

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ

ΤΜΗΜΑ ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΗΣ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ & ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ

ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ ΚΑΙ ΕΛΕΓΧΟΣ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΜΕ
ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΥΣ ΠΟΥ ΜΕΤΑΒΑΛΛΟΝΤΑΙ ΜΕ ΤΗΝ ΠΑΡΟΔΟ
ΤΟΥ ΧΡΟΝΟΥ: ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΣΕ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ
ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΗΣ ΕΦΟΔΙΑΣΤΙΚΗΣ ΑΛΥΣΙΔΑΣ ΚΑΙ
ΕΠΑΝΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ

Διδακτορική Διατριβή

ΤΟΥ

Θοδωρή Γ. Βουτσινά

Διπλ. Μηχανολόγου Μηχανικού

Πειραιάς, Σεπτέμβριος 2009

έρχομαι από μακριά
και τα λάθη μου πολλά
μα δεν πήγα πουθενά
φίλε, με μισή καρδιά

στον αδελφό μου

Η εκπόνηση της διατριβής αυτής πραγματοποιήθηκε στο Τμήμα Βιομηχανικής Διοίκησης και Τεχνολογίας του Πανεπιστημίου Πειραιώς.

Ευχαριστώ τον Καθηγητή κ. Κώστα Παππή για την ενθάρρυνση, καθοδήγηση και βοήθεια που μου έδωσε όλα αυτά τα χρόνια. Τον ευχαριστώ ιδιαίτερα επειδή με δίδαξε τρόπους σκέψης και συμπεριφοράς που έχουν σημαντική αξία σε όλες τις εκφράσεις της ζωής μου.

Θα ήθελα να ευχαριστήσω ακόμα:

- τους γονείς μου για την υποστήριξη τους και τους φίλους μου για τη συμπαράστασή τους,
- Τα υπόλοιπα μέλη της τριμελούς επιτροπής Καθηγητές κ.κ. Νίκο Μπλέσιο και Λάμπρο Λάιο για το ενδιαφέρον τους,
- Τα μέλη της ερευνητικής ομάδας που συμμετείχα και συγκεκριμένα τους Γιώργο Αδαμόπουλο, Νίκο Καρακαπιλίδη, Αργύρη Δαρζέντα, Σταύρο Δανιήλ, Γιάννη Τσουλφά, Νίκο Ραχανιώτη και Θωμά Δασακλή για το χρόνο που ξόδεψαν δίπλα μου παρέχοντας στήριγμα σε κάθε ερευνητική μου ανησυχία.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

Κεφάλαιο 1: Εισαγωγή	11
1.1 Παραγωγικά συστήματα.....	12
1.2 Σχεδιασμός και έλεγχος διαδικασιών	18
1.3 Η Αντίστροφη Εφοδιαστική Αλυσίδα.....	28
1.4 Θεματολογία κεφαλαίων	29
Κεφάλαιο 2: Ο Χρονικός Προγραμματισμός με παραμέτρους που μεταβάλλονται με την πάροδο του χρόνου	32
2.1 Εισαγωγή	33
2.2 Ο Χρονικός Προγραμματισμός Εργασιών σε συστήματα τύπου “κατά παραγγελία”	34
2.3 Πολυπλοκότητα προβλημάτων Χρονικού Προγραμματισμού.....	37
2.4 Η μέθοδος κλάδων και ορίων	41
2.5 Προβλήματα Χρονικού Προγραμματισμού με Χρόνους Επεξεργασίας που μεταβάλλονται με την πάροδο του χρόνου.....	42
2.6 Προβλήματα Χρονικού Προγραμματισμού με άλλες παραμέτρους που μεταβάλλονται με την πάροδο του χρόνου.....	49
Κεφάλαιο 3: Η Αντίστροφη Εφοδιαστική Αλυσίδα.....	51
3.1 Εισαγωγή	52
3.2 Αποτύπωση Αντίστροφης Εφοδιαστικής Αλυσίδας σε πραγματικά συστήματα.....	58
3.3 Ανάλυση της Αντίστροφης Εφοδιαστικής Αλυσίδας των μπαταριών αυτοκινήτου.....	62

3.4 Προβλήματα βελτιστοποίησης στην Αντίστροφη Εφοδιαστική	66
3.5 Μείωση Αξίας και Αντίστροφη Εφοδιαστική.....	68
3.6 Προγραμματισμός παραγωγής σε συστήματα επανεπεξεργασίας	70
Κεφάλαιο 4: Χρονικός προγραμματισμός εργασιών όπου η αξία των προϊόντων μεταβάλλεται με την πάροδο του χρόνου	72
4.1 Εισαγωγή	73
4.2 Ορισμοί – Παραδοχές.....	73
4.3 Μαθηματική μοντελοποίηση και πολυπλοκότητα του προβλήματος	76
4.4 Αναλυτική λύση ειδικών περιπτώσεων	77
4.5 Πλήρης απαρίθμηση	79
4.6 Ευρετικές μέθοδοι.....	80
4.7 Η εφαρμογή της μεθόδου κλάδων και ορίων	85
4.8 Εφαρμογή στην περίπτωση της Αντίστροφης Εφοδιαστικής Αλυσίδας των Η/Υ	104
4.9 Αποτελέσματα	105
Κεφάλαιο 5: Χρονικός προγραμματισμός επανεπεξεργασίας εργασιών με χρόνους επανεπεξεργασίας που μεταβάλλονται με την πάροδο του χρόνου	112
5.1 Εισαγωγή	113
5.2 Ορισμοί – Παραδοχές.....	113
5.3 Μαθηματική μοντελοποίηση του προβλήματος.....	116
5.4 Αναλυτική επίλυση του προβλήματος (γραμμική μεταβολή)	118
5.5 Αναλυτική επίλυση του προβλήματος (μη γραμμική μεταβολή)	119

5.6 Αποτελέσματα	125
Κεφάλαιο 6: Σύνοψη	130
6.1 Συμπεράσματα-Συνεισφορά.....	131
6.2 Προτάσεις για περαιτέρω έρευνα	135
Βιβλιογραφία	136

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΡΔΙΑΣ

ΣΧΗΜΑΤΑ

Σχήμα 1.1: Το παραγωγικό σύστημα.	13
Σχήμα 1.2: Τυπικό οργανόγραμμα	15
Σχήμα 1.3: Συνολικό κόστος αποθέματος.....	21
Σχήμα 1.4: Δομή προϊόντος	22
Σχήμα 1.5: Σύστημα απαιτήσεων υλικών	23
Σχήμα 2.1: Γραμμική (α) και μη γραμμική (β) μεταβολή του χρόνου επεξεργασίας	42
Σχήμα 3.1: Αντίστροφη Εφοδιαστική χάρτινων συσκευασιών	58
Σχήμα 3.2: Αντίστροφη Εφοδιαστική κουτιών αλουμινίου.....	59
Σχήμα 3.3: Αντίστροφη Εφοδιαστική ελαστικών αυτοκινήτου	60
Σχήμα 3.4: Επεξεργασία στη μονάδα αποκατάστασης ελαστικών αυτοκινήτου	60
Σχήμα 3.5: Αντίστροφη Εφοδιαστική μπαταριών αυτοκινήτου	61
Σχήμα 3.6: Επεξεργασία μπαταριών στη μονάδα ανακύκλωσης.....	61
Σχήμα 3.7: Κατανομή των προμηθευτών χρησιμοποιημένης μπαταρίας....	64
Σχήμα 3.8: Δομή μονάδας επανακατασκευής	69
Σχήμα 4.1: Μείωση της αξίας του προϊόντος και των εξαρτημάτων του σε σχέση με το χρόνο	74
Σχήμα 4.2: Το περιβάλλον εργασίας του λογισμικού εφαρμογής του ευρετικού αλγόριθμου	84
Σχήμα 4.3: Γραφική παράσταση των συναρτήσεων $P_j^{'x}$ και $P_i^{'x}$	86

Σχήμα 4.4: Διάγραμμα του αλγορίθμου κλάδου και ορίου.	92
Σχήμα 5.1: Γραφική αναπαράσταση των διαδικασιών κανονικής επεξεργασίας και επανεπεξεργασίας	115
Σχήμα 5.2: Γραφική παράσταση της γραμμικής αύξησης του χρόνου επανεπεξεργασίας	118
Σχήμα 5.3: Γραφική παράσταση συνεχούς συνάρτησης F με $F' > 0$ και $F'' > 0$	122
Σχήμα 5.4: Εκθετική αύξηση του χρόνου επανεπεξεργασίας.....	122
Σχήμα 5.5: Γραφική παράσταση των συναρτήσεων $f(x)=e^x+k$ και $g(x)=x$	125

ΠΙΝΑΚΕΣ

Πίνακας 1.1 Τυπικά παραγωγικά συστήματα.....	14
Πίνακας 1.2 : Χαρακτηριστικά διαφορών τύπων παραγωγικών συστημάτων.....	17
Πίνακας 1.3 : Ενδεικτικοί στόχοι ποιότητας	28
Πίνακας 2.1 : Τιμές της παραμέτρου "α" στον ορισμό α β γ	36
Πίνακας 2.2 : Τιμές της παραμέτρου "β" στον ορισμό α β γ	36
Πίνακας 2.3 : Τιμές της παραμέτρου "γ" στον ορισμό α β γ	36
Πίνακας 2.4 : Ακολουθίες εργασιών συναρτήσει του αριθμού των εργασιών.....	38
Πίνακας 2.5 : Υπολογιστικό φορτίο συναρτήσει της τάξης του προβλήματος και της πολυπλοκότητας του αλγόριθμου	40
Πίνακας 2.6 : Βιβλιογραφικές παραπομπές για το ΧΠ εργασιών με γραμμικά μεταβαλλόμενους χρόνους επεξεργασίας σε έναν επεξεργαστή και κριτήριο βελτιστοποίησης το μέγιστο χρόνο ολοκλήρωσης	45
Πίνακας 2.7 : Βιβλιογραφικές παραπομπές για το ΧΠ εργασιών με μη γραμμικά μεταβαλλόμενους χρόνους επεξεργασίας σε έναν επεξεργαστή	48
Πίνακας 2.8 : Διαφορές του μοντέλου που μελετάται σε σχέση με τα μοντέλα που έχουν ήδη μελετηθεί	50
Πίνακας 4.1 Αποτελέσματα που προέκυψαν με τη μέθοδο πλήρους απαρίθμησης για το πρόβλημα	
$1 \sum_{i=1}^n Q_i * K_i * \left(\sum_{j=1}^i Q_j * P_j \right)^{a_i}$	
.....	80
Πίνακας 4.2 Παράμετροι εργασιών για τη μελέτη εφαρμογής του αλγόριθμου.....	93

Πίνακας 4.3 : Πειραματικά αποτελέσματα	106
Πίνακας 4.4 : Τιμές της μέσης τιμής της απόκλισης b_1 για διάφορα σύνολα τιμών του ρυθμού μεταβολής (πρόβλημα 6 εργασιών)	107
Πίνακας 4.5 : Απόδοση d_1 του αλγόριθμου.....	108
Πίνακας 4.6 : Μείωση του υπολογιστικού κόστους με χρήση της μεθόδου κλάδου και ορίου	109
Πίνακας 4.7 : Αποτελέσματα εφαρμογής της μεθόδου κλάδου και ορίου σε προβλήματα 15-19 εργασιών (για τιμές του O.G. 0,8 και 0,85).....	110
Πίνακας 4.8 : Αποτελέσματα εφαρμογής της μεθόδου κλάδου και ορίου στο πρόβλημα των 19 εργασιών για διαφορετικά σύνολα τιμών του ρυθμού μεταβολής (O.G. =0,9).....	111
Πίνακας 5.1 : Αριθμητικά αποτελέσματα για συναρτήσεις F , όπου, $F' > 0$ και $F'' > 0$ ή $F'' = 0$	129

Κεφάλαιο 1: Εισαγωγή

Κεφάλαιο 1: Εισαγωγή	11
1.1 Παραγωγικά συστήματα.....	12
1.2 Σχεδιασμός και έλεγχος διαδικασιών	18
1.3 Η Αντίστροφη Εφοδιαστική Αλυσίδα.....	28
1.4 Θεματολογία κεφαλαίων	29

1.1 Παραγωγικά συστήματα

Στη βιβλιογραφία υπάρχουν αρκετοί διαφορετικοί αποδεκτοί ορισμοί για το σύστημα. Έτσι, κατά το Δερβιτσιώτη [DER1981], ως σύστημα ορίζεται ένα οργανωμένο σύνολο από στοιχεία τα οποία λειτουργούν από κοινού προκειμένου να επιτύχουν κάποιο συγκεκριμένο σκοπό.

Σύμφωνα με τον Παππή [ΠΑΠ1993], τα βασικότερα χαρακτηριστικά ενός συστήματος είναι ο σκοπός, το περιβάλλον, οι πόροι, τα στοιχεία και η διοίκησή τους.

Ο σκοπός ενός συστήματος προδιαγράφεται από τα υψηλόβαθμα στελέχη του συστήματος. Προκειμένου να επιτύχει το σύστημα το σκοπό του αξιοποιεί τους διαθέσιμους πόρους.

Το περιβάλλον του συστήματος έχει να κάνει με όλους εκείνους τους παράγοντες που δε σχετίζονται άμεσα με αυτό, αλλά είναι σε θέση να το επηρεάσουν. Το περιβάλλον του συστήματος είναι σε θέση να διατυπώσει περιορισμούς (π.χ. νομοθεσία). Οι παράγοντες του περιβάλλοντος του συστήματος διακρίνονται σε πολιτικούς, οικονομικούς, κοινωνικούς και τεχνολογικούς.

Οι πόροι του συστήματος είναι όλα εκείνα τα μέσα τα οποία μπορούν να αναλωθούν ή μετασχηματισθούν από το σύστημα προκειμένου να προσεγγισθεί ο στόχος που έχει ήδη τεθεί.

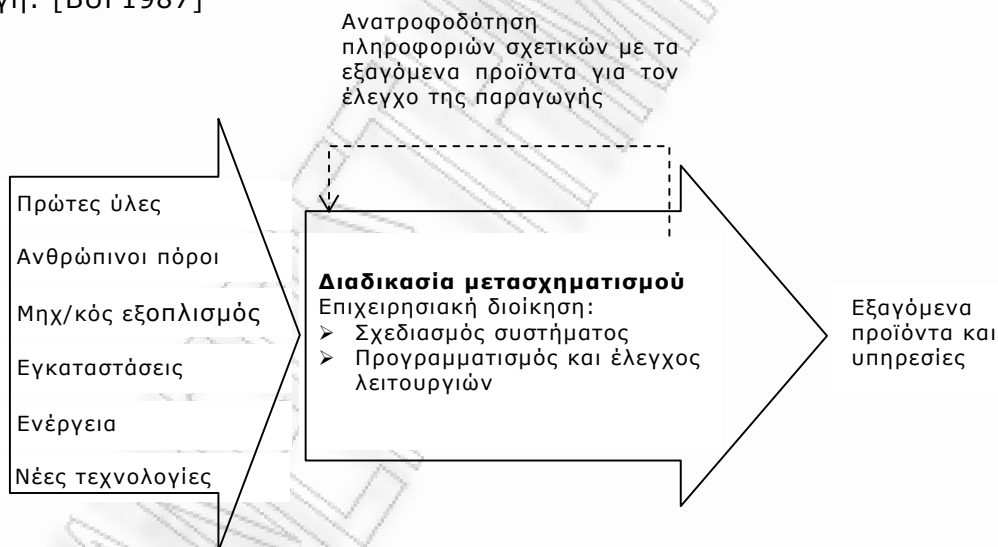
Διοίκηση είναι η εκτέλεση των αναγκαίων λειτουργιών, που είναι απαραίτητες για την επιτυχία του συστήματος και περιλαμβάνει το σχεδιασμό, τον προγραμματισμό και τον έλεγχο.

Τα συστήματα μπορούν να ταξινομηθούν με πολλούς διαφορετικούς τρόπους. Πρώτα απ' όλα τα συστήματα διακρίνονται σε φυσικά και τεχνητά ανάλογα με το εάν το σύστημα το δημιούργησε η φύση ή ο άνθρωπος. Τα συστήματα χωρίζονται επίσης σε ανοικτά και κλειστά. Ανοικτά είναι τα συστήματα τα οποία μπορούν να ανταλλάσσουν με το περιβάλλον τους ύλη, ενέργεια ή πληροφορία. Κλειστά είναι τα συστήματα τα οποία δεν ανταλλάσσουν με το

περιβάλλον τους ύλη, ενέργεια ή πληροφορία. Ευσταθή είναι τα συστήματα τα οποία βρίσκονται σε κατάσταση ισορροπίας, πράγμα που σημαίνει ότι τα βασικά λειτουργικά χαρακτηριστικά τους είναι σταθερά ανεξάρτητα από οτιδήποτε συμβαίνει στο σύστημα ή το περιβάλλον του. Όταν κάποια από τα βασικά λειτουργικά χαρακτηριστικά του συστήματος δεν μπορούν να ελεγχθούν για κάποιες τιμές παραμέτρων του περιβάλλοντος τότε το σύστημα ονομάζεται ασταθές. Προσαρμοζόμενα είναι τα συστήματα τα οποία μπορούν να επανέρχονται από μια κατάσταση αστάθειας σε κατάσταση ευστάθειας, ενώ αυτά που δεν διαθέτουν αυτό το χαρακτηριστικό ονομάζονται μη προσαρμοζόμενα ή άκαμπτα.

Οι Buffa και Sarin [BUF1987] δίνουν έναν απλό και γενικό ορισμό του Παραγωγικού Συστήματος (Productive System) ως του μέσου μετασχηματισμού εισερχομένων πόρων (Inputs) σε χρήσιμα εξαγόμενα προϊόντα (Outputs) και υπηρεσίες (Services).

Πηγή: [BUF1987]



Σχήμα 1.1: Το παραγωγικό σύστημα.

Πέρα από τα βασικά στοιχεία του παραγωγικού συστήματος που φαίνονται στο παραπάνω σχήμα, υπάρχουν και άλλα τα οποία σχετίζονται με λιγότερο άμεσο τρόπο με το σύστημα. Έτσι στα εισερχόμενα στοιχεία πρέπει να αξιολογηθούν ο ανταγωνισμός, οι καταναλωτικές τάσεις, το κοινωνικό, τεχνολογικό και

οικονομικό περιβάλλον, το νομοθετικό πλαίσιο, οι προμηθευτές, ενώ υπάρχουν και στοιχεία τα οποία προστίθενται από τις πολιτικοοικονομικές εξελίξεις (π.χ. εξαγωγικό περιβάλλον μιας Ελληνικής επιχείρησης μετά την ένταξη της Ελλάδας στην Ευρωπαϊκή Ένωση). Αντίστοιχα, στα εξαγόμενα στοιχεία του παραγωγικού συστήματος μπορούν να καταγραφούν οι φόροι, η μισθοδοσία, η έρευνα για την ανάπτυξη νέων προϊόντων και διαδικασιών καθώς και πόροι που σχετίζονται με κοινωνικές παροχές.

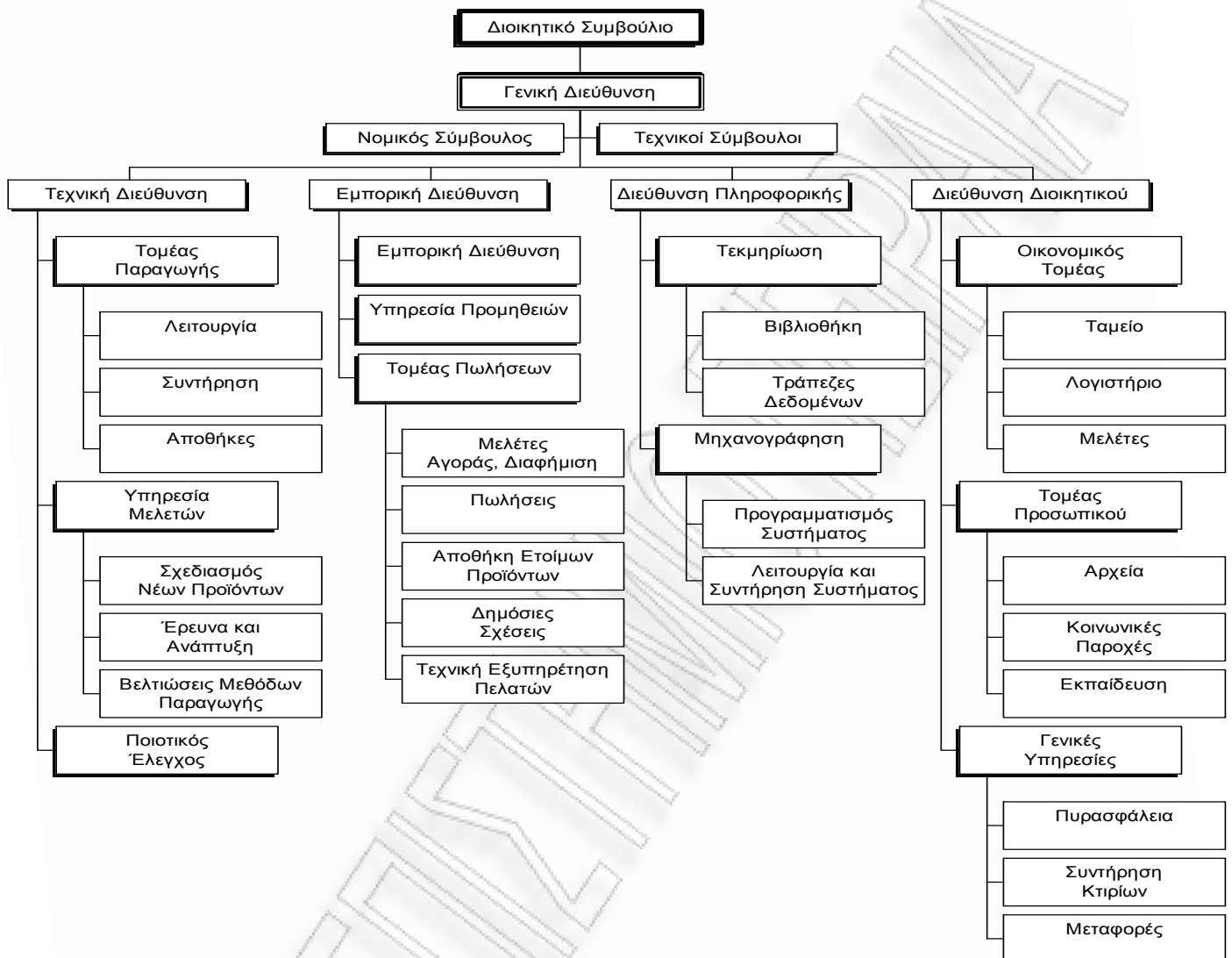
Η στοιχειώδης παραγωγική δραστηριότητα ορίζεται ως Λειτουργία (Operation). Έτσι, μια σειρά από λειτουργίες που έχουν σχεδιασθεί και οργανωθεί σε μία συγκεκριμένη αλληλουχία δομών τη Διαδικασία (Process) του μετασχηματισμού.

Η επιχειρησιακή διοίκηση ενός παραγωγικού συστήματος περιλαμβάνει τον έλεγχο της διαδικασίας του μετασχηματισμού και όλων των παραμέτρων που επηρεάζουν τη σχετική απόδοση. Στον Πίνακα 1.1 εμφανίζονται μερικά τυπικά παραγωγικά συστήματα:

Παραγωγικό σύστημα	Εισερχόμενοι πόροι	Διαδικασία μετασχηματισμού	Εξαγόμενα προϊόντα
Πανεπιστήμιο	Απόφοιτοι μέσης εκπαίδευσης	Μετάδοση γνώσης	Πτυχιούχοι
Μονάδα συναρμολόγησης Η/Υ	Εξαρτήματα Η/Υ	Συναρμολόγηση	Η/Υ
Μηχανουργείο	Μεταλλικά υλικά	Μορφοποίηση	Μεταλλικά εξαρτήματα
Ναυπηγείο	Εξαρτήματα πλοίων	Συναρμολόγηση	Πλοίο

Πίνακας 1.1 Τυπικά παραγωγικά συστήματα.

Κάθε οργανωτική μονάδα (π.χ. ένα τμήμα ή μία διεύθυνση), αποτελεί επίσης ένα στοιχείο του συστήματος. Τα στοιχεία του συστήματος και η μεταξύ τους σχέση ιεραρχίας απεικονίζεται στο οργανόγραμμα.



Σχήμα 1.2: Τυπικό οργανόγραμμα

Τα παραγωγικά συστήματα τροφοδοτούν τις ανθρώπινες κοινωνίες με υλικά αγαθά και υπηρεσίες απαραίτητες για την επιβίωση και τον πολιτισμό [ΠΑΠ1993]. Τα παραγωγικά συστήματα συχνά περιέχουν δευτερεύοντα υποσυστήματα. Τα δευτερεύοντα συστήματα αποτελούν παραγωγικά συστήματα που με τη λειτουργία τους (λειτουργία υποστήριξης ή support function) υποστηρίζουν τις κύριες λειτουργίες ή λειτουργίες γραμμής (Line Functions) ενός συστήματος.

Παράδειγμα 1 : Μία τυπική εργοστασιακή μονάδα έχει παραγωγικά τμήματα (παραγωγή), αλλά και υποσυστήματα (προμήθειες, μεταφορές, επικοινωνίες, λογιστική, δίκτυα ενέργειας, δίκτυα διάδοσης πληροφορίας).

Παράδειγμα 2 : Μία πόλη μπορεί να αντιμετωπισθεί ως ένα μεγάλο σύστημα που περιέχει μεγάλο αριθμό υποσυστημάτων. Μερικά από αυτά τα υποσυστήματα είναι : Δίκτυα Συγκοινωνιών, Επικοινωνίες, Ενέργεια, Ύδρευση, κλπ.

Τα παραγωγικά συστήματα μπορούν να ταξινομηθούν κατά το είδος του τελικού προϊόντος (υλικά αγαθά ή υπηρεσίες) και κατά το βασικό σκοπό (επίτευξη κερδών ή ικανοποίηση κοινωνικών αναγκών). Ενδιαφέρον έχει η διάκρισή τους κατά τον τύπο της παραγωγικής διαδικασίας. Διακρίνονται τρεις βασικοί τύποι:

1. Τα Συστήματα Παραγωγής Συνεχούς Ροής (Flow Shop). Στα συστήματα αυτά παράγεται μεγάλο πλήθος τυποποιημένων προϊόντων που προορίζονται για ευρεία κατανάλωση. Κάθε προϊόν ακολουθεί την ίδια πορεία για να παραχθεί, περνώντας από μια σειρά εξειδικευμένων μηχανών συνήθως με τη μεσολάβηση κάποιου αυτοματοποιημένου συστήματος εσωτερικών μεταφορών. Το παραγωγικό σύστημα οργανώνεται έτσι ώστε να επιτρέπει τη συνεχή "ροή" κάθε κομματιού στην αλυσίδα παραγωγής.
2. Τα Συστήματα Παραγωγής κατά Παραγγελία (Job Shop). Τα συστήματα αυτά συνήθως παράγουν μεγάλη ποικιλία προϊόντων σε όχι μεγάλες ποσότητες και με προδιαγραφές που ορίζονται από τον πελάτη. Ο εξοπλισμός τους είναι όχι εξειδικευμένος και κάθε παρτίδα ακολουθεί διαφορετική διαδρομή στο χώρο παραγωγής.
3. Τα Συστήματα Κατασκευής Έργων (Projects). Τα συστήματα αυτά παράγουν συνήθως ένα προϊόν μεγάλου μεγέθους και αξίας, όπως είναι μια γέφυρα, ένα δεξαμενόπλοιο ή ένα διαστημικό όχημα, που στη διάρκεια της παραγωγής του παραμένει ακίνητο ενώ κινούνται γύρω από αυτό τα μέσα παραγωγής του.

Στον Πίνακα 1.2 συνοψίζονται οι χαρακτηριστικές διαφορές μεταξύ των παραπάνω τύπων συστημάτων:

Πηγή: [ΠΑΠ1993]

Χαρακτηριστικά	Παραγωγή συνεχούς ροής	Παραγωγή κατά παραγγελία	Κατασκευή έργων
Όγκος παραγωγής	Μεγάλος	Μικρός	Μία μονάδα
Ποικιλία προϊόντων	Περιορισμένη	Μεγάλη	Μία
Κατασκευή προϊόντος για συγκεκριμένο πελάτη	Όχι	Ναι	Ναι
Ροή προϊόντος μέσα στο σύστημα	Ίδια για κάθε κομμάτι	Διαφορετική για κάθε παρτίδα	Το προϊόν δεν κινείται
Χωροταξική οργάνωση	Γραμμική διάταξη	Λειτουργική διάταξη	Διάταξη γύρω από το προϊόν
Μηχανικός εξοπλισμός	Ειδικής χρήσης	Γενικής χρήσης	Γενικής χρήσης
Βαθμός αυτοματοποίησης	Μεγάλος	Περιορισμένος	Μικρός

Πίνακας 1.2: Χαρακτηριστικά διαφόρων τύπων παραγωγικών συστημάτων.

Οι βασικές παράμετροι που καθορίζουν τα περιθώρια επιβίωσης ενός συστήματος (εφόσον αυτό λειτουργεί σε ανταγωνιστικό περιβάλλον) είναι το κόστος κατασκευής και λειτουργίας του καθώς και το επίπεδο παραγωγικότητας του.

1.2 Σχεδιασμός και έλεγχος διαδικασιών

Ο στόχος κάθε παραγωγικού συστήματος έγκειται στη μεγιστοποίηση της αποτελεσματικότητας της διαδικασίας μετασχηματισμού εισερχομένων πόρων σε εξερχόμενα προϊόντα. Η διοίκηση και ο έλεγχος της παραγωγής και των διαδικασιών απαιτεί λήψη αποφάσεων που θα οδηγήσουν στην επίτευξη του στόχου του συστήματος.

Σχεδιασμός παραγωγικών διαδικασιών (μακροπρόθεσμες αποφάσεις)

Κάθε παραγωγική διαδικασία αποτελείται από επιμέρους λειτουργίες. Η ανάλυση και η εξέταση των στοιχειωδών λειτουργιών μπορεί να οδηγήσει σε αποφάσεις που θα βελτιστοποιήσουν τις διαδικασίες παραγωγής. Η επιλογή του τρόπου εκτέλεσης των επιμέρους λειτουργιών μπορεί να επηρεάζεται από παράγοντες όπως οι ποικιλία των παραγόμενων προϊόντων, η φύση του προϊόντος και η θέση του στον κύκλο ζωής του, ο βαθμός αυτοματοποίησης του συστήματος σε σχέση με τις ανάγκες για αυτοματοποιημένη παραγωγή του προϊόντος και του αντίστοιχου επίπεδου ποιότητας που απαιτείται, οι απαιτήσεις για εξειδικευμένο προσωπικό/εξοπλισμό, η επάρκεια των απαιτούμενων πρώτων υλών, το ανταγωνιστικό περιβάλλον, οι απαιτήσεις του αγοραστικού κοινού και οι διαθέσιμες τεχνολογίες. Ο σχεδιασμός των παραγωγικών διαδικασιών έχει άμεσες και μακροπρόθεσμες επιδράσεις στην αποτελεσματικότητα του μηχανισμού μετασχηματισμού και απαιτεί ενέργειες ανάδρασης και διόρθωσης προκειμένου να οδηγήσει σε θετικά αποτελέσματα. Ο σχεδιασμός των παραγωγικών διαδικασιών πρέπει να δώσει τεκμηριωμένη απάντηση στα ακόλουθα ερωτήματα:

- Ποιο θα είναι το προϊόν του μετασχηματισμού;
- Ποια είναι η ποσότητα του προϊόντος που θα παραχθεί;
- Πώς θα παραχθεί;
- Πού θα παραχθεί

Έλεγχος παραγωγικών διαδικασιών (μεσοπρόθεσμες και βραχυπρόθεσμες αποφάσεις)

Μετά το στάδιο του σχεδιασμού των παραγωγικών διαδικασιών το σύστημα έχει συσταθεί και τα βασικά του χαρακτηριστικά είναι εύκολο να προσδιοριστούν (παραγόμενα προϊόντα, δυναμικότητα, μέθοδος παραγωγής, αποστάσεις από υποψήφιους αγοραστές και προμηθευτές, διαθέσιμα μέσα κλπ). Στη φάση της επιχειρησιακής λειτουργίας του συστήματος πρέπει να λαμβάνονται αποφάσεις που έχουν μεσοπρόθεσμη ή/και βραχυπρόθεσμη επίδραση στο σύστημα.

- Προβλέψεις (Forecasting)
- Σχεδιασμός και Έλεγχος Αποθεμάτων (Inventory Planning and Control)
- Σχεδιασμός Απαιτήσεων Υλικών (Materials Requirements Planning)
- Συγκεντρωτικός Προγραμματισμός Παραγωγής (Aggregative Production Planning)
- Χρονικός Προγραμματισμός (Scheduling)
- Διασφάλιση Ποιότητας (Quality Assurance)
- Συντήρηση (Maintenance).

Προβλέψεις

Μία αποτελεσματική προσέγγιση των προβλέψεων αποτελεί τη βάση για το σωστό σχεδιασμό των λειτουργιών ενός συστήματος. Η πρόβλεψη της ζήτησης συμβάλει στον προσδιορισμό των μελλοντικών απαιτήσεων σε προμήθειες, υπηρεσίες και πόρους. Αυτές με τη σειρά τους καθορίζουν μια σειρά από ενέργειες σχεδιασμού διαδικασιών του παραγωγικού συστήματος. Οι μακροπρόθεσμες προβλέψεις (συνήθως αναφέρονται σε χρονικά διαστήματα αρκετών ετών) χρησιμοποιούνται στο στρατηγικό σχεδιασμό (καθορισμός θέσης παραγωγής, επιλογή παραγόμενων προϊόντων, δυναμικότητα του συστήματος, βαθμός αυτοματοποίησης του συστήματος, μέθοδος παραγωγής κλπ). Οι μεσοπρόθεσμες προβλέψεις (συνήθως αναφέρονται σε χρονικά

διαστήματα μερικών μηνών) αξιοποιούνται για την απάντηση ερωτημάτων όπως αυτό του ύψους του στρατηγικού αποθέματος ή της χρήσης υπερβολών. Τέλος, οι βραχυπρόθεσμες προβλέψεις (συνήθως αναφέρονται σε χρονικά διαστήματα μερικών ημερών) λαμβάνονται υπόψη κατά τον τακτικό σχεδιασμό και αφορούν θέματα όπως αυτό της βαρδιοποίησης, του καθορισμού της υπερωριακής απασχόλησης ή του χρονικού προγραμματισμού των εργασιών που θα εκτελεσθούν στο παραγωγικό σύστημα.

Σχεδιασμός και έλεγχος αποθεμάτων

Στη διοίκηση διαδικασιών το απόθεμα αναφέρεται σε παραγωγικούς πόρους που παραμένουν σε αδράνεια προκειμένου να ικανοποιήσουν μία μελλοντική ζήτησή τους [DER1981]. Όπως είναι φανερό η διατήρηση αποθεμάτων είναι απαραίτητη για την εύρυθμη λειτουργία ενός παραγωγικού συστήματος: τα αποθέματα των εισερχόμενων πόρων και των ενδιάμεσων προϊόντων περιορίζουν την πιθανότητα διακοπής της παραγωγικής διαδικασίας, ενώ, τα αποθέματα τελικού προϊόντος περιορίζουν το κόστος χαμένων πωλήσεων. Από την άλλη πλευρά, η διατήρηση αποθεμάτων συνδυάζεται με κόστος, αφού, απαιτεί τη δέσμευση κεφαλαίων, χώρου, ανθρώπινων πόρων και παραγωγικών μέσων.

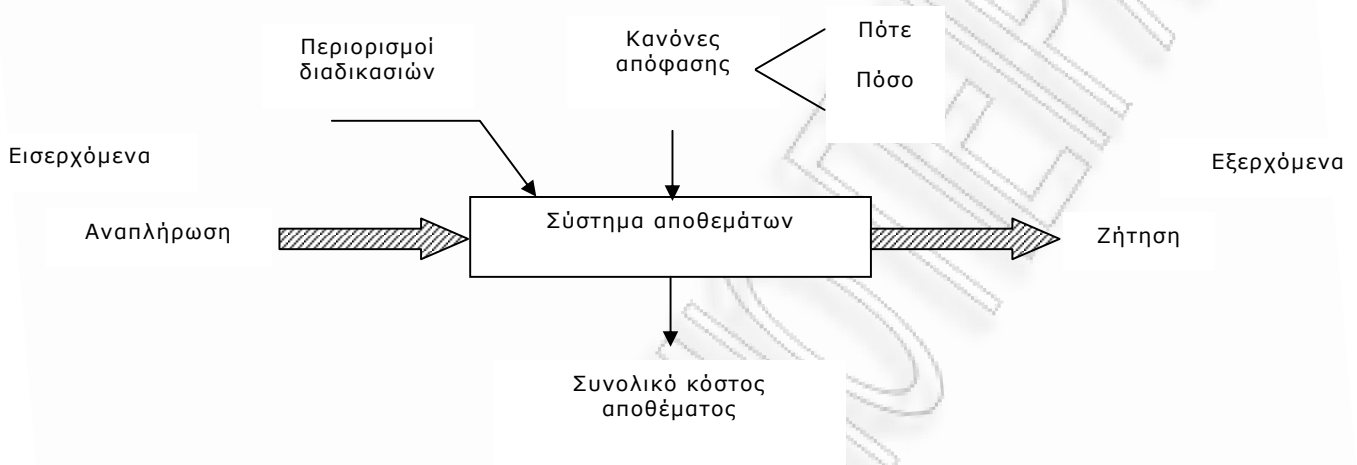
Γενικά, το πρόβλημα της διαχείρισης των αποθεμάτων μπορεί να οριστεί ως πρόβλημα εξισορρόπησης, συνήθως μέσα σε συνθήκες αβεβαιότητας μεταξύ του κόστους έλλειψης και του κόστους πλεονάσματος αποθεμάτων πρώτων υλών, ενδιάμεσων και τελικών προϊόντων ενός παραγωγικού συστήματος. Ένα αποτελεσματικό σύστημα διαχείρισης αποθεμάτων συνεπάγεται εξοικονόμηση πόρων για την επιχείρηση (μικρότερο κόστος προμήθειας, μεγαλύτερα διαθέσιμα κεφάλαια κίνησης, χαμηλότερες δαπάνες για εργατικά, μεταφορικά, έξοδα διαδικασίας προμήθειας κλπ.), καλύτερη διανομή προϊόντων και ταχύτερη εξυπηρέτηση του πελάτη [ΠΑΠ1993].

Έτσι, το πρόβλημα του σχεδιασμού και ελέγχου αποθεμάτων περιλαμβάνει τη διατύπωση κανόνων αποφάσεων που απαντούν στα δύο ακόλουθα ερωτήματα [DER1981]:

1. Πότε πρέπει να τοποθετηθεί μία παραγγελία για να αναπληρώσει το απόθεμα;

2. Ποια πρέπει να είναι η ποσότητα της παραγγελίας;

Το κόστος ενός συστήματος αποθεμάτων μπορεί να παρασταθεί γραφικά ως εξής:



Σχήμα 1.3: Συνολικό κόστος αποθέματος

Μερικά συμπτώματα που είναι ενδεικτικά της ανάγκης ανάπτυξης ενός συστήματος σχεδιασμού και ελέγχου αποθεμάτων είναι τα ακόλουθα [BUF1987]:

- Η ποσότητα του αποθέματος αυξάνει με ρυθμό μεγαλύτερο αυτού του όγκου πωλήσεων
- Εμφανίζονται περιπτώσεις έλλειψης πόρων
- Το διαχειριστικό κόστος (προμήθεια, φροντίδα, διεκπεραίωση παραγγελίας, διατήρηση κλπ) για τα αποθέματα είναι αρκετά υψηλό
- Παρατηρείται πλεόνασμα αποθέματος για κάποιους πόρους και έλλειψη αποθέματος για κάποιους άλλους πόρους
- Υπάρχουν περιπτώσεις εξαφάνισης ή λάθους τοποθέτησης πόρων και οι ρυθμοί καταστροφής τους ή απώλειας τους είναι υψηλοί.

Σχεδιασμός απαιτήσεων υλικών

Σε αρκετά παραγωγικά συστήματα το τελικό προϊόν αποτελεί σύνθεση υποπροϊόντων ή πρώτων υλών. Η ποσότητα των υποπροϊόντων και των πρώτων υλών που απαιτείται για τη δημιουργία μίας μονάδας τελικού προϊόντος είναι σταθερή και δεδομένη. Έτσι, αν προσδιορισθεί η ποσότητα των τελικών προϊόντων που θα εξαχθούν από ένα παραγωγικό σύστημα σε ένα συγκεκριμένο χρονικό διάστημα τότε μπορεί να υπολογισθεί με ακρίβεια η ποσότητα των υποπροϊόντων και πρώτων υλών που απαιτούνται για την ολοκλήρωση της σχετικής παραγωγής.



