



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ
ΤΜΗΜΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΑΣΦΑΛΙΣΤΙΚΗΣ ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ
Π.Μ.Σ. ΣΤΗΝ ΑΝΑΛΟΓΙΣΤΙΚΗ ΕΠΙΣΤΗΜΗ ΚΑΙ ΔΙΟΙΚΗΤΙΚΗ ΚΙΝΔΥΝΟΥ

ΠΡΟΒΟΛΗ ΘΝΗΣΙΜΟΤΗΤΑΣ ΓΙΑ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΑ ΚΟΙΝΩΝΙΚΗΣ ΑΣΦΑΛΙΣΗΣ ΣΤΗΝ ΕΛΛΑΔΑ

Διπλωματική Εργασία
Μποζίκας Ε. Απόστολος

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ: Πιτσέλης Γεώργιος

ΠΕΙΡΑΙΑΣ 2013

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ



UNIVERSITY OF PIRAEUS
DEPARTMENT OF STATISTICS AND INSURANCE SCIENCE
M.Sc. IN ACTUARIAL SCIENCE AND RISK MANAGEMENT

MORTALITY PROJECTION FOR SOCIAL SECURITY PROGRAMS IN GREECE

M.SC. THESIS
Bozikas E. Apostolos

ADVISOR PROFESSOR: Pitselis Georgios

PIRAEUS 2013

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ

Ευχαριστίες

Θα ήθελα να ευχαριστήσω τον Καθηγητή μου κύριο Γεώργιο Πιτσέλη για τη δυνατότητα που μου έδωσε να ασχοληθώ με το αντικείμενο της εργασίας αυτής και τη βοήθεια που μου προσέφερε κατά τη διάρκεια της συγγραφής της. Θα ήθελα επίσης να ευχαριστήσω τους Καθηγητές κύριο Πλάτωνα Τήγιο και κύριο Γεώργιο Ψαρράκο, που μου έκαναν την τιμή να είναι μέλη της συμβουλευτικής μου επιτροπής. Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω τους γονείς μου για την ηθική και υλική υποστήριξή τους κατά τη διάρκεια των σπουδών μου.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Ο 20^{ος} αιώνας έφερε σημαντικές αλλαγές στα ποσοστά θνησιμότητας για όλες τις ηλικίες, για άνδρες και γυναίκες, σε παγκόσμιο επίπεδο. Στην Ελλάδα, ο αριθμός των ηλικιωμένων αυξήθηκε, ως αποτέλεσμα, της μείωσης της βρεφικής θνησιμότητας, σε συνδυασμό με τα χαμηλά ποσοστά γονιμότητας και γεννητικότητας. Η παρούσα εργασία παρουσιάζει την εξέλιξη των ποσοστών θνησιμότητας του παρελθόντος, κατά τα επόμενα 40 χρόνια. Άλλωστε, η μελλοντική προβολή της θνησιμότητας συνδέεται άμεσα με το σύστημα κοινωνικής ασφάλισης στην Ελλάδα, δεδομένου ότι η αύξηση του αριθμού των ηλικιωμένων, εκτός των άλλων κοινωνικών και οικονομικών συνεπειών, συνεπάγεται την αύξηση των δαπανών για συντάξεις καθώς και για υγειονομική και ιατροφαρμακευτική περίθαλψη. Στην αρχή περιγράφονται οι βασικοί δημογραφικοί δείκτες που συνδέονται με τη θνησιμότητα και συνέβαλαν ουσιαστικά στη διαμόρφωσή της στα σημερινά επίπεδα. Στη συνέχεια, παρουσιάζονται βασικά στοιχεία για τη θνησιμότητα, κατά ηλικία και φύλο μέχρι σήμερα. Τέλος, αναλύεται η μεθοδολογία που εφαρμόστηκε και εξάγονται συμπεράσματα για τους μελλοντικούς δείκτες θνησιμότητας στην Ελλάδα, καθώς και άλλα αποτελέσματα, όπως ενδεχόμενες αλλαγές στο προσδόκιμο ζωής τα επόμενα χρόνια. Είναι σημαντικό να αναφερθεί ότι η μελέτη αυτή στηρίζεται σε μεγάλο βαθμό στη θεωρία στοχαστικών διαδικασιών και ιδιαίτερα στη θεωρία των χρονολογικών σειρών, μέσω των οποίων γίνεται έλεγχος και περιορισμός της αβεβαιότητας των συμπερασμάτων, που προκύπτουν από την προβολή των δεικτών θνησιμότητας στο μέλλον.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ

ABSTRACT

Worldwide, the 20th century brought significant changes in mortality rates at all ages, for both males and females. In Greece, the number of elderly was increased as a result of the reduction of infant mortality, combined with low fertility and birth rates. This thesis presents how the past mortality rates may evolve, over the next 40 years. Moreover, the future projection of mortality is directly related to the social security programs in Greece, given that the increase in the number of elderly, among other social and financial consequences, implies increase of cost for pensions, health and medical care. Initially, the main demographic rates, which are related to mortality and have contributed substantially to its development at current levels, are described. Moreover, key elements for mortality by gender and age are presented. Finally, the methodology adopted is analyzed and conclusions are drawn about future mortality rates in Greece and other outcomes, such as possible changes in life expectancy the following years. It is important to mention that this study is largely based on the theory of stochastic processes, particularly on the theory of time series, which control and limit uncertainty of the conclusions, resulting from the projection of mortality rates in the future.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ	- 1 -
2. ΓΕΝΙΚΑ ΔΗΜΟΓΡΑΦΙΚΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΠΛΗΘΥΣΜΟΥ	- 3 -
2.1 Δείκτης Γονιμότητας.....	- 4 -
2.2 Δείκτης Γήρανσης.....	- 5 -
2.3 Προσδόκιμο Ζωής.....	- 6 -
3. ΓΕΝΙΚΕΣ ΤΑΣΕΙΣ ΘΝΗΣΙΜΟΤΗΤΑΣ ΠΛΗΘΥΣΜΟΥ	- 9 -
3.1 Δείκτης Βρεφικής Θνησιμότητας	- 10 -
3.2 Αδρός Δείκτης Θνησιμότητας	- 11 -
3.3 Ειδικός Κατά Ηλικία Δείκτης Θνησιμότητας.....	- 12 -
3.3.1 Άμεσα Προτυποποιημένος Δείκτης Θνησιμότητας.....	- 14 -
3.4 Δείκτης Μείωσης Θνησιμότητας	- 18 -
4. ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΔΕΙΚΤΩΝ ΘΝΗΣΙΜΟΤΗΤΑΣ	- 21 -
4.1 Μοντελοποίηση της Θνησιμότητας με τη Μέθοδο των Lee-Carter	- 22 -
4.2 Εκτίμηση των Παραμέτρων του Μοντέλου των Lee-Carter	- 24 -
4.3 Αναγνώριση Χρονολογικών Σειρών.....	- 27 -
5. ΑΝΑΛΥΣΗ ΧΡΟΝΟΛΟΓΙΚΩΝ ΣΕΙΡΩΝ	- 30 -
5.1 Μεθοδολογία Box - Jenkins.....	- 30 -
5.1.1 Ταυτοποίηση Χρονολογικών Σειρών.....	- 31 -
5.1.2 Εκτίμηση Παραμέτρων Χρονολογικών Σειρών.....	- 39 -
5.1.3 Διαγνωστικός Έλεγχος.....	- 41 -
5.1.4 Προβλέψεις	- 44 -
5.2 Προβολή Θνησιμότητας	- 46 -
5.2.1 Κατασκευή Συνεπτυγμένων Πινάκων Επιβίωσης	- 48 -
6. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ – ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ ΓΙΑ ΠΕΡΑΙΤΕΡΩ ΕΡΕΥΝΑ	- 52 -
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ	- 63 -
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑΤΑ.....	- 66 -

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Οι μεταβολές του πληθυσμού αποτελούν αναμφίβολα ένα ιδιαίτερα σημαντικό πεδίο της επιστημονικής έρευνας. Τις τελευταίες δεκαετίες παρατηρείται ένα αυξημένο ενδιαφέρον για τις μελλοντικές δημογραφικές εξελίξεις, ιδιαίτερα στην Ελλάδα, όπου το δημογραφικό πρόβλημα εντείνεται σημαντικά στις μέρες μας. Αν και το πρόβλημα είναι ιδιαίτερα σημαντικό, το ενδιαφέρον δεν εστιάζεται μόνο στο μέλλον του πληθυσμού από καθαρά δημογραφική σκοπιά, αλλά συνδέεται όλο και περισσότερο με τις κοινωνικές και οικονομικές επιπτώσεις, όπως αυτές προκύπτουν από τις πληθυσμιακές μεταβολές. Το δημογραφικό πρόβλημα γίνεται ολοένα και οξύτερο, με κοινωνικό και οικονομικό αντίκτυπο. Η αύξηση του προσδόκιμου ζωής και η μείωση της γονιμότητας, με επακόλουθη τη δυσμενή σχέση ηλικιωμένων - νέων προκαλούν σημαντικούς προβληματισμούς τόσο ως προς την εξέλιξη του πληθυσμού όσο και ως προς την πορεία βασικών κοινωνικών και οικονομικών μεταβλητών.

Η γεννητικότητα και η θνησιμότητα είναι οι κύριοι παράγοντες, οι οποίοι διαμορφώνουν το μέγεθος και τη σύνθεση του πληθυσμού. Αξίζει να αναφερθεί ότι ένας άλλος εξίσου σημαντικός πληθυσμιακός παράγοντας είναι αυτός της μετανάστευσης, ο οποίος όμως δεν θα αποτελέσει αντικείμενο μελέτης στην παρούσα εργασία. Με την ανάλυση του πληθυσμού κατά ηλικία, διακρίνουμε τον πληθυσμό σε τρεις βασικές ομάδες, αυτή του νεανικού πληθυσμού, αυτή που συμμετέχει σε οικονομικές δραστηριότητες και την ομάδα που αποτελείται από το γεροντικό πληθυσμό, ο οποίος επιβαρύνει ιδιαίτερα τον κρατικό προϋπολογισμό. Με βάση τις παρατηρούμενες μεταβολές στη σύνθεση του πληθυσμού κατά ηλικία, προσδιορίζουμε την εξέλιξη του δείκτη γήρανσης, δηλαδή την αύξηση του ποσοστού των ηλικιωμένων άνω των 65 ετών.

Η γήρανση του πληθυσμού είναι ένα σύνθετο αποτέλεσμα που προκύπτει από τη μείωση της γονιμότητας σε συνδυασμό με τη μείωση της θνησιμότητας και δημιουργεί μεταξύ άλλων αυξημένες οικονομικές υποχρεώσεις για τη συντήρηση και περίθαλψη των ηλικιωμένων, ενώ εγείρει έντονους προβληματισμούς για την πορεία του εργατικού δυναμικού μιας χώρας και τη μελλοντική δομή του. Η δημογραφική γήρανση χαρακτηρίζεται αφενός από τη συνεχή αύξηση της αναλογίας των ηλικιωμένων ατόμων στο συνολικό πληθυσμό, αφετέρου από την ταυτόχρονη μείωση του ποσοστού των παιδιών και τη συρρίκνωση των παραγωγικών ηλικιών. Αξίζει να

σημειωθεί ότι η Ελλάδα κατέχει την πέμπτη θέση στην Ευρώπη και τη δωδέκατη στον κόσμο από πλευράς ηλικιωμένων ατόμων στο σύνολο του πληθυσμού της.

Τα τελευταία χρόνια παρατηρείται σημαντική μείωση στη βρεφική θνησιμότητα αλλά και στη θνησιμότητα σε μεγαλύτερες ηλικίες. Οι εξελίξεις αυτές αποτυπώνονται στην αύξηση του προσδόκιμου ζωής. Πράγματι η επιμήκυνση της διάρκειας ζωής, αν και μπορεί να θεωρηθεί ως ένα σπουδαίο κοινωνικό επίτευγμα επιβαρύνει τα ταμεία κοινωνικής ασφάλισης και θέτει υπό αμφισβήτηση τη βιωσιμότητα τους.

Αρχικά, στην εργασία παρουσιάζονται τα κυριότερα δημογραφικά στοιχεία, που συντέλεσαν στην διαμόρφωση του πληθυσμού της Ελλάδος στα σημερινά επίπεδα, μέσω της ανάλυσης του δείκτη γονιμότητας, του δείκτη γήρανσης και του προσδόκιμου ζωής.

Τα βασικά μέτρα θνησιμότητας του πληθυσμού περιγράφονται στη συνέχεια, όπου κατασκευάζονται και οι ειδικοί κατά ηλικία και φύλο δείκτες θνησιμότητας. Τα δεδομένα που χρησιμοποιούνται για την κατασκευή των δεικτών θνησιμότητας αντλήθηκαν από την ηλεκτρονική διεύθυνση της Ευρωπαϊκής Στατιστικής Επιτροπής (Eurostat, 2012).

Ακολουθεί η μοντελοποίηση των δεικτών θνησιμότητας που κατασκευάσαμε, χρησιμοποιώντας το στοχαστικό μοντέλο των Lee-Carter. Από την εφαρμογή του μοντέλου, εξάγονται δύο χρονολογικές σειρές, οι οποίες εκφράζουν το γενικό επίπεδο θνησιμότητας των ανδρών και των γυναικών. Οι σειρές αυτές, αναλύονται και προβάλλονται για τα επόμενα χρόνια, με τη βοήθεια του στατιστικού πακέτου R.

Τα αποτελέσματα της προβολής των δεδομένων θνησιμότητας συνοψίζονται με την κατασκευή πινάκων επιβίωσης, έως το 2050. Στο τέλος, εξάγουμε σημαντικά συμπεράσματα για την μελλοντική εξέλιξη του προσδόκιμου ζωής κατά τη γέννηση, αλλά και κατά την ηλικία των 65 ετών, όπως αυτά προκύπτουν από τους πίνακες επιβίωσης που κατασκευάσαμε.

2. ΓΕΝΙΚΑ ΔΗΜΟΓΡΑΦΙΚΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΠΛΗΘΥΣΜΟΥ

Είναι γεγονός ότι ο ελληνικός αναπαραγωγικός πληθυσμός διαρκώς περιορίζεται. Αναμφισβήτητα, τα αίτια της υπογεννητικότητας δεν είναι μόνο οικονομικά, είναι ιατρικά, κοινωνικά, ηθικά και ψυχολογικά. Η καθοδική πορεία της γονιμότητας και της γεννητικότητας οφείλεται στη μεγάλη μείωση του αναπαραγωγικού πληθυσμού και οι συνέπειες που προκύπτουν έχουν ποσοτικό και ποιοτικό χαρακτήρα.

Το ένα ή δύο παιδιά που αποκτά σήμερα, κατά μέσο όρο, η ελληνική οικογένεια, δεν εξασφαλίζουν την αναπαραγωγή του ελληνικού πληθυσμού. Ο δείκτης γονιμότητας των γυναικών σε γόνιμη ηλικία έχει περιοριστεί στα 1.4 παιδιά ανά γυναίκα, έναντι του 2.1 που είναι απαραίτητο για την αναπαραγωγή του εγχώριου πληθυσμού (Eurostat Yearbook, 2011).

Εκτός όμως από τις καθαρά ποσοτικές συνέπειες του φαινομένου, μεγαλύτερη σπουδαιότητα παρουσιάζουν οι ποιοτικές επιπτώσεις, δεδομένου ότι η διάρθρωση του πληθυσμού κατά ομάδες ηλικιών, επηρεάζεται σημαντικά. Έτσι οι ηλικιακές ομάδες 0-14 και 15-64 ετών συρρικνώνονται, ενώ αυξάνεται ο πληθυσμός της ηλικιακής ομάδας 65 ετών και άνω, οδηγώντας σε γήρανση του πληθυσμού, με όλες τις κοινωνικές και οικονομικές της επιβαρύνσεις. Η αποδυνάμωση του οικονομικά ενεργού πληθυσμού 15-64 ετών και η δυσανάλογη αύξηση των οικονομικών βαρών για τις νεότερες ομάδες ηλικιών αποτελεί άμεση συνέπεια της γήρανσης αυτής.

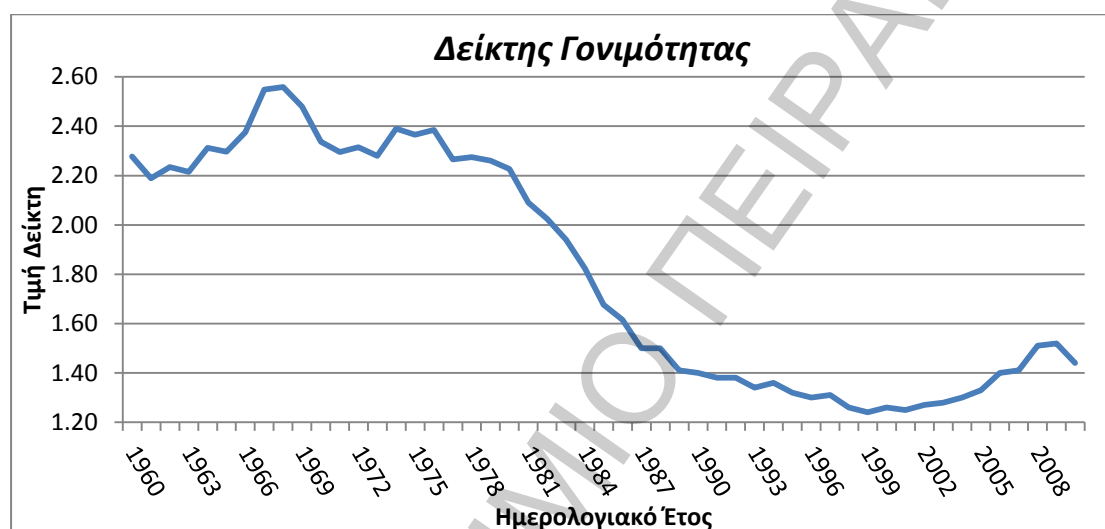
Το πρόβλημα της γήρανσης του πληθυσμού της Ελλάδας έχει πολλαπλές συνέπειες στην οικονομία, όχι μόνο σε ό,τι αφορά το δημοσιονομικό κόστος εξαιτίας της αύξησης των δαπανών που απαιτούνται για την περίθαλψη των ηλικιωμένων αλλά και για την ανάπτυξη, μια και το ενεργό δυναμικό μειώνεται σημαντικά. Αυτά έχουν ως αποτέλεσμα την κατάρρευση του ασφαλιστικού συστήματος, εάν δεν ληφθούν μέτρα ενίσχυσης των ταμείων για τη διασφάλιση της βιωσιμότητάς τους.

Στη συνέχεια παρουσιάζονται ο δείκτης γονιμότητας και ο δείκτης γήρανσης για τον πληθυσμό της Ελλάδας. Ακολουθούν τα αποτελέσματα του προσδόκιμου ζωής συγκριτικά για τους άνδρες και τις γυναίκες. Μέσα από τη μελέτη των δεικτών αυτών μπορούμε να αντιληφθούμε καλύτερα τις δημογραφικές συνθήκες που επικρατούν στην Ελλάδα σήμερα.

2.1 Δείκτης Γονιμότητας

Ο δείκτης γονιμότητας (Eurostat Yearbook, 2011) προκύπτει από το λόγο των γεννήσεων ενός έτους προς το μέσο γυναικείο πληθυσμό αναπαραγωγικής ηλικίας (15-49 ετών) κατά τη διάρκεια του ίδιου έτους. Με τα στοιχεία που αντλήθηκαν από την Παγκόσμια Τράπεζα δεδομένων (World dataBank, 2012), κατασκευάσαμε το Διάγραμμα 1.

Διάγραμμα 1. Δείκτης Γονιμότητας στην Ελλάδα, από το 1960 έως το 2010



Πηγή: Ιδία επεξεργασία στοιχείων της World dataBank (2012).

Κατά τις δεκαετίες του 80 και 90, ο δείκτης γονιμότητας είχε καθοδική πορεία, παρουσιάζοντας ωστόσο τάσεις ανάκαμψης τα τελευταία χρόνια (Διάγραμμα 1). Οι τάσεις αυτές είναι αποτέλεσμα κοινωνικών και πολιτιστικών αλλαγών, που συνέβησαν στη χώρα μας τις τελευταίες δεκαετίες. Πιο συγκεκριμένα, το 1981 η γονιμότητα πέφτει στις 2.09 γεννήσεις ανά μητέρα, ποσοστό που αγγίζει για πρώτη φορά το όριο αντικατάστασης των γενεών (2.1) και έκτοτε η τιμή του δείκτη κυμαίνεται σε ιδιαίτερα χαμηλά επίπεδα. Το 1991, η τιμή μειώνεται σε 1.38 παιδιά ανά μητέρα, ενώ το 1999 έφτασε στο επίπεδο του 1.24 παιδιών ανά μητέρα, παρουσιάζοντας έτσι μια από τις χαμηλότερες τιμές στην Ευρωπαϊκή Ένωση.

Πρέπει να σημειωθεί ότι ο δείκτης γονιμότητας δεν παρέχει πάντα αξιόπιστες ενδείξεις των τάσεων που πραγματικά επικρατούν, καθώς είναι ιδιαίτερα ευαίσθητος

σε εποχιακές διακυμάνσεις και σε μεταβολές που σχετίζονται με την ηλικία τεκνοποίησης των γυναικών. Ειδικότερα στην περίπτωση της Ελλάδας, η μέση ηλικία απόκτησης πρώτου παιδιού από 26.13 έτη που ήταν το 1980 αυξήθηκε σε 28.2 έτη το 1995, το 2000 ανήλθε σε 29.6 έτη, ενώ το 2011 έφτασε τα 30.4 έτη (Eurostat, 2011).

2.2 Δείκτης Γήρανσης

Ο δείκτης γήρανσης (El.Stat., 2012) προκύπτει από το λόγο των ατόμων ηλικίας άνω των 65 ετών προς τον αριθμό των ατόμων ηλικίας 0-14 ετών και παρουσιάζεται στο Διάγραμμα 2.

Διάγραμμα 2. Δείκτης Γήρανσης στην Ελλάδα, από το 1990 έως το 2010



ΕΤΟΣ	1990	1995	2000	2005	2010
ΤΙΜΗ ΔΕΙΚΤΗ (%)	70.5	87.0	108.6	127.4	133.8

Πηγή: Ιδία επεξεργασία στοιχείων της El.Stat (2012).

Η έντονα καθοδική τάση της γονιμότητας κυρίως και η μείωση της θνησιμότητας δευτερευόντως συνέτειναν στην αλλοίωση της σύνθεσης του πληθυσμού κατά ηλικία, οι οποίες είχαν ως αποτέλεσμα τη συνεχή συμπίεση του παιδικού πληθυσμού (0-14 ετών) και τη διόγκωση του γεροντικού πληθυσμού (65 ετών και άνω), ενώ ο παραγωγικός πληθυσμός (15-64 ετών) παρέμεινε σχετικά αμετάβλητος. Πιο συγκεκριμένα, το 1993 η τιμή του δείκτη γήρανσης βρισκόταν λίγο πάνω από το 80%. Μέσα σε δεκαπέντε χρόνια αυξήθηκε περίπου κατά 50%, φτάνοντας το 2008 την τιμή 130.5%. Έκτοτε ο δείκτης παρουσιάζει σταθερή άνοδο και η τάση αυτή δύναται να συνεχιστεί (Διάγραμμα 2).

2.3 Προσδόκιμο Ζωής

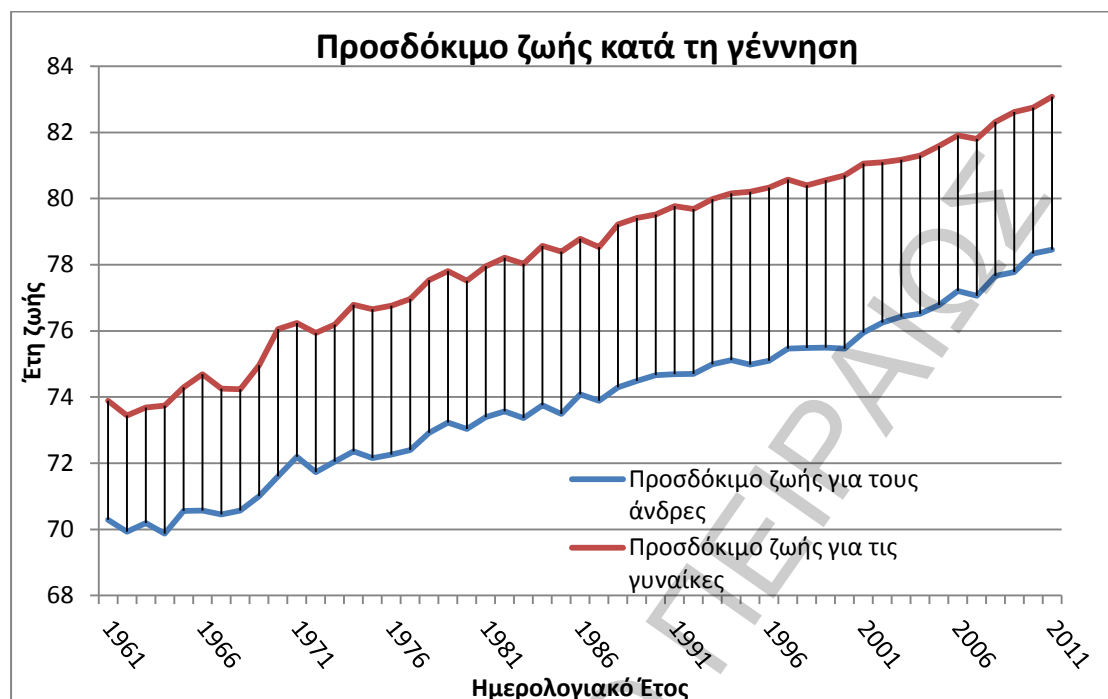
Το προσδόκιμο ζωής (κατά τη γέννηση) είναι ο μέσος αριθμός ετών που αναμένεται να ζήσει, ένας αριθμός ατόμων που γεννήθηκαν κατά τη διάρκεια του ίδιου έτος, με την προϋπόθεση ότι η θνησιμότητα σε κάθε ηλικία παραμένει σταθερή στο μέλλον. Το προσδόκιμο ζωής κατά τη γέννηση αποτελεί σημαντικό μέτρο για την ποιότητα ζωής σε μια χώρα. Ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζει η μελέτη του προσδόκιμου ζωής κατά την ηλικία των 65 ετών, καθώς αποτελεί ένα αξιόλογο μέτρο ποσοτικοποίησης της δημογραφικής γήρανσης του πληθυσμού.

Πίνακας 1. Προσδόκιμο ζωής κατά τη γέννηση και την ηλικία των 65 στην Ελλάδα

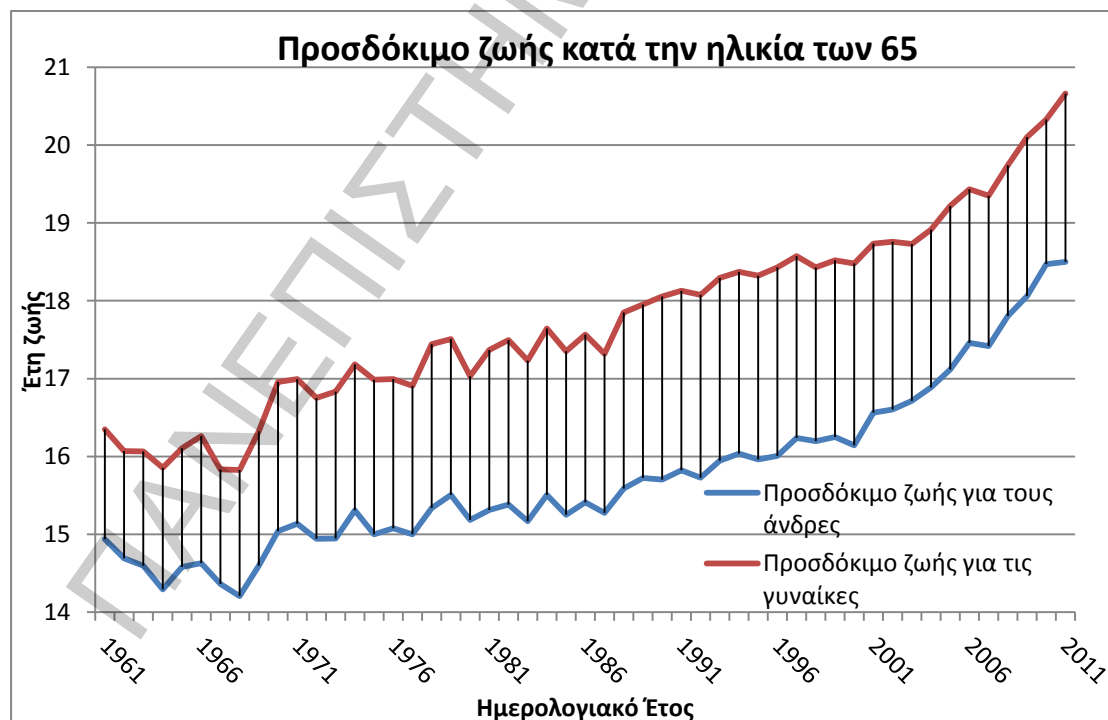
Προσδόκιμο ζωής στη γέννηση				Προσδόκιμο ζωής στην ηλικία 65		
Έτος	Άνδρες	Γυναίκες	Διαφορά	Άνδρες	Γυναίκες	Διαφορά
1965	70.6	74.3	3.7	14.6	16.1	1.5
1970	71.6	76.0	4.4	15.0	17.0	2.0
1975	72.2	76.6	4.4	15.0	17.0	2.0
1980	73.0	77.5	4.5	15.2	17.0	1.8
1985	73.5	78.4	4.9	15.3	17.4	2.1
1990	74.7	79.5	4.8	15.7	18.1	2.4
1995	75.0	80.2	5.2	16.0	18.3	2.3
2000	75.5	80.7	5.2	16.2	18.5	2.3
2005	76.8	81.6	4.8	17.1	19.2	2.1
2010	78.3	83.0	4.7	18.5	20.3	1.8

Η υπεροχή της μακροβιότητας των γυναικών έναντι των ανδρών έχει σταδιακά αυξηθεί από 3.7 χρόνια το 1965 σε 4.9 χρόνια το 1985 και έκτοτε η διαφορά παραμένει στα ίδια σχεδόν επίπεδα έως σήμερα. Τα αποτελέσματα αυτά παρουσιάζονται συνοπτικά ανά πενταετία στον Πίνακα 1, ο οποίος κατασκευάστηκε σύμφωνα με τη μεθοδολογία που περιγράφεται αναλυτικά στην παράγραφο 5.2.1. Το προσδόκιμο ζωής του πληθυσμού της Ελλάδας μεταξύ 1961 και 2011 έχει επιμηκυνθεί σημαντικά τα τελευταία χρόνια. Συγκεκριμένα, η προσδοκώμενη ζωή κατά τη γέννηση αυξήθηκε από 70 έτη το 1961 σε 79 το 2011 για τους άνδρες και από 73 σε 83 έτη για τις γυναίκες κατά την ίδια περίοδο (Διάγραμμα 3).

Διάγραμμα 3. Προσδόκιμο ζωής κατά τη γέννηση στην Ελλάδα, από το 1961 έως το 2011



Διάγραμμα 4. Προσδόκιμο ζωής κατά την ηλικία των 65 στην Ελλάδα, από το 1961 έως το 2011



Η επιμήκυνση στο προσδόκιμο ζωής κατά τη γέννηση οφείλεται κυρίως στη σημαντική μείωση της θνησιμότητας, η οποία παρατηρείται σε όλες τις ηλικίες αλλά είναι περισσότερο εντυπωσιακή στη βρεφική ηλικία. Εντούτοις, τις τελευταίες δεκαετίες, σημαντική μείωση της θνησιμότητας παρατηρήθηκε και στις μεγαλύτερες ηλικίες, γεγονός που καθίσταται εμφανές από την αύξηση του προσδόκιμου ζωής στα άτομα ηλικίας 65 ετών (Πίνακας 1). Πιο συγκεκριμένα, η προσδοκώμενη ζωή στην ηλικία των 65 αυξήθηκε από 14.6 έτη το 1965 σε 18.5 το 2010 για τους άνδρες και από 16.1 σε 20.3 έτη για τις γυναίκες αντίστοιχα (Διάγραμμα 4). Έτσι, ενώ ο αριθμός των ατόμων ηλικίας έως 14^{ov} ετών μειώνεται σταθερά, αντίθετα, το ποσοστό του πληθυσμού με ηλικία άνω των 65 παρουσιάζει βαθμιαία αύξηση. Αυτή η τάση έχει ως αποτέλεσμα ένα αυξανόμενο πληθυσμό ατόμων μεγαλύτερης ηλικίας, ιδιαίτερα στην ομάδα των πολύ ηλικιωμένων (80⁺) με άμεσες οικονομικές συνέπειες στο ήδη επιβαρυνόμενο αναπαραγωγικά περιβάλλον της Ελλάδας.

3. ΓΕΝΙΚΕΣ ΤΑΣΕΙΣ ΘΝΗΣΙΜΟΤΗΤΑΣ ΠΛΗΘΥΣΜΟΥ

Το φαινόμενο της θνησιμότητας έχει σημαντικές κοινωνικές και οικονομικές προεκτάσεις και αποτελεί έναν από τους πρωτογενείς παράγοντες διαμόρφωσης του μεγέθους και της σύνθεσης κάθε πληθυσμού. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα, η μελέτη της θνησιμότητας να παρουσιάζει ιδιαίτερο ενδιαφέρον καθώς σχετίζεται με το σχεδιασμό και την πορεία των τομέων υγείας και κοινωνικής ασφάλισης.

Στις κυριότερες αιτίες θνησιμότητας στην Ελλάδα και την Ευρώπη συγκαταλέγονται μεταξύ άλλων οι καρδιαγγειακές παθήσεις, οι κακοήθεις νεοπλασίες, οι παθήσεις εγκεφαλικών αγγείων, οι παθήσεις του αναπνευστικού συστήματος (κυρίως για τους γηραιότερους) καθώς και άλλες εξωτερικές αιτίες, όπως τα τροχαία ατυχήματα και οι αυτοκτονίες (Eurostat Health Statistics, 2009). Η εξέλιξη της τεχνολογίας στις διαγνωστικές και θεραπευτικές δυνατότητες τα τελευταία χρόνια έχει συνεισφέρει σημαντικά στον έλεγχο και τη μείωση των θανάτων από πολλές ασθένειες.

Η αύξηση της προσδοκώμενης ζωής κατά τη γέννηση αλλά και στην ηλικία των 65 ετών και η μείωση της βρεφικής θνησιμότητας, που θα αναλυθεί παρακάτω οδηγούν στο ασφαλές συμπέρασμα ότι η θνησιμότητα στην Ελλάδα μειώθηκε σημαντικά τις τελευταίες δεκαετίες. Η όποια περαιτέρω υποχώρησή της, θα οφείλεται κυρίως στη μείωση της γεροντικής θνησιμότητας. Για να προκύψει όμως μια πιο τεκμηριωμένη άποψη κρίνεται επιτακτική η μελέτη της θνησιμότητας με βάση ιστορικά στοιχεία των τελευταίων δεκαετιών, ανάλογα βέβαια με το φύλο και την ηλικία του θανόντος.

Ο ακαθάριστος (αδρός) δείκτης θνησιμότητας δίνει μια πρώτη γενική εικόνα για την εξέλιξη της θνησιμότητας στη Ελλάδα, κρίνεται όμως ανεπαρκής, αφού για να εξάγουμε ενδελεχή αποτελέσματα πρέπει να ληφθούν υπόψιν παράγοντες που σχετίζονται με το φύλο και την ηλικιακή δομή του πληθυσμού.

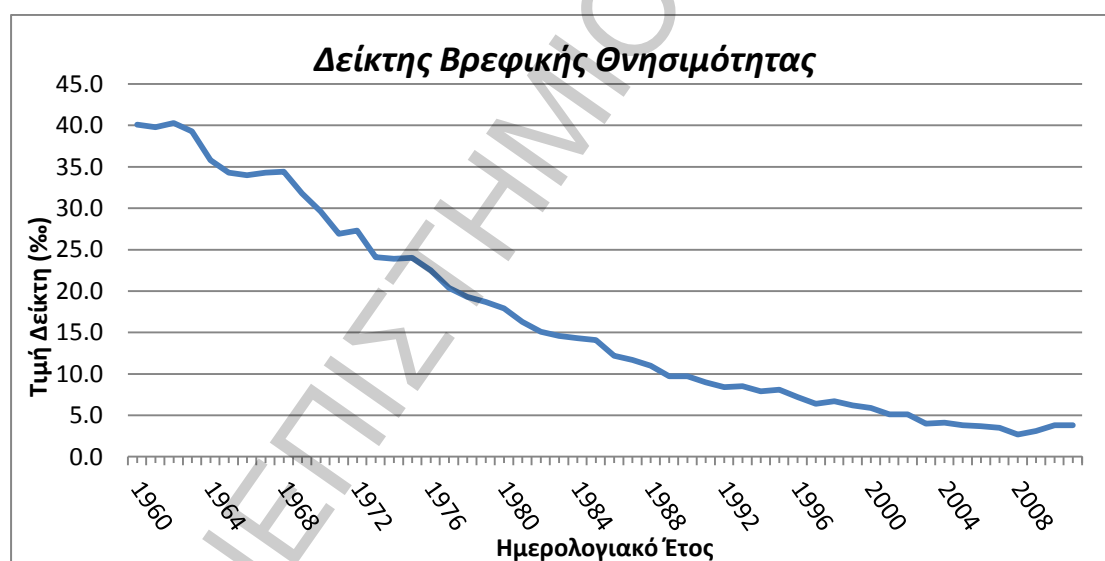
Για το σκοπό αυτό, χωρίζουμε τον πληθυσμό σε δυο βασικές κατηγορίες, με κριτήριο το φύλο. Στη συνέχεια χωρίζουμε κάθε μία από τις κατηγορίες αυτές σε πενταετείς ηλικιακές κλάσεις. Έτσι ορίζουμε τον ειδικό κατά ηλικία δείκτη θνησιμότητας, ο οποίος προκύπτει από το λόγο του αριθμού των θανάτων των ατόμων μιας ηλικιακής κλάσης για το κάθε ημερολογιακό έτος προς τον πληθυσμό της ηλικιακής αυτής κλάσης στο μέσον του ίδιου έτους.

