

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ



**ΤΜΗΜΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ
ΚΑΙ ΑΣΦΑΛΙΣΤΙΚΗΣ ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ**

**ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΣΠΟΥΔΩΝ
ΣΤΗΝ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΗ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ**

**ΜΕΛΕΤΗ ΚΑΙ ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΩΝ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑΤΩΝ
ΠΟΥ ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΟΥΝΤΑΙ ΓΙΑ ΤΟ
ΧΡΟΝΟΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟ ΚΑΙ
ΤΗΝ ΚΟΣΤΟΛΟΓΗΣΗ ΕΡΓΩΝ**

Ευτυχία Α. Περγαντίδη

Διπλωματική Εργασία

που υποβλήθηκε στο Τμήμα Στατιστικής και Ασφαλιστικής
Επιστήμης του Πανεπιστημίου Πειραιώς ως μέρος των
απαιτήσεων για την απόκτηση του Μεταπτυχιακού
Διπλώματος Ειδίκευσης στην Εφαρμοσμένη Στατιστική

Πειραιάς
Ιούλιος 2014

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ



**ΤΜΗΜΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ
ΚΑΙ ΑΣΦΑΛΙΣΤΙΚΗΣ ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ**

**ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΣΠΟΥΔΩΝ
ΣΤΗΝ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΗ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ**

**ΜΕΛΕΤΗ ΚΑΙ ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΩΝ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑΤΩΝ
ΠΟΥ ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΟΥΝΤΑΙ ΓΙΑ ΤΟ
ΧΡΟΝΟΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟ ΚΑΙ
ΤΗΝ ΚΟΣΤΟΛΟΓΗΣΗ ΕΡΓΩΝ**

Ευτυχία Α. Περγαντίδη

Διπλωματική Εργασία

που υποβλήθηκε στο Τμήμα Στατιστικής και Ασφαλιστικής
Επιστήμης του Πανεπιστημίου Πειραιώς ως μέρος των
απαιτήσεων για την απόκτηση του Μεταπτυχιακού
Διπλώματος Ειδίκευσης στην Εφαρμοσμένη Στατιστική

Πειραιάς
Ιούλιος 2014

Η παρούσα Διπλωματική Εργασία εγκρίθηκε ομόφωνα από την Τριμελή Εξεταστική Επιτροπή που ορίστηκε από τη ΓΣΕΣ του Τμήματος Στατιστικής και Ασφαλιστικής Επιστήμης του Πανεπιστημίου Πειραιώς στην υπ' αριθμ. συνεδρίασή του σύμφωνα με τον Εσωτερικό Κανονισμό Λειτουργίας του Προγράμματος Μεταπτυχιακών Σπουδών στην Εφαρμοσμένη Στατιστική.

Τα μέλη της Επιτροπής ήταν:

- Καθηγητής Χρήστος Αγιακλόγλου (Επιβλέπων)
- Αναπλ. Καθηγητής Γεώργιος Ηλιόπουλος
-

Η έγκριση της Διπλωματικής Εργασίας από το Τμήμα Στατιστικής και Ασφαλιστικής Επιστήμης του Πανεπιστημίου Πειραιώς δεν υποδηλώνει αποδοχή των γνώμων του συγγραφέα.

UNIVERSITY OF PIRAEUS



**DEPARTMENT OF STATISTICS
AND INSURANCE SCIENCE**

**POSTGRADUATE PROGRAM IN
APPLIED STATISTICS**

**STUDY AND APPLICATION OF
MATHEMATICAL MODELS
USED IN PROJECT
SCHEDULING AND COSTING**

**By
Eftychia A. Pergantidi**

MSc Dissertation

submitted to the Department of Statistics and
Insurance Science of the University of Piraeus in
partial fulfilment of the requirements for the
degree of Master of Science in Applied Statistics

Piraeus, Greece
July 2014

Πανεπιστήμιο Πειραιώς

Πανεπιστήμιο Πειραιώς

Στην οικογένειά μου

Πανεπιστήμιο Πειραιώς

Ευχαριστίες

Ευχαριστώ ιδιαίτερα την οικογένειά μου για τη στήριξη που μου προσέφερε καθ' όλη τη διάρκεια του μεταπτυχιακού προγράμματος. Θα ήθελα, επίσης, να ευχαριστήσω και τον καθηγητή κ. Αγιακλόγλου Χρήστο για την επίβλεψη της παρούσας εργασίας.

Πανεπιστήμιο Πειραιώς

Πανεπιστήμιο Πειραιώς

Περίληψη

Στην παρούσα εργασία μελετώνται τα μαθηματικά μοντέλα τα οποία έχει αναπτύξει η Διαχείριση Έργου έτσι ώστε τα εγχειρήματα, μικρά ή μεγάλα, που αντιμετωπίζονται ως έργα να ολοκληρώνονται εντός χρόνου και προϋπολογισμού. Τα μοντέλα αυτά δύνανται να έχουν προσδιοριστικό χαρακτήρα ή να διέπονται από στοχαστικότητα. Στα πλαίσια της εξέτασης της στοχαστικής φύσης των δραστηριοτήτων που συνιστούν ένα έργο, αναλύεται η μέθοδος PERT, η οποία κατάφερε να ενσωματώσει την αβεβαιότητα στη συνήθη ντετερμινιστική τεχνική του κρίσιμου μονοπατιού για τον προσδιορισμό του συνολικού χρόνου ενός έργου. Συγκεκριμένα, όταν ο χρόνος των δραστηριοτήτων δεν είναι γνωστός με ακρίβεια, η PERT χρησιμοποιεί δύο ισχυρούς τύπους για τη μέση τιμή και τη διακύμανση του χρόνου, οι οποίοι στηρίζονται στις ιδιότητες της κατανομής Βήτα και την τεχνική της εκτίμησης των τριών σημείων. Η κατανομή Βήτα, όμως, δεν αποτελεί τη μόνη επιλογή για τη μοντελοποίηση του χρόνου των δραστηριοτήτων. Κατά συνέπεια, διερευνώνται τα χαρακτηριστικά και οι ιδιότητες των παράγωγων από τη Βήτα κατανομών (και πάντα στα πλαίσια της PERT), καθώς και της Τριγωνικής κατανομής, μεταξύ των οποίων συγκρίνεται ο κίνδυνος σε όρους τυπικής απόκλισης, έτσι ώστε να επιλέγεται η κατανομή που προσαρμόζεται καλύτερα στα δεδομένα. Επίσης, αναλύεται η προσομοίωση Monte Carlo, μία τεχνική εναλλακτική της PERT, η οποία καταφέρνει να ξεπεράσει τα περισσότερα από τα ασθενή σημεία της τελευταίας, οδηγώντας σε περισσότερο ρεαλιστικά και στοχευμένα αποτελέσματα. Όσον αφορά το κόστος, το ενδιαφέρον επικεντρώνεται στο κομμάτι της αντιστάθμισης του χρόνου με το άμεσο κόστος, μία τεχνική αναθεώρησης του προγράμματος ενός έργου, όπου οι άμεσα ενδιαφερόμενοι είναι διατεθειμένοι να καταβάλουν κάποιο επιπλέον ποσό σε πόρους προκειμένου το έργο να ολοκληρωθεί όσο το δυνατόν νωρίτερα και με το ελάχιστο άμεσο κόστος. Το στοχαστικό στοιχείο εξετάζεται τώρα ως η αβεβαιότητα από την οποία διέπεται η χρηματοδότηση του εγχειρήματος. Η περίπτωση αυτή εφαρμόζεται σε ένα κατασκευαστικό έργο με πραγματικά δεδομένα χρόνου και άμεσου κόστους, ενσωματώνοντας στο αρχικό μοντέλο της αντιστάθμισης την “εξωτερική” αυτή αβεβαιότητα, με στόχο να εξετασθεί κατά πόσο επηρεάζεται όχι μόνο η επίτευξη ή μη του έργου, αλλά και η εν τέλει εφικτότητα υλοποίησής του.

Πανεπιστήμιο Πειραιώς

Abstract

This thesis explores the mathematical models developed by the Project Management discipline in order to insure that all ventures, small or large, treated as projects are completed on time and on budget. These models can either be deterministic or subject to stochasticity. In reviewing the stochastic nature of the activities constituting a project, the PERT method is analyzed. According to PERT, time uncertainty is incorporated in the conventional deterministic technique of the critical path, in order to determine the total project duration. Specifically, when activity duration is not estimated accurately, PERT uses two powerful formulas for the time mean and variance, which are based on the properties of the Beta distribution and the “three-point estimation” technique. However, the Beta distribution is not the only alternative for modeling activity time. Thus, the characteristics and properties of the Beta distribution families based on PERT and the Triangular distribution are explored, while at the same time their risk is compared in terms of standard deviation, so that the selected distribution fits best to the data. In addition, the Monte Carlo simulation is analyzed, a technique alternative to PERT, which manages to overcome most of the weaknesses of the latter, leading to more realistic and targeted results. Concerning the cost, the interest is focused on time-cost tradeoff, a project review technique, in which the stakeholders are willing to pay an extra amount of money in resources in order to complete the project as early as possible and at minimum direct cost. The stochastic component is now being considered as the uncertainty that rules the funding of the project. This stochasticity is applied to a construction project with real time and direct cost data, incorporating the “external” uncertainty of funding in the original time-cost tradeoff model, in order to examine whether project time acceleration as well as its implementation feasibility are affected.

Πανεπιστήμιο Πειραιώς

Περιεχόμενα

Κατάλογος Πινάκων	xvii
Κατάλογος Διαγραμμάτων	xix
Κατάλογος Συντομογραφιών	xxiii

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

Βασικές έννοιες και τεχνικές χρονικού προγραμματισμού ενός έργου

1.1	Εισαγωγή	1
1.2	Έργο και Διαχείριση Έργου	2
1.3	Σχεδίαση και χρονοπρογραμματισμός	7
1.3.1	Ποιοτικές τεχνικές	7
	Διάγραμμα Αναλυτικής Ιεραρχικής Δομής	7
	Πίνακας Αρμοδιοτήτων	8
	Πίνακας Άμεσα Προηγούμενων Δραστηριοτήτων	10
1.3.2	Υπολογιστικά μοντέλα αποφάσεων	10
1.3.2.1	Δικτυωτή ανάλυση στη ΔΕ	11
	Δίκτυο προτεραιοτήτων ΑΟΝ	12
	Δίκτυο προτεραιοτήτων ΑΟΑ	13
1.3.2.2	Εκτίμηση του χρόνου των επιμέρους δραστηριοτήτων	16
	Ανάλογη Εκτίμηση	17
	Τμηματική Προσέγγιση	17
	Παραμετρική Εκτίμηση	17
1.3.2.3	Η μέθοδος του κρίσιμου μονοπατιού	20
	Ειδικές περιπτώσεις	28
1.3.2.4	Διάγραμμα Gantt	30
1.4	Ανακεφαλαίωση	32

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

Στοχαστική προσέγγιση του χρόνου ενός έργου

2.1	Εισαγωγή	33
2.2	Εκτίμηση τριών χρονικών σημείων	34
2.3	Μοντελοποίηση των χρόνων των δραστηριοτήτων	35
2.3.1	Κατανομές Βήτα, BetaPERT, PERT-betas και ModPERT	35
	Προσαρμογή της κατανομής Βήτα στην ανάλυση PERT	37
	BetaPERT	40
	PERT-betas	41

	ModPERT	44
2.3.2	Τριγωνική κατανομή	45
2.3.3	Ομοιόμορφη κατανομή	48
2.4	Εκτίμηση του συνολικού χρόνου του έργου μέσω της στο- χαστικής PERT/CPM	49
2.5	Ασθενή σημεία των υποθέσεων της στοχαστικής PERT/CPM	52
2.6	Εκτίμηση του συνολικού χρόνου του έργου μέσω της προσομοίωσης Monte Carlo	56
	Αλγόριθμος της MCS	57
2.7	Ανακεφαλαίωση	63

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

Το κόστος στη Διαχείριση Έργου

3.1	Εισαγωγή	65
3.2	Προγραμματισμός των πόρων	66
3.3	Εκτίμηση και προϋπολογισμός του κόστους	67
	Η τεχνική Bottom-Up στον προϋπολογισμό του κόστους	68
3.3.1	Χρηματοοικονομικά μέτρα αξιολόγησης ενός έργου ως ευκαιρία	72
	Περίοδος Αποπληρωμής	73
	Καθαρή Παρούσα Αξία	74
	Εσωτερικός Ρυθμός Απόδοσης	75
	Σχέση Ωφέλειας-Κόστους	75
	Απόδοση της Επένδυσης	75
	Αναμενόμενη Εμπορική Αξία	76
3.3.2	Αντιστάθμιση του κόστους με το χρόνο	78
	Διαδικασία εφαρμογής της TCT	78
	Το μοντέλο του γραμμικού προγραμματισμού	83
	Μεταβλητότητα χρηματοδότησης	85
	Στοχαστικότητα του χρόνου των δραστηριοτήτων	86
3.4	Έλεγχος του κόστους	87
3.5	Ανακεφαλαίωση	90

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

Περίπτωση μελέτης κατασκευής υπόγειου χώρου στάθμευσης

4.1	Εισαγωγή	93
4.2	Προγραμματισμός του έργου	94

4.3	Αναθεώρηση του προγράμματος έργου	98
	Ο περιορισμός της χρηματοδότησης του έργου	100
	Σενάριο 1	101
	Σενάριο 2	103
4.4	Ανακεφαλαίωση	106
Παράρτηματα		109
Π1	Υπολογισμός των παραμέτρων α και β και της διακύμανσης σ^2 της οικογένειας κατανομών ModPERT	111
Π2	Υπολογισμός των παραμέτρων α και β της οικογένειας κατανομών PERT-beta	115
Π3	Πίνακας βέλτιστων συνδυασμών συμπίεσης για το έργο «Κατασκευή υπόγειου χώρου στάθμευσης»	117
Π4	Λογισμικά προγράμματα για την εκτέλεση των MCS και LP	119
Π5	Πίνακες και διαγράμματα των αποτελεσμάτων της MCS για την EFV του έργου «Κατασκευή υπόγειου χώρου στάθμευσης»	121
Π6	Πίνακας τιμών της σ.κ. Φ της τυπικής κανονικής κατανομής	125
Βιβλιογραφία		127

Πανεπιστήμιο Πειραιώς

Κατάλογος Πινάκων

1-1	Κύκλος ζωής της ΔΕ	6
1-2	Πίνακας αρμοδιοτήτων	9
1-3	Πίνακας άμεσα προηγούμενων δραστηριοτήτων	10
1-4	Κύριες διαφορές των μεθόδων PERT & CPM	11
1-5	Ενδεικτικό παράδειγμα	14
1-6	Απαρίθμηση μονοπατιών Διαγράμματος 1-11	23
1-7	Υπολογισμοί τιμών <i>ES</i> , <i>EF</i> , <i>LS</i> , <i>LF</i> δεδομένων Πίνακα 1-3	25
1-8	Εύρεση κρίσιμου μονοπατιού μέσω <i>TS</i>	27
2-1	Μορφές κατανομής Beta για διάφορες τιμές των α και β	37
2-2	Χαρακτηριστικά κατανομής BetaPERT	40
2-3	Σύγκριση τιμών των κατανομών BetaPERT και PERT-betas για $a=0$, $b=10$ $m=1,2,3,4,5,6,7,8,9$	43
2-4	Χαρακτηριστικά κατανομής ModPERT	44
2-5	Εύρεση κρίσιμου μονοπατιού υπό συνθήκες αβεβαιότητας	51
2-6	Πίνακας άμεσα προηγούμενων δραστηριοτήτων υπό στοχαστικές συνθήκες	60
3-1	Προϋπολογισμός κόστους ανά δραστηριότητα και ανά εβδομάδα	69
3-2	Κατανομή κόστους σύμφωνα με τους χρόνους <i>ES</i> των μη κρίσιμων δραστηριοτήτων	69
3-3	Κατανομή κόστους σύμφωνα με τους χρόνους <i>LS</i> των μη κρίσιμων δραστηριοτήτων	70
3-4	Υπολογισμός Καθαρής Παρούσας Αξίας	74
3-5	Υπολογισμός των μέτρων ECV και NPV	77
3-6	Πίνακας μέγιστων δυνατοτήτων συμπίεσης	80
3-7	Ερμηνεία των βασικών δεικτών επίδοσης της EVM	88
3-8	Αποδοτικότητα έργου με βάση τους δείκτες SPI και CPI	89
3-9	Ενδεικτικοί υπολογισμοί των βασικών μέτρων και δεικτών της EVM	89

4-1	Χρονικός και οικονομικός προγραμματισμός του έργου	95
4-2	Εύρεση κρίσιμων μονοπατιών του έργου	97
4-3	Μέγιστες δυνατότητες συμπίεσης του χρόνου του έργου	99
4-4	Συμπίεση του χρόνου του έργου όταν η C ακολουθεί την κανονική κατανομή για διάφορες τιμές m_F , CV και α	102
4-5	Συμπίεση έργου όταν η C ακολουθεί την εμπειρική σ.κ. για διάφορες τιμές p	105
4-6	Συμπίεση έργου όταν η C ακολουθεί την κατανομή Βήτα για διάφορες τιμές p	105

Πανεπιστήμιο Πειραιώς

Κατάλογος Διαγραμμάτων

1-1	Τρίγωνο περιορισμών της ΔΕ	4
1-2	Σχέσεις αλληλεπίδρασης μεταξύ των Ομάδων Διαδικασιών	6
1-3	Διάγραμμα Αναλυτικής Ιεραρχικής Δομής - ΑΙΔ	8
1-4	Δίκτυο προτεραιοτήτων τύπου AON (δεδομένα Πίνακα 1-3)	12
1-5	Δίκτυο προτεραιοτήτων τύπου AOA (δεδομένα Πίνακα 1-3)	13
1-6	Δίκτυο προτεραιοτήτων τύπου AOA (εσφαλμένη απεικόνιση δραστηριοτήτων Πίνακα 1-5)	15
1-7	Δίκτυο προτεραιοτήτων τύπου AOA (ορθή απεικόνιση δραστηριοτήτων Πίνακα 1-5 με χρήση εικονικής)	15
1-8	Απεικονίσεις δραστηριοτήτων σε δίκτυα AOA και AON	16
1-9	Διάρκεια εργασίας για διαφορετικούς ρυθμούς μάθησης	19
1-10	Δίκτυο AON με δύο παράλληλες δραστηριότητες	21
1-11	Δίκτυο προτεραιοτήτων τύπου AON με χρόνους ανά δραστηριότητα	22
1-12	Απεικόνιση υπολογισμών ES , EF , LS , LF στο δίκτυο	24
1-13	Δίκτυο προτεραιοτήτων τύπου AON με τιμές ES , EF , LS , LF (δεδομένα Πίνακα 1-3 και Πίνακα 1-7)	26
1-14	Απεικόνιση κρίσιμου μονοπατιού (δεδομένα Πίνακα 1-8)	27
1-15	Διαγράμματα προτεραιοτήτων με σχέσεις τύπου FS , SS , FF , SF	28
1-16	Διάγραμμα Gantt με βάση τους χρόνους ES και LS	31
1-17	Διάγραμμα Gantt για τον έλεγχο της πορείας του έργου με βάση τους χρόνους ES και LS	31
2-1	Κατανομή Beta($\alpha, \beta, 0, 1$) για διάφορες τιμές α και β	36
2-2	Απεικόνιση μέσης τιμής μεθόδου PERT $a=10$, $m=13$, $b=25$	39
2-3	Σ.π.π. της PERT($0, m, 10$) για $m=1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$	41
2-4	Σ.π.π. των PERT-betas για $a=0$, $b=10$ και $m=1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$	42
2-5	Θέση αθροίσματος $\alpha+\beta$ των BetaPERT και PERT-betas αναφορικά με $m \in [1, 9]$	43

2-6	Σ.π.π. της $\text{ModPERT}(0,m,10,1)$ για $m=1,2,3,4,5,6,7,8,9$	45
2-7	Σ.π.π. της $\text{ModPERT}(0,m,10,10)$ για $m=1,2,3,4,5,6,7,8,9$	45
2-8	Σ.π.π. της $\text{Triang}(0,m,10)$ για $m=1,2,3,4,5,6,7,8,9$	46
2-9	Σ.π.π. $\text{Triang}(a,m,b)$ και $\text{PERT}(a,m,b)$ για διάφορες τιμές των a, m, b	46
2-10	Σύγκριση τυπικής απόκλισης των κατανομών $\text{Triang}(0,m,10)$ και $\text{PERT}(0,m,10)$ για $m \in [1,9]$	47
2-11	Σ.π.π. $U(a,b)$ για διάφορες τιμές των a και b	49
2-12α	Πυκνότητα ίση με $\Phi(z)$	50
2-12β	Συνάρτηση κατανομής $\Phi(z)$ της $N(0,1)$	50
2-13	Στοχαστικό δίκτυο τύπου AON με γνωστές μ και σ^2 των δραστηριοτήτων	54
2-14	Γραφική μοντελοποίηση της Εμπειρικής σ.κ. των χρόνων του έργου όταν οι επιμέρους δραστηριότητες ακολουθούν την κατανομή Βήτα	61
2-15	Ποσοστό εμφάνισης μονοπατιών ως κρίσιμα (PERT-betas)	61
2-16	Πιθανότητα εμφάνισης δραστηριοτήτων στο κρίσιμο μονοπάτι (PERT-betas)	61
2-17	Γραφική μοντελοποίηση της Εμπειρικής σ.κ. των χρόνων του έργου όταν οι επιμέρους δραστηριότητες ακολουθούν την κατανομή BetaPERT	62
2-18	Ποσοστό εμφάνισης μονοπατιών ως κρίσιμα (BetaPERT)	62
2-19	Πιθανότητα εμφάνισης δραστηριοτήτων στο κρίσιμο μονοπάτι (BetaPERT)	62
3-1	Συσσωρευμένο προϋπολογισθέν κόστος	70
3-2	Εβδομαδιαία ροή προϋπολογισμένου κόστους	70
3-3	Προϋπολογισμός κόστους σωρευτικά με τη μέθοδο Bottom-Up	71
3-4	Βασικά μέτρα αξιολόγησης ενός έργου ως επενδυτική ευκαιρία	72
3-5	Αναμενόμενη Εμπορική Αξία εγχειρήματος με δύο σημεία απόφασης	77

3-6	Αντίστροφη γραμμική σχέση ($s \leq 0$) χρόνου και άμεσου κόστους μίας δραστηριότητας	79
3-7	Αναλυτική διαδικασία εύρεσης της βέλτιστης λύσης TCT	81
3-8	Περιθώρια συμπίεσης έργου (δεδομένα Πίνακα 3-6)	83
3-9	Μέτρα ανάλυσης της EVM για τον έλεγχο ενός έργου	87
4-1	Δίκτυο τύπου AON για το έργο «Κατασκευή υπόγειου χώρου στάθμευσης»	96
4-2	Δίκτυο τύπου AON με τα κρίσιμα μονοπάτια και το συνολικό χρόνο του έργου	97
4-3	Διαμόρφωση αναμενόμενου ποσού για την κάλυψη του έργου	104

Πανεπιστήμιο Πειραιώς

Κατάλογος Συντομογραφιών

ΑΙΔ	Αναλυτική Ιεραρχική Δομή
ΔΕ	Διαχείριση Έργου
Κ.Ο.Θ.	Κεντρικό Οριακό Θεώρημα
σ.κ.	συνάρτηση κατανομής
σ.π.π.	συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας
τ.δ.	τυχαίο δείγμα
τ.μ.	τυχαία μεταβλητή

AC	Actual Cost
AOA	Activity On Arrow
AON	Activity On Node
BAC	Budget At Completion
BCR	Benefit/Cost Ratio
CC	Crashed Cost
CDF	Cumulative Distribution Function
CPI	Cost Performance Index
CPM	Critical Path Method
CT	Crashed Time
CV	Coefficient of Variation
CV	Cost Variance
EAC	Estimate At Completion
ECV	Expected Commercial Value
EF	Early Finish
EFV	Expected Funding Value
ES	Early Start
EV	Earned Value
EVM	Earned Value Management
FF	Finish-To-Finish
FS	Finish-To-Start

FrS	Free Slack
FV	Future Value
IRR	Internal Rate of Return
IS	Independent Slack
LF	Late Finish
LP	Linear Programming
LS	Late Start
MCG	Multiplicative Congruential Generator
MCS	Monte Carlo Simulation
MLE	Maximum Likelihood Estimation
MoM	Method of Moments
NC	Normal Cost
NFV	Net Future Value
NPV	Net Present Value
NT	Normal Time
PERT	Program Evaluation and Review Technique
PMBOK	Project Management Book Of Knowledge
PMI	Project Management Institute
PP	Payback Period
PV	Planned Value
PV	Present Value
RNG	Random Number Generator
ROI	Return Of Investment
SAN	Stochastic Activity Network
SF	Start-To-Finish
SP	Stochastic Programming
SPI	Schedule Performance Index
SS	Start-To-Start
SV	Schedule Variance
TCPI	To-Complete Performance Index
TCT	Time-Cost Tradeoff
TS	Total Slack

VAC	Variance At Completion
WBS	Work Breakdown Structure

Πανεπιστήμιο Πειραιώς

Πανεπιστήμιο Πειραιώς

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

ΒΑΣΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΧΡΟΝΙΚΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ ΕΝΟΣ ΕΡΓΟΥ

1.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Στο σύγχρονο κόσμο όπου τα περισσότερα εγχειρήματα ταυτίζονται ή σχετίζονται με έργα, η επιτυχής εκτέλεσή τους απαιτεί λεπτομερή προσέγγιση και οργανωτικότητα, ιδιαίτερα μάλιστα όταν τα έργα έχουν την τάση να γίνονται συνεχώς πιο περίπλοκα και απαιτητικά. Η Διαχείριση Έργου προσφέρει αποτελεσματικές μεθόδους και πρακτικές που τα καθιστούν συντονισμένα και πλήρως κατανοητά, με απώτερο σκοπό τον προγραμματισμό και έλεγχο του χρονικού διαγράμματος και του κόστους του έργου, έτσι ώστε να προβλεφθούν κίνδυνοι και ζημιές που ενδεχομένως να προκύψουν κατά την εκτέλεσή του.

Ο χρονικός προγραμματισμός χρησιμοποιεί εκείνες τις απαιτούμενες διαδικασίες που στοχεύουν στην αποτελεσματική διαχείριση του χρόνου ενός έργου προκειμένου να εξασφαλιστεί η έγκαιρη ολοκλήρωσή του. Συγκεκριμένα, απώτερος σκοπός των διαδικασιών αυτών είναι να οδηγήσουν σε ένα ρεαλιστικό χρονοδιάγραμμα το οποίο να είναι ταυτόχρονα επιτεύξιμο και σχετικά εύκολο διαχειρίσιμο στην περίπτωση που χρειάζονται να γίνουν διάφορες αναπροσαρμογές, ενώ ταυτόχρονα να εκπληρώνονται οι απαιτήσεις του χρόνου αυτών για τους οποίους εκπονείται το εκάστοτε έργο.

Στο παρόν κεφάλαιο θα αναπτυχθούν αρχικά οι έννοιες του έργου και της διαχείρισης έργου ώστε να γίνει αντιληπτή η σημαντικότητά τους στο σύγχρονο μανατζμεντ αλλά και να αποτελέσουν ταυτόχρονα έννοιες οικείες για τον αναγνώστη. Στη συνέχεια θα ακολουθήσει η ανάπτυξη των βασικών μαθηματικών σχέσεων και τεχνικών που κρύβονται πίσω από το χρονοπρογραμματισμό, μένοντας πιστοί στην αλληλουχία βημάτων που ακολουθούνται από τη σύλληψη του έργου μέχρι τον τελικό προσδιορισμό του επιθυμητού από τους άμεσα ενδιαφερόμενους χρόνου για την ολοκλήρωσή του.

1.2 ΕΡΓΟ ΚΑΙ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗ ΕΡΓΟΥ

Στα πλαίσια των εργασιών στις οποίες αφιερώνονται οι διάφοροι οργανισμοί (κερδοσκοπικοί και μη) περιλαμβάνονται μεταξύ άλλων τα προγράμματα και τα έργα, τα οποία ενώ φαίνονται να μοιράζονται κάποια κοινά χαρακτηριστικά, όπως η συμμετοχή ανθρώπινου δυναμικού κατά την εκτέλεσή τους, ο περιορισμός των πόρων που αντιμετωπίζουν κ.ά., είναι δύο διαφορετικές έννοιες και δραστηριότητες. Τα προγράμματα είναι συνεχείς και επαναλαμβανόμενες καθημερινές λειτουργίες συνυφασμένες με την ύπαρξη και την ανάπτυξη του οργανισμού, ενώ ως έργο μπορεί να θεωρηθεί ένα καλά ορισμένο σύνολο καθηκόντων ή δραστηριοτήτων που στοχεύουν στην επίτευξη κάποιου προσχεδιασμένου σκοπού σε πεπερασμένο χρόνο και του οποίου το αποτέλεσμα είναι μοναδικό (Moder, Phillips, and Davis, 1983). Φυσικά δεν αποκλείεται αυτές οι δύο λειτουργίες να συνυπάρχουν. Ένα σύνθημα φαινόμενο είναι τα προγράμματα, καθώς έχουν μεγαλύτερο εύρος εφαρμογών και διάρκεια, να απαρτίζονται από πολλαπλά έργα. Γενικότερα όμως οι δύο αυτές λειτουργίες διαφέρουν κυρίως ως προς το χρονικό ορίζοντα εκτέλεσής τους και τη μοναδικότητα του επιθυμητού τελικού αποτελέσματος. Συγκεκριμένα, ο επίσημος ορισμός του έργου, όπως δίνεται από την Project Management Institute Standards Committee (2013), αναφέρει ότι *«έργο είναι ένα προσωρινό εγχείρημα που αναλαμβάνεται για να δημιουργήσει ένα μοναδικό προϊόν, υπηρεσία ή αποτέλεσμα»*. Παραδείγματα τέτοιων εγχειρημάτων αποτελούν η κατασκευή, επισκευή και συντήρηση μιας γέφυρας, η έρευνα και ανάπτυξη ενός νέου προϊόντος, η οργάνωση ενός σεμιναρίου κ.ά..

Ο προσωρινός χαρακτήρας του έργου αφορά την ύπαρξη σημείων έναρξης και λήξης, χωρίς να σημαίνει υποχρεωτικά ότι το έργο έχει μικρή διάρκεια. Οι λόγοι για τους οποίους ένα έργο τερματίζεται είναι α) όταν αυτό έχει ολοκληρωθεί σύμφωνα με τις προδιαγραφές επιτυγχάνοντας τον αρχικό σκοπό, β) όταν διαπιστώνεται ότι δεν μπορεί με κανένα τρόπο να επιτευχθεί/ολοκληρωθεί ο σκοπός για τον οποίο εκπονείται ή γ) όταν ο πελάτης αποφασίζει να το τερματίσει.

Η μοναδικότητα που διέπει το αποτέλεσμα κάθε έργου σημαίνει ότι το τελικό προϊόν ή υπηρεσία δημιουργείται για πρώτη φορά έστω και αν το φάσμα στο οποίο ανήκει είναι μεγάλο. Για παράδειγμα, η κατασκευή ενός νοσοκομείου δεν αποτελεί κάτι καινοτόμο. Ακόμα και αν εκτελείται από την ίδια ομάδα έργου που είχε κατασκευάσει κάποιο άλλο νοσοκομείο στο παρελθόν διαφέρουν τα σχέδια, η τοποθεσία, οι πελάτες και οι απαιτήσεις

τους, τα υλικά, οι εργάτες κ.ο.κ.. Πάντα θα υπάρχει τουλάχιστον ένα στοιχείο που το διαφοροποιεί από προηγούμενα παρόμοια εγχειρήματα.

Ένα τρίτο χαρακτηριστικό το οποίο δεν προκύπτει άμεσα όπως τα δύο προηγούμενα είναι ότι το έργο πρέπει να εκπονείται προοδευτικά. Η προοδευτική επεξεργασία είναι η συνεχής επαναληπτική διαδικασία της βελτίωσης και της περαιτέρω διευκρίνησης των ιδιαίτερων χαρακτηριστικών του τελικού προϊόντος που το κάνουν μοναδικό και βασίζεται σε πιο λεπτομερείς πληροφορίες οι οποίες καθίστανται διαθέσιμες καθώς το έργο εξελίσσεται, ενώ σημαντικό ρόλο παίζουν οπωσδήποτε η αφοσίωση, η επιμέλεια και η διορατικότητα των μελών της ομάδας που συμμετέχουν στο έργο (PMBOK Guide, 2013).

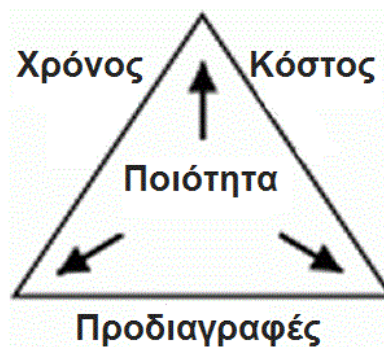
Θα πρέπει επίσης να διευκρινιστεί ότι δεν είναι όλα τα έργα ίδια όσον αφορά την εκτέλεση τους και τις διαδικασίες που ακολουθούνται. Για παράδειγμα, η ανάπτυξη ενός λογισμικού πληροφορικής αποτελεί μία εξαιρετικά πολύπλοκη διαδικασία για την οποία ο σχεδιασμός και τα βασικά λειτουργικά χαρακτηριστικά του προϊόντος δεν είναι εντελώς ξεκάθαρα από την αρχή, ενώ ταυτόχρονα το εγχείρημα έχει να αντιμετωπίσει ένα γρήγορα μεταβαλλόμενο εξωτερικό περιβάλλον και αυξανόμενο ανταγωνισμό. Γι' αυτό και τα έργα που αφορούν λογισμικά και νέες τεχνολογίες είναι αυτά που εμφανίζουν μεγαλύτερο ρυθμό αποτυχιών ή/και υπέρβαση του κόστους ανάπτυξής τους. Από την άλλη πλευρά, παρά την ύπαρξη αβέβαιων παραγόντων, έργα που αφορούν κατασκευές έχουν γενικότερα μεγαλύτερη πιθανότητα να ικανοποιήσουν τους στόχους τους και να επιφέρουν το επιθυμητό αποτέλεσμα, αφού η πρόοδός τους μπορεί να μετρηθεί και να ελεγχθεί ευκολότερα (Klasterin, 2004).

Η ιστορία δυστυχώς έχει δείξει ότι ένα μεγάλο ποσοστό έργων αποτυγχάνει. Παρά τις προσπάθειες που γίνονται για να διατηρηθεί ο έλεγχος πάνω στα έργα υπάρχουν αρκετές αιτίες που μπορούν να οδηγήσουν στην αποτυχία τους. Τέτοιες είναι η έλλειψη επικοινωνίας και συνεργασίας μεταξύ των άμεσα ενδιαφερομένων, η έλλειψη συντονισμού μεταξύ των μελών της ομάδας έργου, η αλλαγή της τεχνολογίας, περικοπή του προϋπολογισμού κ.ά.. Ενδεικτικά, για το 2013 και σύμφωνα με την PricewaterhouseCoopers, σε έρευνα που έγινε μεταξύ 200 πολυεθνικών εταιρειών, από τα 10.500 έργα που είχαν αναληφθεί μόλις το 2.5% είχε καταφέρει να ολοκληρωθεί πλήρως και σύμφωνα με τον αρχικό σχεδιασμό (www.business-reporter.co.uk). Από την άλλη όμως, όταν τα έργα επιτυγχάνουν, δημιουργούν αξία για την επιχείρηση μέσω βελτιωμένων τελικών προϊόντων ή υπηρεσιών, αυξάνοντας την ικανοποίηση των πελατών ή μειώνοντας τα λειτουργικά κόστη, και πάντα είναι εναρμονισμένα με τους σκοπούς της επιχείρησης (Goodpasture, 2004).

Γίνεται φανερό ότι η ανάληψη ενός έργου αποτελεί ρίσκο για έναν οργανισμό. Σ' αυτό θα πρέπει να προστεθεί και το γεγονός ότι, λόγω της προσωρινής φύσης των έργων, οι πόροι που απαιτούνται για την εκπόνησή τους συνήθως απορροφώνται από κάποια άλλα τμήματα ή δραστηριότητες του οργανισμού. Έτσι ο οργανισμός θα πρέπει να έχει προβλέψει οικονομικά για την ύπαρξη και εκτέλεση έργων, αλλά και για τις απώλειες που μπορεί να προκύψουν από την ενδεχόμενη αδυναμία ολοκλήρωσής τους (Goodpasture, 2004; Klastorin, 2004).

Σήμερα που τα έργα γίνονται συνεχώς πιο περίπλοκα και απαιτητικά τόσο για τους χρηματοδότες όσο και για τους συμμετέχοντες σε αυτά, οδηγούμαστε στην ανάγκη μιας συνεχούς αποτελεσματικότερης Διαχείρισης Έργου (ΔΕ), η οποία αποτελεί έναν συνδυασμό της ποσοτικής ανάλυσης και του ανθρώπινου στοιχείου (Ahuja, Dozzi, and Abourizk, 1994). Σύμφωνα με την PMI Standards Committee (2013) «η ΔΕ είναι η εφαρμογή των γνώσεων, των ικανοτήτων, των εργαλείων και των μεθόδων που χρησιμοποιούνται στις δραστηριότητες του έργου έτσι ώστε να ικανοποιηθούν οι απαιτήσεις του» καθώς και οι απαιτήσεις των άμεσα ενδιαφερομένων, όπως είναι οι πελάτες, ο υπεύθυνος του έργου και τμήματα του οργανισμού που συνήθως χρηματοδοτούν αρχικά το εγχείρημα.

Για να επιτευχθεί η ανταπόκριση στις ανάγκες και τις προσδοκίες των άμεσα ενδιαφερομένων του έργου, η ΔΕ λαμβάνει υπ' όψιν τους περιορισμούς του χρόνου, του κόστους και των προδιαγραφών, οι οποίοι είναι άρρητα συνδεδεμένοι με την εξασφάλιση της ποιότητας του τελικού αποτελέσματος. Ο περιορισμός του χρόνου αναφέρεται στο συνολικό διαθέσιμο χρόνο για την ολοκλήρωση του έργου, του κόστους στο διαθέσιμο προϋπολογισθέν ποσό, ενώ των προδιαγραφών στα χαρακτηριστικά και λειτουργίες του προϊόντος και στις ακριβείς διαδικασίες που πρέπει να ακολουθηθούν κατά την εκτέλεση του έργου. Οι τρεις αυτοί περιορισμοί συνιστούν το λεγόμενο «Τρίγωνο περιορισμών της ΔΕ».



Πηγή: www.anagilestory.com

Διάγραμμα 1-1

Τρίγωνο περιορισμών της ΔΕ

Κάθε πλευρά του τριγώνου του Διαγράμματος 1-1 αντιστοιχεί σε έναν από τους τρεις περιορισμούς οι οποίοι διέπονται από τις μεταξύ τους ανταγωνιζόμενες απαιτήσεις. Έτσι, η οποιαδήποτε αλλαγή σε μία από τις πλευρές αυτές επηρεάζει και τις άλλες δύο προκαλώντας τη σχετική αντιστάθμιση στους περιορισμούς. Για παράδειγμα, αύξηση στις προδιαγραφές των διαδικασιών του έργου μπορεί να σημαίνει ταυτόχρονη αύξηση των απαιτούμενων για την ολοκλήρωση του έργου χρόνου και κόστους. Αντίστοιχα, μείωση των χρονικών περιθωρίων του έργου μπορεί να σημαίνει αυξημένο κόστος και μείωση των προδιαγραφών. (Badiru and Kovach, 2012). Για να μπορέσει να ελέγξει όσο το δυνατόν καλύτερα τους παραπάνω περιορισμούς, η σύγχρονη ΔΕ τους έχει διευρύνει στα εξής 10 γνωστικά πεδία:

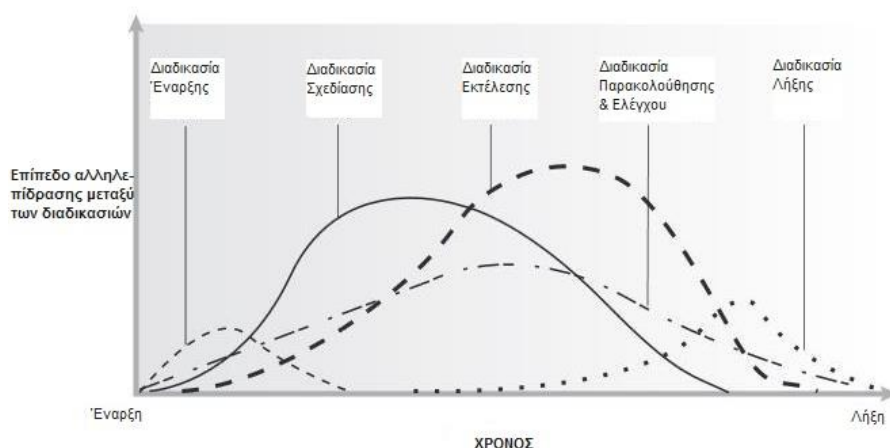
1. Ενοποίησης αρχικών διαδικασιών
2. Προδιαγραφών
3. Χρόνου
4. Κόστους
5. Ποιότητας
6. Ανθρώπινου Δυναμικού
7. Επικοινωνίας
8. Κινδύνου
9. Προμηθειών
10. Άμεσα ενδιαφερομένων.

Επίσης, κατά τη διαχείριση ενός έργου ακολουθούνται κάποιες συγκεκριμένες διαδικασίες οι οποίες σκοπό έχουν να περιγράψουν και να οργανώσουν τις επιμέρους εργασίες ενός έργου. Οι διαδικασίες αυτές έχουν εφαρμογή στα περισσότερα έργα και διακρίνονται σε 5 ομάδες, όπως παρουσιάζονται στον Πίνακα 1-1, δημιουργώντας ουσιαστικά τον κύκλο ζωής της ΔΕ. Οι διαδικασίες αυτές είναι επαναλαμβανόμενες στη ζωή ενός έργου και συνδέονται με σχέσεις αλληλεξάρτησης καθώς οι εξερχόμενες πληροφορίες της μίας ομάδας αποτελούν εισερχόμενες για την άλλη. Στο Διάγραμμα 1-2, όπου απεικονίζονται γραφικά οι σχέσεις αλληλοεπικάλυψης μεταξύ των 5 ομάδων διαδικασιών, παρατηρούμε ότι όχι μόνο η διαδικασία σχεδιασμού εφοδιάζει με το απαιτούμενο σχετικό πλάνο του έργου τη διαδικασία της εκτέλεσης, αλλά υπάρχει συνεχής ροή νέων πληροφοριών και ανανεώσιμων δεδομένων μεταξύ των δύο διαδικασιών κάτι που προκύπτει από το επίπεδο της αλληλεπίδρασης κατά τη διάρκεια ζωής του έργου (PMBOK Guide, 2013).

Πίνακας 1-1
Κύκλος ζωής της ΔΕ

Διαδικασία	Αρμοδιότητες
Έναρξη	Επιλογή έργου και απόφαση ανάληψής του
Σχεδίαση	Αναγνώριση των εργασιών που πρέπει να εκτελεστούν, προγραμματισμός, προϋπολογισμός, προδιαγραφές
Εκτέλεση	Εκτέλεση εργασιών - 'χτίσιμο' του προϊόντος
Παρακολούθηση & Έλεγχος	Αξιολόγηση και αναφορά της κατάστασης του έργου
Λήξη	Τελική αξιολόγηση του έργου, ολοκλήρωση και παράδοσή του

Πηγή: Phillips, Brantley, and Pulliam-Phillips (2012)



Πηγή: PMBOK Guide (2013)

Διάγραμμα 1-2
Σχέσεις αλληλεπίδρασης μεταξύ των Ομάδων Διαδικασιών

Με βάση τα παραπάνω και την πολυπλοκότητα που χαρακτηρίζει την ανάληψη, την εκτέλεση και την ολοκλήρωση ενός έργου, προκύπτει ότι μεταξύ άλλων η ΔΕ είναι μία λογική και συστηματική διαδικασία που σκοπό έχει να δώσει κατεύθυνση στην ομάδα του έργου, αποφορτίζοντας τα μέλη της από την “παράνοια” ενός πλήθους απρογραμμάτιστων, ανεξέλεγκτων και μερικές φορές άσκοπων δραστηριοτήτων. Γι’ αυτό και η ΔΕ θεωρείται από πολλούς ότι αποτελεί την τέχνη της επιστήμης, καθώς όλα πραγματοποιούνται μέσω ανθρώπων οργανωμένων σε ομάδες οι οποίοι καταφέρνουν να χειρίζονται μεγάλη ποσότητα δεδομένων με μοναδικό σκοπό την εξισορρόπηση ανάμεσα στο χρόνο και το κόστος του έργου (Moder, Phillips, and Davis, 1983).

1.3 ΣΧΕΔΙΑΣΗ ΚΑΙ ΧΡΟΝΟΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ

Από τη στιγμή που ένας οργανισμός έχει αποφασίσει να προχωρήσει στην ανάληψη και υλοποίηση ενός έργου, οι αρμόδιοι μάνατζερ υποβάλλουν ένα περιληπτικό πλάνο με τα βασικά σημεία του έτσι ώστε να μπορεί να σχεδιαστεί και να προγραμματιστεί αποδοτικότερα. Η ΔΕ χρησιμοποιεί συγκεκριμένες τεχνικές και μοντέλα τα οποία αναπτύσσονται και ακολουθούνται με μία λογική σειρά προκειμένου να διασφαλιστεί η εντός χρόνου ολοκλήρωση ενός έργου.

1.3.1 Ποιοτικές τεχνικές

Ο σχεδιασμός του έργου χρησιμοποιεί ποιοτικές διαχειριστικές τεχνικές για τον καθορισμό των δραστηριοτήτων που πρέπει να εκπονηθούν, τη μεταξύ τους σειρά προτεραιότητας και τις ομάδες που θα τις εκτελέσουν (Οικονόμου και Γεωργίου, 2000). Τέτοιες τεχνικές είναι το Διάγραμμα Αναλυτικής Ιεραρχικής Δομής (ΑΙΔ), ο Πίνακας Αρμοδιοτήτων και ο Πίνακας Άμεσα Προηγούμενων Δραστηριοτήτων.

Διάγραμμα Αναλυτικής Ιεραρχικής Δομής

Η Αναλυτική Ιεραρχική Δομή (Work Breakdown Structure - WBS) αποτελεί τον ακρογωνιαίο λίθο της διαδικασίας του σχεδιασμού και ένα σημαντικό εργαλείο της ΔΕ. Σκοπός της ΑΙΔ είναι να υποδιαιρέσει το έργο σε στοιχειώδεις ανεξάρτητες δραστηριότητες (ή πακέτα εργασίας) με τρόπο που να τις κάνει διαχειρίσιμες και μετρήσιμες, έτσι ώστε να διευκολύνει τον έλεγχο και την παρακολούθηση των δύο πιο σημαντικών περιορισμών του έργου, δηλαδή του χρόνου και του κόστους, συμπεριλαμβανομένης της ανακατανομής των περιορισμένων πόρων.

Όπως αναφέρει και η ονομασία της, η ΑΙΔ είναι στην ουσία μία διατεταγμένη ιεραρχική λίστα που στην κορυφή της ανάλυσης βρίσκεται το τελικό αποτέλεσμα (έργο ή προϊόν), ενώ στα κατώτερα επίπεδα βρίσκονται οι επιμέρους δραστηριότητες (ή πακέτα εργασίας) που πρέπει να εκπονηθούν ώστε να θεωρηθεί το έργο ολοκληρωμένο. Γι' αυτό και ο υπεύθυνος μάνατζερ θα πρέπει να ξεκινήσει τη διαμόρφωση της ΑΙΔ από πάνω προς τα κάτω (*Top-Down approach*), δηλαδή ορίζοντας με σαφήνεια πρώτα το τελικό αποτέλεσμα και στη συνέχεια υποδιαιρώντας το σε τόσα μικρότερα έργα όσα θεωρεί ότι είναι αρκετά για την πλήρη κατανόηση του έργου και τον έλεγχό του (Klastorin, 2004). Ενδεικτικά, η ΑΙΔ μπορεί

να έχει τη μορφή του Διαγράμματος 1-3 στο οποίο φαίνεται ότι το έργο θα ολοκληρωθεί μέσω της εκτέλεσης τεσσάρων επιμέρους πακέτων εργασίας.



Πηγή: www.projectmanagementessentials.wordpress.com

Διάγραμμα 1-3
Διάγραμμα Αναλυτικής Ιεραρχικής Δομής - ΑΙΔ

Χρησιμοποιώντας την ΑΙΔ, ο μάνατζερ έχει ολοκληρωμένη εικόνα της έκτασης και των πεδίων εφαρμογής του εγχειρήματος και μπορεί να ξεκινήσει την ανάθεση των επιμέρους δραστηριοτήτων στις ομάδες ή τα άτομα που θα τις αναλάβουν, να καθορίσει τη χρονική διάρκεια της κάθε δραστηριότητας (ορίζοντας τις ημερομηνίες έναρξης και λήξης) και να ανακατανεύσει τους αρχικούς απαιτούμενους πόρους. Έτσι, κινούμενος αυτή τη φορά από κάτω προς τα πάνω (*Bottom-Up approach*) καταλήγει στον προσδιορισμό του συνολικού χρόνου και κόστους που απαιτούνται για την επίτευξη του έργου (Goodpasture, 2004). Τέλος, θα πρέπει να διευκρινιστεί ότι μέσω της ΑΙΔ δεν υποδεικνύονται οι σχέσεις προτεραιότητας μεταξύ των δραστηριοτήτων.

Πίνακας Αρμοδιοτήτων

Στη ΔΕ είναι πολύ σημαντικό να γίνονται σαφείς και κατανοητές οι αρμοδιότητες και οι ευθύνες του κάθε ατόμου στην ομάδα. Χρειάζεται δηλαδή μία επίσημη διαδικασία που να διευκολύνει την παρακολούθησή τους, όπως είναι ο πίνακας αρμοδιοτήτων. Αφού έχουν προσδιοριστεί οι επιμέρους δραστηριότητες του έργου μέσω της ΑΙΔ, ο πίνακας αυτός καθορίζει με σαφήνεια ποιο άτομο ή ποια ομάδα ατόμων θα συμμετέχει σε κάθε δραστηριότητα, καθώς και το επίπεδο συμμετοχής τους σε αυτή και θα μπορούσε ενδεικτικά να έχει τη μορφή του Πίνακα 1-2.

Πίνακας 1-2
Πίνακας αρμοδιοτήτων
Μέλη ομάδας έργου

	Member 1	Member 2	Member 3	Member 4	Member j-2	Member j-1	Member j
Task 1		A				R	C	
Task 2			R					
Task 3	C					C		R
Task 4							R	
Task 5		C		R		I		
Task 6		A					R	
Task 7	R							
Task 8	R					C	C	C
Task 9		R						
Task 10	C	A				C	R	
Task 11						R		
Task 12		A		I				R
.....								
Task i-2	R							
Task i-1		C				C	R	
Task i				R				C

Οι γραμμές i του πίνακα περιέχουν τις δραστηριότητες και οι στήλες j τα ονόματα ή τις ιδιότητες των μελών της ομάδας. Το επίπεδο συμμετοχής στο έργο προσδιορίζεται θέτοντας στο κελί (i,j) το αρχικό της ονομασίας του ρόλου ευθύνης που αναλαμβάνει το μέλος, όπως φαίνεται στον Πίνακα 1-2. Το σύνθημα ακρωνύμιο που προκύπτει από τα λατινικά αρχικά των ρόλων ευθύνης είναι *RACI*:

- R** (Responsible): υπεύθυνος εκτέλεσης δραστηριότητας (ή πακέτου εργασίας), επιφορτισμένος με την ολοκλήρωσή της
- A** (Accountable): υπεύθυνος διαδικασιών, ανάληψη ευθυνών αν κάτι πάει στραβά, δικαίωμα λήψης αποφάσεων
- C** (Counsel): μέλος της ομάδας δραστηριότητας (ή πακέτου εργασίας) για την οποία μπορεί να προσφέρει συμβουλευτικές υπηρεσίες
- I** (Informed): το i μέλος πρέπει να ενημερώνεται συνεχώς για την πρόοδο της j δραστηριότητας με την οποία συνδέεται άμεσα.

Ο πρωταρχικός σκοπός ενός τέτοιου πίνακα στη διαχείριση έργου είναι να διευκολύνει τα κανάλια επικοινωνίας μεταξύ των άμεσα εμπλεκόμενων, καθώς μειώνει σημαντικά την ύπαρξη παρεξηγήσεων σε θέματα εκτέλεσης και προόδου, ενώ διατηρεί την παραγωγικότητα της ομάδας έργου. Σε αυτά τα πλαίσια, ο διαχειριστής ενός έργου είναι σημαντικό να γνωρίζει όχι μόνο σε ποια άτομα θα αναθέσει τους εκάστοτε ρόλους, αλλά να είναι σε θέση

να μετακινεί τα μέλη από τον ένα ρόλο στον άλλο ή/και να αναθέτει διπλούς ρόλους, εάν αυτό κρίνεται απαραίτητο (www.en.wikipedia.org).

