

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ



ΤΜΗΜΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ
ΚΑΙ ΑΣΦΑΛΙΣΤΙΚΗΣ ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ

ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΣΠΟΥΔΩΝ
ΣΤΗΝ ΑΝΑΛΟΓΙΣΤΙΚΗ ΕΠΙΣΤΗΜΗ ΚΑΙ ΔΙΟΙΚΗΤΙΚΗ
ΚΙΝΔΥΝΟΥ

ΑΠΟΤΙΜΗΣΗ ΚΙΝΔΥΝΟΥ ΓΕΝΙΚΩΝ ΑΣΦΑΛΙΣΕΩΝ ΜΕ ΒΑΣΗ ΤΗΝ ΟΔΗΓΙΑ SOLVENCY II

Αλεξία Αλεξίου

Διπλωματική εργασία

που υποβλήθηκε στο Τμήμα Στατιστικής και Ασφαλιστικής
Επιστήμης του Πανεπιστημίου Πειραιώς ως μέρος των απαιτήσεων
για την απόκτηση του Μεταπτυχιακού Διπλώματος Ειδίκευσης στην
Αναλογιστική και Διοικητική Κινδύνου

Πειραιάς

Δεκέμβριος 2013

Η παρούσα διπλωματική εργασία εγκρίθηκε ομόφωνα από την Τριμελή Εξεταστική Επιτροπή που ορίσθηκε από τη ΓΣΕΣ του Τμήματος Στατιστικής και Ασφαλιστικής Επιστήμης του Πανεπιστημίου Πειραιώς στην υπ' αριθμ. συνεδρίασή του σύμφωνα με τον Εσωτερικό Κανονισμό Λειτουργίας του Προγράμματος Μεταπτυχιακών Σπουδών στην Αναλογιστική και Διοικητική Κινδύνου.

Τα μέλη της επιτροπής ήταν:

- Γεώργιος Πιτσέλης (επιβλέπων)
- Γεώργιος Ψαρράκος
- Σπυρίδων Βρόντος

Η έγκριση της Διπλωματικής Εργασίας από το Τμήμα Στατιστικής και Ασφαλιστικής Επιστήμης του Πανεπιστημίου Πειραιώς δεν υποδηλώνει αποδοχή των γνώμων του συγγραφέα.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ

UNIVERSITY OF PIRAEUS



DEPARTMENT OF STATISTICS

AND INSURANCE SCIENCE

POSTGRADUATE PROGRAM IN

ACTUARIAL SCIENCE AND RISK MANAGEMENT

NON-LIFE RISK VALUATION BASED ON SOLVENCY II

by

Alexia Alexiou

MSc Dissertation

Submitted to the Department of Statistics and Insurance Science of the University of Piraeus in partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Actuarial Science and Risk Management

Piraeus, Greece

December 2013

Ευχαριστίες

Με την ολοκλήρωση της παρούσας διπλωματικής εργασίας, θα ήθελα κατ' αρχήν να εκφράσω τις ευχαριστίες μου προς τον Επιβλέποντα Καθηγητή, κύριο Γεώργιο Πιτσέλη, Επίκουρο Καθηγητή του Πανεπιστημίου Πειραιώς, για την εμπιστοσύνη που μου έδειξε δίνοντάς μου την ευκαιρία να ασχοληθώ με το συγκεκριμένο θέμα, για τη συμβολή του και κυρίως για την επιστημονική και ηθική υποστήρηξή του σε όλα τα στάδια υλοποίησης της διπλωματικής εργασίας. Επίσης ευχαριστώ θερμά τον κύριο Γεώργιο Ψαρράκο, Λέκτορα του Πανεπιστημίου Πειραιώς, για τη βοήθεια και την ευγένειά του. Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω τους γονείς μου για τη συνεχή υποστήρηξή τους, η οποία επέτρεψε την επιτυχή διεκπεραίωση των σπουδών μου.

Περίληψη

Το θέμα της παρούσας εργασίας αφορά στην αποτίμηση του κινδύνου ασφαλίστρου και του κινδύνου αποθέματος του κλάδου γενικών ασφαλίσεων. Παρουσιάζεται το βασικό μοντέλο αποτίμησης των κινδύνων αυτών και εκτίμησης των κεφαλαιακών απαιτήσεων που προτείνεται από την Ευρωπαϊκή Εποπτική Αρχή, Φερεγγυότητα II (Solvency II). Αναλύεται εναλλακτικό μοντέλο αποτίμησης των κινδύνων ασφαλίστρου και αποθέματος βασιζόμενο στα ιστορικά στοιχεία ενός ασφαλιστικού φορέα, το οποίο θα μπορεί να χρησιμοποιηθεί από τις ασφαλιστικές εταιρίες ως εσωτερικό μοντέλο (internal model) για την αποτίμηση κινδύνου γενικών ασφαλίσεων, αφού προηγηθεί έγκριση από την εκάστοτε Εποπτική Αρχή. Παρουσιάζεται επίσης το μοντέλο αποτίμησης που προτείνεται από την Ελβετική Εποπτική Αρχή.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ

Abstract

Solvency II is the new European directive that will reform capital requirements for life and non-life insurance undertakings. The evaluation of premium and reserve risk for non-life insurance undertakings will be presented in this paper. The standard model for calculating economic capital requirements, proposed by Solvency II, QIS5 will be analyzed. An alternative model will be developed, in order to define company specific estimators for premium and reserve risk volatilities, as well as correlation coefficients between those risks and between lines of business. If approved by the European authorities, this model can be used as an internal model for the evaluation of premium and reserve risk. Basic principles of the Swiss Solvency Test will also be presented.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1: Παρουσίαση του Solvency II.....	1
1.1 Εισαγωγή.....	1
1.2 Βασικά χαρακτηριστικά.....	2
1.3 Γενική δομή – Πυλώνες.....	3
1.3.1 Πρώτος Πυλώνας.....	3
1.3.2 Δεύτερος Πυλώνας.....	8
1.3.3 Τρίτος Πυλώνας.....	8
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: Υπολογισμός του SCR με βάση το Solvency II.....	9
2.1 Χαρακτηριστικά του SCR.....	9
2.2 Δομή του SCR.....	12
2.2.1 Βασικό SCR.....	14
i. Κίνδυνος άυλων περιουσιακών στοιχείων.....	14
ii. Κίνδυνος αγοράς.....	14
iii. Κίνδυνος αθέτησης αντισυμβαλλόμενου.....	19
iv. Ασφαλιστικός κίνδυνος ζωής.....	19
v. Ασφαλιστικός κίνδυνος υγείας.....	22
vi. Ασφαλιστικός κίνδυνος ζημιών.....	22
2.2.2 Λειτουργικός κίνδυνος.....	23
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: Μοντελοποίηση κινδύνου ασφαλίστρου και αποθέματος στο Solvency II.....	25
3.1 Ορισμός Παραμέτρων.....	25
3.1.1 Λογαριθμοκανονική κατανομή.....	29
3.1.2 Μέτρα κινδύνου.....	30
3.2 Υπολογισμός απαιτούμενων κεφαλαίων.....	32
3.3 Εκτίμηση της διακύμανσης του χαρτοφυλακίου.....	35
3.3.1 Ορισμός διακύμανσης στο QIS4.....	37
3.3.2 Ορισμός διακύμανσης στο QIS5.....	41
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4: Εσωτερικό μοντέλο (Hürlimann, 2008).....	43
4.1 Παρουσίαση γενικής μεθοδολογίας εκτίμησης παραμέτρων.....	43
4.2 Εφαρμογή της γενικής μεθοδολογίας στο μοντέλο του Solvency II.....	50
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5: Ελβετικό μοντέλο αποτίμησης κινδύνων (Swiss Solvency Test - Gisler).....	59
5.1 Βασικά χαρακτηριστικά.....	59
5.2 Εκτίμηση κινδύνου αποθέματος.....	65
5.3 Εκτίμηση κινδύνου τρέχοντος έτους.....	66
5.3.1 Μοντελοποίηση κανονικών ζημιών τρέχοντος έτους.....	67

5.3.2 Μοντελοποίηση μεγάλων ζημιών τρέχοντος έτους.....	70
5.3.3 Μοντελοποίηση σεναρίων.....	71
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6: Αριθμητικές εφαρμογές.....	73
6.1 Υπολογισμός SCR με το βασικό μοντέλο.....	73
6.2 Υπολογισμός SCR με το εσωτερικό μοντέλο.....	76
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ.....	79
Π1. Υπολογισμός SCR με εσωτερικό μοντέλο.....	79
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ.....	92

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

Παρουσίαση του Solvency II

1.1 Εισαγωγή

Ως φερεγγυότητα (solvency) ορίζεται η κατάσταση κατά την οποία τα περιουσιακά στοιχεία (assets) μίας ασφαλιστικής ή αντασφαλιστικής επιχείρησης υπερκαλύπτουν τις υποχρεώσεις της (liabilities). Με άλλα λόγια, εξασφαλίζεται στην επιχείρηση η δυνατότητα να ανταπεξέλθει στις υποχρεώσεις που θα προκύψουν σε βάθος χρόνου (σε περιβάλλον συνεχούς λειτουργίας), καθώς και η δυνατότητα εκπλήρωσης όλων των υποχρεώσεων που θα προκύψουν στην περίπτωση που το χαρτοφυλάκιο τεθεί εκτός νέας παραγωγής.

Ένας ασφαλιστικός οργανισμός μπορεί επομένως να χαρακτηριστεί φερέγγυος, όταν τα περιουσιακά του στοιχεία υπερβαίνουν τις υποχρεώσεις του, τουλάχιστον κατά ένα ορισμένο περιθώριο που έχει ορίσει η εκάστοτε Εποπτική Αρχή και είναι αποδεκτό.

Η τρέχουσα Ευρωπαϊκή ασφαλιστική νομοθεσία που αφορά την εποπτεία και τον υπολογισμό της κεφαλαιακής επάρκειας των ασφαλιστικών και αντασφαλιστικών εταιριών, βασίζεται στην οδηγία της Φερεγγυότητας I (Solvency I). Παρόλο που συνεχώς πραγματοποιείται προσπάθεια προσαρμογής της στις παρούσες οικονομικές συνθήκες (το 2002 παρουσιάστηκε η πιο πρόσφατη αναθεώρηση), η αρχική της προσέγγιση έχει τις ρίζες της στις αρχές τις δεκαετίας του 1970, γεγονός που την καθιστά ίσως ξεπερασμένη, με τις αγορές να έχουν εξελιχθεί σημαντικά τα τελευταία χρόνια. Απόδειξη για τα παραπάνω αποτελεί η αδυναμία της οδηγίας αυτής να εκτιμήσει και να ποσοτικοποιήσει, πέραν των ασφαλιστικών κινδύνων, άλλους κινδύνους όπως αυτός της αγοράς, ο πιστωτικός ή ο επιχειρησιακός, κίνδυνοι που σε μεγάλο βαθμό αντιμετωπίζει κάθε ασφαλιστική εταιρία.

Για να αντιμετωπίσουν την αδυναμία αυτή, πολλά κράτη της Ευρωπαϊκής Ένωσης, όπως το Ηνωμένο Βασίλειο, ξεκίνησαν να αναπτύσσουν επιπρόσθετους κανονισμούς σε εθνικό επίπεδο, ώστε να διασφαλίσουν τη φερεγγυότητα της ασφαλιστικής αγοράς

τους. Δεδομένου όμως ότι κάτι τέτοιο θα υπονόμειε μία επιθυμητή ενιαία ευρωπαϊκή αγορά, κατέστη σαφής η αναγκαιότητα μίας ριζικής αναθεώρησης της οδηγίας. Ως εκ τούτου, η οδηγία του Solvency II, έρχεται να καλύψει αυτή την ανάγκη, εναρμονίζοντας και συγκλίνοντας, στο μέτρο του δυνατού, τους κανόνες υπολογισμού των κεφαλαιακών απαιτήσεων στην Ευρώπη.

Για περισσότερες πληροφορίες σε σχέση με την ιστορία του Solvency II, βλ. Arne Sandtsröm, (2011), Handbook of Solvency for Actuaries and Risk Managers.

Στο πρώτο Κεφάλαιο της παρούσας εργασίας αναλύονται ο τρόπος λειτουργίας, η δομή και τα χαρακτηριστικά της νέας οδηγίας Solvency II. Στο δεύτερο Κεφάλαιο παρουσιάζονται και αποτιμώνται όλοι οι κίνδυνοι με τους οποίους έρχεται αντιμέτωπη μία ασφαλιστική εταιρία, έτσι όπως αυτοί περιγράφονται στην πιο πρόσφατη οδηγία του Solvency II, Revised Technical Specifications for the Solvency II valuation and Solvency Capital Requirements, (2012). Η αποτίμηση αυτή οδηγεί στον υπολογισμό των κεφαλαιακών απαιτήσεων φερεγγυότητας. Το τρίτο Κεφάλαιο, εστιάζει στην αποτίμηση του κινδύνου ασφαλίστρου και του κινδύνου αποθέματος του κλάδου γενικών ασφαλίσεων. Παρουσιάζεται το βασικό μοντέλο αποτίμησης των κινδύνων αυτών και εκτίμησης των κεφαλαιακών απαιτήσεων που προτείνεται από την Ευρωπαϊκή Εποπτική Αρχή, Φερεγγυότητα II (Solvency II). Έπειτα στο Κεφάλαιο 4 αναλύεται μοντέλο αποτίμησης των κινδύνων ασφαλίστρου και αποθέματος όπως παρουσιάστηκε από τον Hürlimann (2008), το οποίο κάνει χρήση των ιστορικών στοιχείων ενός ασφαλιστικού φορέα. Στο πέμπτο Κεφάλαιο παρουσιάζεται το μοντέλο αποτίμησης που προτείνεται από την Ελβετική Εποπτική Αρχή, σύμφωνα με τον Gisler (2009). Τέλος, στο έκτο Κεφάλαιο παρατίθεται αριθμητικό παράδειγμα, το οποίο πραγματοποιεί σύγκριση του βασικού μοντέλου και του εσωτερικού μοντέλου του Hürlimann (2008).

1.2 Βασικά Χαρακτηριστικά

Η προσέγγιση που παρουσιάζει το Solvency II βασίζεται σε μέτρα εκτίμησης κινδύνου. Αναμένεται να ισχύσει σε όλες τις ασφαλιστικές και αντασφαλιστικές επιχειρήσεις με ετήσια έσοδα από ασφάλιστρα άνω των 5.000.000€, ή τεχνικές προβλέψεις άνω των

25.000.000€. Τα κράτη μέλη δύνανται να τροποποιήσουν τα παραπάνω όρια και να επιβάλλουν χαμηλότερα (όχι όμως υψηλότερα).

Το Solvency II επομένως, θα αντικαταστήσει την υφιστάμενη οδηγία του Solvency I, στον κλάδο της ζωής καθώς και στον κλάδο των γενικών ασφαλίσεων. Οι στόχοι και τα οφέλη που αναμένεται να επιτευχθούν συνοψίζονται παρακάτω:

- ενίσχυση της προστασίας των ασφαλισμένων και των δικαιούχων,
- θέσπιση κανόνων που θα ενθαρρύνουν τον κατάλληλο έλεγχο και την ορθότερη διαχείριση των κινδύνων που αναλαμβάνουν οι εταιρίες,
- εφαρμογή των κανόνων αυτών σε όλα τα κράτη μέλη της Ευρωπαϊκής Ένωσης, ώστε να βελτιωθεί η διεθνής ανταγωνιστικότητά της,
- θέσπιση αποδεκτών κανόνων αποτίμησης των περιουσιακών στοιχείων και των υποχρεώσεων με βάση τη «δίκαια αξία» (fair value),
- ορισμός υψηλότερων κεφαλαιακών απαιτήσεων ώστε να επιτυγχάνεται έγκαιρη και έγκυρη παρέμβαση από την εκάστοτε εποπτική αρχή, όπου αυτό κρίνεται απαραίτητο,
- δυνατότητα δημιουργίας εσωτερικών μοντέλων ώστε η εφαρμογή της οδηγίας να μην καθίσταται απαγορευτικά δαπανηρή για τη λειτουργία μικρότερων ασφαλιστικών επιχειρήσεων.

1.3 Γενική Δομή – Πυλώνες

Η δομή του Solvency II, βασισμένη στη λογική της οδηγίας της Βασιλείας II (Basel II) που εφαρμόζεται στον τραπεζικό τομέα, αποτελείται από τρεις μεγάλες ενότητες που καλούνται Πυλώνες (Pillars).

1.3.1 Πρώτος Πυλώνας

Ο Πυλώνας I περιλαμβάνει όλες τις ποσοτικές αναλύσεις που απαιτούνται για την ορθή αποτίμηση των στοιχείων του ενεργητικού και του παθητικού, τον υπολογισμό των τεχνικών προβλέψεων, των ιδίων κεφαλαίων, των κεφαλαιακών απαιτήσεων και των επενδύσεων.

Το νέο σύστημα φερεγγυότητας καθορίζει δύο επίπεδα κεφαλαιακών απαιτήσεων, που αντιπροσωπεύουν το άνω και το κάτω φράγμα της κλίμακας παρέμβασης της εποπτικής αρχής. Οι κεφαλαιακές απαιτήσεις φερεγγυότητας (Solvency Capital Requirement, SCR) ορίζουν το επίπεδο πάνω από το οποίο δεν υφίσταται λόγος παρέμβασης των εποπτικών αρχών. Οι ελάχιστες κεφαλαιακές απαιτήσεις (Minimum Capital Requirement, MCR) ορίζουν το επίπεδο κάτω από το οποίο η εποπτική αρχή παρεμβαίνει ουσιωδώς, ακόμα και με ανάκληση της άδειας λειτουργίας της ασφαλιστικής επιχείρησης.

Η αποτίμηση των στοιχείων του Ισολογισμού που εντάσσονται στον Πυλώνα Ι γίνεται σε ενοποιημένη βάση, πράγμα που σημαίνει ότι τα στοιχεία του ενεργητικού και του παθητικού αποτιμώνται με τον ίδιο τρόπο. Η εξέταση της ύπαρξης ή μη της φερεγγυότητας πραγματοποιείται ανεξαρτήτως του εφαρμοζόμενου λογιστικού προτύπου.

Στον Πίνακα 1 που ακολουθεί, παρουσιάζονται τα βασικά στοιχεία που απαρτίζουν τον ισολογισμό μίας ασφαλιστικής εταιρίας.

ΕΝΕΡΓΗΤΙΚΟ	ΠΑΘΗΤΙΚΟ
Επενδύσεις (π.χ. ομόλογα, μετοχές)	Ίδια Κεφάλαια
Αντασφαλιστικές Ανακτήσεις	Τεχνικές Προβλέψεις (αναμενόμενη παρούσα αξία μελλοντικών υποχρεώσεων)
	Λοιπές υποχρεώσεις

Πίνακας 1: Γενική εικόνα Ισολογισμού

Στοιχεία Ενεργητικού

Τα στοιχεία του ενεργητικού, δηλαδή τα περιουσιακά στοιχεία, θα πρέπει να αποτιμώνται στο ποσό για το οποίο θα μπορούσαν να ανταλλαγούν, μεταξύ καλά πληροφορημένων ατόμων που συναινούν να συναλλαχθούν σε μία καθαρά εμπορική βάση, σε ίσους όρους.

Η χρήση των τιμών της αγοράς από ενεργές αγορές για ακριβώς ίδια περιουσιακά στοιχεία αποτελεί την προεπιλεγμένη και αποδεκτή μέθοδο προσέγγισης της αποτίμησης. Σε περίπτωση που οι τιμές της αγοράς δεν είναι για οποιοδήποτε λόγο

διαθέσιμες, προτείνεται να χρησιμοποιούνται μέθοδοι αποτίμησης με υπόδειγμα, όπου γίνεται χρήση της μέγιστης δυνατής πληροφόρησης από τις αγορές (mark-to-model) και βασίζονται σε όσο το δυνατόν λιγότερα στοιχεία της ίδιας της εταιρίας.

Όπως παρουσιάστηκε στον Πίνακα 1, τα ανακτήσιμα ποσά από αντασφαλιστικές συμβάσεις εμφανίζονται ως περιουσιακό στοιχείο και όχι ως ένα αρνητικό ποσό που μειώνει τις υποχρεώσεις του παθητικού της εταιρίας. Οι ανακτήσεις αυτές θα πρέπει να υπολογίζονται λαμβάνοντας υπόψη την πιθανότητα της αθέτησης των υποχρεώσεων του αντασφαλιστή (βέλτιστη εκτίμηση αντασφαλιστικών απαιτήσεων).

Στοιχεία Παθητικού

Τα στοιχεία του Παθητικού, θα πρέπει να αποτιμώνται στο ποσό για το οποίο θα μπορούσαν να μεταβιβαστούν ή να διακανονιστούν. Κατά την αποτίμηση των στοιχείων αυτών δεν λαμβάνεται υπόψη η πιστωτική διαβάθμιση της ίδιας της ασφαλιστικής εταιρίας.

Η ορολογία «Ίδια Κεφάλαια» αναφέρεται στα περιουσιακά στοιχεία τα οποία υπερβαίνουν το επίπεδο των τεχνικών αποθεμάτων και των οποιωνδήποτε λοιπών υποχρεώσεων (δηλαδή, είναι περιουσιακά στοιχεία μείον τις υποχρεώσεις). Είναι επομένως τα κεφάλαια εκείνα που χρησιμοποιούνται ως πρόσθετο επίπεδο ασφαλείας, πλέον των τεχνικών προβλέψεων.

Τα Ίδια Κεφάλαια διαχωρίζονται αρχικά σε δύο μεγάλες κατηγορίες:

- Βασικά Ίδια Κεφάλαια, τα οποία αποτελούνται από στοιχεία που παρουσιάζονται εντός του ισολογισμού, δηλαδή οικονομικά ίδια κεφάλαια και δάνεια μειωμένης εξασφάλισης.
- Επικουρικά Ίδια Κεφάλαια, τα οποία αποτελούνται από στοιχεία εκτός ισολογισμού όπως μη καταβεβλημένο μετοχικό κεφάλαιο, εγγυητικές επιστολές, λοιπές δεσμεύσεις από ασφαλιστικές επιχειρήσεις (π.χ. μελλοντικές εισφορές μελών).

Τα Ίδια Κεφάλαια ταξινομούνται (όπως και στη Βασιλεία II) σε τρεις κλάσεις (Tier 1, Tier 2, Tier 3) με βάση τα παρακάτω κριτήρια:

- Εξασφάλιση (Subordination).
- Δυνατότητα απορρόφησης ζημιών (Loss absorbency).

- Διαθεσιμότητα (Sufficient duration).
- Απουσία κινήτρων εξόφλησης (Free from incentives to redeem).
- Απουσία υποχρεωτικών δαπανών εξυπηρέτησης (No mandatory fixed charges).
- Απουσία νομικών βαρών (No encumbrances).

Όταν τα Ίδια Κεφάλαια πληρούν όλα τα παραπάνω κριτήρια κατατάσσονται στην κλάση Tier 1, που θεωρείται η βέλτιστη.

Για την κάλυψη των απαιτήσεων του SCR και του MCR τα Ίδια Κεφάλαια υπόκεινται σε ορισμένους περιορισμούς ανάλογα με την κλάση στην οποία ανήκουν. Οι περιορισμοί αυτοί είναι οι ακόλουθοι:

- Τουλάχιστον το 1/3 του SCR πρέπει να καλύπτεται από κεφάλαια τύπου Tier 1.
- Όχι περισσότερο από το 1/3 του SCR μπορεί να καλύπτεται από κεφάλαια τύπου Tier 3.
- Το MCR δεν μπορεί να καλύπτεται από κεφάλαια τύπου Tier 3.
- Τουλάχιστον το 1/2 του MCR πρέπει να καλύπτεται από κεφάλαια τύπου Tier 1.

Οι τεχνικές προβλέψεις, ως στοιχεία του παθητικού, θα πρέπει να αποτιμώνται στο ποσό για το οποίο η ασφαλιστική εταιρία θα πρέπει να πληρώσει προκειμένου να μεταφέρει τις υποχρεώσεις της σε μία άλλη ασφαλιστική εταιρία.

Οι τεχνικές προβλέψεις περιλαμβάνουν τις προβλέψεις επί των ασφαλίσεων και τις προβλέψεις επί των ζημιών. Είναι ίσες με το άθροισμα της *Βέλτιστης Εκτίμησης* (Best Estimate of Premium provisions and of Claim provisions) και του *Περιθωρίου Κινδύνου* (Risk Margin).

Η βέλτιστη εκτίμηση αντιστοιχεί στη μέση αναμενόμενη τιμή της πιθανοθεωρητικής κατανομής των μελλοντικών χρηματοροών, λαμβάνοντας υπόψη τη χρονική αξία του χρήματος.

Για τον υπολογισμό της βέλτιστης εκτίμησης πρέπει να λαμβάνονται υπόψη όλα τα μελλοντικά σενάρια, όχι όμως η πιθανότητα χρεοκοπίας της ίδιας της ασφαλιστικής. Παράλληλα δεν επηρεάζεται από τα περιουσιακά στοιχεία που θα χρησιμοποιηθούν για την κάλυψή της. Κατά τον υπολογισμό της βέλτιστης εκτίμησης λαμβάνονται υπόψη όλες οι ταμειακές εισροές και εκροές που θα πραγματοποιηθούν για την κάλυψη των

ασφαλιστικών υποχρεώσεων, καθώς επίσης και τα έξοδα διαχείρισης, διοικητικά και πρόσκτησης.

Συγκεκριμένα, για τη βέλτιστη εκτίμηση των ασφαλίσεων, σε αντίθεση με το Solvency I όπου το αντίστοιχο ποσό ισούται με το μη δεδουλευμένο τμήμα των εγγεγραμμένων ασφαλίσεων, το Solvency II ορίζει τη βέλτιστη εκτίμηση των μελλοντικών χρηματοροών (εισροών στην προκειμένη περίπτωση) σε σχέση με τους κινδύνους που η ασφαλιστική έχει αναλάβει και δεν έχουν λήξει.

Το περιθώριο κινδύνου είναι το ποσό αυτό, που έχει ως στόχο να διασφαλίσει ότι η αξία του συνόλου των τεχνικών προβλέψεων, ισοδυναμεί τελικά με το ποσό που η ασφαλιστική επιχείρηση αναμένεται να απαιτήσει, προκειμένου να αναλάβει και να φέρει εις πέρας τις ασφαλιστικές υποχρεώσεις. Σε πιθανότητα μεταφοράς του χαρτοφυλακίου, το περιθώριο κινδύνου αντιπροσωπεύει επιπλέον ποσού που ένας ασφαλιστής θα απαιτούσε ώστε να αναλάβει τον κίνδυνο του χαρτοφυλακίου, ως αποζημίωση για τον κίνδυνο που αναλαμβάνει. Ο σκοπός του περιθωρίου κινδύνου στα πλαίσια της φερεγγυότητας μιας ασφαλιστικής, είναι η κάλυψη και η απορρόφηση λογικών διακυμάνσεων που ενδέχεται να προκύψουν στο μέλλον. Οι κίνδυνοι που λαμβάνονται υπόψη για τον υπολογισμό του, είναι αυτοί που δεν μπορούν να σταθμιστούν (non – hedgeable risks), δηλαδή:

- Ο ασφαλιστικός κίνδυνος.
- Ο πιστωτικός κίνδυνος.
- Ο λειτουργικός κίνδυνος.
- Ενδεχόμενο μέρος του κινδύνου αγοράς που δεν μπορεί να αντισταθμιστεί.

Η αξία επομένως των διακυμάνσεων αυτών των κινδύνων ισούται με το περιθώριο κινδύνου βάσει του κόστους κεφαλαίου. Το κόστος κεφαλαίου ορίζεται στο Solvency II ίσο με 6%.

Ο αρχικός τρόπος υπολογισμού του περιθωρίου κινδύνου στην οδηγία του QIS5, ορίζει την εκτίμηση των μελλοντικών SCR που θα προκύψουν, τον πολλαπλασιασμό των μελλοντικών SCR με το κόστος κεφαλαίου 6%, και τέλος την προεξόφληση των ποσών αυτών με την χωρίς κίνδυνο (risk-free) καμπύλη επιτοκίων που παρέχει η εποπτική αρχή.

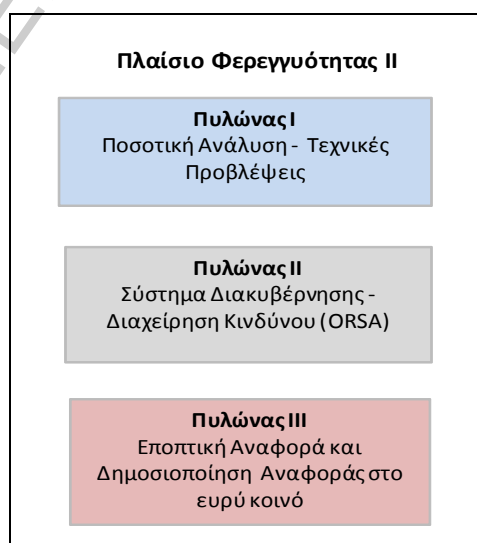
1.3.2 Δεύτερος Πυλώνας

Ο *Πυλώνας II* περιλαμβάνει όλες τις ποιοτικές αναλύσεις και επικεντρώνεται στο σύστημα διοίκησης, τον τρόπο διαχείρισης των κινδύνων και τον καθορισμό του τρόπου λειτουργίας του εσωτερικού ελέγχου της ασφαλιστικής εταιρίας ο οποίος είναι υπεύθυνος για την ορθή διαχείριση των κινδύνων. Οι εταιρίες υποχρεούνται να τηρούν γραπτώς τεκμηριωμένες πολιτικές ανάληψης κινδύνων και σχηματισμού αποθεμάτων, επενδύσεων καθώς και πολιτική των τεχνικών μείωσης του κινδύνου (π.χ. αντασφάλιση). Η οδηγία υποχρεώνει την Εσωτερική Εκτίμηση Κινδύνου και Φερεγγυότητας (Own Risk and Solvency Assessment, ORSA), διαδικασία κατά την οποία πραγματοποιείται εσωτερική αξιολόγηση, αξιολόγηση των συνολικών αναγκών φερεγγυότητας, εντοπισμός του βαθμού απόκλισης του προφίλ κινδύνου από τις παραδοχές στις οποίες βασίζεται ο υπολογισμός του SCR καθώς και αξιολόγηση του εσωτερικού μοντέλου σε περίπτωση που αυτό χρησιμοποιείται.