Στη συνέχεια αναλύεται περαιτέρω η ιστορική τάση του ειδικού κατά ηλικία δείκτη θνησιμότητας και με την εφαρμογή κατάλληλου γραμμικού μοντέλου υπολογίζεται ο ετήσιος δείκτης μείωσης της θνησιμότητας για κάθε ηλικιακή κλάση.

3.1 Δείκτης Βρεφικής Θνησιμότητας

Ο δείκτης βρεφικής θνησιμότητας (Eurostat Health Statistics, 2009) προκύπτει από το λόγο των βρεφικών θανάτων που σημειώθηκαν στη διάρκεια ενός έτους προς τον αριθμό των γεννήσεων ζώντων του έτους αυτού. Με άλλα λόγια ο δείκτης βρεφικής θνησιμότητας εκφράζει την αναλογία των θανάτων βρεφών κάτω του έτους σε 1000 γεννήσεις ζώντων ετησίως και είναι ένας από τους ευρύτερα χρησιμοποιούμενους επιδημιολογικούς δείκτες καθώς θεωρείται ότι ανταποκρίνεται με αξιόπιστο τρόπο, σε επίπεδο ιατρικής και κοινωνικής ανάπτυξης ενός κράτους.

Διάγραμμα 5. Δείκτης Βρεφικής Θνησιμότητας στην Ελλάδα από το 1960 έως το 2010



ΕΤΟΣ	1960	1970	1980	1990	2000	2010
ΤΙΜΗ ΔΕΙΚΤΗ (‰)	40.1	29.6	17.9	9.7	5.9	3.8

Πηγή: Ίδια επεξεργασία στοιχείων της Eurostat (2012).

Η βρεφική θνησιμότητα μειώθηκε εντυπωσιακά στην Ελλάδα κατά τις τελευταίες δεκαετίες (Διάγραμμα 5). Πράγματι, ο δείκτης μειώθηκε κατά 85% μεταξύ των ετών 1960 και 2000. Πιο συγκεκριμένα, από το ποσοστό 40.1‰ το 1960, έφτασε στο 5.9‰ το 2000 και στο 3.8‰ το 2010 συνεχίζοντας έτσι τη σταθερά πτωτική τάση του.

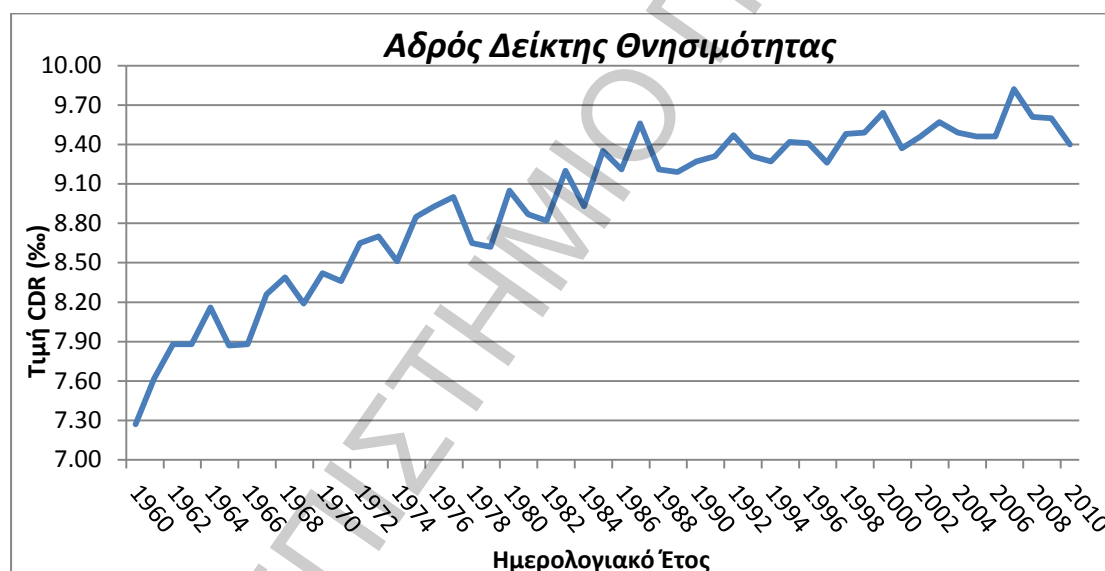
3.2 Αδρός Δείκτης Θνησιμότητας

Ο αδρός δείκτης θνησιμότητας (crude death rate), ο οποίος συχνά αναφέρεται και ως ακαθάριστος δείκτης θνησιμότητας (Eurostat Health Statistics, 2009) προκύπτει από το λόγο των παρατηρηθέντων θανάτων ενός έτους προς το μέσο πληθυσμό του ίδιου έτους, εκφράζεται ως ποσοστό ανά 1000 άτομα και συμβολίζεται ως εξής:

$$CDR = \frac{D}{P} \cdot 1000$$

Με το γράμμα D συμβολίζουμε το συνολικό αριθμό των θανάτων κατά την διάρκεια ενός ημερολογιακού έτους και με το γράμμα P συμβολίζουμε το συνολικό πληθυσμό στη μέση του ίδιου έτους. Παρατηρούμε ότι ο αδρός δείκτης θνησιμότητας δεν λαμβάνει υπόψιν την ηλικία των θανόντων.

Διάγραμμα 6. Αδρός Δείκτης Θνησιμότητας στην Ελλάδα από το 1960 έως το 2010



ΕΤΟΣ	1935	1940	1955	1960	1965	1970	1975
ΤΙΜΗ CDR (‰)	14.83	12.82	6.88	7.27	7.87	8.42	8.85
ΕΤΟΣ	1980	1985	1990	1995	2000	2005	2010
ΤΙΜΗ CDR (‰)	9.05	9.35	9.27	9.42	9.64	9.46	9.40

Πηγή: Ιδία επεξεργασία στοιχείων της El.Stat. (2012).

Η θνησιμότητα των Ελλήνων από το 1960 και μετά, όπως αποτυπώνεται στο Διάγραμμα 6 αυξάνεται βάσει του αδρού δείκτη. Εν τούτοις τα κατά ηλικία επίπεδα θνησιμότητας της Ελλάδας έχουν διαχρονικά μειωθεί, όπως θα δούμε στη συνέχεια. Αιτία του οξύμορου αυτού φαινομένου είναι ότι η ηλικιακή σύνθεση του πληθυσμού έχει μεταβληθεί έντονα μέσα σε αυτό το χρονικό διάστημα. Ο πληθυσμός της

Ελλάδας διαχρονικά ωριμάζει. Έτσι, η κατά ηλικία σύνθεση του πληθυσμού διαμορφώνεται υπέρ των μεγάλων ηλικιών, με τη μέση ηλικία να αυξάνεται ως αποτέλεσμα της διαχρονικής μείωσης των κατά ηλικία επιπέδων θνησιμότητας και των επιπέδων γονιμότητας. Εξάλλου, είναι γεγονός ότι οι περισσότερο αναπτυγμένες χώρες εμφανίζουν εντονότερα φαινόμενα δημογραφικής γήρανσης λόγω της διαχρονικά μεγαλύτερης αύξησης στο προσδόκιμο ζωής και της πτώσης των επιπέδων γονιμότητας και γεννητικότητας.

Ο αδρός δείκτης θνησιμότητας διακυμάνθηκε σε υψηλά επίπεδα γύρω στο 14‰ στις δεκαετίες του 30 και του 40. Όμως με τη σταδιακή άνοδο του βιοτικού μας επιπέδου και κυρίως την καταπολέμηση λοιμωδών οι τιμές του δείκτη μειώθηκαν σημαντικά τις δεκαετίες του 50 και του 60 σε ποσοστά γύρω στο 7‰ έως 8‰. Από το 1960 και μετά ο δείκτης παρουσιάζει βαθμιαία άνοδο πλησιάζοντας τα τελευταία χρόνια το 10‰ (Διάγραμμα 6). Η αύξηση αυτή δίνει την εντύπωση ότι οι συνθήκες υγείας και διαβίωσης χειροτέρεψαν τα τελευταία χρόνια, αλλά μία πιο αναλυτική μελέτη των θανάτων κατά ηλικία, που θα γίνει στη συνέχεια, αποδεικνύει ότι η αύξηση του δείκτη θνησιμότητας οφείλεται στο υψηλό ποσοστό γήρανσης που παρουσιάζει η χώρα μας και έχει ως συνέπεια την μεγαλύτερη ένταση του θανάτου στις ηλικίες αυτές.

Είναι προφανές ότι η πιθανότητα του θανάτου είναι διαφορετική για κάθε άτομο και κυμαίνεται ανάλογα με την ηλικία, το φύλο και πολλούς άλλους βιολογικούς, κοινωνικούς και οικονομικούς παράγοντες. Οι λόγοι αυτοί προβάλλουν άμεσα τα μειονεκτήματα του αδρού δείκτη θνησιμότητας, ο οποίος αν και είναι το ευρύτερα χρησιμοποιούμενο μέτρο γενικής θνησιμότητας ενός πληθυσμού, δεν μπορεί να ανταποκριθεί σε διαχρονικές συγκρίσεις θνησιμότητας όταν ο πληθυσμός αυτός εμφανίζει διαφορετική κατά ηλικία σύνθεση.

3.3 Ειδικός Κατά Ηλικία Δείκτης Θνησιμότητας

Ο ειδικός κατά ηλικία δείκτης θνησιμότητας (age-specific death rate), ο οποίος συχνά αναφέρεται και ως κεντρικός δείκτης θνησιμότητας (central death rate) προκύπτει από το λόγο του αριθμού των θανάτων για τα άτομα ηλικίας x σε ένα συγκεκριμένο ημερολογιακό έτος προς τον πληθυσμό των ατόμων αυτών στο μέσον του ιδίου έτους.

Συνήθως εκφράζεται ως ποσοστό ανά 1000 ή 100000 άτομα, συμβολίζεται ως ${}_5m_x$ (για πενταετείς ηλικιακές ομάδες) και δίνεται από τη σχέση (Eurostat Health Statistics, 2009):

$${}_5m_x = \frac{D_x + D_{x+1} + D_{x+2} + D_{x+3} + D_{x+4}}{P_x + P_{x+1} + P_{x+2} + P_{x+3} + P_{x+4}} .$$

Με το γράμμα D_{x+i} , $i=0,1,2,3,4$ συμβολίζουμε τον αριθμό των θανάτων σε ένα πληθυσμό ατόμων ηλικίας $x+i$, $i=0,1,2,3,4$ κατά τη διάρκεια ενός ημερολογιακού έτους και με το γράμμα P_{x+i} , $i=0,1,2,3,4$ συμβολίζουμε τον αριθμό των ατόμων ηλικίας $x+i$, $i=0,1,2,3,4$ του πληθυσμού αυτού στη μέση του ιδίου έτους.

Τα δεδομένα που χρησιμοποιήθηκαν για τον υπολογισμό του ειδικού κατά ηλικία δείκτη θνησιμότητας αντλήθηκαν από την Ευρωπαϊκή Στατιστική Επιτροπή (Eurostat, 2012) και περιλαμβάνουν τους αριθμούς θανάτων και τον πληθυσμό την 1^η Ιανουαρίου για κάθε ηλικία και φύλο από το 1961 έως το 2011.

Η διαδικασία οργάνωσης των δεδομένων χωρίζεται σε τρία στάδια. Στο πρώτο στάδιο ομαδοποιήσαμε για κάθε φύλο τους θανάτους και τον πληθυσμό σε 19 πενταετείς ηλικιακές κλάσεις, με εξαίρεση τις πρώτες δύο ομάδες ηλικιών καθώς και την τελευταία ανοιχτή ηλικιακή ομάδα. Πιο συγκεκριμένα, για το κάθε ημερολογιακό έτος χωρίσαμε τους θανάτους και τον πληθυσμό στις παρακάτω ηλικιακές κλάσεις (ομάδες):

- 1^η ομάδα: άτομα ηλικίας έως 1 έτους
- 2^η ομάδα: άτομα ηλικίας 1 έως 4 ετών
- 3^η ομάδα: άτομα ηλικίας 5 έως 9 ετών
-
-
-
- 18^η ομάδα: άτομα ηλικίας 80 έως 84 ετών
- 19^η ομάδα: άτομα ηλικίας 85 ετών και άνω

Στο δεύτερο στάδιο υπολογίσαμε για κάθε φύλο τον πληθυσμό στο μέσον του κάθε έτους για όλες τις παραπάνω ηλικιακές ομάδες. Για παράδειγμα ο πληθυσμός των ανδρών της ηλικιακής ομάδας 65 έως 69 ετών στο μέσον (30 Ιουνίου) του 1961 συμβολίζεται με ${}^{1961}P_{[65,69)}$ και δίνεται από τη σχέση:

$${}^{1961}P_{[65,69]} = ({}^{1961}\Pi_{[65,69]} + {}^{1962}\Pi_{[65,69]})/2 .$$

Με τον συμβολισμό ${}^{1961}\Pi_{[65,69]}$ εννοούμε τον πληθυσμό των ανδρών ηλικίας 65 έως 69 ετών κατά την 1^η Ιανουαρίου του 1961, ενώ αντίστοιχα με τον συμβολισμό ${}^{1962}\Pi_{[65,69]}$ εννοούμε τον πληθυσμό των ανδρών της ίδιας ηλικιακής ομάδας κατά την 1^η Ιανουαρίου του 1962.

Στο τρίτο στάδιο υπολογίσαμε για κάθε ημερολογιακό έτος και φύλο τους ειδικούς κατά ηλικία δείκτες θνησιμότητας. Οι δείκτες αυτοί προκύπτουν από τον λόγο των ομαδοποιημένων θανάτων προς τον αντίστοιχο πληθυσμό της ίδιας ομάδας ηλικιών στο μέσον του κάθε έτους. Η επεξεργασία των αρχικών δεδομένων πραγματοποιήθηκε βάσει της μεθοδολογίας που μόλις περιγράψαμε με τη χρήση του Microsoft Excel. Οι αρχικές τιμές του ειδικού κατά ηλικία και φύλο δείκτη θνησιμότητας παρουσιάζονται αναλυτικά στο Παράρτημα Α. Πιο συγκεκριμένα, οι ειδικοί κατά ηλικία δείκτες θνησιμότητας για τους άνδρες δίνονται στον Πίνακα Α1, ενώ για τις γυναίκες στον Πίνακα Α2. Παρατηρούμε ότι η ιστορική περίοδος που καλύπτεται και για την οποία μελετάται η θνησιμότητα ξεκινά από το ημερολογιακό έτος 1961 και αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι δεν υπάρχουν διαθέσιμα δεδομένα για προηγούμενα έτη.

Όπως επισημάναμε στην παράγραφο 3.2, ο αδρός δείκτης θνησιμότητας αποτελεί έναν επισφαλής δείκτη όταν χρησιμοποιείται για συγκρίσεις ανάμεσα σε διαφορετικές χρονικές τομές στο βαθμό που αφενός επηρεάζονται αυτές από τις δομή των εξεταζόμενων πληθυσμών (κατανομή ανά φύλο, ηλικία). Συνεπώς, τα αδρά ποσοστά δεν προσμετρούν αναλογικά την ένταση της θνησιμότητας στις διαφορετικές ηλικιακές ομάδες. Για παράδειγμα, η αναμενόμενη επίδραση της ομάδας των ηλικιωμένων γίνεται εμφανής με τη σταδιακή άνοδο του αδρού δείκτη θνησιμότητας από το 1960 και μετά. Προκειμένου να εξαλειφθούν οι ηλικιακές επιδράσεις που ασκούνται στους δημογραφικούς δείκτες έχει επινοηθεί και εφαρμόζεται η μέθοδος της προτυποποίησης.

3.3.1 Άμεσα Προτυποποιημένος Δείκτης Θνησιμότητας

Με την μέθοδο της προτυποποίησης υπολογίζουμε έναν δείκτη θνησιμότητας για το κάθε ημερολογιακό έτος, ως το συνολικό δείκτη θνησιμότητας που θα χαρακτήριζε

τον πρότυπο πληθυσμό εάν σε αυτόν αντιστοιχούσαν, για την κάθε ομάδα ηλικιών, οι ειδικοί κατά ηλικία δείκτες θνησιμότητας του υπό εξέταση πληθυσμού. Συνεπώς η προτυποποίηση αποτελεί ένα σταθμισμένο μέσο όρο των ειδικών κατά ηλικία δεικτών του κάθε έτους (Anderson & Rosenberg, 1998). Τα βάρη που χρησιμοποιούνται για το συγκεκριμένο υπολογισμό προέρχονται από τον πληθυσμό που θεωρούμαι ως πρότυπο. Στους ειδικούς κατά ηλικία δείκτες θνησιμότητας στην Ελλάδα από το 1961 έως το 2011 εφαρμόζουμε άμεση προτυποποίηση, με πρότυπο πληθυσμό αυτόν που προκύπτει από την ελληνική απογραφή του 2001 (Συνολικός μόνιμος πληθυσμός 10,934,097). Έτσι η κατανομή των αναλογιών (βάρη) για την κάθε ηλικιακή ομάδα του πρότυπου πληθυσμού υπολογίζεται από το λόγο των ατόμων της κάθε ομάδας προς το συνολικό πληθυσμό του έτους, για το κάθε φύλο ξεχωριστά (Πίνακας 2). Τα αντίστοιχα βάρη που προκύπτουν υπολογίζονται με ακρίβεια 6 δεκαδικών ψηφίων και αθροίζουν ακριβώς στη μονάδα.

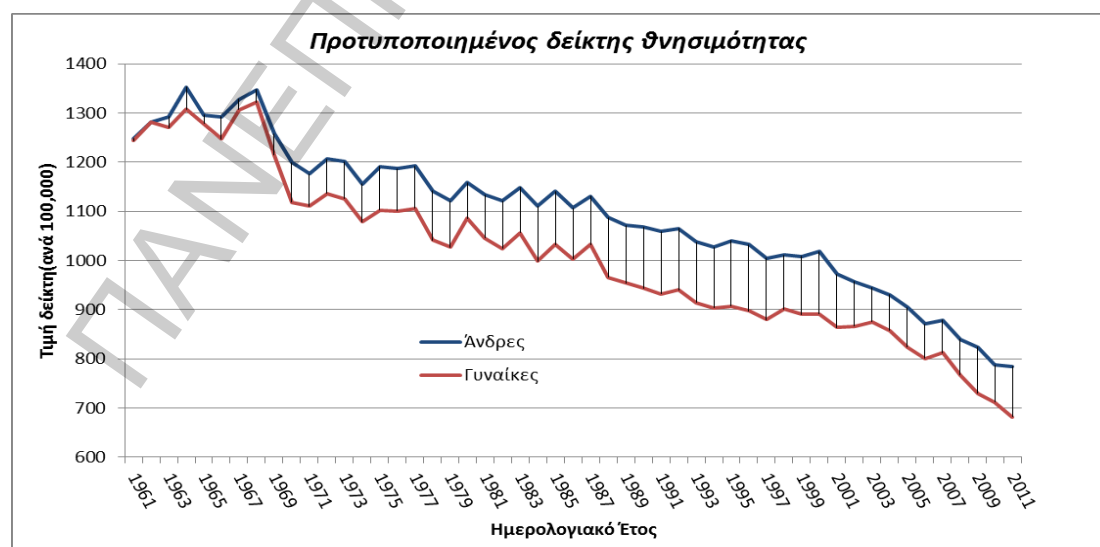
Πρέπει να σημειωθεί ότι οι προτυποποιημένοι δείκτες δεν αποτελούν καθαρά μέτρα θνησιμότητας του πληθυσμού στον οποίο αναφέρονται, αφού για τον υπολογισμό τους χρησιμοποιούνται και στοιχεία του πρότυπου πληθυσμού. Εν τούτοις λόγω της ομοιογένειας τους είναι οι πλέον κατάλληλοι για διαχρονικές συγκρίσεις της θνησιμότητας ενός πληθυσμού. Πρέπει ακόμα να σημειωθεί ότι δεν υπάρχει κάποιος γενικά αποδεκτός τρόπος επιλογής πρότυπου πληθυσμού, αλλά έγκειται στην κρίση του ερευνητή. Επίσης, η επιλογή πρότυπου πληθυσμού επηρεάζει έντονα την τιμή των προτυποποιημένων συντελεστών, πολύ σπάνια όμως την κατεύθυνση της μεταξύ τους σχέσης (Klein & Schoenborn, 2001).

Ο άμεσα προτυποποιημένος δείκτης θνησιμότητας (Standardised Death Rate - SDR) παρουσιάζει σχετική άνοδο και για τα δύο φύλα κατά τη δεκαετία 1961 έως 1970. Έκτοτε ο δείκτης χαρακτηρίζεται από μια γενικά πτωτική τάση που κορυφώνεται μετά το 2000 (Διάγραμμα 7). Ένα άμεσο συμπέρασμα που προκύπτει από τη μελέτη του δείκτη είναι η σημαντική διαφορά που παρατηρείται στη θνησιμότητα των δύο φύλων. Οι γυναίκες αναμφίβολα παρουσιάζουν χαμηλότερη θνησιμότητα από του άνδρες με τη διαφορά τους να λαμβάνει τη μέγιστη τιμή της το 1996, σε ποσοστό 13% και την ελάχιστη το 1962.

Πίνακας 2. Συντελεστές Προτυποποίησης (Βάρη) σύμφωνα με την απογραφή πληθυσμού 2001 για την Ελλάδα

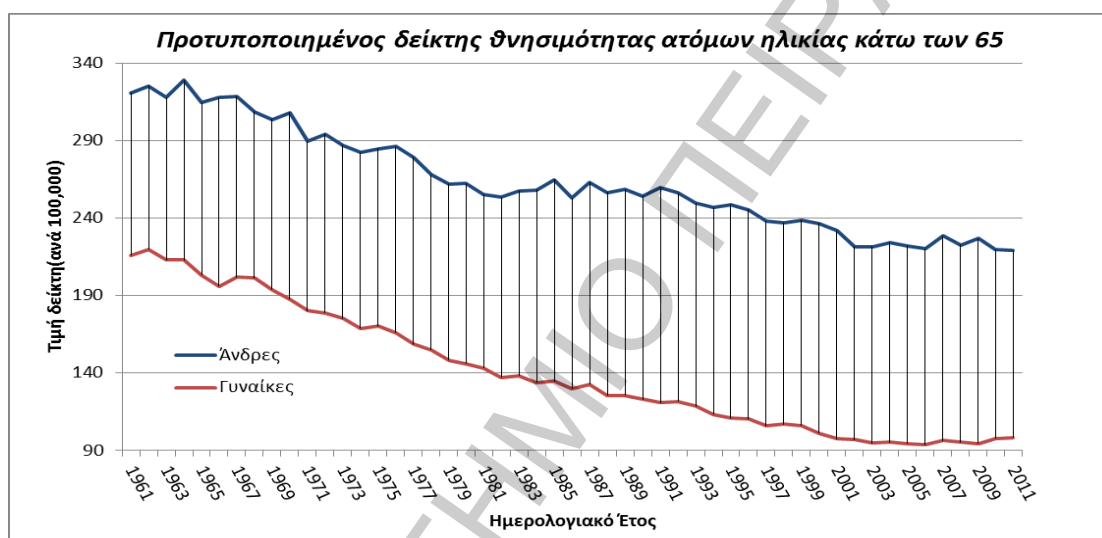
Απογραφή Ελλάδος 2001	Άνδρες	Αναλογία Ηλικιακής Ομάδας	Γυναίκες	Αναλογία Ηλικιακής Ομάδας
Συνολικά	5413426	1.000000	5520671	1.000000
Κάτω του 1 έτους	62897	0.011619	59126	0.010710
Από 1 έως 4 ετών	208409	0.038499	198967	0.036040
Από 5 έως 9 ετών	280484	0.051813	264621	0.047933
Από 10 έως 14 ετών	305404	0.056416	280991	0.050898
Από 15 έως 19 ετών	380500	0.070288	345674	0.062614
Από 20 έως 24 ετών	437018	0.080729	398445	0.072173
Από 25 έως 29 ετών	436199	0.080577	411228	0.074489
Από 30 έως 34 ετών	441543	0.081564	428389	0.077597
Από 35 έως 39 ετών	392326	0.072473	391087	0.070840
Από 40 έως 44 ετών	387644	0.071608	394299	0.071422
Από 45 έως 49 ετών	356135	0.065787	357840	0.064818
Από 50 έως 54 ετών	338090	0.062454	349259	0.063264
Από 55 έως 59 ετών	271095	0.050078	289120	0.052370
Από 60 έως 64 ετών	298181	0.055082	341893	0.061930
Από 65 έως 69 ετών	291600	0.053866	331645	0.060073
Από 70 έως 75 ετών	247136	0.045652	297882	0.053958
Από 75 έως 79 ετών	144761	0.026741	184157	0.033358
Από 80 έως 84 ετών	78700	0.014538	109493	0.019833
Από 85 ετών και άνω	55304	0.010216	86555	0.015678

Διάγραμμα 7. Προτυποποιημένος δείκτης θνησιμότητας ανά φύλο στην Ελλάδα, από το 1961 έως το 2011

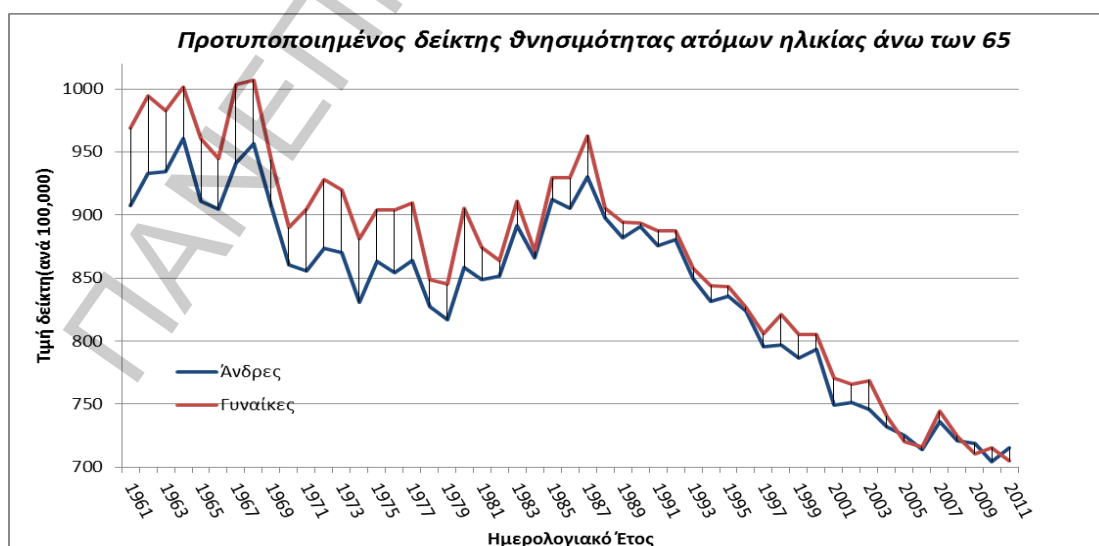


Η πορεία του προτυποποιημένου δείκτη θνησιμότητας επηρεάζεται από τη δημογραφική γήρανση του πληθυσμού της Ελλάδας την περίοδο της μελέτης μας. Εξάλλου αυτή η τάση γίνεται αντιληπτή αν θεωρήσουμε μια εναλλακτική κατανομή των ηλικιακών κλάσεων, χωρίζοντας τον πληθυσμό σε δύο μεγάλες ομάδες, αυτή των ατόμων ηλικίας έως και 64^{ov} ετών (Διάγραμμα 8) και την ομάδα που περιλαμβάνει τα άτομα ηλικίας 65 ετών και άνω (Διάγραμμα 9), η οποία συγκεντρώνει ιδιαίτερο ενδιαφέρον, αφού είναι αποδέκτης των κυριότερων κρατικών παροχών.

Διάγραμμα 8. Προτυποποιημένος δείκτης θνησιμότητας ανά φύλο, ατόμων ηλικίας κάτω των 65 στην Ελλάδα, από το 1961 έως το 2011



Διάγραμμα 9. Προτυποποιημένος δείκτης θνησιμότητας ανά φύλο, ατόμων ηλικίας άνω των 65 στην Ελλάδα, από το 1961 έως το 2011



Το κύριο συμπέρασμα που προκύπτει είναι ότι οι άνδρες ηλικίας κάτω των 65 ετών, η ομάδα δηλαδή που περιλαμβάνει και τον ανδρικό παραγωγικό πληθυσμό παρουσιάζει μεγαλύτερη θνησιμότητα από την αντίστοιχη των γυναικών (Διάγραμμα 8). Η διαφορά τους αυτή αυξάνεται κατά την περίοδο μελέτης και η τάση αυτή δύναται να συνεχιστεί οδηγώντας στη συγκέντρωση μεγαλύτερου γυναικείου πληθυσμού στις ηλικίες άνω των 65 ετών, σε σχέση με του άνδρες.

Αυτό λοιπόν έχει ως αποτέλεσμα τη σχετική εξασθένηση του ανδρικού πληθυσμού, έναντι του γυναικείου που φτάνει στην ηλικία συνταξιοδότησης. Το γεγονός ότι είναι εκτεθειμένος μεγαλύτερος γυναικείος πληθυσμός στην ομάδα των 65 ετών και άνω δικαιολογείται από την εικόνα του δείκτη σύμφωνα με τον οποίο τα ποσοστά θνησιμότητας στις ηλικίες αυτές είναι μεγαλύτερα για τις γυναίκες, σε σύγκριση με τους άνδρες (Διάγραμμα 9). Εξάλλου, όπως φάνηκε και από τη μελέτη του προσδόκιμου ζωής κατά την ηλικία των 65 ετών τα τελευταία χρόνια (περίπου 18 χρόνια για τους άνδρες και 20 χρόνια για τις γυναίκες), ο δείκτης θνησιμότητας για τον πληθυσμό ηλικίας άνω των 65 ετών παρουσιάζει σημαντική πτώση, με μια τάση εξισορρόπησης των ποσοστών για τις γυναίκες και τους άνδρες, ενισχύοντας τελικά την πεποίθηση ότι η γήρανση του πληθυσμού της Ελλάδος θα διατηρηθεί στα έτη που έπονται.

3.4 Δείκτης Μείωσης Θνησιμότητας

Ο δείκτης μείωσης θνησιμότητας (Δ.Μ.Θ) εκφράζει την ποσοστιαία μείωση που παρατηρείται στους ειδικούς κατά ηλικία και φύλο δείκτες θνησιμότητας και προκύπτει από την εφαρμογή γραμμικής παλινδρόμησης με τη μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων στο φυσικό λογάριθμο των ειδικών δεικτών θνησιμότητας διαφόρων περιόδων στο παρελθόν (Wade, 2010). Πιο συγκεκριμένα, ο δείκτης μείωσης δίνεται από την κλίση της ευθείας παλινδρόμησης, ως αποτέλεσμα του συμπληρώματος της εκθετικής συνάρτησης της κλίσης αυτής, σύμφωνα με τη σχέση (Montambeault & Ménard, 2010):

$$\Delta.Μ.Θ = 1 - e^k .$$

Με το γράμμα k συμβολίζουμε τον συντελεστή διεύθυνσης (κλίση) της ευθείας ελαχίστων τετραγώνων που προκύπτει από την εφαρμογή γραμμικής παλινδρόμησης στους λογαρίθμους των ειδικών κατά ηλικία και φύλο δεικτών θνησιμότητας.

Για παράδειγμα, ο υπολογισμός του δείκτη μείωσης θνησιμότητας των ανδρών, που ανήκουν στην ηλικιακή ομάδα των 65 ετών και άνω, κατά την περίοδο 2000 έως 2010 γίνεται σύμφωνα με την παρακάτω διαδικασία. Υπολογίζουμε τους λογαρίθμους των ειδικών δεικτών θνησιμότητας των ανδρών ηλικίας 65 ετών και άνω για τα έτη 2000 έως 2010. Στη συνέχεια, με την εφαρμογή γραμμικής παλινδρόμησης βρίσκουμε την ευθεία που προσαρμόζει καλύτερα στις τιμές των λογαρίθμων. Ο συντελεστής διεύθυνσης (k) της ευθείας αυτής ισούται με -0.366 και ο Δ.Μ.Θ ισούται με 0.0359 ή 3.59% .

Τα αποτελέσματα που παρουσιάζονται και αφορούν τις κύριες ηλικιακές ομάδες του πληθυσμού μελετώνται για επιλεγμένες περιόδους του παρελθόντος με σκοπό την καλύτερη σύγκριση των δεικτών αλλά και την εξαγωγή ασφαλέστερων συμπερασμάτων για την εξέλιξη της θνησιμότητας μέχρι σήμερα.

Πίνακας 3. Δείκτης μείωσης θνησιμότητας ανά ηλικία, φύλο και περίοδο

Ηλικία ανά Φύλο / Περίοδος	1960-1985	1985-2000	2000-2010	1960-2010
Άνδρες:				
0-14	4.77%	4.20%	4.68%	5.15%
15-49	0.32%	-0.07%	-0.06%	0.21%
50-64	0.68%	0.77%	1.42%	0.86%
65-84	0.26%	1.82%	0.51%	0.67%
85+	1.10%	-0.87%	3.60%	0.33%
65+	0.32%	1.13%	0.85%	0.45%
Συνολικά:	0.73%	0.78%	2.29%	0.87%
Γυναίκες:				
0-14	5.29%	3.79%	3.37%	5.20%
15-49	1.75%	0.95%	0.25%	1.46%
50-64	1.54%	1.95%	1.30%	1.75%
65-84	0.58%	2.24%	1.50%	1.12%
85+	0.76%	-0.73%	0.60%	-0.09%
65+	0.44%	1.15%	1.17%	0.56%
Συνολικά:	1.13%	1.00%	2.14%	1.06%

Στον Πίνακα 3 παρατηρούμε ότι την περίοδο 1960 έως 1985 η θνησιμότητα μειώθηκε σε ποσοστά περίπου 0.7% και 1% για τον ανδρικό και το γυναικείο πληθυσμό αντίστοιχα, ενώ την περίοδο 1985 έως 2000 σε ποσοστά 0.8% για τους άνδρες και 1% για τις γυναίκες, κυρίως λόγω των σημαντικών ιατροφαρμακευτικών εξελίξεων της εποχής. Έκτοτε και κατά τη διάρκεια της τελευταίας δεκαετίας 2000 έως 2010 ο δείκτης μείωσης θνησιμότητας παρουσίασε περαιτέρω αύξηση για τα δύο φύλα σε ποσοστά άνω του 2% , με τους άνδρες να πλεονεκτούν ελάχιστα

Από τη ανάλυση της θνησιμότητας για όλη την περίοδο μελέτης, από το 1960 έως το 2010 παρατηρούμε ότι οι γυναίκες εμφανίζουν μια πιο βελτιωμένη εικόνα, όσον αφορά τους δείκτες θνησιμότητας. Αυτό οφείλεται κυρίως στα χαμηλότερα ποσοστά θνησιμότητας των γυναικών στις ηλικίες από 15 έως 85 ετών, κατά τις επιμέρους περιόδους μελέτης. Ένα σημαντικό συμπέρασμα που προκύπτει άμεσα από τους παρατηρούμενους δείκτες είναι η καθοριστική συμβολή των υψηλών ποσοστών της ηλικιακής ομάδας των ατόμων έως 15 ετών στη συνολική μείωση της θνησιμότητας του πληθυσμού έως σήμερα. Η θνησιμότητα στην ομάδα αυτή παρουσιάζει συνεχιζόμενη ποσοστιαία μείωση, ως αποτέλεσμα της καταπολέμησης της βρεφικής θνησιμότητας καθώς και της σταδιακής ανόδου του βιοτικού και κοινωνικού επιπέδου στην Ελλάδα κατά τις τελευταίες δεκαετίες.

