ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΓΡΑΜΜΑΤΕΙΑΣ ΤΜΗΜΑΤΟΣ

(για τη συνεργασία Τμήματος / Εθνικού Κέντρου Τεκμηρίωσης
εφαρμογή του άρθρ. 70, παρ. 15, Ν. 1566/85)

ΙΔΡΥΜΑ Πανεπιστήμιο Πειραιώς

ΣΧΟΛΗ __________

ΤΜΗΜΑ Στατιστικής και Ασφαλιστικής Επιστήμης

Υπευθ. Γραμματείας για παρακολούθηση

Ονομα: __________ Επώνυμο: __________

τηλ. ____ / _______

Διεύθυνση Γραμματείας

Οδός: Καραολή Δημητρίου Αριθμ. 80

Ταχ. Κωδ.: 18534 Πόλη: Πειραιάς

Παρακαλούμε να συμπληρώσετε (με **ΚΕΦΑΛΑΙΑ ΓΡΑΜΜΑΤΑ**) τα παρακάτω στοιχεία και να αποστείλετε το δελτίο στο Εθνικό Κέντρο Τεκμηρίωσης (Βασ. Κωνσταντίνου 48, 116 35 Αθήνα)

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ

ΤΜΗΜΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΑΣΦΑΛΙΣΤΙΚΗΣ ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ

ΔΙΔΑΚΤΟΡΙΚΗ ΔΙΑΤΡΙΒΗ

του Ε.Μ.Υ. Δημ. Κυριάκη

ΘΕΜΑ : Ανάπτυξη μαθηματικών τύπων υπολογισμού των παρουσών αξιών των παροχών και εφαρμογής αυτών σε σχέδιο εκπόνησης αναλογιστικής μελέτης για την ίδρυση Ασφαλιστικού Ταμείου.

ΣΥΜΒΟΥΛΕΥΤΙΚΗ ΕΠΙΤΡΟΠΗ

Β. ΜΠΕΝΟΣ	Καθηγητής	:	Επιβλέπων Καθηγητής
Δ. ΑΘΑΝΑΣΟΠΟΥΛΟΣ	Καθηγητής	:	Μέλος
Δ. ΣΤΕΓΓΟΣ	Επίκουρος Καθηγητής	:	Μέλος

ΠΕΙΡΑΙΑΣ, ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΣ 1996

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

		ΣΕΛΙΣ
	Πρόλογος	3
1.	Οικονομικά συστήματα Συνταξιοδοτικών Ταμείων	5
2.	Ασφαλιστικές εισφορές	9
3.	Παροχές συντάξεων και εφάπαξ ποσών	15
4.	Εφάπαξ παροχές σε περίπτωση θανάτου ικανού μέλους .	29
5.	Συντάξεις χηρείας λόγω θανάτου ικανού μέλους	35
6.	Επιστροφή ασφαλιστικών εισφορών	51
7.	Σύνθετοι συνταξιοδοτικοί τύποι υπολογισμού των παροχών λόγω γήρατος , αναπηρίας, και θανάτου.	55
8.	Εφαρμογή των σύνθετων μαθηματικών τύπων υπολογισμού των παρουσών αξιών των παροχών στην εκπόνηση αναλογιστικής μελέτης για την ίδρυση Συνταξιοδοτικού Ταμείου.	129

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Η συνήθης πρακτική, που ακολουθείται στους υπολογισμούς των παρουσών αξιών των παροχών ενός Συνταξιοδοτικού Ταμείου προς τους ασφαλισμένους του, είναι η κατασκευή μιας κλίμακας μισθών εξαρτωμένης από τους μισθούς των ασφαλισμένων, ο καθορισμός των παροχών στις προβλεπόμενες ημερομηνίες επέλευσης των ασφαλιστικών κινδύνων και η χρησιμοποίηση ραντών για τον υπολογισμό των παροχών αυτών σε παρούσες αξίες.

Οι ράντες όμως αυτές (π.χ. Ε.V.Κ.), δεν εξαρτώνται από τους μισθούς των ασφαλισμένων, ούτε από τους τύπους υπολογισμού των παροχών, όπως αυτοί αναφέρονται στα Καταστατικά των Ταμείων.

Η συμβολή της εργασίας αυτής στην εκπόνηση αναλογιστικών μελετών, εστιάζεται στην ανάπτυξη μαθηματικών τύπων υπολογισμού των παρουσών αξιών των βασικότερων συνταξιοδοτικών παροχών που συναντώνται στην Κοινωνική και Ιδιωτική ασφάλιση. Στους τύπους αυτούς υπεισέρχονται τόσο η εξέλιξη των μισθών όσο και οι παροχές, όπως αυτές αναφέρονται στα Καταστατικά των Ταμείων. Δηλαδή για κάθε μορφή παροχής, αναπτύσσεται και ένας αντίστοιχος μαθηματικός τύπος υπολογισμού της παρούσας αξίας της, στον οποίο υπεισέρχεται και η εξέλιξη του μισθού.

Με την ανάπτυξη αυτών των τύπων επιτυγχάνεται ρεαλιστικότερη και αντικειμενικότερη προσέγγιση στους υπολογισμούς των παρουσών αξιών των παροχών και περιορίζεται ο υποκειμενικός παράγοντας στην εκπόνηση αναλογιστικών μελετών.

Επίσης οι εν λόγω μαθηματικοί τύποι :

α) δείχνουν τη συμμετοχή του κάθε έτους ασφάλισης στη διαμόρφωση της παρούσας αξίας του ποσού σύνταξης και β) δύνανται εύκολα να εκφρασθούν μέσω αναλογιστικών συμβόλων μετατροπής με αποτέλεσμα τη δυνατότητα κατασκευής αναλογιστικών πινάκων, διευκολύνοντας έτσι το έργο του αναλογιστή.

Εκτός από τα παραπάνω στην εργασία αυτή :

α) έχει συγκεντρωθεί και πλήρως αναλυθεί η θεωρία εκπόνησης αναλογιστικών μελετών με βάση το κεφαλαιοποιητικό σύστημα,

β) έχει αποδειχθεί κατά πρωτότυπο τρόπο ο μαθηματικός τύπος υπολογισμού της παρούσας αξίας των ασφαλιστικών εισφορών και

γ) έχει γίνει πρακτική εφαρμογή των παραπάνω τύπων στην εκπόνηση αναλογιστικής μελέτης για την ίδρυση ασφαλιστικού ταμείου.

Στο σημείο αυτό, θέλω να ευχαριστήσω θερμά τους Καθηγητές μου κ.κ. Β. Μπένο, Δ. Αθανασόπουλο και Δ. Στέγγο, διότι με την πολύτιμη συμβολή τους κατέστη δυνατή η ολοκλήρωση της εργασίας αυτής.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

Οικονομικά Συστήματα Συνταξιοδοτικών Ταμείων

1.1. Γενικά

Τα κυριότερα οικονομικά συστήματα, με βάση τα οποία λειτουργούν τα Συνταξιοδοτικά Ταμεία, είναι το διανεμητικό και το κεφαλαιοποιητικό (ή του μέσου ασφαλίστρου).

Σύμφωνα με το διανεμητικό σύστημα, στην αρχή κάθε έτους γίνεται πρόβλεψη των ετήσιων εξόδων του Συνταξιοδοτικού Ταμείου και για την κάλυψή τους αυξάνονται παράλληλα οι ασφαλιστικές εισφορές. Κατά τα πρώτα έτη λειτουργίας του Συνταξιοδοτικού Ταμείου, το ασφάλιστρο που απαιτείται είναι μικρό, με την πάροδο όμως των ετών αυξάνεται λόγω αύξησης του αριθμού των συνταξιούχων, γίνεται δε δυσβάσταχτο όταν οι προϋποθέσεις συνταξιοδότησης του Ταμείου, ευνοούν την συνταξιοδότηση των ασφαλισμένων του σε μικρή ηλικία και οι παροχές των συνταξιούχων του κυμαίνονται σε υψηλά επίπεδα.

Για παράδειγμα, εάν ισχύει η σχέση (συνταξιούχοι) / (ασφαλισμένοι) =1, τότε ο κάθε εν ενεργεία ασφαλισμένος πρέπει να καλύπτει τη σύνταξη ενός συνταξιούχου.

Στο κεφαλαιοποιητικό σύστημα, καθορίζεται ένα μέσο σταθερό ασφάλιστρο, ικανό να καλύψει μακροχρόνια τόσο τις σημερινές όσο και τις μελλοντικές υποχρεώσεις του Ταμείου προς τους ασφαλισμένους του. Κατά τα πρώτα έτη λειτουργίας του Συνταξιοδοτικού Ταμείου, τα έσοδά του από ασφαλιστικές εισφορές υπερβαίνουν κατά πολύ τις παροχές, με αποτέλεσμα τη δημιουργία αποθεματικών.

Η απόδοση αυτών των αποθεματικών αποτελεί ένα πρόσθετο έσοδο για το Ταμείο και με τον τρόπο αυτό, το ύψος του απαιτούμενου ασφαλίστρου παραμένει σε λογικά επίπεδα σε μακροχρόνια βάση. Για τον καθορισμό αυτού του ασφαλίστρου απαιτείται ο υπολογισμός σε παρούσες αξίες, των παρακάτω ποσών.

1. Εισφορές :

   α. ασφαλισμένων (ενεργών μελών και νέας γενιάς)

   β. εργοδοτών (ενεργών μελών και νέας γενιάς)

Τα έσοδα από ασφαλιστικές εισφορές δύνανται να βαρύνουν ισομερώς ή ανισομερώς ασφαλισμένους και εργοδότες ή να καλύπτονται πλήρως από τους εργοδότες ή τους ασφαλισμένους.

2. Λοιπά έσοδα (κοινωνική εισφορά κ.λ.π.)

3. Παροχές :

   α. σε περίπτωση συνταξιοδότησης λόγω γήρατος των εν ενεργεία ασφαλισμένων,

   β. σε περίπτωση συνταξιοδότησης λόγω αναπηρίας των εν ενεργεία ασφαλισμένων,

   γ. σε περίπτωση θανάτου των εν ενεργεία ασφαλισμένων (χηρών - ορφανών)

      γ1. πριν τη συνταξιοδότηση των εν ενεργεία ασφαλισμένων

      γ2. μετά τη συνταξιοδότηση των εν ενεργεία ασφαλισμένων λόγω γήρατος ή αναπηρίας,

   δ. των ήδη συνταξιούχων,

   ε. της νέας γενιάς και

   στ. λοιπών εξόδων.

Στα παρακάτω κεφάλαια, έχουν αναπτυχθεί μαθηματικοί τύποι υπολογισμού των παρουσών αξιών των εισφορών και των βασικότερων συνταξιοδοτικών παροχών, που συναντώνται στην Κοινωνική και Ιδιωτική ασφάλιση.

Η παρούσα αξία των παροχών αναλύεται στην παρούσα αξία της παροχής, που οφείλεται στην ασφάλιση του ασφαλισμένου μεταξύ της ηλικίας εισόδου του στο Συνταξιοδοτικό ταμείο και της σημερινής του ηλικίας (Past Service Benefits) και στην παρούσα αξία της παροχής, που οφείλεται στην ασφάλιση μεταξύ της σημερινής ηλικίας και της ηλικίας συνταξιοδότησης (Future Service Benefits). Περαιτέρω, με αναδιάταξη των όρων των αθροισμάτων των εν λόγω μαθηματικών τύπων υπολογισμού των παρουσών αξιών των παροχών, προκύπτουν μαθηματικοί τύποι, στους οποίους φαίνεται η συμμετοχή του κάθε έτους ασφάλισης, στη διαμόρφωση του ποσού σύνταξης.

Για τον υπολογισμό των παρουσών αξιών των εισφορών και παροχών ενός Συνταξιοδοτικού Ταμείου, είναι αναγκαία η εισαγωγή στους υπολογισμούς των παρακάτω παραγόντων :

l_x = αριθμός ικανών μελών ηλικίας ακριβώς x.

d_x = αριθμός ικανών μελών, που θα εξέλθουν της ασφάλισης λόγω θανάτου, μεταξύ των ηλικιών x και x+1.

w_x = αριθμός ικανών μελών, που θα εξέλθουν της ασφάλισης λόγω αποχώρησης, μεταξύ των ηλικιών x και x+1.

i_x = αριθμός ικανών μελών, που θα εξέλθουν της ασφάλισης λόγω αναπηρίας, μεταξύ των ηλικιών x και x+1.

r_x = αριθμός ικανών μελών, που θα εξέλθουν της ασφάλισης λόγω γήρατος, μεταξύ των ηλικιών x και x+1.

r_ω = αριθμός ικανών μελών, που θα εξέλθουν της ασφάλισης λόγω γήρατος, ακριβώς στην ηλικία ω (ω υποχρεωτική ηλικία συνταξιοδότησης).

Οι παραπάνω ποσότητες συνδέονται μέσω της αναγωγικής σχέσης :

$l_{x+1} = l_x - (d_x + w_x + i_x + r_x)$ για $x \le \omega - 1$, 1.1 (1)

$l_x = 0 \ \forall x > \omega$

Ειδικότερα στην περίπτωση που οι ασφαλιστικές εισφορές και παροχές εξαρτώνται των αποδοχών των ασφαλισμένων, καθίσταται αναγκαία η πρόβλεψη εξέλιξης αυτών των αποδοχών. Για μια τέτοια πρόβλεψη είναι αναγκαία η εισαγωγή των ακόλουθων συναρτήσεων :

$\hat{E}(S_x)$ είναι ο ετήσιος μισθός ασφαλισμένου, ηλικίας σήμερα x, που αποκτάται μεταξύ των ηλικιών x και x+1.

$\hat{E}(S_t)$ είναι η εκτίμηση του ετήσιου μισθού ασφαλισμένου, ηλικίας σήμερα x, που αναμένεται να αποκτηθεί μεταξύ των ηλικιών t και t+1 με t>x.

Για να γίνουν δυνατές αυτές οι προβλέψεις, εισάγουμε ακόμα την κλιμακωτή συνάρτηση μισθού s_y, τέτοια ώστε :

$$\hat{E}(S_t) = \hat{E}(S_x) \cdot \frac{s_t}{s_x}, \quad 1.1\ (2)$$

Η συνάρτηση s_y εξαρτάται από τον πληθωρισμό καθώς και από τα προσόντα, την αρχαιότητα, την οικογενειακή κατάσταση και το επάγγελμα των εργαζομένων. Συνήθως η συνάρτηση s_y είναι μια κλιμακωτή συνάρτηση με σταθερό βήμα αύξησης ανά ηλικία.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. Life Contingencies by Alistair Neill (παρ. 10.1).
2. An introduction to Pension Funds by E.M. LEE (παρ. 2.9 έως 2.14, παρ. 5.3 έως 5.8 και παρ. 5.9 έως 5.12).

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

ΑΣΦΑΛΙΣΤΙΚΕΣ ΕΙΣΦΟΡΕΣ

2.1. Γενικά

Δύο είναι οι βασικότεροι τρόποι καταβολής των περιοδικών ασφαλιστικών εισφορών ανά ασφαλισμένο : σε σταθερό ποσό και σε σταθερό ποσοστό του μισθού.

Για κάθε μία από τις περιπτώσεις αυτές, θα υπολογισθεί η παρούσα αξία (Present Value - P.V.) των ασφαλιστικών εισφορών, που καταβάλλονται από την σημερινή ηλικία ασφαλισμένου μέχρι την ηλικία αποχώρησης του από την ασφάλιση.

Επειδή η καταβολή του ετήσιου ασφαλίστρου γίνεται ομοιόμορφα εντός του έτους, δεχόμαστε για ευκολία των υπολογισμών ότι το ετήσιο ασφάλιστρο καταβάλλεται στο μέσο του έτους. Επιπλέον επειδή το ασφάλιστρο, που καταβάλλεται στο έτος αποχώρησης από την ασφάλιση, δεν είναι ακέραιο (ολόκληρο) αλλά ανάλογο του χρονικού διαστήματος που μεσολαβεί μεταξύ της αρχής του έτους αποχώρησης και του ακριβούς χρόνου αποχώρησης, δεχόμαστε ότι το καταβαλλόμενο ασφάλιστρο κατά το έτος αποχώρησης είναι το ήμισυ του κανονικού ασφαλίστρου.

Έστω η τυχαία μεταβλητή :

T = ηλικία αποχώρησης ασφαλισμένου ηλικίας σήμερα x.

Το ενδεχόμενο $\{T=t\}$ σημαίνει ότι η αποχώρηση γίνεται μεταξύ των ετών t και $t+1$ και ακριβώς στην ηλικία ω για $t=\omega$, όπου ω η υποχρεωτική ηλικία συνταξιοδότησης.

Έστω :

$f(t)$ = παρούσα αξία των ασφαλίστρων που καταβάλλονται από ασφαλισμένο σήμερα ηλικίας x μέχρι την ηλικία συνταξιοδότησης, αν T=t.

Τότε η παρούσα αξία (P.V.) των ασφαλίστρων που καταβάλλονται από ασφαλισμένο σήμερα ηλικίας x, από την ηλικία x μέχρι την ηλικία συνταξιοδότησής του, δίνεται από τη σχέση :

$$(P.V.)_x = E[f(T)] = \sum_{t=x}^{\omega} f(t) \cdot P[T = t]$$

Η συνάρτηση πιθανότητας της ηλικίας αποχώρησης ενός ασφαλισμένου σήμερα ηλικίας x, δίνεται από τη σχέση :

$$P[T = t] = \frac{l_t - l_{t+1}}{l_x} \text{ για } x \leq t \leq \omega - 1$$

και :

$$P[T = \omega] = \frac{l_\omega}{l_x} \text{ για } t=\omega$$

Με βάση τα παραπάνω, θα υπολογισθεί η παρούσα αξία (P.V.) της ασφαλιστικής εισφοράς, στην περίπτωση που αυτή αποτελεί :

α) σταθερό ποσό και

β) ποσοστό ενός μισθού.

2.2. Ασφαλιστική εισφορά σε σταθερό ποσό

Θεωρούμε ασφαλισμένο ηλικίας σήμερα x, του οποίου η ετήσια ασφαλιστική εισφορά αποτελεί ένα σταθερό ποσό C.

Η παρούσα αξία του σταθερού ποσού C που θα καταβληθεί από τον ασφαλισμένο στο έτος t (με την προϋπόθεση ότι παραμένει στην ασφάλιση σαν ικανό μέλος), όπου $t \geq x$, με επιτόκιο προεξόφλησης i είναι :

$$C \cdot (1+i)^{-\left(t-x+\frac{1}{2}\right)} = C \cdot \upsilon^{t-x+\frac{1}{2}}$$

όπου $u=(1+i)^{-1}$, υποθέτοντας ότι οι καταβολές των ασφαλίστρων γίνονται στο μέσο του έτους.

Η συνάρτηση f(t) της παρ. 2.1. στην περίπτωση αυτή ορίζεται ως εξής :

$$f(t)=\begin{cases} \frac{1}{2}\cdot C\cdot u^{\frac{1}{2}} & \text{για } t=x \\ C\cdot\sum_{s=x}^{t-1}u^{s-x+\frac{1}{2}}+\frac{C}{2}\cdot u^{t-x+\frac{1}{2}} & \text{για } x+1\le t\le\omega-1 \\ C\cdot\sum_{s=x}^{\omega-1}u^{s-x+\frac{1}{2}} & \text{για } t=\omega \end{cases}$$

Η παραπάνω σχέση γράφεται :

$$f(t)=\begin{cases} C\cdot\sum_{s=x}^{t}u^{s-x+\frac{1}{2}}-\frac{C}{2}\cdot u^{t-x+\frac{1}{2}} & \text{για } x\le t\le\omega-1 \\ C\cdot\sum_{s=x}^{\omega-1}u^{s-x+\frac{1}{2}} & \text{για } t=\omega \end{cases}$$

Η παρούσα αξία των ασφαλίστρων που καταβάλλονται από ασφαλισμένο, σήμερα ηλικίας x, από την ηλικία (έτος) x μέχρι το έτος αποχώρησης, δίνεται από τη σχέση :

$$(P.V.)_x=\sum_{t=x}^{\omega}f(t)\cdot p[T=t]=$$

$$C\cdot\sum_{t=x}^{\omega-1}\left(\sum_{s=x}^{t}u^{s-x+\frac{1}{2}}\right)\cdot p[T=t]-\frac{C}{2}\sum_{t=x}^{\omega-1}u^{t-x+\frac{1}{2}}\cdot p[T=t]+C\left(\sum_{s=x}^{\omega-1}u^{s-x+\frac{1}{2}}\right)\cdot p[T=\omega]$$

Με αναδιάταξη των όρων του διπλού αθροίσματος προκύπτει :

$$(P.V.)_x=C\cdot\sum_{s=x}^{\omega-1}u^{s-x+\frac{1}{2}}\sum_{t=s}^{\omega-1}p[T=t]-\frac{C}{2}\cdot\sum_{t=x}^{\omega-1}u^{t-x+\frac{1}{2}}\cdot p[T=t]+C\left(\sum_{s=x}^{\omega-1}u^{s-x+\frac{1}{2}}\right)\cdot p[T=\omega]=$$

$$C\cdot\sum_{t=x}^{\omega-1}u^{t-x+\frac{1}{2}}\cdot\frac{l_t-l_\omega}{l_x}-\frac{C}{2}\cdot\sum_{t=x}^{\omega-1}u^{t-x+\frac{1}{2}}\cdot\frac{l_t-l_{t+1}}{l_x}+\left(C\cdot\sum_{t=x}^{\omega-1}u^{t-x+\frac{1}{2}}\right)\cdot\frac{l_\omega}{l_x}=$$

$$= C \cdot \sum_{t=x}^{\omega-1} u^{t-x+\frac{1}{2}} \cdot \frac{l_t + l_{t+1}}{2l_x}$$

Άρα :

$$(P.V.)_x = \frac{C}{l_x} \cdot \sum_{t=x}^{\omega-1} u^{t-x+\frac{1}{2}} \cdot l_{t+\frac{1}{2}}$$

όπου : $l_{t+\frac{1}{2}} = \frac{l_t + l_{t+1}}{2}, \ x \le t \le \omega - 1$

2.3. Ασφαλιστική εισφορά εξαρτώμενη του μισθού

Η ασφαλιστική εισφορά κατά το έτος t ασφαλισμένου σήμερα ηλικίας x, $(t \ge x)$, ισούται με :

$$\rho \cdot \hat{E}(S_t)$$

όπου :

$\hat{E}(S_t)$ είναι η εκτίμηση του αναμενόμενου μισθού στο έτος t (πρβλ παρ. 1.1),

ρ είναι το ποσοστό ασφαλίστρου καθορισμένο από το Καταστατικό του Συνταξιοδοτικού Ταμείου.

Η παρούσα αξία λοιπόν της εισφοράς που καταβάλλεται στο έτος t, όπου $t \ge x$ (με την προϋπόθεση ότι ο ασφαλισμένος παραμένει στην ασφάλιση στο έτος t σαν ικανό μέλος), είναι :

$$u^{t-x+\frac{1}{2}} \cdot \rho \cdot \hat{E}(S_t)$$

υποθέτοντας ότι οι καταβολές των ασφαλίστρων γίνονται στο μέσο του έτους.

Με παρόμοιο τρόπο όπως και στην παρ. 2.2, η παρούσα αξία των ασφαλίστρων που καταβάλλονται από ασφαλισμένο σήμερα ηλικίας x μέχρι την ηλικία συνταξιοδότησης, αν T=t, δίνεται από τη σχέση :

$$f(t)=\begin{cases}\frac{1}{2}\rho\hat{E}(S_x)u^{\frac{1}{2}} & \text{για } t=x\\ \rho\cdot\sum_{s=x}^{t-1}u^{s-x+\frac{1}{2}}\cdot\hat{E}(S_s)+\frac{\rho}{2}\cdot u^{t-x+\frac{1}{2}}\cdot\hat{E}(S_t) & \text{για } x+1\le t\le\omega-1\\ \rho\cdot\sum_{s=x}^{\omega-1}u^{s-x+\frac{1}{2}}\cdot\hat{E}(S_s) & \text{για } t=\omega\end{cases}$$

Η παραπάνω σχέση γράφεται :

$$f(t)=\begin{cases}\rho\cdot\sum_{s=x}^{t}u^{s-x+\frac{1}{2}}\cdot\hat{E}(S_s)-\frac{\rho}{2}\cdot u^{t-x+\frac{1}{2}}\cdot\hat{E}(S_t) & \text{για } x\le t\le\omega-1\\ \rho\cdot\sum_{s=x}^{\omega-1}u^{s-x+\frac{1}{2}}\cdot\hat{E}(S_s) & \text{για } t=\omega\end{cases}$$

Η παρούσα αξία των ασφαλίστρων που καταβάλλονται από τον ασφαλισμένο, σήμερα ηλικίας x, από την ηλικία (έτος) x μέχρι το έτος αποχώρησης, δίνεται από τη σχέση :

$$(P.V.)_x=\sum_{t=x}^{\omega}f(t)\cdot\underline{p}[T=t]=$$

$$=\rho\sum_{t=x}^{\omega-1}\left(\sum_{s=x}^{t}u^{s-x+\frac{1}{2}}\cdot\hat{E}(S_s)\right)\cdot\underline{p}[T=t]-\frac{\rho}{2}\sum_{t=x}^{\omega-1}u^{t-x+\frac{1}{2}}\cdot\hat{E}(S_t)\cdot\underline{p}[T=t]+\rho\left(\sum_{s=x}^{\omega-1}u^{s-x+\frac{1}{2}}\cdot\hat{E}(S_s)\right)\cdot\underline{p}[T=\omega]$$

Με αναδιάταξη των όρων του διπλού αθροίσματος προκύπτει :

$$(P.V.)_x=\rho\cdot\sum_{s=x}^{\omega-1}u^{s-x+\frac{1}{2}}\cdot\hat{E}(S_s)\cdot\sum_{t=s}^{\omega-1}\underline{p}[T=t]-$$

$$\frac{\rho}{2}\cdot\sum_{t=x}^{\omega-1}u^{t-x+\frac{1}{2}}\cdot\hat{E}(S_t)\cdot\underline{p}[T=t]+\rho\cdot\left(\sum_{s=x}^{\omega-1}u^{s-x+\frac{1}{2}}\cdot\hat{E}(S_s)\right)\underline{p}[T=\omega]=$$

$$\rho\cdot\sum_{t=x}^{\omega-1}u^{t-x+\frac{1}{2}}\cdot\hat{E}(S_t)\cdot\frac{l_t-l_\omega}{l_x}-\frac{\rho}{2}\cdot\sum_{t=x}^{\omega-1}u^{t-x+\frac{1}{2}}\cdot\hat{E}(S_t)\cdot\frac{l_t-l_{t+1}}{l_x}+$$

$$\rho\left(\sum_{t=x}^{\omega-1}u^{t-x+\frac{1}{2}}\cdot\hat{E}(S_t)\right)\cdot\frac{l_\omega}{l_x}=$$

$$\rho\cdot\sum_{t=x}^{\omega-1}u^{t-x+\frac{1}{2}}\cdot\hat{E}(S_t)\cdot\frac{l_t+l_{t+1}}{2l_x}$$

Επομένως :

$$(P.V.)_x = \frac{\rho}{l_x} \cdot \sum_{t=x}^{\omega-1} u^{t-x+\frac{1}{2}} \cdot \hat{E}(S_t) \cdot l_{t+\frac{1}{2}}$$

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. Actuarial Mathematics by Newton L. Bowers (παρ. 10.3)
2. Life Contingencies by Alistair Neill (παρ. 10.5)

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

Παροχές συντάξεων και εφάπαξ ποσών

3.1. Γενικά

Οι παροχές ενός Συνταξιοδοτικού Ταμείου διακρίνονται σε:

α. συντάξεις λόγω γήρατος,

β. συντάξεις λόγω αναπηρίας,

γ. επιστροφή ασφαλιστικών εισφορών λόγω αποχώρησης από την α-σφάλιση του Συνταξιοδοτικού Ταμείου με ή χωρίς τόκο (σε μερικές περιπτώσεις, όταν ο αριθμός ετών ασφάλισης είναι μεγαλύτερος ε-νός ορίου, τότε θεμελιώνεται δικαίωμα σύνταξης, που αρχίζει στην καθορισμένη από το Καταστατικό ηλικία συνταξιοδότησης),

δ. παροχές λόγω θανάτου (σύνταξη χήρας, ορφανών, εξόδων κηδείας) και

ε. εφάπαξ βοηθήματα.

Σε αυτό το κεφάλαιο, θα ασχοληθούμε μόνο με τον υπολογισμό της πα-ρούσας αξίας (P.V.) των παροχών, που οφείλονται στην αποχώρηση ασφαλι-σμένου λόγω αναπηρίας και γήρατος όταν αυτές εξαρτώνται από :

- ένα σταθερό ποσό,
- ένα σταθερό ποσό και τα έτη ασφάλισης,
- τις αποδοχές μόνο,
- τις συνολικές αποδοχές που λαμβάνονται σε όλη τη διάρκεια της ασφάλισης,
- τον τελικό μισθό και τα έτη ασφάλισης (όταν δηλαδή για κάθε έτος ασφάλισης οι συντάξεις, αποτελούν ένα κλάσμα της μορφής $\frac{1}{K}$ του μισθού πλησίον της ηλικίας συνταξιοδότησης).

Όταν η παροχή εξαρτάται από τα έτη ασφάλισης, τότε η παρούσα αξία της (P.V.) αναλύεται :

- στην παρούσα αξία παροχής, που οφείλεται στην ασφάλιση μέχρι σήμερα (Past Service Benefits)
- στην παρούσα αξία παροχής, που οφείλεται στην μελλοντική ασφάλιση, δηλαδή στην ασφάλιση, η οποία θα διανυθεί μεταξύ της σημερινής ηλικίας και της ηλικίας συνταξιοδότησης (future service benefits)

Περαιτέρω, η παρούσα αξία της παροχής, που οφείλεται στην μελλοντική ασφάλιση (F.S.B.), αναλύεται στην επιμέρους συμβολή του κάθε μελλοντικού έτους ασφάλισης.

Όπως και στο Κεφάλαιο 2, έτσι και στις επόμενες ενότητες, δεχόμεθα ότι ο ακριβής χρόνος αποχώρησης, κατανέμεται ομοιόμορφα εντός του έτους αποχώρησης. Επομένως για ευκολία των υπολογισμών, θεωρούμε ότι η αποχώρηση λαμβάνει χώρα στο μέσο του έτους αποχώρησης. Εξαιρείται η υποχρεωτική ηλικία συνταξιοδότησης λόγω γήρατος ω, όπου οι αποχωρήσεις γίνονται ακριβώς στην ηλικία ω.

Στους υπολογισμούς που ακολουθούν, θα χρησιμοποιηθούν επιπρόσθετα οι ακόλουθοι συμβολισμοί :

r_ω = αριθμός ικανών μελών, που θα εξέλθουν της ασφάλισης λόγω γήρατος ακριβώς στην ηλικία υποχρεωτικής συνταξιοδότησης ω.

$\bar{a}_t^r$ = ράντα 1 ν.μ., πληρωτέα σύμφωνα με τους κανόνες του Συνταξιοδοτικού Ταμείου, για μέλος ηλικίας ακριβώς t, που μόλις συνταξιοδοτήθηκε λόγω γήρατος.

$\bar{a}_t^i$ = αντίστοιχη ράντα λόγω αναπηρίας.

Στις ενότητες 3.2. έως 3.3. μελετάται η παρούσα αξία σύνταξης λόγω αναπηρίας και γήρατος και στους υπολογισμούς υπεισέρχονται οι ράντες $\bar{a}_t^i$ και $\bar{a}_t^r$ αντίστοιχα.

Ανάλογος είναι και ο υπολογισμός της παρούσας αξίας εφάπαξ βοηθήματος, που οφείλεται στην αποχώρηση ασφαλισμένου λόγω αναπηρίας και γήρατος με την μόνη προφανή διαφορά ότι δεν υπεισέρχεται στους υπολογισμούς η ράντα "a".

3.2. Συντάξεις μη εξαρτώμενες του μισθού

Όταν οι συντάξεις δεν εξαρτώνται του μισθού διακρίνονται κυρίως σε δύο κατηγορίες :

- στις συντάξεις, που ισούνται με ένα σταθερό ποσό και
- στις συντάξεις, που εξαρτώνται από ένα σταθερό ποσό και τα έτη ασφάλισης.

3.2.1. <u>Συντάξεις σε σταθερό ποσό</u>

Στην περίπτωση αυτή, η σύνταξη ισούται με ένα σταθερό ποσό B ανεξάρτητα από τα έτη ασφάλισης και το ύψος των αποδοχών του ασφαλισμένου.

Θα υπολογισθούν οι παρούσες αξίες των συντάξεων λόγω αναπηρίας και γήρατος.

3.2.1.α. <u>Σύνταξη λόγω αναπηρίας (ill-health)</u>

Θεωρούμε ασφαλισμένο σήμερα ηλικίας x. Η παρούσα αξία της σύνταξης B, που θα δικαιωθεί ο ασφαλισμένος αυτός, όταν εξέλθει της ασφάλισης λόγω αναπηρίας μεταξύ των ηλικιών x και ω, είναι :

$$(P.V.)_x = \sum_{t=x}^{\omega-1} g_i(t) \qquad 3.2.1.\alpha.(1)$$

όπου $g_i(t) = \upsilon^{t-x+\frac{1}{2}} \cdot B \cdot \frac{l_t}{l_x} \cdot \bar{a}^i_{t+\frac{1}{2}}$

3.2.1.β. Σύνταξη λόγω γήρατος (age retirement)

Θεωρούμε ασφαλισμένο σήμερα ηλικίας x και ότι η υποχρεωτική ηλικία συνταξιοδότησης, σύμφωνα με τις διατάξεις του Καταστατικού του Συνταξιοδοτικού Ταμείου, είναι ω. Η παρούσα αξία της σύνταξης λόγω γήρατος υπολογίζεται με τον ίδιο τρόπο, που υπολογίσθηκε η παρούσα αξία της σύνταξης λόγω αναπηρίας, αντικαθιστώντας το σύμβολο i με το r.

$$(P.V.)_x = \sum_{t=x}^{\omega} g_r(t) \qquad 3.2.1.\beta(1)$$

$$\text{όπου } g_r(t) = \begin{cases} \upsilon^{t-x+\frac{1}{2}} \cdot B \cdot \bar{a}^r_{t+\frac{1}{2}} \cdot \frac{r_t}{l_x} & \text{, για } x \le t \le \omega - 1 \\ \upsilon^{\omega-x} \cdot B \cdot \bar{a}^r_{\omega} \cdot \frac{r_\omega}{l_x} & \text{, για } t = \omega \end{cases}$$

3.2.2. Συντάξεις εξαρτώμενες ενός σταθερού ποσού και των ετών ασφάλισης

Στην περίπτωση αυτή η σύνταξη ισούται με ένα σταθερό ποσό για κάθε έτος ασφάλισης, δηλαδή είναι της μορφής :

$$P = n_0 \cdot B$$

όπου :

B = σταθερό ποσό, που ορίζεται από το Καταστατικό του Συνταξιοδοτικού Ταμείου

n_o = συνολικός χρόνος ασφάλισης.

Θεωρούμε ασφαλισμένο σήμερα ηλικίας x με ήδη n έτη ασφάλιση και ότι η υποχρεωτική ηλικία συνταξιοδότησης είναι ω. Επειδή ο υπολογισμός της σύνταξης γίνεται βάσει των ετών ασφάλισης, η παρούσα αξία της σύνταξης, που θα δικαιωθεί ο ασφαλισμένος κατά τη συνταξιοδότησή του, είναι άθροισμα της παρούσας αξίας της σύνταξης, που οφείλεται στην ασφάλιση τη διανυθείσα μέχρι στην ηλικία x (Past Service Benefits) και την παρούσα αξία της σύνταξης της οφειλόμενης στην ασφάλιση, που θα διανυθεί μεταξύ της ηλικίας x και της υποχρεωτικής ηλικίας συνταξιοδότησης ω (Future Service Benefits) - το ικανό μέλος δύναται να συνταξιοδοτηθεί σε οποιαδήποτε ηλικία μεταξύ των ηλικιών x και ω.

Όπως στην προηγούμενη παράγραφο, έτσι και εδώ, διακρίνουμε τη συνταξιοδότηση λόγω αναπηρίας και τη συνταξιοδότηση λόγω γήρατος.

3.2.2.α. Σύνταξη λόγω αναπηρίας

Past Service Benefits

Έστω ότι ο ασφαλισμένος ηλικίας σήμερα x έχει ήδη n έτη ασφάλιση (ηλικία εισόδου στην ασφάλιση x-n). Επομένως εάν ο ασφαλισμένος συνταξιοδοτηθεί λόγω αναπηρίας στο έτος x (μεταξύ x και x+1) θα δικαιωθεί σύνταξη ύψους n·B, οφειλόμενης στην ασφάλιση, που διανύθηκε μέχρι την ηλικία x και η παρούσα αξία δίδεται από τον τύπο :

$$(PSB)_x = n \cdot B \cdot \sum_{t=x}^{\omega-1} u^{t-x+\frac{1}{2}} \cdot \frac{i_t}{l_x} \cdot \bar{a}^i_{t+\frac{1}{2}} \quad , \qquad 3.2.2.\alpha.(1)$$

Future Service Benefits

Η παρούσα αξία της σύνταξης λόγω αναπηρίας, του παραπάνω ασφαλισμένου, που οφείλεται στην ασφάλιση μεταξύ των ηλικιών x και ω δίδεται από τον τύπο :

$$(FSB)_x = \sum_{t=x}^{\omega-1} \left(t - x + \frac{1}{2}\right) g_i(t) \qquad 3.2.2.\alpha.(2)$$

όπου : $g_i(t) = u^{t-x+\frac{1}{2}} \cdot B \cdot \bar{a}^i_{t+\frac{1}{2}} \cdot \frac{i_t}{l_x}$, $x \le t \le \omega - 1$.

Μετά από αναδιάταξη του παραπάνω αθροίσματος, προκύπτει :

$$(F.S.B.)_x = \sum_{y=x}^{\omega-1} G_i(y) \qquad 3.2.2.\alpha.(3)$$

όπου : $G_i(y) = \frac{1}{2} g_i(y) + \sum_{t=y+1}^{\omega-1} g_i(t)$, $x \le y \le \omega - 1$.

Η ποσότητα $G_i(y)$, δηλώνει την παρούσα αξία της F.S.B. σύνταξης λόγω αναπηρίας, που οφείλεται στην ασφάλιση ακριβώς μεταξύ των ηλικιών y και $y+1$.

$$(P.V.)_x = (P.S.B.)_x + (F.S.B.)_x$$

3.2.2.β. Σύνταξη λόγω γήρατος

Η μέθοδος υπολογισμού της παρούσας αξίας της σύνταξης λόγω γήρατος είναι ίδια με εκείνη της σύνταξης λόγω αναπηρίας με τη διαφορά ότι η ράντα $\bar{a}^i$ αντικαθίσταται από την $\bar{a}^r$.

Past Service Benefits

Η παρούσα αξία της σύνταξης, που οφείλεται σε n έτη υπηρεσίας (ασφάλιση, που διανύθηκε μεταξύ της ηλικίας εισόδου στην ασφάλιση και της ηλικίας x), δίδεται από τον τύπο :

$$(P.S.B.)_x = n \cdot B \cdot \sum_{t=x}^{\omega-1} u^{t-x+\frac{1}{2}} \cdot \frac{r_t}{l_x} \cdot \bar{a}^r_{t+\frac{1}{2}} + u^{\omega-x} \cdot n \cdot B \cdot \frac{r_\omega}{l_x} \cdot \bar{a}^r_\omega \qquad 3.2.2.\beta.(1)$$

Future Service Benefits

Σύμφωνα με τα προηγούμενα, η παρούσα αξία της σύνταξης λόγω γήρατος, που οφείλεται στην αναμενόμενη ασφάλιση (μεταξύ της σημερινής ηλικίας x και της υποχρεωτικής ηλικίας συνταξιοδότησης ω) είναι :

$$(F.S.B.)_x = \sum_{t=x}^{\omega-1} \left(t - x + \frac{1}{2}\right) g_r(t) + (\omega - x) g_r(\omega) \quad , \qquad 3.2.2.\beta.(2)$$

$$\text{όπου : } g_r(t)=\begin{cases} u^{t-x+\frac{1}{2}}\cdot B\cdot \frac{r_t}{l_x}\cdot \bar{a}^r_{t+\frac{1}{2}} & \text{για } x\le t\le \omega-1 \\ u^{\omega-x}\cdot B\cdot \frac{r_\omega}{l_x}\cdot \bar{a}^r_\omega & \text{για } t=\omega \end{cases}$$

Μετά την αναδιάταξη του παραπάνω αθροίσματος, προκύπτει :

$$(F.S.B.)_x=\sum_{y=x}^{\omega-1} G_r(y) \quad , \qquad 3.2.2.\beta.(3)$$

$$\text{όπου : } G_r(y)=\frac{1}{2}g_r(y)+\sum_{t=y+1}^{\omega} g_r(t),\ x\le y\le \omega-1.$$

Η ποσότητα $G_r(y)$, δηλώνει την παρούσα αξία της F.S.B. σύνταξης λόγω γήρατος, που οφείλεται στην ασφάλιση ακριβώς μεταξύ των ηλικιών y και $y+1$.

$$(P.V.)_x=(P.S.B.)_x+(F.S.B.)_x$$

3.3. Συντάξεις εξαρτώμενες του μισθού

Διακρίνουμε δύο περιπτώσεις, όταν η σύνταξη βασίζεται :

α. στο σύνολο των αποδοχών, που αποκτήθηκαν σε όλη τη διάρκεια της ασφάλισης και

β. στον τελικό μισθό

Όπως αναφέραμε και στις προηγούμενες παραγράφους, ο υπολογισμός των παρουσών αξιών των συντάξεων λόγω γήρατος, είναι όμοιος μ'αυτόν του υπολογισμού των συντάξεων λόγω αναπηρίας, αντικαθιστώντας το i_x με το r_x, την ράντα $\bar{a}^i_x$ με την $\bar{a}^r_x$ και λαμβάνοντας υπόψη τη σύνταξη που οφείλεται σε ολόκληρο το έτος ω-1.

