

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ



**ΤΜΗΜΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ
ΚΑΙ ΑΣΦΑΛΙΣΤΙΚΗΣ ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ**

**ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΣΠΟΥΔΩΝ
ΣΤΗΝ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΗ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ**

**ΑΝΑΛΥΣΗ ΚΑΙ ΕΠΙΣΚΟΠΗΣΗ
ΥΠΟΔΕΙΓΜΑΤΩΝ
ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΚΟΥ ΚΙΝΔΥΝΟΥ**

Παρασκευή Ανδρεαδάκη

Διπλωματική Εργασία

που υποβλήθηκε στο Τμήμα Στατιστικής και
Ασφαλιστικής Επιστήμης του Πανεπιστημίου
Πειραιώς ως μέρος των απαιτήσεων για την
απόκτηση του Μεταπτυχιακού Διπλώματος
Ειδίκευσης στην Εφαρμοσμένη Στατιστική

Πειραιάς
Απρίλιος 2005

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ



**ΤΜΗΜΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ
ΚΑΙ ΑΣΦΑΛΙΣΤΙΚΗΣ ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ**

**ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΣΠΟΥΔΩΝ
ΣΤΗΝ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΗ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ**

**ΑΝΑΛΥΣΗ ΚΑΙ ΕΠΙΣΚΟΠΗΣΗ
ΥΠΟΔΕΙΓΜΑΤΩΝ
ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΚΟΥ ΚΙΝΔΥΝΟΥ**

Παρασκευή Ανδρεαδάκη

Διπλωματική Εργασία

που υποβλήθηκε στο Τμήμα Στατιστικής και
Ασφαλιστικής Επιστήμης του Πανεπιστημίου
Πειραιώς ως μέρος των απαιτήσεων για την
απόκτηση του Μεταπτυχιακού Διπλώματος
Ειδίκευσης στην Εφαρμοσμένη Στατιστική

Πειραιάς
Απρίλιος 2005

Η παρούσα Διπλωματική Εργασία εγκρίθηκε ομόφωνα από την Τριμελή Εξεταστική Επιτροπή που ορίσθηκε από τη ΓΣΕΣ του Τμήματος Στατιστικής και Ασφαλιστικής Επιστήμης του Πανεπιστημίου Πειραιώς στην υπ' αριθμ. συνεδρίασή του σύμφωνα με τον Εσωτερικό Κανονισμό Λειτουργίας του Προγράμματος Μεταπτυχιακών Σπουδών στην Εφαρμοσμένη Στατιστική

Τα μέλη της Επιτροπής ήταν:

- (Επιβλέπων)
-
-

Η έγκριση της Διπλωματική Εργασίας από το Τμήμα Στατιστικής και Ασφαλιστικής Επιστήμης του Πανεπιστημίου Πειραιώς δεν υποδηλώνει αποδοχή των γνώμων του συγγραφέα.

UNIVERSITY OF PIRAEUS



**DEPARTMENT OF STATISTICS
AND INSURANCE SCIENCE**

**POSTGRADUATE PROGRAM IN
APPLIED STATISTICS**

**ANALYSIS AND SURVEY OF
OPERATIONAL RISK MODELS**

By

Paraskevi Andreadaki

MSc Dissertation

Submitted to the Department of Statistics and
Insurance Science of the University of Piraeus in
partial fulfillment of the requirements for the degree
of Master of Science in Applied Statistics

Piraeus, Greece
April 2004

Ο πιο τρανός καημός μου
θα είναι πως δε δυνήθηκα μ' εσέ να ζήσω, ώ πλάση
πράσινη, απάνου στα βουνά, στα πέλαγα, στα δάση,
θα' ναι πως δε σε χάρηκα, σκυφτός μεσ' στα βιβλία,
ώ Φύση, ολάκερη ζωή κι ολάκερη σοφία !

Κωστής Παλαμάς, 1906

*Στους φυσικούς και πνευματικούς μου γονείς,
Παναγιώτη και Ιουλία,
Πολυξένη και Γεώργιο,*

Περίληψη

Στην εποχή μας αναδύεται ο λειτουργικός κίνδυνος όλο και περισσότερο ως ένα μέτρο κινδύνου που δεν μπορεί πλέον να αγνοηθεί. Συνεπώς πρέπει να καταγραφούν οι περιπτώσεις τέτοιων συμβάντων, να αναλυθούν, να μετρηθεί ο κίνδυνος και ως αποτέλεσμα, να υπάρξει μια σωστή και ακριβής διοίκηση κινδύνου. Όμως ενώ ο κίνδυνος αγοράς (*market risk*) και ο πιστωτικός κίνδυνος (*credit risk*) είναι γνωστοί και μετρήσιμοι, ποιος είναι ο ορισμός του λειτουργικού κινδύνου και γιατί είναι τώρα τόσο σημαντικός ώστε ολόκληρο το παγκόσμιο χρηματοπιστωτικό σύστημα να ασχολείται με τη μέτρηση και μοντελοποίηση του τα τελευταία έτη; Ιδιαίτερα αφού δεν είναι ένα πρωτοεμφανιζόμενο είδος κινδύνου. Στη παρούσα εργασία ασχολούμαστε με τις πλέον πρόσφατες εξελίξεις που θα οδηγήσουν στη αλλαγή του Ευρωπαϊκού νομοθετικού πλαισίου τα αμέσως επόμενα χρόνια, καθώς επίσης και με τις διάφορες μεθόδους μέτρησής του, δίνοντας έμφαση στις στατιστικές μεθόδους και συγκεκριμένα στη Προσέγγιση Κατανομής Απώλειας. Τα στοιχεία που χρησιμοποιούμε στην ανάλυσή μας είναι πραγματικά, και ελπίζουμε τα συμπεράσματα να αποδειχθούν όχι μόνο ενδιαφέροντα αλλά και χρήσιμα για την εφαρμογή μεθόδων και τεχνικών που αναδεικνύονται πλέον απαραίτητες στα πλαίσια μιας ολοκληρωμένης διοίκησης κινδύνου.

Abstract

In our times, the Operational risk arises as a risk measure that can no longer be ignored. As a result, cases of such events must be recorded, analyzed, the risk must be measured and then as a result there will be a proper and precise risk management. But while market risk and credit risk are well defined, known and measurables, what is the definition of operational risk and why nowadays it is so important that the entire global financial system is dealing with its measurement and modeling? Especially since operational risk is not a newly appeared kind of risk. In this paper we study the most recent developments which will lead to the change of the European legal framework within the following years, as well as its various measurement techniques, by paying attention to the statistical methods and particularly to the Loss Distribution Approach (LDA). The data we use in our analysis are real operational risk events, and we hope the results to be proven not only interesting but also useful in the application of methods and techniques which now appear necessary within a complete risk management.

Περιεχόμενα

Περίληψη	
Abstract	xv
Κατάλογος Πινάκων	
Κατάλογος Σχημάτων	xvii
Κατάλογος Συντομογραφιών	xix
1. Εισαγωγή	1
1.1 Τι είναι ο Λειτουργικός Κίνδυνος	1
1.2 Παραδείγματα συμβάντων Λειτουργικού Κινδύνου	2
2. Μέθοδοι μέτρησης Λειτουργικού Κινδύνου	5
2.1 Η επιτροπή της Βασιλείας και η 2 ^η συνθήκη της	5
2.2 Μέθοδοι μέτρησης του Λειτουργικού Κινδύνου	6
2.2.1 Η Προσέγγιση Εσωτερικής Μέτρησης	8
2.3 Η Προσέγγιση Βασικού Δείκτη της B II	9
2.4 Η Τυποποιημένη Προσέγγιση της B II	10
2.5 Οι Προχωρημένες Μέθοδοι Προσέγγισης της B II	12
3. Η Προσέγγιση Κατανομής Απώλειας	15
3.1 Ορισμός της μεθόδου	15
3.2 Τα βήματα εφαρμογής της μεθόδου	17
3.3 Προβλήματα στην εφαρμογή της μεθόδου	17
3.3.1 Συλλογή στοιχείων	17
3.3.2 Χρήση εξωτερικών στοιχείων	18
3.3.3 Ορισμός κατώτατου ορίου	20
3.3.4 Κατασκευή μοντέλου με τη βοήθεια θεωρητικών κατανομών	21
4. Εφαρμογή της μεθόδου Κατανομής Απώλειας	23
4.1 Ανάλυση των στοιχείων Λειτουργικού Κινδύνου	23
4.2 Επιλογή κατανομής συχνότητας	25
4.3 Επιλογή κατανομής οξύτητας	26

4.3.1	Μέση συνάρτηση πάνω από ένα όριο	35
4.3.2	Ο εκτιμητής Hill	37
4.3.3	Ανάλυση μέγιστων τιμών περιόδου	39
4.3.4	Ανάλυση τιμών πάνω από ένα όριο	41
4.3.5	Υπολογισμός ουρών και ποσοστημόριων με τη POT μέθοδο	44
4.4	Μέθοδοι υπολογισμού του λειτουργικού Value-at-Risk	49
5.	Επίλογος : το μέλλον του Λειτουργικού Κινδύνου	51
	Παραρτήματα	55
Π1.	Χρονοδιάγραμμα εφαρμογής της Β ΙΙ	55
Π2.	Υποκατηγορίες Λειτουργικού κινδύνου	55
Π3.	Κατηγορίες συμβάντων Λειτουργικού κινδύνου	56
Π4.	Δείκτες κινδύνου	56
	Βιβλιογραφία	58

Κατάλογος Πινάκων

2.1	Οι τομείς της τράπεζας και τα αντίστοιχα ποσοστά στην Τυποποιημένη μέθοδο	11
4.1	Πραγματικά στοιχεία Λειτουργικού κινδύνου μιας Βρετανικής τράπεζας επενδύσεων	24

Κατάλογος Σχημάτων

2.1	Η Προσέγγιση Εσωτερικής Μέτρησης	9
3.1	Η μέθοδος Κατανομής Απώλειας	16
4.1	Ιστόγραμμα συχνοτήτων	25
4.2	P-P plots και Q-Q plots των κατανομών Lognormal, Weibull και Gamma	28-33
4.3	Σχεδιάγραμμα της μέσης συνάρτησης πάνω από ένα όριο	36
4.4	Ο εκτιμητής Hill	38
4.5	Q-Q plot των σφαλμάτων της Γενικευμένης Κατανομής Ακραίων Τιμών	40
4.6	Σχεδιάγραμμα της ουράς της υποκείμενης κατανομής	42
4.7	Σχεδιάγραμμα της Γενικευμένης Κατανομής Pareto με τη χρήση του POT μοντέλου, για τιμές πάνω από το όριο u .	43
4.8	Q-Q plot των σφαλμάτων της Γενικευμένης Κατανομής Pareto	44
4.9	Εκτίμηση της παραμέτρου ξ για διαφορετικές τιμές του ορίου u , σε ε.σ.: 95%	45
4.10	Τιμές του $VaR_{0.95}$ καθώς μεταβάλλεται το όριο u	46
4.11	Τιμές του $VaR_{0.99}$ καθώς μεταβάλλεται το όριο u	47
4.12	Τιμές του $VaR_{0.999}$ καθώς μεταβάλλεται το όριο u	48

Κατάλογος Συντομογραφιών

τ.μ.	τυχαία μεταβλητή
σ.π.π.	συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας
σ.κ.	συνάρτηση κατανομής
Basel I ή B I	η 1 ^η συνθήκη της Βασιλείας
Basel II ή B II	η 2 ^η συνθήκη της Βασιλείας
Λ.Κ.	λειτουργικός κίνδυνος
BCBS	Basel Committee on Banking Supervision
MEF	Mean Excess Function
KRI	Key Risk Indicators
LDA	Loss distribution Approach
I.M.A.	Internal Measurement Approach
OpRisk	Operational Risk
OpVaR	Operational Value-at-Risk
AMA	Advanced Measurement Approaches
S.A.	Standardized Approach (The)
B.I.A.	Basic Indicator Approach
B.I.S.	Bank for International Settlements
F.S.A.	Financial Services Authority
d. f.	Distribution function

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

Εισαγωγή

1.1 Τι είναι ο Λειτουργικός Κίνδυνος

« Ως λειτουργικός κίνδυνος ορίζεται ο κίνδυνος ζημίας που απορρέει από ανεπαρκείς ή λανθασμένες εσωτερικές διαδικασίες, άτομα και συστήματα ή από εξωτερικά συμβάντα. Ο ορισμός αυτός περιλαμβάνει τον νομικό κίνδυνο, όχι όμως τον κίνδυνο στρατηγικής ή φημολογίας »

BCBS, Ιούνιος 2004

Η έννοια του λειτουργικού κινδύνου (Λ.Κ.) είναι σχετικά νέα στη διοίκηση κινδύνου αλλά πολύ παλιά ως μέτρο κινδύνου. Είναι γνωστό άλλωστε ότι ο κίνδυνος υπάρχει σε μια επιχείρηση από τη στιγμή που ανοίγει η πόρτα το πρωί. Όμως από το 1998 και μετά η Τράπεζα Διεθνών Διακανονισμών (B.I.S.) και η Επιτροπή της Βασιλείας για τη Τραπεζική Εποπτεία (BCBS) που εδρεύουν στη Βασιλεία της Ελβετίας ξεκίνησαν να θέτουν τα θεμέλια του Λ. Κ. ως μέτρου κινδύνου για το οποίο όλες οι τράπεζες πρέπει να έχουν κεφαλαιακά αποθέματα (*capital charges*). Έως τώρα οι τράπεζες ήταν υποχρεωμένες να λαμβάνουν υπόψη τους μόνο τον κίνδυνο αγοράς και τον πιστωτικό κίνδυνο από την 1^η συνθήκη της Βασιλείας (B I) για το σχεδιασμό της Διοίκησης Κινδύνου τους (*Risk Management Dept.*) και το πιο σημαντικό: για τον καθορισμό του ποσού του κεφαλαίου που ήταν υποχρεωμένες να έχουν ως απόθεμα για την αντιμετώπιση αυτών των κινδύνων. Τώρα όμως λόγω των δραματικών αλλαγών και εξελίξεων στις διεθνείς αγορές η 1^η συνθήκη κρίνεται από όλους πλέον ως μη ικανή να καλύψει τους αυξημένους

κινδύνους οι οποίοι όχι μόνο απειλούν τα χρηματοπιστωτικά ιδρύματα σε τοπικό επίπεδο αλλά και λόγω των ενοποιημένων διεθνών αγορών, στις οποίες οι κίνδυνοι μεταφέρονται ταχύτατα από χώρα σε χώρα και από ήπειρο σε ήπειρο, επηρεάζοντας επιχειρήσεις και επενδυτές . Πλέον απαραίτητο ήταν η 1^η συνθήκη να αντικατασταθεί από μια πιο εξελιγμένη και ευαίσθητη στον κίνδυνο (*risk sensitive*), η οποία θα λάμβανε υπόψη της ένα διευρυμένο φάσμα κινδύνων.

1.2 Παραδείγματα συμβάντων Λειτουργικού Κινδύνου

Αναφορικά μπορούμε να πούμε κάποια λιγιστά παραδείγματα διαφόρων συμβάντων που έχουν αναφερθεί τα τελευταία χρόνια, με σκοπό να κατανοήσουμε το πόσο διαφορετικά μεταξύ τους γεγονότα ανήκουν στην ίδια κατηγορία κινδύνου :

- Το πλέον διάσημο, πριν την 11^η Σεπτεμβρίου, συμβάν ήταν η κατάρρευση της τράπεζας Barings το Φεβρουάριο του 1995 λόγω μη επαρκών ελέγχων από εσωτερικούς ελεγκτές, μη-σωστής εσωτερικής οργάνωσης και δομής τμήματος, εξαπάτησης και απάτης από εργαζόμενο. Όλοι αυτοί οι λόγοι οδήγησαν στην κατάρρευση της τράπεζας με κόστος \$ 1,3 δις.
- Τα γεγονότα της 11ης Σεπτεμβρίου οδήγησαν εταιρίες – κολοσσούς σε τεράστιες ζημίες : μόνο η Bank of New York ανέφερε ζημία σε παροχές πιστώσεων \$ 140 εκ.
- Οι περιπτώσεις της Enron και της WorldCom είναι οι μεγαλύτερες πτωχεύσεις της Αμερικάνικης Οικονομίας.
- Ο μεγάλος σεισμός στην Ιαπωνία τον Ιανουάριο του 1995 οδήγησε σε τεράστιες καταστροφές.
- Άλλες περιπτώσεις εσωτερικής απάτης από εργαζόμενο (*fraudulent trading*) παρουσιάστηκαν και στις εταιρίες: Deutsche Morgan Grenfell (\$ 380 εκ. Σεπτέμβρης 1996), Sumitomo (\$ 2,6 δις, Ιούνιος 1996), Daiwa Bank Νέας Υόρκης (\$ 1,1 δις, Ιούλιος 1995) που οδήγησε και στην αναστολή της λειτουργίας της στην Αμερική από τις τοπικές

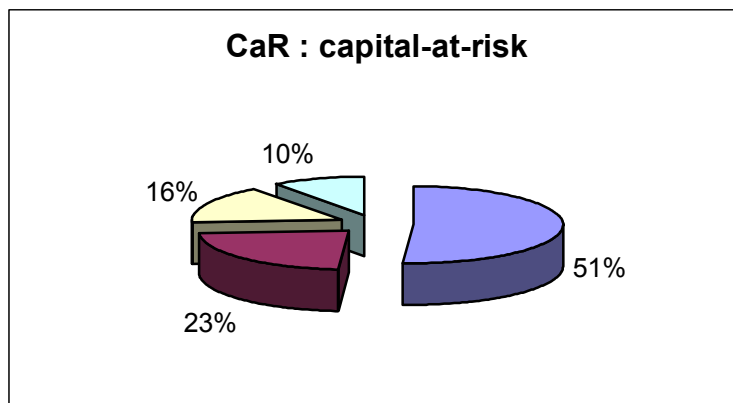
αρχές – ένα συμβάν χωρίς προηγούμενο, Kidder, Peabody & Co. (\$ 100 εκ. Δεκέμβριος 1994) ,

- Η κατάρρευση της οικονομίας στην Αργεντινή – και γενικά η ρευστότητα στις χώρες της Λατινικής Αμερικής (και όχι μόνο)
- Οι πλημμύρες στην Κεντρική Ευρώπη το Χειμώνα του 2003 που είχαν ως αποτέλεσμα να πλημμυρίσει η Πράγα,
- Αντίστοιχα ο πρόσφατος (Οκτώβριος 2004) τυφώνας στην Ιαπωνία,
- Η αλλαγή σε λογισμικό υπολογιστών στην SSB οδήγησε σε “*unreconciled balances*” με κόστος \$ 303 εκ.
- Επίσης λόγω συστημικών προβλημάτων η Bank of America και η Wells Fargo Bank είχαν ζημιές \$ 225 εκ. και \$ 150 εκ. αντίστοιχα. Ομοίως στη Lehman Bros, μια λανθασμένη συναλλαγή μετοχών (*equities trading*), της κόστισε περίπου \$ 425 εκ.
- Μια μήνυση εναντίον της Merrill Lynch για διάκριση εναντίον εργαζομένου με βάση το φύλο του, της κόστισε \$ 250 εκ.
- Μια απάτη εξωτερικής προέλευσης στοίχισε στην Republic New York Corp. \$ 611 εκ.
- Πρόσφατα η Citigroup Ιαπωνίας λόγω παραβιάσεων του νόμου από ορισμένα τοπικά στελέχη, πλήρωσε πρόστιμο \$ 250,000 και αναγκάστηκε να κλείσει το τμήμα *Cititrust and Banking Corp.* που ασχολούνταν με θέματα κτηματομεσιτικά, διαχείριση καταπιστευμάτων (*trust-banking*) και άλλες χρηματοοικονομικές υπηρεσίες, με έδρα το Τόκιο.
- Επίσης σε μια πρόσφατη ανακοίνωση της, η American Bankers Association δήλωσε ότι οι επιχειρούμενες απάτες με επιταγές έφτασαν τα \$ 5,5 δις το 2003, ενώ το 2001 το αντίστοιχο νούμερο ήταν \$ 4,3 δις.

Αναμφίβολα όλα τα παραπάνω συμβάντα είχαν υψηλά κόστη που έφτασαν έως και τη κατάρρευση σε ορισμένες περιπτώσεις της αντίστοιχης εταιρείας. Αυτό το χαρακτηριστικό, σε συνδυασμό με τη διαφορετικότητά τους είναι που οδηγεί μεγάλες τράπεζες, οι οποίες δραστηριοποιούνται σε παγκόσμιο επίπεδο, να υπολογίζουν ένα μέρος από το κεφάλαιο που διαθέτουν για περιπτώσεις κινδύνου για την αντιμετώπιση συμβάντων Λ.Κ. .

Από μια έρευνα που έκανε η F.S.A. σε τέτοιες τράπεζες βρέθηκε ότι το κεφάλαιο τους κατανέμεται ως εξής :

- για πιστωτικό κίνδυνο : το 51% ,
- για κίνδυνο αγοράς: το 23%,
- για λειτουργικό κίνδυνο : το 16%
- για λοιπά είδη κινδύνων : το υπόλοιπο 10%.



Συγκεκριμένα στις ετήσιες αναφορές τους η Deutsche Bank και η JPM Chase Bank κρατούν € 2,5 δις και € 6,8 δις αντίστοιχα για Λ.Κ. .

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

Μέθοδοι μέτρησης λειτουργικού κινδύνου

2.1 Η επιτροπή της Βασιλείας και η 2^η συνθήκη της

Όπως αναφέραμε τα τελευταία έτη η Επιτροπή της Βασιλείας προέβη σε ένα παγκόσμιο διάλογο με όλους τους ενδιαφερομένους προκειμένου να προχωρήσει στην 2^η συνθήκη της, η οποία δίνει έναν επίσημο ορισμό στον Λ.Κ. και περιγράφει τις μεθόδους μέτρησης του καθώς και τα κριτήρια για την επιλογή της κάθε μεθόδου.

Συγκεκριμένα από τις μεθόδους που παραθέτουμε πιο κάτω, από την Επιτροπή προτείνονται οι εξής τρεις : η Μέθοδος του Βασικού Δείκτη (*BIA*), η Τυποποιημένη Μέθοδος (*SA*) και οι Προχωρημένες Μέθοδοι Μέτρησης (*AMA*) . Οι 2^η και 3^η μέθοδοι είναι πιο ευαίσθητες στον κίνδυνο από την 1^η και προτείνονται για τράπεζες που δραστηριοποιούνται σε παγκόσμιο επίπεδο ή είναι πιο εκτεθειμένες σε συμβάντα Λ.Κ.. Επίσης είναι δυνατό μια τράπεζα να εφαρμόζει σε ορισμένα τμήματα της μια μέθοδο και σε ορισμένα άλλα μια διαφορετική μέθοδο, να κάνει δηλαδή μερική χρήση των μεθόδων, αρκεί να πληρούνται τα ποιοτικά και ποσοτικά κριτήρια που η ίδια η Επιτροπή της Βασιλείας θέτει για την κάθε μια περίπτωση.

Τον έλεγχο της σωστής εφαρμογής των ανωτέρω αναλαμβάνει η εκάστοτε εποπτική αρχή σε κάθε χώρα, η οποία λογικά θα πρέπει να προχωρήσει άμεσα σε αλλαγή του νομοθετικού της πλαισίου, διότι η εφαρμογή της 2^{ης} συνθήκης θα ξεκινήσει από το 2007, ενώ ήδη διανύουμε μια περίοδο παράλληλης εφαρμογής των μεθόδων που έως τώρα χρησιμοποιούνταν από τη 1^η συνθήκη και των μεθόδων της 2^{ης} συνθήκης, αφού όλες οι τράπεζες συγκεντρώνουν τα

προσωπικά τους στοιχεία Λ.Κ. με σκοπό την καταγραφή του προφίλ Λ.Κ. τους, και συνεπώς την επιλογή της μεθόδου η οποία ταιριάζει καλύτερα σε αυτό το προφίλ.

