28	0,00	-1,89	11,34%	-4,74%
Befimmo	-0,01	0,00	-1,25	0,59	0,00	-3,49	1,49	-0,05	0,63	0,00	1,16	-0,71	0,01	0,02	0,00	-4,85	0,37%	0,31%
Bekaert	0,17	-0,13	-0,75	0,44	0,03	-1,70	-0,15	-0,38	0,55	0,47	0,00	0,00	0,00	0,00	-21,36	-3,07	2,93%	27,90%
Belgacom	0,08	-0,02	0,71	0,00	0,00	-6,30	0,23	0,00	-0,09	0,03	-0,44	0,00	0,00	0,00	-22,50	-7,32	0,02%	8,48%
Confimmo	0,00	0,05	0,00	0,91	0,00	-4,26	-1,63	1,46	0,19	-0,03	0,12	-0,86	-0,01	0,05	0,00	-4,71	0,44%	-3,45%
Colruyt	0,02	-0,01	0,85	0,00	0,00	-6,59	0,66	0,14	0,00	0,00	-1,00	-0,14	0,02	-0,01	0,00	-6,20	0,08%	-0,10%
Delhaize	0,01	-0,02	-0,20	0,24	0,00	-8,99	2,07	-0,14	-0,30	-0,02	0,37	0,00	-0,02	-0,02	0,00	-7,67	0,01%	-3,15%
Dieteren	-0,29	-0,17	0,14	-0,12	0,02	-4,29	-0,23	-0,61	0,00	-0,26	0,87	0,00	-0,05	0,00	19,49	-3,53	1,71%	-32,19%
Ella	0,02	-0,03	-0,96	0,00	0,00	-7,41	0,84	0,18	0,00	0,00	0,56	0,00	0,04	0,00	0,00	-6,93	0,03%	0,51%
GBL	-0,03	0,05	-0,18	0,00	0,00	-2,92	-2,26	0,31	0,25	0,01	0,43	-0,49	0,02	0,07	-7,02	-13,31	0,00%	-1,06%
GDF	-0,01	0,05	0,00	0,00	0,01	-1,31	-0,38	-0,46	0,68	-0,07	-0,17	0,00	-0,03	0,00	7,49	-2,72	4,34%	-6,53%
Inbev	0,07	-0,03	-0,82	0,00	0,00	-4,22	1,38	-0,50	0,41	0,00	0,73	0,00	0,08	0,00	0,00	-4,30	0,71%	1,17%
KBC	0,15	-0,06	-0,29	-0,68	0,05	-3,54	-0,55	-1,92	0,05	-0,01	0,65	0,00	0,20	0,00	0,00	-5,25	0,24%	12,67%
Mobistar	-0,08	-0,05	-0,10	0,92	0,00	-10,90	1,72	-0,06	-0,44	-0,02	-0,15	-0,73	-0,06	-0,06	0,00	-6,88	0,04%	-0,24%
Nyrstar	-0,09	0,15	-0,47	-0,32	0,03	-4,79	1,00	-0,10	0,00	0,00	0,83	0,00	-0,01	0,00	0,00	-4,20	0,80%	-1,00%
Solvay	0,13	0,15	-0,08	-0,52	0,01	-2,35	-1,53	-1,08	0,24	-0,01	0,41	0,00	0,20	0,00	0,00	-7,50	0,02%	-1,09%
Telenet	-0,04	0,01	1,24	0,00	0,00	-7,97	0,00	-0,39	-0,40	0,02	-0,96	0,00	-0,02	0,00	0,00	-6,72	0,04%	-0,29%
UCB	-0,03	-0,04	0,69	0,66	0,00	-6,99	0,79	-0,27	-0,29	-0,06	-0,44	-0,42	-0,03	-0,04	6,72	-6,28	0,07%	-7,48%
Umicore	0,01	0,06	0,19	1,04	0,00	-3,25	-0,54	-1,35	-0,02	0,06	-0,22	-1,03	0,09	0,11	-1,71	-6,54	0,05%	-0,91%
Απρίλιος																		
Resid(-1)	Resid(-2)	MA(1) coef	MA(2) Coef	Garch(-1)	C(7)	C(8)	C(9)	C(10)	C	stock(-1) Coef	Stock(-2) Coef	Stock(-1)	Stock(-2)	Garch Coef	Log(garch)	Αναμ. τυπική Απόκλιση	Αναμενόμενη Απόδοση	
Ackermans	0,04	0,03	-0,46	0,75	0,00	-4,57	-1,30	-0,51	0,00	0,01	0,39	-0,38	0,02	0,02	-7,13	-5,80	0,13%	1,19%
Ageas	0,09	-0,02	1,32	0,64	0,01	-5,49	1,13	-0,09	-0,40	-0,13	-1,17	-0,46	0,03	0,00	0,00	-3,63	1,53%	-6,23%
Befimmo	-0,06	0,01	0,73	0,00	0,00	-0,30	-0,26	-0,37	0,90	-0,03	-0,60	0,00	-0,08	0,00	0,00	-2,42	6,17%	-2,45%
Bekaert	-0,08	0,29	-0,60	0,63	0,02	-4,97	1,45	-0,29	0,10	0,05	0,00	0,00	0,00	0,00	-2,58	-4,18	0,81%	27,67%
Belgacom	-0,04	-0,02	0,29	0,00	0,00	-5,92	-0,45	-0,33	0,00	-0,08	0,33	0,00	0,01	0,00	41,00	-6,00	0,10%	-9,17%
Confimmo	0,04	0,02	0,00	0,85	0,00	-5,87	-0,64	0,91	0,03	-0,02	0,15	-0,90	0,00	-0,01	-5,67	-5,72	0,14%	0,30%
Colruyt	0,01	0,00	-0,99	0,00	0,00	-6,67	0,70	0,16	0,00	0,00	0,86	0,00	0,02	0,00	0,00	-6,44	0,06%	1,05%
Delhaize	0,00	0,01	-0,48	0,25	0,00	-8,40	1,87	-0,42	-0,21	-0,01	0,59	0,00	-0,02	0,00	0,00	-7,57	0,02%	-2,74%