1.3.3 Τρίτος Πυλώνας

Ο *Πυλώνας III* περιλαμβάνει την τακτική υποβολή εκθέσεων προς την εποπτική αρχή (Regulatory Supervisory Report, RSR) αλλά και προς το ευρύ κοινό (public Solvency and Financial Condition Report, SFCR). Ο απώτερος στόχος των εκθέσεων αυτών είναι η ενίσχυση την πειθαρχίας της αγοράς, μέσα από τη δημοσιοποίηση στοιχείων των κινδύνων που αναλαμβάνει και του τρόπου που τους διαχειρίζεται η κάθε εταιρία.

Οι τρεις παραπάνω Πυλώνες συνοψίζονται στο παρακάτω σχήμα:



Πίνακας 2: Πυλώνες δομής του Solvency II

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

Υπολογισμός του SCR με βάση το Solvency II

Στο Κεφάλαιο αυτό θα παρουσιαστεί ο τρόπος υπολογισμού των Κεφαλαιακών Απαιτήσεων Φερεγγυότητας όπως αυτές ορίζονται στο βασικό μοντέλο της πιο πρόσφατης οδηγίας που δημοσίευσε η ΕΙΟΡΑ, Revised Technical Specifications for the Solvency II valuation and Solvency Capital Requirements στο τέλος του 2012 και αναλύονται στον Sandström, (2011).

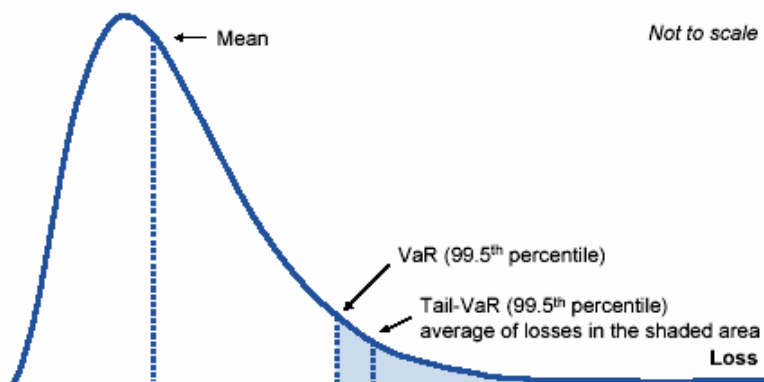
2.1 Χαρακτηριστικά του SCR

Οι Κεφαλαιακές Απαιτήσεις Φερεγγυότητας (εφεξής SCR) υπολογίζονται συνδυάζοντας μία σειρά από ξεχωριστές πηγές κινδύνων, όχι αθροιστικά αλλά επιτρέποντας και συνυπολογίζοντας τη μεταξύ τους συσχέτιση, μέσω δοθέντων πινάκων συντελεστών συσχέτισης.

Το SCR ορίζεται ως η αξία σε κίνδυνο (Value at Risk) των βασικών Ιδίων Κεφαλαίων μιας ασφαλιστικής εταιρίας, σε επίπεδο εμπιστοσύνης 99,5% και για περίοδο ενός έτους. Για τον υπολογισμό του λαμβάνονται υπόψη όλοι οι κίνδυνοι που δύνανται να ποσοτικοποιηθούν καθώς και η επίπτωση (ελάφρυνση) από τεχνικές μείωσης κινδύνου (π.χ. αντασφάλιση).

Το SCR απαιτείται να υπολογίζεται τουλάχιστον μία φορά το χρόνο και παρακολουθείται σε συνεχή βάση. Επιπλέον, η εκάστοτε εποπτική αρχή διατηρεί το δικαίωμα να απαιτήσει επαναυπολογισμό του σε περίπτωση που αυτό κριθεί απαραίτητο.

Στον Πίνακα 3 που ακολουθεί, παρουσιάζεται το γράφημα της κατανομής του κινδύνου βάσει του οποίου υπολογίζεται το SCR.



Πίνακας 3: Κατανομή Κινδύνων και SCR (Πηγή Sandström A., (2011))

Σημειώνεται ότι, το MCR είναι η αξία σε κίνδυνο (Value at Risk) των βασικών Ιδίων Κεφαλαίων μιας ασφαλιστικής εταιρίας, με επίπεδο εμπιστοσύνης 85% και για περίοδο ενός έτους. Υπολογίζεται εφαρμόζοντας μία γραμμική συνάρτηση επί του SCR. Υποχρεωτικά φράσσεται μεταξύ του 25% και του 45% του SCR. Το MCR υπολογίζεται σε τριμηνιαία βάση και σε περίπτωση αδυναμίας της ασφαλιστικής να το καλύψει προκαλείται άρση της άδειας λειτουργίας της.

Για τον υπολογισμό του SCR προσδιορίζεται για κάθε επιμέρους κίνδυνο η διαφορά μεταξύ της καθαρής αξίας του ενεργητικού και του παθητικού σε φυσιολογικές συνθήκες και έπειτα κάτω από ένα δυσμενές σενάριο. Το Solvency II παρέχει τη δυνατότητα υπολογισμού του SCR μέσα από διαφορετικές μεθόδους, που οι ασφαλιστικές μπορούν να επιλέξουν ανάλογα με τη φύση, την κλίμακα και την πολυπλοκότητα των κινδύνων που έχουν αναλάβει.

Το SCR μπορεί επομένως να υπολογιστεί με τους ακόλουθους τρόπους:

- Την τυπική προσέγγιση που δίνεται στην οδηγία.
- Την τυπική προσέγγιση με τροποποιήσεις - απλοποιήσεις για μικρότερες ασφαλιστικές επιχειρήσεις.
- Την τυπική προσέγγιση χρησιμοποιώντας, όχι τις παραμέτρους που δίνονται στην οδηγία, αλλά εκτιμήσεις της ίδιας της εταιρίας.
- Ένα πλήρες εσωτερικό μοντέλο, δομημένο από την ασφαλιστική εταιρία.
- Ένα συνδυασμός της τυπικής προσέγγισης και ενός μερικού εσωτερικού μοντέλου.

Εσωτερικό Μοντέλο

Το εσωτερικό μοντέλο αναφέρεται σε ένα σύστημα διαχείρισης κινδύνων, το οποίο έχει αναπτυχθεί από την ίδια την ασφαλιστική με σκοπό την ανάλυση του προφίλ κινδύνων στους οποίους εκτίθεται, την ποσοτικοποίηση αυτών και τελικά τον καθορισμό των απαιτούμενων κεφαλαιακών απαιτήσεων. Ένα εσωτερικό μοντέλο δύναται να διευκολύνει την κατανόηση των κινδύνων αυτών και να οδηγήσει τελικά σε καλύτερη κατανομή των κεφαλαίων για την αντιμετώπισή τους. Το Διοικητικό Συμβούλιο καθώς και το υπεύθυνο προσωπικό δυναμικό θα διαθέτουν τον συνολικό έλεγχο και την ευθύνη για την κατασκευή και τη χρήση του εσωτερικού μοντέλου. Ως εκ τούτου υποχρεούνται σε υποβολή αίτησης στην εποπτική αρχή εγκεκριμένη από το Διοικητικό Συμβούλιο η οποία θα πρέπει να τεκμηριώνει τα κάτωθι:

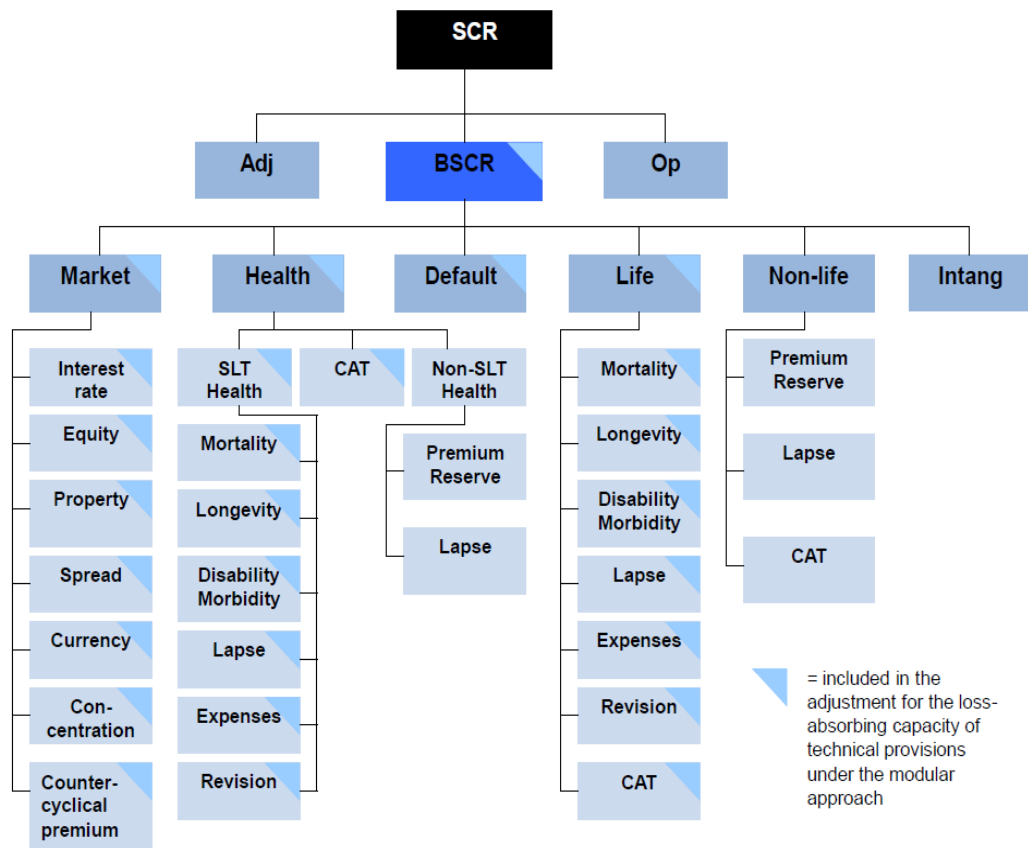
- Δοκιμασία Χρήσης (Use Test). Το εσωτερικό μοντέλο αποδεδειγμένα θα χρησιμοποιείται στο σύστημα διακυβέρνησης της εταιρίας, στο σύστημα διαχείρισης κινδύνων, στις διαδικασίες λήψης αποφάσεων και στη διαδικασία εκτίμησης και κατανομής των βασικών κεφαλαίων και του περιθωρίου φερεγγυότητας.
- Στατιστικά Πρότυπα Ποιότητας (Statistical Quality Standards). Στον τομέα αυτό θα πρέπει να γίνεται σαφές ότι γίνεται χρήση κατάλληλων αναλογιστικών και στατιστικών τεχνικών, συμβατών με αυτές που χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό των τεχνικών προβλέψεων καθώς και τρεχουσών και αξιόπιστων πληροφοριών και ρεαλιστικών παραδοχών. Θα πρέπει να καλύπτονται όλοι οι σημαντικοί κίνδυνοι στους οποίους εκτίθεται η ασφαλιστική εταιρία και να λαμβάνονται υπόψη όλες οι μελλοντικές ενέργειες της διοίκησης που δύναται να επηρεάσουν τα αποτελέσματα.
- Πρότυπα Διαβάθμισης (Calibration Standards). Δίνεται η δυνατότητα χρήσης εναλλακτικής μέτρησης κινδύνου από το 99,5% Value at Risk, ή της χρονικής διάρκειας του ενός έτους, αρκεί να μην διαβάλλεται η προστασία των ασφαλισμένων.
- Πρότυπα Αποτίμησης (Validation Standards). Η ασφαλιστική εταιρία θα πρέπει να διαθέτει τακτικό κύκλο επικύρωσης του εσωτερικού μοντέλου, να παρακολουθεί τις επιδόσεις του, να επανεξετάζει συνεχώς την καταλληλότητά του και να συγκρίνει τα αποτελέσματα με αυτά του βασικού μοντέλου. Θα

πρέπει επιπλέον να ελέγχεται η σταθερότητα του μοντέλου και η ευαισθησία του σε μεταβολές βασικών παραδοχών.

- Πρότυπα Τεκμηρίωσης (Documentation Standards). Η ασφαλιστική εταιρία θα πρέπει να τεκμηριώνει το σχεδιασμό του εσωτερικού μοντέλου, να περιγράφει λεπτομερώς τη θεωρητική του βάση καθώς και τη μαθηματική. Θα πρέπει να αναφέρει κάθε περίπτωση κατά την οποία το μοντέλο δεν ήταν αποτελεσματικό καθώς και να τεκμηριώνει κάθε πιθανή αλλαγή.

2.2 Δομή του SCR

Το SCR αποτελείται από τρεις βασικές κατηγορίες, το Βασικό SCR, το SCR του λειτουργικού κινδύνου και μία προσαρμογή του τελικού αποτελέσματος που προκύπτει κυρίως από υποχρεώσεις μελλοντικών εξόδων που έχουν ήδη πληρωθεί. Στον Πίνακα 4 που ακολουθεί φαίνονται όλες οι υποκατηγορίες του SCR.



Πίνακας 4: Δομή SCR (Πηγή QIS5)

Το συνολικό SCR επομένως, υπολογίζεται από τον τύπο:

$$SCR = BSCR + Adj + SCR_{Op},$$

όπου

$BSCR$: βασικό SCR,

Adj : προσαρμογή λόγω μεταφερόμενων κινδύνων,

SCR_{Op} : SCR του λειτουργικού κινδύνου της εταιρίας (SCR Operational).

Το Βασικό SCR (Basic SCR ή BSCR) απαιτεί για τον υπολογισμό του τα παρακάτω μεγέθη:

- SCR_{mkt} : Κεφαλαιακές απαιτήσεις του κινδύνου αγοράς (SCR Market),
- SCR_{def} : Κεφαλαιακές απαιτήσεις του κινδύνου αθέτησης αντισυμβαλλομένου (SCR Counterparty default risk),
- SCR_{life} : Κεφαλαιακές απαιτήσεις του ασφαλιστικού κινδύνου ζωής (SCR Life),
- SCR_{nl} : Κεφαλαιακές απαιτήσεις του ασφαλιστικού κινδύνου ζημιών (SCR Non Life),
- SCR_{health} : Κεφαλαιακές απαιτήσεις του ασφαλιστικού κινδύνου υγείας (SCR Health),
- $SCR_{intangibles}$: Κεφαλαιακές απαιτήσεις του κινδύνου άυλων περιουσιακών στοιχείων (SCR Intangible).

Το τελικό αποτέλεσμα του BSCR δίνεται από τον παρακάτω τύπο:

$$BSCR = \sqrt{\sum_{i,j} Corr_{i,j} \times SCR_i \times SCR_j} + SCR_{intangibles} ,$$

όπου $Corr_{i,j}$ είναι η συσχέτιση (correlation) μεταξύ των κινδύνων αγοράς, αθέτησης, ζωής, υγείας και ζημιών. Οι συσχετίσεις μεταξύ των κινδύνων αυτών παρουσιάζονται στον Πίνακα 5, που ακολουθεί.

Κίνδυνος i,j	Αγοράς	Αθέτησης	Ζωής	Υγείας	Ζημιών
Αγοράς	1				
Αθέτησης	0,25	1			
Ζωής	0,25	0,25	1		
Υγείας	0,25	0,25	0,25	1	
Ζημιών	0,25	0,5	0	0	1

Πίνακας 5: Συσχέτιση κινδύνων Βασικού SCR (Πηγή: QIS5)

2.2.1 Βασικό SCR

i. Κίνδυνος Άυλων περιουσιακών Στοιχείων

Τα άυλα περιουσιακά στοιχεία εκτίθενται σε δύο είδη κινδύνων:

- Σε κίνδυνο αγοράς που προέρχεται από ενδεχόμενη μείωση της αξίας τους ή μη δυνατότητας ρευστοποίησής τους σε ενεργή αγορά.
- Σε Εσωτερικό κίνδυνο που πηγάζει από την ιδιαίτερη φύση των στοιχείων αυτών (π.χ. μείωση της ωφελιμότητας του στο μέλλον).

Ο τύπος υπολογισμού του κινδύνου είναι:

$$SCR_{Intagible} = 0,8 \cdot Intagible Value,$$

όπου *Intagible Value* είναι η αξία των άυλων περιουσιακών στοιχείων.

ii. Κίνδυνος Αγοράς

Ο κίνδυνος αυτός πηγάζει από τα επίπεδα μεταβλητότητας και διακυμάνσεων που χαρακτηρίζουν τις αγοραίες τιμές των περιουσιακών στοιχείων και των υποχρεώσεων. Η έκθεση στον κίνδυνο αγοράς αντικατοπτρίζεται από την ενδεχόμενη επίδραση που θα επιφέρουν μεταβολές σε χρηματοοικονομικές μεταβλητές και επομένως υπολογίζεται χωριστά για κάθε μία από αυτές. Ως κεφαλαιακή απαίτηση για κάθε περίπτωση ορίζεται η διαφορά της καθαρής αξίας των περιουσιακών στοιχείων και των υποχρεώσεων (*ΔΒΟF*). Αναλυτικά για κάθε κίνδυνο έχουμε:

- *Κίνδυνος Επιτοκίων (Interest rate)*. Υφίσταται σε όλα τα περιουσιακά στοιχεία αλλά και τις υποχρεώσεις των οποίων η καθαρή αξία παρουσιάζει ευαισθησία σε ενδεχόμενες μεταβολές των επιπέδων των επιτοκίων. Τα περιουσιακά αυτά στοιχεία είναι για παράδειγμα οι επενδύσεις σταθερού εισοδήματος, τα δάνεια

και κάθε είδους παράγωγο προϊόν επιτοκίων. Οι μεταβολές στα επιτόκια επηρεάζουν την προεξόφληση των χρηματικών ροών των υποχρεώσεων. Το βασικό μοντέλο ορίζει τον υπολογισμό των περιουσιακών στοιχείων και υποχρεώσεων με δύο ενδεχόμενα σενάρια (αύξησης και μείωσης των επιτοκίων) και έπειτα υπολογίζει τη διαφορά τους. Ορίζονται τα μεγέθη:

$$Mkt_{int}^{Up} = \Delta BOF|_{up},$$

$$Mkt_{int}^{Down} = \Delta BOF|_{down},$$

όπου

Mkt_{int}^{Up} : Κεφαλαιακές απαιτήσεις που προκύπτουν από ενδεχόμενο σενάριο αύξησης των επιτοκίων.

Mkt_{int}^{Down} : Κεφαλαιακές απαιτήσεις που προκύπτουν από ενδεχόμενο σενάριο μείωσης των επιτοκίων.

ΔBOF : είναι η διαφορά στην αξία των περιουσιακών στοιχείων (assets) και των υποχρεώσεων (liabilities) πριν και μετά την αλλαγή (αύξηση ή μείωση) των επιτοκίων όπως ορίζονται από τα δύο σενάρια.

Τα ποσοστά αύξησης και μείωσης των επιτοκίων για το κάθε σενάριο δίνονται στον Πίνακα 6 που ακολουθεί.

Έτη t	Ποσοστιαία αύξηση επιτοκίου	Ποσοστιαία μείωση επιτοκίου
0.25	70%	-75%
0.5	70%	-75%
1	70%	-75%
2	70%	-65%
3	64%	-56%
4	59%	-50%
5	55%	-46%
6	52%	-42%
7	49%	-39%
8	47%	-36%
9	44%	-33%
10	42%	-31%
11	39%	-30%
12	37%	-29%
13	35%	-28%
14	34%	-28%
15	33%	-27%
16	31%	-28%
17	30%	-28%
18	29%	-28%
19	27%	-29%
20	26%	-29%
90	20%	-20%

Πίνακας 6: Ποσοστά μεταβολών επιτοκίων (Πηγή: QIS5)

- *Κίνδυνος Μετοχών (Equity risk)*. Ο κίνδυνος μετοχών πηγάζει από τη μεταβλητότητα του επιπέδου των τιμών των μετοχών και διαχωρίζεται σε δύο είδη ανάλογα με τη δυνατότητα μείωσής του με τη μέθοδο της διασποράς, σε συστηματικό και μη-συστηματικό. Οι υπολογισμοί του βασικού μοντέλου λαμβάνουν υπόψη μόνο τον συστηματικό κίνδυνο (ο οποίος δε δύναται να μειωθεί με διασπορά επενδύσεων) και χρησιμοποιούν προκαθορισμένους δείκτες δυσμενών σεναρίων ανάλογα με το αν οι μετοχές είναι εισηγμένες σε χώρες μέλη της EOX και του ΟΟΣΑ.

Εφαρμόζεται ενδεχόμενη μείωση κατά 39% στην αξία μετοχών που είναι εισηγμένες σε χώρες της EOX και του ΟΟΣΑ (μετοχές Τύπου 1), ενώ στις μετοχές που είναι εκτός αυτής της κατηγορίας (μετοχές Τύπου 2), το σενάριο υποθέτει μείωση κατά 49% (δεδομένης της χαμηλότερη αξιοπιστίας της δεύτερης κατηγορίας μετοχών). Τα δύο σενάρια συνοψίζονται στον ακόλουθο Πίνακα.

	Τύπος 1	Τύπος 2
Μείωση Αξίας Μετοχών	39%	49%

Πίνακας 7: Ποσοστά μείωσης αξίας μετοχών (Πηγή: QIS5)

Οι κεφαλαιακές απαιτήσεις του κινδύνου μετοχών $Mkt_{eq,i}$, είναι η διαφορά στην αξία των περιουσιακών στοιχείων και υποχρεώσεων πριν και μετά την εφαρμογή του σεναρίου μείωσης της αξίας των μετοχών. Δηλαδή:

$$Mkt_{eq,i} = \max(\Delta BOF | equity\ shock_i; 0)$$

Σε περίπτωση που μία εταιρία διαθέτει μετοχές και των δύο κατηγοριών, τελικά υπολογίζεται το παρακάτω:

$$Mkt_{eq} = \sqrt{\sum_{r \times c} CorrIndex^{r \times c} \cdot Mkt_r \cdot Mkt_c}$$

όπου $CorrIndex^{r \times c}$ είναι η συσχέτιση μεταξύ των ειδών των μετοχών και παρουσιάζεται στον Πίνακα 8 που ακολουθεί.

Συσχέτιση	Τύπος 1	Τύπος 2
Τύπος 1	1	
Τύπος 2	0,75	1

Πίνακας 8: Συσχέτιση μεταξύ τύπων μετοχών (Πηγή: QIS5)

- *Κίνδυνος Ακινήτων (Property risk)*. Προκύπτει από ενδεχόμενη μεταβολή στο επίπεδο των τιμών των ακινήτων που κατέχει η ασφαλιστική. Το σενάριο που εφαρμόζεται είναι μία μείωση τη αξίας των ακινήτων κατά 25%. Οι απαιτούμενες κεφαλαιακές απαιτήσεις του κινδύνου ακινήτων Mkt_{prop} , είναι:

$$Mkt_{prop} = \max(\Delta BOF | \text{property shock}; 0),$$

όπου ΔBOF , η διαφορά στο επίπεδο της αξίας των περιουσιακών στοιχείων και των υποχρεώσεων, πριν και μετά την εφαρμογή του σεναρίου.

- *Κίνδυνος Συναλλάγματος (Currency risk)*. Πηγάζει από την ενδεχόμενη μεταβολή των τιμών του συναλλάγματος. Εφαρμόζεται ένα σενάριο μείωσης της ισοτιμίας κατά 25% και ένα σενάριο αύξησης της ισοτιμίας κατά το ίδιο ποσοστό σε κάθε νόμισμα (εκτός του τοπικού) που η εταιρία έχει στην κατοχή της. Έπειτα υπολογίζεται η μεταβολή στα βασικά ίδια κεφάλαια λόγω αυτών των σεναρίων. Οι κεφαλαιακές απαιτήσεις που προκύπτουν από την ενδεχόμενη αύξηση της ισοτιμίας $Mkt_{fx,C}^{Up}$, είναι:

$$Mkt_{fx,C}^{Up} = \max(\Delta BOF | \text{fx upward shock}_i; 0)$$

Οι κεφαλαιακές απαιτήσεις που προκύπτουν από ενδεχόμενη μείωση της ισοτιμίας $Mkt_{fx,C}^{Down}$, είναι:

$$Mkt_{fx,C}^{Down} = \max(\Delta BOF | \text{fx downward shock}_i; 0)$$

- *Κίνδυνος Διαφοράς (Spread risk)*. Προκύπτει από τη μεταβολή της αξίας των περιουσιακών στοιχείων λόγω μεταβολής της καμπύλης επιτοκίων σε σχέση με αυτή των χωρίς κίνδυνο (risk-free) επιτοκίων. Από το σύνολο των περιουσιακών στοιχείων, τα κρατικά ομόλογα δε συμπεριλαμβάνονται στους υπολογισμούς. Δεδομένων συγκεκριμένων παραγόντων που δίνονται από πίνακες του βασικού μοντέλου υπολογίζεται χωριστά ο κίνδυνος για τα λοιπά ομόλογα, τα χρεόγραφα, τα παράγωγα χρηματοοικονομικά προϊόντα. Ο κίνδυνος διαφοράς υπολογίζεται από τον παρακάτω τύπο:

$$Mkt_{sp} = Mkt_{up}^{bonds} + Mkt_{up}^{rpl} + Mkt_{up}^{cd},$$

όπου

Mkt_{sp} : οι κεφαλαιακές απαιτήσεις του κινδύνου διαφοράς,

Mkt_{up}^{bonds} : οι κεφαλαιακές απαιτήσεις του κινδύνου διαφοράς που προκύπτουν από ομόλογα (εκτός των κρατικών),

Mkt_{up}^{rpl} : οι κεφαλαιακές απαιτήσεις του κινδύνου διαφοράς που προκύπτουν από χρεόγραφα,

Mkt_{up}^{cd} : οι κεφαλαιακές απαιτήσεις του κινδύνου διαφοράς που προκύπτουν από παράγωγα χρηματοοικονομικά προϊόντα (π.χ. CDS, TRS).

- *Κίνδυνος Συγκέντρωσης (Concentration risk)*. Προέρχεται από επιπρόσθετη μεταβλητότητα σε σχέση με όλες που υπολογίστηκαν ανωτέρω, λόγω υψηλής συγκέντρωσης κινδύνων σε κάποιο τομέα, π.χ. μετοχές, ακίνητα. Υπολογίζεται αρχικά μία υπερβάλλουσα έκθεση σε κίνδυνο:

$$XS_i = \max(0, E_i - CT \cdot Assets_{sl}),$$

όπου

E_i : η έκθεση σε κίνδυνο αθέτησης υποχρεώσεων αντισυμβαλλόμενου στον οποίο έχει πραγματοποιηθεί επένδυση,

CT : δίνεται από τον παρακάτω πίνακα ανάλογα με τη διαβάθμιση από διεθνείς οίκους αξιολόγησης.

Διαβάθμιση	CT (Concentration Threshold)
AA-AAA	3%
A	3%
BBB	1.5%
BB ή χαμηλότερη	1.5%

Πίνακας 9: Κατώφλι συγκέντρωσης-Concentration Threshold (Πηγή QIS5)

Σε δεύτερη φάση υπολογίζεται ο κίνδυνος συγκέντρωσης ανά «όνομα», ανάλογα και πάλι με τη διαβάθμιση:

$$Concentration Shock = XS_i \cdot g ,$$

όπου g είναι μία σταθερά, η οποία δίνεται από τον παρακάτω πίνακα:

Διαβάθμιση	g
AAA	0,12
AA	0,12
A	0,21
BBB	0,27
BB ή χαμηλότερη	0,73

Πίνακας 10: Παράγοντας κινδύνου g (Πηγή QIS5)

Για τον υπολογισμό των κεφαλαιακών απαιτήσεων του κινδύνου συγκέντρωσης Mkt_{conc} , πραγματοποιείται άθροιση των ανωτέρω, υποθέτοντας τη μεταξύ τους ανεξαρτησία.

$$Mkt_{conc} = \sqrt{\sum_i Conc_i^2} .$$

iii. Κίνδυνος Αθέτησης Αντισυμβαλλόμενου

Ο κίνδυνος αυτός πηγάζει από τις ενδεχόμενες ζημιές που θα προκύψουν σε περίπτωση δυσμενούς μεταβολής της πιστωτικής ικανότητας αντισυμβαλλόμενων και επομένως αδυναμία εκπλήρωσης των υποχρεώσεών τους έναντι της ασφαλιστικής. Γίνεται διαχωρισμός σε δύο τύπους:

- Τύπος 1, αφορά έκθεση σε αντισυμβαλλόμενους δεν είναι εύκολο να διαφοροποιηθούν αλλά έχουν κάποια πιστοληπτική διαβάθμιση, όπως για παράδειγμα οι αντασφαλιστικές ανακτήσεις, τα μετρητά σε τραπεζικούς οργανισμούς.
- Τύπος 2, αφορά έκθεση σε αντισυμβαλλόμενους στους οποίους μπορεί να γίνει διαφοροποίηση και δεν έχουν πιστοληπτική διαβάθμιση. Βασική κατηγορία σε αυτού του τύπου κινδύνους είναι οι απαιτήσεις από κάθε είδους διαμεσολαβούντες.

iv. Ασφαλιστικός κίνδυνος Ζωής

Ο Ασφαλιστικός κίνδυνος ζωής πηγάζει από την ανάληψη κινδύνων από την ασφαλιστική εταιρία που εντάσσονται στους κινδύνους ζωής. Χωρίζεται στις παρακάτω επιμέρους κατηγορίες:

- *Κίνδυνος Θνησιμότητας (Mortality risk)*. Εκφράζει την αβεβαιότητα των παραμέτρων που χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό των τεχνικών αποθεμάτων. Για την εκτίμηση του εφαρμόζεται το δυσμενές σενάριο της αύξησης του ρυθμού θανάτου κατά 15% για κάθε ηλικία σε σύγκριση με αυτές των πινάκων θνησιμότητας που χρησιμοποιούνται στους υπολογισμούς των

τεχνικών αποθεμάτων. Οι κεφαλαιακές απαιτήσεις που πηγάζουν από τον κίνδυνο θνησιμότητας $Life_{mort}$, δίνονται από τον τύπο:

$$Life_{mort} = \Delta BOF | mortshock,$$

όπου ΔBOF όπως έχει οριστεί, η διαφορά στα βασικά ίδια κεφάλαια πριν και μετά την εφαρμογή του σεναρίου.

