



Πανεπιστήμιο Πειραιώς – Τμήμα Πληροφορικής  
Πρόγραμμα Μεταπτυχιακών Σπουδών  
«Πληροφορική»

Μεταπτυχιακή Διατριβή

<b>Τίτλος Διατριβής</b>	<b>ΘΕΩΡΙΑ ΠΑΙΓΝΙΩΝ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗ ΚΡΙΣΗ ΣΤΗΝ ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΟΙΚΟΝΟΜΙΑ</b>
<b>Όνοματεπώνυμο Φοιτητή</b>	<b>ΚΟΥΡΣΑΡΗ ΑΓΓΕΛΙΚΗ</b>
<b>Πατρώνυμο</b>	<b>ΓΕΩΡΓΙΟΣ</b>
<b>Αριθμός Μητρώου</b>	<b>ΜΠΠΛ/ 10011</b>
<b>Επιβλέπων</b>	<b>ΦΟΥΝΤΑΣ ΕΥΑΓΓΕΛΟΣ</b>

Ημερομηνία Παράδοσης **ΙΟΥΛΙΟΣ 2013**

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ

---

**Τριμελής Εξεταστική Επιτροπή**

(υπογραφή)

(υπογραφή)

(υπογραφή)

Όνομα Επώνυμο  
Βαθμίδα

Όνομα Επώνυμο  
Βαθμίδα

Όνομα Επώνυμο  
Βαθμίδα

## ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η θεωρία παιγνίων αποτελεί ένα σχετικά νέο ακαδημαϊκό αντικείμενο που όμως παρουσιάζει ιδιαίτερο πεδίο μελέτης σε πολλούς τομείς της καθημερινής ζωής και σε συνδυασμό με διάφορες επιστήμες. Η θεωρία παιγνίων, ή αλλιώς η θεωρία των αποφάσεων, βρήκε εφαρμογή στην οικονομία, στην εξελικτική βιολογία, στη μελέτη των διεθνών σχέσεων, στην πολιτική επιστήμη.

Στην παρούσα εργασία θα δούμε το πώς η θεωρία παιγνίων μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως αναφορά για ανάλυση την οικονομικής κρίσης, που πλήττει τόσο την Ελληνική όσο και την Ευρωπαϊκή οικονομία, και πώς συμβάλλει στην ανάλυση της οικονομικής πολιτικής και γενικά στη λήψη των διαφόρων πολιτικών αποφάσεων.

ABSTRACT

Game theory is a relatively new academic subject and a new field of study in many areas of daily life and is combined with various sciences. Game theory, or else the theory of decision was applied in economics, evolutionary biology, the study of international relations, political science.

In this paper we will discover how game theory can be used as a reference for analyzing the economic crisis, which affects both the Greek and the European economy, and how game theory contributes to economic political analysis and generally the way of taking various political decisions.

**ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ**

<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ Ι.....</b>	<b>7</b>
ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗΝ ΘΕΩΡΙΑ ΠΑΙΓΝΙΩΝ	
I. ΙΣΤΟΡΙΚΗ ΑΝΑΔΡΟΜΗ	
II. ΠΑΙΓΝΙΑ ΚΑΙ ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΕΣ	
III. ΚΑΤΗΓΟΡΙΕΣ ΠΑΙΓΝΙΩΝ	
IV. ΕΠΑΝΑΛΑΜΒΑΝΟΜΕΝΑ ΠΑΙΧΝΙΔΙ	
V. ΠΑΙΧΝΙΔΙΑ ΜΗΔΕΝΙΚΟΥ ΑΘΡΟΙΣΜΑΤΟΣ	
VI. ΠΑΙΓΝΙΑ ΜΕ ΙΣΗ ΚΑΙ ΠΛΗΡΗ ΠΛΗΡΟΦΟΡΗΣΗ	
VII. ΠΑΙΓΝΙΑ ΣΥΝΕΡΓΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΜΗ	
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΙΙ.....</b>	<b>15</b>
ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ NASH	
I. ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗΝ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ NASH	
II. PRISONER'S DILEMMA	
III. CHICKEN GAME	
IV. TIC-TAC-TOE	
V. DUOPOLI	
VI. BATTLE OF THE SEXES	
VII. MATCHING PENNIES	
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΙΙΙ.....</b>	<b>25</b>
ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ ΚΑΙ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ NASH	
I. ΠΡΩΤΟ ΜΟΝΤΕΛΟ-ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ NASH ΚΑΘΑΡΗΣ ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΗΣ	
II. ΔΕΥΤΕΡΟ ΜΟΝΤΕΛΟ- ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ NASH ΜΙΚΤΗΣ ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΗΣ	
III. ΤΡΙΤΟ ΜΟΝΤΕΛΟ – ΤΕΛΕΙΑ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ NASH, ΔΥΟ ΣΥΝΕΧΟΜΕΝΑ ΥΠΟΠΑΙΓΝΙΑ	
IV. ΤΕΤΑΡΤΟ ΜΟΝΤΕΛΟ – ΤΕΛΕΙΑ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ NASH, ΤΡΙΑ ΣΥΝΕΧΟΜΕΝΑ ΥΠΟΠΑΙΓΝΙΑ	
V. ΠΕΜΤΟ ΜΟΝΤΕΛΟ – ΣΤΑΤΙΚΟ ΠΑΙΓΝΙΟ $M \times N$	

**ΚΕΦΑΛΑΙΟ IV..... 51**

**POLITICAL GAME THEORY**

- I. ΕΙΣΑΓΩΓΗ
- II. ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΚΡΙΣΗ ΧΡΕΟΥΣ- ΙΣΤΟΡΙΚΗ ΑΝΑΔΡΟΜΗ
- III. PRISONER DILEMMA ΚΑΙ ΕΥΡΩ
- IV. ΙΔΙΩΤΙΚΟΣ ΤΟΜΕΑΣ ΚΑΙ ΚΡΙΣΗ
- V. ΛΙΤΟΤΗΤΑ- ΕΥΡΩΜΟΛΟΓΑ-ΕΞΟΔΟΣ ΑΠΟ ΤΟ ΕΥΡΩ

**ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ..... 69**

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ Ι

### ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗΝ ΘΕΩΡΙΑ ΠΑΙΓΝΙΩΝ

---

#### Ι. ΙΣΤΟΡΙΚΗ ΑΝΑΔΡΟΜΗ

Θεωρία παιγνίων είναι η ανάλυση των αποφάσεων σε καταστάσεις στρατηγικής αλληλεπίδρασης που ονομάζονται παίγνια. Παρόλο που η «Θεωρία Παιγνίων» ξεκίνησε ως ένας κλάδος των Εφαρμοσμένων Μαθηματικών σήμερα επιστήμονες θεωρούν πως μπορεί να ενοποιήσει όλες τις επιμέρους θεωρίες (Οικονομική, Πολιτική Επιστήμη, Κοινωνιολογία, Ανθρωπολογία, κ.λπ.) και να εξηγήσει μεταξύ άλλων όλα τα κοινωνικά και οικονομικά φαινόμενα, τις πολιτικές ισορροπίες, τις κοινωνιολογικές και ανθρωπολογικές πτυχές των κοινωνιών.

Το 1928, ο John von Neumann, μια σημαντική φυσιογνωμία στον τομέα των μαθηματικών, δημοσίευσε ένα άρθρο στα γερμανικά το οποίο αγνοήθηκε για τουλάχιστον είκοσι χρόνια. Το άρθρο αυτό πραγματευόταν τη στρατηγική που πρέπει να υιοθετούν οι συμμετέχοντες σε διάφορα παιχνίδια ώστε να κερδίσουν τους αντιπάλους τους.

Στις αρχές της δεκαετίας του 1920, ένας άλλος μαθηματικός, ο Emil Borel, είχε ασχοληθεί συστηματικά πρώτος με παιχνίδια δύο παικτών «μηδενικού αθροίσματος» - «zero sum games»- (κέρδη του ενός παίκτη ίσον ζημιές του άλλου παίκτη). Ανέλυσε τη λύση αυθαίρετων τέτοιων παιχνιδιών χρησιμοποιώντας μεταξύ άλλων και την έννοια του τυχαίου μηχανισμού λήψης αποφάσεων, γνωστή σήμερα ως «mixed strategies» («μεικτές στρατηγικές» των παικτών).

Ο μεγάλος μαθηματικός Von Neumann απέδειξε την ύπαρξη της λύσης μέσω του θεωρήματος Minimax. Προσπαθώντας να δημιουργήσει μία ενιαία θεωρία, καταπιάστηκε και με αρκετά άλλα θέματα. Αποτέλεσμα των εργασιών του μαζί με τον οικονομολόγο Oscar Morgenstern ήταν το διάσημο πλέον βιβλίο «Theory of Games and Economic Behavior (1944)» που έδωσε σημαντική ώθηση κατά το ξεκίνημα της Θεωρίας παιγνίων στην επιστημονική ιστορία.

Ο John Nash αποτελεί τον σημαντικότερο εκφραστή της Θεωρίας Παιγνίων λόγω της επιτυχημένης εφαρμογής που συνάντησαν οι ιδέες του στις επιστήμες εκτός των μαθηματικών, κυρίως στα οικονομικά. Εισηγήθηκε μία γενίκευση του Θεωρήματος Minimax. Επινόησε μία λύση για όλα τα (πεπερασμένα) παίγνια και απέδειξε ότι κάθε πεπερασμένο παίγνιο διαθέτει τουλάχιστον μία λύση.

Με την απόδειξη του Θεωρήματος Ισορροπίας, ο Nash κατάφερε να απογειώσει τη Θεωρία Παιγνίων από τα χρόνια του και μετά, οδηγώντας πολλούς παιγνιοθεωρητικούς να παραδεχτούν πως η θεωρία τους μπορεί να αποτελέσει την αναλυτική βάση ενοποίησης των επιστημών.

Σήμερα η Θεωρία Παιγνίων αποτελεί βασικό εργαλείο τόσο των θεωρητικών, όσο και των εφαρμοσμένων οικονομικών. Θεωρητικοί της Θεωρίας Παιγνίων έχουν βραβευθεί με το βραβείο Nobel στα Οικονομικά ( «**The Sveriges Riksbank Prize in**

**Economic Sciences in Memory of Alfred Nobel**»), ενώ αποτελέσματα της έρευνας δημοσιεύονται κατά καιρούς σε όλα τα γνωστά επιστημονικά περιοδικά της Οικονομικής Θεωρίας, της Διοίκησης Επιχειρήσεων και Θεωρίας των Αποφάσεων, της Βιολογίας, των Πιθανοτήτων και της Στατιστικής, της Μαθηματικής Λογικής, κ.ά.

## II. ΠΑΙΓΝΙΑ ΚΑΙ ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΕΣ

Συχνά στη βιβλιογραφία η λέξη «παίγνιο» αναφέρεται απλά ως «παιχνίδι». Πάιγνιο, με την ευρύτερη έννοια είναι μια κατάσταση σύγκρουσης ή ανταγωνισμού. Στόχος της θεωρίας παιγνίων είναι να προβλέπει την συμπεριφορά σε κάθε υποπαίγνιο. Βασική υπόθεση της είναι ότι οι παίκτες είναι ορθολογικοί και φέρονται έτσι, και πως όλοι έχουν κοινή και πλήρη γνώση των προβλέψεών της. Για να επαληθευτεί πρέπει όχι μόνο να γνωρίζουμε τις προβλέψεις για τις πράξεις μας και τις πράξεις των άλλων, αλλά και να τις πιστεύουμε.

Ως παίγνιο αναφέρεται μια κατάσταση στην οποία:

- A)  $N > 1$  άτομα, επιχειρήσεις, κυβερνήσεις κρατών κ.λ.π. κάνουν κάποιες επιλογές με στόχο ο καθένας να ικανοποιήσει το συμφέρον του και
- B) το αποτέλεσμα για κάθε παίκτη δεν εξαρτάται μόνο από την δική του επιλογή αλλά και
- Γ) δεν υπάρχει ο παράγοντας τύχη.

Στόχος του κάθε παιγνίου είναι να αναλύσει και περιγράψει κανόνες σύμφωνα με τους οποίους θα λαμβάνεται η βέλτιστη και ορθολογικότερη απόφαση σε κάθε περίπτωση και όχι να περιγράψει και να ερμηνεύσει την πραγματική συμπεριφορά ατόμων ή ομάδων.

Σε κάθε πρόβλημα ένα άτομο, η μια ομάδα ατόμων, έχει στη διάθεση του ποικίλες εναλλακτικές λύσεις για κάθε πράξη του. Δεν υπάρχει πληροφόρηση για τα αποτελέσματα και τις συνέπειες των πιθανών ενεργειών του. Το πρόβλημα είναι η επιλογή της βέλτιστης και ορθολογικής λύσης, σύμφωνα με τις διαθέσιμες πληροφορίες και σύμφωνα με το τι είναι βέλτιστο και ορθολογικό.

Για να πετύχει το στόχο του κάθε παίκτης, ακολουθεί μία στρατηγική (S). Με τον όρο στρατηγική, περιγράφεται το σύνολο των επιλογών που κάνει κάθε παίκτης από την αρχή μέχρι το τέλος του παιγνίου. Η στρατηγική που θα υιοθετήσει μπορεί να είναι καθαρή ή μεικτή. Καθαρή στρατηγική (pure strategy) είναι εκείνη, στην οποία κάθε παίκτης επιλέγει μία μόνο από τις δυνατές επιλογές του, δηλαδή με πιθανότητα ίση με τη μονάδα, ενώ δεν επιλέγει καμία από τις υπόλοιπες. Πρόκειται για την απλούστερη στρατηγική που μπορεί να επιλέξει ο παίκτης.

Ωστόσο, ο παίκτης μπορεί να μην είναι βέβαιος σχετικά με το ποια είναι η βέλτιστη καθαρή στρατηγική. Έτσι, ο παίκτης μπορεί να ενεργήσει σαν να επέλεγε στην τύχη μεταξύ δύο ή περισσότερων καθαρών στρατηγικών. Στην περίπτωση αυτή, θα μπορούσε να επιλέξει τυχαία υιοθετώντας τη μεικτή στρατηγική (mixed strategy), η οποία περιλαμβάνει συνδυασμό στρατηγικών, κάθε μία από τις οποίες επιλέγεται με πιθανότητα μικρότερη της μονάδας.



Μεικτές και καθαρές στρατηγικές:

Αν ο παίκτης έχει στη διάθεσή του  $N$  καθαρές στρατηγικές ( $S_1, S_2, \dots, S_n$ ), τότε η μεικτή στρατηγική  $M$  ορίζεται από τις αντίστοιχες πιθανότητες ( $p_1, p_2, \dots, p_n$ ) με τις οποίες θα πρέπει να επιλέξει κάθε μία από τις καθαρές στρατηγικές του.

Παρατηρήσεις:

α. Για να είναι σαφώς καθορισμένη η  $M$ , θα πρέπει κάθε μία από τις πιθανότητες να βρίσκεται μεταξύ 0 και 1 και το άθροισμά τους να ισούται με τη μονάδα, δηλ.  $0 < p_1, p_2, \dots, p_n < 1$  και  $\sum p_i = 1$

β. Η μεικτή στρατηγική ( $p_1=0, p_2=0, \dots, p_j=1, \dots, p_n=0$ ) είναι ισοδύναμη με την καθαρή στρατηγική  $S_j$ .

Ένα παίγνιο στο οποίο οι παίκτες παίζουν ταυτόχρονα, μπορεί να απεικονιστεί σε “κανονική”(normal) ή “στρατηγική”(strategic) μορφή χρησιμοποιώντας έναν πίνακα ο οποίος συσχετίζει τις στρατηγικές των παικτών με τις αποδόσεις που θα έχουν. Ένα στρατηγικό παιχνίδι είναι ένα μοντέλο όπου έχουμε  $N$  παίκτες, καθένας από τους οποίους διαλέγει μόνο μία στρατηγική, η οποία δεν αλλάζει. Σε ένα στρατηγικό παιχνίδι υπάρχουν διάφορες συμπεριφορές παικτών:

- Το παιχνίδι παίζεται μόνο μία φορά.
- Κάθε παίκτης “γνωρίζει” το παιχνίδι (κάθε παίκτης γνωρίζει όλες τις κινήσεις και τις αποδόσεις του παιχνιδιού).
- Οι παίκτες είναι ορθολογικοί.
- Όλοι οι παίκτες διαλέγουν τις κινήσεις τους ταυτόχρονα χωρίς όμως να γνωρίζουν τις επιλογές των άλλων παικτών.

		Player 2	
		$\alpha_2$	$\beta_2$
Player 1	$\alpha_1$	5,5	-100,4
	$\beta_1$	0,1	0,0

**Πίνακας 1 Παίγνιο κυριαρχίας κινδύνου “Risk Dominance”**

Το παίγνιο που βλέπουμε στον Πίνακα 1, είναι δύο  $2 \times 2$  και έχουμε δύο παίκτες, τον παίκτη 1 και τον παίκτη 2. Ο παίκτης 1 ονομάζεται “παίκτης γραμμής”, ενώ ο παίκτης 2 “παίκτης στήλης”. Η πρώτη στρατηγική επιλογή του παίκτη 1 είναι η πρώτη γραμμή, η οποία ονομάζεται  $\alpha_1$ , ενώ η δεύτερη στρατηγική του είναι η  $\alpha_2$ . Ομοίως για τον παίκτη 2 η πρώτη στρατηγική επιλογή του είναι η πρώτη στήλη, δηλαδή η  $\beta_1$ , ενώ η δεύτερη στρατηγική του είναι η δεύτερη στήλη, η  $\beta_2$ . Στα κελιά του κάθε πίνακα υπάρχουν αριθμοί που δείχνουν την απόδοση (payoff) κάθε παίκτη

για κάθε συνδυασμό στρατηγικών. Το πρώτο νούμερο σε κάθε κελί αντιστοιχεί στον παίκτη γραμμής, ενώ το δεύτερο ανήκει στον παίκτη στήλης.

Στην αρχή του παιχνιδιού οι παίκτες διαλέγουν ταυτόχρονα μία στρατηγική με βάση το όφελος που τους αποφέρει, με ποια θα έχουν το μεγαλύτερο δυνατό όφελος ότι και να αποφασίσει ο αντίπαλος τους. Αν για παράδειγμα, ο 1 παίκτης διαλέξει την πρώτη στρατηγική επιλογή ( $\alpha_1$ ) και ο 2 επίσης την πρώτη ( $\beta_1$ ) τότε το όφελος τους θα είναι 5 μονάδες για τον καθένα.

Η στρατηγική ενός παίχτη λέμε ότι είναι κυρίαρχη “dominant” εάν για όλους τους συνδυασμούς στρατηγικών των άλλων παικτών έχει το μεγαλύτερο όφελος σε σχέση με τις υπόλοιπες. Είναι πάντα καλύτερη αφού έχει το μεγαλύτερο κέρδος σε σχέση με τις άλλες εναλλακτικές επιλογές του. Μια στρατηγική χαρακτηρίζεται ως κυριαρχούμενη “dominated” όταν υπάρχει κάποια άλλη στρατηγική που είναι πάντα καλύτερη ότι και να κάνει ο άλλος παίκτης.

Στο παραπάνω παράδειγμα βλέπουμε πως για τον παίκτη 2 η στρατηγική  $\beta_1$  κυριαρχεί της στρατηγικής  $\beta_2$ , αφού  $(5 > 4)$  και  $(1 > 0)$ , δηλαδή αν ο παίκτης 1 διαλέξει την  $\alpha_1$  στρατηγική, ο παίκτης 2 θα επιλέξει την  $\beta_1$  και το ίδιο θα κάνει αν ο παίκτης 1 διαλέξει την  $\alpha_2$ . Επομένως η καλύτερη κίνηση του είναι να επιλέξει την  $\beta_1$  στρατηγική.

Για τις στρατηγικές του παίκτη 1 όμως δεν ισχύει το ίδιο. Αυτό γιατί αν ο παίκτης 1 ξέρει πως ο παίκτης 2 θα επιλέξει την  $\beta_1$  στρατηγική, τον συμφέρει να διαλέξει την  $\alpha_1$ , αφού  $(5 > 0)$ . Αν όμως παίκτης ο 2 διαλέξει την  $\beta_2$ , ο παίκτης 1 δεν θα επιλέξει πάλι την  $\alpha_1$  αλλά την  $\alpha_2$  αφού  $(-100 < 0)$ . Επομένως για τον παίκτη 1 καμιά στρατηγική δεν κυριαρχεί της άλλης.

Αν κάποιος παίκτης έχει κυρίαρχη στρατηγική την ακολουθεί και τότε το παιχνίδι έχει λύση κυρίαρχης στρατηγικής. Υπάρχει όμως μεγάλη πιθανότητα να μην υπάρχουν πάντα κυρίαρχες στρατηγικές αλλά να υπάρχουν ασθενείς κυριαρχίες.

Μια στρατηγική κυριαρχεί ασθενώς “weakly dominates” εάν για κάθε μία από τις εναλλακτικές στρατηγικές του παίκτη έχει τουλάχιστον ίσο όφελος για όλους τους συνδυασμούς στρατηγικών των υπολοίπων παικτών και καλύτερο όφελος για τουλάχιστον έναν συνδυασμό στρατηγικών των άλλων παικτών. Όλες οι άλλες εναλλακτικές στρατηγικές ονομάζονται ασθενώς κυριαρχούμενες “weakly dominated strategy”. Στο παραπάνω παίγνιο η στρατηγική  $\alpha_1$  κυριαρχεί ασθενώς της  $\alpha_2$  αφού  $(5 > -100)$  και  $(0 = 0)$ .

Ο συνδυασμός των στρατηγικών που επιλέχθηκαν από κάθε παίκτη μας δίνει την έννοια της ισορροπίας “equilibrium”. Η ισορροπία στο παίγνιο προέρχεται από τις καλύτερες στρατηγικές μία για κάθε παίκτη στο παιχνίδι. Στο παράδειγμα μας, η ισορροπία βρίσκεται στο κελί  $(\alpha_1, \beta_1)$  δηλαδή στη λύση  $(5, 5)$  αφού η καλύτερη επιλογή για τον 1 παίκτη είναι η  $\alpha_1$ , για τον B παίκτη η  $\beta_1$  και η τομή τους είναι το κελί  $(\alpha_1, \beta_1)$ .

Για να βρούμε αυτήν την ισορροπία, εάν υπάρχει κυρίαρχη στρατηγική για κάποιον παίκτη τότε επιλέγεται, όπως αναφέραμε και παραπάνω. Σε περίπτωση όμως που δεν υπάρχει, ο περιορισμός των κυριαρχούμενων στρατηγικών “dominated” μπορεί να οδηγήσει στη δημιουργία νέων κυριαρχούμενων στρατηγικών.

Ξεκινώντας το παιχνίδι διαγράφονται μία μία οι ασθενώς κυριαρχούμενες στρατηγικές από τις επιλογές του παίκτη και αυτό συνεχίζεται μέχρι να βρεθεί μόνο μία στρατηγική για κάθε παίκτη. Η διαδικασία αυτή ονομάζεται απαλοιφή κυριαρχούμενων στρατηγικών “Iterated Elimination of Dominated Strategies, IEDS”.

Η διαδικασία αυτή είναι απολύτως λογική αφού και οι παίκτες είναι λογικοί και γνωρίζουν πως και οι αντίπαλοι τους είναι, επομένως κανένας δεν θα επιλέξει μια

στρατηγική η οποία είναι ασθενώς κυριαρχούμενη. Αν απαλείψουμε μόνο κυριαρχούμενες στρατηγικές, η σειρά της απαλοιφής δεν επηρεάζει το αποτέλεσμα.

Ο κίνδυνος υπάρχει μόνο αν απαλείψουμε με λάθος σειρά ασθενώς κυριαρχούμενες στρατηγικές, οδηγώντας μας σε λάθος αποτέλεσμα. Σωστή σειρά θεωρείται η ταυτόχρονη απαλοιφή για όλους τους παίκτες σε κάθε γύρο.

### III. ΓΕΝΙΚΕΣ ΚΑΤΗΓΟΡΙΕΣ ΠΑΙΓΝΙΩΝ

Τα παίγνια μπορούν ταξινομούνται σε διάφορες κατηγορίες με βάση διάφορα είδη κριτηρίων:

Σύμφωνα με τον αριθμό των παικτών που παίρνουν μέρος. Αν υπάρχουν δύο παίκτες τότε ονομάζονται “παίγνια δύο παικτών”, ενώ αν οι παίκτες είναι περισσότεροι, τότε έχουμε “παίγνια  $n$  παικτών”, όπου  $n$  ο αριθμός των παιχτών. Υπάρχει φυσικά και η περίπτωση που υπάρχει μόνο ένας παίκτης έχοντας σαν αντίπαλο του τη φύση. Τα παίγνια αυτά βέβαια θεωρούνται πως ανήκουν στην πρώτη κατηγορία των παιγνίων με δύο παίκτες.

Σύμφωνα με τη δυνατότητα συνεργασίας. Οι παίκτες (δύο ή περισσότεροι) πριν παίξουν το παίγνιο έχουν τη δυνατότητα να συνεργαστούν και να κάνουν συμφωνίες μεταξύ τους για τις στρατηγικές που θα ακολουθήσουν. Αυτά ονομάζονται “συνεργατικά παίγνια”(cooperative games) σε αντίθεση με τα παίγνια όπου ο παίκτης παίρνει τις αποφάσεις χωρίς να συνεννοηθεί με τους άλλους, τα οποία ονομάζονται “μη συνεργατικά ” (non cooperative games).