2.2 Μέθοδοι Μέτρησης του Λειτουργικού Κινδύνου

Γενικά οι μέθοδοι μέτρησης του Λ.Κ. χωρίζονται στις εξής κατηγορίες: από άνω προς τα κάτω (*top-down*) και από κάτω προς τα άνω (*bottom-up*). Στη πρώτη κατηγορία περιλαμβάνονται μέθοδοι που υπολογίζουν τον Λ.Κ σε μακροοικονομική βάση χωρίς να αναγνωρίζουν τους λόγους ή τις αιτίες που δημιουργούν τις ζημιές. Κατά συνέπεια, δεν προσδιορίζουν τους τομείς της επιχείρησης οι οποίοι χρειάζονται βελτίωση. Παραδείγματα αυτών των μεθόδων είναι οι εξής:

- Προσέγγιση ενός Δείκτη (*Indicator Approach*): υποθέτουμε π.χ. το μικτό εισόδημα ή το κόστος ως αντιπροσωπευτικό της έκθεσης σε Λ.Κ. και το πολλαπλασιάζουμε με ένα ποσοστό.
- Προσέγγιση με το μοντέλο CAPM (*Capital Asset Pricing Model approach*): υποθέτουμε ότι όλοι οι κίνδυνοι μετρώνται με το CAPM. Στη συνέχεια ο Κίνδυνος Αγοράς και ο Πιστωτικός Κίνδυνος μετρώνται ξεχωριστά και αφαιρούνται από το πόσο που προέκυψε από το CAPM.
- Προσέγγιση Μεταβλητότητας (*Volatility Approach*): Η μεταβλητότητα του εισοδήματος θεωρείται κίνδυνος. Π.χ. η μεταβλητότητα του μη-τοκιζόμενου εισοδήματος θεωρείται ως Λ.Κ. και μετράται.

Από τις ανωτέρω μεθόδους είδαμε ότι η Επιτροπή της Βασιλείας προτείνει δυο παραλλαγές της, που βασίζονται στην πρώτη προσέγγιση.

Στην δεύτερη κατηγορία ανήκουν οι μέθοδοι που μετρούν τον Λ.Κ. βασιζόμενες σε πραγματικά συμβάντα τα οποία εξηγούν το μηχανισμό του πως και γιατί συνέβησαν.

Παραδείγματα αυτών των μεθόδων είναι οι εξής:

- Στατιστική Μέθοδος Προσέγγισης (*Statistical Measurement Approach*) : το μέγιστο ποσό Λ.Κ. υπολογίζεται βασιζόμενο σε ξεχωριστά συμβάντα από τα οποία μετρώνται οι κατανομές συχνότητας και οξύτητας (*frequency and severity distributions*). Εδώ ανήκει και η προσέγγιση κατανομής απώλειας (*LDA*) που θα αναλύσουμε στη συνέχεια.
- Ανάλυση σεναρίου (*Scenario Analysis*) : με τη χρήση υποθετικών σεναρίων για την τράπεζα μας και πραγματικών γεγονότων που έχουν συμβεί σε άλλες τράπεζες, δημιουργούνται ακραία συμβάντα τεράστιου κόστους με χαμηλή πιθανότητα να συμβούν.
- Μέθοδος Ανάλυσης Παραγόντων (*Factor Analysis Approach*) : Παράγοντες που συνδέονται με ζημίες, όπως το μέγεθος των συναλλαγών και η αναλογία των λαθών, μετρώνται μαζί με ανάλυση συνδιακύμανσης.
- Μοντελοποίηση με δίκτυα Bayes (*Bayesian Network Model*) : όπου δημιουργείται το μοντέλο με βάση τα αίτια και τις επιδράσεις του Λ.Κ.. Συνήθως αυτό το μοντέλο χρησιμοποιείται στη διοίκηση κινδύνου εκκαθάρισης (*settlement risk management*).
- Προσέγγιση με τη χρήση *Scorecard* (*Scorecard Approach*) : μια ποιοτική προσέγγιση όπου με τη χρήση δεικτών κινδύνου (*risk indicators*), μέσω *scorecards* μετρώνται τα σχετικά επίπεδα του Λ.Κ.. Για να εφαρμοστεί όμως ως Προχωρημένη Μέθοδος Μέτρησης (*AMA*) πρέπει να πληρεί και τα ποσοτικά κριτήρια που θέτει η 2^η συνθήκη. Κάθε τομέας (*business line*) αναγνωρίζει και εκτιμά τους κινδύνους που αντιμετωπίζει και με συχνές μετρήσεις, ελέγχους εσωτερικούς και εξωτερικούς, και άλλες ενέργειες βελτιώνει τη διοίκηση του κινδύνου της.
- Η Προσέγγιση Εσωτερικής Μέτρησης (*Internal Measurement Approach: IMA*) : αυτή η μέθοδος παρουσιάζεται πιο αναλυτικά στην επόμενη παράγραφο, όπως επίσης και οι διαφορές της με την Προσέγγιση Κατανομής Απώλειας (*LDA*) και οι λόγοι που μας οδήγησαν στην επιλογή της 2^{ης} ως η πλέον κατάλληλη μεταξύ των Προχωρημένων Μεθόδων Μέτρησης.

Το πλεονέκτημα αυτής της κατηγορίας μεθόδων είναι ότι μπορούμε να αναλύσουμε τους παράγοντες του Λ.Κ. και να καταλήξουμε σε μείωση του λειτουργικού κόστους.

2.2.1 Η Προσέγγιση Εσωτερικής Μέτρησης (IMA)

Σύμφωνα με αυτή τη μέθοδο, για κάθε τομέα της τράπεζας (*business line*) και για κάθε είδος κινδύνου (*risk type*) οι εποπτικές αρχές ορίζουν ένα δείκτη έκθεσης στο κίνδυνο (*Exposure Indicator: EI*). Κατόπιν η τράπεζα βασιζόμενη στα εσωτερικά δεδομένα Λ.Κ. της, ορίζει : (α) τη πιθανότητα ένα συμβάν να λάβει χώρα σε συγκεκριμένο χρονικό ορίζοντα (*Probability of a loss Event: PE*) και (β) τη μέση ζημία που θα έχει δοθέντος του συμβάντος (*Loss Given the Event: LGE*). Προκύπτει έτσι η Αναμενόμενη Ζημία (*Expected Loss: EL*) η οποία όπως και στην Προσέγγιση Κατανομής Απώλειας (*LDA*) υπολογίζεται ανά τομέα της τράπεζας (*business line*) και ανά είδος κινδύνου (*risk type*).

Η εποπτική αρχή κατόπιν ορίζει ένα πολλαπλασιαστή (*gamma*) ο οποίος ανάγει την Αναμενόμενη Ζημία στο κεφαλαιακό απόθεμα της τράπεζας δηλαδή το VaR ποσό για τις μη – αναμενόμενες ζημίες (*unexpected losses*).

Συνοπτικά :

$$EL_{i,j} = EI_{i,j} * PE_{i,j} * LGE_{i,j}$$

EL: Expected Loss,

EI: Exposure Indicator (κλίμακα για τις δραστηριότητες της τράπεζας),

PE: Probability of a loss Event (αντιστοιχεί στη συχνότητα της *LDA*),

LGE: Loss Given the Event (αντιστοιχεί στη κατανομή οξύτητας της *LDA*),

για κάθε τομέα της τράπεζας (*business line*) : *i* και για κάθε είδος κινδύνου (*risk type*) : *j* .

Κατόπιν το κεφαλαιακό απόθεμα (*Capital Charge*) που λαμβάνει υπόψη του και τις μη – αναμενόμενες ζημίες ισούται με :

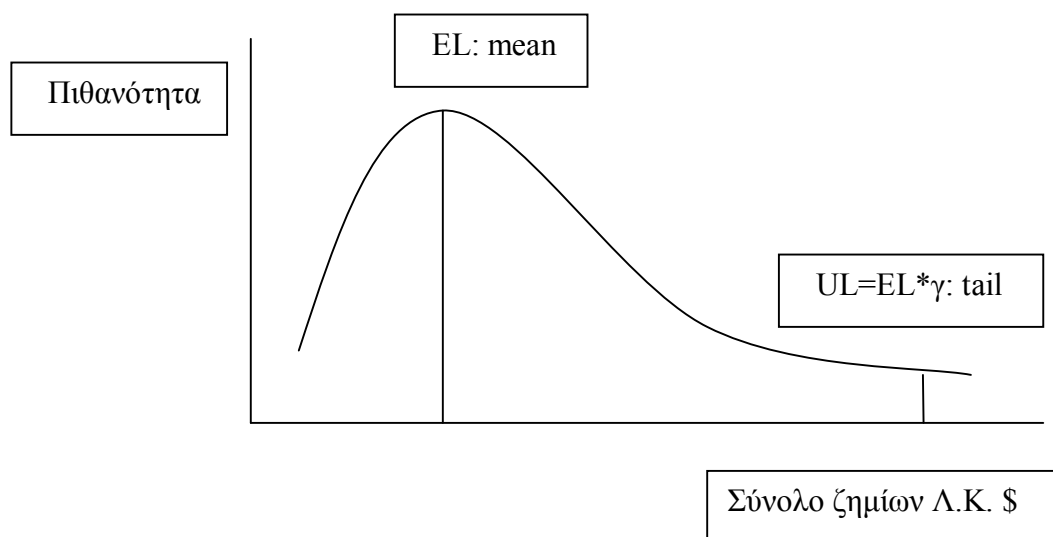
$$\text{Capital Charge} = EL_{i,j} * \gamma_{i,j}$$

Όπου γ : ο πολλαπλασιαστής (*scaling factor*) : δείκτης έκθεσης της τράπεζας σε κίνδυνο.

Άρα το συνολικό κεφαλαιακό απόθεμα :

$$\text{Total Capital Charge} = \sum \text{Capital Charge, για κάθε } i, j.$$

Παρατηρούμε ότι σύμφωνα με την Προσέγγιση Εσωτερικής Μέτρησης υπάρχει μια σταθερή (*fixed*) σχέση μεταξύ αναμενόμενων και μη ζημιών, δηλαδή του μέσου (*Expected Loss*) και της ουράς (*Unexpected Loss*) της κατανομής απώλειας (*loss distribution*).



Σχήμα 2.1: Η Προσέγγιση Εσωτερικής Μέτρησης (*IMA*)

Λόγω όμως αυτής της προσέγγισης δεν λαμβάνουμε υπόψη μας τη σύνθεση των λειτουργικών ζημιών. Αντίθετα, η Προσέγγιση Κατανομής Απώλειας (*LDA*) εκτιμά άμεσα την κατανομή απώλειας του Λ.Κ. όπως θα δούμε στο επόμενο κεφάλαιο υποθέτοντας για τη συχνότητα και την οξύτητα κάποιες συγκεκριμένες κατανομές.

2.3 Η Προσέγγιση Βασικού Δείκτη της Basel II (*BIA*)

Ως η πλέον απλή στην εφαρμογή της, αφού προτείνεται για μικρής εμβέλειας τράπεζες, η Μέθοδος του Βασικού Δείκτη (*Basic Indicator Approach - BIA*) ορίζει ως το κεφάλαιο που υποχρεούται να κρατά μια τράπεζα για την κάλυψη του Λ.Κ. ως ένα ποσοστό του μέσου, ετήσιου μικτού

εισοδήματος των τριών προηγούμενων ετών. Συγκεκριμένα το κεφάλαιο που υποχρεούται να κρατά η τράπεζα ισούται με :

$$K_{BIA} = [\sum (GI_{1...n} * \alpha)] / n$$

όπου :

K_{BIA} : το κεφάλαιο που υποχρεούται να έχει η τράπεζα ως απόθεμα,

GI : το ετήσιο μικτό εισόδημα των προηγούμενων 3 ετών - αρκεί να είναι θετικός αριθμός.

n : ο αριθμός των τριών προηγούμενων ετών που εμφάνισαν θετικό εισόδημα,

$\alpha = 15\%$: το ποσοστό που ορίζεται από την Επιτροπή της Βασιλείας να συνδέει το επίπεδο του απαιτούμενου κεφαλαίου με το επίπεδο του δείκτη.

Επειδή η συγκεκριμένη προσέγγιση είναι πλέον η απλή και λιγότερο ευαίσθητη στον κίνδυνο δεν υπάρχουν κριτήρια για την εφαρμογή της. Το μόνο που ορίζεται είναι ότι οι τράπεζες πρέπει να συμμορφώνονται με το συμβουλευτικό έγγραφο : « *Sound practices for the management and supervision of Operational Risk* » Φεβρουάριος 2003, της Επιτροπής.

2.4 Η Τυποποιημένη Προσέγγιση της Basel II (TSA)

Η μέθοδος της Τυποποιημένης Προσέγγισης (*The Standardized Approach*) ως μέτρο κίνδυνου είναι ανώτερη της Προσέγγισης του Βασικού Δείκτη αφού χωρίζει τις δραστηριότητες της τράπεζας σε $i = 8$ τομείς. Για κάθε τομέα ξεχωριστά υπολογίζεται το μικτό εισόδημα που αντιστοιχεί σε αυτόν, το οποίο πολλαπλασιάζεται με ένα ποσοστό (*beta*) που αντιστοιχεί σε κάθε τομέα. Συνεπώς το κεφάλαιο ισούται με :

$$K_{TSA} = \{ \sum_{\epsilon\tau\eta 1-3} \max[\sum(GI_{1-8} * \beta_{1-8}), 0] \} / 3$$

όπου:

K_{TSA} : το κεφαλαιακό απόθεμα που υποχρεούται να έχει η τράπεζα,

GI_{1-8} : το ετήσιο μικτό εισόδημα κάθε έτους, για κάθε ένα από τους 8 τομείς της τράπεζας. Όπως και στη 1^η προσέγγιση πρέπει να είναι θετικός αριθμός και αναφέρεται στα 3 προηγούμενα έτη.

β_{1-8} : το συγκεκριμένο ποσοστό που αντιστοιχεί σε κάθε τομέα της τράπεζας και ορίζεται από την Επιτροπή.

Οι 8 τομείς και τα ποσοστά που τους αντιστοιχούν ορίζονται ως εξής :

Τμήματα (<i>Business Units</i>)	Τομείς (<i>Business lines</i>)	BETA FACTORS (%)
INVESTMENT	Corporate finance : β_1	18
BANKING	Trading & sales : β_2	18
BANKING	Retail banking : β_3	12
	Commercial banking : β_4	15
	Payment & settlement : β_5	18
	Agency Services : β_6	15
OTHERS	Asset Management : β_7	12
	Retail brokerage : β_8	12

Πίνακας 2.1 : οι τομείς της τράπεζας και τα αντίστοιχα ποσοστά στην
Τυποποιημένη Προσέγγιση (*S.A.*).

Τα ανωτέρω ποσοστά (*beta factors*) υπολογίστηκαν από μια έρευνα, που έγινε από την Επιτροπή σε ένα συγκεκριμένο αριθμό διεθνών τραπεζών, ως εξής :

$\beta = [(20\% \text{ του συνολικού MRC : } \$) * (\text{βαρύτητα του τομέα : } \%)] / \Sigma (\text{του οικονομικού δείκτη (indicator) για κάθε τομέα από το δείγμα : } \$)$

όπου MRC: το ελάχιστο κεφαλαιακό απόθεμα σύμφωνα με την εκάστοτε νομοθεσία (*Minimum Regulatory Capital*) ,

Ο δείκτης για κάθε τομέα : το μικτό εισόδημα, τα μέσα ετήσια κεφάλαια (*annual average assets*), κ.α. .

Προς το παρόν έχει δημιουργηθεί από τον τραπεζικό περιβάλλον η απαίτηση τα ποσοστά (*beta 's*) να μην είναι σταθερά αλλά να επαναπροσδιορίζονται ανά κάποιες χρονικές περιόδους (π.χ τα 2 έτη) με βάση την αποτελεσματικότητα της διοίκησης του Λ.Κ. της τράπεζας.

2.5 Οι Προχωρημένες Μέθοδοι Προσέγγισης της Β II (*Advanced Measurement Approaches: AMA*)

Σε αυτή τη κατηγορία (των *bottom-up*) η επιτροπή της Βασιλείας δεν ορίζει κάποια συγκεκριμένη μέθοδο, αλλά μόνο τα ποιοτικά και ποσοτικά χαρακτηριστικά τα οποία αυτή πρέπει να πληρεί. Συγκεκριμένα η κάθε τράπεζα μπορεί να βασιστεί σε ένα εσωτερικό της μηχανισμό μέτρησης του Λ.Κ. στον οποίο είναι εκτεθειμένη, υπολογίζοντας έτσι το απαιτούμενο κεφάλαιο. Παρατηρούμε λοιπόν ότι αυτή η τρίτη κατηγορία της Β II είναι και η πλέον ευαίσθητη στον κίνδυνο (*risk sensitive*) σε σύγκριση με τις δύο προηγούμενες. Ακριβώς γι' αυτό το λόγο εκτός από κάποια ποιοτικά και ποσοτικά κριτήρια που η συνθήκη ορίζει να ακολουθεί η τράπεζα, η χρήση AMA επιτρέπεται μόνο μετά την έγκριση της εποπτικής αρχής στην οποία υπόκειται η τράπεζα και της εποπτικής αρχής στις χώρες που δραστηριοποιείται, εφόσον η ίδια η τράπεζα αποδείξει ότι το πλαίσιο μέσα στο οποίο κινείται είναι ικανοποιητικό για την κάλυψη του Λ.Κ. στον οποίο εκτίθεται.

Με αυτό τον τρόπο βλέπουμε ότι από τη φύση τους οι AMA αντικατοπτρίζουν το προφίλ Λ.Κ. της τράπεζας : όσο πιο αποτελεσματικές είναι, τόσο πιο καλά δομημένη είναι διοίκηση του Λ.Κ. (*OR Management*). Επειδή βρισκόμαστε στο κατώφλι για τη δημιουργία και ανάπτυξη μεθοδολογιών τύπου AMA το ζητούμενο πλέον, από την πλευρά του τραπεζικού τομέα, είναι : η ανάπτυξη εύρωστων τεχνικών για την ακριβή συλλογή ζημιών Λ.Κ., την αξιολόγησή τους και την εξέλιξη των εσωτερικών μεθόδων για τον υπολογισμό του κεφαλαίου. Από την πλευρά τους πλέον οι εποπτικοί μηχανισμοί (εσωτερικός έλεγχος της ίδιας τράπεζας , όπως και εξωτερικοί έλεγχοι κρατικοί και μη) πρέπει να αναπτύξουν κανόνες και κριτήρια (εδώ συμπεριλαμβάνονται και οι νομοθετικές αλλαγές) οι οποίοι θα εξασφαλίζουν ότι οι εσωτερικού τύπου μεθοδολογίες AMA συμπεριλαμβάνουν και έχουν λάβει υπόψη τους όλα τα στοιχεία που συνθέτουν το προφίλ Λ.Κ. της τράπεζας ενώ αποδίδουν στο καθένα τη βαρύτητα που του αρμόζει.

Η Επιτροπή προτείνει στις τράπεζες, που δραστηριοποιούνται σε διεθνές επίπεδο, να χρησιμοποιούν τις AMA έναντι των δύο πρώτων μεθόδων (*BIA &*

TSA) λόγω των πλεονεκτημάτων τους : (α) είναι πιο ευαίσθητες στον κίνδυνο, (β) πιο ευλύγιστες, (γ) σε τράπεζες με χαμηλό βαθμό έκθεσης σε Λ.Κ. και με καλύτερους μηχανισμούς έλεγχου στο περιβάλλον τους, οι οποίες θα αναπτύξουν τεχνικές μετριασμού (*risk mitigation techniques*) λ.χ. την ασφάλιση, θα απαιτείται λιγότερο κεφάλαιο σε σχέση με τις άλλες μεθόδους, κάτι που σίγουρα κάνει τις AMA πιο ελκυστικές.

Τα συστατικά για μια πετυχημένη εφαρμογή των AMA είναι τα εξής:

- τα εσωτερικά στοιχεία (*internal data*) της τράπεζας, όπως η ίδια τα συλλέγει,
- τα εξωτερικά στοιχεία (*external data*) που η τράπεζα χρησιμοποιεί για την κάλυψη ακραίων και μη περιπτώσεων Λ.Κ. που δεν της έχουν συμβεί αλλά αφορούν κινδύνους στους οποίους η ίδια εκτίθεται,
- η ανάλυση σεναρίου (*scenario analysis*) που γίνεται σε συνδυασμό με τα εξωτερικά στοιχεία για ζημιές Λ.Κ. με χαμηλή συχνότητα και υψηλό κόστος (*low frequency/high severity events*)
- το εργασιακό περιβάλλον και οι παράγοντες εσωτερικού ελέγχου (*business environment and internal control factors*) που αποτελούν ακρογωνιαία στοιχεία σε μια πετυχημένη διοίκηση Λ.Κ.. Αν και η Επιτροπή δεν τα συγκεκριμενοποιεί, αλλά μόνο θέτει και γι' αυτά κάποια κριτήρια, εμείς ορίζουμε στο 4^ο Παράρτημα κάποιους Δείκτες Κινδύνου (*Key Risk Indicators*) για την κάθε κατηγορία Λ.Κ..
- ο μετριασμός του κινδύνου (*risk mitigation*) , ο οποίος επιτρέπεται μόνο στις AMA μεθοδολογίες. Αυτή η κατηγορία περιλαμβάνει την ασφάλιση έναντι λειτουργικών κινδύνων στους οποίους εκτίθεται η τράπεζα. Συγκεκριμένα, η ασφάλιση μπορεί να μειώσει το συνολικό κεφαλαίο για την κάλυψη του Λ.Κ. μέχρι και 20%.

Όλα τα ανωτέρω προϋποθέτουν τη δημιουργία ενός ξεκάθਾਰου πλαισίου στοιχείων Λ.Κ. με σκοπό την άμεση αναγνώριση και ταξινόμησή τους, την αναβάθμιση της πολιτικής της τράπεζας σε σχέση με τις αναφορές ζημιών Λ.Κ. έτσι ώστε να καλύπτονται όλοι οι τομείς και οι δραστηριότητες της τράπεζας : είναι σημαντικό να μην χάνονται γεγονότα Λ.Κ. μόνο και μόνο επειδή δεν μπορούν να αναγνωριστούν. Συνεπώς πρέπει το προσωπικό σε

όλα τα επίπεδα της τράπεζας, από το υψηλότερο έως το χαμηλότερο, να εκπαιδευτεί κατάλληλα.

Ίσως το πλέον θετικό στοιχείο των AMA είναι ότι η Β ΙΙ δεν ορίζει κάποιο ποσό κεφαλαίου μόνο για την κάλυψη του Λ.Κ. ως κατώτερο όριο, αλλά συνολικά για τον αθροιστικό κίνδυνο: «αγοράς + πιστωτικό + λειτουργικό». Επίσης επιτρέπεται και η μερική χρήση (*partial use*) δηλαδή ορισμένα τμήματα της τράπεζας να κάνουν χρήση AMA και κάποια άλλα των προηγούμενων δυο τεχνικών, πάντα σύμφωνα με τα κριτήρια που θέτει η Επιτροπή, ενώ δεν επιτρέπεται αν η τράπεζα εφαρμόζει τη SA ή τις AMA να επιστρέψει στην εφαρμογή της προηγούμενης, λιγότερο ευαίσθητης στο κίνδυνο, μεθόδου δηλ. στην ΒΙΑ και τη SA αντίστοιχα χωρίς προηγούμενη άδεια από την εποπτική αρχή. Με το ίδιο σκεπτικό, της στενής επιτήρησης, οι εποπτικές αρχές μπορούν να υποχρεώσουν την τράπεζα που δεν εφαρμόζει σωστά τα κριτήρια στις μεθόδους SA και AMA να επιστρέψουν στην αντίστοιχη προηγούμενη μεθοδολογία, έως ότου μπορέσουν να αποδείξουν ότι πληρούν τα προσόντα για τη χρήση μιας πιο προχωρημένης τεχνικής.