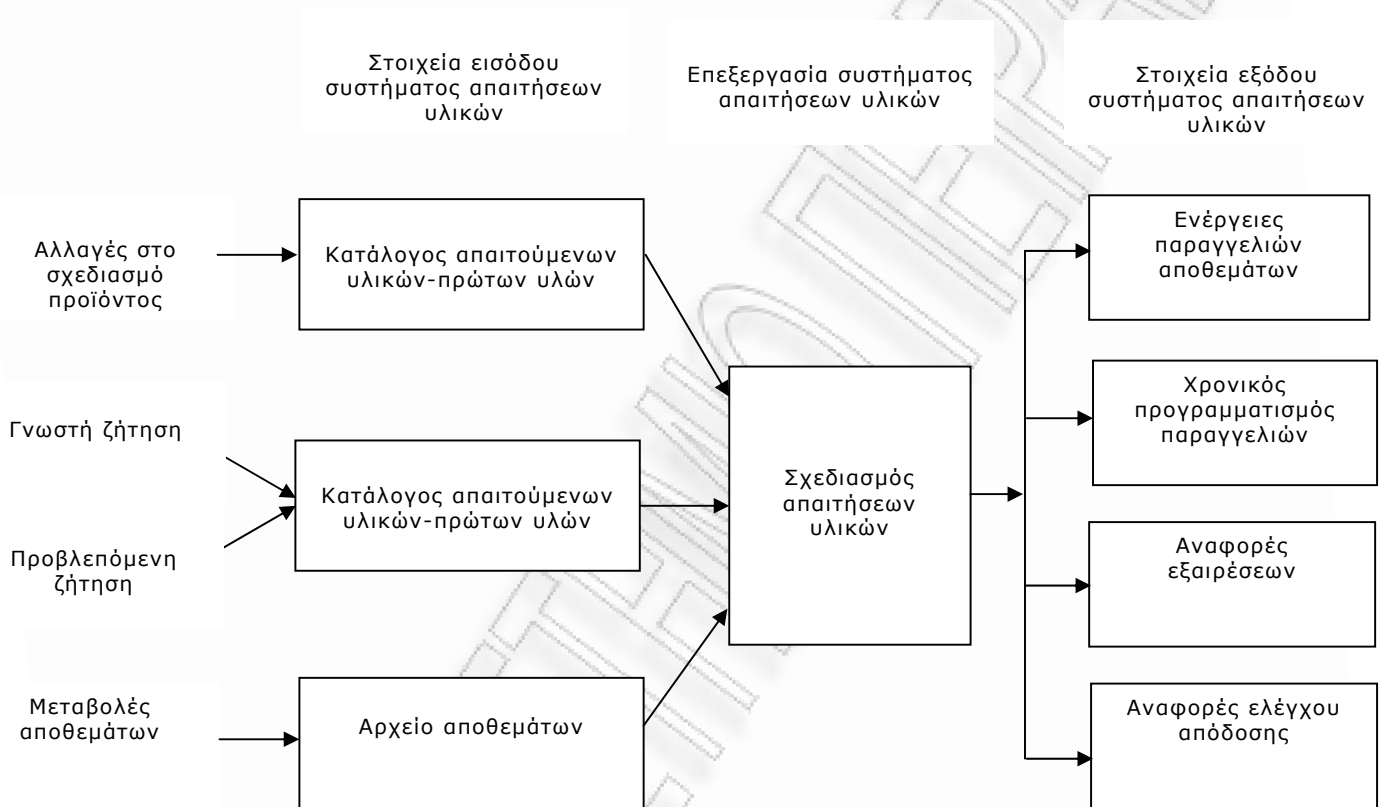
Σχήμα 1.4: Δομή προϊόντος

Ο Σχεδιασμός Απαιτούμενων Υλικών (Material Requirements Planning – MRP) είναι μία μέθοδος, που, με βάση τον προσδιορισμό της ζήτησης τελικού προϊόντος, προσδιορίζει:

1. Το είδος των υποπροϊόντων-πρώτων υλών που απαιτούνται για το τελικό προϊόν (υλικά, εξαρτήματα, συστατικά)
2. Τις ακριβείς ποσότητες που απαιτούνται για κάθε υποπροϊόν και πρώτη ύλη
3. Τους χρόνους τοποθέτησης των σχετικών παραγγελιών προκειμένου να υποστηριχθεί το πλάνο παραγωγής [DER1981].

Ένα σύστημα σχεδιασμού απαιτούμενων υλικών μπορεί να παρασταθεί ως εξής:

Πηγή: [DER1981]



Σχήμα 1.5: Σύστημα απαιτήσεων υλικών

Τα πλεονεκτήματα της εφαρμογής ενός συστήματος απαιτήσεων υλικών συνοψίζονται ως εξής:

- Βελτίωση του επιπέδου εξυπηρέτησης των πελατών
- Μείωση του κεφαλαίου και των επενδύσεων αποθεματοποίησης
- Βελτίωση της απόδοσης του επιχειρησιακού συστήματος.

Συγκεντρωτικός προγραμματισμός παραγωγής

Ο συγκεντρωτικός προγραμματισμός παραγωγής αφορά σε μεσοπρόθεσμες αποφάσεις σχετικά με την αξιοποίηση των παραγωγικών πόρων του συστήματος κατά την παραγωγική λειτουργία. Η κατάστρωση ενός συγκεντρωτικού προγράμματος παραγωγής απαιτεί, πριν από οτιδήποτε άλλο, τον προσδιορισμό ενός χρονικού ορίζοντα που θα αποτελεί τη βάση αναφοράς για τη δημιουργία του πλάνου. Στο συγκεντρωτικό προγραμματισμό παραγωγής αυτός ο χρονικός ορίζοντας είναι μεσοπρόθεσμος, δεδομένου ότι με μία πιο μακροσκοπική θέση παρατήρησης είναι δυνατό να συνδυαστούν συγκρουόμενες θέσεις δύο μικρότερων χρονικών περιόδων και να οδηγήσουν σε ομαλότερη λειτουργία του συστήματος συνολικά. Για παράδειγμα, σε συστήματα παραγωγής με έντονα φαινόμενα εποχικότητας, εάν μελετήσει κανείς απομονωμένα μικρές χρονικές περιόδους θα οδηγηθεί σε αποφάσεις απόλυσης προσωπικού (σε περιόδους μειωμένης ζήτησης) ή πρόσληψης νέου προσωπικού ή χρήσης υπερωριακής απασχόλησης (σε περιόδους αυξημένης ζήτησης). Αν ο αποφασίζοντας διευρύνει το χρονικό ορίζοντα αναφοράς του έτσι ώστε να συμπεριλάβει περιόδους χαμηλής και αυξημένης ζήτησης, θα μπορέσει να συμπεριλάβει στα σενάρια που θα εξετάσει και αυτό της δημιουργίας αποθέματος στις περιόδους χαμηλής ζήτησης, έτσι ώστε να καλύψει τις ανάγκες που παρουσιάζονται στις περιόδους υψηλής ζήτησης, χωρίς να είναι απαραίτητο να μεταβάλλονται οι χρησιμοποιούμενοι ανθρώπινοι πόροι από περίοδο σε περίοδο.

Η κατάστρωση του συγκεντρωτικού προγράμματος παραγωγής περνά από τέσσερις φάσεις [DER1981]:

1. Εκτίμηση της ζήτησης για το χρονικό ορίζοντα αναφοράς με βάση τις προβλέψεις της ζήτησης για τις περιόδους που συνθέτουν το χρονικό ορίζοντα αναφοράς: Η εκτίμηση της ζήτησης πραγματοποιείται για το σύνολο των παραγόμενων προϊόντων/υπηρεσιών. Για παράδειγμα, σε μία αυτοκινητοβιομηχανία η εκτίμηση της ζήτησης θα είναι μία αριθμητική τιμή που θα αφορά στο σύνολο των παραγόμενων τύπων-μοντέλων αυτοκινήτων.

2. Προσδιορισμό ενεργειών-πολιτικών που θα εξομαλύνουν τη χρήση της δυναμικότητας του παραγωγικού συστήματος: Στην προηγούμενη φάση προκύπτει η εκτίμηση της ζήτησης μιας περιόδου για το σύνολο των παραγόμενων προϊόντων. Σε αυτήν την περίπτωση θα πρέπει να ληφθεί μέριμνα προκειμένου να αντιμετωπισθούν προβλήματα εποχικότητας και, γενικότερα, προβλήματα αυξομείωσης της ζήτησης κατά τη διάρκεια της χρονικής περιόδου που εξετάζεται. Οι ενέργειες αντιμετώπισης του προβλήματος περιλαμβάνουν την υιοθέτηση ευέλικτων τιμολογιακών πολιτικών (μείωση τιμών κατά τη διάρκεια της χαμηλής ζήτησης, παροχή κινήτρων για τους πελάτες προϊόντων που τοποθετούν νωρίς τις παραγγελίες) και δημιουργία νέων προϊόντων-υπηρεσιών που εμφανίζουν αυξημένη ζήτηση κατά τις περιόδους υπολειτουργίας του παραγωγικού συστήματος.
3. Προσδιορισμό των εναλλακτικών σεναρίων προσαρμογής της παραγωγικής ικανότητας: Παρόλο που στη φάση δύο εξομαλύνεται η χρήση της δυναμικότητας του συστήματος, ο αποφασίζοντας θα πρέπει να είναι έτοιμος να αντιμετωπίσει περιπτώσεις όπου οι παραγωγικοί πόροι του συστήματος δεν αντιστοιχούν στην πραγματική ζήτηση. Σε αυτήν την περίπτωση θα πρέπει να έχουν εξετασθεί και ιεραρχηθεί τα παρακάτω εναλλακτικά σενάρια επίλυσης του προβλήματος:
- Μεταβολή του ρυθμού παραγωγής με διατήρηση του μεγέθους του εργατικού δυναμικού (π.χ. υπερωριακή απασχόληση κατά τη διάρκεια της υψηλής ζήτησης)
 - Μεταβολή του ρυθμού παραγωγής με αντίστοιχη μεταβολή του μεγέθους του εργατικού δυναμικού (π.χ. χρήση εποχικών υπάλληλων)
 - Κάλυψη της υψηλής ζήτησης μέσω διατήρησης αποθεμάτων
 - Μετάθεση παραγγελιών κατά τη διάρκεια της περιόδου υψηλής ζήτησης σε μεταγενέστερο χρόνο
 - Χρήση υπερβολάβων.

4. Προσδιορισμό της βέλτιστης στρατηγικής παραγωγής: Η λύση που θα προκριθεί στην προηγούμενη φάση μπορεί να περιλαμβάνει συνδυασμό δύο ή περισσότερων σεναρίων. Η επιλογή των σεναρίων που θα αντιστοιχηθούν σε κάθε χρονική στιγμή (με βάση την εκτίμηση της ζήτησης) αναφέρεται ως προσδιορισμός της βέλτιστης στρατηγικής.

Οι παραπάνω φάσεις πρέπει να εφαρμοσθούν σε κάποιες περιόδους στην αρχή λειτουργίας του παραγωγικού συστήματος. Στη συνέχεια εφαρμόζονται οι φάσεις ένα και τέσσερα σε κάθε περίοδο και οι υπόλοιπες φάσεις περιοδικά.

Χρονικός προγραμματισμός

Μετά την κατάστροψη του συγκεντρωτικού προγράμματος παραγωγής, το πρόβλημα της αξιοποίησης των πόρων του παραγωγικού συστήματος εξετάζεται σε βραχυπρόθεσμο χρονικό ορίζοντα με τις μεθόδους του Χρονικού Προγραμματισμού Παραγωγής. Ένας επιτυχής Χρονικός Προγραμματισμός εκχωρεί εργασίες στους διαθέσιμους πόρους του συστήματος με τέτοιο τρόπο ώστε να πληρούνται οι περιορισμοί που τίθενται με ταυτόχρονη βελτιστοποίηση ενός ή περισσότερων κριτηρίων που εκφράζονται με τη βοήθεια συναρτήσεων. Ο Χρονικός Προγραμματισμός Παραγωγής αποτελεί σημαντικό πρόβλημα, ιδιαίτερα για τα παραγωγικά συστήματα τύπου "κατά παραγγελία" (τα προβλήματα Χρονικού Προγραμματισμού στα συστήματα συνεχούς ροής αποτελούν ειδική περίπτωση των αντιστοιχών προβλημάτων των συστημάτων τύπου "κατά παραγγελία" όπου παρουσιάζεται ομοιότητα μεταξύ ομάδων επεξεργαστών).

Ένα πρόβλημα Χρονικού Προγραμματισμού αναφέρεται σε ένα σύνολο n εργασιών (jobs, $J = \{J_1, J_2, \dots, J_n\}$) και m μηχανών (machines, $M = \{M_1, M_2, \dots, M_m\}$). Η εργασία J_i συντίθεται από k διεργασίες (operations, $O = \{O_{i1}, O_{i2}, \dots, O_{ik}\}$). Η διεργασία O_{i1} θα εκτελεσθεί πριν από τη διεργασία O_{i2} , η οποία θα εκτελεσθεί πριν από τη O_{i3} κ.ο.κ. Η διεργασία O_{ij} θα εκτελεσθεί στη μηχανή M_{oij} . Για αυτή τη διεργασία θα απαιτηθούν P_{oij} μονάδες χρόνου (processing time). Η εργασία J_i δεν μπορεί να εκτελεσθεί πριν από το χρόνο r_i (χρόνος απελευθέρωσης - release time), ολοκληρώνεται τη χρονική στιγμή C_i (χρόνος ολοκλήρωσης - completion time) και πρέπει να παραδοθεί πριν από την

ημερομηνία d_i (ημερομηνία παράδοσης – due date). Η μηχανή i χρειάζεται u_i μονάδες χρόνου πριν τη χρήση της (χρόνος προετοιμασίας – setup time).

Τα σημαντικότερα κριτήρια βελτιστοποίησης είναι:

- Ελαχιστοποίηση του μέγιστου χρόνου ολοκλήρωσης των εργασιών (makespan).
- Ελαχιστοποίηση του αθροίσματος των χρόνων ολοκλήρωσης των εργασιών (sum of completion times).
- Ελαχιστοποίηση του αθροίσματος των σταθμισμένων χρόνων ολοκλήρωσης των εργασιών (sum of weighted completion times).
- Ελαχιστοποίηση του μέσου χρόνου ροής (mean flowtime).
- Ελαχιστοποίηση της μέγιστης καθυστέρησης (tardiness).
- Ελαχιστοποίηση του αριθμού των καθυστερημένων εργασιών (number of tardy jobs), δηλαδή των εργασιών όπου $C_i > d_i$.
- Ελαχιστοποίηση της μέγιστης ενωρίτερης περάτωσης (earliness).
- Ελαχιστοποίηση του αριθμού των εργασιών με ενωρίτερη περάτωση (early jobs), δηλαδή των εργασιών όπου $C_i < d_i$.
- Ελαχιστοποίηση της συνολικής απόκλισης από την ημερομηνία παράδοσης ($\sum |d_i - C_i|$).
- Ελαχιστοποίηση της μέγιστης απόκλισης από την ημερομηνία παράδοσης ($\max(|d_i - C_i|)$).

Το πρόβλημα του Χρονικού Προγραμματισμού Παραγωγής θα παρουσιαστεί εκτενώς στο κεφάλαιο 2.

Διασφάλιση ποιότητας

Ο όρος “ποιότητα” χρησιμοποιείται εδώ και αρκετές δεκαετίες αλλά η ερμηνεία του αλλάζει με την πάροδο του χρόνου. Στις μέρες μας ο όρος ποιότητα μπορεί να αναφέρεται τόσο στο τελικό προϊόν του παραγωγικού συστήματος

όσο και στα ενδιάμεσα προϊόντα. Σε ένα παραγωγικό σύστημα υπάρχει η δυνατότητα καθορισμού σχέσεων προμηθευτών-πελατών μεταξύ των διαδοχικών κρίκων της αλυσίδας παραγωγής-διανομής. Με αυτόν τον τρόπο μπορεί να υπόκειται σε ποιοτικό έλεγχο το προϊόν κάθε προμηθευτή της αλυσίδας παραγωγής-διανομής με στόχο τη διασφάλιση του επιπέδου ποιότητας του τελικού προϊόντος.

Για βιομηχανικές επιχειρήσεις	Για επιχειρήσεις στον τομέα υπηρεσιών
Δημιουργία ομάδων βελτίωσης στα τμήματα παραγωγής	Δημιουργία ομάδων βελτίωσης στο προσωπικό εξυπηρέτησης πελατών
Διοργάνωση εκπαιδευτικού προγράμματος για στελέχη στη διευθέτηση παραπόνων	Διοργάνωση εκπαιδευτικού προγράμματος για προσωπικό
Μείωση του ποσοστού σκάρτων σε επίπεδο 50 στο 1000000	Μείωση του χρόνου αναμονής πελάτη στα 2' ή λιγότερο
Μείωση του χρόνου εκτέλεσης παραγγελιών στο μισό του σημερινού	Μείωση ποσοστού σφαλμάτων σε λογαριασμούς πελατών στο μισό του σημερινού

Πίνακας 1.3: Ενδεικτικοί στόχοι ποιότητας

1.3 Η Αντίστροφη Εφοδιαστική Αλυσίδα

Σύμφωνα με το Συμβούλιο Διαχείρισης της Εφοδιαστικής Αλυσίδας (Council of Logistics Management) ως Εφοδιαστική Αλυσίδα ορίζονται οι ενέργειες σχεδιασμού, εφαρμογής και έλεγχου της αποτελεσματικότητας των διαδικασιών που σχετίζονται με την αποδοτικότητα της ροής των πρώτων υλών, των αποθεμάτων, των ενδιάμεσων προϊόντων, των τελικών προϊόντων ενός παραγωγικού συστήματος καθώς και της πληροφορίας που σχετίζεται με τα παραπάνω από την έναρξη της παραγωγικής διαδικασίας μέχρι την

παράδοση του προϊόντος στον καταναλωτή με στόχο την τήρηση των απαιτήσεών του [Wik].

Η Αντίστροφη Εφοδιαστική Αλυσίδα (ΑΕΑ) περιλαμβάνει όλες τις παραπάνω δραστηριότητες του παραπάνω ορισμού. Η διαφορά έγκειται στη διεύθυνση της ροής των χρησιμοποιημένων πλέον αγαθών όπου εδώ είναι από τον καταναλωτή προς το παραγωγικό σύστημα καθώς και στο στόχο των ενεργειών που αναφέρεται στην ανάκτηση της αξίας των απορριπτόμενων αγαθών ή στην ορθή απόρριψή τους. Οι δραστηριότητες επαναχρησιμοποίησης (reuse), ανακύκλωσης (recycling), ανακατασκευής (remanufacturing), επιδιόρθωσης (repair), αποκατάστασης (refurbishing), επιστροφής ελαττωματικών εμπορευμάτων (returned merchandise), επιστροφής εποχικού αποθέματος (seasonal inventory) και επανεπεξεργασίας ενδιάμεσων ή τελικών προϊόντων (rework) περιλαμβάνονται σε αυτές μίας ΑΕΑ.

Η διαχείριση μίας ΑΕΑ δεν περιορίζεται στην επαναχρησιμοποίηση μέσω συσκευασίας ή στην ανακύκλωση προϊόντων. Στην πραγματικότητα έχει άμεσες επιδράσεις σε όλες τις φάσεις ανάπτυξης και διακίνησης του προϊόντος καθώς καθορίζει σχεδιαστικές παραμέτρους του προϊόντος (π.χ. χρήση ανακυκλώσιμων πρώτων υλών) καθώς και των διαδικασιών που σχετίζονται γύρω από αυτό (π.χ. συνδυασμός των καναλιών της αλυσίδας παραγωγής-διανομής και της αντίστροφης εφοδιαστικής αλυσίδας).

1.4 Θεματολογία κεφαλαίων

Στο πρώτο κεφάλαιο που αποτελεί την εισαγωγή της διατριβής παρουσιάστηκαν οι έννοιες των παραγωγικών συστημάτων, του προγραμματισμού και έλεγχου της παραγωγικής διαδικασίας και της αντίστροφης εφοδιαστικής αλυσίδας. Επιπρόσθετα, καθορίστηκαν οι στόχοι της ερευνητικής δραστηριότητας και προσδιορίστηκε η σχετική συνεισφορά.

Τα κεφάλαια δύο και τρία πρέπει να αντιμετωπισθούν ως κεφάλαια καθορισμού περισσότερο εξειδικευμένων εννοιών που αποτελούν από κοινού τη βάση για τα κεφάλαια πέντε και έξι. Τα κεφάλαια πέντε και έξι περιλαμβάνουν την αντιμετώπιση προβλημάτων χρονικού προγραμματισμού σε περιπτώσεις επαναχρησιμοποίησης ή επανεπεξεργασίας.

Στο κεφάλαιο δύο δίνεται ο ορισμός του προβλήματος του χρονικού προγραμματισμού, προσδιορίζονται τα κριτήρια βελτιστοποίησης και η έννοια της πολυπλοκότητας ενός τέτοιου προβλήματος, παρουσιάζονται οι κατηγορίες των βέλτιστων και των υποβέλτιστων λύσεων του προβλήματος και, τέλος, όλα τα παραπάνω εξειδικεύονται στα προβλήματα χρονικού προγραμματισμού με χρόνους επεξεργασίας που μεταβάλλονται με την πάροδο του χρόνου και ακόμα σε προβλήματα χρονικού προγραμματισμού με άλλες παραμέτρους που μεταβάλλονται με την πάροδο του χρόνου.

Στο κεφάλαιο τρία παρουσιάζεται η συστηματοποίηση της μελέτης αποτύπωσης μίας αντίστροφης εφοδιαστικής αλυσίδας και παρουσιάζονται κάποιες μελέτες περιπτώσεων αντίστροφων εφοδιαστικών αλυσίδων. Στη συνέχεια, προσδιορίζονται ιδιαιτερότητες και προβλήματα προγραμματισμού και ελέγχου παραγωγής σε παραγωγικά συστήματα που εμπλέκονται σε κρίκους αντίστροφης εφοδιαστικής αλυσίδας και εξετάζεται η ιδιαίτερη περίπτωση των παραγωγικών συστημάτων που περιλαμβάνουν διαδικασίες επανεπεξεργασίας.

Στο τέταρτο κεφάλαιο αντιμετωπίζεται το πρόβλημα του χρονικού προγραμματισμού εργασιών με αξίες προϊόντων που μεταβάλλονται εκθετικά με την πάροδο του χρόνου. Διατυπώνονται οι σχετικοί ορισμοί και παραδοχές που οδηγούν στη μαθηματική μοντελοποίηση του προβλήματος. Για κάποιες ειδικές περιπτώσεις αποδεικνύεται ότι υπάρχει αναλυτική λύση η οποία και παρουσιάζεται. Για το γενικό πρόβλημα (το οποίο είναι πρόβλημα μεγιστοποίησης) προκύπτει η βέλτιστη λύση με τη μέθοδο της πλήρους απαρίθμησης. Η τελευταία έχει σημαντικό υπολογιστικό κόστος και αυτό δημιουργεί περιορισμούς στην τάξη του προβλήματος που μπορεί να αντιμετωπισθεί. Μία ευρετική μέθοδος προτείνεται που οδηγεί σε υποβέλτιστη λύση του προβλήματος και η οποία χρησιμοποιείται ως κάτω όριο για την ανάπτυξη μιας μεθόδου κλάδου και ορίου. Η μέθοδος κλάδου και ορίου αυξάνει την τάξη των προβλημάτων που μπορούν να επιλυθούν βέλτιστα. Όλα τα παραπάνω εφαρμόζονται στην περίπτωση της αντίστροφης εφοδιαστικής αλυσίδας των ηλεκτρονικών υπολογιστών.

Στο πέμπτο κεφάλαιο εξετάζεται το πρόβλημα του χρονικού προγραμματισμού επανεπεξεργασίας εργασιών με χρόνους επανεπεξεργασίας που μεταβάλλονται με την πάροδο του χρόνου. Για το πρόβλημα διατυπώνονται οι σχετικοί

ορισμοί και παραδοχές. Για το μαθηματικό μοντέλο του προβλήματος που προκύπτει αποδεικνύεται ότι υπάρχει αναλυτική λύση τόσο για την περίπτωση της γραμμικής όσο και για την περίπτωση της μη γραμμικής μεταβολής. Τέλος προσδιορίζονται οι περιπτώσεις που η αναλυτική λύση δε βρίσκει εφαρμογή και παρατίθενται τα σχετικά αποτελέσματα.

Η διατριβή ολοκληρώνεται με το έκτο κεφάλαιο όπου συνοψίζονται τα συμπεράσματα και προτείνονται πεδία για επέκταση της ερευνητικής δραστηριότητας.

Κεφάλαιο 2: Ο Χρονικός Προγραμματισμός με παραμέτρους που μεταβάλλονται με την πάροδο του χρόνου

Κεφάλαιο 2: Ο Χρονικός Προγραμματισμός με παραμέτρους που μεταβάλλονται με την πάροδο του χρόνου	32
2.1 Εισαγωγή	33
2.2 Ο Χρονικός Προγραμματισμός Εργασιών σε συστήματα τύπου "κατά παραγγελία".....	34
2.3 Πολυπλοκότητα προβλημάτων Χρονικού Προγραμματισμού.....	37
2.4 Η μέθοδος κλάδων και ορίων	41
2.5 Προβλήματα Χρονικού Προγραμματισμού με Χρόνους Επεξεργασίας που μεταβάλλονται με την πάροδο του χρόνου.....	42
2.6 Προβλήματα Χρονικού Προγραμματισμού με άλλες παραμέτρους που μεταβάλλονται με την πάροδο του χρόνου.....	49

2.1 Εισαγωγή

Σύμφωνα με τους Morton και Pentico [MOR1993] ο Χρονικός Προγραμματισμός Εργασιών (Jobs Scheduling) εμφανίζεται σε ένα αρκετά μεγάλο εύρος οικονομικών δραστηριοτήτων. Η λύση ενός προβλήματος Χρονικού Προγραμματισμού (ΧΠ) ανάγεται στην ανάθεση εργασιών στους διαθέσιμους επεξεργαστές ενός παραγωγικού συστήματος για συγκεκριμένα χρονικά διαστήματα με στόχο τη βελτιστοποίηση κάποιου ή κάποιων κριτηρίων.

Ενδεικτικά παραδείγματα προβλημάτων χρονικού προγραμματισμού είναι τα ακόλουθα:

Προγραμματισμός της ανάθεσης εργασιών σε επεξεργαστές σε ένα παραγωγικό σύστημα συνεχούς ροής με στόχο την ελαχιστοποίηση του υποαποθέματος,

Προγραμματισμός των εργασιών για την ανέγερση μίας οικοδομής με στόχο την κατά το δυνατόν ενωρίτερη ολοκλήρωση του έργου,

Προγραμματισμός εργασιών σε μία σύστημα τύπου “κατά παραγγελία” με στόχο την ελαχιστοποίηση του συνολικού χρόνου ροής των εργασιών στο παραγωγικό σύστημα,

Προγραμματισμός της σειράς αντιμετώπισης πυρκαγιών με στόχο την ελαχιστοποίηση της κατεστραμμένης επιφάνειας,

Προγραμματισμός της σειράς αποπληρωμής πολλαπλών δανείων με στόχο την ελαχιστοποίηση των συνολικών οικονομικών εκροών.

Η παρούσα διατριβή εστιάζει σε προβλήματα ΧΠ εργασιών σε παραγωγικά συστήματα τύπου “κατά παραγγελία” με έναν επεξεργαστή, όπου κάποιες από τις παραμέτρους των εργασιών φθίνουν με την πάροδο του χρόνου.

2.2 Ο Χρονικός Προγραμματισμός Εργασιών σε συστήματα τύπου "κατά παραγγελία"

Ένα πρόβλημα ΧΠ $n \times m$ συντίθεται από ένα σύνολο $J = \{J_1, J_2, \dots, J_n\}$ εργασιών (jobs) που πρόκειται να εκτελεσθούν στους m επεξεργαστές (machines ή operators) $M = \{M_1, M_2, \dots, M_m\}$ του παραγωγικού συστήματος. Για την τυχαία εργασία J_i ορίζεται η σειρά των επεξεργασιών (operations) $O_i = \{O_{i1}, O_{i2}, \dots, O_{if}\}$ που συνθέτουν την εργασία. Η επεξεργασία O_{ij} θα πραγματοποιηθεί μετά την $j-1$ επεξεργασία της εργασίας J_i , και στον επεξεργαστή M_k θα απαιτήσει P_{oij} μονάδες χρόνου. Τα προβλήματα ΧΠ σε συστήματα συνεχούς ροής μπορούν να αντιμετωπισθούν ως μία ιδιαίτερη κατηγορία των προβλημάτων ΧΠ συστημάτων τύπου "κατά παραγγελία". Σε αυτήν την περίπτωση για δύο τυχαίες εργασίες J_i και J_k υπάρχει ταύτιση μεταξύ των O_i και O_k .

Κάθε εργασία χαρακτηρίζεται από το χρόνο απελευθέρωσης της r_i (release date) πριν από τον οποίο δεν μπορεί να ξεκινήσει η εκτέλεσή της. Συνηθέστερα, όταν εκτελείται μία εργασία σε έναν επεξεργαστή δεν μπορεί να εκτελείται και μία άλλη στον ίδιο χρόνο. Συνηθίζεται επίσης να ολοκληρώνεται μία επεξεργασία χωρίς διακοπή (preemptive job). Υπάρχουν περιπτώσεις όπου μία εργασία ή ένα σύνολο εργασιών χαρακτηρίζονται από περιορισμούς προτεραιότητας (precedence constraints).

Ο ΧΠ περιλαμβάνει τον προσδιορισμό του πότε και σε ποιόν επεξεργαστή θα πραγματοποιηθεί μία διεργασία λαμβάνοντας υπόψη όλους τους σχετικούς περιορισμούς και με στόχο τη βελτιστοποίηση της αντικειμενικής συνάρτησης. Η αντικειμενική συνάρτηση είναι μία μαθηματική έκφραση που αντιπροσωπεύει τα κριτήρια που ζητείται να βελτιστοποιηθούν. Ο χρόνος ολοκλήρωσης (χρόνος ολοκλήρωσης) C_i της εργασίας J_i είναι συνήθως καθοριστικός στον προσδιορισμό της τιμής της αντικειμενικής συνάρτησης (objective function) και των υπό βελτιστοποίηση κριτηρίων.

Όπως αναφέρθηκε και παραπάνω τα σημαντικότερα κριτήρια βελτιστοποίησης είναι:

- Ελαχιστοποίηση του μέγιστου χρόνου ολοκλήρωσης των εργασιών.

- Ελαχιστοποίηση των σταθμισμένων χρόνων ολοκλήρωσης.
- Ελαχιστοποίηση του αθροίσματος των χρόνων ολοκλήρωσης των εργασιών.
- Ελαχιστοποίηση του μέσου χρόνου ροής.
- Ελαχιστοποίηση της μέγιστης καθυστέρησης.
- Ελαχιστοποίηση του αριθμού των καθυστερημένων εργασιών, δηλαδή των εργασιών όπου $C_i > d_i$.
- Ελαχιστοποίηση της μέγιστης ενωρίτερης περάτωσης.
- Ελαχιστοποίηση του αριθμού των εργασιών με ενωρίτερη περάτωση, δηλαδή των εργασιών όπου $C_i < d_i$.
- Ελαχιστοποίηση της συνολικής απόκλισης από την ημερομηνία παράδοσης.
- Ελαχιστοποίηση της μέγιστης απόκλισης από την ημερομηνία παράδοσης.

Δεδομένου του υψηλού πλήθους των διαφορετικών προβλημάτων της περιοχής του ΧΠ (που προκύπτουν από τις διαφορετικές τιμές των παραπάνω παραμέτρων), έχει εισαχθεί ο συμβολισμός $\alpha|\beta|\gamma$ [Gra79] ο οποίος βοηθά στην κατηγοριοποίησή τους. Σύμφωνα με το συμβολισμό, η παράμετρος "α" καθορίζει το είδος των επεξεργαστών, η παράμετρος "β" τα χαρακτηριστικά των εργασιών και η παράμετρος "γ" την αντικειμενική συνάρτηση. Μερικές ενδεικτικές τιμές των α, β και γ εμφανίζονται στους Πίνακες 2.1, 2.2 και 2.3.

Ας σημειωθεί ότι στην συντριπτική τους πλειοψηφία οι δημοσιευμένες εργασίες της περιοχής αναφέρονται σε προβλήματα ελαχιστοποίησης της αντικειμενικής συνάρτησης.

Τιμή "α"	Είδος επεξεργαστών
m (όπου m αριθμός)	m επεξεργαστές (m=1 στην περίπτωση του απλού επεξεργαστή)
P	Παράλληλοι επεξεργαστές
Q	Επεξεργαστές με διαφορετικές ταχύτητες

Πίνακας 2.1: Τιμές της παραμέτρου "α" στον ορισμό α|β|γ

Τιμή "β"	Χαρακτηριστικά εργασιών
n (όπου n αριθμός)	n εργασίες
r_j	Εφόσον υπάρχουν ημερομηνίες απελευθέρωσης
Prec	Εφόσον υπάρχουν περιορισμοί προτεραιότητας
Pmtv	Εφόσον μία εργασία μπορεί να διακοπεί πριν την ολοκλήρωσή της και να συνεχισθεί αργότερα

Πίνακας 2.2: Τιμές της παραμέτρου "β" στον ορισμό α|β|γ

Τιμή "γ"	Κριτήριο βελτιστοποίησης
C_{max}	Συνολικός χρόνος ολοκλήρωσης
$\sum C_i$	Άθροισμα των χρόνων ολοκλήρωσης
$\sum w_i C_i$	Άθροισμα των σταθμισμένων χρόνων ολοκλήρωσης
Mean(F_i)	Μέσος χρόνος ροής

Πίνακας 2.3: Τιμές της παραμέτρου "γ" στον ορισμό α|β|γ

2.3 Πολυπλοκότητα προβλημάτων Χρονικού Προγραμματισμού

Ας υποθεθεί ότι ζητείται ο χρονοπρογραμματισμός n εργασιών ($J = \{J_1, J_2, \dots, J_n\}$) που πρόκειται να εκτελεσθούν σε έναν επεξεργαστή με κριτήριο βελτιστοποίησης την ελαχιστοποίηση του μέσου χρόνου ροής. Σύμφωνα με τα παραπάνω αυτό το πρόβλημα απόφασης μπορεί να συμβολιστεί ως $n|1|Mean(F_i)$. Όπως σε κάθε πρόβλημα λήψης απόφασης μεταξύ εναλλακτικών λύσεων (κάθε λύση εδώ αντιστοιχεί σε μία συγκεκριμένη ακολουθία των n εργασιών), μπορεί να σχηματισθεί το σχετικό δέντρο απόφασης. Εάν είναι απαραίτητο να εξετασθεί το σύνολο των λύσεων του προβλήματος προκειμένου να εξετασθεί η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης σε κάθε πιθανή ακολουθία που μπορεί να δημιουργηθεί από τις δέκα εργασίες τότε ισχύουν τα ακόλουθα:

- Το δέντρο απόφασης θα συντίθεται από n επίπεδα κόμβων,
- Στο πρώτο επίπεδο του δέντρου αποφάσεων υπάρχουν n κόμβοι, ένας για κάθε μία από τις εργασίες που πιθανά να εκτελεσθεί πρώτη,
- Στο δεύτερο επίπεδο, κάτω από καθένα από τους n κόμβους θα υπάρχουν $n-1$ κόμβοι (οι εναπομείναντες εφόσον από το σύνολο J αφαιρεθεί η εργασία που έχει τοποθετηθεί στον κόμβο που βρίσκεται στο προηγούμενο επίπεδο).
- Επεκτείνοντας τον παραπάνω συλλογισμό ισχύει ότι στο τελευταίο επίπεδο (επίπεδο n) του δέντρου απόφασης θα υπάρχουν $n!$ κόμβοι για τους οποίους πρέπει να προσδιορισθεί η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης

Πρακτικά αυτό σημαίνει ότι πρέπει να υπολογισθεί ο χρόνος ολοκλήρωσης για $n!$ ακολουθίες εργασιών. Έτσι το απαιτούμενο υπολογιστικό φορτίο για διάφορες τιμές του n έχει ως εξής:

n	Ακολουθίες εργασιών
5	120
10	3628800
20	2,43E+18
30	2,65E+32
50	3,04E+64
100	9,33E+157

Πίνακας 2.4: Ακολουθίες εργασιών συναρτήσει του αριθμού των εργασιών

Από τα παραπάνω γίνεται φανερό ότι τα προβλήματα για τα οποία δεν υπάρχει κάποιος αλγόριθμος που να περιορίζει το δέντρο απόφασης, τελικά (για κάποια τιμή του n και πάνω) παραμένουν άλυτα για τις δυνατότητες υπολογιστικής ισχύος που είναι διαθέσιμες στην εποχή μας. Η παραπάνω θεώρηση αποκτά πιο δραματική διάσταση με μία πιο προσεκτική ματιά στον παραπάνω πίνακα: πράγματι, το ότι υπάρχει διαθέσιμη υπολογιστική ισχύς για την επίλυση ενός προβλήματος σήμερα δεν εξασφαλίζει ότι θα υπάρξει κάποτε η αντίστοιχη ισχύς για την επίλυση του προβλήματος με διπλάσια τιμή του n . Ο παραπάνω τρόπος αντιμετώπισης του προβλήματος, δεδομένου ότι εξετάζει το σύνολο των κόμβων του δέντρου απόφασης, ονομάζεται Μέθοδος Πλήρους Απαρίθμησης (Complete Enumerative Method).

Το παραπάνω πρόβλημα απόφασης αντιστοιχεί σε ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης και επιλύεται βέλτιστα (optimal solution) με χρήση του κανόνα του ελάχιστου χρόνου επεξεργασίας. Σύμφωνα με αυτόν οι εργασίες θα πρέπει να διατάσσονται έτσι ώστε να προηγούνται οι εργασίες με το μικρότερο χρόνο επεξεργασίας [ΠΑΠ1995]. Έτσι το αρχικό πρόβλημα μετασχηματίστηκε σε ένα άλλο, ισοδύναμο, αυτό της διάταξης των εργασιών σε αύξουσα σειρά του χρόνου επεξεργασίας το οποίο απαιτεί σημαντικά μικρότερη υπολογιστική ισχύ για την επίλυσή του. Στην πραγματικότητα

πρόκειται για έναν Κατασκευαστικό Αλγόριθμο (Constructive Algorithm) ο οποίος επιλύει το πρόβλημα αρκετά πιο γρήγορα σε σχέση με την Απαριθμητική Μέθοδο.

Παρόλο που οι Κατασκευαστικοί Αλγόριθμοι έχουν σημαντικό πλεονέκτημα έναντι της μεθόδου Πλήρους Απαρίθμησης βρίσκουν σχετικά περιορισμένη εφαρμογή σε προβλήματα. Σε κάποιες περιπτώσεις, όταν δεν είναι εφικτό να προκύψει βέλτιστη λύση, προτείνονται Κατασκευαστικοί Αλγόριθμοι που οδηγούν σε υποβέλτιστη λύση (suboptimal solution). Κατά την εφαρμογή ενός τέτοιου αλγόριθμου σε ένα πρόβλημα συνδυαστικής βελτιστοποίησης (combinatorial optimization) είναι σημαντικό να προσδιορίζεται το περιθώριο απόκλισης της λύσης που προκύπτει σε σχέση με τη βέλτιστη λύση (optimality gap).

Σε κάθε περίπτωση απαιτείται ο προσδιορισμός της πολυπλοκότητας (complexity) του αλγόριθμου. Η πολυπλοκότητα σχετίζεται με τον αριθμό των πράξεων που πρέπει να πραγματοποιηθούν σε ένα υπολογιστικό σύστημα για την εφαρμογή του αλγόριθμου. Η πολυπλοκότητα ενός προβλήματος ταυτίζεται με την πολυπλοκότητα του πιο γρήγορου αλγόριθμου που το επιλύει. Εφόσον υπάρχει μία συνάρτηση $F(n)$ και ένας αριθμός n_0 έτσι ώστε για κάθε τιμή $n > n_0$ ο αριθμός των διεργασιών ενός αλγόριθμου να μικρότερος ή ίσος από την τιμή της $F(n)$ λέμε ότι η πολυπλοκότητα του αλγόριθμου είναι $O(F(n))$. Συνηθίζεται δε από τη συνάρτηση αυτή να απαλείφονται οι σταθερές παράμετροι. Στην περίπτωση που ο αριθμός αυτών των πράξεων είναι μία πολυωνυμική συνάρτηση του αριθμού n (που αποκαλείται και τάξη του προβλήματος) τότε ο αλγόριθμος είναι πολυωνυμικής πολυπλοκότητας (polynomial (P) complexity) και συμβολίζεται με $O(F(n)^k)$ όπου η παράμετρος k είναι σταθερή. Τα σχετικά προβλήματα συνθέτουν την κλάση των προβλημάτων πολυωνυμικής πολυπλοκότητας. Εφόσον ο αριθμός των πράξεων που απαιτούνται είναι μία εκθετική συνάρτηση της τάξης του προβλήματος τότε ο αλγόριθμος είναι εκθετικής πολυπλοκότητας (exponential complexity). Τα προβλήματα εκθετικής πολυπλοκότητας μαζί με αυτά των οποίων ο αριθμός των πράξεων που απαιτούνται για την επίλυση τους είναι συνάρτηση του $n!$, ανήκουν στην κλάση των προβλημάτων μη πολυωνυμικής πολυπλοκότητας (Non Polynomial (NP) Complexity Problems). Στον Πίνακα 2.5 εμφανίζεται το

υπολογιστικό φορτίο συναρτήσει της τάξης του προβλήματος για διάφορα προβλήματα πολυωνυμικής και μη πολυωνυμικής πολυπλοκότητας.

n	Πολυπλοκότητα O(F(n))					
	10n	N ²	n ³	10n+n ² +n ³	2 ⁿ	n!
5	50	25	125	200	32	120
10	100	100	1000	1200	1024	3628800
20	200	400	8000	8600	1048576	2,43E+18
30	300	900	27000	28200	10,73E+8	2,65E+32
50	500	2500	125000	128000	1,12E+15	3,04E+64
100	1000	10000	10E+6	1,01E+6	1,26E+30	9,33E+157

Πίνακας 2.5: Υπολογιστικό φορτίο συναρτήσει της τάξης του προβλήματος και της πολυπλοκότητας του αλγόριθμου

Το ενδιαφέρον των ερευνητών ελκύεται από τα προβλήματα απόφασης μη πολυωνυμικής πολυπλοκότητας και εστιάζει κυρίως στο μετασχηματισμό τους σε προβλήματα πολυωνυμικής πολυπλοκότητας. Αν αυτό δεν είναι εφικτό τότε η προσπάθεια επικεντρώνεται στην εύρεση μιας καλής υποβέλτιστης λύσης, δηλαδή μίας λύσης με μικρό περιθώριο απόκλισης. Υπάρχει ένα υποσύνολο των παραπάνω προβλημάτων που περιλαμβάνει αυτά για τα οποία είναι αδύνατο να βρεθεί ένας αλγόριθμος που να τα επιλύει σε πολυωνυμικό χρόνο (κλάση NP-Complete) [ΑΔΑ1995]. Ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης που είναι γνωστό ότι ανήκει στην κλάση NP-Complete, εφόσον μπορεί να μετασχηματισθεί σε πολυωνυμικό χρόνο σε ένα άλλο, τότε το προσδιορίζει ως πρόβλημα της κλάσης NP-Hard [Jan2009].