Dieteren	-0,03	-0,05	-0,74	0,00	0,02	0,21	-0,17	-0,25	1,01	0,00	0,80	0,00	-0,04	0,00	0,00	-1,52	17,31%	-0,49%
Ella	0,05	0,01	-0,95	0,00	0,00	-5,37	1,00	0,33	0,32	0,00	0,48	0,00	0,05	0,00	0,00	-4,30	0,71%	-1,55%
GBL	0,05	-0,02	-0,18	0,00	0,00	-4,06	-1,65	0,25	0,13	0,02	0,49	-0,40	0,03	0,02	-8,76	-5,81	0,12%	1,42%
GDF	-0,06	0,02	-1,51	1,32	0,00	-0,45	-0,68	-0,36	0,82	-0,01	0,92	-0,61	-0,07	-0,03	0,00	-2,78	4,06%	5,09%
Inbev	0,06	0,06	0,97	0,00	0,00	-2,65	0,44	-0,79	0,58	0,04	-0,95	0,00	0,08	0,00	0,00	-4,64	0,48%	2,48%
KBC	-0,09	0,19	0,68	0,00	0,02	-8,18	2,08	-0,53	-0,58	-0,02	0,00	0,00	0,00	0,00	1,09	-5,78	0,13%	-7,77%
Mobistar	0,04	-0,08	-0,10	0,92	0,00	-7,23	1,39	0,06	-0,27	-0,02	-0,15	-0,76	0,04	-0,06	0,00	-6,23	0,08%	-5,14%
Nyrstar	-0,12	-0,05	0,88	0,00	0,02	-8,03	0,78	-0,09	-0,85	-0,01	-0,59	0,26	-0,13	-0,01	0,00	-5,71	0,14%	-4,47%
Solvay	0,10	0,07	-0,53	1,02	0,00	-4,66	-0,69	-1,44	0,05	0,05	0,09	-0,65	-0,04	0,20	-6058,94	0,00%	-6,50%	
Telenet	0,06	-0,01	-0,31	0,50	0,00	-11,40	-0,21	0,00	-0,34	0,19	-0,53	0,00	0,05	-0,02	-6,16	-9,20	0,00%	14,42%
UCB	0,06	-0,10	0,64	0,61	0,01	-7,30	0,49	-0,40	-0,42	-0,06	-0,39	-0,38	0,07	-0,03	8,29	-6,89	0,04%	-10,34%
Umicore	0,00	0,04	0,58	0,00	0,00	-4,66	-0,81	0,00	-1,12	0,12	-0,84	0,00	0,06	0,09	-10,58	-0,36	65,97%	-296,93%
Μάιος																		
Resid(-1)	Resid(-2)	MA(1) coef	MA(2) Coef	Garch(-1)	C(7)	C(8)	C(9)	C(10)	C	stock(-1) Coef	Stock(-2) Coef	Stock(-1)	Stock(-2)	Garch Coef	Log(garch)	Αναμ. τυπική Απόκλιση	Αναμενόμενη Απόδοση	
Ackermans	0,01	0,04	-0,46	0,92	0,00	-6,10	-1,15	1,16	-0,89	0,01	0,39	-0,46	0,02	0,02	0,00	-3,08	2,90%	4,10%
Ageas	-0,21	0,00	-0,92	0,00	0,10	-0,60	-0,65	-1,11	0,72	0,00	0,71	0,00	-0,18	0,00	-0,17	-1,00	31,54%	5,23%
Befimmo	0,02	-0,06	-1,25	0,00	0,00	-8,71	-0,11	0,04	-0,31	0,00	0,67	0,00	0,03	0,00	0,00	-7,07	0,03%	0,07%
Bekaert	0,03	-0,03	-0,75	0,87	0,02	-2,68	-0,58	-0,84	0,27	0,22	-0,13	0,00	0,00	0,00	-11,30	-3,43	1,92%	16,71%
Belgacom	-0,20	-0,08	-0,61	0,00	0,00	0,09	-0,22	0,03	0,98	0,04	0,75	-0,45	-0,12	0,01	-19,99	-3,57	1,64%	6,37%
Confimmo	0,09	-0,02	-0,05	0,00	0,00	-5,51	-0,02	-0,16	0,00	0,04	-0							

Ιούλιος														Αναμ. τυπική Απόκλιση	Αναμενόμενη Απόδοση			
	Resid(-1)	Resid(-2)	MA(1) coef	MA(2) Coef	Garch(-1)	C(7)	C(8)	C(9)	C(10)	C	stock(-1) Coef	Stock(-2) Coef	Stock(-1)	Stock(-2)	Garch Coef	Log(garch)	Αναμ. τυπική Απόκλιση	Αναμενόμενη Απόδοση
Ackermans	-0,04	0,01	-0,55	0,68	0,00	-10,99	-0,58	-0,73	-0,91	0,00	0,48	-0,29	-0,03	0,02	0,00	-8,56	0,01%	1,36%
Ageas	0,10	0,01	0,49	0,94	0,10	-4,48	-0,31	-1,33	-0,18	0,05	-0,26	-0,74	-0,07	-0,18	0,00	-4,81	0,39%	25,96%
Befimmo	-0,09	-0,02	-1,15	0,00	0,00	-10,39	-0,31	0,28	-0,74	0,00	0,69	0,00	-0,10	0,00	0,00	-9,48	0,00%	4,01%
Bekaert	-0,16	-0,03	-0,73	0,93	0,01	-4,74	0,96	-0,15	0,00	0,01	0,54	-0,52	-0,09	0,00	0,00	-3,04	3,02%	5,00%
Belgacom	0,08	-0,04	0,00	0,00	0,00	-4,93	-1,79	-0,29	0,00	-0,02	0,80	-0,30	-0,01	-0,12	9,24	-28,01	0,00%	0,70%
Confimmo	-0,06	0,05	0,00	0,79	0,00	-7,61	-0,89	1,10	-0,22	-0,02	0,16	-0,83	-0,08	0,01	-10,05	-9,46	0,00%	-0,21%
