

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ  
ΤΜΗΜΑ ΧΡΗΜΑΤΟΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΡΑΠΕΖΙΚΗΣ ΔΙΟΙΚΗΤΙΚΗΣ  
Πρόγραμμα Μεταπτυχιακών Σπουδών στη  
ΧΡΗΜΑΤΟΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ

243

Η ΥΠΟΘΕΣΗ ΤΗΣ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΙΚΗΣ ΑΓΟΡΑΣ:  
ΜΙΑ ΟΙΚΟΝΟΜΕΤΡΙΚΗ ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ ΣΕ ΔΕΔΟΜΕΝΑ ΥΨΗΛΗΣ  
ΣΥΧΝΟΤΗΤΑΣ ΣΤΟ ΧΡΗΜΑΤΙΣΤΗΡΙΟ ΑΞΙΩΝ ΑΘΗΝΩΝ

Παυλίδου Μαρία-Αγγελική



00141703

Ιούνιος 2003

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ	
ΑΡ. ΕΙΣ.	41703 + Σίσια
COMP.	25292
ΤΑΞΙΝ.	332.63 ΠΑΥ
ΕΦΑΙΘΘΗΚΗ	

**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ**  
**ΤΜΗΜΑ ΧΡΗΜΑΤΟΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΡΑΠΕΖΙΚΗΣ ΔΙΟΙΚΗΤΙΚΗΣ**  
**Πρόγραμμα Μεταπτυχιακών Σπουδών στη**  
**ΧΡΗΜΑΤΟΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ**

**Η ΥΠΟΘΕΣΗ ΤΗΣ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΙΚΗΣ ΑΓΟΡΑΣ:  
ΜΙΑ ΟΙΚΟΝΟΜΕΤΡΙΚΗ ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ ΣΕ ΔΕΔΟΜΕΝΑ ΥΨΗΛΗΣ  
ΣΥΧΝΟΤΗΤΑΣ ΣΤΟ ΧΡΗΜΑΤΙΣΤΗΡΙΟ ΑΞΙΩΝ ΑΘΗΝΩΝ**

**Παυλίδου Μαρία-Αγγελική**

**Ιούνιος 2003**

## ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

Εισαγωγή: Αποτελεσματικότητα των αγορών και πρόβλεψη

### ΜΕΡΟΣ ΠΡΩΤΟ

1. Διακρίσεις της αποτελεσματικής αγοράς και οι συνέπειές της
2. Έλεγχος της υπόθεσης της αποτελεσματικής αγοράς
  - 2.1 Έλεγχος στην αποτελεσματικής αγοράς στην ημι-ισχυρή μορφή
  - 2.2 Έλεγχος της αποτελεσματικής αγοράς στην ισχυρή μορφή
3. Υποδείγματα τιμών μετοχών: Ιστορική αναδρομή
  - 3.1 Η πρώτη περίοδος
  - 3.2 Η δεύτερη περίοδος
  - 3.3 Η τρίτη περίοδος
  - 3.4 Σύνοψη των τριών πρώτων περιόδων
  - 3.5 Νεότερες προσεγγίσεις
    - 3.5.1 Κλασματική ολοκλήρωση
    - 3.5.2 Μακροχρόνια μνήμη
    - 3.5.3 Χαοτική δυναμική
    - 3.5.4 Τεχνητά Νευρωνικά Δίκτυα

### ΜΕΡΟΣ ΔΕΥΤΕΡΟ

1. Συμπεριφορά των τιμών μετοχών από υψηλής συχνότητας δεδομένα
2. Συλλογή δεδομένων και επεξεργασία τους
  - 2.1 Έλεγχος μοναδιαίας ρίζας
  - 2.2 Έλεγχος ανεξαρτησίας
  - 2.3 Συνάρτηση αυτοσυσχέτισης
  - 2.4 Εξέλιξη συναλλαγών στην ημέρα
  - 2.5 Υποδείγματα μεταβλητότητας
3. Συμπεράσματα και σχόλια της εμπειρικής ανάλυσης και των αποτελεσμάτων

Συμπεράσματα

Βιβλιογραφικές αναφορές

## Εισαγωγή: Αποτελεσματικότητα των αγορών και πρόβλεψη

Πώς διαμορφώνονται οι τιμές των μετοχών; Ακολουθούν ένα γενικό κανόνα, ένα μοντέλο ή όχι; Μπορούν να προβλεφθούν; Μελετώντας την ιστορία των τιμών μπορούμε να βγάλουμε συμπεράσματα για το μέλλον; Εμφανίζουν τάσεις μακροχρόνιες–βραχυχρόνιες; Τι συμπεράσματα μπορούμε να βγάλουμε από αυτές; Αυτά και άλλα πολλά είναι τα ερωτήματα που απασχόλησαν τους επιστήμονες στην προσπάθειά τους να μελετήσουν το φαινόμενο της αγοράς και να εξάγουν σχετικά συμπεράσματα, στηριζόμενοι πάντα σε ορισμένες υποθέσεις.

Ας υποθέσουμε ότι: (α) όλοι οι επενδυτές έχουν πρόσβαση σε κάθε διαθέσιμη πληροφορία για την αγορά και μάλιστα χωρίς κόστος, (β) όλοι οι επενδυτές είναι καλοί αναλυτές της αγοράς χρεογράφων και (γ) όλοι οι επενδυτές παρακολουθούν τις διακυμάνσεις των τιμών και αναπροσαρμόζουν ανάλογα τις επενδυτικές τους αποφάσεις. Τότε, σε μια τέτοια αγορά, η σημερινή τιμή ενός χρεογράφου αποτελεί έναν καλό εκτιμητή της επενδυτικής αξίας του χρεογράφου αυτού. Επενδυτική αξία ενός χρεογράφου είναι η παρούσα αξία της μελλοντικής αξίας του χρεογράφου, όπως αυτή εκτιμάται από καλά πληροφορημένους και ικανούς αναλυτές.

Η υπόθεση της αποτελεσματικότητας των αγορών κατέχει κεντρική θέση στα οικονομικά. Περιγράφει μια αγορά στην οποία κάθε σχετική πληροφορία ενσωματώνεται άμεσα και πλήρως στις τιμές των προϊόντων. Ο όρος αποτελεσματικότητα, πολλές φορές αναφέρεται και στον τρόπο με τον οποίο χρησιμοποιούνται οι οικονομικοί πόροι, προκειμένου να διευκολύνουν την

λειτουργία της αγοράς. Όμως, το θεώρημα της αποτελεσματικότητας των αγορών αναφέρεται, κυρίως, στην αποτελεσματικότητα της πληροφορίας στην αγορά των οικονομικών μεγεθών.

Σαν (πλήρως) αποτελεσματική αγορά ορίζεται εκείνη, στην οποία η τιμή κάθε χρεογράφου αντικατοπτρίζει την επενδυτική του αξία, σε κ ά θ ε χρονική στιγμή. Προϋπόθεση αυτού του αυστηρού ορισμού είναι ότι το κόστος της πληροφορίας και το κόστος των συναλλαγών είναι πάντοτε μηδέν (Grossman and Stiglitz 1980).

Ένας άλλος ορισμός, πιο κοντά στον πραγματικό κόσμο των συναλλαγών, δόθηκε από τον Jensen (1978) : "Μια αγορά είναι αποτελεσματική ως προς ένα σύνολο πληροφοριών, εάν είναι αδύνατο να πραγματοποιηθούν κέρδη από αγοραπωλησίες, με βάση αυτό το σύνολο πληροφοριών. Με την έννοια κέρδη, θεωρείται η προσαρμοσμένη απόδοση ανά μονάδα κινδύνου ύστερα από κάθε κόστος". Ο ορισμός αυτός στηρίζεται στη σύγχρονη θεωρία χαρτοφυλακίου και στο θεώρημα του συνόλου των αποτελεσματικών χαρτοφυλακίων (efficient set theorem), σύμφωνα με το οποίο: 'Κάθε επενδυτής, από το σύνολο των χαρτοφυλακίων, θα επιλέξει το χαρτοφυλάκιο το οποίο: α) προσφέρει τη μέγιστη δυνατή απόδοση για διάφορα επίπεδα κινδύνου και β) προσφέρει τον ελάχιστο δυνατό κίνδυνο για διάφορα επίπεδα αναμενόμενης απόδοσης'.

Με άλλα λόγια, ο ορισμός της αποτελεσματικής αγοράς θέτει ότι, οι τιμές αντικατοπτρίζουν κάθε πληροφορία μέχρι το σημείο εκείνο, στο οποίο το



οριακό όφελος από τη χρήση της πληροφορίας δεν ξεπερνά το οριακό κόστος.

Υπάρχει, λοιπόν, για τουλάχιστον τέσσερις δεκαετίες μια παρανόηση μεταξύ των δυο περισσότερο συζητούμενων εννοιών στην εφαρμοσμένη χρηματοοικονομική έρευνα: αυτή, μεταξύ της *αποτελεσματικής αγοράς* (efficiency) και της *πρόβλεψης* (predictability). Η σχετική συζήτηση άρχισε να ενδυναμώνει όταν, από τη δεκαετία του 1980 εμφανίστηκαν μελέτες, οι οποίες σημείωναν τη δυνατότητα πρόβλεψης των χρηματοοικονομικών αγορών. Οι ενδείξεις αυτές έγιναν περισσότερο έντονες στη δεκαετία του 1990 με την ανάπτυξη της πληροφορικής ικανότητας, της εξέλιξης των μαθηματικών μεθόδων και των στατιστικών τεχνικών, αλλά και της δυνατότητας πρόσβασης σε βάσεις δεδομένων υψηλής συχνότητας.

Παρόλα αυτά όμως, δεν έχει απαντηθεί το ερώτημα εάν οι ενδείξεις για δυνατότητα πρόβλεψης των χρηματοοικονομικών αγορών συνεπάγονται ότι οι αγορές είναι αναποτελεσματικές. Εάν χρησιμοποιήσουμε το ορισμό της αποτελεσματικότητας σαν σημείο αναφοράς, τότε μπορούμε να πούμε ότι, σήμερα βρήκαμε αυτό που οι μεθοδολογίες του παρελθόντος δεν μπορούσαν να μας βοηθήσουν να αποκαλύψουμε, αλλά, ωστόσο, υπήρχε! Από την άλλη, η υπόθεση της αποτελεσματικής αγοράς δεν περιλαμβάνει και την ικανότητα πρόβλεψης των αγορών.

Με άλλα λόγια, η σημαντικότητα του υποδείγματος του τυχαίου περιπάτου στην υπόθεση της αποτελεσματικής αγοράς, είναι, μάλλον παραξηγημένη. Για

παράδειγμα, σύμφωνα με τον Granger (1970), το υπόδειγμα του τυχαίου περιπάτου δεν είναι εντελώς απρόβλεπτο και, βέβαια, δεν σημαίνει ότι η αγορά δεν μπορεί να κερδηθεί. Η σημαντική συνέπεια του υποδείγματος του τυχαίου περιπάτου των τιμών των χρηματοοικονομικών προϊόντων μας επιτρέπει, απλά, να επικαλεστούμε το κεντρικό οριακό θεώρημα και να χαρακτηρίσουμε τις αποδόσεις των περιουσιακών στοιχείων σαν κανονικά κατανεμημένες.

Επιπλέον, η υπόθεση της αποτελεσματικής αγοράς- τουλάχιστον στην έκδοσή της, της πληροφοριακής-αποτελεσματικότητας (Grossman and Stiglitz 1976)- δεν λείπει ότι, η εξεύρεση τεχνικών συναλλαγών, η ανάλυση των δεδομένων της αγοράς υψηλής συχνότητας ή άλλες πολύπλοκες στατιστικές τεχνικές είναι μάταιες προσπάθειες.

Αυτό, πάντως, που η ανάλυση της μικροδομής της αγοράς συνεπάγεται είναι ότι, τα αποτελέσματα των μέχρι σήμερα μελετών σε βάσεις δεδομένων υψηλής συχνότητας, σε πολλές περιπτώσεις, εξαρτώνται από το συγκεκριμένο *μηχανισμό της κάθε αγοράς* (TMT): υπολογισμός τιμών ανοίγματος και κλεισίματος, ύπαρξη ή όχι ειδικών διαπραγματευτών κλπ. Ακόμα, μπορεί να διαφωτίσει για τον τρόπο *δημιουργίας των τιμών* (PFT), μέσω της μελέτης της μεταβλητότητας σε διάφορα διαστήματα μέσα στην ημέρα. Οι δύο αυτές περιπτώσεις συνιστούν υποθέσεις για έλεγχο και τα μέχρι σήμερα αποτελέσματα είναι μικτά. Για παράδειγμα, σύμφωνα με την ερμηνεία του μηχανισμού συναλλαγών μιας αγοράς, διαφορά στη μεταβλητότητα δικαιολογείται μόνο στην τιμή ανοίγματος. Συγχρόνως, εάν

παρατηρηθεί ότι η μεταβλητότητα από το άνοιγμα στο κλείσιμο βαίνει μειούμενη σταδιακά και όχι διακριτά- δηλαδή η είσοδος πληροφοριών στην αγορά οδηγεί οι τιμές να έχουν μικρότερο θόρυβο ή αλλιώς, οι συναλλαγές διευκολύνουν την ενσωμάτωση των πληροφοριών στις τιμές- τότε αυτό αντιβαίνει στην υπόθεση TM.

Στην παρούσα εργασία, στο πρώτο μέρος, παρουσιάζεται η υπόθεση της αποτελεσματικής αγοράς και οι διακρίσεις της σύμφωνα με το σύνολο πληροφοριών. Στη συνέχεια, το ενδιαφέρον θα εστιαστεί στην ασθενή μορφή της αποτελεσματικής αγοράς και, ειδικότερα, στην υποδειγματοποίηση των τιμών των μετοχών από τις αρχές του 1900 (Bachelier) μέχρι σήμερα (τεχνητά νευρωνικά δίκτυα, χάος κλπ.), με έμφαση στα υποδείγματα μεταβλητότητας GARCH).

Στο δεύτερο μέρος της εργασίας επιχειρείται η ανάλυση ενός συνόλου δεδομένων 12,000 περίπου παρατηρήσεων υψηλής συχνότητας (λεπτό προς λεπτό) για ένα τρίμηνο του Γενικού Δείκτη Τιμών του Χρηματιστηρίου Αξιών Αθηνών, που αφορούν στην περίοδο Ιουνίου-Σεπτεμβρίου 1998 και, παρουσιάζονται παρουσιάσω τα αποτελέσματα συγκριτικά με αυτά άλλων μελετών που αφορούν στο ίδιο σύνολο δεδομένων, αλλά και με αυτά που πραγματοποιήθηκαν σε διεθνείς ώριμες κεφαλαιαγορές (μεγαλύτερης ρευστότητας από την Ελληνική χρηματιστηριακή αγορά).



## ΜΕΡΟΣ ΠΡΩΤΟ

### 1. Διακρίσεις της αποτελεσματικής αγοράς και οι συνέπειές της

Ο Fama (1970) με την βοήθεια της μικροοικονομικής προσέγγισης του Samuelson και των αρχών κατάταξης που προτάθηκαν από τον Harry Roberts (1967), διαχώρισε τρεις μορφές της αποτελεσματικής αγοράς- ασθενής μορφή, ημισχυρή μορφή και ισχυρή μορφή- με βάση την αντικατροπτιζόμενη πληροφορία. Ο παρακάτω πίνακας συνοψίζει τις διακρίσεις αυτές.

**Πίνακας 1. Διακρίσεις της Υπόθεσης της Αποτελεσματικής Αγοράς**

Μορφή Αγοράς	Αποτελεσματικής	Σύνολο πληροφοριών που αντικατοπτρίζεται στις τιμές	Έλεγχος
Ασθενής μορφή (weak form)		Παρελθούσες τιμές	Έλεγχος προβλεπτικής ικανότητας των αποδόσεων των τιμών {Είναι δυνατόν οι παρελθούσες τιμές να προβλέψουν τις μελλοντικές τιμές των μετοχών;}
Ημι-ισχυρή μορφή (Semistrong form)		Κάθε διαθέσιμη δημόσια Πληροφόρηση	Έλεγχος επίδρασης γεγονότων και ειδήσεων (Event studies) {Πόσο γρήγορα οι τιμές των μετοχών αντικατοπτρίζουν τις δημοσιοποιημένες ειδήσεις;}
Ισχυρή μορφή (Strong form)		Κάθε πληροφορία δημόσια Και ιδιωτική	Έλεγχος ιδιωτικής πληροφόρησης {Μπορεί κάποιος να διαθέτει ιδιωτική πληροφόρηση, η οποία δεν αντικατοπτρίζεται πλήρως στα επίπεδα των τιμών;}

- Η *ασθενής μορφή* υποστηρίζει ότι, η τιμή διαμορφώνεται με βάση το σύνολο της πληροφορίας που αντικατοπτρίζεται στις παρελθούσες τιμές.
- Η *ημι-ισχυρή μορφή*, ότι η τιμή διαμορφώνεται αντικατοπτρίζοντας όλη την δημόσια διαθέσιμη πληροφορία και,
- Η *ισχυρή μορφή* υποστηρίζει, ότι η τιμή διαμορφώνεται αντικατοπτρίζοντας όλες τις διαθέσιμες πληροφορίες, δημόσιες και ιδιωτικές.

## 2. Έλεγχος της υπόθεσης της αποτελεσματικής αγοράς

Ο έλεγχος για την υπόθεση της αποτελεσματικότητας της αγοράς παρουσιάζει δυσκολίες όχι όσον αφορά στον προσδιορισμό της πληροφορίας ή στην ύπαρξη κόστους συναλλαγών, όσο στον από κοινού έλεγχο της υπόθεσης της αποτελεσματικής αγοράς με κάποιο υπόδειγμα ισορροπίας, ένα υπόδειγμα αποτίμησης περιουσιακών στοιχείων (π.χ. το CAPM).

### *2.1. Έλεγχοι της αποτελεσματικής αγοράς στην ημι-ισχυρή της μορφή*

Οι έλεγχοι για την ημι-ισχυρή μορφή της αποτελεσματικής αγοράς θα πρέπει να κατηγοριοποιηθούν σαν έλεγχοι για την ταχύτητα προσαρμογής των τιμών στην νέα πληροφορία. Στόχος είναι να μελετηθεί η υπερβάλλουσα απόδοση των τιμών με την εμφάνιση της πληροφορίας αυτής. Η υπερβάλλουσα απόδοση ορίζεται ως η διαφορά μεταξύ της αναμενόμενης απόδοσης, δεδομένης της χαρακτηριστικής γραμμής της μετοχής και της απόδοσης που

πραγματικά είχε η μετοχή την περίοδο μελέτης. Η CAAR (Cumulative Average Abnormal Return) είναι μια μέθοδος που δίνει μια προσέγγιση της κατά μέσο όρο αντίδρασης των τιμών των μετοχών σε ένα συγκεκριμένο τύπο πληροφορίας μερικές μέρες πριν και μερικές μέρες μετά το γεγονός.

Ο πρώτος τέτοιος έλεγχος έγινε από τους Fama, Fisher, Jensen and Roll(1969), αν και ο πρώτος που δημοσιεύτηκε ήταν των Ball and Brown(1968).

Με την χρήση του μοντέλου της αγοράς, οι έλεγχοι αυτοί παρέχουν αποδείξεις για την αντίδραση των τιμών των μετοχών στα splits και τις ανακοινώσεις κερδών. Και στις δυο περιπτώσεις οι τιμές προσαρμόζονται στην νέα πληροφορία και μάλιστα το μεγαλύτερο μέρος προσαρμογής γίνεται πριν δοθεί στην δημοσιότητα ενώ το υπόλοιπο αμέσως μετά και με ακρίβεια.

Άλλες παρόμοιες μελέτες έγιναν από τους Reilly and Drzycinski (1981), Rendelman, Jones and Latane(1982), Kaplan and Roll(1962), Kraus and Stoll(1972), Pettit (1972), Scholes(1972).

## 2.2 Έλεγχοι της αποτελεσματικής αγοράς στην ισχυρή της μορφή

Η υπόθεση της αποτελεσματικής αγοράς στην ισχυρή της μορφή, θέτει ότι κανένας επενδυτής δεν μπορεί να έχει υπερβάλλουσες αποδόσεις από τη χρησιμοποίηση κάθε δημόσιας και ιδιωτικής πληροφορίας.

Οι έλεγχοι για την υπόθεση αυτή συνίστανται στην εξέταση της αποτελεσματικότητας των επαγγελματιών διαχειριστών χαρτοφυλακίων. Αν τα χαρτοφυλάκια αυτά έχουν ανώτερες αποδόσεις, τότε αυτό σημαίνει ότι κάποιιοι επενδυτές που έχουν πρόσβαση σε ιδιωτική πληροφόρηση μπορούν να χτυπήσουν την αγορά. Άρα η πληροφορία αυτή δεν απορροφάται από τις τιμές ούτε αντανακλάται σε αυτές.

Η πρώτη μελέτη-έλεγχος της υπόθεσης αυτής παρουσιάστηκε από τους Friend et.al.(1962). Μελετήθηκαν 189 αμοιβαία κεφάλαια από το 1952 έως 1958. Το βασικό συμπέρασμα αυτής είναι ότι κατά μέσο όρο, η απόδοση των αμοιβαίων κεφαλαίων είναι διαφορετική από την απόδοση ενός μη-διαχειρίσιμου χαρτοφυλακίου παρόμοιας σύνθεσης, αλλά τα αποτελέσματα ήταν στατιστικά μη-σημαντικά.

Το άρθρο στο οποίο γίνονται οι περισσότερες αναφορές σχετικά με την επίδοση των διαχειριστών αμοιβαίων κεφαλαίων είναι του Jensen(1968). Λαμβάνοντας υπόψη το κόστος συναλλαγών, βρήκε ότι μόνο 43 από τα 115 αμοιβαία που εξέτασε έδωσαν ανώτερες αποδόσεις από αυτές της αγοράς. Κατά μέσο όρο, η απόδοση των αμοιβαίων ήταν χαμηλότερη από την αναμενόμενη απόδοσή τους, με βάση τον συστηματικό κίνδυνο που αντιμετώπιζαν.

Άλλες έρευνες για την μελέτη της ισχυρής μορφής της αποτελεσματικής αγοράς είναι του Sharpe(1966), Friend, Blume and Crockett (1970),



Firth(1978). Τα αποτελέσματα όλων αυτών κατέληξαν υπέρ της αποτελεσματικότητας της αγοράς.

Αντίθετες με την αποτελεσματικότητα της αγοράς στην ισχυρή της μορφή είναι οι έρευνες των:

- Palmon and Schneller (1980), οι οποίοι κατέταξαν τα νέα που εδημοσιεύοντο στην Wall Street Journal, σε θετικά και αρνητικά και κατέληξαν στο συμπέρασμα ότι οι ειδήσεις της WSJ έχουν πραγματικό πληροφοριακό περιεχόμενο και οι μεταβολές των θετικών και αρνητικών ειδήσεων συμβαίνουν αρκετό διάστημα πριν την συνοδεύουσα υπερβολική απόδοση των τιμών των μετοχών, πράγμα που αντιτίθεται στην υπόθεση της αποτελεσματικής αγοράς. Από την άλλη, σημειώνουν ότι, τα παραπάνω αποτελέσματα δεν σημαίνουν κατ' ανάγκη και κερδοφορία για κάποιον επενδυτή.
- Jaffe(1974), ο οποίος κατέληξε στα εξής συμπεράσματα: α) οι κατέχοντες εσωτερική πληροφόρηση μπορούν να κερδίσουν υπερκανονικές αποδόσεις β) οι νομοθετικές ρυθμίσεις για την καταπολέμηση του φαινομένου της εσωτερικής πληροφόρησης στις ΗΠΑ έφεραν πολύ μικρά αποτελέσματα.

Άλλες έρευνες στράφηκαν στο να μελετήσουν την απόκλιση των πραγματοποιούμενων αποδόσεων από τις προβλέψεις των εμπειρογνομόνων. Δύο από αυτές είναι του Ambachtsheer (1974) και των Dimson and Marsh (1984). Ο Ambachtsheer (1974) εξετάζει την ικανότητα των διαχειριστών και αναλυτών να προβλέπουν ορθά τις τιμές των μετοχών.

Αν οι διαχειριστές δεν διαθέτουν μια τέτοια ικανότητα, τότε η συσχέτιση μεταξύ προβλέψεων και πραγματοποιήσεων αναμένεται να είναι μηδενική. Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι η συσχέτιση δεν είναι μηδενική και ότι, ακόμα και, η ασθενής ικανότητα πρόβλεψης μπορεί να οδηγήσει σε υπερκανονικές αποδόσεις. Η μελέτη των Dimson and Marsh (1984), αποτελεί μια από τις σημαντικότερες για την εποχή της. Οι συγγραφείς εξέτασαν τις ετήσιες αποδόσεις των 200 μεγαλύτερων μετοχών στο χρηματιστήριο του Λονδίνου και βρήκαν ότι η συσχέτιση μεταξύ προβλέψεων και πραγματοποιήσεων ήταν μικρή και ίση με 0,08. Ωστόσο, οι συναλλαγές που έγιναν βασισμένες στις προβλέψεις αυτές είχαν συνολική απόδοση κατά 2.2% υψηλότερη από την απόδοση της αγοράς και παρουσίασαν μια υπερκανονική απόδοση της τάξης των τριών εκατομμυρίων στερλινών, Όμως, ο επενδυτής που θα ήθελε να ακολουθήσει τις προβλέψεις του συμβούλου έπρεπε να αντιδράσει άμεσα στην αγορά για να μπορεί να ωφεληθεί από αυτές.