Πίνακας Άμεσα Προηγούμενων Δραστηριοτήτων

Ο πίνακας των άμεσα προηγούμενων δραστηριοτήτων περιλαμβάνει τις δραστηριότητες που περιγράφονται στην κατώτερη βαθμίδα της ΑΙΔ. Σε μία στήλη αναφέρεται κάθε δραστηριότητα λαμβάνοντας ένα γράμμα του ελληνικού ή αγγλικού αλφαβήτου, σε μία δεύτερη στήλη η περιγραφή της και σε τρίτη στήλη οι δραστηριότητες που πρέπει να έχουν ολοκληρωθεί πριν να ξεκινήσει η εν λόγω δραστηριότητα, όπως φαίνεται στον Πίνακα 1-3.

Πίνακας 1-3
Πίνακας άμεσα προηγούμενων δραστηριοτήτων

Δραστηριότητα	Άμεσα Προηγούμενη	Διάρκεια (σε ημέρες)
A	-	2
B	-	6
C	-	4
D	A	3
E	C	5
F	A	4
G	B,D,E	2

Πηγή: Badiru and Kovach (2012)

Σύμφωνα με τον παραπάνω πίνακα οι δραστηριότητες D και F μπορούν να ξεκινήσουν αφού έχει ολοκληρωθεί η δραστηριότητα A. Ομοίως η E θα ξεκινήσει μετά το πέρας της C, ενώ η G θα ξεκινήσει αφού έχουν ολοκληρωθεί και οι τρεις δραστηριότητες B,D,E. Επίσης, στον ίδιο πίνακα μπορεί να υπάρχει και μία στήλη με τη χρονική διάρκεια κάθε δραστηριότητας, δεδομένου ότι είναι γνωστή ή έχει εκτιμηθεί (Οικονόμου και Γεωργίου, 2000).

1.3.2 Υπολογιστικά μοντέλα αποφάσεων

Ο χρονικός προγραμματισμός του έργου επιτυγχάνεται μέσω υπολογιστικών μοντέλων αποφάσεων τα οποία οδηγούν στον καθορισμό της συνολικής διάρκειας κάθε δραστηριότητας και κατ' επέκταση στην εκτίμηση της συνολικής διάρκειας του έργου (Οικονόμου και Γεωργίου, 2000). Τα πιο βασικά από αυτά είναι η δικτυωτή ανάλυση, οι συνήθεις μαθηματικές σχέσεις και τεχνικές για την εκτίμηση του χρόνου των επιμέρους

δραστηριοτήτων, η μέθοδος του κρίσιμου μονοπατιού και το διάγραμμα Gantt.

1.3.2.1 Δικτυωτή ανάλυση στη ΔΕ

Οι τεχνικές της επιχειρησιακής έρευνας που χρησιμοποιούνται για τη σχεδίαση, τον προγραμματισμό και τον έλεγχο μεγάλων και σύνθετων έργων συχνά αναφέρονται με τον όρο δικτυωτή ανάλυση και αναπαριστούν το έργο ως ένα δίκτυο από δραστηριότητες. Το δίκτυο είναι ένας γράφος ο οποίος αποτελείται από έναν συγκεκριμένο σχηματισμό ακμών και κόμβων που δείχνουν τη λογική σειρά με την οποία πρέπει να εκτελεστούν οι απαιτούμενες δραστηριότητες έτσι ώστε να επιτευχθούν οι στόχοι του έργου. Στην περίπτωση της ΔΕ η λογική αυτή σειρά υποδεικνύεται από τον πίνακα των άμεσα προηγούμενων δραστηριοτήτων δίνοντας έμφαση στο γεγονός ότι όλες οι δραστηριότητες που προηγούνται μιας συγκεκριμένης πρέπει να έχουν ολοκληρωθεί προκειμένου να ξεκινήσει η εν λόγω δραστηριότητα (σχέση τύπου *Finish-To-Start, FS*). Οι πιο γνωστές διαδικασίες που χρησιμοποιούνται στη δικτυωτή ανάλυση για τη βελτιστοποίηση της σχεδίασης και του προγραμματισμού ενός έργου είναι η PERT (Program Evaluation and Review Technique) και η CPM (Critical Path Method). Ενδεικτικά να αναφέρουμε ότι, αν και οι δύο αυτές τεχνικές είναι πάνω κάτω παρόμοιες και προσανατολίζονται στη χρονική διάσταση του έργου, διαφοροποιούνται κυρίως στα σημεία που παρουσιάζονται στον Πίνακα 1-4 (Sharma, 2006).

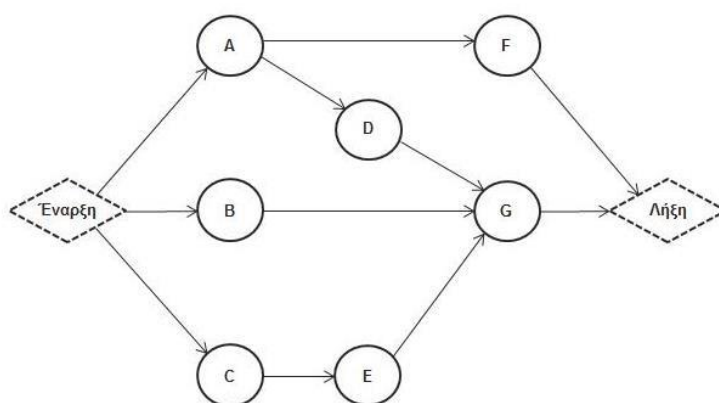
Πίνακας 1-4
Κύριες διαφορές των μεθόδων PERT & CPM

PERT	CPM
1. Χρησιμοποιείται για τη σχεδίαση, τον προγραμματισμό και τον έλεγχο έργων των οποίων οι δραστηριότητες υπόκεινται στην αβεβαιότητα των χρόνων εκτέλεσής τους. Είναι ένα πιθανοτικό μοντέλο.	1. Χρησιμοποιείται για τη σχεδίαση, τον προγραμματισμό και τον έλεγχο έργων των οποίων οι δραστηριότητες δεν αντιμετωπίζουν αβέβαιους χρόνους εκτέλεσης. Είναι ένα προσδιοριστικό μοντέλο.
2. Οι δραστηριότητες στο γράφο αναπαριστούνται με ακμές.	2. Οι δραστηριότητες στο γράφο αναπαριστούνται με κόμβους.
3. Ουσιαστικά δεν διαφοροποιεί κρίσιμες και μη κρίσιμες δραστηριότητες (λόγω στοχαστικότητας).	3. Διαφοροποιεί ξεκάθαρα τις κρίσιμες δραστηριότητες από οποιεσδήποτε άλλες.
4. Χρησιμοποιείται σε έργα όπου υπάρχουν διαθέσιμοι πόροι και η έμφαση δίνεται στη χρονική διάσταση του εγχειρήματος.	4. Χρησιμοποιείται σε έργα όπου το συνολικό κόστος είναι πρωταρχικής σημασίας για τη μείωση του χρόνου του έργου.
5. Κατάλληλη τεχνική για έργα Έρευνας και Ανάπτυξης όπου οι χρόνοι δεν μπορούν να προσδιοριστούν με ακρίβεια.	5. Κατάλληλη τεχνική για δομικές κατασκευές, κατασκευές πλοίων κλπ.

Με το πέρασμα των χρόνων η διάκριση μεταξύ των δύο αυτών τεχνικών έχει εξαλειφθεί δημιουργώντας την ενιαία τεχνική PERT/CPM, ενώ χρησιμοποιούνται δύο τύποι δικτύων τα οποία είναι γνωστά ως δίκτυα προτεραιοτήτων. Το πρώτο δίκτυο ονομάζεται «Δραστηριότητα Στον Κόμβο» (AON - Activity On Node) και το δεύτερο δίκτυο ονομάζεται «Δραστηριότητα Στην Ακμή» (AOA - Activity On Arrow).

Δίκτυο προτεραιοτήτων AON

Ο πρώτος τύπος δικτύου χρησιμοποιεί τους κόμβους για να αναπαραστήσει τις δραστηριότητες που ορίστηκαν με την ΑΙΔ και τις ακμές για να αναπαραστήσει τις σχέσεις προτεραιότητας όπως αυτές καθορίστηκαν στον πίνακα δραστηριοτήτων. Στο γράφο εμφανίζονται δύο επιπλέον κόμβοι οι οποίοι αποτελούν τα λεγόμενα σημεία-ορόσημα της Έναρξης και Λήξης του έργου τα οποία έχουν μηδενικό χρόνο. Επιπλέον, τα δίκτυα τύπου AON αναπτύσσονται από αριστερά προς τα δεξιά και δεν επιτρέπονται οι λεγόμενοι “κύκλοι” μεταξύ των δραστηριοτήτων, δηλαδή η ύπαρξη μονοπατιών που οδηγούν προς τα πίσω, κάτι που υποδεικνύεται γραφικά μέσω της φοράς των βελών στις ακμές. Επίσης, πρέπει να διευκρινιστεί ότι το μήκος κάθε ακμής δεν είναι ανάλογο της χρονικής διάρκειας κάθε δραστηριότητας (Οικονόμου και Γεωργίου, 2000; Klastorin, 2004). Ενδεικτικό είναι το Διάγραμμα 1-4.



Πηγή: Badiru and Kovach (2012)

Διάγραμμα 1-4

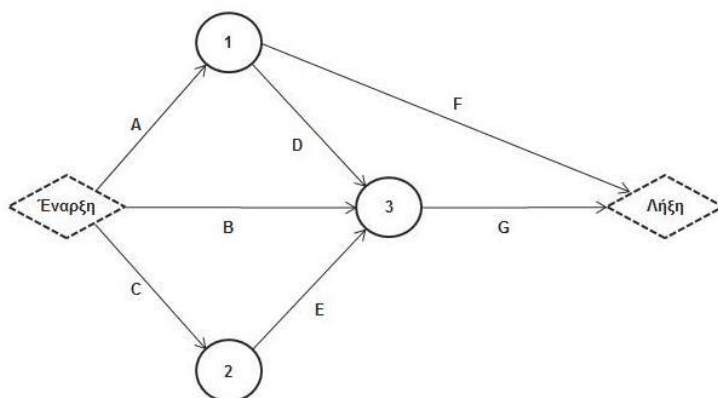
Δίκτυο προτεραιοτήτων τύπου AON (δεδομένα Πίνακα 1-3)

Το παραπάνω διάγραμμα αναπαριστά υπό μορφή δικτύου AON τις δραστηριότητες του Πίνακα 1-3, όπου στους κόμβους έχουν ανατεθεί οι δραστηριότητες σύμφωνα με τη σειρά που πρέπει να εκτελεστούν. Οι πληροφορίες που δίνονται από το συγκεκριμένο διάγραμμα

είναι ότι οι δραστηριότητες A, B, C δεν έχουν άμεσα προαπαιτούμενες και μπορούν να ξεκινήσουν χωρίς δεσμεύσεις. Επίσης, ενώ δεν φαίνεται διαγραμματικά αν οι τρεις αυτές δραστηριότητες ξεκινούν ταυτόχρονα ή σε διαφορετικά χρονικά σημεία, γίνεται σαφές ότι, με βάση τη σχέση τύπου FS, προκειμένου να ξεκινήσουν οι D και F πρέπει να έχει ολοκληρωθεί η A, για να ξεκινήσει η E πρέπει να έχει ολοκληρωθεί η C και για να ξεκινήσει η G πρέπει να έχουν ολοκληρωθεί (όχι αναγκαστικά ταυτόχρονα) οι B, D και E.

Δίκτυο προτεραιοτήτων AOA

Ο δεύτερος τύπος δικτύου χρησιμοποιεί τις ακμές για να αναπαραστήσει κάθε δραστηριότητα που καθορίστηκε μέσω της ΑΙΔ και τους κόμβους για να αναπαραστήσει την έναρξη και λήξη της δραστηριότητας που περικλείεται από τους κόμβους αυτούς. Όπως στα δίκτυα τύπου AON έτσι και στα AOA δίκτυα ο γράφος σχεδιάζεται από αριστερά προς τα δεξιά, δεν επιτρέπονται οι κύκλοι μεταξύ των δραστηριοτήτων, ενώ το πρώτο ορόσημο σηματοδοτεί την Έναρξη του έργου και το τελευταίο τη Λήξη του. Επίσης, όταν δύο ή περισσότερες δραστηριότητες μοιράζονται τον ίδιο κόμβο έναρξης ή λήξης, δεν σημαίνει ότι υποχρεωτικά ξεκινούν ή ολοκληρώνονται ταυτόχρονα. Απλά διευκρινίζονται γραφικά οι σχέσεις προτεραιότητας που τις συνδέουν. Τέλος, σε ένα δίκτυο AOA τα μήκη των ακμών μπορούν να είναι ανάλογα της χρονικής διάρκειας κάθε δραστηριότητας, χωρίς αυτό να είναι απαραίτητο (Οικονόμου και Γεωργίου, 2000; Klastorin, 2004). Για παράδειγμα, στο Διάγραμμα 1-5 οι δραστηριότητες του Πίνακα 1-3 παριστάνονται αυτή τη φορά υπό μορφή δικτύου AOA.



Διάγραμμα 1-5
Δίκτυο προτεραιοτήτων τύπου AOA (δεδομένα Πίνακα 1-3)

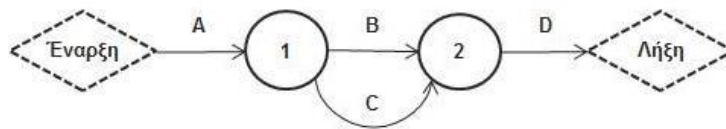
Οι δραστηριότητες A, B και C ξεκινούν χωρίς άμεσα προαπαιτούμενες και χωρίς να φαίνεται, τουλάχιστον γραφικά, αν ξεκινούν ταυτόχρονα. Το σημείο λήξης της δραστηριότητας A, δηλαδή ο κόμβος 1, αποτελεί σημείο έναρξης για τις D και F, ενώ ο κόμβος 2 αποτελεί σημείο λήξης για τη C και σημείο έναρξης της E. Χαρακτηριστικό του συγκεκριμένου διαγράμματος είναι ότι οι δραστηριότητες B, D και E, ως άμεσα προαπαιτούμενες της G, έχουν ως σημείο λήξης τον ίδιο κόμβο (κόμβος 3) έτσι ώστε να γίνει σαφής η σχέση προτεραιότητας που τις συνδέει με την G, αφού ο κόμβος αυτός αποτελεί το σημείο έναρξης της τελευταίας. Τέλος, με το πέρας των F και G ολοκληρώνεται το έργο.

Ένα άλλο χαρακτηριστικό στοιχείο των δικτύων τύπου AOA είναι η χρήση των λεγόμενων εικονικών δραστηριοτήτων (dummy activity) οι οποίες σε αρκετές περιπτώσεις είναι απαραίτητες προκειμένου να αναπαρασταθούν με σαφήνεια οι σχέσεις προτεραιότητας. Να διευκρινιστεί ότι, όπως και τα ορόσημα Έναρξης και Λήξης, έτσι και οι εικονικές δραστηριότητες έχουν μηδενικό χρόνο, ενώ στο γράφο εμφανίζονται με διακεκομμένες ακμές. Για παράδειγμα, αν υπάρχουν δύο δραστηριότητες που έχουν κοινούς κόμβους έναρξης και λήξης, πρέπει να χρησιμοποιηθεί μία εικονική δραστηριότητα έτσι ώστε να τις διαφοροποιήσει γραφικά, γιατί διαφορετικά η απεικόνισή τους θα είναι εσφαλμένη καθώς θα φαίνεται ότι ταυτίζονται (Οικονόμου και Γεωργίου, 2000; Klastorin, 2004; Sharma, 2006).

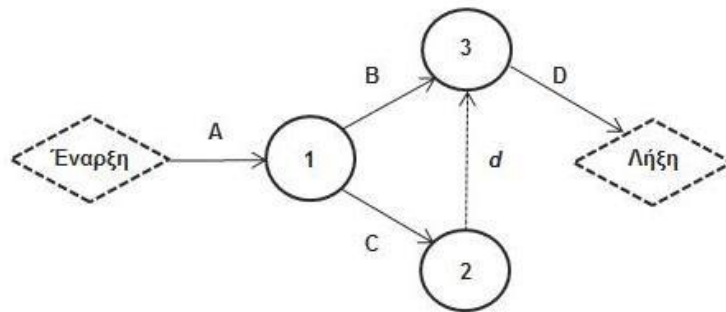
Για παράδειγμα, στον Πίνακα 1-5 εμφανίζονται τέσσερις δραστηριότητες A, B, C και D με συγκεκριμένη σειρά προτεραιότητας: Η δραστηριότητα A δεν έχει άμεσα προηγούμενη, ενώ μετά την ολοκλήρωσή της μπορούν να ξεκινήσουν οι δραστηριότητες B και C, οι οποίες αποτελούν τις άμεσα προηγούμενες της D. Υπό μορφή δικτύου AOA, το Διάγραμμα 1-6 παρουσιάζει την εσφαλμένη απεικόνιση του παραδείγματος, ενώ το Διάγραμμα 1-7 διαχωρίζει με σαφήνεια τις δραστηριότητες B και C υποδεικνύοντας την απαιτούμενη προτεραιότητα τους από την D με τη χρήση της εικονικής μεταβλητής *d*.

Πίνακας 1-5
Ενδεικτικό παράδειγμα

Δραστηριότητα	Άμεσα Προηγούμενη
A	-
B	A
C	A
D	B,C



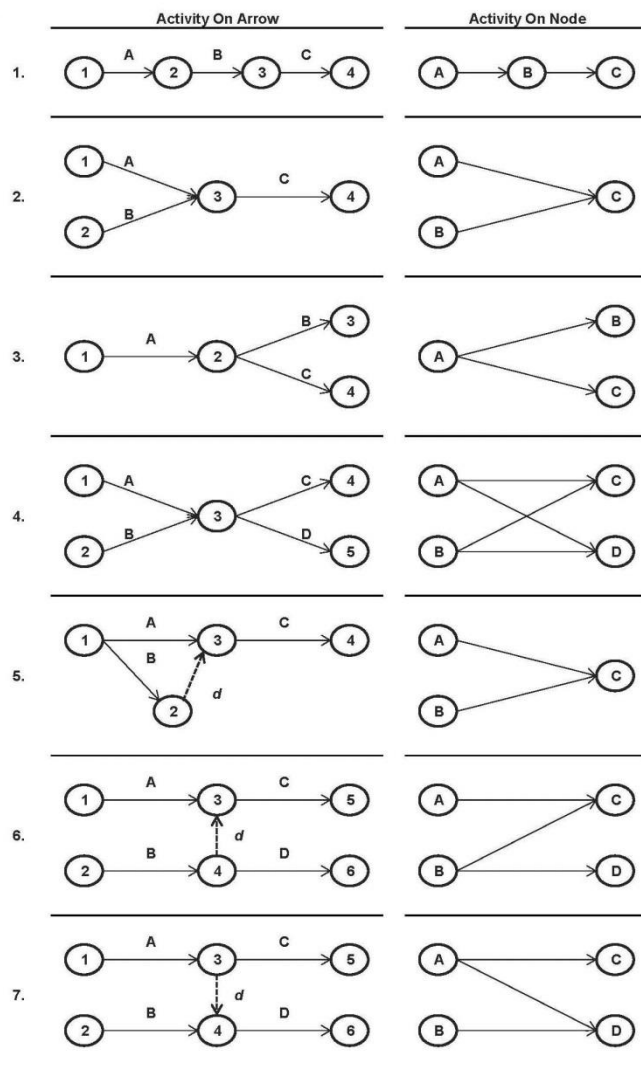
Διάγραμμα 1-6
Δίκτυο Προτεραιοτήτων τύπου ΑΟΑ
(εσφαλμένη απεικόνιση δραστηριοτήτων Πίνακα 1-5)



Διάγραμμα 1-7
Δίκτυο προτεραιοτήτων τύπου ΑΟΑ
(ορθή απεικόνιση δραστηριοτήτων Πίνακα 1-5 με χρήση εικονικής)

Τέλος, το Διάγραμμα 1-8 παρουσιάζει τις γραφικές απεικονίσεις ορισμένων περιπτώσεων σχέσεων μεταξύ των επιμέρους δραστηριοτήτων χρησιμοποιώντας και τους δύο τύπους δικτύων ΑΟΑ και ΑΟΝ, έτσι ώστε να γίνουν εμφανείς οι γραφικές διαφορές τους. Οι σχέσεις προτεραιότητας που απεικονίζονται είναι οι ακόλουθες:

1. Η Α είναι άμεσα προηγούμενη της Β και η Β είναι άμεσα προηγούμενη της C (δραστηριότητες σε σειρά).
2. Οι Α και Β είναι άμεσα προηγούμενες της C.
3. Η Α είναι άμεσα προηγούμενη της Β και της C.
4. Οι Α και Β είναι άμεσα προηγούμενες των C και D.
5. Οι Α και Β είναι άμεσα προηγούμενες της C. (Η διαφοροποίηση από την περίπτωση 2 είναι ότι οι Α και Β έχουν κοινό σημείο έναρξης. Γραφικά αυτό επηρεάζει το δίκτυο τύπου ΑΟΑ και πρέπει να γίνει χρήση της εικονικής μεταβλητής. Το δίκτυο τύπου ΑΟΝ παραμένει ίδιο με αυτό της περίπτωσης 2.)
6. Οι Α και Β είναι άμεσα προηγούμενες της C και η Β (μόνο) είναι άμεσα προηγούμενη της D.
7. Οι Α και Β είναι άμεσα προηγούμενες της D και η Α (μόνο) είναι άμεσα προηγούμενη της C.



Πηγές: www.users.uom.gr; Οικονόμου και Γεωργίου (2000); Sharma (2006)

Διάγραμμα 1-8
Απεικονίσεις δραστηριοτήτων σε δίκτυα ΑΟΑ και ΑΟΝ

Να διευκρινιστεί ότι η επιλογή του δικτύου αφήνεται στην ευχέρεια του μάνατζερ που αναλαμβάνει το έργο. Γενικότερα έχει διαπιστωθεί ότι οι συμβολισμοί των δικτύων τύπου ΑΟΝ θεωρούνται ευκολότεροι τόσο στη χρήση όσο και στην επεξήγηση. Προσφέρουν μάλιστα επικοινωνιακό πλεονέκτημα όταν πρέπει να γίνει ενημέρωση της προόδου του έργου σε άτομα που δεν σχετίζονται άμεσα με τέτοιου είδους υπολογιστικές διαδικασίες.

1.3.2.2 Εκτίμηση του χρόνου των επιμέρους δραστηριοτήτων

Ένα σημαντικό κομμάτι για τον καθορισμό του συνολικού χρονοδιαγράμματος του έργου είναι η εκτίμηση της διάρκειας των επιμέρους δραστηριοτήτων που βρίσκονται στα κατώτερα επίπεδα της ΑΙΔ. Οι χρόνοι που θα ανατεθούν σε κάθε δραστηριότητα πρέπει να είναι

ρεαλιστικοί και να προκύπτουν είτε από παρελθοντικά ολοκληρωμένα έργα είτε από στοιχειώδη ποσοτικά δεδομένα. Αν το έργο είναι καινούριο ή τα προηγούμενα δεδομένα δεν είναι επαρκή για την ανάθεση συγκεκριμένου χρόνου σε κάθε δραστηριότητα, τότε ακολουθούμε τεχνικές στατιστικής κίνησης χρήση πιθανοτικών κατανομών, κάτι που θα αναλυθεί στο επόμενο κεφάλαιο.

Ανάλογη Εκτίμηση

Η προσέγγιση αυτή συγκρίνει τις συνθήκες του παρόντος έργου με προηγούμενα παρόμοια εγχειρήματα θεωρώντας ταυτόχρονα ότι ο υπεύθυνος του έργου έχει τη σχετική εμπειρία που του επιτρέπει να χρησιμοποιήσει και να προσαρμόσει κατάλληλα τα ιστορικά δεδομένα για να ορίσει τους χρόνους των δραστηριοτήτων. Έτσι, αν για την κατασκευή μιας επιφάνειας 220 m² είχαν χρειαστεί στο παρελθόν 20 ημέρες εργασίας, τότε σήμερα για την κατασκευή 330 m² παρόμοιας επιφάνειας θα χρειαστούν $(330/220) \cdot 10 = 15$ ημέρες. Η ποσότητα $330/220 = 1.5$ ονομάζεται πολλαπλασιαστής της Ανάλογης Εκτίμησης (Stackpole-Snyder, 2013).

Τμηματική Προσέγγιση

Σύμφωνα με τη αυτή την προσέγγιση, ο υπεύθυνος μάνατζερ υποδιαιρεί την κάθε δραστηριότητα σε μικρότερες στοιχειώδεις ενότητες για να απλοποιήσει το πρόβλημα της εκτίμησης του χρόνου. Έστω ότι, για παράδειγμα, στα πλαίσια ενός κατασκευαστικού έργου απαιτείται η εκσκαφή κάποιας επιφάνειας. Ο αρμόδιος μηχανικός μπορεί να υποδιαιρέσει τη δραστηριότητα αυτή σε τρεις ενότητες σύμφωνα με τις συνθήκες του εδάφους (γεώδες, ημιβραχώδες, βραχώδες) και σε κάθε ενότητα να αναθέσει τον αντίστοιχο προς χρήση εξοπλισμό. Αν ταυτόχρονα υποδιαιρέσει την επιφάνεια σε τετραγωνικά ή κυβικά μέτρα, τότε θα καθορίσει ακόμα λεπτομερέστερα το χρόνο της κάθε ενότητας (ανά έδαφος και ανά τετραγωνικό/κυβικό μέτρο). Έτσι, γίνεται ακόμα πιο εύκολη η εκτίμηση της διάρκειας της συνολικής δραστηριότητας, αφού πλέον θα αποτελεί το άθροισμα των χρόνων κάθε υποενότητας. Η προηγούμενη εμπειρία του αρμόδιου με παρόμοια έργα αποτελεί βασικό συστατικό στοιχείο και αυτής της προσέγγισης.

Παραμετρική Εκτίμηση

Ένα μέρος της Παραμετρικής Εκτίμησης λαμβάνει υπόψη τις ανεξάρτητες μεταβλητές που

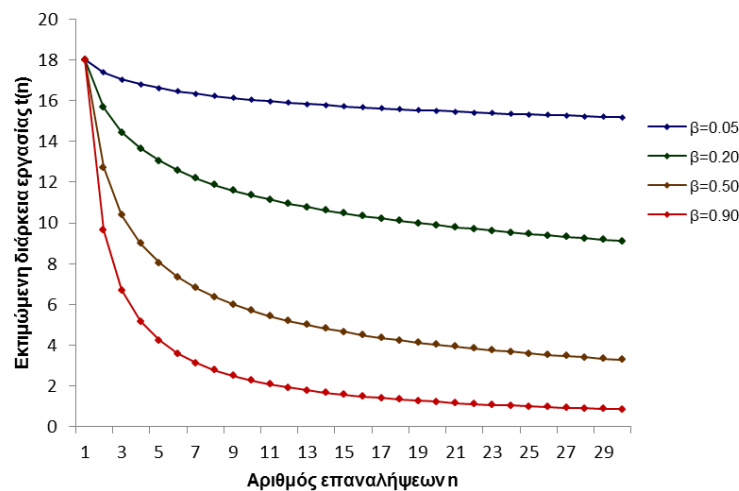
επιδρούν στη διάρκεια της δραστηριότητας και με χρήση της **Ανάλυσης Παλινδρόμησης** εκτιμάται ο συνολικός χρόνος της. Η κύρια διαφορά της Ανάλογης από την Παραμετρική Εκτίμηση είναι ότι η πρώτη συγκρίνει με παρελθοντικά ιστορικά δεδομένα, ενώ η δεύτερη χρησιμοποιεί μεγάλη ποσότητα δεδομένων για να κάνει προβλέψεις. Έτσι στο προηγούμενο παράδειγμα, έχοντας έναν ικανοποιητικό αριθμό παρατηρήσεων για τους χρόνους εκσκαφής και τις επιφάνειες στα διάφορα εδάφη, η “διάρκεια της εκσκαφής” μπορεί να θεωρηθεί ως εξαρτημένη μεταβλητή και η “επιφάνεια του εδάφους” ως ανεξάρτητη. Έχοντας ελέγξει τη συσχέτιση μεταξύ των δύο μεταβλητών, γίνεται εκτίμηση της εξίσωσης παλινδρόμησης με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων και, χρησιμοποιώντας τις ιστορικές τιμές των ανεξάρτητων μεταβλητών, μπορεί να γίνει πρόβλεψη της συνολικής διάρκειας της δραστηριότητας (Klastorin, 2004).

Το δεύτερο κομμάτι της Παραμετρικής Εκτίμησης χρησιμοποιεί τη λεγόμενη **Επίδραση της μάθησης**. Η προσέγγιση αυτή στηρίζεται στη θεωρία της «Καμπύλης Μάθησης» η οποία παρουσιάστηκε για πρώτη φορά από το Γερμανό ψυχολόγο Hermann Ebbinghaus το 1885, όμως χρησιμοποιήθηκε εκτενέστερα με τον όρο «επίδραση της μάθησης» το 1936 από το μηχανικό T.P.Wright (www.en.wikipedia.org). Ο Wright μελέτησε το χρόνο που απαιτείται για την κατασκευή των διαφόρων εξαρτημάτων ενός αεροπλάνου και παρατήρησε ότι καθώς οι εργάτες αποκτούσαν μεγαλύτερη εμπειρία πάνω στην εργασία τους χρειάζονταν όλο και λιγότερο χρόνο για την κατασκευή των μερών αυτών. Με βάση τα δεδομένα που είχε συγκεντρώσει εντόπισε ότι η σχέση μεταξύ χρόνου και εμπειρίας δεν προέκυπτε γραμμική και ότι η μείωση του χρόνου γινόταν με σταθερό ρυθμό σε κάθε επανάληψη της ίδιας εργασίας (www.umsl.edu).

Έτσι και στα πλαίσια της ΔΕ συμβαίνει πολύ συχνά οι ίδιοι εργάτες να εκτελούν παρόμοιες εργασίες οι οποίες επαναλαμβάνονται μεταξύ των δραστηριοτήτων ενός έργου. Ο υπεύθυνος μάνατζερ, κατά την εκτίμηση του χρόνου μιας δραστηριότητας, θα πρέπει να λαμβάνει υπόψη ότι οι εργάτες αυτοί εξελίσσουν τις ικανότητες τους μέσα από την επανάληψη των ίδιων καθηκόντων κάτι που, σύμφωνα με την παραπάνω θεωρία, σημαίνει μείωση του χρόνου εκτέλεσης της εργασίας τους. Θέτοντας $t(n)$ τον απαιτούμενο χρόνο για τη n επανάληψη της εργασίας και την παράμετρο β , $0 \leq \beta \leq 1$, ως το ρυθμό μάθησης (δηλαδή πόσο γρήγορα μειώνεται η διάρκεια εκτέλεσης της εργασίας σε κάθε επανάληψη), προκύπτει η εξής σχέση για τον προσδιορισμό του απαιτούμενου χρόνου κατά τη n επανάληψη:

$$t(n) = t(1) \cdot n^{-\beta} \quad (1-1)$$

Ο ρυθμός μάθησης β υπολογίζεται από τη Σχέση 1-1, θεωρώντας ότι οι χρόνοι της 1^{ης} και της 2^{ης} επανάληψης είναι γνωστοί, και κάτω από την υπόθεση ότι ο ρυθμός παραμένει σταθερός για όλες τις επόμενες επαναλήψεις. Στο Διάγραμμα 1-9 παρουσιάζεται η ταχύτητα με την οποία μειώνεται ο χρόνος εκτέλεσης της ίδιας εργασίας από την 1^η επανάληψη μέχρι την 30^η για $t(n) = 18$ και $\beta = 0.05, 0.20, 0.50, 0.90$. Γίνεται αντιληπτό ότι όσο πιο μεγάλος είναι ο ρυθμός μάθησης τόσο πιο γρήγορα μειώνεται ο χρόνος εκτέλεσης.



Διάγραμμα 1-9
Διάρκεια εργασίας για διαφορετικούς ρυθμούς μάθησης

Μία ατέλεια του συγκεκριμένου υποδείγματος προκύπτει όταν το $n \rightarrow \infty$. Σε αυτή την περίπτωση το μοντέλο υποθέτει ότι οι εργάτες έχουν αναπτύξει τις δεξιότητές τους σε τέτοιο βαθμό που μπορούν να ολοκληρώσουν την εργασία τους σε χρόνο 0 (!). Προς αποφυγή μιας τέτοιας υπόθεσης έχει προστεθεί στην παραπάνω σχέση ο συντελεστής δ , $0 \leq \delta \leq 1$, ο οποίος ονομάζεται παράγοντας “μη συμπίεσης” και θέτει ένα όριο στη διάρκεια της εργασίας $t(n)$ όταν το n γίνει πολύ μεγάλο. Ο καινούριος τύπος δίνεται από τη Σχέση 1-2 στην οποία αν τεθεί $\delta = 0$ προκύπτει η Σχέση 1-1, ενώ για $\delta = 1$ προκύπτει ότι $t(n) = t(1)$, δηλαδή δεν υφίσταται μάθηση. Τέλος, όταν το $n \rightarrow \infty$ η οριακή τιμή του χρόνου είναι $\delta \cdot t(1)$ και εξαρτάται από την τιμή του δ (Klastorin, 2004).

$$t(n) = t(1) \cdot [\delta + (1 - \delta) \cdot n^{-\beta}] \quad (1-2)$$

Στα πλαίσια της Παραμετρικής Εκτίμησης έχει αναπτυχθεί ένας συνήθης τύπος για την εκτίμηση της συνολικής διάρκειας μιας δραστηριότητας. Ο τύπος αυτός δίνεται από τη Σχέση 1-3, όπου η συνολική προσπάθεια (σε ώρες, μέρες, εβδομάδες κλπ.) που πρέπει να καταβάλουν οι χρησιμοποιούμενοι πόροι διαιρείται από τον αριθμό των πόρων σε χρήση πολλαπλασιασμένο με το ποσοστό διαθεσιμότητάς τους (ανά μέρα, ανά εβδομάδα κλπ.) και τον παράγοντα απόδοσης (σε ποσοστό).

$$\text{Διάρκεια} = \frac{\text{Προσπάθεια}}{\text{Ποσότητα} \% \text{ Διαθεσιμότητας} \times \text{Παράγοντας Απόδοσης}} \quad (1-3)$$

Συνήθως η συνολική προσπάθεια εκτιμάται ως ο μέσος όρος της προσπάθειας που θα χρειαστούν για να ολοκληρώσουν την εργασία οι διαθέσιμοι πόροι και επηρεάζεται από το πόσο ικανοί είναι οι πόροι που θα εκτελέσουν την εργασία και προσαρμόζεται ανάλογα κάθε φορά. Ο παράγοντας απόδοσης αποτελεί ένα μέτρο αυτής της ικανότητας το οποίο υποδεικνύει ότι όσο πιο εξειδικευμένος και ικανός είναι ο πόρος τόσο μικρότερη τιμή παίρνει και ο παράγοντας απόδοσης (Stackpole-Snyder, 2013). Ένα μοντέλο μέτρησης της απόδοσης προκύπτει από την Επίδραση της Μάθησης και συγκεκριμένα μέσα από την προαναφερθείσα Σχέση 1-1:

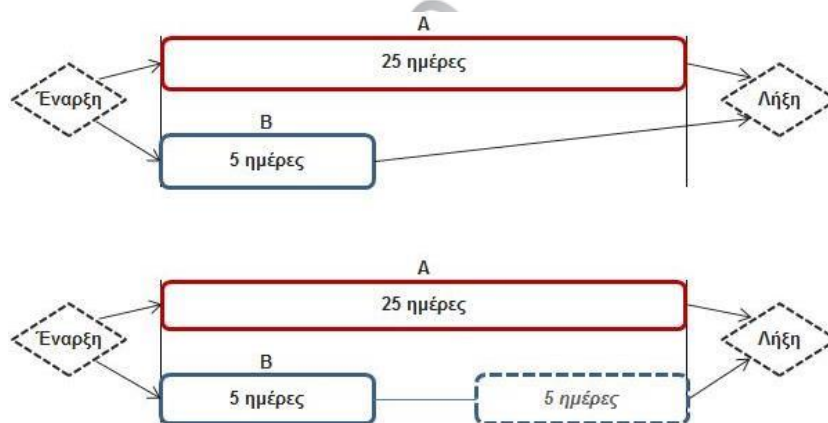
$$n^{-\beta} = \frac{t(n)}{t(1)} \quad (1-4)$$

Σύμφωνα με τη Σχέση 1-4, και δεδομένου ότι ο ρυθμός μάθησης β είναι γνωστός με τιμές μεταξύ 0 και 1, απόδοση 0.8 σημαίνει ότι ο χρόνος που απαιτείται για την n επανάληψη είναι το 80% του χρόνου που απαιτείται για την 1^η επανάληψη. Έτσι, ένας άπειρος εργάτης θα έχει απόδοση 1, ενώ ένας εξειδικευμένος εργάτης θα μπορεί να ολοκληρώσει την εργασία του σε μικρότερο χρόνο και θα έχει απόδοση περίπου ίση με 0.75-0.80.

1.3.2.3 Η μέθοδος του κρίσιμου μονοπατιού

Ο πρωταρχικός σκοπός της μεθόδου του κρίσιμου μονοπατιού (Critical Path Method - CPM ή εναλλακτικά “κλασσική PERT/CPM”) στον προγραμματισμό ενός έργου είναι να προσδιορίσει τον ελάχιστο χρόνο στον οποίο μπορεί να ολοκληρωθεί χρησιμοποιώντας ως βασικό εργαλείο τα διαγράμματα προτεραιοτήτων. Ένας συνήθης τρόπος υπολογισμού του συνολικού χρόνου του έργου είναι η απαρίθμηση όλων των μονοπατιών που υπάρχουν στο δίκτυο και η καταγραφή του συνολικού χρόνου που χρειάζεται το καθένα από αυτά για να

ολοκληρωθεί λαμβάνοντας υπόψη το χρόνο κάθε δραστηριότητας στο μονοπάτι. Να διευκρινιστεί ότι σε αυτή τη φάση οι χρόνοι κάθε δραστηριότητας του έργου θεωρούνται ότι είναι γνωστοί ή έχουν προσδιορισθεί με κάθε δυνατή ακρίβεια χρησιμοποιώντας κάποιον από τους τρόπους που αναφέρθηκαν στην προηγούμενη ενότητα. Τότε, το κρίσιμο μονοπάτι δεν είναι αυτό που περιέχει τις πιο σημαντικές δραστηριότητες, ούτε αυτό που περιέχει τις δραστηριότητες οι οποίες πρέπει οπωσδήποτε να εκτελεστούν παραλείποντας τις δραστηριότητες των υπόλοιπων μονοπατιών. Δεδομένου ότι πρέπει να ολοκληρωθούν όλες οι δραστηριότητες για να θεωρηθεί ένα έργο ολοκληρωμένο, το κρίσιμο μονοπάτι προκύπτει από τη **μεγαλύτερη σε διάρκεια** αλληλουχία εξαρτώμενων δραστηριοτήτων κατά τον προγραμματισμό, η οποία ταυτόχρονα αντιπροσωπεύει το **μικρότερο δυνατό χρόνο** στον οποίο μπορεί να ολοκληρωθεί το έργο. Η αντίφαση αυτή μπορεί να γίνει κατανοητή μέσω του Διαγράμματος 1-10, όπου σε ένα δίκτυο τύπου AON παρουσιάζεται η απλή περίπτωση ενός έργου με δύο μόνο δραστηριότητες οι οποίες ξεκινούν ανεξάρτητα η μία από την άλλη (χωρίς σχέσεις προτεραιότητας μεταξύ τους).



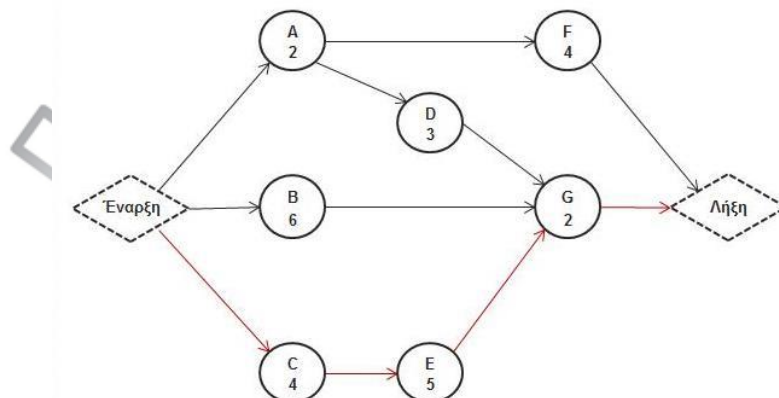
Διάγραμμα 1-10
Δίκτυο AON με δύο παράλληλες δραστηριότητες

Στο παραπάνω δίκτυο υπάρχουν τα δύο ορόσημα Έναρξης και Λήξης (με μηδενικούς χρόνους) καθώς και οι δύο δραστηριότητες A και B, οι οποίες όταν ολοκληρωθούν ολοκληρώνεται και το έργο. Το δίκτυο αυτό αποτελείται από δύο μονοπάτια: Έναρξη \rightarrow A \rightarrow Λήξη και Έναρξη \rightarrow B \rightarrow Λήξη. Σύμφωνα με αυτά που αναφέρθηκαν νωρίτερα, το μεγαλύτερο μονοπάτι είναι αυτό που περιέχει τη δραστηριότητα A με **απαιτούμενες** 25 ημέρες για την ολοκλήρωσή της, οπότε αποτελεί ταυτόχρονα τον ελάχιστο χρόνο ολοκλήρωσης του έργου καθορίζοντας έτσι τη διάρκειά του. Το μονοπάτι/δραστηριότητα B

με 5 ημέρες ολοκλήρωσης σε ένα έργο 25 ημερών έχει ευελιξία 20 ημερών και δύναται να μην ξεκινήσει αμέσως, αλλά να καθυστερήσει (σε σχέση με το σημείο έναρξης) ξεκινώντας τουλάχιστον 5 ημέρες πριν τη λήξη του έργου, όπως φαίνεται στη δεύτερη απεικόνιση του Διαγράμματος 1-10. Γίνεται ευνόητο ότι, καθώς το μονοπάτι/δραστηριότητα A καθορίζει το χρόνο του έργου, έχει ευελιξία 0 ημερών, δηλαδή δεν μπορεί να καθυστερήσει, αφού το έργο πρέπει να ολοκληρωθεί στον ελάχιστο δυνατό χρόνο.

Έτσι προκύπτει ότι οι δραστηριότητες που βρίσκονται στο κρίσιμο μονοπάτι δεν έχουν καθόλου ευελιξία και ονομάζονται κρίσιμες, αφού καθυστέρηση σε κάποια από αυτές θα οδηγήσει σε καθυστέρηση ολόκληρου του έργου βγάζοντάς το εκτός προγράμματος. Οι δραστηριότητες που συνθέτουν τα υπόλοιπα μονοπάτια ονομάζονται μη κρίσιμες και έχουν κάποιο χρονικό περιθώριο όσον αφορά την έναρξη και ολοκλήρωσή τους το οποίο ονομάζεται χαλαρός χρόνος (Οικονόμου και Γεωργίου, 2000).

Χρησιμοποιώντας τα δεδομένα του Πίνακα 1-3 και με χρήση δικτύου τύπου AON, μπορεί να βρεθεί το κρίσιμο μονοπάτι του συγκεκριμένου έργου και να προσδιοριστούν οι κρίσιμες δραστηριότητες. Το Διάγραμμα 1-11 αποτελεί την ίδια απεικόνιση με το Διάγραμμα 1-4 με τη διαφορά ότι έχουν συμπληρωθεί οι χρόνοι κάθε δραστηριότητας, έτσι ώστε να διευκολυνθεί όχι μόνο η απαρίθμηση των μονοπατιών, αλλά και ο υπολογισμός της συνολικής διάρκειάς τους που θα οδηγήσει στη δημιουργία του Πίνακα 1-6. Από τον πίνακα αυτόν προκύπτει ότι το κρίσιμο μονοπάτι είναι το $C \rightarrow E \rightarrow G$ καθώς έχει τη μεγαλύτερη διάρκεια από τα υπόλοιπα, ενώ οι κρίσιμες δραστηριότητες είναι οι C, E και G αντίστοιχα.



Πηγή: Badiru and Kovach (2012)

Διάγραμμα 1-11
Δίκτυο προτεραιοτήτων τύπου AON με χρόνους ανά δραστηριότητα
(δεδομένα Πίνακα 1-3)

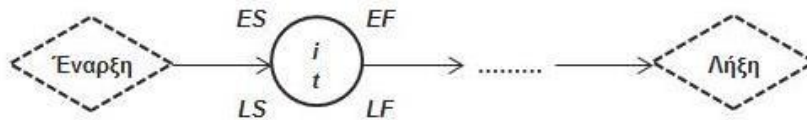
Πίνακας 1-6
Απαρίθμηση μονοπατιών Διαγράμματος 1-11

α/α	Μονοπάτι	Διάρκεια
1	A → F	2 + 4 = 6
2	A → D → G	2 + 3 + 2 = 7
3	B → G	6 + 2 = 8
4	C → E → G	4 + 5 + 2 = 11

Η τεχνική της απαρίθμησης των μονοπατιών ενός δικτύου δραστηριοτήτων προκειμένου να προσδιορισθεί ο ελάχιστος χρόνος ενός έργου αποτελεί δύσκολο εγχείρημα όταν πρόκειται για ένα ρεαλιστικό έργο όπου, συγκριτικά με το παραπάνω παράδειγμα, αποτελείται από πλήθος δραστηριοτήτων οι οποίες απεικονίζονται γραφικά με ένα μεγάλο αριθμό κόμβων και σχέσεων προτεραιοτήτων μεταξύ τους. Έτσι, για την εύρεση του κρίσιμου μονοπατιού ανεξάρτητα από το μέγεθος του έργου ακολουθούνται δύο υπολογιστικές διαδικασίες: το προδρομικό πέρασμα και το οπισθοδρομικό πέρασμα (Οικονόμου και Γεωργίου, 2000). Το προδρομικό πέρασμα καθορίζει το νωρίτερο δυνατό χρόνο έναρξης και ολοκλήρωσης κάθε δραστηριότητας στο δίκτυο, ενώ το οπισθοδρομικό πέρασμα καθορίζει τον αργότερο δυνατό χρόνο έναρξης και λήξης τους.

Ακολουθώντας τη διαδικασία του προδρομικού περάσματος γίνεται η υπόθεση ότι κάθε δραστηριότητα θα ξεκινήσει στο νωρίτερο δυνατό χρόνο, δηλαδή μόλις έχει ολοκληρωθεί η άμεσα προηγούμενη δραστηριότητα (σχέση τύπου *Finish-To-Start, FS*). Το αποτέλεσμα αυτής της διαδικασίας καθορίζει το νωρίτερο χρόνο ολοκλήρωσης ενός έργου. Η οπισθοδρομική ανάλυση από την άλλη ξεκινάει από τον αργότερο χρόνο ολοκλήρωσης ενός έργου και καταλήγει στον αργότερο χρόνο έναρξης της πρώτης δραστηριότητας. Γραφικά αυτό σημαίνει ότι ξεκινάει από το ορόσημο της Λήξης (δεδομένου ότι έχει προηγηθεί το προδρομικό πέρασμα) και κάνει υπολογισμούς οδεύοντας προς το ορόσημο της Έναρξης. Οι δύο διαδικασίες χρησιμοποιούν τους παρακάτω συμβολισμούς, ενώ ένας ενδεικτικός τρόπος απεικόνισης των αντίστοιχων τιμών τους στο δίκτυο δίνεται από το Διάγραμμα 1-12:

- i δραστηριότητα (A, B, C, E, ...)
- ES_i νωρίτερος χρόνος έναρξης της i δραστηριότητας
- EF_i νωρίτερος χρόνος ολοκλήρωσης/λήξης της i δραστηριότητας
- LS_i αργότερος χρόνος έναρξης της i δραστηριότητας
- LF_i αργότερος χρόνος ολοκλήρωσης/λήξης της i δραστηριότητας
- t_i διάρκεια της i δραστηριότητας



Διάγραμμα 1-12
Απεικόνιση υπολογισμών ES , EF , LS , LF στο δίκτυο

Να διευκρινιστεί για μία ακόμη φορά ότι τα ορόσημα Έναρξης και Λήξης απαιτούν μηδενικό χρόνο, όπως και οι εικονικές μεταβλητές στην περίπτωση που γίνεται ανάλυση μέσω δικτύου τύπου ΑΟΑ. Έτσι, οι κανόνες υπολογισμού των τιμών ES , EF , LS και LF για όλους τους κόμβους στο δίκτυο προκειμένου να βρεθεί το κρίσιμο μονοπάτι είναι:

1. Ο αρχικός χρόνος του έργου είναι ίσος με μηδέν (εκτός κι αν έχει οριστεί κάτι άλλο):

$$ES_{START} = 0$$

2. Ο νωρίτερος χρόνος έναρξης ES μιας δραστηριότητας ισούται με το μέγιστο από τους νωρίτερους χρόνους ολοκλήρωσης EF όλων των άμεσα προηγούμενων δραστηριοτήτων:

$$ES_i = \max_{\text{για } \alpha \in \text{παιδιά } i-1} EF_{i-1}$$

3. Ο νωρίτερος χρόνος ολοκλήρωσης EF μιας δραστηριότητας ισούται με το άθροισμα του νωρίτερου χρόνου έναρξής της και της διάρκειάς της:

$$EF_i = ES_i + t_i$$

4. Ο νωρίτερος χρόνος ολοκλήρωσης ενός έργου ισούται με το νωρίτερο χρόνο ολοκλήρωσης του τελευταίου κόμβου στο δίκτυο:

$$EF \text{ του έργου} = EF \text{ της τελευταίας δραστηριότητας} = EF_{END}$$

5. Σύμφωνα με τη συνθήκη μηδενικού χαλαρού χρόνου, ο αργότερος χρόνος ολοκλήρωσης ενός έργου ισούται με το νωρίτερο χρόνο ολοκλήρωσής του:

$$LF \text{ του έργου} = EF \text{ του έργου}$$

6. Ο αργότερος χρόνος ολοκλήρωσης LF μιας δραστηριότητας ισούται με τον ελάχιστο από τους αργότερους χρόνους έναρξης LS όλων των άμεσα επόμενων δραστηριοτήτων:

$$LF_i = \min_{\text{για } \alpha \in \text{γονιμότητες } i+1} LS_{i+1}$$

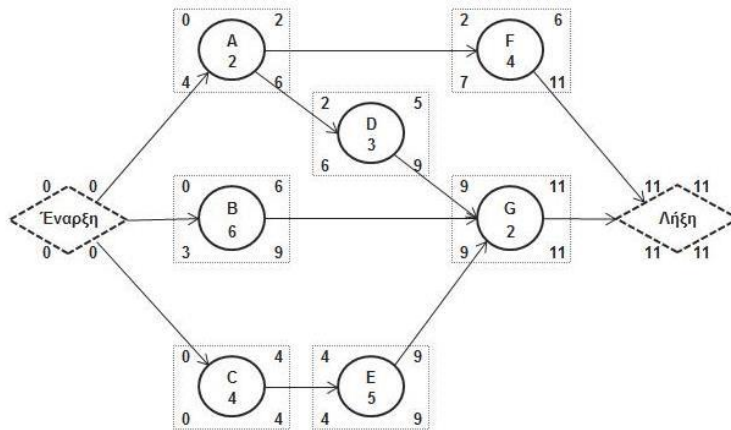
7. Ο αργότερος χρόνος έναρξης LS μιας δραστηριότητας ισούται με τη διαφορά της διάρκειάς της από τον αργότερο χρόνο ολοκλήρωσής της:

$$LS_i = LF_i - t_i$$

Στον Πίνακα 1-7 δίνονται οι υπολογισμοί των δύο διαδικασιών για το δίκτυο του Διαγράμματος 1-11. Συγκεκριμένα, οι κανόνες 1, 2, 3 και 4 χρησιμοποιούνται κατά το προδρομικό πέρασμα έτσι ώστε να καθορισθούν οι νωρίτεροι χρόνοι έναρξης και λήξης κάθε δραστηριότητας καθώς και η διάρκεια του έργου. Οι κανόνες 4, 5, 6 και 7 χρησιμοποιούνται στο οπισθοδρομικό πέρασμα έτσι ώστε να προσδιορισθούν οι αργότεροι χρόνοι έναρξης και λήξης κάθε δραστηριότητας. Η απεικόνιση των υπολογισμών στο δίκτυο δίνονται στο Διάγραμμα 1-13.

