ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ
ΤΜΗΜΑ ΧΡΗΜΑΤΟΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΡΑΠΕΖΙΚΗΣ ΔΙΟΙΚΗΤΙΚΗΣ
Π.Μ.Σ. ΣΤΗ ΧΡΗΜΑΤΟΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΓΙΑ ΣΤΕΛΕΧΗ

ΕΡΕΥΝΗΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΑΝΑΣΚΟΠΗΣΗ ΤΩΝ ΕΜΠΕΙΡΙΚΩΝ ΜΕΛΕΤΩΝ ΓΙΑ ΤΟ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑ ΑΠΟΤΙΜΗΣΗΣ ΚΕΦΑΛΑΙΑΚΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ

Μεταπτυχιακή Φοιτήτρια
ΜΕΞΗ ΓΕΩΡΓΙΑ

Επιβλέπων
Καθηγητής ΔΙΑΚΟΓΙΑΝΝΗΣ ΓΕΩΡΓΙΟΣ

ΠΕΙΡΑΙΑΣ 2005

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

- Το Υπόδειγμα Αποτίμησης Κεφαλαιουχικών Στοιχείων
- Στόχοι Εργασίας
- Δομή Εργασίας

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 - ΚΙΝΔΥΝΟΣ ΑΠΟΔΟΣΕΩΝ-ΥΑΚΣ

1.1 Εισαγωγή
1.2 Η Θεωρία Χαρτοφυλακίου του Markowitz
1.3 Η Θεωρία Κεφαλαιαγοράς
1.4 Διαγραμματική Παρουσίαση των Υποθέσεων της Θεωρίας Κεφαλαιαγοράς
1.5 Συστηματικός και μη Συστηματικός Κίνδυνος
1.6 Μέτρα Κινδύνου
1.7 Κίνδυνος Χαρτοφυλακίου
1.8 Παρουσίαση του ΥΑΚΣ
1.9 Υπολογισμός του Συντελεστή Βήτα
1.10 Υποθέσεις του ΥΑΚΣ
1.11 Εναλλακτικές Μορφές του ΥΑΚΣ
1.12 ΥΑΚΣ Βασισμένο στην Κατανάλωση (CCAPM)
1.13 Διορθωμένο ΥΑΚΣ (Amemded CAPM)
1.14 ΥΑΚΣ και Τιμές

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2-ΕΠΕΚΤΑΣΕΙΣ ΤΟΥ ΥΑΚΣ

2.1. Εισαγωγή
2.2 Μη ύπαρξη Short-Sale
2.3 Διαφορετικό Επιτόκιο Δανειοδότησης και Δανειοληψίας
2.4 Ύπαρξη Προσωπικών Φόρων
2.5 Ύπαρξη Μη Διαπραγματεύσιμων Επενδύσεων
2.6 Ύπαρξη Ετερογενών Προσδοκιών

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3-ΕΜΠΕΙΡΙΚΕΣ ΜΕΛΕΤΕΣ ΤΟΥ ΥΑΚΣ ΠΡΙΝ ΤΟΝ ROLL

- Εισαγωγή
- Sharpe and Cooper (1972), Risk – Return Class of New York Stock Exchange Common Stocks,1931-1967

- Douglas and Lintner (1968), Risk in the Equity Markets: An Empirical Appraisal of Market Efficiency
- Miller and Scholes (1972), Rates of Return in Relation to Risk: A Re-Examination of Some Recent Findings
- Black, Jensen και Scholes (1972), The Capital Asset Pricing Model: Some Empirical Tests
- Fama και MacBeth (1973), Risk, Return, and Equilibrium: Empirical Tests
- Blume και Friend (1973), A New Look at the Capital Asset Pricing Model
- Συμπεράσματα

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4 - Η ΚΡΙΤΙΚΗ ΤΟΥ ROLL (1977)

- R. Roll (1977), A Critique of the Capital Asset Pricing Theory' s Tests
  - Κριτική του Roll (1977) για κάποιους ελέγχους της θεωρίας
  - Αποτίμησης Κεφαλαιακών Στοιχείων
  - Η κριτική του Roll (1977) για τους ελέγχους του μοντέλου των
  - Sharpe – Lintner
  - Η περίπτωση της γενικευμένης θεωρίας Αποτίμησης Κεφαλαιακών Στοιχείων

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5 – ΠΡΟΣΦΑΤΕΣ ΕΜΠΕΙΡΙΚΕΣ ΜΕΛΕΤΕΣ ΤΟΥ ΥΑΚΣ

- Εισαγωγή
- R. W. Banz (1981), The Relationship Between Return and Market Value of Common Stocks
- M. R. Reinganum (1981), Misspecification of Capital Asset Pricing: Empirical Anomalies Based on Earnings Yields and Market Values
- M. R. Gibbons (1982), Multivariate Tests of Financial Models: A New Approach
- R. F. Stambaugh (1982), On the Exclusion of assets from tests of the two – parameter model
- Hawawini, Michel & Viallet (1983), An Assessment of the Risk and Return of French Common Stocks
- J. Shanken (1985), Multivariate Tests of the Zero – Beta CAPM
- Mac Kinley (1987), On Multivariate Tests of the CAPM
- J. Shanken (1987), Multivariate Proxies and Asset Pricing Relations: Living With The Roll Critique
- G. Rubio (1988), An Empirical Evaluation of the Intertemporal Capital Asset Pricing Model: The Stock Merket in Spain
- Fama and French (1992), The Cross – Section of Expected Stock Returns
- R. Jagannathan και Z. Wang (1993), The conditional CAPM and the cross-section expected returns
- Chan και Lakonishok (1993)
- ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6-ΕΛΕΓΧΟΣ ΤΟΥ ΥΑΚΣ ΣΤΙΣ ΕΥΡΩΠΑΙΚΕΣ ΑΓΟΡΕΣ

- Hawawini και P. A. Michel (1984), European Equity Markets: Risk, Return, and Efficiency
    - Το Υπόδειγμα Αποτίμησης Κεφαλαιακών Στοιχείων (ΥΑΚΣ)
    - Η τιμολόγηση των κοινών μετοχών, έλεγχος του ΥΑΚΣ
    - Διαθεσιμότητα Δεδομένων
    - Εναλλακτικοί Έλεγχοι του ΥΑΚΣ

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Ένα από τα σημαντικότερα προβλήματα της σύγχρονης Χρηματοοικονομικής Θεωρίας είναι η αποσαφήνιση της σχέσης μεταξύ του κίνδυνου και της αναμενόμενης απόδοσης μιας επένδυσης. Το κλασσικό Υπόδειγμα Αποτίμησης Κεφαλαιακών Στοιχείων (ΥΑΚΣ) αποτελεί τον ακρογωνιαίο λίθο της σύγχρονης χρηματοοικονομικής επιστήμης. Αναπτυγμένο από τους Sharpe (1964) και Lintner (1965) έχει χρησιμοποιηθεί και από τους πρακτικούς και από τους θεωρητικούς οικονομολόγους αφού δίνει ένα εύκολο, στη χρήση, και ευέλικτο τρόπο για να εκτιμούμε τον κίνδυνο και την αναμενόμενη απόδοση σε μια επισφαλή επένδυση. Τα τελευταία 20 χρόνια έχει γίνει το επίκεντρο πολλών ερευνών στον τομέα της χρηματοοικονομικής. Εμπειρικές μελέτες έχουν αποδείξει ότι ισχύει κατά προσέγγιση στις αναπτυγμένες κεφαλαιαγορές.

Το Υπόδειγμα Αποτίμησης Κεφαλαιακών Στοιχείων (ΥΑΚΣ) ήταν το πρώτο μοντέλο που προσδιόρισε τον κίνδυνο μιας επένδυσης, αλλά και την ανταμοιβή που απαιτείται να λάβει ένας επενδυτής, προκειμένου να συμπεριλάβει στο χαρτοφυλάκιο του μια δεδομένου κινδύνου επένδυση.

Το ΥΑΚΣ υποστηρίζει πως η αναμενόμενη απόδοση μιας επένδυσης σχετίζεται γραμμικά με τη συνδυακύμανση της απόδοσης της επένδυσης αυτής με την απόδοση του χαρτοφυλακίου της αγοράς. Η συνδιακύμανση αυτή είναι ένα μέτρο του συστηματικού κινδύνου της συγκεκριμένης επένδυσης, επομένως το ΥΑΚΣ προσφέρει μια γραμμική σχέση ανάμεσα στην απόδοση και τον κίνδυνο μιας επένδυσης.

Η σπουδαιότητα της θεωρίας του ΥΑΚΣ, προσέφερε το βασικό κίνητρο στην παρούσα μελέτη για να ασχοληθεί αρχικά με τις εμπειρικές μελέτες που έχουν γίνει γι' αυτό το υπόδειγμα πριν το 1977, όπου παρουσιάστηκε η κριτική του Roll και αυτές που έγιναν μετά το 1977.

Το Υπόδειγμα Αποτίμησης Κεφαλαιουχικών Στοιχείων (ΥΑΚΣ)

Ένα σημαντικό μέρος της ερευνητικής προσπάθειας στην Οικονομική Επιστήμη κατευθύνεται πάντα προς τη βελτίωση των γνώσεων μιας σχετικά με τον τρόπο που οι επενδυτές αποτιμούν τις ταμειακές ροές που εμπεριέχουν κίνδυνο. Είναι γενικά αποδεκτό, ότι οι επενδυτές απαιτούν μεγαλύτερες αναμενόμενες αποδόσεις, προκείμενου να επενδύσουν σε υψηλότερου κίνδυνου προϊόντα. Παρόλο αυτά, δεν έχει διευκρινιστεί πλήρως πως οι επενδυτές αποδίδουν σε ένα προϊόν τον ανάλογο κίνδυνο και πως καθορίζουν το ασφάλιστρο κινδύνου που πρέπει να απαιτήσουν, προκειμένου να επενδύσουν στο προϊόν αυτό.

Αρκετά μοντέλα αποτίμησης μετοχών κι άλλων επενδυτικών προϊόντων έχουν παρουσιαστεί κατά το παρελθόν στην Οικονομική λογοτεχνία και αποσκοπούν στην περιγραφή του τρόπου με τον οποίο οι επενδυτές αντιστοιχίζουν σε ένα προϊόν τον ανάλογο κίνδυνο και στην εξακρίβωση του τρόπου με τον οποίο αποτιμώνται οι επικίνδυνες ταμειακές ροές. Το πιο γνωστό από τα μοντέλα αυτά είναι το ΥΑΚΣ.

Το ΥΑΚΣ είναι το μοντέλο που χρησιμοποιούν συνήθως οι χρηματοοικονομικοί διαχειριστές επιχειρήσεων, προκειμένου να αποδώσουν το σωστό κίνδυνο στις ταμειακές ροές ενός προϊόντος, έτσι ώστε να καταλήξουν στο κατάλληλο προεξοφλητικό επιτόκιο που απαιτείται, για να αποτιμηθεί σωστά το συγκεκριμένο προϊόν. Συμπερασματικά, το ΥΑΚΣ είναι ένα μοντέλο που προβλέπει τα προεξοφλητικά επιτόκια κι επομένως κάνει μια εκτίμηση για την τιμή που θα έπρεπε να έχει κάθε επικίνδυνη επένδυση.

Το κύριο χαρακτηριστικό της θεωρίας του ΥΑΚΣ, είναι ότι ο κίνδυνος μιας επένδυσης μετράται από τον συντελεστή βήτα των ταμειακών ροών της, σε σχέση με την απόδοση του χαρτοφυλακίου της αγοράς. Επιπλέον, το ΥΑΚΣ υποστηρίζει πως υπάρχει γραμμική σχέση ανάμεσα στην απαιτούμενη απόδοση και στο συντελεστή βήτα μιας επένδυσης.

Από τις αρχές της δεκαετίας του 1960, οπότε και αναπτύχθηκε η θεωρία του ΥΑΚΣ, έχουν πραγματοποιηθεί πολλοί έλεγχοι, ιδίως στις Ηνωμένες Πολιτείες της Αμερικής, προκειμένου να ερευνηθεί η εγκυρότητα του μοντέλου, υπό πραγματικές συνθήκες

και με πραγματικά δεδομένα. Τα εμπειρικά αποτελέσματα των μελετών δεν συντελούν γενικά στην αποδοχή του ΥΑΚΣ. Αυτή η έλλειψη υποστήριξης ενδεχομένως να οφείλεται στο γεγονός, ότι το ΥΑΚΣ για να εφαρμοστεί χρειάζεται κάποιες συγκεκριμένες προϋποθέσεις τέλειας αγοράς. Οι προϋποθέσεις όμως αυτές δεν πληρούνται πάντα, ιδίως στις αναπτυσσόμενες αγορές, με αποτέλεσμα το μοντέλο να παρουσιάζεται ως μη αξιόπιστο.

Παρόλο αυτά, το ΥΑΚΣ εξακολουθεί να επιβιώνει και να κυριαρχεί. Αυτή η κυριαρχία του ΥΑΚΣ ίσως να οφείλεται στο γεγονός ότι η εμπειρική υποστήριξη των άλλων μοντέλων αποτίμησης δεν είναι καλύτερη από αυτή του ΥΑΚΣ. Επιπλέον έχει καταγραφεί στις εμπειρικές μελέτες, ότι η οικονομική σπουδαιότητα των εμπειρικών αποδείξεων ενάντια στο ΥΑΚΣ δεν είναι σαφής.

Στόχοι Εργασίας

Βασικός στόχος της παρούσας μελέτης είναι η αναλυτική παρουσίαση του ΥΑΚΣ σαν μέτρο αποτίμησης μετοχών, αλλά και άλλων επενδύσεων. Για το λόγο αυτό γίνεται η ανάπτυξη της θεωρίας του Markowitz, πάνω στην οποία στηρίζεται το ΥΑΚΣ και αναφέρονται οι προϋποθέσεις που απαιτούνται, προκειμένου να μπορεί να εφαρμοστεί το συγκεκριμένο μοντέλο.

Επιπλέον γίνεται αναφορά στο συστηματικό και μη – συστηματικό κίνδυνο μιας μετοχής, αλλά και ενός ολόκληρου χαρτοφυλακίου μετοχών, αφού ο συντελεστής βήτα , που είναι η κύρια μεταβλητή του CAPM, είναι ένα πολύ σημαντικό μέτρο του συστηματικού κινδύνου της αντίστοιχης μετοχής ή χαρτοφυλακίου.

Τέλος, κύριος σκοπός της παρούσας μελέτης είναι να ερευνήσει τους εμπειρικούς ελέγχους του ΥΑΚΣ πριν την κριτική του Roll (1977) και μετά την κριτική του Roll (1977). Ο Roll (1977) αμφισβήτησε τη δυνατότητα εμπειρικού ελέγχου του ΥΑΚΣ διατυπώνοντας την άποψη ότι κανένας από τους προτεινόμενους εμπειρικούς ελέγχους του υποδείγματος δεν είναι μεθοδολογικά αξιόπιστος από την στιγμή που δεν είναι γνωστή η ακριβής σύνθεση του χαρτοφυλακίου της αγοράς.

Δομή εργασίας

Η μελέτη αυτή έχει δομηθεί με τον ακόλουθο τρόπο:

Στο κεφάλαιο 1 γίνεται μια αναφορά στη θεωρία του χαρτοφυλακίου του Markowitz. Στη συνέχεια, πραγματοποιείται μια πρώτη παρουσίαση του συστηματικού και μη – συστηματικού κινδύνου των μετοχών και αναφέρονται τα μέτρα κινδύνου μιας μετοχής ή ενός χαρτοφυλακίου, όπως αυτά εκφράστηκαν από τον Markowitz. Επίσης περιγράφεται αναλυτικά το Υπόδειγμα Αποτίμησης Κεφαλαιακών Στοιχείων και δίνεται ο τρόπος υπολογισμού του συντελεστή βήτα μιας μετοχής αλλά και ενός χαρτοφυλακίου μετοχών. Τέλος στο κεφάλαιο αυτό περιγράφονται οι υποθέσεις που χρειάζεται να ισχύουν, ώστε να μπορεί να εφαρμοστεί σωστά το ΥΑΚΣ.

Στο κεφάλαιο 2 περιγράφονται αναλυτικά οι αμφισβητήσεις που έχουν εκφραστεί κατά το παρελθόν, για την εγκυρότητα του συγκεκριμένου μοντέλου.