### 3. Υποδείγματα τιμών μετοχών: Ιστορική αναδρομή

Στη σύντομη αυτή ιστορική αναδρομή θα χωρίσουμε την χρονική περίοδο από το 1900 μέχρι σήμερα σε υποπεριόδους, με βάση τις υποθέσεις στις οποίες στηρίζονται οι μελετητές των χρηματοοικονομικών αγορών.

Η έννοια της αποτελεσματικότητας των αγορών, εισάγεται για πρώτη φορά στις αρχές του εικοστού αιώνα από τον Γάλλο Bachelier (1900), ο οποίος μελέτησε την συμπεριφορά των τιμών των προϊόντων. Ο Bachelier αναγνωρίζει την πληροφοριακή αποτελεσματικότητα και θεωρεί ότι, γεγονότα

του παρελθόντος, του παρόντος ακόμη και προεξοφλημένα γεγονότα του μέλλοντος αντικατοπτρίζονται στις τιμές της αγοράς, αλλά συχνά δεν συσχετίζονται με τις αλλαγές των τιμών. Αν η αγορά δεν είναι σε θέση να προβλέψει τα скаμπανεβάσματά της, τα θεωρεί λίγο έως πολύ πιθανά και αυτή η πιθανότητα μπορεί να αποτιμηθεί μαθηματικά.

### 3.1 Η πρώτη περίοδος

Έτσι αρχίζει η Α΄ χρονική περίοδος που περιλαμβάνει τρεις επιστημονικούς πόλους: Bachelier – Osborne – Kendall (1900 – 1963) και το υπόδειγμα του τυχαίου περιπάτου (Normal Random Walk).

Οι υποθέσεις της περιόδου αυτής είναι :

- 1) Οι μεταβολές των τιμών  $\xi_i$  από συναλλαγή σε συναλλαγή είναι IID τυχαίες μεταβλητές.
- 2) Οι μεταβολές των τιμών  $\xi_i$  από συναλλαγή σε συναλλαγή έχουν σταθερή διακύμανση  $Var(\xi_i) = \sigma^2, \forall i$
- 3) Οι συναλλαγές είναι ομοιόμορφα κατανομημένες στο χρόνο  
Η πιθανότητα  $D(\cdot)$ , η τιμή  $P=p$ , την χρονική περίοδο  $t$ , δηλαδή  $D(p, t)$  είναι ίση με:

$$D(p, t) = \frac{1}{\sigma \sqrt{t} \sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2 t} p(t)^2\right\}$$

Η οποία είναι γνωστή από την κανονική κατανομή με μέσο μηδέν και διακύμανση  $\sigma^2 t$ , πράγμα που σημαίνει ότι η διακύμανση των τιμών των μετοχών αυξάνει γραμμικά όσο αυξάνεται ο χρόνος.

Ξεκινώντας από τις υποθέσεις αυτές οι έρευνες της περιόδου αυτής καταλήγουν στα εξής συμπεράσματα:

- Η κατανομή που ακολουθούν οι τιμές των μετοχών είναι η κανονική
- Η διακύμανση της κατανομής είναι μια συνάρτηση του χρόνου.

Ο Bachelier συμπέρανε ότι οι τιμές των προϊόντων μεταβάλλονται ακολουθώντας έναν τυχαίο περίπατο. Στο βιβλίο του "Η θεωρία της κερδοσκοπίας" (1900), απέδειξε ότι η κερδοσκοπία στις τιμές των προϊόντων στην Γαλλία, ήταν ένα δίκαιο παιχνίδι "fair game". Αυτό σημαίνει ότι ούτε οι αγοραστές ούτε οι πωλητές των προϊόντων απέφεραν κέρδη στις επενδύσεις τους. Με άλλα λόγια, η τρέχουσα τιμή του προϊόντος αποτελεί έναν αμερόληπτο εκτιμητή της μελλοντικής του τιμής. Ή ακόμη, αν η αναμενόμενη τιμή της αξίας του προϊόντος κάθε μέρας αφαιρείται από την πραγματική τιμή του προϊόντος της ίδιας ημέρας, τότε το άθροισμα όλων αυτών των διαφορών θα ισούται με το μηδέν.

Επίσης, ο Bachelier συμπεραίνει ότι, οι αγοραπωλησίες είναι σχεδόν ομοιόμορφα κατανεμημένες στο χρόνο, η κατανομή των αλλαγών των τιμών μεταξύ δυο συνεχόμενων συναλλαγών έχει συγκεκριμένη διακύμανση και ο αριθμός των συναλλαγών σε ορισμένο χρονικό διάστημα είναι πάρα πολύ μεγάλος, συμπέρασμα που είναι απαραίτητο για την χρήση του κεντρικού οριακού θεωρήματος στην κανονική κατανομή.



Μετά την εργασία του Bachelier, ο Working(1934) μελέτησε τη συμπεριφορά των τιμών των διαφόρων προϊόντων (commodities) και κατέληξε ότι, ακολουθεί το υπόδειγμα του τυχαίου περιπάτου. Ο Kendal (1934), στη συνέχεια, προσπάθησε να βρει κύκλους σε δείκτες μετοχών και τιμές προϊόντων, χωρίς επιτυχία. Έτσι, οι τιμές και οι δείκτες ακολουθούν τυχαίο περίπατο και η σημερινή τιμή προβλέπεται από την χτεσινή συν κάποια τυχαία μεταβολή (νέα είδηση).

Οι παρατηρήσεις αυτές του Bachelier έδωσαν ώθηση κατά την δεκαετία του '60, μιας μεγάλης επιστημονικής συζήτησης σχετικά με τη διαδικασία προσδιορισμού των τιμών των χρεογράφων, την ανεξαρτησία των τιμών και το υπόδειγμα του τυχαίου περιπάτου. Ωστόσο, αυτή και άλλες μελέτες (Working 1934, Cowles 1933, Cowles and Jones 1937), αγνοήθηκαν από τους ερευνητές, μέχρι τα τέλη της δεκαετίας του '50, όπου ο Cootner (1964) δημοσιεύει μια συλλογή όλων των τότε γνωστών άρθρων πάνω στο συγκεκριμένο θέμα.

Στις αρχές της δεκαετίας του '50, οι ερευνητές είναι σε θέση για πρώτη φορά να χρησιμοποιήσουν ηλεκτρονικούς υπολογιστές, για τη μελέτη της συμπεριφοράς μεγάλων χρονοσειρών. Η κεντρική ιδέα στηρίζεται στη μελέτη των οικονομικών χρονοσειρών με στόχο το διαχωρισμό της μακροχρόνιας κεντρικής τάσης από τυχόν βραχυχρόνιες κινήσεις (Kendal 1953). Ο Kendal εξετάζοντας 22 χρονοσειρές μετοχών και προϊόντων στην Αγγλία, καταλήγει ότι, «σε σειρές τιμών οι οποίες μελετούνται σε μικρά χρονικά διαστήματα, οι τυχαίες μεταβολές τους είναι τόσο μεγάλες, που δείχνουν να εξαφανίζονται κάθε

τάση που θα μπορούσε να υπάρχει». Η σχεδόν μηδενική συσχέτιση των αλλαγών των τιμών είναι μια παρατήρηση που φαινόταν να μην ταιριάζει με τις απόψεις των οικονομολόγων της εποχής, ωστόσο αυτές οι εμπειρικές μελέτες ονομάστηκαν «το μοντέλο του τυχαίου περιπάτου» ή ακόμα και «η θεωρία του τυχαίου περιπάτου».

Το μοντέλο του τυχαίου περιπάτου για τις τιμές των μετοχών έχει γίνει το σημείο αιχμής όλων των εμπειρικών αναλύσεων από την εποχή του Bachelier μέχρι σήμερα. Σχετικά ο Fama (1965, 1970) σχολιάζει: «στις τελευταίες μελέτες για το μοντέλο της αποτελεσματικότητας των αγορών, η δήλωση ότι η τρέχουσα τιμή μιας μετοχής αντανακλά πλήρως όλες τις διαθέσιμες πληροφορίες προέκυψε για να υπονοήσει ότι, οι αλλαγές των τιμών ή αλλιώς οι αποδόσεις μιας περιόδου είναι ανεξάρτητες. Επιπλέον, προέκυπτε συνήθως ως συμπέρασμα ότι οι αποδόσεις είναι ομοιόμορφα κατανεμημένες. Οι δυο αυτές υποθέσεις αποτελούν το μοντέλο του τυχαίου περιπάτου» (IID).

Ο Osborne (1959) έδειξε ότι οι τιμές των μετοχών έχουν ανάλογα χαρακτηριστικά με αυτά της κίνησης των μορίων, την ονομαζόμενη κίνηση Brown. Παρατήρησε ακόμη ότι, η διακύμανση των μεταβολών των μετοχών σε αυξανόμενα διαδοχικά χρονικά διαστήματα, αυξάνεται ανάλογα με την τετραγωνική ρίζα της χρονικής απόστασης. Αυτό σημαίνει ότι οι λογάριθμοι των μεταβολών των τιμών είναι ανεξάρτητοι μεταξύ τους, πράγμα που συμφωνεί με τα ευρήματα του Roberts (1959), προτείνοντας ότι, οι μεταβολές στις τιμές ακολουθούν το υπόδειγμα του τυχαίου περιπάτου.

Παρ' όλες τις ενδείξεις για την τυχαιότητα των αποδόσεων των τιμών, υπήρχαν περιπτώσεις ανώμαλης συμπεριφοράς, κατά τις οποίες διάφορες σειρές εμφανίζονται να ακολουθούν προβλέψιμα μονοπάτια. Αυτό εμφανίζεται σε υποσύνολα τιμών των μετοχών και συμβολαίων μελλοντικής εκπλήρωσης που εξετάστηκαν από τους Bachelier, Cowles and Jones (1937) και Kendal (1953). Σε μια σημαντική μελέτη, ο Osborne(1962) επανεξετάζει το όλο θέμα των αποκλίσεων των τιμών των μετοχών από το υπόδειγμα του τυχαίου περιπάτου προς διάφορες κατευθύνσεις. Το σημαντικότερο αποτέλεσμα της ανάλυσής του είναι η απόρριψη της μηδενικής υπόθεσης της ομοιομορφίας των συναλλαγών στο χρόνο. Έδειξε ότι, σε ορισμένα χρονικά διαστήματα η πιθανότητα να εμφανιστούν συναλλαγές είναι μεγαλύτερη από ότι σε άλλα χρονικά διαστήματα ίσης διάρκειας. Οι τιμές έχουν την τάση να εμφανίζονται υπό τη μορφή μικρών εκρήξεων (concentrated burst).

Το 1960, υπήρχε η προτροπή από τους Working (1960) και Alexander (1961) ότι η αυτοσυσχέτιση θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί στις σειρές των αποδόσεων σαν συνέπεια της χρήσης χρονικών μέσων όρων των τιμών. Αφού οι αποδόσεις βασίζονται σε τελικές τιμές χρονικών περιόδων, οι αποδόσεις εμφανίζονται να κυμαίνονται τυχαία. Το πρόβλημα του μέσου στο χρόνο από τον Working είναι η πρώτη έρευνα πάνω στο thin trading (χαμηλή εμπορευσιμότητα) και ο προπομπός των μελετών πάνω στην μικροδομή της αγοράς.

Η Α' χρονική περίοδος τελειώνει αφήνοντας αναπάντητα τρία μεγάλα ερωτήματα: α) Είναι η κατανομή των αποδόσεων κανονική; Η παρουσία



λεπτοκύρτωσης θέτει ένα μεγάλο ερωτηματικό στην κανονικότητα β) ισχύει πράγματι η υπόθεση της ανεξαρτησίας; Οι στρατηγικές ελέγχου της υπόθεσης αυτής, αγνοούν την πιθανότητα εξάρτησης ανώτερης τάξης και θεωρούν ότι εξάρτηση και συσχέτιση είναι ίδιες γ) επιβεβαιώνεται η υπόθεση της ομοιομορφίας της κατανομής; Η προφανής μη-στασιμότητα της διακύμανσης των αποδόσεων υποδηλώνει ότι η υπόθεση της ομοιομορφίας της κατανομής φαίνεται να είναι ακατάλληλη.

Στα μέσα της δεκαετίας του '60 έχουμε μια στροφή στην έρευνα των τυχαίων χαρακτηριστικών των τιμών των μετοχών, εφόσον συγκεντρώνεται και η μέχρι τότε υπάρχουσα βιβλιογραφία. Ο Cootner (1964) δημοσιεύει την συλλογή του, ενώ ο Fama (1965) στην διδακτορική του διατριβή, μελετά την υπάρχουσα συζήτηση πάνω στην συμπεριφορά των τιμών των μετοχών, εξετάζει την κατανομή και την σειριακή εξάρτηση των αποδόσεων και συμπεραίνει: *"φαίνεται ασφαλές να πω, ότι η συγκεκριμένη έρευνα έχει παρουσιάσει ισχυρή και ογκοδέστατη απόδειξη υπέρ της υπόθεσης του τυχαίου περιπάτου"*.

### 3.2 Η δεύτερη περίοδος

Έτσι, αρχίζει η Β' περίοδος : 1963 – 1980 με κύριο επιστημονικό πόλο τον Mandelbrot. Οι μελετητές ασχολούνται με τρία κυρίως μοντέλα, ανταγωνιστικά μεταξύ τους.



Μοντέλο A: Σύμφωνα με το μοντέλο αυτό η κατανομή των αποδόσεων των τιμών των μετοχών θεωρείται κανονική, ανεξάρτητη αλλά όχι ομοιόμορφα κατανεμημένη.

Οι Υποθέσεις του υποδείγματος συνοψίζονται παρακάτω:

1. Οι μεταβολές των τιμών  $\xi_i$  από συναλλαγή σε συναλλαγή είναι IID τυχαίες μεταβλητές.
2. Οι μεταβολές των τιμών  $\xi_i$  από συναλλαγή σε συναλλαγή έχουν ορισμένη διακύμανση  $Var(\xi_i) = \sigma^2, \forall i$  και μέσο ίσο με το μηδέν.
3. Οι συναλλαγές δεν είναι ομοιόμορφα κατανεμημένες στο χρόνο

Έτσι,  $P_{t+1} - P_t \equiv \Delta P_{t+1} = \sum_{i=1}^{n_t} \xi_i$ , όπου  $n_t = f(t)$  είναι αρκετά μεγάλος

αριθμός. Έστω, την ημέρα  $t$  υπάρχουν νέες διαθέσιμες

πληροφορίες:  $\Delta P_t = \sum_{i=1}^{n_t} \xi_i$  και την ημέρα  $s$  ( $t \neq s$ ) δεν υπάρχουν νέες

πληροφορίες διαθέσιμες:  $\Delta P_s = \sum_{i=1}^{n_s} \xi_i$ , με  $n_t > n_s$ . Αν το πλήθος

των συναλλαγών  $n_t, n_s$  είναι αρκετά μεγάλο, τότε  $\Delta P_t$  και  $\Delta P_s$  θα

πλησιάζουν την κανονική κατανομή. Ωστόσο  $Var(\Delta P_t) > Var(\Delta P_s)$ .

Συνθήκη ικανή για την εμφάνιση λεπτοκύρτωσης μιας κατανομής, που μοιάζει με την κανονική, αλλά έχει πιο 'μυτερή' καμπύλη και πιο χοντρά άκρα. Άλλοι λόγοι που πιθανόν να προκαλούν αλλαγή στην διακύμανση και τη μη-στασιμότητα είναι αλλαγές στην δομή του

κεφαλαίου των εταιρειών και αλλαγές στην μερισματική πολιτική ή στην διαφοροποίηση προϊόντων.

Με βάση το μοντέλο αυτό προκύπτουν τα εξής συμπεράσματα :

- Η μεταβαλλόμενη διακύμανση συνεπάγεται μη-στασιμότητα.
- Η λεπτοκύρτωση προκύπτει από την μίξη κανονικών κατανομών με διαφορετικό μέσο και διακύμανση. Η κυριότερη αιτία εμφάνισης της είναι η ανομοιογένεια των δεδομένων που παίρνονται από δυο ή περισσότερους πληθυσμούς. Ο συνολικός πληθυσμός περιγράφεται από  $D(x; \varphi) = \gamma f_1(x; \mu_1, \sigma_1^2) + (1 - \gamma) f_2(x; \mu_2, \sigma_2^2)$ , όπου  $\gamma$  είναι η αναλογία μίξης.
- Η συμμετρία συνεπάγεται μίξη κανονικών κατανομών με ίσους μέσους (μηδέν). Η  $D(x; \phi)$  είναι συμμετρική αν  $\gamma = 0.5$  και  $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ , ή  $\mu_1 = \mu_2$ . Ικανή συνθήκη για την εμφάνιση λεπτοκύρτωσης είναι  $\sigma_1 \neq \sigma_2$ .
- Η κανονικότητα της κατανομής παραμένει.

Άρα, η διαδικασία των αποδόσεων των μετοχών,  $\{R_t\}$  είναι κανονική, ανεξάρτητη και μη-ταυτόνομη  $R_t \sim NI(0, \sigma_n^2)$ .

Μοντέλο Β: Για να ληφθεί υπόψη η υπερβάλλουσα κύρτωση, οι ερευνητές υποδειγματοποίησαν την κατανομή των αποδόσεων στο πλαίσιο της τάξης των stable κατανομών. Ακόμα, λαμβάνεται υπόψη η ύπαρξη μακροχρόνιας μνήμης (long-memory effect), που έχει παρατηρηθεί και στην περίπτωση που

χρησιμοποιούνται δεδομένα υψηλής συχνότητας (Andersen and Bollerslev 1997)<sup>1</sup>.

Σύμφωνα με το μοντέλο αυτό διατηρούνται οι υποθέσεις περί ανεξαρτησίας και ταυτονομίας όχι, όμως και, η κανονικότητα, η οποία αντικαθίσταται με μια οικογένεια κατανομών *stable Paretian*, την οποία εισήγαγε ο Lévy (1925) σαν γενίκευση της κίνησης Brown. Ακόμα, η σταθερή κατανομή μπορεί να θεωρηθεί γενίκευση της κανονικής κατανομής. Ο Mandelbrot (1963-1964) πρότεινε την οικογένεια των κατανομών αυτών σαν πιο κατάλληλη για να συμπεριλάβει τις χαρακτηριστικές της συμμετρίας, της *λεπτοκύρτωσης και της μη –πεπερασμένης διακύμανσης*.

Οι Υποθέσεις του υποδείγματος αυτού συνοψίζονται παρακάτω:

1. Οι μεταβολές των τιμών  $\xi_t$  από συναλλαγή σε συναλλαγή είναι IID τυχαίες μεταβλητές.
2. Οι μεταβολές των τιμών  $\xi_t$  από συναλλαγή σε συναλλαγή έχουν άπειρη διακύμανση και μέσο ίσο με το μηδέν.
3. Μη κανονικότητα – *Stable Paretian* οικογένεια κατανομών.

Έστω ότι, η σειρά  $\{X_t\}_{t=1}^{t=T}$  είναι IID με μέσο μηδέν και κατανομή πιθανότητας  $P(X)=P(X<x)$ . Η οικογένεια κατανομών *Stable Paretian* ορίζεται από τον λογάριθμο της χαρακτηριστικής της συνάρτησης, που ορίζεται από το μετασχηματισμό Fourier της  $P(X)$ :

<sup>1</sup> Ένα γενικό υπόδειγμα, που χρησιμοποιείται και στα χρηματοοικονομικά δεδομένα υψηλής συχνότητας είναι η *symmetric around zero stable family*. Σχετικά με εφαρμογή στο ίδιο σύνολο των

$$\log f_x(t) = \log E(e^{itx}) = \log \int_{-\infty}^{\infty} e^{itx} dP(X < x) = i\delta t - \gamma|t|^a [1 + i\beta(t/|t|)]w(t, a)$$

όπου,  $X$  είναι η τυχαία μεταβλητή (στην περίπτωση μας  $\xi_i$ ),  $t$  οποιοσδήποτε πραγματικός αριθμός,  $i = \sqrt{-1}$ , και

$$w(t, a) = \begin{cases} \tan \frac{\pi a}{2}, & a \neq 1 \\ \frac{2}{\pi} \log|t|, & a = 1 \end{cases}$$

Οι κατανομές Stable Paretian έχουν τέσσερις παραμέτρους  $\alpha, \beta, \delta$  και  $\gamma$ . Η παράμετρος  $\alpha$  είναι ο χαρακτηριστικός εκθέτης, ο οποίος καθορίζει την συνολική πιθανότητα στα άκρα της κατανομής και  $0 < \alpha \leq 2$ . Όταν  $\alpha=2$ ,  $\beta=0$ ,  $\delta=\gamma=1$  η αντίστοιχη stable paretian είναι η κανονική κατανομή. Όταν  $0 < \alpha < 2$  τα άκρα της κατανομής SP είναι υψηλότερα από αυτά της κανονικής κατανομής και η συνολική πιθανότητα στα άκρα είναι μεγαλύτερη όσο μικρότερη είναι η τιμή του  $\alpha$ . Η πιο σημαντική συνέπεια αυτού είναι ότι η διακύμανση υπάρχει μόνο στην περίπτωση που  $\alpha=2$  και ο μέσος υπάρχει μόνο όταν  $\alpha > 1$ . Η μεταβλητή  $\beta$  είναι ένας δείκτης ασυμμετρίας,  $-1 \leq \beta \leq 1$ . Όταν  $\beta=0$ , η SP είναι συμμετρική. Η μεταβλητή  $\gamma$  καθορίζει την κλίμακα της κατανομής και  $\gamma \in (0, \infty)$ . SP. Αν  $\alpha=2$ ,  $\gamma = \frac{Var(X)}{2}$ . Η μεταβλητή  $\delta$  είναι η παράμετρος θέσης και  $\delta \in (-\infty, +\infty)$ . Όταν  $\alpha > 1$ ,  $\delta = E(x)$ . Όταν  $\alpha \in (1, 2]$ , τότε  $\delta$  είναι ο μέσος της κατανομής και όταν  $\beta=0$ , τότε  $\delta$  είναι η διάμεσος της κατανομής.

Αν και οι stable κατανομές ήταν ιδιαίτερα δημοφιλείς την δεκαετία του '60 μέχρι και τις αρχές του '70, από τότε έπαψαν να αποτελούν το επίκεντρο της



έρευνας στο συγκεκριμένο πεδίο. Αυτό συνέβη, κυρίως, διότι η κλασική χρηματοοικονομική θεωρία απαιτεί, πεπερασμένη δεύτερη ροπή. Βέβαια, πρόσφατες εφαρμογές βρίσκονται στα άρθρα των Muller et.al. (1990), Loretan and Phillips (1994), Ahyanakar et.al (1995), Andersen and Bollerslev (1997) και Markellos et.al. (2003), μεταξύ άλλων.

Ο Mandelbrot (1963) και ο Fama (1965) σημείωσαν ότι, η χαρακτηριστική της άπειρης διακύμανσης των stable Paretian κατανομών κάνει ακατάλληλες όλες τις στατιστικές τεχνικές που βασίζονται στην παραδοσιακή ασυμπτωτική θεωρία των κατανομών με ορισμένη διακύμανση.

#### Μοντέλο Γ:

Κάτω από τις ίδιες υποθέσεις του Α μοντέλου, εάν  $n$  είναι πολύ μεγάλος αριθμός τότε  $\Delta P_t = \sum_{i=1}^{n_t} \xi_i \rightarrow$  πιθανά στην κατανομή  $t$ -student, η οποία δεν ανήκει στην οικογένεια των stable Paretian κατανομών. Για παράδειγμα, εάν  $t \geq 2$ , η διακύμανση της  $X$  είναι πεπερασμένη, αλλά η κατανομή δεν είναι αναγκαστικά κανονική και μπορεί να είναι πλατύκυρτη: μπορεί να είναι  $t$ -student, όπου στην περίπτωση αυτή ο αριθμός  $t$  προσδιορίζει τους βαθμούς ελευθερίας.