Πίνακας 1-7
Υπολογισμοί τιμών ES, EF, LS, LF δεδομένων Πίνακα 1-3

Προδρομικό πέρασμα (Forward Pass)	Οπισθοδρομικό πέρασμα (Backward Pass)
$ES_{START} = 0$ (K.1)	$LF_{END} = LF_{Project} = EF_{Project} = EF_{END} = 11$ (K.4, K.5)
$EF_{START} = ES_{START} + t_{START} = 0 + 0 = 0$ (K.3)	$LS_{END} = LF_{END} - t_{END} = 11 - 0 = 11$ (K.7)
$ES_A = EF_{START} = 0$ (K.2)	$LF_G = LS_{END} = 11$ (K.6)
$EF_A = ES_A + t_A = 0 + 2 = 2$ (K.3)	$LS_G = LF_G - t_G = 11 - 2 = 9$ (K.7)
$ES_B = EF_{START} = 0$ (K.2)	$LF_F = LS_{END} = 11$ (K.6)
$EF_B = ES_B + t_B = 0 + 6 = 6$ (K.3)	$LS_F = LF_F - t_F = 11 - 4 = 7$ (K.7)
$ES_C = EF_{START} = 0$ (K.2)	$LF_E = LS_G = 9$ (K.6)
$EF_C = ES_C + t_C = 0 + 4 = 4$ (K.3)	$LS_E = LF_E - t_E = 9 - 5 = 4$ (K.7)
$ES_D = EF_A = 2$ (K.2)	$LF_D = LS_G = 9$ (K.6)
$EF_D = ES_D + t_D = 2 + 3 = 5$ (K.3)	$LS_D = LF_D - t_D = 9 - 3 = 6$ (K.7)
$ES_E = EF_C = 4$ (K.2)	$LF_C = LS_E = 4$ (K.6)
$EF_E = ES_E + t_E = 4 + 5 = 9$ (K.3)	$LS_C = LF_C - t_C = 4 - 4 = 0$ (K.7)
$ES_F = EF_A = 2$ (K.2)	$LF_B = LS_G = 9$ (K.6)
$EF_F = ES_F + t_F = 2 + 4 = 6$ (K.3)	$LS_B = LF_B - t_B = 9 - 6 = 3$ (K.7)
$ES_G = \max\{EF_B = 6, EF_D = 5, EF_E = 9\} = 9$ (K.2)	$LF_A = \min\{LS_D = 6, LS_F = 7\} = 6$ (K.6)
$EF_G = ES_G + t_G = 9 + 2 = 11$ (K.3)	$LS_A = LF_A - t_A = 6 - 2 = 4$ (K.7)
$ES_{END} = \max\{EF_F = 6, EF_G = 11\} = 11$ (K.2)	$LF_{START} = \min\{LS_A = 4, LS_B = 3, LS_C = 0\} = 0$ (K.6)
$EF_{END} = ES_{END} + t_{END} = 11 + 0 = 11$ (K.3)	$LS_{START} = LF_{START} - t_{START} = 0 - 0 = 0$ (K.7)
$EF_{Project} = EF_{END} = 11$ (K.4)	



Πηγή: Badiru and Kovach (2012)

Διάγραμμα 1-13

Δίκτυο προτεραιότητων τύπου AON με τιμές ES , EF , LS , LF
(δεδομένα Πίνακα 1-3 και Πίνακα 1-7)

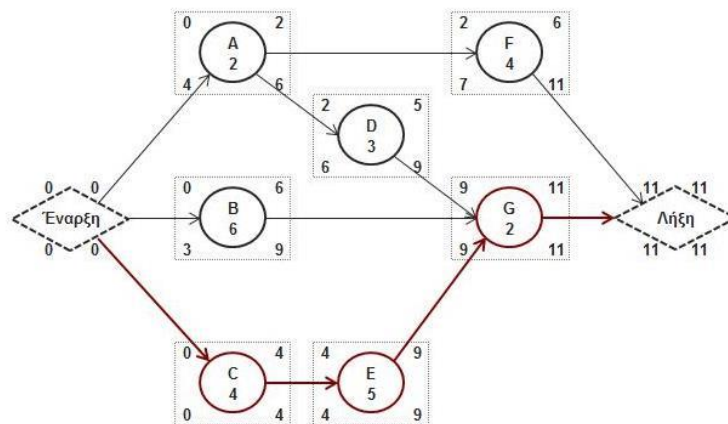
Οι τιμές ES , EF , LS , LF που προσδιορίζονται μέσω των δύο διαδικασιών είναι χρήσιμες στον προσδιορισμό της χρονικής ευελιξίας κάθε δραστηριότητας. Η ευελιξία αυτή ονομάζεται, όπως έχει αναφερθεί, *χαλαρός χρόνος*. Συγκεκριμένα υπολογίζεται ο “συνολικός χαλαρός χρόνος” (*Total Slack - TS*) ο οποίος δείχνει την ευελιξία χρονικής καθυστέρησης μίας δραστηριότητας από τον νωρίτερο χρόνο έναρξής της χωρίς να προκαλέσει οποιαδήποτε καθυστέρηση στον αργότερο συνολικό χρόνο ενός έργου. Έτσι, με βάση τον τύπο

$$TS_i = LF_i - EF_i = LS_i - ES_i \quad (1-5)$$

καθορίζονται οι κρίσιμες δραστηριότητες ενός δικτύου, δηλαδή οι δραστηριότητες που συνιστούν το κρίσιμο μονοπάτι, ως εκείνες που έχουν τον ελάχιστο συνολικό χαλαρό χρόνο. Με βάση τον κανόνα 5, όπου **ισχύει η συνθήκη του μηδενικού χαλαρού χρόνου ενός έργου**, και όπως προέκυψε από το παράδειγμα του Διαγράμματος 1-10, οι κρίσιμες δραστηριότητες δεν έχουν καθόλου ευελιξία και συνεπώς έχουν μηδενικό συνολικό χαλαρό χρόνο. Δηλαδή **οι κρίσιμες δραστηριότητες εντοπίζονται όταν ο αντίστοιχος TS ισούται με μηδέν**. Υπολογίζοντας το συνολικό χαλαρό χρόνο για όλες τις δραστηριότητες του Διαγράμματος 1-13 προκύπτει ότι το κρίσιμο μονοπάτι είναι το Έναρξη \rightarrow C \rightarrow E \rightarrow G \rightarrow Λήξη (εναλλακτικά C \rightarrow E \rightarrow G), κάτι που είχε ήδη καθοριστεί με την τεχνική της απαρίθμησης των μονοπατιών. Τα αποτελέσματα των υπολογισμών δίνονται στον Πίνακα 1-8 (επέκταση του Πίνακα 1-3), ενώ το δίκτυο με την απεικόνιση του κρίσιμου μονοπατιού στο Διάγραμμα 1-14.

Πίνακας 1-8
Εύρεση κρίσιμου μονοπατιού μέσω TS

Δραστηριότητα	Άμεσα Προηγούμενη	Διάρκεια	ES	EF	LS	LF	TS	Κρίσιμη Δραστηριότητα
A	-	2	0	2	4	6	4	Όχι
B	-	6	0	6	3	9	3	Όχι
C	-	4	0	4	0	4	0	NAI
D	A	3	2	5	6	9	4	Όχι
E	C	5	4	9	4	9	0	NAI
F	A	4	2	6	7	11	5	Όχι
G	B,D,E	2	9	11	9	11	0	NAI



Διάγραμμα 1-14
Απεικόνιση κρίσιμου μονοπατιού
(δεδομένα Πίνακα 1-8)

Στα πλαίσια της ανάλυσης χρησιμοποιούνται και άλλοι τύποι για τον καθορισμό συγκεκριμένων χαλαρών χρόνων, αλλά και για την περαιτέρω μελέτη του χρόνου μιας δραστηριότητας. Ένας από αυτούς τους τύπους είναι ο λεγόμενος “ελεύθερος χαλαρός χρόνος” (*Free Slack - FrS*) που δείχνει το περιθώριο χρόνου που μπορεί να έχει μία δραστηριότητα από το νωρίτερο χρόνο λήξης της και τον οποίο μπορεί να εκμεταλλευτεί χωρίς να καθυστερήσει τους νωρίτερους χρόνους έναρξης οποιασδήποτε από τις άμεσα επόμενες δραστηριότητες, ισούται δε με

$$FrS_i = \min \{ \text{μεταξύ των } ES \text{ όλων των άμεσα επόμενων της } i \} - EF_i \quad (1-6)$$

Τέλος, ο “ανεξάρτητος χαλαρός χρόνος” (*Independent Slack - IS*) λαμβάνει υπόψη το χειρότερο σενάριο όπου μία δραστηριότητα πιέζεται κι από τις δύο πλευρές, διότι η άμεσα προηγούμενη ολοκληρώνεται όσο το δυνατόν αργότερα και η άμεσα επόμενη ξεκινά όσο το

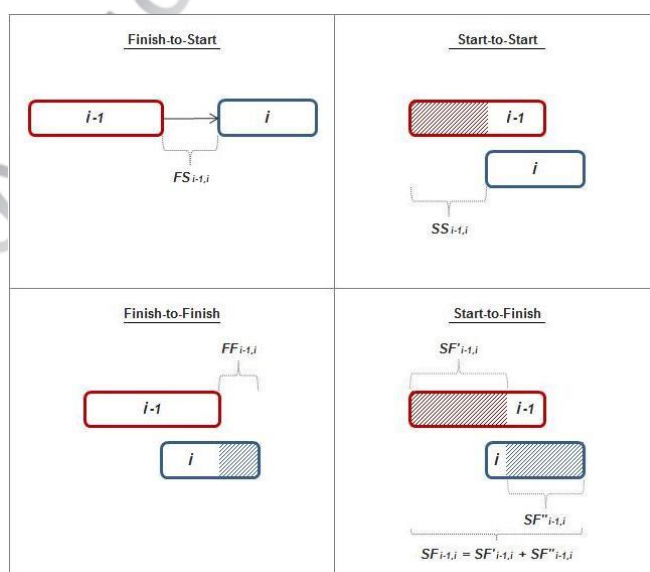
δυνατόν νωρίτερα. Στην ουσία δηλαδή ο ανεξάρτητος χαλαρός χρόνος δείχνει κατά πόσο το εύρος αυτού του διαστήματος ξεπερνάει τη διάρκεια της δραστηριότητας. Ισούται με

$$IS_i = \max\{0, ES_{i+1} - LS_{i-1} - t_i\} \quad (1-7)$$

όπου ES_{i+1} ο νωρίτερος χρόνος έναρξης της άμεσα επόμενης δραστηριότητας, LS_{i-1} ο αργότερος χρόνος ολοκλήρωσης της άμεσα προηγούμενης δραστηριότητας και t_i η διάρκεια της εν λόγω δραστηριότητας. Ο IS δύναται να πάρει και αρνητικές τιμές, οπότε τίθεται ίσος με το μηδέν και θεωρείται ότι δεν υπάρχει χαλαρός χρόνος αυτού του είδους. Θα πρέπει να επισημανθεί ότι **για τις κρίσιμες δραστηριότητες ισχύει $TS = FrS = IS = 0$** , αφού δεν έχουν καθόλου ευελιξία στο χρόνο εκτέλεσής τους (Moder, Phillips, and Davis, 1983).

Ειδικές περιπτώσεις

α. Στην προηγούμενη ανάλυση για την εύρεση του κρίσιμου μονοπατιού θεωρήθηκε ότι για να ξεκινήσει μία δραστηριότητα πρέπει να έχουν ολοκληρωθεί όλες οι άμεσα προηγούμενες της, δηλαδή να ισχύει η σχέση τύπου *Finish-to-Start (FS)*, η οποία μαζί με τη συνθήκη του μηδενικού χρόνου αποτελούν τα αρχικά θεμέλια της CPM. Συνολικά όμως υπάρχουν τέσσερις περιορισμοί που μπορούν να καθορίζουν τις σχέσεις προτεραιότητας μεταξύ των δραστηριοτήτων και οι οποίοι γραφικά παρουσιάζονται στο Διάγραμμα 1-15.



Πηγή: Moder, Phillips, and Davis (1983)

Διάγραμμα 1-15
Διαγράμματα προτεραιότητας με σχέσεις τύπου
 FS, SS, FF, SF

Σύμφωνα με το παραπάνω διάγραμμα, θέτοντας την εν λόγω δραστηριότητα i και την άμεσα προηγούμενή της $i-1$, οι σχέσεις αυτές καθορίζονται ως

- *Finish-to-Start* η i δεν μπορεί να ξεκινήσει αν δεν έχει ολοκληρωθεί η $i-1$
- *Start-to-Start* η i δεν μπορεί να ξεκινήσει αν δεν έχει ξεκινήσει η $i-1$
- *Finish-to-Finish* η i δεν μπορεί να ολοκληρωθεί αν δεν έχει ολοκληρωθεί η $i-1$
- *Start-to-Finish* η i δεν μπορεί να ολοκληρωθεί αν δεν έχει ξεκινήσει η $i-1$,

Ο περιορισμός $FS_{i-1,i}$ ισούται με το χρόνο (ώρες, ημέρες, εβδομάδες κλπ.) που πρέπει να μεσολαβήσει από την ολοκλήρωση της δραστηριότητας $i-1$ προκειμένου να ξεκινήσει η i . Να διευκρινιστεί ότι στην ανάλυση που έγινε νωρίτερα για την εύρεση του κρίσιμου μονοπατιού ίσχυε ότι $FS_{i-1,i}=0$ (lag time), ενώ η αντίστοιχη τιμή όταν η μέτρηση γίνεται ημερολογιακά (και όχι απλά αριθμητικά) είναι $FS_{i-1,i}=1$ (lag time). Για παράδειγμα, αν η άμεσα προηγούμενη δραστηριότητα $i-1$ ολοκληρώνεται στις 8/2, τότε η i ξεκινά στις 9/2, δηλαδή με μία ημέρα διαφορά. Ο περιορισμός $SS_{i-1,i}$ ισούται με το χρόνο που πρέπει να μεσολαβήσει από την έναρξη της $i-1$ έτσι ώστε να ξεκινήσει η i . Ο περιορισμός $FF_{i-1,i}$ είναι ίσος με το χρόνο που πρέπει να απομείνει για την ολοκλήρωση της δραστηριότητας i αφού έχει ολοκληρωθεί η $i-1$. Τέλος, ο περιορισμός $SF_{i-1,i}$ ισούται με το χρόνο που πρέπει να περάσει συνολικά από την έναρξη της $i-1$ έως την ολοκλήρωση της i . Λαμβάνοντας υπόψη αυτούς τους περιορισμούς (και δεδομένου ότι ισχύει η συνθήκη του μηδενικού χαλαρού χρόνου), οι κανόνες 2 και 6 που χρησιμοποιούνται στην ανάλυση δικτύου για την εύρεση του κρίσιμου μονοπατιού διαφοροποιούνται ως εξής (Moder, Phillips, and Davis, 1983; Klastorin, 2004):

Κανόνας 2:

$$ES_i = \max_{\text{για όλες τις } i-1} \left\{ \begin{array}{l} \text{Αρχικός χρόνος} = 0 \\ EF_{i-1} + FS_{i-1,i} \\ ES_{i-1} + SS_{i-1,i} \\ EF_{i-1} + FF_{i-1,i} - t_i \\ ES_{i-1} + SF_{i-1,i} - t_i \end{array} \right\}$$

Κανόνας 6:

$$LF_i = \min_{\text{για όλες τις } i+1} \left\{ \begin{array}{l} \text{Τελικός χρόνος} = EF_{\text{project}} \\ LS_{i+1} - FS_{i,i+1} \\ LF_{i+1} - FF_{i,i+1} \\ LS_{i+1} - SS_{i,i+1} + t_i \\ LF_{i+1} - SF_{i,i+1} + t_i \end{array} \right\}$$

β. Όταν καθορίζεται εξ αρχής η συνολική διάρκεια του έργου (δηλ. δεν ισχύει ο κανόνας 5), ο ελάχιστος συνολικός χαλαρός χρόνος του έργου θα ισούται με

$$TS_S = \text{Προκαθορισμένη Διάρκεια Έργου} - EF_{END} \quad (1-8)$$

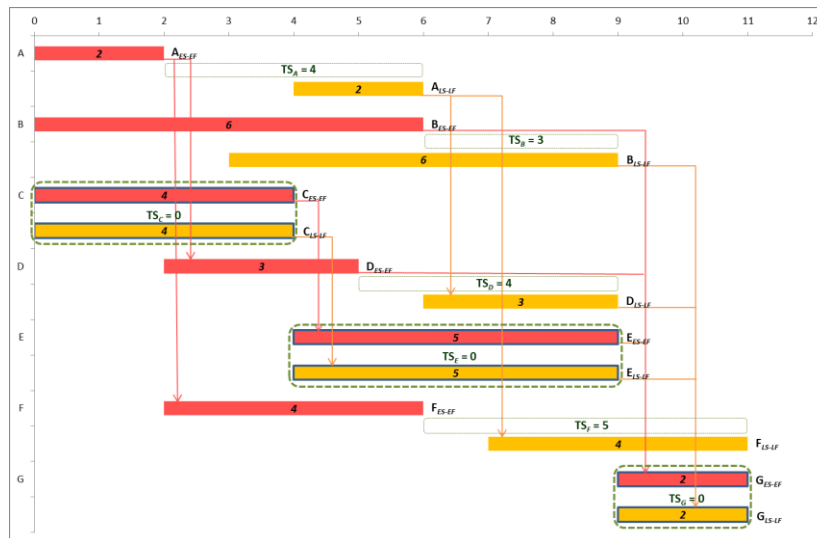
Σύμφωνα με τη Σχέση 1-8 ο συνολικός χαλαρός χρόνος του κρίσιμου μονοπατιού μπορεί να πάρει θετικές τιμές, δηλαδή το έργο βρίσκεται εντός προγράμματος, να ισούται με μηδέν (συνθήκη μηδενικού χαλαρού χρόνου) ή να πάρει αρνητικές τιμές, οπότε θα πρέπει να αναπροσδιορισθούν οι χρόνοι των δραστηριοτήτων ώστε να ολοκληρωθεί το έργο εντός προκαθορισμένου χρόνου (Moder, Phillips, and Davis, 1983; Badiru and Kovach, 2012). Η επιτάχυνση των δραστηριοτήτων μπορεί να γίνει μέσω ανακατανομής των πόρων, αύξησης των πόρων, παράλληλη εκτέλεση κάποιων δραστηριοτήτων εάν αυτό είναι εφικτό, μείωση της ποιότητας του τελικού προϊόντος κλπ..

1.3.2.4 Διάγραμμα Gantt

Το διάγραμμα Gantt αποτελεί μία χρήσιμη απεικόνιση των προγραμματισμών που έγιναν μέσω της μεθόδου του κρίσιμου μονοπατιού και μία τεχνική για την περαιτέρω παρακολούθηση της πορείας του έργου. Ο οριζόντιος άξονας παριστάνει τις μονάδες του χρόνου σύμφωνα με τις οποίες έχει προγραμματιστεί το έργο και ο κάθετος άξονας τις δραστηριότητες που βρίσκονται στο κατώτερο επίπεδο της ΑΙΔ. Τα αποτελέσματα του διαγράμματος εμφανίζονται ουσιαστικά ως ένα οριζόντιο ραβδόγραμμα με την κάθε ράβδο να αναπαριστά μία δραστηριότητα με μήκος ίσο με τη χρονική διάρκεια που της έχει ανατεθεί. Ενδεικτικό είναι το Διάγραμμα 1-16.

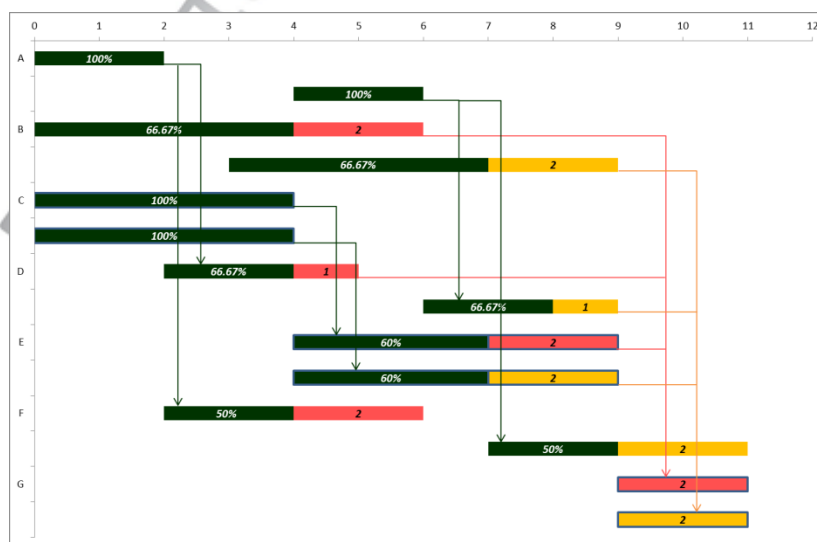
Χρησιμοποιώντας τα δεδομένα του Πίνακα 1-8, το παρακάτω διάγραμμα Gantt είναι αρκετά πιο σύνθετο εμφανίζοντας τις κρίσιμες δραστηριότητες, τις σχέσεις προτεραιότητας μεταξύ των δραστηριοτήτων ή την ταυτόχρονη απεικόνιση των ελάχιστων και αργότερων χρόνων έναρξης και λήξης ως εξής: Οι κόκκινες ράβδοι υποδεικνύουν τη διάρκεια κάθε δραστηριότητας με βάση τους νωρίτερους χρόνους έναρξης, ενώ οι κίτρινες ράβδοι υποδεικνύουν τη διάρκειά κάθε δραστηριότητας με βάση τους αργότερους χρόνους έναρξης. Επίσης, οι χαλαροί χρόνοι κάθε δραστηριότητας αναγράφονται σε ένα πλαίσιο που ξεκινά από το σημείο EF_i και καταλήγει στο σημείο LF_i υποδεικνύοντας έμμεσα τη Σχέση 1-5. Για τις κρίσιμες δραστηριότητες C, E και G το πλαίσιο αυτό περικλείει και τις δύο ράβδους, αφού

ο χαλαρός τους χρόνος είναι μηδέν, ή εναλλακτικά $EF_i=LF_i$. Επιπλέον, τα βέλη δίνουν πληροφορίες για τις σχέσεις προτεραιότητας μεταξύ των δραστηριοτήτων.



Διάγραμμα 1-16
Διάγραμμα Gantt με βάση τους χρόνους ES και LS

Μία εναλλακτική προσέγγιση του διαγράμματος Gantt προκύπτει κατά τον έλεγχο της πορείας του έργου. Συγκεκριμένα, υπάρχει η δυνατότητα να παρακολουθείται γραφικά σε ποιο στάδιο βρίσκεται το έργο, ελέγχοντας κατά πόσο έχουν ολοκληρωθεί οι επιμέρους δραστηριότητές του. Για παράδειγμα, στο Διάγραμμα 1-17 παρατηρείται ότι το έργο βρίσκεται εντός προγράμματος κατά την 7^η ημέρα εκτέλεσής του.



Διάγραμμα 1-17
Διάγραμμα Gantt για τον έλεγχο της πορείας του έργου με βάση τους χρόνους ES και LS

Σύμφωνα με το προηγούμενο διάγραμμα, η δραστηριότητα A έχει ολοκληρωθεί πλήρως επιτρέποντας στις άμεσα επόμενες της D και F να ξεκινήσουν έχοντας καλύψει η καθεμία ποσοστό 66.67% (4:6) και 50% (2:4) αντίστοιχα στην μέχρι τώρα πορεία του έργου. Η δραστηριότητα G από την άλλη δεν έχει ξεκινήσει αφού θα πρέπει να έχουν ολοκληρωθεί όλες οι άμεσα προηγούμενες της B, D και E, σχέσεις που υποδηλώνονται πάλι από τα βέλη του διαγράμματος. Γίνεται φανερό ότι το διάγραμμα Gantt δεν είναι εύχρηστο όταν το έργο δέχεται στην πορεία αρκετές αναπροσαρμογές ή όταν το έργο είναι πολύ μεγάλο (Οικονόμου και Γεωργίου, 2000).

1.4 ΑΝΑΚΕΦΑΛΑΙΩΣΗ

Στο κεφάλαιο αυτό αναπτύχθηκαν οι βασικές ποιοτικές τεχνικές και τα υπολογιστικά μοντέλα που χρησιμοποιούν οι ομάδες έργων και οι επιχειρήσεις γενικότερα για τον τελικό προσδιορισμό του χρόνου ενός έργου. Αν και περίπλοκες, ιδιαίτερα όταν το έργο απαρτίζεται από πολλές δραστηριότητες, οι υπολογιστικές διαδικασίες καθορισμού του συνολικού χρόνου του έργου εκτελούνται πλέον μέσω προγραμμάτων Η/Υ ειδικά σχεδιασμένα για τη ΔΕ. Η χρήση δικτύων ανάλυσης αποτελεί το κλειδί και σε αυτόν τον τομέα της Διοικητικής Επιστήμης & Επιχειρησιακής Έρευνας, αφού είναι η βάση πάνω στην οποία ουσιαστικά χτίζεται το χρονοδιάγραμμα, ενώ ταυτόχρονα μεταφέρει γραφικά σαφείς πληροφορίες στους άμεσα ενδιαφερόμενους. Βέβαια, κατά την πορεία του έργου ο προσδιορισμένος χρόνος δύναται να αναπροσαρμοστεί για διάφορους λόγους, όπως είναι η περίπτωση όπου οι πελάτες είναι πρόθυμοι να δαπανήσουν περισσότερα χρήματα προκειμένου το έργο να ολοκληρωθεί νωρίτερα. Αυτή είναι η περίπτωση της αντιστάθμισης του κόστους με το χρόνο, μία μέθοδος η οποία θα αναπτυχθεί στο κεφάλαιο του κόστους. Τέλος, να διευκρινιστεί ότι στο παρόν κεφάλαιο οι τιμές των χρόνων των δραστηριοτήτων ήταν προσδιοριστικές και με βάση αυτές τις τιμές αναπτύχθηκαν τα μοντέλα. Ο χρονοπρογραμματισμός ενός έργου στην περίπτωση που οι τιμές των παραμέτρων είναι στοχαστικές αναλύεται στο αμέσως επόμενο κεφάλαιο.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΗ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ ΤΟΥ ΧΡΟΝΟΥ ΕΝΟΣ ΕΡΓΟΥ

2.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Σε έργα τα οποία δεν επαναλαμβάνονται συχνά ή εκτελούνται για πρώτη φορά, οι διάρκειες κάποιων ή όλων των επιμέρους δραστηριοτήτων του έργου δεν είναι γνωστές από την αρχή. Στη ΔΕ η αβεβαιότητα σχετικά με τους χρόνους αυτούς, και κατ' επέκταση με τη συνολική διάρκεια του έργου, αποτελεί τον κανόνα παρά την εξαίρεση. Σε τέτοιες περιπτώσεις η διάρκεια κάθε δραστηριότητας αναπαριστάται από μία τυχαία μεταβλητή με γνωστή πιθανοτική κατανομή ή με γνωστή μέση τιμή και διακύμανση. Επίσης, τα δίκτυα που στηρίζονται σε τέτοιες πιθανολογικές έννοιες είναι γνωστά στη βιβλιογραφία ως Στοχαστικά Δίκτυα Δραστηριοτήτων (*Stochastic Activity Networks - SAN*), όπως τα δίκτυα προτεραιοτήτων AON και AOA υπό συνθήκες αβεβαιότητας.

Στα πλαίσια που οι χρόνοι των δραστηριοτήτων είναι στοχαστικοί, στο παρόν κεφάλαιο θα παρουσιαστεί η διαδικασία χρονοπρογραμματισμού ενός έργου μέσα από την ανάλυση PERT. Συγκεκριμένα θα αναπτυχθούν οι βασικές υποθέσεις της εν λόγω διαδικασίας και πως η ισχύς των υποθέσεων αυτών στη ΔΕ οδήγησε στη δημιουργία της ομώνυμης κατανομής. Η κατανομή PERT, ως παράγωγη της Βήτα κατανομής, θα αναπτυχθεί και θα συγκριθεί με εναλλακτικές περιπτώσεις παραγώγων της τελευταίας, καθώς και με την Τριγωνική κατανομή που έχει ευρεία εφαρμογή στο μοντελισμό του χρόνου των δραστηριοτήτων. Επίσης, για το στάδιο εκτίμησης του συνολικού χρόνου του έργου, πέρα από την ανάλυση PERT, θα παρουσιαστεί και θα εφαρμοστεί η προσομοίωση Monte Carlo. Τέλος, όπως αναφέρθηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο, δεδομένου ότι έχει δημιουργηθεί η ενιαία τεχνική PERT/CPM, η χρήση των όρων “ανάλυση/διαδικασία/μέθοδος/τεχνική PERT ή PERT/CPM” θα γίνεται αλληλένδετα και θα αναφέρεται σε συνθήκες αβεβαιότητας. Σε περίπτωση που γίνεται αναφορά σε προσδιοριστικούς χρόνους ή στη μέθοδο του κρίσιμου μονοπατιού θα γίνεται

χρήση του όρου “κλασσική PERT/CPM”.

2.2 ΕΚΤΙΜΗΣΗ ΤΡΙΩΝ ΧΡΟΝΙΚΩΝ ΣΗΜΕΙΩΝ

Η χρονική διάρκεια ως συνεχής τυχαία μεταβλητή δίνει πολύ μικρή έως μηδενική πιθανότητα ολοκλήρωσης ενός έργου σε μία συγκεκριμένη τιμή. Γι' αυτό η ανάλυση μέσω της στοχαστικής PERT/CPM αναπτύχθηκε θεωρώντας ότι οι εκτιμήσεις του χρόνου ολοκλήρωσης των επιμέρους δραστηριοτήτων ενός έργου πρέπει να κυμαίνονται εντός κάποιου εύρους. Συγκεκριμένα, η PERT στηρίχθηκε στη λογική καθορισμού τριών εκτιμήσεων για τη χρονική διάρκεια κάθε δραστηριότητας πάνω στις οποίες αναπτύχθηκε η κυρίως μετέπειτα ανάλυση (Malcolm *et al.*, 1959). Τα τρία αυτά χρονικά σημεία είναι:

- **Αισιόδοξος χρόνος** (*Optimistic time, a*) Είναι η μικρότερη χρονική διάρκεια στην οποία μπορεί να εκτελεστεί η δραστηριότητα, δεδομένου ότι όλα πάνε υπερβολικά καλά.
- **Πλέον πιθανός χρόνος** (*Most likely time, m*) Είναι η πλέον συνηθισμένη τιμή του χρόνου στον οποίο μπορεί να ολοκληρωθεί η δραστηριότητα.
- **Απαισιόδοξος χρόνος** (*Pessimistic time, b*) Είναι ο μεγαλύτερος δυνατός χρόνος που μπορεί να χρεωθεί σε μία δραστηριότητα λαμβάνοντας υπόψη όλες τις αρνητικές συνθήκες που μπορούν να καθυστερήσουν την ολοκλήρωσή της.

Αναφορικά με τα τρία αυτά χρονικά σημεία, στην παρούσα εργασία εξετάζονται οι περιπτώσεις στοχαστικότητας για τις οποίες ισχύει $a < m < b$. Ξεκινώντας, ως είθισται, από τον πλέον πιθανό χρόνο, εξετάζονται ιστορικά αριθμητικά στοιχεία ή/και ακολουθούνται ταυτόχρονα ποικίλες μέθοδοι εκτίμησης των οποίων τα αποτελέσματα συγκρίνονται με στόχο τη λήψη της βέλτιστης απόφασης. Επίσης, διερευνώνται όλα τα ποιοτικά στοιχεία που μπορούν να συντελέσουν στον προσδιορισμό του πλέον πιθανού χρόνου, όπως είναι η φύση του έργου, οι μέθοδοι εκτέλεσης των εργασιών των δραστηριοτήτων και οι ανάγκες των άμεσα ενδιαφερομένων. Ο προσδιορισμός του αισιόδοξου χρόνου επιτυγχάνεται μέσω της αναζήτησης εκείνων των ευκαιριών που θα μπορούσαν να επιταχύνουν το χρόνο των δραστηριοτήτων, όπως είναι οι νέες και καλύτερες μέθοδοι εκτέλεσης των εργασιών κ.ά.. Ο προσδιορισμός του απαισιόδοξου χρόνου αναζητά τους κινδύνους και τις καταστάσεις που θα μπορούσαν να επηρεάσουν αρνητικά το χρόνο των δραστηριοτήτων ενός έργου, όπως η απειρία των μελών της ομάδας, αρνητικό εξωτερικό περιβάλλον κ.ά..

2.3 ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΤΩΝ ΧΡΟΝΩΝ ΤΩΝ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΩΝ

Στα πλαίσια της ανάλυσης PERT για την προσαρμογή διαφόρων κατανομών στους χρόνους των δραστηριοτήτων ενός έργου, επιλέγονται κυρίως κατανομές οι οποίες είναι συνεχείς, μονοκόρυφες, έχουν πεπερασμένα άκρα και μπορούν να ερμηνεύσουν ταυτόχρονα συμμετρικές και ασύμμετρες περιπτώσεις κατανομών των δεδομένων (Ahuja, Dozzi, and Abourizk, 1994; Regnier, 2005; McCombs, Elam, and Pratt, 2009). Οι κατανομές Βήτα, οι παράγωγές της BetaPERT, PERT-betas και ModPERT, καθώς και η Τριγωνική κατανομή είναι εκείνες που έχουν ευρεία εφαρμογή στη ΔΕ. Ταυτόχρονα, μπορούν να χρησιμοποιηθούν και άλλες κατανομές που δεν πληρούν όλες τις παραπάνω προϋποθέσεις, όπως η Κανονική κατανομή, η Weibull, η Gamma, η Εκθετική κ.ά., όμως η χρήση των κατανομών Βήτα και Τριγωνικής γίνεται τόσο εκτεταμένα από τις επιχειρήσεις για τη διαχείριση του χρόνου ενός έργου, ώστε να θεωρούνται ως ανταγωνιζόμενες στην εξήγηση των κατανομών της διάρκειας των επιμέρους δραστηριοτήτων. Η Τριγωνική μάλιστα θεωρείται ότι έχει πιο ξεκάθαρη ερμηνεία ως προς τις παραμέτρους της (Yang, 2005).

2.3.1 Κατανομές Βήτα, BetaPERT, PERT-betas και ModPERT

Η ανάλυση PERT αναπτύχθηκε θεωρώντας την **κατανομή Βήτα** ως την πλέον κατάλληλη για να μοντελοποιήσει τους χρόνους των δραστηριοτήτων ενός έργου (Malcolm *et al.*, 1959). Η κατανομή Βήτα ορίζεται από τέσσερις παραμέτρους και γράφεται $Beta(\alpha, \beta, a, b)$, όπου α, β οι δύο παράμετροι σχήματος και a, b τα δύο ακραία σημεία τα οποία ορίζουν το διάστημα της κατανομής. Αν και η πραγματική κατανομή των δραστηριοτήτων δεν είναι σχεδόν ποτέ γνωστή, η Βήτα έγινε αποδεκτή εξ αρχής κυρίως λόγω του ότι έχει πεπερασμένα άκρα και μπορεί να πάρει διάφορες μορφές κάνοντάς την ευέλικτη στην ανάλυση και τον έλεγχο του χρόνου ενός έργου. Η κατανομή Βήτα στο διάστημα $[a, b]$ δίνεται από τη Σχέση 2-1, ενώ η μέση τιμή, η διακύμανση και η επικρατούσα τιμή δίνονται από τις Σχέσεις 2-2, 2-3 και 2-4 αντίστοιχα:

$$f(t; \alpha, \beta, a, b) = \frac{\Gamma(\alpha + \beta)}{\Gamma(\alpha) \cdot \Gamma(\beta)} \times \frac{1}{(b - a)^{\alpha + \beta - 1}} \times (t - a)^{\alpha - 1} \times (b - t)^{\beta - 1} \quad (2-1)$$

$$\mu = a + (b - a) \frac{\alpha}{\alpha + \beta} = \frac{\alpha b + \beta a}{\alpha + \beta} \quad (2-2)$$

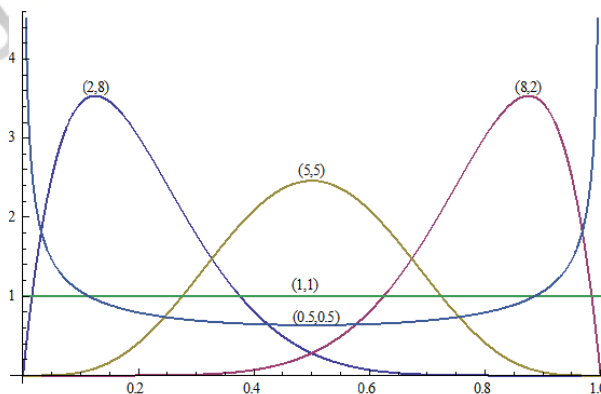
$$\sigma^2 = (b-a)^2 \frac{\alpha\beta}{(\alpha+\beta+1)(\alpha+\beta)^2} \quad (2-3)$$

$$m = \frac{a(\beta-1)+b(\alpha-1)}{\alpha+\beta-2} \quad (2-4)$$

όπου $a \leq t \leq b$ και $\alpha > 0, \beta > 0$. Το σύμβολο $\Gamma(\cdot)$ παριστάνει τη συνάρτηση Γάμμα, η οποία ορίζεται από τη Σχέση 2-5:

$$\Gamma(z) = \int_0^{\infty} x^{z-1} e^{-x} dx, \quad \text{για } z > 0 \quad (2-5)$$

Η κατανομή Βήτα εμφανίζει τα συνήθη πλεονεκτήματα που αναφέρθηκαν νωρίτερα στα πλαίσια της διαχείρισης του χρόνου σε σχέση με άλλες συνεχείς κατανομές. Είναι μονοκόρυφη, ενώ η καμπύλη της αγγίζει τον οριζόντιο άξονα κάτι που δεν συμβαίνει π.χ. με την κανονική κατανομή η οποία είναι ασυμπτωτική. Επίσης παίρνει μόνο θετικές τιμές εξυπηρετώντας την έννοια του χρόνου ο οποίος δεν μπορεί να είναι αρνητικός. Ένα άλλο πλεονέκτημα είναι ότι η μορφή της μπορεί να μην είναι πάντα συμμετρική, σε αντίθεση με την κανονική κατανομή, εμφανίζοντας λοξότητα προς τα αριστερά ή προς τα δεξιά ανάλογα με τις τιμές των παραμέτρων. Αυτό είναι κάτι που εξυπηρετεί τη ΔΕ, αφού συμβαίνει συχνά μία δραστηριότητα να εκτιμάται ότι παρεκκλίνει αρκετά από τον αρχικά προσδιορισμένο χρόνο (Ahuja, Dozzi, and Abourizk, 1994; Klastorin, 2004; Regnier, 2005). Μερικοί σχηματισμοί της κατανομής Βήτα απεικονίζονται στο Διάγραμμα 2-1, ενώ συνοπτικά οι διάφορες μορφές της με βάση τις τιμές των παραμέτρων α και β φαίνονται στον Πίνακα 2-1.



Διάγραμμα 2-1
Κατανομή Beta($\alpha, \beta, 0, 1$) για διάφορες τιμές α και β

Πίνακας 2-1
Μορφές κατανομής Beta
για διάφορες τιμές των α και β

Τιμές Παραμέτρων	Μορφή σχήματος
$\alpha < 1, \beta < 1$	Σχήμα U
$\alpha < 1, \beta \geq 1$ ή $\alpha = 1, \beta > 1$	Γνησίως φθίνουσα
$\alpha = 1, \beta = 1$	Ομοιόμορφη κατανομή στο διάστημα $[a,b]$
$\alpha = 1, 1 < \beta < 2$	Απολύτως κοίλη
$\alpha = 1, \beta = 2$	Ευθεία γραμμή
$\alpha = 1, \beta > 2$	Απολύτως κυρτή
$\alpha = 1, \beta < 1$ ή $\alpha > 1, \beta \leq 1$	Γνησίως αύξουσα
$\alpha > 1, \beta > 1$	Μονοκόρυφη
$1 < \alpha < 2, \beta = 1$	Απολύτως κοίλη
$\alpha = 2, \beta = 1$	Ευθεία γραμμή
$\alpha > 2, \beta = 1$	Απολύτως κυρτή
$\alpha < \beta$	Λοξή προς τα δεξιά
$\alpha > \beta$	Λοξή προς τα αριστερά
$\alpha = \beta$	Συμμετρική

Στον παραπάνω πίνακα έχουν επισημανθεί οι περιπτώσεις σχηματισμών της κατανομής Βήτα για τις οποίες ενδιαφέρεται κυρίως η διαχείριση του χρόνου ενός έργου. Συγκεκριμένα, οι παράμετροι α και β είναι μεγαλύτερες της μονάδας με αποτέλεσμα να εξετάζεται η μονοκόρυφη περίπτωση της κατανομής Βήτα, ενώ οι σχέσεις ισότητας και ανισότητας μεταξύ των παραμέτρων υποδεικνύουν την ύπαρξη ή μη ασυμμετρίας των δεδομένων, καθώς και το είδος της ασυμμετρίας (εφόσον υπάρχει). Οι περιπτώσεις αυτές απεικονίζονται στο Διάγραμμα 2-1 όταν $(\alpha, \beta) = (2,8)$ ή $(5,5)$ ή $(8,2)$.

Προσαρμογή της κατανομής Βήτα στην ανάλυση PERT

Αν και γενικότερα θεωρείται ότι η διαδικασία PERT χρησιμοποιεί αυτούσια την κατανομή Βήτα για να εξηγήσει τους χρόνους ολοκλήρωσης των επιμέρους δραστηριοτήτων, υπάρχει διαφορά στην κατανομή Βήτα όπως περιγράφηκε παραπάνω και στην κατανομή Βήτα όπως χρησιμοποιείται μέσα από την ανάλυση PERT. Συγκεκριμένα, οι εκτιμήσεις των τριών σημείων που περιγράφηκαν στην Ενότητα 2.2 ταυτίστηκαν με το κάτω άκρο, την επικρατούσα τιμή και το άνω άκρο της κατανομής Βήτα αντίστοιχα. Αποτελούν δε τα

συστατικά στοιχεία για τον υπολογισμό της αναμενόμενης τιμής (Σχέση 2-6) και της τυπικής απόκλισης (Σχέση 2-7) κάθε δραστηριότητας, οι οποίες χρησιμοποιούνται ως εκτιμήτριες των αντίστοιχων Σχέσεων 2-2 και 2-3.

Οι τύποι που εκφράζονται μέσα από τις Σχέσεις 2-6 και 2-7 διαμορφώθηκαν ως οι βασικές υποθέσεις της ανάλυσης PERT το 1959 στα πλαίσια ενός έργου με πάρα πολλές δραστηριότητες και ιδιαίτερα στενά περιθώρια χρόνου. Δεδομένου ότι το τελευταίο στάδιο της διαδικασίας PERT/CPM, δηλαδή αυτό της εκτίμησης του συνολικού χρόνου του έργου, χρησιμοποιεί μόνο τα περιγραφικά μέτρα της μέσης τιμής και της διακύμανσης μιας κατανομής για την εκτίμηση του χρόνου (δίνοντας έμφαση κυρίως στη μέση τιμή), οι Malcolm *et al.* (1959) κατάφεραν να δημιουργήσουν δύο τύπους για τον υπολογισμό των μέτρων αυτών επιτυγχάνοντας τα εξής: να χρησιμοποιήσουν την επιθυμητή για το έργο Βήτα κατανομή και να την απαλλάξουν από τις παραμέτρους σχήματος α και β .

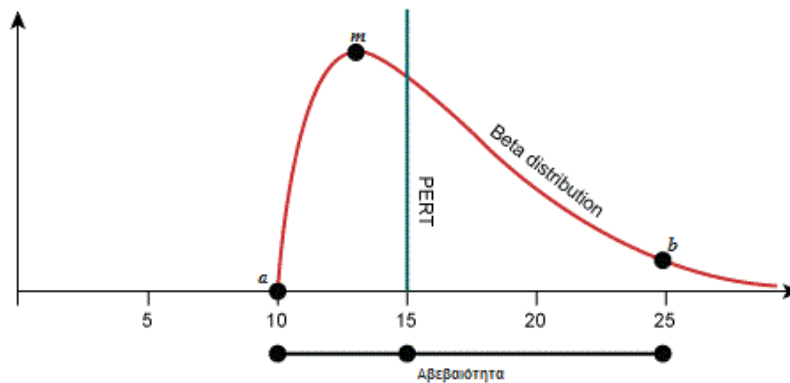
$$\hat{\mu}_{PERT} = \frac{1}{3} \left(2m + \frac{a+b}{2} \right) = \frac{a+4m+b}{6} \quad (2-6)$$

$$\hat{\sigma}_{PERT}^2 = \left(\frac{b-a}{6} \right)^2 \Rightarrow \hat{\sigma}_{PERT} = \frac{b-a}{6} \quad (2-7)$$

Ο τύπος της αναμενόμενης τιμής είναι ο σταθμισμένος μέσος όρος των τριών εκτιμήσεων του χρόνου κάθε δραστηριότητας δίνοντας στην επικρατούσα τιμή m τετραπλάσια βαρύτητα, ενώ αναπτύχθηκε ύστερα από συνεχή παρατήρηση της μέσης διάρκειας μιας δραστηριότητας μέσα από την πολλαπλή επανάληψή της (Οικονόμου και Γεωργίου, 2000), όπου η επικρατούσα τιμή εμφανιζόταν να έχει διπλάσια βαρύτητα από την κεντρική τιμή. Από την άλλη, ο τύπος της τυπικής απόκλισης αναπτύχθηκε με βάση το γεγονός ότι το 99% των παρατηρήσεων περικλείεται μέσα σε ένα εύρος 6 τυπικών αποκλίσεων, όπως συμβαίνει με την κανονική κατανομή (Sharma, 2006).

Επίσης, αξίζει να σημειωθεί ότι γενικότερα στα έργα συνηθίζεται ο αισιόδοξος χρόνος a και ο πλέον πιθανός χρόνος m να βρίσκονται πολύ κοντά μεταξύ τους και σε μεγάλη απόσταση από τον απαισιόδοξο χρόνο b , δεδομένου ότι οι καταστάσεις που μπορούν να καθυστερήσουν το έργο είναι περισσότερες από εκείνες που μπορούν να προκαλέσουν τη νωρίτερη ολοκλήρωσή του από τον προσχεδιασμένο χρόνο. Ενδεικτικό είναι το Διάγραμμα 2-2 όπου εντοπίζεται η μέση τιμή της ανάλυσης PERT όταν $a = 10$, $m = 13$ και $b = 25$, τιμές

για τις οποίες η κατανομή εμφανίζει δεξιά ασυμμετρία.



Πηγή: www.isixsigma.com

Διάγραμμα 2-2
Απαικόνιση μέσης τιμής μεθόδου PERT για $a = 10$, $m = 13$, $b = 25$

Οι απλοποιημένοι τύποι για τη μέση τιμή και τη διακύμανση της ανάλυσης PERT, παρόλη την πρακτικότητά τους, δημιούργησαν εξ αρχής προβληματισμό καθώς δεν παρείχαν καμία πληροφορία για τις παραμέτρους α και β της κατανομής Βήτα. Ο Grubbs το 1962 περιόρισε σε τρεις τις κατανομές Βήτα αναφορικά με τις παραμέτρους αυτές, λαμβάνοντας υπόψη ότι οι Σχέσεις 2-6 και 2-7 αποτελούν ακριβείς προσεγγίσεις των Σχέσεων 2-2 και 2-3 αντίστοιχα και ότι η τιμή m αποτελεί σημείο μεγίστου της κατανομής. Έτσι, με βάση τη συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας (σ.π.π.) της Σχέσης 2-1 (Regnier,2005; Huang and Wang; 2009), λύνοντας το επόμενο σύστημα εξισώσεων

$$(\Sigma): \left\{ \begin{array}{l} \frac{a + 4m + b}{6} = a + (b - a) \frac{\alpha}{\alpha + \beta} \\ \left(\frac{b - a}{6} \right)^2 = (b - a)^2 \frac{\alpha\beta}{(\alpha + \beta + 1)(\alpha + \beta)^2} \\ \frac{df_{Beta}(t)}{t} = 0 \Rightarrow \dots \Rightarrow m = \frac{a(\beta - 1) + b(\alpha - 1)}{\alpha + \beta - 2} \end{array} \right.$$

συμπέρανε ότι οι παράμετροι α και β πρέπει να έχουν ως ακολούθως:

- $\alpha = 3 - \sqrt{2}$ και $\beta = 3 + \sqrt{2}$ (κατανομή λοξή προς τα δεξιά)
- $\alpha = 3 + \sqrt{2}$ και $\beta = 3 - \sqrt{2}$ (κατανομή λοξή προς τα αριστερά)
- $\alpha = \beta = 4$ (συμμετρική κατανομή),

όπου για $\alpha + \beta = 6$ ή $\alpha + \beta = 8$ προκύπτει η συμμετρική περίπτωση $m = \mu = \frac{a + b}{2}$.

BetaPERT

Οι ισχυροί τύποι που ανέπτυξαν οι Malcolm *et al.* (1959) για την εκτίμηση των χρόνων των δραστηριοτήτων, αποτέλεσαν και εξακολουθούν να αποτελούν αντικείμενα μελέτης και εφαρμογών τόσο από τους ακαδημαϊκούς όσο και από τις επιχειρήσεις. Σε αυτά τα πλαίσια, η κατανομή BetaPERT αποτελεί ουσιαστικά μία εκδοχή της κατανομής Βήτα και χρησιμοποιείται από τους ειδικούς για την καλύτερη προσαρμογή των χρόνων των δραστηριοτήτων ενός έργου, έχει δε αναγνωρισθεί και υιοθετηθεί από πολλά υπολογιστικά προγράμματα. Αναπτύχθηκε από το στατιστικό David Vose (1996) μέσα από αλληπάλληλους μετασχηματισμούς και αντικαταστάσεις που στηρίχθηκαν στη μέση (Σχέση 2-2) και την επικρατούσα τιμή (Σχέση 2-4) της κατανομής Βήτα. Συμβολίζεται PERT(a, m, b) με παραμέτρους a, m, b και περιλαμβάνει ολόκληρη την οικογένεια κατανομών για τις οποίες οι παράμετροι a και b συνδέονται με τη γραμμική σχέση $a + b = 6$. Έχει προσεγγιστεί χρησιμοποιώντας την υπόθεση της ανάλυσης PERT για τη μέση τιμή (Σχέση 2-6) και οδηγείται όχι μόνο σε εξατομικευμένους σχηματισμούς ανά δραστηριότητα, οι οποίοι στηρίζονται στις παραμέτρους της εν λόγω κατανομής, αλλά και σε εξατομικευμένη διακύμανση. Τα βασικά χαρακτηριστικά της κατανομής BetaPERT δίνονται στον Πίνακα 2-2.

[Π1]

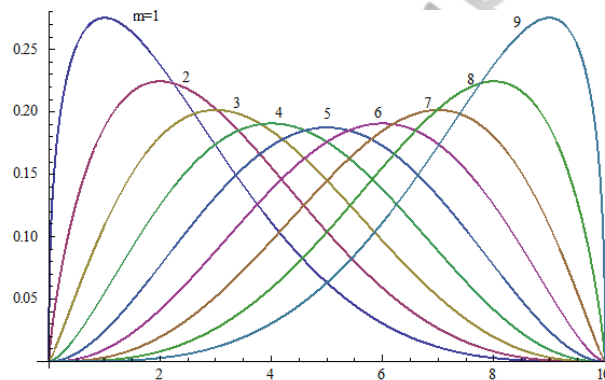
Πίνακας 2-2
Χαρακτηριστικά κατανομής BetaPERT

Συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας:	$PERT(a, m, b) = Beta(\alpha_1, \alpha_2, a, b)$ όπου $\alpha_1 = \frac{4m + b - 5a}{b - a}$ & $\alpha_2 = \frac{5b - a - 4m}{b - a}$ και $\alpha_1 + \alpha_2 = 6 \quad \forall a, m, b$
Περιορισμοί παραμέτρων:	$a < m < b$
Πεδίο ορισμού:	$a \leq t \leq b$
Επικρατούσα τιμή:	m
Μέση τιμή:	$\frac{a + 4m + b}{6}$
Διακύμανση:	$\frac{(4m + b - 5a)(5b - a - 4m)}{252}$

Πηγές: Vose (2008); www.reference.wolfram.com

Κύριο χαρακτηριστικό της BetaPERT είναι και πάλι ότι η μέση τιμή της δίνει έμφαση στον πλέον πιθανό χρόνο διάρκειας μιας δραστηριότητας και λιγότερο στις ακραίες τιμές. Αυτό είναι κάτι που δεν εξυπηρετεί σε περιπτώσεις όπως αυτή που αναφέρθηκε νωρίτερα, όπου ο ειδικός που θα προτείνει τους χρόνους των δραστηριοτήτων, σκεπτόμενος όλα τα

πιθανά αρνητικά σενάρια που θα μπορούσαν να προκαλέσουν κάποια καθυστέρηση, αναθέσει μέγιστη τιμή b τέτοια που να απέχει πολύ από την ελάχιστη και την επικρατούσα τιμή. Η ευαισθησία της μέσης τιμής ως προς τον πλέον πιθανό χρόνο αποτελεί ταυτόχρονα πλεονέκτημα και μειονέκτημα της BetaPERT. Πλεονέκτημα στην περίπτωση που εκτιμήθηκε χάριν ευκολίας ή εξαιτίας λάθους υπερβολικά μεγάλη τιμή b και μειονέκτημα όταν πράγματι η κατανομή των δεδομένων εμφανίζει έντονη δεξιά ασυμμετρία. Στην τελευταία περίπτωση θα μπορούσε να προσαρμοσθεί κάποια κατανομή που εξηγεί καλύτερα την ύπαρξη δεξιάς ουράς στα δεδομένα, όπως είναι η Weibull (McCombs, Elam, and Pratt, 2009). Γενικότερα όμως θεωρείται ότι η BetaPERT μοντελοποιεί τους χρόνους των δραστηριοτήτων πολύ κοντά στην πραγματική κατανομή των δεδομένων. Στο Διάγραμμα 2-3 απεικονίζεται η σ.π.π. της $PERT(0,m,10)$ για $m=1,2,3,4,5,6,7,8,9$.