Σύμφωνα με τα χαρακτηριστικά των αποδοχών τους. Όταν το κέρδος ενός παίκτη είναι ίσο με την απώλεια του αντιπάλου του, το παίγνιο ονομάζεται “παίγνιο μηδενικού αθροίσματος”(zero-sum games). Σε αυτά τα παίγνια το άθροισμα των αμοιβών είναι ίσο με μηδέν με αποτέλεσμα η συνεργασία για τους παίκτες να είναι ανέφικτη. Αντίστοιχα υπάρχουν “παίγνια μη-μηδενικού αθροίσματος”(non zero-sum games) στα οποία το άθροισμα των αμοιβών είναι διάφορο του μηδενός. Το κέρδος κάποιου δεν σημαίνει απαραίτητα τη ζημιά κάποιου ανταγωνιστή, και οι δύο μπορεί να κερδίσουν ή και να χάσουν αντίστοιχα.

Σύμφωνα με τη σειρά που παίρνονται οι αποφάσεις. Αν οι αντίπαλοι κινηθούν ταυτόχρονα επιλέγοντας μια στρατηγική στην αρχή του παιχνιδιού, χωρίς ο ένας να γνωρίζει τι θα πράξει ο άλλος, τότε μιλάμε για “στατικό παίγνιο” ή “στρατηγικό παίγνιο” ή “παίγνιο σε κανονική μορφή”.

#### **Ορισμοί Κανονικής Μορφής (Normal Form)**

$N = \{1, \dots, n\}$

$S_i$  : το σύνολο των διαθέσιμων επιλογών-στρατηγικών (actions) του παίκτη  $i$

$S = S_1 \times \dots \times S_n$  : το προφίλ στρατηγικών (set of actions)

$u_i: S \rightarrow R$  : η συνάρτηση χρησιμότητας (utility function) του παίκτη  $i$

Στην αντίθεση περίπτωση έχουμε τα “δυναμικά παίγνια” ή “παίγνια σε εκτεταμένη μορφή” όπου οι παίκτες έχουν κάποια γνώση για τις προηγούμενες ενέργειες και έτσι η σειρά με την οποία λαμβάνονται οι αποφάσεις έχει σημασία. Στα παίγνια αυτά η αναπαράσταση γίνεται με τη βοήθεια δέντρου.

Σύμφωνα με τον αριθμό των στρατηγικών. Τα παίγνια σε αυτήν την κατηγορία χωρίζονται σε “πεπερασμένα” και σε “μη πεπερασμένα”. Τα πεπερασμένα παίγνια τελειώνουν σε ένα μετρήσιμο αριθμό κινήσεων, σε αντίθεση με τα άλλα τα οποία διαρκούν για άπειρες κινήσεις και ο νικητής γίνεται γνωστός αφού όλες αυτές οι κινήσεις τελειώσουν.

Τέλος σύμφωνα με την πληροφόρηση που παρέχουν. Έχουμε “παίγνια πλήρους πληροφόρησης” όταν οι παίκτες είναι πλήρως ενημερωμένοι για τις κινήσεις των αντιπάλων. Έτσι μόνο τα δυναμικά παίγνια μπορεί να είναι παίγνια πλήρους πληροφόρησης, μιας και στα στατικά οι παίκτες δεν είναι ενημερωμένοι. Όταν οι παίκτες είναι μερικώς ενημερωμένοι λέμε ότι έχουμε “παίγνια ατελούς πληροφόρησης”.

#### IV. ΠΑΙΓΝΙΑ ΜΙΑΣ ΦΟΡΑΣ ΚΑΙ ΕΠΑΝΑΛΑΜΒΑΝΟΜΕΝΑ

Τα παίγνια που διεξάγονται μία μόνο φορά ονομάζονται μιας φορές και χαρακτηρίζονται από πιο αποφασιστικές κινήσεις. Σε αυτά ο παίχτης ξέρει πολλά για τους αντιπάλους του, αγνοεί τις δυνατότητές τους και τις προτεραιότητες τους και αν είναι ικανοί να υπολογίσουν την καλύτερη στρατηγική τους.

Τα επαναλαμβανόμενα παίγνια προκύπτουν από τα στρατηγικά παίγνια όταν αυτά παίζονται σε πολλές περιόδους, είτε σε πεπερασμένο αριθμό, είτε άπειρες φορές. Οι παίκτες λαμβάνουν την απόδοσή τους μετά από κάθε περίοδο που παίζεται το παίγνιο. Επομένως, η συνολική απόδοση-πληρωμή (payoff) κάθε παίκτη στο επαναλαμβανόμενο παίγνιο είναι το άθροισμα των αποδόσεων που λαμβάνει κάθε φορά.

Στην περίπτωση των επαναλαμβανόμενων παιγνίων σε πεπερασμένο αριθμό, πιθανών να υπάρχουν καταστάσεις που ενώ δεν είναι καταστάσεις ισορροπίας στο απλό στρατηγικό παίγνιο (μιας περιόδου) αποτελούν μέρος μιας κατάστασης ισορροπίας του επαναλαμβανόμενου παιγνίου.

Επίσης, υπάρχουν σημαντικές διαφορές μεταξύ της ισορροπίας σε πεπερασμένα επαναλαμβανόμενα παίγνια και της ισορροπίας σε επαναλαμβανόμενα παίγνια μη πεπερασμένου (άπειρου) ορίζοντα. Ένα στρατηγικό παίγνιο  $G$ , περιγράφεται πλήρως από τα σύνολα στρατηγικής των παικτών και τις αντίστοιχες συναρτήσεις απόδοσης.

Το επαναλαμβανόμενο παίγνιο προκύπτει παίζοντας το  $G$  πολλές φορές. Αν επαναλαμβάνεται για  $T$  περιόδους (πεπερασμένες ή άπειρες), τότε έχουμε ένα επαναλαμβανόμενο παίγνιο  $T$ -περιόδων, ενώ το μεμονωμένο στάδιο  $G$  που επαναλαμβάνεται σε κάθε περίοδο λέγεται stage game, single-period game ή oneshot game.

Αν ένα στρατηγικό παίγνιο  $G$  επαναληφθεί  $T$  περιόδους, θα προκύψει μία σειρά από δράσεις ως αποτέλεσμα των αντίστοιχων δράσεων των παικτών σε κάθε περίοδο. Όταν οι παίκτες συμμετέχουν σε ένα επαναλαμβανόμενο παίγνιο, τη στιγμή που αποφασίζουν πως θα κινηθούν σε μία οποιαδήποτε περίοδο  $t$ , έχουν ήδη

## Μεταπτυχιακή Διατριβή

παρατηρήσει την ιστορία του παιχνίτου μέχρι και την προηγούμενη περίοδο ( $t-1$ ). Επομένως, η επιλογή κάθε παίκτη στο στάδιο  $t$  σχετίζεται με την επιλογή στην προηγούμενη περίοδο ( $t-1$ ).

Τέλος, αποτελούν μία ειδική κατηγορία διαδοχικών παιχνίτων και είναι ιδιαίτερα σημαντικά, διότι μπορούν συχνά να ερμηνεύσουν διάφορα είδη συμπεριφοράς (όπως π.χ. η σύγκρουση και η συνεργασία), τα οποία δεν είναι εύκολο να ερμηνευθούν στο πλαίσιο των στατικών στρατηγικών παιχνίτων.

## V. ΠΑΙΧΝΙΔΙΑ ΜΗΔΕΝΙΚΟΥ ΑΘΡΟΙΣΜΑΤΟΣ

Το παιχνίδι καθορίζεται από τα σύνολα των στρατηγικών των δύο παικτών. Το σύνολο των στρατηγικών για τον παίκτη I αναπροσαρμόζεται από 1 έως  $m$ . Το σύνολο των στρατηγικών για τον παίκτη II αναπροσαρμόζονται από το 1 έως  $n$ . Η παρακάτω μήτρα καθορίζει το κέρδος ή το κέρδος στον παίκτη I για κάθε ζεύγος στρατηγική ( $i, j$ ).

		PLAYER I				
		1	2	...	$n$	
PLAYER 2	1	$p_{11}$	$p_{12}$	...	$p_{1n}$	
	2	$p_{21}$	$p_{22}$	...	$p_{2n}$	
	...	...	...	...	...	
	$m$	$p_{m1}$	$p_{m2}$	...	$p_{mn}$	

-Payoff Matrix-

Οι δύο παίκτες επιλέγουν τις στρατηγικές τους ταυτόχρονα, και όταν παίκτης που χρησιμοποιεί τη στρατηγική  $i$  και ο παίκτης II χρησιμοποιεί τη στρατηγική  $j$ , ο παίκτης θα λαμβάνει την πληρωμή  $p_{ij}$  από παίκτη II. Ένας θετικός αριθμός είναι ένα κέρδος για τον παίκτη I και ένας αρνητικός αριθμός είναι μια απώλεια (ένα κέρδος για τον παίκτη II). Ένα κέρδος για έναν παίκτη είναι μια απώλεια για την άλλη, παρέχοντας έτσι τη μηδενικού αθροίσματος χαρακτηριστικό. Το αποτέλεσμα επιτυγχάνεται όταν οι δύο παίκτες επιλέγουν τις στρατηγικές τους. Κάθε παίκτης γνωρίζει όλες τις στρατηγικές του άλλου.

Τα περισσότερα οικονομικά και κοινωνικά παίγνια δεν είναι μηδενικού αθροίσματος, λόγω του ότι η εμπορική ή οικονομική δραστηριότητα προσφέρει ευκαιρίες για συμφωνίες που ωφελούν τον καθένα. Στην πραγματικότητα, τα περισσότερα παίγνια τείνουν μεταξύ συνεργασίας και σύγκρουσης και οι προσπάθειες να εξομαλυνθούν οι συγκρούσεις οφείλονται στο ότι γνωρίζουν ότι αν αποτύχουν να συμφωνήσουν το αποτέλεσμα θα είναι άσχημο για όλους.

## VI. ΠΑΙΓΝΙΑ ΜΕ ΠΛΗΡΗ ΚΑΙ ΙΣΗ ΠΛΗΡΟΦΟΡΗΣΗ

Παίγνια με πλήρη και ίση πληροφόρηση ονομάζονται τα παίγνια όπου όλοι οι παίκτες λαμβάνουν τις ίδιες πληροφορίες και στον ίδιο βαθμό. Στα περισσότερα παίγνια υπάρχουν στοιχεία πληροφόρησης που μπορεί να έχει μόνο ένας παίκτης.

Σημαντικό στοιχείο των παιγνίων είναι η απόπειρα των παιχτών αποκρύπτουν και να εξάγουν συγκεκριμένες πληροφορίες.

Παρόλο που η διαχείριση πληροφοριών αποτελεί βασικό παράγοντα ενός στρατηγικού παιγνίου, δεν είναι απαραίτητο ότι οι παίχτες όταν έχουν παραπάνω πληροφόρηση να αποκρύπτουν τις πληροφορίες αυτές από τους άλλους παίχτες.

## VII. ΠΑΙΓΝΙΑ ΣΥΝΕΡΓΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΜΗ

Οι περισσότερες στρατηγικές περιλαμβάνουν ένα συνδυασμό συγκρούσεων και συμφερόντων. Όλοι οι συμμετέχοντες ενός παιγνίου πρέπει να έρθουν σε συμφωνία για το τι πρέπει να κάνει ο καθένας, εξετάζοντας τα συμφέροντα τους. Τέτοιες διαπραγματεύσεις μπορεί να διαρκέσουν αρκετούς γύρους, εξετάζοντας τις καλύτερες εναλλακτικές και η συμφωνία ορίζεται όταν κάποια ομάδα παιχτών δεν μπορεί να βρει καλύτερη εναλλακτική.

Οι συμφωνίες συνεργασίας μπορούν να επιτευχθούν αν οι παίχτες δράσουν άμεσα. Σε άλλες περιπτώσεις οι προσωπικές δράσεις δεν μπορούν να παρατηρηθούν άμεσα και ούτε μπορούν να ενισχυθούν από κάποια εξωτερική δύναμη. Ως εκτούτου, οι συμφωνίες τηρούνται μόνο αν τα προσωπικά συμφέροντα όλων των παιχτών είναι τέτοια ώστε να υπακούσουν στην συμφωνία.

Παίγνια όπου οι συμφωνίες ενισχύονται ονομάζονται συνεργατικά (cooperative), ενώ παίγνια όπου τέτοιες ενισχύσεις δεν είναι δυνατές ονομάζονται μη συνεργατικά (noncooperative).

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ II

### ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ NASH

---

#### I. ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗΝ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ NASH

Ποιες δράσεις επιλεγούν οι παίκτες σε ένα στρατηγικό παιχνίδι; Ας υποθέσουμε, ότι κάθε παίκτης επιλέγει την καλύτερη διαθέσιμη ενέργεια. Σε ένα παιχνίδι, η καλύτερη στρατηγική για κάθε παίκτη εξαρτάται, με τις ενέργειες των άλλων παικτών. Έτσι, όταν επιλέγουν μια ενέργεια ο παίκτης πρέπει να έχει κατά νου τις ενέργειες οι άλλοι παίκτες θα επιλέξει. Δηλαδή, πρέπει να σχηματίσουν πεποιθήσεων σχετικά με τις ενέργειες των άλλων παικτών.

Η υπόθεση είναι ότι η πίστη του κάθε παίκτη προέρχεται από την εμπειρία του παρελθόντος της, παίζοντας το παιχνίδι, και ότι αυτή η εμπειρία είναι επαρκώς εκτεταμένη που ξέρει πώς θα συμπεριφερθεί αντιπάλους της. Το ερώτημα πώς η εμπειρία ενός παίκτη μπορεί να την οδηγήσει στις σωστές πεποιθήσεις σχετικά με τις ενέργειες των άλλων παικτών .

**Μία ισορροπία Nash ενός παιγνίου στρατηγικής  $G = \{S_1, \dots, S_n, u_1, \dots, u_n\}$  είναι μία διατεταγμένη n-άδα στρατηγικών  $(s_1^*, s_2^*, \dots, s_n^*)$  -προφίλ στρατηγικών- τέτοια ώστε για κάθε παίκτη  $i$  να ισχύει:  $u_i(s_1^*, s_2^*, \dots, s_i^*, \dots, s_n^*) \geq u_i(s_1^*, \dots, s_{i-1}^*, s_i, s_{i+1}^*, \dots, s_n^*)$ , για κάθε στρατηγική  $s_i \in S_i$  του παίκτη  $i$ .**

Η ισορροπία Nash υπάρχει όταν η καλύτερη κίνηση του παίκτη 1 είναι ίδια με την καλύτερη κίνηση του παίκτη 2. Αυτό είναι και το σημείο ισορροπίας. Στο παράδειγμα μας, πίνακας 1, ισορροπία έχουμε στο κελί  $(\alpha_1, \beta_1) = (5, 5)$ .

Στην ισορροπία κατά Nash είναι κανένας από τους παίκτες δεν ωφελείται αν διαφοροποιήσει μόνο ο ίδιος της στρατηγική του. Δηλαδή, αν όλοι οι παίκτες έχουν επιλέξει μία στρατηγική, τότε μια αλλαγή στρατηγικής από έναν παίκτη και ταυτόχρονη διατήρηση της στρατηγικής των υπολοίπων, δεν του αποφέρει μεγαλύτερο όφελος παρά μόνον απόδοση (payoff) το πολύ ίση με αυτήν της ισορροπίας.

Ο Nash κατάφερε επίσης να αποδείξει πως όλα τα πεπερασμένα παίγνια εμπεριέχουν τουλάχιστον ένα σύνολο μικτών στρατηγικών (μία ανά παίκτη) που συνιστά ισορροπία Nash σε μικτές στρατηγικές (INMΣ). Όταν υπάρχουν πολλές ισορροπίες Nash (σε καθαρές στρατηγικές), τη λύση δίνει η ισορροπία Nash σε μικτές στρατηγικές.

Ακόμη και αν δεν υπάρχει ισορροπία σε καθαρές στρατηγικές, υπάρχει μία μοναδική ισορροπία σε μικτές στρατηγικές. Η ισορροπία σε καθαρές στρατηγικές φαίνεται δυνατή πρόταση από την ισορροπία στις μικτές, αφού δεν χρειάζεται οι παίκτες να επιλέγουν στην τύχη.

Ένα από τα παράδοξα της ισορροπίας Nash και πιθανή αδυναμία της, είναι ότι σε κάποια παίγνια οι παίκτες έχουν μεγαλύτερο όφελος αν δεν διαλέξουν την ισορροπία Nash και διαλέξουν άλλη στρατηγική. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι δεν είναι κατ' ανάγκη βέλτιστη κατά Pareto. Ενώ η ισορροπία Nash δίνει την ελκυστικότερη λύση για όλους τους παίκτες, οδηγώντας στο σημείο ισορροπίας, ωστόσο υπάρχουν κάποια παίγνια που είναι εξαίρεση στον κανόνα.

**Ορισμός (Ισορροπία Nash επαναλαμβανόμενου παιγνίου)**

Ένα προφίλ στρατηγικής  $\sigma^* = (\sigma_1^*, \dots, \sigma_n^*)$  ενός επαναλαμβανόμενου παιγνίου T-περιόδων ορίζεται ως ισορροπία Nash, ή απλώς ισορροπία, αν για κάθε παίκτη  $i$  και κάθε στρατηγική  $\sigma_i$  ισχύει ότι:  $V_i(\sigma_i^*, \sigma_{-i}^*) \geq V_i(\sigma_i, \sigma_{-i}^*)$

## II. PRISONER'S DILEMMA

Το πιο γνωστό παίγνιο κυρίαρχης στρατηγικής στην ιστορία της θεωρίας παιγνίων είναι το παίγνιο του διλήμματος του φυλακισμένου (Prisoner's dilemma). Η ιστορία αυτή χρησιμοποιείται ως το απλούστερο παράδειγμα μιας ισορροπίας Nash.

Η ιστορία έχει ως εξής: δύο ύποπτοι έχουν συλληφθεί από την αστυνομία. Οι δύο συλληφθέντες κρατούνται σε διαφορετικούς χώρους. Τα στοιχεία που υπάρχουν είναι ανεπαρκή για την εξιχνίαση της υπόθεσης και έτσι, η αστυνομία αποφασίζει να κάνει και στους δύο κρατούμενους την ίδια πρόταση, με σκοπό ένας τουλάχιστον να καταθέσει εναντίον του άλλου στην αίθουσα του δικαστηρίου. Στην περίπτωση που ο ένας εκ των δύο καταθέσει και ο άλλος σιωπήσει, τότε ο πρώτος δε φυλακίζεται, ενώ ο δεύτερος καταδικάζεται σε ποινή φυλάκισης πέντε ετών. Στην περίπτωση που και οι δύο καταθέσουν, τότε καθένας καταδικάζεται σε ποινή φυλάκισης τριών ετών. Τέλος, αν κανένας από τους δύο δεν καταθέσει, τότε τιμωρούνται με φυλάκιση ενός έτους λόγω ελλιπών αποδεικτικών στοιχείων.

Το δίλημμα που τίθεται στο μυαλό των δύο υπόπτων είναι το εξής: Ποια στρατηγική πρέπει να ακολουθήσω, στο βαθμό που η τελική απόφαση εξαρτάται και από το τί θα πράξει ο άλλος κρατούμενος (πράγμα το οποίο δε γνωρίζω, εφόσον κρατείται σε διαφορετικό χώρο και δεν μπορούμε να συνεννοηθούμε εκ των προτέρων);

Ο Albert W. Tucker διατύπωσε το παραπάνω πρόβλημα σε μορφή πίνακα πληρωμών και του προσέδωσε την τελική του μορφή, ονομάζοντάς το ως «Prisoner's Dillema» (PD) το 1952. Ο πίνακας αποδόσεων, βάσει των δεδομένων του προβλήματος που περιγράψαμε, γράφεται ως εξής:



		<b>suspect 2</b>	
		<b>Cooperate</b>	<b>Defect</b>
<b>suspect 1</b>	<b>Cooperate</b>	<b>-3,-3</b>	<b>0,-5</b>
	<b>Defect</b>	<b>-5,0</b>	<b>-1,-1</b>

**Πίνακας 2 PRISONER'S DILEMMA**

Σύμφωνα με τους ορισμούς της προηγούμενης ενότητας, παρατηρούμε ότι η στρατηγική «Κατάθεση» είναι αυστηρά κυρίαρχη για κάθε έναν παίκτη (φυλακισμένο). Πράγματι, όταν ο δεύτερος παίκτης επιλέξει να καταθέσει εις βάρος του πρώτου στο δικαστήριο, τότε ο πρώτος παίκτης έχει όφελος -3 (ποινή τριών ετών φυλάκισης) αν καταθέσει και αυτός εναντίον του δεύτερου και -5 (ποινή πέντε ετών φυλάκισης) αν σιωπήσει.

Επίσης, όταν ο δεύτερος παίκτης επιλέξει «Σιωπή», ο πρώτος παίκτης έχει όφελος 0 (ελεύθερος) αν καταθέσει εναντίον του άλλου στο δικαστήριο και -1 (ένα χρόνο φυλακή) αν επιλέξει και αυτός «Σιωπή». Δηλαδή, η στρατηγική «Κατάθεση» είναι πάντοτε αυστηρά κυρίαρχη στρατηγική για τον πρώτο παίκτη.

Για το δεύτερο παίκτη, αλλάζοντας ρόλους στον παραπάνω συλλογισμό, προκύπτει ότι η στρατηγική «Κατάθεση» είναι πάντοτε αυστηρά κυρίαρχη στρατηγική για το δεύτερο παίκτη. Δεδομένου λοιπόν ότι οι δύο κρατούμενοι δεν έχουν τη δυνατότητα επικοινωνίας ή συνεννόησης μεταξύ τους, το ορθολογικό κριτήριο της βέλτιστης επιλογής (best response) υποδεικνύει σε κάθε παίκτη να παίξει την αυστηρά κυρίαρχη στρατηγική του, δηλαδή να μαρτυρήσει σε βάρος του άλλου στο δικαστήριο.

Συνεπώς, οι δύο κρατούμενοι θα ομολογήσουν ο ένας εναντίον του άλλου και αυτό θα έχει ως αποτέλεσμα την καταδίκη και των δύο σε τριετή φυλάκιση, αντί της μονοετούς που στην περίπτωση παρέμεναν και οι δύο σιωπηλοί. Αυτή είναι και η μοναδική ισορροπία Nash του παιγνίου και το ζεύγος (-3,-3) αντιστοιχεί σε ισορροπία Nash στον πίνακα (payoff matrix) του PD.

Το ορθολογικό κριτήριο της μικρότερης δυνατής ατομικής καταδίκης κάθε κρατουμένου οδηγεί σε χειρότερο αποτέλεσμα από αυτό στο οποίο θα οδηγούσε η συνεργασία των δύο κρατουμένων με κριτήριο τη μείωση της ποινής του συνενόχου και αντίτιμο μία μικρή ποινή φυλάκισης και για τον ίδιο (-1, -1).

Στην περίπτωση αυτή λοιπόν και όπως προκύπτει από την ανάλυση του διάσημου αυτού παιγνίου, αποδεικνύεται ότι ένα ζεύγος ισορροπίας κατά Nash δεν είναι κατ' ανάγκη και βέλτιστο κατά Pareto. Το ζεύγος ισορροπίας Nash είναι το (-3, -3), ενώ το βέλτιστο κατά Pareto είναι το (-1,-1).

Η κατάσταση διαφοροποιείται, ωστόσο, όταν το παίγνιο επαναλαμβάνεται πολλές φορές. Κι αυτό, διότι πέρα από την ανταμοιβή υπάρχει και το αίσθημα «τιμωρίας-εκδίκησης» για πιθανή προηγούμενη μη συνεργασία. Όταν ο αριθμός των επαναλήψεων είναι γνωστός, η θεωρία αποδεικνύει ότι οι δύο παίκτες θα επιλέξουν την τακτική μη συνεργασίας ανεξάρτητα από τον πεπερασμένο αριθμό των επαναλήψεων.

Μόνον όταν ο αριθμός επαναλήψεων είναι άγνωστος και απροσδιόριστος, είναι δυνατή η ύπαρξη ισορροπίας με χρήση στρατηγικής συνεργασίας μεταξύ των δύο παικτών. Επιπλέον, όταν το παίγνιο επαναλαμβάνεται άπειρες φορές διαμορφώνεται μία ισορροπία Nash με συνεργασία των δύο πλευρών, εξακολουθούν

ωστόσο να υπάρχουν κι άλλες ισορροπίες που προκύπτουν από στρατηγικές μη συνεργασίας.

### III.CHICKEN GAME

Ένα από τα πιο γνωστά παίγνια είναι και το Chicken Game. Σε αυτό το παιχνίδι δύο οδηγοί κατευθύνονται με μεγάλη ταχύτητα προς έναν γκρεμό. Αυτός που θα αλλάξει πρώτος την πορεία του αυτοκινήτου του για να μην πέσει από τον γκρεμό είναι το «κοτόπουλο» (chicken) και χάνει. Αν κανένας παίκτης δεν αλλάξει πορεία, τότε και τα δύο αυτοκίνητα θα πέσουν από τον γκρεμό και οι δύο οδηγοί θα πεθάνουν.

