

# ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ

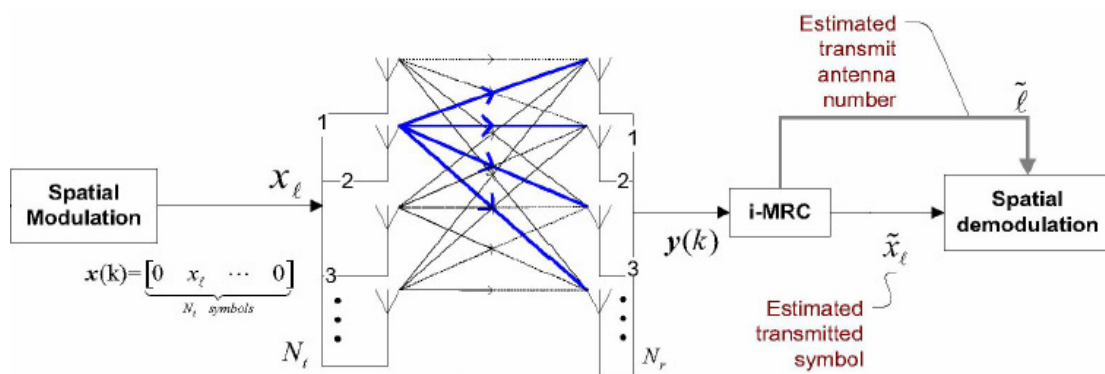
ΤΜΗΜΑ ΨΗΦΙΑΚΩΝ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ

ΠΜΣ ΔΙΔΑΚΤΙΚΗΣ ΤΗΣ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ & ΨΗΦΙΑΚΩΝ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ

ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ ΨΗΦΙΑΚΩΝ ΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΩΝ & ΔΙΚΤΥΩΝ

Διπλωματική Εργασία

## *Τεχνικές Χωρικής Διαμόρφωσης σε Συστήματα MIMO*



Γκίκας Ελευθέριος (ΜΕ-11075)

Επιβλέπων Καθηγητής: Κανάτας Αθανάσιος, Καθηγητής

Αύγουστος 2013

## Πίνακας Περιεχομένων

1. Εισαγωγή	σ. 2
2. Κεφ. 1 – Συστήματα ΜΙΜΟ και Θεωρητικό Υπόβαθρο	σ. 4
3. Κεφ. 2 – Τεχνικές Εκμετάλλευσης της Χωρικής Πληροφορίας	σ. 19
4. Κεφ. 3 – Θεωρία της Χωρικής Διαμόρφωσης	σ. 31
5. Κεφ. 4 – Επεκτάσεις της Χωρικής Διαμόρφωσης	σ. 41
6. Συμπέρασμα και Μελλοντικές Έρευνες	σ. 64
7. Βιβλιογραφία	σ. 66
8. Παράρτημα – Κατανομές Τυχαίων Μεταβλητών	σ. 71

## **1 – Εισαγωγή**

Ο σκοπός της εργασίας αυτής είναι η μελέτη διάφορων τεχνικών Χωρικής Διαμόρφωσης (Spatial Modulation), οι οποίες εφαρμόζονται στα συστήματα Πολλαπλών Εισόδων Πολλαπλών Εξόδων, ή αλλιώς γνωστά ως MIMO (Multiple Input Multiple Output), καθώς και η προσομοίωση των παραπάνω τεχνικών. Η αναφερόμενη μελέτη καθώς και οι προσομοιώσεις που θα γίνουν, θα βασιστούν σε υπάρχουσες θεωρίες και μεθόδους, οι οποίες περιέχονται σε άρθρα επιστημονικών περιοδικών και συνεδρίων.

Στη συγκεκριμένη εργασία δεν θα αναφερθούμε σε μια γενική περιγραφή της θεωρίας της Χωρικής Διαμόρφωσης, αλλά σε επιλεγμένα άρθρα, τα οποία νομίζουμε ότι ορίζουν τη θεωρητική βάση της παραπάνω τεχνικής. Παρόλα αυτά, θα αναφέρουμε έναν ενδεικτικό κατάλογο άρθρων και παρουσιάσεων που αφορούν πληθώρα θεμάτων, τα οποία αναφέρονται στη Χωρική Διαμόρφωση (βλέπε σχετική βιβλιογραφία).

Πιο αναλυτικά, η οργάνωση και δομή της παρούσας εργασίας έχει ως εξής:

Αρχικά, στο εισαγωγικό κεφάλαιο (κεφάλαιο 1), θα αναφέρουμε κάποια εισαγωγικά στοιχεία και μαθηματικούς τύπους, γενικά για τα συστήματα MIMO και θα περιγράψουμε τις διάφορες τεχνικές εκπομπής και λήψης που χρησιμοποιούνται στα συστήματα αυτά, όπως για παράδειγμα, οι τεχνικές Διαφορισμού (Diversity) της Χωρικής Πολυπλεξίας (Spatial Multiplexing).

Στο επόμενο κεφάλαιο (κεφ. 2), θα αναφερθούμε στην τεχνική της Εκμετάλλευσης της Χωρικής Πληροφορίας (Spatial Information Exploitation), η οποία αποτελεί μια προγενέστερη ιδέα της θεωρίας της Χωρικής Διαμόρφωσης και εισάγει την έννοια της εκμετάλλευσης της θέσης της κεραιάς για τον περιορισμό της δια-συμβολικής παρεμβολής (Inter-channel Interference) σε συστήματα MIMO. Πιο συγκεκριμένα, θα αναφέρουμε τη θεωρία της τεχνικής και θα υλοποιήσουμε κάποιες ενδεικτικές προσομοιώσεις.

Συνεχίζοντας στο επόμενο κεφάλαιο (κεφ. 3), θα αναφερθούμε στη βασική θεωρία της Χωρικής Διαμόρφωσης (Spatial Modulation), η οποία αποτελεί επέκταση της κανονικής ψηφιακής διαμόρφωσης (Digital Modulation) στη διάσταση του χώρου. Όπως και στο προηγούμενο κεφάλαιο, θα αναφέρουμε κάποια θεωρητικά στοιχεία για τη Χωρική Διαμόρφωση και θα κάνουμε τις αντίστοιχες προσομοιώσεις.

Στο κεφάλαιο 4 θα συμπεριλάβουμε αναλυτικές μεθόδους για τον μαθηματικό υπολογισμό διαφόρων μεγεθών της Χωρικής Διαμόρφωσης, καθώς και κάποιες επεκτάσεις της τεχνικής της Χωρικής Διαμόρφωσης. Σε αυτό το κεφάλαιο θα αναφερθούμε κυρίως σε θεωρητικά θέματα και δεν θα υλοποιήσουμε προσομοιώσεις, παρά μόνο θα παρουσιάσουμε κάποια αποτελέσματα.

Τελειώνοντας την εργασία, θα κάνουμε μια σύνοψη των θεμάτων με τα οποία ασχοληθήκαμε, θα αναφέρουμε τα συμπεράσματα στα οποία οδηγηθήκαμε από τη μελέτη των θεωριών και την υλοποίηση των προσομοιώσεων, θα μιλήσουμε για μελλοντικές

έρευνες και φυσικά θα παραθέσουμε τη σχετική βιβλιογραφία και τις αναφορές που χρησιμοποιήσαμε, καθώς και θα επισυνάψουμε μια επιπρόσθετη λίστα σε χρονολογική σειρά με άρθρα που αφορούν γενικά την τεχνική της Χωρικής Διαμόρφωσης και έρευνες που αναφέρονται σε αυτή.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ

## 2 – Συστήματα MIMO και Θεωρητικό Υπόβαθρο

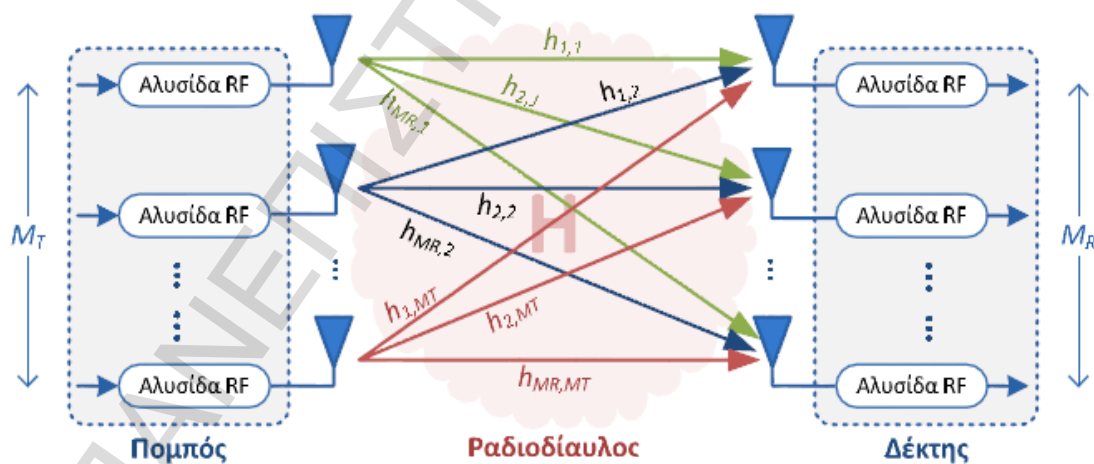
### 2.1 – Εισαγωγή

Σε αυτό το κεφάλαιο θα ασχοληθούμε με κάποια εισαγωγικά θέματα των MIMO συστημάτων και θα κάνουμε μια μικρή αναφορά στις διάφορες τεχνικές εκπομπής και λήψης που εφαρμόζονται σε αυτά.

Πιο συγκεκριμένα, θα αναφερθούμε στο γενικό θεωρητικό υπόβαθρο των MIMO, καθώς και σε κάποια θεωρητικά θέματα, τα οποία είναι απαραίτητα για την κατανόηση των τεχνικών της Χωρικής Διαμόρφωσης. Στη συνέχεια, θα αναφέρουμε διάφορες τεχνικές εκπομπής και λήψης, όπως είναι οι Τεχνικές Διαφορισμού (Diversity Techniques) και η Χωρική Πολυπλεξία (Spatial Multiplexing). Τελειώνοντας, θα αναφέρουμε κάποια πράγματα για το λογισμικό MATLAB, το οποίο θα χρησιμοποιήσουμε για τις προσομοιώσεις.

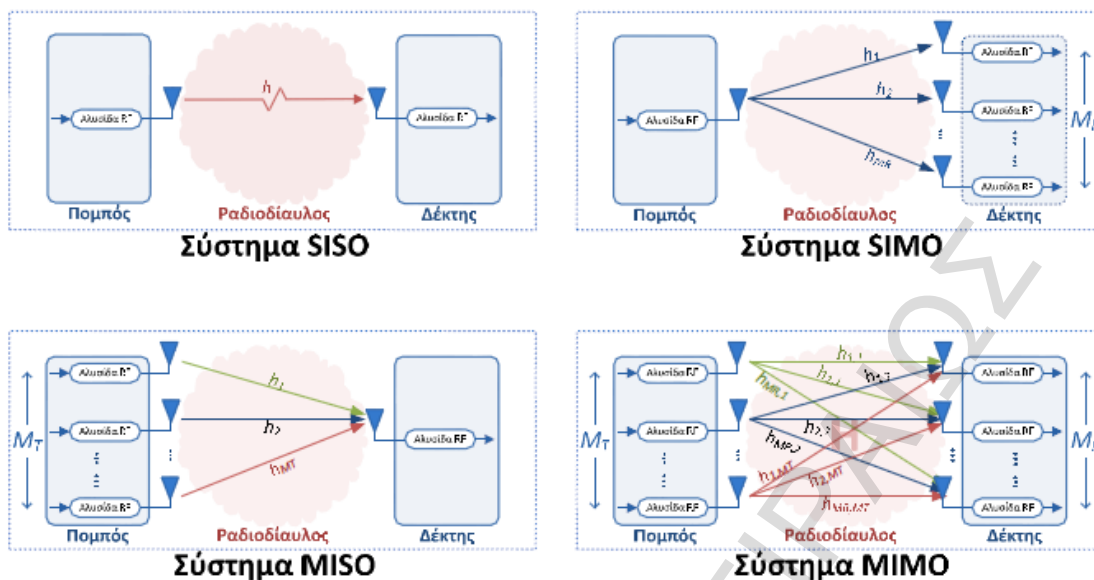
### 2.2 – Συστήματα MIMO

Τα συστήματα MIMO (Multiple Input Multiple Output) είναι τηλεπικοινωνιακά συστήματα τα οποία έχουν πολλαπλές κεραιές στον πομπό και στο δέκτη [1: σελίδες 275-277, 2]. Πιο συγκεκριμένα, μπορούμε να θεωρήσουμε ένα τηλεπικοινωνιακό σύστημα το οποίο έχει  $N_t$  κεραιές εκπομπής (transmit antennas) και  $N_r$  κεραιές λήψης (receive antennas).



Σχήμα 2.1  
Απεικόνιση ενός Συστήματος MIMO

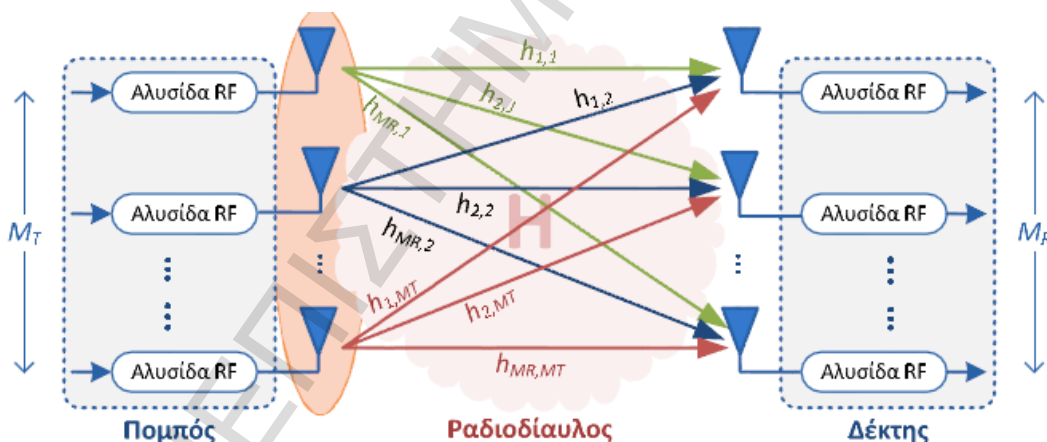
Όπως είναι προφανές, αφού έχουμε συστήματα με πολλαπλές εισόδους και εξόδους, μπορούμε να έχουμε και συστήματα με μονές εισόδους ή/και εξόδους. Οι διάφορες κατηγορίες είναι οι εξής: SISO (Single Input Single Output), SIMO (Single Input Multiple Output), MISO (Multiple Input Single Output) και φυσικά τα MIMO.



Σχήμα 2.2  
Πιθανά Συστήματα Επικοινωνιών

Τα σήματα που εκπέμπονται από τις κεραιές εκπομπής, μπορούν να αναπαρασταθούν με το παρακάτω διάγραμμα.

$$\mathbf{x} = [x_1(n), x_2(n), \dots, x_{N_t}]^T \quad (2.1)$$

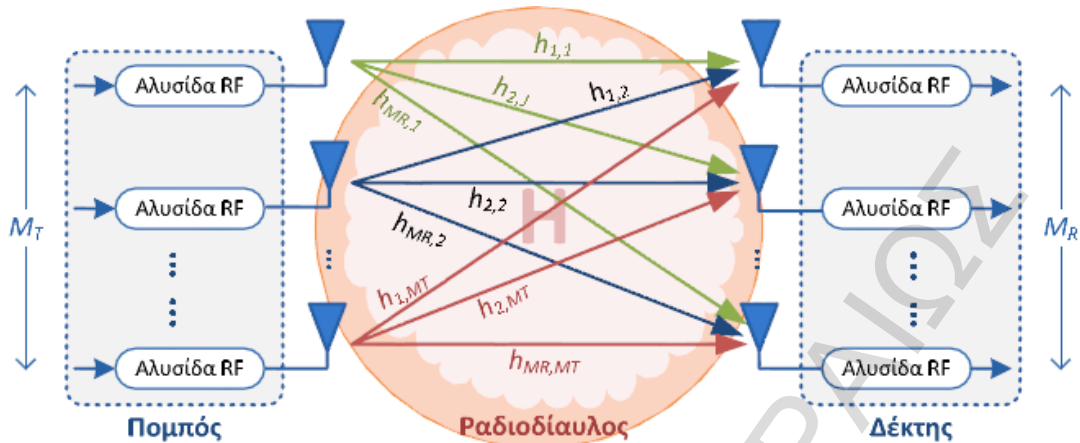


Σχήμα 2.3  
MIMO Σύστημα (με κυκλωμένο το διάγραμμα εκπομπής)

Η συμπεριφορά του διαύλου δίνεται από τον παρακάτω πίνακα, ο οποίος ονομάζεται και πίνακας του διαύλου (channel matrix).

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & \dots & h_{1N_t} \\ h_{21} & h_{22} & \dots & h_{2N_t} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{N_r,1} & h_{N_r,2} & \dots & h_{N_r,N_t} \end{bmatrix}, \quad (2.2)$$

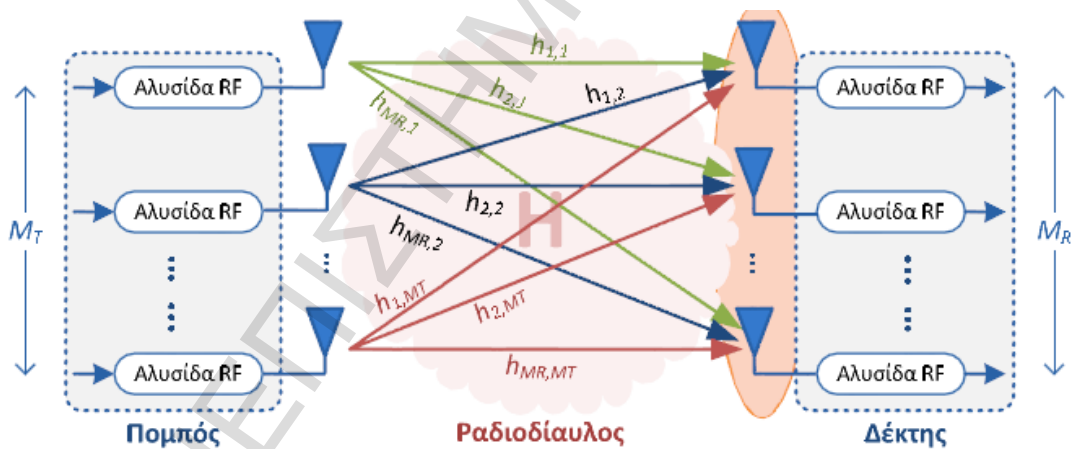
όπου  $h_{ij}$ , ο διάυλος μεταξύ της  $j$ -οστής κεραίας εκπομπής και της  $i$ -οστής κεραίας λήψης.



Σχήμα 2.4  
MIMO Σύστημα (με κυκλωμένο τον πίνακα καναλιού)

Τα σήματα που λαμβάνονται από τις κεραίες λήψης σε ένα σύστημα MIMO περιγράφονται από το διάνυσμα που ακολουθεί.

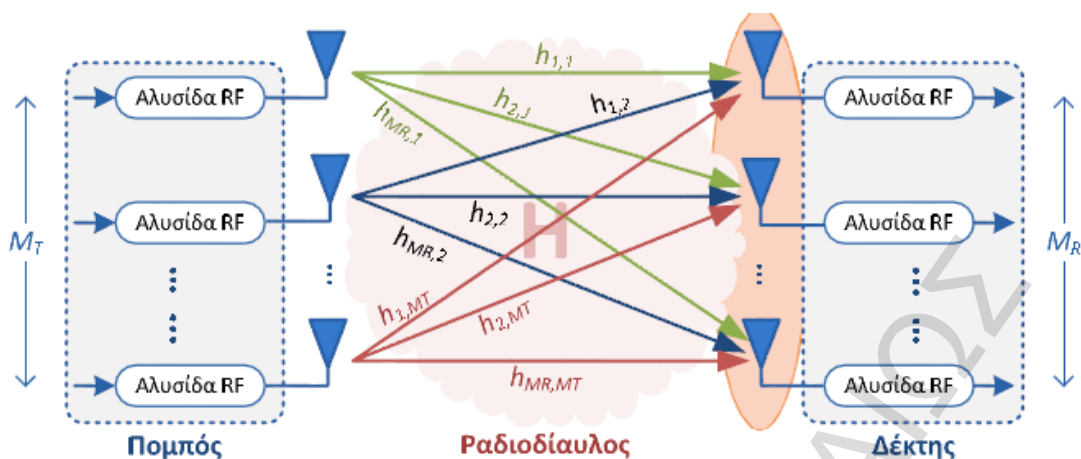
$$\mathbf{y} = [y_1, y_2, \dots, y_{N_r}]^T \quad (2.3)$$



Σχήμα 2.5  
MIMO Σύστημα (με κυκλωμένο το λαμβανόμενο διάνυσμα)

Ενώ, ο θόρυβος ο οποίος εισάγεται στις κεραίες λήψης λόγω της μετάδοσης, δίνεται από το εξής διάνυσμα.

$$\mathbf{n} = [n_1, n_2, \dots, n_{N_r}]^T \quad (2.4)$$



Σχήμα 2.6  
MIMO Σύστημα (με κυκλωμένο το διάνυσμα του θορύβου)

Έχοντας ορίσει όλα τα παραπάνω, μπορούμε τώρα να εισάγουμε τη μαθηματική σχέση η οποία περιγράφει το σύστημα, η οποία είναι η παρακάτω.

$$\mathbf{y} = \mathbf{H} \cdot \mathbf{x} + \mathbf{n} \quad (2.5)$$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_{N_r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & \dots & h_{1N_t} \\ h_{21} & h_{22} & \dots & h_{2N_t} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{N_r,1} & h_{N_r,2} & \dots & h_{N_r,N_t} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_{N_t} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \\ \vdots \\ n_{N_r} \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

[3, σελ.299]

Τα παραπάνω συστήματα τα χρησιμοποιούμε για να πετύχουμε υψηλούς ρυθμούς μετάδοσης, καλύτερα επίπεδα λήψης και εκπομπής πληροφοριών, καθώς και αύξηση χωρητικότητας της μετάδοσης.

### 2.3 – Ψηφιακές Διαμορφώσεις, Κατανομές Τυχαίων Μεταβλητών & Πιθανότητες Σφάλματος

#### 2.3.1 – Ψηφιακές Διαμορφώσεις

Διαμόρφωση είναι η διαδικασία κατά την οποία ένα μήνυμα που πρόκειται να μεταδοθεί “αποτυπώνεται” σε ένα σήμα ραδιοσυχνότητας. Αυτό το αποτυπωμένο σήμα ονομάζεται “φέρον” γιατί φέρει την πληροφορία [1: σελ. 219-224]. Η αποτύπωση που αναφέραμε, γίνεται με τη μεταβολή κάποιου από τα χαρακτηριστικά του φέροντος (πλάτος, συχνότητα, φάση), ανάλογα με το μήνυμα που θέλουμε να δώσουμε και με τρόπο τέτοιο ώστε ο δέκτης να μπορεί να ανακτήσει αξιόπιστα και εύκολα το σήμα πληροφορίας.

Υπάρχουν διάφορες τεχνικές διαμόρφωσης ανάλογα με τις ανάγκες της μετάδοσης, αλλά εμείς θα αναφερθούμε σε αυτές που θα χρησιμοποιήσουμε στην εργασία. Πιο



συγκεκριμένα, θα αναφερθούμε στη Διαμόρφωση Μεταλλαγής Μετατόπισης Φάσης (PSK), στη Διαμόρφωση Μεταλλαγής Μετατόπισης Πλάτους (ASK) και στη Διαμόρφωση Μ-αδικής Ορθογωνικής Μεταλλαγής Πλάτους (M-QAM).

Πριν όμως αναφερθούμε στις διαμορφώσεις, θα εισάγουμε κάποιες πληροφορίες για τη σχέση μεταξύ συμβόλων και bits, τις οποίες συναντάμε στις διάφορες διαμορφώσεις, καθώς και για την αναπαράσταση των κυματομορφών στο μιγαδικό επίπεδο.

Στα ψηφιακά συστήματα επικοινωνιών, το σήμα πληροφορίας που θέλουμε να μεταδώσουμε αποτελείται από bits (0 ή 1). Αυτά τα bits χωρίζονται σε ομάδες ανάλογα με το μέγεθος της διαμόρφωσης και σχηματίζουν ψηφιακά σύμβολα. Η μαθηματική σχέση που συνδέει τον αριθμό των συμβόλων  $M$  με τον αριθμό των bits ανά ομάδα  $n$  είναι η παρακάτω.

$$M = 2^n, \text{ ή αλλιώς } n = \log_2 M \quad (2.7)$$

Όσον αφορά την αναπαράσταση των κυματομορφών, γίνεται στο μιγαδικό επίπεδο, όπως θα φανεί και στα παρακάτω σχήματα (βλέπε σχήματα των διαμορφώσεων). Το μιγαδικό επίπεδο αποτελείται από δύο (2) άξονες, όπου ο ένας άξονας αναπαριστά το Πραγματικό Μέρος (Real Part) των μιγαδικών αριθμών και ο άλλος το Μιγαδικό (Imagine Part). Αυτού του είδους η αναπαράσταση των κυματομορφών λέγεται διάγραμμα σηματοστερισμού (constellation map).

Έχοντας αναφερθεί στα παραπάνω, μπορούμε τώρα να μιλήσουμε για τις διαμορφώσεις που αναφέραμε πιο πριν.

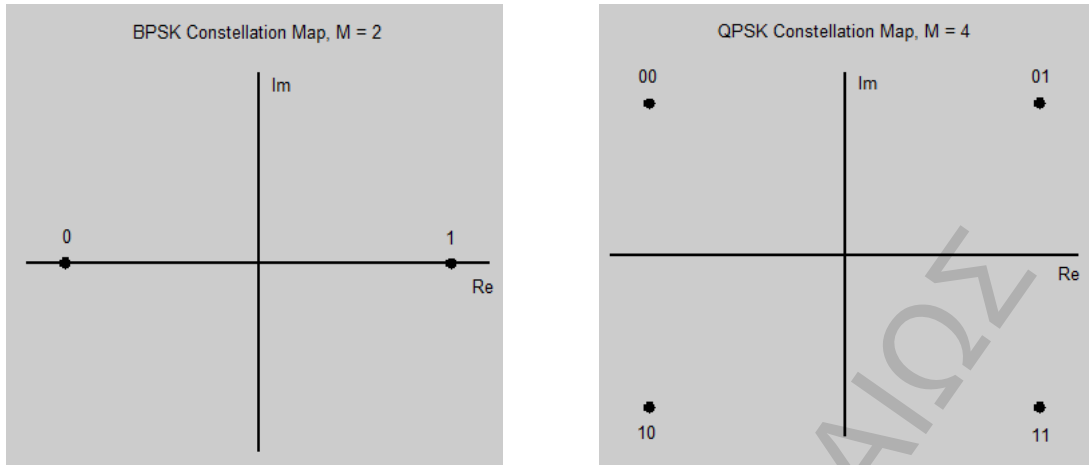
### Διαμόρφωση Μεταλλαγής Μετατόπισης Φάσης (M-PSK)

Στη Διαμόρφωση Μεταλλαγής Μετατόπισης Φάσης (Phase Shift Keying - PSK), μένουν σταθερά το πλάτος και η συχνότητα και αλλάζει η φάση η οποία λαμβάνει μία από τις  $M$  πιθανές τιμές. Η γενική μορφή του διαμορφωμένου σήματος είναι η παρακάτω.

$$s_i^{PSK}(t) = \sqrt{\frac{2 \cdot E_s}{T_s}} \cdot \cos[2\pi f_o t + \varphi_i], i = 0, 1, \dots, (M - 1), 0 \leq t < T_s, \quad (2.8)$$

όπου,  $\sqrt{2E_s/T_s}$  το σταθερό πλάτος,  $f_o$  η σταθερή συχνότητα και  $\varphi_i$  η φάση, η οποία λαμβάνει μία από τις  $M$  πιθανές τιμές.

Παρακάτω, ακολουθούν κάποια ενδεικτικά διαγράμματα σηματοστερισμού για διαμορφώσεις M-PSK.



Σχήμα 2.7  
 Διαγράμματα Σηματοστερισμού για BPSK & QPSK διαμορφώσεις

### Διαμόρφωση Μεταλλαγής Μετατόπισης Πλάτους (M-ASK)

Στη Διαμόρφωση Μεταλλαγής Μετατόπισης Πλάτους (Amplitude Shift Keying - ASK), αυτά που παραμένουν σταθερά είναι η φάση και η συχνότητα ενώ αλλάζει το πλάτος, το οποίο παίρνει μία από τις  $M$  πιθανές τιμές. Η γενική μορφή του διαμορφωμένου σήματος είναι η εξής.

$$s_i^{ASK}(t) = \sqrt{\frac{2 \cdot E_{s,i}}{T_s}} \cdot \cos[2\pi f_o t + \varphi_o], i = 0, 1, \dots, (M - 1), 0 \leq t < T_s, \quad (2.9)$$

όπου,  $f_o$  η σταθερή συχνότητα,  $\varphi_o$  η σταθερή φάση και  $\sqrt{2E_{s,i}/T_s}$  το πλάτος, το οποίο λαμβάνει μία από τις  $M$  πιθανές τιμές.

Για αυτή τη διαμόρφωση δεν θα συμπεριλάβουμε διαγράμματα σηματοστερισμού, καθώς ο κύριος λόγος που την αναφέρουμε είναι για να αναφερθούμε στη συνέχεια στις διαμορφώσεις M-QAM.

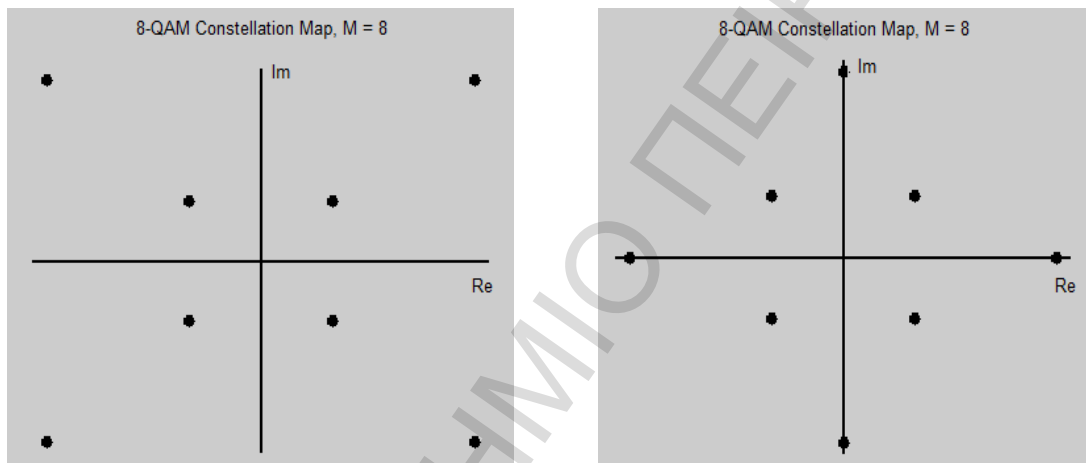
### Διαμόρφωση M-αδικής Ορθογωνικής Μεταλλαγής Πλάτους (M-QAM)

Η Διαμόρφωση M-αδικής Ορθογωνικής Μεταλλαγής Πλάτους (Quadrature Amplitude Modulation - QAM) είναι μια υβριδική τεχνική των PSK και ASK. Δηλαδή, είναι μια διαμόρφωση στην οποία τα σύμβολα έχουν διαφορετικά πλάτη και φάσεις. Εναλλακτικά, μπορεί να θεωρηθεί σαν αποτέλεσμα δύο διαμορφώσεων πλάτους, στις οποίες οι φάσεις παρουσιάζουν διαφορά  $180^\circ$ , δηλαδή πραγματοποιούνται σε δύο κάθετους μεταξύ τους άξονες. Η γενική μορφή του διαμορφωμένου σήματος είναι η ακόλουθη.

$$s_i^{M-QAM}(t) = \sqrt{\frac{2 \cdot E_{s,i}}{T_s}} \cdot \cos[2\pi f_o t + \varphi_i], i = 0, 1, \dots, (M - 1), 0 \leq t < T_s, \quad (2.10)$$

όπου,  $f_o$  η σταθερή συχνότητα και  $\sqrt{2E_{s,i}/T_s}$ ,  $\varphi_i$  το πλάτος και η φάση αντίστοιχα, τα οποία ορίζονται κάθε φορά παίρνοντας τιμές, οι οποίες εξαρτώνται από τον καθορισμό των  $M$  πιθανών συμβόλων. Αυτό ισχύει γιατί σε αυτή τη διαμόρφωση, το διάγραμμα σηματοστερισμού μπορεί να είναι διαφορετικό για τον ίδιο αριθμό συμβόλων.

Στη συνέχεια, παραθέτουμε κάποια διαγράμματα σηματοστερισμού για διαμορφώσεις M-QAM.



Σχήμα 2.8  
Διαγράμματα Σηματοστερισμού για διαμόρφωση 8-QAM

Όπως βλέπουμε και στα παραπάνω διαγράμματα, ο σηματοστερισμός στις διαμορφώσεις M-QAM, για ίδιο αριθμό συμβόλων, μπορεί να έχει διαφορετική μορφή.

### 2.3.2 – Πιθανότητες Σφάλματος

Οι πιθανότητες σφάλματος είναι μεγέθη τα οποία χρησιμοποιούνται στα τηλεπικοινωνιακά συστήματα για να δείχνουν την ποιότητα της μετάδοσης μιας ζεύξης ή μιας ομάδας ζεύξεων, δεδομένου του τύπου του καναλιού και της διαμόρφωσης.

Συνήθως, χρησιμοποιούμε δύο ειδών πιθανότητες σφάλματος. Την Πιθανότητα Σφάλματος Bit (Bit Error Probability) και την Πιθανότητα Σφάλματος Συμβόλου (Symbol Error Probability). Η πρώτη δηλώνει την πιθανότητα εμφάνισης ενός λανθασμένου bit, ενώ η δεύτερη την αντίστοιχη πιθανότητα εμφάνισης ενός λανθασμένου συμβόλου.

Αρχικά, θα δώσουμε κάποιες μαθηματικές σχέσεις για πιθανότητες bits και συμβόλων σε κανάλι, το οποίο χαρακτηρίζεται μόνο από θόρυβο AWGN (Additive White Gaussian Noise)

και στη συνέχεια σε κανάλι με διαλείψεις τύπου Rayleigh, [1: σελ.231-235, 4: σελ.1101-1103, 3: σελ.166-171].