Στη δεκαετία του '70 έγινε προσπάθεια επαναπροσδιορισμού του θεωρητικού μοντέλου σε όρους αποτελεσματικότητας της αγοράς. Από τα μέσα του '60 οι Mandelbrot (1967), Samuelson (1965) και Fama(1970) αναγνώρισαν ότι μια αγορά θα μπορούσε να είναι αποτελεσματική ακόμη και αν οι αποδόσεις δεν

ήταν IID. Αυτό που ήταν απαραίτητο, είναι η αδυναμία πρόβλεψης των αποδόσεων των μετοχών με τη γνώση των παρελθουσών τιμών της σειράς των αποδόσεων ή και κάθε άλλης διαθέσιμης πληροφορίας. Δηλαδή, η έλλειψη οποιουδήποτε κανόνα αγοράς και πώλησης που να έχει αναμενόμενες αποδόσεις μεγαλύτερες από την μέση απόδοση της αγοράς. Με άλλα λόγια η κερδοσκοπία θα έπρεπε να είναι ένα δίκαιο παιχνίδι ή αλλιώς οι (υπερβάλλουσες) αποδόσεις θα έπρεπε να ακολουθούν μια martingale difference. Η στατιστική ερμηνεία του δίκαιου παιχνιδιού υπονοεί ότι η αναμενόμενη τιμή των αποδόσεων την χρονική στιγμή  $t$  με βάση όλη την διαθέσιμη πληροφορία του παρελθόντος, θα πρέπει να είναι μηδέν:

$$E(r_t | \sigma(r_{t-1}, \dots, r_1)) = 0, \quad t \in T.$$

Ομοίως, σε μια αποτελεσματική αγορά η καλύτερη πρόβλεψη για τις σημερινές τιμές είναι οι χθεσινές (Martingale model):

$$E(p_t | \sigma(p_{t-1}, \dots, p_1)) = p_{t-1}, \quad t \in T.$$

Από οικονομικής πλευράς, το μοντέλο αυτό είναι λιγότερο αυστηρό από αυτό του τυχαίου περιπάτου και είναι σε θέση να συνδέσει τις αρχές του ανταγωνισμού, της προσφοράς και της ζήτησης, της συνάρτησης χρησιμότητας και του οικονομικού περιβάλλοντος, με λίγα λόγια τον τρόπο που διαμορφώνονται οι τιμές. Ο Mandelbrot (1966) απέδειξε ότι, το martingale model θα μπορούσε να προκύψει από μια θεμελιώδη ανάλυση στην οποία οι τιμές ακολουθούν κάτι που θα μπορούσε να χαρακτηριστεί σαν 'αξία'.

Ο Samuelson (1965) απέδειξε ότι οι τιμές κυμαίνονται τυχαία, αν ισχύουν συγκεκριμένοι περιορισμοί, οι οποίοι απαιτούν οι αντιπρόσωποι να έχουν

συνήθεις και σταθερές χρονικές προτιμήσεις, ίδιες πιθανότητες και να είναι ουδέτεροι στον κίνδυνο.

Το μοντέλο martingale αποδείχθηκε ένα ισχυρό εργαλείο για την στατιστική και πιθανοτική ανάλυση, καθώς και την ανάπτυξη των σύγχρονων θεωριών τιμολόγησης κεφαλαιουχικών στοιχείων (asset pricing models). Σε αντίθεση με το μοντέλο του τυχαίου περιπάτου, υποθέτει την ύπαρξη μόνο της πρώτης δεσμευμένης ροπής (first moment).

Από τις αρχές της δεκαετίας του '80, είχε γίνει σαφές ότι τα υπάρχοντα εμπειρικά υποδείγματα δεν ήταν σε θέση να ελέγξουν την ύπαρξη μη-γραμμικής χρονικής εξάρτησης των τιμών. Πολλοί ερευνητές, μεταξύ των οποίων οι Mandelbrot (1963) και Fama (1965) βρήκαν ότι, οι αποδόσεις των μετοχών χαρακτηρίζονται κυρίως από τα εξής:

- Σειριακή συσχέτιση των αποδόσεων, πράγμα που υποδηλώνει ότι οι συνακόλουθες αποδόσεις δεν είναι ανεξάρτητες,
- Σειριακή συσχέτιση στα τετράγωνα των αποδόσεων, που έχει ως αποτέλεσμα περιόδους διακυμάνσεων και σταθερότητας,
- Αρνητική ασυμμετρία στην κατανομή των αποδόσεων, πράγμα που θέτει υπό αμφισβήτηση την υπόθεση μιας υποκείμενης κανονικής κατανομής, και
- Λεπτοκύρτωση στην κατανομή των αποδόσεων, με πάρα πολλές τιμές κοντά στο μέσο και στις ουρές της κατανομής.

Η χρήση των Autoregressive Integrated Moving Average (ARIMA) υποδειγμάτων, όπως αναπτύχθηκε από τους Box and Jenkins (1976), γνώρισε ευρεία αποδοχή σε ένα πλήθος οικονομικών εφαρμογών. Το πλεονέκτημα της μεθόδου αυτής είναι ότι, οι άγνωστες παράμετροι είναι εύκολο να εκτιμηθούν και ότι, το μοντέλο μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την πρόβλεψη μελλοντικών τιμών. Ωστόσο, ένας περιορισμός των υποδειγμάτων ARIMA είναι η υπόθεση ότι τα δεδομένα έχουν σταθερή διακύμανση στο χρόνο.

Οι μελέτες των Mandelbrot (1963), Fama (1965), Hsu et al. (1974) καθώς και άλλων αναγνωρίζουν ότι η υπόθεση αυτή δεν είναι αξιόλογη, όταν πρόκειται για την μελέτη των αποδόσεων των μετοχών και, κάποιο άλλο πιο ευέλικτο μοντέλο είναι απαραίτητο.

### 3.3 Η τρίτη περίοδος

Έτσι αρχίζει μια Γ' περίοδος (1980-σήμερα) η οποία χαρακτηρίζεται από τη δυναμική μελέτη της μεταβλητότητας των μετοχών.

Η πρώτη προσπάθεια υποδειματοποίησης της δεσμευμένης διακύμανσης έγινε από τον Engle (1982), ο οποίος πρότεινε το υπόδειγμα AutoRegressive Conditionally Heteroskedastic (ARCH), ορίζοντας τις δυο πρώτες δεσμευμένες ροπές:  $E(r_t | R_{t-1}^p) = g_t(r_{t-1}, r_{t-2}, \dots, r_{t-p})$ , standard ARIMA process

$Var(r_t | R_{t-1}^p) = E\{[r_t - E(r_t | R_{t-1}^p)]^2 | R_{t-1}^p\} = h_t(r_{t-1}, \dots, r_{t-p})$ , η οποία μας δείχνει

πώς μεταβάλλεται η διακύμανση στο χρόνο, όπου  $R_{t-1}^p := \{r_{t-1}, r_{t-2}, \dots, r_{t-p}\}$ .



Έκτοτε, διάφορα υποδείγματα με δυναμική εταιροσκεδαστικότητα έχουν προταθεί από τους ερευνητές χρησιμοποιώντας διαφορετική παραμετροποίηση της  $Var(r_t | R_{t-1}^p)$ . Αρχικά, ο Engle (1982) εξέφρασε την δεσμευμένη διακύμανση του ARCH μοντέλου σαν τον  $p^{\text{th}}$  τάξης σταθμικό μέσο όρο των προηγούμενων διαταραχών στο τετράγωνο:

$$\text{var}(r_t | R_{t-1}^p) = a_0 + a_1 e_{t-1}^2 + \dots + a_p e_{t-p}^2,$$

όπου  $e_t = r_t - E(r_t | R_{t-1}^p)$ ,  $a_0 > 0$ ,  $a_i \geq 0$ ,  $i = 1, \dots, p$ .

Βασιζόμενος στο ARCH μοντέλο, ο Bollerslev (1986), στη συνέχεια, εισήγαγε μια νέα γενικευμένη τάξη διαδικασιών το υπόδειγμα Generalised AutoRegressive Conditional Heteroscedastic (GARCH). Το υπόδειγμα αυτό, είναι πιο ευέλικτο στη δομή χρονικής υστέρησης, περιλαμβάνει προηγούμενες δεσμευμένες διακυμάνσεις και τα τετράγωνα προηγούμενων διαταραχών στη διαδικασία της δεσμευμένης διακύμανσης:

$$\text{Var}(r_t | R_{t-1}^p) = h_t = a_0 + \sum_{i=1}^q a_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^p b_i h_{t-i}, \quad a_i \geq 0, b_i \geq 0$$

Το πλεονέκτημα του υποδείγματος αυτού είναι ο μικρός αριθμός παραμέτρων, που είναι εύκολο να υπολογιστούν, ενώ ο περιορισμός που θέτει

$$\sum_{i=1}^q a_i + \sum_{i=1}^p b_i < 1, \text{ είναι απαραίτητος για να μην υπάρχει αρνητική διακύμανση,}$$

αλλά και για να εξασφαλίσει στασιμότητα στην εξίσωση της διακύμανσης.

Στην περίπτωση που  $\sum_{i=1}^q a_i + \sum_{i=1}^p b_i = 1$ , τότε έχουμε το Integrated GARCH

(IGARCH) model. Γίνεται φανερό ότι για  $p = 0$  έχουμε το υπόδειγμα ARCH( $q$ ).

Ο μη-υπό συνθήκη μέσος και διακύμανση του υποδείγματος GARCH είναι σταθεροί, αλλά ο δεσμευμένος μέσος και διακύμανση είναι χρονικά εξαρτώμενοι. Το γεγονός ότι, η δεσμευμένη διακύμανση εξαρτάται από τις παρελθούσες διακυμάνσεις είναι συμβατό με τις χαρακτηριστικές της μεταβλητότητας των αποδόσεων των μετοχών, όπου παρατηρούνται σταθερές και ασταθείς περιόδους. Η δεσμευμένη διακύμανση  $h_t$  των αποδόσεων είναι μεγαλύτερη όταν  $\varepsilon_{t-1}^2, \dots$  και  $h_{t-1}, \dots$  έχουν υψηλές τιμές και, αντίστροφα.

Μετά τον Engle (1982) και τον Bollerslev (1986), πολλοί ερευνητές έχουν προεκτείνει την βασική θεωρία, προκειμένου να αναπτύξουν μια οικογένεια μοντέλων GARCH. Η ανάπτυξη αυτή βασίστηκε στην ανάγκη να προσαρμοστεί το μοντέλο σε διάφορες εμπειρικές παρατηρήσεις πάνω στις χρηματοοικονομικές χρονολογικές σειρές, έτσι ώστε να 'πιάσει' περιπτώσεις που τα αυθεντικά μοντέλα ARCH και GARCH δεν μπορούσαν να συμπεριλάβουν. Τα μοντέλα αυτά αποδείχθηκε ότι παράγουν δεδομένα που ταιριάζουν πάρα πολύ στα χρηματοοικονομικά δεδομένα και συνήθως απαιτούν την εκτίμηση λιγότερου αριθμού παραμέτρων.

Τον τελευταίο καιρό, έχει δοθεί έμφαση στην έρευνα πάνω στα ασυμμετρικά GARCH μοντέλα, τα οποία προσπαθούν να συμπεριλάβουν την αρνητική ασυμμετρία που παρατηρείται στις χρονοσειρές, μέσω μιας εναλλακτικής φόρμουλας για την δεσμευμένη διακύμανση  $h_t$ . Στο τυπικό GARCH(p,q) μοντέλο η δεσμευμένη διακύμανση εξαρτάται μόνο από το μέγεθος των παρελθουσών τιμών του διαταρακτικού όρου  $\varepsilon$ , και όχι από το πρόστιμό τους.

Αυτό υπολείπεται της εμπειρικής συμπεριφοράς των αποδόσεων των μετοχών, όπου η μεταβλητότητα τείνει αυξανόμενη σε αρνητικές αποδόσεις των χρημασθηριακών αξιών, ενώ τείνει να είναι μικρότερη σε ισομεγέθεις θετικές αποδόσεις. Τέτοια ασυμμετρικά GARCH μοντέλα είναι:

1. Το Exponential GARCH model,(EGARCH), που προτάθηκε από τους

Pagan, Schwert(1990) και Nelson(1991):  $\log h_t = a_0 + \sum_{i=1}^q a_i f(z_{t-i}) + \sum_{i=1}^p b_i \log h_{t-i}$ ,

όπου  $f(z_t) = \varphi z_t + \gamma [|z_t| - E(|z_t|)]$ , με κανονικοποιημένα κατάλοιπα  $z_t = \frac{\varepsilon_t}{h_t^{1/2}}$ ,

Η παραπάνω εξίσωση «κατανοεί» ότι, οι θετικές και οι αρνητικές τιμές των καταλοίπων έχουν διαφορετική επίπτωση στη μεταβλητότητα. Επιπρόσθετα, η χρήση λογαρίθμου σημαίνει ότι, οι παράμετροι μπορεί να είναι αρνητικοί χωρίς η διακύμανση να είναι αρνητική.

2. Το Absolute Value GARCH Model (AGARCH) που αναπτύχθηκε από τους Campbell και Hentschel (1991) και Hentschel (1991):

$$h_t^{1/2} = a_0 + \sum_{i=1}^q a_i h_{t-i}^{1/2} \{ \sqrt{(z_{t-i} - b)^2 + 10^{-6}} - c(z_{t-i} - b) \} + \sum_{i=1}^p b_i h_{t-i}^{1/2},$$

3. το GJR-GARCH Model, που προτάθηκε από τους Glosten, Jagannathan και Runkle το 1989 (Engle, 1993):

$$h_t = a_0 + \sum_{i=1}^q a_i \varepsilon_{t-i}^2 (1 + \gamma S_{t-i}) + \sum_{i=1}^p b_i h_{t-i}, \text{ όπου } S_t = \begin{cases} 1, & \text{if } \varepsilon_t < 0 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}. \text{ Το GJR-GARCH}$$

Model είναι όμοιο με το μοντέλο GARCH με την μόνη διαφορά την παρουσία

του όρου  $(1 + \gamma \delta'_{t-i})$ , ο οποίος επιτρέπει την παρουσία ασυμμετρίας, όταν  $\gamma < 0$ , αφού σταθμίζονται όλα τα αρνητικά κατάλοιπα και, έτσι δημιουργείται υψηλότερη μεταβλητότητα από ότι, στην περίπτωση θετικών καταλοίπων ίσου μεγέθους.

Έχουν προταθεί από τους ερευνητές διάφορες παραλλαγές (Engle, 1993 μεταξύ άλλων), ωστόσο τα αποτελέσματα των περισσότερων εμπειρικών μελετών δείχνουν ότι το υπόδειγμα GARCH (1,1) προσαρμόζεται, γενικά, πολύ ικανοποιητικά σε μια μεγάλη γκάμα χρηματοοικονομικών χρονοσειρών (Bollerslev et.al., 1992).

### 3.4 Σύνοψη των τριών πρώτων περιόδων

Συνοψίζοντας τις τρεις παραπάνω περιόδους θα σημειώναμε ότι (Andreou et.al., 2001):

1. Η πρώτη περίοδος στηρίχτηκε στη στατιστική υπόθεση της εξάρτησης των αποδόσεων, η οποία θεωρήθηκε συνώνυμη της συσχέτισης των αποδόσεων, αγνοώντας τη δυνατότητα για εξάρτηση υψηλότερης τάξης και της απόκλισης από την υπόθεση της κανονικότητας. Ωστόσο, η μη-συσχέτιση δεν συνεπάγεται ανεξαρτησία (Alexander, 1961). Ακόμα, η περίοδος αυτή αφήνει αναπάντητα βασικά ερωτήματα, όπως η υπόθεση της κανονικότητας, η υπόθεση της ανεξαρτησίας και η υπόθεση της ταυτόνομης κατανομής.



2. Η δεύτερη περίοδος (η περίοδος Mandelbrot) έδωσε μεγαλύτερη βαρύτητα στα χαρακτηριστικά της κατανομής των χρηματοοικονομικών χρονοσειρών και στην παρατήρηση ότι, οι αποδόσεις των μετοχών χαρακτηρίζονται από άπειρη διακύμανση (Noah effect), προτείνοντας την οικογένεια κατανομών stable Paretian. Τόσο ο Mandelbrot όσο και ο Fama, όμως, κατέληξαν ότι οι χαρακτηριστικές αυτών των κατανομών οδηγούν στο αποτέλεσμα: οι κλασσικές στατιστικές τεχνικές, που βασίζονται στην παραδοσιακή ασυμπτωτική θεωρία κατανομών πεπερασμένης διακύμανσης, να μην είναι πλέον οι κατάλληλες. Επιπλέον, δεν μπορεί να συμπεριλάβει τις παρατηρούμενες εναλλαγές των μικρών και μεγάλων μεταβολών των μετοχών ότι, δηλαδή μεγάλες μεταβολές των τιμών τείνουν να ακολουθούνται από μεγάλες μεταβολές και, μικρές μεταβολές τείνουν να ακολουθούνται από μικρές μεταβολές, ανεξαρτήτως προσήμου (volatility clustering).
3. Η τρίτη περίοδος έδωσε έμφαση στην υποδειματοποίηση της υποσυνθήκη ετεροσκεδαστικότητας για να συμπεριλάβει την εξάρτηση υψηλότερης τάξης στις αποδόσεις των μετοχών. Η πρώτη προσπάθεια έγινε από τον Engle (1982), ο οποίος πρότεινε το υπόδειγμα ARCH και, στη συνέχεια από τον Bollerslev (1986) που πρότεινε τη γενίκευσή του, GARCH, αλλά ακολούθησαν και πολλοί άλλοι ερευνητές, όπως το υπόδειγμα EGARCH, που λαμβάνει υπόψη την παρατηρούμενη ασυμμετρία στις αποδόσεις των μετοχών.

Με τη χρησιμοποίηση δεδομένων υψηλής συχνότητας (ακόμα και tick-by-tick data) το θέμα της ισχύος της υπόθεσης της αποτελεσματικής αγοράς και της προβλεψιμότητας των αποδόσεων βρίσκεται και πάλι στο ενδιαφέρον πρόσφατων ερευνών. Μεταξύ άλλων, οι Lo and MacKinley (1999) υποστηρίζουν ότι, η μεγάλη ποσότητα πληροφοριών- που σήμερα είναι διαθέσιμη στους αναλυτές των αγορών σε χαμηλό κόστος και μεγάλη πιστότητα- μπορεί να αποκαλύψει την ύπαρξη σχηματισμών, που θέτουν σε αμφισβήτηση την εγκυρότητα της υπόθεσης της martingale difference.

Στην ίδια κατεύθυνση, άλλοι ερευνητές (Sullivan et.al. 1999, White 2000), παρέχουν ενδείξεις για τη μη-αποδοχή της data-snooping μεροληψίας, δηλαδή τη δυνατότητα ότι, διαφορετικές αναλύσεις του ίδιου συνόλου δεδομένων μπορεί να αναδεικνύουν την ύπαρξη κάποιων σχηματισμών, χωρίς κάτι τέτοιο να ισχύει. Η μη-αποδοχή της υπόθεσης αυτής προσφέρει ενδείξεις της δυνατότητας πρόβλεψης, που δεν συνάδει κατ' ανάγκη με την υπόθεση της αποτελεσματικής αγοράς. Οι Lo and MacKinley (1999), θέτουν σε αμφισβήτηση την εγκυρότητα της υπόθεσης της martingale difference, ακόμα και όταν λαμβάνουν υπόψη τους τη data-snooping μεροληψία.

### 3.5. Νεότερες προσεγγίσεις

Ωστόσο, άλλες παρατηρούμενες χαρακτηριστικές των αποδόσεων των μετοχών οδήγησαν στην παραπέρα ανάπτυξη υποδειγμάτων. Τέτοιες προσπάθειες αναφέρονται προς την κατεύθυνση της υποδειματοποίησης της μακροχρόνιας μνήμης των αποδόσεων, της έννοιας της κλασματικής

ολοκλήρωσης, της χαοτικής δυναμικής και των τεχνητών νευρωνικών δικτύων. Παρακάτω, θα παρουσιάσω σύντομα τις προσπάθειες αυτές και τα αποτελέσματα που μέχρι σήμερα έχουν δώσει στη μελέτη των αποδόσεων των μετοχών (Andreou et.al. 2001, Campbell et.al. 1997, Συριόπουλος 1996).

### 3.5.1 Κλασματική ολοκλήρωση.

Τα υποδείγματα ARFIMA (Autoregressive Fractional Integrated Moving Average Models) αναπτύχθηκαν από τους Granger και Joyeux (1980) και Hosking (1981) και ακολούθησαν μετά την εκτεταμένη ανάλυση των υποδειγμάτων ARIMA. Χρησιμοποιούνται για τη διερεύνηση διαδικασιών οι οποίες περιέχουν «μακροχρόνια μνήμη» (long memory processes). Η ειδοποιός διαφορά τους από την κλασική ανάλυση Box-Jenkins συνίσταται στο ότι ο βαθμός ολοκλήρωσής τους  $d$  είναι κλασματικός (fractional).

Η πλειοψηφία της ανάλυσης χρονολογικών σειρών μέχρι σήμερα λαμβάνει υπόψιν περιπτώσεις όπου η τάξη της διαφοροποίησης (order of differencing) της σειράς,  $d$ , είναι είτε 0 είτε 1. Έτσι, αν μια χρονοσειρά  $x_t$  είναι ολοκληρώσιμη μετά την λήψη πρώτων διαφορών (first differences),  $I(1)$ , τότε η συνάρτηση ACF φθίνει γραμμικά προς το μηδέν. Εάν είναι στάσιμη και  $I(0)$  τότε η συνάρτηση ACF παρουσιάζει εκθετική μείωση προς το μηδέν. Και στις δυο περιπτώσεις φαίνεται ότι παρατηρήσεις, που χωρίζονται από μεγάλο χρονικό διάστημα είναι ασυσχέτιστες και αυτό είναι συμβατό, ιδιαίτερα οι μεταβλητές  $I(1)$ , με αρκετά υποδείγματα που εξετάζουν την αποτελεσματικότητα της αγοράς.



Παρ' όλα αυτά εμπειρικές μελέτες χρονοσειρών έχουν δείξει ότι, ενώ η υπόθεση της στασιμότητας ικανοποιείται, φαίνεται να κατέχουν συσχετίσεις κυρίως μεταξύ παρατηρήσεων που χωρίζονται από μεγάλο χρονικό διάστημα. Οι συσχετίσεις αυτές είναι συνήθως μικρές όμως δεν μπορούμε να τις αγνοήσουμε και το γεγονός των μακροχρόνιων εξαρτήσεων ίσως χαρακτηρίζει την ύπαρξη μιας τάσης, όπου μεγάλες τιμές στη σειρά ακολουθούνται από εξίσου μεγάλες τιμές του ίδιου προσήμου. Συνήθως, παρατηρείται μια διαδοχή «κύκλων», οι οποίοι μπορεί να έχουν και περίοδο ίση με αυτή του δείγματος.

Τα υποδείγματα ARFIMA ενσωματώνουν την διαδικασία μακροχρόνιας μνήμης. Μπορεί ναδειχθεί ότι όταν  $0 < d < 1/2$ , η συνάρτηση ACF φθίνει προς το μηδέν με αρκετά χαμηλότερους ρυθμούς απ' ό,τι μια κλασική ARMA  $I(0)$  διαδικασία. Όταν ισχύει  $-(1/2) < d$ , τότε η διαδικασία είναι και αντιστρέψιμη (invertible), άρα στο διάστημα  $-(1/2) < d < 1/2$  η διαδικασία είναι μια κλασική στάσιμη και αντιστρέψιμη χρονοσειρά. Μόνο όταν  $d > 1/2$ , η διακύμανση της διαδικασίας είναι «άπειρη», δηλαδή αυξάνει στο πεδίο του χρόνου χωρίς όριο, με αποτέλεσμα η χρονοσειρά να είναι μη-στάσιμη.

Ο ορισμός της κλασματικής ολοκλήρωσης μπορεί να τεθεί καλύτερα στο πεδίο των συχνοτήτων (frequency domain), αφού η συνάρτηση φασματικής πυκνότητας (spectral density) μιας διαδικασίας η οποία παρουσιάζει μακροχρόνια μνήμη έχει το χαρακτηριστικό:  $\lim_{\theta \rightarrow 0} f_x(\theta) = a$ , όπου  $\theta$  η συχνότητα στην οποία εκτιμούμε τη συνάρτηση φασματικής πυκνότητας.



Μια από τις γνωστότερες μεθόδους εκτίμησης του  $d$ , είναι η μέθοδος των Geweke & Porter-Hudak (1983). Με την βοήθεια της στατιστικής Hurst (Mandelbrot, Τααου 1979), την σχέση της με την παράμετρο  $d$ , θα γίνει μια εναλλακτική προσέγγιση εκτίμησης της  $d$ .

Γράφοντας:

$$(1-B)^d x_t = (1-B)(1-B)^{d-1} x_t = (1-B)^{d_z} Z_t,$$

όπου  $Z_t = (1-B)x_t$ , και  $d_z = d-1$ , τότε το υπόδειγμα ARFIMA μπορεί να γραφεί στη μορφή :

$$(1-B)^{d_z} Z_t = \Phi^{-1}(B)\theta(B)a_t = u_t,$$

της οποίας η λογαριθμοποιημένη συνάρτηση φασματικής πυκνότητας είναι:

$$\ln\{f_z(\theta)\} = \ln\{f_u(\theta)\} - d_z \ln\{4 \sin^2(\theta/2)\},$$

όπου  $f_u(\theta)$ , η συνάρτηση φασματικής πυκνότητας των καταλοίπων  $u_t$ .