Η παραπάνω κατάσταση μπορεί να περιγραφεί με τον ακόλουθο πίνακα:

		chicken B	
		Swerve	Straight
chicken A	Swerve	0,0	3,1
	Straight	1,3	2,2

**Πίνακας 3 CHICKEN GAME**

Κάθε παίκτης έχει δύο στρατηγικές επιλογές: είτε να αποκλίνει της πορείας του (swerve δεύτερη στρατηγική), είτε να συνεχίσει να οδηγεί (straight πρώτη στρατηγική). Αν και οι δύο αποκλίνουν παραμένουν στη ζωή. Το πώς θα παίξουν εξαρτάται από το τι πιστεύει ο ένας πως θα πράξει ο άλλος. Αν ο παίκτης A πιστεύει πως ο παίκτης B είναι πιο γενναίος από αυτόν, τότε θα αλλάξει πορεία. Αν νομίζει πως ο ίδιος είναι πιο γενναίος, τότε θα συνεχίσει να οδηγεί. Σε περίπτωση όμως που κάποιος από τους δύο κρίνει λάθος την αντίδραση του αντιπάλου του θα πεθάνουν και οι δύο.

Αυτό το μοντέλο υποθέτει πως ο κάθε παίκτης διαλέγει από πριν την στρατηγική που θα την ακολουθήσει και δεν την αλλάζει(πρόκειται για μη ρεαλιστικό σενάριο, αφού αν κάποιος παίκτης δει τον άλλον να στρίβει ότι και να είχε σχεδιάσει, θα συνεχίσει για να κερδίσει). Επίσης το μοντέλο υποθέτει πως αν και οι δύο οδηγοί στρίψουν, δεν θα είναι προς την ίδια κατεύθυνση. Αυτό το μοντέλο δεν έχει κυρίαρχη στρατηγική για κανέναν παίκτη.

Υπάρχουν δύο ισορροπίες Nash σε αμειγείς στρατηγικές όπως φαίνεται στον πίνακα: η λύση  $(\alpha_1\beta_2)=(3,1)$  και η λύση  $(\alpha_2\beta_1)=(1,3)$ . Άρα το καλύτερο που έχει να κάνει ο κάθε παίκτης είναι το αντίθετο του αντιπάλου του. Αν ο A πεισθεί πως ο B θα συνεχίσει να οδηγεί, η καλύτερη λύση είναι να αλλάξει πορεία και το ανάποδο. Φυσικά αν και οι δύο δεν αλλάξουν πορεία και συνεχίσουν θα πεθάνουν.

Το Chicken Game αυτό είναι επίσης γνωστό και ως πρόβλημα Hawk-Dove (γεράκι-περιστέρι). Πρόκειται για δύο ζώα που μάχονται για την ίδια τροφή. Κάθε ένα μπορεί να συμπεριφερθεί είτε σαν γεράκι είτε σαν περιστέρι. Αν και τα δύο επιλέξουν την επιθετική συμπεριφορά τότε δεν θα μπορέσει κανένα να πάρει το

φαγητό και θα είναι και τα δύο χαμένα. Αν τώρα επιλέξουν την ήρεμη συμπεριφορά(του περιστεριού) θα μοιραστούν το φαγητό χωρίς να έχουν κάποιο πρόβλημα αν και το κέρδος τους είναι χαμηλότερο από το κέρδος που θα είχε το ένα αν ακολουθούσε την επιθετική συμπεριφορά.

## VI. TIC-TAC-TOE

Το παιχνίδι της τρίλιζας αποτελεί το πιο απλό παιχνίδι δύο προσώπων. Στο Σχήμα 1 παρουσιάζεται ο τρόπος του παιχνιδιού. Ο πρώτος παίκτης ξεκινά εισάγοντας ένα X σε μία θέση από τους εννέα διαθέσιμους χώρους. Ο δεύτερος παίκτης τοποθετεί ένα O σε μία από τις υπόλοιπες οκτώ θέσεις. Οι δύο παίκτες συνεχίζουν να εναλλάσσονται με τον τρόπο αυτό (πρώτο X και στη συνέχεια O) μέχρι είτε να γεμίσουν όλες οι θέσεις, όπου είναι σαφές ότι ένας παίκτης έχει κερδίσει, ή είναι σαφές ότι κανένας παίκτης δεν μπορεί να κερδίσει. Το παιχνίδι κερδίζεται εάν τρία από τα σύμβολα ενός παίκτη είναι διατεταγμένα σε μια ευθεία γραμμή, είτε οριζόντια, κάθετα ή διαγώνια. Το Σχήμα 1, το δέντρο απόφασης, δείχνει ένα παράδειγμα όπου η ακολουθία των παιχνιδιών οδηγεί σε μια νίκη για το X. Το παιχνίδι τελειώνει συχνά με ισοπαλία χωρίς παίκτης κερδίζει, όπως φαίνεται στο σχήμα.

Σχήμα 1. The decision tree showing the possible results of tic-tac-toe game

3	4	5
2	1	6
9	8	7

	X	

Παίζει πρώτα ο X

O	X	

Παίζει ο O

Μεταπτυχιακή Διατριβή

X		
O	X	

Πιθανή νίκη X

X		
O	X	
		O

O O μπλοκάρει τον X

X		X
O	X	
		O

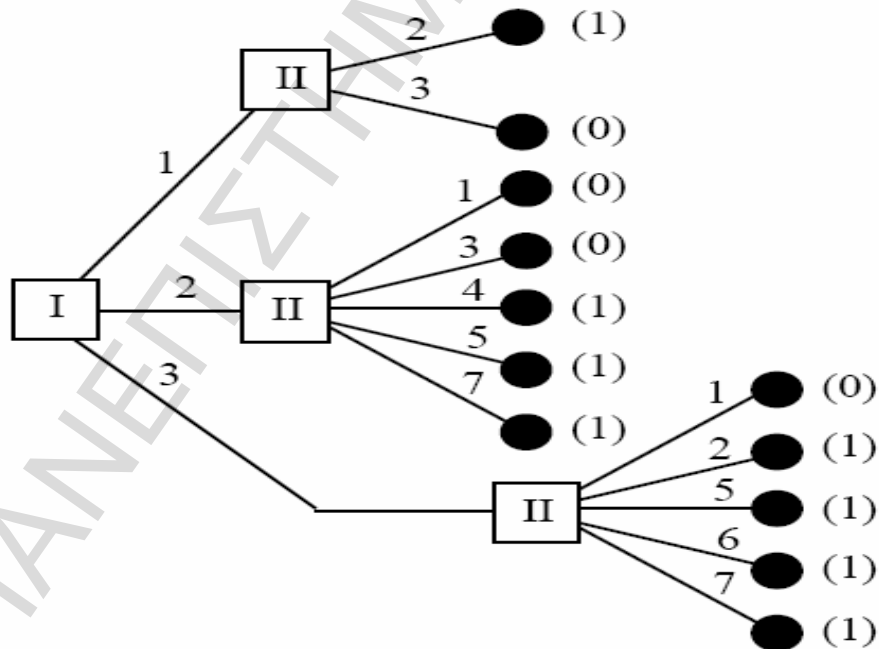
O X παίζει- 2πιθανές νίκες

X	O	X
O	X	
		O

O O μπλοκάρει τον X

X	O	X
O	X	
X		O

O X κερδίζει το παιχνίδι



Τα αποτελέσματα του παιχνιδιού δίνονται τις δύο πρώτες κιόλας επιλογές των παιχτών. Το παιχνίδι φαίνεται στο σχήμα και ακολουθεί το δέντρο απόφασης, όπου ο παίκτης I χρησιμοποιεί το τετράγωνο 1, στο κέντρο, και ο παίκτης II ακολουθεί το τετράγωνο 2. Το τελικό αποτέλεσμα είναι μια νίκη για τον παίκτη I. Το πλήρες

παιχνίδι, είναι το αποτέλεσμα που προκύπτει όταν ο παίκτης I ξεκινάει με τετράγωνο 2 και ο παίκτης II με τετράγωνο 3.

Το παιχνίδι είναι πάντα μια ισοπαλία. Το δέντρο φαίνεται στο σχήμα, είναι ένα μοντέλο του παιχνιδιού και ονομάζεται η εκτεταμένη μορφή. Απεικονίζει την διαδοχική φύση του παιχνιδιού. Ακόμη και για αυτή την απλή κατάσταση, η εκτεταμένη μορφή μπορεί να είναι πολύ μεγάλο. Αν δεν είχε αναγνωρίσει τη συμμετρία του παιχνιδιού και το γεγονός ότι μόνο οι δύο πρώτες κινήσεις είναι σημαντικές, το δέντρο θα ήταν αδύνατο.

Η Θεωρία Παιγνίων χρησιμοποιεί ένα εναλλακτικό μοντέλο που ονομάζεται στρατηγική μορφή και παρουσιάζει το παιχνίδι ως μήτρα. Η υπόθεση της στρατηγικής μορφής είναι ότι και οι δύο παίκτες επιλέγουν στρατηγικές πριν από το παιχνίδι και απλά επιλέγουν να παίξουν αυτές τις στρατηγικές με τη σειρά. Μια στρατηγική που πρέπει να περιγράψει είναι ένα σχέδιο δράσης για κάθε πιθανή κατάσταση. Για την κατασκευή της στρατηγικής μορφής του παιχνιδιού tic-tac-toe, ορίζονται οι ακόλουθες στρατηγικές σχετικά με τις πρώτες κινήσεις για τους δύο παίκτες.

Παίκτης I: Επέλεξε ένα από τα εννέα τετράγωνα στο ταμπλό του παιχνιδιού.

Παίκτης II: Επέλεξε ένα από τα εννέα τετράγωνα στο ταμπλό του παιχνιδιού.

Αν ο παίκτης I χρησιμοποιεί το επιλεγμένο τετράγωνο,

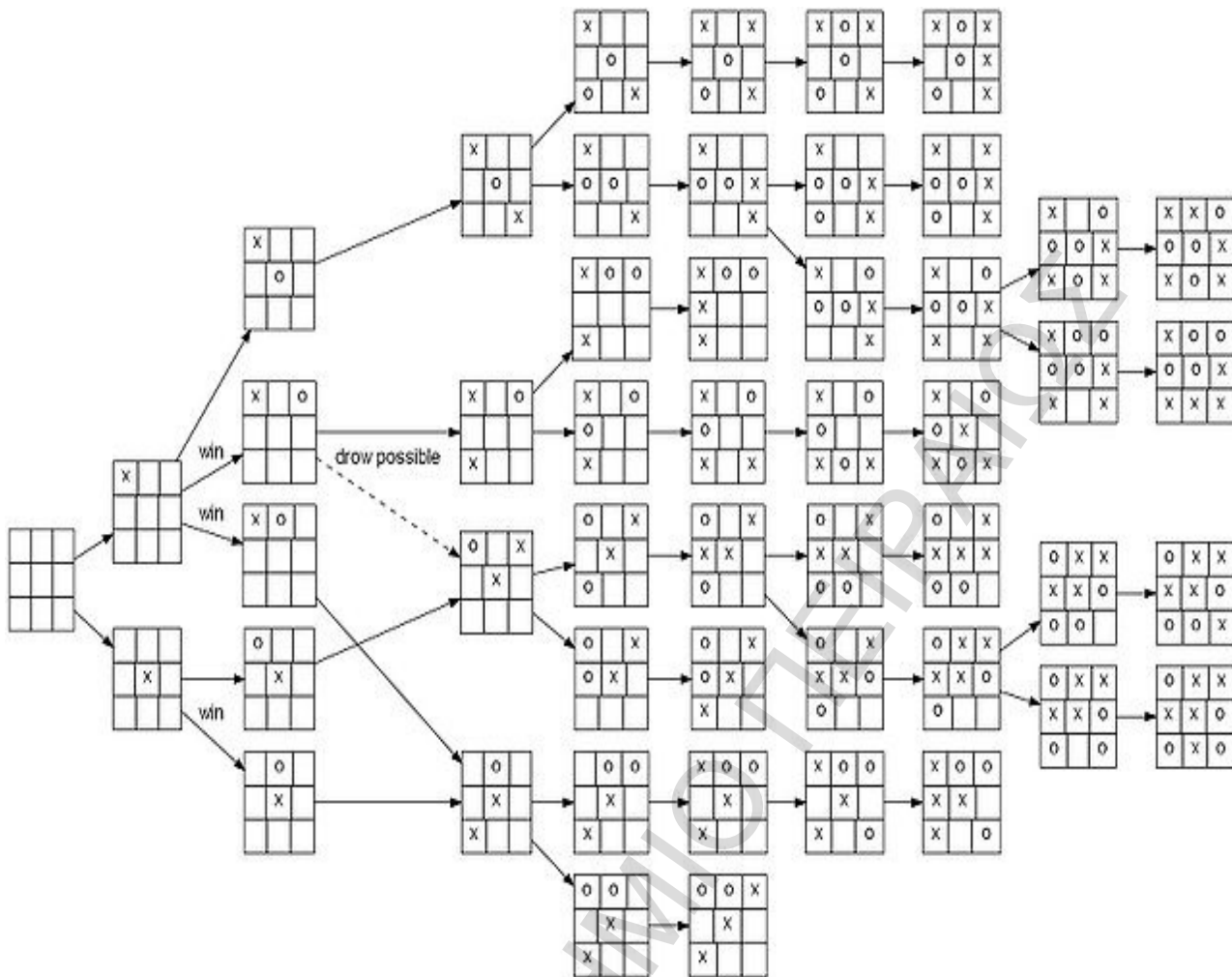
- βάλε O στα τετράγωνα 3, 5, 7 ή 9, εάν υπάρχει ένα X στο τετράγωνο 1 (κέντρο)
- βάλε O στο κελί 1 Εάν υπάρχει ένα X είναι j.

Παίκτης 2, με O

Παίκτης, με X

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0	1	0	1	0	1	0	1	0
2	0	0	0	1	1	0	1	1	0
3	0	1	0	1	1	1	1	1	1
4	0	1	0	0	0	1	1	0	1
5	0	1	1	1	0	1	1	1	1
6	0	0	1	1	0	0	0	1	1
7	0	1	1	1	1	1	0	1	1
8	0	1	1	0	1	1	0	0	0
9	0	1	1	1	1	1	1	1	0

Κάθε παιχνίδι που μπορεί να περιγραφεί από μια εκτεταμένη μορφή, όπως το παραπάνω σχήμα.



Σχήμα 2. Tic-tac-toe full game

## V. DUOPOLI

Σε αυτό το μοντέλο συναντούμε ένα απλό μοντέλο ενός ολιγοπωλίου, δύο επιχειρήσεις παράγουν το ίδιο αγαθό, για το οποίο κάθε επιχείρηση επιβαρύνεται είτε χαμηλή τιμή ή μια υψηλή τιμή. Κάθε εταιρεία θέλει να επιτύχει το υψηλότερο δυνατό κέρδος. Αν και οι δύο επιχειρήσεις επιλέγουν υψηλή τότε το καθένα κερδίζει ένα κέρδος των \$ 1000. Αν μία επιχείρηση επιλέγει High και το άλλο επιλέγει Low τότε η επιχείρηση επιλέγοντας High δεν αποκτά πελάτες και να κάνει μια απώλεια \$ 200, ενώ η επιχείρηση επιλέγοντας Low κερδίζει ένα κέρδος των \$ 1200 (μονάδα κέρδους του είναι χαμηλή, αλλά ο όγκος του είναι υψηλή). Αν και οι δύο επιχειρήσεις επιλέγουν χαμηλό τότε κάθε κερδίζει ένα κέρδος των \$ 600. Κάθε εταιρεία νοιάζεται μόνο για τα κέρδη της, ώστε να μπορεί να αντιπροσωπεύει τις προτιμήσεις της από το κέρδος που αποκτά.

## Μεταπτυχιακή Διατριβή

	<i>High</i>	<i>Low</i>
<i>High</i>	1000, 1000	-200, 1200
<i>Low</i>	1200, -200	600, 600

A simple model of a price-setting duopoly

Τα κίνητρα στο δυοπώλιο δεν είναι απαραίτητως ίδια με το δίλημμα του φυλακισμένου. Διαφορετικές υποθέσεις, σχετικά με τα σχετικά μεγέθη των κερδών στις τέσσερις περιπτώσεις, δημιουργούν ένα διαφορετικό παιχνίδι. Ότι κάθε επιχείρηση έχει μόνο δύο τιμές για να επιλέξουν μεταξύ, μπορεί να μην είναι ακίνδυνο. Αν οι επιχειρήσεις μπορούν να επιλέξουν ανάμεσα σε πολλές τιμές, τότε η δομή της αλληλεπίδρασης μπορεί να αλλάξει.

## VI. BATTLE OF THE SEXES

Η μάχη των δύο φίλων αποτελεί ένα κλασικό μοντέλο παιχνιδιού όπου οι δύο παίχτες δεν έχουν κυρίαρχη στρατηγική. Το μοντέλο έχει ως εξής. Οι δύο παίχτες, μια γυναίκα και ένας άντρας θέλουν να κανονίσουν την έξοδό τους έχοντας ως επιλογές εξόδου έναν ποδοσφαιρικό αγώνα και μια παράσταση όπερας. Ο παίχτης 1 (γυναίκα) επιλέγει την όπερα ενώ ο παίχτης 2 (άντρας) θέλει να επιλέξει τον αγώνα, παρόλο που και οι δύο παίχτες επιθυμούν να είναι μαζί τη βραδιά της εξόδου τους.

		<b>Player B</b>	
		<b>Opera</b>	<b>Football</b>
<b>Player A</b>	<b>Opera</b>	<b>1,3</b>	<b>0,0</b>
	<b>Football</b>	<b>0,0</b>	<b>3,1</b>

Πίνακας 4 Battle of the sexes

Το παιχνίδι δεν παρουσιάζει κυρίαρχη στρατηγική για κάποιον παίχτη. Πρόκειται για συνεργατικό και όχι ανταγωνιστικό παιχνίδι. Οι στρατηγικές έχουν ως αποτέλεσμα το κοινό όφελος των παιχτών. Ωστόσο σε καθαρές στρατηγικές το παιχνίδι έχει δύο σημεία ισορροπίας κατά Nash, (1,3) και (,1) είναι κατά Nash ισορροπίες.

VII. MATCHING PENNIES

Σε αυτό το μοντέλο συναντάμε δύο παίκτες. Που διαλέγουν ταυτόχρονα κορώνα ή γράμματα από ένα κέρμα που έχει ο καθένας. Αν τα δύο νομίσματα ταιριάζουν σε κορώνα ή γράμματα, ο παίχτης 1 κερδίζει ένα ευρώ από τον παίχτη Β. Αν συμβεί το αντίθετο τότε κερδίζει ο παίχτης 2.

		Player B	
		Head	Tail
Player A	Head	1,-1	-1,1
	Tail	-1,1	1,-1

Πίνακας 5 Matching Pennies

Το συγκεκριμένο μοντέλο αποτελεί παίγνιο μηδενικού αθροίσματος αφού το κέρδος του κάθε παίχτη προϋποθέτει τη ζημία του άλλου. Δεν υπάρχει ισορροπία σε αμιγείς στρατηγικές. Ο παίχτης 1 θα προτιμήσει να παίξει κορώνα αν ο παίχτης 2 παίξει και εκείνος κορώνα, ενώ θα προτιμήσει να παίξει γράμματα αν και ο παίχτης 2 παίξει γράμματα. Μόνο σε μεικτές στρατηγικές έχουμε μοναδική ισορροπία Nash. Ο κάθε παίχτης λόγω των δύο στρατηγικών του δημιουργεί συνθήκες τυχαιότητας, δίνοντας ίση πιθανότητα και στις δύο στρατηγικές χωρίς να υπάρχει κάποιο κίνητρο να δοκιμάσει κάποια άλλη στρατηγική.

Ο κάθε παίχτης λοιπόν προσπαθεί να μαντέψει την πιθανή στρατηγική που θα ακολουθήσει ο αντίπαλος του. Δεν υπάρχει ισορροπία κατά Nash αφού η λύση του παιγνίου στηρίζεται στην αβεβαιότητα σχετικά με το τι θα πράξουν οι παίκτες.



## ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΙΙΙ

## ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΤΙΚΗ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ NASH

## Ι. ΠΡΩΤΟ ΜΟΝΤΕΛΟ- ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ NASH ΚΑΘΑΡΗΣ ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΗΣ

Τα στατικά παιχνίδια, παρουσιάζουν δύο μορφές ισορροπίας: καθαρή και μικτή στρατηγική. Μια ισορροπία Nash ορίζεται σε καθαρές στρατηγικές αν περιλαμβάνει μόνο μία στρατηγική για κάθε παίκτη. Για παράδειγμα, στο παιχνίδι δίλημμα του φυλακισμένου ο κάθε παίκτης παίζει μια στρατηγική. Παρά το γεγονός ότι μόνο μία στρατηγική έχει καθοριστεί, μπορεί να υπάρχουν μηδέν, μια ή πολλές καθαρές στρατηγικές ισορροπίας για ένα συγκεκριμένο παιχνίδι. Εάν για παράδειγμα, το δίλημμα του φυλακισμένου τροποποιηθεί έτσι ώστε η συνεργασία να ήταν πιο ελκυστική για τους δύο παίκτες, ώστε δηλαδή να μπορεί να υπάρξει συνεργασία, τότε υπάρχουν δύο καθαρές στρατηγικές ισορροπίας Nash: και οι δύο συνεργάζονται και οι δύο παραδίνονται. Αυτό το τροποποιημένο παιχνίδι φαίνεται στο παρακάτω πίνακα:

		suspect 2	
		Cooperate	Defect
suspect 1	Cooperate	5,5	0,4
	Defect	4,0	1,1

Πίνακας 1. Modified Prisoner's Dilemma

Μια ισορροπία Nash ορίζεται σε μικτές στρατηγικές, εάν δίνεται από ένα σύνολο πιθανοτήτων για κάθε καθαρή στρατηγική για κάθε παίκτη. Έτσι, στο μοντέλο του διλήμματος του φυλακισμένου η μικτή στρατηγική ισορροπία Nash θα προσδιορίζει την πιθανότητα κάθε παίκτης συνεργάζεται και την πιθανότητα παραδίδεται. Αν ένα παιχνίδι δεν έχει καμία ή πολλαπλές καθαρές στρατηγικές ισορροπία, τότε πρέπει να έχει μια μοναδική μικτή στρατηγική ισορροπία.

Για Δυναμικά παιχνίδια η έννοια ισορροπία Nash πρέπει επίσης να επεκταθεί. Σε ένα δυναμικό παιχνίδι μια ισορροπία Nash μπορεί να περιλαμβάνει στρατηγικές (που ονομάζεται δράσεις σε δυναμικές παιχνίδια) για μια πιθανή κατάσταση που δεν είναι στην πραγματικότητα αποτελεσματική, αν η κατάσταση ήταν να προκύψει. Η ισορροπία σε ένα υποπαιχνίδι είναι τέλεια, αν οι στρατηγικές που καθορίζονται αντιπροσωπεύουν μια ισορροπία του Nash για κάθε πιθανή κατάσταση που μπορεί να προκύψει.

Το πρώτο βήμα στον προγραμματισμό του μοντέλου είναι να η διάσπαση των μητρών σε υπομήτρες που θα εκπροσωπούν τις αποδόσεις κάθε παίχτη. Για τον παίχτη 1 έχουμε την μήτρα P1 και για τον παίχτη 2 την μήτρα P2. Πέραν από της μήτρες, απαραίτητη είναι και η χρήση ενός απομονωμένου διανύσματος αποδόσεων-πληρωμών (isolated payoff vector, IPV) για κάθε στρατηγική και κάθε παίχτη. Κάθε IPV παίρνει τη στρατηγική του άλλου παίκτη, όπως αναφέρεται και στη συνέχεια επιστρέφει τις αποδόσεις που αντιστοιχούν σε καθεμία από τις δικές τους στρατηγικές.

Τα καλύτερα αποτελέσματα βρέθηκαν με τον εντοπισμό και καθορισμό τως μεγαλύτερων αποδόσεων σε κάθε IPV. Για να γίνει αυτό χρησιμοποιήθηκε η λειτουργία max. Μια ιδιαιτερότητα για αυτό το πρόγραμμα είναι ότι οι παίκτες δεν μπορούν να είναι αδιάφοροι μεταξύ δύο πιθανών στρατηγικών, όταν έχει δοθεί η επιλογή της στρατηγικής του άλλου παίκτη. Αυτό είναι ένα αποτέλεσμα της συνάρτησης max, δεδομένου ότι δεν μπορεί να διακρίνει ανάμεσα σε δύο ίσες αποδόσεις.

Το τελικό βήμα για την επίλυση αυτού του προβλήματος περιλαμβάνει την εύρεση της Ισορροπίας Nash και αποτελεί το πιο σύνθετο βήμα του μοντέλου από την άποψη λογικής και κώδικα. Μια στρατηγική είναι κυρίαρχη, αν παίζεται πάντα, ανεξάρτητα από την επιλογή του άλλου παίκτη της στρατηγικής. Για παράδειγμα, στο παιχνίδι δίλημμα του φυλακισμένου η επιλογή της ομολογίας είναι μια κυρίαρχη στρατηγική. Σε παιχνίδια με δύο παίχτες, αν τουλάχιστον ένας από τους παίκτες έχει μια κυρίαρχη στρατηγική, τότε η λύση ισορροπίας γίνεται πολύ απλή. Οι παίκτες με μια κυρίαρχη στρατηγική παίζουν τη στρατηγική αυτή και ο άλλος παίκτης παίζει την καλύτερη στρατηγική απάντησης στην εν λόγω στρατηγική. Εάν δεν υπάρχουν δεσπόζουσες στρατηγικές τότε το αποτέλεσμα γίνεται πιο πολύπλοκο.