- *Κίνδυνος Μακροβιότητας (Longevity risk)*. Εκφράζει την αβεβαιότητα των παραμέτρων που χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό των τεχνικών αποθεμάτων. Για την εκτίμηση του εφαρμόζεται το δυσμενές σενάριο της μείωσης του ρυθμού θανάτου κατά 20% για κάθε ηλικία σε σύγκριση με αυτές των πινάκων θνησιμότητας που χρησιμοποιούνται στους υπολογισμούς των τεχνικών αποθεμάτων. Οι κεφαλαιακές απαιτήσεις που πηγάζουν από τον κίνδυνο μακροβιότητας $Life_{long}$, δίνονται από τον τύπο:

$$Life_{long} = \Delta BOF | longevityshock .$$

- *Κίνδυνος Ανικανότητας/Νοσηρότητας (Disability risk)*. Εκφράζει την αβεβαιότητα των παραμέτρων που χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό των τεχνικών αποθεμάτων. Εφαρμόζεται στα ασφαλιστήρια των οποίων οι παροχές συνδέονται με το ενδεχόμενο νοσηρότητας ή ανικανότητας. Το σενάριο που εφαρμόζεται είναι μία ενδεχόμενη αύξηση του ρυθμού ανικανότητας κατά 35% για το επόμενο έτος, παράλληλη αύξηση κατά 25% για έτη μετά από αυτό και μείωση κατά 20% στην πιθανότητα ανάνηψης από την ανικανότητα. Έπειτα υπολογίζεται και πάλι η διαφορά στα βασικά ίδια κεφάλαια. Οι κεφαλαιακές απαιτήσεις που πηγάζουν από τον κίνδυνο ανικανότητας/νοσηρότητας $Life_{long}$, δίνονται από τον ακόλουθο τύπο:

$$Life_{dis} = \Delta BOF | disshock .$$

- *Κίνδυνος Ακύρωσης/Εξαγοράς (Lapse risk)*. Ο κίνδυνος πηγάζει από τις ενδεχόμενες μεταβολές των επιπέδων ακύρωσης συμβολαίων ή εξαγοράς τους από τους ασφαλισμένους. Λαμβάνονται υπόψη τα σενάρια:
 - μείωση κατά 50% του ρυθμού ακυρώσεων/εξαγορών για όλα τα έτη σε συμβόλαια των οποίων το ύψος των τεχνικών προβλέψεων είναι μεγαλύτερο από την τρέχουσα αξία εξαγοράς,

- αύξηση κατά 50% του ρυθμού ακυρώσεων/εξαγορών για όλα τα έτη σε συμβόλαια των οποίων το ύψος των τεχνικών προβλέψεων είναι μικρότερο από την τρέχουσα αξία εξαγοράς,
- θετική διαφορά μεταξύ της τρέχουσας αξίας εξαγοράς και τεχνικής πρόβλεψης, λαμβάνοντας το 30% αυτής για τα ατομικά συμβόλαια και το 70% αυτής για τα ομαδικά.

Έπειτα υπολογίζεται η διαφορά στα βασικά ίδια κεφάλαια για κάθε σενάριο.

- *Κίνδυνος Εξόδων (Expenses risk)*. Προκύπτει από ενδεχόμενη μεταβολή στο ύψος των απαιτούμενων εξόδων για την εξυπηρέτηση και διευθέτηση των ασφαλιστηρίων συμβολαίων ζωής. Το σενάριο που εφαρμόζεται προβλέπει αύξηση των εξόδων κατά 10% και επιπλέον ετήσιο ρυθμό αύξησης αυτών κατά 1%. Οι κεφαλαιακές απαιτήσεις που πηγάζουν από τον κίνδυνο εξόδων $Life_{exp}$, δίνονται από τον τύπο:

$$Life_{exp} = \Delta BOF|expshock .$$

- *Κίνδυνος Αναθεώρησης (Revision risk)*. Προκύπτει από το ενδεχόμενο αναθεώρησης του ποσού ετήσιας προσόδου. Το σενάριο που εφαρμόζεται υποθέτει αύξηση κατά 3% του ετήσιου ποσού που καταβάλλεται σε ράντες και έπειτα υπολογίζει τη μεταβολή στα βασικά ίδια κεφάλαια. Οι κεφαλαιακές απαιτήσεις που πηγάζουν από τον κίνδυνο αναθεώρησης $Life_{rev}$, δίνονται από τον τύπο:

$$Life_{rev} = \Delta BOF|revshock .$$

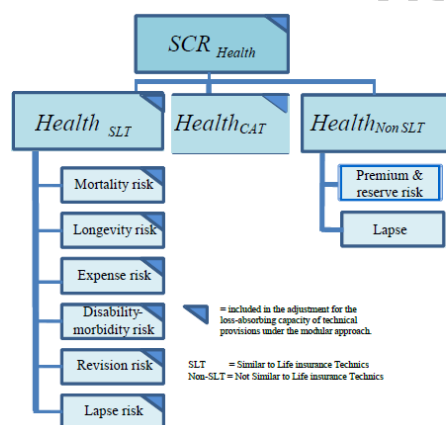
- *Κίνδυνος Καταστροφικών Γεγονότων (Catastrophe risk)*. Πηγάζει από καταστροφικά γεγονότα που δύναται να επηρεάσουν την ασφαλιστική, όπως πανδημίες. Εφαρμόζεται το σενάριο της απόλυτης αύξησης του ρυθμού θνησιμότητας κατά 1,5% στο επόμενο έτος. . Οι κεφαλαιακές απαιτήσεις που πηγάζουν από τον κίνδυνο καταστροφικών γεγονότων $Life_{CAT}$, δίνονται από τον τύπο:

$$Life_{CAT} = \Delta BOF|life CAT shock .$$

v. Ασφαλιστικός Κίνδυνος Υγείας

Ο κίνδυνος Υγείας διαχωρίζεται σε επί μέρους κατηγορίες ανάλογα με το αν συμπεριφέρεται παρόμοια με κινδύνους ζωής ή κινδύνους ζημιών. Ο τρόπος υπολογισμού των απαιτούμενων κεφαλαίων προκύπτει ανάλογα με τον διαχωρισμό αυτό.

Στον παρακάτω Πίνακα φαίνεται ο διαχωρισμός του Ασφαλιστικού Κινδύνου Υγείας, στο τμήμα που παρουσιάζει ομοιότητες με τους κινδύνους ζωής ($Health_{SLT}$), στο τμήμα που παρουσιάζει ομοιότητες με τους κινδύνους ζημιών ($Health_{Non\ SLT}$) και στο τμήμα που αφορά καταστροφικά σενάρια κινδύνων Υγείας.



Πίνακας 11: Δομή SCR των κινδύνων Υγείας (Πηγή QIS5)

vi. Ασφαλιστικός Κίνδυνος Ζημιών

Ο ασφαλιστικός κίνδυνος ζημιών πηγάζει από την ανάληψη κινδύνων οι οποίοι εντάσσονται στους κινδύνους ζημιών. Χωρίζεται στις παρακάτω επιμέρους κατηγορίες:

- *Κίνδυνος Ασφαλίσεων και Αποθεμάτων (Premium and Reserve risk)*. Πηγάζει από το ενδεχόμενο τα ασφάλιστρα να μην είναι επαρκή να καλύψουν τα έξοδα και τις αποζημιώσεις που θα προκύψουν από αυτά, καθώς επίσης και το ενδεχόμενο το ύψος των τεχνικών προβλέψεων να μην έχει εκτιμηθεί σωστά.
- *Κίνδυνος Άσκησης Δικαιωμάτων (Lapse risk)*. Παρόμοια με τον αντίστοιχο κίνδυνο των ασφαλιστηρίων ζωής, ο κίνδυνος προέρχεται από ενδεχόμενη αλλαγή στο ύψος των υποχρεώσεων από συμβόλαια που δίνουν στον ασφαλισμένο δικαίωμα ακύρωσης ή ανανέωσης με προκαθορισμένους όρους. Εφαρμόζονται δύο σενάρια:

- Διακοπή κατά 40% των συμβολαίων των οποίων η ακύρωση θα είχε ως αποτέλεσμα της αύξησης των τεχνικών προβλέψεων.
- Μείωση κατά 40% του αριθμού των μελλοντικών ασφαλιστηρίων συμβολαίων που εκτιμάται ότι θα εκδοθούν στο μέλλον.

Έπειτα υπολογίζεται η μεταβολή στα βασικά ίδια κεφάλαια

- *Κίνδυνος Καταστροφικών γεγονότων (Catastrophe risk)*. Υπολογίζεται ο κίνδυνος από ακραία ή έκτακτα γεγονότα που δεν έχουν συμπεριληφθεί σε όλες τις ανωτέρω εκτιμήσεις (φυσικές καταστροφές και καταστροφές που προκαλούνται από τον ανθρώπινο παράγοντα).

2.2.2 Λειτουργικός Κίνδυνος

Ο Λειτουργικός Κίνδυνος (Operational risk) πηγάζει από ακατάλληλες ή προβληματικές εσωτερικές διαδικασίες που μπορεί να επιφέρουν αρνητικές συνέπειες, καθώς επίσης από προβλήματα στα λειτουργικά συστήματα ή στο προσωπικό. Περιλαμβάνει παράλληλα και εξωτερικούς παράγοντες (όπως νομικοί κίνδυνοι). Το βασικό μοντέλο προτείνει τον υπολογισμό του Λειτουργικού Κινδύνου ως ακολούθως:

$$SCR_{Op} = \min(0,3 \cdot BSCR; Op) + 0,25 \cdot Exp_{ul},$$

όπου,

$$Op = \max(Op_{premiums}; Op_{reserves}),$$

$$Op_{premiums} = 0.04 \cdot (Earn_{life} - Earn_{life-ul}) + 0.03 \cdot Earn_{non\ life} \\ + 0.04 \cdot \max(0, Earn_{life} - Earn_{life-ul} - 1.2(pEarn_{life} - pEarn_{life-ul})) \\ + 0.03 \cdot \max(0, Earn_{life} - 1.2 \cdot pEarn_{non\ life}),$$

$$Op_{provisions} = 0.045 \cdot \max(0, TP_{life} - TP_{life-ul}) + 0.03 \cdot \max(0, TP_{non\ life}),$$

Exp_{ul} : τα ετήσια έξοδα των τελευταίων 12 μηνών,

$Earn_{life}$: δεδουλευμένα ασφάλιστρα του προηγούμενου έτους που αντιστοιχούν σε ασφαλιστικές υποχρεώσεις κινδύνου ζωής,

$Earn_{life-ul}$: δεδουλευμένα ασφάλιστρα του προηγούμενου έτους που αντιστοιχούν σε ασφαλιστικές υποχρεώσεις κινδύνου ζωής για τα συμβόλαια εκείνα όπου ο κίνδυνος επενδύσεων βαρύνει τον ασφαλισμένο,

$Earn_{non\ life}$: δεδουλευμένα ασφάλιστρα του προηγούμενου έτους που αντιστοιχούν σε ασφαλιστικές υποχρεώσεις κινδύνου ζημιών,

$pEarn_{life}$: δεδουλευμένα ασφάλιστρα του προ-προηγούμενου έτους που αντιστοιχούν σε ασφαλιστικές υποχρεώσεις κινδύνου ζωής,

$pEarn_{life-ul}$: δεδουλευμένα ασφάλιστρα του προ-προηγούμενου έτους που αντιστοιχούν σε ασφαλιστικές υποχρεώσεις κινδύνου ζωής για τα συμβόλαια εκείνα όπου ο κίνδυνος επενδύσεων βαρύνει τον ασφαλισμένο,

$pEarn_{non\ life}$: δεδουλευμένα ασφάλιστρα του προ-προηγούμενου έτους που αντιστοιχούν σε ασφαλιστικές υποχρεώσεις κινδύνου ζημιών,

TP_{life} : τεχνικές προβλέψεις ασφαλίσεων ζωής,

$TP_{life-ul}$: τεχνικές προβλέψεις ασφαλίσεων ζωής για τα συμβόλαια εκείνα όπου ο κίνδυνος επενδύσεων βαρύνει τον ασφαλισμένο,

$TP_{non\ life}$: τεχνικές προβλέψεις ασφαλίσεων ζημιών.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

Μοντελοποίηση Κινδύνου Ασφαλίστρου και Αποθέματος στο Solvency II

Στο Κεφάλαιο αυτό, θα παρουσιαστεί το βασικό μοντέλο το οποίο προτείνει η οδηγία του Solvency II, για τον υπολογισμό των κεφαλαιακών απαιτήσεων του κινδύνου ασφαλίστρου και του κινδύνου αποθέματος του κλάδου των γενικών (non-life) ασφαλίσεων, έτσι όπως παρουσιάζεται στις οδηγίες της EIOPA QIS4 (2008), Revised Technical Specifications for the Solvency II valuation and Solvency Capital Requirements (2012) και αναλύεται από τον Hürlimann (2008).

3.1 Ορισμός Παραμέτρων

Για τους σκοπούς της ανάλυσης, θεωρείται χαρτοφυλάκιο κινδύνων για ορισμένο χρονικό διάστημα, έστω ένα έτος. Ορίζεται, επομένως, η μεταβλητή t που ανήκει στο διάστημα $[0,1]$. Όπως έχει προαναφερθεί στο Κεφάλαιο 2, ο υπολογισμός του SCR πραγματοποιείται τουλάχιστον μία φορά στο τέλος κάθε έτους. Η 31^η Δεκεμβρίου του έτους στο οποίο πραγματοποιείται ο υπολογισμός θεωρείται η χρονική στιγμή $t = 0$ και η 31^η Δεκεμβρίου του ερχόμενου έτους θεωρείται η χρονική στιγμή $t = 1$.

Ορίζονται οι παρακάτω τυχαίες μεταβλητές:

P : το καθαρό, από αντασφαλιστικές συμμετοχές, ασφάλιστρο κινδύνου του χαρτοφυλακίου που αντιστοιχεί στη συγκεκριμένη χρονική περίοδο,

S : οι συνολικές απαιτήσεις του χαρτοφυλακίου που αντιστοιχούν στη συγκεκριμένη χρονική περίοδο.

Σημειώνεται, ότι ενώ για τα ασφάλιστρα κινδύνου που αναμένεται να εισπραχθούν είναι εύκολο να πραγματοποιηθεί ασφαλής εκτίμηση από την αρχή της περιόδου, οι συνολικές απαιτήσεις που θα προκύψουν, προφανώς δεν είναι γνωστές και εύκολα προβλέψιμες, καθώς το πλήθος και το μέγεθός τους εξαρτώνται από πληθώρα παραμέτρων. Η τυχαία μεταβλητή L που εκφράζει τη συνολική απώλεια του

χαρτοφυλακίου ορίζεται ως διαφορά των ασφαλιστρών και των συνολικών απαιτήσεων που θα προκύψουν, δηλαδή:

$$L = S - P. \quad (3.1)$$

Αν η τυχαία μεταβλητή L είναι θετική, παρατηρείται ζημία, ενώ αν είναι αρνητική υπάρχει κέρδος για την ασφαλιστική εταιρία.

Στα προγράμματα γενικών ασφαλίσεων, οι συνολικές απαιτήσεις μιας περιόδου S περιλαμβάνουν τις πληρωθείσες ζημιές της περιόδου, Y , και τη διαφορά των αποθεμάτων ΔR :

$$\Delta R = R_1 - R_0,$$

όπου R_t είναι το απόθεμα εκκρεμών ζημιών τη χρονική στιγμή t .

Το απόθεμα R_t περιλαμβάνει το απόθεμα εκκρεμών ζημιών (AEZ) οι οποίες έχουν δηλωθεί αλλά δεν έχουν διακανονιστεί ακόμα (RBNS, Reported But Not Settled), και το απόθεμα εκκρεμών ζημιών οι οποίες έχουν συμβεί αλλά δεν έχουν δηλωθεί ακόμα (IBNR, Incurred But Not Reported). Τα δύο αποθέματα αυτά αναφέρονται στην Απόφαση 3/133/18-11-2008 της ΕΠ.Ε.Ι.Α (Επιτροπή Εποπτείας Ιδιωτικής Ασφάλισης) με θέμα τη «Ρύθμιση θεμάτων ασφαλίσεων κατά ζημιών» ως Απόθεμα Εκκρεμών Ζημιών με τη μέθοδο Φάκελο προς Φάκελο και Απόθεμα Εκκρεμών Ζημιών με Αναλογιστικές και Στατιστικές μεθόδους, αντίστοιχα. Επομένως, ισχύει η παρακάτω ισότητα:

$$S = Y + \Delta R. \quad (3.2)$$

Το σύνολο των πληρωθεισών αποζημιώσεων συν τη θετική ή αρνητική μεταβολή του αποθέματος αποτελούν τις συνολικές απαιτήσεις, ή αλλιώς τη συνολική επιβάρυνση της χρήσης για το χαρτοφυλάκιο. Επισημαίνεται, ότι τη χρονική στιγμή $t = 0$ το απόθεμα R_0 είναι γνωστό, ενώ το απόθεμα R_1 αποτελεί άγνωστη ποσότητα.

Για την πραγματοποίηση των υπολογισμών του SCR, γίνεται διαχωρισμός μεταξύ κινδύνου ασφαλιστρου και κινδύνου αποθέματος.

Ο κίνδυνος ασφαλιστρου (premium risk) πηγάζει από τις ζημιές εκείνες οι οποίες δεν έχουν συμβεί ακόμα, θα πραγματοποιηθούν κατά τη χρονική διάρκεια εξέτασης ή μετά από αυτή, και θα προκύψουν από κινδύνους για τους οποίους η ασφαλιστική εταιρία

έχει ήδη αναλάβει τον κίνδυνο (έχει ήδη εισπράξει ασφάλιστρο). Η αβεβαιότητα επομένως εντοπίζεται στην πιθανή αδυναμία του ασφαλιστρού αυτού να καλύψει το ύψος των εξόδων, των πληρωμών και των αποθεμάτων που θα χρειαστεί να πραγματοποιηθούν και να σχηματιστούν, για τις εν λόγω ζημιές. Ο κίνδυνος ασφαλιστρού υφίσταται από τη στιγμή έναρξης της κάλυψης ενός ασφαλιστηρίου συμβολαίου (δηλαδή την έναρξη ανάληψης του κινδύνου), ανεξάρτητα από το χρονικό σημείο που αυτό μπορεί να επιφέρει κάποια απαίτηση (ζημία) στην ασφαλιστική εταιρία.

Ο κίνδυνος αποθέματος (reserve risk) αφορά ζημιές που ήδη έχουν πραγματοποιηθεί έως την ημερομηνία αποτίμησης, και πηγάζει από την αβεβαιότητα, το μέγεθος του αποθέματος που έχει σχηματιστεί γι' αυτές τις ζημιές, να μην είναι επαρκές ώστε να καλύψει τα έξοδα και τις αποζημιώσεις που τελικά θα απαιτηθεί να καταβληθούν.

Όλοι οι απαραίτητοι υπολογισμοί πραγματοποιούνται χωριστά για κάθε κλάδο ασφάλισης (line of business). Οι κλάδοι που ορίζει η οδηγία του Solvency II για τις γενικές ασφαλίσεις είναι οι παρακάτω:

1. Αστική ευθύνη αυτοκινήτου (Motor vehicle liability).
2. Λοιπές απαιτήσεις αυτοκινήτου (Other motor).
3. Αστική ευθύνη σκαφών, αεροσκαφών, μεταφορών (Marine, aviation and transport).
4. Πυρός και ζημιών περιουσίας (Fire and other damage to property).
5. Αστική ευθύνη έναντι τρίτων (General liability).
6. Πιστώσεις και Εγγυήσεις (Credit and suretyship).
7. Νομική προστασία (Legal expenses).
8. Οδική βοήθεια (Assistance).
9. Λοιπών ατυχημάτων (Miscellaneous financial loss).
10. Μη αναλογική αντασφάλιση περιουσίας (Non proportional reinsurance property).
11. Μη αναλογική αντασφάλιση ατυχημάτων (Non proportional reinsurance casualty).
12. Μη αναλογική αντασφάλιση σκαφών, αεροσκαφών, μεταφορών (Non proportional reinsurance Marine, Aviation, Transport).

Ο δείκτης i θα συμβολίζει στο εξής, τους κλάδους ασφάλισης.

Ορίζεται η έννοια του όγκου (Volume) του χαρτοφυλακίου, V . Διαχωρίζεται επιμέρους:

- στον όγκο του ασφαλιστρου V_p και
- στον όγκο του αποθέματος V_r .

Τα παραπάνω μεγέθη υπολογίζονται χωριστά για κάθε κλάδο i . Ο όγκος του ασφαλιστρου του κλάδου i , συμβολίζεται με $V_{p,i}$ και υπολογίζεται ως εξής:

$$V_{p,i} = \max(P_i^{t,written}, P_i^{t,earned}, 1.05 \cdot P_i^{t-1,written}), \quad (3.3)$$

όπου

$P_i^{t,written}$: εκτίμηση εγγεγραμμένων ασφαλιστρων του ερχόμενου έτους του κλάδου i ,

$P_i^{t,earned}$: εκτίμηση δεδουλευμένων ασφαλιστρων του ερχόμενου έτους του κλάδου i ,

$P_i^{t-1,written}$: εγγεγραμμένα ασφάλιστρα προηγούμενου έτους.

Θα συμβολίζεται εφεξής, ο όγκος του ασφαλιστρου του κλάδου i με P_i ανεξάρτητως του είδους ασφαλιστρου που τελικά επιλέγεται (δεδουλευμένο ή εγγεγραμμένο). Αντίστοιχα, για το σύνολο του χαρτοφυλακίου ο όγκος του ασφαλιστρου θα συμβολίζεται με P .

Ο όγκος του αποθέματος είναι η βέλτιστη εκτίμηση του συνολικού αποθέματος εκκρεμών ζημιών (AEZ φάκελο προς φάκελο και AEZ με αναλογιστικές και στατιστικές μεθόδους) στην αρχή της προς εξέταση περιόδου. Για τον κλάδο i ο όγκος αποθέματος συμβολίζεται με $V_{r,i}$ και είναι:

$$V_{r,i} = R_{0,i}, \quad (3.4)$$

όπου $R_{0,i}$ είναι το συνολικό απόθεμα εκκρεμών ζημιών τη στιγμή $t = 0$.

Ο συνολικός όγκος του κλάδου i , V_i , είναι το άθροισμα του όγκου ασφαλιστρου και του όγκου αποθέματος (άθροισμα σχέσεων (3.3) και (3.4)).

$$V_i = V_{p,i} + V_{r,i} = P_i + R_{0,i}. \quad (3.5)$$

Ορίζεται ο λόγος της συνολικής απώλειας L , προς τον συνολικό όγκο του χαρτοφυλακίου V :

$$\begin{aligned}
\frac{L}{V} &= \frac{S - P}{P + R_0} = \frac{Y + \Delta R - P}{P + R_0} \\
&= \frac{Y + R_1 - R_0 - P}{P + R_0} \\
&= \frac{Y + R_1}{P + R_0} - 1 \\
&= X - 1, \tag{3.6}
\end{aligned}$$

όπου

$$X = \frac{Y + R_1}{P + R_0}.$$

Ο λόγος X αντιπροσωπεύει έναν μεικτό ή συνολικό δείκτη (combined ratio) κινδύνου του χαρτοφυλακίου και είναι το πηλίκο των επισυμβασών ζημιών της περιόδου (πληρωθείσες αποζημιώσεις συν βέλτιστη εκτίμηση αποθέματος εκκρεμών ζημιών στο τέλος της περιόδου) προς τον συνολικό όγκο του χαρτοφυλακίου (άθροισμα ασφαλιστρών και βέλτιστης εκτίμησης εκκρεμών ζημιών στην αρχή της περιόδου).

Λόγω της αναλογιστικής αρχής της ισοδυναμίας (για να είναι η ασφάλιση δίκαια), πρέπει να ισχύει η παρακάτω ισότητα:

$$E[L] = 0. \tag{3.7}$$

Δηλαδή, λαμβάνοντας υπόψη μόνο τα καθαρά ασφάλιστρα και το σύνολο των αποζημιώσεων, κατά μέσο όρο, δεν αναμένεται ούτε κέρδος ούτε ζημιά από τη μεριά του ασφαλιστή, επομένως υφίσταται κίνητρο ώστε ο ασφαλιζόμενος να προχωρήσει σε σύναψη ασφάλισης. Δεδομένων των σχέσεων (3.6) και (3.7), για τον μεικτό δείκτη κινδύνου X ισχύει:

$$E[X] = 1.$$

Το μοντέλο του Solvency II υποθέτει ότι η τυχαία μεταβλητή X ακολουθεί τη λογαριθμοκανονική κατανομή.

3.1.1 Λογαριθμοκανονική κατανομή

Έστω τυχαία μεταβλητή Y που ακολουθεί κανονική κατανομή, $Y \sim N(\mu_x, \sigma_x^2)$. Ο μετασχηματισμός της τυχαίας μεταβλητής Y , $X = e^Y$ ακολουθεί την λογαριθμο-

κανονική κατανομή. Η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της τυχαίας μεταβλητής X είναι

$$f(x) = \frac{1}{x\sigma_x\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\ln x - \mu_x)^2}{2\sigma_x^2}}, \quad x > 0.$$

Η μέση τιμή είναι $E[X] = e^{\mu_x + \frac{1}{2}\sigma_x^2}$ και η διακύμανση $Var[X] = (e^{\sigma_x^2} - 1)e^{2\mu_x + \sigma_x^2}$.

Η συνάρτηση κατανομής της λογαριθμοκανονικής κατανομής είναι:

$$\begin{aligned} F(x) &= P(X \leq x) = P(\ln X \leq \ln x) \\ &= P\left(\frac{\ln X - \mu_x}{\sigma_x} \leq \frac{\ln x - \mu_x}{\sigma_x}\right) = \Phi\left(\frac{\ln x - \mu_x}{\sigma_x}\right). \end{aligned}$$

3.1.2 Μέτρα Κινδύνου

Ο κίνδυνος αγοράς ενός χαρτοφυλακίου πηγάζει από μία πιθανή κίνηση ορισμένων οικονομικών μεταβλητών (όπως το επιτόκιο ή οι συναλλαγματικές ισοτιμίες) η οποία ενδέχεται να επιφέρει χρηματοοικονομικές απώλειες. Τα μέτρα κινδύνου αποτελούν μεγέθη και μεθοδολογίες που σκοπό έχουν την ποσοτικοποίηση αυτού του κινδύνου.

Value at Risk

Το πιο γνωστό και ευρέως εφαρμόσιμο μέτρο κινδύνου θα μπορούσε να θεωρηθεί ότι είναι η διακύμανση. Παρ' όλα αυτά για τους σκοπούς της χρηματοοικονομικής επιστήμης το μέτρο αυτό δεν είναι αρκετό για να περιγράψει την πραγματικότητα. Παραδείγματος χάριν, μία μετοχή μπορεί να παρουσιάσει μία πολύ μεγάλη αύξηση στην τιμή της η οποία θα μεταφραστεί σε υψηλή διακύμανση. Η υψηλή διακύμανση θα σήμαινε αβεβαιότητα για τον ενδεχόμενο επενδυτή, στην προκειμένη περίπτωση όμως δεν υποδεικνύει απώλειες, αντιθέτως υποδεικνύει κέρδη. Το Value at Risk καλύπτει την παραπάνω αδυναμία επιχειρώντας να δώσει απάντηση στο παρακάτω ερώτημα:

Με πιθανότητα α ποια είναι η μέγιστη ζημιά Y που ενδέχεται να πραγματοποιηθεί στις επόμενες ν μέρες;

Η μεταβλητή Y είναι η αξία σε κίνδυνο, το Value at Risk, του χαρτοφυλακίου και εξαρτάται από το διάστημα εμπιστοσύνης α και τον χρονικό ορίζοντα ν . Το διάστημα εμπιστοσύνης που χρησιμοποιείται συνήθως είναι 95% ή 99%. Ο χρονικός ορίζοντας

μπορεί να κυμανθεί ανάλογα με το είδος του χαρτοφυλακίου και της επένδυσης από μερικές ημέρες έως το έτος.

Οι τρεις πιο γνωστές μέθοδοι υπολογισμού του Value at Risk είναι:

1. Ιστορική Προσομοίωση

Η μέθοδος της ιστορικής προσομοίωσης βασίζεται στην παραδοχή της επανάληψης της ιστορικότητας και δεν απαιτεί κάποια υπόθεση για την κατανομή των δεδομένων. Ταξινομούνται οι ιστορικές τιμές (αποδόσεις στην περίπτωση κάποιας επένδυσης) από τη μικρότερη στη μεγαλύτερη και από αυτές επιλέγεται αυτή η οποία αντιστοιχεί στο ποσοστημόριο του επιλεγμένου διαστήματος εμπιστοσύνης.

2. Μέθοδος Διακύμανσης-Συνδιακύμανσης

Η μέθοδος της Διακύμανσης-Συνδιακύμανσης βασίζεται στην παραδοχή ότι οι ιστορικές παρατηρήσεις του μεγέθους που εξετάζεται είναι κανονικά κατανομημένες. Η υπόθεση αυτή δεν είναι πάντοτε ρεαλιστική.

3. Προσομοίωση Monte Carlo

Η προσομοίωση Monte Carlo είναι ένας αλγόριθμος που χρησιμοποιεί γεννήτριες τυχαίων αριθμών. Αποτελεί μία λύση στο πρόβλημα της υπόθεσης της κατανομής των δεδομένων καθώς υποθέτει ότι οι μεταβολές στις τιμές των μεταβλητών περιγράφονται από μία στοχαστική διαδικασία. Σύμφωνα με την υπόθεση αυτή οι λογαριθμικές αποδόσεις των μεταβλητών ακολουθούν την πολυμεταβλητή κανονική κατανομή. Η προσομοίωση είναι κατάλληλη όταν ο υπολογισμός των συναρτήσεων πιθανοτήτων των μεταβλητών προς εξέταση είναι περίπλοκος και υπάρχει πληθώρα ιστορικών δεδομένων.

Conditional Value at Risk

Η αναμενόμενη υπό συνθήκη ζημιά της αξίας σε κίνδυνο, ορίζεται ως η αναμενόμενη ζημιά πέρα από την αξία σε κίνδυνο (value at risk) με δεδομένο επίπεδο εμπιστοσύνης α . Υπολογίζεται λαμβάνοντας υπόψη σταθμισμένους μέσους όρους μεταξύ της αξίας σε κίνδυνο και των τιμών που την υπερέβησαν. Συναντάται επίσης και με την ορολογία Expected Shortfall.

Περισσότερα για τα Μέτρα Κινδύνου βλ. Hull J.C. (2009).