3.3.1. Συντάξεις εξαρτώμενες των συνολικών αποδοχών, που αποκτήθηκαν σε όλη τη διάρκεια της ασφάλισης

Η σύνταξη δίδεται από τον τύπο :

$$P = \frac{1}{K} \cdot T$$

όπου :

T = σύνολο αποδοχών, που αποκτήθηκαν από ασφαλισμένο σε όλη τη διάρκεια της ασφάλισής του.

$\frac{1}{K}$ = κλάσμα που καθορίζεται από το Καταστατικό του Ταμείου.

Θα υπολογισθεί η παρούσα αξία της σύνταξης λόγω αναπηρίας και γήρατος για ασφαλισμένο ηλικίας σήμερα x.

Με (T.P.S.) συμβολίζουμε τις συνολικές αποδοχές, που αποκτήθηκαν από ασφαλισμένο από την ηλικία εισόδου του στην ασφάλιση μέχρι την ηλικία x. (Total Past Salaries).

3.3.1.α. Σύνταξη λόγω αναπηρίας

Past Service Benefits

Η παρούσα αξία της σύνταξης, που οφείλεται στην ασφάλιση, η οποία διανύθηκε μέχρι την ηλικία x, δίδεται από τον τύπο :

$$(P.S.B.)_x = \frac{1}{K} \cdot (T.P.S.) \cdot \sum_{t=x}^{\omega-1} u^{t-x+\frac{1}{2}} \cdot \bar{a}^{i}_{t+\frac{1}{2}} \cdot \frac{i_t}{l_x} \qquad 3.3.1.\alpha(1)$$

Future Service Benefits

Η παρούσα αξία της σύνταξης, που οφείλεται στην ασφάλιση μεταξύ των ετών x και ω, δίδεται από τον τύπο :

$$(F.S.B.)_x = \frac{1}{K}\sum_{t=x}^{\omega-1} u^{t-x+\frac{1}{2}} \left\{ \sum_{y=x}^{t-1} \hat{E}(S_y) + \frac{1}{2}\hat{E}(S_t) \right\} \cdot \bar{a}^{i}_{t+\frac{1}{2}} \cdot \frac{l_t}{l_x} \qquad 3.3.1.\alpha.(2)$$

Το παραπάνω άθροισμα γράφεται :

$$(F.S.B.)_x = \sum_{t=x}^{\omega-1} \left(\sum_{y=x}^{t} f_t(y) \right) u^{t-x+\frac{1}{2}} \cdot \bar{a}^{i}_{t+\frac{1}{2}} \cdot \frac{l_t}{l_x} \qquad 3.3.1.\alpha.(3)$$

$$\text{όπου : } f_t(y) = \begin{cases} \frac{1}{K}\hat{E}(S_y) & \text{για } x \le y \le t-1 \\ \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{K} \cdot \hat{E}(S_t) & \text{για } y = t \end{cases}$$

Αναδιατάσσοντας τους όρους του παραπάνω αθροίσματος, προκύπτει ότι :

$$(F.S.B.)_x = \sum_{y=x}^{\omega-1} \sum_{t=y}^{\omega-1} f_t(y) \cdot u^{t-x+\frac{1}{2}} \cdot \bar{a}^{i}_{t+\frac{1}{2}} \cdot \frac{l_t}{l_x} = \sum_{y=x}^{\omega-1} G_i(y) \qquad 3.3.1.\alpha.(4)$$

$$\text{όπου : } G_i(y) = \sum_{t=y}^{\omega-1} f_t(y) \cdot u^{t-x+\frac{1}{2}} \cdot \bar{a}^{i}_{t+\frac{1}{2}} \cdot \frac{l_t}{l_x} =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{K} \cdot \hat{E}(S_y) \cdot u^{y-x+\frac{1}{2}} \cdot \bar{a}^{i}_{y+\frac{1}{2}} \cdot \frac{l_y}{l_x} + \frac{1}{K} \cdot \hat{E}(S_y) \cdot \sum_{t=y+1}^{\omega-1} u^{t-x+\frac{1}{2}} \cdot \bar{a}^{i}_{t+\frac{1}{2}} \cdot \frac{l_t}{l_x} \text{ με } x \le y \le \omega - 1.$$

Η ποσότητα $G_i(y)$ δηλώνει την παρούσα αξία της F.S.B. σύνταξης λόγω αναπηρίας, που οφείλεται στην ασφάλιση μεταξύ των ηλικιών y και y+1.

$$(P.V.)_x = (P.S.B.)_x + (F.S.B.)_x$$

3.3.1.β. <u>Σύνταξη λόγω γήρατος</u>

Θεωρούμε ασφαλισμένο σήμερα ηλικίας x, του οποίου οι συνολικές αποδοχές από την ηλικία εισόδου του στην ασφάλιση μέχρι την ηλικία x είναι (TPS).

Θα υπολογισθεί η αξία της σύνταξης, που οφείλεται στην ασφάλιση, η οποία διανύθηκε από την ηλικία εισόδου στην ασφάλιση μέχρι την ηλικία x και την αξία της σύνταξης, της οφειλόμενης στην ασφάλιση, μεταξύ της ηλικίας x και της ηλικίας συνταξιοδότησης.

Past Service Benefits

Η παρούσα αξία της σύνταξης ασφαλισμένου, που έχει διανυθεί μέχρι την ηλικία x, είναι :

$$(P.S.B.)_x = \frac{1}{K} \cdot (T.P.S.) \cdot \left\{ \sum_{t=x}^{\omega-1} u^{t-x+\frac{1}{2}} \cdot \bar{a}^r_{t+\frac{1}{2}} \cdot \frac{r_t}{l_x} + u^{\omega-x} \cdot \bar{a}^r_\omega \cdot \frac{r_\omega}{l_x} \right\} \qquad 3.3.1.\beta.(1)$$

Future Service Benefits

Η παρούσα αξία της σύνταξης, που οφείλεται στη μέλλουσα ασφάλιση, είναι :

$$(F.S.B.)_x = \frac{1}{K} \sum_{t=x}^{\omega-1} u^{t-x+\frac{1}{2}} \left\{ \sum_{y=x}^{t-1} \hat{E}(S_y) + \frac{1}{2} \hat{E}(S_t) \right\} \cdot \bar{a}^r_{t+\frac{1}{2}} \cdot \frac{r_t}{l_x} +$$

$$\frac{1}{K} \cdot u^{\omega-x} \left\{ \sum_{y=x}^{\omega-1} \hat{E}(S_y) + \frac{1}{2} \hat{E}(S_\omega) \right\} \cdot \bar{a}^r_\omega \cdot \frac{r_\omega}{l_x} \qquad 3.3.1.\beta.(2)$$

Με παρόμοια, όπως παραπάνω, ανάλυση προκύπτει :

$$(F.S.B.)_x = \sum_{y=x}^{\omega-1} G_r(y) \qquad 3.3.1.\beta.(3)$$

όπου $G_r(y) = \frac{1}{K} \hat{E}(S_y) \left\{ \frac{1}{2} u^{y-x+\frac{1}{2}} \cdot \bar{a}^r_{y+\frac{1}{2}} \cdot \frac{r_y}{l_x} + \right.$

$$\left. \sum_{t=y+1}^{\omega-1} u^{t-x+\frac{1}{2}} \cdot \bar{a}^r_{t+\frac{1}{2}} \cdot \frac{r_t}{l_x} + u^{\omega-x} \cdot \bar{a}^r_\omega \cdot \frac{r_\omega}{l_x} \right\}, \quad x \le y \le \omega - 1$$

Η ποσότητα $G_r(y)$, δηλώνει την Π.Α. της σύνταξης λόγω γήρατος, που οφείλεται στην ασφάλιση μεταξύ των ηλικιών y και y+1.

$$(P.V.)_x = (P.S.B.)_x + (F.S.B.)_x$$

3.3.2. Συντάξεις εξαρτώμενες του τελικού μισθού

Όταν αναφέρεται ότι η σύνταξη εξαρτάται του τελικού μισθού, σημαίνει ότι η σύνταξη για κάθε έτος ασφάλισης ισούται με ένα κλάσμα της μορφής 1/K ενός μισθού πλησίον της ηλικίας συνταξιοδότησης.

Ο μισθός αυτός δύναται να είναι ο ετήσιος μισθός, που προηγείται της ηλικίας συνταξιοδότησης, ή γενικά ο μέσος όρος των μισθών των m τελευταίων ετών, πριν την ηλικία συνταξιοδότησης. Στην περίπτωση αυτή, ο γενικός τύπος υπολογισμού της σύνταξης είναι :

$$P = \frac{1}{K} \cdot n_o \cdot (\Sigma M)$$

όπου :

n_o = σύνολο ετών ασφάλισης

$\frac{1}{K}$ = ποσοστό, που καθορίζεται από το Καταστατικό του Συνταξιοδοτικού Ταμείου

(ΣΜ) =συντάξιμες αποδοχές = μέσος όρος των ετήσιων αποδοχών των m τελευταίων ετών, πριν από την ηλικία συνταξιοδότησης.

Αν ο ασφαλισμένος συνταξιοδοτηθεί στην ηλικία t, τότε ο μέσος όρος των αποδοχών των m ετών πριν από το έτος συνταξιοδότησης δίνεται από τη σχέση :

$$\hat{E}(z_t) = \frac{1}{m}\sum_{s=1}^{m}\hat{E}(S_{t-s}) \qquad 3.3.2.(1)$$

και επειδή δεχόμεθα ότι οι αποχωρήσεις γίνονται στο μέσο του έτους ηλικίας αποχώρησης, ο συντάξιμος μισθός είναι :

$$(\Sigma M) = \hat{E}\left(z_{t+\frac{1}{2}}\right) = \frac{\hat{E}(z_t) + \hat{E}(z_{t+1})}{2} \qquad 3.3.2.(2)$$

Με βάση τα παραπάνω, θα υπολογισθούν οι παρούσες αξίες των συντάξεων λόγω γήρατος και αναπηρίας.

3.3.2.α. *Συντάξεις λόγω αναπηρίας*

Η παρούσα αξία της σύνταξης λόγω αναπηρίας, είναι άθροισμα της παρούσας αξίας της ασφάλισης, που έχει διανυθεί μέχρι την ηλικία x και της παρούσας αξίας της σύνταξης, που οφείλεται στην ασφάλιση μεταξύ των ηλικιών x και ω.

Past Service Benefits

Έστω ασφαλισμένος ηλικίας σήμερα x με ήδη n έτη ασφάλιση. Τότε :

$$(P.S.B.)_x = n \cdot f \cdot \sum_{t=x}^{\omega-1} u^{t-x+\frac{1}{2}} \cdot \hat{E}\left(z_{t+\frac{1}{2}}\right) \cdot \bar{a}^{i}_{t+\frac{1}{2}} \cdot \frac{i_t}{l_x} \qquad 3.3.2.\alpha.(1)$$

Future Service Benefits

Η παρούσα αξία της μελλοντικής ασφάλισης δίδεται από τον τύπο :

$$(F.S.B.)_x = \sum_{t=x}^{\omega-1} \left(t - x + \frac{1}{2}\right) \cdot g_i(t) \qquad 3.3.2.\alpha.(2)$$

όπου $g_i(t) = f \cdot u^{t-x+\frac{1}{2}} \cdot \hat{E}\left(z_{t+\frac{1}{2}}\right) \cdot \bar{a}^{i}_{t+\frac{1}{2}} \cdot \frac{i_t}{l_x}$ με $x \le t \le \omega - 1$.

Μετά από αναδιάταξη των όρων του παραπάνω αθροίσματος, έχουμε :

$$(F.S.B.)_x = \sum_{y=x}^{\omega-1} G_i(y) \qquad 3.3.2.\alpha.(3)$$

όπου : $G_i(y) = \frac{1}{2} g_i(y) + g_i(y+1) + \ldots + g_i(\omega - 1) =$

$$\frac{1}{2} \cdot f \cdot \hat{E}\left(z_{y+\frac{1}{2}}\right) \cdot u^{y-x+\frac{1}{2}} \cdot \bar{a}^{i}_{y+\frac{1}{2}} \cdot \frac{i_y}{l_x} + f \cdot \sum_{t=y+1}^{\omega-1} \hat{E}\left(z_{t+\frac{1}{2}}\right) \cdot u^{t-x+\frac{1}{2}} \cdot \bar{a}^{i}_{t+\frac{1}{2}} \cdot \frac{i_t}{l_x} \text{ με } x \le y \le \omega - 1.$$

$$(P.V.)_x = (P.S.B.)_x + (F.S.B.)_x$$

3.3.2.β. Συντάξεις λόγω γήρατος

Και στην περίπτωση αυτή, θα υπολογισθεί η παρούσα αξία σύνταξης λόγω γήρατος, ασφαλισμένου σήμερα ηλικίας x, που οφείλεται στη διανυθείσα ασφάλιση και στην ασφάλιση που θα διανυθεί από την ηλικία x μέχρι την ηλικία συνταξιοδότησης. Η υποχρεωτική ηλικία συνταξιοδότησης είναι ω.

Past Service Benefits

Έστω ασφαλισμένος ηλικίας x με n έτη ασφάλιση μέχρι την ηλικία x. Σύμφωνα με τα προηγούμενα :

$$(P.S.B.)_x = n \cdot f \cdot \left\{ \sum_{t=x}^{\omega-1} u^{t-x+\frac{1}{2}} \cdot \hat{E}\left(z_{t+\frac{1}{2}}\right) \cdot \bar{a}^r_{t+\frac{1}{2}} \cdot \frac{r_t}{l_x} + u^{\omega-x} \cdot \hat{E}(z_\omega) \cdot \bar{a}^r_\omega \cdot \frac{r_\omega}{l_x} \right\} \quad 3.3.2.\beta.(1)$$

Future Service Benefits

Η παρούσα αξία της σύνταξης, που οφείλεται στη μέλλουσα ασφάλιση είναι :

$$(F.S.B.)_x = \sum_{t=x}^{\omega-1} \left(t - x + \frac{1}{2} \right) \cdot g_r(t) + (\omega - x) \cdot g_r(\omega)$$

$$\text{όπου : } g_r(t) = \begin{cases} f \cdot u^{t-x+\frac{1}{2}} \cdot \hat{E}\left(z_{t+\frac{1}{2}}\right) \cdot \bar{a}^r_{t+\frac{1}{2}} \cdot \frac{r_t}{l_x} & \text{για } x \le t \le \omega - 1 \\ f \cdot u^{\omega-x} \cdot \hat{E}(z_\omega) \cdot \bar{a}^r_\omega \cdot \frac{r_\omega}{l_x} & \text{για } t = \omega \end{cases}$$

Μετά από αναδιάταξη των όρων του παραπάνω αθροίσματος, έχουμε :

$$(F.S.B.)_x = \sum_{y=x}^{\omega-1} G_r(y) \qquad 3.3.2.\beta.(2)$$

$$\text{όπου } G_r(y) = \frac{1}{2} g_r(y) + \sum_{t=y+1}^{\omega} g_r(t) \quad , \qquad x \le y \le \omega - 1.$$

$$(P.V.)_x = (P.S.B.)_x + (F.S.B.)_x$$

3.4. Εφάπαξ βοηθήματα σε περίπτωση αποχώρησης ασφαλισμένου λόγω αναπηρίας και γήρατος

Όπως αναφέρθηκε στην παρ. 3.1., η μελέτη της παρούσας αξίας εφάπαξ βοηθήματος, που οφείλεται στην αποχώρηση λόγω αναπηρίας και γήρατος, γίνεται παρόμοια όπως στις προηγούμενες ενότητες, με τη μόνη προφανή διαφορά ότι δεν υπεισέρχεται στους υπολογισμούς η ράντα "a".

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. Παραδόσεις Prof. J.J. McCutcheon, Chair of Actuarial Studies of Heriot-Watt University.
2. Life Contingenries by Alistair Neill (παρ. 10.1 έως 10.6)
3. An introduction to pension funds by E.M. Lee (κεφ. 3, 4, 5, 6, 7)

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

ΕΦΑΠΑΞ ΠΑΡΟΧΕΣ ΣΕ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΘΑΝΑΤΟΥ ΙΚΑΝΟΥ ΜΕΛΟΥΣ

4.1. Γενικά

Σε περίπτωση θανάτου ικανού μέλους, το Συνταξιοδοτικό Ταμείο είναι δυνατόν να παρέχει στους δικαιοδόχους, που προβλέπονται από το Καταστατικό, εκτός των συντάξεων και εφάπαξ παροχή, η οποία κυρίως είναι :

- ένα σταθερό ποσό, ανεξάρτητα των ετών ασφάλισης και αποδοχών,
- ένα σταθερό ποσό για κάθε έτος ασφάλισης,
- ένα πολλαπλάσιο του μέσου όρου των μισθών των τελευταίων m ετών πριν την ηλικία συνταξιοδότησης λόγω θανάτου ($m=1, 2, ...$),
- ένα κλάσμα του μέσου όρου των μισθών των τελευταίων m ετών πριν την ηλικία συνταξιοδότησης λόγω θανάτου για κάθε έτος ασφάλισης,
- ένα κλάσμα του μέσου όρου των μισθών, που λαμβάνονται σε όλη τη διάρκεια της ασφάλισης για κάθε έτος ασφάλισης.

Θα υπολογίσουμε τις παρούσες αξίες των παραπάνω ποσών, για ασφαλισμένο ηλικίας σήμερα ακριβώς x.

Με L_d συμβολίζουμε την εφάπαξ παροχή σε περίπτωση θανάτου ικανού μέλους.

Σύμφωνα με όσα εκτέθηκαν παραπάνω, διακρίνουμε τις ακόλουθες περιπτώσεις.

4.2. Εφάπαξ παροχή εξαρτώμενη μόνο ενός σταθερού ποσού

Υποθέτουμε ότι σε περίπτωση θανάτου ασφαλισμένου κατά τη διάρκεια της υπηρεσίας, το εφάπαξ βοήθημα είναι B, ανεξάρτητα των ετών ασφάλισης και αποδοχών, δηλαδή $L_d = B$.

Η παρούσα αξία αυτής της παροχής είναι :

$$(P.V.)_x = B \cdot \sum_{t=x}^{\omega-1} u^{t-x+\frac{1}{2}} \cdot \frac{d_t}{l_x} \qquad 4.2.(1)$$

4.3. Εφάπαξ παροχή εξαρτώμενη ενός σταθερού ποσού για κάθε έτος ασφάλισης

Σε αυτή την περίπτωση το εφάπαξ βοήθημα έχει την μορφή :

$$L_d = n_o \cdot B$$

όπου n_o είναι ο συνολικός χρόνος ασφάλισης.

Past Service Benefits

Για n έτη ασφάλιση μέχρι την ηλικία x (σημερινή ηλικία του ασφαλισμένου) έχουμε:

$$(P.S.B.)_x = n \cdot B \cdot \sum_{t=x}^{\omega-1} u^{t-x+\frac{1}{2}} \cdot \frac{d_t}{l_x} \qquad 4.3.(1)$$

Future Service Benefits

Για τη μέλλουσα ασφάλιση έχουμε :

$$(F.S.B.)_x = \sum_{t=x}^{\omega-1} \left(t - x + \frac{1}{2}\right) g_d(t)$$

όπου $g_d(t) = B \cdot u^{t-x+\frac{1}{2}} \cdot \frac{d_t}{l_x}$, $x \le t \le \omega - 1$

Με αναδιάταξη των προσθετέων προκύπτει :

$$(F.S.B.)_x = \sum_{y=x}^{\omega-1} G_d(y) \qquad 4.3.(2)$$

όπου $G_d(y) = \frac{1}{2} g_d(y) + \sum_{t=y+1}^{\omega-1} g_d(t), \ x \le y \le \omega - 1$

Η ποσότητα $G_d(y)$ δηλώνει την P.V. της F.S.B. παροχής λόγω θανάτου, που οφείλεται στην ασφάλιση μεταξύ των ηλικιών y και y+1.

$$(P.V.)_x = (P.S.B.)_x + (F.S.B.)_x$$

4.4. Εφάπαξ παροχή εξαρτώμενη μόνο του μισθού

Στην περίπτωση αυτή η εφάπαξ παροχή δίδεται από τον τύπο :

$$L_d = \frac{1}{K} \cdot (\Sigma M)$$

όπου :

(ΣΜ) = συντάξιμες αποδοχές, όπως ορίσθηκαν στην παρ. 3.3.2.

$\frac{1}{K}$ = κλάσμα που καθορίζεται από το Καταστατικό.

Η παρούσα αξία της παροχής δίδεται από τον τύπο :

$$(P.V.)_x = \frac{1}{K} \cdot \sum_{t=x}^{\omega-1} u^{t-x+\frac{1}{2}} \cdot \hat{E}\left(z_{t+\frac{1}{2}}\right) \cdot \frac{d_t}{l_x} \qquad 4.4.(1)$$

4.5. Εφάπαξ παροχή εξαρτώμενη του συνόλου των αποδοχών, που δικαιώθηκε ο εργαζόμενος κατά τη διάρκεια της ασφάλισής του, για κάθε έτος ασφάλισης

Στην περίπτωση αυτή, το εφάπαξ βοήθημα λόγω θανάτου ικανού μέλους είναι κλάσμα του μέσου όρου των συνολικών αποδοχών, που δικαιώθηκε το εν λόγω μέλος σε όλη τη διάρκεια της ασφάλισής του, για κάθε έτος ασφάλισης. Δηλαδή το εφάπαξ βοήθημα υπολογίζεται βάσει του τύπου:

$$L_d = \frac{1}{K} \cdot T$$

όπου Τ οι συνολικές αποδοχές από την είσοδο στην ασφάλιση μέχρι το έτος θανάτου.

Past Service Benefits

Εάν με (TPS) συμβολίσουμε το σύνολο των αποδοχών, που δικαιώθηκε ο ασφαλισμένος από την ημερομηνία ασφάλισής του μέχρι την ηλικία x, τότε :

$$(P.S.B.)_x = \frac{1}{K} \cdot (TPS) \cdot \sum_{t=x}^{\omega-1} u^{t-x+\frac{1}{2}} \cdot \frac{d_t}{l_x} \qquad 4.5.(1)$$

Future Service Benefit

Η παρούσα αξία της εφάπαξ παροχής, που οφείλεται στη μέλλουσα ασφάλιση, δίδεται από τον τύπο :

$$(F.S.B.)_x = \frac{1}{K} \cdot \sum_{t=x}^{\omega-1} \left\{ \sum_{y=x}^{t-1} \hat{E}(S_y) + \frac{1}{2} \hat{E}(S_t) \right\} \cdot u^{t-x+\frac{1}{2}} \cdot \frac{d_t}{l_x}$$

Αναδιατάσσοντας τους όρους του ανωτέρω αθροίσματος, προκύπτει :

$$(F.S.B.)_x = \sum_{y=x}^{\omega-1} G_d(y) \qquad 4.5.(2)$$

όπου

$$G_d(y) = \frac{1}{K} \cdot \hat{E}(S_y) \left\{ \frac{1}{2} u^{y-x+\frac{1}{2}} \cdot \frac{d_y}{l_x} + \sum_{t=y+1}^{\omega-1} u^{t-x+\frac{1}{2}} \cdot \frac{d_t}{l_x} \right\}$$

δηλώνει την Π.Α. του F.S.B. βοηθήματος λόγω θανάτου, που οφείλεται στην ασφάλιση μεταξύ των ηλικιών y και y+1.

$$(P.V.)_x = (P.S.B.)_x + (F.S.B.)_x$$

4.6. Εφάπαξ παροχή εξαρτώμενη του συντάξιμου μισθού, για κάθε έτος ασφάλισης

Υποθέτουμε ότι το εφάπαξ βοήθημα υπολογίζεται βάσει του τύπου :

$$L_d = \frac{1}{K} \cdot n_o \cdot (\Sigma M)$$

Ο παράγοντας (ΣΜ) έχει καθορισθεί στην παρ. 3.3.2.

Θα υπολογισθεί η παρούσα αξία της παροχής αυτής, για ασφαλισμένο ηλικίας σήμερα x με n έτη ασφάλιση μέχρι την ηλικία x.

Past Service Benefits

Για n έτη ασφάλιση μέχρι την ηλικία x, η παρούσα αξία της παροχής, που οφείλεται στα n έτη, είναι :

$$(P.S.B.)_x = n \cdot \frac{1}{K} \cdot \sum_{t=x}^{\omega-1} u^{t-x+\frac{1}{2}} \cdot \hat{E}\left(z_{t+\frac{1}{2}}\right) \cdot \frac{d_t}{l_x} \qquad 4.6.(1)$$

Future Service Benefits

Η παρούσα αξία της παροχής για τη μέλλουσα ασφάλιση, είναι :

$$(F.S.B.)_x = \sum_{t=x}^{\omega-1} \left(t - x + \frac{1}{2}\right) g_d(t) \qquad 4.6.(2)$$

όπου : $g_d(t) = \frac{1}{K} \cdot u^{t-x+\frac{1}{2}} \cdot \hat{E}\left(z_{t+\frac{1}{2}}\right) \cdot \frac{d_t}{l_x}$

Με αναδιάταξη του παραπάνω αθροίσματος προκύπτει :

$$(F.S.B.)_x = \sum_{y=x}^{\omega-1} G_d(y) \qquad 4.6.(3)$$

όπου : $G_d(y) = \frac{1}{2} g_d(y) + \sum_{t=y+1}^{\omega-1} g_d(t)$ με $x \leq y \leq \omega - 1$

Η ποσότητα $G_d(y)$ εκφράζει την παρούσα αξία του F.S.B. βοηθήματος, που οφείλεται στην ασφάλιση μεταξύ των ηλικιών y και y+1.

$$(P.V.)_x = (P.S.B.)_x + (F.S.B.)_x$$

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. Παραδόσεις Prof. J.J. McCatcheon (Chair of Actuarial Studies of Heriot-Watt University)
2. Life Contingencies by Alistair Neill (παρ. 10.6)
3. An introduction to pension funds by E.M. Lee (παρ. 5.51 έως 5.58)

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

Συντάξεις χηρείας λόγω θανάτου ικανού μέλους

5.1. Γενικά

Σε περίπτωση θανάτου ικανού μέλους ενός Συνταξιοδοτικού Ταμείου πριν την συνταξιοδότησή του, παρέχεται στη σύζυγό του σύνταξη χηρείας σύμφωνα με τις διατάξεις του Καταστατικού. Για παράδειγμα δύναται να είναι εφ'όρου ζωής ή να λήγει, όταν η χήρα έλθει σε δεύτερο γάμο κ.λ.π.

Η σύνταξη χηρείας δύναται να είναι ένα σταθερό ποσό ή να εξαρτάται από ένα σταθερό ποσό και τα έτη ασφάλισης ή από τις αποδοχές μόνο ή από τις αποδοχές και τα έτη ασφάλισης.

Η σύνταξη χηρείας δύναται να οφείλεται σε θάνατο ικανού μέλους πριν τη συνταξιοδότησή του ή μετά λόγω γήρατος ή αναπηρίας.

Ο υπολογισμός των παρουσών αξιών των ραντών χηρείας γίνεται με μαθηματικούς τύπους, παρόμοιους με αυτούς που αναπτύχθηκαν στα προηγούμενα κεφάλαια, με την εισαγωγή ορισμένων παραγόντων, όπου χρειάζεται.

Η μέθοδος που ακολουθείται στις επόμενες παραγράφους για τον υπολογισμό των παρουσών αξιών των συντάξεων χηρείας, εφαρμόζεται στο σύνολο των ικανών μελών ηλικίας x, ανεξάρτητα εάν είναι παντρεμένοι ή όχι.

Για τον υπολογισμό των παρουσών αξιών αυτών των συντάξεων, εισάγουμε τους παρακάτω παράγοντες :

$h^d_{t+\frac{1}{2}}$ = αναλογία των παντρεμένων στο σύνολο των ανδρών μελών, οι οποίοι πεθαίνουν μεταξύ των ηλικιών t και t+1 (t last birthday)

t_w = αναμενόμενη ηλικία (μέση ηλικία) γυναικός, συζύγου άνδρα μέλους όταν ο χρόνος (ηλικία) επέλευσης του θανάτου του είναι t

$\bar{a}^{d}_{\left(t+\frac{1}{2}\right)_w}$ = σταθμικός μέσος ράντας χηρείας (weighted average annuity value)

Για τον υπολογισμό της ράντας αυτής, απαιτούνται τα ποσοστά θνησιμότητας των χηρών, των οποίων οι σύζυγοι ήσαν μέλη του Ταμείου και οι οποίοι πέθαναν κατά τη διάρκεια της ενεργούς υπηρεσίας ή ενώ ήσαν συνταξιούχοι. Η ράντα αυτή δύναται να λήγει σε περίπτωση που η χήρα εξέλθει της χηρείας.

(An introduction to Pension Funds by E.M. Lee, παρ. 5.59)

$h^{r}_{t+\frac{1}{2}}$ = αναλογία των παντρεμένων μεταξύ των ανδρών μελών, που συνταξιοδοτούνται μεταξύ των ηλικιών t και t+1 λόγω γήρατος

h^{r}_{ω} = αναλογία των παντρεμένων μεταξύ των ανδρών μελών, που συνταξιοδοτούνται λόγω γήρατος ακριβώς στην ηλικία ω (ω ηλικία υποχρεωτικής συνταξιοδότησης)

$h^{i}_{t+\frac{1}{2}}$ = αναλογία των παντρεμένων μεταξύ των ανδρών μελών, που συνταξιοδοτούνται μεταξύ των ηλικιών t και t+1, λόγω αναπηρίας

h_t = αναλογία των παντρεμένων μεταξύ των ανδρών ενεργών μελών ηλικίας t (επειδή οι αναλογίες $h^{d}_{t+\frac{1}{2}}$, $h^{r}_{t+\frac{1}{2}}$ και $h^{i}_{t+\frac{1}{2}}$ είναι δύσκολο να υπολογισθούν, στην πράξη χρησιμοποιείται η αναλογία h_t)

$\bar{a}^{r}_{t+\frac{1}{2}\left(t+\frac{1}{2}\right)_w}$ = σταθμικός μέσος ραντών επιβίωσης επί δύο κεφαλών, που αναφέρονται σε γυναίκες συζύγους ανδρών μελών συνταξιοδοτηθέντων μεταξύ των ηλικιών t και t+1 λόγω γήρατος (t η ηλικία του άνδρα μέλους και t_w η αντίστοιχη αναμενόμενη ηλικία της συζύγου του)

$\bar{a}^{r}_{\omega\,\omega_w}$ = σταθμικός μέσος ραντών επιβίωσης επί δύο κεφαλών, που αναφέρονται σε γυναίκες συζύγους ανδρών μελών συνταξιοδοτηθέντων ακριβώς στην ηλικία ω (ω_w η αντίστοιχη αναμενόμενη ηλικία της συζύγου)

$\bar{a}^{i}_{t+\frac{1}{2}|\left(t+\frac{1}{2}\right)_w}$ = σταθμικός μέσος των ραντών επιβίωσης επί δύο κεφαλών, που αναφέρονται σε γυναίκες συζύγους ανδρών μελών, συνταξιοδοτηθέντων μεταξύ των ηλικιών t και t+1 λόγω αναπηρίας (t ηλικία μέλους και t_w η αντίστοιχη ηλικία του συζύγου)

f = ποσοστό σύνταξης χηρείας καθοριζόμενο από το Καταστατικό του Συνταξιοδοτικού Ταμείου

Στις παρακάτω ενότητες θα υπολογισθούν οι παρούσες αξίες συντάξεων χηρείας στις περιπτώσεις :

α. Λόγω θανάτου ικανού μέλους πριν την συνταξιοδότησή του

β. Λόγω θανάτου ικανού μέλος μετά την συνταξιοδότησή του, λόγω αναπηρίας και

γ. Λόγω θανάτου ικανού μέλους μετά τη συνταξιοδότησή του, λόγω γήρατος.

Βιβλιογραφία

1. Παραδόσεις Prof. J.J. McCutcheon (Chair of Actuarial Studies of Heriot-Watt University)
2. An introduction to pension funds by E.M. Lee (παρ. 5.59 έως 5.69 καθώς και στις παρ. 8.36 έως 8.48)
3. Life Contingenries by Alistair Neill (παρ. 10.8 για συντάξεις χηρείας και παρ. 8.6 για ράντες επιβίωσης επί δύο κεφαλών - reversionary annuitie)
4. Pension and Widow's and Orphan's Funds by R. Crabe and C.A. Poyser (παρ. 15.1 έως παρ. 15.13)

5.2. Σύνταξη χηρείας λόγω θανάτου ικανού μέλους πριν τη συνταξιοδότησή του

Θα υπολογιστεί η παρούσα αξία σύνταξης χηρείας λόγω θανάτου ικανού μέλους πριν τη συνταξιοδότησή του, όταν αυτή εξαρτάται :

α. ενός σταθερού ποσού Β,

β. ενός σταθερού ποσού Β και των ετών ασφάλισης,

γ. μόνο του τελικού μισθού,

δ. του τελικού μισθού και των ετών ασφάλισης,

ε. των συνολικών αποδοχών που λαμβάνονται σε όλη τη διάρκεια της ασφάλισης.

5.2.1. Σύνταξη χηρείας εξαρτώμενη ενός σταθερού ποσού

Στην απλούστερη περίπτωση, όταν η σύνταξη χηρείας που οφείλεται σε θάνατο ικανού μέλους πριν τη συνταξιοδότησή του, ισούται με ένα καθορισμένο σταθερό ποσό Β, η παρούσα αξία της δίδεται από το άθροισμα :

$$(P.V.)_x = B \cdot \sum_{t=x}^{\omega-1} u^{t-x+\frac{1}{2}} \cdot h_t \cdot \frac{d_t}{l_x} \cdot \bar{a}^{d}_{\left(t+\frac{1}{2}\right)_w} \qquad 5.2.1.(1)$$

5.2.2. Σύνταξη χηρείας εξαρτώμενη ενός σταθερού ποσού και των ετών ασφάλισης

Σε αυτή την περίπτωση η σύνταξη χηρείας έχει τη μορφή :

$$P^{d}_{w} = f \cdot B \cdot n_o$$

όπου Β = ποσό καθορισμένο από το Καταστατικό.

Past Service Benefits

Έστω ασφαλισμένος σήμερα ηλικίας x με n έτη ασφάλιση μέχρι την ηλικία x. Έτσι :

$$(P.S.B.)_x = \frac{1}{K} \cdot B \cdot n \cdot \sum_{t=x}^{\omega-1} u^{t-x+\frac{1}{2}} \cdot h_t \cdot \bar{a}^d_{\left(t+\frac{1}{2}\right)_w} \qquad 5.2.2.(2)$$

Future Service Benefits

Η παρούσα αξία της παροχής, που οφείλεται στη μέλλουσα ασφάλιση, δίδεται από το άθροισμα :

$$(F.S.B.)_x = \sum_{t=x}^{\omega-1} \left(t - x + \frac{1}{2}\right) g^d_w(t) \qquad 5.2.2.(3)$$

όπου $g^d_w(t) = \frac{1}{K} \cdot B \cdot u^{t-x+\frac{1}{2}} \cdot h_t \cdot \frac{d_t}{l_x} \cdot \bar{a}^d_{\left(t+\frac{1}{2}\right)_w}$ με $x \leq t \leq \omega - 1$

και με αναδιάταξη των όρων :

$$(F.S.B.)_x = \sum_{y=x}^{\omega-1} G^d_w(y) \qquad 5.2.2.(4)$$

όπου : $G^d_w(y) = \frac{1}{2} g^d_w(y) + \sum_{t=y+1}^{\omega-1} g^d_w(t)$

Η ποσότητα $G^d_w(y)$ δηλώνει την P.V. της F.S.B. *σύνταξης* χηρείας, που οφείλεται στην ασφάλιση ακριβώς μεταξύ των ηλικιών y και y+1.

$$(P.V.)_x = (P.S.B.)_x + (F.S.B.)_x$$

5.2.3. *Σύνταξη χηρείας εξαρτώμενη μόνο του τελικού μισθού*

Έστω ότι η σύνταξη χηρείας υπολογίζεται από τον τύπο :

$$P^d_w = f \cdot (\Sigma M)$$

όπου : $(\Sigma M) =$ συντάξιμες αποδοχές, όπως αυτές ορίσθηκαν στην παρ. 3.3.2.

Η παρούσα αξία της σύνταξης δίδεται από το άθροισμα :

$$(P.V.)_x = f \cdot \sum_{t=x}^{\omega-1} u^{t-x+\frac{1}{2}} \cdot \hat{E}\left(z_{t+\frac{1}{2}}\right) \cdot h_t \cdot \frac{d_t}{l_x} \cdot \bar{a}^d_{\left(t+\frac{1}{2}\right)_w} \qquad 5.2.3.(1)$$

5.2.4. Σύνταξη χηρείας εξαρτώμενη των συνολικών αποδοχών, που λαμβάνονται σε όλη τη διάρκεια της ασφάλισης

Έστω ότι η σύνταξη χηρείας δίδεται από τον τύπο :

$$P_w^d = f \cdot T$$

όπου T = το σύνολο των αποδοχών σε όλη τη διάρκεια της ασφάλισης (βλ. Παρ. 3.3.1.)

Past Service Benefits

Έχουμε :

$$(P.S.B.)_x = f \cdot (TPS) \cdot \sum_{t=x}^{\omega-1} u^{t-x+\frac{1}{2}} \cdot h_t \cdot \frac{d_t}{l_x} \cdot \bar{a}^d_{\left(t+\frac{1}{2}\right)_w} \qquad 5.2.4.(1)$$

όπου (TPS) = το σύνολο των αποδοχών, που αποκτώνται από ασφαλισμένο ηλικίας σήμερα x, από την ηλικία εισόδου του στην ασφάλιση μέχρι την ηλικία x.

Future Service Benefits

Για την παρούσα αξία της σύνταξης χηρείας, που οφείλεται στη μέλλουσα ασφάλιση, έχουμε :

$$(F.S.B.)_x = f \cdot \sum_{t=x}^{\omega-1} u^{t-x+\frac{1}{2}} \left\{ \sum_{y=x}^{t-1} \hat{E}(S_y) + \frac{1}{2} \hat{E}(S_t) \right\} \cdot h_t \cdot \frac{d_t}{l_x} \cdot \bar{a}^d_{\left(t+\frac{1}{2}\right)_w} =$$

$$\sum_{t=x}^{\omega-1} \left(\sum_{y=x}^{t} f_t^d(y) \right) u^{t-x+\frac{1}{2}} \cdot h_t \cdot \frac{d_t}{l_x} \cdot \bar{a}^d_{\left(t+\frac{1}{2}\right)_w} \qquad 5.2.4.(2)$$

$$\text{όπου : } f_t^d(y) = \begin{cases} f \cdot \hat{E}(S_y) & \text{για } x \le y \le t-1 \\ \frac{1}{2} \cdot f \cdot \hat{E}(S_t) & \text{για } y = t \end{cases}$$

Αναδιατάσσοντας τους όρους του παραπάνω αθροίσματος, προκύπτει :

$$(F.S.B.)_x = \sum_{y=x}^{\omega-1} \sum_{t=y}^{\omega-1} f_t^d(y) \cdot u^{t-x+\frac{1}{2}} \cdot h_t \cdot \frac{d_t}{l_x} \cdot \bar{a}^d_{\left(t+\frac{1}{2}\right)_w} = \sum_{y=x}^{\omega-1} G_w^d(y) \qquad 5.2.4.(3)$$

όπου :

$$G_w^d(y) = \sum_{t=y}^{\omega-1} f_t^d(y) \cdot u^{t-x+\frac{1}{2}} \cdot h_t \cdot \frac{d_t}{l_x} \cdot \bar{a}^d_{\left(t+\frac{1}{2}\right)_w} =$$

$$\frac{1}{2} \cdot f \cdot \hat{E}\left(S_y\right) \cdot u^{y-x+\frac{1}{2}} \cdot h_y \cdot \frac{d_y}{l_x} \cdot \bar{a}^d_{\left(y+\frac{1}{2}\right)_w} + f \cdot \hat{E}\left(S_y\right) \cdot \sum_{t=y+1}^{\omega-1} u^{t-x+\frac{1}{2}} \cdot h_t \cdot \frac{d_t}{l_x} \bar{a}^d_{\left(t+\frac{1}{2}\right)_w}$$

με $x \leq y \leq \omega - 1$.

