



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ

ΤΜΗΜΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΑΣΦΑΛΙΣΤΙΚΗΣ ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ

ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΣΠΟΥΔΩΝ ΣΤΗΝ

ΑΝΑΛΟΓΙΣΤΙΚΗ ΕΠΙΣΤΗΜΗ ΚΑΙ ΔΙΟΙΚΗΤΙΚΗ ΚΙΝΔΥΝΟΥ

**ΜΑΚΡΟΧΡΟΝΙΕΣ ΚΑΙ ΒΡΑΧΥΧΡΟΝΙΕΣ ΣΥΝΙΣΤΩΣΕΣ ΤΟΥ
ΣΥΣΤΗΜΑΤΙΚΟΥ ΚΙΝΔΥΝΟΥ ΤΩΝ ΜΕΤΟΧΩΝ**

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΓΕΩΡΓΙΟΣ Π. ΤΡΙΠΟΛΙΤΑΚΗΣ

Επιβλέπουσα: Αικατερίνη Πανοπούλου
Επίκουρος Καθηγήτρια Πανεπιστημίου Πειραιώς

Πειραιάς, Οκτώβριος 2011

Περίληψη

Η παρούσα διπλωματική εργασία μελετά την επιρροή της ανάλυσης στο πεδίο των συχνοτήτων (frequency domain) στο κλασικό μοντέλο CAPM. Για το σκοπό αυτό εξετάζουμε τις μηνιαίες αποδόσεις σε τρία διαφορετικά είδη χαρτοφυλακίων, τα book to market, τα momentum και τα size, όπως χρησιμοποιούνται ευρέως στη σχετική βιβλιογραφία. Επιπλέον, διακρίνουμε δυο διαφορετικές χρονικές περιόδους, για τις οποίες το κλασικό μοντέλο CAPM παρουσιάζει διαφορετική συμπεριφορά. Η ανάλυση σε πεδία συχνοτήτων (φασματική ανάλυση) μας παρέχει τα κατάλληλα εργαλεία για να απομονώσουμε τα ενυπάρχοντα κυκλικά χαρακτηριστικά των χρονοσειρών και μάλιστα, όπως θα δείξουμε, διατηρώντας τη μεταβλητότητα της αρχικής χρονοσειράς σε επιλεγμένες κυκλικές περιόδους. Με τον τρόπο αυτό, μπορούμε να φιλτράρουμε τις βραχυχρόνιες και μακροχρόνιες επιρροές, επιδιώκοντας στη βελτίωση των χαρακτηριστικών του κλασικού CAPM, που είναι η απόρριψή του στην περίοδο 1963-2010 και η αδυναμία τιμολόγησης του κινδύνου κατά την επιπλέον διαστρωματική ανάλυση σε size και book to market χαρτοφυλάκια.

Synopsis

This thesis studies the influence of the frequency domain analysis on the standard CAPM model. For this purpose, we examine the monthly performance of three different types of portfolios, the book to market, momentum and size portfolios, which are widely used in the related literature. Moreover, we distinguish between two different time periods for which the standard CAPM model shows different behavior. The analysis in the frequency domain (spectral analysis) gives us the tools to isolate the inherent cyclic characteristics of the time series and indeed, as we will show, by maintaining the volatility of the original time series in selected cyclical periods. In this way, we can filter out short-term and long-term influences, seeking to improve the characteristics of classic CAPM, which is discharged in the period 1963-2010 and, simultaneously, cannot price the risk in the further cross-sectional analysis into size and book to market portfolios.

Ευχαριστίες

Για τη συγγραφή της παρούσας διπλωματικής εργασίας οφείλω να ευχαριστήσω την Επίκουρο Καθηγήτρια του Πανεπιστημίου Πειραιώς, κ. Κατερίνα Πανοπούλου, για την αμέριστη συμπαράσταση και καθοδήγηση καθόλη τη διάρκεια της εκπόνησής της.

Περιεχόμενα

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1	Εισαγωγή.....	5
1.1	Το κλασικό μοντέλο CAPM (Capital Asset Pricing Model) και η υπόθεση σταθερού βήτα.....	5
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2	Φασματική ανάλυση χρονοσειράς.....	8
2.1	Στάσιμες χρονοσειρές.....	8
2.2	Φασματική ανάλυση στάσιμης χρονοσειράς.....	8
2.3	Παραδείγματα φασματικών πυκνοτήτων.....	13
2.4	Το δειγματικό περιοδόγραμμα.....	14
2.5	Γραμμικά φίλτρα.....	20
2.6	Τα band-pass φίλτρα Baxter-King και Christiano-Fitzgerland.....	21
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3	Εμπειρική ανάλυση δεδομένων.....	25
3.1	Περιγραφή δεδομένων.....	25
3.2	Στατιστική περιγραφή δεδομένων.....	26
3.3	Μεθοδολογία.....	30
	Συμπεράσματα.....	43
	Παράρτημα 1.....	46
	Παράρτημα 2.....	68
	Βιβλιογραφία.....	70

Κεφάλαιο 1

Εισαγωγή

1.1 Το κλασικό μοντέλο CAPM (Capital Asset Pricing Model) και η υπόθεση σταθερού βήτα

Το κλασικό μοντέλο εκτίμησης των αποδόσεων περιουσιακών στοιχείων ή το Standard CAPM αναπτύχθηκε από τους W. Sharpe, J. Lintner και J. Mossin, βασιζόμενο στις παρακάτω υποθέσεις¹

- Υ1 Τα κόστη συναλλαγών είναι αμελητέα σε σχέση με το συνολικό όγκο συναλλαγών.
- Υ2 Τα περιουσιακά στοιχεία είναι απείρως διαιρετά.
- Υ3 Οι φόροι προσωπικού εισοδήματος είναι αμελητέοι (επομένως ένα άτομο είναι αδιάφορο στην επιλογή μεταξύ του κέρδους από μερίσματα ή από άλλες επενδύσεις κεφαλαίου).
- Υ4 Ένα μεμονωμένο άτομο ή επιχείρηση δεν μπορεί να επηρεάσει την τιμή μιας μετοχής (τέλειος ανταγωνισμός).
- Υ5 Όλα τα άτομα επενδύουν με βάση την αναμενόμενη απόδοση και τη διασπορά των αποδόσεων.
- Υ6 Επιτρέπονται απεριόριστες ανοιχτές πωλήσεις (short sales).
- Υ7 Επιτρέπεται απεριόριστος δανεισμός με το ακίνδυνο επιτόκιο (risk free rate)
- Υ8 Ισορροπία αποδόσεων-διασποράς-χρόνου (όλοι οι επενδυτές αναμένουν τις ίδιες αποδόσεις και διασπορά αποδόσεων, και επενδύουν στον ίδιο χρονικό ορίζοντα).
- Υ9 Όλα τα περιουσιακά στοιχεία είναι εμπορεύσιμα.

Η εξίσωση του κλασικού CAPM Έστω R_i η απόδοση του στοιχείου ή χαρτοφυλακίου i , R_{free} η ακίνδυνη απόδοση και R_m η απόδοση της αγοράς. Τότε ισχύει η σχέση

$$E(R_i) = R_{free} + \beta_i (E(R_m) - R_{free}), \quad [1.1]$$

$$\text{όπου } \beta_i = \frac{Cov(R_i, R_m)}{Var(R_m)} \quad [1.2]$$

= συντελεστής συστηματικού ρίσκου ή συντελεστής «βήτα»

Η σχέση [1.1] υποδηλώνει ότι η αναμενόμενη απόδοση ενός περιουσιακού στοιχείου ή χαρτοφυλακίου, ξεπερνά την ακίνδυνη απόδοση κατά ένα ποσό γραμμικά ανάλογο με το συστηματικό ή μη-διαφοροποιήσιμο μέρος του ρίσκου. Με άλλα λόγια, ο επενδυτής δεν αναμένει

¹ βλ. Elton, Gruber 2007:284 και Fabozzi 2006:208

την αποζημίωσή του για το μέρος εκείνο του ρίσκου το οποίο μπορεί να αντισταθμίσει με μια κατάλληλη διαφοροποίηση του χαρτοφυλακίου του, και το οποίο δεν σχετίζεται με τον κίνδυνο της αγοράς (ιδιάζων ή μη-συστηματικό μέρος του ρίσκου).

Η σχέση [1.1] μπορεί να εξεταστεί (βλ. §3.3) για β_i σταθερό. Στην πραγματικότητα, η σταθερότητα του συντελεστή βήτα δεν εξασφαλίζεται. Για παράδειγμα, αν μια εταιρεία μεταβάλλει την κεφαλαιοποίησή της, τότε δεν εξασφαλίζεται η σταθερότητα της συνδιασποράς $Cov(R_i, R_m)$. Οι Fama και French (1992, 1993) εξέτασαν το κλασικό CAPM με σταθερό βήτα και βρήκαν ότι το μοντέλο αδυνατεί να εξηγήσει κάποιες ανωμαλίες τιμολόγησης. Για παράδειγμα, αναφέρουν ότι το μοντέλο δεν μπορεί να εξηγήσει γιατί i) χαρτοφυλάκια με μικρές εταιρείες ξεπερνούν σε απόδοση τις μεγάλες εταιρείες (επιρροή μεγέθους, βλ. §3.3), ii) χαρτοφυλάκια εταιρειών με μεγάλη αναλογία λογιστικής αξίας προς αξία από την αγορά ξεπερνούν σε απόδοση τις εταιρείες με αντίστοιχη μικρή αναλογία (book to market επιρροή, βλ. §3.3) και iii) γιατί χαρτοφυλάκια εταιρειών με σχετικά μεγαλύτερες αποδόσεις στο παρελθόν ξεπερνούν σε απόδοση τις εταιρείες με αντίστοιχα χαμηλές προηγούμενες αποδόσεις (momentum επιρροή, βλ. §3.3).²

Μια πιθανή αιτία για την αποτυχία του κλασικού CAPM να εξηγήσει τις παραπάνω διαφοροποιήσεις, είναι η υπόθεση του σταθερού βήτα. Πολλές αναλύσεις (για παράδειγμα των Jagannathan και Wang (1996), των Fama και French (1997, 2006) και των Ang και Chen (2007)) εντοπίζουν μια συνδιασπορά ανάμεσα στο χρονικά μεταβαλλόμενο βήτα και στη χρονικά μεταβαλλόμενη υπερβάλλουσα απόδοση της αγοράς. Οι Ferson και Harvey (1999) και οι Petkova και Zhang (2005) χρησιμοποιούν βοηθητικές μεταβλητές για να εντοπίσουν τις μεταβολές του βήτα και της υπερβάλλουσας απόδοσης της αγοράς, αλλά και τη συνδιασπορά τους. Οι Abdymomunov και Morley (2011) ερευνούν τις μεταβολές του βήτα σε book to market και momentum χαρτοφυλάκια σε σχέση με κάποιες διακριτές αλλαγές στη μεταβλητότητα της αγοράς των μετοχών και στις υπερβάλλουσες αποδόσεις της αγοράς. Οι Bandi και Garcia (2010) επιχειρούν να εκτιμήσουν τη δυνατότητα τιμολόγησης του κινδύνου (risk pricing) στο κλασικό CAPM, διακρίνοντας σε βραχυχρόνιες και μακροχρόνιες σωρευτικές αποδόσεις, και καταφέρνουν να εξομαλύνουν τη γραμμική σχέση του χρονικά μεταβαλλόμενου βήτα ως προς τις μέσες αποδόσεις, για μεγαλύτερα χρονικά διαστήματα.

Η δική μας ανάλυση εστιάζει στο φιλτράρισμα των αποδόσεων των διαμερισμένων χαρτοφυλακίων και στη βελτίωση της προσαρμογής του κλασικού μοντέλου CAPM, για τις διάφορες κυκλικές συνιστώσες. Όπως θα δείξουμε, το μοντέλο CAPM βελτιώνεται με χρήση ειδικού φίλτρου, η

² Αυτό το διαχωρισμό υιοθετούμε κι εμείς (βλ. Fama και French 1992 και Fama και French 1993).

βελτίωση όμως αυτή δεν αφορά και την τιμολόγηση του κινδύνου, ο οποίος προκύπτει αρνητικός σε σχέση με τις μέσες αποδόσεις.

Στο 2^ο Κεφάλαιο παρουσιάζουμε τα βασικά στοιχεία της φασματικής ανάλυσης, με στόχο την κατανόηση των ιδιοτήτων και των σχετικών μηχανισμών της. Στη συνέχεια, στο Κεφάλαιο 3, έχουμε την εφαρμογή των μηχανισμών αυτών στα δεδομένα των χαρτοφυλακίων μας και την εξαγωγή των συμπερασμάτων. Ακολουθούν τα Παραρτήματα, στα οποία συμπεριλαμβάνονται αναλυτικά όλοι οι πίνακες, τα στατιστικά συμπεράσματα και κάποια επιπλέον γραφήματα.

Κεφάλαιο 2

Φασματική ανάλυση χρονοσειράς

2.1 Στάσιμες χρονοσειρές

Ισχυρή Στασιμότητα Η χρονοσειρά $\{X_t\}$ είναι (ισχυρά) στάσιμη, αν για κάθε t_1, t_2, \dots, t_n και για κάθε k ($k \in \mathbb{Z}$), η από κοινού κατανομή των $\{X_{t_1}, X_{t_2}, \dots, X_{t_n}\}$ ταυτίζεται με την από κοινού κατανομή των $\{X_{t_1+k}, X_{t_2+k}, \dots, X_{t_n+k}\}$. Η από κοινού κατανομή, λοιπόν, των $\{X_{t_1}, X_{t_2}, \dots, X_{t_n}\}$ παραμένει σταθερή για οποιαδήποτε κοινή χρονική μετατόπιση κατά k .

Στασιμότητα έως βαθμού m Η χρονοσειρά $\{X_t\}$ είναι στάσιμη έως το βαθμό m ($m \in \mathbb{N}$), αν για κάθε t_1, t_2, \dots, t_n και για κάθε k , οι από κοινού ροπές έως του βαθμού m των $\{X_{t_1}, X_{t_2}, \dots, X_{t_n}\}$ είναι ίσες με τις από κοινού ροπές έως βαθμού m των $\{X_{t_1+k}, X_{t_2+k}, \dots, X_{t_n+k}\}$

$$\begin{aligned} & \text{ή} \\ E[\{X_{t_1}\}^{m_1} \cdot \{X_{t_2}\}^{m_2} \cdot \dots \cdot \{X_{t_n}\}^{m_n}] &= E[\{X_{t_1+k}\}^{m_1} \cdot \{X_{t_2+k}\}^{m_2} \cdot \dots \cdot \{X_{t_n+k}\}^{m_n}] \\ (m_1 + m_2 + \dots + m_n &\leq m : m_i, m \in \mathbb{N} \text{ για κάθε } i) \end{aligned}$$

Διακρίνουμε δυο βασικές περιπτώσεις.³

1. $m_2 = m_3 = \dots = m_n = 0$ και $m_1 \leq m$. Τότε, για $k = -t \Rightarrow E[\{X_t\}^{m_1}] = E[\{X_0\}^{m_1}] =$ σταθερό και ανεξάρτητο του t .
2. $m_3 = m_4 = \dots = m_n = 0$ και $m_1 + m_2 \leq m$. Τότε, για $k = -t \Rightarrow E[\{X_t\}^{m_1} \{X_s\}^{m_2}] = E[\{X_0\}^{m_1} \{X_{s-t}\}^{m_2}] =$ συνάρτηση του $(s - t)$ μόνο.

Από τα προηγούμενα συνεπάγεται ότι,

- i) Αν η $\{X_t\}$ είναι στάσιμη έως βαθμού $m = 1$, τότε $E[X_t] =$ σταθερό $= \mu$.
- ii) Αν η $\{X_t\}$ είναι στάσιμη έως βαθμού $m = 2$, τότε $E[X_t] =$ σταθερό $= \mu$ (η στάσιμη βαθμού 2 είναι και στάσιμη βαθμού 1) και για $m_1 = 2$, $E[(X_t)^2] = \mu_2 =$ σταθερά (ανεξάρτητη του t) $\Rightarrow \text{Var}(X_t) = E[(X_t)^2] - E^2[X_t] = \mu_2 - \mu^2 = \sigma^2 =$ σταθερά.

³ Βλ. Priestley:105 και Mood, Graybill:159

- iii) Αν $m = 2$ και $m_1 = m_2 = 1$, τότε για κάθε t και s , $E[X_t X_s] =$ συνάρτηση της διαφοράς $(s - t)$ μόνο $\Rightarrow \text{Cov}(X_t, X_s) = E[X_t X_s] - \mu^2 =$ συνάρτηση της διαφοράς $(s - t)$ μόνο.

Συνεπώς, μια στάσιμη χρονοσειρά έως βαθμού 2,

- i) Έχει σταθερή μέση τιμή μ για κάθε t
- ii) Έχει σταθερή διασπορά σ^2 για κάθε t
- iii) Η συνδιασπορά για οποιαδήποτε χρονικά σημεία t, s εξαρτάται μόνο από το διάστημα $(s - t)$ και όχι από το που βρίσκονται τα σημεία t, s στο χρόνο.

Εξαιτίας των ιδιοτήτων αυτών, η στάσιμη χρονοσειρά έως βαθμού 2 κρίνεται ικανοποιητική για τα οικονομικά μοντέλα μας και εφεξής αυτή θα εννοείται ως η «στάσιμη» χρονοσειρά.

Αυτοσυσχέτιση Αν $\sigma_x^2 = \text{Var}(X_t)$ και $R(\tau) = \text{Cov}(X_t, X_{t+\tau})$ είναι η συνάρτηση (αυτο)συνδιακύμανσης, τότε ορίζεται η συνάρτηση αυτοσυσχέτισης, ως $\rho(\tau) = R(\tau)/\sigma_x^2$. Για μια στάσιμη χρονοσειρά, $R(0) = \text{Cov}(X_t, X_t) = \text{Var}(X_t) = \sigma_x^2 \Rightarrow \rho(0) = 1$. Επίσης, $|R(\tau)| \leq R(0) \Rightarrow |\rho(\tau)| \leq 1$ για κάθε τ . Αν η στάσιμη χρονοσειρά λαμβάνει μόνο πραγματικές τιμές ($X_t \in \mathbb{R}$ για κάθε t), τότε ισχύει ότι $R(-\tau) = R(\tau)$ για κάθε $\tau \Rightarrow \rho(-\tau) = \rho(\tau)$. Τέλος, για μια στάσιμη χρονοσειρά, φυσιολογικά $R(\tau), \rho(\tau) \rightarrow 0$ όταν $\tau \rightarrow \infty$.⁴

2.2 Φασματική ανάλυση στάσιμης χρονοσειράς

Περίοδος, συχνότητα, κυκλική συχνότητα Ορίζονται ως

$T =$ Περίοδος = Ο χρόνος ενός κύκλου (στις αντίστοιχες χρονικές μονάδες μέτρησης)

$\nu = 1/T =$ Συχνότητα = Αριθμός κύκλων ανά μονάδα χρόνου

$\omega = 2\pi\nu = 2\pi/T =$ Κυκλική συχνότητα = συχνότητα σε rad ανά μονάδα χρόνου

Φασματική αναπαράσταση Granger Σύμφωνα με τον Granger⁵, για τη στάσιμη χρονοσειρά $\{X_t\}$ ορίζεται η φασματική της αναπαράσταση:

$$X_t = \int_{-\pi}^{\pi} e^{i\omega t} dZ(\omega) = \int_{-\pi}^{\pi} [\cos(\omega t) + i \sin(\omega t)] dZ(\omega), \quad [2.1]$$

όπου $Z(\omega)$ είναι μια (μιγαδική) στοχαστική διαδικασία στο $(-\pi, \pi)$ με τα εξής χαρακτηριστικά:

⁴ Το τ χαρακτηρίζεται ως το *lag* (υστέρηση).

⁵ Βλ. Arrow και Intriligator 1984: 989

(i) $E[dZ(\omega)] = 0$, για κάθε ω ,

$$(ii) E[dZ(\omega) \overline{dZ}(\lambda)] = \begin{cases} 0, & \text{αν } \omega \neq \lambda \\ \sigma_x^2 dF(\omega) = \sigma_x^2 f(\omega) d(\omega), & \text{αν } \omega = \lambda, \end{cases}$$

όπου $\overline{dZ}(\lambda)$ είναι η συζυγής της προσάυξης $dZ(\lambda)$ και $f(\omega)$ η (κανονικοποιημένη) φασματική πυκνότητα της X_t .

Προφανώς, $E[dZ(\omega) \overline{dZ}(\lambda)] \stackrel{\omega=\lambda}{=} E[|dZ(\omega)|^2] = \text{Var}[dZ(\omega)]$.

Η παραπάνω αυτή αναπαράσταση της X_t μπορεί να ερμηνευθεί ως ένα άθροισμα ενός απείρου αριθμού ασυσχέτιστων τυχαίων μεταβλητών (εξαιτίας των χαρακτηριστικών (i) και (ii), συνδεδεμένων με κάποια αντίστοιχη συχνότητα (μεταβλητές ή συνιστώσες συχνότητας). Το ολοκλήρωμα όλων των στοιχειωδών διασπορών $\text{Var}[dZ(\omega)]$ ισούται με την διασπορά σ_x^2 της χρονοσειράς X_t , κάτι που χρησιμεύει στην ανάλυση της σχετικής σημασίας των μεταβλητών συχνότητας. Βάσει του ότι $\omega=2\pi/T$, έχουμε ότι οι μικρές (ή χαμηλές) κυκλικές συχνότητες αντιστοιχούν σε μεγάλες οικονομικές περιόδους T , ενώ οι μεγάλες (ή υψηλές) κυκλικές συχνότητες (κοντά στο π) αντιστοιχούν σε σύντομες οικονομικές περιόδους T . Αυτή η διάκριση καθιστά τη φασματική ανάλυση συχνότητων πιο ελκυστική από την κλασσική ανάλυση χρονοσειρών (που βασίζεται στην καθαυτή μελέτη της $\rho(\tau)$) όταν πρωταρχικός στόχος είναι η ανίχνευση των οικονομικών κύκλων στην πραγματοποίηση μιας χρονοσειράς.⁶

Θεώρημα Wold⁷ Οι συναρτήσεις $\{\rho(\tau): \tau = 0, \pm 1, \pm 2, \dots\}$ αποτελούν συναρτήσεις αυτοσυσχέτισης μιας στάσιμης χρονοσειράς διακριτού χρόνου, $\{X_t: t = 0, \pm 1, \pm 2, \dots\}$, αν και μόνο αν υπάρχει συνάρτηση $F(\omega)$ η οποία:

(i) Διαθέτει τα χαρακτηριστικά συνάρτησης κατανομής [δηλ. $0 \leq F(\omega) \leq 1$ για κάθε ω στο $(-\pi, \pi)$, $F(-\pi) = 0$, $F(\pi) = 1$ και η $F(\omega)$ είναι μη-φθίνουσα] στο διάστημα $(-\pi, \pi)$ και

$$(ii) \rho(\tau) = \int_{-\pi}^{\pi} e^{i\omega\tau} dF(\omega), \quad \tau = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

Η συνάρτηση F καλείται *φασματική συνάρτηση κατανομής*. Σημειώνουμε ότι, αν η X_t είναι τέτοια ώστε η $F(\omega)$ να είναι παντού διαφορίσιμη, τότε η $f(\omega) = dF(\omega)/d\omega$ ($f \geq 0$) υπάρχει για κάθε ω , και η αυτοσυσχέτιση $\rho(\tau)$ μπορεί να γραφεί ισοδύναμα ως

⁶ Στο σημείο αυτό είναι χρήσιμο να διευκρινίσουμε ότι $\omega \leq \pi$ ή $2\pi v \leq \pi$ ή $v \leq 1/2$ ή $T \geq 2$.

⁷ Βλ. Priestley: 222

$$\rho(\tau) = \int_{-\pi}^{\pi} e^{i\omega\tau} f(\omega) d\omega, \quad \tau = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad [2.2]$$

(Κανονικοποιημένη) φασματική πυκνότητα Η $\rho(\tau)$ μπορεί να αντιστραφεί (βλ. Priestley: 225) δίνοντας την παρακάτω συνάρτηση συχνοτήτων ή (κανονικοποιημένη) φασματική πυκνότητα:

$$f(\omega) = \frac{1}{2\pi} \sum_{\tau=-\infty}^{\infty} \rho(\tau) e^{-i\omega\tau} = \frac{1}{2\pi} \sum_{\tau=-\infty}^{\infty} [\cos(\omega\tau) - i \sin(\omega\tau)] \rho(\tau), \quad -\pi \leq \omega \leq \pi \quad [2.3]$$

Αν η στάσιμη $\{X_t\}$ λαμβάνει μόνο πραγματικές τιμές, τότε $\rho(-\tau) = \rho(\tau)$ και άρα και $f(-\omega) = f(\omega)$ για όλα τα ω στο $(-\pi, \pi)$. Τότε, μάλιστα, η [2.3] γίνεται,⁸

$$\begin{aligned} f(\omega) &= \frac{1}{2\pi} \sum_{\tau=1}^{\infty} [\cos(-\omega\tau) - i \sin(-\omega\tau)] \rho(-\tau) \\ &+ \frac{1}{2\pi} \rho(0) [\cos(0) - i \sin(0)] + \frac{1}{2\pi} \sum_{\tau=1}^{\infty} [\cos(\omega\tau) - i \sin(\omega\tau)] \rho(\tau) \\ &= \frac{1}{2\pi} \left\{ 1 + 2 \sum_{\tau=1}^{\infty} \rho(\tau) \cos(\omega\tau) \right\}, \quad -\pi \leq \omega \leq \pi \end{aligned} \quad [2.4]$$

Αντίστοιχα με την [2.2] και επειδή $R(\tau) = \sigma_x^2 \rho(\tau)$, θα έχουμε ότι:

$$R(\tau) = \int_{-\pi}^{\pi} \sigma_x^2 e^{i\omega\tau} f(\omega) d\omega, \quad \tau = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad [2.5]$$

(Μη-κανονικοποιημένη) φασματική πυκνότητα ή φάσμα Έστω μια στάσιμη χρονοσειρά διακριτού χρόνου, $\{X_t: t = 0, \pm 1, \pm 2, \dots\}$ και $R(\tau) = \text{Cov}(X_t, X_{t+\tau})$ η συνάρτηση (αυτο)συνδιακύμανσης. Τότε ορίζουμε ως (μη-κανονικοποιημένη) φασματική πυκνότητα ή φάσμα της X_t τη συνάρτηση

$$h(\omega) = \frac{1}{2\pi} \sum_{\tau=-\infty}^{\infty} R(\tau) e^{-i\omega\tau} = \frac{1}{2\pi} \sum_{\tau=-\infty}^{\infty} [\cos(\omega\tau) - i \sin(\omega\tau)] R(\tau), \quad -\pi \leq \omega \leq \pi \quad [2.6]$$

Συγκρίνοντας με τη [2.3] και λαμβάνοντας υπόψη ότι $R(\tau) = \sigma_x^2 \rho(\tau)$, παρατηρούμε ότι $h(\omega) = \sigma_x^2 f(\omega)$. Μάλιστα, $f \geq 0 \Rightarrow h \geq 0$. Αν η στάσιμη $\{X_t\}$ λαμβάνει μόνο πραγματικές τιμές, τότε $f(-\omega) = f(\omega) \Rightarrow h(-\omega) = h(\omega)$ για όλα τα ω στο $[-\pi, \pi]$.

⁸ Βλ. Priestley: 208, 217

Αν η στάσιμη $\{X_t\}$ λαμβάνει μόνο πραγματικές τιμές, τότε ισχύει $R(-\tau) = R(\tau)$ και, αντίστοιχα με τη [2.4], η [2.6] γράφεται ως:

$$h(\omega) = \frac{1}{2\pi} \left\{ R(0) + 2 \sum_{\tau=1}^{\infty} R(\tau) \cos(\omega\tau) \right\}, \quad -\pi \leq \omega \leq \pi \quad [2.7]$$

Ερμηνεία του φάσματος Έχουμε πει ότι $h(\omega) = \sigma_x^2 f(\omega)$, και η [2.5], τότε, γίνεται

$$R(\tau) = \int_{-\pi}^{\pi} e^{i\omega\tau} h(\omega) d\omega, \quad \tau = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad [2.9]$$

$$\text{Για } \tau = 0 \text{ θα είναι, } R(0) = \int_{-\pi}^{\pi} h(\omega) d\omega \Rightarrow \sigma_x^2 = \int_{-\pi}^{\pi} h(\omega) d\omega \quad [2.10]$$

Παρατηρούμε, λοιπόν, ότι η περιοχή κάτω από τη συνάρτηση φάσματος $h(\omega)$, για $-\pi \leq \omega \leq \pi$, αντιστοιχεί στη διασπορά της χρονοσειράς $\{X_t\}$.⁹

Επειδή η $h(\omega)$ είναι μη-αρνητική, το ολοκλήρωμα

$$\int_{-\omega_1}^{\omega_1} h(\omega) d\omega, \quad 0 < \omega_1 < \pi$$

είναι θετικό και εκφράζει το ποσοστό της διασποράς της χρονοσειράς $\{X_t\}$ που συνδέεται με τις συχνότητες ω όπου $|\omega| < \omega_1$. Αν λάβουμε υπόψη και ότι $h(-\omega) = h(\omega)$, τότε η ποσότητα

$$2 \int_0^{\omega_1} h(\omega) d\omega, \quad 0 < \omega_1 < \pi$$

αναπαριστά το ποσοστό της διασποράς της χρονοσειράς $\{X_t\}$ που συνδέεται με ένα σύνολο κυκλικών συχνοτήτων μικρότερων ή ίσων από μια δεδομένη συχνότητα ω_1 .

⁹ Βλ. Hamilton: 156

2.3 Παραδείγματα φασματικών πυκνοτήτων

Τα επόμενα παραδείγματα είναι ενδεικτικά και στοιχειώδη στη μελέτη της φασματικής πυκνότητας μιας χρονοσειράς.