Σύμφωνα με τον Sandström, (2011), το Value at Risk, σε επίπεδο εμπιστοσύνης $1 - \alpha$ δίνεται από τον τύπο:

$$VaR_{1-\alpha}(X) = F_X^{-1}(1 - \alpha) = \inf\{x \in \mathbb{R} | F_X(x) \geq 1 - \alpha\}$$

Επομένως το Value at Risk της λογαριθμοκανονικής κατανομής σε επίπεδο εμπιστοσύνης α είναι:

$$\begin{aligned} P(X \leq VaR_a) &= P(Y \leq \ln VaR_a) \\ &= P\left(\frac{Y - \mu_x}{\sigma_x} \leq \frac{\ln VaR_a - \mu_x}{\sigma_x}\right) \\ &= P\left(Z \leq \frac{\ln VaR_a - \mu_x}{\sigma_x}\right), \quad \text{όπου } Z \sim \text{Κανονική}(0,1). \\ &= F_Z\left(\frac{\ln VaR_a - \mu_x}{\sigma_x}\right) = a, \\ &\Rightarrow \frac{\ln VaR_a - \mu_x}{\sigma_x} = \Phi^{-1}(a) \\ &\Rightarrow VaR_a = e^{\sigma_x \Phi^{-1}(a) + \mu_x}. \end{aligned} \tag{3.8}$$

3.2 Υπολογισμός απαιτούμενων κεφαλαίων

Τα απαιτούμενα κεφάλαια που καλείται να σχηματίσει μία ασφαλιστική εταιρία ώστε να καλύψει τον κίνδυνο ασφαλίστρου και αποθέματος, εξαρτώνται κατά κύριο λόγο από τη διακύμανση του κινδύνου του χαρτοφυλακίου. Η παράμετρος της διακύμανσης του χαρτοφυλακίου θα συμβολίζεται με σ^2 και είναι η διακύμανση της τυχαίας μεταβλητής X που ορίστηκε ως συνολικός δείκτης κινδύνου, δηλαδή $\sigma^2 = Var[X]$.

Όπως ορίστηκε στη σχέση (3.6)

$$X - 1 = \frac{L}{V},$$

επομένως η διακύμανση του χαρτοφυλακίου είναι:

$$\sigma^2 = \text{Var}[X] = \text{Var}\left[\frac{L}{V}\right].$$

Δεδομένου ότι η τυχαία μεταβλητή X ακολουθεί τη λογαριθμοκανονική κατανομή με $E[X] = 1$, ισχύουν τα κάτωθι για τη μέση τιμή της:

$$\begin{aligned} E[X] &= e^{\mu_x + \frac{1}{2}\sigma_x^2} \\ \mu_x + \frac{1}{2}\sigma_x^2 &= 0 \\ \mu_x &= -\frac{1}{2}\sigma_x^2. \end{aligned} \tag{3.9}$$

Αντίστοιχα για τη διακύμανση:

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= \text{Var}[X] = (e^{\sigma_x^2} - 1)e^{2\mu_x + \sigma_x^2} \\ &= (e^{\sigma_x^2} - 1)e^{2(-\frac{1}{2}\sigma_x^2) + \sigma_x^2} \\ &= e^{\sigma_x^2} - 1 \\ \Rightarrow \sigma_x^2 &= \ln(\sigma^2 + 1). \end{aligned} \tag{3.10}$$

Όπου μ_x και σ_x^2 είναι η μέση τιμή και η διακύμανση της τυχαίας μεταβλητής από τον μετασχηματισμό της οποίας προέκυψε η τυχαία μεταβλητή X .

Το μέτρο κινδύνου που χρησιμοποιεί το Solvency II ώστε να εκτιμηθεί η διακύμανση του χαρτοφυλακίου και κατ' επέκταση τα απαιτούμενα προς σχηματισμό κεφάλαια είναι το Value at Risk.

Το κεφάλαιο που πρέπει να συγκροτηθεί ώστε να καλυφθεί ο ασφαλιστικός κίνδυνος του χαρτοφυλακίου σε επίπεδο εμπιστοσύνης α , εξαρτάται μόνο από την τυχαία μεταβλητή L της συνολικής απώλειας, και συμβολίζεται με $EC_\alpha[L]$. Σύμφωνα με το βασικό μοντέλο του Solvency II, το οικονομικό κεφάλαιο αυτό ορίζεται να είναι το Value at risk (VaR) της τυχαίας μεταβλητής L , σε επίπεδο εμπιστοσύνης $\alpha = 99,5\%$, δηλαδή $EC_\alpha[L] = VaR_\alpha[L]$.

Δεδομένου ότι η τυχαία μεταβλητή X ακολουθεί τη λογαριθμοκανονική κατανομή το α -ποσοστημόριο δίνεται από τη σχέση (3.8):

$$F^{-1}(\alpha) = e^{\sigma_x \Phi^{-1}(\alpha) + \mu_x}.$$

Τα απαιτούμενα οικονομικά κεφάλαια, λόγω των σχέσεων (3.8) και (3.9) υπολογίζονται ως εξής:

$$\begin{aligned}
 EC_a[L] &= VaR_a[L] \\
 &= VaR_a\left[\frac{L}{V}\right]V \\
 &= (VaR_a[X] - 1)V \\
 &= \left(e^{\sigma_x \Phi^{-1}(\alpha) - \frac{1}{2}\sigma_x^2} - 1\right)V \\
 &= \rho_\alpha(\sigma)V. \tag{3.11}
 \end{aligned}$$

Η ποσότητα $\rho_\alpha(\sigma)$ καλείται εξαρτημένη συνάρτηση μεταβλητότητας (volatility dependent function) και δεδομένης της σχέσης (3.10), η συνάρτηση αυτή γράφεται και ως εξής:

$$\begin{aligned}
 \rho_\alpha(\sigma) &= e^{\sigma_x \Phi^{-1}(\alpha) - \frac{1}{2}\sigma_x^2} - 1 \\
 &= e^{\Phi^{-1}(\alpha)\sqrt{\ln(\sigma^2+1)} - \frac{1}{2}\ln(\sigma^2+1)} - 1 \\
 &= \frac{e^{\Phi^{-1}(\alpha)\sqrt{\ln(\sigma^2+1)}}}{e^{\frac{1}{2}\ln(\sigma^2+1)}} - 1 \\
 &= \frac{e^{\Phi^{-1}(\alpha)\sqrt{\ln(1+\sigma^2)}}}{\sqrt{(1+\sigma^2)}} - 1, \tag{3.12}
 \end{aligned}$$

όπου $\Phi^{-1}(\alpha)$ το δηλώνει το α –ποσοστημόριο της κανονικής κατανομής $\Phi(x)$.

Εναλλακτικά, θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί ως μέτρο κινδύνου το Conditional Value at Risk (CVaR) της τυχαίας μεταβλητής L , σε διαφορετικά επίπεδα εμπιστοσύνης, π.χ. $\alpha = 99\%$.

Προς απλοποίηση όλων των παραπάνω των πράξεων, η πιο πρόσφατη πρόταση της οδηγίας του Solvency II, QIS5 για τη συνάρτηση $\rho_\alpha(\sigma)$ είναι περίπου 3σ .

Από τα παραπάνω προκύπτει ότι τα απαιτούμενα οικονομικά κεφάλαια $EC_a[L]$ που πρέπει να σχηματίσει μία ασφαλιστική εταιρία, εξαρτώνται από τη διακύμανση του χαρτοφυλακίου της και επομένως για τον υπολογισμό τους, είναι απαραίτητη η εκτίμηση της διακύμανσης αυτής.

3.3 Εκτίμηση της διακύμανσης του χαρτοφυλακίου

Όπως έχει αναφερθεί στην αρχή του Κεφαλαίου 3, η οδηγία κάνει διαχωρισμό του κινδύνου ασφαλιστρου και του κινδύνου αποθέματος. Ακολουθεί διαδικασία ώστε να γίνει διαχωρισμός του δείκτη κινδύνου X για τις ποσότητες αυτές σύμφωνα με τον Hürlimann (2008).

Ο συνολικός δείκτης κινδύνου που ορίστηκε στη σχέση (3.6), μπορεί να γραφεί ως εξής:

$$\begin{aligned}
 X &= \frac{L}{V} + 1 = \frac{S - P + V}{V} \\
 &= \frac{Y + \Delta R - P + R_0 + P}{V} \\
 &= \frac{Y + R_1 - R_0 + R_0 + P - P}{V} \\
 &= \frac{Y + R_1}{V} = \frac{P}{P} \cdot \frac{Y}{V} + \frac{R_0}{R_0} \cdot \frac{R_1}{V} \\
 &= \left(\frac{P}{V}\right) \cdot X^p + \left(\frac{R_0}{V}\right) \cdot X^r \\
 &= \left(\frac{V_p}{V}\right) \cdot X^p + \left(\frac{V_r}{V}\right) \cdot X^r.
 \end{aligned} \tag{3.13}$$

Για την μοντελοποίηση και τον διαχωρισμό του συνολικού δείκτη κινδύνου ανά κλάδο ασφάλισης, θα χρησιμοποιηθούν οι παρακάτω επιμέρους δείκτες κινδύνου:

$$X_i^p = \frac{Y_i}{P_i}: \text{δείκτης κινδύνου ασφαλιστρου (premium risk ratio),}$$

$$X_i^r = \frac{R_{1,i}}{R_{0,i}}: \text{δείκτης κινδύνου αποθέματος (reserve risk ratio),}$$

όπου

i : οι κλάδοι ασφάλισης,

Y_i : πληρωθείσες αποζημιώσεις του έτους (συμπεριλαμβανομένων των εξόδων) του κλάδου i ,

P_i : σύνολο ασφαλιστρών του έτους του κλάδου i ,

$R_{0,i}$: βέλτιστη εκτίμηση του αποθέματος εκκρεμών ζημιών στην αρχή του έτους (τη χρονική στιγμή $t = 0$) του κλάδου i ,

$R_{1,i}$: βέλτιστη εκτίμηση του αποθέματος εκκρεμών ζημιών στο τέλος του έτους (τη χρονική στιγμή $t = 1$) του κλάδου i .

Ο δείκτης των ασφαλιστρών X_i^p εκφράζει τον κίνδυνο ασφαλιστρου (premium risk) ενώ ο δείκτης του αποθέματος X_i^r εκφράζει τον κίνδυνο αποθέματος (reserve risk).

Ορίζονται οι διακυμάνσεις του κινδύνου ασφαλιστρου και του κινδύνου αποθέματος αντίστοιχα, ως εξής:

$$\varphi_i^2 = \text{Var}(X_i^p),$$

$$\tau_i^2 = \text{Var}(X_i^r).$$

Κατ' επέκταση ορίζεται η τυπική απόκλιση του κινδύνου ασφαλιστρου $\varphi_i = \sqrt{\text{Var}(X_i^p)}$ και του αποθέματος $\tau_i = \sqrt{\text{Var}(X_i^r)}$.

Η συνδιακύμανση του κινδύνου ασφαλιστρου και αποθέματος δίνεται από τη σχέση:

$$\text{Cov}[X_i^p, X_i^r] = \rho_{pr} \varphi_i \tau_i,$$

όπου ρ_{pr} είναι ο συντελεστής συσχέτισης των δύο ποσοτήτων.

Σημείωση 1: Διακύμανση αθροίσματος δύο τυχαίων μεταβλητών

Για τη διακύμανση του αθροίσματος δύο τυχαίων μεταβλητών ισχύει

$$\text{Var}[\alpha X + \beta Y] = \alpha^2 \text{Var}[X] + \beta^2 \text{Var}[Y] + 2\alpha\beta \text{Cov}[X, Y],$$

όπου α και β πραγματικοί αριθμοί.

Επομένως για την συνολική τυπική απόκλιση σ_i ενός κλάδου i ισχύει:

$$\sigma_i = \sqrt{\text{Var}(X_i)}$$

$$\begin{aligned}
&= \sqrt{\text{Var} \left[\frac{V_{p,i}}{V_i} \cdot X_i^p + \frac{V_{r,i}}{V_i} \cdot X_i^r \right]} \\
&= \sqrt{\left(\frac{V_{p,i}}{V_i} \right)^2 \text{Var}[X_i^p] + \left(\frac{V_{r,i}}{V_i} \right)^2 \text{Var}[X_i^r] + 2 \frac{V_{p,i}}{V_i} \frac{V_{r,i}}{V_i} \text{Cov}[X_i^p, X_i^r]} \\
&= \sqrt{\left(\frac{P_i}{V_i} \right)^2 \varphi_i^2 + \left(\frac{R_i}{V_i} \right)^2 \tau_i^2 + 2 \frac{P_i}{V_i} \frac{R_i}{V_i} \rho_{pr} \varphi_i \tau_i} \\
&= \frac{1}{V_i} \sqrt{(P_i \varphi_i)^2 + 2 \rho_{pr} P_i \varphi_i R_i \tau_i + (R_i \tau_i)^2} . \tag{3.14}
\end{aligned}$$

Σύμφωνα με τη σχέση (3.14) η διακύμανση του κάθε κλάδου εξαρτάται από

- την τυπική απόκλιση του κινδύνου ασφαλίστρου φ_i ,
- την τυπική απόκλιση του κινδύνου αποθέματος τ_i ,
- τον συντελεστή συσχέτισης ρ_{pr} και
- τους όγκους ασφαλίστρου και αποθέματος.

Στο βασικό μοντέλο του Solvency II ο συντελεστής συσχέτισης ρ_{pr} μεταξύ κινδύνου ασφαλίστρου και κινδύνου αποθέματος ορίζεται ίσος με 0,5.

3.3.1 Ορισμός διακύμανσης στο QIS4

Για τον υπολογισμό της διακύμανσης και της τυπικής απόκλισης του κινδύνου ασφαλίστρου, σύμφωνα με την προηγούμενη οδηγία φερεγγυότητας, το QIS4, χρησιμοποιείται ο παρακάτω τύπος:

$$\varphi_i = \sqrt{\alpha_i \cdot \varphi_{i,U}^2 + (1 - \alpha_i) \cdot \varphi_{i,M}^2} . \tag{3.15}$$

Η διακύμανση $\varphi_{i,M}^2$ είναι μία παράμετρος που δίνεται ως σταθερά και είναι κοινή για όλες τις εταιρίες (αποτελεί μία εκτίμηση της διακύμανσης του κινδύνου ασφαλίστρου βασισμένη στην αγορά). Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζεται η εκτίμηση που ορίζει η οδηγία για κάθε κλάδο.

Κλάδος	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$\sigma_{(M,prem,lob)} = \varphi_{i,M}$	9%	9%	12.5%	10%	12.5%	15%	5%	7.5%	11%	15%	15%	15%

Πίνακας 13: Τυπική απόκλιση κινδύνου ασφαλιστρον, εκτίμηση αγοράς (Πηγή QIS4)

Η διακύμανση $\varphi_{i,U}^2$ είναι μια παράμετρος η οποία υπολογίζεται από την κάθε εταιρία βασιζόμενη στα ιστορικά της δεδομένα.

Οι δύο αυτές παράμετροι (μία της αγοράς και μία της κάθε εταιρίας) σταθμίζονται με τη μεταβλητή α_i η οποία εκφράζει ένα βάρος αξιοπιστίας εξαρτώμενο από τον κλάδο και τον αριθμό των ετών για τα οποία διαθέτουμε ιστορικά δεδομένα. Το βασικό μοντέλο του QIS4 δίνει προκαθορισμένες τιμές για τη μεταβλητή αυτή οι οποίες απεικονίζονται στον παρακάτω πίνακα.

α_i	Αριθμός ετών διαθέσιμων ιστορικών δεδομένων (εξαιρουμένων των τριών πρώτων ετών από την έναρξη λειτουργίας κάθε κλάδου)															
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
Μέγιστος αριθμός ετών από όλους τους κλάδους	15	0	0	0	0	0	0	0,64	0,67	0,69	0,71	0,73	0,75	0,76	0,78	0,79
	10	0	0	0	0	0,64	0,69	0,72	0,74	0,76	0,79	-	-	-	-	-
	5	0	0	0,64	0,72	0,79	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

Πίνακας 14: Συντελεστής αξιοπιστίας μεταξύ διακύμανσης εταιρίας και εκτίμησης διακύμανσης της αγοράς (Πηγή QIS4)

Επομένως, η συνολική διακύμανση ενός κλάδου φ_i^2 , είναι ένας σταθμισμένος μέσος μεταξύ της εκτίμησης της εταιρίας $\varphi_{i,U}^2$ και της εκτίμησης της αγοράς $\varphi_{i,M}^2$.

Για την εκτίμηση του $\varphi_{i,U}^2$, η οδηγία του QIS4 ορίζει τον παρακάτω τύπο:

$$\varphi_{i,U}^2 = \frac{1}{n_i - 1} \sum_{k=1}^{n_i} \frac{P_{ik}}{P_{i\cdot}} (X_{ik} - \bar{X}_i)^2,$$

όπου

P_{ik} : τα ασφαλιστρα του κλάδου i στο έτος k ,

X_{ik} : είναι οι παρατηρηθέντες δείκτες ζημιών του κλάδου i στο έτος k ,

n_i : ο αριθμός των ετών των διαθέσιμων ιστορικών δεδομένων για τον κλάδο i ,

$P_{i\cdot}$: το άθροισμα όλων των ασφαλιστρων των ιστορικών ετών k του κλάδου i .

Η αναμενόμενη τιμή \bar{X}_i υπολογίζεται ως εξής:

$$\bar{X}_i = \sum_{k=1}^{n_i} \frac{P_{ik}}{P_{i\cdot}} X_{ik} .$$

Δηλαδή το \bar{X}_i είναι ο σταθμισμένος, με βάση τα ασφάλιστρα, μέσος όρος των δεικτών ζημιών που παρατηρήθηκαν κατά τα προηγούμενα k έτη.

Για τις τυπικές αποκλίσεις τ_i του κινδύνου αποθέματος δίνονται προκαθορισμένες τιμές οι οποίες είναι ίδιες για όλες τις εταιρίες ανεξαρτήτως του μεγέθους και των χαρακτηριστικών τους. Οι τιμές αυτές παρουσιάζονται στον κάτωθι πίνακα, αναλυτικά για κάθε κλάδο.

Κλάδος	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$\sigma_{(res,lob)} = \tau_i$	12%	7%	10%	10%	15%	15%	10%	10%	10%	15%	15%	15%

Πίνακας 15: Τυπική απόκλιση κινδύνου αποθέματος (Πηγή QIS4)

Με βάση τα όσα περιγράφηκαν παραπάνω από το βασικό μοντέλο του QIS4, έχουν υπολογιστεί όλες οι απαιτούμενες ποσότητες για την εκτίμηση της τυπικής απόκλισης σ_i ενός κλάδου i . Για τον υπολογισμό του απαιτούμενου κεφαλαίου όπως υπολογίστηκε στις σχέσεις (3.11) και (3.12) απομένει η εκτίμηση της τυπικής απόκλισης του συνόλου του χαρτοφυλακίου.

Ο συνολικός δείκτης κινδύνου X_{\cdot} για όλο το χαρτοφυλάκιο μίας εταιρίας είναι το άθροισμα των δεικτών κινδύνου του κάθε κλάδου, σταθμισμένων με τους αντίστοιχους όγκους:

$$X_{\cdot} = \sum_{i=1}^I \frac{V_i}{V_{\cdot}} X_i ,$$

όπου

V_i : ο συνολικός όγκος του κλάδου i , σύμφωνα με τη σχέση (3.5),

V_{\cdot} : το άθροισμα των όγκων όλων των κλάδων.

Σημείωση 2: Διακύμανση αθροίσματος n τυχαίων μεταβλητών

$$\begin{aligned} \Rightarrow \text{Var} \left[\sum_{i=1}^n a_i X_i \right] &= \text{Cov} \left[\sum_{i=1}^n a_i X_i, \sum_{j=1}^n a_j X_j \right] \\ &= \sum_{i=1}^n a_i \text{Cov} \left[X_i, \sum_{j=1}^n a_j X_j \right] \\ &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_i a_j \text{Cov}[X_i, X_j]. \end{aligned}$$

Σύμφωνα με τη Σημείωση 2, η συνολική διακύμανση του χαρτοφυλακίου είναι:

$$\sigma^2 = \text{Var}(X_*) = \sum_{i,j=1}^n \frac{V_i V_j \sigma_i \sigma_j}{V_*^2} \rho_{ij}, \quad (3.16)$$

όπου ρ_{ij} είναι ο συντελεστής συσχέτισης των δεικτών κινδύνων μεταξύ των κλάδων i και j , δηλαδή,

$$\text{Corr}(X_i, X_j) = \rho_{ij}. \quad (3.17)$$

Στους συντελεστές συσχέτισης ρ_{ij} , δίνονται προκαθορισμένες τιμές, ίδιες για όλες τις εταιρίες. Οι τιμές αυτές παρουσιάζονται στον παρακάτω πίνακα για κάθε συνδυασμό κλάδων i και j :

ρ_{ij}	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	1											
2	0,5	1										
3	0,5	0,25	1									
4	0,25	0,25	0,25	1								
5	0,5	0,25	0,25	0,25	1							
6	0,25	0,25	0,25	0,25	0,5	1						
7	0,5	0,5	0,25	0,25	0,5	0,5	1					
8	0,25	0,5	0,5	0,5	0,25	0,25	0,25	1				
9	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	1			
10	0,25	0,25	0,25	0,5	0,25	0,25	0,25	0,5	0,25	1		
11	0,25	0,25	0,25	0,25	0,5	0,5	0,5	0,25	0,25	0,25	1	
12	0,25	0,25	0,5	0,5	0,25	0,25	0,25	0,25	0,5	0,25	0,25	1

Πίνακας 16: Συντελεστές συσχέτισης κλάδων γενικών ασφαλίσεων (Πηγή: QIS4)

Έχοντας υπολογίσει τη συνολική διακύμανση για κάθε κλάδο και δεδομένου του Πίνακα 16 με τους συντελεστές συσχέτισης μεταξύ των κλάδων, υπολογίζεται η συνολική διακύμανση του χαρτοφυλακίου με βάση τη σχέση (3.16) και κατ' επέκταση τα οικονομικά κεφάλαια σύμφωνα με τη σχέση (3.11).

3.3.2 Ορισμός διακύμανσης στο QIS5

Σύμφωνα με την πιο πρόσφατη οδηγία του QIS5, η οποία αναθεωρήθηκε το 2012 στη Revised Technical Specifications for the Solvency II valuation and Solvency Capital Requirements, ο Πίνακας 16 της συσχέτισης κινδύνων μεταξύ των κλάδων δεν μεταβλήθηκε.

Μεταβλήθηκε όμως ο Πίνακας 15 των τυπικών αποκλίσεων τ_i του κινδύνου αποθέματος ως ακολούθως:

LOB	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$\sigma_{(res,lob)} = \tau_i$	9%	8%	11%	10%	11%	19%	12%	20%	20%	20%	20%	20%

Πίνακας 17: Τυπική απόκλιση κινδύνου αποθέματος (Πηγή: Revised Technical Specifications for the Solvency II valuation and Solvency Capital Requirements calculations)

Παρατηρείται ότι με εξαίρεση την αστική ευθύνη αυτοκινήτου, όλες οι τυπικές αποκλίσεις είναι οριακά αυξημένες.

Αντίστοιχα, ορίστηκε διαφοροποιημένος τρόπος υπολογισμού της τυπικής απόκλισης του κινδύνου ασφαλιστρού ο οποίος δίνει προκαθορισμένες τιμές για όλους τους κλάδους και δεν εξαρτάται καθόλου από τα ιστορικά δεδομένα της εκάστοτε εταιρίας.

LOB	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$\sigma_{(prem,lob)} = \varphi_i$	10%	8%	15%	8%	14%	12%	7%	9%	13%	17%	17%	17%

Πίνακας 18: Τυπική απόκλιση κινδύνου ασφαλιστρού (Πηγή: Revised Technical Specifications for the Solvency II valuation and Solvency Capital Requirements calculations)

Επιπρόσθετα, για τους κλάδους 1 (Αστική ευθύνη αυτοκινήτου), 4 (Πυρός και ζημιών περιουσίας) και 5 (Αστική ευθύνη έναντι τρίτων) η τυπική απόκλιση αυτή πολλαπλασιάζεται με ένα συντελεστή προσαρμογής 0,8.

Η διαδικασία του υπολογισμού της συνολικής διακύμανσης του χαρτοφυλακίου δε μεταβλήθηκε σε σχέση με το QIS4.

Συνοψίζοντας τα όσα αναλύθηκαν στο Κεφάλαιο αυτό, οι κεφαλαιακές απαιτήσεις μίας ασφαλιστικής ή αντασφαλιστικής εταιρίας γενικών ασφαλίσεων, οφείλει να σχηματίσει κεφάλαια για να καλύψει τον κίνδυνο ασφαλίστρου και αποθέματος ύψους $\rho_\alpha(\sigma)V$, όπως παρουσιάστηκε στη σχέση (3.11). Η τελευταία οδηγία του Solvency II, Revised Technical Specifications for the Solvency II valuation and Solvency Capital Requirements calculations, 2012 (Παράγραφος SCR.9.16), ορίζει την απλοποίηση $\rho_\alpha(\sigma) = 3\sigma$.

Απαιτείται επομένως ο υπολογισμός της διακύμανσης του χαρτοφυλακίου, η οποία όπως αποδείχθηκε στη σχέση (3.16), εξαρτάται από τη συνολική διακύμανση του κάθε κλάδου χωριστά και τους συντελεστές συσχέτισης των κλάδων (Παράγραφος SCR.9.31 της οδηγίας).

Με τη σειρά της, η συνολική διακύμανση ενός κλάδου, όπως αποδείχθη στη σχέση (3.14), εξαρτάται από τη διακύμανση του κινδύνου ασφαλίστρου και του κινδύνου αποθέματος (Παράγραφος SCR.9.30 της οδηγίας) καθώς και από τη συσχέτιση των κινδύνων αυτών η οποία ορίζεται ίση με 0,5.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

Εσωτερικό Μοντέλο (Hürlimann, 2008)

Το παρόν Κεφάλαιο εξετάζει μια διαφορετική αναλογιστική λογική που παρουσιάστηκε από τον Hürlimann, (2008), για τον υπολογισμό των κεφαλαιακών απαιτήσεων του κινδύνου ασφαλιστρου και αποθέματος των γενικών ασφαλίσεων. Η διαφορά σε σχέση με το μοντέλο που προτείνει η οδηγία του Solvency II, όπως αυτό παρουσιάστηκε στο Κεφάλαιο 3, θα εντοπισθεί στα σημεία εκείνα όπου το βασικό μοντέλο δίνει προκαθορισμένες τιμές για όλες τις εταιρίες, ανεξαρτήτως του μεγέθους τους. Θα προσδιοριστεί δηλαδή ένας τρόπος εκτίμησης,

- της μεταβλητότητας του κινδύνου ασφαλιστρου,
- της μεταβλητότητας του κινδύνου αποθέματος,
- του συντελεστή συσχέτισης μεταξύ κινδύνου ασφαλιστρου και αποθέματος,
- των συντελεστών συσχέτισης μεταξύ των κλάδων της επιχείρησης,

ποσότητες που καθορίζουν τη συνολική μεταβλητότητα του χαρτοφυλακίου από την οποία εξαρτάται η εξαρτημένη συνάρτηση μεταβλητότητας, $\rho_\alpha(\sigma)$, και κατ' επέκταση τα απαιτούμενα κεφάλαια (βλ. Hürlimann, 2008).

4.1 Παρουσίαση γενικής μεθοδολογίας εκτίμησης παραμέτρων

Ακολουθεί η ανάλυση της μεθοδολογίας που πραγματοποιεί την εκτίμηση των παραμέτρων που μας ενδιαφέρουν. Η εκτίμηση θα γίνει βασιζόμενη στα ιστορικά δεδομένα της εταιρίας.

Έστω χαρτοφυλάκιο κινδύνων με n παράγοντες (χαρακτηριστικά) κινδύνων οι οποίοι εκφράζονται από τα μεγέθη $A = (A_1, \dots, A_n)$. Κάθε ένας από αυτούς τους κινδύνους χαρακτηρίζεται από τον αντίστοιχο όγκο, οπότε ορίζεται το διάνυσμα όγκων $V = (V_1, \dots, V_n)$. Το διάνυσμα των τυχαίων δεικτών κινδύνου $X = (X_1, \dots, X_n)$ ορίζεται από τον λόγο:

$$X_i = \frac{A_i}{V_i}, i = 1, \dots, n.$$

Έστω $V = V_1 + \dots + V_n$ ο συνολικός όγκος του χαρτοφυλακίου, και $w = (w_1, \dots, w_n)$ το διάνυσμα με τα βάρη που αντιστοιχούν στους τυχαίους δείκτες κινδύνου X_i , για $i = 1, \dots, n$,

$$w_i = \frac{V_i}{V}.$$

Κατ' επέκταση, ο συνολικός δείκτης των παραγόντων κινδύνου του χαρτοφυλακίου, που χαρακτηρίζεται από n παράγοντες κινδύνου, ορίζεται από τον γραμμικό συνδυασμό,

$$X = \sum_{i=1}^n w_i X_i. \quad (4.1)$$

Μέχρι το σημείο αυτό, δεν έχει γίνει χρήση των διαθέσιμων ιστορικών δεδομένων.

Σημειώνεται, για λόγους αντιστοιχίας των μεγεθών, ότι στην ανάλυση του βασικού μοντέλου που περιγράφηκε στο Κεφάλαιο 3, οι παράγοντες κινδύνου υπολογίστηκαν για κάθε κλάδο $i = 1, \dots, n$ των οποίων ο γραμμικός συνδυασμός όριζε τον συνολικό δείκτη κινδύνου του χαρτοφυλακίου.

Εν συνεχεία, ορίζεται το διάνυσμα μέσων τιμών $\nu = (\mu_1, \dots, \mu_n)$, όπου $\mu_i = E[X_i]$ είναι η μέση τιμή για κάθε δείκτη κινδύνου X_i . Επίσης θεωρείται πίνακας συνδιακύμανσης $\Sigma = (\rho_{ij} \sigma_i \sigma_j)$, όπου $\sigma_i^2 = \text{Var}[X_i]$ είναι η διακύμανση του δείκτη κινδύνου X_i και ρ_{ij} είναι ο συντελεστής συσχέτισης μεταξύ των δεικτών X_i και X_j για $i, j = 1, \dots, n$.

Παρατηρείται στο σημείο αυτό, ότι η διαφορά σε σχέση με το βασικό μοντέλο του Solvency II, είναι ότι οι τυχαίες μεταβλητές X_i έχουν μέση τιμή μ_i και όχι ίση με ένα. Επίσης οι συντελεστές συσχέτισης ρ_{ij} , μεταξύ των κλάδων στο βασικό μοντέλο παίρνουν προκαθορισμένες τιμές που παρουσιάστηκαν στον Πίνακα 16.

Δεδομένου ότι οι τυχαίες μεταβλητές X_1, \dots, X_n εκφράζουν δείκτες κινδύνων οι οποίοι αφορούν ένα ορισμένο χαρτοφυλάκιο και προφανώς είναι αλληλοεξαρτώμενοι, μπορεί να οριστεί μία από κοινού (αθροιστική) συνάρτηση κατανομής $F_x(x_1, \dots, x_n)$ με περιθώριες συναρτήσεις κατανομής $F_i(x)$ για κάθε $i = 1, \dots, n$. Τα διανύσματα ν, Σ εκφράζουν τις παραμέτρους της κατανομής αυτής.