### Πιθανότητες Σφάλματος σε Δίαυλο AWGN

Στη διαμόρφωση BPSK, έχουμε ότι ο αριθμός συμβόλων και bits είναι ο ίδιος, επομένως έχουμε την παρακάτω πιθανότητα σφάλματος.

$$P_b^{BPSK} = Q(\sqrt{2 \cdot \gamma_b}), P_s^{BPSK} = Q(\sqrt{2 \cdot \gamma_s}) \quad (2.11)$$

Στις παραπάνω σχέσεις, το  $b$  αντιστοιχεί σε bits και το  $s$  σε σύμβολα. Τα  $\gamma_b$  και  $\gamma_s$  αντιστοιχούν στις τιμές του σηματοθορυβικού λόγου SNR (Signal-to-Noise Ratio) για bits και σύμβολα αντίστοιχα.

Για QPSK διαμόρφωση έχουμε τις παρακάτω σχέσεις,

$$P_b^{QPSK} = Q(\sqrt{2 \cdot \gamma_b}), P_s^{QPSK} = 1 - \left[ 1 - Q(\sqrt{2 \cdot \gamma_b}) \right]^2 \quad (2.12)$$

Ενώ, για διαμορφώσεις με  $M > 4$ , ισχύει ο εξής προσεγγιστικός τύπος.

$$P_s^{MPSK} \approx 2 \cdot Q\left(\sqrt{2 \cdot \gamma_s} \cdot \left(\sin \frac{\pi}{M}\right)\right) \quad (2.13)$$

Για τις διαμορφώσεις M-QAM, ισχύει ο παρακάτω τύπος, τον οποίο απλά αναφέρουμε αλλά δεν θα τον χρησιμοποιήσουμε καθόλου στις προσομοιώσεις.

$$P_s^{M-QAM} = 1 - \left[ 1 - \frac{2 \cdot (\sqrt{M} - 1)}{\sqrt{M}} \cdot Q\left(\sqrt{\frac{3 \cdot \gamma_s}{M - 1}}\right) \right]^2, \quad (2.14)$$

όπου,  $\overline{\gamma_s}$  ο μέσος σηματοθορυβικός λόγος.

### Πιθανότητες Σφάλματος σε Δίαυλο με Διαλείψεις Rayleigh

Για κανάλι με διαλείψεις Rayleigh και διαμόρφωση BPSK, έχουμε τα παρακάτω.

$$\overline{P_{b,s}^{BPSK}} \approx \frac{1}{2} \cdot \left( 1 - \sqrt{\frac{\gamma_b}{1 + \gamma_b}} \right) \approx \frac{1}{4 \cdot \gamma_b} \quad (2.15)$$

Ενώ, για διαμόρφωση QPSK, έχει υπολογιστεί ότι ισχύει ο παρακάτω τύπος.

$$\overline{P_s^{QPSK}} \approx \frac{1}{2} \cdot \left( 1 - \frac{\sqrt{\frac{\gamma_s}{1+\gamma_s}}}{\sqrt{2 - \frac{\gamma_s}{1+\gamma_s}}} \right) \quad (2.16)$$

Για διαμορφώσεις με  $M > 4$  υπάρχουν διάφοροι τρόποι να υπολογιστούν οι πιθανότητες. Εμείς θα αναφέρουμε έναν απλό προσεγγιστικό τρόπο υπολογισμού της πιθανότητας.

$$P_s^{M-PSK} \approx a_M Q(\sqrt{\beta_M \gamma_s}) \approx \frac{a_M}{2\beta_M \gamma_s} \quad (2.17)$$

όπου, τα  $a_M$  και  $\beta_M$  ορίζονται σύμφωνα με την προσέγγιση που θέλουμε αλλά και τον τύπο της διαμόρφωσης. Για M-PSK, εμείς θα ορίσουμε το  $\beta_M$  σύμφωνα με τα παρακάτω και θεωρούμε ότι το  $a_M$  εξαρτάται από τον αριθμό συμβόλων  $M$ .

$$\beta_M \approx \sin^2\left(\frac{\pi}{M}\right) \quad (2.18)$$

### Προσομοιώσεις και Ποσοστά Σφάλματος

Στις προσομοιώσεις, αντί για τις πιθανότητες σφάλματος, οι οποίες ορίζονται ως θεωρητικά μεγέθη, χρησιμοποιούμε τα αντίστοιχα ποσοστά σφάλματος: Ποσοστό Σφάλματος Bit (Bit Error Ratio - BER) και Ποσοστό Σφάλματος Συμβόλου (Symbol Error Ratio - SER). Αυτά τα ποσοστά υπολογίζονται ως εξής, και παίρνουν τιμές από 0 έως και 1, όπως οι πιθανότητες σφάλματος.

$$BER = \frac{\text{error\_bits}}{\text{total\_bits}}, \quad SER = \frac{\text{error\_symbols}}{\text{total\_symbols}} \quad (2.19)$$

### 2.4 – Τεχνικές Διαφορισμού

Οι Τεχνικές Διαφορισμού (Diversity Techniques) είναι ένας τρόπος τέτοιος ώστε να αντιμετωπίζουμε τις διαλείψεις σε ένα κανάλι με το να χρησιμοποιούμε πολλαπλά κανάλια/κεραίες οι οποίες εκπέμπουν ή/και λαμβάνουν πολλαπλές εκδοχές του ίδιου σήματος, οι οποίες ονομάζονται κλάδοι διαφορισμού (diversity branches). Με τον τρόπο αυτό, αν ένα κανάλι παρουσιάζει ισχυρές διαλείψεις, η πιθανότητα να παρουσιάσουν και τα υπόλοιπα κανάλια ισχυρές διαλείψεις είναι πολύ μικρή.

Υπάρχουν διάφορες τεχνικές διαφορισμού, όπως ο Επιλεκτικός Συνδυασμός (Selection Combining), η Συνδυαστική Μέγιστου Λόγου (Maximal Ratio Combining – MRC), η Συνδυαστική Σταθερού Κέρδους (Equal Gain Combining – EGC), ο Κώδικας Alamouti, κα. Εμείς, όπως είπαμε και πριν, θα αναφέρουμε μόνο τη Συνδυαστική Μέγιστου Λόγου MRC, καθώς αυτή θα χρησιμοποιήσουμε στην εργασία [1: σελ.270-272, 5].

### Συνδυαστική Μέγιστου Λόγου (MRC)

Σε αυτή την τεχνική χρησιμοποιούμε όλους τους κλάδους του συστήματος και με κατάλληλη ρύθμιση του πλάτους και της φάσης των κλάδων αυτών, ανάλογα με το σηματοθορυβικό λόγο του καθενός, μπορεί να επιτευχθεί μια υψηλή τιμή του SNR. Με το MRC, ακόμα και αν κανένας κλάδος δεν δίνει αποδεκτή τιμή για το SNR, το άθροισμα όλων των σηματοθορυβικών λόγων μπορεί να επιτύχει μια αποδεκτή και ικανοποιητική τιμή για το SNR.

Πιο συγκεκριμένα, γνωρίζοντας το διάνυσμα των λαμβανόμενων σημάτων  $\mathbf{y}$ , μπορούμε να εφαρμόσουμε τα βάρη του MRC σύμφωνα με τα παρακάτω.

$$\mathbf{y}_{MRC} = \begin{bmatrix} w_1^{MRC} & w_2^{MRC} & \dots & w_{N_r}^{MRC} \end{bmatrix} \mathbf{y} = \mathbf{w}_{MRC}^T \mathbf{y} \quad (2.20)$$

$$, \text{ όπου } \mathbf{w} = \frac{\mathbf{h}^*}{\|\mathbf{h}\|}, \mathbf{w}^T = \frac{\mathbf{h}^H}{\|\mathbf{h}\|} \quad (2.21)$$

Το  $\mathbf{y}_{MRC}$  είναι το λαμβανόμενο σήμα έχοντας εφαρμόσει την τεχνική της Συνδυαστικής Μέγιστου Λόγου MRC.

### 2.5 – Χωρική Πολυπλεξία

Οι τεχνικές Χωρικής Πολυπλεξίας (Spatial Multiplexing) είναι τεχνικές οι οποίες χρησιμοποιούνται για την πολυπλεξία μεταξύ των πολλαπλών σημάτων στα συστήματα MIMO, δηλαδή την εκπομπή και λήψη ξεχωριστής πληροφορίας από κάθε κεραία. Η πολυπλεξία αυτή λέγεται χωρική γιατί οι κεραίες τοποθετούνται σε διαφορετική θέση μέσα στο χώρο, επομένως λαμβάνουμε υπόψη και τη διάσταση του χώρου.

Οι τεχνικές Χωρικής Πολυπλεξίας που θα αναφέρουμε σε αυτό το σημείο είναι: η Zero Forcing (ZF), η Minimum Mean Square Error (MMSE), καθώς και η εφαρμογή αυτών των δύο τεχνικών σε συνδυασμό με την τεχνική Successive Interference Cancellation (SIC) και τη SIC-Optimal Ordering. Αυτές είναι και οι τεχνικές που θα χρησιμοποιήσουμε και στην εργασία [5, 6].

### Zero Forcing (ZF)

Η τεχνική Zero Forcing χρησιμοποιείται στο δέκτη, και είναι μια τεχνική η οποία προσπαθεί να αντιστρέψει την επίδραση του διαύλου  $\mathbf{H}$ .

Για να το πετύχει αυτό χρησιμοποιεί τον ψευδο-αντίστροφο πίνακα του  $\mathbf{H}$ , τον  $\mathbf{H}^+$ . Δηλαδή, έχουμε τα εξής.

$$\mathbf{y}_{ZF} = \mathbf{H}^+ \mathbf{y} \quad (2.22)$$

### Minimum Mean Square Error (MMSE)

Η τεχνική MMSE χρησιμοποιείται και αυτή στο δέκτη, και αυτό που κάνει είναι να χρησιμοποιεί τη γνώση της διασποράς του θορύβου  $\sigma_n^2$ , με σκοπό τη μεγιστοποίηση του λόγου του σήματος προς παρεμβολή και θόρυβο (SINR).

Το παραπάνω υλοποιείται με τις σχέσεις που ακολουθούν.

$$\mathbf{w}_{MMSE} = \left( \mathbf{H}^H \mathbf{H} + \sigma_n^2 \mathbf{I}_{N_t} \right)^{-1} \mathbf{H}^H \quad (2.23)$$

$$\mathbf{y}_{MMSE} = \left( \mathbf{H}^H \mathbf{H} + \sigma_n^2 \mathbf{I}_{N_t} \right)^{-1} \mathbf{H}^H \mathbf{y} \quad (2.24)$$

### Successive Interference Cancellation (SIC) & Successive Interference Cancellation – Optimal Ordering (SIC-OR)

Αυτή η τεχνική, προσπαθεί να ανακτήσει την πληροφορία χρησιμοποιώντας τις προηγούμενες μεθόδους που αναφέραμε, καθώς και τη Maximum Likelihood (ML) (την οποία δεν αναφέρουμε εδώ γιατί δεν θα τη χρησιμοποιήσουμε στην εργασία), αλλά με λίγο διαφορετική λογική. Δηλαδή, αυτό που κάνει είναι να ανακτά τις ροές σημάτων μία-μία σε κάθε κεραία λήψης, όπου όμως αυτά τα σήματα που έχουν ανακτηθεί, αφαιρούνται διαδοχικά από το λαμβανόμενο σήμα, το οποίο τα θεωρεί ως παρεμβολές. Επομένως, σε κάθε στάδιο της μεθόδου, αφαιρούμε από το λαμβανόμενο σήμα, τη ροή σήματος που έχουμε ανακτήσει και ξαναστέλνουμε το λαμβανόμενο σήμα για ανάκτηση αλλά με μειωμένη την παρεμβολή (δηλαδή, τη ροή σήματος που ανακτήσαμε).

Η τεχνική SIC-Optimal Ordering κάνει το ίδιο πράγμα, αλλά σε κάθε βήμα ταξινομεί τις ροές σήματος που έχουν μείνει ανάλογα με την ισχύ τους, καθώς η σειρά με την οποία αφαιρούμε τις ροές έχει σημασία, όπως θα δούμε και στις προσομοιώσεις που θα κάνουμε στη συνέχεια.

Ο ψευδοκώδικας της παραπάνω διαδικασίας για την περίπτωση Optimal Ordering είναι ο ακόλουθος.

**Αρχικοποίηση Τιμών**

$$i \leftarrow 1 \quad (2.25)$$

$$\mathbf{r}_1 = \mathbf{y} \quad (2.26)$$

$$\mathbf{G}_1 = \mathbf{w}_{ZF,MMSE} \quad (2.27)$$

$$k_1 = \arg \min_j \left\| (\mathbf{G}_1)_j \right\|^2 \quad (2.28)$$

**Αναδρομή**

$$\mathbf{w}_{k_i} = (\mathbf{G}_i)_{k_i} \quad (2.29)$$

$$y_{k_i} = \mathbf{w}_{k_i}^T \mathbf{r}_i \quad (2.30)$$

$$\hat{a}_{k_i} = Q(y_{k_i}) \quad (2.32)$$

$$\mathbf{r}_{i+1} = \mathbf{r}_i - \hat{a}_{k_i} (\mathbf{H})_{k_i} \quad (2.33)$$

$$\mathbf{G}_{i+1} = \mathbf{H}_{k_i}^+ \quad (2.34)$$

$$k_{i+1} = \arg \min_{j \notin \{k_1, \dots, k_i\}} \left\| (\mathbf{G}_{i+1})_j \right\|^2 \quad (2.35)$$

$$i \leftarrow i + 1 \quad (2.36)$$

όπου,  $Q\{\cdot\}$  συνάρτηση κβαντοποίησης/τεμαχισμού του σηματοστερισμού (constellation quantization/slicing function), δηλαδή κάνουμε αποδιαμόρφωση και βρίσκουμε την εκτίμηση του συμβόλου, και η παύλα δεξιά του  $\mathbf{H}$  σημαίνει μηδενισμό (nulling) της αντίστοιχης στήλης.

Σε περίπτωση που δεν θέλουμε Βέλτιστη Ταξινόμηση (Optimal Ordering), απλά παραλείπουμε τα βήματα που βρίσκουν το minimum του  $\mathbf{G}$ , και επιλέγουμε εμείς όποιο θέλουμε.

**Προσομοίωση Μεθόδων Χωρικής Πολυπλεξίας**

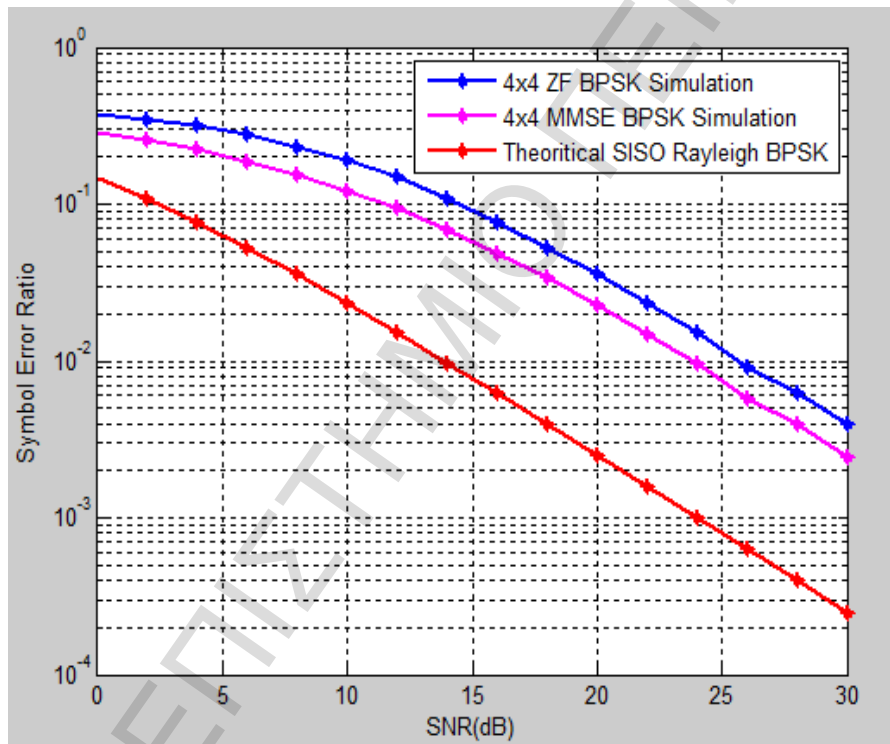
Σε αυτό το σημείο θα παραθέσουμε τα αποτελέσματα προσομοιώσεων που δείχνουν την επίδοση των παραπάνω τεχνικών που περιγράψαμε.

Αρχικά, απεικονίζουμε τις επιδόσεις του ZF και του MMSE για BPSK διαμόρφωση, και τις συγκρίνουμε με το θεωρητικό SEP για SISO κανάλι με Rayleigh διαλείψεις. Εδώ, να



σημειώσουμε ότι στις τεχνικές που προσομοιώνονται έχει γίνει κανονικοποίηση, έτσι ώστε η συνολική ενέργεια να είναι ίση με 1.

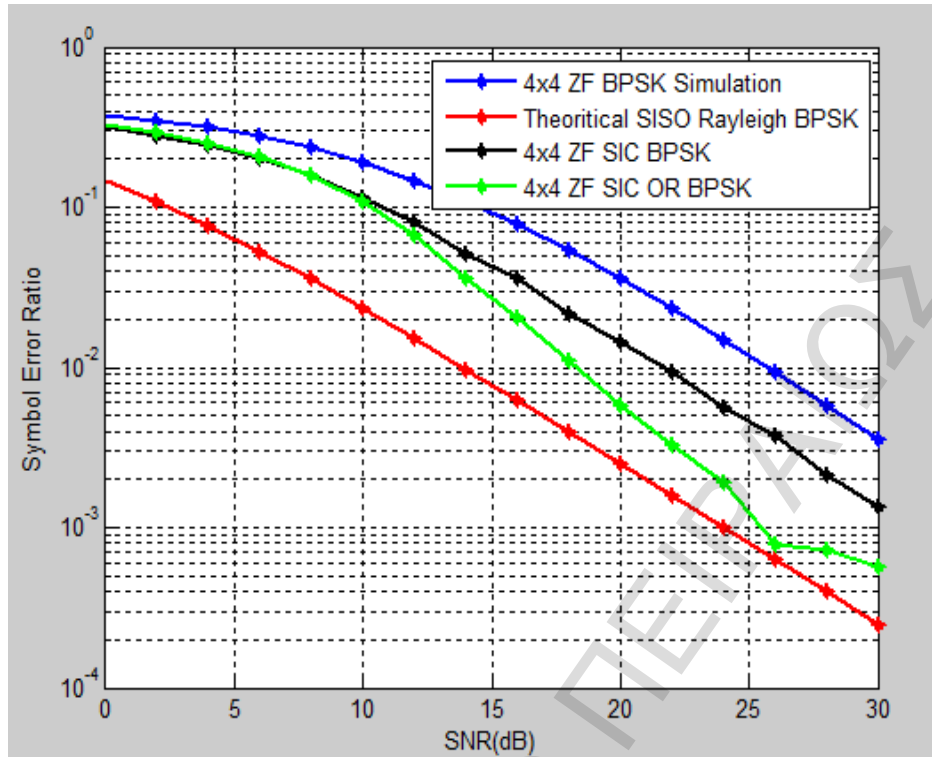
Όπως είναι προφανές από το παρακάτω σχήμα, η τεχνική MMSE δίνει καλύτερα αποτελέσματα με τη διαφορά να είναι λίγο μικρότερη από 4 dB. Δηλαδή, για να πετύχουμε την ίδια επίδοση με Zero Forcing που πετυχαίνουμε με την MMSE, χρειαζόμαστε σχεδόν 4 dB περισσότερα. Και οι δύο συμπεριφέρονται εμφανώς χειρότερα σε σχέση με το SISO κανάλι, αλλά σε αυτό παίζει ρόλο το ότι ενώ έχουμε 4x4 σύστημα, έχουμε κάνει κανονικοποίηση με αποτέλεσμα, όπως αναφέραμε και πιο πριν, η συνολική ενέργεια να είναι ίση με 1. Επίσης, η φασματική απόδοση των δύο τεχνικών είναι τετραπλάσια σε σχέση με τη θεωρητική για κανάλι SISO, καθώς κάθε φορά εκπέμπουμε τέσσερα (4) bits, ενώ η μετάδοση στο SISO κανάλι για BPSK διαμόρφωση μεταφέρει μόνο ένα (1) bit πληροφορίας.



Σχήμα 2.9

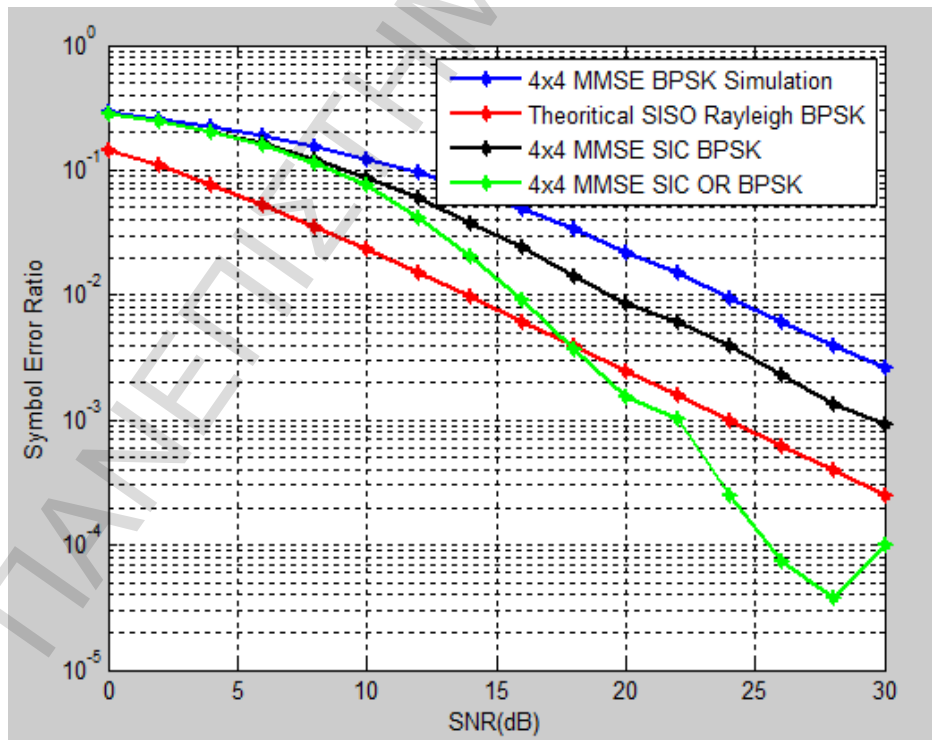
Απεικόνιση SER για BPSK μετάδοση χρησιμοποιώντας ZF & MMSE σε σύστημα 4x4

Στη συνέχεια, ακολουθούν οι απεικονίσεις των τριών διαφορετικών τεχνικών για ZF και MMSE αντίστοιχα. Οι τρεις (3) διαφορετικές τεχνικές για ZF είναι: η κανονική Zero Forcing (ZF), η Zero Forcing – Successive Interference Cancellation (ZF-SIC) και η Zero Forcing – Successive Interference Cancellation Optimal Ordering (ZF-SIC OR). Αντίστοιχα, ισχύουν και για την τεχνική MMSE.



Σχήμα 2.10

Απεικόνιση SER για BPSK μετάδοση χρησιμοποιώντας ZF, ZF SIC & ZF SIC-OR σε σύστημα 4x4



Σχήμα 2.11

Απεικόνιση SER για BPSK μετάδοση χρησιμοποιώντας MMSE, MMSE SIC & MMSE SIC-OR σε σύστημα 4x4

Και στα δύο σχήματα που παρατίθενται παραπάνω είναι προφανές ότι η τεχνική SIC και SIC-OR εφαρμοσμένη πάνω σε ZF και MMSE επιτυγχάνει πολύ καλύτερα αποτελέσματα από τις απλές τεχνικές ZF και MMSE. Πιο συγκεκριμένα, και στις δύο περιπτώσεις η SIC πετυχαίνει κέρδος περίπου ίσο με 4 dB σε σχέση με τις απλές τεχνικές ZF και MMSE, ενώ η SIC-OR πετυχαίνει κέρδος της τάξεως μέχρι και 8 dB σε σχέση με τις απλές τεχνικές. Τέλος, να αναφέρουμε, ότι πάλι η τεχνική MMSE δίνει καλύτερα αποτελέσματα από τη ZF, γεγονός το οποίο το περιμέναμε, έχοντας σχολιάσει τα αποτελέσματα του πρώτου σχήματος που περιείχε αποτελέσματα για τις τεχνικές Χωρικής Πολυπλεξίας.

## **2-6 – Λογισμικό MATLAB**

Το λογισμικό MATLAB, ή Matrix Laboratory είναι ένα πρόγραμμα που χρησιμοποιεί γλώσσα προγραμματισμού υψηλού επιπέδου για τη λειτουργία του, και επιτρέπει την ανάπτυξη αλγορίθμων, την ανάλυση, απεικόνιση και οπτικοποίηση δεδομένων, καθώς και υπολογιστικών πράξεων, για διάφορες εφαρμογές. Μερικά από τα πλεονεκτήματα του MATLAB είναι ότι μεταβλητές, όπως πίνακες και διανύσματα, οι οποίες είναι και οι βασικές μεταβλητές στο συγκεκριμένο προγραμματιστικό περιβάλλον, ορίζονται αυτόματα και δυναμικά, χωρίς περιττές εντολές π.χ. δέσμευση μνήμης. Ακόμα, το συγκεκριμένο πρόγραμμα περιέχει πολλές μαθηματικές συναρτήσεις, καθώς και εντολές διαχείρισης υποπινάκων, γεγονός το οποίο το καθιστά πολύ εύχρηστο και αρκετά γρήγορο σε δύσκολους υπολογισμούς και πολύπλοκες πράξεις. Ένα από τα μειονεκτήματά του είναι ότι για να εκτελεστεί οποιαδήποτε εφαρμογή, χρειάζεται εγκατάσταση του προγράμματος, καθώς δεν μπορεί να γίνει αυτόνομη εφαρμογή των προγραμμάτων που έχουν γραφεί σε MATLAB. Περισσότερες πληροφορίες καθώς και παραδείγματα εφαρμογών δίνονται στην ιστοσελίδα του λογισμικού [www.mathworks.com](http://www.mathworks.com) [7: σελίδα 417, υποσημείωση, αναφορά από Παπαδάκης Στέλιος & Αδαμίδης Παναγιώτης, “Ασαφή Συστήματα: Θεωρία και Εργαστηριακές Ασκήσεις”, Θεσσαλονίκη, Μάιος 2004].

Όσον αφορά την παρούσα εργασία, το λογισμικό αυτό επιλέχτηκε σε σχέση με παρόμοια προγράμματα (όπως το Mathematica, Maple, κ.α.) γιατί ο συγγραφέας της εργασίας είναι πιο εξοικειωμένος με το συγκεκριμένο πρόγραμμα και πιστεύει ότι όσον αφορά τις εφαρμογές που αφορούν συστήματα επικοινωνιών, το συγκεκριμένο λογισμικό είναι καλύτερο. Άλλωστε, ένα από τα βασικά θέματα με τα οποία ασχολούμαστε στην εργασία είναι οι πίνακες και τα διανύσματα που χρησιμοποιούνται στα συστήματα MIMO, και όπως περιγράψαμε και στην προηγούμενη παράγραφο, το MATLAB έχει ως βασικές μεταβλητές τους πίνακες και τα διανύσματα με αποτέλεσμα να είναι πολύ εύχρηστο σε εφαρμογές με τέτοιου είδους μεταβλητές.

## **3 – Τεχνικές Εκμετάλλευσης της Χωρικής Πληροφορίας**

### **3.1 – Εισαγωγή**

Στο προηγούμενο κεφάλαιο θέσαμε τις βάσεις και τη θεωρία των συστημάτων MIMO και μιλήσαμε για διάφορες τεχνικές και μεγέθη που χρησιμοποιούνται σε αυτά τα συστήματα.

Σε αυτό το κεφάλαιο θα αναφερθούμε, όπως είπαμε και στην εισαγωγή, στην τεχνική της Εκμετάλλευσης της Χωρικής Πληροφορίας (Spatial Information Exploitation) [8]. Το συγκεκριμένο άρθρο αποτελεί μια προγενέστερη ιδέα των τεχνικών Χωρικής Διαμόρφωσης, καθώς εισάγει την ιδέα της εκμετάλλευσης της θέσης της κεραίας εκπομπής για την αποφυγή της δια-συμβολικής παρεμβολής (Inter-channel Interference). Επιπρόσθετα, η Εκμετάλλευση της Χωρικής Πληροφορίας μπορεί να θεωρηθεί και ως συνέχεια (ή/και γενίκευση) της θεώρησης που περιγράφεται στο [9], η οποία θεώρηση, αναφέρεται σε μετάδοση παρόμοια με αυτή που θα συζητήσουμε παρακάτω για την περίπτωση BPSK διαμόρφωσης.

Όσον αφορά τη δομή του κεφαλαίου, αρχικά θα αναφερθούμε σε κάποια θεωρητικά θέματα του άρθρου και στη συνέχεια θα υλοποιήσουμε τις προσομοιώσεις που περιλαμβάνονται σε αυτό το άρθρο.

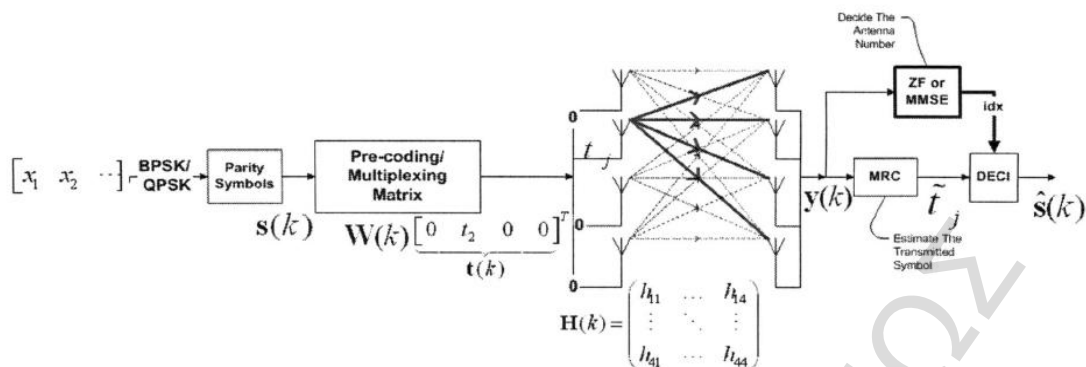
### **3.2 – Θεωρητικό Υπόβαθρο**

Σε αυτό το σημείο θα ορίσουμε κάποια θεωρητικά σημεία, τα οποία αφορούν την τεχνική της Εκμετάλλευσης Χωρικής Πληροφορίας (Spatial Information Exploitation).

Η γενική ιδέα πίσω από αυτή την τεχνική είναι ότι προσπαθούμε να μετατρέψουμε ένα δiάνυσμα αποτελούμενο από σύμβολα πληροφορίας, σε ένα αντίστοιχο δiάνυσμα του οποίου όλα τα στοιχεία θα είναι μηδέν (0), εκτός από ένα, που θα είναι και το σύμβολο που θα εκπέμψουμε. Στο δέκτη θα προσπαθήσουμε να ανακτήσουμε το σύμβολο αυτό, καθώς και τον αριθμό της κεραίας που το έστειλε. Ο αριθμός της κεραίας εκπομπής δηλώνει τη χωρική θέση της κεραίας αυτής. Έχοντας αυτά τα δύο στοιχεία (σύμβολο πληροφορίας και αριθμό της κεραίας) μπορούμε να ανακτήσουμε το αρχικό δiάνυσμα συμβόλων, δηλαδή την ποσότητα της αρχικής πληροφορίας.

Στη συνέχεια, θα περιγράψουμε αναλυτικά τον τρόπο με τον οποίο εφαρμόζεται η παραπάνω τεχνική.

Το μοντέλο του συστήματος που περιγράψαμε προηγουμένως απεικονίζεται συνοπτικά στο παρακάτω σχέδιο.



Σχήμα 3.1

Απεικόνιση της Αρχιτεκτονικής της τεχνικής της Εκμετάλλευσης της Χωρικής Πληροφορίας

Αρχικά, ορίζουμε κάποιους συμβολισμούς που θα χρησιμοποιηθούν, οι οποίοι είναι οι εξής:  $(\cdot)^*$  συζυγής πίνακας (conjugate matrix),  $(\cdot)^+$  ψευδο-αντίστροφος πίνακας (pseudoinverse matrix),  $(\cdot)^H$  Ερμιτιανός πίνακας (Hermitian matrix),  $(\cdot)^T$  ανάστροφος (transpose) και  $(\cdot)^{-1}$  αντίστροφος (inverse) πίνακας.

Έπειτα, θεωρούμε ότι έχουμε ένα MIMO σύστημα  $4 \times 4$ , δηλαδή  $N_t = N_r = 4$ . Ταυτόχρονα, έχουμε μια ομάδα από σύμβολα  $\mathbf{x}(k)$ , 3 για BPSK διαμόρφωση ή 2 για QPSK, με διάρκεια συμβόλου  $T_s$ , στα οποία προσθέτουμε κάποια parity symbols (σύμβολα ισοτιμίας), ώστε ο συνολικός αριθμός των συμβόλων να είναι 4, δηλαδή +1 για BPSK διαμόρφωση ή +2 για QPSK, με αποτέλεσμα να δημιουργηθεί ένα νέο διάνυσμα  $\mathbf{s}(k)$ . Ο τρόπος με τον οποίο διαλέγουμε τα σύμβολα ισοτιμίας θα δοθεί στη συνέχεια. Κατόπιν, πολλαπλασιάζουμε το διάνυσμα  $\mathbf{s}(k)$  με έναν πίνακα  $\mathbf{W}$ , όπου για BPSK μετάδοση είναι ένας πίνακας Hadamard  $4 \times 4$ , ενώ για QPSK μετάδοση είναι ένας Fourier πίνακας  $4 \times 4$  (όπως αυτοί εμφανίζονται παρακάτω), και δημιουργούμε το διάνυσμα  $\mathbf{t}(k) = \mathbf{s}(k) \cdot \mathbf{W}$ , το οποίο πρόκειται να σταλεί. Το χαρακτηριστικό αυτού του διανύσματος είναι ότι έχει όλα του τα στοιχεία μηδενικά (δηλαδή, δεν εκπέμπουμε τίποτα), εκτός από ένα στοιχείο το οποίο είναι ένα σύμβολο BPSK ή QPSK, αναλόγως με τη μετάδοση. Για παράδειγμα,  $[0, t, 0, 0]$ , το οποίο σημαίνει ότι η  $2^{\text{η}}$  κεραία θα στείλει το σύμβολο  $t$ , ενώ οι υπόλοιπες δεν θα στείλουν τίποτα. Δηλαδή, κάθε φορά μία κεραία στέλνει, ενώ οι υπόλοιπες υπάρχουν για να δείχνουν τον αριθμό της κεραίας που εκπέμπει, δηλαδή να δείχνουν τη χωρική πληροφορία (spatial information). Το διάνυσμα που θα δεχθούν οι δέκτες του συστήματος θα είναι το  $\mathbf{y}(k) = \mathbf{H}(k)\mathbf{t}(k) + \mathbf{n}(k)$ .