Από τις μεθόδους που η Επιτροπή της Βασιλείας προτείνει, εμείς πιστεύουμε ότι οι τράπεζες που δραστηριοποιούνται ή σκοπεύουν να επεκτείνουν τον κύκλο εργασιών τους σε διεθνές επίπεδο, θα πρέπει να ακολουθούν από τις AMA στατιστικά μοντέλα προσέγγισης και μέτρησης του Λ.Κ. για τον υπολογισμό του κεφαλαίου τους. Συγκεκριμένα προτείνουμε την Προσέγγιση Κατανομής Απώλειας (*LDA*), η οποία αναλύεται στο επόμενο κεφαλαίο, καθώς αναφέρουμε τα θετικά και τα αρνητικά της σημεία, τα οποία ο κάθε σωστός ερευνητής πρέπει να λαμβάνει υπόψη του για ένα αποτελεσματικό σχεδιασμό του προφίλ Λ.Κ. στον οποίο η τράπεζα εκτίθεται.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

Η Προσέγγιση Κατανομής Απώλειας (Loss Distribution Approach-LDA)

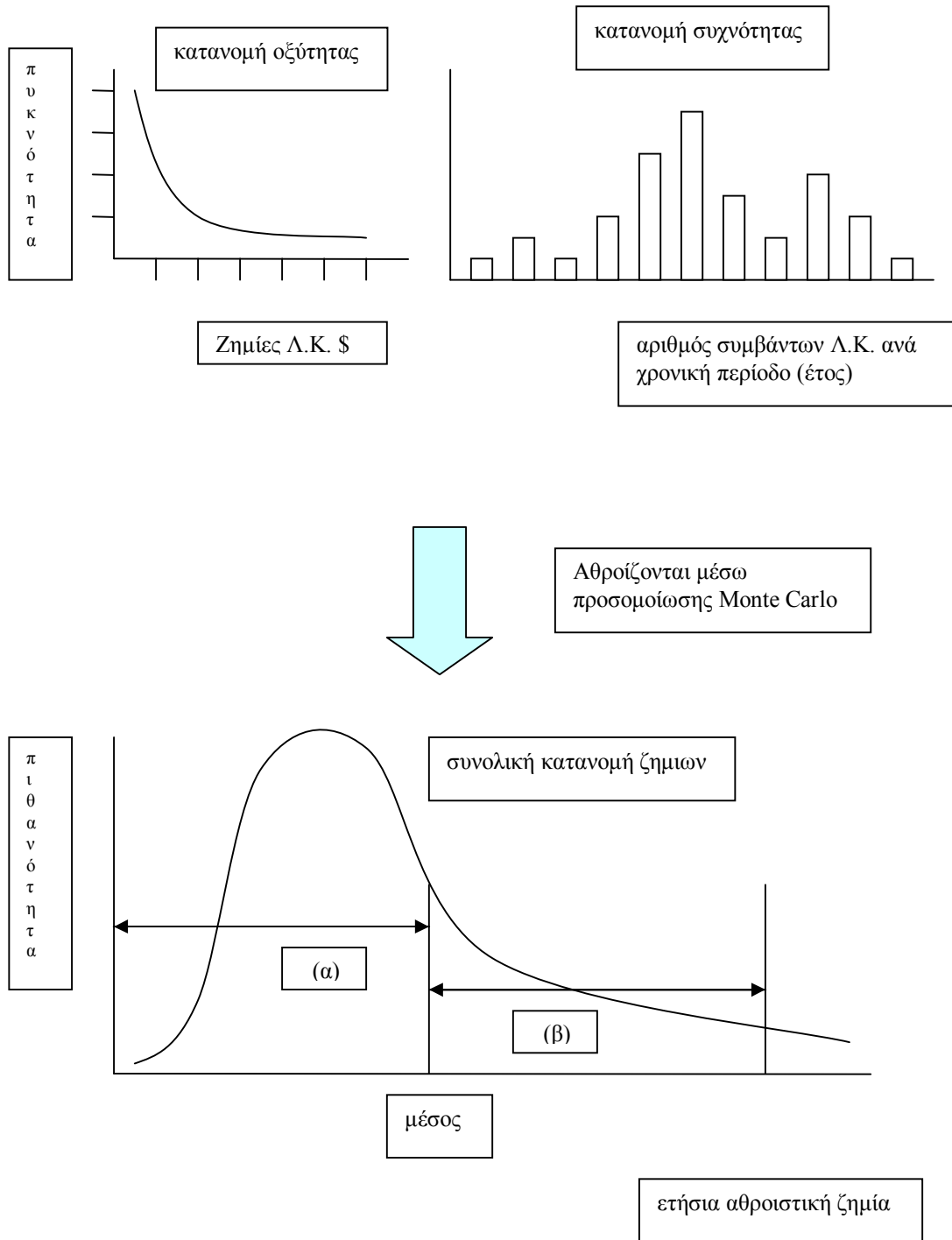
3.1 Ορισμός της μεθόδου

Η Προσέγγιση Κατανομής Απώλειας (στο εξής: LDA) είναι πολύ απλή στο σκεπτικό της: η τράπεζα χρησιμοποιώντας τα εσωτερικά της συμβάντα Λ.Κ. σε συνδυασμό με συμβάντα εξωτερικής από την τράπεζα προέλευσης, υπολογίζει με στατιστικές τεχνικές δύο συναρτήσεις κατανομής πιθανότητας, για κάθε τομέα της (*business line*) και για κάθε είδος κίνδυνου (*risk category type*): μια κατανομή συχνότητας (*frequency distribution*) και μια κατανομή οξύτητας (*severity distr.*) για το χρονικό διάστημα του ενός έτους, μοντελοποιώντας έτσι το Λ.Κ. στον οποίο εκτίθεται. Με βάση τις δύο κατανομές στη συνέχεια υπολογίζουμε την αθροιστική συνάρτηση κατανομής ζημιών : συνεπώς το κεφαλαιακό απόθεμα (*capital*) ισούται με το άθροισμα των OpVaR για κάθε τομέα και κάθε είδος κίνδυνου.

Αυτή η εκτίμηση των αναμενόμενων και μη ζημιών Λ.Κ. θεωρείται ο βασικός δείκτης του κινδύνου στον οποίο η τράπεζα εκτίθεται.

Στην ασφαλιστική βιομηχανία , αυτή η προσέγγιση που χρησιμοποιείται χρόνια είναι γνωστή ως «στατιστική μέθοδος» (*actuarial method*).

Όμως όσο απλή ακούγεται, η εφαρμογή της σε πρακτικό επίπεδο παρουσιάζει δυσκολίες τις οποίες ο κάθε υπεύθυνος (*risk manager*) πρέπει αποδεδειγμένα να υπερπηδήσει κυρίως διότι η LDA για την εφαρμογή της , ανήκοντας στη κατηγορία των AMA, πρέπει να έχει την έγκριση της εποπτικής αρχής όχι μόνο στην χώρα όπου η τράπεζα εδρεύει, αλλά και στις χώρες όπου δραστηριοποιείται.



- (α): η ζημία που η τράπεζα αναμένει και διαθέτει απόθεμα για τη κάλυψη του, (*expected loss* \equiv *reserve*)
- (β): η μη-αναμενόμενη ζημία (*VaR*) για την οποία χρειάζεται το κεφάλαιο, (*unexpected loss* \equiv *capital*)

Σχήμα 3.1: Η Προσέγγιση Κατανομής Απώλειας (*LDA*)

3.2 Τα βήματα εφαρμογής της μεθόδου

Περιγραφικά τα βήματα της μεθόδου είναι τα εξής :

- 1) Συλλογή των δεδομένων και δημιουργία ενός πίνακα ανά τομέα και είδος κινδύνου,
- 2) Δημιουργία των μοντέλων συχνότητας και οξύτητας,
- 3) Λαμβάνοντας υπόψη μας την ασφάλιση, άθροιση των παραπάνω μέσω προσομοίωσης Monte Carlo και δημιουργία της αθροιστικής κατανομής ζημιών Λ.Κ. για κάθε τομέα και είδος κινδύνου,
- 4) Έλεγχος πιθανής συσχέτισης μεταξύ ζημιών από διαφορετικούς τομείς της τράπεζας (*business lines*) και ειδών κινδύνου (*risk types*),
- 5) Εξομάλυνση του τελικού ποσού με βάση κάποια ποιοτικά χαρακτηριστικά τα οποία η τράπεζα χρησιμοποιεί στη διοίκηση του κινδύνου π.χ. ελέγχους, κανονισμούς, προβλεπόμενες ζημίες.

3.3 Προβλήματα στην εφαρμογή της μεθόδου

3.3.1 Συλλογή στοιχείων

Αφού ο Λ.Κ. βρίσκεται ακόμα στα πρώτα βήματα μοντελοποίησής του, δεν υπάρχει εμπειρία στην εφαρμογή των παραπάνω βημάτων οπότε σίγουρα η κάθε τράπεζα μπορεί να κινηθεί και σε διαφορετικά από τα ανωτέρω πλαίσια ή να προχωρήσει και σε δικούς της συνδυασμούς. Το σίγουρο είναι ότι πρέπει να λάβει υπόψη της κάποιες δυσκολίες που αφορούν τη σωστή εφαρμογή της συγκεκριμένης μεθόδου – δυσκολίες που ξεκινούν από το πρώτο και ίσως το πιο σημαντικό βήμα : τη συλλογή δεδομένων από ζημίες Λ.Κ. (*data collection*).

Εξ'αρχής η τράπεζα πρέπει να είναι σίγουρη ότι οι ζημίες, που απαρτίζουν την εσωτερική της βάση δεδομένων, καλύπτουν όλες τις δραστηριότητες της. Τα στοιχεία που συλλέγονται εκτός από το είδος και το ποσό της ζημιάς πρέπει να αναφέρουν και επιπλέον πληροφορίες όπως την κατηγορία ρίσκου στην οποία ανήκει το συμβάν , το πότε έγινε , το τμήμα στο οποίο συνέβη,

την ημερομηνία που ανακαλύφθηκε και μια περιγραφή των συνθηκών κάτω από τις οποίες έγινε, όπως και τους παράγοντες οι οποίοι προκάλεσαν τις ζημιές (*causal data*) όπως π.χ. ανεπαρκής εκπαίδευση, ανυπαρξία εσωτερικών ή και εξωτερικών ελέγχων, ελλείψεις διαδικασίες, κ.α. Αυτές οι πληροφορίες είναι σημαντικές για την μοντελοποίηση των κινδύνων στους οποίους εκτίθεται η τράπεζα. Επίσης πρέπει να περιέχονται πληροφορίες σχετικά με τους δείκτες κινδύνου (*key risk indicators*) δηλαδή μετρήσιμες μεταβλητές που σχετίζονται με την οξύτητα και τη συχνότητα των ζημιών.

Εν συντομία, τα εσωτερικά στοιχεία της τράπεζας πρέπει να είναι πλήρη, επαρκή, αξιόπιστα και όλα αυτά να αποδεικνύονται σε οποιοδήποτε έλεγχο.

Σε αυτό το σημείο μπορούμε κάποια από τα στοιχεία σε αυτό το στάδιο μπορεί να προέρχονται και από υποθετικά σενάρια (*scenario-based loss data*) συνδυάζοντας με αυτό τον τρόπο δύο μεθόδους AMA και καλύπτοντας έτσι ακραία πιθανά γεγονότα.

Σε τελική ανάλυση αν η τράπεζα πιστεύει ότι δεν διαθέτει αρκετά δεδομένα Λ.Κ. στα οποία να βασίζει την εφαρμογή της μεθόδου, τότε μπορεί να χρησιμοποιήσει ένα χαμηλότερο ποσοστό από αυτό που προτείνει η Β II στο βιβλίο [5], (δηλαδή 99,9%) π.χ. 95% για τη κατανομή απώλειας και κατόπιν να το ανάγει στο επίπεδο της Βασιλείας . Έτσι θα έχουμε και μεγαλύτερο επίπεδο εμπιστοσύνης στον υπολογισμό του κεφαλαίου.

3.3.2 Χρήση εξωτερικών στοιχείων

Επιπλέον αφού βρισκόμαστε ακόμα στα αρχικά στάδια εφαρμογής της συνθήκης καμία τράπεζα δεν μπορεί να ισχυριστεί ότι διαθέτει επαρκή εσωτερικά δεδομένα για την εφαρμογή της LDA, από αυτή τη στιγμή και για το άμεσο μέλλον (2-3 έτη). Η BCBS ορίζει ότι από το 2007 οπότε θα ξεκινήσει η εφαρμογή της Β II για την εφαρμογή των AMA θα πρέπει να υπάρχουν στοιχεία τουλάχιστον τριών ετών, ενώ αργότερα το χρονικό όριο αυξάνεται στα 5 έτη. Συνεπώς επιβάλλεται η χρήση εξωτερικών στοιχείων : γεγονότα Λ.Κ. που έχουν συμβεί σε τράπεζες με παρόμοιες δραστηριότητες. Αυτή τη στιγμή έχουν δημιουργηθεί βάσεις που περιέχουν στοιχεία Λ.Κ. και

καλύπτουν όλους τους τομείς και τα είδη κινδύνου (και όλα αυτά σε πολύ λογικές τιμές...). Τα προβλήματα που αντιμετωπίζουμε σε αυτό το επίπεδο είναι η επιλογή σχετικών στοιχείων (*relevancy of data*) και η ικανότητα αναβάθμισής τους με τα εσωτερικά δεδομένα (*scalability of data*).

Σχετικά με το πρώτο, σίγουρα θα είναι ατυχής από μια π.χ. Νορβηγική τράπεζα η επιλογή στοιχείων Λ.Κ. που προέρχονται από μια τράπεζα που εφαρμόζει μουσουλμανικές τραπεζικές τεχνικές. Επιπλέον η κάθε τράπεζα κινείται στο δικό της εργασιακό περιβάλλον και εφαρμόζει τους δικούς της έλεγχους : δυο στοιχεία που καθορίζουν σημαντικά το βαθμό έκθεσης της τράπεζας σε κίνδυνο. Γενικά σε αυτό το σημείο υπάρχει πληθώρα διαφορετικών προσεγγίσεων, η κάθε μια με πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα και το πιο βασικό στοιχείο: δεν υπάρχει εποπτική προσέγγιση. Σε τελική ανάλυση είναι σημαντικό η κάθε τράπεζα να αναπτύξει μια προσέγγιση για να αποφασίζει την σχετικότητα των εξωτερικών δεδομένων Λ.Κ. και αυτή η προσέγγιση να είναι καλά καταγεγραμμένη, τεκμηριωμένη και περιοδικά να επανεξετάζεται.

Σχετικά με τη ικανότητα αναβάθμισης τους, αυτή αναφέρεται στο γεγονός ότι ο Λ.Κ. εξαρτάται από το μέγεθος της τράπεζας δηλ. την κλίμακα των λειτουργιών της (*operations*). Μια μεγαλύτερου μεγέθους τράπεζα είναι εκτεθειμένη σε περισσότερες πιθανότητες να συμβούν λειτουργικά λάθη, άρα έχει και υψηλότερο επίπεδο Λ.Κ.. Η πραγματική σχέση ανάμεσα στο μέγεθος της τράπεζας και στη συχνότητα και οξύτητα των ζημιών εξαρτάται από την μέτρηση του μεγέθους και μπορεί να είναι πιο πολύ ή λιγότερο έντονη, ανάλογα με τη συγκεκριμένη κατηγορία Λ.Κ.. Παρόλα αυτά, όπως και με τη σχετικότητα, αν δεν παίρναμε υπόψη μας τη διαβάθμιση των λειτουργιών ή το μέγεθος της συγκεκριμένης τράπεζας ανάλογα με τις υπόλοιπες , το να συμπεριλάβουμε εξωτερικά δεδομένα θα διατάραζε σημαντικά το υπολογιζόμενο ποσό Λ.Κ. της τράπεζας. Ένας τρόπος για να αντιμετωπίσουμε το πρόβλημα αναβάθμισης, παρομοίως με τη σχετικότητα είναι να ορίσουμε μια ομάδα με παρόμοια μεγέθη και να χρησιμοποιούμε δεδομένα μόνο από αυτή. Άλλος ένας τρόπος είναι να χρησιμοποιήσουμε ανάλυση παλινδρόμησης για να αποφασίσουμε τη σχέση μεταξύ μεγέθους (*size*) και συχνότητας (*frequency*) και άλλη ανάλυση παλινδρόμησης για τη σχέση μεγέθους (*size*) και οξύτητας (*severity*) των ζημιών.

Το σίγουρο είναι ότι τα εξωτερικά δεδομένα δεν μπορούν να χρησιμοποιηθούν αυτούσια αλλά πρέπει να αναχθούν στο επίπεδο του προφίλ κινδύνου και του μεγέθους της τράπεζας, να προσαρμοστούν στον πληθωρισμό, στη διαφορά νομίσματος, κ.α.

3.3.3 Ορισμός κατώτατου ορίου

Ένα ακόμα πρόβλημα που καλείται να αντιμετωπίσει η τράπεζα είναι η επιλογή του ποσού το οποίο θα είναι το ελάχιστο που θα αναφέρεται και θα καταγράφεται ως συμβάν Λ.Κ.. Εξυπακούεται ότι η επιλογή του είναι σημαντική για το επίπεδο εμπιστοσύνης του ποσού κεφαλαίου Λ.Κ..

Θεωρητικά η επιλογή αυτού του ορίου (*threshold*) δεν επηρεάζει τον υπολογισμό του κεφαλαίου Λ.Κ. αν υπάρχουν αρκετά δεδομένα με τα οποία η τράπεζα διαμορφώνει τη κατανομή των ζημιών, συνεπώς και το επίπεδο των αναμενόμενων ζημιών. Όμως υπάρχουν ανησυχίες ότι η επιλογή του ορίου μπορεί να επηρεάσει την επάρκεια των δεδομένων άρα και την αξιοπιστία της εκτίμησης του κεφαλαίου Λ.Κ. Γι'αυτό το λόγο η τράπεζα πρέπει να διασφαλίσει ότι η κατανομή που προκύπτει από τα δεδομένα ικανοποιεί έναν έλεγχο καλής προσαρμογής (*goodness-of-fit test*). Αν τα στοιχεία του Λ.Κ. αρχίσουν να υπολογίζονται πάνω από ένα όριο – και μάλλον προς αυτή τη κατεύθυνση προσανατολίζονται οι μέχρι τώρα έρευνες – η τράπεζα θα έχει δύο επιλογές : να υπολογίσει την κατανομή των ζημιών που είναι κάτω από το όριο (και με αυτό τον τρόπο μετράει επίσης και την αναμενόμενη έκθεση σε κίνδυνο, που είναι ζητούμενο της Β ΙΙ), είτε απλώς να περιορίσει (*truncate*) την κατανομή των ζημιών σε κάποιο συγκεκριμένο όριο αγνοώντας ότι συμβαίνει κάτω από αυτό. Είναι σημαντικό να αναφέρουμε ότι η επιλογή του ορίου (*threshold*) δεν είναι μόνο στατιστικό θέμα διότι επηρεάζει όλα τα τμήματα και όλους τους τομείς της τράπεζας από τους οποίους προέρχονται στοιχεία Λ.Κ.. Συνεπώς, για την επιλογή του, σημασία έχει να γίνει και μια ανάλυση του κόστους συλλογής των στοιχείων – ιδιαίτερα των στοιχείων που θεωρούνται σημαντικά από τη διοίκηση. Άρα αποκλείεται η επιλογή κοινού ορίου μεταξύ διαφορετικών τραπεζών ή έστω και μεταξύ διαφορετικών

τμημάτων μέσα στην ίδια τράπεζα. Το όλο θέμα μας οδηγεί στο να υποθέσουμε ότι η κάθε τράπεζα θα αναπτύξει δικές της τεχνικές για τον υπολογισμό αυτού του ορίου, τεχνικές που θα ικανοποιούν και τις εποπτικές αρχές (ας μη ξεχνάμε ότι στη κατηγορία όπου ανήκουν οι ΑΜΑ χρειάζονται την εποπτική έγκριση για να εφαρμοστούν) και θα προσφέρουν αξιοπιστία όσον αφορά στον υπολογισμό του κεφαλαίου Λ.Κ..

3.3.4 Κατασκευή μοντέλου με τη βοήθεια θεωρητικών κατανομών

Το στατιστικό πλαίσιο στο οποίο κινούμαστε, απαιτεί τη μοντελοποίηση, με τη χρήση των δεδομένων μας, των κατανομών συχνότητας και οξύτητας σε κάθε τομέα και είδος κινδύνου. Πιθανές κατανομές συχνότητας μπορούν να είναι η Poisson, η διωνυμική, η αρνητική διωνυμική, κ.α. . Η κατανομή οξύτητας θα μπορούσε να είναι η Gamma, η Pareto, η Weibull, η Lognormal, η Γενικευμένη κατανομή Ακραίων Τιμών (*GEV*), η Γενικευμένη κατανομή Pareto (*GPD*), κ.α. Είναι εμφανές ότι αφού η μοντελοποίηση γίνεται σε κάθε τομέα και είδος κινδύνου, οι κατανομές που θα επιλέγουν θα διαφοροποιούνται όχι μόνο σε επίπεδο διαφορετικών τραπεζών, αλλά και σε διαφορετικούς τομείς μέσα στην ίδια τράπεζα.

Θεωρούμε ότι είναι προς το συμφέρον της τράπεζας, αντί η διοίκηση να θεωρήσει τη τράπεζα ως ένα σύνολο και να προχωρήσει στη κατασκευή ενός ενιαίου μοντέλου, αφού ισχύει ότι τα διαφορετικά τμήματα εκτίθενται σε διαφορετικούς κίνδυνους, η κατασκευή του μοντέλου να γίνει αντίστοιχα με τη συλλογή των δεδομένων Λ.Κ..

Το συγκεκριμένο πρόβλημα, δηλαδή το ποια κατανομή μας συμφέρει να επιλέξουμε μεταξύ των ανωτέρω κατανομών, αναλύεται στο επόμενο κεφάλαιο όπως επίσης αναφέρονται και κάποιοι εναλλακτικοί τρόποι για την επιλογή του κατώτατου ορίου.

Για να ολοκληρώσουμε αυτό το κεφάλαιο θεωρούμε χρήσιμο να αναφέρουμε τα αποτελέσματα μιας παγκόσμιας έρευνας, σχετικά με τις δυσκολίες που παρουσιάζονται στην πρακτική εφαρμογή της καλής διοίκησης λειτουργικού κινδύνου, που έγινε από το Ινστιτούτο SAS σε συνεργασία με το

περιοδικό: “*RISK magazine*”. Στην εν λόγω έρευνα, η οποία δημοσιεύτηκε στο τεύχος του Αυγούστου 2003, υποβλήθηκαν 11 ερωτήματα σε 400 διευθυντές τμημάτων διοίκησης κινδύνου (*risk managers*) σε 300 χρηματοπιστωτικά ιδρύματα. Οι 5 υψηλότερες απαντήσεις σε αυτά τα ερωτήματα ήταν οι εξής :

- 1) Δυσκολία στη μοντελοποίηση του Λ.Κ. ,
- 2) Δυσκολία στην αντιπαραβολή τωρινών στοιχείων με επαρκή όγκο ιστορικών στοιχείων ,
- 3) Δυσκολία στην μίξη ποιοτικών και ποσοτικών πληροφοριών ,
- 4) Δυσκολία στο να εξακριβώσουν αν τα δεδομένα που χρησιμοποιούν είναι ποιοτικά ,
- 5) Το κόστος και ο χρόνος της εφαρμογής μιας μεθόδου μέτρησης Λ.Κ.