Η ποσότητα $G_w^d(y)$ δηλώνει την P.V. της F.S.B. σύνταξης λόγω θανάτου, που οφείλεται στην ασφάλιση μεταξύ των ηλικιών y και y+1.

$$(P.V.)_x = (P.S.B.)_x + (F.S.B.)_x$$

5.2.5. Σύνταξη χηρείας εξαρτώμενη του τελικού μισθού και των ετών ασφάλισης

Θεωρούμε ότι η σύνταξη υπολογίζεται από τον τύπο :

$$P_w^d = f \cdot n_o \cdot (\Sigma M)$$

όπου :

(ΣΜ) = συντάξιμες αποδοχές, όπως ορίσθηκαν στην παρ. 3.3.2.

n_o = συνολικός χρόνος ασφάλισης

Past Service Benefits

Για άτομο ηλικίας σήμερα x με n έτη ασφάλιση έχουμε :

$$(P.S.B.)_x = n \cdot f \cdot \sum_{t=x}^{\omega-1} u^{t-x+\frac{1}{2}} \cdot \hat{E}\left(z_{t+\frac{1}{2}}\right) \cdot h_t \cdot \frac{d_t}{l_x} \cdot \bar{a}^d_{\left(t+\frac{1}{2}\right)_w} \qquad 5.2.5.(1)$$

Future Service Benefits

Η παρούσα αξία της σύνταξης, που οφείλεται στην ασφάλιση μεταξύ της ηλικίας x και της ηλικίας συνταξιοδότησης, υπολογίζεται από το άθροισμα :

$$(F.S.B.)_x = \sum_{t=x}^{\omega-1} \left(t - x + \frac{1}{2}\right) g_w^d(t)$$

όπου $g_w^d(t) = f \cdot u^{t-x+\frac{1}{2}} \cdot \hat{E}\left(z_{t+\frac{1}{2}}\right) \cdot \bar{a}^d_{\left(t+\frac{1}{2}\right)_w} \cdot h_t \cdot \frac{d_t}{l_x}$ με $x \leq t \leq \omega - 1$ 5.2.5.(2)

Με αναδιάταξη των όρων του αθροίσματος έχουμε :

$$(F.S.B.)_x = \sum_{y=x}^{\omega-1} G_w^d(y) \qquad 5.2.5.(3)$$

όπου $G_w^d(y) = \frac{1}{2} \cdot g_w^d(y) + \sum_{t=y+1}^{\omega-1} g_w^d(t)$, $x \le y \le \omega - 1$

Η ποσότητα $G_w^d(y)$ δηλώνει την Π.Α. της F.S.B. σύνταξης χηρείας, που οφείλεται στην ασφάλιση ικανού μέλους μεταξύ των ηλικιών y και y+1.

$$(P.V.)_x = (P.S.B.)_x + (F.S.B.)_x$$

5.3. Σύνταξη χηρείας, λόγω θανάτου ικανού μέλους μετά τη συνταξιοδότησή του λόγω αναπηρίας

Θα υπολογισθεί η παρούσα αξία σύνταξης χηρείας, λόγω θανάτου ικανού μέλους μετά τη συνταξιοδότησή του λόγω αναπηρίας, όταν αυτή εξαρτάται :

α. ενός σταθερού ποσού B,

β. ενός σταθερού ποσού B και των ετών ασφάλισης,

γ. μόνο του τελικού μισθού,

δ. του τελικού μισθού και των ετών ασφάλισης και

ε. των συνολικών αποδοχών, που λαμβάνονται σε όλη τη διάρκεια της ασφάλισης.

5.3.1. Σύνταξη χηρείας εξαρτώμενη ενός σταθερού ποσού

Η παρούσα αξία της σύνταξης δίδεται από το άθροισμα :

$$(P.V.)_x = B \cdot \sum_{t=x}^{\omega-1} u^{t-x+\frac{1}{2}} \cdot h_t \cdot \frac{i_t}{l_x} \cdot \bar{a}^i_{t+\frac{1}{2}|(t+\frac{1}{2})_w} \qquad 5.3.1.(1)$$

5.3.2. Σύνταξη χηρείας εξαρτώμενη ενός σταθερού ποσού και των ετών ασφάλισης

Σε αυτή την περίπτωση η σύνταξη χηρείας έχει τη μορφή :

$$P_w^i = f \cdot B \cdot n$$

Past Service Benefits

Για ασφαλισμένο ηλικίας σήμερα x με n έτη ασφάλιση μέχρι την ηλικία x είναι :

$$(P.S.B.)_x = f \cdot B \cdot n \cdot \sum_{t=x}^{\omega-1} u^{t-x+\frac{1}{2}} \cdot h_t \cdot \frac{i_t}{l_x} \cdot \bar{a}^i_{t+\frac{1}{2}\left|\left(t+\frac{1}{2}\right)_w\right.} \qquad 5.3.2.(1)$$

Future Service Benefits

Η παρούσα αξία της σύνταξης χηρείας ικανού μέλους ηλικία σήμερα x, που οφείλεται στη μέλλουσα ασφάλιση, δίδεται από το άθροισμα :

$$(F.S.B.)_x = \sum_{t=x}^{\omega-1} \left(t - x + \frac{1}{2}\right) g_w^i(t) \qquad 5.3.2.(2)$$

όπου $g_w^i(t) = f \cdot B \cdot u^{t-x+\frac{1}{2}} \cdot h_t \cdot \frac{i_t}{l_x} \cdot \bar{a}^i_{t+\frac{1}{2}\left|\left(t+\frac{1}{2}\right)_w\right.}$ με $x \le t \le \omega - 1$

Με αναδιάταξη των όρων του αθροίσματος :

$$(F.S.B.)_x = \sum_{y=x}^{\omega-1} G_w^i(y) \qquad 5.3.2.(3)$$

όπου : $G_w^i(y) = \frac{1}{2} g_w^i(y) + \sum_{t=y+1}^{\omega-1} g_w^i(t)$

Η ποσότητα $G_w^i(y)$ δηλώνει την P.V. της F.S.B. σύνταξης χηρείας που οφείλεται στην ασφάλιση ακριβώς μεταξύ των ηλικιών y και y+1.

$$(P.V.)_x = (P.S.B.)_x + (F.S.B.)_x$$

5.3.3. Σύνταξη χηρείας εξαρτώμενη μόνο του τελικού μισθού

Η σύνταξη χηρείας υπολογίζεται από τον τύπο :

$$P_w^i = f \cdot (\Sigma M)$$

όπου : (ΣΜ) = συντάξιμες αποδοχές, όπως αυτές ορίσθηκαν στην παρ. 3.3.2.

Η παρούσα αξία της σύνταξης είναι :

$$(P.V.)_x = f \cdot \sum_{t=x}^{\omega-1} u^{t-x+\frac{1}{2}} \cdot \hat{E}\left(z_{t+\frac{1}{2}}\right) \cdot h_t \cdot \frac{i_t}{l_x} \cdot \bar{a}^i_{t+\frac{1}{2}\,\left(t+\frac{1}{2}\right)_w} \qquad 5.3.3.(1)$$

5.3.4. <u>Σύνταξη χηρείας εξαρτώμενη των συνολικών αποδοχών που αποκτήθηκαν σε όλη τη διάρκεια της ασφάλισης</u>

Η σύνταξη χηρείας δίδεται από τον τύπο :

$$P^i_w = f \cdot T$$

όπου Τ = οι συνολικές αποδοχές, που αποκτήθηκαν σε όλη τη διάρκεια της ασφάλισης, όπως αυτές ορίσθηκαν στην παρ. 3.3.1.

<u>Past Service Benefits</u>

Έχουμε :

$$(P.S.B.)_x = f \cdot (TPS) \cdot \sum_{t=x}^{\omega-1} u^{t-x+\frac{1}{2}} \cdot h_t \cdot \frac{i_t}{l_x} \cdot \bar{a}^i_{t+\frac{1}{2}\,\left(t+\frac{1}{2}\right)_w} \qquad 5.3.4.(1)$$

όπου (TPS) = οι συνολικές αποδοχές που δικαιώθηκε ασφαλισμένος από την ηλικία εισόδου του στην ασφάλιση μέχρι την ηλικία x.

<u>Future Service Benefits</u>

Η παρούσα αξία της σύνταξης χηρείας, που οφείλεται στη μέλλουσα ασφάλιση, δίδεται από τον τύπο :

$$(F.S.B.)_x = f \cdot \sum_{t=x}^{\omega-1} u^{t-x+\frac{1}{2}} \left\{ \sum_{y=x}^{t-1} \hat{E}(S_y) + \frac{1}{2}\hat{E}(S_t) \right\} \cdot h_t \cdot \frac{i_t}{l_x} \cdot \bar{a}^i_{t+\frac{1}{2}\,\left(t+\frac{1}{2}\right)_w} =$$

$$\sum_{t=x}^{\omega-1} \left(\sum_{y=x}^{t} f^i_t(y) \right) \cdot u^{t-x+\frac{1}{2}} \cdot h_t \cdot \frac{i_t}{l_x} \cdot \bar{a}^i_{t+\frac{1}{2}\,\left(t+\frac{1}{2}\right)_w} \qquad 5.3.4.(2)$$

όπου : $f_t^i(y) = \begin{cases} f \cdot \hat{E}(S_y) & \text{για } x \le y \le t-1 \\ \frac{1}{2} \cdot f \cdot \hat{E}(S_t) & \text{για } y = t \end{cases}$

Με αναδιάταξη των όρων του αθροίσματος :

$$(F.S.B.)_x = \sum_{y=x}^{\omega-1} \sum_{t=y}^{\omega-1} f_t^i(y) \cdot u^{t-x+\frac{1}{2}} \cdot h_t \cdot \frac{i_t}{l_x} \cdot \bar{a}^i_{t+\frac{1}{2}|(t+\frac{1}{2})_w} = \sum_{y=x}^{\omega-1} G_w^i(y) \qquad 5.3.4.(3)$$

όπου :

$$G_w^i(y) = \sum_{t=y}^{\omega-1} f_t^i(y) \cdot u^{t-x+\frac{1}{2}} \cdot h_t \cdot \frac{i_t}{l_x} \cdot \bar{a}^i_{t+\frac{1}{2}|(t+\frac{1}{2})_w} =$$

$$\frac{1}{2} \cdot f \cdot \hat{E}(S_y) \cdot u^{y-x+\frac{1}{2}} \cdot h_y \cdot \frac{i_y}{l_x} \cdot \bar{a}^i_{y+\frac{1}{2}|(y+\frac{1}{2})_w} + f \cdot \hat{E}(S_y) \cdot \sum_{t=y-1}^{\omega-1} u^{t-x+\frac{1}{2}} \cdot h_t \cdot \frac{i_t}{l_x} \cdot \bar{a}^i_{t+\frac{1}{2}|(t+\frac{1}{2})_w}$$

με $x \le y \le \omega - 1$.

Η ποσότητα $G_w^i(y)$ δηλώνει την P.V. της F.S.B. σύνταξης χηρείας, που οφείλεται στην ασφάλιση μεταξύ των ηλικιών y και y+1.

$(P.V.)_x = (P.S.B.)_x + (F.S.B.)_x$

5.3.5. Σύνταξη χηρείας εξαρτώμενη του τελικού μισθού και των ετών ασφάλισης

Εδώ η σύνταξη χηρείας υπολογίζεται από τον τύπο :

$$P_w^i = f \cdot n_o \cdot (\Sigma M)$$

όπου : (ΣM) = συντάξιμες αποδοχές, όπως αυτές καθορίσθηκαν στην παρ. 3.3.2.

Past Service Benefits

Για n έτη ασφάλιση μέχρι την ηλικία x έχουμε :

$$(P.S.B.)_x = f \cdot n \cdot \sum_{t=x}^{\omega-1} u^{t-x+\frac{1}{2}} \cdot \hat{E}(z_{t+\frac{1}{2}}) \cdot h_t \cdot \frac{i_t}{l_x} \cdot \bar{a}^i_{t+\frac{1}{2}|(t+\frac{1}{2})_w} \qquad 5.3.5.(1)$$

Future Service Benefits

Για άτομο ηλικίας x, η σύνταξη χηρείας για τη μέλλουσα ασφάλιση είναι :

$$(F.S.B.)_x = \sum_{t=x}^{\omega-1}\left(t - x + \frac{1}{2}\right)g_w^i(t) \qquad 5.3.5.(2)$$

όπου $g_w^i(t) = u^{t-x+\frac{1}{2}} \cdot f \cdot \hat{E}\left(z_{t+\frac{1}{2}}\right) \cdot h_t \cdot \frac{i_t}{l_x} \cdot \bar{a}^i_{t+\frac{1}{2}\,\left(t+\frac{1}{2}\right)_w}$ με $x \le t \le \omega - 1$, 5.3.5.(3)

Με αναδιάταξη των όρων του αθροίσματος έχουμε :

$$(F.S.B.)_x = \sum_{y=x}^{\omega-1} G_w^i(y) \qquad 5.3.5.(4)$$

όπου :

$$G_w^i(y) = \frac{1}{2}g_w^i(y) + \sum_{t=y+1}^{\omega-1} g_w^i(t) =$$

$$\frac{1}{2}u^{y-x+\frac{1}{2}} \cdot f \cdot \hat{E}\left(z_{y+\frac{1}{2}}\right) \cdot h_y \cdot \frac{i_y}{l_x} \cdot \bar{a}^i_{y+\frac{1}{2}\,\left(y+\frac{1}{2}\right)_w} +$$

$$f \cdot \sum_{t=y+1}^{\omega-1} u^{t-x+\frac{1}{2}} \cdot \hat{E}\left(z_{t+\frac{1}{2}}\right) \cdot h_t \cdot \frac{i_t}{l_x} \cdot \bar{a}^i_{t+\frac{1}{2}\,\left(t+\frac{1}{2}\right)_w} \quad \text{με } x \le y \le \omega - 1$$

Η ποσότητα $G_w^i(y)$ δηλώνει την Π.Α. της F.S.B. σύνταξης χηρείας, που οφείλεται στην ασφάλιση ικανού μέλους μεταξύ των ηλικιών y και y+1.

$$(P.V.)_x = (P.S.B.)_x + (F.S.B.)_x$$

5.4. Σύνταξη χηρείας λόγω θανάτου ικανού μέλους μετά τη συνταξιοδότησή του λόγω γήρατος

Θα υπολογισθεί η παρούσα αξία σύνταξης χηρείας, που οφείλεται σε θάνατο ικανού μέλους μετά τη συνταξιοδότησή του λόγω γήρατος, στις περιπτώσεις που αυτή εξαρτάται :

α. ενός σταθερού ποσού Β,

β. ενός σταθερού ποσού Β και των ετών ασφάλισης n_o, γ. μόνο του μισθού,

δ. του τελικού μισθού και των ετών ασφάλισης και

ε. των συνολικών αποδοχών, που λαμβάνονται σε όλη τη διάρκεια της ασφάλισης.

5.4.1. Σύνταξη χηρείας εξαρτώμενη ενός σταθερού ποσού

Η παρούσα αξία της σύνταξης δίδεται από το άθροισμα :

$$(P.V.)_x = \sum_{t=x}^{\omega} g_d^r(t) \qquad 5.4.1.(1)$$

$$\text{όπου : } g_d^r(t) = \begin{cases} B \cdot u^{t-x+\frac{1}{2}} \cdot h_t \cdot \frac{r_t}{l_x} \cdot \bar{a}^r_{t+\frac{1}{2}\,(t+\frac{1}{2})_w} & \text{για } x \le t \le \omega - 1 \\ B \cdot u^{\omega-x} \cdot h_\omega \cdot \frac{r_\omega}{l_x} \cdot \bar{a}^r_{\omega\,\omega_w} & \text{για } t = \omega \end{cases}$$

5.4.2. Σύνταξη χηρείας εξαρτώμενη ενός σταθερού ποσού και των ετών ασφάλισης

Εδώ η σύνταξη χηρείας έχει τη μορφή :

$$P_w^r = f \cdot B \cdot n_o$$

Past Service Benefits

Για ασφαλισμένο ηλικίας x και με n έτη ασφάλιση μέχρι την ηλικία αυτή έχουμε :

$$(P.S.B.)_x = f \cdot B \cdot n \cdot \left(\sum_{t=x}^{\omega-1} u^{t-x+\frac{1}{2}} \cdot h_t \cdot \frac{r_t}{l_x} \cdot \bar{a}^r_{t+\frac{1}{2}\,(t+\frac{1}{2})_w} + u^{\omega-x} \cdot h_\omega \cdot \frac{r_\omega}{l_x} \cdot \bar{a}^r_{\omega\,\omega_w} \right) \quad 5.4.2.(1)$$

Future Service Benefits

Η παρούσα αξία της σύνταξης για τη μέλλουσα ασφάλιση είναι :

$$(F.S.B.)_x = \sum_{t=x}^{\omega-1} \left(t - x + \frac{1}{2} \right) g_w^r(t) + (\omega - x) g_w^r(\omega) \qquad 5.4.2.(2)$$

$$\text{όπου } g_w^r(t) = \begin{cases} f \cdot B \cdot u^{t-x+\frac{1}{2}} \cdot h_t \cdot \dfrac{r_t}{l_x} \cdot \bar{a}^r_{t+\frac{1}{2}:t-\frac{1}{2}_w} & \text{για } x \le t \le \omega - 1 \\ f \cdot B \cdot u^{\omega - x} \cdot h_\omega \cdot \dfrac{r_\omega}{l_x} \cdot \bar{a}^r_{\omega\omega_w} & \text{για } t = \omega \end{cases}$$

Μετά από αναδιάταξη του παραπάνω αθροίσματος, προκύπτει :

$$(F.S.B.)_x = \sum_{y=x}^{\omega-1} G_w^r(y) \qquad 5.4.2.(3)$$

$$\text{όπου : } G_w^r(y) = \frac{1}{2} g_w^r(y) + \sum_{t=y+1}^{\omega} g_w^r(t) \text{ με } x \le y \le \omega - 1$$

Η ποσότητα $G_w^r(y)$ δηλώνει την P.V. της F.S.B. σύνταξης χηρείας, που οφείλεται στην ασφάλιση ακριβώς μεταξύ των ηλικιών y και y+1.

$$(P.V.)_x = (P.S.B.)_x + (F.S.B.)_x$$

5.4.3. Σύνταξη χηρείας εξαρτώμενη μόνο του τελικού μισθού

Η σύνταξη χηρείας υπολογίζεται από τον τύπο :

$$P_w^r = f \cdot (\Sigma M)$$

όπου : (ΣΜ) = συντάξιμες αποδοχές, όπως ορίσθηκαν στην παρ. 3.3.2.

Η παρούσα αξία της σύνταξης είναι :

$$(P.V.)_x = f \cdot \left\{ \sum_{t=x}^{\omega-1} u^{t-x+\frac{1}{2}} \cdot \hat{E}\left(z_{t+\frac{1}{2}}\right) \cdot h_t \cdot \frac{r_t}{l_x} \cdot \bar{a}^r_{t-\frac{1}{2}\,(t-\frac{1}{2})_w} + u^{\omega-x} \cdot \hat{E}(z_\omega) \cdot h_\omega \cdot \frac{r_\omega}{l_x} \bar{a}^r_{\omega\omega_w} \right\} \qquad 5.4.3.(1)$$

5.4.4. Σύνταξη χηρείας εξαρτώμενη των συνολικών αποδοχών, που αποκτήθηκαν σε όλη τη διάρκεια της ασφάλισης

Έστω ότι η σύνταξη χηρείας υπολογίζεται με βάση τον τύπο :

$$P_w^r = f \cdot T$$

όπου T = οι συνολικές αποδοχές, που αποκτήθηκαν από ασφαλισμένο σε όλη τη διάρκεια της ασφάλισής του, όπως αυτές ορίσθηκαν στην παρ. 3.3.1.

Past Service Benefits

Έχουμε :

$$(P.S.B.)_x = f\cdot(T.P.S.)\cdot\left\{\sum_{t=x}^{\omega-1} u^{t-x+\frac{1}{2}}\cdot h_t\cdot\frac{r_t}{l_x}\cdot \bar{a}^r_{t-\frac{1}{2}\,(t-\frac{1}{2})_w} - u^{\omega-x}\cdot h_t\cdot\frac{r_t}{l_x}\cdot\bar{a}^r_{\omega\,\omega_w}\right\},5.4.4.(1)$$

όπου (TPS) = οι συνολικές αποδοχές που αποκτήθηκαν από ασφαλισμένο από την ηλικία εισόδου του στην ασφάλιση μέχρι την ηλικία x.

Future Service Benefits

Η παρούσα αξία της σύνταξης χηρείας, που οφείλεται στη μέλλουσα ασφάλιση, υπολογίζεται από τον τύπο :

$$(F.S.B.)_x = f\cdot\sum_{t=x}^{\omega-1} u^{t-x+\frac{1}{2}}\left\{\sum_{y=x}^{t-1}\hat{E}(S_y)-\frac{1}{2}\hat{E}(S_t)\right\}\cdot h_t\cdot\frac{r_t}{l_x}\cdot\bar{a}^r_{t+\frac{1}{2}\,(t+\frac{1}{2})_w} +$$

$$f\cdot u^{\omega-x}\left\{\sum_{y=x}^{\omega-1}\hat{E}(S_y)+\frac{1}{2}\hat{E}(S_\omega)\right\}\cdot h_\omega\cdot\frac{r_\omega}{l_x}\cdot\bar{a}^r_{\omega\,\omega_w} \qquad 5.4.4.(2)$$

και επομένως : $(F.S.B.)_x = \sum_{y=x}^{\omega-1} G^r_w(y)$

όπου :

$$G^r_w(y) = f\cdot\hat{E}(S_y)\cdot\left\{\frac{1}{2}\cdot u^{y-x+\frac{1}{2}}\cdot h_y\cdot\frac{r_y}{l_x}\cdot\bar{a}^r_{y+\frac{1}{2}\,(y+\frac{1}{2})_w} - \right.$$

$$\left.\sum_{t=y+1}^{\omega-1} u^{t-x+\frac{1}{2}}\cdot h_t\cdot\frac{r_t}{l_x}\cdot\bar{a}^r_{t+\frac{1}{2}\,(t+\frac{1}{2})_w} + u^{\omega-x}\cdot h_\omega\cdot\frac{r_\omega}{l_x}\cdot\bar{a}^r_{\omega\,\omega_w}\right\} \qquad 5.4.4.(3)$$

για $x \le y \le \omega-1$.

Η ποσότητα $G^r_w(y)$ δηλώνει την P.V. της σύνταξης χηρείας, που οφείλεται στην ασφάλιση μεταξύ των ηλικιών y και y+1.

$(P.V.)_x = (P.S.B.)_x + (F.S.B.)_x$

5.4.5. Σύνταξη χηρείας εξαρτώμενη του τελικού μισθού και των ετών ασφάλισης

Θεωρούμε ότι η σύνταξη χηρείας υπολογίζεται από τον τύπο :

$$P_w^r = f \cdot n_o \cdot (\Sigma M)$$

όπου : (ΣΜ) = συντάξιμες αποδοχές, όπως ορίσθηκαν στην παρ. 3.3.2.

Past Service Benefits

Με n έτη ασφάλιση μέχρι την ηλικία x έχουμε :

$$(P.S.B.)_x = f \cdot n \cdot \left\{ \sum_{t=x}^{\omega-1} u^{t-x+\frac{1}{2}} \cdot \hat{E}\left(z_{t+\frac{1}{2}}\right) \cdot h_t \cdot \frac{r_t}{l_x} \cdot \bar{a}^r_{t+\frac{1}{2}\,(t-\frac{1}{2})_w} - u^{\omega-x} \cdot \hat{E}(z_\omega) \cdot h_\omega \cdot \frac{r_\omega}{l_x} \cdot \bar{a}^r_{\omega \cdot \omega_w} \right\}$$

5.4.5.(1)

Future Service Benefits

Για τη μέλλουσα ασφάλιση έχουμε :

$$(F.S.B.)_x = \sum_{t=x}^{\omega-1} \left(t - x + \frac{1}{2}\right) g_w^r(t) + (\omega - x) g_w^r(\omega) \qquad 5.4.5.(2)$$

$$\text{όπου } g_w^r(t) = \begin{cases} f \cdot u^{t-x+\frac{1}{2}} \cdot \hat{E}\left(z_{t+\frac{1}{2}}\right) \cdot h_t \cdot \frac{r_t}{l_x} \cdot \bar{a}^r_{t+\frac{1}{2}\,(t+\frac{1}{2})_w} & \text{για } x \le t \le \omega - 1 \\ f \cdot u^{\omega-x} \cdot \hat{E}(z_\omega) \cdot h_\omega \cdot \frac{r_\omega}{l_x} \cdot \bar{a}^r_{\omega \omega_w} & \text{για } t = \omega \end{cases}$$

Με αναδιάταξη των όρων προκύπτει :

$$(F.S.B.)_x = \sum_{y=x}^{\omega-1} G_w^r(y) \qquad 5.4.5.(3)$$

$$\text{όπου } G_w^r(y) = \frac{1}{2} g_w^r(y) + \sum_{t=y+1}^{\omega} g_w^r(t).$$

Η ποσότητα $G_w^r(y)$ παριστά την παρούσα αξία της σύνταξης, που οφείλεται στην ασφάλιση του έτους y.

$$(P.V.)_x = (P.S.B.)_x + (F.S.B.)_x$$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6

Επιστροφή ασφαλιστικών εισφορών

6.1. Γενικά

Οι περισσότεροι των εργαζόμενων, που αλλάζουν επάγγελμα σε ένα ενδιάμεσο στάδιο της σταδιοδρομίας τους (και επομένως είναι πιθανή η υποχρεωτική αποχώρηση τους από το Συνταξιοδοτικό Ταμείο), έχουν δικαίωμα να λάβουν από το Συνταξιοδοτικό Ταμείο ένα εφάπαξ ποσό ίσο με το ποσό των συσσωρευμένων ασφαλίστρων ή να μεταφέρουν το ποσό αυτό σε ένα άλλο Συνταξιοδοτικό Ταμείο εάν τούτο απαιτείται.

Για τον υπολογισμό των παρουσών αξιών της επιστροφής των ασφαλιστικών εισφορών (return of contributions) πρέπει να γνωρίζουμε :

α. το σύνολο των ασφαλιστικών εισφορών, που κατεβλήθησαν από τον ασφαλισμένο μέχρι την σημερινή ηλικία (T.P.C. - Total Past Contributions) και

β. το επιτόκιο επιστροφής των εισφορών j (ενώ το τεχνικό επιτόκιο υπολογισμού παραμένει i).

Όπως στις παροχές, έτσι και στην περίπτωση αυτή, υπολογίζονται χωριστά οι παρούσες αξίες της επιστροφής των ασφαλιστικών εισφορών μέχρι την ηλικία x και από την ηλικία x μέχρι την υποχρεωτική ηλικία συνταξιοδότησης ω.

6.2. Επιστροφή ασφαλιστικών εισφορών, όταν αυτές δεν εξαρτώνται του μισθού

Θεωρούμε ασφαλισμένο ηλικίας σήμερα x, του οποίου η ετήσια ασφαλιστική εισφορά είναι ανεξάρτητη του μισθού και του οποίου το σύνολο των ασφαλιστικών εισφορών, που κατεβλήθησαν μέχρι σήμερα είναι (T.P.C.).

Με βάση τα δεδομένα αυτά και ότι το επιτόκιο επιστροφής των ασφαλιστικών εισφορών είναι j, *θα υπολογισθούν χωριστά οι παρούσες αξίες των* Past Service Benefits και Future Service Benefits.

<u>Past Service Benefits</u>

Για την ασφάλιση μέχρι την ηλικία x :

$$(P.S.B.)_x = (T.P.C.)\cdot\sum_{t=x}^{\omega-1} u^{t-x+\frac{1}{2}}\cdot(1+j)^{t-x+\frac{1}{2}}\cdot\frac{w_t}{l_x}$$

<u>Future Service Benefits</u>

Αν ο ασφαλισμένος ηλικίας σήμερα x, αποχωρήσει στην ηλικία t (μεταξύ των ηλικιών t και t+1), το σύνολο των εισφορών που αυτός θα καταβάλλει από το έτος x μέχρι το έτος t θα είναι :

$$\left(t-x+\frac{1}{2}\right)\cdot C$$

Με την παραδοχή ότι για το έτος αποχώρησης t δεν καταβάλλεται τόκος, το ποσό που θα επιστραφεί στον ασφαλισμένο είναι :

$$\frac{1}{2}C+C(1+j)+\ldots+C(1+j)^{t-x}=\frac{1}{2}C+C\sum_{y=x}^{t-1}(1+j)^{t-y}=\sum_{y=x}^{t}g_t(y)$$

$$\text{όπου : } g_t(y)=\begin{cases} C(1+j)^{t-y} & \text{για } x\le y\le t-1 \\ \frac{1}{2}C & \text{για } y=t \end{cases}$$

Έτσι η παρούσα αξία της F.S.B. θα είναι :

$$(F.S.B.)_x = \sum_{t=x}^{\omega-1}\left(\sum_{y=x}^{t} g_t(y)\right)\cdot u^{t-x+\frac{1}{2}}\cdot\frac{w_x}{l_x}$$

Με αναδιάταξη των όρων του παραπάνω αθροίσματος έχουμε :

$$(F.S.B.)_x = \sum_{y=x}^{\omega-1}\left(\sum_{t=y}^{\omega-1} g_t(y)\right)\cdot u^{t-x+\frac{1}{2}}\cdot\frac{w_t}{l_x} = \sum_{y=x}^{\omega-1} G(y)$$

όπου

$$G(y) = \sum_{t=y}^{\omega-1} g_t(y)\cdot u^{t-x+\frac{1}{2}}\cdot\frac{w_t}{l_x} = \frac{1}{2}\cdot C\cdot u^{y-x+\frac{1}{2}}\cdot\frac{w_y}{l_x} + C\cdot\sum_{t=y+1}^{\omega-1}(1+j)^{t-y}\cdot u^{t-x+\frac{1}{2}}\cdot\frac{w_t}{l_x}$$

με $x \leq y \leq \omega - 1$.

Η ποσότητα G(y) εκφράζει την παρούσα αξία της επιστροφής ασφαλιστικών εισφορών, που οφείλεται στην ασφάλιση του έτους y.

6.3. Επιστροφή ασφαλιστικών εισφορών, όταν αυτές εξαρτώνται από τον μισθό

Έστω ρ = το ποσοστό ασφαλίστρου, καθορισμένο από το Καταστατικό του Ταμείου.

Past Service Benefits

Η παρούσα αξία των ασφαλιστικών εισφορών, που καταβλήθηκαν μέχρι την ηλικία x είναι :

$$(P.S.B.)_x = \rho\cdot(TPC)\cdot\sum_{t=x}^{\omega-1} u^{t-x+\frac{1}{2}}\cdot(1+j)^{t-x+\frac{1}{2}}\cdot\frac{w_t}{l_x}$$

Future Service Benefit

Αν ο ασφαλισμένος σήμερα ηλικίας x αποχωρήσει στην ηλικία t (μεταξύ των ετών t και t+1), το σύνολο των εισφορών, που αυτός θα καταβάλλει από το έτος x μέχρι το έτος αποχώρησης t, εκτιμάται ότι είναι :

$$\rho \cdot \sum_{y=x}^{t-1} \hat{E}(S_y) + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \hat{E}(S_t)$$

Με την παραδοχή ότι για το έτος αποχώρησης t, δεν καταβάλλεται τόκος, το ποσό που θα επιστραφεί στον ασφαλισμένο εκτιμάται ότι είναι :

$$\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \hat{E}(S_t) + \rho \cdot \sum_{y=x}^{t-1} (1+j)^{t-y} \cdot \hat{E}(S_y) = \sum_{y=x}^{t} g_t(y)$$

$$\text{όπου } g_t(y) = \begin{cases} \rho (1+j)^{t-y} \cdot \hat{E}(S_y) & \text{για } x \le y \le t-1 \\ \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \hat{E}(S_t) & \text{για } y = t \end{cases}$$

Επομένως, η παρούσα αξία της F.S.B. επιστροφής ασφαλιστικών εισφορών, είναι :

$$(F.S.B.)_x = \sum_{t=x}^{\omega-1} \left(\sum_{y=x}^{t} g_t(y) \right) \cdot u^{t-x+\frac{1}{2}} \cdot \frac{w_t}{l_x}$$

Με αναδιάταξη των όρων του παραπάνω αθροίσματος, έχουμε :

$$(F.S.B.)_x = \sum_{y=x}^{\omega-1} \sum_{t=y}^{\omega-1} g_t(y) \cdot u^{t-x+\frac{1}{2}} \cdot \frac{w_t}{l_x} = \sum_{y=x}^{\omega-1} G(y)$$

όπου

$$G(y) = \sum_{t=y}^{\omega-1} g_t(y) \cdot u^{t-x+\frac{1}{2}} \cdot \frac{w_t}{l_x} =$$

$$\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \hat{E}(S_y) \cdot u^{y-x+\frac{1}{2}} \cdot \frac{w_y}{l_x} + \rho \cdot \hat{E}(S_y) \cdot \sum_{t=y+1}^{\omega-1} (1+j)^{t-y} \cdot u^{t-x+\frac{1}{2}} \cdot \frac{w_t}{l_x}$$

Η ποσότητα G(y) εκφράζει την παρούσα αξία της επιστροφής ασφαλιστικών εισφορών, που οφείλεται στην ασφάλιση του έτους y.

Βιβλιογραφία

Life Contingencies by Al. Neill (παρ. 10.7)

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7

ΣΥΝΘΕΤΟΙ ΣΥΝΤΑΞΙΟΔΟΤΙΚΟΙ ΤΥΠΟΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ ΤΩΝ ΠΑΡΟΥΣΩΝ ΑΞΙΩΝ ΤΩΝ ΠΑΡΟΧΩΝ ΛΟΓΩ ΓΗΡΑΤΟΣ, ΑΝΑΠΗΡΙΑΣ ΚΑΙ ΘΑΝΑΤΟΥ

7.1. Γενικά

Στο Κεφάλαιο αυτό θα αναπτυχθούν μαθηματικοί τύποι υπολογισμού των παρουσών αξιών των κυριοτέρων συντάξεων, που συναντώνται στο χώρο της Κοινωνικής και Ιδιωτικής Ασφάλισης.

Η χρησιμοποίηση αυτών των μαθηματικών τύπων στον υπολογισμό των παρουσών αξιών των παροχών αντί των ραντών των Πινάκων E.V.K., έχει σαν αποτέλεσμα να επιτυγχάνεται μεγαλύτερη ακρίβεια στους υπολογισμούς, αφού σε αυτούς υπεισέρχονται τόσο οι τύποι των συντάξεων, όπως περιγράφονται στα Καταστατικά, όσο και η εξέλιξη των μισθών.

Η υπολογιζόμενη, σύμφωνα με τους εν λόγω τύπους, παρούσα αξία των παροχών αναλύεται στην παρούσα αξία των παροχών, που οφείλεται στην ασφάλιση που έχει διανυθεί από την ηλικία εισόδου του ασφαλισμένου στο Συνταξιοδοτικό Ταμείο, μέχρι τη σημερινή ηλικία (P.S.B.) και στην ασφάλιση, που θα διανυθεί μεταξύ της σημερινής ηλικίας και της ηλικίας συνταξιοδότησης (F.S.B.). Περαιτέρω, παρέχονται εκφράσεις που φανερώνουν τη συμμετοχή κάθε μελλοντικού έτους στη διαμόρφωση της παρούσας αξίας της σύνταξης.

Στις παρακάτω παραγράφους, για κάθε τύπο σύνταξης, αναπτύσσεται και ένας αντίστοιχος μαθηματικός τύπος υπολογισμού της παρούσας αξίας της, με σκοπό την επίτευξη μεγαλύτερης ακρίβειας των υπολογισμών, στο βαθμό που αυτή εξαρτάται από την επιλογή των ραντών.

Στο σημείο αυτό αναφέρουμε ότι με τη δημοσίευση του Ν. 2084/92, επήλθαν ριζικές μεταβολές στις διατάξεις, που αφορούν τις εισφορές, τις παροχές και τις προϋποθέσεις συνταξιοδότησης των Φορέων Κοινωνικής Ασφάλισης.

Με βάση τους Νόμους 2084/92, 1902/90 και 1976/91, οι εργαζόμενοι στο Δημόσιο και στα Ν.Π.Δ.Δ., χωρίζονται σε τρεις μεγάλες κατηγορίες, στους ασφαλισμένους που ασφαλίσθηκαν για πρώτη φορά :

α. μέχρι 31/12/82,

β. από 1/1/83 μέχρι 31/12/92 και

γ. από 1/1/93.

Οι παροχές σύνταξης είναι διαφορετικές ανά κατηγορία και στις επόμενες παραγράφους έχουν αναπτυχθεί μαθηματικοί τύποι υπολογισμού των παρουσών αξιών και αυτών των συντάξεων.

Τέλος αναφέρουμε ότι με βάση τον Ν. 2084/92, όλοι οι ασφαλισμένοι, που ασφαλίσθηκαν για πρώτη φορά από 1/1/93, διέπονται από τις ίδιες ασφαλιστικές διατάξεις (ασφαλιστικών εισφορών, προϋποθέσεων συνταξιοδότησης, ύψος παροχών κ.λ.π.) ανεξάρτητα Ασφαλιστικού φορέα, στον οποίο ανήκουν.

7.2. Κλιμακωτή σύνταξη, οριζόμενη σε κλάσμα της μορφής 1/Κ των συντάξιμων αποδοχών για κάθε έτος ασφάλισης και μέχρι Κ έτη, πέραν των οποίων δεν δίδεται καμία προσαύξηση

Σε ένα μεγάλο αριθμό Ασφαλιστικών Φορέων και Ιδιωτικών Συνταξιοδοτικών Ταμείων, η σύνταξη ισούται με 1/Κ των συντάξιμων αποδοχών για κάθε έτος ασφάλισης και μέχρι Κ έτη. Μάλιστα ο τύπος αυτός της σύνταξης είχε εφαρμοσθεί για πρώτη φορά στο σύνολο των Δημοσίων Υπαλλήλων με τον Ν. 1202/81 για Κ=35.