2.4 Η μέθοδος κλάδου και ορίου

Η μέθοδος Κλάδου και Ορίου (Branch and Bound method) χρησιμοποιείται για την επίλυση προβλημάτων βελτιστοποίησης και ανήκει στην κατηγορία των μεθόδων μη πλήρους απαρίθμησης. Η μέθοδος εισήχθη στη βιβλιογραφία από τους Lang και Doing το 1960 [Lan1960] και παραμένει, μεταξύ άλλων (ή σε συνδυασμό με άλλα), βασικό εργαλείο αντιμετώπισης προβλημάτων μη πολυωνυμικής πολυπλοκότητας μέχρι σήμερα [Kub1998], [Hsu2003], [Jen2004], [Jen2005], [Vou2009].

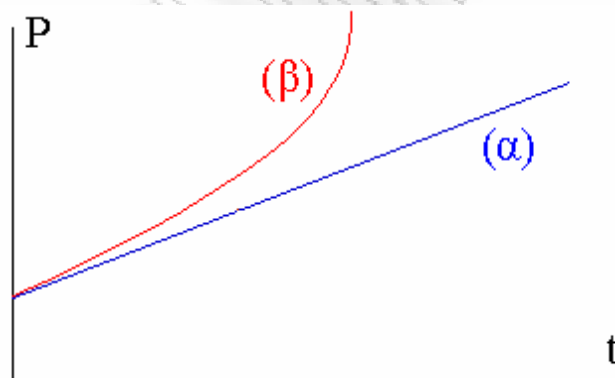
Σε αντίθεση με τη μέθοδο πλήρους απαρίθμησης, η μέθοδος κλάδου και ορίου εξετάζει μέρος μόνο του δέντρου αποφάσεων, απορρίπτοντας εκείνα τα τμήματα που αποκλείεται να οδηγήσουν σε βέλτιστη λύση.

Χωρίς βλάβη της γενικότητας, ας θεωρηθεί ένα πρόβλημα μεγιστοποίησης μίας αντικειμενικής συνάρτησης, το σχετικό δέντρο απόφασης και μία εφικτή λύση (feasible solution) του προβλήματος με τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης C . Η λύση αυτή ονομάζεται αρχική λύση (initial solution) και αποτελεί μία προσωρινή λύση για το υπό εξέταση πρόβλημα. Εφόσον σε έναν εξεταζόμενο κόμβο μπορεί να αποδειχθεί ότι η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης στους κλάδους που αναρτώνται από τον εξεταζόμενο κόμβο δεν είναι δυνατό να προσφέρουν τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης μεγαλύτερη από C , ή αλλιώς το άνω όριο του κλάδου (upper bound) δεν μπορεί να υπερβεί την τιμή C , τότε, αυτοί οι κλάδοι (branch) μπορούν να περικοπούν (pruning) με ασφάλεια από την εξέταση του προβλήματος διότι δεν μπορούν να οδηγήσουν σε μεγιστοποίηση της αντικειμενικής συνάρτησης (non promising branches). Στην περίπτωση που καταλήγοντας στο τελευταίο επίπεδο κόμβων προκύψει τιμή μεγαλύτερη της C τότε το σχετικό μονοπάτι ταυτίζεται με μία λύση καλύτερη της υπάρχουσας προσωρινής λύσης. Αυτό θα οδηγήσει σε ανανέωση της τιμής C σε αυτήν της τιμής της αντικειμενικής συνάρτησης της νέας λύσης η οποία διατηρείται ως προσωρινή λύση για το υπόλοιπο της διαδικασίας. Όταν όλοι οι κόμβοι θα έχουν, είτε εξετασθεί, ή απορριφθεί, τότε η προσωρινή βέλτιστη λύση αποτελεί τη βέλτιστη λύση του προβλήματος.

Από τα παραπάνω γίνεται αντιληπτό ότι η απόδοση ενός αλγόριθμου κλάδου και ορίου σχετίζεται άμεσα από την αρχική λύση, διότι μία ισχυρή αρχική λύση (strong solution), δηλαδή μία λύση που απέχει λίγο από τη βέλτιστη λύση, θα οδηγήσει σε ταχύτερη περικοπή κλάδων.

2.5 Προβλήματα Χρονικού Προγραμματισμού με Χρόνους Επεξεργασίας που μεταβάλλονται με την πάροδο του χρόνου

Οι εργασίες με χρόνους επεξεργασίας που αυξάνουν με την πάροδο του χρόνου (deteriorating jobs) είναι εργασίες, των οποίων η διάρκεια επεξεργασίας (P) είναι συνάρτηση του χρόνου έναρξης της επεξεργασίας (t). Ο ρυθμός μεταβολής (deterioration rate) μπορεί να είναι γραμμικός ή μη γραμμικός (βλ. Σχήμα 2.1, περιπτώσεις (α) και (β), αντίστοιχα).



Σχήμα 2.1: Γραμμική (α) και μη γραμμική (β) μεταβολή του χρόνου επεξεργασίας

Αυτή η κατάσταση χαρακτηρίζει προβλήματα ΧΠ, όπως αυτό του ΧΠ εργασιών σε έναν επεξεργαστή του οποίου μειώνεται η απόδοση με την πάροδο του χρόνου, του ΧΠ των μέσων κατάσβεσης πυρκαγιών, του ΧΠ των μέσων αντιμετώπισης επιδημιών, κ.ά.

Γραμμική μεταβολή των χρόνων επεξεργασίας σε έναν επεξεργαστή

Το μοντέλο που έχει μελετηθεί περισσότερο στη βιβλιογραφία είναι αυτό του ΧΠ εργασιών σε έναν επεξεργαστή με γραμμικά μεταβαλλόμενους (αυξανόμενους) χρόνους επεξεργασίας (linear deterioration). Στη γενική περίπτωση γραμμικής μεταβολής, ο χρόνος επεξεργασίας $P_i(t)$ της εργασίας J_i , της οποίας η επεξεργασία ξεκινάει τη χρονική στιγμή t , είναι :

$$P_i(t) = p_i + a_i t,$$

όπου

p_i : ο βασικός χρόνος επεξεργασίας (ο χρόνος που απαιτείται για την ολοκλήρωση της εργασίας J_i εάν ξεκινήσει τη χρονική στιγμή $t=0$),

a_i : ο ρυθμός μεταβολής του χρόνου επεξεργασίας της εργασίας J_i .

Είναι προφανές ότι, για $a_i=0$, το πρόβλημα μετατρέπεται σε πρόβλημα ΧΠ με σταθερούς χρόνους επεξεργασίας, ενώ για $a_i<0$ ο χρόνος που απαιτείται για την ολοκλήρωση της εργασίας J_i μειώνεται σε σχέση με το χρόνο.

Οι Cheng και Ding [Che2000] αποδεικνύουν ότι τα προβλήματα του ΧΠ που αναφέρονται σε έναν επεξεργαστή και με κριτήρια βελτιστοποίησης την ελαχιστοποίηση του μέγιστου χρόνου ολοκλήρωσης, του μέσου χρόνου ροής και της μέγιστης καθυστέρησης ανήκουν στην κατηγορία NP-Complete. Παρόλα αυτά, αρκετές προσπάθειες έχουν γίνει για την εύρεση αλγόριθμων που επιλύουν το πρόβλημα ή ειδικές του περιπτώσεις.

Οι Browne και Yechiali [Brow1989] ανέπτυξαν αλγόριθμους ελαχιστοποίησης του μέγιστου χρόνου ολοκλήρωσης στην περίπτωση προβλήματος ΧΠ όπου οι χρόνοι επεξεργασίας αυξάνονται με γραμμικό ρυθμό μεταβολής, διαφορετικό για κάθε εργασία. Ο Mosheion [Mos1989] ασχολείται με μία άλλη ειδική περίπτωση του προβλήματος ($P_i(t) = a_i t$) και αποδεικνύει ότι το πρόβλημα έχει πολυωνυμική πολυπλοκότητα. Οι Kunnathur και Gupta [Kun1990] μελετούν το πρόβλημα της ελαχιστοποίησης του μέγιστου χρόνου ολοκλήρωσης σε έναν απλό επεξεργαστή στην περίπτωση που υπάρχει γραμμική αύξηση των χρόνων επεξεργασίας για τις εργασίες που θα ξεκινήσουν μετά από μία οριακή στιγμή

που αποτελεί χαρακτηριστικό της κάθε εργασίας. Δύο απαριθμητικές και πέντε ευρετικές μέθοδοι παρουσιάζονται για τη βέλτιστη και υποβέλτιστη επίλυση του προβλήματος αντίστοιχα. Το ίδιο πρόβλημα παρουσιάζεται και στην εργασία [Gaw1995] όπου προτείνονται τα χαρακτηριστικά της βέλτιστης λύσης του προβλήματος. Οι Cheng και Ding [Che1998] ερευνούν το πρόβλημα του ΧΠ εργασιών με γραμμική μεταβολή του χρόνου επεξεργασίας σε έναν απλό επεξεργαστή και με κριτήριο βελτιστοποίησης την ελαχιστοποίηση του μέγιστου χρόνου ολοκλήρωσης. Θεωρούν ότι κάθε εργασία χαρακτηρίζεται από κάποια τιμή του χρόνου απελευθέρωσής της και αποδεικνύουν ότι το πρόβλημα ανήκει στην κατηγορία NP-complete. Οι Kubiak και Van de Velde [Kub1998] εξετάζουν την ελαχιστοποίηση του μέγιστου χρόνου ολοκλήρωσης του προβλήματος ΧΠ σε έναν απλό επεξεργαστή, στην περίπτωση που η συνάρτηση του χρόνου επεξεργασίας μίας εργασίας μεταβάλλεται κατά διαστήματα. Στο ίδιο πρόβλημα αναφέρεται και η εργασία [Kon1998] και παράλληλα προτείνονται κάποιοι αλγόριθμοι πολυωνυμικής πολυπλοκότητας που επιλύουν το πρόβλημα. Οι Ng κ.ά. [Ng2002] παρουσιάζουν τρεις υποπεριπτώσεις του προβλήματος ελαχιστοποίησης του μέγιστου χρόνου ολοκλήρωσης με γραμμική μείωση των χρόνων επεξεργασίας. Τα δύο από τα τρία προβλήματα επιλύονται σε πολυωνυμικό χρόνο και για το τρίτο προτείνεται η επίλυσή του με χρήση της μεθόδου δυναμικού προγραμματισμού. Οι Wu και Lee [Wu2003] εξετάζουν το πρόβλημα ΧΠ σε έναν επεξεργαστή με περιορισμούς διαθεσιμότητας (availability constraint). Θεωρούν ότι ο επεξεργαστής είναι διαθέσιμος για ένα χρονικό διάστημα, πράγμα που σημαίνει ότι η επεξεργασία των εργασιών δεν ξεκινά τη χρονική στιγμή 0 γεγονός που επιδεινώνει τους γραμμικά αυξανόμενους χρόνους επεξεργασίας ($p_i = a_i t$) και επιλύουν το πρόβλημα της ελαχιστοποίησης του μέγιστου χρόνου ολοκλήρωσης. Οι Wang και Xia ασχολούνται με τη γραμμική μείωση του χρόνου επεξεργασίας. Στην εργασία τους [Wan2005] επιλύουν τα προβλήματα της ελαχιστοποίησης του μέγιστου χρόνου ολοκλήρωσης, της μέγιστης καθυστέρησης και του αριθμού των καθυστερημένων εργασιών.

Βιβλιογραφική παραπομπή	Συνάρτηση μεταβολής του χρόνου επεξεργασίας
Bro1989	$\rho_i + a_i t$
Mos1989	$A_i t$
Kun1990	$\rho_i + a_i [t - d_i]$
Gaw1995	$\rho_i + a_i t$
Che1998	$\rho_i + w_i t_i$
Kub1998, Kov1998	ρ_i if $t < d$ $\rho_i + a_i(t-d)$ if $d < t < D$ $\rho_i + a_i(D-d)$ if $t \geq D$
Ng2002	$\rho_i - a t$ $\rho_i - k p_i t$ $p - a_i t$
Wu2003	$a_i t$
Wan2005	$\rho_i - a_i t$

Πίνακας 2.6: Βιβλιογραφικές παραπομπές για το ΧΠ εργασιών με γραμμικά μεταβαλλόμενους χρόνους επεξεργασίας σε έναν επεξεργαστή και κριτήριο βελτιστοποίησης το μέγιστο χρόνο ολοκλήρωσης

Άλλο ένα πρόβλημα που αναφέρεται συχνά στη βιβλιογραφία είναι αυτό του ΧΠ σε έναν επεξεργαστή, εργασιών με γραμμική μεταβολή των χρόνων επεξεργασίας τους και κριτήριο βελτιστοποίησης αυτό του αθροίσματος των χρόνων ολοκλήρωσης. Στην εργασία [Mos1994] εξετάζεται μία ειδική περίπτωση του προβλήματος ($P_i(t) = a_i t$) και υποδεικνύεται ένας αλγόριθμος πολυωνυμικής πολυπλοκότητας $O(n \log n)$ που επιλύει το πρόβλημα. Το πρόβλημα, στη γενική του μορφή ($P_i(t) = \rho_i + a_i t$) παραμένει ανοικτό ακόμα

και για σταθερή τιμή του p_i . Γι' αυτήν την τελευταία περίπτωση, ο Mosheion [Mos1991] αποδεικνύει ότι το πρόβλημα βελτιστοποιείται όταν οι εργασίες διατάσσονται με μορφή V ($O(N \log N)$).

Ο Mosheion [Mos1996] μελετά το πρόβλημα του ΧΠ εργασιών σε έναν επεξεργαστή, με γραμμικά μεταβαλλόμενους χρόνους επεξεργασίας, όπου ο ρυθμός μεταβολής είναι ανεξάρτητος των εργασιών ($a_i = a$, για όλες τις εργασίες). Το ζητούμενο είναι η ελαχιστοποίηση των σταθμισμένων χρόνων ολοκλήρωσης, όπου οι συντελεστές στάθμισης (weights) των εργασιών είναι ανάλογοι των βασικών χρόνων επεξεργασίας. Αποδεικνύεται ότι η ακολουθία των εργασιών που βελτιστοποιεί την αντικειμενική συνάρτηση έχει μορφή Λ και η πολυπλοκότητα του προβλήματος είναι $O(N \log N)$. Επίσης, παρουσιάζεται μία ευρετική μέθοδος για την περίπτωση όπου οι συντελεστές στάθμισης είναι ανεξάρτητοι των βασικών χρόνων επεξεργασίας. Αργότερα [Bac2002], αποδείχθηκε ότι αυτό το πρόβλημα ανήκει στην κατηγορία NP-hard.

Ο Chen [Che1995] αντιμετωπίζει το πρόβλημα της γραμμικής μείωσης των χρόνων επεξεργασίας και κριτήριο βελτιστοποίησης την ελαχιστοποίηση του αριθμού των καθυστερημένων εργασιών. Προτείνει έναν αλγόριθμο δυναμικού προγραμματισμού πολυωνυμικής πολυπλοκότητας για την επίλυση του προβλήματος.

Οι Bachman και Janiak [Bac2000] εξετάζουν το πρόβλημα του ΧΠ σε έναν επεξεργαστή με γραμμική αύξηση των χρόνων επεξεργασίας των εργασιών και κριτήριο βελτιστοποίησης την ελαχιστοποίηση της μέγιστης καθυστέρησης. Αποδεικνύουν ότι το πρόβλημα ανήκει στην κατηγορία NP-complete και προτείνουν δύο ευρετικούς αλγόριθμους για την εξεύρεση υποβέλτιστων λύσεων.

Οι Gawiejniewicz κ.ά [Gaw2006] εξετάζουν το πρόβλημα του ΧΠ σε έναν επεξεργαστή εργασιών με γραμμική αύξηση των χρόνων επεξεργασίας χρησιμοποιώντας σύνθετο κριτήριο βελτιστοποίησης (δικριτηριακό πρόβλημα), αυτό του μέγιστου χρόνου ολοκλήρωσης και του αθροίσματος των χρόνων ολοκλήρωσης.

Μη Γραμμική μεταβολή των χρόνων επεξεργασίας σε έναν επεξεργαστή

Στην εργασία [Mos1995] αντιμετωπίζεται το πρόβλημα του ΧΠ σε έναν απλό επεξεργαστή σε περιπτώσεις όπου ο χρόνος επεξεργασίας κάθε εργασίας αυξάνει βηματικά (step deterioration) από μία οριακή στιγμή και μετά και με κριτήριο βελτιστοποίησης την ελαχιστοποίηση του μέγιστου χρόνου ολοκλήρωσης. Το πρόβλημα έχει πολυπλοκότητα NP-complete. Η έρευνα της εργασίας επεκτείνεται προκειμένου να συμπεριλάβει πολλαπλούς επεξεργαστές. Χρήσιμοι ευρετικοί αλγόριθμοι προτείνονται για την επίλυση του προβλήματος.

Αργότερα [Che2001] εξετάσθηκε και πάλι το πρόβλημα της βηματικής αύξησης του χρόνου επεξεργασίας. Στην εργασία αποδείχθηκε επίσης ότι το πρόβλημα της ελαχιστοποίησης του μέσου χρόνου ροής ανήκει στην κατηγορία NP-complete.

Οι Sundararaghavan και Kunnathur [Sun1994] εργάσθηκαν στο πρόβλημα του ΧΠ σε έναν επεξεργαστή με βηματική αύξηση του χρόνου επεξεργασίας και κριτήριο βελτιστοποίησης το άθροισμα των σταθμισμένων χρόνων ολοκλήρωσης. Σε αυτήν την εργασία προτείνονται αλγόριθμοι πολυωνυμικής πολυπλοκότητας για την επίλυση του προβλήματος.

Οι Gupta κ.ά. [Gup1987] προτείνουν μία μέθοδο κλάδου και ορίου για τη λύση του προβλήματος αποπληρωμής πολλαπλών δανείων (multiple loans repayment problem). Το πρόβλημα μπορεί να μετασχηματισθεί σε πρόβλημα ΧΠ ελαχιστοποίησης του μέγιστου χρόνου ολοκλήρωσης με εκθετική αύξηση των χρόνων επεξεργασίας (exponential deterioration of processing times). Τα δάνεια μπορούν να παρασταθούν ως εργασίες, ενώ το διαθέσιμο κεφάλαιο αντιστοιχεί στη διαθέσιμη δυναμικότητα.

Οι Gupta και Gupta [Gup1988] μελετούν ένα πρόβλημα ΧΠ όπου οι χρόνοι επεξεργασίας μεταβάλλονται μέσω μιας γενικής πολυωνυμικής συνάρτησης του χρόνου έναρξης της επεξεργασίας. Ο στόχος είναι η ελαχιστοποίηση του μέγιστου χρόνου ολοκλήρωσης των εργασιών. Ο αλγόριθμος εύρεσης της βέλτιστης λύσης που προτείνεται απαιτεί αρκετά μεγάλο υπολογιστικό χρόνο.

Έτσι, παρουσιάζονται κάποιοι ευρετικοί αλγόριθμοι μικρότερης πολυπλοκότητας που οδηγούν σε υποβέλτιστη λύση.

Στον Πίνακα 2.7 εμφανίζονται συνοπτικά οι ερευνητικές εργασίες που είναι σχετικές με το πρόβλημα του ΧΠ σε έναν επεξεργαστή εργασιών με μη γραμμικά μεταβαλλόμενους χρόνους επεξεργασίας.

Βιβλιογραφική παραπομπή	Συνάρτηση μεταβολής του χρόνου επεξεργασίας	Κριτήριο βελτιστοποίησης
Gur1988	$a_i + b_i t + c_i t^2 + \dots + m_i t^m$	C_{\max}
Mos1995	p_i if $t \leq d_i$ $q_i (> p_i)$ if $t > d_i$	C_{\max}
Sun1994	p if $t \leq d$ $q_i (> p)$ if $t > d$	$\sum W_i C_i$

Πίνακας 2.7: Βιβλιογραφικές παραπομπές για το ΧΠ εργασιών με μη γραμμικά μεταβαλλόμενους χρόνους επεξεργασίας σε έναν επεξεργαστή

Οι Sriskandarajah και Goyal [Sri1989] μελετούν ένα πρόβλημα ΧΠ σε σύστημα συνεχούς ροής, δύο επεξεργαστών και αποδεικνύουν ότι το πρόβλημα ανήκει στην κατηγορία των προβλημάτων εκθετικής πολυπλοκότητας (NP-hard). Οι Finke and Jiang [Fin1997] επιλύουν το πρόβλημα των m επεξεργαστών ελαχιστοποιώντας το συνολικό χρόνο ολοκλήρωσης. Στην ίδια κατηγορία προβλημάτων ανήκει και η εργασία [Kon2001] η οποία αντιμετωπίζει το πρόβλημα ΧΠ σε δύο και τρεις επεξεργαστές με γραμμική αύξηση των χρόνων επεξεργασίας και με κριτήριο βελτιστοποίησης την ελαχιστοποίηση του μέγιστου χρόνου ολοκλήρωσης.

Ο Chen [Chen1996] ασχολήθηκε με το πρόβλημα των παράλληλων επεξεργαστών και γραμμική αύξηση του χρόνου επεξεργασίας. Με κριτήριο βελτιστοποίησης το άθροισμα των χρόνων ολοκλήρωσης το πρόβλημα ανήκει στην κατηγορία NP-hard. Στην εργασία προτείνεται ένας ευρετικός αλγόριθμος που επιλύει υποβέλτιστα το πρόβλημα. Οι Gawiejnowicz κ.ά [Gaw2003]

εξετάζουν το πρόβλημα της ελαχιστοποίησης του μέγιστου χρόνου ολοκλήρωσης σε παράλληλους επεξεργαστές σε περιπτώσεις γραμμικής αύξησης των χρόνων επεξεργασίας και υποδεικνύουν τις ιδιότητες της βέλτιστης λύσης.

Οι σημαντικότερες δημοσιευμένες πηγές καταγεγραμμένων εργασιών της περιοχής του ΧΠ με μεταβαλλόμενους χρόνους επεξεργασίας είναι οι [Ali1999] και [Che2004].

2.6 Προβλήματα Χρονικού Προγραμματισμού με άλλες παραμέτρους που μεταβάλλονται με την πάροδο του χρόνου

Στο κεφάλαιο 4 της διατριβής μελετάται ένα νέο πρόβλημα ΧΠ, όπου οι χρόνοι επεξεργασίας είναι σταθεροί, αλλά μεταβάλλεται μία άλλη παράμετρος του προβλήματος και συγκεκριμένα η αξία των παραγόμενων προϊόντων. Η αξία αυτή μεταβάλλεται εκθετικά σε σχέση με το χρόνο και μάλιστα αρνητικά. Ο σκοπός εδώ είναι η μεγιστοποίηση του αθροίσματος της αξίας των παραγόμενων προϊόντων. Στον Πίνακα 2.8 παρουσιάζονται οι βασικές διαφορές του μοντέλου που μελετάται από τα υπόλοιπα της παραπάνω βιβλιογραφίας.

Μελετώντας τα προϊόντα υψηλής τεχνολογίας, μπορεί να παρατηρήσει κανείς ότι αρκετά ερευνητικά αποτελέσματα του ΧΠ εργασιών με μεταβλητούς χρόνους επεξεργασίας μπορούν να βρουν εφαρμογή σε προβλήματα ΧΠ που παρουσιάζονται σε περιβάλλον ανακατασκευής (remanufacturing environment). Πράγματι, σε αυτές τις περιπτώσεις υπάρχει μία παράμετρος του ΧΠ (η αξία των παραγόμενων προϊόντων) η οποία εξαρτάται από τις τεχνολογικές εξελίξεις και η τιμή της συνήθως μειώνεται με την πάροδο του χρόνου [Fer1997]. Αυτό οδήγησε στην εξέταση των προβλημάτων της παραπάνω κατηγορίας ως προβλημάτων ΧΠ με εκθετικά μεταβαλλόμενες παραμέτρους.

	Μοντέλα βιβλιογραφίας	Μοντέλο υπό μελέτη
Σταθεροί όροι αντικειμενικής συνάρτησης	Αξία παραγόμενων προϊόντων	Χρόνοι επεξεργασίας
Μεταβλητοί όροι αντικειμενικής συνάρτησης	Χρόνοι επεξεργασίας	Αξία παραγόμενων προϊόντων
Βελτιστοποίηση αντικειμενικής συνάρτησης	Συνηθέστερα, ελαχιστοποίηση κριτηρίου	Μεγιστοποίηση κριτηρίου
Κριτήριο	$C_{max}, \sum C_i, \sum W_i C_i, T_{max}, \sum T_i, \sum U_i$	Άθροισμα της αξίας των παραγόμενων προϊόντων
Ρυθμός μεταβολής των μεταβλητών όρων	Συνηθέστερα γραμμικός, σε μία περίπτωση πολυωνυμικός σε μία εκθετικός και πάντα θετικός	Εκθετικός, αρνητικός

Πίνακας 2.8: Διαφορές του μοντέλου που μελετάται σε σχέση με τα μοντέλα που έχουν ήδη μελετηθεί

Κεφάλαιο 3: Η Αντίστροφη Εφοδιαστική Αλυσίδα

3.1 Εισαγωγή.....	52
3.2 Αποτύπωση Αντίστροφης Εφοδιαστικής Αλυσίδας σε πραγματικά συστήματα.....	58
3.3 Ανάλυση της Αντίστροφης Εφοδιαστικής Αλυσίδας των μπαταριών αυτοκινήτου	62
3.4 Προβλήματα βελτιστοποίησης στην Αντίστροφη Εφοδιαστική	66
3.5 Μείωση Αξίας και Αντίστροφη Εφοδιαστική.....	68
3.6 Προγραμματισμός παραγωγής σε συστήματα επανεπεξεργασίας	70

3.1 Εισαγωγή

Η Αντίστροφη Εφοδιαστική (Reverse Logistics) είναι η συνεχής διαδικασία της επιστροφής προϊόντων ή/και υλικών συσκευασίας προκειμένου να αποφευχθεί κατά το δυνατόν η απόρριψή τους στο περιβάλλον καθώς και η κατανάλωση πόρων. Ο όρος πρωτοεμφανίστηκε στις αρχές της δεκαετίας του '90 [Sto1992], [Kor1993]. Ουσιαστικά πρόκειται για εκείνο τον κλάδο της Εφοδιαστικής που ασχολείται με ένα προϊόν εφόσον αυτό έχει ολοκληρώσει τον κύκλο ζωής του, έτσι ώστε αυτό να αξιοποιηθεί περαιτέρω όχι όμως απαραίτητα με τον τρόπο που αρχικά χρησιμοποιήθηκε. Προκειμένου να πραγματοποιηθεί αυτή η αντίστροφη πορεία από τον καταναλωτή προς την επιχείρηση πρέπει να δημιουργηθεί ένα αντίστροφο κανάλι μέσα στο οποίο το προϊόν θα κινηθεί αφού ολοκληρώσει τον κύκλο ζωής του. Αυτό το κανάλι είναι διαφορετικό εν γένει από το ευθύ κανάλι, δηλαδή το κανάλι στο οποίο κινείται το προϊόν ξεκινώντας από την επιχείρηση και μέχρι να φτάσει στον καταναλωτή. Αξίζει να σημειωθεί ότι υπάρχουν αρκετά πραγματικά συστήματα που εφαρμόζουν την Αντίστροφη Εφοδιαστική στην πράξη. Αυτό που δεν έχει γίνει σε σημαντικό βαθμό είναι η συστηματοποίηση αυτής της διαδικασίας μέσω της ανάπτυξης μοντέλων και δημιουργίας κανόνων για εφαρμογή στο αντίστροφο κανάλι.

Η Εφοδιαστική Αλυσίδα (Logistics) περιλαμβάνει όλες τις διαδικασίες που σχετίζονται με τη ροή των προϊόντων από τον παραγωγό προς τον καταναλωτή. Σε κάποιες περιπτώσεις η ροή αυτή συνδυάζεται και με την αντίστροφη ροή, δηλαδή τη ροή των χρησιμοποιημένων προϊόντων ή συσκευασιών από τον καταναλωτή προς τον παραγωγό. Χαρακτηριστικό παράδειγμα αποτελεί η ροή των χρησιμοποιημένων γυάλινων φιαλών όπου σε σημαντικό βαθμό συνδυάζεται το κανάλι της κανονικής ροής με αυτήν της επιστροφής της συσκευασίας. Αυτό το κανάλι της επιστροφής των γυάλινων φιαλών στηρίχθηκε και αναπτύχθηκε με καθαρά οικονομικά κίνητρα. Το προσδοκώμενο όφελος αυτής της διαδικασίας προκύπτει από το χαμηλότερο κόστος της επαναχρησιμοποίησης της συσκευασίας σε σχέση με την κατασκευή νέας, τον περιορισμό του κόστους που συνδέεται με την απόρριψη στο

περιβάλλον, τον περιορισμό των πόρων που εισάγονται στο σύστημα (πρώτες ύλες), και στον περιορισμό του χρόνου επεξεργασίας που απαιτείται για την επανεπεξεργασία της συσκευασίας σε σχέση με την κατασκευή νέας. Στις μέρες μας, πέραν των οικονομικών κινήτρων, είναι οι περιβαλλοντικοί λόγοι που επιτάσσουν την οργάνωση καναλιών επιστροφής προϊόντων και συσκευασιών μετά τη χρήση τους για την αποτελεσματικότερη διαχείρισή τους και την ελαχιστοποίηση των αρνητικών επιπτώσεων στο περιβάλλον [Hu2002], [Geo2004]. Οι σχετικές πρακτικές εφαρμογές περιλαμβάνουν, μεταξύ άλλων, την επαναχρησιμοποίηση προϊόντων ή τμημάτων προϊόντων ή ακόμα και την επανεπεξεργασία ελαττωματικών προϊόντων που προκύπτουν σε κάποιο από τα στάδια της παραγωγικής διαδικασίας.

Τις προηγούμενες δεκαετίες, έγιναν προσπάθειες προσδιορισμού των διαδικασιών της αντίστροφης ροής των προϊόντων και χρησιμοποιήθηκαν όροι όπως "Αντίστροφα κανάλια-Reverse Channels" και "Αντίστροφη ροή-Reverse Flow" οι οποίοι σχετίζονταν περισσότερο με τις διαδικασίες ανακύκλωσης. Ένας όρος που χρησιμοποιήθηκε και συνδέεται περισσότερο με την οπτική των διαδικασιών του συνδυασμού του κανονικού και του αντίστροφου καναλιού παραγωγής-διανομής είναι ο "Αλυσίδα παραγωγής διανομής κλειστού βρόγχου-Closed Loop Supply Chain". Στις μέρες μας, ως Αντίστροφη Εφοδιαστική ορίζεται η διαδικασία του σχεδιασμού, της εφαρμογής και του ελέγχου της αποτελεσματικής (με οικονομικά κριτήρια) ροής επιστροφής υλικών, ενδιάμεσων προϊόντων, προϊόντων και της σχετικής πληροφορίας από το σημείο της κατανάλωσης προς τον παραγωγό και υπό την οπτική γωνία της ανάκτησης αξίας ή κατάλληλης απόρριψης στο περιβάλλον [Wik]. Αναφορά στην εξέλιξη της ερμηνείας του όρου υπάρχει στην εργασία [Fer2003].

Η Αντίστροφη Εφοδιαστική (Α.Εφ.) διακρίνεται από τα ακόλουθα χαρακτηριστικά :

- Είναι μία συνεχής διαδικασία και αποτελεί σημαντικό κομμάτι της στρατηγικής μιας επιχείρησης
- Εμπεριέχει πλήρη και λεπτομερή επανεξέταση του κύκλου ζωής ενός προϊόντος έτσι ώστε να προσδιορισθεί το ποσό της ενέργειας και των

πόρων που καταναλώνονται καθώς και της ποσότητας των αποβλήτων που εναποτίθενται στο περιβάλλον σε κάθε φάση του κύκλου ζωής ενός προϊόντος

- Συμβάλλει σημαντικά στη συνολική περιβαλλοντική δράση μιας επιχείρησης, γεγονός που την καθιστά σημαντικό όπλο για ένα τμήμα προώθησης πωλήσεων
- Αποκτά ιδιαίτερη σημασία για τις επιχειρήσεις λόγω της ολοένα και περισσότερο ανεπτυγμένης περιβαλλοντικής συνείδησης των καταναλωτών, της ανάπτυξης φιλικών προς το περιβάλλον προϊόντων από ανταγωνίστριες εταιρίες και της νομοθεσίας που αναπτύσσεται από τις κυβερνήσεις σε περιβαλλοντικά θέματα.

Οι κύριες λειτουργίες που πραγματοποιούνται κατά την εφαρμογή της Α.Εφ. είναι οι ακόλουθες :

- Συλλογή (collection)
- Ταξινόμηση (sorting)
- Αποθήκευση (storage)
- Μεταφορά (transport)
- Μείωση όγκου μέσω συμπίεσης (compaction), τεμαχισμού (shredding) και συμπύκνωσης (densification)
- Δημιουργία δικτύου επικοινωνίας με αγοραστές και δημιουργία νέων αγορών για το ανακατασκευασμένο προϊόν
- Επεξεργασία - Διαλογή - Ανάκτηση (recovery).

Τα αναμενόμενα κέρδη από την εφαρμογή της διαδικασίας Α.Εφ. σε μία επιχείρηση περιέχουν μεταξύ των άλλων:

- Βελτιωμένο έλεγχο των λειτουργιών αποκομιδής

- Μείωση του κόστους συσκευασίας
- Βελτίωση της εικόνας της επιχείρησης.

Εάν θελήσει κανείς να αποτυπώσει τη διαδικασία της Α.Εφ. που εφαρμόζεται σε μία επιχείρηση ή και να τη δημιουργήσει από την αρχή, ουσιαστικά πρέπει να μελετήσει τις βασικές της λειτουργίες και να διακρίνει τα οφέλη που αναφέρονται παραπάνω. Βασικά χαρακτηριστικά των δικτύων επιστροφής ανάλογα με το προϊόν μπορεί να βρει κανείς στην εργασία [Fle2000]. Στη συνέχεια θα ακολουθήσει μία σύντομη περιγραφή των λειτουργιών αυτών.

Συλλογή

Η συλλογή του προϊόντος που έχει ολοκληρώσει τον κύκλο ζωής του μπορεί να γίνει με τους ακόλουθους τρόπους :

Αποκομιδή κατευθείαν από το χρήστη

Δημιουργία κέντρων συλλογής όπου ο χρήστης επιστρέφει το χρησιμοποιημένο προϊόν (π.χ. συλλογή χαρτιού από τους δήμους)

Αγορά από την ίδια την επιχείρηση του χρησιμοποιημένου προϊόντος (π.χ. τα μπουκάλια των αναψυκτικών).

Ταξινόμηση

Η ταξινόμηση μαζί με τη μεταφορά είναι οι πιο σημαντικές λειτουργίες της Α.Εφ. ενώ έχουν συνήθως και το μεγαλύτερο κόστος. Ο βασικός λόγος στον οποίο οφείλεται αυτό είναι το ότι η ταξινόμηση γίνεται συχνά μέσω χειρονακτικής εργασίας ιδιαίτερα όταν πρόκειται για ένα προϊόν που έχει ήδη χρησιμοποιηθεί. Ένα τέχνασμα που αξιοποιούν συχνά οι εταιρίες είναι η κωδικοποίηση όλων των εξαρτημάτων ενός προϊόντος έτσι ώστε να εξοικονομηθεί πολύτιμος χρόνος κατά την ταξινόμηση.

Ένα σημαντικό πρόβλημα είναι ο προσδιορισμός του σημείου του αντίστροφου καναλιού όπου θα πραγματοποιηθεί η ταξινόμηση. Έτσι έχουμε :

- Ταξινόμηση από το χρήστη (π.χ. kerbside collection με τρεις κάδους, για χαρτί, μέταλλο και πλαστικό)
- Ταξινόμηση στην επιχείρηση (π.χ. ελαστικά αυτοκινήτων)
- Ταξινόμηση σε ενδιάμεσα σημεία του καναλιού (π.χ. γυάλινες φιάλες).

Αποθήκευση

Το πρόβλημα του προσδιορισμού της δυναμικότητας και της θέσης των μονάδων αποθήκευσης στο αντίστροφο κανάλι, διακρίνεται από το χαρακτηριστικό της αβεβαιότητας του μεγέθους των επιστρεφόμενων προϊόντων γεγονός που το κάνει να διαφέρει από το αντίστοιχο πρόβλημα που παρουσιάζεται στο ευθύ κανάλι. Επιπλέον είναι σημαντικό να εντοπίσει κανείς φαινόμενα επιδείνωσης της ποιότητας των προϊόντων και της αντίστοιχης μείωσης της αγοραστικής τους αξίας κατά τη διάρκεια που το προϊόν παραμένει αποθηκευμένο.

Μεταφορά

Οι βασικές διαφοροποιήσεις σε σχέση με το ευθύ κανάλι οφείλονται στο ότι τα χρησιμοποιημένα προϊόντα έχουν μικρή σχετικά αξία και γι' αυτό επιβάλλεται η μεταφορά τους σε μεγάλες ποσότητες. Επιπλέον σημαντικό είναι το ερώτημα του εάν πρέπει να μεταφέρονται χρησιμοποιημένα προϊόντα ή πρέπει πρωτίτερα να πραγματοποιηθεί αποσυναρμολόγηση ή/και μείωση του όγκου με σκοπό να μεταφέρονται πρώτες ύλες ή ενδιάμεσα προϊόντα.

Μείωση του όγκου

Δύο είναι εδώ τα κυρίαρχα ερωτήματα. Τα πρώτο αναφέρεται στον τρόπο που θα πραγματοποιηθεί η μείωση του όγκου (συμπίεση, τεμαχισμός, αποσυναρμολόγηση ή συμπύκνωση) καθώς και στο βαθμό μείωσης του όγκου (π.χ. βαθμός αποσυναρμολόγησης). Το δεύτερο είναι η εύρεση του σημείου που θα πραγματοποιηθεί η μείωση του όγκου.

Δημιουργία δικτύου επικοινωνίας με αγοραστές και δημιουργία νέων αγορών για το χρησιμοποιημένο προϊόν

Εδώ εντάσσονται οι δραστηριότητες κάθε φορέα του καναλιού της Α.Εφ. προκειμένου αποκατασταθεί επικοινωνία με το φορέα που προηγείται και έπεται.

Επεξεργασία - Διαλογή - Ανάκτηση(recovery)

Σε αυτό το στάδιο αξιοποιείται το χρησιμοποιημένο προϊόν προκειμένου να παραχθεί ένα νέο προϊόν το οποίο μπορεί να είναι ίδιο ή διαφορετικό από το αρχικό. Αυτό είναι και το τελευταίο στάδιο της διαδικασίας της Α.Εφ. Η διαλογή δεν είναι απαραίτητο να πραγματοποιείται στην επιχείρηση αλλά μπορεί να γίνει και πριν φθάσει σε αυτή, πράγμα το οποίο εξαρτάται από το κόστος μεταφοράς, το κόστος του απαιτούμενου εξοπλισμού για τον ποιοτικό έλεγχο, την αξία του χρησιμοποιημένου προϊόντος κ.λ.π.