Παράδειγμα 1 Η φασματική πυκνότητα του «λευκού θορύβου»

Για την εξίσωση του «λευκού θορύβου» είναι γνωστό ότι (βλ. Priestley: 233):

$$\rho(\tau) = \begin{cases} 1, & \tau = 0 \\ 0, & \tau = \pm 1, \pm 2, \dots \end{cases}$$

Συνεπώς, η φασματική πυκνότητα $f(\omega)$, με βάση τη σχέση [2.4] θα ισούται με

$$\begin{aligned} f(\omega) &= \frac{1}{2\pi} \left\{ \rho(0) + 2 \sum_{\tau=1}^{\infty} \rho(\tau) \cos(\omega\tau) \right\} \\ &= \frac{1}{2\pi}, \quad -\pi \leq \omega \leq \pi \end{aligned} \quad [2.11]$$

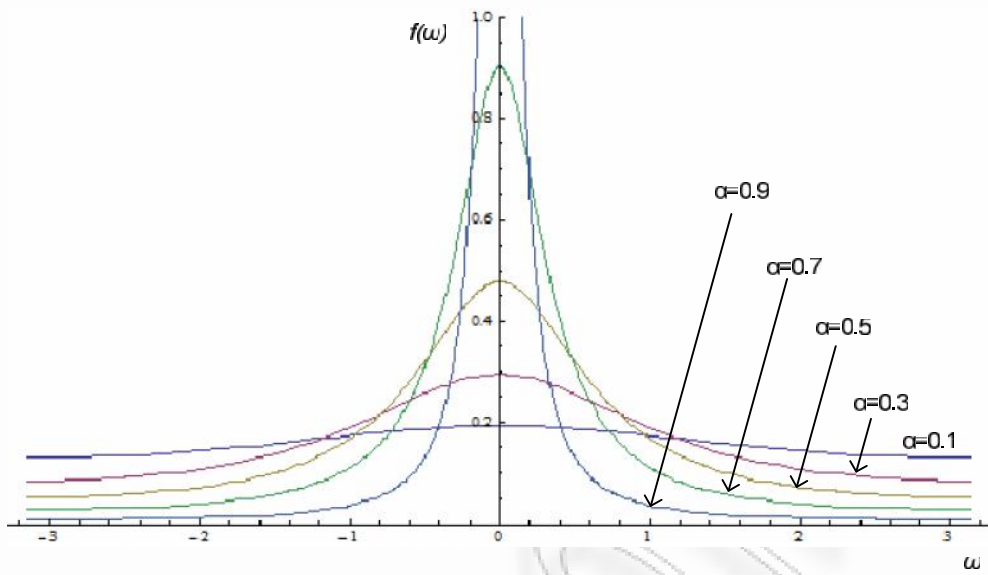
Στην περίπτωση αυτή λέμε ότι έχουμε ομοιόμορφη κατανομή της πυκνότητας σε όλες τις κυκλικές συχνότητες ω στο $(-\pi, \pi)$.

Παράδειγμα 2 Διακριτή χρονοσειρά AR(1)

Για τη διακριτή χρονοσειρά AR(1) της μορφής $\{x_t = ax_{t-1} + \varepsilon_t\}$, η συνάρτηση αυτοσυσχέτισης βρίσκεται για $|a| < 1$, ίση με (βλ. Priestley: 119) $\rho(\tau) = a^{|\tau|}$, οπότε από την [2.4] και με δεδομένο ότι $\cos(\omega\tau) = \operatorname{Re}(e^{i\omega\tau})$, έχουμε ότι

$$\begin{aligned} f(\omega) &= \frac{1}{2\pi} \left\{ 1 + 2 \sum_{\tau=1}^{\infty} a^{\tau} \cos(\omega\tau) \right\} \\ &= \frac{1}{2\pi} \operatorname{Re} \left\{ 1 + 2 \sum_{\tau=1}^{\infty} (ae^{i\omega})^{\tau} \right\} \\ &= \frac{1}{2\pi} \left[1 + 2 \operatorname{Re} \left\{ \frac{ae^{i\omega}}{1 - ae^{i\omega}} \right\} \right] \\ &= \frac{1 - a^2}{2\pi(1 + a^2 - 2a \cos \omega)}, \quad -\pi \leq \omega \leq \pi, \quad |a| < 1 \end{aligned} \quad [2.12]$$

Η φασματική πυκνότητα $f(\omega)$ για διάφορες (θετικές) τιμές του a παριστάνεται στο γράφημα 1.



y_t

Y_t

$\hat{R}(\tau)$

10

$$\hat{R}(\tau) \begin{cases} \frac{1}{T} \sum_{t=\tau+1}^T (y_t - \bar{y})(y_{t-\tau} - \bar{y}), & \text{για } \tau = 0, 1, 2, \dots, T-1 \\ \hat{R}(-\tau), & \text{για } \tau = -1, -2, \dots, -(T-1) \end{cases}$$

$$\bar{y} \quad \bar{y} \quad \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T y_t$$

$$\hat{h}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \sum_{\tau=-T+1}^{T-1} \hat{R}(\tau) e^{-i\omega\tau}$$

$$\hat{h}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \left\{ \hat{R}(0) + 2 \sum_{\tau=1}^{T-1} \hat{R}(\tau) \cos(\omega\tau) \right\}, \quad -\pi \leq \omega \leq \pi \quad [2.15]$$

Αποδεικνύεται, τότε, το δειγματικό ανάλογο του θεωρήματος αναπαράστασης Granger

$$y_t = \hat{a}_0 + \sum_{j=1}^M \{ \hat{a}_j \cos[\omega_j(t-1)] + \hat{\beta}_j \sin[\omega_j(t-1)] \} \quad [2.16]$$

όπου $\omega_1 = 2\pi/T$, $\omega_2 = 4\pi/T$, ..., $\omega_M = 2\pi M/T$, δηλαδή $\omega_j = 2\pi j/T$ με $j = 1, 2, \dots, M$ και

$$M = \begin{cases} T/2, & \text{αν } T \text{ άρτιος} \\ (T-1)/2, & \text{αν } T \text{ περιττός} \end{cases}, \quad \text{ώστε } \omega_j \leq \pi \text{ για κάθε } j,$$

ενώ το \hat{a}_0 και οι συντελεστές \hat{a}_j και $\hat{\beta}_j$ προκύπτουν από την παλινδρόμηση ελαχίστων τετραγώνων του μοντέλου

$$y_t = a_0 + \sum_{j=1}^M \{ a_j \cos[\omega_j(t-1)] + \beta_j \sin[\omega_j(t-1)] \} + u_t \quad [2.17]$$

Η σχέση [2.17] δηλώνει ότι οποιαδήποτε πραγματοποίηση $\{ y_t : t = 1, 2, \dots, T : T - \text{περιττός} \}$ μιας στάσιμης χρονοσειράς $\{ Y_t \}$ μπορεί να εκφρασθεί ως μια σταθερά συν ένα σταθμισμένο άθροισμα $2M$ ή $(T-1)$ περιοδικών συναρτήσεων με M ή $(T-1)/2$ διαφορετικές συχνότητες.¹¹ Αν και το ω μπορεί να λάβει οποιαδήποτε τιμή από 0 έως π , εμείς, λοιπόν, αποδίδουμε όλη τη δειγματική διασπορά σε ένα αριθμό συχνοτήτων το πλήθος των οποίων εξαρτάται από το πλήθος των παρατηρήσεων. Αυτό μας περιορίζει στο να ανάγουμε στη συχνότητα ω_j τη διασπορά που συνδέεται με συχνότητες κοντά στην ω_j .

Το μοντέλο [2.17] αντιστοιχεί σε ένα πολυμεταβλητό γραμμικό μοντέλο της μορφής $Y = X \cdot B + U$ όπου

$$Y = [y_1 \ y_2 \ \dots \ y_T]', \quad X = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & z_{11} & \dots & x_{1M} & z_{1M} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 1 & x_{T1} & z_{T1} & \dots & x_{TM} & z_{TM} \end{bmatrix}_{T \times (2M+1)}, \quad B = [a_0 \ a_1 \ \beta_1 \ \dots \ a_M \ \beta_M]'$$

και

$$U = [u_1 \ u_2 \ \dots \ u_T]', \quad x_{ij} = \cos[\omega_j(t-1)] \quad \text{και} \quad z_{ij} = \sin[\omega_j(t-1)].$$

¹¹ Ένα παρόμοιο αποτέλεσμα προκύπτει και για $T - \text{άρτιο}$. Σημειώνουμε ότι για λόγους ευκολίας επιλέγουμε θετικές κυκλικές συχνότητες από 0 έως π .

Σύμφωνα με τους Hamilton (1994) και Weber (2001), αν επιλέξουμε T περιττό (ώστε $T = 2M+1$), τότε η μέθοδος ελαχίστων τετραγώνων στο μοντέλο [2.17], με T επεξηγηματικές μεταβλητές και T παρατηρήσεις, έχει τέλεια προσαρμογή, ώστε $\hat{U} = \mathbf{0} \Rightarrow \hat{Y} = Y$. Τότε, προκύπτουν τα εξής:

$$(i) \hat{B} = [\hat{a}_0 \quad \hat{a}_1 \quad \hat{\beta}_1 \quad \dots \quad \hat{a}_M \quad \hat{\beta}_M]' = \left[\bar{y} \quad \frac{2}{T} \sum_{t=1}^T y_t x_{t1} \quad \frac{2}{T} \sum_{t=1}^T y_t z_{t1} \quad \dots \quad \frac{2}{T} \sum_{t=1}^T y_t x_{tM} \quad \frac{2}{T} \sum_{t=1}^T y_t z_{tM} \right]'$$

$$\text{ώστε} \quad y_t = \bar{y} + \sum_{j=1}^M \{ \hat{a}_j \cos[\omega_j(t-1)] + \hat{\beta}_j \sin[\omega_j(t-1)] \} \quad [2.18]$$

$$\text{με} \quad \hat{a}_j = \frac{2}{T} \sum_{t=1}^T y_t x_{tj}, \quad \text{για } j = 1, 2, \dots, M$$

$$\text{και} \quad \hat{\beta}_j = \frac{2}{T} \sum_{t=1}^T y_t z_{tj}, \quad \text{για } j = 1, 2, \dots, M \quad [2.19]$$

$$(ii) \text{ Δειγματική Διασπορά} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (y_t - \bar{y})^2 = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^M (\hat{a}_j^2 + \hat{\beta}_j^2) \quad [2.20]$$

και το μέρος της δειγματικής διασποράς που μπορεί να αποδοθεί σε κύκλους με συχνότητα ω_j δίνεται από την ποσότητα $\frac{1}{2}(\hat{a}_j^2 + \hat{\beta}_j^2)$.

(iii) Το μέρος της δειγματικής διασποράς που μπορεί να αποδοθεί σε κύκλους με συχνότητα ω_j εκφράζεται ισοδύναμα ως

$$\frac{1}{2}(\hat{a}_j^2 + \hat{\beta}_j^2) = \frac{4\pi}{T} \hat{h}(\omega_j) \quad [2.21]$$

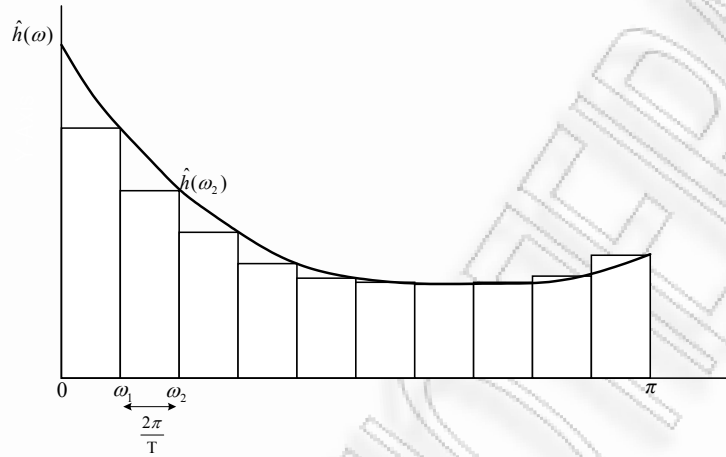
όπου $\hat{h}(\omega)$ το δειγματικό περιοδόγραμμα στη συχνότητα ω_j .

Όπως αναφέραμε προηγουμένως, στην περιγραφή του μοντέλου [2.17], στη συχνότητα ω_j ανάγουμε τη διασπορά που συνδέεται με συχνότητες κοντά στην ω_j . Έτσι, η ποσότητα $\frac{1}{2}(\hat{a}_j^2 + \hat{\beta}_j^2)$, ως μέρος της διασποράς της Y_t , δεν συνδέεται μόνο με τη συχνότητα ω_j αλλά και με κύκλους συχνοτήτων κοντά στην ω_j . Εφόσον $\omega_j = 2\pi j/T$ με $j = 1, 2, \dots, M \Rightarrow \omega_j - \omega_{j-1} = 2\pi/T$ και από τη σχέση [2.21]

έχουμε ότι $\frac{1}{2}(\hat{a}_j^2 + \hat{\beta}_j^2) = 2(\omega_j - \omega_{j-1})\hat{h}(\omega_j)$, που είναι περίπου διπλάσιο από το εμβαδόν που

$\hat{h}(\omega)$ ω_{j-1} ω_j

12



$$\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (y_t - \bar{y})^2 = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^M (\hat{\alpha}_j^2 + \hat{\beta}_j^2) = 2 \sum_{j=1}^M (\omega_j - \omega_{j-1}) \hat{h}(\omega_j) = 2 \sum_{j=1}^M \frac{2\pi}{T} \hat{h}(\omega_j)$$

$$\hat{h}(\omega_j) = \frac{T}{8\pi} (\hat{\alpha}_j^2 + \hat{\beta}_j^2) = \frac{1}{2\pi T} \left\{ \left[\sum_{t=1}^T y_t x_{tj} \right]^2 + \left[\sum_{t=1}^T y_t z_{tj} \right]^2 \right\}$$

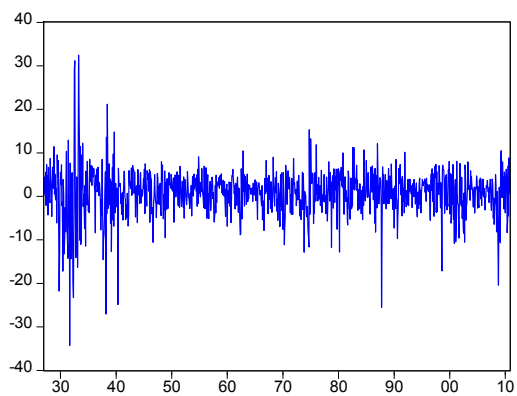
12

 ω_1 ω_1

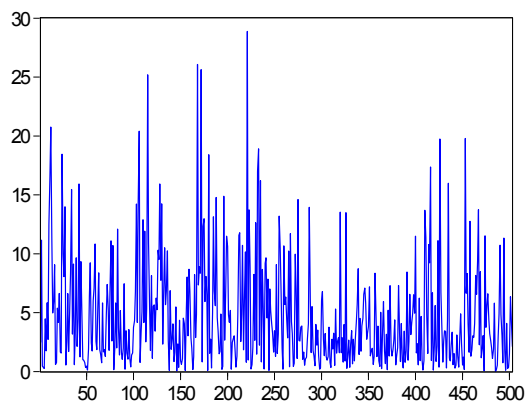
$$\int_0^{\omega_1} h(\omega) d\omega$$

ω_j ω_j

(3a) market returns 1927-2010



(3b) sample periodogram of market returns

 $\hat{h}(\omega_j)$ ω_j

13

 $\omega_i \quad \omega_j$ $\hat{h}_s(\omega_j)$ $\hat{h}_s(\omega_j) \approx \hat{h}(\omega_i)$ ω_i ω_j $\hat{h}_s(\omega_j)$ $\hat{h}(\omega_i)$ ω_i ω_j

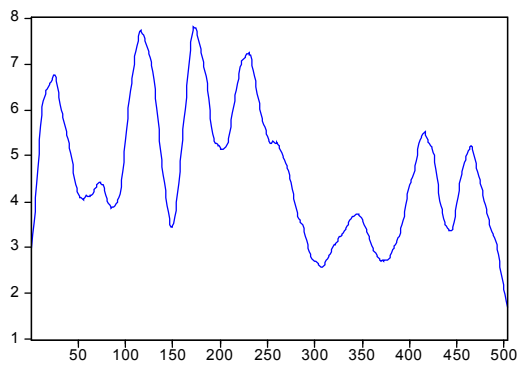
$$- (g+1)^2$$

$$\hat{h}_s(\omega_j) = \sum_{m=-g}^g \left[\frac{g+1-|m|}{(g+1)^2} \right] \hat{h}(\omega_{j+m})$$

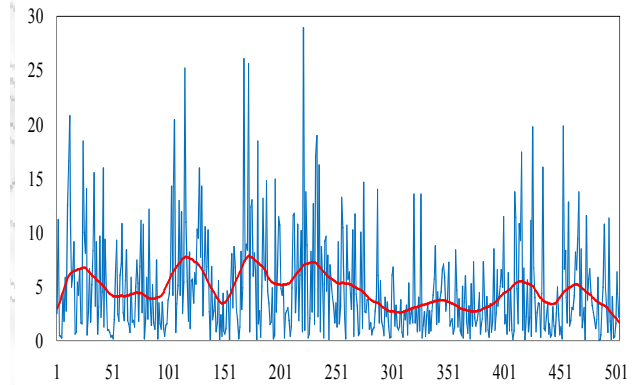
$$(g+1)^2$$

$$\sum_{m=-g}^g w(m) \quad 15$$

4(a) market returns smooth periodogram
bandwidth=20



(4b) periodogram smoothing
bandwidth=20



≈

16

$$\sum_{m=-g}^g (g+1-|m|) \quad \sum_{m=-g}^g (g+1) - \sum_{m=-g}^g |m| = (g+1) \sum_{m=-g}^g 1 - 2 \sum_{m=0}^g m = (g+1)(2g+1) - 2g(g+1) / 2 = (g+1)^2$$

16

2.5 Γραμμικά φίλτρα

Φιλτράρισμα ή φίλτρο Έστω η διακριτή χρονοσειρά $\{X_t\}$ και a_s μια δοσμένη (ντετερμινιστική) ακολουθία πραγματικών. Ονομάζουμε ένα *φιλτράρισμα* ή *φίλτρο* τη χρονοσειρά $\{Y_t\}$

$$Y_t = \sum_{s=-\infty}^{\infty} a_s X_{t-s} \quad [2.24]$$

Το φίλτρο, λοιπόν, είναι ένας σταθμισμένος γραμμικός συνδυασμός παρελθοντικών (lags), τωρινών και μελλοντικών (leads) τιμών της $\{X_t\}$. Αποδεικνύεται,¹⁷ ότι εάν η $\{X_t\}$ είναι στάσιμη χρονοσειρά με φασματική πυκνότητα $h_X(\omega)$ και a_s τέτοια ώστε $\sum_{s=-\infty}^{\infty} |a_s| < \infty$, τότε η Y_t όπως παραπάνω, είναι επίσης στάσιμη με φασματική πυκνότητα

$$h_Y(\omega) = h_X(\omega) |A(\omega)|^2, \quad |\omega| \leq \pi \quad [2.25]$$

όπου, $A(\omega) = \sum_{s=-\infty}^{\infty} a_s e^{-i\omega s}$ η *συνάρτηση απόκρισης συχνοτήτων* και $|A(\omega)|^2$ η *συνάρτηση μεταβίβασης*.

Τα βάρη a_s υπολογίζονται μέσω του αντίστροφου μετασχηματισμού Fourier στην $A(\omega)$, ώστε

$$a_s = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} e^{i\omega s} A(\omega) d\omega, \quad s = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad [2.26]$$

Φίλτρο Low-Pass Αν επιλέξουμε μια ακολουθία από a_s , τέτοια ώστε

$$|A(\omega)|^2 = \begin{cases} 1, & |\omega| \leq \omega_0 \\ 0, & |\omega| > \omega_0 \end{cases} \quad [2.27]$$

τότε έχουμε ένα (ιδανικό) φίλτρο «low-pass». Το φίλτρο low-pass αφήνει αμετάβλητες όλες τις μεταβλητές συχνοτήτων σε συχνότητες (απολύτως) μικρότερες της ω_0 , ενώ όλες οι μεταβλητές σε υψηλότερες συχνότητες αφαιρούνται. Λαμβάνοντας υπόψη και τη σχέση [2.25] συμπεραίνουμε ότι το low-pass φίλτρο διατηρεί, για τις συχνότητες εκείνες, αμετάβλητη την κατανομή της διασποράς σ_x^2 της χρονοσειράς $\{X_t\}$.¹⁸ Αποδεικνύεται (βλ. Baxter και King 1995) ότι τα κατάλληλα βάρη a_s για το (ιδανικό) low-pass φίλτρο είναι ίσα με

$$a_0 = \omega_0/\pi \text{ και } a_s = \sin(s\omega_0)/s\pi \text{ για } s = \pm 1, \pm 2, \dots \quad [2.28]$$

¹⁷ Βλ. Weber, Priestley: 268

¹⁸ Για $0 \leq \omega \leq \omega_0$ έχουμε ότι $2\pi/T \leq 2\pi/T_0 \Rightarrow T \geq T_0$.

Φίλτρο High-Pass Αν επιλέξουμε μια ακολουθία από a_s , τέτοια ώστε

$$|A(\omega)|^2 = \begin{cases} 1, & |\omega| > \omega_0 \\ 0, & |\omega| \leq \omega_0 \end{cases} \quad [2.29]$$

τότε έχουμε ένα (ιδανικό) φίλτρο «high-pass». Το φίλτρο high-pass αφήνει αμετάβλητες όλες τις μεταβλητές συχνοτήτων σε συχνότητες μεγαλύτερες της ω_0 , ενώ όλες οι μεταβλητές σε χαμηλότερες συχνότητες αφαιρούνται.

Φίλτρο Band-Pass Αν, με βάση τη [2.25], επιλέξουμε μια ακολουθία από a_s , τέτοια ώστε

$$|A(\omega)|^2 = \begin{cases} 1, & \omega_1 \leq \omega \leq \omega_2 \\ 0, & \text{αλλιώς} \end{cases} \quad [2.30]$$

τότε έχουμε ένα (ιδανικό) φίλτρο «band-pass». Το φίλτρο band-pass διατηρεί τις μεταβλητές συχνοτήτων στην περιοχή (ω_1, ω_2) , ενώ όλες οι μεταβλητές των υπολοίπων συχνοτήτων αφαιρούνται. Με τον τρόπο αυτό απομονώνονται τα κυκλικά χαρακτηριστικά μιας χρονοσειράς σε μια συγκεκριμένη περιοχή συχνοτήτων ή περιόδων. Είναι εύκολο να δούμε ότι το φίλτρο band-pass μπορεί να γραφεί ως διαφορά δυο low-pass, για τις συναρτήσεις απόκρισης των οποίων έχουμε ότι

$$|\bar{A}(\omega)|^2 = \begin{cases} 1, & |\omega| \leq \omega_2 \\ 0, & |\omega| > \omega_2 \end{cases} \quad (\text{άνω φίλτρο}) \quad \text{και} \quad |\underline{A}(\omega)|^2 = \begin{cases} 1, & |\omega| \leq \omega_1 \\ 0, & |\omega| > \omega_1 \end{cases} \quad (\text{κάτω φίλτρο})$$

Τότε,

$$|A(\omega)|^2 = |\bar{A}(\omega)|^2 - |\underline{A}(\omega)|^2 \quad [2.31]$$

2.6 Τα band-pass φίλτρα Baxter-King και Christiano-Fitzgerland

Το φίλτρο Baxter-King Οι Baxter και King (1995) εξήγαγαν ένα band-pass φίλτρο αφαιρώντας τις βραχυπρόθεσμες συνιστώσες (υψηλών συχνοτήτων) για τις περιόδους $T=2$ έως 18 μηνών και τις μακροπρόθεσμες συνιστώσες (χαμηλών συχνοτήτων) για τις περιόδους $T=96$ μηνών και άνω (συνιστώσες τάσης). Οι ενδιάμεσες συνιστώσες (για περιοδικότητες από 18 έως 96 μήνες) που παραμένουν, αποτελούν την περιοχή εμφάνισης των οικονομικών κύκλων (business cycles). Η μέθοδος που ακολουθείται πάνω σε ένα δείγμα δεδομένων, χρησιμοποιεί το γραμμικό φίλτρο [2.24]

με πεπερασμένο αριθμό από k lags και leads, ώστε να ορίζεται μια νέα (προσεγγιστική) συνάρτηση απόκρισης¹⁹, η

$$A_k(\omega) = \sum_{s=-k}^k b_s e^{-i\omega s} \quad [2.32]$$

Αντίστοιχα, έχουμε το φιλτράρισμα

$$Y_t = \sum_{s=-k}^k b_s X_{t-s} \quad [2.33]$$

Για την ακριβή εύρεση των βαρών b_s της συνάρτησης [2.32] ζητείται η ελαχιστοποίηση της συνάρτησης²⁰

$$\begin{aligned} Q &= \int_{-\pi}^{\pi} |A(\omega) - A_k(\omega)|^2 d\omega \\ &= \int_{-\pi}^{\pi} \left| \sum_{s=-\infty}^{\infty} a_s e^{-i\omega s} - \sum_{s=-k}^k b_s e^{-i\omega s} \right|^2 d\omega \end{aligned} \quad [2.34]$$

Τα βέλτιστα βάρη b_s για το φίλτρο band-pass προκύπτουν, τότε, ίσα με

$$b_s = \bar{a}_s - \underline{a}_s + \bar{\theta} - \underline{\theta} \quad [2.35]$$

όπου \bar{a}_s τα βάρη του (ιδανικού) άνω-φίλτρου low-pass, \underline{a}_s τα βάρη του (ιδανικού) κάτω-φίλτρου low-pass, όπως ορίζονται στη σχέση [2.28], και θ μια σταθερά η οποία εξαρτάται από τον αριθμό των υστερήσεων k ώστε

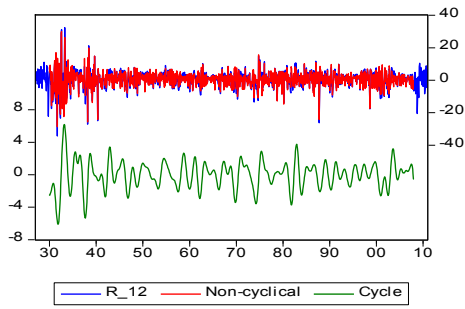
$$\bar{\theta} = \frac{1 - \sum_{s=-k}^k \bar{a}_s}{2k+1} \quad \text{και} \quad \underline{\theta} = \frac{1 - \sum_{s=-k}^k \underline{a}_s}{2k+1} \quad [2.36]$$

Το φίλτρο συχνοτήτων Baxter-King συμβολίζεται ως $BP_k(p,q)$, όπου p είναι η μικρότερη και q η μεγαλύτερη περίοδος. Στα γραφήματα **5a** και **5b** έχουμε την εφαρμογή του band-pass φίλτρου Baxter-King πάνω στη χρονοσειρά των αποδόσεων της αγοράς από το 1927 έως το 2010.

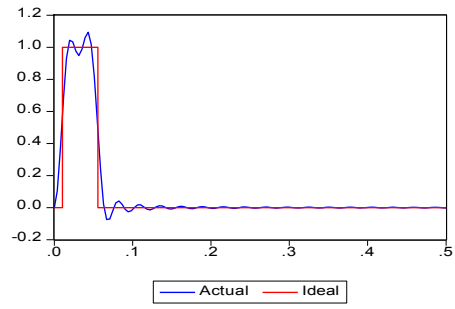
¹⁹ Η συνάρτηση αυτή προσεγγίζει την ιδανική συνάρτηση απόκρισης $A(\omega)$ για $k \rightarrow \pm\infty$. Γενικά, για μεγαλύτερο k έχουμε και καλύτερη προσέγγιση της ιδανικής συνάρτησης απόκρισης που λαμβάνει τιμές ακριβώς ίσες με 0,1, ταυτόχρονα, όμως, πρέπει να αφαιρέσουμε περισσότερες τιμές από το δείγμα μας (τις k αρχικές και k τελευταίες τιμές).

²⁰ Βλ. Everts 2006. Το $A(\omega)$ είναι η συνάρτηση απόκρισης που ορίζεται στη σχέση [2.25].