Ο μαθηματικός τύπος υπολογισμού της σύνταξης είναι :

$$P = \begin{cases} \frac{n_o}{K} \cdot (\Sigma M) & \text{για } 1 \le n_o < K \\ (\Sigma M) & \text{για } K \le n_o \end{cases}$$

όπου :

(ΣΜ) = συντάξιμες αποδοχές όπως ορίσθηκαν στην παρ. 3.3.2. (Ο Ν. 1202/81 καθορίζει τις συντάξιμες αποδοχές στο 80% του αθροίσματος του βασικού μισθού, χρονοεπιδόματος, οικογενειακού επιδόματος και ΑΤΑ)

K = ο μέγιστος αριθμός ετών ασφάλισης για τα οποία δίδεται σύνταξη

n_o = ο συνολικός αριθμός ετών ασφάλισης

Έστω n ο αριθμός ετών ασφάλισης μέχρι την ηλικία x. Διακρίνουμε τρεις περιπτώσεις :

α. $n+\omega-x \le K$

β. $n+\omega-x > K$ με $n<K$

γ. $n+\omega-x > K$ με $n \ge K$

όπου x = η ηλικία του ασφαλισμένου σήμερα

ω = η υποχρεωτική ηλικία συνταξιοδότησης

α) $n+\omega-x \le K$

α1) Λόγω αναπηρίας

$$(P.S.B.)_x = n \cdot \sum_{t=x}^{\omega-1} g(t)$$

όπου $g(t) = \frac{1}{K} u^{t-x+\frac{1}{2}} \cdot \hat{E}\left(z_{t+\frac{1}{2}}\right) \cdot \frac{i_t}{l_x} \cdot \bar{a}^{i}_{t+\frac{1}{2}}$, $x \le t \le \omega-1$

$$(F.S.B.)_x = \sum_{t=x}^{\omega-1}\left(t - x + \frac{1}{2}\right)g(t) = \sum_{y=x}^{\omega-1} G(y)$$

$$\text{όπου } G(y) = \frac{1}{2}g(y) + \sum_{t=y+1}^{\omega-1} g(t) \qquad \text{για } x \le y \le \omega - 1$$

α2) Λόγω γήρατος

$$(P.S.B.)_x = n \cdot \sum_{t=x}^{\omega-1} g(t)$$

$$\text{όπου } g(t) = \begin{cases} \frac{1}{K} \cdot u^{t-x+\frac{1}{2}} \cdot \hat{E}\left(z_{t+\frac{1}{2}}\right) \cdot \frac{r_t}{l_x} \cdot \bar{a}^r_{t+\frac{1}{2}} & , \ x \le t \le \omega - 1 \\ \frac{1}{K} \cdot u^{\omega-x} \cdot \hat{E}(z_\omega) \cdot \bar{a}^r_\omega \cdot \frac{r_\omega}{l_x} & , \ t = \omega \end{cases}$$

$$(F.S.B.)_x = \sum_{t=x}^{\omega-1}\left(t - x + \frac{1}{2}\right)g(t) + (\omega - x)g(\omega) = \sum_{y=x}^{\omega-1} G(y)$$

$$\text{όπου } G(y) = \frac{1}{2} \cdot g(y) + \sum_{t=y+1}^{\omega} g(y), \ x \le y \le \omega - 1$$

α3) Λόγω θανάτου ικανού μέλους πριν την συνταξιοδότησή του

$$(P.S.B.)_x = n \cdot \sum_{t=x}^{\omega-1} g(t)$$

$$\text{όπου } g(t) = \frac{1}{K} u^{t-x+\frac{1}{2}} \cdot \hat{E}\left(z_{t+\frac{1}{2}}\right) \cdot h_t \cdot \frac{d_t}{l_x} \bar{a}^d_{\left(t+\frac{1}{2}\right)_w}, \ x \le t \le \omega - 1$$

$$(F.S.B.)_x = \sum_{t=x}^{\omega-1}\left(t - x + \frac{1}{2}\right)g(t) = \sum_{y=x}^{\omega-1} G(y)$$

$$\text{όπου } G(y) = \frac{1}{2}g(y) + \sum_{t=y+1}^{\omega-1} g(t), \qquad x \le y \le \omega - 1$$

α4) Λόγω θανάτου ικανού μέλους μετά τη συνταξιοδότησή του λόγω γήρατος

$$(P.S.B.)_x = n \cdot \sum_{t=x}^{\omega} g(t)$$

$$\text{όπου } g(t)=\begin{cases}\frac{1}{K}\cdot u^{t-x+\frac{1}{2}}\cdot \hat{E}\left(z_{t+\frac{1}{2}}\right)\cdot h_t\cdot \frac{r_t}{l_x}\cdot \bar{a}^r_{t+\frac{1}{2}\,(t+\frac{1}{2})_w} & \text{για } x\le t\le \omega-1\\ \frac{1}{K}\cdot u^{\omega-x}\cdot \hat{E}(z_\omega)\cdot h_t\cdot \frac{r_\omega}{l_x}\cdot \bar{a}^r_{\omega\,\omega_w} & \text{για } t=\omega\end{cases}$$

$$(F.S.B.)_x=\sum_{t=x}^{\omega-1}\left(t-x+\frac{1}{2}\right)g(t)+(\omega-x)g(\omega)=\sum_{y=x}^{\omega-1}G(y)$$

$$\text{όπου } G(y)=\frac{1}{2}\cdot g(y)+\sum_{t=y+1}^{\omega}g(t),\ x\le y\le \omega-1$$

<u>*α5) Λόγω θανάτου ικανού μέλους μετά τη συνταξιοδότησή του λόγω αναπηρίας*</u>

$$(P.S.B.)_x=n\cdot\sum_{t=x}^{\omega-1}g(t)$$

$$\text{όπου } g(t)=\frac{1}{K}\cdot u^{t-x+\frac{1}{2}}\cdot \hat{E}\left(z_{t+\frac{1}{2}}\right)\cdot h_t\cdot \frac{i_t}{l_x}\cdot \bar{a}^i_{t+\frac{1}{2}\,(t+\frac{1}{2})_w}\ \text{ με } x\le t\le \omega-1$$

$$(F.S.B.)_x=\sum_{t=x}^{\omega-1}\left(t-x+\frac{1}{2}\right)g(t)=\sum_{y=x}^{\omega-1}G(y)$$

$$\text{όπου } G(y)=\frac{1}{2}g(y)+\sum_{t=y+1}^{\omega-1}g(t),\ x\le y\le \omega-1$$

β) $n+\omega-x>K$ με $n<K$

<u>*β1) Λόγω αναπηρίας*</u>

$$(P.S.B.)_x=n\cdot\sum_{t=x}^{\omega-1}g(t)$$

με g(t) όπως ορίσθηκε στην (α1)

$$(F.S.B.)_x=\sum_{t=x}^{x+K-n-1}\left(t-x+\frac{1}{2}\right)g(t)+(K-n)\sum_{t=x+K-n}^{\omega-1}g(t)$$

Με αναδιάταξη των όρων του παραπάνω αθροίσματος προκύπτει :

$$(F.S.B.)_x = \sum_{y=x}^{x+K-1-n} G(y)$$

$$\text{όπου } G(y) = \frac{1}{2}g(y) + \sum_{t=y+1}^{\omega-1} g(t) \text{ για } x \le y \le x+K-1-n$$

β2) Λόγω γήρατος

$$(P.S.B.)_x = n \cdot \sum_{t=x}^{\omega} g(t)$$

με g(t) όπως ορίσθηκε στην (α2)

$$(F.S.B.)_x = \sum_{t=x}^{x+K-1-n}\left(t - x + \frac{1}{2}\right)g(t) + (K-n)\sum_{t=x+K-n}^{\omega} g(t)$$

Με παρόμοιο τρόπο, όπως και στην (β1), μετά από αναδιάταξη των όρων του παραπάνω αθροίσματος, προκύπτει :

$$(F.S.B.)_x = \sum_{y=x}^{x+K-1-n} G(y)$$

$$\text{όπου } G(y) = \frac{1}{2} \cdot g(y) + \sum_{t=y+1}^{\omega} g(t), \text{ για } x \le y \le x+K-1-n$$

β3) Λόγω θανάτου ικανού μέλους πριν την συνταξιοδότησή του

$$(P.S.B.)_x = n\sum_{t=x}^{\omega-1} g(t)$$

με g(t) όπως ορίσθηκε στην (α3)

$$(F.S.B.)_x = \sum_{t=x}^{x+K-1-n}\left(t - x + \frac{1}{2}\right)g(t) + (K-n) \cdot \sum_{t=x+K-n}^{\omega-1} g(t) = \sum_{y=x}^{x+K-1-n} G(y)$$

$$\text{όπου } G(y) = \frac{1}{2}g(y) + \sum_{t=y+1}^{\omega-1} g(t), \; x \le y \le x+K-1-n$$

β4) Λόγω θανάτου ικανού μέλους μετά τη συνταξιοδότησή του λόγω γήρατος

$$(P.S.B.)_x = n \cdot \sum_{t=x}^{\omega} g(t)$$

με g(t) όπως ορίσθηκε στην (α4)

$$(F.S.B.)_x = \sum_{t=x}^{x+K-1-n} \left(t - x + \frac{1}{2}\right) g(t) + (K-n) \sum_{t=x+K-n}^{\omega} g(t) = \sum_{y=x}^{x+K-1-n} G(y)$$

όπου $G(y) = \frac{1}{2} \cdot g(y) + \sum_{t=y+1}^{\omega} g(t)$, $x \leq y \leq x + K - 1 - n$

β5) Λόγω θανάτου ικανού μέλους μετά τη συνταξιοδότησή του λόγω αναπηρίας

$$(P.S.B.)_x = n \cdot \sum_{t=x}^{\omega-1} g(t)$$

με g(t) όπως ορίσθηκε στην (α5)

$$(F.S.B.)_x = \sum_{t=x}^{x+K-1-n} \left(t - x + \frac{1}{2}\right) g(t) + (K-n) \sum_{t=x+K-n}^{\omega-1} g(t) = \sum_{y=x}^{x+K-1-n} G(y)$$

όπου $G(y) = \frac{1}{2} g(y) + \sum_{t=y+1}^{\omega-1} g(t)$, $x \leq y \leq x + K - 1 - n$

γ) $n + \omega - x > K$ *με* $n \geq K$

γ1) Λόγω αναπηρίας

$$(P.V.)_x = K \cdot \sum_{t=x}^{\omega-1} g(t)$$

με g(t) όπως ορίσθηκε στην (α1)

γ2) Λόγω γήρατος

$$(P.V)_x = K \cdot \sum_{t=x}^{\omega} g(t)$$

με g(t) όπως ορίσθηκε στην (α2)

γ3) Λόγω θανάτου ικανού μέλους πριν την συνταξιοδότησή του

$$(P.V)_x = K \cdot \sum_{t=x}^{\omega-1} g(t)$$

με g(t) όπως ορίσθηκε στην (α3)

γ4) Λόγω θανάτου ικανού μέλους μετά τη συνταξιοδότησή του λόγω γήρατος

$$(P.V.)_x = K \cdot \sum_{t=x}^{\omega} g(t)$$

με g(t) όπως ορίσθηκε στην (α4)

γ5) Λόγω θανάτου ικανού μέλους μετά τη συνταξιοδότησή του λόγω αναπηρίας

$$(P.V.)_x = K \cdot \sum_{t=x}^{\omega-1} g(t)$$

με g(t) όπως ορίσθηκε στην (α5)

7.3. Κλιμακωτή σύνταξη εξαρτώμενη του μισθού και των ετών ασφάλισης με υποχρεωτική τη συμπλήρωση από τον ασφαλισμένο ενός ελάχιστου αριθμού ετών ασφάλισης

Σε μεγάλο αριθμό Συνταξιοδοτικών Ταμείων προβλέπεται η καταβολή σύνταξης μετά τη συμπλήρωση από τα μέλη του ενός ελάχιστου αριθμού ετών ασφάλισης, αφού δεν κρίνεται σκόπιμη η χορήγηση σύνταξης σε μέλη με μικρή συμμετοχή. Στην περίπτωση αυτή, στα αποχωρούντα μέλη επιστρέφονται οι ασφαλιστικές εισφορές με ή χωρίς τόκο.

Στους Ασφαλιστικούς Φορείς που παρέχουν συντάξεις με βάση τους Νόμους 1405/83 και 1902/90, εφαρμόζεται η διαδοχική ασφάλιση και επομένως οι ασφαλισμένοι σήμερα δεν χάνουν το δικαίωμα για σύνταξη λόγω της μικρής συμμετοχής των, εφόσον κατά τη συνταξιοδότησή τους λόγω γήρατος έχουν συμπληρώσει την ελάχιστη προϋπόθεση των 15 ετών ασφάλιση στην ηλικία των 65 ετών.

Το πρόβλημα όμως παραμένει στους Ασφαλιστικούς Φορείς που παρέχουν εφάπαξ βοηθήματα, στους οποίους δεν εφαρμόζεται η διαδοχική ασφάλιση και απαιτείται από τους ασφαλισμένους τους ένας ελάχιστος αριθμός ετών ασφάλισης. Στην περίπτωση αποχώρησης των ασφαλισμένων χωρίς τη συμπλήρωση του ελάχιστου ορίου ετών ασφάλισης, επιστρέφονται οι ασφαλιστικές εισφορές με ετήσιο τόκο 8%, προκαλώντας με τον τρόπο αυτό τις δίκαιες διαμαρτυρίες των ασφαλισμένων.

Θεωρούμε την περίπτωση κατά την οποία η σύνταξη ισούται με 1/35 των συντάξιμων αποδοχών για κάθε έτος ασφάλισης και μέχρι τα 35 έτη και η οποία καταβάλλεται εφόσον ο ασφαλισμένος έχει συμπληρώσει ένα ελάχιστο αριθμό ετών ασφάλισης m στο Ταμείο.

Ο μαθηματικός τύπος υπολογισμού της σύνταξης είναι :

$$P = \begin{cases} 0 & \text{για } n_o < m \\ \dfrac{n_o}{35} \cdot (\Sigma M) & \text{για } m \le n_o < 35 \\ (\Sigma M) & \text{για } n_o \ge 35 \end{cases}$$

όπου :

n_o = ο συνολικός αριθμός ετών ασφάλισης

m = ο ελάχιστος αριθμός ετών ασφάλισης που απαιτείται για την καταβολή σύνταξης

(ΣΜ) = συντάξιμες αποδοχές, όπως ορίσθηκαν στην παρ. 3.3.2.

Θα υπολογισθεί η παρούσα αξία της σύνταξης λόγω αναπηρίας ασφαλισμένου ηλικίας σήμερα x, με n έτη ασφάλιση μέχρι την ηλικία x.

Σαν ηλικία υποχρεωτικής συνταξιοδότησης θεωρείται το 65ο έτος.

Διακρίνουμε τις ακόλουθες περιπτώσεις :

1. n<m

Εδώ θεωρούμε ότι $x+m-n \le 64$, γιατί σε διαφορετική περίπτωση ο ασφαλισμένος δεν δικαιούται σύνταξη.

Past Service Benefits

$$(P.S.B.)_x = n \cdot \sum_{t=x+m-n}^{64} g(t)$$

όπου $g(t) = \frac{1}{35} \cdot u^{t-x+\frac{1}{2}} \cdot \hat{E}\left(z_{t+\frac{1}{2}}\right) \cdot \bar{a}^{i}_{t+\frac{1}{2}} \cdot \frac{i_t}{l_x}$, $x \le t \le 64$

Future Service Benefits

1α) Αν $x+34-n \ge 64$, τότε :

$$(F.S.B.)_x = \sum_{t=x+m-n}^{64} \left(t-x+\frac{1}{2}\right) g(t) =$$

$$\left(m-n+\frac{1}{2}\right) g(x+m-n) + \left(m-n+1\frac{1}{2}\right) g(x+m-n+1) + \ldots + \left(64-x+\frac{1}{2}\right) g(64) =$$

$$(m-n) \cdot \sum_{t=x+m-n}^{64} g(t) + \frac{1}{2} g(x+m-n) + 1\frac{1}{2} g(x+m-n+1) + \ldots + \left(64-m+n+\frac{1}{2}\right) g(64) =$$

$$(m-n) \cdot \sum_{t=x+m-n}^{64} g(t) +$$

$$\frac{1}{2}g(x+m-n)+g(x+m-n+1)+\ldots+g(64)+$$

$$\frac{1}{2}g(x+m-n+1)+\ldots+g(64)+$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$+\frac{1}{2}g(64)=$$

$$=\sum_{y=x+m-n}^{64}G(y)$$

όπου $G(y)=\left(m-n+\frac{1}{2}\right)g(y)+\sum_{t=y+1}^{64}g(t)$, $x+m-n\le y\le 64$

1β) Αν $x+34-n<64$, τότε :

$$(F.S.B.)_x=\sum_{t=x+m-n}^{x+34-n}\left(t-x+\frac{1}{2}\right)g(t)+(35-n)\sum_{t=x+34-n}^{64}g(t)=$$

$$\left(m-n+\frac{1}{2}\right)g(x+m-n)+\left(m-n+1\frac{1}{2}\right)g(x+m-n+1)+\ldots+$$

$$\left(34-n+\frac{1}{2}\right)g(x+34-n)+(35-n)\sum_{t=x+34-n}^{64}g(t)=$$

$$(m-n)\sum_{t=x+m-n}^{x+34-n}g(t)+\frac{1}{2}g(x+m-n)+1\frac{1}{2}g(x+m-n+1)+\ldots+$$

$$\left(34-m+\frac{1}{2}\right)g(x+34-n)+(35-n)\sum_{t=x+34-n}^{64}g(t)=$$

$$(m-n)\cdot\sum_{t=x+m-n}^{x+34-n}g(t)+$$

$$\frac{1}{2}g(x+m-n)+g(x+m-n+1)+\ldots+g(x+34-n)+$$

$$\frac{1}{2}g(x+m-n+1)+\ldots+g(x+34-n)+$$

$$\frac{1}{2}g(x+34-n)+$$

$$+(35-n)\sum_{t=x+34-n}^{64} g(t) = \sum_{y=x+m-n}^{64} G(y)$$

$$\text{όπου } G(y) = \begin{cases} \left(m-n+\frac{1}{2}\right)g(y) + \sum_{t=y+1}^{64} g(t) & , \ x \le y \le x+34-n \\ (m-n)g(y) & , \ x+35-n \le y \le 64 \end{cases}$$

2. $m \le n \le 34$

Past Service Benefits

$$(P.S.B.)_x = n \cdot \sum_{t=x}^{64} g(t)$$

Future Service Benefits

2α) Αν $x+34-n \ge 64$, τότε :

$$(F.S.B.)_x = \sum_{t=x}^{64}\left(t-x+\frac{1}{2}\right)g(t) =$$

$$\frac{1}{2}g(x) + 1\frac{1}{2}g(x+1)+\ldots+\left(64-x+\frac{1}{2}\right)g(64) =$$

$$\frac{1}{2}g(x) + g(x+1)+\ldots+g(64) +$$

$$\frac{1}{2}g(x+1)+\ldots+g(64) +$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$+\frac{1}{2}g(64) =$$

$$= \sum_{y=x}^{64} G(y)$$

$$\text{όπου } G(y) = \frac{1}{2}g(y) + \sum_{t=y+1}^{64} g(t), \ x \le y \le 64$$

2β) Αν $x+34-n<64$, τότε :

$$(F.S.B.)_x = \sum_{t=x}^{x+34-n}\left(t-x+\frac{1}{2}\right)g(t)+(35-n)\sum_{t=x+35-n}^{64}g(t)=$$

$$\frac{1}{2}g(x)+1\frac{1}{2}g(x+1)+\ldots+\left(34-n+\frac{1}{2}\right)g(x+34-n)+(35-n)\sum_{t=x+35-n}^{64}g(t)=$$

$$\frac{1}{2}g(x)+g(x+1)+\ldots+g(x+34-n)+$$

$$\frac{1}{2}g(x+1)+\ldots+g(x+34-n)+$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$+\frac{1}{2}g(x+34-n)+$$

$$(35-n)\cdot\sum_{t=x+35-n}^{64}g(t)=\sum_{y=x}^{x+34-n}G(y)$$

όπου $G(y)=\frac{1}{2}g(y)+\sum_{t=y+1}^{64}g(t),\ x\le y\le x+34-n$

3. $n\ge 35$

<u>*Past Service Benefits*</u>

$$(P.S.B.)_x = 35\sum_{t=x}^{64}g(t)$$

7.4. Κλιμακωτή σύνταξη του Ν. 1202/81 εξαρτώμενη του μισθού και των ετών ασφάλισης με πρόνοια εξασφάλισης ενός κατωτάτου ποσού (κατωφλιού)

Η σύνταξη λόγω αναπηρίας συνήθως δεν δύναται να είναι μικρότερη της σύνταξης που αντιστοιχεί σε καθορισμένο από το Καταστατικό αριθμό ετών ασφάλισης.

Η πρόνοια αυτή λαμβάνεται διότι το ατύχημα (εντός ή εκτός εργασίας) δύναται να επέλθει κατά τη διάρκεια των πρώτων ετών ασφάλισης, οπότε το ύψος της παρεχόμενης σύνταξης είναι μικρό και επομένως όχι αρκετό για τη διαβίωση του ασφαλισμένου.

Θεωρούμε την περίπτωση όπου η σύνταξη λόγω αναπηρίας ισούται με 1/35 των συντάξιμων αποδοχών για κάθε έτος ασφάλισης και μέχρι τα 35 έτη και δεν δύναται να είναι μικρότερη των m/35 των συντάξιμων αποδοχών.

Ο μαθηματικός τύπος υπολογισμού της σύνταξης είναι :

$$P = \begin{cases} \frac{m}{35} \cdot (\Sigma M) & \text{για } n_o < m \\ \frac{n_o}{35} \cdot (\Sigma M) & \text{για } m \le n_o < 35 \\ (\Sigma M) & \text{για } n_o \ge 35 \end{cases}$$

Θα υπολογισθεί η παρούσα αξία της σύνταξης λόγω αναπηρίας για α-σφαλισμένο ηλικίας σήμερα x με n έτη ήδη ασφάλιση.

Διακρίνουμε τις ακόλουθες περιπτώσεις :

1. n<m

Past Service Benefits

$$(P.S.B.)_x = n \cdot \sum_{t=x}^{64} g(t)$$

όπου $g(t) = \frac{1}{35} \cdot u^{t-x+\frac{1}{2}} \cdot \hat{E}\left(z_{t+\frac{1}{2}}\right) \cdot \bar{a}^{i}_{t+\frac{1}{2}} \cdot \frac{i_t}{l_x}$

Future Service Benefits

1α) Αν $x+m-n \ge 64$, τότε :

$$(F.S.B.)_x = (m-n)\sum_{t=x}^{64} g(t) = \sum_{y=x}^{64} G(y)$$

όπου $G(y)=(m-n)g(y)$, $x \le y \le 64$

1β) Αν $x+m-n<64$ και $x+34-n \ge 64$, τότε :

$$(F.S.B.)_x=(m-n)\sum_{t=x}^{x+m-n-1} g(t)+\sum_{t=x+m-n}^{64}\left(t-x+\frac{1}{2}\right)g(t)=$$

$$(m-n)\sum_{t=x}^{x+m-n-1} g(t)+\left(m-n+\frac{1}{2}\right)g(x+m-n)+\left(m-n+1\frac{1}{2}\right)g(x+m-n+1)+\ldots+$$

$$\left(64-x+\frac{1}{2}\right)g(64)=$$

$$(m-n)\sum_{t=x}^{x+m-n-1} g(t)+(m-n)\sum_{t=x+m-n}^{64} g(t)+\frac{1}{2}g(x+m-n)+1\frac{1}{2}g(x+m-n+1)+\ldots+$$

$$\left(64-m+n+\frac{1}{2}\right)g(64)=$$

$$(m-n)\sum_{t=x}^{64} g(t)+$$

$$\frac{1}{2}g(x+m-n)+g(x+m-n+1)+\ldots+g(64)+$$

$$\frac{1}{2}g(x+m-n+1)+\ldots+g(64)+$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$+\frac{1}{2}g(64)=$$

$$=\sum_{y=x}^{64} G(y)$$

$$\text{όπου } G(y)=(m-n)g(y)+\begin{cases} 0 & , \ x \le y < x+m-n \\ \dfrac{1}{2}g(y)+\displaystyle\sum_{t=y+1}^{64} g(t) & , \ x+m-n \le y \le 64 \end{cases}$$

1γ) Αν $x+34-n<64$, τότε :

$$(F.S.B.)_x=(m-n)\sum_{t=x}^{x+m-n-1} g(t)+\sum_{t=x+m-n}^{x+34-n}\left(t-x+\frac{1}{2}\right)g(t)+(35-n)\sum_{t=x+35-n}^{64} g(t)=$$

$$= (m-n)\sum_{t=x}^{x+m-n-1} g(t) + (m-n)\sum_{t=x+m-n}^{x+34-n} g(t) + \frac{1}{2}g(x+m-n) + 1\frac{1}{2}g(x+m-n+1)+\ldots+$$

$$\left(x+34-m+\frac{1}{2}\right)g(x+34-n) + (35-n)\sum_{t=x+35-n}^{64} g(t) =$$

$$(m-n)\sum_{t=x}^{x+34-n} g(t) +$$

$$\frac{1}{2}g(x+m-n) + g(x+m-n+1)+\ldots+g(x+34-n) +$$

$$\frac{1}{2}g(x+m-n+1)+\ldots+g(x+34-n) +$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$+\frac{1}{2}g(x+34-n) +$$

$$+(35-n)\sum_{t=x+35-n}^{64} g(t) = \sum_{y=x}^{64} G(y)$$

όπου :

$$G(y) = (m-n)g(y) + \begin{cases} 0 & \text{για } x \le y < x+m-n \text{ ή } x+35-n \le y \le 64 \\ \dfrac{1}{2}g(y) + \displaystyle\sum_{t=y+1}^{64} g(t) & \text{για } x+m-n \le y < x+35-n \end{cases}$$

Οι περιπτώσεις (2), $m \le n \le 34$ και (3), $n \ge 35$ ανάγονται στην ενότητα 7.3.

7.5. Κλιμακωτή σύνταξη, εξαρτώμενη του μισθού, των ετών ασφάλισης και πλασματικών ετών ασφάλισης, για τα οποία δεν καταβλήθηκαν ασφαλιστικές εισφορές

Σε ορισμένες περιπτώσεις κρίνεται σκόπιμο κατά τον υπολογισμό της σύνταξης ο πραγματικός αριθμός ετών ασφάλισης να προσαυξάνεται κατά ένα αριθμό πλασματικών ετών, συνήθως όχι μεγαλύτερο των πέντε, χωρίς την αντίστοιχη καταβολή ασφαλιστικών εισφορών. Η προσαύξηση αυτή δίδεται συνήθως κατά την ίδρυση ενός Ασφαλιστικού Ταμείου, διότι τότε θα εισέλθουν στην αφάλιση και ασφαλισμένοι που οι ηλικίες τους είναι πλησίον της ηλικίας συνταξιοδότησης, με αποτέλεσμα κατά τη συνταξιοδότησή τους να έχουν συμπληρώσει μικρό αριθμό ετών ασφάλισης και επομένως ελάχιστο ποσό δικαιούμενης σύνταξης.

Το μέτρο βεβαίως αυτό λαμβάνεται συνήθως σε κλειστές επαγγελματικές ομάδες με ισχυρό αίσθημα αλληλεγγύης, ενώ στις περισσότερες των περιπτώσεων οι ασφαλισμένοι της περίπτωσης αυτής εξαιρούνται της ασφάλισης. Η πλέον όμως συνήθης εφαρμογή αναγνώρισης συντάξιμης υπηρεσίας χωρίς την αντίστοιχη καταβολή ασφαλιστικών εισφορών, είναι αυτή της στρατιωτικής θητείας.

Στο σημείο αυτό αναφέρουμε ότι ενώ μέχρι 31/12/92 το δικαίωμα προσμέτρησης της στρατιωτικής θητείας χωρίς εξαγορά είχαν όλοι οι εργαζόμενοι του Δημόσιου Τομέα, από 1/1/93 με τον Ν. 2084/92 αυτό το δικαίωμα εξακολουθούν να το έχουν οι ασφαλισμένοι που συμπληρώνουν τις χρονικές προϋποθέσεις συνταξιοδότησης (που θέτει ο ίδιος Νόμος) μέχρι 31/12/97, ενώ οι ασφαλισμένοι που συμπληρώνουν τις προϋποθέσεις συνταξιοδότησης μετά την 31/12/97, έχουν τη δυνατότητα αναγνώρισης μόνο με εξαγορά.

Θεωρούμε την περίπτωση, που η σύνταξη ισούται με 1/35 για κάθε έτος ασφάλισης και μέχρι 35 έτη, με δικαίωμα αναγνώρισης συντάξιμου χρόνου m ετών, χωρίς την καταβολή ασφαλιστικών εισφορών αντίστοιχα.

Ο μαθηματικός τύπος της σύνταξης είναι :

$$P = \begin{cases} \dfrac{(n_o + m)}{35} \cdot (\Sigma M) & \text{για } n_o + m < 35 \\ (\Sigma M) & \text{για } n_o + m \geq 35 \end{cases}$$

όπου :

n_o = συνολικός αριθμός ετών πραγματικής ασφάλισης

m = αριθμός πλασματικών ετών ασφάλισης

(ΣΜ) = συντάξιμες αποδοχές

Θα υπολογισθεί η παρούσα αξία της σύνταξης λόγω γήρατος, για α-σφαλισμένο ηλικίας σήμερα x με n έτη ασφάλιση μέχρι την ηλικία x.

Διακρίνουμε τις ακόλουθες περιπτώσεις :

1. $n + m < 35$

Past Service Benefits

Θεωρούμε ότι τα m έτη πλασματικής ασφάλισης ενσωματόνονται στο P.S.B. και επομένως :

$$(P.S.B.)_x = (n + m) \cdot \sum_{t=x}^{65} g(t)$$

$$\text{όπου } g(t) = \begin{cases} \dfrac{1}{35} \cdot u^{t-x+\frac{1}{2}} \cdot \hat{E}\left(z_{t+\frac{1}{2}}\right) \cdot \bar{a}^r_{t+\frac{1}{2}} \cdot \dfrac{r_t}{l_x} & \text{για } x \leq t \leq 64 \\ \dfrac{1}{35} \cdot u^{65-x} \cdot \hat{E}(z_{65}) \cdot \bar{a}^r_{65} \cdot \dfrac{r_{65}}{l_x} & \text{για } t = 65 \end{cases}$$

Future Service Benefits

1α) Αν $x+34-n-m \geq 65$, τότε :

$$(F.S.B.)_x = \sum_{t=x}^{64}\left(t-x+\frac{1}{2}\right)g(t)+(65-x)g(65)$$

Με αναδιάταξη των όρων του παραπάνω αθροίσματος προκύπτει :

$$(F.S.B.)_x = \sum_{y=x}^{64} G(y)$$

όπου $G(y)=\frac{1}{2}g(y)+\sum_{t=y+1}^{65} g(t)$, $\qquad x \leq y \leq 64$

1β) Αν $x+34-n-m<65$, τότε :

$$(F.S.B.)_x = \sum_{t=x}^{x+34-n-m}\left(t-x+\frac{1}{2}\right)g(t)+(35-n-m)\cdot\sum_{t=x+35-n-m}^{65} g(t)$$

Με αναδιάταξη των όρων του παραπάνω αθροίσματος προκύπτει :

$$(F.S.B.)_x = \sum_{y=x}^{x+34-n-m} G(y)$$

όπου $G(y)=\frac{1}{2}g(y)+\sum_{t=y+1}^{65} g(t)$, $\qquad$ για $x \leq y \leq x+34-n-m$

Η ποσότητα G(y) δηλώνει την παρούσα αξία της F.S.B. σύνταξης λόγω γήρατος, που οφείλεται στην ασφάλιση ακριβώς μεταξύ των ηλικιών y και $y+1$.

2. $n+m \geq 35$

Past Service Benefit's

$$(P.S.B.)_x = 35\sum_{t=x}^{65} g(t)$$

7.6. Κλιμακωτή σύνταξη οριζόμενη σε 1/35 των συντάξιμων αποδοχών για κάθε έτος ασφάλισης μέχρι και τα 35 και προσαυξανόμενη κατά 1/50 για κάθε έτος μετά τα 35

Με βάση τον Ν. 1902/90 και Ν. 2084/92, η σύνταξη των εργαζόμενων στο Δημόσιο Τομέα, που ασφαλίσθηκαν για πρώτη φορά μέχρι 31/12/82 ορίζεται σε 1/35 των συντάξιμων αποδοχών για κάθε έτος ασφάλισης μέχρι και τα 35 έτη (σύνταξη Δημοσίων Υπαλλήλων, όπως καθορίσθηκε με τον Ν. 1202/81) και προσαυξάνεται κατά 1/50 των συντάξιμων αποδοχών για κάθε έτος ασφάλισης πέραν του 35ου.

Η προσαύξηση της σύνταξης του Ν. 1202/81 κατά 1/50 των συντάξιμων αποδοχών δόθηκε σαν κίνητρο παραμονής στην Υπηρεσία των στελεχών του Δημοσίου.

Ο μαθηματικός τύπος της σύνταξης είναι :

$$P=\begin{cases}\frac{n_o}{35}\cdot(\Sigma M) & \text{για } n_o<35\\ \left(1+\frac{n_o-35}{50}\right)\cdot(\Sigma M) & \text{για } n_o\geq 35\end{cases}$$

Θα υπολογισθεί η παρούσα αξία της σύνταξης λόγω γήρατος για ασφαλισμένο ηλικίας σήμερα x με n έτη ήδη ασφάλιση και υποχρεωτική ηλικία συνταξιοδότησης στο 65ο έτος της ηλικίας.

Διακρίνουμε τις παρακάτω περιπτώσεις :

1. $n\leq 34$

<u>*Past Service Benefits*</u>

$$(P.S.B.)_x=\frac{n}{35}\cdot\sum_{t=x}^{65}g(t)$$

$$\text{όπου } g(t)=\begin{cases} u^{t-x+\frac{1}{2}}\cdot \hat{E}\left(z_{t+\frac{1}{2}}\right)\cdot \bar{a}^{r}_{t+\frac{1}{2}}\cdot \dfrac{r_t}{l_x} & \text{για } x\le t\le 64 \\ u^{65-x}\cdot \hat{E}(z_{65})\cdot \dfrac{r_{65}}{l_x}\cdot \bar{a}^{r}_{65} & \text{για } t=65 \end{cases}$$

Future Service Benefits

1a) Αν $x+34-n\ge 65$, τότε :

$$(F.S.B.)_x=\sum_{t=x}^{64}\left(t-x+\frac{1}{2}\right)\cdot\frac{1}{35}\cdot g(t)+(65-x)\cdot\frac{1}{35}\cdot g(65)=\sum_{y=x}^{64}G(y)$$

$$\text{όπου : } G(y)=\frac{1}{35}\left\{\frac{1}{2}g(y)+\sum_{t=y+1}^{65}g(t)\right\},\ x\le y\le 64.$$

1b) Αν $x+34-n<65$, τότε

$$(F.S.B.)_x=\sum_{t=x}^{x+34-n}\left(t-x+\frac{1}{2}\right)\cdot\frac{1}{35}\cdot g(t)+$$

$$\sum_{t=x+35-n}^{64}\left(\frac{35-n}{35}+\frac{t-x-35+n+\frac{1}{2}}{50}\right)g(t)+$$

$$\left(\frac{35-n}{35}+\frac{65-x-35+n}{50}\right)g(65)=$$

$$\frac{1}{35}\left\{\frac{1}{2}g(x)+1\frac{1}{2}g(x+1)+\ldots+\left(34-n+\frac{1}{2}\right)g(x+34-n)\right\}+\frac{35-n}{35}\cdot\sum_{t=x+35-n}^{65}g(t)+$$

$$\frac{1}{50}\left\{\frac{1}{2}g(x+35-n)+1\frac{1}{2}g(x+36-n)+\ldots+\left(29+n-x+\frac{1}{2}\right)g(64)\right\}+$$

$$\frac{1}{50}(30+n-x)g(65)=$$

$$\begin{aligned}\frac{1}{35}\Big\{\frac{1}{2}g(x)+g(x+1)+\ldots+g(x+34-n)&+\\ \frac{1}{2}g(x+1)+\ldots+g(x+34-n)&+\\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots&\\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots&\\ +\frac{1}{2}g(x+34-n)\Big\}&+\end{aligned}$$

$$\frac{35-n}{35}\sum_{t=x+35-n}^{65} g(t)+$$

$$\frac{1}{50}\left\{\frac{1}{2}g(x+35-n)+g(x+36-n)+\ldots+g(64)+\right.$$

$$\frac{1}{2}g(x+36-n)+\ldots+g(64)+$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\left.+\frac{1}{2}g(64)\right\}+$$

$$\frac{1}{50}(30+n-x)g(65)=$$

$$\frac{1}{35}\left\{\frac{1}{2}g(x)+\sum_{t=x+1}^{65} g(t)+\right.$$

$$\frac{1}{2}g(x+1)+\sum_{t=x+2}^{65} g(t)+$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\left.\frac{1}{2}g(x+34-n)+\sum_{t=x+35-n}^{65} g(t)\right\}+$$

$$\frac{1}{50}\left\{\frac{1}{2}g(x+35-n)+\sum_{t=x+36-n}^{65} g(t)+\right.$$

$$\frac{1}{2}g(x+36-n)+\sum_{t=x+37-n}^{65} g(t)+$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\left.+\frac{1}{2}g(64)+g(65)\right\}=$$

$$=\sum_{y=x}^{64} G(y)$$

$$\text{όπου } G(y)=\begin{cases}\dfrac{1}{35}\left\{\dfrac{1}{2}g(y)+\sum\limits_{t=y+1}^{65}g(t)\right\} & ,\ \text{για } x\le y\le x+34-n\\[2ex] \dfrac{1}{50}\left\{\dfrac{1}{2}g(y)+\sum\limits_{t=y+1}^{65}g(t)\right\} & ,\ \text{για } x+35-n\le y\le 64\end{cases}$$

2. $n \ge 35$

Past Service Benefits

$$(P.S.B.)_x=\left(1+\frac{n-35}{50}\right)\cdot\sum_{t=x}^{65}g(t)$$

Future Service Benefits

$$(F.S.B.)_x=\sum_{t=x}^{64}\left(t-x+\frac{1}{2}\right)\cdot\frac{1}{50}\cdot g(t)+(65-x)\frac{1}{50}g(65)=\sum_{y=x}^{64}G(y)$$

$$\text{όπου } G(y)=\frac{1}{50}\left\{\frac{1}{2}g(y)+\sum_{t=y+1}^{65}g(t)\right\}\ \text{για } x\le y\le 64$$

7.7. Κλιμακωτή σύνταξη οριζόμενη σε 1/50 των συντάξιμων αποδοχών για κάθε έτος ασφάλισης μέχρι και του 25ου, προσαυξανόμενη κατά 2/50 για κάθε έτος μετά το 25ο και μέχρι του 30ου και κατά 3/50 για κάθε έτος μετά το 30ο και μέχρι του 35ου πέραν του οποίου καμία προσαύξηση δεν δίδεται

Με βάση τον Ν. 1854/51, η μηνιαία σύνταξη των εργαζόμενων στο Δημόσιο είχε ορισθεί σε τόσα πεντηκοστά των συντάξιμων αποδοχών, όσα και τα έτη ασφάλισης. Μετά τη συμπλήρωση της εικοσιπενταετούς ασφάλισης, η σύνταξη προσαυξάνεται κατά 2/50 των συντάξιμων αποδοχών για κάθε έτος ασφάλισης από του 26ου μέχρι του 30ου συμπεριλαμβανομένου και κατά 3/50 για κάθε έτος ασφάλισης από του 31ου μέχρι του 35ου συμπεριλαμβανομένου.

Ο παραπάνω τρόπος υπολογισμού της σύνταξης, είχε σαν αποτέλεσμα οι εργαζόμενοι να παραμένουν στην Υπηρεσία μέχρι τη συμπλήρωση του 35ου έτους και να συνταξιοδοτούνται αμέσως με τη συμπλήρωση του 35ου, αφού μετά τη συμπλήρωση της 35ετίας δεν εδίδετο καμία προσαύξηση στη σύνταξη.

Ο Ν. 1202/81 κατάργησε τον παραπάνω τρόπο υπολογισμού της σύνταξης και την καθόρισε σε τριακοστά πέμπτα για κάθε έτος ασφάλισης μέχρι και του 35ου συμπεριλαμβανομένου, ενώ με τον Ν. 1902/90, δόθηκε προσαύξηση στη σύνταξη κατά 1/50 των συντάξιμων αποδοχών για κάθε έτος μετά τη συμπλήρωση του 35ου έτους.

Ο τύπος αυτής της σύνταξης (σε πεντηκοστά), αποτελεί τη βάση υπολογισμού των συνταξιοδοτικών παροχών σε πολλά Συνταξιοδοτικά Ταμεία και σήμερα βάσει αυτού υπολογίζονται οι συντάξεις των εργαζομένων στο Δημόσιο και στα ΝΠΔΔ, οι οποίοι ασφαλίσθηκαν για πρώτη φορά από 1/1/83 μέχρι 31/12/92, για ασφάλιση μέχρι και 35 έτη.