Colruyt	0,03	0,00	-0,99	0,00	0,00	0,40	0,31	0,75	1,07	0,00	0,87	0,00	0,05	0,03	0,00	-1,64	15,22%	1,20%
Delhaize	-0,08	-0,01	-0,57	0,27	0,00	-6,26	1,38	-0,85	-0,27	-0,01	0,60	0,00	-0,11	-0,03	0,00	-2,12	8,70%	-3,03%
Dieteren	-0,10	-0,05	0,00	0,00	0,02	-5,26	-0,35	-0,49	-0,24	-0,21	0,91	-0,35	-0,08	-0,05	16,50	-4,72	0,44%	-26,64%
Ella	-0,04	-0,03	-0,95	0,00	0,00	-2,09	0,30	1,25	-0,56	0,00	0,53	0,00	-0,06	0,02	0,00	-1,33	21,69%	0,73%
GBL	-0,12	-0,22	-0,69	0,00	0,00	-5,32	-0,96	0,45	0,00	0,03	0,93	-0,21	-0,04	-0,10	-12,25	-8,50	0,01%	10,38%
GDF	-0,10	-0,01	-1,51	1,32	0,00	-0,45	-0,68	-0,36	0,82	-0,01	0,92	-0,61	-0,12	-0,01	0,00	-3,01	3,12%	2,54%
Inbev	-0,04	-0,02	-0,43	0,99	0,00	-0,19	-0,41	-0,34	0,93	0,04	0,41	-0,70	0,01	-0,01	0,00	-3,15	2,66%	3,49%
KBC	0,17	0,07	0,17	-0,47	0,02	-2,83	-0,31	-0,70	0,16	-0,23	0,79	0,00	-0,16	0,00	6,47	-4,38	0,65%	-36,30%
Mobistar	-0,28	-0,20	-0,47	0,58	0,04	-10,28	1,96	-0,13	-0,37	-0,01	0,00	-0,06	-0,18	-0,27	0,00	-7,62	0,02%	2,46%
Nyrstar	-0,26	-0,01	-0,69	0,00	0,01	-4,52	0,76	0,03	0,00	0,00	0,75	0,00	-0,25	-0,01	0,00	-2,77	4,11%	-0,62%
Solvay	-0,10	0,06	0,97	0,00	0,01	-7,65	0,49	-0,11	-0,55	-0,01	-0,77	0,00	-0,08	0,03	0,00	-5,86	0,12%	-4,54%
Telenet	0,00	0,01	-0,08	0,93	0,00	-11,45	0,99	-0,23	-0,74	0,02	0,04	-0,61	0,02	0,00	0,00	-9,09	0,00%	3,40%
UCB	0,09	0,10	-0,23	0,94	0,00	-0,49	-0,42	-0,33	0,85	0,00	0,02	-0,79	0,07	0,09	0,00	-4,23	0,76%	1,17%
Umicore	-0,02	-0,05	0,23	0,68	0,02	-3,50	-1,16	-1,49	0,19	0,05	-0,15	-0,56	-0,84	0,07	-3,79	-4,11	0,88%	9,25%
Ιούλιος														Αναμ. τυπική Απόκλιση	Αναμενόμενη Απόδοση			
	Resid(-1)	Resid(-2)	MA(1) coef	MA(2) Coef	Garch(-1)	C(7)	C(8)	C(9)	C(10)	C	stock(-1) Coef	Stock(-2) Coef	Stock(-1)	Stock(-2)	Garch Coef	Log(garch)	Αναμ. τυπική Απόκλιση	Αναμενόμενη Απόδοση
Ackermans	-0,02	-0,05	-0,33	0,65	0,01	-3,57	-1,57	-0,41	0,16	0,00	0,32	0,00	-0,01	-0,03	0,00	-4,11	0,88%	-2,73%
Ageas	0,21	-0,06	-0,45	0,00	0,02	-4,77	1,37	0,02	-0,13	-0,01	0,41	0,00	0,20	0,00	0,00	-2,42	6,20%	-2,11%
Befimmo	-0,03	-0,10	-0,84	0,00	0,00	-12,29	0,31	0,03	-0,99	0,00	0,53	0,00	0,00	0,00	0,00	-9,27	0,00%	-0,15%
Bekaert	-0,08	-0,11	-0,77	0,39	0,02	-6,03	1,76	-0,02	-0,10	0,00	0,41	0,00	-0,09	0,00	0,00	-4,79	0,40%	-1,48%
Belgacom	0,04	0,05	0,64	0,00	0,00	-2,54	-0,98	-0,20	0,48	-0,02	-0,24	0,00	0,05	0,00	15,62	-6,64	0,05%	-1,49%
Confimmo	-0,01	-0,06	0,00	0,00	0,00	-8,07	-0,78	1,09	-0,29	-0,02	0,13	-0,81	-0,03	-0,08	-7,33	-7,80	0,01%	4,03%
Colruyt	0,08	0,04	-0,96	0,00	0,00	-6,62	0,77	0,24	0,05	0,00	0,84	0,00	-0,08	0,05	19,01	-5,28	0,23%	-0,60%
Delhaize	-0,27	-0,09	-0,26	0,25	0,03	-9,52	1,94	-0,05	-0,37	-0,01	0,40	0,00	-0,20	0,00	3,26	-5,89	0,11%	-1,95%
Dieteren	0,09	-0,09	0,00	0,00	0,02	-5,16	-0,36	-0,63	-0,22	-0,28	1,22	-0,46	0,07	-0,08	20,27	-5,45	0,19%	-15,59%
Ella	0,05	-0,02	-0,95	0,00	0,00	-22,38	0,00	-0,11	-1,25	0,00	0,26	0,00	0,06	0,00	0,00	-15,61	0,00%	-2,69%
GBL	0,03	-0,02	0,00	0,00	0,00	-2,64	-0,93	0,30	0,45	0,03	0,36	-0,12	0,06	-0,04	-13,88	-5,08	0,29%	5,71%