Στη συνέχεια, θεωρούμε ότι οι ζεύξεις είναι ασυσχέτιστες (uncorrelated signal paths) και ότι ο δέκτης έχει γνώση του πίνακα του διαύλου. Ακόμα, για τη λειτουργία του συστήματος δεν απαιτείται συγχρονισμός μεταξύ των κεραιών. Αρχικά, για να εκτιμήσουμε το σύμβολο που στάλθηκε χρησιμοποιούμε την τεχνική Maximal Ratio Combining (MRC), τέσσερις φορές (όσες και οι κεραιές λήψης) και διαλέγουμε το μεγαλύτερο  $y_{MRC}$ . Στη συνέχεια, για να βρούμε τον αριθμό της κεραίας που έστειλε το σύμβολο, χρησιμοποιούμε τις τεχνικές Zero Forcing (ZF) ή Minimum Mean Square Error (MMSE), σύμφωνα με τα παρακάτω.

$$idx_{ZF} = \arg \max (|\mathbf{H}^+ \mathbf{y}|) \quad (3.1)$$

$$idx_{MMSE} = \arg \max \left( \left| \left[ \mathbf{H}^H \mathbf{H} + \mathbf{I}_N / \rho \right]^{-1} \mathbf{H}^H \mathbf{y} \right| \right), \quad (3.2)$$

όπου το  $\rho$  είναι η τιμή του SNR στο δέκτη.

Έχοντας κάνει σωστές εκτιμήσεις για το σύμβολο και για τον αριθμό της κεραίας εκπομπής, μπορούμε να ανακτήσουμε το διάνυσμα  $\mathbf{s}(k)$ , σύμφωνα με τον παρακάτω τύπο.

$$\hat{\mathbf{s}}(k) = \left( \tilde{t}_j \langle \mathbf{W}_j \rangle_{idx} \right)^* t_j \mathbf{W}_j, \quad (3.3)$$

όπου  $\tilde{t}_j$  είναι το εκτιμώμενο σύμβολο και  $\langle \mathbf{W}_j \rangle_{idx}$  η γραμμή  $j$  του πίνακα  $\mathbf{W}$ .

Αυτή είναι η γενική ιδέα της τεχνικής της Εκμετάλλευσης της Χωρικής Πληροφορίας. Πριν δείξουμε συγκεκριμένα παραδείγματα, θα ορίσουμε τους πίνακες  $\mathbf{W}$  και θα δείξουμε την αντιστοίχιση μεταξύ των διανυσμάτων  $\mathbf{x}(k), \mathbf{s}(k), \mathbf{t}(k)$ .

Ο πίνακας Hadamard 4x4 είναι ο παρακάτω.

$$\mathbf{W}_H = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.4)$$

Ενώ, αντίστοιχα ο Fourier 4x4, ο οποίος περιέχει και μιγαδικούς αριθμούς, είναι ο εξής.

$$\mathbf{W}_F = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & i & -1 & -i \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -i & -1 & i \end{pmatrix} \quad (3.5)$$

Οι πίνακες αντιστοίχισης των τριών διανυσμάτων που αναφέραμε είναι οι ακόλουθοι.

#### **Αντιστοιχία Συμβόλων για BPSK**

<b>Data Symbols <math>\mathbf{x}(k)</math></b>	<b>Parity Symbols <math>\mathbf{s}(k)</math></b>	<b>Transmit Symbols <math>\mathbf{t}(k)</math></b>
1 1 1	1 1 1 1	1 0 0 0
-1 1 1	-1 1 1 -1	0 0 0 -1
1 -1 1	1 -1 1 -1	0 1 0 0

1 1 -1	1 1 -1 -1	0 0 1 0
-1 -1 1	-1 -1 1 1	0 0 -1 0
1 -1 -1	1 -1 -1 1	0 0 0 1
-1 1 -1	-1 1 -1 1	0 -1 0 0
-1 -1 -1	-1 -1 -1 -1	-1 0 0 0

**Αντιστοιχία Συμβόλων για QPSK**

Data Symbols $x(k)$	Parity Symbols $s(k)$	Transmit Symbols $t(k)$
1 1	1 1 1 1	1 0 0 0
1 -1	1 -1 1 -1	0 0 1 0
-1 1	-1 1 -1 1	0 0 -1 0
-1 -1	-1 -1 -1 -1	-1 0 0 0
$i$ $i$	$i$ $i$ $i$ $i$	$i$ 0 0 0
$i$ $-i$	$i$ $-i$ $i$ $-i$	0 0 $i$ 0
$-i$ $i$	$-i$ $i$ $-i$ $i$	0 0 $-i$ 0
$-i$ $-i$	$-i$ $-i$ $-i$ $-i$	$-i$ 0 0 0
1 $i$	1 $i$ -1 $-i$	0 0 0 1
$i$ 1	$i$ 1 $-i$ -1	0 $i$ 0 0
-1 $-i$	-1 $-i$ 1 $i$	0 0 0 -1
$-i$ -1	$-i$ -1 $i$ 1	0 $-i$ 0 0
1 $-i$	1 $-i$ -1 $i$	0 1 0 0
$i$ -1	$i$ -1 $-i$ 1	0 0 0 $i$
-1 $i$	-1 $i$ 1 $-i$	0 -1 0 0
$-i$ 1	$-i$ 1 $i$ -1	0 0 0 $-i$

Από τους παραπάνω πίνακες, βγαίνουν τα εξής συμπεράσματα. Ότι για τη διαμόρφωση BPSK, τα σύμβολα ισοτιμίας συμπληρώνονται με σκοπό το άθροισμα των στοιχείων του διανύσματος  $s(k)$  να είναι 0 ή αν δεν είναι δυνατόν αυτό να είναι 4 ή  $-4$ . Ενώ, για τη QPSK διαμόρφωση, με σκοπό το άθροισμα των στοιχείων του διανύσματος  $s(k)$  να είναι 0 ή να δεν είναι δυνατόν να είναι 4,  $-4$ ,  $4i$  ή  $-4i$ . Για αυτό το ζεύγος των συμβόλων που προστίθενται είναι ίσο με το ζεύγος των συμβόλων πληροφορίας σε περίπτωση που και οι δύο αριθμοί του ζεύγους είναι μιγαδικοί ή και οι δύο πραγματικοί. Διαφορετικά, εισάγουμε τα αντίθετα του αρχικού ζεύγους.

Έχοντας ορίσει πλέον όλα τα μεγέθη μπορούμε να παραθέσουμε τα επόμενα παραδείγματα.

### Μετάδοση με BPSK διαμόρφωση

Ας υποθέσουμε ότι θέλουμε να στείλουμε την ακόλουθη σειρά συμβόλων.

$$\mathbf{x} = \frac{1}{\sqrt{4}}[-1, 1, -1] \quad (3.6)$$

Προσθέτοντας τα σύμβολα ισοτιμίας έχουμε το ακόλουθο διάνυσμα.

$$\mathbf{s} = \frac{1}{\sqrt{4}}[-1, 1, -1, 1] \quad (3.7)$$

Στη συνέχεια πολλαπλασιάζοντας με τον πίνακα Hadamard, παίρνουμε το παρακάτω διάνυσμα.

$$\mathbf{t} = [0, -1, 0, 0] \quad (3.8)$$

Θεωρώντας σωστές εκτιμήσεις με τις τεχνικές που αναφέραμε προηγουμένως, έχουμε ότι  $i d_x = 2$  και  $\tilde{t}_j = -1$ . Χρησιμοποιώντας αυτές τις εκτιμήσεις και εφαρμόζοντάς τες στη σχέση ανάκτησης που παραθέσαμε, μπορούμε να ανακτήσουμε τα σύμβολα δεδομένων που είχαμε θεωρήσει αρχικά.

$$\hat{\mathbf{s}}(k) = [-1, 1, -1, 1] \quad (3.9)$$

### Μετάδοση με QPSK διαμόρφωση

Πάλι, θεωρούμε ότι θέλουμε να μεταδώσουμε κάποια πληροφορία η οποία είναι η παρακάτω.

$$\mathbf{x} = \frac{1}{\sqrt{4}}[-i, 1] \quad (3.10)$$

Προσθέτουμε τα σύμβολα ισοτιμίας σύμφωνα με τους παραπάνω πίνακες και οδηγούμαστε στο παρακάτω διάνυσμα.

$$\mathbf{s} = \frac{1}{\sqrt{4}}[-i, 1, i, -1] \quad (3.11)$$

Και πολλαπλασιάζοντας με τον πίνακα Fourier έχουμε το παρακάτω διάνυσμα.

$$\mathbf{t} = [0, -i, 0, 0] \quad (3.12)$$



Κάνοντας σωστές εκτιμήσεις στους δέκτες του συστήματος, έχουμε ότι  $idx = 2$  και  $\tilde{t}_j = -i$ . Επομένως, μπορούμε να ανακτήσουμε τα αρχικά δεδομένα με τη μαθηματική σχέση που έχουμε αναφέρει.

$$\hat{\mathbf{s}}(k) = [-i, 1, i, -1] \quad (3.13)$$

### Πολυπλοκότητα Τεχνικών

Σε αυτό το στάδιο θα αναφερθούμε στην πολυπλοκότητα των τεχνικών που θα γίνουν στη συνέχεια δίνοντας τους παρακάτω μαθηματικούς τύπους. Το  $C$  δηλώνει την πολυπλοκότητα (complexity).

$$C_{ZF} = 5N_r^2 N_t + 22N_t^3 + N_t^2 \quad (3.14)$$

$$C_{MMSE} = 5N_t^3 + N_r N_t^2 + N_t^2 \quad (3.15)$$

$$C_{MRC} = N_r^2 \quad (3.16)$$

Στις κανονικές ZF & MMSE δεν εφαρμόζουμε MRC, αλλά στην τεχνική της Εκμετάλλευσης της Χωρικής Πληροφορίας (Spatial Information Exploitation - SIE) εφαρμόζουμε, επομένως στη συνολική πολυπλοκότητα πρέπει να προσθέσουμε και αυτή του MRC.

$$C_{ZF-SIE} = C_{ZF} + C_{MRC}, C_{MMSE-SIE} = C_{MMSE} + C_{MRC} \quad (3.17)$$

Για το Successive Interference Cancellation (SIC) και Successive Interference Cancellation – Optimal Ordering (SIC-OR) ισχύουν τα παραπάνω, αλλά λόγω της αναδρομικής εκτέλεσης του αλγόριθμου έχουμε πολλές φορές την εκτέλεση των παραπάνω διαδικασιών αλλά με συνεχώς μειούμενες διαστάσεις, όπως φαίνεται παρακάτω.

$$[N_r \times (N_t - k)], k = 0, \dots, (N_t - 1) \quad (3.18)$$

Επομένως, η συνολική πολυπλοκότητα είναι η παρακάτω.

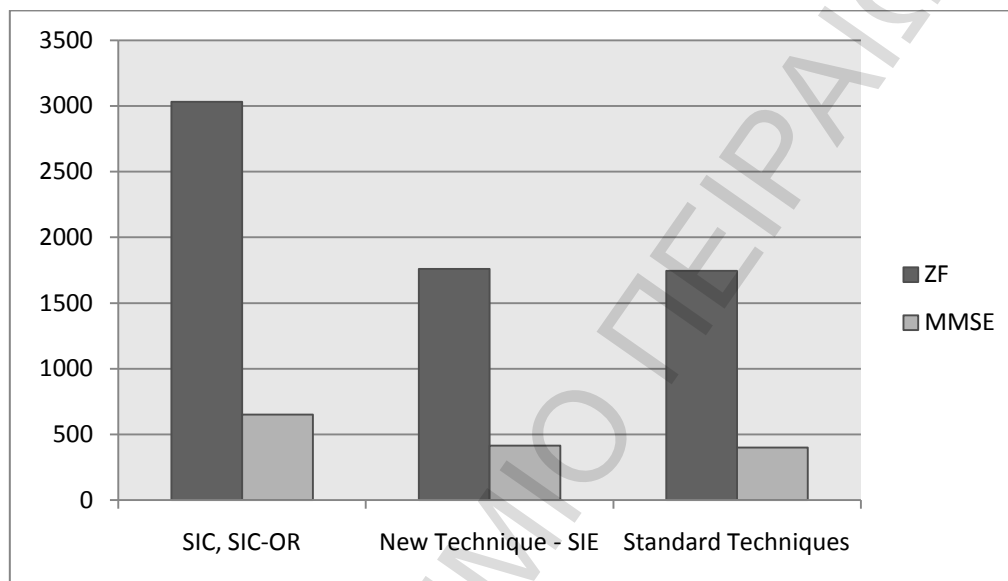
$$C_{ZF-SIC} = \sum_{i=1}^{N_t} (5N_r^2 i + 22i^3 + i^2) \quad (3.19)$$

$$C_{MMSE-SIC} = \sum_{i=1}^{N_t} (5i^3 + N_r i^2 + i^2) \quad (3.20)$$

Επομένως, για MIMO σύστημα 4x4 έχουμε τα αποτελέσματα του πίνακα της επόμενης σελίδας.

	SIC, SIC-OR		New Technique - SIE		Standard Techniques	
	ZF	MMSE	ZF	MMSE	ZF	MMSE
<b>Complexity</b>	<b>3030</b>	<b>650</b>	<b>1760</b>	<b>416</b>	<b>1744</b>	<b>400</b>

Από τον παραπάνω πίνακα, εύκολα προκύπτει ότι η Εκμετάλλευση Χωρικής Πληροφορίας έχει λίγο υψηλότερη πολυπλοκότητα από τις κανονικές τεχνικές ZF & MMSE, αλλά πολύ λιγότερη από τις SIC & SIC-OR σε συνεργασία με ZF και MMSE.



Σχήμα 3.2

Απεικόνιση των τιμών της Πολυπλοκότητας για τις τεχνικές ZF & MMSE και τις αντίστοιχες με συνδυασμό των τεχνικών SIC(-OR) & SIE

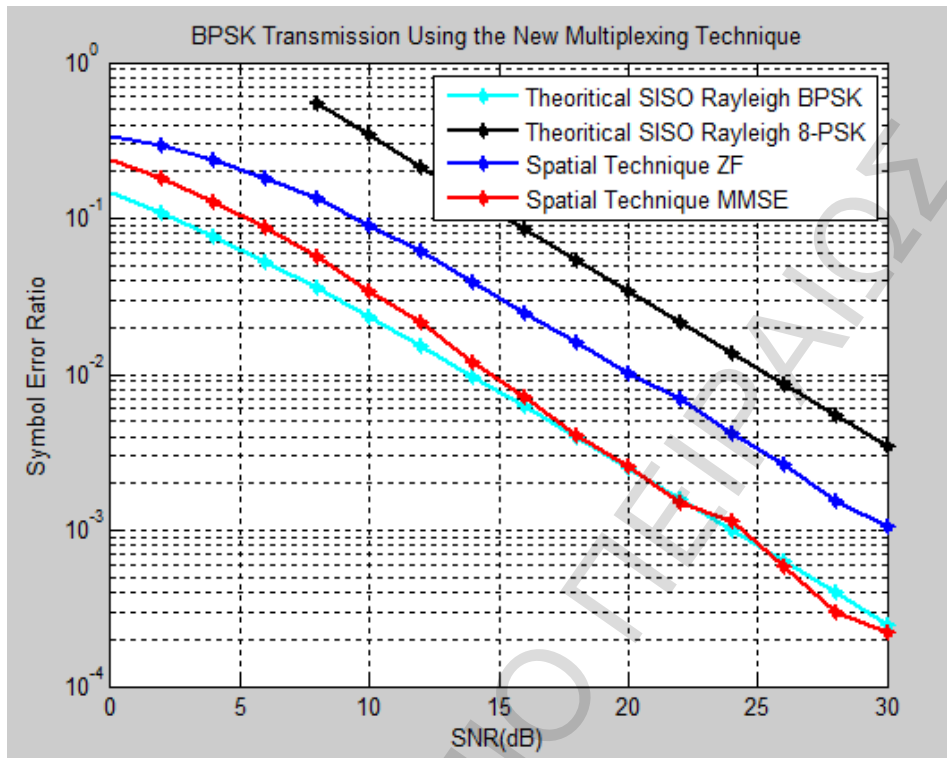
### 3.3 – Προσομοιώσεις

Σε αυτό το υποκεφάλαιο θα υλοποιήσουμε τις προσομοιώσεις της τεχνικής της Εκμετάλλευσης της Χωρικής Πληροφορίας, όπως περιγράφηκε παραπάνω.

Αρχικά, θα κάνουμε τις προσομοιώσεις της καινούριας τεχνικής με ZF και MMSE για BPSK διαμόρφωση και θα τις συγκρίνουμε με κάποιες θεωρητικές τιμές. Κάνοντας λοιπόν την προσομοίωση στο MATLAB, έχουμε τις εικόνες της επόμενης σελίδας.

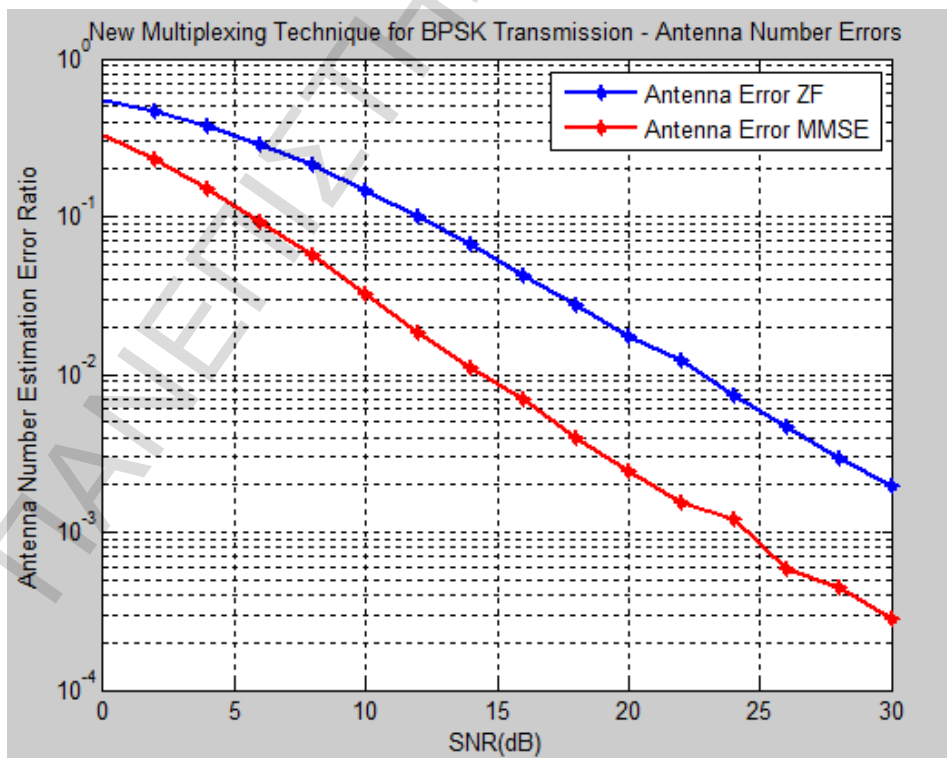
Από τις παρακάτω εικόνες, αμέσως φαίνεται ότι η τεχνική με MMSE είναι καλύτερη από την τεχνική με ZF με διαφορά περίπου 4-5 dB, όπως άλλωστε είχαμε δει και στο προηγούμενο κεφάλαιο με τις κανονικές ZF, MMSE και αυτές με SIC, SIC-OR. Στη συνέχεια, παρατηρούμε ότι και οι δύο τεχνικές συμπεριφέρονται σαφώς καλύτερα από τις θεωρητικές τιμές για 8-PSK διαμόρφωση σε SISO σύστημα, και πιο συγκεκριμένα για ZF έχουμε μια διαφορά περίπου 5-6 dB, ενώ για MMSE έχουμε διαφορά γύρω στα 10 dB. Όσον αφορά τη σύγκριση με τις θεωρητικές τιμές για BPSK σε SISO, βλέπουμε ότι οι τεχνικές συμπεριφέρονται χειρότερα, εκτός από την MMSE που για μεγάλες τιμές του SNR, προσεγγίζει τις τιμές της θεωρητικής BPSK. Πιο συγκεκριμένα, οι διαφορές με ZF είναι

περίπου 6 dB, ενώ για MMSE περίπου 2 dB, που στη συνέχεια μειώνεται και ακολουθούν οι δύο καμπύλες περίπου ίδια πορεία.



Σχήμα 3.3

SER για BPSK μετάδοση χρησιμοποιώντας τη SIE ZF & MMSE, συγκρινόμενη με θεωρητικές τιμές για BPSK & 8-PSK



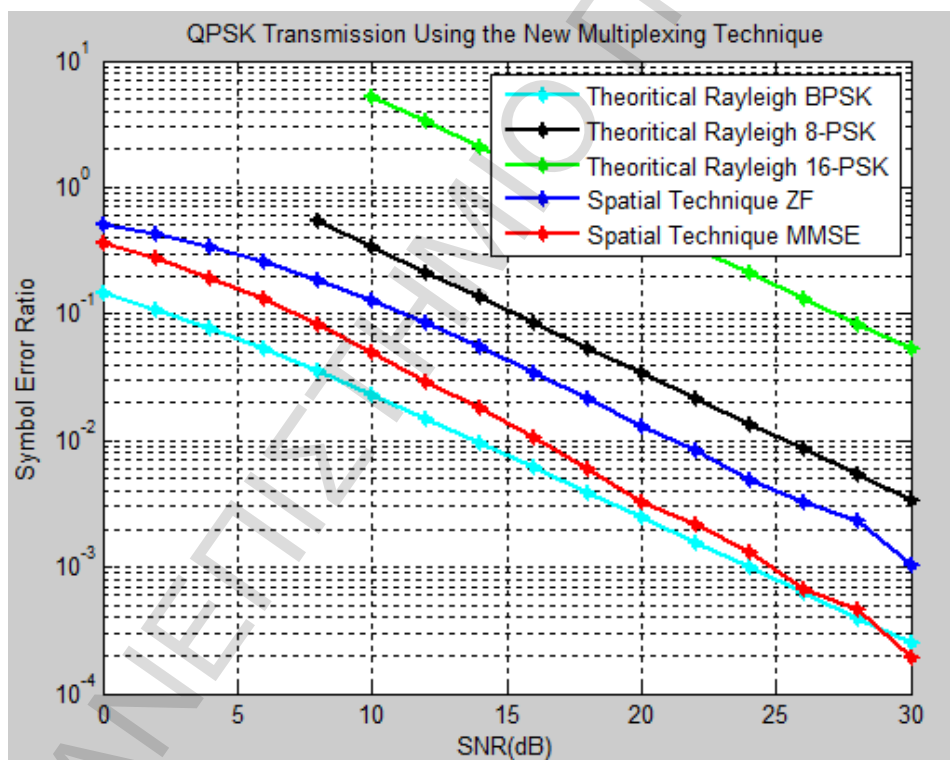
Σχήμα 3.4

Ποσοστό Λάθους Εκτίμησης Αριθμού Κεραίας Εκπομπής για BPSK μετάδοση χρησιμοποιώντας SIE ZF & MMSE

Το σημαντικό όμως που πρέπει να προσέξουμε είναι ότι με την τεχνική της Εκμετάλλευσης της Χωρικής Πληροφορίας για BPSK μετάδοση, μεταφέρουμε 3 bits κάθε φορά, δηλαδή όσα και με την 8-PSK, ενώ με BPSK για SISO, μόνο ένα bit. Επομένως, η νέα τεχνική συμπεριφέρεται καλύτερα από την 8-PSK σε SISO σύστημα, έχοντας την ίδια φασματική επίδοση (spectral efficiency), ενώ σε σύγκριση με τη BPSK για SISO, οι τεχνικές συμπεριφέρονται χειρότερα (με εξαίρεση τη MMSE – SIE σε υψηλό σηματοθορυβικό λόγο), αλλά με τριπλάσιο spectral efficiency.

Όσον αφορά τις γραφικές παραστάσεις που δείχνουν τα λάθη στην ανίχνευση των κεραιών, πάλι η MMSE εκδοχή της Spatial Information Exploitation, συμπεριφέρεται καλύτερα από την αντίστοιχη της Zero Forcing, με διαφορά περίπου ίση με 6 dB, η οποία για μεγάλα SNR γίνεται μεγαλύτερη.

Στη συνέχεια, κάνουμε τις προσομοιώσεις για QPSK διαμόρφωση, στην οποία να θυμίσουμε ότι τα σύμβολα πληροφορίας είναι 2, τα οποία μεταφέρουν τα διπλάσια bits.

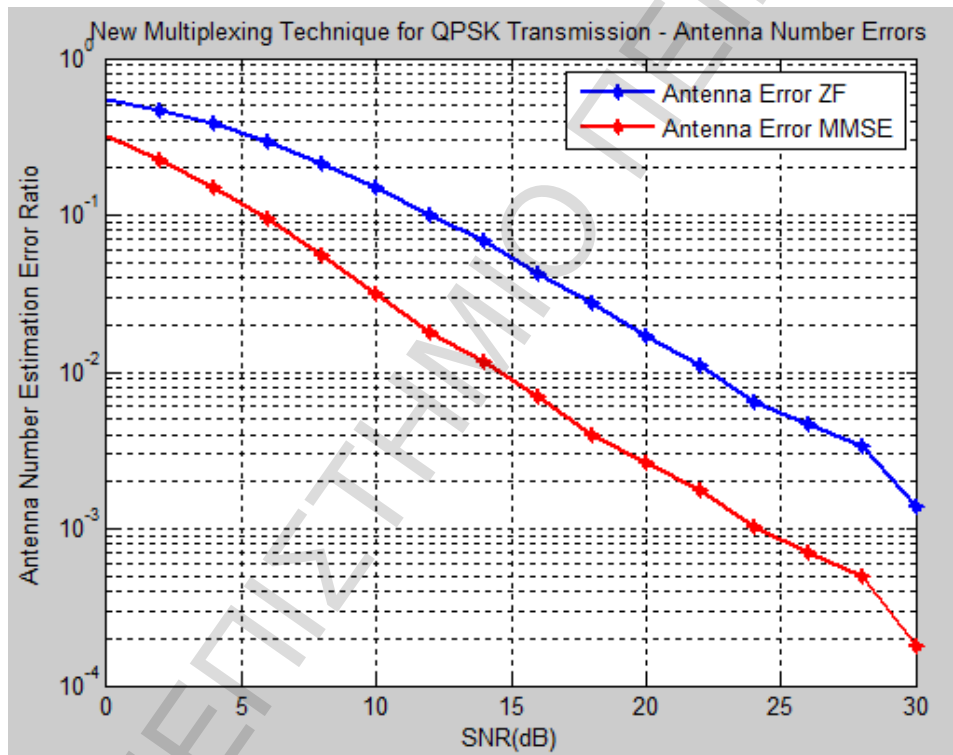


Σχήμα 3.5  
SER για QPSK μετάδοση χρησιμοποιώντας τη SIE ZF & MMSE, συγκρινόμενη με θεωρητικές τιμές για BPSK, 8-PSK & 16-PSK

Παρατηρώντας την παραπάνω απεικόνιση, βλέπουμε ότι πάλι η διαφορά μεταξύ ZF και MMSE είναι περίπου 5 dB. Ακόμα, ότι και τα δύο συμπεριφέρονται πολύ καλύτερα από τις θεωρητικές καμπύλες των 8-PSK και 16-PSK. Πιο συγκεκριμένα, η τεχνική που μελετάμε, εφαρμοσμένη με ZF έχει διαφορά περίπου 4 dB από την 8-PSK και περίπου 16 dB από την 16-PSK. Αντίστοιχα, οι διαφορές για MMSE είναι 9 dB και 20 dB. Αντίθετα, και οι δύο

τεχνικές συμπεριφέρονται χειρότερα από τη θεωρητική προσέγγιση για BPSK, με εξαίρεση πάλι την τεχνική MMSE, που για μεγάλες τιμές του SNR, φτάνει την επίδοση της παραπάνω προσέγγισης. Οι διαφορές τους με τη BPSK σε SISO σύστημα είναι περίπου 7 dB για ZF, και 3-4 dB για τις χαμηλές τιμές του SNR.

Όπως όμως παρατηρήσαμε και στην προηγούμενη ομάδα διαγραμμάτων, υπάρχει διαφορά στη φασματική απόδοση, καθώς με την καινούρια τεχνική με QPSK διαμόρφωση, εκπέμπουμε ταυτόχρονα 4 bits, το οποίο είναι συγκρίσιμο με τα 4 bit σε 16-PSK διαμόρφωση και όχι με το 1 bit που εκπέμπει η BPSK. Φυσικά, όπως είπαμε και πριν, οι τεχνικές της Εκμετάλλευσης της Χωρικής Πληροφορίας πετυχαίνουν πολύ καλύτερα αποτελέσματα από τη 16-PSK. Η BPSK ναι μεν συμπεριφέρεται καλύτερα, αλλά μόνο με το 1/4 της φασματικής απόδοσης.

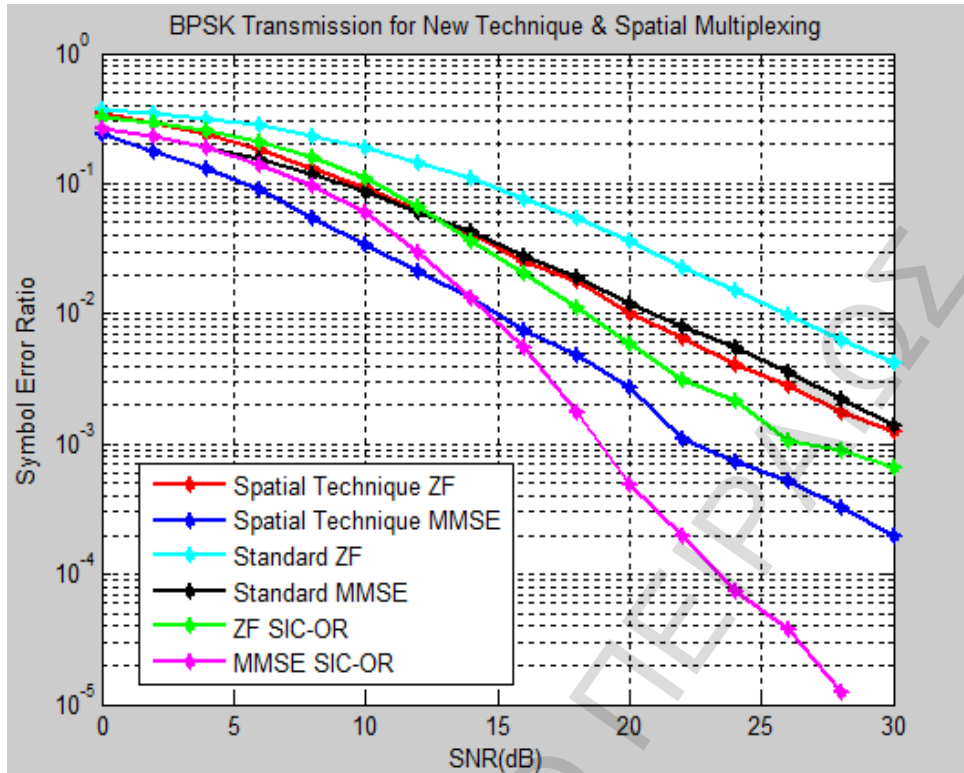


Σχήμα 3.6

Ποσοστό Λάθους Εκτίμησης Αριθμού Κεραίας Εκπομπής για QPSK μετάδοση χρησιμοποιώντας SIE ZF & MMSE

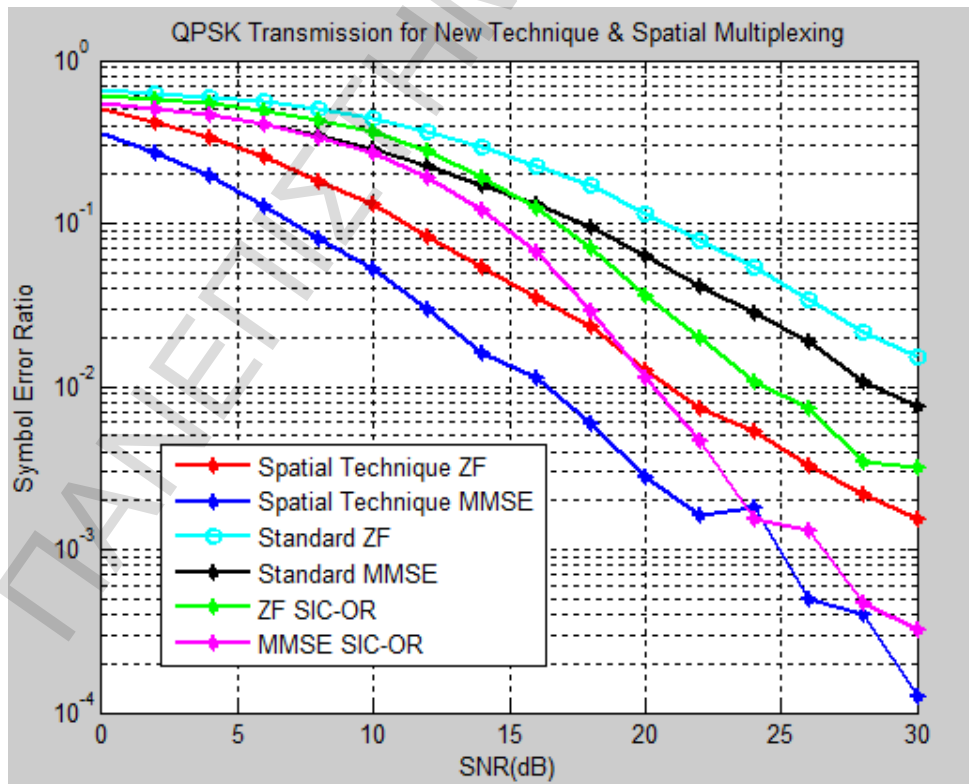
Όσον αφορά το διάγραμμα του ποσοστού λάθους ανίχνευσης της κεραίας εκπομπής, πάλι η MMSE συμπεριφέρεται αισθητά καλύτερα από τη ZF με διαφορά περίπου στα 8 dB. Επίσης, μπορούμε να αναφέρουμε ότι τα δύο μεγέθη (SER & Antenna Number Error Ratio) έχουν περίπου τις ίδιες τιμές και πορεία.