Παρατηρούμε ότι σύμφωνα με τις απαντήσεις της αγοράς τα 4 από τα 5 υψηλότερα προβλήματα συνδέονται με τα στοιχεία Λ.Κ. ενώ άλλες απαντήσεις ήταν ότι οι συμμετέχοντες σε ποσοστό 90% δήλωσαν ότι λόγω μη σωστής εφαρμογής διοίκησης Λ.Κ. έχαναν κάθε έτος πάνω από \$10 εκ., ενώ το 35% ανέβασαν αυτό το πόσο περίπου σε \$120 εκ..

Επίσης εξαιρετικά ενδιαφέρουσες απαντήσεις δόθηκαν στην ερώτηση: “ποιος παράγοντας επηρέασε πιο σημαντικά την ανάπτυξη του προγράμματος σας για τη διοίκηση Λ.Κ.” αφού ανάμεσα στους 8 παράγοντες που είχαν να βαθμολογήσουν οι συμμετέχοντες από το 0 έως το 4, ο πιο σημαντικός αναδείχθηκε: “Η 2^η συνθήκη της Βασιλείας και η σχετική εσωτερική νομοθεσία” και ως ο λιγότερο σημαντικός: “Τρομοκρατικές επιθέσεις / συνέχιση των δραστηριοτήτων” (*continuity of business-COB*) .

Σε αυτό το σημείο πρέπει να επισημάνουμε την γεωγραφική ευρύτητα των συμμετεχόντων : Ευρώπη: 50%, Ασία: 20%, Βόρειος Αμερική: 19% και λοιπές περιοχές: 11%.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

Εφαρμογή της Προσέγγισης Κατανομής Απώλειας

4.1 Ανάλυση των στοιχείων Λειτουργικού Κινδύνου.

Για την εφαρμογή της συγκεκριμένης μεθόδου, τα στοιχεία που έχουμε χρησιμοποιήσει είναι αληθινές ζημιές λειτουργικού κινδύνου, προέρχονται από το βιβλίο [1] και μόνο από ένα τμήμα μιας επενδυτικής (*retail*) τράπεζας.

Σε αυτό το σημείο οφείλουμε να υπενθυμίσουμε ότι αυτή η συγκέντρωση στοιχείων Λ.Κ. από όλα τα τμήματα μιας επιχείρησης ξεχωριστά και η κατασκευή από αυτά μιας αναλυτικής βάσης δεδομένων Λ.Κ. που αφορά την επιχείρηση, μπορεί μεν αρχικά να αυξάνει το κόστος εφαρμογής της μεθόδου, όμως η επιχείρηση πρέπει να έχει υπόψη της ότι η έγκριση εφαρμογής της LDA και μαζί όλων των οφελών που προκύπτουν, εναπόκειται στις εκάστοτε εποπτικές αρχές, οι οποίες πρέπει να εγκρίνουν αν η επιχείρηση καλύπτει όλο το εύρος των δραστηριοτήτων της μέσα από το τμήμα της διοίκησης κίνδυνου. Συνεπώς είναι προς το συμφέρον της επιχείρησης, η οποία στοχεύει στα οφέλη της κατηγορίας των προχωρημένων μεθοδολογιών προσέγγισης Λ.Κ. (*A.M.A.*), να υπολογίζει για κάθε τμήμα της ξεχωριστά το κομμάτι του Λ.Κ. που του αναλογεί.

Με σκοπό της λοιπόν την πιο αποτελεσματική διοίκηση κινδύνου (*risk management*), η συγκεκριμένη Αγγλική τράπεζα ξεκίνησε τη δημιουργία της συγκεκριμένης βάσης δεδομένων λειτουργικού κινδύνου. Τα δεδομένα – τα οποία σε πλήθος είναι: 60 - καλύπτουν τα έτη: 1992 έως 1996, αναφέρθηκαν σε μηνιαία βάση και αθροιστικά.

	<u>1992</u>	<u>1993</u>	<u>1994</u>	<u>1995</u>	<u>1996</u>
1	907,077.00	1,100,000.00	6,600,000.00	600,000.00	1,820,000.00
2	845,000.00	650,000.00	3,950,000.00	394,672.00	750,000.00
3	734,900.00	556,000.00	1,300,000.00	260,000.00	426,000.00
4	550,000.00	214,635.00	410,061.00	248,342.00	423,320.00
5	406,001.00	200,000.00	350,000.00	239,103.00	332,000.00
6	360,000.00	160,000.00	200,000.00	165,000.00	294,835.00
7	360,000.00	157,083.00	176,000.00	120,000.00	230,000.00
8	350,000.00	120,000.00	129,754.00	116,000.00	229,369.00
9	220,357.00	78,375.00	109,543.00	86,878.00	210,537.00
10	182,435.00	52,049.00	107,031.00	83,614.00	128,412.00
11	68,000.00	51,908.00	107,000.00	75,177.00	122,650.00
12	50,000.00	47,500.00	64,600.00	52,700.00	89,540.00

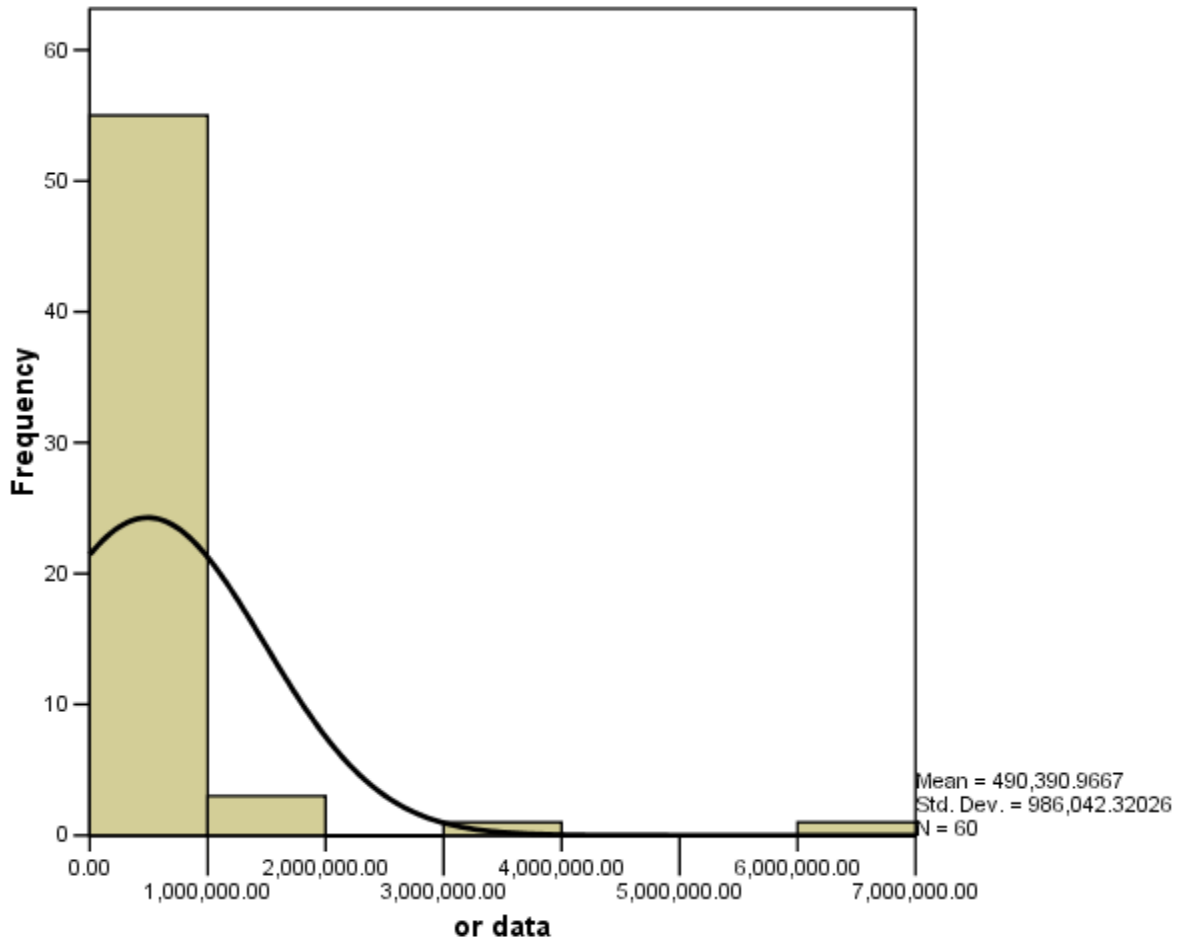
Πίνακας 4.1: Πραγματικά στοιχεία Λ.Κ. μιας Βρετανικής Τράπεζας.

Το ερώτημα στο οποίο καλούμαστε να δώσουμε απάντηση είναι το εξής : Ο Λ.Κ. είναι ένας κίνδυνος που μπορεί να φτάσει σε απρόβλεπτα ύψη ζημιών. Πώς μπορούμε λοιπόν να υπολογίσουμε το OpVaR , βασιζόμενοι σε ένα περιορισμένο αριθμό δεδομένων , τουλάχιστον στην αρχή εφαρμογής της Β Π ;

Θα ξεκινήσουμε με μια ανάλυση των δεδομένων μας τα οποία, με μια πρώτη ματιά, μας δείχνουν ότι το 16,7% των συμβάντων, και συγκεκριμένα τα 10 μεγαλύτερα ποσά, είναι υπεύθυνα για το 81,7% του ύψους των συνολικών ζημιών.

Ακολουθεί ένα ιστόγραμμα συχνοτήτων (*frequency histogram*) .

Το ιστόγραμμα συχνότητας δεν είναι συμμετρικό και αυτό οπτικά μας δείχνει ότι τα στοιχεία μας δεν ακολουθούν την κανονική κατανομή. Αντίθετα υπάρχουν κορυφές (*peaks*) οι οποίες δε βρίσκονται σε κανονικά δεδομένα .Έτσι συμπεραίνουμε ότι βρισκόμαστε εκτός του μοντέλου Black-Scholes αφού αυτό αναφέρεται σε κανονικά (*Gaussian*) στοιχεία. Γι' αυτό θα πρέπει να ψάξουμε αναλυτικά και να επιλέξουμε τις κατανομές συχνότητας και οξύτητας που ταιριάζουν στα δεδομένα μας. Επίσης θα υποθέσουμε ότι όλες οι ζημίες συνέβησαν ανεξάρτητα τόσο από πλευράς συχνότητας (*frequency*) όσο και οξύτητας (*severity*) και ότι υπάρχει μια σχετική αμεροληψία (*bias*) στα δεδομένα μας.



Σχήμα 4.1 Ιστόγραμμα συχνοτήτων

4.2 Επιλογή κατανομής συχνότητας

Εάν δεχθούμε ως συμβάντα Λ.Κ. τις ληστείες σε υποκαταστήματα τραπεζών τότε η συχνότητα είναι ο αριθμός των υποκαταστημάτων που λήστεψαν, ενώ οξύτητα είναι τα χρηματικά ποσά που έκλεψαν. Στην ανάλυση συχνότητας λοιπόν μελετούμε πόσα συμβάντα Λ.Κ. θα συμβούν σε μια δεδομένη χρονική περίοδο.

Στο ερώτημα ποια είναι η πλέον κατάλληλη για την κατανομή συχνότητας, μπορούμε να επιλέξουμε ανάμεσα στις διακριτές κατανομές : Poisson, Αρνητική Διωνυμική (*Negative Binomial*) και Διωνυμική (*Binomial*), οι σ.π. των οποίων έχουν ως εξής :

1. κατανομή Poisson

$$P(\lambda): p_x = \exp(-\lambda) * \lambda^x / x! , \lambda > 0 , x=0,1,2,3,\dots$$

2. Αρνητική Διωνυμική κατανομή

$$NB(k,p): p_x = \binom{x-1}{k-1} * p^k * q^{x-k} , k > 0, x=k,k+1,\dots$$

3. Διωνυμική κατανομή

$$B(n,p): p_x = \binom{n}{x} * p^x * q^{n-x} , x=0,1,2,\dots,n$$

Για τα εκάστοτε δεδομένα Λ.Κ. που διαθέτουμε η επιλογή ανάμεσα στις παραπάνω κατανομές γίνεται ως εξής :

- Αν ο μέσος ισούται με τη διακύμανση, τότε επιλέγουμε τη Poisson ,
- Αν ο μέσος είναι μεγαλύτερος από τη διακύμανση, επιλέγουμε τη Διωνυμική,
- Αν ο μέσος είναι μικρότερος από τη διακύμανση, επιλέγουμε την Αρνητική Διωνυμική.

Γενικά, η επιλογή της Poisson ως κατανομή συχνότητας μπορεί να αποδειχθεί συμφέρουσα στο Λ.Κ.. Είναι αρκετά απλή ως κατανομή, ενώ η υπόθεση της για τη συχνότητα είναι ότι : η πιθανότητα να συμβεί ένα συμβάν Λ.Κ. δεν εξαρτάται από το χρόνο που πέρασε από το προηγούμενο συμβάν, άρα τα γεγονότα Λ.Κ. τείνουν να κατανέμονται ομοιόμορφα στο χρόνο, μια υπόθεση κοντά στη πραγματικότητα. Θα χρησιμοποιούμε έτσι τον πραγματικό αριθμό των ζημιών ως παράμετρο της κατανομής Poisson, υποθέτοντας ότι το μέγεθος της επιχείρησης δεν αλλάζει.

4.3 Επιλογή κατανομής οξύτητας

Στο επόμενο βήμα μας θα χρησιμοποιήσουμε τα δεδομένα μας για τον υπολογισμό των παραμέτρων σε κάποιες κατανομές τις οποίες επιλέξαμε ως υποψήφιες για την κατανομή οξύτητας (*severity distribution*) δηλαδή τη

κατανομή του ύψους των ζημιών, το οποίο είναι ανεξάρτητο από τη χρονική στιγμή που αυτές συμβαίνουν.

Ως υποψήφιες της κατανομής οξύτητας επιλέξαμε να εξετάσουμε τις κατανομές : Log-normal, Weibull, Gamma, Γενικευμένη κατανομή Pareto (*Generalized Pareto Distribution-GPD*) και τη Γενικευμένη κατανομή Ακραίων Τιμών (*Generalized Extreme Value distribution-GEV*), οι σ.π.π. των οποίων έχουν ως εξής :

1. Log-normal κατανομή

$$\text{LN}(\mu, \sigma), \mu > 0, \sigma > 0 : f(x; \mu, \sigma) = (1/\sqrt{2\pi\sigma x}) * \exp(-(\log x - \mu)^2 / 2\sigma^2), x > 0$$

2. Weibull κατανομή

$$\text{Weibull}(\alpha, \beta), \alpha > 0, \beta > 0 : F(x; \alpha, \beta) = 1 - \exp\{-(x/\beta)^\alpha\}$$

3. Gamma κατανομή

$$\text{Gamma}(\alpha, \beta), \alpha > 0, \beta > 0 : f(x; \alpha, \beta) = (1/\beta^\alpha * \Gamma(\alpha)) * x^{\alpha-1} * \exp(-x/\beta), x \geq 0.$$

Όπου $\Gamma(x)$ είναι η συνάρτηση Gamma.

4. Γενικευμένη κατανομή Pareto (*GPD*)

$$\text{GPD}(\xi, \beta), \xi \in \mathbb{R} \setminus \{0\}, \beta > 0$$

$$F(x; \xi, \beta) = 1 - (1 + \xi * x / \beta)^{-1/\xi}, \xi \neq 0$$

$$F(x; \beta) = 1 - \exp(-x/\beta), \xi = 0$$

5. Γενικευμένη κατανομή Ακραίων Τιμών (*GEV*)

$$F(x; \xi) = \exp\{-(1 + \xi * x)^{-1/\xi}\}, \xi \neq 0$$

$$F(x; \xi) = \exp(-e^{-x}), \xi = 0$$

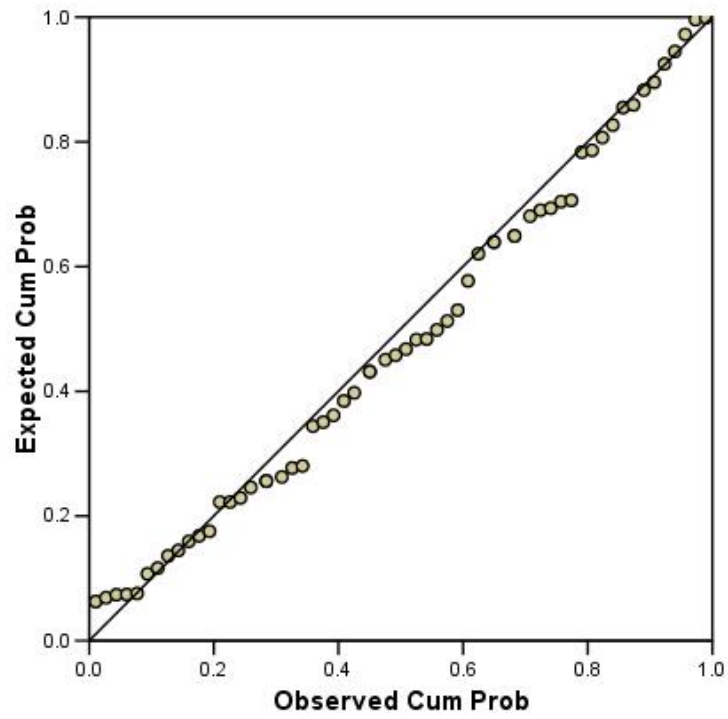
Όπου $1 + \xi * x > 0$, ξ η παράμετρος shape, μ : η παράμετρος θέσης, $\mu \in \mathbb{R}$, ψ : η παράμετρος κλίμακας, $\psi > 0$ και ορίζουμε $F(x; \xi, \mu, \psi) = F\{(x - \mu) / \psi, \xi\}$.

Για την κατασκευή ενός μοντέλου που ταιριάζει στα δεδομένα μας θα ξεκινήσουμε με τον υπολογισμό των παραμέτρων και την κατασκευή P-P και QQ-plots για τις κατανομές Lognormal, Weibull και Gamma.

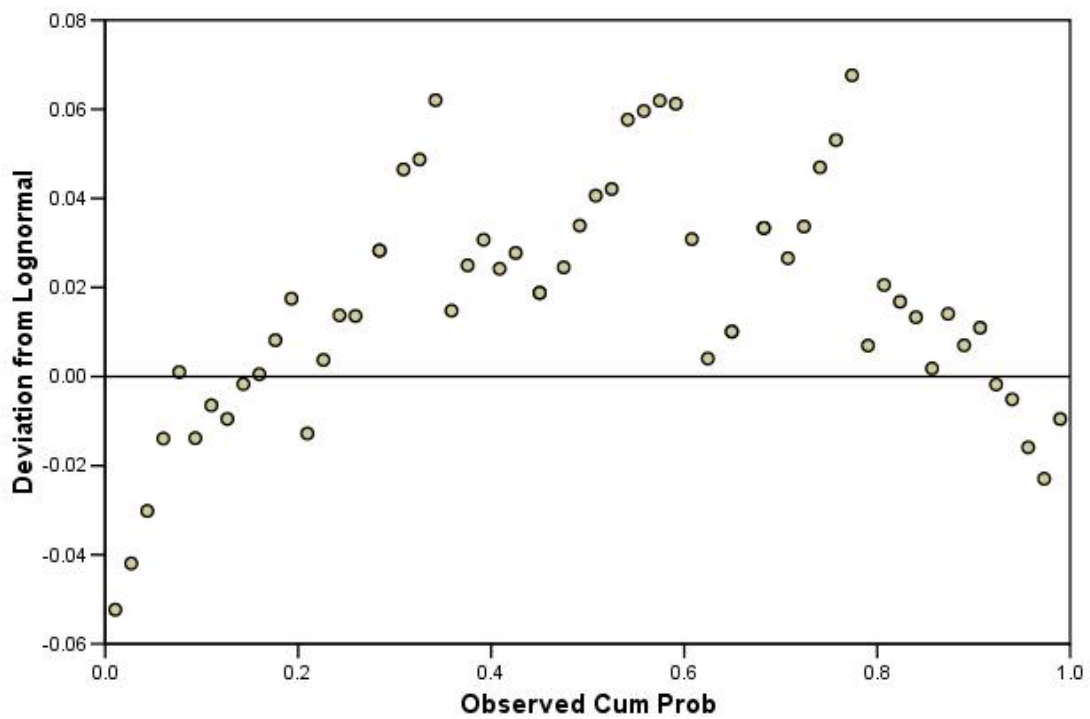
Οι κατανομές έχουν τις εξής παραμέτρους:

$$\text{Lognormal} (1.0572573, 240080.87), \text{ Weibull} (1.0740597, 406791.39), \text{ Gamma} (0.0000005, 0.24733969)$$