Ο μαθηματικός τύπος υπολογισμού της σύνταξης είναι :

$$P = (\Sigma M)\cdot\begin{cases} \dfrac{n_o}{50} & \text{για } 1 \le n_o < 25 \\[2ex] \dfrac{25}{50}+\dfrac{2(n_o-25)}{50} & \text{για } 25 \le n_o < 30 \\[2ex] \dfrac{35}{50}+\dfrac{3(n_o-30)}{50} & \text{για } 30 \le n_o < 35 \\[2ex] \dfrac{50}{50}=1 & \text{για } n_o \ge 35 \end{cases}$$

Έστω ασφαλισμένος σήμερα ηλικίας x, με n έτη ασφάλιση μέχρι την ηλικία x. Για τον υπολογισμό της παρούσας αξίας της σύνταξης λόγω γήρατος, διακρίνουμε τις ακόλουθες περιπτώσεις :

1. $n \le 24$

<u>*Past Service Benefits*</u>

$$(P.S.B.)_x = n \cdot \sum_{t=x}^{65} g(t)$$

$$\text{όπου } g(t) = \begin{cases} \frac{1}{50} \cdot u^{t-x+\frac{1}{2}} \cdot \hat{E}\left(z_{t+\frac{1}{2}}\right) \cdot \bar{a}^{r}_{t+\frac{1}{2}} \cdot \frac{r_t}{l_x} & \text{για } t \le 64 \\ \frac{1}{50} \cdot u^{65-x} \cdot \hat{E}(z_{65}) \cdot \frac{r_{65}}{l_x} \cdot \bar{a}^{r}_{65} & \text{για } t = 65 \end{cases}$$

<u>*Future Service Benefits*</u>

Διακρίνουμε τις παρακάτω περιπτώσεις :

1a) Αν $x + 24 - n \ge 65$, τότε :

$$(F.S.B.)_x = \sum_{t=x}^{64} \left(t - x + \frac{1}{2}\right) g(t) + (65 - x) g(65) = \sum_{y=x}^{64} G(y)$$

$$\text{όπου } G(y) = \frac{1}{2} g(y) + \sum_{t=y+1}^{65} g(t), \quad x \le y \le 64$$

1b) Αν $x + 24 - n < 65$ και $x + 29 - n \ge 65$, τότε :

$$(F.S.B.)_x = \sum_{t=x}^{x+24-n} \left(t - x + \frac{1}{2}\right) g(t) + \sum_{t=x+25-n}^{64} \left\{25 - n + 2\left(t - x - 25 + n + \frac{1}{2}\right)\right\} g(t) +$$

$$\left\{25 - n + 2(65 - x - 25 + n)\right\} g(65) =$$

$$\frac{1}{2} g(x) + 1\frac{1}{2} g(x+1) + \ldots + \left(24 - n + \frac{1}{2}\right) g(x + 24 - n) + (25 - n) \sum_{t=x+25-n}^{65} g(t) +$$

$$2\left\{\frac{1}{2} g(x + 25 - n) + 1\frac{1}{2} g(x + 26 - n) + \ldots + \left(39 - x + n + \frac{1}{2}\right) g(64)\right\} +$$

$$+2(40-x+n)g(65)=\sum_{y=x}^{64}G(y)$$

$$\text{όπου } G(y)=\begin{cases}\frac{1}{2}g(y)+\sum_{t=y+1}^{65}g(t) & ,\ x\le y\le x+24-n\\ 2\left\{\frac{1}{2}g(y)+\sum_{t=y+1}^{65}g(t)\right\} & ,\ x+25-n\le y\le 64\end{cases}$$

1c) Αν $x+29-n<65$ και $x+34-n\ge 65$, τότε :

$$(F.S.B.)_x=\sum_{t=x}^{x+24-n}\left(t-x+\frac{1}{2}\right)g(t)+\sum_{t=x+25-n}^{x+29-n}\left\{25-n+2\left(t-x-25+n+\frac{1}{2}\right)\right\}g(t)+$$

$$\sum_{t=x+30-n}^{64}\left\{35-n+3\left(t-x-30+n+\frac{1}{2}\right)\right\}g(t)+$$

$$\{35-n+3(65-x-30+n)\}g(65)=$$

$$\frac{1}{2}g(x)+1\frac{1}{2}g(x+1)+\ldots+\left(24-n+\frac{1}{2}\right)g(x+24-n)+(25-n)\cdot\sum_{t=x+25-n}^{x+29-n}g(t)+$$

$$2\left\{\frac{1}{2}g(x+25-n)+1\frac{1}{2}g(x+26-n)+\ldots+4\frac{1}{2}g(x+29-n)\right\}+(35-n)\cdot\sum_{t=x+30-n}^{65}g(t)+$$

$$3\left\{\frac{1}{2}g(x+30-n)+1\frac{1}{2}g(x+31-n)+\ldots\left(34-x+n+\frac{1}{2}\right)g(64)\right\}+$$

$$3(35-x+n)g(65)=\sum_{y=x}^{64}G(y)$$

όπου :

$$G(y)=\begin{cases}\frac{1}{2}g(y)+\sum_{t=y+1}^{65}g(t) & \text{για } x\le y\le x+24-n\\ 2\left\{\frac{1}{2}g(y)+\sum_{t=y+1}^{65}g(t)\right\} & \text{για } x+25-n\le y\le x+29-n\\ 3\left\{\frac{1}{2}g(y)+\sum_{t=y+1}^{65}g(t)\right\} & \text{για } x+30-n\le y\le 64\end{cases}$$

1d) Αν $x+34-n<65$, τότε :

$$(F.S.B.)_x=\sum_{t=x}^{x+24-n}\left(t-x+\frac{1}{2}\right)g(t)+\sum_{t=x+25-n}^{x+29-n}\left\{25-n+2\left(t-x-25+n+\frac{1}{2}\right)\right\}g(t)+$$

$$\sum_{t=x+30-n}^{x+34-n}\left\{35-n+3\left(t-x-30+n+\frac{1}{2}\right)\right\}g(t)+$$

$$(50-n)\cdot\sum_{t=x+35-n}^{65}g(t)=$$

$$\frac{1}{2}g(x)+1\frac{1}{2}g(x+1)+\ldots+\left(24-n+\frac{1}{2}\right)g(x+24-n)+(25-n)\cdot\sum_{t=x+25-n}^{x+29-n}g(t)+$$

$$2\left\{\frac{1}{2}g(x+25-n)+1\frac{1}{2}g(x+26-n)+\ldots+4\frac{1}{2}g(x+29-n)\right\}+(35-n)\cdot\sum_{t=x+30-n}^{x+34-n}g(t)+$$

$$3\left\{\frac{1}{2}g(x+30-n)+1\frac{1}{2}g(x+31-n)+\ldots+4\frac{1}{2}g(x+34-n)\right\}+(50-n)\cdot\sum_{t=x+35-n}^{65}g(t)=$$

$$\frac{1}{2}g(x)+1\frac{1}{2}g(x+1)+\ldots+\left(24-n+\frac{1}{2}\right)g(x+24-n)+(25-n)\cdot\sum_{t=x+25-n}^{65}g(t)+$$

$$2\left\{\frac{1}{2}g(x+25-n)+1\frac{1}{2}g(x+26-n)+\ldots+4\frac{1}{2}g(x+29-n)\right\}+2\cdot5\cdot\sum_{t=x+30-n}^{65}g(t)+$$

$$3\left\{\frac{1}{2}g(x+30-n)+1\frac{1}{2}g(x+31-n)+\ldots+4\frac{1}{2}g(x+34-n)\right\}+3\cdot5\cdot\sum_{t=x+35-n}^{65}g(t)=$$

$\sum_{y=x}^{x+34-n}G(y)$, όπου :

$$G(y)=\begin{cases}\frac{1}{2}g(y)+\sum_{t=y+1}^{65}g(t) & \text{για } x\le y\le x+24-n\\ 2\left\{\frac{1}{2}g(y)+\sum_{t=y+1}^{65}g(t)\right\} & \text{για } x+25-n\le y\le x+29-n\\ 3\left\{\frac{1}{2}g(y)+\sum_{t=y+1}^{65}g(t)\right\} & \text{για } x+30-n\le y\le x+34-n\end{cases}$$

2. $25\le n\le 29$

Past Service Benefits

$$(P.S.B.)_x=\{25+2(n-25)\}\sum_{t=x}^{65}g(t)$$

Future Service Benefits

Για τον υπολογισμό της F.S.B., διακρίνουμε τις ακόλουθες περιπτώσεις :

2a) Αν $x+29-n\ge 65$, τότε :

$$(F.S.B.)_x=\sum_{t=x}^{64}2\left(t-x+\frac{1}{2}\right)g(t)+2(65-x)g(65)=\sum_{y=x}^{64}G(y)$$

όπου $G(y)=2\left\{\frac{1}{2}g(y)+\sum_{t=y+1}^{65}g(t)\right\}$, $x\le y\le 64$.

2b) Αν $x+29-n<65$ και $x+34-n\ge 65$, τότε :

$$(F.S.B.)_x=\sum_{t=x}^{x+29-n}2\left(t-x+\frac{1}{2}\right)g(t)+$$

$$\sum_{t=x+30-n}^{64}\left\{35-25-2(n-25)+3\left(t-x-30+n+\frac{1}{2}\right)\right\}g(t)+$$

$$\{35-25-2(n-25)+3(65-x-30+n)\}g(65)=$$

$$2\left\{\frac{1}{2}g(x)+1\frac{1}{2}g(x+1)+\ldots+\left(29-n+\frac{1}{2}\right)g(x+29-n)\right\}+2\cdot(30-n)\cdot\sum_{t=x+30-n}^{65}g(t)+$$

$$+3\left\{\frac{1}{2}g(x+30-n)+1\frac{1}{2}g(x+31-n)+\ldots+\left(34-x+n+\frac{1}{2}\right)g(64)\right\}+$$

$$3(35-x+n)g(65)=\sum_{y=x}^{64}G(y)$$

$$\text{όπου } G(y)=\begin{cases}2\left\{\frac{1}{2}g(y)+\sum\limits_{t=y+1}^{65}g(t)\right\} & ,\ x\le y\le x+29-n\\ 3\left\{\frac{1}{2}g(y)+\sum\limits_{t=y+1}^{65}g(t)\right\} & ,\ x+30-n\le y\le 64\end{cases}$$

2c) Αν $x+34-n<65$, τότε :

$$(F.S.B.)_x=\sum_{t=x}^{x+29-n}2\left(t-x+\frac{1}{2}\right)g(t)+$$

$$\sum_{t=x+30-n}^{x+34-n}\left\{35-25-2(n-25)+3\left(t-x-30+n+\frac{1}{2}\right)\right\}g(t)+$$

$$\{50-25-2(n-25)\}\sum_{t=x+35-n}^{65}g(t)=$$

$$2\left\{\frac{1}{2}g(x)+1\frac{1}{2}g(x+1)+\ldots+\left(29-n+\frac{1}{2}\right)g(x+29-n)\right\}+2\cdot(30-n)\cdot\sum_{t=x+30-n}^{x+34-n}g(t)+$$

$$3\left\{\frac{1}{2}g(x+30-n)+1\frac{1}{2}g(x+31-n)+\ldots+4\frac{1}{2}g(x+34-n)\right\}+(75-2n)\sum_{t=x+30-n}^{65}g(t)=$$

$$\sum_{y=x}^{x+34-n}G(y)$$

$$\text{όπου } G(y)=\begin{cases}2\left\{\frac{1}{2}g(y)+\sum\limits_{t=y+1}^{65}g(t)\right\} & \text{για } x\le y\le x+29-n\\ 3\left\{\frac{1}{2}g(y)+\sum\limits_{t=y+1}^{65}g(t)\right\} & \text{για } x+30-n\le y\le x+34-n\end{cases}$$

3. $30 \le n \le 34$

Past Service Benefits

$$(P.S.B.)_x = \{35 + 3(n-30)\}\sum_{t=x}^{65} g(t)$$

Future Service Benefits

Για τον υπολογισμό της F.S.B. διακρίνουμε τις ακόλουθες περιπτώσεις :

3a) Αν $x + 34 - n \ge 65$, τότε :

$$(F.S.B.)_x = \sum_{t=x}^{64} 3\left(t - x + \frac{1}{2}\right)g(t) + 3(65-x)g(65) = \sum_{y=x}^{64} G(y)$$

όπου $G(y) = 3\left\{\frac{1}{2}g(y) + \sum_{t=y+1}^{65} g(t)\right\}$, $x \le y \le 64$

3b) Αν $x + 34 - n < 65$, τότε :

$$(F.S.B.)_x = \sum_{t=x}^{x+34-n} 3\left(t - x + \frac{1}{2}\right)g(t) + \{50 - 35 - 3(n-30)\} \sum_{t=x+35-n}^{65} g(t) =$$

$$3\left\{\frac{1}{2}g(x) + 1\frac{1}{2}g(x+1) + \ldots + \left(34 - n + \frac{1}{2}\right)g(x+34-n)\right\} + 3\cdot(35-n)\cdot \sum_{t=x+35-n}^{65} g(t) =$$

$$\sum_{y=x}^{x+34-n} G(y)$$

όπου $G(y) = 3\left\{\frac{1}{2}g(y) + \sum_{t=y+1}^{65} g(t)\right\}$, $x \le y \le x + 34 - n$

4. $n \ge 35$

$$(P.S.B.)_x = 50\sum_{t=x}^{65} g(t).$$

7.8. Κλιμακωτή σύνταξη οριζόμενη σε 1/50 των συντάξιμων αποδοχών μέχρι και τα 25 έτη ασφάλισης και προσαυξανόμενη κατά 2/50 για κάθε έτος ασφάλισης από το 26ο μέχρι και το 30ο, κατά 3/50 από το 31ο μέχρι και το 35ο και κατά 1/50 από το 36ο και πέρα

Με βάση τον Ν. 1902/90 και Ν. 2084/92, η σύνταξη των υπαλλήλων του Δημόσιου και των ΝΠΔΔ, που ασφαλίσθηκαν για πρώτη φορά από 1/1/83 μέχρι 31/12/92, ορίζεται σε 1/50 των συντάξιμων αποδοχών μέχρι και τα 25 έτη ασφάλισης και προσαυξάνεται κατά 2/50 για κάθε έτος ασφάλισης από το 26ο μέχρι και το 30ο, κατά 3/50 από το 31ο μέχρι και το 35ο και κατά 1/50 από το 36ο και πέρα.

Η διαφορά της εν λόγω σύνταξης με αυτή του Ν. 1854/51 (παρ. 7.7), είναι ότι δίδεται προσαύξηση στη σύνταξη για ασφάλιση μετά τα 35 έτη. Η προσαύξηση αυτή, δίδεται σαν κίνητρο παραμονής των στελεχών στην Υπηρεσία.

Ο μαθηματικός τύπος υπολογισμού της σύνταξης είναι :

$$P=(\Sigma M)\cdot\begin{cases}\dfrac{n_o}{50} & \text{για } 1\le n_o<25\\[2mm] \dfrac{25}{50}+\dfrac{2(n_o-25)}{50} & \text{για } 25\le n_o<30\\[2mm] \dfrac{35}{50}+\dfrac{3(n_o-30)}{50} & \text{για } 30\le n_o<35\\[2mm] 1+\dfrac{(n_o-35)}{50} & \text{για } n_o\ge 35\end{cases}$$

Θα υπολογισθεί η παρούσα αξία της σύνταξης λόγω γήρατος, για ασφαλισμένο ηλικίας σήμερα x, με n έτη ήδη ασφάλιση.

Η μέθοδος υπολογισμού της παρούσας αξίας είναι παρόμοια με αυτή της παρ. 7.7, γι'αυτό και αναφέρονται μόνο περιληπτικά τα αποτελέσματα.

Διακρίνουμε τις παρακάτω περιπτώσεις :

1. $n \le 24$

Past Service Benefits

$$(P.S.B.)_x = n \cdot \sum_{t=x}^{65} g(t)$$

$$\text{με } g(t) = \begin{cases} \dfrac{1}{50} \cdot u^{t-x+\frac{1}{2}} \cdot \hat{E}\left(z_{t+\frac{1}{2}}\right) \cdot \bar{a}^r_{t+\frac{1}{2}} \cdot \dfrac{r_t}{l_x} & \text{για } t \le 64 \\ \dfrac{1}{50} \cdot u^{65-x} \cdot \hat{E}(z_{65}) \cdot \dfrac{r_{65}}{l_x} \cdot \bar{a}^r_{65} & \text{για } t = 65 \end{cases}$$

Future Service Benefits

1a) Αν $x - n + 24 \ge 65$, τότε :

$$(F.S.B.)_x = \sum_{t=x}^{64} \left(t - x + \frac{1}{2}\right) g(t) + (65 - x) g(65) = \sum_{y=x}^{64} G(y)$$

$$\text{όπου } G(y) = \frac{1}{2} g(y) + \sum_{t=y+1}^{65} g(t), \ x \le y \le 64$$

1b) $x - n + 24 < 65$ και $x - n + 29 \ge 65$, τότε :

$$(F.S.B.)_x = \sum_{t=x}^{x+24-n} \left(t - x + \frac{1}{2}\right) g(t) + \sum_{t=x+25-n}^{64} \left\{25 - n + 2\left(t - x + n - 25 + \frac{1}{2}\right)\right\} g(t) +$$

$$\{25 - n + 2(65 - x - n + 25)\} g(65) = \sum_{y=x}^{64} G(y)$$

$$\text{όπου } G(y) = \begin{cases} \dfrac{1}{2} g(y) + \displaystyle\sum_{t=y+1}^{65} g(t) & , \ x \le y \le x + 24 - n \\ 2\left\{\dfrac{1}{2} g(y) + \displaystyle\sum_{t=y+1}^{65} g(t)\right\} & , \ x + 25 - n \le y \le 64 \end{cases}$$

1c) Αν $x - n + 29 < 65$ και $x - n + 34 \ge 65$, τότε :

$$(F.S.B.)_x = \sum_{t=x}^{x-n+24} \left(t - x + \frac{1}{2}\right) g(t) + \sum_{t=x-n+25}^{x-n+29} \left\{25 - n + 2\left(t - x + n - 25 + \frac{1}{2}\right)\right\} g(t) +$$

$$\sum_{t=x-n+30}^{64}\left\{35-n+3\left(t-x+n-30+\frac{1}{2}\right)\right\}g(t)+$$

$$\{35-n+3(65-x+n-30)\}g(65)=$$

$$\sum_{y=x}^{64}G(y)$$

όπου

$$G(y)=\begin{cases}\frac{1}{2}g(y)+\sum_{t=y+1}^{65}g(t) & \text{για } x\le y\le x+24-n\\ 2\left\{\frac{1}{2}g(y)+\sum_{t=y+1}^{65}g(t)\right\} & \text{για } x+25-n\le y\le x+29-n\\ 3\left\{\frac{1}{2}g(y)+\sum_{t=y+1}^{65}g(t)\right\} & \text{για } x+30-n\le y\le 64\end{cases}.$$

1d) Αν $x+34-n<65$, τότε :

$$(F.S.B.)_x=\sum_{t=x}^{x-n+24}\left(t-x+\frac{1}{2}\right)g(t)+\sum_{t=x-n+25}^{x-n+29}\left\{25-n+2\left(t-x+n-25+\frac{1}{2}\right)\right\}g(t)+$$

$$\sum_{t=x-n+30}^{x-n+34}\left\{35-n+3\left(t-x+n-30+\frac{1}{2}\right)\right\}g(t)+$$

$$\sum_{t=x-n+35}^{64}\left\{50-n+\left(t-x+n-35+\frac{1}{2}\right)\right\}g(t)+$$

$$\{50-n+(65-x+n-35)\}g(65)=\sum_{y=x}^{64}G(y)$$

όπου :

$$
G(y)=\begin{cases}
\frac{1}{2}g(y)+\sum_{t=y+1}^{65}g(t) & \text{για } x\le y\le x+24-n\\
2\left\{\frac{1}{2}g(y)+\sum_{t=y+1}^{65}g(t)\right\} & \text{για } x+25-n\le y\le x-n+29\\
3\left\{\frac{1}{2}g(y)+\sum_{t=y+1}^{65}g(t)\right\} & \text{για } x-n+30\le y\le x-n+34\\
\frac{1}{2}g(y)+\sum_{t=y+1}^{65}g(t) & \text{για } x-n+35\le y\le 64
\end{cases}
$$

2. $25\le n\le 29$

Past Service Benefits

$$
(P.S.B.)_x=\{25+2(n-25)\}\cdot\sum_{t=x}^{65}g(t)
$$

Future Service Benefits

2a) Αν $x-n+29\ge 65$, τότε :

$$
(F.S.B.)_x=\sum_{t=x}^{64}2\left(t-x+\frac{1}{2}\right)g(t)+2(65-x)g(65)=\sum_{y=x}^{64}G(y)
$$

όπου $G(y)=2\left\{\frac{1}{2}g(y)+\sum_{t=y+1}^{65}g(t)\right\}$, $x\le y\le 64$.

2b) Αν $x-n+29<65$ και $x-n+34\ge 65$, τότε :

$$
(F.S.B.)_x=\sum_{t=x}^{x-n+29}2\left(t-x+\frac{1}{2}\right)g(t)+
$$

$$
\sum_{t=x-n+30}^{64}\left\{35-25-2(n-25)+3\left(t-x+n-30+\frac{1}{2}\right)\right\}g(t)+
$$

$$
\{35-25-2(n-25)+3(65-x+n-30)\}g(65)=\sum_{y=x}^{64}G(y)
$$

όπου $G(y) = \begin{cases} 2\left\{\frac{1}{2}g(y) + \sum\limits_{t=y+1}^{65} g(t)\right\} & , \; x \le y \le x + 29 - n \\ 3\left\{\frac{1}{2}g(y) + \sum\limits_{t=y+1}^{65} g(t)\right\} & , \; x + 30 - n \le y \le 64 \end{cases}$

2c) Αν $x - n + 34 < 65$, τότε :

$$(F.S.B.)_x = \sum_{t=x}^{x-n+29} 2\left(t - x + \frac{1}{2}\right)g(t) +$$

$$\sum_{t=x-n+30}^{x-n+34} \left\{35 - 25 - 2(n-25) + 3\left(t - x + n - 30 + \frac{1}{2}\right)\right\}g(t) +$$

$$\sum_{t=x-n+35}^{64} \left\{50 - 25 - 2(n-25) + \left(t - x + n - 35 + \frac{1}{2}\right)\right\}g(t) +$$

$$\{50 - 25 - 2(n-25) + (65 - x + n - 35)\}g(65) = \sum_{y=x}^{64} G(y)$$

όπου $G(y) = \begin{cases} 2\left\{\frac{1}{2}g(y) + \sum\limits_{t=y+1}^{65} g(t)\right\} & \text{για } x \le y \le x + 29 - n \\ 3\left\{\frac{1}{2}g(y) + \sum\limits_{t=y+1}^{65} g(t)\right\} & \text{για } x + 30 - n \le y \le x + 34 - n \\ \frac{1}{2}g(y) + \sum\limits_{t=y+1}^{65} g(t) & \text{για } x + 35 - n \le y \le 64 \end{cases}$

3. *Αν* $30 \le n \le 34$*, τότε :*

Past Service Benefits

$$(P.S.B.)_x = \{35 + 3(n-30)\} \cdot \sum_{t=x}^{65} g(t)$$

Future Service Benefits

3a) Αν $x - n + 34 \ge 65$, τότε :

$$(F.S.B.)_x = \sum_{t=x}^{64} 3\left(t - x + \frac{1}{2}\right)g(t) + 3(65 - x)g(65) = \sum_{y=x}^{64} G(y)$$

$$\text{όπου } G(y) = 3\left\{\frac{1}{2}g(y) + \sum_{t=y+1}^{65} g(t)\right\}, \text{ για } x \le y \le 64$$

3b) Αν $x - n + 34 < 65$, τότε :

$$(F.S.B.)_x = \sum_{t=x}^{x-n+34} 3\left(t - x + \frac{1}{2}\right)g(t) +$$

$$\sum_{t=x-n+35}^{64} \left\{50 - 35 - 3(n-30) + \left(t - x + n - 35 + \frac{1}{2}\right)\right\}g(t) +$$

$$\{50 - 35 - 3(n-30) + (65 - x + n - 35)\}g(65) = \sum_{y=x}^{64} G(y)$$

$$\text{όπου } G(y) = \begin{cases} 3\left\{\frac{1}{2}g(y) + \sum_{t=y+1}^{65} g(t)\right\} & \text{για } x \le y \le x - n + 34 \\ \frac{1}{2}g(y) + \sum_{t=y+1}^{65} g(t) & \text{για } x - n + 35 \le y \le 64 \end{cases}$$

4. $n \ge 35$

Past Service Benefits

$$(P.S.B.)_x = \{50 + (n-35)\} \cdot \sum_{t=x}^{65} g(t)$$

Future Service Benefits

$$(F.S.B.)_x = \sum_{t=x}^{64}\left(t - x + \frac{1}{2}\right)g(t) + (65 - x)g(65) = \sum_{y=x}^{64} G(y)$$

$$\text{όπου } G(y) = \frac{1}{2}g(y) + \sum_{t=y+1}^{65} g(t), \qquad x \le y \le 64$$

7.9. Κλιμακωτή σύνταξη λόγω αναπηρίας του Ν. 1854/51, εξαρτώμενη από τα έτη ασφάλισης με εξασφάλιση ενός κατώτατου ποσού (κατωφλιού)

Για την οικονομική ενίσχυση των ασφαλισμένων, που αποχωρούν από το Συνταξιοδοτικό Ταμείο με λίγα έτη ασφάλισης, κυρίως λόγω αναπηρίας, ορίζεται ένα κατώτατο ποσό σύνταξης, το οποίο συνήθως αντιστοιχεί σε ένα καθορισμένο από το Καταστατικό αριθμό ετών ασφάλισης. Για παράδειγμα, η σύνταξη ανεξάρτητα των ετών ασφάλισης δεν είναι δυνατόν να είναι μικρότερη των m/50 των συντάξιμων αποδοχών.

Θεωρούμε τη σύνταξη της παρ. 7.7, με κατώτατο όριο τα m/50 των συντάξιμων αποδοχών. Ο μαθηματικός τύπος της σύνταξης είναι :

$$P = (\Sigma M)\cdot\begin{cases} \dfrac{m}{50} & \text{για } 1 \le n_o < m, (m \le 24) \\[2ex] \dfrac{n_o}{50} & \text{για } m \le n_o < 25 \\[2ex] \dfrac{25}{50} + \dfrac{2(n_o - 25)}{50} & \text{για } 25 \le n_o < 30 \\[2ex] \dfrac{35}{50} + \dfrac{3(n_o - 30)}{50} & \text{για } 30 \le n_o < 35 \\[2ex] 1 & \text{για } n_o \ge 35 \end{cases}$$

Για τον υπολογισμό της παρούσας αξίας της σύνταξης λόγω αναπηρίας, θεωρούμε ασφαλισμένο ηλικίας σήμερα x, με n έτη ήδη ασφάλιση και διακρίνουμε τις παρακάτω περιπτώσεις :

1. n<m

Past Service Benefits

$$(P.S.B.)_x = n \cdot \sum_{t=x}^{64} g(t)$$

όπου $g(t) = \frac{1}{50} \cdot u^{t-x+\frac{1}{2}} \cdot \hat{E}\left(z_{t+\frac{1}{2}}\right) \cdot \frac{i_t}{l_x} \cdot \bar{a}^{i}_{t+\frac{1}{2}}$, $x \le t \le 64$

Future Service Benefits

Διακρίνουμε τις παρακάτω περιπτώσεις :

1a) Αν $x - n + m \ge 64$, τότε :

$$(F.S.B.)_x = (m-n)\sum_{t=x}^{64} g(t) = \sum_{y=x}^{64} G(y)$$

όπου $G(y) = (m-n)g(y)$, $x \le y \le 64$

1b) Αν $x - n + m < 64$ και $x - n + 24 \ge 64$, τότε :

$$(F.S.B.)_x = (m-n)\sum_{t=x}^{x-n+m+1} g(t) + \sum_{t=x-n+m}^{64}\left(t - x + \frac{1}{2}\right) g(t) = \sum_{y=x}^{64} G(y)$$

$$\text{όπου } G(y) = (m-n)g(y) + \begin{cases} 0 & \text{, για } x \le y < x+m-n \\ \frac{1}{2} g(y) + \sum_{t=y+1}^{64} g(t) & \text{, για } x+m-n \le y \le 64 \end{cases}$$

1c) Αν $x - n + 24 < 64$ και $x - n + 29 \ge 64$, τότε :

$$(F.S.B.)_x = (m-n)\sum_{t=x}^{x-n+m+1} g(t) + \sum_{t=x-n+m}^{x-n+24}\left(t - x + \frac{1}{2}\right) g(t) +$$

$$\sum_{t=x-n+25}^{64}\left\{(25-n) + 2\left(t - x + n - 25 + \frac{1}{2}\right)\right\} g(t) = \sum_{y=x}^{64} G(y)$$

$$\text{όπου } G(y) = (m-n)g(y) + \begin{cases} 0 & \text{για } x \le y < x-n+m \\ \frac{1}{2}g(y) + \sum_{t=y+1}^{64} g(t) & \text{για } x-n+m \le y < x-n+25 \\ 2\left\{\frac{1}{2}g(y) + \sum_{t=y+1}^{64} g(t)\right\} & \text{για } x-n+25 \le y \le 64 \end{cases}$$

1d) Αν $x-n+29 < 64$ και $x-n+34 \ge 64$, τότε :

$$(F.S.B.)_x = (m-n)\sum_{t=x}^{x-n+m-1} g(t) + \sum_{t=x-n+m}^{x-n+24}\left(t-x+\frac{1}{2}\right)g(t) +$$

$$\sum_{t=x-n+25}^{x-n+29}\left\{(25-n)+2\left(t-x+n-25+\frac{1}{2}\right)\right\}g(t) +$$

$$\sum_{t=x-n+30}^{64}\left\{(35-n)+3\left(t-x+n-30+\frac{1}{2}\right)\right\}g(t) = \sum_{y=x}^{64} G(y)$$

$$\text{όπου } G(y) = (m-n)g(y) + \begin{cases} 0 & \text{για } x \le y < x-n+m \\ \frac{1}{2}g(y) + \sum_{t=y+1}^{64} g(t) & \text{για } x-n+m \le y < x-n+25 \\ 2\left\{\frac{1}{2}g(y) + \sum_{t=y+1}^{64} g(t)\right\} & \text{για } x-n+25 \le y < x-n+30 \\ 3\left\{\frac{1}{2}g(y) + \sum_{t=y+1}^{64} g(t)\right\} & \text{για } x-n+30 \le y \le 64 \end{cases}$$

1e) Αν $x-n+34 < 64$, τότε :

$$(F.S.B.)_x = \sum_{t=x}^{x-n+m-1}(m-n)g(t) + \sum_{t=x-n+m}^{x-n+24}\left(t-x+\frac{1}{2}\right)g(t) +$$

$$\sum_{t=x-n+25}^{x-n+29}\left\{(25-n)+2\left(t-x+n-25+\frac{1}{2}\right)\right\}g(t) +$$

$$\sum_{t=x-n+30}^{x-n+34}\left\{(35-n)+3\left(t-x+n-30+\frac{1}{2}\right)\right\}g(t) +$$

$$+\sum_{t=x-n+35}^{64}(50-n)g(t)=\sum_{y=x}^{64}G(y)$$

όπου :

$$G(y)=(m-n)g(y)+\begin{cases}0 & \text{για } x\le y<x-n+m \text{ ή } x-n+35\le y\le 64\\ \frac{1}{2}g(y)+\sum\limits_{t=y+1}^{64}g(t) & \text{για } x-n+m\le y<x-n+25\\ 2\left\{\frac{1}{2}g(y)+\sum\limits_{t=y+1}^{64}g(t)\right\} & \text{για } x-n+25\le y<x-n+30\\ 3\left\{\frac{1}{2}g(y)+\sum\limits_{t=y+1}^{64}g(t)\right\} & \text{για } x-n+30\le y<x-n+35\end{cases}$$

Οι περιπτώσεις 2-5 που ακολουθούν αναλύονται κατά παρόμοιο τρόπο όπως στην ενότητα 7.7 (σύνταξη λόγω γήρατος) και τα συμπεράσματα συνοψίζονται ως εξής :

2. $m\le n\le 24$

Past Service Benefits

$$(P.S.B.)_x=n\cdot\sum_{t=x}^{64}g(t)$$

Future Service Benefits

2a) Αν $x+24-n\ge 64$, τότε :

$$(F.S.B.)_x=\sum_{y=x}^{64}G(y)$$

όπου $G(y)=\frac{1}{2}g(y)+\sum\limits_{t=y+1}^{64}g(t)$, $x\le y\le 64$.

2b) Αν $x+24-n<64$ και $x+29-n \geq 64$, τότε :

$$(F.S.B.)_x = \sum_{y=x}^{64} G(y)$$

$$\text{όπου } G(y) = \begin{cases} \dfrac{1}{2}g(y) + \displaystyle\sum_{t=y+1}^{64} g(t) & , \text{ για } x \leq y < x+25-n \\ 2\left\{\dfrac{1}{2}g(y) + \displaystyle\sum_{t=y+1}^{64} g(t)\right\} & , \text{ για } x+25-n \leq y \leq 64 \end{cases}$$

2c) Αν $x+29-n<64$ και $x+34-n \geq 64$, τότε :

$$(F.S.B.)_x = \sum_{y=x}^{64} G(y)$$

$$\text{όπου } G(y) = \begin{cases} \dfrac{1}{2}g(y) + \displaystyle\sum_{t=y+1}^{64} g(t) & \text{για } x \leq y < x+25-n \\ 2\left\{\dfrac{1}{2}g(y) + \displaystyle\sum_{t=y+1}^{64} g(t)\right\} & \text{για } x+25-n \leq y < x+30-n \\ 3\left\{\dfrac{1}{2}g(y) + \displaystyle\sum_{t=y+1}^{64} g(t)\right\} & \text{για } x+30-n \leq y \leq 64 \end{cases}$$

2d) Αν $x+34-n<64$, τότε :

$$(F.S.B.)_x = \sum_{y=x}^{x+34-n} G(y)$$

$$\text{όπου } G(y) = \begin{cases} \dfrac{1}{2}g(y) + \displaystyle\sum_{t=y+1}^{64} g(t) & \text{για } x \leq y < x+25-n \\ 2\left\{\dfrac{1}{2}g(y) + \displaystyle\sum_{t=y+1}^{64} g(t)\right\} & \text{για } x+25-n \leq y < x+30-n \\ 3\left\{\dfrac{1}{2}g(y) + \displaystyle\sum_{t=y+1}^{64} g(t)\right\} & \text{για } x+30-n \leq y < x+35-n \end{cases}$$

3. $25 \le n \le 29$

Past Service Benefits

$$(P.S.B.)_x = \{25 + 2(n-25)\} \cdot \sum_{t=x}^{64} g(t)$$

Future Service Benefits

3a) Αν $x + 29 - n \ge 64$, τότε :

$$(F.S.B.)_x = \sum_{y=x}^{64} G(y)$$

όπου $G(y) = 2\left\{\frac{1}{2}g(y) + \sum_{t=y+1}^{64} g(t)\right\}$, $x \le y \le 64$.

3b) Αν $x + 29 - n < 64$ και $x + 34 - n \ge 64$, τότε :

$$(F.S.B.)_x = \sum_{y=x}^{64} G(y)$$

$$\text{όπου } G(y) = \begin{cases} 2\left\{\frac{1}{2}g(y) + \sum_{t=y+1}^{64} g(t)\right\} & \text{, για } x \le y < x + 30 - n \\ 3\left\{\frac{1}{2}g(y) + \sum_{t=y+1}^{64} g(t)\right\} & \text{, για } x + 30 - n \le y \le 64 \end{cases}$$

3c) Αν $x + 34 - n < 64$, τότε :

$$(F.S.B.)_x = \sum_{y=x}^{x+34-n} G(y)$$

$$\text{όπου } G(y) = \begin{cases} 2\left\{\frac{1}{2}g(y) + \sum_{t=y+1}^{64} g(t)\right\} & \text{, για } x \le y < x + 30 - n \\ 3\left\{\frac{1}{2}g(y) + \sum_{t=y+1}^{64} g(t)\right\} & \text{, για } x + 30 - n \le y \le x + 34 - n \end{cases}$$

4. $30 \le n \le 34$

Past Service Benefits

$$(P.S.B.)_x = \{35 + 3(n-30)\} \cdot \sum_{t=x}^{64} g(t)$$

Future Service Benefits

4a) Αν $x + 34 - n \ge 64$, τότε :

$$(F.S.B.)_x = \sum_{y=x}^{64} G(y)$$

$$\text{όπου } G(y) = 3\left\{\frac{1}{2}g(y) + \sum_{t=y+1}^{64} g(t)\right\},\ x \le y \le 64$$

4b) Αν $x + 34 - n < 64$, τότε :

$$(F.S.B.)_x = \sum_{y=x}^{x+34-n} G(y)$$

$$\text{όπου } G(y) = 3\left\{\frac{1}{2}g(y) + \sum_{t=y+1}^{64} g(t)\right\},\ x \le y \le x + 34 - n$$

5. $n \ge 35$

Past Service Benefits

$$(P.S.B.)_x = 50\sum_{t=x}^{64} g(t).$$

7.10. Κλιμακωτή σύνταξη, οριζόμενη σε $\frac{60}{35}$% των συντάξιμων αποδοχών, για κάθε έτος ασφάλισης και μέχρι του 35ου συμπεριλαμβανόμενου

Με τον Ν. 2084/92, θεσπίσθηκαν ενιαίες διατάξεις ασφάλισης (εισφορών, προϋποθέσεις συνταξιοδότησης, ποσού σύνταξης κ.λ.π.) για τους ασφαλισμένους, που ασφαλίσθηκαν για πρώτη φορά από 1/1/93, ανεξάρτητα φορέα ασφάλισης. Ετσι στο άρθρο 29 του Ν. 2084/92, ορίζεται ότι η σύνταξη των ασφαλισμένων της κατηγορίας αυτής, συνίσταται σε $\frac{60}{35}$% των συντάξιμων αποδοχών για κάθε έτος ασφάλισης μέχρι και του 35ου συμπεριλαμβανομένου.

Επομένως η σύνταξη δεν δύναται να υπερβεί τα 60% του συντάξιμου μισθού.

Ο μαθηματικός τύπος της σύνταξης είναι :

$$P=\begin{cases} 0 & \text{λόγω γήρατος για } n_o<15 \\ \frac{6}{350}\cdot n_o(\Sigma M) & \text{λόγω αναπηρίας για } n_o<15 \\ \frac{6}{350}\cdot n_o(\Sigma M) & \text{για } 15\le n_o<35 \\ \frac{60}{100}\cdot(\Sigma M) & \text{για } n_o\ge 35 \end{cases}$$

Θεωρούμε ασφαλισμένο ηλικίας σήμερα x με n έτη ασφάλιση μέχρι την ηλικία x. Θα υπολογισθούν οι παρούσες αξίες των συντάξεων λόγω αναπηρίας και γήρατος.

7.10.1. *Σύνταξη λόγω αναπηρίας*

Διακρίνουμε τις παρακάτω περιπτώσεις :

1) $n \le 34$

Past Service Benefits

$$(P.S.B.)_x = n\sum_{t=x}^{64} g(t)$$

όπου $g(t) = \frac{6}{350} \cdot u^{t-x+\frac{1}{2}} \cdot \hat{E}\left(z_{t+\frac{1}{2}}\right) \cdot \frac{i_t}{l_x} \cdot \bar{a}^{i}_{t+\frac{1}{2}}$, $x \le t \le 64$

Future Service Benefits

1a) Αν $x + 34 - n \ge 64$, τότε :

$$(F.S.B.)_x = \sum_{t=x}^{64}\left(t - x + \frac{1}{2}\right) g(t) = \sum_{y=x}^{64} G(y)$$

όπου $G(y) = \frac{1}{2} g(y) + \sum_{t=y+1}^{64} g(t)$, $x \le y \le 64$

1b) Αν $x + 34 - n < 64$, τότε :

$$(F.S.B)_x = \sum_{t=x}^{x+34-n}\left(t - x + \frac{1}{2}\right) g(t) + (35 - n) \sum_{t=x+35-n}^{64} g(t) =$$

$$\frac{1}{2} g(x) + g(x+1) + \ldots + g(x + 34 - n) +$$

$$\frac{1}{2} g(x+1) + \ldots + g(x + 34 - n) +$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$+ \frac{1}{2} g(x + 34 - n) +$$

$$+(35 - n) \sum_{t=x+35-n}^{64} g(t) = \sum_{y=x}^{x+34-n} G(y)$$

όπου $G(y) = \frac{1}{2} g(y) + \sum_{t=y+1}^{64} g(t)$, $x \le y \le x + 34 - n$

2) $n \geq 35$

$$(P.S.B.)_x = 35\sum_{t=x}^{64} g(t)$$

7.10.2. *Σύνταξη λόγω γήρατος*

Διακρίνουμε τις ακόλουθες περιπτώσεις :

1) $n<15$

Past Service Benefits

$$(P.S.B.)_x = n \sum_{t=x+15-n}^{65} g(t)$$

$$\text{όπου } g(t) = \begin{cases} \dfrac{6}{350} \cdot u^{t-x+\frac{1}{2}} \cdot \hat{E}\left(z_{t+\frac{1}{2}}\right) \cdot \bar{a}^r_{t+\frac{1}{2}} \cdot \dfrac{r_t}{l_x} & \text{για } x \leq t \leq 64 \\ \dfrac{6}{350} \cdot u^{65-x} \cdot \hat{E}(z_{65}) \cdot \dfrac{r_{65}}{l_x} \cdot \bar{a}^r_{65} & \text{για } t = 65 \end{cases}$$

Future Service Benefits

1a) Αν $x + 34 - n \geq 65$, τότε :

$$(F.S.B.)_x = \sum_{t=x+15-n}^{64} \left(t - x + \frac{1}{2}\right) g(t) + (65 - x) g(65) =$$

$$\left(15 - n + \frac{1}{2}\right) g(x + 15 - n) + \left(16 - n + \frac{1}{2}\right) g(x + 16 - n) + \ldots + \left(64 - x + \frac{1}{2}\right) g(64) +$$

$$(65 - x) g(65) =$$

$$(15 - n) \sum_{t=x+15-n}^{65} g(t) +$$

$$\frac{1}{2} g(x + 15 - n) + 1\frac{1}{2} g(x + 16 - n) + \ldots +$$

$$\left(49 + n - x + \frac{1}{2}\right) g(64) + (50 + n - x) g(65) =$$

$$= (15-n)\sum_{t=x+15-n}^{65} g(t) +$$

$$\frac{1}{2}g(x+15-n) + g(x+16-n) + \ldots + g(64) +$$

$$\frac{1}{2}g(x+16-n) + \ldots + g(64) +$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$+\frac{1}{2}g(64) +$$

$$+(50+n-x)g(65) = \sum_{y=x}^{65} G(y)$$

$$\text{όπου } G(y) = \begin{cases} \left(15-n+\frac{1}{2}\right)g(y) + \sum_{t=y+1}^{65} g(t) & , \; x+n-15 \le y \le 64 \\ (15-n)g(65) & , \; y = 65 \end{cases}$$

1b) Αν $x+34-n<65$, τότε :

$$(F.S.B.)_x = \sum_{t=x+15-n}^{x+34-n}\left(t-x+\frac{1}{2}\right)g(t) + (35-n)\cdot\sum_{t=x+35-n}^{65} g(t) =$$

$$\left(15-n+\frac{1}{2}\right)g(x+15-n) + \left(16-n+\frac{1}{2}\right)g(x+16-n) + \ldots +$$

$$\left(34-n+\frac{1}{2}\right)g(x+34-n) + (35-n)\sum_{t=x+35-n}^{65} g(t) =$$

$$(15-n)\cdot\sum_{t=x+15-n}^{x+34-n} g(t) +$$

$$\frac{1}{2}g(x+15-n) + 1\frac{1}{2}g(x+16-n) + \ldots +$$

$$19\frac{1}{2}g(x+34-n) + (35-n)\sum_{t=x+35-n}^{65} g(t) =$$

$$= (15-n)\sum_{t=x+15-n}^{x+34-n} g(t) +$$

$$\frac{1}{2}g(x+15-n) + g(x+16-n) + \ldots + g(x+34-n) +$$

$$\frac{1}{2}g(x+16-n) + \ldots + g(x+34-n) +$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$+\frac{1}{2}g(x+34-n) +$$

$$+(35-n)\cdot \sum_{t=x+35-n}^{65} g(t) = \sum_{y=x+15-n}^{65} G(y)$$

$$\text{όπου } G(y) = \begin{cases} \left(15-n+\frac{1}{2}\right)g(y) + \sum_{t=y+1}^{65} g(t) & , \ x+15-n \le y \le x+34-n \\ (15-n)g(y) & , \ x+35-n \le y \le 65 \end{cases}$$

2) $15 \le n \le 34$

Past Service Benefits

$$(P.S.B.)_x = n\sum_{t=x}^{65} g(t)$$

Future Service Benefits

2a) Αν $x+34-n \ge 65$, τότε :

$$(F.S.B.)_x = \sum_{t=x}^{64}\left(t-x+\frac{1}{2}\right)g(t) + (65-x)g(65) =$$

$$\frac{1}{2}g(x) + 1\frac{1}{2}g(x+1) + \ldots + \left(64-x+\frac{1}{2}\right)g(64) + (65-x)g(65) =$$

$$= \frac{1}{2}g(x) + g(x+1) + \ldots + g(64) +$$

$$\frac{1}{2}g(x+1) + \ldots + g(64) +$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$+\frac{1}{2}g(64) +$$

$$+(65-x)g(65) = \sum_{y=x}^{64} G(y)$$

όπου $G(y) = \frac{1}{2}g(y) + \sum_{t=y+1}^{65} g(t)$, $x \le y \le 64$

2b) Αν $x + 34 - n < 65$, τότε :

$$(F.S.B.)_x = \sum_{t=x}^{x+34-n}\left(t - x + \frac{1}{2}\right)g(t) + (35-n)\sum_{t=x+35-n}^{65} g(t) =$$

$$\frac{1}{2}g(x) + 1\frac{1}{2}g(x+1) + \ldots + \left(34 - n + \frac{1}{2}\right)g(x+34-n) + (35-n)\sum_{t=x+35-n}^{65} g(t) =$$

$$\frac{1}{2}g(x) + g(x+1) + \ldots + g(x+34-n) +$$

$$\frac{1}{2}g(x+1) + \ldots + g(x+34-n) +$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$+\frac{1}{2}g(x+34-n) +$$

$$+(35-n)\cdot\sum_{t=x+35-n}^{65} g(t) = \sum_{y=x}^{x+34-n} G(y)$$

όπου $G(y) = \frac{1}{2}g(y) + \sum_{t=y+1}^{65} g(t)$, $x \le y \le x + 34 - n$

3) $n \ge 35$

$$(P.S.B.)_x = 35\sum_{t=x}^{65} g(t)$$

7.11. Κλιμακωτή συνάρτηση Ταμείου Νομικών

Η σύνταξη λόγω γήρατος - αναπηρίας του Ταμείο Νομικών ισούται με 1/50 ενός σταθερού ποσού, που καθορίζεται από το Καταστατικό του Ταμείου, για κάθε έτος ασφάλισης μέχρι και του 30ου και προσαυξάνεται κατά 2/50 για κάθε έτος από το 31ο μέχρι και το 40ο, πέραν του οποίου καμία προσαύξηση δεν δίδεται.