Για περισσότερη ευκολία θα οριστούν μερικοί όροι:

- Η καλύτερη απάντηση: η καλύτερη μεμονωμένη απάντηση ενός παίχτη είναι ο άλλος να ακολουθήσει την πρώτη στρατηγική ( στο δίλημμα του φυλακισμένου αυτό θα σήμαινε ότι ο άλλος παίκτης συνεργάζεται)
- Δεύτερη καλύτερη απάντηση: η καλύτερη μεμονωμένη απάντηση ενός παίχτη είναι ο άλλος να ακολουθήσει τη δεύτερη στρατηγική τους (στο δίλημμα του φυλακισμένου αυτό θα σήμαινε ότι ο άλλος παίκτης ομολογεί)
- Πρώτη καλύτερη ανταπόκριση είναι: η καλύτερη απάντηση του παίχτη είναι να παίζει την πρώτη στρατηγική (στο δίλημμα του φυλακισμένου αυτό σημαίνει ότι θα συνεργαστούν)
- Δεύτερη καλύτερη ανταπόκριση είναι: η καλύτερη αντίδραση του παίχτη είναι να παίζει τη δεύτερη στρατηγική (στο δίλημμα του φυλακισμένου Αυτό σημαίνει ότι θα ομολογήσουν)
- NE = {1,2}: η ισορροπία Nash είναι για ένα παίκτη να παίζει την πρώτη στρατηγική και ο παίκτης δύο να παίζει τη δεύτερη.

Όσον αφορά τον κώδικα που χρησιμοποιήθηκε για το μοντέλο, ήταν αρκετά βασικό. Το πιο περίπλοκο μέρος του προγραμματισμού είχε να κάνει με την ένθετες

## Μεταπτυχιακή Διατριβή

εντολές if, όπου και χρησιμοποιείται σε μεγάλο βαθμό στο τελικό στάδιο ώστε να βρει την ισορροπία της Nash. Ουσιαστικά, η δήλωση if επιτρέπει τον έλεγχο κάποιων λογικών προϋποθέσεων, επέτρεψε τον έλεγχο σε διαδοχικά διάφορες συνθήκες που πραγματοποιήθηκε, το οποίο ήταν ένα εξαιρετικά σημαντικό βήμα με την επαναληπτική λογική της επίλυσης αυτού του προβλήματος.

### i) ΚΩΔΙΚΑΣ

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%  
%Step 1: Initiate two payoff matrices.  
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%  
P1=[3 0;  
4 1];  
P2=[3 4;  
0 1];  
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%  
%Step 2: Create an isolated payoff vector (IPV) for each player and each  
strategy.  
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%  
%Player 1  
C1=P1(:,1);  
D1=P1(:,2);  
%Player 2  
C2=P2(1,:);  
D2=P2(2,:);  
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%  
%Step 3: Find the best response functions for each player  
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%  
%Player 1  
[br11 bri11]=max(C1);  
[br12 bri12]=max(D1);  
%Player 2  
[br21 bri21]=max(C2);  
[br22 bri22]=max(D2);  
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%  
%Step 4: Find the Nash Equilibrium(s)  
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%  
if (bri11==bri12) %P1 has a strictly dominant strategy  
if (bri21==bri22) %P2 has a strictly dominant strategy  
nash=[bri11 bri21];  
elseif (bri21~=bri22) %P2 does NOT have a strictly dominant strategy  
if (bri11==1)  
nash=[bri11 bri21];  
elseif (bri11==2)  
nash=[bri11 bri22];  
end;
```

## Μεταπτυχιακή Διατριβή

```
end;
elseif (bri11~=bri12) %P1 does NOT have a strictly dominant strategy
if (bri21==bri22) %P2 has a strictly dominant strategy
if (bri21==1)
nash=[bri11 bri21];
elseif (bri21==2)
nash=[bri12 bri21];
end;
elseif (bri21~=bri22) %P2 does NOT have a strictly dominant strategy (no
dominant strategies)
if (bri11==bri21)
if (bri11==1)
nash1=[bri11 bri21];
elseif (bri11==2)
if (bri12==1)
nash1=[bri12 bri21];
elseif (bri12==2)
nash1=[0 0];
end;
end;
elseif (bri11~=bri21)
nash1=[0 0];
end;
if (bri12==bri22)
if (bri12==2)
nash2=[bri12 bri22];
elseif (bri12==1)
if (bri11==2)
nash2=[bri11 bri22];
elseif (bri11==1)
nash2=[0 0];
end;
end;
elseif (bri12~=bri22)
nash2=[0 0];
end;
if (nash1==nash2)
nash=nash1;
elseif (nash1~=nash2)
nash=[nash1;
nash2];;
end;
end;
end;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%Step 5: Display the Nash Equilibrium output.
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
Nash
```

## Μεταπτυχιακή Διατριβή

### ii) ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

Πρώτο παιχνίδι: το δίλημμα του φυλακισμένου.

Η μήτρα του παιχνιδιού που σχετίζεται με το πρόβλημα παρουσιάζεται στο σχήμα 3.1. Όπως περιγράφεται παραπάνω, η ισορροπία Nash για αυτό το παιχνίδι είναι  $NE = \{2,2\}$ . Η έξοδος δίνεται σε μια μήτρα, όπου η πρώτη γραμμή περιέχει την πρώτη ισορροπία Nash και η δεύτερη γραμμή περιέχει τη δεύτερη ισορροπία Nash (αν υπάρχει). Η πρώτη στήλη περιέχει τη στρατηγική του παίκτη 1 και η δεύτερη στήλη περιέχει τη στρατηγική του παίκτη 2. Αν δεν υπάρχει ισορροπία Nash τότε η έξοδος θα πρέπει να δοθεί από ένα μηδενικό διάνυσμα. Τα αποτελέσματα αυτού του παιχνιδιού φαίνονται στο Σχήμα 3.2.

		Player2	
		Cooperate	Defect
Player 1	Cooperate	3,3	0,4
	Defect	4,0	1,1

Σχήμα 3.1 Prisoner's Dilemma

PD output
Nash = 2 2

Σχήμα 3.2

Δεύτερο παιχνίδι: Chicken Game

Αυτό το παιχνίδι έχει δύο ισορροπίες Nash:  $NE = \{1,2\}$  και  $NE = \{2,1\}$ . Η μήτρα του παιχνιδιού φαίνεται στο Σχήμα 3.3 και η ισορροπία επισημαίνεται με κίτρινο. Τα αποτελέσματα αυτού του παιχνιδιού φαίνονται στο σχήμα 3.4

		<b>Player2</b>	
		Swerve	Straight
<b>Player 1</b>	Swerve	<b>0,0</b>	<b>-1,-1</b>
	Straight	<b>1,-1</b>	<b>-10,-10</b>

Σχήμα 3.3

<b>Chicken output</b>
Nash =
1 2
2 1

Σχήμα 3.4

Τέλος: Battle of Sexes

Και πάλι, αυτό το παιχνίδι έχει δύο ισορροπίες Nash εξαίρεση αυτή τη φορά η ισορροπία είναι συνεταιρισμός:  $NE = \{1,1\}$  και  $NE = \{2,2\}$ . Η μήτρα του παιχνιδιού παρουσιάζεται στο Σχήμα 3.5 και τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στο Σχήμα 3.6.

		<b>Player2</b>	
		Opera	Football
<b>Player 1</b>	Opera	<b>3,2</b>	<b>0,0</b>
	Football	<b>0,0</b>	<b>2,3</b>

Σχήμα 3.5

<b>BOTS output</b>
Nash =
1 1
2 2

Σχήμα 3.6

## II. ΔΕΥΤΕΡΟ ΜΟΝΤΕΛΟ – ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ NASH ΜΙΚΤΗΣ ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΗΣ

Αυτό το μοντέλο είναι μια εκτεταμένη μορφή του πρώτου μοντέλου. Κάθε παιχνίδι με πολλές ή καθόλου καθαρές στρατηγικές ισορροπίες, θα έχει μια ισορροπία Nash σε μικτές στρατηγικές. Δεδομένου ότι το πρώτο βήμα για την επίλυση μιας μικτής ισορροπίας είναι να καθοριστεί εάν υπάρχουν πολλαπλές ή καθόλου καθαρές στρατηγικές, το μοντέλο αυτό περιλαμβάνει τον κώδικα από το πρώτο μοντέλο.

Μόλις η καθαρή στρατηγική ισορροπία Nash γίνει γνωστή, το πρώτο βήμα στην κωδικοποίηση αυτού του μοντέλου είναι να καθορίσει εάν η ισορροπία είναι μοναδική (και μη μηδενική). Για να γίνει αυτό έπρεπε να δημιουργηθούν αρκετές προσωρινές μεταβλητές αποθήκευσης. Η πρώτη από αυτές τις μεταβλητές αποθήκευσης, `tempnash`, χρησιμοποιείται για να προσδιοριστεί η περίπτωση του να μην υπάρχει ισορροπία Nash. Οι μεταβλητές `nashsizecalc`, `sizenash` και `tempsizenash` χρησιμοποιείται για τον προσδιορισμό του μεγέθους της μήτρας. Αν `tempsizenash` είναι ίσο με το 1 τότε υπάρχει μόνο μία καθαρή στρατηγικής ισορροπία Nash. Αν είναι ίσο με 2 τότε υπάρχουν δύο καθαρές ισορροπίες. Τέλος, το υπόλοιπο του κώδικα βρίσκεται σε `if`. Η δήλωση αυτή ελέγχει αν δεν υπάρχει καθαρή ισορροπία (`tempnash = 0`) ή αν υπάρχουν πολλαπλές καθαρές ισορροπίες (`tempsizenash = 2`) και αξιολογεί το υπόλοιπο του κώδικα, εάν η προϋπόθεση αυτή πληρείται.

Το δεύτερο βήμα είναι να δημιουργηθούν μεταβλητές που να κρατούν τα οφέλη για κάθε άτομο για κάθε δυνατό συνδυασμό στρατηγικών. Δεδομένου ότι και οι δύο παίκτες έχουν δύο στρατηγικές, υπάρχουν τέσσερις πιθανές εκβάσεις που απαιτούνται για κάθε παίκτη. Από τεχνικής απόψεως αυτό το βήμα είναι περιττό. Ωστόσο, καθιστά την κωδικοποίηση σαφέστερη και πιο κατανοητή.

Σκοπός του τελικού βήματος είναι να δημιουργήσει και να λύσει τις αναμενόμενες λειτουργίες χρησιμότητας για τους δύο παίκτες. Η επίλυση αυτών των λειτουργιών θα δώσει στην ισορροπία τιμές πιθανότητας για κάθε στρατηγική για κάθε παίκτη. Κάθε αναμενόμενη συνάρτηση χρησιμότητας εξισώνει τις απολαβές για ένα συγκεκριμένο παίκτη και για τις δύο επιλογές των στρατηγικών.

Το σχήμα 4.1 δίνει μια γενική αναπαράσταση του πώς γίνεται αυτό. Ο παίκτης 1 επιλέγει μια στρατηγική με πιθανότητα  $\rho_1$  και επιλέγει τη στρατηγική 2 με ένα μείον στην πιθανότητα. Ο παίκτης 2 επιλέγει μια στρατηγική με πιθανότητα  $\rho_2$  και επιλέγει τη στρατηγική 2 με ένα μείον στην πιθανότητα. Υποθέτοντας ότι ο παίκτης επιλέγει τη στρατηγική 1, η απόδοση του, θα είναι στην πρώτη γραμμή της τελευταίας στήλης. Υποθέτοντας ότι επιλέγει τη στρατηγική 2, η απόδοση του δίνεται στη δεύτερη σειρά της τελευταίας στήλης. Εξισώνοντας τις δύο αυτές εξισώσεις έχουμε τη συνάρτηση χρησιμότητας παίκτη του. Το ίδιο γίνεται για τον παίκτη 2, αναμενόμενες αποδόσεις δίνονται στην τελευταία γραμμή του πίνακα.

			Player2		EU1
			Rho2	2-Rho2	
			S1	S2	
Player 1	Rho1	S1	SS111, SS211	SS112, SS212	SS111*Rho2 +SS112*(1-Rho2)
	1-Rho1	S2	SS121, SS221	SS122, SS222	SS121*Rho2 +SS122*(1-Rho2)
EU2			SS211*Rho1 + SS221*(1-Rho1)	SS212*Rho1 + SS222*(1-Rho1)	

Σχήμα 4.1 Expected Utility Matrix

Η κατάσταση κάθε παίκτη έχει μόνο μία άγνωστη μεταβλητή, η πιθανότητα ότι ο παίκτης θα επιλέξει την πρώτη στρατηγική (Rho1 για τον παίκτη 1 και Rho2 για τον παίκτη 2), μπορεί να λυθεί. Μόλις η πιθανότητα αυτή είναι γνωστή, αφαιρώντας την τιμή από το ένα δίνει την πιθανότητα για την δεύτερη στρατηγική. Όταν είναι γνωστές οι τιμές αυτές το μόνο που απομένει είναι να εκτυπώσει την μικτή στρατηγική ισορροπία Nash. Αυτό γίνεται σε μήτρα δύο επί δύο, όπου η πρώτη γραμμή περιέχει στρατηγική αναπαραγωγής του παίκτη 1 και η δεύτερη σειρά περιέχει του παίκτη 2. Η πρώτη στήλη περιέχει την πιθανότητα να παίξει την πρώτη στρατηγική και η δεύτερη στήλη περιέχει την πιθανότητα να παίξει τη δεύτερη στρατηγική.

i)ΚΩΔΙΚΑΣ

```

%%Step 1: Solves for the Mixed Strategy Nash Equilibrium in the case of
%%multiple or non-existent Nash equilibria
tempnash=nash(1,1); %Creates a temp storage scalar (=0 if no pure NE)
nashsizecalc=nash(:,1); %Creates a temp col vector of the nash matrix
sizenash=size(nashsizecalc); %Returns the size of the nash matrix as a vector
tempsizenash=sizenash(:,1); %Returns a scalar of the size of the nash matrix
(1 or 2)
if ((tempnash==0) || (tempsizenash==2))
NonUniqueSolutionWarning="There is no unique pure strategy Nash
Equilibrium. However, there is a mixed strategy Nash Equilibrium, which is
given in the matrix MSNE. The first row of MSNE contains player one's mixed
strategy and the second row contains player two's mixed strategy. The first
column shows the probability of playing strategy 1 and the second column
shows the probability of playing strategy 2.";
NonUniqueSolutionWarning
%%Step 2: Create players' strategy scalars

```



## Μεταπτυχιακή Διατριβή

```

%Player 1
SS111=P1(1,1);
SS112=P1(1,2);
SS121=P1(2,1);
SS122=P1(2,2);
%Player 2
SS211=P2(1,1);
SS212=P2(1,2);
SS221=P2(2,1);
SS222=P2(2,2);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%Step 3: Create expected utility functions and solve for players' mixed
%strategies
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%Player 1's mixed strategy
q=solve('(rho2*SS111 + (1-rho2)*SS112)-(rho2*SS121 + (1-rho2)*SS122)=0');
rho2=eval(q);
altrho2=1-rho2;
%Player 2's mixed strategy
p=solve('(rho1*SS211 + (1-rho1)*SS221)-(rho1*SS212 + (1-rho1)*SS222)=0');
rho1=eval(p);
altrho1=1-rho1;
MSNE=[rho1 altrho1;
rho2 altrho2];
MSNE
end;

```

### ii) ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

Πρώτο μοντέλο: στο Chicken game

Το μοντέλο αυτό έχει πολλαπλές καθαρές στρατηγικές ισορροπίας κατά Nash και έτσι πρέπει να έχουν μια μοναδική μικτή στρατηγική ισορροπία. Για να βεβαιωθούμε ότι το πρόγραμμα λειτουργεί λύνουμε αυτό το παιχνίδι για την MSNE με το χέρι. Η μήτρα χρησιμότητας για το πρόβλημα αυτό δίνεται στο σχήμα 4.2

			Player2		EU1
			Rho2	2-Rho2	
			Swerve	Straight	
Player 1	Rho1	Swerve	0,0	-1,1	$0 \cdot \text{Rho2} - 1 \cdot (1 - \text{Rho2})$
	1-Rho1	Straight	1,-1	-10,-10	$1 \cdot \text{Rho2} - 10 \cdot (1 - \text{Rho2})$
EU2			$0 \cdot \text{Rho1} - 1 \cdot (1 - \text{Rho1})$	$1 \cdot \text{Rho1} - 10 \cdot (1 - \text{Rho1})$	

Σχήμα 4.2: Chicken's Expected Utility Matrix

Λύνοντας ως προς τις αναμενόμενες συναρτήσεις χρησιμότητας έχουμε  $Rho_2 = 0.9$  και  $Rho_1 = 0.9$ . Αυτό αντιστοιχεί σε μια μικτή ισορροπία και των δύο παικτών που επιλέγουν Swerve με 0.9 πιθανότητα και Straight με .1 πιθανότητα ( $MSNE = \{(0.9, 0.1), (0.9, 0.1)\}$ ). Λύνοντας αυτό το παιχνίδι με το πρόγραμμα επιστρέφει τα ίδια αποτελέσματα. Η έξοδος για το πρόβλημα αυτό δίνεται στο σχήμα 4.3.

Σχήμα 4.3

Chicken Mixed Strategy Output	
<b>Nash =</b>	
1	2
2	1
<p>Δεν υπάρχει μοναδική καθαρή στρατηγική ισορροπία Nash. Ωστόσο, υπάρχει μια μικτή στρατηγική Ισορροπία Nash, η οποία δίνεται στην MSNE μήτρας (mixed strategy Nash Equilibrium,). Η πρώτη γραμμή του MSNE δίνει τη μικτή στρατηγική του Player 1 και η δεύτερη σειρά για τον player 2. Η πρώτη στήλη δίνει την πιθανότητα να παίζει στρατηγική 1 και η δεύτερη στήλη την πιθανότητα στρατηγικής 2.</p>	
<b>MSNE =</b>	
0.9000	0.1000
0.9000	0.1000

#### Δεύτερο μοντέλο: Battle of the Sexes game

Τα αποτελέσματα για αυτό το παιχνίδι φαίνονται στο σχήμα 4.4. Σε αντίθεση με το chicken game, το BOTS δεν έχει συμμετρική ισορροπία. Η μικτή στρατηγική ισορροπίας Nash για αυτό το παιχνίδι είναι για τον παίκτη 1 να επιλέξει όπερα με 0.6 πιθανότητα και το ποδόσφαιρο με 0.4 πιθανότητα και ο παίκτης 2 να επιλέξει όπερα με 0.4 πιθανότητα και το ποδόσφαιρο με 0.6 πιθανότητα.

Σχήμα 4.4

<b>BOTS Mixed Strategy Output</b>	
<b>Nash =</b>	
1	1
2	2
<p>Δεν υπάρχει μοναδική καθαρή στρατηγική ισορροπία Nash. Ωστόσο, υπάρχει μια μικτή στρατηγική Ισορροπία Nash, η οποία δίνεται στην MSNE μήτρας (mixed strategy Nash Equilibrium,). Η πρώτη γραμμή του MSNE δίνει τη μικτή στρατηγική του Player 1 και η δεύτερη σειρά για τον player 2. Η πρώτη στήλη δίνει την πιθανότητα να παίζει στρατηγική 1 και η δεύτερη στήλη την πιθανότητα της στρατηγικής 2.</p>	
<b>MSNE =</b>	
0.6000	0.4000
0.4000	0.6000

Τρίτο μοντέλο: Matching Pennies

Η μήτρα για αυτό το παιχνίδι παρουσιάζεται στο σχήμα 4.5. Χρησιμοποιήθηκε το παιχνίδι αυτό, δεδομένου ότι δεν έχει ισορροπία Nash. Λύνοντας αυτό το παιχνίδι με το χέρι δίνει το μικτό MSNE ισορροπίας =  $\{(0,5, 0,5), (0,5, 0,5)\}$ .

		<b>Player2</b>	
		<b>Heads</b>	<b>Tails</b>
<b>Player 1</b>	<b>Heads</b>	1,-1	-1,1
	<b>Tails</b>	-1,1	1,-1

Σχήμα 4.5 Matching Pennies

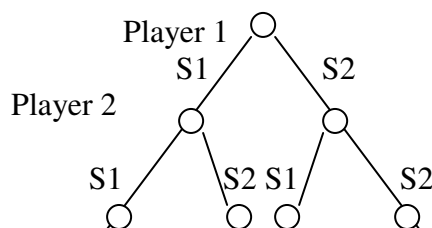
Λύνοντας αυτό το παιχνίδι με το πρόγραμμα επιστρέφει επίσης την ίδια απάντηση. Η έξοδος για αυτό το παιχνίδι παρουσιάζεται στο σχήμα 4.6.

Matching Pennies Output
<b>Nash =</b>
0 0
<p>Δεν υπάρχει μοναδική καθαρή στρατηγική ισορροπία Nash. Ωστόσο, υπάρχει μια μικτή στρατηγική Ισορροπία Nash, η οποία δίνεται στην MSNE μήτρας (mixed strategy Nash Equilibrium.). Η πρώτη γραμμή του MSNE δίνει τη μικτή στρατηγική του Player 1 και η δεύτερη σειρά για τον player 2. Η πρώτη στήλη δίνει την πιθανότητα να παίζει στρατηγική 1 και η δεύτερη στήλη την πιθανότητα της στρατηγικής 2.</p>
<b>MSNE =</b>
0.5000 0.5000
0.5000 0.5000

### III. ΤΡΙΤΟ ΜΟΝΤΕΛΟ – ΤΕΛΕΙΑ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ NASH, ΔΥΟ ΣΥΝΕΧΟΜΕΝΑ ΥΠΟΠΑΙΓΝΙΑ

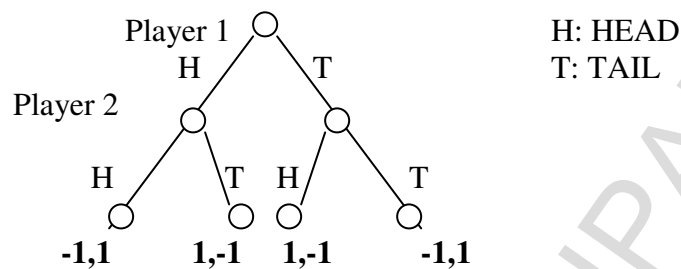
Σε αυτό το μοντέλο έχουμε ένα παιχνίδι παικτών, των δύο διαδοχικών στρατηγικών παιχνιδιών. Όπως τα δυναμικά παιχνίδια έχουν ένα στοιχείο του χρόνου τους, η τυπική μήτρα δεν είναι κατάλληλη για την παρουσίαση αυτών των προβλημάτων. Αντί αυτού, αυτά τα παιχνίδια παρουσιάζονται σε δέντρα παιχνιδιού, τα οποία επιτρέπουν τη διαδοχική φύση αυτών των παιχνιδιών.

Ένα παράδειγμα ενός δέντρου παιχνιδιού παρουσιάζεται στο σχήμα 5.1. Αυτό το δέντρο είναι καταναμημένο σε κόμβους και τις ακμές που συνδέουν τους κόμβους. Ένας κόμβος αντιπροσωπεύει έναν παίκτη και ένα άκρο αντιπροσωπεύει ενδεχόμενη δράση ενός παίκτη. Για παράδειγμα, σε αυτό το δέντρο στο πρώτο παίκτη κόμβο πρέπει κανείς να επιλέξει μεταξύ του να κάνει S1 δράση και δράση S2. Μόλις ολοκληρωθεί αυτή η επιλογή ο παίκτης 2 πρέπει να κάνει την επιλογή του δράσης. Το παιχνίδι τελειώνει μετά από επιλογή του παίκτη 2 και το αποτέλεσμα προσδιορίζεται ακολουθώντας τις ακμές από το πρώτο στο τελευταίο κόμβο. Δεδομένου ότι αυτό το παιχνίδι έχει δύο κόμβους παίκτης είναι ένα two-sequence game.



Σχήμα 5.1 Game tree

Αυτό το παιχνίδι είναι παρόμοιο με το παιχνίδι Matching Pennies. Μπορεί επομένως να λυθεί στο προηγούμενο μοντέλο εκτός από το ότι ο πρώτος παίκτης παίζει πρώτος και ο δεύτερος παίκτης αποκρίνεται στην επιλογή ενός παίκτη. Το Game Tree για αυτό το παιχνίδι παρουσιάζεται στο σχήμα 5.2.



Σχήμα 5.2 Sequential Matching Pennies Tree

Πριν περιγραφεί η μέθοδος για την κωδικοποίηση αυτού του προβλήματος θα πρέπει πρώτα να περιγραφεί κάποια προκαταρκτική λογική. Ο πίνακας παραθέτει όλους τους πιθανούς συνδυασμούς των στρατηγικών και των συναφών αποτελεσμάτων τους. Από αυτό το πλέγμα η ισορροπία Nash μπορεί να προσδιοριστεί. Ωστόσο, αυτές οι ισορροπίες Nash δεν είναι πάντα subgame τέλειες και έτσι ο συμβολισμός αυτός δεν λειτουργεί σε αυτό το μοντέλο. Η κανονική μορφή της αναπαράστασης διαδοχικού παιχνιδιού Matching Pennies παρουσιάζεται στο σχήμα 5.3.

		Player2			
		H,H	H,T	T,H	T,T
Player 1	H	-1,1	-1,1	1,-1	1,-1
	T	-1,-1	-1,1	1,-1	-1,1

Σχήμα 5.3 Sequential Matching Pennies Normal Form Matrix

Στο αποτέλεσμα της μήτρας εμφανίζονται οι επιδόσεις και τους δύο παίκτες σε κάθε συνδυασμό δράσεων-στρατηγικών. Δεδομένου ότι και οι δύο παίκτες έχουν δύο πιθανές ενέργειες, η μήτρα αυτή θα περιλαμβάνει τέσσερα αποτελέσματα. Το αποτέλεσμα που βασίζεται στη μήτρα για αυτό το παιχνίδι παρουσιάζεται στο σχήμα 5.4. Αυτή η μήτρα είναι παρόμοια με μήτρα στατικού παιχνιδιού, ωστόσο τα διαδοχικά παιχνίδια λύνονται με την αντίστροφη επαγωγή.

		Player2	
		H	T
Player 1	H	-1,1	1,-1
	T	1,-1	-1,1

Σχήμα 5.4 Outcome-Based Matrix

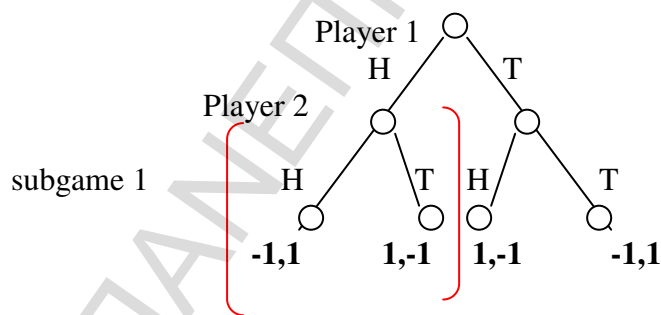
Μόλις το αποτέλεσμα της μήτρας γίνει γνωστό, η λογική επίλυση του προβλήματος είναι παρόμοια με αυτή που χρησιμοποιείται στα στατικά παιχνίδια. Το πρώτο βήμα στην επίλυση του προβλήματος αποτελεί η λίστα που βασίζεται στα αποτελέσματα των μητρών των δύο παιχτών. Όπως και στο στατικό παίγνιο η μήτρα του παίχτη 1 ονομάζεται P1 και του παίχτη 2, P2.

Στη συνέχεια το διαδοχικό παίγνιο χωρίζεται σε δύο υποπαίγνια. Κάθε ένα από αυτά τα υποπαίγνια λαμβάνουν τις πρώτες στρατηγικές κάθε παίχτη και συσχετίζουν τις αποδόσεις κάθε παίχτη σε μια μήτρα. Οι σειρές στην μήτρα αυτή αντιπροσωπεύουν τις στρατηγικές του παίχτη 2 και οι στήλες τις αποδόσεις του παίχτη 1. στο σχήμα 5.5 παρουσιάζεται ένα παράδειγμα από αυτά τα subgames.

Σε αυτό το subgame ο πρώτος παίκτης επιλέγει την στρατηγική H και τα αποτελέσματα για τα δύο παίκτες που εμφανίζονται, παρουσιάζουν τις δύο πιθανές επιλογές στρατηγικής και των δύο παιχτών. Στο σχήμα 5.6 παρουσιάζεται το δέντρο του παιγνίου και περικλείεται το πρώτο subgame σε κόκκινο παρένθεση.

		Player 1	Player 2
		H	T
Player 1	H	-1	1
	T	1	-1

Σχήμα 5.5 Subgame 1



Σχήμα 5.6 Subgame1

Σε κάθε υποπαίγνιο έχει δημιουργηθεί για τον παίχτη 2 ένας απομονωμένος φορέας αποδόσεις (isolated payoff vector SGIPV). Αυτός παρέχει ένα μηχανισμό αποθήκευσης για τον καθορισμό των βέλτιστων απαντήσεων του παίκτη 2. Ο παίκτης 2 θα έχει δύο SGIPVs. Η καλύτερη απάντηση του παίχτη 2 και τα αποτελέσματα και των δύο παικτών θα πρέπει να προσδιορίζονται σε κάθε subgame. Ο παίκτης 1 στη συνέχεια χρησιμοποιεί τις πληροφορίες ώστε να αποφασίσει ποια

στρατηγική πρέπει να παίξει. Τα αποτελέσματα του παίχτη 2 δίνονται από τις καλύτερες μεταβλητές της τιμής ανταπόκρισης. Τα αποτελέσματα και των δύο παικτών είναι αποθηκευμένα στον ίδιο τομέα, και θα υπάρχουν δύο αποτελέσματα για το πρόβλημα αυτό. Δεδομένου ότι η θεωρία παιγνίων είναι σύμβαση, ο παίχτης 1 είναι πρώτος και τον ακολουθεί ο παίχτης 2.

Τα αποτελέσματα αυτά σχηματίζουν μια μήτρα. Αυτή η μήτρα παίρνει τις καλύτερες ενέργειες και των δύο παικτών και δείχνει τις αποδόσεις για κάθε παίκτη. Οι σειρές περιλαμβάνουν τις επιλογές στρατηγικής του παίκτη 1 και οι στήλες περιέχουν τις επιδόσεις για τον παίκτη 1 και 2 αντίστοιχα.

Η καλύτερη στρατηγική έκβαση του παίκτη 1 καθορίζεται από την εύρεση της μέγιστης τιμής της πρώτης στήλης. Σε αυτό το πρόγραμμα εμφανίζεται και το ενδεχόμενο ο παίκτης 1 να είναι αδιάφορος μεταξύ των επιλογών δράσης του. Δηλαδή, το αποτέλεσμα για τον παίκτη 1 σε αμφότερες τις περιπτώσεις μπορεί να είναι ταυτόσημο. Η προσθήκη αυτή ήταν απαραίτητη για την επίλυση του SMP. Ωστόσο, τα τριπλό κατά σειρά (three-sequence model) μοντέλο δεν περιλαμβάνει αυτό το μειονέκτημα.

Το προτελευταίο βήμα είναι να καθορίσει τη σωστή τέλεια ισορροπία Nash (εξ) για το παιχνίδι. Η κατάλληλη SPNE εκφράζεται ως δύο επί δύο μήτρα. Η πρώτη στήλη περιέχει τη στρατηγική παίκτη 1 και η δεύτερη στήλη περιέχει τη στρατηγική του παίκτη 2. Ο παίκτης 2 έχει πάντα δύο δράσεις στο πλαίσιο της στρατηγικής του και ο παίκτης 1 έχει πάντα μια δράση. Παρά το γεγονός ότι, αν ο παίκτης 1 είναι αδιάφορος μεταξύ των δύο ενεργειών, θα έχει δύο πιθανές στρατηγικές. Σε αυτή την περίπτωση υπάρχουν δύο SPNE. Η στρατηγική παίχτη 2 μπορεί να διαβαστεί ως εξής: γραμμή 1, στήλη 2 αντιπροσωπεύει τη δράση του, αν ο παίκτης 1 παίζει την πρώτη στρατηγική και σειρά 2, στήλη 2 αντιπροσωπεύει τη δράση του, αν ο παίκτης 1 παίζει τη δεύτερη στρατηγική.

Το τελικό βήμα είναι να καθοριστεί το διάνυσμα στρατηγικής ισορροπίας. Αυτό το διάνυσμα αντιπροσωπεύει το τελικό αποτέλεσμα του παιχνιδιού. Η στρατηγική του παίχτη 1 δίδεται στην πρώτη στήλη και ο παίκτης 2 στην δεύτερη.

## i) ΚΩΔΙΚΑΣ