Τέλος, παρατηρούμε ότι η θνησιμότητα εμφάνισε παρόμοιες τάσεις και για τα δύο φύλα στην ομάδα των 65 ετών και άνω, η οποία συγκεντρώνει και το μεγαλύτερο ενδιαφέρον μελέτης, καθώς αποτελεί την κύρια ομάδα των συνταξιούχων. Συγκεκριμένα, η θνησιμότητα μειώθηκε ελάχιστα σε ποσοστά 0.3% για τους άνδρες και 0.4% για τις γυναίκες την περίοδο 1960 έως 1985, παρατηρήθηκαν ποσοστά μείωσης περίπου 1% και για τα δύο φύλα την περίοδο 1985 έως 2000 και μειώθηκε περαιτέρω σε ποσοστά 0.9% για τον ανδρικό και 1.2% για το γυναικείο πληθυσμό μεταξύ των ετών 2000 και 2010 (Πίνακας 3).

4. ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΔΕΙΚΤΩΝ ΘΝΗΣΙΜΟΤΗΤΑΣ

Κατά τη διάρκεια του 20ού αιώνα το προσδόκιμο ζωής έχει αυξηθεί σημαντικά σε παγκόσμιο επίπεδο. Η αλλαγή αυτή οφείλεται κυρίως στη βελτίωση των συνθηκών διαβίωσης, μέσω της εξέλιξης της τεχνολογίας και της ανάπτυξης του ιατροφαρμακευτικού κλάδου. Συνήθως, αντιμετωπίζουμε την αλλαγή αυτή με αισιοδοξία κάτι που είναι απολύτως θεμιτό. Πρέπει όμως, στα πλαίσια μιας εύρυθμης κοινωνικής λειτουργίας να λάβουμε υπόψη ότι οι αλλαγές αυτές επηρεάζουν την τιμολόγηση και αποθεματοποίηση στις ασφαλίσεις ζωής.

Ως αποτέλεσμα αυτών, τροφοδοτείται μία από τις κυριότερες απειλές για το σύστημα κοινωνικής ασφάλισης ειδικά όταν αυτό έχει προγραμματιστεί για χαμηλότερο προσδόκιμο ζωής. Το ερευνητικό ενδιαφέρον εστιάζει στην εξάλειψη αυτής της απειλής, που στην αναλογιστική βιβλιογραφία είναι γνωστή ως κίνδυνος μακροζωίας (Longevity Risk) και προκύπτει όταν οι μελλοντικοί δείκτες θνησιμότητας, εκ των υστέρων, δεν αντικατοπτρίζουν τους προβαλλόμενους. Για την αντιμετώπιση του κινδύνου αυτού είναι απαραίτητη η χρήση εξειδικευμένων τεχνικών πρόβλεψης για την κατασκευή προβαλλόμενων πινάκων επιβίωσης, που θα λαμβάνουν υπόψη παρατηρούμενες τάσεις βελτίωσης στα ποσοστά θνησιμότητας.

Η προσπάθεια εύρεσης της καταλληλότερης καμπύλης θνησιμότητας κατέχει μια σημαντική θέση στην ιστορία του αναλογισμού και της δημογραφίας. Η προσαρμογή μιας παραμετρικής καμπύλης στα ετήσια ποσοστά θνησιμότητας απασχόλησε σημαντικούς ερευνητές στο παρελθόν. Οι πιο διάσημοι από αυτούς είναι οι De Moivre, Gompertz, Makeham, Sang και Weibull (βλ. Wang, 2007).

Ωστόσο, οι μελέτες που έγιναν τα τελευταία χρόνια από τους (Stoto, 1983) και (Keilman, 1998) αποκάλυψαν πολλά σφάλματα στις προβλέψεις. Πιο συγκεκριμένα, αγνοήθηκαν σημαντικά γεγονότα όπως η έκρηξη της γενιάς των baby-boomers στην Αμερική, μετά το δεύτερο παγκόσμιο πόλεμο, καθώς και η πτώση της γονιμότητας στην Ελλάδα και την Ισπανία μετά το 1985.

Επίσης, δεν εκτιμήθηκαν σωστά η μείωση της θνησιμότητας λόγω γήρατος και η αύξηση στο προσδόκιμο ζωής, σε πολλές άλλες ανεπτυγμένες χώρες στον κόσμο. Έτσι, τα τελευταία χρόνια αναπτύχθηκαν καινοτόμες μέθοδοι πρόβλεψης

θνησιμότητας με τη χρήση στοχαστικών μοντέλων, από τους (Alho & Spencer, 1990). Τα στοχαστικά μοντέλα προσφέρουν μια πιο ρεαλιστική εκτίμηση του αναμενόμενου σφάλματος των προβλέψεων.

Το 1992, οι Ronald Lee και Lawrence Carter παρουσίασαν μια στοχαστική μέθοδο για τη μοντελοποίηση και πρόβλεψη των ειδικών κατά ηλικία δεικτών θνησιμότητας του πληθυσμού των Η.Π.Α. Αν και έχουν προταθεί αρκετές εναλλακτικές στοχαστικές μέθοδοι μοντελοποίησης της θνησιμότητας, το μοντέλο των Lee-Carter είναι αρκετά διαδεδομένο κυρίως λόγω της απλότητας στην εφαρμογή και της αποτελεσματικότητας του, καθώς δίνει καλά αποτελέσματα για διαφορετικές χώρες όπως ο Καναδάς (Lee & Nault, 1993), η Χιλή (Lee & Rofman, 1994), η Ιαπωνία (Wilmoth, 1996), το Βέλγιο (Brouhns, Denuit & Vermunt, 2002), η Ιταλία (Haberman & Russolillo, 2005), η Σουηδία (Wang, 2007), η Αργεντινή (Andreozzi, Blaconá & Arnesi, 2011) και η Νιγηρία (Chukwu & Oladipuro, 2012). Επίσης, το μοντέλο των Lee-Carter εφαρμόστηκε για συγκρίσεις δεδομένων στις χώρες της Νότιας, της Βόρειας και της Κεντρικής Ευρώπης (Manrommati, 2012). Αξίζει να σημειωθεί ότι το μοντέλο έδειξε να μην εφαρμόζεται επαρκώς στα δεδομένα της Αυστραλίας (Booth, Maindonald & Smith, 2002) και της Μεγάλης Βρετανίας (Renshaw & Haberman, 2003).

Τέλος, αναφέρουμε ότι για τη μοντελοποίηση της θνησιμότητας, την ανάλυση και παρουσίαση των αποτελεσμάτων της μελέτης χρησιμοποιήθηκαν το στατιστικό πακέτο ανοιχτού κώδικα R-έκδοση 2.15.2, 64-bit (The R Project for Statistical Computing, 2012), με τα πακέτα demography, forecast (Hyndman, 2012), ilc (Butt & Haberman, 2009), καθώς και το Microsoft Excel, με το πρόσθετο Pop Tools-έκδοση 3.2.5 (Hood, 2011).

4.1 Μοντελοποίηση της Θνησιμότητας με τη Μέθοδο των Lee-Carter

Για την προβολή των δεικτών θνησιμότητας στο μέλλον έχουν προταθεί, όπως είδαμε, αρκετές μέθοδοι. Το ερευνητικό ενδιαφέρον εστιάζει στη χρήση στοχαστικών μοντέλων, καθώς διαχειρίζονται καλύτερα την αβεβαιότητα των προβλέψεων, σε αντίθεση με τα κλασικά μοντέλα πρόβλεψης τα οποία παρέχουν σημειακές εκτιμήσεις. Τα δεδομένα που απαιτούνται για τον υπολογισμό του ειδικού κατά ηλικία δείκτη θνησιμότητας αντλήθηκαν από την Ευρωπαϊκή Στατιστική Επιτροπή

(Eurostat, 2012). Όπως περιγράψαμε στην παράγραφο 3.1, το εύρος των δεδομένων καλύπτει μια περίοδο παρατήρησης 51 ετών, από το έτος 1961 έως το 2011 και περιλαμβάνει τους δείκτες θνησιμότητας για τον ανδρικό και γυναικείο πληθυσμό της Ελλάδας, χωρισμένο σε πενταετείς ηλικιακές ομάδες, με εξαίρεση την πρώτη, τη δεύτερη και την τελευταία, οι οποίες παρουσιάζουν κάποιες ιδιαιτερότητες ως προς τη δομή τους.

Οι δείκτες θνησιμότητας της περιόδου 1961 έως 2011 για την Ελλάδα ενσωματώνονται στο παρακάτω λογαριθμο - διγραμμικό στοχαστικό μοντέλο (Lee & Carter, 1992). Το μοντέλο περιγράφει μέσω τριών παραμέτρων $\{a_x, b_x, k_t\}$ τη θνησιμότητα που καταγράφεται στην κάθε ηλικιακή ομάδα του πληθυσμού, μέσα σε ένα έτος και δίνεται από τη σχέση:

$$\ln(m_{x,t}) = a_x + b_x k_t + \varepsilon_{x,t}, \quad (4.1)$$

ή ισοδύναμα,

$$m_{x,t} = e^{a_x + b_x k_t + \varepsilon_{x,t}},$$

όπου,

x : η ηλικιακή ομάδα, $x = [0,1), [1,5), [5,10), \dots, [75,80), [80,85), 85^+$

t : το έτος, $t = 1961, 1962, \dots, 2011$

$m_{x,t}$: οι παρατηρούμενοι ειδικοί κατά ηλικία δείκτες θνησιμότητας

a_x : παράμετρος ηλικίας - εκφράζει τη μέση θνησιμότητα στην ηλικιακή ομάδα x

k_t : παράμετρος χρόνου - εκφράζει το γενικό επίπεδο θνησιμότητας στο έτος t

b_x : παράμετρος ηλικίας - εκφράζει την απόκλιση από τη μέση θνησιμότητα για την ηλικιακή ομάδα x , όταν το γενικό επίπεδο θνησιμότητας k_t αλλάζει

$\varepsilon_{x,t}$: η τιμή του σφάλματος - εκφράζει ειδικά αποτελέσματα ηλικίας και χρόνου, που δεν συλλαμβάνονται από το μοντέλο

Η επιλογή του μοντέλου αυτού οφείλεται κυρίως σε δύο λόγους. Πρώτον, αποτελεί μία από τις πλέον δημοφιλείς και δοκιμασμένες μεθόδους στο πεδίο της πρόβλεψης θνησιμότητας. Δεύτερον, ένα σημαντικό πλεονέκτημα της μεθόδου είναι ότι μια συγκεκριμένη τιμή της χρονικής παραμέτρου k_t μας επιτρέπει να υπολογίσουμε ένα πλήρες σύνολο αναλογιστικών ποσοτήτων για την κατασκευή ενός πίνακα επιβίωσης, για το αντίστοιχο έτος t .

4.2 Εκτίμηση των Παραμέτρων του Μοντέλου των Lee-Carter

Για την εκτίμηση των παραμέτρων του μοντέλου δεν μπορεί να εφαρμοστεί η μέθοδος της απλής παλινδρόμησης, αφού υπάρχουν μόνο άγνωστες μεταβλητές στο δεξί μέλος της εξίσωσης (4.1). Οι πιο διαδεδομένες μέθοδοι εκτίμησης των παραμέτρων του μοντέλου στη διεθνή βιβλιογραφία είναι η μέθοδος Διάσπασης Ιδιαζουσών Τιμών (Singular Value Decomposition ή SVD), η μέθοδος Μέγιστης Πιθανοφάνειας Poisson και η μέθοδος Ελαχίστων Τετραγώνων με βάρη (Wilmoth, 1993). Σύμφωνα με τα αποτελέσματα μελέτης των Högnäs, Koissi και Shapiro (2005) η μέθοδος SVD δίνει καλύτερα αποτελέσματα για την παράμετρο k_t , η οποία είναι ιδιαίτερα σημαντική και θα αναλυθεί περαιτέρω.

Υποθέτοντας ότι τα σφάλματα έχουν μηδενική μέση τιμή και είναι ομοσκεδαστικά (έχουν διακύμανση σταθερή και ίση με σ^2), και κάνοντας χρήση των περιορισμών:

$$\begin{aligned} \sum_t k_t &= 0, \quad t = t_1, t_2, \dots, t_n, \\ \sum_x b_x &= 1, \quad x = [0,1), [1,5), [5,10), \dots, [75,80), [80,85), 85^+ \end{aligned} \quad (4.2)$$

θα υπολογίσουμε μια μοναδική λύση ελαχίστων τετραγώνων για τις παραμέτρους a_x, b_x, k_t , με μια αλγεβρική προσέγγιση της μεθόδου SVD. Θεωρούμε την εξίσωση:

$$f(a_x, b_x, k_t) = \sum_{x,t} [\ln(m_{x,t}) - a_x - b_x k_t]^2. \quad (4.3)$$

Σύμφωνα με τη μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων θα πρέπει να ισχύουν οι σχέσεις:

$$\frac{\partial f}{\partial a_x} = \frac{\partial f}{\partial b_x} = \frac{\partial f}{\partial k_t} = 0,$$

$$\frac{\partial f}{\partial a_x} = -2 \sum_t [\ln(m_{x,t}) - a_x - b_x k_t] = 0, \quad (4.4)$$

$$\frac{\partial f}{\partial b_x} = -2 \sum_t [\ln(m_{x,t}) - a_x - b_x k_t] k_t = 0, \quad (4.5)$$

$$\frac{\partial f}{\partial k_t} = -2 \sum_x [\ln(m_{x,t}) - a_x - b_x k_t] b_x = 0. \quad (4.6)$$

Με τη βοήθεια της εξίσωσης (4.4) και τους περιορισμούς (4.2) εκτιμούμαι τις τιμές της παραμέτρου a_x σύμφωνα με τη σχέση:

$$\sum_t a_x = \sum_t \ln(m_{x,t}) - b_x \sum_t k_t \stackrel{(4.2)}{=} \sum_t \ln(m_{x,t}),$$

ή ισοδύναμα,

$$a_x = \frac{1}{h} \sum_{t=t_1}^{t_n} \ln(m_{x,t}) = \ln \left[\prod_{t=t_1}^{t_n} m_{x,t}^{\frac{1}{h}} \right], \text{ όπου } h = t_n - t_1 + 1. \quad (4.7)$$

Στη συνέχεια υπολογίζουμε τις πρώτες εκτιμήσεις της παραμέτρου k_t από τη σχέση:

$$k_t = \sum_x [\ln(m_{x,t}) - a_x]. \quad (4.8)$$

Τέλος, με τη βοήθεια της εξίσωσης (4.5) εκτιμούμαι τις τιμές της παραμέτρου b_x σύμφωνα με τη σχέση:

$$\sum_t [\ln(m_{x,t}) - a_x] k_t = \sum_t (b_x k_t) k_t = b_x \sum_t k_t^2,$$

ή ισοδύναμα,

$$b_x = \frac{\sum_t [\ln(m_{x,t}) - a_x] k_t}{\sum_t k_t^2}. \quad (4.9)$$

Ακολουθεί ένα δεύτερο, διορθωτικό στάδιο εκτίμησης της παραμέτρου k_t , έτσι ώστε για κάθε έτος t , το εκτιμώμενο πλήθος θανάτων να ισούται με το παρατηρούμενο, σύμφωνα με τη σχέση:

$$\sum_x D_{x,t} = \sum_x E_{x,t} e^{(\hat{a}_x + \hat{b}_x \hat{k}'_t)}, \quad (4.10)$$

όπου,

$D_{x,t}$: το παρατηρούμενο πλήθος θανάτων στην ηλικιακή ομάδα x και το έτος t

$E_{x,t}$: ο πληθυσμός της ηλικιακή ομάδα x , στο μέσον του έτους (έκθεση στον κίνδυνο)

\hat{a}_x : η εκτίμηση της παραμέτρου a_x

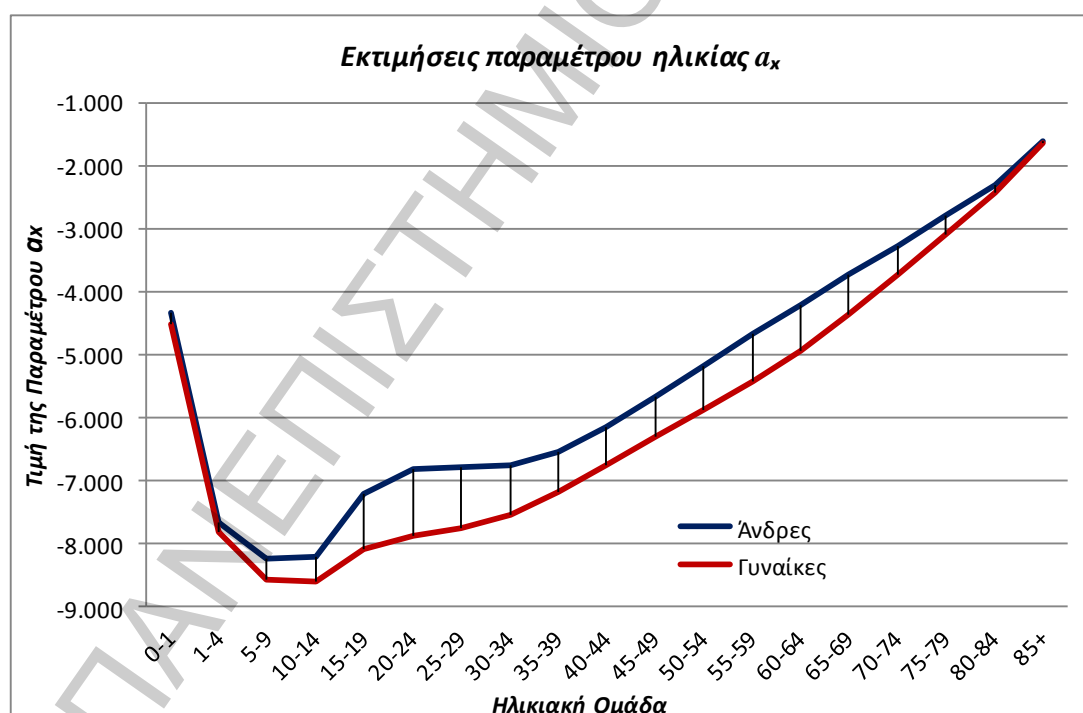
\hat{b}_x : η εκτίμηση της παραμέτρου b_x

\hat{k}'_t : η δεύτερη εκτίμηση της παραμέτρου k_t

Ο κώδικας προγραμματισμού της R και τα αποτελέσματα των εκτιμήσεων για τις παραμέτρους του μοντέλου των Lee-Carter παρουσιάζονται αναλυτικά στο Παράρτημα Β. Πιο συγκεκριμένα, οι εκτιμήσεις των παραμέτρων ηλικίας a_x, b_x , που προκύπτουν από τις σχέσεις (4.7) και (4.9) δίνονται στον Πίνακα Β1, ενώ οι πρώτες και δεύτερες εκτιμήσεις για την παράμετρο χρόνου k_t , που υπολογίζονται από τις σχέσεις (4.8) και (4.10) δίνονται στον Πίνακα Β2.

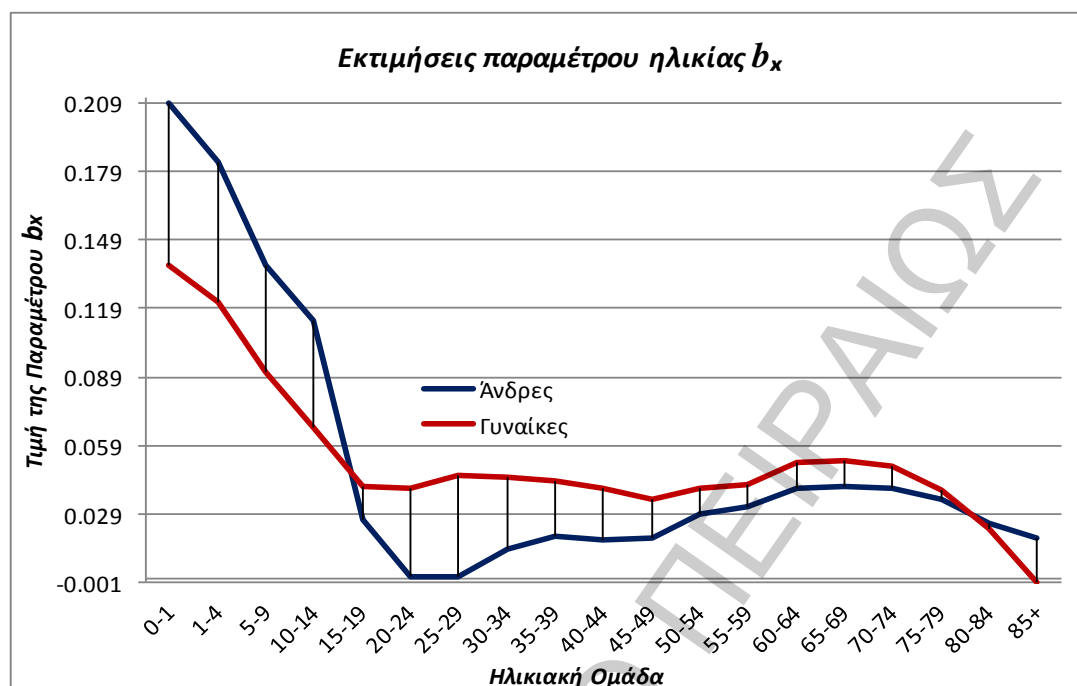
Ακολουθούν οι γραφικές παραστάσεις που κατασκευάσαμε για τις τιμές των παραμέτρων ηλικίας a_x (Διάγραμμα 10) και b_x (Διάγραμμα 11), συγκριτικά για τους άνδρες και τις γυναίκες μαζί. Στη συνέχεια, θα ασχοληθούμε μόνο με τις δεύτερες εκτιμήσεις της παραμέτρου k_t για το κάθε φύλο, οι οποίες όπως θα δούμε αποτελούν αντικείμενα μελέτης χρονολογικών σειρών.

Διάγραμμα 10. Σύγκριση των εκτιμήσεων της μέσης θνησιμότητας a_x για άνδρες και γυναίκες



Στο Διάγραμμα 10 παρατηρούμε ότι οι γραφικές παραστάσεις των a_x έχουν σε γενικές γραμμές την ίδια συμπεριφορά και για τα δύο φύλα, με τις γυναίκες να παρουσιάζουν γενικά χαμηλότερες τιμές από τους άνδρες. Ειδικότερα, στις ηλικίες [0,15) η μέση θνησιμότητα μειώνεται σημαντικά.

Διάγραμμα 11. Σύγκριση των εκτιμήσεων της απόκλισης από τη μέση θνησιμότητα b_x για άνδρες και γυναίκες

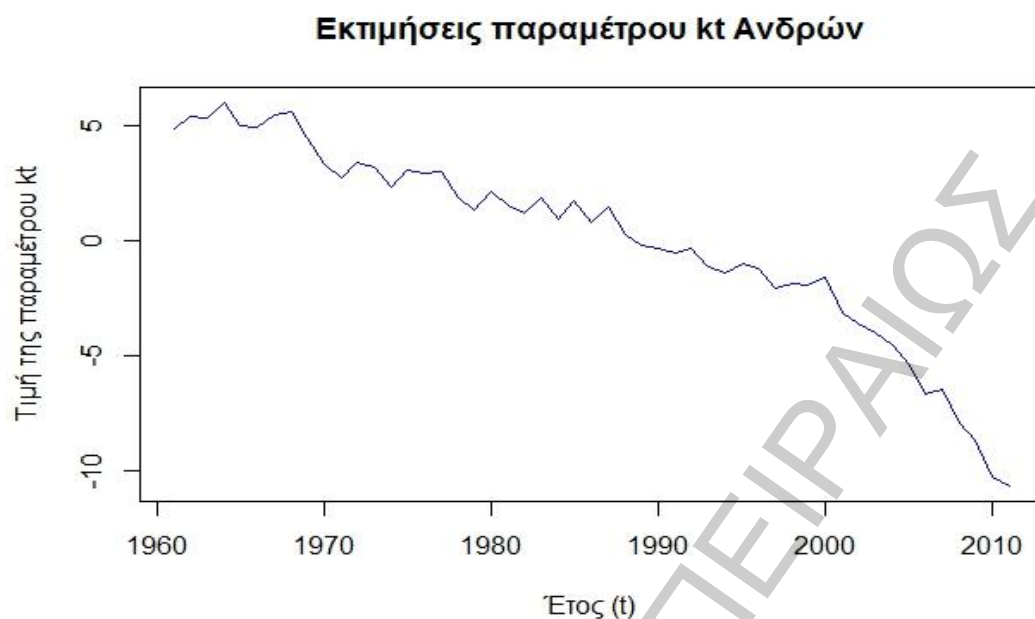


Οι τιμές της παραμέτρου b_x δείχνουν κατά πόσο η θνησιμότητα σε κάποια ηλικιακή ομάδα τείνει να αυξηθεί ή να μειωθεί, καθώς αλλάζει το γενικό επίπεδο θνησιμότητας k_t . Στο Διάγραμμα 11 παρατηρούμε ότι στις ηλικίες $[0,30)$ για τους άνδρες και $[0,20)$ για τις γυναίκες, η παράμετρος έχει μεγαλύτερες τιμές (με έντονα βέβαια πτωτική τάση) και αυτό σημαίνει ότι τα ποσοστά θνησιμότητας σε αυτές τις ηλικίες μεταβάλλονται πιο γρήγορα, όταν αλλάζει το γενικό επίπεδο θνησιμότητας k_t .

4.3 Αναγνώριση Χρονολογικών Σειρών

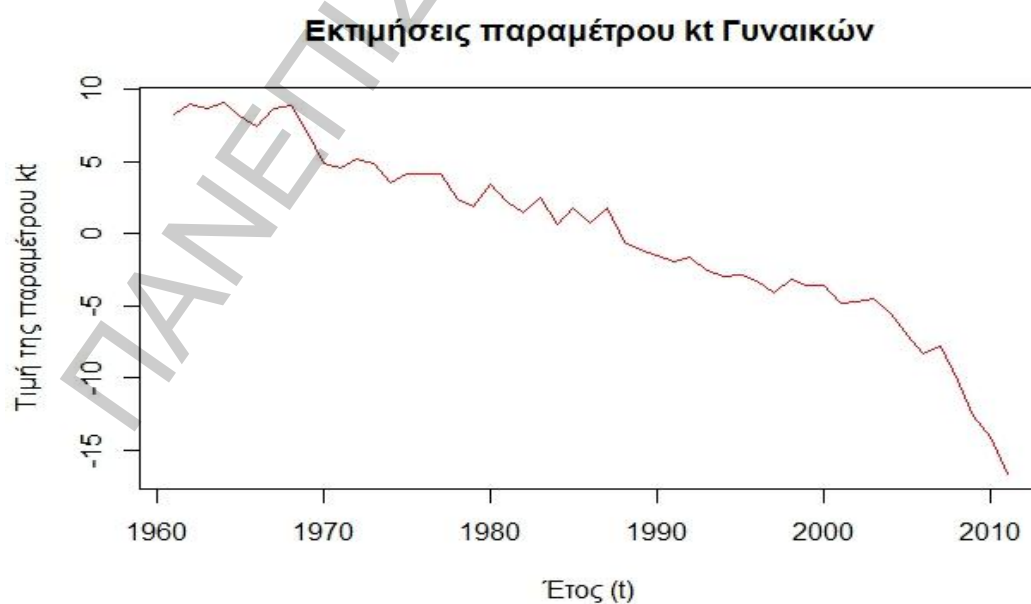
Ιδιαίτερη έμφαση δίνεται στην δεύτερη εκτίμηση της χρονικής παραμέτρου k_t , η οποία εμπεριέχει όλη την απαραίτητη πληροφορία για τη μελέτη της θνησιμότητας και οι τιμές της οικοδομούν μία χρονολογική σειρά. Η εύρεση του κατάλληλου υποδείγματος χρονολογικών σειρών για το κάθε φύλο αποτελεί το κύριο βήμα για την πρόβλεψη των μελλοντικών δεικτών θνησιμότητας. Οι δεύτερες εκτιμήσεις της παραμέτρου k_t , όπως προκύπτουν από τη σχέση (4.10), δίνονται στον Πίνακα B2, του Παραρτήματος Β. Παρακάτω, παρουσιάζονται γραφικά οι δεύτερες εκτιμήσεις των k_t για τα δύο φύλα.

Διάγραμμα 12. Δεύτερες εκτιμήσεις της παραμέτρου χρόνου k , για τους άνδρες



Κατά την περίοδο μελέτης 1961 έως 2011, οι τιμές της παραμέτρου k , των ανδρών μειώνονται σχεδόν γραμμικά, παρουσιάζοντας όμως μικρές αυξομειώσεις ανά διαστήματα (Διάγραμμα 12). Απότομες αλλαγές στο γενικό επίπεδο θνησιμότητας παρατηρούνται στο διάστημα από το 1968 έως και το 1971, καθώς και μετά το 2000, με έντονα αρνητικές τιμές στα τέλη του 2010.

Διάγραμμα 13. Δεύτερες εκτιμήσεις της παραμέτρου χρόνου k , για τις γυναίκες



Την ίδια πορεία ακολουθεί και η παράμετρος k_t των γυναικών, ξεκινώντας όμως από αρκετά υψηλότερα αρχικά επίπεδα. Οι τιμές έχουν μια σχεδόν γραμμική τάση με μικρές αυξομειώσεις ανά διαστήματα, απότομες όμως μεταβολές από το 1977 έως το 1979 και έντονη πτώση μετά το 2003 (Διάγραμμα 13).

Οι γραφικές παραστάσεις των δεύτερων εκτιμήσεων της παραμέτρου k_t για το κάθε φύλο μας δίνουν τη δυνατότητα να αναγνωρίσουμε δύο προσθετικές χρονολογικές σειρές. Οι σειρές αυτές έχουν ως εξαρτημένη μεταβλητή τις τιμές της παραμέτρου k_t και ως ανεξάρτητη μεταβλητή το έτος παρατήρησης t και μπορούν να αναλυθούν σε τέσσερις συνιστώσες, σύμφωνα με την προσθετική σχέση (Box & Jenkins, 1976):

$$Y_t = TR_t + C_t + S_t + R_t .$$

Παρατηρούμε ότι οι χρονολογικές σειρές που θα μελετήσουμε έχουν μια καθαρή, σχεδόν γραμμική τάση (Trend-TR) και κάποια κατάλοιπα, δηλαδή διακυμάνσεις των τιμών που σημειώνονται σε κάθε χρονική στιγμή και οφείλονται σε καθαρά τυχαίους παράγοντες που δεν μπορούμε να προβλέψουμε (Residuals-R). Είναι φανερό ότι οι τιμές της παραμέτρου k_t δεν εμφανίζουν κάποια κυκλική ή εποχική περιοδικότητα (Cyclical-C or Seasonal-S variation).

5. ΑΝΑΛΥΣΗ ΧΡΟΝΟΛΟΓΙΚΩΝ ΣΕΙΡΩΝ

Το μοντέλο των Lee-Carter είναι άρρηκτα συνδεδεμένο με την ανάλυση χρονολογικών σειρών, πιο συγκεκριμένα με την ανάλυση Αυτοπαλινδρομούμενων Ολοκληρωμένων Υποδειγμάτων Κινούμενου Μέσου (Autoregressive Integrated Moving Average Models - ARIMA). Με εφαρμογή της μεθοδολογίας των Box-Jenkins, κάθε στάδιο της οποίας απαιτεί εξειδικευμένες γνώσεις στατιστικής θα εξάγουμε τους προβαλλόμενους δείκτες θνησιμότητας.

Στη συνέχεια, μέσω κατάλληλης θεωρίας, θα κατασκευάσουμε συνεπτυγμένους πίνακες επιβίωσης (abridged life tables) με το μελλοντικό προσδόκιμο ζωής στην Ελλάδα. Ακολουθεί η ερμηνεία των αποτελεσμάτων και η εξαγωγή βασικών συμπερασμάτων για τη θνησιμότητα, τα οποία μπορούν να εφαρμοστούν στην κοινωνική ασφάλιση.

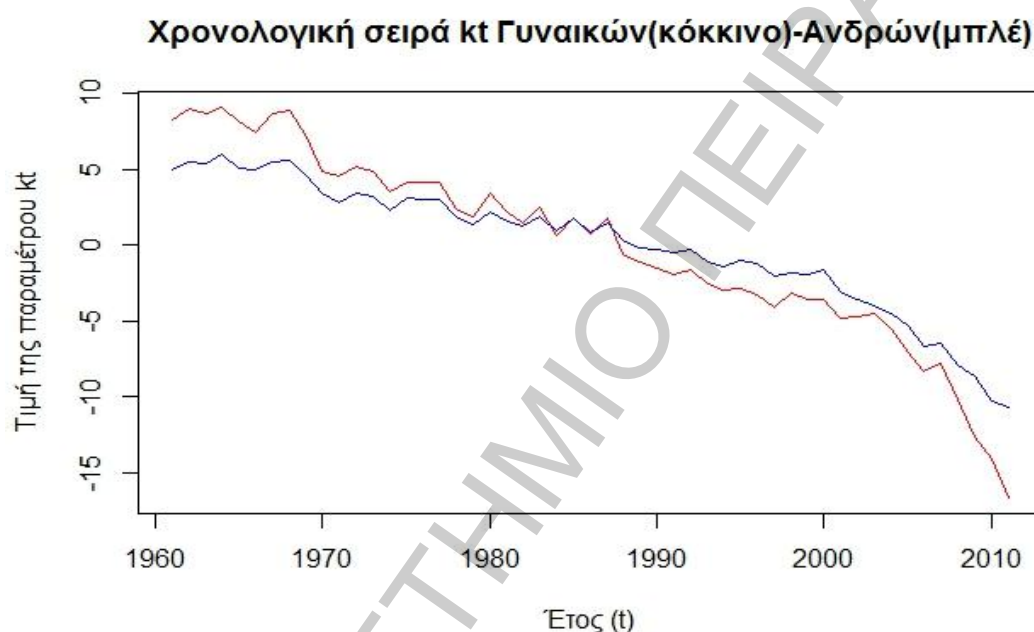
5.1 Μεθοδολογία Box - Jenkins

Η μέθοδος (Box & Jenkins, 1976) εφαρμόζεται όταν η χρονολογική σειρά δεν είναι στάσιμη και περιλαμβάνει 4 στάδια ανάλυσης, την ταυτοποίηση (identification), την εκτίμηση (estimation), τον διαγνωστικό έλεγχο (diagnosis) και τις προβλέψεις (forecasting). Αρχικά ελέγχεται η στασιμότητα της σειράς, η οποία φαίνεται από τη συνάρτηση αυτοσυσχέτισης, μερικής αυτοσυσχέτισης και μέσω του ελέγχου ύπαρξης μοναδιαίας ρίζας. Αφού η σειρά γίνει στάσιμη, εκτιμώνται οι παράμετροι p , d και q , οι οποίες καθορίζουν ένα σύνολο μοντέλων $ARIMA(p, d, q)$. Από αυτά τα μοντέλα, θα επιλέξουμε ένα, στηριζόμενοι σε διάφορα κριτήρια και την αρχή της οικονομίας (parsimony principle), κατά την οποία, μεταξύ δύο μοντέλων με διαφορετικό αριθμό παραμέτρων, που περιγράφουν τα δεδομένα με παρόμοιο τρόπο, επιλέγουμε αυτό με τις λιγότερες παραμέτρους. Στη συνέχεια, πραγματοποιείται έλεγχος καλής προσαρμογής του υποδείγματος στα δεδομένα (goodness of fit) με τη βοήθεια στατιστικών ελέγχων για τη σημαντικότητα των παραμέτρων, τη συμπεριφορά των καταλοίπων και την τάξη του υποδείγματος. Έτσι, επιλέγεται το μοντέλο εκείνο που εμφανίζει την καλύτερη προσαρμογή στα δεδομένα σε συνδυασμό με μια ικανοποιητική προβλεπτική ικανότητα.

5.1.1 Ταυτοποίηση Χρονολογικών Σειρών

Μια χρονολογική σειρά χαρακτηρίζεται στάσιμη (stationary) αν δεν παρατηρείται αλλαγή της μέσης τιμής και της διακύμανσης των παρατηρήσεων της κατά τη διάρκεια του χρόνου. Με βάση τις τιμές των δεύτερων εκτιμήσεων της παραμέτρου k , για τους άνδρες και τις γυναίκες κατασκευάζουμε το Διάγραμμα 14. Εύκολα μπορούμε να διαπιστώσουμε ότι οι παρακάτω σειρές δεν είναι στάσιμες.