(5a) Fixed Length Symmetric (Baxter-King) Filter
lag/lead = 36



(5b) Frequency Response Function



cycles/period

$$A_k(\omega)$$

$$B_1 \ B_2$$

21

$$\int_{-\pi}^{\pi} |A(\omega) - B_T(\omega)|^2 h(\omega) d\omega$$

$$B_t(\omega) = \sum_{s=t-T}^{t-1} b_s e^{-i\omega s}$$

$$X_t$$

$$b_s$$

$$Y_{t,T} = \sum_{s=-f}^p b_s X_{t-s}$$

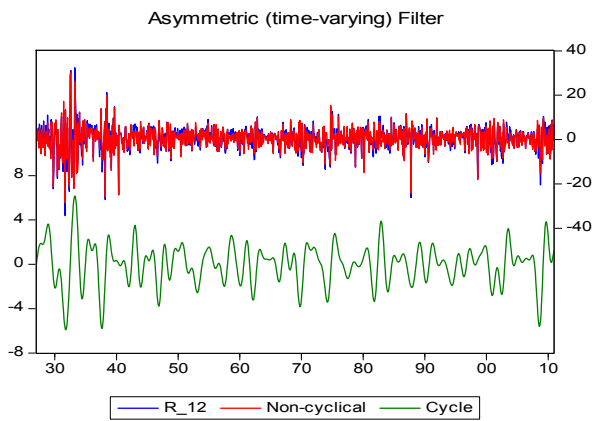
b_s

$$b_s \left\{ \begin{array}{ll} \frac{1}{2}a_0 - \sum_{j=0}^{s-1} a_j, & \gamma\alpha s = t-1 \\ a_s, & \gamma\alpha s = t-2, \dots, t-T-1 \\ \frac{1}{2}a_0 - \sum_{j=s+1}^0 a_j, & \gamma\alpha s = t-T \end{array} \right\}$$

a_i

$$a_i = \begin{cases} \frac{1}{\pi i} \{ \sin(\omega_2 i) - \sin(\omega_1 i) \}, & \gamma\alpha i \neq 0 \\ (\omega_2 - \omega_1) / \pi, & \gamma\alpha i = 0 \end{cases}$$

$\omega_1 \ \omega_2$



$B_1 \ B_2$

Κεφάλαιο 3

Εμπειρική ανάλυση δεδομένων

3.1 Περιγραφή δεδομένων

Τα δεδομένα μας χωρίζονται σε τρεις βασικές κατηγορίες, στα *Book to Market (b/m) Portfolios*, στα *Momentum Portfolios* και στα *Size Portfolios*.²²

Τα χαρτοφυλάκια b/m προκύπτουν βάσει του πηλίκου [Book Equity/Market Equity], όπου Book Equity είναι η λογιστική αξία του συνόλου των μετοχών μιας εταιρείας στο τέλος του αμέσως προηγούμενου έτους και Market Equity είναι το γινόμενο της εκάστοτε χρηματιστηριακής αξίας της μετοχής επί το σύνολο των μετοχών που είχαν καταγραφεί στο τέλος του προηγούμενου έτους. Οι μετοχές των δεικτών NYSE, AMEX και NASDAQ ομαδοποιούνται σε δέκα χαρτοφυλάκια με βάση τα b/m δεκατημόρια (deciles) του δείκτη NYSE. Το χαμηλότερο 10% αποτελεί το πρώτο χαρτοφυλάκιο (Low) και συγκροτείται από τις εταιρείες με το χαμηλότερο δείκτη b/m (growth stocks). Αντίστοιχα, το υψηλότερο 10% (High) αποτελείται από εταιρείες με τον υψηλότερο δείκτη b/m (value stocks).²³

Τα χαρτοφυλάκια momentum (χαρτοφυλάκια ορμής) προκύπτουν με βάση τις σωρευτικές αποδόσεις των προηγούμενων 11 μηνών για τις μετοχές των δεικτών NYSE, AMEX και NASDAQ. Η κατηγοριοποίηση γίνεται και πάλι σε momentum δεκατημόρια του δείκτη NYSE, με το χαμηλότερο δεκατημόριο (Low) να περιέχει τις εταιρείες με τη μικρότερη σωρευτική 11-μηνια απόδοση (Losers), ενώ το υψηλότερο δεκατημόριο (High) περιέχει τις εταιρείες με τις μεγαλύτερες σωρευτικές 11-μηνια αποδόσεις (Winners).²⁴

Τα χαρτοφυλάκια size (επιρροή μεγέθους) διακρίνονται με βάση τη χρηματιστηριακή αξία (market equity) των μετοχών στους δείκτες NYSE, AMEX και NASDAQ, οι οποίες ομαδοποιούνται ετησίως πάνω στα αντίστοιχα δεκατημόρια του δείκτη NYSE. Το χαμηλότερο 10% αποτελεί το χαρτοφυλάκιο που συγκροτείται από τις εταιρείες με τη χαμηλότερη αξία (small), ενώ το υψηλότερο 10% αποτελείται από τις εταιρείες με την υψηλότερη χρηματιστηριακή αξία (big).

²² Βλ. την ιστοσελίδα του Kenneth French: http://mba.tuck.dartmouth.edu/pages/faculty/ken.french/data_library.html (Οι αποδόσεις που δίνονται εκεί είναι οι απλές ποσοστιαίες.)

²³ Ο δείκτης B/M ratio μας βοηθά στην αναγνώριση υπερεκτιμημένων ή υποεκτιμημένων μετοχών. Συγκεκριμένα, αν $\text{Book Value} > \text{Market Value}$ τότε η μετοχή θεωρείται υπο-εκτιμημένη (value) σε σχέση με μια μετοχή για την οποία έχουμε ότι $\text{Book Value} < \text{Market Value}$ (υπερεκτιμημένη ή growth).

²⁴ Βλ. Asness, Moskowitz και Pedersen 2009. Η στάθμιση γίνεται με βάση τη συνολική κεφαλαιοποίηση κάθε εταιρείας (value-weighted). Σημειώνουμε ότι οι δείκτες NYSE, AMEX και NASDAQ είναι Total-Return δείκτες, με την έννοια ότι συμπεριλαμβάνονται και τα μερίσματα στις αποδόσεις τους.

Στις παραπάνω τρεις κατηγορίες προσθέτουμε και τα χαρτοφυλάκια HML τα οποία προκύπτουν από τη διαφορά των αποδόσεων High – Low (άρα είναι τα Value – Growth, Winners – Losers και Big – Small). Τα χαρτοφυλάκια αυτά παρουσιάζουν ιδιαίτερο ενδιαφέρον (τα εισάγουν πρώτοι οι Fama και French) καθώς αποτελούν χαρτοφυλάκια μίμησης μιας ενιαίας στρατηγικής short στα low και long στα high.

Στη συνέχεια, αφού έχουν αναλυθεί και ταξινομηθεί τα παραπάνω χαρτοφυλάκια, καταγράφονται οι μηνιαίες (ποσοστιαίες επί τοις εκατό) απλές αποδόσεις R_i του εκάστοτε χαρτοφυλακίου i ($i = Low, 1, 2, \dots, 9, High, HML$) καθώς και οι αντίστοιχες «ακίνδυνες» αποδόσεις R_{free} του δείκτη 1-Month Treasury Bill. Τα στοιχεία αυτά τα μετατρέπουμε σε λογαριθμικές (οι λεγόμενες «ανατοκιζόμενες») αποδόσεις με βάση τους τύπους²⁵

$$R'_i = 100 \cdot \ln\left(1 + \frac{R_i}{100}\right) \quad \text{και} \quad R'_{free} = 100 \cdot \ln\left(1 + \frac{R_{free}}{100}\right) \quad [3.1]$$

και κατόπιν υπολογίζουμε (και τελικά χρησιμοποιούμε) τις λογαριθμικές υπερβάλλουσες αποδόσεις

$$r_i = R'_i - R'_{free} \quad [3.2]$$

ενώ υπολογίζουμε τις λογαριθμικές υπερβάλλουσες αποδόσεις HML ως

$$r_{HML} = r_{HIGH} - r_{LOW} \quad [3.3]$$

Όλα τα δεδομένα θα εξετασθούν ξεχωριστά για δυο χρονικές περιόδους, από τον Ιούλιο του 1963 έως το Δεκέμβριο του 2010 (570 παρατηρήσεις) και από τον Ιανουάριο του 1927 έως το Δεκέμβριο του 2010 (1008 παρατηρήσεις). Όπως θα εξετάσουμε στη συνέχεια, για την πρώτη περίοδο, το κλασικό μοντέλο CAPM απορρίπτεται για τα b/m και momentum, ενώ για τη δεύτερη περίοδο, το κλασικό μοντέλο CAPM απορρίπτεται μόνο για τα χαρτοφυλάκια momentum.

3.2 Στατιστική περιγραφή δεδομένων

Δειγματικές συναρτήσεις Έστω τα δεδομένα χρονοσειράς $\{r_1, r_2, \dots, r_N\}$. Η στατιστική περιγραφή των δεδομένων βασίζεται στις παρακάτω δειγματικές συναρτήσεις και ελέγχους.²⁶

$$\bar{r} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N r_i = \text{δειγματικός μέσος} \quad [3.4]$$

²⁵ Βλ. Tsay:5. Τα τελικά ποσά είναι επί τοις εκατό (%).

²⁶ Βλ. Tsay:9

$$s = \sqrt{\left(\sum_{i=1}^N (r_i - \bar{r})^2\right) / (N-1)} = \text{τυπική (δειγματική) απόκλιση} \quad [3.5]$$

$$S = \frac{1}{(N-1)s^3} \sum_{i=1}^N (r_i - \bar{r})^3 = \text{δειγματική λοξότητα} \quad [3.6]$$

$$K = \frac{1}{(N-1)s^4} \sum_{i=1}^N (r_i - \bar{r})^4 = \text{δειγματική κυρτότητα} \quad [3.7]$$

Έλεγχος λοξότητας $H_0 : S = 0$ έναντι $H_1 : S \neq 0$ (κανονική έναντι μη-κανονική λοξότητα)

Αν $|t_0| = \left| \frac{S}{\sqrt{6/N}} \right| > Z_{\frac{\alpha}{2}} = 1.96$ (για $\alpha = 5\%$), τότε η H_0 απορρίπτεται σε επίπεδο σημαντικότητας α .

Έλεγχος κυρτότητας $H_0 : K - 3 = 0$ έναντι $H_1 : K - 3 \neq 0$ (κανονική έναντι μη-κανονική κυρτότητα)

Αν $t_0 = \frac{K-3}{\sqrt{24/N}} > Z_{\frac{\alpha}{2}} = 1.96$ (για $\alpha = 5\%$), τότε η H_0 απορρίπτεται σε επίπεδο σημαντικότητας α .

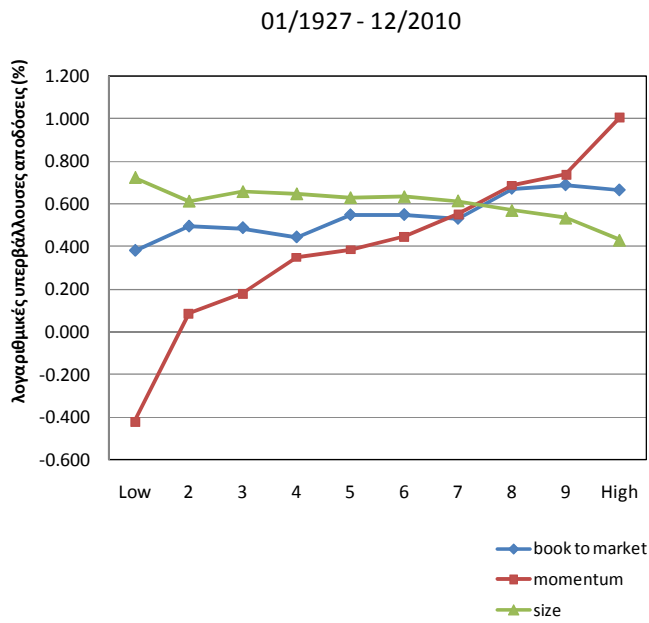
Σχολιασμός περιγραφικών αποτελεσμάτων Τα στατιστικά περιγραφικά χαρακτηριστικά για όλα τα χαρτοφυλάκια, στις δυο εξεταζόμενες περιόδους, (όπου r_i είναι οι λογαριθμικές υπερβάλλουσες αποδόσεις) παρατίθενται στους πίνακες 1 και 2.²⁷ Οι κατανομές όλων των αποδόσεων έχουν βαριές ουρές (λεπτόκυρτες κατανομές), ενώ όσον αφορά τη λοξότητα, παρουσιάζεται μια μικτή εικόνα, με είτε μηδενική (κανονική), είτε αρνητική (συχνότερα) ή θετική (σπάνια) λοξότητα. Συγκρίνοντας τις δυο περιόδους, παρατηρούμε ότι στο συνολικό διάστημα (1927-2010) εμπεριέχονται περισσότερες ακραίες τιμές (οι κατανομές είναι εμφανώς περισσότερο λεπτόκυρτες), ενώ στο μικρότερο διάστημα (1963-2010) παρουσιάζεται μια πιο έντονη (κυρίως αρνητική) λοξότητα, δηλαδή έχουμε περισσότερες ακραίες αρνητικές αποδόσεις από το '63 και έπειτα.

Όπως αναμένεται από τα προηγούμενα, οι τυπικές αποκλίσεις είναι μεγαλύτερες στη μεγαλύτερη χρονική περίοδο, ενώ εντυπωσιάζει η γραμμικότητα των φθινουσών τυπικών αποκλίσεων των size χαρτοφυλακίων από τα small προς τα big stocks και στις δύο περιόδους, κάτι που επιβεβαιώνει τη μεγαλύτερη σταθερότητα στις μεταβολές των μετοχών με υψηλές κεφαλαιοποιήσεις. Τα ιστογράμματα όλων των κατανομών (από 01/1927 έως 12/2010) δίνονται στο παράρτημα 1 (Γραφήματα Π1 έως Π3). Στο γράφημα 6 έχουμε την εικόνα των μέσων μηνιαίων αποδόσεων για

²⁷ Τα χαρτοφυλάκια που δεν παρουσιάζουν κανονική λοξότητα ή κυρτότητα καταγράφονται με έντονα γράμματα.

b/m	Low	2	3	4	5	6	7	8	9	High	HML
\bar{F}_i	0.215	0.347	0.378	0.378	0.380	0.459	0.522	0.559	0.627	0.720	0.505
Τυπ.Απόκλ.	5.239	4.821	4.742	4.859	4.549	4.588	4.452	4.650	4.849	5.910	4.643
Λοξότητα	-0.499	-0.752	-0.844	-0.810	-0.760	-0.781	-0.353	-0.848	-0.590	-0.497	0.306
Κύρτωση	4.747	5.963	6.660	6.301	6.631	6.511	4.779	7.368	5.157	7.828	4.553
momentum	Low	2	3	4	5	6	7	8	9	High	HML
\bar{F}_i	-0.582	0.055	0.246	0.302	0.242	0.313	0.361	0.553	0.572	0.900	1.482
Τυπ.Απόκλ.	8.056	6.290	5.374	4.863	4.532	4.618	4.478	4.547	4.982	6.348	6.856
Λοξότητα	0.033	-0.240	-0.098	-0.428	-0.574	-0.725	-0.812	-0.605	-0.931	-0.793	-0.981
Κύρτωση	6.194	5.965	6.359	5.451	5.813	6.418	6.867	5.377	7.005	5.735	8.127
size	Low	2	3	4	5	6	7	8	9	High	HML
\bar{F}_i	0.538	0.479	0.551	0.518	0.565	0.495	0.509	0.465	0.418	0.282	-0.256
Τυπ.Απόκλ.	6.531	6.483	6.199	5.985	5.763	5.399	5.307	5.163	4.730	4.330	4.876
Λοξότητα	-0.582	-0.689	-0.834	-0.888	-0.897	-0.874	-0.860	-0.778	-0.742	-0.586	-0.391
Κύρτωση	5.937	6.188	6.032	6.261	6.267	6.050	6.527	5.748	5.855	5.122	6.038

b/m	Low	2	3	4	5	6	7	8	9	High	HML
\bar{F}_i	0.382	0.495	0.488	0.445	0.549	0.550	0.532	0.673	0.689	0.665	0.283
Τυπ.Απόκλ.	5.807	5.566	5.400	5.983	5.615	6.175	6.474	6.738	7.440	8.951	6.154
Λοξότητα	-0.593	-0.650	-0.769	0.087	-0.140	-0.394	0.343	0.424	-0.069	0.279	0.757
Κύρτωση	7.888	8.139	8.562	12.229	11.783	14.435	14.557	15.540	12.643	14.793	11.990
momentum	Low	2	3	4	5	6	7	8	9	High	HML
\bar{F}_i	-0.419	0.086	0.182	0.352	0.387	0.449	0.554	0.689	0.740	1.007	1.425
Τυπ.Απόκλ.	9.545	7.990	6.956	6.335	5.921	5.828	5.626	5.443	5.781	6.661	7.464
Λοξότητα	0.158	-0.013	-0.065	0.212	-0.005	-0.277	-0.601	-0.489	-0.773	-0.914	-0.937
Κύρτωση	11.446	15.170	14.834	13.600	14.433	12.254	10.694	7.682	7.202	6.144	10.567
size	Low	2	3	4	5	6	7	8	9	High	HML
\bar{F}_i	0.726	0.614	0.658	0.649	0.630	0.634	0.615	0.570	0.534	0.430	-0.296
Τυπ.Απόκλ.	9.233	8.490	7.860	7.337	7.121	6.821	6.494	6.167	5.904	5.157	6.478
Λοξότητα	1.293	0.509	0.329	0.228	-0.038	-0.072	-0.204	-0.193	-0.366	-0.511	-2.165
Κύρτωση	16.292	12.485	12.295	11.396	10.757	10.637	10.483	10.220	10.927	8.887	18.598



28

$$X_t \quad (X_t)^2 \quad E^2 X_t$$

$$r_i \quad r_i^2$$

		t-statistics *										
		Low	2	3	4	5	6	7	8	9	High	HML
r_i (1963-2010)	b/m	-21.326	-21.771	-21.824	-21.244	-22.025	-22.057	-21.939	-21.274	-21.359	-20.311	-20.416
	mom	-20.102	-20.991	-20.935	-21.153	-21.080	-21.389	-23.625	-22.316	-22.663	-22.174	-22.978
	size	-18.218	-19.840	-20.280	-20.229	-20.457	-20.426	-20.517	-21.227	-21.031	-22.987	-19.717
r_i^2 (1963-2010)	b/m	-19.205	-21.650	-23.272	-21.743	-22.176	-22.001	-22.264	-9.223	-20.931	-5.976	-10.236
	mom	-5.893	-5.658	-5.447	-8.215	-10.438	-21.753	-22.232	-22.597	-22.120	-23.074	-8.372
	size	-21.876	-23.258	-23.167	-23.119	-22.701	-22.856	-22.435	-22.052	-20.977	-20.977	-15.477
		5% critical value										
r_i (1927-2010)	b/m	-27.8363	-28.9794	-29.7063	-27.1007	-28.0236	-27.4297	-27.8508	-19.6258	-28.2695	-27.9676	-29.1977
	mom	-27.7683	-28.0041	-20.5373	-28.3977	-28.7533	-28.829	-29.7989	-29.1264	-29.986	-29.365	-24.4408
	size	-25.722	-26.9079	-26.3288	-26.87	-27.2374	-27.2257	-27.6685	-28.1769	-28.3086	-29.1297	-27.718
r_i^2 (1927-2010)	b/m	-4.819	-4.770	-5.140	-4.852	-4.531	-4.487	-4.942	-5.039	-3.515	-4.941	-5.371
	mom	-5.706	-5.923	-5.721	-4.786	-6.045	-5.343	-4.520	-4.897	-11.682	-29.212	-6.456
	size	-5.435	-5.036	-4.451	-4.927	-5.059	-3.865	-5.361	-4.094	-3.809	-4.290	-6.435
		5% critical value										

29

$$r_{it} = a_i + \beta_i r_{mt} + e_{it}$$

r_{it}

r_{mt}

30

e_{it}

$e_{it} \quad e_{iw}$

$r_{mt} \quad e_{it}$

29
30

$$r_m \quad R'_m \quad R'_{free}$$

$$R'_{it} - R'_{ft} = \beta_i (R'_{mt} - R'_{ft}) \Rightarrow r_{it} - r_{ft} = \beta_i (r_{mt} - r_{ft}) \Rightarrow a_i = \beta_i (r_{mt} - r_{ft}) + e_{it}$$

31

32

$$r_{it} - r_{ft} = a_i + \beta_i (r_{mt} - r_{ft}) + e_{it}$$

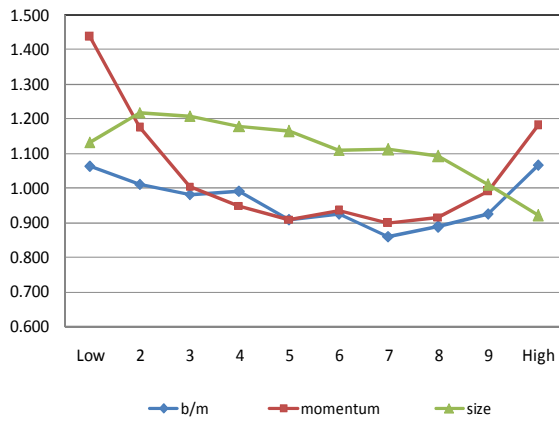
b/m	Low	2	3	4	5	6	7	8	9	High	HML
a_i	-0.147	0.003	0.044	0.040	0.071	0.144	0.230	0.257	0.312	0.357	0.505
t-Stat	-1.535	0.050	0.612	0.441	0.772	1.742	2.180	2.159	2.877	2.226	2.187
β_i	1.063	1.010	0.982	0.992	0.909	0.925	0.859	0.887	0.925	1.066	0.003
t-Stat	38.616	45.857	31.158	31.734	29.351	31.708	25.181	18.912	22.985	17.185	0.034
R^2	0.860	0.916	0.895	0.871	0.835	0.849	0.777	0.759	0.760	0.680	0.000
momentum	Low	2	3	4	5	6	7	8	9	High	HML
a_i	-1.072	-0.345	-0.096	-0.021	-0.068	-0.006	0.056	0.241	0.234	0.498	1.569
t-Stat	-5.429	-2.397	-0.832	-0.202	-0.084	-0.093	0.728	3.270	2.667	3.537	5.766
β_i	1.438	1.175	1.005	0.949	0.909	0.933	0.898	0.916	0.990	1.181	-0.257
t-Stat	16.567	17.661	20.382	25.036	31.341	37.016	28.316	31.240	26.245	22.478	-2.043
R^2	0.666	0.729	0.731	0.795	0.840	0.860	0.839	0.847	0.825	0.723	0.029
size	Low	2	3	4	5	6	7	8	9	High	HML
a_i	0.152	0.064	0.140	0.117	0.169	0.117	0.131	0.094	0.074	-0.032	-0.184
t-Stat	0.804	0.425	1.135	0.971	1.786	1.353	1.835	1.440	1.492	-0.692	-0.812
β_i	1.133	1.218	1.207	1.178	1.164	1.110	1.111	1.091	1.009	0.921	-0.212
t-Stat	25.474	32.709	35.241	34.621	41.589	45.702	57.801	66.005	71.896	66.495	-3.802
R^2	0.629	0.738	0.792	0.809	0.852	0.883	0.916	0.933	0.951	0.944	0.040

31

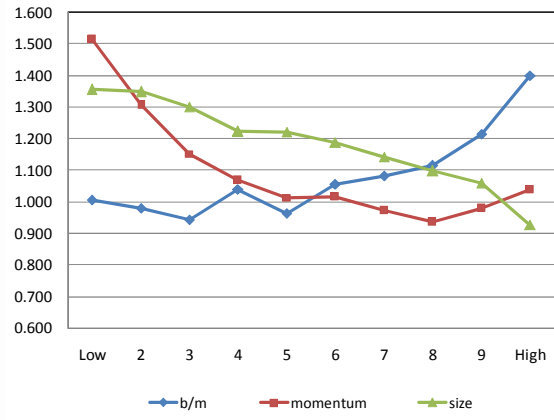
32

b/m	Low	2	3	4	5	6	7	8	9	High	HML
a_i	-0.090	0.035	0.045	-0.043	0.096	0.055	0.024	0.150	0.119	0.009	0.100
t-Stat	-1.339	0.685	0.880	-0.647	1.312	0.664	0.262	1.510	1.014	0.060	0.500
β_i	1.007	0.981	0.945	1.039	0.964	1.056	1.083	1.114	1.215	1.400	0.390
t-Stat	54.246	55.589	42.757	29.312	34.946	23.877	21.924	18.843	23.422	20.393	4.672
R^2	0.901	0.931	0.919	0.905	0.883	0.878	0.840	0.819	0.800	0.729	0.120
momentum	Low	2	3	4	5	6	7	8	9	High	HML
a_i	-1.129	-0.528	-0.359	-0.150	-0.089	-0.028	0.097	0.249	0.281	0.519	1.648
t-Stat	-8.365	-4.655	-3.847	-1.825	-1.266	-0.545	1.542	4.465	4.111	4.645	8.424
β_i	1.514	1.306	1.153	1.069	1.014	1.016	0.972	0.937	0.980	1.039	-0.475
t-Stat	25.734	20.070	20.929	27.146	25.590	37.443	40.243	48.084	33.357	16.703	-4.149
R^2	0.755	0.802	0.824	0.854	0.880	0.912	0.895	0.888	0.860	0.730	0.121
size	Low	2	3	4	5	6	7	8	9	High	HML
a_i	0.090	-0.019	0.048	0.075	0.057	0.077	0.079	0.055	0.038	-0.006	-0.095
t-Stat	0.536	-0.145	0.463	0.777	0.754	1.145	1.301	1.115	0.972	-0.193	-0.505
β_i	1.356	1.349	1.300	1.224	1.221	1.188	1.142	1.097	1.059	0.928	-0.427
t-Stat	22.270	32.005	33.758	33.040	39.487	42.308	46.338	70.490	74.032	128.139	-6.573
R^2	0.646	0.757	0.821	0.834	0.882	0.910	0.927	0.949	0.965	0.971	0.131

(6a) static betas 1963-2010



(6b) static betas 1927-2010



r_{it}^{Sr} r_{it}^{Bc} $r_{it,8-20}^{Lr}$ $r_{it,20-40}^{Lr}$

33

S_1 S_2

S_2 S_1

B_2 B_1

B_1 B_2

L_2 L_1

L_1 L_2

L_2 L_1

L_1 L_2

β_i^{Sr} β_i^{Bc} $\beta_{i,8-20}^{Lr}$ $\beta_{i,20-40}^{Lr}$

$$r_{it}^{Sr} = a_i + \beta_i^{Sr} r_{mt}^{Sr} + e_{it} \quad [3.9]$$

$$r_{it}^{Bc} = a_i + \beta_i^{Bc} r_{mt}^{Bc} + e_{it} \quad [3.10]$$

$$r_{it,8-20}^{Lr} = a_i + \beta_{i,8-20}^{Lr} r_{mt,8-20}^{Lr} + e_{it} \quad [3.11]$$

$$r_{it,20-40}^{Lr} = a_i + \beta_{i,20-40}^{Lr} r_{mt,20-40}^{Lr} + e_{it} \quad [3.12]$$

όπου r_{it}^{Sr} , r_{it}^{Bc} , $r_{it,8-20}^{Lr}$ και $r_{it,20-40}^{Lr}$ είναι οι αντίστοιχες short-run, business-cycle, long-run 8-20 ετών και long-run 20-40 ετών, κυκλικές χρονοσειρές των αποδόσεων του i χαρτοφυλακίου και r_{mt} οι αντίστοιχες κυκλικές συνιστώσες των αποδόσεων της αγοράς. Τα αποτελέσματα των παραπάνω προσαρμογών για τις δυο περιόδους (1963-2010 και 1927-2010), για όλα τα χαρτοφυλάκια (b/m, momentum και size) και για τα τρία φίλτρα, δίνονται στους πίνακες 6 έως 11 (τα αναλυτικά στατιστικά αποτελέσματα δίνονται στο παράρτημα 1, στους πίνακες Π1 έως Π6, ενώ στα γραφήματα Π5 έως Π10 δίνονται τα χρονικά μεταβαλλόμενα betas σε σύγκριση με τα αντίστοιχα static betas).³⁴

Για την περίοδο 1963-2010, παρατηρούμε τα εξής

- Το φίλτρο Baxter-King βελτιώνει την προσαρμογή του κλασικού μοντέλου CAPM με όλα τα a_i (βραχυχρόνια και μακροχρόνια) να είναι στατιστικά μη σημαντικά. Το ίδιο ισχύει και για το φίλτρο Christiano-Fitzgerald asymmetric, με εξαίρεση το 2^ο και το 4^ο χαρτοφυλάκιο των στελεχών long-run 20-40.
- Όπως παρατηρούμε και στα γραφήματα Π5 έως Π7, τα short-run betas είναι πολύ κοντά στα static betas (για όλα τα φίλτρα), με αποτέλεσμα η ανάλυση του κλασικού CAPM να μπορεί να θεωρηθεί ως μια ανάλυση βραχυχρόνιων συνιστωσών.
- Τα business-cycle betas, έχουν μια πιο «αμυντική» συμπεριφορά σε σχέση με τα αντίστοιχα static, στα χαρτοφυλάκια book to market και momentum, και μια πιο «επιθετική» στα size χαρτοφυλάκια.
- Τα long-run betas είναι εμφανώς πιο αμυντικά στα b/m και size χαρτοφυλάκια (με εξαίρεση τα growth των b/m και τα big των size) ενώ παρουσιάζουν συγκεχυμένη εικόνα στα momentum.

³⁴ Τα στατιστικά σημαντικά a είναι με έντονα γράμματα (τα β είναι σχεδόν όλα σημαντικά), ενώ κάποια αποτελέσματα που δεν έχουν καλή προσαρμογή δίνονται με διαφορετικό χρώμα.