Στη συνέχεια, θα δείξουμε την επίδοση που έχει η Εκμετάλλευση Χωρικής Πληροφορίας σε σχέση με τις κανονικές τεχνικές (standard) ZF & MMSE, καθώς και με τη SIC-OR εφαρμοσμένη με ZF και MMSE. Τα αποτελέσματα φαίνονται στις παρακάτω εικόνες.



Σχήμα 3.7

SER για BPSK μετάδοση χρησιμοποιώντας ZF & MMSE και τις αντίστοιχες με SIC-OR



Σχήμα 3.8

SER για QPSK μετάδοση χρησιμοποιώντας ZF & MMSE και τις αντίστοιχες με SIC-OR

Αρχικά, υλοποιούμε για BPSK διαμόρφωση και στη συνέχεια για QPSK. Γράφημα με τον αριθμό ανίχνευσης κεραιών δεν υλοποιούμε, καθώς το υλοποιήσαμε και πριν, και οι υπόλοιπες τεχνικές δεν έχουν αντίστοιχο μέγεθος με το οποίο να συγκρίνουμε τα γραφήματα.

Βλέποντας την πρώτη ομάδα γραφημάτων που αφορά μετάδοση με BPSK διαμόρφωση, παρατηρούμε ότι η νέα τεχνική, και στις δύο εκδοχές της (ZF & MMSE), βγάζει καλύτερα αποτελέσματα από τις υπόλοιπες, με εξαίρεση τη MMSE SIC-OR, η οποία από ένα σημείο και μετά, πλησιάζει την εκδοχή της νέας τεχνικής με MMSE, ενώ συμπεριφέρεται καλύτερα από την εκδοχή με ZF, από ένα σημείο και μετά με διαφορά μέχρι και 4 dB. Οι υπόλοιπες τεχνικές είναι μικρότερης απόδοσης, με εξαίρεση τη Standard MMSE, η οποία είναι σχεδόν ίδια με τη ZF-SIE (Spatial Information Exploitation), και την ZF SIC-OR, η οποία για μεγάλες τιμές του SNR ξεπερνάει σε επίδοση την ZF SIE. Ταυτόχρονα, παρατηρούμε το φαινόμενο ότι η τεχνική SIC-OR, σε χαμηλές τιμές του SNR δεν έχει υψηλή απόδοση, ενώ καθώς αυξάνεται το SNR, βελτιώνεται αισθητά. Να διευκρινίσουμε όμως, ότι ενώ οι Standard ZF & MMSE, και SIC-OR ZF & MMSE έχουν μεγαλύτερη φασματική απόδοση καθώς κάθε φορά εκπέμπουν τέσσερα (4) σύμβολα, η SIE έχει μόνο τρία (3). Αντίθετα, η SIC-OR είναι πιο πολύπλοκη, όπως δείξαμε και πριν, σε σχέση με την Εκμετάλλευση Χωρικής Πληροφορίας.

Όσον αφορά την προσομοίωση για QPSK διαμόρφωση, πάλι η Εκμετάλλευση Χωρικής Πληροφορίας συμπεριφέρεται αρκετά ικανοποιητικά. Οι κανονικές εκδοχές των ZF & MMSE, δεν πλησιάζουν καν τις αποδόσεις της νέας τεχνικής, ενώ οι SIC-OR εφαρμογές πλησιάζουν την απόδοση της SIE. Η διαφορά μεταξύ ZF-SIE και ZF SIC-OR είναι περίπου 4 dB, όπως και η διαφορά μεταξύ MMSE-SIE και MMSE SIC-OR, η οποία όμως θα μειωθεί όταν το SNR γίνεται αρκετά μεγάλο. Να αναφέρουμε όμως, ότι η τεχνική της Εκμετάλλευσης Χωρικής Πληροφορίας μεταφέρει δύο (2) σύμβολα δεδομένων, ενώ οι υπόλοιπες τέσσερα (4). Φυσικά όμως, η SIE έχει λιγότερη πολυπλοκότητα από τη Διαδοχική Ακύρωση Παρεμβολής (Successive Interference Cancellation), με ή χωρίς Βέλτιστη Ταξινόμηση (Optimal Ordering).

### **3.4 – Συμπεράσματα**

Σε αυτό το κεφάλαιο παρουσιάσαμε την τεχνική της Εκμετάλλευσης Χωρικής Πληροφορίας, αναφέραμε το θεωρητικό υπόβαθρο και εκτελέσαμε τις αντίστοιχες προσομοιώσεις. Από αυτές, βγάλαμε το συμπέρασμα ότι η νέα τεχνική έχει αρκετά καλή επίδοση συγκρινόμενη με τις αντίστοιχες τεχνικές Χωρικής Πολυπλεξίας, καθώς πλεονεκτεί έναντι της SIC/SIC-OR σε θέματα πολυπλοκότητας. Το μειονέκτημα όμως της συγκεκριμένης τεχνικής είναι ότι υστερεί σε φασματική απόδοση σε σχέση με τις τεχνικές Χωρικής Πολυπλεξίας, καθώς χρησιμοποιούνται bits ισοτιμίας τα οποία δεν αποτελούν πραγματική πληροφορία και μειώνουν τη φασματική απόδοση. Τέλος, στα θετικά της τεχνικής προστίθενται η αποφυγή της δια-συμβολικής παρεμβολής (inter-channel interference) και ότι δεν είναι απαραίτητος ο συγχρονισμός των κεραιών.

## **4 – Θεωρία της Χωρικής Διαμόρφωσης**

### **4.1 – Εισαγωγή**

Στο προηγούμενο κεφάλαιο αναφερθήκαμε στην τεχνική της Εκμετάλλευσης της Χωρικής Πληροφορίας, η οποία εισήγαγε την εκμετάλλευση της θέσης της κεραίας για αποφυγή της δια-συμβολικής παρεμβολής, περιγράψαμε τις θεωρητικές του βάσεις και συμπεριλάβαμε τις αντίστοιχες προσομοιώσεις.

Σε αυτό το κεφάλαιο, θα αναφερθούμε στη θεωρία της Χωρικής Διαμόρφωσης, η οποία αποτελεί επέκταση της Spatial Information Exploitation [10] και τη θεωρητική βάση για τις τεχνικές Χωρικής Διαμόρφωσης .

Όσον αφορά τη δομή του κεφαλαίου, όπως και πριν, αρχικά θα αναφερθούμε σε κάποια θεωρητικά ζητήματα της τεχνικής και στη συνέχεια θα υλοποιήσουμε τις προσομοιώσεις που περιλαμβάνονται σε αυτό.

### **4.2 – Θεωρητικό Υπόβαθρο**

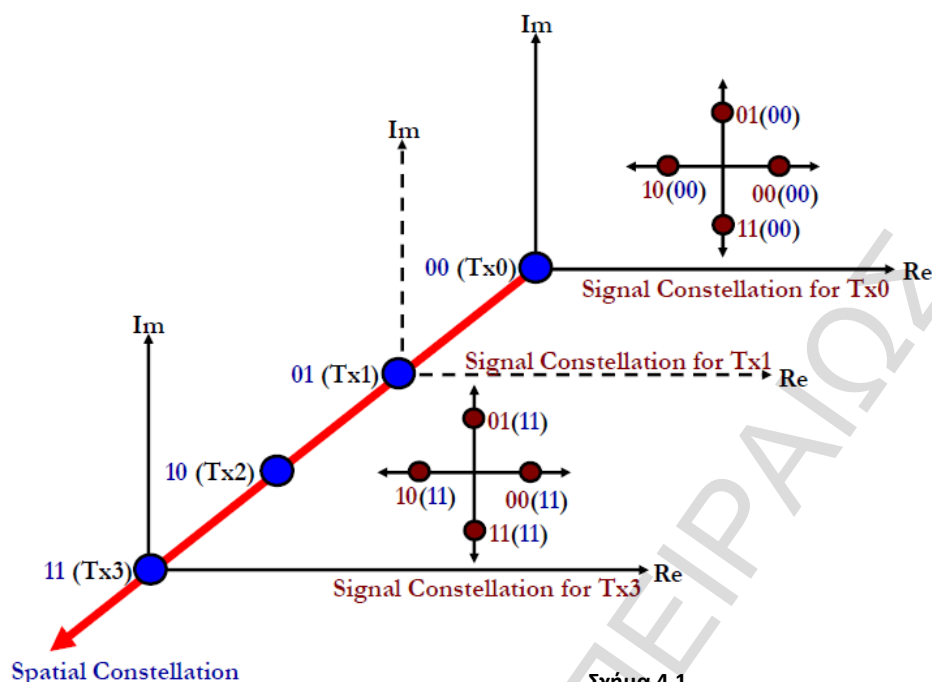
Αρχίζοντας την περιγραφή της θεωρίας της Χωρικής Διαμόρφωσης, να θυμίσουμε ότι η κανονική διαμόρφωση, ή αλλιώς η διαμόρφωση σήματος (signal modulation), γινόταν στο μιγαδικό επίπεδο και αποτελούνταν από δύο άξονες, τον άξονα των πραγματικών αριθμών (real number axis) και τον άξονα των μιγαδικών (imagine number axis). Έχοντας τα παραπάνω υπόψη, επεκτείνουμε το είδος της διαμόρφωσης και σε έναν τρίτο άξονα, αυτόν του χώρου (space axis). Αυτή είναι η βασική ιδέα της Χωρικής Διαμόρφωσης (Spatial Modulation).

Στα συστήματα MIMO, τη διάσταση του χώρου την επιτυγχάνουμε με τη χρήση πολλαπλών κεραιών, όπως φαίνεται και στο παρακάτω σχήμα, στο οποίο για QPSK διαμόρφωση έχουμε  $N$  κεραιές εκπομπής, όπου η καθεμία έχει το δικό της διάγραμμα σηματοστερισμού, το οποίο είναι ίδιο με τα υπόλοιπα, αλλά αντιστοιχεί σε διαφορετική θέση στο χώρο, καθώς αντιστοιχίζεται σε διαφορετική κεραία εκπομπής.

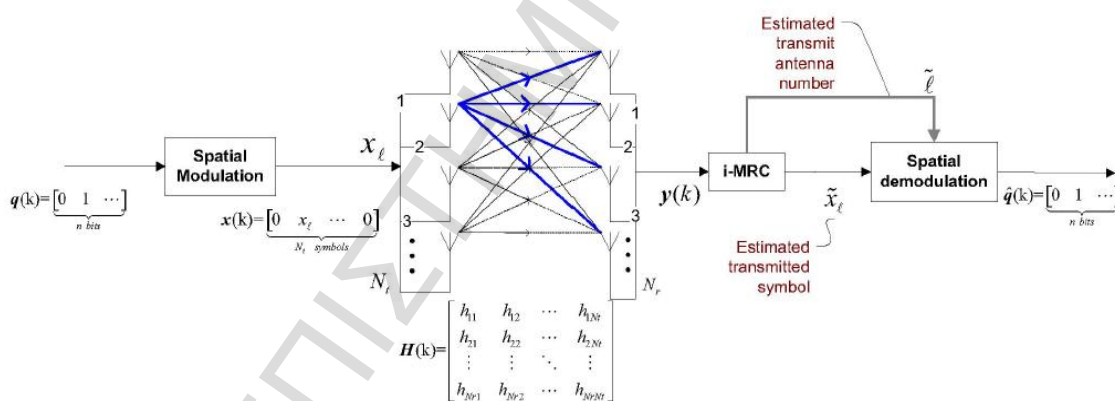
Όπως και στην τεχνική που περιγράψαμε στο προηγούμενο κεφάλαιο, η βασική ιδέα είναι να αντιστοιχίσουμε το διάνυσμα πληροφορίας σε ένα διάνυσμα όπου όλα τα στοιχεία θα είναι μηδέν (0), εκτός από ένα, το οποίο αποτελεί και το σύμβολο που στέλνουμε. Στο δέκτη θα προσπαθήσουμε να ανακτήσουμε το σύμβολο πληροφορίας και την κεραία που το έστειλε (διάγραμμα σηματοστερισμού και αντίστοιχη κεραία όπως δείχνει το παρακάτω σχήμα), και χρησιμοποιώντας αυτές τις δύο παραμέτρους, να ανακτήσουμε την πληροφορία που στείλαμε.

Το παραπάνω μοντέλο περιγράφεται σχηματικά στην παρακάτω εικόνα (σχήμα 4.2).





Σχήμα 4.1  
Απεικόνιση της Χωρικής Διαμόρφωσης στους 3 άξονες της [11]



Σχήμα 4.2  
Απεικόνιση της Αρχιτεκτονικής της τεχνικής της Χωρικής Διαμόρφωσης

Αρχικά, θα υπενθυμίσουμε κάποιους συμβολισμούς που είχαμε ορίσει και στο προηγούμενο κεφάλαιο, και οι οποίοι είναι οι εξής:  $(\cdot)^*$  συζυγής πίνακας (conjugate matrix),  $(\cdot)^+$  ψευδο-αντίστροφος (pseudoinverse matrix),  $(\cdot)^H$  Ερμιτιανός πίνακας (Hermitian matrix),  $(\cdot)^T$  ανάστροφος (transpose) και  $(\cdot)^{-1}$  αντίστροφος (inverse).

Έπειτα, θεωρούμε  $n$  bits πληροφορίας, τα οποία αντιστοιχίζονται σε ένα διάνυσμα  $\mathbf{x}(k)$  όπου όλα τα στοιχεία του εκτός ενός, είναι μηδέν (0). Για το  $n$  ισχύει η παρακάτω σχέση.

$$n = \log_2(M) + \log_2(N_t), \quad (4.1)$$

όπου  $M$  το μέγεθος της διαμόρφωσης και  $N_t$  ο αριθμός κεραιών εκπομπής (transmit antennas). Επομένως, ο αριθμός των bits πληροφορίας εξαρτάται από τα δύο παραπάνω μεγέθη.

Για το διάνυσμα  $\mathbf{x}(k)$  ισχύει, όπως είπαμε και πριν, ότι όλα τα στοιχεία είναι μηδέν, εκτός από ένα το  $x_\ell$ , όπου  $\ell$  ο αριθμός της κεραίας που εκπέμπει με  $\ell \in [1: N_t]$ .

Στα συστήματα MIMO έχουμε τη γενική σχέση  $\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{n}$ . Στη συγκεκριμένη περίπτωση όμως που μόνο μία κεραία εκπέμπει, η παραπάνω σχέση μπορεί να απλοποιηθεί στην παρακάτω.

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{h}_{(v=\ell)} x_\ell + \mathbf{n}(k), \text{ με} \quad (4.2)$$

$$\mathbf{h}_v = [h_{1,v} \quad h_{2,v} \quad \dots \quad h_{N_r,v}]^T, \text{ και } \mathbf{H} = [\mathbf{h}_1 \quad \mathbf{h}_2 \quad \dots \quad \mathbf{h}_{N_t}] \quad (4.3)$$

Στη συνέχεια, χρειάζεται να ορίσουμε πώς θα γίνει η εκτίμηση των απαραίτητων πληροφοριών στο δέκτη του συστήματος. Αυτή η εκτίμηση τόσο του εκπεμπόμενου συμβόλου, όσο και του αριθμού της κεραίας που εκπέμπει γίνεται με τον παρακάτω τρόπο. Πάντα, θεωρούμε ότι ο δέκτης έχει γνώση του πίνακα του διαύλου [10,12].

$$\mathbf{g}_j = \mathbf{h}_j^H \mathbf{y}, \text{ για } j = 1: N_t \quad (4.4)$$

$$\mathbf{g} = [g_1 \quad g_2 \quad \dots \quad g_{N_t}]^T \quad (4.5)$$

$$\tilde{\ell} = \arg \max_j (|\mathbf{g}|) \quad (4.6)$$

$$x_{\ell} = Q(\mathbf{g}_{(j=\tilde{\ell})}), \quad (4.7)$$

όπου,  $Q(\cdot)$  συνάρτηση κβαντοποίησης/τεμαχισμού ή διαχωρισμού του σηματοστερισμού (constellation quantization/slicing function) και τον επαναληπτικό τρόπο εύρεσης του  $g_j$ , τον ονομάζουμε iterative-MRC (i-MRC).

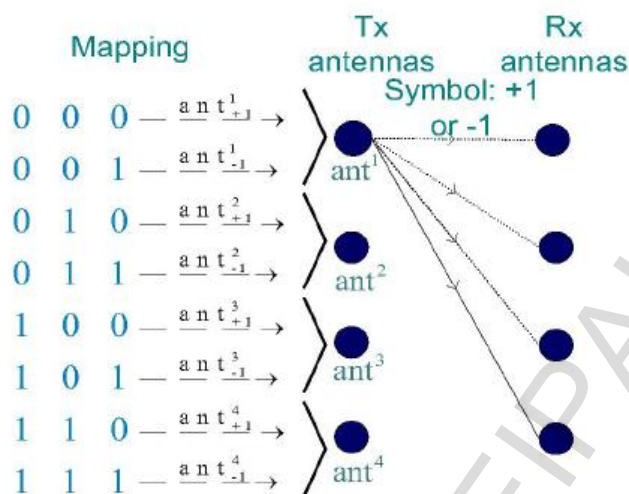
Έχοντας ορίσει τα θεωρητικά θέματα της Χωρικής Διαμόρφωσης, θα συμπεριλάβουμε δύο παραδείγματα για το πώς γίνεται η αντιστοίχιση ανάμεσα στα bits πληροφορίας και το διάνυσμα που χρησιμοποιούμε κατά τη μετάδοση.

### Παράδειγμα Μετάδοσης με BPSK και 4 Κεραίες Εκπομπής

Σε αυτή την περίπτωση έχουμε διαμόρφωση BPSK ( $M = 2$ ), και  $N_t = 4$ . Άρα, σύμφωνα με τον τύπο που καθορίζει τον αριθμό των bits, έχουμε την παρακάτω τιμή.

$$n = \log_2(M) + \log_2(N_t) = \log_2(MN_t) = \log_2(8) = 3 \quad (4.8)$$

Επομένως, έχουμε τρία (3) bits πληροφορίας, τα οποία αντιστοιχίζονται όπως δείχνουν τα παρακάτω σχήματα.



Σχήμα 4.3 Αντιστοίχιση Χωρικής Διαμόρφωσης για 4x4 σύστημα και BPSK διαμόρφωσης

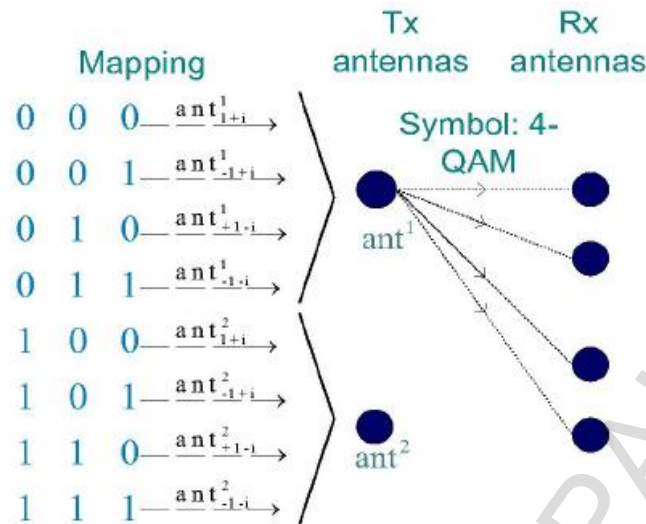
Data Bits	Antenna Number	Transmitted Symbol	$\mathbf{x}(k)$
0 0 0	1	+1	1 0 0 0
0 0 1	1	-1	-1 0 0 0
0 1 0	2	+1	0 1 0 0
0 1 1	2	-1	0 -1 0 0
1 0 0	3	+1	0 0 1 0
1 0 1	3	-1	0 0 -1 0
1 1 0	4	+1	0 0 0 1
1 1 1	4	-1	0 0 0 -1

Από την παραπάνω αντιστοίχιση μπορούμε να παρατηρήσουμε ότι τα πρώτα δύο bits δείχνουν τον αριθμό της κεραίας που θα στείλει το σύμβολο πληροφορίας, ενώ το τελευταίο bit αντιστοιχεί στο σύμβολο πληροφορίας (δες σχέση 4.1).

### Παράδειγμα Μετάδοσης με 4-QAM & 2 Κεραίες Εκπομπής

Σε αυτό το παράδειγμα, έχουμε 4-QAM διαμόρφωση με ( $M = 4$ ) και  $N_t = 2$ . Επομένως, σύμφωνα με το γνωστό τύπο θα έχουμε πάλι τρία (3) bits πληροφορίας προς μετάδοση. Τα παραπάνω bits αντιστοιχίζονται στο διάνυσμα εκπομπής σύμφωνα με τα παρακάτω.

Σε περίπτωση που θέλουμε να κανονικοποιήσουμε την ενέργεια των παραπάνω συμβόλων έτσι ώστε να παίρνει τιμές στο διάστημα  $[0,1]$ , διαιρούμε με  $\sqrt{2}$ .



Σχήμα 4.4 Αντιστοίχιση Χωρικής Διαμόρφωσης για 2x4 σύστημα και 4-QAM διαμόρφωσης

Data Bits	Antenna Number	Transmitted Symbol	$\mathbf{x}(k)$
0 0 0	1	$1+i$	$1+i \ 0$
0 0 1	1	$-1+i$	$-1+i \ 0$
0 1 0	1	$1-i$	$1-i \ 0$
0 1 1	1	$-1-i$	$-1-i \ 0$
1 0 0	2	$1+i$	$0 \ 1+i$
1 0 1	2	$-1+i$	$0 \ -1+i$
1 1 0	2	$1-i$	$0 \ 1-i$
1 1 1	2	$-1-i$	$0 \ -1-i$

### Πολυπλοκότητα της Χωρικής Διαμόρφωσης

Η πολυπλοκότητα, όπως είδαμε και στο προηγούμενο άρθρο, είναι αρκετά σημαντική όταν μετράμε τις αποδόσεις των διάφορων τεχνικών, καθώς μπορεί να έχουμε μεγάλες αποκλίσεις ανάμεσα στις πολυπλοκότητες των διάφορων τεχνικών.

Σε αυτό το κεφάλαιο θα ασχοληθούμε με την πολυπλοκότητα της Χωρικής Διαμόρφωσης και θα τη συγκρίνουμε κυρίως με αυτή της MMSE SIC-OR, καθώς αυτή η τεχνική θα είναι και η βάση της σύγκρισης στις προσομοιώσεις.

Η πολυπλοκότητα της MMSE SIC-OR δίνεται από τον παρακάτω τύπο, όπως αναφέραμε και στο προηγούμενο κεφάλαιο.

$$C_{MMSE-SIC} = \sum_{i=1}^{N_r} (5i^3 + N_r i^2 + i^2) \quad (4.9)$$

Ενώ, η πολυπλοκότητα της Χωρικής Διαμόρφωσης δίνεται από την ακόλουθη μαθηματική σχέση.

$$C_{SM} = 2N_t N_r - N_t \quad (4.10)$$

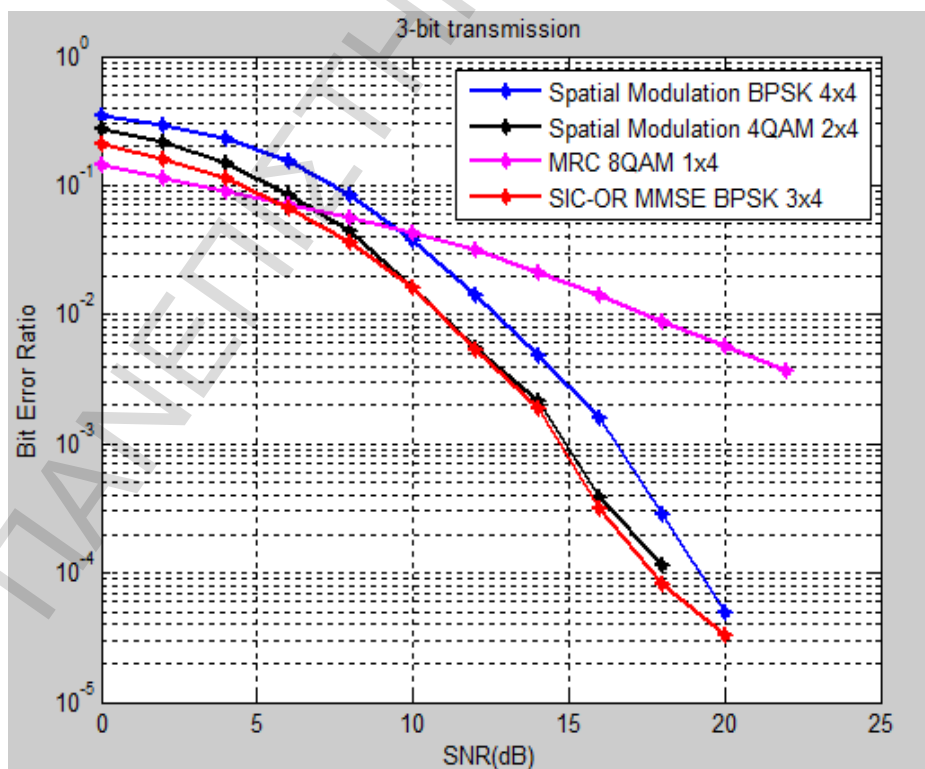
Περισσότερο με τις πολυπλοκότητες θα ασχοληθούμε στη συνέχεια.

### 4.3 – Προσομοιώσεις

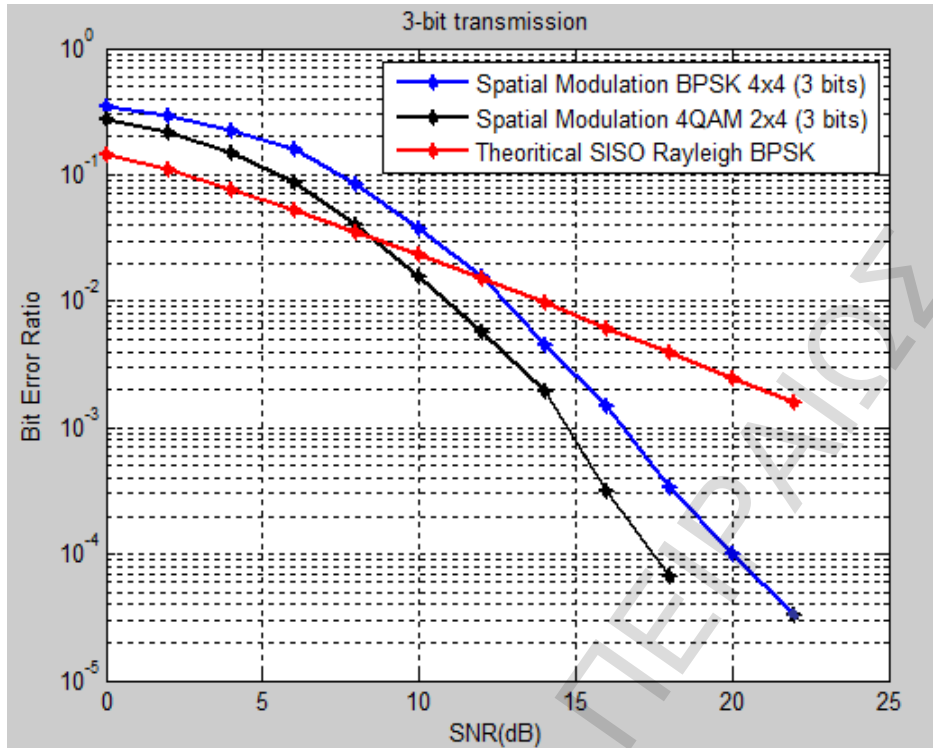
Στις προσομοιώσεις που ακολουθούν, θα συγκρίνουμε την επίδοση της Χωρικής Διαμόρφωσης σε σχέση με την MMSE SIC-OR και το απλό MRC, διαλέγοντας αριθμό κεραιών και μέγεθος διαμόρφωσης, έτσι ώστε όλες οι τεχνικές να έχουν ίδια φασματική απόδοση (spectral efficiency). Επίσης, θα μετρήσουμε την πολυπλοκότητα της Χωρικής Διαμόρφωσης και θα τη συγκρίνουμε με αυτή της MMSE SIC-OR.

#### Μετάδοση για 3 bits

Σε αυτή την προσομοίωση θα συγκρίνουμε τις τεχνικές που αναφέραμε για μετάδοση τριών (3) bits. Στη συνέχεια, θα συγκρίνουμε τη Χωρική Διαμόρφωση με τη θεωρητική καμπύλη για διαμόρφωση BPSK σε κανάλι SISO. Οι διαλείψεις, θεωρούμε ότι ακολουθούν κατανομή Rayleigh.



Σχήμα 4.5  
Απεικόνιση Μετάδοσης 3-Bit



Σχήμα 4.6  
Απεικόνιση Μετάδοσης 3-Bit σε Σύγκριση με Θεωρητικό SISO BPSK

Από τις παρακάτω εικόνες προκύπτει ότι η επίδοση της Χωρικής Διαμόρφωσης συμπεριφέρεται πολύ καλύτερα από τη μέθοδο MRC για μετάδοση τριών (3) bits. Αντίθετα, η τεχνική MMSE SIC-OR, ξεπερνάει την SM BPSK 4x4 για περίπου δύο 2 dB και ταυτόχρονα, έχει παρόμοια επίδοση με την Χωρική Διαμόρφωση για 4QAM 2x4. Ακόμα, βλέπουμε ότι η διαφορά ανάμεσα στις δύο εκδοχές της Χωρικής Διαμόρφωσης είναι 2 dB.

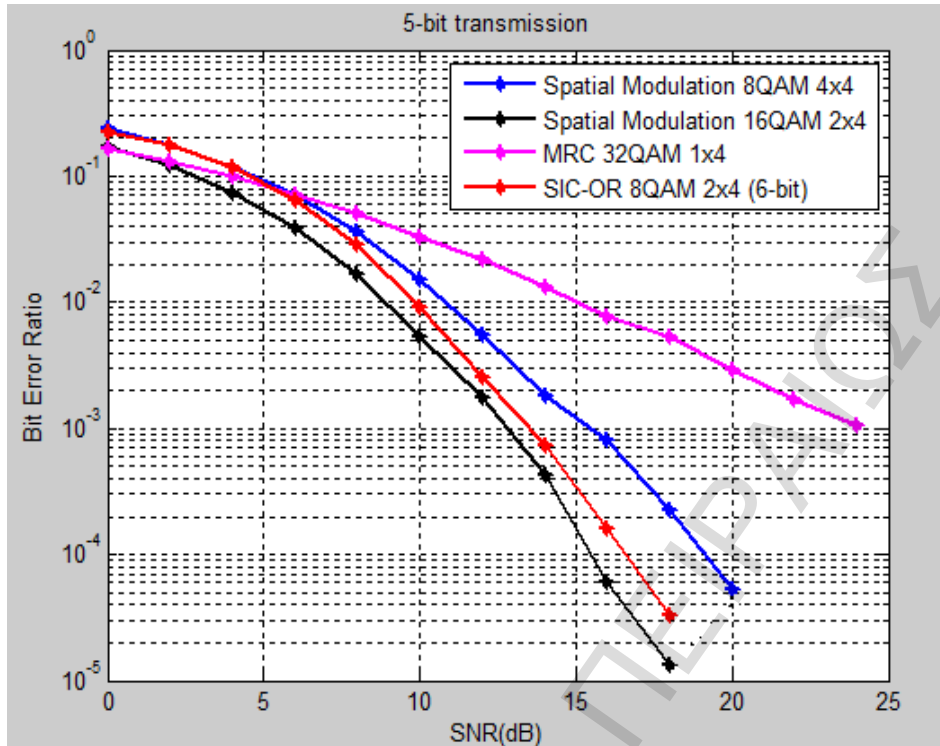
Όσον αφορά, τη θεωρητική καμπύλη για SISO channel σε διαμόρφωση BPSK, και οι δύο εκδοχές της Χωρικής Διαμόρφωσης έχουν σαφώς καλύτερη απόδοση, και η διαφορά στα dB αυξάνεται καθώς αυξάνεται η τιμή του SNR.

Τέλος, οι πολυπλοκότητες των τεχνικών, δείχνονται στον παρακάτω πίνακα.

	MMSE SIC-OR	Spatial Modulation	
	BPSK (3x4)	BPSK (4x4)	4QAM (2x4)
<b>Complexity</b>	<b>250</b>	<b>28</b>	<b>14</b>

### Μετάδοση για 5 bits

Στη συνέχεια, θα κάνουμε προσομοιώσεις για μετάδοση των 5 bits. Επειδή, είναι δύσκολο να πετύχουμε 5-bit μετάδοση για σύστημα SIC-OR, διαλέγουμε 8QAM 2x4, το οποίο μεταδίδει 6 bits κάθε φορά.



Σχήμα 4.7  
Απεικόνιση Μετάδοσης 5-Bit

Από το παραπάνω σχήμα, βλέπουμε ότι οι δύο τεχνικές έχουν πολύ καλύτερη επίδοση από την MRC, ενώ συμπεριφέρονται αρκετά καλά σε σχέση με την SIC-OR MMSE για 6-bit μετάδοση. Συγκεκριμένα, η 8QAM 4x4 έχει χειρότερη επίδοση 2 dB από την SM 16QAM 2x4 και 1-2 dB από την SIC-OR. Η Χωρική Διαμόρφωση με 16QAM και 2x4 έχει λίγο καλύτερη επίδοση από την SIC-OR με διαφορά 1 dB.