GDF	-0,06	-0,04	-0,42	0,19	0,01	-2,73	-0,69	-0,98	0,36	-0,08	0,50	0,00	-0,08	-0,12	8,31	-3,28	2,29%	-10,70%
Inbev	0,09	0,00	0,43	0,72	0,00	-0,31	-0,40	-0,28	0,90	0,04	-0,37	-0,77	0,11	0,01	0,00	-3,91	1,10%	3,29%
KBC	0,94	0,47	0,30	-0,38	0,00	-3,22	-0,08	-0,39	0,08	-0,52	0,96	0,00	0,30	0,00	16,51	-14,89	0,00%	-12,78%
Mobistar	0,04	-0,27	0,00	0,79	0,00	-10,13	2,41	-0,14	-0,38	-0,01	-0,39	-0,72	0,12	-0,18	0,00	-7,06	0,03%	-14,09%
Nyrstar	-0,06	-0,25	-0,58	0,00	0,04	-5,32	0,53	0,08	-0,24	0,00	0,67	0,00	-0,07	0,00	0,00	-4,86	0,37%	-1,11%
Solvay	-0,03	-0,14	0,97	0,52	0,01	-1,75	-1,13	-0,81	0,45	0,01	-0,71	-0,57	-0,09	-0,08	0,00	-2,80	3,99%	1,63%
Telenet	0,01	0,01	1,19	0,00	0,00	-13,57	0,00	-0,19	-0,50	0,04	-0,94	0,00	0,04	0,00	0,00	-10,36	0,00%	0,50%
UCB	0,03	0,08	1,01	0,78	0,00	-5,62	-1,16	-0,18	-0,20	0,05	-1,03	-0,86	0,05	0,07	-12,65	-7,13	0,03%	2,58%
Umicore	-0,01	-0,07	0,31	0,00	0,01	-4,26	-0,41	-0,74	0,13	0,13	-0,69	0,00	-0,05	0,00	-16,89	-4,48	0,58%	16,41%
Αύγουστος														Αναμ. τυπική Απόκλιση	Αναμενόμενη Απόδοση			
	Resid(-1)	Resid(-2)	MA(1) coef	MA(2) Coef	Garch(-1)	C(7)	C(8)	C(9)	C(10)	C	stock(-1) Coef	Stock(-2) Coef	Stock(-1)	Stock(-2)	Garch Coef	Log(garch)	Αναμ. τυπική Απόκλιση	Αναμενόμενη Απόδοση
Ackermans	-0,02	0,02	-0,75	0,68	0,00	-5,94	-0,43	-0,69	0,00	0,08	0,33	0,00	0,01	0,00	-33,65	-5,82	0,12%	11,38%
Ageas	0,04	0,29	0,49	0,72	0,00	0,40	-0,70	-0,67	0,93	-0,16	-0,18	-0,52	0,04	0,20	-1,35	-3,28	2,29%	-3,36%
Befimmo	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	-3,63	0,00	-0,30	0,06	-0,13	0,42	-0,23	-0,02	0,00	48,11	-4,59	0,51%	-12,17%
Bekaert	0,12	0,17	-0,59	0,93	0,01	-2,40	0,00	-0,55	0,45	0,14	-0,06	-0,37	-0,04	-0,09	-13,53	-3,81	1,25%	27,00%
Belgacom	0,04	0,03	0,00	-0,21	0,00	-2,35	-1,17	-0,49	0,50	-0,02	0,18	0,00	0,04	0,00	9,67	-5,53	0,17%	-1,45%
Confimmo	0,04	-0,03	0,00	0,06	0,00	-5,47	-0,13	0,32	0,00	0,03	0,00	0,00	0,00	0,00	-16,66	-6,06	0,09%	2,59%
Colruyt	0,12	0,10	0,00	0,00	0,01	-7,76	1,74	0,39	0,00	0,03	-0,23	0,00	0,05	0,00	-7,86	-5,19	0,25%	1,47%
Delhaize	0,03	-0,19	0,56	0,00	0,01	-2,67	0,00	-0,40	1,40	0,03	-0,67	-0,18	-0,01	-0,20	-10,83	-3,70	1,41%	8,08%
Dieteren	0,05	0,07	0,00	0,00	0,01	-3,34	-0,37	-0,53	0,24	-0,20	0,63	0,22	0,03	0,07	15,50	-4,10	0,89%	-16,17%
Ella	-0,01	0,04	-0,95	0,00	0,00	-9,44	2,85	-0,56	0,00	0,01	0,33	-0,29	0,00	0,06	0,00	-8,94	0,00%	-0,83%
GBL	-0,02	0,06	1,11	0,65	0,00	-23,60	0,00	0,17	-1,80	-0,02	-0,89	-0,58	0,00	0,06	0,00	-15,51	0,00%	-3,25%
GDF	0,40	0,11	-0,65	0,17	0,00	-3,52	-0,57	-0,94	0,24	-0,10	0,76	0,00	0,17	0,00	11,83	-44,69	0,00%	-21,48%
Inbev	0,09	0,16	0,55	0,53	0,02	-1,49	0,63	-0,85	0,59	0,02	-0,53	-0,62	0,05	0,11	-2,79	-4,62	0,49%	5,16%
KBC	0,16	0,83	0,23	-0,42	0,00	-3,28	-0,21	-0,51	0,08	-0,38	0,84	0,00	0,02	0,00	12,49	-555,23	0,00%	-67,75%
Mobistar	0,07	0,04	-0,39	0,92	0,00	-8,35	3,43	1,05	0,00	0,01	0,00	-0,66	-0,08	0,12	0,00	-3,45	1,88%	-6,24%
Nyrstar	-0,08	-0,07	-0,72	0,22	0,00	-0,29	-0,67	0,40	0,80	0,01	0,72	0,00	-0,14	0,00	0,00	-3,82	1,24%	-4,55%
Solvay	-0,11	-0,24	0,61	0,00	0,02	-4,10	-0,40	-0,86	0,11	-0,08	0,00	0,00	0,08	0,00	11,03	-3,96	1,04%	-14,00%