Διάγραμμα 14. Οι χρονολογικές σειρές της παραμέτρου k , Ανδρών και Γυναικών



Επίσης, για τον έλεγχο της στασιμότητας μπορεί να χρησιμοποιηθεί η συνάρτηση αυτοσυσχέτισης (AutoCorrelation Function, ACF) των τιμών της. Αρχικά, ορίζουμε τη συνάρτηση αυτο(συν)διακύμανσης γ_k , μιας τυχαίας χρονολογικής σειράς $\{Y_t: t = 0, 1, 2, \dots\}$, με μέση τιμή $\mu_t = E(Y_t)$, σύμφωνα με την ακόλουθη σχέση:

$$\gamma_k := Cov(Y_t, Y_{t+k}) = E(Y_t - \mu_t)(Y_{t+k} - \mu_{t+k}),$$

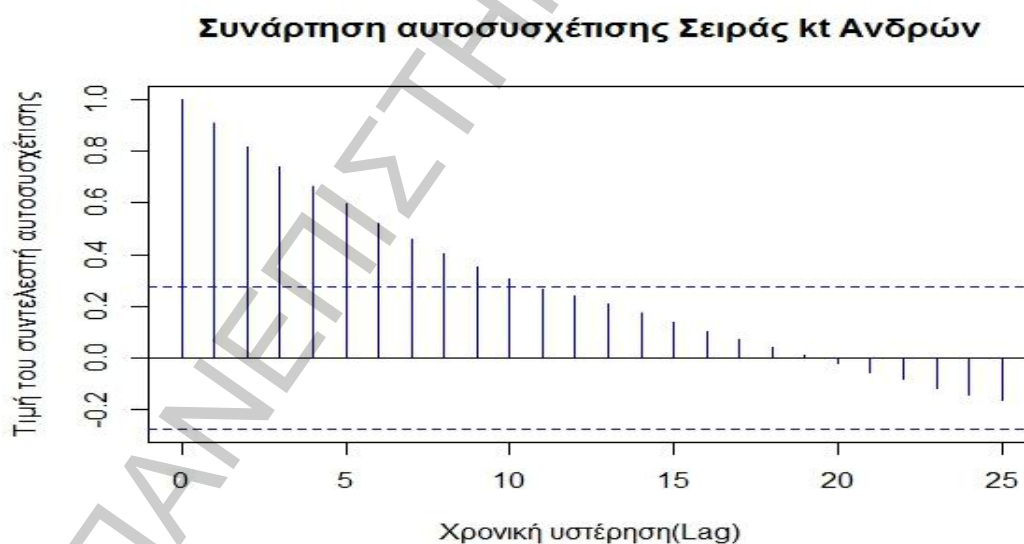
η οποία είναι η συνδιακύμανση της ίδιας της σειράς Y_t , με μια k -χρονική μετατόπισή της.

Ο συντελεστής αυτοσυσχέτισης n παρατηρήσεων της ίδιας σειράς με χρονική υστέρηση (lag) k και μέσο \bar{Y} δίνεται από τη σχέση:

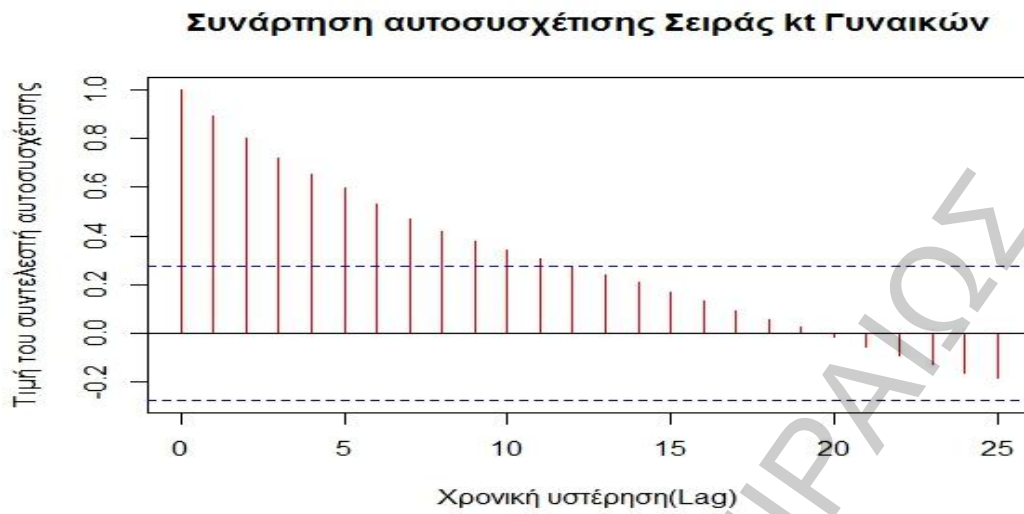
$$r_k = \frac{\gamma_k}{\gamma_0} = \frac{\sum_{t=1}^{n-k} (Y_t - \bar{Y})(Y_{t+k} - \bar{Y})}{\sum_{t=1}^n (Y_t - \bar{Y})^2}, \quad k = 1, 2, \dots, n-1.$$

Για $k=1$, ο συντελεστής αυτοσυσχέτισης r_1 υποδηλώνει πώς σχετίζονται μεταξύ τους οι διαδοχικές παρατηρήσεις (καθυστέρηση 1-lag 1) της χρονολογικής σειράς, αντίστοιχα ο r_2 πώς σχετίζονται οι παρατηρήσεις που απέχουν δύο χρονικές περιόδους (καθυστέρηση 2) κ.λ.π. Οι συντελεστές αυτοσυσχέτισης για καθυστερήσεις 1, 2, ..., δημιουργούν τη συνάρτηση αυτοσυσχέτισης (ACF). Εύκολα μπορούμε να παρατηρήσουμε ότι οι αυτοσυσχετίσεις των μη στάσιμων χρονολογικών σειρών της παραμέτρου k_t των ανδρών (Διάγραμμα 15) και των γυναικών (Διάγραμμα 16) φθίνουν στο μηδέν με αργό ρυθμό. Στη συνέχεια, θα δούμε ότι οι στάσιμες σειρές φθίνουν με γρήγορο ρυθμό, καθώς αυξάνει ο αριθμός των καθυστερήσεων.

Διάγραμμα 15. Διάγραμμα αυτοσυσχετίσεων χρονολογικής σειράς k_t ανδρών



Διάγραμμα 16. Διάγραμμα αυτοσυσχετίσεων χρονολογικής σειράς k_t γυναικών

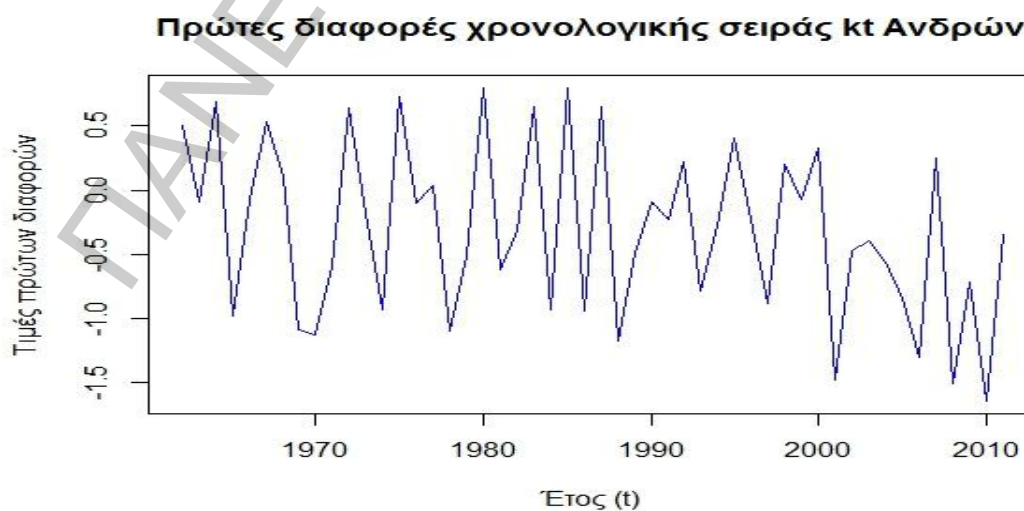


Τάσεις ή άλλα μη στάσιμα πρότυπα στις χρονολογικές σειρές της παραμέτρου k_t των ανδρών και γυναικών, έχουν ως αποτέλεσμα θετικές αυτοσυσχετίσεις, οι οποίες επικρατούν στα διαγράμματα των αυτοσυσχετίσεων (Διαγράμματα 15 και 16). Για το λόγο αυτό, είναι σημαντικό να αφαιρεθούν τα μη στάσιμα πρότυπα ώστε να εμφανισθεί η πραγματική δομή των συσχετίσεων και να αναπτυχθεί το κατάλληλο μοντέλο. Ένας τρόπος να επιτευχθεί αυτό είναι μέσω του υπολογισμού των διαφορών των διαδοχικών παρατηρήσεων της αρχικής χρονολογικής σειράς. Η διαδικασία αυτή μπορεί να πραγματοποιηθεί σε δύο βήματα:

Βήμα 1: Υπολογίζουμε τις διαφορές πρώτης τάξης, σύμφωνα με τη σχέση:

$$k_t' = k_t - k_{t-1} .$$

Διάγραμμα 17. Διάγραμμα πρώτων διαφορών σειράς k_t ανδρών



Διάγραμμα 18. Διάγραμμα πρώτων διαφορών σειράς k_t γυναικών



Η μη στασιμότητα των χρονολογικών σειρών αρχίζει να εξαλείφεται, όπως φαίνεται στα Διαγράμματα 17 και 18.

Βήμα 2: Υπολογίζουμε τις διαφορές δεύτερης τάξης των χρονολογικών σειρών, σύμφωνα με τη σχέση:

$$k_t'' = k_t' - k_{t-1}' = (k_t - k_{t-1}) - (k_{t-1} - k_{t-2}) = k_t - 2k_{t-1} + k_{t-2} .$$

Διάγραμμα 19. Διάγραμμα δεύτερων διαφορών σειράς k_t ανδρών



Διάγραμμα 20. Διάγραμμα δεύτερων διαφορών σειράς k , γυναικών



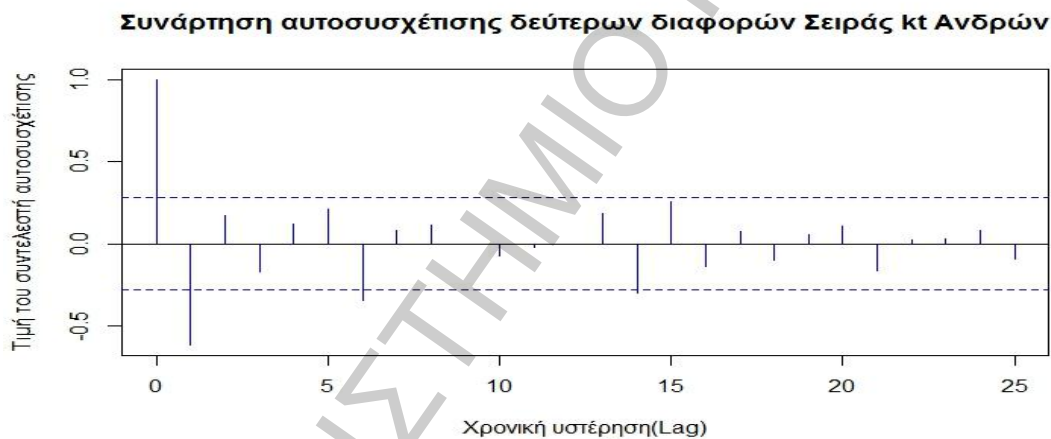
Οι χρονολογικές σειρές των διαφορών δεύτερης τάξης είναι στάσιμες και αυτό επιβεβαιώνεται γραφικά στα Διαγράμματα 19 και 20. Αξίζει να αναφέρουμε ότι ένας εναλλακτικός τρόπος επιλογής της τάξης των διαφορών που απαιτούνται προκειμένου μία χρονολογική σειρά να μετατραπεί σε στάσιμη, γίνεται μέσω του ελέγχου των Dickey & Fuller (1979). Επίσης, σημειώνεται ότι οι χρονολογικές σειρές που προκύπτουν από τις διαφορές πρώτης τάξης αποτελούνται από $n-1$ δεδομένα, ενώ οι σειρές διαφορών δεύτερης τάξης από $n-2$ δεδομένα.

Μετά τον υπολογισμό της τάξης ($d=2$) των διαφορών που απαιτούνται προκειμένου η σειρά να μετατραπεί σε στάσιμη, πρέπει να καθοριστεί η τάξη (p) της αυτοπαλινδρομούμενης διαδικασίας (AR) και η τάξη (q) της διαδικασίας κινούμενου μέσου (MA), ώστε να καταλήξουμε στα κατάλληλα υποδείγματα $ARIMA(p,d,q)$, που θα χρησιμοποιήσουμε για τις προβλέψεις μας. Συνεπώς, θα επικεντρωθούμε στην ανάλυση της συνάρτησης αυτοσυσχέτισης (ACF) και της συνάρτησης μερικής αυτοσυσχέτισης (PACF), η οποία δείχνει την αυτοσυσχέτιση μεταξύ των παρατηρήσεων k_t και k_{t+k} , αφαιρώντας την επίδραση των ενδιάμεσων μεταβλητών καθυστέρησης (1, 2, ..., $k-1$). Η τάξη του AR μέρους είναι ο αριθμός των μη-μηδενικών σημείων (στατιστικά σημαντικών) της PACF, ενώ η τάξη του MA μέρους είναι ο αριθμός των μη-μηδενικών σημείων (στατιστικά σημαντικών) της ACF.

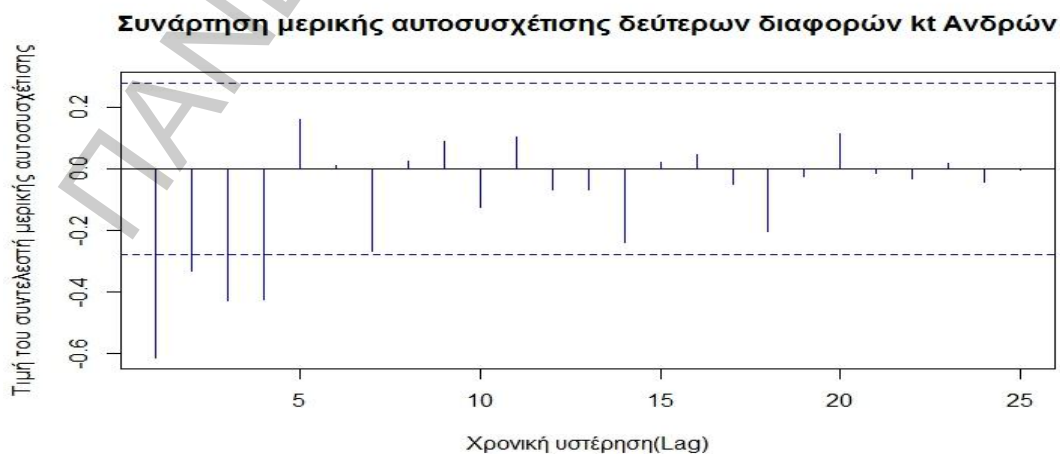
Επιλογή κατάλληλου μοντέλου ARIMA για τη χρονολογική σειρά των ανδρών:

Παρατηρούμε ότι η τιμή του συντελεστή αυτοσυσχέτισης (ACF) υπερβαίνει τα όρια σημαντικότητας στη χρονική υστέρηση 1, είναι αρνητική (Lag 1: -0.615) και μειώνεται καθώς ο αριθμός των υστερήσεων αυξάνεται (Διάγραμμα 21). Επίσης στη χρονική υστέρηση 6 η τιμή του συντελεστή ξεπερνά οριακά το επίπεδο σημαντικότητας αλλά δεν λαμβάνεται υπόψιν, καθώς αναμένουμε 1 στις 20 χρονικές υστερήσεις να υπερβαίνουν το 95% διάστημα εμπιστοσύνης κατά τύχη. Οι τιμές του συντελεστή μερικής αυτοσυσχέτισης (PACF) υπερβαίνουν τα όρια σημαντικότητας στις χρονικές υστερήσεις 1, 2, 3 και 4 (Διάγραμμα 22) και είναι επίσης αρνητικές. (Lag 1: -0.615, Lag 2: -0.333, Lag 3: -0.428, Lag 4: -0.427).

Διάγραμμα 21. Διάγραμμα αυτοσυσχετίσεων των δεύτερων διαφορών της χρονολογικής σειράς k , των ανδρών



Διάγραμμα 22. Διάγραμμα μερικών αυτοσυσχετίσεων των δεύτερων διαφορών της χρονολογικής σειράς k , των ανδρών



Καθώς λοιπόν οι αυτοσυσχετίσεις φθίνουν στο μηδέν μετά από 1 καθυστέρηση και οι μερικές αυτοσυσχετίσεις μετά από 4 καθυστερήσεις, τα πιθανά μοντέλα ARMA για τις χρονολογικές σειρές των δεύτερων διαφορών ($d=2$) είναι:

- ARMA (4,0) ή AR (4), αυτοπαλινδρομούμενο μοντέλο τάξης $p=4$
- ARMA (0,1) ή MA (1), μοντέλο κινούμενου μέσου τάξης $q=1$
- ARMA (p,q), μεικτό μοντέλο 2 παραμέτρων p και q , όπου η κάθε μια παίρνει τιμές μεγαλύτερες από 0

Σύμφωνα με την αρχή της οικονομίας (principle of parsimony), θα επιλέξουμε ένα μοντέλο που να περιγράφει όλα τα χαρακτηριστικά των δεδομένων χρησιμοποιώντας όσο το δυνατό λιγότερες παραμέτρους (δηλαδή όσο το δυνατό πιο απλό μοντέλο γίνεται). Υπάρχουν αρκετοί λόγοι γι' αυτό, οι σημαντικότεροι εκ των οποίων είναι:

- Ένα μοντέλο που περιλαμβάνει άσχετες υστερήσεις των μεταβλητών (επομένως μη αναγκαίες παραμέτρους) θα οδηγήσει σε αύξηση των τυπικών σφαλμάτων των συντελεστών και κατά συνέπεια θα είναι δύσκολο να βρεθούν στατιστικά σημαντικές σχέσεις στα δεδομένα
- Είναι πολύ πιθανό ένα μεγάλο (με πολλές παραμέτρους) μοντέλο να προσαρμόζεται πολύ καλά στα δεδομένα, αλλά να δίνει πολύ ανακριβείς προβλέψεις. Το υπόδειγμα που θα προσαρμόσουμε στα δεδομένα θα πρέπει να παρουσιάζει τα σημαντικά χαρακτηριστικά των δεδομένων ή την υποκείμενη τάση τους και όχι το «θόρυβο» (τα εντελώς τυχαία φαινόμενα της χρονολογικής σειράς)

Επικαλούμενοι την αρχή της οικονομίας το μοντέλο ARMA(0,1) αρχικά φαίνεται να προτιμάται έναντι των άλλων μοντέλων. Πολλές φορές όμως τα δεδομένα δεν είναι δυνατό να δώσουν ακριβή πληροφόρηση για τη δημιουργία του σωστού μοντέλου ARIMA, μέσω της γραφικής τεχνικής των ACF και PACF. Για την αποφυγή της υποκειμενικότητας που προκύπτει κατά την επιλογή, χρησιμοποιούνται τα κριτήρια πληροφορίας AIC (Akaike, 1974) και SIC (Schwarz, 1978). Μετά από δοκιμές που έγιναν στα μοντέλα ARMA(p,q), για όλες τις δυνατές τιμές των παραμέτρων p και q , τα κριτήρια συμφώνησαν στην επιλογή του ARMA(0,2). Συνεπώς για την προβολή της μελλοντικής θνησιμότητας των ανδρών θα χρησιμοποιήσουμε το μοντέλο ARIMA(0,2,2).

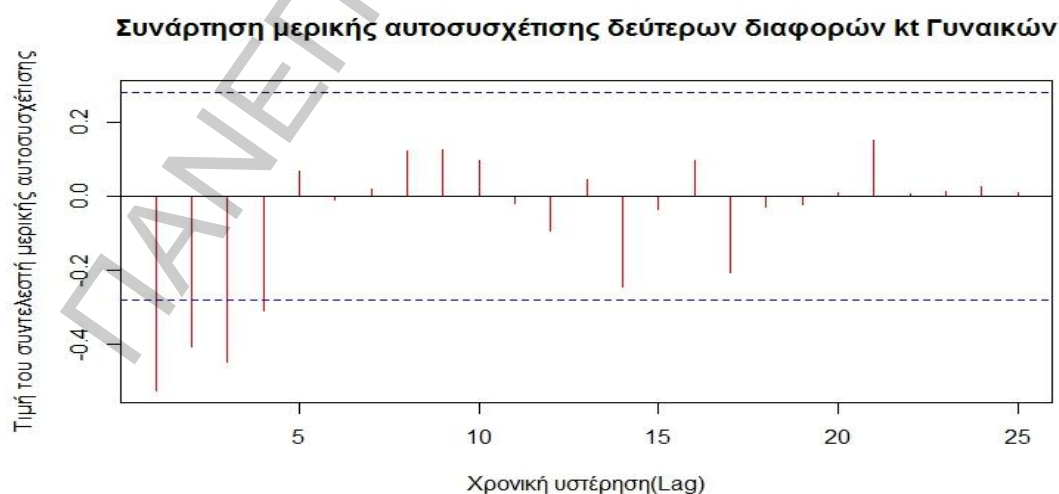
Επιλογή κατάλληλου μοντέλου ARIMA για τη χρονολογική σειρά των γυναικών:

Παρατηρούμε ότι η τιμή του συντελεστή αυτοσυσχέτισης (ACF) υπερβαίνει τα όρια σημαντικότητας στη χρονική υστέρηση 1, είναι αρνητική (Lag 1: -0.523) και μειώνεται καθώς ο αριθμός των υστερήσεων αυξάνεται (Διάγραμμα 23). Οι τιμές του συντελεστή μερικής αυτοσυσχέτισης (PACF) υπερβαίνουν τα όρια σημαντικότητας στις χρονικές υστερήσεις 1, 2, 3 και 4 (Διάγραμμα 24) και είναι επίσης αρνητικές. (Lag 1: -0.523, Lag 2: -0.406, Lag 3: -0.448, Lag 4: -0.311).

Διάγραμμα 23. Διάγραμμα αυτοσυσχετίσεων των δεύτερων διαφορών της χρονολογικής σειράς k_t των γυναικών



Διάγραμμα 24. Διάγραμμα μερικών αυτοσυσχετίσεων των δεύτερων διαφορών της χρονολογικής σειράς k_t των γυναικών



Καθώς λοιπόν οι αυτοσυσχετίσεις φθίνουν στο μηδέν μετά από 1 καθυστέρηση και οι μερικές αυτοσυσχετίσεις μετά από 4 καθυστερήσεις, τα πιθανά μοντέλα ARMA για τις χρονολογικές σειρές των δεύτερων διαφορών ($d=2$) είναι:

- ARMA (4,0) ή AR (4), αυτοπαλινδρομούμενο μοντέλο τάξης $p=4$
- ARMA (0,1) ή MA (1), μοντέλο κινούμενου μέσου τάξης $q=1$
- ARMA (p,q), μεικτό μοντέλο 2 παραμέτρων p και q , όπου η κάθε μια παίρνει τιμές μεγαλύτερες από 0

Ακολουθώντας τα ίδια βήματα με πριν και δίνοντας έμφαση στα αποτελέσματα των κριτηρίων πληροφορίας επιλέγουμε το μοντέλο ARMA(0,1), ένα MA(1) μοντέλο κινούμενου μέσου τάξης 1, το οποίο έχει λιγότερες παραμέτρους και ταυτόχρονα ελαχιστοποιεί το κριτήριο πληροφορίας του Schwarz. Το μοντέλο ARMA(0,1) προτιμήθηκε έναντι του ARMA(0,3), το οποίο αν και προσαρμόζει εξίσου ικανοποιητικά στα δεδομένα, αντιβαίνει σημαντικά στην αρχή της οικονομίας. Συνεπώς για την προβολή της μελλοντικής θνησιμότητας των γυναικών θα χρησιμοποιήσουμε το μοντέλο ARIMA(0,2,1).

5.1.2 Εκτίμηση Παραμέτρων Χρονολογικών Σειρών

Μετά την εξειδίκευση του υποδείγματος ακολουθεί η εκτίμηση των p παραμέτρων $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_p$ της AR διαδικασίας και των q παραμέτρων $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_q$ της MA διαδικασίας. Αν το υπόδειγμα που επιλέχθηκε είναι μόνο αυτοπαλινδρομούμενο (AR), οι παράμετροι εκτιμώνται με τη μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων. Αν όμως η σειρά περιέχει και όρους κινούμενου μέσου (MA), τότε χρησιμοποιούνται μη γραμμικές μέθοδοι. Οι εκτιμήσεις των παραμέτρων των χρονολογικών σειρών έγιναν με το στατιστικό πακέτο R (McLeod, Yu & Mahdi, 2011), χρησιμοποιώντας τη μέθοδο μέγιστης πιθανοφάνειας (Hyndman & Athanasopoulos, 2012).

Θεωρούμε τις διαφορές πρώτης τάξης:

$$k_t' = k_t - k_{t-1} = k_t - Bk_t = (1-B)k_t,$$

καθώς και τις διαφορές δεύτερης τάξης:

$$\begin{aligned} k_t'' &= k_t' - k_{t-1}' = (k_t - k_{t-1}) - (k_{t-1} - k_{t-2}) \\ &= (1-B)k_t - (1-B)k_{t-1} \\ &= (1-B)(k_t - k_{t-1}) \\ &= (1-B)(1-B)k_t = (1-B)^2 k_t. \end{aligned}$$

Γενικά οι διαφορές d τάξης γράφονται:

$$k_t^d = (1-B)^d k_t ,$$

όπου, B ο τελεστής χρονικής υστέρησης (Backshift Operator).

Η γενική μορφή του υποδείγματος ARIMA(p,d,q) είναι:

$$(1-\varphi_1 B - \varphi_2 B^2 - \dots - \varphi_p B^p)(1-B)^d k_t = c + (1+\theta_1 B + \theta_2 B^2 + \dots + \theta_q B^q)\varepsilon_t . \quad (5.1)$$

Μπορούμε εύκολα να διακρίνουμε στο αριστερό μέλος της εξίσωσης το AR(p) μέρος και τις διαφορές τάξης d των k_t , ενώ το δεξιό μέλος αποτελείται από μια σταθερά c καθώς και το MA(q) μέρος του υποδείγματος (Hamilton, 1994). Τα κατάλοιπα $\{\varepsilon_t : t = 1, 2, \dots\}$ αποτελούν μια διαδικασία λευκού θορύβου (white noise process), δηλαδή θα πρέπει $E(\varepsilon_t) = 0, \forall t, V(\varepsilon_t) = \sigma^2, \forall t$ και $Cov(\varepsilon_t, \varepsilon_{t-s}) = 0, \forall s \neq 0$.

Το μοντέλο ARIMA(0,2,2) των διαφορών δεύτερης τάξης της χρονολογικής σειράς k_t των ανδρών γράφεται:

$$(1-B)^2 k_t = (1+\theta_1 B + \theta_2 B^2)\varepsilon_t ,$$

ή ισοδύναμα,

$$k_t - 2k_{t-1} + k_{t-2} = \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \theta_2 \varepsilon_{t-2} ,$$

ή ισοδύναμα,

$$k_t = 2k_{t-1} - k_{t-2} + \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \theta_2 \varepsilon_{t-2}, \varepsilon_t \sim i.i.d. N(0, \sigma^2) \quad \forall t . \quad (5.2)$$

Στον Πίνακα 4 δίνονται οι τιμές των παραμέτρων για το μοντέλο ARIMA(0,2,2) των διαφορών δεύτερης τάξης της χρονολογικής σειράς k_t των ανδρών.

Πίνακας 4. Υπόδειγμα ARIMA(0,2,2) ανδρών

Παράμετρος	Τιμή	Τυπικό σφάλμα	t-statistic	p-value
θ_1 (MA1)	-1.2604	0.1409	-8.9453	0.0000
θ_2 (MA2)	0.4217	0.1503	2.8057	0.0073

Παρατηρούμε ότι οι παράμετροι θ_1 και θ_2 είναι στατιστικά σημαντικοί σε επίπεδο σημαντικότητας 5%, όπως προκύπτει από την τιμή της στατιστικής t , αφού $|t_{\theta_1}| > 2$ ή $p\text{-value}(t_{\theta_1}) < 0.05$ και $|t_{\theta_2}| > 2$ ή $p\text{-value}(t_{\theta_2}) < 0.05$.

Σύμφωνα με τις τιμές του Πίνακα 4, η σχέση (5.2) γράφεται:

$$k_t = 2k_{t-1} - k_{t-2} + \varepsilon_t - 1.26\varepsilon_{t-1} + 0.42\varepsilon_{t-2}, \quad (5.3)$$

όπου, ε_t διαδικασία λευκού θορύβου με διασπορά $\sigma^2 = 0.41$.

Τώρα, το μοντέλο ARIMA(0,2,1) των διαφορών δεύτερης τάξης της χρονολογικής σειράς k_t των γυναικών γράφεται:

$$(1-B)^2 k_t = (1+\theta B)\varepsilon_t,$$

ή ισοδύναμα,

$$k_t = 2k_{t-1} - k_{t-2} + \varepsilon_t + \theta\varepsilon_{t-1}, \varepsilon_t \sim i.i.d. N(0, \sigma^2) \quad \forall t. \quad (5.4)$$

Στον Πίνακα 5 δίνονται οι τιμές των παραμέτρων για το μοντέλο ARIMA(0,2,1) των διαφορών δεύτερης τάξης της χρονολογικής σειράς k_t των γυναικών.

Πίνακας 5. Υπόδειγμα ARIMA(0,2,1) γυναικών

Παράμετρος	Τιμή	Τυπικό σφάλμα	t-statistic	p-value
θ (MA1)	-0.8897	0.0866	-10.2737	0.0000

Παρατηρούμε ότι και τώρα η παράμετρος θ είναι στατιστικά σημαντική σε επίπεδο σημαντικότητας 5%, όπως προκύπτει από την τιμή της στατιστικής t , αφού $|t_\theta| > 2$ ή $p\text{-value}(t_\theta) < 0.05$.

Σύμφωνα με τις τιμές του Πίνακα 5, η σχέση (5.4) γράφεται:

$$k_t = 2k_{t-1} - k_{t-2} + \varepsilon_t - 0.89\varepsilon_{t-1}, \quad (5.5)$$

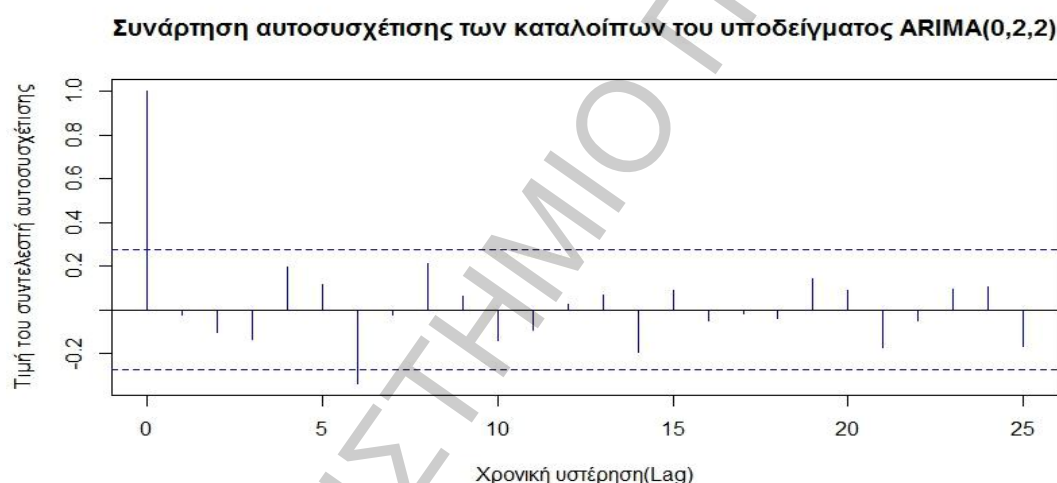
όπου ε_t διαδικασία λευκού θορύβου με διασπορά $\sigma^2 = 1.12$.

5.1.3 Διαγνωστικός Έλεγχος

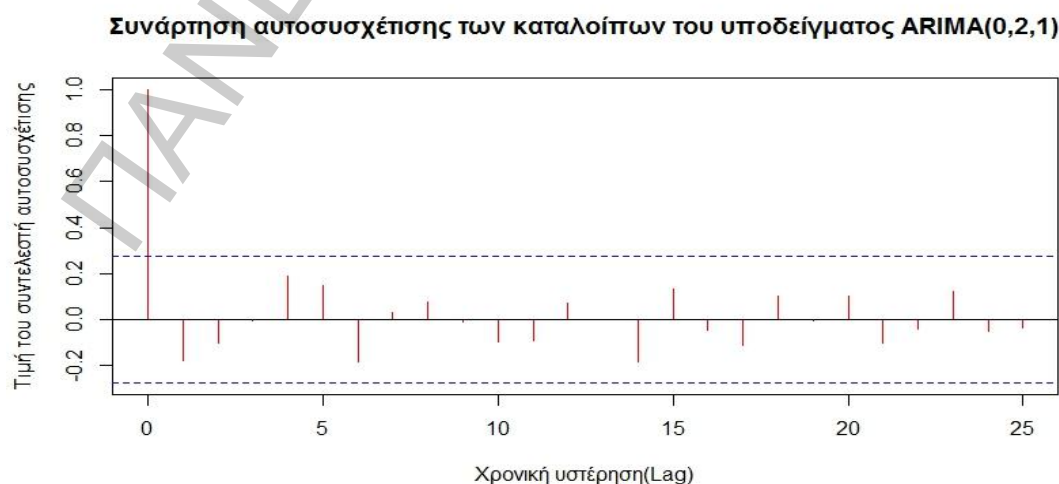
Στο στάδιο αυτό, πραγματοποιείται ο διαγνωστικός έλεγχος καλής προσαρμογής (goodness of fit) του υποδείγματος των ανδρών και των γυναικών. Ο έλεγχος αυτός περιλαμβάνει τους στατιστικούς ελέγχους για τη συμπεριφορά των καταλοίπων καθώς και την τάξη του υποδείγματος.

Θα ασχοληθούμε πρώτα με τον έλεγχο των καταλοίπων ε_t . Αν το εκτιμώμενο υπόδειγμα είναι το πιο κατάλληλο για τα δεδομένα μας, τότε τα κατάλοιπα θα πρέπει να συμπεριφέρονται ως μια διαδικασία λευκού θορύβου, δηλαδή να μην αυτοσυσχετίζονται. Από τα διαγράμματα αυτοσυσχέτισης των καταλοίπων που προέκυψαν από την προσαρμογή των μοντέλων στα δεδομένα των ανδρών (Διάγραμμα 25) και των γυναικών (Διάγραμμα 26) οδηγούμαστε στο συμπέρασμα ότι δεν υπάρχουν σοβαρά δείγματα για μη-μηδενικές (στατιστικά σημαντικές) αυτοσυσχετίσεις στα κατάλοιπα για 1 έως 25 χρονικές υστερήσεις. Επίσης, ο έλεγχος με τη στατιστική Q των Ljung-Box (Ljung & Box, 1978) επιβεβαιώνει την υπόθεση ότι σε επίπεδο σημαντικότητας 5% τα κατάλοιπα δεν συσχετίζονται.

Διάγραμμα 25. Διάγραμμα αυτοσυσχετίσεων των καταλοίπων του υποδείγματος ARIMA(0,2,2) των ανδρών



Διάγραμμα 26. Διάγραμμα αυτοσυσχετίσεων των καταλοίπων του υποδείγματος ARIMA(0,2,1) των γυναικών



Στη συνέχεια θα ελέγξουμε την καταλληλότητα των υποδειγμάτων συγκρίνοντάς τα με άλλα υποδείγματα μεγαλύτερης τάξης. Η διαδικασία αυτή ελέγχου που είναι γνωστή ως υπερπροσαρμογή (overfitting) γίνεται συγκρίνοντας τα υποδείγματα $ARMA(p,q)$ που έχουμε εκτιμήσει με τα αντίστοιχα $ARMA(p+1,q)$ και $ARMA(p,q+1)$.

Ο έλεγχος για τη στατιστική σημαντικότητα των παραμέτρων που προστέθηκαν κατά την υπερπροσαρμογή των αρχικών υποδειγμάτων έγινε με τη στατιστική t (Student's t -test). Στη συνέχεια ακολουθεί ο έλεγχος για τις ενδεχόμενες αυτοσυσχετίσεις των καταλοίπων της προσαρμογής, ο οποίος έγινε με τη στατιστική Q των Ljung-Box και στο τέλος δίνονται τα αποτελέσματα των κριτηρίων πληροφορίας των Akaike (AIC) και Schwarz (SIC) για τα υπό εξέταση υποδείγματα. Στον Πίνακα 6 δίνονται τα αποτελέσματα από τους ελέγχους που πραγματοποιήθηκαν για την καταλληλότητα των μοντέλων μας.