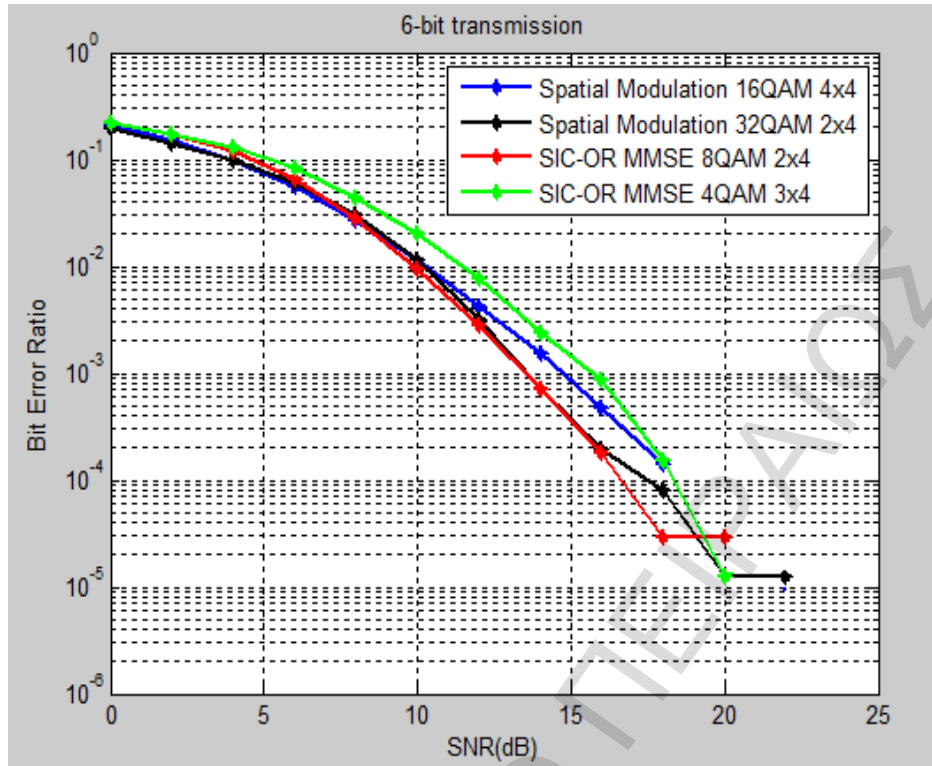
Οι πολυπλοκότητες των τεχνικών στην παραπάνω προσομοίωση είναι οι εξής.

	MMSE SIC-OR	Spatial Modulation	
	8QAM (2x4)	8QAM (4x4)	16QAM (2x4)
<b>Complexity</b>	<b>70</b>	<b>28</b>	<b>14</b>

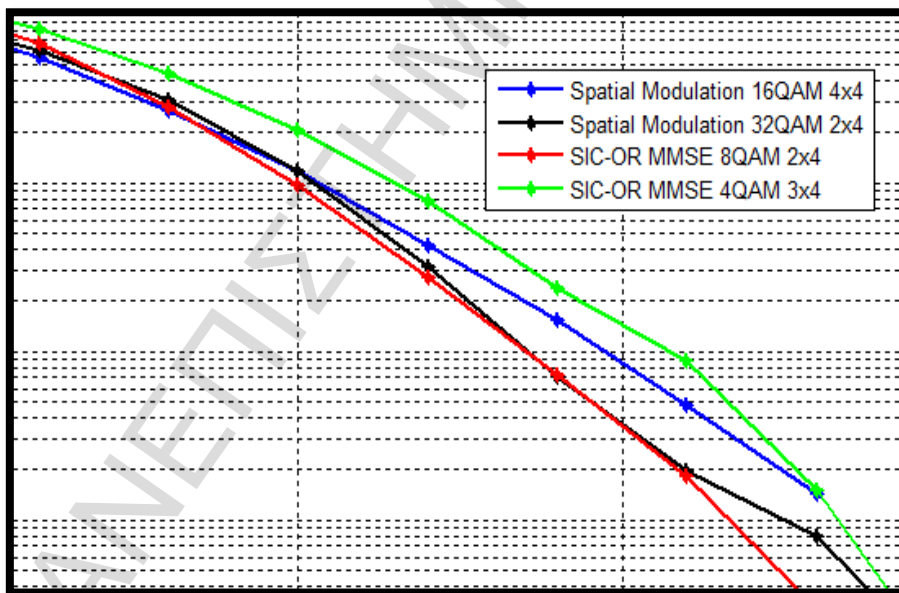
Από τον παραπάνω πίνακα είναι προφανές ότι η τεχνική της Χωρικής Διαμόρφωσης έχει πολύ μικρότερη πολυπλοκότητα από την SIC-OR. Επίσης, είναι φανερό ότι η πολυπλοκότητα εξαρτάται από τον αριθμό των κεραιών του συστήματος και όχι από τη διαμόρφωση που χρησιμοποιείται.

### Μετάδοση για 6 bits

Στην επακόλουθη προσομοίωση, θα συμπεριλάβουμε τα BER για μετάδοση των 6 bits. Οι αποδόσεις φαίνονται στις παρακάτω εικόνες.



Σχήμα 4.8α  
Απεικόνιση Μετάδοσης 6-Bit



Σχήμα 4.8β  
Απεικόνιση Μετάδοσης 6-Bit

Από τις παραπάνω εικόνες, βλέπουμε ότι οι επιδόσεις των τεχνικών SM και SIC-OR έχουν περίπου ίδια επίδοση για μετάδοση των 6 bits. Πιο συγκεκριμένα, τη χειρότερη επίδοση παρουσιάζει η SIC-OR MMSE 4QAM 3x4, με διαφορά περίπου 2 dB από τις SM 32QAM 2x4 και SIC-OR 8QAM 2x4, και λιγότερο του ενός (1) dB από



την SM 16QAM 4x4. Ενώ, την καλύτερη επίδοση έχουν οι SM 32QAM 2x4 και SIC-OR 8QAM 2x4.

#### **4.4 – Συμπεράσματα**

Όπως είδαμε και από τις προσομοιώσεις που εκτελέσαμε, η μέθοδος της Χωρικής Διαμόρφωσης έχει αρκετά καλή επίδοση σε σχέση με τις υπόλοιπες τεχνικές, αν και δεν πάντα είναι η καλύτερη, καθώς η επίδοση της MMSE SIC-OR μερικές φορές είναι ελάχιστα καλύτερη. Αντίθετα, όμως, η μέθοδος της Χωρικής Διαμόρφωσης παρουσιάζει πολύ χαμηλότερη πολυπλοκότητα σε σχέση με τη MMSE SIC-OR. Επίσης, στα πλεονεκτήματα της τεχνικής προστίθενται η αποφυγή της δια-συμβολικής παρεμβολής (inter-channel interference) και ότι δεν είναι απαραίτητος ο συγχρονισμός των κεραιών.

## 5 – Επεκτάσεις της Χωρικής Διαμόρφωσης

### 5.1 – Εισαγωγή

Στο προηγούμενο κεφάλαιο εξετάσαμε τη βασική θεωρία της Χωρικής Διαμόρφωσης, αναφέραμε τη θεωρία, κάναμε προσομοιώσεις και βγάλαμε κάποια γενικά συμπεράσματα όσον αφορά την επίδοση της τεχνικής αυτής σε σχέση με άλλες παρόμοιες τεχνικές που χρησιμοποιούνται στα συστήματα MIMO.

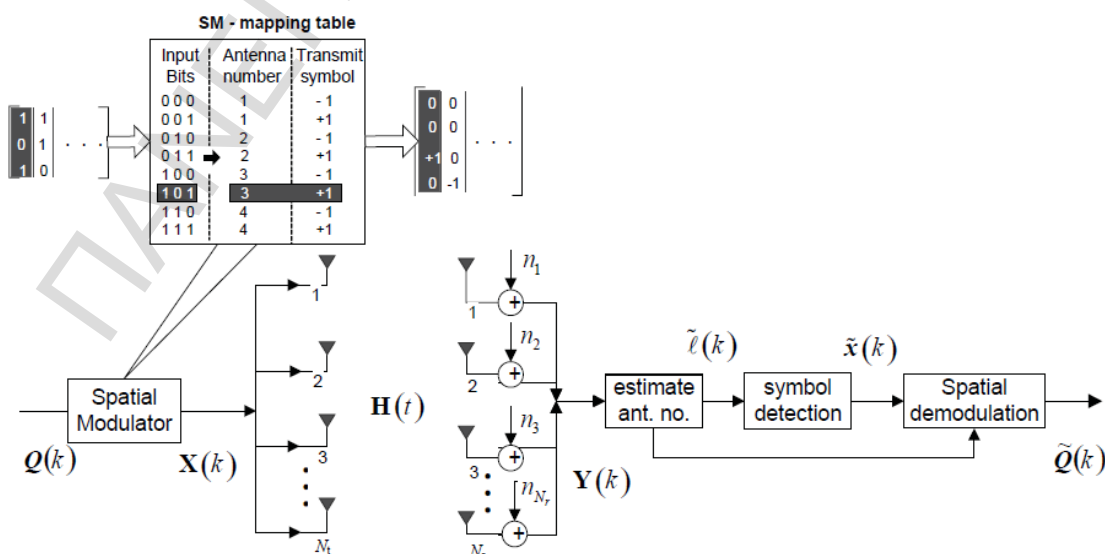
Σε αυτό το κεφάλαιο, θα ασχοληθούμε με επεκτάσεις της Χωρικής Διαμόρφωσης, οι οποίες περιγράφονται σε διάφορα επιστημονικά άρθρα, χωρίς να κάνουμε οποιαδήποτε προσομοίωση. Πιο συγκεκριμένα, θα αναφέρουμε δύο αναλυτικές (δηλαδή, θεωρητικές) προσεγγίσεις υπολογισμού του ποσοστού εμφάνισης λάθους συμβόλου (Symbol Error Ratio – SER), θα εισάγουμε τις έννοιες της Διαμόρφωσης Μεταλλαγής Μετατόπισης Χώρου (Space Shift Keying - SSK) και τέλος, θα αναφέρουμε την έννοια της Γενικευμένης Χωρικής Διαμόρφωσης, που, όπως λέει και το όνομα, αποτελεί μια γενίκευση της κανονικής Χωρικής Διαμόρφωσης.

### 5.2 – Αναλυτικές Προσεγγίσεις Υπολογισμού του SER της Χωρικής Μετάδοσης

#### 5.2.1 – Σύνοψη του Μοντέλου της Χωρικής Διαμόρφωσης

Σε αυτό το σημείο, θα περιγράψουμε αναλυτικούς μαθηματικούς τρόπους για τον υπολογισμό του Symbol Error Ratio στις τεχνικές της Χωρικής Διαμόρφωσης, οι οποίες περιέχονται στο [13].

Αρχικά, θα κάνουμε μια επισκόπηση ενός συστήματος MIMO στο οποίο εφαρμόζουμε τη Χωρική Διαμόρφωση. Το μοντέλο του συστήματος εμφανίζεται στην παρακάτω εικόνα.



Σχήμα 5.1  
Αρχιτεκτονική συστήματος MIMO με Χωρική Διαμόρφωση

Ο συνολικός αριθμός των bits ανά σύμβολο (bits/symbol), που στέλνεται σε ένα τέτοιο σύστημα ορίζεται σύμφωνα με την παρακάτω σχέση.

$$m = \log_2(M) + \log_2(N_t) = \log_2(MN_t), \quad (5.1)$$

όπου  $M$  το μέγεθος του σηματοστερισμού της διαμόρφωσης QAM/PSK που χρησιμοποιούμε.

Στο δέκτη, για την εκτίμηση του εκπεμπόμενου συμβόλου καθώς και του αριθμού της κεραίας εκπομπής εφαρμόζουμε MRRC (Maximal Ratio Receiver Combining), ή αλλιώς i-MRC (iterative Maximal Ratio Combining).

Πιο συγκεκριμένα, στο λαμβανόμενο σήμα  $\mathbf{y}(k)$  εφαρμόζουμε την παρακάτω σχέση.

$$\mathbf{g}(k) = \mathbf{H}^H(k)\mathbf{y}(k), \quad (5.2)$$

όπου  $\mathbf{H}$  είναι η μήτρα/πίνακας του καναλιού, και  $(\cdot)^H$  ο συμβολισμός που αναφέρεται στον Ερμιτιανό πίνακα (Hermitian matrix).

Για την εκτίμηση του αριθμού της κεραίας εφαρμόζουμε το παρακάτω.

$$\tilde{\ell} = \arg \max_{\forall i} (|g_i(k)|), i = 1: N_t \quad (5.3)$$

Τέλος, η εκτίμηση του εκπεμπόμενου συμβόλου, βρίσκεται ως εξής.

$$x(k) = Q[g_{i=\tilde{\ell}}(k)], \quad (5.4)$$

όπου  $Q(\cdot)$  συνάρτηση κβαντοποίησης/τεμαχισμού του σηματοστερισμού (constellation quantization/slicing function).

### 5.2.2 – Αναλυτικός Υπολογισμός του SER

Στην παραπάνω διαδικασία που περιγράψαμε, έχουμε δύο εκτιμήσεις, αρχικά του αριθμού της κεραίας και στη συνέχεια του εκπεμπόμενου συμβόλου, οι οποίες παίζουν τον κύριο ρόλο στη μετάδοση και στην τελική εκτίμηση όλης της πληροφορίας που στάλθηκε. Αυτές τις εκτιμήσεις τις θεωρούμε στην περιγραφή μας ανεξάρτητες, αλλά στη γενική περίπτωση αυτό δεν ισχύει. Για παράδειγμα, αν οι ζεύξεις (channel paths) είναι συσχετισμένες, οι δύο εκτιμήσεις θα είναι εξαρτημένες και η εξίσωση που ακολουθεί, θα είναι το άνω όριο (upper bound) στην πραγματική επίδοση του συστήματος κάτω από αυτές τις συνθήκες.

Τώρα, όσον αφορά την πιθανότητα σφάλματος συμβόλου, αν ορίσουμε ότι  $P_a$  είναι η πιθανότητα λάθους εκτίμησης του αριθμού της κεραίας που έστειλε το σύμβολο, και  $P_d$  η

πιθανότητα για λανθασμένη εκτίμηση συμβόλου, τότε η ολική πιθανότητα λάθους δίνεται από την παρακάτω σχέση.

$$P_e = 1 - (1 - P_a)(1 - P_d) = P_a + P_d - P_a P_d \quad (5.5)$$

Εάν έχουμε μόνο μία κεραία εκπομπής στο σύστημα, δηλαδή  $N_t = 1$ , η πιθανότητα λάθους εκτίμησης του αριθμού της κεραίας  $P_a$  μηδενίζεται, και η ολική πιθανότητα εκφυλίζεται στην περίπτωση του κανονικού MRRC με πολλαπλές κεραίες λήψης, το οποίο αποτελεί ένα πάνω όριο (upper bound) για την επίδοση της Χωρικής Διαμόρφωσης, με  $P_e = P_d$ .

### Υπολογισμός του SER Εκτίμησης Εκτεμπόμενου Συμβόλου

Το μέσο SER για τετραγωνική (square) M-QAM διαμόρφωση σε σύστημα  $1 \times N_r$  που χρησιμοποιεί τεχνική ανίχνευσης MRRC πάνω σε διάυλο Rayleigh δίνεται από την εξής σχέση.

$$P_d = \frac{4}{\pi} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{M}}\right) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \prod_{l=1}^{N_r} M_{il} \left( \frac{-g_{QAM}}{\sin^2(\varphi)}; \bar{\gamma}_l \right) d\varphi \quad (5.6)$$

$$- \frac{4}{\pi} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{M}}\right)^2 \int_0^{\frac{\pi}{4}} \prod_{l=1}^{N_r} M_{il} \left( \frac{-g_{QAM}}{\sin^2(\varphi)}; \bar{\gamma}_l \right) d\varphi, \text{ με}$$

$$g_{QAM} = \frac{3}{2(M-1)}, \quad M_{il} \left( \frac{-g_{QAM}}{\sin^2(\varphi)}; \bar{\gamma}_l \right) = \left( 1 + \frac{g_{QAM} \bar{\gamma}_l}{\sin^2(\varphi)} \right)^{-1} \quad (5.7)$$

όπου  $M_{il}(\cdot)$  είναι η moment-generating function (MGF – Στιγμαία Παράγωγη Συνάρτηση) για Rayleigh κανάλια και  $\bar{\gamma}_l$  το μέσο SNR σε κάθε κεραία λήψης.

### Υπολογισμός της Πιθανότητας Λανθασμένης Εκτίμησης Αριθμού Κεραίας

Για τον υπολογισμό της πιθανότητας για λανθασμένη εκτίμηση αριθμού κεραίας εκπομπής θα παρουσιάσουμε τις παρακάτω δύο προσεγγίσεις.

1) Υπολογισμός του  $P_a$  χρησιμοποιώντας διατεταγμένη στατιστική (order statistics)

Αρχικά, θεωρούμε ένα σύστημα MIMO 4x4 στο οποίο εφαρμόζουμε τη Χωρική Διαμόρφωση (Spatial Modulation), καθώς και ότι εκπέμπουμε το διάνυσμα  $[0, s_2, 0, 0]$ . Επομένως, έχουμε τα παρακάτω.

$$y = h_2 s_2 + n \quad (5.8)$$

$$\mathbf{g} = \begin{pmatrix} h_1^H h_2 s_2 + h_1^H n \\ h_2^H h_2 s_2 + h_2^H n \\ h_3^H h_2 s_2 + h_3^H n \\ h_4^H h_2 s_2 + h_4^H n \end{pmatrix} \quad (5.9)$$

Θεωρώντας unity channel gains και κανάλια τα οποία είναι ανεξάρτητα και όμοια κατανεμημένα (independent and identically distributed – i.i.d), έχουμε:

$$E \{ h_i^H h_k \} = \delta_{i,k}, \delta_{i,k} = \begin{cases} 1 & i = k \\ 0 & otherwise \end{cases} \quad (5.10)$$

Συνεπώς, αν θεωρήσουμε θόρυβο AWGN (Additive White Gaussian Noise) με μηδέν (0) μέση τιμή και διακύμανση  $\sigma_n^2$  και λάβουμε υπόψη μας και τις προηγούμενες σχέσεις, έχουμε τρία στοιχεία στο διάνυσμα  $g$  με μηδενική μέση τιμή και διακύμανση όπως αυτή του θορύβου. Το άλλο στοιχείο (το τέταρτο), το οποίο είναι αυτό το οποίο εκπέμπει κανονικά έχει μέση τιμή  $s_2$  και διακύμανση  $\sigma_n^2$ .

Το σήμα με διαμόρφωση square QAM μπορεί να χωριστεί σε δύο ανεξάρτητα, αλλά όμοια, διαμορφωμένα με βάση το πλάτος σήματα (amplitude modulated signals), in-phase (I) και quadrature (Q). Για τους παρακάτω υπολογισμούς θα πάρουμε υπόψη μας μόνο το αληθινό μέρος (real part) του σηματοστερισμού, θεωρώντας ότι:

$$\mu_i = |\Re \{ s_2 \} |, \Re \{ \cdot \} \text{ πραγματικό μέρος του αριθμού,} \quad (5.11)$$

με το  $\mu$  να είναι ένα διάνυσμα το οποίο να περιέχει μόνο το πραγματικό μέρος του σηματοστερισμού (constellation diagram). Επομένως, θα έχει μήκος:

$$c = 2^{m_{\text{R}} - 1} = 2^{m/2 - 1} \quad (5.12)$$

Θεωρώντας  $P(\mu_i)$  ως την πιθανότητα για λάθος εκτίμηση αριθμού κεραίας όταν εκπέμπουμε  $\mu_i$ , έχουμε ότι η ολική πιθανότητα λάθους εκτίμησης αριθμού κεραίας, λαμβάνοντας υπόψη το πραγματικό μέρος του σηματοστερισμού, δίνεται από την επόμενη σχέση.

$$P_{ar} = \frac{1}{c} \sum_{i=1}^c P(\mu_i) \quad (5.13)$$

Λαμβάνοντας υπόψη και το φανταστικό μέρος του constellation diagram, το οποίο είναι παρόμοιο με το πραγματικό μέρος και υπολογίζεται ανάλογα, έχουμε ότι η ολική πιθανότητα λάθους εκτίμησης του αριθμού της κεραίας υπολογίζεται σύμφωνα με τα παρακάτω, εξαρτώμενο από το γινόμενο των δύο ίσων μεγεθών  $(1 - P_{ar})$ .

$$P_a = 1 - (1 - P_{ar})^2 = 2P_{ar} - P_{ar}^2 \quad (5.14)$$

Έχοντας εκτιμήσει τον αριθμό της κεραίας, θεωρούμε ότι  $x = |u|$ , όπου  $u$  είναι μια τυχαία μεταβλητή που ακολουθεί κατανομή Gauss με μέση τιμή  $\mu_i$  και διακύμανση  $\sigma_n^2$ . Οι συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας (probability density functions - pdfs) για  $u$  και  $x$  για κάθε  $\mu_i$  είναι ίσες με:

$$f_V(u | \mu_i, \sigma_n^2) = \frac{1}{\sigma_n \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(u - \mu_i)^2}{2\sigma_n^2}\right) \quad (5.15)$$

$$f_X(x | \mu_i, \sigma_n^2) = \frac{1}{\sigma_n \sqrt{2\pi}} \left\{ \exp\left(-\frac{(x - \mu_i)^2}{2\sigma_n^2}\right) + \exp\left(-\frac{(x + \mu_i)^2}{2\sigma_n^2}\right) \right\} \quad (5.16)$$

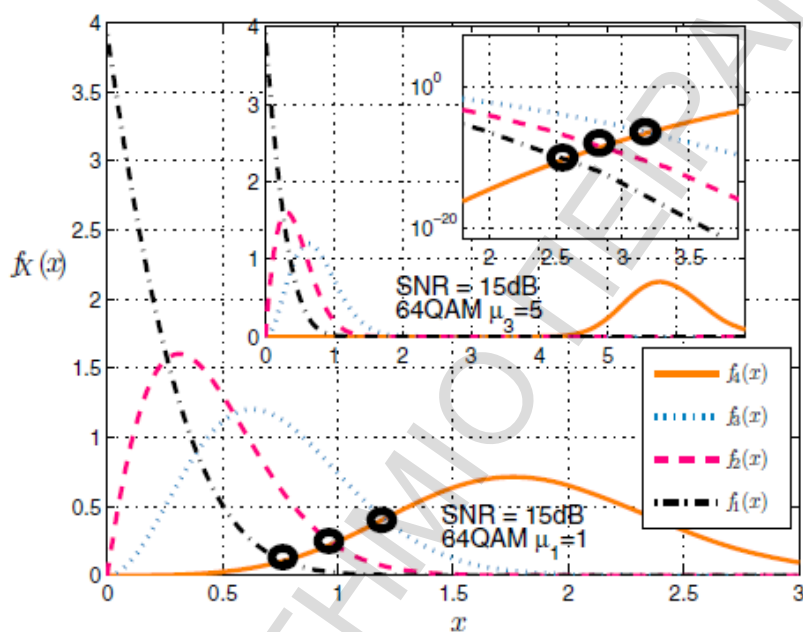
Το επόμενο βήμα για να εκτιμήσουμε τον αριθμό της κεραίας είναι να βρούμε τη θέση του στοιχείου στον πίνακα  $g$  με τη μέγιστη απόλυτη τιμή και αυτό το πετυχαίνουμε με το να υπολογίσουμε τις συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας των ταξινομημένων  $N_t$  τυχαίων μεταβλητών. Αυτό το πετυχαίνουμε με τη χρησιμοποίηση της διατεταγμένης στατιστικής (order statistics).

Στη μέθοδο της διατεταγμένης στατιστικής έχουμε ταξινομημένες τυχαίες μεταβλητές. Στο παράδειγμά μας, ορίζουμε τις  $X_{(1)}, X_{(2)}, \dots, X_{(N_t)}$ , οι οποίες αποτελούν τη διατεταγμένη στατιστική τυχαίων δειγμάτων από έναν συνεχή πληθυσμό με αθροιστική συνάρτηση πιθανότητας (cumulative distribution function - cdf)  $F_X(x | \mu_i, \sigma_n^2)$  και συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας  $f_X(x | \mu_i, \sigma_n^2)$ , όπου  $X_{(N_t)} > X_{(N_t-1)} > \dots > X_{(1)}$ . Επομένως, η pdf της  $X_{(j)}$  δίνεται από τον παρακάτω τύπο [17: σελ.226-230].

$$f_{X_{(j)}}(x | \mu_i, \sigma_n^2) = \frac{n!}{(j-1)!(N_t - j)!} f_X(x | \mu_i, \sigma_n^2) \quad (5.17)$$

$$\left[ F_X(x | \mu_i, \sigma_n^2) \right]^{j-1} \left[ 1 - F_X(x | \mu_i, \sigma_n^2) \right]^{N_t - j}$$

Στην παρακάτω εικόνα, βλέπουμε τη γραφική παράσταση των τεσσάρων (4) Συναρτήσεων Πυκνότητας Πιθανότητας  $f_{X_{(1)}}, f_{X_{(2)}}, f_{X_{(3)}}, f_{X_{(4)}}$  για διάφορες τιμές του SNR και της  $\mu_i$ . Ο άξονας  $\gamma$  είναι σε λογαριθμική κλίμακα (log scale), ενώ οι μαύροι κύκλοι δείχνουν τα σημεία επαφής των τεσσάρων συναρτήσεων. Από την εικόνα φαίνεται ότι η επίδραση του δεύτερου μεγαλύτερου στοιχείου για λάθος εκτίμηση είναι μεγαλύτερη από τα άλλα δύο, ενώ το τρίτο είναι μεγαλύτερο από το τέταρτο. Δηλαδή, η επίδραση που η κάθε συνάρτηση ασκεί στη λάθος εύρεση του αριθμού κεραίας είναι ταξινομημένη ανάλογα με την ταξινόμηση των τυχαίων μεταβλητών.



Σχήμα 5.2

Απεικόνιση Σημείων Επαφής (intersection points) των 4 συναρτήσεων πυκνότητας πιθανότητας

Ορίζοντας  $x_3, x_2$  και  $x_1$  ως τα σημεία επαφής (intersection points) των συναρτήσεων (οι μαύροι κύκλοι στη προηγούμενη εικόνα), εύκολα διακρίνουμε ότι  $x_3 > x_2 > x_1 > 0$  (διατεταγμένη επίδραση στο λάθος). Ενώ, η πιθανότητα λάθους εκτίμησης αριθμού κεραίας είναι:

$$P(\mu_i) = \frac{1}{3} \left( \int_0^{x_3} f_{X_{(4)}}(x | \mu_i, \sigma_n^2) dx + \int_0^{x_2} f_{X_{(4)}}(x | \mu_i, \sigma_n^2) dx + \int_0^{x_1} f_{X_{(4)}}(x | \mu_i, \sigma_n^2) dx \right) \quad (5.18)$$

Όπου για οποιονδήποτε αριθμό κεραίων, η παραπάνω σχέση γίνεται ως εξής.

$$P(\mu_i) = \frac{1}{N_t - 1} \left( \sum_{i=1}^{N_t-1} \int_0^{x_i} f_{X_{(N_t)}}(x | \mu_i, \sigma_n^2) dx \right) \quad (5.19)$$

Επομένως, μπορούμε να υπολογίσουμε την αρχική ολική πιθανότητα λάθους  $P_e$ .

2) Υπολογισμός του  $P_a$  χρησιμοποιώντας ανιχνευτή περιβάλλουσας (envelope detector) ορθογώνιων σημάτων  $M$  μεγέθους (M-ary orthogonal signals), [18: σελ.308-311]

Ο αλγόριθμος που χρησιμοποιούμε για να ανιχνεύσουμε τον αριθμό της κεραίας διαλέγει το δείκτη του στοιχείου του διανύσματος  $g$  με τη μεγαλύτερη απόλυτη τιμή. Επομένως, το ενδεχόμενο σωστής ανίχνευσης, σε περίπτωση που ο σωστός δείκτης είναι  $k$ , συμβαίνει όταν το  $k$ -οστό στοιχείο του  $g$  έχει μεγαλύτερη απόλυτη τιμή από τα υπόλοιπα  $N_t - 1$  στοιχεία.

Αν θεωρήσουμε το  $i$ -οστό στοιχείο του πίνακα  $g$ , με  $i = 1, 2, \dots, N_t$ , ως τυχαία μεταβλητή με pdf  $f_i(g)$  και cdf  $F_i(g)$ , τότε η πιθανότητα σωστής ανίχνευσης δίνεται από τον τύπο:

$$P_c = \int_{-\infty}^{\infty} P\left((g_1 < g_k), \dots, (g_{k-1} < g_k), (g_{k+1} < g_k), \dots, (g_{N_t} < g_k) \mid g_k = g'\right) dg' \quad (5.20)$$

όπου,  $g_k$  είναι το στοιχείο για σωστή ανίχνευση, και  $g'$  είναι το εκτιμώμενο στοιχείο.

Επειδή, τα ενδεχόμενα  $\{g_i < g_k \mid g_k = g'\}$  είναι ανεξάρτητα μεταξύ τους, η παραπάνω εξίσωση μπορεί να απλοποιηθεί ως εξής.

$$\begin{aligned} P_c &= \int_{-\infty}^{\infty} \prod_{i=1, i \neq k}^{N_t} P(g_i < g_k \mid g_k = g') \cdot P(g_k = g') dg' \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \prod_{i=1, i \neq k}^{N_t} F_i(g') \cdot f_k(g') dg' \end{aligned} \quad (5.21)$$

Επομένως, η  $P_a$  υπολογίζεται ως  $P_a = 1 - P_e$ .

Όσον αφορά τα στοιχεία  $g_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, N_t$  του διανύσματος  $g$ , έχουμε ότι είναι Gaussian τυχαίες μεταβλητές με τα παρακάτω χαρακτηριστικά.

$$g_i \sim \begin{cases} N\left(\Re(x_k), \sigma_n^2\right) + jN\left(\Im(x_k), \sigma_n^2\right), i = k \\ N\left(0, \sigma_n^2\right) + jN\left(0, \sigma_n^2\right), i \neq k \end{cases}, \quad (5.22)$$

όπου, το  $N(\mu, \sigma_n^2)$  συμβολίζει μεταβλητές που ακολουθούν κανονική κατανομή (normal distribution) με μέση τιμή  $\mu$  και διακύμανση  $\sigma_n^2$ , και το  $\Im(\cdot)$  αναφέρεται στο φανταστικό μέρος ενός αριθμού.

Παίρνοντας υπόψη την απόλυτη τιμή του κάθε στοιχείου του  $g$ , καταλήγουμε σε μια μη-κεντρική  $\chi$ -κατανομή (non-central  $\chi$ -distribution) με δύο (2) βαθμούς ελευθερίας (degrees of freedom) και μια παράμετρο μη-κεντρικότητας (non-centrality parameter).



$$|g_k| = \sqrt{\Re\{g_i\}^2 + \Im\{g_i\}^2}, \text{ με} \quad (5.23)$$

$$\delta = \frac{\Re\{x_k\}^2}{\sigma_n^2} + \frac{\Im\{x_k\}^2}{\sigma_n^2} = \frac{|x_k|^2}{\sigma_n^2} \quad (5.24)$$

Έχοντας γνώση όλων των παραπάνω στοιχείων, μπορούμε να υπολογίσουμε την ολική πιθανότητα όταν χρησιμοποιούμε διαμόρφωση με αλφάβητο με μέγεθος  $M$  ( $M$ -ary modulation alphabet) και  $N_t$  κεραιάς εκπομπής.

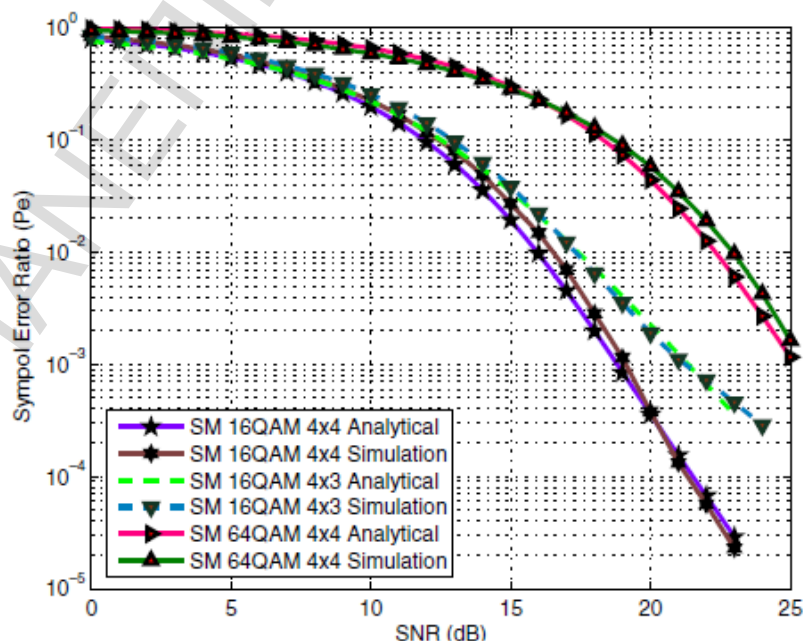
$$P_a = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M (1 - P_c(x_i)), \quad (5.25)$$

όπου,  $P_c(x_i)$  αναφέρεται στην πιθανότητα σωστής ανίχνευσης του συμβόλου  $x_i$ .

### 5.2.3 – Αποτελέσματα

Σε αυτό το σημείο θα εξετάσουμε τη σύγκριση μεταξύ της θεωρητικής καμπύλης του SER, η οποία υπολογίζεται σύμφωνα με αυτά που αναφέραμε παραπάνω, σε σχέση με την καμπύλη που δημιουργείται από την προσομοίωση της τεχνικής της Χωρικής Διαμόρφωσης. Όπως έχουμε αναφέρει και πιο πριν, σε αυτό το κεφάλαιο δεν κάνουμε προσομοιώσεις, επομένως, όλες οι εικόνες που παρουσιάζουμε, υπάρχουν στα αντίστοιχα άρθρα που εξετάζουμε.

Η πρώτη εικόνα αναφέρεται στον υπολογισμό του SER σύμφωνα με την πρώτη προσέγγιση (order statistics) που αναφέραμε.