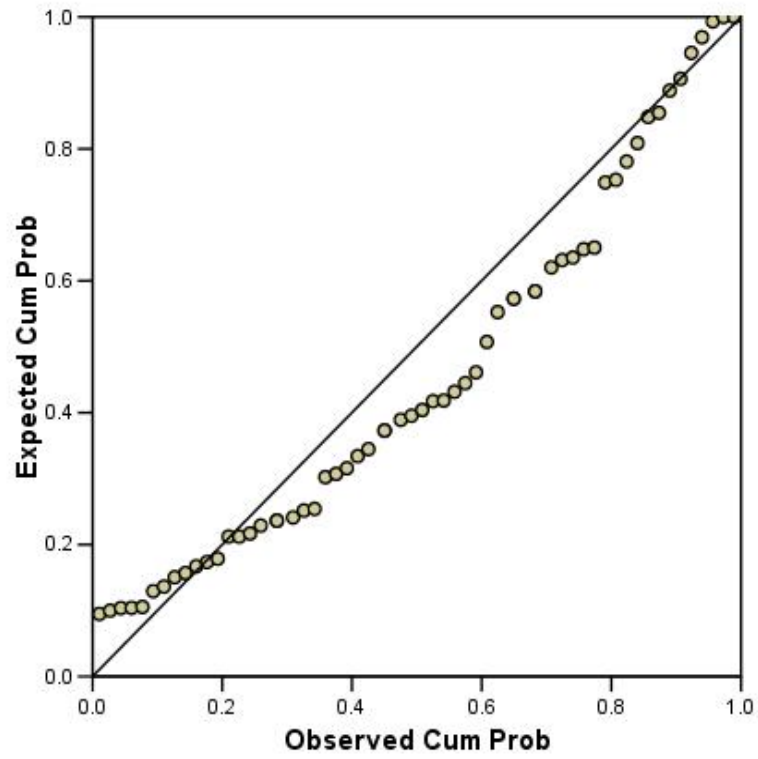
Lognormal P-P Plot of OR data



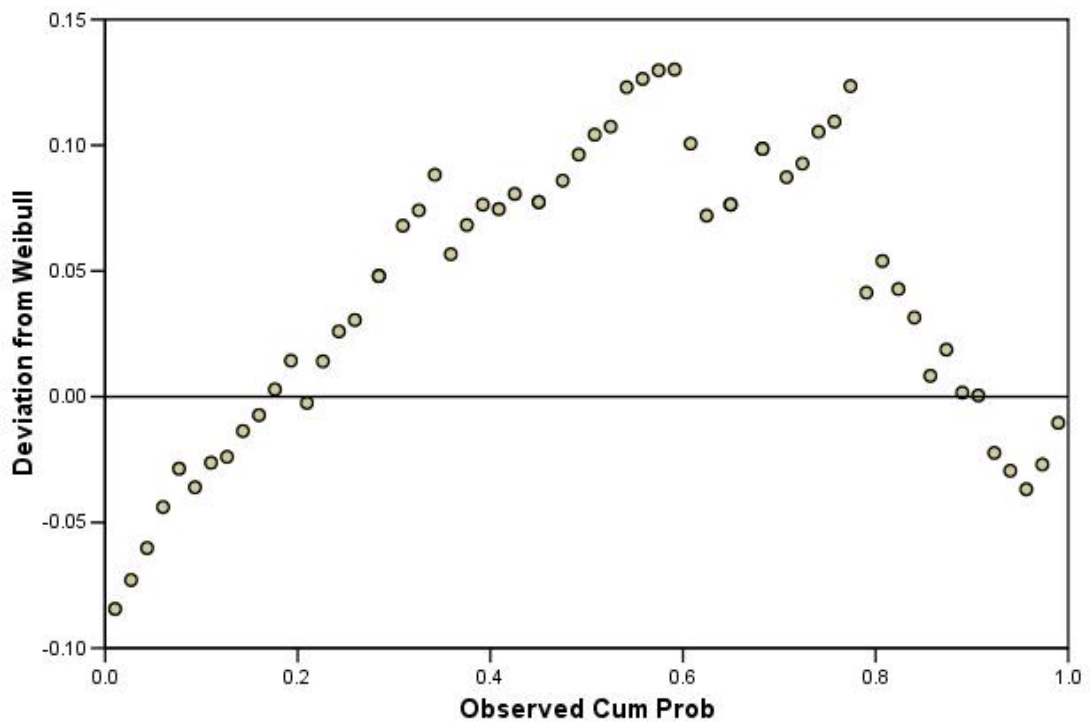
Detrended Lognormal P-P Plot of OR data



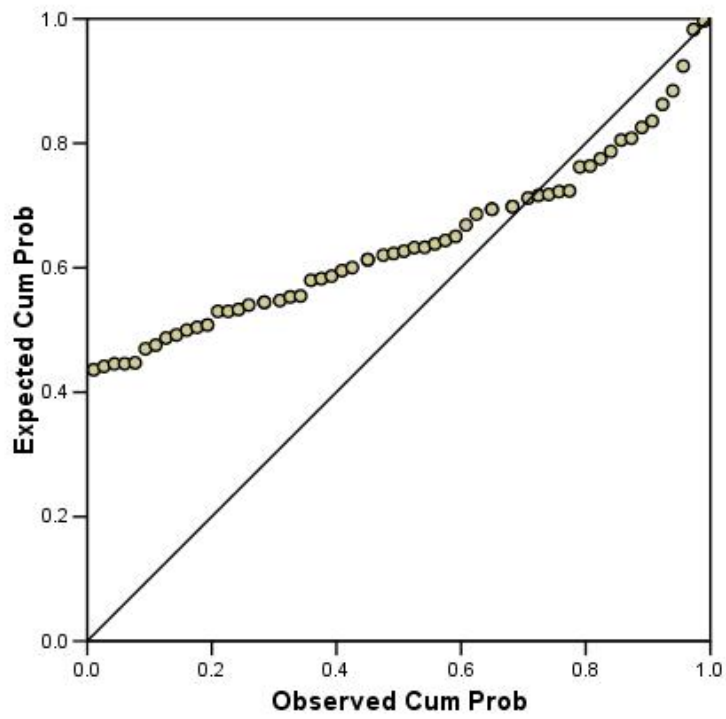
Weibull P-P Plot of OR data



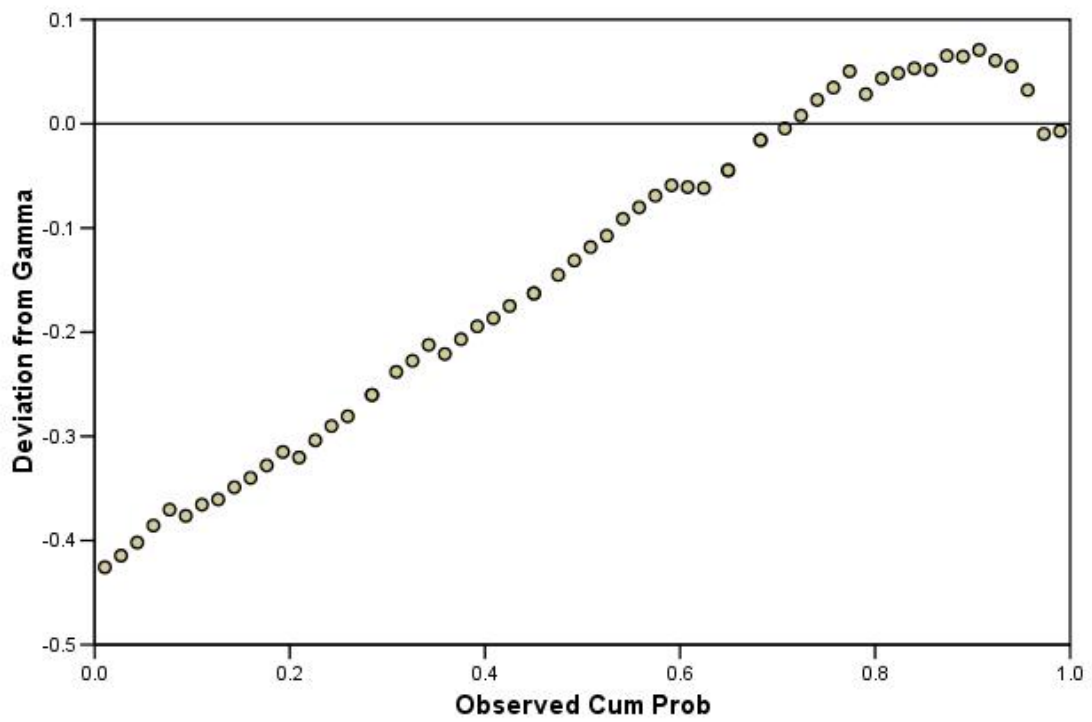
Detrended Weibull P-P Plot of OR data



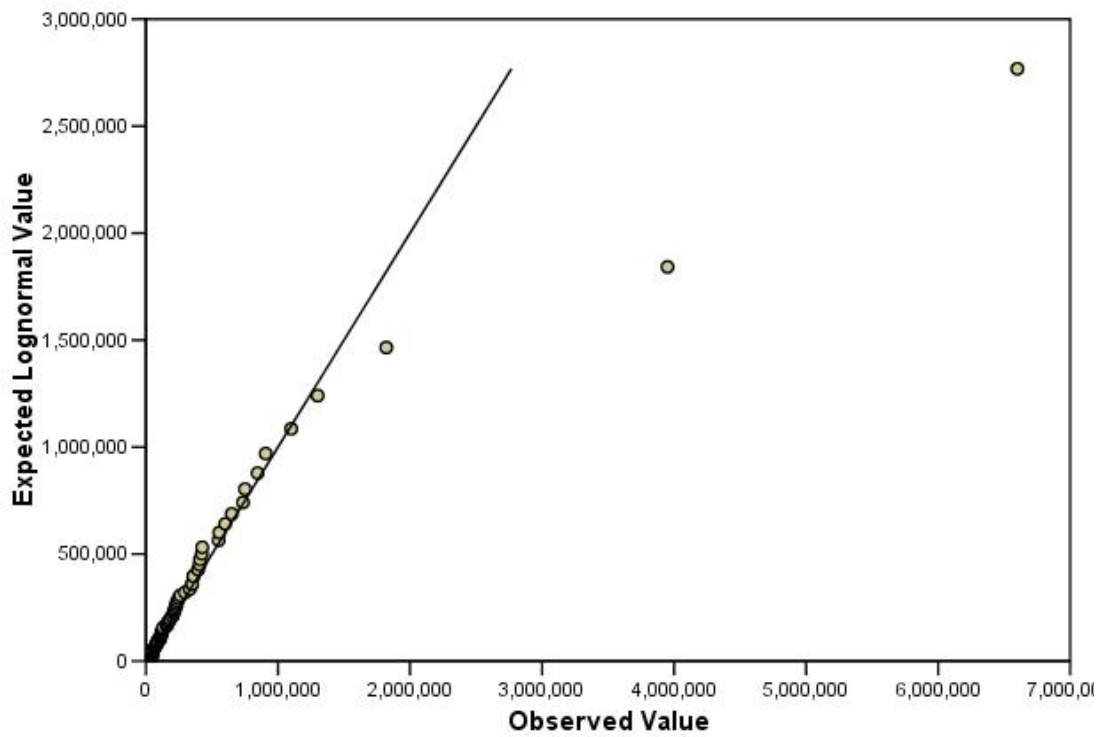
Gamma P-P Plot of OR data



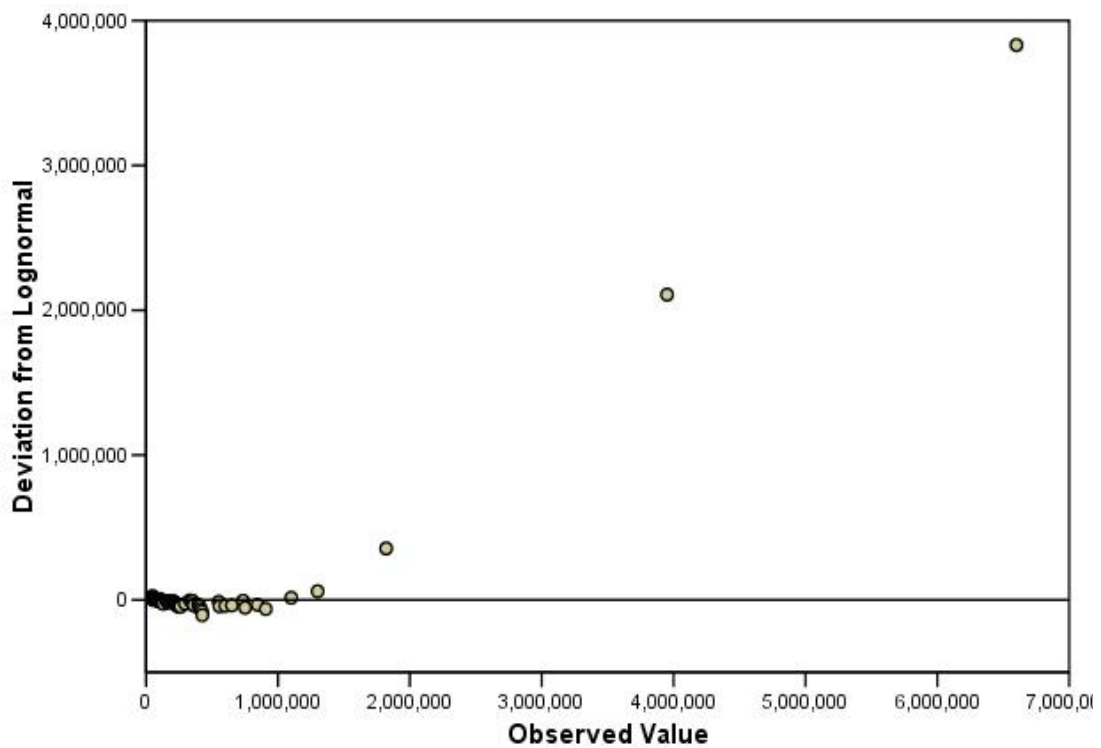
Detrended Gamma P-P Plot of OR data



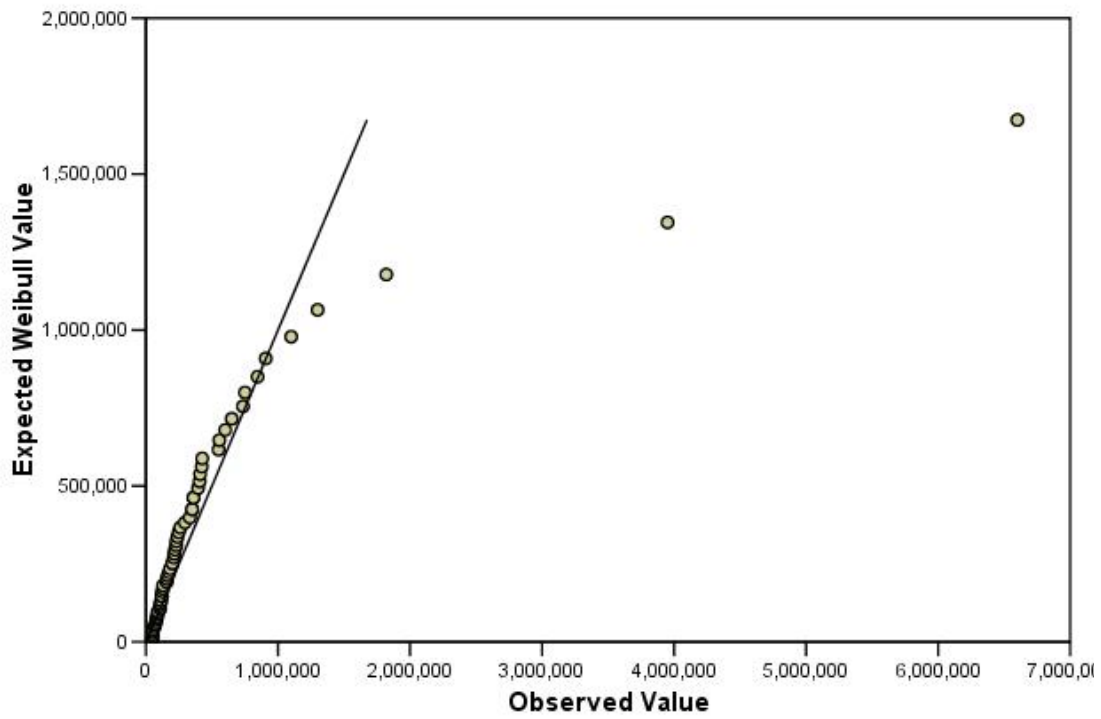
Lognormal Q-Q Plot of OR data



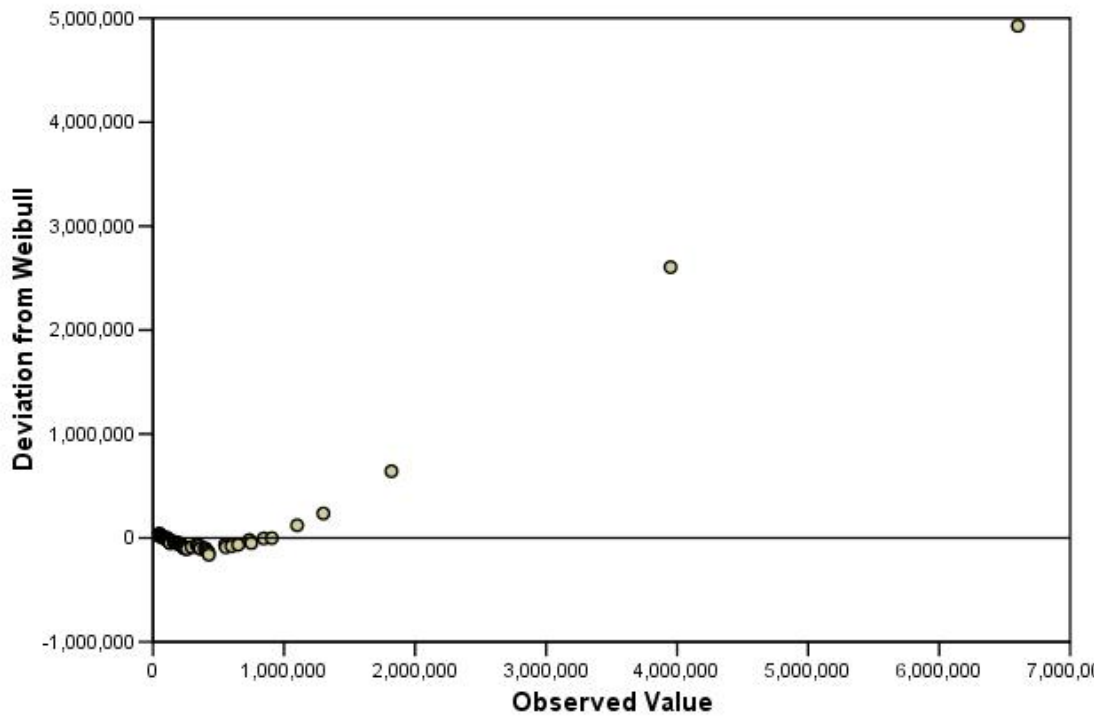
Detrended Lognormal Q-Q Plot of OR data



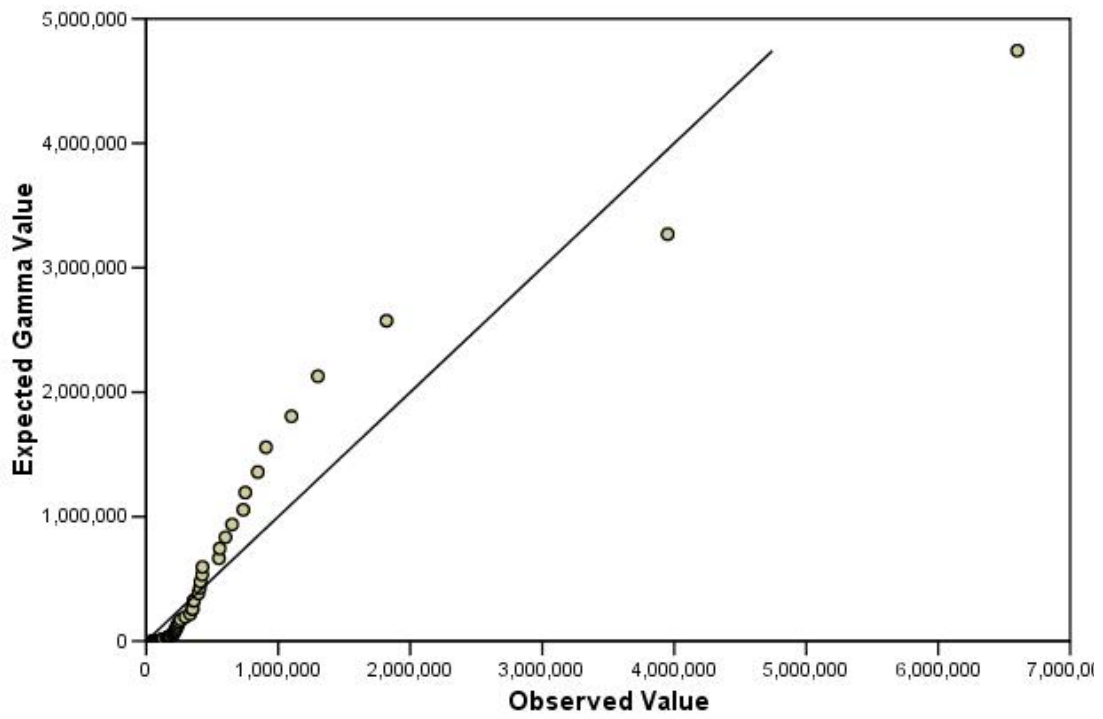
Weibull Q-Q Plot of OR data



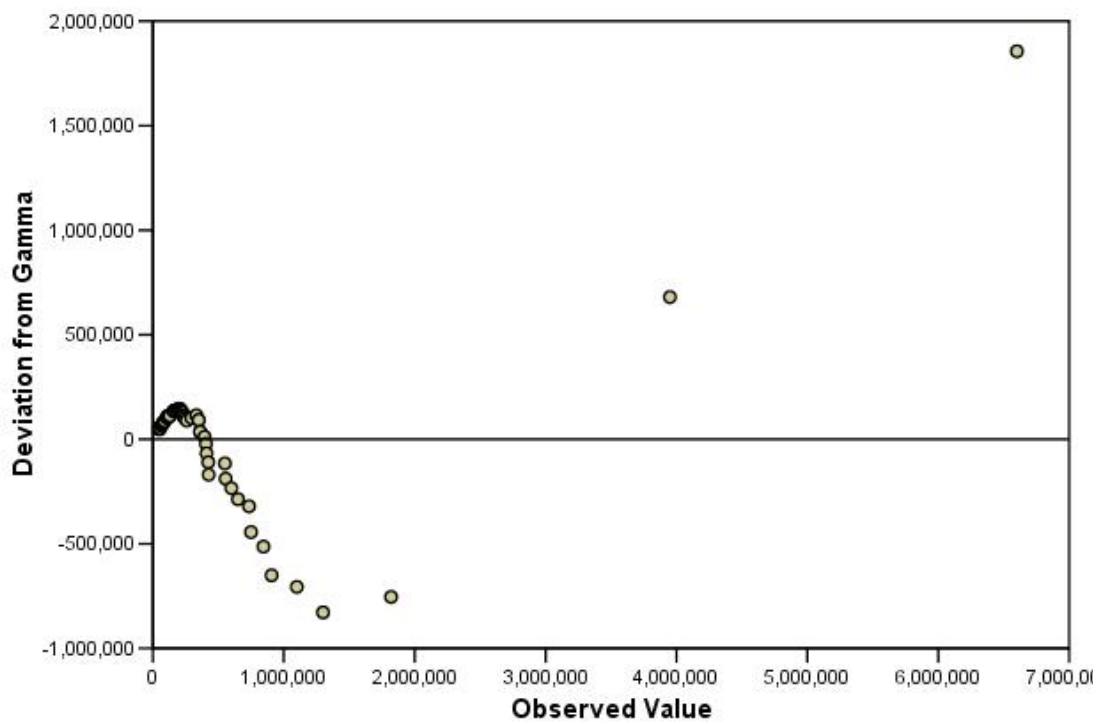
Detrended Weibull Q-Q Plot of OR data



Gamma Q-Q Plot of OR data



Detrended Gamma Q-Q Plot of OR data



Σχήμα 4.2: P-P plots και Q-Q plots των κατανομών Lognormal, Weibull και Gamma

Εξετάζοντας τα PP-plots παρατηρούμε ότι οι κατανομές Lognormal και Weibull φαίνονται να ταιριάζουν καλύτερα στα δεδομένα μας από ότι η Gamma.

Όμως από τα QQ-plots φαίνεται ότι καμία από αυτές τις κατανομές δεν πιάνει τις 3 ή 4 υψηλότερες τιμές που μπορούμε να τις χαρακτηρίσουμε ως έκτροπες (*outliers*).

Συνήθως στην στατιστική επιστήμη τέτοιες παρατηρήσεις τις αφαιρούμε από το δείγμα μας και προχωρούμε στην ανάλυση των υπόλοιπων δεδομένων μας . Εδώ όμως βρισκόμαστε μπροστά σε μια κατάσταση όπου αυτό δεν μπορεί να συμβεί εξαιτίας της φύσης του λειτουργικού κίνδυνου αφού κανένα συμβάν δεν μπορεί να αγνοηθεί όσο ακραίο και αν μας φαίνεται, π.χ. η 11^η Σεπτεμβρίου 2001.

Άρα θα κατευθυνθούμε στην μελέτη κατανομών που θα καλύπτουν όλο το εύρος των τιμών μας όσο υψηλές και αν είναι.

Μέσα σε αυτό το πλαίσιο θα εξετάσουμε τη Γενικευμένη κατανομή Ακραίων Τιμών (*EVD*) και τη Γενικευμένη κατανομή Pareto (*GPD*).