Ο μαθηματικός τύπος υπολογισμού της σύνταξης είναι :

$$P = A \cdot \begin{cases} \frac{n_o}{50} & \text{για } 1 \leq n_o < 30 \\ \frac{30}{50} + \frac{2(n_o - 30)}{50} & \text{για } 30 \leq n_o < 40 \\ 1 & \text{για } n_o \geq 40 \end{cases}$$

όπου :

n_o = σύνολο ετών ασφάλισης

A = σταθερό ποσό καθοριζόμενο από το Καταστατικό

Θα υπολογιστεί η παρούσα αξία της σύνταξης λόγω γήρατος, για ασφαλισμένο ηλικίας σήμερα x με n έτη ασφάλιση μέχρι την ηλικία x.

Διακρίνουμε τις παρακάτω περιπτώσεις :

1. $n \leq 29$

Past Service Benefits

$$(P.S.B.)_x = n \sum_{t=x}^{65} g(t)$$

$$\text{όπου } g(t) = \begin{cases} \frac{1}{50} \cdot u^{t-x+\frac{1}{2}} \cdot A \cdot \bar{a}^r_{t+\frac{1}{2}} \cdot \frac{r_t}{l_x} & \text{για } t \leq 64 \\ \frac{1}{50} \cdot u^{65-x} \cdot A \cdot \frac{r_{65}}{l_x} \cdot \bar{a}^r_{65} & \text{για } t = 65 \end{cases}$$

Future Service Benefits

Για τον υπολογισμό της F.S.B. διακρίνουμε τις παρακάτω περιπτώσεις :

1a) Αν $x - n + 29 \geq 65$, τότε :

$$(F.S.B.)_x = \sum_{t=x}^{64}\left(t - x + \frac{1}{2}\right)g(t) + (65 - x)g(65) = \sum_{t=x}^{64} G(y)$$

$$\text{όπου } G(y) = \frac{1}{2}g(y) + \sum_{t=y+1}^{65} g(t) \text{ με } x \leq y \leq 64$$

1b) Αν $x - n + 29 < 65$ και $x - n + 39 \geq 65$, τότε :

$$(F.S.B.)_x = \sum_{t=x}^{x-n+29}\left(t - x + \frac{1}{2}\right)g(t) +$$

$$\sum_{t=x-n+30}^{64}\left\{(30 - n) + 2\left(t - x + n + 30 + \frac{1}{2}\right)\right\}g(t) +$$

$$\{(30 - n) + 2(65 - x + n - 30)\}g(65) = \sum_{y=x}^{64} G(y)$$

$$\text{όπου } G(y) = \begin{cases} \frac{1}{2}g(y) + \sum_{t=y+1}^{65} g(t) & \text{για } x \leq y \leq x - n + 29 \\ 2\left\{\frac{1}{2}g(y) + \sum_{t=y+1}^{65} g(t)\right\} & \text{για } x - n + 30 \leq y \leq 64 \end{cases}$$

1c) Αν $x - n + 39 < 65$, τότε :

$$(F.S.B.)_x = \sum_{t=x}^{x-n+29}\left(t - x + \frac{1}{2}\right)g(t) +$$

$$\sum_{t=x-n+30}^{x-n+39}\left\{(30 - n) + 2\left(t - x + n - 30 + \frac{1}{2}\right)\right\}g(t) + (50 - n)\sum_{t=x-n+40}^{65} g(t) = \sum_{y=x}^{64} G(y)$$

$$\text{όπου } G(y) = \begin{cases} \frac{1}{2}g(y) + \sum_{t=y+1}^{65} g(t) & \text{για } x \leq y \leq x - n + 29 \\ 2\left\{\frac{1}{2}g(y) + \sum_{t=y+1}^{65} g(t)\right\} & \text{για } x - n + 30 \leq y \leq x - n + 39 \end{cases}$$

2. $30 \le n \le 39$

Past Service Benefits

$$(P.S.B.)_x = \{30 + 2(n-30)\}\sum_{t=x}^{65} g(t)$$

Future Service Benefits

Για τον υπολογισμό της F.S.B. διακρίνουμε τις περιπτώσεις :

2a) Αν $x - n + 39 \ge 65$, τότε :

$$(F.S.B.)_x = \sum_{t=x}^{64} 2\left(t - x + \frac{1}{2}\right)g(t) + 2(65-x)g(65) = \sum_{y=x}^{64} G(y)$$

$$\text{όπου } G(y) = 2\left\{\frac{1}{2}g(y) + \sum_{t=y+1}^{65} g(t)\right\} \text{ για } x \le y \le 64$$

2b) Αν $x - n + 39 < 65$, τότε :

$$(F.S.B.)_x = \sum_{t=x}^{x-n+39} 2\left(t - x + \frac{1}{2}\right)g(t) + \{50 - 30 - 2(n-30)\} = \sum_{y=x}^{64} G(y)$$

$$\text{όπου } G(y) = 2\left\{\frac{1}{2}g(y) + \sum_{t=y+1}^{65} g(t)\right\}, \text{ για } x \le y \le x - n + 39$$

3. $n \ge 40$

Στην περίπτωση αυτή :

$$(P.V.) = 50\sum_{t=x}^{65} g(t)$$

7.12. Κλιμακωτή σύνταξη εξαρτώμενη ενός σταθερού ποσού και των ετών ασφάλισης (ΤΣΜΕΔΕ)

Η σύνταξη του Ταμείου Συντάξεων Μηχανικών, Εργοληπτών και Δημοσίων Εργων (ΤΣΜΕΔΕ) ορίζεται σε 1/35 ενός σταθερού ποσού, καθοριζόμενο από το

Καταστατικό του Ταμείου για κάθε έτος ασφάλισης μέχρι και τα 35 και προσαυξάνεται κατά 1/50 για κάθε έτος μετά τα 35.

Ο μαθηματικός τύπος υπολογισμού της σύνταξης είναι :

$$P = A \cdot \begin{cases} \dfrac{n_o}{35} & , \text{ για } n_o < 35 \\ 1 + \dfrac{n_o - 35}{50} & , \text{ για } n_o \geq 35 \end{cases}$$

όπου :

n_o = σύνολο ετών ασφάλισης

A = σταθερό ποσό καθοριζόμενο από το Καταστατικό

Θα υπολογιστεί η παρούσα αξία της σύνταξης λόγω γήρατος για ασφαλισμένο ηλικίας σήμερα x, με n έτη ήδη ασφάλιση.

Διακρίνουμε τις παρακάτω περιπτώσεις :

1. $n \leq 34$

Past Service Benefits

$$(P.S.B.)_x = \frac{n}{35} \cdot \sum_{t=x}^{65} g(t)$$

$$\text{όπου } g(t) = \begin{cases} u^{t-x+\frac{1}{2}} \cdot A \cdot \bar{a}^r_{t+\frac{1}{2}} \cdot \dfrac{r_t}{l_x} & \text{για } x \leq t \leq 64 \\ u^{65-x} \cdot A \cdot \dfrac{r_{65}}{l_x} \cdot \bar{a}^r_{65} & \text{για } t = 65 \end{cases}$$

Future Service Benefits

1a) Αν $x + 34 - n \geq 65$, τότε :

$$(F.S.B.)_x = \sum_{t=x}^{64} \left(t - x + \frac{1}{2} \right) \cdot \frac{1}{35} \cdot g(t) + (65 - x) \frac{1}{35} g(65) = \sum_{y=x}^{64} G(y)$$

$$\text{όπου } G(y) = \frac{1}{35} \left\{ \frac{1}{2} g(y) + \sum_{t=y+1}^{65} g(t) \right\}, \; x \leq y \leq 64$$

1b) Αν $x+34-n<65$, τότε :

$$(F.S.B.)_x = \sum_{t=x}^{x+34-n}\left(t-x+\frac{1}{2}\right)\cdot\frac{1}{35}\cdot g(t)+$$

$$\sum_{t=x+35-n}^{64}\left(\frac{35-n}{35}+\frac{t-x-35+n+\frac{1}{2}}{50}\right)g(t)+\left(\frac{35-n}{35}+\frac{65-x-35+n}{50}\right)g(65)=$$

$$\sum_{y=x}^{64}G(y)$$

$$\text{όπου } G(y)=\begin{cases}\dfrac{1}{35}\left\{\dfrac{1}{2}g(y)+\displaystyle\sum_{t=y+1}^{65}g(t)\right\} & \text{, για } x\le y<x+34-n\\[2ex] \dfrac{1}{50}\left\{\dfrac{1}{2}g(y)+\displaystyle\sum_{t=y+1}^{65}g(t)\right\} & \text{, για } x+34-n\le y\le 64\end{cases}$$

2. $n\ge 35$

Past Service Benefits

$$(P.S.B.)_x=\left(1+\frac{n-35}{50}\right)\sum_{t=x}^{65}g(t)$$

Future Service Benefits

$$(F.S.B.)_x=\sum_{t=x}^{64}\left(t-x+\frac{1}{2}\right)\cdot\frac{1}{50}\cdot g(t)+(65-x)\frac{1}{50}g(65)=\sum_{y=x}^{64}G(y)$$

$$\text{όπου } G(y)=\frac{1}{50}\left\{\frac{1}{2}g(y)+\sum_{t=y+1}^{65}g(t)\right\} \text{ για } x\le y\le 64$$

7.13. Κλιμακωτή σύνταξη, εξαρτώμενη από τις αποδοχές, την ηλικία και τα έτη ασφάλισης

Ορισμένες επιχειρήσεις επιθυμούν τα στελέχη τους να παραμένουν σε αυτές όσο το δυνατόν περισσότερο χρονικό διάστημα, παρέχοντάς τους διάφορα κίνητρα, ένα εκ των οποίων είναι και η παροχή σύνταξης (ή εφάπαξ ποσού) που εξαρτάται από τις αποδοχές, την ηλικία και τα έτη ασφάλισης.
Μάλιστα λαμβάνεται μέριμνα η σύνταξη να αυξάνεται ιδιαίτερα σε περίπτωση παραμονής των στελεχών στην Επιχείρηση στις μεγάλες ηλικίες. Ετσι δίδεται η δυνατότητα σε στελέχη με μικρό αριθμό ετών ασφάλισης στο Ιδιωτικό Συνταξιοδοτικό Πρόγραμμα να δικαιούνται υψηλές παροχές και επομένως η παροχή αυτή να αποτελεί κίνητρο παραμονής των στελεχών στην Επιχείρηση.

Χαρακτηριστικό παράδειγμα παροχής αυτής της κατηγορίας αποτελεί η σύνταξη που ορίζεται σε ποσοστό 100 α% του συντάξιμου μισθού για κάθε έτος ασφάλισης που αντιστοιχεί σε ηλικίες μικρότερες των 55 ετών και προσαυξάνεται κατά λ 100 α% του συντάξιμου μισθού για κάθε έτος ασφάλισης που αντιστοιχεί σε ηλικίες από 55 μέχρι 60 ετών και κατά $\mu \cdot 100$ α% του συντάξιμου μισθού για κάθε έτος ασφάλισης που αντιστοιχεί σε ηλικίες από 60 μέχρι και 65 ετών ($\mu > \lambda > 1$, σταθερές).

Έστω :

x = η ηλικία του ασφαλισμένου σήμερα

n = τα έτη ασφάλισης μέχρι την ηλικία x

t = η ηλικία συνταξιοδότησης

Ο μαθηματικός τύπος της σύνταξης είναι :

Για x<55

$$P=(\Sigma M)\cdot\begin{cases} \alpha\cdot\{t-(x-n)\} & ,\ \text{για}\ x\le t<55 \\ \alpha\cdot\{55-(x-n)\}+\lambda\cdot\alpha\cdot(t-55) & ,\ \text{για}\ 55\le t<60 \\ \alpha\cdot\{55-(x-n)\}+\lambda\cdot\alpha\cdot 5+\mu\cdot\alpha\cdot(t-60) & ,\ \text{για}\ 60\le t\le 65 \end{cases}$$

Για $55\le x<60$

$$P=(\Sigma M)\cdot\begin{cases} \alpha\cdot\{55-(x-n)\}+\lambda\cdot\alpha\cdot(t-55) & \text{αν}\ x-n<55,\ x\le t<60 \\ \lambda\cdot\alpha\cdot\{t-(x-n)\} & \text{αν}\ 55\le x-n<60,\ x\le t<60 \\ \alpha\cdot\{55-(x-n)\}+\lambda\cdot\alpha\cdot 5+\mu\cdot\alpha\cdot(t-60) & \text{αν}\ x-n<55,\ 60\le t\le 65 \\ \lambda\cdot\alpha\cdot\{60-(x-n)\}+\mu\cdot\alpha\cdot(t-60) & \text{αν}\ 55\le x-n<60,\ 60\le t\le 65 \end{cases}$$

Για $60\le x<65$

$$P=(\Sigma M)\cdot\begin{cases} \alpha\cdot\{55-(x-n)\}+\lambda\cdot\alpha\cdot 5+\mu\cdot\alpha\cdot(t-60) & \text{αν}\ x-n<55,\ x\le t\le 65 \\ \lambda\cdot\alpha\cdot\{60-(x-n)\}+\mu\cdot\alpha\cdot(t-60) & \text{αν}\ 55\le x-n<60,\ x\le t\le 65 \\ \mu\cdot\alpha\cdot(t-x) & \text{αν}\ 60\le x-n<65,\ x\le t\le 65 \end{cases}$$

7.13.1. Σύνταξη λόγω αναπηρίας

Για τον υπολογισμό της παρούσας αξίας της σύνταξης διακρίνουμε τις ακόλουθες περιπτώσεις :

1. x<55

<u>*Past Service Benefits*</u>

$$(P.S.B.)_x = n\sum_{t=x}^{64} g(t)$$

όπου $g(t)=u^{t-x+\frac{1}{2}}\cdot\alpha\cdot\hat{E}\left(z_{t+\frac{1}{2}}\right)\cdot\frac{i_t}{l_x}\cdot\bar{a}^{i}_{t+\frac{1}{2}}$, $x\le t\le 64$

Future Service Benefits

$$(F.S.B.)_x = \sum_{t=x}^{54}\left(t-x+\frac{1}{2}\right)g(t)+\sum_{t=55}^{59}\left\{(55-x)+\lambda\left(t-55+\frac{1}{2}\right)\right\}g(t)+$$

$$\sum_{t=60}^{64}\left\{(55-x)+\lambda(60-55)+\mu\left(t-60+\frac{1}{2}\right)\right\}g(t)$$

Επομένως :

$$(F.S.B.)_x = \frac{1}{2}g(x)+1\frac{1}{2}g(x+1)+\ldots+\left(54-x+\frac{1}{2}\right)g(54)+(55-x)\sum_{t=55}^{64}g(t)+$$

$$\lambda\left\{\frac{1}{2}g(55)+1\frac{1}{2}g(56)+\ldots+4\frac{1}{2}g(59)\right\}+5\lambda\sum_{t=60}^{64}g(t)+$$

$$\mu\left\{\frac{1}{2}g(60)+1\frac{1}{2}g(61)+\ldots+4\frac{1}{2}g(64)\right\}=$$

$$\frac{1}{2}g(x)+g(x+1)+\ldots+g(54)+$$

$$\frac{1}{2}g(x+1)+g(x+2)+\ldots+g(54)+$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$+\frac{1}{2}g(54)+$$

$$(55-x)\sum_{t=55}^{64}g(t)+$$

$$\lambda\left\{\frac{1}{2}g(55)+g(56)+\ldots+g(59)+\right.$$

$$\frac{1}{2}g(56)+g(57)+\ldots+g(59)+$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\left.+\frac{1}{2}g(59)\right\}+$$

$$5\lambda\sum_{t=60}^{64}g(t)+$$

$$+\mu\left\{\frac{1}{2}g(60)+g(61)+\ldots+g(64)+\right.$$

$$\frac{1}{2}g(61)+g(62)+\ldots+g(64)+$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\left.+\frac{1}{2}g(64)\right\}=$$

$$\frac{1}{2}g(x)+\sum_{t=x+1}^{64}g(t)+$$

$$\frac{1}{2}g(x+1)+\sum_{t=x+2}^{64}g(t)+$$

$$\vdots \qquad \vdots$$

$$+\frac{1}{2}g(54)+\sum_{t=56}^{64}g(t)+$$

$$\lambda\left\{\frac{1}{2}g(55)+\sum_{t=56}^{64}g(t)+\right.$$

$$\frac{1}{2}g(56)+\sum_{t=57}^{64}g(t)+$$

$$\vdots \qquad \vdots$$

$$\left.\frac{1}{2}g(59)+\sum_{t=60}^{64}g(t)\right\}+$$

$$\mu\left\{\frac{1}{2}g(60)+\sum_{t=61}^{64}g(t)+\right.$$

$$\frac{1}{2}g(61)+\sum_{t=62}^{64}g(t)+$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\left.+\frac{1}{2}g(64)\right\}=$$

$$= \sum_{y=x}^{64} G(y)$$

$$\text{όπου } G(y) = \begin{cases} \frac{1}{2}g(y) + \sum_{t=y+1}^{64} g(t) & \text{, για } x \le y \le 54 \\ \lambda\left\{\frac{1}{2}g(y) + \sum_{t=y+1}^{64} g(t)\right\} & \text{, για } 55 \le y \le 59 \\ \mu\left\{\frac{1}{2}g(y) + \sum_{t=y+1}^{64} g(t)\right\} & \text{, για } 60 \le y \le 64 \end{cases}$$

2. $55 \le x < 60$

Past Service Benefits

$$(P.S.B.)_x = (n_1 + \lambda n_2)\sum_{t=x}^{64} g(t)$$

όπου :

n_1 = έτη ασφάλισης που διανύθηκαν μέχρι την ηλικία 55

n_2 = έτη ασφάλισης που διανύθηκαν από την ηλικία 55 μέχρι την ηλικία x

$n = n_1 + n_2$

Future Service Benefits

$$(F.S.B.)_x = \sum_{t=x}^{59} \lambda\left(t - 55 + \frac{1}{2}\right)g(t) + \sum_{t=60}^{64}\left\{\lambda(60 - x) + \mu\left(t - 60 + \frac{1}{2}\right)\right\}g(t) =$$

$$\lambda\left\{\frac{1}{2}g(x) + 1\frac{1}{2}g(x+1) + \ldots + \left(59 - x + \frac{1}{2}\right)g(59)\right\} + \lambda(60 - x)\sum_{t=60}^{64} g(t) +$$

$$\mu\left\{\frac{1}{2}g(60) + 1\frac{1}{2}g(61) + \ldots + 4\frac{1}{2}g(64)\right\} =$$

$$= \lambda\left\{\frac{1}{2}g(x) + g(x+1) + \ldots\ldots\ldots + g(59) + \right.$$

$$\frac{1}{2}g(x+1) + g(x+2) + \ldots + g(59) +$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\left. + \frac{1}{2}g(59)\right\} +$$

$$\lambda(60-x)\sum_{t=60}^{64} g(t) +$$

$$\mu\left\{\frac{1}{2}g(60) + g(61) + \ldots + g(64) + \right.$$

$$\frac{1}{2}g(61) + g(62) + \ldots + g(64) +$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\left. + \frac{1}{2}g(64)\right\} =$$

$$\lambda\left\{\frac{1}{2}g(x) + \sum_{t=x+1}^{64} g(t) + \right.$$

$$\frac{1}{2}g(x+1) + \sum_{t=x+2}^{64} g(t) +$$

$$\vdots \qquad \vdots$$

$$\left. \frac{1}{2}g(59) + \sum_{t=60}^{64} g(t)\right\} +$$

$$\mu\left\{\frac{1}{2}g(60) + \sum_{t=61}^{64} g(t) + \right.$$

$$\frac{1}{2}g(61) + \sum_{t=62}^{64} g(t) +$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\left. + \frac{1}{2}g(64)\right\} =$$

$$= \sum_{y=x}^{64} G(y)$$

$$\text{όπου : } G(y) = \begin{cases} \lambda\left\{\frac{1}{2}g(y) + \sum_{t=y+1}^{64} g(t)\right\} & \text{, για } x \le y \le 59 \\ \mu\left\{\frac{1}{2}g(y) + \sum_{t=y+1}^{64} g(t)\right\} & \text{, για } 60 \le y \le 64 \end{cases}$$

3. $60 \le x \le 64$

Past Service Benefits

$$(P.S.B.)_x = (n_1 + \lambda n_2 + \mu n_3)\sum_{t=x}^{64} g(t)$$

όπου

$n_1 =$ έτη ασφάλισης που διανύθηκαν μέχρι την ηλικία των 55 ετών

$n_2 =$ έτη ασφάλισης που διανύθηκαν από την ηλικία των 55 μέχρι την ηλικία 60

$n_3 =$ έτη ασφάλισης που διανύθηκαν από την ηλικία των 60 μέχρι την ηλικία x

$n = n_1 + n_2 + n_3$

Future Service Benefits

$$(F.S.B.)_x = \sum_{t=x}^{64} \mu\left(t - x + \frac{1}{2}\right) g(t) =$$

$$\mu\left\{\frac{1}{2}g(x) + 1\frac{1}{2}g(x+1) + \ldots + \left(64 - x + \frac{1}{2}\right)g(64)\right\} =$$

$$\mu\left\{\frac{1}{2}g(x) + g(x+1) + \ldots + g(64) + \right.$$

$$\frac{1}{2}g(x+1) + \ldots + g(64) +$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\left. + \frac{1}{2}g(64)\right\} =$$

$$= \sum_{y=x}^{64} G(y)$$

$$\text{όπου } G(y) = \mu\left\{\frac{1}{2}g(y) + \sum_{t=y+1}^{64} g(t)\right\} \text{ για } x \le y \le 64$$

7.13.2. Σύνταξη λόγω γήρατος

Η παρούσα αξία της σύνταξης λόγω γήρατος υπολογίζεται κατ'ανάλογο τρόπο, όπως η παρούσα αξία της σύνταξης λόγω αναπηρίας και τα συμπεράσματα συνοψίζονται ως εξής :

1. x<55

Past Service Benefits

$$(P.S.B.)_x = n\sum_{t=x}^{65} g(t)$$

$$\text{όπου } g(t) = \begin{cases} \upsilon^{t-x+\frac{1}{2}} \cdot \alpha \cdot \hat{E}\left(z_{t+\frac{1}{2}}\right) \cdot \frac{r_t}{l_x} \cdot \bar{a}^r_{t+\frac{1}{2}} & , \ x \le t \le 64 \\ \upsilon^{65-x} \cdot \alpha \cdot \hat{E}(z_{65}) \cdot \frac{r_{65}}{l_x} \ \bar{a}^r_{65} & , \ t = 65 \end{cases}$$

Future Service Benefits

$$(F.S.B.)_x = \sum_{t=x}^{54}\left(t - x + \frac{1}{2}\right)g(t) + \sum_{t=55}^{59}\left\{(55-x) + \lambda\left(t - 55 + \frac{1}{2}\right)\right\}g(t) +$$

$$\sum_{t=60}^{64}\left\{(55-x) + \lambda(60-55) + \mu\left(t - 60 + \frac{1}{2}\right)\right\}g(t) +$$

$$\left\{(55-x) + \lambda(60-55) + \mu(65-60)\right\}g(65)$$

Με αναδιάταξη των όρων του παραπάνω αθροίσματος προκύπτει :

$$(F.S.B.)_x = \sum_{y=x}^{64} G(y)$$

$$\text{όπου } G(y)=\begin{cases}\frac{1}{2}g(y)+\sum_{t=y+1}^{65}g(t) & \text{, για } x\le y\le 54\\ \lambda\left\{\frac{1}{2}g(y)+\sum_{t=y+1}^{65}g(t)\right\} & \text{, για } 55\le y\le 59\\ \mu\left\{\frac{1}{2}g(y)+\sum_{t=y+1}^{65}g(t)\right\} & \text{, για } 60\le y\le 64\end{cases}$$

2. $55 \le x < 60$

Past Service Benefits

$$(P.S.B.)_x = (n_1+\lambda n_2)\sum_{t=x}^{65}g(t)$$

όπου :

n_1 = έτη ασφάλισης που διανύθηκαν μέχρι την ηλικία 55

n_2 = έτη ασφάλισης που διανύθηκαν από την ηλικία 55 μέχρι την ηλικία x

$n = n_1 + n_2$

Future Service Benefits

Εχουμε :

$$(F.S.B.)_x = \sum_{t=x}^{59}\lambda\left(t-55+\frac{1}{2}\right)g(t)+\sum_{t=60}^{64}\left\{\lambda(60-x)+\mu\left(t-60+\frac{1}{2}\right)\right\}g(t)+$$
$$\{\lambda(60-x)+\mu(65-60)\}g(65)$$

Από την παραπάνω σχέση προκύπτει :

$$(F.S.B.)_x = \sum_{y=x}^{64}G(y)$$

$$\text{όπου : } G(y)=\begin{cases}\lambda\left\{\frac{1}{2}g(y)+\sum_{t=y+1}^{65}g(t)\right\} & \text{, για } x\le y\le 59\\ \mu\left\{\frac{1}{2}g(y)+\sum_{t=y+1}^{65}g(t)\right\} & \text{, για } 60\le y\le 64\end{cases}$$

3. $60 \leq x < 64$

Past Service Benefits

$$(P.S.B.)_x = (n_1 + \lambda n_2 + \mu n_3) \cdot \sum_{t=x}^{65} g(t)$$

όπου

n_1 = έτη ασφάλισης που διανύθηκαν μέχρι την ηλικία των 55 ετών

n_2 = έτη ασφάλισης που διανύθηκαν από την ηλικία των 55 μέχρι την ηλικία 60

n_3 = έτη ασφάλισης που διανύθηκαν από την ηλικία των 60 μέχρι την ηλικία x

n = $n_1 + n_2 + n_3$

Future Service Benefits

$$(F.S.B.)_x = \sum_{t=x}^{64} \mu \left(t - x + \frac{1}{2} \right) g(t) + \mu(65 - x) g(65) = \sum_{y=x}^{64} G(y)$$

$$\text{όπου } G(y) = \mu \left\{ \frac{1}{2} g(y) + \sum_{t=y+1}^{65} g(t) \right\} \text{ για } x \leq y \leq 64$$

7.14. Κλιμακωτή σύνταξη χηρείας οφειλόμενη σε θάνατο ασφαλισμένου που ασφαλίσθηκε για πρώτη φορά μέχρι 31/12/82

Αν ο ασφαλισμένος ασφαλίσθηκε για πρώτη φορά μέχρι 31/12/82, τότε η σύνταξη χηρείας αποτελεί ποσοστό f (καθοριζόμενο από το Καταστατικό του κάθε Ταμείου) της σύνταξης του άμεσα ασφαλισμένου, όπως αυτή ορίσθηκε στην παρ. 7.6.

Θα υπολογισθεί η παρούσα αξία της σύνταξης στις περιπτώσεις που ο θάνατος του ασφαλισμένου ηλικίας σήμερα x με n έτη ασφάλιση (μέχρι την ηλικία x) επέλθει :

α. πριν τη συνταξιοδότησή του,

β. μετά τη συνταξιοδότησή του λόγω αναπηρίας και

γ. μετά τη συνταξιοδότησή του λόγω γήρατος.

7.14.1. Ο θάνατος του ασφαλισμένου επέρχεται πριν την συνταξιοδότησή του

Διακρίνουμε τις παρακάτω περιπτώσεις

1. $n \le 34$

<u>*Past Service Benefits*</u>

$$(P.S.B.)_x = \frac{n}{35}\sum_{t=x}^{64} g(t)$$

όπου $g(t) = f \cdot u^{t-x+\frac{1}{2}} \cdot \hat{E}\left(z_{t+\frac{1}{2}}\right) \cdot h_t \cdot \frac{d_t}{l_x} \cdot \bar{a}^{d}_{(t+\frac{1}{2})_w}$ για $x \le t \le 64$

<u>*Future Service Benefits*</u>

1a) Αν $x + 34 - n \ge 64$, τότε :

$$(F.S.B.)_x = \frac{1}{35}\sum_{t=x}^{64}\left(t - x + \frac{1}{2}\right) g(t) = \sum_{y=x}^{64} G(y)$$

όπου $G(y) = \frac{1}{35}\left\{\frac{1}{2}g(y) + \sum_{t=y+1}^{64} g(t)\right\}$, $x \le y \le 64$

1b) Αν $x + 34 - n < 64$, τότε :

$$(F.S.B.)_x = \frac{1}{35}\sum_{t=x}^{x+34-n}\left(t - x + \frac{1}{2}\right) g(t) +$$

$$\sum_{t=x+35-n}^{64}\left(\frac{35-n}{35} + \frac{t - x - 35 + n + \frac{1}{2}}{50}\right) g(t) = \sum_{y=x}^{64} G(y)$$

$$\text{όπου } G(y) = \begin{cases} \frac{1}{35}\left\{\frac{1}{2}g(y) + \sum_{t=y+1}^{64} g(t)\right\} & , \text{ για } x \le y \le x + 34 - n \\ \frac{1}{50}\left\{\frac{1}{2}g(y) + \sum_{t=y+1}^{64} g(t)\right\} & , \text{ για } x + 35 - n \le y \le 64 \end{cases}$$

2. $n \geq 35$

Past Service Benefits

$$(P.S.B.)_x = \left(1 + \frac{n-35}{50}\right) \cdot \sum_{t=x}^{64} g(t)$$

Future Service Benefits

$$(F.S.B.)_x = \frac{1}{50} \sum_{t=x}^{64} \left(t - x + \frac{1}{2}\right) g(t) = \sum_{y=x}^{64} G(y)$$

όπου : $G(y) = \frac{1}{50} \left\{ \frac{1}{2} g(y) + \sum_{t=y+1}^{64} g(t) \right\}$ για $x \leq y \leq 64$

7.14.2. Ο θάνατος του ασφαλισμένου επέρχεται μετά τη συνταξιοδότηση του λόγω αναπηρίας

Η μέθοδος υπολογισμού της παρούσας αξίας της σύνταξης είναι παρόμοια με αυτή της παρ. 7.14.1. αντικαθιστώντας όμως στην συνάρτηση g(t), τον παράγοντα $\bar{a}^{d}_{t_w}$ με τον $\bar{a}^{i}_{t\ t_w}$.

7.14.3. Ο θάνατος του ασφαλισμένου επέρχεται μετά τη συνταξιοδότηση του λόγω γήρατος

Ο υπολογισμός της παρούσας αξίας της σύνταξης γίνεται όπως και στην παρ. 7.14.1, με αντικατάσταση στη συνάρτηση g(t) του παράγοντα $\bar{a}^{d}_{t_w}$ με τον $\bar{a}^{r}_{t\ t_w}$ και ορίζοντας κατά τα γνωστά το g(65).

7.15. Κλιμακωτή σύνταξη χηρείας οφειλόμενη σε θάνατο ασφαλισμένου που ασφαλίσθηκε για πρώτη φορά από 1/1/83 μέχρι 31/12/92

Αν ο ασφαλισμένος ασφαλίσθηκε για πρώτη φορά από 1/1/83 μέχρι 31/12/92, τότε η σύνταξη χηρείας αποτελεί ποσοστό f της σύνταξης του ασφαλισμένου, όπως αυτή ορίσθηκε στην παρ. 7.8. Το ποσοστό αυτό δεν καθορίζεται από γενικές διατάξεις αλλά από το Καταστατικό κάθε Ταμείου.

Θα υπολογισθεί η παρούσα αξία της σύνταξης στις περιπτώσεις που ο θάνατος του ασφαλισμένου ηλικίας σήμερα x με n έτη ασφάλιση μέχρι την ηλικία x, επέλθει :

α) πριν τη συνταξιοδότησή του,

β) μετά τη συνταξιοδότησή του λόγω αναπηρίας και

γ) μετά τη συνταξιοδότησή του λόγω γήρατος.

7.15.1. Ο θάνατος του ασφαλισμένου επέρχεται πριν τη συνταξιοδότησή του

Διακρίνουμε τις ακόλουθες περιπτώσεις.

1. $n \le 24$

<u>Past Service Benefits</u>

$$(P.S.B.)_x = n \cdot \sum_{t=x}^{64} g(t)$$

όπου $g(t) = f \cdot \frac{1}{50} \cdot u^{t-x+\frac{1}{2}} \cdot \hat{E}\left(z_{t+\frac{1}{2}}\right) \cdot h_t \cdot \frac{d_t}{l_x} \cdot \bar{a}^d_{\left(t+\frac{1}{2}\right)_w}$ με $t \le 64$.

<u>Future Service Benefits</u>

Διακρίνουμε τις παρακάτω περιπτώσεις :

1a) Αν $x + 24 - n \ge 64$, τότε :

$$(F.S.B.)_x = \sum_{t=x}^{64} \left(t - x + \frac{1}{2}\right) g(t) = \sum_{y=x}^{64} G(y)$$

όπου $G(y) = \frac{1}{2}g(y) + \sum_{t=y+1}^{64} g(t), \ x \le y \le 64$

1b) Αν $x + 24 - n < 64$ και $x + 29 - n \ge 64$, τότε :

$$(F.S.B.)_x = \sum_{t=x}^{x+24-n}\left(t - x + \frac{1}{2}\right)g(t) + \sum_{t=x+25-n}^{64}\left\{25 - n + 2\left(t - x - 25 + n + \frac{1}{2}\right)\right\}g(t) = \sum_{y=x}^{64} G(y)$$

$$\text{όπου } G(y) = \begin{cases} \frac{1}{2}g(y) + \sum_{t=y+1}^{64} g(t) & , \text{ για } x \le y \le x + 24 - n \\ 2\left\{\frac{1}{2}g(y) + \sum_{t=y+1}^{64} g(t)\right\} & , \text{ για } x + 25 - n \le y \le 64 \end{cases}$$

1c) Αν $x + 29 - n < 64$ και $x + 34 - n \ge 64$, τότε :

$$(F.S.B.)_x = \sum_{t=x}^{x+24-n}\left(t - x + \frac{1}{2}\right)g(t) + \sum_{t=x+25-n}^{x+29-n}\left\{25 - n + 2\left(t - x - 25 + n + \frac{1}{2}\right)\right\}g(t) +$$

$$+\sum_{t=x+30-n}^{64}\left\{35 - n + 3\left(t - x - 30 + n + \frac{1}{2}\right)\right\}g(t) = \sum_{y=x}^{64} G(y)$$

όπου :

$$G(y) = \begin{cases} \frac{1}{2}g(y) + \sum_{t=y+1}^{64} g(t) & \text{για } x \le y \le x + 24 - n \\ 2\left\{\frac{1}{2}g(y) + \sum_{t=y+1}^{64} g(t)\right\} & \text{για } x + 25 - n \le y \le x + 29 - n \\ 3\left\{\frac{1}{2}g(y) + \sum_{t=y+1}^{64} g(t)\right\} & \text{για } x + 30 - n \le y \le 64 \end{cases}$$

1d) Αν $x + 34 - n < 64$, τότε :

$$(F.S.B.)_x = \sum_{t=x}^{x-n+24}\left(t - x + \frac{1}{2}\right)g(t) + \sum_{t=x-n+25}^{x-n+29}\left\{25 - n + 2\left(t - x + n - 25 + \frac{1}{2}\right)\right\}g(t) +$$

$$+\sum_{t=x-n+30}^{x-n+34}\left\{35-n-3\left(t-x+n-30+\frac{1}{2}\right)\right\}g(t)+$$

$$\sum_{t=x-n+35}^{64}\left\{50-n-\left(t-x+n-35+\frac{1}{2}\right)\right\}g(t)=\sum_{y=x}^{64}G(y)$$

όπου :

$$G(y)=\begin{cases}\frac{1}{2}g(y)+\sum_{t=y+1}^{64}g(t) & \text{για } x\le y\le x+24-n\\ 2\left\{\frac{1}{2}g(y)+\sum_{t=y+1}^{64}g(t)\right\} & \text{για } x+25-n\le y\le x-n+29\\ 3\left\{\frac{1}{2}g(y)+\sum_{t=y+1}^{64}g(t)\right\} & \text{για } x-n+30\le y\le x-n+34\\ \frac{1}{2}g(y)+\sum_{t=y+1}^{64}g(t) & \text{για } x-n-35\le y\le 64\end{cases}$$

2. $25\le n\le 29$

Past Service Benefits

$$(P.S.B.)_x=\{25+2(n-25)\}\sum_{t=x}^{64}g(t)$$

Future Service Benefits

Για τον υπολογισμό της F.S.B. διακρίνουμε τις ακόλουθες περιπτώσεις :

2a) Αν $x+29-n\ge 64$, τότε :

$$(F.S.B.)_x=\sum_{t=x}^{64}2\left(t-x+\frac{1}{2}\right)g(t)=\sum_{y=x}^{64}G(y)$$

όπου $G(y)=2\left\{\frac{1}{2}g(y)+\sum_{t=y+1}^{64}g(t)\right\}$, $x\le y\le 64$.

2b) Αν $x+29-n<64$ και $x+34-n\ge 64$, τότε :

$$(F.S.B.)_x=\sum_{t=x}^{x-n+29}2\left(t-x+\frac{1}{2}\right)g(t)+$$

$$+\sum_{t=x-n+30}^{64}\left\{35-25-2(n-25)+3\left(t-x-30+n+\frac{1}{2}\right)\right\}g(t)=\sum_{y=x}^{64}G(y)$$

$$\text{όπου } G(y)=\begin{cases}2\left\{\frac{1}{2}g(y)+\sum_{t=y+1}^{64}g(t)\right\}, & x\le y\le x+29-n\\ 3\left\{\frac{1}{2}g(y)+\sum_{t=y+1}^{64}g(t)\right\}, & x+30-n\le y\le 64\end{cases}$$

2c) Αν $x+34-n<64$, τότε :

$$(F.S.B.)_x=\sum_{t=x}^{x+29-n}2\left(t-x+\frac{1}{2}\right)g(t)+$$

$$\sum_{t=x+30-n}^{x+34-n}\left\{35-25-2(n-25)+3\left(t-x-30+n+\frac{1}{2}\right)\right\}g(t)+$$

$$+\sum_{t=x-n+35}^{64}\left\{50-25-2(n-25)+\left(t-x+n-35+\frac{1}{2}\right)\right\}g(t)=\sum_{y=x}^{64}G(y)$$

$$\text{όπου } G(y)=\begin{cases}2\left\{\frac{1}{2}g(y)+\sum_{t=y+1}^{64}g(t)\right\} & \text{για } x\le y\le x+29-n\\ 3\left\{\frac{1}{2}g(y)+\sum_{t=y+1}^{64}g(t)\right\} & \text{για } x+30-n\le y\le x+34-n\\ \frac{1}{2}g(y)+\sum_{t=y+1}^{64}g(t) & \text{για } x+35-n\le y\le 64\end{cases}$$

3. $30\le n\le 34$

Past Service Benefits

$$(P.S.B.)_x=\{35+3(n-30)\}\cdot\sum_{t=x}^{64}g(t)$$

Future Service Benefits

Για τον υπολογισμό της F.S.B. διακρίνουμε τις ακόλουθες περιπτώσεις :

3a) Αν $x+34-n \geq 64$, τότε :

$$(F.S B.)_x = \sum_{t=x}^{64} 3\left(t-x+\frac{1}{2}\right)g(t) = \sum_{y=x}^{64} G(y)$$

όπου $G(y) = 3\left\{\frac{1}{2}g(y) + \sum_{t=y+1}^{64} g(t)\right\}$, για $x \leq y \leq 64$

3b) Αν $x+34-n < 64$, τότε :

$$(F.S.B.)_x = \sum_{t=x}^{x+34-n} 3\left(t-x+\frac{1}{2}\right)g(t) +$$

$$+\sum_{t=x-n+35}^{64} \left\{50-35-3(n-30)+\left(t-x+n-35+\frac{1}{2}\right)\right\}g(t) = \sum_{y=x}^{64} G(y)$$

$$\text{όπου } G(y) = \begin{cases} 3\left\{\frac{1}{2}g(y) + \sum_{t=y+1}^{64} g(t)\right\} & \text{για } x \leq y \leq x-n+34 \\ \frac{1}{2}g(y) + \sum_{t=y+1}^{64} g(t) & \text{για } x-n+35 \leq y \leq 64 \end{cases}$$

4. $n \geq 35$

Past Service Benefits

$$(P.S.B.)_x = \{50+(n-35)\} \cdot \sum_{t=x}^{64} g(t)$$

Future Service Benefits

$$(F.S.B.)_x = \sum_{t=x}^{64} \left(t-x+\frac{1}{2}\right)g(t) = \sum_{y=x}^{64} G(y)$$

όπου $G(y) = \frac{1}{2}g(y) + \sum_{t=y+1}^{64} g(t)$, $x \leq y \leq 64$.