Διάγραμμα 2-3
Σ.π.π. της $PERT(0,m,10)$ για $m=1,2,3,4,5,6,7,8,9$

Σύμφωνα με το παραπάνω διάγραμμα η καμπύλη της BetaPERT εμφανίζεται ομαλή δίνοντας σταδιακά έμφαση στις τιμές γύρω από την επικρατούσα τιμή, ενώ η συμμετρία επιτυγχάνεται όταν $\alpha_1 = \alpha_2 = 3$ και $m = \frac{a+b}{2} = 5$. Τέλος, να επισημανθεί ότι ο περιορισμός των παραμέτρων $a < m < b$ εξασφαλίζει μονοκόρυφες περιπτώσεις κατανομών της οικογένειας BetaPERT.

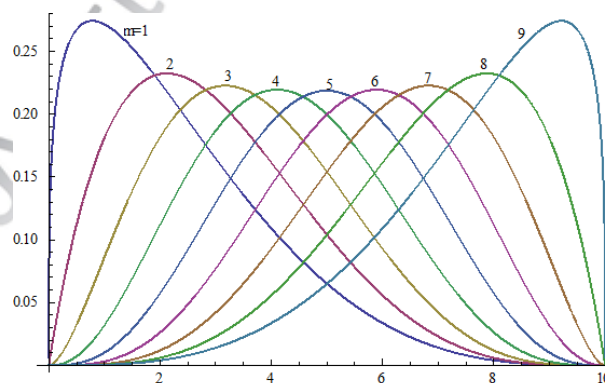
PERT-betas

Μία εναλλακτική προσέγγιση για τις παραμέτρους σχήματος α και β της κατανομής Βήτα κάτω από τις υποθέσεις της ανάλυσης PERT έρχεται μέσα από τη μέθοδο των ροπών (MoM - Method of Moments) η οποία δημιουργεί την οικογένεια κατανομών PERT-beta που αποτελείται επίσης από εξατομικευμένους σχηματισμούς ανά δραστηριότητα. Η MoM προχωρά σε μετασχηματισμούς και αντικαταστάσεις που στηρίζονται στη μέση τιμή (Σχέση

2-2) και τη διακύμανση (Σχέση 2-3) της κατανομής Βήτα, ενώ αποδέχεται και τους δύο προσεγγιστικούς τύπους της ανάλυσης PERT που δίνονται από τις Σχέσεις 2-6 και 2-7 (σε αντίθεση με τον Vose ο οποίος στηρίζει την κατανομή του μόνο στην εκτιμήτρια της μέσης τιμής). Έτσι οι παράμετροι α και β , σύμφωνα με τη MoM, διαμορφώνονται ως εξής [Π2]:

$$\begin{cases} \alpha' = \frac{2(b+4m-5a)}{3(b-a)} \left[1 + 4 \frac{(m-a)(b-m)}{(b-a)^2} \right] \\ \beta' = \frac{2(5b-4m-a)}{3(b-a)} \left[1 + 4 \frac{(m-a)(b-m)}{(b-a)^2} \right] \\ (\alpha' + \beta') = 4 + 16 \frac{(m-a)(b-m)}{(b-a)^2} \end{cases}$$

Η οικογένεια κατανομών Βήτα που προκύπτει με βάση τα παραπάνω χαρακτηριστικά αποτελείται και πάλι από κατανομές οι οποίες είναι μονοκόρυφες και ερμηνεύουν συμμετρικές ή ασύμμετρες περιπτώσεις δεδομένων (Davis, 2008). Γίνεται αντιληπτό ότι το άθροισμα των παραμέτρων σχήματος εξαρτάται από την ελάχιστη, την επικρατούσα και τη μέγιστη τιμή με αποτέλεσμα να ισχύει $4 < \alpha' + \beta' \leq 8$ ¹¹, με τη μέγιστη τιμή 8 να επιτυγχάνεται στη συμμετρική περίπτωση $m = \frac{a+b}{2}$ όπου $\alpha' = \beta' = 4$, και η ελάχιστη τιμή 4 να προσεγγίζεται όταν $m \rightarrow a$ ή $m \rightarrow b$. Στο Διάγραμμα 2-4 απεικονίζονται οι σ.π. των PERT-betas για $a=0$, $b=10$ και $m=1,2,3,4,5,6,7,8,9$, όπου $m = \frac{a+b}{2} = 5$ όταν $\alpha' = \beta' = 4$.



Πηγή: Davis (2008)

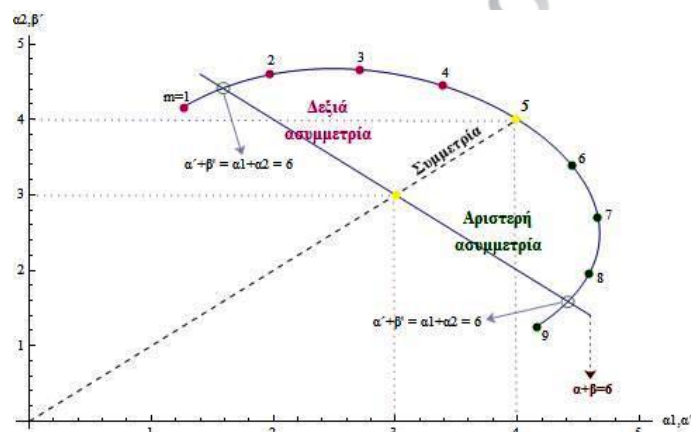
Διάγραμμα 2-4
Σ.π. των PERT-betas για $a=0$, $b=10$ και $m=1,2,3,4,5,6,7,8,9$

¹ Σε περίπτωση που ισχύει $\alpha' + \beta' = 4$ προκύπτει ότι $m = a$ ή $m = b$, οπότε αντικείμενο μελέτης αποτελούν απεικονίσεις της κατανομής Βήτα της μορφής $\delta(x-a)$ και $\delta(x-b)$, αντίστοιχα, και όχι η μονοκόρυφη περίπτωση \cap η οποία εξετάζεται στην παρούσα εργασία. Επίσης, δεδομένου ότι το άθροισμα των παραμέτρων σχήματος ισούται με 4, δεν μπορεί να προκύψει η περίπτωση \cup .

Δεδομένου ότι η MoM στηρίζεται πλήρως στις παραδοχές της PERT, ο Davis (2008) θεωρεί ότι η μέθοδος αυτή δίνει τους σωστούς μετασχηματισμούς που πρέπει να χρησιμοποιούνται για τη μοντελοποίηση των χρόνων των δραστηριοτήτων. Οι παράμετροι σχήματος της οικογένειας κατανομών PERT-beta και της BetaPERT του Vose συνδέονται ως εξής:

$$\begin{cases} \alpha' = \alpha_1 \left(\frac{\alpha' + \beta'}{6} \right) \\ \beta' = \alpha_2 \left(\frac{\alpha' + \beta'}{6} \right) \end{cases}$$

ενώ ενδεικτική σύγκριση μεταξύ των δύο κατανομών για τις διάφορες τιμές των παραμέτρων μπορεί να γίνει με βάση το Διάγραμμα 2-5 και τον Πίνακα 2-3.



Διάγραμμα 2-5
Θέση αθροίσματος $\alpha + \beta$ των BetaPERT και PERT-betas αναφορικά με $m \in [1,9]$ για $a=0, b=10$

Πίνακας 2-3

Σύγκριση τιμών των κατανομών BetaPERT και PERT-betas για $a=0, b=10$ και $m=1,2,3,4,5,6,7,8,9$

Τιμές παραμέτρων	BetaPERT (Vose)					PERT-betas (MoM)						
	μ_{PERT}	σ^2_{PERT}	σ_{PERT}	$\sigma^2_{BetaPERT}$	$\sigma_{BetaPERT}$	α_1	α_2	$f(m)$	$\alpha' + \beta'$	α'	β'	$f(m)$
$a=0, b=10, m=1$	2,33	2,778	1,667	2,556	1,599	1,400	4,600	0,27536	5,440	1,269	4,171	0,27170
$a=0, b=10, m=2$	3,00	2,778	1,667	3,000	1,732	1,800	4,200	0,22443	6,560	1,968	4,592	0,23201
$a=0, b=10, m=3$	3,67	2,778	1,667	3,317	1,821	2,200	3,800	0,20153	7,360	2,699	4,661	0,22198
$a=0, b=10, m=4$	4,33	2,778	1,667	3,508	1,873	2,600	3,400	0,19073	7,840	3,397	4,443	0,21927
$a=0, b=10, m=5$	5,00	2,778	1,667	3,571	1,890	3,000	3,000	0,18750	8,000	4,000	4,000	0,21875
$a=0, b=10, m=6$	5,67	2,778	1,667	3,508	1,873	3,400	2,600	0,19073	7,840	4,443	3,397	0,21927
$a=0, b=10, m=7$	6,33	2,778	1,667	3,317	1,821	3,800	2,200	0,20153	7,360	4,661	2,699	0,22198
$a=0, b=10, m=8$	7,00	2,778	1,667	3,000	1,732	4,200	1,800	0,22443	6,560	4,592	1,968	0,23201
$a=0, b=10, m=9$	7,67	2,778	1,667	2,556	1,599	4,600	1,400	0,27536	5,440	4,171	1,269	0,27170

Γενικότερα προκύπτει ότι με δεδομένες τις τιμές a και b οι PERT-betas εμφανίζονται

ελαφρώς πιο λεπτόκυρτες από τις BetaPERT όταν το άθροισμα $\alpha' + \beta'$ κυμαίνεται μεταξύ των τιμών 6 και 8, δηλαδή όταν $\frac{\alpha' + \beta'}{6} \geq 1$, ενώ το αντίθετο συμβαίνει όταν το άθροισμα πλησιάζει την τιμή 4, δηλαδή όταν η επικρατούσα τιμή m απομακρύνεται από τη θέση όπου η κατανομή εμφανίζει συμμετρία και προσεγγίζει τις ακραίες τιμές, ισχύει δε $\frac{\alpha' + \beta'}{6} \leq 1$. Κατ' επέκταση όταν $\frac{\alpha' + \beta'}{6} < 1$ η τυπική απόκλιση της BetaPERT είναι μικρότερη από την αντίστοιχη της ανάλυσης PERT.

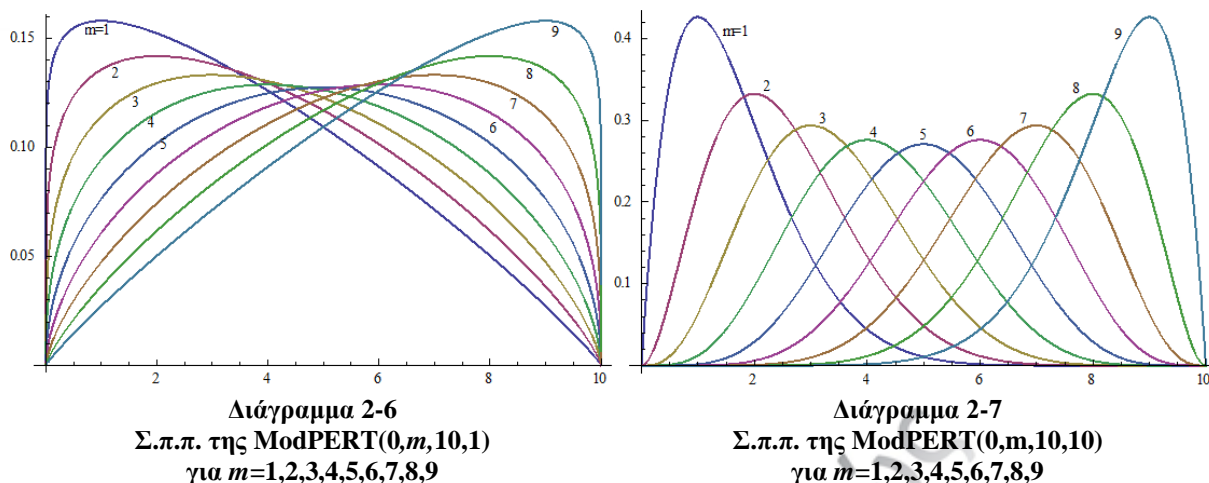
ModPERT

Η τροποποιημένη κατανομή PERT (Modified PERT) έχει προταθεί από τον Vose (1996) και χρησιμοποιεί πάλι τις τρεις εκτιμήσεις των χρόνων των δραστηριοτήτων με την κατανομή BetaPERT. Συμβολίζεται ModPERT(a, m, b, λ) με παραμέτρους a , m , b και λ , ενώ η διαφοροποίησή της εντοπίζεται στη βασική υπόθεση της διαδικασίας PERT για τη μέση τιμή που δίνεται από τη Σχέση 2-6. Συγκεκριμένα η μέση τιμή της ModPERT δίνει βαρύτητα λ στην επικρατούσα τιμή αντί για 4, προσφέροντας τη δυνατότητα στην κατανομή PERT να παράγει σχηματισμούς με ποικίλους βαθμούς αβεβαιότητας (Vose, 2008). Μερικά από τα βασικά χαρακτηριστικά της ModPERT δίνονται στον Πίνακα 2-4 [Π1], ενώ στα Διαγράμματα 2-6 και 2-7 απεικονίζονται οι περιπτώσεις μικρών και μεγάλων τιμών λ αντίστοιχα για διάφορες τιμές m .

Πίνακας 2-4
Χαρακτηριστικά κατανομής ModPERT

Συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας:	PERT(a, m, b) = Beta(γ_1, γ_2, a, b) όπου $\gamma_1 = \frac{\lambda m + b - (1 + \lambda)a}{b - a}$ & $\gamma_2 = \frac{(1 + \lambda)b - a - \lambda m}{b - a}$ και $\gamma_1 + \gamma_2 = \lambda + 2 \quad \forall a, m, b$
Περιορισμοί παραμέτρων:	$a < m < b, \lambda > 0$
Πεδίο ορισμού:	$a \leq t \leq b$
Επικρατούσα τιμή:	m
Μέση τιμή:	$\frac{a + \lambda m + b}{\lambda + 2}$
Διακύμανση:	$\frac{(\lambda m + b - (1 + \lambda)a)((1 + \lambda)b - a - \lambda m)}{(2 + \lambda)^2 (3 + \lambda)}$

Πηγές: Vose (2008); www.reference.wolfram.com



Για μικρές τιμές της λ (<4) η κατανομή τείνει να έχει εξαιρετικά “βαθεία” καμπύλη συγκεντρώνοντας ολοένα και περισσότερη πυκνότητα στις ακραίες τιμές (Διάγραμμα 2-6). Από την άλλη, για μεγάλες τιμές της λ (>4) η κατανομή γίνεται όλο και πιο λεπτόκυρτη συσσωρεύοντας την πληροφορία γύρω από την επικρατούσα τιμή μειώνοντας έτσι την αβεβαιότητα (Διάγραμμα 2-7). Ποια απεικόνιση είναι η πιο κατάλληλη για να μοντελοποιήσει τα δεδομένα, ουσιαστικά η επιλογή της παραμέτρου λ , αφήνεται στην κρίση του ειδικού, ο οποίος πρέπει να έχει σχετική εμπειρία με την εκάστοτε δραστηριότητα ώστε να γνωρίζει το επίπεδο σημαντικότητας που θα δώσει στην επικρατούσα τιμή. Τέλος, γίνεται αντιληπτό ότι για $\lambda=4$ η ModPERT συμπίπτει με την BetaPERT, ενώ όταν $\lambda \rightarrow 0$ προσεγγίζει την Ομοιόμορφη κατανομή στο διάστημα $[a,b]$.

2.3.2 Τριγωνική κατανομή

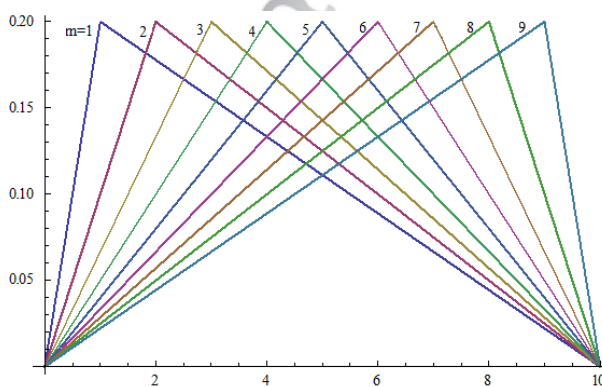
Η Τριγωνική κατανομή χρησιμοποιείται ως εναλλακτική της κατανομής Βήτα για τη μοντελοποίηση των χρόνων των δραστηριοτήτων. Είναι εξαιρετικά απλή και εξηγεί επίσης συμμετρικά ή μη συμμετρικά φαινόμενα δεδομένων. Έχει τρεις παραμέτρους που εκφράζουν την ελάχιστη τιμή (a), την επικρατούσα τιμή (m) και τη μέγιστη τιμή (b), γράφεται δε $\text{Triang}(a,m,b)$. Γραφικά αναπαριστάται από ένα τρίγωνο με κορυφή την επικρατούσα τιμή. Η σ.π.π. εκφράζεται μέσα από τη Σχέση 2-8, ενώ η μέση τιμή και διακύμανση από τις Σχέσεις 2-9 και 2-10 αντίστοιχα:

$$f(t; \alpha, \beta, a, b) = \begin{cases} \frac{2(t-a)}{(m-a)(b-a)}, & a \leq t \leq m \\ \frac{2(b-t)}{(b-m)(b-a)}, & m \leq t \leq b \end{cases} \quad (2-8)$$

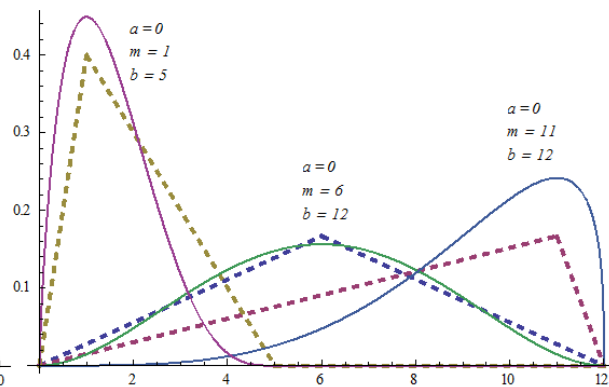
$$\mu = \frac{a + m + b}{3} \quad (2-9)$$

$$\sigma^2 = \frac{a(a-m) + b(b-a) + m(m-b)}{18} \quad (2-10)$$

Οι τρεις εκτιμήσεις των χρόνων που χρησιμοποιεί η ανάλυση PERT μπορούν να εισαχθούν στον τύπο της μέσης τιμής της τριγωνικής κατανομής και να προκύψει μια εκτίμηση της αναμενόμενης τιμής των χρόνων των δραστηριοτήτων. Στο Διάγραμμα 2-8 φαίνεται πως διαμορφώνεται γραφικά η σ.π.π. της $\text{Triang}(0, m, 10)$ για $m=1,2,3,4,5,6,7,8,9$ συγκριτικά με εκείνη του Διαγράμματος 2-3 για την BetaPERT. Η κατανομή δίνει γραφικά αρκετή έμφαση στην κορυφή, έχει ‘φαρδιές’ ουρές $\forall m$ και η συμμετρία εντοπίζεται πάλι στη θέση $m=5 = \frac{a+b}{2}$. Επίσης, ο τύπος για τη μέση τιμή της τριγωνικής κατανομής δίνει ίση βαρύτητα σε όλες τις παραμέτρους σε αντίθεση με την PERT που δίνει, όπως είδαμε, τετραπλάσια βαρύτητα στην επικρατούσα τιμή προκειμένου να προσφέρει μια πιο “συνετή” μέση χρονική διάρκεια. Στο Διάγραμμα 2-9 απεικονίζονται μερικές από τις μορφές που μπορεί να πάρει η Τριγωνική κατανομή και η κατανομή BetaPERT για διάφορες τιμές των παραμέτρων a , m και b . Η καμπύλη της BetaPERT ‘πέφτει’ ομαλά προς τις δύο κατευθύνσεις, ενώ η τριγωνική κατανομή μειώνεται απότομα από τον πλέον πιθανό χρόνο προς τις ακραίες τιμές όπου και ενσωματώνει μεγαλύτερη πυκνότητα από την BetaPERT. Στην περίπτωση $(a, m, b) = (0, 11, 12)$, όπου η επικρατούσα τιμή απέχει πολύ από το κάτω άκρο της κατανομής, η BetaPERT συγκεντρώνει σταδιακά μεγαλύτερο μέρος της πληροφορίας γύρω από την τιμή m κάτι που δεν συμβαίνει με την τριγωνική.



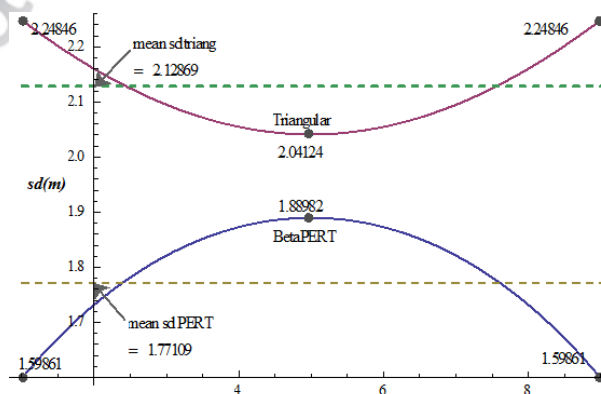
Διάγραμμα 2-8
Σ.π.π. της $\text{Triang}(0, m, 10)$
για $m=1,2,3,4,5,6,7,8,9$



Διάγραμμα 2-9
Σ.π.π. $\text{Triang}(a, m, b)$ και $\text{PERT}(a, m, b)$
για διάφορες τιμές των a, m, b

Ένα ακόμη χαρακτηριστικό το οποίο θα πρέπει να ληφθεί υπόψη κατά την επιλογή της πιο κατάλληλης κατανομής για τη μοντελοποίηση των δεδομένων είναι το γεγονός ότι η BetaPERT τείνει να παράγει χαμηλότερη τυπική απόκλιση από την τριγωνική κατανομή σε όλο το διάστημα $[a,b]$, ιδιαίτερα μάλιστα όταν η κατανομή είναι εξαιρετικά ασύμμετρη, δηλαδή όταν ο πλέον πιθανός χρόνος m είναι πολύ κοντά στην ελάχιστη τιμή a ή πολύ κοντά στη μέγιστη τιμή b (Vose, 2008). Ενδεικτικά, στο Διάγραμμα 2-10 γίνεται σύγκριση μεταξύ των τυπικών αποκλίσεων των δύο κατανομών όταν $a=0$, $b=10$ και η τιμή m κυμαίνεται μεταξύ 1 και 9. Πράγματι η μεγαλύτερη απόσταση εντοπίζεται στα ακραία σημεία όπου $sd_{Triang}(1) = sd_{Triang}(9) = 2.24846$ και $sd_{PERT}(1) = sd_{PERT}(9) = 1.59861$, δηλαδή η τυπική απόκλιση της BetaPERT είναι περίπου 71% εκείνης της τριγωνικής. Επιπλέον η απόσταση αυτή δεν καλύπτεται παρά μόνο ελαχιστοποιείται στο σημείο $m=5$ όπου και οι δύο κατανομές παρουσιάζουν συμμετρία (Διαγράμματα 2-3 και 2-8) με την τυπική απόκλιση της BetaPERT να αντιστοιχεί στο 92.6% της τυπικής απόκλισης της τριγωνικής, ενώ κατά μέσο όρο η τυπική απόκλιση της BetaPERT αποτελεί περίπου το 83.2% της τριγωνικής.

Λαμβάνοντας υπ' όψιν το γενικότερο εμπειρικό κανόνα που προτείνει ο Vose (2008), σύμφωνα με τον οποίο οι τρεις εκτιμήσεις των χρόνων των δραστηριοτήτων παρουσιάζουν συχνά την αναλογία $\frac{b-m}{m-a} = \frac{2}{1} \Leftrightarrow m = \frac{a+b}{3}$, η χρήση της κατανομής BetaPERT για τη μοντελοποίηση των χρόνων των δραστηριοτήτων θα εμφανίζει περίπου 10% λιγότερη αβεβαιότητα από την τριγωνική κατανομή. Δηλαδή για το παράδειγμα του Διαγράμματος 2-10 η τιμή με την αναφερθείσα αναλογία εντοπίζεται στο $m=3.33$, όπου $\frac{sd_{PERT}(3.33)}{sd_{Triang}(3.33)} = \frac{1.84238}{2.07885} = 0.88625 \approx 89\%$.



Διάγραμμα 2-10
Σύγκριση τυπικής απόκλισης των κατανομών
Triang(0,m,10) και PERT(0,m,10) για $m \in [1,9]$

Τέλος, συγκριτικά με τον προσεγγιστικό τύπο της ανάλυσης PERT για τη διακύμανση (Σχέση 2-7) προκύπτει ότι:

$$\begin{aligned}\sigma_{\text{Triang}}^2 - \sigma_{\text{PERT}}^2 &= \frac{a(a-m) + b(b-a) + m(m-b)}{18} - \left(\frac{b-a}{6}\right)^2 \\ &= \frac{(b-a)^2 + (b-m)^2 + (m-a)^2}{36} - \left(\frac{b-a}{6}\right)^2 \\ &= \frac{(b-m)^2 + (m-a)^2}{36} > 0,\end{aligned}$$

δηλαδή ο τύπος της διακύμανσης μέσα από την ανάλυση PERT, ο οποίος αποτελεί ταυτόχρονα παραδοχή της οικογένειας κατανομών PERT-betas, δίνει σταθερή τυπική απόκλιση σε όλο το διάστημα (a,b) ανεξαρτήτως της τιμής m που είναι πάντα μεγαλύτερη από την τυπική απόκλιση της τριγωνικής κατανομής εντός του ίδιου διαστήματος.

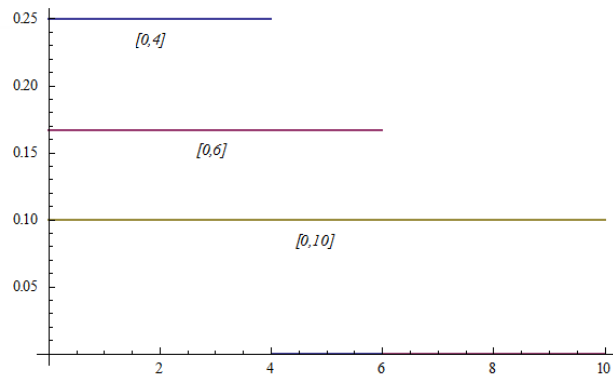
2.3.3 Ομοιόμορφη κατανομή

Στην περίπτωση που υπάρχουν δύο εκτιμήσεις για τους χρόνους των δραστηριοτήτων αντί για τρεις, δηλαδή ελάχιστος και μέγιστος χρόνος, μπορεί να χρησιμοποιηθεί η Ομοιόμορφη κατανομή. Η σ.π.π. της κατανομής αυτής είναι σταθερή, δηλαδή κάθε ενδιάμεση τιμή μεταξύ των ακραίων τιμών a και b έχει την ίδια πιθανότητα εμφάνισης. Η Ομοιόμορφη κατανομή συμβολίζεται με $U(a,b)$ και η σ.π.π., η μέση τιμή και η διακύμανσή της δίνονται από τις Σχέσεις 2-11, 2-12 και 2-13 αντίστοιχα, ενώ η γραφική της απεικόνιση για διάφορες τιμές των a και b δίνεται στο Διάγραμμα 2-11.

$$f(t; a, b) = \begin{cases} \frac{1}{b-a}, & a \leq t \leq b \\ 0, & \text{διαφορετικά} \end{cases} \quad (2-11)$$

$$\mu = \frac{a+b}{2} \quad (2-12)$$

$$\sigma^2 = \frac{(b-a)^2}{12} \quad (2-13)$$



Διάγραμμα 2-11
Σ.π.π. $U(a,b)$ για διάφορες τιμές των a και b

Θα πρέπει να αναφερθεί ότι είναι σπάνιες οι περιπτώσεις όπου μπορούν να εκτιμηθούν οι ακραίες τιμές και δεν μπορεί να δοθεί μία τιμή για τον πλέον πιθανό χρόνο εκτέλεσης, δεδομένου ότι οι εκάστοτε ειδικοί συνηθίζουν να αναθέτουν πρώτα τον πλέον πιθανό χρόνο σε μια δραστηριότητα και μετά να εκτιμούν τις περιπτώσεις όπου όλα πάνε εξαιρετικά καλά ή πάρα πολύ άσχημα. Παρόλα αυτά θεωρήθηκε σκόπιμο να παρουσιαστεί η χρήση μίας κατανομής στην ανάλυση PERT η οποία δεν εμφανίζει επικρατούσα τιμή.

2.4 ΕΚΤΙΜΗΣΗ ΤΟΥ ΣΥΝΟΛΙΚΟΥ ΧΡΟΝΟΥ ΤΟΥ ΕΡΓΟΥ ΜΕΣΩ ΤΗΣ ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΗΣ PERT/CPM

Για την εκτίμηση του συνολικού χρόνου ενός έργου, η μέθοδος PERT/CPM υπό συνθήκες αβεβαιότητας ξεκινά με την υπόθεση ότι **οι δραστηριότητες του είναι στατιστικά ανεξάρτητες και ισόνομες τ.μ.**, οι οποίες ακολουθούν γνωστή κατανομή με βάση την οποία προσδιορίζεται η μέση τιμή και διακύμανση κάθε δραστηριότητας λαμβάνοντας υπόψη τα τρία χρονικά σημεία a , m , b . Στη συνέχεια καθορίζεται το κρίσιμο μονοπάτι, ακριβώς με την ίδια διαδικασία που περιγράφηκε στην ενότητα 1.3.2.3 όπου οι χρόνοι ήταν προσδιοριστικοί, χρησιμοποιώντας ως διάρκειες των δραστηριοτήτων τις μέσες τιμές που προέκυψαν σύμφωνα με την εκάστοτε κατανομή. Δεδομένου ότι **ο αριθμός των δραστηριοτήτων j είναι σχετικά μεγάλος** (κάτι που ισχύει σε πραγματικές συνθήκες), με βάση το **Κεντρικό Οριακό Θεώρημα**, ο συνολικός χρόνος του έργου T ακολουθεί προσεγγιστικά την Κανονική κατανομή με μέση τιμή $E(T)$ ίση με το άθροισμα των μέσων τιμών μ_j των κρίσιμων δραστηριοτήτων και διακύμανση $V(T)$ ίση με το άθροισμα των διακυμάνσεων σ_j^2 των ίδιων

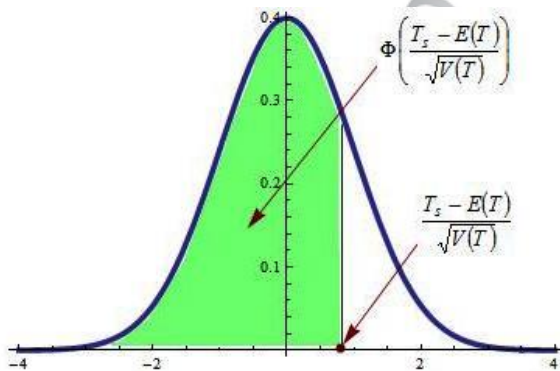
δραστηριοτήτων, όπως φαίνονται στις Σχέσεις 2-14 και 2-15 αντίστοιχα.

$$E(T) = E[ES_{END}] = \sum_j \mu_j \quad (2-14)$$

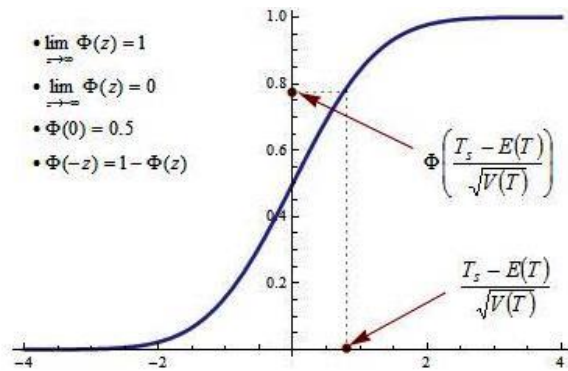
$$V(T) = V[ES_{END}] = \sum_j \sigma_j^2 \quad (2-15)$$

Επιπλέον, μπορεί να βρεθεί η πιθανότητα ολοκλήρωσης του έργου εντός κάποιου προσχεδιασμένου χρόνου T_s μέσα από τη Σχέση 2-16, όπου $Z = \frac{T_s - E(T)}{\sqrt{V(T)}}$ είναι η τ.μ. η οποία ακολουθεί την τυπική κανονική κατανομή με μέση τιμή 0 και τυπική απόκλιση 1 και $\Phi(z)$ η συνάρτηση κατανομής (σ.κ.) της τυπικής κανονικής κατανομής, οι τιμές της οποίας υπολογίζονται με χρήση πινάκων. Στο Διάγραμμα 2-12α εντοπίζεται το εμβαδό που ενσωματώνει πυκνότητα ίση με την ποσότητα $\Phi(z)$ κάτω από την κανονική καμπύλη και στο Διάγραμμα 2-12β απεικονίζεται η σ.κ. $\Phi(z)$, ή εναλλακτικά καμπύλη S, της $N(0,1)$ με τα βασικά χαρακτηριστικά της.

$$P(T \leq T_s) = P\left(\frac{T - E(T)}{\sqrt{V(T)}} \leq \frac{T_s - E(T)}{\sqrt{V(T)}}\right) = P\left(Z \leq \frac{T_s - E(T)}{\sqrt{V(T)}}\right) = \Phi\left(\frac{T_s - E(T)}{\sqrt{V(T)}}\right) = \Phi(z) \quad (2-16)$$



Διάγραμμα 2-12α
Πυκνότητα ίση με $\Phi(z)$



Διάγραμμα 2-12β
Συνάρτηση κατανομής $\Phi(z)$ της $N(0,1)$

Σε αυτό το σημείο θα πρέπει να τονιστεί ότι η διαδικασία PERT/CPM δεν λαμβάνει υπόψη και δεν αξιοποιεί πλήρως τα διάφορα χαρακτηριστικά στοιχεία που συνοδεύουν την εκάστοτε κατανομή (όπως τους ποικίλους ευέλικτους σχηματισμούς που παρουσιάστηκαν στην προηγούμενη ενότητα) και στηρίζεται απλώς στη μέση τιμή και τη διακύμανση. Μάλιστα η

διακύμανση κάθε δραστηριότητας δεν επηρεάζει τον καθορισμό του κρίσιμου μονοπατιού, παρά μόνο όταν το δίκτυο εμφανίζει δύο ή περισσότερα κρίσιμα μονοπάτια (δηλαδή μονοπάτια με ίση μέση τιμή), οπότε επιλέγεται εκείνο που έχει τη μεγαλύτερη διακύμανση. Προκύπτει δηλαδή ότι η τεχνική αυτή γίνεται απαισιόδοξη όσον αφορά την αβεβαιότητα του εκτιμώμενου χρόνου, αφού μεγαλύτερη διακύμανση συνεπάγεται μεγαλύτερη τυπική απόκλιση και συνεκδοχικά μεγαλύτερο κίνδυνο το έργο να αποκλίνει αρκετά από τον προγραμματισμένο χρόνο.

Ένα ενδεικτικό παράδειγμα, σχετικά με τον τρόπο εκτίμησης του συνολικού χρόνου ενός έργου μέσα από την ανάλυση PERT, μπορεί να δοθεί χρησιμοποιώντας τα δεδομένα του Πίνακα 1-3. Οι προσδιοριστικές τιμές κάθε δραστηριότητας έχουν μετατραπεί σε στοχαστικές θέτοντας την κάθε μία ξεχωριστά εντός κάποιου εύρους, χρησιμοποιώντας τα τρία επιθυμητά χρονικά σημεία. Τότε προκύπτει ο Πίνακας 2-5:

Πίνακας 2-5
Εύρεση κρίσιμου μονοπατιού υπό συνθήκες αβεβαιότητας

Κατανομή: Βήτα (με προσέγγιση ανάλυσης PERT)														
Tasks	Preceding	a	m	b	μ_{PERT}	σ^2_{PERT}	ES	EF	LS	LF	TS	Criticality	Project μ	Project σ^2
A	-	1	2	5	2,33	0,444	0,00	2,33	4,17	6,50	4,167	C	4,17	0,69
B	-	4	6	12	6,67	1,778	0,00	6,67	3,00	9,67	3			
C	-	2	4	7	4,17	0,694	0,00	4,17	0,00	4,17	0			
D	A	1	3	6	3,17	0,694	2,33	5,50	6,50	9,67	4,17			
E	C	4	5	9	5,50	0,694	4,17	9,67	4,17	9,67	0			
F	A	3	4	6	4,17	0,250	2,33	6,50	8,00	12,17	5,667			
G	B,D,E	1	2	6	2,50	0,694	9,67	12,17	9,67	12,17	0			
END 12,17												CEG	12,17	1,44
Κατανομή: Τριγωνική														
Tasks	Preceding	a	m	b	μ	σ^2	ES	EF	LS	LF	TS	Criticality	Project μ	Project σ^2
A	-	1	2	5	2,67	0,722	0,00	2,67	4,33	7,00	4,333	C	4,33	1,06
B	-	4	6	12	7,33	2,889	0,00	7,33	3,00	10,33	3			
C	-	2	4	7	4,33	1,056	0,00	4,33	0,00	4,33	0			
D	A	1	3	6	3,33	1,056	2,67	6,00	7,00	10,33	4,33			
E	C	4	5	9	6,00	1,167	4,33	10,33	4,33	10,33	0			
F	A	3	4	6	4,33	0,389	2,67	7,00	9,00	13,33	6,333			
G	B,D,E	1	2	6	3,00	1,167	10,33	13,33	10,33	13,33	0			
END 13,33												CEG	13,33	1,84
Κατανομή: Ομοίμορφη														
Tasks	Preceding	a	m	b	μ	σ^2	ES	EF	LS	LF	TS	Criticality	Project μ	Project σ^2
A	-	1	2	5	3,00	1,333	0,00	3,00	4,50	7,50	4,5	C	4,50	2,08
B	-	4	6	12	8,00	5,333	0,00	8,00	3,00	11,00	3			
C	-	2	4	7	4,50	2,083	0,00	4,50	0,00	4,50	0			
D	A	1	3	6	3,50	2,083	3,00	6,50	7,50	11,00	4,50			
E	C	4	5	9	6,50	2,083	4,50	11,00	4,50	11,00	0			
F	A	3	4	6	4,50	0,750	3,00	7,50	10,00	14,50	7			
G	B,D,E	1	2	6	3,50	2,083	11,00	14,50	11,00	14,50	0			
END 14,50												CEG	14,50	2,50

Στον προηγούμενο πίνακα οι μέσες τιμές και οι διακυμάνσεις υπολογίζονται θεωρώντας διαδοχικά ότι οι δραστηριότητες ακολουθούν την κατανομή Βήτα (με χρήση των προσεγγιστικών τύπων της ανάλυσης PERT), την Τριγωνική και την Ομοιόμορφη. Στη συνέχεια εντοπίζεται το κρίσιμο μονοπάτι με βάση τους κανόνες που αναπτύχθηκαν στο προηγούμενο κεφάλαιο. Οι υπολογιστικές διαδικασίες των δύο περασμάτων (προδρομικό και οπισθοδρομικό) υπό συνθήκες αβεβαιότητας εκτελούνται, όπως έχει ήδη αναφερθεί, με βάση τη μέση τιμή κάθε δραστηριότητας. Έτσι, το κρίσιμο μονοπάτι είναι και πάλι το $C \rightarrow E \rightarrow G$ ανεξαρτήτως κατανομής, αλλά η διάρκεια του έργου π.χ. μέσα από τη Βήτα κατανομή έχει αλλάξει από 11 ημέρες σε 12.17 και σύμφωνα με την ανάλυση PERT ισχύει $T \sim N(12.17, 1.44)$. Οπότε η πιθανότητα το έργο να ολοκληρωθεί εντός 11 ημερών είναι

$$P(T \leq 11) = P\left(Z \leq \frac{11 - 12.17}{\sqrt{1.44}}\right) = \Phi(-0.975) = 1 - \Phi(0.98) = 1 - 0.8365 = 16.35\% ,$$

ενώ εντός 14 ημερών είναι

$$P(T \leq 14) = P\left(Z \leq \frac{14 - 12.17}{\sqrt{1.44}}\right) = \Phi(1.525) = 99.70\% .$$

Τέλος, είναι εμφανές ότι η πραγματική κατανομή των δραστηριοτήτων παρουσιάζει δεξιά ασυμμετρία, οπότε είναι αναμενόμενο η Τριγωνική κατανομή να δίνει μεγαλύτερη μέση τιμή έργου και φυσικά μεγαλύτερη διακύμανση από την κατανομή Βήτα, σύμφωνα με αυτά που αναφέρθηκαν στην προηγούμενη ενότητα. Το ίδιο ισχύει και για την Ομοιόμορφη κατανομή της οποίας τα εν λόγω μέτρα δίνουν βαρύτητα στις ακραίες τιμές.

2.5 ΑΣΘΕΝΗ ΣΗΜΕΙΑ ΤΩΝ ΥΠΟΘΕΣΕΩΝ ΤΗΣ ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΗΣ PERT/CPM

Η στοχαστική μέθοδος PERT/CPM έχει δεχθεί αρνητικές κριτικές για διάφορους λόγους. Ένας από αυτούς αφορά την ακρίβεια της εκτίμησης του αισιόδοξου, του πλέον πιθανού και του απαισιόδοξου χρόνου κάθε δραστηριότητας από τον εκάστοτε ειδικό, ενώ αναφορά και στα σφάλματα δειγματοληψίας έκανε ο Grubbs το 1962. Έχει παρατηρηθεί ότι πολλές φορές οι ειδικοί τείνουν να υπερβάλλουν όσον αφορά τον απαισιόδοξο χρόνο δίνοντας τιμές οι οποίες απέχουν αρκετά από την ελάχιστη και την επικρατούσα τιμή, προκειμένου να καλύψουν όσο το δυνατόν μεγαλύτερο φάσμα “καταστροφικών” γεγονότων που θα μπορούσαν να καθυστερήσουν το έργο από την κανονική του ροή (Klastorin, 2004). Ένας

άλλος λόγος για τον οποίο εμφανίζονται λάθη στις ακραίες εκτιμήσεις, και κυρίως στη μέγιστη τιμή, είναι το φαινόμενο της «Μεροληψίας διαθεσιμότητας». Μεροληψία διαθεσιμότητας είναι η τάση των ανθρώπων να δίνουν εξαιρετικά μεγάλες ακραίες τιμές στους χρόνους των διαφόρων δραστηριοτήτων στηρίζοντας μεροληπτικά την κρίση τους σε παρόμοια γεγονότα τα οποία έχουν έντονα στη μνήμη τους και συνεπώς άμεσα διαθέσιμα, παρακάμπτοντας τυχόν ακριβείς και απτές πληροφορίες. Επίσης έχει παρατηρηθεί ότι οι άνθρωποι τείνουν να υποεκτιμούν τους χρόνους ολοκλήρωσης των δραστηριοτήτων όταν πρόκειται να τις εκτελέσουν οι ίδιοι (Regnier, 2005).

Ένα δεύτερο σημείο για το οποίο έχει δεχθεί κριτική η στοχαστική PERT/CPM είναι κατά πόσο οι εκτιμήσεις για τη μέση τιμή και τη διακύμανση (Σχέσεις 2-6 και 2-7) στους οποίους στηρίχθηκε αρχικά η μέθοδος συνιστούν ακριβείς προσεγγίσεις της κατανομής Βήτα. Σύμφωνα με τους Keefee και Verdini (1993) αποτελούν ουσιαστικά ανεπαρκείς εκτιμήσεις των πραγματικών τιμών με σφάλματα που φτάνουν κατά μέσο όρο το 41.7% για τη μέση τιμή και το 549% για τη διακύμανση. Από τις μετρήσεις τους προέκυψε ότι, μεταξύ των διαφόρων τύπων που έχουν προταθεί ως εναλλακτικοί αυτών της ανάλυσης PERT, η εκτεταμένη προσέγγιση των Pearson-Tukey προσφέρει εξαιρετική ακρίβεια με σφάλματα 0.02% και 0.5% των εκτιμητριών της μέσης τιμής και διακύμανσης κατά μέσο όρο αντίστοιχα. Η προσέγγιση αυτή χρησιμοποιεί τη διάμεσο t_{50} αντί της επικρατούσας τιμής m , το 5^ο ποσοστημόριο t_5 αντί της ελάχιστης τιμής $a=t_0$ και το 95^ο ποσοστημόριο t_{95} αντί της μέγιστης τιμής $\beta=t_{100}$ με πιθανότητες 0.63, 0.185 και 0.185 αντίστοιχα, ενώ οι τύποι για τη μέση τιμή και διακύμανση των χρόνων των δραστηριοτήτων δίνονται από τις παρακάτω σχέσεις:

$$\hat{\mu}_{EP-T} = 0.630t_{50} + 0.185(t_5 + t_{95}) \quad (2-17)$$

$$\hat{\sigma}_{EP-T}^2 = 0.630(t_{50} - \hat{\mu}_{EP-T})^2 + 0.185((t_5 - \hat{\mu}_{EP-T})^2 + (t_{95} - \hat{\mu}_{EP-T})^2) \quad (2-18)$$

Πρόσθετες επικρίσεις αφορούν την υπόθεση της ανεξαρτησίας μεταξύ των δραστηριοτήτων (καθώς συχνά δεν ισχύει) ή το πόσο μεγάλο πρέπει να είναι το πλήθος των δραστηριοτήτων ώστε να μπορεί να εφαρμοσθεί το Κ.Ο.Θ.. Το μεγαλύτερο πρόβλημα όμως του μοντέλου επικεντρώνεται στην τάση υπερεκτίμησης του κρίσιμου μονοπατιού ως μοναδικό σε ένα SAN.

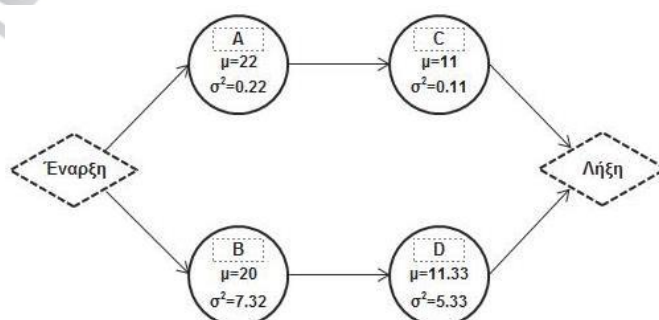
Κάτω από συνθήκες στοχαστικότητας, η διαδικασία PERT/CPM χρησιμοποιεί τη μέση τιμή ως ρητά προσδιοριστική στον καθορισμό της διάρκειας του έργου μέσω της τεχνικής του

κρίσιμου μονοπατιού παραβλέποντας την ύπαρξη της διακύμανσης. Δεδομένου ότι μία δραστηριότητα χαρακτηρίζεται ως κρίσιμη από το αν η καθυστέρησή της θα καθυστερήσει ανάλογα το έργο ή όχι, πρέπει να δίνεται ιδιαίτερη προσοχή στις μη κρίσιμες δραστηριότητες που εμφανίζουν μεγάλες διακυμάνσεις στους χρόνους εκτέλεσής τους με αποτέλεσμα να είναι σε θέση να μετατραπούν σε κρίσιμες ανά πάση στιγμή και να επιμηκύνουν τη διάρκεια του έργου. Γι' αυτό και ως σχεδόν κρίσιμα μονοπάτια θεωρούνται αυτά που έχουν αναμενόμενη τιμή πολύ κοντά σε εκείνη του κρίσιμου μονοπατιού. Όταν οι δραστηριότητες εκτελούνται όλες σε σειρά ή πράγματι υπάρχει ένα κυρίαρχο μονοπάτι στο δίκτυο (δηλαδή με μέση τιμή πολύ μεγαλύτερη από την αντίστοιχη των άλλων μονοπατιών) τότε η τεχνική PERT/CPM ευσταθεί. Το πρόβλημα εντοπίζεται στην περίπτωση της ύπαρξης πολλών παράλληλων μονοπατιών με μικρό αριθμό δραστηριοτήτων (Ahuja, Dozzi, and Abourizk, 1994; Klastorin, 2004; Dodin, 2006).

Ένα απλό παράδειγμα επεξήγησης των ανωτέρω δίνεται στο Διάγραμμα 2-13, όπου απεικονίζεται ένα έργο υπό μορφή στοχαστικού δικτύου AON. Το συγκεκριμένο έργο έχει τέσσερις δραστηριότητες με γνωστές μέσες τιμές και διακυμάνσεις (σε ημέρες). Θεωρώντας ότι ο αριθμός των δραστηριοτήτων είναι μεγάλος, το κρίσιμο μονοπάτι είναι αυτό με τη μεγαλύτερη αναμενόμενη διάρκεια, δηλαδή το μονοπάτι Έναρξη → A → C → Λήξη με μέση τιμή 33 ημέρες και διακύμανση 0.33. Αναγνωρίζοντας αυτό το μονοπάτι ως μοναδικό, η πιθανότητα να ολοκληρωθεί το έργο σε 34 ημέρες είναι σύμφωνα με τη Σχέση 2-16

$$P(ES_{END} \leq 34) = P\left(Z \leq \frac{34 - 33}{\sqrt{0.33}}\right) = \Phi(1.74) \approx 95.91\%$$

ενώ η μέγιστη καθυστέρηση που μπορεί να προκληθεί στο μονοπάτι αυτό είναι $\sqrt{0.33} \approx 0.57$ ημέρες, δηλαδή να φτάσει τη μέγιστη συνολική διάρκεια των 33.57 ημερών.



Πηγές: Ahuja, Dozzi, and Abourizk (1994); Klastorin (2004)

Διάγραμμα 2-13
Στοχαστικό δίκτυο τύπου AON
με γνωστές μ και σ^2 των δραστηριοτήτων

Ταυτόχρονα, υπάρχει το μονοπάτι $E \rightarrow B \rightarrow D \rightarrow A$ του οποίου η σημαντικότητα έχει αγνοηθεί, διότι έχει μέση διάρκεια μικρότερη από το κρίσιμο μονοπάτι. Όμως, η μέση αυτή τιμή είναι 31.33 ημέρες (πολύ κοντά σε αυτή του κρίσιμου μονοπατιού), η διακύμανσή του αρκετά μεγαλύτερη από αυτή του κρίσιμου μονοπατιού και μπορεί να φτάσει τη μέγιστη συνολική διάρκεια των $31.33 + \sqrt{12.65} \approx 34.88$ ημερών. Σε μια τέτοια περίπτωση το μονοπάτι αυτό γίνεται κρίσιμο και η πιθανότητα να ολοκληρωθεί το έργο σε 34 ημέρες είναι

$$P\left(Z \leq \frac{34 - 31.33}{\sqrt{12.65}}\right) = \Phi(0.75) \approx 77.34\% .$$

Δηλαδή η τεχνική PERT/CPM υπό συνθήκες αβεβαιότητας υπερεκτιμά τη διάρκεια του έργου με πιθανότητα ολοκλήρωσής του εντός 34 ημερών ίση με 95.91%, αφού στο ίδιο δίκτυο υπάρχει ένα άλλο μονοπάτι το οποίο έχει όλες τις προδιαγραφές να γίνει κρίσιμο και το οποίο είναι πιο πεσιμιστικό (77.34%) σχετικά με την ολοκλήρωση του έργου εντός του ίδιου χρόνου.