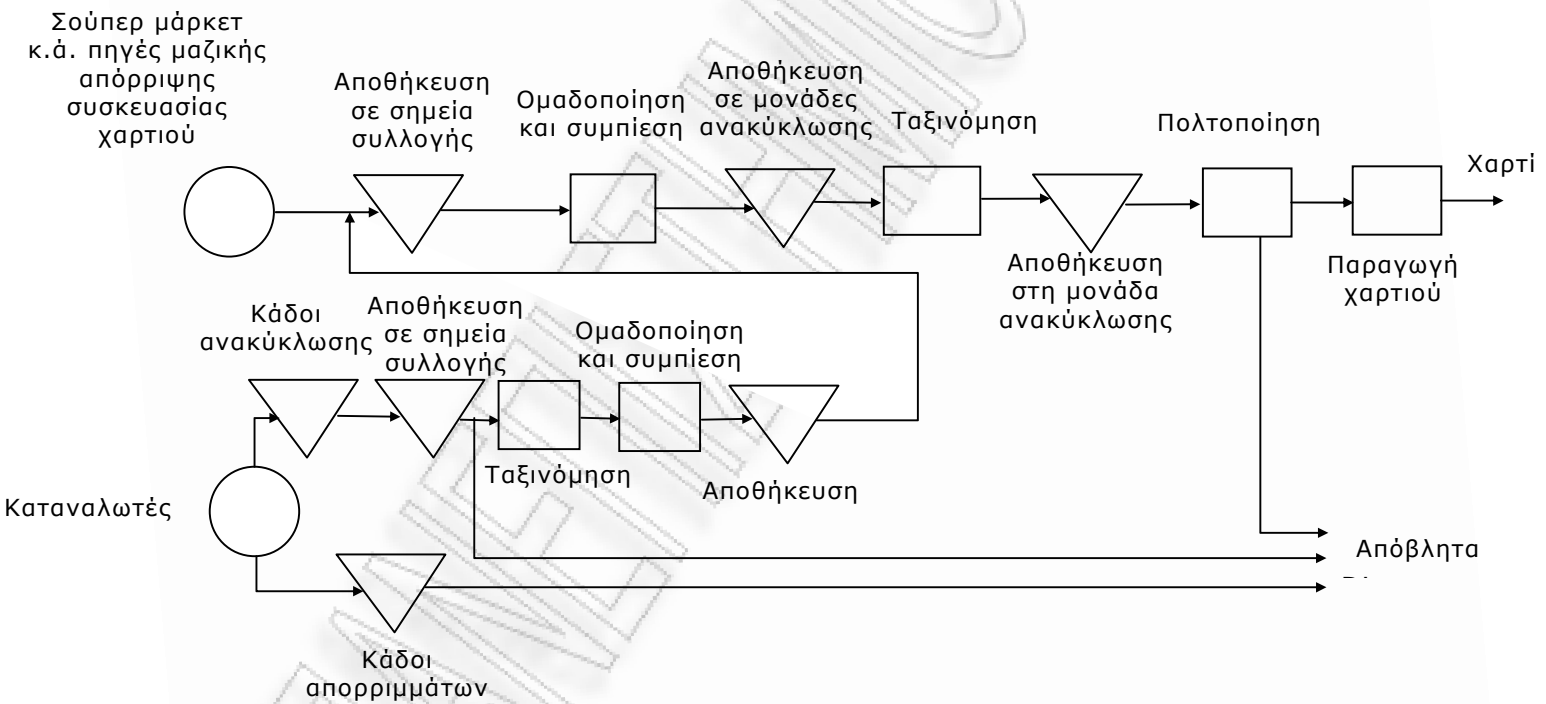
Η ανάκτηση μπορεί να περιλαμβάνει:

- Επαναχρησιμοποίηση (reuse) του χρησιμοποιημένου προϊόντος χωρίς καμία επεξεργασία [Ami2005]
- Επιδιόρθωση (repair), δηλαδή, αποκατάσταση ελαττωματικών μερών και επαναχρησιμοποίηση
- Αποσυναρμολόγηση για τη δημιουργία πρώτων υλών για άλλα προϊόντα (Cannibalization)
- Ανακατασκευή (remanufacturing), δηλαδή, πλήρης αποσυναρμολόγηση του προϊόντος, πλήρης ποιοτικός έλεγχος, επισκευή ή αντικατάσταση ελαττωματικών μερών, αναβάθμιση εφόσον απαιτείται και πώληση του προϊόντος που προκύπτει ως νέο προϊόν
- Ανακύκλωση (recycling)
- Αξιοποίηση για την ανάκτηση ενέργειας.

3.2 Αποτύπωση Αντίστροφης Εφοδιαστικής Αλυσίδας σε πραγματικά συστήματα

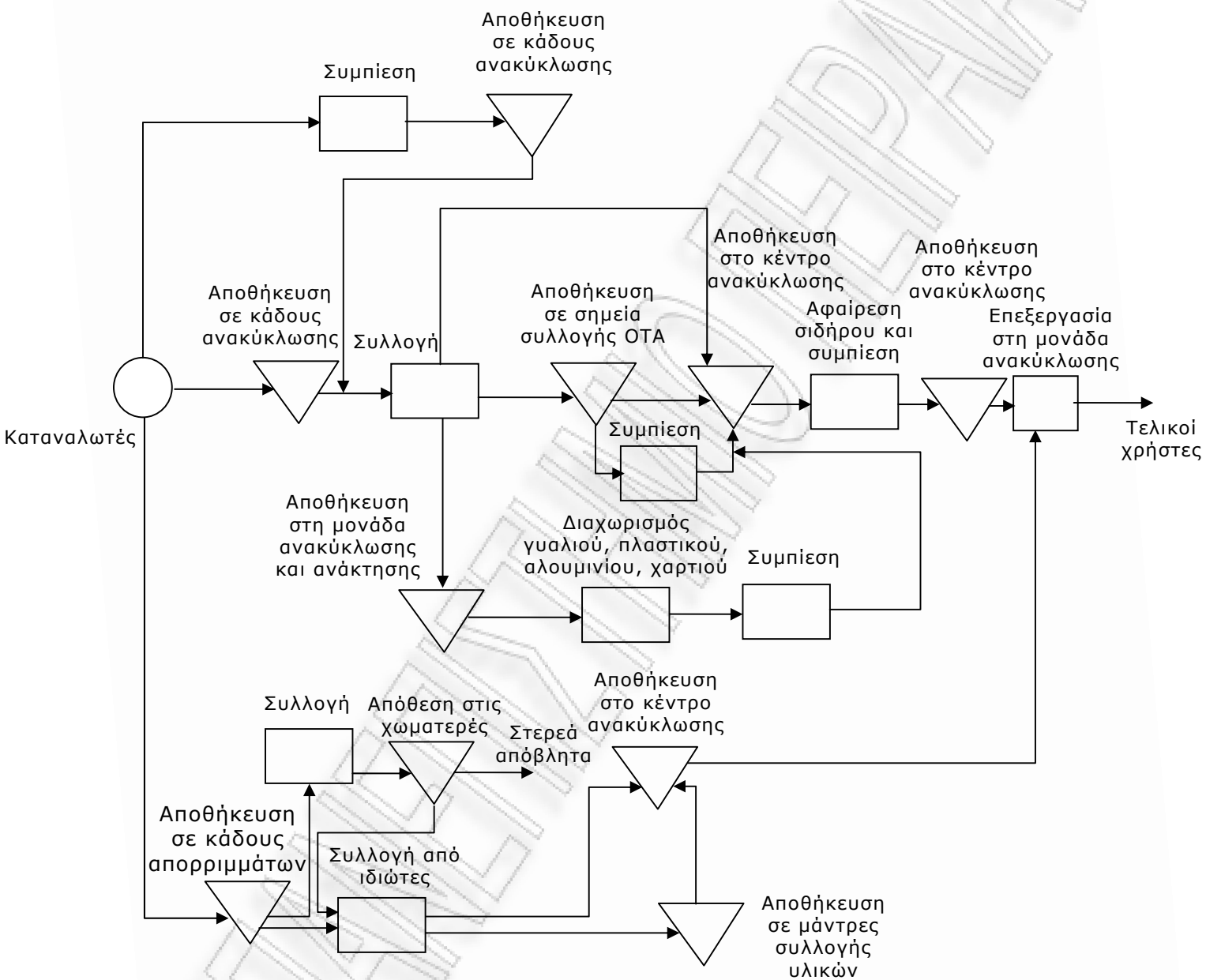
Προκειμένου να μπορέσει κανείς να αντιμετωπίσει τα προβλήματα που παρουσιάζονται στα συστήματα που περιλαμβάνουν διαδικασίες Α.Εφ. πρέπει πριν από οτιδήποτε άλλο να αναγνωρίσει τα σχετικά κανάλια αντίστροφης ροής. Στα Σχήματα 3.1, 3.2, 3.3, 3.4, 3.5 και 3.6 παρουσιάζεται διαγραμματικά η αντίστροφη ροή κάποιων προϊόντων/υλικών έτσι όπως αυτή πραγματοποιείται στην Ελληνική Επικράτεια.

Πηγή: [Vou1999]



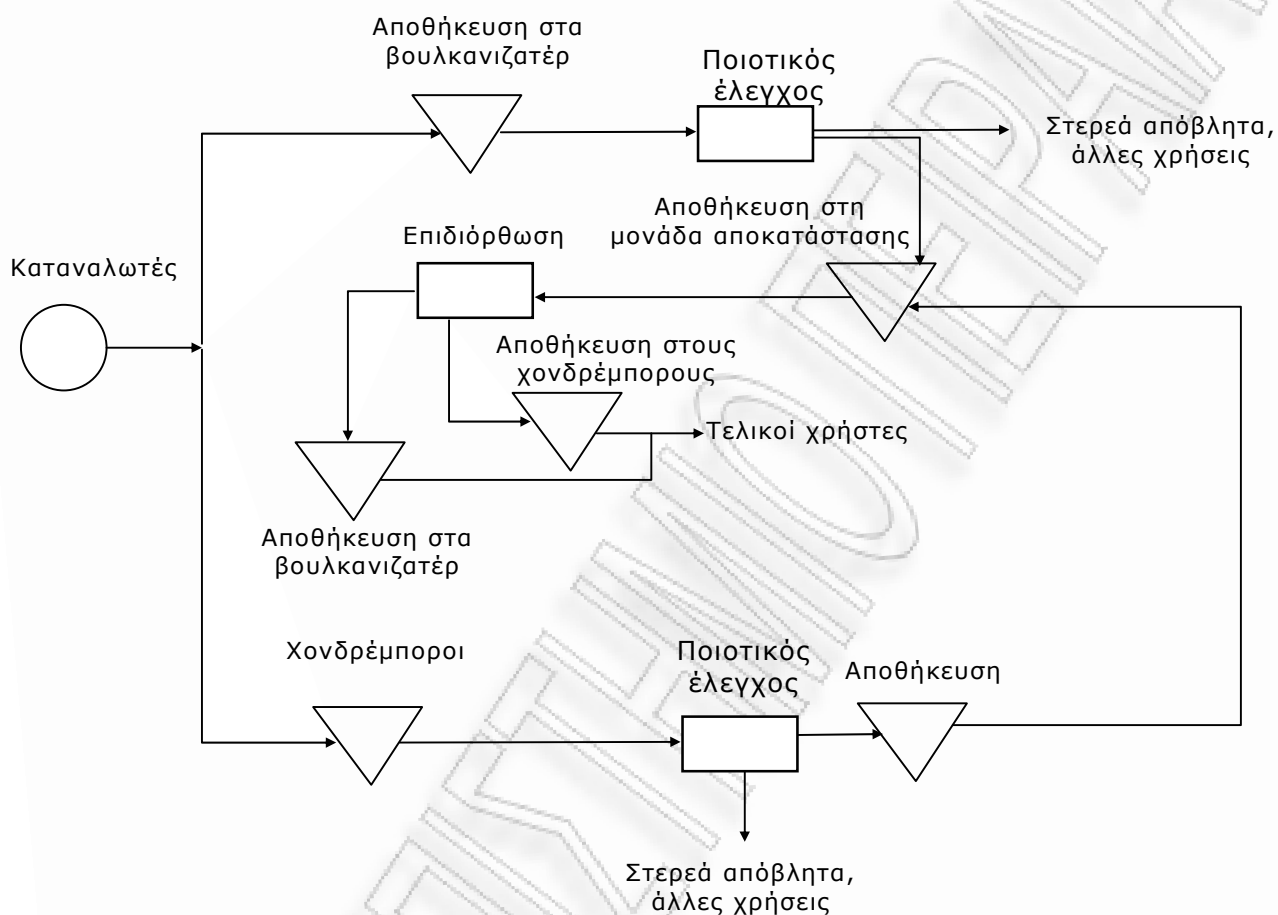
Σχήμα 3.1: Αντίστροφη Εφοδιαστική χάρτινων συσκευασιών

Πηγή: [Vou1999]

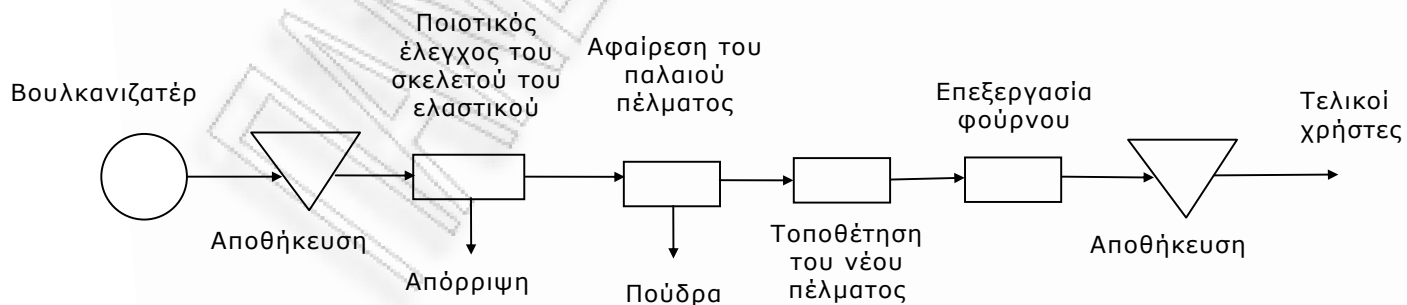


Σχήμα 3.2: Αντίστροφη Εφοδιαστική κουτιών αλουμινίου

Πηγή: [Vou1999]

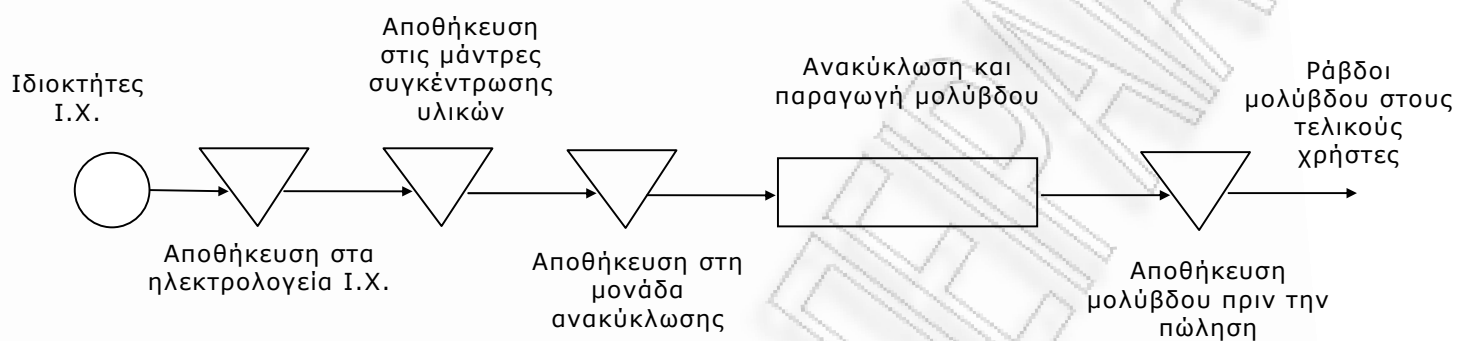


Σχήμα 3.3: Αντίστροφη Εφοδιαστική ελαστικών αυτοκινήτου

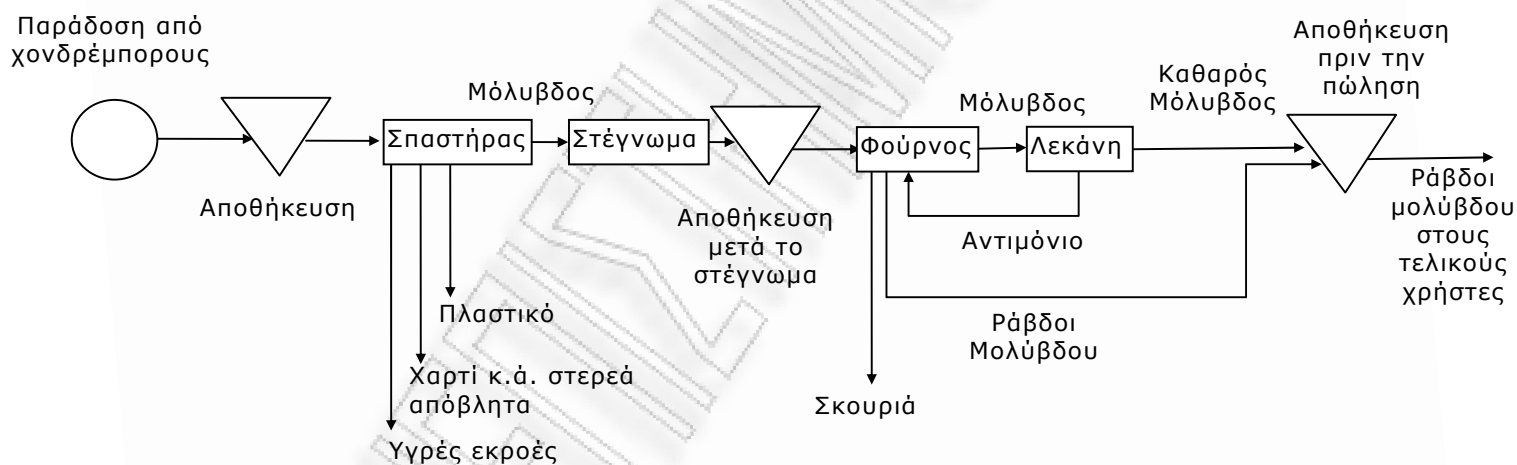


Σχήμα 3.4: Επεξεργασία στη μονάδα αποκατάστασης ελαστικών αυτοκινήτου

Πηγή: [Vou1999]



Σχήμα 3.5: Αντίστροφη Εφοδιαστική μπαταριών αυτοκινήτου



Σχήμα 3.6: Επεξεργασία μπαταριών στη μονάδα ανακύκλωσης

3.3 Ανάλυση της Αντίστροφης Εφοδιαστικής Αλυσίδας των μπαταριών αυτοκινήτου

Οι μπαταρίες των οχημάτων ανήκουν στην κατηγορία των προϊόντων που εξακολουθούν να έχουν αξία ακόμα και μετά το τέλος του κύκλου ζωής τους. Αυτό συμβαίνει διότι τα βασικά συστατικά μιας μπαταρίας είναι το πλαστικό και ο μόλυβδος, τα οποία είναι ανακυκλώσιμα. Έτσι, στην Ελλάδα υπάρχουν δύο μεγάλες και αρκετές μικρότερες μονάδες ανακύκλωσης των χρησιμοποιημένων μπαταριών, μία από τις οποίες είναι το αντικείμενο μελέτης αυτής της εργασίας. Πρόκειται για μία ατομική επιχείρηση με έδρα τον Ασπρόπυργο που δραστηριοποιείται αποκλειστικά στην ανακύκλωση του μολύβδου, ο οποίος μπορεί να προκύψει είτε από την ανακύκλωση των μπαταριών είτε (σε πολύ μικρότερο ποσοστό) από την ανακύκλωση μολυβδοσωλήνων.

Από τη στιγμή της ολοκλήρωσης του κύκλου ζωής μιας μπαταρίας έως και το στάδιο της εκμετάλλευσης των ανακυκλώσιμων υλών που προκύπτουν από αυτήν, δημιουργείται μια αντίστροφη αλυσίδα στην οποία συμμετέχουν αρκετοί φορείς. Παρακάτω καταγράφονται όλα τα στάδιά της με ιδιαίτερη έμφαση στα ποιοτικά και ποσοτικά στοιχεία των διαδικασιών εφοδιαστικής.

Στο Σχήμα 3.5 φαίνεται η πορεία που ακολουθεί η μπαταρία αμέσως μόλις ολοκληρώσει τον κύκλο ζωής της. Αρχικά συνήθως καταλήγει σε κάποιο ηλεκτρολογείο αυτοκινήτων (με τον όρο ηλεκτρολογείο θεωρούμε κάθε συνεργείο το οποίο διαθέτει τμήμα αλλαγής μπαταριών). Αυτός είναι ο κανόνας με ελάχιστες εξαιρέσεις, όπου κάποιος ιδιώτης θα αντικαταστήσει μόνος του τη μπαταρία χωρίς να πάει σε κάποιο ηλεκτρολογείο. Η μπαταρία παραμένει στο ηλεκτρολογείο μέχρι να περάσει κάποιος πλανόδιος συλλέκτης – τον οποίο θα αποκαλούμε γυρολόγο – για να τη μαζέψει. Οι μπαταρίες αποθηκεύονται σε στήλες σε κάποιο συγκεκριμένο χώρο κάθε ηλεκτρολογείου. Συχνά στο παρελθόν οι ηλεκτρολόγοι πετούσαν τα υγρά τους στο δίκτυο αποχέτευσης. Επειδή όμως τα υγρά των μπαταριών περιέχουν ισχυρά οξέα είναι ικανά να διαβρώσουν το αποχετευτικό δίκτυο. Για αυτό το λόγο σήμερα οι μπαταρίες αποθηκεύονται και προωθούνται στα επόμενα στάδια της αλυσίδας χωρίς να αφαιρεθούν τα υγρά τους. Είναι δύσκολο να γίνει μία

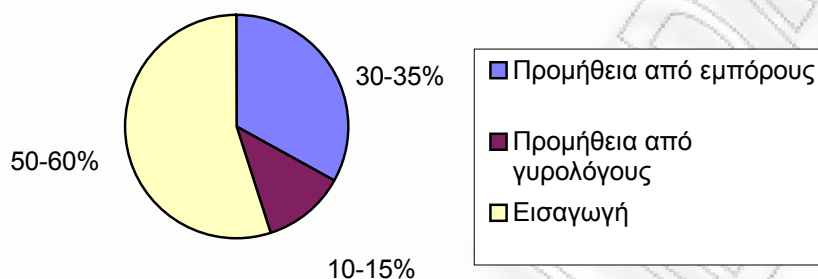
εκτίμηση της ποσότητας των μπαταριών που διακινεί ένα ηλεκτρολογείο διότι το μέγεθος αυτό μπορεί να ποικίλει από μερικές δεκάδες (τυπικό συνοικιακό ηλεκτρολογείο) έως και πολλές εκατοντάδες (μεγάλα εξουσιοδοτημένα συνεργεία) ανά έτος. Κατά τη διάρκεια της παραμονής της μπαταρίας στο ηλεκτρολογείο δεν συμβαίνει κάποια φθορά ή μείωση της αξίας της, τέτοια που να έχει σημασία για τα επόμενα στάδια της αλυσίδας.

Οι γυρολόγοι συλλέγουν τις μπαταρίες και τις μεταφέρουν με χρήση μικρών φορτηγών. Η ποσότητα μπαταρίας που μπορεί να μεταφέρει ένα τέτοιο όχημα είναι 1.500-2.000 κιλά περίπου. Πολλές φορές οι γυρολόγοι συλλέγουν και άλλα υλικά εκτός της μπαταρίας, όπως χρησιμοποιημένες μίζες και σίδερα. Μόλις έχει συμπληρωθεί ο όγκος που το φορτηγό μπορεί να μεταφέρει ο γυρολόγος προωθεί τις μπαταρίες σε εμπόρους χρησιμοποιημένων υλικών – που θα αναφέρουμε ως εμπόρους. Σε ορισμένες περιπτώσεις ο γυρολόγος πουλά απευθείας τις μπαταρίες στην επιχείρηση ανακύκλωσης. Η ποσότητα που συλλέγει ένας γυρολόγος κυμαίνεται μεταξύ 1.500 έως 3.000 κιλά ανά ημέρα. Σε καμία περίπτωση ο γυρολόγος δεν αποθηκεύει τις μπαταρίες.

Ο επόμενος κρίκος της αντίστροφης αλυσίδας είναι οι έμποροι. Ουσιαστικά πρόκειται για μάντρες όπου γίνεται συλλογή όλων των χρησιμοποιημένων υλικών και αντικειμένων που εξακολουθούν να έχουν εμπορική αξία (χαλκός, σίδηρος, αλουμίνιο κλπ). Εκεί οι μπαταρίες παραμένουν μέχρι να συμπληρωθεί όγκος ενός μεγάλου φορτηγού (15.000 κιλά περίπου) οπότε και μεταφέρονται στη μονάδα ανακύκλωσης. Οι μπαταρίες φορτώνονται στο φορτηγό με χρήση αρπάγης.

Στη συνέχεια συναντάμε τη μονάδα ανακύκλωσης που είναι ο πρώτος κρίκος της αντίστροφης αλυσίδας όπου πραγματοποιείται επεξεργασία του προϊόντος και προστίθεται αξία σε αυτό. Προμηθευτές της μονάδας ανακύκλωσης (Μ.Α.) είναι κατά βάση οι έμποροι. Επίσης, σε ένα σημαντικό ποσοστό γίνεται εισαγωγή χρησιμοποιημένης μπαταρίας από το εξωτερικό (πρώην ανατολικές χώρες, Κύπρος). Όλα αυτά φαίνονται διαγραμματικά στο Σχήμα 3.7.

Πηγή: [Vou1999]



Σχήμα 3.7: Κατανομή των προμηθευτών χρησιμοποιημένης μπαταρίας

Πρέπει να σημειωθεί ότι η μπαταρία που εισάγεται δεν περιέχει υγρά και αυτό επιβάλλεται από τη νομοθεσία διεθνών μεταφορών (συνθήκη Βασιλείας). Η εισαγόμενη μπαταρία μεταφέρεται μέσω θάλασσας.

Η Μ.Α. που μελετάμε επεξεργάζεται περίπου 28.800 τόνους χρησιμοποιημένης μπαταρίας ετησίως, ποσότητα που αντιστοιχεί στο 30% περίπου του συνολικού όγκου που ανακυκλώνεται ετησίως στην Ελλάδα. Υπάρχει μία ακόμα Μ.Α. του ίδιου μεγέθους με έδρα τη Θήβα και αρκετές μικρότερες διεσπαρμένες στον Ελλαδικό χώρο.

Από 100 κιλά μπαταρίας μετά την διαδικασία ανάκτησης προκύπτουν 25 κιλά μολύβδου και 7,5 κιλά πλαστικού, άρα παράγονται ετησίως περίπου 7.200 τόνοι μολύβδου και 2.160 τόνοι πλαστικού. Στη Μ.Α. ανακυκλώνονται και άλλα προϊόντα μολύβδου (π.χ. μολυβδοσωλήνες) αλλά σε ασήμαντο ποσοστό. Το πλαστικό προωθείται στην εγχώρια αγορά για διάφορες χρήσεις. Ο παραγόμενος μολύβδος σε ποσοστό 90% εξάγεται και χρησιμοποιείται για την παραγωγή σκαγιών καθώς και για την παραγωγή κραμάτων μολύβδου, ενώ υπάρχει και ένα ποσοστό για το οποίο δεν είναι γνωστή η χρήση του. Ο μολύβδος που προωθείται στην εγχώρια αγορά χρησιμοποιείται για την παραγωγή μολυβδόφυλλων και μολυβδοσωλήνων. Ανά περιόδους

πραγματοποιείται αποθεματοποίηση μολύβδου, γεγονός που έχει να κάνει με την ποιότητα του παραγόμενου μολύβδου καθώς και την τιμή του στην αγορά.

Όπως αναφέρθηκε, η μπαταρία μεταφέρεται στη Μ.Α. με φορτηγά. Τα φορτηγά αφού ζυγιστούν ξεφορτώνουν τη μπαταρία και ξαναζυγίζονται έτσι ώστε να προσδιορισθεί το ακριβές βάρος της μπαταρίας που παρέχεται στη Μ.Α. Ο χώρος που ξεφορτώνεται η μπαταρία είναι υπαίθριος και βρίσκεται δίπλα στο σπαστήρα. Κατόπιν οι μπαταρίες με τη βοήθεια ενός μικρού ανυψωτικού μηχανήματος τοποθετούνται στην είσοδο του σπαστήρα. Εξαιρέση αποτελούν κάποιες από τις μπαταρίες των φορτηγών αυτοκινήτων, οι οποίες περιβάλλονται από βακελίτη και όχι από πλαστικό. Αυτές οι μπαταρίες θρυμματίζονται χειρωνακτικά και ο μολύβδος τους προωθείται στα επόμενα στάδια της παραγωγικής διαδικασίας ενώ ο βακελίτης είναι άχρηστος και απορρίπτεται στο περιβάλλον (χωματερή). Από το θρυμματισμό της μπαταρίας προκύπτουν οξειδία του μολύβδου, πλαστικό, χαρτί και υγρά μπαταρίας. Λόγω του διαφορετικού ειδικού βάρους τους διαχωρίζονται μέσα σε ένα δοχείο με νερό και έτσι προκύπτουν το πλαστικό και τα οξειδία του μολύβδου τα οποία η Μ.Α. εκμεταλλεύεται περαιτέρω, ενώ το χαρτί απορρίπτεται.

Τα οξειδία του μολύβδου βρίσκονται δίπλα στο δοχείο με το νερό και περιέχουν σημαντικά ποσά υγρασίας. Γι' αυτό το λόγο παραμένουν εκεί μέχρι να στεγνώσουν και να οδηγηθούν στο φούρνο για την περαιτέρω επεξεργασία. Ο φούρνος λειτουργεί σε 24ωρη βάση και όλες τις ημέρες του χρόνου (είναι οικονομικά ασύμφορο να σβήσει και να ξανανάψει). Η θερμοκρασία λειτουργίας του είναι περίπου 1.000 οC. Εκεί, με την προσθήκη ανθρακικής σόδας (5%), σιδήρου (6,5%), αλατιού (2,5%) και καρβουνίλας (5%) παράγεται καθαρός μολύβδος. Ταυτόχρονα παράγεται και σκουριά και έτσι δημιουργείται ένα μίγμα μολύβδου-σκουριάς το οποίο βρίσκεται σε ρευστή μορφή. Το μίγμα τοποθετείται σε ένα δοχείο έτσι ώστε αν επιδιώξουμε ροή του μίγματος από το κάτω μέρος του δοχείου αρχικά ρέει ο μολύβδος (λόγω του ότι έχει μεγάλο ειδικό βάρος) και έτσι διαχωρίζεται από τη σκουριά. Η σκουριά εισάγεται και πάλι στον κλίβανο διότι περιέχει υπολείμματα μολύβδου. Ο καθαρός μολύβδος τοποθετείται σε καλούπια 3 τόνων και υπόκειται σε ποιοτικό έλεγχο με τη μέθοδο της δειγματοληψίας. Κατόπιν οδηγείται εκτός

του χώρου του φούρνου, όπου και τεμαχίζεται σε μικρά τεμάχια, και αποθηκεύεται σε στήλες σε υπαίθριο χώρο μέχρι να πωληθεί στον πελάτη.

Παράλληλα με το μόλυβδο και τη σκουριά παράγεται αέρια μόλυνση (SO₂ και σωματίδια). Για αυτό το λόγο τα αέρια που παράγονται στο φούρνο οδηγούνται στο σύστημα ελέγχου αέριας μόλυνσης (air pollution control system), όπου τα βλαβερά αέρια παρακρατούνται με τη βοήθεια ειδικών φίλτρων.

Η μονάδα ανακύκλωσης απασχολεί συνολικά 16 άτομα, και με εξαίρεση το φούρνο λειτουργεί 6 ημέρες την εβδομάδα σε δύο βάρδιες.

Τα στοιχεία της παραπάνω αποτύπωσης χρησιμοποιήθηκαν για την εφαρμογή Ανάλυσης Κύκλου Ζωής (Life Cycle Analysis) στις μπαταρίες αυτοκινήτου [Dan2003].

3.4 Προβλήματα βελτιστοποίησης στην Αντίστροφη Εφοδιαστική

Αρκετές χώρες έχουν συμπεριλάβει πλέον στη νομοθεσία τους διατάξεις που καθορίζουν τον παραγωγό ενός προϊόντος ως υπεύθυνο για τη συλλογή του προϊόντος και της συσκευασίας μετά τη χρήση του. Αρκετά νωρίτερα και συγκεκριμένα στις αρχές της δεκαετίας του 90 υπήρχαν αναφορές που αναφέρονταν στο θέμα της Α.Εφ. και στην ανάγκη δόμησης καναλιών επιστροφής των χρησιμοποιημένων προϊόντων [Bar1993], [Bar1998], [Whi1994], [Mel1995], [Wu1995]. Σε κάποιες περιπτώσεις εξετάστηκε η δυνατότητα απόκτησης κέρδους για τις επιχειρήσεις μέσω της ανάκτησης πρώτων υλών ή προϊόντων [Thi1995], [Est1998], [Rei1999]. Το προσδοκώμενο όφελος για τις επιχειρήσεις μπορεί να προκύψει τόσο από την ελάττωση των απαιτούμενων πρώτων υλών, όσο και από τη βελτίωση της εικόνας μιας επιχείρησης μέσω της ανάδειξης δραστηριοτήτων οικολογικής

διάστασης, που εντάσσονται στο ευρύτερο πλαίσιο της κοινωνικής ευθύνης ενός οργανισμού.

Οι πρώτες προσπάθειες διερεύνησης μοντέλων για την αποτελεσματική διαχείριση του καναλιού της επιστροφής ανέδειξε τις δυσκολίες που παρουσιάζονται [Gui1997], [Gui1998]. Τα μαθηματικά μοντέλα που αναπτύσσονται για την επίλυση των σχετικών προβλημάτων είναι αρκετά πιο σύνθετα από όσα είχαν παρουσιαστεί στο παρελθόν για την αντιμετώπιση των προβλημάτων της Εφοδιαστικής Αλυσίδας. Η εξήγηση για το παραπάνω συνδέεται με τρεις βασικούς παράγοντες:

A) Η Α.Εφ. αρκετά συχνά χρησιμοποιεί τμήματα της υπάρχουσας Εφοδιαστικής Αλυσίδας γεγονός που προσθέτει συνθετότητα στα προβλήματα που έχουν λυθεί ή ερευνώνται

B) Σε όλα τα στάδια της Α.Εφ. υπάρχουν παράμετροι που είναι δύσκολο να προσδιοριστούν ή/και να ελεγχθούν. Αυτές οι παράμετροι αναφέρονται στην αβεβαιότητα που σχετίζεται με την ποσότητα των προϊόντων που επιστρέφονται και κυρίως στην ποιότητά τους, που καθορίζει σε σημαντικό βαθμό τον κλάδο του δικτύου της Α.Εφ. που θα πρέπει να ακολουθήσουν.

Γ) Ο τύπος των επιστρεφόμενων αγαθών καθορίζει το χρόνο και τον τρόπο της επιστροφής τους. Για παράδειγμα αν η επιστροφή αφορά συσκευασία θα πρέπει να γίνει το συντομότερο δυνατό. Οι Οργανισμοί Τοπικής Αυτοδιοίκησης εμπλέκονται συχνότερα σε αυτήν την αντίστροφη ροή και η ανάκτηση συνήθως συνδέεται με την ανακύκλωση. Αντίθετα, τα χρησιμοποιημένα προϊόντα επιστρέφουν μετά τη χρήση τους ενώ τα κανάλια επιστροφής μπορούν να διαφέρουν ακόμα και για το ίδιο προϊόν [Poh1992].

Τα ποσοτικά μοντέλα που έχουν αναπτυχθεί για την αντιμετώπιση προβλημάτων Α.Εφ. αναφέρονται κυρίως:

- Στα προβλήματα Διανομής (Distribution) [MIR1989], [Poh1992], [Cra1993] που εδώ χαρακτηρίζεται από την αποκέντρωση των πηγών και τον περιορισμένο αριθμό των προορισμών [Gin1978], [Bat1988],

[Erk1996], καθώς και την προσπάθεια συνδυασμού των καναλιών της κανονικής και της αντίστροφης ροής [Cas1996], [Blo1994].

- Στα συστήματα Ελέγχου Αποθεμάτων (Inventory Control) [Laa1993], [Laa1996], [Laa1996b], [Ind1996], [Ind1997], [Dob2003] και οικονομικής ποσότητας παραγγελίας [Dob2004], όπου θεωρείται ότι τα επιστρεφόμενα προϊόντα αποτελώντας μία νέα πηγή αποθέματος [Sim1978]. Η νέα πηγή αποθέματος χαρακτηρίζεται από σημαντική αβεβαιότητα σε ό,τι αφορά την ποσότητα και την ποιότητα των υλικών.
- Στα προβλήματα Προγραμματισμού Παραγωγής (Production Planning) με την επαναχρησιμοποίηση εξαρτημάτων και υλικών. Αναφέρονται προβλήματα Ανακατασκευής [Lun1984], [Gui1996], σχεδιασμού για αποσυναρμολόγηση [Joh1995], [Pen1996], [Gur1994], σχεδιασμού απαιτήσεων υλικών [Fla1994], [Fla1994b].

Στην εργασία των Fleischmann κ.ά. [Fle1997] παρουσιάζεται μία βιβλιογραφική επισκόπηση ποσοτικών μοντέλων που έχουν αναπτυχθεί για την αντιμετώπιση προβλημάτων Α.Εφ.

Τα τελευταία χρόνια έχει αποδειχθεί η ιδιαίτερη σημασία της χρήσης των εργαλείων πληροφορικής στην οργάνωση και τον έλεγχο των δραστηριοτήτων της Α.Εφ. [Car2004], [Cho2005].

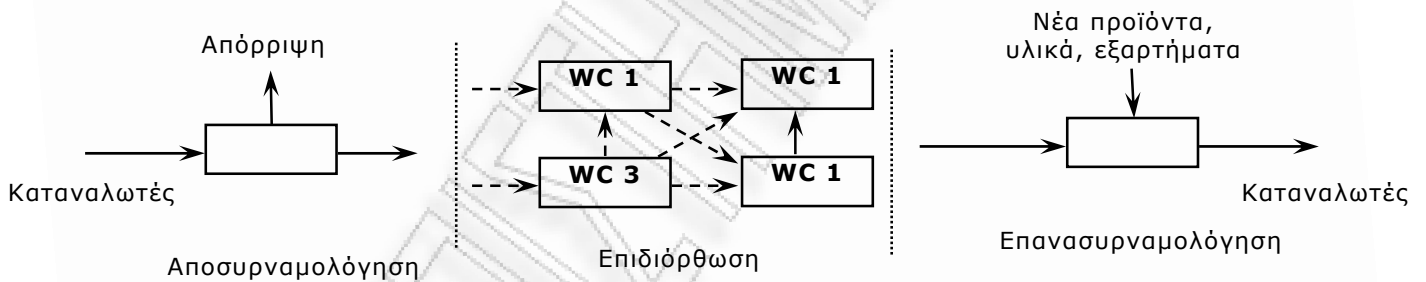
3.5 Μείωση Αξίας και Αντίστροφη Εφοδιαστική

Όπως αναφέρθηκε και παραπάνω ο σχεδιασμός των παραγωγικών διαδικασιών της ανάκτησης στην Α.Εφ. χαρακτηρίζεται από ιδιαίτερη πολυπλοκότητα που περιλαμβάνουν την αβεβαιότητα του ρυθμού άφιξης προϊόντων/υλικών, της ποιότητά τους και, κατά συνέπεια, του απαιτούμενου χρόνου επεξεργασίας τους, την ανάγκη για το συνδυασμό χρησιμοποιημένων και νέων προϊόντων/υλικών όπου αυτό είναι εφικτό και τις διαδικασίες αποσυναρμολόγησης και ποιοτικού ελέγχου που πρέπει να παρεμβληθούν. Η πολυπλοκότητα των σχετικών προβλημάτων αυξάνει στην περίπτωση που το

παραγωγικό σύστημα λειτουργεί με στοιχεία ταυτοποίησης των εξαρτημάτων των προϊόντων. Τα στοιχεία ταυτοποίησης είναι κωδικοί που αναγράφονται στα εξαρτήματα των προϊόντων οι οποίοι υποδεικνύουν τη ροή τους στο κανάλι της επιστροφής. Οι σχετικές εφαρμογές απαντώνται συχνά σε μονάδες ανακατασκευής. Μία μονάδα ανακατασκευής περιλαμβάνει συνήθως τρεις υπομονάδες:

- Τη μονάδα αποσυναρμολόγησης
- Τη μονάδα επιδιόρθωσης
- Τη μονάδα επανασυναρμολόγησης.

Πηγή: [Ind2004]



Σχήμα 3.8: Δομή μονάδας επανακατασκευής

Μονάδες ανακατασκευής εμφανίζονται αρκετά συχνά στις Α.Εφ. των προϊόντων υψηλής τεχνολογίας [Kri1999], [Vou2001], [Ind2004], [Nag2005], [Vou2009]. Σε τέτοιες περιπτώσεις η αξία των εξαρτημάτων ακολουθεί πτωτική πορεία με την πάροδο του χρόνου. Υπάρχουν περιπτώσεις όπου η σχέση που συνδέει το χρόνο με την αξία έχει εκθετική μορφή [Fer1997]. Στα σχετικά προβλήματα ΧΠ αυτό αποτελεί μία παράμετρο που προσθέτει πολυπλοκότητα. Το πρόβλημα παρουσιάζεται εκτενώς, μοντελοποιείται και επιλύεται στο Κεφάλαιο 4 της διατριβής.