```
%Econ 353 Final Project - Nouri Najjar
%Game Theory Problem #3
%Subgame Perfect Nash Equilibrium: Two Player, Two Strategy
Sequential Game
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%Step 1: First state each player's outcome-based matrix.
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
P1=[2 3;
2 8];
P2=[6 1;
1 9];
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%Step 2: The next step involves breaking the sequential game into two
%subgames.
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%Given player 1 plays first strategy
SG1=[P1(1,:) ' P2(1,:)'];
%Given player 1 plays second strategy
SG2=[P1(2,:) ' P2(2,:)'];
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

## Μεταπτυχιακή Διατριβή

```
%Step 3: Next, player two's subgame isolated payoff vectors (SGIPV's)
are
%calculated.
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%Player two's IPV given player one plays strategy 1
SGIPV21=SG1(:,2);
%Player two's IPV given player one plays strategy 2
SGIPV22=SG2(:,2);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%Step 4: Player two's best action must now be determined given player
1's
%choice of strategy.
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%Player two's best action given player one plays strategy 1
[sgbr21 sgbri21]=max(SGIPV21);
%Player two's best action given player one plays strategy 2
[sgbr22 sgbri22]=max(SGIPV22);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%Step 5: The outcomes for both players must be determined for both
subgames.
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%Player one and two's outcomes given player one plays strategy 1
Outcome1=[P1(1,sgbri21) sgbr21];
%Player one and two's outcomes given player one plays strategy 2
Outcome2=[P1(2,sgbri22) sgbr22];
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%Step 6: With these outcome vectors an outcomes matrix is formed.
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
OM=[Outcome1;
Outcome2];
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%Step 7: Player one's best outcomes strategies are determined by
finding the
%maximum values in the first row of the outcome matrix.
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
if (OM(1,1)==OM(2,1))%Determines if player one's best outcomes are
unique
[br1 brilstor]=max(OM(:,1));
bril=[1 2];%Player one has two best responses if both return the same
value
elseif (OM(1,1)~=OM(2,1))
[br1 bril]=max(OM(:,1));%Otherwise player one has one best response
end;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%Determines the proper subgame perfect nash equilibrium for this
game.
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
[storesize1 storesize2]=size(bril);
if (storesize2==2)%There are multiple best strategies for player one
bril1=bril(1,1);
bril2=bril(1,2);
SPNE=[bril1 sgbri21;
bril2 sgbri22];
elseif (storesize2==1)%There is a unique best strategy for player one
SPNE=[bril sgbri21;
0 sgbri22];
end;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%The equilibrium strategy vector is now calculated.
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
if (storesize2==2)
```



## Μεταπτυχιακή Διατριβή

```
EquilStrats=SPNEStrats;  
elseif (storesize2==1)  
if (bril==1)  
EquilStrats=[bril sgbri21];  
elseif (bril==2)  
EquilStrats=[bril sgbri22];  
end;  
end;  
SPNE  
EquilStrats
```

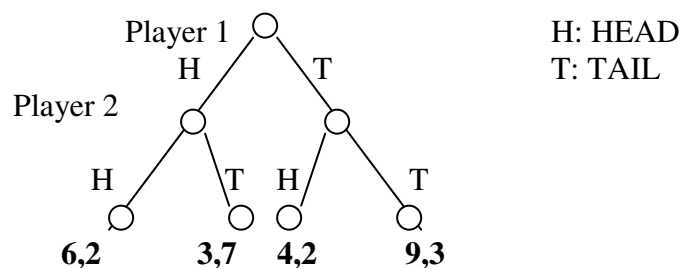
### ii) ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

Λύνοντας αυτό το παιχνίδι με αντίστροφη επαγωγή λαμβάνουμε δύο subgame με τέλεια ισορροπία: ο παίκτης 1 είναι αδιάφορος μεταξύ κορώνα και γράμματα και ο παίκτης 2 θα διαλέξει οτιδήποτε ο παίκτης 1 επιλέξει. Ως εκ τούτου, υπάρχουν δύο πιθανές εκβάσεις στο subgame τέλει ισορροπίας: κορώνα και κορώνα ή γράμματα και γράμματα. Τα αποτελέσματα της διαδοχικού παιχνιδιού Matching Pennies δείχνεται στο Σχήμα 5.7 και είναι ταυτόσημα με τις λύσεις της αντίστροφης επαγωγής.

Sequential Matching Pennies Output
SPNE = 1 1 2 2
EquilStrats = 1 1 2 2

Σχήμα 5.7

Για να δοκιμάσετε αυτό το μοντέλο περαιτέρω, τροποποιήθηκε το αρχικό διαδοχικό παίγνιο Matching Pennies, έτσι ώστε παίκτης 1 να μην είναι πια αδιάφορος μεταξύ των επιλογών στρατηγικής. Το δέντρο παιχνίδι για αυτό το παιχνίδι παρουσιάζεται στο σχήμα 5.8.



Σχήμα 5.8: Modified SMP Game Tree

Λύνοντας αυτό το παιχνίδι με αντίστροφη επαγωγή καταλήγουμε ότι ο παίκτης 2 επιλέγει πάντα γράμματα και με αυτήν γνώση ο παίκτης 1 επιλέγει γράμματα. Ως εκ τούτου, η SPNE είναι για τον παίκτη 1 να επιλέξει γράμματα και ο παίκτης 2 να επιλέξει γράμματα, ανεξάρτητα από την κίνηση του παίκτη 1. Αυτό είναι το αποτέλεσμα του προγράμματος, η έξοδος του οποίου παρουσιάζεται στο σχήμα 5.9. Το αποτέλεσμα ισορροπίας σε αυτό το παιχνίδι είναι και για τους δύο παίκτες να επιλέξουν γράμματα.

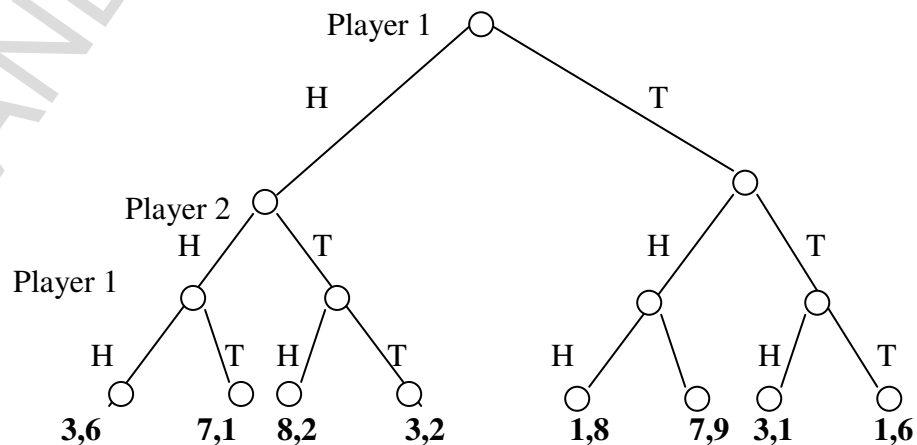
Sequential Game #2 Output	
SPNE =	2 2
	0 2
EquilStrats =	2 2

Σχήμα 5.9

#### IV. ΤΕΤΑΡΤΟ ΜΟΝΤΕΛΟ – ΤΕΛΕΙΑ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ NASH, ΤΡΙΑ ΣΥΝΕΧΟΜΕΝΑ ΥΠΟΠΑΙΓΝΙΑ

Με την προσθήκη ενός ακόμη επιπέδου στο μοντέλο διαδοχικών παιχνιδιών, το μοντέλο αυτό γίνεται πολύ πιο περίπλοκο. Με τη μορφή δέντρου το τριπλό αυτό παιχνίδι θα έχει ένα επιπλέον κόμβο και διπλάσιες πιθανές εκβάσεις. Το δέντρο παρουσιάζεται στο σχήμα 6.1.

Σχήμα 6.1



Η παρουσίαση ενός παιχνίου τριπλής ακολουθίας στην κανονική του μορφή είναι πολύ πιο περίπλοκη. Η κανονική μορφή για το three-sequence SMP game παρουσιάζεται στο σχήμα 6.2. Σύμφωνα με τη μήτρα υπάρχουν τέσσερις ισορροπίες, ωστόσο, η επίλυση αυτού του παιχνιδιού με την αντίστροφη επαγωγή έχει μόνο ένα μοναδικό subgame τέλειας ισορροπίας Nash. Αυτό αναδεικνύει ένα από τα προβλήματα με την κανονική μορφή αναπαράστασης και την ισορροπία Nash.

		Player 2			
		H,H	H,T	T,H	T,T
Player 1	H,H,H	3,6	3,6	8,2	<b>8,2</b>
	H,H,T	3,6	3,6	3,2	<b>3,2</b>
	H,T,H	7,1	7,1	8,2	<b>8,2</b>
	H,T,T	7,1	7,1	3,2	<b>3,2</b>
	T,H,H	1,8	3,1	1,8	<b>3,1</b>
	T,H,T	1,8	1,6	1,8	<b>1,6</b>
	T,T,H	7,9	3,1	7,9	<b>3,1</b>
	T,T,T	7,9	1,6	7,9	<b>1,6</b>

Σχήμα 6.2 Three-Sequence SMP Normal Form Representation

Όπως και στο τρίτο μοντέλο, ξεκινάει η επίλυση αυτού του προβλήματος, παρουσιάζοντας το παιχνίδι. Στην περίπτωση της τριπλής ακολουθίας, οι σειρές περιέχουν την πρώτη στρατηγική και των δύο παικτών και οι στήλες περιέχουν την τελική ενέργεια του παίχτη 1. Το αποτέλεσμα με βάση τον πίνακα περιέχει τις αποδόσεις για τους δύο παίκτες υπό οποιοδήποτε συνδυασμό ενεργειών. Το αποτέλεσμα της μήτρα για αυτό το παιχνίδι παρουσιάζεται στο σχήμα 6.3. Σε κάθε κελί απόδοσης, ο παίκτης 1 είναι πρώτος στη λίστα και ο παίκτης 2 είναι δεύτερος.

		Player 1	
		H	T
Player 1, Player 2	H,H	3,6	<b>3,2</b>
	H,T	8,2	<b>3,2</b>
	T,H	1,8	<b>7,9</b>
	T,T	<b>3,1</b>	<b>1,6</b>

Σχήμα 6.3

i) ΚΩΔΙΚΑΣ

```

%Econ 353 Final Project - Nouri Najjar
%Game Theory Problem #4
%Subgame Perfect Nash Equilibrium: Two Player, Three Sequence Game
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%Step 1: State each player's outcome-based matrix
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
P1=[3 7;
8 3;
1 7;
3 1];
P2=[6 1;
2 2;
8 9;
1 6];
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%Step 2: The next step involves breaking the sequential game into
subgames.
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%Given P1,P2 = {1,1}
SG11=[P1(1,:) P2(1,:)'];
%Given P1,P2 = {1,2}
SG12=[P1(2,:) P2(2,:)'];
%Given P1,P2 = {2,1}
SG13=[P1(3,:) P2(3,:)'];
%Given P1,P2 = {2,2}
SG14=[P1(4,:) P2(4,:)'];
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%Step 3: Next, player one's subgame isolated payoff vectors (SGIPV's)
are
%calculated.
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%Player one's IPV given P1,P2 = {1,1}
SGIPV11=SG11(:,1);
%Player one's IPV given P1,P2 = {1,2}
SGIPV12=SG12(:,1);
%Player one's IPV given P1,P2 = {2,1}
SGIPV13=SG13(:,1);
%Player one's IPV given P1,P2 = {2,2}
SGIPV14=SG14(:,1);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%Step 4: Player one's best action must now be determined, given
player 1 and
2's choice of initial actions.
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%Player two's best action given P1,P2 = {1,1}
[sgbr11 sgbri11]=max(SGIPV11);
%Player two's best action given P1,P2 = {1,2}
[sgbr12 sgbri12]=max(SGIPV12);
%Player two's best action given P1,P2 = {2,1}
[sgbr13 sgbri13]=max(SGIPV13);
%Player two's best action given P1,P2 = {2,2}
[sgbr14 sgbri14]=max(SGIPV14);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%Step 5: The outcomes for both players must be determined for all
subgames.
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%Player one and two's outcomes given P1,P2 = {1,1}

```

## Μεταπτυχιακή Διατριβή

```
Outcome11=[sgbr11 P2(1,sgbri11)];
%Player one and two's outcomes given P1,P2 = {1,2}
Outcome12=[sgbr12 P2(2,sgbri12)];
%Player one and two's outcomes given P1,P2 = {2,1}
Outcome13=[sgbr13 P2(3,sgbri13)];
%Player one and two's outcomes given P1,P2 = {2,2}
Outcome14=[sgbr14 P2(4,sgbri14)];
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%Step 6: With these outcome vectors the first outcome matrix is
formed.
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
OM1=[Outcome11;
Outcome12;
Outcome13;
Outcome14];
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%Step 7: Calculate the second set of subgames
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%Given P1 plays action 1
SG21=OM1(1:2,:);
%Given P1 plays action 2
SG22=OM1(3:4,:);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%Step 8: Next, player two's subgame isolated payoff vectors (SGIPV's)
are
%calculated.
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%Player two's IPV given P1 plays 1
SGIPV21=SG21(:,2);
%Player one's IPV given P1 plays 2
SGIPV22=SG22(:,2);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%Step 9: Player two's best action must now be determined, given
player 1's
%choice of initial action.
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%Player two's best action given P1 plays 1
[sgbr21 sgbri21]=max(SGIPV21);
%Player two's best action given P1 plays 2
[sgbr22 sgbri22]=max(SGIPV22);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%Step 10: Each player's outcome must be determined for each subgame
as was
done with
%the initial set of subgames.
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%Player one and two's outcomes given P1 plays 1
Outcome21=[SG21(sgbri21,1) sgbr21];
%Player one and two's outcomes given P1 plays 2
Outcome22=[SG22(sgbri22,1) sgbr22];
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%Step 11: The second outcome matrix is now created.
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
OM2=[Outcome21;
Outcome22];
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%Step 12: Player one's best initial action is determined by finding
the
%maximum values in the first row of the outcome matrix.
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
[br11 bri11]=max(OM2(:,1));
```

## Μεταπτυχιακή Διατριβή

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%Step 12: Given P1's best initial action is brill, can now determine
P2's
action.
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
for k=1:2;
if (brill==k)
bri21=eval(sprintf('sgbri2%d',k));
end;
end;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%Step 13: Given P1's best initial action is brill and P2's best
action is
bri21, can
%now determine P1's best response action.
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
if (brill==1)
if (bri21==1)
bril2=sgbrill;
elseif (bri21==2)
bril2=sgbri2;
end;
elseif (brill==2)
if (bri21==1)
bril2=sgbri3;
elseif (bri21==2)
bril2=sgbri4;
end;
end;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%Step 14: The proper SPNE is now determined.
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
SPNE=[brill sgbri21 sgbri1;
0 sgbri22 sgbri12;
0 0 sgbri13;
0 0 sgbri14];
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%Step 15: The equilibrium strategy vector is now calculated. This is
the
final outcome
%of the game.
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
EquilStrats=[brill bri21 bril2];
SPNE
EquilStrats
```

### ii) ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

Λύνοντας αυτό το παιχνίδι με την αντίστροφη επαγωγή δίνει μια μοναδική  $s$  τέλεια ισορροπία Nash σε επίπεδο υποπαιγνίου: η αρχική κίνηση του παίκτη 1 είναι να παίξει κορώνα, η στρατηγική αναπαραγωγής του παίκτη 2 είναι να παίξει το αντίθετο από ότι παίξει ο παίκτης 1, και η τελική κίνηση του παίκτη 1 είναι να παίξει το αντίθετο από οτιδήποτε και αν παίξει ο παίκτης 2. Τα αποτελέσματα του προγράμματος για αυτό το παιχνίδι φαίνονται στο σχήμα 6.4. Η SPNE είναι πανομοιότυπη με αυτή που βρέθηκε με την αντίστροφη επαγωγή. Το αποτέλεσμα ισορροπίας για αυτό το παιχνίδι είναι για τον παίκτη 1 να παίξει πρώτα κορώνα, ο παίκτης 2 να παίξει γράμματα, και ο παίκτης 1 που ανταποκριθεί παίζοντας κορώνα.

Three-Sequence SMP Output
SPNE =
1 2 2
0 1 1
0 0 2
0 0 1
EquilStrats =
1 2 1

Σχήμα 6.4

## V. ΠΕΜΤΟ ΜΟΝΤΕΛΟ – ΣΤΑΤΙΚΟ ΠΑΙΓΝΙΟ MxN

Σκοπός η παρουσίαση ενός προγράμματος matlab που θα λύσει την ισορροπία Nash για κάθε στατικό παιχνίδι δύο παιχτών. Το πρόγραμμα θα παράγει την ισορροπία για κάθε MxN από το παιχνίδι, όπου ο παίκτης 1 έχει M στρατηγικές για να επιλέξει και παίκτης 2 έχει N στρατηγικές για να διαλέξει. Το πρόγραμμά αυτό θα βρεί την ισορροπία Nash, κάθε MxN από το παιχνίδι εφόσον ο ένας από τους παίκτες έχει μια κυρίαρχη στρατηγική.

Τα δύο πιο σημαντικά χαρακτηριστικά του προγράμματος είναι:

- Η for  
Επιτρέπει να περάσει μέσα από πολλές επαναλήψεις της ίδιας λογικής
- Η συνάσταση sprintf  
Επιτρέπει να προσθέσετε έναν αριθμό δείκτη στο τέλος μιας μεταβλητής. Για παράδειγμα, ο κωδικός:  

```
for i=1:3;
    temp=i;
    eval([sprintf('test%d=temp;',i)]);
end;
```

δημιουργεί τρεις μεταβλητές, test1, test2, test3 όπου test1=1, test2=2, test3=3

### i) ΚΩΔΙΚΑΣ