Η εκτίμηση του  $d_z$ , γίνεται με την παλινδρόμηση της παραπάνω σχέσης, του περιοδογράμματος  $I_T(\theta_j)$  σε συχνότητες  $\theta_j = 2\pi_j/T$ , όπου

$0 < K_1 \leq j \leq K \ll T$ . Αποτελεσματικότερα είναι τα ευρήματα της

παλινδρόμησης μόνον όταν το μέγεθος του δείγματος είναι αρκετά μεγάλο. Σε αντίθετη περίπτωση το μέγεθος των στοιχείων του περιοδογράμματος θα είναι πολύ μικρό με αποτέλεσμα να είναι μη-σημαντικές οι εκτιμήσεις της

παραπάνω παλινδρόμησης. Το  $K_1$  ποικίλει ανάλογα με το  $T$ , ενώ το  $K$

συνήθως τίθεται  $K = T^{1/2}$ . Οι συχνότητες που προσεγγίζουν το μηδέν δεν

πρέπει να περιλαμβάνονται στην εκτίμηση, αφού μπορεί να οδηγήσουν σε

ασυμπεπείς εκτιμητές (Pagan & Wickens 1989, Kunsch 1986).

Όταν η τιμή του  $d$  είναι μικρότερη του  $1/2$  η διαδικασία είναι στάσιμη. Όταν είναι μεγαλύτερη του  $-1/2$ , η διαδικασία είναι αντιστρέψιμη. Όταν, τέλος, είναι μεταξύ  $-1/2$  και  $1/2$  είναι στάσιμη και αντιστρέψιμη.

### 3.5.2 Μακροχρόνια μνήμη.

Μια εναλλακτική προσέγγιση για τον έλεγχο ύπαρξης μακροχρόνιας μνήμης σε μια χρονολογική σειρά, ή μακροχρόνια μεταβλητότητα είναι η Rescaled-Range Analysis (ή κανονικοποιημένη μεταβλητικότητα ή R/S statistic), η οποία αναπτύχθηκε από τον υδρολόγο Hurst το 1951, γνωστό σαν «πατέρα του Νείλου». Η πρώτη προσπάθεια οικονομικής ερμηνείας της στατιστικής αυτής προτάθηκε από τον Mandelbrot (1972), ενώ η πρώτη εφαρμογή σε χρηματοοικονομικές χρονοσειρές από τους Greene και Fielitz (1977).

Η κανονικοποιημένη μεταβλητότητα (R/S) είναι μια στατιστική μεθοδολογία που μας επιτρέπει να εκτιμήσουμε την εμφάνιση σπάνιων γεγονότων, αλλά δεν περιορίζεται μόνο σε αυτό. Αποτέλεσμα της ανάλυσης αυτής είναι ο εκθέτης Hurst ( $H$ ), ο οποίος εκτιμά την μεροληψία ή τάση μιας χρονολογικής σειράς.

Έστω η σειρά  $x(t)$  με μέση τιμή  $\bar{x}(n) = n^{-1} \sum_{t=1}^n x(t)$ . Έστω,  $X(t, n)$  η αθροιστική απόκλιση (accumulated departure) από τη μέση τιμή της:

$$x(t, n) = \sum_{t=1}^k [x(t) - \bar{x}(n)], \quad 1 \leq k \leq n$$

Η στατιστική  $R/s$  ορίζεται ως ο λόγος της διαφοράς μεταξύ της μέγιστης και της ελάχιστης αθροιστικής απόκλισης προς την τυπική απόκλιση του δείγματος. Έτσι, ο αριθμητής είναι:

$$R(n) = \max[x(t, n)] - \min[x(t, n)]$$

Ο πρώτος όρος της διαφοράς αυτής είναι μη-αρνητικός, ενώ ο δεύτερος όρος μη-θετικός. Έτσι, η διαφορά τους είναι πάντα θετική. Συγκεκριμένα, ο Hurst θεώρησε τον λόγο  $R/s$  όπου  $s$  είναι η τυπική απόκλιση του δείγματος και είναι πάντα μη-αρνητικός αριθμός. Απέδειξε, μάλιστα, ότι (Hurst 1951) ο λόγος αυτός μπορεί να περιγραφεί από τη σχέση:

$$R/s \approx (an)^H, \quad 0 < H < 1$$

όπου  $H$  είναι ο εκθέτης Hurst και  $a$  μια σταθερά. Η εκτίμηση του  $H$  γίνεται από την παρακάτω παλινδρόμηση:

$$\log(R/s) = \log(a) + H \log(n)$$

Για πολλές από τις παρατηρήσεις όπου πειραματίστηκε ο Hurst βρήκε ότι, ο εκθέτης  $H$  κατανέμεται συμμετρικά γύρω από την τιμή 0.73. Για διαφορετικές τιμές του εκθέτη  $H$  από την τιμή 0.5, σημαίνει ότι οι παρατηρήσεις μας δεν κατανέμονται ανεξάρτητα και μπορούμε να το ερμηνεύσουμε σαν μεροληψία (bias) ή αποτέλεσμα μνήμης (memory effect).

Η μνήμη αυτή αναφέρεται σαν μακροχρόνια μνήμη και θεωρητικά διαρκεί επ' άπειρον. Με άλλα λόγια, ότι συμβαίνει σήμερα επηρεάζει το μέλλον. Η μεροληψία, επίσης, έχει ερμηνεία στις κεφαλαιαγορές: αυτή δημιουργείται από τους επενδυτές οι οποίοι αντιδρούν στις τρέχουσες οικονομικές συνθήκες. Η μεροληψία αυτή υφίσταται μέχρι την τυχαία εμφάνιση μιας νέας πληροφορίας, η οποία και μεταλλάσσει τη μεροληψία σε μέγεθος, κατεύθυνση ή και τα δυο.

Το πρόβλημα με την εκτίμηση του εκθέτη  $H$  είναι ότι μπορεί να είναι μεροληπτικός λόγω βραχυχρόνιας εξάρτησης. Ο Lo (1991) τροποποίησε την στατιστική  $R/s$ , ώστε να προσαρμοστεί για βραχυχρόνια εξάρτηση. Σύμφωνα με την τροποποίηση αυτή, ο Lo διαιρεί την απόκλιση  $R(n)$  με  $\sigma_n^2(q)$ , που είναι η συνάρτηση αυτοσυνδιακύμανσης:

$$\sigma_n^2(q) = n^{-1}x(t, n)^2 + (2/n) \sum_{t=1}^q w_t(q) \left[ \sum_{i=t+1}^n x(i, n)x[(i-t), n] \right] \quad \text{όπου:}$$

$$w_t(q) = 1 - \frac{t}{q+1}, \quad q < n, \quad \text{όπου } q \text{ ο αριθμός των υστερήσεων στη σταθμισμένη}$$

συνάρτηση αυτοσυνδιακύμανσης. Έτσι προκύπτει η διορθωμένη  $R/\sigma_n(q)$  στατιστική του Lo.

Αντίθετα από την κλασική  $R/s$ , η στατιστική Lo έχει γνωστή κατανομή, οι κριτικές τιμές της οποίας δίνονται από τον Lo (1991). Οι δυο στατιστικές (κλασική και διορθωμένη) κανονικοποιούνται ως προς τον αριθμό των παρατηρήσεων:

$$V_n = n^{-1/2} R/s \quad \text{και} \quad V_n(q) = n^{-1/2} R/\sigma_n(q)$$

Οι στατιστικές αυτές υπολογίζονται για κάθε μέγεθος δείγματος  $n$  και δεν εξαρτώνται από κάποια παλινδρόμηση για την εκτίμησή τους. Αν η χρονοσειρά που μελετάμε έχει άπειρη μνήμη, τότε και οι δυο παραπάνω στατιστικές συγκλίνουν ασυμπτωτικά σε κάποιες τιμές, η στατιστική σημαντικότητα των οποίων ελέγχεται.

Εάν η διαδικασία έχει πεπερασμένη μνήμη, τότε η στατιστική Lo συγκλίνει ασυμπτωτικά σε μια τιμή που δείχνει τυχαίο περίπατο, αφού πρώτα πάρει μια



μέγιστη τιμή. Ο αριθμός των παρατηρήσεων των υποδειγμάτων είναι σημαντικός μόνον εάν η διαδικασία που μελετάμε είναι ανεξάρτητα και ταυτόνομα κατανομημένη (iid).

Όταν  $H=0.5$ , τότε η χρονοσειρά που μελετάμε ακολουθεί το υπόδειγμα του τυχαίου περιπάτου. Υπάρχει ανεξαρτησία και η συνδιακύμανση είναι μηδέν. Δεν υπάρχει, συνεπώς, καμία μακροχρόνια εξάρτηση. Όταν  $\frac{1}{2} < H < 1$ , τότε η διαδικασία μας έχει μακροχρόνια μνήμη. Οι σειρές με τιμή  $H$  μεγαλύτερη του  $\frac{1}{2}$  είναι κλασματομορφικές (fractals), γιατί μπορούν να παρουσιαστούν από κλασματικές διαδικασίες Brown (μια στοχαστική διαδικασία στάσιμη με μηδέν μέσο), των οποίων όμως οι συσχετίσεις δεν τείνουν στο μηδέν (βραχυχρόνια μνήμη), αλλά στην ποσότητα  $2^{(2H-1)} - 1$ . Αυτό σημαίνει, ότι η πιθανότητα δυο διαδοχικών ενδεχομένων δεν είναι 50/50.

Συνοπτικά, ο εκθέτης  $H$  εκφράζει την πιθανότητα να εμφανιστούν δυο διαδοχικά ενδεχόμενα ίδιου προσήμου. Για παράδειγμα,  $H=0.6$ , σημαίνει ότι υπάρχει πιθανότητα 60% ώστε η προηγούμενη ανοδική περίοδος να συνεχιστεί και την επόμενη περίοδο.

### 3.5.3 Χαοτική δυναμική.

Η αρχική ιδέα για τα δυναμικά συστήματα ξεκινά από το γεγονός ότι υπάρχει η δυνατότητα προσομοίωσης παρόμοιων τροχιών ξεκινώντας από μια στοχαστική εξίσωση του τύπου:

$$x_t = f(x_{t-1}), \quad x_0 \in D \subset \mathbb{R}^k.$$

Σε αυτή την περίπτωση, υπάρχει εξάρτηση της διαδικασίας από τις αρχικές συνθήκες (initial conditions), έτσι ώστε μια μικρή διαφοροποίηση της αρχικής συνθήκης μπορεί να οδηγήσει σε τελείως διαφορετικά αποτελέσματα δηλ. πολύ διαφορετικές πραγματοποιήσεις της χρονοσειράς. Αυτό το φαινόμενο μπορεί να ερμηνευθεί θεωρώντας ότι ένα μικρό σφάλμα μπορεί να προκαλέσει ένα μεγάλο σφάλμα, από όπου και η δυσκολία αποτελεσματικής πρόβλεψης. Εάν παραχθεί ένα τέτοιο αποτέλεσμα, τότε μπορούμε να υποθέσουμε ότι βρισκόμαστε μπροστά σε μια χαοτική συμπεριφορά.

Χαοτικό είναι το σύστημα που είναι ευαίσθητο στις αρχικές συνθήκες και μοιάζει φαινομενικά τυχαίο, ή παρουσιάζει ακανόνιστη συμπεριφορά. Ένα τέτοιο σύστημα δεν είναι δυνατό να προβλεφθεί μακροχρόνια, ωστόσο, εάν έχει μικρή διάσταση τότε είναι δυνατή η βραχυχρόνια πρόβλεψή του.

Η χαοτική διαδικασία, είναι σχεδόν ταξινομημένη με την έννοια ότι υπακούει σε μια προσδιοριστική εξίσωση στο χώρο φάσεων, ενώ όταν μετακινηθούμε στο χώρο του χρόνου, όπου παρατηρείται το πραγματικό φαινόμενο, τότε η διαδικασία μοιάζει αταξινόμητη. Η διαδικασία αυτή λέγεται προσδιοριστική με την έννοια της σταθερότητας στο χρόνο όταν επαναλαμβάνουμε τις αρχικές συνθήκες κατά τρόπο συστηματικό.

Η ευαισθησία στις αρχικές συνθήκες σημαίνει ότι, ακόμα και αν η διαφορά μεταξύ δυο αρχικών τιμών είναι πολύ μικρή, έστω  $\delta(x_0)$ , οι λύσεις του δυναμικού συστήματος στο χρόνο  $t$  μπορεί να είναι τοπικά τελείως διαφορετικές.

Σε μια χαοτική διαδικασία η συνάρτηση συσχέτισης τείνει στο μηδέν, όταν ο χρονικός ορίζοντας τείνει στο άπειρο. Αυτή η ιδιότητα επιβεβαιώνει την απόκλιση των λύσεων του συστήματος. Όταν η συνάρτηση συσχέτισης είναι μηδέν για  $t \neq 0$ , τότε η διαδικασία ονομάζεται διαδικασία προσδιοριστικού λευκού θορύβου (deterministic white noise process).

Εφόσον, οι στατιστικές διαδικασίες δεν εξαρτώνται από το χρόνο, ένα δυναμικό χαοτικό σύστημα θεωρείται στάσιμο. Ένα δυναμικό χαοτικό σύστημα δεν είναι προβλέψιμο. Η εξάρτηση του από τις αρχικές συνθήκες είναι η αιτία για την ανικανότητα ακριβούς πρόβλεψης, αλλά είναι προβλέψιμο υπό την έννοια ότι όταν βρίσκεται πλησίον ενός σημείου στον ελκυστή (attractor), τότε θα παραμείνει κοντά στο σημείο αυτό.

Στη χρηματοοικονομική επιστήμη σήμερα, το ενδιαφέρον για τα χαοτικά φαινόμενα είναι μεγάλο. Δεν θα προχωρήσουμε σε παραπέρα ανάλυση της χαοτικής δυναμικής και της εφαρμογής της στις αποδόσεις των μετοχών, ωστόσο, την τελευταία 10-ετία έχουν παρουσιαστεί πολλές εφαρμογές στα οικονομικά και χρηματοοικονομικά (Hsieh 1991). Οι Anderson, Arrow και Pines (1988) και ο Goodwin (1990), συζήτησαν για τις πιθανές εφαρμογές της θεωρίας πολύπλοκων και χαοτικών δυναμικών συστημάτων στην οικονομία. Μια καλή συζήτηση, επίσης στα οικονομικά υποδείγματα, παρουσιάζεται στο άρθρο των Baumol και Benhabib (1989).

### 3.5.4 Τεχνητά Νευρωνικά Δίκτυα.

Η ιδέα των τεχνητών νευρωνικών δικτύων (ΤΝΔ) ξεκινά από την απομίμηση των βιολογικών νευρωνικών δικτύων (ΒΝΔ). Η δομή ενός ΒΝΔ συνοπτικά αποτελείται από: το νευρώνα, τον άξονα, τους δενδρίτες, το σώμα. Λαμβάνοντας το σήμα στη σύναψη, οι εισροές μεταφέρονται στο σώμα του κυττάρου, όπου αθροίζονται και άλλες διεγείρουν το κύτταρο, άλλες όχι. Όταν η αθροιστική διέγερση στο σώμα του κυττάρου ξεπεράσει κάποιο όριο (threshold), το κύτταρο ενεργοποιείται στέλνοντας το σήμα παρακάτω μέσω των αξόνων σε άλλο κύτταρο.

Το ΤΝΔ είναι ένα υπολογιστικό στοιχείο το οποίο, σε απομίμηση του ΒΝΔ, έχει ένα σύνολο στοιχείων εισόδου (inputs),  $x_i$  και μια έξοδο (output),  $y_i$ . Κάθε στοιχείο εισόδου πολλαπλασιάζεται με μια στάθμιση (weight),  $w_j$ , ανάλογη με τη δύναμη της σύναψης και όλες οι σταθμισμένες μονάδες εισροών αθροίζονται για να προσδιορίσουν το επίπεδο ενεργοποίησης του νευρώνα.

Συνοπτικά, μπορούμε να δούμε ένα απλό ΤΝΔ με ένα κρυφό στρώμα σαν ένα δίκτυο, όπου μεταβλητές εισόδου  $x_i, i=1, \dots, k$  με αρχικές σταθμίσεις  $w_{ji}, j=1, \dots, q$  μεταφέρονται στο κρυφό στρώμα, το οποίο «βλέπει» τα σήματα  $x_i w_{ji}$  και παράγει την εκροή (ενεργοποίηση)  $\psi(x'w_j)$  με συνάρτηση ενεργοποίησης  $\psi$ , συνήθως μια αθροιστική συνάρτηση κατανομής, όπως η λογιστική συνάρτηση:  $\psi(u) = \frac{1}{1+e^{-u}}$ . Τα σήματα από το κρυφό επίπεδο



$\psi(x'w_j)$ , περνάνε στο στρώμα εκροής του δικτύου, το οποίο αθροίζει ότι «βλέπει» για να δώσει την εκροή (output):

$$f(x, \delta) = a + \sum_{j=1}^q b_j \psi(x, w_j)$$

όπου  $\alpha, \beta_1, \dots, \beta_q$  είναι οι σταθμίσεις από το κρυφό στρώμα προς το στρώμα εξόδου του δικτύου,  $w_1, \dots, w_q$  είναι οι σταθμίσεις από το στρώμα εισόδου προς το κρυφό στρώμα και  $\delta = (\alpha, \beta_1, \dots, \beta_q, w'_1, \dots, w'_q)'$ .

Το θεώρημα των Hornikm Stinchcombe και White (1989, 1991, HSW) θέτει την υπεροχή των ΤΝΔ έναντι της κλασικής οικονομετρίας. Οι συγγραφείς αυτοί έδειξαν ότι, κάθε συνάρτηση της παραπάνω μορφής αποτελεί μια «καθολική προσέγγιση» (universal approximation), αποδεικνύοντας ότι υπάρχει πάντα ένας πεπερασμένος αριθμός  $m$  κόμβων του (μοναδικού) κρυφού στρώματος και μια μήτρα παραμέτρων  $\delta$  έτσι ώστε η συνάρτηση της εξόδου να προσεγγίζει οποιαδήποτε μη-γραμμική συνάρτηση ορισμένη στο σύνολο των πραγματικών αριθμών, με την προϋπόθεση ότι η εξεταζόμενη μεταβλητή δεν έχει υπερβολικές ασυνέχειες.

Μια από τις σημαντικές ιδιότητες των ΤΝΔ είναι η ικανότητά τους να εκπαιδεύονται (training) και να μαθαίνουν (learning), να επεξεργάζονται παράλληλα (parallel processing) πληροφορίες, καθώς και η δυνατότητά τους για μεγάλες υπολογιστικές ικανότητες. Ένα ΤΝΔ εκπαιδεύεται έτσι ώστε η εισαγωγή ενός συνόλου εισροών να παράγει την επιθυμητή εκροή, προσαρμόζοντας κατάλληλα τις σταθμίσεις  $w$ . Αν η διαδικασία εκπαίδευσης κάνει χρήση εξωτερικών σημάτων μπορούμε να διακρίνουμε τους τρόπους

εκπαίδευσης: σε εκπαίδευση με εποπτεία (supervised) και σε εκπαίδευση χωρίς εποπτεία (unsupervised learning).

Ο τομέας των χρηματοοικονομικών επιστημών είναι από τους πρώτους στον οποίο η τεχνητή νοημοσύνη (artificial intelligence), με τα παράγωγά της έμπειρα συστήματα και ΤΝΔ βρήκε πολλές και ενδιαφέρουσες εφαρμογές στα χρηματοοικονομικά και, ιδίως, στη διαχείριση χαρτοφυλακίου και την πρόβλεψη των τιμών (Essinger 1990, Trippi, Turban 1990, Refenes 1995 και Wong 2000 για μια πρόσφατη τυπολογία των σύγχρονων ερευνών και εμπειρικών ευρημάτων).

## ΜΕΡΟΣ ΔΕΥΤΕΡΟ

### 1. Συμπεριφορά των τιμών των μετοχών από υψηλής συχνότητας δεδομένα

Η έρευνα πάνω σε δεδομένα υψηλής συχνότητας και στην μικροδομή της αγοράς είναι πολύ δημοφιλής τον τελευταίο καιρό. Η έρευνα στην περιοχή αυτή αναπτύχθηκε, κυρίως, λόγω της διαθεσιμότητας των δεδομένων υψηλής συχνότητας με μικρό –σχετικά – κόστος, αλλά και λόγω της συνεχώς αυξανόμενης υπολογιστικής δύναμης των Η/Υ. Οι χρονολογικές σειρές υψηλής συχνότητας έχουν μελετηθεί από διάφορες σκοπιές, όπως είναι:

- η μικροδομή της αγοράς, η διαδικασία μετάδοσης πληροφορίας, οι αυτοσυσχετίσεις σε μέσο και διακύμανση, η εποχικότητα μέσα στη μέρα, η μακροχρόνια μνήμη, η αλληλεξάρτηση μεταξύ των μεταβλητών (όγκος, μεταβλητότητα, αποδόσεις, συχνότητα αγοραπωλησιών, κ.λ.π.), η ύπαρξη δεσμών μεταξύ των υποκείμενων αγορών με τις αγορές παραγώγων, η προβλεψιμότητα, η μη-γραμμικότητα και η ύπαρξη χασοτικής δυναμικής.

Ένα από τα σημαντικά ευρήματα της έρευνας της μικροδομής της αγοράς, που συνδέεται με την υπόθεση της αποτελεσματικής αγοράς, είναι η πολύπλοκη δομή των στατιστικών ιδιοτήτων που αποκαλύφθηκε με τη χρήση δεδομένων υψηλής συχνότητας και είναι το αποτέλεσμα της ετερογένειας των χρηματοοικονομικών αγορών. Αυτή η χαρακτηριστική έρχεται σε αντίθεση με την κλασική οικονομική υπόθεση ότι, δηλαδή οι χρηματοοικονομικές αγορές

είναι ομοιογενείς και οι βραχυχρόνιες κινήσεις των τιμών ακολουθούν ένα Gaussian τυχαίο περίπατο.

Από τα πρώτα εμπειρικά αποτελέσματα για την ενδο-ημερήσια συμπεριφορά των χρηματιστηριακών τιμών αξίζει να αναφερθούν οι μελέτες των Wood et.al. (1985) και Harris (1986), όπου παρατηρείται η ύπαρξη μιας συμπεριφοράς τύπου-U στη μεταβλητότητα των αποδόσεων των μετοχών μέσα στην ημέρα. Δηλαδή η μεταβλητότητα είναι υψηλή στην αρχή και στο τέλος της ημέρας, ενώ έχει τη χαμηλότερη τιμή στο μεταξύ διάστημα. Μία συνολική παρουσίαση της σχετικής έρευνας βρίσκεται στους Cohen et.al. 1986, ενώ πιο πρόσφατα στους Goodhart and O'Hara 1997, και μία συλλογή άρθρων με εφαρμοσμένες μελέτες βρίσκεται στους συλλογικούς τόμους του Dunis (1998) και Lequeux (1999). Ακόμα, η έρευνα των Gerety and Mulherin (1994) χρησιμοποιεί ωριαίες παρατηρήσεις του NYSE για περίοδο 40 ετών για να μελετήσει τη μεταβλητότητα μέσα στην ημέρα. Οι Gavridis et.al (1999), χρησιμοποιούν 30-λεπτες παρατηρήσεις 13 συναλλαγματικών ισοτιμιών (17,500 παρατηρήσεις) και βρίσκουν ότι, το υπόδειγμα του τυχαίου περιπάτου δεν μπορεί να γίνει αποδεκτό.

Μία σημαντική συνέπεια των αποτελεσμάτων των εμπειρικών μελετών που επεξεργάζονται βάσεις δεδομένων υψηλής συχνότητας είναι ότι, προσφέρουν ενδείξεις για τη μη-αποδοχή της υπόθεσης της αποτελεσματικής αγοράς. Με άλλα λόγια ότι, υπάρχει η δυνατότητα δημιουργίας υπερβάλλουσας κερδοφορίας. Η πεποίθηση ότι, οι χρηματιστηριακές αγορές μπορεί να επιδεικνύουν πολύπλοκη, μη- γραμμική δυναμική σημαίνει ότι, προηγούμενοι



έλεγχοι (για παράδειγμα έλεγχοι μοναδιαίας ρίζας) αδυνατούν να αποκαλύψουν πολυπλοκότερες χρονικές εξαρτήσεις. Μία από τις προσπάθειες στην κατεύθυνση αυτή είναι με τη χρήση τεχνητών νευρωνικών δικτύων.

Ακόμα, η χρήση δεδομένων υψηλής συχνότητας αποτελεί την καταλληλότερη βάση για τον έλεγχο χάους, δηλαδή την ύπαρξη προσδιοριστικής μη-γραμμικής δυναμικής. Προς την κατεύθυνση αυτή, αν και τα εμπειρικά αποτελέσματα των σχετικών μελετών δείχνουν ότι, οι χρηματιστηριακές αγορές παρουσιάζουν μη-γραμμικότητα, ωστόσο δεν βρίσκεται ότι είναι χαοτικές.

Τέλος, άλλες προσπάθειες έχουν γίνει προς την κατεύθυνση της πρόβλεψης τιμών με τη χρήση δεδομένων υψηλής συχνότητας, μέσω κατάλληλων αρχιτεκτονικών τεχνητώ νευρωνικών δικτύων (ΤΝΔ).