3.6 Προγραμματισμός παραγωγής σε συστήματα επανεπεξεργασίας

Μία ειδική περίπτωση που εντάσσεται στην Α.Εφ. είναι αυτή των συστημάτων Επανεπεξεργασίας (Rework). Η Επανεπεξεργασία ορίζεται ως η διαδικασία αναβάθμισης προϊόντων που παρήχθησαν με ελάττωμα (defect items) σε προϊόντα που πληρούν κάποιες προκαθορισμένες προδιαγραφές, τέτοιες που να επιτρέπουν τη διανομή τους. Η επανεπεξεργασία μπορεί να αναφέρεται ακόμα και σε προϊόντα τα οποία έχουν εξαχθεί από τη μονάδα παραγωγής του προϊόντος και βρίσκονται σε επόμενο κρίκο της εφοδιαστικής αλυσίδας. Η περιβαλλοντική νομοθεσία, το κόστος των πρώτων υλών και το κόστος απόρριψης ή/και ανακύκλωσης προϊόντων είναι μερικές από τις αιτίες που εγείρουν το ενδιαφέρον της υιοθέτησης μεθόδων επανεπεξεργασίας στα παραγωγικά συστήματα. Οι λόγοι που καθιστούν συμφερότερη την εφαρμογή επανεπεξεργασίας σε ένα παραγωγικό σύστημα περιλαμβάνουν:

- Χαμηλότερο κόστος της επανεπεξεργασίας ενός προϊόντος σε σχέση με την κατασκευή νέου
- Περιορισμό του κόστους που συνδέεται με την απόρριψη στο περιβάλλον
- Περιορισμό των πόρων που εισάγονται στο σύστημα (πρώτες ύλες)
- Μείωση του κόστους αποθέματος
- Μείωση του χρόνου που απαιτείται για την επανεπεξεργασία ενός προϊόντος σε σχέση με την κατασκευή νέου.

Η επίδραση των ελαττωματικών προϊόντων στα συστήματα παραγωγής με επανεπεξεργασία είναι μία παράμετρος που αρκετά συχνά επιβάλλει υιοθέτηση υψηλών επιπέδων ποιότητας και, συνεπώς, μείωση της ποσότητας των ελαττωματικών. Ουσιαστικά, αυτό που απαιτείται είναι η εξισορρόπηση των στοιχείων κόστους των ελαττωματικών προϊόντων και του κόστους ποιότητας [Ind2004]. Το ερευνητικό ενδιαφέρον στην περιοχή του προγραμματισμού

παραγωγής συστημάτων που περιλαμβάνουν δραστηριότητες επανεπεξεργασίας έχει αυξηθεί σε σημαντικό βαθμό [Lee1992], [Gop1994], [So1995], [Agn1995], [Ind2005].

Η επανεπεξεργασία προϊόντων μπορεί να οδηγήσει σε νέα προϊόντα χαμηλότερης ή και της ίδιας ποιότητας με αυτήν της γραμμής παραγωγής. Οι βιβλιογραφικές αναφορές των προβλημάτων επανεπεξεργασίας εστιάζονται στην αλυσίδα παραγωγής-διανομής καθώς και στον προγραμματισμό και έλεγχο παραγωγής των σχετικών παραγωγικών συστημάτων θεωρώντας ότι ο χρόνος που μεσολαβεί ανάμεσα στην παραγωγή ενός ελαττωματικού προϊόντος και την επανεπεξεργασία του δεν επηρεάζει το τελικό αποτέλεσμα. Υπάρχουν περιπτώσεις που αυτό δεν είναι αληθινό. Τέτοια παραδείγματα μπορεί να εντοπίσει κανείς στη βιομηχανία τροφίμων και στη βιομηχανία φαρμάκων. Το πρόβλημα παρουσιάζεται εκτενώς, μοντελοποιείται και επιλύεται στο Κεφάλαιο 5 της διατριβής.

Κεφάλαιο 4: Χρονικός προγραμματισμός εργασιών όπου η αξία των προϊόντων μεταβάλλεται με την πάροδο του χρόνου

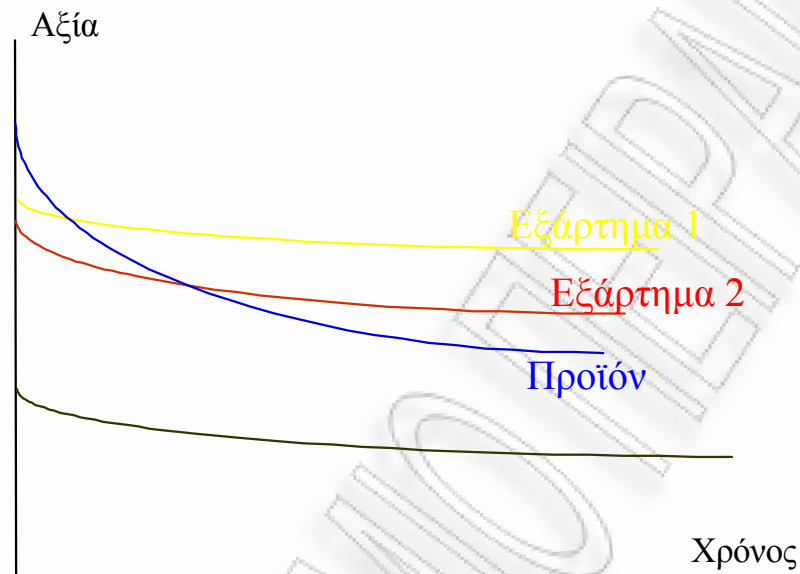
4.1 Εισαγωγή.....	73
4.2 Ορισμοί – Παραδοχές.....	73
4.3 Μαθηματική μοντελοποίηση και πολυπλοκότητα του προβλήματος	76
4.4 Αναλυτική λύση ειδικών περιπτώσεων.....	77
4.5 Πλήρης απαρίθμηση	79
4.6 Ευρετικές μέθοδοι.....	80
4.7 Η εφαρμογή της μεθόδου κλάδων και ορίων.....	85
4.8 Εφαρμογή στην περίπτωση της Αντίστροφης Εφοδιαστικής Αλυσίδας των H/Y.....	104
4.9 Αποτελέσματα	105

4.1 Εισαγωγή

Σε αυτό το κεφάλαιο εξετάζεται ένα πρόβλημα Χρονικού Προγραμματισμού εργασιών οι οποίες εκτελούνται σε έναν απλό επεξεργαστή, όπου μία από τις κρίσιμες παραμέτρους του προβλήματος μεταβάλλεται σε σχέση με το χρόνο. Πιο συγκεκριμένα, το πρόβλημα αναφέρεται στην εύρεση της ακολουθίας εκτέλεσης εργασιών σε έναν επεξεργαστή προκειμένου να μεγιστοποιηθεί η αξία των παραγόμενων προϊόντων, λαμβάνοντας υπόψη ότι η αξία των παραγόμενων προϊόντων μεταβάλλεται με την πάροδο του χρόνου. Αποδεικνύεται ότι η πολυπλοκότητα του προβλήματος ανήκει στην κλάση NP-complete. Για τη λύση του προβλήματος αναπτύχθηκε ένας ευρετικός αλγόριθμος για την εύρεση υποβέλτιστων λύσεων καθώς και μία μέθοδος κλάδου και ορίου που οδηγεί στη βέλτιστη λύση του προβλήματος. Ο αλγόριθμος εφαρμόστηκε στην περίπτωση της Α.Εφ. των ηλεκτρονικών υπολογιστών με ικανοποιητικά αποτελέσματα.

4.2 Ορισμοί – Παραδοχές

Οι Fleischmann κ.ά. [Fle1997], αναφερόμενοι στα προβλήματα που παρουσιάζονται κατά την αποσυναρμολόγηση ενός προϊόντος το οποίο πρόκειται να επαναχρησιμοποιηθεί, σημειώνουν ότι συχνά παρουσιάζονται προβλήματα έλλειψης της απαιτούμενης δυναμικότητας, διότι τα διάφορα εξαρτήματα που προέρχονται από την αποσυναρμολόγηση του προϊόντος ενδέχεται να απαιτούν τα ίδια μέσα ελέγχου και επιδιόρθωσης. Τα προϊόντα που διακρίνονται από υψηλούς ρυθμούς τεχνολογικής εξέλιξης, όπως είναι οι ηλεκτρονικοί υπολογιστές (H/Y), τα αυτοκίνητα κλπ., χαρακτηρίζονται από αντίστοιχα υψηλούς ρυθμούς μείωσης της αξίας τους σε σχέση με το χρόνο, ενώ ο ρυθμός μείωσης της αξίας μπορεί να είναι διαφορετικός για κάθε εξάρτημα του ίδιου προϊόντος (Σχήμα 4.1).



Σχήμα 4.1: Μείωση της αξίας του προϊόντος και των εξαρτημάτων του σε σχέση με το χρόνο

Ας θεωρηθεί ότι μία ποσότητα ενός προϊόντος που αποτελείται από n διαφορετικά εξαρτήματα, αποσυναρμολογείται με σκοπό την ανακατασκευή και επαναχρησιμοποίηση των εξαρτημάτων. Κατά τη διάρκεια της αποσυναρμολόγησης προκύπτει ποσότητα Q_i μονάδων του εξαρτήματος i , η οποία πρέπει να ελεγχθεί και να επιδιορθωθεί [Com1997].

Έστω:

Q_i : η ποσότητα (πλήθος κομματιών μιας παρτίδας) του εξαρτήματος i

P_i : ο χρόνος επεξεργασίας μίας μονάδας του i

J_i : η εργασία που αντιστοιχεί στην επεξεργασία των Q_i μονάδων του i

$V_i(t)$: η (μεταβαλλόμενη σε σχέση με το χρόνο) αξία μίας μονάδας του i

K_i : η αξία μίας μονάδας του i τη χρονική στιγμή $t=0$ ($K_i=V_i(0)$).

Η εργασία J_i απαιτεί, σύμφωνα με τα παραπάνω, χρόνο $Q_i \cdot P_i$ για την ολοκλήρωσή της.

Η αξία $V_i(t)$ μειώνεται με την πάροδο του χρόνου, δηλαδή,

$$V_i(t) = K_i t^{\alpha_i},$$

όπου η παράμετρος α_i είναι αρνητικός αριθμός και σχετίζεται με το ρυθμό μείωσης της αξίας. Ο στόχος είναι να βρεθεί η ακολουθία της επεξεργασίας των διάφορων παρτίδων των εξαρτημάτων με τέτοιο τρόπο ώστε η συνολική μείωση της αξίας των εξαρτημάτων να ελαχιστοποιείται. Σε μία εναλλακτική (αλλά ισοδύναμη) διατύπωση του ίδιου προβλήματος, στόχος είναι η μεγιστοποίηση της συνολικής αξίας των εξαρτημάτων που ανακατασκευάζονται. Η αξία $V_i(t)$ υπολογίζεται τη στιγμή που η επεξεργασία των Q_i μονάδων του εξαρτήματος i έχει ολοκληρωθεί, άρα ο χρόνος t ισούται με το άθροισμα των χρόνων επεξεργασίας όλων των εργασιών που προηγήθηκαν.

Για το μοντέλο που εξετάζεται ισχύουν οι ακόλουθες υποθέσεις :

- Όλες οι εργασίες είναι διαθέσιμες ταυτόχρονα κατά το χρόνο $t=0$,
- Δεν υπάρχουν χρόνοι προετοιμασίας,
- Ο επεξεργαστής δε μπορεί να εκτελεί ταυτόχρονα δύο ή περισσότερες εργασίες,
- Δεν επιτρέπονται νεκροί χρόνοι, δηλαδή η εκτέλεση μιας εργασίας αρχίζει μόλις τελειώσει η εκτέλεση της προηγούμενης,
- Όταν αρχίσει η εκτέλεση μιας εργασίας δεν μπορεί να σταματήσει πριν την ολοκλήρωσή της.

4.3 Μαθηματική μοντελοποίηση και πολυπλοκότητα του προβλήματος

Η μαθηματική διατύπωση του προβλήματος έχει ως εξής :

Δοθέντος ενός συνόλου n εργασιών προς επεξεργασία σε έναν επεξεργαστή, να βρεθεί η ακολουθία των εργασιών έτσι ώστε η συνάρτηση

$$F = \sum_{i=1}^n V_i(t) . \quad (4.1)$$

να βελτιστοποιείται. Αν J_1, J_2, \dots, J_n είναι η βέλτιστη ακολουθία, τότε :

$$F = Q_1 * K_1 * (Q_1 * P_1)^{a_1} + Q_2 * K_2 * (Q_1 * P_1 + Q_2 * P_2)^{a_2} + \dots + Q_n * K_n * (Q_1 * P_1 + Q_2 * P_2 + \dots + Q_n * P_n)^{a_n} . \quad (4.2)$$

ή ισοδύναμα

$$F = \sum_{i=1}^n Q_i * K_i * \left(\sum_{j=1}^i Q_j * P_j \right)^{a_i} . \quad (4.3)$$

Χρησιμοποιώντας την κατάταξη τριών πεδίων των προβλημάτων χρονικού προγραμματισμού [Gra1979], το πρόβλημα μπορεί να περιγραφεί ως εξής:

$$1 \parallel \left| \sum_{i=1}^n Q_i * K_i * \left(\sum_{j=1}^i Q_j * P_j \right)^{a_i} \right. . \quad (4.4)$$

Ένας εναλλακτικός τρόπος για τη μοντελοποίηση του προβλήματος είναι να ορισθεί ως κριτήριο βελτιστοποίησης η ελαχιστοποίηση της αξίας που χάνεται με την πάροδο του χρόνου. Για την εργασία i ορίζεται ως απώλεια αξίας $l_i(t)$ τη χρονική στιγμή t , η διαφορά της αξίας των προϊόντων της εργασίας τη χρονική στιγμή $t_0=0$ μείον την αξία των προϊόντων της εργασίας τη χρονική στιγμή t .

Αν υποτεθεί ότι $l_i(t) = u_i t^{a_i}$, όπου u_i και a_i είναι θετικοί αριθμοί και συμβολίζουν την ανά μονάδα χρόνου μείωση της αξίας και το ρυθμό μείωσης, αντίστοιχα, τότε ισχύει ότι $l_i(0) = 0$ και

$$V_i(t) = V_i(0) - l_i(t) = V_i(0) - u_i t^{a_i}. \quad (4.5)$$

Δεδομένου ότι η ποσότητα $V_i(0)$ είναι σταθερή, το αρχικό πρόβλημα μεγιστοποίησης μπορεί να μετασχηματισθεί σε ένα πρόβλημα ελαχιστοποίησης της ποσότητας L_i , όπου

$$L_i = \sum_{i=1}^n u_i * t^{a_i} = \sum_{i=1}^n u_i * \left(\sum_{j=1}^i Q_j * P_j \right)^{a_i}. \quad (4.6)$$

Οι Bachman κ.ά. [Jan2009] αποδεικνύουν ότι το πρόβλημα ανήκει στην κλάση NP-complete.

4.4 Αναλυτική λύση ειδικών περιπτώσεων

Για μερικές ειδικές περιπτώσεις του προβλήματος που παρουσιάστηκε παραπάνω μπορούν να προκύψουν αναλυτικές λύσεις. Έστω $p_i = Q_i * P_i$ και $k_i = Q_i * K_i$. Έστω ακόμα $\langle J_1, J_2, \dots, J_r, J_{r+1}, \dots, J_n \rangle$ η ακολουθία των εργασιών που βελτιστοποιεί την αντικειμενική συνάρτηση. Η βέλτιστη τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης είναι:

$$\begin{aligned} F = & k_1 * (p_1)^{a_1} + k_2 * (p_1 + p_2)^{a_2} + \dots + k_3 * (p_1 + p_2 + \dots + p_r)^{a_r} + \\ & + k_r * (p_1 + p_2 + \dots + p_r)^{a_r} + k_{r+1} * (p_1 + p_2 + \dots + p_r + p_{r+1})^{a_{r+1}} + \dots + \\ & + k_n * (p_1 + p_2 + \dots + p_n)^{a_n}. \end{aligned} \quad (4.7)$$

Έστω $\langle J_1, J_2, \dots, J_{r+1}, J_r, \dots, J_n \rangle$ η ακολουθία εργασιών που προκύπτει με ανταλλαγή της θέσης των εργασιών J_r και J_{r+1} (οι οποίες είναι συνεχόμενες στην αρχική ακολουθία εργασιών).

Η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης που αντιστοιχεί σε αυτήν την ακολουθία εργασιών είναι:

$$F' = k_1 * (p_1)^{a_1} + k_2 * (p_1 + p_2)^{a_2} + \dots + k_{r+1} * (p_1 + p_2 + \dots + p_{r-1} + p_{r+1})^{a_{r+1}} + k_r * (p_1 + p_2 + \dots + p_r + p_{r+1})^{a_r} + \dots + k_n * (p_1 + p_2 + \dots + p_n)^{a_n} \quad (4.8)$$

Τότε προκύπτει:

$$F - F' = k_r * \left[(p_1 + p_2 + \dots + p_r)^{a_r} - (p_1 + p_2 + \dots + p_r + p_{r+1})^{a_r} \right] + k_{r+1} * \left[(p_1 + p_2 + \dots + p_r + p_{r+1})^{a_{r+1}} - (p_1 + p_2 + \dots + p_{r-1} + p_{r+1})^{a_{r+1}} \right]. \quad (4.9)$$

Ειδική περίπτωση 1 ($k_i = K$ και $a_i = a \quad \forall i$):

Έστω ότι οι τιμές των k_i και a_i είναι σταθερές για κάθε τιμή του i ($k_i = K$ και $a_i = a \quad \forall i$). Τότε, από την 4.9 προκύπτει:

$$F - F' = K * \left[(p_1 + p_2 + \dots + p_r)^a - (p_1 + p_2 + \dots + p_r + p_{r+1})^a \right] + K * \left[(p_1 + p_2 + \dots + p_r + p_{r+1})^a - (p_1 + p_2 + \dots + p_{r-1} + p_{r+1})^a \right] = K * \left[(p_1 + p_2 + \dots + p_r)^a - (p_1 + p_2 + \dots + p_{r-1} + p_{r+1})^a \right]. \quad (4.10)$$

Σε αυτήν την περίπτωση ισχύει $F - F' \geq 0$ τότε και μόνο τότε, όταν $p_r \leq p_{r+1}$.

Πράγματι, δεδομένου ότι $a < 0$, ισχύει ότι $(p_1 + \dots + p_r)^a \leq (p_1 + \dots + p_{r-1} + p_{r+1})^a$, τότε και μόνο τότε, όταν $p_r \leq p_{r+1}$. Έτσι προκύπτει ότι για να βελτιστοποιηθεί η

αντικειμενική συνάρτηση, οι εργασίες πρέπει να τοποθετηθούν σε μη αύξουσα σειρά του p_i .

Ειδική περίπτωση 2 ($k_i = K$ και $p_i = P \ \forall i$):

Με παρόμοιο τρόπο προκύπτει ότι για σταθερές τιμές των k_i και p_i ($k_i = K$ και $p_i = P \ \forall i$), η αντικειμενική συνάρτηση βελτιστοποιείται, τότε και μόνο τότε, όταν οι εργασίες τοποθετηθούν σε μη φθίνουσα σειρά του a_i .

Ειδική περίπτωση 3 ($p_i = P$ και $a_i = a \ \forall i$):

Για σταθερές τιμές των p_i και a_i ($p_i = P$ και $a_i = a \ \forall i$) η αντικειμενική συνάρτηση βελτιστοποιείται τότε και μόνο τότε όταν οι εργασίες τοποθετηθούν σε μη αύξουσα σειρά του k_i .

4.5 Πλήρης απαρίθμηση

Για την αρχική διερεύνηση του προβλήματος κατασκευάστηκε λογισμικό το οποίο εξετάζει όλους τους κλάδους του δέντρου επίλυσης του προβλήματος και έχει ως αποτέλεσμα την εύρεση της βέλτιστης λύσης. Η πολυπλοκότητα του αλγόριθμου επίλυσης είναι $O(n!)$ και τα αποτελέσματα που προέκυψαν παρατίθενται στον Πίνακα 4.1:

Η εφαρμογή αναπτύχθηκε σε περιβάλλον Visual Basic 6.0 και εκτελέστηκε σε προσωπικό υπολογιστή με επεξεργαστή Intel PIV 2,8 GHz.

Μέγεθος προβλήματος	Αριθμός περιπτώσεων	Χρόνος που απαιτήθηκε
6	1.000	1,80''
7	1.000	15,72''
8	1.000	2' 10''
9	1.000	22' 07''
10	1.000	4h 01' 31''
11	1.000	48h 14' 00''
12	100	65h 09' 30''
13	100	935h 43' 46'' ¹
14	100	14.410h 31' 54'' ¹

Πίνακας 4.1 Αποτελέσματα που προέκυψαν με τη μέθοδο πλήρους

απαρίθμησης για το πρόβλημα
$$\| \sum_{i=1}^n Q_i * K_i * \left(\sum_{j=1}^i Q_j * P_j \right)^{a_i}$$

4.6 Ευρετικές μέθοδοι

Παρατηρώντας την (4.2) και ειδικότερα τους όρους που βρίσκονται σε παρένθεση φαίνεται λογικό να επιδιώξει κανείς την τοποθέτηση των εργασιών σε μη φθίνουσα σειρά του $P_i * Q_i$ ($a_i < 0$), αφού, αν τοποθετηθούν μεγάλες τιμές του $P_i * Q_i$ στις πρώτες θέσεις της ακολουθίας θα επηρεάζουν δυσμενώς όλους τους επόμενους όρους του αθροίσματος της συνάρτησης (ακολουθία 1: τοποθέτηση των εργασιών σε μη φθίνουσα σειρά του $P_i * Q_i$).

Για τον ίδιο λόγο είναι προφανές ότι θα ήταν σκόπιμο να τοποθετήσουμε στις πρώτες θέσεις του αθροίσματος της συνάρτησης (4.2) εκείνες τις εργασίες που

¹ Εκτιμώμενος χρόνος με βάση το χρόνο που απαιτείται για μία περίπτωση (ο χρόνος αυτός είναι σταθερός στην περίπτωση της πλήρους απαρίθμησης).

έχουν αρκετά μεγάλο K_i . Πράγματι, οι όροι που εμφανίζονται στη (4.2) μπορούν να διαιρεθούν σε δύο σύνολα, τα:

$$A = \{ (Q_1 * P_1)^{a_1}, (Q_1 * P_1 + Q_2 * P_2)^{a_2}, \dots, (Q_1 * P_1 + Q_2 * P_2 + \dots + Q_n * P_n)^{a_n} \}$$

$$\text{και } B = \{ Q_1 * K_1, Q_2 * K_2, \dots, Q_n * K_n \}.$$

Είναι φανερό ότι οι όροι του συνόλου A είναι τοποθετημένοι σε φθίνουσα σειρά της τιμής τους (αφού $a_i < 0 \forall i$). Προκειμένου να μεγιστοποιηθεί η (4.2), μπορεί να αποδειχθεί ότι οι όροι του συνόλου B θα έπρεπε να τοποθετηθούν σε φθίνουσα σειρά της τιμής τους επίσης (βλ. Παράρτημα 4.1).

Αν υποθέσουμε ότι έχουμε τα σύνολα $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ και $B = \{\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n\}$ όπου οι όροι τους είναι τοποθετημένοι σε φθίνουσα σειρά ($a_1 \geq a_2 \geq \dots \geq a_n$ και $\beta_1 \geq \beta_2 \geq \dots \geq \beta_n$). Αν από τους όρους των δύο συνόλων σχηματιστεί ένα άθροισμα n γινομένων, όπου κάθε γινόμενο θα περιέχει έναν όρο από το A και έναν όρο από το B και ακόμα κάθε όρος των A και B χρησιμοποιείται ακριβώς μία φορά, τότε αποδεικνύεται ότι το μέγιστο άθροισμα των n γινομένων είναι

$$\Sigma = a_1\beta_1 + a_2\beta_2 + \dots + a_\mu\beta_\mu + a_\kappa\beta_\kappa + \dots + a_n\beta_n.$$

Πράγματι ας υποθέσουμε ότι $\kappa > \mu$ (οπότε $a_\kappa \geq a_\mu$ και $\beta_\kappa \geq \beta_\mu$) και ότι

$$\Sigma' = a_1\beta_1 + a_2\beta_2 + \dots + a_\kappa\beta_\mu + a_\mu\beta_\kappa + \dots + a_n\beta_n.$$

Τότε :

$\Sigma - \Sigma' = a_\mu\beta_\mu + a_\kappa\beta_\kappa - a_\kappa\beta_\mu - a_\mu\beta_\kappa = (a_\kappa - a_\mu)(\beta_\kappa - \beta_\mu) \geq 0$, πράγμα που σημαίνει ότι το Σ είναι το μέγιστο άθροισμα που μπορεί να προκύψει.

Αυτό θα σήμαινε ότι οι εργασίες που έχουν υψηλές τιμές της ποσότητας $Q_i * K_i$ θα έπρεπε να τοποθετηθούν στην αρχή της ακολουθίας. Όμως, παραπάνω αναφέρθηκε ότι οι εργασίες που έχουν υψηλές τιμές του μεγέθους $Q_i * P_i$ θα έπρεπε να τοποθετηθούν στο τέλος της ακολουθίας. Έτσι παρατηρείται μία αντίθετη δράση σε ό,τι αφορά την επίδραση του όρου Q_i στη (4.2). Σε κάθε

περίπτωση όμως είναι εύλογο να τοποθετούνται υψηλές τιμές του K_i στην αρχή του αθροίσματος (4.2). Έτσι προκύπτει η ακολουθία 2: τοποθέτηση των εργασιών σε μη φθίνουσα σειρά του $P_i * Q_i / K_i$.

Θεωρώντας το μέγεθος της μείωσης της αρχικής αξίας μιας εργασίας είναι προφανές ότι αυτό το μέγεθος αυξάνει με την τοποθέτηση της εργασίας στις τελευταίες θέσεις της ακολουθίας. Έτσι προκύπτει ότι εργασίες που έχουν μεγάλη αξία είναι προτιμότερο να τοποθετηθούν στις πρώτες θέσεις της ακολουθίας (ακολουθία 3: τοποθέτηση των εργασιών σε μη φθίνουσα σειρά του $Q_i * K_i$).

Τέλος, σκεπτόμενοι ανάλογα για το μέγεθος της μείωσης της αξίας της εργασίας προκύπτει η ακολουθία 4: τοποθέτηση των εργασιών σε μη φθίνουσα σειρά του $Q_i * K_i * (Q_i * P_i)^{a_i}$.

Με βάση τα παραπάνω, αναπτύχθηκε η παρακάτω ευρετική μέθοδος πολυωνυμικής πολυπλοκότητας για την εύρεση υποβέλτιστων λύσεων του προβλήματος:

1. Τοποθέτησε τις εργασίες σε μη φθίνουσα σειρά του $P_i * Q_i$. Έστω $sort_1$ η ακολουθία που δημιουργήθηκε.
2. Υπολόγισε την τιμή H_1 της αντικειμενικής συνάρτησης.
3. Τοποθέτησε τις εργασίες σε μη φθίνουσα σειρά του $P_i * Q_i / K_i$. Έστω $sort_2$ η ακολουθία που δημιουργήθηκε.
4. Υπολόγισε την τιμή H_2 της αντικειμενικής συνάρτησης.
5. Τοποθέτησε τις εργασίες σε μη φθίνουσα σειρά του $Q_i * K_i$. Έστω $sort_3$ η ακολουθία που δημιουργήθηκε.

6. Υπολόγισε την τιμή H_3 της αντικειμενικής συνάρτησης.
7. Τοποθέτησε τις εργασίες σε μη φθίνουσα σειρά του $Q_i * K_i * (Q_i * P_i)^{a_i}$.
Έστω $sort_4$ η ακολουθία που δημιουργήθηκε.
8. Υπολόγισε την τιμή H_4 της αντικειμενικής συνάρτησης.
9. Βρες την τιμή $H_0 = \max\{H_j, j=1...4\}$.
10. Η ακολουθία "sort" που προτείνεται είναι αυτή που έχει τιμή αντικειμενικής συνάρτησης ίση με H_0 .

Η απόδοση b του αλγόριθμου ορίζεται ως $b = \frac{F_{opt} - F_h}{F_{opt}} \times 100\%$,

Όπου:

F_h : η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης για την ακολουθία εργασιών που προκύπτει με εφαρμογή του ευρετικού αλγόριθμου, και,

F_{opt} : η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης που αντιστοιχεί στη βέλτιστη λύση.

Η μέση τιμή των b συμβολίζεται με b_1 .

Ένας εναλλακτικός τρόπος μέτρησης της απόδοσης του αλγόριθμου μπορεί να βασισθεί στη σύγκριση της ευρετικής λύσεως με μία τυχαία λύση και ορίζεται

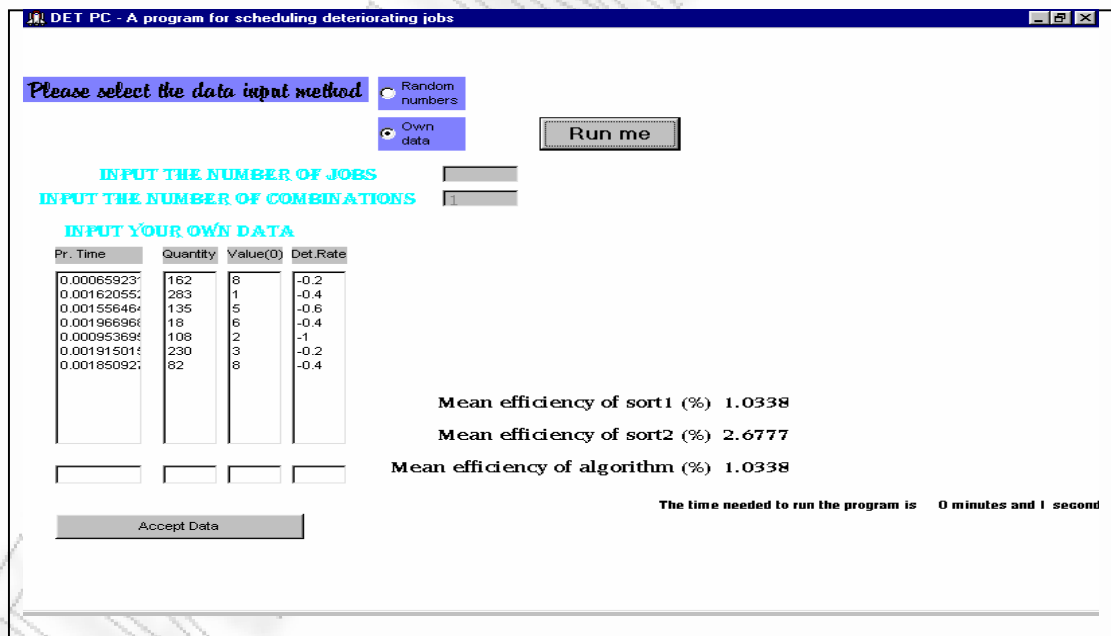
ως $d = \frac{F_h - F_r}{F_r} \times 100\%$,

Όπου F_r είναι η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης που αντιστοιχεί στην τυχαία λύση.

Η μέση τιμή των d συμβολίζεται με d_1 .

Για τη μέτρηση της απόδοσης της ευρετικής μεθόδου, αναπτύχθηκε ένα πρόγραμμα Η/Υ σε γλώσσα Visual Basic 6. Το πρόγραμμα δημιουργεί δεδομένα με χρήση γεννήτριας τυχαίων αριθμών, επιλύει το πρόβλημα τόσο με χρήση της ευρετικής μεθόδου όσο και με χρήση της μεθόδου πλήρους απαρίθμησης και συγκρίνει τις δύο λύσεις που προκύπτουν.

Το αρχείο αποτελεσμάτων που δημιουργείται περιλαμβάνει τις τιμές των παραμέτρων, τις λύσεις της ευρετικής μεθόδου και τις βέλτιστες λύσεις, καθώς και το χρόνο που απαιτήθηκε για την εκτέλεση του προγράμματος. Επιπρόσθετα, ο χρήστης μπορεί να εισάγει τα δικά του δεδομένα και να προχωρήσει στην εκτέλεση του προγράμματος. Στο Σχήμα 4.2, εμφανίζεται το περιβάλλον εργασίας της εφαρμογής για ένα συγκεκριμένο παράδειγμα εκτέλεσης του προγράμματος.



Σχήμα 4.2: Το περιβάλλον εργασίας του λογισμικού εφαρμογής του ευρετικού αλγόριθμου

4.7 Η εφαρμογή της μεθόδου κλάδου και ορίου

Η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης που υπολογίστηκε στην προηγούμενη παράγραφο μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως κάτω όριο (Lower Bound) στην εφαρμογή της μεθόδου Κλάδου και Ορίου που θα παρουσιαστεί παρακάτω και που θα οδηγήσει στην εύρεση της βέλτιστης λύσης του προβλήματος.

Ας θεωρηθεί η αντικειμενική συνάρτηση έτσι όπως ορίζεται στην (4.7).

Έστω τώρα τα διατεταγμένα σύνολα των k_i , p_i και a_i , $K' = \{k'_1, k'_2, \dots, k'_n\}$, $P' = \{p'_1, p'_2, \dots, p'_n\}$ και $A' = \{a'_1, a'_2, \dots, a'_n\}$, αντιστοίχα, όπου $k'_1 \leq k'_2 \leq \dots \leq k'_n$, $p'_1 \leq p'_2 \leq \dots \leq p'_n$ και $a'_1 \leq a'_2 \leq \dots \leq a'_n$.

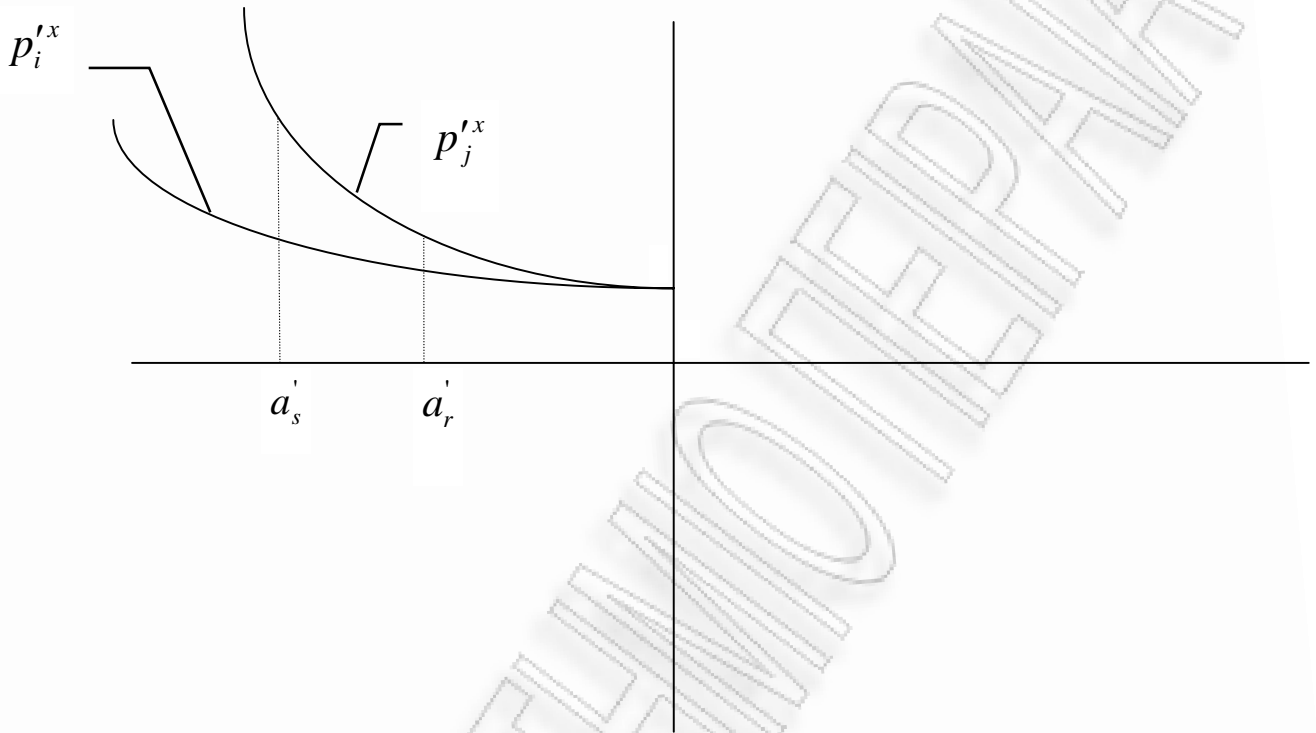
Ας θεωρηθεί ότι $0 \leq p_i \leq 1 \quad \forall i$ (εφόσον αυτό δεν είναι αληθινό, μπορεί να προκύψει με αλλαγή της κλίμακας του χρόνου). Η παράγωγος της συνάρτησης p^x είναι η $x p^{x-1}$, οπότε για $x < 0$ η συνάρτηση είναι φθίνουσα. Επιπλέον, για $p'_j < p'_i$ οι συναρτήσεις $p_j^{x'}$ και $p_i^{x'}$ περνούν από το σημείο (0,1) αλλά η $p_j^{x'}$ φθίνει με μεγαλύτερο ρυθμό σε σχέση με την $p_i^{x'}$. Αυτά εμφανίζονται γραφικά στο Σχήμα 4.3.

Έστω $p'_j \leq p'_i$, $a'_s \leq a'_r$ και $k'_w \leq k'_v$.

Λήμμα 1 :

Αποδεικνύεται ότι :

$$k'_w * p_i^{a'_r} + k'_v * p_j^{a'_s} \geq k'_w * p_j^{a'_s} + k'_v * p_i^{a'_r}. \quad (4.8)$$



Σχήμα 4.3: Γραφική παράσταση των συναρτήσεων $p_j^{x'}$ και $p_i^{x'}$

Πράγματι,

Για $p_i^{a'_r} = p_j^{a'_s}$ η (4.8) είναι αληθής (προκύπτει ισότητα ανάμεσα στα δύο μέλη της (4.8)).

Για $p_i^{a'_r} \neq p_j^{a'_s}$, έχουμε,

$$k'_w * p_i^{a'_r} + k'_v * p_j^{a'_s} \geq k'_w * p_j^{a'_s} + k'_v * p_i^{a'_r} \Leftrightarrow$$

$$k'_w * (p_i^{a'_r} - p_j^{a'_s}) \geq k'_v * (p_i^{a'_r} - p_j^{a'_s}) \Leftrightarrow k'_w \geq k'_v \text{ (αληθής).}$$

Λήμμα 2 :

Αποδεικνύεται ότι :

$$k'_w * p_i^{a'_r} + k'_v * p_j^{a'_s} \geq k'_w * p_i^{a'_s} + k'_v * p_j^{a'_r}. \quad (4.9)$$

Πράγματι,

Για $a'_s = a'_r$ το λήμμα 2 είναι αληθές (προκύπτει ισότητα ανάμεσα στα δύο μέλη της (4.9))

Για $a'_s \neq a'_r$ έχουμε:

Εάν $p'_i = 1$ τότε η (4.9) μετασχηματίζεται στην $k'_v * p_j^{a'_s} \geq k'_v * p_j^{a'_r}$ που είναι προφανώς αληθής.

Εάν $p'_i \neq 1$ προκύπτει:

$$k'_w * p_i^{a'_r} + k'_v * p_j^{a'_s} \geq k'_w * p_i^{a'_s} + k'_v * p_j^{a'_r} \Leftrightarrow$$

$$k'_w * (p_i^{a'_r} - p_i^{a'_s}) \geq k'_v * (p_j^{a'_r} - p_j^{a'_s}) \Leftrightarrow$$

$$k'_w / k'_v \leq (p_j^{a'_r} - p_j^{a'_s}) / (p_i^{a'_r} - p_i^{a'_s}),$$

που είναι αληθής διότι το πρώτο μέλος της ανίσωσης είναι μικρότερο της μονάδας ενώ το δεύτερο μέλος της ανίσωσης είναι μεγαλύτερο της μονάδας.

Λήμμα 3 :

Αποδεικνύεται ότι :

$$k'_w * p_i^{a'_r} + k'_v * p_j^{a'_s} \geq k'_v * p_i^{a'_s} + k'_w * p_j^{a'_r}. \quad (4.10)$$

Για $p_i' = p_j'$ το λήμμα 3 είναι αληθές (προκύπτει ισότητα ανάμεσα στα δύο μέλη της (4.10)).

Για $p_i' \neq p_j'$ έχουμε,

Εάν $p_i^{a'_r} = p_j^{a'_r}$ τότε η (4.9) μετασχηματίζεται στην $k'_v * p_j^{a'_s} \geq k'_v * p_i^{a'_s}$ που είναι προφανώς αληθής.

Εάν $p_i^{a'_r} \neq p_j^{a'_r}$ προκύπτει:

$$\begin{aligned} k'_w * p_i^{a'_r} + k'_v * p_j^{a'_s} &\geq k'_v * p_i^{a'_s} + k'_w * p_j^{a'_r} \Leftrightarrow \\ k'_w * (p_i^{a'_r} - p_j^{a'_r}) &\geq k'_v * (p_i^{a'_s} - p_j^{a'_s}) \Leftrightarrow \\ k'_w / k'_v &\leq (p_i^{a'_s} - p_j^{a'_s}) / (p_i^{a'_r} - p_j^{a'_r}), \end{aligned}$$

που είναι αληθής διότι το πρώτο μέλος της ανίσωσης είναι μικρότερο της μονάδας ενώ το δεύτερο μέλος της ανίσωσης είναι μεγαλύτερο της μονάδας.

Πρόταση 1

Εάν καθένας από τους παράγοντες p_i' και p_j' πρέπει να υψωθεί σε μία εκ των δυνάμεων a'_r και a'_s και κατόπιν να πολλαπλασιασθεί με ένα εκ των k'_w

και k'_v , τότε ο συνδυασμός που μεγιστοποιεί το άθροισμα των δύο όρων που προκύπτουν είναι ο $k'_w * p_i^{a'_r} + k'_v * p_j^{a'_s}$, $p'_j \leq p'_i$, $a'_s \leq a'_r$ και $k'_w \leq k'_v$.