Telenet	0,02	0,01	0,89	0,00	0,00	-10,49	1,52	-0,04	-0,61	0,05	-0,95	0,00	0,04	0,00	0,00	-8,14	0,01%	3,47%
UCB	-0,03	0,22	-0,26	0,00	0,00	-1,20	-1,08	-0,07	0,62	0,11	-0,07	-0,37	0,02	0,05	-24,60	-3,70	1,42%	8,93%
Umicore	0,02	-0,05	0,06	-0,12	0,01	-4,02	-0,47	-0,78	0,15	0,15	-0,46	0,32	-0,01	-0,05	-19,30	-4,60	0,50%	14,50%
Σεπτέμβριος														Αναμ. τυπική Απόκλιση	Αναμενόμενη Απόδοση			
	Resid(-1)	Resid(-2)	MA(1) coef	MA(2) Coef	Garch(-1)	C(7)	C(8)	C(9)	C(10)	C	stock(-1) Coef	Stock(-2) Coef	Stock(-1)	Stock(-2)	Garch Coef	Log(garch)	Αναμ. τυπική Απόκλιση	Αναμενόμενη Απόδοση
Ackermans	-0,03	0,00	-0,60	0,00	0,01	-0,49	-0,60	-0,17	0,83	0,00	0,53	0,00	-0,02	0,00	0,00	-2,47	5,83%	1,18%
Ageas	0,12	0,04	0,96	0,00	0,01	-0,58	0,00	-0,37	0,87	-0,03	-0,83	0,00	0,09	0,00	0,00	-2,90	3,53%	0,76%
Befimmo	0,05	0,01	0,09	0,00	0,00	-6,63	0,21	0,31	0,00	-0,01	-0,16	-0,73	0,06	0,02	0,00	-5,95	0,11%	-2,67%
Bekaert	0,10	-0,02	-0,85	0,28	0,01	-5,20	1,46	-0,21	0,00	0,00	0,68	0,00	0,07	0,00	0,00	-3,69	1,44%	-4,59%
Belgacom	-0,02	0,00	-0,98	0,00	0,00	-1,43	-1,11	0,38	0,65	0,00	1,10	-0,42	0,01	0,04	0,00	-3,9		

Νοέμβριος																								
	Resid(-1)	Resid(-2)	MA(1)	coef	MA(2)	Coef	Garch(-1)	C(7)	C(8)	C(9)	C(10)	C	stock(-1)	Coef	Stock(-2)	Coef	Stock(-1)	Stock(-2)	Garch	Coef	Log(garch)	Αναμ. τυπική Απόκλιση	Αναμενόμενη Απόδοση	
Ackermans	-0,03	-0,01	0,00	0,00	0,00	-5,57	-0,31	-0,62	0,00	-0,10	0,52	0,00	0,00	0,00	0,00	29,83	-5,43	0,19%				-5,43	0,19%	-9,77%
Ageas	0,10	0,08	-0,97	0,00	0,01	-6,69	0,00	0,45	-0,59	0,00	0,96	-0,15	0,05	0,05	0,00	0,00	-5,21	0,25%				-5,21	0,25%	-5,45%
Befimmo	-0,01	-0,04	-0,85	0,00	0,00	-12,46	0,59	0,01	-0,89	0,00	0,66	0,00	-0,02	-0,05	0,00	-9,60	0,00%					-9,60	0,00%	-0,33%
Bekaert	0,11	0,02	-0,89	0,34	0,01	-5,22	1,29	0,02	0,00	0,00	0,64	0,00	0,11	0,00	0,00	-3,45	1,89%					-3,45	1,89%	-1,74%
Belgacom	-0,03	0,00	0,00	0,00	0,00	-0,95	-0,69	0,15	0,76	0,02	0,40	0,00	-0,05	0,00	-16,00	-3,29	2,26%					-3,29	2,26%	-0,44%
Confimmo	0,00	-0,04	0,32	0,76	0,00	-16,79	0,00	0,65	-0,64	-0,04	-0,38	-0,43	-0,01	-0,01	21,41	-7,47	0,02%					-7,47	0,02%	-6,13%
Colruyt	0,00	-0,15	-1,10	0,99	0,00	-1,78	-1,17	0,52	-0,93	0,00	0,92	-0,49	-0,04	-0,11	0,00	-1,02	30,73%					-1,02	30,73%	-5,21%
Delhaize	-0,05	0,08	0,00	0,00	0,00	-8,62	1,70	-0,05	-0,22	-0,02	0,26	0,29	-0,04	0,11	5,23	-6,03	0,10%					-6,03	0,10%	0,20%
Dieteren	-0,27	-0,11	-1,68	0,98	0,01	-4,45	-0,44	0,02	0,00	0,15	1,31	-0,55	-0,02	0,08	-13,42	-6,17	0,08%					-6,17	0,08%	44,11%
Ella	0,00	0,00	-0,95	0,00	0,00	-9,54	1,73	-0,22	-0,17	0,00	0,46	0,00	-0,01	0,00	0,00	-8,90	0,00%					-8,90	0,00%	-0,55%
GBL	-0,02	0,00	0,00	0,00	0,00	-4,33	-0,27	0,23	0,27	0,14	0,54	0,00	-0,01	0,00	-70,79	-5,26	0,24%					-5,26	0,24%	13,39%
GDF	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	-4,36	-0,60	-1,01	0,06	-0,12	0,28	0,25	-0,10	0,07	13,59	-4,83	0,39%					-4,83	0,39%	-12,85%
Inbev	-0,01	-0,06	0,00	0,29	0,00	-5,62	-0,66	-0,07	0,00	0,03	-0,12	-0,20	-0,03	-0,03	0,00	-5,69	0,14%					-5,69	0,14%	2,00%