Στο δεύτερο μέρος της παρούσας εργασίας θα γίνει επεξεργασία μιας χρονοσειράς των τιμών του Γενικού Δείκτη του Χρηματιστηρίου Αξιών Αθηνών (ΓΔ, στη συνέχεια) ανά λεπτό, για τη χρονική περίοδο 1/6/1998 έως 10/9/1998<sup>1</sup>.

<sup>1</sup> Πρέπει να σημειωθεί ότι η ίδια χρονολογική σειρά έχει μελετηθεί από τους Συριόπουλος και Λεοντίσης (2001) στο πλαίσιο της μη-γραμμικής δυναμικής και της ανάλυσης χάους, τους Markellos and Sirigopoulos (2002), Markellos et.all (2003) και Kyrtou and Terazza (2000). Στην παρούσα εργασία θα γίνει αναφορά, όπου χρειάζεται, στα αποτελέσματα των εργασιών αυτών.

## 2. Συλλογή δεδομένων και επεξεργασία τους

Συνολικά, οι 12,118 μονόλεπτες παρατηρήσεις καλύπτουν διάστημα 73 ημερών (ή  $3\frac{1}{3}$  χρηματιστηριακοί μήνες), ενώ σημειώνονται 166 παρατηρήσεις ανά ημέρα. Για την παρούσα ανάλυση υπολογίστηκαν οι αποδόσεις ως  $r_t = \ln(P_t) - \ln(P_{t-1})$ , όπου  $P_t$  είναι η τιμή του ΓΔ την περίοδο  $t$ .

Στο Χρηματιστήριο Αξιών Αθηνών, την περίοδο της μελέτης, η ελάχιστη μεταβολή στην τιμή ήταν 0,01 δραχμές (ακόμη δεν είχε εισαχθεί το Ευρώ). Λόγω έλλειψης των market makers δεν υπάρχουν στο ελληνικό χρηματιστήριο τιμές bid/ask. Έτσι, η ανάλυση των δεδομένων έγινε πάνω στις τιμές των συναλλαγών. Οι ώρες αγοραπωλησιών είναι μεταξύ 10:45 π.μ. και 1:45 μ.μ. με μια προ-εργασιών περίοδο 30 λεπτών (pre-opening). Όλες οι συναλλαγές γίνονται τις μετρητοίς και γίνονται χωρίς την διαμεσολάβηση ειδικών market makers. Οι συναλλαγές διεκπεραιώνονται ηλεκτρονικά μέσω του Ολοκληρωμένου Αυτόματου Συστήματος Ηλεκτρονικών Συναλλαγών (ΟΑΣΗΣ), το οποίο μπορεί να διαχειριστεί 50,000 – 60,000 εντολές ανά ώρα.

Από προηγούμενες μελέτες προκύπτει ότι, η μεταβλητότητα των τιμών ανοίγματος είναι μεγαλύτερη από τη μεταβλητότητα των τιμών κλεισίματος. Αυτή η παρατήρηση μπορεί να ερμηνευτεί από το χρησιμοποιούμενο σύστημα συναλλαγών (trading mechanism), είτε από τη συγκεκριμένη διαδικασία σχηματισμού τιμών (price formation) (Amihud and Mendelson 1987) είτε, ακόμα, από τη συμμετοχή των specialists (Stoll and Whaley 1990). Το ίδιο αποτέλεσμα ισχύει και για την περίπτωση των δεδομένων που

εξετάζονται στην παρούσα εργασία (Markellos et.al. 2003, Table 1), όπου βρέθηκε ότι, η μεταβλητότητα των τιμών στο πρώτο 15-λεπτο του ανοίγματος της χρηματιστηριακής συνεδρίασης είναι, περίπου, κατά 15% μεγαλύτερη από αυτήν των τιμών κλεισίματος.

Αυτό σημαίνει ότι, οι τιμές ανοίγματος έχουν περισσότερο θόρυβο και, συνεπώς δεν μπορούν να είναι χρήσιμες (στην πρόβλεψη, για παράδειγμα). Για το λόγο αυτό στην παρούσα μελέτη, που διαφοροποιείται από τις προηγούμενες μελέτες που αναφέρονται στην επεξεργασία του ίδιου συνόλου δεδομένων, αφαιρέσαμε τις παρατηρήσεις αυτές. Αυτό σημαίνει ότι ενδιαφερόμαστε για τη μέτρηση της πραγματοποιούμενης απόδοσης, μεταβλητότητας κλπ και όχι για την ημερήσια απόδοση, μεταβλητότητα κλπ., διαχωρισμός που εισήχθηκε από τους Andersen, Bollerslev, Diebold and Ebens (2001) στις μελέτες τους για τις αποδόσεις των μετοχών και εφαρμόστηκε, στη συνέχεια και, από άλλους ερευνητές (Abhyankar et.al. 1995).

Ακόμα, στην παρούσα εργασία, χωρίσαμε το δείγμα μας σε 14 χρονικές περιόδους, από 1 λεπτό έως 30 λεπτά, έτσι ώστε να υπάρχουν αρκετά δεδομένα κάθε ημέρα στην παραγόμενη σειρά. Εκτός από την περίπτωση του 1 λεπτού, οι άλλες σειρές παρήχθησαν λαμβάνοντας τις μέσες τιμές του χρονικού διαστήματος που θεωρήθηκε. Οι Andersen and Bollerslev (1998), συστήνουν τη χρήση του χρονικού διαστήματος των 5 λεπτών, επειδή έχει παρατηρηθεί ότι, σε αγορές μεγάλης ρευστότητας η συχνότητα των 5 λεπτών εξαφανίζονται προβλήματα μεροληψίας.

Ο πίνακας 1 δίνει τις στατιστικές χαρακτηριστικές των σειρών αυτών. Από τον πίνακα 1 προκύπτει ότι η κατανομή των σειρών που θεωρήσαμε αποκλίνουν της κανονικής κατανομής με αρνητική ασυμμετρία και λεπτοκύρτωση. Από το διάγραμμα των αποδόσεων παρατηρήσαμε ότι, η περίοδος με τη μεγαλύτερη μεταβλητότητα ήταν προς το τέλος της χρονικής περιόδου και οι αποδόσεις, εκεί, ήταν αρνητικές. Η παρατήρηση αυτή εξηγεί και την αρνητική τιμή του συντελεστή ασυμμετρίας.

Αξίζει να σημειωθεί ότι, ο συντελεστής κύρτωσης αυξάνεται όσο αυξάνεται η συχνότητα των δεδομένων. Ακόμα περισσότερο, παρατηρούμε τις πολύ υψηλές τιμές του συντελεστή κύρτωση στις συχνότητες 1 και 2 λεπτών έναντι των υπολοίπων θεωρούμενων διαστημάτων. Αυτό συμφωνεί με ευρήματα προηγούμενων εμπειρικών μελετών στη σχετική βιβλιογραφία (Abhyankar et.al. 1995) σύμφωνα με τα οποία η υπερβάλλουσα λεπτοκύρτωση είναι κατά πολύ μεγαλύτερη για δεδομένα 1-λεπτού, με άλλα λόγια ότι, οι αποκλίσεις από την κανονική κατανομή παρατηρούνται ιδιαίτερα σε συλλογές δεδομένων υψηλής συχνότητας από ότι σε δεδομένα χαμηλής συχνότητας. Οι υψηλές τιμές κύρτωσης μπορεί να ερμηνευτούν και από τη μη-σταθερή διακύμανση, που σχετίζεται με το ρυθμό εισόδου στην αγορά των νέων πληροφοριών και ειδήσεων.



Πίνακας 1. Στατιστικές ιδιότητες σε διάφορα χρονικά διαστήματα

Διάστημα (λεπτά)	Αριθμός παρατηρή σεων	Μέσος	Τυπική απόκλιση	SK	KU
1	12045	-0,000014215	0,00167	-7,3461	374,93
2	5986	-0,000028731	0,002575	-9,3226	337,41
3	4015	-0,000042852	0,002905	-5,4225	146,83
4	2993	-0,000057099	0,0038	-6,1011	157,07
5	2409	-0,000071107	0,004003	-4,3823	94,686
6	1971	-0,000086561	0,004859	-4,4775	95,09
7	1679	-0,00010176	0,005305	-4,0207	77,842
8	1460	-0,00011696	0,005732	-3,6825	65,869
9	1314	-0,00012969	0,006044	-3,3647	57,368
10	1168	-0,00014624	0,006454	-3,1448	49,798
15	803	-0,00021074	0,007438	-2,3595	28,744
20	584	-0,00028756	0,008824	-2,243	23,061
25	438	-0,00037366	0,010096	-1,8649	17,257
30	365	-0,00044029	0,010933	-1,6935	14,367

Επίσης, παρατηρούμε ότι, οι τιμές της τυπικής απόκλισης βαίνουν μειούμενες όσο μεγαλύτερη είναι η συχνότητα που θεωρούμε. Αυτό αποτελεί πολύ μικρή ένδειξη για mean reversion. Οι τιμές του ελέγχου Jarque-Bera βρέθηκαν πολύ υψηλές (πολλές μεγαλύτερες και του 10,000), που επιβεβαιώνουν τη μη αποδοχή της υπόθεσης της κανονικότητας.

### 2.1 Έλεγχος μοναδιαίας ρίζας

Ο πίνακας 2 δίνει τις τιμές του ελέγχου ADF (Augmented Dickey Fuller) για τις περιπτώσεις λεπτών 1, 2, 3, 5, 10, 15, 20 και 30 (στην παρένθεση είναι οι κριτικές τιμές). Επαναλαμβάνοντας τον ίδιο έλεγχο στα επίπεδα των τιμών

βρήκαμε την ύπαρξη μοναδιαίας ρίζας σχεδόν σε κάθε διάστημα. Ο πίνακας 2 δίνει τα αποτελέσματα του ελέγχου για την ύπαρξη μοναδιαίας ρίζας στις σειρές  $r_t$ , επιβεβαιώνοντας τη στασιμότητά τους.

**Πίνακας 2. Τιμές ADF**

1 λεπτό	2 λεπτά	3 λεπτά	5 λεπτά	10 λεπτά	15 λεπτά	20 λεπτά	30 λεπτά
-44.354	-33.525	-28.5	-22.5	-15.02	-12.27	-9.92	-7.19
(-2.5661)	(-2.5661)	(-2.5663)	(-2.5666)	(-2.5675)	(-2.5683)	(-2.5692)	(-2.5713)

## 2.2 Έλεγχος ανεξαρτησίας

Στον πίνακα 3 δίνονται οι τιμές της στατιστικής BDS για τιμή  $\epsilon/\sigma = 1.0$ . Πήραμε ποιοτικά τα ίδια αποτελέσματα και για τιμές του  $\epsilon$  μεταξύ 0.5 και 1.5 φορές την τυπική απόκλιση (δεν απεικονίζονται).

Η στατιστική BDS ελέγχει τη μηδενική υπόθεση ότι η χρονοσειρά είναι IID βασιζόμενη στην έννοια της συσχέτισης στο χώρο (spatial correlation) και στη υποδειματοποίησή της μέσω του ολοκληρώματος συσχέτισης (correlation integral). Το ολοκλήρωμα συσχέτισης είναι μια μετρική εξέτασης των αποστάσεων των σημείων στον ανακατασκευασμένο χώρο φάσεων, διάστασης  $m$ . Με άλλα λόγια, δίνει την πιθανότητα οι δυάδες  $(X_t^m, X_s^m)$  να βρίσκονται εντός ακτίνας  $\epsilon$ . Η τιμή του  $\epsilon$  για δεδομένη διάσταση εμβύθισης  $m$  δεν μπορεί να είναι πολύ μικρή- γιατί τότε το ολοκλήρωμα συσχέτισης θα περιελάμβανε πολύ λίγα σημεία- ούτε πολύ μεγάλη- γιατί τότε το ολοκλήρωμα συσχέτισης θα περιελάμβανε πολλά σημεία. Στην πράξη επιλέγεται έτσι, ώστε  $0.5 < \epsilon/\sigma < 2$ . Η άλλη παράμετρος από την οποία εξαρτάται η τιμή της

στατιστικής BDS είναι η διάσταση εμβύθισης  $m$ , που εξαρτάται από το πλήθος των παρατηρήσεων. Στην περίπτωση μας εξετάσαμε για  $m = 5$ , που ικανοποιεί τον κανόνα  $T/m > 200$ .

Από τα αποτελέσματα της τιμής της στατιστικής BDS δεν μπορούμε να αποδεχτούμε την υπόθεση  $IID$  για τις αποδόσεις των σειρών που εξετάσαμε για κανένα χρονικό διάστημα. Ακόμα, παρατηρούμε ότι, η τιμή της στατιστικής BDS είναι μεγαλύτερη όσο μικρότερη είναι η συχνότητα των παρατηρήσεών μας.

**Πίνακας 3. Στατιστική BDS για έλεγχο IID**

Διάσταση εμβύθισης	BDS (r2)	BDS (r5)	BDS (r10)	BDS (r 15)	BDS (r20)
m =2	30.59	21.76	11.63	6.63	3.95
m =3	33.35	21.73	12.43	6.94	3.39
m =4	35.12	20.98	12.40	6.37	2.72
m =5	36.81	20.45	11.88	5.96	1.90

BDS (rj) είναι η τιμή της στατιστικής BDS για τη σειρά των αποδόσεων  $j$  λεπτών.

### 2.3 Συνάρτηση αυτοσυσχέτισης

Για να εξετάσουμε παραπέρα τους λόγους έλλειψης ανεξαρτησίας αναλύουμε τις δειγματικές συναρτήσεις αυτοσυσχέτισης,  $r_t, |r_t|, r_t^2$ , για κάθε χρονικό διάστημα ενός λεπτού, δύο λεπτών, τριών λεπτών, κ.οκ. μέχρι 30 λεπτών. Η σειρά των αποδόσεων  $r_t$  δίνει υψηλή θετική τιμή για υστέρηση  $k = 1$  και για υστέρηση από 1 έως 10 οι τιμές κυμαίνονται από 0.263 στη σειρά των

αποδόσεων των 20-λεπτών, (R20) έως  $-0.003$  (R10). Για τις άλλες δύο σειρές οι τιμές της συνάρτησης αυτοσυσχέτισης είναι υψηλότερες για την απόλυτη σειρά αποδόσεων έναντι των αποδόσεων στο τετράγωνο, με φθίνουσα πορεία όσο η υστέρηση μεγαλώνει.

Στις δύο αυτές περιπτώσεις οι τιμές είναι όλες στατιστικά σημαντικές- με εξαιρέσεις- δηλώνοντας ότι, η επόμενη απόλυτη απόδοση ή η επόμενη απόδοση στο τετράγωνο εξαρτάται τόσο από την τιμή της τρέχουσας απόδοσης όσο και από παρελθούσες αποδόσεις. Αυτό το αποτέλεσμα σημαίνει ότι, μπορούμε να απορρίψουμε την υπόθεση ότι η σειρά των αποδόσεων είναι διαδικασία λευκού θορύβου, που επιβεβαιώνεται και από τη στατιστικά σημαντική τιμή της αυτοσυσχέτισης στην πρώτη υστέρηση. Ακόμα, η παρουσία σημαντικής αυτοσυσχέτισης στις τετραγωνικές αποδόσεις ερμηνεύει χαρακτηριστικές *thick tails and peakedness* των εμπειρικών κατανομών. Το αποτέλεσμα αυτό ήταν αναμενόμενο και έχει σημειωθεί επανειλημμένα στη διεθνή βιβλιογραφία (Akgiray 1989, για παράδειγμα) και έχει αποδοθεί στα διάφορα φαινόμενα της αγοράς και τις ανωμαλίες της αγοράς (ταχύτητα διαχείρισης πληροφοριών από τους επενδυτές, *day of the week effect*, *thin trading*, μη-γραμμική εξάρτηση κλπ).

Ακόμα, παρατηρούμε ότι, οι σειρές των αποδόσεων σε απόλυτες τιμές και το τετράγωνο των αποδόσεων εμφανίζουν αυτοσυσχέτιση σε μεγάλες τιμές της χρονικής υστέρησης,  $k$  (οι περισσότερες για  $k > 150$ , που δεν παρουσιάζονται στο διάγραμμα 1). Με άλλα λόγια, από το διάγραμμα 1 που παρουσιάζει τη συνάρτηση αυτοσυσχέτισης των αποδόσεων, των απολύτων τιμών των



αποδόσεων και των τετραγώνων των αποδόσεων σε διάφορα χρονικά διαστήματα μέσα στην ημέρα, παρατηρούμε: (i) στατιστικά σημαντική αυτοσυσχέτιση στην πρώτη υστέρηση και (ii) οι χρονοσειρές των απολύτων τιμών και των τετραγώνων των αποδόσεων εμφανίζουν αυτοσυσχέτιση για μεγάλες τιμές του  $k$ . Οι παρατηρήσεις αυτές ήταν αναμενόμενες και έχουν παρατηρηθεί στην εμπειρική ανάλυση (Akgiray 1989).

Πανεπιστήμιο Πειραιώς

Διάγραμμα 1. Συναρτήσεις αυτοσυσχέτισης αποδόσεων  $r_t$ ,  $|r_t|$  και  $r_t^2$

Returns 1 minute series (R1)

Date: 06/25/03 Time: 13:49  
 Sample: 1 13000  
 Included observations: 12044

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.250	0.250	752.45	0.000
		2	0.104	0.044	881.83	0.000
		3	0.073	0.040	945.83	0.000
		4	0.069	0.041	1002.6	0.000
		5	0.053	0.023	1036.4	0.000
		6	0.072	0.049	1098.1	0.000
		7	0.053	0.018	1131.6	0.000
		8	0.055	0.029	1167.7	0.000
		9	0.041	0.012	1187.8	0.000
		10	0.040	0.017	1207.3	0.000
		11	0.053	0.031	1241.1	0.000
		12	0.049	0.019	1269.9	0.000
		13	0.041	0.013	1289.7	0.000
		14	0.037	0.012	1306.5	0.000
		15	0.031	0.007	1317.8	0.000
		16	0.029	0.008	1327.7	0.000
		17	0.022	0.001	1333.6	0.000
		18	0.022	0.005	1339.2	0.000
		19	0.021	0.004	1344.4	0.000
		20	0.020	0.005	1349.4	0.000

Absolute Returns 1 minute (|R1|)

Date: 06/25/03 Time: 13:53  
 Sample: 1 13000  
 Included observations: 12044

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1 0.250	0.250	752.45	0.000
		2 0.104	0.044	881.83	0.000
		3 0.073	0.040	945.83	0.000
		4 0.069	0.041	1002.6	0.000
		5 0.053	0.023	1036.4	0.000
		6 0.072	0.049	1098.1	0.000
		7 0.053	0.018	1131.6	0.000
		8 0.055	0.029	1167.7	0.000
		9 0.041	0.012	1187.8	0.000
		10 0.040	0.017	1207.3	0.000
		11 0.053	0.031	1241.1	0.000
		12 0.049	0.019	1269.9	0.000
		13 0.041	0.013	1289.7	0.000
		14 0.037	0.012	1306.5	0.000
		15 0.031	0.007	1317.8	0.000
		16 0.029	0.008	1327.7	0.000
		17 0.022	0.001	1333.6	0.000
		18 0.022	0.005	1339.2	0.000
		19 0.021	0.004	1344.4	0.000
		20 0.020	0.005	1349.4	0.000

### Squared Returns 1 minute ( $RI^2$ )

Date: 06/25/03 Time: 13:56  
 Sample: 1 13000  
 Included observations: 12044

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1 0.093	0.093	104.22	0.000
		2 0.005	-0.004	104.47	0.000
		3 0.002	0.002	104.51	0.000
		4 0.002	0.002	104.57	0.000
		5 0.000	-0.001	104.57	0.000
		6 0.006	0.006	104.98	0.000
		7 0.001	-0.001	104.99	0.000
		8 0.000	0.000	104.99	0.000
		9 0.001	0.001	105.00	0.000
		10 0.000	0.000	105.00	0.000
		11 0.001	0.001	105.01	0.000
		12 0.001	0.001	105.02	0.000
		13 0.001	0.001	105.04	0.000
		14 -0.001	-0.001	105.05	0.000
		15 -0.001	-0.001	105.06	0.000
		16 -0.001	-0.001	105.07	0.000
		17 -0.001	-0.001	105.09	0.000
		18 -0.001	-0.001	105.10	0.000
		19 -0.001	-0.001	105.12	0.000
		20 -0.001	-0.001	105.14	0.000

**Returns 2 minutes (R2)**

Date: 06/25/03 Time: 13:57

Sample: 1 7000

Included observations: 5985

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.123	0.123	91.123	0.000
		2	0.037	0.022	99.226	0.000
		3	0.038	0.031	107.70	0.000
		4	-0.002	-0.011	107.73	0.000
		5	-0.020	-0.021	110.14	0.000
		6	-0.031	-0.028	116.04	0.000
		7	-0.025	-0.017	119.78	0.000
		8	-0.018	-0.010	121.64	0.000
		9	-0.012	-0.006	122.53	0.000
		10	-0.015	-0.012	123.90	0.000
		11	-0.016	-0.013	125.47	0.000
		12	-0.004	-0.001	125.54	0.000
		13	-0.006	-0.005	125.73	0.000
		14	0.001	0.002	125.74	0.000
		15	-0.003	-0.005	125.81	0.000
		16	-0.003	-0.004	125.87	0.000
		17	0.000	-0.001	125.87	0.000
		18	-0.001	-0.001	125.87	0.000
		19	0.001	0.000	125.88	0.000
		20	0.003	0.002	125.93	0.000

**Absolute Returns 2 minute (|R2|)**

Date: 06/25/03 Time: 13:59

Sample: 1 7000

Included observations: 5985

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.098	0.098	57.313	0.000
		2	0.062	0.052	79.996	0.000
		3	0.049	0.038	94.162	0.000
		4	0.042	0.031	104.51	0.000
		5	0.042	0.032	115.28	0.000
		6	0.043	0.032	126.61	0.000
		7	0.024	0.011	130.08	0.000
		8	0.010	-0.001	130.63	0.000
		9	0.010	0.002	131.22	0.000
		10	0.009	0.003	131.70	0.000
		11	0.010	0.005	132.34	0.000
		12	0.007	0.002	132.62	0.000
		13	0.012	0.008	133.46	0.000
		14	0.005	0.001	133.62	0.000
		15	0.005	0.002	133.79	0.000
		16	0.002	0.000	133.83	0.000
		17	0.007	0.005	134.15	0.000
		18	-0.005	-0.008	134.33	0.000
		19	-0.010	-0.011	134.90	0.000
		20	-0.008	-0.007	135.28	0.000



### Squared Returns 2 minute ( $R^2$ )

Date: 06/25/03 Time: 14:00

Sample: 1 7000

Included observations: 5985

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.004	0.004	0.0824	0.774
		2	0.001	0.001	0.0885	0.957
		3	0.000	0.000	0.0885	0.993
		4	-0.001	-0.001	0.0916	0.999
		5	0.000	0.000	0.0916	1.000
		6	0.002	0.002	0.1088	1.000
		7	-0.002	-0.002	0.1241	1.000
		8	-0.002	-0.002	0.1478	1.000
		9	-0.002	-0.002	0.1743	1.000
		10	-0.002	-0.002	0.1994	1.000
		11	-0.002	-0.002	0.2162	1.000
		12	-0.002	-0.002	0.2406	1.000
		13	-0.001	-0.001	0.2530	1.000
		14	-0.002	-0.002	0.2808	1.000
		15	-0.002	-0.002	0.3090	1.000
		16	-0.002	-0.002	0.3386	1.000
		17	-0.002	-0.002	0.3562	1.000
		18	-0.002	-0.002	0.3916	1.000
		19	-0.002	-0.002	0.4274	1.000
		20	-0.002	-0.002	0.4625	1.000

### Returns 3 minutes (R3)

Date: 06/25/03 Time: 14:03

Sample: 1 4100

Included observations: 4014

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.263	0.263	278.42	0.000
		2	0.054	-0.017	290.06	0.000
		3	-0.010	-0.021	290.44	0.000
		4	-0.051	-0.045	300.74	0.000
		5	-0.041	-0.017	307.59	0.000
		6	-0.029	-0.013	310.98	0.000
		7	-0.027	-0.017	313.83	0.000
		8	-0.010	-0.001	314.28	0.000
		9	-0.008	-0.008	314.54	0.000
		10	-0.001	0.000	314.55	0.000
		11	-0.005	-0.008	314.64	0.000
		12	-0.002	-0.001	314.66	0.000
		13	0.004	0.004	314.74	0.000
		14	0.006	0.002	314.86	0.000
		15	0.010	0.007	315.25	0.000
		16	0.027	0.024	318.21	0.000
		17	0.020	0.007	319.80	0.000
		18	0.007	-0.001	319.97	0.000
		19	-0.005	-0.006	320.07	0.000
		20	-0.002	0.005	320.08	0.000