		β_i (Baxter-King)										
	1963-2010	Low	2	3	4	5	6	7	8	9	High	HML
S-r	b/m	1.083	1.037	1.030	0.985	0.914	0.907	0.834	0.838	0.904	0.978	-0.105
	momentum	1.353	1.123	0.960	0.931	0.905	0.928	0.920	0.920	0.999	1.207	-0.146
	size	1.098	1.215	1.213	1.183	1.160	1.118	1.109	1.100	1.004	0.928	-0.169
B-c	b/m	1.140	0.995	0.977	0.928	0.796	0.847	0.823	0.807	0.769	0.900	-0.240
	momentum	1.401	1.147	0.964	0.855	0.807	0.990	0.781	0.897	0.959	1.308	-0.092
	size	1.400	1.334	1.203	1.211	1.201	1.125	1.158	1.054	0.955	0.907	-0.493
L-r (8-20)	b/m	1.171	0.910	0.922	0.831	0.789	0.780	0.762	0.673	0.840	0.925	-0.246
	momentum	1.708	1.147	1.118	0.851	0.764	0.980	0.857	0.847	0.918	1.155	-0.554
	size	1.012	1.067	1.009	1.080	1.033	1.005	1.065	0.949	0.962	0.958	-0.054
L-r (20-40)	b/m	1.171	0.908	0.921	0.836	0.798	0.793	0.770	0.680	0.845	0.943	-0.228
	momentum	1.705	1.149	1.122	0.863	0.770	0.978	0.860	0.853	0.921	1.151	-0.554
	size	1.014	1.069	1.016	1.083	1.040	1.008	1.064	0.954	0.968	0.955	-0.059

		α_i (Christiano-Fitzgerald symmetric)										
	1963-2010	Low	2	3	4	5	6	7	8	9	High	HML
S-r	b/m	-0.002	0.002	0.008	0.001	0.005	0.009	0.011	0.012	0.011	0.016	0.019
	momentum	-0.078	-0.029	-0.005	-0.004	-0.013	0.001	0.014	0.014	0.011	0.025	0.102
	size	-0.006	-0.003	-0.003	0.002	0.003	-0.002	0.001	-0.002	0.003	0.003	0.009
B-c	b/m	0.024	-0.018	-0.015	0.008	-0.030	-0.026	-0.031	-0.031	-0.054	-0.071	-0.095
	momentum	0.197	0.070	0.015	-0.003	0.006	-0.001	-0.029	-0.049	-0.041	-0.095	-0.292
	size	-0.022	-0.017	-0.032	-0.041	-0.034	-0.029	-0.024	-0.025	-0.015	0.004	0.026
L-r (8-20)	b/m	-0.112	0.012	0.049	0.059	0.064	0.099	0.139	0.229	0.207	0.226	0.339
	momentum	-0.619	-0.184	-0.085	-0.011	-0.021	-0.005	0.023	0.105	0.160	0.301	0.920
	size	0.160	0.106	0.137	0.111	0.129	0.091	0.114	0.098	0.057	-0.044	-0.204
L-r (20-40)	b/m	-0.059	-0.002	0.022	0.021	0.032	0.051	0.069	0.117	0.109	0.123	0.182
	momentum	-0.301	-0.101	-0.039	-0.008	-0.012	-0.001	0.011	0.051	0.084	0.159	0.460
	size	0.081	0.050	0.070	0.059	0.066	0.046	0.057	0.049	0.029	-0.025	-0.106

		β_i (Christiano-Fitzgerald symmetric)										
	1963-2010	Low	2	3	4	5	6	7	8	9	High	HML
S-r	b/m	1.083	1.037	1.030	0.985	0.914	0.907	0.834	0.838	0.904	0.978	-0.105
	momentum	1.354	1.123	0.960	0.931	0.905	0.928	0.920	0.920	0.999	1.207	-0.146
	size	1.098	1.215	1.213	1.183	1.160	1.118	1.109	1.100	1.004	0.928	-0.169
B-c	b/m	1.139	0.998	0.979	0.930	0.796	0.845	0.823	0.810	0.770	0.898	-0.241
	momentum	1.399	1.151	0.962	0.856	0.807	0.989	0.779	0.894	0.959	1.308	-0.091
	size	1.403	1.338	1.202	1.212	1.201	1.126	1.160	1.056	0.955	0.907	-0.496
L-r (8-20)	b/m	1.121	0.959	0.909	0.900	0.816	0.860	0.832	0.442	0.776	0.877	-0.244
	momentum	1.425	1.125	1.138	0.895	0.720	0.920	0.924	1.030	0.860	0.966	-0.459
	size	0.562	0.752	0.742	0.794	0.832	0.824	0.856	0.762	0.921	1.120	0.558
L-r (20-40)	b/m	1.137	1.070	0.949	0.999	0.841	0.859	0.863	0.435	0.737	0.823	-0.314
	momentum	1.208	1.189	1.095	0.942	0.741	0.907	0.948	1.080	0.840	0.922	-0.286
	size	0.566	0.797	0.751	0.778	0.841	0.847	0.882	0.792	0.933	1.147	0.581

		β_i (Baxter-King)										
1927-2010		Low	2	3	4	5	6	7	8	9	High	HML
S-r	b/m	1.002	0.991	0.955	1.039	0.963	1.065	1.101	1.136	1.241	1.411	0.409
	momentun	1.516	1.319	1.163	1.082	1.039	1.031	0.991	0.937	0.974	1.022	-0.494
	size	1.371	1.369	1.323	1.248	1.243	1.209	1.150	1.111	1.065	0.928	-0.443
B-c	b/m	1.022	0.907	0.939	1.061	0.973	1.070	1.100	1.131	1.191	1.341	0.319
	momentun	1.402	1.225	1.065	1.055	0.994	1.027	0.954	0.954	1.011	1.088	-0.314
	size	1.513	1.418	1.312	1.262	1.227	1.203	1.168	1.089	1.036	0.921	-0.592
L-r (8-20)	b/m	1.087	0.902	0.900	1.027	1.000	1.049	0.997	0.977	1.095	1.217	0.130
	momentun	1.455	1.221	1.139	1.087	0.906	1.024	0.996	0.959	1.007	1.083	-0.372
	size	1.383	1.359	1.274	1.164	1.156	1.144	1.114	1.047	1.060	0.935	-0.449
L-r (20-40)	b/m	1.086	0.901	0.900	1.030	0.999	1.055	1.000	0.981	1.100	1.231	0.145
	momentun	1.458	1.227	1.139	1.090	0.910	1.023	0.996	0.958	1.007	1.083	-0.375
	size	1.391	1.363	1.282	1.168	1.161	1.148	1.115	1.048	1.061	0.933	-0.458

		α_i (Christiano-Fitzgerald symmetric)										
1927-2010		Low	2	3	4	5	6	7	8	9	High	HML
S-r	b/m	0.002	0.002	0.007	-0.004	0.002	0.000	-0.004	-0.001	-0.003	-0.012	-0.014
	momentun	-0.061	-0.027	-0.015	-0.012	-0.011	-0.004	0.005	0.014	0.014	0.031	0.091
	size	0.010	0.003	0.004	0.002	0.002	-0.001	0.000	-0.001	-0.002	0.002	-0.009
B-c	b/m	0.021	-0.016	-0.007	0.006	-0.033	-0.021	-0.017	-0.028	-0.039	-0.009	-0.030
	momentun	0.196	0.082	0.033	0.006	0.005	-0.003	-0.041	-0.042	-0.041	-0.065	-0.261
	size	-0.001	0.006	-0.010	-0.012	-0.006	-0.012	-0.009	-0.010	-0.015	-0.001	0.000
L-r (8-20)	b/m	-0.080	0.045	0.042	-0.005	0.037	0.011	0.045	0.142	0.108	0.080	0.160
	momentun	-0.576	-0.248	-0.201	-0.077	-0.040	-0.013	0.022	0.116	0.160	0.274	0.850
	size	0.103	0.031	0.077	0.095	0.085	0.070	0.082	0.074	0.027	-0.019	-0.121
L-r (20-40)	b/m	-0.044	0.022	0.023	0.004	0.017	0.013	0.028	0.072	0.061	0.051	0.094
	momentun	-0.297	-0.124	-0.100	-0.034	-0.023	-0.006	0.011	0.058	0.088	0.145	0.442
	size	0.072	0.030	0.053	0.057	0.051	0.043	0.048	0.043	0.019	-0.014	-0.086

		β_i (Christiano-Fitzgerald symmetric)										
1927-2010		Low	2	3	4	5	6	7	8	9	High	HML
S-r	b/m	1.002	0.991	0.955	1.039	0.963	1.065	1.101	1.136	1.241	1.411	0.409
	momentun	1.516	1.319	1.163	1.082	1.039	1.031	0.991	0.937	0.974	1.022	-0.494
	size	1.371	1.369	1.323	1.248	1.243	1.209	1.150	1.111	1.065	0.928	-0.443
B-c	b/m	1.023	0.909	0.941	1.060	0.971	1.063	1.098	1.131	1.188	1.336	0.313
	momentun	1.401	1.221	1.061	1.052	0.994	1.027	0.951	0.953	1.011	1.088	-0.313
	size	1.511	1.415	1.307	1.262	1.227	1.202	1.169	1.091	1.034	0.922	-0.590
L-r (8-20)	b/m	1.069	0.844	0.835	0.985	1.049	1.196	1.020	0.981	1.088	1.176	0.108
	momentun	1.461	1.268	1.234	1.092	0.945	1.019	1.053	0.991	0.944	1.043	-0.418
	size	1.219	1.269	1.164	1.054	1.062	1.055	1.014	0.938	1.044	0.983	-0.235
L-r (20-40)	b/m	1.089	0.862	0.829	0.941	1.068	1.141	0.987	0.986	1.057	1.104	0.015
	momentun	1.441	1.231	1.211	1.056	0.970	1.014	1.064	1.011	0.907	1.019	-0.422
	size	1.077	1.161	1.067	0.997	1.008	1.012	0.977	0.908	1.008	1.015	-0.062

		α_i (Christiano-Fitzgeralda symmetric)										
		Low	2	3	4	5	6	7	8	9	High	HML
S-r	b/m	-0.001	-0.002	0.002	0.000	-0.002	0.000	-0.001	0.000	0.001	0.005	0.006
	momentum	0.002	-0.003	0.000	0.000	0.000	-0.001	-0.002	-0.001	-0.001	0.003	0.001
	size	-0.001	0.002	0.000	0.000	-0.001	0.001	0.000	-0.001	0.000	0.000	0.001
B-c	b/m	0.008	0.000	0.002	-0.002	0.002	0.001	-0.001	-0.008	-0.004	-0.008	-0.016
	momentum	-0.009	-0.005	0.000	0.001	0.000	-0.003	0.006	0.001	0.004	0.007	0.016
	size	0.004	0.003	0.003	0.000	-0.003	0.005	0.001	0.002	0.001	0.000	-0.005
L-r (8-20)	b/m	0.003	0.004	0.004	-0.008	-0.010	-0.013	-0.011	-0.015	-0.002	-0.007	-0.010
	momentum	-0.027	-0.026	-0.014	-0.014	0.004	0.003	0.004	0.009	0.005	0.006	0.034
	size	-0.020	-0.023	-0.015	-0.010	-0.009	-0.002	-0.008	-0.007	-0.004	0.003	0.023
L-r (20-40)	b/m	-0.002	0.006	0.005	0.001	0.001	-0.010	-0.016	-0.012	-0.012	-0.017	-0.015
	momentum	-0.014	-0.013	-0.018	-0.010	0.000	-0.002	-0.001	0.002	0.006	-0.002	0.012
	size	-0.010	-0.007	-0.003	-0.001	-0.004	0.002	0.000	0.001	0.001	0.000	0.010

		β_i (Christiano-Fitzgerald asymmetric)										
		Low	2	3	4	5	6	7	8	9	High	HML
S-r	b/m	1.004	0.995	0.951	1.037	0.960	1.050	1.083	1.116	1.223	1.406	0.402
	momentum	1.520	1.313	1.163	1.071	1.021	1.018	0.974	0.934	0.976	1.029	-0.491
	size	1.341	1.347	1.306	1.229	1.228	1.194	1.142	1.102	1.060	0.928	-0.413
B-c	b/m	1.020	0.903	0.913	1.057	0.983	1.063	1.088	1.117	1.171	1.353	0.333
	momentum	1.457	1.245	1.051	1.042	0.975	0.996	0.938	0.955	1.012	1.121	-0.337
	size	1.469	1.363	1.262	1.208	1.191	1.163	1.162	1.088	1.051	0.920	-0.549
L-r (8-20)	b/m	1.000	0.791	0.922	1.028	0.928	1.300	1.098	0.950	1.118	1.196	0.196
	momentum	1.645	1.350	1.248	1.073	0.891	1.068	1.045	0.994	1.021	1.061	-0.584
	size	1.581	1.551	1.365	1.206	1.169	1.155	1.086	0.953	1.054	0.934	-0.647
L-r (20-40)	b/m	1.125	0.986	0.832	0.865	1.042	0.720	0.633	0.456	0.806	0.973	-0.152
	momentum	1.400	1.174	1.388	0.892	1.068	1.047	0.985	0.874	0.871	0.599	-0.802
	size	-0.430	0.130	0.339	0.397	0.507	0.700	0.640	0.708	0.875	1.221	1.651

$$\frac{Cov_{long-run}^k(r_i, r_m)}{Var_{long-run}^k(r_m)}$$

$$Cov_{long-run} = \sum_{\tau=-\infty}^{\infty} C(\tau)$$

$$X_t, Y_{t+\tau}$$

$$X_t$$

Y_t $X_t \equiv Y_t$ $X_t X_{t+\tau}$

$$Var_{long-run} \sum_{\tau=-\infty}^{\infty} R(\tau)$$

35

 x_t y_t X_t Y_t

$$\hat{Cov}_{long-run} \sum_{\tau=-(T-1)}^{(T-1)} k(\tau/b_T) \hat{C}(\tau)$$

$$\hat{C}(\tau) \begin{cases} \frac{1}{T} \sum_{t=\tau+1}^T (x_t - \bar{x})(y_t - \bar{y}), & \text{για } \tau = 0, 1, 2, \dots, T-1 \\ \hat{C}(-\tau), & \text{για } \tau = -1, -2, \dots, -(T-1) \end{cases}$$

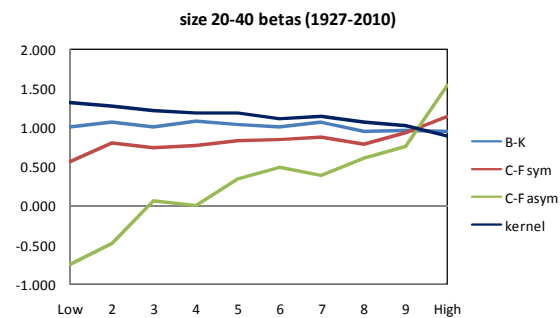
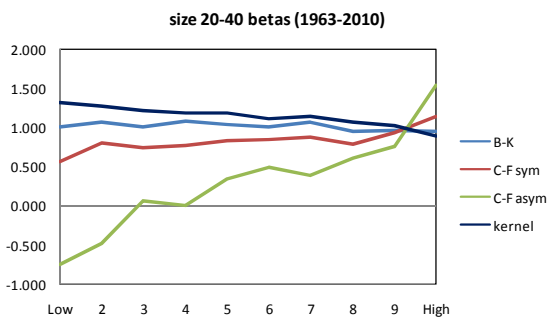
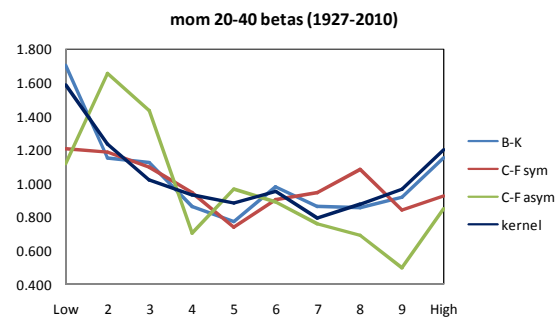
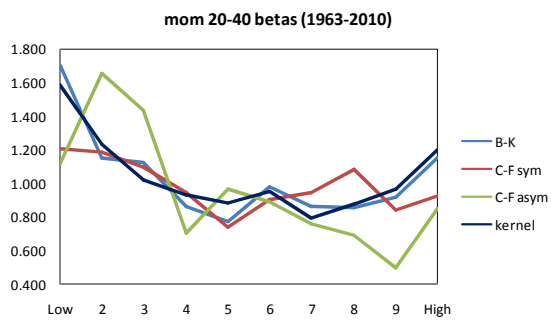
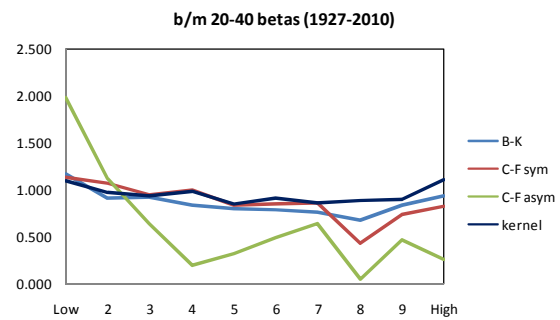
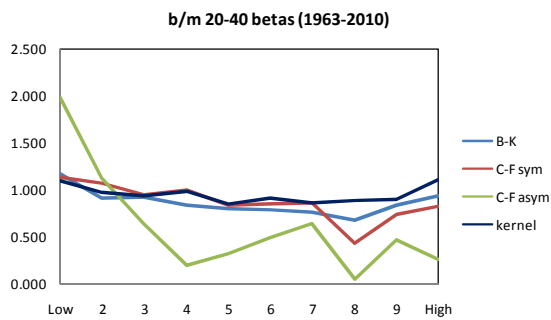
 b_T

$$4(T/100)^{2/9}$$

Barlett	$k(x) = \begin{cases} 1- x , & \text{για } x \leq 1 \\ 0, & \text{αλλιώς} \end{cases}$
quadratic-spectral	$k(x) = \frac{25}{12\pi^2 x^2} \left(\frac{\sin(6\pi x/5)}{6\pi x/5} - \cos(6\pi x/5) \right)$
Tukey-Hamming	$k(x) = \begin{cases} 0.54 + 0.46 \cos(\pi x), & \text{για } x \leq 1 \\ 0, & \text{αλλιώς} \end{cases}$
Bohman	$k(x) = \begin{cases} (1- x) \cos(\pi x) + \frac{\sin(\pi x)}{\pi}, & \text{για } x \leq 1 \\ 0, & \text{αλλιώς} \end{cases}$
Daniel	$k(x) = \sin(\pi x) / (\pi x)$
Parzen	$k(x) = \begin{cases} 1 - 6x^2(1- x), & \text{για } 0 \leq x \leq 0.5 \\ 2(1- x)^3, & 0.5 \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{αλλιώς} \end{cases}$

kernel aver betas (1963-2010)											
	Low	2	3	4	5	6	7	8	9	High	HML
b/m	1.087	0.977	0.937	0.985	0.854	0.912	0.864	0.885	0.897	1.103	0.016
mom	1.589	1.232	1.020	0.932	0.883	0.951	0.796	0.876	0.965	1.203	-0.386
size	1.315	1.269	1.213	1.185	1.191	1.106	1.136	1.069	1.020	0.897	-0.418

kernel aver betas (1927-2010)											
	Low	2	3	4	5	6	7	8	9	High	HML
b/m	1.024	0.932	0.909	1.053	0.967	1.068	1.093	1.124	1.216	1.408	0.384
mom	1.545	1.305	1.120	1.066	0.990	1.002	0.935	0.928	0.971	1.092	-0.453
size	1.549	1.447	1.358	1.270	1.249	1.203	1.166	1.090	1.061	0.913	-0.636



Παρατηρούμε ότι τα Christiano-Fitzgerald symmetric betas σχεδόν ταυτίζονται με τα χαμηλά betas των b/m χαρτοφυλακίων, όμως αποκλίνουν καθώς προχωράμε προς τα high των b/m. Εξαιτίας, λοιπόν, της καλύτερης προσέγγισης στις τιμές των kernel betas στο σύνολο των χαρτοφυλακίων Low έως High, αλλά και της καλύτερης προσαρμογής του φίλτρου (βλ. σελ. 34, 35) επιλέγουμε το φίλτρο Baxter-King, ως το βέλτιστο μεταξύ των τριών φίλτρων.

Διαστρωματική ανάλυση και Risk Pricing Για τις ανάγκες μιας διαστρωματικής ανάλυσης κατηγοριοποιούμε τα value-weighted χαρτοφυλάκια b/m, για την περίοδο 07/1963-12/2010, σε πέντε ποσοστημόρια μεγέθους (size: Small to big) και κατόπιν υπο-κατηγοριοποιούμε σε πέντε ποσοστημόρια book to market (Low to high). Επομένως, πρόκειται για μια διάκριση b/m πάνω σε χαρτοφυλάκια με διάκριση τύπου size. Στην ανάλυση αυτή, προχωράμε ένα βήμα παραπάνω, καθώς αφού εξάγουμε τα 25, πλέον, betas των χαρτοφυλακίων, για το κλασικό μοντέλο CAPM και για κάθε μια από τις κυκλικές περιόδους (short, business-cycle, long 8-20, long 20-40), κατόπιν εξετάζουμε τις παλινδρομήσεις (για $j=1,2,\dots,25$)

$$E(r_{jt}) = a_j + \lambda_j \beta_j + \varepsilon_j \quad [3.15]$$

για το κλασικό CAPM,

$$E(r_{jt}^{Sr}) = a_j + \lambda_j^{Sr} \beta_j^{Sr} + \varepsilon_j \quad [3.16]$$

για τις βραχυπρόθεσμες κυκλικές συνιστώσες,

$$E(r_{jt}^{Bc}) = a_j + \lambda_j^{Bc} \beta_j^{Bc} + \varepsilon_j \quad [3.17]$$

για τις κυκλικές συνιστώσες της αγοράς,

$$E(r_{jt,8-20}^{Lr}) = a_j + \lambda_{j,8-20}^{Lr} \beta_{j,8-20}^{Lr} + \varepsilon_j \quad [3.18]$$

για τις μακροπρόθεσμες κυκλικές συνιστώσες 8-20 ετών και την,

$$E(r_{jt,20-40}^{Lr}) = a_j + \lambda_{j,20-40}^{Lr} \beta_{j,20-40}^{Lr} + \varepsilon_j \quad [3.19]$$

για τις μακροπρόθεσμες κυκλικές συνιστώσες 20-40 ετών.

Η κλίση λ_j καλείται price of risk και σύμφωνα με τους Bandi και Garcia (2010) πρέπει να είναι θετική και στατιστικά σημαντική σε αντίθεση με τις σταθερές a_j , που όπως και στις εξισώσεις [3.9] έως [3.12] πρέπει να είναι στατιστικά μη-σημαντικές.

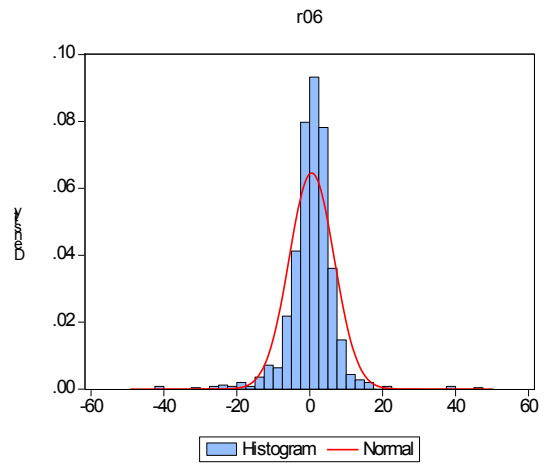
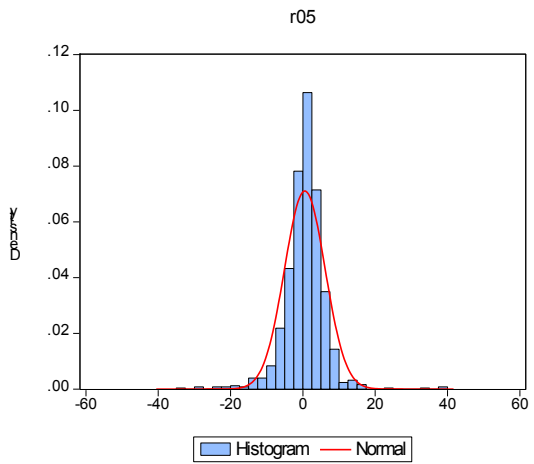
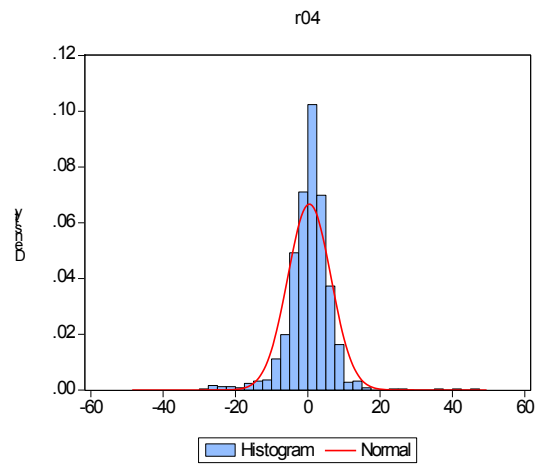
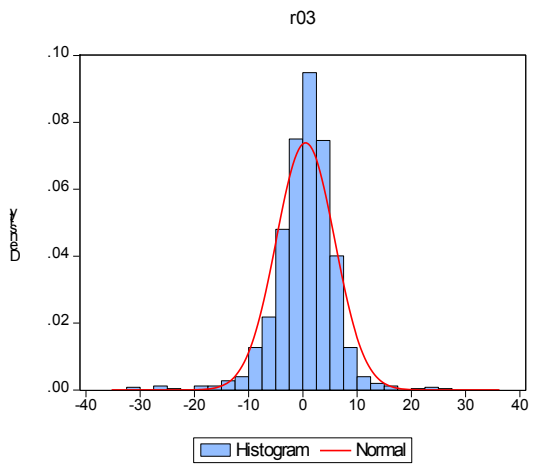
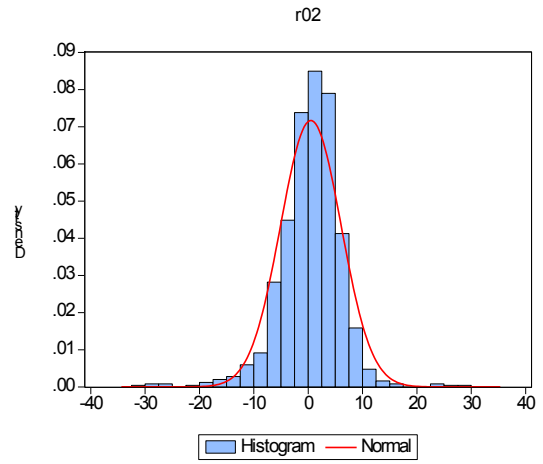
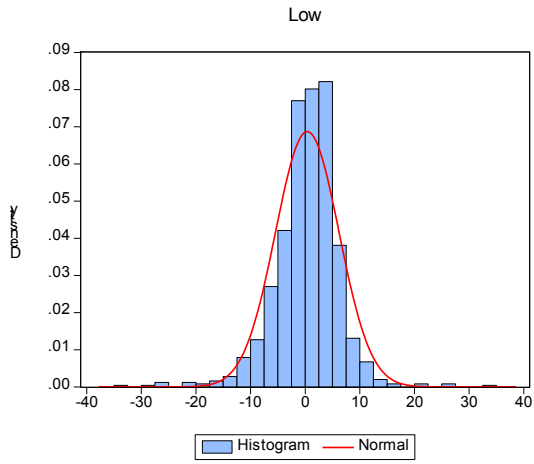
	coef	static st.er.	t-stat	p-value
α	1.283	0.465	2.758	0.011
λ	-0.702	0.398	-1.763	0.091
R^2	0.209			

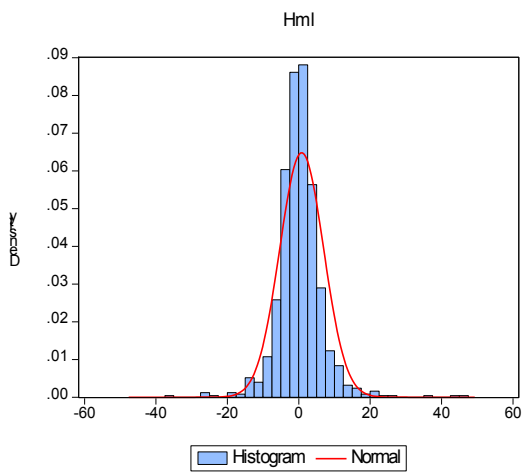
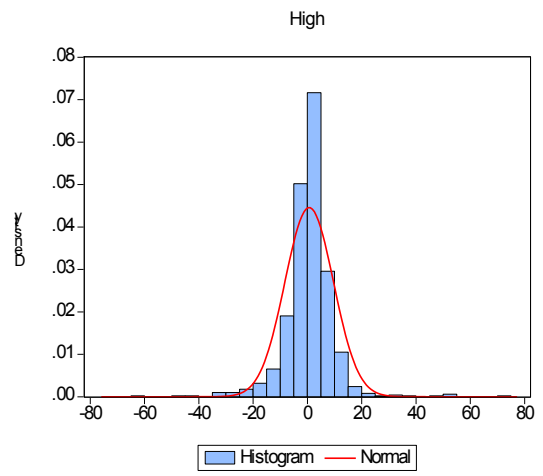
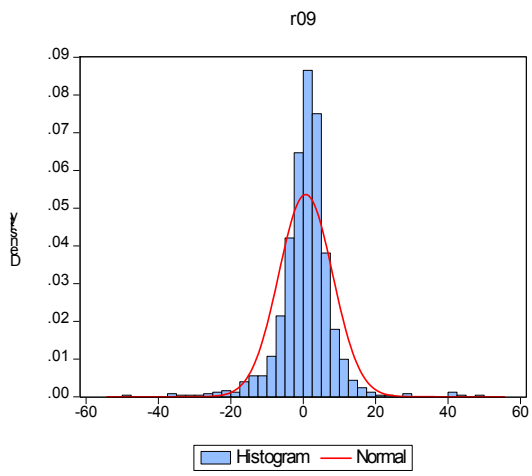
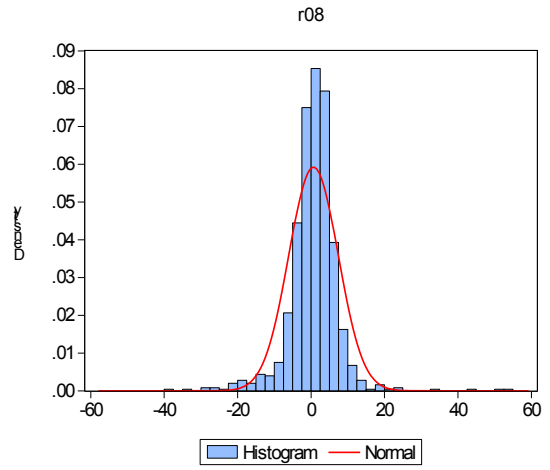
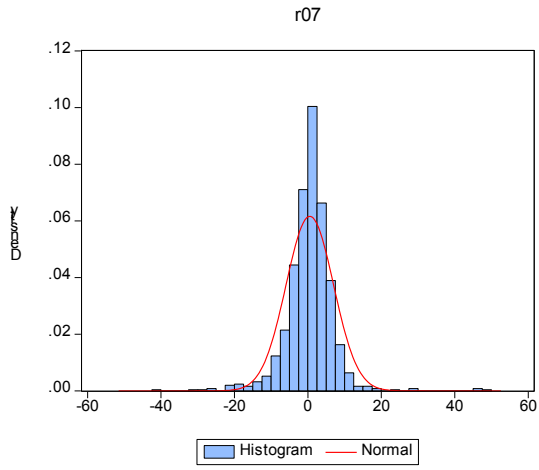
		Baxter-King				Christiano-Fitzgerald symmetric				Christiano-Fitzgerald asymmetric			
		coef	st.er.	t-stat	p-value	coef	st.er.	t-stat	p-value	coef	st.er.	t-stat	p-value
S-r	α	-0.004	0.008	-0.536	0.597	0.065	0.015	4.395	0.000	0.011	0.002	6.617	0.000
	λ	-0.010	0.006	-1.567	0.131	-0.052	0.013	-3.931	0.001	0.003	0.002	1.836	0.079
	R^2	0.110				0.547				0.104			
B-c	α	0.029	0.013	2.139	0.043	-0.151	0.053	-2.870	0.009	0.030	0.009	3.144	0.005
	λ	0.016	0.011	1.424	0.168	0.108	0.043	2.505	0.020	-0.012	0.008	-1.546	0.136
	R^2	0.115				0.337				0.193			
L-r 8-20	α	0.000	0.002	-0.049	0.961	0.710	0.079	9.019	0.000	0.018	0.006	2.973	0.007
	λ	0.003	0.002	1.034	0.312	-0.575	0.102	-5.643	0.000	-0.013	0.013	-0.950	0.352
	R^2	0.055				0.506				0.043			
L-r 20-40	α	0.000	0.000	-0.325	0.748	0.320	0.051	6.309	0.000	0.002	0.018	0.116	0.909
	λ	0.000	0.000	1.130	0.270	-0.229	0.054	-4.275	0.000	-0.021	0.072	-0.293	0.772
	R^2	0.066				0.339				0.005			