```
%Final Project
%Game Theory Model #5
```

## Μεταπτυχιακή Διατριβή

```
%Nash Equilibrium: two player, mxn game
function [nash]=nasheq(m,n,P1,P2)
%
%[nash]=nasheq(m,n,P1,P2)
%Computes the nash equilibrium for a two player mxn game
%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%Clear the variables to be used in this code
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
clear j;
clear k;
clear t;
clear u;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%Step 1: Find the best response functions for each player. Player 1
will have
n
%best responses and player 2 will have m best responses. The sprintf
%function indexes the brilj variable through all values of j,
creating and
%saving the best responses for player one given every j. It does the
same
%for player two and indexes through k.
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
for j=1:n;
[templ temp1i]=max(P1(:,j));
eval([sprintf('bril%d=temp1i;',j)]);
end;
for k=1:m;
[temp2 temp2i]=max(P2(k,:));
eval([sprintf('bri2%d=temp2i;',k)]);
end;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%Step 2: Create best response storage vectors for both players that
sum
%the index numbers associated with each best response. The average
best
%response index number is then calculated. This number is used in
%determining dominated strategies.
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
storbril=0;
for j=1:n;
storbril = storbril + eval(sprintf('bril%d',j));
end;
meanbril=storbril/n; %Player 1's average best response index
storbri2=0;
for k=1:m;
storbri2 = storbri2 + eval(sprintf('bri2%d',k));
end;
meanbri2=storbri2/m; %Player 2's average best response index
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%Step 3: Find the Nash Equilibrium(s)
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
nash=[];
if (bril1==meanbril) %P1 has a strictly dominant strategy
if (bri21==meanbri2) %P2 has a strictly dominant strategy
nash=[bril1 bri21];
elseif (bri21~=meanbri2) %P2 does NOT have a strictly dominant
strategy
for k=1:m;
if (bril1==k)
```



## Μεταπτυχιακή Διατριβή

```
nash=[bri11 eval(sprintf('bri2%d',k))];
end;
end;
end;
elseif (bri11~=meanbri1) %P1 does NOT have a strictly dominant
strategy
if (bri21==meanbri2) %P2 has a strictly dominant strategy
for j=1:n;
if (bri21==j)
nash=[eval(sprintf('bri1%d',j)) bri21];
end;
end;
elseif (bri21~=meanbri2) %P2 does NOT have a strictly dominant
strategy
(no dominant strategies)
%The rest of this code is interesting, however it is irrelevant as it
is unfinished.
%I've included it merely to show the framework I created for
%removing dominated strategies
dominatedstratstorcalc1=0;%tracks which strategies are dominated for
P1
dominatedstratstorcalc2=0;%tracks which strategies are dominated for
P2
dominatedtemp1=0;
for t=1:m; %Determine if P1 has a strictly dominated strategy
dominatedstorage1=dominatedtemp1;
for j=1:n;
if (eval(sprintf('bri1%d',j))==t)
dominatedstorage1=dominatedstorage1 + 1;
eval([sprintf('dominated1%d=dominatedstorage1;',t)]);
elseif (eval(sprintf('bri1%d',j))~=t)
eval([sprintf('dominated1%d=dominatedstorage1;',t)]);
end;
end;
end;
dominatedtemp2=0;
for u=1:n; %Determine if P2 has a strictly dominated strategy
dominatedstorage2=dominatedtemp2;
for k=1:m;
if (eval(sprintf('bri2%d',k))==u)
dominatedstorage2=dominatedstorage2 + 1;
eval([sprintf('dominated2%d=dominatedstorage2;',u)]);
elseif (eval(sprintf('bri2%d',k))~=u)
eval([sprintf('dominated2%d=dominatedstorage2;',u)]);
end;
end;
end;
r=m-dominatedstratstorcalc1;
c=n-dominatedstratstorcalc2;
for s=1:r;
P1subgame=P1;
P2subgame=P2;
dominatedstratstor1=0;
if (eval([sprintf('dominated1%d',s)])==0)%If strategy s for
player 1 is dominated, remove from game and create subgame for both
players
P1subgame(s,:)=[];
P2subgame(s,:)=[];
dominatedstratstorcalc1=dominatedstratstorcalc1 + 1;
dominatedstratstor1=dominatedstratstor1 + s;
eval([sprintf('dominatedstratstor1%d=dominatedstratstor1;',s)]);
```

## Μεταπτυχιακή Διατριβή