7.15.2. Ο θάνατος του ασφαλισμένου επέρχεται μετά τη συνταξιοδότηση του λόγω αναπηρίας

Ο υπολογισμός της παρούσας αξίας της σύνταξης γίνεται όπως και στην παρ. 7.15.1. με αντικατάσταση στην συνάρτηση g(t) του παράγοντα $\bar{a}^{d}_{t_w}$ με τον $\bar{a}^{i}_{t|t_w}$ και του d_t με i_t

7.15.3. Ο θάνατος του ασφαλισμένου επέρχεται μετά τη συνταξιοδότηση του λόγω γήρατος

Ο υπολογισμός της παρούσας αξίας της σύνταξης γίνεται όπως και στην παρ. 7.15.1 αντικαθιστώντας στην συνάρτηση g(t) τον παράγοντα $\bar{a}^{d}_{t_w}$ με τον $\bar{a}^{r}_{t|t_w}$, του d_t με r_t
και λαμβάνοντας υπόψη το ποσό της σύνταξης που αντιστοιχεί ακριβώς στην ηλικία 65.

7.16. Κλιμακωτή σύνταξη χηρείας οφειλόμενη σε θάνατο ασφαλισμένου που ασφαλίσθηκε για πρώτη φορά από 1/1/93

Σε περίπτωση που ο ασφαλισμένος ασφαλίσθηκε για πρώτη φορά από 1/1/1993, τότε με βάση του Ν. 2084/92, η σύνταξη χηρείας αποτελεί ποσοστό f της σύνταξης του ασφαλισμένου, όπως αυτή ορίσθηκε στην παρ. 7.10.

Θα υπολογισθεί η παρούσα αξία της σύνταξης χηρείας στις περιπτώσεις που ο θάνατος του ασφαλισμένου ηλικίας σήμερα x με n έτη ασφάλιση μέχρι την ηλικία x, επέλθει :

α) πριν τη συνταξιοδότησή του,

β) μετά τη συνταξιοδότησή του λόγω αναπηρίας και

γ) μετά τη συνταξιοδότησή του λόγω γήρατος.

7.16.1. Ο θάνατος του ασφαλισμένου επέρχεται πριν τη συνταξιοδότησή του

Διακρίνουμε τις ακόλουθες περιπτώσεις.

1. $n \le 34$

<u>*Past Service Benefits*</u>

$$(P.S.B.)_x = n \cdot \sum_{t=x}^{64} g(t)$$

όπου $g(t) = f \cdot \frac{6}{350} \cdot u^{t-x+\frac{1}{2}} \cdot \hat{E}\left(z_{t+\frac{1}{2}}\right) \cdot h_t \cdot \frac{d_t}{l_x} \cdot \bar{a}^{d}_{\left(t+\frac{1}{2}\right)_w}$ με $x \le t \le 64$.

<u>*Future Service Benefits*</u>

1a) Αν $x + 34 - n \ge 64$, τότε :

$$(F.S.B.)_x = \sum_{t=x}^{64} \left(t - x + \frac{1}{2}\right) g(t) = \sum_{y=x}^{64} G(y)$$

όπου $G(y) = \frac{1}{2} g(y) + \sum_{t=y+1}^{64} g(t)$, $x \le y \le 64$

1b) $x + 34 - n < 64$, τότε :

$$(F.S.B.)_x = \sum_{t=x}^{x+34-n} \left(t - x + \frac{1}{2}\right) g(t) + (35 - n) \sum_{t=x+35-n}^{64} g(t) = \sum_{y=x}^{x+34-n} G(y)$$

όπου $G(y) = \frac{1}{2} g(y) + \sum_{t=y+1}^{64} g(t)$, $x \le y \le x + 34 - n$

2. $n \ge 35$

$$(P.S.B.)_x = 35 \sum_{t=x}^{64} g(t)$$

7.16.2. Ο θάνατος του ασφαλισμένου επέρχεται μετά τη συνταξιοδότηση του λόγω αναπηρίας

Ο υπολογισμός της παρούσας αξίας της σύνταξης γίνεται όπως και στην παρ. 7.16.1. με αντικατάσταση στην συνάρτηση g(t) του παράγοντα $\bar{a}^{d}_{t_w}$ με τον $\bar{a}^{i}_{t|t_w}$ και του d_t με i_t

7.16.3. Ο θάνατος του ασφαλισμένου επέρχεται μετά τη συνταξιοδότηση του λόγω γήρατος

Ο υπολογισμός της παρούσας αξίας της σύνταξης γίνεται όπως και στην παρ. 7.16.1 αντικαθιστώντας στην συνάρτηση g(t) τον παράγοντα $\bar{a}^{d}_{t_w}$ με τον $\bar{a}^{r}_{t|t_w}$ και του d_t με r_t.
και λαμβάνοντας υπόψη το ποσό της σύνταξης που αντιστοιχεί ακριβώς στην ηλικία 65.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 8

Εφαρμογή των σύνθετων μαθηματικών τύπων υπολογισμού των παρουσών αξιών των παροχών, στην εκπόνηση αναλογιστικής μελέτης για την ίδρυση Συνταξιοδοτικού Ταμείου

8.1. Για την εφαρμογή των μαθηματικών τύπων υπολογισμού της παρούσας αξίας των παροχών, που αναπτύχθηκαν στην εργασία αυτή, εκπονήθηκε η παρακάτω αναλογιστική μελέτη για την ίδρυση Συνταξιοδοτικού Ταμείου, με σκοπό να ασφαλισθούν σε αυτό 385 μισθωτοί (327 άνδρες και 58 γυναίκες). Τα στατιστικά στοιχεία που ζητήθηκαν για την εκπόνηση της μελέτης ήταν οι ηλικίες και οι μισθοί των εργαζομένων (συνημμένοι πίνακες 1 και 2). Στόχος της αναλογιστικής μελέτης είναι να τεθεί σε υγιείς οικονομικές βάσεις το υπό ίδρυση Συνταξιοδοτικό Ταμείο, ώστε να δύναται αυτό να εκπληρεί τις υποχρεώσεις του, που απορρέουν από τις καταστατικές διατάξεις, προς τους ασφαλισμένους του σε μακροχρόνια βάση.

Για την εκπόνηση της μελέτης χρησιμοποιήθηκαν οι Ελβετικοί Πίνακες E.V.K. 1990, 4% και η υπό ασφάλιση ομάδα θεωρήθηκε κλειστή.

8.2. Καταστατικές Διατάξεις

8.2.1. Σκοπός του Ταμείου

Σκοπός του Ταμείου είναι η παροχή ισόβιας μηνιαίας σύνταξης στα μέλη του λόγω γήρατος, αναπηρίας και θανάτου.

8.2.2. Πόροι

Το ποσοστό της εισφοράς που θα καταβάλλεται από τον εργοδότη και τους ασφαλισμένους του Ταμείου θα καθορισθεί βάσει αναλογιστικής μελέτης.

8.2.3. Προϋποθέσεις συνταξιοδότησης

α. Λόγω γήρατος

Οι άνδρες ασφαλισμένοι έχουν δικαίωμα συνταξιοδότησης μετά τη συμπλήρωση του 60ου έτους της ηλικίας τους και των 25 ετών ασφάλισης (ω=65).

Οι γυναίκες ασφαλισμένες έχουν δικαίωμα συνταξιοδότησης μετά τη συμπλήρωση του 55ου έτους της ηλικίας τους και 25 ετών ασφάλισης (ω=65).

β. Λόγω αναπηρίας

Οι ασφαλισμένοι έχουν δικαίωμα συνταξιοδότησης λόγω αναπηρίας, ανεξάρτητα των ετών ασφάλισης και ηλικίας.

γ. Λόγω θανάτου

Οι σύζυγοι των ασφαλισμένων ανδρών έχουν το δικαίωμα ισόβιας μηνιαίας σύνταξης σε περίπτωση θανάτου των ασφαλισμένων αυτών, ανεξάρτητα των ετών ασφάλισης και της ηλικίας τους.

8.2.4. Υπολογισμός της σύνταξης

Η σύνταξη λόγω γήρατος - αναπηρίας υπολογίζεται με βάση τον τύπο της παρ. 7.7.

Η σύνταξη χηρείας αποτελεί το 60% της σύνταξης του θανόντος.

Σαν συντάξιμος μισθός λαμβάνεται το 80% των συνολικών αποδοχών του έτους ηλικίας συνταξιοδότησης.

Ο αριθμός των συντάξεων ανά έτος είναι 14.

8.3. Σύνδεση μαθηματικών τύπων υπολογισμού των παρουσών αξιών εισφορών και παροχών με σύμβολα μετατροπής

Για τον υπολογισμό των παρουσών αξιών των ασφαλιστικών εισφορών και παροχών χρησιμοποιήθηκαν οι παρακάτω μαθηματικοί τύποι που αναπτύχθηκαν βάσει των αναφερομένων στις παραγράφους 2.3 και 7.7. Οι μαθηματικοί αυτοί τύποι έχουν εκφρασθεί δια μέσου των συμβόλων μετατροπής.

1. Εισφορές

$$(P.V.)_x = \rho \cdot \hat{E}(S_x) \cdot {}^s\bar{a}^{aa}_{x\,\overline{t-x}|} \quad \text{(t ηλικία συνταξιοδότησης)}$$

όπου :

$${}^s\bar{a}^{aa}_{x\,\overline{t-x}|} = \frac{{}^s\bar{N}_x}{{}^sD_x} \quad \text{(ράντα εισφορών)}$$

ρ = ασφαλιστική εισφορά

$${}^s\bar{N}_x = \sum_{t=x}^{64} {}^s\bar{D}_t$$

$${}^s\bar{D}_t = s_t\bar{D}_t$$

$$\bar{D}_t = \frac{1}{2}(D_t + D_{t+1})$$

$${}^sD_x = s_x D_x \text{ και}$$

$$D_x = u^x l_x$$

2. Παροχές

α) $n \leq 24$

Past Service Benefits

$$(P.S.B.)_x = \lambda \cdot \frac{n}{50} \cdot \hat{E}(S_x) \cdot {}^s\bar{a}^{ka}_x$$

όπου:

$$\lambda = \begin{cases} 80\% \text{ λόγω γήρατος και αναπηρίας} \\ 80\% \cdot 60\% = 48\% \text{ λόγω χηρείας} \end{cases}$$

$${}^{s}\bar{a}_x^{ka} = \frac{{}^{s}M_x^{ka}}{{}^{s}D_x}$$

$${}^{s}M_x^{ka} = \sum_{t=x}^{65} {}^{s}C_t^{ka} \text{ για k=r, rh και } {}^{s}M_x^{ka} = \sum_{t=x}^{64} {}^{s}C_t^{ka} \text{ για k=i, ih, dh}$$

$${}^{s}C_t^{ka} = \begin{cases} \left.\begin{matrix} u^{t+\frac{1}{2}} \cdot s_t \cdot r_t \cdot \bar{a}^r_{t+\frac{1}{2}} \text{ , } t<65 \\ u^{65} \cdot s_{65} \cdot r_{65} \cdot \bar{a}^r_{65} \text{ , } t=65 \end{matrix}\right\} \text{ για } k=r \\ u^{t+\frac{1}{2}} \cdot s_t \cdot i_t \cdot \bar{a}^i_{t+\frac{1}{2}} \text{ , } t<65 \text{ για } k=i \\ u^{t+\frac{1}{2}} \cdot h_t \cdot d_t \cdot \bar{a}^d_{t+\frac{1}{2}} \text{ , } t<65 \text{ για } k=dh \\ u^{t+\frac{1}{2}} \cdot h_t \cdot i_t \cdot \bar{a}^i_{t+\frac{1}{2}\,\left(t+\frac{1}{2}\right)_w} \text{ , } t<65 \text{ για } k=ih \\ \left.\begin{matrix} u^{t+\frac{1}{2}} \cdot h_t \cdot r_t \cdot \bar{a}^r_{t+\frac{1}{2}\,\left(t+\frac{1}{2}\right)_w} \text{ , } t<65 \\ u^{65} \cdot h_{65} \cdot r_{65} \cdot \bar{a}^r_{65\,(65)_w} \text{ , } t=65 \end{matrix}\right\} \text{ για } k=rh \end{cases}$$

όπου:

k=r σημαίνει συνταξιοδότηση λόγω γήρατος

k=i σημαίνει συνταξιοδότηση λόγω αναπηρίας

k=dh σημαίνει συνταξιοδότηση λόγω θανάτου εν ενεργεία ασφαλισμένου

k=ih σημαίνει συνταξιοδότηση λόγω θανάτου συνταξιούχου αναπηρίας

k=rh σημαίνει συνταξιοδότηση λόγω θανάτου συνταξιούχου γήρατος

και t είναι η ηλικία αποχώρησης από το Συνταξιοδοτικό Ταμείο για κάθε μία από τις παραπάνω περιπτώσεις.

Επίσης:

$$
{}^{s}\bar{a}_x^{ka} = \begin{cases} \text{για } k = r \text{ , ράντα γήρατος} \\ \text{για } k = i \text{ , ράντα αναπηρίας} \\ \text{για } k = dh \text{ , ράντα χηρείας λόγω θανάτου εν ενεργεία ασφαλισμένου} \\ \text{για } k = ih \text{ , ράντα χηρείας λόγω θανάτου συνταξιούχου αναπηρίας} \\ \text{για } k = rh \text{ , ράντα χηρείας λόγω θανάτου συνταξιούχου γήρατος} \end{cases}
$$

Θέτουμε ${}^{s}\bar{a}_x^{wa} = {}^{s}\bar{a}_x^{dha} + {}^{s}\bar{a}_x^{iha} + {}^{s}\bar{a}_x^{rha}$

Future Service Benefits

Θα αναλυθούν οι περιπτώσεις συνταξιοδότησης k=r και k=rh, δηλαδή για συνταξιοδότηση λόγω γήρατος και θανάτου συνταξιούχου γήρατος.

α1) Αν $x + 24 - n \geq 65$:

$$(F.S.B.)_x = \lambda \cdot \frac{1}{50} \cdot \hat{E}(S_x) \cdot {}^{s}\bar{a}_x^{ka}$$

όπου :

$${}^{s}\bar{a}_x^{ka} = \frac{{}^{s}\bar{R}_x^{ka}}{{}^{s}D_x}$$

$${}^{s}\bar{R}_x^{ka} = \sum_{y=x}^{64} {}^{s}\bar{M}_y^{ka}$$

$${}^{s}\bar{M}_y^{ka} = {}^{s}M_y^{a} - \frac{1}{2} {}^{s}C_y^{ka}$$

k=r, rh

α2) Αν $x + 24 - n < 65$ και $x + 29 - n \geq 65$:

$$(F.S.B.)_x = \lambda \cdot \frac{1}{50} \cdot \hat{E}(S_x) \cdot {}^{s}\bar{a}_x^{ka}$$

όπου: $${}^{s}\bar{a}_x^{ka} = \frac{1}{{}^{s}D_x} \cdot \left({}^{s}\bar{R}_x^{ka} + {}^{s}\bar{R}_{x+25-n}^{ka} \right)$$

α3) Αν $x+29-n<65$ και $x+34-n \geq 65$

$$(F.S.B.)_x = \lambda \cdot \frac{1}{50} \cdot \hat{E}(S_x) \cdot {}^s\bar{a}_x^{ka}$$

όπου: $${}^s\bar{a}_x^{ka} = \frac{1}{{}^sD_x} \cdot \left({}^s\bar{R}_x^{ka} + {}^s\bar{R}_{x+25-n}^{ka} + {}^s\bar{R}_{x+30-n}^{ka}\right)$$

α4) Αν $x+34-n<65$:

$$(F.S.B.)_x = \lambda \cdot \frac{1}{50} \cdot \hat{E}(S_x) \cdot {}^s\bar{a}_x^{ka}$$

όπου: $${}^s\bar{a}_x^{ka} = \frac{1}{{}^sD_x} \cdot \left({}^s\bar{R}_x^{ka} + {}^s\bar{R}_{x+25-n}^{ka} + {}^s\bar{R}_{x+30-n}^{ka} - 3{}^s\bar{R}_{x+35-n}^{ka}\right)$$

Ισχύει $(P.V.)_x = (P.S.B.)_x + (F.S.B.)_x$

β. $25 \leq n \leq 29$

Past Service Benefits

$$(P.S.B.)_x = \lambda \cdot \frac{n}{50} \cdot \{25 + 2(n-25)\} \cdot \hat{E}(S_x) \cdot {}^s\bar{a}_x^{ka}$$

όπου $${}^s\bar{a}_x^{ka} = \frac{{}^sM_x^{ra}}{{}^sD_x}$$

Future Service Benefits

β1) Αν $x+29-n \geq 65$:

$$(F.S.B.)_x = \lambda \cdot \frac{1}{50} {}^s\bar{a}_x^{ka}$$

όπου $${}^s\bar{a}_x^{ka} = 2\frac{{}^s\bar{R}_x^{ra}}{{}^sD_x}$$

β2) Αν $x+29-n<65$ και $x+34-n \geq 65$:

$$(F.S.B.)_x = \lambda \cdot \frac{1}{50} \cdot \hat{E}(S_x) \cdot {}^s\bar{a}_x^{ka}$$

όπου $${}^s\bar{a}_x^{ka} = \frac{1}{{}^sD_x}\left(2{}^s\bar{R}_x^{ka} + {}^s\bar{R}_{x+30-n}^{ka}\right)$$

β3) Αν $x+34-n<65$:

$$(F.S.B.)_x = \lambda \cdot \frac{1}{50} \cdot \hat{E}(S_x) \cdot {}^s\bar{a}_x^{ka}$$

όπου $${}^s\bar{a}_x^{ka} = \frac{1}{{}^sD_x}\left(2\,{}^s\bar{R}_x^{ka} + {}^s\bar{R}_{x+30-n}^{ka} - 3\,{}^s\bar{R}_{x+35-n}^{ka}\right)$$

Ισχύει: $(P.V.)_x = (P.S.B.)_x + (F.S.B.)_x$

γ. $30 \le n \le 34$

Past Service Benefits

$$(P.S.B.)_x = \lambda \cdot \frac{n}{50} \cdot \{35 + 3(n-30)\} \cdot \hat{E}(S_x) \cdot {}^s\bar{a}_x^{ka}$$

όπου $${}^s\bar{a}_x^{ka} = \frac{{}^sM_x^{ka}}{{}^sD_x}$$

Future Service Benefits

γ1) Αν $x+34-n \ge 65$:

$$(F.S.B.)_x = \lambda \cdot \frac{1}{50} \cdot \hat{E}(S_x) \cdot {}^s\bar{a}_x^{ka}$$

όπου $${}^s\bar{a}_x^{ka} = 3 \cdot \frac{{}^s\bar{R}_x^{ka}}{{}^sD_x}$$

γ2) Αν $x+34-n<65$:

$$(F.S.B.)_x = \lambda \cdot \frac{1}{50} \cdot \hat{E}(S_x) \cdot {}^s\bar{a}_x^{ka}$$

όπου $${}^s\bar{a}_x^{ka} = \frac{3}{{}^sD_x} \cdot \left({}^s\bar{R}_x^{ka} - {}^s\bar{R}_{x+35-n}^{ka}\right)$$

Ισχύει $(P.V.)_x = (P.S.B.)_x + (F.S.B.)_x$

δ. $n \ge 35$

Past Service Benefits

$$(P.S.B.)_x = \lambda \cdot \hat{E}(S_x) \cdot {}^s\bar{a}_x^{ka}$$

όπου ${}^{s}\bar{a}_x^{ka} = \frac{{}^{s}M_x^{ka}}{{}^{s}D_x}$

Ισχύει $(P.V.)_x = (P.S.B.)_x$

Κατά παρόμοιο τρόπο αναλύονται και τα (F.S.B.) για k=i, dh, ih, δηλαδή για συνταξιοδότηση λόγω αναπηρίας, θανάτου εν ενεργεία ασφαλισμένου και θανάτου συνταξιούχου αναπηρίας, με τη μόνη διαφορά ότι στις αντίστοιχες εκφράσεις δεν υπεισέρχονται όροι για την ηλικία t=65.

Επειδή η έναρξη ασφάλισης των εργαζομένων στο υπό ίδρυση Συνταξιοδοτικό Ταμείο αρχίζει από την ημερομηνία έναρξης της λειτουργίας του, η πραγματική ασφάλισή των μέχρι την ημερομηνία αυτή είναι 0 (n=0) και επομένως (P.S.B.)=0.

Για καλύτερη παρουσίαση των παρατιθέμενων πινάκων συμβολίζουμε με:

${}^{s}\bar{a}^{aa}_{x\,\overline{m-x}}$ = ράντα εισφορών (m ηλικία συνταξιοδότησης)

${}^{s}\bar{a}_x^{ra}$ = ράντα λόγω γήρατος

${}^{s}\bar{a}_x^{ia}$ = ράντα λόγω αναπηρίας

${}^{s}\bar{a}_x^{dha}$ = ράντα χηρείας στην περίπτωση που ο θάνατος του εν ενεργεία ασφαλισμένου επέλθει πριν τη συνταξιοδότηση

${}^{s}\bar{a}_x^{iha}$ = ράντα χηρείας στην περίπτωση που ο θάνατος του εν ενεργεία ασφαλισμένου επέλθει μετά τη συνταξιοδότηση λόγω αναπηρίας

${}^{s}\bar{a}_x^{rha}$ = ράντα χηρείας στην περίπτωση που ο θάνατος του εν ενεργεία ασφαλισμένου επέλθει μετά τη συνταξιοδότηση λόγω γήρατος

${}^{s}\bar{a}_x^{wa} = {}^{s}\bar{a}_x^{dha} + {}^{s}\bar{a}_x^{iha} + {}^{s}\bar{a}_x^{rha}$

8.4. Αναλογιστικό Ισοζύγιο

Με βάση τα στατιστικά στοιχεία και τους αναλογιστικούς υπολογισμούς, που επισυνάπτονται, προκύπτει το παρακάτω αναλογιστικό ισοζύγιο.

ΑΝΑΛΟΓΙΣΤΙΚΟ ΙΣΟΖΥΓΙΟ

ΠΑΡΟΥΣΕΣ ΑΞΙΕΣ ΑΠΟΔΟΧΩΝ ΚΑΙ ΠΑΡΟΧΩΝ (σε εκ. δρχ.)

1.	**ΠΑΡΟΥΣΑ ΑΞΙΑ ΑΠΟΔΟΧΩΝ**		
	Π.Α. ΑΠΟΔΟΧΩΝ ΑΝΔΡΩΝ	:	14063
	Π.Α. ΑΠΟΔΟΧΩΝ ΓΥΝΑΙΚΩΝ	:	2104
	Π.Α. ΛΟΙΠΩΝ ΕΣΟΔΩΝ	:	20
	ΣΥΝΟΛΟ	:	**16187**
2.	**ΠΑΡΟΥΣΑ ΑΞΙΑ ΠΑΡΟΧΩΝ**		
	Π.Α. ΠΑΡΟΧΩΝ ΑΝΔΡΩΝ ΓΗΡΑΤΟΣ	:	1396
	Π.Α. ΠΑΡΟΧΩΝ ΓΥΝΑΙΚΩΝ ΓΗΡΑΤΟΣ	:	321
	Π.Α. ΠΑΡΟΧΩΝ ΑΝΔΡΩΝ ΑΝΑΠΗΡΙΑΣ	:	277
	Π.Α. ΠΑΡΟΧΩΝ ΓΥΝΑΙΚΩΝ ΑΝΑΠΗΡΙΑΣ	:	32
	Π.Α. ΠΑΡΟΧΩΝ ΧΗΡΕΙΑΣ	:	459
	ΛΟΙΠΑ ΕΞΟΔΑ	:	65
	ΣΥΝΟΛΟ	:	**2550**
3.	**ΔΙΑΦΟΡΑ**	:	**13637**

8.5. Συμπεράσματα Αναλογιστικού Ισοζυγίου

Από το σύνολο των παρουσών αξιών των αποδοχών και παροχών, προκύπτει ότι για να έχει το Ταμείο μια ομαλή μακροχρόνια οικονομική εξέλιξη, πρέπει το ασφάλιστρο να καθοριστεί στο 15,77% των αποδοχών και επί 14 μήνες.

ΠΙΝΑΚΑΣ 1

ΜΕ ΤΟΝ ΑΡΙΘΜΟ ΤΩΝ ΑΣΦΑΛΙΣΜΕΝΩΝ ΑΝΔΡΩΝ ΑΝΑ ΗΛΙΚΙΑ ΚΑΙ ΠΟΣΟ ΜΙΣΘΟΥ

ΗΛΙΚΙΑ ΑΣΦ/ΝΩΝ	ΑΡΙΘΜΟΣ ΑΣΦΑΛ/ΝΩΝ	ΕΤΗΣΙΟΣ ΜΙΣΘΟΣ	ΣΥΝΟΛΟ ΑΠΟΔΟΧΩΝ
20	28	1400000	39200000
21	25	1435000	35875000
22	20	1470875	29417500
23	18	1507647	27137644
24	17	1545338	26270747
25	17	1583971	26927515
26	19	1623571	30847845
27	20	1664160	33283201
28	17	1705764	28997989
29	16	1748408	27974531
30	15	1792118	26881775
31	15	1836921	27553820
32	14	1882844	26359821
33	13	1929915	25088901
34	12	1978163	23737960
35	10	2027617	20276174
36	15	2078308	31174618
37	10	2130266	21302656
38	8	2183522	17468178
39	6	2238110	13428662
40	5	2294063	11470315
41	4	2351415	9405658
42	3	2410200	7230600
ΣΥΝΟΛΟ	327	42818198	567311109

ΠΙΝΑΚΑΣ 2

ΜΕ ΤΟΝ ΑΡΙΘΜΟ ΤΩΝ ΑΣΦΑΛΙΣΜΕΝΩΝ ΓΥΝΑΙΚΩΝ ΑΝΑ ΗΛΙΚΙΑ ΚΑΙ ΠΟΣΟ ΜΙΣΘΟΥ

ΗΛΙΚΙΑ ΑΣΦ/ΝΩΝ	ΑΡΙΘΜΟΣ ΑΣΦΑΛ/ΝΩΝ	ΕΤΗΣΙΟΣ ΜΙΣΘΟΣ	ΣΥΝΟΛΟ ΑΠΟΔΟΧΩΝ
20	10	1330000	13300000
21	12	1359260	16311120
22	5	1389164	6945819
23	7	1419725	9938077
24	6	1450959	8705756
25	10	1482880	14828804
26	4	1515504	6062015
27	3	1548845	4646535
28	1	1582919	1582919
ΣΥΝΟΛΟ	58	13079257	82321044

ΑΝΑΛΟΓΙΣΤΙΚΟΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΙ

ΕΙΣΦΟΡΕΣ
ΑΝΔΡΩΝ

x	* q_x	* i_x	* r_x	h_x
20	,00146	,00005	0	,022
21	,00117	,00005	0	,031
22	,00099	,00005	0	,049
23	,00090	,00005	0	,076
24	,00084	,00006	0	,112
25	,00080	,00007	0	,157
26	,00078	,00008	0	,210
27	,00077	,00010	0	,269
28	,00077	,00012	0	,332
29	,00077	,00014	0	,397
30	,00076	,00017	0	,463
31	,00075	,00019	0	,528
32	,00075	,00021	0	,590
33	,00076	,00023	0	,646
34	,00078	,00025	0	,693
35	,00081	,00028	0	,729
36	,00085	,00030	0	,756
37	,00090	,00032	0	,776
38	,00096	,00034	0	,791
39	,00104	,00036	0	,803
40	,00113	,00040	0	,813
41	,00123	,00044	0	,821
42	,00134	,00051	0	,827
43	,00147	,00059	0	,832
44	,00162	,00070	0	,836
45	,00181	,00084	0	,839
46	,00202	,00099	0	,842
47	,00225	,00118	0	,845
48	,00249	,00140	0	,848
49	,00275	,00166	0	,851
50	,00304	,00198	0	,855
51	,00336	,00238	0	,859
52	,00371	,00288	0	,863
53	,00409	,00354	0	,867
54	,00450	,00441	0	,871
55	,00495	,00556	0	,876
56	,00543	,00705	0	,880
57	,00594	,00899	0	,884
58	,00647	,01147	0	,888
59	,00702	,01466	0	,891
60	,00759	,01880	.20	,893
61	,00818	,02429	.15	,894
62	,00878	,03182	.10	,895
63	,00939	,04255	.10	,896
64	,01001	,05827	.10	,896
65	0	0	1	,896

ΕΙΣΦΟΡΕΣ
ΑΝΔΡΩΝ

x	l_x	d_x	i_x	r_x	s_x
20	100000	146	5	0	1
21	99849	117	5	0	1.025
22	99727	99	5	0	1.051
23	99623	90	5	0	1.077
24	99529	84	6	0	1.104
25	99439	80	7	0	1.131
26	99353	77	8	0	1.160
27	99267	76	10	0	1.189
28	99181	76	12	0	1.218
29	99093	76	14	0	1.249
30	99002	75	17	0	1.280
31	98910	74	19	0	1.312
32	98817	74	21	0	1.345
33	98723	75	23	0	1.379
34	98625	77	25	0	1.413
35	98523	80	28	0	1.448
36	98416	84	30	0	1.485
37	98303	88	31	0	1.522
38	98183	94	33	0	1.560
39	98055	102	35	0	1.599
40	97918	111	39	0	1.639
41	97768	120	43	0	1.680
42	97605	131	50	0	1.722
43	97424	143	57	0	1.765
44	97223	158	68	0	1.809
45	96998	176	81	0	1.854
46	96741	195	96	0	1.900
47	96450	217	114	0	1.948
48	96119	239	135	0	1.996
49	95745	263	159	0	2.046
50	95323	290	189	0	2.098
51	94844	319	226	0	2.150
52	94300	350	272	0	2.204
53	93678	383	332	0	2.259
54	92964	418	410	0	2.315
55	92135	456	512	0	2.373
56	91167	495	643	0	2.433
57	90029	535	809	0	2.493
58	88685	574	1017	0	2.556
59	87094	611	1277	0	2.620
60	85206	647	1602	17041	2.685
61	65916	539	1601	9887	2.752
62	53888	473	1715	5389	2.821
63	46312	435	1971	4631	2.892
64	39275	393	2289	3928	2.964
65	32666	0	0	32666	3.038

,04
ΕΙΣΦΟΡΕΣ
ΑΝΔΡΩΝ

x	v^x	$v^{x+1/2}$	D_x	$\bar{D}_x$	$\bar{N}_x$
20	.456	.448	45639	44728	924152
21	.439	,430	43817	42949	879424
22	.422	.414	42080	41250	836476
23	.406	.398	40420	39624	795225
24	.390	,383	38828	38065	755601
25	.375	,368	37301	36568	717536
26	.361	,354	35835	35132	680968
27	.347	.340	34428	33751	645837
28	.333	,327	33075	32424	612085
29	.321	,314	31774	31149	579661
30	.308	,302	30524	29924	548512
31	.296	,291	29323	28746	518588
32	.285	,280	28169	27614	489842
33	.274	,269	27059	26526	462228
34	.264	,258	25993	25480	435702
35	.253	,249	24967	24474	410222
36	.244	,239	23981	23506	385748
37	.234	,230	23032	22576	362242
38	.225	,221	22119	21680	339666
39	.217	,212	21241	20818	317986
40	.208	,204	20395	19988	297168
41	.200	,196	19581	19189	277180
42	.193	,189	18796	18418	257992
43	.185	,182	18040	17675	239574
44	.178	,175	17310	16958	221899
45	.171	,168	16606	16265	204940
46	.165	,161	15925	15596	188675
47	.158	,155	15266	14948	173079
48	.152	,149	14629	14320	158132
49	.146	,144	14011	13712	143812
50	.141	,138	13413	13123	130100
51	.135	.133	12832	12550	116977
52	.130	,128	12268	11993	104426
53	.125	,123	11719	11450	92433
54	.120	,118	11182	10919	80983
55	.116	,113	10656	10397	70064
56	.111	,109	10138	9883	59667
57	.107	,105	9627	9373	49784
58	.103	,101	9118	8864	40412
59	.099	,097	8610	8355	31547
60	.095	,093	8100	7062	23192
61	.091	,090	6025	5381	16130
62	.088	,086	4736	4325	10749
63	.085	,083	3914	3553	6424
64	.081	,080	3191	2872	2872
65	.078		2552		

,04
ΕΙΣΦΟΡΕΣ
ΑΝΔΡΩΝ

x	$^{s}\bar{D}_x$	$^{s}\bar{N}_x$	$^{s}\bar{D}_x$	$^{s}\bar{a}^{aa}_{x:\overline{t-x}\rvert}$
20	44728	1392507	45639	30.512
21	44022	1347779	44913	30.009
22	43338	1303757	44211	29.490
23	42671	1260418	43528	28.957
24	42016	1217748	42859	28.413
25	41374	1175731	42203	27.859
26	40742	1134357	41558	27.296
27	40119	1093616	40924	26.723
28	39506	1053496	40298	26.143
29	38901	1013990	39682	25.553
30	38305	975089	39074	24.955
31	37717	936784	38474	24.348
32	37138	899067	37884	23.732
33	36566	861929	37302	23.107
34	36003	825363	36727	22.473
35	35446	789360	36160	21.830
36	34895	753915	35600	21.178
37	34351	719019	35046	20.516
38	33813	684668	34498	19.846
39	33281	650854	33957	19.167
40	32753	617574	33420	18.479
41	32229	584821	32888	17.782
42	31708	552592	32359	17.077
43	31190	520884	31833	16.363
44	30673	489695	31310	15.640
45	30155	459022	30786	14.910
46	29636	428867	30262	14.172
47	29115	399231	29736	13.426
48	28590	370116	29206	12.672
49	28061	341526	28673	11.911
50	27526	313465	28135	11.142
51	26983	285939	27590	10.364
52	26430	258956	27036	9.578
53	25864	232526	26470	8.784
54	25281	206661	25890	7.982
55	24675	181381	25289	7.172
56	24040	156706	24662	6.354
57	23369	132666	24003	5.527
58	22654	109297	23304	4.690
59	21887	86643	22555	3.841
60	18963	64756	21748	2.978
61	14808	45793	16582	2.762
62	12201	30985	13361	2.319
63	10272	18784	11317	1.660
64	8512	8512	9459	.900
65				

Π.Α. ΑΠΟΔΟΧΩΝ ΑΝΔΡΩΝ

x	l_x	$\bar{E}(Sx)$	$\bar{E}(Sx)*lx$	$^{s}\bar{a}^{aa}_{x:\overline{t-x}\rvert}$	Π.Α.ΑΠΟΔΟΧΩΝ (ΣΕ ΔΡΧ.)
20	28	1400000	39200000	30.512	1196052634
21	25	1435000	35875000	30.009	1076572352
22	20	1470875	29417500	29.490	867510066
23	18	1507647	27137644	28.957	785815172
24	17	1545338	26270747	28.413	746423805
25	17	1583971	26927515	27.859	750171571
26	19	1623571	30847845	27.296	842012407
27	20	1664160	33283201	26.723	889440041
28	17	1705764	28997989	26.143	758080297
29	16	1748408	27974531	25.553	714837113
30	15	1792118	26881775	24.955	670837935
31	15	1836921	27553820	24.348	670888468
32	14	1882844	26359821	23.732	625577967
33	13	1929915	25088901	23.107	579731354
34	12	1978163	23737960	22.473	533459523
35	10	2027617	20276174	21.830	442620407
36	15	2078308	31174618	21.178	660201484
37	10	2130266	21302656	20.516	437055520
38	8	2183522	17468178	19.846	346680571
39	6	2238110	13428662	19.167	257390813
40	5	2294063	11470315	18.479	211962257
ΣΥΝΟΛΟ	320			ΣΥΝΟΛΟ	14063321758

,04
ΠΙΝΑΚΑΣ 4
ΕΙΣΦΟΡΕΣ
ΓΥΝΑΙΚΩΝ

Y	$*q_Y^s$	$*i_Y$	$*r_Y$
20	,00040	,00013	0
21	,00039	,00013	0
22	,00038	,00013	0
23	,00037	,00013	0
24	,00036	,00013	0
25	,00035	,00013	0
26	,00034	,00014	0
27	,00033	,00017	0
28	,00032	,00020	0
29	,00031	,00023	0
30	,00031	,00026	0
31	,00032	,00031	0
32	,00034	,00035	0
33	,00037	,00041	0
34	,00041	,00046	0
35	,00046	,00053	0
36	,00052	,00059	0
37	,00058	,00067	0
38	,00064	,00075	0
39	,00070	,00084	0
40	,00076	,00094	0
41	,00082	,00105	0
42	,00088	,00117	0
43	,00094	,00130	0
44	,00100	,00145	0
45	,00106	,00164	0
46	,00113	,00187	0
47	,00121	,00216	0
48	,00130	,00251	0
49	,00141	,00294	0
50	,00155	,00347	0
51	,00172	,00411	0
52	,00192	,00491	0
53	,00216	,00586	0
54	,00244	,00701	0
55	,00277	,00836	.30
56	,00317	,00994	.25
57	,00365	,01178	.20
58	,00422	,01389	.17
59	,00485	,01630	.15
60	,00545	,01903	.12
61	,00595	,02210	.10
62	,00635	,02553	.09
63	,00665	,02935	.07
64	,00690	,03357	.05
65	0	0	1

,04
ΠΙΝΑΚΑΣ 4
ΕΙΣΦΟΡΕΣ
ΓΥΝΑΙΚΩΝ

y	l_y	d_y	i_y	r_y	v^y
20	100000	40	13	0	,456
21	99947	39	13	0	.439
22	99895	38	13	0	,422
23	99844	37	13	0	.406
24	99794	36	13	0	,390
25	99745	35	13	0	,375
26	99697	34	14	0	,361
27	99650	33	17	0	,347
28	99600	32	20	0	.333
29	99548	31	23	0	,321
30	99494	31	26	0	,308
31	99437	32	31	0	,296
32	99375	34	35	0	,285
33	99306	37	41	0	,274
34	99229	41	46	0	,264
35	99142	46	53	0	,253
36	99044	52	58	0	,244
37	98934	57	66	0	,234
38	98811	63	74	0	,225
39	98673	69	83	0	,217
40	98521	75	93	0	,208
41	98354	81	103	0	,200
42	98170	86	115	0	,193
43	97969	92	127	0	,185
44	97749	98	142	0	,178
45	97510	103	160	0	,171
46	97247	110	182	0	,165
47	96955	117	209	0	,158
48	96628	126	243	0	,152
49	96260	136	283	0	,146
50	95841	149	333	0	,141
51	95360	164	392	0	.135
52	94804	182	465	0	,130
53	94157	203	552	0	,125
54	93401	228	655	0	,120
55	92519	256	773	27756	,116
56	63733	202	634	15933	,111
57	46965	171	553	9393	,107
58	36847	155	512	6264	,103
59	29916	145	488	4487	,099
60	24796	135	472	2975	,095
61	21213	126	469	2121	,091
62	18497	117	472	1665	,088
63	16242	108	477	1137	,085
64	14521	100	487	726	,081
65	13207	0	0	13207	,078

,04
ΠΙΝΑΚΑΣ 4
ΕΙΣΦΟΡΕΣ
ΓΥΝΑΙΚΩΝ

Y	s_Y	D_Y	$\bar{D}_Y = D_{Y+1/2}$	$\bar{N}_Y$
20	1	45639	44749	891060
21	1.022	43860	43006	846311
22	1.044	42151	41330	803305
23	1.067	40509	39721	761975
24	1.091	38932	38174	722254
25	1.115	37416	36688	684080
26	1.139	35960	35260	647392
27	1.165	34560	33887	612133
28	1.190	33214	32567	578245
29	1.216	31920	31298	545678
30	1.243	30676	30078	514380
31	1.270	29479	28903	484303
32	1.298	28328	27773	455399
33	1.327	27219	26686	427626
34	1.356	26152	25638	400940
35	1.386	25124	24629	375302
36	1.416	24134	23657	350673
37	1.448	23180	22720	327016
38	1.480	22261	21818	304296
39	1.512	21375	20948	282478
40	1.545	20521	20110	261530
41	1.579	19698	19302	241421
42	1.614	18905	18523	222119
43	1.650	18141	17772	203596
44	1.686	17404	17049	185824
45	1.723	16694	16351	168775
46	1.761	16008	15677	152424
47	1.800	15346	15026	136747
48	1.839	14706	14397	121721
49	1.880	14087	13786	107324
50	1.921	13486	13194	93538
51	1.963	12902	12618	80344
52	2.006	12334	12056	67726
53	2.051	11778	11506	55670
54	2.096	11234	10967	44163
55	2.142	10700	8894	33196
56	2.189	7088	6055	24302
57	2.237	5022	4405	18247
58	2.286	3789	3373	13842
59	2.337	2958	2657	10469
60	2.388	2357	2148	7812
61	2.441	1939	1782	5664
62	2.494	1626	1499	3881
63	2.549	1373	1276	2382
64	2.605	1180	1106	1106
65	2.663	1032		