KBC	-0,28	0,00	0,54	0,00	0,09	-1,36	-0,58	-0,91	0,54	-0,07	0,20	0,00	-0,03	0,00	3,22	-1,62	15,48%					-1,62	15,48%	-15,11%
Mobistar	-0,08	-0,05	0,97	0,95	0,01	-5,31	-0,43	-0,79	0,00	-0,07	-1,11	-0,99	-0,18	-0,02	0,00	-4,95	0,33%					-4,95	0,33%	4,40%
Nyrstar	-0,10	0,12	0,00	0,00	0,02	-4,19	-0,11	0,45	0,03	-0,30	-0,58	0,13	-0,09	0,24	24,99	-4,66	0,47%					-4,66	0,47%	-22,02%
Solvay	0,02	0,01	-0,11	-0,37	0,00	-3,98	-1,15	-1,70	0,40	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	-6,19	0,08%					-6,19	0,08%	1,07%
Telenet	0,02	0,06	0,61	-0,29	0,00	-4,13	-1,33	-0,94	0,19	0,02	-0,87	0,12	0,02	0,12	10,91	-7,87	0,01%					-7,87	0,01%	1,29%
UCB	0,03	0,08	0,96	0,00	0,00	-1,12	0,00	-0,58	0,81	0,02	-0,83	0,00	0,05	0,00	0,00	-4,00	1,00%					-4,00	1,00%	1,14%
Umicore	-0,04	0,01	0,00	0,00	0,01	-4,82	-0,95	-0,79	0,00	0,11	-0,24	0,18	-0,03	0,08	-15,70	-4,92	0,35%					-4,92	0,35%	13,07%
Δεκέμβριος																								
	Resid(-1)	Resid(-2)	MA(1)	coef	MA(2)	Coef	Garch(-1)	C(7)	C(8)	C(9)	C(10)	C	stock(-1)	Coef	Stock(-2)	Coef	Stock(-1)	Stock(-2)	Garch	Coef	Log(garch)	Αναμ. τυπική Απόκλιση	Αναμενόμενη Απόδοση	
Ackermans	-0,02	-0,01	0,00	-0,59	0,00	-9,07	-0,45	-0,16	-0,37	0,01	0,00	-0,59	0,00	0,00	0,00	-8,15	0,01%					-8,15	0,01%	1,32%
Ageas	0,11	0,11	-0,63	-0,37	0,02	-6,41	0,00	0,41	-0,52	-0,01	0,65	0,00	0,05	0,00	0,00	-5,25	0,24%					-5,25	0,24%	-8,92%
Befimmo	0,04	-0,01	0,00	0,00	0,00	-6,64	-0,15	0,19	-0,09	0,20	0,57	-0,16	-0,03	-0,02	-96,95	-6,36	0,07%					-6,36	0,07%	21,59%
Bekaert	-0,04	-0,10	-0,73	0,30	0,02	-5,02	1,11	-0,07	0,00	0,62	0,00	0,00	-0,04	0,00	0,00	-4,57	0,52%					-4,57	0,52%	3,74%
Belgacom	-0,26	-0,33	-0,90	0,00	0,00	-4,28	-0,88	0,71	0,25	0,03	1,10	-0,31	0,00	-0,05	-15,03	-3198,13	0,00%					-15,03	0,00%	27,94%
Confimmo	0,01	-0,02	-0,24	0,99	0,00	-7,30	0,86	-0,09	0,00	-0,01	0,20	-0,67	0,02	-0,01	0,00	-7,05	0,03%					-7,05	0,03%	-1,86%
Colruyt	0,00	0,05	0,72	0,37	0,02	-0,45	0,00	0,59	0,31	0,03	-0,44	0,00	0,00	0,00	0,00	-1,01	31,39%					-1,01	31,39%	4,75%
Delhaize	0,00	-0,04	0,93	0,95	0,00	-5,16	-1,00	-0,33	0,00	-0,03	-0,73	-0,47	-0,05	-0,04	0,00	-5,21	0,25%					-5,21	0,25%	-1,95%
Dieteren	-0,04	-0,09	0,63	0,00	0,01	-3,01	-1,94	0,44	0,24	0,01	-0,53	0,00	-0,02	0,00	1,51	-4,15	0,84%					-4,15	0,84%	-0,12%
Ella	0,00	0,00	-0,96	0,00	0,00	-8,32	1,42	-0,04	-0,02	0,00	0,37	0,00	0,00	0,00	0,00	-8,23	0,01%					-8,23	0,01%	0,18%
GBL	0,04	-0,01	0,96	0,00	0,00	-10,50	-0,33	0,09	-0,74	0,00	-0,80	0,00	0,05	0,00	0,00	-8,77	0,00%					-8,77	0,00%	0,51%
GDF	0,06	0,05	-0,52	-0,10	0,01	-5,49	-1,21	-0,54	-0,28	-0,04	0,00	0,00	0,00	0,00	4,24	-6,21	0,08%					-6,21	0,08%	-7,93%
Inbev	-0,06	0,00	-0,54	0,00	0,00	-5,68	-0,65	-0,20	0,00	0,01	0,53	0,00	-0,04	0,00	0,00	-6,18	0,08%					-6,18	0,08%	2,60%
KBC	0,01	-0,29	0,58	0,00	0,10	-1,52	-0,69	-1,01	0,47	-0,08	0,20	0,00	0,25	0,00	3,33	-2,05	9,40%					-2,05	9,40%	-2,10%
Mobistar	0,00	-0,15	1,06	0,38	0,01	0,21	0,00	0,01	1,03	-0,04	-1,03	-0,44	0,00	-0,18	0,00	-1,68	14,47%					-1,68	14,47%	-0,57%
Nyrstar	-0,01	-0,20	0,00	0,00	0,01	-3,79	-0,22	0,63	0,08	-0,20	-0,56	0,00	-0,07	0,00	12,39	-4,03	0,97%					-4,03	0,97%	-16,03%