Στο κεφάλαιο 3 αναφέρονται όλοι οι Εμπειρίκοι έλεγχοι του ΥΑΚΣ πριν από το 1977 όπου ο Roll υποστήριξε ότι επειδή το χαρτοφυλάκιο της αγοράς είναι δύσκολο να αναγνωριστεί, όλες οι εμπειρικές μελέτες του μοντέλου στηρίζονται σε προσεγγίσεις του.

Στο κεφάλαιο 4 παρουσιάζεται αναλυτικά η κριτική του Roll για όλους τους εμπειρικούς ελέγχους του ΥΑΚΣ και για τα αποτελέσματα τους.

Στο κεφάλαιο 5 παρουσιάζονται οι εμπειρικοί έλεγχοι του ΥΑΚΣ μετά την κριτική του Roll. Συγκεκριμένα μετά το 1977 οι περισσότεροι εμπειρικοί έλεγχοι του ΥΑΚΣ οδηγούν την απόρριψη του.

Τέλος στο κεφάλαιο 6 γίνεται παρουσίαση όλων των εμπειρικών μελετών που έχουν γίνει στην Ευρωπαϊκή αγορά σχετικά με την εγκυρότητα του ΥΑΚΣ.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

1.1. Εισαγωγή

Στην παρούσα ενότητα κρίνεται απαραίτητο να γίνει μια σύντομη περιγραφή της θεωρίας χαρτοφυλακίου του Markowitz, αφού η συγκεκριμένη θεωρία ήταν ο προπομπός για να διατυπωθεί το πολύ πλέον γνωστό Υπόδειγμα Αποτίμησης Περιουσιακών Στοιχείων (ΥΑΚΣ). Παρουσιάζονται επίσης και οι προϋποθέσεις που χρειάζεται να ισχύουν, προκειμένου να μπορεί μα εφαρμοστεί αξιόπιστα η θεωρία του Markowitz.

Γίνεται επίσης στο κεφάλαιο αυτό μια πρώτη αναφορά σε ορισμένες πολύ σημαντικές έννοιες, οι οποίες θα χρησιμοποιηθούν ευρέως στις επόμενες ενότητες. Μια τέτοια έννοια είναι η διαφοροποίηση ενός χαρτοφυλακίου και η σημασία της στη μείωση του κινδύνου που αναλαμβάνει ο επενδύτης, που έχει στην κατοχή του το συγκεκριμένο χαρτοφυλάκιο.

Επιπλέον, τονίζονται ιδιαίτερα οι δυο διαφορετικές μορφές κινδύνου που χαρακτηρίζουν μια μετοχή και είναι ο συστηματικός και μη συστηματικός κίνδυνος. Στο σημείο αυτό παρουσιάζεται ο συντελεστής beta μιας μετοχής, ο οποίος είναι ένα μέτρο του συστηματικού κίνδυνου της συγκεκριμένης μετοχής. Τέλος, ορίζονται από τον Markowitz σαν μέτρα κινδύνου μιας μετοχής ή ενός χαρτοφυλακίου η διακύμανση και η τυπική απόκλιση των αναμενόμενων αποδόσεων τους.

1.2. Η θεωρία Χαρτοφυλακίου του Markowitz

Κατά τη δεκαετία του 1960, η επενδυτική κοινωνία μιλούσε για τον κίνδυνο που διέτρεχαν οι μετοχές, αλλά και ολόκληρα τα χαρτοφυλάκια τους, χωρίς όμως να είναι σε θέση να υπολογίσουν με κάποια συγκεκριμένα μέτρα τον κίνδυνο αυτό. Προκειμένου όμως οι επενδυτές να δημιουργήσουν ένα σωστό χαρτοφυλάκιο, ήθελαν να γνωρίζουν το μέγεθος του κινδύνου που θα επωμίζονταν.

Ένα βασικό μοντέλο χαρτοφυλακίου δημιουργήθηκε αρχικά από τον Harry Markowitz, ο οποίος δημιούργησε μια φόρμουλα υπολογισμού της αναμενόμενης απόδοσης ενός χαρτοφυλακίου, αλλά κι ένα αναμενόμενο μέτρο κινδύνου. Ο Markowitz απέδειξε, ότι κάτω από κάποιες βασικές προϋποθέσεις, η διακύμανση των αποδόσεων ήταν ένα επαρκές μέτρο για τον κίνδυνο ενός χαρτοφυλακίου. Επίσης ισχυρίστηκε ότι οι επενδύτες προτιμούν να έχουν στην κατοχή τους αποδοτικά χαρτοφυλάκια, δηλαδή χαρτοφυλάκια με τη μέγιστη απόδοση για δεδομένο κίνδυνο, ή μικρότερο κίνδυνο για την ίδια απόδοση. Πιο συγκεκριμένα, παρατηρήθηκε ότι ένας επενδυτής έχει στην κατοχή του ένα διαφοροποιημένο χαρτοφυλάκιο, δηλαδή ένα χαρτοφυλάκιο που αποτελείται από πολλούς και διαφορετικούς τίτλους, τότε μειώνει τον κίνδυνο του συνολικού χαρτοφυλακίου του. Αυτό συμβαίνει, γιατί οι τιμές των διαφορετικών μετοχών που διαθέτει δεν κινούνται όλες μαζί προς την ίδια κατεύθυνση, ή αλλιώς, στατιστικά εκφραζόμενοι, οι αλλαγές στις τιμές των μετοχών δεν είναι τέλεια συσχετισμένες.

Η θεωρία του Markowitz αποτελείται από τρία βασικά στάδια:

- **1^{ο} στάδιο:** Ανάλυση των χαρακτηριστικών των μετοχών ή ανάλυση αξιόγραφων.
- **2^{ο} στάδιο:** Ανάλυση χαρτοφυλακίου.
- **3^{ο} στάδιο:** Επιλογή χαρτοφυλακίου.

Στο ***1^{ο} στάδιο*** εκτιμώνται τα χαρακτηριστικά του κινδύνου και της απόδοσης μεμονωμένων μετοχών καθώς και ο βαθμός συσχέτισης τους. Στο ***2^{ο} στάδιο*** προσδιορίζονται οι συνδυασμοί μετοχών που είναι «αποτελεσματικοί». Αυτό σημαίνει ότι μπορώ να βρω εκείνα τα χαρτοφυλάκια που έχουν ελάχιστο κίνδυνο και μέγιστη απόδοση. Στο στάδιο αυτό περιλαμβάνεται η δημιουργία του αποδοτικού μετώπου. Στο ***3^{ο} στάδιο*** αξιολογούνται τα αποτελέσματα του 2^{ου} σταδίου και

επιλέγεται από τους αποτελεσματικούς συνδυασμούς μετοχών εκείνος που μεγιστοποιεί την αναμενόμενη ωφελιμότητα του επενδυτή.

Επιπλέον ο Markowitz επέδειξε και τον τρόπο με τον οποίο ένα χαρτοφυλάκιο μπορεί να διαφοροποιηθεί αποτελεσματικά. Όλη όμως η θεωρία του Markowitz βασίζεται σε κάποιες σημαντικές υποθέσεις που αφορούν κυρίως τη συμπεριφορά του επενδύτη. Οι υποθέσεις αυτές είναι οι ακόλουθες:

1. Οι επενδυτές θεωρούν ότι η κάθε επένδυση μπορεί εναλλακτικά να εκφραστεί από τη συνάρτηση πιθανότητας των αναμενόμενων αποδόσεων της για κάποια χρονική περίοδο, κατά την οποία ο επενδυτής έχει στην κατοχή του τη συγκεκριμένη επένδυση.
2. Οι επενδυτές μεγιστοποιούν την αναμενόμενη χρησιμότητα μιας περιόδου και οι καμπύλες χρησιμότητας του υποδηλώνουν ότι η οριακή χρησιμότητα τείνει να εξαλειφθεί.
3. Οι επενδυτές εκτιμούν τον κίνδυνο του χαρτοφυλακίου τους σύμφωνα με τη μεταβλητότητα των αναμενόμενων αποδόσεων τους.
4. Οι επενδυτές βασίζουν τις επιλογές τους αποκλειστικά και μόνο στις αναμενόμενες αποδόσεις των επενδύσεων τους και στον κίνδυνο που περικλείουν οι συγκεκριμένες επενδύσεις. Έτσι, οι καμπύλες χρησιμότητας τους είναι συναρτήσεις μόνο των αναμενόμενων αποδόσεων τους και της αναμενόμενης διακύμανσης (ή της τυπικής απόκλισης) των αποδόσεων τους.

5. Για ένα δεδομένο επίπεδο κινδύνου, οι επενδύτες επιθυμούν τις μεγαλύτερες δυνατές αποδόσεις που μπορούν να λάβουν. Όμοια, για ένα προκαθορισμένο επίπεδο αναμενόμενων κερδών, οι επενδύτες επιθυμούν το μικρότερο δυνατό κίνδυνο που μπορούν να επιτύχουν.

Κάτω από τις παραπάνω υποθέσεις, μια επένδυση ή ένα χαρτοφυλάκιο επενδύσεων θεωρούνται πως είναι αποτελεσματικά, εάν καμία άλλη επένδυση ή χαρτοφυλάκιο αντίστοιχα δεν προσφέρει μεγαλύτερες αναμενόμενες αποδόσεις στο ίδιο (ή σε μικρότερο) επίπεδο κινδύνου ή μικρότερο κίνδυνο με ίδιες (ή με υψηλότερες) αναμενόμενες αποδόσεις. Τέλος, ένας επενδύτης, ο οποίος συμπεριφέρεται σύμφωνα

με τις παραπάνω υποθέσεις, ονομάζεται συμβολικά «κατά Markowitz αποτελεσματικός επενδύτης».

1.3. Θεωρία Κεφαλαιαγοράς

Τα Υποδείγματα Κεφαλαιαγοράς είναι υποδείγματα αναμενόμενης απόδοσης και κινδύνου και δείχνουν τη σχέση ισορροπίας μεταξύ της αναμενόμενης απόδοσης και του κινδύνου ενός αποδοτικού χαρτοφυλακίου. Η Θεωρία Κεφαλαιαγοράς περιγράφει πως αποτιμώνται τα κεφαλαιακά στοιχεία όταν όλοι οι επενδυτές λειτουργούν υπό τις προϋποθέσεις του Markowitz και η αγορά είναι σε ισορροπία.

Πιο συγκεκριμένα ισχύει:

$$\mathrm{E}(R_p) = R_f + \frac{\left[E(R_m) - R_f\right]}{s\left(R_m\right)} s\left(R_p\right)$$

όπου:

$E(R_p)$:	η αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου p
R_f:	η απόδοση του περιουσιακού στοιχείου μηδενικού κινδύνου f
$E(R_m)$:	η αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου της αγοράς
$\sigma(R_m)$:	η τυπική απόκλιση της απόδοσης του χαρτοφυλακίου της αγοράς
$\sigma(R_p)$:	η τυπική απόκλιση της απόδοσης του χαρτοφυλακίου p

Η εξίσωση αυτή δείχνει ότι η αναμενόμενη απόδοση ενός αποδοτικού χαρτοφυλακίου ισούται με την απόδοση ενός περιουσιακού στοιχείου μηδενικού κίνδυνου συν ένα πριμ κίνδυνου που μου δείχνει την επιπλέον απόδοση του R_f που συνδέεται με το κίνδυνο του χαρτοφυλακίου p.

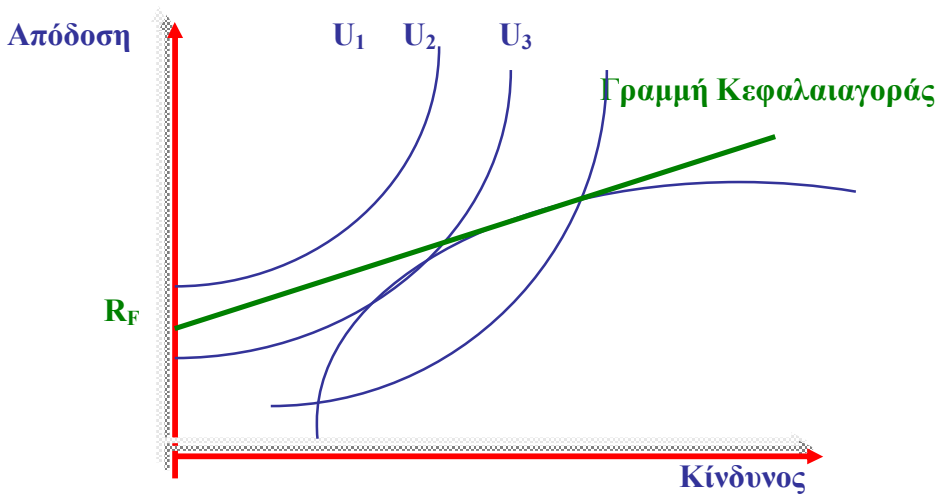
Η θεωρία Κεφαλαιαγοράς στηρίζεται στις εξής υποθέσεις:

1. Οι επενδύτες επενδύουν σε αξιόγραφα σύμφωνα με την θεωρία του Markowitz.

2. Υπάρχει ένα περιουσιακό στοιχείο μηδενικού κινδύνου όπου μπορούμε να δανειστούμε ή να δανείσουμε χρήματα.
3. Ο δείκτης πληθωρισμού είναι μηδενικός
4. Η αγορά είναι τέλεια. Αυτό σημαίνει ότι είναι αποτελεσματική δηλαδή δεν υπάρχουν φόροι και κόστη συναλλαγών, οι μετοχές είναι απεριόριστα διαιρετές, οι τιμές δεν επηρεάζονται από ενέργειες μεμονωμένων επενδυτών και οι πληροφορίες δεν έχουν κόστος.
5. Οι επενδυτές έχουν χρονικό ορίζοντα ίσο με μια περίοδο.

1.4. Διαγραμματική παρουσίαση των υποθέσεων της Θεωρίας Κεφαλαιαγοράς

Αρχικά ορίζω το αποδοτικό σύνορο του Markowitz, δηλαδή βρίσκω τα χαρτοφυλάκια εκείνα που έχουν τη μέγιστη απόδοση και τον ελάχιστο κίνδυνο. Οι επενδυτές προτιμούν τα χαρτοφυλάκια που βρίσκονται πάνω στην καμπύλη U_1 από εκείνα που βρίσκονται στην καμπύλη U_2



Η εφαπτομένη από το σημείο μηδενικού κινδύνου στην καμπύλη των αποδοτικών χαρτοφυλακίων ορίζει ένα νέο σύνορο αποδοτικών χαρτοφυλακίων. Έτσι ο επενδυτής μπορεί να βελτίωση τη θέση του επενδύοντας σε συνδυασμούς του επικίνδυνου χαρτοφυλακίου Μ και του ακίνδυνου αξιόγραφου R_f. Η εφαπτομένη ευθεία από το περιουσιακό στοιχείο μηδενικού κινδύνου ονομάζεται Γραμμή Κεφαλαιαγοράς και περιέχει αποδοτικά χαρτοφυλάκια. Τα αποτελεσματικά χαρτοφυλάκια κείτονται κατά μήκος της ευθείας που ξεκινά από το R_f και περνά από το Μ και αποτελούνται από συνδυασμούς του Μ με το ακίνδυνο αξιόγραφο. Τα σημεία της Γραμμής Κεφαλαιαγοράς περιέχουν χαρτοφυλάκια που έχουν κίνδυνο μικρότερο από το αποδοτικό σύνορο του Markowitz.

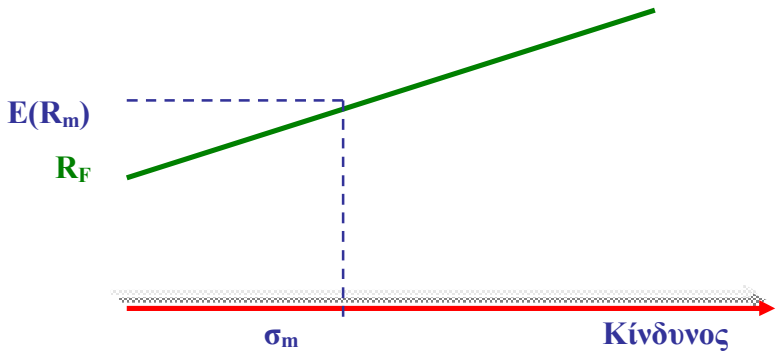
Η Ευθεία Γραμμή της Κεφαλαιαγοράς προσδιορίζεται με τις δυο παραμέτρους της.:

α) Με την τετμημένη επί την αρχή, που είναι το ύψος του επιτοκίου δανεισμού και εκφράζει την αμοιβή του αποταμιευτή – επενδυτή για την αποχή από παρούσα κατανάλωση.