Για να συνεχίσουμε θα υποθέσουμε επίσης ότι τα δεδομένα μας κατανέμονται ανεξάρτητα και ομοιόμορφα.

4.3.1 Μέση συνάρτηση πάνω από ένα όριο (Mean Excess Function)

Το σχεδιάγραμμα (*plot*) της M.E.F. είναι χρήσιμο διαγνωστικό μέσο για να εξετάσουμε προκαταβολικά το αν τα στοιχεία μας ακολουθούν τη Γενικευμένη κατανομή Pareto, η οποία χρησιμοποιείται ευρέως ως η κατανομή πιθανότητας για τιμές πάνω από ένα όριο u και τη τιμή που θα επιλέξουμε για το όριο αυτό.

Από την κατανομή *GPD* μπορούμε αρχικά να εξάγουμε τα εξής :

$$E(X) = \beta / (1-\xi) \quad , \quad \xi < 1$$

$$\text{Var}(X) = \beta^2 / (1-\xi)^2 * (1-2\xi) \quad , \quad \xi < 1/2$$

$$E(X - x | X > x) = (\beta + \xi x) / (1-\xi) \quad , \quad \xi < 1 \quad (\text{σχέση 1})$$

Για μια σ. κ. $F(x)$ ορίζουμε την συνάρτηση κατανομής πάνω από ένα όριο (*excess distribution function*) ως εξής: έστω X : τ.μ. με $x_F \leq \infty$, τότε για ένα σταθερό όριο : $u < x_F$ ορίζουμε ως excess d.f. του X πάνω από το όριο u :

$$F_u(x) = P(X - u \leq x | X > u), \quad x + u \leq x_F$$

Η συνάρτηση $e(u) = E[X - u | X > u]$, $u < x_F$ καλείται η μέση συνάρτηση πάνω από το όριο u (*mean excess function for sample x and threshold u*) και ισούται με το άθροισμα των ποσών που υπερβαίνουν το όριο u διαιρεμένο με τον αριθμό αυτών των ποσών, συνεπώς έχουμε την :

$$e_n(u) = \sum_i (X_i - u)^+ / \text{card} \{ i: X_i > u, i = 1, \dots, n \} \quad , \quad i = 1, \dots, n \quad , \quad u \geq 0 .$$

όπου η εμπειρική συνάρτηση $e_n(u)$ υπολογίζει την $e(u)$.

Άρα η (σχέση 1) μπορούμε να πούμε ότι είναι η συνάρτηση κατανομής πάνω από ένα όριο (*excess function*) της Γενικευμένης κατανομής Pareto.

Μια από τις χρήσεις της M.E.F. είναι ότι με το σχεδιάγραμμά της μας βοηθάει να ερευνήσουμε αν τα δεδομένα μας ακολουθούν μια κατανομή με ελαφριά (*light tail*) ή βαριά ουρά (*heavy tail*).

Το σχεδιάγραμμα της συνάρτησης (*mean excess plot*) προκύπτει ως:

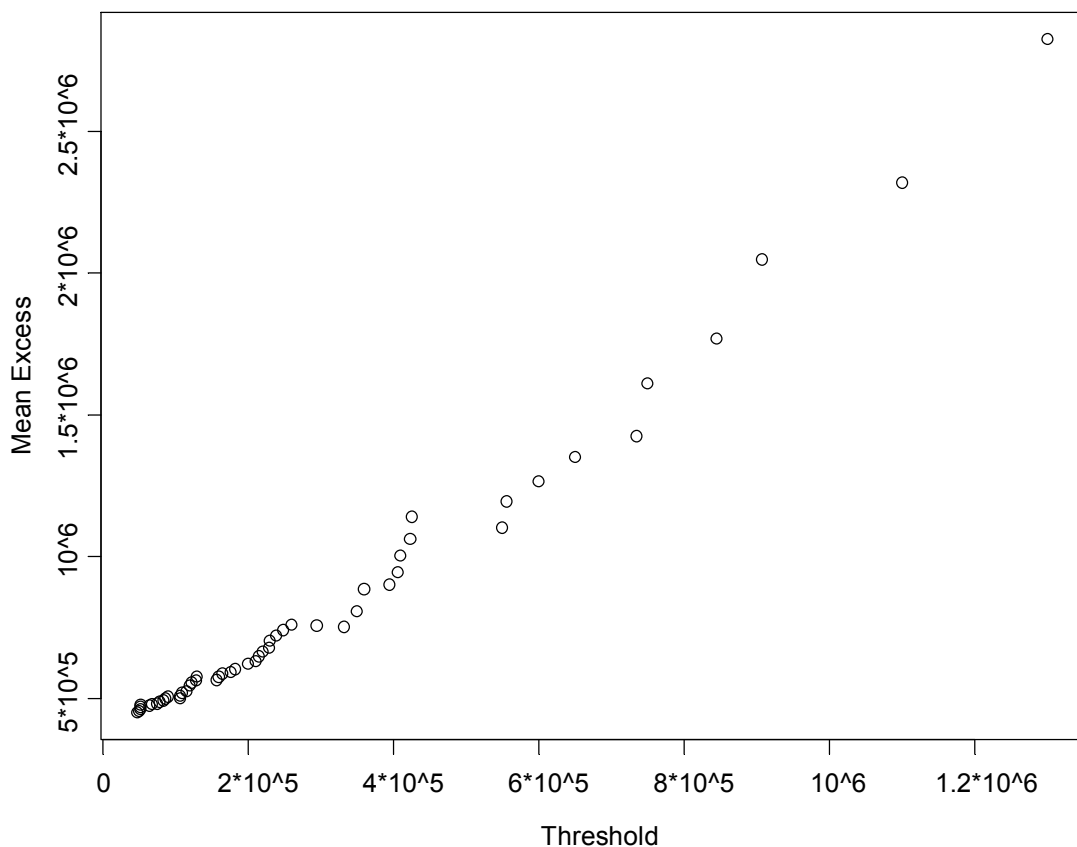
$$\{(X_{u,n}, \text{MEF}_n(X_{u,n})) : u = 1, \dots, n\}$$

Η ιδέα πίσω από αυτό είναι η εξής : γενικά για κατανομές με βαριές ουρές η M.E.F. τείνει στο άπειρο. Συγκεκριμένα αν η X ακολουθεί τη Γενικευμένη κατανομή Pareto τότε η M.E.F. πάνω από ένα όριο u (για κάθε $u > 0$) είναι μια γραμμική συνάρτηση του u με κλίση (*slope*) = $\xi / (1-\xi)$. Είναι φανερό ότι

με μια γραμμική συνάρτηση δεν μπορούμε να επιλέξουμε συγκεκριμένη τιμή για το όριο u . Ίσως μια πιθανή επιλογή του u να είναι εκείνη η τιμή πάνω από την οποία η εμπειρική M.E.F. είναι περίπου γραμμική.

Επίσης η κλίση του σχεδιαγράμματος χρησιμεύει και σε μια γρήγορη εκτίμηση της παραμέτρου ξ : μια αύξουσα κλίση είναι ένδειξη ότι η παράμετρος ξ είναι θετική, μια φθίνουσα κλίση ότι η ξ είναι αρνητική ενώ μια ευθεία γραμμή ότι η ξ τείνει στο 0.

Με βάση τα ανωτέρω κατασκευάζουμε το σχεδιάγραμμα της M.E.F. για τα δεδομένα μας όπου ο οριζόντιος άξονας είναι το όριο u (*threshold*) και ο κάθετος είναι ο μέσος για όλες τις τιμές (*excesses*) πάνω από αυτό το όριο.



Σχήμα 4.3. Σχεδιάγραμμα της μέσης συνάρτησης πάνω από ένα όριο

Βλέπουμε πως για διαφορετικά πιθανά όρια u υπολογίζεται η τιμή της M.E.F. πάνω από το όριο για όλα τα δεδομένα που είναι μεγαλύτερα από αυτό.

Στην περίπτωση μας βλέπουμε ότι τα στοιχεία μας σχηματίζουν σχεδόν σε όλο το μήκος τους μια ευθεία περίπου γραμμή.

Από αυτό συμπεραίνουμε ότι η Γενικευμένη κατανομή Pareto ταιριάζει καλά στα δεδομένα μας, ότι έχει θετική κλίση (άρα η παράμετρος $\xi > 0$) και ότι μπορούμε να επιλέξουμε ως όριο την τιμή $u = 0$ δηλαδή να εφαρμόσουμε την κατανομή σε όλα τα δεδομένα μας.

4.3.2. Ο Εκτιμητής Hill

Η πιο σημαντική παράμετρος στις κατανομές ακραίων τιμών είναι η παράμετρος *shape* : α , η οποία περιγράφει το βάρος στην ουρά μιας κατανομής. Αν τα στοιχεία μας ταιριάζουν σε μια ακραία κατανομή, η α θα είναι σημαντική.

Ένας αρκετά δημοφιλής εκτιμητής για την παράμετρο α έχει προταθεί από τον Hill (1975).

Αν διατάξουμε το δείγμα μας : $X_{(1)} > X_{(2)} > \dots > X_{(n)}$ και επιλέξουμε $k < n$, τότε ο εκτιμητής του Hill ως προς $1/\alpha$, βασισμένος στο $k+1$ ανώτερης τάξης στατιστικό (*upper order statistics*), ορίζεται ως :

$$H_{k,n} = (1/k) \times \sum_{i=1}^k \log (X_{(i)} / X_{(k+1)}) , i = 1, \dots, k$$

Ο αριθμός των στατιστικών ανώτερης τάξης που χρησιμοποιούνται στον υπολογισμό είναι $k+1$. Το σχεδιάγραμμα του Hill (*Hill plot*) ορίζεται ως :

$$((k, H_{k,n}^{-1}) , 1 \leq k < n)$$

Αν η διαδικασία μας είναι iid, ή μια διαδικασία $MA(\infty)$, ή μια διαδικασία ARCH, τότε έχει αποδειχθεί ότι ο εκτιμητής του Hill είναι συνεπής για $1/\alpha$, όπου α : η παράμετρος shape δηλ. :

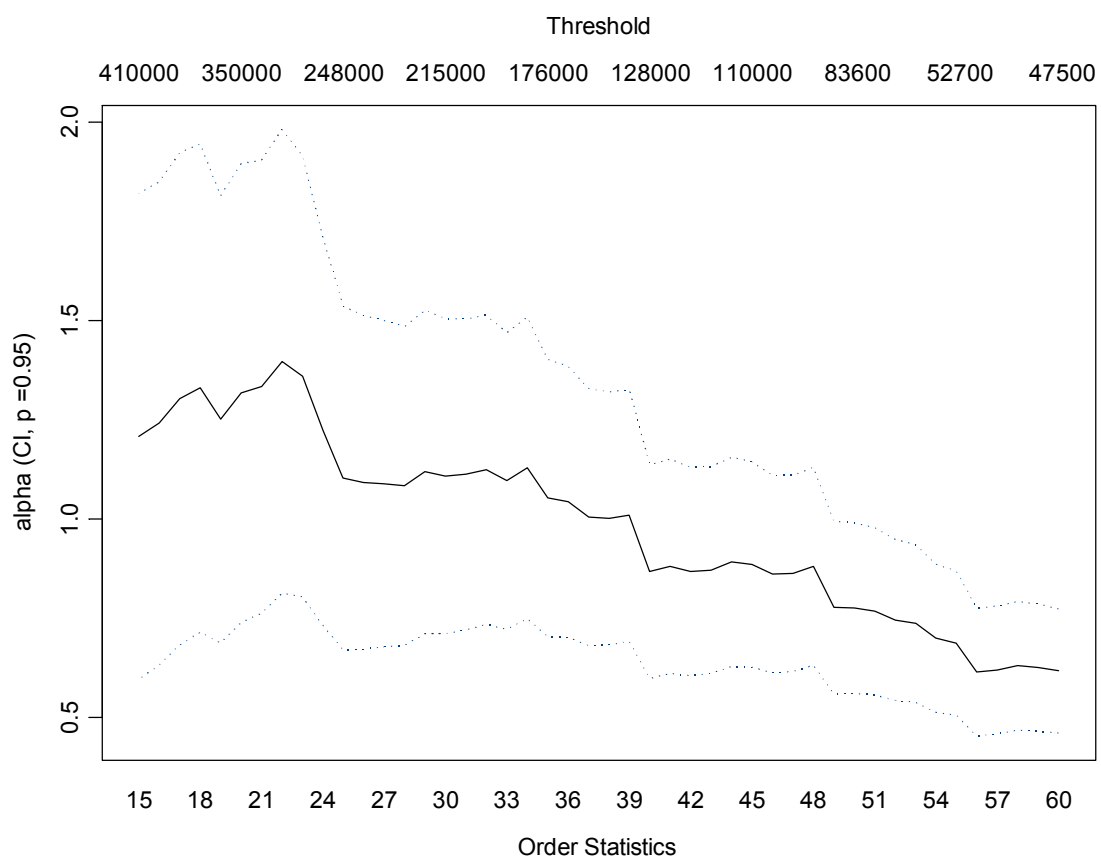
$$H_{k,n} \xrightarrow{p} \alpha^{-1} , \text{ καθώς } n \rightarrow \infty , k/n \rightarrow 0$$

Το σχεδιάγραμμα του Hill θα πρέπει να είναι σταθερό περίπου κοντά στην τιμή α . Στην περίπτωση της iid διαδικασίας, κάτω από την υπόθεση μιας κανονικής διακύμανσης 2ης τάξης (*second order regular variation condition*),

ο $H_{k,n}$ είναι ασυμπτωτικά κανονικός με ασυμπτωτικό μέσο $1/\alpha$ και ασυμπτωτική διακύμανση $1/\alpha^2$.

Συνεπώς στην πράξη δουλεύουμε ως εξής : σχεδιάζουμε το γράφημα Hill για τις τιμές : $\{ (k, H^{-1}_{k,n}), 1 \leq k < n \}$, και ελπίζουμε ότι θα είναι σταθερό προς μια τιμή : αυτή θα επιλέξουμε και για τιμή του α .

Εφαρμόζοντας τα ανωτέρω στα δεδομένα μας προκύπτει το επόμενο γράφημα, που περιλαμβάνει και ένα διάστημα εμπιστοσύνης βασισμένο στην ασυμπτωτική κανονικότητα του εκτιμητή Hill :



Σχήμα 4.4 Ο εκτιμητής Hill

Παρατηρούμε ότι αν και τα στοιχεία μας είναι λίγα, προκύπτει μια τιμή του α περίπου γύρω στο 0.8 με 0.9 .

Γιατί όμως να καταφύγουμε στις κατανομές ακραίων τιμών ; Διότι αν επιλέξουμε ένα μοντέλο για όλα τα δεδομένα μας αυτό μπορεί να μην

ταιριάζει καλά στις πολύ υψηλές (ή και ακραίες) ζημιές με μικρή συχνότητα . Συνεπώς αναγκαζόμαστε να μελετήσουμε και τις ακραίες κατανομές από τις οποίες επιλέξαμε τις EVD και GPD . Επειδή ακριβώς θα χρησιμοποιήσουμε θεωρία ακραίων τιμών, επιλέξαμε να κινηθούμε σε ποσοστημόριο 95% αποφεύγοντας τις υψηλές τιμές π.χ 97% ή 99% .

4.3.3 Ανάλυση μέγιστων τιμών περιόδου (*Analysis of block maxima*)

Αυτή η μέθοδος, στην οποία εφαρμόζεται η GEV κατανομή, λαμβάνει υπόψη της τη παράμετρο του χρόνου: οι ζημιές με τις οποίες ασχολούμαστε ως δεδομένα, είναι οι υψηλότερες μέσα σε ένα συγκεκριμένο χρονικό διάστημα. Συνεπώς ένας διευθυντής κινδύνου (*risk manager*) θα επιλέξει την *block maxima* ανάλυση επειδή δε θέλει να λάβει υπόψη του ζημιές που συνέβησαν πριν από χρόνια, αφού στο ενδιάμεσο, προφανώς, θα έχει βελτιωθεί το προφίλ του λειτουργικού κινδύνου της τράπεζας. (π.χ. με νέες διαδικασίες, αναβαθμισμένα συστήματα υπολογιστών, εκπαίδευση του προσωπικού στα νέα δεδομένα και καταστάσεις, βελτίωση της ασφάλειας των κτιρίων, κ.α.)

Είδαμε ότι η GEV έχει ως σ.κ. :

$$F(x; \xi) = \exp \{ -(1 + \xi * x) / \xi \} , \xi \neq 0$$

$$F(x; \xi) = \exp (- e^{-x}) , \xi = 0$$

Όπου ξ : η παράμετρος *shape*, και ισχύει ότι : $1 + \xi * x > 0$.

Στην περίπτωση όπου η $\xi < 0$ η GEV ανάγεται στην κατανομή *Weibull* (με $\alpha = -1 / \xi$), όταν $\xi > 0$ στην κατανομή *Frechet* (με $\alpha = 1 / \xi$) ενώ αν $\xi = 0$ στην *Gumbel* κατανομή.

Επίσης έχουμε τις εξής παραμέτρους :

μ : η παράμετρος θέσης (*location*) , $\mu \in \mathbb{R}$,

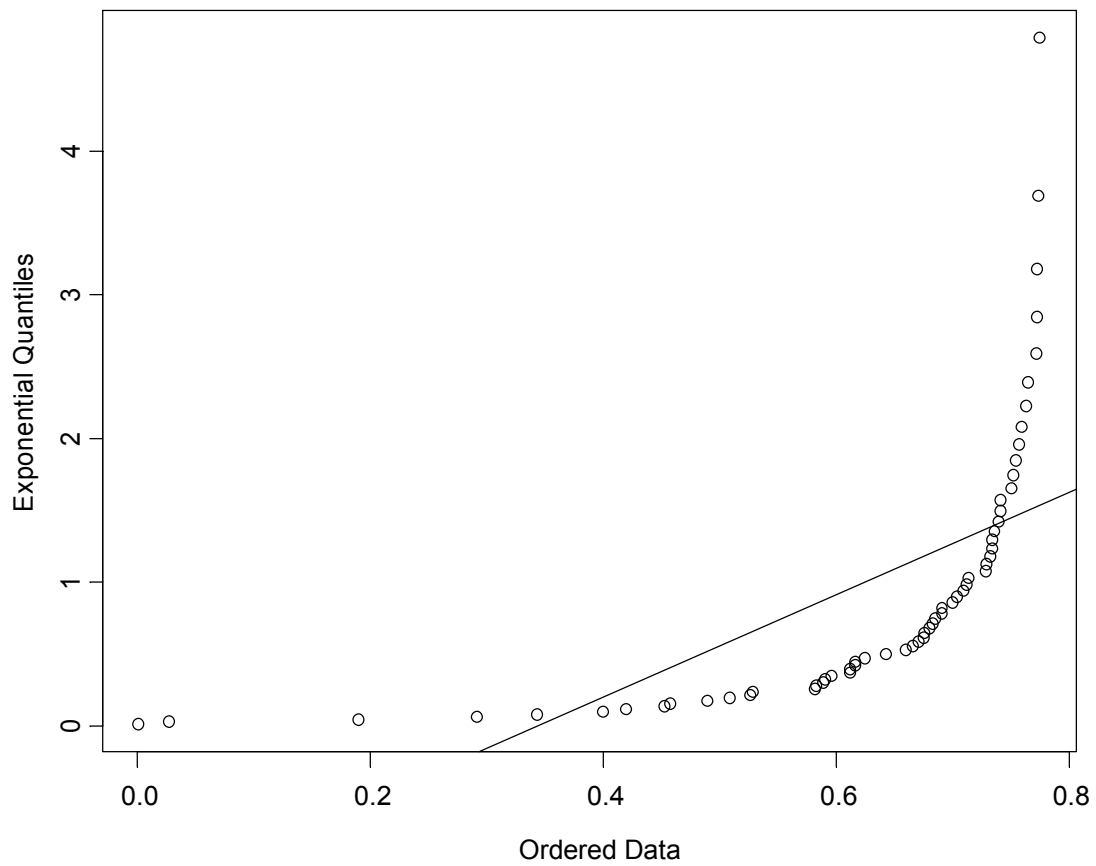
ψ : η παράμετρος κλίμακας (*scale*), $\psi > 0$

για τις οποίες ισχύει ότι : $F(x; \xi, \mu, \psi) = F\{(x - \mu) / \psi, \xi\}$.

Οι παράμετροι της κατανομής, με βάση τα δεδομένα μας και υπολογιζόμενες με τη μέθοδο της μέγιστης πιθανοφάνειας (*maximum likelihood method*) μας δίνουν τις εξής τιμές :

Για τη παράμετρο $\xi = -0,08049031$ (*shape*), για τη παράμετρο θέσης :
 $\mu = -296.179,5$ και για τη παράμετρο κλίμακας $\psi = 1.362.687$.

Στο σχεδιάγραμμα που ακολουθεί παρουσιάζουμε το QQ plot των σφαλμάτων (*residuals*) της GEV κατανομής, το οποίο όμως, όπως παρατηρούμε, δεν ταιριάζει καλά ιδιαίτερα στις υψηλές τιμές των δεδομένων μας.



Σχήμα 4.5 QQ plot των σφαλμάτων της GEV κατανομής.

4.3.4. Ανάλυση τιμών πάνω από ένα όριο (*Peak Over Threshold analysis - POT*)

Η ανάλυση τιμών πάνω από ένα όριο, ως εναλλακτική μέθοδος, ξεκίνησε να χρησιμοποιείται από υδρολόγους τη δεκαετία του 1970 και μας επιτρέπει να ερευνήσουμε όσες τιμές είναι μόνο πάνω από ένα επίπεδο το οποίο έχουμε ορίσει ως όριο u (*threshold*) χωρίς να εξετάζουμε το πότε έγιναν, σε αντίθεση με τη προηγούμενη μέθοδο (*block maxima*) η οποία αναφέρεται σε συγκεκριμένες χρονικές περιόδους.

Στην εφαρμογή της POT χρησιμοποιείται η κατανομή GPD (ξ, β) με:

$$F_{\xi, \beta(u)}(x) \text{ ή } F(x; \xi, \beta) = 1 - (1 + \xi * x / \beta)^{-1/\xi}, \quad \xi \neq 0$$

$$\text{και : } F(x, \beta) = 1 - \exp(-x / \beta), \quad \xi = 0$$

όπου ισχύει ότι : $\xi \in \mathbb{R}$, $\beta > 0$ και επίσης $x \geq 0$ αν $\xi \geq 0$, ενώ $0 \leq x \leq -1 / \xi$ αν $\xi < 0$.

Περιληπτικά η POT υποθέτει ότι η υποκείμενη κατανομή F είναι μέσα στο εύρος της EVD, δεδομένου ότι τα στοιχεία μας που είναι παραπάνω από το όριο u είναι τιμές ανεξάρτητες μεταξύ τους και ακολουθούν τη GPD .