Πίνακας 6. Συγκριτικός έλεγχος καταλληλότητας υποδειγμάτων (ARMA) για τις διαφορές δεύτερης τάξης ($d=2$) των k_t

Σύγκριση $ARMA(p,q)$ ανδρών				Σύγκριση $ARMA(p,q)$ γυναικών		
(p,q)	(0,2)	(1,2)	(0,3)	(0,1)	(1,1)	(0,2)
AR(1) (t-stat)	-	0.16 (0.51)	-	-	-0.19 (-1.15)	-
MA(1) (t-stat)	-1.26 (-8.95)	-1.39 (-5.15)	-1.23 (-8.78)	-0.89 (-10.27)	-0.83 (-7.40)	-1.21 (-6.21)
MA(2) (t-stat)	0.42 (2.81)	0.54 (2.16)	0.34 (1.62)	-	-	0.44 (1.89)
MA(3) (t-stat)	-	-	0.07 (0.54)	-	-	-
Q_{LB}	30.63	27.69	27.26	19.13	19.93	18.53
AIC	102.69	104.42	104.43	150.05	150.79	149.17
SIC	108.37	111.99	112	153.83	156.47	154.85

Από τον έλεγχο με τη στατιστική t προκύπτει το συμπέρασμα ότι η προσθήκη επιπλέον παραμέτρων στα υποδείγματα $ARIMA(0,2,2)$ και $ARIMA(0,2,1)$ δεν είναι στατιστικά σημαντική, σε επίπεδο σημαντικότητας 5%. Επιπλέον τα κατάλοιπα δεν

αυτοσυσχετίζονται, αφού από τον έλεγχο της υπόθεσης αυτής σε επίπεδο σημαντικότητας 5%, η τιμή της στατιστικής Q των Ljung-Box δεν υπερβαίνει την τιμή της $\chi^2(0.05,25)=37.652$ για κανένα υπόδειγμα. Τα αποτελέσματα των κριτηρίων πληροφoρίας επιβεβαιώνουν την καταλληλότητα των αρχικών μοντέλων. Πιο συγκεκριμένα, το υπόδειγμα για τα δεδομένα των ανδρών ARIMA(0,2,2) ελαχιστοποιεί το κριτήριο AIC, ενώ το υπόδειγμα για τα δεδομένα των γυναικών ARIMA(0,2,1) ελαχιστοποιεί το κριτήριο SIC.

5.1.4 Προβλέψεις

Χρησιμοποιώντας τις σχέσεις (5.3) και (5.5) των υποδειγμάτων ARIMA(0,2,2) και ARIMA(0,2,1) αντίστοιχα, για τα δεδομένα προσαρμογής από το 1961 έως το 2011 γίνονται προβλέψεις για την παράμετρο k_t των ανδρών και των γυναικών, έως το 2050. Για τον υπολογισμό του διαστήματος εμπιστοσύνης των προβλέψεων επικεντρωθήκαμε στη μεταβλητότητα της παραμέτρου k_t , αγνοώντας άλλες πηγές σφαλμάτων που οφείλονται στην προσαρμογή του μοντέλου των Lee-Carter. Το 95% διάστημα εμπιστοσύνης για τις προβλέψεις της παραμέτρου k_t δίνεται από τη σχέση:

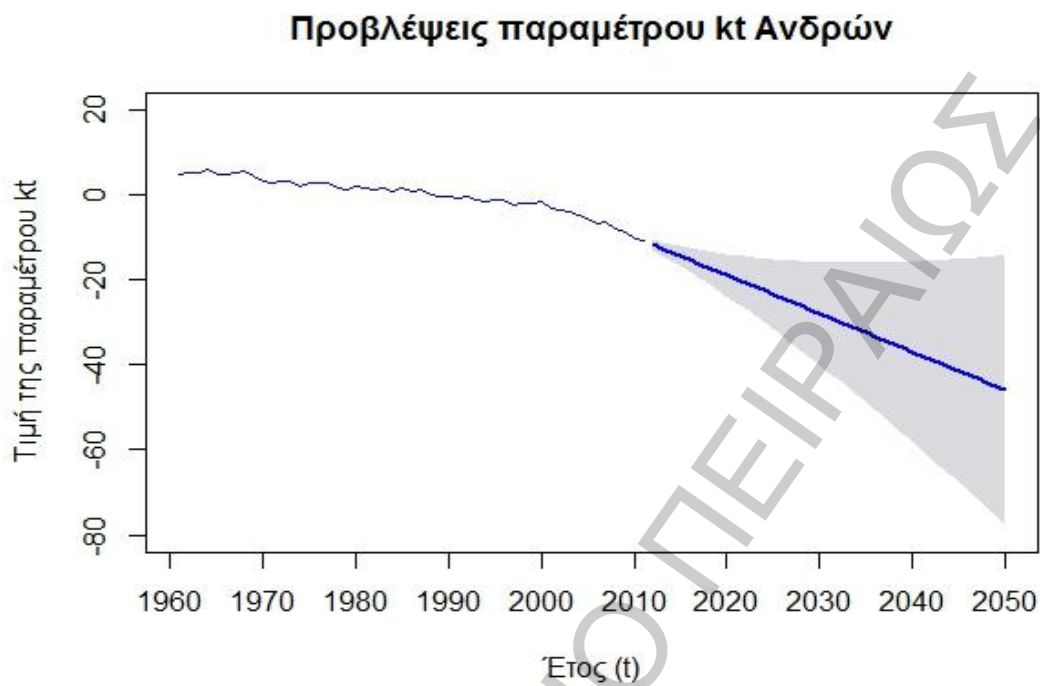
$$k_{2011+h} \pm 1.96 s.e.(k_{2011+h}), \quad (5.6)$$

όπου, $h=1, 2, \dots, 39$ και $s.e.(k_{t+h})$ το σφάλμα της πρόβλεψης.

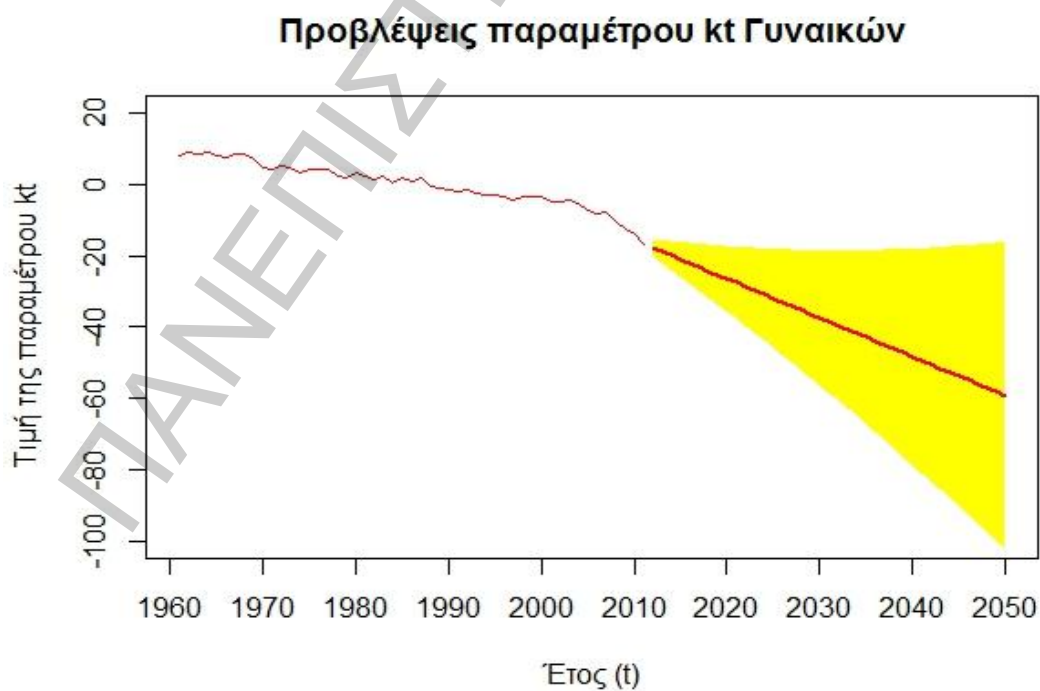
Από τα αποτελέσματα των προβλέψεων μπορούμε να διαπιστώσουμε ότι οι τιμές της παραμέτρου k_t παρουσιάζουν πτωτική τάση, με ακόμα χαμηλότερες τιμές από την περίοδο προσαρμογής και για τα δύο φύλα. Συνεπώς, το γενικό επίπεδο της θνησιμότητας μειώνεται σημαντικά και στη συνέχεια θα δούμε πως αυτή η αλλαγή αντανακλάται στους προβαλλόμενους δείκτες θνησιμότητας και το μελλοντικό προσδόκιμο ζωής.

Ο κώδικας προγραμματισμού της R και οι προβλέψεις αναλυτικά ανά έτος και φύλο, που προκύπτουν από τις σχέσεις (5.3) και (5.5) για τους άνδρες και τις γυναίκες αντίστοιχα δίνονται στον Πίνακα Γ1 του Παραρτήματος Γ. Στα παρακάτω διαγράμματα παρουσιάζονται οι τιμές της παραμέτρου k_t για όλη την περίοδο μελέτης, μαζί με τις προβλέψεις για τους άνδρες (Διάγραμμα 27) και τις γυναίκες (Διάγραμμα 28), με διάστημα εμπιστοσύνης 95%.

Διάγραμμα 27. Προβλέψεις της παραμέτρου k , για τους άνδρες με διάστημα εμπιστοσύνης 95%



Διάγραμμα 28. Προβλέψεις της παραμέτρου k , για τις γυναίκες με διάστημα εμπιστοσύνης 95%



5.2 Προβολή Θνησιμότητας

Μετά την πρόβλεψη της παραμέτρου θνησιμότητας k_t για τους άνδρες και τις γυναίκες μπορούμε να προβάλουμε τους ειδικούς κατά ηλικία δείκτες θνησιμότητας έως το 2050 από τις παρακάτω σχέσεις (Lee, 2000):

$$\ln(m_{x,2011}) = a_x + b_x k_{2011}, t = 2011,$$

$$\ln(\hat{m}_{x,2011+h}) = a_x + b_x \hat{k}_{2011+h}, t = 2011+h, h = 1, 2, \dots, 39,$$

ή ισοδύναμα, από τη σχέση:

$$\hat{m}_{x,2011+h} = m_{x,2011} e^{b_x(\hat{k}_{2011+h} - k_{2011})}, h = 1, 2, \dots, 39. \quad (5.7)$$

Από τη σχέση (5.7) μπορούμε να υπολογίσουμε τους δείκτες θνησιμότητας για όλες τις ηλικιακές ομάδες x των ανδρών και των γυναικών χρησιμοποιώντας τον δείκτη θνησιμότητας για το έτος 2011 $m_{x,2011}$ και τις προβλέψεις της παραμέτρου $\{k_{2011+h} : h = 1, 2, \dots, 39\}$. Το 95% διάστημα εμπιστοσύνης για τους προβαλλόμενους δείκτες θνησιμότητας υπολογίζεται από τις σχέσεις (4.1) και (5.6):

$$\Delta.E.(\ln(m_{x,2011+h})) = \Delta.E.(a_x + b_x k_{2011+h}) = a_x + b_x \Delta.E.(k_{2011+h}),$$

ή ισοδύναμα,

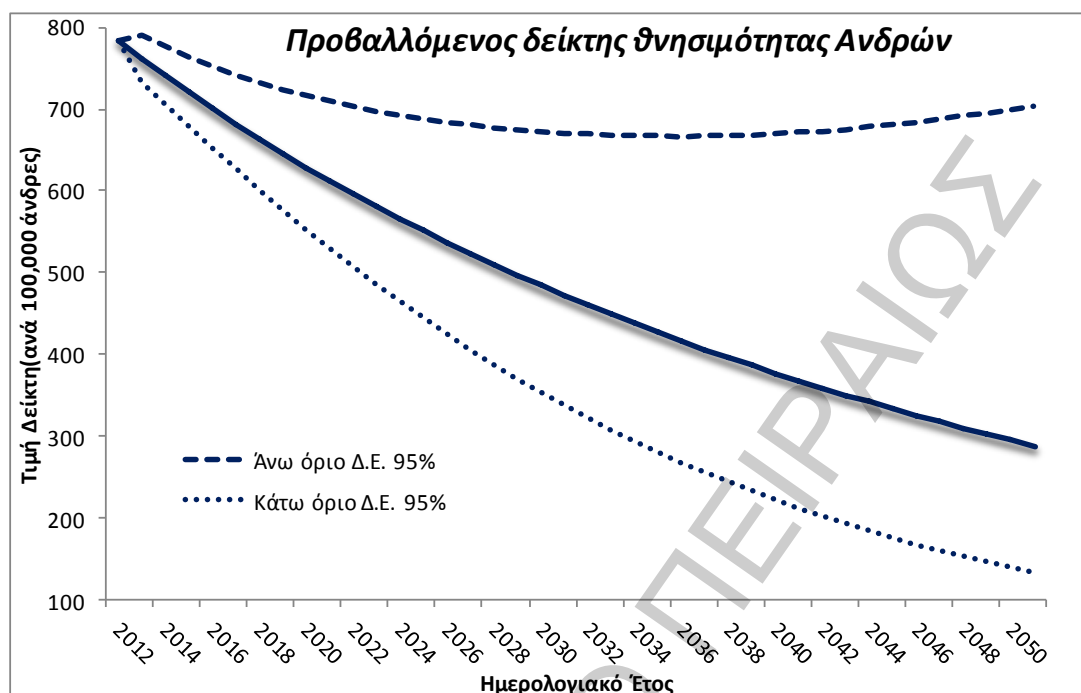
$$\Delta.E.(m_{x,2011+h}) = e^{a_x + b_x [k_{2011+h} \pm 1.96 \times s.e.(k_{2011+h})]},$$

ή ισοδύναμα,

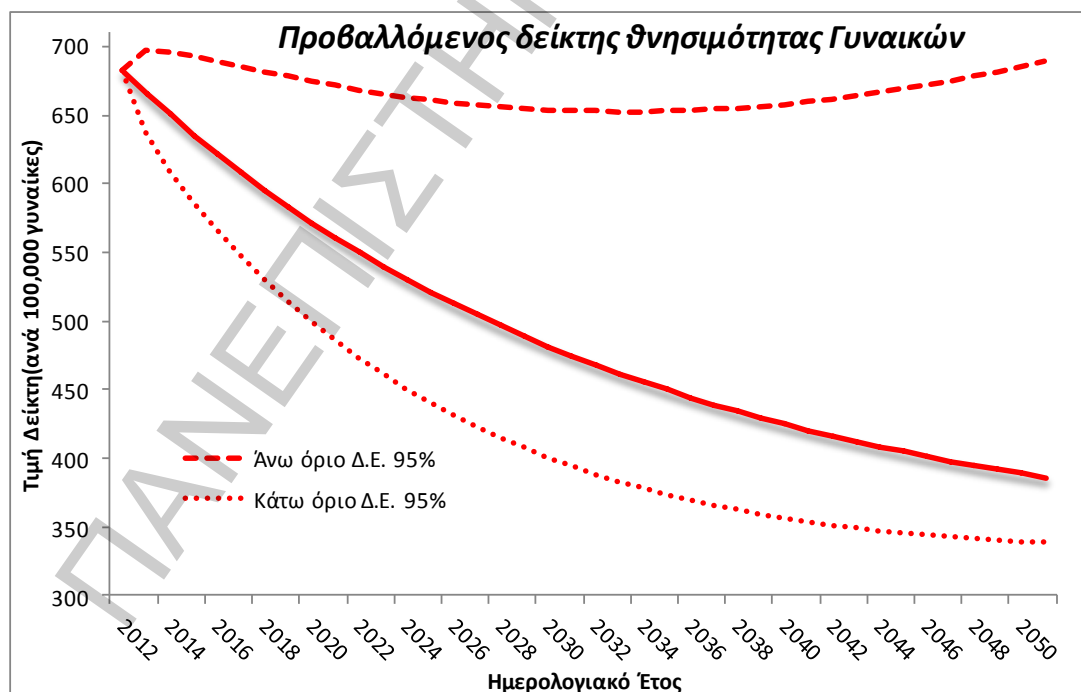
$$\Delta.E.(m_{x,2011+h}) = m_{x,2011+h} e^{\pm b_x 1.96 s.e.(k_{2011+h})}, h = 1, 2, \dots, 39. \quad (5.8)$$

Οι προβαλλόμενοι δείκτες θνησιμότητας ανά φύλο, με διάστημα εμπιστοσύνης 95%, που προκύπτουν από τις σχέσεις (5.7) και (5.8) δίνονται στον Πίνακα Γ2 του Παραρτήματος Γ. Σημειώνεται ότι στις τιμές του δείκτη έχει γίνει άμεση προτυποποίηση με τον πληθυσμό ανδρών και γυναικών της απογραφής του 2001, όπως περιγράφεται στην παράγραφο 3.3. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται γραφικά για τους άνδρες στο Διάγραμμα 29 και τις γυναίκες στο Διάγραμμα 30.

Διάγραμμα 29. Τιμές προβολής (ανά 100,000) του προτυποποιημένου* δείκτη θνησιμότητας των ανδρών, με διάστημα εμπιστοσύνης 95%



Διάγραμμα 30. Τιμές προβολής (ανά 100,000) του προτυποποιημένου* δείκτη θνησιμότητας των γυναικών, με διάστημα εμπιστοσύνης 95%



*Η προτυποποίηση έγινε βάσει των αποτελεσμάτων της απογραφής πληθυσμού 2001, όπως περιγράφεται στην παράγραφο 3.3 .

5.2.1 Κατασκευή Συνεπτυγμένων Πινάκων Επιβίωσης

Στην παράγραφο αυτή, θα περιγράψουμε τη διαδικασία κατασκευής συνεπτυγμένων πινάκων επιβίωσης (abridged life tables) και θα υπολογίσουμε το μελλοντικό προσδόκιμο ζωής (Chiang, 1984). Για τους υπολογισμούς που θα ακολουθήσουν είναι απαραίτητη η χρήση των παρακάτω συμβολισμών:

- $[x, x + w_x)$: η ηλικιακή ομάδα, έτσι ώστε $x = x_0, x_1, \dots, x_{k-1}$ με $x_k = 85^+$ για $k = 18$ και w_x : η διαφορά ανάμεσα στις διαδοχικές ακριβείς ηλικίες, έτσι ώστε $w_{x_i} = x_{i+1} - x_i$ με $i = 0, 1, 2, \dots, k-1$
- ${}_nq_x$: η πιθανότητα θανάτου ανάμεσα στις ακριβείς ηλικίες x και $x+n$, $n = 1, 4, 5$
- f_x : διαχωριστικός παράγοντας που εκφράζει την ισοκατανομή των θανάτων μέσα σε κάθε ηλικιακή ομάδα. Υποθέτουμε ότι για την ηλικιακή ομάδα $[0, 1)$ ισχύει $f_x = 0.15$ για τους άνδρες, $f_x = 0.16$ για τις γυναίκες και $f_x = 0.5$ για κάθε άλλη ηλικιακή ομάδα
- l_x : ο αριθμός των ατόμων ηλικίας x . Υποθέτουμε ότι $l_0 = 100000$
- d_x : ο αριθμός των ατόμων που απεβίωσαν στην ηλικιακή ομάδα $[x, x+n)$
- ${}_nL_x$: ο συνολικός αριθμός ετών που ζουν τα άτομα του πληθυσμού μέσα στην ηλικιακή ομάδα $[x, x+n)$
- ${}_nT_x$: ο συνολικός αριθμός των ετών που απομένει στα άτομα της ηλικιακής ομάδας $[x, x+n)$
- e_x : ο μέσος υπολειπόμενος χρόνος ζωής στην ακριβή ηλικία x των ατόμων της ηλικιακής ομάδας $[x, x + w_x)$

Πρώτα θα υπολογίσουμε την πιθανότητα θανάτου από τη σχέση:

$$q_x = \frac{w_x m_x}{1 + f'_x w_x m_x}, \quad q_{x_k} = 1, \quad x = x_0, x_1, \dots, x_{k-1} \text{ και } m_x \equiv m_{x,t}. \quad (5.9)$$

Έτσι για $x = x_0, x_1, \dots, x_{k-1}$ και για κάθε έτος t , ο πίνακας επιβίωσης κατασκευάζεται χρησιμοποιώντας τις σχέσεις που ακολουθούν (υποθέτουμε $l_0 = 100000$):

$$\begin{aligned} l_{x+w_x} &= l_x (1 - q_x), \\ d_x &= l_x - l_{x+w_x} = l_x q_x, \quad d_{x_k} = l_{x_k}, \\ L_x &= w_x (l_x - f'_x d_x), \quad L_{x_k} = l_{x_k} / m_{x_k}, \\ T_{x_i} &= \sum_{x=x_i}^{x_k} L_x. \end{aligned}$$

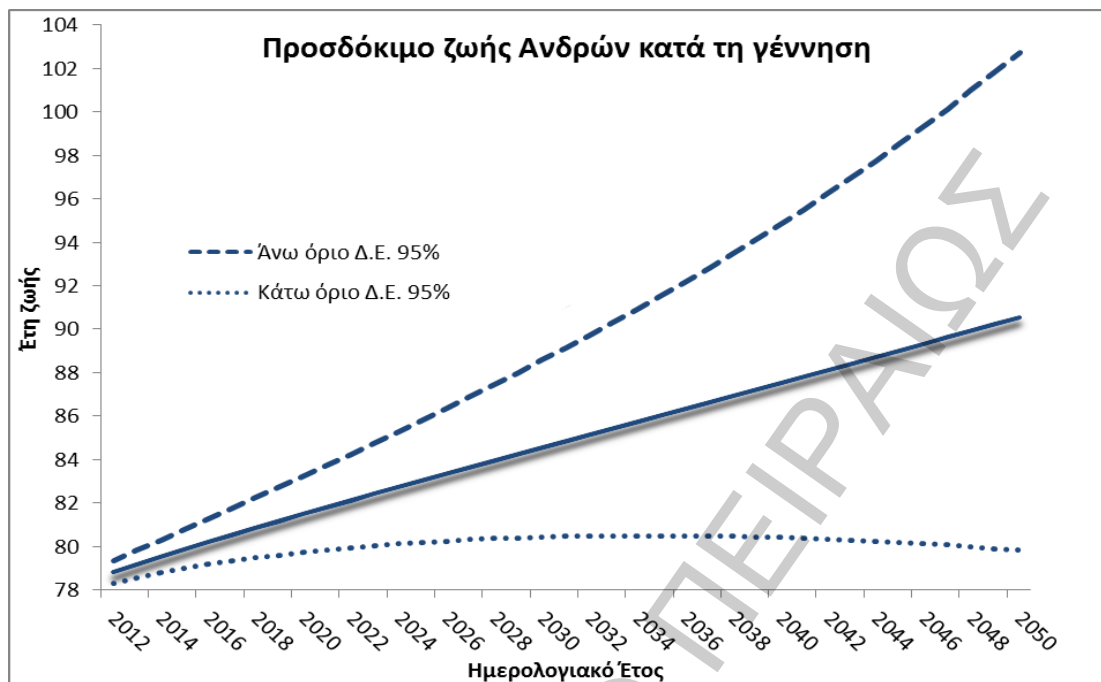
Τέλος, το προσδόκιμο ζωής στην ηλικία x_i δίνεται από τη σχέση:

$$e_{x_i} = \frac{T_{x_i}}{l_{x_i}}. \quad (5.10)$$

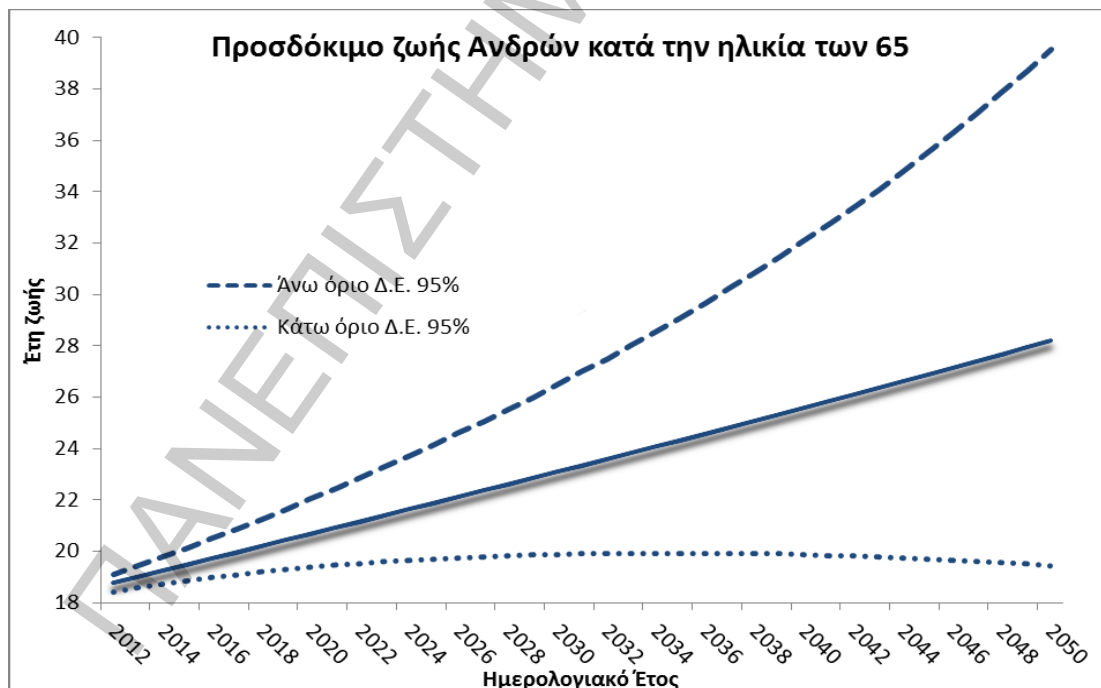
Τα αποτελέσματα της προβολής του προσδόκιμου ζωής και για τα δύο φύλα παρουσιάζονται αναλυτικά στο Παράρτημα Δ. Πιο συγκεκριμένα, οι τιμές της προβολής του προσδόκιμου ζωής κατά τη γέννηση, με διάστημα εμπιστοσύνης 95% δίνονται στον Πίνακα Δ1, ενώ οι τιμές της προβολής του προσδόκιμου ζωής κατά την ηλικία των 65, με διάστημα εμπιστοσύνης 95% δίνονται στον Πίνακα Δ2. Τέλος, στον Πίνακα Δ3 δίνονται οι συνεπτυγμένοι πίνακες επιβίωσης ανά δεκαετία, που κατασκευάστηκαν για την εργασία αυτή.

Το προσδόκιμο ζωής αυξάνεται σημαντικά τα επόμενα χρόνια αντανακλώντας τις τάσεις του παρελθόντος. Τα αποτελέσματα από τον υπολογισμό του προσδόκιμου ζωής κατά τη γέννηση, αλλά και κατά την ηλικία των 65 παρουσιάζονται γραφικά για τους άνδρες στο Διάγραμμα 31 και Διάγραμμα 32 αντίστοιχα, ενώ για τις γυναίκες στο Διάγραμμα 33 και Διάγραμμα 34.

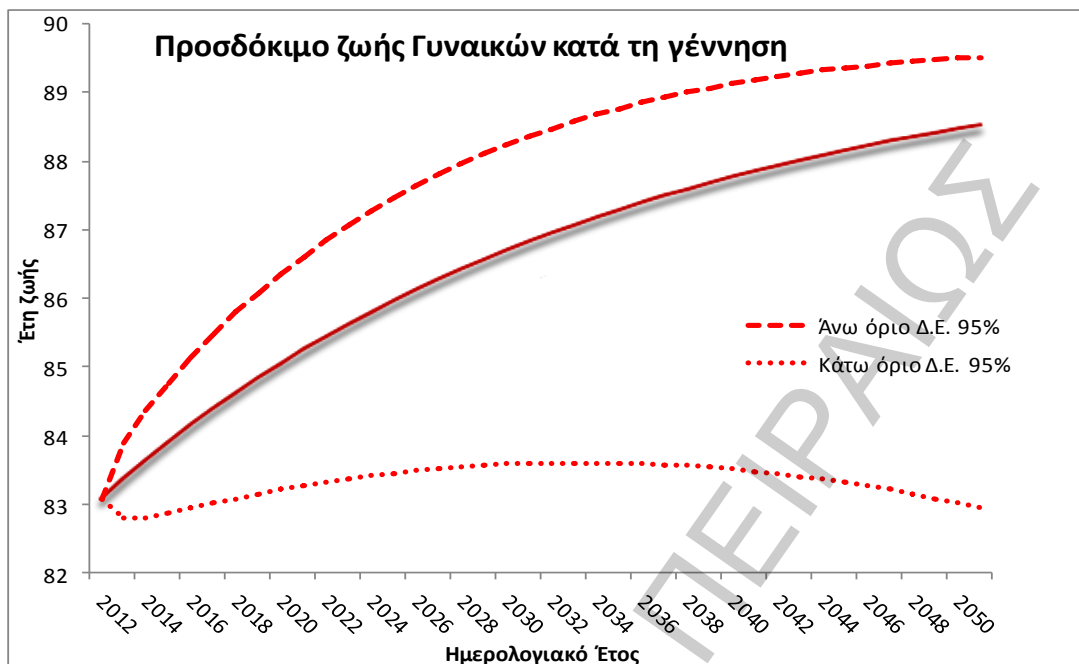
Διάγραμμα 31. Προβολή του προσδόκιμο ζωής κατά τη γέννηση για τους άνδρες, με διάστημα εμπιστοσύνης 95%



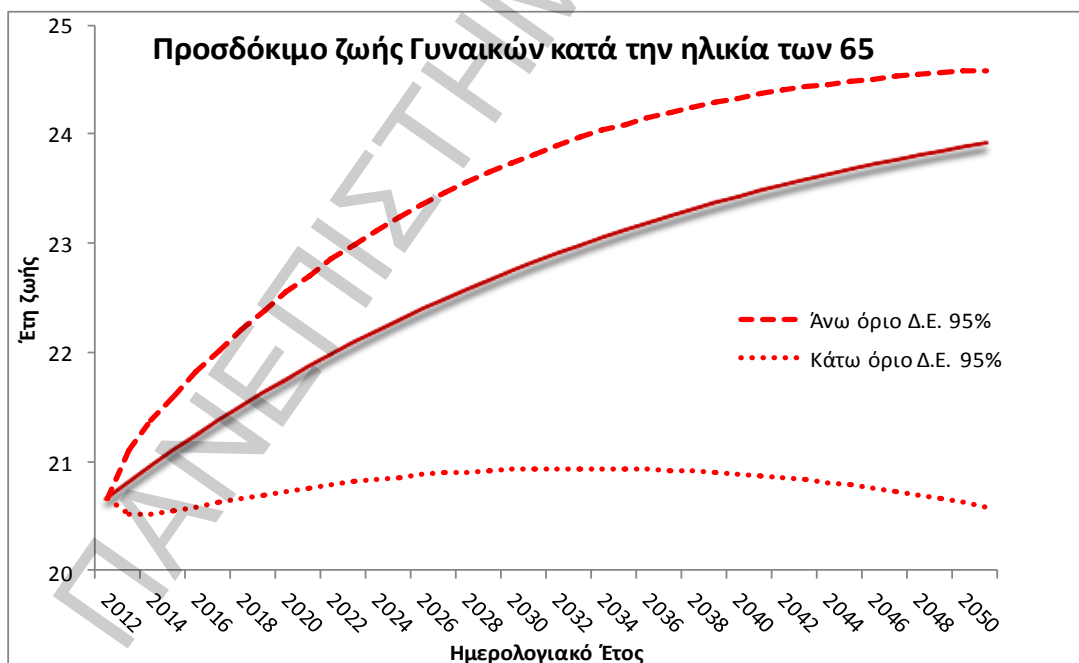
Διάγραμμα 32. Προβολή του προσδόκιμο ζωής κατά την ηλικία των 65 για τους άνδρες, με διάστημα εμπιστοσύνης 95%



Διάγραμμα 33. Προβολή του προσδόκιμο ζωής κατά τη γέννηση για τις γυναίκες, με διάστημα εμπιστοσύνης 95%



Διάγραμμα 34. Προβολή του προσδόκιμο ζωής κατά την ηλικία των 65 για τις γυναίκες, με διάστημα εμπιστοσύνης 95%

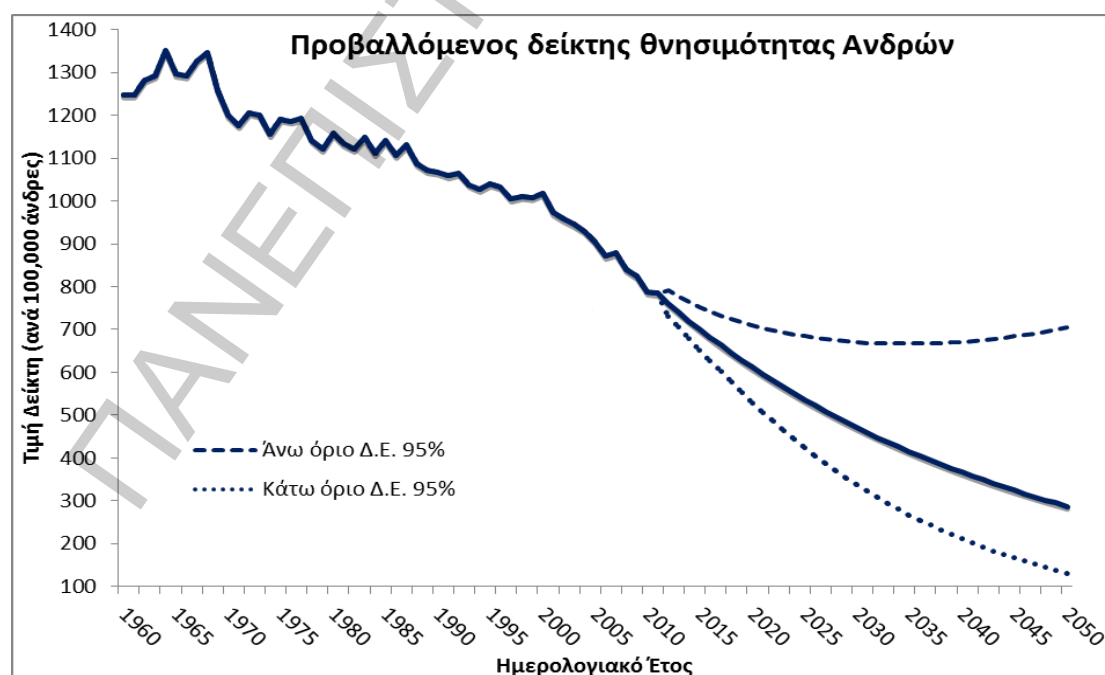


6. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ – ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ ΓΙΑ ΠΕΡΑΙΤΕΡΩ ΕΡΕΥΝΑ

Η προβολή της θνησιμότητας έως το 2050 βασίστηκε σε δημογραφικά δεδομένα των προηγούμενων 50 ετών και πραγματοποιήθηκε με τη χρήση στοχαστικών μοντέλων. Το βασικό αποτέλεσμα της μελέτης μας είναι ότι η θνησιμότητα θα παρουσιάσει αξιόλογη μείωση τα επόμενα χρόνια, με άμεση συνέπεια την αύξηση του προσδόκιμου ζωής και για τα δύο φύλα.

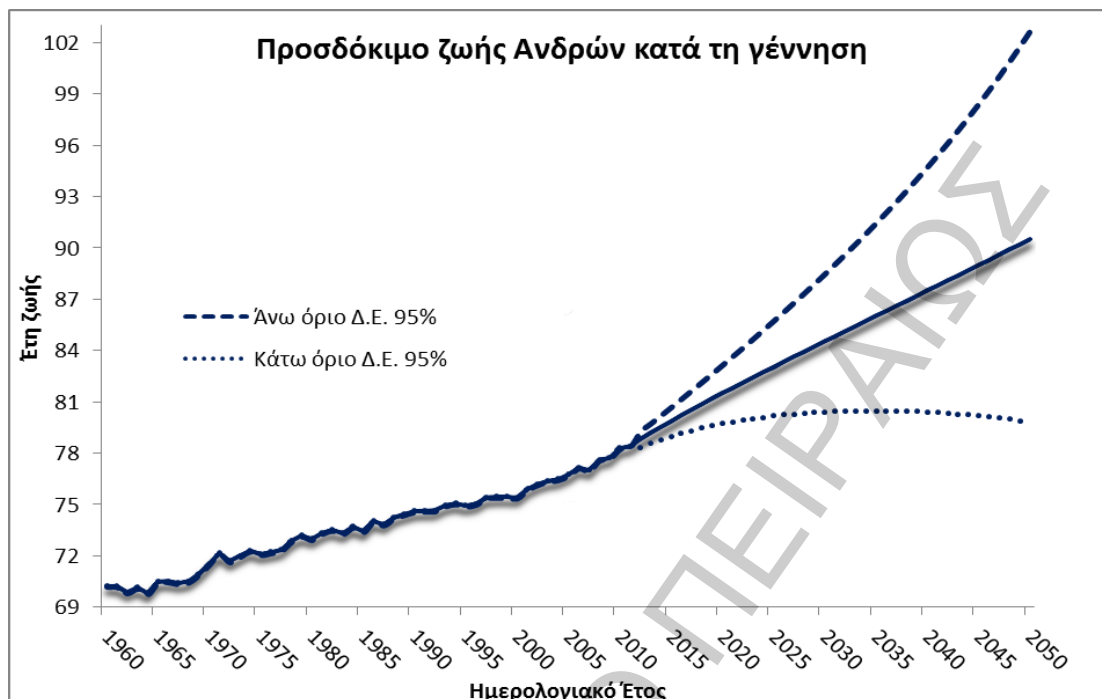
Ο προτυποποιημένος δείκτης θνησιμότητας των ανδρών (ανά 100000 άνδρες) ξεκινώντας από τις 1248 μονάδες μειώθηκε περίπου κατά 463 μονάδες την περίοδο 1960 έως 2011. Στο Διάγραμμα 35 εύκολα μπορούμε να δούμε ότι η πτωτική αυτή τάση συνεχίζεται και μετά το πρώτο έτος προβολής 2012 και η τιμή του δείκτη αναμένεται να φτάσει τις 288 μονάδες το 2050. Εξίσου εντυπωσιακή είναι η αύξηση στο προσδόκιμο ζωής κατά τη γέννηση των ανδρών (Διάγραμμα 36), το οποίο ακολουθώντας ανοδική πορεία βρίσκεται σήμερα στα 78 περίπου έτη και αναμένεται να φτάσει και ίσως ξεπεράσει τα 90 έτη το 2050. Ανάλογη αύξηση παρουσιάζει και το προσδόκιμο ζωής των ανδρών κατά την ηλικία των 65 (Διάγραμμα 37) που σήμερα είναι 19 περίπου χρόνια και αναμένεται να φτάσει τα 28 έως το 2050.