```
end;
end;
for t=1:c;
%P1subgame=P1subgame;
%P2subgame=P2subgame;
dominatedstratstor2=0;
if (eval([sprintf('dominated2%d',t)])==0)%If strategy t for
player 2 is dominated, remove from game and create subgame for both
players
P1subgame(:,t)=[];
P2subgame(:,t)=[];
dominatedstratstorcalc2=dominatedstratstorcalc2 + 1;
dominatedstratstor2=dominatedstratstor2 + t;
eval([sprintf('dominatedstratstor2%d=dominatedstratstor2;',t)]);
end;
end;
dominatedtest=dominatedstratstor1+dominatedstratstor2; %Stores if
there are dominated strategies for either player
if (dominatedtest~=0)%Tests if there are dominated strategies for
either player
[q,r]=size(P1subgame);
nasheq(q,r,P1subgame,P2subgame);
elseif (dominatedtest==0);%True if there are no dominated strategies
nash=[0 0];
end;
end;
end
```

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ IV

### POLITICAL GAME THEORY

---

#### I. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Εάν η πολιτική επιστήμη είναι η μελέτη του «ποιος παίρνει τι, πότε και πώς», τότε η θεωρία παιγνίων για τις πολιτικές αποφάσεις, έχει τις βάσεις της στις διαπραγματεύσεις. Οι νομοθέτες και τα στελέχη προσπαθούν να βρουν διεξόδους για τα νέα νομοσχέδια. Τα κράτη ψάχνουν ευκαιρίες για την επίτευξη νέων διεθνών συμφωνιών και τη διευθέτηση των κρίσεων. Τα πολιτικά κόμματα παζαρεύουν τις κυβερνήσεις συνασπισμού. Και ούτω καθεξής. Η εφαρμογή των μοντέλων παιγνίων για τη μελέτη πολιτικών διαδικασιών δεν αποτελεί πλέον έκπληξη, δεδομένης της σημασίας της διαπραγματεύσης.

Αυτά τα μοντέλα έχουν επικεντρωθεί σε δύο κατηγορίες θεμάτων. Το πρώτο είναι οι ερωτήσεις της διανομής «ποιος κερδίζει» και «Που χάνει». Το δεύτερο σημαντικό θέμα αφορά την αποτελεσματικότητα της πολιτικής διαπραγμάτευσης. Μήπως η ίδια η διαδικασία της διαπραγμάτευσης, καταναλώνει τους πόρους και αδυνατεί να προβάλει αποτελέσματα. Μήπως οι νομοθετικές διαπραγματεύσεις, οδηγούν σε αδιέξοδο ή σε βέτο και με μια συμβιβαστική πολιτική δημιουργούν συγκρούσεις και «πολέμους». Σε αυτό το κεφάλαιο, θα προσεγγίσουμε την οικονομική κρίση που πλήττει την Ελλάδα μέσα από την σκοπιά της θεωρίας παιγνίων και των πολιτικών αποφάσεων.

#### II. ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΚΡΙΣΗ ΧΡΕΟΥΣ- ΙΣΤΟΡΙΚΗ ΑΝΑΔΡΟΜΗ

Η ευρωπαϊκή νομισματική ένωση (ONE) και η Ευρωζώνη ξεκίνησε το 1999 με την εισαγωγή του ευρώ. Κατά τη διάρκεια αυτής της δεκαετίας, η περιοχή του ευρώ έγινε μια σημαντική οικονομική περιοχή σχετικής σταθερότητας, με υψηλό κατά κεφαλήν εισόδημα, ισχυρό εμπορικό ισοζύγιο και ένα χαμηλό ποσοστό πληθωρισμού. Η κρίση του 2008-2009, πιθανώς η χειρότερη για τη παγκόσμια οικονομία από τη δεκαετία του '30, χτύπησε τις ευρωπαϊκές οικονομίες σοβαρά. Η πρόσφατη βαθιά οικονομική κρίση της Ελλάδας, που την έφερε αντιμέτωπη με το κυρίαρχο χρέος της και που καθορίζει την οικονομική αστάθεια σε όλες τις ευρωπαϊκές αγορές ακόμη και την υποτίμηση του ευρώ, αποκάλυψε τις αντιφάσεις που χαρακτηρίζουν την οικονομία της Ευρωζώνης και του ευρώ από την έναρξή τους.

Ο θεσμικός καθορισμός της ευρωπαϊκής ένωσης χαρακτηρίζεται από τη Ευρωπαϊκή Κεντρική Τράπεζα που είναι ανεξάρτητη από την πολιτική πίεσης. Στόχος της να συντηρήσει τη σταθερότητα τιμών και να στηρίξει τις κοινές

οικονομικές πολιτικές. Η πλήρης ανεξαρτησία της ΕΚΤ είναι ο ακρογωνιαίος λίθος της νέας νομισματικής πολιτικής.

Ως προς τα θεσμικά πλαίσια της νέας οικονομικής περιόδου για την Ευρώπη, τα κράτη μέλη της ΟΝΕ διατηρούν την τελική ευθύνη της οικονομικής πολιτικής τους. Οφείλουν όμως να δρουν σύμφωνα με την οικονομία της ανοιχτής αγοράς με ελεύθερο ανταγωνισμό, να ανάγουν τις οικονομικές πολιτικές τους σε θέμα κοινού ενδιαφέροντος και να τις ασκούν ώστε να συμβάλλουν στην υλοποίηση των στόχων της Κοινότητας.

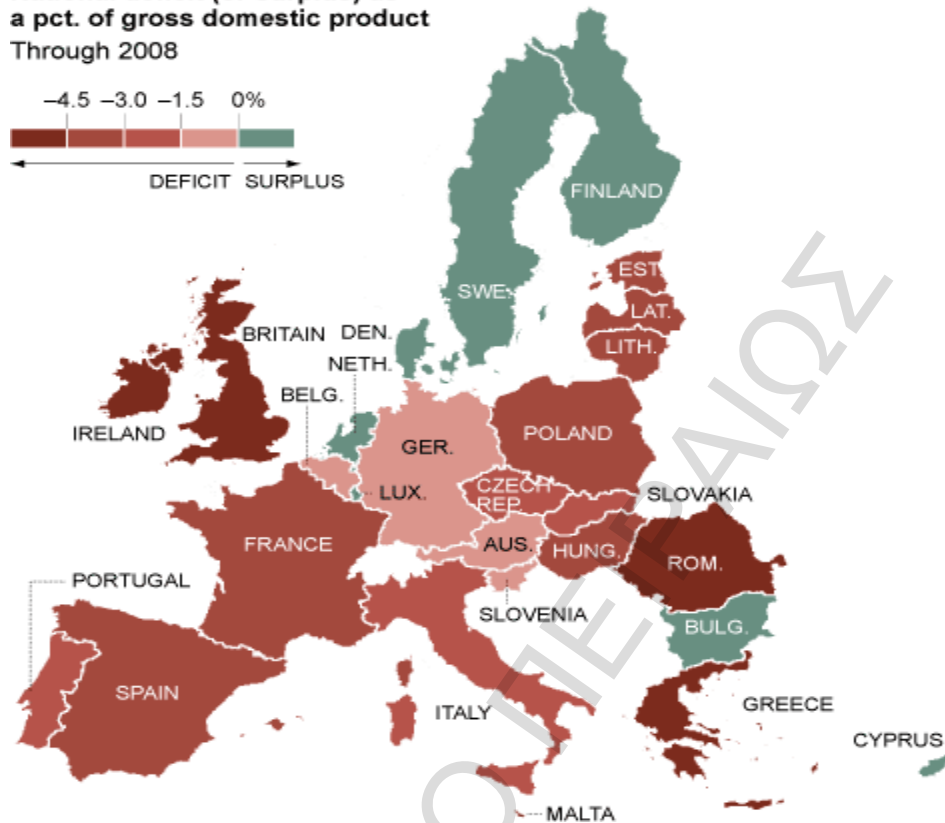
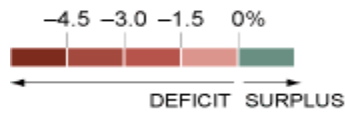
Ωστόσο, το σύμφωνο σταθερότητας και ανάπτυξης είναι αντίθετο στην εμφάνιση των δημόσιων ελλειμμάτων και χρέους. Επομένως, η πολιτική των προϋπολογισμών για κάθε χώρα της Ευρωζώνης πρέπει να είναι υπό έλεγχο επειδή δεν υπάρχει ένας αληθινός και αποτελεσματικός μηχανισμός επιβολής στο σύμφωνο. Η πολιτική και οικονομική διακυβέρνηση της ΟΝΕ έχει επικριθεί λόγω του διαμερισμού των οικονομικών ευθυνών στα κράτη μέλη, ο οποίος καθορίζει τον διαμελισμό της ενιαίας αγοράς, την έλλειψη μιας κεντρικής φορολογικής αρχής και τον ασαφή ρόλο της ΕΕ. Συνεπώς, η οικονομία της Ευρωζώνης έχει έναν «βασιλιά» (το ευρώ), αλλά όχι μια χώρα (Thomas Mayer).

Η οικονομία της Ευρωζώνης χαρακτηρίζεται επίσης και από τη παρουσία δύο χωρών που είχαν σημαντικό πολιτικό και οικονομικό ρόλο: Γερμανία και Γαλλία. Η Γαλλία, η οποία ιστορικά έπαιζε καθοριστικό ρόλο στη διαμόρφωση των αποφάσεων για την πορεία της Ένωσης, έχει αρχίσει να χάνει τον ηγετικό της ρόλο.

Η Γερμανία θεωρείται η πιο δυνατή οικονομία της Ευρώπης. Καταρχάς, αποτελεί το ένα τέταρτο της οικονομίας της Ευρωζώνης. Αφετέρου, είναι ο παγκόσμιος δεύτερος εξαγωγέας, αλλά και με ευρύ εμπορικό πλεόνασμα το οποίο αποτελεί τα δύο τρίτα των εξαγωγών της Ευρωζώνης. Επιπλέον, από το 2000 το μερίδιο εξαγωγής έχει αυξηθεί βαθμιαία έναντι των βιομηχανικών χωρών.

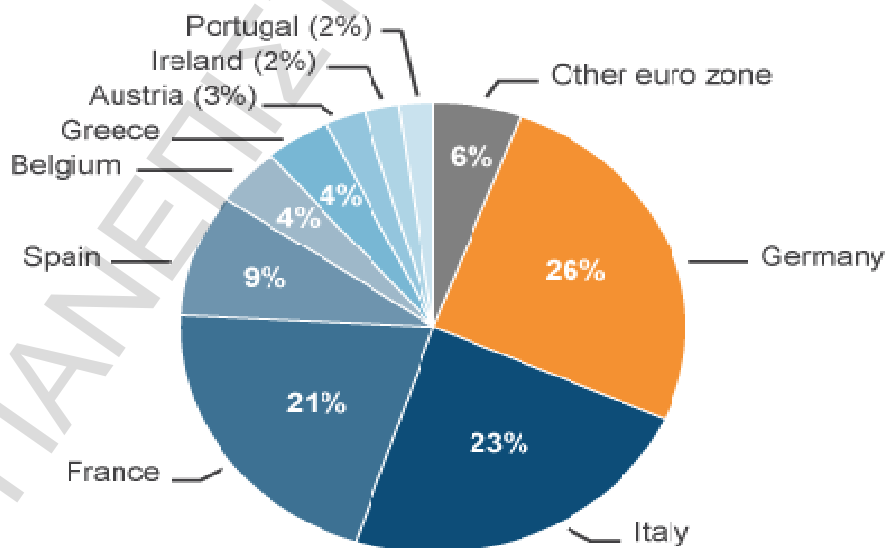
Η κυβέρνησή της δεν έχει παρουσιάσει τα εξαιρετικά δημοσιονομικά ελλείμματα που απειλούν τις άλλες οικονομίες, όπως την Ιρλανδία, την Ιταλία, την Ελλάδα, την Πορτογαλία και την Ισπανία. Παρόλα τα θετικά αυτά στοιχεία, η συμβολή της εγχώριας ζήτησης στο πραγματικό ΑΕΠ από το 1999 και μετά, είναι αδύναμη. Είναι σαφές, σε ένα τέτοιο πλαίσιο, που οδηγείται η πορεία αύξησης της Γερμανίας. Οι τιμές των γερμανικών προϊόντων είναι σχετικά φτηνές, ευνοώντας την εξαγωγή των γερμανικών εμπορευμάτων προς τις ευρωχώρες και προς τις αγορές σε όλο τον κόσμο, ειδικά σε εκείνες των αναπτυσσόμενων οικονομιών (Κίνα, Ινδία, Βραζιλία, Ρωσία).

**National deficit (or surplus) as a pct. of gross domestic product**  
Through 2008



## Euro zone government debt

2011 share of Euro zone gross government debt



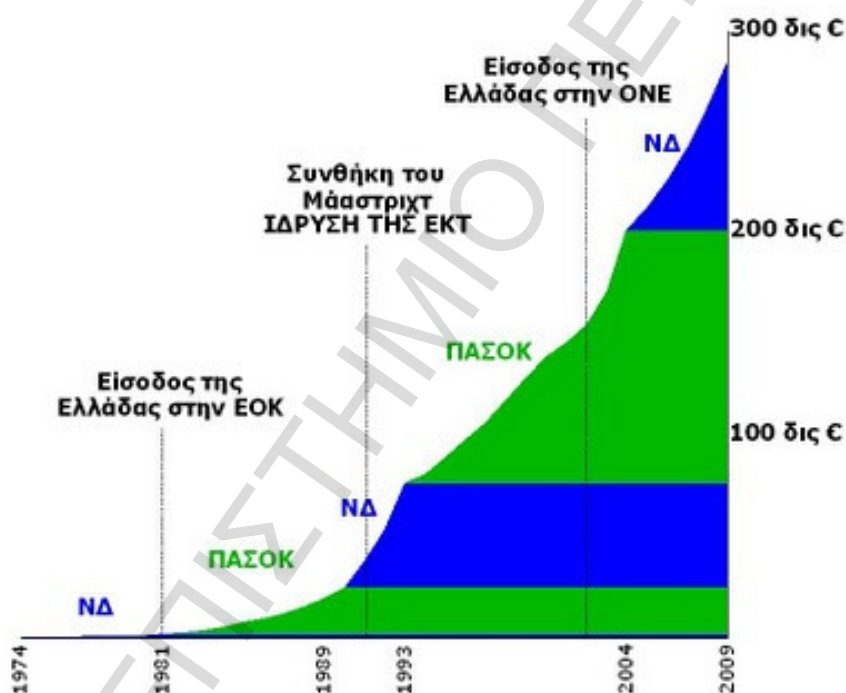
Sources: Thomson Reuters, European Commission

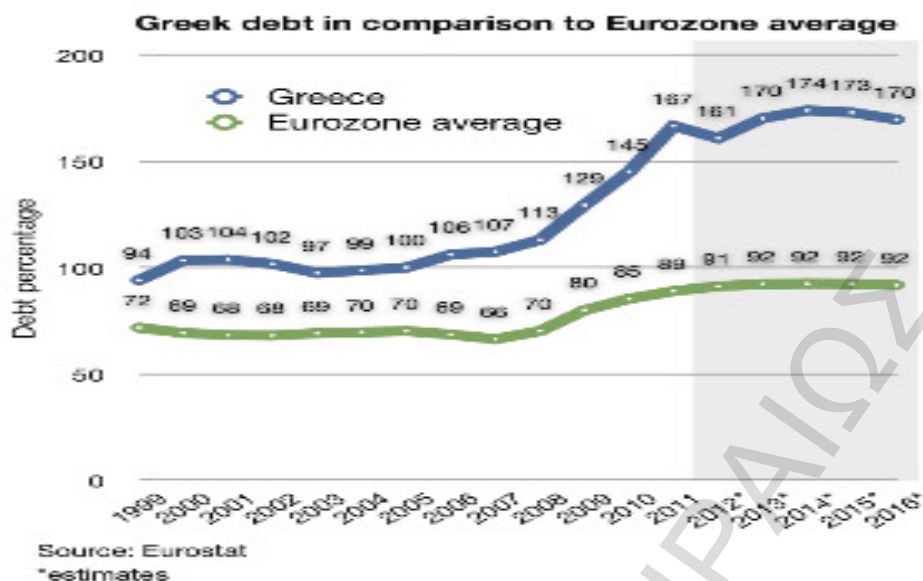


Reuters graphic/Scott Barber

Η Ελλάδα με ένα συνολικό πληθυσμό 11 εκατομμυρίων, αντιπροσωπεύει το 3% του ΑΕΠ της ευρωζώνης. Η χώρα υιοθέτησε το ευρώ το 2001, κατόπιν τα επιτόκια μειώθηκαν κοντά στα γερμανικά επίπεδα. Από την ένωση της οικονομίας, η Ελλάδα έχει χάσει την ανταγωνιστικότητα και το κόστος εργασίας αυξήθηκε 34 % από το 2000, κατά συνέπεια η Ελλάδα στηρίχθηκε στα κρατικά έξοδα. Με το ξέσπασμα της κρίσης, το χρέος στην Ελλάδα έχει ανέβει όπως στις άλλες χώρες, αλλά το 2009 η Ελλάδα κατέγραψε μια αναλογία 13.6%, υψηλότερη με αποτέλεσμα να δημιουργήσει τις σοβαρές ανησυχίες για τη φορολογική ικανότητα υποστήριξής του.

Η Ελλάδα έχει συσσωρεύσει επίσης ένα τεράστιο χρέος περίπου της τάξης των 310 δισεκατομμυρίων ευρώ. Οι χώρες του Eurozone, μετά από μια περίοδο αβεβαιότητας που αυξάνει το κόστος της εγκατάλειψης, έχουν αποφασίσει να βοηθήσουν την Ελλάδα οικονομικά.



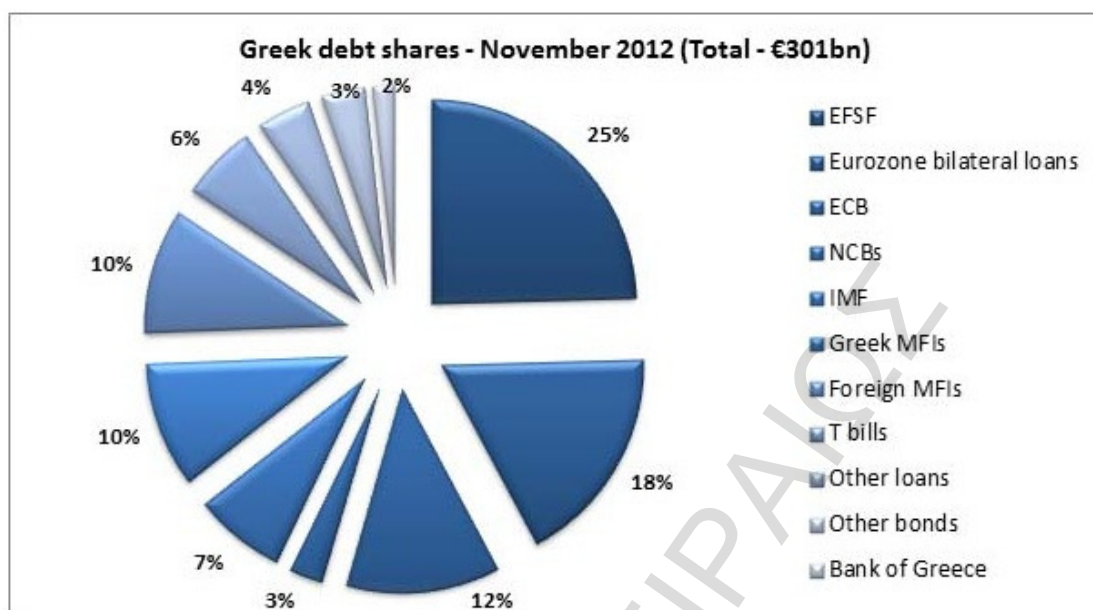


Σκληροί όροι ζητούν ανταλλάγματα για τα δάνεια έκτακτης ανάγκης, τα οποία πρόκειται να πληρωθούν με τα επιτόκια να κυμαίνονται κάτω από τα ποσοστά αγοράς. Η ελληνική κυβέρνηση έπρεπε να λάβει συγκεκριμένα μέτρα και αξιόπιστα που θα παγιώσουν το δημόσιο προϋπολογισμό.

Κατ' αρχάς, η Ελλάδα έπρεπε να βελτιώσει την αρχική ισορροπία πάνω 10 % του ΑΕΠ εντός των επόμενων τριών ετών. Επιπλέον, η στήριξη περιλαμβάνει μέτρα για να μειωθεί το μέγεθος του δημόσιου τομέα της Ελλάδας, κόβει τους μισθούς και τις συντάξεις, επιφέρει άνοδο στο φόρο προστιθέμενης αξίας και άλλες φορολογικές αυξήσεις. Περιλαμβάνει επίσης μέτρα για να ενισχυθεί ο ανταγωνισμός σε πολλούς τομείς που προστατεύονταν μέχρι πρότινος, κατά συνέπεια η χώρα αναμένεται να μειώσει το δημοσιονομικό έλλειμμά της ως το 2014.

Μια περιοριστική φορολογική πολιτική και πολιτική προϋπολογισμών θα μπορούσαν να είναι ανεπαρκείς για την Ελλάδα ώστε να υπερνικήσει την κρίση. Τα μέτρα λιτότητας θα χτυπούσαν πιθανώς σκληρά την ελληνική οικονομία, δεδομένου ότι η αύξησή της αναμένεται να είναι αρνητική, που κάνει επίσης την οικονομική αποκατάσταση περισσότερο προβληματική. Επιπλέον, οι εξαγωγές είναι πολύ λιγότερες από τις εισαγωγές, έτσι το εμπορικό ισοζύγιο παρουσιάζει ένα έλλειμμα περίπου 10%.

Η Ελλάδα έχει ζήσει πέρα από τις πραγματικές οικονομικές δυνατότητές της, καθώς επίσης έχει κρύψει τους αληθινούς αριθμούς του δημόσιου ελλείμματός της, αλλά έχει επίσης ένα πρόβλημα ανταγωνιστικότητας. Μια πολιτική που στοχεύει στην αύξηση της Γερμανίας, της Ελλάδας και ολόκληρης της Ευρωζώνης είναι σημαντικότερη.



### III. PRISONER DILEMMA ΚΑΙ ΕΥΡΩ

Η διακυβερνητική συμφωνία που επιτεύχθηκε μεταξύ των 25 χωρών της ΕΕ - «δημοσιονομικό σύμφωνο» - έχει επιφέρει την ελαχιστοποίηση του χώρου των δημόσιων οικονομικών των κρατών μελών, για την προώθηση μεγαλύτερης θεσμικής αλληλεπίδρασης, με αποτέλεσμα να διευκολύνει έτσι την τρέχουσα κατάσταση χρέους. Επιπλέον, ο Ευρωπαϊκός Μηχανισμός Σταθερότητας θα παρέχει ένα δυναμικό μέσο συντονισμού των φορολογικών πολιτικών στην ευρωζώνη. Οι πολιτικές αποφάσεις μέχρι στιγμής, ωστόσο, δεν έχουν αντιμετωπίσει αποτελεσματικά αυτή η κρίση.

Η κρίση χρέους της ευρωζώνης έχει πέσει σε ένα κλασικό δίλημμα του φυλακισμένου. Ένα μέρος δεν συνεργάζεται, επειδή θα εκτεθεί στην πιθανή απόφαση μη-συνεργασίας του άλλου μέρους, το τελευταίο εκ των οποίων θα είναι σε θέση να αποφέρει μεγαλύτερα payoffs από τη συνεταιριστική λύση. Με άλλα λόγια, οι πιο αδύναμες χώρες, εφόσον αποφασίσουν να δώσουν μέρος της κυριαρχίας τους σε ένα υπερεθνικό όργανο, θα εκτεθούν στην επιβολή εποπτείας και διακυβερνητικών μηχανισμών υπέρ των πιστωτριών χωρών. Η πρόσφατη πρόταση από ένα σημαντικό μέλος της Bundestag, να τεθεί η ελληνική δημόσια οικονομία υπό τον άμεσο έλεγχο της Ευρωπαϊκής Επιτροπής, δεν έγινε τυχαία.

Μέχρι στιγμής λίγα κράτη μέλη έχουν δείξει πραγματικό ενδιαφέρον για τη μεταφορά επιπλέον κυριαρχίας σε μια πιο ομοσπονδιακή και πολιτικά ενωμένη διακυβέρνηση της ευρωζώνης. Ο φόβος της απώλειας του ελέγχου για τις πολιτικές αποφάσεις, που λαμβάνονται από τη ζώνη του ευρώ, έχει πυροδοτήσει μια σειρά ορθολογικών επιλογών, στην αντιμετώπιση βασικών θεμάτων της κρίσης, οδηγώντας έτσι σε ένα αποτέλεσμα-ισορροπίας που κανείς δεν θέλει πραγματικά, δηλαδή η ολική ή μερική διάλυση της ζώνης του ευρώ.

Δύο βασικά θέματα που προκύπτουν από την παρούσα κρίση. Πρώτον, είναι σημαντικό να εξισορροπηθεί η ανταγωνιστικότητα μεταξύ των χωρών μελών της ευρωζώνης. Για να μην γίνουν αυτοκαταστροφικά τα μέτρα λιτότητας, οι λιγότερο ανταγωνιστικές χώρες θα πρέπει να ενισχυθούν στην προσπάθειά τους για την



τόνωση της ανάπτυξης και της ανάπτυξης μέσω πρόσθετων επενδύσεων στην παραγωγικότητα και την υποστήριξη των διαρθρωτικών μεταρρυθμίσεων. Αυτή είναι μια μακροχρόνια και δαπανηρή πορεία, ωστόσο μπορεί να επιτευχθεί με την ενδυνάμωση των ευρωπαϊκών θεσμικών οργάνων να αναδιανείμουν μεγαλύτερο μέρος του προϋπολογισμού. Αυτό με τη σειρά του θα απαιτήσει ριζική μεταρρύθμιση των σημερινών ευρωπαϊκών θεσμικών οργάνων, η οποία δεν φαίνεται να κατέχει υψηλή θέση στην ατζέντα των ηγετών της ΕΕ .

Το δεύτερο βασικό στοιχείο είναι η απουσία ενός αποτελεσματικού μηχανισμού ρευστότητας έκτακτης ανάγκης για να σφραγίσει την ευρωζώνη μακριά από τις αλυσιδωτές επιπτώσεις που προέρχονται από την αναδιάρθρωση του ελληνικού χρέους.

Το πραγματικό ερώτημα είναι: ποια θα είναι η τελική βέλτιστη ισορροπία και πως θα μοιάζει; Πρώτον, είναι σημαντικό να δημιουργηθεί το κατάλληλο θεσμικό πλαίσιο που θα επιτρέπει στα κράτη μέλη να αλληλεπιδρούν στο ίδιο πεδίο δράσης. Δεύτερον, η αύξηση της δύναμης για να υποστηρίξει εκτεταμένες κρίσεις ρευστότητας σε όλη την ευρωζώνη, θα μπορούσε να δημιουργήσει ένα σταθερό δίχτυ ασφαλείας. Το αν αυτό θα γίνει μέσω της έμμεσης παρέμβασης της ΕΚΤ ή απευθείας, θα είναι μια πολιτική απόφαση. Η ζώνη του ευρώ θα πρέπει να εξασφαλιστεί μακριά από τις περαιτέρω αλυσιδωτές επιπτώσεις του χρέους των χωρών, όπως η Ιταλία και η Γαλλία.

Η Ευρώπη πρέπει να είναι σε θέση να συνδυάσει την αναδιάρθρωση του χρέους και την ανάπτυξη. Η διαδικασία θα είναι σίγουρα μακρά και επίπονη, αλλά θα ενισχύσει την κοινή αγορά και το πολιτικό και οικονομικό ρόλο της ζώνης του ευρώ στην παγκόσμια οικονομία.

#### IV. ΙΔΙΩΤΙΚΟΣ ΤΟΜΕΑΣ ΚΑΙ ΚΡΙΣΗ

Η ελληνική κατάσταση είναι ιδιαίτερα σύνθετη. Υπάρχει ένα πλήθος από εμπλεκόμενα μέρη, το καθένα με αλληλένδετες και σε μεγάλο βαθμό ενδο-εξαρτόμενες στρατηγικές, καθώς και διάφορα συμφέροντα. Με άλλα λόγια, είναι μια κατάσταση ιδιαίτερα κατάλληλη για ανάλυση με χρήση της θεωρίας παιγνίων.

Στα πλαίσια της ελληνικής κρίσης χρέους, αναλύουμε δύο παιχνίδια:

##### ❖ Απώλεια συμμετοχής ιδιωτικού τομέα

Θεωρούμε ότι για έναν ιδιωτικό τομέα η απόφαση να «συμμετέχει» ή «όχι», αποτελεί ένα κλασσικό παράδειγμα "διλήμματος του φυλακισμένου". Σε ένα επαναλαμβανόμενο παίγνιο η στρατηγική αυτή παύει να κυριαρχεί και κυριαρχείται από μια μικτή στρατηγική, δεδομένου ότι οι παίκτες πρέπει να εξισορροπήσουν τον φόβο της «τιμωρίας» (π.χ. κανονισμός) με τα οφέλη.

Θεωρούμε ένα παιχνίδι για πολλούς παίκτες με τους ακόλουθους "παίκτες":

- η ΕΚΤ,
- ο ιδιωτικός τομέας,
- το ΔΝΤ,
- η Γερμανία και άλλες χώρες της βόρειας Ευρώπης,

## Μεταπτυχιακή Διατριβή

- η Γαλλία,
- η Ελλάδα
- και οι οργανισμοί αξιολόγησης.

Κάθε παίκτης έχει την επιλογή πολλών στρατηγικών. Το αποτέλεσμα είναι μια ισορροπία Nash που δεν περιλαμβάνει τον ιδιωτικό τομέα στον επιμερισμό των ζημιών. Επομένως, κάτω από αυτούς τους περιορισμούς, η διανομή απώλειας ιδιωτικού τομέα δεν μπορεί να είναι μέρος μιας ισορροπίας του Nash. Το κίνητρο για να εφαρμοστούν περαιτέρω μέτρα λιτότητας στην Ελλάδα διαδραματίζει έναν κρίσιμο ρόλο.

Σε ένα παιχνίδι πολλαπλών βημάτων ο φόβος του ιδιωτικού τομέα της μη συμμετοχής στην απώλεια οδηγεί σε διαφορετική ισορροπία Nash. Το αποτέλεσμα εδώ είναι μια ισορροπία του Nash, στην οποία η ΕΚΤ θα δεχόταν το ελληνικό κυβερνητικό χρέος ως εγγύηση.

### ❖ Συμμετοχή του ιδιωτικού τομέα

Μια δύσκολη απόφαση που πρέπει ληφθεί από τα διάφορα κόμματα είναι αν ο ιδιωτικός τομέας θα πρέπει να συμμετάσχει στον επιμερισμό των ζημιών σε μια ενδεχόμενη ελληνική αναδιάρθρωση. Ξεκινάμε την ανάλυση αυτή με την υπόθεση δύο φορέων, μιας τράπεζας που κατέχει ομόλογα του Ελληνικού Δημοσίου σε τραπεζικό χαρτοφυλάκιο και ένας άλλος παίκτης που μπορεί να θεωρηθεί ως το σύνολο των άλλων τραπεζών που βρίσκονται στην ίδια κατάσταση.

Οι στρατηγικές για τον κάθε ένα από αυτούς τους δύο παίκτες είναι, είτε να συμμετέχουν εθελοντικά στον επιμερισμό των ζημιών, είτε να μην συμμετέχουν. Και για τους δύο παίκτες η στρατηγική συμμετοχής κυριαρχείται από την στρατηγική ελεύθερης βόλτας ("free ride"). Αυτή είναι πάντα η καλύτερη στρατηγική ανεξάρτητα από το τι αποφασίζουν οι άλλοι παίκτες, με αποτέλεσμα η "free ride" στρατηγική είναι μια ισορροπία Nash.

Είναι μια κλασική αναπαράσταση του διλήμματος του φυλακισμένου. Αν όλα τα ιδιωτικά ιδρύματα επιλέξουν να μην συμμετέχουν, κανένα όργανο δεν θα συμμετέχει στον επιμερισμό των ζημιών, επομένως πιθανόν να συμβάλλουν στην επιδείνωση της σοβαρότητας της κατάστασης για την Ελλάδα και ως εκ τούτου αυξάνουν την πιθανότητα ενδεχόμενων μελλοντικών ζημιών, που υπερβαίνουν αυτές που υπέστη ο συνδυασμός των στρατηγικών στις οποίες συμμετείχαν όλοι οι παίκτες.

		Bank B	
		Participate	Free Ride
Bank A	Participate	(-1,-1)	(-10,0)
	Free Ride	(0,-10)	(-5,-5)

Πίνακας 4 "Private sector loss sharing game between two banks"

Μια μικρή μεταβολή αυτού του παιχνιδιού : η αντικατάσταση μίας από τις τράπεζες με ένα αμοιβαίο κεφάλαιο κινδύνου.

		Hedge Fund	
		Participate	Free Ride
Bank A	Participate	(-1,-2)	(-10,)
	Free Ride	(0,-12)	(-5,-5)

**Πίνακας 5**

Το συμπέρασμα εδώ είναι ότι οι παίκτες, δηλαδή ο ιδιωτικός τομέας, θα επιλέξουν τη στρατηγική τους σε κάθε περίπτωση του παιχνιδιού, ανάλογα με το πόσο είναι πιθανή και επίπονη μια τιμωρία στο επόμενο παιχνίδι, εναντίον του πιθανού οφέλους που να αποκομίσουν από να επιλέξουν στο «ελεύθερο γύρο» αυτή τη φορά. Υπάρχουν δύο ερμηνείες που ισχύουν για την ελληνική κατάσταση:

1. Πολύ πιθανό να υπάρξει ένας δεύτερος ή τρίτος γύρος συμφωνιών επιμερισμού των ζημιών και οι φορείς που δεν συμμετέχουν στον πρώτο γύρο θα τιμωρηθούν στον επόμενο.
2. Η κατανομή απώλειας του ελληνικού χρέους, θα μπορούσε ενδεχομένως να οδηγήσει σε αρνητικά αποτελέσματα και σε άλλους τομείς, π.χ., νέες κεφαλαιακές απαιτήσεις.

Οι τράπεζες, επομένως δεν θα επιλέξουν απαραίτητως τον «ελεύθερο γύρο» εάν αισθάνονται ότι το πιθανό κέρδος θα μπορούσε να αντισταθμιστεί από τα καταστρεπτικά αποτελέσματα του άλλου.

Οι παίκτες και οι στρατηγικές τους εξετάζουμε ότι σε αυτό το παιχνίδι είναι:

1. Η ΕΚΤ: Συνεχίζει να επιτρέπει τα ελληνικά κρατικά ομόλογα
2. Ο ιδιωτικός τομέας: Εθελοντικά συμμετέχει στον επιμερισμό.
3. Το ΔΝΤ: Πληρώσε τη 5η δόση στην Ελλάδα
4. Βόρεια Ευρώπη, π.χ., Γερμανία, οι Κάτω Χώρες, Φινλανδία
5. Γαλλία: Δημιουργία πρόσθετων bail-out πακέτων για την Ελλάδα.
6. Greece: Εφαρμογή περαιτέρω μέτρα λιτότητας και ιδιωτικοποιήσεων.
7. Οργανισμοί αξιολόγησης

Όπως εξηγήθηκε παραπάνω, ένα τέτοιο πολυδιάστατο παιχνίδι είναι δύσκολο να παρουσιαστεί σε μορφή μήτρας. Για να προσδιοριστεί πλήρως το παιχνίδι πρέπει τώρα να καθοριστούν οι αμοιβές του καθενός από τους παίκτες σε κάθε ένα από τους συνδυασμούς στρατηγικής (δηλαδή, για κάθε 7-άδα). Είναι σαφές ότι πάρα πολλοί συνδυασμοί. Έστω λοιπόν ότι η απόδοση κάθε παίχτη είναι συνάρτηση της επιλογής στρατηγικής κάθε άλλου παίκτη.

Η επιλογή αποδόσεων οδηγείται από τις ακόλουθες παραδοχές:

- 1 Η ΕΚΤ τοποθετείται με τρόπο που να αποκλείει οποιοδήποτε είδος της αναδιάρθρωσης που προκαλεί υποβάθμιση της πιστοληπτικής αξιολόγησης. Επιπλέον, η ΕΚΤ επιθυμεί σαφώς να αποφευχθεί οποιαδήποτε ανησυχία σχετικά με την ευρωστία του χρηματοπιστωτικού συστήματος.
- 2 Το ΔΝΤ δεν δανείζει σε έναν πιστωτή, εάν δεν θεωρεί ότι υπάρχει μια βιώσιμη πορεία του χρέους, το οποίο περιλαμβάνει ένα 12-μηνών περιθώριο της διαθέσιμης χρηματοδότησης. Η καθυστέρηση του προγράμματος του ΔΝΤ θα έχει αρνητικές επιπτώσεις.
- 3 Σύμφωνα με τον Γερμανό υπουργό Οικονομικών, Γερμανία είναι υπέρ της εθελοντικής συμμετοχής του ιδιωτικού τομέα.
- 4 Η Γαλλία, είναι αντίθετη με τη συμμετοχή του ιδιωτικού τομέα. Παρόμοια με τη Γερμανία, θα είναι πολιτικά δύσκολο να εγκρίνει επιπλέον bail-out κεφάλαια χωρίς περαιτέρω ελληνικά μέτρα λιτότητας και ιδιωτικοποιήσεις.
- 5 Από την πλευρά της Ελλάδας, δεν υπάρχει καμία ανάγκη να εφαρμόσει περαιτέρω μέτρα λιτότητας και ιδιωτικοποιήσεων, αν είναι να υπάρχουν πρόσθετα κεφάλαια διάσωσης. Το κρίσιμο σημείο για μια ισορροπία Nash, είναι αν υπάρχει ένα κίνητρο για την Ελλάδα να εφαρμόσει πρόσθετα μέτρα..
- 6 Για τις τράπεζες, δεν υπάρχει κανένα κίνητρο συμμετοχής σε κάποιο είδος επιμερισμού των ζημιών σε εθελοντική βάση.
- 7 Οι οργανισμοί αξιολόγησης αναφέρουν ότι θα κρίνουν σχεδόν κάθε είδος της συμμετοχής του ιδιωτικού τομέα σε μια (εθελοντική) αναδιάρθρωση (επιλεκτική).

Πολύ ενδιαφέρον, το αποτέλεσμα είναι ότι υπάρχει μόνο μία ισορροπία Nash, όπου

1. Η ΕΚΤ συνεχίζει να λαμβάνει ελληνική ασφάλεια
2. Ο ιδιωτικός τομέας δεν συμμετέχει στο επιμερισμό των ζημιών
3. Το ΔΝΤ καταβάλλει την 5η δόση
4. Η Γερμανία και η Γαλλία καταβάλλουν επιπλέον κεφάλαια διάσωσης
5. Η Ελλάδα λαμβάνει περαιτέρω μέτρα λιτότητας και ιδιωτικοποιεί κρατική περιουσία
6. Οι οργανισμοί αξιολόγησης δεν υποβαθμίζουν το ελληνικό δημόσιο χρέος

Το αποτέλεσμα είναι επομένως μια ισορροπία του Nash που δεν συνεπάγεται την συμμετοχή του ιδιωτικού τομέα στον επιμερισμό των ζημιών. Σύμφωνα με αυτούς τους περιορισμούς, η συμμετοχή του ιδιωτικού τομέα δεν μπορεί να είναι μέρος μιας ισορροπίας Nash. Μια ισορροπία του Nash δεν χρειάζεται να είναι η τελική έκβαση αυτής της κατάστασης.