Συγκεκριμένα έχοντας ορίσει την σ. κ. πάνω από ένα όριο u (*excess d. f.*) ως: $F_u(x) = P(X - u \leq x \mid X > u)$, όταν αυτή ικανοποιεί κάποιες προϋποθέσεις, οι Pickands, Balkema και de Haan απέδειξαν ότι υπάρχει μια μετρήσιμη, θετική συνάρτηση $\beta(u)$ τέτοια ώστε :

$$\lim_{0 < x < x_F - u} \sup |F_u(x) - F_{\xi, \beta(u)}(x)| = 0$$

Συνεπώς αν το u είναι αρκετά υψηλό, μπορούμε να υπολογίσουμε από τα δεδομένα μας τις τιμές των παραμέτρων $\beta \equiv \beta(u)$ και ξ :

Βασιζόμενοι στην ανωτέρω σχέση υπολογίζουμε τις:

$$F_u(x) \approx (1 + \xi * x / \beta)^{-1/\xi}, \text{ και } \hat{F}(u) = N_u / n, \text{ όπου } n: \text{ το πλήθος των στοιχείων μας και } N_u = \text{ το πλήθος των στοιχείων μας πάνω από το όριο } u.$$

Από αυτές τις σχέσεις καταλήγουμε στις επόμενες εκτιμήσεις : της ουράς (*tail estimate*) της κατανομής :

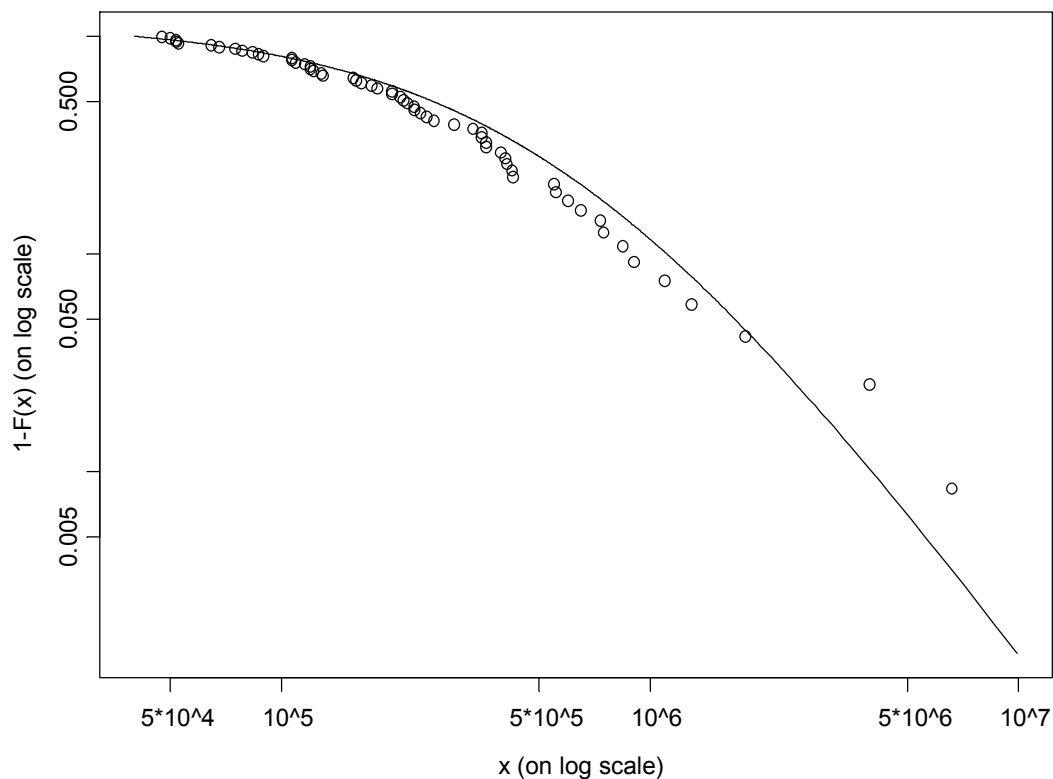
$\hat{F}(u+x) = (N_u / n) * (1 + \xi * x / \beta)^{-1/\xi}$, όπου β και ξ : οι εκτιμήσεις των παραμέτρων μας και $x \geq 0$: (σχέση 2)

και του ποσοστημόριου (*quantile estimate*) της κατανομής :

$\hat{VaR}_q(F) = u + (\beta / \xi) * [(n / N_u) * (1 - q)^{-\xi} - 1]$, όπου β και ξ : οι εκτιμήσεις των παραμέτρων : (σχέση 3) .

Οι παράμετροι της GPD εδώ εκτιμώνται με τη μέθοδο της μέγιστης πιθανοφάνειας : $\xi = 0,4301222$ (*shape*) και $\beta = 272.179,3$ (*scale*) .

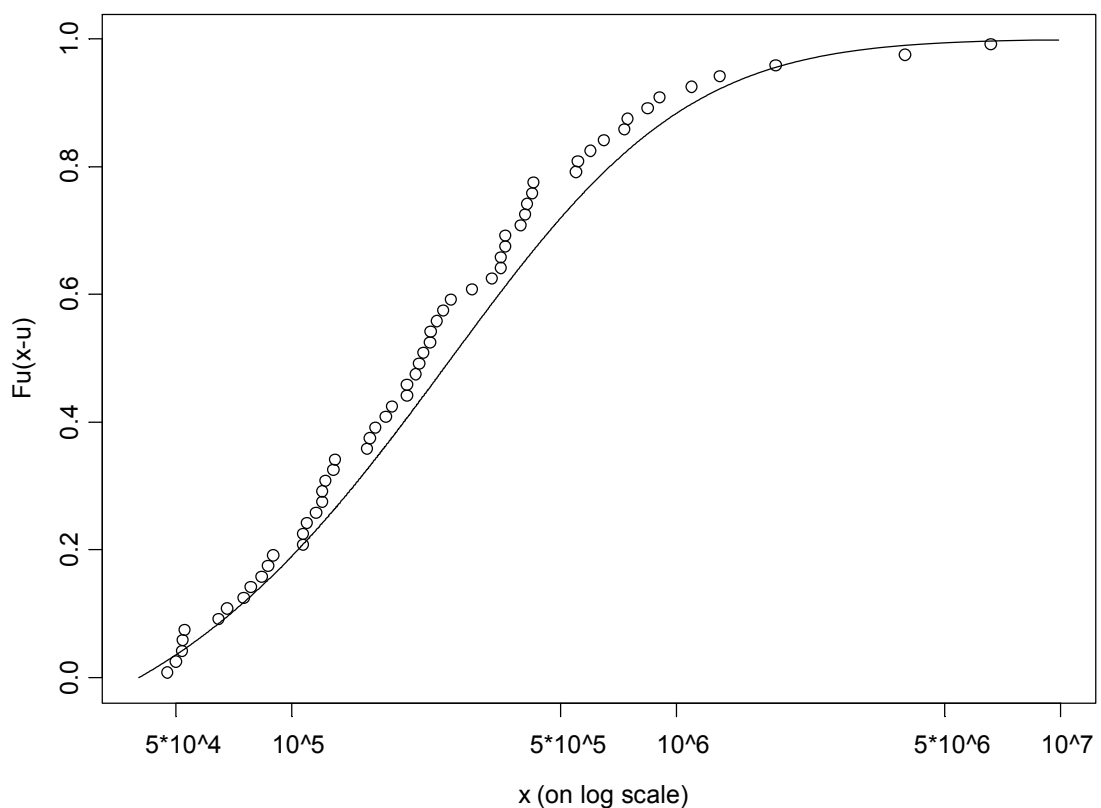
Από τη παράγραφο 4.3.1. είδαμε ότι μπορούμε να επιλέξουμε για το όριο u (*threshold*) μια τιμή η οποία επιτρέπει να περιλαμβάνονται στην ανάλυση μας και τα $60 = N_u$ δεδομένα μας , π.χ. $u = 40.000$. Επιλέγοντας αυτές τις τιμές έχουμε ακολούθως, από τη σχέση (2), το διάγραμμα της ουράς της υποκείμενης κατανομής (*tail of the underlying distribution*), η οποία έχει μια πολύ καλή εφαρμογή.



Σχήμα 4.6 Σχεδιάγραμμα της ουράς της υποκείμενης κατανομής

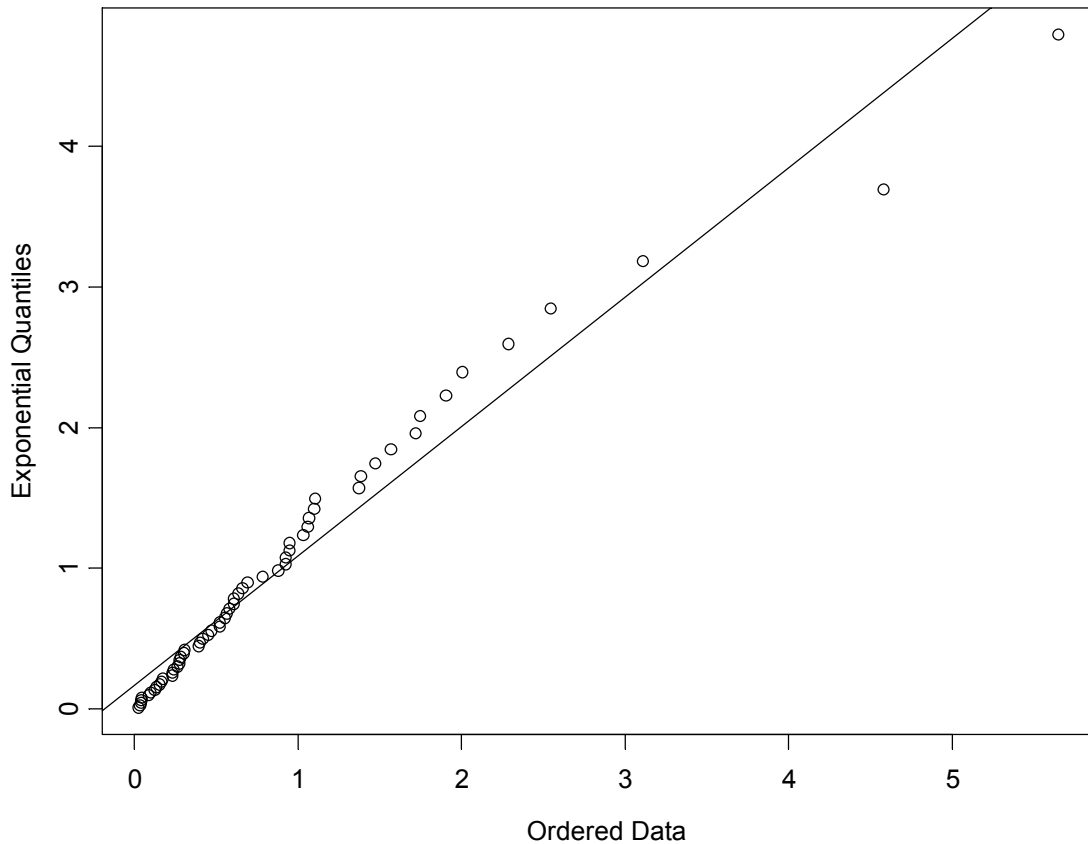
Ακολουθώς έχουμε το σχεδιάγραμμα των τιμών της κατανομής πάνω από το όριο (*excess distribution*), η οποία ουσιαστικά περιλαμβάνει όλα τα δεδομένα μας.

Παρατηρούμε επίσης και εδώ ότι η εφαρμογή της GPD στα δεδομένα μας, σε σύγκριση με τις προηγούμενες κατανομές, είναι εξαιρετική – ακόμα και στις ακραίες τιμές.



Σχήμα 4.7 Σχεδιάγραμμα της Γενικευμένης Κατανομής Pareto με τη χρήση του POT μοντέλου, για τιμές πάνω από το όριο u .

Επίσης με το επόμενο QQ plot των σφαλμάτων (*residuals*) της GPD βλέπουμε ότι βρισκόμαστε στην περίπτωση όπου τα αποτελέσματα είναι πιο καλά από την εφαρμογή στα δεδομένα μας της GEV κατανομής.



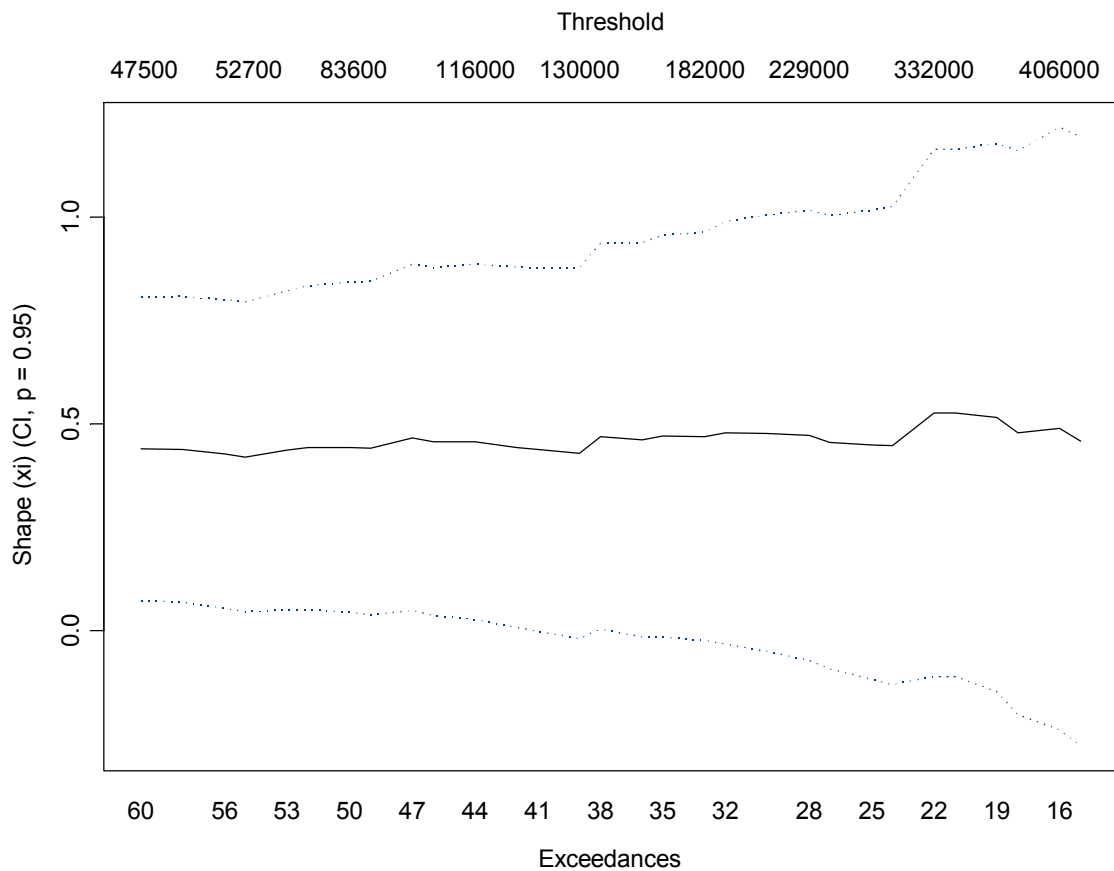
Σχήμα 4.8 : QQ plot των σφαλμάτων της Γενικευμένης Κατανομής Pareto.

4.3.5 Υπολογισμός ουρών (*tails*) και ποσοστημόριων (*quantiles*) με την POT μέθοδο.

Είδαμε ότι όταν επιλέξουμε ως όριο (*threshold*) $u = 40.000$, τότε η τιμή της παραμέτρου *shape* είναι : $\xi = 0.43$. Η συγκεκριμένη παράμετρος είναι βασική για τη δημιουργία της ουράς της κατανομής – ιδιαίτερα σε αυτή τη περίπτωση όπου το βάρος της ανάλυσης πέφτει στις ακραίες τιμές.

Τι θα συμβεί όμως στην περίπτωση όπου αλλάξει το όριο u , είτε από τους ερευνητές, είτε από την προσθήκη νέων ζημιών Λ.Κ. στη βάση δεδομένων μας ; Την απάντηση σε αυτό το ερώτημα δίνει το επόμενο σχεδιάγραμμα το οποίο μας δείχνει την εκτίμηση της παραμέτρου ξ με διαστήματα

εμπιστοσύνης (*confidence intervals* : *CI*) και πως αυτή μεταβάλλεται, καθώς η τιμή του ορίου u αλλάζει, με πιθανότητα 95 % και κάτω από το περιορισμό ότι η παράμετρος ξ δεν μπορεί να πάρει αρνητικές τιμές.



Σχήμα 4.9 : Εκτίμηση της ξ για διαφορετικές τιμές του ορίου u , σε ε.σ.: 95%

Παρατηρούμε ότι οι τιμές που παίρνει η παράμετρος είναι εξαιρετικά σταθερές γύρω από τη τιμή της $\xi = 0.43$ χωρίς ακραίες διακυμάνσεις : ένα ενθαρρυντικό αποτέλεσμα για τη χρήση της μεθόδου POT στη μέτρηση του λειτουργικού κινδύνου.

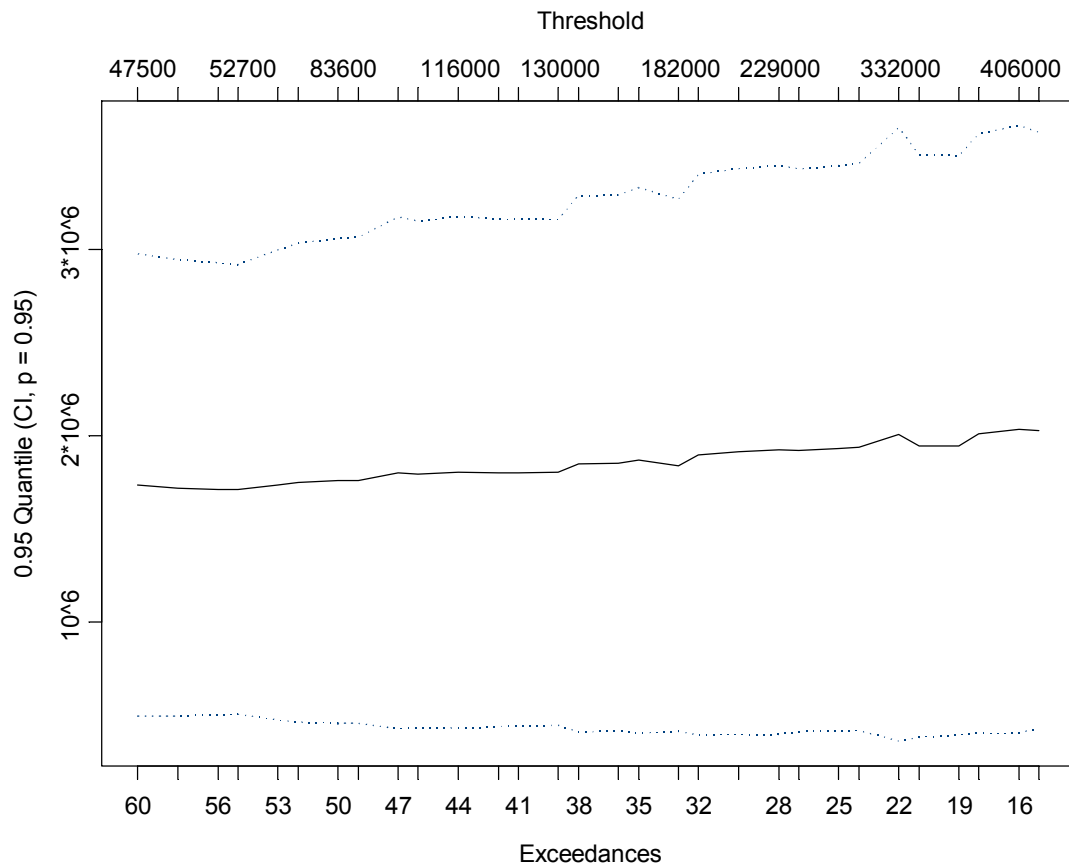
∧

Ακολούθως θα υπολογίσουμε τις τιμές των ποσοστημόριων $VaR_q(F)$ με τη χρήση της σχέσης (3) από τη παράγραφο 4.3.4 , με πιθανότητα $p = 0.95$ και για διαδοχικές τιμές του q : 95% , 99% και 99,9% .

- Για $q = 0.95$, το $VaR_{0.95} = 2.039.341$, και το αντίστοιχο διάστημα εμπιστοσύνης είναι : (822.059,8 , 9.900.000) .
- Για $q = 0.99$, το $VaR_{0.99} = 5.608.309$, και το αντίστοιχο διάστημα εμπιστοσύνης είναι : (1.864.834 , 9.900.000) .
- Για $q = 0.999$, το $VaR_{0.999} = 19.942.804$, και το αντίστοιχο διάστημα εμπιστοσύνης είναι : (4.111.022 , 9.900.000) .

Όπως παρατηρούμε – και είναι απολύτως λογικό – η τιμή του VaR μεγαλώνει καθώς κινούμαστε σε υψηλότερα ποσοστημόρια.

Σε αυτό το σημείο όμως παρουσιάζεται ξανά ένα ερώτημα που μας απασχόλησε και πιο πάνω : πόσο σταθερή είναι η συγκεκριμένη τιμή του VaR καθώς μεταβάλλεται η τιμή του ορίου u ;

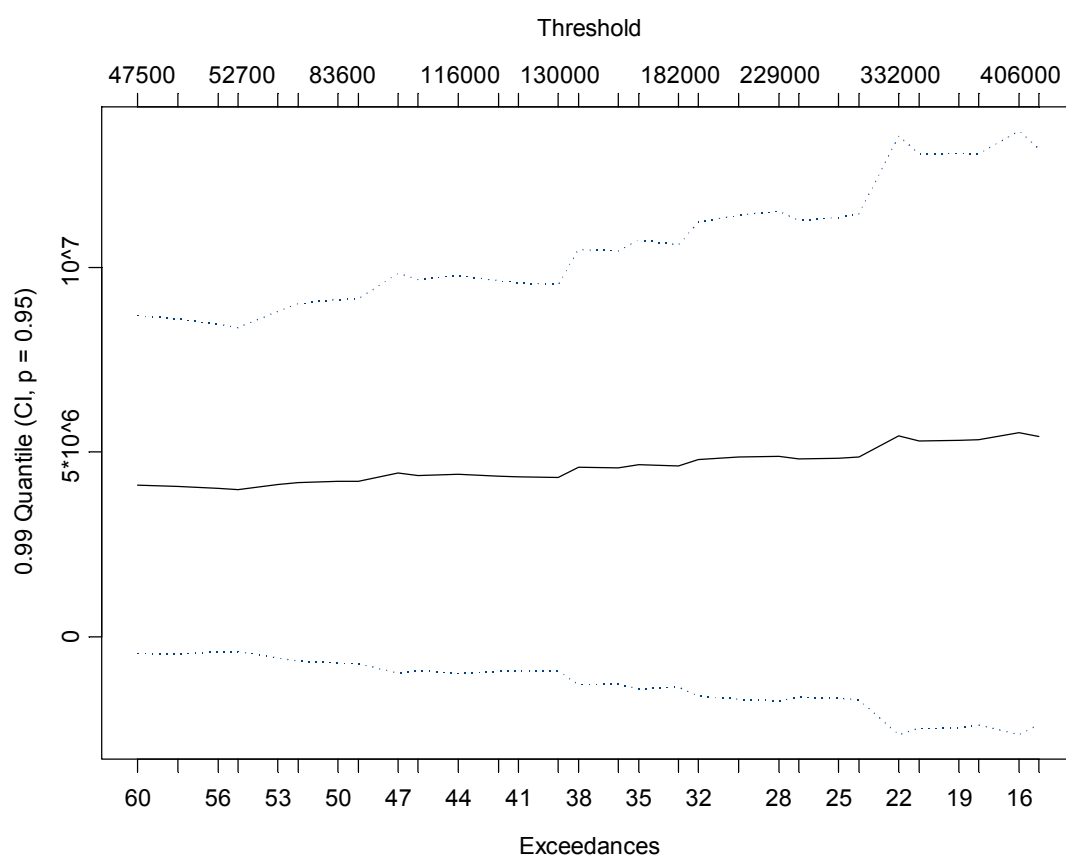


Σχήμα 4.10 : Τιμές του $VaR_{0.95}$ καθώς μεταβάλλεται το όριο u .