Χρησιμοποιώντας τη σχέση (4.1) η μέση τιμή και η διακύμανση του συνολικού δείκτη κινδύνου του χαρτοφυλακίου είναι:

$$\mu = E[X] = E \left[\sum_{i=1}^n w_i X_i \right] = \sum_{i=1}^n w_i E[X_i] = v w^T, \quad (4.2)$$

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= Var[X] = Var \left[\sum_{i=1}^n w_i X_i \right] \\ &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j Cov[X_i, X_j] \\ &= w \Sigma w^T, \end{aligned} \quad (4.3)$$

όπου $w = (w_1, \dots, w_n)$.

Για την εκτίμηση των διανυσμάτων παραμέτρων v, Σ καθώς και η επιλογή της από κοινού (αθροιστικής) συνάρτησης κατανομής $F_x(x_1, \dots, x_n)$, είναι πλέον απαραίτητη η χρήση των ιστορικών στοιχείων. Η ανάλυση που ακολουθεί επομένως, πραγματοποιείται βασιζόμενη σε στοιχεία των $k = 1, \dots, m$ προηγούμενων ετών.

Έστω $A^k = (A_1^k, \dots, A_n^k)$ και $V^k = (V_1^k, \dots, V_n^k)$ (για $i = 1, \dots, n$ και $k = 1, \dots, m$), αντιπροσωπεύουν αντίστοιχα τους παράγοντες κινδύνου και τους όγκους του χαρτοφυλακίου για τις τελευταίες m περιόδους (έτη). Θεωρούμε επίσης τους δείκτες κινδύνου με τα αντίστοιχα βάρη:

$$X_i^k = \frac{A_i^k}{V_i^k}, \quad w_i^k = \frac{V_i^k}{V_i^*},$$

όπου V_i^* είναι το άθροισμα των όγκων όλων των ετών $k = 1, \dots, m$ και δίνεται από τον τύπο:

$$V_i^* = \sum_{k=1}^m V_i^k, \quad i = 1, \dots, n.$$

Υπενθυμίζεται ότι το βασικό μοντέλο του Solvency II, ορίζει τον συνολικό όγκο του κάθε κλάδου, αθροίζοντας τα επιλεχθέντα ασφάλιστρα σύμφωνα με τη σχέση (3.3) με τη βέλτιστη εκτίμηση του αποθέματος εκκρεμών ζημιών κατά την ημερομηνία

αναφοράς σύμφωνα με τη σχέση (3.4). Το μέγεθος αυτό πολλαπλασιάζεται με την εξαρτημένη συνάρτηση μεταβλητότητας $\rho_\alpha(\sigma)$, όπως δείχθηκε στη σχέση (3.11) για να υπολογιστεί το ύψος των απαιτούμενων κεφαλαίων. Στην ανάλυση του εσωτερικού μοντέλου που παρουσιάζεται στο παρόν Κεφάλαιο, δεδομένου ότι αυτή θα βασιστεί σε ιστορικά δεδομένα, ορίζονται ποσότητες αντίστοιχης σημασίας με τους όγκους, για κάθε ένα έτος. Κατ' επέκταση, τα βάρη των δεικτών κινδύνων τα οποία θα χρησιμοποιηθούν στην ανάλυση, θα υπολογιστούν και αυτά ανά έτος. Ο παράγοντας στάθμισης των βαρών αυτών είναι το άθροισμα των όγκων όλων των ετών. Το άθροισμα των όγκων όλων των ετών, υπολογίζεται και χρησιμοποιείται αποκλειστικά για την εκτίμηση των παραμέτρων από τις οποίες εξαρτάται η εξαρτημένη συνάρτηση μεταβλητότητας $\rho_\alpha(\sigma)$. Αφού υπολογιστεί η συνάρτηση αυτή, τα μεγέθη των όγκων με τα οποία θα πολλαπλασιαστεί, θα είναι αυτά που ορίζει το βασικό μοντέλο του Solvency II.

Θεωρώντας ότι η πιθανότητα η τυχαία μεταβλητή X_i να πάρει κάποια παρελθοντική τιμή X_i^k , είναι w_i^k οδηγούμαστε στη συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της X_i :

$$Pr(X_i = X_i^k) = w_i^k.$$

Επομένως η μέση τιμή και διακύμανση υπολογίζονται ως ακολούθως:

$$\mu_i = E[X_i] = \sum_{k=1}^m w_i^k X_i^k, \quad (4.4)$$

$$\sigma_i^2 = Var[X_i] = \sum_{k=1}^m w_i^k \cdot (X_i^k - \mu_i)^2, \quad i = 1, \dots, n. \quad (4.5)$$

Για να εκτιμηθούν οι συντελεστές συσχέτισης ρ_{ij} για $i \neq j$, μεταξύ των παραγόντων κινδύνων, θεωρούνται τα υπο-χαρτοφυλάκια με δείκτες παραγόντων κινδύνων X_i και X_j , των οποίων ο συνολικός δείκτης δίνεται από τον παρακάτω σταθμισμένο μέσο

$$X_{ij} = \frac{V_i^\bullet}{V_i^\bullet + V_j^\bullet} X_i + \frac{V_j^\bullet}{V_i^\bullet + V_j^\bullet} X_j, \quad i \neq j, \quad i, j = 1, \dots, n. \quad (4.6)$$

Τα ιστορικά δεδομένα αποτελούνται από δείκτες παραγόντων κινδύνου X_{ij}^k και βάρη w_{ij}^k για κάθε ένα από τα k έτη και δίνονται από τις παρακάτω σχέσεις:

$$X_{ij}^k = \frac{V_i^k}{V_i^k + V_j^k} X_i^k + \frac{V_j^k}{V_i^k + V_j^k} X_j^k, \quad (4.7)$$

$$w_{ij}^k = \frac{V_i^k + V_j^k}{V_i^\bullet + V_j^\bullet}, \quad i \neq j, \quad i, j = 1, \dots, n. \quad (4.8)$$

Ερμηνεύοντας και πάλι τα X_{ij}^k ως αποτελέσματα των τυχαίων μεταβλητών X_{ij} με συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας $Pr(X_{ij} = X_{ij}^k) = w_{ij}^k$, καταλήγουμε στον παρακάτω εκτιμητή για τη μέση τιμή των X_{ij} :

$$\begin{aligned} \mu_{ij} = E[X_{ij}] &= \sum_{k=1}^m w_{ij}^k X_{ij}^k \\ &= \sum_{k=1}^m \frac{V_i^k + V_j^k}{V_i^\bullet + V_j^\bullet} \left(\frac{V_i^k}{V_i^k + V_j^k} X_i^k + \frac{V_j^k}{V_i^k + V_j^k} X_j^k \right) \\ &= \sum_{k=1}^m \frac{1}{V_i^\bullet + V_j^\bullet} (V_i^k X_i^k + V_j^k X_j^k) \\ &= \sum_{k=1}^m \frac{V_i^k}{V_i^\bullet + V_j^\bullet} X_i^k + \sum_{k=1}^m \frac{V_j^k}{V_i^\bullet + V_j^\bullet} X_j^k \\ &= \frac{V_i^\bullet}{V_i^\bullet + V_j^\bullet} \sum_{k=1}^m \frac{V_i^k}{V_i^\bullet} X_i^k + \frac{V_j^\bullet}{V_i^\bullet + V_j^\bullet} \sum_{k=1}^m \frac{V_j^k}{V_j^\bullet} X_j^k \\ &= \frac{V_i^\bullet}{V_i^\bullet + V_j^\bullet} \mu_i + \frac{V_j^\bullet}{V_i^\bullet + V_j^\bullet} \mu_j, \end{aligned} \quad (4.9)$$

και για τη διακύμανση των X_{ij} :

$$\sigma_{ij}^2 = Var[X_{ij}] = \sum_{k=1}^m w_{ij}^k (X_{ij}^k - \mu_{ij})^2. \quad (4.10)$$

Σημειώνεται ότι ο τύπος για την εκτίμηση της μέσης τιμής (4.9) που ισχύει για κάθε υπο-χαρτοφυλάκιο συμφωνεί με τους ορισμούς που δόθηκαν στις (4.4) και (4.6) για κάθε κλάδο.

Η σχέση (4.10) μπορεί να γραφεί ως εξής κάνοντας χρήση της σχέσης (4.6):

$$\begin{aligned}
\sigma_{ij}^2 &= \text{Var}[X_{ij}] \\
&= \text{Var}\left[\frac{V_i^*}{V_i^* + V_j^*}X_i + \frac{V_j^*}{V_i^* + V_j^*}X_j\right] \\
&= \left(\frac{V_i^*}{V_i^* + V_j^*}\right)^2 \text{Var}[X_i] + \left(\frac{V_j^*}{V_i^* + V_j^*}\right)^2 \text{Var}[X_j] + 2\frac{V_i^*V_j^*}{(V_i^* + V_j^*)^2} \text{Cov}[X_i, X_j] \\
&= \frac{(V_i^*\sigma_i)^2 + (V_j^*\sigma_j)^2 + 2V_i^*V_j^*\rho_{ij}\sigma_i\sigma_j}{(V_i^* + V_j^*)^2}.
\end{aligned}$$

Επομένως

$$\sigma_{ij}^2(V_i^* + V_j^*)^2 = (V_i^*\sigma_i)^2 + (V_j^*\sigma_j)^2 + 2V_i^*V_j^*\rho_{ij}\sigma_i\sigma_j.$$

Λύνοντας την παραπάνω εξίσωση ως προς το συντελεστή συσχέτισης ρ_{ij} έχουμε:

$$\rho_{ij} = \frac{1}{2} \cdot \frac{[(V_i^* + V_j^*)\sigma_{ij}]^2 - [V_i^*\sigma_i]^2 - [V_j^*\sigma_j]^2}{(V_i^*\sigma_i)(V_j^*\sigma_j)}. \quad (4.11)$$

Χρησιμοποιώντας τις σχέσεις (4.4) για τη μέση τιμή, (4.5) για τη διακύμανση και (4.11) υπολογίζεται η μέση τιμή και η διακύμανση του δείκτη του παράγοντα κινδύνου του συνόλου του χαρτοφυλακίου από τις (4.2) και (4.3) αντίστοιχα.

Αριθμητικά παραδείγματα που πραγματοποιήθηκαν, υποδεικνύουν ότι ο συντελεστής συσχέτισης που εκτιμήθηκε στη σχέση (4.11) μπορεί (με μικρή πιθανότητα) να δώσει τιμές εκτός του αποδεκτού ορίου $[-1,1]$.

Σύμφωνα με την ανάλυση του Hürlimann (2008), μία μέθοδος με την οποία η σχέση (4.11) δίνει έναν «πραγματικό» συντελεστή συσχέτισης $\rho_{ij} \in [-1,1]$, είναι η ακόλουθη, κάνοντας χρήση ανάλυσης παλινδρόμησης. Προσαρμόζουμε τους όγκους ασφαλιστρών για κάθε $i \in \{1, \dots, n\}$ στην παρακάτω συνάρτηση:

$$P_i^k = r^{k-1}\alpha_i, \quad k = 1, \dots, m, \quad (4.12)$$

όπου r θεωρείται ένας παράγοντας προσαρμογής. Επιπλέον θέτουμε:

$$P_i^* = \sum_{k=1}^m P_i^k = \alpha_i \cdot S_r \quad i = 1, \dots, n \quad (4.13)$$

$$S_r = \sum_{k=1}^m r^{k-1} = \frac{r^m - 1}{r - 1}. \quad (4.14)$$

Σύμφωνα με τις (4.12), (4.13) τα βάρη οποιουδήποτε κινδύνου είναι:

$$w_i^k = w_j^k = w_{ij}^k = \frac{P_i^k}{P_i^*} = \frac{r^{k-1}}{S_r}, \quad i \neq j, i, j = 1, \dots, n, k = 1, \dots, m. \quad (4.15)$$

Σύμφωνα με τα παραπάνω, οι σχέσεις (4.4), (4.5), (4.9) και (4.10) μπορούν να γραφτούν ως εξής:

$$\mu_i = S_r^{-1} \cdot \sum_{k=1}^m r^{k-1} \cdot X_i^k,$$

$$\sigma_i^2 = S_r^{-1} \cdot \sum_{k=1}^m r^{k-1} \cdot (X_i^k - \mu_i)^2,$$

$$\mu_{ij} = \frac{\alpha_i}{\alpha_i + \alpha_j} \mu_i + \frac{\alpha_j}{\alpha_i + \alpha_j} \mu_j,$$

$$\sigma_{ij}^2 = S_r^{-1} \cdot \sum_{k=1}^m r^{k-1} \cdot \left[\frac{\alpha_i}{\alpha_i + \alpha_j} (X_i^k - \mu_i) + \frac{\alpha_j}{\alpha_i + \alpha_j} (X_j^k - \mu_j) \right]^2.$$

Ενσωματώνοντας τα παραπάνω στην (4.11) εκτιμάται ο παρακάτω συντελεστής συσχέτισης μεταξύ των κλάδων i και j :

$$\rho_{ij} = \frac{\sum_{k=1}^m r^{k-1} \cdot (X_i^k - \mu_i) \cdot (X_j^k - \mu_j)}{\sqrt{\sum_{k=1}^m r^{k-1} \cdot (X_i^k - \mu_i)^2} \cdot \sqrt{\sum_{k=1}^m r^{k-1} \cdot (X_j^k - \mu_j)^2}}.$$

4.2 Εφαρμογή της γενικής μεθοδολογίας στο μοντέλο του Solvency II

Στο Κεφάλαιο αυτό θα εφαρμοστεί η γενική μεθοδολογία που παρουσιάστηκε στην Ενότητα 4.1, στα μεγέθη του Solvency II. Οι εκτιμήσεις των ποσοτήτων που απαιτούνται για τον υπολογισμό των κεφαλαιακών απαιτήσεων, θα βασίζονται πλέον σε ιστορικά δεδομένα της εταιρίας και όχι σε προκαθορισμένες τιμές, όπως ορίζει το βασικό μοντέλο.

Με βάση την οδηγία του Solvency II, η εκτίμηση για τη διακύμανση του χαρτοφυλακίου πρέπει να υπολογίζεται χωριστά για κάθε κλάδο.

Έστω χαρτοφυλάκιο που αποτελείται από n κλάδους για τους οποίους είναι διαθέσιμα ιστορικά δεδομένα m ετών. Τα απαιτούμενα δεδομένα είναι τα εξής:

P_i^k : ασφάλιστρα του κλάδου $i \in \{1, \dots, n\}$ του έτους $k \in \{1, \dots, m\}$ (καθαρά από αντασφάλιστρα),

Y_i^k : πληρωθείσες ζημιές του κλάδου $i \in \{1, \dots, n\}$ κατά τη διάρκεια του έτους $[k - 1, k]$, $k \in \{1, \dots, m\}$,

R_i^k : απόθεμα εκκρεμών ζημιών του κλάδου $i \in \{1, \dots, n\}$ στην αρχή και στο τέλος του έτους $k \in \{1, \dots, m\}$,

$\Delta R_i^k = R_i^k - R_i^{k-1}$: αλλαγή στο απόθεμα εκκρεμών ζημιών του κλάδου $i \in \{1, \dots, n\}$ κατά τη διάρκεια του έτους $[k - 1, k]$.

Παρουσιάζονται τα υπολογιστικά βήματα που απαιτούνται για την εκτίμηση της διακύμανσης του χαρτοφυλακίου, σύμφωνα με τον Hürlimann (2008).

Βήμα 1: Ορισμός όγκων και βαρών και κάθε κλάδο

Για κάθε κλάδο $i \in \{1, \dots, n\}$ έστω $V_{p,i}$ ο όγκος ασφαλιστρου του κλάδου, $V_{r,i}$ ο όγκος αποθέματος του κλάδου (όπως ορίστηκαν στις σχέσεις (3.3) και (3.4)), και $V_i = V_{p,i} + V_{r,i}$ ο συνολικός όγκος του κλάδου τη χρονική στιγμή $t = 0$.

Ο συνολικός όγκος ασφαλιστρου για όλους τους κλάδους είναι:

$$V_p = \sum_{i=1}^n V_{p,i} .$$

Ο συνολικός όγκος αποθέματος για όλους τους κλάδους είναι:

$$V_r = \sum_{i=1}^n V_{r,i} .$$

Ο συνολικός όγκος του χαρτοφυλακίου των χρονική στιγμή $t = 0$ είναι:

$$V = \sum_{i=1}^n V_i . \quad (4.16)$$

Για κάθε κλάδο $i \in \{1, \dots, n\}$, ορίζονται τα βάρη του κινδύνου ασφαλίστρου:

$$w_i^p = \frac{V_{p,i}}{V_p} , \quad (4.17)$$

και τα βάρη του κινδύνου αποθέματος:

$$w_i^r = \frac{V_{r,i}}{V_r} . \quad (4.18)$$

Τα παραπάνω βάρη εκφράζονται στο σύνολο του χαρτοφυλακίου από τα διανύσματα $w^p = (w_1^p, \dots, w_n^p)$ και $w^r = (w_1^r, \dots, w_n^r)$ αντίστοιχα. Ο ολικός δείκτης κινδύνου ασφαλίστρου και αποθέματος για το σύνολο του χαρτοφυλακίου εκφράζεται από τα παρακάτω σταθμισμένα αθροίσματα:

$$X_p = \sum_{i=1}^n w_i^p X_i^p ,$$

$$X_r = \sum_{i=1}^n w_i^r X_i^r ,$$

όπου X_i^p είναι ο δείκτης κινδύνου ασφαλίστρου και X_i^r είναι ο δείκτης κινδύνου αποθέματος για κάθε κλάδο $i \in \{1, \dots, n\}$.

Μέχρι και αυτό το σημείο, δεν έχει ακόμα γίνει χρήση των ιστορικών δεδομένων. Οι παραπάνω μεταβλητές λαμβάνουν τις τιμές τους κατά την ημερομηνία αναφοράς.

Βήμα 2: Εκτίμηση μέσης τιμής και διακύμανσης κινδύνου ασφαλίστρου και κινδύνου αποθέματος

Για τον δείκτη κινδύνου ασφαλίστρου ορίζεται το διάνυσμα μέσω των όρων $v^p = (\mu_i^p, \dots, \mu_n^p)$, όπου $\mu_i^p = E[X_i^p]$ είναι η μέση τιμή του δείκτη κινδύνου ασφαλίστρου του κλάδου i , καθώς και ο πίνακας συνδιακύμανσης:

$$\Sigma^p = (\rho_{ij}^p \sigma_i^p \sigma_j^p)$$

όπου

$\sigma_i^p = \sqrt{\text{Var}[X_i^p]}$ είναι η τυπική απόκλιση του δείκτη κινδύνου ασφαλίστρου του i κλάδου, και ρ_{ij}^p είναι ο συντελεστής διακύμανσης μεταξύ των δεικτών κινδύνου ασφαλίστρου X_i^p και X_j^p για $i, j = 1, \dots, n$.

Παρομοίως, για τον δείκτη κινδύνου αποθέματος ορίζεται το διάνυσμα μέσω των όρων $v^r = (\mu_i^r, \dots, \mu_n^r)$, όπου $\mu_i^r = E[X_i^r]$ είναι ο μέσος του δείκτη κινδύνου αποθέματος του i κλάδου, καθώς και ο πίνακας συνδιακύμανσης:

$$\Sigma^r = (\rho_{ij}^r \sigma_i^r \sigma_j^r)$$

όπου

$\sigma_i^r = \sqrt{\text{Var}[X_i^r]}$ είναι η τυπική απόκλιση του δείκτη κινδύνου αποθέματος του i κλάδου, και ρ_{ij}^r είναι ο συντελεστής διακύμανσης των δεικτών κινδύνου αποθέματος X_i^r και X_j^r για $i, j = 1, \dots, n$.

Οι εκτιμητές του μέσου και της διακύμανσης του κινδύνου ασφαλίστρου και του κινδύνου αποθέματος του χαρτοφυλακίου, πρέπει σύμφωνα με τις σχέσεις (4.2) και (4.3) να ικανοποιούν τις παρακάτω σχέσεις:

- για τη μέση τιμή και διακύμανση κινδύνου ασφαλίστρου

$$\hat{\mu}_p = \hat{v}^p w^{p,T}, \quad \hat{\sigma}_p^2 = w^r \hat{\Sigma}^p w^{r,T}, \quad (4.19)$$

- για τη μέση τιμή και διακύμανση κινδύνου αποθέματος

$$\hat{\mu}_r = \hat{v}^r w^{r,T}, \quad \hat{\sigma}_r^2 = w^r \hat{\Sigma}^r w^{r,T}, \quad (4.20)$$

όπου $\hat{\nu}^p$, $\hat{\nu}^r$, $\hat{\Sigma}^p$, $\hat{\Sigma}^r$ είναι εκτιμητές των διανυσμάτων των μέσων και των πινάκων συνδιακύμανσης που ορίστηκαν ανωτέρω.

Για να πραγματοποιηθεί η εκτίμηση των ποσοτήτων αυτών, θα γίνει χρήση των διαθέσιμων ιστορικών δεδομένων $k = 1, \dots, m$ ετών.

Υπολογίζονται οι δείκτες κινδύνου ασφαλίστρου για κάθε έτος k και κάθε κλάδο i :

$$X_i^{p,k} = \frac{Y_i^k}{P_i^k}, \quad (4.21)$$

με βάρη που εξαρτώνται από το ύψος των ασφαλίστρων ως εξής:

$$w_i^{p,k} = \frac{P_i^k}{P_i^\bullet}, \quad \text{όπου } P_i^\bullet = \sum_{k=1}^m P_i^k$$

Αντίστοιχα, υπολογίζονται οι δείκτες κινδύνου αποθέματος για κάθε έτος k και κάθε κλάδο i :

$$X_i^{r,k} = \frac{R_i^k}{R_i^{k-1}}, \quad (4.22)$$

με βάρη που εξαρτώνται από το ύψος των αποθεμάτων ως εξής:

$$w_i^{r,k} = \frac{R_i^{k-1}}{R_i^\bullet}, \quad \text{όπου } R_i^\bullet = \sum_{k=1}^m R_i^{k-1},$$

για $i = 1, \dots, n$, $k = 1, \dots, m$. Σύμφωνα με το μοντέλο που αναπτύχθηκε στο Κεφάλαιο 4.1 και συγκεκριμένα τις σχέσεις (4.4) και (4.5), οι εκτιμητές της μέσης τιμής και της τυπικής απόκλισης του κινδύνου ασφαλίστρου διαμορφώνονται ως ακολούθως:

$$\hat{\mu}_i^p = \sum_{k=1}^m w_i^{p,k} X_i^{p,k}, \quad \hat{\sigma}_i^p = \sqrt{\sum_{k=1}^m w_i^{p,k} \cdot (X_i^{p,k} - \hat{\mu}_i^p)^2}. \quad (4.23)$$

Κατ' αντιστοιχία, για τον κίνδυνο αποθέματος η μέση τιμή και διακύμανση διαμορφώνονται ως ακολούθως:

$$\hat{\mu}_i^r = \sum_{k=1}^m w_i^{r,k} X_i^{r,k}, \quad \hat{\sigma}_i^r = \sqrt{\sum_{k=1}^m w_i^{r,k} \cdot (X_i^{r,k} - \hat{\mu}_i^r)^2}. \quad (4.24)$$

Βήμα 3: Εκτίμηση συντελεστών συσχέτισης κινδύνου ασφαλίστρου μεταξύ των κλάδων

Για να εκτιμηθούν οι συντελεστές συσχέτισης ρ_{ij}^p για $i \neq j$ μεταξύ των δεικτών κινδύνου ασφαλίστρου των διαφορετικών κλάδων της εταιρίας, θεωρούμε υποχαρτοφυλάκια με δείκτες κινδύνου ασφαλίστρου X_i^p και X_j^p , των οποίων ο συνολικός δείκτης κινδύνου ασφαλίστρου υπολογίζεται από τον παρακάτω σταθμισμένο μέσο

$$X_{ij}^p = \frac{P_i^*}{P_i^* + P_j^*} X_i^p + \frac{P_j^*}{P_i^* + P_j^*} X_j^p, \quad i \neq j, \quad i, j = 1, \dots, n.$$

Τα ιστορικά δεδομένα (για τα προηγούμενα k έτη) σύμφωνα με τις σχέσεις (4.7) και (4.8) έχουν δείκτες κινδύνου ασφαλίστρου και αντίστοιχα βάρη:

$$X_{ij}^{p,k} = \frac{P_i^k}{P_i^k + P_j^k} X_i^{p,k} + \frac{P_j^k}{P_i^k + P_j^k} X_j^{p,k}, \quad (4.25)$$

$$w_{ij}^{p,k} = \frac{P_i^k + P_j^k}{P_i^* + P_j^*}, \quad i \neq j, i, j = 1, \dots, n, \quad k = 1, \dots, m. \quad (4.26)$$

Ερμηνεύοντας τα $X_{ij}^{p,k}$ ως τιμές του X_{ij}^p με συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας $Pr(X_{ij}^p = X_{ij}^{p,k}) = w_{ij}^{p,k}$ αποκτούμε τους παρακάτω εκτιμητές για το μέση τιμή και την τυπική απόκλιση του X_{ij}^p σύμφωνα με τις σχέσεις (4.9) και (4.10):

$$\hat{\mu}_{ij}^p = \sum_{k=1}^m w_{ij}^{p,k} X_{ij}^{p,k} = \frac{P_i^*}{P_i^* + P_j^*} \hat{\mu}_i^p + \frac{P_j^*}{P_i^* + P_j^*} \hat{\mu}_j^p, \quad (4.27)$$

$$\hat{\sigma}_{ij}^p = \sqrt{\sum_{k=1}^m w_{ij}^{p,k} (X_{ij}^{p,k} - \hat{\mu}_{ij}^p)^2}. \quad (4.28)$$

Ένας εκτιμητής για τον συντελεστή συσχέτισης ρ_{ij}^p , σύμφωνα με τη σχέση (4.11) ορίζεται ως εξής:

$$\hat{\rho}_{ij}^p = \frac{1}{2} \cdot \frac{[(P_i^* + P_j^*)\hat{\sigma}_{ij}^p]^2 - [P_i^* \sigma_i^p]^2 - [P_j^* \sigma_j^p]^2}{(P_i^* \sigma_i^p)(P_j^* \sigma_j^p)}. \quad (4.29)$$

Βήμα 4: Εκτίμηση συντελεστών συσχέτισης κινδύνου αποθέματος μεταξύ των κλάδων

Παρομοίως με το Βήμα 3, για να εκτιμήσει κανείς τους συντελεστές συσχέτισης ρ_{ij}^r για $i \neq j$ μεταξύ των δεικτών κινδύνου αποθέματος των διαφορετικών κλάδων της εταιρίας, θεωρούμε υπο-χαρτοφυλάκια με δείκτες κινδύνου αποθέματος X_i^r και X_j^r , των οποίων ο συνολικός δείκτης κινδύνου αποθέματος υπολογίζεται από τον παρακάτω σταθμισμένο μέσο:

$$X_{ij}^r = \frac{R_i^*}{R_i^* + R_j^*} X_i^r + \frac{R_j^*}{R_i^* + R_j^*} X_j^r, \quad i \neq j, \quad i, j = 1, \dots, n.$$

Τα ιστορικά δεδομένα των k ετών που έχουμε στη διάθεσή μας, έχουν δείκτες κινδύνου αποθέματος και αντίστοιχα βάρη:

$$X_{ij}^{r,k} = \frac{R_i^{k-1}}{R_i^{k-1} + R_j^{k-1}} X_i^{r,k} + \frac{R_j^{k-1}}{R_i^{k-1} + R_j^{k-1}} X_j^{r,k}, \quad (4.30)$$

$$w_{ij}^{r,k} = \frac{R_i^{k-1} + R_j^{k-1}}{R_i^* + R_j^*}, \quad i \neq j, i, j = 1, \dots, n, \quad k = 1, \dots, m. \quad (4.31)$$

Ερμηνεύοντας και πάλι τα $X_{ij}^{r,k}$ ως τιμές της τυχαίας μεταβλητής X_{ij}^r με συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας $Pr(X_{ij}^r = X_{ij}^{r,k}) = w_{ij}^{r,k}$, καταλήγουμε στους παρακάτω εκτιμητές για τη μέση τιμή και τη διακύμανση του X_{ij}^r :

$$\hat{\mu}_{ij}^r = \sum_{k=1}^m w_{ij}^{r,k} X_{ij}^{r,k} = \frac{R_i^*}{R_i^* + R_j^*} \hat{\mu}_i^r + \frac{R_j^*}{R_i^* + R_j^*} \hat{\mu}_j^r, \quad (4.32)$$

$$\hat{\sigma}_{ij}^r = \sqrt{\sum_{k=1}^m w_{ij}^{r,k} (X_{ij}^{r,k} - \hat{\mu}_{ij}^r)^2}. \quad (4.33)$$

Ένας εκτιμητής για τον συντελεστή συσχέτισης ρ_{ij}^r , σύμφωνα με τη σχέση (4.11) δίνεται από τον παρακάτω τύπο:

$$\hat{\rho}_{ij}^r = \frac{1}{2} \cdot \frac{[(R_i^* + R_j^*)\hat{\sigma}_{ij}^r]^2 - [R_i^*\sigma_i^r]^2 - [R_j^*\sigma_j^r]^2}{(R_i^*\sigma_i^r)(R_j^*\sigma_j^r)}. \quad (4.34)$$

Βήμα 5: Εκτίμηση μέσης τιμής και διακύμανσης συνόλου χαρτοφυλακίου

Για να υπολογιστεί η διακύμανση του συνόλου χαρτοφυλακίου, ακολουθείται ίδια διαδικασία με αυτή των Βημάτων 3 και 4, λαμβάνοντας όμως τον συνολικό δείκτη X_i (combined ratio) του κλάδου $i \in \{1, \dots, n\}$ με βάρη

$$w_i = \frac{V_i}{V}. \quad (4.35)$$

Τότε ο συνολικός δείκτης του χαρτοφυλακίου ορίζεται ως ο γραμμικός συνδυασμός των δεικτών των επιμέρους κλάδων:

$$X = \sum_{i=1}^n w_i X_i. \quad (4.36)$$

Οι παράμετροι του συνολικού δείκτη εκφράζονται από το διάνυσμα των μέσων $\mu = (\mu_1, \dots, \mu_n)$, όπου $\mu_i = E[X_i]$ είναι η μέση τιμή του συνολικού δείκτη για τον i κλάδο, και από τον πίνακα συνδιακύμανσης $\Sigma = (\rho_{ij} \sigma_i \sigma_j)$, όπου $\sigma_i = \sqrt{\text{Var}[X_i]}$ είναι η τυπική απόκλιση του συνολικού δείκτη για τον i κλάδο και ρ_{ij} είναι ο συντελεστής συσχέτισης μεταξύ των συνολικών δεικτών X_i και X_j για $i, j = 1, \dots, n$. Σύμφωνα με τις σχέσεις (4.2) και (4.3) οι εκτιμητές της μέσης τιμής και της διακύμανσης του συνολικού δείκτη του χαρτοφυλακίου πρέπει να ικανοποιούν τις παρακάτω σχέσεις:

$$\hat{\mu} = \hat{\nu} w^T, \quad \hat{\sigma}^2 = w \hat{\Sigma} w^T, \quad (4.37)$$