Διάγραμμα 35. Προτυποποιημένος* δείκτης θνησιμότητας των ανδρών για την περίοδο 1960 έως 2050, με διάστημα εμπιστοσύνης 95%

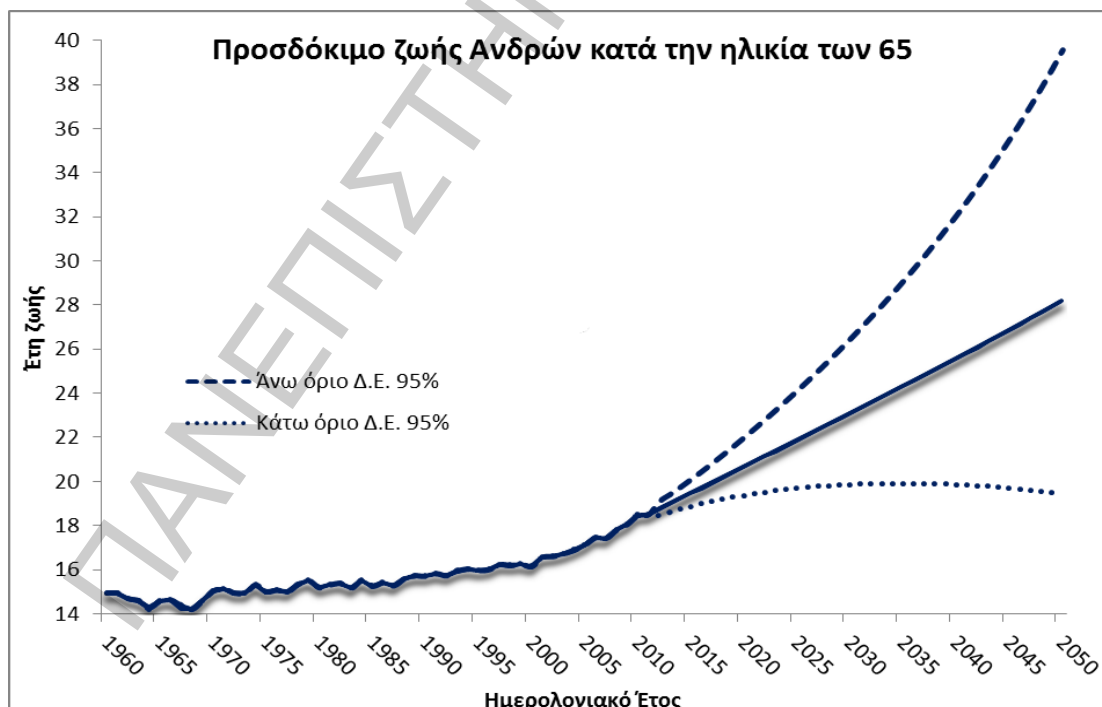


*Η προτυποποίηση έγινε βάσει των αποτελεσμάτων της απογραφής πληθυσμού 2001, όπως περιγράφεται στην παράγραφο 3.3 .

Διάγραμμα 36. Προσδόκιμο ζωής ανδρών κατά τη γέννηση για την περίοδο 1960 έως 2050, με διάστημα εμπιστοσύνης 95%

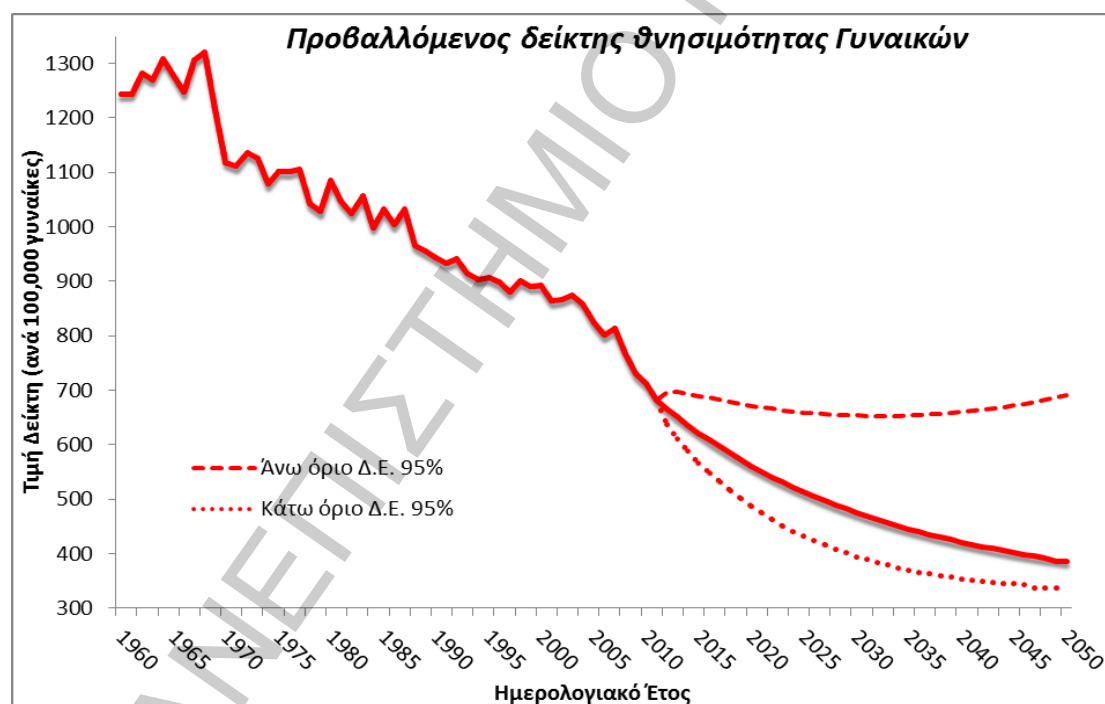


Διάγραμμα 37. Προσδόκιμο ζωής ανδρών κατά την ηλικία των 65 για την περίοδο 1960 έως 2050, με διάστημα εμπιστοσύνης 95%



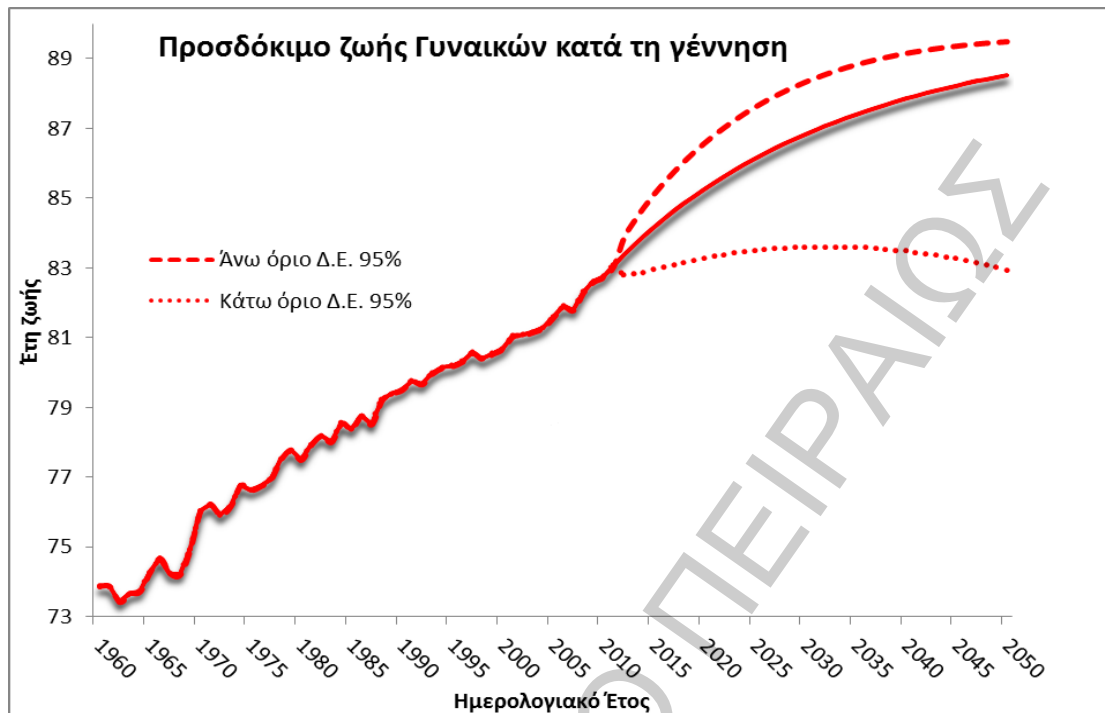
Ο προτυποποιημένος δείκτης θνησιμότητας των γυναικών (ανά 100000 γυναίκες) ξεκινώντας από τις 1244 μονάδες μειώθηκε περίπου κατά 562 μονάδες την περίοδο 1960 έως 2011. Στο Διάγραμμα 38 βλέπουμε ότι η πτωτική αυτή συνεχίζεται κατά τα έτη προβολής και η τιμή του δείκτη αναμένεται να φτάσει τις 386 μονάδες το 2050. Σημαντική είναι η αύξηση στο προσδόκιμο ζωής κατά τη γέννηση των γυναικών (Διάγραμμα 39), που ακολούθησε ανοδική πορεία και βρίσκεται στα 83 περίπου έτη σήμερα και αναμένεται να φτάσει και ίσως ξεπεράσει τα 88 έτη το 2050. Ανάλογη αύξηση παρουσιάζει και το προσδόκιμο ζωής των γυναικών κατά την ηλικία των 65 (Διάγραμμα 40) που σήμερα είναι 21 περίπου χρόνια και αναμένεται να φτάσει στα 24 το 2050.

Διάγραμμα 38. Προτυποποιημένος* δείκτης θνησιμότητας των γυναικών για την περίοδο 1960 έως 2050, με διάστημα εμπιστοσύνης 95%

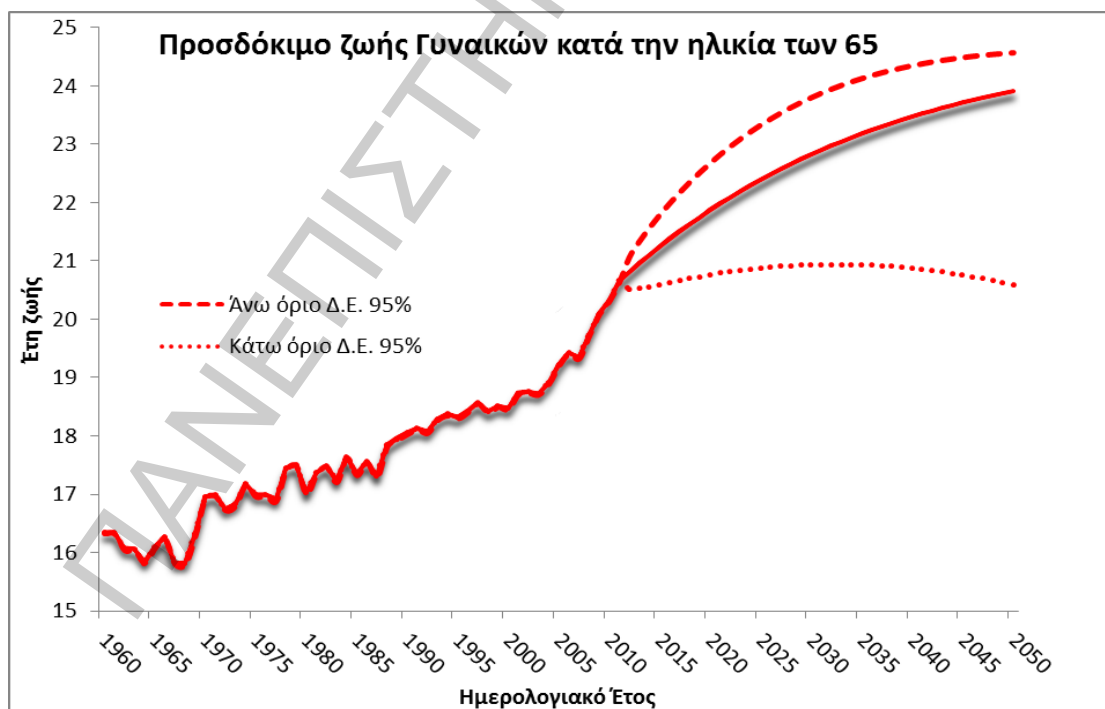


*Η προτυποποίηση έγινε βάσει των αποτελεσμάτων της απογραφής πληθυσμού 2001, όπως περιγράφεται στην παράγραφο 3.3 .

Διάγραμμα 39. Προσδόκιμο ζωής γυναικών κατά τη γέννηση για την περίοδο 1960 έως 2050, με διάστημα εμπιστοσύνης 95%

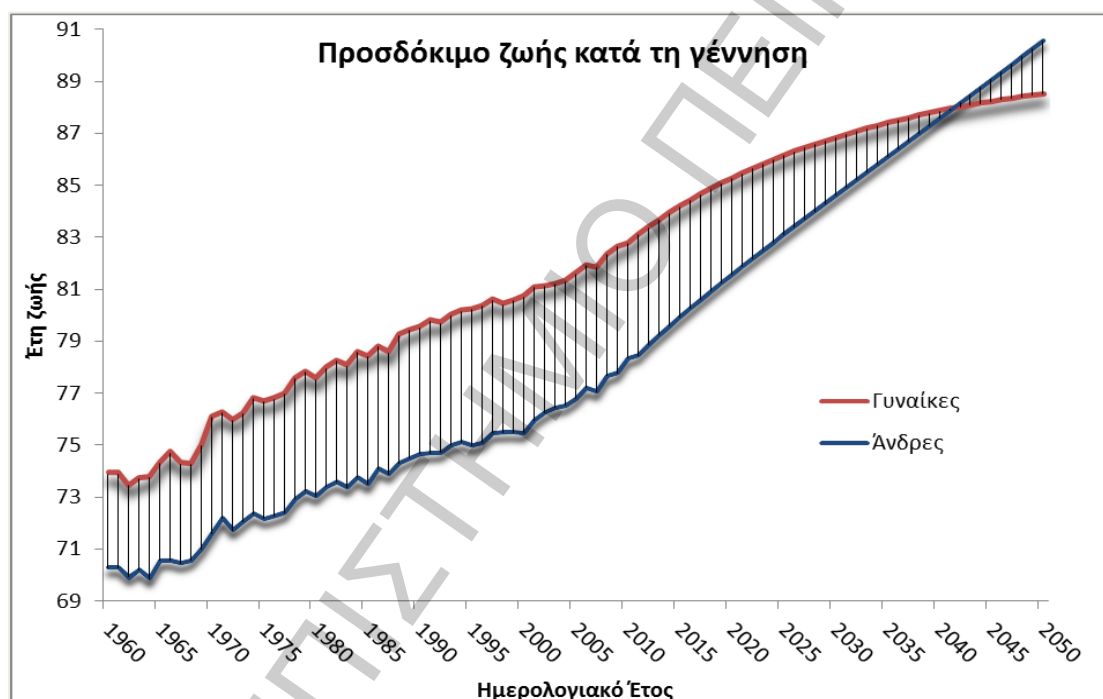


Διάγραμμα 40. Προσδόκιμο ζωής γυναικών κατά την ηλικία των 65 για την περίοδο 1960 έως 2050, με διάστημα εμπιστοσύνης 95%



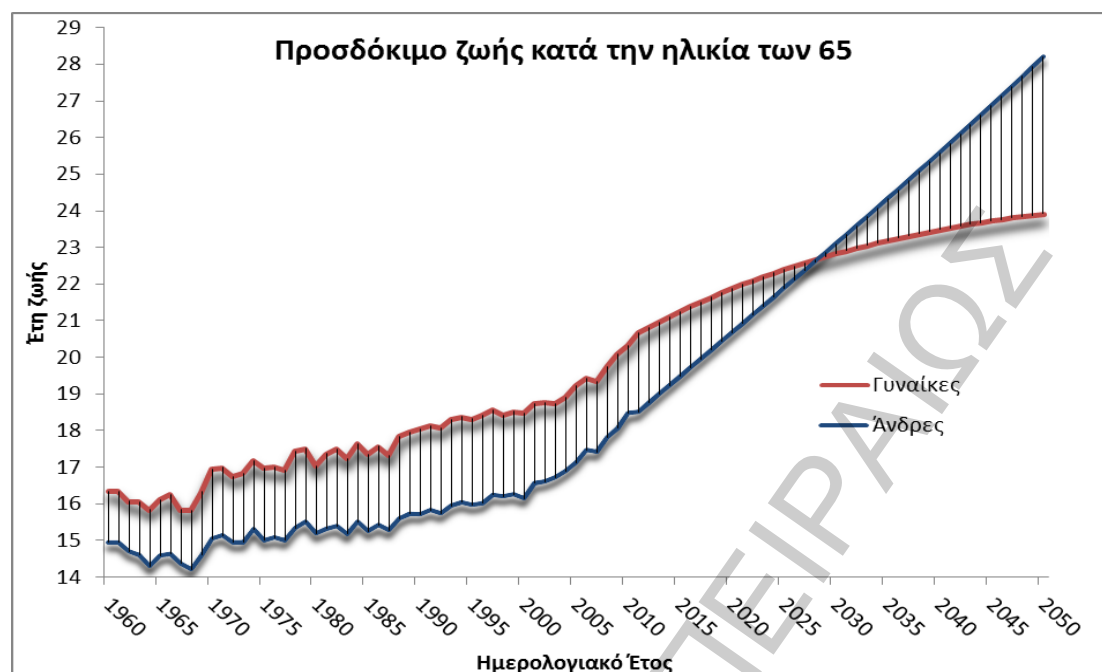
Από τη σύγκριση του προσδόκιμου ζωής στη γέννηση ανάμεσα στα δύο φύλα συμπεραίνουμε ότι οι γυναίκες παρουσιάζουν μια σημαντική υπεροχή στη μακροζωία έναντι των ανδρών μέχρι σήμερα. Η μεγαλύτερη διαφορά τους παρατηρήθηκε το 1996 με τις γυναίκες να ζουν κατά 5.2 χρόνια περισσότερο από τους άνδρες. Η διαφορά αυτή μειώνεται σημαντικά κατά τα έτη προβολής και αναμένεται άνδρες και γυναίκες να έχουν περίπου το ίδιο προσδόκιμο ζωής το 2040. Μάλιστα, ενδέχεται οι άνδρες να ζουν περισσότερο από τις γυναίκες μετά το 2042 (Διάγραμμα 41). Πρέπει να σημειωθεί ότι οι υποθέσεις μας αφορούν πάντα το μεσαίο σενάριο των προβλέψεων.

Διάγραμμα 41. Σύγκριση προσδόκιμου ζωής κατά τη γέννηση για τα δύο φύλα



Αντίστοιχα συμπεράσματα προκύπτουν και από τη σύγκριση του προσδόκιμου ζωής για τα δύο φύλα κατά την ηλικία των 65. Πιο συγκεκριμένα, η μεγαλύτερη διαφορά σημειώθηκε το 1996 με τις γυναίκες να ζουν 18.4 έτη επιπλέον των 65 έναντι 16 επιπλέον ετών που ζούσαν οι άνδρες αντίστοιχα, δηλαδή μια διαφορά 2.4 έτη. Κατά την περίοδο προβολής η διαφορά αυτή μειώνεται σημαντικά, ειδικά μετά το 2021 που πέφτει κάτω από τον 1 χρόνο και αναμένεται να μηδενιστεί το 2028. Το 2050 ενδέχεται οι άνδρες να ζουν 28.2 έτη πέραν των 65 έναντι 23.9 των γυναικών αντίστοιχα, δηλαδή μια διαφορά 4.3 έτη υπέρ των ανδρών (Διάγραμμα 42).

Διάγραμμα 42. Σύγκριση προσδόκιμου ζωής κατά την ηλικία των 65 για τα δύο φύλα



Πρέπει να σημειωθεί ότι στην εργασία αυτή μελετήσαμε τη συνολική θνησιμότητα του ανδρικού και γυναικείου πληθυσμού, ενώ δεν αναλύθηκαν τα ενδεχόμενα αίτια θανάτων. Η ανάλυση της θνησιμότητας κατ' αίτιο θανάτου θα ήταν ιδανική, όμως αποφεύχθηκε καθώς απαιτεί τη συλλογή και επεξεργασία μεγάλου όγκου εξειδικευμένων και επιβεβαιωμένων στοιχείων από τους αρμόδιους φορείς υγείας.

Στον Πίνακα 7 δίνονται οι τιμές του δείκτη μείωσης της θνησιμότητας ο οποίος όπως έχουμε δει προκύπτει από την εφαρμογή γραμμικής παλινδρόμησης με τη μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων στο φυσικό λογάριθμο των ειδικών δεικτών θνησιμότητας για τις διάφορες περιόδους που θέλουμε να μελετήσουμε και να εξάγουμε συμπεράσματα. Μέσω των τιμών του δείκτη μείωσης θνησιμότητας συνοψίζουμε τα αποτελέσματα της μελέτης μας για τη θνησιμότητα των ανδρών και των γυναικών στην Ελλάδα από το 2012 έως το έτος 2050.

Πίνακας 7. Δείκτης μείωσης θνησιμότητας ανά ηλικία, φύλο και περίοδο

Ηλικία / Περίοδος	1960-1985	1985-2000	2000-2010	2010-2025	2025-2050	1960-2050
Άνδρες:						
0-1	4.43%	5.06%	6.44%	16.85%	17.16%	10.12%
1-4	5.64%	4.10%	2.00%	14.42%	15.17%	8.39%
5-9	3.84%	3.71%	1.59%	10.75%	11.71%	6.19%
10-14	2.50%	2.53%	3.05%	9.11%	9.77%	5.60%
15-19	-0.21%	0.88%	2.37%	2.77%	2.31%	1.91%
20-24	-0.24%	1.37%	1.36%	0.28%	0.08%	0.57%
25-29	0.19%	-0.33%	-1.10%	0.57%	0.08%	0.51%
30-34	0.92%	-0.27%	-0.15%	1.56%	1.16%	0.94%
35-39	1.15%	-0.55%	1.48%	2.05%	1.72%	1.42%
40-44	0.97%	-0.15%	1.32%	1.49%	1.56%	1.03%
45-49	0.95%	-0.43%	1.03%	1.54%	1.62%	1.04%
50-54	0.84%	0.45%	1.53%	2.44%	2.62%	1.44%
55-59	0.50%	1.08%	0.99%	2.75%	2.86%	1.67%
60-64	0.64%	1.18%	1.41%	3.55%	3.56%	2.15%
65-69	0.57%	0.65%	2.26%	3.43%	3.62%	2.25%
70-74	0.41%	1.79%	2.32%	3.44%	3.53%	2.23%
75-79	0.27%	2.05%	2.43%	3.04%	3.10%	1.98%
80-84	0.39%	0.54%	1.86%	2.16%	2.20%	1.48%
85+	1.10%	-0.87%	3.60%	1.63%	1.58%	1.25%
Συνολικά:	0.73%	0.78%	2.29%	2.63%	2.45%	1.75%
Γυναίκες:						
0-1	4.96%	4.85%	4.86%	13.88%	13.96%	8.74%
1-4	6.25%	3.57%	-0.31%	11.75%	12.51%	7.19%
5-9	3.40%	3.21%	2.90%	9.75%	9.46%	6.08%
10-14	2.42%	1.11%	1.07%	6.45%	7.07%	3.80%
15-19	1.41%	0.74%	2.89%	4.24%	4.33%	2.60%
20-24	1.66%	2.09%	0.31%	4.41%	4.23%	2.51%
25-29	2.35%	1.12%	0.06%	4.84%	4.94%	3.17%
30-34	2.74%	1.77%	0.73%	4.43%	4.75%	2.87%
35-39	2.55%	0.74%	1.72%	4.21%	4.61%	2.58%
40-44	2.21%	1.27%	1.12%	4.43%	4.26%	2.70%
45-49	2.09%	0.49%	1.05%	3.61%	3.80%	2.27%
50-54	1.71%	2.06%	0.70%	4.23%	4.26%	2.53%
55-59	1.33%	2.17%	0.57%	4.36%	4.48%	2.73%
60-64	1.61%	2.34%	1.29%	5.28%	5.38%	3.29%
65-69	1.33%	1.99%	3.21%	5.41%	5.50%	3.65%
70-74	1.17%	2.80%	4.08%	5.23%	5.29%	3.61%
75-79	0.94%	2.27%	4.27%	4.09%	4.14%	2.91%
80-84	0.63%	0.43%	3.03%	2.38%	2.33%	1.80%
85+	0.76%	-0.73%	0.60%	0.02%	-0.13%	0.07%
Συνολικά:	1.13%	1.00%	2.14%	2.08%	1.12%	1.49%

Κλείνοντας, αξίζει να αναφέρουμε ότι η αύξηση του προσδόκιμου ζωής είναι αποτέλεσμα πολυετούς ερευνητικής προσπάθειας από τον ευρύτερο ιατρικό κλάδο, αλλά και πολλούς άλλους επιστημονικούς φορείς και αποτελεί ένα σημαντικό επίτευγμα για την κοινωνία. Αυτή η εξέλιξη όμως αναδεικνύει ταυτόχρονα έντονους προβληματισμούς σχετικά με τις αντοχές και τη βιωσιμότητα του συστήματος κοινωνικής ασφάλισης, αφού η μακροζωία συνδέεται άμεσα με τα αποθέματα των ταμείων. Συνεπώς, η μείωση της θνησιμότητας οδηγεί άμεσα στη συγκέντρωση μεγαλύτερου αριθμού ηλικιωμένων στον πληθυσμό και επιβαρύνει έμμεσα τον κρατικό προϋπολογισμό, μέσω των συνταξιοδοτικών και ιατροφαρμακευτικών απαιτήσεων.

Τέλος, για την καλύτερη σύγκριση των αποτελεσμάτων της εργασίας μας κατασκευάσαμε τα ακόλουθα κινούμενα γραφήματα, τα οποία αναφέρονται στους δείκτες θνησιμότητας και το προσδόκιμο ζωής των δύο φύλων, για τα έτη 1961 έως 2050. Αναφέρουμε ότι η κατασκευή τους πραγματοποιήθηκε με συνδυασμό των προγραμμάτων R και LaTeX.

Κινούμενα γραφήματα, συγκριτικά για τους άνδρες
και τις γυναίκες, από το 1961 έως το 2050

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ

BIBΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- Akaike, H. (1974). A new look at the statistical model identification. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, 19, 716–723.
- Alho, J. M. & Spencer, B. D. (1990). Error Models for Official Mortality Forecasts. *Journal of the American Statistical Association*, 85, 609–616.
- Anderson, R. N. & Rosenberg, H. M. (1998). Age Standardization of Death Rates: Implementation of the Year 2000 Standard. *National Vital Statistics Reports*, 47, 1–16.
- Andreozzi, L., Blaconá, M. & Arnesi, N. (2011). The Lee Carter method for estimating and forecasting mortality: An application for Argentina. *ISF 2011-Prague-Proceedings*.
- Booth, H., Maindonald, J. & Smith, L. (2002). Applying Lee-Carter under conditions of variable mortality decline. *Population Studies*, 56, 325–336.
- Box, G. E. P. & Jenkins, G. M. (1976). Time series analysis for Forecasting and Control. *Revised ed.*, San Francisco: Holden-Day.
- Brouhns, N., Denuit, M. & Vermunt, J. K. (2002). A Poisson log-bilinear regression approach to the construction of projected lifetables. *Insurance: Mathematics and Economics*, 31, 373–393.
- Butt, Z. & Haberman, S. (2009). Ilc: A Collection of R Functions for Fitting a Class of Lee-Carter Mortality Models Using Iterative Fitting Algorithms. *Faculty of Actuarial Science and Statistics. Cass Business School, City of London, Actuarial Research Paper 190*.
- Chiang, C. L. (1984). *The life table and its applications*. Malabar, Fla., R.E. Krieger Pub. Co.
- Chukwu, A. & Oladipupo, E. (2012). Modelling Adult Mortality in Nigeria: An Analysis Based on the Lee-Carter Model. *Studies in Mathematical Sciences*, 5, 1–12.
- Dickey, D. A. & Fuller, W. A. (1979). Distribution of the estimators for autoregressive time series with a unit root. *Journal of the American Statistical Association*, 74, 427–431.
- ElStat (2012). Statistical Themes/Population/Indices. Available at www.statistics.gr, accessed 22/11/2012.
- Eurostat Health Statistics (2009). Atlas on mortality in the European Union. Available at http://epp.eurostat.ec.europa.eu/cache/ITY_OFFPUB/KS-30-08-357/EN/KS-30-08-357-EN.PDF, accessed 29/10/2012.

- Eurostat Yearbook (2011). Europe in figures. Available at http://epp.eurostat.ec.europa.eu/cache/ITY_OFFPUB/KS-CD-11-001/EN/KS-CD-11-001-EN.PDF, accessed 02/11/2012.
- Eurostat (2012). European Commission/Eurostat/Population/Data/Database. Available at <http://epp.eurostat.ec.europa.eu/portal/page/portal/population/data/database>, accessed 08/01/2013.
- Hamilton, J. (1994). *The Time Series Analysis*. Princeton University Press, N.J.
- Haberman, S. & Russolillo, M. (2005). Lee-Carter mortality forecasting: Application to the Italian population. *Faculty of Actuarial Science and Statistics. Cass Business School, City of London, Actuarial Research Paper 167*.
- Hood, G. M. (2011). PopTools version 3.2.5. Available at <http://www.poptools.org>, accessed 22/09/2011.
- Hyndman, R. J. (2012). Personal Page/Publications/Software/R packages. Available at <http://robjhyndman.com>, accessed 27/11/2012.
- Hyndman, R. J. & Athanasopoulos, G. (2012). *Forecasting: principles and practice*. Online Book, available at <http://otexts.com/fpp>, accessed 06/01/2013.
- Keilman, N. (1998). How Accurate Are The United Nations World Population Projections? *Population and Development Review*, 24, 15-41.
- Klein, R. J. & Schoenborn, C. A. (2001). Age Adjustment Using the 2000 Projected U.S. Population. *Healthy People 2000 Statistical Notes/National Center for Health Statistics*.
- Koissi, M., Shapiro, A. & Högnäs, G. (2005). Fitting and Forecasting Mortality Rates for Nordic Countries Using the Lee-Carter method. Available at http://www.soa.org/library/proceedings/arch/2005/arch05v39n1_18.pdf, accessed at 10/10/2012.
- Lee, R. & Carter, L. (1992). Modeling and forecasting US mortality. *Journal of the American Statistical Association*, 87, 659–671.
- Lee, R. & Nault, F. (1993). Modeling and forecasting provincial mortality in Canada. Paper presented at the *World Congress of the International Union for the Scientific Study of Population, Montreal, Canada*.
- Lee, R. & Rofman, R. (1994). Modeling and projecting mortality in Chile. *Notas de Poblacion*, 22, 183–213.
- Lee, R. (2000). The Lee-Carter method for forecasting mortality, with various extensions and applications. *North American Actuarial Journal*, 4, 80–93.
- Ljung, G. M. & Box, G. E. P. (1978). On a measure of lack of fit in time series models. *Biometrika*, 65, 297–303.

- Mavrommati, E. (2012). Modeling And Forecasting Mortality: The Lee-Carter Model and its Extensions. *M.Sc. Thesis (in Greek), Department of Statistics & Insurance Science of the University of Piraeus.*
- McLeod, A. I., Yu, H. & Mahdi, E. (2011). Time Series Analysis with R. Available at <http://www.stats.uwo.ca/faculty/aim/tsar/tsar.pdf>, accessed 13/11/2012.
- Montambeault, M. & Ménard, J. (2010). Mortality Projections for Social Security Programs in Canada. *North American Actuarial Journal*, 14, 316–337.
- Renshaw, A. E. & Haberman, S. (2003). Lee-Carter mortality forecasting with age-specific enhancement. *Insurance: Mathematics and Economics*, 33, 255–272.
- Schwarz, G. (1978). Estimating the dimension of a model. *The Annals of Statistics*, 6, 461–464.
- Stoto, M. A. (1983). The Accuracy of Population Projections. *Journal of the American Statistical Association*, 78, 13–20.
- The R Project for Statistical Computing (2012). CRAN/Greece/Download R for Windows/base. Available at <http://www.r-project.org>, accessed 26/10/2012.
- Wade, A. (2010). Mortality Projections for Social Security Programs in the United States. *North American Actuarial Journal*, 14, 299-315.
- Wang, J. (2007). Fitting and Forecasting Mortality for Sweden: Applying the Lee-Carter Model. *Mathematical Statistics, Stockholm University*. Available at <http://www2.math.su.se/matstat/reports/serieb/2007/rep1/report.pdf>, accessed 22/11/2012.
- Wilmoth, J. (1993). Computational Methods for Fitting and Extrapolating the Lee-Carter Model of Mortality Change. *Technical report, Department of Demography, University of California, Berkeley*. Available at <http://www.demog.berkeley.edu/~jrw/Papers/LCtech.pdf>, accessed 10/12/2012.
- Wilmoth, J. R. (1996). Mortality projections for Japan: A comparison of four methods. In: *Graziella Caselli and Alan Lopez (eds.), Health and Mortality among Elderly Populations, Oxford University Press*, 266-287.
- World dataBank (2012). Data/Indicators. Available at <http://databank.worldbank.org>, accessed 26/11/2012.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑΤΑ

Παράρτημα Α

<i>ΠΙΝΑΚΑΣ Α1. Ειδικός κατά ηλικία δείκτης θνησιμότητας ανδρών</i>									
Ηλικία	1961	1962	1963	1964	1965	1966	1967	1968	1969
<1	0.0405	0.0441	0.0404	0.0389	0.0364	0.0364	0.0377	0.0373	0.0354
1-4	0.0019	0.0019	0.0016	0.0016	0.0013	0.0013	0.0011	0.0012	0.0010
5-9	0.0007	0.0006	0.0006	0.0006	0.0006	0.0006	0.0005	0.0005	0.0005
10-14	0.0006	0.0005	0.0005	0.0004	0.0006	0.0005	0.0005	0.0004	0.0004
15-19	0.0009	0.0008	0.0008	0.0009	0.0008	0.0008	0.0008	0.0007	0.0007
20-24	0.0010	0.0010	0.0011	0.0012	0.0012	0.0014	0.0011	0.0009	0.0009
25-29	0.0011	0.0010	0.0012	0.0011	0.0011	0.0012	0.0011	0.0011	0.0010
30-34	0.0013	0.0013	0.0014	0.0014	0.0013	0.0015	0.0012	0.0012	0.0012
35-39	0.0017	0.0019	0.0016	0.0019	0.0017	0.0016	0.0016	0.0015	0.0016
40-44	0.0026	0.0024	0.0026	0.0025	0.0026	0.0026	0.0024	0.0023	0.0023
45-49	0.0039	0.0038	0.0042	0.0044	0.0039	0.0041	0.0039	0.0039	0.0040
50-54	0.0068	0.0070	0.0064	0.0070	0.0066	0.0066	0.0065	0.0067	0.0066
55-59	0.0108	0.0109	0.0109	0.0110	0.0110	0.0106	0.0113	0.0107	0.0107
60-64	0.0186	0.0188	0.0178	0.0189	0.0174	0.0173	0.0180	0.0175	0.0174
65-69	0.0279	0.0283	0.0280	0.0284	0.0283	0.0285	0.0288	0.0301	0.0301
70-74	0.0427	0.0445	0.0442	0.0468	0.0442	0.0434	0.0451	0.0443	0.0454
75-79	0.0651	0.0694	0.0704	0.0737	0.0685	0.0673	0.0701	0.0720	0.0729
80-84	0.1175	0.1153	0.1139	0.1141	0.1061	0.1037	0.1161	0.1179	0.1061
85+	0.2024	0.2140	0.2345	0.2607	0.2612	0.2660	0.2678	0.2852	0.2091
Ηλικία	1970	1971	1972	1973	1974	1975	1976	1977	1978
<1	0.0317	0.0275	0.0304	0.0266	0.0281	0.0266	0.0258	0.0230	0.0213
1-4	0.0010	0.0009	0.0008	0.0009	0.0009	0.0007	0.0007	0.0007	0.0008
5-9	0.0005	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004
10-14	0.0005	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0003	0.0004
15-19	0.0009	0.0008	0.0008	0.0008	0.0008	0.0008	0.0008	0.0009	0.0009
20-24	0.0011	0.0010	0.0011	0.0010	0.0010	0.0011	0.0010	0.0010	0.0011
25-29	0.0012	0.0012	0.0011	0.0011	0.0012	0.0011	0.0012	0.0011	0.0010
30-34	0.0010	0.0011	0.0013	0.0011	0.0012	0.0012	0.0011	0.0012	0.0012
35-39	0.0015	0.0015	0.0014	0.0015	0.0014	0.0015	0.0015	0.0015	0.0014
40-44	0.0022	0.0022	0.0022	0.0021	0.0021	0.0022	0.0021	0.0021	0.0020
45-49	0.0038	0.0035	0.0037	0.0036	0.0035	0.0036	0.0037	0.0036	0.0035
50-54	0.0070	0.0061	0.0064	0.0062	0.0061	0.0059	0.0061	0.0062	0.0060
55-59	0.0102	0.0104	0.0102	0.0107	0.0101	0.0107	0.0107	0.0104	0.0104
60-64	0.0169	0.0169	0.0172	0.0172	0.0163	0.0165	0.0177	0.0173	0.0165
65-69	0.0274	0.0267	0.0278	0.0277	0.0257	0.0272	0.0272	0.0273	0.0273
70-74	0.0443	0.0439	0.0437	0.0434	0.0428	0.0426	0.0424	0.0423	0.0421
75-79	0.0693	0.0697	0.0701	0.0705	0.0667	0.0708	0.0684	0.0680	0.0639
80-84	0.1066	0.1074	0.1142	0.1097	0.1043	0.1069	0.1074	0.1129	0.1024
85+	0.1873	0.1807	0.1859	0.1934	0.1869	0.1982	0.1956	0.1992	0.1864