Η απόδειξη προκύπτει με σύνθεση των Λημμάτων 1,2 και 3.

Πρόταση 2

Αποδεικνύεται ότι ισχύει :

$$k_1 * p_1^{a_1} + k_2 * (p_1 + p_2)^{a_2} + \dots + k_n * (p_1 + p_2 + \dots + p_n)^{a_n} \leq$$

$$k'_1 * (p'_1 + p'_2 + \dots + p'_n)^{a'_n} + k'_2 * (p'_1 + p'_2 + \dots + p'_{n-1})^{a'_{n-1}} + \dots + k'_n * (p'_1)^{a'_1}.$$

Πράγματι, οποιαδήποτε μετάθεση των όρων της συνάρτησης

$$F' = k'_1 * (p'_1 + p'_2 + \dots + p'_n)^{a'_n} + k'_2 * (p'_1 + p'_2 + \dots + p'_{n-1})^{a'_{n-1}} + \dots + k'_n * (p'_1)^{a'_1}$$

θα οδηγήσει σε μείωση της τιμής της (βλ. Πρόταση 1).

Επιπλέον, οι όροι $(p'_1 + p'_2 + \dots + p'_n)$, $(p'_1 + p'_2 + \dots + p'_{n-1})$, ..., p'_1 της F' είναι μικρότεροι ή ίσοι των αντίστοιχων της F , $(p_1 + p_2 + \dots + p_n)$, $(p_1 + p_2 + \dots + p_{n-1})$, ..., p_1 , διότι έτσι επιτυγχάνεται μεγιστοποίηση της F' σε σχέση με την F (βλ. Σχήμα 4.3, $p_j^x \geq p_i^x \forall x, p_i \geq p_j$).

Άνω όριο

Ας υποθεθεί ότι εξετάζουμε σε βάθος το δέντρο επίλυσης του προβλήματος. Επιπλέον, χωρίς βλάβη της γενικότητας, θεωρούμε ότι έχουν επιλεγεί οι m πρώτοι κόμβοι μίας εξεταζόμενης λύσης και είναι $W = \{J_1, J_2, \dots, J_m\}$.

Για τις $n-m$ εργασίες που απομένουν ας θεωρηθούν τα σύνολα των χαρακτηριστικών τους τιμών, $P = \{p_1, p_2, \dots, p_{n-m}\}$, $K = \{k_1, k_2, \dots, k_{n-m}\}$ και $A = \{a_1, a_2, \dots, a_{n-m}\}$, καθώς και τα αντίστοιχα διατεταγμένα σύνολα $P' = \{p'_1, p'_2, \dots, p'_{n-m}\}$, $K' = \{k'_1, k'_2 + \dots + k'_{n-m}\}$ και $A' = \{a'_1, a'_2 + \dots + a'_{n-m}\}$. Σύμφωνα με την Πρόταση 2, η μέγιστη τιμή F_m της αντικειμενικής συνάρτησης που αντιστοιχεί στην ακολουθία των m πρώτων εργασιών και στους όρους των συνόλων P' , K' και A' των $n-m$ εργασιών που απομένουν να τοποθετηθούν στην ακολουθία του συνόλου των εργασιών είναι η:

$$F_m = k_1 p_1^{a_1} + k_2 (p_1 + p_2)^{a_2} + \dots + k_m (p_1 + p_2 + \dots + p_m)^{a_m} + k'_{n-m} (p_1 + p_2 + \dots + p_m + p'_1)^{a'_1} + k'_{n-m-1} (p_1 + p_2 + \dots + p_m + p'_1 + p'_2)^{a'_2} + \dots + k'_1 (p_1 + p_2 + \dots + p_m + p'_1 + p'_2 + \dots + p'_{n-m})^{a'_{n-m}}.$$

Δύο τμήματα είναι αυτά που συνθέτουν το άνω όριο. Το πρώτο αντιστοιχεί στη συνεισφορά των m εργασιών που έχουν ήδη διαταχθεί στην αντικειμενική συνάρτηση. Το δεύτερο, αφορά στη μέγιστη τιμή που μπορούν να συνεισφέρουν στην αντικειμενική συνάρτηση οι $n-m$ εργασίες που απομένει να διαταχθούν. Η τιμή F_m μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως άνω όριο για την κατασκευή ενός αλγόριθμου κλάδου και ορίου, που θα εξετάζει το δέντρο επίλυσης σε βάθος και θα απορρίπτει κλάδους που δεν θα μπορούν να δώσουν καλύτερη λύση από την ήδη υπάρχουσα. Αρχικά, μία υποβέλτιστη λύση προτείνεται (με εφαρμογή του ευρετικού αλγόριθμου της παραγράφου 4.6). Αν C ορισθεί η βέλτιστη τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης που έχει βρεθεί σε κάθε χρονική στιγμή εκτέλεσης του αλγόριθμου, τότε, αρχικά $C=H_0$. Σε κάθε κόμβο του δέντρου επίλυσης θεωρείται ότι έχουν διαταχθεί οι m πρώτες εργασίες, οπότε, $Q = \{J_1, J_2, \dots, J_m\}$ και υπολογίζεται η τιμή

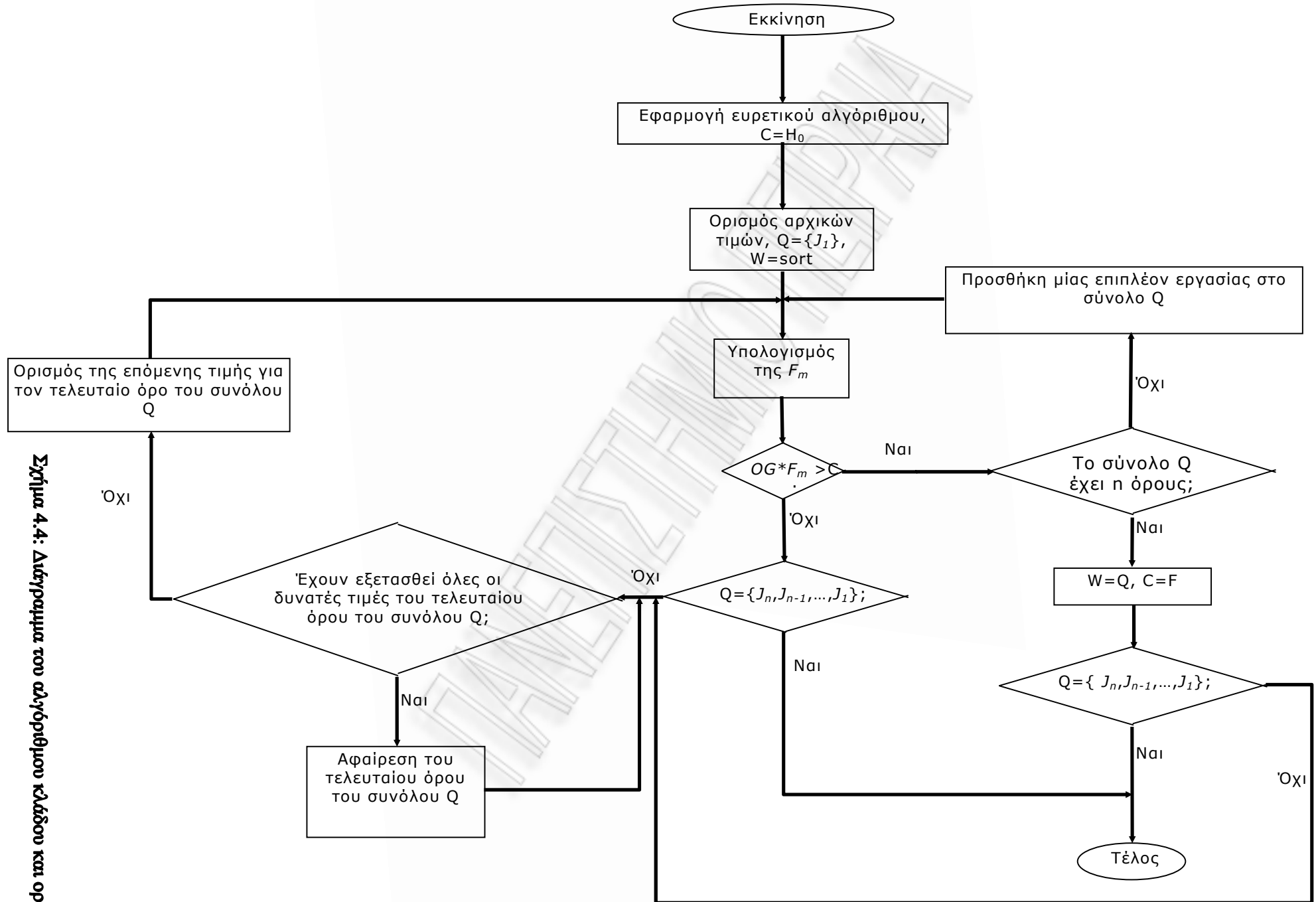
$$F_m = k_1 p_1^{a_1} + k_2 (p_1 + p_2)^{a_2} + \dots + k_m (p_1 + p_2 + \dots + p_m)^{a_m} + k'_{n-m} (p_1 + p_2 + \dots + p_m + p'_1)^{a'_1} + k'_{n-m-1} (p_1 + p_2 + \dots + p_m + p'_1 + p'_2)^{a'_2} + \dots + k'_1 (p_1 + p_2 + \dots + p_m + p'_1 + p'_2 + \dots + p'_{n-m})^{a'_{n-m}}.$$

Εφόσον $F_m \leq C$ ο κλάδος $\{J_1, J_1, \dots, J_m, \dots\}$ μπορεί να εξαιρεθεί με ασφάλεια από περαιτέρω διερεύνηση διότι αποκλείεται να οδηγήσει σε λύση καλύτερη από την ήδη υπάρχουσα.

Επιπρόσθετα, με την εύρεση του άνω ορίου είναι δυνατό να ορισθεί ένα μέτρο απόκλισης από τη βέλτιστη λύση (optimality gap) που θα ορίζει ένα κατώφλι αποδεκτών υποβέλτιστων λύσεων. Έτσι, αν θεωρηθεί ότι αυτό το κατώφλι ορίζεται ως OG , όπου $0 < OG \leq 1$, τότε μπορούν να αφαιρεθούν κλάδοι του δέντρου επίλυσης εφόσον ισχύει $OG * F_m \leq C$. Έτσι διασφαλίζεται ότι η υποβέλτιστη λύση που θα προκύψει $F_{suboptimal}$ θα ικανοποιεί τη συνθήκη $OG * F_{optimal} \leq F_{suboptimal}$, όπου $F_{optimal}$ είναι η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης που αντιστοιχεί στη βέλτιστη λύση του προβλήματος. Είναι φανερό ότι τιμές του OG κοντά στη μονάδα θα οδηγήσουν σε καλής ποιότητας υποβέλτιστες λύσης, ενώ όσο αυτή η τιμή απομακρύνεται από τη μονάδα μειώνεται η ποιότητα των λύσεων που προκύπτουν με αντίστοιχη μείωση του υπολογιστικού κόστους.

Αλγόριθμος επίλυσης

Το λογικό διάγραμμα του αλγόριθμου επίλυσης που αναπτύχθηκε εμφανίζεται στο Σχήμα 4.4:



Σχήμα 4.4: Διήγημα του αλγόριθμου κώδου και ορίων

Παράδειγμα εφαρμογής:

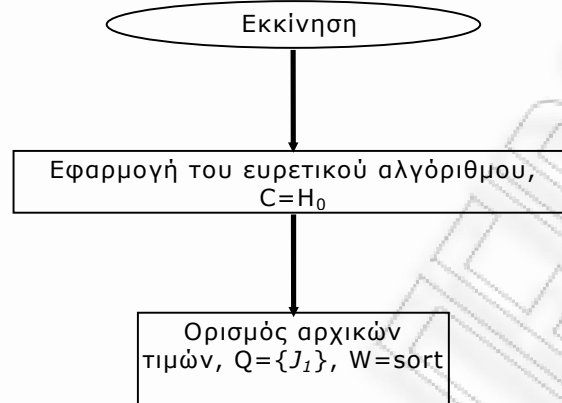
Ας θεωρηθούν πέντε (5) εργασίες με τις ακόλουθες παραμέτρους:

i	Q_i	K_i	P_i	a_i	p_i	k_i
1	80	3	0,0015	-0,2	0,12	240
2	100	1	0,0010	-0,4	0,10	100
3	100	2	0,0015	-0,6	0,15	200
4	50	5	0,0020	-0,8	0,10	250
5	300	8	0,0010	-1,0	0,30	2400

Πίνακας 4.2 Παράμετροι εργασιών για τη μελέτη εφαρμογής του αλγόριθμου

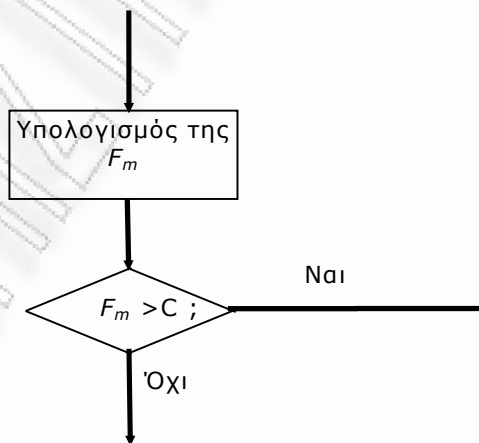
Ας υποτεθεί επίσης ότι $OG=1$.

Το δέντρο επίλυσης μπορεί να εξετασθεί με εφαρμογή της μεθόδου Κλάδου και Ορίου.

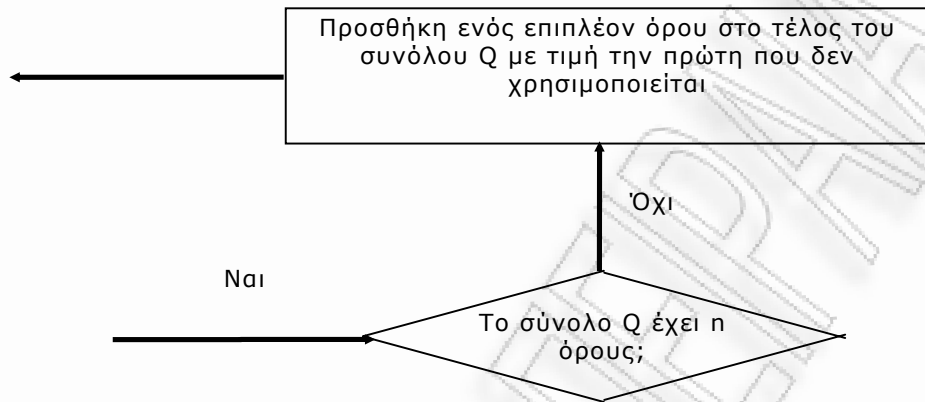


Η εφαρμογή του ευρετικού αλγόριθμου παράγει την ακολουθία $W=\{J_5, J_4, J_1, J_3, J_2\}$, ως προτεινόμενη υποβέλτιστη λύση του προβλήματος με τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης $C=9177,67$.

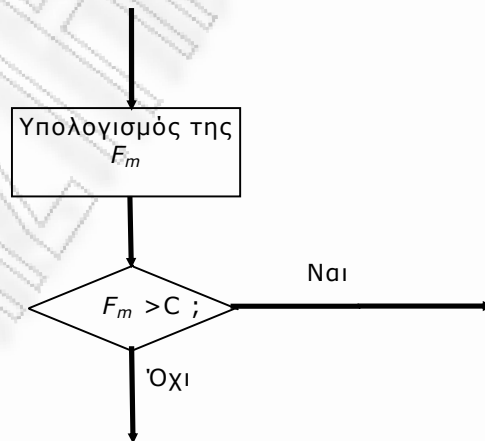
Ας ορισθεί η εργασία J_1 στην πρώτη θέση της ακολουθίας ($Q=J_1$). Τότε:



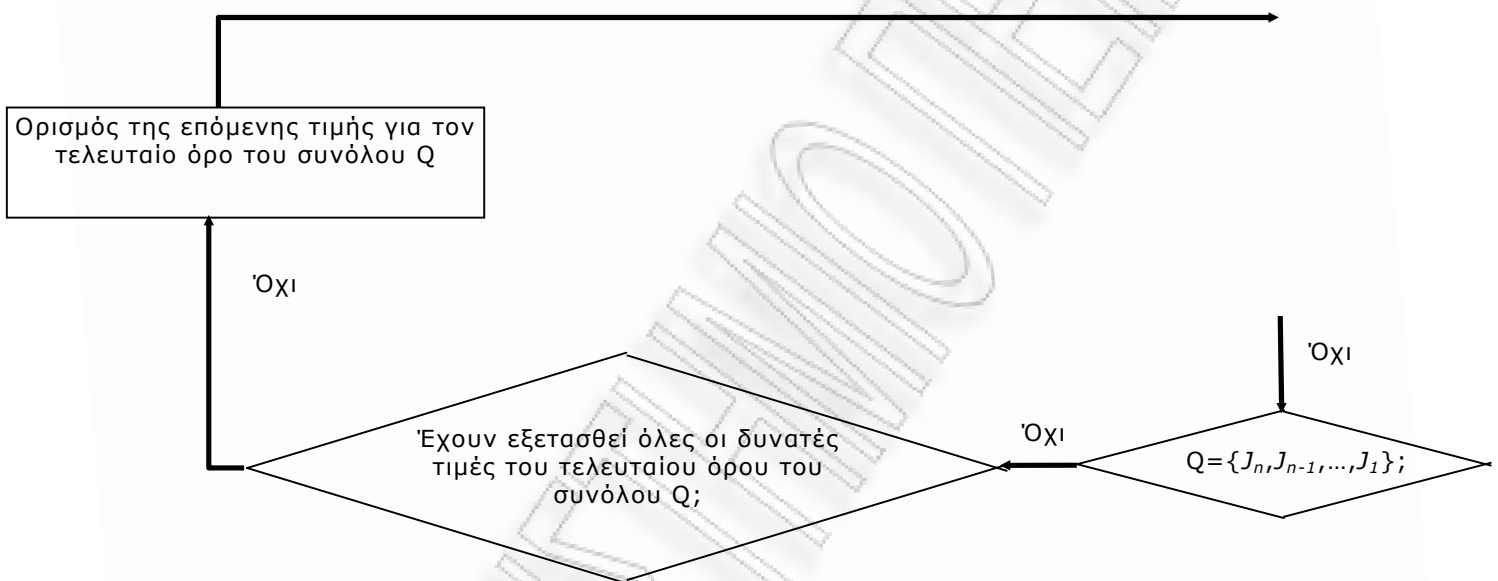
$$\begin{aligned}
 F_m = & k_1 p_1^{a_1} + k_1' (p_1 + p_1')^{a_4} + k_2' (p_1 + p_1' + p_2')^{a_3} + k_3' (p_1 + p_1' + p_2' + p_3')^{a_2} + \\
 & + k_4' (p_1 + p_1' + p_2' + p_3' + p_4')^{a_1} = 240 \cdot 0,12^{-0,2} + 2400 \cdot (0,12 + 0,1)^{-1} + 250 \cdot (0,12 + 0,1 + 0,1)^{-0,8} + \\
 & + 200 \cdot (0,12 + 0,1 + 0,1 + 0,15)^{-0,6} + 100 \cdot (0,12 + 0,1 + 0,15 + 0,1 + 0,3)^{-0,4} = 12323,52.
 \end{aligned}$$



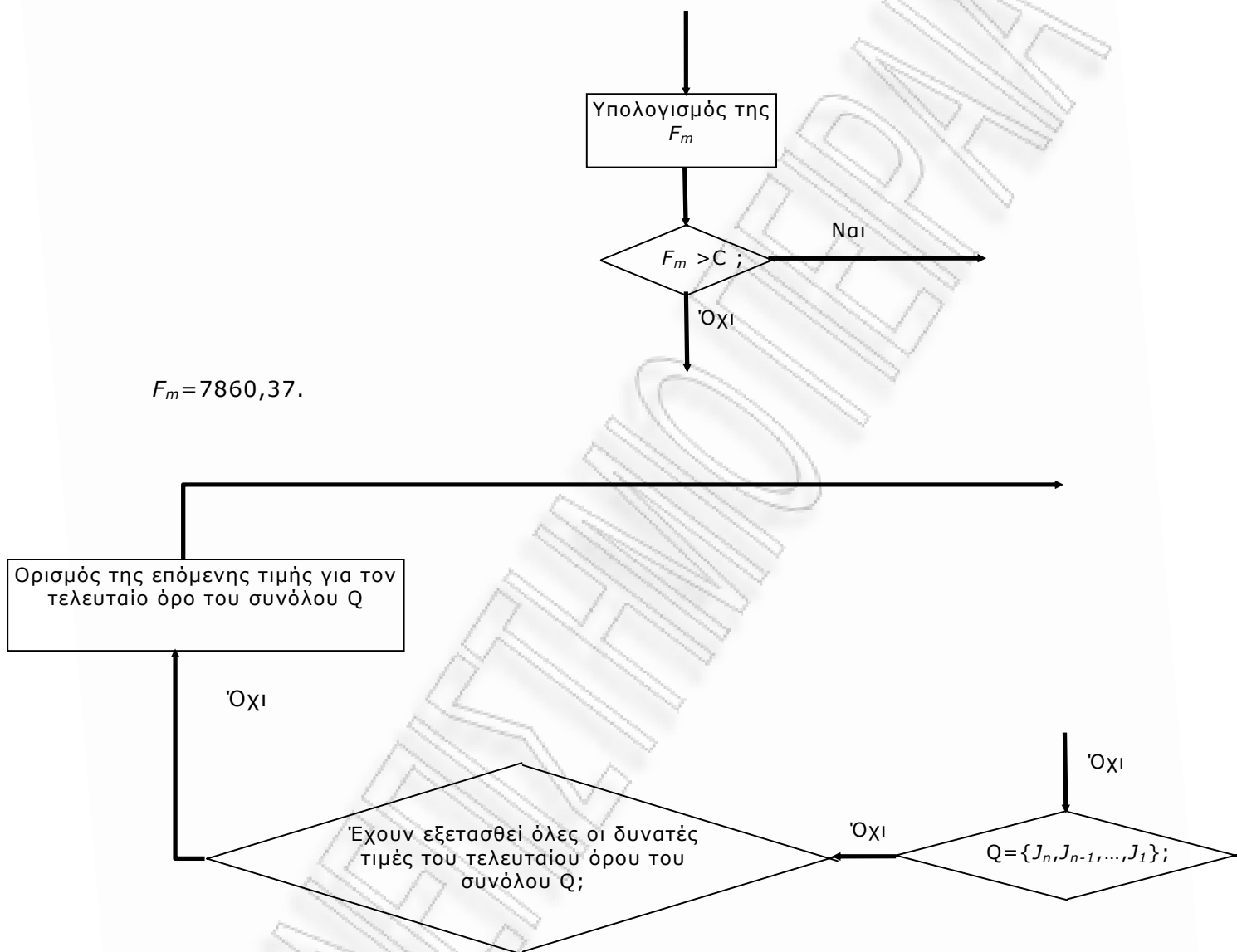
Προφανώς ισχύει $F_m > C$, και δεδομένου ότι το σύνολο Q έχει μόνο έναν όρο πρέπει να προστεθεί στο τέλος του συνόλου Q η πρώτη εργασία που δεν έχει χρησιμοποιηθεί. Έτσι $Q = \{J_1, J_2\}$.



$$F_m = k_1 p_1^{a_1} + k_2 (p_1 + p_2)^{a_2} + k_1' (p_1 + p_2 + p_1')^{a_3} + k_2' (p_1 + p_2 + p_1' + p_2')^{a_4} + k_3' (p_1 + p_2 + p_1' + p_2' + p_3')^{a_5} = 240 \cdot 0,12^{-0,2} + 100 \cdot (0,12 + 0,1)^{-0,4} + 2400 \cdot (0,12 + 0,1 + 0,1)^{-1} + 250 \cdot (0,12 + 0,1 + 0,1 + 0,15)^{-0,8} + 200 \cdot (0,12 + 0,1 + 0,1 + 0,15 + 0,3)^{-0,6} = 8741,319.$$

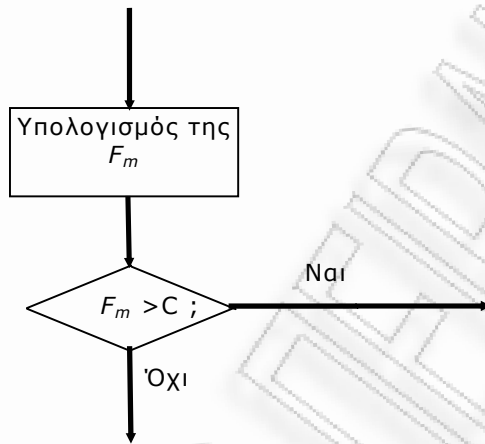


Προφανώς ισχύει $F_m < C$, και δεδομένου ότι $Q = \{J_1, J_2\}$ πρέπει το τελευταίο να γίνει $Q = \{J_1, J_3\}$.

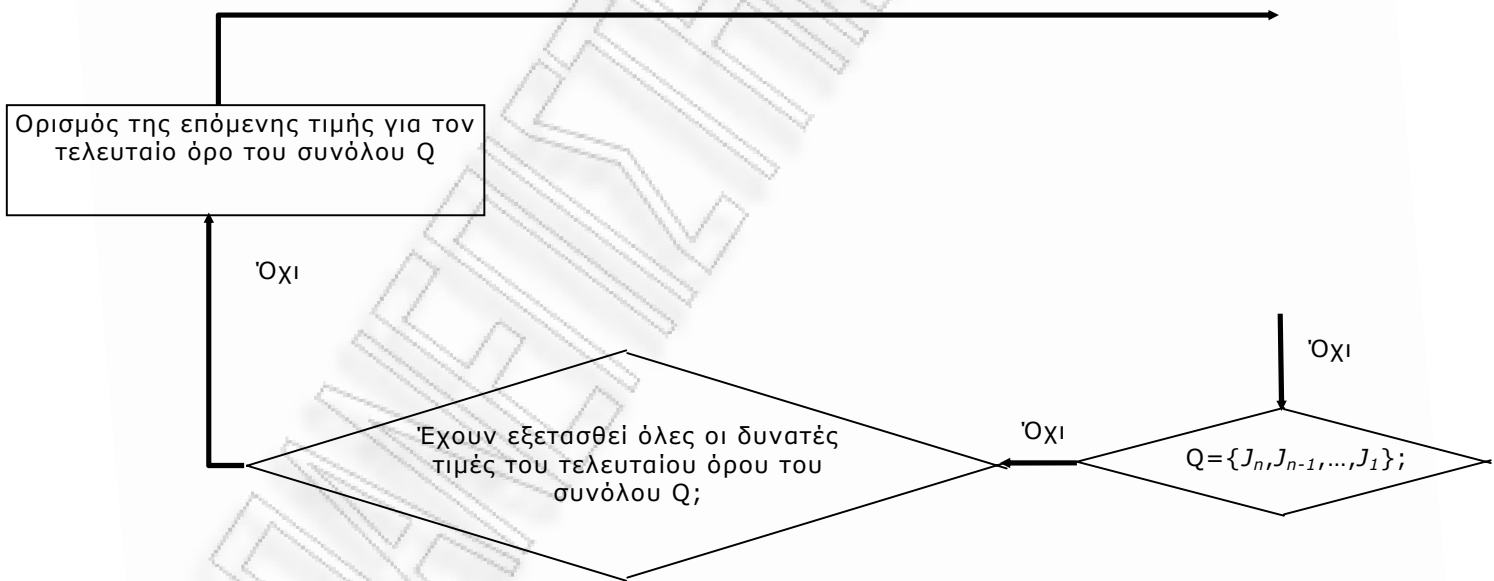


$F_m = 7860,37.$

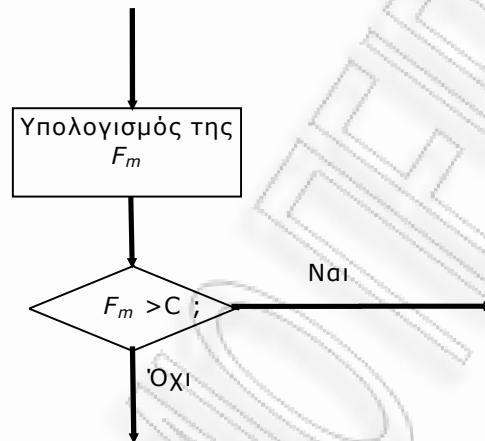
Προφανώς ισχύει $F_m < C$, και δεδομένου ότι $Q = \{J_1, J_3\}$ πρέπει το τελευταίο να γίνει $Q = \{J_1, J_4\}$.



$F_m = 9131,85.$

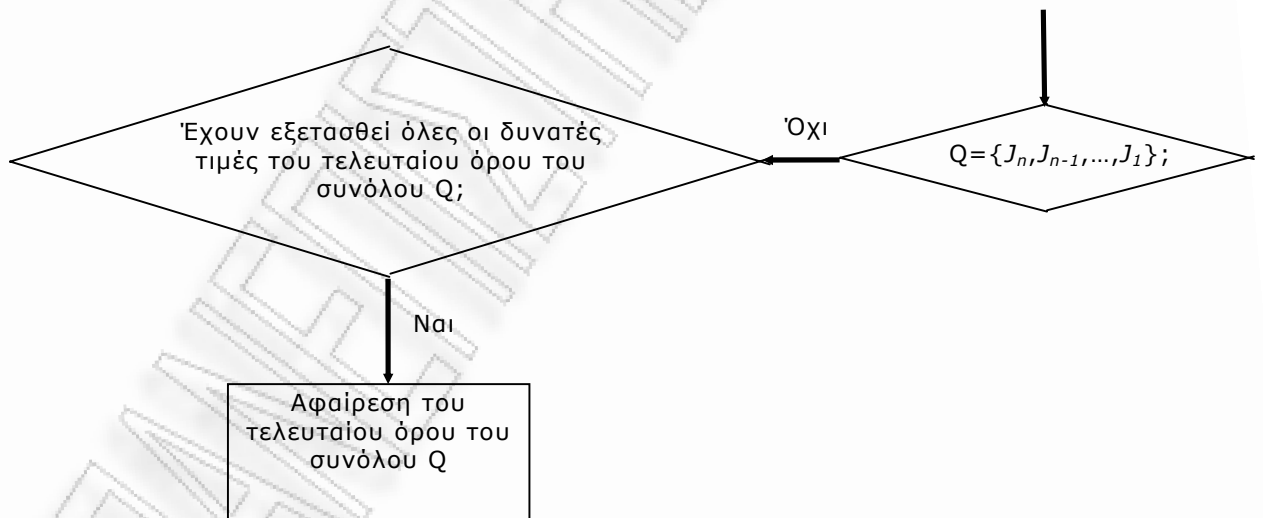


Προφανώς ισχύει $F_m < C$, και δεδομένου ότι $Q = \{J_1, J_4\}$ πρέπει το τελευταίο να γίνει $Q = \{J_1, J_5\}$.



$F_m = 6880,33$.

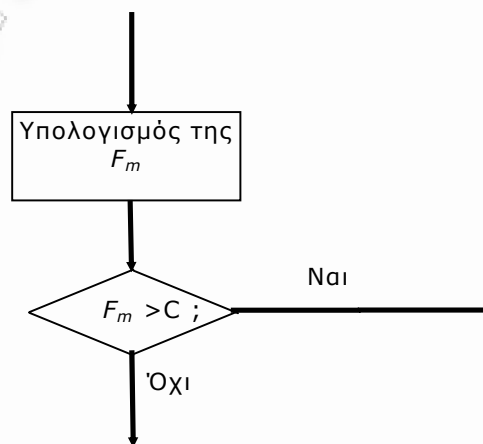
Προφανώς ισχύει $F_m < C$.



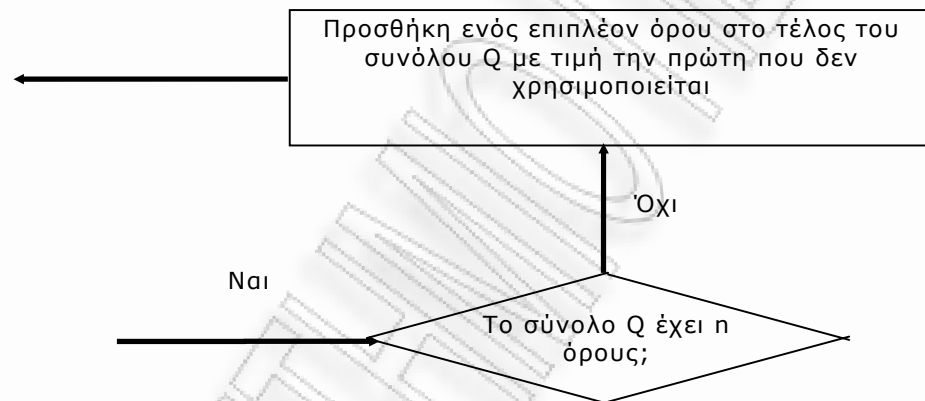
Επιπλέον είναι φανερό ότι έχουν εξετασθεί όλες οι δυνατές τιμές του τελευταίου όρου του συνόλου Q και συνεπώς πρέπει να αφαιρεθεί ο τελευταίος όρος του. Έτσι προκύπτει ότι $Q = \{1\}$.



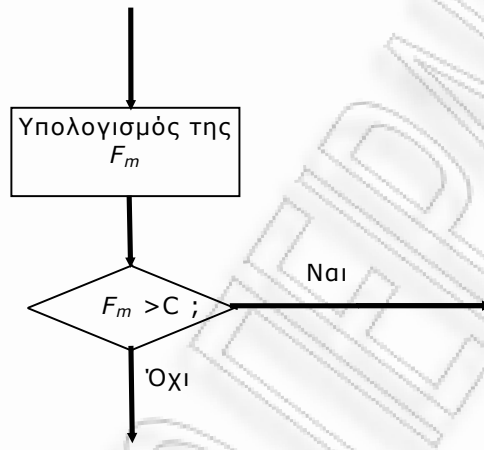
Η εξέλιξη της εκτέλεσης του αλγόριθμου επιβάλλει την εκ νέου μετατροπή του συνόλου Q σε $Q = \{2\}$.



$$F_m = 13461,49.$$

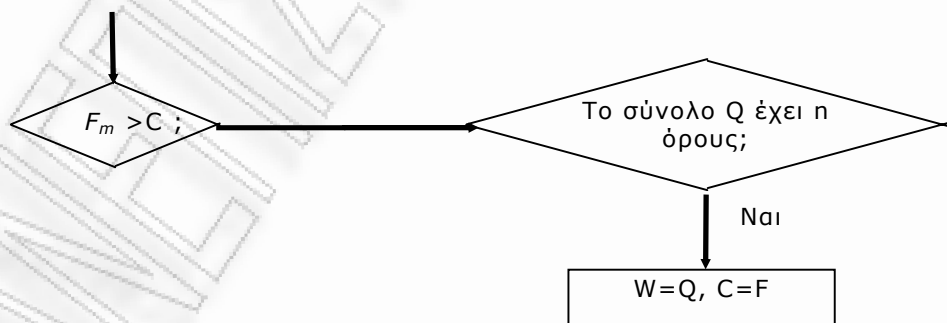


Προφανώς ισχύει $F_m > C$, και δεδομένου ότι $Q = \{2\}$ πρέπει να προστεθεί στο τέλος του συνόλου Q η πρώτη εργασία που δεν έχει χρησιμοποιηθεί. Έτσι $Q = \{J_2, J_1\}$.



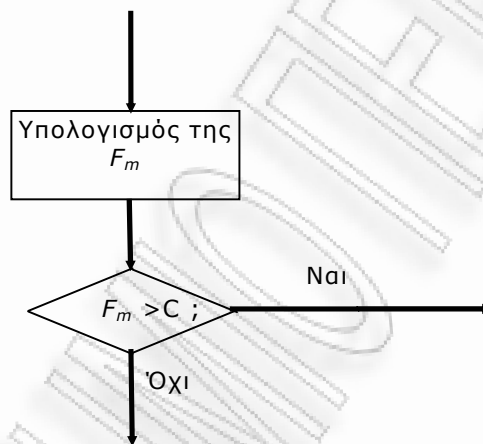
$F_m = 8767.39 < C.$

Ο αλγόριθμος εκτελείται περιορίζοντας τους υπό εξέταση κλάδους χωρίς να προκύπτει λύση καλύτερη από αυτήν του ευρετικού αλγόριθμου, έως την εξέταση του μονοπατιού $Q = \{J_5, J_4, J_3, J_1, J_2\}$. Τότε έχουμε:

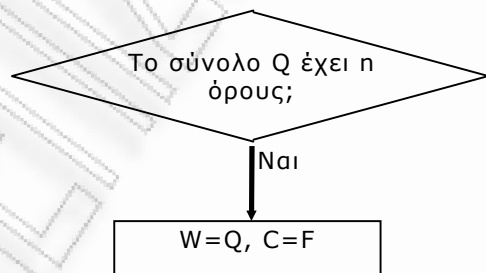


$F_m=9177,67 > C$, το σύνολο Q έχει πέντε (5) όρους, οπότε τροποποιούνται τα W και C στα $W=\{J_5, J_4, J_3, J_1, J_2\}$ και $C=9177,67$.

Η εκτέλεση του αλγόριθμου ολοκληρώνεται με την εξέταση της ακολουθίας $Q=\{J_5, J_4, J_3, J_2, J_1\}$.



$F_m=9178,32 > C$.



Το σύνολο Q έχει πέντε (5) όρους, οπότε τροποποιούνται τα W και C στα $W=\{J_5, J_4, J_3, J_2, J_1\}$ και $C=9178,32$, που είναι και οι τιμές της ακολουθίας που βελτιστοποιεί την αντικειμενική συνάρτηση και της τιμής της αντικειμενικής συνάρτησης, αντίστοιχα.

4.8 Εφαρμογή στην περίπτωση της Αντίστροφης Εφοδιαστικής Αλυσίδας των Η/Υ

Ο Ferrer [Fer1997] μελετάει την οικονομική πλευρά της ανακατασκευής των Η/Υ και παρουσιάζει μερικά πειραματικά αποτελέσματα σχετικά με την αξία των εξαρτημάτων ενός Η/Υ, η οποία μειώνεται όσο περνά ο χρόνος. Η αξία των εξαρτημάτων του Η/Υ έχουν την ακόλουθη εξάρτηση με το χρόνο :

$$V_{\text{cpu}}(t) = K_{\text{cpu}} \cdot t^{-0,6}$$

$$V_{\text{ram}}(t) = K_{\text{ram}} \cdot t^{-0,7}$$

$$V_{\text{hdd}}(t) = K_{\text{hdd}} \cdot t^{-0,18}$$

$$V_{\text{cdrom}}(t) = K_{\text{cdrom}} \cdot t^{-0,6}$$

$$V_{\text{monitor}}(t) = K_{\text{monitor}} \cdot t^{-0,03}$$

όπου K_{cpu} , K_{ram} , K_{hdd} , K_{cdrom} , K_{monitor} είναι οι αξίες του επεξεργαστή, της μνήμης, του σκληρού δίσκου, του οπτικού δίσκου και της οθόνης, αντίστοιχα, τη χρονική στιγμή $t=0$ (σε δύο διαφορετικούς τύπους του ίδιου εξαρτήματος αντιστοιχούν διαφορετικές τιμές αυτού του μεγέθους, π.χ. σε δύο διαφορετικούς σκληρούς δίσκους). Ο χρόνος t υπολογίζεται σε περιόδους και κάθε περίοδος αντιστοιχεί σε ένα μήνα.

Η περίπτωση της ανακατασκευής των Η/Υ αντιπροσωπεύει μία ιδιαίτερη εφαρμογή της Αντίστροφης Εφοδιαστικής.

Ο αλγόριθμος επίλυσης που παρουσιάζεται σε αυτήν την εργασία εφαρμόστηκε στην περίπτωση της διάλυσης και επαναχρησιμοποίησης εξαρτημάτων των υπολογιστών. Οι τιμές των παραμέτρων δημιουργήθηκαν με τη βοήθεια μίας γεννήτριας τυχαίων αριθμών στα ακόλουθα διαστήματα :

$$a_i \in \{-1, -0,8, -0,6, -0,4, -0,2\},$$

$$P_i \in (5 \times 10^{-4}, 2 \times 10^{-3}],$$

$Q_i \in [1, 2, \dots, 300],$

$K_i \in [1, 2, \dots, 8].$

Η περίπτωση των οθονών αντιστοιχεί σε $a_i \approx 0$ και αυτό σημαίνει ότι η αξία τους παραμένει σχεδόν σταθερή. Ευνόητο είναι λοιπόν η επεξεργασία των οθονών να πραγματοποιηθεί στο τέλος, ανεξάρτητα των εργασιών που προηγούνται. Γι' αυτό το λόγο δεν εξετάζεται η περίπτωση τους και δεν υπάρχει η αντίστοιχη τιμή του ρυθμού μεταβολής της αξίας τους στο αντίστοιχο σύνολο τιμών ($a_i \in \{-1, -0,8, -0,6, -0,4, -0,2\}$).