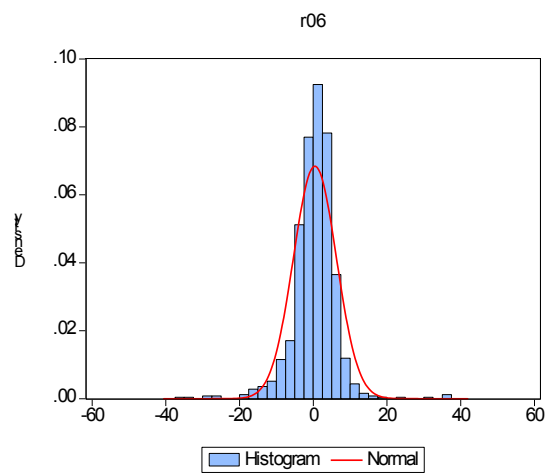
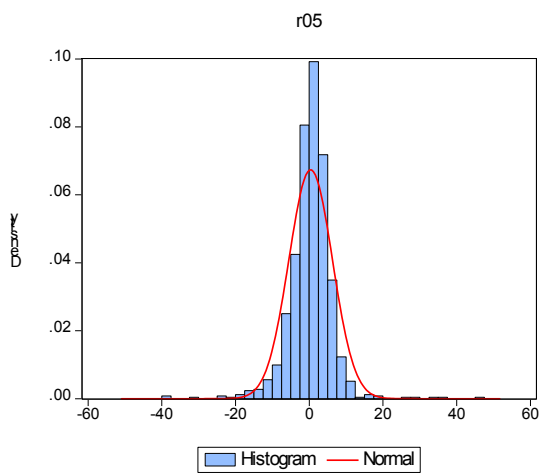
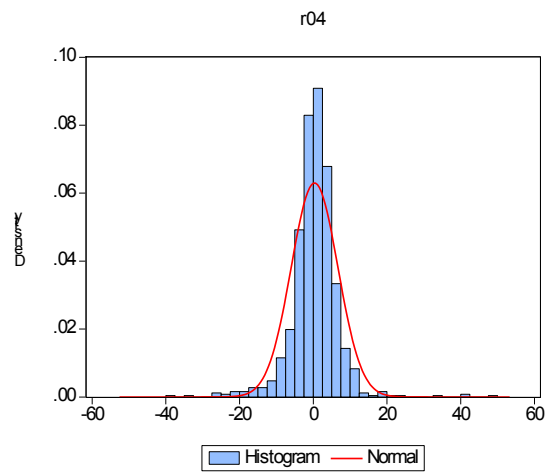
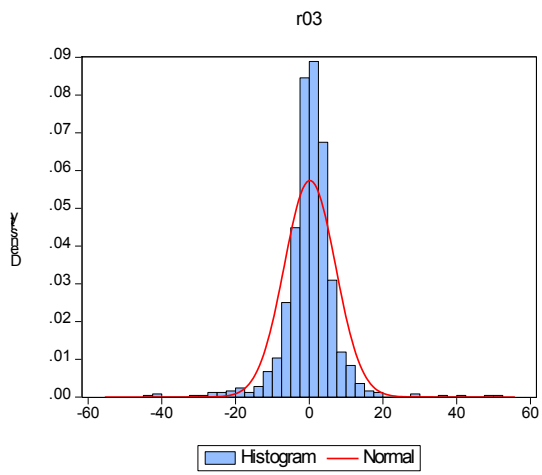
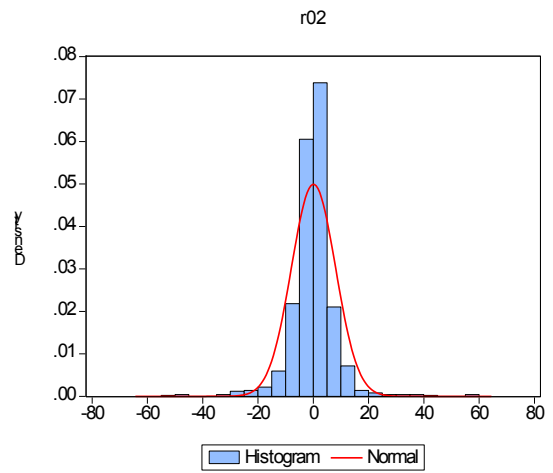
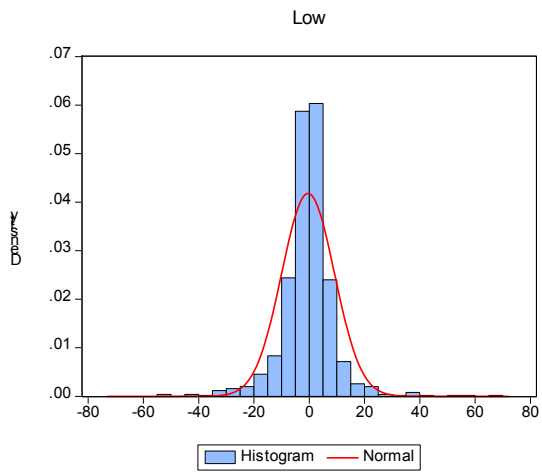
Συμπεράσματα

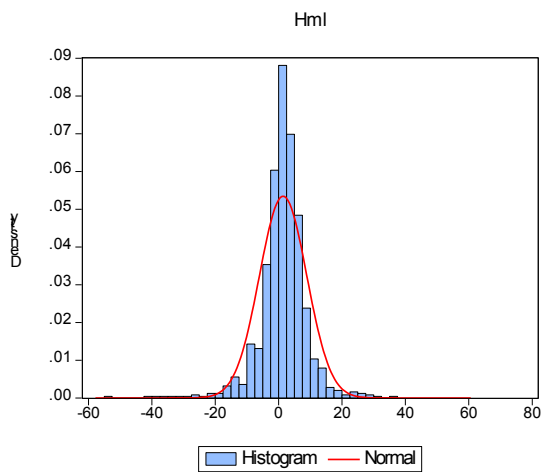
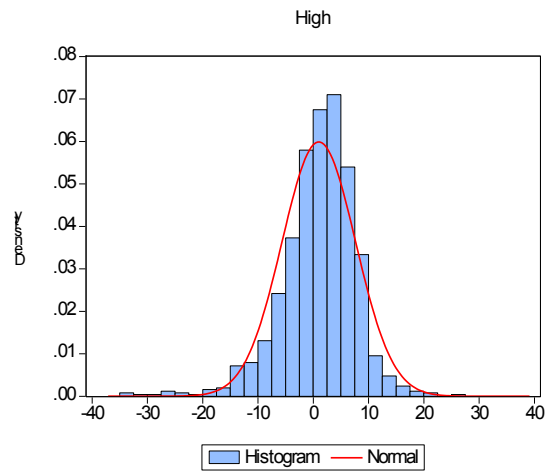
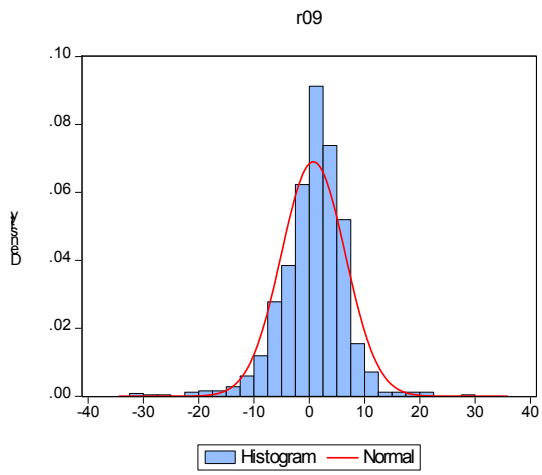
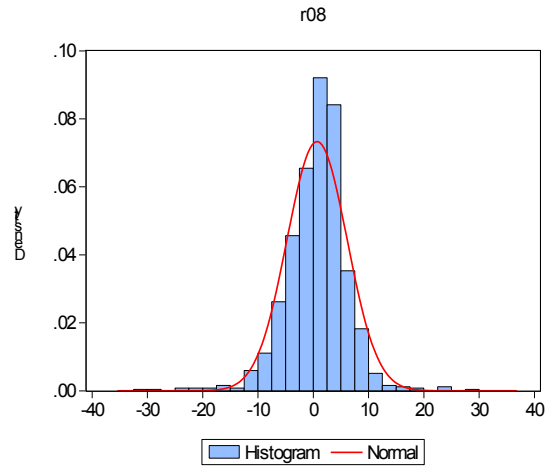
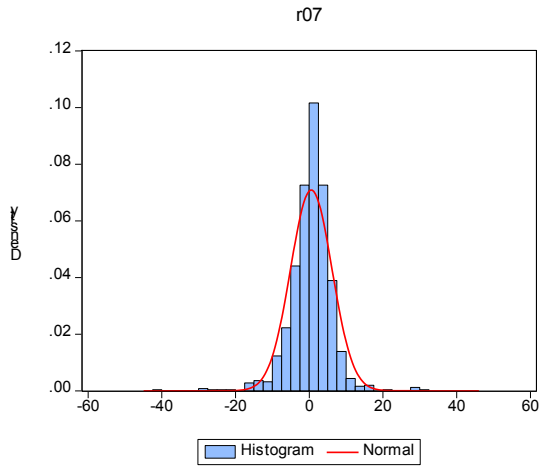
- Δείξαμε τη λειτουργία της φασματικής ανάλυσης και πως μπορεί να χρησιμοποιηθεί ώστε να περάσουμε από την ανάλυση στο χρόνο (time-domain) στην ανάλυση σε κυκλικές συχρότητες (frequency domain).
- Με τη βοήθεια του κατάλληλου στατιστικού πακέτου, εφαρμόσαμε το φιλτράρισμα σε κυκλικές συνιστώσες με χρήση τριών διαφορετικών μηχανισμών, του Baxter-King και των Christiano-Fitzgerald symmetric και asymmetric. Τα φίλτρα αυτά τα εφαρμόσαμε σε δεδομένα χρονοσειρών αποδόσεων χαρτοφυλακίων, κατηγοριοποιημένα με διάκριση λογιστικής προς αγοραία αξία (book to market), ορμής (momentum) και μεγέθους (size).
- Ακολουθήσαμε ξεχωριστή ανάλυση για τις δυο χρονικές περιόδους 1963-2010 και 1927-2010. Η ανάλυση σε κυκλικές συνιστώσες βελτιώνει την προσαρμογή του κλασικού μοντέλου CAPM και στις δυο παραπάνω περιόδους. Συγκεκριμένα:
 - Το φίλτρο Baxter-King βελτιώνει την προσαρμογή του κλασικού μοντέλου CAPM τόσο στα χαρτοφυλάκια book to market όσο και στα χαρτοφυλάκια momentum στην περίοδο 1963-2010.
 - Το ίδιο δεν ισχύει για τα φίλτρα Christiano-Fitzgerald symmetric και asymmetric, τα οποία δεν βελτιώνουν (ή βελτιώνουν μερικώς) την προσαρμογή του κλασικού CAPM.
 - Το φίλτρο Baxter-King αλλά και το Christiano-Fitzgerald asymmetric, βελτιώνουν την προσαρμογή του κλασικού μοντέλου CAPM στα χαρτοφυλάκια momentum στην περίοδο 1927-2010.
- Το κλασικό μοντέλο CAPM προσεγγίζεται επαρκώς από το μοντέλο των βραχυχρόνιων συνιστωσών. Πράγματι, οι βραχυχρόνιοι (2 έως 18 μηνών) συντελεστές συστηματικού κινδύνου σχεδόν ταυτίζονται με τα βήτα του στατικού CAPM, για όλα τα χαρτοφυλάκια και φίλτρα και για τις δυο χρονικές περιόδους.
- Συγκρίνοντας με κατάλληλη συνάρτηση μακροχρόνιας συνδιακύμανσης, αλλά και κατόπιν των αποτελεσμάτων της προσαρμογής και στις δυο χρονικές περιόδους, καταλήγουμε να επιλέξουμε το φίλτρο Baxter-King ως το βέλτιστο φίλτρο.

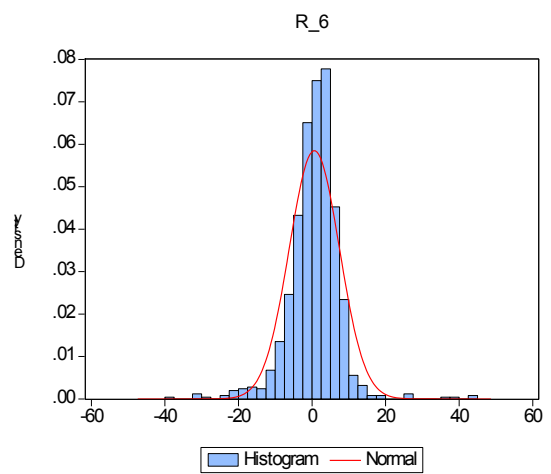
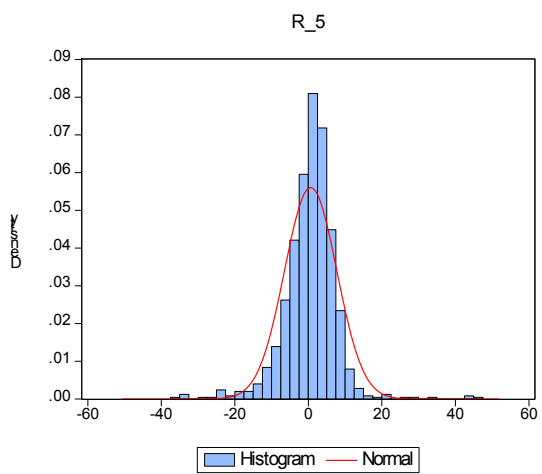
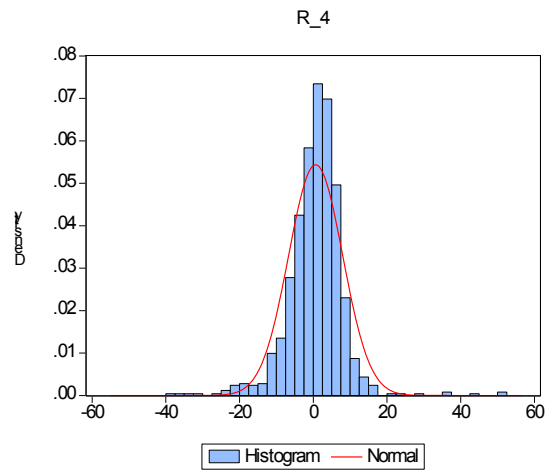
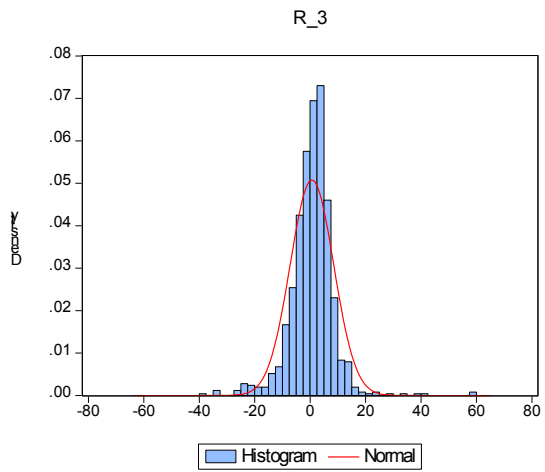
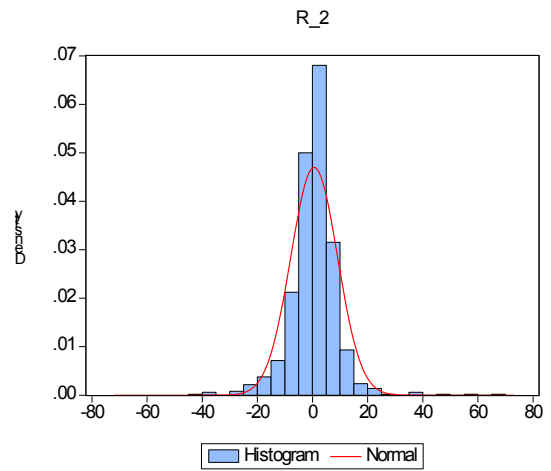
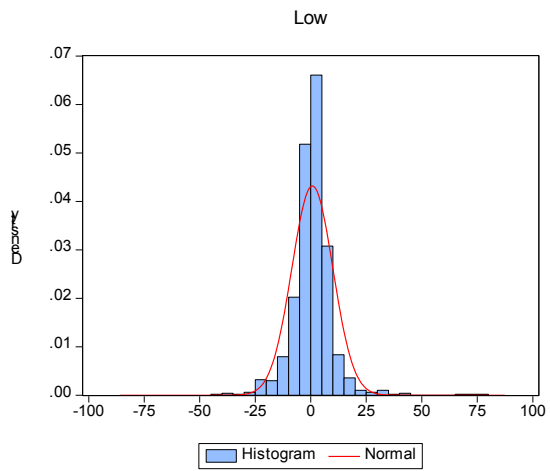
- Κατόπιν, ακολουθείται η διαστρωματική ανάλυση σε size και b/m χαρτοφυλάκια. Δείχνουμε ότι η γραμμικότητα μεταξύ των αυξανόμενων αποδόσεων και των συντελεστών συστηματικού κινδύνου (risk pricing), δεν εξηγείται από το στατικό μοντέλο CAPM.
- Το ίδιο φαίνεται να ισχύει και για τις κυκλικές συνιστώσες στα 25 χαρτοφυλάκια, καθώς δεν βελτιώνουν το pricing του κλασικού μοντέλου CAPM (η κλίση λ των μέσων αποδόσεων ως προς τα κυκλικά βήτα παραμένει αρνητική).

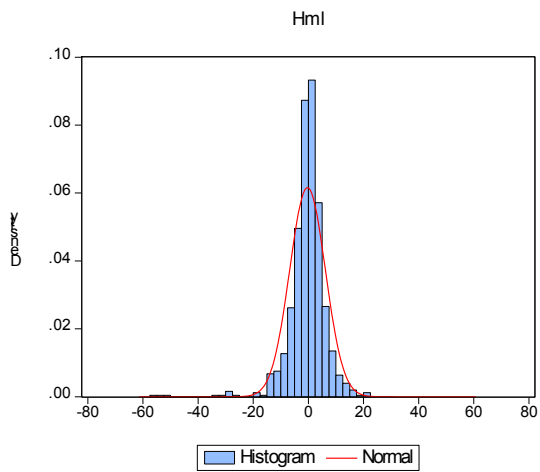
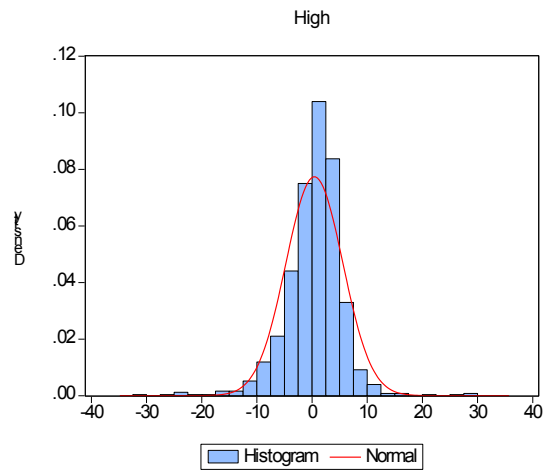
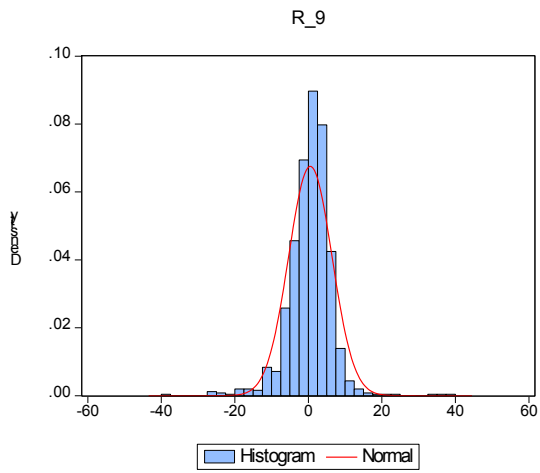
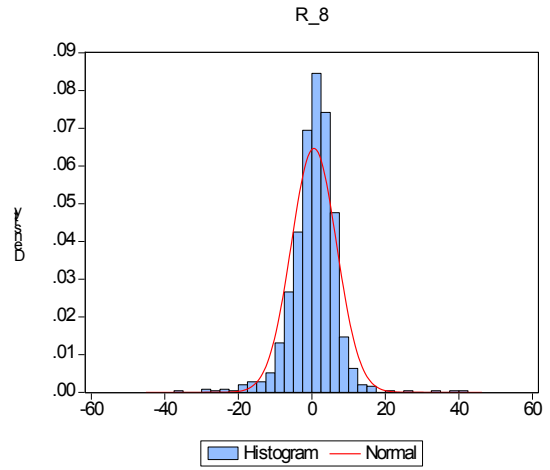
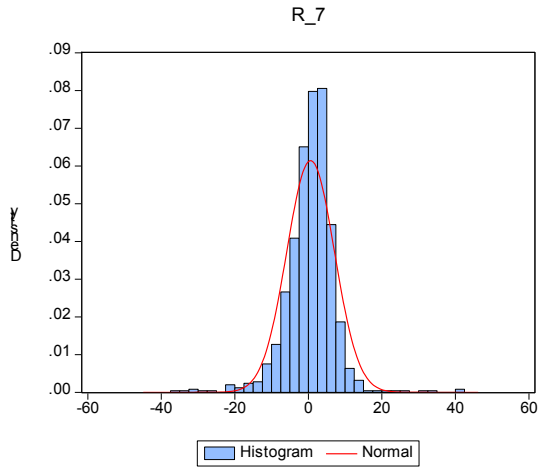


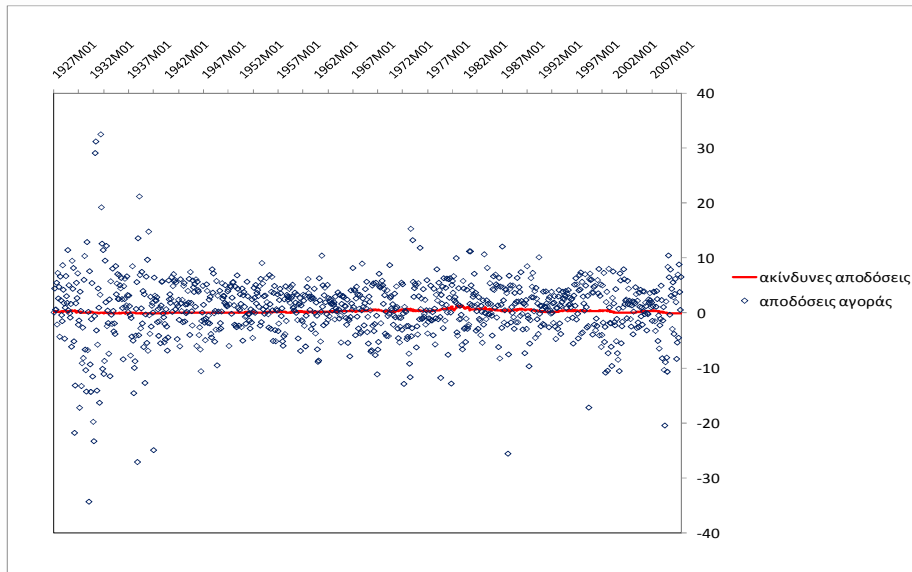












b/m 1963-2010	Low	2	3	4	5	6	7	8	9	High	HML
β_i (static)	1.063	1.010	0.982	0.992	0.909	0.925	0.859	0.887	0.925	1.066	0.003
α_i^{Sr}	0.007	0.002	0.005	-0.003	0.001	0.001	-0.001	-0.002	-0.006	-0.003	-0.010
t-stat	0.121	0.046	0.119	-0.065	0.015	0.012	-0.023	-0.035	-0.093	-0.033	-0.074
β_i^{Sr}	1.083	1.037	1.030	0.985	0.914	0.907	0.834	0.838	0.904	0.978	-0.105
t-stat	41.120	45.597	42.556	32.307	27.382	31.739	24.650	26.441	21.317	19.761	-1.559
R^2	0.861	0.918	0.909	0.869	0.832	0.842	0.770	0.773	0.753	0.678	0.012
α_i^{Bc}	-0.011	-0.015	-0.003	0.023	-0.009	0.004	0.011	0.018	0.009	-0.002	0.008
t-stat	-0.152	-0.351	-0.074	0.327	-0.129	0.071	0.132	0.238	0.103	-0.021	0.051
β_i^{Bc}	1.140	0.995	0.977	0.928	0.796	0.847	0.823	0.807	0.769	0.900	-0.240
t-stat	21.543	31.391	29.210	14.432	13.204	18.555	11.623	11.819	10.103	9.373	-1.766
R^2	0.849	0.916	0.899	0.787	0.752	0.812	0.677	0.708	0.645	0.591	0.047
$\alpha_{i,8-20}^{Lr}$	-0.003	-0.002	0.000	0.002	-0.001	0.001	0.002	0.004	0.004	-0.002	0.001
t-stat	-0.340	-0.502	-0.034	0.282	-0.161	0.121	0.142	0.424	0.354	-0.154	0.031
$\beta_{i,8-20}^{Lr}$	1.171	0.910	0.922	0.831	0.789	0.780	0.762	0.673	0.840	0.925	-0.246
t-stat	27.020	32.347	23.846	13.726	11.524	14.853	10.508	9.534	12.129	13.638	-2.350
R^2	0.855	0.916	0.880	0.753	0.714	0.755	0.626	0.589	0.679	0.560	0.038
$\alpha_{i,20-40}^{Lr}$	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
t-stat	-0.339	-0.494	-0.031	0.263	-0.162	0.119	0.132	0.407	0.360	-0.152	0.031
$\beta_{i,20-40}^{Lr}$	1.171	0.908	0.921	0.836	0.798	0.793	0.770	0.680	0.845	0.943	-0.228
t-stat	26.731	32.404	24.707	14.134	11.922	15.322	10.910	9.819	12.430	13.217	-2.099
R^2	0.854	0.913	0.880	0.756	0.719	0.762	0.631	0.592	0.682	0.564	0.033
mom 1963-2010	Low	2	3	4	5	6	7	8	9	High	HML
β_i (static)	1.438	1.175	1.005	0.949	0.909	0.933	0.898	0.916	0.990	1.181	-0.257
α_i^{Sr}	-0.022	-0.012	0.000	-0.002	-0.008	0.002	0.011	0.002	-0.002	0.001	0.023
t-stat	-0.173	-0.129	-0.004	-0.040	-0.152	0.033	0.246	0.038	-0.029	0.008	0.125
β_i^{Sr}	1.353	1.123	0.960	0.931	0.905	0.928	0.920	0.920	0.999	1.207	-0.146
t-stat	17.236	17.047	19.561	25.211	34.401	30.396	27.772	27.078	22.474	22.072	-1.246
R^2	0.660	0.713	0.718	0.798	0.841	0.841	0.840	0.841	0.821	0.736	0.011
α_i^{Bc}	0.010	0.013	0.000	-0.003	-0.004	-0.006	-0.013	-0.010	0.002	-0.021	-0.032
t-stat	0.087	0.131	-0.006	-0.038	-0.064	-0.147	-0.241	-0.192	0.029	-0.230	-0.190
β_i^{Bc}	1.401	1.147	0.964	0.855	0.807	0.990	0.781	0.897	0.959	1.308	-0.092
t-stat	16.085	13.901	17.991	11.467	14.661	35.377	18.435	25.977	26.329	19.733	-0.781
R^2	0.745	0.737	0.787	0.681	0.767	0.922	0.811	0.859	0.863	0.804	0.006
$\alpha_{i,8-20}^{Lr}$	-0.003	0.000	-0.004	-0.004	-0.001	-0.002	-0.003	-0.001	0.003	0.002	0.005
t-stat	-0.177	-0.018	-0.398	-0.462	-0.176	-0.314	-0.385	-0.134	0.409	0.145	0.227
$\beta_{i,8-20}^{Lr}$	1.708	1.147	1.118	0.851	0.764	0.980	0.857	0.847	0.918	1.155	-0.554
t-stat	20.800	17.877	23.164	14.347	12.874	27.344	16.929	30.633	27.049	19.536	-5.625
R^2	0.771	0.764	0.816	0.725	0.748	0.899	0.790	0.879	0.866	0.769	0.190
$\alpha_{i,20-40}^{Lr}$	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
t-stat	-0.166	-0.012	-0.389	-0.460	-0.170	-0.308	-0.390	-0.134	0.393	0.148	0.218
$\beta_{i,20-40}^{Lr}$	1.705	1.149	1.122	0.863	0.770	0.978	0.860	0.853	0.921	1.151	-0.554
t-stat	21.073	17.794	23.407	14.654	13.360	28.330	17.908	30.713	26.946	18.885	-5.485
R^2	0.769	0.760	0.814	0.723	0.746	0.898	0.795	0.875	0.861	0.759	0.183
size 1963-2010	Low	2	3	4	5	6	7	8	9	High	HML
β_i (static)	1.133	1.218	1.207	1.178	1.164	1.110	1.111	1.091	1.009	0.921	-0.212
α_i^{Sr}	-0.012	-0.005	-0.008	-0.002	-0.003	-0.006	-0.005	-0.006	-0.001	0.004	0.016
t-stat	-0.101	-0.057	-0.103	-0.023	-0.060	-0.124	-0.127	-0.154	-0.037	0.148	0.116
β_i^{Sr}	1.098	1.215	1.213	1.183	1.160	1.118	1.109	1.100	1.004	0.928	-0.169
t-stat	21.376	28.428	30.139	29.996	34.195	38.447	53.135	58.873	83.748	61.734	-2.617
R^2	0.602	0.726	0.781	0.802	0.843	0.880	0.913	0.935	0.949	0.942	0.024
α_i^{Bc}	-0.018	-0.016	-0.014	-0.028	-0.014	-0.017	-0.005	-0.010	0.000	0.002	0.020
t-stat	-0.156	-0.161	-0.181	-0.365	-0.233	-0.302	-0.108	-0.222	0.010	0.074	0.145
β_i^{Bc}	1.400	1.334	1.203	1.211	1.201	1.125	1.158	1.054	0.955	0.907	-0.493
t-stat	18.027	20.493	21.840	22.381	29.753	31.920	43.930	37.497	35.721	49.284	-5.316
R^2	0.756	0.797	0.834	0.839	0.892	0.902	0.918	0.923	0.944	0.959	0.213
$\alpha_{i,8-20}^{Lr}$	0.003	0.003	0.002	0.000	0.000	-0.001	0.000	-0.002	-0.001	0.000	-0.004
t-stat	0.196	0.199	0.170	-0.043	-0.006	-0.109	-0.059	-0.264	-0.115	-0.064	-0.176
$\beta_{i,8-20}^{Lr}$	1.012	1.067	1.009	1.080	1.033	1.005	1.065	0.949	0.962	0.958	-0.054
t-stat	9.048	10.809	12.200	14.239	17.523	17.285	17.570	18.537	29.428	37.197	-0.401
R^2	0.523	0.643	0.714	0.771	0.824	0.823	0.867	0.840	0.926	0.950	0.002
$\alpha_{i,20-40}^{Lr}$	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
t-stat	0.195	0.200	0.171	-0.035	-0.003	-0.107	-0.058	-0.264	-0.112	-0.067	-0.176
$\beta_{i,20-40}^{Lr}$	1.014	1.069	1.016	1.083	1.040	1.008	1.064	0.954	0.968	0.955	-0.059
t-stat	9.195	11.072	12.603	14.648	17.849	17.881	18.215	18.952	30.278	37.412	-0.443
R^2	0.519	0.641	0.714	0.769	0.821	0.823	0.868	0.843	0.928	0.948	0.003