β) Με την κλίση της, που είναι ίση με τη διαφορά μεταξύ της ελπιζόμενης απόδοσης του χαρτοφυλακίου Μ της Αγοράς και του επιτοκίου, ανοιγμένη ανά μονάδα κινδύνου της αγοράς.

Η κλίση της εν λόγω ευθείας εκφράζει την ανταμοιβή του επενδυτή για την ανάληψη μιας πρόσθετης μονάδας κινδύνου. Δηλαδή η κλίση της Γραμμής Κεφαλαιαγοράς δείχνει την οριακή αύξηση της μέσης ελπιζόμενης απόδοσης, που μπορεί να επιτύχει οποιοσδήποτε επενδύτης, εάν δεχθεί να αναλάβει πρόσθετο κίνδυνο ίσο με μια μονάδα κινδύνου. Και αντίστροφα η κλίση της Γραμμής Κεφαλαιαγοράς εκφράζει το μέγεθος της ελπιζόμενης κατά μέσον όρο απόδοσης, που οποιοσδήποτε επενδύτης πρέπει να θυσιάσει, εάν θέλει να μείωση τον κίνδυνο του αποτελεσματικού χαρτοφυλακίου του κατά μια μονάδα.

Απόδοση



Η ισορροπία δηλαδή της αγοράς αξιόγραφων χαρακτηρίζεται από το R_f, το οποίο είναι η ανταμοιβή για αναμονή ή η τιμή του χρόνου, και από τη κλίση της γραμμής $\frac{E(R_M)-R_f}{s_M}$, η οποία είναι γνωστή ως ανταμοιβή ανά μονάδα κινδύνου ή η τιμή του κινδύνου. Η Γραμμή Κεφαλαιαγοράς εκφράζει τη σχέση μεταξύ κινδύνου – απόδοσης και μας παρέχει ένα μέτρο του κινδύνου για τα αποτελεσματικά χαρτοφυλάκια, το οποίο είναι η τυπική απόκλιση της απόδοσης του χαρτοφυλακίου και τέλος υποδηλώνει ότι η σχέση του κινδύνου και της απόδοσης για αυτά τα αποτελεσματικά χαρτοφυλάκια είναι γραμμική.

Σύμφωνα με την θεωρία Κεφαλαιαγοράς κάθε επενδυτής έχει τέσσερα εναλλακτικά επενδυτικά σχέδια. Αυτό σημαίνει ότι ο επενδυτής μπορεί να τοποθετήσει τα κεφάλαια του σε περιουσιακά στοιχεία μηδενικού κινδύνου (R_f), σε μηδενικού κινδύνου αξιόγραφα με αναμενόμενη απόδοση και κίνδυνο μικρότερα από εκείνα του χαρτοφυλακίου της αγοράς, σε μετοχές που παρουσιάζουν την ίδια συμπεριφορά με αυτή του χαρτοφυλακίου της αγοράς ή σε μετοχές με αναμενόμενη απόδοση και κίνδυνο μεγαλύτερα από αυτά του χαρτοφυλακίου της αγοράς.

1.5. Συστηματικός και μη-συστηματικός κίνδυνος

Ορίζεται γενικά σαν κίνδυνος η αβέβαιη έκβαση που μπορεί να έχουν στο μέλλον κάποιες καταστάσεις, ή αλλιώς η πιθανότητα να συμβεί κάποιο απρόσμενα κακό

σενάριο στο μέλλον. Ο κίνδυνος που αντιμετωπίζουν οι μετοχές κάθε επιχείρησης μπορεί να διασπαστεί σε δυο μέρη.

Το ένα μέρος ονομάζεται μη – συστηματικός κίνδυνος και αφορά τους κινδύνους που πλαισιώνουν και αφορούν αποκλειστικά και μόνο τη συγκεκριμένη επιχείρηση. Ο κίνδυνος αυτός είναι σημαντικός όταν αναφερόμαστε στη μετοχή μιας μόνο επιχείρησης. Όταν όμως το χαρτοφυλάκιο ενός επενδυτή περιέχει τουλάχιστον 20 διαφορετικές μετοχές, τότε ο συγκεκριμένος κίνδυνος ελαχιστοποιείται, λόγω της διασποράς κινδύνου που έχει επιτευχθεί. Επομένως, κάθε επενδύτης έχει τη δυνατότητα να ελαχιστοποιήσει τον μη – συστηματικό κίνδυνο του χαρτοφυλακίου του, κάνοντας διασπορά (επιμερισμό) του κινδύνου αυτού (diversification), επενδύοντας κεφάλαια σε πολλές επιχειρήσεις με διαφορετικά αντικείμενα δραστηριότητας.

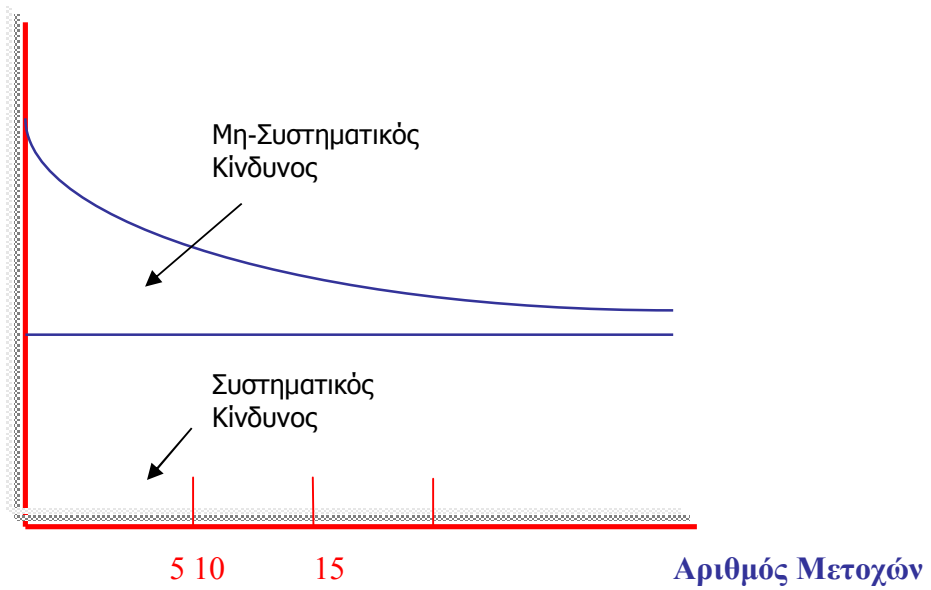
Το άλλο μέρος του κινδύνου που αφορά κάθε μετοχή είναι ο συστηματικός κίνδυνος ή κίνδυνος της αγοράς (market risk). Ο κίνδυνος αυτός προέρχεται από τους οικονομικούς κινδύνους που αντιμετωπίζει η ίδια η αγορά και απειλεί όλες τις επιχειρήσεις ανεξαιρέτως. Ο συστηματικός κίνδυνος οφείλεται κυρίως σε μακροοικονομικούς παράγοντες, όπως για παράδειγμα στη μεταβλητότητα των επιτοκίων αλλά και άλλων παραγόντων, όπως είναι η βιομηχανική παραγωγή, οι ταμειακές ροές, τα επιχειρηματικά κέρδη.

Κατά συνέπεια, ο συστηματικός κίνδυνος, δεν μπορεί να αντιμετωπιστεί με διασπορά χαρτοφυλακίου, δηλαδή με αμυντική διαχείριση χαρτοφυλακίου και κατανομή των επενδύσεων σε διαφορετικούς τίτλους ή κλάδους. Παρόλο αυτά, είναι δυνατόν να περιοριστεί λίγο ο κίνδυνος αυτός εάν εφαρμοστεί διασπορά κινδύνου σε παγκόσμιο επίπεδο. Δηλαδή, προκειμένου να αποφευχθεί η εγχώρια μεταβλητότητα, να επεκταθούν οι επενδύσεις σε άλλες χώρες, που ενδεχομένως να μην αντιμετωπίζουν τα ίδια μακροοικονομικά προβλήματα που αντιμετωπίζει η συγκεκριμένη χώρα.

Στο παρακάτω Διάγραμμα, μπορεί να παρατηρηθεί σχηματικά , πως ένας επενδύτης, δημιουργώντας ένα καλά διαφοροποιημένο χαρτοφυλάκιο, μπορεί να εξαλείψει τον μη – συστηματικό κίνδυνο του χαρτοφυλακίου του, αλλά την ίδια στιγμή δεν μπορεί να αποφύγει τον συστηματικό κίνδυνο.

Τέλος, ο συντελεστής βήτα μιας θεωρητικά ακίνδυνης επένδυσης είναι μηδενικός, ενώ μια σπάνια κατηγόρια μετοχών παρουσιάζει αρνητικό βήτα. Αυτό σημαίνει, ότι η αναμενόμενη απόδοση των μετοχών αυτών, που εμφανίζουν αρνητικό βήτα, είναι θεωρητικά μικρότερη από την απόδοση που προσφέρει η λεγόμενη ακίνδυνη επένδυση, η οποία είναι μια επένδυση που θεωρείται ότι δεν περιέχει καθόλου κίνδυνο. Για το λόγο αυτό, οι επενδύσεις που εμφανίζουν, όσο σπάνιο κι αν είναι αυτό, αρνητικό βήτα, χαρακτηρίζονται σαν οι πιο ακίνδυνες μετοχές της αγοράς και είναι αυτές που κάθε επενδυτής θα ήθελε να συμπεριλάβει στο χαρτοφυλάκιο του.

Τυπική Απόκλιση Χαρτοφυλακίου



Η συμβολή μιας μετοχής στον κίνδυνο ενός πλήρως διαφοροποιημένου (fully diversified) χαρτοφυλακίου εξαρτάται από την «ευαισθησία» της μετοχής αυτής στις διάφορες οικονομικές, κοινωνικές και πολιτικές αλλαγές που συμβαίνουν στην ευρύτερη αγορά. Αυτή η «ευαισθησία» της μετοχής είναι ευρέως γνωστή σαν συντελεστής "beta" ή «βήτα» της συγκεκριμένης μετοχής.

Εάν λοιπόν ένα χρεόγραφο έχει beta ίσο με 1.0, θεωρείται πως ο κίνδυνος που το χαρακτηρίζει είναι ο μέσος κίνδυνος της αγοράς. Αυτό σημαίνει, ότι η συγκεκριμένη μετοχή κινείται με τους ρυθμούς που κινείται στο σύνολο της ολόκληρη η αγορά.

Ένα καλά διαφοροποιημένο χαρτοφυλάκιο, με μετοχές που έχουν μοναδιαίο βήτα, θεωρείται πως έχει την ίδια τυπική απόκλιση με τον δείκτη της αγοράς.

Μια μετοχή που έχει βήτα μικρότερο της μονάδας, θεωρείται πως κινείται με τον ίδιο τρόπο που κινείται η αγορά, αλλά παρουσιάζει μικρότερες τυπικές αποκλίσεις από αυτές τις αγορές, γ΄ αυτό το λόγο άλλωστε χαρακτηρίζεται σαν αμυντική μετοχή. Για παράδειγμα, μια μετοχή που έχει βήτα = 0,5 εμπεριέχει μικρότερο κίνδυνο από τον μέσο κίνδυνο της αγοράς και ένα καλά διαφοροποιημένο χαρτοφυλάκιο από τέτοιες μετοχές συνήθως δεν ακολουθεί ολόκληρη τη μεταβολή του δείκτη της αγοράς, αλλά περίπου τη μισή.

Οι μετοχές που έχουν βήτα μεγαλύτερο της μονάδας θεωρούνται κι αυτές πως ακολουθούν τις κινήσεις της αγοράς, αλλά κινούνται πιο απότομα από την ίδια την αγορά, γι' αυτό άλλωστε χαρακτηρίζονται σαν επιθετικές μετοχές. Οι μετοχές αυτές θεωρούνται πιο επικίνδυνες, αφού σε πιθανή πτώση του δείκτη της αγοράς η τιμή τους παρουσιάζεται να είναι πολύ χαμηλότερη από την τιμή του δείκτη. Αντίθετα, σε πιθανή άνοδο του δείκτη η τιμή τους παρουσιάζεται να είναι αρκετά υψηλότερη από αυτήν του δείκτη. Η μεταβλητότητα τους (volatility) δηλαδή είναι μεγάλη.

1.6. Μέτρα κινδύνου

Τα πιο γνωστά και απλά μέτρα κινδύνου για μια μετοχή ή ένα χαρτοφυλάκιο είναι η διακύμανση (variance) και η τυπική απόκλιση (standard deviation) των αναμενόμενων αποδόσεων της συγκεκριμένης μετοχής ή χαρτοφυλακίου αντίστοιχα. Η διακύμανση και η τυπική απόκλιση είναι στατιστικά μεγέθη που μετρούν τη

διασπορά των αποδόσεων γύρω από την αναμενόμενη τιμή των αποδόσεων αυτών. Όσο μεγαλύτερη είναι η τιμή της διακύμανσης ή της τυπικής απόκλισης, τόσο αυξάνει η διασπορά αυτή, θεωρώντας πάντα ότι όλοι οι υπόλοιποι παράγοντες παραμένουν σταθεροί. Ή αλλιώς, όσο πιο διεσπαρμένες είναι οι αναμενόμενες αποδόσεις, τόσο μεγαλύτερη είναι η αβεβαιότητα για αυτές τις αποδόσεις στο μέλλον.

Όπως προαναφέρθηκε, η διακύμανση είναι ένα μέτρο που υπολογίζει την απόκλιση των πιθανών αποδόσεων μιας μετοχής από την αναμενόμενη τιμή των αποδόσεων αυτών και δίνεται από τον ακόλουθο τύπο:

$$s^2 = Var(R_i) = \sum_{i=1}^{n} [R_i - E(R_i)]^2 P$$

όπου:

$Var(R_i)$:	Variance (R_i) = η διακύμανση της απόδοσης R
R_i:	η πραγματική απόδοση της μετοχής i
$E(R_i)$:	η αναμενόμενη απόδοση της μετοχής i
P_i :	η πιθανότητα η απόδοση της μετοχής i να είναι R_i
n:	ο αριθμός των πιθανών διαφορετικών τιμών που μπορεί να πάρει το R_i

Η τυπική απόκλιση ορίζεται σαν την τετραγωνική ρίζα της διακύμανσης, δηλαδή:

$$StdDev(R_i) = \sqrt{s^2} = s$$

όπου:

$StdDev(R_i)$:	η τυπική απόκλιση της απόδοσης R_i

1.7. Κίνδυνος χαρτοφυλακίου

Στην προηγούμενη ενότητα, αναφέρθηκε ο τρόπος υπολογισμού του κινδύνου μιας μετοχής, χρησιμοποιώντας σαν μέτρο τη διακύμανση ή την τυπική απόκλιση της μετοχής αυτής. Στην παρούσα ενότητα, θα δούμε πως ο κίνδυνος ενός χαρτοφυλακίου εξαρτάται από τον κίνδυνο της κάθε μιας μετοχής που ανήκει στο συγκεκριμένο χαρτοφυλάκιο και θα υπολογιστεί η διακύμανση και η τυπική απόκλιση ενός ολόκληρου χαρτοφυλακίου μετοχών, όπως αυτά εκφράστηκαν από τον Markowitz. Προκειμένου όμως να γίνει αυτό σαφές, θα πρέπει πρώτα να οριστούν δυο νέες έννοιες: η συνδιακύμανση (covariance), και η συσχέτιση (correlation).

Η συνδιακύμανση είναι ένα μέτρο που αφορά το βαθμό στον οποίο δυο μεταβλητές, που στην περίπτωση μας είναι οι αποδόσεις, κινούνται προς την ίδια κατεύθυνση ως προς τη μέση τιμή της κάθε μιας. Όταν οι αποδόσεις δυο επενδύσεων έχουν θετική συνδιακυμανση, σημαίνει πως οι αποδόσεις αυτές τείνουν να κινηθούν προς την ίδια κατεύθυνση, σε σχέση πάντα με τη μέση τιμή της κάθε απόδοσης, κατά την εξεταζόμενη περίοδο. Αντίθετα, όταν οι αποδόσεις δυο επενδύσεων έχουν αρνητική συνδιακυμανση, σημαίνει ότι οι συγκεκριμένες αποδόσεις τείνουν να κινηθούν προς διαφορετικές κατευθύνσεις.