Solvay	0,05	0,05	0,98	0,00	0,01	-5,60	0,79	0,23	0,00	0,04	-0,72	0,00	0,12	0,00	0,00	-4,96	0,33%					-4,96	0,33%	0,83%
Telenet	-0,04	0,01	0,79	0,00	0,00	-1,54	-1,21	0,01	0,58	0,04	-0,87	0,00	-0,01	0,00	0,00	-4,41	0,62%					-4,41	0,62%	1,33%
UCB	-0,03	0,03	0,94	0,00	0,00	-1,13	0,00	-0,52	0,80	0,01	-0,79	0,00	-0,03	0,00	0,00	-2,95	3,35%					-2,95	3,35%	0,62%
Umicore	-0,01	-0,04	0,00	0,00	0,01	-5,31	-0,19	-0,44	0,00	0,23	-0,69	0,19	0,01	0,00	-42,35	-5,26	0,23%					-5,26	0,23%	22,72%
Ιανουάριος																								
	Resid(-1)	Resid(-2)	MA(1)	coef	MA(2)	Coef	Garch(-1)	C(7)	C(8)	C(9)	C(10)	C	stock(-1)	Coef	Stock(-2)	Coef	Stock(-1)	Stock(-2)	Garch	Coef	Log(garch)	Αναμ. τυπική Απόκλιση	Αναμενόμενη Απόδοση	
Ackermans	-0,01	-0,02	-0,72	0,67	0,00	-14,86	1,83	-0,74	-0,81	0,01	0,73	-0,34	0,00	-0,01	0,00	-9,37	0,00%					-9,37	0,00%	0,21%
Ageas	0,08	0,04	0,21	0,00	0,01	-5,64	-0,72	0,42	-0,21	-0,01	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	-5,03	0,30%					-5,03	0,30%	0,89%
Befimmo	0,02	0,04	0,00	0,00	0,00	-5,84	0,03	-0,04	0,08	-0,50	0,25	0,00	0,00	0,00	264,54	-6,05	0,09%					-6,05	0,09%	-49,51%
Bekaert	-0,20	-0,05	-0,65	0,25	0,01	-4,93	1,04	-0,06	0,00	0,00	0,64	0,00	-0,16	0,00	0,00	-2,84	3,82%					-2,84	3,82%	1,16%
Belgacom	-0,03	0,02	-0,81	0,00	0,01	-13,63	0,00	-0,03	-1,11	0,00	0,99	-0,47	-0,02	0,00	0,00	-11,24	0,00%					-11,24	0,00%	0,64%
Confimmo	0,00	0,03	0,09	0,97	0,00	-8,44	-0,52	0,51	-0,35	0,00	-0,07	-0,80	-0,01	0,02	0,00	-7,58	0,02%					-7,58	0,02%	1,19%
Colruyt	0,01	0,00	0,73	0,34	0,00	0,32	0,71	0,64	0,38	0,03	-0,49	0,00	0,06	0,00	0,00	-0,29	71,74%					-0,29	71,74%	1,10%
Delhaize	-0,02	-0,03	0,24	1,19	0,00	-6,47	0,83	-0,16	0,00	-0,02	-0,94	0,00	-0,05	-0,04	0,00	-6,00	0,10%					-6,00	0,10%	-1,12%
Dieteren	-0,19	-0,02	-0,63	0,00	0,01	-4,24	-1,03	0,64	0,00	0,00	0,75	0,00	-0,19	0,00	0,00	-7,46	0,02%					-7,46	0,02%	0,00%
Ella	0,06	-0,02	-0,95	0,00	0,00	-11,01	0,00	-0,16	-0,63	0,00	0,26	0,00	0,08	0,00	0,00	-9,46	0,00%					-9,46	0,00%	-3,56%
GBL	-0,01	0,05	0,91	0,00	0,00	-5,83	-0,38	-0,04	0,00	0,00	-0,71	0,00	0,01	0,00	0,00	-5,89	0,11%					-5,89	0,11%	-0,78%
GDF	-0,04	-0,01	-0,45	-0,22	0,01	-1,47	-1,28	-0,29	0,52	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	-2,93	3,43%					-2,93	3,43%	1,45%
Inbev	0,04	-0,06	-0,87	0,00	0,00	-5,70	-0,70	0,03	0,00	0,00	0,86	0,00	0,06	0,00	0,00	-6,34	0,07%					-6,34	0,07%	2,06%
KBC	0,05	0,27	-0,44	0,00	0,03	-7,16	1,77	0,06	-0,61	0,01	0,71	-0,40	0,12	0,25	0,00	-5,71	0,14%					-5,71	0,14%	-2,46%
Mobistar	-0,06	-0,01	1,08	0,99	0,01	-1,25	0,00	-0,36	0,78	0,05	-1,07	-0,99	-0,05	0,00	0,00	-2,66	4,66%					-2,66	4,66%	-6,71%
Nyrstar	0,03	-0,08	0,00	0,00	0,00	-3,48	-1,10	1,17	0,00	0,09	0													

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- Γεώργιος Κ. Χρήστου (2003), *Εισαγωγή στην Οικονομετρία*, Εκδόσεις Gutenberg, Αθήνα.
- Δράκος Κ. (2003), *Μια Εισαγωγή στις Βασικές Αρχές της Χρηματοοικονομικής: Θεωρία Χαρτοφυλακίου & Αποτίμηση Περιουσιακών Στοιχείων*, Εκδόσεις ΕΛΛΗΝ, Αθήνα.