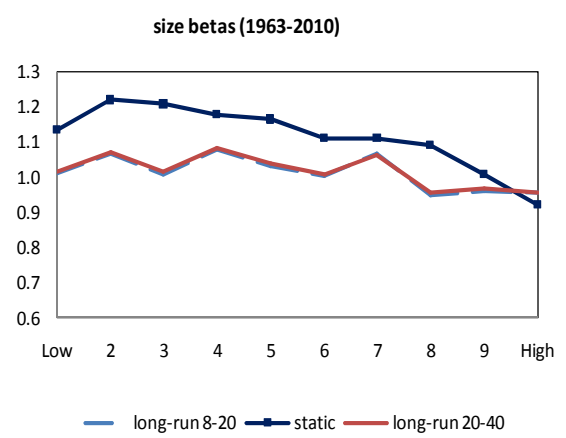
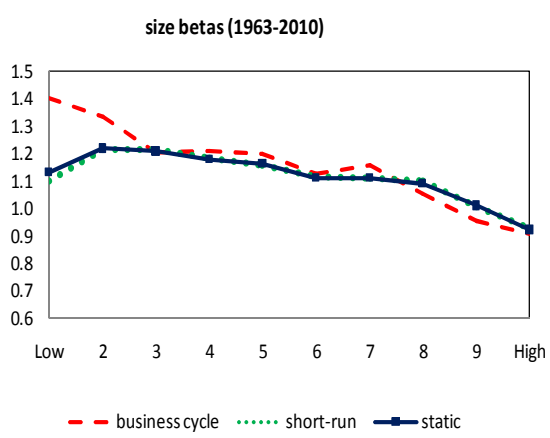
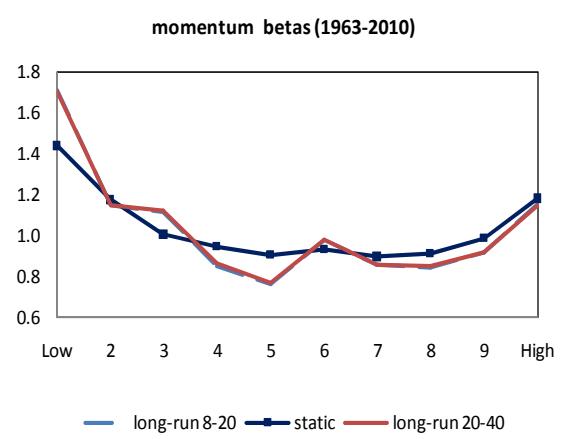
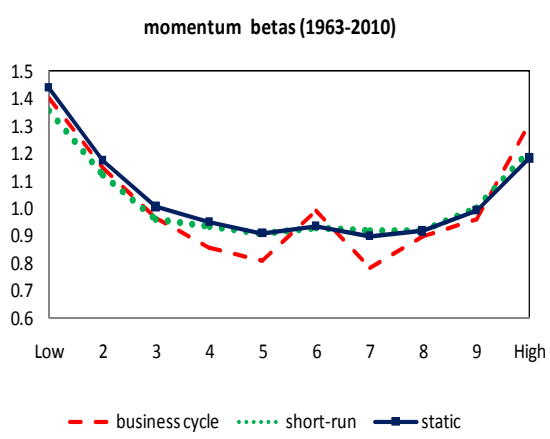
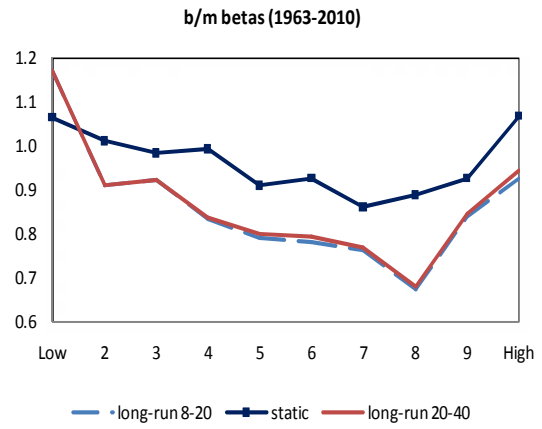
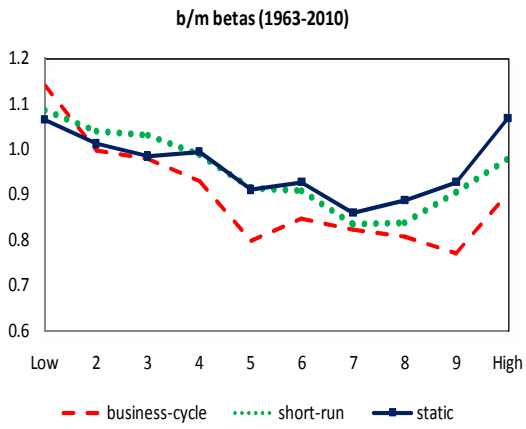
b/m 1963-2010	Low	2	3	4	5	6	7	8	9	High	HML
β_i (static)	1.063	1.010	0.982	0.992	0.909	0.925	0.859	0.887	0.925	1.066	0.003
α_i^{Sr}	-0.002	0.002	0.008	0.001	0.005	0.009	0.011	0.012	0.011	0.016	0.019
t-stat	-0.042	0.049	0.184	0.018	0.096	0.190	0.186	0.199	0.190	0.166	0.134
β_i^{Sr}	1.083	1.037	1.030	0.985	0.914	0.907	0.834	0.838	0.904	0.978	-0.105
t-stat	41.121	45.605	42.570	32.307	27.388	31.729	24.651	26.440	21.322	19.763	-1.559
R^2	0.861	0.918	0.909	0.869	0.832	0.842	0.770	0.773	0.753	0.678	0.011
α_i^{Bc}	0.024	-0.018	-0.015	0.008	-0.030	-0.026	-0.031	-0.031	-0.054	-0.071	-0.095
t-stat	0.342	-0.414	-0.315	0.108	-0.450	-0.439	-0.379	-0.407	-0.642	-0.643	-0.592
β_i^{Bc}	1.139	0.998	0.979	0.930	0.796	0.845	0.823	0.810	0.770	0.898	-0.241
t-stat	22.160	31.711	29.277	14.825	13.545	18.740	11.824	12.081	10.251	9.640	-1.835
R^2	0.850	0.918	0.899	0.787	0.753	0.810	0.676	0.710	0.646	0.591	0.047
$\alpha_{i,8-20}^{Lr}$	-0.112	0.012	0.049	0.059	0.064	0.099	0.139	0.229	0.207	0.226	0.339
t-stat	-5.224	1.089	4.482	2.175	2.368	4.581	5.743	10.440	12.418	9.022	7.732
$\beta_{i,8-20}^{Lr}$	1.121	0.959	0.909	0.900	0.816	0.860	0.832	0.442	0.776	0.877	-0.244
t-stat	16.777	32.806	33.484	12.537	11.194	15.401	12.535	8.387	11.690	13.863	-1.989
R^2	0.744	0.903	0.920	0.700	0.689	0.754	0.721	0.421	0.684	0.623	0.036
$\alpha_{i,20-40}^{Lr}$	-0.059	-0.002	0.022	0.021	0.032	0.051	0.069	0.117	0.109	0.123	0.182
t-stat	-5.266	-0.477	4.914	1.655	2.852	5.530	6.854	11.384	11.894	10.936	8.465
$\beta_{i,20-40}^{Lr}$	1.137	1.070	0.949	0.999	0.841	0.859	0.863	0.435	0.737	0.823	-0.314
t-stat	14.705	42.184	42.675	14.220	14.068	16.233	15.519	7.008	9.365	11.370	-2.154
R^2	0.734	0.927	0.922	0.724	0.700	0.762	0.749	0.420	0.677	0.629	0.060
mom 1963-2010	Low	2	3	4	5	6	7	8	9	High	HML
β_i (static)	1.438	1.175	1.005	0.949	0.909	0.933	0.898	0.916	0.990	1.181	-0.257
α_i^{Sr}	-0.078	-0.029	-0.005	-0.004	-0.013	0.001	0.014	0.014	0.011	0.025	0.102
t-stat	-0.616	-0.313	-0.061	-0.058	-0.243	0.024	0.300	0.269	0.171	0.269	0.569
β_i^{Sr}	1.354	1.123	0.960	0.931	0.905	0.928	0.920	0.920	0.999	1.207	-0.146
t-stat	17.244	17.053	19.563	25.214	34.406	30.386	27.776	27.078	22.484	22.071	-1.248
R^2	0.660	0.713	0.718	0.798	0.841	0.841	0.839	0.841	0.821	0.736	0.011
α_i^{Bc}	0.197	0.070	0.015	-0.003	0.006	-0.001	-0.029	-0.049	-0.041	-0.095	-0.292
t-stat	1.652	0.706	0.207	-0.041	0.098	-0.032	-0.510	-0.944	-0.749	-1.023	-1.760
β_i^{Bc}	1.399	1.151	0.962	0.856	0.807	0.989	0.779	0.894	0.959	1.308	-0.091
t-stat	16.074	14.089	17.665	11.687	14.750	35.312	18.273	26.041	26.502	19.783	-0.769
R^2	0.746	0.739	0.787	0.683	0.768	0.922	0.808	0.859	0.865	0.805	0.006
$\alpha_{i,8-20}^{Lr}$	-0.619	-0.184	-0.085	-0.011	-0.021	-0.005	0.023	0.105	0.160	0.301	0.920
t-stat	-17.140	-6.897	-5.218	-0.506	-1.650	-0.531	2.065	7.175	9.190	13.769	22.709
$\beta_{i,8-20}^{Lr}$	1.425	1.125	1.138	0.895	0.720	0.920	0.924	1.030	0.860	0.966	-0.459
t-stat	12.942	12.496	25.773	15.203	22.856	30.151	26.719	26.222	20.671	16.866	-3.395
R^2	0.610	0.778	0.856	0.777	0.786	0.913	0.905	0.890	0.732	0.637	0.114
$\alpha_{i,20-40}^{Lr}$	-0.301	-0.101	-0.039	-0.008	-0.012	-0.001	0.011	0.051	0.084	0.159	0.460
t-stat	-16.368	-8.780	-6.014	-0.916	-2.187	-0.171	2.798	8.132	10.088	14.275	21.371
$\beta_{i,20-40}^{Lr}$	1.208	1.189	1.095	0.942	0.741	0.907	0.948	1.080	0.840	0.922	-0.286
t-stat	11.575	13.971	23.580	20.169	24.893	30.251	36.082	31.458	16.652	15.774	-2.432
R^2	0.536	0.795	0.844	0.807	0.791	0.917	0.933	0.892	0.694	0.603	0.044
size 1963-2010	Low	2	3	4	5	6	7	8	9	High	HML
β_i (static)	1.133	1.218	1.207	1.178	1.164	1.110	1.111	1.091	1.009	0.921	-0.212
α_i^{Sr}	-0.006	-0.003	-0.003	0.002	0.003	-0.002	0.001	-0.002	0.003	0.003	0.009
t-stat	-0.051	-0.032	-0.037	0.034	0.061	-0.046	0.025	-0.057	0.093	0.112	0.066
β_i^{Sr}	1.098	1.215	1.213	1.183	1.160	1.118	1.109	1.100	1.004	0.928	-0.169
t-stat	21.382	28.430	30.152	29.999	34.208	38.453	53.153	58.881	83.757	61.756	-2.618
R^2	0.602	0.726	0.781	0.802	0.843	0.880	0.913	0.935	0.949	0.942	0.024
α_i^{Bc}	-0.022	-0.017	-0.032	-0.041	-0.034	-0.029	-0.024	-0.025	-0.015	0.004	0.026
t-stat	-0.193	-0.175	-0.408	-0.527	-0.574	-0.536	-0.485	-0.559	-0.453	0.160	0.193
β_i^{Bc}	1.403	1.338	1.202	1.212	1.201	1.126	1.160	1.056	0.955	0.907	-0.496
t-stat	18.448	21.017	22.052	22.517	29.868	32.023	43.184	37.360	35.824	49.183	-5.446
R^2	0.766	0.803	0.838	0.842	0.895	0.903	0.920	0.925	0.944	0.960	0.223
$\alpha_{i,8-20}^{Lr}$	0.160	0.106	0.137	0.111	0.129	0.091	0.114	0.098	0.057	-0.044	-0.204
t-stat	2.322	1.960	3.469	3.312	4.354	3.800	4.599	4.983	3.991	-3.136	-2.491
$\beta_{i,8-20}^{Lr}$	0.562	0.752	0.742	0.794	0.832	0.824	0.856	0.762	0.921	1.120	0.558
t-stat	3.178	5.638	6.540	8.661	9.374	9.894	11.683	11.847	21.362	24.717	2.580
R^2	0.100	0.257	0.359	0.432	0.536	0.604	0.731	0.771	0.906	0.885	0.069
$\alpha_{i,20-40}^{Lr}$	0.081	0.050	0.070	0.059	0.066	0.046	0.057	0.049	0.029	-0.025	-0.106
t-stat	2.424	1.921	3.461	3.399	4.499	3.594	4.818	5.687	4.268	-3.267	-2.611
$\beta_{i,20-40}^{Lr}$	0.566	0.797	0.751	0.778	0.841	0.847	0.882	0.792	0.933	1.147	0.581
t-stat	2.761	5.084	5.622	6.715	8.218	8.752	11.708	13.412	23.982	21.917	2.284
R^2	0.105	0.282	0.373	0.413	0.550	0.622	0.739	0.803	0.902	0.886	0.076

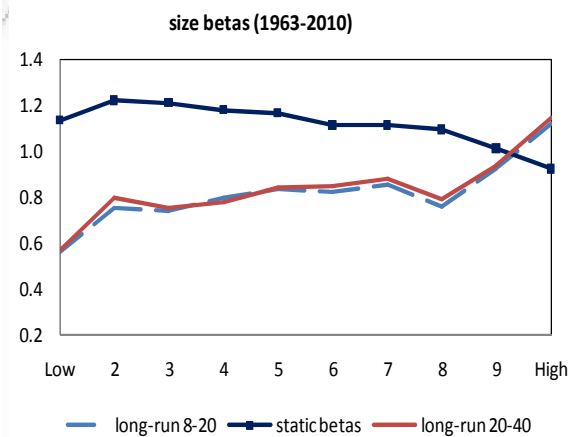
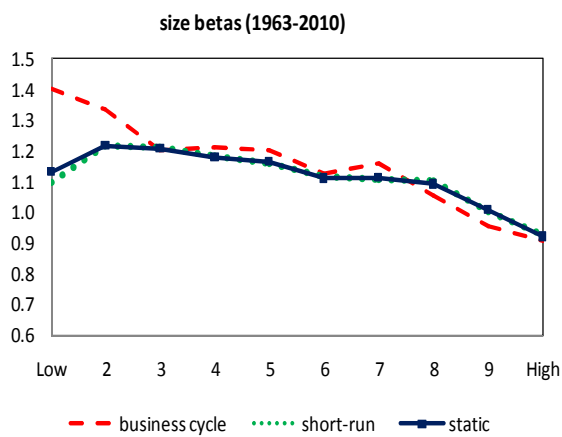
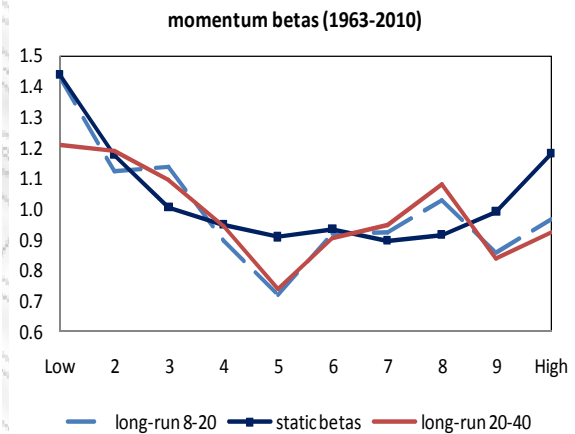
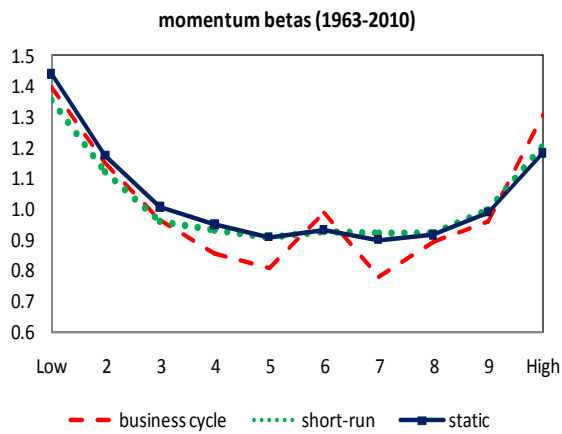
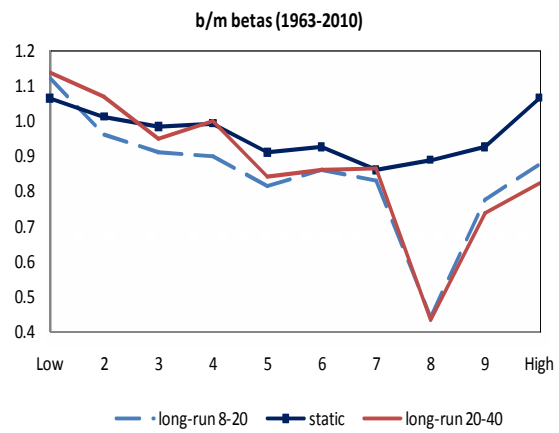
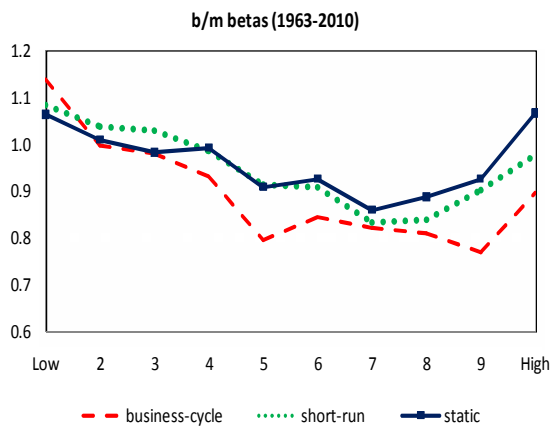
b/m 1963-2010	Low	2	3	4	5	6	7	8	9	High	HML
β_i (static)	1.063	1.010	0.982	0.992	0.909	0.925	0.859	0.887	0.925	1.066	0.003
α_i^{Sr}	-0.001	-0.001	0.000	0.002	-0.001	0.001	0.002	0.000	-0.001	-0.002	-0.002
t-stat	-0.011	-0.024	0.006	0.039	-0.011	0.029	0.032	0.007	-0.014	-0.024	-0.013
β_i^{Sr}	1.061	1.021	0.991	0.997	0.921	0.927	0.853	0.890	0.939	1.067	0.006
t-stat	40.343	48.907	34.506	35.385	31.112	34.365	27.249	22.714	23.601	18.654	0.075
R^2	0.863	0.917	0.895	0.879	0.841	0.850	0.782	0.766	0.766	0.680	0.000
α_i^{bc}	0.002	0.001	-0.001	-0.003	0.008	0.003	0.005	-0.002	-0.004	0.003	0.001
t-stat	0.027	0.034	-0.027	-0.041	0.135	0.055	0.060	-0.032	-0.059	0.025	0.007
β_i^{bc}	1.094	0.940	0.921	0.951	0.828	0.903	0.882	0.898	0.829	1.074	-0.019
t-stat	24.259	27.846	28.018	18.902	18.173	20.847	14.764	14.476	13.910	11.967	-0.156
R^2	0.869	0.917	0.900	0.829	0.806	0.861	0.748	0.760	0.727	0.688	0.000
$\alpha_{i,8-20}^{Lr}$	0.008	-0.003	-0.009	-0.015	-0.016	-0.009	-0.008	-0.001	0.014	0.009	0.001
t-stat	0.273	-0.223	-0.919	-0.614	-0.604	-0.292	-0.260	-0.021	0.477	0.230	0.012
$\beta_{i,8-20}^{Lr}$	0.926	0.745	0.875	0.931	0.778	1.024	0.934	0.525	0.927	0.928	0.002
t-stat	13.865	25.519	59.829	17.829	13.089	16.644	14.846	7.375	12.950	12.003	0.012
R^2	0.615	0.852	0.934	0.698	0.596	0.665	0.601	0.299	0.629	0.489	0.000
$\alpha_{i,20-40}^{Lr}$	0.022	-0.006	-0.004	-0.021	-0.009	-0.002	0.003	0.014	0.004	-0.001	-0.023
t-stat	1.534	-2.408	-1.195	-2.198	-1.397	-0.376	0.386	1.260	0.715	-0.275	-1.322
$\beta_{i,20-40}^{Lr}$	1.987	1.121	0.638	0.194	0.325	0.493	0.640	0.050	0.470	0.257	-1.730
t-stat	28.346	95.208	45.759	4.471	13.114	18.125	17.089	0.992	15.649	11.146	-19.616
R^2	0.839	0.982	0.922	0.096	0.413	0.618	0.610	0.006	0.675	0.525	0.724
mom 1963-2010	Low	2	3	4	5	6	7	8	9	High	HML
β_i (static)	1.438	1.175	1.005	0.949	0.909	0.933	0.898	0.916	0.990	1.181	-0.257
α_i^{Sr}	0.004	0.000	0.001	0.002	0.002	0.001	-0.003	-0.002	-0.001	-0.001	-0.004
t-stat	0.028	0.001	0.009	0.042	0.031	0.030	-0.059	-0.050	-0.011	-0.006	-0.023
β_i^{Sr}	1.412	1.165	1.002	0.953	0.921	0.934	0.915	0.920	0.995	1.178	-0.234
t-stat	16.260	17.605	19.523	25.623	35.455	34.669	30.858	29.516	24.511	21.135	-1.798
R^2	0.654	0.722	0.721	0.801	0.846	0.852	0.841	0.844	0.823	0.718	0.024
α_i^{bc}	-0.007	-0.005	0.007	0.007	0.003	-0.001	0.011	0.005	0.005	0.000	0.007
t-stat	-0.051	-0.052	0.091	0.083	0.049	-0.014	0.205	0.098	0.082	0.005	0.038
β_i^{bc}	1.576	1.238	1.005	0.909	0.836	0.964	0.769	0.878	0.963	1.239	-0.337
t-stat	12.973	15.173	17.802	15.212	18.628	32.871	20.705	29.671	28.736	19.364	-2.033
R^2	0.744	0.767	0.782	0.742	0.809	0.918	0.833	0.865	0.855	0.775	0.060
$\alpha_{i,8-20}^{Lr}$	-0.010	0.000	-0.001	-0.007	0.006	0.001	-0.004	0.009	-0.001	0.019	0.028
t-stat	-0.215	-0.002	-0.052	-0.350	0.350	0.085	-0.422	0.511	-0.047	0.548	0.616
$\beta_{i,8-20}^{Lr}$	2.068	1.047	1.179	0.853	0.666	0.955	0.860	1.085	0.975	1.120	-0.948
t-stat	18.026	15.623	31.042	18.748	21.308	29.909	34.923	25.813	15.802	12.850	-8.841
R^2	0.772	0.715	0.848	0.738	0.718	0.904	0.932	0.858	0.716	0.643	0.410
$\alpha_{i,20-40}^{Lr}$	-0.027	-0.011	-0.005	-0.008	0.008	-0.003	-0.006	0.002	-0.004	0.034	0.061
t-stat	-1.144	-0.777	-0.405	-1.173	1.509	-0.911	-1.564	0.630	-1.257	1.510	1.330
$\beta_{i,20-40}^{Lr}$	1.121	1.656	1.432	0.707	0.967	0.888	0.757	0.691	0.495	0.850	-0.270
t-stat	10.027	24.041	28.037	19.936	41.382	61.425	39.996	43.629	29.798	8.143	-1.265
R^2	0.393	0.790	0.817	0.735	0.908	0.958	0.910	0.922	0.862	0.295	0.010
size 1963-2010	Low	2	3	4	5	6	7	8	9	High	HML
β_i (static)	1.133	1.218	1.207	1.178	1.164	1.110	1.111	1.091	1.009	0.921	-0.212
α_i^{Sr}	-0.002	-0.003	-0.002	-0.003	-0.001	-0.003	-0.003	-0.002	0.001	0.001	0.002
t-stat	-0.015	-0.032	-0.035	-0.050	-0.018	-0.063	-0.073	-0.062	0.023	0.028	0.019
β_i^{Sr}	1.117	1.226	1.225	1.194	1.173	1.123	1.113	1.101	1.012	0.919	-0.198
t-stat	24.761	33.071	34.546	34.605	39.622	44.381	59.183	64.820	85.430	64.785	-3.457
R^2	0.628	0.742	0.796	0.815	0.853	0.888	0.917	0.936	0.951	0.944	0.035
α_i^{bc}	-0.004	-0.009	0.000	0.001	0.000	0.002	0.003	0.005	0.000	-0.001	0.004
t-stat	-0.041	-0.103	-0.001	0.007	-0.001	0.040	0.067	0.133	0.013	-0.023	0.030
β_i^{bc}	1.307	1.218	1.124	1.104	1.137	1.048	1.132	1.063	0.990	0.911	-0.396
t-stat	18.503	18.564	21.550	18.273	29.957	26.071	49.012	48.524	41.326	60.888	-4.887
R^2	0.787	0.809	0.850	0.832	0.902	0.896	0.935	0.938	0.955	0.969	0.195
$\alpha_{i,8-20}^{Lr}$	0.017	0.012	0.022	0.019	0.021	0.022	0.003	0.006	0.001	-0.006	-0.023
t-stat	0.172	0.166	0.373	0.380	0.466	0.560	0.123	0.236	0.044	-0.272	-0.191
$\beta_{i,8-20}^{Lr}$	1.096	1.117	1.064	1.127	1.028	0.966	0.911	0.672	0.861	1.006	-0.091
t-stat	4.248	6.035	6.827	8.580	8.475	9.388	12.011	10.700	25.967	17.350	-0.289
R^2	0.170	0.287	0.355	0.458	0.455	0.503	0.630	0.560	0.870	0.783	0.001
$\alpha_{i,20-40}^{Lr}$	0.016	-0.003	0.006	-0.002	0.003	0.001	0.002	0.006	0.003	0.000	-0.016
t-stat	1.150	-0.290	0.609	-0.200	0.340	0.118	0.395	1.463	0.928	-0.045	-1.007
$\beta_{i,20-40}^{Lr}$	-0.751	-0.489	0.061	-0.001	0.347	0.494	0.384	0.613	0.760	1.536	2.286
t-stat	-8.605	-8.285	0.912	-0.015	6.444	7.480	9.895	22.006	35.880	47.018	20.981
R^2	0.427	0.354	0.009	0.000	0.276	0.300	0.508	0.857	0.935	0.953	0.833