Σχήμα 5.3

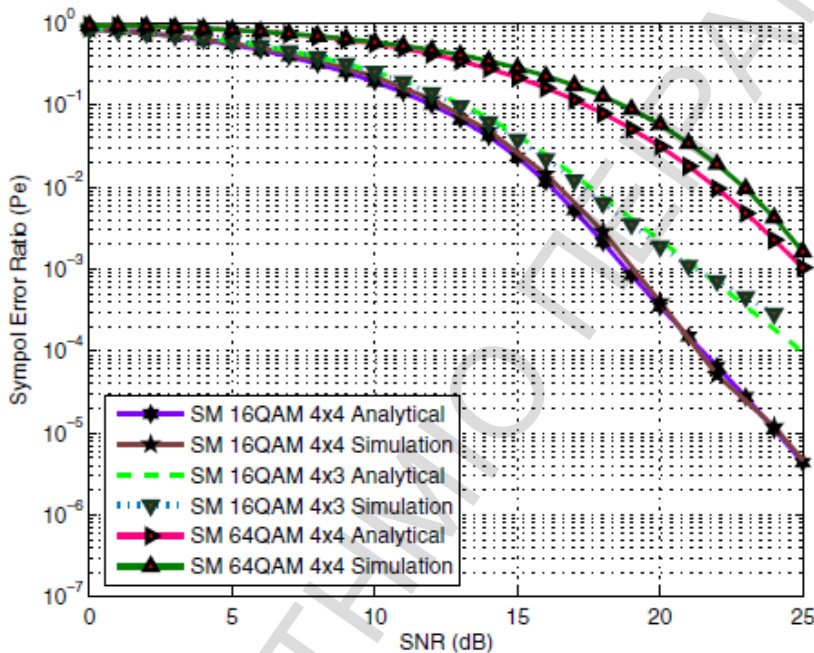
Σύγκριση προσομοιωμένης SM με θεωρητικές τιμές υπολογισμένες με order statistics [13]

Να θυμίσουμε ότι για σύστημα 4x4 με διαμόρφωση 16QAM έχουμε μετάδοση για έξι (6) bits, ενώ για 4x4 με διαμόρφωση 64QAM, έχουμε μετάδοση για οκτώ (8) bits.

$$m_{4 \times 4, 16QAM} = \log_2(16) + \log_2(4) = 6 \quad (5.26)$$

$$m_{4 \times 4, 64QAM} = \log_2(64) + \log_2(4) = 8 \quad (5.27)$$

Η εικόνα για τον δεύτερο τρόπο υπολογισμού (envelope detection) του SER είναι η παρακάτω.



Σχήμα 5.4

Σύγκριση προσομοιωμένης SM με θεωρητικές τιμές υπολογισμένες με envelope detection [13]

Παρατηρώντας τις παραπάνω εικόνες, ερχόμαστε εύκολα στο συμπέρασμα ότι και οι δύο τρόποι υπολογισμού δίνουν ικανοποιητικά αποτελέσματα και προσεγγίζουν τις καμπύλες των προσομοιώσεων.

Φυσικά, όπως μπορεί κάποιος να συμπεράνει συγκρίνοντας τη μέθοδο των δύο προσεγγίσεων, η δεύτερη μέθοδος (envelope detection) είναι λιγότερο πολύπλοκη σε σχέση με την πρώτη μέθοδο (order statistics).

Τέλος, όπως περιγράφεται στο [13], για μεγάλες τιμές του SNR, δεν ήταν δυνατός ο υπολογισμός των θεωρητικών καμπυλών και άρχιζαν να εμφανίζονται υπολογιστικά λάθη.

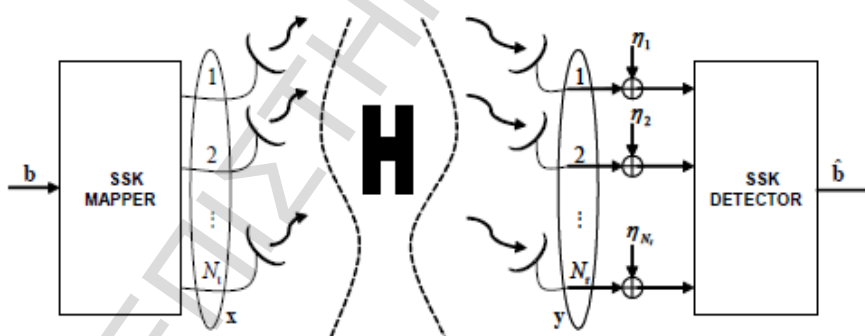
### 5.3 – Διαμόρφωση Μεταλλαγής Μετατόπισης Χώρου και Γενικευμένη Χωρική Διαμόρφωση

Η Διαμόρφωση Μεταλλαγής Μετατόπισης Χώρου αποτελεί υποπερίπτωση της Χωρικής Διαμόρφωσης, καθώς αναφέρεται καθαρά σε χωρική πληροφορία και όχι σε πληροφορία συμβόλου, όπως θα δούμε και παρακάτω, ενώ η Γενικευμένη Διαμόρφωση Μεταλλαγής Μετατόπισης αποτελεί μια γενίκευση της απλής Μετατόπισης Χώρου. Αντίθετα, η Γενικευμένη Χωρική Διαμόρφωση αποτελεί μια γενίκευση της Χωρικής Διαμόρφωσης. Περισσότερα θα αναφέρουμε παρακάτω.

Σε αυτό το υποκεφάλαιο θα περιγράψουμε τις παραπάνω τεχνικές και θα αναφέρουμε κάποιες νέες τεχνικές που εφαρμόζονται στο δέκτη για την ανάκτηση της πληροφορίας καθώς και κάποια επιπρόσθετα θεωρητικά θέματα.

#### 5.3.1 – Διαμόρφωση Μεταλλαγής Μετατόπισης Χώρου

Η διαμόρφωση μεταλλαγής μετατόπισης χώρου (space shift keying - SSK) βασίζεται στην ιδέα της χωρικής διαμόρφωσης, όπου μια ομάδα από bits αντιστοιχίζονται σε ένα διάνυσμα όπου όλα τα στοιχεία του είναι μηδέν (0), εκτός από ένα, το οποίο αναπαριστά το σύμβολο το οποίο θα σταλεί, καθώς και η θέση του αναπαριστά τον αριθμό της κεραίας που το εκπέμπει, αλλά η διαφορά έγκειται σε κάποιες παραμέτρους οι οποίες εισάγονται στον πομπό, καθώς και στις τεχνικές ανίχνευσης στο δέκτη, όπως θα δούμε και παρακάτω [14].



Σχήμα 5.5  
Απεικόνιση Αρχιτεκτονικής για σύστημα SSK

Όπως συνήθως, έχουμε ένα MIMO σύστημα με  $N_t$  κεραίες εκπομπής και  $N_r$  κεραίες λήψης. Θεωρούμε μια τυχαία ακολουθία από ανεξάρτητα bits  $\mathbf{b} = [b_1 \ b_2 \ \dots \ b_k]$ . Θεωρώντας ότι τα συγκεκριμένα bits δεν “περνάνε” από κάποιον κωδικοποιητή καναλιού (channel encoder), τα αντιστοιχούμε σύμφωνα με έναν SSK mapper σε  $m = \log_2(N_t)$  bits, δημιουργώντας το διάνυσμα  $\mathbf{x} = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_{N_t}]^T$ , με περιορισμό για την ενέργεια το παρακάτω.

$$E_x [x^H x] = 1 \quad (5.28)$$

Στον παρακάτω πίνακα ακολουθεί ένα παράδειγμα για το πώς λειτουργεί ο SSK mapper.

EXAMPLE OF THE SSK MAPPER RULE.

$\mathbf{b} = [b_1 \ b_2]$	symbol	antenna index $j$	$\mathbf{x} = [x_1 \ \dots \ x_4]^T$
$[0 \ 0]$	0	1	$[1 \ 0 \ 0 \ 0]^T$
$[0 \ 1]$	1	2	$[0 \ 1 \ 0 \ 0]^T$
$[1 \ 0]$	2	3	$[0 \ 0 \ 1 \ 0]^T$
$[1 \ 1]$	3	4	$[0 \ 0 \ 0 \ 1]^T$

Όπως φαίνεται και στον παραπάνω πίνακα, το σύμβολο που μεταδίδεται δεν περιέχει καμία πληροφορία. Αντίθετα, η πληροφορία έγκειται στον αριθμό της κεραίας που το μεταδίδει. Αυτή είναι μια αρχική διαφορά σε σχέση με τη Χωρική Διαμόρφωση, όπου και το σύμβολο περιέχει πληροφορία και είναι διαμορφωμένο σύμφωνα με κάποια διαμόρφωση (πχ BPSK).

Το σήμα στη συνέχεια μεταδίδεται και έχουμε τη γνωστή εξίσωση του συστήματος  $\mathbf{y} = \sqrt{\rho}\mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{n}$ , με  $\rho$  το μέσο SNR σε κάθε κεραία λήψης. Ταυτόχρονα, εφόσον μόνο μία κεραία εκπέμπει, έχουμε ότι  $y = \sqrt{\rho}\mathbf{h}_j + n$ , με το  $j$  να δηλώνει την κεραία που χρησιμοποιήθηκε. Επειδή όμως μόνο μία στήλη του πίνακα  $\mathbf{H}$  χρησιμοποιήθηκε, η  $j$ , αυτό είχε επίδραση στο σηματοστερισμό του SSK. Τις στήλες του πίνακα του διαύλου μπορούμε να τις απεικονίσουμε ως τυχαία σημεία σηματοστερισμού (random constellation points), όπως φαίνεται στην παρακάτω εικόνα.



Σχήμα 5.6  
Απεικόνιση του σηματοστερισμού για APM & SSK

Το πρώτο μέρος της εικόνας αντιστοιχεί σε συστήματα διαμόρφωσης πλάτους/φάσης (Amplitude/Phase Modulation), ενώ το δεύτερο σε συστήματα με διαμόρφωση χώρου (Space Modulation). Το eff (effective) δίπλα στα  $x$  δηλώνει τον αποτελεσματικό χώρο στο σηματοστερισμό (constellation space).

Τώρα, όσον αφορά την ανίχνευση στο δέκτη στην περίπτωση που δεν έχουμε χρησιμοποιήσει κωδικοποίηση στον πομπό, μια νέα τεχνική εισάγεται η οποία βασίζεται πάνω σε ανιχνευτές Maximum Likelihood (ML). Πιο συγκεκριμένα, για να βρούμε τον αριθμό της κεραίας κάνουμε τα εξής.

$$j = \arg \max_j P_Y(\mathbf{y} | \mathbf{x}_j, \mathbf{H}) = \arg \min_j \|\mathbf{y} - \sqrt{\rho} \mathbf{h}_j\|_{\mathbf{F}}^2 \quad (5.29)$$

$$= \arg \max_j \operatorname{Re} \left\{ \left( \mathbf{y} - \frac{\sqrt{\rho}}{2} \mathbf{h}_j \right)^H \mathbf{h}_j \right\} \quad (5.30)$$

όπου, το  $j$  δηλώνει τον εκτιμώμενο αριθμό της κεραίας εκπομπής με  $1 \leq j \leq N_t$ , και  $P_Y(\mathbf{y} | \mathbf{x}_j, \mathbf{H})$  να δίνεται από τον παρακάτω τύπο.

$$P_Y(\mathbf{y} | \mathbf{x}_j, \mathbf{H}) = \frac{\exp\left(-\|\mathbf{y} - \sqrt{\rho} \mathbf{H} \mathbf{x}_j\|_{\mathbf{F}}^2\right)}{\pi^{N_r}} \quad (5.31)$$

Όσον αφορά το συμβολισμό  $\|\cdot\|_{\mathbf{F}}$ , αφορά τη νόρμα Frobenius (Frobenius norm) και για έναν πίνακα  $\mathbf{A}$  με διαστάσεις  $m \times n$  αυτή υπολογίζεται ως εξής:

$$\|\mathbf{A}\|_{\mathbf{F}} = \sqrt{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n |a_{i,j}|^2} \quad (5.32)$$

Τελειώνοντας την αναφορά μας στη διαμόρφωση Space shift Keying, θα αναφερθούμε στο σχήμα σηματοστερισμού των τεχνικών APM και SSK που αναφέραμε πριν.

Αρχικά, ορίζουμε τα effective constellation points ως εξής.

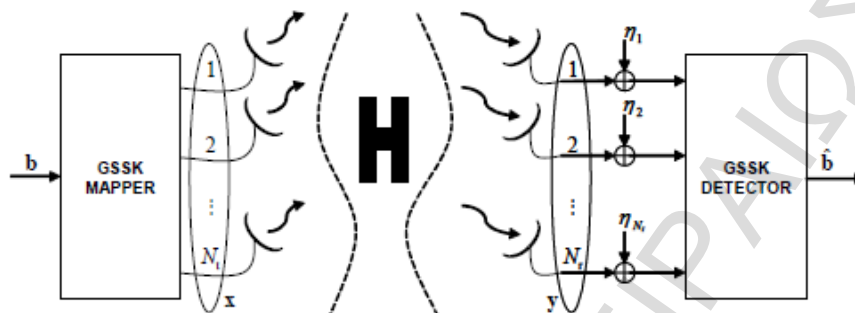
$$\mathbf{x}_{j,eff} = \mathbf{H} \mathbf{x}_j \quad (5.33)$$

Σε APM περιπτώσεις, όπως φαίνεται και από το σχήμα άλλωστε, έχουμε κλιμακωτά διαγράμματα σηματοστερισμού, ενώ σε διαμορφώσεις SSK τα σημεία αλλάζουν. Από αυτό, καταλαβαίνουμε ότι για αυξημένα  $M$  και  $N_r$ , η Space Shift Keying θα έχει καλύτερα αποτελέσματα από τις κανονικές APM τεχνικές, αν και αυτό εξαρτάται και από τα χαρακτηριστικά του καναλιού (π.χ. αν είναι ασυσχέτιστα τα path μεταξύ τους ή όχι).

Ακόμα, όπως είδαμε, το σύμβολο που εκπέμπεται δεν περιέχει πληροφορία, παρά μόνο η θέση του συμβόλου στο διάνυσμα  $\mathbf{x}$  παίζει ρόλο. Σε περίπτωση που και στο εκπεμπόμενο σύμβολο είχαμε πληροφορία, δεν θα αναφερόμασταν σε διαμόρφωση μεταλλαγής μετατόπισης χώρου, αλλά σε χωρική διαμόρφωση (Spatial Modulation). Επιπλέον, αν δεν είχαμε χωρική πληροφορία, θα αναφερόμασταν σε τεχνικές APM.

**5.3.2 – Γενικευμένη Διαμόρφωση Μεταλλαγής Μετατόπισης Χώρου**

Η γενικευμένη διαμόρφωση μεταλλαγής μετατόπισης χώρου (Generalized Space Shift Keying – GSSK) επεκτείνει την ιδέα της απλής SSK ως προς το ότι δεν απαιτεί μόνο μία κεραία να εκπέμπει το αντίστοιχο σύμβολο που θέλουμε να στείλουμε. Αντίθετα, όπως θα δούμε μπορούμε να έχουμε παραπάνω από μία κεραίες να εκπέμπουν [15].



Σχήμα 5.7  
Απεικόνιση Αρχιτεκτονικής για σύστημα GSSK

Πιο συγκεκριμένα, θεωρούμε πάλι ένα σύστημα MIMO, όπως φαίνεται στην παραπάνω εικόνα. Επίσης, έχουμε ένα διάνυσμα **b** το οποίο αποτελείται από μια τυχαία ακολουθία από bits, το οποίο το μετασχηματίζουμε σε ένα διάνυσμα **x**, σύμφωνα πάντα με τον περιορισμό της ενέργειας.

Στη Γενικευμένη περίπτωση του SSK όμως, μπορούμε να έχουμε πάνω από μία κεραίες που να εκπέμπουν το σύμβολο. Στον παρακάτω πίνακα, απεικονίζεται ένα παράδειγμα για το πώς γίνεται η εφαρμογή του GSSK mapper.

EXAMPLE OF THE GSSK MAPPER RULE.

$\mathbf{b} = [b_1 \ b_2 \ b_3]$	$\mathbf{j}$	$\mathbf{x} = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_5]^T$
$[0 \ 0 \ 0]$	(1, 2)	$[\frac{1}{\sqrt{2}} \ \frac{1}{\sqrt{2}} \ 0 \ 0 \ 0]^T$
$[0 \ 0 \ 1]$	(1, 3)	$[\frac{1}{\sqrt{2}} \ 0 \ \frac{1}{\sqrt{2}} \ 0 \ 0]^T$
$[0 \ 1 \ 0]$	(1, 4)	$[\frac{1}{\sqrt{2}} \ 0 \ 0 \ \frac{1}{\sqrt{2}} \ 0]^T$
$[0 \ 1 \ 1]$	(1, 5)	$[\frac{1}{\sqrt{2}} \ 0 \ 0 \ 0 \ \frac{1}{\sqrt{2}}]^T$
$[1 \ 0 \ 0]$	(2, 3)	$[0 \ \frac{1}{\sqrt{2}} \ \frac{1}{\sqrt{2}} \ 0 \ 0]^T$
$[1 \ 0 \ 1]$	(2, 4)	$[0 \ \frac{1}{\sqrt{2}} \ 0 \ \frac{1}{\sqrt{2}} \ 0]^T$
$[1 \ 1 \ 0]$	(2, 5)	$[0 \ \frac{1}{\sqrt{2}} \ 0 \ 0 \ \frac{1}{\sqrt{2}}]^T$
$[1 \ 1 \ 1]$	(3, 4)	$[0 \ 0 \ \frac{1}{\sqrt{2}} \ \frac{1}{\sqrt{2}} \ 0]^T$

Από την παραπάνω εικόνα, φαίνεται καθαρά ότι πλέον αναφερόμαστε σε συνδυασμό κεραιών για τη μετάδοση, και όχι απλά σε έναν αριθμό κεραίας. Πιο συγκεκριμένα, αν

χρησιμοποιούμε  $N_u$  κεραιές που εκπέμπουν, ο αριθμός όλων των δυνατών σημείων του σηματοστερισμού είναι ίσος με τον παρακάτω συνδυασμό:

$$M' = \binom{N_t}{N_u}, \text{ με} \quad (5.34)$$

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}, 0 \leq k \leq n \quad (5.35)$$

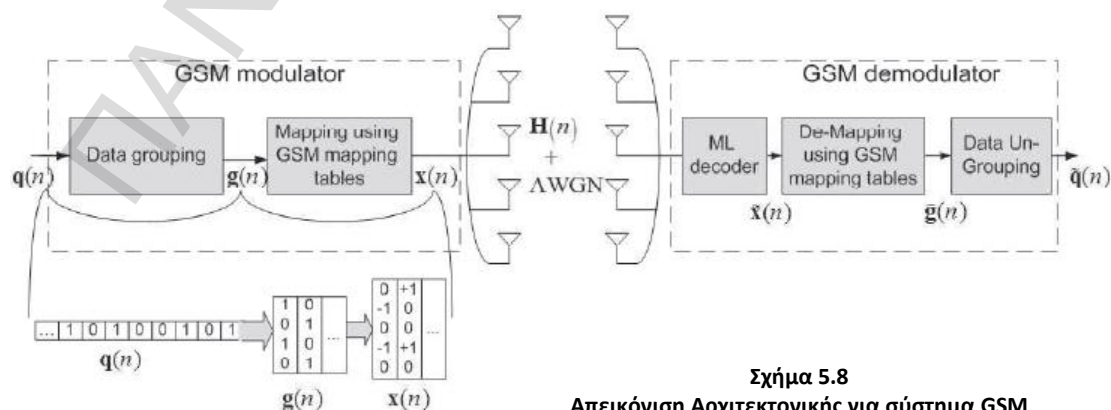
Στο παραπάνω παράδειγμα, έχουμε  $N_t = 7$  κεραιές εκπομπής και χρησιμοποιούμε  $N_u = 2$  κεραιές για μετάδοση. Ο συνολικός αριθμός δυνατών σημείων είναι  $M' = 21$ . Όμως, επειδή θέλουμε διαγράμματα σηματοστερισμού με μεγέθη ίσα με δυνάμεις του 2, χρησιμοποιούμε μόνο  $M = 16$  συνδυασμούς από 21 που μπορούμε να έχουμε. Υπάρχουν τρόποι έτσι ώστε να βελτιστοποιήσουμε την τεχνική με βάση την οποία διαλέγουμε τα παραπάνω μεγέθη, αλλά δε θα μας απασχολήσουν σε αυτό το σημείο, καθώς αυτό που κάνουμε σε αυτό το υπο-κεφάλαιο είναι μια εισαγωγή σε αυτού του είδους τις τεχνικές για να δούμε τη σχέση τους με τη Χωρική Διαμόρφωση.

Στη συνέχεια, η ανίχνευση του αριθμού της κεραιάς γίνεται όπως και στην κανονική Διαμόρφωση Space Shift Keying χρησιμοποιώντας τον ανιχνευτή Maximum Likelihood (ML).

### 5.3.3 – Γενικευμένη Χωρική Διαμόρφωση

#### Περιγραφή του Συστήματος

Η Γενικευμένη Χωρική Διαμόρφωση (Generalized Spatial Modulation - GSM) είναι μια ανάμειξη της κανονικής Χωρικής Διαμόρφωσης με αυτή της Γενικευμένης Διαμόρφωσης Μεταλλαγής Μετατόπισης Χώρου. Πιο συγκεκριμένα, εφαρμόζουμε την κανονική χωρική διαμόρφωση, αλλά πλέον μπορούμε να έχουμε παραπάνω από μία κεραιές να εκπέμπουν το ίδιο σύμβολο, το οποίο όμως έχει υποστεί διαμόρφωση, επομένως μεταφέρει και αυτό πληροφορία [16].



Σχήμα 5.8  
Απεικόνιση Αρχιτεκτονικής για σύστημα GSM

Θεωρούμε ένα σύστημα MIMO  $N_t = N_r = 4$  όπως αυτό απεικονίζεται στην παραπάνω εικόνα.

Όπως και στη γενικευμένη SSK, ο αριθμός όλων των δυνατών συνδυασμών είναι ο παρακάτω.

$$N_c = \binom{N_t}{N_u} \quad (5.36)$$

Επειδή όμως θέλουμε τον αριθμό αυτόν να είναι ίσος με δυνάμεις του 2,  $N_c = 2^{m_\ell}$ , πρέπει να περιορίσουμε τις πιθανές τιμές και αυτό το πετυχαίνουμε ως εξής.

$$m_\ell = \left\lfloor \log_2 \binom{N_t}{N_u} \right\rfloor, \quad (5.37)$$

όπου,  $\lfloor \cdot \rfloor$  τελεστής στρογγυλοποίησης στο κοντινότερο μικρότερο ακέραιο (floor operator).

Όμως, στη Γενικευμένη Χωρική Διαμόρφωση έχουμε και διαμόρφωση συμβόλου, επομένως ο συνολικός αριθμός των bits ανά σύμβολο υπολογίζεται με τον τύπο:

$$m = m_\ell + m_s = \left\lfloor \log_2 \binom{N_t}{N_u} \right\rfloor + \log_2(M) \quad (5.38)$$

GSM MAPPING TABLE FOR  $N_t = 5$ ,  $N_u = 2$  AND BPSK MODULATION, WHERE  $(\cdot, \cdot)$  INDICATES THE INDICES OF THE ACTIVE ANTENNAS

Grouped Bits	Antenna Combination ( $\ell$ )	Symbol ( $s$ )
0000	(1,2)	-1
0001	(1,2)	+1
0010	(1,3)	-1
0011	(1,3)	+1
0100	(1,4)	-1
0101	(1,4)	+1
0110	(1,5)	-1
0111	(1,5)	+1
1000	(2,3)	-1
1001	(2,3)	+1
1010	(2,4)	-1
1011	(2,4)	+1
1100	(3,5)	-1
1101	(3,5)	+1
1110	(4,5)	-1
1111	(4,5)	+1



Στην εικόνα της προηγούμενης σελίδας έχουμε ένα παράδειγμα γενικευμένης χωρικής διαμόρφωσης και το πώς αντιστοιχίζονται τα bits σε συνδυασμό κεραιών και σύμβολα.

Στο δέκτη, η ανίχνευση του αριθμού των κεραιών που έστειλαν το σύμβολο καθώς και το ίδιο το σύμβολο γίνεται από κοινού (jointly decoded) με τη χρήση παρόμοιας τεχνικής όπως αυτής που χρησιμοποιείται στο SSK και στο GSSK.

$$[\tilde{\ell}, \tilde{s}] = \arg \max_{\ell, s} P_{\mathbf{y}}(\mathbf{y} | \mathbf{x}, \mathbf{H}) \quad (5.39)$$

$$[\tilde{\ell}, \tilde{s}] = \arg \min_{\ell, s} \sum_{i=1}^{N_r} |y_i - h'_{\ell, i} s|^2, \text{ με} \quad (5.40)$$

$$P_{\mathbf{y}}(\mathbf{y} | s, \ell, \mathbf{H}) = \frac{1}{(\pi\sigma_n^2)^{N_r}} \exp\left(-\frac{\|\mathbf{y} - \mathbf{h}'_{\ell} s\|_{\mathbf{F}}^2}{\sigma_n^2}\right), \quad (5.41)$$

όπου,  $\mathbf{h}'_{\ell}$  να είναι το διάνυσμα το οποίο να περιέχει το άθροισμα των καναλιών των ενεργών καναλιών, το οποίο υπολογίζεται σύμφωνα με τον παρακάτω τύπο, στον οποίο το  $\mathbf{h}_{\ell_n}$  είναι ο δίαυλος από την ενεργή κεραία  $\ell_n$  προς όλες τις κεραιές λήψης.

$$\mathbf{h}'_{\ell} = \sum_{n=1}^{N_u} \mathbf{h}_{\ell_n} \quad (5.42)$$

### Υπολογισμός του Θεωρητικού BER για GSM

Η αναλυτική επίδοση του BER της Γενικευμένης Χωρικής Διαμόρφωσης εκτιμάται χρησιμοποιώντας την union bounding technique [18]. Πιο συγκεκριμένα, έχουμε:

$$\Pr_{e, bit} \leq E_{\mathbf{x}} \left[ \sum_{\tilde{\ell}, \tilde{s}} \frac{N(x_{\ell, s}, x_{\tilde{\ell}, \tilde{s}}) \Pr(x_{\ell, s} \rightarrow x_{\tilde{\ell}, \tilde{s}})}{2^m} \right], \quad (5.43)$$

όπου,  $x_{\ell, s}$  είναι το σύμβολο  $s$  που έχει σταλεί από τον συνδυασμό κεραιών  $\ell$ ,  $N(x_{\ell, s}, x_{\tilde{\ell}, \tilde{s}})$  είναι ο αριθμός των λάθος bits ανάμεσα στα  $x_{\ell, s}$  και  $x_{\tilde{\ell}, \tilde{s}}$ , και  $\Pr(x_{\ell, s} \rightarrow x_{\tilde{\ell}, \tilde{s}})$  είναι η πιθανότητα ανίχνευσης του  $x_{\tilde{\ell}, \tilde{s}}$  έχοντας υπόψη ότι έχει σταλεί το  $x_{\ell, s}$ .

Στην παραπάνω σχέση η πιθανότητα  $\Pr(x_{\ell, s} \rightarrow x_{\tilde{\ell}, \tilde{s}})$  μπορεί να υπολογιστεί σύμφωνα με την παρακάτω σχέση.

$$\Pr(x_{\ell,s} \rightarrow x_{\tilde{\ell},\tilde{s}}) = \Pr\left(\sum_{i=1}^{N_r} |D_i(\ell,s)|^2 > \sum_{i=1}^{N_r} |D_i(\tilde{\ell},\tilde{s})|^2\right), \text{ με } \quad (5.44)$$

όπου,  $u_i \sim CN(0, \sigma_n^2)$ , με  $CN$ : μιγαδική κανονική κατανομή (complex normal distribution) δηλαδή  $CN(0, \sigma_n^2) = N(0, \sigma_n^2) + jN(0, \sigma_n^2)$ .

Σύμφωνα με τα παραπάνω, θα έχουμε ότι  $D_i(\ell,s) \sim CN(0, \sigma_n^2)$  και  $D_i(\tilde{\ell},\tilde{s}) \sim CN(0, \sigma_{D_{i,\tilde{\ell},\tilde{s}}}^2)$  και:

$$D_i(\ell,s) = u_i, \quad D_i(\tilde{\ell},\tilde{s}) = u_i + h_{\ell,i}'s - h_{\tilde{\ell},i}'\tilde{s} \quad (5.45)$$

Ακόμα, ορίζοντας ως  $d(\ell, \tilde{\ell})$ , τον αριθμό των στοιχείων που τα  $\ell, \tilde{\ell}$  διαφέρουν μεταξύ τους έχουμε τη παρακάτω σχέση για τη διακύμανση του  $D_{i,\tilde{\ell},\tilde{s}}$ :

$$\begin{aligned} \sigma_{D_{i,\tilde{\ell},\tilde{s}}}^2 &= \sigma_n^2 + (|s|^2 + |\tilde{s}|^2)d(\ell, \tilde{\ell}) + |s - \tilde{s}|^2 (N_u - d(\ell, \tilde{\ell})) \\ &= \sigma_n^2 + 2\operatorname{Re}\{s\tilde{s}^*\}d(\ell, \tilde{\ell}) + |s - \tilde{s}|^2 N_u \end{aligned} \quad (5.46)$$

Ταυτόχρονα, θεωρώντας τα παρακάτω έχουμε:

$$\kappa_{D_{i,s}} = \sum_{i=1}^{N_r} \left| \frac{D_i(\ell,s)}{\sigma_n / \sqrt{2}} \right|^2, \quad \kappa_{D_{i,\tilde{\ell},\tilde{s}}} = \sum_{i=1}^{N_r} \left| \frac{D_i(\tilde{\ell},\tilde{s})}{\sigma_{D_{i,\tilde{\ell},\tilde{s}}} / \sqrt{2}} \right|^2, \quad (5.47)$$

τα οποία είναι κεντρικές  $\chi^2$  (central chi-squared) τυχαίες μεταβλητές με  $2N_r$  βαθμούς ελευθερίας.

Σύμφωνα με τις δύο παραπάνω μεταβλητές η πιθανότητα  $\Pr(x_{\ell,s} \rightarrow x_{\tilde{\ell},\tilde{s}})$  μετατρέπεται ως εξής.

$$\Pr(x_{\ell,s} \rightarrow x_{\tilde{\ell},\tilde{s}}) = \Pr\left(\frac{\sigma_n^2}{2} \kappa_{D_{i,s}} > \frac{\sigma_{D_{i,\tilde{\ell},\tilde{s}}}^2}{2} \kappa_{D_{i,\tilde{\ell},\tilde{s}}}\right) = \Pr\left(\frac{\kappa_{D_{i,\tilde{\ell},\tilde{s}}}}{\kappa_{D_{i,s}}} < \frac{\sigma_n^2}{\sigma_{D_{i,\tilde{\ell},\tilde{s}}}^2}\right) \quad (5.48)$$

Στη συνέχεια, θέτουμε ότι:

$$\varphi = \frac{\mathcal{K}_{D_{\ell,\tilde{s}}}}{\mathcal{K}_{D_{\ell,s}}}, \quad (5.49)$$

η οποία ακολουθεί κατανομή  $F$  ( $F$ -distribution) με βαθμούς ελευθερίας  $c_1 = c_2 = 2N_r$ .

Επομένως, η πιθανότητα γίνεται:

$$\Pr(x_{\ell,s} \rightarrow x_{\ell,\tilde{s}}) = \Pr\left(\varphi < \frac{\sigma_n^2}{\sigma_{D_{\ell,\tilde{s}}}^2}\right) = F_\varphi\left(\frac{\sigma_n^2}{\sigma_{D_{\ell,\tilde{s}}}^2}\right) \quad (5.50)$$

Η  $F_\varphi(\cdot)$  συμβολίζει τη cdf της κατανομής  $F$ , η οποία δίνεται από τον ακόλουθο μαθηματικό τύπο.

$$F_\varphi(x) = I_{\frac{c_1 x}{c_1 x + c_2}}\left(\frac{c_1}{2}, \frac{c_2}{2}\right), \quad (5.51)$$

όπου  $I_x(a, b)$  είναι η συνάρτηση regularized incomplete beta και υπολογίζεται ως εξής.

$$I_x(a, b) = \frac{B(x; a, b)}{B(a, b)} = \frac{1}{B(a, b)} \int_0^x t^{(a-1)} (1-t)^{(b-1)} dt \quad (5.52)$$

$$B(a, b) = \int_0^1 t^{(a-1)} (1-t)^{(b-1)} dt \quad (5.53)$$

Συνεπώς, η πιθανότητα μετασχηματίζεται ως εξής.

$$\Pr(x_{\ell,s} \rightarrow x_{\ell,\tilde{s}}) = I_{\frac{\sigma_n^2}{\sigma_n^2 + \sigma_{D_{\ell,\tilde{s}}}^2}}(N_r, N_r) \quad (5.54)$$

Τελικά, η αρχική πιθανότητα εκτίμησης της επίδοσης του BER για GSM, σύμφωνα με τα παραπάνω μετασχηματίζεται στην παρακάτω σχέση.

$$\Pr_{e,bit} \leq E_{\mathbf{x}} \left[ \sum_{\ell,s} \frac{N(x_{\ell,s}, x_{\ell,\tilde{s}}) I_{\frac{\sigma_n^2}{\sigma_n^2 + \sigma_{D_{\ell,\tilde{s}}}^2}}(N_r, N_r)}{2^m} \right] \quad (5.55)$$

$$\leq \sum_{\ell, \tilde{s}} \sum_{\tilde{s}} \left[ \frac{N(x_{\ell, s}, x_{\tilde{\ell}, \tilde{s}}) I \frac{\sigma_n^2}{\sigma_n^2 + \sigma_{D_{\ell, \tilde{s}}}^2} (N_r, N_r)}{2^{2m}} \right] \quad (5.56)$$

### Βελτιστοποίηση της Επιλογής Συνδυασμού των Κεραιών

Η βελτιστοποίηση της επιλογής του συνδυασμού των κεραιών (antenna combinations selection) μπορεί να γίνει ελαχιστοποιώντας τον παραπάνω τύπο για τον υπολογισμό του BER που δώσαμε. Αυτό το πετυχαίνουμε ως εξής.

$$\Gamma_{opt} = \arg \min_{\Gamma} \left( \Pr \right)_{e, bit}, \quad (5.57)$$

όπου, το  $\Gamma$  είναι ένα σύνολο από τις παραμέτρους  $(N_t, N_u, \Phi)$ , με  $\Phi(\cdot)$  το σύνολο των κεραιών που χρησιμοποιούνται, το οποίο ορίζεται ως εξής  $\ell = (\ell_1, \ell_2, \dots, \ell_{N_u}) \in \Phi$ .

Από τη σχέση για το BER μπορούμε να βγάλουμε το συμπέρασμα ότι μόνο τα  $N(x_{\ell, s}, x_{\tilde{\ell}, \tilde{s}})$  και η διακύμανση του  $D_{\ell, \tilde{s}}$  εξαρτώνται από το  $\Gamma$ . Επιπρόσθετα, έχει βρεθεί ότι ισχύει ο παρακάτω τύπος.