Η ευρετική μέθοδος της Παραγράφου 4.6 εφαρμόστηκε σε μεγάλο αριθμό προβλημάτων. Για αριθμό εργασιών έως και 14 η βέλτιστη λύση βρέθηκε με τη μέθοδο της πλήρους απαρίθμησης προκειμένου να αξιολογηθεί η απόδοση του ευρετικού αλγόριθμου. Για προβλήματα μεγαλύτερης τάξης (έως και 100) η ευρετική λύση συγκρίθηκε με τη λύση που προκύπτει με χρήση γεννήτριας τυχαίων αριθμών για τον προσδιορισμό της ακολουθίας των εργασιών

Επίσης μελετήθηκαν προβλήματα με διαφορετικά σύνολο τιμών του ρυθμού μεταβολής. Σημειώνεται ότι η μελέτη προβλημάτων με διαφορετικά σύνολα τιμών για τις υπόλοιπες παραμέτρους έχει περιορισμένη αξία δεδομένου ότι στο ίδιο αποτέλεσμα μπορεί να φτάσει κανείς μεταβάλλοντας την κλίμακα μέτρησης των μεγεθών του αρχικού προβλήματος (π.χ. μέτρηση του χρόνου σε δευτερόλεπτα, λεπτά, κλπ).

Η λύση που πρόκυψε χρησιμοποιήθηκε ως αρχικό άνω όριο για την εφαρμογή της μεθόδου κλάδου και ορίου της Παραγράφου 4.7.

Η μέθοδος κλάδου και ορίου σε συνδυασμό με το *OG* οδήγησε σε μελέτη προβλημάτων έως και 19 εργασιών και την εύρεση υποβέλτιστων λύσεων.

4.9 Αποτελέσματα

Εφαρμογή Ευρετικού αλγόριθμου σε προβλήματα 6-14 εργασιών

Ο ευρετικός αλγόριθμος εφαρμόστηκε σε μεγάλο αριθμό περιπτώσεων 6-14 εργασιών. Τα σχετικά αποτελέσματα εμφανίζονται στον Πίνακα 4.3:

Μέγεθος Προβλήματος (n)	Αριθμός περιπτώσεων	b₁ (%)
6	1.000	2,65
7	1.000	3,52
8	1.000	4,12
9	1.000	4,41
10	1.000	4,72
11	1.000	5,20
12	100	5,27
13	100	5,67
14	100	5,72

Πίνακας 4.3: Πειραματικά αποτελέσματα

Εφαρμογή Ευρετικού αλγόριθμου σε προβλήματα 6 εργασιών με διαφορετικά σύνολα τιμών για το ρυθμό μεταβολής της αξίας

Ο αλγόριθμος εφαρμόστηκε επίσης στο πρόβλημα των 6 εργασιών όπου ο ρυθμός μεταβολής της αξίας έπαιρνε τιμές σε ένα από τα ακόλουθα σύνολα τιμών :

$$E_1 = \{-0.1, -0,08, -0,06, -0,04, -0,02\},$$

$$E_2 = \{-0,2, -0,16, -0,12, -0,08, -0,04\},$$

$$E_3 = \{-1, -0,8, -0,6, -0,4, -0,2\},$$

$$E_4 = \{-3, -2,4, -1,8, -1,2, -0,6\},$$

$$E_5 = \{-10, -8, -6, -4, -2\}.$$

Για κάθε ένα από τα παραπάνω σύνολα τιμών ελέγχθηκαν 1000 περιπτώσεις και τα αποτελέσματα της απόδοσης του αλγόριθμου φαίνονται στον Πίνακα 4.4.

Σύνολο τιμών του ρυθμού μεταβολής της αξίας	B ₁ (%)
E ₁	0,42
E ₂	0,87
E ₃	2,65
E ₄	0,92
E ₅	0,33

Πίνακας 4.4: Τιμές της μέσης τιμής της απόκλισης b₁ για διάφορα σύνολα τιμών του ρυθμού μεταβολής (πρόβλημα 6 εργασιών)

Είναι φανερό ότι η απόδοση του αλγόριθμου στην περίπτωση των Η/Υ είναι χειρότερη από οποιαδήποτε άλλη περίπτωση με μικρότερες ή μεγαλύτερες τιμές του ρυθμού μεταβολής.

Ευρετικός αλγόριθμος – σύγκριση με τυχαία λύση

Στη συνέχεια ο αλγόριθμος εφαρμόστηκε με κριτήριο την απόδοση ως προς τυχαία λύση. Δεδομένου ότι σε αυτήν την περίπτωση δεν εξετάζεται το δέντρο

επίλυσης του προβλήματος, το υπολογιστικό φορτίο είναι περιορισμένο και αυτό επιτρέπει την εξέταση προβλημάτων μεγάλης τάξης.

Μέγεθος προβλήματος (n)	Αριθμός περιπτώσεων	d₁(%)
6	10.000	40,9
7	10.000	42,3
8	10.000	44,5
9	10.000	45,5
10	10.000	47,3
20	10.000	53,4
30	10.000	54,9
40	10.000	56,1
50	10.000	55,1
60	10.000	54,6
70	10.000	54,0
80	10.000	52,1
90	10.000	51,5
100	10.000	51,0

Πίνακας 4.5: Απόδοση d₁ του αλγόριθμου

Εφαρμογή μεθόδου κλάδου και ορίου σε προβλήματα 6-14 εργασιών (OG=1)

Όπως ήδη αναφέρθηκε, η λύση που προκύπτει με την εφαρμογή του ευρετικού αλγόριθμου μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως αρχική λύση της μεθόδου κλάδου και ορίου. Στον Πίνακα 4.6 εμφανίζεται η μείωση του υπολογιστικού κόστους που επιτεύχθηκε με τη χρήση της μεθόδου κλάδου και ορίου (OG=1):

Μέγεθος προβλήματος (n)	Αριθμός περιπτώσεων	Χρόνος εκτέλεσης για πλήρη απαρίθμηση	Χρόνος εκτέλεσης της μεθόδου κλάδου και ορίου	Χρόνος εκτέλεσης της μεθόδου κλάδου και ορίου/ Χρόνος εκτέλεσης για πλήρη απαρίθμηση (%)
6	1.000	1,80''	0.91''	50,56
7	1.000	15,72''	3.92''	24,94
8	1.000	2' 10''	16.69''	12,84
9	1.000	22' 07''	70.77''	5,33
10	1.000	4h 01' 31''	4' 31''	1,87
11	1.000	48h 14' 00''	22' 39'	0,96
12	100	65h 09' 30''	9' 18''	0,24
13	100	935h 43' 46''	48' 42''	0,09
14	100	14.410h 31' 54''	3h 14' 52''	0,02

Πίνακας 4.6: Μείωση του υπολογιστικού κόστους με χρήση της μεθόδου κλάδου και ορίου

Εφαρμογή μεθόδου κλάδου και ορίου σε προβλήματα 15-19 εργασιών (OG<1)

Για προβλήματα περισσότερων εργασιών χρησιμοποιήθηκαν τιμές του OG διαφορετικές της μονάδας. Τα αποτελέσματα εμφανίζονται στον Πίνακα 4.7:

Μέγεθος προβλήματος (n)	Αριθμός περιπτώσεων	Απαιτούμενος χρόνος για την εύρεση υποβέλτιστης λύσης (OG=0,8)	Απαιτούμενος χρόνος για την εύρεση υποβέλτιστης λύσης (OG=0,85)
15	100	2'58''	6'47''
16	100	3'59''	14' 25''
17	100	18' 17''	41' 26''
18	100	28' 25''	4h 08' 54''
19	100	2h 02' 30''	7h 46' 16''

Πίνακας 4.7: Αποτελέσματα εφαρμογής της μεθόδου κλάδου και ορίου σε προβλήματα 15-19 εργασιών (για τιμές του O.G. 0,8 και 0,85)

Εφαρμογή μεθόδου κλάδου και ορίου στο προβλήματα των 19 εργασιών (OG=0,9) για διαφορετικά σύνολα τιμών του ρυθμό μεταβολής της αξίας

Στη συνέχεια εξετάστηκε η συμπεριφορά της μεθόδου κλάδου και ορίου σε διαφορετικά σύνολα τιμών της παραμέτρου a_i . Τα αποτελέσματα που προέκυψαν εμφανίζονται στον Πίνακα 4.8:

Μέγεθος προβλήματος	Αριθμός περιπτώσεων	Σύνολο τιμών του ρυθμού μεταβολής	Απαιτούμενος χρόνος για την εύρεση υποβέλτιστης λύσης (OG=0,9)
19	1000	$a_j \in \{-0.02, -0.04, -0.06, -0.08, -0.1\}$	7,4''
19	1000	$a_j \in \{-0.025, -0.05, -0.075, -0.1, -0.125\}$	1' 20''
19	1000	$a_j \in \{-0.033, -0.066, -0.1, -0.133, -0.166\}$	21' 29''
19	1000	$a_j \in \{-0.5, -1, -1.5, -2, -2.5\}$	1h 01' 04''
19	1000	$a_j \in \{-1, -2, -3, -4, -5\}$	58.37''
19	1000	$a_j \in \{-2, -4, -6, -8, -10\}$	12.56''

Πίνακας 4.8: Αποτελέσματα εφαρμογής της μεθόδου κλάδου και ορίου στο πρόβλημα των 19 εργασιών για διαφορετικά σύνολα τιμών του ρυθμού μεταβολής (O.G. =0,9)

Τα αποτελέσματα δείχνουν πως η μέθοδος κλάδου και ορίου έχει ικανοποιητική απόδοση μειώνοντας σημαντικά το χρόνο που απαιτείται για την εύρεση της βέλτιστης λύσης σε σχέση με τη μέθοδο πλήρους απαρίθμησης. Το κέρδος της μεθόδου αυξάνει με την τάξη του προβλήματος διότι για μεγάλο αριθμό εργασιών υπάρχουν περισσότερες ευκαιρίες για απόρριψη κλάδων του δέντρου επίλυσης. Το φαινόμενο είναι πιο έντονο αν λάβει κανείς υπόψη του ότι για μεγάλες τιμές του αριθμού των εργασιών η αρχική λύση απέχει σημαντικά από τη βέλτιστη.

Επιπρόσθετα, η εισαγωγή της έννοιας του περιθωρίου απόκλισης της λύσης που προκύπτει σε σχέση με τη βέλτιστη λύση (OG) παρέχει τη δυνατότητα για εξερεύνηση προβλημάτων μεγαλύτερης τάξης.

Κεφάλαιο 5: Χρονικός προγραμματισμός επανεπεξεργασίας εργασιών με χρόνους επανεπεξεργασίας που μεταβάλλονται με την πάροδο του χρόνου

5.1 Εισαγωγή	113
5.2 Ορισμοί – Παραδοχές.....	113
5.3 Μαθηματική μοντελοποίηση του προβλήματος.....	116
5.4 Αναλυτική επίλυση του προβλήματος (γραμμική μεταβολή)	118
5.5 Αναλυτική επίλυση του προβλήματος (μη γραμμική μεταβολή)	119
5.6 Αποτελέσματα	125

5.1 Εισαγωγή

Σε αυτό το κεφάλαιο εξετάζεται το πρόβλημα του χρονικού προγραμματισμού της επανεπεξεργασίας παρτίδων προϊόντων με στόχο την ελαχιστοποίηση του συνολικού χρόνου ροής. Το πρόβλημα αναφέρεται σε συστήματα συνεχούς ροής παρτίδων προϊόντων όπου η επεξεργασία και επανεπεξεργασία πραγματοποιούνται στον ίδιο επεξεργαστή. Θεωρείται ότι ο χρόνος εκτέλεσης της επανεπεξεργασίας μιας παρτίδας (lot) προϊόντων αυξάνει με την πάροδο του χρόνου από τη χρονική στιγμή της ολοκλήρωσης της κανονικής παραγωγής της παρτίδας. Πιο συγκεκριμένα ο χρόνος επεξεργασίας θεωρείται ότι είναι μια συνεχής αυξητική συνάρτηση του χρόνου που μεσολαβεί ανάμεσα στην επεξεργασία και την επανεπεξεργασία της παρτίδας. Για την πλειονότητα των σχετικών συναρτήσεων προτείνεται αναλυτική λύση για το πρόβλημα και εξετάζονται κάποιες ειδικές περιπτώσεις (γραμμική, εκθετική, πολυωνυμική συνάρτηση).

5.2 Ορισμοί – Παραδοχές

Ας υποθεθεί ότι υπάρχουν n παρτίδες (L_1, L_2, \dots, L_n) προϊόντων που παράγονται από ένα παραγωγικό σύστημα (κανονική παραγωγική διαδικασία). Οι n παρτίδες αντιστοιχούν σε μία δέσμη (batch) προϊόντων. Όλες οι παρτίδες έχουν ίδια χαρακτηριστικά (αφορούν σε ίσες ποσότητες του ίδιου προϊόντος, απαιτούν τον ίδιο χρόνο εκτέλεσης κατά την κανονική παραγωγική διαδικασία, έχουν την ίδια πιθανότητα να είναι ελαττωματικές, περνούν από τα ίδια στάδια παραγωγής κλπ). Κάποιες από αυτές τις παρτίδες (m παρτίδες, όπου $m \leq n$) είναι ελαττωματικές και απαιτούν επανεπεξεργασία. Ο χρόνος που απαιτείται για την εκτέλεση της επανεπεξεργασίας μιας παρτίδας αυξάνεται με την πάροδο του χρόνου και εξαρτάται από το χρονικό διάστημα που μεσολαβεί μεταξύ της λήξης της κανονικής επεξεργασίας της παρτίδας και της έναρξης της επανεπεξεργασίας της. Ο στόχος είναι η ελαχιστοποίηση του συνολικού

χρόνου ροής της δέσμης. Ο συνολικός χρόνος ροής της δέσμης είναι το άθροισμα των χρόνων που απαιτούνται για την κανονική επεξεργασία και την επανεπεξεργασία των παρτίδων. Το πρόβλημα μπορεί να ειδωθεί ως πρόβλημα εύρεσης της ακολουθίας των εργασιών επανεπεξεργασίας, αφού μόνο αυτή η ακολουθία επηρεάζει την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης.

Έστω:

L_i : Η κανονική επεξεργασία της παρτίδας i

R_j : Η επανεπεξεργασία της j παρτίδας στην ακολουθία επανεπεξεργασίας

a : Παράμετρος του ρυθμού αύξησης του χρόνου που απαιτείται για επανεπεξεργασία ($a > 0$)

t_i : Ο αρχικός χρόνος αναμονής (το χρονικό διάστημα που μεσολαβεί μεταξύ του τέλους της εκτέλεσης της κανονικής επεξεργασίας της παρτίδας i και της χρονικής στιγμής έναρξης εκτέλεσης των εργασιών επανεπεξεργασίας (όχι απαραίτητα της παρτίδας i))

tr_i : Το χρονικό διάστημα που μεσολαβεί μεταξύ της χρονικής στιγμής έναρξης εκτέλεσης των εργασιών επανεπεξεργασίας (όχι απαραίτητα της παρτίδας i) και της χρονικής στιγμής έναρξης εκτέλεσης της επανεπεξεργασίας της εργασίας i

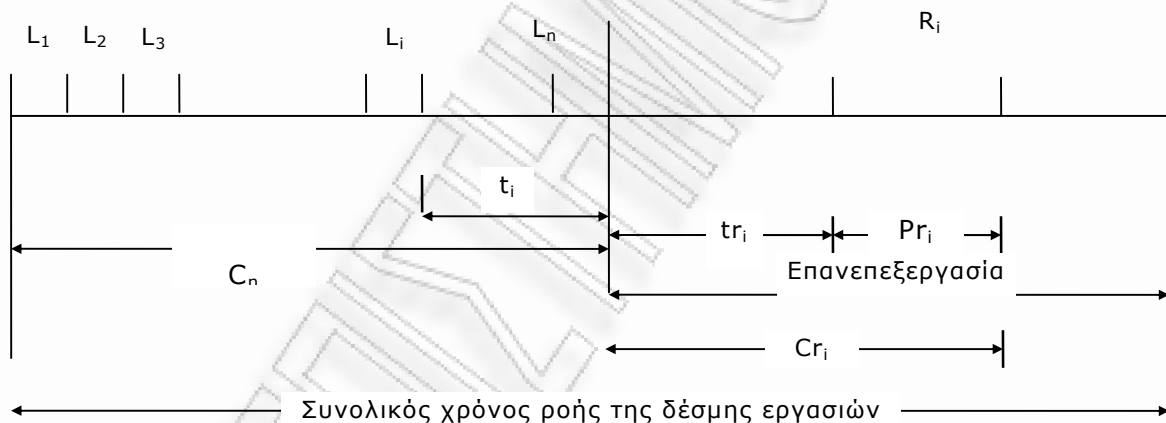
Pr_i : Ο χρόνος εκτέλεσης για την επανεπεξεργασία της παρτίδας i

n : Ο αριθμός παρτίδων μίας δέσμης εργασιών

C_i : Ο συνολικός χρόνος ροής για την εκτέλεση της κανονικής επεξεργασίας των n παρτίδων. Προφανώς ο συνολικός χρόνος ροής της κανονικής επεξεργασίας (μέγιστος χρόνος ολοκλήρωσης) όλων των παρτίδων ισούται με C_n , όπου n είναι η τελευταία παρτίδα που περνά από το στάδιο της κανονικής επεξεργασίας.

C_{r_i} : Ο συνολικός χρόνος ροής για την εκτέλεση της επανεπεξεργασίας της παρτίδας i (εφόσον απαιτείται επανεπεξεργασία για αυτήν). Ο χρόνος αυτός έχει ως στιγμή έναρξης τη χρονική στιγμή έναρξης εκτέλεσης των εργασιών επανεπεξεργασίας (όχι απαραίτητα της παρτίδας i). Προφανώς ο συνολικός χρόνος ροής της επανεπεξεργασίας όλων των παρτίδων (μέγιστος χρόνος ολοκλήρωσης) ισούται με C_{r_m} , όπου m είναι η τελευταία παρτίδα που περνά από το στάδιο της επανεπεξεργασίας.

m : Ο αριθμός των ελαττωματικών παρτίδων



Σχήμα 5.1: Γραφική αναπαράσταση των διαδικασιών κανονικής επεξεργασίας και επανεπεξεργασίας

Για το πρόβλημα που εξετάζεται ισχύουν τα ακόλουθα:

- Το σύστημα βρίσκεται σε σταθερή κατάσταση
- Μετά την επανεπεξεργασία μιας παρτίδας η ποιότητά της είναι άριστη
- Ο επεξεργαστής δε μπορεί να εκτελεί ταυτόχρονα δύο ή περισσότερες εργασίες

- Ο επεξεργαστής δεν παρουσιάζει βλάβες
- Η επανεπεξεργασία των ελαττωματικών παρτίδων μιας δέσμης ξεκινά αμέσως μετά την ολοκλήρωση της κανονικής επεξεργασίας της τελευταίας παρτίδας της δέσμης
- Δεν επιτρέπονται νεκροί χρόνοι, δηλαδή η εκτέλεση μιας παρτίδας αρχίζει αμέσως μόλις τελειώσει η εκτέλεση της προηγούμενης
- Όταν αρχίσει η εκτέλεση μιας εργασίας δεν μπορεί να σταματήσει πριν την ολοκλήρωσή της.
- Όλες οι εργασίες είναι διαθέσιμες ταυτόχρονα κατά το χρόνο $t=0$
- Δεν υπάρχουν χρόνοι προετοιμασίας.

5.3 Μαθηματική μοντελοποίηση του προβλήματος

Όπως ήδη αναφέρθηκε το αρχικό πρόβλημα μπορεί να απλοποιηθεί και να ειδωθεί ως πρόβλημα εύρεσης της ακολουθίας εκτέλεσης των εργασιών επανεπεξεργασίας. Σε ό,τι αφορά την κανονική επεξεργασία, η μόνη παράμετρος που επηρεάζει το πρόβλημα είναι ο αρχικός χρόνος αναμονής. Ας υποθεθεί ότι ο χρόνος που απαιτείται για την επανεπεξεργασία μιας παρτίδας είναι μία συνάρτηση F του χρόνου και εξαρτάται από το χρονικό διάστημα που μεσολαβεί μεταξύ της λήξης της κανονικής επεξεργασίας της παρτίδας και της έναρξης της επανεπεξεργασίας της. Αυτό το χρονικό διάστημα ισούται με το άθροισμα του αρχικού χρόνου αναμονής t_i και του συνολικού χρόνου ροής της προηγούμενης παρτίδας που πέρασε από το στάδιο της επανεπεξεργασίας. Αν υποθεθεί ότι αυτές οι παρτίδες είναι οι L_i και L_{i-1} , τότε $P_{r_i} = F(t_i + C_{r_{i-1}})$ όπου η F είναι μία συνεχής και αύξουσα συνάρτηση για την οποία υπάρχουν η πρώτη και δεύτερη παράγωγος (F' και F'' αντίστοιχα). Ας υποθεθεί επίσης ότι οι παρτίδες περνούν από το στάδιο της επανεπεξεργασίας σύμφωνα με την ακολουθία $R_1, R_2, \dots, R_{i-1}, R_i, R_j, \dots, R_m$. Σε αυτήν την περίπτωση ο χρόνος που απαιτείται για την επανεπεξεργασία κάθε παρτίδας:

$$Pr_1 = F(t_1)$$

$$Pr_2 = F(t_2 + Cr_1) = F(t_2 + F(t_1))$$

.

.

.

$$Pr_i = F(t_i + Cr_{i-1}) = F(t_i + F(t_{i-1} + F(\dots + F(t_1) \dots)))$$

$$Pr_j = F(t_j + Cr_j) = F(t_j + F(t_i + F(t_{i-1} + F(\dots + F(t_1) \dots)))$$

.

.

.

$$Pr_m = F(t_m + F(t_{m-1} + F(\dots + F(t_j + F(t_i + F(t_{i-1} + F(\dots + F(t_1) \dots))))).$$

Ο στόχος είναι η ελαχιστοποίηση του συνολικού χρόνου ροής (ελαχιστοποίηση του Cr_m), όπου,

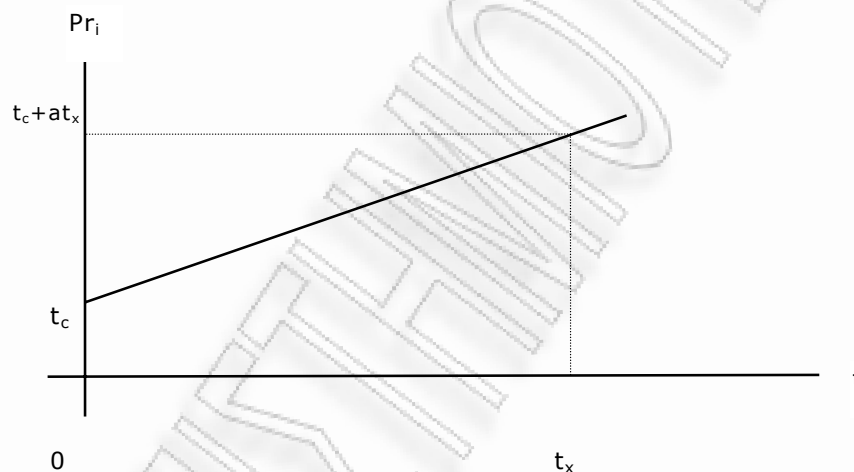
$$Cr_m = Pr_1 + Pr_2 + \dots + Pr_m.$$

Το αρχικό πρόβλημα μπορεί να επαναδιατυπωθεί ως εξής:

Δοθεισών m παρτίδων που πρέπει να υποστούν επανεπεξεργασία σε έναν απλό επεξεργαστή ζητείται να βρεθεί η ακολουθία εκτέλεσης της επανεπεξεργασίας των παρτίδων έτσι ώστε ο συνολικός χρόνος ροής Cr_m να ελαχιστοποιηθεί. Ο χρόνος που απαιτείται για την εκτέλεση της επανεπεξεργασίας της παρτίδας i αυξάνεται με την πάροδο του χρόνου σύμφωνα με τη συνάρτηση $Pr_i = F(t_i + Cr_{i-1})$. Ισχύουν όλες οι υποθέσεις και παραδοχές που προαναφέρθηκαν.

5.4 Αναλυτική επίλυση του προβλήματος (γραμμική μεταβολή)

Ας υποθεθεί ότι η συνάρτηση F είναι μία γραμμικά αύξουσα συνάρτηση. Τότε, προφανώς ορίζονται η πρώτη και δεύτερη παράγωγος της συνάρτησης ($F' > 0$ και $F'' = 0$). Η μορφή της συνάρτησης είναι $F(t) = t_c + at$ όπου t_c είναι ο χρόνος που απαιτείται για την επανεπεξεργασία της παρτίδας i , εφόσον αυτή ξεκινήσει αμέσως μετά την ολοκλήρωση της κανονικής επεξεργασίας της και t είναι το χρονικό διάστημα που παρεμβάλλεται μεταξύ του τέλους της κανονικής επεξεργασίας της και της έναρξης εκτέλεσης της επανεπεξεργασίας της.



Σχήμα 5.2: Γραφική παράσταση της γραμμικής αύξησης του χρόνου επανεπεξεργασίας

Σε αυτήν την περίπτωση ισχύουν:

$$Pr_1 = t_c + at_1, \quad Pr_2 = t_c + a(t_c + at_1 + t_2) = t_c + at_c + a^2t_1 + at_2, \dots$$

$$Pr_m = t_c + at_c + \dots + a^{m-1}t_c + a^m t_1 + a^{m-1}t_2 + a^{m-2}t_3 + \dots + at_m,$$

$$Cr_m = Pr_1 + Pr_2 + \dots + Pr_m = t_c(m + (m-1)a + \dots + a^{m-1}) + t_1(a + a^2 + \dots + a^m) + t_2(a + a^2 + \dots + a^{m-1}) + \dots + t_m a.$$

Στην τελευταία εξίσωση φαίνεται ότι ο μέγιστος χρόνος ολοκλήρωσης είναι ένα άθροισμα m γινομένων δύο συνόλων τιμών σταθερών όρων και μίας

σταθερής ποσότητας ($t_c(m+(m-1)a+\dots+a^{m-1})$). Στην περίπτωση που επιθυμεί κάποιος να ελαχιστοποιήσει το άθροισμα m γινομένων δύο συνόλων τιμών που περιέχουν σταθερούς όρους, πρέπει να πολλαπλασιάζει το μεγαλύτερο όρο του ενός συνόλου με το μικρότερο του άλλου. Δεδομένου ότι το ένα σύνολο είναι το $A=\{(a+a^2+\dots+a^m), (a+a^2+\dots+a^{m-1}),\dots, a\}$, όπου προφανώς $(a+a^2+\dots+a^m)>(a+a^2+\dots+a^{m-1})>\dots>a$ και το άλλο σύνολο είναι το $B=\{t_1, t_2, \dots, t_m\}$, τότε προκειμένου να ελαχιστοποιηθεί ο συνολικός χρόνος ροής της επανεπεξεργασίας πρέπει $t_1 < t_2 < \dots < t_m$, που σημαίνει ότι οι εργασίες πρέπει να διαταχθούν σε αύξουσα σειρά του αρχικού χρόνου αναμονής.

5.5 Αναλυτική επίλυση του προβλήματος (μη γραμμική μεταβολή)

Το πρόβλημα της ελαχιστοποίησης της αντικειμενικής συνάρτησης είναι ισοδύναμο με την ελαχιστοποίηση καθενός εκ των Pr_1, Pr_2, \dots, Pr_m . Προφανώς, η τιμή του Pr_1 εξαρτάται από την τιμή του t_1 , η τιμή του Pr_2 εξαρτάται από τις τιμές των t_1 και t_2 , η τιμή του Pr_i εξαρτάται από τις τιμές των t_1, t_2, \dots, t_i και η τιμή του Pr_m εξαρτάται από τις τιμές των t_1, t_2, \dots, t_m . Δεδομένου ότι η συνάρτηση F είναι μία αύξουσα συνάρτηση φαίνεται λογικό να διαταχθούν οι εργασίες σε μη φθίνουσα σειρά του αρχικού χρόνου αναμονής. Ας υποθεθεί λοιπόν ότι $t_m \geq t_{m-1} \geq \dots \geq t_j \geq t_i \geq \dots \geq t_1$. Θα αποδειχθεί ότι αν οι εργασίες διαταχθούν σε μη φθίνουσα σειρά του αρχικού χρόνου αναμονής τότε ελαχιστοποιείται η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης.

Για να αποδειχθεί το παραπάνω είναι αρκετό να αποδειχθεί ότι η ακολουθία των παρτίδων είναι τέτοια ώστε να ελαχιστοποιείται καθένα από τα Pr_1, Pr_2, \dots, Pr_m .

Χωρίς βλάβη της γενικότητας, ας εξετασθεί η τιμή του Pr_m .

$$Pr_m = F(t_m + F(t_{m-1} + F(\dots + F(t_j + F(t_i + F(t_{i-1} + F(\dots + F(t_1) \dots))))))$$

Θα μπορούσε μία αλλαγή στη σειρά της επανεπεξεργασίας των παρτίδων να οδηγήσει σε μείωση της τιμής του Pr_m ;

Δεδομένου ότι η συνάρτηση F είναι μία αύξουσα και συνεχής συνάρτηση, η ελαχιστοποίηση του Pr_m ισοδυναμεί με την ελαχιστοποίηση της μεταβλητής της συνάρτησης F που είναι:

$$g = t_m + F(t_{m-1} + F(\dots + F(t_j + F(t_i + F(t_{i-1} + F(\dots + F(t_1) \dots))).$$

Στην περίπτωση που αλλαχθεί η θέση των i και j , τότε η νέα τιμή του χρόνου επανεπεξεργασίας της παρτίδας m Pr_m' είναι:

$$Pr_m' = F(t_m + F(t_{m-1} + \dots + F(t_i + F(t_j + F(t_{i-1} + F(\dots + F(t_1) \dots))).$$

Η νέα τιμή της μεταβλητής της συνάρτησης F είναι:

$$g' = t_m + F(t_{m-1} + \dots + F(t_i + F(t_j + F(t_{i-1} + F(\dots + F(t_1) \dots))).$$

Εφόσον ισχύει $g' \geq g$ τότε $Pr_m' \geq Pr_m$ και η ακολουθία επανεπεξεργασίας των παρτίδων που αντιστοιχεί στην τιμή Pr_m ελαχιστοποιεί το χρόνο που απαιτείται για τη επανεπεξεργασία της παρτίδας m (προφανώς, κάθε μετάθεση εργασιών μπορεί να αναλυθεί σε μεταθέσεις γειτονικών εργασιών).

$$g' - g = t_m + F(t_{m-1} + F(t_{m-2} + \dots + F(t_i + F(t_j + F(t_{i-1} + F(\dots + F(t_1) \dots))) -$$

$$- t_m + F(t_{m-1} + F(t_{m-2} + \dots + F(t_j + F(t_i + F(t_{i-1} + F(\dots + F(t_1) \dots))) =$$

$$= F(t_{m-1} + F(t_{m-2} + \dots + F(t_i + F(t_j + F(t_{i-1} + F(\dots + F(t_1) \dots))) -$$

$$- F(t_{m-1} + F(t_{m-2} + \dots + F(t_j + F(t_i + F(t_{i-1} + F(\dots + F(t_1) \dots))).$$

$$g' \geq g \Leftrightarrow t_{m-1} + F(t_{m-2} + \dots + F(t_i + F(t_j + F(t_{i-1} + F(\dots + F(t_1) \dots))) \geq$$

$$\geq t_{m-1} + F(t_{m-2} + \dots + F(t_j + F(t_i + F(t_{i-1} + F(\dots + F(t_1) \dots))) \Leftrightarrow$$

$$F(t_{m-2} + \dots + F(t_i + F(t_j + F(t_{i-1} + F(\dots + F(t_1) \dots))) \geq$$

$$\geq F(t_{m-2} + \dots + F(t_j + F(t_i + F(t_{i-1} + F(\dots + F(t_1) \dots))) \Leftrightarrow$$

$$\begin{aligned}
&\Leftrightarrow t_{m-2} + \dots + F(t_i + F(t_j + F(t_{i-1} + F(\dots + F(t_1) \dots))) \geq \\
&\geq t_{m-2} + \dots + F(t_j + F(t_i + F(t_{i-1} + F(\dots + F(t_1) \dots))) \Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow t_i + F(t_j + F(t_{i-1} + F(\dots + F(t_1) \dots))) \geq t_j + F(t_i + F(t_{i-1} + F(\dots + F(t_1) \dots))) \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow (t_i + F(t_j + F(t_{i-1} + F(\dots + F(t_1) \dots))) - (t_j + F(t_i + F(t_{i-1} + F(\dots + F(t_1) \dots)))) \geq 0 \\
&\Leftrightarrow t_i - t_j + F(t_j + F(t_{i-1} + F(\dots + F(t_1) \dots))) - F(t_i + F(t_{i-1} + F(\dots + F(t_1) \dots))) \geq t_i - t_j + F(t_j) - F(t_i) \geq 0 \\
&\Leftrightarrow t_i - t_j \geq F(t_i) - F(t_j) \Leftrightarrow (F(t_i) - F(t_j)) / (t_i - t_j) \geq 1.
\end{aligned}$$

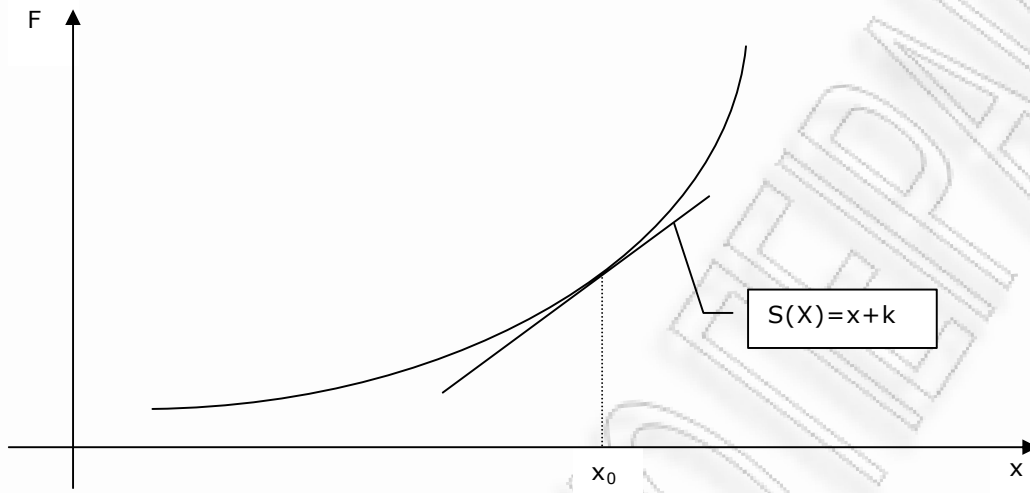
Η μορφή της συνάρτησης F παρουσιάζεται στο Σχήμα 5.3:

Η συνθήκη $(F(t_i) - F(t_j)) / (t_i - t_j) \geq 1$ μπορεί να εξασφαλισθεί όταν $F'(x) \geq 1$, πράγμα το οποίο θα είναι αληθινό για τιμές της μεταβλητής x μεγαλύτερες ή ίσες από x_0 . Παρόλα αυτά η απόδειξη έχει καθολική ισχύ, δεδομένου ότι ακόμα και αν έχουμε παραμέτρους χρόνου μικρότερες από x_0 , μπορούμε να τροποποιήσουμε ανάλογα την κλίμακα μέτρησης του χρόνου έτσι ώστε να βρεθούμε στο επιθυμητό διάστημα τιμών.

Αποδεικνύεται λοιπόν ότι η τιμή Pr_m ελαχιστοποιείται όταν $t_m \geq t_{m-1} \geq \dots \geq t_j \geq t_i \geq \dots \geq t_1$. Ανάλογα μπορεί να αποδειχθεί ότι η τοποθέτηση των παρτίδων σε αύξουσα σειρά του χρόνου αναμονής ελαχιστοποιεί τον χρόνο που απαιτείται για την επανεπεξεργασία κάθε παρτίδας (προκύπτει εάν ληφθεί υπόψη ότι μικρότερες τιμές των αρχικών χρόνων αναμονής θα οδηγήσουν σε ελαχιστοποίηση της μεταβλητής της συνάρτησης F).

Αφού λοιπόν με αυτόν τον τρόπο ελαχιστοποιούνται οι χρόνοι που απαιτούνται για την επανεπεξεργασία κάθε παρτίδας τότε ελαχιστοποιείται και ο μέγιστος χρόνος ολοκλήρωσης.

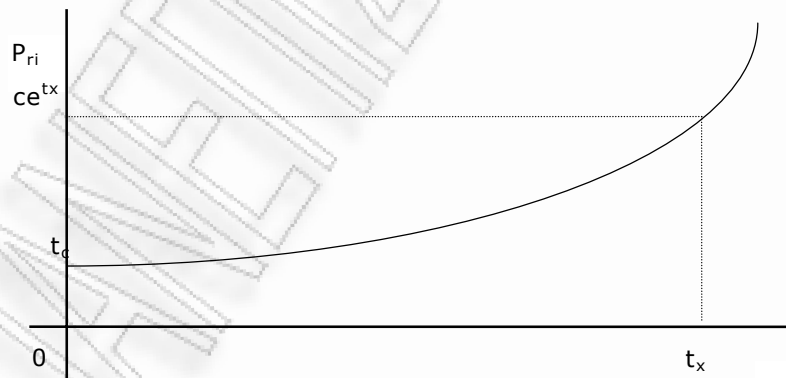
Συνεπώς, ο κανόνας προτεραιότητας για την επανεπεξεργασία των παρτίδων είναι ο LCFS (last comes first served) που επιλέγει πρώτα την παρτίδα που βγαίνει τελευταία από την κανονική επεξεργασία.



Σχήμα 5.3: Γραφική παράσταση συνεχούς συνάρτησης F με $F' > 0$ και $F'' > 0$

Περίπτωση εφαρμογής στην ελαχιστοποίηση του μέγιστου χρόνου ροής για την επεξεργασία παρτίδων που χαρακτηρίζονται από εκθετική αύξηση του χρόνου επανεπεξεργασίας

Ας υποθεθεί ότι ο χρόνος επανεπεξεργασίας P_{ri} της παρτίδας i αυξάνει με την πάροδο του χρόνου σύμφωνα με την καμπύλη του Σχήματος 5.4:



Σχήμα 5.4: Εκθετική αύξηση του χρόνου επανεπεξεργασίας

Σε αυτήν την περίπτωση ο χρόνος που απαιτείται για την επανεπεξεργασία της παρτίδας i είναι $P_{ri} = t_c e^{t_i+t_c}$. Ας υποθεθεί ότι η ακολουθία επανεπεξεργασίας

των παρτίδων είναι $\langle R_1, R_2, \dots, R_m \rangle$ και $t_c=1$ (αυτό αφενός διευκολύνει τη μαθηματική αντιμετώπιση του προβλήματος και, εφεταίρου δεν περιορίζει τη γενικότητα, δεδομένου ότι μπορεί να προκύψει με αλλαγή της κλίμακας του χρόνου). Ας υποθεθεί επίσης ότι οι παρτίδες διατάσσονται (στο στάδιο της επανεπεξεργασίας) σύμφωνα με τον κανόνα LCFS. Αυτό σημαίνει ότι $t_1 < t_2 < \dots < t_i < t_j < \dots < t_m$. Τέλος ας θεωρηθεί ότι η επανεπεξεργασία της παρτίδας i ξεκινά k μονάδες χρόνου μετά τη χρονική στιγμή έναρξης της επανεπεξεργασίας ($tr_i=k$).

Το μεταβλητό τμήμα της αντικειμενικής συνάρτησης (V.P.o.f.) είναι:

$$V.P.o.f. = Pr_1 + Pr_2 + \dots + Pr_m.$$

όπου,

$$Pr_1 = e^{t_1},$$

$$Pr_2 = e^{t_2 + e^{t_1}},$$

.

.

.

$$Pr_i = e^{t_i + k},$$

$$Pr_j = e^{t_j + e^{t_i + k}},$$

.

.

.

Προκειμένου να αποδειχθεί ότι η ακολουθία που προκύπτει με εφαρμογή του κανόνα LCFS ελαχιστοποιεί την αντικειμενική συνάρτηση, αρκεί να αποδειχθεί

ότι οποιαδήποτε αλλαγή σε αυτήν την ακολουθία καταλήγει σε αύξηση της αντικειμενικής συνάρτησης. Δεδομένου ότι οποιαδήποτε αλλαγή στην ακολουθία των εργασιών μπορεί να αναλυθεί σε διαδοχικές αλλαγές της ακολουθίας γειτονικών εργασιών, για να αποδειχθεί ότι η εφαρμογή του κανόνα LCFS ελαχιστοποιεί την αντικειμενική συνάρτηση, αρκεί να αποδειχθεί ότι οποιαδήποτε αλλαγή γειτονικών εργασιών οδηγεί σε αύξηση της αντικειμενικής συνάρτησης.