όπου $\hat{\nu}$, $\hat{\Sigma}$ είναι οι εκτιμητές του διανύσματος μέσων τιμών και του πίνακα συσχέτισης αντίστοιχα. Θεωρούμε τους συνολικούς δείκτες κινδύνου για κάθε έτος k :

$$X_i^k = \frac{Y_i^k + R_i^k}{P_i^k + R_i^{k-1}}, \quad (4.38)$$

με αντίστοιχα βάρη

$$w_i^k = \frac{P_i^k + R_i^{k-1}}{P_i^* + R_i^*}, \quad i = 1, \dots, n \quad k = 1, \dots, m. \quad (4.39)$$

Τότε αποκτά κανείς τους παρακάτω εκτιμητές μέσης τιμής και τυπικής απόκλισης σύμφωνα με τις σχέσεις (4.4) και (4.5) της γενικής μεθοδολογίας:

$$\hat{\mu}_i = \sum_{k=1}^m w_i^k X_i^k, \quad \hat{\sigma}_i = \sqrt{\sum_{k=1}^m w_i^k \cdot (X_i^k - \hat{\mu}_i)^2}. \quad (4.40)$$

Βήμα 6: Εκτίμηση συντελεστών συσχέτισης χαρτοφυλακίου

Για να εκτιμηθούν οι συντελεστές συσχέτισης ρ_{ij} για $i \neq j$ μεταξύ των συνολικών δεικτών των επιμέρους κλάδων της εταιρίας, θεωρούμε υπο-χαρτοφυλάκια με συνολικούς δείκτες X_i και X_j , των οποίων ο συνολικός δείκτης υπολογίζεται από τον παρακάτω σταθμισμένο μέσο όρο:

$$X_{ij} = \frac{P_i^* + R_i^*}{P_i^* + R_i^* + P_j^* + R_j^*} X_i + \frac{P_j^* + R_j^*}{P_i^* + R_i^* + P_j^* + R_j^*} X_j, \quad i \neq j, \quad i, j = 1, \dots, n.$$

Τα ιστορικά δεδομένα των k ετών που διαθέτουμε έχουν συνολικούς δείκτες X_{ij}^k και βάρη w_{ij}^k τα οποία ορίζονται ως εξής σύμφωνα με τις σχέσεις (4.7) και (4.8):

$$X_{ij}^k = \frac{P_i^k + R_i^{k-1}}{P_i^k + R_i^{k-1} + P_j^k + R_j^{k-1}} X_i^k + \frac{P_j^k + R_j^{k-1}}{P_i^k + R_i^{k-1} + P_j^k + R_j^{k-1}} X_j^k, \quad (4.41)$$

$$w_{ij}^k = \frac{P_i^k + R_i^{k-1} + P_j^k + R_j^{k-1}}{P_i^* + R_i^* + P_j^* + R_j^*}, \quad i \neq j, i, j = 1, \dots, n, \quad k = 1, \dots, m. \quad (4.42)$$

Θεωρώντας ότι τα X_{ij}^k είναι τιμές της τυχαίας μεταβλητής X_{ij} με συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας $Pr(X_{ij} = X_{ij}^k) = w_{ij}^k$, αποκτούμε τους παρακάτω εκτιμητές για τη μέση τιμή και τη διακύμανση του X_{ij} σύμφωνα με τις σχέσεις (4.9) και (4.10):

$$\hat{\mu}_{ij} = \sum_{k=1}^m w_{ij}^k X_{ij}^k = \frac{P_i^* + R_i^*}{P_i^* + R_i^* + P_j^* + R_j^*} \hat{\mu}_i + \frac{P_j^* + R_j^*}{P_i^* + R_i^* + P_j^* + R_j^*} \hat{\mu}_j, \quad (4.43)$$

$$\hat{\sigma}_{ij} = \sqrt{\sum_{k=1}^m w_{ij}^k (X_{ij}^k - \hat{\mu}_{ij})^2}. \quad (4.44)$$

Ένας αποδεκτός εκτιμητής για τον συντελεστή συσχέτισης ρ_{ij} ορίζεται από την παρακάτω σχέση κατ' αντιστοιχία της (4.11):

$$\hat{\rho}_{ij} = \frac{1}{2} \cdot \frac{[(P_i^* + R_i^* + P_j^* + R_j^*)\hat{\sigma}_{ij}]^2 - [(P_i^* + R_i^*)\hat{\sigma}_i]^2 - [(P_j^* + R_j^*)\hat{\sigma}_j]^2}{[(P_i^* + R_i^*)\hat{\sigma}_i][(P_j^* + R_j^*)\hat{\sigma}_j]} \quad (4.45)$$

Πλέον έχουν υπολογιστεί όλα τα απαραίτητα διανύσματα για τον υπολογισμό της μέσης τιμής και της διακύμανσης α. του κινδύνου ασφαλίστρου, β. του κινδύνου αποθέματος γ. του συνόλου του χαρτοφυλακίου, όπως παρουσιάστηκαν στα βήματα 2 και 5. Επομένως δύναται ο υπολογισμός του συντελεστή συσχέτισης ρ_{pr} , χρησιμοποιώντας τη σχέση (4.11) για το σύνολο των κλάδων.

$$\hat{\rho}_{pr} = \frac{1}{2} \cdot \frac{(\hat{\sigma}V)^2 - (\hat{\sigma}_p V_p)^2 - (\hat{\sigma}_r V_r)^2}{(\hat{\sigma}_p V_p) \cdot (\hat{\sigma}_r V_r)} \quad (4.46)$$

Σημειώνεται ότι ο συντελεστής αυτός δύναται να υπολογιστεί και για κάθε κλάδο χωριστά.

Έχοντας εκτιμήσει τη συνολική διακύμανση του χαρτοφυλακίου, υπολογίζεται πλέον η εξαρτημένη συνάρτηση μεταβλητότητας $\rho_\alpha(\sigma)$ η οποία πολλαπλασιάζεται με τον συνολικό όγκο του χαρτοφυλακίου και αποδίδει το σύνολο των κεφαλαιακών απαιτήσεων.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

Ελβετικό μοντέλο αποτίμησης κινδύνων (Swiss Solvency Test - Gisler)

Στο κεφάλαιο αυτό, θα παρουσιαστεί η αναλογιστική λογική που χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό των κεφαλαίων που προκύπτουν από τον κίνδυνο ασφαλιστρού και αποθέματος, έτσι όπως ορίζει η ελβετική οδηγία φερεγγυότητας, το Swiss Solvency Test (SST) και αναλύεται στον Gisler (2009).

5.1 Βασικά χαρακτηριστικά

Το SST αναπτύχθηκε αρχικά το διάστημα 2003-2005. Από το 2008 είναι σε υποχρεωτική εφαρμογή από όλους τους ασφαλιστικούς φορείς της χώρας. Η οδηγία αναπτύσσει στοχαστικά μοντέλα σε συνδυασμό με κάποια σενάρια, ώστε να ποσοτικοποιήσει τον κίνδυνο αγοράς, τον πιστωτικό κίνδυνο και τον ασφαλιστικό κίνδυνο. Αναλυτικότερα η μεθοδολογία του SST παρουσιάζεται στους Keller, (2007) και Luder (2005).

Σημείο αναφοράς θεωρείται η χρονική στιγμή $t_0 = 0$. Η χρονική στιγμή αυτή ορίζεται να είναι η 1^η Ιανουαρίου του έτους για το οποίο θα πραγματοποιηθεί ο υπολογισμός. Το έτος αυτό στην ορολογία του SST καλείται τρέχον έτος (current year, CY). Στις περισσότερες των περιπτώσεων τα χαρακτηριστικά ενός χαρτοφυλακίου την 1^η Ιανουαρίου ενός έτους δεν διαφέρουν από τα αντίστοιχα της 31^{ης} Δεκεμβρίου του προηγούμενου έτους, ειδικότερα τα χαρακτηριστικά του ασφαλιστικού κινδύνου που εξετάζονται στο παρόν. Επομένως είναι επιτρεπτό, να χρησιμοποιηθούν για την ανάλυση τα μεγέθη με τα οποία έκλεισε το προηγούμενο έτος.

Στόχος του SST είναι αρχικά ο υπολογισμός και κατ' επέκταση η σύγκριση δύο μεγεθών, του λεγόμενου *Risk Bearing Capital* και του *Target Capital*. Το *Risk Bearing Capital* εκφράζει τα διαθέσιμα κεφάλαια της ασφαλιστικής εταιρίας στην αρχή του έτους που είναι προς εξέταση. Είναι, δηλαδή, η διαφορά μεταξύ της αξίας αγοράς των στοιχείων του ενεργητικού (assets) και της βέλτιστης εκτίμησης των υποχρεώσεων

(liabilities). Το *Target Capital* είναι τα διαθέσιμα κεφάλαια της εταιρίας που εκτιμάται ότι θα έχει στο τέλος του προς εξέταση έτους. Σε περίπτωση που αυτά είναι χαμηλότερα των αρχικών, η εταιρία θεωρείται φερέγγυα.

Ο κίνδυνος, επομένως, που επιχειρείται να αποτιμηθεί, βασίζεται στο κατά πόσο η αξία του χαρτοφυλακίου της ασφαλιστικής εταιρίας δύναται να μεταβληθεί κατά τη διάρκεια ενός ορισμένου χρονικού διαστήματος. Το χρονικό αυτό διάστημα ορίζεται να είναι το ένα έτος και επομένως η λήξη του θεωρείται η 31^η Δεκεμβρίου του τρέχοντος έτους που ορίστηκε ανωτέρω ($t_1 = t_0 + 12$ μήνες). Συνοψίζοντας, η χρονική στιγμή t_0 είναι η αρχή του τρέχοντος έτους, ενώ η χρονική στιγμή t_1 είναι το τέλος του τρέχοντος έτους.

Η παράμετρος που χρησιμοποιεί το SST για το διαχωρισμό των ζημιών με βάση τις προαναφερθείσες ημερομηνίες, είναι η ημερομηνία ατυχήματος. Για παράδειγμα, σε περίπτωση που πραγματοποιείται ο υπολογισμός την 1/1 του 2013, το 2013 θεωρείται το τρέχον έτος (CY, current year). Οι ζημιές που θα συμβούν εντός του έτους αυτού και οι οποίες είναι άγνωστες, είναι οι ζημιές του τρέχοντος έτους (CY claims). Ο κίνδυνος που σχετίζεται με αυτές τις ζημιές είναι αποτέλεσμα της αβεβαιότητας του πλήθους αλλά και του μεγέθους τους. Τα έτη πριν το 2013 αποκαλούνται παρελθόντα έτη (PY, previous years).

Αντιστοίχως, οι ζημιές που συνέβησαν κατά τη διάρκεια αυτών των ετών, είναι οι ζημιές παρελθοντικών ετών (PY claims). Ο κίνδυνος που πηγάζει από αυτές τις ζημιές περιγράφεται από την περίπτωση η βέλτιστη εκτίμηση που υπολογίζεται στην αρχή του τρέχοντος έτους, να διαφέρει από το αποτέλεσμα στο τέλος του τρέχοντος έτους (πληρωμές και νέα βέλτιστη εκτίμηση). Η εν λόγω διαφορά μπορεί να οφείλεται είτε σε μη σωστή εκτίμηση και αποτίμηση των πληροφοριών που είναι διαθέσιμες στην αρχή του έτους και καθορίζουν το απόθεμα για αυτές τις ζημιές, είτε σε μη επαρκή (ελλιπή) πληροφόρηση η οποία γίνεται τελικά διαθέσιμη κατά τη διάρκεια του τρέχοντος έτους, μεταβάλλοντας τις αρχικές εκτιμήσεις.

Ο παραπάνω διαχωρισμός ταυτίζεται με αυτόν του Solvency II, ο οποίος διαχωρίζει τον κίνδυνο ασφαλιστρών και τον κίνδυνο αποθέματος με βάση ζημιές που έχουν ήδη συμβεί (reserve risk – previous years) και ζημιές που θα συμβούν (premium risk – current year). Η βασική διαφορά των δύο μοντέλων στο σημείο αυτό, αφορά τη συσχέτιση των δύο αυτών κινδύνων, είναι ότι το Solvency II θεωρεί το συντελεστή συσχέτισης ίσο με 0,5 ενώ το SST υποθέτει ότι οι δύο κίνδυνοι είναι ασυσχέτιστοι.

Στο SST, όπως και στο Solvency II, υπάρχει το βασικό μοντέλο αλλά οι ασφαλιστικές εταιρίες έχουν τη δυνατότητα και προτείνεται να χρησιμοποιήσουν ένα εσωτερικό μοντέλο το οποίο πρέπει αρχικά να εγκριθεί από την Ελβετική Εποπτική Αρχή (Federal Office of Private Insurance).

Στον κλάδο των γενικών ασφαλίσεων, αυτό που ορίζεται ως ασφαλιστικός κίνδυνος στο SST, είναι το τεχνικό αποτέλεσμα (technical result, TR) του ερχόμενου έτους και ορίζεται σύμφωνα με τον Gisler, (2009), από την ακόλουθη σχέση:

$$TR = P - K - C^{CY} - C^{PY}, \quad (5.1)$$

όπου

P : εκτίμηση δεδουλευμένων ασφαλιστρών τρέχοντος έτους,

K : εκτίμηση διοικητικών εξόδων τρέχοντος έτους,

C^{CY} : συνολικό ύψος ζημιών τρέχοντος έτους,

C^{PY} : συνολικό ύψος ζημιών προηγούμενων ετών.

Το συνολικό ύψος ζημιών των προηγούμενων ετών ορίζεται ως εξής:

$$C^{PY} = -CDR, \quad (5.2)$$

Το CDR (claims development result) είναι το αποτέλεσμα της εξέλιξης των ζημιών, δηλαδή:

$$CDR = R_0 - Y^{PY} - R_1^{PY},$$

όπου

R_0 : η βέλτιστη εκτίμηση αποθέματος εκκρεμών ζημιών την 1/1 του τρέχοντος έτους για ζημιές προηγούμενων ετών (επομένως είναι το σύνολο της βέλτιστης εκτίμησης των εκκρεμών ζημιών τη χρονική στιγμή $t = 0$),

Y^{PY} : οι πληρωμές που θα πραγματοποιηθούν εντός του τρέχοντος έτους για ζημιές με ημερομηνία ατυχήματος εντός των προηγούμενων ετών, δηλαδή πριν την ημερομηνία αναφοράς,

R_1^{PY} : βέλτιστη εκτίμηση αποθέματος εκκρεμών ζημιών την 31/12 του τρέχοντος έτους για ζημιές με ημερομηνία ατυχήματος εντός των προηγούμενων ετών.

Επομένως, το συνολικό ύψος ζημιών των προηγούμενων ετών C^{PY} , που παρουσιάστηκε στη σχέση (5.2) αποτελείται επιμέρους από τις ποσότητες που αναλύθηκαν ανωτέρω.

Παραδείγματος χάριν, έστω μία ζημιά με ημερομηνία ατυχήματος πριν την ημερομηνία αναφοράς (δηλαδή ζημιά προηγούμενων ετών, PY claim) για την οποία εντός του τρέχοντος έτους καταβάλλεται το ποσό των 50 νομισματικών μονάδων. Την 1/1 τρέχοντος έτους έχει υπολογιστεί γι' αυτή τη ζημιά βέλτιστη εκτίμηση αποθέματος 100 μονάδες και την 31/12 του τρέχοντος έτους υπολογίζεται νέα βέλτιστη εκτίμηση 80 μονάδες. Το ποσό $100-50-80=-30$ σημαίνει ότι κατά την 1/1 η ζημιά υποαποθεματοποιήθηκε κατά 30 μονάδες, καθώς η αρχική βέλτιστη εκτίμηση αυτής της ζημιάς δεν κατέστη επαρκής να καλύψει τις πληρωθείσες αποζημιώσεις και τη νέα βέλτιστη εκτίμηση αυτή της ζημιάς.

Το συνολικό ύψος των ζημιών του τρέχοντος έτους, αφορά ζημιές με ημερομηνία ατυχήματος εντός του τρέχοντος έτους. Κατά την ημερομηνία αναφοράς, δεν υπάρχει γνώση για αυτές τις ζημιές, επομένως πρέπει να γίνει κάποιου είδους εκτίμηση. Οι πληρωθείσες αποζημιώσεις του τρέχοντος έτους για ζημιές με ημερομηνία ατυχήματος εντός του τρέχοντος έτους και η βέλτιστη εκτίμηση του αποθέματος εκκρεμών ζημιών που θα σχηματιστεί στο τέλος του τρέχοντος έτους, ορίζουν το συνολικό ύψος των ζημιών αυτών, δηλαδή:

$$C^{CY} = Y^{CY} - R_1^{CY},$$

όπου

Y^{CY} : το ύψος των πληρωθεισών αποζημιώσεων που θα πραγματοποιηθούν εντός του τρέχοντος έτους για ζημιές που θα συμβούν εντός του τρέχοντος έτους,

R_1^{CY} : βέλτιστη εκτίμηση αποθέματος εκκρεμών αποζημιώσεων κατά την 31/12 του τρέχοντος έτους για ζημιές με ημερομηνία ατυχήματος εντός του τρέχοντος έτους.

Η (5.1) μπορεί να γραφεί και ως εξής (προσθαφαιρώντας το $E[C^{CY}]$):

$$\begin{aligned} TR &= (P - K - E[C^{CY}]) - (C^{CY} - E[C^{CY}]) - C^{PY} \\ &\cong E[P - K - E[C^{CY}]] - (C^{CY} - E[C^{CY}]) - C^{PY}. \end{aligned} \quad (5.4)$$

Στη σχέση (5.4) γίνεται η υπόθεση ότι η αρχική βέλτιστη εκτίμηση θα είναι και η πραγματική επομένως:

$$E[C^{PY}] = 0.$$

Δηλαδή, με βάση το προηγούμενο παράδειγμα, αν θεωρηθεί ότι οι πληρωθείσες αποζημιώσεις του έτους είναι 20 νομισματικές μονάδες και όχι 50, τότε το αποτέλεσμα είναι μηδέν, δηλαδή η αρχική βέλτιστη εκτίμηση ήταν ακριβώς στο ύψος που απαιτείται ώστε να καλύψει τις αποζημιώσεις και τη νέα βέλτιστη εκτίμηση.

Το ύψος των ασφαλίσεων και των διοικητικών εξόδων του τρέχοντος έτους μπορούν να εκτιμηθούν με μεγάλη ακρίβεια, οπότε ο κίνδυνος που εμπεριέχουν αυτά τα δύο μεγέθη είναι αμελητέος σε σύγκριση με τα C^{PY} και C^{CY} που είναι τα δύο πιο σημαντικά μεγέθη των τεχνικών αποθεμάτων. Αντικαθιστώντας τα P και K με τις αναμενόμενες τιμές τους (δηλαδή τις προβλέψεις στην αρχή του έτους) οδηγούμαστε στη σχέση (5.4). Από αυτήν προκύπτει ότι τα τεχνικά αποθέματα αποτελούνται από 3 βασικές παραμέτρους:

- Την ποσότητα $E[P - K - E[C^{CY}]]$, δηλαδή το αναμενόμενο τεχνικό απόθεμα,
- την ποσότητα $C^{CY} - E[C^{CY}]$, που είναι η απόκλιση των συνολικών ζημιών του τρέχοντος έτους (CY) από την αναμενόμενη τιμή τους,
- C^{PY} , το συνολικό ύψος ζημιών των προηγούμενων ετών (PY).

Το μέγεθος $C^{CY} - E[C^{CY}]$ αναφέρεται ως κίνδυνος ζημιών τρέχοντος έτους (risk of claim amount current year) στο SST (στο Solvency II ορίστηκε ως κίνδυνος ασφαλίστρου-premium risk). Εκφράζει ακριβώς ότι και στο μοντέλο του Solvency II, την απόκλιση δηλαδή που ενδέχεται να υπάρξει μεταξύ των εισπραχθέντων ασφαλίσεων και των συνολικών απαιτήσεων που θα προκύψουν από κινδύνους που καλύπτουν αυτά τα ασφάλιστρα. Το C^{PY} αναφέρεται στο SST με την ίδια ορολογία όπως και στο Solvency II, δηλαδή ως κίνδυνος αποθέματος (reserve risk). Εκφράζει, όπως έχει αναλυθεί και στο Κεφάλαιο 3, τον κίνδυνο το αρχικό απόθεμα που διατηρείται για τις ζημιές με ημερομηνία ατυχήματος πριν την ημερομηνία αναφοράς, να μην είναι επαρκές ώστε να καλύψει τις πληρωθείσες αποζημιώσεις και το νέο απόθεμα που θα σχηματιστεί για τις εν λόγω ζημιές.

Το μοντέλο του SST βασίζεται σε κατανομές. Ο στόχος είναι να προσδιοριστεί η κατανομή του τεχνικού αποτελέσματος TR . Αφού προσδιοριστεί η κατανομή, το μέτρο κινδύνου που χρησιμοποιείται είναι το Expected Shortfall (ή Conditional Value at Risk) σε επίπεδο εμπιστοσύνης $\alpha = 99\%$. Συμβολίζοντας τις κεφαλαιακές απαιτήσεις του ασφαλιστικού κινδύνου με EC_α έχουμε:

$$EC_\alpha = ES_{99\%}[-TR].$$

Σημειώνεται ότι η αντίστοιχη ποσότητα στο Solvency II ήταν, $EC_\alpha[L] = VaR_\alpha[L]$ σε επίπεδο εμπιστοσύνης $\alpha = 99,5\%$.

Σε αντιστοιχία με το Solvency II, το SST κάνει επίσης σαφή διαχωρισμό μεταξύ των κλάδων (τομέων) μιας επιχείρησης (Line of business) $i = 1, 2, \dots, n$. Θα χρησιμοποιηθεί και σε αυτό το Κεφάλαιο ο συμβολισμός i για να υποδηλώνεται ο κλάδος, καθώς επίσης η τελεία (\bullet) στο κάτω δεξιά μέρος μιας μεταβλητής θα δηλώνει άθροιση ως προς την μεταβλητή της θέσης αυτής. Οι κλάδοι ασφάλισης που ορίζει το SST είναι οι παρακάτω:

1. Αστική ευθύνη αυτοκινήτου (Motor liability).
2. Σώμα αυτοκινήτου (Motor hull).
3. Ζημιές περιουσίας (Property).
4. Γενική αστική ευθύνη (General liability).
5. Αποζημιώσεις εργαζομένων (Workers compensation).
6. Εταιρικά ατυχήματα (Corporate accident).
7. Υγεία ομαδικών (Corporate health).
8. Υγεία ατομικών (Individual health).
9. Ζημιές σκαφών (Marine).
10. Ζημιές αεροσκαφών (Aviation).
11. Πιστώσεις και Εγγυήσεις (Credit and surety).
12. Νομική προστασία (Legal protection).
13. Λοιπά (Others).

5.2 Εκτίμηση κινδύνου αποθέματος

Έστω οι παρακάτω μεταβλητές:

$R_{0,i}$: βέλτιστη εκτίμηση του αποθέματος εκκρεμών ζημιών την 1/1 του τρέχοντος έτους για τον κλάδο i ,

Y_i^{PY} : το ποσό των πληρωμών που θα πραγματοποιηθούν εντός του τρέχοντος έτους για ζημιές προηγούμενων ετών του κλάδου i ,

$R_{1,i}^{PY}$: η βέλτιστη εκτίμηση αποθεμάτων την 31/12 του τρέχοντος έτους για ζημιές προηγούμενων ετών του κλάδου i .

Σύμφωνα με το Gisler, (2009), ορίζεται η εκτίμηση των επισυμβασών αποζημιώσεων την 31/12 του τρέχοντος έτους, για ζημιές με έτος ατυχήματος πριν το τρέχον έτος ως εξής:

$$\widehat{R}_i = Y_i^{PY} + R_{1,i}^{PY}. \quad (5.5)$$

Σημειώνεται ότι ενώ το $R_{0,i}$ είναι γνωστό στην αρχή του έτους, το \widehat{R}_i είναι μια τυχαία μεταβλητή η οποία εξαρτάται από τα μεγέθη Y_i^{PY} και $R_{1,i}^{PY}$ που θα γίνουν γνωστά στο τέλος του έτους (κατά την ημερομηνία αναφοράς μπορούν απλά να εκτιμηθούν).

Το συνολικό ύψος ζημιών προηγούμενων ετών της σχέσης (5.2) μπορεί να γραφτεί λαμβάνοντας υπόψη τη σχέση (5.5) ως εξής:

$$C_i^{PY} = \widehat{R}_i - R_{0,i}.$$

Η τυχαία μεταβλητή που εκφράζει τον κίνδυνο αποθέματος, ή δείκτης κινδύνου αποθέματος (κατ' αντιστοιχία του ορισμού του Solvency II) είναι:

$$X_i^r = \frac{\widehat{R}_i}{R_{0,i}}.$$

Η διακύμανση του δείκτη κινδύνου αποθέματος ορίζεται στο SST ως εξής:

$$\tau_i^2 := Var(X_i^r) = \tau_{i,param}^2 + \frac{\tau_{i,fluct}^2}{R_{0,i}}. \quad (5.6)$$

Η διακύμανση του κινδύνου αποθέματος, αποτελείται από δύο παραμέτρους:

- Τη διακύμανση $\tau_{i,param}^2$, που καλείται παράμετρος κινδύνου (parameter risk) και είναι ανεξάρτητη από οποιοδήποτε βάρος.
- Τη διακύμανση $\tau_{i,fluct}^2$, που καλείται τυχαία διακύμανση κινδύνου (random fluctuation risk) και είναι αντιστρόφως ανάλογη με τη βέλτιστη εκτίμηση του αποθέματος εκκρεμών ζημιών κατά την ημερομηνία αναφοράς, μειώνεται δηλαδή όσο μεγαλύτερη είναι αυτή η βέλτιστη εκτίμηση.

Ο πίνακας με τις τιμές του βασικού μοντέλου για τις τυπικές αποκλίσεις $\tau_{i,param}$ και $\tau_{i,fluct}$ που δίνονται από την εποπτική αρχή του SST 2008 είναι ο ακόλουθος:

Κλάδος	$\tau_{i,param}$	$\tau_{i,fluct}$
1	3,5%	2,5%
2	3,5%	20,0%
3	3,0%	15,0%
4	3,5%	4,0%
5	2,0%	4,0%
6	3,0%	5,0%
7	3,0%	7,0%
8	5,0%	0,0%
9	5,0%	25,0%
10	5,0%	20,0%
11	5,0%	15,0%
12	5,0%	0,0%
13	5,0%	50,0%

Πίνακας 19: Τυπικές αποκλίσεις κινδύνου αποθέματος (Πηγή SST)

Για να υπολογιστεί η συνολική διακύμανση του κινδύνου αποθέματος για το σύνολο του χαρτοφυλακίου, θα πρέπει να ληφθεί υπόψη κάποιος συντελεστής συσχέτισης μεταξύ των κλάδων ασφάλισης, όπως πραγματοποιήθηκε και στο Solvency II. Σύμφωνα με τις βασικές υποθέσεις του SST δεν υπάρχει καμία συσχέτιση μεταξύ αυτών.

5.3 Εκτίμηση κινδύνου τρέχοντος έτους

Στο βασικό μοντέλο του SST το συνολικό ύψος ζημιών του τρέχοντος έτους C^{CY} , χωρίζεται και μοντελοποιείται χωριστά για τρεις κατηγορίες ζημιών:

- το συνολικό ύψος αποζημιώσεων που αφορά «φυσιολογικές» (μικρές) ζημιές, $C^{CY,n}$,

- το συνολικό ύψος αποζημιώσεων που αφορά μεγάλες ζημιές, $C^{CY,b}$,
- το συνολικό ύψος αποζημιώσεων καταστροφικών ζημιών.

Το συνολικό ύψος αποζημιώσεων των δύο πρώτων κατηγοριών μοντελοποιείται με τη βοήθεια ενός στοχαστικού μοντέλου που ονομάζεται αναλυτικό μοντέλο ασφαλιστικού κινδύνου (analytical insurance risk model). Το μοντέλο αυτό, είναι σχεδιασμένο να περιγράφει επαρκώς την πραγματικότητα, εκτός από κάποιες πολύ σπάνιες και ιδιαίτερες περιπτώσεις. Γι' αυτό το λόγο, το SST, επιπρόσθετα του μοντέλου αυτού ορίζει πολύ εξειδικευμένες περιπτώσεις καταστροφικών ζημιών που καλούνται σενάρια (scenarios). Τα σενάρια αυτά συμβολίζονται με SC_k και το άθροισμα όλων αυτών των πιθανών καταστροφικών σεναρίων, ορίζεται ως (βλ. Gisler, (2009)):

$$SC_{\bullet}^{ins} = \sum_{k=1}^K SC_k, \quad (5.7)$$

όπου η μεταβλητή K συμβολίζει το συνολικό πλήθος των σεναρίων.

Με βάση όλα τα ανωτέρω η σχέση (5.4) γράφεται:

$$TR = E[P - K - E[C^{CY}]] - (C_{\bullet}^{CY,n} - E[C_{\bullet}^{CY,n}]) - (C_{\bullet}^{CY,b} - E[C_{\bullet}^{CY,b}]) - C_{\bullet}^{PY} - SC_{\bullet}^{ins}. \quad (5.8)$$

Απομένει συνεπώς, η εύρεση των κατανομών των ζημιών προηγούμενων ετών, των μικρών και μεγάλων ζημιών τρέχοντος έτους καθώς και των σεναρίων, ώστε να προσεγγιστεί η κατανομή του τεχνικού αποτελέσματος TR .

5.3.1 Μοντελοποίηση κανονικών ζημιών τρέχοντος έτους

Για κάθε ασφαλιστικό κλάδο i θεωρείται σύμφωνα με τον Gisler, (2009), ότι οι κίνδυνοι του τρέχοντος έτους περιγράφονται από το διάνυσμα χαρακτηριστικών κινδύνων $\theta_i^T = (\theta_{1i}, \theta_{2i})$. Τα χαρακτηριστικά θ_{1i} και θ_{2i} είναι μεταξύ τους ανεξάρτητα με αναμενόμενη τιμή $E[\theta_{1i}] = E[\theta_{2i}] = 1$. Το χαρακτηριστικό κινδύνου θ_{1i} θεωρείται ότι επηρεάζει το πλήθος των αναμενόμενων ζημιών για το τρέχον έτος του κλάδου i και το χαρακτηριστικό θ_{2i} θεωρείται ότι επηρεάζει τη σφοδρότητα (το μέγεθος) των ζημιών αυτών.