Θα πρέπει επίσης να επισημανθεί ότι για να θεωρηθεί το έργο ολοκληρωμένο απαιτείται και τα δύο μονοπάτια να έχουν ολοκληρωθεί εντός 34 ημερών. Λαμβάνοντας υπόψη ότι αυτά εκτελούνται παράλληλα χωρίς σχέσεις αλληλοεξάρτησης, **δηλαδή χωρίς καμία κοινή κρίσιμη δραστηριότητα**, μπορούν να θεωρηθούν ανεξάρτητα. Τότε η πιθανότητα να ολοκληρωθεί το έργο εντός 34 ημερών είναι στην πραγματικότητα

$$P(T_{AC} \leq 34, T_{BD} \leq 34) = P(T_{AC} \leq 34) \cdot P(T_{BD} \leq 34) = \Phi(1.74) \cdot \Phi(0.75) \approx 74.18\% ,$$

δηλαδή μικρότερη και από τις δύο πιθανότητες εκτέλεσης των μονοπατιών του δικτύου εντός του ίδιου χρόνου. Γίνεται αντιληπτό ότι στην περίπτωση δικτύων με παράλληλα μονοπάτια, η τεχνική PERT/CPM στηρίζοντας την θεωρία ύπαρξης ενός μόνο κρίσιμου μονοπατιού (όπως στην περίπτωση χρήσης προσδιοριστικών χρόνων) υπερεκτιμά την πιθανότητα ολοκλήρωσης ενός έργου εντός συγκεκριμένου χρόνου, αφού θα είναι πάντα μικρότερη από την αντίστοιχη πιθανότητα οποιουδήποτε μονοπατιού στο δίκτυο.

Από τα παραπάνω ασθενή σημεία προκύπτει γενικότερα ότι ο διαχειριστής έργου χρησιμοποιώντας διάρκειες δραστηριοτήτων στοχαστικής φύσεως κατά την εκτέλεση της τεχνικής του κρίσιμου μονοπατιού, προκειμένου να προσδιορίσει το χρόνο του έργου, κινδυνεύει να οδηγηθεί σε λάθος αποτελέσματα. Έτσι, πέρα από την διαδικασία PERT/CPM είναι θεμιτό, αν όχι απαραίτητο, να γίνεται χρήση και κάποιων άλλων πιο αποτελεσματικών τεχνικών, όπως είναι η προσομοίωση Monte Carlo.

2.6 ΕΚΤΙΜΗΣΗ ΤΟΥ ΣΥΝΟΛΙΚΟΥ ΧΡΟΝΟΥ ΤΟΥ ΕΡΓΟΥ ΜΕΣΩ ΤΗΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ MONTE CARLO

Η προσομοίωση Monte Carlo (MCS - Monte Carlo Simulation) αποτελεί μία εναλλακτική προσέγγιση της ανάλυσης PERT στη διαχείριση του χρόνου ενός έργου. Είναι ένα υπολογιστικό πείραμα διά μέσου του οποίου παράγονται επαναλαμβανόμενα τυχαίοι αριθμοί από μία δεδομένη κατανομή. Στη ΔΕ οι αριθμοί αυτοί προκύπτουν μοντελοποιώντας τους χρόνους των επιμέρους δραστηριοτήτων ενός έργου έτσι ώστε σε κάθε επανάληψη να προκύπτει ένα τυχαίο δείγμα (τ.δ.) των χρόνων αυτών. Το τυχαίο αυτό δείγμα αποτελεί την πληροφορία που εισέρχεται στο υπό εξέταση SAN.

Η MCS είναι αρκετά διαδεδομένη και συνεχίζει ολοένα να κερδίζει έδαφος στη ΔΕ, καθώς ξεπερνάει αρκετά από τα αδύναμα σημεία της PERT, ενώ αποτελεί ταυτόχρονα μία ισχυρή τεχνική ανάλυσης του κινδύνου ενός έργου. Σε αντίθεση με την PERT, η MCS δεν έχει την τάση να αντιμετωπίζει τους χρόνους των δραστηριοτήτων ως προσδιοριστικούς, αφού λαμβάνει υπόψη την αβεβαιότητα που χαρακτηρίζει το χρόνο ολοκλήρωσης μιας δραστηριότητας, η οποία εκφράζεται με τη διακύμανσή της από το μέσο. Συγκεκριμένα, για την εύρεση του κρίσιμου μονοπατιού σε ένα SAN, αντί της μέσης τιμής κατά τις υπολογιστικές διαδικασίες του προδρομικού και του οπισθοδρομικού περάσματος, χρησιμοποιούνται οι τυχαίοι αριθμοί που προκύπτουν σε κάθε επανάληψη της μεθόδου και οι οποίοι προέρχονται από όλο το εύρος στο οποίο έχει οριστεί η εκάστοτε κατανομή. Για παράδειγμα, αν το ζητούμενο είναι η δημιουργία τυχαίων αριθμών από την κατανομή Βήτα στο διάστημα $[0,1]$, στην 1^η επανάληψη μπορεί να προκύψει ο αριθμός 0.0234, στη 2^η ο αριθμός 0.927 κ.ο.κ.. Είναι φανερό ότι για κάθε τ.δ. υπολογίζονται εξ αρχής το κρίσιμο μονοπάτι, οι χαλαροί χρόνοι, ο συνολικός χρόνος του έργου κ.ά.. Επίσης, ο χρόνος του έργου δεν “αγκιστρώνεται” σε μία συγκεκριμένη τιμή, αλλά μετά από πολλαπλές επαναλήψεις του πειράματος (όσες θεωρεί ο ειδικός ότι είναι αρκετές για τη μοντελοποίηση του χρόνου) γεννάται ένα αρκετά ικανοποιητικό τελικό δείγμα το οποίο μπορεί να αναλυθεί στατιστικά και να μοντελοποιηθεί. Έτσι, η MCS καταλήγει σε αμερόληπτες εκτιμήσεις για το μέσο και τη διακύμανση του έργου, καθώς και στον προσδιορισμό της πιθανοτικής κατανομής στην οποία υπακούει ο χρόνος ολοκλήρωσής του (η οποία δεν είναι υποχρεωτικά η Κανονική κατανομή, όπως προβλέπει η διαδικασία PERT μέσω του Κ.Ο.Θ.).

Ένα δεύτερο πλεονέκτημα της MCS είναι ότι υπερβαίνει το πρόβλημα της ύπαρξης ενός

μόνο κρίσιμου μονοπατιού. Καθώς η τεχνική αυτή λαμβάνει υπόψιν τη διακύμανση των τιμών των χρόνων των δραστηριοτήτων, το τελικό δείγμα που προκύπτει για το χρόνο του έργου δύναται να μην καταλήγει μόνο σε διαφορετικές τιμές, αλλά και σε εναλλακτικά κρίσιμα μονοπάτια. Έτσι, μπορούν να ελεγχθούν και να υπολογιστούν ποσότητες όπως είναι η πιθανότητα μιας δραστηριότητας να βρίσκεται στο κρίσιμο μονοπάτι και το ποσοστό κυριαρχίας του κρίσιμου μονοπατιού έναντι κάποιων εναλλακτικών (εάν υπάρχουν). Οι ποσότητες αυτές εκφράζονται με τον όρο “δείκτες κρισιμότητας” και αποτελούν κομμάτι της ανάλυσης ευαισθησίας, κάτι που δεν προσφέρεται άμεσα από την στοχαστική PERT. Η ανάλυση ευαισθησίας δίνει τη δυνατότητα στο μάνατζερ να γνωρίζει σε ποιες δραστηριότητες πρέπει να στρέψει την προσοχή του καθ’ όλη τη διάρκεια του έργου έτσι ώστε όχι μόνο να αντιμετωπίσει, αλλά κυρίως να προλάβει τον ενδεχόμενο κίνδυνο της καθυστέρησης του έργου. Τέλος, να διευκρινιστεί ότι η MCS, όπως και η ανάλυση PERT, υπακούει στην υπόθεση της ανεξαρτησίας μεταξύ των δραστηριοτήτων, κάτι που δεν ισχύει σε ρεαλιστικά έργα.

Αλγόριθμος της MCS

Η προσομοίωση Monte Carlo είναι μία υπολογιστική διαδικασία η οποία προκειμένου να εκτελεστεί θα πρέπει να έχει πρώτα αναπτυχθεί το αρχικό μοντέλο στο οποίο θα εφαρμοστεί. Το μοντέλο αυτό στα πλαίσια της διαχείρισης του χρόνου ενός έργου είναι ένα στοχαστικό δίκτυο τύπου AON ή AOA του οποίου σχεδόν κάθε δραστηριότητα χαρακτηρίζεται από τα τρία χρονικά σημεία a , m , b . Τότε ο αλγόριθμος της MCS συνοψίζεται στα ακόλουθα βήματα (Ahuja, Dozzi, and Abourizk, 1994; Μπούτσικας, 2004):

1. Παραγωγή τυχαίων αριθμών από την Ομοιόμορφη κατανομή στο [0,1].

Οι αριθμητικές τεχνικές που χρησιμοποιούνται για την εξασφάλιση της παραγωγής αριθμών που συμπεριφέρονται με τυχαίο τρόπο σε ένα πείραμα προσομοίωσης είναι οι λεγόμενες Γεννήτριες Τυχαίων Αριθμών (RNG - Random Number Generators). Από αυτές η πιο ευρεία σε χρήση μέθοδος είναι η πολλαπλασιαστική (MCG - Multiplicative Congruential Generator) η οποία έχει τη μορφή αναδρομικού τύπου. Η αρχική τιμή w_0 καλείται seed και είναι ένας φυσικός αριθμός, ενώ κάθε επόμενος προκύπτει από τη σχέση $w_n = (aw_{n-1}) \text{MOD} m$, όπου a, m φυσικοί αριθμοί (ο πρώτος παίρνει συνήθως την τιμή $7^5 - 1$ και ο δεύτερος την τιμή $2^{32} - 1$, ώστε να εξασφαλίζεται μεγάλος αριθμός διαδοχικών

υπολογισμών n και κατ' επέκταση μεγάλη πυκνότητα τιμών από την Ομοιόμορφη κατανομή) και $(aw_{n-1})MODm$ το υπόλοιπο της διαίρεσης $(aw_{n-1})/m$. Τότε ο αριθμός

$$U_i = \frac{w_i}{m}, \quad i=1,2,\dots,n \quad (2-19)$$

μπορεί να θεωρηθεί ως ένας τυχαίος αριθμός από την Ομοιόμορφη κατανομή στο $[0,1]$. Η ανάλυση της συγκεκριμένης μεθόδου έγινε συνοπτικά δεδομένου ότι στα διάφορα προγράμματα Η/Υ υπάρχει ενσωματωμένη RNG, η οποία παράγει αυτόματα τυχαίους αριθμούς από την $U(0,1)$ μέσω των εντολών RANDOM / RAND / RND.

2. Μετατροπή των τυχαίων αριθμών σε τυχαίες μεταβλητές από μία συνεχή κατανομή.

Η ευρεία σε εφαρμογή μέθοδος παραγωγής τυχαίων αριθμών από μία συνεχή κατανομή είναι η μέθοδος της αντιστροφής. Η μέθοδος αυτή εισάγει τον τυχαίο αριθμό $U_i \sim U(0,1)$ που προέκυψε στο Βήμα 1 στον τύπο της αντίστροφης συνάρτησης κατανομής F^{-1} για να παράγει τυχαίους αριθμούς από την κατανομή F . Συγκεκριμένα στηρίζεται στην Πρόταση: «Αν $U \sim U(0,1)$ και F είναι μία οποιαδήποτε συνάρτηση κατανομής, τότε η τυχαία μεταβλητή

$$X = F^{-1}(U)$$

έχει συνάρτηση κατανομής F ». Στο βήμα αυτό η MCS αξιοποιεί πλήρως όλα τα χαρακτηριστικά των κατανομών που μοντελοποιούν τους χρόνους των δραστηριοτήτων ενός έργου καθώς, όπως αναφέρθηκε νωρίτερα, η μέθοδος αυτή δεν περιορίζεται στη χρήση αποκλειστικά των μέσων τιμών, ενώ συνήθως λαμβάνονται υπόψη τα τρία χρονικά σημεία κάθε δραστηριότητας. Έτσι, για παράδειγμα, θα πρέπει να χρησιμοποιηθούν οι εξειδικευμένες τιμές των παραμέτρων σχήματος α και β της κατανομής Βήτα προκειμένου να προκύψουν τυχαίες μεταβλητές (τ.μ.) οι οποίες να είναι συμβατές με τα αρχικά δεδομένα.

3. Εισαγωγή των τυχαίων μεταβλητών ως εισερχόμενη πληροφορία στο υπό εξέταση SAN.

Οι τυχαίες μεταβλητές του Βήματος 2 εισέρχονται στο δίκτυο ως (τυχαίοι) χρόνοι ανά δραστηριότητα από την κατανομή F που έχει επιλεγεί από τον ειδικό και εκτελείται η διαδικασία για την εύρεση του κρίσιμου μονοπατιού. Συγκεκριμένα, οι τ.μ. χρησιμοποιούνται κατά τις υπολογιστικές διαδικασίες του προδρομικού και οπισθοδρομικού περάσματος για την εύρεση των τιμών των νωρίτερων και αργότερων

χρόνων έναρξης/λήξης αντίστοιχα, όπως ακριβώς χρησιμοποιούνται οι προσδιοριστικές τιμές.

4. Παραγωγή και αποθήκευση αποτελέσματος.

Καταγράφεται/αποθηκεύεται τόσο η τιμή για το συνολικό χρόνο του έργου, όσο και το κρίσιμο μονοπάτι στο οποίο αντιστοιχεί η τιμή αυτή.

5. Επανάληψη βημάτων 1-4 όσες φορές θεωρούνται σκόπιμες από τον ειδικό.

Ανάλογα με τις υπολογιστικές δυνατότητες των προγραμμάτων και λογισμικών, τη φύση των δραστηριοτήτων του έργου, το πλήθος τους, την εμπειρία του ειδικού που μοντελοποιεί και προσομοιώνει τα δεδομένα κ.ά., ο αριθμός των επαναλήψεων ποικίλει και παίρνει συνήθως τις τιμές 400, 1000 και 10.000.

6. Ανάλυση και μοντελοποίηση του δείγματος των αποτελεσμάτων, ανάλυση ευαισθησίας

Μετά από μία σειρά επαναλήψεων του πειράματος έχει συγκεντρωθεί ένα τελικό δείγμα μεγέθους ανάλογου με το Βήμα 5 για το συνολικό χρόνο του έργου. Με βάση το δείγμα αυτό πραγματοποιείται ανάλυση υπολογίζοντας βασικά στατιστικά μέτρα, όπως η μέση τιμή, η διακύμανση κ.ά., ενώ μπορούν να συγκριθούν με τα αντίστοιχα μέτρα της ανάλυσης PERT. Στα πλαίσια της μοντελοποίησης των δεδομένων συγκρίνεται η εμπειρική σ.κ. με την εκάστοτε θεωρητική μέσω κατάλληλων τεστ καλής προσαρμογής (χ^2 , Kolmogorov-Smirnov) και διαγραμμάτων όπως το ιστόγραμμα, το διάγραμμα της συνάρτησης κατανομής και το Q-Q plot. Τέλος, μέσα από την ανάλυση ευαισθησίας ο μάντζερ μπορεί να εντοπίσει τις δραστηριότητες που είναι μεγάλες σε διάρκεια ή έχουν μεγάλες διακυμάνσεις, καθώς αυτές επηρεάζουν άμεσα το χρονοδιάγραμμα του έργου. Η επίδραση αυτή γίνεται αντιληπτή μέσα από τον δείκτη κρισιμότητας ο οποίος εκφράζεται σε ποσοστά και προκύπτει από τον αριθμό εμφάνισης μιας δραστηριότητας στο κρίσιμο μονοπάτι προς το σύνολο των επαναλήψεων. Υπό μορφή ποσοστού εξετάζεται επιπλέον κατά πόσο κυρίαρχο είναι ένα κρίσιμο μονοπάτι, ενώ προκύπτει από τον αριθμό εμφάνισης του μονοπατιού προς το σύνολο των επαναλήψεων.

Ενδεικτικά, με βάση τον παραπάνω αλγόριθμο μπορεί να προσομοιωθεί το δίκτυο του Διαγράμματος 1-4, το οποίο αναπαριστά υπό μορφή δικτύου AON τις σχέσεις προτεραιό-

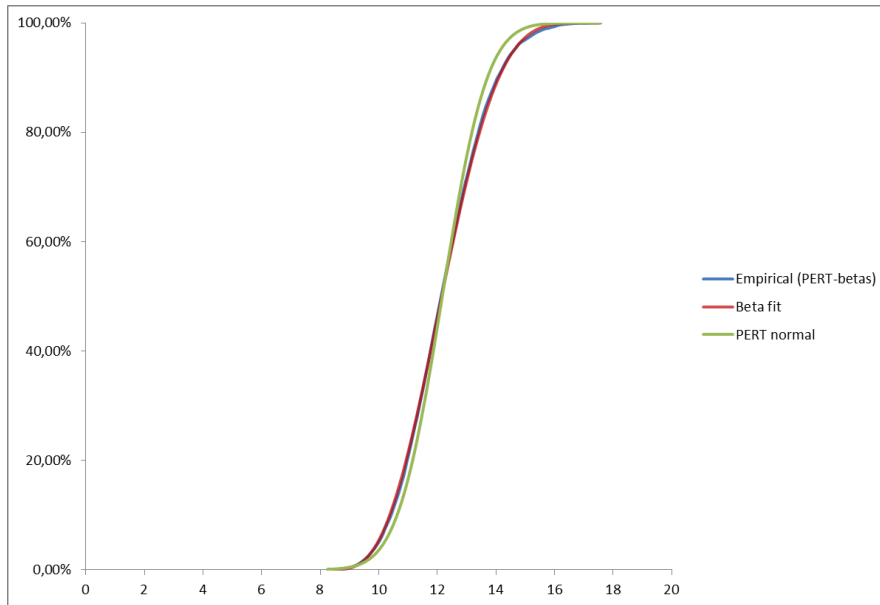
τητας των δραστηριοτήτων των δύο πρώτων στηλών του Πίνακα 2-5. Λαμβάνοντας ταυτόχρονα υπ' όψιν τις τιμές των τριών χρονικών σημείων του ίδιου πίνακα, τα στοιχεία αυτά πρόκειται να χρησιμοποιηθούν ως εισερχόμενη πληροφορία στη διαδικασία της προσομοίωσης, ενώ συγκεντρωτικά δίνονται στον Πίνακα 2-6:

Πίνακας 2-6
Πίνακας άμεσα προηγούμενων
δραστηριοτήτων υπό στοχαστικές συνθήκες

Tasks	Preceding	a	m	b
A	-	1	2	5
B	-	4	6	12
C	-	2	4	7
D	A	1	3	6
E	C	4	5	9
F	A	3	4	6
G	B,D,E	1	2	6

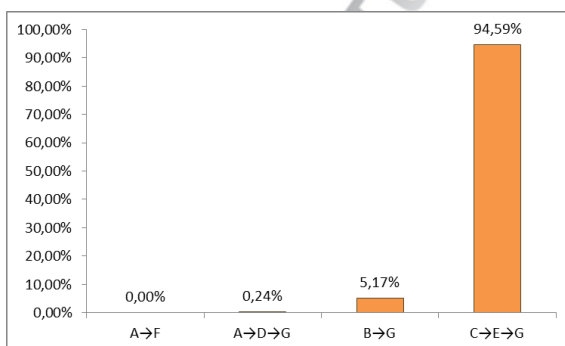
Τα παραπάνω δεδομένα μπορούν να μοντελοποιηθούν και πάλι χρησιμοποιώντας τις ίδιες κατανομές με αυτές του Πίνακα 2-5, δηλαδή τη Βήτα, την Τριγωνική ή ακόμα και την Ομοιόμορφη παραβλέποντας την επικρατούσα τιμή. Στο συγκεκριμένο παράδειγμα προσομοίωσης, αν κριθεί ότι τα δεδομένα των χρόνων των δραστηριοτήτων ακολουθούν την κατανομή Βήτα στο διάστημα $[a,b]$, η παραγωγή των τ.μ. μπορεί να επιτευχθεί υπολογίζοντας τις παραμέτρους σχήματος α και β μέσα από τους εξειδικευμένους τύπους είτε της BetaPERT είτε μέσα από τη μέθοδο των ροπών χρησιμοποιώντας τα τρία χρονικά σημεία. Υπενθυμίζεται ότι η βασική διαφορά των δύο αυτών κατανομών βρίσκεται στη διακύμανση τους (ελαφρώς διαφορετική παραμετροποίηση) και πάνω σε αυτή τη διαφορά ίσως να στηριχθεί ο ειδικός που θα μοντελοποιήσει τα δεδομένα των δραστηριοτήτων. Έτσι, μετά από 10.000 επαναλήψεις του πειράματος:

Όταν χρησιμοποιείται η μέθοδος των ροπών προκύπτει μέση τιμή για το χρόνο του έργου ίση με 12,198 και διακύμανση ίση με 1.99. Η τιμή του μέσου είναι πολύ κοντά στην αντίστοιχη της ανάλυσης PERT, ενώ η διακύμανση εμφανίζει μία μικρή διαφορά (Πίνακας 2-4). Η εμπειρική συνάρτηση κατανομής των 10.000 τιμών προσεγγίζεται ικανοποιητικά από την κατανομή Βήτα (σχεδόν ταυτίζονται), ενώ αποκλίνει ελαφρώς από την Κανονική κατανομή, όπως φαίνεται στο Διάγραμμα 2-14.

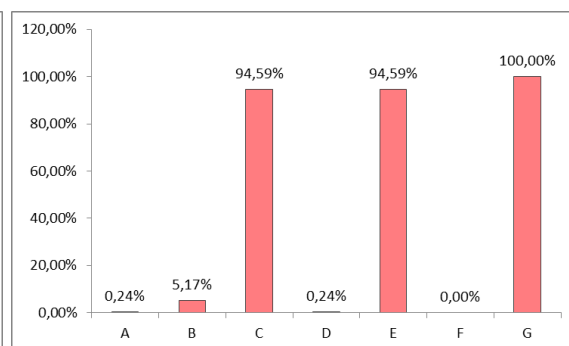


Διάγραμμα 2-14
Γραφική μοντελοποίηση της Εμπειρικής σ.κ. των χρόνων του έργου όταν οι επιμέρους δραστηριότητες ακολουθούν την κατανομή Βήτα

Επιπλέον, προκύπτει ότι το μονοπάτι $C \rightarrow E \rightarrow G$ είναι κυρίαρχο έναντι των υπολοίπων του δικτύου με ποσοστό 94.59%, όπως φαίνεται στο Διάγραμμα 2-15. Από την ανάλυση ευαισθησίας προκύπτει ότι οι δραστηριότητες C, E και G τίθενται υπό παρακολούθηση καθώς οι δείκτες κρισιμότητάς τους είναι ίσοι με 94.59%, 94.59% και 100% αντίστοιχα, σε αντίθεση με τη δραστηριότητα F η οποία δεν συμμετέχει σε κανένα κρίσιμο μονοπάτι, όπως παρουσιάζονται τα αποτελέσματα στο Διάγραμμα 2-16.



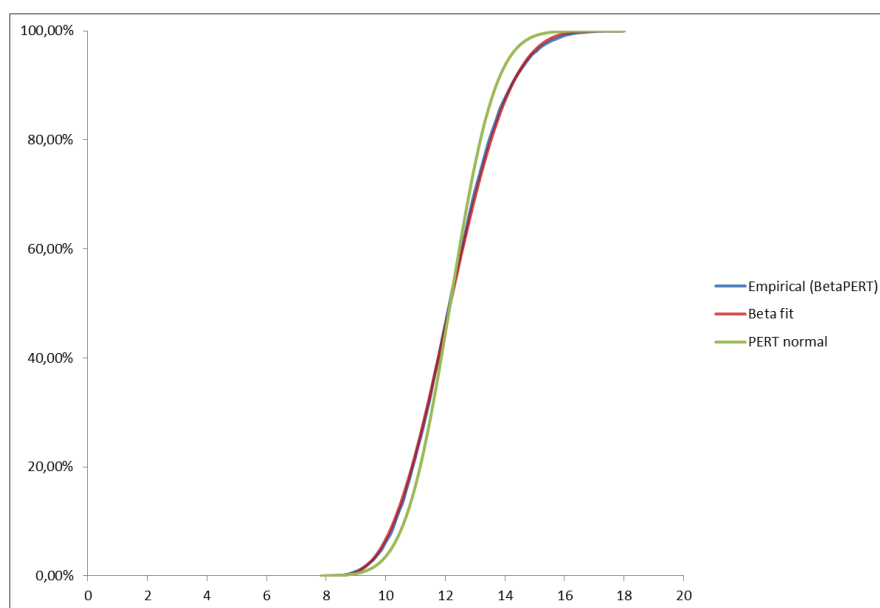
Διάγραμμα 2-15
Ποσοστό εμφάνισης μονοπατιών ως κρίσιμα (PERT-betas)



Διάγραμμα 2-16
Πιθανότητα εμφάνισης δραστηριοτήτων στο κρίσιμο μονοπάτι (PERT-betas)

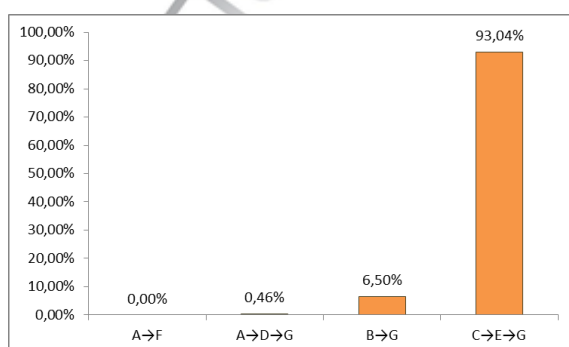
Όταν χρησιμοποιείται η κατανομή BetaPERT η μέση τιμή για το χρόνο του έργου είναι ίση με 12,218 και η διακύμανση ίση με 2,252. Η τιμή του μέσου είναι πολύ κοντά στην αντίστοιχη της ανάλυσης PERT, ενώ η διακύμανση εμφανίζει αισθητή διαφορά (Πίνακας 2-

4). Η εμπειρική συνάρτηση κατανομής των 10.000 τιμών προκύπτει και πάλι να ταυτίζεται σχεδόν με την αντίστοιχη της κατανομής Βήτα και να αποκλίνει ελαφρώς από την Κανονική κατανομή, όπως φαίνεται στο Διάγραμμα 2-17.

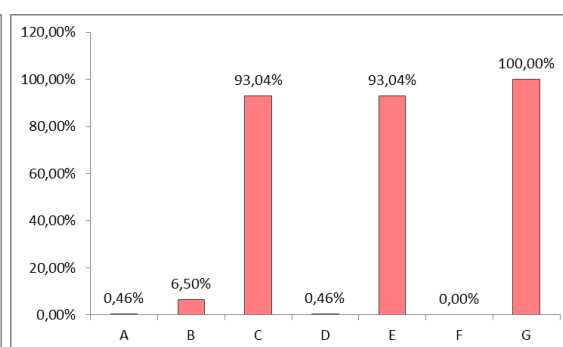


Διάγραμμα 2-17
Γραφική μοντελοποίηση της Εμπειρικής σ.κ. των χρόνων του έργου όταν οι επιμέρους δραστηριότητες ακολουθούν την BetaPERT

Τέλος, το μονοπάτι $C \rightarrow E \rightarrow G$ εμφανίζεται πάλι να είναι κυρίαρχο με ποσοστό 93.04% έναντι των υπολοίπων, των οποίων τα ποσοστά φαίνονται στο Διάγραμμα 2-18. Από την ανάλυση ευαισθησίας προκύπτει ότι οι δραστηριότητες C, E και G τίθενται υπό παρακολούθηση με δείκτες κρισιμότητας ίσους με 93.04%, 93.04% και 100% αντίστοιχα, σε αντίθεση με τη δραστηριότητα F η οποία δεν συμμετέχει σε κανένα κρίσιμο μονοπάτι, όπως παρουσιάζεται στο Διάγραμμα 2-19.



Διάγραμμα 2-18
Ποσοστό εμφάνισης μονοπατιών ως κρίσιμα (BetaPERT)



Διάγραμμα 2-19
Πιθανότητα εμφάνισης δραστηριοτήτων στο κρίσιμο μονοπάτι (BetaPERT)

Γίνεται αντιληπτό ότι στο συγκεκριμένο παράδειγμα, όπου το τελικό δείγμα του χρόνου είναι αποτέλεσμα προσομοίωσης ενός στοχαστικού δικτύου με δραστηριότητες που ακολουθούν την κατανομή Βήτα, η κατανομή του δείγματος θα μπορούσε να θεωρηθεί ότι ακολουθεί επίσης τη Βήτα (τουλάχιστον γραφικά). Είτε μέσω της BetaPERT είτε μέσω της μεθόδου των ροπών οι διαφορές είναι πολύ μικρές. Το μονοπάτι $C \rightarrow E \rightarrow G$ είναι ξεκάθαρα κυρίαρχο, γι' αυτό και οι δραστηριότητες που το συνιστούν είναι οι μόνες με επικινδυνότητα όπως προέκυψε από την ανάλυση ευαισθησίας. Συγκεκριμένα, η δραστηριότητα G συμμετέχει σε όλα τα εναλλακτικά κρίσιμα μονοπάτια, ενώ οι δραστηριότητες C και E εμφανίζουν δείκτες κρισιμότητας ίσους με το ποσοστό του κυρίαρχου κρίσιμου μονοπατιού καθώς συμμετέχουν μόνο σε αυτό.

2.7 ΑΝΑΚΕΦΑΛΑΙΩΣΗ

Στο παρόν κεφάλαιο εξετάστηκε η περίπτωση όπου οι διάρκειες των δραστηριοτήτων ενός έργου χαρακτηρίζονται από στοχαστικότητα. Παρότι πολλά προγράμματα H/Y έχουν σχεδιαστεί να αναλύουν ένα έργο θεωρώντας το χρόνο ως ένα ντετερμινιστικό γεγονός, πολλοί μάνατζερ σήμερα τείνουν να αντιμετωπίζουν τους χρόνους ως τυχαίες μεταβλητές κατά τον προγραμματισμό και έλεγχο του χρονοδιαγράμματος ενός έργου. Στα πλαίσια αυτής της τυχειότητας αναπτύχθηκε η μέθοδος PERT η οποία μαζί με τις βασικές της υποθέσεις αποτέλεσαν για τη ΔΕ μία εισαγωγική προσπάθεια υπέρβασης της αβεβαιότητας χρησιμοποιώντας πιθανοτικές κατανομές και στατιστικές τεχνικές. Η ανάλυση αυτή, ενώ εξακολουθεί μέχρι και σήμερα να είναι ευρεία σε χρήση λόγω της απλότητάς της, παρουσιάζει αρκετές ατέλειες στη σύλληψη και εκτέλεσή της καθώς και περιορισμούς στην περαιτέρω εξέταση των αποτελεσμάτων της, παραπέμποντας σε συνθήκες σχεδόν προσδιοριστικές. Τότε, η MCS έρχεται ως μία εναλλακτική και περισσότερο διαισθητική τεχνική η οποία καταφέρνει να υπερβεί τα περισσότερα από τα τρωτά σημεία της PERT. Προσφέρει όχι μόνο μεγαλύτερη ευελιξία στο στάδιο της μοντελοποίησης των χρόνων των δραστηριοτήτων (input modeling), αλλά και στη μοντελοποίηση και ανάλυση των τελικών αποτελεσμάτων (output modeling). Τέλος, σε συνδυασμό με την ανάλυση ευαισθησίας προσφέρει στον μάνατζερ τη δυνατότητα να αναλύσει και να διαχειριστεί τον κίνδυνο σε εξαιρετικά ρεαλιστικές συνθήκες.

Πανεπιστήμιο Πειραιώς

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

ΤΟ ΚΟΣΤΟΣ ΣΤΗ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗ ΕΡΓΟΥ

3.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Το έργο συνηθίζεται να αξιολογούνται κυρίως με βάση το χρόνο και το κόστος από την αρχή έως την ολοκλήρωσή τους. Έτσι, μετά την ανάλυση του χρόνου, το γνωστικό πεδίο της διαχείρισης του κόστους ενός έργου περιλαμβάνει τα στάδια τα οποία εξασφαλίζουν ότι το έργο θα ολοκληρωθεί εντός του εγκεκριμένου προϋπολογισμού (PMBOK, 2013). Τα στάδια αυτά είναι ο προγραμματισμός των πόρων, η εκτίμηση και ο προϋπολογισμός του κόστους, καθώς και ο έλεγχος της οικονομικής πορείας του έργου μετά την έναρξή του.

Στο παρόν κεφάλαιο παρουσιάζονται όλα τα στάδια, ενώ η βαρύτητα της μελέτης επικεντρώνεται στη διαδικασία του προϋπολογισμού καθώς είναι συγκρίσιμος με το στάδιο του χρονοπρογραμματισμού ενός έργου, προσφέρει δε μεγαλύτερα περιθώρια ανάλυσης στα πλαίσια της κοστολόγησης. Η μεγαλύτερη έμφαση σε αυτό το στάδιο δίνεται στην περίπτωση όπου το έργο χρειάζεται να αναθεωρηθεί ως προς το χρόνο και το κόστος μέχρις ότου εντοπιστεί ο βέλτιστος εφικτός συνδυασμός τους που δίνει τις ελάχιστες τιμές. Η βασική τεχνική αναθεώρησης που χρησιμοποιείται από τις επιχειρήσεις και επιτυγχάνει αυτό το συνδυασμό είναι η αντιστάθμιση του κόστους με το χρόνο.

Η τεχνική της αντιστάθμισης, λαμβάνοντας υπόψη τα δεδομένα και τους περιορισμούς του έργου, συμπιέζει σταδιακά το χρόνο εκτέλεσης ενός έργου με κάποιο πρόσθετο κόστος ανά μονάδα χρόνου συμπίεσης για την εύρεση της βέλτιστης λύσης. Η εφαρμογή της αφορά τόσο χρόνους ντετερμινιστικούς όσο και στοχαστικούς, αφού ακόμα και στα πλαίσια της τεχνικής PERT, το πρόβλημα της αβεβαιότητας του χρόνου των δραστηριοτήτων αποκτά προσδιοριστικό χαρακτήρα. Τέλος, επιχειρείται να εισαχθεί η έννοια της στοχαστικότητας σχετικά με τη χρηματοδότηση ενός έργου, προσαρμόζοντας ανάλογα τα διάφορα εναλλακτικά μοντέλα της εν λόγω τεχνικής για την επίλυση του προβλήματος βελτιστοποίησης.

3.2 ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ ΤΩΝ ΠΟΡΩΝ

Το πρώτο στάδιο της διαχείρισης του κόστους του έργου περιλαμβάνει το σχεδιασμό ενός πλάνου το οποίο θα αναθέτει στις διάφορες δραστηριότητες τους πόρους που απαιτούνται για την εκτέλεσή τους, από την αρχή μέχρι τη λήψη του τελικού προϊόντος ή της υπηρεσίας. Οι πόροι αυτοί αφορούν το ανθρώπινο δυναμικό, τα υλικά αγαθά, τον εξοπλισμό και τις υπηρεσίες. Πέρα όμως από το είδος των πόρων, καθορίζονται ταυτόχρονα και οι ποσότητές τους, οι οποίες αποτελούν κομβικά σημεία της αρχικής εκτίμησης του κόστους ενός έργου. Η επιλογή των πόρων επιτυγχάνεται λαμβάνοντας υπ' όψιν τις πληροφορίες που παρέχει το διάγραμμα της ΑΙΔ, τα διάφορα ιστορικά στοιχεία από όμοια έργα του παρελθόντος, καθώς και τις πολιτικές του οργανισμού που αναλαμβάνει το έργο σχετικές με προσλήψεις προσωπικού (π.χ. εξωτερικούς συνεργάτες, προαγωγές εκ των έσω), την αγορά προμηθειών, εξοπλισμού κ.ά..

Προκειμένου να προγραμματιστούν οι πόροι με πλήρη λεπτομέρεια είναι απαραίτητο να έχουν προηγηθεί η ξεκάθαρη διατύπωση των προδιαγραφών τόσο του τελικού προϊόντος όσο και των διαδικασιών του έργου και να έχει οριστικοποιηθεί ο αρχικός προγραμματισμένος χρόνος για την ολοκλήρωσή του. Κάτω από αυτές τις προϋποθέσεις ο μάνατζερ και η ανώτατη διοίκηση μπορούν να λαμβάνουν αποφάσεις οι οποίες θα συντελούν στην εκτίμηση του κόστους. Με βάση τις προδιαγραφές επιλέγονται κυρίως τα ποιοτικά χαρακτηριστικά των πόρων, όπως είναι η επιλογή επιστημονικού προσωπικού διαφόρων επιπέδων γνωστικού με το αντικείμενο (junior to senior), η φάση του έργου στην οποία θα απασχοληθεί ο κάθε εργαζόμενος, το είδος της τεχνολογίας κ.ά.. Με βάση το χρονοπρογραμματισμό λαμβάνονται αποφάσεις συνδεδεμένες με την ποσότητα των πόρων, καθώς ο κανόνας είναι κυρίως αναλογικός. Όσο μικρότερη ή μεγαλύτερη διάρκεια έχουν οι δραστηριότητες του έργου, αντίστοιχα αυξάνεται ή/και επιμηκύνεται η χρήση τους (Goodpasture, 2004; Klastorin, 2004; PMBOK Guide, 2013).

Δεδομένου ότι η διαδικασία καθορισμού των πόρων αποτελεί τη βάση για την περαιτέρω διαχείριση του κόστους θεωρείται σκόπιμο να γίνει αναφορά στους τρόπους διάκρισής του. Το κόστος μπορεί να είναι μεταβλητό ή σταθερό: **Μεταβλητό** είναι το κόστος το οποίο μπορεί να διαφοροποιηθεί κατά τη διάρκεια του έργου, όπως είναι ο όγκος της παραγωγής και των εργασιών (π.χ. υλικά, μισθοί, προμήθειες), ενώ **σταθερό** είναι αυτό το οποίο δεν μεταβάλλεται (π.χ. ενοίκια). Επίσης το κόστος μπορεί να είναι άμεσο ή έμμεσο: Το **άμεσο**

κόστος έχει απευθείας σχέση με τις εργασίες του έργου (π.χ. μισθοί), ενώ το **έμμεσο** συνδέεται με έξοδα που αφορούν τη γενικότερη εξυπηρέτησή του και συνήθως σχετίζεται με εξωτερικούς φορείς (π.χ. ειδικές παροχές, φόροι).

3.3 ΕΚΤΙΜΗΣΗ ΚΑΙ ΠΡΟΫΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΟΥ ΚΟΣΤΟΥΣ

Οι αμέσως επόμενες διαδικασίες στη διαχείριση του κόστους ενός έργου σχετίζονται με την εκτίμηση και τον προϋπολογισμό του. Αν και οι δύο αυτές έννοιες ακολουθούν την ίδια μεθοδολογία και μοιάζουν να περιγράφουν την ίδια κατάσταση, παρουσιάζουν μία σημαντική διαφοροποίηση. Η εκτίμηση αποτελεί τη διαδικασία της προσεγγιστικής αξιολόγησης του κόστους των πόρων, η οποία στη συνέχεια τροφοδοτεί ως εισερχόμενη πληροφορία τη διαδικασία του προϋπολογισμού. Ο προϋπολογισμός με τη σειρά του υπολογίζεται με όσο το δυνατόν μεγαλύτερη ακρίβεια για κάθε δραστηριότητα του έργου. Το αποτέλεσμα είναι ένα αρχικό κόστος (cost baseline) πάνω στο οποίο θα στηριχθεί η έναρξη, η εκτέλεση και ο έλεγχος του έργου από οικονομική άποψη.

Οι πληροφορίες που αποτελούν σημεία αναφοράς στη διαδικασία του προϋπολογισμού είναι, πέρα από την εκτίμηση του κόστους, το διάγραμμα της ΑΙΔ, ώστε να είναι σαφείς οι δραστηριότητες οι οποίες θα μεταφραστούν σε χρηματικούς όρους, και το χρονοδιάγραμμα του έργου με τους χρόνους έναρξης και λήξης. Οι πληροφορίες αυτές είναι βασικές για την ανάθεση των απαιτούμενων κεφαλαίων στις εκάστοτε δραστηριότητες. Οι υπολογιστικές τεχνικές που χρησιμοποιούνται (όμοιες με αυτές της διαδικασίας εκτίμησης του κόστους) είναι οι εξής (Goodpasture, 2004; Klasterin, 2004; PMBOK Guide, 2013; www.pmi.org):

- *Ανάλογη ή Top-Down Εκτίμηση:* Χρησιμοποιεί ιστορικά στοιχεία και συνήθως ξεκινά με το συνολικό κόστος του έργου όπως έχει εκτιμηθεί από την ανώτατη διοίκηση. Στη συνέχεια, το κόστος διασπάται προς τα κατώτερα επίπεδα της ΑΙΔ και τις επιμέρους δραστηριότητες.
- *Παραμετρική Εκτίμηση:* Χρησιμοποιούνται μαθηματικά μοντέλα πρόβλεψης λαμβάνοντας υπ' όψιν τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά του έργου, με σύνθημα το μοντέλο της ανάλυσης παλινδρόμησης. Γενικότερα, πρέπει να υπάρχει πληθώρα δεδομένων ώστε να γίνονται ακριβείς κατά το δυνατόν προβλέψεις, ενώ οι παράγοντες που θεωρούνται ότι επιδρούν οικονομικά στο έργο πρέπει να μπορούν να ποσοτικοποιηθούν προκειμένου να εισαχθούν στο μοντέλο.

· *Bottom-Up Εκτίμηση*: Η μέθοδος αυτή ξεκινά από τα κατώτερα επίπεδα της ΑΙΔ. Συγκεκριμένα, εκτιμάται το κόστος κάθε δραστηριότητας και ανεβαίνοντας προς τα πάνω υπολογίζεται ένα συνολικό αρχικό κόστος.

Από τις τρεις παραπάνω τεχνικές η πιο ευρεία σε χρήση είναι η Bottom-Up η οποία εμφανίζεται περισσότερο εργοκεντρική, καθώς εξετάζεται πρώτα η φύση του έργου και μετά αποφασίζεται από την επιχείρηση αν διατίθεται να καταβάλλει το συγκεκριμένο ποσό για την εκτέλεσή του. Επίσης, δεν είναι λίγες οι φορές που γίνεται ένας συνδυασμός των μεθόδων Top-Down και Bottom-Up. Τέτοιες είναι οι περιπτώσεις όπου η ανώτατη διοίκηση έχει εγκρίνει ένα ποσό για κάποιο συγκεκριμένο έργο και καλούνται οι μάνατζερ να το διανεύουν ξεκινώντας από τις επιμέρους δραστηριότητες.

Η τεχνική Bottom-Up στον προϋπολογισμό του κόστους

Η κοστολόγηση των δραστηριοτήτων με βάση την τεχνική Bottom-Up αποτελεί σχεδόν αποκλειστικά κομμάτι των εργασιών της ομάδας έργου. Σε πολλές περιπτώσεις η ίδια ομάδα υποδιαιρείται σε περισσότερες ομάδες, οι οποίες δουλεύουν παράλληλα για την εκτίμηση του κόστους του ίδιου αντικειμένου. Οι ομάδες συγκρίνουν τα αποτελέσματά τους, και αν υπάρχουν σημαντικές αποκλίσεις, η διαδικασία επαναλαμβάνεται μέχρις ότου να συγκλίνουν οι εκτιμήσεις τους (μέθοδος Delphi).

Ένα ακόμα στοιχείο που κάνει την Bottom-Up περισσότερο διαδεδομένη είναι το γεγονός ότι δύναται να εφαρμοστεί σε περιπτώσεις όπου δεν μπορεί να αποδοθεί συγκεκριμένη τιμή κόστους στις διάφορες δραστηριότητες, κυρίως λόγω έλλειψης στοιχείων ή προηγούμενης εμπειρίας. Έτσι, κάτω από συνθήκες αβεβαιότητας, μπορούν να καθοριστούν Τρία Σημεία (*3-Point Estimate*) που να εκφράζουν την ελάχιστη, την επικρατούσα και τη μέγιστη τιμή (Goodpasture, 2004; Klasterin, 2004; Badiru and Kovach, 2012). Όπως ακριβώς και με τη στοχαστική προσέγγιση του χρόνου, το κόστος μπορεί να κυμαίνεται σε ένα εύρος με βάση το οποίο μπορεί να καθοριστεί η μέση τιμή και η διακύμανσή του, ανάλογα με την κατανομή μοντελοποίησης που έχει επιλεγεί, ενώ για μεγαλύτερη ακρίβεια αποτελεσμάτων μπορεί να εφαρμοστεί η MCS.

Για την καλύτερη κατανόηση της μεθόδου Bottom-Up μπορεί να χρησιμοποιηθεί το παράδειγμα του Πίνακα 1-8 που βασίζεται σε ένα δίκτυο τύπου AON. Για το συγκεκριμένο έργο, του οποίου ο χρόνος έστω ότι μετριέται σε εβδομάδες, η επιχείρηση εκτιμά ότι θα χρειαστούν εργάτες, μηχανήματα και υλικά. Το κόστος ανά εργάτη ανέρχεται στα €400,00

την εβδομάδα και ανά μηχανήμα στα €600,00 την εβδομάδα. Για τα υλικά το κόστος ποικίλει ανά δραστηριότητα ενώ καταβάλλεται εφάπαξ την εβδομάδα έναρξης των εργασιών. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στον Πίνακα 3-1.

Πίνακας 3-1
Προϋπολογισμός κόστους ανά δραστηριότητα και ανά εβδομάδα

Tasks	Preceding	Duration	ES (lag=1)	LS (lag=1)	Workers	Weekly Cost/ Worker (€)	Equipment	Weekly Cost/ Equipment (€)	One-time Material Cost (€)	1 st week cost/ activity (€)	2 nd + week cost/ activity (€)
A	-	2	0	4	2	800,00	0	0,00	350,00	1150,00	800,00
B	-	6	0	3	4	1600,00	12	7200,00	200,00	9000,00	8800,00
C	-	4	0	0	3	1200,00	14	8400,00	0	9600,00	9600,00
D	A	3	2	6	0	0,00	8	4800,00	150,00	4950,00	4800,00
E	C	5	4	4	1	400,00	0	0,00	0	400,00	400,00
F	A	4	2	7	4	1600,00	10	6000,00	170,00	7770,00	7600,00
G	B,D,E	2	9	9	5	2000,00	2	1200,00	300,00	3500,00	3200,00

Στις δύο τελευταίες στήλες του πίνακα αυτού περιέχονται το εβδομαδιαίο κόστος ανά δραστηριότητα τόσο για την 1^η εβδομάδα, η οποία συμπεριλαμβάνει το κόστος των υλικών, όσο και για τις επόμενες από αυτή. Χαρακτηριστικό είναι ότι στον ίδιο πίνακα εμφανίζονται οι νωρίτεροι και οι αργότεροι χρόνοι έναρξης των δραστηριοτήτων, δεδομένου ότι ο μάνατζερ επιθυμεί να γνωρίζει την οικονομική πορεία του έργου σε σχέση με το χρόνο και ταυτόχρονα να εκτιμήσει το εύρος στο οποίο επιτρέπεται να κυμαίνεται το κόστος, ώστε οι εκτελεσθέντες εργασίες να είναι εντός προϋπολογισμού. Η ανάλυση του κόστους σύμφωνα με τους νωρίτερους και αργότερους χρόνους έναρξης παρουσιάζεται στους Πίνακες 3-2 και 3-3 αντίστοιχα. Να επισημανθεί ότι για πρακτικούς λόγους θεωρείται ότι κάθε δραστηριότητα ξεκινά την επόμενη εβδομάδα από την αντίστοιχη στην οποία ολοκληρώνεται η άμεσα προηγούμενη δραστηριότητα (lag=1).

Πίνακας 3-2
Κατανομή κόστους (σε ευρώ) σύμφωνα με τους χρόνους ES των μη κρίσιμων δραστηριοτήτων

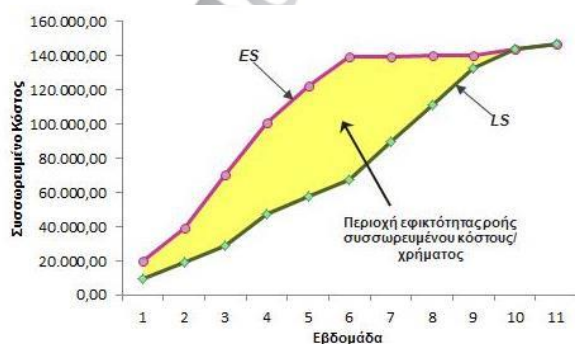
Task	Week										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
A	1.150,00	800,00									
B	9.000,00	8.800,00	8.800,00	8.800,00	8.800,00	8.800,00					
C	9.600,00	9.600,00	9.600,00	9.600,00							
D			4.950,00	4.800,00	4.800,00						
E					400,00	400,00	400,00	400,00	400,00		
F			7.770,00	7.600,00	7.600,00	7.600,00					
G										3.500,00	3.200,00
Weekly Cost	19.750,00	19.200,00	31.120,00	30.800,00	21.600,00	16.800,00	400,00	400,00	400,00	3.500,00	3.200,00
Cumulative Cost	19.750,00	38.950,00	70.070,00	100.870,00	122.470,00	139.270,00	139.670,00	140.070,00	140.470,00	143.970,00	147.170,00

Πίνακας 3-3

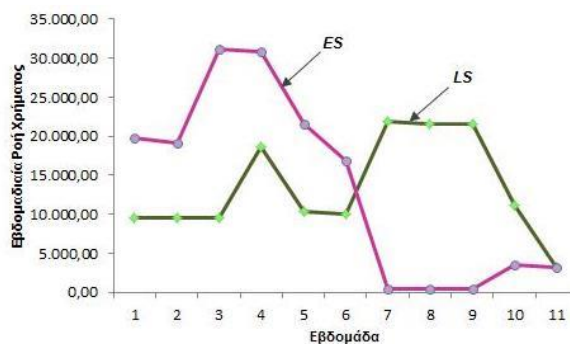
Κατανομή κόστους (σε ευρώ) σύμφωνα με τους χρόνους *LS* των μη κρίσιμων δραστηριοτήτων

Task	Week											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	
A					1.150,00	800,00						
B				9.000,00	8.800,00	8.800,00	8.800,00	8.800,00	8.800,00			
C	9.600,00	9.600,00	9.600,00	9.600,00								
D							4.950,00	4.800,00	4.800,00			
E					400,00	400,00	400,00	400,00	400,00			
F							7.770,00	7.600,00	7.600,00	7.600,00		
G										3.500,00	3.200,00	
Weekly Cost	9.600,00	9.600,00	9.600,00	18.600,00	10.350,00	10.000,00	21.920,00	21.600,00	21.600,00	11.100,00	3.200,00	
Cumulative Cost	9.600,00	19.200,00	28.800,00	47.400,00	57.750,00	67.750,00	89.670,00	111.270,00	132.870,00	143.970,00	147.170,00	

Με βάση τους παραπάνω πίνακες μπορεί να δημιουργηθεί το γράφημα του συσσωρευμένου κόστους. Καθώς οι μη κρίσιμες δραστηριότητες μπορούν να ξεκινούν από οποιοδήποτε χρονικό σημείο μεταξύ των νωρίτερων και αργότερων χρόνων έναρξης που αντιστοιχεί στην καθεμία, τα αντίστοιχα διαγράμματα των συσσωρευμένων χρόνων δημιουργούν τα όρια εντός των οποίων μπορεί να κινείται το κόστος σύμφωνα με τις αρχικές εκτιμήσεις. Έτσι, η περιοχή που δημιουργείται μεταξύ των δύο καμπυλών, όπως φαίνεται στο Διάγραμμα 3-1, αποτελεί την περιοχή οικονομικής εφικτότητας πραγματοποίησης του έργου, η οποία συγκρινόμενη αργότερα με την καμπύλη των πραγματικών εξόδων υποδεικνύει κατά πόσο το έργο έχει υπερβεί τον αρχικό προϋπολογισμό. Βοηθητικό επίσης είναι το διάγραμμα της εβδομαδιαίας ροής του κόστους με βάση τους χρόνους *ES* και *LS*, όμοιο με το Διάγραμμα 3-2, καθώς δύναται να υπάρχουν σημαντικές οικονομικές διαφορές μεταξύ των δύο προγραμμάτων. Οι διαφορές αυτές μπορεί να επηρεάζουν σημαντικά τόσο τη ρευστότητα της επιχείρησης, όσο και ποικίλα οικονομικά μέτρα (π.χ. Καθαρή Παρούσα Αξία), ιδιαίτερα μάλιστα όταν η προβολή του έργου στο χρόνο είναι μεγάλη.