Η συνδιακύμανση των αποδόσεων δυο μετοχών i και j μπορεί να οριστεί αναλυτικά ως εξής:

$$Cov_{ij} = E\{[R_i - E(R_i)] \times [R_j - E(R_j)]\} = Cov(R_i, R_j)$$

ή

$$Cov_{ij} = \sigma_{ij} = \rho_{ij} \times \sigma_i \times \sigma_j$$

όπου:

R_i :	η απόδοση της μετοχής I
R_j :	η απόδοση της μετοχής j

$E(R_i)$:	η αναμενόμενη τιμή της μετοχής i
$E(R_j)$:	η αναμενόμενη τιμή της μετοχής j

Ο συντελεστής συσχέτισης ρ_{ij} των αποδόσεων δυο μετοχών i και j, ορίζεται ως εξής:

$$P_{ij} = \frac{Cov_{ij}}{s_i s_j}$$

Ο συντελεστής συσχέτισης παίρνει τιμές ανάμεσα στο –1 και το 1. Πιο συγκεκριμένα:

- Αν $\rho_{ij} > 0$, τότε οι μετοχές i και j κινούνται μαζί προς την ίδια κατεύθυνση.
- Αν $\rho_{ij} < 0$, τότε οι μετοχές i και j κινούνται προς αντίθετες κατευθύνσεις
- Αν $\rho_{ij} = 0$, τότε οι μετοχές i και j είναι ασυσχέτιστες, δηλαδή η κίνηση της μιας δεν σχετίζεται γραμμικά με την κίνηση της άλλης, χωρίς όμως αυτό να σημαίνει ότι είναι ανεξάρτητες.
- Αν $\rho_{ij} = 1$, τότε οι μετοχές i και j είναι τέλεια θετικά συσχετισμένες, δηλαδή τις αντίστοιχες αποδόσεις τους R_i και R_j τις συνδέει μια τέλεια θετική, γραμμική σχέση. Αυτό σημαίνει ότι οι αποδόσεις τους κινούνται μαζί προς την ίδια κατεύθυνση με τον ίδιο γραμμικό τρόπο.
- Αν $\rho_{ij} = -1$, τότε οι μετοχές i και j είναι τέλεια αρνητικά συσχετισμένες, δηλαδή όταν η απόδοση της μιας μετοχής, έστω R_i, είναι μεγαλύτερη από τη μέση τιμή της , δηλαδή από το $E(R_i)$, κατά ένα συγκεκριμένο ποσό, τότε η απόδοση της άλλης μετοχής, της R_j, θα είναι μικρότερη από τη μέση τιμή της, δηλαδή από το $E(R_j)$, κατά το ίδιο ακριβώς ποσό.

Με τον ίδιο τρόπο που ορίστηκε η συνδιακύμανση και η συσχέτιση των αποδόσεων δυο μετοχών, μπορούν να παρουσιαστούν η διακύμανση και η τυπική απόκλιση ενός ολόκληρου χαρτοφυλακίου N μετοχών, όπως αυτά ορίστηκαν από τον Harry Markovitz.

Η διακύμανση ενός χαρτοφυλακίου N μετοχών δίνεται από τον παρακάτω τύπο:

$$s_2 p = \sum_{i=1}^{N} c_i^2 s_i^2 + \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} x_i x_j s_{ij}$$

όπου:

$\sigma^2_p =$	η διακύμανση του χαρτοφυλακίου
$\sigma^2_i =$	η διακύμανση των αποδόσεων της μετοχής i, για i =1,2,…..N
$\sigma_{ij} =$	η συνδιακυμανση των αποδόσεων των μετοχών i και j, για i, j =1,2,….N
$x_i =$	το βάρος της μετοχής i μέσα στο χαρτοφυλάκιο και ορίζεται σαν το λόγο της μετοχής i προς την αξία του συνολικού χαρτοφυλακίου με $\sum_{i=1}^{N} x_i = 1$

Αντίστοιχα, η τυπική απόκλιση ενός χαρτοφυλακίου N μετοχών ορίζεται ως εξής:

$$sp = \sqrt{s_p^2}$$

1.8. Παρουσίαση του ΥΑΚΣ

Ο Markowitz ήταν ο πρώτος επιστήμονας που υπέδειξε μια μέθοδο υπολογισμού του κινδύνου ενός χαρτοφυλακίου. Πρότεινε επίσης, σαν μέθοδο μείωσης του κινδύνου ενός χαρτοφυλακίου, τη λεγόμενη διαφοροποίηση του συγκεκριμένου χαρτοφυλακίου, δηλαδή την επένδυση σε πολλές και διαφορετικές μετοχές.

Με την θεωρία του Markowitz ασχολήθηκαν πολλοί επιστήμονες, κάποιοι από τους οποίους κατάφεραν μάλιστα να τη διευρύνουν. Στα μέσα της δεκαετίας του 1960, τέσσερις οικονομολόγοι οι William Sharpe, John Lintner, Jan Mossin και Fischer Black μετέτρεψαν το μοντέλο του Markowitz σε ένα γενικό μοντέλο αποτίμησης μετοχών, το οποίο περιείχε ένα εναλλακτικό μέτρο κινδύνου για όλες τις μετοχές. Αυτό το μοντέλο ονομάστηκε Υπόδειγμα Αποτίμησης Κεφαλαιακών Στοιχείων (ΥΑΚΣ) και είναι από τα πλέον γνωστά διαδεδομένα μοντέλα αποτίμησης μετοχών.

Το ΥΑΚΣ μας προσφέρει μια ακριβή πρόβλεψη της σχέσης που διέπει τον κίνδυνο ενός αξιόγραφου και της αναμενόμενης απόδοσης του. Μ΄αυτό το τρόπο μπορούν να συγκριθούν οι αποδόσεις διάφορων αξιόγραφων. Για παράδειγμα, μπορούμε να εξετάσουμε αν η απόδοση που προβλέπουμε για μια μετοχή είναι μεγαλύτερη ή μικρότερη από μια «δίκαιη» απόδοση, δεδομένου του κινδύνου της μετοχής. Επίσης το ΥΑΚΣ βοηθάει ώστε να γίνει μια εμπεριστατωμένη πρόβλεψη για την απόδοση ενός προϊόντος που δεν έχει αρχίσει ακόμα να διαπραγματεύεται στην αγορά.

Το ΥΑΚΣ είναι ένα μοντέλο αποτίμησης μετοχών που εμπεριέχουν κίνδυνο και ουσιαστικά καθορίζει την απαιτούμενη απόδοση που πρέπει να έχει οποιαδήποτε επικίνδυνη μετοχή. Αυτή η ιδιότητα του ΥΑΚΣ είναι πολύ σημαντική, αφού παρέχοντας τον κατάλληλο προεξοφλητικό παράγοντα, βοήθα στην αποτίμηση της κάθε μετοχής. Επίσης αν έχει ήδη εκτιμηθεί η απόδοση που αναμένεται να έχει μια επένδυση τότε αυτή μπορεί να συγκριθεί με την αναμενόμενη απόδοση που προκύπτει μέσα από το ΥΑΚΣ και να παρατηρηθεί εάν η επένδυση αυτή είναι υποτιμημένη, υπερτιμημένη ή σωστά αποτιμημένη.

Πριν ακολουθήσει η μαθηματική παρουσίαση του ΥΑΚΣ θα πρέπει να ορισθούν κάποιες βασικές έννοιες. Αρχικά πρέπει να γίνει αναφορά στο λεγόμενο χαρτοφυλάκιο της αγοράς (market portfolio). Σαν χαρτοφυλάκιο της αγοράς ορίζεται ένα θεωρητικό χαρτοφυλάκιο, το οποίο εμπεριέχει όλες τις μετοχές που διαπραγματεύονται στη αγορά κάποια δεδομένη χρονική στιγμή. Επίσης πρέπει να επισημανθεί η ύπαρξη ενός περιουσιακού στοιχείου ή επένδυσης μηδενικού κινδύνου (risk –free asset). Η διακύμανση και η τυπική απόκλιση αποτελούν μέτρα αβεβαιότητας των μελλοντικών αποδόσεων των επενδύσεων που εμπεριέχουν κίνδυνο. Η θεωρητικά ακίνδυνη επένδυση χαρακτηρίζεται από τις σίγουρες αναμενόμενες αποδόσεις, τις οποίες αποφέρει. Αυτό είναι και ο λόγος που η τυπική απόκλιση της ακίνδυνης επένδυσης είναι μηδέν ($s_{R_f} = 0$). Μηδενικά θα είναι επίσης η συνδιακύμανση (Cov_{R_f}, i) και ο συντελεστής συσχέτισης (r_{R_f}, i) της ακίνδυνης αυτής επένδυσης με οποιαδήποτε άλλη μετοχή που εμπεριέχει κίνδυνο ή με οποιοδήποτε χαρτοφυλάκιο μετοχών.

Ένας ακόμη σημαντικός παράγοντας είναι το ασφάλιστρο κινδύνου (risk-premium). Το ασφάλιστρο κινδύνου είναι η αυξημένη απόδοση που απαιτεί ο επενδύτης να λάβει από μια συγκεκριμένη επένδυση, όταν θεωρεί πως η επένδυση αυτή περικλείει απρόβλεπτους κινδύνους. Αυτή η αυξημένη απόδοση συνήθως υπολογίζεται σύμφωνα με τη απόδοση που προσφέρει μια ακίνδυνη επένδυση. Όσο πιο επικίνδυνη θεωρείται μια επένδυση, σε σχέση με την επένδυση τόσο μεγαλύτερη απόδοση απαιτεί ένας επενδυτής να λάβει από τη συγκεκριμένη επένδυση. Επομένως το ασφάλιστρο κινδύνου είναι το επιπλέον ποσό, η επιπλέον απόδοση, που προσφέρει το χαρτοφυλάκιο της αγοράς σε σχέση με μια ακίνδυνη επένδυση.

Σύμφωνα με τη θεωρία του ΥΑΚΣ ο κίνδυνος ενός προϊόντος εκτιμάται από τον συντελεστή βήτα του προϊόντος αυτού, σε σχέση πάντα με τις αποδόσεις του χαρτοφυλακίου που περιλαμβάνει όλες τις μετοχές της αγοράς. Επιπλέον, το ΥΑΚΣ υποστηρίζει ότι υπάρχει γραμμική σχέση μεταξύ των αναμενόμενων αποδόσεων μιας επένδυσης και του συντελεστή beta της επένδυσης αυτής.

Η θεωρία του ΥΑΚΣ σύμφωνα με τους Sharpe και Lintner, προϋποθέτει ότι κάθε επενδυτής έχει τη δυνατότητα να δανειστεί ή να δανείσει με κάποιο ακίνδυνο επιτόκιο (risk-free interest rate). Δηλαδή, υπάρχει στην αγορά κάποια επένδυση η οποία αποφέρει σίγουρες αποδόσεις (risk-free asset).

Το βασικό ΥΑΚΣ μπορεί να γραφτεί:

$$E(R_i) = R_f + \beta_i\,[E(R_M) - R_f] \;\Rightarrow\; E(R_i) = E(R_Z) + \beta_i\,[E(R_M) - E(R_Z)]$$

Το μοντέλο αυτό διαμορφώνεται με βάση τις προσδοκίες και όλες οι μεταβλητές αφορούν μελλοντικές αξίες. Καθώς δεν έχουμε ευρύ και συστηματικά στοιχεία πάνω στις προσδοκίες όλοι οι έλεγχοι του ΥΑΚΣ έχουν γίνει χρησιμοποιώντας παρατηρηθείσες τιμές (ex-post) (δηλ. τιμές που έχουν γίνει) των μεταβλητών. Έτσι γίνεται η λογική ερώτηση για το πώς μπορεί κανείς να δικαιολογήσει τον έλεγχο ενός μοντέλου προσδοκιών με βάση παρελθούσες τιμές. Υπάρχουν δυο επιχειρήματα υπεράσπισης που έχουν χρησιμοποιηθεί από τους μελετητές. Το πρώτο είναι ότι οι

προσδοκίες είναι κατά μέσο όρο και στο γενικό σύνολο σωστές όταν για μεγάλα χρονικά διαστήματα οι πραγματικές τιμές μπορούν να θεωρηθούν ως μια εκτίμηση των προσδοκιών (proxy). Το πιο πολύπλοκο επιχείρημα υποστήριξης θεωρεί ότι οι αποδόσεις των μετοχών εξαρτώνται γραμμικά από τις αποδόσεις του χαρτοφυλακίου αγοράς. Το μήνυμα λοιπόν του ΥΑΚΣ είναι απλό, όσο και εντυπωσιακό. Σε μια ανταγωνιστική αγορά, το αναμενόμενο risk premium μιας μετοχής είναι γραμμικά ανάλογο με το συντελεστή βήτα της μετοχής αυτής και το risk premium του χαρτοφυλακίου της αγοράς.

Έτσι σύμφωνα με το μοντέλο αγοράς ισχύει:

$$R_{it} = \alpha_i + \beta_i R_{Mt} + e_{it} \quad (1)$$

Η αναμενόμενη τιμή της απόδοσης μιας μετοχής i είναι:

$$E(R_i) = \alpha_i + \beta_i E(R_M)$$

Επομένως $\mathbf{E(R_i) - \alpha_i - \beta_i E(R_M) = 0}$

Προσθέτοντας στην εξίσωση (1) βρίσκουμε

$$\tilde{R}_{it} = E(R_i) + b_i\left[\tilde{R}_{Mt} - E(R_M)\right] + \tilde{e}_{it}$$

Η απλή μορφή του CAPM είναι $\mathbf{E(R_i) = R_F + \beta_i[E(R_M) - R_F]}$

όπου:

$E(R_i) =$	η αναμενόμενη απόδοση της μετοχής i
$R_f =$	η απόδοση της ακίνδυνης επένδυσης
$\beta_i =$	ο συντελεστής beta της μετοχής i
$E(R_M) =$	η αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου της αγοράς

Αντικαθιστώντας το $E(R_i)$ στην προηγούμενη εξίσωση παίρνουμε

$$\boxed{\tilde{R}_{it} = R_F + b_i\left(\tilde{R}_{M\tau} - R_F\right) + \tilde{e}_{it}} \quad (2)$$

Το μοντέλο (2) μπορεί να λεχθεί εμπειρικά με ex-post δεδομένα.

Όμως υπάρχουν 3 υποθέσεις πίσω απ' αυτό το μοντέλο.

1) Το μοντέλο της αγοράς ισχύει σε κάθε περίοδο
2) Το ΥΑΚΣ ισχύει σε κάθε περίοδο
3) Το βήτα παραμένει σταθερό διαχρονικά

Ένας έλεγχος του μοντέλου αυτής της μορφής με ex-post στοιχεία είναι στην πραγματικότητα ένας ταυτόχρονος έλεγχος όλων των τριών παραπάνω υποθέσεων.

Μια εναλλακτική μορφή του ΥΑΚΣ, όπως εκφράστηκε από τους Sharpe και Lintner, είναι η εξής:

$$\boxed{E(R_i) - R_f = \beta_i\,[E(R_M) - R_f]}$$

όπου:

$E(R_i) - R_f =$	η επιπλέον απόδοση που απαιτεί να λάβει ένας επενδυτής, σε σχέση με την ακίνδυνη επένδυση, προκειμένου να επενδύσει στη μετοχή i
$E(R_M) - R_f =$	η επιπλέον απόδοση που προσφέρει το χαρτοφυλάκιο της αγοράς, σε σχέση με την ακίνδυνη απόδοση.

1.9. Υπολογισμός του συντελεστή Βήτα

Ο συντελεστής βήτα είναι ένα μέτρο του συστηματικού κινδύνου μιας μετοχής ή ενός χαρτοφυλακίου. Όταν μάλιστα αναφερόμαστε σε ένα καλά διαφοροποιημένο χαρτοφυλάκιο, όπου ο μη συστηματικός κίνδυνος έχει ελαχιστοποιηθεί, τότε ο συντελεστής βήτα είναι ουσιαστικά ένα μέτρο του συνολικού κινδύνου του χαρτοφυλακίου.

Το βήτα μιας μετοχής i ως προς το χαρτοφυλάκιο της αγοράς δίνεται από τον τύπο:

$$b_i = \frac{s_{iM}}{s_M^2}$$

όπου:

σ_{iM} =	η συνδιακύμανση της μετοχής i με την απόδοση του χαρτοφυλακίου της αγοράς
σ^2_M =	η διακύμανση της απόδοσης του χαρτοφυλακίου της αγοράς

Ο συντελεστής βήτα μετράει τη συμβολή που έχει μια μετοχή στο συνολικό κίνδυνο ενός πλήρως διαφοροποιημένου χαρτοφυλακίου. Είναι, όπως έχει προαναφερθεί, η «ευαισθησία» που παρουσιάζει η απόδοση μιας μετοχής στις διάφορες κινήσεις της αγοράς. Έτσι, όταν το βήτα μιας επένδυσης είναι υψηλό, τότε η επένδυση αυτή θεωρείται πιο επικίνδυνη, ενώ όταν το βήτα της επένδυσης είναι χαμηλό, τότε η επένδυση θεωρείται πιο ασφαλής. Επίσης μια επένδυση μηδενικού κινδύνου έχει μηδενικό βήτα, ενώ ολόκληρη η αγορά, εάν θεωρηθεί σαν ενιαίο χαρτοφυλάκιο, έχει βήτα ίσο με τη μονάδα.