,04

ΠΙΝΑΚΑΣ 4

ΕΙΣΦΟΡΕΣ

ΓΥΝΑΙΚΩΝ

y	*$\bar{D}_y$	*$\bar{N}_y$	*D_y	*a** $_{y:\overline{\varepsilon-y}}$
20	44749	1239177	45639	27.152
21	43952	1194428	44825	26.646
22	43169	1150476	44026	26.132
23	42400	1107307	43242	25.607
24	41646	1064907	42473	25.073
25	40905	1023261	41717	24.529
26	40178	982356	40975	23.974
27	39463	942178	40247	23.410
28	38760	902715	39530	22.836
29	38069	863955	38826	22.252
30	37390	825885	38133	21.658
31	36721	788496	37452	21.053
32	36061	751775	36781	20.439
33	35411	715714	36119	19.815
34	34769	680303	35466	19.182
35	34136	645533	34822	18.538
36	33510	611397	34186	17.885
37	32891	577887	33557	17.221
38	32279	544996	32935	16.548
39	31674	512717	32320	15.864
40	31076	481043	31711	15.169
41	30483	449967	31110	14.464
42	29897	419484	30514	13.747
43	29317	389587	29924	13.019
44	28742	360270	29341	12.279
45	28172	331528	28762	11.527
46	27605	303357	28188	10.762
47	27041	275752	27617	9.985
48	26478	248710	27048	9.195
49	25914	222232	26478	8.393
50	25346	196319	25907	7.578
51	24772	170973	25331	6.750
52	24190	146201	24747	5.908
53	23595	122011	24153	5.052
54	22984	98416	23544	4.180
55	19049	75431	22918	3.291
56	13253	56382	15514	3.634
57	9855	43129	11234	3.839
58	7712	33274	8662	3.842
59	6209	25562	6911	3.699
60	5130	19353	5629	3.438
61	4350	14223	4732	3.006
62	3739	9874	4055	2.435
63	3253	6134	3499	1.753
64	2881	2881	3074	.937
65				

Π.Α. ΑΠΟΔΟΧΩΝ ΓΥΝΑΙΚΩΝ

y	l_y	E(Sy)	E(Sy)*ly	$\bar{a}_{y:\overline{t-y}\rvert}$	Π.Α.ΑΠΟΔΟΧΩΝ (ΣΕ ΔΡΧ.)
20	10	1330000	13300000	27.152	361120241
21	12	1359260	16311120	26.646	434633445
22	5	1389164	6945819	26.132	181505083
23	7	1419725	9938077	25.607	254485039
24	6	1450959	8705756	25.073	218277785
25	10	1482880	14828804	24.529	363730158
26	4	1515504	6062015	23.974	145332777
27	3	1548845	4646535	23.410	108775428
28	1	1582919	1582919	22.836	36147454
ΣΥΝΟΛΟ	58			ΣΥΝΟΛΟ	2104007411

,04
ΠΑΡΟΧΕΣ
ΓΗΡΑΤΟΣ
ΑΝΔΡΩΝ

X	..(12) a_x^r	..(12) $a_{x}^{r+1/2}$	C_x^{ra}	M_x^{ra}	M_x^{ra}/D_x
20			0	75742	1.660
21			0	75742	1.729
22			0	75742	1.800
23			0	75742	1.874
24			0	75742	1.951
25			0	75742	2.031
26			0	75742	2.114
27			0	75742	2.200
28			0	75742	2.290
29			0	75742	2.384
30			0	75742	2.481
31			0	75742	2.583
32			0	75742	2.689
33			0	75742	2.799
34			0	75742	2.914
35			0	75742	3.034
36			0	75742	3.158
37			0	75742	3.289
38			0	75742	3.424
39			0	75742	3.566
40			0	75742	3.714
41			0	75742	3.868
42			0	75742	4.030
43			0	75742	4.199
44			0	75742	4.376
45			0	75742	4.561
46			0	75742	4.756
47			0	75742	4.961
48			0	75742	5.178
49			0	75742	5.406
50			0	75742	5.647
51			0	75742	5.902
52			0	75742	6.174
53			0	75742	6.463
54			0	75742	6.774
55			0	75742	7.108
56			0	75742	7.471
57			0	75742	7.868
58			0	75742	8.307
59			0	75742	8.797
60	13.336	13.158	20904	75742	9.351
61	12.979	12.800	11345	54837	9.102
62	12.620	12.439	5778	43492	9.183
63	12.257	12.075	4635	37715	9.636
64	11.892	11.709	3665	33080	10.365
65	11.525	11.525	29415	29415	11.525

,04
ΠΑΡΟΧΕΣ
ΓΗΡΑΤΟΣ
ΑΝΔΡΩΝ

X	$^{s}\bar{M}_x^{ra}=$ $s_{x+1/2}(M_x^{ra}-1/2\,C_x^{ra})$	$^{s}\bar{R}_x^{ra}$	$^{s}\bar{R}_x^{ra}/^{s}D_x$
20	75742	5725321	125.449
21	77635	5649579	125.791
22	79576	5571944	126.031
23	81566	5492367	126.181
24	83605	5410801	126.246
25	85695	5327197	126.228
26	87837	5241502	126.125
27	90033	5153664	125.934
28	92284	5063631	125.654
29	94591	4971347	125.281
30	96956	4876755	124.809
31	99380	4779799	124.233
32	101864	4680419	123.547
33	104411	4578555	122.744
34	107021	4474144	121.821
35	109697	4367123	120.772
36	112439	4257426	119.592
37	115250	4144986	118.273
38	118132	4029736	116.810
39	121085	3911605	115.194
40	124112	3790520	113.421
41	127215	3666408	111.483
42	130395	3539193	109.373
43	133655	3408798	107.083
44	136996	3275143	104.605
45	140421	3138147	101.933
46	143932	2997725	99.059
47	147530	2853794	95.972
48	151218	2706264	92.660
49	154999	2555045	89.110
50	158874	2400046	85.305
51	162846	2241173	81.232
52	166917	2078327	76.873
53	171090	1911410	72.209
54	175367	1740321	67.221
55	179751	1564954	61.883
56	184245	1385203	56.167
57	188851	1200958	50.034
58	193572	1012107	43.431
59	198412	818534	36.290
60	175307	620123	28.514
61	135311	444816	26.825
62	114542	309505	23.165
63	102352	194963	17.228
64	92611	92611	9.791
65			

,04
ΠΑΡΟΧΕΣ
ΓΗΡΑΤΟΣ
ΑΝΔΡΩΝ

X	-ra $^{*}a_x$
20	2.879
21	2.998
22	3.122
23	3.250
24	3.383
25	3.522
26	3.625
27	3.668
28	3.674
29	3.655
30	3.615
31	3.436
32	3.268
33	3.102
34	2.933
35	2.758
36	2.642
37	2.542
38	2.449
39	2.358
40	2.268
41	2.230
42	2.187
43	2.142
44	2.092
45	2.039
46	1.981
47	1.919
48	1.853
49	1.782
50	1.706
51	1.625
52	1.537
53	1.444
54	1.344
55	1.238
56	1.123
57	1.001
58	.869
59	.726
60	.570
61	.537
62	.463
63	.345
64	.196
65	

Π.Α.ΠΑΡΟΧΩΝ ΓΗΡΑΤΟΣ ΑΝΔΡΩΝ

x	l_x	$\dot{E}(Sx)$	$\dot{E}(Sx)*l_x$	$^{-ra}a_x$	Π.Α. ΠΑΡΟΧΩΝ (σε δρχ.)
20	28	1400000	39200000	2.879	90271190
21	25	1435000	35875000	2.998	86048763
22	20	1470875	29417500	3.122	73472021
23	18	1507647	27137644	3.250	70562442
24	17	1545338	26270747	3.383	71108251
25	17	1583971	26927515	3.522	75869678
26	19	1623571	30847845	3.625	89470797
27	20	1664160	33283201	3.668	97653983
28	17	1705764	28997989	3.674	85224913
29	16	1748408	27974531	3.655	81803745
30	15	1792118	26881775	3.615	77733948
31	15	1836921	27553820	3.436	75739121
32	14	1882844	26359821	3.268	68922629
33	13	1929915	25088901	3.102	62262324
34	12	1978163	23737960	2.933	55691068
35	10	2027617	20276174	2.758	44744214
36	15	2078308	31174618	2.642	65883903
37	10	2130266	21302656	2.542	43322578
38	8	2183522	17468178	2.449	34226732
39	6	2238110	13428662	2.358	25336505
40	5	2294063	11470315	2.268	20815581
	320			ΣΥΝΟΛΟ	1396164385

,04
ΠΑΡΟΧΕΣ
ΑΝΑΠΗΡΙΑΣ
ΑΝΔΡΩΝ

x	$\ddot{a}_x^{i(12)}$	$a_{x+1/2}^{i(12)}$	C_x^{ia}	M_x^{ia}	M_x^{ia}/D_x
20	15.616	15.594	35	19919	.436
21	15.572	15.540	33	19884	.454
22	15.508	15.468	32	19851	.472
23	15.428	15.380	30	19819	.490
24	15.332	15.277	35	19788	.510
25	15.222	15.160	39	19754	.530
26	15.097	15.027	42	19715	.550
27	14.956	14.886	50	19672	.571
28	14.815	14.745	57	19622	.593
29	14.675	14.605	64	19565	.616
30	14.534	14.465	74	19501	.639
31	14.396	14.328	78	19427	.663
32	14.259	14.192	82	19349	.687
33	14.125	14.060	86	19267	.712
34	13.994	13.931	89	19181	.738
35	13.867	13.807	95	19092	.765
36	13.746	13.688	97	18998	.792
37	13.629	13.573	98	18901	.821
38	13.517	13.464	99	18803	.850
39	13.410	13.360	100	18704	.881
40	13.309	13.262	106	18603	.912
41	13.214	13.169	111	18497	.945
42	13.124	13.082	123	18386	.978
43	13.040	13.001	136	18263	1.012
44	12.961	12.924	154	18127	1.047
45	12.887	12.852	176	17974	1.082
46	12.817	12.785	198	17798	1.118
47	12.752	12.721	225	17600	1.153
48	12.689	12.660	254	17375	1.188
49	12.630	12.602	287	17121	1.222
50	12.573	12.546	327	16834	1.255
51	12.518	12.491	374	16507	1.286
52	12.464	12.438	431	16133	1.315
53	12.411	12.385	504	15702	1.340
54	12.358	12.331	596	15198	1.359
55	12.304	12.277	713	14602	1.370
56	12.249	12.221	857	13888	1.370
57	12.192	12.163	1032	13031	1.354
58	12.133	12.103	1241	11999	1.316
59	12.072	12.039	1490	10758	1.249
60	12.006	11.971	1788	9267	1.144
61	11.935	11.895	1707	7480	1.241
62	11.855	11.810	1746	5772	1.219
63	11.765	11.711	1913	4027	1.029
64	11.656	11.591	2114	2114	.662
65	11.525		0	0	.000

,04
ΠΑΡΟΧΕΣ
ΑΝΑΠΗΡΙΑΣ
ΑΝΔΡΩΝ

x	$^{s}\bar{M}_x^{ia} = S_{x+1/2}(M_x^{ia} - {}_{1/2}C_x^{ia})$	$^{s}\bar{R}_x^{ia}$	$^{s}\bar{R}_x^{ia} / {}^{s}D_x$
20	19902	1216219	26.649
21	20364	1196318	26.637
22	20839	1175953	26.599
23	21326	1155114	26.537
24	21823	1133788	26.454
25	22327	1111965	26.348
26	22838	1089637	26.220
27	23354	1066799	26.068
28	23873	1043444	25.893
29	24394	1019572	25.694
30	24916	995178	25.469
31	25439	970262	25.218
32	25967	944823	24.940
33	26500	918856	24.633
34	27040	892355	24.297
35	27583	865316	23.930
36	28130	837733	23.532
37	28685	809603	23.101
38	29249	780917	22.636
39	29820	751669	22.136
40	30397	721848	21.599
41	30974	691451	21.025
42	31547	660477	20.411
43	32107	628930	19.757
44	32648	596823	19.062
45	33159	564174	18.325
46	33633	531015	17.547
47	34063	497382	16.727
48	34436	463319	15.864
49	34743	428883	14.958
50	34967	394140	14.009
51	35088	359173	13.018
52	35078	324085	11.987
53	34899	289008	10.918
54	34498	254109	9.815
55	33806	219611	8.684
56	32742	185805	7.534
57	31205	153064	6.377
58	29080	121858	5.229
59	26228	92779	4.113
60	22483	66550	3.060
61	18236	44067	2.658
62	13821	25832	1.933
63	8878	12010	1.061
64	3133	3133	.331
65			

,04
ΠΑΡΟΧΕΣ
ΑΝΑΠΗΡΙΑΣ
ΑΝΔΡΩΝ

x	$-ai$ $^{a}a_x$
20	.664
21	.681
22	.696
23	.708
24	.718
25	.723
26	.723
27	.717
28	.704
29	.684
30	.656
31	.624
32	.593
33	.564
34	.538
35	.515
36	.495
37	.477
38	.460
39	.445
40	.432
41	.420
42	.408
43	.395
44	.381
45	.367
46	.351
47	.335
48	.317
49	.299
50	.280
51	.260
52	.240
53	.218
54	.196
55	.174
56	.151
57	.128
58	.105
59	.082
60	.061
61	.053
62	.039
63	.021
64	.007
65	

Π.Α.ΠΑΡΟΧΩΝ ΑΝΑΠΗΡΙΑΣ

x	lx	$\hat{E}(Sx)$	$\hat{E}(Sx)$*lx	$e^{-ia} a_x$	Π.Α.ΠΑΡΟΧΩΝ (σε δρχ.)
20	28	1400000	39200000	.664	20829861
21	25	1435000	35875000	.681	19542392
22	20	1470875	29417500	.696	16376430
23	18	1507647	27137644	.708	15380562
24	17	1545338	26270747	.718	15087930
25	17	1583971	26927515	.723	15579214
26	19	1623571	30847845	.723	17843421
27	20	1664160	33283201	.717	19082711
28	17	1705764	28997989	.704	16329163
29	16	1748408	27974531	.684	15307093
30	15	1792118	26881775	.656	14104491
31	15	1836921	27553820	.624	13751832
32	14	1882844	26359821	.593	12510267
33	13	1929915	25088901	.564	11328954
34	12	1978163	23737960	.538	10219994
35	10	2027617	20276174	.515	8360449
36	15	2078308	31174618	.495	12355052
37	10	2130266	21302656	.477	8125095
38	8	2183522	17468178	.460	6423966
39	6	2238110	13428662	.445	4775973
40	5	2294063	11470315	.432	3964018
ΣΥΝΟΛΟ	320				ΣΥΝ277278869

.04
ΠΑΡΟΧΕΣ
ΧΗΡΕΙΑΣ
4%

X	$a^{i}_{x/y}$	$(a^{i}_{x/y})+1/2$	C_x^{iha}	M_x^{iha}
20	0	0	0	8500
21	0	0	0	8500
22	0	0	0	8500
23	0	0	0	8500
24	0	0	0	8500
25	0	0	0	8500
26	8,088	8.11	5	8500
27	8,140	8.17	7	8495
28	8,190	8.21	11	8488
29	8,237	8.26	14	8477
30	8,279	8.30	20	8463
31	8,316	8.33	24	8443
32	8,347	8.36	29	8419
33	8,372	8.38	33	8391
34	8,390	8.39	37	8358
35	8,399	8.40	42	8321
36	8,399	8.39	45	8279
37	8,390	8.38	47	8234
38	8,372	8.36	49	8187
39	8,344	8.33	50	8138
40	8,306	8.28	54	8088
41	8,259	8.23	57	8034
42	8,201	8.17	64	7977
43	8,133	8.09	70	7913
44	8,056	8.01	80	7843
45	7,969	7.92	91	7764
46	7,872	7.82	102	7673
47	7,768	7.71	115	7571
48	7,654	7.59	129	7456
49	7,532	7.47	145	7326
50	7,402	7.33	163	7181
51	7,264	7.19	185	7018
52	7,120	7.04	211	6833
53	6,968	6.89	243	6622
54	6,810	6.73	283	6379
55	6,646	6.56	334	6096
56	6,476	6.39	394	5762
57	6,301	6.21	466	5368
58	6,122	6.03	549	4902
59	5,938	5.84	645	4353
60	5,751	5.66	754	3708
61	5,563	5.47	702	2953
62	5,376	5.28	699	2252
63	5,192	5.10	747	1553
64	5,017	4.93	806	806
65	4,842			

.04
ΠΑΡΟΧΕΣ
ΧΗΡΕΙΑΣ
4%

X	a_x^w	$a_{x+1/2}^w$	C_x^{dha}	M_x^{dha}
20	22.958	22.911	33	20062
21	22.864	22.815	36	20029
22	22.766	22.715	46	19994
23	22.664	22.611	61	19948
24	22.558	22.503	81	19887
25	22.448	22.656	103	19806
26	22.864	22.815	132	19703
27	22.766	22.715	159	19571
28	22.664	22.611	188	19412
29	22.558	22.503	215	19224
30	22.448	22.391	236	19009
31	22.333	22.274	254	18772
32	22.214	22.152	272	18518
33	22.090	22.026	288	18246
34	21.961	21.894	303	17959
35	21.827	21.757	316	17656
36	21.687	21.615	328	17340
37	21.542	21.467	340	17013
38	21.391	21.313	352	16673
39	21.235	21.155	369	16320
40	21.074	20.991	387	15951
41	20.907	20.821	405	15564
42	20.735	20.646	424	15158
43	20.557	20.465	445	14735
44	20.373	20.278	468	14290
45	20.183	20.086	499	13821
46	19.989	19.889	531	13322
47	19.788	19.685	563	12791
48	19.582	19.476	593	12228
49	19.369	19.260	623	11635
50	19.151	19.039	655	11012
51	18.926	18.811	687	10357
52	18.695	18.577	720	9669
53	18.458	18.336	752	8949
54	18.214	18.089	783	8197
55	17.963	17.834	814	7414
56	17.705	17.573	841	6600
57	17.440	17.304	865	5759
58	17.168	17.028	882	4894
59	16.888	16.744	892	4012
60	16.600	16.452	894	3120
61	16.304	16.151	705	2226
62	15.998	15.841	584	1522
63	15.684	15.523	507	938
64	15.361	15.195	431	431
65	15.029			

.04
ΠΑΡΟΧΕΣ
ΧΗΡΕΙΑΣ
4%

X	M_x^{dha}/D_x	$s\bar{M}_x^{dha}$	$s\bar{R}_x^{dha}$	$s\bar{R}_x^{dha}/sD_x$
20	.440	20046	907768	19.890
21	.457	20512	887723	19.766
22	.475	20982	867211	19.615
23	.494	21449	846229	19.441
24	.512	21906	824780	19.244
25	.531	22350	802874	19.024
26	.550	22773	780524	18.781
27	.568	23169	757752	18.516
28	.587	23537	734582	18.229
29	.605	23874	711046	17.919
30	.623	24182	687172	17.587
31	.640	24464	662990	17.232
32	.657	24722	638526	16.855
33	.674	24955	613804	16.455
34	.691	25161	588850	16.033
35	.707	25343	563688	15.589
36	.723	25499	538346	15.122
37	.739	25628	512847	14.634
38	.754	25729	487219	14.123
39	.768	25795	461490	13.591
40	.782	25820	435694	13.037
41	.795	25800	409874	12.463
42	.806	25731	384074	11.869
43	.817	25608	358343	11.257
44	.826	25423	332734	10.627
45	.832	25161	307311	9.982
46	.837	24812	282150	9.324
47	.838	24366	257338	8.654
48	.836	23821	232972	7.977
49	.830	23172	209151	7.294
50	.821	22411	185979	6.610
51	.807	21528	163568	5.929
52	.788	20516	142040	5.254
53	.764	19365	121524	4.591
54	.733	18072	102159	3.946
55	.696	16629	84086	3.325
56	.651	15032	67457	2.735
57	.598	13281	52425	2.184
58	.537	11381	39145	1.680
59	.466	9342	27764	1.231
60	.385	7178	18422	.847
61	.370	5158	11245	.678
62	.321	3469	6087	.456
63	.240	1979	2618	.231
64	.135	639	639	.068
65				

.04
ΠΑΡΟΧΕΣ
ΧΗΡΕΙΑΣ
48

X	${}^{s}\bar{M}_x^{iha}$	${}^{s}\bar{R}_x^{iha}$	${}^{s}\bar{R}_x^{iha}/{}^{s}D_x$
20	8500	518121	11.353
21	8713	509621	11.347
22	8930	500908	11.330
23	9154	491978	11.303
24	9382	482824	11.265
25	9617	473442	11.218
26	9855	463825	11.161
27	10094	453970	11.093
28	10335	443877	11.015
29	10578	433541	10.925
30	10821	422963	10.825
31	11063	412143	10.712
32	11304	401080	10.587
33	11544	389776	10.449
34	11783	378232	10.298
35	12020	366449	10.134
36	12256	354429	9.956
37	12493	342173	9.764
38	12731	329680	9.556
39	12970	316949	9.334
40	13209	303979	9.096
41	13446	290771	8.841
42	13678	277325	8.570
43	13902	263646	8.282
44	14114	249744	7.977
45	14309	235630	7.654
46	14483	221321	7.314
47	14634	206838	6.956
48	14756	192204	6.581
49	14844	177448	6.189
50	14892	162603	5.779
51	14890	147711	5.354
52	14826	132821	4.913
53	14685	117995	4.458
54	14442	103310	3.990
55	14071	88868	3.514
56	13537	74797	3.033
57	12803	61260	2.552
58	11826	48457	2.079
59	10557	36632	1.624
60	8943	26074	1.199
61	7163	17131	1.033
62	5366	9969	.746
63	3409	4603	.407
64	1194	1194	.126
65			

.04
ΠΑΡΟΧΕΣ
ΧΗΡΕΙΑΣ
4%

X	$a^r_{x/y}$	$(a^r_{x/y})+1/2$	C_x^{rha}	M_x^{rha}
20	0	0	0	25172
21	0	0	0	25172
22	0	0	0	25172
23	0	0	0	25172
24	0	0	0	25172
25	0	0	0	25172
26	7.077	7.100	0	25172
27	7.123	7.144	0	25172
28	7.166	7.187	0	25172
29	7.207	7.226	0	25172
30	7.244	7.260	0	25172
31	7.277	7.290	0	25172
32	7.304	7.315	0	25172
33	7.326	7.333	0	25172
34	7.341	7.345	0	25172
35	7.349	7.349	0	25172
36	7.349	7.345	0	25172
37	7.341	7.333	0	25172
38	7.326	7.313	0	25172
39	7.301	7.284	0	25172
40	7.268	7.247	0	25172
41	7.227	7.201	0	25172
42	7.176	7.146	0	25172
43	7.116	7.083	0	25172
44	7.049	7.011	0	25172
45	6.973	6.930	0	25172
46	6.888	6.843	0	25172
47	6.797	6.747	0	25172
48	6.697	6.644	0	25172
49	6.591	6.534	0	25172
50	6.477	6.416	0	25172
51	6.356	6.293	0	25172
52	6.230	6.164	0	25172
53	6.097	6.028	0	25172
54	5.959	5.887	0	25172
55	5.815	5.741	0	25172
56	5.667	5.590	0	25172
57	5.513	5.435	0	25172
58	5.357	5.276	0	25172
59	5.196	5.114	0	25172
60	5.032	4.950	7023	25172
61	4.868	4.786	3792	18149
62	4.704	4.624	1922	14357
63	4.543	4.466	1536	12435
64	4.390	4.313	1210	10898
65	4.237	4.237	9689	9689

.04
ΠΑΡΟΧΕΣ
ΧΗΡΕΙΑΣ
4%

X	a^{aw}_{x}	${}^{s}\bar{M}_x{}^{rha}$	${}^{s}\bar{R}_x{}^{rha}$	${}^{s}\bar{R}_x{}^{rha}/{}^{s}D_x$
20	1.177	25172	1901572	41.666
21	1.226	25801	1876400	41.779
22	1.275	26446	1850599	41.859
23	1.327	27107	1824152	41.908
24	1.379	27785	1797045	41.929
25	1.434	28480	1769260	41.923
26	1.489	29192	1740780	41.888
27	1.546	29921	1711589	41.824
28	1.605	30670	1681667	41.731
29	1.664	31436	1650998	41.606
30	1.725	32222	1619561	41.449
31	1.787	33028	1587339	41.257
32	1.850	33853	1554312	41.028
33	1.915	34700	1520458	40.761
34	1.981	35567	1485759	40.454
35	2.049	36456	1450191	40.105
36	2.118	37368	1413735	39.712
37	2.189	38302	1376367	39.273
38	2.262	39260	1338065	38.786
39	2.337	40241	1298805	38.249
40	2.413	41247	1258564	37.659
41	2.491	42278	1217317	37.015
42	2.570	43335	1175039	36.313
43	2.651	44419	1131704	35.551
44	2.733	45529	1087285	34.727
45	2.816	46667	1041756	33.838
46	2.899	47834	995089	32.883
47	2.983	49030	947255	31.856
48	3.066	50256	898225	30.754
49	3.150	51512	847970	29.574
50	3.233	52800	796458	28.309
51	3.316	54120	743658	26.954
52	3.397	55473	689538	25.505
53	3.477	56860	634065	23.954
54	3.555	58281	577206	22.295
55	3.630	59738	518925	20.520
56	3.702	61232	459187	18.619
57	3.771	62762	397955	16.579
58	3.835	64331	335193	14.384
59	3.895	65940	270862	12.009
60	3.951	58160	204922	9.422
61	3.872	44731	146762	8.851
62	3.828	37789	102031	7.637
63	3.813	33734	64242	5.677
64	3.802	30508	30508	3.225
65	3.796			

.04
ΠΑΡΟΧΕΣ
ΧΗΡΕΙΑΣ
48

x	${}_{s}\bar{a}^{dha}_{x}$	${}_{s}\bar{a}^{iha}_{x}$	${}_{s}\bar{a}^{rha}_{x}$	${}_{s}\bar{a}^{wa}_{x}$
20	.503	.285	.957	1.745
21	.504	.291	.996	1.791
22	.502	.297	1.038	1.836
23	.498	.302	1.080	1.880
24	.491	.305	1.124	1.921
25	.482	.306	1.170	1.959
26	.471	.306	1.205	1.981
27	.456	.302	1.218	1.977
28	.440	.296	1.220	1.956
29	.423	.287	1.213	1.924
30	.404	.275	1.199	1.879
31	.386	.262	1.140	1.788
32	.368	.249	1.085	1.702
33	.351	.237	1.029	1.618
34	.336	.227	.973	1.536
35	.322	.217	.915	1.455
36	.309	.209	.877	1.394
37	.296	.201	.844	1.341
38	.284	.194	.813	1.291
39	.272	.187	.783	1.243
40	.261	.182	.753	1.196
41	.249	.177	.740	1.166
42	.237	.171	.726	1.135
43	.225	.166	.711	1.102
44	.213	.160	.695	1.067
45	.200	.153	.677	1.029
46	.186	.146	.658	.990
47	.173	.139	.637	.949
48	.160	.132	.615	.906
49	.146	.124	.591	.861
50	.132	.116	.566	.814
51	.119	.107	.539	.765
52	.105	.098	.510	.713
53	.092	.089	.479	.660
54	.079	.080	.446	.605
55	.067	.070	.410	.547
56	.055	.061	.372	.488
57	.044	.051	.332	.426
58	.034	.042	.288	.363
59	.025	.032	.240	.297
60	.017	.024	.188	.229
61	.014	.021	.177	.211
62	.009	.015	.153	.177
63	.005	.008	.114	.126
64	.001	.003	.065	.068
65				

Π.Α.ΠΑΡΟΧΩΝ ΧΗΡΕΙΑΣ

x	l_x	$\dot{E}(Sx)$	$\dot{E}(Sx)*lx$	$\bar{a}_x$	Π.Α.ΠΑΡΟΧΩΝ (σε δρχ.)
20	28	1400000	39200000	1.745	32830500
21	25	1435000	35875000	1.791	30848691
22	20	1470875	29417500	1.836	25931942
23	18	1507647	27137644	1.880	24485113
24	17	1545338	26270747	1.921	24220751
25	17	1583971	26927515	1.959	25323250
26	19	1623571	30847845	1.981	29330872
27	20	1664160	33283201	1.977	31582848
28	17	1705764	28997989	1.956	27232205
29	16	1748408	27974531	1.924	25829094
30	15	1792118	26881775	1.879	24245346
31	15	1836921	27553820	1.788	23643992
32	14	1882844	26359821	1.702	21533171
33	13	1929915	25088901	1.618	19488947
34	12	1978163	23737960	1.536	17500258
35	10	2027617	20276174	1.455	14156030
36	15	2078308	31174618	1.394	20862475
37	10	2130266	21302656	1.341	13710020
38	8	2183522	17468178	1.291	10822545
39	6	2238110	13428662	1.243	8008987
40	5	2294063	11470315	1.196	6583976
	320			ΣΥΝΟΛΟ	458171015

,04
ΠΑΡΟΧΕΣ
ΓΗΡΑΤΟΣ
ΓΥΝΑΙΚΩΝ

Y	$^{s}\bar{M}_{Y}^{ra} = s_Y + 1/2(M_Y^{ra} - 1/2\,C_Y^{ra})$	$^{s}\bar{R}_Y^{ra}$	$^{s}D_Y$	$^{s}\bar{R}_Y^{ra}/^{s}D_Y$
20	139239	8116893	45639	177.851
21	142303	7977654	44825	177.973
22	145433	7835351	44026	177.970
23	148633	7689918	43242	177.833
24	151903	7541285	42473	177.557
25	155244	7389383	41717	177.131
26	158660	7234138	40975	176.549
27	162150	7075478	40247	175.802
28	165718	6913328	39530	174.886
29	169363	6747610	38826	173.791
30	173089	6578247	38133	172.506
31	176897	6405157	37452	171.023
32	180789	6228260	36781	169.335
33	184767	6047471	36119	167.431
34	188831	5862704	35466	165.303
35	192986	5673873	34822	162.938
36	197231	5480887	34186	160.327
37	201570	5283656	33557	157.455
38	206005	5082085	32935	154.308
39	210537	4876080	32320	150.870
40	215169	4665543	31711	147.125
41	219903	4450374	31110	143.055
42	224741	4230471	30514	138.641
43	229685	4005731	29924	133.862
44	234738	3776046	29341	128.697
45	239902	3541308	28762	123.124
46	245180	3301406	28188	117.121
47	250574	3056226	27617	110.665
48	256087	2805652	27048	103.730
49	261720	2549565	26478	96.289
50	267478	2287845	25907	88.311
51	273363	2020367	25331	79.760
52	279377	1747004	24747	70.595
53	285523	1467627	24153	60.765
54	291805	1182104	23544	50.208
55	241905	890299	22918	38.847
56	158441	648394	15514	41.793
57	112239	489953	11234	43.612
58	85109	377714	8662	43.607
59	67396	292605	6911	42.341
60	55761	225209	5629	40.011
61	48370	169448	4732	35.808
62	43285	121079	4055	29.861
63	39857	77793	3499	22.233
64	37937	37937	3074	12.341
65				

,04
ΠΑΡΟΧΕΣ
ΓΗΡΑΤΟΣ
ΓΥΝΑΙΚΩΝ

y	$\ddot{a}_y^{(12)}$	$\ddot{a}_{y+1/2}^{(12)}$	C_y^{ra}	M_y^{ra}	M_y^{ra}/D_y
20	23,064	23,019	0	139239	3.051
21	22,974	22,927	0	139239	3.175
22	22,880	22,831	0	139239	3.303
23	22,782	22,732	0	139239	3.437
24	22,681	22,628	0	139239	3.576
25	22,574	22,519	0	139239	3.721
26	22,464	22,407	0	139239	3.872
27	22,349	22,289	0	139239	4.029
28	22,229	22,167	0	139239	4.192
29	22,104	22,039	0	139239	4.362
30	21,974	21,906	0	139239	4.539
31	21,838	21,768	0	139239	4.723
32	21,698	21,625	0	139239	4.915
33	21,552	21,477	0	139239	5.115
34	21,401	21,323	0	139239	5.324
35	21,245	21,164	0	139239	5.542
36	21,083	21.001	0	139239	5.769
37	20,917	20,832	0	139239	6.007
38	20,746	20,657	0	139239	6.255
39	20,568	20,477	0	139239	6.514
40	20,386	20,292	0	139239	6.785
41	20,197	20,100	0	139239	7.069
42	20,002	19,902	0	139239	7.365
43	19,801	19,697	0	139239	7.676
44	19,593	19,486	0	139239	8.000
45	19,378	19,267	0	139239	8.341
46	19,156	19,042	0	139239	8.698
47	18,927	18,809	0	139239	9.073
48	18,691	18,569	0	139239	9.468
49	18,447	18,322	0	139239	9.884
50	18,196	18,067	0	139239	10.325
51	17,938	17,806	0	139239	10.792
52	17,674	17,539	0	139239	11.289
53	17,403	17,265	0	139239	11.822
54	17,127	16,987	0	139239	12.394
55	16,846	16,704	52590	139239	13.013
56	16,562	16,419	28533	86649	12.225
57	16,275	16,130	15889	58117	11.573
58	15,985	15,837	10004	42227	11.146
59	15,689	15,538	6761	32224	10.895
60	15,387	15,232	4226	25463	10.803
61	15,077	14,917	2837	21238	10.953
62	14,757	14,591	2094	18401	11.319
63	14,425	14,253	1343	16307	11.880
64	14,080	13,901	804	14964	12.682
65	13,722	13.722	14160	14160	13.722

,04 ΠΑΡΟΧΕΣ ΓΗΡΑΤΟΣ ΓΥΝΑΙΚΩΝ Υ	-ra * a_Y
20	4.941
21	5.066
22	5.074
23	5.009
24	4.895
25	4.742
26	4.585
27	4.447
28	4.313
29	4.177
30	4.035
31	3.857
32	3.719
33	3.601
34	3.492
35	3.388
36	3.306
37	3.221
38	3.133
39	3.041
40	2.943
41	2.861
42	2.773
43	2.677
44	2.574
45	2.462
46	2.342
47	2.213
48	2.075
49	1.926
50	1.766
51	1.595
52	1.412
53	1.215
54	1.004
55	.777
56	.836
57	.872
58	.872
59	.847
60	.800
61	.716
62	.597
63	.445
64	.247
65	

Π.Α.ΠΑΡΟΧΩΝ ΓΗΡΑΤΟΣ ΓΥΝΑΙΚΩΝ

y	l_y	$\dot{E}(Sy)$	$ly^{*}\dot{E}(Sy)$	$\ddot{a}_y^{-ra}$	Π.Α.ΠΑΡΟΧΩΝ (ΣΕ ΔΡΧ.)
20	10	1330000	13300000	4.941	52572748
21	12	1359260	16311120	5.066	66106089
22	5	1389164	6945819	5.074	28192572
23	7	1419725	9938077	5.009	39823994
24	6	1450959	8705756	4.895	34091666
25	10	1482880	14828804	4.742	56259066
26	4	1515504	6062015	4.585	22237750
27	3	1548845	4646535	4.447	16531109
28	1	1582919	1582919	4.313	5462056
ΣΥΝΟΛΟ	58	-	-	-	321277050

,04
ΠΑΡΟΧΕΣ
ΑΝΑΠΗΡΙΑΣ
ΓΥΝΑΙΚΩΝ

Y	$^{-ia}$ *M_Y: $S_{Y+1/2}(M_Y^{ia}-1/2 * C_Y^{ia})$	$^{-ia}$ *R_Y	*D_Y	$^{-ia}$ *R_Y/D_Y
20	20241	904444	45639	19.817
21	20574	884203	44825	19.726
22	20917	863628	44026	19.616
23	21269	842712	43242	19.488
24	21631	821443	42473	19.341
25	22004	799811	41717	19.172
26	22384	777807	40975	18.982
27	22760	755423	40247	18.770
28	23125	732663	39530	18.534
29	23480	709538	38826	18.275
30	23827	686058	38133	17.991
31	24159	662231	37452	17.682
32	24470	638072	36781	17.348
33	24759	613602	36119	16.988
34	25029	588843	35466	16.603
35	25280	563813	34822	16.191
36	25506	538533	34186	15.753
37	25705	513027	33557	15.288
38	25873	487322	32935	14.797
39	26008	461449	32320	14.278
40	26107	435441	31711	13.731
41	26165	409334	31110	13.158
42	26179	383169	30514	12.557
43	26145	356990	29924	11.930
44	26059	330845	29341	11.276
45	25907	304786	28762	10.597
46	25674	278879	28188	9.894
47	25340	253205	27617	9.168
48	24883	227864	27048	8.425
49	24276	202981	26478	7.666
50	23489	178705	25907	6.898
51	22485	155216	25331	6.128
52	21220	132731	24747	5.364
53	19644	111511	24153	4.617
54	17704	91867	23544	3.902
55	15340	74164	22918	3.236
56	13007	58824	15514	3.792
57	11085	45817	11234	4.078
58	9390	34732	8662	4.010
59	7820	25342	6911	3.667
60	6334	17522	5629	3.113
61	4901	11188	4732	2.364
62	3490	6287	4055	1.551
63	2094	2797	3499	.799
64	703	703	3074	.229
65				

,04
ΠΑΡΟΧΕΣ
ΑΝΑΠΗΡΙΑΣ
ΓΥΝΑΙΚΩΝ

y	..i(12) a_y	..i(12) $a_{y+1/2}$	ia C_y	ia M_y	ia M_y/D_y
20	19.293	19.286	112	20298	.445
21	19.279	19.263	108	20185	.460
22	19.246	19.218	103	20078	.476
23	19.190	19.151	99	19974	.493
24	19.112	19.062	95	19875	.511
25	19.011	18.948	90	19781	.529
26	18.885	18.810	93	19690	.548
27	18.734	18.646	107	19598	.567
28	18.557	18.469	120	19490	.587
29	18.381	18.295	132	19370	.607
30	18.208	18.123	142	19238	.627
31	18.037	17.954	161	19096	.648
32	17.871	18.290	178	18935	.668
33	18.709	18.132	198	18758	.689
34	17.554	17.480	206	18559	.710
35	17.405	17.334	226	18353	.730
36	17.263	17.197	240	18126	.751
37	17.131	17.069	260	17886	.772
38	17.007	16.949	278	17626	.792
39	16.890	16.835	296	17349	.812
40	16.780	16.728	316	17052	.831
41	16.676	16.627	337	16736	.850
42	16.578	16.532	359	16399	.867
43	16.485	16.441	380	16040	.884
44	16.396	16.353	405	15660	.900
45	16.310	16.269	437	15255	.914
46	16.227	16.186	475	14818	.926
47	16.145	16.105	524	14343	.935
48	16.065	16.025	580	13819	.940
49	15.985	15.945	648	13239	.940
50	15.905	15.865	728	12592	.934
51	15.825	15.786	821	11863	.919
52	15.747	15.712	933	11042	.895
53	15.677	15.648	1059	10109	.858
54	15.619	15.599	1205	9050	.806
55	15.578	15.568	1366	7845	.733
56	15.558	15.546	1074	6479	,914
57	15.534	15.510	900	5405	1.076
58	15.485	15.435	797	4505	1.189
59	15.385	15.305	724	3709	1.254
60	15.224	15.111	665	2985	1.266
61	14.998	14.861	625	2320	1.197
62	14.723	14.567	593	1696	1.043
63	14.411	14.244	563	1103	.803
64	14.076	13.899	540	540	.458
65	13.722		0	0	0

,04

ΠΑΡΟΧΕΣ ΑΝΑΠΗΡΙΑΣ ΓΥΝΑΙΚΩΝ Y	_ia $^{a}{}_{y}$
20	.511
21	.509
22	.505
23	.499
24	.490
25	.479
26	.468
27	.455
28	.440
29	.425
30	.408
31	.391
32	.375
33	.361
34	.347
35	.334
36	.322
37	.310
38	.298
39	.286
40	.275
41	.263
42	.251
43	.239
44	.226
45	.212
46	.198
47	.183
48	.168
49	.153
50	.138
51	.123
52	.107
53	.092
54	.078
55	.065
56	.076
57	.082
58	.080
59	.073
60	.062
61	.047
62	.031
63	.016
64	.005
65	

Π.Α.ΠΑΡΟΧΩΝ ΑΝΑΠΗΡΙΑΣ ΓΥΝΑΙΚΩΝ

y	ly	$\bar{E}(Sy)$	$\bar{E}(Sy)*ly$	$_{s}\bar{a}_{y}^{ia}$	Π.Α.ΠΑΡΟΧΩΝ (ΣΕ ΔΡΧ.)
20	10	1330000	13300000	.511	5434125
21	12	1359260	16311120	.509	6647879
22	5	1389164	6945819	.505	2807245
23	7	1419725	9938077	.499	3963595
24	6	1450959	8705756	.490	3411629
25	10	1482880	14828804	.479	5688037
26	4	1515504	6062015	.468	2268345
27	3	1548845	4646535	.455	1690406
28	1	1582919	1582919	.440	557729
ΣΥΝΟΛΟ	58			ΣΥΝΟΛΟ	32468990

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. Life contingencies by Alistair Neill , edition 1992, Heinmann.

2. An Introduction to pension funds by E.M. Lee, edition 1986, Institute of Actuaries.

3. Actuarial Mathematics by Bowers , Gerber, Hickman, jones, Nesbitt, edition , Society of Actuaries of USA.

4. Insured Group Pension Contracts (Kerslake), Institute of Actuaries