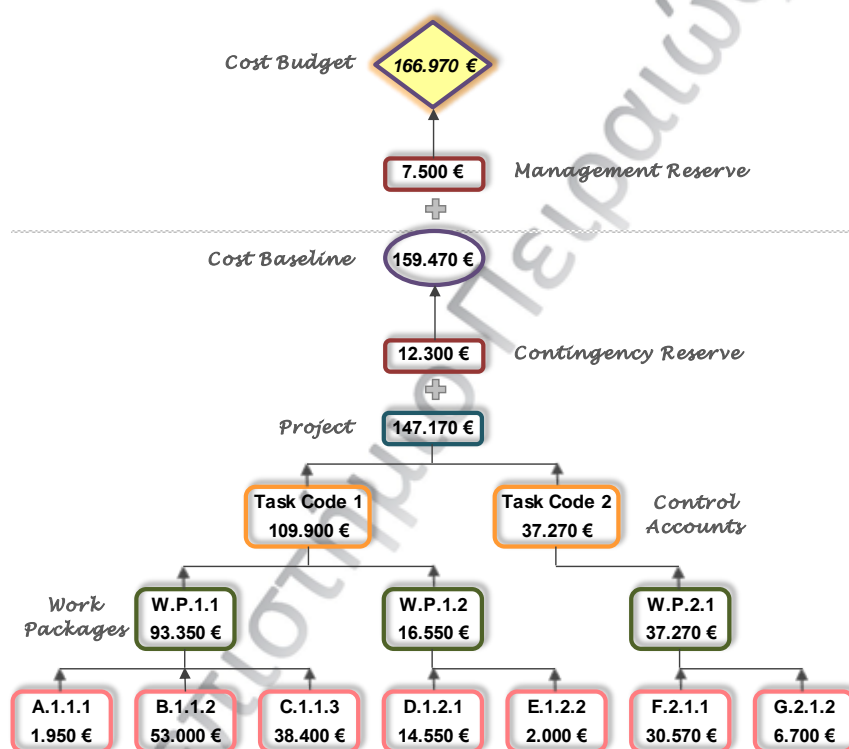


Διάγραμμα 3-1
Συσσωρευμένο προϋπολογισθέν κόστος



Διάγραμμα 3-2
Εβδομαδιαία ροή προϋπολογισμένου κόστους

Να επισημανθεί ότι στον προϋπολογισμό του κόστους συμμετέχουν κυρίως τρία μέρη: ο διαχειριστής έργου (ή μέλη της ομάδας έργου), το λογιστήριο (ή χρηματοοικονομική διεύθυνση) και η ανώτατη διοίκηση. Το κάθε μέρος προσφέρει τις δικές του εκτιμήσεις (ή είναι υπεύθυνο) για το οικονομικό κομμάτι στο οποίο ειδικεύεται. Οι εκτιμήσεις αυτές πρέπει να έχουν προκύψει μετά από λεπτομερή ανάλυση και με συνέπεια προς τα δεδομένα του έργου (www.pmirp.org). Τότε, οι μερικές τιμές κόστους προστίθενται με μία σωρευτική και ιεραρχική διαδικασία από κάτω προς τα πάνω, όπως φαίνεται στο Διάγραμμα 3-3, μέχρις ότου προκύψει το τελικό προϋπολογισθέν ποσό.



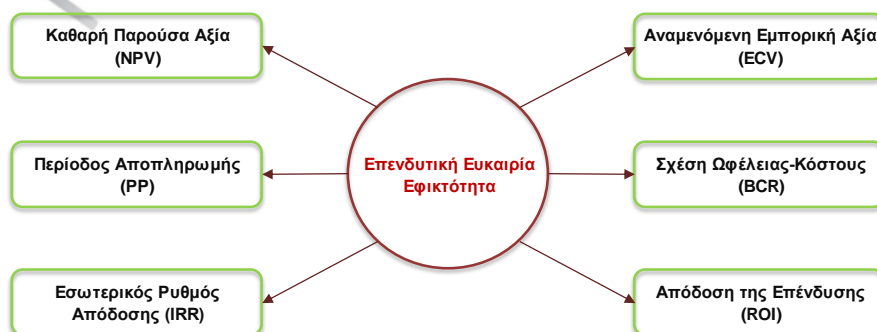
Διάγραμμα 3-3
 Προϋπολογισμός κόστους σωρευτικά με τη μέθοδο Bottom-Up

Ξεκινώντας από το κατώτερο επίπεδο, στο παραπάνω διάγραμμα απεικονίζονται οι δραστηριότητες του έργου και, όπως προκύπτει από τα δεδομένα του Πίνακα 3-2 (ή του Πίνακα 3-3), το κόστος ανά δραστηριότητα για όλη τη διάρκειά του. Ανεβαίνοντας προς τα πάνω οι δραστηριότητες ομαδοποιούνται σε πακέτα εργασίας (*Work Packages*), τα οποία με τη σειρά τους αποτελούν μέρη κάποιων λογιστικών κωδικών, όπως φαίνεται στο αμέσως επόμενο επίπεδο. Οι κωδικοί αυτοί αποτελούν σημεία ελέγχου της οικονομικής πορείας του έργου (*Control Accounts*) και συσσωρεύουν σημαντική πληροφορία την οποία χρησιμοποιεί η χρηματοοικονομική διοίκηση. Αθροίζοντας τους λογαριασμούς αυτούς προκύπτει ο

προϋπολογισμός του έργου (*Project*), ο οποίος παραβλέποντας την ιεραρχική διαδικασία, αποτελεί ουσιαστικά άθροισμα του κόστους των δραστηριοτήτων του. Στη συνέχεια προστίθεται το έκτακτο αποθεματικό (*Contingency Reserve*), ή κοινώς απρόβλεπτα, όπως έχει εκτιμηθεί από το διαχειριστή έργου. Το έκτακτο αποθεματικό έρχεται να καλύψει έκτακτες ανάγκες ή λάθη που σχετίζονται άμεσα με την εκτέλεση του έργου, ενώ μαζί με το κόστος του έργου δίνουν τη βάση (*Cost Baseline*) πάνω στην οποία θα ελέγχεται στην πορεία αν τα πραγματικά κόστη συμβαδίζουν με τα προϋπολογισμένα. Τέλος, από την ίδια τη διοίκηση αποφασίζεται κάποιο ποσό ως αποθεματικό (*Management Reserve*), προκειμένου να καλυφθούν περιστατικά που δεν σχετίζονται με τη φύση του έργου, αλλά το επιβαρύνουν οικονομικά, και δεν είναι άμεσα διαχειρίσιμα (π.χ. φυσικά φαινόμενα). Με την προσθήκη αυτού του αποθεματικού προκύπτει το τελικό κόστος (*Cost Budget*).

3.3.1 Χρηματοοικονομικά μέτρα αξιολόγησης ενός έργου ως ευκαιρία

Κατά την τελική επιλογή της ανάληψης ενός έργου, και δεδομένου ότι έχει προηγηθεί η διαδικασία προϋπολογισμού του κόστους, υπάρχει ένα βασικό στάδιο το οποίο πρέπει να ακολουθεί τόσο το τμήμα της χρηματοοικονομικής διοίκησης όσο και ο διαχειριστής έργου. Είναι το στάδιο στο οποίο αξιολογείται κατά πόσο ένα έργο αποτελεί επενδυτική ευκαιρία για την επιχείρηση. Συγκεκριμένα, εξετάζονται τα εξής δύο αντικείμενα: α) τα οικονομικά οφέλη που θα επιστρέψει το έργο συγκριτικά με την οικονομική προσπάθεια που θα καταβληθεί για την ολοκλήρωσή του και β) με βάση τα αναφερθέντα οφέλη, το έργο το οποίο θα πρέπει να επιλεγεί προς χρηματοδότηση έναντι άλλων. Τα συνήθη χρηματοοικονομικά μέτρα που χρησιμοποιούνται στη ΔΕ (Goodpasture, 2004; Kerzner, 2011; Phillips, Brantley, and Pulliam-Phillips, 2012) για την αξιολόγηση της εφικτότητας ενός έργου παρουσιάζονται στο Διάγραμμα 3-4.



Διάγραμμα 3-4
Βασικά μέτρα αξιολόγησης ενός έργου ως επενδυτική ευκαιρία

Δεδομένου ότι οι επιχειρήσεις επιθυμούν να λαμβάνουν τις αποφάσεις τους στο παρόν, το κοινό χαρακτηριστικό των ανωτέρω μέτρων είναι ότι, άμεσα ή έμμεσα, γνωρίζουν τις μελλοντικές ταμειακές ροές του έργου, όπως έχουν προϋπολογισθεί, και μεταφέρουν τις αξίες τους στον παρόντα χρόνο. Το επιτόκιο προεξόφλησης αναλαμβάνει σημαντικό ρόλο σε αυτή τη χρονική ευθυγράμμιση καθώς υποδεικνύει την ισοδυναμία των έργων ως επένδυση στην ίδια περίοδο απόφασης. Το επιτόκιο προεξόφλησης υπολογίζεται προσαρμόζοντας παράγοντες οι οποίοι στην πραγματικότητα κρύβουν κάποιους κινδύνους. Έτσι, στο επιτόκιο αυτό ενσωματώνονται κίνδυνοι όπως ο πληθωρισμός, η κατανάλωση μεγαλύτερου κεφαλαίου από το προβλεπόμενο για την εκτέλεση του έργου, το αποτέλεσμα του έργου να μη γίνει δεκτό από την αγορά ή οι καταναλωτές να μην είναι σε θέση να το αποκτήσουν λόγω δυσχερών μελλοντικών οικονομικών συνθηκών κ.ά.. Επίσης, με τη χρήση του επιτοκίου προεξόφλησης υποδεικνύεται έμμεσα η υπόθεση ότι μία χρηματική μονάδα σήμερα έχει μεγαλύτερη αξία από την ίδια χρηματική μονάδα στο μέλλον.

Περίοδος Αποπληρωμής

Η Περίοδος Αποπληρωμής (PP - Payback Period) αποτελεί ίσως το πιο απλό χρηματοοικονομικό μέτρο αξιολόγησης ενός έργου, καθώς δεν λαμβάνει υπ' όψιν την αλλαγή στην αξία του χρήματος μέσα στο χρόνο (δηλαδή δεν κάνει χρήση του επιτοκίου προεξόφλησης) και υπολογίζεται σχετικά εύκολα. Η PP εξετάζει σε πόσες χρονικές περιόδους θα έχει επιστραφεί το προϋπολογισμένο κόστος και ισούται με τον τύπο που δίνεται από τη Σχέση 3-1, ο οποίος έστω ότι εκφράζεται σε έτη.

$$PP = \frac{\text{Προϋπολογισθέν Κόστος}}{\text{Ετήσια Επιστροφή Κεφαλαίου}} \quad (3-1)$$

Έτσι, εάν το κόστος του έργου του Διαγράμματος 3-3, το οποίο έχει προϋπολογισθεί στις €147.170,00, αφορά την αγορά ενός μηχανήματος παραγωγής το οποίο θα αντικαταστήσει δύο εργάτες με ετήσιο εισόδημα 10.000,00€ έκαστος, το καταβληθέν κεφάλαιο θα αποπληρωθεί σε

$$PP = \frac{€147.170,00}{2 \cdot €10.000,00} = 7.3585,$$

δηλαδή περίπου 7-7.5 έτη. Να επισημανθεί ότι στην αποπληρωμή του καταβληθέντος κεφαλαίου δεν έχουν ληφθεί υπ' όψιν τα έκτακτα αποθεματικά, κάτι που αυτομάτως θα σήμαινε αύξηση της PP.

Καθαρή Παρούσα Αξία

Η Καθαρή Παρούσα Αξία (NPV - Net Present Value) αποτελεί το πλέον διαδεδομένο μέτρο για τη λήψη αποφάσεων σχετικές με επενδύσεις. Συγκεκριμένα, κάνοντας χρήση του επιτοκίου προεξόφλησης i μεταφέρονται οι μελλοντικές κεφαλαιακές ροές FV^{in} (Future Value input) και FV^{out} (Future Value output) από τον χρόνο $t \in (0, T]$ στον επιθυμητό χρόνο απόφασης 0. Τότε η διαφορά των παρούσων αξιών PV^{in} (Present Value input) και PV^{out} (Present Value output) δίνει τη NPV. Έτσι, για ένα σύνολο χρονικών περιόδων T διάρκειας του έργου, η NPV στο χρόνο 0 δίνεται από τη Σχέση 3-2, όπου NFV η Καθαρή Μελλοντική Αξία (Net Future Value).

$$NPV = \sum_{t=0}^T (PV_t^{in} - PV_t^{out}) = \sum_{t=0}^T \left(\frac{FV_t^{in}}{(1+i)^t} - \frac{FV_t^{out}}{(1+i)^t} \right) = \sum_{t=0}^T \frac{NFV_t}{(1+i)^t} \quad (3-2)$$

Έτσι, αν για την ολοκλήρωση της κατασκευής π.χ. ενός συγκροτήματος καταστημάτων εντός 5ετίας, η ΔΕ έχει προϋπολογίσει τις μελλοντικές ροές και τις προεξοφλεί με επιτόκιο 20%, τότε σύμφωνα με την προηγούμενη σχέση προκύπτει ο Πίνακας 3-4. Να επισημανθεί ότι έχει κριθεί από την επιχείρηση που αναλαμβάνει το έργο ότι μετά τον 1^ο χρόνο το συγκρότημα μπορεί να χρησιμοποιείται μερικώς δημιουργώντας ετήσια έσοδα.

Πίνακας 3-4
Υπολογισμός Καθαρής Παρούσας Αξίας (σε ευρώ)

Year	FV_t^{in}	FV_t^{out}	NFV _t	NPV _t
0	0,00	8.000,00	-8.000,00	-8.000,00
1	5.000,00	6.500,00	-1.500,00	-1.250,00
2	7.000,00	7.000,00	0,00	0,00
3	10.000,00	5.500,00	4.500,00	2.604,17
4	12.000,00	2.000,00	10.000,00	4.822,53
5	15.500,00	500,00	15.000,00	6.028,16
				NPV = 4.204,86

Από τον παραπάνω πίνακα προκύπτει ότι η συνολική NPV του έργου ισούται με €4.204,86, δηλαδή στο τέλος των 5 ετών η επιχείρηση θα έχει οφέλη. Οπότε μπορεί να προχωρήσει στη χρηματοδότηση του συγκεκριμένου έργου, καθώς ο γενικός κανόνας απόφασης με βάση αυτό το μέτρο είναι $NPV \geq 0$.

Εσωτερικός Ρυθμός Απόδοσης

Ο Εσωτερικός Ρυθμός Απόδοσης (IRR - Internal Rate of Return) αποτελεί το επιτόκιο προεξόφλησης για το οποίο ισχύει $NPV=0$, δεδομένου ότι είναι γνωστές οι καθαρές μελλοντικές ροές. Η σχέση $NPV=0$ δεν λύνεται άμεσα (ιδιαίτερα όταν $t > 2$), αλλά αποτελεί μία επαναληπτική διαδικασία εντοπισμού του βέλτιστου IRR μέσω της τεχνικής “test & trial”. Ο γενικός κανόνας αποδοχής του έργου με βάση αυτό μέτρο είναι $i \geq \text{IRR}$.

Σχέση Ωφέλειας-Κόστους

Η σχέση Ωφέλειας-Κόστους (BCR - Benefit/Cost Ratio) χρησιμοποιεί μία απλή αναλογία για να συγκρίνει τα οικονομικά οφέλη ενός έργου με το κόστος του, όπως φαίνεται από τη Σχέση 3-3.

$$\text{BCR} = \frac{\text{Οφέλη}}{\text{Κόστος}} = \frac{\sum_{t=0}^T PV_t^{\text{in}}}{\sum_{t=0}^T PV_t^{\text{out}}} \quad (3-3)$$

Σύμφωνα με τον παραπάνω τύπο, $\text{BCR} = 3:1$ σημαίνει ότι για κάθε χρηματική μονάδα (χ.μ.) που δαπανάται στο έργο, επιστρέφονται 3 χ.μ.. Ο γενικός κανόνας αποδοχής του έργου είναι $\text{BCR} > 1$, καθώς θα έχει περισσότερες εισροές από εκροές, ενώ αυτόματα θα ισχύει $\text{NPV} > 0$.

Απόδοση της Επένδυσης

Η Απόδοση της Επένδυσης (ROI - Return of Investment) αποτελεί παραλλαγή του BCR καθώς αποτελεί ένα μέτρο αξιολόγησης των έργων διαιρώντας τα καθαρά οφέλη (οφέλη μείον κόστος) με το κόστος του. Εκφράζεται δε υπό μορφή ποσοστού, όπως υποδηλώνει η Σχέση 3-4.

$$\text{ROI} = \frac{\text{Καθαρά Οφέλη}}{\text{Κόστος}} \cdot 100 = (\text{BCR} - 1) \cdot 100 \quad (3-4)$$

Σύμφωνα με τον παραπάνω τύπο, $\text{ROI} = 250\%$ σημαίνει ότι για κάθε επενδεδυμένη στο έργο χρηματική μονάδα, επιστρέφονται 2.50 χ.μ. μετά την αποπληρωμή του κεφαλαίου, ενώ ταυτόχρονα προκύπτει $\text{BCR} = 3.5$. Ένας συνήθης κανόνας απόφασης με βάση αυτό το μέτρο

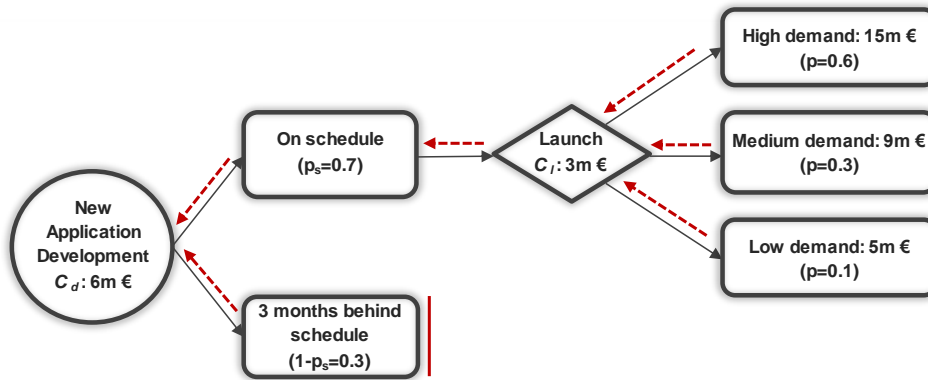
είναι $ROI > i$, δηλαδή η απόδοση του έργου ως επένδυση να υπερβαίνει το επιτόκιο προεξόφλησης.

Αναμενόμενη Εμπορική Αξία

Η Αναμενόμενη Εμπορική Αξία (ECV - Expected Commercial Value) είναι ένα μέτρο το οποίο εξετάζει τα διάφορα οικονομικά σενάρια που μπορούν να προκύψουν μελλοντικά και τα οποία έχουν άμεση σχέση με την εκτέλεση ή/και με τα αποτελέσματα της ολοκλήρωσης του έργου. Πέρα από τις οικονομικές τους αξίες, τα σενάρια αυτά συνοδεύονται από τις πιθανότητες εμφάνισής τους, προσφέροντας τη δυνατότητα στην επιχείρηση να γνωρίζει εκ των προτέρων και προσεγγιστικά τα οφέλη και τα κόστη που μπορεί να επιφέρει κάθε επιχειρηματική απόφαση. Η μεταφορά των αξιών από το μέλλον στο παρόν γίνεται όπως είναι φυσικό με τη χρήση της NPV και του επιτοκίου προεξόφλησης. Επίσης, χαρακτηριστικό στοιχείο κατά τον υπολογισμό της ECV αποτελούν τα δέντρα απόφασης, τα οποία προσφέρουν μία λογική βάση για τη λήψη διαδοχικών αποφάσεων και την αξιολόγηση των αποτελεσμάτων. Έτσι, αν κάθε εναλλακτική απόφαση r προβλέπει j εναλλακτικά σενάρια με ποσότητα S_j και αντίστοιχη πιθανότητα εμφάνισης p_j το καθένα και το κόστος της απόφασης είναι c_r , ένας γενικός τύπος για την ECV μπορεί να είναι αυτός που δίνεται από τη Σχέση 3-5.

$$EV_r = \sum_{x=1}^j S_x p_x - c_r \quad (3-5)$$

Η επιχείρηση A, για παράδειγμα, θέλει να κυκλοφορήσει στην αγορά μία νέα εφαρμογή για κινητά τηλέφωνα. Για την ανάπτυξη και ολοκλήρωση του εγχειρήματος εκτιμά ότι θα χρειαστούν δύο χρόνια με κόστος €3.000.000,00 ανά έτος. Η επιχείρηση έχει πληροφορίες ότι την ίδια περίπου εφαρμογή σχεδιάζουν οι δύο μεγαλύτερες ανταγωνίστριές της, οπότε με την έρευνα αγοράς που έχει κάνει, αν η εφαρμογή δεν ολοκληρωθεί εντός του προγραμματισμένου χρόνου (πιθανότητα 0.3) χάνει σημαντικό κομμάτι της αγοράς και προτιμά να μην την λανσάρει. Αν ολοκληρωθεί εντός χρονοδιαγράμματος (με πιθανότητα 0.7), η επιχείρηση θα καταβάλλει τον 3^ο χρόνο για το λανσάρισμα του προϊόντος το ποσό των €4.000.000,00, ενώ η ζήτηση για τα έτη 3 και 4 υπολογίζεται από χαμηλή έως υψηλή με αξίες όπως αναφέρονται στο Διάγραμμα 3-5. Τέλος, υπολογίζεται ότι το επιτόκιο προεξόφλησης θα είναι 20% για την επόμενη ζετία.



Διάγραμμα 3-5
Αναμενόμενη Εμπορική Αξία εγχειρήματος με δύο σημεία απόφασης

Το δέντρο απόφασης που εμφανίζεται στο Διάγραμμα 3-5 περιγράφει τα εναλλακτικά σενάρια που αποτελούν αντικείμενα αξιολόγησης για την επιχείρηση. Είναι φανερό ότι υπάρχουν δύο κομβικά σημεία απόφασης, η ανάπτυξη του προϊόντος και η κυκλοφορία του στην αγορά. Τότε, η σειρά των αποφάσεων καθορίζεται από αριστερά προς δεξιά (γκρι βέλη), ενώ ο υπολογισμός του συνολικού οικονομικού οφέλους (ή κόστους) του εγχειρήματος γίνεται από δεξιά προς αριστερά (κόκκινα βέλη). Επίσης φαίνεται ότι, σε περίπτωση αποτυχίας ολοκλήρωσης εντός χρόνου, το εγχείρημα εγκαταλείπεται (κόκκινη κάθετη γραμμή), οπότε η ECV του συγκεκριμένου παραδείγματος παίρνει τις ετήσιες τιμές που φαίνονται στον Πίνακα 3-5, χρησιμοποιώντας τον τύπο

$$ECV_t = p_s \cdot \left(\sum_{x=H,M,L} S_x p_x - C_l \right) - C_d,$$

όπου t είναι το έτος υπολογισμού, p_s η πιθανότητα το έργο να ολοκληρωθεί εντός χρόνου, S_x η ζήτηση και p_x η πιθανότητα ζήτησης ανά επίπεδο, C_l το κόστος κυκλοφορίας του προϊόντος και C_d το κόστος ανάπτυξης. Ο τύπος αυτός αποτελεί ουσιαστικά μία παραλλαγή της Σχέσης 3-5 για δύο σημεία απόφασης και πολλαπλά έτη.

Πίνακας 3-5
Υπολογισμός των μέτρων ECV και NPV (σε ευρώ)

Year	Decision	High Demand	Medium Demand	Low Demand	Launch Cost	Devel. Cost	ECV/Year	NPV/Year
1	Product Devel.					-3,00	-3,00	-2,50
2	Product Devel.					-3,00	-3,00	-2,08
3	Product Launch	15,00	9,00	5,00	-4,00		5,74	3,32
4	Product Launch	15,00	9,00	5,00			8,54	4,12
Project NPV (using ECV metrics) = 2,86								

Σύμφωνα με τον Πίνακα 3-5, τα δύο πρώτα χρόνια η επιχείρηση παρουσιάζει μόνο το κόστος ανάπτυξης, ενώ το 3^ο έτος έχει εισροές που προκύπτουν από τις εκτιμήσεις για ζήτηση και εκροές από το κόστος κυκλοφορίας. Το 4^ο έτος υπάρχουν μόνο εισροές, ενώ γενικότερα παρατηρείται ότι το αποτέλεσμα των εργασιών είναι θετικό από το 3^ο έτος κι έπειτα. Τέλος, προεξοφλώντας ανά έτος προκύπτει ότι $NPV_{project} > 0$, δηλαδή συμφέρει την επιχείρηση να προχωρήσει στην κυκλοφορία του προϊόντος, δεδομένου ότι θα τηρήσει το χρονοδιάγραμμά της. Σε διαφορετική περίπτωση θα παρουσιάσει μόνο το κόστος ανάπτυξης.

3.3.2 Αντιστάθμιση του κόστους με το χρόνο

Ένα έργο μπορεί να θεωρηθεί ότι είναι προγραμματισμένο όταν έχουν καθοριστεί το χρονοδιάγραμμα και το κόστος του, σύμφωνα πάντα με τις προδιαγραφές του τελικού προϊόντος. Υπάρχουν όμως περιπτώσεις όπου οι άμεσα ενδιαφερόμενοι επιθυμούν να εξετάσουν κατά πόσο υπάρχουν περιθώρια βελτίωσης του προγράμματος, όπως π.χ. όταν ο συνολικός χρόνος του έργου, όπως έχει υπολογιστεί από τη ΔΕ, υπερβαίνει τον αναμενόμενο χρόνο-στόχο που έχει θέσει ο πελάτης ή όταν ο πελάτης στην πορεία του έργου είναι διατεθειμένος να καταβάλλει ένα επιπλέον ποσό ώστε το προϊόν να κυκλοφορήσει νωρίτερα στην αγορά. Η συνήθης τεχνική που χρησιμοποιείται για την αναθεώρηση του έργου και τον εντοπισμό της μέγιστης βελτίωσης είναι η αντιστάθμιση του κόστους με το χρόνο (TCT - Time-Cost Tradeoff), μία τεχνική που επιτυγχάνεται μέσω της συμπίεσης (crashing) των χρόνων ολοκλήρωσης των επιμέρους δραστηριοτήτων ενός έργου και της χρήσης επιπλέον πόρων για την επίσπευσή του. Καθώς οι πόροι σχετίζονται με το άμεσο κόστος, ο γενικότερος κανόνας είναι ο εξής: Αύξηση των πόρων επιφέρει αύξηση του άμεσου κόστους, μείωση του χρόνου και μείωση του έμμεσου κόστους (αφού μειώνεται ο χρόνος του έργου).

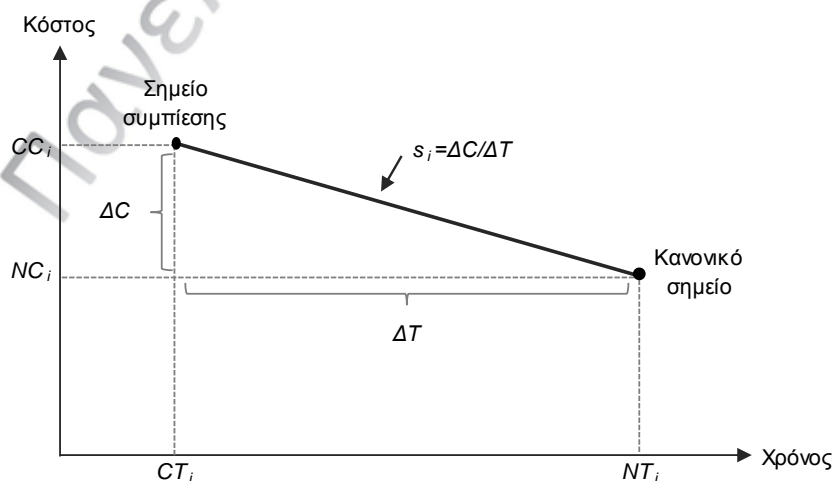
Διαδικασία εφαρμογής της TCT

Προκειμένου να εφαρμοστεί η TCT πρέπει πρώτα να έχουν οριστεί οι σχέσεις προτεραιότητας μεταξύ των δραστηριοτήτων και οι χρόνοι εκτέλεσής τους, ενώ θα πρέπει να έχουν εντοπιστεί τα κρίσιμα μονοπάτια (εάν είναι πάνω από ένα), καθώς και οι κρίσιμες δραστηριότητες μέσω της χρήσης ενός δικτύου έργου. Επίσης, για κάθε δραστηριότητα θα πρέπει να έχει υπολογισθεί το άμεσο κόστος. Γνωρίζοντας το συνολικό κανονικό χρόνο του έργου και το συνολικό κανονικό κόστος, η ΔΕ εντοπίζει τους ελάχιστους χρόνους στους οποίους μπορεί να συμπίεστεί κάθε δραστηριότητα και το κόστος που αντιστοιχεί στους

minimum αυτούς χρόνους. Με αυτό τον τρόπο γνωρίζει τον ελάχιστο συνολικό συμπιεσμένο χρόνο και το συνολικό κόστος ως αποτέλεσμα της συμπίεσης. Καθώς η TCT μπορεί να υπόκειται σε διάφορους περιορισμούς, όπως είναι η καταβολή ενός ρητά ορισμένου επιπλέον ποσού από τα ενδιαφερόμενα μέρη, ο στόχος της τεχνικής αυτής είναι να εντοπίσει το ελάχιστο άμεσο συνολικό κόστος με τη μέγιστη δυνατή συμπίεση χρόνου.

Τα βήματα που ακολουθούνται κατά την εφαρμογή της TCT διέπονται από τη γραμμική σχέση μεταξύ χρόνου και κόστους. Συγκεκριμένα, η Σχέση 3-6 δίνει το οριακό κόστος ανά μονάδα χρόνου συμπίεσης s_i ή, διαφορετικά, την κλίση της ευθείας που περνάει από τα κανονικά και τα συμπιεσμένα σημεία κάθε δραστηριότητας i , όπως φαίνεται στο σύστημα ορθογωνίων αξόνων του Διαγράμματος 3-6. Η τιμή s_i μετριέται σε χρηματικές μονάδες και δείχνει ουσιαστικά το πρόσθετο κόστος που επιφέρει η μείωση του χρόνου μίας δραστηριότητας κατά μία μονάδα (γι' αυτό λαμβάνεται υπόψη η απόλυτη τιμή του αποτελέσματος της Σχέσης 3-6). Ως κλίση ευθείας μεταξύ των δύο σημείων παίρνει αρνητικές τιμές λόγω της αντίστροφης σχέσης μεταξύ χρόνου και κόστους. Να επισημανθεί επίσης ότι στα πλαίσια των εκτιμήσεων του κόστους, ως αποτέλεσμα της συμπίεσης, μπορεί να είναι εξαρχής γνωστό το οριακό κόστος και κατόπιν να υπολογίζεται το κόστος συμπίεσης. Τέλος, οι τιμές NC_i , CC_i , NT_i και CT_i αναφέρονται στο κανονικό κόστος, στο συμπιεσμένο κόστος, στον κανονικό χρόνο και στο συμπιεσμένο χρόνο, αντίστοιχα.

$$s_i = \frac{NC_i - CC_i}{NT_i - CT_i} \quad (3-6)$$



Διάγραμμα 3-6
Αντίστροφη γραμμική σχέση ($s \leq 0$) χρόνου και άμεσου κόστους μίας δραστηριότητας

Ενώ όλες οι διαδικασίες μπορεί να έχουν χρονικά περιθώρια συμπίεσης, εκείνες που επιλέγονται να συμπιεστούν είναι αυτές που βρίσκονται στο κρίσιμο μονοπάτι. Επίσπευση των μη κρίσιμων δραστηριοτήτων έχει ως αποτέλεσμα την αύξηση του άμεσου κόστους, την αύξηση των χαλαρών τους χρόνων και καμία επίδραση στο συνολικό χρόνο του έργου. Έτσι, σε κάθε επανάληψη, η διαδικασία επιλογής των κρίσιμων δραστηριοτήτων προς συμπίεση, μέχρις ότου επιτευχθεί η βέλτιστη λύση, συνοψίζεται στα εξής:

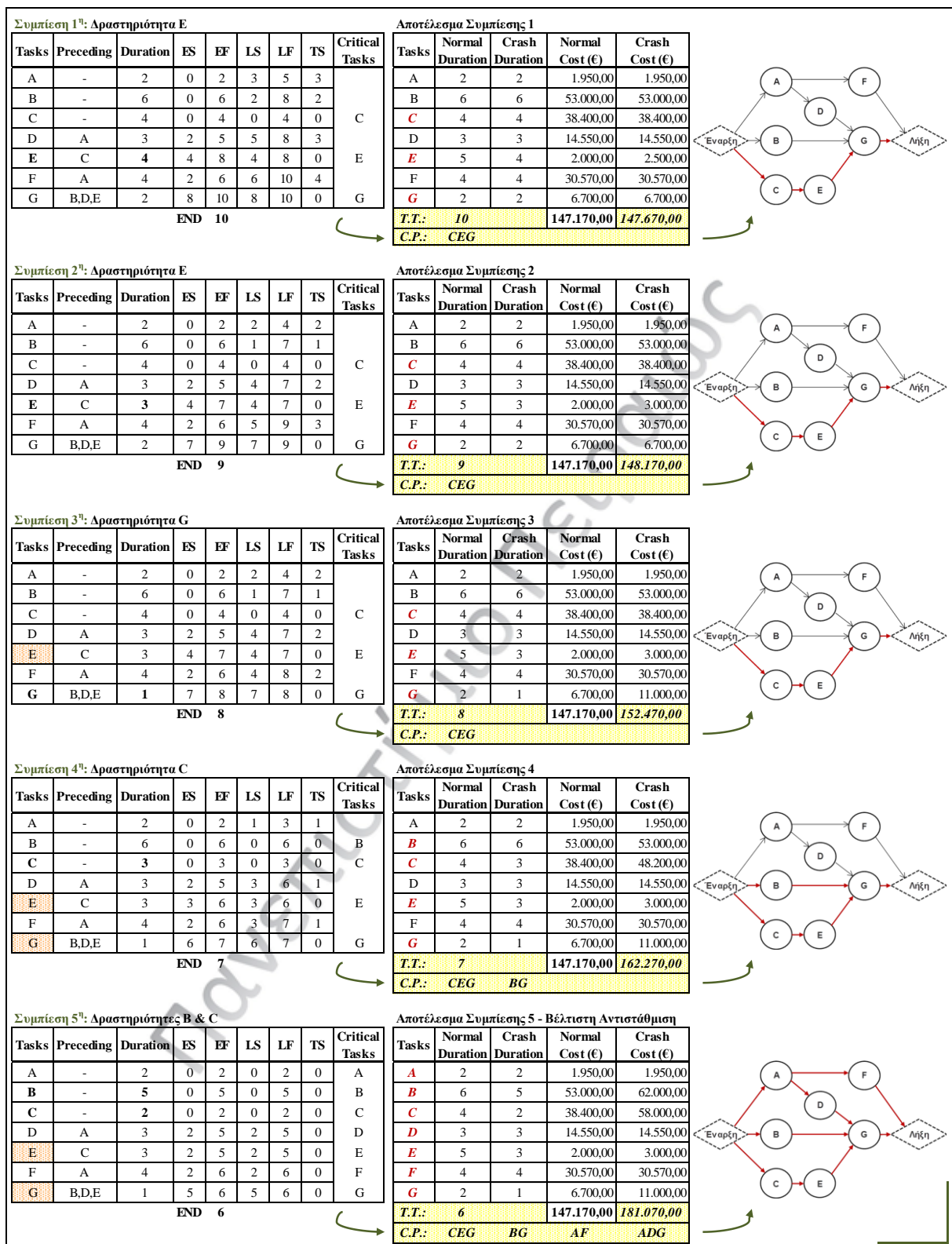
- Εάν το κρίσιμο μονοπάτι είναι ένα, επιλέγεται να συμπιεστεί κατά μία χρονική μονάδα (και ανάλογα με τα περιθώρια συμπίεσης) η κρίσιμη δραστηριότητα με το μικρότερο οριακό κόστος.
- Εάν τα κρίσιμα μονοπάτια είναι περισσότερα από ένα επιλέγεται να συμπιεστεί κατά μία χρονική μονάδα η κοινή δραστηριότητα όλων των κρίσιμων μονοπατιών με το μικρότερο οριακό κόστος (έτσι ώστε να μειωθεί ο χρόνος σε όλα). Εάν δεν υπάρχει κοινή δραστηριότητα, συμπιέζονται οι κρίσιμες δραστηριότητες με το ελάχιστο οριακό κόστος από κάθε μονοπάτι. Εάν πάλι εμφανίζονται και οι δύο αναφερθείσες περιπτώσεις, επιλέγεται εκείνη που δίνει το μικρότερο οριακό κόστος.

Χαρακτηριστικό είναι το παράδειγμα του Πίνακα 3-1 απ' όπου έστω ότι προκύπτει το άμεσο κόστος ανά δραστηριότητα, ενώ σε συνδυασμό με τις εκτιμήσεις συμπίεσης προκύπτει ο βασικός πίνακας έναρξης της TCT (ο χρόνος μετριέται σε εβδομάδες):

Πίνακας 3-6
Πίνακας μέγιστων δυνατοτήτων συμπίεσης

Tasks	Preceding	Normal Duration	Min Feasible Crash Duration	Normal Cost (€)	Crash Cost (€)	Crash Margin	Marginal Cost / Time unit (€)
A	-	2	1	1.950,00	3.000,00	1	1.050,00
B	-	6	4	53.000,00	71.000,00	2	9.000,00
C	-	4	2	38.400,00	58.000,00	2	9.800,00
D	A	3	2	14.550,00	20.500,00	1	5.950,00
E	C	5	3	2.000,00	3.000,00	2	500,00
F	A	4	2	30.570,00	46.000,00	2	7.715,00
G	B,D,E	2	1	6.700,00	11.000,00	1	4.300,00
				147.170,00	212.500,00		

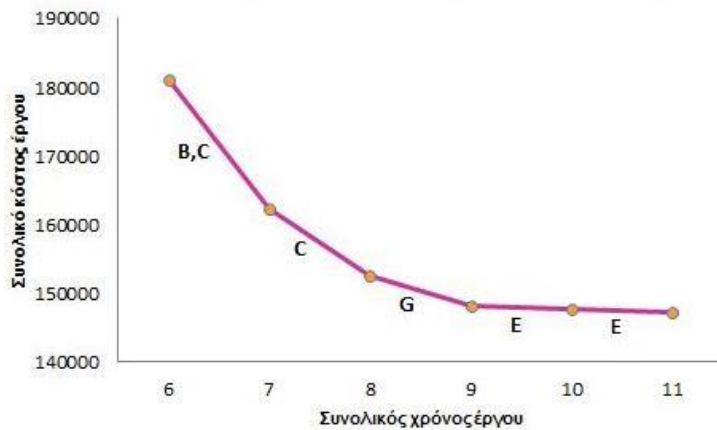
Ο Πίνακας 3-6 περιέχει μεταξύ άλλων το περιθώριο συμπίεσης χρόνου t_i για κάθε δραστηριότητα καθώς και το οριακό κόστος, ενώ έχουν επισημανθεί οι δραστηριότητες C, E και G οι οποίες απαρτίζουν το κρίσιμο μονοπάτι. Με βάση τα παραπάνω δεδομένα, η διαδικασία TCT εύρεσης της βέλτιστης λύσης περιγράφεται αναλυτικά στο Διάγραμμα 3-6.



Διάγραμμα 3-7
Αναλυτική διαδικασία εύρεσης της βέλτιστης λύσης TCT

Στο Διάγραμμα 3-7, η διαδικασία TCT εκτελείται με βάση τους νωρίτερους χρόνους έναρξης και λήξης. Έτσι, με κίνηση από αριστερά προς δεξιά, συμπίεζεται για πρώτη φορά και κατά μία εβδομάδα η δραστηριότητα E, η οποία βρίσκεται στο κρίσιμο μονοπάτι και έχει το μικρότερο οριακό κόστος από τις C και G. Το αποτέλεσμα που προκύπτει είναι συνολική διάρκεια έργου ίση με 10 εβδομάδες, κόστος συμπίεσης €147.670,00 και κρίσιμο μονοπάτι ίδιο με το αρχικό. Είναι φανερό ότι το έργο μπορεί να συμπιεστεί κι άλλο, καθώς η E εξακολουθεί να είναι η μοναδική κρίσιμη δραστηριότητα με το μικρότερο οριακό κόστος και έχει περιθώριο ακόμη μία εβδομάδα, σύμφωνα με τον Πίνακα 3-6. Έτσι, μετά τη 2^η συμπίεση το έργο έχει συνολική διάρκεια 9 εβδομάδες και κόστος €148.170,00, ενώ το κρίσιμο μονοπάτι παραμένει αμετάβλητο. Παρόλο που η δραστηριότητα E δεν έχει άλλα περιθώρια συμπίεσης, επιλέγεται η κρίσιμη δραστηριότητα με το αμέσως μεγαλύτερο οριακό κόστος από αυτό της E, δηλαδή η G. Με μοναδικό περιθώριο μίας εβδομάδας για τη G, μετά την 3^η συμπίεση ο συνολικός χρόνος του έργου έχει μειωθεί και αυτός κατά μία εβδομάδα, ενώ το αντίστοιχο κόστος αυξήθηκε στις €152.470,00. Το κρίσιμο μονοπάτι είναι και πάλι το $C \rightarrow E \rightarrow G$. Ο χρόνος του έργου μπορεί να μειωθεί κι άλλο, αφού εξακολουθεί να υπάρχει κρίσιμη δραστηριότητα με περιθώρια συμπίεσης. Έτσι, κατά την 4^η συμπίεση επιλέγεται η μείωση κατά μία εβδομάδα της κρίσιμης δραστηριότητας C, με αποτέλεσμα ο χρόνος του έργου να φτάσει τις 7 εβδομάδες και το κόστος τις €162.270,00. Επίσης, έχουν δημιουργηθεί δύο κρίσιμα μονοπάτια, τα $B \rightarrow G$ και $C \rightarrow E \rightarrow G$. Καθώς δεν υπάρχει κοινή δραστηριότητα προς συμπίεση (η G έχει εξαντλήσει τα περιθώριά της) επιλέγονται οι B και C. Το αποτέλεσμα της 5^{ης} συμπίεσης δίνει τη βέλτιστη λύση, η οποία οδηγεί σε συνολικό χρόνο έργου ίσο με 6 εβδομάδες και συνολικό κόστος ίσο με €181.070,00. Η λύση αυτή θεωρείται βέλτιστη, καθώς δεν δύναται να υπάρξει άλλη συμπίεση. Όλα τα μονοπάτια του δικτύου είναι πλέον κρίσιμα, και καθώς θα πρέπει να συμπιεσθεί τουλάχιστον μία δραστηριότητα από το καθένα, αυτό δεν επιτυγχάνεται αφού οι C, E και G δεν έχουν άλλα περιθώρια συμπίεσης.

Από την παραπάνω διαδικασία προκύπτει ότι ο χρόνος του έργου μπορεί να μειωθεί από τις 11 εβδομάδες στις 6, ενώ το κόστος συμπίεσης από €47.170,00 φτάνει τις €181.070,00. Η λύση αυτή θεωρείται βέλτιστη διότι το συνολικό κόστος συμπίεσης είναι το ελάχιστο που μπορεί να επιτευχθεί και σαφώς μικρότερο από αυτό που προβλέπει ο Πίνακας 3-6, δεδομένου ότι όλες οι δραστηριότητες συμπίεζονται. Τα αποτελέσματα του συγκεκριμένου παραδείγματος παρουσιάζονται στο σύστημα ορθογωνίων αξόνων του Διαγράμματος 3-8, όπου φαίνονται οι δραστηριότητες που συμπίεζονται σε κάθε βήμα.



Διάγραμμα 3-8
Περιθώρια συμπίεσης έργου (δεδομένα Πίνακα 3-6)

Να επισημανθεί ότι η TCT βρήκε ως βέλτιστη λύση εκείνη που εξάντλησε όλες δυνατότητες που δίνει ο Πίνακας 3-6. Αν ο στόχος ήταν το έργο να μειωθεί στις 9 εβδομάδες, τότε η βέλτιστη λύση θα είχε επιτευχθεί μετά τη 2^η συμπίεση. Αν πάλι ήταν εξαρχής γνωστό ότι μπορεί να διατεθεί ένα συγκεκριμένο ποσό προς αντιστάθμιση, έστω €5.500,00, τότε η διαδικασία θα σταματούσε μετά τη 3^η συμπίεση, καθώς θα μπορούσε να καλυφθεί το ποσό των €152.470,00. Από εκεί κι έπειτα οποιαδήποτε μείωση χρόνου έχει πρόσθετο κόστος μεγαλύτερο των €200,00 που απομένουν από το επιπλέον κεφάλαιο.

Το μοντέλο του γραμμικού προγραμματισμού

Ένας συνήθης τρόπος επίλυσης του προβλήματος της TCT είναι η μέθοδος του γραμμικού προγραμματισμού (LP - Linear Programming). Το μοντέλο που αναπτύσσεται με τη βοήθεια του LP εξαντλεί όλους τους συνδυασμούς συμπίεσης έως ότου βρεθεί η βέλτιστη λύση, όταν ο επιθυμητός συνολικός χρόνος ολοκλήρωσης του έργου είναι T_{max} . Συγκεκριμένα, η Σχέση 3-6 τροποποιείται ελαφρώς και παίρνει τη μορφή της Σχέσης 3-7

$$s_i = \frac{NC_i - C_i}{NT_i - t_i}, \quad (3-7)$$

όπου (t_i, C_i) , $CT_i \leq t_i \leq NT_i$, ένας συνδυασμός χρόνου και άμεσου κόστους συμπίεσης μίας δραστηριότητας i . Λύνοντας τη Σχέση 3-7 ως προς το άμεσο κόστος C_i προκύπτει

$$C_i = NC_i + s_i \cdot (t_i - NT_i) = NC_i + s_i t_i - s_i NT_i, \quad (3-8)$$

δηλαδή το άμεσο κόστος μίας δραστηριότητας i εξαρτάται μόνο από το γινόμενο $s_i t_i$, το οποίο περιέχει τη μεταβλητή απόφασης t_i , και όχι από τις τιμές NC_i και NT_i , οι οποίες είναι γνωστές σταθερές. Έτσι, καθώς ο σκοπός της TCT είναι να βρεθεί η βέλτιστη λύση συμπίεσης που προσφέρει το ελάχιστο δυνατό άμεσο κόστος στο σύνολο του έργου, επιδιώκεται ουσιαστικά να ελαχιστοποιηθεί η ποσότητα $\sum_i s_i t_i$. Τότε, το πρόβλημα TCT υπό μορφή LP έχει ως εξής:

Αντικειμενική συνάρτηση

$$\min \sum_i C_i = \sum_i s_i t_i + \sum_i (NC_i - s_i NT_i) \quad (3-9)$$

με περιορισμούς $\forall i, j$

$$CT_i \leq t_i \leq NT_i, \quad (3-9\alpha)$$

$$\begin{cases} \circ ES_j \geq ES_i + t_i + FS_{i,j} \\ \circ ES_j \geq ES_i + SS_{i,j} \\ \circ ES_j \geq ES_i + t_i - t_j + FF_{i,j} \\ \circ ES_j \geq ES_i - t_j + SF_{i,j} \end{cases}, \quad (3-9\beta)$$

$$ES_{START} = 0 \quad (3-9\gamma)$$

$$ES_{END} \leq T_{\max} \quad (3-9\delta)$$

$$ES_i, t_i \geq 0, \quad (3-9\epsilon)$$

Οι ανωτέρω σχέσεις υποδεικνύουν ότι κατά την ανάπτυξη του τελικού μοντέλου LP ισχύουν τα εξής: α) οι μεταβλητές απόφασης είναι δύο, δηλαδή ο χρόνος t_i και ο νωρίτερος χρόνος έναρξης ES_i , τόσο για την εκάστοτε δραστηριότητα i όσο και για κάθε άμεσα επόμενη της j , και β) υπάρχει ένα ανώτατο όριο συνολικού χρόνου T_{\max} που δεν πρέπει να ξεπεραστεί κατά τη διαδικασία της συμπίεσης. Επίσης, να σημειωθεί ότι η Σχέση 3-9β προσαρμόζεται ανάλογα με τις σχέσεις προτεραιότητας μεταξύ των δραστηριοτήτων, όπως έχουν αναπτυχθεί στο Κεφάλαιο 1. Τέλος, θα μπορούσε η αντικειμενική συνάρτηση να αφορά την ελαχιστοποίηση του χρόνου ολοκλήρωσης του έργου, δηλαδή $\min ES_{END}$, ενώ ο αντίστοιχος περιορισμός που αντιστοιχεί στη Σχέση 3-9δ να αντικατασταθεί από τον περιορισμό του κόστους $\sum_i s_i t_i + \sum_i (NC_i - s_i NT_i) \leq C_{\max}$, όπου C_{\max} ένα ανώτατο οικονομικό όριο το οποίο έχει θέσει η ΔΕ (ή οι άμεσα ενδιαφερόμενοι) στα πλαίσια της συμπίεσης του έργου.

Μεταβλητότητα χρηματοδότησης

Όλες σχεδόν οι μέθοδοι που χρησιμοποιούνται για την εύρεση της βέλτιστης λύσης του προβλήματος TCT δεν λαμβάνουν υπόψη το γεγονός ότι ο προϋπολογισμός ενός έργου, όσο αποτελεσματικά κι αν έχει εκτιμηθεί, δεν παύει να χαρακτηρίζεται από την αβεβαιότητα χρηματοδότησης του έργου. Η αβεβαιότητα αυτή μπορεί να προέρχεται από διάφορες πηγές, όπως δάνεια, κρατικά επιδόματα, μετοχικό κεφάλαιο κ.ά, τα οποία σχετίζονται με μία ποικιλία κινδύνων. Έτσι το ποσό που τίθεται ως ανώτατο όριο στα πλαίσια της συμπίεσης ενός έργου αντιμετωπίζει και αυτό μεταβλητότητα και θα πρέπει να αντιμετωπιστεί ως τυχαία μεταβλητή, έστω C .

Κάτω από αυτού του είδους τη στοχαστικότητα, ο Yang (2005) προτείνει ένα μοντέλο γραμμικού προγραμματισμού το οποίο είναι συγκρίσιμο με ντετερμινιστικό. Συγκεκριμένα, η κατασκευή του μοντέλου επίλυσης έχει τις ρίζες του στο στοχαστικό προγραμματισμό (SP - Stochastic Programming), όπου με τη βοήθεια των τυχηματικών περιορισμών (Chance Constraints) μετατρέπεται σε ένα γραμμικό μοντέλο (www.ntua.gr), όμοιο με αυτό που περιγράφηκε προηγούμενα. Η διαφοροποίηση υφίσταται στο γεγονός ότι αναζητείται το ολικό βέλτιστο για το οποίο ελαχιστοποιείται ο τελικός χρόνος του έργου ES_{END} με τον πρόσθετο περιορισμό

$$\sum_i s_i t_i + \sum_i (NC_i - s_i NT_i) \leq C, \quad (3-10)$$

“ανταλλάσσοντας” ουσιαστικά θέσεις στις Σχέσεις 3-9 και 3-9δ. Όπως αναφέρθηκε, το δεξί μέλος της ανωτέρω σχέσης είναι μία τυχαία μεταβλητή η οποία περιορίζει το άμεσο κόστος. Δεδομένου ότι η C ακολουθεί μία γνωστή κατανομή, για επίπεδο πιθανότητας p το μοντέλο μετατρέπεται σε στοχαστικό καθώς ο περιορισμός γίνεται:

$$P \left[\sum_i s_i t_i + \sum_i (NC_i - s_i NT_i) \leq C \right] \geq p, \quad (3-11)$$

δηλαδή η πιθανότητα να ικανοποιείται ο περιορισμός του κόστους πρέπει να είναι μεγαλύτερη ή ίση της p . Έτσι, κάνοντας χρήση των τυχηματικών περιορισμών το μοντέλο από στοχαστικό μετατρέπεται σε γραμμικό ως εξής:

Αντικειμενική συνάρτηση

$$\min ES_{END} \quad (3-12)$$

με περιορισμούς $\forall i,j$

$$CT_i \leq t_i \leq NT_i, \quad (3-12\alpha)$$

$$\begin{cases} \circ ES_j \geq ES_i + t_i + FS_{i,j} \\ \circ ES_j \geq ES_i + SS_{i,j} \\ \circ ES_j \geq ES_i + t_i - t_j + FF_{i,j} \\ \circ ES_j \geq ES_i - t_j + SF_{i,j} \end{cases}, \quad (3-12\beta)$$

$$ES_{START} = 0 \quad (3-12\gamma)$$

$$\sum_i s_i t_i + \sum_i (NC_i - s_i NT_i) \leq F_C^{-1}(1-p), \quad (3-12\delta)$$

$$ES_i, t_i \geq 0, \quad (3-12\epsilon)$$

όπου $F_C^{-1}(1-p)$ η τιμή της αντίστροφης σ.κ. της C για πιθανότητα ίση με $1-p$. Η σ.κ. της C μπορεί να είναι η βήτα, η τριγωνική κ.ά., και εξαρτάται από την άποψη του ειδικού, ο οποίος έχει εμπειρία στην εκτίμηση των δεδομένων χρηματοδότησης.