Τα εμπλεκόμενα μέρη πρέπει να κάνουν τη μεγαλύτερη πρόοδο, προκειμένου να βελτιωθεί η ελληνική κατάσταση..

Έτσι, σε ένα multi-step game το αποτέλεσμα είναι ότι υπάρχει και πάλι μόνο μία ισορροπία Nash,

1. Η ΕΚΤ συνεχίζει να λαμβάνει ελληνική εγγύηση
2. Ο ιδιωτικός τομέας δεν συμμετέχει στη επιμερισμού των ζημιών
3. Το ΔΝΤ καταβάλλει την 5η δόση
4. Γερμανία και η Γαλλία καταβάλλουν επιπλέον κεφάλαια διάσωσης
5. Ελλάδα λαμβάνει περαιτέρω μέτρα λιτότητας και ιδιωτικοποιεί κρατικά περιουσιακά στοιχεία
6. Οι οργανισμοί αξιολόγησης υποβαθμίζουν το ελληνικό δημόσιο χρέος

Το αποτέλεσμα είναι επομένως μια ισορροπία Nash, στο οποίο η ΕΚΤ θα δεχόταν το ελληνικό δημόσιο χρέος ως εγγύηση παρά το γεγονός ότι υποβαθμίστηκε από τους οργανισμούς αξιολόγησης. Σε περίπτωση που η συμμετοχή του ιδιωτικού τομέα είναι απαραίτητη στο μέλλον θα γίνει πιο πιθανό αναγκαστική και όχι εθελοντική.

## V. ΛΙΤΟΤΗΤΑ- ΕΥΡΩΜΟΛΟΓΑ-ΕΞΟΔΟΣ ΑΠΟ ΤΟ ΕΥΡΩ

Οι οικονομική κρίση πέρα από την αβεβαιότητα που έχει σκορπίσει σε κυβερνήσεις, οικονομίες, πολιτικούς και επενδυτές, έχει δημιουργήσει και φόβους για επερχόμενη κατάρρευση του ευρώ και τη διάσπαση της ευρωζώνης. Σε αυτό το μοντέλο θα δούμε το παιχνίδι Γερμανίας-Ελλάδας των τελευταίων δύο χρόνων, μεταξύ ευρωομολόγων και λιτότητας, αλλά την περίπτωση αποχώρησης μιας χώρας από το ευρώ.

Οι στρατηγικές των δύο χωρών είναι οι εξής:

- Η Ελλάδα δίνονται δύο επιλογές: λιτότητα ή όχι λιτότητας.
- Η Γερμανία έχει επίσης δύο επιλογές: Ευρωομόλογα ή όχι ευρωομόλογα.

Για κάθε μία από τις τέσσερις πιθανές εκβάσεις, αναθέτουμε κάποια πληρωμή για κάθε χώρα που προορίζεται να είναι ενδεικτικό, συλλαμβάνει την ουσία των διαφόρων πολιτικών -οικονομικών παραμέτρων των δύο χωρών.

		Germany	
		Eurobonds	No Eurobonds
Greece	Austerity	Germany: +5 Greece: +5	Germany: +10 Greece: +5
	No Austerity	Germany: -5 Greece: +10	Germany: 0 Greece: 0

Πινάκας 1 Germany vs Greece

Δεδομένου ότι οι αποδόσεις στον Πίνακα 1 συνεπάγονται ότι οι δύο χώρες θα πηγαίνουν καλύτερα, εάν επιλέξουν να συνεργασθούν (Ελλάδα συμφωνώντας στη λιτότητα, ενώ η Γερμανία συμφώνησε να ευρωομόλογα) από ότι αν δεν συνεργάζονται (όχι λιτότητα και όχι ευρωομόλογα). Ωστόσο, η Ελλάδα θα ήταν ακόμα καλύτερα αν ακολουθούσε τη στρατηγική «όχι λιτότητα», και η Γερμανία «ευρωομόλογα». Ομοίως, το καλύτερο αποτέλεσμα για τη Γερμανία είναι ότι επιλέγει «όχι ευρωομόλογα» αλλά η Ελλάδα επιλέγει «λιτότητα». Υποθέτουμε ότι καμία χώρα δεν ξέρει πως η άλλη χώρα πρόκειται να κινηθεί πριν να αποφασίσει σχετικά με ένα σχέδιο δράσης.

Είναι εύκολο να δούμε ότι η υφίσταται ισορροπία Nash στην περίπτωση «όχι λιτότητα» και «όχι ευρωομόλογα» (ισορροπία συνεργασίας). Αυτό οφείλεται στο

γεγονός ότι από την άποψη της Ελλάδα, ανεξάρτητα από το τι επιλέγει η Γερμανία, θα ήταν καλύτερα αν επιλέξει «όχι λιτότητα». Ομοίως, από την άποψη της Γερμανίας, ανεξάρτητα από το τι η Ελλάδα αποφασίσει, θα είναι σε καλύτερη θέση με τη στρατηγική «όχι ευρωμόλογα». Όπως και με δίλημμα του φυλακισμένου, οι στρατηγικές «όχι λιτότητας» και «όχι ευρωμόλογα» μπορεί να αποδειχθεί ότι είναι η ισορροπία Nash (χρησιμοποιώντας την αντίστροφη επαγωγή), ακόμη και αν επρόκειτο να επιτρέψει το παιχνίδι να παίζεται επανειλημμένα.

Το γεγονός ότι η κυρίαρχη στρατηγική για τις δύο χώρες δεν είναι να συνεργαστεί είναι ο λόγος για την οικονομική κρίση, η Ελλάδα δεν είναι πιο κοντά στην εφαρμογή ενός αξιόπιστου προγράμματος μεταρρυθμίσεων και η Γερμανία δεν είναι πιο κοντά σε συμφωνία για τα ευρωμόλογα (καγκελάριος Μέρκελ και Ο υπουργός Οικονομικών Σόιμπλε λέγοντας ότι η Γερμανία δεν θα συμφωνήσει σε κοινές υποχρεώσεις στη διάρκεια της ζωής τους). Το εμπόδιο είναι ότι καμία πλευρά δεν είναι σε θέση να κάνει μια αξιόπιστη δέσμευση, να κάνει το "σωστό", στο βαθμό που δεν υπάρχει κανένας μηχανισμός επιβολής προκειμένου να εξασφαλίσει ότι κάθε χώρα ζει με τις υποσχέσεις της.

Πράγματι, από τη στιγμή που η εμπιστοσύνη και η καλή πίστη μεταξύ των μελών της ευρωζώνης φθίνει, η πιθανότητα μιας καλής έκβαση της περιφερειακής κρίσης, τουλάχιστον για την Ελλάδα, υποβιβάζεται. Μια γερμανική δημοσκόπηση που διεξήχθη μετά την σύνοδο κορυφής της ΕΕ διαπίστωσε ότι το 49% των Γερμανών θέλει την Ελλάδα να εγκαταλείψει το ενιαίο νόμισμα.

Η έλλειψη ενός μηχανισμού επιβολής είναι ο λόγος που οι Γερμανοί απαιτούν ότι η δημοσιονομική ένωση θα πρέπει να προχωρήσει στα ευρωμόλογα. Η δημοσιονομική ένωση, με τη λήψη της δημοσιονομικής πολιτικής από τα χέρια των εθνικών κυβερνήσεων, λύνει το πρόβλημα δέσμευσης. Ωστόσο, πολύ λίγες χώρες της ευρωζώνης είναι διατεθειμένες στην ιδέα να εγκαταλείψουν την ανεξάρτητη δημοσιονομική πολιτική τους, δεδομένου μάλιστα ότι, ως μέλη της νομισματικής ένωσης, δεν έχουν προσφύγει σε μια ανεξάρτητη νομισματική πολιτική. Αυτό μπορεί να είναι γιατί η Γαλλία φαίνεται να είναι πιο διστακτική από τη Γερμανία θέλει να κινηθούν γρήγορα προς την βαθύτερη ευρωπαϊκή ολοκλήρωση.

## Μεταπτυχιακή Διατριβή

Ten year government bond spreads			
Country ^	Latest yield	Spread vs bund	Spread vs T-bonds
Australia	3.78%	+2.22	+1.19
Austria	2.01%	+0.46	-0.58
Belgium	2.52%	+0.97	-0.07
Canada	2.44%	+0.88	-0.16
Denmark	1.76%	+0.21	-0.83
Finland	1.87%	+0.31	-0.73
France	2.20%	+0.64	-0.40
Germany	1.55%	--	-1.04
Greece	10.93%	+9.38	+8.34
Ireland	3.94%	+2.39	+1.35
Italy	4.50%	+2.95	+1.91
Japan	0.82%	-0.73	-1.77
Netherlands	1.96%	+0.41	-0.63
New Zealand	4.31%	+2.75	+1.71
Portugal	7.52%	+5.97	+4.93
Spain	4.80%	+3.25	+2.21
Sweden	2.09%	+0.53	-0.51
Switzerland	1.01%	-0.55	-1.59
UK	2.32%	+0.77	-0.27
US	2.59%	+1.04	--

Data delayed by at least 15 minutes.

### Τα οικονομικά της εθελουσίας εξόδου

Εάν η ευρωζώνη δεν είναι πιο κοντά σε μια δημοσιονομική ένωση και στη στρατηγική των ευρωομολόγων, θα πρέπει να εξετάσει άλλες πιθανές εκβάσεις της κρίσης. Πολλά έχουν ειπωθεί για την ακούσια έξοδο από την ευρωζώνη, αλλά τι γίνεται με τις πιθανότητες μιας εθελουσίας εξόδου. Η απόφαση για την παραμονή ή την έξοδο θα πρέπει να υπαγορεύεται από μια ανάλυση κόστους και οφέλους.

Υπάρχουν τέσσερις βασικές ερωτήσεις που θα πρέπει να απαντηθούν πριν από οποιαδήποτε τέτοια απόφαση μπορεί να γίνει:

- Ποιες είναι οι πιθανότητες για μια ομαλή έξοδο;
- Ποιος είναι ο αντίκτυπος στην ανάπτυξη μετά από μια έξοδο;
- Ποιες είναι οι επιπτώσεις στο κόστος δανεισμού μετά την έξοδο;

- Ποιες είναι οι επιπτώσεις στον ισολογισμό της χώρας, μετά από μια έξοδο;

Είναι αυτονόητο ότι μια άτακτη έξοδος θα μπορούσε να είναι εξαιρετικά ενοχλητική για την οικονομία. Στην ακραία περίπτωση, οι έλεγχοι κεφαλαίων, η απώλεια της πρόσβασης στις αγορές, τις προεπιλογές, και τρέχει τράπεζα δεν μπορεί να αποκλειστεί. Αυτές οι διαταραχές θα μπορούσαν να αντισταθμίσουν τυχόν βραχυπρόθεσμα οικονομικά οφέλη από την έξοδο και να εξαγάγετε ένα βαρύ πολιτικό κόστος για κάθε κυβέρνηση που αναλαμβάνει την έξοδο.

Το αν μια χώρα μπορεί να επιτύχει μια ομαλή έξοδο είναι συνάρτηση πολλών σκέψεων, αλλά το ισοζύγιο τρεχουσών συναλλαγών και το ισοζύγιο του προϋπολογισμού θα είναι ιδιαίτερα κρίσιμη. Είναι λογικό να υποθέσουμε ότι μετά από μια έξοδο την πρόσβαση της χώρας σε εξωτερική χρηματοδότηση και τις αγορές κεφαλαίων θα ήταν πιθανό να είναι πολύ περιορισμένο για ένα χρόνο. Αυτό σημαίνει ότι οι χώρες που έχουν μεγάλες εξωτερικές και δημοσιονομικές ανάγκες χρηματοδότησης θα είναι πολύ πιο ευάλωτα σε μια άτακτη έξοδο από πιστώτριες χώρες με ισχυρά δημόσια οικονομικά.

### Επιπτώσεις στην ανάπτυξη;

Για τις περισσότερες χώρες, το πιο σημαντικό κριτήριο για κάθε απόφαση της εξόδου είναι τα πιθανά αποτελέσματα ως αντίκτυπο της ανάπτυξης. Οι τρεις βασικοί παράγοντες είναι:

1. οι προοπτικές για το νέο νόμισμα μετά από την έξοδο
2. τον αντίκτυπο της κίνησης νομίσματος στην αύξηση των εξαγωγών
3. παράγοντες που θα μπορούσαν να περιορίσουν τυχόν αύξηση στην αύξηση των εξαγωγών.

Η συναλλαγματική ισοτιμία της κάθε χώρας μετά την έξοδο είναι πιθανό να είναι ασταθής και θα μπορούσε υπέρβασης. Ένα άλλο σημαντικό κίνητρο για μια χώρα να βγει από το ευρώ είναι μια πιθανή μείωση του κόστους δανεισμού της κυβέρνησης. Ο κύριος λόγος για τον οποίο περιφερειακές χώρες αντιμετωπίζουν υψηλές αποδόσεις των ομολόγων είναι ότι δεν έχουν ανεξάρτητη νομισματική πολιτική, η οποία με τη σειρά της ενισχύει την αντίληψη του κινδύνου υποτίμησης. Αυτός είναι ο λόγος, που η έξοδος από την ευρωζώνη θα μπορούσε να οδηγήσει σε μείωση του πραγματικού κόστους δανεισμού της χώρας.

Η έξοδος από το ευρώ θα μπορούσε να έχει μεγάλη επίπτωση στον ισολογισμό για τα νοικοκυριά, τις επιχειρήσεις, τις τράπεζες και την κυβέρνηση λόγω των υφιστάμενων διασυννοριακών εκμεταλλεύσεις. Θα πρέπει να υπάρχουν νικητές και ηττημένοι σε οποιαδήποτε χώρα εξετάζει μια έξοδο, που θα περιέπλεκε την λήψη πολιτικών αποφάσεων. Παρ' όλα αυτά, αξίζει η ερώτηση του αν η χώρα στο σύνολό της επωφελείται ή χάνει από την έξοδο. Είναι λογικό να υποθέσουμε ότι όταν μια χώρα εξέρχεται από το ευρώ, θα επαναπροσδιορίσει όλες τις υποχρεώσεις της. Αν το νόμισμα υποτιμάται, αυτό θα αποτελέσει όχι μόνο μια μείωση της αξίας αλλά και στις καθαρές εξωτερικές υποχρεώσεις.

Η Γαλλία και η Γερμανία αντιμετωπίζουν σοβαρούς κινδύνους αν η Ελλάδα επρόκειτο να εγκαταλείψει το ευρώ. Κατ' αρχάς, μια τέτοια κίνηση από πλευρά της



Ελλάδας είναι πιθανό να ενθαρρύνει παρόμοιες ενέργειες από άλλες υπερχρεωμένες ευρωπαϊκές χώρες, όπως η Πορτογαλία και η Ισπανία, οι οικονομίες των οποίων είναι επίσης λιγότερο αποτελεσματικές από εκείνες της Γαλλίας και της Γερμανίας. Εκτός από τις απώλειες που γαλλικές και γερμανικές τράπεζες θα υποστούν, οι οικονομίες της Γαλλίας και της Γερμανίας θα χάσουν την ανταγωνιστικότητά τους εντός της Ευρώπης. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι η Ελλάδα και όσες χώρες ακολουθήσουν την έξοδο από το ευρώ και την υποτίμηση του νομίσματος τους, θα προκαλέσουν την μείωση της αγοραστική δύναμη σε όρους ευρώ. Η ζήτηση στις χώρες αυτές για τα πιο ακριβά γαλλικά και γερμανικά προϊόντα θα μειωθούν επίσης.

Αντίθετα, η Γαλλία και η Γερμανία θα καταναλώνουν μεγαλύτερες ποσότητες από τα τότε φθηνότερα αγαθά της Ελλάδας και των άλλων χωρών που την ακολουθούν έξω από το ευρώ. Αυτό θα μπορούσε να οδηγήσει σε μια νέα ύφεση τη Γαλλία και τη Γερμανία, των οποίων οι οικονομίες εξαρτώνται σε μεγάλο βαθμό στις εξαγωγές προς τις λιγότερο αποδοτικές χώρες μέλη της ζώνης του ευρώ.

Υποθέτοντας ότι

- Γαλλία / Γερμανία αποφασίζουν
  - i. να μην κάνουμε τίποτα με την Ελλάδα και να χρεοκοπήσει αλλά θα παραμείνει στο ευρώ
  - ii. να έχει αφήσει την Ελλάδα να βγει από το ευρώ και να έχει υποτιμήσει το νόμισμά της, ενώ
- και η Ελλάδα είναι εξίσου αδιάφορη μεταξύ
  - i. αθέτησης, αλλά δεν αφήνει τα ευρώ / δεν προχώρα υποτίμηση το νόμισμά της και
  - ii. να στηρίξει τις τράπεζες και την έξοδο από το ευρώ / προχώρα υποτίμηση του νομίσματός της,

οι αποδόσεις στην Ελλάδα, αφενός, στη Γαλλία / στη Γερμανία παρουσιάζονται ως ακολούθως:

		Greece	
		Έξοδος	Όχι έξοδος
France-Germany	Αδιαφορία	1,2	2,1
	Ενίσχυση	2,1	3,3

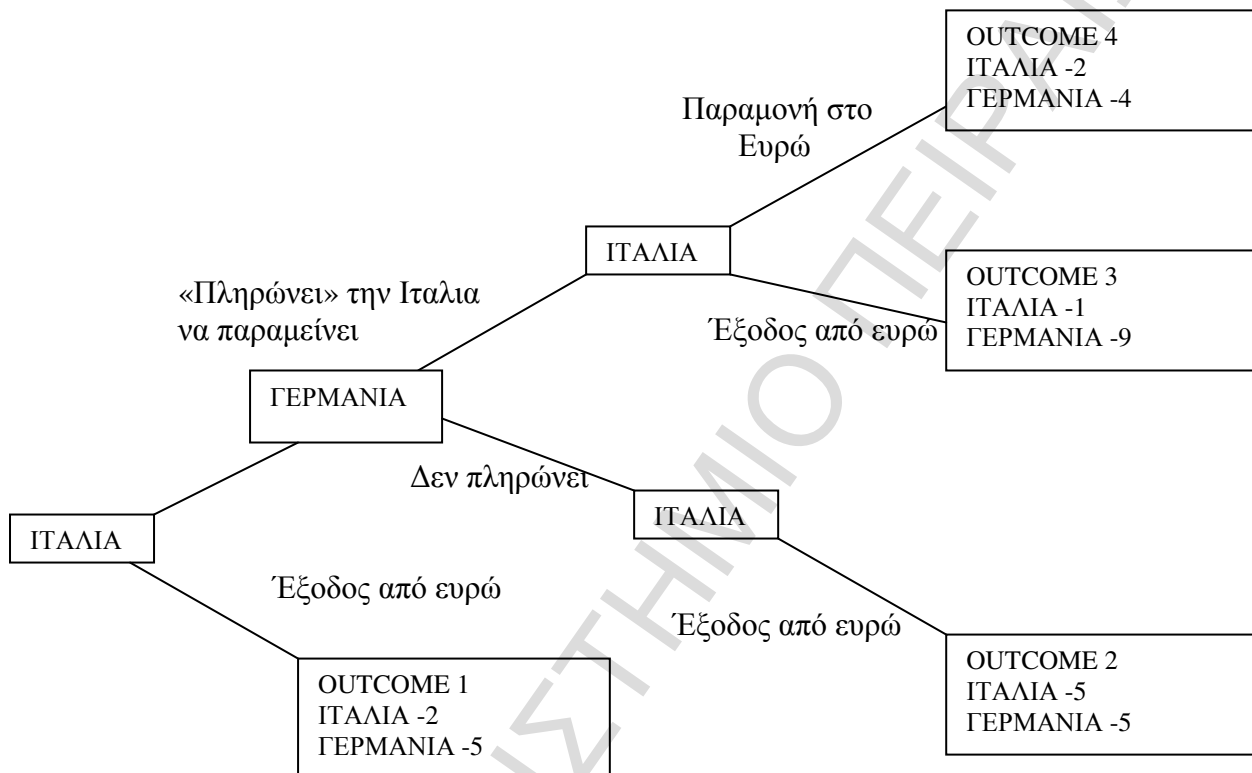
Φαίνεται λοιπόν ότι η ισορροπία Nash υπάρχει στην περίπτωση στήριξης της Ελλάδας και την παραμονή της στο ευρώ. Είναι σαφές ότι όλα τα μέρη θα ωφεληθούν περισσότερο από την καταλήγοντας στην κάτω δεξιά γωνία.

Ακόμα κι αν ένα μεγάλο μέρος της αγοράς επικεντρώνονται στον κίνδυνο εξόδου που έχει για την Ελλάδα, η Ιταλία και η Ιρλανδία έχουν το υψηλότερο σχετικό κίνητρο για να βγείτε οικειοθελώς το ευρώ. Στην περίπτωση της Ιταλίας, που αντιμετωπίζει μια σχετικά μεγαλύτερη πιθανότητα να επιτευχθεί μια ομαλή έξοδος μπορεί να επωφεληθεί σημαντικά από τον ανταγωνισμό, τα κέρδη ανάπτυξη, ακόμη και τα κέρδη του ισολογισμού.

Μεταξύ των περιφερειακών χωρών, η Ισπανία φαίνεται να έχει το χαμηλότερο σε σχέση κίνητρο για να εγκαταλείψουν. Ενώ η Γερμανία είναι η χώρα που μπορεί να επιτευχθεί μια ομαλή έξοδος από το ευρώ, έχει ωστόσο το χαμηλότερο κίνητρο να φύγει. Θα υποφέρει από χαμηλότερη ανάπτυξη, ενδεχομένως υψηλότερο κόστος

δανεισμού, και την αρνητική επίδραση του ισολογισμού. Η Αυστρία, η Φινλανδία και το Βέλγιο δεν έχουν κ αυτές ισχυρό κίνητρο για να εγκαταλείψουν.

Μεταξύ των μεγάλων οικονομιών, η Ιταλία έχει το μεγαλύτερο όφελος από την έξοδο, ενώ η Γερμανία έχει περισσότερα να χάσει από την έξοδο. Θα λέγαμε για τον ίδιο λόγο ότι η Γερμανία θα χάσει επίσης από την έξοδο των άλλων χωρών. Οι γερμανικές εξαγωγές προς την Ιταλία θα υποφέρουν και οι γερμανικές εταιρείες θα αντιμετωπίσουν τώρα πιο ανταγωνιστικά τις ιταλικές επιχειρήσεις. Συμπέρασμα ίσως θα ήταν πιθανό η Γερμανία να προσπαθήσει να κρατήσει την Ιταλία στη ζώνη του ευρώ. Στο παρακάτω σχήμα αναλύονται οι στρατηγικές αυτές σε δέντρο αποφάσεων.



Αυτή η στρατηγική δεν είναι μια σταθερή ισορροπία Nash. Στην περίοδο 1, η Ιταλία αποφασίζει αν πρέπει ή όχι να βγείτε. Αν συμβεί αυτό, το παιχνίδι είναι αμέσως πάνω, η Ιταλία θα πάρει μια πληρωμή από -2 και η Γερμανία θα πάρει μια πληρωμή από -5 (αποτέλεσμα 1). Αν η Ιταλία αποφασίσει να μείνει, η Γερμανία έχει τη δυνατότητα κατά την περίοδο 2 να ελιξίξει, να πληρώσει την Ιταλία για να μείνει ή όχι. Εάν αποφασίσει να μην πληρώσει, η Ιταλία οδηγείται σε έξοδο από το ευρώ κατά την περίοδο 3 και το παιχνίδι τελειώνει. Στο βαθμό που υπάρχει ένα κόστος στην Ιταλία καθυστέρησης εξόδου, υποθέτουμε ότι η πληρωμή για την Ιταλία είναι πλέον -5 (αύξηση 3). Η πληρωμή για τη Γερμανία εξακολουθεί να είναι -5 (αποτέλεσμα 2).

Τι θα συμβεί αν η Γερμανία αποφασίσει να “πληρώσει” την Ιταλία να μείνει; Πράγματι, η Γερμανία μπορεί να είναι πρόθυμη να πληρώσει την Ιταλία 4 μονάδες, έτσι ώστε αν η Ιταλία δεν μείνει, η Γερμανία να εξακολουθεί να είναι σε καλύτερη θέση από αφήνοντας τη. Αφότου η Ιταλία λάβει την πληρωμή από τη Γερμανία, αντιμετωπίζει τη δυνατότητα της εξόδου ή η της παραμονής το ευρώ.

Αν αποχωρήσει (αποτέλεσμα 3), θα συλλέξει μια πληρωμή από -1 (και 4 που παίρνει από τη Γερμανία μείον 2 σταθερό κόστος εξόδου και μείον το 3 πέναλτι για την παραμονή για μια επιπλέον περίοδο), ενώ η Γερμανία θα πάρει μια απόδοση -9 (-5 όταν η Ιταλία αποχωρήσει και -4 που είχε καταβάλει την Ιταλία για να μείνει). Αν η Ιταλία επιλέει να μείνει μετά την παραλαβή της «δωροδοκίας» από τη Γερμανία (αποτέλεσμα 4), η Ιταλία θα καταλήξει με μια πληρωμή του -2 (και 4 που έλαβε από τη Γερμανία και από δύο περιόδους-3, δηλαδή -6, για να ζει με χαμηλή ανάπτυξη, υψηλό κόστος δανεισμού και πολιτικής αστάθειας), ενώ η Γερμανία θα λάβουν πληρωμή των -4.

Ποια είναι η ισορροπία Nash αυτού του παιχνιδιού; Στην περίοδο 3, η Ιταλία είναι σαφώς σε καλύτερη θέση με την έξοδο παρά με τη διαμονή, έπειτα την καταβολή από τη Γερμανία έχει της «δωροδοκίας». Η πληρωμή για την Ιταλία στην έκβαση 4 είναι κατώτερη από την πληρωμή στο αποτέλεσμα 3. Ως εκ τούτου, η Γερμανία είναι σε καλύτερη θέση με το να μην πληρώνει. Τώρα στην περίοδο 1, η Ιταλία μπορεί να περιμένει ότι η Γερμανία δεν θα πληρώσει. Αυτό σημαίνει ότι η Ιταλία έχει ένα κίνητρο για να βγει από το ευρώ στην περίοδο 1. Η κατώτατη γραμμή είναι ότι η μόνη σταθερή ισορροπία αυτού του παιχνιδιού είναι ότι η Ιταλία εξέρχεται από το ευρώ και, το πιο σημαντικό, βγαίνει ήδη κατά την περίοδο 1.

Το παράδειγμα αυτό αποτελεί απλά μια προσέγγιση για ανάλυση. Στην πραγματικότητα τα παίγνια είναι πιο περίπλοκα, όπως ήδη έχει αναφερθεί. Παρ'όλα αυτά, αυτό το παιχνίδι η προηγούμενη ανάλυση θα δείχνουν ότι δεν πρέπει να περιμένουμε ό,τι έχει ήδη συμβεί ανάμεσα στη Γερμανία και την Ελλάδα κατά τη διάρκεια της κρίσης της ευρωζώνης θα λειτουργήσει με τον ίδιο τρόπο και για την Ιταλία. Η Ιταλία έχει περισσότερα κίνητρα από την Ελλάδα για να βγείτε οικειοθελώς από την ευρωζώνη, 7 Αυτό σημαίνει ότι η Ιταλία θα μπορούσε να είναι ακόμη πιο απρόθυμη από την Ελλάδα να δεχθεί τις σκληρές προϋποθέσεις παραμονής.

## ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Το «δίλημμα του φυλακισμένου» για τους πιστωτές της Ελλάδας, από τη μία μεριά, και την ελληνική οικονομία από την άλλη, έχει πάρει την εξής μορφή. Κανείς δεν θέλει να είναι ο πρώτος που θα προκαλέσει την ελληνική πτώχευση με τη στάση του, δηλαδή με διακοπή της ροής της χρηματοδότησης ή/και τη μαζική αποχώρηση από την παρουσία στις ελληνικές χρηματοπιστωτικές αγορές (τραπεζικό σύστημα, ομόλογα), αλλά και κανείς δεν θέλει να είναι παρών όταν θα “πτώχευσει” η ελληνική οικονομία.

Συνήθως τα διλήμματα αυτά λύνονται με τη συνεργασία όλων των μερών.

Το μέλλον δεν προβλέπεται ποτέ. Μπορούμε όμως να συγκεντρώσουμε τα πιο πιθανά σενάρια που μπορεί συμβούν. Είτε για να προσαρμοστούμε σ’ αυτά, είτε για να τα μεταβάλλουμε. Το νόμισμα δεν είναι ποτέ ανεξάρτητο της οικονομικής πολιτικής που εφαρμόζεται. Το νόμισμα είναι οι πολιτικές και οι οικονομικές δυνάμεις που το στηρίζουν και η πολιτική που ακολουθούν.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- An Introduction to Game Theory by Martin J. Osborne
- Game Theory and Macro Investing William Blair
- Parliamentary Coalitions, An n-person Game Approach to Politics Ioannis E. Fountasa, Panagiotis K. Kampisioulisb, Stylianos Th. Drakatosc Nash, J.F., “Two-person Cooperative Games,” *Econometrica*, Vol. 21, pp. 128-140, 1953
- Political Game Theory Nolan McCarty Adam Meirowitz
- *Βασικές Έννοιες Θεωρίας Παιγνίων* Παύλος Σ. Εφραιμίδης
- Βαρουφάκης, Γ. και Ν. Θεοχαράκης, *Μικροοικονομικά Υποδείγματα Μερικής και Γενικής Ισορροπίας*, Εκδόσεις Τυπωθήτω-Γ. Δαρδανός, 2005
- Οι Κοινωνικές Επιστήμες Μετά τον John F. Nash Jr *Μια αποτίμηση του Γιάννη Βαρουφάκη Τμήμα Οικονομικών Επιστημών Εθνικό και Καποδιστριακό Πανεπιστήμιο Αθηνών*
- Munich Personal RePEc Archive Coopetitive game solutions for the eurozone economy D. Carf\_\_ and M. Magaudda and D. Schilir\_o Dipartimento DESMaS "V.Pareto" Universit\_a degli studi di Messina September 2010
- “Payoff space in C1-games”, *Applied Sciences (APPS)*, vol.11, pp. 1-16.
- Munich Personal RePEc Archive A model of coopetitive games and the Greek crisis David Carf\_\_ and Daniele Schilir\_o 2011
  
- [http://www.amazon.com/Game-Theory-Nontechnical-Morton-Davis/dp/0486296725/ref=sr\\_1\\_1?s=books&ie=UTF8&qid=1373827217&sr=1-1&keywords=game+theory](http://www.amazon.com/Game-Theory-Nontechnical-Morton-Davis/dp/0486296725/ref=sr_1_1?s=books&ie=UTF8&qid=1373827217&sr=1-1&keywords=game+theory)
- [http://www.amazon.com/Theory-Applied-Economists-Robert-Gibbons/dp/0691003955/ref=sr\\_1\\_1?s=books&ie=UTF8&qid=1373827236&sr=1-1&keywords=game+theory+for+applied+economists](http://www.amazon.com/Theory-Applied-Economists-Robert-Gibbons/dp/0691003955/ref=sr_1_1?s=books&ie=UTF8&qid=1373827236&sr=1-1&keywords=game+theory+for+applied+economists)
- [http://www.amazon.com/Game-Theory-Business-Primer-Strategic/dp/0964793873/ref=sr\\_1\\_1?s=books&ie=UTF8&qid=1373827259&sr=1-1&keywords=game+theory+business](http://www.amazon.com/Game-Theory-Business-Primer-Strategic/dp/0964793873/ref=sr_1_1?s=books&ie=UTF8&qid=1373827259&sr=1-1&keywords=game+theory+business)
- [http://www.amazon.com/Theory-Political-Scientists-James-Morrow/dp/0691034303/ref=sr\\_1\\_1?s=books&ie=UTF8&qid=1373827287&sr=1-1&keywords=game+theory+political+science](http://www.amazon.com/Theory-Political-Scientists-James-Morrow/dp/0691034303/ref=sr_1_1?s=books&ie=UTF8&qid=1373827287&sr=1-1&keywords=game+theory+political+science)
- <http://www.perizitito.gr/product.php?productid=218319>
- [http://lesswrong.com/lw/dbe/introduction\\_to\\_game\\_theory\\_sequence\\_guide/](http://lesswrong.com/lw/dbe/introduction_to_game_theory_sequence_guide/)
- Game Theory .net
- <http://www.mathem.pub.ro/apps/>
- <http://www.credit-suisse.com/researchandanalytics>
- <http://www.economist.com/>
- <http://el.wikipedia.org/wiki/%CE%A0%CF%8D%CE%BB%CE%B7:%CE%9A%CF%8D%CF%81%CE%B9%CE%B1>
- <http://markets.ft.com/RESEARCH/Markets/Government-Bond-Spreads>
- <http://www.simplerna.com/2012/07/latest-euro-bonds-interest-rates.html>