<i>ΠΙΝΑΚΑΣ Α1 (συνέχεια). Ειδικός κατά ηλικία δείκτης θνησιμότητας ανδρών</i>									
Ηλικία	1979	1980	1981	1982	1983	1984	1985	1986	1987
<1	0.0210	0.0201	0.0177	0.0165	0.0161	0.0155	0.0151	0.0130	0.0116
1-4	0.0006	0.0007	0.0006	0.0004	0.0005	0.0004	0.0005	0.0004	0.0004
5-9	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0002	0.0002
10-14	0.0004	0.0004	0.0003	0.0004	0.0004	0.0003	0.0003	0.0002	0.0003
15-19	0.0008	0.0008	0.0008	0.0008	0.0010	0.0008	0.0009	0.0008	0.0008
20-24	0.0010	0.0011	0.0012	0.0011	0.0012	0.0012	0.0012	0.0013	0.0013
25-29	0.0011	0.0009	0.0011	0.0011	0.0010	0.0011	0.0012	0.0010	0.0011
30-34	0.0011	0.0010	0.0011	0.0011	0.0011	0.0011	0.0011	0.0011	0.0012
35-39	0.0014	0.0013	0.0014	0.0014	0.0014	0.0013	0.0014	0.0013	0.0015
40-44	0.0020	0.0022	0.0021	0.0022	0.0021	0.0022	0.0020	0.0019	0.0021
45-49	0.0034	0.0034	0.0032	0.0032	0.0033	0.0032	0.0036	0.0032	0.0034
50-54	0.0061	0.0059	0.0058	0.0057	0.0056	0.0058	0.0056	0.0056	0.0053
55-59	0.0098	0.0100	0.0097	0.0100	0.0100	0.0096	0.0098	0.0093	0.0099
60-64	0.0167	0.0168	0.0163	0.0157	0.0156	0.0159	0.0157	0.0147	0.0153
65-69	0.0256	0.0258	0.0265	0.0266	0.0258	0.0247	0.0245	0.0239	0.0238
70-74	0.0400	0.0414	0.0405	0.0415	0.0420	0.0400	0.0425	0.0426	0.0428
75-79	0.0639	0.0669	0.0639	0.0645	0.0681	0.0656	0.0689	0.0657	0.0676
80-84	0.1052	0.1104	0.1089	0.1025	0.1039	0.0998	0.1066	0.1073	0.1096
85+	0.1857	0.1994	0.1937	0.1874	0.2040	0.1957	0.1949	0.1882	0.1951
Ηλικία	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996
<1	0.0121	0.0105	0.0097	0.0092	0.0089	0.0089	0.0081	0.0088	0.0076
1-4	0.0004	0.0004	0.0004	0.0003	0.0002	0.0003	0.0003	0.0002	0.0003
5-9	0.0002	0.0002	0.0002	0.0001	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0001
10-14	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002
15-19	0.0008	0.0007	0.0008	0.0009	0.0008	0.0007	0.0008	0.0007	0.0007
20-24	0.0012	0.0014	0.0013	0.0013	0.0012	0.0012	0.0012	0.0011	0.0011
25-29	0.0011	0.0011	0.0011	0.0013	0.0013	0.0012	0.0013	0.0012	0.0013
30-34	0.0012	0.0012	0.0011	0.0011	0.0013	0.0012	0.0013	0.0012	0.0013
35-39	0.0015	0.0014	0.0015	0.0016	0.0014	0.0015	0.0015	0.0016	0.0016
40-44	0.0022	0.0023	0.0023	0.0022	0.0020	0.0020	0.0020	0.0022	0.0022
45-49	0.0033	0.0032	0.0031	0.0035	0.0036	0.0037	0.0037	0.0037	0.0036
50-54	0.0053	0.0053	0.0052	0.0051	0.0051	0.0047	0.0044	0.0045	0.0047
55-59	0.0090	0.0087	0.0086	0.0086	0.0089	0.0087	0.0088	0.0087	0.0086
60-64	0.0147	0.0149	0.0142	0.0144	0.0142	0.0139	0.0138	0.0141	0.0135
65-69	0.0233	0.0236	0.0231	0.0235	0.0248	0.0244	0.0248	0.0249	0.0248
70-74	0.0403	0.0393	0.0388	0.0373	0.0364	0.0353	0.0336	0.0336	0.0329
75-79	0.0658	0.0629	0.0639	0.0618	0.0601	0.0569	0.0532	0.0512	0.0517
80-84	0.1060	0.1010	0.1014	0.1007	0.1032	0.1037	0.1052	0.1084	0.1069
85+	0.1847	0.1881	0.1938	0.1917	0.1985	0.1918	0.1963	0.2055	0.2054

<i>ΠΙΝΑΚΑΣ Α1 (συνέχεια). Ειδικός κατά ηλικία δείκτης θνησιμότητας ανδρών</i>									
Ηλικία	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005
<1	0.0066	0.0070	0.0065	0.0068	0.0058	0.0058	0.0044	0.0041	0.0040
1-4	0.0003	0.0003	0.0003	0.0002	0.0002	0.0003	0.0002	0.0003	0.0002
5-9	0.0002	0.0001	0.0002	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0002	0.0002
10-14	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0001	0.0002	0.0002	0.0002
15-19	0.0007	0.0007	0.0008	0.0007	0.0007	0.0007	0.0007	0.0006	0.0006
20-24	0.0010	0.0010	0.0011	0.0011	0.0012	0.0010	0.0010	0.0011	0.0012
25-29	0.0012	0.0011	0.0011	0.0011	0.0011	0.0009	0.0009	0.0011	0.0011
30-34	0.0012	0.0012	0.0012	0.0011	0.0011	0.0010	0.0010	0.0010	0.0010
35-39	0.0016	0.0014	0.0015	0.0015	0.0013	0.0013	0.0013	0.0013	0.0014
40-44	0.0021	0.0022	0.0020	0.0022	0.0021	0.0020	0.0021	0.0019	0.0019
45-49	0.0035	0.0035	0.0034	0.0034	0.0034	0.0032	0.0032	0.0031	0.0031
50-54	0.0052	0.0053	0.0054	0.0055	0.0055	0.0050	0.0050	0.0052	0.0050
55-59	0.0082	0.0081	0.0084	0.0081	0.0081	0.0080	0.0081	0.0082	0.0081
60-64	0.0128	0.0131	0.0132	0.0130	0.0127	0.0123	0.0120	0.0120	0.0115
65-69	0.0226	0.0222	0.0208	0.0208	0.0195	0.0191	0.0190	0.0189	0.0182
70-74	0.0338	0.0339	0.0345	0.0346	0.0316	0.0317	0.0306	0.0299	0.0295
75-79	0.0508	0.0516	0.0538	0.0555	0.0538	0.0542	0.0536	0.0515	0.0510
80-84	0.1023	0.0983	0.0966	0.0956	0.0897	0.0887	0.0882	0.0861	0.0842
85+	0.2014	0.2135	0.2104	0.2191	0.2117	0.2102	0.2069	0.2029	0.1918
Ηλικία	2006	2007	2008	2009	2010	2011			
<1	0.0038	0.0038	0.0030	0.0034	0.0039	0.0039			
1-4	0.0001	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002			
5-9	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0002			
10-14	0.0002	0.0001	0.0001	0.0002	0.0001	0.0001			
15-19	0.0006	0.0006	0.0005	0.0006	0.0006	0.0004			
20-24	0.0011	0.0011	0.0010	0.0011	0.0009	0.0008			
25-29	0.0011	0.0013	0.0012	0.0012	0.0010	0.0008			
30-34	0.0010	0.0011	0.0010	0.0012	0.0011	0.0009			
35-39	0.0014	0.0013	0.0012	0.0011	0.0012	0.0010			
40-44	0.0020	0.0020	0.0019	0.0019	0.0017	0.0018			
45-49	0.0030	0.0033	0.0031	0.0031	0.0029	0.0029			
50-54	0.0051	0.0050	0.0047	0.0047	0.0046	0.0049			
55-59	0.0076	0.0078	0.0075	0.0075	0.0073	0.0075			
60-64	0.0113	0.0114	0.0114	0.0114	0.0112	0.0109			
65-69	0.0176	0.0181	0.0172	0.0164	0.0159	0.0168			
70-74	0.0287	0.0292	0.0277	0.0272	0.0259	0.0262			
75-79	0.0476	0.0485	0.0461	0.0451	0.0434	0.0435			
80-84	0.0814	0.0823	0.0809	0.0795	0.0766	0.0764			
85+	0.1830	0.1771	0.1680	0.1614	0.1512	0.1454			

ΠΙΝΑΚΑΣ Α2. Ειδικός κατά ηλικία δείκτης θνησιμότητας γυναικών

Ηλικία	1961	1962	1963	1964	1965	1966	1967	1968	1969
<1	0.0358	0.0381	0.0379	0.0343	0.0326	0.0311	0.0329	0.0337	0.0298
1-4	0.0016	0.0018	0.0015	0.0014	0.0012	0.0012	0.0010	0.0011	0.0009
5-9	0.0005	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0003
10-14	0.0004	0.0003	0.0003	0.0003	0.0004	0.0004	0.0002	0.0003	0.0003
15-19	0.0006	0.0004	0.0005	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004
20-24	0.0006	0.0007	0.0006	0.0005	0.0006	0.0005	0.0005	0.0004	0.0005
25-29	0.0007	0.0007	0.0007	0.0007	0.0006	0.0007	0.0006	0.0006	0.0006
30-34	0.0010	0.0010	0.0009	0.0009	0.0008	0.0008	0.0008	0.0007	0.0007
35-39	0.0013	0.0012	0.0012	0.0013	0.0013	0.0010	0.0012	0.0011	0.0010
40-44	0.0018	0.0019	0.0018	0.0018	0.0017	0.0016	0.0016	0.0015	0.0015
45-49	0.0028	0.0027	0.0028	0.0027	0.0025	0.0025	0.0026	0.0024	0.0025
50-54	0.0042	0.0043	0.0039	0.0038	0.0038	0.0038	0.0038	0.0039	0.0040
55-59	0.0059	0.0063	0.0063	0.0066	0.0063	0.0060	0.0063	0.0064	0.0062
60-64	0.0115	0.0114	0.0107	0.0118	0.0107	0.0098	0.0105	0.0104	0.0106
65-69	0.0176	0.0189	0.0195	0.0191	0.0191	0.0191	0.0200	0.0186	0.0194
70-74	0.0339	0.0348	0.0348	0.0370	0.0330	0.0311	0.0337	0.0335	0.0326
75-79	0.0554	0.0612	0.0619	0.0630	0.0589	0.0583	0.0615	0.0615	0.0595
80-84	0.1124	0.1059	0.1017	0.1046	0.0942	0.0897	0.1054	0.1108	0.0974
85+	0.1974	0.2061	0.2068	0.2168	0.2426	0.2429	0.2383	0.2480	0.2038
Ηλικία	1970	1971	1972	1973	1974	1975	1976	1977	1978
<1	0.0251	0.0238	0.0262	0.0234	0.0223	0.0214	0.0203	0.0178	0.0180
1-4	0.0009	0.0008	0.0008	0.0008	0.0007	0.0007	0.0007	0.0007	0.0006
5-9	0.0003	0.0003	0.0003	0.0004	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003
10-14	0.0003	0.0002	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0002	0.0003	0.0003
15-19	0.0003	0.0004	0.0003	0.0004	0.0003	0.0004	0.0004	0.0004	0.0003
20-24	0.0004	0.0004	0.0005	0.0005	0.0004	0.0005	0.0005	0.0004	0.0004
25-29	0.0006	0.0006	0.0005	0.0006	0.0005	0.0006	0.0006	0.0005	0.0005
30-34	0.0007	0.0007	0.0006	0.0006	0.0006	0.0006	0.0005	0.0006	0.0006
35-39	0.0009	0.0011	0.0009	0.0009	0.0009	0.0009	0.0009	0.0010	0.0007
40-44	0.0015	0.0015	0.0014	0.0014	0.0013	0.0013	0.0014	0.0012	0.0013
45-49	0.0022	0.0024	0.0022	0.0021	0.0021	0.0022	0.0022	0.0019	0.0019
50-54	0.0040	0.0035	0.0035	0.0036	0.0034	0.0033	0.0033	0.0033	0.0032
55-59	0.0057	0.0057	0.0059	0.0055	0.0056	0.0054	0.0055	0.0055	0.0053
60-64	0.0101	0.0095	0.0094	0.0096	0.0093	0.0096	0.0089	0.0087	0.0090
65-69	0.0167	0.0162	0.0172	0.0166	0.0164	0.0165	0.0165	0.0165	0.0151
70-74	0.0333	0.0332	0.0326	0.0314	0.0308	0.0297	0.0281	0.0296	0.0284
75-79	0.0574	0.0559	0.0604	0.0599	0.0550	0.0579	0.0572	0.0537	0.0511
80-84	0.0916	0.0991	0.1005	0.1004	0.0984	0.0983	0.0957	0.1030	0.0950
85+	0.1714	0.1653	0.1691	0.1723	0.1629	0.1749	0.1864	0.1877	0.1730

ΠΙΝΑΚΑΣ Α2 (συνέχεια). Ειδικός κατά ηλικία δείκτης θνησιμότητας γυναικών

Ηλικία	1979	1980	1981	1982	1983	1984	1985	1986	1987
<1	0.0168	0.0160	0.0143	0.0138	0.0129	0.0127	0.0115	0.0101	0.0102
1-4	0.0006	0.0005	0.0004	0.0004	0.0004	0.0003	0.0003	0.0004	0.0004
5-9	0.0002	0.0002	0.0002	0.0003	0.0002	0.0002	0.0002	0.0001	0.0002
10-14	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0001	0.0002
15-19	0.0004	0.0003	0.0003	0.0003	0.0004	0.0003	0.0003	0.0004	0.0003
20-24	0.0004	0.0005	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004
25-29	0.0005	0.0004	0.0005	0.0005	0.0005	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004
30-34	0.0005	0.0005	0.0006	0.0006	0.0005	0.0005	0.0005	0.0006	0.0005
35-39	0.0007	0.0008	0.0007	0.0008	0.0008	0.0008	0.0007	0.0007	0.0007
40-44	0.0013	0.0012	0.0012	0.0012	0.0011	0.0012	0.0010	0.0011	0.0012
45-49	0.0019	0.0018	0.0018	0.0018	0.0017	0.0017	0.0019	0.0017	0.0017
50-54	0.0032	0.0032	0.0031	0.0027	0.0028	0.0026	0.0029	0.0028	0.0028
55-59	0.0049	0.0050	0.0047	0.0048	0.0048	0.0049	0.0048	0.0046	0.0045
60-64	0.0085	0.0087	0.0088	0.0081	0.0083	0.0076	0.0076	0.0072	0.0076
65-69	0.0153	0.0154	0.0147	0.0143	0.0148	0.0146	0.0146	0.0133	0.0139
70-74	0.0278	0.0295	0.0279	0.0277	0.0274	0.0266	0.0276	0.0272	0.0287
75-79	0.0501	0.0527	0.0486	0.0483	0.0520	0.0489	0.0517	0.0506	0.0522
80-84	0.0922	0.0964	0.0950	0.0888	0.0912	0.0863	0.0900	0.0926	0.0956
85+	0.1751	0.1962	0.1911	0.1928	0.2010	0.1852	0.1927	0.1835	0.1862
Ηλικία	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996
<1	0.0095	0.0082	0.0094	0.0085	0.0077	0.0076	0.0076	0.0070	0.0063
1-4	0.0003	0.0003	0.0003	0.0002	0.0003	0.0003	0.0003	0.0002	0.0002
5-9	0.0002	0.0002	0.0002	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001
10-14	0.0002	0.0002	0.0001	0.0001	0.0002	0.0002	0.0001	0.0002	0.0002
15-19	0.0003	0.0003	0.0003	0.0002	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003
20-24	0.0004	0.0004	0.0004	0.0003	0.0004	0.0003	0.0004	0.0003	0.0004
25-29	0.0004	0.0004	0.0005	0.0004	0.0004	0.0004	0.0003	0.0004	0.0004
30-34	0.0005	0.0005	0.0005	0.0005	0.0005	0.0004	0.0005	0.0005	0.0004
35-39	0.0007	0.0007	0.0007	0.0007	0.0007	0.0007	0.0006	0.0007	0.0007
40-44	0.0012	0.0010	0.0010	0.0011	0.0012	0.0009	0.0009	0.0010	0.0009
45-49	0.0015	0.0016	0.0017	0.0016	0.0018	0.0017	0.0017	0.0016	0.0017
50-54	0.0028	0.0026	0.0024	0.0024	0.0023	0.0021	0.0021	0.0020	0.0020
55-59	0.0041	0.0041	0.0040	0.0041	0.0041	0.0042	0.0039	0.0039	0.0037
60-64	0.0069	0.0071	0.0066	0.0066	0.0064	0.0066	0.0061	0.0059	0.0059
65-69	0.0129	0.0124	0.0120	0.0121	0.0123	0.0126	0.0121	0.0127	0.0117
70-74	0.0262	0.0261	0.0243	0.0232	0.0231	0.0201	0.0202	0.0193	0.0195
75-79	0.0490	0.0470	0.0461	0.0467	0.0449	0.0434	0.0401	0.0403	0.0395
80-84	0.0912	0.0900	0.0889	0.0843	0.0885	0.0901	0.0924	0.0918	0.0902
85+	0.1741	0.1755	0.1818	0.1844	0.1874	0.1832	0.1850	0.1904	0.1913

<i>ΠΙΝΑΚΑΣ Α2 (συνέχεια). Ειδικός κατά ηλικία δείκτης θνησιμότητας γυναικών</i>									
Ηλικία	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005
<1	0.0060	0.0060	0.0055	0.0051	0.0044	0.0045	0.0037	0.0040	0.0037
1-4	0.0002	0.0003	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002
5-9	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0002
10-14	0.0002	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001
15-19	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0002	0.0002	0.0003	0.0003	0.0002
20-24	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0002	0.0003	0.0003
25-29	0.0003	0.0004	0.0004	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0004
30-34	0.0004	0.0005	0.0005	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004
35-39	0.0006	0.0006	0.0007	0.0006	0.0006	0.0006	0.0005	0.0006	0.0006
40-44	0.0010	0.0010	0.0009	0.0009	0.0009	0.0010	0.0009	0.0009	0.0009
45-49	0.0016	0.0016	0.0016	0.0015	0.0014	0.0015	0.0014	0.0015	0.0014
50-54	0.0021	0.0023	0.0023	0.0023	0.0022	0.0022	0.0022	0.0020	0.0021
55-59	0.0036	0.0033	0.0036	0.0032	0.0032	0.0032	0.0033	0.0033	0.0032
60-64	0.0056	0.0056	0.0054	0.0054	0.0052	0.0049	0.0049	0.0047	0.0045
65-69	0.0113	0.0106	0.0102	0.0099	0.0092	0.0085	0.0087	0.0085	0.0077
70-74	0.0197	0.0204	0.0200	0.0194	0.0184	0.0180	0.0168	0.0160	0.0150
75-79	0.0368	0.0381	0.0383	0.0408	0.0383	0.0375	0.0372	0.0359	0.0336
80-84	0.0882	0.0868	0.0860	0.0839	0.0818	0.0792	0.0771	0.0723	0.0711
85+	0.1919	0.2040	0.2013	0.2062	0.2049	0.2158	0.2299	0.2313	0.2236
Ηλικία	2006	2007	2008	2009	2010	2011			
<1	0.0038	0.0033	0.0024	0.0029	0.0036	0.0032			
1-4	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002			
5-9	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001			
10-14	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001			
15-19	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002			
20-24	0.0002	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003			
25-29	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003			
30-34	0.0003	0.0004	0.0004	0.0004	0.0003	0.0004			
35-39	0.0005	0.0006	0.0005	0.0006	0.0005	0.0006			
40-44	0.0008	0.0009	0.0008	0.0008	0.0009	0.0008			
45-49	0.0014	0.0014	0.0014	0.0014	0.0013	0.0014			
50-54	0.0022	0.0022	0.0021	0.0021	0.0021	0.0021			
55-59	0.0032	0.0030	0.0032	0.0030	0.0031	0.0031			
60-64	0.0047	0.0048	0.0048	0.0044	0.0047	0.0047			
65-69	0.0077	0.0076	0.0072	0.0072	0.0070	0.0069			
70-74	0.0142	0.0146	0.0140	0.0133	0.0127	0.0123			
75-79	0.0316	0.0313	0.0293	0.0270	0.0263	0.0259			
80-84	0.0683	0.0696	0.0664	0.0642	0.0606	0.0577			
85+	0.2199	0.2248	0.2101	0.1972	0.1929	0.1804			

Παράρτημα Β

Ο κώδικας της R για τις εκτιμήσεις των παραμέτρων του μοντέλου Lee-Carter:

```

Sys.setlocale("LC_CTYPE","Greek")
setwd("Your Working Directory")
library(demography)
attach("ilc.rdata")
greece<-read.demogdata("Mx_5x1.txt","Lx_5x1.txt",type="mortality",label="Greece")
females.lca<lca(greece,series="Females",years=1961:2011,ages=1:19,max.age=19,
  adjust="dt",interpolate=TRUE)
males.lca<lca(greece,series="Males",years=1961:2011,ages=1:19,max.age=19,
  adjust="dt",interpolate=TRUE)
plot(females.lca)
plot(males.lca)
coef(females.lca)
coef(males.lca)

```

<i>ΠΙΝΑΚΑΣ Β1. Εκτιμήσεις Παραμέτρων Ηλικίας του Μοντέλου Lee-Carter</i>					
<i>Εκτιμήσεις Παραμέτρου a_x</i>			<i>Εκτιμήσεις Παραμέτρου b_x</i>		
<i>Ηλικία</i>	<i>Άνδρες</i>	<i>Γυναίκες</i>	<i>Ηλικιακή Ομάδα</i>	<i>Άνδρες</i>	<i>Γυναίκες</i>
<1	-4.349	-4.516	0	0.209	0.138
1-4	-7.669	-7.803	1-4	0.183	0.122
5-9	-8.254	-8.565	5-9	0.138	0.091
10-14	-8.214	-8.612	10-14	0.114	0.067
15-19	-7.204	-8.090	15-19	0.026	0.041
20-24	-6.810	-7.880	20-24	0.001	0.040
25-29	-6.801	-7.740	25-29	0.001	0.046
30-34	-6.766	-7.534	30-34	0.013	0.045
35-39	-6.542	-7.178	35-39	0.019	0.043
40-44	-6.150	-6.766	40-44	0.017	0.040
45-49	-5.660	-6.304	45-49	0.018	0.035
50-54	-5.185	-5.887	50-54	0.029	0.040
55-59	-4.681	-5.414	55-59	0.032	0.042
60-64	-4.213	-4.927	60-64	0.040	0.051
65-69	-3.739	-4.352	65-69	0.041	0.052
70-74	-3.280	-3.730	70-74	0.040	0.050
75-79	-2.805	-3.080	75-79	0.035	0.039
80-84	-2.293	-2.427	80-84	0.025	0.022
85+	-1.611	-1.629	85+	0.018	-0.001

ΠΙΝΑΚΑΣ Β2. Εκτιμήσεις Παραμέτρου Χρόνου του Μοντέλου Lee-Carter					
Πρώτες Εκτιμήσεις Παραμέτρου k_t			Δεύτερες Εκτιμήσεις Παραμέτρου k_t		
Έτος	Άνδρες	Γυναίκες	Έτος	Άνδρες	Γυναίκες
1961	6.12325	10.03753	1961	4.91048	8.27633
1962	5.92428	10.08899	1962	5.41518	8.97859
1963	6.02311	9.53989	1963	5.32121	8.63641
1964	6.45055	9.32267	1964	6.00958	9.04708
1965	5.65086	8.65082	1965	5.02916	8.12776
1966	5.75823	8.07016	1966	4.95422	7.45023
1967	5.19807	7.63658	1967	5.48448	8.66433
1968	4.50600	7.46792	1968	5.59117	8.83039
1969	4.05641	6.95866	1969	4.50448	7.11639
1970	3.95869	5.65024	1970	3.38038	4.81408
1971	3.06162	5.66589	1971	2.77994	4.52895
1972	3.56324	5.41466	1972	3.42512	5.17522
1973	3.18027	5.66255	1973	3.24427	4.85781
1974	2.83466	4.05851	1974	2.31607	3.52985
1975	3.14312	4.51076	1975	3.05006	4.16021
1976	2.64721	4.34149	1976	2.95202	4.10024
1977	2.73232	3.97736	1977	2.98713	4.10961
1978	2.09700	2.92945	1978	1.88854	2.35863
1979	1.45056	2.23759	1979	1.37199	1.87427
1980	1.52654	1.95475	1980	2.16696	3.39512
1981	1.14151	1.78820	1981	1.54675	2.19984
1982	0.87134	1.40546	1982	1.23340	1.48281
1983	1.33158	1.63098	1983	1.88050	2.44456
1984	0.50041	0.37958	1984	0.94393	0.64754
1985	0.98477	0.16536	1985	1.73968	1.72511
1986	-0.38742	-0.53256	1986	0.79394	0.77432
1987	0.26476	-0.25515	1987	1.44706	1.71064
1988	-0.69822	-1.11432	1988	0.27486	-0.63431
1989	-0.49416	-1.07334	1989	-0.21334	-1.09438
1990	-0.81674	-1.77663	1990	-0.30749	-1.50345
1991	-1.35488	-3.34955	1991	-0.53536	-1.97227
1992	-1.45775	-2.25858	1992	-0.31845	-1.58821
1993	-1.90361	-2.97965	1993	-1.10531	-2.53992
1994	-1.98341	-3.52391	1994	-1.37880	-3.01684
1995	-1.84073	-3.86204	1995	-0.97487	-2.86340
1996	-1.65411	-3.55617	1996	-1.20102	-3.28008
1997	-2.16082	-4.06931	1997	-2.08374	-4.11120
1998	-2.93043	-3.92865	1998	-1.88428	-3.14317
1999	-2.71958	-4.46685	1999	-1.95776	-3.60802
2000	-3.24140	-5.78084	2000	-1.63111	-3.54325
2001	-3.59063	-6.23569	2001	-3.10959	-4.83023
2002	-4.52705	-6.71832	2002	-3.58415	-4.73296
2003	-5.14959	-7.34909	2003	-3.98349	-4.48587
2004	-4.34676	-7.00059	2004	-4.54808	-5.50839
2005	-4.75058	-6.37786	2005	-5.39184	-7.08222
2006	-5.97902	-8.90139	2006	-6.70035	-8.36319
2007	-5.36145	-8.01299	2007	-6.45279	-7.78003
2008	-6.70407	-9.76065	2008	-7.95749	-10.20720
2009	-6.26235	-8.72657	2009	-8.67401	-12.61912
2010	-7.38415	-8.95495	2010	-10.31604	-14.07471
2011	-7.28142	-8.98038	2011	-10.66483	-16.62039

Παράρτημα Γ

Ο κώδικας της R για τις προβλέψεις της παραμέτρου k_t του μοντέλου Lee-Carter:

```
femaleskt<-females.lca$kt
maleskt<-males.lca$kt
femalesktdiff2<-diff(femaleskt,differences=2)
acf(femalesktdiff2,lag.max=20)
windows()
pacf(femalesktdiff2,lag.max=20)
malesktdiff2<-diff(maleskt,differences=2)
windows()
acf(malesktdiff2,lag.max=20)
windows()
pacf(malesktdiff2,lag.max=20)
malesarima<-Arima(maleskt,order=c(0,2,2))
malesforecasts<-forecast.Arima(malesarima,h=39,level=95)
femalesarima<-Arima(femaleskt,order=c(0,2,1))
femalesforecasts<-forecast.Arima(femalesarima,h=39,level=95)
plot(acf(malesforecasts$residuals,lag.max=25),main="Συνάρτηση αυτοσυσχέτισης των
καταλοίπων του υποδείγματος ARIMA(0,2,2)",ylab="Τιμή του συντελεστή
αυτοσυσχέτισης",xlab="Χρονική υστέρηση(Lag)",col="blue")
plot(acf(femalesforecasts$residuals,lag.max=25),main="Συνάρτηση αυτοσυσχέτισης των
καταλοίπων του υποδείγματος ARIMA(0,2,1)",ylab="Τιμή του συντελεστή
αυτοσυσχέτισης",xlab="Χρονική υστέρηση(Lag)",col="red")
```

Πίνακας Γ1. Προβλέψεις Παραμέτρου k_t των ετών 2012 - 2050

Έτος	Άνδρες	Κάτω όριο Δ.Ε. 95%	Άνω όριο Δ.Ε. 95%	Γυναίκες	Κάτω όριο Δ.Ε. 95%	Άνω όριο Δ.Ε. 95%
2012	-11.6328	-12.8800	-10.3856	-17.7136	-19.7851	-15.6421
2013	-12.5332	-14.0845	-10.9819	-18.8068	-21.9021	-15.7115
2014	-13.4336	-15.3490	-11.5181	-19.9000	-23.8967	-15.9034
2015	-14.3340	-16.6629	-12.0051	-20.9932	-25.8485	-16.1380
2016	-15.2344	-18.0187	-12.4501	-22.0865	-27.7860	-16.3869
2017	-16.1348	-19.4112	-12.8583	-23.1797	-29.7227	-16.6366
2018	-17.0352	-20.8369	-13.2334	-24.2729	-31.6661	-16.8797
2019	-17.9356	-22.2931	-13.5781	-25.3661	-33.6203	-17.1119
2020	-18.8360	-23.7776	-13.8944	-26.4593	-35.5880	-17.3306
2021	-19.7364	-25.2888	-14.1840	-27.5525	-37.5709	-17.5342
2022	-20.6368	-26.8253	-14.4482	-28.6457	-39.5700	-17.7215
2023	-21.5372	-28.3860	-14.6883	-29.7390	-41.5861	-17.8918
2024	-22.4376	-29.9699	-14.9052	-30.8322	-43.6194	-18.0449
2025	-23.3380	-31.5762	-15.0997	-31.9254	-45.6704	-18.1803
2026	-24.2384	-33.2040	-15.2727	-33.0186	-47.7391	-18.2981
2027	-25.1388	-34.8527	-15.4248	-34.1118	-49.8254	-18.3982
2028	-26.0392	-36.5217	-15.5566	-35.2050	-51.9295	-18.4805
2029	-26.9396	-38.2104	-15.6687	-36.2982	-54.0511	-18.5453
2030	-27.8400	-39.9184	-15.7615	-37.3914	-56.1903	-18.5926
2031	-28.7403	-41.6450	-15.8357	-38.4847	-58.3468	-18.6225
2032	-29.6407	-43.3900	-15.8915	-39.5779	-60.5205	-18.6353
2033	-30.5411	-45.1528	-15.9294	-40.6711	-62.7112	-18.6310
2034	-31.4415	-46.9332	-15.9498	-41.7643	-64.9188	-18.6098
2035	-32.3419	-48.7308	-15.9531	-42.8575	-67.1431	-18.5719
2036	-33.2423	-50.5452	-15.9395	-43.9507	-69.3839	-18.5176
2037	-34.1427	-52.3761	-15.9094	-45.0439	-71.6410	-18.4468
2038	-35.0431	-54.2232	-15.8630	-46.1371	-73.9143	-18.3600
2039	-35.9435	-56.0863	-15.8007	-47.2304	-76.2036	-18.2571
2040	-36.8439	-57.9651	-15.7227	-48.3236	-78.5088	-18.1384
2041	-37.7443	-59.8593	-15.6293	-49.4168	-80.8295	-18.0040
2042	-38.6447	-61.7687	-15.5207	-50.5100	-83.1658	-17.8542
2043	-39.5451	-63.6931	-15.3971	-51.6032	-85.5173	-17.6891
2044	-40.4455	-65.6322	-15.2588	-52.6964	-87.8841	-17.5088
2045	-41.3459	-67.5859	-15.1059	-53.7896	-90.2658	-17.3135
2046	-42.2463	-69.5539	-14.9387	-54.8828	-92.6624	-17.1033
2047	-43.1467	-71.5360	-14.7574	-55.9761	-95.0736	-16.8785
2048	-44.0471	-73.5321	-14.5621	-57.0693	-97.4995	-16.6391
2049	-44.9475	-75.5420	-14.3530	-58.1625	-99.9397	-16.3853
2050	-45.8479	-77.5655	-14.1303	-59.2557	-102.3942	-16.1172

Πίνακας Γ2. Προτυποποιημένοι δείκτες θνησιμότητας ανά 10000 άτομα						
Έτος	Άνδρες	Κάτω όριο Δ.Ε. 95%	Άνω όριο Δ.Ε. 95%	Γυναίκες	Κάτω όριο Δ.Ε. 95%	Άνω όριο Δ.Ε. 95%
2012	761.0	732.1	791.4	665.9	637.1	697.5
2013	740.0	705.6	776.6	650.3	610.3	696.4
2014	719.8	679.0	763.7	635.6	587.4	693.3
2015	700.2	652.6	752.2	621.5	566.7	689.6
2016	681.3	626.7	741.9	608.1	547.9	685.8
2017	663.1	601.4	732.6	595.4	530.7	681.9
2018	645.4	576.7	724.2	583.2	514.7	678.2
2019	628.3	552.7	716.6	571.7	499.9	674.7
2020	611.7	529.4	709.7	560.6	486.3	671.5
2021	595.7	506.9	703.4	550.1	473.6	668.5
2022	580.1	485.1	697.8	540.1	461.8	665.7
2023	565.0	464.1	692.7	530.5	451.0	663.3
2024	550.4	443.8	688.2	521.4	440.9	661.1
2025	536.2	424.2	684.1	512.7	431.5	659.1
2026	522.4	405.4	680.5	504.4	422.9	657.5
2027	509.1	387.4	677.4	496.4	414.9	656.1
2028	496.1	370.0	674.7	488.8	407.5	654.9
2029	483.5	353.4	672.5	481.6	400.6	654.0
2030	471.3	337.4	670.6	474.7	394.3	653.3
2031	459.4	322.1	669.1	468.1	388.5	652.9
2032	447.9	307.4	667.9	461.8	383.2	652.7
2033	436.7	293.4	667.2	455.8	378.2	652.8
2034	425.8	280.0	666.8	450.0	373.7	653.1
2035	415.3	267.2	666.7	444.5	369.6	653.6
2036	405.0	254.9	667.0	439.3	365.8	654.4
2037	395.0	243.2	667.6	434.3	362.3	655.4
2038	385.3	232.1	668.5	429.5	359.1	656.6
2039	375.9	221.4	669.8	424.9	356.3	658.0
2040	366.8	211.2	671.4	420.5	353.6	659.7
2041	357.9	201.5	673.3	416.4	351.3	661.7
2042	349.2	192.3	675.5	412.4	349.1	663.8
2043	340.8	183.5	678.0	408.6	347.2	666.2
2044	332.6	175.1	680.8	404.9	345.5	668.9
2045	324.7	167.1	684.0	401.4	343.9	671.7
2046	317.0	159.5	687.5	398.1	342.6	674.9
2047	309.4	152.3	691.3	394.9	341.4	678.2
2048	302.1	145.4	695.4	391.9	340.3	681.9
2049	295.0	138.8	699.8	389.0	339.4	685.8
2050	288.1	132.6	704.6	386.2	338.6	690.0