Στοχαστικότητα του χρόνου των δραστηριοτήτων

Η διαδικασία που περιγράφηκε παραπάνω για την TCT αφορά δίκτυα για τα οποία οι χρόνοι των δραστηριοτήτων ενός έργου είναι προσδιοριστικοί. Όταν οι χρόνοι είναι στοχαστικοί η διαδικασία τροποποιείται και εφαρμόζεται λαμβάνοντας υπ' όψιν τρεις εναλλακτικούς κανόνες (Haga and O'Keefe, 2001; Klastorin, 2004; Badiru and Kovach, 2012) σχετικά με τον τρόπο επιλογής των δραστηριοτήτων προς συμπίεση:

Κανόνας 1 Επιλέγεται η κρίσιμη δραστηριότητα με το μικρότερο οριακό κόστος, ενώ για τους υπολογισμούς χρησιμοποιείται η αναμενόμενη της τιμή. Είναι μία προσέγγιση πολύ κοντά στην ντετερμινιστική, ενώ η Σχέση 3-6 γίνεται

$$s_i = \left| \frac{NC_i - CC_i}{E[NT_i] - E[CT_i]} \right| \quad (3-13)$$

Κανόνας 2 Επιλέγεται η δραστηριότητα με το μεγαλύτερο δείκτη κρισιμότητας CI_i . Σε περίπτωση ύπαρξης ίσων ποσοστών επιλέγεται η δραστηριότητα που κοστίζει λιγότερο.

Κανόνας 3 Επιλέγεται η δραστηριότητα με το μικρότερο οριακό κόστος, ενώ στους

υπολογισμούς χρησιμοποιείται και ο δείκτης κρισιμότητας, όπως φαίνεται στη Σχέση 3-8.

$$s_i = \left| \frac{NC_i - CC_i}{CI_i \{E[NT_i] - E[CT_i]\}} \right| \quad (3-14)$$

Ο κανόνας 3 εφαρμόζεται επιλέγοντας πρώτα την κρίσιμη δραστηριότητα που έχει το μικρότερο κόστος ανά μονάδα χρόνου και μετά εφαρμόζεται η παραπάνω σχέση. Ο παρονομαστής δηλώνει τις αναμενόμενες μονάδες χρόνου κατά τις οποίες μπορεί να μειωθεί ο συνολικός χρόνος του έργου.

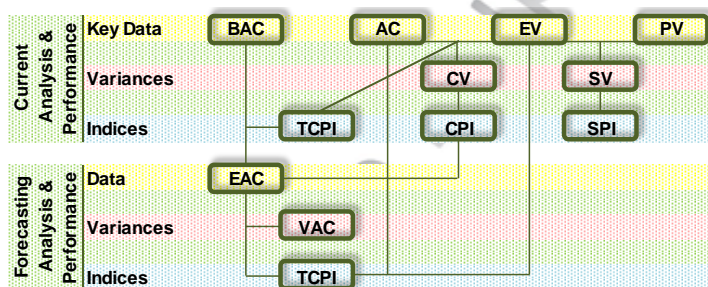
Θα πρέπει να επισημανθεί ότι τόσο στον Κανόνα 2 όσο και στον Κανόνα 3 ο δείκτης κρισιμότητας επαναπροσδιορίζεται μετά από κάθε συμπίεση του χρόνου. Επίσης, γίνεται φανερό ότι, στα πλαίσια της τεχνικής PERT, το πρόβλημα της TCT αποκτά και αυτό προσδιοριστικό χαρακτήρα αφού στα πλαίσια της συμπίεσης λαμβάνονται υπ' όψιν μόνο οι μέσες τιμές των χρόνων των δραστηριοτήτων παραβλέποντας τη διακύμανσή τους (και κατ' επέκταση τη διακύμανση ολόκληρου του έργου).

3.4 ΕΛΕΓΧΟΣ ΤΟΥ ΚΟΣΤΟΥΣ

Το γνωστικό πεδίο της διαχείρισης του κόστους ενός έργου ολοκληρώνεται με την παρακολούθηση και τον έλεγχό του. Συγκεκριμένα, ο μάνατζερ καλείται να παρακολουθεί το έργο από την έναρξη μέχρι και την ολοκλήρωσή του και να ελέγχει κατά πόσο εκτελείται σύμφωνα με τον αρχικό σχεδιασμό. Έτσι, ανά τακτά χρονικά διαστήματα αναλύονται τα δεδομένα του έργου για να διαπιστωθεί η επίδοσή του, να εντοπιστούν τυχόν αποκλίσεις από τον προϋπολογισμό, να αναληφθούν διορθωτικές ενέργειες και να προβλεφθεί η περαιτέρω πορεία του συγκριτικά με το εκάστοτε σημείο ελέγχου (*Control Account*), ώστε να προληφθούν ανεπιθύμητες καταστάσεις. Η βασική μέθοδος που χρησιμοποιείται για την αξιολόγηση του έργου σε κάθε σημείο αναφοράς είναι η μέθοδος της Δεδουλευμένης Αξίας (EVM - Earned Value Management). Η EVM συνδυάζει τα στοιχεία του κόστους, του χρόνου και των προδιαγραφών μεταφρασμένα σε χρηματικές μονάδες. Με αυτό τον τρόπο μπορούν να συγκριθούν κάτω από την ίδια βάση τα κύρια μέτρα που τη συνιστούν, ενώ οι τιμές BAC, PV, EV και AC αποτελούν τις παραμέτρους-κλειδιά για τον υπολογισμό τους.

Η τιμή BAC (Budget At Completion) αναφέρεται στο συνολικό προϋπολογισμό του έργου

όπως έχει εκτιμηθεί στα σημεία ελέγχου *Control Accounts*, ενώ η PV (Planned Value) είναι το σύνολο των εργασιών που έχουν ανατεθεί στη μονάδα χρόνου (ημέρα, εβδομάδα κλπ.) μεταφρασμένες σε χρηματικές μονάδες. Η EV (Earned Value) αφορά τις εργασίες (ή εργατοώρες) που έχουν ολοκληρωθεί στην ίδια μονάδα χρόνου ανεξάρτητα από το αν ανήκουν στην περίοδο αναφοράς. Τέλος, η AC (Actual Cost) αποτελεί το ποσό που ξοδεύτηκε για εργασίες στη μονάδα χρόνου, είτε ανήκουν στην περίοδο εργασιών είτε όχι. Τα μέτρα της EVM που στηρίζονται σε αυτές τις παραμέτρους παρουσιάζονται στο Διάγραμμα 3-9, όπου φαίνεται η μεταξύ τους σύνδεση, ενώ στον Πίνακα 3-7 δίνονται οι υπολογιστικές σχέσεις και οι απαντήσεις που προσφέρουν στις ερωτήσεις της ΔΕ σχετικά με το που βρίσκεται τώρα το έργο και πως προβλέπεται να ολοκληρωθεί. (Vanhoucke, 2009; Kerzner, 2011; www.pmistudycircle.com; www.pmipr.org).



Διάγραμμα 3-9
Μέτρα ανάλυσης της EVM για τον έλεγχο ενός έργου

Πίνακας 3-7
Ερμηνεία των βασικών δεικτών επίδοσης της EVM

Το μέτρο της EVM...	δίνει πληροφορίες σχετικά με το...
Schedule Variance SV=EV-PV	αν το έργο βρίσκεται εντός ή εκτός προγράμματος
Schedule Performance Index SPI=EV/PV	πόσο αποτελεσματικά χρησιμοποιείται ο χρόνος του έργου
Cost Variance CV=EV-AC	αν το έργο βρίσκεται εντός ή εκτός προϋπολογισμού
Cost Performance Index CPI=EV/AC	πόσο αποτελεσματικά χρησιμοποιούνται οι πόροι του έργου
To-Complete Performance Index - <i>u.b.</i> TCPI=(BAC-EV)/(BAC-AC)	πόσο αποτελεσματικά πρέπει να χρησιμοποιηθούν οι περισσευούμενοι πόροι του έργου (<i>under budget</i>)
Estimate At Completion EAC=BAC/CPI	πόσο προβλέπεται να κοστίσει τελικά το έργο
Variance At Completion VAC=BAC-EAC	αν το έργο προβλέπεται να ολοκληρωθεί εντός ή εκτός προϋπολογισμού
To-Complete Performance Index - <i>o.b.</i> TCPI=(BAC-EV)/(EAC-AC)	πόσο αποτελεσματικά πρέπει να χρησιμοποιηθούν οι περισσευούμενοι πόροι του έργου (<i>over budget</i>)

Συσσωρεύοντας την πληροφορία του κόστους μέχρι το σημείο που εκτελείται ο έλεγχος, οι δείκτες επίδοσης SPI και CPI δίνουν σημαντικές πληροφορίες σχετικά με την αποτελεσματι-

κόττητα του έργου, ανάλογα με την τιμή που λαμβάνουν οι δείκτες αυτοί συγκριτικά με τον αριθμό 1. Έτσι, $SPI > 1$ σημαίνει ότι το έργο είναι εντός προγράμματος, $CPI = 1$ σημαίνει ότι το έργο εκτελείται σύμφωνα με τον προϋπολογισμό κ.ο.κ., ενώ οι ενδείξεις που προσφέρουν οι εκάστοτε συνδυασμοί των τιμών και των δύο δεικτών παρέχονται στον Πίνακα 3-8.

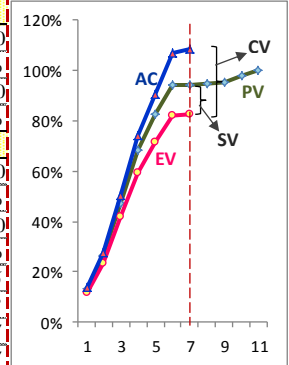
Πίνακας 3-8
Αποδοτικότητα έργου με βάση τους δείκτες SPI και CPI

Performance Measures		Schedule		
		SPI > 1 (or SV > 0)	SPI = 1 (or SV = 0)	SPI < 1 (or SV < 0)
Cost	CPI > 1 (or CV > 0)	Ahead of Schedule Under Budget Suspect	On Schedule Under Budget Good	Behind Schedule Under Budget OK
	CPI = 1 (or CV > 0)	Ahead of Schedule On Budget Good	On Schedule On Budget Excellent	Behind Schedule On Budget Poor
	CPI < 1 (or CV > 0)	Ahead of Schedule Over Budget OK	On Schedule Over Budget Poor	Behind Schedule Over Budget Worst case

Ενδεικτικά, χρησιμοποιώντας τα δεδομένα από τον Πίνακα 3-1, επιχειρείται να γίνει μια εκτίμηση της πορείας του έργου στο τέλος της 7^{ης} εβδομάδας μέσω των μέτρων της EVM. Έτσι, στον Πίνακα 3-9 φαίνονται αναλυτικά το κόστος ανά εβδομάδα, το κόστος των υλικών (όπου απαιτούνται), ενώ έχει συμπληρωθεί και το εβδομαδιαίο έμμεσο κόστος των €200,00.

Πίνακας 3-9
Ενδεικτικοί υπολογισμοί των βασικών μέτρων και δεικτών της EVM

Tasks	C B A	C B A	D C B	D C B	E D B	F E B	E	E	E	F	G
Week	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Planned Labor Cost (€)	19.200	19.200	30.800	30.800	21.600	16.800	400	400	400	3.200	3.200
Planned Purchase (€)	550	0	320	0	0	0	0	0	0	300	0
Indirect Cost (€)	200	200	200	200	200	200	200	200	200	200	200
Total Week-End Cost (€)	19.950	19.400	31.320	31.000	21.800	17.000	600	600	600	3.700	3.400
Work Completed (€)	17.500	17.500	27.500	26.000	18.000	16.000	600				
Expenditures (€)	21.000	20.000	34.500	35.000	24.500	25.000	2.400				
Planned Value (Cumulative)											BAC
PV (€)	19.950	39.350	70.670	101.670	123.470	140.470	141.070	141.670	142.270	145.970	149.370
PV %	13%	26%	47%	68%	83%	94%	94%	95%	95%	98%	100%
Earned Value & Actual Cost (Cumulative)											
EV (€)	17.500	35.000	62.500	88.500	106.500	122.500	123.100				
EV %	12%	23%	42%	59%	71%	82%	82%				
AC (€)	21.000	41.000	75.500	110.500	135.000	160.000	162.400				
AC %	14%	27%	51%	74%	90%	107%	109%				
Performance Metrics (Cumulative)											
CV (€)	-3.500	-6.000	-13.000	-22.000	-28.500	-37.500	-39.300				
CV %	-20%	-17%	-21%	-25%	-27%	-31%	-32%				
SV (€)	-2.450	-4.350	-8.170	-13.170	-16.970	-17.970	-17.970				
SV %	-12%	-11%	-12%	-13%	-14%	-13%	-13%				
CPI	0,83	0,85	0,83	0,80	0,79	0,77	0,76				
SPI	-0,12	-0,11	-0,12	-0,13	-0,14	-0,13	-0,13				
EAC (€)	179.244	174.976	180.439	186.502	189.342	195.096	197.057				
VAC (€)	-29.874	-25.606	-31.069	-37.132	-39.972	-45.726	-47.687				



Οι τιμές Total Week-End Cost αποτελούν ουσιαστικά την εβδομαδιαία PV, οι τιμές Work Completed την EV και οι τιμές Expenditures την AC. Με βάση αυτά τα (αθροιστικά) δεδομένα υπολογίζονται τα βασικά μέτρα απόδοσης, ενώ οι αθροιστικές τους καμπύλες απεικονίζονται στο ενσωματωμένο διάγραμμα. Γίνεται αντιληπτό ότι, στο τέλος της 7^{ης} εβδομάδας, το συγκεκριμένο έργο αντιμετωπίζει το χειρότερο σενάριο καθώς βρίσκεται εκτός προγράμματος ($SPI = -0.13 < 1$) και εκτός προϋπολογισμού ($CPI = 0.76 < 1$). Μάλιστα, ως προς το συνολικό αρχικό προϋπολογισμό και τις παρούσες επιδόσεις προβλέπεται ότι το έργο θα υπερχρεωθεί κατά €47.687,00. Υπό μορφή γραφήματος φαίνεται ότι η ροή των πληρωμών για εργασίες (AC) έχει υπερβεί κατά πολύ την προγραμματισμένη ανάθεση εργασιών (PV), ενώ τα δεδουλευμένα βρίσκονται πιο κάτω και από τις δύο καμπύλες. Επίσης, στο ίδιο διάγραμμα έχουν επισημανθεί οι αποστάσεις οι οποίες ισοδυναμούν με τις τιμές των μέτρων SV και CV.

3.5 ΑΝΑΚΕΦΑΛΑΙΩΣΗ

Το κόστος αποτελεί τη μία από τις δύο καθοριστικές παραμέτρους ενός έργου. Στο κεφάλαιο αυτό προσεγγίστηκαν όλα τα στάδια του γνωστικού πεδίου της διαχείρισης του κόστους, από την αρχική επιλογή των πόρων προς χρήση μέχρι τον έλεγχο της οικονομικής προόδου του έργου, δίνοντας ιδιαίτερη έμφαση στον προϋπολογισμό. Πέρα από τις διάφορες τεχνικές που χρησιμοποιούνται για το βασικό οικονομικό προσδιορισμό, αναλύθηκαν μερικά από τα κύρια μέτρα αξιολόγησης ενός έργου ως επενδυτική ευκαιρία, όπως είναι το κλασικό μέτρο NPV ή το μέτρο ECV. Το άμεσο κόστος όμως συνδέεται αντιστρόφως ανάλογα με το χρόνο και μάλιστα γραμμικά σε επίπεδο δραστηριοτήτων. Με βάση αυτή τη σχέση επιδιώκεται στη ΔΕ να εντοπιστεί εκείνος ο βέλτιστος συνδυασμός που προσφέρει τον ελάχιστο δυνατό χρόνο ολοκλήρωσης του έργου με το ελάχιστο δυνατό κόστος. Το πρόβλημα αυτό είναι γνωστό ως βελτιστοποίηση της TCT, το οποίο έχει εφαρμογή τόσο κατά τη διαδικασία του προϋπολογισμού του κόστους όσο και κατά τον έλεγχό του, καθώς δημιουργείται συνεχώς η τάση της αναθεώρησης του προγράμματος ενός έργου. Είτε οι χρόνοι των δραστηριοτήτων είναι προσδιοριστικοί είτε έχουν καθοριστεί μέσα από την ανάλυση PERT (δηλαδή χαρακτηρίζονται από αβεβαιότητα), το πρόβλημα της TCT επιλύεται ως ντετερμινιστικό, κάτι που αποτελεί αδυναμία της Διοικητικής Επιστήμης. Αν και έχουν

γίνει προσπάθειες για την αντιμετώπιση της στοχαστικότητας που μπορεί να διέπει όχι μόνο το χρόνο αλλά και το κόστος των δραστηριοτήτων, δεν υπάρχει κάτι αποτελεσματικό που να καλύπτει μία από τις δύο περιπτώσεις, και κατ' επέκταση το συνδυασμό τους, κατά την επίλυση του προβλήματος TCT. Γι' αυτό στο παρόν κεφάλαιο, με ρητά προσδιορισμένους τους χρόνους των δραστηριοτήτων, το στοχαστικό στοιχείο του κόστους εισέρχεται με τη μορφή του εξωτερικού παράγοντα του κεφαλαίου που προορίζεται για να καλύψει το συνολικό άμεσο κόστος του έργου. Λαμβάνοντας υπ' όψιν αυτόν τον πρόσθετο περιορισμό εντοπίστηκε μοντέλο γραμμικού προγραμματισμού το οποίο είναι συγκρίσιμο με το κλασσικό. Μάλιστα η επίδραση της αβεβαιότητας γύρω από τη χρηματοδότηση στις αποφάσεις τόσο του διαχειριστή έργου όσο και των άμεσα ενδιαφερομένων μελετάται μέσα από την εφαρμογή του επόμενου κεφαλαίου.

Πανεπιστήμιο Πειραιώς

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΜΕΛΕΤΗΣ ΚΑΤΑΣΚΕΥΗΣ ΥΠΟΓΕΙΟΥ ΧΩΡΟΥ ΣΤΑΘΜΕΥΣΗΣ

4.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Το έργο το οποίο θα εξετασθεί στο παρόν κεφάλαιο αφορά την περίπτωση «κατασκευής υπόγειου χώρου στάθμευσης» στο χώρο των εγκαταστάσεων γνωστής ελληνικής τεχνικής εταιρείας. Το έργο αυτό αποτελείται από 22 δραστηριότητες συνδεδεμένες με ποικίλες σχέσεις προτεραιότητας μεταξύ τους, ενώ για κάθε μία από αυτές έχουν ρητά προσδιορισθεί ο χρόνος και το κόστος. Έχοντας εκτιμήσει τις τιμές αυτές με όσο το δυνατόν μεγαλύτερη ακρίβεια, ο διαχειριστής έργου έχει αποκλείσει το ενδεχόμενο καθυστέρησης εξαιτίας απρόβλεπτων καταστάσεων, καθώς και το ενδεχόμενο το κόστος ανά δραστηριότητα να είναι μεγαλύτερο από το προϋπολογισθέν. Γενικότερα, η επιχείρηση θεωρεί ασύμφορο το να θέσει το χρόνο ή/και το κόστος του έργου υπό συνθήκες αβεβαιότητας, δεδομένου ότι οι συνήθεις τεχνικές, όπως η PERT/CPM, καταλήγουν να δίνουν ντετερμινιστικό χαρακτήρα στα δεδομένα παραβλέποντας τη διακύμανση που τα διέπει. Η ύπαρξη δε στοχαστικότητας και στις δύο αυτές παραμέτρους στα πλαίσια της αναθεώρησης ενός έργου αποτελεί μία περιοχή στην οποία δεν έχει δοθεί αποτελεσματική λύση. Έτσι, η έννοια της αβεβαιότητας στη συγκεκριμένη περίπτωση συγκεντρώνεται γύρω από το ποσό που θα χρηματοδοτήσει το εγχείρημα.

Μετά τον αρχικό προγραμματισμό του έργου, σκοπός της επιχείρησης είναι να εντοπιστούν όλοι οι βέλτιστοι συνδυασμοί χρόνου και κόστους για τους οποίους το έργο θα μπορούσε να ολοκληρωθεί νωρίτερα. Τόσο στα πλαίσια του αρχικού σχεδιασμού όσο και στα πλαίσια της αναθεώρησης, ο διαχειριστής έργου δεν γνωρίζει το ακριβές ποσό το οποίο τελικά θα διατεθεί για την ολοκλήρωση του εγχειρήματος. Συνεπώς, το ποσό αυτό αντιμετωπίζεται ως τυχαία μεταβλητή, ενώ μπορεί να προέλθει από διάφορες πηγές (εκτός από πελάτες, δεδομένου ότι το έργο προορίζεται για ίδια χρήση). Η στοχαστικότητα του ποσού χρηματοδότησης μπορεί να επηρεάσει σημαντικά τα αποτελέσματα της αντιστάθμισης του

κόστους με το χρόνο για την επίσπευση του έργου, αφού δύναται να οδηγήσει μέχρι και στην αδυναμία εκτέλεσής του εξαιτίας της οικονομικής ανεπάρκειας. Προς αποφυγή τέτοιων ακραίων καταστάσεων, η επιχείρηση εξετάζει δύο σενάρια σχετικά με την κατανομή μοντελοποίησης του ποσού χρηματοδότησης.

Στο πρώτο σενάριο μελετάται η κλασσική περίπτωση όπου το διαθέσιμο ποσό προέρχεται από την Κανονική κατανομή ως άμεση συνέπεια του Κ.Ο.Θ., καθώς εκτιμάται ότι ο αριθμός των πηγών χρηματοδότησης είναι σχετικά μεγάλος. Η επιχείρηση δεν γνωρίζει με ακρίβεια τη μέση τιμή της κατανομής, αλλά εκτιμά ότι πέντε είναι τα δυνητικά ποσά προς είσπραξη. Έτσι, μελετώνται πέντε εναλλακτικές μέσες τιμές για κάθε μία από τις οποίες εντοπίζονται οι βέλτιστες λύσεις για διάφορα επίπεδα μεταβλητότητας και εμπιστοσύνης.

Στο δεύτερο σενάριο η επιχείρηση κινείται περισσότερο στοχευμένα όσον αφορά τις πηγές χρηματοδότησης. Συγκεκριμένα, ο αριθμός των πηγών είναι μικρός, ενώ η αβεβαιότητα κρύβεται πίσω από το ποσό που μπορεί να παραχωρήσει η κάθε πηγή κεφαλαίου. Η κατανομή του ποσού χρηματοδότησης, καθώς δεν είναι γνωστή εξ αρχής, δημιουργείται εμπειρικά από το τυχαίο δείγμα των πολλαπλών επαναλήψεων της τιμής της αναμενόμενης χρηματοδότησης μέσω της προσομοίωσης Monte Carlo, όπως προκύπτει από τις δύο αυτές πηγές, κάθε μία από τις οποίες έχει γνωστή πιθανότητα πραγματοποίησης. Στο σενάριο αυτό εντοπίζονται οι βέλτιστοι συνδυασμοί χρόνου και κόστους τόσο με βάση τα εμπειρικά δεδομένα όσο και μετά την προσαρμογή γνωστής κατανομής.

4.2 ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ ΤΟΥ ΕΡΓΟΥ

Για τον προγραμματισμό της κατασκευής του υπόγειου χώρου στάθμευσης, ο διαχειριστής έργου έχει σχεδιάσει το διάγραμμα της ΑΙΔ, ενώ με τη βοήθεια των μελών της ομάδας έχουν εκτιμηθεί με όσο το δυνατόν μεγαλύτερη ακρίβεια ο χρόνος και το κόστος κάθε δραστηριότητας και κατ' επέκταση το κόστος του έργου. Το κόστος αφορά το κατ' αποκοπή άμεσο κόστος, το οποίο αποτελεί άθροισμα των εκτιμήσεων του κόστους για εργατικά, προμήθειες και υλικά. Επιπλέον, λαμβάνοντας υπ' όψιν τις σχέσεις προτεραιότητας που συνδέουν τις εν λόγω δραστηριότητες, καθορίζεται και ο συνολικός χρόνος του έργου. Τα αποτελέσματα του σχεδιασμού και των εκτιμήσεων φαίνονται στον Πίνακα 4-1. Ο πίνακας αυτός συγκεντρώνει ουσιαστικά όλες τις πληροφορίες σχετικά με το χρονικό και οικονομικό

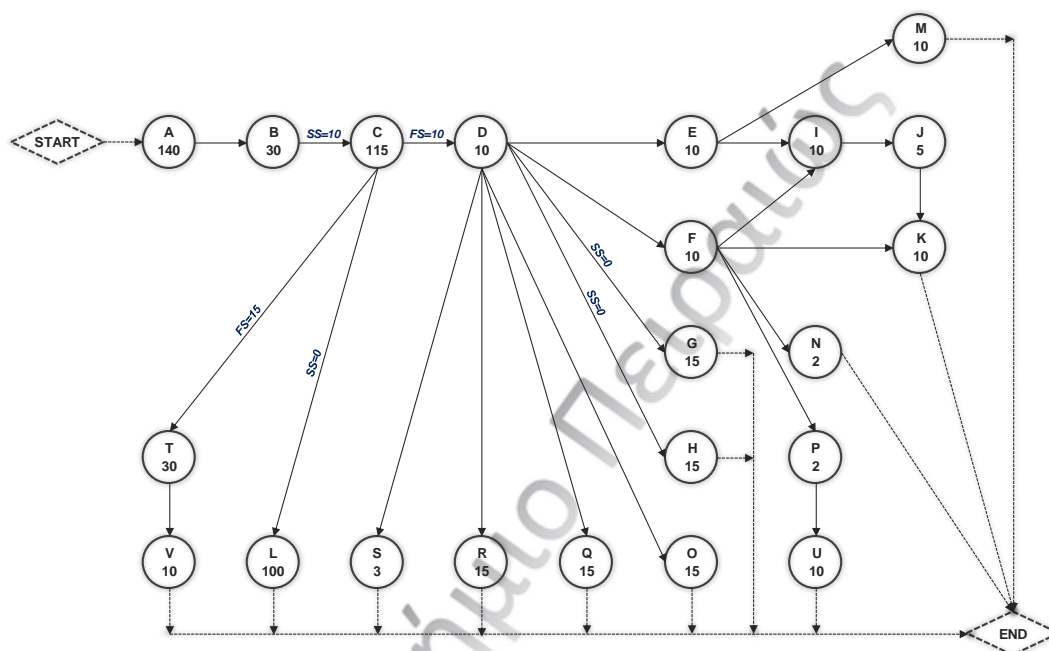
προγραμματισμό του έργου, σύμφωνα με τις οποίες το έργο έχει συνολική διάρκεια ίση με 320 ημέρες και συνολικό άμεσο κόστος €510.000,00.

Πίνακας 4-1
Χρονικός και οικονομικός προγραμματισμός του έργου

Work Breakdown Structure	Tasks	Predecessor	Relationship	Duration	Start	Finish	Total Cost (€)
ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ ΥΠΟΓΕΙΟΥ ΧΩΡΟΥ ΣΤΑΘΜΕΥΣΗΣ				320	14/10/2014	29/8/2015	510.000
ΟΙΚΟΔΟΜΙΚΕΣ ΕΡΓΑΣΙΕΣ				320	14/10/2014	29/8/2015	357.641
Α' ΤΜΗΜΑΤΙΚΗ ΠΡΟΘΕΣΜΙΑ				140	14/10/2014	2/3/2015	125.212
ΑΝΤΙΣΤΗΡΙΞΕΙΣ - ΕΚΣΚΑΦΕΣ	A			140	14/10/2014	2/3/2015	125.212
Β' ΤΜΗΜΑΤΙΚΗ ΠΡΟΘΕΣΜΙΑ				30	3/3/2015	1/4/2015	13.951
ΣΤΕΓΑΝΟΛΕΚΑΝΗ	B	A		30	3/3/2015	1/4/2015	13.951
Γ' ΤΜΗΜΑΤΙΚΗ ΠΡΟΘΕΣΜΙΑ				135	13/3/2015	25/7/2015	125.077
ΣΚΥΡΟΔΕΜΑΤΑ	C	B	SS=10	115	13/3/2015	5/7/2015	73.846
ΟΠΤΟΠΛΙΝΘΟΔΟΜΕΣ	D	C	FS=10	10	16/7/2015	25/7/2015	51.231
ΕΠΙΧΡΙΣΜΑΤΑ	E	D		10	26/7/2015	4/8/2015	26.808
ΞΗΡΑ ΔΟΜΗΣΗ	F	D		10	26/7/2015	4/8/2015	17.863
ΜΕΤΑΛΛΙΚΕΣ ΚΑΤΑΣΚΕΥΕΣ	G	D	SS=0	15	16/7/2015	30/7/2015	6.857
ΜΟΝΩΣΕΙΣ	H	D	SS=0	15	16/7/2015	30/7/2015	10.717
ΔΑΠΕΔΑ	I	E,F		10	5/8/2015	14/8/2015	14.706
ΚΟΥΦΟΜΑΤΑ	J	I		5	15/8/2015	19/8/2015	5.324
ΧΡΩΜΑΤΙΣΜΟΙ - ΤΕΛΕΙΩΜΑΤΑ	K	F,J		10	20/8/2015	29/8/2015	11.126
Η/Μ ΕΡΓΑΣΙΕΣ				170	13/3/2015	29/8/2015	152.359
ΕΝΣΩΜΑΤΟΥΜΕΝΑ ΣΕ ΣΚΥΡΟΔΕΜΑ (ΓΕΙΩΣΗ - ΑΠΟΧΕΤΥΣΗ)	L	C	SS=0	100	13/3/2015	20/6/2015	32.621
Δ' ΤΜΗΜΑΤΙΚΗ ΠΡΟΘΕΣΜΙΑ				30	21/7/2015	19/8/2015	105.425
ΚΛΙΜΑΤΙΣΜΟΣ - ΕΞΑΕΡΙΣΜΟΣ	M	E		10	5/8/2015	14/8/2015	39.904
ΑΠΟΧΕΤΥΣΗ ΔΙΚΤΥΑ	N	F		2	5/8/2015	6/8/2015	16.842
ΠΥΡΟΣΒΕΣΗ	O	D		15	26/7/2015	9/8/2015	8.253
ΥΔΡΕΥΣΗ ΔΙΚΤΥΑ	P	F		2	5/8/2015	6/8/2015	12.984
ΙΣΧΥΡΑ ΡΕΥΜΑΤΑ - ΣΧΑΡΕΣ - ΚΑΛΩΔΙΩΣΕΙΣ	Q	D		15	26/7/2015	9/8/2015	6.812
ΑΣΘΕΝΗ ΡΕΥΜΑΤΑ - ΣΧΑΡΕΣ - ΚΑΛΩΔΙΩΣΕΙΣ	R	D		15	26/7/2015	9/8/2015	6.812
ΑΛΕΞΙΚΕΡΑΥΝΟ	S	D		3	26/7/2015	28/7/2015	7.856
ΑΝΕΛΚΥΣΤΗΡΕΣ	T	C	FS=15	30	21/7/2015	19/8/2015	5.962
ΟΛΟΚΛΗΡΩΣΗ ΕΡΓΟΥ				24	6/8/2015	29/8/2015	14.313
ΛΟΙΠΕΣ ΕΡΓΑΣΙΕΣ - ΠΕΡΙΒΑΛΛΩΝ ΧΩΡΟΣ	U	P		10	6/8/2015	15/8/2015	6.689
ΛΟΙΠΕΣ Η/Μ ΕΓΚΑΤΑΣΤΑΣΕΙΣ - ΔΟΚΙΜΕΣ	V	T		10	20/8/2015	29/8/2015	7.624

Η πρώτη στήλη του Πίνακα 4-1 ισοδυναμεί με το διάγραμμα της ΑΙΔ σε κάθετη μορφή, όπου στην κορυφή υπάρχει ο τίτλος του έργου «Κατασκευή υπόγειου χώρου στάθμευσης», το οποίο στη συνέχεια διασπάται σε δύο πακέτα εργασιών, τις Οικοδομικές και τις Η/Μ (ηλεκτρομηχανολογικές) εργασίες. Με τη σειρά τους τα πακέτα αυτά αποτελούνται είτε από ομαδοποιημένες σε εργασίες δραστηριότητες (Α', Β', Γ' τμηματικές προθεσμίες και Δ' τμηματική προθεσμία & ολοκλήρωση έργου, αντίστοιχα) είτε από μη ομαδοποιημένες δραστηριότητες, όπως είναι τα επιχρίσματα, οι μονώσεις κ.ά. στο πακέτο των Οικοδομικών εργασιών ή τα «ενσωματούμενα σε σκυρόδεμα» στο πακέτο των Η/Μ εργασιών. Στη δεύτερη στήλη εντοπίζονται οι δραστηριότητες του έργου οι οποίες, χάριν ευκολίας, ονοματίζονται σύμφωνα με τη σειρά εμφάνισής τους στην ΑΙΔ χρησιμοποιώντας γράμματα από το λατινικό αλφάβητο. Η τρίτη στήλη δίνει τις άμεσα προηγούμενες από την εν λόγω δραστηριότητα και η τέταρτη το είδος της σχέσης που τις συνδέει. Έτσι, η δραστηριότητα C ξεκινά 10 ημέρες

μετά την έναρξη της B, η D 10 ημέρες μετά την ολοκλήρωση της C, οι G & H ξεκινούν αμέσως μόλις ξεκινήσει η D (ταυτόχρονα), όπως συμβαίνει με την L και τη C, ενώ η T ξεκινά 10 ημέρες μετά την ολοκλήρωση της C. Μη αναφορά στο είδος της σχέσης σημαίνει αυτομάτως σχέση τύπου $FS=0$. Με βάση τις αναφερθείσες σχέσεις προκύπτει το δίκτυο AON του Διαγράμματος 4-1.



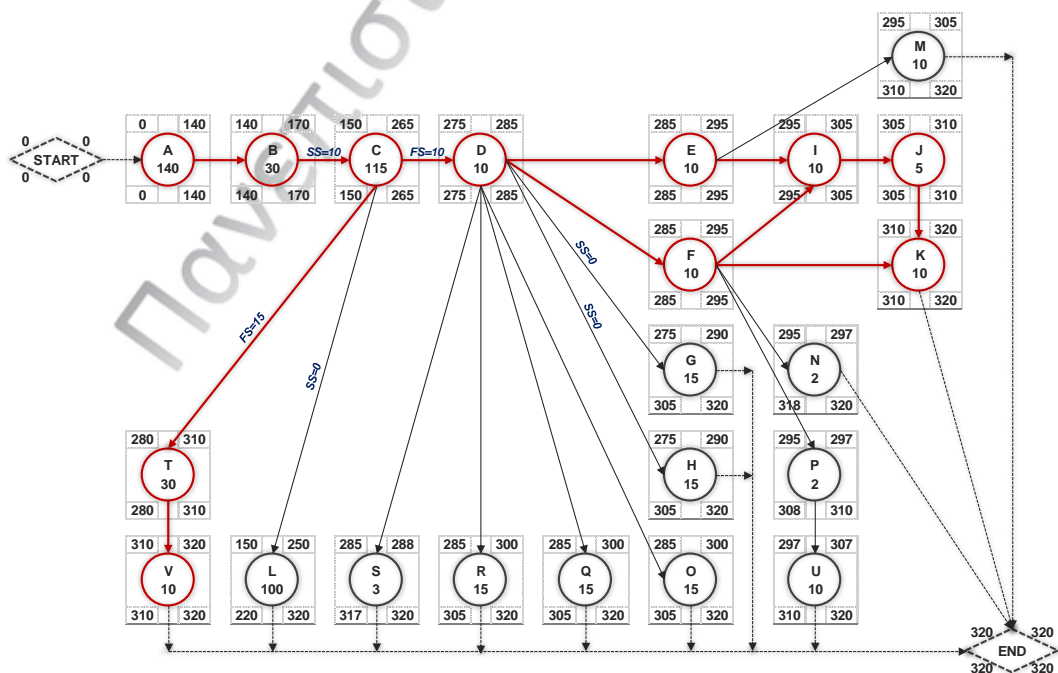
Διάγραμμα 4-1
Δίκτυο τύπου AON για το έργο «Κατασκευή υπόγειου χώρου στάθμευσης»

Στο δίκτυο του Διαγράμματος 4-1 γίνονται ξεκάθαρες όχι μόνο οι διαδοχικές σχέσεις προτεραιότητας μεταξύ των δραστηριοτήτων, αλλά και το σύνολο των μονοπατιών που το απαρτίζουν. Έτσι, το συγκεκριμένο έργο αποτελείται από 14 μονοπάτια τα οποία είναι τα εξής: ABCTV, ABCL, ABCDS, ABCDR, ABCDQ, ABCDO, ABCCH, ABCDG, ABCDFIJK, ABCDFK, ABCDFN, ABCDFPU, ABCDEIJK, ABCDEM. Από τα μονοπάτια αυτά κάποιο ή κάποια είναι κρίσιμα και είναι αυτά που ουσιαστικά καθορίζουν το συνολικό χρόνο του έργου. Για τον εντοπισμό τους θα πρέπει να υπολογισθεί ο χαλαρός χρόνος κάθε δραστηριότητας TS , ο οποίος υπενθυμίζεται ότι ισούται με τη διαφορά μεταξύ του αργότερου χρόνου έναρξης LS από το νωρίτερο χρόνο έναρξης ES , ενώ η δραστηριότητα θεωρείται κρίσιμη όταν $TS=0$. Έτσι, για τους υπολογισμούς των αναφερθέντων τιμών, θα απομονωθούν από τον Πίνακα 4-1 οι δραστηριότητες του έργου, οι σχέσεις προτεραιότητας μεταξύ τους καθώς και η διάρκειά τους, τα οποία μαζί με τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στον Πίνακα

4-2. Από τον πίνακα αυτό προκύπτει ότι οι κρίσιμες δραστηριότητες είναι οι A, B, C, D, E, F, I, J και K, ενώ η προσοχή της ΔΕ θα πρέπει να επικεντρωθεί όχι σε ένα αλλά σε 4 κρίσιμα μονοπάτια, τα οποία είναι τα ABCTV, ABCDEIJK, ABCDFIJK και ABCDFK, όπως προκύπτει από το Διάγραμμα 4-2.

Πίνακας 4-2
Εύρεση κρίσιμων μονοπατιών του έργου

Tasks	Predecessor	Precedence Relationship	Duration	ES	EF	LS	LF	TS	Critical Tasks
A			140	0	140	0	140	0	A
B	A		30	140	170	140	170	0	B
C	B	SS = 10	115	150	265	150	265	0	C
D	C	FS = 10	10	275	285	275	285	0	D
E	D		10	285	295	285	295	0	E
F	D		10	285	295	285	295	0	F
G	D	SS = 0	15	275	290	305	320	30	
H	D	SS = 0	15	275	290	305	320	30	
I	E,F		10	295	305	295	305	0	I
J	I		5	305	310	305	310	0	J
K	F,J		10	310	320	310	320	0	K
L	C	SS = 0	100	150	250	220	320	70	
M	E		10	295	305	310	320	15	
N	F		2	295	297	318	320	23	
O	D		15	285	300	305	320	20	
P	F		2	295	297	308	310	13	
Q	D		15	285	300	305	320	20	
R	D		15	285	300	305	320	20	
S	D		3	285	288	317	320	32	
T	C	FS = 15	30	280	310	280	310	0	T
U	P		10	297	307	310	320	13	
V	T		10	310	320	310	320	0	V
END			320	320	320	320	320	0	



Διάγραμμα 4-2

Δίκτυο τύπου AON με τα κρίσιμα μονοπάτια και το συνολικό χρόνο του έργου

Το δίκτυο του έργου, όπως διαμορφώνεται στο Διάγραμμα 4-2 συμπεριλαμβανομένων των χρόνων των δραστηριοτήτων, παρουσιάζει μία ιδιαιτερότητα όσον αφορά την κρίσιμη δραστηριότητα B. Η δραστηριότητα αυτή προκύπτει κρίσιμη, διότι συνδέεται με τις εξίσου κρίσιμες δραστηριότητες A και C με άμεση σειριακή σχέση (χωρίς να έχει άλλες άμεσα προηγούμενες ή επόμενες δραστηριότητες) και για καθαρά τεχνικούς-κατασκευαστικούς λόγους. Αυτό σημαίνει ότι οι εργασίες της δραστηριότητας C μπορούν να ξεκινήσουν μετά τις 10 ημέρες από την έναρξη της B, καθώς εκτιμάται από τη ΔΕ ότι οι εργασίες της B σε αυτές τις 10 ημέρες θα έχουν πλησιάσει κατασκευαστικά το επιθυμητό σημείο που θα επιτρέπει την έναρξη των εργασιών της C. **Χρονικά**, όμως, η B θα μπορούσε να αγνοηθεί και η σχέση τύπου $SS=10$ μεταξύ των B και C να μετατραπεί σε σχέση τύπου $FS=10$ μεταξύ των A και C, χωρίς να επηρεαστεί ο χρόνος του έργου. Τόσο ο χρόνος του έργου όσο και η κρισιμότητα ή μη όλων των μονοπατιών του δικτύου επηρεάζονται από τις τιμές που θα πάρουν οι διάρκειες των δραστηριοτήτων A και C (μεταξύ των υπό εξέταση A, B και C) και κατ' επέκταση οι χρόνοι έναρξης και λήξης τους. Γενικότερα, η B κατά το προδρομικό πέρασμα δεν επιδρά χρονικά σε επόμενες δραστηριότητες της C, αλλά δύναται να επηρεάζεται από αυτές κατά το οπισθοδρομικό πέρασμα (όσον αφορά τον προσδιορισμό του χρόνου LF_B).

Η πληροφορία αυτή για τη δραστηριότητα B είναι σημαντική, καθώς στα πλαίσια της αναθεώρησης ενός έργου μέσω της συμπίεσης του χρόνου των δραστηριοτήτων επιλέγονται να συμπεστούν οι κρίσιμες δραστηριότητες του έργου. Συμπιέζοντας τη δραστηριότητα B (ως κρίσιμη), με βάση αυτά που αναφέρθηκαν, το μόνο που θα επιτυγχάνεται θα είναι η αύξηση του συνολικού κόστους του έργου χωρίς καμία επίδραση στο συνολικό του χρόνο (συμπεριφορά μη κρίσιμης δραστηριότητας).

4.3 ΑΝΑΘΕΩΡΗΣΗ ΤΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΟΣ ΕΡΓΟΥ

Γνωρίζοντας με “ακρίβεια” το χρόνο και το κόστος ανά δραστηριότητα, η επιχείρηση προχωρά στην αναθεώρηση του έργου με στόχο τον εντοπισμό κάποιας ημερομηνίας ολοκλήρωσής του νωρίτερης από εκείνη του αρχικού σχεδιασμού, δηλαδή των 320 ημερών. Για να εξετάσει τα περιθώρια συμπίεσης του χρόνου με το ελάχιστο δυνατό άμεσο κόστος (υπενθυμίζεται ότι ο χρόνος του έργου και το άμεσο κόστος του έχουν αντίστροφη σχέση) θα

χρησιμοποιήσει την τεχνική της αντιστάθμισης του χρόνου με το κόστος, τη λεγόμενη TCT. Ο διαχειριστής έργου έχει εκτιμήσει το μέγιστο αριθμό ημερών κατά τις οποίες μπορεί να συμπεσθεί κάθε δραστηριότητα (στήλη “Crash Margin”), καθώς και το οριακό κόστος ανά συμπεσμένη μονάδα (στήλη “Marginal Cost”). Τα δεδομένα αυτά παρουσιάζονται στον Πίνακα 4-3.

Πίνακας 4-3
Μέγιστες δυνατότητες συμπίεσης του χρόνου του έργου

Tasks	Predecessor	Precedence Relationship	Normal Duration	Min feasible Crash Duration	Normal Cost (€)	Crash Cost (€)	Crash Margin	Marginal Cost (€)	ES	EF	LS	LF	
A			140	125	125.212,00	156.515,00	15	2.086,87	0	125	0	125	
B	A		30	27	13.951,00	17.438,75	3	1.162,58	125	152	125	152	
C	B	SS = 10	115	110	73.846,00	92.307,50	5	3.692,30	135	245	135	245	
D	C	FS = 10	10	7	51.231,00	64.038,75	3	4.269,25	255	262	266	273	
E	D		10	8	26.808,00	33.510,00	2	3.351,00	262	270	273	281	
F	D		10	7	17.863,00	22.328,75	3	1.488,58	262	269	274	281	
G	D	SS = 0	15	14	6.857,00	8.571,25	1	1.714,25	255	269	284	298	
H	D	SS = 0	15	13	10.717,00	13.396,25	2	1.339,63	255	268	285	298	
I	E,F		10	8	14.706,00	18.382,50	2	1.838,25	270	278	281	289	
J	I		5	3	5.324,00	6.655,00	2	665,50	278	281	289	292	
K	F,J		10	6	11.126,00	13.907,50	4	695,38	281	287	292	298	
L	C	SS = 0	100	90	32.621,00	40.776,25	10	815,53	135	225	208	298	
M	E		10	8	39.904,00	49.880,00	2	4.988,00	270	278	290	298	
N	F		2	1	16.842,00	21.052,50	1	4.210,50	269	270	297	298	
O	D		15	13	8.253,00	10.316,25	2	1.031,63	262	275	285	298	
P	F		2	1	12.984,00	16.230,00	1	3.246,00	269	270	289	290	
Q	D		15	13	6.812,00	8.515,00	2	851,50	262	275	285	298	
R	D		15	13	6.812,00	8.515,00	2	851,50	262	275	285	298	
S	D		3	2	7.856,00	9.820,00	1	1.964,00	262	264	296	298	
T	C	FS = 15	30	29	5.962,00	7.452,50	1	1.490,50	260	289	260	289	
U	P		10	8	6.689,00	8.361,25	2	836,13	270	278	290	298	
V	T		10	9	7.624,00	9.530,00	1	1.906,00	289	298	289	298	
					510.000,00	637.500,00				END	298		

Με βάση τις τιμές του Πίνακα 4-3, σε περίπτωση που μειωθούν όλες οι δραστηριότητες του έργου και πάρουν την ελάχιστη δυνατή τιμή τους (στήλη “Min feasible crash duration”), το έργο θα μπορέσει να ολοκληρωθεί στις 298 ημέρες (στήλη “EF”) με συνολικό κόστος €637.500,00. Όμως, ο συνδυασμός αυτός χρόνου και κόστους συμπεριλαμβάνει το πρόσθετο κόστος των μη κρίσιμων δραστηριοτήτων και συνεπώς δεν είναι ο βέλτιστος. Υπενθυμίζεται ότι η συμπίεση μίας δραστηριότητας η οποία δεν είναι κρίσιμη, απλά αυξάνει το χαλαρό χρόνο του έργου καθώς και το άμεσο κόστος του και δεν συμβάλλει στη μείωση του συνολικού χρόνου του έργου. Επιπλέον, στη συγκεκριμένη περίπτωση θα πρέπει να ληφθεί υπ’ όψιν η αναφερθείσα παρατήρηση για την κρίσιμη δραστηριότητα B.

Το πρόβλημα της TCT επιλύεται χρησιμοποιώντας την πλέον κλασσική μέθοδο βελτιστοποίησης, δηλαδή το γραμμικό προγραμματισμό. Το γραμμικό μοντέλο αυτού του προβλήματος, όπως παρουσιάστηκε στην Ενότητα 3.3.2, θέτει ως αντικειμενική συνάρτηση την ελαχιστοποίηση του άμεσου κόστους με περιορισμούς που σχετίζονται με τις σχέσεις προτεραιότητας μεταξύ των δραστηριοτήτων, το εύρος στο οποίο μπορούν να κυμαίνονται οι χρόνοι συμπιέσής τους, ενώ ταυτόχρονα τίθεται ένας μέγιστος επιθυμητός χρόνος ολοκλήρωσης του έργου. Έτσι, λύνοντας το μοντέλο του γραμμικού προγραμματισμού για την εύρεση των βέλτιστων συνδυασμών προκύπτει ότι η μέγιστη συμπίεση χρόνου του έργου είναι ίση με 298 ημέρες, όπως ήταν αναμενόμενο, και επιτυγχάνεται με το ελάχιστο κόστος των €564.551,75. Επίσης, στα πλαίσια της πλήρους συμπίεσης τα κρίσιμα μονοπάτια παραμένουν ίδια με τα αρχικά, δηλαδή ABCTV, ABCDEIJK, ABCDFIJK και ABCDFK. Οι βέλτιστοι συνδυασμοί ανά μονάδα συμπίεσης, σταδιακά από τις 320 ημέρες στις 298, δίνονται στον πίνακα του Παραρτήματος 3. Να επισημανθεί ότι το ενδιαφέρον επικεντρώνεται σε αποτελέσματα που προκύπτουν μετά από ακέρατες μειώσεις των τιμών των χρόνων των δραστηριοτήτων.

Ο περιορισμός της χρηματοδότησης του έργου

Το προηγούμενο γραμμικό μοντέλο θα μπορούσε να επιλυθεί εναλλακτικά θέτοντας ως αντικειμενική συνάρτηση την ελαχιστοποίηση του συνολικού χρόνου του έργου και ως περιορισμό, αντί ενός μέγιστου χρονικού ορίου, ένα ποσό ως το άνω όριο για το συνολικό άμεσο κόστος του έργου. Σε αυτήν ακριβώς τη μορφή του μοντέλου επικεντρώνεται το ενδιαφέρον της επιχείρησης για το συγκεκριμένο έργο. Μάλιστα το ανώτατο αυτό όριο κόστους συμπίπτει με το διαθέσιμο κεφάλαιο για τη χρηματοδότηση του έργου, με τη διαφορά ότι το ποσό που προορίζεται για να ανακατανεμίσει στους διάφορους πόρους δεν είναι ρητά προσδιορισμένο. Για το λόγο αυτό θεωρείται ότι το ποσό του κεφαλαίου είναι μία τυχαία μεταβλητή, έστω C , η οποία προέρχεται από κάποια γνωστή κατανομή.

Στα πλαίσια αυτού του είδους της στοχαστικότητας, ο περιορισμός του κόστους θα πρέπει να ικανοποιείται τουλάχιστον κατά ένα επίπεδο πιθανότητας p , ενώ, παρά την ύπαρξη στοχαστικότητας, το μοντέλο παραμένει γραμμικό με τη μεσολάβηση των τυχηματικών περιορισμών, όπως προτείνει ο Yang (2005) και συμφωνεί ο El-Kholy (2013). Κάτω από αυτές τις στοχαστικές συνθήκες και χρησιμοποιώντας το νέο γραμμικό μοντέλο, η επιχείρηση θα προσπαθήσει να δώσει απαντήσεις σε ερωτήματα όπως:

- Μπορεί το έργο να επισπευτεί μέσω της μεθόδου συμπίεσης;
- Μπορεί το έργο να συμπιεστεί στον ελάχιστο επιτρεπτό χρόνο που προβλέπει το αρχικό μοντέλο;
- Κινδυνεύει το έργο να μην πραγματοποιηθεί καθόλου;
- Ποιος ο ρόλος της αβεβαιότητας στη συμπίεση του χρόνου του έργου;

Για τη διερεύνηση αυτών των ερωτημάτων ο διαχειριστής έργου λαμβάνει υπ' όψιν δύο εναλλακτικά σενάρια ως προς την κατανομή που ακολουθεί η τ.μ. C . Το πρώτο σενάριο είναι πιο “χαλαρό” ως προς τις πηγές κεφαλαίου, καθώς θεωρείται ότι η τ.μ. C ακολουθεί την Κανονική κατανομή ως συνέπεια του Κ.Ο.Θ., και πιο “αυστηρό” ως προς τη μεταβλητότητα από το μέσο της κατανομής. Από την άλλη, το δεύτερο σενάριο είναι πιο “αυστηρό” ως προς τις πηγές του, οι οποίες είναι ακριβώς δύο σε αριθμό, ενώ αφήνεται στην τυχαιότητα που διέπει το ποσό είσπραξης από την κάθε μία για τον προσδιορισμό της κατανομής του ποσού χρηματοδότησης.