Το βασικό μοντέλο του SST ορίζει ότι οι αποζημιώσεις των κανονικών (μικρών) ζημιών $C_i^{CY,n}$ ακολουθούν κατανομή Poisson.

Η παράμετρος της κατανομής αυτής είναι $\lambda(\omega_i, \theta_{1i}) = \omega_i \lambda_i \theta_{1i}$ όπου ω_i είναι γνωστά βάρη για κάθε κλάδο και λ_i είναι μία εκ των προτέρων αναμενόμενη συχνότητα.

Όσον αφορά τις σφοδρότητες (severities) $Y_i^{(v)}$ των ζημιών, ορίζεται ότι ακολουθούν την ίδια κατανομή με την τυχαία μεταβλητή $\theta_{2i} Y_i$ όπου η τυχαία μεταβλητή Y_i ακολουθεί κατανομή με συνάρτηση κατανομής $F_i(y)$ και μέση τιμή $E[Y_i] = \mu_i$.

Η πραγματική (ή εκ των υστέρων) συχνότητα ζημιών του τρέχοντος έτους (η οποία θα γίνει γνωστή στις 31/12 του τρέχοντος έτους) θα είναι $\lambda_i(\theta_{1i}) = \lambda_i \theta_{1i}$, δηλαδή το θ_{1i} είναι ένας τυχαίος παράγοντας ο οποίος θα διαφοροποιήσει την πραγματική συχνότητα του επόμενου έτους από την εκ των προτέρων αναμενόμενη λ_i .

Η ερμηνεία για το θ_{2i} είναι ανάλογη, αναφερόμενοι όμως πλέον εδώ για πραγματική και εκ των προτέρων αναμενόμενη σφοδρότητα. Επομένως με βάση τα προαναφερθέντα, το ύψος των αποζημιώσεων του τρέχοντος έτους θα εξαρτηθεί από μία συχνότητα και από μία σφοδρότητα, για τις οποίες πραγματοποιείται μία εκτίμηση στην αρχή του έτους.

Κατ' αντιστοιχία με τον κίνδυνο αποθέματος, ορίζεται και στον κίνδυνο τρέχοντος έτους η εκτιμώμενη τιμή του συνολικού ύψους ζημιών του τρέχοντος έτους:

$$\hat{P}_i = E[C_i^{CY,n}].$$

Το μέγεθος αυτό εκφράζει το καθαρό ασφάλιστρο κινδύνου (pure risk premium) για τις κανονικές ζημιές του τρέχοντος έτους.

Ο δείκτης του κινδύνου τρέχοντος έτους είναι:

$$X_i^p = \frac{C_i^{CY,n}}{\hat{P}_i}.$$

Η διακύμανση του δείκτη κινδύνου τρέχοντος έτους ορίζεται ως εξής:

$$\varphi_i^2 = Var(X_i^p) = \varphi_{i,param}^2 + \frac{\varphi_{i,fluct}^2}{v_i}, \quad (5.9)$$

όπου

$\varphi_{i,param}^2$ καλείται παράμετρος κινδύνου (parameter risk) και ορίζεται ως εξής:

$$\begin{aligned}\varphi_{i,param}^2 &= Var(\theta_{1i}) + Var(\theta_{2i}) + Var(\theta_{1i}) \cdot Var(\theta_{2i}) \\ &\simeq Var(\theta_{1i}) + Var(\theta_{2i}),\end{aligned}$$

$\varphi_{i,fluct}^2$ καλείται τυχαία διακύμανση κινδύνου (random fluctuation risk) και ορίζεται ως εξής:

$$\varphi_{i,fluct}^2 = CoVa^2(Y_i^{(v)}) + 1,$$

$CoVa(Y_i^{(v)})$ είναι ο συντελεστής μεταβλητότητας της σφοδρότητας των ζημιών και $v_i = \omega_i \lambda_i$ είναι ο εκ των προτέρων αναμενόμενος αριθμός ζημιών.

Η παράμετρος κινδύνου είναι ανεξάρτητη από το μέγεθος της εταιρίας ενώ η διακύμανση κινδύνου μειώνεται με το μέγεθος της εταιρίας ανάλογα με τον εκ των προτέρων αναμενόμενο αριθμό των ζημιών.

Οι βασικές τιμές που προβλέπονται από την εποπτική αρχή για την τυπική απόκλιση $\varphi_{i,param}$ και την τυπική απόκλιση $\varphi_{i,fluct}$ στο SST 2008 παρουσιάζονται στον παρακάτω πίνακα.

Κλάδος	$\varphi_{i,param}$	CoVa
1	3,50%	7,00
2	3,50%	2,50
3	5,00%	5,00
4	3,50%	8,00
5	3,50%	7,50
6	4,75%	4,50
7	5,75%	2,50
8	5,75%	2,25
9	5,00%	6,50
10	5,00%	2,50
11	5,00%	5,00
12	4,50%	2,25
13	4,50%	5,00

Πίνακας 20: Τυπικές αποκλίσεις κινδύνου τρέχοντος έτους (Πηγή SST)

Οι εταιρίες μπορούν να διαφοροποιηθούν από αυτές τις τιμές βασιζόμενες στα δικά τους δεδομένα. Συνήθως υπάρχουν επαρκή δεδομένα στις περισσότερες εταιρίες για να εκτιμήσουν το $\varphi_{i,fluct}^2$, αλλά δεν υπάρχει ακόμα κάποιος γνωστός αποδεκτός τρόπος για να εκτιμηθεί το $\varphi_{i,param}^2$ από τα δικά τους δεδομένα. Έτσι, οι περισσότερες εταιρίες

χρησιμοποιούν τελικά τις προεπιλεγμένες από τις εποπτικές αρχές τιμές για το $\varphi_{i,param}^2$.

Σύμφωνα με το βασικό μοντέλο του SST, το άθροισμα των ζημιών προηγούμενων ετών και των κανονικών ή μικρών ζημιών, προσεγγίζεται από τη λογαριθμοκανονική κατανομή με συνολική διακύμανση για κάθε κλάδο:

$$\sigma_i^2 = \frac{(\hat{P}_i \varphi_i)^2 + 2\rho_{C_i^{CY}, C_i^{PY}} \hat{P}_i \varphi_i R_{0,i} \tau_i + (R_{0,i} \tau_i)^2}{\hat{P}_i + R_{0,i}},$$

όπου $\rho_{C_i^{CY}, C_i^{PY}}$ είναι ο συντελεστής διακύμανσης μεταξύ ζημιών τρέχοντος έτους και ζημιών προηγούμενων ετών, ο οποίος θεωρείται στο βασικό μοντέλο του SST ίσος με μηδέν, φ_i είναι η τυπική απόκλιση του κινδύνου τρέχοντος έτους και τ_i η τυπική απόκλιση του κινδύνου αποθέματος.

5.3.2 Μοντελοποίηση μεγάλων ζημιών τρέχοντος έτους

Οι μεγάλες ζημιές ορίζονται ως μεμονωμένες ζημιές ή γεγονότα ζημιών (π.χ. φυσικές καταστροφές) με μέγεθος ζημιάς μεγαλύτερο από ένα ορισμένο χρηματικό όριο.

Το συνολικό ύψος αποζημιώσεων μεγάλων ζημιών του κλάδου i θεωρείται ότι ακολουθεί κατανομή Poisson και ισούται με το άθροισμα όλων των αποζημιώσεων των μεγάλων ζημιών, δηλαδή:

$$C_i^{CY,b} = \sum_{v=1}^{N_i^b} Y_{iv}^b,$$

όπου

N_i^b είναι το πλήθος των μεγάλων ζημιών, το οποίο θεωρείται ότι ακολουθεί επίσης κατανομή Poisson με παράμετρο λ_i^b ,

Y_{iv}^b είναι οι σφοδρότητες των μεγάλων ζημιών για $v = 1, 2, \dots, N_i^b$ οι οποίες ακολουθούν κατανομή F_i , είναι μεταξύ τους ανεξάρτητες και ανεξάρτητες από το πλήθος N_i^b .

Θεωρείται ότι τα συνολικά ύψη μεγάλων ζημιών $C_i^{CY,b}$ μεταξύ των κλάδων $i = 1, 2, \dots, n$, είναι επίσης ανεξάρτητα.

Για τις κατανομές της σφοδρότητας των ζημιών F_i , υποθέτουμε ότι ακολουθούν κατανομή Pareto με παραμέτρους α_i . Οι παράμετροι αυτές δίνονται από το βασικό μοντέλο του SST και παρουσιάζονται στον παρακάτω πίνακα:

Κλάδος	α_i
1	2,50
2	1,85
3	1,40
4	1,80
5	2,00
6	2,00
7	3,00
8	3,00
9	1,50
10	-
11	0,75
12	-
13	1,50

Πίνακας 21: Παράμετροι Pareto κατανομής μεγάλων ζημιών (Πηγή SST)

Σημειώνεται, ότι γεγονότα που προκαλούν μεγάλες ζημιές όπως τα ακραία φυσικά φαινόμενα (χαλάζι, ανεμοθύελλα, πλημμύρα) συνήθως επηρεάζουν πολλούς κλάδους ταυτόχρονα. Αυτό δε λαμβάνεται υπόψη στο συγκεκριμένο μοντέλο.

Δοθέντος ότι το συνολικό ύψος μεγάλων ζημιών για κάθε κλάδο ακολουθεί κατανομή Poisson, το άθροισμα των μεγάλων ζημιών για όλους τους κλάδους του χαρτοφυλακίου, θα ακολουθεί κατανομή Compound Poisson, με παράμετρο το άθροισμα των παραμέτρων του κάθε κλάδου. Επομένως:

$$C_{\bullet}^{CY,b} = \sum_{i=1}^I C_i^{CY,b} \sim Poisson(\lambda),$$

$$\text{όπου } \lambda = \sum_{i=1}^I \lambda_i^b.$$

Έχοντας πλέον εκτιμήσει και την κατανομή των μεγάλων ζημιών, το άθροισμα $C_{\bullet}^{CY,n} + C_{\bullet}^{CY,b} + C_{\bullet}^{PY}$ μπορεί να προσεγγιστεί από μία συνέλιξη της λογαριθμοκανονικής κατανομής του $C_{\bullet}^{CY,n} + C_{\bullet}^{PY}$ με την Compound Poisson κατανομή του $C_{\bullet}^{CY,b}$.

5.3.3 Μοντελοποίηση σεναρίων

Όπως αρχικά αναφέρθηκε το SST, ορίζει πολύ εξειδικευμένες περιπτώσεις καταστροφικών ζημιών που καλούνται σεσάρια (scenarios) SC_k .

Τα σενάρια αυτά θεωρείται ότι είναι c_k σε πλήθος και έχουν p_k πιθανότητα επέλευσης. Είναι είτε οικονομικά σενάρια που προκαλούν μεγάλες απώλειες στην αγορά (π.χ. σενάριο πτώσης κάποιου δείκτη μεγάλου χρηματιστηρίου), είτε ασφαλιστικά σενάρια που προκαλούν μεγάλες απώλειες στις ασφαλιστικές εταιρίες (π.χ. έκρηξη σε μια βιομηχανική περιοχή), είτε συνδυασμός των δύο παραπάνω σεναρίων (π.χ. πανδημία). Στο συνδυασμό των σεναρίων δεν είναι δυνατός ο σαφής διαχωρισμός μεταξύ ασφαλιστικού κινδύνου και κινδύνου αγοράς. Επομένως τοποθετούνται στον ασφαλιστικό κίνδυνο όλα τα αμιγώς ασφαλιστικά σενάρια και εκείνα στα οποία ο ασφαλιστικός κίνδυνος είναι κυρίαρχος και μεγαλύτερος από τον κίνδυνο αγοράς. Το σύνολο των καταστροφικών κινδύνων (αθροίζοντας όλα τα σενάρια ασφαλιστικού κινδύνου) ορίζεται από το παρακάτω άθροισμα όπως παρουσιάστηκε στη σχέση (5.7):

$$SC_{\bullet}^{ins} = \sum_{k=1}^K SC_k.$$

Στο SST ισχύει η υπόθεση ότι τα σενάρια SC_k^{ins} , $k = 1, 2, \dots, K$ αποκλείουν το ένα το άλλο (δηλαδή ότι μόνο ένα από τα σενάρια μπορεί να πραγματοποιηθεί το επόμενο έτος).

Υπολογίζοντας και το ύψος των αποζημιώσεων των καταστροφικών σεναρίων, έχουν πλέον εκτιμηθεί όλα τα απαιτούμενα μεγέθη του τεχνικού αποτελέσματος της σχέσης (5.8), οπότε με τη χρήση του Expected Shortfall, καταλήγουμε στο ύψος των απαιτούμενων κεφαλαίων.

Για περισσότερες πληροφορίες σχετικά με την εκτίμηση των παραμέτρων στο SST, βλ. Gisler, (2009).

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6

Αριθμητικές εφαρμογές

Στο Κεφάλαιο αυτό, θα παρουσιαστούν αριθμητικά παραδείγματα των μεθοδολογιών που αναπτύχθηκαν στο Κεφάλαιο 3 και στο Κεφάλαιο 4. Τα παραδείγματα είναι βασισμένα σε ορισμένους ασφαλιστικούς κλάδους πραγματικών δεδομένων εταιρίας της ασφαλιστικής αγοράς. Τα δεδομένα αυτά έχουν ομοιόμορφα παραποιηθεί για λόγους εχεμύθειας.

Αρχικά θα παρουσιαστούν τα αποτελέσματα της μεθοδολογίας του βασικού μοντέλου του Solvency II, όπως αυτή προτάθηκε από την οδηγία του QIS5 και αναλύθηκε στο Κεφάλαιο 3. Στη συνέχεια, θα εξαχθούν αποτελέσματα χρησιμοποιώντας τη μεθοδολογία που παρουσιάστηκε το Κεφάλαιο 4, ώστε τελικά να πραγματοποιηθεί σύγκριση των δύο αποτελεσμάτων.

Οι ασφαλιστικοί κλάδοι για τους οποίους θα υπολογιστεί το SCR του κινδύνου ασφαλιστρού και αποθέματος είναι οι ακόλουθοι:

1. Αστική ευθύνη αυτοκινήτου (Motor vehicle liability).
2. Λοιπές απαιτήσεις αυτοκινήτου (Other motor).
3. Πυρός και ζημιών περιουσίας (Fire and Other damage to Property).
4. Αστική ευθύνη έναντι τρίτων (General/Third party liability).
5. Νομική προστασία (Legal Expenses).

Όλα τα ποσά που εμφανίζονται στους ακόλουθους πίνακες είναι σε χιλιάδες Ευρώ.

Τέλος, θεωρείται ότι η εταιρία δεν πραγματοποιεί καμία εκχώρηση κινδύνου σε αντασφαλιστική εταιρία.

6.1 Υπολογισμός SCR με το βασικό μοντέλο

Για τον υπολογισμό των κεφαλαιακών απαιτήσεων με χρήση του βασικού μοντέλου του QIS5 (Revised Technical Specifications for the Solvency II valuation and Solvency Capital Requirements, 2012), χρησιμοποιήθηκε το αρχείο excel έτσι όπως εκδόθηκε

από την ΕΙΟΡΑ με τελευταία ενημέρωση στις 06/10/2010 και είναι δημοσιευμένο στον επίσημο ιστότοπό της (<https://eiopa.europa.eu/consultations/qis/quantitative-impact-study-5/spreadsheets-and-it-tools/index.html>). Το αρχείο αυτό περιέχει όλα εκείνα τα απαραίτητα πεδία για τον υπολογισμό όλων των κινδύνων του SCR καθώς και του MCR. Για τους σκοπούς της παρούσας μελέτης, συμπληρώθηκαν μόνο τα πεδία που είναι απαραίτητα για τον υπολογισμό του τμήματος του SCR που αφορά τον κίνδυνο ασφαλιστρου και αποθέματος. Για λόγους ταυτοποίησης, οι πίνακες που παρατίθενται στο Καφάλαιο 6, διατηρούν τη μορφοποίηση του αρχείου αυτού.

Για να πραγματοποιηθεί η επιλογή του όγκου ασφαλιστρου συμπληρώνονται τα ετήσια στοιχεία που εμφανίζονται στον Πίνακα 22. Στον Πίνακα αυτόν απεικονίζονται ανά κλάδο:

- τα εγγεγραμμένα ασφάλιστρα του τελευταίου έτους (gross written),
- τα δεδουλευμένα ασφάλιστρα του τελευταίου έτους (gross earned),
- πιθανές αντασφαλιστικές εκχωρήσεις (ceded),
- εκτίμηση εγγεγραμμένων ασφαλιστρων του ερχόμενου έτους, αφού έχει προηγηθεί η αφαίρεση των αντασφαλιστικών εκχωρήσεων (next year expectations net written),
- εκτίμηση δεδουλευμένων ασφαλιστρων του ερχόμενου έτους, αφού έχει προηγηθεί η αφαίρεση των αντασφαλιστικών εκχωρήσεων (next year expectations net earned).

Premiums per job	Gross		Ceded			Net		Next year expectations		SCR: Vprem
	Written	Earned	Written	of which finite	Earned	Written	Earned	net Written	net Earned	
Total	110.742	112.131	0	0	0	110.742	112.131	101.677	107.380	
Total Non life (excluding health)	110.742	112.131	0	0	0	110.742	112.131	101.677	107.380	
Motor vehicle liability insurance	91.027	90.480				91.027	90.480	85.088	89.909	91.027
Other motor insurance	9.032	8.759				9.032	8.759	7.738	8.148	9.032
Fire and other damage to property insurance	4.144	5.244				4.144	5.244	2.837	2.832	4.144
General liability insurance	5.559	6.608				5.559	6.608	4.966	5.515	5.559
Legal expenses insurance	980	1.040				980	1.040	1.048	976	1.048

Πίνακας 22: Ετήσια ασφάλιστρα ανά κλάδο

Από τα παραπάνω, επιλέγεται ως όγκος ασφαλιστρου (απεικονίζεται στην τελευταία στήλη του Πίνακα 22), το μεγαλύτερο ποσό για κάθε κλάδο, όπως παρουσιάστηκε στη σχέση (3.3), που στην προκειμένη είναι τα εγγεγραμμένα ασφάλιστρα του τελευταίου έτους. Εξαιρέση αποτελεί ο κλάδος Νομικής Προστασίας (Legal expenses insurance), όπου επιλέγεται η εκτίμηση των εγγεγραμμένων του επόμενου έτους.

Για να πραγματοποιηθεί η επιλογή του όγκου αποθέματος, συμπληρώνονται οι ασφαλιστικές υποχρεώσεις (Insurance obligations) των ασφαλιστρών και των αποθεμάτων της εταιρίας, όπως παρουσιάζεται στον Πίνακα 23. Η Βέλτιστη Εκτίμηση των αποθεμάτων είναι ο όγκος αποθέματος όπως παρουσιάστηκε στη σχέση (3.4).

QIS5 insurance obligations	Premium	Claims outstand
Total	23.074	122.423
Non-Life insurance obligations	23.074	122.423
Motor vehicle liability insurance	21.075	117.365
Other motor insurance	1.188	2.281
Fire and other damage to property insurance	500	1.338
General liability insurance	274	1.211
Legal expenses insurance	37	228

Πίνακας 23: Βέλτιστη Εκτίμηση ασφαλιστρών και αποθεμάτων

Συνοπτικά τα αποτελέσματα της επιλογής των όγκων ασφαλίστρου και αποθέματος ανά κλάδο (Volume measure calculation per lob), παρουσιάζονται στον Πίνακα 24.

Volume measure calculation per lob			
	V_{prem}	$PCO_{\text{lob}} V_{\text{res}}$	$V(\text{prem}+\text{res})$
Motor vehicle liability	91.026,8	117.365,3	208.392,1
Motor, other classes	9.032,0	2.281,1	11.313,1
Fire and other property damage	4.144,1	1.338,4	5.482,6
Third-party liability	5.559,0	1.210,9	6.769,9
Legal expenses	1.048,2	227,8	1.275,9

Πίνακας 24: Όγκοι ασφαλίστρου και αποθέματος ανά κλάδο

Στην τελευταία στήλη του Πίνακα 24, εμφανίζεται ο συνολικός όγκος κάθε κλάδου, το άθροισμα δηλαδή του όγκου ασφαλίστρου και αποθέματος, όπως ορίστηκε στη σχέση (3.5).

Οι τυπικές αποκλίσεις του κινδύνου ασφαλίστρου και του κινδύνου αποθέματος ανά κλάδο (Standard deviation per lob, premium risk-reserve risk) είναι αυτές που ορίζει η οδηγία και παρουσιάστηκαν στους Πίνακες 17 και 18.

Standard deviation calculation per lob premium risk-reserve risk		
	S_{prem}	S_{res}
Motor vehicle liability	8,0%	9,0%
Motor, other classes	8,0%	8,0%
Fire and other property damage	6,4%	10,0%
Third-party liability	11,2%	11,0%
Legal expenses	7,0%	12,0%

Πίνακας 25: Τυπική απόκλιση κινδύνου ασφαλίστρου και αποθέματος ανά κλάδο

Η τυπική απόκλιση του κινδύνου ασφαλίστρου του Πίνακα 25, διαφέρει από αυτή του Πίνακα 18, όπως ορίζει η οδηγία κατά ένα ποσοστό ίσο με 0,8 για τους κλάδους Αστικής ευθύνης αυτοκινήτων, Πυρός και ζημιών περιουσίας και Αστικής ευθύνης έναντι τρίτων.

Η τυπική απόκλιση ανά κλάδο (Standard deviation calculation per lob) θεωρώντας συντελεστή συσχέτισης μεταξύ κινδύνου ασφαλίστρου και αποθέματος ίσο με 0,5, σύμφωνα με τη σχέση (3.14) είναι:

Standard deviation calculation per lob	s_res_prem
Motor vehicle liability	7,46%
Motor, other classes	7,33%
Fire and other property damage	6,42%
Third-party liability	10,32%
Legal expenses	7,07%

Πίνακας 26: Τυπική απόκλιση ανά κλάδο

Η συνολική τυπική απόκλιση του χαρτοφυλακίου (Standard deviation) σύμφωνα με τη σχέση (3.16) υπολογίζεται στο 7,1%, ενώ η συνάρτηση εξαρτημένη συνάρτηση μεταβλητότητας (Function of the standard deviation) $\rho_{\alpha}(\sigma)$, όπως παρουσιάστηκε στη σχέση (3.12), υπολογίζεται στο 19,7%. Η τελευταία, πολλαπλασιαζόμενη με τον συνολικό όγκο (Volume measure) του χαρτοφυλακίου (233.233,6 χιλ. €), αποδίδει οικονομικά κεφάλαια για κάλυψη του κινδύνου αποθέματος και ασφαλίστρου (Non-life premium and reserve risk) της τάξεως των 45.866,0 χιλ. €, σύμφωνα με τη σχέση (3.11). Τα ανωτέρω συνοψίζονται στον Πίνακα 27 που ακολουθεί:

Non-Life premium and reserve risk	45.866,0
Function of the standard deviation	19,7%
Standard deviation	7,1%
Volume measure	233.233,6

Πίνακας 27: SCR κινδύνου ασφαλίστρου και αποθέματος

6.2 Υπολογισμός SCR με το εσωτερικό μοντέλο

Κατά τον υπολογισμό των κεφαλαιακών απαιτήσεων με το εσωτερικό μοντέλο που παρουσιάστηκε στο Κεφάλαιο 4.2, οι όγκοι ασφαλίστρου και αποθέματος παραμένουν ίδιοι με το βασικό μοντέλο όπως παρουσιάστηκαν στον Πίνακα 24.

Οι τυπικές αποκλίσεις του κινδύνου ασφαλίστρου και του κινδύνου αποθέματος ανά κλάδο (Standard deviation per lob, premium risk-reserve risk) εκτιμώνται σύμφωνα με τις σχέσεις (4.23) και (4.24). Από τον Πίνακα Α9 του Παραρτήματος, έχουμε τα παρακάτω αποτελέσματα ανά κλάδο:

Standard deviation calculation per lob premium risk-reserve risk		
	S _{prem}	S _{res}
Motor vehicle liability	10,91%	14,92%
Motor, other classes	4,20%	39,45%
Fire and other property damage	5,42%	53,78%
Third-party liability	3,06%	85,59%
Legal expenses	5,58%	31,39%

Πίνακας 28: Τυπικές αποκλίσεις κινδύνου ασφαλίστρου και αποθέματος ανά κλάδο

Η τυπική απόκλιση για το σύνολο του κάθε κλάδου υπολογίζεται στο Παράρτημα στον Πίνακα Α22 (Standard deviation calculation per lob), σύμφωνα με τη σχέση (4.40). Τα αποτελέσματα ανά κλάδο έχουν ως εξής:

Standard deviation calculation per lob		
	S _{res_prem}	
Motor vehicle liability	6,66%	
Motor, other classes	6,86%	
Fire and other property damage	6,96%	
Third-party liability	8,93%	
Legal expenses	8,06%	

Πίνακας 29: Συνολική τυπική απόκλιση ανά κλάδο

Η συνολική τυπική απόκλιση (Standard deviation) του χαρτοφυλακίου σύμφωνα με τη σχέση (3.16) υπολογίζεται στο 6,4% (Πίνακας Α29 Παραρτήματος), ενώ εξαρτημένη συνάρτηση μεταβλητότητας (Function of the standard deviation) $\rho_\alpha(\sigma)$ υπολογίζεται στο 17,7%. Η τελευταία, πολλαπλασιαζόμενη με τον συνολικό όγκο του χαρτοφυλακίου (233.233,6 χιλ. €), αποδίδει οικονομικά κεφάλαια της τάξεως των 41.236,1 χιλ. € σύμφωνα με τη σχέση (3.11). Τα ανωτέρω συνοψίζονται στον πίνακα που ακολουθεί:

Non-Life premium and reserve risk	41.236,1
Function of the standard deviation	17,7%
Standard deviation	6,4%
Volume measure	233.233,6

Πίνακας 30: SCR κινδύνου ασφαλίστρου και αποθέματος

Αναλυτικοί πίνακες για όλους τους απαιτούμενους υπολογισμούς παρατίθενται στο Παράρτημα.

Συμπερασματικά, η μεθοδολογία του εσωτερικού μοντέλου παρατηρείται να δίνει μεγάλες τυπικές αποκλίσεις αποκλειστικά για τον κίνδυνο του αποθέματος σε σχέση με το βασικό μοντέλο. Σε περίπτωση επομένως που χρησιμοποιούνται οι τυπικές αποκλίσεις κινδύνου ασφαλιστρού και αποθέματος ανά κλάδο του εσωτερικού μοντέλου όπως παρουσιάστηκαν στον Πίνακα 28, και εν συνεχεία υπολογίζονταν η τυπική απόκλιση του κινδύνου κάθε κλάδου σύμφωνα με τη σχέση (3.14), θα κατέληγε κανείς σε υψηλότερα επίπεδα κεφαλαιακών απαιτήσεων. Χρησιμοποιώντας όμως τη μεθοδολογία του βασικού μοντέλου στο σύνολο του χαρτοφυλακίου, οι τυπικές αποκλίσεις είναι μικρότερες όπως φαίνεται στον Πίνακα 31 που ακολουθεί:

Standard deviation calculation per lob	Standard model	Internal model	diff.
	s_res_prem	s_res_prem	
Motor vehicle liability	7,46%	6,66%	-10,75%
Motor, other classes	7,33%	6,86%	-6,33%
Fire and other property damage	6,42%	6,96%	8,50%
Third-party liability	10,32%	8,93%	-13,50%
Legal expenses	7,07%	8,06%	14,01%

Πίνακας 31: Σύγκριση τυπικών αποκλίσεων βασικού και εσωτερικού μοντέλου

Διατηρώντας προφανώς αμετάβλητους τους όγκους μεταξύ των δύο μοντέλων, οδηγούμαστε σε χαμηλότερο SCR κινδύνου ασφαλιστρού και αποθέματος κατά 11,2%.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

Π1. Υπολογισμός SCR με εσωτερικό μοντέλο

Για τον υπολογισμό του SCR με το εσωτερικό μοντέλο, ο Πίνακας με τα ιστορικά δεδομένα που χρησιμοποιήθηκαν είναι:

	0	1	2	3	4	5	Σύνολο ετών
Ασφάλιστρα/κλάδο							
Motor liab.		53.006	54.787	91.731	94.988	91.027	385.539
Other motor		8.427	8.639	10.274	8.935	9.032	45.308
Fire-Property		5.772	6.290	8.114	8.281	4.144	32.601
General liab.		2.857	3.015	6.517	9.742	5.559	27.690
Legal Exp.		1.329	1.389	1.833	1.376	980	6.907
Σύνολο κλάδων		71.391	74.119	118.470	123.323	110.742	498.045
Πληρωθείσες/κλάδο							
Motor liab.		25.493	26.350	33.709	63.406	51.804	200.762
Other motor		1.665	1.707	1.700	2.569	1.709	9.351
Fire-Property		838	913	1.486	2.273	1.046	6.557
General liab.		536	566	729	1.576	1.079	4.487
Legal Exp.		198	207	275	402	180	1.261
Σύνολο κλάδων		28.731	29.743	37.899	70.226	55.818	222.417
Εκκρεμείς/κλάδο							
Motor liab.	49.504	51.167	61.016	89.068	111.425	117.365	362.180
Other motor	1.743	1.787	1.358	2.673	3.140	2.281	10.702
Fire-Property	1.141	1.243	945	2.259	2.234	1.338	7.822
General liab.	369	389	519	262	414	1.211	1.953
Legal Exp.	398	416	316	409	495	228	2.034
Σύνολο κλάδων	53.155	55.003	64.154	94.671	117.708	122.423	384.691

Πίνακας Α1: Ιστορικά δεδομένα εταιρίας

Τα δεδομένα του 5^{ου} έτους ταυτίζονται με αυτά που χρησιμοποιήθηκαν στο βασικό μοντέλο.

Οι υπολογισμοί θα πραγματοποιηθούν σύμφωνα με τα βήματα που παρουσιάστηκαν στο Κεφάλαιο 4.2.