Ο συντελεστής βήτα ενός χαρτοφυλακίου μετοχών είναι ο σταθμικός μέσος των συντελεστών βήτα κάθε μετοχής του συγκεκριμένου χαρτοφυλακίου. Επομένως ο συντελεστής beta ενός χαρτοφυλακίου που αποτελείται από N μετοχές δίνεται από τον τύπο:

$$b_p = \frac{Cov_{p,M}}{s_m^2} = \sum_{i=1}^{N} x_{ip} b_i$$

όπου:

$Cov_{p,M}$=	η συνδιακύμανση της απόδοσης του χαρτοφυλακίου με το χαρτοφυλάκιο της αγοράς
σ^2_M =	η διακύμανση της απόδοσης του χαρτοφυλακίου της αγοράς
x_{ip}=	το βάρος που έχει η μετοχή i μέσα στο χαρτοφυλάκιο, το οποίο εκφράζεται σαν το λόγο της αξίας της συγκεκριμένης μετοχής i προς την αξία του συνολικού χαρτοφυλακίου και ισχύει $\sum_{i=1}^{N} x_{ip} = 1$
β_i=	ο συντελεστής βητα της μετοχής i

1.9. Υποθέσεις του ΥΑΚΣ

Το ΥΑΚΣ είναι από τα πιο γνωστά μοντέλα της χρηματοοικονομικής θεωρίας , το οποίο όμως έχει ισχύ και οδηγεί σε σωστούς υπολογισμούς μόνο κάτω από συγκεκριμένες προϋποθέσεις. Το ΥΑΚΣ βασίζεται στη θεωρία του Markowitz επομένως οι υποθέσεις του ΥΑΚΣ βασίζονται στις υποθέσεις που έχει κάνει ο Markowitz στη θεωρία του. Οι πιο βασικές υποθέσεις είναι οι εξής:

1) Όλοι οι επενδυτές θεωρούνται «κατά Markowitz αποτελεσματικοί επενδυτές», δηλαδή επενδυτές που επιλέγουν το χαρτοφυλάκιο τους σύμφωνα με τη συνάρτηση χρησιμότητας τους και επιθυμούν τον ελάχιστο κίνδυνο για δεδομένη απόδοση ή τη μέγιστη απόδοση για δεδομένο κίνδυνο.

2) Οι επενδυτές έχουν τη δυνατότητα να δανείσουν ή να δανειστούν οποιοδήποτε χρηματικό ποσό σε κάποιο συγκεκριμένο, σταθερό και σίγουρο επιτόκιο. Έχει παρατηρηθεί όμως, ότι δεν είναι πάντα εφικτό να δανειστεί κάποιος σε αυτό το επιτόκιο, αλλά σε λίγο μεγαλύτερο. Η απόκλιση όμως αυτή δεν φαίνεται να αλλοιώνει αισθητά τα γενικά συμπεράσματα.
3) Όλοι οι επενδυτές έχουν ομοιογενείς προσδοκίες. Αυτό σημαίνει ότι συμπίπτουν οι εκτιμήσεις τους όσον αφορά τις συναρτήσεις πιθανότητας των μελλοντικών ποσοστών απόδοσης. Τα γενικά όμως αποτελέσματα και πάλι δεν αλλοιώνονται εάν υπάρχουν διαφορές στις προσδοκίες, αρκεί όμως αυτές οι διαφορές να μην είναι πολύ μεγάλες.
4) Όλες οι επενδύσεις μπορούν οποιαδήποτε στιγμή να διασπαστούν και κάθε επενδυτής έχει έτσι τη δυνατότητα να πουλήσει ή να αγοράσει κάποιο μέρος μόνο των μετοχών του από οποιαδήποτε επένδυση ή χαρτοφυλάκιο.
5) Η χρονική περίοδος για όλους τους επενδυτές θεωρείται ίδια, που σημαίνει ότι το μοντέλο πρέπει να εφαρμοστεί για όλους την ίδια περίοδο, δηλαδή για ένα μήνα, ένα τρίμηνο , ένα έτος κλπ.
6) Θεωρείται δεδομένο ότι δεν υπάρχουν φόροι ή κόστος συναλλαγής στις διαδικασίες αγοράς ή πώλησης τίτλων. Αυτό σημαίνει ότι οι επενδυτές είναι αδιάφοροι για το αν λάβουν εισόδημα από κεφαλαιακό κέρδος ή μερίσματα.
7) Κανένας μεμονωμένος επενδυτής δεν μπορεί ν' επηρεάσει την τιμή μιας μετοχής με την πώληση ή αγορά της. Αυτή η υπόθεση είναι ανάλογη με την υπόθεση του τέλειου ανταγωνισμού. Δηλαδή ενώ κανένας μεμονωμένος επενδυτής δεν μπορεί να επηρεάσει την τιμή της μετοχής σε μια συναλλαγή, οι επενδυτές στο σύνολο τους καθορίζουν τις τιμές.
8) Λαμβάνεται σαν υπόθεση ότι δεν υπάρχει πληθωρισμός ή εάν υπάρχει μπορεί να προβλεφθεί και να αντιμετωπιστεί. Μια άλλη υπόθεση είναι ότι δεν παρουσιάζεται καμία σημαντική μεταβολή στα επιτόκια.
9) Όλα τα περιουσιακά στοιχεία μπορούν να πωληθούν και ν' αγοραστούν. Στην πραγματικότητα όμως, όλοι οι επενδυτές έχουν στην κατοχής τους μη εμπορεύσιμα περιουσιακά στοιχεία ή περιουσιακά στοιχεία που δεν μπορούν να εμπορευθούν όπως για παράδειγμα το ανθρώπινο κεφάλαιο.
10) Τέλος, υποθέτουμε ότι οι κεφαλαιαγορές βρίσκονται σε ισορροπία. Αυτό σημαίνει, ότι στην αρχή όλες οι επενδύσεις θεωρούνται σωστά αποτιμημένες, σε σχέση με τα επίπεδα κινδύνου που χαρακτηρίζουν την κάθε μια.

11) Όλοι οι επενδυτές έχουν ίση πρόσβαση στην πληροφόρηση αναφορικά με τις αποδόσεις κάθε αξιόγραφου και του χαρτοφυλακίου αγοράς.

Πρέπει επίσης να τονιστεί ότι κάθε επενδυτής ανησυχεί μόνο για τον συστηματικό κίνδυνο του χαρτοφυλακίου του, δηλαδή μόνο για τον συντελεστή βήτα αυτού, γιατί τα χαρτοφυλάκια στα οποία αναφερόμαστε θεωρούνται καλά διαφοροποιημένα, επομένως ο οποιοσδήποτε μη – συστηματικός κίνδυνος έχει θεωρητικά εξαλειφθεί.

Οι υποθέσεις αυτές αποτελούν παρεκκλίσεις από τις πραγματικές συνθήκες, οι οποίες επικρατούν στην κεφαλαιαγορά. Θα μπορούσε κανείς να ισχυριστεί ότι εφόσον το υπόδειγμα υποθέτει όλα τα παραπάνω στοιχεία, βρίσκεται εκτός πραγματικότητας και οι προβλέψεις του αναφέρονται σ΄ ένα θεωρητικό, άρα φανταστικό οικοδόμημα και όχι στον πραγματικό κόσμο της κεφαλαιαγοράς. Με ένα τέτοιο όμως ισχυρισμό θα απορρίπταμε αμέσως το ΥΑΚΣ χωρίς να προσφύγουμε σε κανένα εμπειρικό έλεγχο. Μια τέτοια απόρριψη όμως θα ήταν αυθαίρετη, γιατί θα παρεμπόδιζε τη διαδικασία εμπειρικής επαλήθευσης.

Το ΥΑΚΣ στηρίζεται σε πολλές υποθέσεις γεγονός που ενδεχομένως να οδηγεί στην αμφισβήτηση της χρησιμότητας του. Βέβαια υπάρχει πάντα η δυνατότητα να παραβούμε λίγο αρκετές από τις παραπάνω προϋποθέσεις, χωρίς να επηρεαστούν σημαντικά τα βασικά αποτελέσματα της γενικής θεωρίας. Επίσης μια θεωρία δεν πρέπει να κρίνεται σύμφωνα με τις υποθέσεις που χρησιμοποιεί, αλλά σύμφωνα με το πόσο καλά μπορεί στην πραγματικότητα να ερμηνεύσει τα γεγονότα που εξετάζει και να εκτιμήσει τις μεταβλητές που εμπεριέχει.

Επομένως, εάν η συγκεκριμένη θεωρία και το μοντέλο που παρουσιάζει είναι σε θέση να συμβάλει στη σωστή ερμηνεία των αποδόσεων πολλών και διαφορετικών επικίνδυνων μετοχών, τότε είναι πολύ χρήσιμη, ανεξάρτητα με το εάν περιέχει ή όχι αρκετές υποθέσεις.

Πολλοί οικονομικοί αναλυτές θεωρούν το ΥΑΚΣ σαν το πιο κατάλληλο εργαλείο για τη διαχείριση του κινδύνου. Επίσης πολλοί οικονομολόγοι συχνά χρησιμοποιούν το ΥΑΚΣ για να αποδείξουν σημαντικές έννοιες, ακόμα και όταν υπάρχουν άλλοι

τρόποι για να το κάνουν. Αυτό βέβαια δεν σημαίνει ότι το ΥΑΚΣ περιγράφει την απόλυτη αλήθεια.

Σε μακροπρόθεσμη περίοδο φαίνεται ότι οι πραγματικές αποδόσεις σχετίζονται πράγματι με το συντελεστή βήτα, όχι όμως τόσο αυστηρά όσο προβλέπει το ΥΑΚΣ. Επίσης υπάρχουν ομάδες μετοχών, όπως αυτές των μικρών εταιριών ή αυτές με χαμηλό δείκτη τιμής προς λογιστική αξία, οι οποίες δεν αποτυπώνονται επαρκώς από το μοντέλο αυτό.

1.11. Εναλλακτικές μορφές ΥΑΚΣ

Είναι δύσκολο να πούμε ότι οποιαδήποτε μορφή του ΥΑΚΣ είναι σωστή ή λάθος. Παρά το ότι μπορεί να είναι απίθανο το να δεχτούμε ή να απορρίψουμε ένα μοντέλο ως σωστό ή λάθος για τον οποιονδήποτε λόγο, μπορεί να είναι πιθανό να πούμε ότι μία εκδοχή ενός μοντέλου δουλεύει καλύτερα ως προς ένα συγκεκριμένο λόγο ή εξηγεί καλύτερα τις ιστορικές αποδόσεις σε σχέση με μία άλλη εκδοχή. Εντούτοις, υπάρχουν δύο μοντέλα που έχουν διερευνηθεί εκτενέστερα: η μετά – φόρων εκδοχή του ΥΑΚΣ και του βασισμένου στην κατανάλωση ΥΑΚΣ.

1.9.1. Μετά – Φόρων εκδοχή του ΥΑΚΣ

Ενώ έχει δοθεί μεγάλη προσοχή στους ελέγχους του μηδενικού – βήτα μοντέλου του ΥΑΚΣ (δύο συντελεστών), δεν έχουν γίνει έλεγχοι πάνω στις άλλες εκδοχές των γενικών μοντέλων ισορροπίας. Η μόνη εξαίρεση αποτελούν οι προσαρμοσμένες – στους – φόρους εκδοχές του γενικού μοντέλου ισορροπίας. Οι Black και Scholes (1974) έχουν ελέγξει μία εκδοχή του ΥΑΚΣ που περιλαμβάνει έναν όρο μερίσματος και συμπεράνουν ότι τα μερίσματα δεν επηρεάζουν τη σχέση ισορροπίας. Από τη στιγμή που ένας όρος μερίσματος παρουσιάζεται στη μετά – φόρων εκδοχή του ΥΑΚΣ, αυτό φαίνεται να δείχνει ότι ένα προ – φόρων ΥΑΚΣ είναι περισσότερο περιγραφικό ως προς τις αποδόσεις ισορροπίας.

Παρ' όλα αυτά, οι Litzenberger και Ramaswamy (1979) έχουν βρει ισχυρό και θετικό έρεισμα για το ότι τα μερίσματα επηρεάζουν τις τιμές ισορροπίας. Τα αποτελέσματά τους διαφέρουν από αυτά των Black και Scholes (1974) τουλάχιστον εν μέρει λόγω του ότι οι Black και Scholes υπέθεσαν ότι τα μερίσματα παρελήφθησαν σε ίσα ποσά κάθε μήνα. Οι Litzenberger και Ramaswamy (1979) διαμόρφωσαν τους ελέγχους τους έτσι ώστε να γίνεται η υπόθεση ότι τα μερίσματα παρελήφθησαν το μήνα κατά τον οποίο αναμένονταν ότι θα προκύψουν. Έλεγξαν ένα μοντέλο της μορφής:

$$R_{it} - R_{Ft} = \gamma_0 + \gamma_1\beta_{it} + \gamma_2 (\delta_{it} - R_{Ft}) + e_{it}$$

όπου:

$\delta_{i\,t=}$	είναι το μέρισμα διαιρεμένο με την τιμή της μετοχής i για το μήνα t.

Αυτό το μοντέλο παρουσιάζεται ως ένα έλεγχος του μοντέλου δύο – παραγόντων με την προσθήκη ενός νέου όρου που περιλαμβάνει τις αναλογίες μερισμάτων.

Όταν οι Litzenberger και Ramaswamy έλεγξαν το μοντέλο χρησιμοποιώντας εκτιμήσεις μέγιστων πιθανοτήτων πάνω σε μηνιαία δεδομένα, βρήκαν τα ακόλουθα αποτελέσματα για την περίοδο 1936 – 1977.

$$R_{it} - R_{Ft} = \underset{(2.63)^*}{0.0063} + \underset{(1.86)}{0.0421\beta_{it}} + \underset{(8.62)}{0.236} (\delta_{it} - R_{Ft})$$

*t – statistics στις παρενθέσεις

Το σημαντικό σημείο που πρέπει να μας μείνει από αυτήν την ανάλυση είναι το ότι ο όρος μερίσματος είναι θετικός και στατιστικά σημαντικός. Επιπλέον, είναι προφανές το ότι ο όρος μερίσματος έχει οικονομική σημασία. Αυτός ο όρος δείχνει ότι για κάθε $1 μερισμάτων που πληρώθηκε, οι επενδυτές μετοχών απαιτούν 23.6c ως έξτρα απόδοση. Το μοντέλο επίσης μας αφήνει να συμπεράνουμε τις αποτελεσματικές τιμές φόρων για τον καθορισμό της ισορροπίας στην αγορά.

Το τ είναι ίσο με ένα μέσο όρο του τ_i

$$\tau_i = t_{di} - t_{gi} / 1 - t_{gi}$$

όπου:

t_{di} =	ο φόρος επί το εισόδημα μερίσματος
t_{gi} =	ο φόρος επί του εισοδήματος κεφαλαιακών κερδών

Η υπόθεση πίσω από αυτήν την παράσταση ήταν ότι οι φόροι κεφαλαιακών κερδών όπως επίσης και οι συνήθεις φόροι εισοδήματος πληρώθηκαν στο τέλος της κάθε περιόδου (π.χ. χρόνος). Οι Litzenberger και Ramaswamy ανέπτυξαν ένα ανάλογο μοντέλο υπό την υπόθεση ότι οι φόροι κεφαλαιακών κερδών αναβάλλονται για το άμεσο μέλλον και είναι απαραιτήτως ίσοι με το 0. Κάτω από αυτήν την υπόθεση, το t_{gi} ισούται με το 0 και το τ ισούται με έναν μέσο όρο του t_{di}. Η αλήθεια πιθανότατα βρίσκεται κάπου ανάμεσα σε αυτές τις δύο ακραίες τιμές. Χρησιμοποιώντας την εκτίμησή τους σχετικά με το τ, η τιμή αποτελεσματικού φόρου εισοδήματος βρίσκεται στο εξής εύρος τιμών: το t_{di} είναι μεγαλύτερο ή ίσο του 0.236 ή μικρότερο ή ίσο με το 0.382.