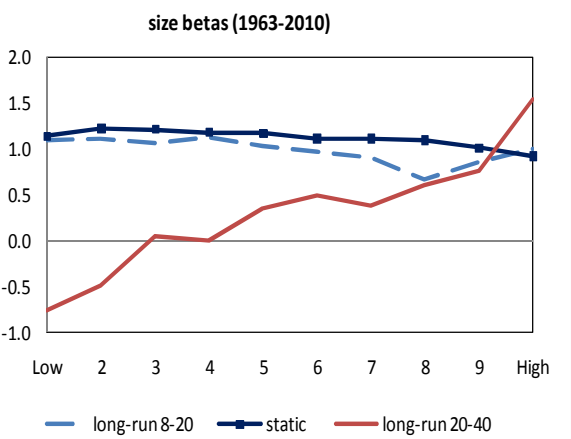
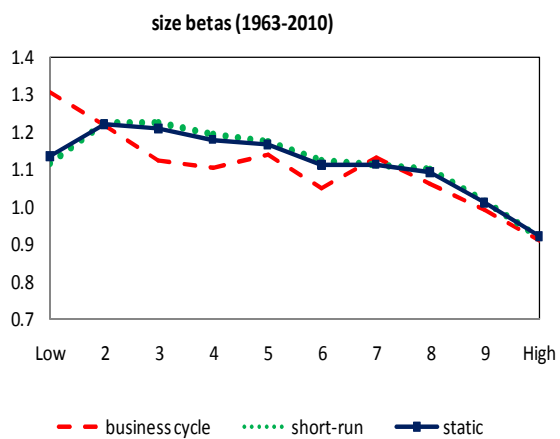
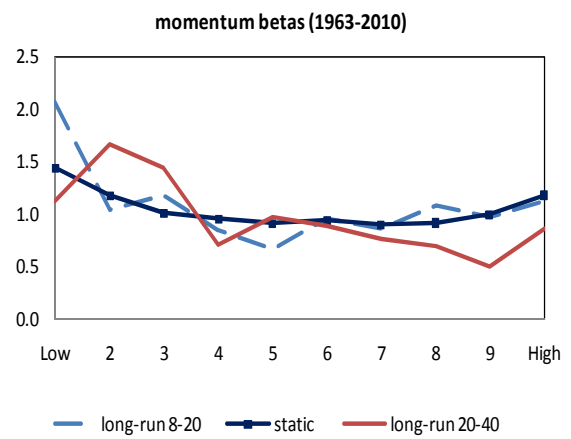
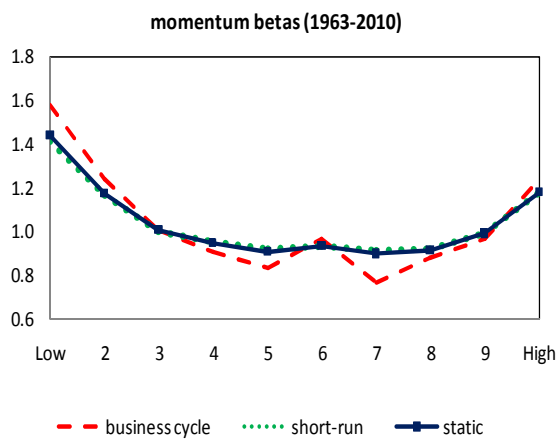
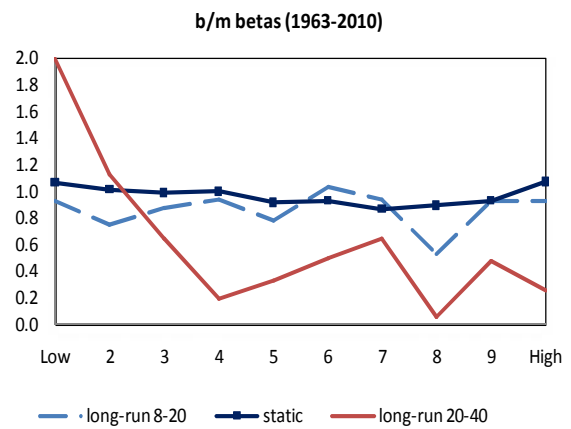
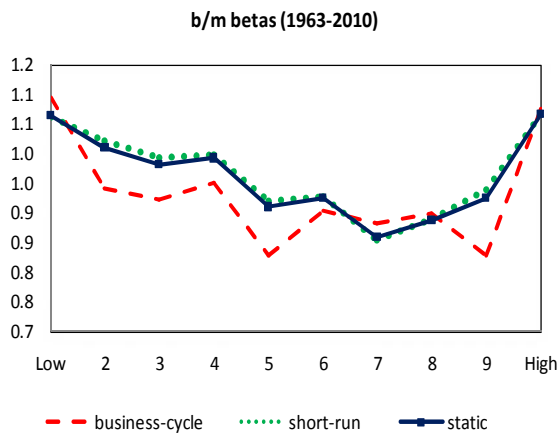
b/m 1927-2010	Low	2	3	4	5	6	7	8	9	High	HML
β_i (static)	1.007	0.981	0.945	1.039	0.964	1.056	1.083	1.114	1.215	1.400	0.390
α_i^{Sr}	0.008	0.001	0.005	-0.002	-0.004	-0.004	-0.006	-0.011	-0.009	-0.013	-0.021
t-stat	0.208	0.035	0.196	-0.063	-0.107	-0.116	-0.121	-0.190	-0.144	-0.150	-0.184
β_i^{Sr}	1.002	0.991	0.955	1.039	0.963	1.065	1.101	1.136	1.241	1.411	0.409
t-stat	51.910	53.460	39.883	25.312	33.239	22.313	20.011	17.118	21.964	17.708	4.266
R^2	0.903	0.933	0.921	0.903	0.886	0.878	0.838	0.827	0.802	0.725	0.126
α_i^{Bc}	0.000	-0.007	-0.003	-0.001	-0.015	-0.007	-0.009	0.003	-0.014	0.002	0.002
t-stat	0.002	-0.201	-0.079	-0.028	-0.270	-0.128	-0.126	0.040	-0.158	0.019	0.014
β_i^{Bc}	1.022	0.907	0.939	1.061	0.973	1.070	1.100	1.131	1.191	1.341	0.319
t-stat	35.228	34.795	41.166	21.161	16.464	17.178	18.610	20.209	17.755	16.034	3.175
R^2	0.893	0.921	0.930	0.889	0.849	0.872	0.827	0.823	0.767	0.736	0.088
$\alpha_{i,8-20}^{Lr}$	-0.001	-0.001	0.000	-0.001	-0.003	-0.002	-0.001	0.001	0.000	0.001	0.003
t-stat	-0.177	-0.195	-0.041	-0.126	-0.387	-0.270	-0.147	0.118	-0.046	0.105	0.142
$\beta_{i,8-20}^{Lr}$	1.087	0.902	0.900	1.027	1.000	1.049	0.997	0.977	1.095	1.217	0.130
t-stat	49.495	43.725	54.569	21.680	20.915	24.364	19.827	19.113	19.481	17.290	1.670
R^2	0.916	0.948	0.923	0.884	0.875	0.857	0.831	0.799	0.812	0.715	0.018
$\alpha_{i,20-40}^{Lr}$	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
t-stat	-0.193	-0.183	-0.039	-0.124	-0.382	-0.264	-0.132	0.130	-0.027	0.122	0.162
$\beta_{i,20-40}^{Lr}$	1.086	0.901	0.900	1.030	0.999	1.055	1.000	0.981	1.100	1.231	0.145
t-stat	51.189	42.742	55.900	22.563	22.206	25.742	21.463	19.748	20.702	17.975	1.928
R^2	0.916	0.946	0.923	0.887	0.878	0.861	0.835	0.803	0.816	0.719	0.022
mom 1927-2010	Low	2	3	4	5	6	7	8	9	High	HML
β_i (static)	1.514	1.306	1.153	1.069	1.014	1.016	0.972	0.937	0.980	1.039	-0.475
α_i^{Sr}	-0.006	-0.003	0.001	-0.006	-0.005	-0.003	0.002	0.002	0.000	0.005	0.011
t-stat	-0.075	-0.044	0.026	-0.134	-0.134	-0.087	0.050	0.049	-0.011	0.076	0.089
β_i^{Sr}	1.516	1.319	1.163	1.082	1.039	1.031	0.991	0.937	0.974	1.022	-0.494
t-stat	22.877	17.799	18.314	25.863	26.090	36.226	49.064	42.139	30.882	15.374	-3.874
R^2	0.757	0.802	0.824	0.859	0.886	0.909	0.902	0.884	0.858	0.722	0.129
α_i^{Bc}	0.024	0.010	-0.013	-0.014	-0.011	-0.007	-0.025	-0.003	0.003	0.015	-0.009
t-stat	0.289	0.137	-0.249	-0.231	-0.204	-0.205	-0.586	-0.080	0.054	0.180	-0.071
β_i^{Bc}	1.402	1.225	1.065	1.055	0.994	1.027	0.954	0.954	1.011	1.088	-0.314
t-stat	26.744	18.766	26.771	17.813	20.431	31.340	27.482	41.642	28.542	12.463	-2.675
R^2	0.837	0.814	0.874	0.840	0.868	0.941	0.903	0.906	0.890	0.759	0.091
$\alpha_{i,8-20}^{Lr}$	0.002	0.000	-0.003	-0.002	-0.003	-0.001	-0.004	0.000	0.001	0.002	0.000
t-stat	0.168	0.015	-0.423	-0.323	-0.479	-0.246	-0.601	-0.018	0.199	0.181	-0.023
$\beta_{i,8-20}^{Lr}$	1.455	1.221	1.139	1.087	0.906	1.024	0.996	0.959	1.007	1.083	-0.372
t-stat	20.376	28.493	31.510	21.637	31.519	47.210	28.156	36.943	37.269	22.507	-3.823
R^2	0.810	0.884	0.902	0.877	0.895	0.940	0.901	0.931	0.908	0.810	0.131
$\alpha_{i,20-40}^{Lr}$	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
t-stat	0.178	0.027	-0.409	-0.310	-0.454	-0.232	-0.597	-0.017	0.189	0.168	-0.038
$\beta_{i,20-40}^{Lr}$	1.458	1.227	1.139	1.090	0.910	1.023	0.996	0.958	1.007	1.083	-0.375
t-stat	20.678	28.983	32.734	22.362	32.245	48.677	29.609	38.059	37.767	23.825	-3.887
R^2	0.811	0.882	0.901	0.877	0.893	0.940	0.903	0.930	0.907	0.809	0.131
size 1927-2010	Low	2	3	4	5	6	7	8	9	High	HML
β_i (static)	1.356	1.349	1.300	1.224	1.221	1.188	1.142	1.097	1.059	0.928	-0.427
α_i^{Sr}	0.005	0.002	0.001	-0.002	-0.002	-0.004	-0.004	-0.004	-0.004	0.002	-0.002
t-stat	0.040	0.030	0.015	-0.030	-0.039	-0.104	-0.117	-0.147	-0.174	0.124	-0.020
β_i^{Sr}	1.371	1.369	1.323	1.248	1.243	1.209	1.150	1.111	1.065	0.928	-0.443
t-stat	19.450	31.142	31.135	32.188	38.353	40.412	44.598	70.054	70.635	129.852	-5.933
R^2	0.632	0.748	0.815	0.831	0.879	0.910	0.926	0.951	0.964	0.971	0.130
α_i^{Bc}	0.007	0.003	0.002	0.001	0.007	-0.002	0.004	0.001	-0.005	-0.002	-0.009
t-stat	0.068	0.042	0.038	0.011	0.149	-0.049	0.093	0.035	-0.196	-0.109	-0.078
β_i^{Bc}	1.513	1.418	1.312	1.262	1.227	1.203	1.168	1.089	1.036	0.921	-0.592
t-stat	22.473	28.139	27.422	30.848	40.155	43.055	38.928	45.631	52.378	90.894	-8.002
R^2	0.812	0.865	0.899	0.890	0.930	0.938	0.945	0.950	0.962	0.979	0.344
$\alpha_{i,8-20}^{Lr}$	0.003	0.002	0.002	0.002	0.002	0.000	0.001	0.001	-0.001	0.000	-0.003
t-stat	0.166	0.170	0.229	0.191	0.234	-0.007	0.184	0.084	-0.141	-0.123	-0.166
$\beta_{i,8-20}^{Lr}$	1.383	1.359	1.274	1.164	1.156	1.144	1.114	1.047	1.060	0.935	-0.449
t-stat	15.745	19.622	20.468	24.939	34.622	32.809	31.856	29.681	46.555	71.534	-4.541
R^2	0.724	0.808	0.855	0.860	0.911	0.912	0.918	0.908	0.964	0.976	0.179
$\alpha_{i,20-40}^{Lr}$	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
t-stat	0.177	0.180	0.239	0.206	0.243	0.001	0.196	0.094	-0.122	-0.134	-0.177
$\beta_{i,20-40}^{Lr}$	1.391	1.363	1.282	1.168	1.161	1.148	1.115	1.048	1.061	0.933	-0.458
t-stat	15.990	19.838	20.603	25.490	34.842	33.204	32.959	30.593	49.616	73.177	-4.689
R^2	0.723	0.807	0.855	0.860	0.910	0.913	0.920	0.911	0.965	0.975	0.182

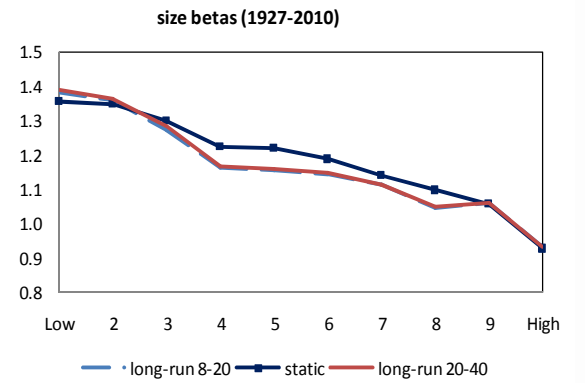
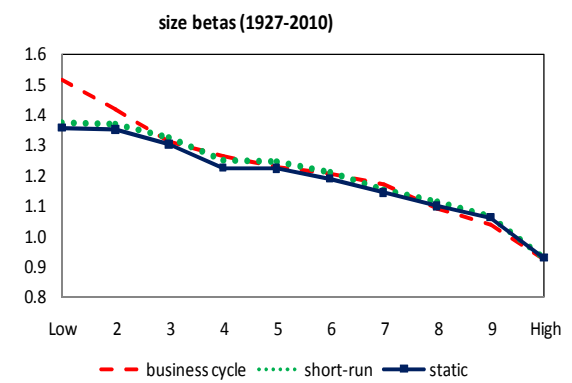
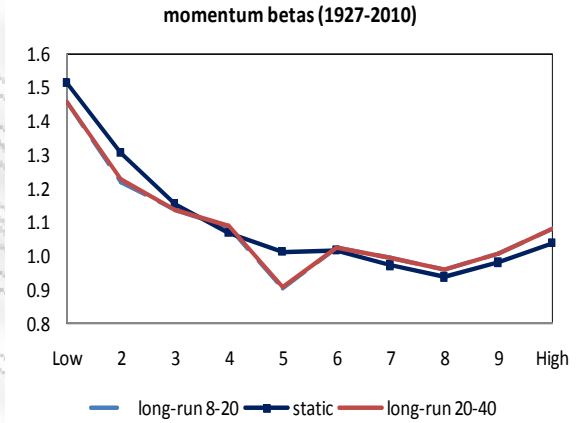
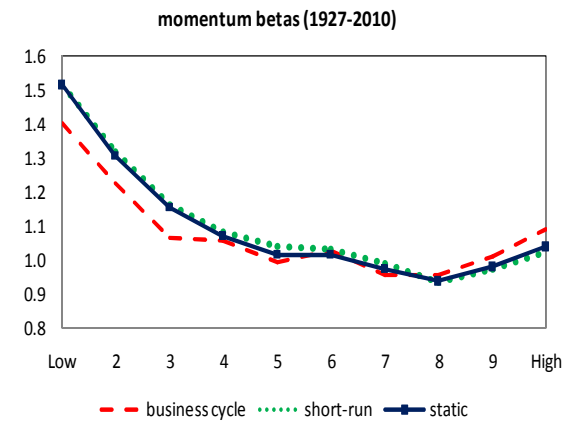
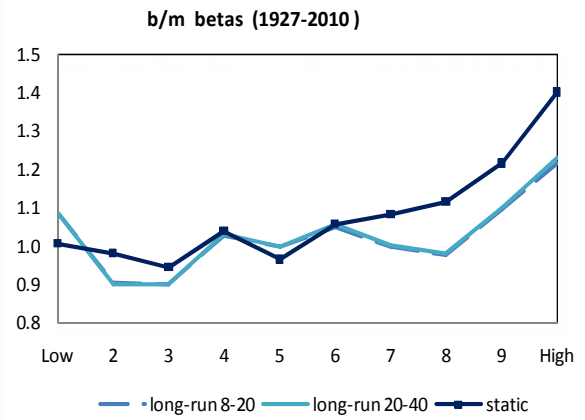
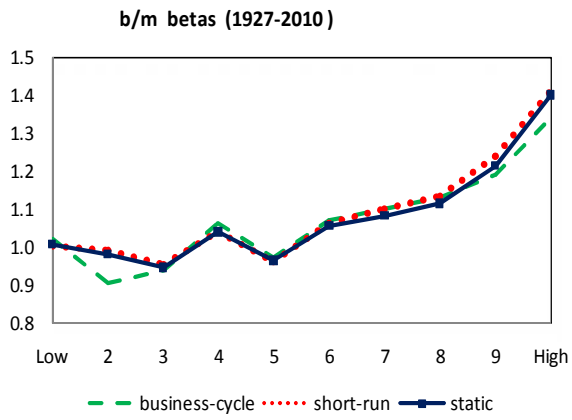
b/m 1927-2010	Low	2	3	4	5	6	7	8	9	High	HML
β_i (static)	1.007	0.981	0.945	1.039	0.964	1.056	1.083	1.114	1.215	1.400	0.390
α_i^{Sr}	0.002	0.002	0.007	-0.004	0.002	0.000	-0.004	-0.001	-0.003	-0.012	-0.014
t-stat	0.050	0.061	0.235	-0.114	0.048	0.000	-0.076	-0.025	-0.045	-0.131	-0.119
β_i^{Sr}	1.002	0.991	0.955	1.039	0.963	1.065	1.101	1.136	1.241	1.411	0.409
t-stat	51.907	53.461	39.884	25.304	33.254	22.314	20.018	17.122	21.965	17.710	4.266
R^2	0.903	0.933	0.921	0.903	0.886	0.878	0.838	0.827	0.802	0.724	0.126
α_i^{Bc}	0.021	-0.016	-0.007	0.006	-0.033	-0.021	-0.017	-0.028	-0.039	-0.009	-0.030
t-stat	0.440	-0.446	-0.212	0.109	-0.603	-0.393	-0.240	-0.391	-0.445	-0.086	-0.217
β_i^{Bc}	1.023	0.909	0.941	1.060	0.971	1.063	1.098	1.131	1.188	1.336	0.313
t-stat	35.597	33.613	41.431	21.108	16.395	17.507	18.257	19.900	17.420	16.182	3.145
R^2	0.892	0.920	0.930	0.886	0.846	0.870	0.823	0.820	0.762	0.733	0.084
$\alpha_{i,8-20}^{Lr}$	-0.080	0.045	0.042	-0.005	0.037	0.011	0.045	0.142	0.108	0.080	0.160
t-stat	-5.644	4.024	5.414	-0.255	1.929	0.445	1.924	5.743	5.023	2.191	3.543
$\beta_{i,8-20}^{Lr}$	1.069	0.844	0.835	0.985	1.049	1.196	1.020	0.981	1.088	1.176	0.108
t-stat	43.390	32.015	60.237	26.787	27.211	21.207	18.575	17.235	18.268	14.797	1.125
R^2	0.887	0.939	0.941	0.877	0.877	0.887	0.845	0.811	0.822	0.664	0.009
$\alpha_{i,20-40}^{Lr}$	-0.044	0.022	0.023	0.004	0.017	0.013	0.028	0.072	0.061	0.051	0.094
t-stat	-5.715	3.246	6.023	0.466	2.075	1.119	2.498	6.369	4.856	3.072	4.310
$\beta_{i,20-40}^{Lr}$	1.089	0.862	0.829	0.941	1.068	1.141	0.987	0.986	1.057	1.104	0.015
t-stat	33.608	28.133	46.221	28.145	31.283	20.040	17.621	17.332	14.845	13.680	0.144
R^2	0.867	0.916	0.929	0.843	0.851	0.871	0.792	0.770	0.758	0.587	0.000
mom 1927-2010	Low	2	3	4	5	6	7	8	9	High	HML
β_i (static)	1.514	1.306	1.153	1.069	1.014	1.016	0.972	0.937	0.980	1.039	-0.475
α_i^{Sr}	-0.061	-0.027	-0.015	-0.012	-0.011	-0.004	0.005	0.014	0.014	0.031	0.091
t-stat	-0.765	-0.420	-0.286	-0.293	-0.281	-0.131	0.170	0.406	0.332	0.475	0.751
β_i^{Sr}	1.516	1.319	1.163	1.082	1.039	1.031	0.991	0.937	0.974	1.022	-0.494
t-stat	22.881	17.802	18.317	25.867	26.101	36.218	49.064	42.137	30.892	15.371	-3.875
R^2	0.756	0.802	0.824	0.859	0.886	0.909	0.902	0.884	0.858	0.722	0.129
α_i^{Bc}	0.196	0.082	0.033	0.006	0.005	-0.003	-0.041	-0.042	-0.041	-0.065	-0.261
t-stat	2.332	1.092	0.613	0.090	0.093	-0.079	-0.951	-1.019	-0.883	-0.795	-1.946
β_i^{Bc}	1.401	1.221	1.061	1.052	0.994	1.027	0.951	0.953	1.011	1.088	-0.313
t-stat	26.328	19.247	26.246	17.498	20.348	31.038	27.357	40.352	29.253	12.370	-2.630
R^2	0.835	0.812	0.871	0.839	0.867	0.941	0.900	0.905	0.889	0.757	0.090
$\alpha_{i,8-20}^{Lr}$	-0.576	-0.248	-0.201	-0.077	-0.040	-0.013	0.022	0.116	0.160	0.274	0.850
t-stat	-19.234	-8.190	-5.914	-3.206	-3.363	-1.697	1.808	9.561	9.606	14.205	22.230
$\beta_{i,8-20}^{Lr}$	1.461	1.268	1.234	1.092	0.945	1.019	1.053	0.991	0.944	1.043	-0.418
t-stat	23.103	16.748	13.830	18.428	42.266	60.375	45.454	36.840	26.238	35.144	-5.393
R^2	0.812	0.852	0.848	0.889	0.919	0.962	0.940	0.940	0.866	0.808	0.206
$\alpha_{i,20-40}^{Lr}$	-0.297	-0.124	-0.100	-0.034	-0.023	-0.006	0.011	0.058	0.088	0.145	0.442
t-stat	-21.161	-8.202	-5.331	-3.452	-4.553	-1.537	2.485	9.103	10.785	14.540	25.167
$\beta_{i,20-40}^{Lr}$	1.441	1.231	1.211	1.056	0.970	1.014	1.064	1.011	0.907	1.019	-0.422
t-stat	23.530	15.981	12.860	21.142	43.169	57.490	54.104	34.590	24.887	25.723	-6.078
R^2	0.773	0.795	0.782	0.868	0.904	0.961	0.934	0.927	0.828	0.758	0.177
size 1927-2010	Low	2	3	4	5	6	7	8	9	High	HML
β_i (static)	1.356	1.349	1.300	1.224	1.221	1.188	1.142	1.097	1.059	0.928	-0.427
α_i^{Sr}	0.010	0.003	0.004	0.002	0.002	-0.001	0.000	-0.001	-0.002	0.002	-0.009
t-stat	0.091	0.034	0.061	0.038	0.034	-0.030	0.003	-0.045	-0.077	0.099	-0.070
β_i^{Sr}	1.371	1.369	1.323	1.248	1.243	1.209	1.150	1.111	1.065	0.928	-0.443
t-stat	19.460	31.148	31.141	32.190	38.368	40.416	44.579	69.990	70.632	129.846	-5.935
R^2	0.632	0.748	0.815	0.831	0.879	0.910	0.926	0.951	0.964	0.971	0.130
α_i^{Bc}	-0.001	0.006	-0.010	-0.012	-0.006	-0.012	-0.009	-0.010	-0.015	-0.001	0.000
t-stat	-0.013	0.078	-0.168	-0.202	-0.136	-0.295	-0.245	-0.277	-0.528	-0.060	0.002
β_i^{Bc}	1.511	1.415	1.307	1.262	1.227	1.202	1.169	1.091	1.034	0.922	-0.590
t-stat	23.340	29.117	27.928	31.561	40.586	43.031	40.446	46.967	52.009	91.034	-8.272
R^2	0.814	0.866	0.900	0.890	0.930	0.938	0.945	0.950	0.961	0.980	0.346
$\alpha_{i,8-20}^{Lr}$	0.103	0.031	0.077	0.095	0.085	0.070	0.082	0.074	0.027	-0.019	-0.121
t-stat	2.012	0.737	2.389	3.884	3.821	4.129	4.569	4.760	2.635	-1.886	-2.045
$\beta_{i,8-20}^{Lr}$	1.219	1.269	1.164	1.054	1.062	1.055	1.014	0.938	1.044	0.983	-0.235
t-stat	9.978	13.119	14.294	17.861	20.431	22.991	23.440	24.758	45.943	43.888	-1.682
R^2	0.475	0.639	0.706	0.734	0.806	0.837	0.871	0.902	0.965	0.943	0.024
$\alpha_{i,20-40}^{Lr}$	0.072	0.030	0.053	0.057	0.051	0.043	0.048	0.043	0.019	-0.014	-0.086
t-stat	3.255	1.677	3.725	5.059	4.888	5.376	6.288	7.840	4.177	-2.796	-3.269
$\beta_{i,20-40}^{Lr}$	1.077	1.161	1.067	0.997	1.008	1.012	0.977	0.908	1.008	1.015	-0.062
t-stat	9.503	13.307	14.312	17.108	19.495	21.930	25.526	34.053	49.883	43.848	-0.470
R^2	0.386	0.575	0.648	0.677	0.767	0.805	0.854	0.910	0.959	0.937	0.002

b/m 1927-2010	Low	2	3	4	5	6	7	8	9	High	HML
β_i (static)	1.007	0.981	0.945	1.039	0.964	1.056	1.083	1.114	1.215	1.400	0.390
α_i^{Sr}	-0.001	-0.002	0.002	0.000	-0.002	0.000	-0.001	0.000	0.001	0.005	0.006
t-stat	-0.023	-0.070	0.080	-0.002	-0.063	0.000	-0.012	0.004	0.017	0.060	0.054
β_i^{Sr}	1.004	0.995	0.951	1.037	0.960	1.050	1.083	1.116	1.223	1.406	0.402
t-stat	53.111	55.413	40.811	27.808	35.583	23.102	20.752	17.286	22.390	19.082	4.498
R^2	0.903	0.933	0.917	0.906	0.886	0.877	0.839	0.818	0.801	0.728	0.125
α_i^{Bc}	0.008	0.000	0.002	-0.002	0.002	0.001	-0.001	-0.008	-0.004	-0.008	-0.016
t-stat	0.171	0.003	0.044	-0.048	0.043	0.023	-0.021	-0.117	-0.053	-0.074	-0.121
β_i^{Bc}	1.020	0.903	0.913	1.057	0.983	1.063	1.088	1.117	1.171	1.353	0.333
t-stat	37.859	36.775	44.646	25.067	19.755	21.107	21.720	23.460	19.422	21.056	4.186
R^2	0.894	0.925	0.929	0.898	0.866	0.878	0.840	0.834	0.785	0.773	0.111
$\alpha_{i,8-20}^{Lr}$	0.003	0.004	0.004	-0.008	-0.010	-0.013	-0.011	-0.015	-0.002	-0.007	-0.010
t-stat	0.162	0.450	0.542	-0.436	-0.484	-0.600	-0.511	-0.555	-0.080	-0.134	-0.153
$\beta_{i,8-20}^{Lr}$	1.000	0.791	0.922	1.028	0.928	1.300	1.098	0.950	1.118	1.196	0.196
t-stat	33.950	62.319	75.226	49.437	33.098	36.014	49.090	23.016	31.119	13.040	1.709
R^2	0.848	0.938	0.975	0.891	0.825	0.891	0.868	0.757	0.840	0.562	0.020
$\alpha_{i,20-40}^{Lr}$	-0.002	0.006	0.005	0.001	0.001	-0.010	-0.016	-0.012	-0.012	-0.017	-0.015
t-stat	-0.124	1.055	0.731	0.112	0.143	-1.074	-1.164	-0.973	-0.695	-0.836	-0.534
$\beta_{i,20-40}^{Lr}$	1.125	0.986	0.832	0.865	1.042	0.720	0.633	0.456	0.806	0.973	-0.152
t-stat	16.816	36.941	25.310	15.631	20.994	18.378	9.306	7.616	9.965	9.615	-1.115
R^2	0.628	0.871	0.766	0.625	0.770	0.576	0.310	0.233	0.327	0.349	0.007
mom 1927-2010	Low	2	3	4	5	6	7	8	9	High	HML
β_i (static)	1.514	1.306	1.153	1.069	1.014	1.016	0.972	0.937	0.980	1.039	-0.475
α_i^{Sr}	0.002	-0.003	0.000	0.000	0.000	-0.001	-0.002	-0.001	-0.001	0.003	0.001
t-stat	0.024	-0.041	0.000	-0.004	-0.007	-0.022	-0.054	-0.035	-0.015	0.041	0.005
β_i^{Sr}	1.520	1.313	1.163	1.071	1.021	1.018	0.974	0.934	0.976	1.029	-0.491
t-stat	24.088	19.087	19.897	26.709	25.588	36.074	43.736	45.100	33.105	16.472	-4.086
R^2	0.749	0.801	0.821	0.854	0.880	0.908	0.894	0.885	0.858	0.723	0.124
α_i^{Bc}	-0.009	-0.005	0.000	0.001	0.000	-0.003	0.006	0.001	0.004	0.007	0.016
t-stat	-0.089	-0.067	0.004	0.012	0.009	-0.071	0.143	0.032	0.089	0.086	0.108
β_i^{Bc}	1.457	1.245	1.051	1.042	0.975	0.996	0.938	0.955	1.012	1.121	-0.337
t-stat	20.776	21.204	27.481	20.461	23.400	31.965	26.623	38.150	32.828	14.729	-2.875
R^2	0.804	0.808	0.861	0.844	0.872	0.935	0.895	0.901	0.887	0.766	0.087
$\alpha_{i,8-20}^{Lr}$	-0.027	-0.026	-0.014	-0.014	0.004	0.003	0.004	0.009	0.005	0.006	0.034
t-stat	-0.749	-0.869	-0.742	-0.815	0.242	0.294	0.272	0.695	0.214	0.249	0.877
$\beta_{i,8-20}^{Lr}$	1.645	1.350	1.248	1.073	0.891	1.068	1.045	0.994	1.021	1.061	-0.584
t-stat	31.195	21.792	31.721	34.027	42.588	66.663	43.094	42.272	24.393	25.004	-8.892
R^2	0.832	0.834	0.909	0.898	0.900	0.962	0.935	0.928	0.835	0.807	0.358
$\alpha_{i,20-40}^{Lr}$	-0.014	-0.013	-0.018	-0.010	0.000	-0.002	-0.001	0.002	0.006	-0.002	0.012
t-stat	-0.532	-0.541	-0.773	-0.723	0.035	-0.575	-0.175	0.283	0.836	-0.163	0.348
$\beta_{i,20-40}^{Lr}$	1.400	1.174	1.388	0.892	1.068	1.047	0.985	0.874	0.871	0.599	-0.802
t-stat	12.026	10.981	13.033	14.950	49.547	66.933	44.035	29.490	24.127	12.401	-5.200
R^2	0.405	0.362	0.451	0.493	0.930	0.949	0.899	0.843	0.765	0.425	0.112
size 1927-2010	Low	2	3	4	5	6	7	8	9	High	HML
β_i (static)	1.356	1.349	1.300	1.224	1.221	1.188	1.142	1.097	1.059	0.928	-0.427
α_i^{Sr}	-0.001	0.002	0.000	0.000	-0.001	0.001	0.000	-0.001	0.000	0.000	0.001
t-stat	-0.008	0.020	0.007	-0.002	-0.013	0.022	0.009	-0.032	-0.022	-0.011	0.005
β_i^{Sr}	1.341	1.347	1.306	1.229	1.228	1.194	1.142	1.102	1.060	0.928	-0.413
t-stat	20.317	32.214	32.827	33.326	40.171	40.728	48.886	70.526	74.327	130.142	-5.915
R^2	0.632	0.750	0.817	0.832	0.879	0.909	0.926	0.951	0.964	0.971	0.119
α_i^{Bc}	0.004	0.003	0.003	0.000	-0.003	0.005	0.001	0.002	0.001	0.000	-0.005
t-stat	0.048	0.036	0.049	-0.008	-0.071	0.114	0.028	0.055	0.051	-0.028	-0.047
β_i^{Bc}	1.469	1.363	1.262	1.208	1.191	1.163	1.162	1.088	1.051	0.920	-0.549
t-stat	24.449	27.756	26.974	28.528	40.151	36.495	46.830	57.546	63.468	102.418	-8.391
R^2	0.823	0.868	0.895	0.886	0.931	0.932	0.947	0.954	0.967	0.983	0.344
$\alpha_{i,8-20}^{Lr}$	-0.020	-0.023	-0.015	-0.010	-0.009	-0.002	-0.008	-0.007	-0.004	0.003	0.023
t-stat	-0.234	-0.359	-0.295	-0.261	-0.271	-0.065	-0.308	-0.326	-0.295	0.208	0.233
$\beta_{i,8-20}^{Lr}$	1.581	1.551	1.365	1.206	1.169	1.155	1.086	0.953	1.054	0.934	-0.647
t-stat	11.488	14.634	16.526	19.921	23.123	28.250	25.007	24.504	52.946	45.169	-4.140
R^2	0.466	0.588	0.644	0.690	0.734	0.799	0.815	0.820	0.950	0.908	0.098
$\alpha_{i,20-40}^{Lr}$	-0.010	-0.007	-0.003	-0.001	-0.004	0.002	0.000	0.001	0.001	0.000	0.010
t-stat	-0.511	-0.369	-0.186	-0.049	-0.239	0.186	-0.051	0.305	0.308	0.000	0.392
$\beta_{i,20-40}^{Lr}$	-0.430	0.130	0.339	0.397	0.507	0.700	0.640	0.708	0.875	1.221	1.651
t-stat	-4.658	1.482	3.937	4.910	7.352	10.843	15.615	28.123	43.679	35.617	13.427
R^2	0.094	0.011	0.074	0.114	0.205	0.400	0.586	0.834	0.928	0.879	0.479