Σενάριο 1

Το σύνολο του ποσού που θα χρηματοδοτήσει το εγχείρημα συγκεντρώνεται αθροιστικά από ένα σεβαστό πλήθος πηγών και, με βάση το Κ.Ο.Θ., θεωρείται ότι ακολουθεί την Κανονική κατανομή. Για τη μέση τιμή η επιχείρηση εξετάζει διαδοχικά τις τιμές €580.000,00, €590.000,00, €600.000,00, €610.000,00 και €620.000,00, οι οποίες κυμαίνονται μεταξύ του κανονικού και του συμπιεσμένου άμεσου κόστους, ενώ τη διασπορά των δεδομένων γύρω από το μέσο την εξετάζει χρησιμοποιώντας το συντελεστή μεταβλητότητας (Yang, 2005; El-Kholy, 2013). Έτσι, με βάση το νέο γραμμικό μοντέλο, ο περιορισμός του κόστους (Σχέση 3-12δ) γράφεται:

$$\sum_i C_i = \sum_i s_i t_i + \sum_i (NC_i - s_i NT_i) \leq m_F + Z_{1-\alpha} (CV_F \times m_F),$$

όπου m_F η μέση τιμή και CV_F ο συντελεστής μεταβλητότητας της διαθέσιμης χρηματοδότησης. Δηλαδή η επιχείρηση καλείται να καθορίσει δύο ποσότητες: το επιθυμητό επίπεδο σημαντικότητας α καθώς και τη μεταβλητότητα CV που προβλέπει ότι θα υπάρχει στα δεδομένα. Στο επίπεδο σημαντικότητας α δίνει τις τιμές 90%, 95% και 99%, ενώ στο συντελεστή μεταβλητότητας CV δίνει τις τιμές 5% και 10% (δηλαδή αναμένει σημαντική μεταβλητότητα). Τότε, λαμβάνοντας υπ' όψιν και τους υπόλοιπους περιορισμούς του μοντέλου, προκύπτει ο Πίνακας 4-4, ο οποίος καθορίζει το βέλτιστο χρόνο υλοποίησης του έργου για τα αντίστοιχα περιοριστικά ποσά, όπως αυτά προκύπτουν από την κανονική

κατανομή.

Πίνακας 4-4
Συμπίεση του χρόνου του έργου όταν η C ακολουθεί
την κανονική κατανομή για διάφορες τιμές m_F , CV και α

Mean amount of funding m_F (€)	CV	α	$Z_{1-\alpha}$	$m_F + Z_{1-\alpha}(CV * m_F)$ (€)	Duration
580.000,00	5%	90%	-1,282	542.822,00	305
		95%	-1,645	532.295,00	310
		99%	-2,326	512.546,00	319
	10%	90%	-1,282	505.644,00	NA
		95%	-1,645	484.590,00	NA
		99%	-2,326	445.092,00	NA
590.000,00	5%	90%	-1,282	552.181,00	302
		95%	-1,645	541.472,50	305
		99%	-2,326	521.383,00	315
	10%	90%	-1,282	514.362,00	318
		95%	-1,645	492.945,00	NA
		99%	-2,326	452.766,00	NA
600.000,00	5%	90%	-1,282	561.540,00	299
		95%	-1,645	550.650,00	302
		99%	-2,326	530.220,00	311
	10%	90%	-1,282	523.080,00	314
		95%	-1,645	501.300,00	NA
		99%	-2,326	460.440,00	NA
610.000,00	5%	90%	-1,282	570.899,00	298
		95%	-1,645	559.827,50	300
		99%	-2,326	539.057,00	307
	10%	90%	-1,282	531.798,00	310
		95%	-1,645	509.655,00	NA
		99%	-2,326	468.114,00	NA
620.000,00	5%	90%	-1,282	580.258,00	298
		95%	-1,645	569.005,00	298
		99%	-2,326	547.894,00	303
	10%	90%	-1,282	540.516,00	306
		95%	-1,645	518.010,00	317
		99%	-2,326	475.788,00	NA

Ο Πίνακας 4-4 δίνει σημαντικές πληροφορίες για τη σχέση του αναμενόμενου διαθέσιμου ποσού και του χρόνου ολοκλήρωσης του έργου, μεταξύ των οποίων μεσολαβούν στοιχεία αβεβαιότητας, τα οποία ποσοτικοποιούνται με τη μορφή των CV και α . Επίσης, δεδομένου ότι οι τιμές $Z_{0,01}$, $Z_{0,05}$ και $Z_{0,1}$ είναι αρνητικές, το διαθέσιμο ποσό θα είναι μικρότερο από τη μέση τιμή για κάθε τιμή CV.

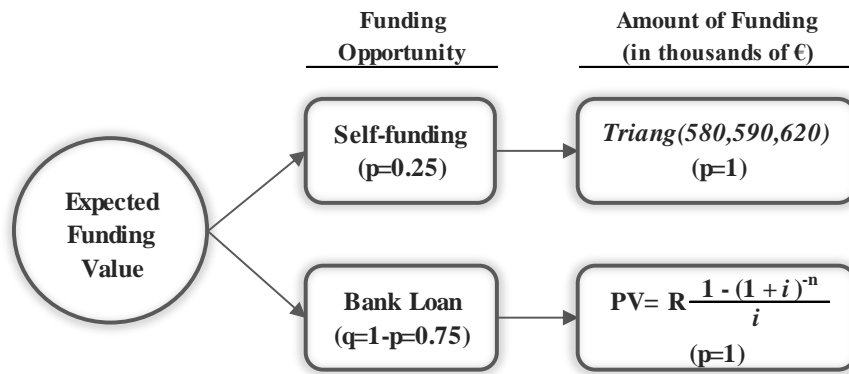
Για δεδομένη αναμενόμενη τιμή, προκύπτει ότι όσο μεγαλώνει ο συντελεστής μεταβλητότητας, αντίστοιχα μειώνεται το ποσό χρηματοδότησης και αυξάνεται ο συμπίεσμένος χρόνος ολοκλήρωσης του έργου. Μάλιστα, για CV=10% στις περισσότερες των περιπτώσεων το έργο κρίνεται ως απαγορευτικό δεδομένου ότι δεν επαρκούν τα

προβλεπόμενα διαθέσιμα ποσά, καθώς είναι λιγότερα από το κόστος των €510.000,00 που έχει εκτιμηθεί ως κανονικό άμεσο κόστος του έργου. Για παράδειγμα, όταν αναμένεται ποσό ίσο με €580.000,00 και $CV=10\%$, για κάθε τιμή α , προκύπτει ότι το έργο δεν μπορεί να εκτελεστεί κάτω από αυτές τις ποσοτικές συνθήκες. Επίσης, με δεδομένο το συντελεστή μεταβλητότητας, αύξηση της πιθανότητας α (δηλαδή αύξηση της απαίτησης για την υλοποίηση του περιορισμού του κόστους) ισοδυναμεί με μείωση του διαθέσιμου ποσού προς χρήση και κατ' επέκταση με μεγαλύτερο συμπιεσμένο χρόνο ολοκλήρωσης του έργου.

Μεταξύ των διαφόρων αναμενόμενων τιμών, προκύπτει ότι για τον ίδιο συνδυασμό CV και α , μεγαλύτερη αναμενόμενη χρηματοδότηση σημαίνει αντίστοιχα μεγαλύτερο διαθέσιμο ποσό προς χρήση και μικρότερο συμπιεσμένο χρόνο ολοκλήρωσης του έργου. Επίσης, για $CV=5\%$ και για κάθε α υπάρχει πάντα βέλτιστος συνδυασμός κόστους και χρόνου με μεγαλύτερη τιμή συμπιεσμένου χρόνου ίση με 319 ημέρες (για $\alpha=99\%$ και $m_F=€580.000,00$) και ελάχιστη τιμή ίση με την ολική βέλτιστη του έργου, δηλαδή 298 ημέρες (για $\alpha=90\%$ και $m_F=€610.000,00$ ενώ για $\alpha=90\%,95\%$ και $m_F=€620.000,00$ η βέλτιστη λύση θεωρείται ασύμφορη). Τέλος, για $CV=10\%$, και δεδομένου ότι υπάρχει βέλτιστη λύση, ο χρόνος προκύπτει μεγαλύτερος από 310 ημέρες, με μοναδική εξαίρεση τη συμπιεσμένη διάρκεια έργου ίση με 306 ημέρες (για $\alpha=90\%$ και $m_F=€620.000,00$).

Σενάριο 2

Η επιχείρηση περιορίζει τις πηγές του κεφαλαίου κάλυψης του προϋπολογισμού της σε δύο. Συγκεκριμένα, αναμένει ότι θα αυτοχρηματοδοτηθεί με ένα ποσό το οποίο ακολουθεί την $Triang(580.000,590.000,620.000)$. Επειδή όμως την ίδια στιγμή το παρόν έργο ανταγωνίζεται ως προς το συγκεκριμένο ποσό με ένα δεύτερο έργο που εκτελεί η επιχείρηση προς ίδια χρήση, η πιθανότητα αυτοχρηματοδότησης είναι 25%. Το υπόλοιπο 75% μη αυτοχρηματοδότησης ισοδυναμεί αυτομάτως με τη σύναψη σύμβασης δανειοδότησης με κάποιο τραπεζικό ίδρυμα (αποφάσεις αμοιβαίως αποκλειόμενες). Για τη δεύτερη αυτή επιλογή, η επιχείρηση εκτιμά ότι οι οικονομικές της δυνατότητες για την καταβολή μηνιαίων δόσεων διάρκειας 5 ετών ακολουθούν την $U(11.000,13.000)$, ενώ ταυτόχρονα γνωρίζει ότι το ετήσιο επιτόκιο δανεισμού (προεξόφλησης) ακολουθεί την $U(0.05,0.09)$. Οι δύο τελευταίες ποσότητες αποτελούν σημαντικά στοιχεία του δανείου που θέλει να λάβει η επιχείρηση και μπορούν να καθορίσουν το ύψος του δανείου σε παρούσα αξία. Στο Διάγραμμα 4-3 εμφανίζονται τα στοιχεία που οδηγούν στη λήψη της τιμής του αναμενόμενου κεφαλαίου χρηματοδότησης.



Διάγραμμα 4-3
 Διαμόρφωση αναμενόμενου ποσού για την κάλυψη του έργου

Ο τύπος που δίνεται στο Διάγραμμα 4-3 ως ποσό χρηματοδότησης από την τράπεζα αποτελεί την παρούσα αξία δανείου με τα εξής χαρακτηριστικά:

R μηνιαία δόση δανείου, η οποία παίρνει τιμές από την $U(11,13)$ σε χιλιάδες ευρώ

i επιτόκιο περιόδου πληρωμής, το οποίο ισούται με r/m , όπου

r το ετήσιο επιτόκιο δανεισμού (προεξόφλησης), το οποίο παίρνει τιμές από την $U(0.05,0.09)$ &

m οι 12 περίοδοι πληρωμής μέσα στο έτος

n σύνολο 60 δόσεων (12 μήνες \times 5 έτη).

Με βάση το δέντρο απόφασης και τις παραπάνω πληροφορίες, μπορούν να δημιουργηθούν τυχαίοι αριθμοί [Π4] για την αναμενόμενη τιμή της χρηματοδότησης μέσα από τη σχέση:

$$EFV = 0.25 \times rand(Triang(580,590,620)) + 0.75 \times rand(U(11,13)) \cdot \left(\frac{1 - \left(1 + \frac{rand(U(0.05,0.09))}{12} \right)^{-60}}{\frac{rand(U(0.05,0.09))}{12}} \right)$$

και να εφαρμοσθεί η τεχνική της προσομοίωσης.

Μετά από 5000 επαναλήψεις έχει συγκεντρωθεί ένα ικανοποιητικό τυχαίο δείγμα για την EFV, το οποίο εμφανίζει περιγραφικά στατιστικά στοιχεία [Π5] σύμφωνα με τα οποία το τυχαίο δείγμα των 5000 τιμών EFV ακολουθεί μία κατανομή με μέση τιμή €603.994,16 και τυπική απόκλιση €25.115,65. Επιπλέον, η κατανομή εμφανίζεται να είναι “πλατιά” με ελαφριά δεξιά ασυμμετρία.

Χρησιμοποιώντας την εμπειρική συνάρτηση κατανομής CDF όπως προκύπτει από τα

δεδομένα [Π5], χωρίς προσαρμογή κάποιας γνωστής κατανομής, για την εύρεση της βέλτιστης λύσης του προβλήματος TCT, η Σχέση 3-12δ του νέου γραμμικού μοντέλου διαμορφώνεται ως εξής:

$$\sum_i C_i = \sum_i s_i t_i + \sum_i (NC_i - s_i NT_i) \leq \text{Empirical}^{-1}(1-p),$$

ενώ για p=90%, 95%, 98% προκύπτει ο Πίνακας 4-5 με τους βέλτιστους συνδυασμούς.

Πίνακας 4-5
Συμπίεση έργου όταν η C ακολουθεί
την εμπειρική σ.κ. για διάφορες τιμές p

p	Empirical ⁻¹ (1-p) (€)	Duration
90%	568.850,48	298
95%	561.953,26	299
99%	553.331,74	302

Στα πλαίσια που η επιχείρηση θέλει να γνωρίζει την κατανομή από την οποία προέρχεται το τ.δ. των τιμών EFV, μετά την εφαρμογή του τεστ καλής προσαρμογής των Kolmogorov-Smirnov και την επαλήθευση των αποτελεσμάτων μέσω διαγραμμάτων [Π5], προέκυψε ότι ο τυχαίο δείγμα των 5000 τιμών ακολουθεί την κατανομή Beta(2,39701, 2,63121, 544.976, 668.684) με μέση τιμή €603.949,02, τυπική απόκλιση €25.165,27 και συντελεστή μεταβλητότητας 4,16679%. Τότε, χρησιμοποιώντας τη συνάρτηση κατανομής Βήτα με αυτά τα χαρακτηριστικά για την εύρεση της βέλτιστης λύσης του προβλήματος TCT, η Σχέση 3-12δ διαμορφώνεται ως εξής:

$$\sum_i C_i = \sum_i s_i t_i + \sum_i (NC_i - s_i NT_i) \leq \text{Beta}^{-1}(1-p)$$

και για p=90%, 95%, 98% προκύπτει ο Πίνακας 4-6 με τους βέλτιστους συνδυασμούς.

Πίνακας 4-6
Συμπίεση έργου όταν η C ακολουθεί
την κατανομή Βήτα για διάφορες τιμές p

p	Beta ⁻¹ (1-p) (€)	Duration
90%	570.325,33	298
95%	563.390,08	299
99%	554.023,06	301

Συγκρίνοντας τους Πίνακες 4-5 και 4-6 προκύπτει ότι τα αποτελέσματα των βέλτιστων

συνδυασμών είναι ίδια τόσο για $p=90\%$, φτάνοντας τον ολικό βέλτιστο χρόνο συμπίεσης του έργου που είναι ίσος με 298 ημέρες, όσο και για $p=95\%$, με βέλτιστο χρόνο συμπίεσης τις 299 ημέρες. Μία μικρή διαφοροποίηση εντοπίζεται για $p=99\%$ όπου η εμπειρική κατανομή των δεδομένων δίνει βέλτιστη τιμή χρόνου ίση με 302 ημέρες, ενώ η κατανομή Βήτα δίνει χρόνο ίσο με 301 ημέρες. Παρατηρείται και σε αυτή την περίπτωση χρηματοδότησης το γεγονός ότι η αύξηση του επιπέδου πιθανότητας οδηγεί σε μεγαλύτερη διάρκεια συμπιεσμένου χρόνου του έργου. Γενικότερα, αύξηση του επιπέδου πιθανότητας από 90% σε 99% ισοδυναμεί με αύξηση του χρόνου του έργου κατά 1,3% για την κατανομή του τ.δ. πριν την προσαρμογή της κατανομής Βήτα στα δεδομένα και κατά 1% μετά την προσαρμογή.

4.4 ΑΝΑΚΕΦΑΛΑΙΩΣΗ

Στο παρόν κεφάλαιο εξετάστηκε η περίπτωση εύρεσης της βέλτιστης λύσης για το πρόβλημα TCT ενός κατασκευαστικού έργου, δεδομένου ότι ο χρόνος και το κόστος ανά δραστηριότητα αποτελούσαν ρητά προσδιορισμένες τιμές, ενώ το ποσό που προοριζόταν να καλύψει τόσο το κανονικό όσο και το συμπιεσμένο κόστος αποτελούσε τυχαία μεταβλητή. Η μεταβλητή αυτή μπορούσε να προέλθει από οποιαδήποτε κατανομή συμμετρική ή ασύμμετρη, όπως είναι η Κανονική και η Βήτα, ενώ η ενσωμάτωση της αβεβαιότητας αυτού του είδους είχε σκοπό να αναδείξει την επίδραση της μεταβλητότητας χρηματοδότησης κατά την αξιολόγηση των κινδύνων ενός έργου στην ανάλυση TCT.

Απαντώντας στα ερωτήματα που έχει θέσει η επιχείρηση για την αξιολόγηση και τη λήψη αποφάσεων σχετικά με τις δυνατότητες συμπίεσης του συνολικού χρόνου του έργου, παρατηρήθηκε ότι ο ρόλος της μεταβλητότητας ήταν ιδιαίτερα αισθητός στην περίπτωση του Σεναρίου 1 και της Κανονικής κατανομής, όταν μάλιστα ο συντελεστής μεταβλητότητας έφτανε το 10% (αρκετά σημαντική), με το έργο να μην είναι σε θέση να υλοποιηθεί, στις περισσότερες των περιπτώσεων, λόγω ανεπαρκούς κεφαλαίου. Από την άλλη, όταν ο συντελεστής μεταβλητότητας ήταν 5% (σχετικά μέτρια) το πρόβλημα εμφάνιζε πάντα λύση συμπίεσης, αγγίζοντας την ολική βέλτιστη λύση του έργου. Επίσης, η διαχείριση του προβλήματος, όπως ήταν διαμορφωμένο, συγκέντρωνε το ενδιαφέρον στην αναμενόμενη τιμή των €610.000,00, η οποία δίνει τον ολικό βέλτιστο συνδυασμό του έργου σε όρους διαθέσιμου ποσού και πιθανότητας p ανάλογους με του Σεναρίου 2.

Στην περίπτωση του Σεναρίου 2 και της κατανομής του τ.δ. της προσομοίωσης, τα αποτελέσματα οδηγούσαν στη μέγιστη συμπίεση με ή χωρίς την προσαρμογή γνωστής κατανομής, ενώ τα δεδομένα παρουσίαζαν συστηματικά μικρότερη μεταβλητότητα (σε όρους CV) ίση με 4,16% συγκριτικά με οποιαδήποτε εναλλακτική του Σεναρίου 1. Επίσης, και στα δύο σενάρια σημαντικό ρόλο έπαιξε και το επίπεδο σημαντικότητας α (πιθανότητας p), το οποίο αυξανόμενο επέδρασε αρνητικά στο συμπιεσμένο χρόνο του έργου αυξάνοντας τις τιμές του. Γενικότερα, παρατηρήθηκε ότι αύξηση/μείωση του συντελεστή μεταβλητότητας ή/και της τιμής του επιπέδου πιθανότητας οδηγεί σε αύξηση/μείωση του βέλτιστου χρόνου συμπίεσης του έργου.

Τέλος, είναι σημαντικό να αναφερθεί ο ρόλος της προσομοίωσης και σε αυτή την περίπτωση διαχείρισης του κινδύνου γύρω από τη λήψη αποφάσεων. Στο Σενάριο 1 τα αποτελέσματα προσφέρονταν διαδοχικά όχι μόνο για κάθε τιμή CV και α , αλλά και για κάθε αναμενόμενη τιμή του ποσού χρηματοδότησης θεωρώντας ότι η κατανομή είναι η Κανονική. Έτσι, οι πληροφορίες βρέθηκαν κατανεμημένες σε έναν “πίνακα κινδύνου”, ο οποίος θα μπορούσε να εμπλουτισθεί με περισσότερες τιμές m_F , CV και α ώστε να εξετασθούν όσο το δυνατόν περισσότερες εναλλακτικές περιπτώσεις, κάνοντας όμως το πρόβλημα πιο σύνθετο και αρκετά γενικευμένο. Η χρήση της MCS θα μπορούσε να λειτουργήσει περισσότερο συστηματικά και στοχευμένα, αξιοποιώντας πλήρως και αποτελεσματικά όλες τις πληροφορίες σχετικά με τις πηγές κεφαλαίου και τα προσφερόμενα ποσά, προσομοιώνοντας τους διάφορους συνδυασμούς χρηματοδότησης και οδηγώντας σε αποτελέσματα που δύνανται να ακολουθούν κατανομή άλλη από την Κανονική. Με αυτόν τον τρόπο θα μπορούσε να αποφευχθεί το καθεστώς του Κ.Ο.Θ., ενώ ταυτόχρονα οι διάφορες εναλλακτικές επιλογές θα αφορούσαν αναμενόμενες τιμές που συγκλίνουν προς τις πραγματικές. Εξάλλου, ακόμα και αν στο τ.δ. της προσομοίωσης, για κάθε εναλλακτικό συνδυασμό πηγών, δεν προσαρμοστεί κάποια γνωστή κατανομή, η προκύπτουσα εμπειρική σ.κ. του κεφαλαίου χρηματοδότησης εμφανίζεται επαρκής στο να συμβάλλει στην εξεύρεση ή μη της βέλτιστης λύσης του προβλήματος TCT.

Πανεπιστήμιο Πειραιώς

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑΤΑ

- Π1 Υπολογισμός των παραμέτρων α και β και της διακύμανσης σ^2 της οικογένειας κατανομών ModPERT (για $\lambda=4$ προκύπτει η BetaPERT)
- Π2 Υπολογισμός των παραμέτρων α και β της οικογένειας κατανομών PERT-beta (Method of Moments)
- Π3 Πίνακας βέλτιστων συνδυασμών συμπίεσης για το έργο «Κατασκευή υπόγειου χώρου στάθμευσης»
- Π4 Λογισμικά προγράμματα για την εκτέλεση των MCS και LP
- Π5 Πίνακες και διαγράμματα των αποτελεσμάτων της MCS για την EFV του έργου «Κατασκευή υπόγειου χώρου στάθμευσης»
- Π6 Πίνακας τιμών της σ.κ. Φ της τυπικής κανονικής κατανομής

Πανεπιστήμιο Πειραιώς

**Π1 Υπολογισμός των παραμέτρων α και β και της διακύμανσης σ^2 της ModPERT
(για $\lambda=4$ προκύπτει η BetaPERT)**

Η μέση τιμή, η διακύμανση και η επικρατούσα τιμή της κατανομής Βήτα δίνονται από τις σχέσεις

$$\mu = a + (b - a) \frac{\alpha}{\alpha + \beta} \quad [1]$$

$$\sigma^2 = (b - a)^2 \frac{\alpha\beta}{(\alpha + \beta + 1)(\alpha + \beta)^2} \quad [2]$$

$$m = \frac{a(\beta - 1) + b(\alpha - 1)}{\alpha + \beta - 2} \quad [3]$$

ενώ η εκτίμηση της μέσης τιμής στην οποία στηρίζεται η ModPERT είναι:

$$\hat{\mu} = \frac{a + \lambda m + b}{\lambda + 2} \quad [4]$$

Για τις παραμέτρους α και β από την [1] προκύπτει

$$\frac{\alpha}{\alpha + \beta} = \frac{\mu - a}{b - a} \quad [5]$$

ενώ από τη [3]

$$m = a + \frac{(\alpha - 1)(b - a)}{\alpha + \beta - 2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\alpha - 1}{\alpha + \beta - 2} = \frac{m - a}{b - a} \quad [6]$$

Για την α από την [5] προκύπτει

$$\alpha(b - a) = \alpha(\mu - a) + \beta(\mu - a)$$

$$\Leftrightarrow \alpha = \beta \frac{\mu - a}{b - \mu} \quad [7]$$

Αντικαθιστώντας την [7] στην [6] έχουμε

$$[6] \stackrel{[7]}{\Rightarrow} \frac{\beta \frac{\mu - a}{b - \mu} - 1}{\beta \frac{\mu - a}{b - \mu} + \beta - 2} = \frac{m - a}{b - a}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\beta(\mu - a) - (b - \mu)}{\beta(\mu - a) + \beta(b - \mu) - 2(b - \mu)} = \frac{m - a}{b - a}$$

$$\Leftrightarrow \beta(\mu - a)(b - a) - (b - \mu)(b - a) = \beta[(\mu - a) + (b - \mu)](m - a) - 2(b - \mu)(m - a)$$

$$\Leftrightarrow \beta(\mu - a)(b - a) - \beta(b - a)(m - a) = (b - \mu)(b - a) - 2(b - \mu)(m - a)$$

$$\Leftrightarrow \beta(b - a)(\mu - m) = (b - \mu)(b - a - 2m + 2a)$$

$$\Leftrightarrow \beta = \frac{(b - \mu)(b - 2m + a)}{(b - a)(\mu - m)} \quad [8]$$

Αντικαθιστώντας την τιμή της β από τη σχέση [8] στην [7] προκύπτει

$$[7] \stackrel{[8]}{\Rightarrow} \alpha = \frac{(b-\mu)(b-2m+a)}{(b-a)(\mu-m)} \cdot \frac{\mu-a}{b-\mu}$$

$$\Leftrightarrow \alpha = \frac{(\mu-a)(b-2m+a)}{(b-a)(\mu-m)} [9]$$

Αθροίζοντας τις σχέσεις [8] και [9] έχουμε ότι

$$(\alpha + \beta) = \frac{(\mu-a)(b-2m+a)}{(b-a)(\mu-m)} + \frac{(b-\mu)(b-2m+a)}{(b-a)(\mu-m)} = \frac{(\mu-a+b-\mu)(b-2m+a)}{(b-a)(\mu-m)}$$

$$\Leftrightarrow (\alpha + \beta) = \frac{b-2m+a}{\mu-m} [10]$$

ενώ προκύπτει ότι

$$\alpha = \frac{(\mu-a)}{(b-a)}(\alpha + \beta) [11] \text{ \&}$$

$$\beta = \frac{(b-\mu)}{(b-a)}(\alpha + \beta) [12]$$

Αντικαθιστώντας την εκτίμηση της μέσης τιμής [4] στις σχέσεις [10], [11] και [12] παίρνουμε τις εξατομικευμένες τιμές των παραμέτρων α και β με βάση την επικρατούσα και τις ακραίες τιμές, ενώ το άθροισμά τους προκύπτει σταθερό. Συγκεκριμένα

$$[10] \stackrel{[4]}{\Rightarrow} (\alpha + \beta) = \frac{b-2m+a}{\frac{a+\lambda m+b}{\lambda+2} - m} = \frac{b-2m+a}{\frac{a+\lambda m+b-\lambda m-2m}{\lambda+2}}$$

$$\Leftrightarrow (\alpha + \beta) = \lambda + 2 [13]$$

$$[11] \stackrel{[4]}{\Rightarrow} \alpha = \frac{\frac{a+\lambda m+b}{\lambda+2} - a}{b-a} (\lambda + 2) = \frac{a+\lambda m+b-\lambda a-2a}{(b-a)(\lambda+2)} (\lambda + 2)$$

$$\Leftrightarrow \alpha = \frac{b+\lambda m - (\lambda+1)a}{b-a} [14]$$

$$[12] \stackrel{[4]}{\Rightarrow} \beta = \frac{b - \frac{a+\lambda m+b}{\lambda+2}}{b-a} (\lambda + 2) = \frac{\lambda b + 2b - a - \lambda m - b}{(b-a)(\lambda+2)} (\lambda + 2)$$

$$\Leftrightarrow \beta = \frac{(\lambda+1)b - a - \lambda m}{b-a} [15]$$

Τέλος, αντικαθιστώντας στη διακύμανση της κατανομής Βήτα τις τιμές των παραμέτρων α και β μέσω των σχέσεων [13], [14] και [15] προκύπτει

$$[3] \stackrel{[13]}{\Rightarrow} \underset{[14],[15]}{\sigma^2} = (b-a)^2 \frac{b+\lambda m - (\lambda+1)a}{b-a} \cdot \frac{b+\lambda m - (\lambda+1)a}{(\lambda+2+1)(\lambda+2)^2}$$

$$\Leftrightarrow \sigma^2 = \frac{[b+\lambda m - (\lambda+1)a][b+\lambda m - (\lambda+1)a]}{(\lambda+3)(\lambda+2)^2} [16]$$

Πανεπιστήμιο Πειραιώς

Πανεπιστήμιο Πειραιώς

Π2 Υπολογισμός των παραμέτρων α και β της οικογένειας κατανομών PERT-betas (Method of Moments)

Η μέση τιμή και η διακύμανση της κατανομής Βήτα δίνονται από τις σχέσεις

$$\mu = a + (b - a) \frac{\alpha}{\alpha + \beta} \quad [1]$$

$$\sigma^2 = (b - a)^2 \frac{\alpha\beta}{(\alpha + \beta + 1)(\alpha + \beta)^2} = \frac{\alpha}{\alpha + \beta} \cdot \frac{\beta}{\alpha + \beta} \cdot \frac{(b - a)^2}{\alpha + \beta + 1} \quad [2]$$

ενώ οι υποθέσεις τις οποίες χρησιμοποιεί η ανάλυση PERT ως εκτιμήτριες των ανωτέρω είναι:

$$\hat{\mu} = \frac{a + 4m + b}{6} \quad [3]$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{(b - a)^2}{36} \quad [4]$$

Λύνοντας ως προς α και β τη σχέση [1] έχουμε

$$\frac{\alpha}{\alpha + \beta} = \frac{\mu - a}{b - a} \quad [5] \quad \&$$

$$\frac{\beta}{\alpha + \beta} = \frac{b - \mu}{b - a} \quad [6]$$

Αντικαθιστώντας τις [5] και [6] στον τύπο της διακύμανσης [2] και λύνοντας ως προς $\alpha + \beta$ έχουμε

$$[2] \xrightarrow{[5]} \xrightarrow{[6]} \sigma^2 = \frac{\mu - a}{b - a} \cdot \frac{b - \mu}{b - a} \cdot \frac{(b - a)^2}{\alpha + \beta + 1}$$

$$\Rightarrow (\alpha + \beta) = \frac{(\mu - a)(b - \mu)}{\sigma^2} - 1 \quad [7]$$

Από τις σχέσεις [5] και [6] προκύπτει για α και β

$$[5] \Rightarrow \alpha = \frac{\mu - a}{b - a} (\alpha + \beta) \quad [8] \quad \&$$

$$[6] \Rightarrow \beta = \frac{b - \mu}{b - a} (\alpha + \beta) \quad [9]$$

Με αντικατάσταση της σχέσης [7] στις [8] και [9] αντίστοιχα έχουμε

$$[8] \xrightarrow{[7]} \alpha = \frac{\mu - a}{b - a} \cdot \left[\frac{(\mu - a)(b - \mu)}{\sigma^2} - 1 \right] \quad [10] \quad \&$$

$$[9] \xrightarrow{[7]} \beta = \frac{b - \mu}{b - a} \cdot \left[\frac{(\mu - a)(b - \mu)}{\sigma^2} - 1 \right] \quad [11]$$

Τέλος, αντικαθιστώντας τις εκτιμήσεις της μέσης τιμής [3] και της διακύμανσης [4] της

ανάλυσης PERT στις σχέσεις [7], [10] και [11] παίρνουμε τις εξατομικευμένες τιμές των παραμέτρων α και β με βάση την επικρατούσα και τις ακραίες τιμές. Συγκεκριμένα

$$\begin{aligned}
 [7] \begin{matrix} [3] \\ [4] \end{matrix} \Rightarrow (\alpha + \beta) &= \frac{\left(\frac{a+4m+b}{6} - a\right) \left(b - \frac{a+4m+b}{6}\right)}{(b-a)^2} - 1 = \\
 &= \frac{(b+4m-5a)(5b-4m-a) - (b-a)^2}{36(b-a)^2} = \\
 &= \frac{4a^2 + 4b^2 - 4m^2 - 24ab + 16am + 16mb}{36(b-a)^2} \\
 \Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow (\alpha + \beta) &= 4 + 16 \frac{(m-a)(b-m)}{(b-a)^2} \quad [12]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 [10] \begin{matrix} [3],[4] \\ [12] \end{matrix} \Rightarrow \alpha &= \frac{\frac{a+4m+b}{6} - a}{(b-a)} \cdot \left[4 + 16 \frac{(m-a)(b-m)}{(b-a)^2}\right] \\
 \Leftrightarrow \alpha &= \frac{2(b+4m-5a)}{3(b-a)} \cdot \left[1 + 4 \frac{(m-a)(b-m)}{(b-a)^2}\right] \quad [13]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 [11] \begin{matrix} [3],[4] \\ [12] \end{matrix} \Rightarrow \beta &= \frac{b - \frac{a+4m+b}{6}}{(b-a)} \cdot \left[4 + 16 \frac{(m-a)(b-m)}{(b-a)^2}\right] \\
 \Leftrightarrow \beta &= \frac{2(5b-4m-a)}{3(b-a)} \cdot \left[1 + 4 \frac{(m-a)(b-m)}{(b-a)^2}\right] \quad [14]
 \end{aligned}$$

Π3 Πίνακας βέλτιστων συνδυασμών συμπίεσης για το έργο «Κατασκευή υπόγειου χώρου στάθμευσης»

Duration	Cost (€)	Critical Path(s)	Compressed Task(s)	Added Cost (€)
298	564.551,75	4 paths	C	3692,30
299	560.859,45	4 paths	C	3692,30
300	557.167,15	4 paths	C	3692,30
301	553.474,85	4 paths	C	3692,30
302	549.782,55	4 paths	C	3692,30
303	546.090,25	4 paths	KV	2601,38
304	543.488,88	4 paths	KT	2185,88
305	541.303,00	4 paths	A	2086,87
306	539.216,13	4 paths	A	2086,87
307	537.129,27	4 paths	A	2086,87
308	535.042,40	4 paths	A	2086,87
309	532.955,53	4 paths	A	2086,87
310	530.868,67	4 paths	A	2086,87
311	528.781,80	4 paths	A	2086,87
312	526.694,93	4 paths	A	2086,87
313	524.608,07	4 paths	A	2086,87
314	522.521,20	4 paths	A	2086,87
315	520.434,33	4 paths	A	2086,87
316	518.347,47	4 paths	A	2086,87
317	516.260,60	4 paths	A	2086,87
318	514.173,73	4 paths	A	2086,87
319	512.086,87	4 paths	A	2086,87
320	510.000,00	4 paths	Initial	-

*4 paths: ABCTV, ABCDEIJK, ABCDFIJK, ABCDFK

Πανεπιστήμιο Πειραιώς

Π4 Λογισμικά προγράμματα για την εκτέλεση των MCS και LP

MCS

Στην παρούσα εργασία η προσομοίωση Monte Carlo εκτελέστηκε χρησιμοποιώντας απλά φύλλα εργασίας του Microsoft Excel 2010. Η δημιουργία τυχαίων αριθμών από την κατανομή Βήτα (με 4 παραμέτρους) και την Ομοιόμορφη κατανομή (στο [0,1]) έγινε χρησιμοποιώντας τις αυτοματοποιημένες συναρτήσεις του προγράμματος. Οι εντολές αυτές είναι αντίστοιχα:

BETA.INV(RAND();α;β;α;b) & RAND(),

όπου α, β οι παράμετροι σχήματος και α, b η μέγιστη και η ελάχιστη τιμή.

Η Τριγωνική κατανομή δεν υπάρχει ενσωματωμένη στο πρόγραμμα, γι' αυτό πρέπει να δημιουργηθεί μία εντολή η οποία να δημιουργεί τυχαίους αριθμούς με βάση την αντίστροφη σ.κ.

$$Triang^{-1}(p) = \begin{cases} a + \sqrt{p(m-a)(b-a)} & , \quad 0 \leq p \leq \frac{m-a}{b-a} \\ b - \sqrt{(1-p)(b-m)(b-a)} & , \quad \frac{m-a}{b-a} < p \leq 1 \end{cases}$$

Τότε, η εντολή αυτή είναι η εξής

IF(RAND()<=(m-a)/(b-a);a+SQRT(RAND()*(m-a)*(b-a));b-SQRT((1-RAND()*(m-a)*(b-a))),

όπου α, m, b η ελάχιστη, η επικρατούσα και η μέγιστη τιμή αντίστοιχα.

Επίσης, μπορούν να χρησιμοποιηθούν κάποια πρόσθετα προγράμματα τα οποία έχουν ενσωματωμένη την MCS, όπως είναι τα Crystal Ball (Oracle), RiskSolver (Frontline), ModelRisk (Vose Software) και Risk (Palisade). Τα προγράμματα αυτά περιέχουν ένα πλήθος κατανομών συμπεριλαμβανομένης της Τριγωνικής.

Όσον αφορά την περαιτέρω ανάλυση και την προσαρμογή των δεδομένων χρησιμοποιήθηκαν η πρόσθετη εφαρμογή Data Analysis (Excel 2010) και το στατιστικό πακέτο Statgraphics.

LP

Ο γραμμικός προγραμματισμός στην παρούσα εργασία εκτελέστηκε με τη βοήθεια της πρόσθετης εφαρμογής Solver (Excel 2010), καθώς τα μοντέλα που χρησιμοποιήθηκαν επιτρέπουν απλούς και γρήγορους υπολογισμούς. Έτσι, μπορεί να χρησιμοποιηθεί οποιοδήποτε εμπορικό πρόγραμμα βελτιστοποίησης, όπως είναι τα LINGO και WinQSB.

Πανεπιστήμιο Πειραιώς

**Π5 Πίνακες και διαγράμματα των αποτελεσμάτων της MCS για την EFV του έργου
«Κατασκευή υπόγειου χώρου στάθμευσης»**

Πίνακας περιγραφικών στατιστικών στοιχείων της EFV

<i>EFV Statistics</i>			
Mean	603994,157	Kurtosis	-0,7234299
Standard error	355,1889295	Skewness	0,0402628
Median	603999,6407	Minimum	546434,51
Standard deviation	25115,65007	Maximum	667135,89
Sample variance	630795878,3	Sum	3,02E+09
Coef. of Variation	4,15826%	Q1	622737,45
Range	120701,3763	Q3	584685,73
Count	5000		

Πίνακας αποτελεσμάτων καλής προσαρμογής μέσω του 1-S K-S test για την EFV

	Gamma	Lognormal	Normal	Triangular	Weibull	Beta (4-Parameter)
P-Value	0,0000876264	0,000034147	0,000113091	0,0015678	0	0,628666

**Πίνακας τιμών των παραμέτρων της
κατανομής προσαρμογής Βήτα του τ.δ. EFV**

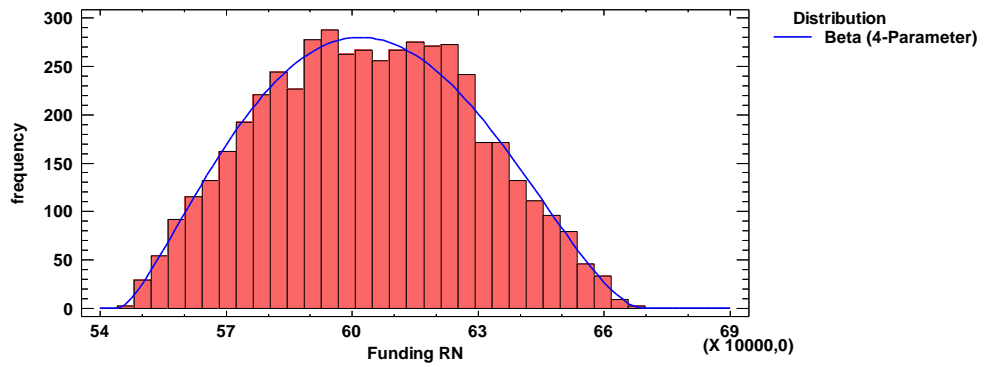
Beta-4 fitting		
Parameters	MLE	MoM
α	2,39701	2,27071
β	2,63121	2,49092
<i>lower thres-a</i>	544976,00	546434,51
<i>upper thres-b</i>	668684,00	667135,89

**Πίνακας τιμών των Empirical CDF,
Beta CDF μέσω της MoM και Beta CDF μέσω της MLE**

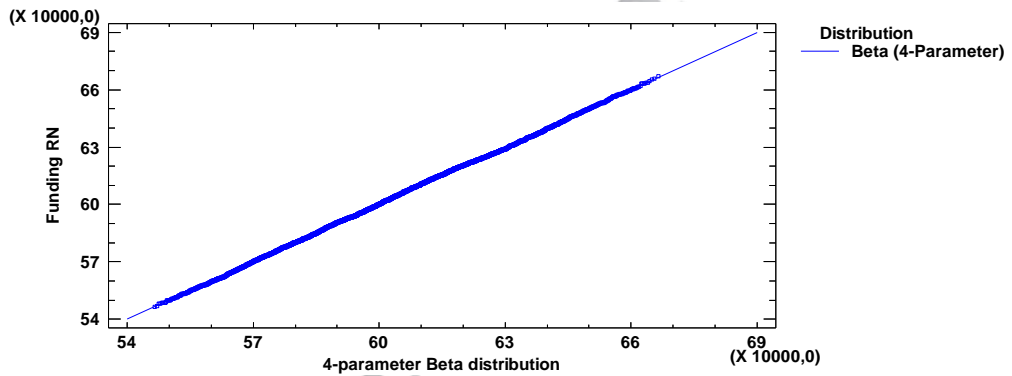
Class	Frequency	CDF		
		<i>Empirical</i>	<i>Beta Fit (MoM)</i>	<i>Beta Fit (MLE)</i>
546.434,51	1	0,02%	0,00%	0,01%
548.158,82	1	0,04%	0,03%	0,09%
549.883,13	8	0,20%	0,15%	0,24%
551.607,43	17	0,54%	0,37%	0,49%
553.331,74	16	0,86%	0,69%	0,83%
555.056,04	24	1,34%	1,14%	1,28%
556.780,35	29	1,92%	1,69%	1,84%
558.504,65	43	2,78%	2,36%	2,51%
560.228,96	36	3,50%	3,15%	3,29%
561.953,26	58	4,66%	4,05%	4,18%
563.677,57	37	5,40%	5,06%	5,17%
565.401,87	53	6,46%	6,18%	6,28%
567.126,18	60	7,66%	7,41%	7,49%
568.850,48	60	8,86%	8,74%	8,80%
570.574,79	64	10,14%	10,16%	10,21%
572.299,10	73	11,60%	11,69%	11,72%
574.023,40	84	13,28%	13,30%	13,31%
575.747,71	81	14,90%	15,00%	15,00%
577.472,01	81	16,52%	16,78%	16,77%
579.196,32	102	18,56%	18,63%	18,61%
580.920,62	100	20,56%	20,56%	20,53%
582.644,93	104	22,64%	22,55%	22,52%
584.369,23	98	24,60%	24,61%	24,57%
586.093,54	101	26,62%	26,72%	26,68%
587.817,84	80	28,22%	28,88%	28,84%
589.542,15	112	30,46%	31,08%	31,05%
591.266,45	115	32,76%	33,33%	33,30%
592.990,76	138	35,52%	35,60%	35,58%
594.715,07	127	38,06%	37,91%	37,90%
596.439,37	110	40,26%	40,24%	40,24%
598.163,68	116	42,58%	42,59%	42,59%
599.887,98	110	44,78%	44,94%	44,96%
601.612,29	107	46,92%	47,31%	47,34%
603.336,59	117	49,26%	49,68%	49,72%
605.060,90	114	51,54%	52,04%	52,10%
606.785,20	106	53,66%	54,39%	54,46%
608.509,51	107	55,80%	56,73%	56,81%
610.233,81	135	58,50%	59,05%	59,14%
611.958,12	97	60,44%	61,34%	61,44%

(...συνέχεια)

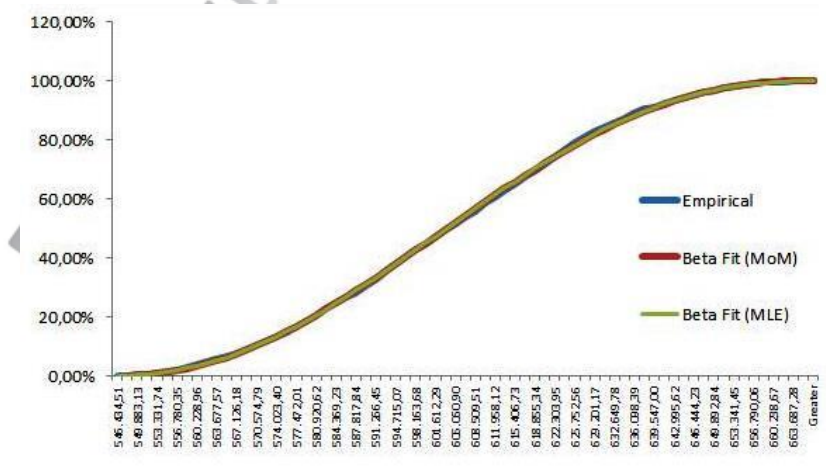
Class	Frequency	CDF		
		<i>Empirical</i>	<i>Beta Fit (MoM)</i>	<i>Beta Fit (MLE)</i>
613.682,42	119	62,82%	63,60%	63,71%
615.406,73	129	65,40%	65,83%	65,95%
617.131,04	102	67,44%	68,02%	68,14%
618.855,34	106	69,56%	70,16%	70,29%
620.579,65	119	71,94%	72,26%	72,39%
622.303,95	126	74,46%	74,30%	74,43%
624.028,26	112	76,70%	76,29%	76,42%
625.752,56	113	78,96%	78,21%	78,34%
627.476,87	102	81,00%	80,07%	80,19%
629.201,17	100	83,00%	81,86%	81,97%
630.925,48	72	84,44%	83,57%	83,68%
632.649,78	71	85,86%	85,22%	85,31%
634.374,09	77	87,40%	86,78%	86,86%
636.098,39	74	88,88%	88,26%	88,32%
637.822,70	72	90,32%	89,66%	89,70%
639.547,00	46	91,24%	90,97%	91,00%
641.271,31	61	92,46%	92,19%	92,20%
642.995,62	54	93,54%	93,32%	93,32%
644.719,92	44	94,42%	94,37%	94,34%
646.444,23	40	95,22%	95,32%	95,28%
648.168,53	45	96,12%	96,17%	96,12%
649.892,84	36	96,84%	96,94%	96,87%
651.617,14	32	97,48%	97,61%	97,53%
653.341,45	35	98,18%	98,19%	98,11%
655.065,75	17	98,52%	98,69%	98,59%
656.790,06	20	98,92%	99,09%	99,00%
658.514,36	22	99,36%	99,42%	99,33%
660.238,67	11	99,58%	99,66%	99,58%
661.962,97	10	99,78%	99,83%	99,77%
663.687,28	6	99,90%	99,94%	99,89%
665.411,59	2	99,94%	99,99%	99,96%
Greater	3	100,00%	100,00%	100,00%



Διάγραμμα προσαρμογής της καμπύλης της κατανομής Βήτα (MLE) στο ιστόγραμμα των δεδομένων του τ.δ. EFV



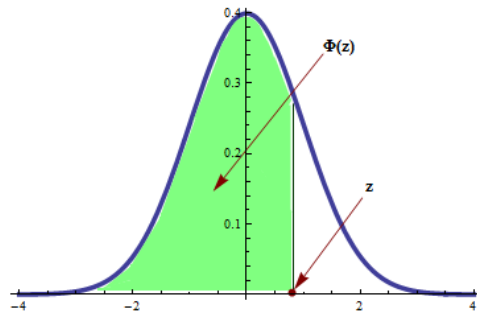
Q-Q plot μεταξύ της κατανομής του τ.δ. και της κατανομής Βήτα (MLE)



Διάγραμμα των Empirical CDF, Beta CDF (MoM) και Beta CDF (MLE)

Π6 Πίνακας τιμών της σ.κ. Φ της τυπικής κανονικής κατανομής

$$\Phi(z) = P(Z \leq z)$$



z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997
3,4	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998
3,5	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998

Πανεπιστήμιο Πειραιώς

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Ελληνική

- Οικονόμου, Γ. Σ. και Γεωργίου, Α. Κ. (2000). *Ποσοτική Ανάλυση για τη λήψη διοικητικών αποφάσεων*, Εκδόσεις Ευγ. Μπένου, Αθήνα.
- Μπούτσικας, Μ. (2004). *Μέθοδοι προσομοίωσης & υπολογιστικές στατιστικές τεχνικές*, Πανεπιστημιακές Σημειώσεις, Πειραιάς.

Ξένα

- Ahuja, H. N., Dozzi, S. P. and Abourizk, S. M. (1994). *Project management: Techniques in planning and controlling construction projects*, John Wiley & Sons, New York, NY.
- Badiru, A. B. and Kovach, T. (2012). *Statistical techniques for project control*, CRC Press, Taylor and Francis Group, Boca Raton, FL.
- Ron Davis, (2008). Teaching project simulation in Excel using PERT-Beta distributions, *INFORMS Transactions on Education*, **8**(3), 139-148.
- Dodin, B. (2006). *A practical and accurate alternative to PERT*, In Józefowska, J. and Węglarz, J. (Ed.): *Perspectives in modern project scheduling*, Springer, New York, NY.
- El-Kholy, A. M. (2013). Time-cost tradeoff analysis considering funding variability and time uncertainty, *Alexandria Engineering Journal*, **52**(1), 113-121.
- Goodpasture, J. C. (2004). *Quantitative methods in project management*, J.Ross Publishing, Boca Raton, FL.
- Grubbs, F. E. (1962). Attempts to validate certain PERT statistics or “Picking on PERT”, *Operations Research*, **10**(6), 912-915.
- Haga, W. A. and O’Keefe, T. (2001). Crashing PERT networks: A simulation approach, *In 4th International Conference of the Academy of Business and Administrative Sciences Conference*, 12-14 July 2001, Quebec City, Canada.
- Huang, J. W. and Wang, X. X. (2009). Risk analysis of construction schedule based on PERT and MC simulation, *In International Conference on Information Management, Innovation Management and Industrial Engineering (IEEE, 2, 150-153)*, 26-27 Dec. 2009, Xi'an, China.
- Keefer, D. L. and Verdini, W. A. (1993). Better estimation of PERT activity time parameters, *Management Science*, **39**(9), 1086-1091.

- Kerzner, H. (2011). *Project management metrics, KPIs and dashboards*, John Wiley & Sons, Hoboken, NJ.
- Klastorin, T. (2004). *Project management: Tools and Trade-Offs*, John Wiley & Sons, Hoboken, NJ.
- Malcolm, D. G. *et al.* (1959). Application of a technique for research and development program evaluation, *Operations Research*, **7**(5), 646-669.
- McCombs, E. L., Elam, M. E. and Pratt, D. B. (2009). Estimating task duration in PERT using the Weibull probability distribution, *Journal of Modern Applied Statistical Methods*, **8**(1), 282-288.
- Moder, J. J., Phillips, C. R. and Davis, E. W. (1983). *Project management with CPM, PERT and precedence diagramming*, Van Nostrand Reinhold Company, New York, NY.
- Phillips, J. J., Brantley, W. and Pulliam-Phillips, P. (2012). *Project management ROI: A step-by-step guide for measuring the impact and ROI for projects*, John Wiley & Sons, Hoboken, NJ.
- Project Management Institute (2013). *A guide to the project management body of knowledge (PMBOK® guide, 5th ed.)*, PMI, Newtown Square, PA.
- Regnier, E. (2005). Activity completion times in PERT and scheduling network simulation (Part II), *DRMI Newsletter*, (April 8) 1, 4-9.
- Sharma, S. C. (2006). *Operation research: PERT, CPM & cost analysis*, Discovery Publishing House, New Delhi (India).
- Stackpole-Snyder, C. (2013). *A project manager's book of forms: A companion to the PMBOK® guide, 5th ed.*, John Wiley & Sons, Hoboken, NJ.
- Vanhoucke, M. (2009). *Measuring time: Improving project performance using Earned Value Management*, Springer, New York, NY.
- Vose, D. (1996). *Quantitative risk analysis: A guide to Monte Carlo Simulation*, John Wiley & Sons, Chichester (England).
- Vose, D. (2008). *Risk analysis: A quantitative guide*, John Wiley & Sons, Chichester (England).
- Yang, I-T. (2005). Impact of budget uncertainty on project time-cost tradeoff, *IEEE Transactions on Engineering Management*, **52**(2), 167-174.
- Yang, I-T. (2005). Chance-constrained time-cost tradeoff analysis considering funding variability, *Journal of Construction Engineering and Management*, **131**(9), 1002-1012.

Διαδικτυακοί Ιστότοποι

www.ntua.gr: Στοχαστικός προγραμματισμός και τυχηματικοί περιορισμοί

www.users.uom.gr: Διαγράμματα προτεραιοτήτων AOA & AON

www.anagilestory.com: Triangle of project management constraints (diagram)

www.business-reporter.co.uk: PricewaterhouseCoopers research on project success rate

www.en.wikipedia.org: Responsibility Matrix / Learning Curve

www.isixsigma.com: PERT mean example (diagram)

www.pmi-pr.org: Project management budgeting techniques

www.pmistudycircle.com: Earned Value Management

www.projectmanagementessentials.wordpress.com: Work Breakdown Structure (diagram)

www.reference.wolfram.com: Characteristics of BetaPERT and ModPERT distributions

www.umsl.edu: Learning Effect

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑΣ

Πανεπιστήμιο Πειραιώς

Πανεπιστήμιο Πειραιώς

Πανεπιστήμιο Πειραιώς