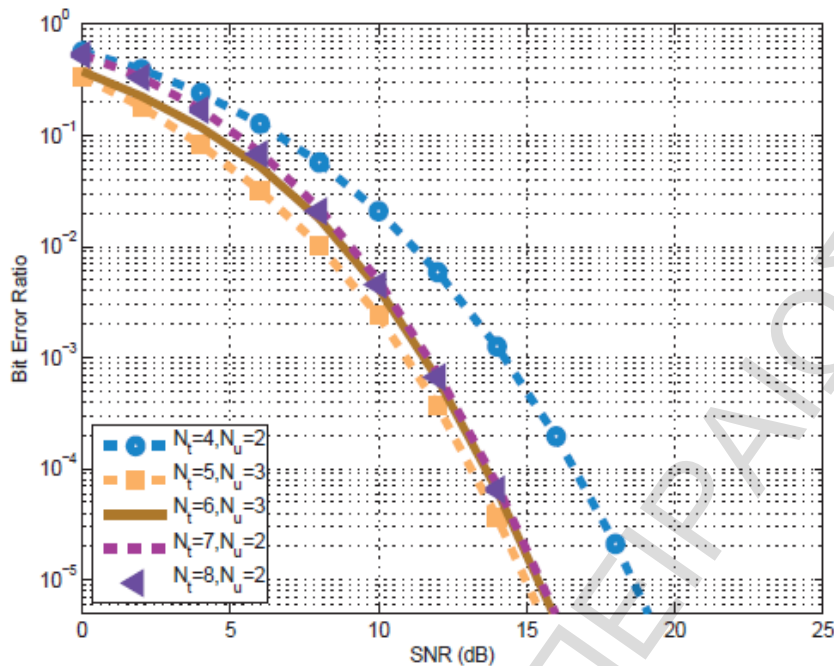
$$I \frac{\sigma_n^2}{\sigma_n^2 + \sigma_{D_{\ell, \tilde{s}}}^2} (N_r, N_r) \propto \frac{1}{\sigma_{D_{\ell, \tilde{s}}}^2}, \quad (5.58)$$

όπου, το  $\propto$  συμβολίζει ότι τα δύο μεγέθη είναι ανάλογα.

Επομένως, το πρόβλημα βελτιστοποίησης μπορεί να απλοποιηθεί στην παρακάτω σχέση.

$$\Gamma_{opt} = \arg \min_{\Gamma} \sum_{\ell, s} \sum_{\tilde{\ell}, \tilde{s}} \frac{N(x_{\ell, s}, x_{\tilde{\ell}, \tilde{s}})}{\sigma_{D_{\ell, \tilde{s}}}^2} \quad (5.59)$$

Στην παρακάτω εικόνα, φαίνεται η απόδοση του BER για διάφορους συνδυασμούς των  $N_t$  και  $N_u$ , οι οποίο υπολογίζονται σύμφωνα με τα όσα αναφέραμε προηγουμένως.



Σχήμα 5.9  
Υπολογισμός BER για διάφορους συνδυασμούς κεραιών εκπομπής-λήψης [16]

Από την παραπάνω εικόνα, είναι προφανές ότι ενώ με το μικρότερο αριθμό κεραιών εκπομπής έχουμε τη χειρότερη επίδοση, αντίθετα, αυξάνοντας τον αριθμό κεραιών εκπομπής δεν σημαίνει ότι πετυχαίνουμε τη βέλτιστη τιμή του BER.

### Πολυπλοκότητα της Χωρικής και της Γενικευμένης Χωρικής Διαμόρφωσης

Σε αυτό το σημείο θα συγκρίνουμε τις πολυπλοκότητες των δύο τεχνικών Χωρικής Διαμόρφωσης που έχουμε περιγράψει.

Αρχικά, θα αναφέρουμε την τεχνική που χρησιμοποιούμε για βέλτιστο δέκτη στη Χωρική Διαμόρφωση, η οποία είναι η εξής [19].

$$\left[ \tilde{\ell}_{SM}, \tilde{s}_{SM} \right] = \arg \min_{\ell, s} \left\| g_{\ell, s} \right\|^2 - 2 \operatorname{Re} \left\{ \mathbf{y}^H g_{\ell, s} \right\} \quad (5.60)$$

Σύμφωνα με τον παραπάνω τύπο, η πολυπλοκότητα της Χωρικής Διαμόρφωσης με βέλτιστο δέκτη (optimal decoder) δίνεται από τον τύπο:

$$C_{SM-OD} = N_t M (3N_r + 1) \quad (5.61)$$

Αντίθετα, η πολυπλοκότητα της Γενικευμένης Χωρικής Διαμόρφωσης δίνεται από την ακόλουθη σχέση.

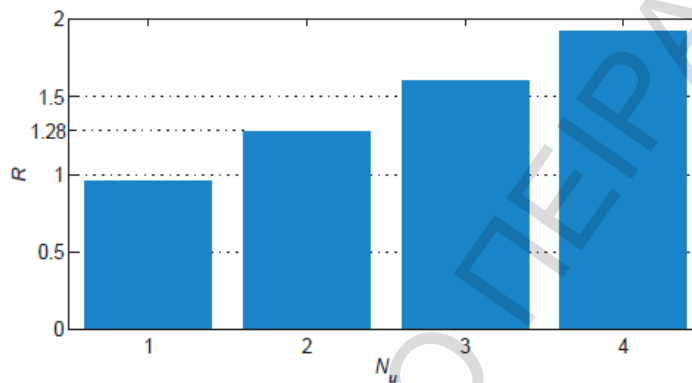
$$C_{GSM} = N_r N_c M (N_u + 2) \quad (5.62)$$

Ενώ, ο λόγος των δύο παραπάνω πολυπλοκότητων μετασχηματίζεται ως εξής.

$$R_{GSM/SM} = \frac{N_r N_c M (N_u + 2)}{N_t M (3N_r + 1)} = \frac{N_r (N_u + 2)}{3N_r + 1}, \quad (5.63)$$

όπου,  $N_t = N_r = 2^{m_i}$ .

Στην παρακάτω εικόνα, φαίνεται η επίδραση του  $N_u$  στην πολυπλοκότητα της Γενικευμένης Χωρικής Διαμόρφωσης.

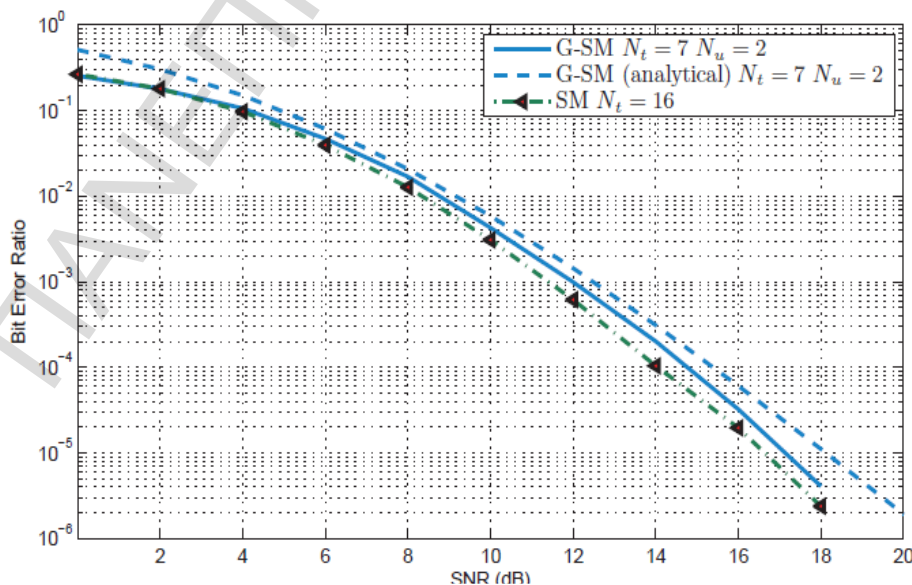


Σχήμα 5.10

Επίδραση των χρησιμοποιούμενων κεραιών στην Πολυπλοκότητα του συστήματος [16]

### Σύγκριση Χωρικής και Γενικευμένης Χωρικής Διαμόρφωσης

Στα παρακάτω διαγράμματα μπορούμε να συγκρίνουμε την απόδοση της Γενικευμένης Χωρικής Διαμόρφωσης, με τη θεωρητική προσέγγισή της καθώς και με την κανονική Χωρική Διαμόρφωση που περιγράψαμε στο προηγούμενο κεφάλαιο. Και οι δύο (2) εικόνες απεικονίζουν καμπύλες με φασματική απόδοση  $m = 6$  bits/sec/Hz και  $N_r = 4$ .

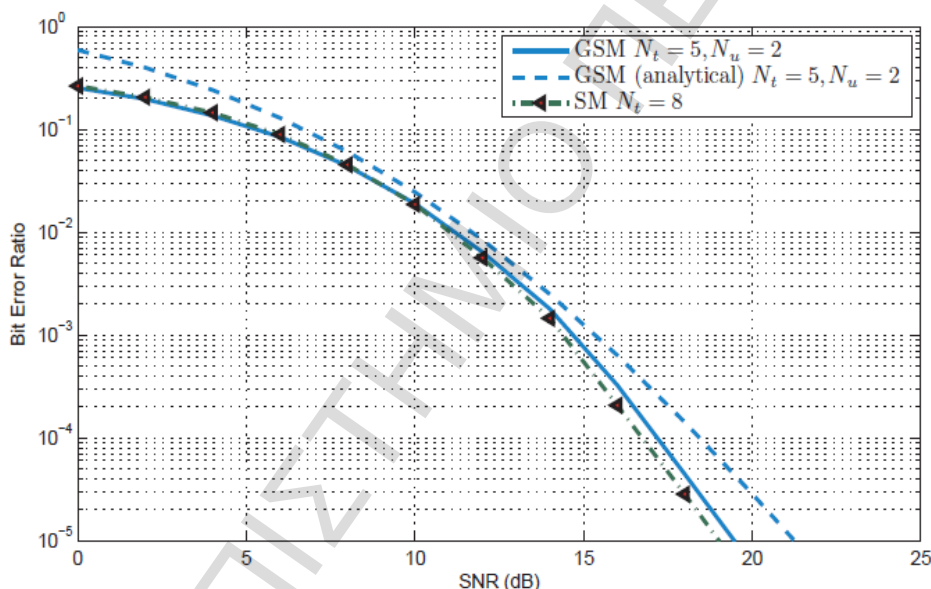


Σχήμα 5.11

Μετάδοση για  $M=4$  των GSM, θεωρητικό GSM & SM [16]

Στην παραπάνω εικόνα, απεικονίζεται GSM με  $N_t = 7$  και  $N_u = 2$ , ενώ για κανονικό SM έχουμε  $N_t = 16$ . Και για τα δύο ισχύει ότι χρησιμοποιούμε διαμόρφωση με  $M = 4$ . Βλέποντας τη πορεία των καμπυλών παρατηρούμε ότι η θεωρητική τιμή για GSM έχει μια μικρή απόκλιση, λιγότερο από μισό (0.5) dB, σε σχέση με την τιμή της προσομοίωσης, ενώ η απλή τεχνική για Spatial Modulation δίνει ελαφρώς καλύτερα αποτελέσματα, λιγότερο από μισό (0.5) dB, από ό,τι η Γενικευμένη Χωρική Διαμόρφωση. Φυσικά, για να πετύχουμε αυτές τις επιδόσεις με απλό SM, χρειαστήκαμε παραπάνω από δύο φορές τον αριθμό των κεραιών που χρειαστήκαμε για τη Generalized Spatial Modulation.

Στη δεύτερη εικόνα, έχουμε και για τις δύο τεχνικές  $M = 8$ . Συγκεκριμένα, ενώ για τη GSM έχουμε  $N_t = 5$  και  $N_u = 2$ , για την απλή SM έχουμε  $N_t = 8$ . Πάλι, βλέπουμε μια μικρή απόκλιση ανάμεσα στη θεωρητική καμπύλη και στην καμπύλη της προσομοίωσης, ενώ οι δύο τεχνικές (SM & GSM) δίνουν τα ίδια περίπου αποτελέσματα όσον αφορά την επίδοση του BER. Πάντα, για την τεχνική GSM χρησιμοποιούμε λιγότερες κεραιές εκπομπής.



Σχήμα 5.12  
Μετάδοση για  $M=8$  των GSM, θεωρητικό GSM & SM [16]

### 5.3.4 – Σχέση Τεχνικών Διαμόρφωσης

Στον επόμενο πίνακα φαίνεται η σχέση μεταξύ των τριών (3) τεχνικών διαμόρφωσης οι οποίες είναι Space Shift Keying, Amplitude/Phase Modulation και Spatial Modulation, και το αν αντιστοιχίζουμε την πληροφορία που θέλουμε να μεταδώσουμε σε σύμβολα ή σε κεραιές.

Τεχνική/Πληροφορία	Σύμβολο	Κεραία
SSK		+
APM	+	
SM	+	+

#### **5.4 – Σύνοψη**

Σε αυτό το κεφάλαιο, αρχικά αναφέραμε δύο αναλυτικές προσεγγίσεις για τον υπολογισμό του SER της Χωρικής Διαμόρφωσης και συμπεριλάβαμε τα σχετικά διαγράμματα. Έπειτα, περιγράψαμε τρεις τεχνικές, Διαμόρφωση Μετατόπισης Μεταλλαγής Χώρου, Γενικευμένη Διαμόρφωση Μετατόπισης Μεταλλαγής Χώρου και Γενικευμένη Χωρική Διαμόρφωση, και τέλος είδαμε την επίδοση της τρίτης από αυτές σε σχέση με την απλή Χωρική Διαμόρφωση.



## **6 – Σύνοψη, Συμπεράσματα και Μελλοντικές Έρευνες**

Στην εργασία αυτή, αρχικά αναφέραμε τι είναι τα συστήματα MIMO, το θεωρητικό υπόβαθρο που χρειάζεται κανείς για να ασχοληθεί με βασικά χαρακτηριστικά και τεχνικές αυτών των συστημάτων, και αναφέραμε λίγα στοιχεία για το τι είναι το πρόγραμμα MATLAB, το οποίο χρησιμοποιήσαμε για τις προσομοιώσεις που υλοποιήσαμε.

Στη συνέχεια, περιγράψαμε την τεχνική της Εκμετάλλευσης της Χωρικής Πληροφορίας (Spatial Information Exploitation - SIE), η οποία αποφεύγει την παρεμβολή στη μετάδοση των συστημάτων MIMO, κάναμε τις αντίστοιχες προσομοιώσεις και βγάλαμε το συμπέρασμα ότι η συγκεκριμένη τεχνική έχει λίγο χειρότερη επίδοση από ό,τι η Διαδοχική Ακύρωση Παρεμβολής με Βέλτιστη Ταξινόμηση (Successive Interference Cancellation with Optimal Ordering – SIC-OR) εφαρμοσμένη σε δέκτη MMSE, ειδικά για μεγάλες τιμές του SNR, αλλά αντίθετα, η SIE έχει πολύ λιγότερη πολυπλοκότητα.

Έπειτα, αναφέραμε τις βασικές αρχές της Χωρικής Διαμόρφωσης (Spatial Modulation – SM) και κάναμε τις αντίστοιχες προσομοιώσεις. Από αυτές τις προσομοιώσεις βγάλαμε το συμπέρασμα ότι η καινούρια τεχνική πλησιάζει την επίδοση της SIC-OR με MMSE για χαμηλό σηματοθορυβικό λόγο, ενώ για υψηλές τιμές η SIC-OR με MMSE είναι καλύτερη. Αντίθετα, η Χωρική Διαμόρφωση είναι αρκετές φορές λιγότερο πολύπλοκη από ό,τι η SIC-OR.

Τέλος, αναφέραμε κάποιες επεκτάσεις και περαιτέρω θεωρητικά ζητήματα για τη Χωρική Διαμόρφωση. Πιο συγκεκριμένα, αναφέραμε δύο θεωρητικές προσεγγίσεις για τον υπολογισμό του SER της Χωρικής Διαμόρφωσης, περιγράψαμε συνοπτικά τις τεχνικές της Διαμόρφωσης & Γενικευμένης Διαμόρφωσης Μετατόπισης Μεταλλαγής Χώρου (Space Shift Keying & Generalized Space Shift Keying – SSK & GSSK), και αναφερθήκαμε με λεπτομέρεια στη Γενικευμένη Χωρική Διαμόρφωση (Generalized Spatial Modulation – GSM) βλέποντας πώς αυτή επηρεάστηκε από τις SSK και GSSK, καθώς και την επίδοσή της σε σχέση με την απλή SM. Τα συμπεράσματα που βγάλαμε για τη GSM είναι ότι για την ίδια φασματική απόδοση, προσεγγίζει ικανοποιητικά την επίδοση της απλής Χωρικής Διαμόρφωσης με μικρότερο αριθμό κεραιών εκπομπής (transmit antennas), αλλά καθώς αυξάνουμε τον αριθμό των χρησιμοποιούμενων κεραιών κατά τη μετάδοση, ανεβαίνει και η πολυπλοκότητά της.

Συνοψίζοντας, μπορούμε να πούμε ότι οι τεχνικές της Χωρικής Διαμόρφωσης έχουν πολύ καλή επίδοση όσον αφορά το SER και το BER, έχουν φασματική απόδοση ανάλογη των τεχνικών της Χωρικής Πολυπλεξίας, μέγεθος το οποίο είναι απαιτούμενο όταν αναφερόμαστε για συστήματα MIMO, καθώς και έχουν χαμηλή πολυπλοκότητα. Τα παραπάνω χαρακτηριστικά δίνουν στις τεχνικές που περιγράψαμε τη δυνατότητα να χρησιμοποιηθούν μελλοντικά σε πραγματικά συστήματα επικοινωνιών.

Όσον αφορά μελλοντικές έρευνες και εργασίες, αυτές μπορούν να αφορούν την προσομοίωση διάφορων τεχνικών που περιγράψαμε στο κεφάλαιο με τις επεκτάσεις της

Χωρικής Διαμόρφωσης, άλλες αντίστοιχες τεχνικές Χωρικής Διαμόρφωσης (βλέπε παρακάτω), καθώς και άλλες τεχνικές που περιγράφονται σε παρόμοια άρθρα. Παρακάτω στη βιβλιογραφία, επισυνάπτουμε μία λίστα με πληθώρα άρθρων τα οποία αναφέρονται στη Χωρική Διαμόρφωση και τις συγγενικές τεχνικές. Επίσης, εκτός από εργασίες που βασίζονται σε προσομοίωση, θα μπορούσε να γίνει κάποια θεωρητική/περιγραφική εργασία που να αναφέρει όλη την εξέλιξη των τεχνικών της Χωρικής Διαμόρφωσης καθώς και τις εφαρμογές της. Σε αυτό μπορεί να βοηθήσει η λίστα των άρθρων που ακολουθεί στη βιβλιογραφία, καθώς και οι διαφάνειες που περιέχονται στο [20].

## **Βιβλιογραφία**

### **B.1 – Βιβλιογραφία και Αναφορές που Χρησιμοποιήθηκαν στην Εργασία**

1. Κανάτας Αθανάσιος, Κωνσταντίνου Φίλιππος, Πάντος Γεώργιος, “Συστήματα Κινητών Επικοινωνιών”, *Εκδόσεις Παπασωτηρίου*, 2008
2. Κανάτας Αθανάσιος, Σημειώσεις Μεταπτυχιακού Μαθήματος “Σχεδιασμός Ασύρματων Δικτύων”, *Πανεπιστήμιο Πειραιώς*, 2011-2012
3. Andrea Goldsmith, “Wireless Communications”, *Cambridge University Press*, August 2005
4. John G. Proakis, “Digital Communications”, *McGraw-Hill*, 5th Edition, November 2007
5. Κανάτας Αθανάσιος, Γιώργος Ευθύμογλου, Σημειώσεις Μεταπτυχιακού Μαθήματος “Αξιολόγηση Επίδοσης Τηλεπικοινωνιακών Συστημάτων”, *Πανεπιστήμιο Πειραιώς*, 2011-2012
6. P.W. Wolniansky, G.J. Foschini, G.D. Golden, R.A. Valenzuela, “V-BLAST: An architecture for realizing very high data rates over the rich-scattering wireless channel”, *International Symposium on Signals, Systems, and Electronics (ISSSE)*, 29 Sept. – 2 Oct, 1998
7. Μάζης Ιωάννης, “Μεταθεωρητική Κριτική Διεθνών Σχέσεων και Γεωπολιτικής – Το Νεοθετικιστικό Πλαίσιο”, *Εκδόσεις Παπαζήση*, 2012
8. R. Mesleh, H. Haas, Y. Lee, S. Yun, “Interchannel Interference Avoidance in MIMO Transmission by Exploiting Spatial Information”, *Proceedings of the International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications PIMRC 2005*, Sep.11 – Sep.14, 2005
9. H. Haas, E. Costa, E. Schulz, “Increasing Spectral Efficiency by Data Multiplexing Using Antenna Arrays”, *The 13th IEEE International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications (2002)*, Sep. 15-18, 2002
10. R. Mesleh, H. Haas, C.W. Ahn, S. Yun, “Spatial Modulation – A New Low Complexity Spectral Efficiency Enhancing Technique”, *In the Proceedings of the IEEE International Conference on Communication and Networking in China (CHINACOM '06)*, Oct. 25-27, 2006
11. M. Di Renzo, H. Haas, P.M. Grant, “Spatial Modulation for Multiple-Antenna Wireless Systems – A Survey”, *IEEE Communications Magazine*, Vol. 49, Issue 12, December 2011
12. R. Mesleh, H. Haas, S. Sinanovic, C.W. Ahn, S. Yun, “Spatial Modulation”, *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, Vol. 57, Issue 4, July 2008
13. R. Mesleh, S. Engelken, S. Sinanovic, H. Haas, “Analytical SER Calculation of Spatial Modulation”, *IEEE 10th International Symposium on Spread Spectrum Techniques and Applications (ISSSTA '08)*, Aug. 25-28, 2008
14. J. Jeganathan, A. Ghrayeb, L. Szczecinski, A. Ceron, “Space Shift Keying Modulation for MIMO Channels”, *IEEE Transactions on Wireless Communications*, Vol. 8, Issue 7, July 2009

15. J. Jeganathan, A. Ghrayeb, L. Szczecinski, "Generalized Space Shift Keying Modulation for MIMO Channels", *IEEE 19th International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications (PIMRC 2008)*, Sep. 15-18, 2008
16. A. Younis, N. Serafimovski, R. Mesleh, H. Haas, "Generalised Spatial Modulation", *Conference Record of the Forty Fourth Asilomar, Conference on Signals, Systems and Computers (ASILOMAR 2010)*, Nov. 7-10, 2010
17. George Casella, Roger L. Berger, "Statistical Inference", *Cengage Learning*, 2nd Edition, June 2001
18. John G. Proakis, "Digital Communications", *McGraw-Hill*, 4th Edition, August 2000
19. J. Jeganathan, A. Ghrayeb, L. Szczecinski, "Spatial Modulation: Optimal Detection and Performance Analysis", *IEEE Communication Letters*, Vol. 12, Issue 8, August 2008
20. M. Di Renzo, H. Haas, A. Ghrayeb, "Spatial Modulation for MIMO Wireless Systems", *IEEE Wireless Communications and Networking Conference WCNC (2013)*, April 7-10, 2013, <http://wcnc2013.ieee-wcnc.org/WCNC.T9.Slides.pdf>
21. [www.mathworld.wolfram.com](http://www.mathworld.wolfram.com)
22. [www.wikipedia.org](http://www.wikipedia.org)

## **B.2 – Γενική Βιβλιογραφία για τη Χωρική Διαμόρφωση**

1. Y.A. Chau, Shi-Hong Yu, "Space modulation on wireless fading channels", *IEEE VTS 54th, Vehicular Technology Conference, VTC (2001 Fall)*, Oct. 7-11, 2001
2. H. Haas, E. Costa, E. Schulz, "Increasing Spectral Efficiency by Data Multiplexing Using Antenna Arrays", *The 13th IEEE International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications (2002)*, Sep. 15-18, 2002
3. R. Mesleh, H. Haas, Y. Lee, S. Yun, "Interchannel Interference Avoidance in MIMO Transmission by Exploiting Spatial Information", *Proceedings of the International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications PIMRC 2005*, Sep.11 – Sep.14, 2005
4. R. Mesleh, H. Haas, C.W. Ahn, S. Yun, "Spatial Modulation – A New Low Complexity Spectral Efficiency Enhancing Technique", *In the Proceedings of the IEEE International Conference on Communication and Networking in China (CHINACOM '06)*, Oct. 25-27, 2006
5. S. Ganesan, R. Mesleh, H. Haas, C.W. Ahn, S. Yun, "On the Performance of Spatial Modulation OFDM", *Fortieth Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers, ACSSC '06*, Oct. 29 – Nov. 1, 2006
6. R. Mesleh, H. Haas, S. Sinanovic, C.W. Ahn, S. Yun, "Spatial Modulation", *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, Vol. 57, Issue 4, July 2008
7. J. Jeganathan, A. Ghrayeb, L. Szczecinski, "Spatial Modulation: Optimal Detection and Performance Analysis", *IEEE Communication Letters*, Vol. 12, Issue 8, August 2008

8. R. Mesleh, S. Engelken, S. Sinanovic, H. Haas, "Analytical SER Calculation of Spatial Modulation", *IEEE 10th International Symposium on Spread Spectrum Techniques and Applications (ISSSTA '08)*, Aug. 25-28, 2008
9. J. Jeganathan, A. Ghrayeb, L. Szczecinski, "Generalized Space Shift Keying Modulation for MIMO Channels", *IEEE 19th International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications (PIMRC 2008)*, Sep. 15-18, 2008
10. A. Alshamali, B. Quza, "Spatial modulation: Performance evaluation in Nakagami fading channels", *5th IEEE GCC Conference & Exhibition 2009*, March 17-19, 2009
11. J. Jeganathan, A. Ghrayeb, L. Szczecinski, A. Ceron, "Space Shift Keying Modulation for MIMO Channels", *IEEE Transactions on Wireless Communications*, Vol. 8, Issue 7, July 2009
12. T. Handte, A. Muller, J. Speidel, "BER Analysis and Optimization of Generalized Spatial Modulation in Correlated Fading Channels", *IEEE 70th Vehicular Technology Conference Fall (VTC 2009-Fall)*, Sep. 20-23, 2009
13. N. Serafimovski, M. Di Renzo, S. Sinanovic, R. Mesleh, H. Haas, "Fractional bit encoded spatial modulation (FBE-SM)", *IEEE Communications Letters*, Vol. 14, Issue 5, May 2010
14. R. Mesleh, M. Di Renzo, H. Haas, P.M. Grant, "Trellis coded spatial modulation", *IEEE Transactions on Wireless Communications*, Vol. 9, Issue 7, July 2010
15. M. Di Renzo, H. Haas, "Performance Analysis of Spatial Modulation", *5th International ICST Conference on Communications and Networking in China (CHINACOM)*, Aug. 25-27, 2010
16. Basar, U. Aygolu, E. Panayirci, H.V. Poor, "Space-time block coding for spatial modulation", *IEEE 21st International Symposium on Personal Indoor and Mobile Radio Communications (PIMR)*, Sept. 26-30, 2010
17. G. Mingxi, J. Chong, S. Yuehong, "Detection algorithm for spatial modulation system under unconstrained channel", *12th IEEE International Conference on Communication Technology (ICCT)*, Nov. 11-14, 2010
18. A. Younis, R. Mesleh, H. Haas, P.M. Grant, "Reduced Complexity Sphere Decoder for Spatial Modulation Detection Receivers", *IEEE Global Telecommunications Conference (GLOBECOM 2010)*, Dec. 6-10, 2010
19. R. Mesleh, H. Elgala, H. Haas, "Optical Spatial Modulation", *IEEE/OSA Journal of Optical Communications and Networking*, Vol. 3, Issue 3, March 2011
20. Basar, U. Aygolu, E. Panayirci, H.V. Poor, "Space-Time Block Coded Spatial Modulation", *IEEE Transactions on Communications*, Vol. 59, Issue 3, March 2011
21. N. Serafimovski, S. Sinanovic, M. Di Renzo, H. Haas, "Dual-Hop Spatial Modulation (Dh-SM)", *IEEE 73rd Vehicular Technology Conference (VTC Spring)*, May 15-18, 2011
22. R. Ramirez Gutierrez, L. Zhang, J. Elmirghani, Rui Fa, "Generalized Phase Spatial Shift Keying Modulation for MIMO Channels", *IEEE 73rd Vehicular Technology Conference (VTC Spring)*, May 15-18, 2011
23. A. Younis, M. Di Renzo, R. Mesleh, H. Haas, "Sphere Decoding for Spatial Modulation", *IEEE International Conference on Communications (ICC)*, June 5-9, 2011
24. P. Yang, Y. Xiao, Yi Yu, S. Li, "Adaptive Spatial Modulation for Wireless MIMO Transmission Systems", *IEEE Communication Letters*, Vol. 15, Issue 6, June 2011

25. E. Basar, U. Aygolu, E. Panayirci, H.V. Poor, "New Trellis Code Design for Spatial Modulation", *IEEE Transactions on Wireless Communications*, Vol. 10, Issue 8, August 2011
26. W. Thompson, M. Beach, J. McGeehan, A. Younis, H. Haas, P. Grant, P. Chambers, Z. Chen, C.-X. Wang, M. Di Renzo, "Spatial Modulation Explained and Routes for Practical Evaluation", *COST 2100 TD(11)02047, Lisbon, Portugal*, Oct. 19-21, 2011
27. M. Di Renzo, H. Haas, "Bit Error Probability of Space Modulation over Nakagami-m Fading Asymptotic Analysis", *IEEE Communications Letters*, Vol. 15, Issue 10, October 2011
28. M. Di Renzo, H. Haas, P.M. Grant, "Spatial Modulation for Multiple-Antenna Wireless Systems – A Survey", *IEEE Communications Magazine*, Vol. 49, Issue 12, December 2011
29. N. Serafimovski, S. Sinanovic, A. Younis, M. Di Renzo, H. Haas, "2-User multiple access spatial modulation", *IEEE GLOBECOM Workshops (GC Wkshps)*, Dec. 5-9, 2011
30. J. Wang, S. Jia, J. Song, "Signal Vector Based Detection Scheme for Spatial Modulation", *IEEE Communications Letters*, Vol. 16, Issue 1, January 2012
31. E. Basar, U. Aygolu, E. Panayirci, H.V. Poor, "Performance of Spatial Modulation in the Presence of Channel Estimation Errors", *IEEE Communications Letters*, Vol. 16, Issue 2, February 2012
32. M. Di Renzo, H. Haas, "Bit Error Probability of SM-MIMO Over Generalized Fading Channels", *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, Vol. 61, Issue 3, March 2012
33. J. Wang, S. Jia, J. Song, "Generalized Spatial Modulation System with Multiple Active Transmit Antennas and Low Complexity Detection Scheme", *IEEE Transactions on Wireless Communications*, Vol. 11, Issue 4, April 2012
34. N. Ma, A. Wang, C. Han, Y. Ji, "Adaptive joint mapping generalized spatial modulation", *21st IEEE International Conference on Communications in China (ICCC)*, Aug. 15-17, 2012
35. M. Koca, H. Sari, "Performance Analysis of Spatial Modulation over Correlated Fading Channels", *IEEE Vehicular Technology Conference (VTC Fall)*, Sep. 3-6, 2012
36. W.O. Popoola, E. Poves, H. Haas, "Spatial Pulse Position Modulation for Optical Communications", *Journal of Lightwave Technology*, Vol. 30, Issue 18, September 2012
37. N. Serafimovski, S. Sinanovic, M. Di Renzo, H. Haas, "Multiple access spatial modulation", *EURASIP Journal on Wireless Communications and Networking 2012: Article 299*, September 2012
38. M.-T. Le, V.-D. Ngo, H.-A. Mai, X.-N. Tran, "High-rate Space-Time Block Coded Spatial Modulation", *International Conference on Advanced Technologies for Communications (ATC)*, Oct. 10-12, 2012
39. A. Samanthi, S.K. Mohideen, A. Anitha, "Performance analysis of space time block coded spatial modulation", *International Conference on Software Engineering and Mobile Application Modeling and Development (ICSEMA 2012)*, Dec. 19-21, 2012
40. C. Xu, S. Sugiura, S.-X. Ng, L. Hanzo, "Spatial Modulation and Space-Time Shift Keying: Optimal Performance at a Reduced Detection Complexity", *IEEE Transactions on Communications*, Vol.61, Issue 1, January 2013

41. R.M. Legnain, R.H.M. Hafez, I.D. Marsland, A.M. Legnain, "A novel spatial modulation using MIMO spatial multiplexing", *1st International Conference on Communications, Signal Processing, and their Applications (ICCSPA)*, Feb. 12-14, 2013
42. K. Ntontin, M. Di Renzo, A. Perez-Neira, C. Verikoukis, "Adaptive generalized space shift keying", *EURASIP Journal on Wireless Communications and Networking 2013: Article 43*, February 2013
43. R. Rajashekar, K.V.S. Hari, L. Hanzo, "Antenna Selection in Spatial Modulation Systems", *IEEE Communications Letters*, Vol. 17, Issue 3, March 2013
44. K. Sundaravadivu, S. Bharathi, "STBC codes for generalized spatial modulation in MIMO systems", *International Conference on Emerging Trends in Computing, Communication and Nanotechnology (ICE-CCN)*, March 25-26, 2013
45. D. Tanumay, A. Chockalingam, "On generalized spatial modulation", *IEEE Wireless Communications and Networking Conference (WCNC)*, April 7-10, 2013
46. M. Koca, H. Sari, "Performance of spatial modulation over correlated fading channels with channel estimation errors", *IEEE Wireless Communications and Networking Conference (WCNC)*, April 7-10, 2013
47. M. Di Renzo, H. Haas, "On Transmit Diversity for Spatial Modulation MIMO: Impact of Spatial Constellation Diagram and Shaping Filters at the Transmitter", *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, Vol. 62, Issue 6, July 2013
48. A. Younis, S. Sinanovic, M. Di Renzo, H. Haas, "Generalized Sphere Decoding for Spatial Modulation", *IEEE Transactions on Communications*, Vol. 61, Issue 7, July 2013
49. R. Mesleh, S. Ikki, "Performance Analysis of Spatial Modulation with Multiple Decode and Forward Relays", *IEEE Wireless Communications Letters*, Vol. 2, Issue 4, August 2013
50. A. Younis, W. Thompson, M. Di Renzo, C.-X. Wang, M.A. Beach, H. Haas, P. Grant, "Performance of Spatial Modulation using Measured Real-World Channels", *IEEE Vehicular Technology Conference (VTC Fall)*, Sep. 2-5, 2013
51. N. Serafimovski, A. Younis, R. Mesleh, P. Chambers, M. Di Renzo, C. Wang, P. Grant, M. Beach, H. Haas, "Practical Implementation of Spatial Modulation", *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, (to appear)

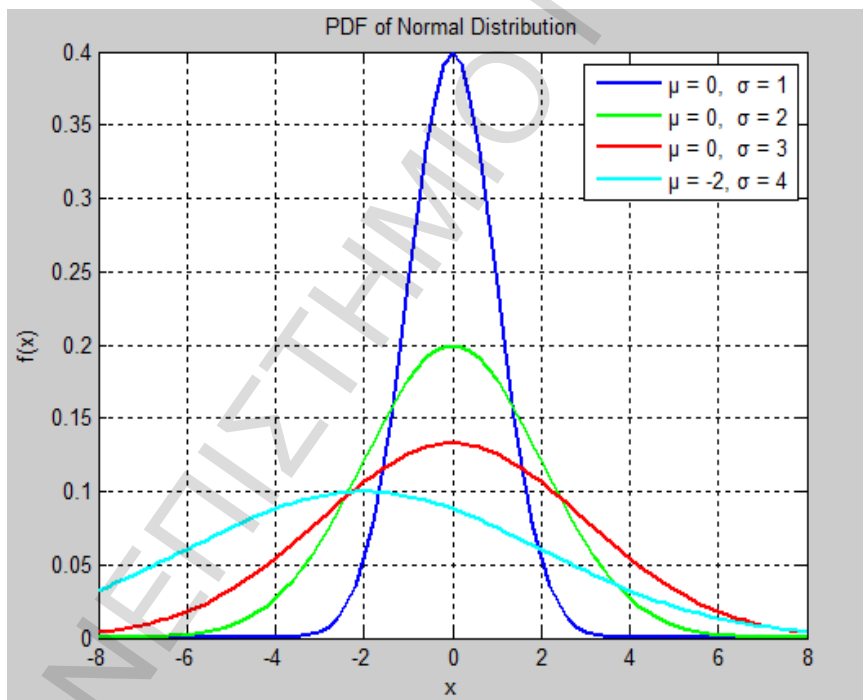
## Παράρτημα – Κατανομές Τυχαίων Μεταβλητών

Σε αυτό το παράρτημα θα συμπεριλάβουμε στοιχεία από τη θεωρία των πιθανοτήτων και της στατιστικής, για κατανομές που χρησιμοποιήθηκαν στην εργασία [20, 21].