### Absolute Returns 3 minute ( |R3 )

Date: 06/25/03 Time: 14:03

Sample: 1 4100

Included observations: 4014

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1 0.247	0.247	245.68	0.000
		2 0.076	0.016	269.01	0.000
		3 0.068	0.048	287.51	0.000
		4 0.066	0.040	305.18	0.000
		5 0.034	0.005	309.69	0.000
		6 0.013	-0.002	310.41	0.000
		7 0.020	0.012	312.04	0.000
		8 0.018	0.006	313.31	0.000
		9 0.013	0.004	313.94	0.000
		10 0.007	0.001	314.14	0.000
		11 0.004	-0.001	314.19	0.000
		12 -0.006	-0.010	314.36	0.000
		13 -0.015	-0.014	315.29	0.000
		14 -0.016	-0.010	316.34	0.000
		15 -0.010	-0.003	316.74	0.000
		16 -0.015	-0.010	317.61	0.000
		17 -0.016	-0.008	318.67	0.000
		18 -0.014	-0.006	319.47	0.000
		19 -0.019	-0.012	320.85	0.000
		20 -0.016	-0.007	321.95	0.000

### Squared Returns 3 minute ( R3<sup>2</sup> )

Date: 06/25/03 Time: 14:05

Sample: 1 4100

Included observations: 4014

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1 0.090	0.090	32.502	0.000
		2 0.002	-0.007	32.513	0.000
		3 0.002	0.002	32.527	0.000
		4 0.004	0.003	32.583	0.000
		5 -0.002	-0.003	32.604	0.000
		6 -0.004	-0.004	32.673	0.000
		7 -0.004	-0.003	32.725	0.000
		8 -0.003	-0.002	32.755	0.000
		9 -0.004	-0.003	32.808	0.000
		10 -0.004	-0.004	32.877	0.000
		11 -0.004	-0.004	32.955	0.001
		12 -0.005	-0.004	33.051	0.001
		13 -0.005	-0.004	33.162	0.002
		14 -0.005	-0.004	33.269	0.003
		15 -0.005	-0.004	33.361	0.004
		16 -0.005	-0.004	33.461	0.006
		17 -0.005	-0.004	33.570	0.010
		18 -0.005	-0.004	33.669	0.014
		19 -0.005	-0.005	33.778	0.020
		20 -0.005	-0.004	33.877	0.027

## Returns 5 minutes (R5)

Date: 06/25/03 Time: 14:06

Sample: 1 2500

Included observations: 2408

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1 0.206	0.206	102.76	0.000
		2 -0.029	-0.075	104.79	0.000
		3 -0.058	-0.038	112.90	0.000
		4 -0.039	-0.021	116.54	0.000
		5 -0.014	-0.006	116.99	0.000
		6 -0.006	-0.008	117.08	0.000
		7 -0.003	-0.004	117.10	0.000
		8 0.005	0.004	117.15	0.000
		9 0.020	0.018	118.10	0.000
		10 0.029	0.022	120.15	0.000
		11 0.006	-0.003	120.24	0.000
		12 -0.004	0.000	120.27	0.000
		13 -0.001	0.003	120.27	0.000
		14 0.009	0.011	120.46	0.000
		15 0.000	-0.004	120.46	0.000
		16 0.004	0.006	120.49	0.000
		17 0.003	0.002	120.51	0.000
		18 0.005	0.005	120.57	0.000
		19 0.001	-0.001	120.58	0.000
		20 0.017	0.019	121.31	0.000

## Absolute Returns 5 minute (|R5|)

Date: 06/25/03 Time: 14:07

Sample: 1 2500

Included observations: 2408

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1 0.217	0.217	113.18	0.000
		2 0.096	0.051	135.23	0.000
		3 0.039	0.009	138.94	0.000
		4 0.027	0.013	140.76	0.000
		5 0.018	0.007	141.53	0.000
		6 0.013	0.005	141.93	0.000
		7 0.002	-0.004	141.94	0.000
		8 -0.017	-0.020	142.67	0.000
		9 -0.013	-0.006	143.06	0.000
		10 -0.018	-0.012	143.83	0.000
		11 -0.018	-0.011	144.63	0.000
		12 -0.023	-0.015	145.91	0.000
		13 -0.016	-0.005	146.52	0.000
		14 -0.018	-0.010	147.27	0.000
		15 -0.014	-0.006	147.72	0.000
		16 -0.015	-0.008	148.24	0.000
		17 -0.020	-0.014	149.21	0.000
		18 -0.007	0.002	149.34	0.000
		19 -0.020	-0.017	150.30	0.000
		20 -0.021	-0.013	151.34	0.000

### Squared Returns 5 minute ( $R5^2$ )

Date: 06/25/03 Time: 14:07

Sample: 1 2500

Included observations: 2408

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.038	0.038	3.5150	0.061
		2	0.007	0.006	3.6439	0.162
		3	-0.004	-0.005	3.6901	0.297
		4	-0.005	-0.005	3.7542	0.440
		5	-0.004	-0.004	3.7990	0.579
		6	-0.006	-0.005	3.8784	0.693
		7	-0.007	-0.006	3.9859	0.781
		8	-0.008	-0.007	4.1316	0.845
		9	-0.007	-0.006	4.2520	0.894
		10	-0.008	-0.007	4.3946	0.928
		11	-0.008	-0.007	4.5311	0.952
		12	-0.008	-0.007	4.6699	0.968
		13	-0.007	-0.007	4.7923	0.979
		14	-0.007	-0.007	4.9163	0.987
		15	-0.006	-0.006	4.9980	0.992
		16	-0.007	-0.007	5.1101	0.995
		17	-0.007	-0.007	5.2335	0.997
		18	-0.005	-0.005	5.2978	0.998
		19	-0.007	-0.008	5.4320	0.999
		20	-0.007	-0.007	5.5440	0.999

### Returns 10 minutes (R10)

Date: 06/25/03 Time: 14:09

Sample: 1 1200

Included observations: 1167

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.004	0.004	0.0156	0.901
		2	-0.048	-0.048	2.7223	0.256
		3	-0.007	-0.007	2.7846	0.426
		4	0.015	0.013	3.0469	0.550
		5	0.028	0.028	3.9976	0.550
		6	-0.003	-0.002	4.0074	0.676
		7	0.000	0.003	4.0074	0.779
		8	0.005	0.005	4.0403	0.853
		9	0.018	0.018	4.4398	0.880
		10	0.026	0.026	5.2243	0.876
		11	0.032	0.034	6.4280	0.843
		12	0.009	0.011	6.5140	0.888
		13	-0.037	-0.035	8.1545	0.833
		14	-0.050	-0.051	11.156	0.674
		15	0.046	0.041	13.683	0.550
		16	0.095	0.089	24.426	0.081
		17	-0.017	-0.014	24.771	0.100
		18	-0.010	0.001	24.889	0.128
		19	-0.003	-0.004	24.901	0.164
		20	-0.016	-0.024	25.218	0.193



### Absolute Returns 10 minute ( $|R_{10}|$ )

Date: 06/25/03 Time: 14:10

Sample: 1 1200

Included observations: 1167

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.104	0.104	12.594	0.000
		2	0.023	0.012	13.196	0.001
		3	0.013	0.009	13.379	0.004
		4	-0.018	-0.021	13.765	0.008
		5	-0.030	-0.027	14.835	0.011
		6	-0.025	-0.019	15.563	0.016
		7	-0.020	-0.014	16.022	0.025
		8	-0.020	-0.016	16.503	0.036
		9	-0.026	-0.022	17.287	0.044
		10	-0.043	-0.040	19.499	0.034
		11	-0.031	-0.024	20.658	0.037
		12	-0.001	0.005	20.869	0.056
		13	0.036	0.035	22.186	0.053
		14	0.067	0.057	27.445	0.017
		15	0.070	0.053	33.222	0.004
		16	0.473	0.465	298.12	0.000
		17	0.067	-0.018	303.39	0.000
		18	0.063	0.076	308.10	0.000
		19	0.029	0.023	309.06	0.000
		20	-0.008	0.011	309.15	0.000

### Squared Returns 10 minute ( $R_{10}^2$ )

Date: 06/25/03 Time: 14:11

Sample: 1 1200

Included observations: 1167

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.011	0.011	0.1305	0.718
		2	-0.008	-0.009	0.2144	0.898
		3	-0.009	-0.009	0.3122	0.958
		4	-0.012	-0.012	0.4926	0.974
		5	-0.014	-0.014	0.7249	0.982
		6	-0.013	-0.013	0.9252	0.988
		7	-0.011	-0.011	1.0690	0.994
		8	-0.011	-0.011	1.1990	0.997
		9	-0.012	-0.012	1.3608	0.998
		10	-0.015	-0.015	1.6152	0.999
		11	-0.010	-0.011	1.7407	0.999
		12	-0.009	-0.010	1.8351	1.000
		13	0.000	-0.001	1.8354	1.000
		14	0.005	0.003	1.8617	1.000
		15	0.006	0.005	1.9067	1.000
		16	0.325	0.324	127.25	0.000
		17	0.005	-0.002	127.28	0.000
		18	0.005	0.012	127.31	0.000
		19	0.000	0.007	127.31	0.000
		20	-0.008	-0.001	127.39	0.000

**Returns 15 minutes (R15)**

Date: 06/25/03 Time: 14:12

Sample: 1 810

Included observations: 802

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1 0.011	0.011	0.0899	0.764
		2 -0.018	-0.019	0.3640	0.834
		3 0.030	0.030	1.0768	0.783
		4 0.009	0.008	1.1482	0.887
		5 0.014	0.015	1.2995	0.935
		6 0.012	0.011	1.4162	0.965
		7 0.045	0.045	3.0770	0.878
		8 0.028	0.027	3.7360	0.880
		9 -0.064	-0.064	7.0415	0.633
		10 -0.002	-0.003	7.0460	0.721
		11 0.122	0.118	19.168	0.058
		12 -0.016	-0.018	19.388	0.080
		13 -0.015	-0.012	19.562	0.107
		14 -0.025	-0.034	20.088	0.127
		15 -0.014	-0.015	20.255	0.162
		16 -0.039	-0.038	21.518	0.159
		17 -0.013	-0.009	21.647	0.199
		18 -0.013	-0.027	21.797	0.241
		19 -0.048	-0.051	23.720	0.207
		20 -0.042	-0.023	25.186	0.194

**Absolute Returns 15 minute (|R15|)**

Date: 06/25/03 Time: 14:13

Sample: 1 810

Included observations: 802

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1 0.113	0.113	10.214	0.001
		2 0.013	0.000	10.349	0.006
		3 -0.031	-0.033	11.124	0.011
		4 -0.031	-0.024	11.901	0.018
		5 -0.035	-0.028	12.878	0.025
		6 -0.039	-0.033	14.110	0.028
		7 -0.057	-0.051	16.727	0.019
		8 -0.014	-0.005	16.890	0.031
		9 0.070	0.070	20.825	0.013
		10 0.084	0.065	26.609	0.003
		11 0.408	0.397	162.62	0.000
		12 0.104	0.036	171.51	0.000
		13 0.049	0.053	173.44	0.000
		14 0.000	0.023	173.44	0.000
		15 -0.043	-0.026	174.98	0.000
		16 -0.055	-0.024	177.43	0.000
		17 -0.043	-0.012	178.95	0.000
		18 -0.029	0.011	179.65	0.000
		19 -0.009	-0.005	179.72	0.000
		20 -0.009	-0.075	179.79	0.000

### Squared Returns 15 minute (R15<sup>2</sup>)

Date: 06/25/03 Time: 14:14

Sample: 1 810

Included observations: 802

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.008	0.008	0.0550	0.815
		2	-0.011	-0.011	0.1546	0.926
		3	-0.019	-0.019	0.4457	0.931
		4	-0.019	-0.018	0.7231	0.948
		5	-0.015	-0.016	0.9157	0.969
		6	-0.018	-0.018	1.1737	0.978
		7	-0.022	-0.023	1.5694	0.980
		8	-0.010	-0.011	1.6431	0.990
		9	0.019	0.018	1.9514	0.992
		10	0.011	0.008	2.0431	0.996
		11	0.306	0.306	78.511	0.000
		12	0.018	0.016	78.778	0.000
		13	0.008	0.019	78.831	0.000
		14	-0.004	0.008	78.844	0.000
		15	-0.022	-0.012	79.228	0.000
		16	-0.020	-0.011	79.550	0.000
		17	-0.020	-0.011	79.881	0.000
		18	-0.019	-0.009	80.189	0.000
		19	-0.016	-0.014	80.392	0.000
		20	-0.009	-0.026	80.463	0.000

### Returns 20 minutes (R20)

Date: 06/25/03 Time: 14:17

Sample: 1 592

Included observations: 583

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	-0.013	-0.013	0.0987	0.753
		2	0.023	0.023	0.4053	0.817
		3	0.009	0.009	0.4495	0.930
		4	0.022	0.022	0.7462	0.946
		5	0.048	0.049	2.1213	0.832
		6	0.010	0.010	2.1796	0.902
		7	-0.052	-0.054	3.7663	0.806
		8	0.122	0.119	12.530	0.129
		9	-0.026	-0.023	12.917	0.166
		10	-0.024	-0.032	13.250	0.210
		11	-0.028	-0.028	13.707	0.250
		12	-0.037	-0.036	14.510	0.269
		13	-0.020	-0.029	14.739	0.324
		14	-0.063	-0.064	17.085	0.252
		15	-0.026	-0.009	17.487	0.291
		16	0.270	0.269	61.494	0.000
		17	-0.086	-0.079	65.941	0.000
		18	0.044	0.043	67.130	0.000
		19	0.026	0.042	67.542	0.000
		20	0.028	0.021	68.030	0.000

### Absolute Returns 20 minute ( |R20| )

Date: 06/25/03 Time: 14:18

Sample: 1 592

Included observations: 583

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1 0.048	0.048	1.3635	0.243
		2 -0.026	-0.028	1.7633	0.414
		3 -0.048	-0.046	3.1428	0.370
		4 -0.040	-0.036	4.0877	0.394
		5 -0.066	-0.065	6.6436	0.249
		6 0.000	0.002	6.6437	0.355
		7 0.083	0.077	10.735	0.151
		8 0.391	0.383	101.35	0.000
		9 0.083	0.071	105.42	0.000
		10 0.008	0.035	105.46	0.000
		11 -0.049	-0.016	106.90	0.000
		12 -0.040	-0.007	107.86	0.000
		13 -0.041	0.004	108.87	0.000
		14 -0.012	-0.018	108.96	0.000
		15 0.047	-0.013	110.28	0.000
		16 0.434	0.322	223.37	0.000
		17 0.078	0.031	227.06	0.000
		18 -0.029	-0.027	227.58	0.000
		19 -0.065	-0.036	230.14	0.000
		20 -0.022	0.014	230.42	0.000

### Squared Returns 20 minute ( R20<sup>2</sup> )

Date: 06/25/03 Time: 14:19

Sample: 1 592

Included observations: 583

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1 -0.004	-0.004	0.0074	0.932
		2 -0.019	-0.019	0.2221	0.895
		3 -0.022	-0.023	0.5185	0.915
		4 -0.021	-0.022	0.7872	0.940
		5 -0.025	-0.026	1.1624	0.948
		6 -0.006	-0.008	1.1835	0.978
		7 0.022	0.020	1.4685	0.983
		8 0.327	0.326	64.915	0.000
		9 0.015	0.022	65.048	0.000
		10 -0.005	0.009	65.061	0.000
		11 -0.027	-0.015	65.484	0.000
		12 -0.023	-0.012	65.806	0.000
		13 -0.024	-0.012	66.147	0.000
		14 -0.018	-0.020	66.346	0.000
		15 -0.003	-0.022	66.353	0.000
		16 0.452	0.384	189.45	0.000
		17 0.023	0.029	189.76	0.000
		18 -0.016	-0.004	189.92	0.000
		19 -0.026	-0.008	190.32	0.000
		20 -0.017	0.002	190.49	0.000



**Returns 30 minutes (R30)**

Date: 06/25/03 Time: 14:21

Sample: 1 400

Included observations: 364

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.023	0.023	0.1922	0.661
		2	0.024	0.023	0.3990	0.819
		3	0.075	0.074	2.5011	0.475
		4	-0.019	-0.023	2.6347	0.621
		5	0.078	0.076	4.8923	0.429
		6	-0.034	-0.043	5.3259	0.503
		7	-0.045	-0.043	6.0817	0.530
		8	-0.051	-0.061	7.0608	0.530
		9	-0.064	-0.052	8.5975	0.475
		10	0.229	0.237	28.252	0.002
		11	-0.018	-0.016	28.367	0.003
		12	0.048	0.056	29.250	0.004
		13	-0.003	-0.044	29.252	0.006
		14	-0.015	-0.005	29.341	0.009
		15	0.107	0.061	33.731	0.004
		16	0.005	0.013	33.741	0.006
		17	-0.019	-0.012	33.882	0.009
		18	-0.057	-0.050	35.140	0.009
		19	-0.058	-0.024	36.442	0.009
		20	-0.084	-0.153	39.146	0.006

**Absolute Returns 30 minute (|R30|)**

Date: 06/25/03 Time: 14:22

Sample: 1 400

Included observations: 364

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.005	0.005	0.0101	0.920
		2	-0.065	-0.065	1.5604	0.458
		3	-0.038	-0.037	2.0937	0.553
		4	0.003	-0.001	2.0970	0.718
		5	0.397	0.394	60.473	0.000
		6	-0.026	-0.035	60.717	0.000
		7	-0.042	0.005	61.367	0.000
		8	-0.025	-0.010	61.607	0.000
		9	-0.022	-0.029	61.785	0.000
		10	0.401	0.291	122.41	0.000
		11	0.001	0.012	122.41	0.000
		12	-0.050	-0.006	123.37	0.000
		13	-0.048	-0.036	124.26	0.000
		14	-0.021	-0.015	124.44	0.000
		15	0.502	0.351	220.45	0.000
		16	-0.048	-0.073	221.32	0.000
		17	-0.118	-0.082	226.64	0.000
		18	-0.075	-0.067	228.82	0.000
		19	-0.006	0.008	228.83	0.000
		20	0.306	-0.001	265.13	0.000

Squared Returns 30 minute (  $R_{30}^2$  )

Date: 06/25/03 Time: 14:23

Sample: 1 400

Included observations: 364

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1 -0.016	-0.016	0.0942	0.759
		2 -0.034	-0.035	0.5267	0.768
		3 -0.028	-0.029	0.8143	0.846
		4 0.003	0.001	0.8181	0.936
		5 0.368	0.367	50.992	0.000
		6 -0.023	-0.012	51.185	0.000
		7 -0.031	-0.012	51.554	0.000
		8 -0.031	-0.018	51.903	0.000
		9 -0.024	-0.035	52.116	0.000
		10 0.400	0.305	112.39	0.000
		11 -0.003	0.019	112.39	0.000
		12 -0.031	-0.004	112.74	0.000
		13 -0.028	-0.007	113.05	0.000
		14 -0.024	-0.024	113.27	0.000
		15 0.556	0.434	231.32	0.000
		16 -0.031	-0.026	231.68	0.000
		17 -0.046	-0.020	232.49	0.000
		18 -0.038	-0.020	233.05	0.000
		19 -0.018	-0.020	233.17	0.000
		20 0.154	-0.240	242.34	0.000

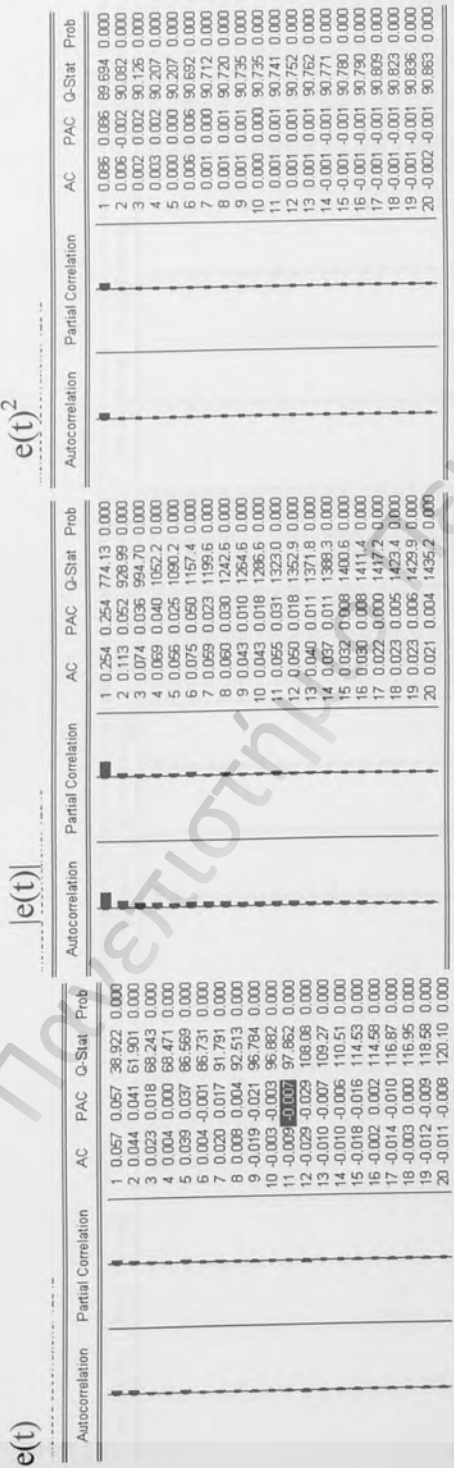
Στη διεθνή βιβλιογραφία της ανάλυσης ενδο-ημερήσιων στοιχείων έχει παρατηρηθεί ότι, οι τιμές της πρώτης τάξης αυτοσυσχέτισης είναι αρνητικές αλλά πολύ μικρές (Goodhart and O'Hara 1997). Ωστόσο, αρνητικές και πολύ υψηλές τιμές βρίσκουν, μεταξύ άλλων, οι Lin et.al (in Lequeux 1999) μελετώντας ενδο-ημερήσιες παρατηρήσεις μετοχών στα χρηματιστήρια NYSE και NASDAQ και, ο Zhou (1996) μελετώντας υψηλής συχνότητας δεδομένα συναλλαγματικών ισοτιμιών. Αυτό μπορεί να οφείλεται στο θόρυβο που υπάρχει στην αγορά ή στη μικρή εμπορευσιμότητα, ή στη διαφορά της ερμηνείας των συμμετεχόντων στην αγορά στην έλευση νέας πληροφορίας, για παράδειγμα. Αντίθετα, στατιστικά σημαντική και θετική υψηλή συσχέτιση βρίσκουν οι Toulson et. al. (in Lequeux 1999) μελετώντας δεδομένα υψηλής

συχνότητας στην αγορά παραγώγων κυβερνητικών ομολογιών που διαπραγματεύονται στην αγορά παραγώγων LIFFE του Λονδίνου.

Στη συνέχεια εξετάστηκε η συμπεριφορά των συναρτήσεων αυτοσυσχέτισης στα κατάλοιπα ενός AR(1) υποδείγματος. Στο διάγραμμα 2 παρουσιάζονται τα αντίστοιχα γραφήματα. Θεωρήσαμε και, πάλι, τις αποδόσεις  $r_t$ ,  $|r_t|$  και  $r_t^2$  και εκτιμήσαμε τις αυτοσυσχετίσεις για υστερήσεις  $k = 1, 2, \dots, 20$  με στόχο τον έλεγχο της υπόθεσης της ανεξαρτησίας στα κατάλοιπα του AR(1).

Από το διάγραμμα 2 προκύπτει ότι οι αυτοσυσχετίσεις των καταλοίπων AR(1), όταν οι αποδόσεις υπολογίζονται στην απόλυτη τιμή τους και στο τετράγωνό τους είναι παντοτε αρκετά υψηλότερες από αυτές που προκύπτουν στη σειρά  $r_t$ .