Επίσης, έλεγξαν και βρήκαν αποδείξεις που υποστηρίζουν την παρουσία ενός πελατειακού φαινομένου, μίας επίδρασης προερχόμενης από τους πελάτες. Αυτό σημαίνει ότι οι μέτοχοι που υπόκεινται σε υψηλά επίπεδα φόρων τείνουν να έχουν μετοχές με χαμηλές αναλογίες μερισμάτων, ενώ επενδυτές που υπόκεινται σε χαμηλά επίπεδα φόρων τείνουν να έχουν μετοχές με υψηλές αναλογίες μερισμάτων.

1.12. ΥΑΚΣ βασισμένο στην κατανάλωση (CCAPM)

Μία σειρά κειμένων έχουν διαμορφώσει ελέγχους της κατανάλωσης βασισμένης στο ΥΑΚΣ. Ένα από τα πιο σημαντικά σύνολα ελέγχων βρίσκονται στα κείμενα των Breeden, Gibbons, και Litzenberger (1989).

Οι αποδόσεις υποτίθεται ότι υπολογίζονται από την ακόλουθη σχέση:

$$R_{it} = \alpha_i + \beta_i C_t + e_{it}$$

όπου σύμφωνα με την υπόθεση $E(e_{it}) = 0$ και η συνδιακύμανση μεταξύ $e_{it} + C_t$ είναι 0 ή $E(e_{it}\, C_t) = 0$

Υπό αυτό το μοντέλο $\beta_i = Cov(R_{it}\, , C_t) / Var(C_t)$ και η απόδοση ισορροπίας για κάθε μετοχή δίνεται από τον τύπο:

$$R_i = R_\zeta + \gamma_1\, \beta_i$$

όπου:

C_t =	ο ρυθμός ανάπτυξης της κατά κεφαλήν κατανάλωσης στον χρόνο t
γ_1 =	η αγοραία τιμή του κινδύνου κατανάλωσης (Βήτα)

Όπως επισημάνθηκε νωρίτερα, αυτό το σύνολο εξισώσεων είναι ανάλογο με τις εξισώσεις για την εκδοχή μηδενικού – βήτα του ΥΑΚΣ, με την απόδοση του χαρτοφυλακίου αγοράς να αντικαθίσταται από το ρυθμό ανάπτυξης της κατανάλωση μεταξύ δύο σημείων ακριβώς.

Ο έλεγχος των καταναλωτικών μοντέλων αποτίμησης των κεφαλαιακών περιουσιακών στοιχείων παρουσιάζει πολλά οικονομετρικά προβλήματα τα οποία είναι κοινά με αυτά των ελέγχων της εκδοχής μηδενικού – βήτα του σταθερού μοντέλου αποτίμησης των κεφαλαιακών περιουσιακών στοιχείων. Το βασικό πρόβλημα που έχουν κοινό και τα δύο είναι το να αναγνωρίσουν τη μεταβλητή που κατευθύνει την απόδοση (σε αυτήν την περίπτωση είναι ο ρυθμός ανάπτυξης της κατά κεφαλήν κατανάλωσης).

Οι Breeden, Gibbons, και Litzenberger (1989) έχουν αναγνωρίσει και αποπειραθεί να λύσουν τέσσερις τύπους προβλημάτων που προκύπτουν στις μετρήσεις του ρυθμού ανάπτυξης στην κατά κεφαλήν κατανάλωση.

Αυτά τα προβλήματα μετρήσεων προέρχονται από το εξής γεγονός:

- Κάθε εκτίμηση κατανάλωσης περιέχει ένα σφάλμα δείγματος.
- Οι Statistics υπολογίζονται πάνω στα συνολικά ποσά εξόδων και όχι πάνω στην κατανάλωση.

- Υπολογίζονται τα συνολικά ποσά εξόδων για κάποια χρονική περίοδο (ένας μήνας ή ένα τρίμηνο) και όχι τα συνολικά ποσά εξόδων για μία συγκεκριμένη χρονική στιγμή.
- Μετά το 1958 αναφέρονται τα μηνιαία ποσά, αλλά μόνο τα τριμηνιαία συνολικά ποσά εξόδων αναφέρονται στην περίοδο πριν το 1958.

Οι Breeden, Gibbons, και Litzenberger δείχνουν ότι αν τα σφάλματα στην μέτρηση της κατανάλωσης είναι τυχαία και άσχετα ως προς τις οικονομικές μεταβλητές, η εκτίμηση της τιμής του κινδύνου (γ_1) θα θεωρηθεί αυθαίρετα μεγαλύτερη αλλά οι έλεγχοι της σημαντικότητας του μοντέλου δεν θα υποστούν αυθαιρεσίες. Οι Breeden, Gibbons, και Litzenberger ασχολούνται με το δεύτερο πρόβλημα υποθέτοντας ότι τα συνολικά ποσά εξόδων πάνω στα καταναλωτικά αγαθά συν τις υπηρεσίες λειτουργούν ως μία καλή αντικατάσταση για την κατανάλωση. Αγνοούν κάθε ροή κατανάλωσης από τα διαρκή αγαθά και κάθε υπόδειγμα αποθήκευσης των καταναλωτικών αγαθών.

Το τρίτο πρόβλημα είναι πιο δύσκολο να λυθεί. Λόγω των συνολικών ποσών εξόδων της κατανάλωσης που παρατηρήθηκαν για μία περίοδο του χρόνου παρά για ένα χρονικό σημείο, βρίσκεται ο μέσος όρος για τα συνολικά ποσά εξόδων. Τα εκτιμημένα Βήτα στη μέση κατανάλωση είναι λιγότερα από αυτά που θα ήταν αν η κατανάλωση βρισκόταν για ένα χρονικό σημείο. Υπολόγισαν το μέγεθος αυτής της διαφοράς και επαναπροσδιόρισαν την κλίμακα ανάπτυξης της κατανάλωσης έτσι ώστε τα βήτα να είναι όπως θα ήταν αν υπολογίζαμε την κατανάλωση σε ένα χρονικό σημείο.

Έχοντας δείξει αυτό, οι συγγραφείς έχουν να αντιμετωπίσουν το τελευταίο υπολειπόμενο πρόβλημα, τη μη διαθεσιμότητα των μηνιαίων δεδομένων. Ο Breeden (1979) έχει δείξει ότι το CAPM ισχύει όταν η ανάπτυξη της συνολικής κατά κεφαλήν κατανάλωσης αντικαθίσταται με το ρυθμό απόδοσης ενός χαρτοφυλακίου κεφαλαίων του ενεργητικού που παρουσιάζει μέγιστη συσχέτιση με τις ανάλογες σειρές κατανάλωσης. Με το σχεδιασμό ενός χαρτοφυλακίου, χρησιμοποιώντας τριμηνιαία δεδομένα, οι συγγραφείς μπορούν τότε να προχωρήσουν στον έλεγχο του ΥΑΚΣ κατανάλωσης χρησιμοποιώντας μηνιαίες παρατηρήσεις πάνω σε αυτό το χαρτοφυλάκιο (αποκαλούμενο ως το χαρτοφυλάκιο κατανάλωσης).

Οι Breeden, Gibbons, και Litzenberger χρησιμοποιούν δεδομένα από τα 1929 – 1982 για να βρουν το χαρτοφυλάκιο κατανάλωσης (MCP), το οποίο παρουσιάζει μέγιστη συσχέτιση με την κατανάλωση. Το χαρτοφυλάκιο διαμορφώνεται από τις σειρές απόδοσης σε κάθε έναν από τους 13 τομείς συν τις σειρές απόδοσης για τις συναλλαγματικές του Υπουργείου Οικονομικών των Η.Π.Α., τις μακροπρόθεσμες κυβερνητικές ομολογίες, τις μακροπρόθεσμες επιχειρησιακές ομολογίες, και ένα ασφάλιστρο ομολογιών υψηλού κινδύνου. Η σύνθεση του MCP χαρτοφυλακίου υποτίθεται ότι είναι η ίδια για ολόκληρη τη χρονική περίοδο, 1929 – 1982. Το MCP είναι ένα χαρτοφυλάκιο μετοχών και χρεωστικών στοιχείων που σχετίζεται καθαρά με τις πλασματικές παραμέτρους που έχουν χρησιμοποιηθεί στο χαρτοφυλάκιο αγοράς αν και είναι διαφορετικό από αυτά. Για την περίοδο που μελετήθηκε, 1929 – 1982, η συσχέτιση μεταξύ του ΥΑΚΣ και του CRSP δείκτη αξιολόγησης βάσει της πορείας της διαμορφωμένης τιμής της μετοχής είναι 0.67.

Οι έλεγχοι του βασισμένου – στην – κατανάλωση μοντέλου του ΥΑΚΣ χρησιμοποιώντας το MCP χαρτοφυλάκιο έδωσαν σύνθετα μεικτά αποτελέσματα. Το ΥΑΚΣ κατανάλωσης έχει σίγουρα κάποια χαρακτηριστικά που προέκυψαν από τους ελέγχους και που είναι θετικά. Η μέση απόδοση φαίνεται να είναι γραμμικά σχετιζόμενη με το βήτα. Επιπλέον, η σταθερά δείχνει να υποστηρίζει μία απαλλαγμένη από κίνδυνο εκδοχή κεφαλαίων του ενεργητικού από ότι μία μηδενικού – βήτα εκδοχή του ΥΑΚΣ κατανάλωσης. Σε όλες τις περιόδους που εξετάστηκαν η τιμή της αγοράς του κινδύνου γ_1 είναι θετική, και στις περισσότερες περιόδους είναι στατιστικά σημαντικά διάφορη του μηδενός.

Εντούτοις, όταν γίνονται έλεγχοι αποτελεσματικότητας παρόμοιοι με αυτούς που πραγματοποιήθηκαν από τον Gibbons (1982) και τον Stambaugh (1982) χρησιμοποιώντας την εξίσωση $\alpha_i = \gamma_1(1-\beta_i)$, η αποτελεσματικότητα του MCP απορρίπτεται. Έτσι πρόκειται για τον CRSP δείκτη βάσει της διαμορφωμένης πορείας της τιμής της μετοχής. Η μεθοδολογία που ακολουθήθηκε δεν μας αφήνει να καταλήξουμε σε ένα συμπέρασμα όπως είναι η ανωτερότητα του κάθε μοντέλου εξίσου.

1.13. Διορθωμένο Υπόδειγμα Αποτίμησης Κεφαλαιακών Στοιχείων (Amended CAPM)

Διάφοροι εμπειρικοί έλεγχοι που έχουν γίνει στο ΥΑΚΣ έχουν δείξει ότι παραβιάζεται μια από τις πιο σημαντικές υποθέσεις του υποδείγματος : το ότι μπορούν να δανείζονται και να δανείζουν με το επιτόκιο χωρίς κίνδυνο R_F. Γενικά αυτό που ισχύει στη πραγματικότητα είναι ότι οι επενδύτες δεν μπορούν να δανείζονται και να δανείζουν στο ίδιο επιτόκιο.

Οι διάφοροι χρηματοοικονομικοί μεσολαβητές δανείζουν στο επενδυτικό κοινό με υψηλότερο επιτόκιο σε σχέση με το επιτόκιο που δανείζονται οι ίδιοι, προκειμένου να ασφαλιστούν έναντι του πιστωτικού κινδύνου των δανειζόμενων. Επίσης σε ένα πληθωριστικό περιβάλλον δεν υπάρχουν ακίνδυνες επενδύσεις και οι βραχυχρόνιες κυβερνητικές ομολογίες θεωρούνται ακίνδυνες σε ονομαστικούς όρους όχι όμως και σε πραγματικούς. Αυτό συμβαίνει γιατί οι ομολογίες αυτές υπόκεινται στο κίνδυνο αγοραστικής δύναμης, ο οποίος ενδυναμώνει σε καθεστώς πληθωρισμού.

Ο Black λαμβάνοντας υπόψη του τα παραπάνω «διόρθωσε» το ΥΑΚΣ, προκειμένου να αντισταθμίσει τις παραβιάσεις αυτές. Στην ανάλυση του ο Black αντικατέστησε το ακίνδυνο αξιόγραφο με το αξιόγραφο που έχει βήτα ίσο με το μηδέν και η βασική ιδέα ενός τέτοιου χαρτοφυλακίου είναι ότι η απόδοση του δεν έχει καμία συσχέτιση με την αγορά. Το διορθωμένο CAPM έχει παρόμοια δομή με το αρχικό υπόδειγμα αλλά αντί της απόδοσης χωρίς κίνδυνο R_f, περιλαμβάνει την απόδοση R_Z με $\beta=0$.

$$\boxed{\overline{R}_i = \overline{R}_Z + b_i(\overline{R}_M - \overline{R}_Z)}$$

1.14. ΥΑΚΣ και Τιμές

Μέχρι το σημείο αυτό το υπόδειγμα αυτό εξέφρασε την ισορροπία σε όρους των αποδόσεων, τώρα θα το χρησιμοποιήσουμε για να περιγράψουμε την ισορροπία σε

όρους των τιμών. Πιο συγκεκριμένα το ΥΑΚΣ μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την εύρεση της τιμής των νέων αξιόγραφων. Η απόδοση ενός αξιόγραφου είναι:

$$R_i = \frac{Y_i - P_i}{P_i} = \frac{Y_i}{P_i} - 1$$

όπου:

$Y_{i=}$	είναι η αξία του στο τέλος μιας περιόδου και περιλαμβάνει και τα μερίσματα
$P_{i=}$	είναι η παρούσα τιμή του αξιόγραφου i

Η απόδοση του χαρτοφυλακίου της αγοράς κατά τον ίδιο τρόπο είναι:

$$R_M = \frac{Y_M - P_M}{P_M} = \frac{Y_M}{P_M} - 1$$

Αντικαθιστώντας τις δυο παραπάνω σχέσεις στη γραμμή της απόδοσης αξιόγραφων θα έχουμε:

$$P_i = \frac{1}{r_i}\left[\overline{Y}_i - (\overline{Y}_M - R_f P_M)\frac{s_{Y_i Y_m}}{s^2_{Y_M}}\right]$$

όπου

$\frac{\overline{Y}_M - r_f P_M}{s_{Y_M}}$	είναι το premium κινδύνου
$\frac{s_{Y_i Y_M}}{s_{Y_M}}$	είναι ο αναμενόμενος σχετικός κίνδυνος

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

2.1. Εισαγωγή

Το Υπόδειγμα Αποτίμησης Περιουσιακών Στοιχείων (ΥΑΚΣ) παρότι απλό στη βάση του έχει εξαχθεί κάτω από αυστηρές υποθέσεις, μερικές από τις οποίες δεν μπορούμε να δεχθούμε ότι ισχύουν στην πραγματικότητα. Είναι ωστόσο δυνατό να άρουμε κάποιες υποθέσεις έτσι ώστε το υπόδειγμα να είναι πιο εύκαμπτο και πιο ρεαλιστικό. Ο έλεγχος του ΥΑΚΣ δείχνει κατά πόσο το υπόδειγμα αυτό ισχύει στην πραγματικότητα. Πριν όμως εξετάσουμε αυτούς τους ελέγχους είναι χρήσιμο ν΄ αναπτύξουμε τα μοντέλα ισορροπίας βασιζόμενοι σε περισσότερο ρεαλιστικές υποθέσεις. Οι υποθέσεις του ΥΑΚΣ οι οποίες διαφέρουν από αυτές που ισχύουν στην πραγματικότητα δεν επιδρούν ουσιαστικά στην επεξηγηματική σημασία του μοντέλου. Αντίθετα η χρησιμοποίηση όλο και περισσότερων ρεαλιστικών υποθέσεων μέσα στο μοντέλο έχει σπουδαία οφέλη. Ενώ το ΥΑΚΣ μπορεί να περιγράψει τις αποδόσεις ισορροπίας σε μάκρο επίπεδο είναι βέβαιο ότι δεν μπορεί να τις περιγράψει σε μίκρο επίπεδο.