### Κανονική Κατανομή (Normal Distribution)

Η κανονική κατανομή είναι μια συνεχής κατανομή με  $N(\mu, \sigma^2)$ , όπου  $\mu$  η μέση τιμή και  $\sigma^2$  η διακύμανση της κατανομής. Η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας (probability density function – pdf) της κατανομής αυτής είναι η ακόλουθη.

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, x \in (-\infty, \infty) \quad (\text{Π1.1})$$



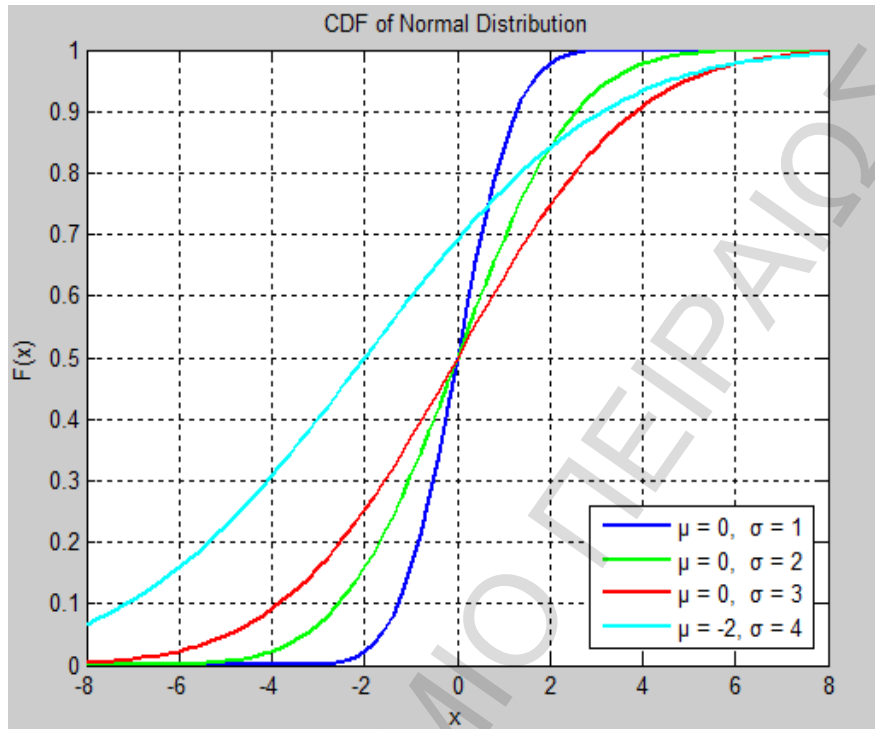
Σχήμα Π1.1  
PDF της Κανονικής Κατανομής

Ενώ, η αθροιστική συνάρτηση πιθανότητας (cumulative distribution function – cdf) δίνεται από τη σχέση:

$$F(x) = \frac{1}{2} \left[ 1 + \operatorname{erf} \left( \frac{x-\mu}{\sqrt{2\sigma^2}} \right) \right], \operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt \quad (\text{Π1.2})$$



όπου,  $erf(x)$  είναι η συνάρτηση λάθους η οποία ισούται με την παρακάτω μαθηματική εξίσωση.



Σχήμα Π1.2  
CDF της Κανονικής Κατανομής

### Κατανομή Rayleigh (Rayleigh Distribution)

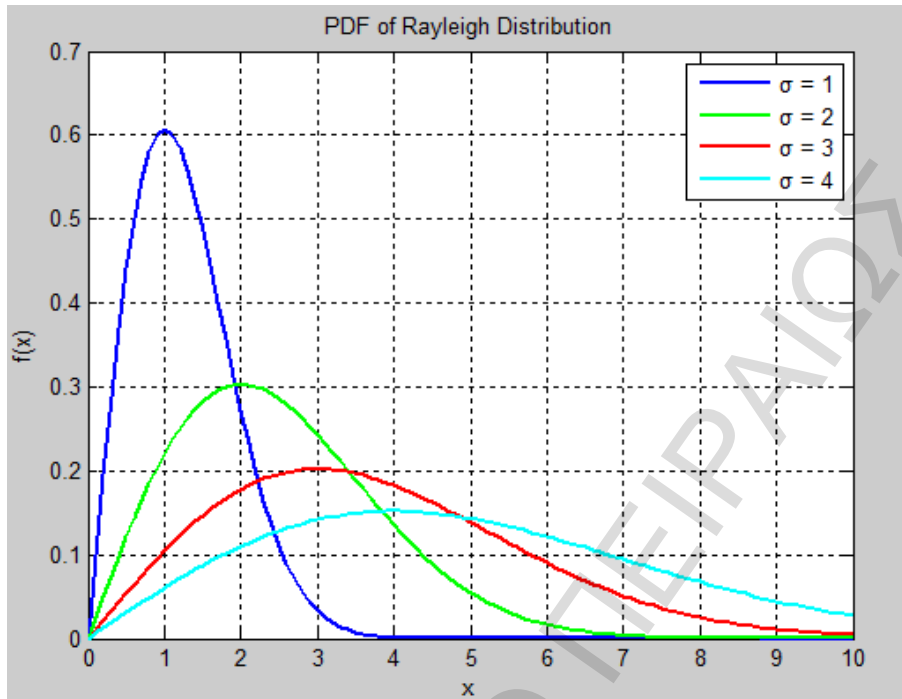
Για τη συνεχή κατανομή Rayleigh, η οποία αναφέρεται σε θετικούς αριθμούς, έχουμε ότι η pdf της είναι η:

$$f(x) = \frac{x}{\sigma^2} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}, x \geq 0 \quad (\text{Π1.3})$$

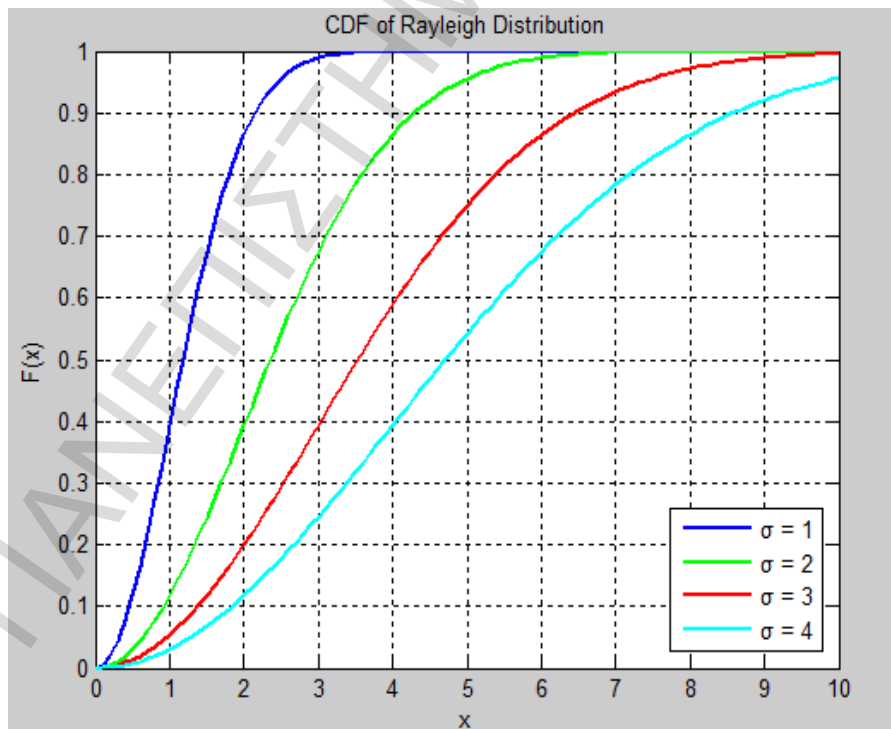
Ενώ αντίστοιχα, η cdf της αναφερόμενης κατανομής δίνεται από την παρακάτω σχέση.

$$F(x) = 1 - e^{-x^2/2\sigma^2}, x \in [0, \infty) \quad (\text{Π1.4})$$

Παρακάτω, απεικονίζονται οι δύο συναρτήσεις για την κατανομή Rayleigh.



Σχήμα Π1.3  
PDF της Κατανομής Rayleigh



Σχήμα Π1.4  
CDF της Κατανομής Rayleigh

**$\chi^2$  -Κατανομή (Chi-Squared Distribution) και η Γενίκευσή της (Central & Non-central)**

Η κατανομή chi-squared είναι μια συνεχής κατανομή με  $Y_i$  ανεξάρτητες μεταβλητές, οι οποίες ακολουθούν κανονική κατανομή με μηδενική μέση τιμή ( $\mu_i = 0$ ) και μοναδιαία διακύμανση ( $\sigma_i^2 = 1$ ) και για τις οποίες ισχύει ότι:

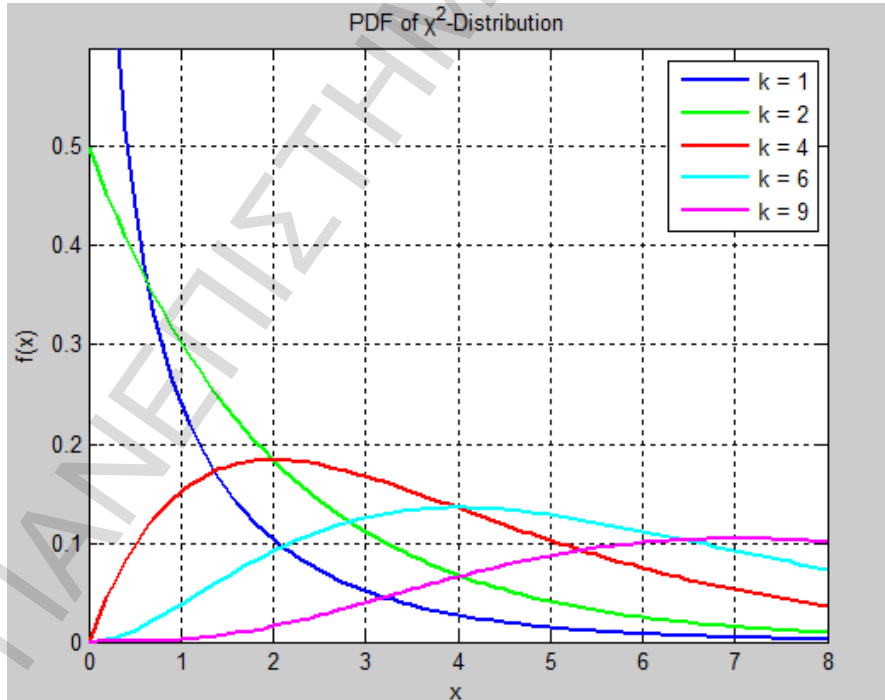
$$\chi^2 \sim \sum_{i=1}^k \left( \frac{X_i - \mu_i}{\sigma_i} \right)^2, \quad (\text{Π1.5})$$

όπου, το άθροισμα ακολουθεί chi-squared κατανομή με  $k$  βαθμούς ελευθερίας.

Η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας (pdf) της παραπάνω κατανομής είναι ίση με:

$$f(x; k) = \frac{1}{2^{k/2} \Gamma\left(\frac{k}{2}\right)} x^{k/2-1} e^{-x/2}, \quad (\text{Π1.6})$$

όπου,  $\Gamma(\cdot)$  είναι η συνάρτηση  $\Gamma$  (Gamma function).

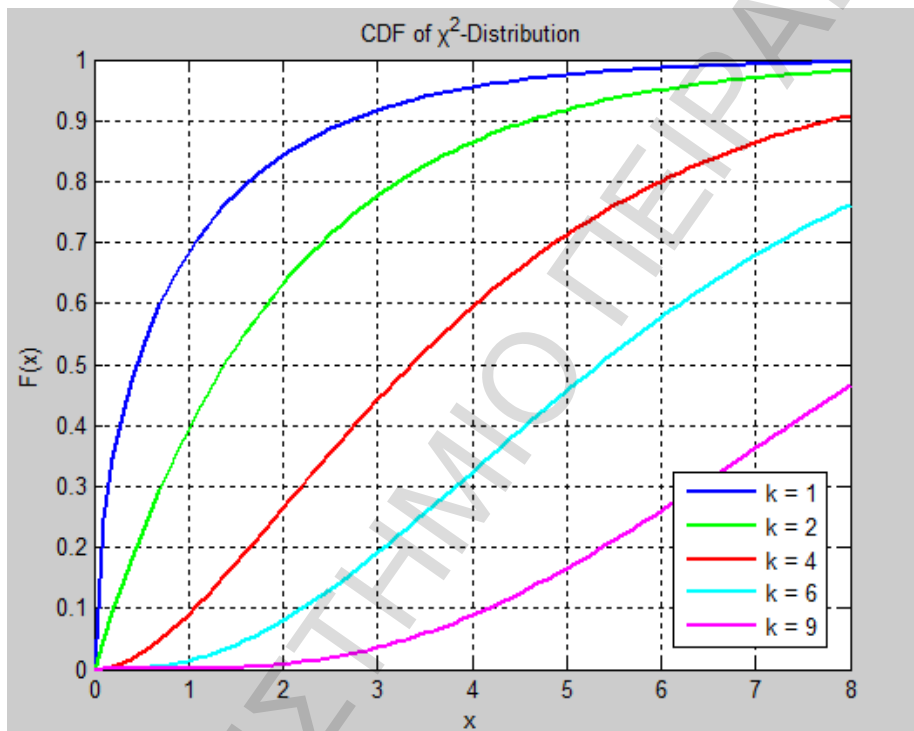


Σχήμα Π1.5  
PDF της  $\chi^2$ - Κατανομής

Η αθροιστική συνάρτηση πιθανότητας (cdf) της chi-squared είναι:

$$F(x; k) = \frac{\gamma\left(\frac{k}{2}, \frac{x}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{k}{2}\right)}, \quad (\text{Π1.7})$$

όπου,  $\gamma(\cdot)$  είναι η lower incomplete Gamma function.



Σχήμα Π1.6  
CDF της  $\chi^2$ - Κατανομής

Μια γενίκευση της chi-squared κατανομής είναι μη-κεντρική  $\chi^2$  κατανομή (Non-central Chi-Squared Distribution), για την οποία ισχύει ότι:

$$\chi^2 \sim \sum_{i=1}^k \left(\frac{X_i}{\sigma_i}\right)^2 \quad (\text{Π1.8})$$

Η pdf της γενίκευσης της chi-squared είναι ίση με:

$$f(x; k, \lambda) = \frac{1}{2} e^{-(x+\lambda)/2} \left(\frac{x}{\lambda}\right)^{k/4-1/2} I_{k/2-1}(\sqrt{\lambda x}) \quad (\text{Π1.9})$$

όπου,  $I_a(\cdot)$  είναι η modified Bessel function πρώτης τάξης (first kind).

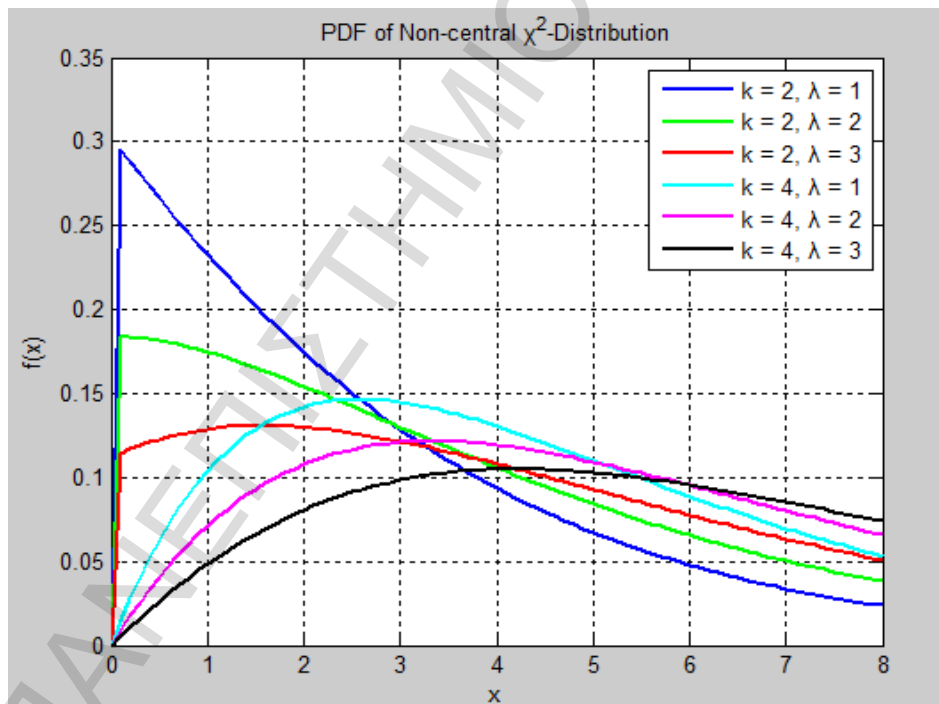
Ταυτόχρονα, η cdf δίνεται από τον παρακάτω τύπο.

$$F(x; k, \lambda) = 1 - Q_{k/2}(\sqrt{\lambda}, \sqrt{x}) \quad (\text{Π1.10})$$

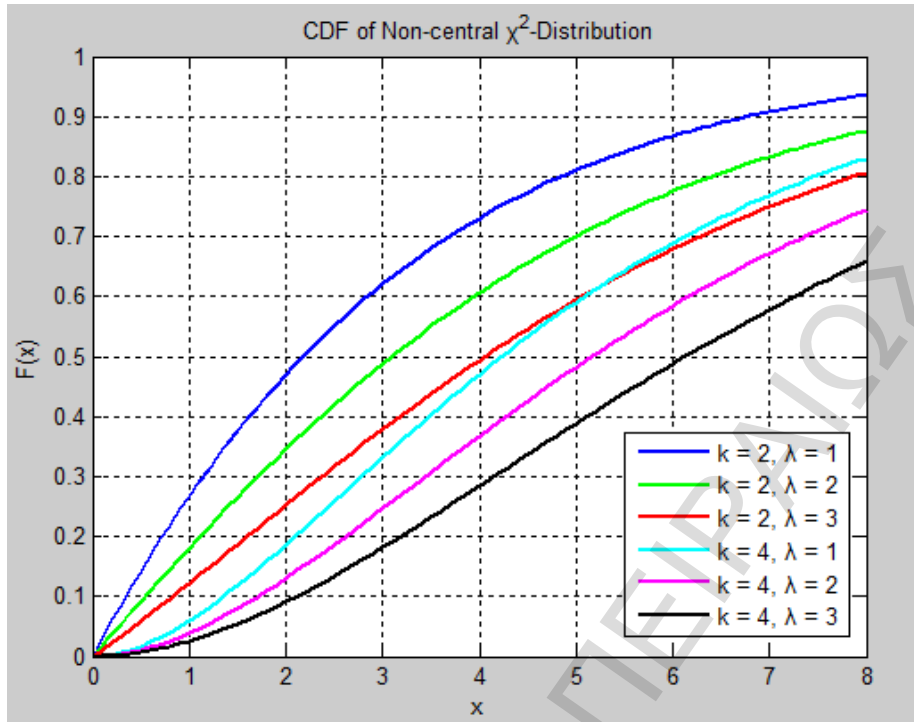
όπου,  $Q_M(a, b)$  η συνάρτηση Marcum-Q για την οποία ισχύει:

$$Q_M(a, b) = \int_b^\infty x \left(\frac{a}{b}\right)^{M-1} \exp\left(-\frac{x^2 + a^2}{2}\right) I_{M-1}(ax) dx \quad (\text{Π1.11})$$

$$Q_M(a, b) = \exp\left(-\frac{a^2 + b^2}{2}\right) \sum_{k=1-M}^{\infty} \left(\frac{a}{b}\right)^k I_k(ab) \quad (\text{Π1.12})$$



Σχήμα Π1.7  
PDF της μη-κεντρικής  $\chi^2$ -Κατανομής



Σχήμα Π1.8  
CDF της μη-κεντρικής  $\chi^2$ - Κατανομής

### $\chi$ -Κατανομή (Chi Distribution) και η Γενίκευσή της (Central & Non-central)

Η διαφορά με τη Chi-Squared κατανομή είναι ότι οι τυχαίες μεταβλητές Chi ακολουθούν κατανομή η οποία είναι η τετραγωνική ρίζα (square root) της Chi-Squared. Πιο συγκεκριμένα, έχουμε τα εξής.

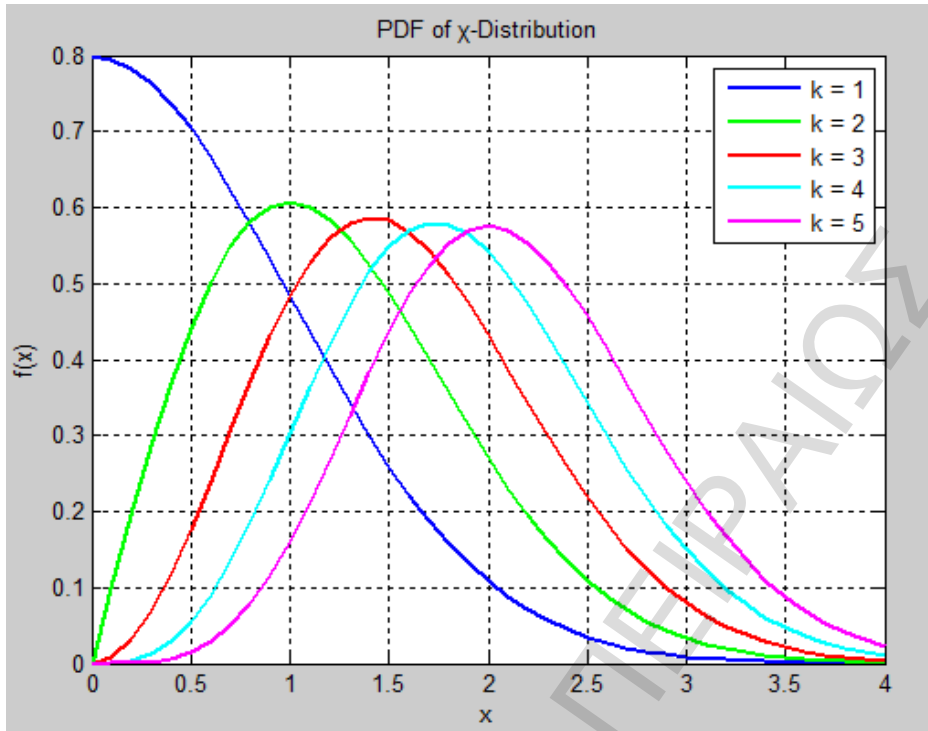
$$\chi \sim \sqrt{\sum_{i=1}^k \left( \frac{X_i - \mu_i}{\sigma_i} \right)^2} \quad (\text{Π1.13})$$

Η pdf της κατανομής -  $\chi$  είναι η ακόλουθη.

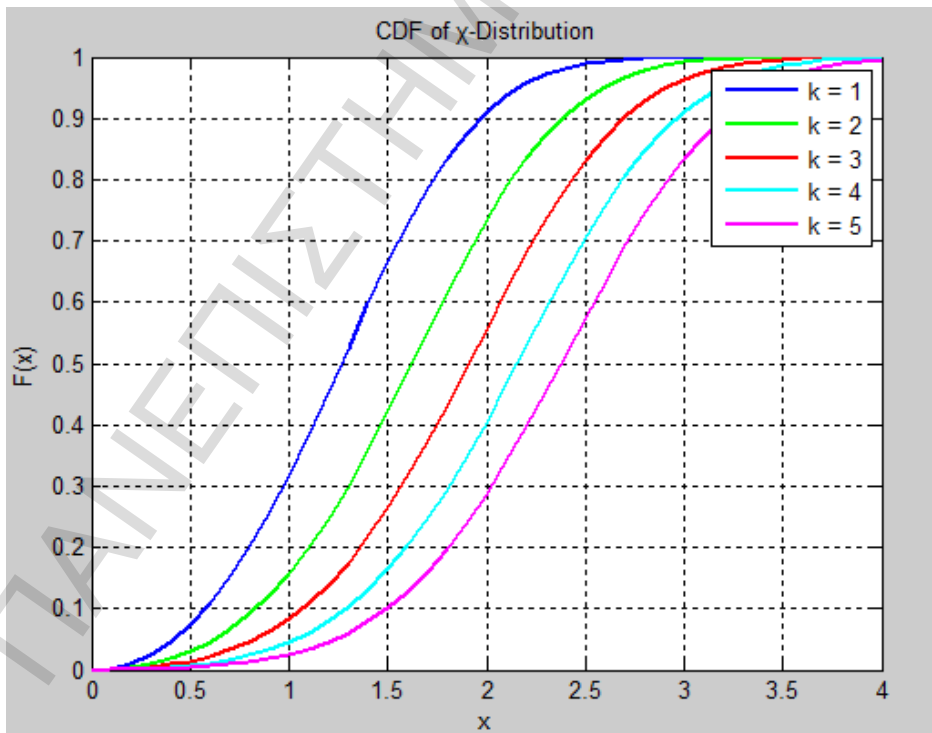
$$f(x; k) = \frac{2^{1-\left(\frac{k}{2}\right)} x^{k-1} e^{-x^2/2}}{\Gamma\left(\frac{k}{2}\right)} \quad (\text{Π1.14})$$

Ενώ, η cdf υπολογίζεται σύμφωνα με τον ακόλουθο μαθηματικό τύπο.

$$F(x; k) = P\left(\frac{k}{2}, \frac{x^2}{2}\right) = \frac{\gamma\left(\frac{k}{2}, \frac{x^2}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{k}{2}\right)} \quad (\text{Π1.15})$$



Σχήμα Π1.9  
PDF της  $\chi$ - Κατανομής



Σχήμα Π1.10  
CDF της  $\chi$ - Κατανομής

Η γενίκευση της Chi κατανομής είναι η μη-κεντρική Chi κατανομή (Non-central Chi Distribution) της οποίας οι τυχαίες μεταβλητές ακολουθούν κατανομή ίση με τη ρίζα της γενικευμένης Chi-Squared κατανομής.

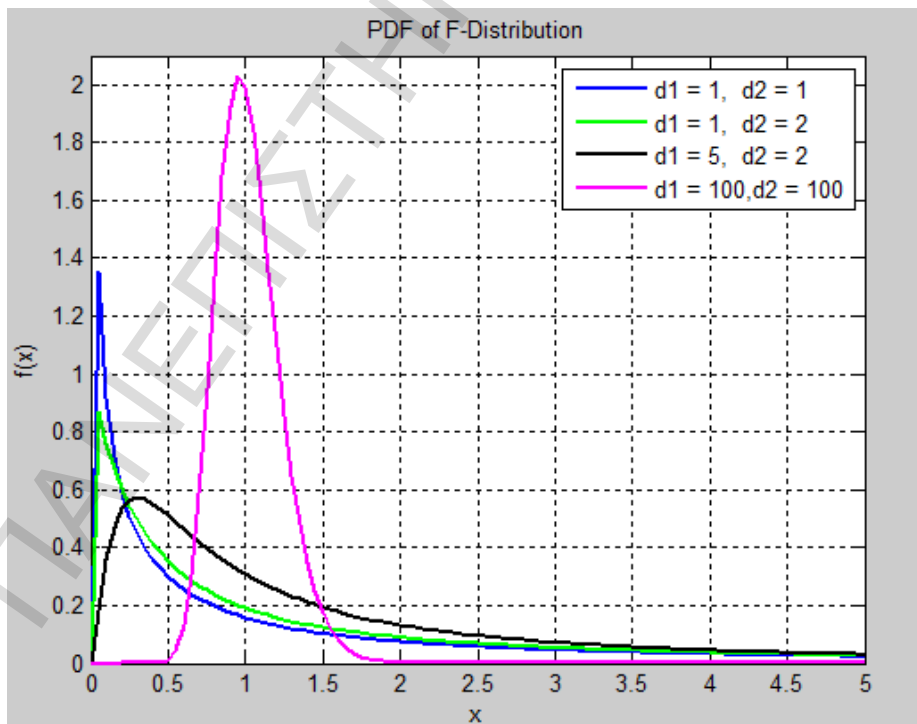
$$\chi \sim \sqrt{\sum_{i=1}^k \left( \frac{X_i}{\sigma_i} \right)^2} \quad (\text{Π1.16})$$

### F - Κατανομή (F - Distribution)

Η κατανομή Fisher-Snedecor ( $F$ ) είναι μια συνεχής κατανομή, η οποία χρησιμοποιείται κυρίως για να τεστάρουμε αν δύο δείγματα έχουν την ίδια διακύμανση. Η pdf της κατανομής αυτής είναι η ακόλουθη.

$$f(x; d_1, d_2) = \frac{(d_1 x)^{d_1} d_2^{d_2}}{(d_1 x + d_2)^{d_1 + d_2}} \cdot xB\left(\frac{d_1}{2}, \frac{d_2}{2}\right), x \geq 0, \quad (\text{Π1.17})$$

όπου,  $B(\cdot)$  η συνάρτηση B (Beta function).



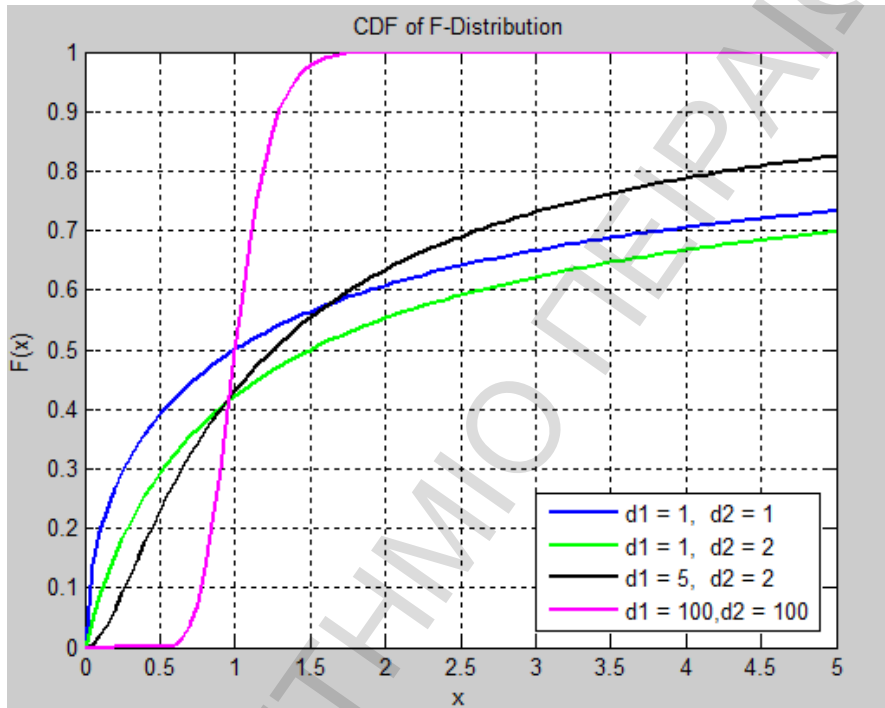
Σχήμα Π1.11  
PDF της F- Κατανομής



Η cdf της κατανομής δίνεται από τον παρακάτω τύπο.

$$F(x; d_1, d_2) = I_{\frac{d_1 x}{d_1 x + d_2}} \left( \frac{d_1}{2}, \frac{d_2}{2} \right), x \geq 0, \quad (\text{Π1.18})$$

όπου,  $I_x(a, b)$  η regularized incomplete beta function.



Σχήμα Π1.12  
CDF της F- Κατανομής

### Συναρτήσεις Βήτα και Γάμμα (Beta & Gamma functions)

$$B(x, y) = \int_0^1 t^{x-1} (1-t)^{y-1} dt = \frac{(x-1)!(y-1)!}{(x+y-1)!} = \frac{\Gamma(x)\Gamma(y)}{\Gamma(x+y)} \quad (\text{Π1.19})$$

$$B(x; a, b) = \int_0^x t^{a-1} (1-t)^{b-1} dt \quad (\text{Π1.20})$$

$$I_x(a, b) = \frac{B(x; a, b)}{B(a, b)} \quad (\text{Π1.21})$$

$$\begin{cases} \Gamma(n) = (n-1)!, n \in \mathbb{Z}^+ \\ \Gamma(z) = \int_0^\infty t^z e^{-t} \frac{dt}{t}, \operatorname{Re}(z) > 0 \\ \Gamma(s) = \int_0^\infty t^{s-1} e^{-t} dt \end{cases} \quad (\text{Π1.22})$$

$$\Gamma(s, x) = \int_x^\infty t^{s-1} e^{-t} dt, \gamma(s, x) = \int_0^x t^{s-1} e^{-t} dt \quad (\text{Π1.23})$$

$$P(s, x) = \frac{\gamma(s, x)}{\Gamma(s)} \quad (\text{Π1.24})$$