Βήμα 1: Ορισμός όγκων και βαρών και κάθε κλάδο

Οι όγκοι και τα βάρη για κάθε κλάδο συνολικά έχουν ως ακολούθως σύμφωνα με τις σχέσεις (4.16), (4.17) και (4.18):

Κλάδος	Όγκος ασφ. $V_{p,i}$	Όγκος αποθ. $V_{r,i}$	Σύνολο V_i
Motor liab.	91.027	117.365	208.392
Other motor	9.032	2.281	11.313
Fire-Property	4.144	1.338	5.483
General liab.	5.559	1.211	6.770
Legal Exp.	1.048	228	1.276
Σύνολο	110.810	122.423	233.234

Πίνακας Α2: Όγκοι ασφαλίστρου και αποθέματος ανά κλάδο

Κλάδος	Βάρη ασφ. $w_{p,i}$	Βάρη αποθ. $w_{r,i}$	Βάρη χαρτ. w_i
Motor liab.	0,821	0,959	0,893
Other motor	0,082	0,019	0,049
Fire-Property	0,037	0,011	0,024
General liab.	0,050	0,010	0,029
Legal Exp.	0,009	0,002	0,005
Σύνολο	1,000	1,000	1,000

Πίνακας A3: Βάρη ασφαλίστρου και αποθέματος ανά κλάδο

Βήμα 2: Εκτίμηση μέσης τιμής και διακύμανσης κινδύνου ασφαλίστρου και κινδύνου αποθέματος

Τα βάρη και οι δείκτες κινδύνου για κάθε κλάδο και έτος διαμορφώνονται ως εξής σύμφωνα με τις σχέσεις (4.21) και (4.22):

Κλάδος	Βάρη κινδύνου ασφ. w_p				
	1	2	3	4	5
Motor liab.	0,1375	0,1421	0,2379	0,2464	0,2361
Other motor	0,1860	0,1907	0,2268	0,1972	0,1993
Fire-Property	0,1770	0,1929	0,2489	0,2540	0,1271
General liab.	0,1032	0,1089	0,2354	0,3518	0,2008
Legal Exp.	0,1924	0,2010	0,2654	0,1992	0,1419

Πίνακας A4: Βάρη κινδύνου ασφαλίστρου ανά κλάδο για κάθε ιστορικό έτος

Κλάδος	Βάρη κινδύνου αποθ. w_r				
	1	2	3	4	5
Motor liab.	0,1367	0,1413	0,1685	0,2459	0,3077
Other motor	0,1629	0,1670	0,1269	0,2497	0,2935
Fire-Property	0,1459	0,1590	0,1208	0,2888	0,2855
General liab.	0,1889	0,1993	0,2658	0,1339	0,2120
Legal Exp.	0,1956	0,2044	0,1553	0,2013	0,2434

Πίνακας A5: Βάρη κινδύνου αποθέματος ανά κλάδο για κάθε ιστορικό έτος

Κλάδος	Δείκτης κινδύνου ασφ. χ_p				
	1	2	3	4	5
Motor liab.	0,4810	0,4810	0,3675	0,6675	0,5691
Other motor	0,1976	0,1976	0,1655	0,2875	0,1893
Fire-Property	0,1452	0,1452	0,1832	0,2745	0,2523
General liab.	0,1877	0,1877	0,1119	0,1617	0,1942
Legal Exp.	0,1488	0,1488	0,1499	0,2919	0,1839

Πίνακας A6: Δείκτες κινδύνου ασφαλίστρου ανά κλάδο για κάθε ιστορικό έτος

Δείκτης κινδύνου αποθ. Χρ					
Κλάδος	1	2	3	4	5
Motor liab.	1,0336	1,1925	1,4597	1,2510	1,0533
Other motor	1,0251	0,7601	1,9675	1,1751	0,7264
Fire-Property	1,0898	0,7601	2,3906	0,9885	0,5992
General liab.	1,0553	1,3333	0,5040	1,5831	2,9237
Legal Exp.	1,0447	0,7601	1,2958	1,2092	0,4601

Πίνακας Α7: Δείκτες κινδύνου αποθέματος ανά κλάδο για κάθε ιστορικό έτος

Η μέση τιμή και η διακύμανση του κινδύνου ασφαλιστρου και του κινδύνου αποθέματος σύμφωνα με τις σχέσεις (4.23) και (4.24) είναι:

Κλάδος	Μέση τιμή κινδύνου ασφ. μρ	Κλάδος	Μέση τιμή κινδύνου αποθ. μρ
Motor liab.	0,5207	Motor liab.	1,1874
Other motor	0,2064	Other motor	1,0503
Fire-Property	0,2011	Fire-Property	1,0252
General liab.	0,1620	General liab.	1,4311
Legal Exp.	0,1826	Legal Exp.	0,9164

Πίνακας Α8: Μέση τιμή κινδύνου ασφαλιστρου και αποθέματος ανά κλάδο

Κλάδος	Τυπική απόκλιση κινδύνου ασφ.	Κλάδος	Τυπική απόκλιση κινδύνου αποθ.
Motor liab.	0,1091	Motor liab.	0,1492
Other motor	0,0420	Other motor	0,3945
Fire-Property	0,0542	Fire-Property	0,5378
General liab.	0,0306	General liab.	0,8559
Legal Exp.	0,0558	Legal Exp.	0,3139

Πίνακας Α9: Τυπική απόκλιση κινδύνου ασφαλιστρου και αποθέματος ανά κλάδο

Βήμα 3: Εκτίμηση συντελεστών συσχέτισης κινδύνου ασφαλιστρου μεταξύ των κλάδων

Για την εκτίμηση των συντελεστών συσχέτισης κινδύνου ασφαλιστρου μεταξύ των κλάδων, υπολογίζονται για κάθε έτος $k = 1, \dots, 5$ ο δείκτης κινδύνου αποθέματος και τα αντίστοιχα βάρη σύμφωνα με τις σχέσεις (4.25) και (4.26).

Βάρη δείκτη κινδύνου ασφ. wp					
Για k=1					
	Motor liab.	Other motor	Fire-Property	General liab.	Legal Exp.
Motor liab.	1,000				
Other motor	0,143	1,000			
Fire-Property	0,141	0,182	1,000		
General liab.	0,135	0,155	0,143	1,000	
Legal Exp.	0,138	0,187	0,180	0,121	1,000

Για k=2					
	Motor liab.	Other motor	Fire-Property	General liab.	Legal Exp.
Motor liab.	1,000				
Other motor	0,147	1,000			
Fire-Property	0,146	0,192	1,000		
General liab.	0,140	0,160	0,154	1,000	
Legal Exp.	0,143	0,192	0,194	0,127	1,000

Για k=3					
	Motor liab.	Other motor	Fire-Property	General liab.	Legal Exp.
Motor liab.	1,000				
Other motor	0,237	1,000			
Fire-Property	0,239	0,236	1,000		
General liab.	0,238	0,230	0,243	1,000	
Legal Exp.	0,238	0,232	0,252	0,241	1,000

Για k=4					
	Motor liab.	Other motor	Fire-Property	General liab.	Legal Exp.
Motor liab.	1,000				
Other motor	0,241	1,000			
Fire-Property	0,247	0,221	1,000		
General liab.	0,253	0,256	0,299	1,000	
Legal Exp.	0,246	0,197	0,244	0,321	1,000

Για k=5					
	Motor liab.	Other motor	Fire-Property	General liab.	Legal Exp.
Motor liab.	1,000				
Other motor	0,232	1,000			
Fire-Property	0,228	0,169	1,000		
General liab.	0,234	0,200	0,161	1,000	
Legal Exp.	0,234	0,192	0,130	0,189	1,000

Πίνακας Α10: Βάρη δείκτη κινδύνου ασφαλίστρου για κάθε συνδυασμό κλάδων (υπο- χαρτοφυλακίων) και για κάθε έτος

Δείκτης κινδύνου ασφ. Χρ					
Για k=1					
	Motor liab.	Other motor	Fire-Property	General liab.	Legal Exp.
Motor liab.	1,000				
Other motor	0,442	1,000			
Fire-Property	0,448	0,176	1,000		
General liab.	0,466	0,195	0,159	1,000	
Legal Exp.	0,473	0,191	0,146	0,175	1,000

Για k=2					
	Motor liab.	Other motor	Fire-Property	General liab.	Legal Exp.
Motor liab.	1,000				
Other motor	0,442	1,000			
Fire-Property	0,446	0,176	1,000		
General liab.	0,466	0,195	0,159	1,000	
Legal Exp.	0,473	0,191	0,146	0,175	1,000

Για k=3					
	Motor liab.	Other motor	Fire-Property	General liab.	Legal Exp.
Motor liab.	1,000				
Other motor	0,347	1,000			
Fire-Property	0,353	0,173	1,000		
General liab.	0,351	0,145	0,151	1,000	
Legal Exp.	0,363	0,163	0,177	0,120	1,000

Για k=4					
	Motor liab.	Other motor	Fire-Property	General liab.	Legal Exp.
Motor liab.	1,000				
Other motor	0,635	1,000			
Fire-Property	0,636	0,281	1,000		
General liab.	0,620	0,222	0,214	1,000	
Legal Exp.	0,662	0,288	0,277	0,178	1,000

Για k=5					
	Motor liab.	Other motor	Fire-Property	General liab.	Legal Exp.
Motor liab.	1,000				
Other motor	0,535	1,000			
Fire-Property	0,555	0,209	1,000		
General liab.	0,548	0,191	0,219	1,000	
Legal Exp.	0,565	0,189	0,239	0,193	1,000

Πίνακας A11: Δείκτες κινδύνου ασφαλίστρου για κάθε συνδυασμό κλάδων (υπο- χαρτοφυλακίων) και για κάθε έτος

Η μέση τιμή και η διακύμανση του κινδύνου ασφαλίστρου μεταξύ των υπο-χαρτοφυλακίων όπως ορίστηκαν στις σχέσεις (4.27) και (4.28) είναι:

Μέση τιμή κινδύνου ασφ.					
	Motor liab.	Other motor	Fire-Property	General liab.	Legal Exp.
Motor liab.	1,000				
Other motor	0,488	1,000			
Fire-Property	0,496	0,204	1,000		
General liab.	0,497	0,190	0,183	1,000	
Legal Exp.	0,515	0,203	0,198	0,166	1,000

Πίνακας A12: Μέση τιμή κινδύνου ασφαλίστρου για κάθε συνδυασμό κλάδων (υπο- χαρτοφυλακίων)

Διακύμανση κινδύνου ασφ.					
	Motor liab.	Other motor	Fire-Property	General liab.	Legal Exp.
Motor liab.	1,000				
Other motor	0,011	1,000			
Fire-Property	0,011	0,002	1,000		
General liab.	0,010	0,001	0,001	1,000	
Legal Exp.	0,012	0,002	0,003	0,001	1,000

Πίνακας A13: Διακύμανση κινδύνου ασφαλίστρου για κάθε συνδυασμό κλάδων
(υπο-χαρτοφυλακίων)

Σύμφωνα με τη σχέση (4.29), οι συντελεστές συσχέτισης των κλάδων για τον κίνδυνο ασφαλίστρου είναι:

Συντελεστές συσχέτισης κινδ. Ασφ.					
	Motor liab.	Other motor	Fire-Property	General liab.	Legal Exp.
Motor liab.	1,000				
Other motor	0,500	1,000			
Fire-Property	0,250	0,658	1,000		
General liab.	0,500	-0,123	-0,192	1,000	
Legal Exp.	0,500	0,948	0,890	-0,035	1,000

Πίνακας A14: Συντελεστές συσχέτισης κινδύνου ασφαλίστρου

Σημειώνεται στο σημείο αυτό, ότι στις περιπτώσεις που η εκτίμηση του συντελεστή συσχέτισης παρουσίασε τιμές εκτός του αποδεκτού, χρησιμοποιήθηκαν οι συντελεστές συσχέτισης μεταξύ των κλάδων που ορίζει το βασικό μοντέλο του Solvency II.

Βήμα 4: Εκτίμηση συντελεστών συσχέτισης κινδύνου αποθέματος μεταξύ των κλάδων

Για την εκτίμηση των συντελεστών συσχέτισης κινδύνου αποθέματος μεταξύ των κλάδων, υπολογίζονται για κάθε έτος $k = 1, \dots, 5$ ο δείκτης κινδύνου αποθέματος και τα αντίστοιχα βάρη σύμφωνα με τις σχέσεις (4.30) και (4.31).

Βάρη δείκτη κινδύνου αποθ. wr					
Για k=1					
	Motor liab.	Other motor	Fire-Property	General liab.	Legal Exp.
Motor liab.	1,000				
Other motor	0,137	1,000			
Fire-Property	0,137	0,156	1,000		
General liab.	0,137	0,167	0,154	1,000	
Legal Exp.	0,137	0,168	0,156	0,192	1,000

Για k=2					
	Motor liab.	Other motor	Fire-Property	General liab.	Legal Exp.
Motor liab.	1,000				
Other motor	0,142	1,000			
Fire-Property	0,142	0,164	1,000		
General liab.	0,142	0,172	0,167	1,000	
Legal Exp.	0,142	0,173	0,168	0,202	1,000

Για k=3					
	Motor liab.	Other motor	Fire-Property	General liab.	Legal Exp.
Motor liab.	1,000				
Other motor	0,167	1,000			
Fire-Property	0,167	0,124	1,000		
General liab.	0,169	0,148	0,150	1,000	
Legal Exp.	0,168	0,131	0,128	0,209	1,000

Για k=4					
	Motor liab.	Other motor	Fire-Property	General liab.	Legal Exp.
Motor liab.	1,000				
Other motor	0,246	1,000			
Fire-Property	0,247	0,266	1,000		
General liab.	0,245	0,232	0,258	1,000	
Legal Exp.	0,246	0,242	0,271	0,168	1,000

Για k=5					
	Motor liab.	Other motor	Fire-Property	General liab.	Legal Exp.
Motor liab.	1,000				
Other motor	0,307	1,000			
Fire-Property	0,307	0,290	1,000		
General liab.	0,307	0,281	0,271	1,000	
Legal Exp.	0,307	0,285	0,277	0,228	1,000

Πίνακας Α15: Βάρη δείκτη κινδύνου αποθέματος για κάθε συνδυασμό κλάδων (υπο- χαρτοφυλακίων) και για κάθε έτος

Δείκτης κινδύνου αποθ. Χr					
Για k=1					
	Motor liab.	Other motor	Fire-Property	General liab.	Legal Exp.
Motor liab.	1,000				
Other motor	1,033	1,000			
Fire-Property	1,035	1,051	1,000		
General liab.	1,034	1,030	1,081	1,000	
Legal Exp.	1,034	1,029	1,078	1,050	1,000

Για k=2					
	Motor liab.	Other motor	Fire-Property	General liab.	Legal Exp.
Motor liab.	1,000				
Other motor	1,178	1,000			
Fire-Property	1,182	0,760	1,000		
General liab.	1,194	0,863	0,897	1,000	
Legal Exp.	1,189	0,760	0,760	1,037	1,000

Για k=3					
	Motor liab.	Other motor	Fire-Property	General liab.	Legal Exp.
Motor liab.	1,000				
Other motor	1,471	1,000			
Fire-Property	1,474	2,141	1,000		
General liab.	1,452	1,563	1,722	1,000	
Legal Exp.	1,459	1,841	2,116	0,804	1,000

Για k=4					
	Motor liab.	Other motor	Fire-Property	General liab.	Legal Exp.
Motor liab.	1,000				
Other motor	1,249	1,000			
Fire-Property	1,245	1,090	1,000		
General liab.	1,252	1,211	1,050	1,000	
Legal Exp.	1,251	1,180	1,022	1,355	1,000

Για k=5					
	Motor liab.	Other motor	Fire-Property	General liab.	Legal Exp.
Motor liab.	1,000				
Other motor	1,044	1,000			
Fire-Property	1,044	0,674	1,000		
General liab.	1,060	0,982	0,963	1,000	
Legal Exp.	1,051	0,690	0,574	1,582	1,000

Πίνακας A16: Δείκτες κινδύνου αποθέματος για κάθε συνδυασμό κλάδων (υπο- χαρτοφυλακίων) και για κάθε έτος

Η μέση τιμή και η διακύμανση του κινδύνου ασφαλιστρου μεταξύ των υπο-χαρτοφυλακίων όπως ορίστηκαν στις σχέσεις (4.32) και (4.33) είναι:

Μέση τιμή κινδύνου αποθ.					
	Motor liab.	Other motor	Fire-Property	General liab.	Legal Exp.
Motor liab.	1,000				
Other motor	1,183	1,000			
Fire-Property	1,184	1,040	1,000		
General liab.	1,189	1,109	1,106	1,000	
Legal Exp.	1,186	1,029	1,003	1,169	1,000

Πίνακας A17: Μέση τιμή κινδύνου αποθέματος για κάθε συνδυασμό κλάδων (υπο- χαρτοφυλακίων)

Διακύμανση κινδύνου αποθ.					
	Motor liab.	Other motor	Fire-Property	General liab.	Legal Exp.
Motor liab.	1,000				
Other motor	0,024	1,000			
Fire-Property	0,024	0,203	1,000		
General liab.	0,021	0,049	0,071	1,000	
Legal Exp.	0,022	0,137	0,220	0,079	1,000

Πίνακας A18: Διακύμανση κινδύνου αποθέματος για κάθε συνδυασμό κλάδων
(υπο- χαρτοφυλακίων)

Σύμφωνα με τη σχέση (4.34), οι συντελεστές συσχέτισης των κλάδων για τον κίνδυνο ασφαλιστρου είναι:

Συντελεστές συσχέτισης κινδ. Αποθ.					
	Motor liab.	Other motor	Fire-Property	General liab.	Legal Exp.
Motor liab.	1,000				
Other motor	0,848	1,000			
Fire-Property	0,770	0,963	1,000		
General liab.	-0,743	-0,905	-0,978	1,000	
Legal Exp.	0,703	0,753	0,616	-0,912	1,000

Πίνακας A19: Συντελεστές συσχέτισης κινδύνου αποθέματος

Βήμα 5: Εκτίμηση μέσης τιμής και διακύμανσης συνόλου χαρτοφυλακίου

Περνώντας στην ανάλυση του συνολικού κινδύνου κάθε κλάδου έχουμε τα ακόλουθα βάρη καθώς και τους δείκτες κινδύνου σύμφωνα με τις σχέσεις (4.35) και (4.36) αντίστοιχα:

Κλάδος	Βάρη w				
	1	2	3	4	5
Motor liab.	0,1371	0,1417	0,2043	0,2462	0,2708
Other motor	0,1816	0,1861	0,2077	0,2072	0,2173
Fire-Property	0,1710	0,1864	0,2241	0,2608	0,1578
General liab.	0,1088	0,1148	0,2374	0,3375	0,2015
Legal Exp.	0,1931	0,2018	0,2404	0,1997	0,1650

Πίνακας A20: Βάρη συνολικού κινδύνου χαρτοφυλακίου για κάθε έτος και κλάδο

Κλάδος	Δείκτης Κινδύνου X				
	1	2	3	4	5
Motor liab.	0,7478	0,8246	0,8038	0,9499	0,8356
Other motor	0,3394	0,2940	0,3759	0,4919	0,3278
Fire-Property	0,3011	0,2467	0,4135	0,4275	0,3738
General liab.	0,2870	0,3188	0,1408	0,1989	0,3834
Legal Exp.	0,3552	0,2896	0,3183	0,5022	0,2766

Πίνακας A21: Δείκτες κινδύνου χαρτοφυλακίου για κάθε έτος και κλάδο

Σύμφωνα με τη σχέση (3.40), η μέση τιμή και η διακύμανση είναι:

Κλάδος	Μέση τιμή	Κλάδος	Τυπική απόκλιση
Motor liab.	0,8436	Motor liab.	0,0666
Other motor	0,3676	Other motor	0,0686
Fire-Property	0,3606	Fire-Property	0,0696
General liab.	0,2456	General liab.	0,0893
Legal Exp.	0,3495	Legal Exp.	0,0806

Πίνακας A22: Μέση τιμή και τυπική απόκλιση κινδύνου χαρτοφυλακίου ανά κλάδο

Βήμα 6: Εκτίμηση συντελεστών συσχέτισης χαρτοφυλακίου

Ακολουθώντας τις σχέσεις (4.41) και (4.42), υπολογίζονται δείκτες κινδύνου με τα αντίστοιχα βάρη για κάθε έτος $k = 1, \dots, 5$.

Βάρη w					
Για $k=1$					
	Motor liab.	Other motor	Fire-Property	General liab.	Legal Exp.
Motor liab.	1,000				
Other motor	0,140	1,000			
Fire-Property	0,139	0,177	1,000		
General liab.	0,136	0,156	0,145	1,000	
Legal Exp.	0,138	0,183	0,175	0,128	1,000
Για $k=2$					
	Motor liab.	Other motor	Fire-Property	General liab.	Legal Exp.
Motor liab.	1,000				
Other motor	0,145	1,000			
Fire-Property	0,144	0,186	1,000		
General liab.	0,141	0,161	0,156	1,000	
Legal Exp.	0,142	0,188	0,189	0,135	1,000
Για $k=3$					
	Motor liab.	Other motor	Fire-Property	General liab.	Legal Exp.
Motor liab.	1,000				
Other motor	0,205	1,000			
Fire-Property	0,205	0,215	1,000		
General liab.	0,206	0,218	0,230	1,000	
Legal Exp.	0,205	0,212	0,189	0,238	1,000
Για $k=4$					
	Motor liab.	Other motor	Fire-Property	General liab.	Legal Exp.
Motor liab.	1,000				
Other motor	0,243	1,000			
Fire-Property	0,247	0,230	1,000		
General liab.	0,250	0,252	0,293	1,000	
Legal Exp.	0,246	0,206	0,250	0,306	1,000
Για $k=5$					
	Motor liab.	Other motor	Fire-Property	General liab.	Legal Exp.
Motor liab.	1,000				
Other motor	0,267	1,000			
Fire-Property	0,265	0,192	1,000		
General liab.	0,268	0,212	0,176	1,000	
Legal Exp.	0,270	0,210	0,159	0,193	1,000

Πίνακας A23: Βάρη δείκτη κινδύνου χαρτοφυλακίου για κάθε συνδυασμό κλάδων (υπο-χαρτοφυλακίων) και για κάθε έτος

Δείκτης Κινδύνου X					
Για k=1					
	Motor liab.	Other motor	Fire-Property	General liab.	Legal Exp.
Motor liab.	1,000				
Other motor	0,711	1,000			
Fire-Property	0,720	0,324	1,000		
General liab.	0,734	0,327	0,297	1,000	
Legal Exp.	0,741	0,342	0,312	0,311	1,000

Για k=2					
	Motor liab.	Other motor	Fire-Property	General liab.	Legal Exp.
Motor liab.	1,000				
Other motor	0,777	1,000			
Fire-Property	0,786	0,274	1,000		
General liab.	0,809	0,300	0,269	1,000	
Legal Exp.	0,816	0,293	0,255	0,309	1,000

Για k=3					
	Motor liab.	Other motor	Fire-Property	General liab.	Legal Exp.
Motor liab.	1,000				
Other motor	0,774	1,000			
Fire-Property	0,782	0,392	1,000		
General liab.	0,775	0,287	0,294	1,000	
Legal Exp.	0,797	0,367	0,395	0,182	1,000

Για k=4					
	Motor liab.	Other motor	Fire-Property	General liab.	Legal Exp.
Motor liab.	1,000				
Other motor	0,923	1,000			
Fire-Property	0,922	0,461	1,000		
General liab.	0,911	0,356	0,316	1,000	
Legal Exp.	0,946	0,493	0,438	0,245	1,000

Για k=5					
	Motor liab.	Other motor	Fire-Property	General liab.	Legal Exp.
Motor liab.	1,000				
Other motor	0,807	1,000			
Fire-Property	0,821	0,344	1,000		
General liab.	0,823	0,346	0,378	1,000	
Legal Exp.	0,832	0,322	0,356	0,362	1,000

Πίνακας A24: Δείκτες κινδύνου χαρτοφυλακίου για κάθε συνδυασμό κλάδων (υπο-χαρτοφυλακίων) και για κάθε έτος

Σύμφωνα με τις σχέσεις (4.43) και (4.44) η εκτίμηση της μέσης τιμής και της διακύμανσης είναι:

Μέση τιμή συνολικού κινδύνου					
	Motor liab.	Other motor	Fire-Property	General liab.	Legal Exp.
Motor liab.	1,000				
Other motor	0,810	1,000			
Fire-Property	0,819	0,365	1,000		
General liab.	0,821	0,325	0,312	1,000	
Legal Exp.	0,838	0,365	0,344	0,270	1,000

Πίνακας A25: Μέση τιμή κινδύνου χαρτοφυλακίου για κάθε συνδυασμό κλάδων (υπο-χαρτοφυλακίων)

Διακύμανση συνολικού κινδύνου					
	Motor liab.	Other motor	Fire-Property	General liab.	Legal Exp.
Motor liab.	1,000				
Other motor	0,005	1,000			
Fire-Property	0,004	0,004	1,000		
General liab.	0,004	0,001	0,001	1,000	
Legal Exp.	0,005	0,005	0,004	0,004	1,000

Πίνακας A26: Διακύμανση κινδύνου χαρτοφυλακίου για κάθε συνδυασμό κλάδων (υπο- χαρτοφυλακίων)

Σύμφωνα με τη σχέση (4.45) οι συντελεστές συσχέτισης μεταξύ των κλάδων είναι:

Συντελεστές συσχέτισης συνολικού κινδύνου					
	Motor liab.	Other motor	Fire-Property	General liab.	Legal Exp.
Motor liab.	1,000				
Other motor	0,500	1,000			
Fire-Property	0,905	0,761	1,000		
General liab.	0,500	-0,800	-0,614	1,000	
Legal Exp.	0,500	0,925	0,581	-0,380	1,000

Πίνακας A27: Συντελεστές συσχέτισης κινδύνου χαρτοφυλακίου για κάθε συνδυασμό κλάδων (υπο- χαρτοφυλακίων)

Στις περιπτώσεις συντελεστών που η εκτίμηση έδωσε αποτέλεσμα εκτός του επιτρεπτού ορίου $[-1,1]$, χρησιμοποιήθηκαν οι συντελεστές συσχέτισης που ορίζει το βασικό μοντέλο του Solvency II.

Έχοντας όλες τις απαιτούμενες εκτιμήσεις, χρησιμοποιώντας τις σχέσεις (4.19), (4.20) και (4.37), αποκτά εκτιμήσεις για τη μέση τιμή του κινδύνου ασφαλιστρου, του κινδύνου αποθέματος και του ολικού κινδύνου για το σύνολο του χαρτοφυλακίου.

Μέση τιμή κινδύνου ασφ.	0,4620
Μέση τιμή κινδύνου αποθ.	1,1849
Συνολική μέση τιμή	0,7891

Πίνακας A28: Μέση τιμή κινδύνων

Τυπική απόκλιση κινδύνου ασφ.	0,0929
Τυπική απόκλιση κινδύνου αποθ.	0,1480
Τυπική απόκλιση διακύμανση	0,0641

Πίνακας A29: Τυπική απόκλιση κινδύνων

Σύμφωνα με τη σχέση (4.46), ο συντελεστής συσχέτισης μεταξύ του κινδύνου ασφαλίστρου και του κινδύνου αποθέματος εκτιμάται στο -0,565.

Χρησιμοποιώντας τη συνολική διακύμανση που εκτιμήθηκε ανωτέρω (0,0041), υπολογίζεται η εξαρτημένη συνάρτηση μεταβλητότητας $\rho_a(\sigma) = 0,1768$. Πολλαπλασιάζοντας τη συνάρτηση αυτή με τον συνολικό όγκο του χαρτοφυλακίου, υπολογίζονται τα απαιτούμενα κεφάλαια στο ύψος των (41.236 χιλ. €).

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- EIOPA, (2009). *QIS5 Spreadsheet – update no.5.xls* Διαθέσιμο στο <https://eiopa.europa.eu/consultations/qis/quantitative-impact-study-5/spreadsheets-and-it-tools/index.html>
- Gisler A., (2009). *The Insurance Risk in the SST and in Solvency II: Modeling and Parameter Estimation*, ASTIN Colloquium Helsinki. Διαθέσιμο στο http://www.actuaries.org/ASTIN/Colloquia/Helsinki/Papers/S3_24_Gisler.pdf
- Hull J. C., (2009). *Options Futures and Other Derivatives*, Seventh Edition, Pearson Education Inc., New Jersey. Διαθέσιμο στο <http://raudys.com/kursas/Options,%20Futures%20and%20Other%20Derivatives%207th%20John%20Hull.pdf>
- Hürlimann W.,(2008). *On the non-life Solvency II model*, ASTIN Colloquium Manchester. Διαθέσιμο στο http://www.actuaries.org/ASTIN/Colloquia/Manchester/Papers/hurlimann_paper_final.pdf
- Institute and Faculty of Actuaries, (2012). *Solvency II – General Insurance*, Core Reading Educational Material SA1. Διαθέσιμο στο <http://www.actuaries.org.uk/research-and-resources/documents/solvency-ii-general-insurance>
- Keller P., (2007). *The Swiss Solvency Test (SST)*, Federal Office of Private Insurance, Switzerland. Διαθέσιμο στο https://www.google.gr/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=1&ved=0CCwQFjAA&url=http%3A%2F%2Fwww.finma.ch%2Farchiv%2Fbpv%2Fdownload%2Fd%2FPresentation%20Geneva%20Vs7.ppt&ei=e5abUsTREM6ygPdm4GIBQ&usq=AFQjCNFKL8zEWWrKXb92O8QAc_e_wk4VryQ&sig2= uB05QaLB1xY8hI0ZqUeOQ&bvm=bv.57155469,d.bGQ&cad=rja
- Luder T., (2005). *Swiss Solvency Test in Non-life Insurance*, Federal Office of Private Insurance, Switzerland. Διαθέσιμο στο http://www.finma.ch/archiv/bpv/download/d/SST_Pres_20050831_ASTIN_Zurich.pdf
- QIS4 Technical Specifications (MARKT/2505/08), (2008). European Commission, Brussels. Διαθέσιμο στο <https://eiopa.europa.eu/consultations/qis/insurance/quantitative-impact-study-4/index.html>
- QIS5 Technical Specifications, (2010). European Commission, Brussels. Διαθέσιμο στο <https://eiopa.europa.eu/consultations/qis/quantitative-impact-study-5/technical-specifications/index.html>
- Revised Technical Specifications for the Solvency II valuation and Solvency Capital Requirements (Part I), (2012). EIOPA, Frankfurt. Διαθέσιμο στο

<https://eiopa.europa.eu/consultations/qis/insurance/long-term-guarantees-assessment/technical-specifications/index.html>

Sandström A., (2011). *Handbook of Solvency for Actuaries and Risk managers: Theory and Practice*, Taylor and Francis Group, London.

Technical Document on the Swiss Solvency Test, (2006). Federal Office of Private Insurance, Switzerland. Διαθέσιμο στο http://www.finma.ch/archiv/bpv/download/e/SST_techDok_061002_E_wo_Li_20070118.pdf

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