Εμπειρικές έρευνες τα τελευταία 30 χρόνια έχουν δείξει ότι το ΥΑΚΣ δεν ερμηνεύει την πραγματικότητα επειδή η γραμμική σχέση κινδύνου –απόδοσης γίνεται επίπεδη και ότι η αναμενόμενη απόδοση ενός περιουσιακού στοιχείου ή ενός χαρτοφυλακίου διαφέρει από την πραγματοποιηθείσα. Πρακτικά κάθε μια από τις προϋποθέσεις κάτω από τις οποίες αποδεικνύεται ότι ισχύει το ΥΑΚΣ, παραβιάζεται στο πραγματικό κόσμο. Έτσι δημιουργείται το ερώτημα κατά πόσο το μοντέλο αυτό εξακολουθεί και αποτελεί αντικείμενο έρευνας. Άλλο ερώτημα που δημιουργείται είναι πως μπορούμε να επεκτείνουμε αυτό το μοντέλο χωρίς να λάβουμε υπόψη αρκετά τις υποθέσεις του και χωρίς να αλλάξει αυτό δραστικά.
Στο κεφάλαιο αυτό θα δοθεί ιδιαίτερη έμφαση σε πιο ρεαλιστικές υποθέσεις του ΥΑΚΣ.

Αυτές είναι:

- Μη ύπαρξη short – sale
- Διαφορετικό επιτόκιο δανειοδότησης και δανειοληψίας.
- Ύπαρξη προσωπικών φόρων.
- Ύπαρξη μη διαπραγματεύσιμων (no marketable) επενδύσεων και
- Ύπαρξη ετερογενών προσδοκιών

2.2. Μη ύπαρξη short – sale

Μια από τις υποθέσεις στη εξαγωγή του ΥΑΚΣ είναι ότι κάθε επενδυτής μπορεί να προβεί σε απεριόριστο short –sale. Επιπλέον, το short – sale έχει την πιο ευρεία έννοια αφού ο επενδυτής είναι ελεύθερος να πουλήσει οποιοδήποτε χρεόγραφο (είτε του ανήκει είτε όχι) και να χρησιμοποιήσει τα έσοδα για να αγοράσει οποιοδήποτε άλλο χρεόγραφο. Ωστόσο η ύπαρξη short – sale βοήθησε αποκλειστικά στην πιο εύκολη εξαγωγή της ισορροπίας, αποφεύγοντας τους πολύπλοκους μαθηματικούς χειρισμούς, και δεν την επηρεάζει καθόλου. Η εξήγηση είναι απλή: αφού σε ισορροπία όλοι οι επενδυτές κρατούν την αναλογία του χαρτοφυλακίου της αγοράς, κανένας επενδυτής δεν θα πουλά short και συνεπώς η απαγόρευση του short sailing δεν έχει καμία σημασία.

2.3. Διαφορετικό επιτόκιο δανειοδότησης και δανειοληψίας

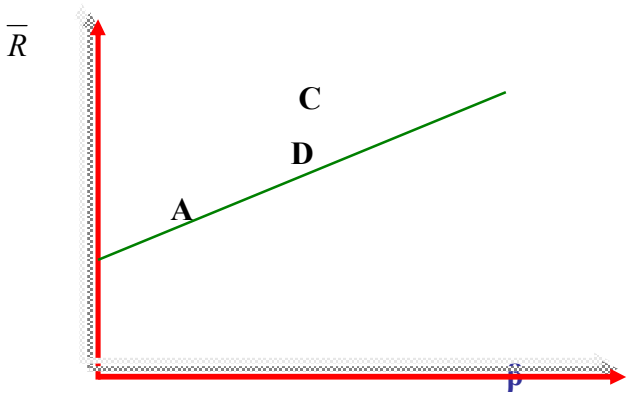
Μια δεύτερη υπόθεση του ΥΑΚΣ είναι ότι οι επενδυτές μπορούν να δανείζουν και να δανείζονται οποιοδήποτε κεφάλαιο με τόκο ίσο με το περιουσιακό στοιχείο μηδενικού κινδύνου. Αυτή η υπόθεση δεν ανταποκρίνεται στο πραγματικό κόσμο διότι είναι γνωστό ότι το επιτόκιο χορήγησης είναι υψηλότερο πάντα από το επιτόκιο κατάθεσης. Είναι πιο ρεαλιστικό να υποθέσουμε ότι οι επενδυτές μπορούν να

δανείζουν κεφάλαιο με τόκο ίσο με το περιουσιακό στοιχείο μηδενικού κινδύνου αλλά δεν μπορούν να δανειστούν.

Από την άλλη πλευρά δεν είναι δυνατό οι επενδυτές να δανειστούν οποιαδήποτε ποσότητα με τόκο ίσο με το τόκο περιουσιακού στοιχείου μηδενικού κινδύνου. Επίσης είναι σημαντικό να εξεταστεί η περίπτωση όπου οι επενδυτές δεν μπορούν να δανειστούν ούτε μπορούν να δανείσουν με τόκο ίσο με το τόκο περιουσιακού στοιχείου μηδενικού κινδύνου. Επίσης πρέπει να εξεταστεί η περίπτωση κατά την οποία οι επενδυτές μπορούν να δανείζουν αλλά δεν μπορούν να δανειστούν με τόκο ίσο με το τόκο περιουσιακού στοιχείου μηδενικού κινδύνου.

Έχει ήδη αναφερθεί ότι ο συστηματικός κίνδυνος είναι ένα μέτρο κινδύνου και ότι δυο περιουσιακά στοιχεία με τον ίδιο συστηματικό κίνδυνο δεν μπορούν να έχουν διαφορετική απόδοση. Επίσης ο μη συστηματικός κίνδυνος για ένα καλά διαφοροποιημένο χαρτοφυλάκιο είναι ουσιαστικά μηδέν.

Επομένως εάν ένα περιουσιακό στοιχείο έχει μεγάλο μη συστηματικό κίνδυνο αυτό θα έχει μικρή επίπτωση στο κίνδυνο του χαρτοφυλακίου και ο μη συστηματικός κίνδυνος δεν απαιτεί υψηλή απόδοση. Αυτό φαίνεται στο παρακάτω διάγραμμα.



Τα περιουσιακά στοιχεία A και D βρίσκονται πάνω στην ευθεία γραμμή. Τα στοιχεία C και D έχουν τον ίδιο συστηματικό κίνδυνο αλλά διαφορετική απόδοση. Ο επενδυτής θα προτιμήσει το περιουσιακό στοιχείο C από το D. Στην πραγματικότητα ένας επενδύτης θα μπορούσε να αγοράσει το C και να πουλήσει το D και έτσι να έχει ένα περιουσιακό στοιχείο με θετική αναμενόμενη απόδοση και καθόλου συστηματικό κίνδυνο. Σ΄ αυτή την περίπτωση δεν θα υπάρχει ισορροπία. In short όλα τα χαρτοφυλάκια και χρεόγραφα θα πρέπει να βρίσκονται κατά μήκος της ευθείας γραμμής. Η ευθεία γραμμή αποτελείται από δυο σημεία, το ένα είναι το χαρτοφυλάκιο της αγοράς και το άλλο το σημείο όπου η ευθεία γραμμή τέμνει τον κάθετο άξονα.

Η εξίσωση της ευθείας γραμμής είναι:

Expected return = α + b (Βήτα)

Αυτό ισχύει για ένα χαρτοφυλάκιο με μηδενικό βήτα.
Επομένως ισχύει $a = \overline{R_Z}$

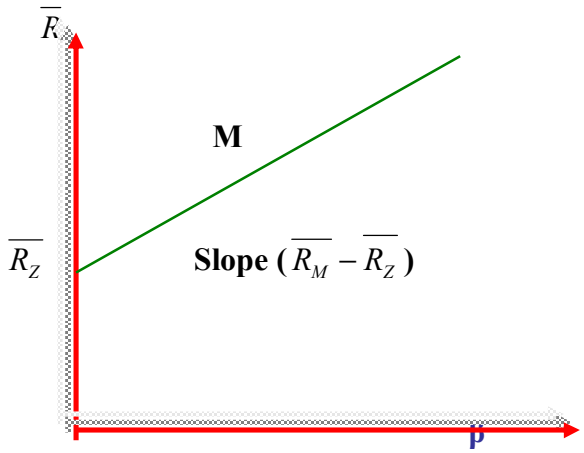
Η εξίσωση αυτή ισχύει και για το χαρτοφυλάκιο της αγοράς. Εάν $\overline{R_M}$ είναι η αναμενόμενη απόδοση της αγοράς και γνωρίζοντας ότι το βήτα του χαρτοφυλακίου της αγοράς είναι 1 έχουμε:

$$\boxed{\overline{R_M} = \overline{R_Z} + b(1) \text{ ή } b = \overline{R_M} - \overline{R_Z}}$$

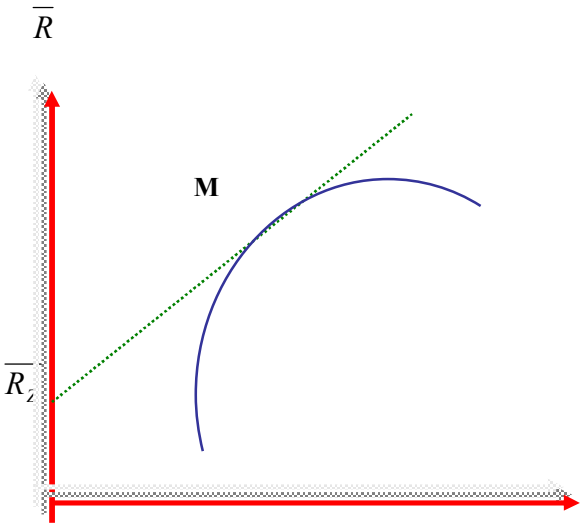
Συμβολίζοντας με $\overline{R_i}$ και β_i την αναμενόμενη απόδοση και το βήτα ενός χρεογράφου ή χαρτοφυλακίου αντίστοιχα η εξίσωση για την αναμενόμενη απόδοση ενός χρεογράφου ή χαρτοφυλακίου είναι:

$$\overline{R_i} = \overline{R_Z} + (\overline{R_M} - \overline{R_Z})b_i$$

Αυτή ονομάζεται zero Beta εκδοχή του CAPM και διαγραμματικά απεικονίζεται στο παρακάτω σχήμα:



Στη συνέχεια θα παρουσιάσουμε μια πιο αυστηρή εκδοχή της παραπάνω υπόθεσης. Συμβολίζουμε με R'_F το τόκο περιουσιακού στοιχείου μηδενικού κινδύνου όπου όλοι οι επενδυτές μπορούν να δανείζουν ή να δανείζονται κεφάλαιο. Οι επενδυτές οι οποίοι μπορούν να δανείζουν ή να δανείζονται με τόκο R'_F έχουν δυο επενδυτικές ευκαιρίες όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



Για να λύσει για τις βέλτιστες αναλογίες, ο επενδυτής θα αντιμετώπιζε ένα σύνολο ταυτόχρονων εξισώσεων. Μια από τις εξισώσεις είναι οι εξης:

$$l\left(X_1 s_{1j} + X_2 s_{2j} + ... + X_j s_j^2 + ... + X_N s_{Nj}\right) = \overline{R_j} - R_F^{'}$$

όπου:

X_1, X_2,…,X_N το μερίδιο της αγοράς. Η παρένθεση είναι η συνδιακύμανση ανάμεσα στην απόδοση του χρεόγραφου j και της απόδοσης του χαρτοφυλακίου της αγοράς. Η παραπάνω εξίσωση γράφεται:

$$l\,Cov(R_j, R_M) = \overline{R_j} - R_F^{'} \quad \text{ή} \quad \overline{R_j} = R_F^{'} + l\,\mathrm{cov}(R_j R_M) \qquad (3)$$

Η ιδια εξίσωση ισχύει και για το χαρτοφυλάκιο της αγοράς:

$$\overline{R_M} = R_F^{'} + l\,\mathrm{cov}(R_M R_M)$$

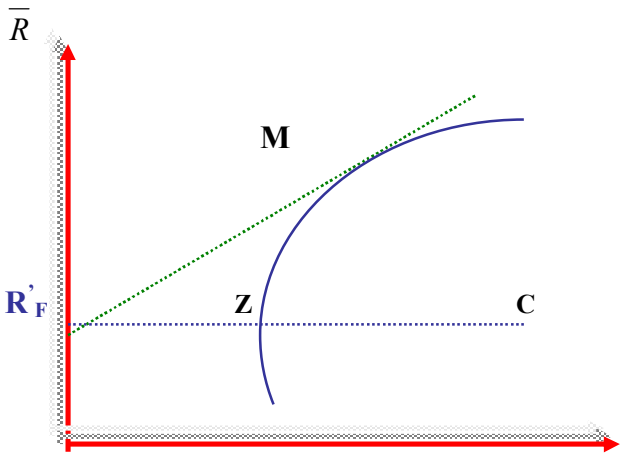
Επίσης, $Cov(R_M R_M)$ είναι η διακύμανση του M, ετσι έχουμε:

$$\overline{R_M} = R_F^{'} + l\,s_M^2 \quad \text{ή} \quad l = \frac{\overline{R_M} - R_F^{'}}{s_M^2}$$

Αντικαθιστώντας το λ στη εξίσωση (3) εχουμε:

$$\overline{R_j} = R_F^{'} + \frac{\overline{R_M} - R_F^{'}}{s_M^2} Cov(R_j R_M) \quad \text{ή} \quad \overline{R_j} = R_F^{'} + b_j Cov(R_j R_M)$$

Το περιουσιακό στοιχείο μηδενικού κινδύνου με απόδοση R'_F πραγματικά δεν υπάρχει. Όμως υπάρχει ένα αριθμός χρεόγραφων και χαρτοφυλακίων με απόδοση R'_F. Αυτά στο παρακάτω διάγραμμα φαίνονται στη τμήμα R'_F – C.



Για $R_j = R'_F$ ο τελευταίος όρος της εξίσωσης πρέπει να είναι μηδέν. Επομένως κάθε χαρτοφυλακιο ή χρεόγραφο που εχει αναμενόμενη απόδοση R'_F πρεπει να εχει βήτα μηδέν. Επίσης εάν $\overline{R_Z} = R'_F$ η γραμμή αγοράς χρεογράφων μπορεί να γραφτεί ως εξής:

$$\overline{R_j} = \overline{R_Z} + (\overline{R_M} - \overline{R_Z})b_j \qquad (4)$$

Έτσι λοιπόν καταλήξαμε στην ίδια εξίσωση όπως και προηγουμένως.

Έστω s το χαρτοφυλάκιο το οποίο έχει τη μικρότερη διακύμανση. Αυτό το χαρτοφυλάκιο μπορεί να είναι ένας συνδυασμός του χαρτοφυλακίου της αγοράς και του χαρτοφυλακίου μηδενικού κινδύνου.

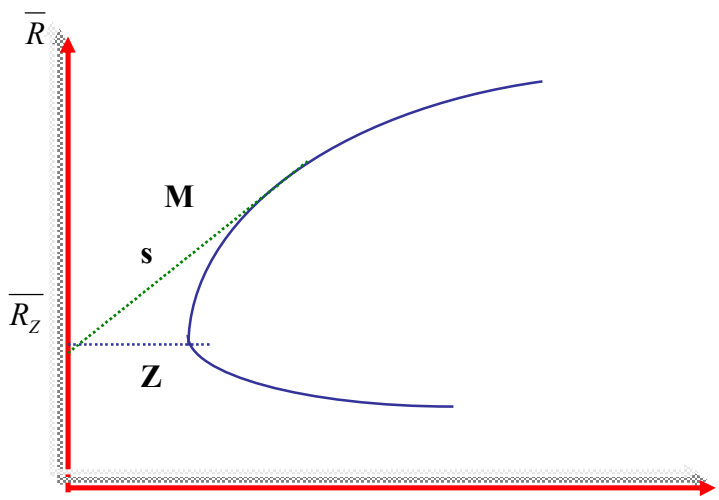
$$s_s^2 = X_Z^2 s_Z^2 + (1 - X_Z)^2 s_M^2 \qquad (5)$$

Για να βρούμε τα σταθμά σε κάθε χαρτοφυλάκιο θα υπολογίσουμε την παραγωγό της διακύμανσης ως προς το X_Z της εξίσωσης (5).

$$\frac{ds_s^2}{dX_Z} = 2X_Z s_Z^2 - 2s_M^2 + 2X_Z s_M^2 = 0$$

$$X_Z = \frac{\sigma_M^2}{\sigma_M^2 + s_Z^2}$$

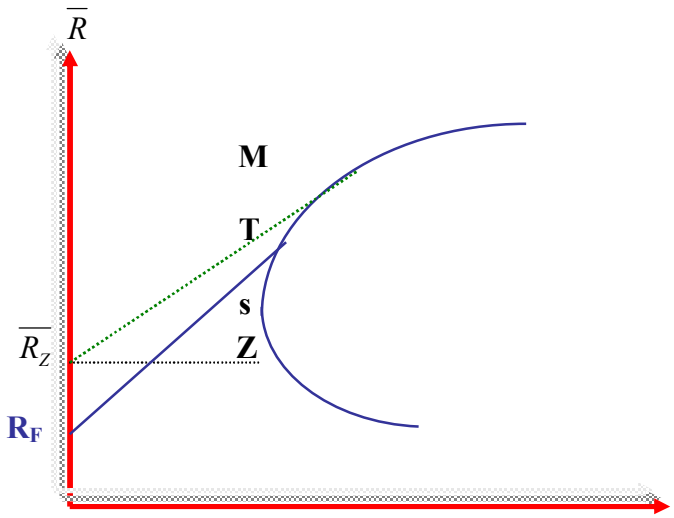
Τα σ^2_M και σ^2_Z πρέπει να είναι θετικοί αριθμοί. Εάν $\overline{R_Z}$ **p** $\overline{R_M}$ τα χαρτοφυλάκια Z και M πρέπει να έχουν υψηλότερες αναμενόμενες αποδόσεις από το Z. Επομένως το ελαχίστης διακύμανση χαρτοφυλάκιο έχει υψηλότερη απόδοση και μικρότερη διακύμανση από το Z. Αν τοποθετήσουμε τα χαρτοφυλάκια Z, M και s στο αποδοτικό σύνορο θα έχουμε το παρακάτω διάγραμμα.