- Μαρκόπουλος Η., (2010), Επισκόπηση της Μεθόδου Αποτίμησης Κινδύνου Χρηματοοικονομικών Περιουσιακών Στοιχείων VaR (Value-at-Risk); Εφαρμογή σε Ελληνικά Δεδομένα, Μεταπτυχιακή εργασία, Τμήμα Οικονομικών Επιστημών, Πανεπιστήμιο Πατρών.
- Μπαταβάνη Ε., (2009), Συναλλαγματικές Ισοτιμίες και Επιτόκια, Διπλωματική διατριβή, Μεταπτυχιακό Τμήμα Χρηματοοικονομική Ανάλυση για στελέχη, Πανεπιστήμιο Πειραιά.
- Πετραλιάς Α., (2004), Το Πολυμεταβλητό Υπόδειγμα GARCH και Βελτιστοποίηση Χαρτοφυλακίου με Γενικούς Χρηματιστηριακούς Δείκτες και Δικαιώματα Προαίρεσης, Μεταπτυχιακή Διατριβή, Τμήμα Οικονομικών Επιστημών, Οικονομικό Πανεπιστήμιο Αθηνών, Αθήνα.
- Τσαρούχας Μ., (2009), Μετάδοση Διακύμανσης Ανάμεσα στους Χρηματιστηριακούς Δείκτες της Ευρωζώνης λαμβάνοντας υπόψη τις Ασυμμετρίες των Αποδόσεων, Διπλωματική Διατριβή, Μεταπτυχιακό Τμήμα Εφαρμοσμένης Στατιστικής, Πανεπιστήμιο Πειραιά.
- A. D. Roy (1952), Safety First and the Holding of Assets, *Econometrica*, Vol. 20, 431-449
- Bevan A. Winkelmann K. (1998), Using the Black- Litterman Global Asset Allocation Model: Three Years of Practical Experience, Goldman Sachs & Co, Global Fixed Income Portfolio Strategy, Fixed Income Research
- Black Fischer, Litterman Robert, (1992), Global Portfolio Optimization, *Financial Analysts Journal*, Volume 48, 5
- Cheung Wing, (2009), The Black-Litterman Model Explained, Retrieved March 02, 2013 from http://andreisimonov.com/NES/AI2011/Litterman_Nomura.pdf
- Edwin J. Elton, Martin J. Gruber, Manfred W. Padberg, 1976, Simple Criteria for optimal Portfolio Selection, *The Journal of Finance*, Vol. 31, 1341-1357
- Edwin J. Elton, Martin J. Gruber, Modern portfolio theory, 1950 to date, *Journal of Banking & Finance*, Vol. 21, 1743-1759
- Eugene, F. Fama, 1968, Risk, Return and Equilibrium: Some Clarifying Comments, *The Journal of Finance*, Vol. 23, 29-40
- Franses, P. H. and Van Dijk R., *Non-Linear Timeseries Models in Empirical Science*, Cambridge University Press, 1996.
- Fusai G., Meucci A., (2003), *Assessing Views, Risk Management for Investors*.
- Greene H. William, *Econometric Analysis*, Prentice Hall, Fifth edition.
- Haim Levy, 1983, The Capital Asset Pricing Model: Theory and Empiricism, *The Economic Journal*, Vol. 93, 145-165
- Harry Markowitz, 1952, Portfolio Selection, *The Journal of Finance*, Vol. 7, 77-91
- He Guangliang, Litterman Robert, (2002), The Intuition Behind the Black-Litterman Portfolios, Goldman Sachs Investment management.
- Idzorek M. T., (2002), A Step-by-step Guide to the Black-Litterman Model; Incorporating user-specified confidence levels.
- Jay Walters, (2008), *The Black-Litterman Model: A Detailed Exploration*.

- Jan Mossin, 1966, Equilibrium in a Capital Asset Market, *Econometrica*, Vol.34, 768-783
- John Lintner, 1965, Security Prices, Risk, and Maximal Gains From Diversification, *The Journal of Finance*, Vol. 20, 587-615
- J. R. Hicks, 1935, A Suggestion for Simplifying the Theory of Money, *Economica*, Vol. 2, 1-19
- J.R. Hicks, 1962, Liquidity, *The Economic Journal*, Vol. 72, 787-802
- J. Tobin, 1958, Preference as Behavior Toward Risk, *The Review of Economic Studies*, Vol. 25, 65-86
- Krishnan H., Mains N., (2005), The Two- Factor Black-Litterman Model, *Risk Magazine*, 69-73.
- Mankert Charlotta, (2009), The Black-Litterman Model; Mathematical and Behavioral Finance Approaches towards its use in practice, Licentiate Thesis, Royal Institute of Technology.
- Michael C. Jensen, 1969, Risk, The Pricing of Capital Assets, and the Evaluation of investment portfolios, Vol. 42, 167-247
- Satchell S., Scowcroft A., (2000), Demystification of the Black-Litterman Model; Managing quantitative and Traditional Portfolio Construction, *Journal of Asset Management*, Volume 1, Number 2, pp. 138-150.
- Steven L. Beach, Alexei G. Orlov, 2007, An application of the Black – Litterman Model with EGARCH-M-Derived Views for International Portfolio Management, *Financial Markets and Portfolio Management*, Vol. 21, 147 - 166
- William F. Sharpe, 1963, A simplified Model for Portfolio Analysis, *Management Science*, Vol. 2, 277-293
- William F. Sharpe, 1964, Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk, *The Journal of Finance*, Vol. 19, 425-442
- Williams, J.B. 1938, *The Theory of Investment Value*, Cambridge, MA: Harvard University Press
- Wolfgang Drobetz, (2001), How to Avoid the Pitfalls in Portfolio Optimization? Putting the Black-Litterman Approach at Work, *Financial Markets and Portfolio Management*, Volume 15, N. 1.