Όπως και πριν, μπορούμε διαγραμματικά μέσα από το σχήμα 4.9 να συμπεράνουμε ότι η τιμή του $VaR_{0.95} = 2.039.341$ παραμένει σχετικά σταθερή

καθώς η τιμή του ορίου u μεταβάλλεται, όπως φαίνεται στον άνω οριζόντιο άξονα όπου παρουσιάζονται οι διαδοχικές τιμές του u , ενώ στον κάτω οριζόντιο άξονα παρουσιάζονται οι τιμές N_u οι οποίες υπερβαίνουν το όριο. Στο σχήμα 4.9 συμπεριλαμβάνονται επίσης και τα αντίστοιχα δ.ε. , τα οποία είναι λογικό να αποκτούν περισσότερο εύρος καθώς μετακινούμαστε προς τα δεξιά, όπου πλέον έχουμε και λιγότερα δεδομένα.

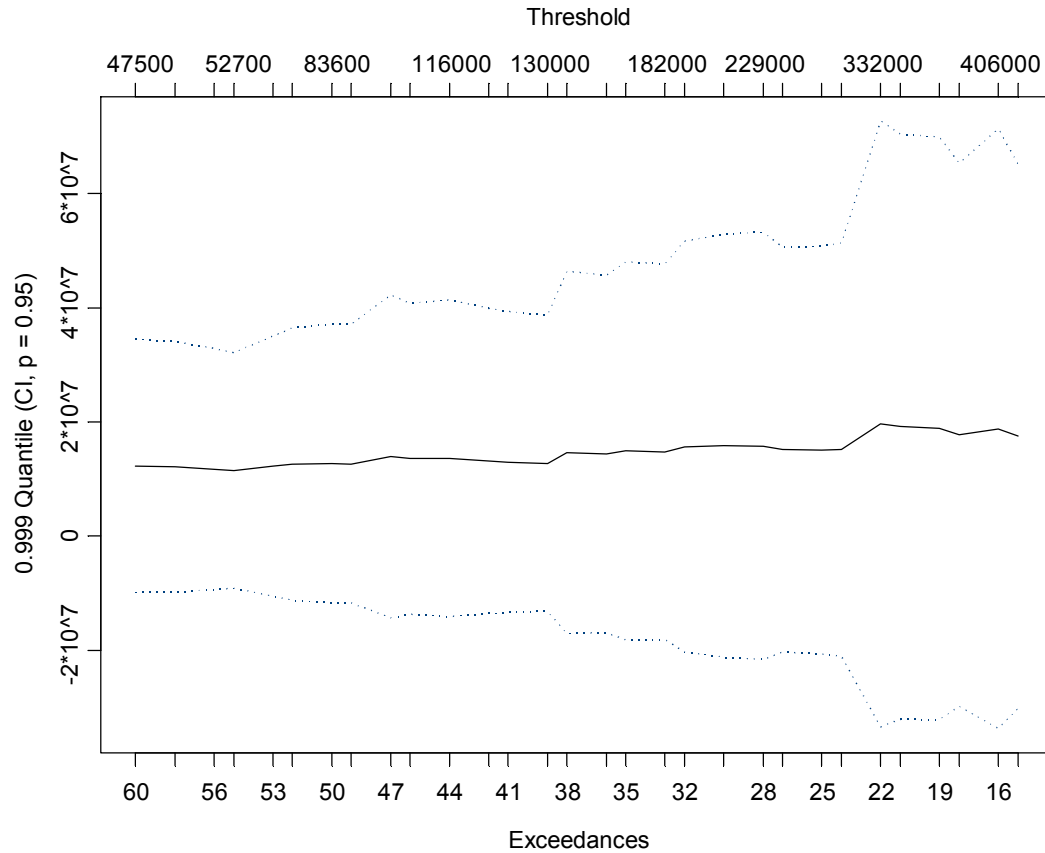
Παρόμοια αποτελέσματα έχουμε όμως και για τις υψηλότερες τιμές του q : 99% και 99,9% όπως φαίνεται από τα επόμενα σχεδιαγράμματα 4.10 και 4.11.



Σχήμα 4.11 : Τιμές του $VaR_{0.99}$ καθώς μεταβάλλεται το όριο u .

Στο σχήμα 4.10 αντιστοιχεί η τιμή του $VaR_{0.99} = 5.608.309$, και στο σχήμα 4.11 αντιστοιχεί το $VaR_{0.999} = 19.942.804$ με τα αντίστοιχα δ.ε. .

Παρατηρούμε ότι όσο προσεγγίζουμε τη μονάδα, οι τιμές του VaR παραμένουν σταθερές, αν και τα δ.ε. αποκτούν περισσότερο εύρος καθώς μετακινούμαστε προς τα δεξιά – ιδιαίτερα για $q = 0.999$.



Σχήμα 4.12 : Τιμές του $VaR_{0.999}$ καθώς μεταβάλλεται το όριο u .

Από όλα τα ανωτέρω, φαίνεται ότι οι εκτιμήσεις μας ταιριάζουν αρκετά καλά στα δεδομένα μας - ακόμα και για τις ακραίες τιμές που βρίσκονται στην ουρά της κατανομής. Αυτό μας επιβεβαιώνει την υπόθεση ότι τα δεδομένα μας ακολουθούν μια κατανομή με βαριά ουρά και συγκεκριμένα τη Γενικευμένη κατανομή Pareto (*GPD*) .

Συνεπώς και η ανάλογη εκτίμηση του λειτουργικού VaR (*OpVaR*) σε επίπεδο σημαντικότητας 5% φαίνεται πιο ρεαλιστική και κοντά στα δεδομένα μας παρά αν είχαμε την υπόθεση της κανονικής κατανομής.

4.4 Μέθοδοι υπολογισμού του λειτουργικού Value-at-Risk (OpVaR)

Για τον υπολογισμό του OpVaR δεν μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε γραμμικές (*linear*) μεθόδους όπως τη Delta–Normal ή την Asset–Normal (την οποία χρησιμοποιεί η Risk Metrics) ούτε μη–γραμμικές (*non-linear*) μεθόδους όπως την Delta-Gamma, διότι υποθέτουν ότι οι συνδιακυμάνσεις (*covariances*) είναι προβλέψιμες και ότι οι αποδόσεις (*returns*) των χαρτοφυλακίων κατανέμονται κανονικά, αγνοώντας έτσι τις ακραίες τιμές. Εναλλακτικά μπορούμε να το υπολογίσουμε όπως κάναμε ήδη με τη χρήση του τύπου της σχέσης (3), με τα γνωστά αποτελέσματα.

Θεωρούμε έτσι ότι η ανάλυση πάνω από ένα όριο (*POT approach*) θα αποτελέσει στο μέλλον ένα βασικό αντικείμενο για τη μελέτη του λειτουργικού κινδύνου και τελικά για μια αποτελεσματική διοίκηση κινδύνου.

Επίσης όμως, μπορούμε να καταφύγουμε σε μεθόδους προσομοίωσης και συγκεκριμένα στη *Monte Carlo* από όπου γνωρίζοντας τις δυο κατανομές συχρότητας και οξύτητας και τις παραμέτρους τους με τη χρήση του επόμενου αλγόριθμου δημιουργούμε την αθροιστική κατανομή απώλειας.

Repeat 10.000 times	:	δημιουργούμε 10.000 προσομοιώσεις
Select L_i from L	:	επιλέγουμε τον αριθμό των ζημιών
Repeat L_1 times	:	για κάθε συμβάν (ζημία)
Select S_i from S	:	επιλέγουμε την οξύτητα
$R_{n+1} = S_i$:	και προσθέτουμε την οξύτητα στο κίνδυνο
Order R	:	στοιχίζουμε τις ζημίες

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

Επίλογος : Το μέλλον του Λ.Κ.

Στα πρώτα χρόνια μέτρησης ζημιών λειτουργικού κινδύνου θεωρείται λογικό να υπάρχουν λίγα δεδομένα. Λόγω αυτού του γεγονότος, σε αυτή την εργασία συνδυάσαμε τη Προσέγγιση Κατανομής Απώλειας (*LDA*) με την Θεωρία Ακραίων Τιμών (*Extreme Value Theory*).

Επίσης θεωρούμε ότι ο υπολογισμός του λειτουργικού VaR πρέπει να γίνεται σε επίπεδο σημαντικότητας γύρω στο 95% και κατόπιν χρησιμοποιώντας τους κατάλληλους παράγοντες (*scaling factors*) της εκάστοτε επιχείρησης, να ανάγεται σε πιο υψηλό επίπεδο π.χ 99,9 % , 99,95% ή 99,97%. Γενικά όμως θα ισχύει ότι όσο πιο μεγάλη είναι η βάση δεδομένων μας τόσο πιο ακριβές θα είναι το αποτέλεσμα μας.

Σίγουρα η Θεωρία Ακραίων Τιμών δεν είναι «το μαγικό ραβδάκι» για τη λύση όλων των προβλημάτων μέτρησης του Λ.Κ., οι τεχνικές μέτρησης του οποίου είναι ακόμα στα σπάργαλα και έχουν αρκετό δρόμο μπροστά τους για να αναπτυχθούν και να εξελιχθούν. Προσπαθεί όμως να κάνει την καλύτερη δυνατή χρήση των ελάχιστων δεδομένων, με χαρακτηριστικά τους την χαμηλή συχνότητα και την υψηλή οξύτητα. Πιστεύουμε ότι η Θεωρία Ακραίων Τιμών και ειδικότερα η ανάλυση πάνω από ένα όριο (*POT approach*) θα αποτελέσουν στο μέλλον αντικείμενα για μελέτη της ακριβούς ουράς της κατανομής μας (*tail distribution*), με τη βοήθεια και μεγαλύτερων βάσεων δεδομένων οι οποίες είναι χρήσιμες στην περίπτωση όπου, όπως εδώ, για τον υπολογισμό των παραμέτρων χρησιμοποιήσαμε τη μέθοδο της μέγιστης πιθανοφάνειας. Δεν πρέπει όμως να ξεχνάμε ότι η Προσέγγιση Κατανομής Απώλειας είναι μόνο μια από τις πολλές τεχνικές μέτρησης του Λ.Κ.

Σίγουρα τα συγκεκριμένα αποτελέσματα δεν πρέπει να θεωρηθούν ως τα πλέον άριστα , διότι οι κατανομές που επιλέγουμε εξαρτώνται από την εκάστοτε βάση δεδομένων μας.

Θεωρούμε λοιπόν, ότι είναι απαραίτητο στο μέλλον να προβούμε στη δημιουργία μιας ελληνικής βάσης δεδομένων Λ.Κ. . Ίσως όμως αυτό να αποτελέσει μια ουτοπία, αφού σε κανένα δεν αρέσει να μοιράζεται εσωτερικά στοιχεία ζημιών τα οποία μπορούν επιπλέον να προκαλέσουν και νομικό κίνδυνο (*legal risk*).

Τελικά η μέτρηση του Λ.Κ. είναι εφικτή εάν : υπάρχουν επαρκή δεδομένα και εάν ληφθεί σοβαρά υπόψιν το πρόβλημα μοντελοποίησης του. Αυτό σημαίνει ότι νέες μέθοδοι για τη μέτρηση του Λ.Κ. πρέπει να αναπτυχθούν και να μην χρησιμοποιηθούν οι διάφορες τεχνικές οι οποίες έως τώρα χρησιμοποιούνται, επιτυχημένα μεν, για τη μέτρηση όμως άλλων ειδών κινδύνου.

Επίσης σημαντικό ρόλο στη μέτρηση του κινδύνου θα παίζει και η ασφάλιση, δεδομένου ότι η Προσέγγιση Κατανομής Απώλειας ανήκει στις Προχωρημένες μεθόδους Προσέγγισης της 2^{ης} συνθήκης της Βασιλείας, η οποία είναι και η μοναδική κατηγορία μεθόδων μέτρησης όπου επιτρέπεται η ασφάλιση ως τεχνική μετριασμού του Λ.Κ..

Οι τράπεζες όμως χρησιμοποιούν και άλλους μηχανισμούς για να μεταφέρουν συμβάντα Λ.Κ. τα οποία χαρακτηρίζονται ως προβλέψιμα : αυτά είναι τα συμβάντα με υψηλή συχνότητα και χαμηλή οξύτητα τα οποία αντιμετωπίζονται, είτε μέσω της ασφάλισης, είτε συμπεριλαμβάνονται π.χ. στο λογαριασμό κερδών και ζημιών (*Profit & Loss account - P&L*) της τράπεζας. Για τα συμβάντα με χαμηλή συχνότητα και υψηλή οξύτητα και όπου οι ζημίες είναι όχι μόνο μη-προβλέψιμες, αλλά επίσης λιγότερο μετρήσιμες (π.χ. λόγω φυσικών καταστροφών) , συνεπώς και πιο σημαντικές, οι τράπεζες μπορούν – και συνήθως κάνουν - διασπορά του κινδύνου κάνοντας χρήση π.χ. προσωπικού από άλλες χώρες.

Το πρόβλημα όμως εξακολουθεί να υπάρχει στους κινδύνους για τους οποίους είτε δεν υπάρχει η δυνατότητα να εφαρμοστούν τεχνικές μεταφοράς ή διασποράς τους, είτε εάν εφαρμοστούν αυτές οι τεχνικές θα υπάρχει μόνο μια μερική αντιστάθμιση τους, με συνέπεια την εμφάνιση υπολειπόμενων

κινδύνων (*residual risks*). Συνοψίζοντας λοιπόν τις τεχνικές που υπάρχουν έως τώρα για την αντιστάθμιση (*hedging*) του Λ.Κ. καταλήγουμε στα εξής :

- να καθορίσουμε το Λ.Κ. που μπορούμε να δεχθούμε,
- να κάνουμε εσωτερικά καταμερισμούς του κεφαλαίου μας (*internal capital allocation*) ,
- να προβούμε στην ασφάλιση έναντι των κινδύνων, μεταφέροντας ουσιαστικά τον κίνδυνο,
- να αναπτύξουμε τεχνικές «συνέχισης της εργασίας» (*Continuity of Business programs - COB*)
- να στραφούμε στη χρήση διαφόρων προϊόντων παραγώγων Λ.Κ. (*Operational risk derivatives*)

Ειδικά η τελευταία κατηγορία των παραγώγων Λ.Κ. είναι μια σχετικά νέα τεχνική για μεταφορά του κινδύνου , όπως επίσης και η ανάπτυξη τεχνικών «συνέχισης της εργασίας». Μάλιστα μπορούμε να θεωρήσουμε ότι τα παράγωγα Λ.Κ. είναι ένας από τους πλέον αποτελεσματικούς τρόπους αντιστάθμισης του κινδύνου, αφού μπορούν να συμπεριλάβουν όλους τους λειτουργικούς κινδύνους, ακόμα και τα πλέον ακραία συμβάντα. Επίσης από τη στιγμή που τα παράγωγα Λ.Κ. καλύπτουν όλες τις ζημίες αμέσως μόλις αυτά συμβούν, σε αντίθεση με τη χρήση της ασφάλισης όπου περνάει ένα χρονικό διάστημα για την κάλυψη των ζημιών . Μέσα από αυτή την κατηγορία αντιστάθμισης Λ.Κ. βλέπουμε ότι είναι δυνατή η δημιουργία μιας δευτερογενούς αγοράς αν και η τιμολόγηση τους θα είναι αρκετά περίπλοκη.

Ένα άλλο προϊόν που έχει προταθεί είναι το ομόλογο που συνδέεται με τον Λ.Κ. (*OR-linked bond*) : σε περίπτωση που συμβεί στην τράπεζα η ζημία που καλύπτει το ομόλογο, ο αγοραστής του χάνει ένα μέρος ή όλο το κεφαλαίο, ή όλο το επιτόκιο. Οι δυσκολίες στην εφαρμογή του ομολόγου Λ.Κ. είναι ότι η αγορά μπορεί να εμφανίσει σημάδια κερδοσκοπίας (*arbitrage*) , ότι η τιμολόγηση τους είναι αρκετά περίπλοκη και ότι αφού η αγορά είναι καινούργια , δεν θα υπάρχει στην αρχή τουλάχιστον ρευστότητα.

Σε όλες τις ανωτέρω τεχνικές για αντιστάθμιση ή μετριασμό του Λ.Κ. (*hedging and mitigation*) πρέπει να προστεθεί και η ανάπτυξη τεχνικών ελέγχου (*audit*), οι οποίες θα πιστοποιούν την αποτελεσματικότητά τους.

Σε γενικές γραμμές λοιπόν καταλήγουμε στο εξής πλαίσιο διοίκησης του Λ.Κ. :

- συνειδητοποίηση του (*awareness*),
- ορισμός του (*definition*), μέσα από κρατικούς νόμους και εσωτερικούς κανονισμούς,
- μέτρησή του (*measurement*) , μέσα από καταγραφή και συλλογή των στοιχείων, και εφαρμογών διαφόρων τεχνικών στις οποίες έχουμε αναφερθεί και με τη συμπληρωματική χρήση εσωτερικών ελέγχων,
- διοίκηση του κινδύνου (*management*) .

Οι περισσότερες τράπεζες μπορεί να θεωρούν ως επιβάρυνση για το τελικό κεφαλαίο το ποσό που αντιστοιχεί για το Λ.Κ., εμείς όμως θεωρούμε ότι τελικά την απάντηση στο ερώτημα του πόση θα είναι αυτή η επιβάρυνση θα τη δώσουν εφαρμογές πρακτικών διοίκησης Λ.Κ. που θα είναι σωστές, καλά δομημένες άρα και επιτυχημένες.

Σε τελική ανάλυση μπορούμε να πούμε ότι η ανάπτυξη τεχνικών μέτρησης Λ.Κ. μπορεί να θεωρηθεί και μιας μορφής τέχνη (την οποία εμείς διαλέξαμε να ονομάσουμε «*The tower of Basel*» σε αντιπαραβολή με τον πύργο της Βαβέλ), η οποία στο άμεσο μέλλον θα μας προσφέρει το μόνο ζητούμενο : επιτυχημένη διοίκηση κινδύνου.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑΤΑ

Π1. Χρονοδιάγραμμα εφαρμογής της Β ΙΙ

1988 : 1^η συνθήκη της Βασιλείας (B I) που αναφέρεται αποκλειστικά στον πιστωτικό κίνδυνο (*credit risk*)

1996 : Βελτίωση της Β I για να συμπεριλαμβάνει και το κίνδυνο αγοράς (*market risk*)

1999 : 1^ο συμβουλευτικό έγγραφο (*Consultative Document*) για τη νέα Συνθήκη της Βασιλείας.

2003 : 3^ο συμβουλευτικό έγγραφο της νέας συνθήκης.

2004 : Έκδοση της τελικής συνθήκης

2006 : Παράλληλη εφαρμογή της 1^{ης} και 2^{ης} συνθήκης

2007 : Εφαρμογή της 2^{ης} συνθήκης της Βασιλείας.

Π2. Υποκατηγορίες λειτουργικού κινδύνου

Ορισμένες υποκατηγορίες στις οποίες μπορούμε να διαχωρίσουμε τον Λ.Κ. είναι και εξής:

- Processing risk
- System risk
- Human Resources risk
- Tangible Asset risk
- Regulatory risk
- Legal risk

Π3. Κατηγορίες συμβάντων Λ.Κ.

Σύμφωνα με την Β ΙΙ , τα συμβάντα του Λ.Κ. χωρίζονται στις εξής κατηγορίες :

Επίπεδο 1	Επίπεδο 2
• Internal Fraud	Unauthorized Activity , Theft & Fraud
• External Fraud	Theft & fraud , Systems Security
• Employment Practices & Workplace Safety	Employee Relations , Safe Environment, Diversity & Discrimination
• Clients, Products & Business Practices	Suitability , Disclosure & Fiduciary Improper Business or Market Practices, Product Flaws, Selection, Sponsorship & Exposure, Advisory Activities
• Damage to Physical Assets	Disasters & other events
• Business Disruption & System Failures	Systems
• Execution, Delivery & Process Management	Transaction Capture, Execution & Maintenance, Monitoring & Reporting, Customer Intake & Documentation, Customer / Client Account Management, Trade Counterparties, Vendors & Suppliers.

Π4. Δείκτες κινδύνου (*Key Risk Indicators-KRI*)

Οι KRI's είναι μετρήσεις που προσπαθούν να αναγνωρίσουν πιθανές ζημίες πριν συμβούν και προειδοποιούν αν ξεφύγουν από κάποια πλαίσια : Δηλαδή οι KRI's προσφέρουν μια εσωτερική ματιά στο κατά πόσο μια τράπεζα εκτίθεται σε λειτουργικό κίνδυνο. Ως δείκτες κινδύνου είναι

απολύτως απαραίτητοι αφού ολοκληρώνουν τα αποτελέσματα μιας καταγραφής Λ.Κ. και γι ' αυτό το λόγο πρέπει να ελέγχονται σε περιοδική βάση, π.χ. μηνιαία ή τριμηνιαία , έτσι ώστε να μας προειδοποιούν για οποιεσδήποτε αλλαγές που μπορεί να είναι ενδεικτικές στην αύξηση του κινδύνου.

Παραδείγματα συνδεδεμένα με τον ορισμό του Λ.Κ. είναι τα εξής :

- Δείκτες ανθρώπινου κινδύνου (*Indicators of human risk*) : υπερωρίες, περίοδος απασχόλησης του ανθρώπινου δυναμικού, αριθμός εργαζομένων, πόσοι εργαζόμενοι αρρώστησαν και πόσες ημέρες έλειψαν, κ.α.
- Δείκτες κινδύνου διαδικασιών (*Indicators of process risk*) : βαθμός αυτοματοποίησης , καθυστερήσεις στις συναλλαγές, πόσες συναλλαγές δεν διεκπεραιώθηκαν, πόσοι πελάτες διαμαρτυρήθηκαν,
- Δείκτες κινδύνου τεχνολογίας (*Indicators of technological risk*) : η ηλικία του συστήματος, ο βαθμός χρήσης του συστήματος, ο αριθμός και η διάρκεια πιθανών βλαβών (*breakdown*) ,
- Δείκτες κινδύνου των προϊόντων (*Indicators of product risk*) :
- Δείκτες εξωτερικού κινδύνου (*Indicators of external events risk*) : πόσες μηνύσεις, από ποιους και για ποια ποσά αντιμετώπισε η τράπεζα, πόσες συστάσεις από τις εποπτικές αρχές δέχθηκε, κ.α..

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Ελληνική

N/A

Ξένα

- [1] Cruz, Marcelo G. (2002). *Modeling, measuring and hedging operational risk*, Wiley Finance, Chichester, U.K. ISBN: 0 471 51560 4
- [2] King, Jack L. (2001). *Operational Risk: Measurement and Modelling*, Wiley Finance, Chichester, U.K. ISBN: 0 471 85209 0
- [3] Finkenstadt Bardel and Rootzen Holger (2001). *Extreme Values in Finance, Telecommunications, and the Environment*, Monographs on Statistics and Applied Probability, 1999. Chapman & Hall/CRC
- [4] Nakagawa Hidetoshi (). *A case study of Operational Risk Measurement based on Loss Distribution Approach*, MTB Investment Technology Institute Co. Ltd.
- [5] BCBS (2003). *Overview of The New Basel Capital Accord, Consultative Document*, Bank for International Settlements
- [6] BCBS (2004). *International Convergence of Capital Measurement and Capital Standards, a Revised Framework*, Bank for International Settlements
- [7] Industry Technical Working Group on OR (May 2003). *An LDA-Based Advanced Measurement Approach for the Measurement of OR – Ideas, Issues and Emerging Practices (Draft Document)*
- [8] International Benchmark Survey, conducted by SAS & Risk Magazine (August 2003). *Operational Risk Management in the Financial Services Industry*
- [9] Yuji Yasuda (2003). *Application of Bayesian Inference to Operational Risk Management*, University of Tsukuba.