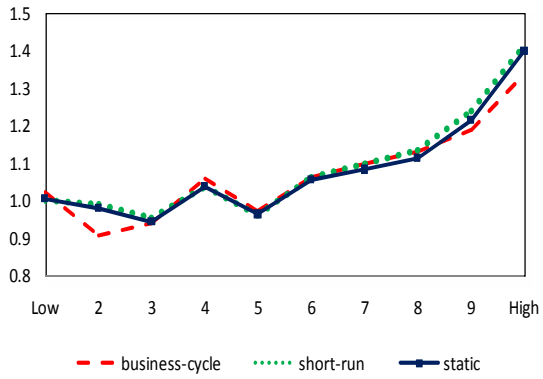




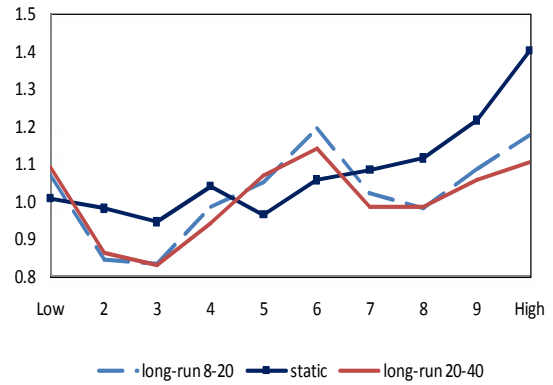




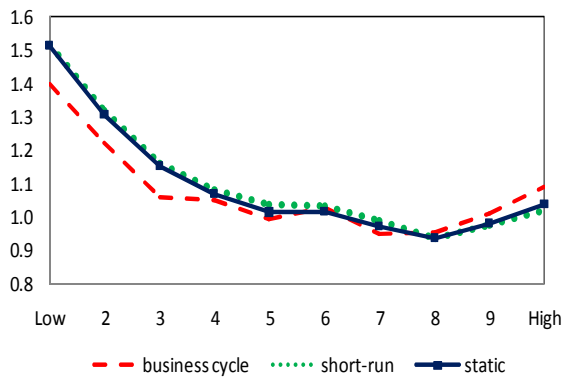
b/m betas (1927-2010)



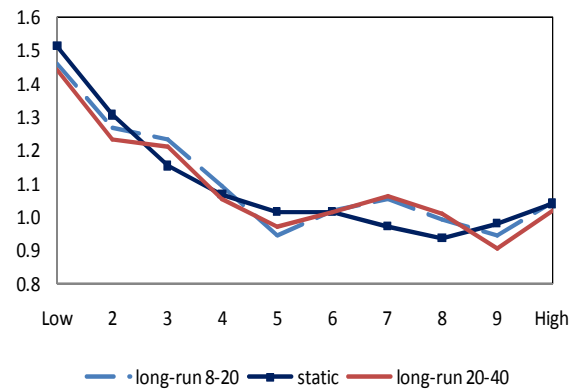
b/m betas (1927-2010)



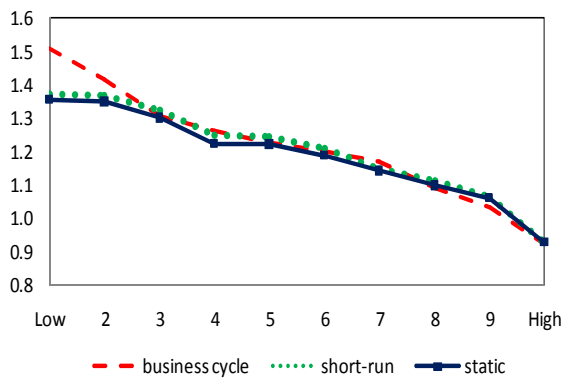
momentum betas (1927-2010)



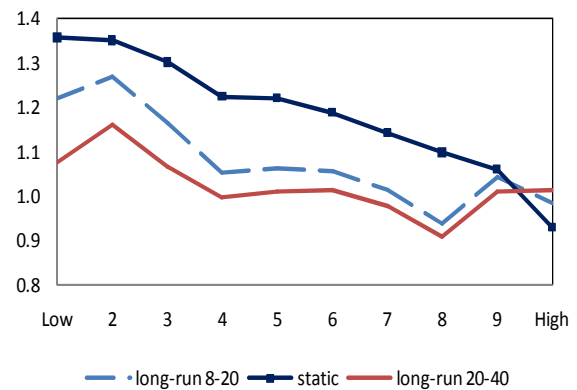
momentum betas (1927-2010)



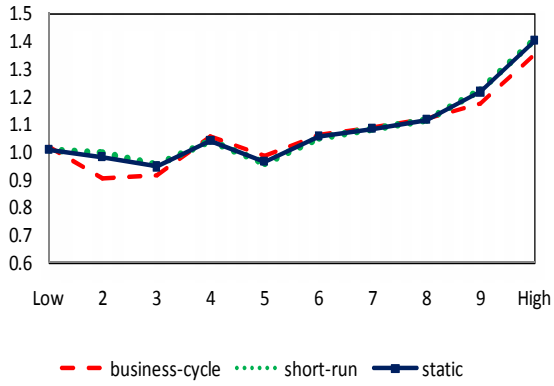
size betas (1927-2010)



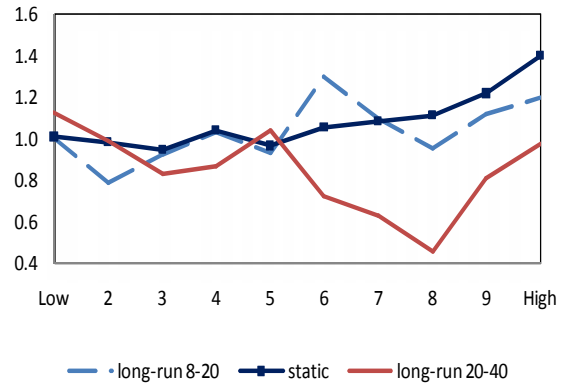
size betas (1927-2010)



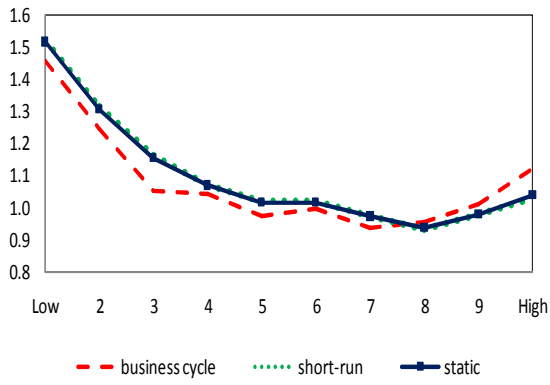
b/m betas (1927-2010)



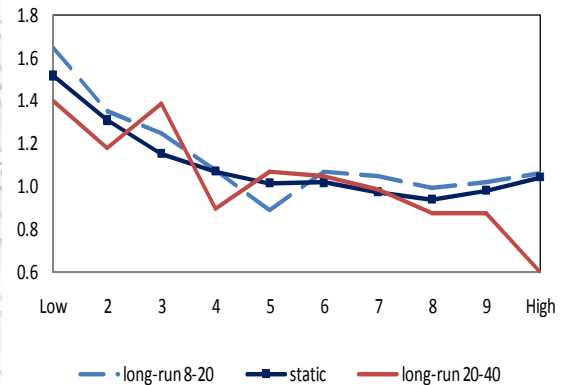
b/m betas (1927-2010)



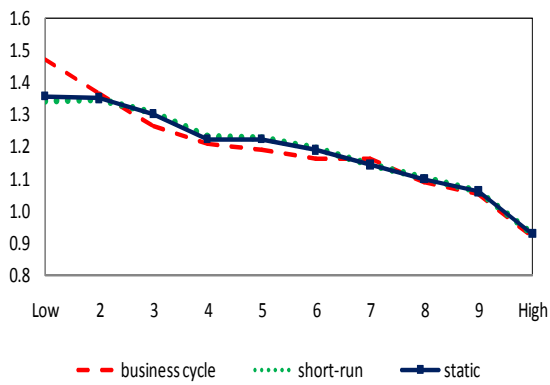
momentum betas (1927-2010)



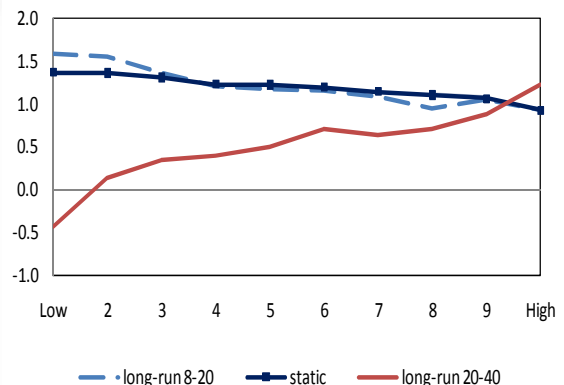
momentum betas (1927-2010)



size betas (1927-2010)



size betas (1927-2010)



Long-run Covariance betas

	b/m 1963-2010										
Barlett	1.082	0.972	0.937	0.988	0.860	0.918	0.872	0.884	0.891	1.101	0.019
quadratic-spectral	1.091	0.980	0.936	0.987	0.849	0.908	0.858	0.891	0.906	1.114	0.023
Tukey-Hamming	1.088	0.971	0.932	0.981	0.850	0.913	0.867	0.879	0.884	1.096	0.007
Bohman	1.089	0.984	0.944	0.985	0.857	0.908	0.858	0.887	0.906	1.103	0.013
Daniel	1.086	0.964	0.927	0.985	0.849	0.918	0.875	0.882	0.882	1.104	0.019
Parzen	1.088	0.988	0.948	0.986	0.861	0.906	0.857	0.888	0.911	1.102	0.014
kernel average	1.087	0.977	0.937	0.985	0.854	0.912	0.864	0.885	0.897	1.103	0.016

	momentum 1963-2010										
Barlett	1.582	1.235	1.025	0.935	0.877	0.954	0.802	0.881	0.969	1.189	-0.393
quadratic-spectral	1.593	1.233	1.019	0.932	0.890	0.949	0.791	0.870	0.963	1.213	-0.381
Tukey-Hamming	1.596	1.237	1.019	0.928	0.873	0.949	0.788	0.875	0.964	1.200	-0.396
Bohman	1.582	1.224	1.016	0.932	0.892	0.949	0.804	0.877	0.965	1.211	-0.370
Daniel	1.602	1.245	1.027	0.932	0.868	0.955	0.784	0.874	0.966	1.192	-0.410
Parzen	1.576	1.219	1.015	0.933	0.897	0.949	0.810	0.880	0.965	1.212	-0.364
kernel average	1.589	1.232	1.020	0.932	0.883	0.951	0.796	0.876	0.965	1.203	-0.386

	size 1963-2010										
Barlett	1.282	1.240	1.187	1.161	1.171	1.092	1.127	1.061	1.015	0.906	-0.376
quadratic-spectral	1.339	1.291	1.235	1.206	1.210	1.119	1.142	1.076	1.025	0.889	-0.450
Tukey-Hamming	1.309	1.254	1.194	1.169	1.179	1.095	1.132	1.061	1.016	0.901	-0.408
Bohman	1.329	1.293	1.238	1.209	1.209	1.122	1.143	1.079	1.024	0.890	-0.439
Daniel	1.298	1.234	1.175	1.150	1.165	1.083	1.126	1.053	1.015	0.906	-0.392
Parzen	1.329	1.300	1.247	1.218	1.215	1.128	1.145	1.083	1.025	0.888	-0.441
kernel average	1.315	1.269	1.213	1.185	1.191	1.106	1.136	1.069	1.020	0.897	-0.418

Long-run Covariance betas

	b/m 1927-2010										
Barlett	1.025	0.923	0.914	1.048	0.976	0.976	1.081	1.103	1.194	1.374	0.349
quadratic-spectral	1.024	0.939	0.904	1.055	0.959	1.087	1.100	1.138	1.232	1.432	0.409
Tukey-Hamming	1.026	0.926	0.908	1.049	0.968	1.085	1.090	1.116	1.209	1.397	0.372
Bohman	1.022	0.941	0.908	1.056	0.964	1.086	1.101	1.135	1.227	1.425	0.403
Daniel	1.027	0.920	0.909	1.048	0.970	1.085	1.086	1.112	1.205	1.390	0.363
Parzen	1.021	0.944	0.909	1.059	0.965	1.086	1.103	1.139	1.229	1.429	0.407
kernel average	1.024	0.932	0.909	1.053	0.967	1.068	1.093	1.124	1.216	1.408	0.384

	momentum 1927-2010										
Barlett	1.519	1.294	1.118	1.065	0.990	1.007	0.944	0.935	0.984	1.086	-0.433
quadratic-spectral	1.561	1.313	1.118	1.066	0.989	0.999	0.928	0.922	0.964	1.097	-0.465
Tukey-Hamming	1.537	1.301	1.115	1.064	0.988	1.001	0.934	0.930	0.975	1.098	-0.439
Bohman	1.561	1.315	1.127	1.066	0.994	1.001	0.933	0.926	0.963	1.086	-0.474
Daniel	1.524	1.290	1.109	1.067	0.984	1.004	0.935	0.929	0.982	1.104	-0.420
Parzen	1.565	1.319	1.131	1.067	0.997	1.002	0.935	0.926	0.961	1.080	-0.486
kernel average	1.545	1.305	1.120	1.066	0.990	1.002	0.935	0.928	0.971	1.092	-0.453

size 1927-2010											
Barlett	1.496	1.399	1.312	1.228	1.211	1.179	1.148	1.079	1.059	0.921	-0.575
quadratic-spectral	1.587	1.481	1.392	1.300	1.276	1.221	1.179	1.099	1.062	0.908	-0.679
Tukey-Hamming	1.547	1.442	1.347	1.261	1.239	1.196	1.163	1.086	1.060	0.914	-0.633
Bohman	1.566	1.467	1.381	1.290	1.267	1.216	1.173	1.096	1.062	0.910	-0.656
Daniel	1.537	1.427	1.332	1.250	1.229	1.189	1.161	1.083	1.060	0.916	-0.621
Parzen	1.563	1.466	1.385	1.293	1.270	1.218	1.173	1.098	1.063	0.910	-0.653
kernel average	1.549	1.447	1.358	1.270	1.249	1.203	1.166	1.090	1.061	0.913	-0.636

	static betas					mean excess rtns				
	Low	2	3	4	High	Low	2	3	4	High
S	1.466	1.239	1.104	1.021	1.091	-0.111	0.541	0.630	0.818	0.928
2	1.420	1.184	1.057	1.015	1.119	0.140	0.496	0.753	0.760	0.809
3	1.347	1.122	0.995	0.941	1.023	0.197	0.563	0.629	0.722	0.882
4	1.224	1.090	1.026	0.941	1.036	0.353	0.381	0.544	0.690	0.656
B	0.982	0.930	0.870	0.819	0.868	0.284	0.352	0.339	0.405	0.427

	Baxter-King betas					mean excess rtns					
	Low	2	3	4	High	Low	2	3	4	High	
S-r	S	1.479	1.245	1.088	1.005	1.033	-0.021	-0.013	-0.019	-0.020	-0.023
	2	1.475	1.203	1.050	0.991	1.082	-0.014	-0.016	-0.015	-0.018	-0.021
	3	1.385	1.129	0.994	0.905	1.019	-0.018	-0.020	-0.014	-0.015	-0.008
	4	1.270	1.100	0.992	0.910	0.994	-0.015	-0.011	-0.019	-0.022	-0.016
	B	1.000	0.960	0.869	0.775	0.824	-0.004	-0.006	-0.005	-0.006	-0.012
B-c	S	1.830	1.416	1.217	1.128	1.137	0.070	0.045	0.053	0.037	0.047
	2	1.550	1.208	1.050	0.936	0.931	0.042	0.039	0.043	0.049	0.026
	3	1.461	1.140	0.928	0.928	0.817	0.061	0.055	0.028	0.049	0.007
	4	1.307	1.028	0.939	0.934	0.921	0.046	0.042	0.050	0.052	0.050
	B	0.986	0.885	0.754	0.733	0.710	0.039	0.058	0.041	0.058	0.054
L-r (8-20)	S	1.518	1.086	0.916	0.810	0.918	0.007	0.006	0.005	0.005	0.004
	2	1.412	0.984	0.865	0.816	0.832	0.002	0.002	0.003	0.006	0.002
	3	1.339	1.018	0.780	0.701	0.643	0.002	0.002	0.000	0.001	-0.002
	4	1.213	0.903	0.838	0.829	0.871	-0.001	-0.001	0.000	0.001	0.001
	B	1.037	0.836	0.757	0.700	0.916	-0.002	0.002	0.001	0.004	0.005
L-r (20-40)	S	1.505	1.082	0.924	0.815	0.931	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	2	1.403	0.989	0.872	0.828	0.849	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	3	1.333	1.022	0.791	0.714	0.661	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	4	1.204	0.908	0.857	0.832	0.883	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	B	1.036	0.836	0.766	0.709	0.917	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

		C-F sym betas					mean excess rtns				
		Low	2	3	4	High	Low	2	3	4	High
S-r	S	1.479	1.245	1.088	1.005	1.033	-0.032	0.011	0.011	0.021	0.021
	2	1.476	1.203	1.050	0.991	1.082	-0.011	0.006	0.020	0.020	0.018
	3	1.385	1.129	0.994	0.905	1.019	-0.011	0.006	0.014	0.018	0.033
	4	1.270	1.100	0.992	0.910	0.994	0.000	0.006	0.008	0.010	0.016
	B	1.000	0.960	0.869	0.775	0.824	0.008	0.013	0.012	0.014	0.010
B-c	S	1.834	1.422	1.219	1.133	1.137	0.107	-0.035	-0.045	-0.097	-0.098
	2	1.553	1.210	1.050	0.936	0.931	0.032	-0.032	-0.071	-0.075	-0.102
	3	1.464	1.142	0.926	0.929	0.818	0.038	-0.030	-0.064	-0.061	-0.130
	4	1.312	1.030	0.938	0.938	0.924	-0.003	-0.014	-0.040	-0.054	-0.056
	B	0.987	0.886	0.753	0.732	0.710	-0.001	-0.003	-0.016	-0.010	-0.019
L-r (8-20)	S	0.810	0.765	0.712	0.587	0.649	-0.115	0.269	0.325	0.442	0.482
	2	0.970	0.703	0.666	0.759	0.565	0.033	0.235	0.378	0.413	0.421
	3	1.077	0.769	0.708	0.525	0.577	0.077	0.280	0.303	0.363	0.447
	4	0.984	0.832	0.663	0.494	0.656	0.159	0.183	0.294	0.350	0.350
	B	1.137	0.941	0.874	0.793	1.029	0.130	0.202	0.187	0.227	0.244
L-r (20-40)	S	0.686	0.852	0.810	0.691	0.640	-0.063	0.137	0.167	0.227	0.248
	2	0.930	0.766	0.720	0.784	0.507	0.016	0.121	0.195	0.212	0.218
	3	1.103	0.799	0.745	0.563	0.633	0.039	0.144	0.157	0.188	0.233
	4	1.068	0.947	0.632	0.471	0.642	0.083	0.095	0.153	0.181	0.181
	B	1.196	1.005	0.882	0.803	0.993	0.068	0.104	0.097	0.116	0.125

		C-F asym betas					mean excess rtns				
		Low	2	3	4	High	Low	2	3	4	High
S-r	S	1.481	1.247	1.089	1.005	1.033	0.018	0.013	0.016	0.012	0.015
	2	1.478	1.204	1.051	0.991	1.082	0.013	0.017	0.014	0.012	0.017
	3	1.388	1.131	0.994	0.905	1.019	0.015	0.016	0.014	0.013	0.012
	4	1.271	1.102	0.993	0.910	0.993	0.013	0.014	0.016	0.013	0.011
	B	1.001	0.961	0.869	0.775	0.824	0.014	0.015	0.013	0.015	0.013
B-c	S	1.790	1.399	1.206	1.126	1.138	-0.002	0.009	0.013	0.012	0.024
	2	1.514	1.184	1.038	0.931	0.936	0.013	0.014	0.020	0.015	0.022
	3	1.425	1.125	0.916	0.923	0.821	0.009	0.018	0.018	0.023	0.024
	4	1.283	1.011	0.930	0.933	0.933	0.019	0.021	0.026	0.029	0.023
	B	0.969	0.862	0.742	0.725	0.709	0.018	0.011	0.018	0.013	0.001
L-r (8-20)	S	0.830	0.398	0.237	0.160	0.386	0.028	0.024	0.012	0.010	0.016
	2	0.848	0.462	0.361	0.565	0.367	0.020	0.022	0.030	0.012	0.011
	3	0.823	0.403	0.505	0.299	0.121	0.019	0.018	0.026	0.021	0.025
	4	0.514	0.488	0.463	0.253	0.304	0.018	0.002	-0.017	0.007	0.004
	B	0.718	0.760	0.675	0.708	0.910	0.006	-0.014	-0.015	-0.011	0.008
L-r (20-40)	S	0.223	0.301	0.324	0.215	0.207	-0.009	0.006	0.011	0.027	0.036
	2	0.207	0.290	0.316	0.252	0.162	-0.018	-0.005	0.012	0.003	0.018
	3	0.301	0.272	0.258	0.171	0.228	-0.035	-0.006	0.008	0.011	0.019
	4	0.306	0.332	0.137	0.115	0.213	-0.021	-0.014	0.003	0.023	-0.009
	B	0.227	0.166	0.133	0.128	0.181	-0.031	-0.025	-0.020	-0.017	-0.030

Παράρτημα 2

K1: Οι συνημιτονοειδείς συνιστώσες του τύπου [2.22]

```

scalar j
scalar t
vector ((TT-1)/2) mkt1 //ορίζουμε ένα διάνυσμα M θέσεων
for j=1 to (TT-1)/2
for t=1 to TT //στην επόμενη εντολή χρησιμοποιείται ένα διάνυσμα "mkt" αποδόσεων της αγοράς
mkt1(j)= mkt1(j) + (2*3.14159*TT)^(-1/2) * ( mkt(t)*@cos(2*3.14159*j*(t-1)/TT))
next
mkt1(j)=mkt1(j)^2
next

```

K2: Οι ημιτονοειδείς συνιστώσες του τύπου [2.22]

```

scalar j
scalar t
vector ((TT-1)/2) mkt2
for j=1 to (TT-1)/2
for t=1 to TT
mkt2(j)= mkt2(j) + (2*3.14159*TT)^(-1/2) * ( mkt(t)*@sin(2*3.14159*j*(t-1)/TT))
next
mkt2(j)=mkt2(j)^2
next

```

//Το $\hat{h}(\omega_j)$ προκύπτει ως το άθροισμα των τιμών των $mkt1$ και $mkt2$ όπως ορίζονται παραπάνω.

K3: Το εξομαλυμένο περιοδόγραμμα του τύπου [2.22]

```

scalar j
scalar m
scalar TT=@obs(mkt)
scalar MM=(TT-1)/2
scalar g=20
vector (MM) mkt5
for j=1 to g //λόγω του ότι το mkt5(j) δεν ορίζεται για δείκτες j < 0 ορίζουμε
for m=-(j-1) to g //ξεχωριστή ρουτίνα για τις θέσεις 1 έως g

```

```
mkt5(j)= mkt5(j) + ((g+1-@abs(m))/(g+1)^2)*mkt3(j+m) //Ως mkt3 ορίζεται το  $\hat{h}(\omega_j)$  που προκύπτει από
next //τους αλγόριθμους K1 και K2.
next
for j=1+g to MM-g
for m=-g to g
mkt5(j)= mkt5(j) + ((g+1-@abs(m))/(g+1)^2)*mkt3(j+m)
next
next
for j=MM-(g-1) to MM //ορίζουμε ξεχωριστή ρουτίνα για τις g τελευταίες θέσεις
for m=-g to MM-j
mkt5(j)= mkt5(j) + ((g+1-@abs(m))/(g+1)^2)*mkt3(j+m)
next
next
```

Βιβλιογραφία

Abdymomunov A. και Morley J. 2011 – “Time Variation of CAPM Betas across Market Volatility Regimes” - *Applied Financial Economics*, Vol. 21, 1463-1478.

Ang A. και Chen J. 2007 - “CAPM over the long run: 1926-2001” - *Journal of Empirical Finance*, Vol. 14, 1–40.

Arrow K. και Intriligator M. 1984 – “Handbook of Econometrics” – Elsevier Science. – Vol.2, 989-1019.

Asness C., Moskowitz T. και Pedersen L. 2009 – “Value and Momentum Everywhere” - American Finance Association 2010 Meetings Paper.

Bandi F., Garcia R., Lioui A. και Perron B. 2010 – “A Long-Horizon Perspective on the Cross-Section of Expected Returns”.

Bartholdy J. και Peare P. 2004 – “Estimation of expected return: CAPM vs Fama and French” – Center for Analytical Finance – University of Aarhus - Working Paper Series No. 176.

Baxter M. και King R. 1995 – “Measuring Business Cycles - Approximate Band-Pass Filters for Economic Time Series” – National Bureau of Economic Research, NBER Working Paper 5022.

Christiano L. και Fitzgerald T. 2003 – “The band Pass filter” – *International Economic Review*, Vol.44, No. 2.

Elton E., Gruber M., Brown S. και Goetzmann W. 2007 - “Modern Portfolio Theory and Investment Analysis” - Wiley - 7th edition.

Everts M. 2006 – “Band-pass filters” - Munich Personal RePEc Archive, No. 2049.

EViews 6 – User’s Guide I & II

EViews 7 – User’s Guide I & II

Fabozzi F., Focardi S. και Kolm P. 2006 – “Financial modeling of the equity market - From CAPM to cointegration” – Wiley.

Fama E. και French K. 2004 – “The Capital Asset Pricing Model: Theory and Evidence”, Vol. 18 No. 3, 25-46.

Fama F. και French K. 1992 – “The cross-section of expected stock returns” – *The Journal of Finance*, Vol. 47, 427-465.

Fama F. και French K. 1993 – “Common risk factors in the returns on stocks and bonds” – *Journal of Financial Economics*, Vol. 33, Issue 1, 3-56.

Fama F. και French K. 1997 – “Industry cost of equity” - *Journal of Financial Economics*, Vol. 43, 153-193.

Fama F. και French K. 2006 – “The value premium and the CAPM” - *The Journal of Finance*, Vol. 61, Issue 5, pages 2163–2185.

Ferson W. και Harvey C. 1999 – “Conditioning variables and the cross-section of stock returns” – *National Bureau of Economic Research*, No. 7009.

Ghysels E., Swanson N. και Watson M. 2001 – “Essays in Econometrics: Collected Papers of Clive W.J. Granger” – Vol. I – Cambridge University Press.

Hamilton J. 1994 – “Time Series Analysis” – Princeton University Press.

Hayashi F. 2000 – “Econometrics” – Princeton University Press

Jagannathan R. και Wang J. 1996 - The Conditional CAPM and the Cross-Section of Expected Returns - *The Journal of Finance*, Vol. 51, 3-53.

Michailidis G., Tsopoglou S., Papanastasiou D. και Mariola E. 2006 – “Testing the Capital Asset Pricing Model (CAPM): The Case of the Emerging Greek Securities Market” - *International Research Journal of Finance and Economics* – Issue 4.

Mood A., Graybill F. και Boes D. 1974 – “Introduction to the theory of Statistics” – Mc Graw Hill – 3rd International edition.

Priestley M. 1981 – “Spectral Analysis and Time Series” - Volume 2 – Academic Press.

Tsay R. 2010 – “Analysis of financial Time Series” - 3rd edition – Wiley

Weber R. 2008 – “Statistics IB” – Course Notes – Statistical Laboratory – University of Cambridge