# R1 series





## R2 series

 $e(t)$  $|e(t)|$  $e(t)^2$ 

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob		
1 -0.026	0.014	4.0601	0.044	1.1666	0.000	1 0.166	0.036	164.15	0.000	1 0.025	0.025	3.7715	0.052
2 0.004	0.036	12.139	0.007	0.062	0.817	2 0.062	0.036	187.25	0.000	2 0.001	0.000	3.7789	0.151
3 -0.005	-0.003	12.278	0.015	0.044	0.029	3 0.044	0.029	196.97	0.000	3 0.000	0.000	3.7801	0.286
5 -0.016	-0.017	13.781	0.017	0.038	0.025	4 0.038	0.025	207.48	0.000	4 -0.001	-0.001	3.7862	0.436
6 -0.026	-0.028	17.603	0.007	0.040	0.028	5 0.040	0.028	216.95	0.000	5 0.000	0.000	3.7866	0.581
7 -0.019	-0.019	19.872	0.006	0.039	0.026	6 0.039	0.026	226.16	0.000	6 0.001	0.001	3.7931	0.705
8 -0.013	-0.012	20.665	0.006	0.021	0.006	7 0.021	0.006	228.76	0.000	7 -0.002	-0.002	3.8106	0.601
9 -0.008	-0.006	21.212	0.012	0.009	-0.001	8 0.009	-0.001	229.21	0.000	8 -0.002	-0.002	3.8347	0.872
10 -0.012	-0.011	22.006	0.015	0.005	0.000	9 0.005	0.000	229.40	0.000	9 -0.002	-0.002	3.8637	0.920
11 -0.014	-0.015	23.179	0.017	0.007	0.004	10 0.005	0.000	229.53	0.000	10 -0.002	-0.002	3.8909	0.952
12 0.000	-0.002	23.181	0.026	0.006	0.002	11 0.007	0.004	229.84	0.000	11 -0.002	-0.002	3.9106	0.972
13 -0.005	-0.006	23.368	0.038	0.008	0.005	12 0.006	0.002	230.07	0.000	12 -0.002	-0.002	3.9368	0.995
14 0.003	0.002	23.401	0.054	0.008	0.000	13 0.008	0.005	230.42	0.000	13 -0.002	-0.001	3.9522	0.992
15 -0.003	-0.004	23.466	0.075	0.003	0.001	14 0.008	0.000	230.47	0.000	14 -0.002	-0.002	3.9823	0.996
16 -0.003	-0.004	23.510	0.101	0.003	0.001	15 0.003	0.001	230.51	0.000	15 -0.002	-0.002	4.0127	0.989
17 0.000	-0.002	23.510	0.133	0.005	-0.002	16 0.000	-0.002	230.51	0.000	16 -0.002	-0.002	4.0442	0.989
18 -0.001	-0.001	23.512	0.172	0.005	0.005	17 0.005	0.005	230.68	0.000	17 -0.002	-0.002	4.0619	0.989
19 0.000	0.000	23.512	0.216	-0.007	-0.010	18 -0.007	-0.010	231.01	0.000	18 -0.002	-0.002	4.0979	1.000
20 0.002	0.002	23.541	0.263	-0.010	-0.007	19 -0.011	-0.009	231.70	0.000	19 -0.002	-0.002	4.1368	1.000
						20 -0.010	-0.007	232.31	0.000	20 -0.002	-0.002	4.1709	1.000

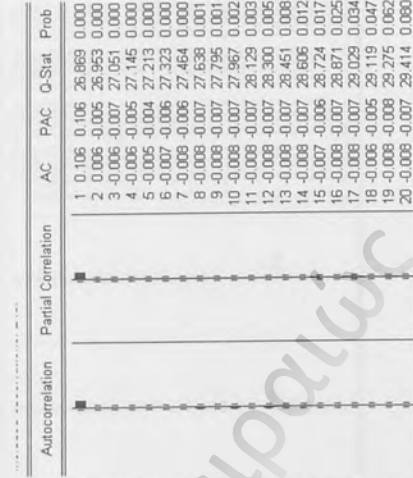
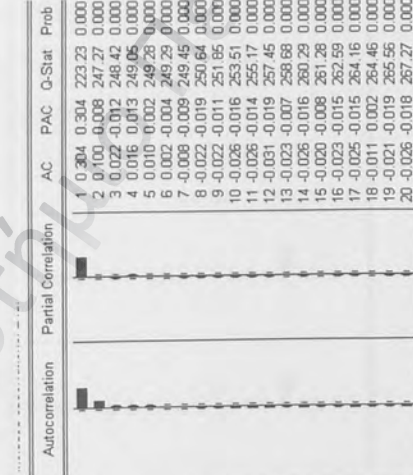
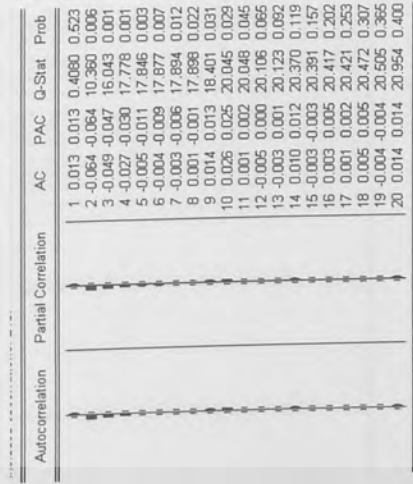
## R3 series

 $e(t)$  $e(t)$  $e(t)^2$ 

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
1	0.067	0.067	0.067	12.877	0.000	1	0.330	0.330	0.330	436.55	0.000
2	0.003	0.000	12.913	0.002	2	0.091	-0.020	0.091	-0.020	469.94	0.000
3	-0.012	-0.012	13.466	0.004	3	0.055	0.035	0.055	0.035	482.29	0.000
4	-0.045	-0.044	21.638	0.000	4	0.057	0.034	0.057	0.034	495.47	0.000
5	-0.028	-0.023	24.863	0.000	5	0.029	-0.002	0.029	-0.002	498.90	0.000
6	-0.017	-0.014	26.045	0.000	6	0.008	-0.004	0.008	-0.004	498.17	0.000
7	-0.021	-0.020	27.804	0.000	7	0.011	0.008	0.011	0.008	499.66	0.000
8	-0.004	-0.004	27.866	0.001	8	0.014	0.006	0.014	0.006	500.44	0.000
9	-0.006	-0.009	28.034	0.001	9	0.007	-0.001	0.007	-0.001	500.65	0.000
10	0.001	0.000	28.042	0.002	10	0.000	-0.003	0.000	-0.003	500.65	0.000
11	-0.005	-0.008	28.136	0.003	11	-0.004	-0.004	-0.004	-0.004	501.47	0.000
12	-0.002	-0.003	28.152	0.005	12	-0.014	-0.014	-0.014	-0.014	501.47	0.000
13	0.004	0.003	28.222	0.008	13	-0.020	-0.013	-0.020	-0.013	503.09	0.000
14	0.003	0.002	28.267	0.013	14	-0.019	-0.009	-0.019	-0.009	504.62	0.000
15	0.004	0.002	28.311	0.020	15	-0.016	-0.006	-0.016	-0.006	505.88	0.000
16	0.024	0.023	30.575	0.015	16	-0.020	-0.012	-0.020	-0.012	507.29	0.000
17	0.015	0.012	31.433	0.016	17	-0.020	-0.009	-0.020	-0.009	508.93	0.000
18	0.004	0.003	31.499	0.025	18	-0.017	-0.006	-0.017	-0.006	510.07	0.000
19	-0.007	-0.006	31.684	0.034	19	-0.023	-0.015	-0.023	-0.015	512.14	0.000
20	0.000	0.003	31.684	0.047	20	-0.020	-0.006	-0.020	-0.006	513.70	0.000

 $e(t)^2$  $e(t)^2$  $e(t)^2$

## R5 series

 $e(t)$  $|e(t)|$  $e(t)^2$ 

## R10 series

 $e(t)$ 

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
1	1	-0.054	-0.054	3.4654	0.063
2	0.049	-0.052	0.007	6.2643	0.044
3	-0.006	-0.012	0.004	6.3045	0.098
4	0.014	0.011	0.003	6.5403	0.162
5	0.028	0.029	0.009	7.4609	0.188
6	-0.005	0.000	0.000	7.4651	0.278
7	0.000	0.003	0.003	7.4652	0.360
8	0.004	0.004	0.004	7.5057	0.463
9	0.016	0.016	0.016	7.6236	0.552
10	0.023	0.025	0.025	8.4372	0.596
11	0.030	0.034	0.034	9.4761	0.578
12	0.039	0.045	0.045	9.5635	0.654
13	-0.035	-0.031	0.031	11.039	0.608
14	-0.051	-0.056	0.056	14.154	0.438
15	0.045	0.033	0.033	16.511	0.349
16	0.094	0.092	0.092	26.880	0.043
17	-0.022	-0.008	0.008	27.473	0.051
18	-0.010	0.000	0.000	27.593	0.069
19	-0.002	-0.003	0.003	27.598	0.091
20	-0.015	-0.024	0.024	27.880	0.112

 $|e(t)|$ 

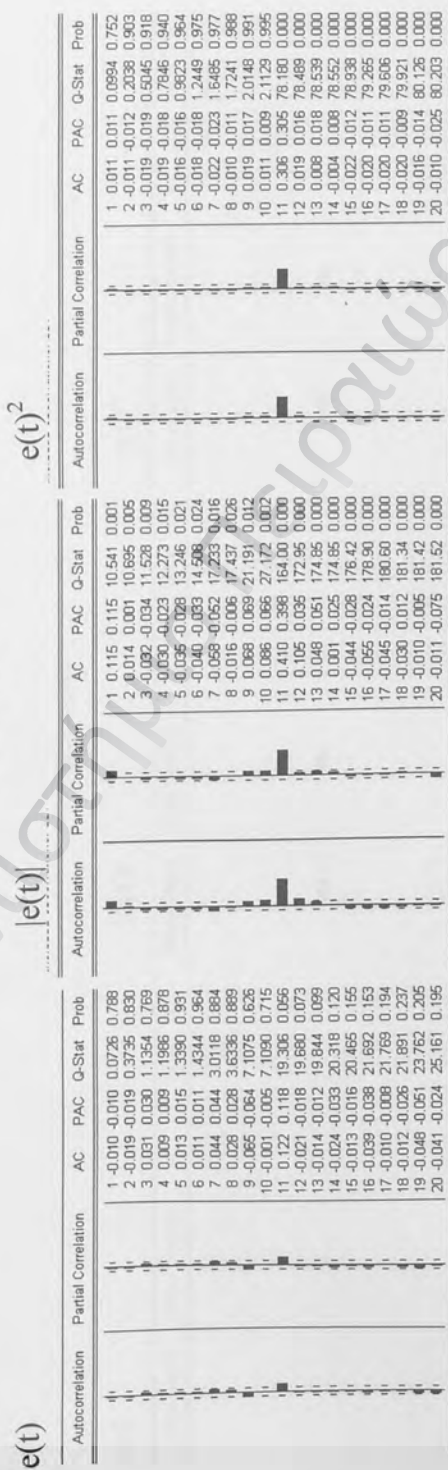
Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
1	1	0.124	0.124	17.971	0.000
2	0.017	0.002	0.002	18.310	0.000
3	0.010	0.007	0.007	18.417	0.000
4	-0.021	-0.024	0.024	18.955	0.001
5	-0.063	-0.028	0.028	20.243	0.001
6	-0.026	-0.018	0.018	21.000	0.002
7	-0.022	-0.016	0.016	21.578	0.003
8	-0.021	-0.016	0.016	22.067	0.005
9	-0.027	-0.024	0.024	22.965	0.006
10	-0.043	-0.039	0.039	25.162	0.005
11	-0.034	-0.026	0.026	26.590	0.005
12	-0.003	0.003	0.003	26.572	0.009
13	0.030	0.029	0.029	27.624	0.010
14	0.063	0.053	0.053	32.260	0.004
15	0.077	0.059	0.059	39.240	0.001
16	0.472	0.463	0.463	303.16	0.000
17	0.082	-0.021	0.021	311.16	0.000
18	0.057	0.074	0.074	315.04	0.000
19	0.026	0.019	0.019	315.83	0.000
20	-0.009	0.013	0.013	315.93	0.000

 $e(t)^2$ 

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
1	1	0.025	0.025	0.7388	0.390
2	-0.010	-0.010	0.010	0.8464	0.655
3	-0.010	-0.009	0.9552	0.612	
4	-0.013	-0.013	1.1956	0.685	
5	-0.014	-0.014	1.4028	0.924	
6	-0.013	-0.013	1.6117	0.952	
7	-0.012	-0.011	1.7895	0.971	
8	-0.011	-0.011	1.9152	0.984	
9	-0.012	-0.012	2.0878	0.993	
10	-0.015	-0.015	2.3519	0.990	
11	-0.011	-0.011	2.4953	0.996	
12	-0.009	-0.010	2.6988	0.998	
13	-0.001	-0.002	2.9997	0.999	
14	0.003	0.001	2.6097	1.000	
15	0.010	0.009	2.7316	1.000	
16	0.324	0.323	126.83	0.000	
17	0.011	-0.005	127.06	0.000	
18	0.003	0.010	127.07	0.000	
19	0.000	0.006	127.07	0.000	
20	-0.008	-0.001	127.16	0.000	

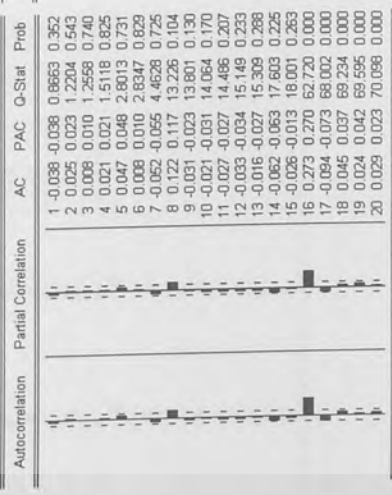


## R15 series

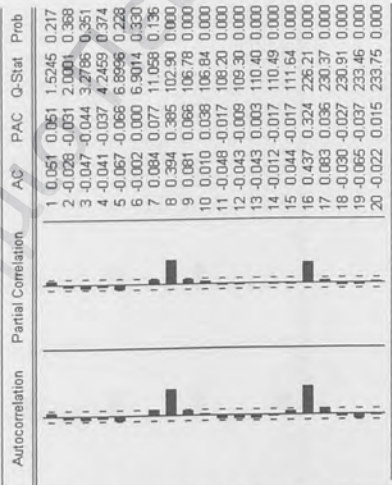


R20 series

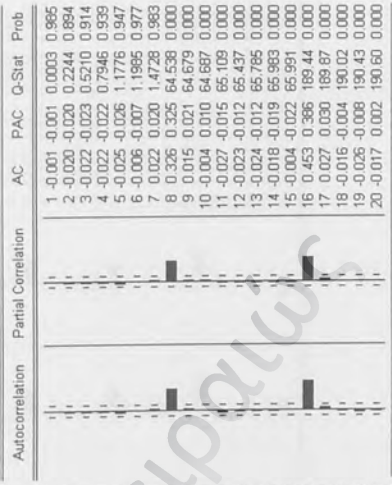
$e(t)$



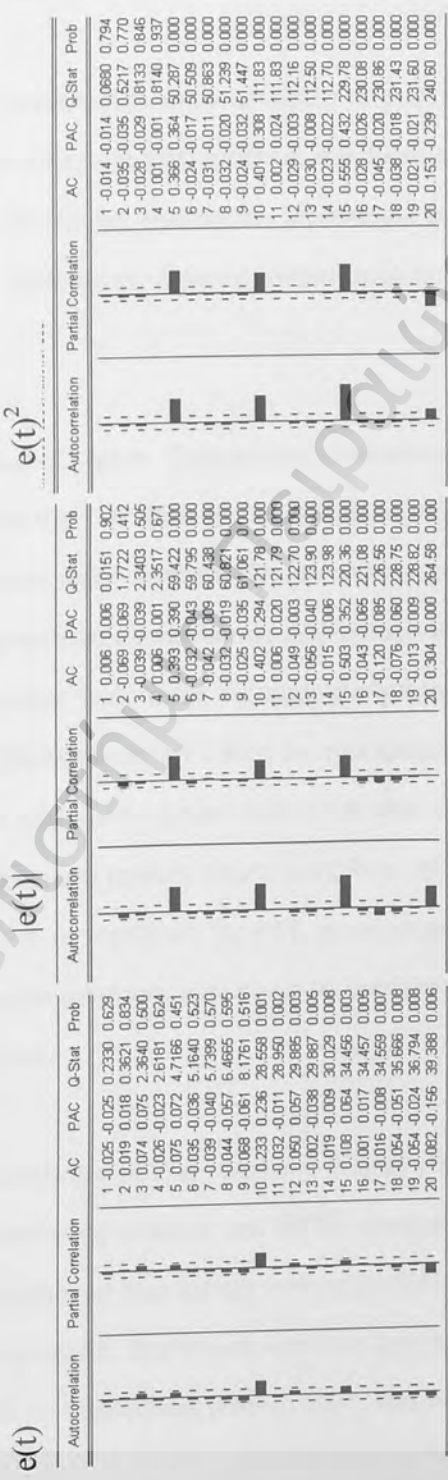
$|e(t)|$



$e(t)^2$



R30 series



$e(t)$

$|e(t)|$

$e(t)^2$

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟΝ ΠΑΤΡΑΣ

#### 2.4. Εξέλιξη συναλλαγών στην ημέρα.

Στην ενότητα αυτή παρουσιάζονται τα εμπειρικά αποτελέσματα ελέγχων για την ερμηνεία της υψηλότερης μεταβλητότητας στο άνοιγμα της συνεδρίασης, δηλαδή τη διάκριση μεταξύ της θεωρίας του μηχανισμού συναλλαγών (trading mechanism theory, TMT) και της θεωρίας σχηματισμού τιμών (price formation theory, PFT).

Οι δύο αυτές θεωρίες έχουν διαφορετικές εναλλακτικές υποθέσεις. Η εναλλακτική υπόθεση της TMT θέτει ότι, η διακύμανση της σειράς των τιμών ανοίγματος της αγοράς (open-to-open) είναι υψηλότερη από τη διακύμανση κάθε άλλης τιμής διαφορετικής από την τιμή ανοίγματος και, ότι οι εκτιμώμενες διακυμάνσεις κάθε άλλης τιμής εκτός της τιμής ανοίγματος είναι ίσες μεταξύ τους. Η εναλλακτική υπόθεση της PFT θέτει ότι, η εκτιμώμενη διακύμανση του χρονικού σημείου  $t$  μέσα στην ημέρα πρέπει να είναι μικρότερη από την εκτιμώμενη διακύμανση στο χρονικό σημείο  $s$  της ίδιας ημέρας, με  $t > s$ . Αυτό σημαίνει ότι, κάτω από τις υποθέσεις της PFT, η εκτιμώμενη διακύμανση των τιμών ανοίγματος της συνεδρίασης αναμένεται να είναι μεγαλύτερη από ότι σε άλλα σημεία του χρόνου.

Οι Amihud and Mendelson (1987) και Stoll and Whaley (1990) συμπεραίνουν ότι, οι ημερήσιες αποδόσεις μετοχών του NYSE υπολογιζόμενες στην τιμή ανοίγματος έχουν υψηλότερη διακύμανση από ότι σε άλλες τιμές της ημέρας. Στη συνέχεια, άλλοι ερευνητές διαπίστωσαν την ίδια συμπεριφορά και σε άλλα χρηματιστήρια αξιών και παραγώγων (French 1991, Masulis and NG 1992).



Οι Gerety and Mulherin (1994), επεξεργάζονται ένα σύνολο στοιχείων ωριαίων παρατηρήσεων των τιμών του δείκτη Dow Jones για 40 έτη και ενδο-ημερήσιων παρατηρήσεων για 2.5 έτη μεμονωμένων μετοχών και εξηγούν τη διακύμανση των τιμών μέσω της PFT, δεχόμενοι ότι, η εξέλιξη των συναλλαγών στην ημέρα διευκολύνει τη μετάδοση της πληροφορίας στις τιμές, συμπέρασμα στο οποίο κατέληξαν και οι French and Roll (1986). Η ερμηνεία αυτή έχει δοθεί από πολλούς ερευνητές, μοιραζόμενοι τις υποθέσεις του Kyle (1985), σύμφωνα με τον οποίο το πλήθος των συναλλαγών είναι απαραίτητο για την αποκάλυψη της πληροφορίας στην αγορά.

Έτσι, τα εμπειρικά αποτελέσματα των περισσότερων μελετών, φαίνεται να συμφωνούν με τη θέση, σύμφωνα με την οποία η υψηλότερη μεταβλητότητα βρίσκεται στις τιμές ανοίγματος των αγορών

Ο πίνακας 4 δίνει τις τιμές των εκτιμώμενων διακυμάνσεων στις τιμές ανοίγματος ( $\sigma_{oo}^2$ ), στις τιμές κλεισίματος ( $\sigma_{cc}^2$ ), στις τιμές του ημίωρου ( $\sigma_{30}^2$ ), της ώρας ( $\sigma_{60}^2$ ), των 90 λεπτών ( $\sigma_{90}^2$ ), των 120 λεπτών ( $\sigma_{120}^2$ ), καθώς και της μέσης τιμής 10 λεπτών πριν το κλείσιμο της συνεδρίασης ( $\sigma_{-10}^2$ ).

**Πίνακας 4. Διακυμάνσεις των τιμών σε διάφορα χρονικά σημεία της ημέρας (x 10,000).**

$\sigma_{oo}^2$	$\sigma_{30}^2$	$\sigma_{60}^2$	$\sigma_{90}^2$	$\sigma_{120}^2$	$\sigma_{-10}^2$	$\sigma_{cc}^2$
0.40235	0.39729	0.39742	0.40503	0.39536	0.38755	0.40924

Από τα αποτελέσματα του παραπάνω πίνακα βλέπουμε ότι η διακύμανση βαίνει σχετικά μειούμενη μετά το άνοιγμα, μέσα στην ημέρα (με εξαίρεση το

90-λεπτο), όχι όμως απότομα ούτε με σταθερό ρυθμό. Ακόμα, παρατηρούμε ότι, η εκτιμηθείσα διακύμανση υπολογιζόμενη στην τιμή κλεισίματος είναι μόλις σχεδόν μεγαλύτερη από την εκτιμηθείσα διακύμανση στις τιμές ανοίγματος, η οποία είναι και η υψηλότερη από κάθε άλλη διακύμανση σε άλλες χρονικές στιγμές πλην αυτής των τιμών κλεισίματος. Παρόλα αυτά το αποτέλεσμα αυτό, αν και δεν συμφωνεί με τις περισσότερες μελέτες σε μεγάλες χρηματιστηριακές αγορές, δείχνει μια σχετική μείωση στη διακύμανση όσο εξελίσσεται η χρηματιστηριακή συνεδρίαση.

Στην περίπτωση που εξετάζουμε, αυτό μπορεί να οφείλεται στο συγκεκριμένο πρότυπο υπολογισμού της τιμής κλεισίματος από τις σταθμισμένες συναλλαγές των τελευταίων λεπτών, που είχε υιοθετήσει το Χρηματιστήριο Αξιών Αθηνών την εποχή εκείνη, ύστερα από εισήγηση της Επιτροπής Κεφαλαιαγοράς, με σκοπό να αποφεύγεται η χειραγώγηση των τιμών με το κλείσιμο της τελευταίας συναλλαγής («στο κουδούνι»). Ακόμα, το εύρημα αυτό μπορεί να ερμηνεύει την πρακτική συνήθεια να κυκλοφορούν οι σημαντικότερες σε ποιότητα και οι περισσότερες σε ποσότητα πληροφορίες στη διάρκεια του ανοίγματος και του κλεισίματος της χρηματιστηριακής συνεδρίασης (Berry and Howe 1992). Πάντως, μπορούμε να δεχτούμε έστω και οριακά ότι, σχετικά, στην εξέλιξη της ημέρας μειώνεται ο θόρυβος των τιμών.

Στον παρακάτω πίνακα 5 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα του λόγου των διακυμάνσεων στις παραπάνω χρονικές υποδιαιρέσεις. Συγχρόνως, υπολογίζεται η τιμή της στατιστικής  $F$ -test και η τιμή της στατιστικής Levene.

Επειδή στην ανάλυσή μας υπολογίζουμε τις διακυμάνσεις σε επικαλυπτόμενα δείγματα (overlapping data sets), η στατιστική  $F$  τείνει να απορρίπτει, τις περισσότερες φορές, την πραγματική μηδενική υπόθεση (Brown and Forsythe 1974). Η  $F$ -statistic ελέγχει την ισότητα των διακυμάνσεων σε μη-επικαλυπτόμενα δείγματα. Η τροποποιημένη Levene στατιστική αποτελεί έναν πιο robust και αμερόληπτο έλεγχο.

Από τον πίνακα 5 παρατηρούμε ότι, μόνο δύο τιμές του λόγου των διακυμάνσεων είναι μεγαλύτερες της μονάδας, οι υπόλοιπες, ωστόσο, βρίσκονται πολύ κοντά στη μονάδα. Συγχρόνως, η τιμή των λόγων διακυμάνσεων δεν είναι στατιστικά σημαντική. Υπάρχει ένδειξη, λοιπόν, περί της μη-αποδοχής της μηδενικής υπόθεσης ότι, δηλαδή, οι διακυμάνσεις είναι ίσες.

Συνεπώς, από τα αποτελέσματα του πίνακα 5 του λόγου των διακυμάνσεων, η υπόθεση της TMT δεν μπορεί να γίνει αποδεκτή. Από την άλλη, υπάρχουν ενδείξεις, ασθενείς ωστόσο, ότι η υπόθεση της PFT δεν μπορεί να απορριφθεί. Το αποτέλεσμα αυτό, σε μεγαλύτερη έκταση όμως, έχει βρεθεί και σε άλλες, αναπτυσσόμενες κυρίως, αγορές αξιών και παραγώγων χρηματοοικονομικών προϊόντων (Gerety and Mulherin 1994, και η εκεί βιβλιογραφία).

Πίνακας 5. Λόγος διακυμάνσεων

Λόγος διακυμάνσεων	Τιμή λόγου	F-statistic	Levene-statistic
$\frac{\sigma_{\sigma\sigma}^2}{\sigma_{30}^2}$	1.01273	1.0127	0.000160
$\frac{\sigma_{30}^2}{\sigma_{60}^2}$	0.99967	1.000325	0.000868
$\frac{\sigma_{60}^2}{\sigma_{90}^2}$	0.981211	1.019171	0.005425
$\frac{\sigma_{90}^2}{\sigma_{120}^2}$	0.980245	1.024481	0.010440
$\frac{\sigma_{120}^2}{\sigma_{-10}^2}$	1.02015	1.020143	0.001029
$\frac{\sigma_{-10}^2}{\sigma_{cc}^2}$	0.946999	1.055973	0.057140
$\frac{\sigma_{\sigma\sigma}^2}{\sigma_{cc}^2}$	0.983163	1.017126	0.025066

Συνολικά, από τη μέχρι τώρα ανάλυση της διακύμανσης των τιμών σε διάφορα χρονικά σημεία μέσα στην ημέρα, δεν μπορούμε να έχουμε ασφαλείς ενδείξεις περί της αποδοχής ή της απόρριψης της μιας ή της άλλης θεωρητικής υπόθεσης, δηλαδή της TMT ή της PFT.