Παράρτημα Δ

<i>Πίνακας Δ1. Προσδόκιμο ζωής κατά τη γέννηση των ετών 2012 - 2050</i>						
<i>Έτος</i>	<i>Ανδρες</i>			<i>Γυναίκες</i>		
	<i>e₀</i>	<i>Κάτω όριο 95%</i>	<i>Άνω όριο 95%</i>	<i>e₀</i>	<i>Κάτω όριο 95%</i>	<i>Άνω όριο 95%</i>
2012	78.86	78.33	79.36	83.37	82.80	83.88
2013	79.22	78.59	79.83	83.65	82.82	84.36
2014	79.58	78.81	80.30	83.91	82.88	84.77
2015	79.92	79.01	80.78	84.16	82.94	85.14
2016	80.26	79.19	81.27	84.40	83.01	85.48
2017	80.59	79.35	81.76	84.63	83.08	85.80
2018	80.92	79.50	82.25	84.85	83.15	86.09
2019	81.24	79.63	82.75	85.05	83.21	86.36
2020	81.56	79.76	83.25	85.25	83.27	86.61
2021	81.87	79.87	83.75	85.44	83.32	86.85
2022	82.18	79.97	84.27	85.63	83.37	87.06
2023	82.49	80.06	84.78	85.80	83.41	87.27
2024	82.80	80.14	85.30	85.97	83.45	87.46
2025	83.10	80.21	85.83	86.12	83.49	87.64
2026	83.40	80.28	86.36	86.28	83.52	87.80
2027	83.70	80.33	86.91	86.42	83.54	87.96
2028	84.00	80.38	87.46	86.56	83.56	88.10
2029	84.30	80.42	88.01	86.70	83.58	88.23
2030	84.60	80.45	88.58	86.82	83.59	88.36
2031	84.90	80.48	89.15	86.95	83.60	88.47
2032	85.20	80.50	89.74	87.06	83.60	88.58
2033	85.49	80.52	90.33	87.18	83.60	88.68
2034	85.79	80.52	90.93	87.29	83.60	88.77
2035	86.08	80.53	91.55	87.39	83.59	88.85
2036	86.38	80.52	92.18	87.49	83.57	88.93
2037	86.68	80.51	92.82	87.58	83.56	89.00
2038	86.97	80.49	93.47	87.67	83.53	89.06
2039	87.27	80.47	94.14	87.76	83.51	89.13
2040	87.56	80.44	94.82	87.85	83.48	89.18
2041	87.86	80.41	95.52	87.93	83.44	89.23
2042	88.16	80.37	96.24	88.00	83.40	89.28
2043	88.46	80.32	96.98	88.08	83.36	89.32
2044	88.76	80.27	97.73	88.15	83.31	89.36
2045	89.05	80.21	98.51	88.22	83.26	89.39
2046	89.36	80.15	99.31	88.28	83.21	89.42
2047	89.66	80.08	100.13	88.35	83.15	89.45
2048	89.96	80.01	100.98	88.40	83.08	89.47
2049	90.26	79.93	101.86	88.46	83.01	89.49
2050	90.57	79.84	102.76	88.52	82.94	89.51

Πίνακας Δ2. Προσδόκιμο ζωής κατά την ηλικία των 65 των ετών 2012 - 2050						
Έτος	Άνδρες			Γυναίκες		
	e_{65}	Κάτω όριο 95%	Άνω όριο 95%	e_{65}	Κάτω όριο 95%	Άνω όριο 95%
2012	18.76	18.43	19.09	20.82	20.52	21.10
2013	19.00	18.58	19.41	20.97	20.53	21.36
2014	19.23	18.73	19.74	21.11	20.56	21.60
2015	19.47	18.86	20.09	21.25	20.59	21.81
2016	19.71	18.97	20.45	21.38	20.63	22.01
2017	19.95	19.08	20.83	21.51	20.66	22.20
2018	20.19	19.18	21.21	21.64	20.70	22.38
2019	20.43	19.27	21.60	21.76	20.73	22.54
2020	20.67	19.36	22.00	21.88	20.76	22.70
2021	20.91	19.43	22.40	21.99	20.79	22.85
2022	21.15	19.50	22.82	22.10	20.82	22.98
2023	21.39	19.57	23.24	22.20	20.84	23.11
2024	21.64	19.63	23.68	22.30	20.86	23.23
2025	21.88	19.68	24.12	22.40	20.88	23.35
2026	22.12	19.72	24.57	22.49	20.90	23.45
2027	22.36	19.76	25.03	22.58	20.91	23.55
2028	22.61	19.80	25.50	22.67	20.92	23.65
2029	22.85	19.83	25.97	22.75	20.93	23.73
2030	23.09	19.85	26.46	22.83	20.94	23.82
2031	23.34	19.87	26.96	22.91	20.94	23.89
2032	23.59	19.89	27.48	22.98	20.94	23.96
2033	23.83	19.90	28.00	23.05	20.94	24.03
2034	24.08	19.90	28.54	23.12	20.94	24.09
2035	24.33	19.90	29.09	23.19	20.93	24.14
2036	24.58	19.90	29.65	23.25	20.93	24.19
2037	24.83	19.89	30.23	23.31	20.92	24.24
2038	25.08	19.88	30.83	23.37	20.91	24.28
2039	25.33	19.86	31.44	23.43	20.89	24.33
2040	25.59	19.84	32.07	23.48	20.88	24.36
2041	25.84	19.82	32.71	23.54	20.86	24.40
2042	26.10	19.79	33.38	23.59	20.84	24.43
2043	26.36	19.76	34.07	23.63	20.81	24.45
2044	26.62	19.72	34.78	23.68	20.79	24.48
2045	26.88	19.68	35.51	23.72	20.76	24.50
2046	27.14	19.64	36.27	23.77	20.73	24.52
2047	27.41	19.59	37.05	23.81	20.70	24.54
2048	27.67	19.53	37.86	23.85	20.66	24.56
2049	27.94	19.48	38.70	23.89	20.63	24.57
2050	28.21	19.42	39.56	23.92	20.59	24.58

Πίνακας Δ3. Συνεπτυγμένος Πίνακας Επιβίωσης ανά ηλικιακή ομάδα, ημερολογιακό έτος και φύλο							
Ημερολογιακό έτος 1960 - Άνδρες							
x	m_x	q_x	l_x	d_x	L_x	T_x	e_x
0	0.04050	0.03915	100000	3915	96672	7028488	70.28
1-4	0.00189	0.00752	96085	722	382896	6931816	72.14
5-9	0.00072	0.00359	95363	343	475958	6548920	68.67
10-14	0.00057	0.00284	95020	270	474425	6072962	63.91
15-19	0.00086	0.00429	94750	407	472733	5598537	59.09
20-24	0.00104	0.00519	94343	490	470490	5125804	54.33
25-29	0.00114	0.00569	93853	534	467930	4655314	49.60
30-34	0.00130	0.00648	93319	605	465083	4187384	44.87
35-39	0.00175	0.00870	92714	806	461555	3722301	40.15
40-44	0.00258	0.01282	91908	1178	456595	3260746	35.48
45-49	0.00392	0.01939	90730	1759	449253	2804151	30.91
50-54	0.00676	0.03326	88971	2959	437458	2354898	26.47
55-59	0.01079	0.05254	86012	4519	418763	1917440	22.29
60-64	0.01859	0.08884	81493	7240	389365	1498677	18.39
65-69	0.02790	0.13041	74253	9683	347058	1109312	14.94
70-74	0.04266	0.19274	64570	12445	291738	762254	11.81
75-79	0.06505	0.27976	52125	14582	224170	470516	9.03
80-84	0.11750	0.45410	37543	17048	145095	246346	6.56
85+	0.20242	1.00000	20495	20495	101251	101251	4.94
Ημερολογιακό έτος 1960 - Γυναίκες							
x	m_x	q_x	l_x	d_x	L_x	T_x	e_x
0	0.03577	0.03473	100000	3473	97083	7388804	73.89
1-4	0.00160	0.00637	96527	615	384878	7291721	75.54
5-9	0.00049	0.00247	95912	237	478968	6906843	72.01
10-14	0.00039	0.00194	95675	186	477910	6427875	67.18
15-19	0.00056	0.00277	95489	265	476783	5949965	62.31
20-24	0.00057	0.00287	95224	273	475438	5473182	57.48
25-29	0.00069	0.00346	94951	329	473933	4997744	52.63
30-34	0.00100	0.00497	94622	471	471933	4523811	47.81
35-39	0.00133	0.00664	94151	626	469190	4051878	43.04
40-44	0.00181	0.00900	93525	842	465520	3582688	38.31
45-49	0.00279	0.01385	92683	1283	460208	3117168	33.63
50-54	0.00416	0.02059	91400	1882	452295	2656960	29.07
55-59	0.00593	0.02920	89518	2614	441055	2204665	24.63
60-64	0.01152	0.05597	86904	4864	422360	1763610	20.29
65-69	0.01760	0.08431	82040	6917	392908	1341250	16.35
70-74	0.03386	0.15610	75123	11726	346300	948342	12.62
75-79	0.05544	0.24347	63397	15435	278398	602042	9.50
80-84	0.11237	0.43863	47962	21037	187218	323644	6.75
85+	0.19736	1.00000	26925	26925	136426	136426	5.07

Πίνακας Δ3 (συνέχεια). Συνεπτυγμένος Πίνακας Επιβίωσης ανά ηλικιακή ομάδα, ημερολογιακό έτος και φύλο

Ημερολογιακό έτος 1970 - Άνδρες

x	m_x	q_x	l_x	d_x	L_x	T_x	e_x
0	0.03169	0.03086	100000	3086	97377	7160332	71.60
1-4	0.00104	0.00415	96914	402	386852	7062955	72.88
5-9	0.00048	0.00237	96512	229	481988	6676103	69.17
10-14	0.00048	0.00242	96283	233	480833	6194115	64.33
15-19	0.00085	0.00425	96050	408	479230	5713282	59.48
20-24	0.00108	0.00540	95642	516	476920	5234052	54.73
25-29	0.00115	0.00575	95126	547	474263	4757132	50.01
30-34	0.00105	0.00523	94579	495	471658	4282869	45.28
35-39	0.00148	0.00737	94084	693	468688	3811211	40.51
40-44	0.00221	0.01098	93391	1026	464390	3342523	35.79
45-49	0.00376	0.01864	92365	1722	457520	2878133	31.16
50-54	0.00702	0.03452	90643	3129	445393	2420613	26.70
55-59	0.01017	0.04960	87514	4341	426718	1975220	22.57
60-64	0.01689	0.08105	83173	6741	399013	1548502	18.62
65-69	0.02739	0.12815	76432	9795	357673	1149489	15.04
70-74	0.04434	0.19960	66637	13301	299933	791816	11.88
75-79	0.06930	0.29532	53336	15751	227303	491883	9.22
80-84	0.10663	0.42094	37585	15821	148373	264580	7.04
85+	0.18729	1.00000	21764	21764	116207	116207	5.34

Ημερολογιακό έτος 1970 - Γυναίκες

x	m_x	q_x	l_x	d_x	L_x	T_x	e_x
0	0.02506	0.02454	100000	2454	97939	7605043	76.05
1-4	0.00094	0.00375	97546	366	389452	7507104	76.96
5-9	0.00035	0.00174	97180	170	485475	7117652	73.24
10-14	0.00029	0.00144	97010	140	484700	6632177	68.37
15-19	0.00033	0.00163	96870	158	483955	6147477	63.46
20-24	0.00040	0.00198	96712	191	483083	5663522	58.56
25-29	0.00055	0.00275	96521	265	481943	5180439	53.67
30-34	0.00073	0.00364	96256	350	480405	4698496	48.81
35-39	0.00095	0.00473	95906	453	478398	4218091	43.98
40-44	0.00145	0.00723	95453	690	475540	3739693	39.18
45-49	0.00222	0.01105	94763	1048	471195	3264153	34.45
50-54	0.00395	0.01956	93715	1833	463993	2792958	29.80
55-59	0.00565	0.02788	91882	2561	453008	2328965	25.35
60-64	0.01006	0.04909	89321	4385	435643	1875957	21.00
65-69	0.01667	0.08003	84936	6798	407685	1440314	16.96
70-74	0.03326	0.15353	78138	11997	360698	1032629	13.22
75-79	0.05744	0.25113	66141	16610	289180	671931	10.16
80-84	0.09162	0.37272	49531	18461	201503	382751	7.73
85+	0.17142	1.00000	31070	31070	181248	181248	5.83

Πίνακας Δ3 (συνέχεια). Συνεπτυγμένος Πίνακας Επιβίωσης ανά ηλικιακή ομάδα, ημερολογιακό έτος και φύλο

Ημερολογιακό έτος 1980 - Άνδρες							
x	m_x	q_x	l_x	d_x	L_x	T_x	e_x
0	0.02007	0.01973	100000	1973	98323	7303123	73.03
1-4	0.00068	0.00272	98027	267	391574	7204800	73.50
5-9	0.00030	0.00150	97760	147	488433	6813226	69.69
10-14	0.00037	0.00184	97613	179	487618	6324793	64.79
15-19	0.00077	0.00386	97434	376	486230	5837175	59.91
20-24	0.00106	0.00530	97058	515	484003	5350945	55.13
25-29	0.00094	0.00469	96543	453	481583	4866942	50.41
30-34	0.00102	0.00508	96090	488	479230	4385359	45.64
35-39	0.00132	0.00656	95602	627	476443	3906129	40.86
40-44	0.00222	0.01102	94975	1046	472260	3429686	36.11
45-49	0.00342	0.01693	93929	1590	465670	2957426	31.49
50-54	0.00590	0.02905	92339	2683	454988	2491756	26.98
55-59	0.01000	0.04880	89656	4375	437343	2036768	22.72
60-64	0.01683	0.08077	85281	6888	409185	1599425	18.75
65-69	0.02578	0.12110	78393	9493	368233	1190240	15.18
70-74	0.04141	0.18765	68900	12929	312178	822007	11.93
75-79	0.06694	0.28672	55971	16048	239735	509829	9.11
80-84	0.11036	0.43247	39923	17266	156450	270094	6.77
85+	0.19937	1.00000	22657	22657	113644	113644	5.02
Ημερολογιακό έτος 1980 - Γυναίκες							
x	m_x	q_x	l_x	d_x	L_x	T_x	e_x
0	0.01597	0.01576	100000	1576	98676	7751648	77.52
1-4	0.00050	0.00199	98424	196	393304	7652972	77.76
5-9	0.00025	0.00125	98228	123	490833	7259668	73.91
10-14	0.00021	0.00105	98105	103	490268	6768835	69.00
15-19	0.00028	0.00141	98002	138	489665	6278567	64.07
20-24	0.00046	0.00230	97864	225	488758	5788902	59.15
25-29	0.00037	0.00183	97639	178	487750	5300144	54.28
30-34	0.00052	0.00262	97461	255	486668	4812394	49.38
35-39	0.00076	0.00377	97206	367	485113	4325726	44.50
40-44	0.00118	0.00587	96839	568	482775	3840613	39.66
45-49	0.00183	0.00909	96271	875	479168	3357838	34.88
50-54	0.00316	0.01568	95396	1496	473240	2878670	30.18
55-59	0.00496	0.02450	93900	2300	463750	2405430	25.62
60-64	0.00872	0.04268	91600	3909	448228	1941680	21.20
65-69	0.01540	0.07414	87691	6502	422200	1493452	17.03
70-74	0.02955	0.13757	81189	11169	378023	1071252	13.19
75-79	0.05267	0.23271	70020	16294	309365	693229	9.90
80-84	0.09643	0.38849	53726	20872	216450	383864	7.14
85+	0.19624	1.00000	32854	32854	167414	167414	5.10

Πίνακας Δ3 (συνέχεια). Συνεπτυγμένος Πίνακας Επιβίωσης ανά ηλικιακή ομάδα, ημερολογιακό έτος και φύλο

Ημερολογιακό έτος 1990 - Άνδρες							
x	m_x	q_x	l_x	d_x	L_x	T_x	e_x
0	0.00967	0.00959	100000	959	99185	7465547	74.66
1-4	0.00035	0.00140	99041	139	395886	7366362	74.38
5-9	0.00025	0.00124	98902	123	494203	6970476	70.48
10-14	0.00025	0.00125	98779	123	493588	6476273	65.56
15-19	0.00075	0.00376	98656	371	492353	5982685	60.64
20-24	0.00130	0.00648	98285	636	489835	5490332	55.86
25-29	0.00105	0.00526	97649	513	486963	5000497	51.21
30-34	0.00112	0.00559	97136	543	484323	4513534	46.47
35-39	0.00146	0.00726	96593	701	481213	4029211	41.71
40-44	0.00228	0.01133	95892	1086	476745	3547998	37.00
45-49	0.00307	0.01522	94806	1443	470423	3071253	32.40
50-54	0.00523	0.02580	93363	2409	460793	2600830	27.86
55-59	0.00860	0.04212	90954	3831	445193	2140037	23.53
60-64	0.01420	0.06854	87123	5972	420685	1694844	19.45
65-69	0.02308	0.10908	81151	8852	383625	1274159	15.70
70-74	0.03884	0.17701	72299	12797	329503	890534	12.32
75-79	0.06387	0.27537	59502	16385	256548	561031	9.43
80-84	0.10137	0.40437	43117	17435	171998	304483	7.06
85+	0.19385	1.00000	25682	25682	132485	132485	5.16
Ημερολογιακό έτος 1990 - Γυναίκες							
x	m_x	q_x	l_x	d_x	L_x	T_x	e_x
0	0.00940	0.00933	100000	933	99216	7951786	79.52
1-4	0.00026	0.00103	99067	102	396064	7852570	79.27
5-9	0.00018	0.00089	98965	88	494605	7456506	75.34
10-14	0.00014	0.00068	98877	68	494215	6961901	70.41
15-19	0.00027	0.00135	98809	133	493713	6467686	65.46
20-24	0.00038	0.00192	98676	189	492908	5973973	60.54
25-29	0.00049	0.00243	98487	240	491835	5481065	55.65
30-34	0.00053	0.00262	98247	258	490590	4989230	50.78
35-39	0.00065	0.00325	97989	318	489150	4498640	45.91
40-44	0.00104	0.00517	97671	504	487095	4009490	41.05
45-49	0.00173	0.00862	97167	837	483743	3522395	36.25
50-54	0.00239	0.01187	96330	1143	478793	3038652	31.54
55-59	0.00401	0.01985	95187	1890	471210	2559859	26.89
60-64	0.00659	0.03242	93297	3025	458923	2088649	22.39
65-69	0.01202	0.05833	90272	5265	438198	1629726	18.05
70-74	0.02432	0.11464	85007	9745	400673	1191528	14.02
75-79	0.04606	0.20653	75262	15544	337450	790855	10.51
80-84	0.08888	0.36360	59718	21714	244305	453405	7.59
85+	0.18175	1.00000	38004	38004	209100	209100	5.50

Πίνακας Δ3 (συνέχεια). Συνεπτυγμένος Πίνακας Επιβίωσης ανά ηλικιακή ομάδα, ημερολογιακό έτος και φύλο

Ημερολογιακό έτος 2000 - Άνδρες							
x	m_x	q_x	l_x	d_x	L_x	T_x	e_x
0	0.00678	0.00674	100000	674	99427	7546355	75.46
1-4	0.00021	0.00085	99326	85	397134	7446928	74.97
5-9	0.00013	0.00063	99241	62	496050	7049794	71.04
10-14	0.00017	0.00083	99179	82	495690	6553744	66.08
15-19	0.00069	0.00345	99097	341	494633	6058054	61.13
20-24	0.00113	0.00561	98756	554	492395	5563421	56.34
25-29	0.00113	0.00566	98202	556	489620	5071026	51.64
30-34	0.00113	0.00561	97646	548	486860	4581406	46.92
35-39	0.00149	0.00744	97098	722	483685	4094546	42.17
40-44	0.00216	0.01075	96376	1036	479290	3610861	37.47
45-49	0.00338	0.01675	95340	1597	472708	3131571	32.85
50-54	0.00551	0.02716	93743	2546	462350	2658863	28.36
55-59	0.00806	0.03951	91197	3603	446978	2196513	24.09
60-64	0.01297	0.06282	87594	5503	424213	1749535	19.97
65-69	0.02080	0.09886	82091	8116	390165	1325322	16.14
70-74	0.03460	0.15922	73975	11778	340430	935157	12.64
75-79	0.05555	0.24388	62197	15168	273065	594727	9.56
80-84	0.09558	0.38574	47029	18141	189793	321662	6.84
85+	0.21907	1.00000	28888	28888	131869	131869	4.56
Ημερολογιακό έτος 2000 - Γυναίκες							
x	m_x	q_x	l_x	d_x	L_x	T_x	e_x
0	0.00511	0.00509	100000	509	99572	8069546	80.70
1-4	0.00015	0.00062	99491	61	397842	7969974	80.11
5-9	0.00012	0.00061	99430	61	496998	7572132	76.16
10-14	0.00010	0.00049	99369	48	496725	7075134	71.20
15-19	0.00028	0.00139	99321	138	496260	6578409	66.23
20-24	0.00032	0.00160	99183	159	495518	6082149	61.32
25-29	0.00032	0.00159	99024	157	494728	5586631	56.42
30-34	0.00038	0.00188	98867	186	493870	5091903	51.50
35-39	0.00063	0.00317	98681	312	492625	4598033	46.59
40-44	0.00089	0.00443	98369	436	490755	4105408	41.73
45-49	0.00153	0.00761	97933	745	487803	3614653	36.91
50-54	0.00228	0.01136	97188	1104	483180	3126850	32.17
55-59	0.00322	0.01596	96084	1533	476588	2643670	27.51
60-64	0.00539	0.02659	94551	2514	466470	2167082	22.92
65-69	0.00985	0.04807	92037	4425	449123	1700612	18.48
70-74	0.01941	0.09254	87612	8108	417790	1251489	14.28
75-79	0.04078	0.18504	79504	14711	360743	833699	10.49
80-84	0.08393	0.34688	64793	22475	267778	472956	7.30
85+	0.20625	1.00000	42318	42318	205178	205178	4.85

Πίνακας Δ3 (συνέχεια). Συνεπτυγμένος Πίνακας Επιβίωσης ανά ηλικιακή ομάδα, ημερολογιακό έτος και φύλο

Ημερολογιακό έτος 2010 - Άνδρες							
x	m_x	q_x	l_x	d_x	L_x	T_x	e_x
0	0.00391	0.00390	100000	390	99669	7833645	78.34
1-4	0.00018	0.00071	99610	71	398298	7733976	77.64
5-9	0.00012	0.00060	99539	60	497545	7335678	73.70
10-14	0.00012	0.00058	99479	57	497253	6838133	68.74
15-19	0.00056	0.00282	99422	280	496410	6340880	63.78
20-24	0.00087	0.00435	99142	432	494630	5844470	58.95
25-29	0.00105	0.00522	98710	516	492260	5349840	54.20
30-34	0.00109	0.00544	98194	534	489635	4857580	49.47
35-39	0.00117	0.00583	97660	569	486878	4367945	44.73
40-44	0.00174	0.00866	97091	841	483353	3881067	39.97
45-49	0.00287	0.01424	96250	1371	477823	3397714	35.30
50-54	0.00461	0.02279	94879	2162	468990	2919891	30.77
55-59	0.00732	0.03596	92717	3334	455250	2450901	26.43
60-64	0.01120	0.05446	89383	4867	434748	1995651	22.33
65-69	0.01591	0.07652	84516	6467	406413	1560903	18.47
70-74	0.02592	0.12169	78049	9498	366500	1154490	14.79
75-79	0.04345	0.19595	68551	13433	309173	787990	11.49
80-84	0.07655	0.32127	55118	17708	231320	478817	8.69
85+	0.15115	1.00000	37410	37410	247497	247497	6.62
Ημερολογιακό έτος 2010 - Γυναίκες							
x	m_x	q_x	l_x	d_x	L_x	T_x	e_x
0	0.00359	0.00358	100000	358	99699	8275369	82.75
1-4	0.00016	0.00063	99642	63	398442	8175670	82.05
5-9	0.00009	0.00047	99579	47	497778	7777228	78.10
10-14	0.00011	0.00057	99532	56	497520	7279450	73.14
15-19	0.00022	0.00111	99476	110	497105	6781930	68.18
20-24	0.00032	0.00159	99366	158	496435	6284825	63.25
25-29	0.00027	0.00133	99208	132	495710	5788390	58.35
30-34	0.00033	0.00167	99076	166	494965	5292680	53.42
35-39	0.00052	0.00262	98910	259	493903	4797715	48.51
40-44	0.00087	0.00432	98651	426	492190	4303812	43.63
45-49	0.00132	0.00656	98225	645	489513	3811622	38.81
50-54	0.00212	0.01053	97580	1028	485330	3322109	34.04
55-59	0.00308	0.01530	96552	1478	479065	2836779	29.38
60-64	0.00471	0.02329	95074	2215	469833	2357714	24.80
65-69	0.00697	0.03424	92859	3180	456345	1887881	20.33
70-74	0.01269	0.06152	89679	5517	434603	1431536	15.96
75-79	0.02631	0.12344	84162	10389	394838	996933	11.85
80-84	0.06064	0.26330	73773	19425	320303	602095	8.16
85+	0.19287	1.00000	54348	54348	281792	281792	5.18

Πίνακας Δ3 (συνέχεια). Συνεπτυγμένος Πίνακας Επιβίωσης ανά ηλικιακή ομάδα, ημερολογιακό έτος και φύλο

Ημερολογιακό έτος 2020 - Άνδρες							
x	m_x	q_x	l_x	d_x	L_x	T_x	e_x
0	0.00071	0.00071	100000	71	99940	8155601	81.56
1-4	0.00005	0.00021	99929	21	399674	8055661	80.61
5-9	0.00006	0.00029	99908	29	499468	7655987	76.63
10-14	0.00006	0.00029	99879	29	499323	7156519	71.65
15-19	0.00036	0.00180	99850	180	498800	6657196	66.67
20-24	0.00079	0.00395	99670	393	497368	6158396	61.79
25-29	0.00083	0.00414	99277	411	495358	5661028	57.02
30-34	0.00081	0.00405	98866	400	493330	5165670	52.25
35-39	0.00084	0.00421	98466	415	491293	4672340	47.45
40-44	0.00153	0.00763	98051	748	488385	4181047	42.64
45-49	0.00252	0.01255	97303	1221	483463	3692662	37.95
50-54	0.00384	0.01903	96082	1829	475838	3209199	33.40
55-59	0.00578	0.02851	94253	2687	464548	2733361	29.00
60-64	0.00787	0.03861	91566	3536	448990	2268813	24.78
65-69	0.01202	0.05837	88030	5138	427305	1819823	20.67
70-74	0.01892	0.09032	82892	7487	395743	1392518	16.80
75-79	0.03267	0.15100	75405	11386	348560	996775	13.22
80-84	0.06240	0.26988	64019	17278	276900	648215	10.13
85+	0.12588	1.00000	46741	46741	371315	371315	7.94
Ημερολογιακό έτος 2020 - Γυναίκες							
x	m_x	q_x	l_x	d_x	L_x	T_x	e_x
0	0.00083	0.00083	100000	83	99930	8525343	85.25
1-4	0.00006	0.00025	99917	25	399618	8425413	84.32
5-9	0.00003	0.00015	99892	15	499423	8025795	80.34
10-14	0.00007	0.00037	99877	37	499293	7526372	75.36
15-19	0.00015	0.00074	99840	74	499015	7027079	70.38
20-24	0.00019	0.00095	99766	95	498593	6528064	65.43
25-29	0.00017	0.00084	99671	84	498145	6029471	60.49
30-34	0.00024	0.00119	99587	119	497638	5531326	55.54
35-39	0.00040	0.00198	99468	197	496848	5033688	50.61
40-44	0.00052	0.00258	99271	256	495715	4536840	45.70
45-49	0.00098	0.00487	99015	482	493870	4041125	40.81
50-54	0.00139	0.00694	98533	683	490958	3547255	36.00
55-59	0.00206	0.01026	97850	1004	486740	3056297	31.23
60-64	0.00285	0.01414	96846	1369	480808	2569557	26.53
65-69	0.00413	0.02044	95477	1952	472505	2088749	21.88
70-74	0.00756	0.03708	93525	3468	458955	1616244	17.28
75-79	0.01769	0.08472	90057	7630	431210	1157289	12.85
80-84	0.04670	0.20907	82427	17233	369053	726079	8.81
85+	0.18260	1.00000	65194	65194	357026	357026	5.48

Πίνακας Δ3 (συνέχεια). Συνεπτυγμένος Πίνακας Επιβίωσης ανά ηλικιακή ομάδα, ημερολογιακό έτος και φύλο

Ημερολογιακό έτος 2030 - Άνδρες							
x	m_x	q_x	l_x	d_x	L_x	T_x	e_x
0	0.00011	0.00011	100000	11	99991	8460049	84.60
1-4	0.00001	0.00004	99989	4	399948	8360058	83.61
5-9	0.00002	0.00008	99985	8	499905	7960110	79.61
10-14	0.00002	0.00010	99977	10	499860	7460205	74.62
15-19	0.00029	0.00142	99967	142	499480	6960345	69.63
20-24	0.00078	0.00391	99825	391	498148	6460865	64.72
25-29	0.00082	0.00411	99434	408	496150	5962717	59.97
30-34	0.00072	0.00360	99026	357	494238	5466567	55.20
35-39	0.00071	0.00354	98669	350	492470	4972329	50.39
40-44	0.00131	0.00653	98319	642	489990	4479859	45.56
45-49	0.00214	0.01067	97677	1042	485780	3989869	40.85
50-54	0.00295	0.01463	96635	1414	479640	3504089	36.26
55-59	0.00433	0.02141	95221	2038	471010	3024449	31.76
60-64	0.00548	0.02702	93183	2518	459620	2553439	27.40
65-69	0.00832	0.04075	90665	3695	444088	2093819	23.09
70-74	0.01321	0.06395	86970	5562	420945	1649731	18.97
75-79	0.02383	0.11246	81408	9155	384153	1228786	15.09
80-84	0.04995	0.22202	72253	16041	321163	844633	11.69
85+	0.10738	1.00000	56212	56212	523470	523470	9.31
Ημερολογιακό έτος 2030 - Γυναίκες							
x	m_x	q_x	l_x	d_x	L_x	T_x	e_x
0	0.00018	0.00018	100000	18	99985	8682359	86.82
1-4	0.00002	0.00007	99982	7	399914	8582374	85.84
5-9	0.00001	0.00006	99975	6	499860	8182460	81.85
10-14	0.00004	0.00018	99969	18	499800	7682600	76.85
15-19	0.00010	0.00048	99951	48	499635	7182800	71.86
20-24	0.00012	0.00062	99903	62	499360	6683165	66.90
25-29	0.00010	0.00051	99841	50	499080	6183805	61.94
30-34	0.00015	0.00073	99791	73	498773	5684725	56.97
35-39	0.00025	0.00123	99718	123	498283	5185952	52.01
40-44	0.00033	0.00167	99595	166	497560	4687669	47.07
45-49	0.00066	0.00331	99429	329	496323	4190109	42.14
50-54	0.00090	0.00449	99100	445	494388	3693786	37.27
55-59	0.00130	0.00650	98655	641	491673	3199398	32.43
60-64	0.00164	0.00815	98014	799	488073	2707725	27.63
65-69	0.00235	0.01166	97215	1133	483243	2219652	22.83
70-74	0.00439	0.02171	96082	2086	475195	1736409	18.07
75-79	0.01159	0.05632	93996	5294	456745	1261214	13.42
80-84	0.03690	0.16891	88702	14982	406055	804469	9.07
85+	0.18503	1.00000	73720	73720	398414	398414	5.40

Πίνακας Δ3 (συνέχεια). Συνεπτυγμένος Πίνακας Επιβίωσης ανά ηλικιακή ομάδα, ημερολογιακό έτος και φύλο

Ημερολογιακό έτος 2040 - Άνδρες							
x	m_x	q_x	l_x	d_x	L_x	T_x	e_x
0	0.00002	0.00002	100000	2	99998	8756362	87.56
1-4	0.00000	0.00001	99998	1	399990	8656364	86.57
5-9	0.00000	0.00002	99997	2	499980	8256374	82.57
10-14	0.00001	0.00004	99995	4	499965	7756394	77.57
15-19	0.00023	0.00113	99991	113	499673	7256429	72.57
20-24	0.00078	0.00388	99878	388	498420	6756756	67.65
25-29	0.00082	0.00408	99490	405	496438	6258336	62.90
30-34	0.00064	0.00320	99085	317	494633	5761898	58.15
35-39	0.00060	0.00298	98768	294	493105	5267265	53.33
40-44	0.00112	0.00558	98474	550	490995	4774160	48.48
45-49	0.00182	0.00907	97924	888	487400	4283165	43.74
50-54	0.00226	0.01124	97036	1091	482453	3795765	39.12
55-59	0.00324	0.01606	95945	1541	475873	3313312	34.53
60-64	0.00381	0.01888	94404	1782	467565	2837439	30.06
65-69	0.00576	0.02837	92622	2628	456540	2369874	25.59
70-74	0.00923	0.04510	89994	4059	439823	1913334	21.26
75-79	0.01739	0.08331	85935	7160	411775	1473511	17.15
80-84	0.03998	0.18175	78775	14317	358083	1061736	13.48
85+	0.09160	1.00000	64458	64458	703653	703653	10.92
Ημερολογιακό έτος 2040 - Γυναίκες							
x	m_x	q_x	l_x	d_x	L_x	T_x	e_x
0	0.00004	0.00004	100000	4	99997	8784638	87.85
1-4	0.00000	0.00002	99996	2	399980	8684641	86.85
5-9	0.00000	0.00002	99994	2	499965	8284661	82.85
10-14	0.00002	0.00009	99992	9	499938	7784696	77.85
15-19	0.00006	0.00031	99983	31	499838	7284758	72.86
20-24	0.00008	0.00040	99952	40	499660	6784920	67.88
25-29	0.00006	0.00030	99912	30	499485	6285260	62.91
30-34	0.00009	0.00045	99882	45	499298	5785775	57.93
35-39	0.00015	0.00077	99837	77	498993	5286477	52.95
40-44	0.00022	0.00108	99760	108	498530	4787484	47.99
45-49	0.00045	0.00225	99652	224	497700	4288954	43.04
50-54	0.00058	0.00291	99428	289	496418	3791254	38.13
55-59	0.00082	0.00411	99139	408	494675	3294836	33.23
60-64	0.00094	0.00470	98731	464	492495	2800161	28.36
65-69	0.00133	0.00664	98267	652	489705	2307666	23.48
70-74	0.00255	0.01267	97615	1237	484983	1817961	18.62
75-79	0.00759	0.03725	96378	3590	472915	1332978	13.83
80-84	0.02915	0.13587	92788	12607	432423	860063	9.27
85+	0.18750	1.00000	80181	80181	427640	427640	5.33

Πίνακας Δ3 (συνέχεια). Συνεπτυγμένος Πίνακας Επιβίωσης ανά ηλικιακή ομάδα, ημερολογιακό έτος και φύλο

Ημερολογιακό έτος 2050 - Άνδρες							
x	m_x	q_x	l_x	d_x	L_x	T_x	e_x
0	0.00000	0.00000	100000	0	100000	9056666	90.57
1-4	0.00000	0.00000	100000	0	400000	8956666	89.57
5-9	0.00000	0.00001	100000	1	499998	8556666	85.57
10-14	0.00000	0.00001	99999	1	499993	8056668	80.57
15-19	0.00018	0.00089	99998	89	499768	7556675	75.57
20-24	0.00077	0.00385	99909	385	498583	7056907	70.63
25-29	0.00081	0.00404	99524	402	496615	6558324	65.90
30-34	0.00057	0.00285	99122	283	494903	6061709	61.15
35-39	0.00050	0.00251	98839	248	493575	5566806	56.32
40-44	0.00096	0.00477	98591	471	491778	5073231	51.46
45-49	0.00155	0.00771	98120	756	488710	4581453	46.69
50-54	0.00173	0.00863	97364	841	484718	4092743	42.04
55-59	0.00242	0.01204	96523	1162	479710	3608025	37.38
60-64	0.00265	0.01317	95361	1256	473665	3128315	32.80
65-69	0.00398	0.01972	94105	1856	465885	2654650	28.21
70-74	0.00644	0.03171	92249	2925	453933	2188765	23.73
75-79	0.01269	0.06148	89324	5491	432893	1734832	19.42
80-84	0.03201	0.14817	83833	12422	388110	1301939	15.53
85+	0.07814	1.00000	71411	71411	913829	913829	12.80
Ημερολογιακό έτος 2050 - Γυναίκες							
x	m_x	q_x	l_x	d_x	L_x	T_x	e_x
0	0.00001	0.00001	100000	1	99999	8851745	88.52
1-4	0.00000	0.00000	99999	0	399996	8751746	87.52
5-9	0.00000	0.00001	99999	1	499993	8351750	83.52
10-14	0.00001	0.00004	99998	4	499980	7851757	78.52
15-19	0.00004	0.00020	99994	20	499920	7351777	73.52
20-24	0.00005	0.00026	99974	26	499805	6851857	68.54
25-29	0.00004	0.00018	99948	18	499695	6352052	63.55
30-34	0.00006	0.00028	99930	28	499580	5852357	58.56
35-39	0.00010	0.00048	99902	48	499390	5352777	53.58
40-44	0.00014	0.00070	99854	70	499095	4853387	48.60
45-49	0.00031	0.00153	99784	153	498538	4354292	43.64
50-54	0.00038	0.00188	99631	187	497688	3855754	38.70
55-59	0.00052	0.00260	99444	259	496573	3358066	33.77
60-64	0.00054	0.00270	99185	268	495255	2861493	28.85
65-69	0.00076	0.00377	98917	373	493653	2366238	23.92
70-74	0.00148	0.00738	98544	727	490903	1872585	19.00
75-79	0.00497	0.02456	97817	2402	483080	1381682	14.13
80-84	0.02304	0.10891	95415	10392	451095	898602	9.42
85+	0.18999	1.00000	85023	85023	447507	447507	5.26