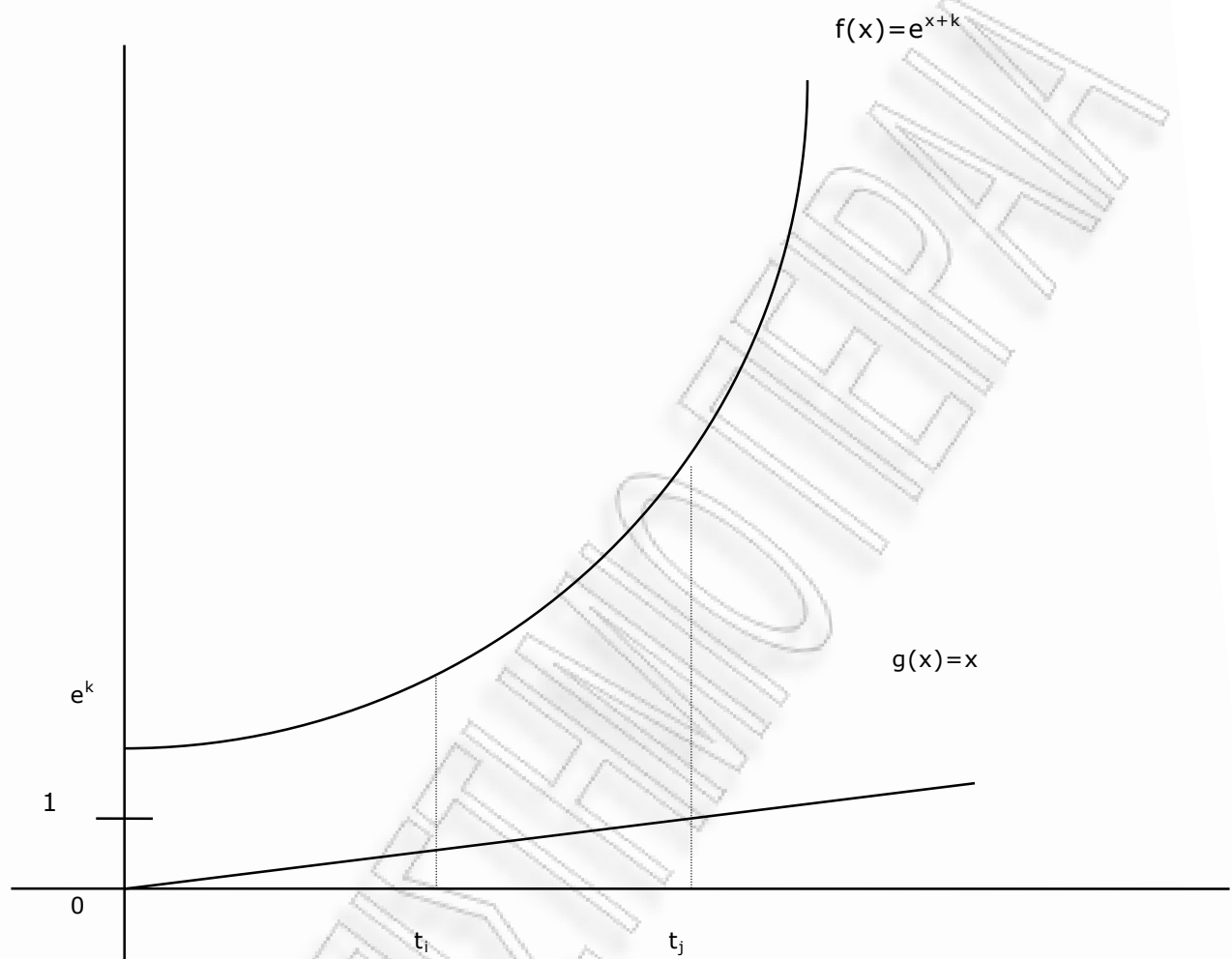
Εάν αλλαχθεί η σειρά επανεπεξεργασίας των παρτίδων i και j τότε προκύπτει μία νέα τιμή ($V.P'_{o.f.}$) για το μεταβλητό τμήμα της αντικειμενικής συνάρτησης και ισχύει:

$$V.P'_{o.f.} - V.P_{o.f.} = e^{t_j+k} + e^{t_i}e^{t_j+k} - e^{t_i+k} - e^{t_j}e^{t_i+k} > e^{t_i}e^{t_j+k} - e^{t_j}e^{t_i+k} > 0.$$

Πράγματι,

$$\begin{aligned} e^{t_i}e^{t_j+k} - e^{t_j}e^{t_i+k} > 0 &\Leftrightarrow e^{t_j+k} > e^{t_j-t_i}e^{t_i+k} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow e^{t_j+k} > e^{t_j-t_i+e^{t_i+k}} &\Leftrightarrow e^{t_j+k} > t_j - t_i + e^{t_i+k} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow e^{t_j+k} - e^{t_i+k} > t_j - t_i. \end{aligned}$$

το οποίο είναι προφανώς αληθές διότι η συνάρτηση $f(x)=e^{x+k}$ έχει μεγαλύτερη τιμή και πρώτη παράγωγο από τη συνάρτηση $g(x)=x$ για κάθε $x>0$ (ισχύει επίσης $k>0$).



Σχήμα 5.5: Γραφική παράσταση των συναρτήσεων $f(x)=e^{x+k}$ και $g(x)=x$

5.6 Αποτελέσματα

Ας θεωρηθούν οι παρτίδες L_1, L_2, L_3 με $t_1=10, t_2=15$ and $t_3=20$, αντίστοιχα, οι παρτίδες L_4, L_5, L_6 με $t_4=1,01, t_5=1,02$ and $t_6=1,03$, αντίστοιχα, και οι παρτίδες L_7, L_8, L_9 με $t_7=10000, t_8=15000$ and $t_9=20000$, αντίστοιχα.

Ακολουθία	Συνάρτηση αύξησης του χρόνου επανεπεξεργασίας	Cr_3	Κανόνας βελτιστοποίησης της αντικειμενικής συνάρτησης
	$P_{r_i} = 10 + 0,1(t_i + C_{i-1})^2$		LCFS
L ₁ , L ₂ , L ₃		3138,125	✓
L ₁ , L ₃ , L ₂		4402,500	
L ₂ , L ₁ , L ₃		6144,102	
L ₂ , L ₃ , L ₁		11094,730	
L ₃ , L ₁ , L ₂		19352,500	
L ₃ , L ₂ , L ₁		24748,130	
	$P_i = 10 + 0,5(C_{i-1} + t_i)$		LCFS
L ₁ , L ₂ , L ₃		80,000	✓
L ₁ , L ₃ , L ₂		81,250	
L ₂ , L ₁ , L ₃		81,875	
L ₂ , L ₃ , L ₁		84,375	

L ₃ , L ₁ , L ₂	85,000	
L ₃ , L ₂ , L ₁	86,250	
	$P_{r_i} = 10 + 0,1(t_i + C_{i-1})^2$	LCFS
L ₄ , L ₅ , L ₆	154,71	√
L ₄ , L ₆ , L ₅	154,81	
L ₅ , L ₄ , L ₆	154,59	
L ₅ , L ₆ , L ₄	154,80	
L ₆ , L ₄ , L ₅	154,57	
L ₆ , L ₅ , L ₄	154,68	
	$P_i = 10 + 0,5(C_{i-1} + t_i)$	LCFS
L ₄ , L ₅ , L ₆	49,916	√
L ₄ , L ₆ , L ₅	49,919	
L ₅ , L ₄ , L ₆	49,920	
L ₅ , L ₆ , L ₄	49,925	

L ₆ , L ₄ , L ₅	49,926	
L ₆ , L ₅ , L ₄	49,929	
	$P_{r_i} = 10 + 0,1(t_i + C_{i-1})^2$	LCFS
L ₇ , L ₈ , L ₉	1,006E+2 5	√
L ₇ , L ₉ , L ₈	1,008E+2 5	
L ₈ , L ₇ , L ₉	2,567E+2 6	
L ₈ , L ₉ , L ₇	2,572E+2 6	
L ₉ , L ₇ , L ₈	2,563E+2 7	
L ₉ , L ₈ , L ₇	2,564E+2 7	
	$P_i = 10 + 0,5(C_{i-1} + t_i)$	LCFS
L ₇ , L ₈ , L ₉	32547,5	√
L ₇ , L ₉ , L ₈	33797,5	

L_8, L_7, L_9	34422,5
L_8, L_9, L_7	36922,5
L_9, L_7, L_8	37547,5
L_9, L_8, L_7	38797,5

Πίνακας 5.1: Αριθμητικά αποτελέσματα για συναρτήσεις F , όπου, $F' > 0$ και $F'' > 0$ ή $F'' = 0$

Κεφάλαιο 6: Σύνοψη

6.1 Συμπεράσματα-Συνεισφορά.....	131
6.2 Προτάσεις για περαιτέρω έρευνα.....	135

6.1 Συμπεράσματα-Συνεισφορά

Τα προβλήματα του Χρονικού Προγραμματισμού εργασιών αναδύονται συνηθέστερα στη φάση του λειτουργικού σχεδιασμού των παραγωγικών συστημάτων και χαρακτηρίζονται από μεγάλη πολυπλοκότητα. Η αντιμετώπισή τους συμβάλει σημαντικά στη σωστή αξιοποίηση των διαθέσιμων πόρων και κατά συνέπεια στην ελαχιστοποίηση του κόστους και ταυτόχρονα στην αναβάθμιση των επιπέδων ποιότητας των εξαγόμενων προϊόντων.

Αρκετά συχνά, τα διαθέσιμα μοντέλα βελτιστοποίησης δεν επαρκούν για την αντιμετώπιση υπαρχόντων και νέων προβλημάτων Επιχειρησιακής Έρευνας. Στην τελευταία κατηγορία προβλημάτων ανήκουν αυτά του ΧΠ εργασιών που εμφανίζονται σε περιβάλλον Α.Εφ.

Στην παρούσα διατριβή, προβλήματα προγραμματισμού εργασιών σε έναν επεξεργαστή με παραμέτρους που μεταβάλλονται με την πάροδο του χρόνου μοντελοποιούνται, αναλύονται και επιλύονται με μεθόδους Επιχειρησιακής Έρευνας. Παρουσιάζεται η ανάπτυξη σχετικών εφαρμογών σε θέματα προγραμματισμού-οργάνωσης παραγωγικών λειτουργιών σε συστήματα Αντίστροφης Εφοδιαστικής Αλυσίδας και Επανεπεξεργασίας.

Η συνεισφορά της σχετικής έρευνας προσδιορίζεται στις παρακάτω περιοχές:

A) Χρονικός Προγραμματισμός εργασιών όπου η αξία των προϊόντων μεταβάλλεται με την πάροδο του χρόνου. Πιο συγκεκριμένα, το πρόβλημα αναφέρεται στην εύρεση της ακολουθίας εκτέλεσης εργασιών σε έναν επεξεργαστή προκειμένου να μεγιστοποιηθεί η αξία των παραγόμενων προϊόντων, λαμβάνοντας υπόψη ότι η αξία των παραγόμενων προϊόντων μεταβάλλεται με την πάροδο του χρόνου.

B) Χρονικός Προγραμματισμός επανεπεξεργασίας εργασιών με χρόνους επεξεργασίας που μεταβάλλονται με την πάροδο του χρόνου με στόχο την ελαχιστοποίηση του συνολικού χρόνου ροής. Το πρόβλημα αναφέρεται σε συστήματα συνεχούς ροής παρτίδων προϊόντων όπου η επεξεργασία και επανεπεξεργασία πραγματοποιούνται στον ίδιο επεξεργαστή. Θεωρείται ότι ο

χρόνος εκτέλεσης της επανεπεξεργασίας μιας παρτίδας (lot) προϊόντων αυξάνει με την πάροδο του χρόνου από τη χρονική στιγμή της ολοκλήρωσης της κανονικής παραγωγής της παρτίδας.

Κατά τη διάρκεια της έρευνας έγινε επισκόπηση της βιβλιογραφίας στα προβλήματα προγραμματισμού εργασιών με χρονικά μεταβαλλόμενες παραμέτρους. Στο πλαίσιο της διατριβής μελετήθηκε και έγινε επισκόπηση στην περιοχή της μοντελοποίησης συστημάτων Αντίστροφης Εφοδιαστικής Αλυσίδας (συμπεριλαμβανομένων των συστημάτων επανεπεξεργασίας) με ιδιαίτερη εστίαση στα θέματα του Προγραμματισμού και Ελέγχου της Παραγωγικής Διαδικασίας.

Τα παραπάνω προβλήματα αναφέρονται στον προγραμματισμό-οργάνωση παραγωγικών λειτουργιών σε συστήματα Αντίστροφης Εφοδιαστικής Αλυσίδας και Επανεπεξεργασίας. Πέρα από τα θεωρητικά αποτελέσματα της παρούσας διατριβής, σημαντικά οφέλη, οικονομικά (μέθοδοι ελάττωσης κόστους παραγωγής, βελτίωση του προγραμματισμού παραγωγής, μεγιστοποίηση της αξίας των παραγόμενων προϊόντων) και περιβαλλοντικά (επαναχρησιμοποίηση προϊόντων, μείωση των απαιτούμενων παραγωγικών πόρων, βελτιστοποίηση τμημάτων της Αντίστροφης Εφοδιαστικής Αλυσίδας), μπορούν να προκύψουν από την αξιοποίηση των αποτελεσμάτων αυτών.

Πιο συγκεκριμένα:

Τα προβλήματα Χρονικού Προγραμματισμού Εργασιών σε συστήματα παραγωγής είναι αυξανόμενα και ολοένα μεγαλύτερης πολυπλοκότητας. Η εύρεση της βέλτιστης ακολουθίας εκτέλεσης σε προβλήματα Χρονικού Προγραμματισμού εργασιών με μεταβαλλόμενες παραμέτρους αρκετά συχνά απαιτεί πολύ μεγάλο υπολογιστικό φόρτο (μεγαλύτερο από τα αντίστοιχα προβλήματα χρονικού προγραμματισμού με στατικές παραμέτρους) και τότε η επίλυση του προβλήματος βασίζεται στην ανάπτυξη αλγορίθμων που οδηγούν σε βέλτιστες/ υποβέλτιστες λύσεις του προβλήματος. Στην παρούσα διατριβή γίνεται μαθηματική μοντελοποίηση και επίλυση τέτοιων προβλημάτων.

Στο Κεφάλαιο 4 παρουσιάστηκε ένα πρόβλημα Χρονικού Προγραμματισμού εργασιών οι οποίες εκτελούνται σε έναν απλό επεξεργαστή, όπου μία από τις κρίσιμες παραμέτρους του προβλήματος μεταβάλλεται σε σχέση με το χρόνο. Το πρόβλημα αναφέρεται στην εύρεση της ακολουθίας εκτέλεσης εργασιών σε

έναν επεξεργαστή προκειμένου να μεγιστοποιηθεί η αξία των παραγόμενων προϊόντων, λαμβάνοντας υπόψη ότι η αξία των παραγόμενων προϊόντων μεταβάλλεται με την πάροδο του χρόνου. Αποδεικνύεται ότι η πολυπλοκότητα του προβλήματος ανήκει στην κλάση NP-complete. Το πρόβλημα παρουσιάστηκε για πρώτη φορά στη βιβλιογραφία, μοντελοποιήθηκε και επιλύθηκε, είναι δε υπαρκτό σε χώρους ανακατασκευής προϊόντων υψηλής τεχνολογίας όπου η αξία είναι εξαρτημένη από τις τεχνολογικές εξελίξεις και η τιμή της μειώνεται με την πάροδο του χρόνου. Η ερευνητική δραστηριότητα εστιάστηκε σε προβλήματα Χρονικού Προγραμματισμού που εμφανίζονται στην Αντίστροφη Εφοδιαστική Αλυσίδα αυτών των προϊόντων λόγω των ιδιαίτερων χαρακτηριστικών που τα διακρίνουν. Πράγματι, η μείωση της αξίας είναι μερικές φορές μία κρίσιμη παράμετρος και δημιουργεί προβλήματα Χρονικού Προγραμματισμού, τα οποία πρέπει να διερευνηθούν τόσο στη φάση της μελέτης όσο και στη φάση της δημιουργίας των αντίστροφων εφοδιαστικών αλυσίδων.

Η πολυπλοκότητα του αρχικού προβλήματος είναι $O(N!)$. Η ευρετική μέθοδος που προτείνεται σε αυτήν την εργασία (Παράγραφος 4.6) έχει πολυωνυμική πολυπλοκότητα ($O(N^2)$) και δημιουργεί υποβέλτιστες λύσεις. Η ευρετική μέθοδος εφαρμόστηκε σε μεγάλο αριθμό προβλημάτων 4, 5, 6, 7, 8 και 9 εργασιών και τα αποτελέσματα που προέκυψαν δείχνουν ότι υπάρχουν περιπτώσεις που η απόδοση του αλγόριθμου μπορεί να αποκλίνει αρκετά από τη μέση τιμή της.

Μία άλλη αξιοσημείωτη παρατήρηση είναι ότι η απόσταση μεταξύ των λύσεων της ευρετικής μεθόδου και της βέλτιστης λύσης αυξάνει όσο το μέγεθος του προβλήματος αυξάνει, αλλά παραμένει χαμηλή για τις περιπτώσεις που ελέγχθηκαν σε αυτή την εργασία. Η λύση που προτείνεται από τον αλγόριθμο μπορεί να αξιοποιηθεί ως κάτω όριο (lower bound) για την ανάπτυξη μεθόδου κλάδου και ορίου προκειμένου να βρεθεί η βέλτιστη λύση του προβλήματος. Για τη λύση του προβλήματος και τον περιορισμό του υπολογιστικού κόστους αναπτύχθηκε μία μέθοδος κλάδου και ορίου που οδηγεί στη βέλτιστη λύση του προβλήματος (Παράγραφος 4.7). Ο αλγόριθμος εφαρμόστηκε στην περίπτωση της Α.Εφ. των ηλεκτρονικών υπολογιστών με ικανοποιητικά αποτελέσματα. Τα σχετικά αποτελέσματα παρουσιάζονται στην παράγραφο 4.9.

Στην Παράγραφο 4.4 αντιμετωπίστηκαν με αναλυτικές μεθόδους κάποιες ειδικές περιπτώσεις του προβλήματος ενώ στην Παράγραφο 4.5 παρουσιάστηκε η μέθοδος πλήρους απαρίθμησης για την εύρεση της βέλτιστης λύσης του προβλήματος.

Μία άλλη περιοχή προβλημάτων που εντάσσονται σε αυτά της Α.Εφ. είναι αυτή του Χρονικού Προγραμματισμού εργασιών σε παραγωγικά συστήματα που περιλαμβάνουν διαδικασίες επανεπεξεργασίας ελαττωματικών προϊόντων. Στο Κεφάλαιο 5 παρουσιάστηκε το πρόβλημα του χρονικού προγραμματισμού της επανεπεξεργασίας παρτίδων προϊόντων με στόχο την ελαχιστοποίηση του συνολικού χρόνου ροής. Το πρόβλημα αναφέρεται σε συστήματα συνεχούς ροής παρτίδων προϊόντων όπου η επεξεργασία και επανεπεξεργασία πραγματοποιούνται στον ίδιο επεξεργαστή. Θεωρείται ότι ο χρόνος εκτέλεσης της επανεπεξεργασίας μιας παρτίδας προϊόντων αυξάνει με την πάροδο του χρόνου και είναι μια συνεχής αυξητική συνάρτηση του χρόνου που μεσολαβεί ανάμεσα στη χρονική στιγμή της ολοκλήρωσης της κανονικής παραγωγής της παρτίδας και την επανεπεξεργασία της.

Αποδείχθηκε αναλυτικά ότι για την πλειονότητα των σχετικών συναρτήσεων η βέλτιστη λύση του προβλήματος απαιτεί τη διάταξη των εργασιών σε αύξουσα σειρά του αρχικού χρόνου αναμονής (του χρόνου που μεσολαβεί μεταξύ του τέλους της επεξεργασίας της παρτίδας και της έναρξης των διαδικασιών επανεπεξεργασίας).

Στην Παράγραφο 5.3 παρουσιάζεται η μαθηματική μοντελοποίηση του προβλήματος. Στην Παράγραφο 5.4 επιλύεται αναλυτικά η περίπτωση της γραμμικής μεταβολής του χρόνου επανεπεξεργασίας. Στην Παράγραφο 5.5 εξετάζονται και επιλύονται τα προβλήματα εκείνα όπου ο χρόνος επανεπεξεργασίας είναι μία συνεχής, μη γραμμική και αύξουσα συνάρτηση του χρόνου αναμονής (με πρώτη παράγωγο μεγαλύτερη της μονάδας).

6.2 Προτάσεις για περαιτέρω έρευνα

Για το πρόβλημα του Χρονικού Προγραμματισμού εργασιών με αξίες των παραγόμενων προϊόντων που μεταβάλλονται με την πάροδο του χρόνου υπάρχουν αποτελέσματα που δείχνουν ότι η απόδοση του αλγόριθμου είναι χειρότερη στην περίπτωση που μελετάμε από κάθε άλλη περίπτωση με μικρότερες ή μεγαλύτερες τιμές του ρυθμού μεταβολής. Μία άλλη εφαρμογή με διαφορετικές τιμές των ρυθμών μεταβολής της αξίας (ή των χρόνων επεξεργασίας, αφού αυτές οι δύο μεταβλητές είναι εξαρτημένες) θα είχε πιθανότατα καλύτερα αποτελέσματα. Γι' αυτό το λόγο, περισσότερα πραγματικά προβλήματα που εμφανίζουν ομοιότητες με αυτό που μελετήθηκε εδώ (π.χ. πρόβλημα Χρονικού Προγραμματισμού μεγάλων κατασκευαστικών έργων) πρέπει να μελετηθούν και να επιλυθούν.

Η επέκταση της μεθοδολογίας που παρουσιάστηκε μπορεί να προσδιορισθεί σε πιο τεχνικό επίπεδο ή/και σε πιο σύνθετες καταστάσεις (π.χ. πρόβλημα παράλληλων μηχανών). Ιδιαίτερα δε, θα ήταν σκόπιμο να εξετασθεί η εφαρμογή άλλων τεχνικών (π.χ. δυναμικός προγραμματισμός, γενετικοί αλγόριθμοι) που πιθανά θα περιορίσουν το υπολογιστικό κόστος και θα επιτρέψουν τη βέλτιστη επίλυση προβλημάτων μεγαλύτερης τάξης μεγέθους.

Το πρόβλημα της επανεπεξεργασίας παρτίδων προϊόντων με αυξανόμενους χρόνους επανεπεξεργασίας δεν έχει εξετασθεί στη βιβλιογραφία. Υπάρχουν πραγματικές καταστάσεις στις οποίες θα μπορούσε να εφαρμοσθεί το μοντέλο (π.χ. βιομηχανία τροφίμων) και που θα μπορούσε να οδηγήσει σε βελτίωση της παραγωγικής διαδικασίας. Η έρευνα στην περιοχή μπορεί να εστιασθεί σε άλλα κριτήρια βελτιστοποίησης ή/και σε προβλήματα μεγαλύτερης συνθετότητας, όπως αυτό των παράλληλων επεξεργαστών.

Βιβλιογραφία

- [Agn1995] S.R. Agnihotri, R.S. Kenett (1995), "The impact of defects on a process with rework", *European Journal of Operational Research*, 80, 308-327.
- [Ali1999] B. Alidaee, N.K. Womer (1999), "Scheduling with time dependent processing times: Review and extensions", *Journal of the Operational Research Society*, 50, 711-720.
- [Ami2005] M. Mehdi Amini, Donna Retzlaff-Roberts and Carol C. Bienstock (2005), "Designing a reverse logistics operation for short cycle time repair services", *International Journal of Production Economics*, 96, 367-380.
- [Bac2000] A. Bachman, A. Janiak (2000), "Minimizing maximum lateness under linear deterioration", *European Journal of Operational Research*, 126, 557-566.
- [Bac2002] A. Bachman, A. Janiak, M. Y. Kovalyov (2000), "Minimizing the total weighted completion time of deteriorating jobs", *Information Processing Letters*, 81, 81-84.
- [Bar1993] J. Barry, G. Girard and C. Perras (1993), "Logistics planning shifts into reverse", *The Journal of European Business*, September-October 1993, 34-38.
- [Bar1998] A.I. Barros, R. Dekker, V. Scholten (1998), "A two-level network for recycling sand: A case study", *European Journal of Operational Research*, 110, 199-214.
- [Bat1988] R. Batta, S.S. Chiu (1988), "Optimal obnoxious paths on a network: Transportation of hazardous materials", *Operations Research*, 36, 84-92.

- [Blo1994] J.M. Bloemhof-Ruwaard, M. Salomon, L. Van Wassenhove (1994), "On the coordination of product and by-product flows in two-level distribution networks: Model formulations and solution procedures", *European Journal of Operational Research*, 79, 325-339.
- [Brow1989] S. Browne, U. Yechiali (1989), "*Scheduling deteriorating jobs on a single processor*", *Operations Research*, 38, 3, 495-498.
- [BUF1987] E.S. Buffa and R.K. Sarin (1987), "Modern Production/Operations Management", John Wiley & Sons.
- [Car2004] C. L. Kaufmann, S. Beall, P. L. Carter, T.E. Hendrick, K.J. Petersen (2004), "Reverse auctions-grounded theory from the buyer and supplier perspective", *Transportation Research*, 40, 229-254.
- [Cas1996] E. Del Castillo, J.K. Cochran (1996), "Optimal short horizon distribution operations in reusable container systems", *Journal of the Operations Research Society*, 47, 48-60.
- [Che1995] Z.L. Chen (1995), "A note on single-processor scheduling with time-dependent execution times", *Operations Research Letters*, 17, 127-129.
- [Che1996] Z.L. Chen (1996), "Parallel machine scheduling with time dependent processing times", *Discrete Applied Mathematics*, 70, 81-93.
- [Che1998] T.C.E. Cheng, Q. Ding (1998), "The complexity of scheduling starting time dependent tasks with release times", *Information Processing Letters*, 65, 75-79
- [Che2000] T.C.E. Cheng, Q. Ding (2000), "Single machine scheduling with deadlines and increasing rates of processing times", *Acta Informatica*, 36, 673-692.

- [Che2001] T.C.E. Cheng, Q. Ding (2001), "Single machine scheduling with step-deteriorating processing times, European Journal of Operational research, 134, 623-630.
- [Che2004] Cheng, T.C.E., Ding, Q., Lin, B.M.T (2004), "A concise survey of scheduling with time-dependent processing times", European Journal of Operational Research, 152, 1-13.
- [Cho2005] M. Chouinarda, S. D'Amoursa and D. Aït-Kadia (2005), "Integration of reverse logistics activities within a supply chain information system", Computers in Industry, 56, 105-124.
- [Com1997] "Computer reuse and recycling: learning by experience at Siemens Nixdorf", Siemens Nixdorf Informationssysteme AG, Paderborn/Munich 1997.
- [Cra1993] T.G. Crainic, M. Gendreau, P. Dejax (1993), "Dynamic and stochastic models for the allocation of empty containers", Operations Research, 41, 102-126.
- [Dan2003] S.E. Daniel, C.P. Pappis and T.G.Voutsinas (2003), "Applying life cycle inventory to reverse supply chains: a case study of lead recovery from batteries", Resources, Conservation and Recycling, 37, 4, 251-340.
- [DER1981] K.N. Dervitsiotis (1981), "Operations Management", McGraw-Hill.
- [Dob2003] I. Dobos (2003), "Optimal production-inventory strategies for a HMMS-type reverse logistics system", International Journal of Production Economics, 81-82, 351-360.
- [Dob2004] I. Dobos K. Richter (2004), "An extended production/recycling model with stationary demand and return rates", International Journal of Production Economics, 90, 311-323.

- [Erk1996] E. Erkut (1996), "The road not taken", OR/MS Today, December 1996, 22-28.
- [Est1998] D. Esty and M. Porter (1998), "Industrial ecology and competitiveness: Strategic implications for the firm", Journal of Industrial Ecology, 2, 35-43.
- [Fer1997] G. Ferrer (1997), "The economics of PC remanufacturing", Working Paper, INSEAD, Fontainebleau, France.
- [Fer2003] Fernandez (2003), "The concept of Reverse Logistics. A review of literature", NOFOMA Conference, June 12-13, Oulu, Finland.
- [Fin1997] G. Finke, H. Jiang (1997), "A variant of the permutation flow shop model with variable processing times", Discrete Applied Mathematics, 76, 123-140.
- [Fla1994] S.D.P. Flapper (1994), "On the logistics aspects of integrating procurement, production and recycling by lean and agile-wise manufacturing companies", Proceedings of the 27th ISATA International Conference, Aachen, Germany, 749-756.
- [Fla1994b] S.D.P. Flapper (1994), "Matching material requirements and availabilities in the context of recycling: An MRP-1 based heuristic", Proceedings of the 8th International Working Seminar on Production Economics, Austria.
- [Fle1997] M. Fleischmann, J. Bloemhof - Ruwaard, R. Dekker, E. Van der Laan, J. Van Nunen, L. Wassenhove (1997), "Quantitative models for reverse logistics: A review", European Journal of Operational Research, 103, 1-17.
- [Fle2000] M. Fleischmann, H.R. Krikke, R. Dekker, S.D. Flapper (2000), "A characterisation of logistics networks for product recovery", Omega, 28, 653-666.
- [FRE1982] S. French (1982), "Sequencing and Scheduling: An introduction to the mathematics of the job shop", Ellis Horwood.

- [Gaw1995] S. Gawiejnowicz, L. Pankowska (1995), "Scheduling jobs with varying processing times", *Information Process Letters*, 54, 175-178.
- [Gaw2003] S. Gawiejnowicz, W. Kurc, L. Pankowska (2003), "Minimizing time-dependent total completion time on parallel identical machines", 5th International Conference PPAM2003, Czestochowa, Poland, September 7-10, 2003.
- [Gaw2006] S. Gawiejnowicz, W. Kurc, L. Pankowska (2006), "Pareto and scalar bicriterion optimization in scheduling deteriorating jobs", *Computers & Operations Research*, 33, 746-767.
- [Geo2004] P. Georgiadis, D. Vlachos (2004), "The effect of environmental parameters on product recovery", *European Journal of Operational Research*, 157, 449-464.
- [Gin1978] P.M. Ginter, J.M. Starling (1978), "Reverse distribution channels for recycling", *California Management Review*, 20, 73-82.
- [Giu2006] R. Giuntini (1996), "An introduction to reverse logistics for environmental management: A new system to support sustainability and profitability", *Environmental Systems Design and Implementation*, Spring 1996, 81-87.
- [Gop1994] M.N. Gopalan and S. Kannan (1994), "Expected Duration Analysis of a two-stage transfer-line production system subject to inspection and rework", *Journal of the Operational Research Society*, 45, 797-508.
- [Gra1979] Graham, R. L., E. L. Lawler, J. K. Lenstra, and A. H. G. Rinnooy Kan (1979), "Optimization and approximation in deterministic sequencing and scheduling: A survey", *Annals of Discrete Mathematics*, 5, 287-326.
- [Gui1996] V.D.R. Jr. Guide (1996), "Scheduling using drum-buffer-rope in a remanufacturing environment", *International Journal of Production Research*, 34, 1081-1091.

- [Gui1997] J.R. Guide, R. Srivastava and M. Kraus (1997), "Product structure complexity and scheduling of operations in recoverable manufacturing", *International Journal of Production Research*, 35, 3179-3199.
- [Gui1998] J.R. Guide and R. Srivastava (1998), "Inventory buffers in recoverable manufacturing", *Journal of Operations Management*, 16, 551-568.
- [Gup1987] S. K. Gupta, A. S. Kunnathur and K. Dandapani (1987), "*Optimal repayment policies for multiple loans*", *OMEGA*, 15, 4, 323-330.
- [Gup1988] J. N. D. Gupta and S. K. Gupta (1988), "*Single facility scheduling with nonlinear processing times*", *Computers and Industrial Engineering*, 14, 4, 387-393.
- [Gup1994] S.M. Gupta and K.N. Taleb (1994), "Scheduling disassembly", *International Journal of Production Research*, 32, 1857-1866.
- [Hsu2003] Y.S. Hsu, B.M.T. Lin (2003), "Minimization of maximum lateness under linear deterioration", *Omega*, 31, 459-469.
- [Hu2002] T.L. Hu, J.B. Sheu, K.H. Huang (2002), "A reverse logistics cost minimization model for the treatment of hazardous wastes", *Transportation Research, Part E*, 38, 457-473.
- [Ind1996] K. Inderfurth, (1996), "Modeling period review control for a stochastic product recovery problem with remanufacturing and procurement leadtimes" Working Paper 2/96, Faculty of Economics and Management, University of Magdeburg, Germany.
- [Ind1997] K. Inderfurth, (1997), "Simple optimal replenishment and disposal policies for a product recovery system with leadtimes" *OR Spectrum*, 19, 111-122.
- [Ind2004] K. Inderfurth, S.D.P. Flapper, A.J.D. Lambert, C.P. Pappis and T.G. Voutsinas (2004), "Production Planning for Product Recovery Management", in "Reverse Logistics: Quantitative

Models for Closed-Loop Supply Chains", edited by R. Dekker, M. Fleischmann, K. Inderfurth, L.N. Van Wassenhove, Springer, 2004.

- [Ind2005] K. Inderfurth, G. Linder and N.P. Rachaniotis (2005), "Lot sizing in a production system with rework and product deterioration", *International Journal of Production Research*, 43, 1355-1374.
- [Jan2009] A.Janiak, T.Krysiak, C.P.Pappis, T.G.Voutsinas (2009), "A scheduling problem with job values given as a power function of their completion times", *European Journal of Operational Research* 193, 836-848.
- [Jen2004] A.A.K. Jeng and B.M.T. Lin (2004), "Makespan minimization in single-machine scheduling with step-deterioration of processing times", *Journal of the Operational Research Society*, 55, 247-256.
- [Jen2005] A.A.K. Jeng, B.M.T. Lin (2005), "Minimizing the total completion time in single-machine scheduling with step-deteriorating jobs", *Computers & Operations Research*, 32 (3), 521-536.
- [Joh1995] M.R. Johnson, M.H. Wang (1995), "Planning product disassembly for material recovery opportunities", *International Journal of Production Research*, 33, 3119-3142.
- [Kon2001] A. Kononov and S. Gawiejnowicz (2001), "NP-hard cases in scheduling deteriorating jobs on dedicated machines", *Journal of the Operational Research Society*, 52, 708-717.
- [KOP1993] R.J. Kopisky, M.J. Berg, L. Legg, V. Dasappa, C. Maggioni (1993), "Reuse and Recycling: Reverse Logistics Opportunities", Council of Logistics Management, Oak Brook, IL.
- [Kov1998] M. Y. Kovalyov and W. Kubiak (1998), "A fully polynomial approximation scheme for minimizing makespan of deteriorating jobs", *Journal of Heuristics*, 3, 287-297.

- [Kri1999] H. R. Krikke, A. Van Harten, P. C. Schuur (1999), "Business case Robteb: recovery strategies for monitors", *Computers and Industrial Engineering* 36, 739-757.
- [Kub1998] W. Kubiak and S. L. van de Velde (1998), "Scheduling deteriorating jobs to minimize makespan", *Naval Research Logistics*, 45, 511-523.
- [Kun1990] A.S. Kunnathur and S. K. Gupta (1990), "Minimizing the makespan with late start penalties added to processing times in a single facility scheduling problem", *European Journal of Operational research*, 47, 56-64.
- [Laa1993] E. Van der Laan (1993), "On inventory control models where items are remanufactured or disposed", Master Thesis, Erasmus University, Rotterdam, The Netherlands.
- [Laa1996] E. Van der Laan, R. Dekker, M. Salomon (1996), "An (s,Q) inventory model with remanufacturing and disposal", *International Journal of Production Economics*, 46-47, 339-350.
- [Laa1996b] E. Van der Laan, R. Dekker, M. Salomon (1996), "Product remanufacturing and disposal: A numerical comparison of alternative control strategies", *International Journal of Production Economics*, 45, 489-498.
- [Lee1992] H. Lee (1992), "Lot sizing to reduce capacity utilization in a production process with defective items, process corrections, and rework", *Management Science*, 38, 1314-1328.
- [Lan1960] A.H. Land and A.G. Doing (1960), "An automatic method for solving discrete programming problems", *Econometrica*, 28, 497-520.
- [Lun1984] R.T. Lund (1984), "Remanufacturing", *Technology Review*, 87, 19-29.

- [Mel1995] J. E. Melbin (1995), "The never-ending cycle", *Distribution*, October 1995, 36-38.
- [MIR1989] P.B. Mirchandani (1989), "Discrete Location Theory", Wiley, New York.
- [MOR1993] T.E. Morton and D.W. Pentico (1993), "Heuristic scheduling systems", Wiley.
- [Mos1991] G. Mosheiov (1991), "*V-shaped policies for scheduling deteriorating jobs*", *Operations Research*, 39, 6, 979-991.
- [Mos1994] G. Mosheiov (1994), "*Scheduling jobs under simple linear deterioration*", *Computers and Operations Research.*, 21, 6, 653-659.
- [Mos1995] G. Mosheiov (1995), "*Scheduling jobs with step-deterioration; minimizing makespan on a single and multi machine*", *Computers and Industrial Engineering*, 28, 4, 869-879.
- [Mos1996] G. Mosheiov (1996), "*Λ-Shaped Policies to Schedule Deteriorating Jobs*", *Journal of the Operational Research Society*, 47, 9, 1184-1191.
- [Nag2005] A. Nagurney, F. Toyasaki (2005), "Reverse supply chain management and electronic waste recycling: a multitiered network equilibrium framework for e-cycling", *Transportation Research, Part E*, 41, 1-28.
- [Ng2002] C.T. Ng, T.C.E. Cheng, A. Bachman, A. Janiak (2002), "Three scheduling problems with deteriorating jobs to minimize the total completion time", *Information Processing Letters*, 81, 327-333.
- [Pen1996] K.D. Penev, A.J. de Ron, (1996), « Determination of a disassembly strategy", *International Journal of Production Research*, 34, 495-506.

- [Poh1992] T.L. Pohlen, M. Farris (1992), "Reverse Logistics in Plastic Recycling", *International Journal of Physical Distribution & Logistics Management*, 22, 35-47.
- [Rah2002] N.P. Rahaniotis, C.P. Pappis and T.G. Voutsinas (2002), "Scheduling Fire Fighting Tasks Using the Concept of Deteriorating Jobs", 16th IFORS Conference, July 8-12, Edinburgh.
- [Rei1999] F. Reinhardt (1992), "Market failures and the environmental policies of firms", *Journal of Industrial Ecology*, 3, 9-21.
- [Sim1978] V. P. Simpson (1978), "Optimum solution structure for a repairable inventory problem", *Operations Research*, 26, 270-281.
- [So1995] K.C. So, C.S. Tang (1995), "Optimal operating policy for a bottleneck with random rework", *Management Science*, 41, 620-636.
- [Sri1989] C. Sriskandarajah and S. K. Goyal (1989), "*Scheduling of a two-machine flowshop with processing time linearly dependent on job waiting time*", *Journal of the Operational Research Society*, 40, 10, 907-921.
- [STO1992] J.R. Stock (1992), "Reverse Logistics", Council of Logistics Management, Oak Brook, IL.
- [Sun1994] P. S. Sundararaghavan and A. S. Kunnathur (1994), "*Single machine scheduling with start time dependent processing times : Some solvable cases*", *European Journal of Operational Research*, 78, 394-403.
- [Thi1995] M. Thierry, M. Salomon, J. Van Nunen and L. Van Wassenhove (1995), "Strategic issues in product recovery management", *California Management Review*, 37, 114-135.

- [Vou1999] T.G. Voutsinas, C.P. Pappis and S.E. Daniel (1999), "Organising Reverse Supply Chains in Greece", in the Proceedings of IWDL 5, 21-23 October 1999, Fontainebleau, France.
- [Vou2001] T.G. Voutsinas, C.P. Pappis (2001), "Scheduling jobs with values exponentially deteriorating over time", International Journal of Production Economics, 79, 3, 163-169.
- [Vou2002] T.G. Voutsinas and C.P. Pappis (2002), "Scheduling rework of deteriorating jobs in a flowshop", 16th IFORS Conference, July 8-12, Edinburgh.
- [Vou2002b] T.G. Voutsinas, C.P. Pappis, N.P. Rahaniotis (2002), "Scheduling Maintenance Using the Concept of "Deteriorating Jobs", 16th IFORS Conference, July 8-12, Edinburgh.
- [Vou2003] T.G. Voutsinas and C.P. Pappis (2003), "Analytical solutions for scheduling deteriorating jobs in a rework environment", XIX EURO Conference, July 6-10, Istanbul.
- [Vou2009] T.G.Voutsinas & C.P.Pappis (2009), "A Branch and Bound algorithm for job shop scheduling with deteriorating values of jobs", Journal of Mathematical and Computer Modeling (accepted for publication).
- [Wan2005] J. Wang, Z. Q. Xia (2005), "Scheduling jobs under decreasing linear deterioration", Information Processing Letters, 94, 63-69.
- [Whi1994] J. A. White (1994), "Reverse logistics moves forward", Modern Materials Handling, January 1994, 29-29.
- [Wik] Ηλεκτρονική εγκυκλοπαίδεια, Wikipedia, www.wikipedia.org, ανάκτηση πληροφοριών στις 07/08/2009.
- [Wu1994] H. J. Wu and S.C. Dunn (1995), "Environmentally responsible logistics systems", International Journal of Physical Distribution & Logistics Management, 2, 20-38.

- [Wu2003] C. C. Wu, W. C. Lee (2003), "Scheduling linear deteriorating jobs to minimize makespan with an availability constraint on a single machine", *Information Processing Letters*, 87, 89–93
- [ΑΔΑ1995] Γ.Ι. Αδαμόπουλος (1995), "Εφαρμογές της μαθηματικής ανάλυσης, ευρετικών μεθόδων και της θεωρίας ασαφών συνόλων σε προβλήματα προγραμματισμού και ελέγχου παραγωγής", Διδακτορική Διατριβή, Πανεπιστήμιο Πειραιώς, Τμήμα Τεχνολογίας και Συστημάτων Παραγωγής.
- [ΠΑΠ1993] Κ. Π. Παπής (1993), "Διοίκηση Παραγωγής - Ο σχεδιασμός παραγωγικών συστημάτων", Εκδ. Σταμούλη, Αθήνα-Πειραιάς.
- [ΠΑΠ1995] Κ.Π. Παπής (1995), "Προγραμματισμός Παραγωγής", Εκδ. Σταμούλη, Αθήνα-Πειραιάς.