Η αποδοχή της υπόθεσης της PFT, ότι δηλαδή ο θόρυβος των τιμών πρέπει να βαίνει σταθερά μειούμενος στη διάρκεια της ημέρας μέχρι και το κλείσιμο της συνεδρίασης, έρχεται σε συμφωνία με την υπόθεση της αποτελεσματικής αγοράς στην ασθενή της μορφή. Κάτι τέτοιο, όμως, δεν προκύπτει από την ανάλυση του δείγματος που εξετάζουμε.



Ακόμα, η αποδοχή της υπόθεσης της PFT προτείνει ότι, ενόσω το χρηματιστήριο παραμένει κλειστό, δημιουργούνται πληροφορίες, οι οποίες ενσωματώνονται στις τιμές με το άνοιγμα της συνεδρίασης την επόμενη ημέρα (overnight information), συμπέρασμα το οποίο είναι σύμφωνο με την υπόθεση της αποτελεσματικής αγοράς. Το θέμα αυτό μπορεί να προσεγγιστεί από τον έλεγχο της υπόθεσης κατά πόσο- και κάτω από ποιες συνθήκες- οι πληροφορίες overnight μπορεί να είναι χρήσιμες στο σχηματισμό της τιμής ανοίγματος της επόμενης ημέρας, δηλαδή στην πρόβλεψη των ενδο-ημερήσιων τιμών. Μάλιστα, σχετικές εμπειρικές μελέτες έχουν δείξει ότι, ανάλογα με την ημερήσια μεταβλητότητα των τιμών, υπάρχει υψηλή συσχέτιση μεταξύ της overnight και της ενδο-ημερήσια απόδοσης, που μπορεί να βοηθήσει στην πρόβλεψη της δεύτερης (Gallo et.al. 2002).

Έστω ότι προσεγγίζουμε τη συνολική απόδοση ως εξής:

$$r_t = (\ln C_t - \ln O_t) + (\ln O_t - \ln C_{t-1}) \equiv \rho_t + \eta_t$$

όπου  $O$  είναι η τιμή ανοίγματος,  $C$  είναι η τιμή κλεισίματος,  $\rho$  είναι η ενδο-ημερήσια απόδοση και  $\eta$  είναι η απόδοση overnight. Στην περίπτωση που

$$|r_t| \approx 0, \text{ τότε } \eta_t \approx -\rho_t$$

δηλαδή όταν, η συνολική απόδοση είναι μηδέν σε απόλυτη τιμή, τότε οι αποδόσεις  $\eta$  και  $\rho$  συσχετίζονται αρνητικά μεταξύ τους. Στην περίπτωση των δεδομένων μας βρήκαμε συσχέτιση μεταξύ των δύο αυτών αποδόσεων ίση με  $-0.0922$ . Το διάγραμμα 3 παρουσιάζει την εξέλιξη της  $r_t$ ,  $\rho_t$  και  $\eta_t$ .

Στη συνέχεια, για τον έλεγχο των παραπάνω, εκτιμώνται τα γραμμικά υποδείγματα:

$$\rho_t = \alpha_0 + \alpha_1 \eta_t + \varepsilon_t \text{ και το } \rho_t = \alpha_0' + \alpha_1' \eta_t + \alpha_2 \eta_{t-1} + \varepsilon_t'$$

Τα αποτελέσματα από την εκτίμηση των παραμέτρων των παραπάνω παλινδρομήσεων παρουσιάζονται στον πίνακα 6.

**Πίνακας 6. Εκτίμηση των παλινδρομήσεων  $\rho_t = \alpha_0 + \alpha_1 \eta_t + \varepsilon_t$  και**

$$\rho_t = \alpha_0' + \alpha_1' \eta_t + \alpha_2 \eta_{t-1} + \varepsilon_t'$$

<u>Πρώτη παλινδρόμηση</u>		
$\alpha_0 = -0.0019$	t-stat = -0.65	$R^2 = 0.0085$ ή 0.85%
$\alpha_1 = -0.2448$	t-stat = -0.7803	
<u>Δεύτερη παλινδρόμηση</u>		
$\alpha_0' = -0.0020$	t-stat = -0.6851	$R^2 = 0.0362$ ή 3.62%
$\alpha_1' = -0.3087$	t-stat = -0.9666	
$\alpha_2 = 0.4441$	t-stat = 1.3919	

Ωστόσο, καμία από τις παραπάνω παλινδρομήσεις δεν είναι ικανοποιητικές, αποτέλεσμα αναμενόμενο, αφού  $E|r_t|^2 \approx h_t$ , η δεσμευμένη διακύμανση. Θα πρέπει να θεωρήσουμε το συντελεστή  $\alpha_1$  σα συνάρτηση της μεταβλητότητας των αποδόσεων.<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Ωστόσο, δεν συνεχίζουμε εδώ παραπέρα την ανάλυση.

## 2.5 Υποδείγματα μεταβλητότητας

Στην παράγραφο αυτή, εκτιμούμε υποδείγματα GARCH, τα αποτελέσματα των οποίων εμφανίζονται στον πίνακα 7, παρακάτω. Συγκεκριμένα, εκτιμώνται υποδείγματα GARCH (1,1) και EGARCH (1,1) για διάφορα χρονικά διαστήματα, λεπτών 1, 2, 3, 5, 10, 15, 20 και 30. Η ευθύνη της απόρριψης της υπόθεσης ότι οι αποδόσεις που εξετάζουμε είναι IID, μπορεί να αποδοθεί, μεταξύ άλλων (Hsieh 1991) στην ύπαρξη ενός μη-γραμμικού στοχαστικού συστήματος, για παράδειγμα τύπου-GARCH.

Από τις τιμές του πίνακα 7, παρατηρούμε ότι για αρκετές από τις τιμές των εκτιμηθέντων παραμέτρων οι τιμές είναι αρνητικές, που μπορεί, πιθανά, να ερμηνεύεται από το thin trading της αγοράς. Στην περίπτωση του υποδείματος GARCH, παρατηρούμε  $\beta > 1$ , για όλη τη διάρκεια του δείγματος. Για τις περισσότερες περιπτώσεις, το EGARCH είναι σημαντικότερο του GARCH, ένδειξη για ύπαρξη ασυμμετρικής συνέπειας των ειδήσεων επί της μεταβλητότητας. Ωστόσο, σε κάποιες περιπτώσεις η εκτίμηση της παραμέτρου  $\gamma$  του υποδείματος EGARCH δεν είναι στατιστικά σημαντική. Πάντως, το άθροισμα  $\alpha + \gamma < 1$  (δηλαδή, η επίδραση αστάθμητων όρων- ειδήσεων- στη μεταβλητότητα).

Πίνακας 7. Εκτιμήσεις GARCH (1,1) και EGARCH (1,1)

Διάστημα	GARCH (1,1)	EGARCH (1,1)
1'	$\alpha_0 = 0.0000000917$ $\alpha_1 = 0.8951(*)$ $\beta_1 = 0.5179(*)$	$\alpha_0 = -3.367$ $\alpha_1 = 0.9253(*)$ $\gamma = 0.1933(*)$ $\beta_1 = 0.7956(*)$
2'	$\alpha_0 = 0.00000207$ $\alpha_1 = 0.1999(*)$ $\beta_1 = 0.1036(*)$	$\alpha_0 = -7.757$ $\alpha_1 = 1.2907(*)$ $\gamma = -0.178(*)$ $\beta_1 = 0.4167(*)$
3'	$\alpha_0 = 0.00000277$ $\alpha_1 = 1.8231(*)$ $\beta_1 = 0.000592$	$\alpha_0 = -7.8469$ $\alpha_1 = 1.1084(*)$ $\gamma = -0.02205(*)$ $\beta_1 = 0.3999(*)$
5'	$\alpha_0 = 0.0000117$ $\alpha_1 = 0.4093(*)$ $\beta_1 = -0.02265(*)$	$\alpha_0 = -9.2323$ $\alpha_1 = 0.9839(*)$ $\gamma = -0.2091(*)$ $\beta_1 = 0.2406(*)$
10'	$\alpha_0 = 0.00000776$ $\alpha_1 = -0.003061$ $\beta_1 = 0.8166(*)$	$\alpha_0 = -2.5281$ $\alpha_1 = -0.1250(*)$ $\gamma = 0.007640$ $\beta_1 = 0.7439(*)$
15'	$\alpha_0 = 0.0000157$ $\alpha_1 = -0.004386$ $\beta_1 = 0.7205(*)$	$\alpha_0 = -11.4167$ $\alpha_1 = 0.4579(*)$ $\gamma = -0.2277(*)$ $\beta_1 = -0.1355$
20'	$\alpha_0 = -0.000241$ $\alpha_1 = -0.007782$ $\beta_1 = 0.6123(*)$	$\alpha_0 = -4.3872$ $\alpha_1 = -0.1870(*)$ $\gamma = -0.001667$ $\beta_1 = 0.5266(*)$
30'	$\alpha_0 = 0.00000333$ $\alpha_1 = 0.04758(*)$ $\beta_1 = 0.9278(*)$	$\alpha_0 = -6.1338$ $\alpha_1 = -0.2290(*)$ $\gamma = -0.04266$ $\beta_1 = 0.3099$

(\*): Στατιστική σημαντικότητα σε επίπεδο 5%.



Από τις παραπάνω εκτιμήσεις παρατηρούμε πρώτα ότι, μόνο σε μια περίπτωση το άθροισμα των συντελεστών του GARCH (1,1) είναι μεγαλύτερο της μονάδας και μόνο σε δύο περιπτώσεις προσεγγίζει τη μονάδα. Ακόμα: οι συντελεστές  $\alpha$  και  $\beta$  του GARCH (1,1) είναι στατιστικά σημαντικοί, πλην των σειρών που αναφέρονται στα 10-λεπτα, 15-λεπτα και 20-λεπτα. Οι συντελεστές του EGARCH (1,1) στατιστικά σημαντικοί, αλλά πολλοί έχουν αρνητικό πρόσημο (προφανώς, λόγω thin trading της αγοράς). Επίσης, παρατηρούνται μικρότερες τιμές BDS στα κατάλοιπα του υποδείγματος GARCH(1,1). Έτσι, έστω και ασθενώς, μπορούμε να δεχτούμε ότι οι διαδικασίες που εξετάζονται είναι στάσιμες δεύτερου βαθμού. Ακόμα, παρατηρείται στατιστική σημαντικότητα των συντελεστών στην περίπτωση των σειρών αποδόσεων {1, 2} λεπτών και {15, 20, 30} λεπτών. Στις σειρές των 3-λεπτων, 5-λεπτων και 10-λεπτων δεν έχουμε στατιστική σημαντικότητα. Αντίθετα, οι εκτιμητές των παραμέτρων των υποδειγμάτων EGARCH (1,1) είναι στην πλειοψηφία τους σημαντικοί. Εξάιρεση αποτελούν οι περιπτώσεις των 10-λεπτων και, μερικώς, των 30-λεπτων.

Στον πίνακα 8 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της στατιστικής BDS στα κατάλοιπα των GARCH (1,1)<sup>1</sup>. Από τα αποτελέσματα του πίνακα, προκύπτει ότι δεν μπορούμε να δεχτούμε ότι η σειρά των καταλοίπων του GARCH (1,1) είναι IID. Σε κάθε περίπτωση απορρίπτεται η μηδενική υπόθεση. Ακόμα, μόνο στην περίπτωση των 2-λεπτων βλέπουμε μια βελτίωση στις τιμές της στατιστικής BDS.

<sup>1</sup> Των EGARCH είναι παρόμοια.

Πίνακας 8. Στατιστική BDS στα κατάλοιπα GARCH (1,1)

Διάσταση $m$	2-λεπτά	5-λεπτά	10-λεπτά	15-λεπτά	20-λεπτά
2	20.82	15.46	26.36	25.30	17.24
3	18.48	13.66	24.17	24.20	15.98
4	16.44	12.08	22.33	23.31	14.81
5	14.85	10.83	20.94	22.92	14.10

Τα αποτελέσματα από την εφαρμογή της στατιστικής BDS στα κατάλοιπα του υποδείγματος EGARCH (1,1) ήταν παρόμοια με αυτά του υποδείγματος GARCH. Συνεπώς, δεν μπορούμε να δεχτούμε ότι υπάρχει βελτίωση με την υποδειματοποίηση GARCH στη σειρά των δεδομένων υψηλής συχνότητας στο Χρηματιστήριο Αξιών Αθηνών για την περίοδο που εξετάσαμε. Παρόλα αυτά, οι εκτιμήσεις του GARCH (1,1) ήταν καλλίτερες από αυτές του EGARCH (1,1), δηλαδή το υπόδειγμα GARCH ενδεχομένως να μπορεί να εξηγήσει μέρος της δομής των δεδομένων μας.

### 3. Συμπεράσματα και σχόλια της εμπειρικής ανάλυσης και των αποτελεσμάτων

Πριν την προσαρμογή οποιουδήποτε υποδείγματος στα δεδομένα, οι υποθέσεις του υποδείγματος πρέπει να ελεγχθούν εμπειρικά. Σχεδόν όλα τα γνωστά υποδείγματα των αποδόσεων των μετοχών υποθέτουν ότι οι αποδόσεις είναι ανεξάρτητες τυχαίες μεταβλητές και, τα περισσότερα απαιτούν να είναι ταυτόνομα κατανομημένες. Για τους παραπάνω ελέγχους εκτιμούμε τις αυτοσυσχετίσεις των σειρών  $r_t, |r_t|, r_t^2$  και τις τιμές της στατιστικής BDS.

Οι αποδόσεις εμφανίζουν υψηλή αυτοσυσχέτιση για  $k=1$  και είναι μη-σημαντικές σε μεγαλύτερες υστερήσεις. Οι αυτοσυσχετίσεις στις απόλυτες και στις τετραγωνικές αποδόσεις είναι αρκετά υψηλότερες από αυτές στη σειρά των αποδόσεων και είναι θετικές και στατιστικά σημαντικές. Όσο αυξάνεται η χρονική υστέρηση, οι αυτοσυσχετίσεις βαίνουν μειούμενες. Το εύρημα αυτό συμφωνεί με τη διεθνή εμπειρική έρευνα σε πολλές αγορές ότι, δηλαδή μεγάλες μεταβολές των τιμών τείνουν να ακολουθούνται από μεγάλες μεταβολές και μικρές μεταβολές τείνουν να ακολουθούνται από μικρές μεταβολές, ανεξαρτήτως προσίμου.

Προκύπτει, λοιπόν ότι, η σειρά των αποδόσεων δεν είναι διαδικασία λευκού θορύβου. Στη συνέχεια εξετάζεται η υπόθεση της ανεξαρτησίας στα κατάλοιπα του υποδείγματος AR(1) αποδόσεων. Από τα διαγράμματα των αυτοσυσχετίσεων των καταλοίπων προκύπτει ότι τα κατάλοιπα δεν είναι λευκός θόρυβος. Ακόμα, η παρουσία σημαντικών αυτοσυσχετίσεων στα τετράγωνα των καταλοίπων (και των αποδόσεων) εξηγεί τις *thick tails* και *peakedness* των κατανομών.

Έτσι, εκτιμάται ένα υπόδειγμα GARCH(1,1) και ένα υπόδειγμα EGARCH(1,1), ώστε να μπορεί να παρουσιαστεί η δομή της αυτοσυσχέτισης των αποδόσεων και των τετραγωνικών αποδόσεων.

Από τα αποτελέσματα προκύπτει ότι το υπόδειγμα GARCH(1,1) διορθώνει την ετεροσκεδαστικότητα της σειράς. Ως προς το EGARCH(1,1) δεν πήραμε σημαντικά αποτελέσματα και οι εκτιμήσεις των παραμέτρων τους

συνοδεύτηκαν από προβλήματα σύγκλισης. Στη σειρά των αποδόσεων των δυο λεπτών, η τιμή της στατιστικής BDS των καταλοίπων του GARCH(1,1) μειώθηκε σχετικά, όχι όμως και οι σειρές των άλλων αποδόσεων που θεωρήθηκαν στην παρούσα εργασία.

Από τα θέματα στην αντζέντα της έρευνας δεδομένων υψηλής συχνότητας, σημαντική θέση κατέχει η μελέτη της μεταβλητότητας μέσα στην ημέρα, ιδιαίτερα μετά την εργασία των Amihud and Mendelson(1987). Δύο ερμηνείες έχουν δοθεί: η TMT και PFT. Από τα εμπειρικά ευρήματα προέκυψε ότι, η μεταβλητότητα στην τιμή ανοίγματος και στην τιμή κλεισίματος είναι μεγαλύτερη από τη μεταβλητότητα σε κάθε άλλη θεωρούμενη χρονική περίοδο (U-shape), που σημαίνει ότι ο μεγαλύτερος αριθμός των ειδήσεων που διοχετεύονται στην αγορά συγκεντρώνεται στο άνοιγμα και στο κλείσιμο της συνεδρίασης.

Επίσης, σημαίνει ότι η μεταβλητότητα μειώνεται όσο εξελίσσεται η χρηματιστηριακή συνεδρίαση, με άλλα λόγια, οι συναλλαγές διευκολύνουν στη διάδοση της πληροφορίας και οι τιμές έχουν μικρότερο θόρυβο. Αυτό αποτελεί ένδειξη για την αποδοχή της υπόθεσης της PFT, η οποία δεν έρχεται σε αντίθεση με την υπόθεση της αποτελεσματικής αγοράς στην ασθενή της μορφή.

Ακόμα, από τα αποτελέσματα αυτά υπάρχουν ενδείξεις ότι, πιθανά να υπάρχει μετάδοση πληροφορίας στο διάστημα που η αγορά παραμένει κλειστή, που εξετάζεται στη συνέχεια.



Για τον έλεγχο της υπόθεσης της διάδοσης της overnight information υπολογίστηκε η συνολική απόδοση σαν το άθροισμα της ημερήσιας διακύμανσης ( $\rho_t$ ) και της μεταβολής της τιμής ανοίγματος από το κλείσιμο της προηγούμενης ( $\eta_t$ ). Αυτή η σειρά έχει παρόμοια χαρακτηριστικά με τις προηγούμενες σειρές αποδόσεων. Για πολύ μικρές τιμές της απόδοσης αναμένεται να είναι  $\eta_t \approx -\rho_t$ .

Ωστόσο, η παλινδρόμηση της  $\rho_t$  στην  $\eta_t$  δεν έδωσε σημαντικά αποτελέσματα. Όμως, η εκτίμηση ενός υποδείγματος GARCH(1,1) σε αυτή τη σειρά των αποδόσεων ήταν ικανοποιητικό. Συνολικά πάντως, δεν μπορούμε να αποδεχθούμε την υπόθεση ότι, η overnight πληροφορία είναι χρήσιμη στην πρόβλεψη της ενδο-ημερήσιας διακύμανσης, αποτέλεσμα που δεν έρχεται σε αντίθεση με την υπόθεση της αποτελεσματικής αγοράς στην ασθενή της μορφή.

Βέβαια, υπάρχει η περίπτωση της μη-γραμμικής σχέσης μεταξύ των  $\rho_t$  και  $\eta_t$ , που δεν εξετάστηκε στην παρούσα εργασία.

## ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Στην εργασία αυτή ασχοληθήκαμε με την υπόθεση της αποτελεσματικής αγοράς και ειδικότερα με τα υποδείγματα τιμών μετοχών, όπως εξελίχθηκαν από τις αρχές του 1900 μέχρι σήμερα.

Στο δεύτερο μέρος της εργασίας αυτής παρουσιάστηκαν τα αποτελέσματα της ανάλυσης σε δεδομένα υψηλής συχνότητας στο Χρηματιστήριο Αξιών Αθηνών για την περίοδο 6/1998 έως 9/1998. Τα δεδομένα αφορούσαν σε παρατηρήσεις ανά λεπτό για το διάστημα των 73 ημερών, δηλαδή, περίπου 12,000 παρατηρήσεις.

Συνολικά, όπως προκύπτει από τα αποτελέσματα της οικονομετρικής διερεύνησης, υπάρχουν ασθενείς μόνον ενδείξεις για την απόρριψη της αποτελεσματικής αγοράς στην ασθενή της μορφή στην υπό εξέταση περίοδο.

## Βιβλιογραφικές αναφορές

Abhyankar, A., L.S.Copeland and W.Wong (1995) "Nonlinear dynamics in real-time equity market indices: Evidence from the United Kingdom", *The Economic Journal*, 105, pp. 864-880.

Akgiray, V. (1989) "Conditional heteroskedasticity in time series of stock returns: Evidence and forecasts", *Journal of Business*, 62(1), pp. 55-80.

Amihud, Y., and H.Mendelson (1987) "Trading mechanisms and stock returns: An empirical investigation", *The Journal of Finance*, 42, pp. 533-553.

Andersen, T.G., and T.Bollerslev (1997) "Heterogeneous information arrivals and return volatility dynamics: Uncovering the long-run in high frequency returns", *The Journal of Finance*, vol. LII, no. 3, pp. 975-1005.

Andersen, T.G., T.Bollerslev, F.Diebold and H.Evans (2001) "The distribution of realized stock return volatility", *Journal of Financial Economics*, 61, pp. 43-76.

Andreou, E., N.Pittis, and A.Spanos (2001) "On modelling speculative prices: The empirical literature", *Journal of Economic Surveys*, 15(2), pp. 188-220.

Cohen, K., et.al. (1986) "*The microstructure of securities markets*", Prentice-Hall.

Dimson, E., and M.Mussavian (1998) "A brief history of market efficiency", *European Financial Management*, 4(1), pp. 91-193.

Dunis, C. (ed.) (1998) "Nonlinear modelling of high frequency financial time series", J.Wiley.

Gavridis, M., R.N.Markellos and T.C.Mills (1999) "High-frequency random walks?" In P.Lequeux (ed.) *Financial Markets Tick by Tick: Insights in Financial Markets Microstructure*, pp. 227-255, J.Wiley Trading Advantage.

Gerety, M.S., and J.H.Mulherin (1994) "Price formation on stock exchanges: The evolution of trading within the day", *The Review of Financial Studies*, 7(3), pp. 609-629.

Goodhart, C.A.E., and M.O' Hara (1997) "High frequency data in financial markets: Issues and applications", *Journal of Empirical Finance*, 4, pp. 73-114.

Granger, C.W.J. (1970) "What a random walk does not say", *Financial Analysis Journal*, May-June.

Grossman, S.J., and J.Stiglitz (1976) "Information and competitive price systems", *American Economic Review*, 66, pp. 146-153.



Harris, L. (1986) "A transactions data study of weekly and intradaily patterns in stock returns", *Journal of Financial Economics*, 16, pp. 99-117.

Hsieh, D. (1991) "Chaos and nonlinear dynamics: Application to financial markets", *The Journal of Finance*, 46, pp. 1839-77.

Kyle, A.S. (1985) "Continuous auctions and insider trading", *Econometrica*, 53, pp. 1315-35.

Kyrtsou, C, and V.Terraza (2000) « Volatility behavior in emerging markets : A case study of the Athens stock exchange using daily and intr-daily data », *European Research Studies*, Vo. III, No (3-4), pp. 3-17.

Lequeux, P. (ed.) (1999) "*Financial Markets Tick by Tick: Insights in Financial Markets Microstructure*", J.Wiley Trading Advantage.

Lin, S.-J., J.Knight and S.Satchell (1999) „Modelling intra-day equity prices and volatility using information arrival: A comparative study of different choices of informational proxies", In P.Lequeux (ed.) *Financial Markets Tick by Tick: Insights in Financial Markets Microstructure*, pp. 27-65, J.Wiley Trading Advantage.

Markellos, R.N., and C.Siriopoulos (2002) "Time-series behavior of intra-daily data from the Athens stock exchange", *International Transactions in Operational Research*, 9(5), pp. 619-629.

Markellos, R.N., T.C.Mills and C.Siriopoulos (2003) "Intradaily behavior of listed and unlisted security basket indices in the emerging Greek stock market", *Managerial Finance Journal*, 29(9), pp. 29-55.

Stoll, H.R., and R.E. Whaley (1990) "Stock market structure and volatility", *Review of Financial Studies*, 3, pp. 37-71.

Toulson, D., S.Toulson and A.Sinclair (1999) "Constructing a managed portfolio of high frequency LIFFE futures positions", In P.Lequeux (ed.) *Financial Markets Tick by Tick: Insights in Financial Markets Microstructure*, pp. 347-376, J.Wiley Trading Advantage.

Wod, R.A., T.H.McInish and J.K.Ord (1985) "An investigation of transaction data for NYSE stocks", *The Journal of Finance*, 40, pp. 723-741.

Zhou, B. (1996) "High-frequency data and volatility in foreign-exchange rates", *Journal of Business and Economic Statistics*, 14(1), pp. 45-52.