Όλοι οι επενδυτές έχουν χαρτοφυλάκια που βρίσκονται στο αποδοτικό σύνορο CsMC. Οι επενδυτές που έχουν χαρτοφυλάκια με αναμενόμενη απόδοση ανάμεσα στο s και $\overline{R_M}$ θα έχουν χαρτοφυλάκια που θα είναι συνδυασμός του zero beta

χαρτοφυλακίου και του χαρτοφυλακίου της αγοράς. Ο επενδυτές που θα επιλέξουν χαρτοφυλάκια δεξιά του M θα έχουν χαρτοφυλάκιο από την πώληση του χαρτοφυλακίου Z και αγοράζοντας το χαρτοφυλάκιο της αγοράς. Η αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου της αγοράς είναι η απόδοση του χαρτοφυλακίου που βρίσκεται στο αποδοτικό σύνορο και έχει την ελάχιστη διακύμανση. Επομένως το χαρτοφυλάκιο της αγοράς δεν έχει μόνο την ελάχιστη διακύμανση αλλά είναι και αποτελεσματικό.

Όπως έχει ήδη αναφερθεί δεν είναι ρεαλιστικό να υποθέσουμε ότι οι επενδυτές μπορούν να δανειστούν κεφάλαια με τόκο ίσο με το τόκο περιουσιακού στοιχείου μηδενικού κινδύνου. Ωστόσο είναι ρεαλιστικό να υποθέσουμε ότι οι επενδυτές μπορούν να δανείζουν κεφάλαια με τόκο ίσο με το τόκο περιουσιακού στοιχείου μηδενικού κινδύνου. Η υπόθεση αυτή παρουσιάζεται στο παρακάτω διάγραμμα.



Οι συνδυασμοί των χαρτοφυλακίων και των χρεογράφων που βρίσκονται στην γραμμή R_FT θα αντικαταστήσουν μερικά από τα κεφάλαια τους με το χαρτοφυλάκιο T και με τα χωρίς κίνδυνο περιουσιακά στοιχεία. Το αποδοτικό σύνορο δίνεται από την ευθεία γραμμή R_FT και την καμπύλη TMC. Στην αντίθετη περίπτωση όπου ο επενδυτής δεν μπορεί να δανείζει με τόκο ίσο με το τόκο περιουσιακού στοιχείου μηδενικού κινδύνου αλλά μπορεί να δανειστεί όλοι οι συνδυασμοί των αποτελεσματικών χαρτοφυλακίων είναι αποτελεσματικοί. Στην περίπτωση όπου δεν

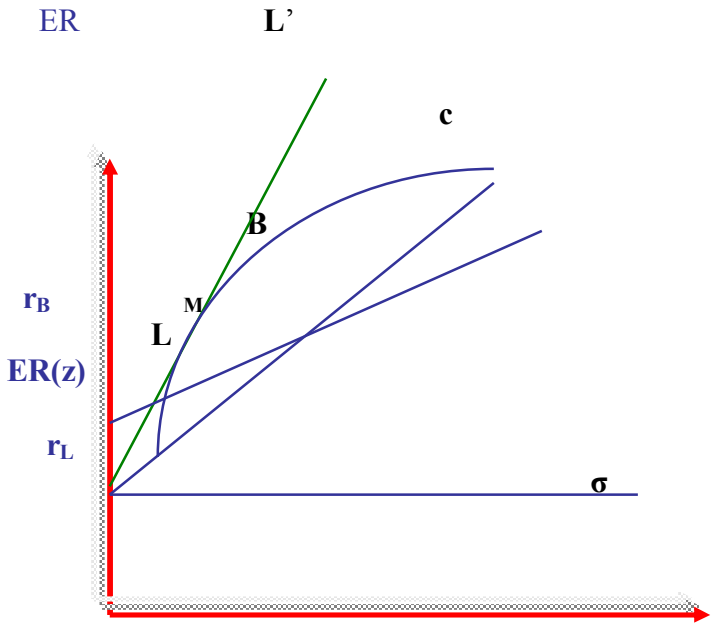
επιτρέπεται ο επενδυτής να δανείσει τότε δεν είναι όλοι οι συνδυασμοί των αποτελεσματικών χαρτοφυλακίων αποτελεσματικοί.

Αν στις δυο περιπτώσεις δανειοδότησης και δανειοληψίας το επιτόκιο διαφέρει δεν μπορούμε να μιλάμε για ύπαρξη ενός ακίνδυνου χρεογράφου με απόδοση R όπου ο επενδυτής μπορεί να δανείσει και να δανειστεί. Τη θέση του ακίνδυνου χρεογράφου παίρνει ένα χαρτοφυλάκιο Z και η σχέση ισορροπίας γίνεται:

$$\boxed{ER_i = ER_Z + (ER_m - ER_Z)b_i}$$

Το χαρτοφυλάκιο Z έχει τις εξής ιδιότητες: α) είναι ένα χαρτοφυλάκιο μηδενικού κινδύνου (zero – beta portfolio) και έχει την ελάχιστη διακύμανση ανάμεσα σε όλα τα μηδενικού κινδύνου χαρτοφυλάκια και β) το χαρτοφυλάκιο αυτό είναι αναποτελεσματικό (inefficient).

Ωστόσο, σε αντίθεση με το ΥΑΚΣ με το ακίνδυνο χρεόγραφο όπου υπάρχει μόνο μια γραμμή αγοράς (market line), όταν έχουμε το zero – beta χρεόγραφο η γραμμή αγοράς δεν ορίζεται μονοσήμαντα όπως επίσης και το άριστο χαρτοφυλάκιο του επενδυτή. Ανάλογα με το τι είναι το χρεόγραφο Z προσδιορίζονται και τα υπόλοιπα μεγέθη. Αυτό φαίνεται και στο παρακάτω διάγραμμα.



Αν ο επενδυτής είναι δανειστείς (Lender) τότε το άριστο χαρτοφυλάκιο του μπορεί να βρίσκεται οπουδήποτε στη γραμμή $r_L L'$. Αν ο επενδυτής είναι δανειοδοτούμενος τότε το άριστο χαρτοφυλάκιο βρίσκεται στο τμήμα BC. Τα τμήματα LL' και $r_B B$ δεν είναι εφικτά. Τέλος, αν ο επενδυτής δεν δανείζεται αλλά ούτε δανείζει, το άριστο χαρτοφυλάκιο βρίσκεται πάνω στο τμήμα LMB. Το χαρτοφυλάκιο της αγοράς M είναι εξ΄ ορισμού ένας σταθμικός μέσος των χαρτοφυλακίων L, B και όλων των χαρτοφυλακίων που βρίσκονται στο τμήμα LMB τα οποία κρατούνται από τους επενδυτές.

2.4. Ύπαρξη Προσωπικών Φόρων

Μια άλλη υπόθεση είναι ότι δεν υπάρχουν προσωπικοί φόροι. Στην πραγματικότητα οι επενδυτές συνήθως πληρώνουν φόρο εισοδήματος στα μερίδια που λαμβάνουν και γενικότερα φόρους που αφορούν την επένδυση τους. Από τη στιγμή που οι επενδύτες δεν ανήκουν στην ίδια φορολογική κλίμακα, η επιλογή των μετοχών τους θα εξαρτάται και από τη πολιτική απόδοσης των μεριδίων και συνεπώς από το ποσοστό φορολογίας. Έτσι ενώ προ φόρων οι επενδυτές έχουν ομογενείς προσδοκίες και το ίδιο Μέσου –Διακύμανσης αποτελεσματικό σύνολο μετά τους φόρους κάθε επενδυτής έχει διαφορετικό Μέσου – Διακύμανσης αποτελεσματικό σύνολο που εξαρτάται από την φορολογική κλίμακα στην οποία ανήκει.

Η γενική μορφή εξίσωσης που δίνει την απόδοση για όλα τα περιουσιακά στοιχεία και τα χαρτοφυλάκια σε συνθήκη ισορροπίας, δεδομένου ότι υπάρχει διαφορετική φορολόγηση στο εισόδημα, από αυτή που υπάρχει στα κεφαλαιακά κέρδη είναι:

$$\boxed{\mathrm{E}(R_i) = R_F + b_i[(E(R_M) - R_F) - t\,(d_{\mathrm{M}} - R_F)] + t\,(d_i - R_F)} \qquad (6)$$

Όπου:

δ_M	η μερισματική απόδοση του χαρτοφυλακίου της αγοράς
δ_i	η μερισματική απόδοση της μετοχής i
τ:	ποσοστό φορολόγησης το οποίο δείχνει τους σχετικούς ρυθμούς μεταβολής των φορών της αγοράς στα κέρδη επί επενδεδυμένου κεφαλαίου και στο εισόδημα. Το τ είναι μια πολύπλοκη συνάρτηση των φορολογικών συντελεστών των επενδυτών και του πλούτου. Άρα πρέπει να είναι θετικός αριθμός.

Η παραπάνω σχέση είναι ίδια σε δομή με το τυπικό ΥΑΚΣ μόνο που έχει προστεθεί ένας όρος που αντικατροπτίζει την πολιτική απόδοσης μεριδίων των διάφορων εταιριών καθώς και την επιρροή των φόρων στα μερίδια και στις αποδόσεις του

κεφαλαίου. Επίσης παρατηρούμε ότι το βήτα και η μερισματική απόδοση επιδρούν στην αναμενόμενη απόδοση χρεογράφων ή χαρτοφυλακίων. Όταν τα μερίσματα κατά μέσο όρο φορολογούνται με υψηλότερο συντελεστή από αυτόν των κεφαλαιακών κερδών, το τα είναι θετικό και η αναμενόμενη απόδοση είναι μια αύξουσα συνάρτηση της μερισματικής απόδοσης. Αυτό ισχύει, εφόσον ισχύει ότι όσο μεγαλύτερο είναι το κλάσμα της απόδοσης που πληρώνει ο επενδυτής τόσο μεγαλύτερη απόδοση προ φόρων απαιτείται.

Ο λόγος που ο τελευταίος όρος περιέχει το R_F είναι η φορολογική μεταχείριση του τόκου στο να δανείζεται ή να δανείζει κανείς. Αφού οι πληρωμές των τόκων φορολογούνται με κάθε τρόπο στο ίδιο επιτόκιο με τα μερίσματα, εισέρχονται στη σχέση με έναν παράλληλο τρόπο, εντούτοις όμως, με αντίθετο πρόσημο.

Όπως έχει είδη αναφερθεί στο αρχικό υπόδειγμα υποθέσαμε ότι δεν υπάρχουν φόροι, κάτι που σημαίνει ότι οι επενδυτές είναι αδιάφοροι για το αν θα λάβουν εισόδημα από κεφαλαιακό κέρδος ή μερίσματα. Αυτό είναι πέρα για πέρα λανθασμένο, αφού τα μερίσματα έχουν υψηλότερο ποσοστό φορολογίας, κάτι που θα επηρεάζει τις προτιμήσεις των επενδυτών και την στάση τους απέναντι στις αντίστοιχες μετοχές. Επομένως η επενδυτική τους συμπεριφορά που θα καθοριστεί από αυτό θα επηρεάσει την τιμή ισορροπίας αφού έχει αποδειχθεί ότι η αναμενόμενη απόδοση είναι μια αύξουσα συνάρτηση των μερισμάτων. Έτσι η σχέση ισορροπίας θα πρέπει να περιγράφεται στο χώρο και όχι πλέον στο επίπεδο σαν ευθεία γραμμή.

2.5. Ύπαρξη μη διαπραγματεύσιμων επενδύσεων

Μέχρι τώρα έχουμε υποθέσει ότι όλα τα χρεόγραφα ήταν διαπραγματεύσιμα και κάθε επενδύτης ήταν ελεύθερος να προσαρμόσει το χαρτοφυλάκιο του ώστε να είναι άριστο. Στη πραγματικότητα κάθε επενδύτης έχει μη διαπραγματεύσιμες επενδύσεις (assets) οι οποίες δεν μπορούν να αποτιμηθούν.

Ένα παράδειγμα τέτοιας επένδυσης είναι το ανθρώπινο κεφάλαιο. Δεν υπάρχει άμεσος τρόπος για έναν επενδυτή να διαπραγματευτεί τις αξιώσεις των μελλοντικών αμοιβών του. Επίσης ο επενδύτης έχει και άλλες χρηματικές αξιώσεις, όπως η μελλοντική πληρωμή από ένα ιδιωτικό πρόγραμμα συνταξιοδότησης, που δεν μπορούν να γίνουν αντικείμενα διαπραγμάτευσης. Υπάρχουν επίσης κατηγόριες περιουσιακών στοιχείων που ενώ κάθε επενδυτής θα μπορούσε να τα εμπορευθεί, ωστόσο τα θεωρεί πάγιο μέρος του χαρτοφυλακίου του.

Αν χωρίσουμε τον «κόσμο» σε διαπραγματεύσιμες και μη διαπραγματεύσιμες επενδύσεις τότε πάλι μια απλή εξίσωση ισορροπίας μπορεί να ισχύσει για όλες τις επενδύσεις και θα έχει τη μορφή:

$$E(R_i) = r + \frac{ER_M - r}{s_M^2 + \frac{P_H}{P_M} Cov(R_M, R_H)} \left[Cov(R_j R_M) + \frac{P_H}{P_M} Cov(R_j R_H) \right] \quad (7)$$

όπου:

R_H	είναι το ποσοστό απόδοσης των μη διαπραγματεύσιμων χρεογράφων
P_H	είναι η συνολική αξία των μη διαπραγματεύσιμων χρεογράφων
P_M	είναι η συνολική αξία των διαπραγματεύσιμων χρεογράφων

Παρόλο που η ισορροπία σε αυτή την περίπτωση μοιάζει με το απλό μοντέλο, υπάρχει μια μεγάλη διαφορά: η σχέση trade –off απόδοσης και κινδύνου έχει αλλάξει και συμπεριλαμβάνοντας τις μη διαπραγματεύσιμες επενδύσεις γίνεται:

$$\frac{ER_M - r}{s_M^2 + \frac{P_H}{P_M} \mathrm{cov}(R_M R_H)} \quad (8)$$

Όπως βλέπουμε η trade – off σχέση μεταξύ απόδοσης και κινδύνου εξαρτάται από τον συνολικό όγκο των μη διαπραγματεύσιμων επενδύσεων σε σχέση με τον όγκο των διαπραγματεύσιμων επενδύσεων. Η απόδοση ενός χρεογράφου θα εξαρτάται από τη σχέση του με τα δυο είδη επενδύσεων. Αν το χρεόγραφο συσχετίζεται αρνητικά με την μη διαπραγματεύσιμη επένδυση τότε σε ισορροπία η απόδοση θα είναι μικρότερη όπως και η τιμή (κόστος) κινδύνου. Αν όμως συσχετίζεται θετικά με την απόδοση των διαπραγματεύσιμων επενδύσεων τότε σε ισορροπία η απόδοση μπορεί να είναι μεγαλύτερη ή μικρότερη ανάλογα με το αν η αύξηση στον κίνδυνο είναι αρκετά υψηλή ώστε να αντισταθμίσει την μείωση στην τιμή του κινδύνου στην αγορά.

Ο Mayers (1981) εξέτασε τις υποθέσεις του μοντέλου του για το βέλτιστο χαρτοφυλάκιο που επιθυμούν να κατέχουν οι επενδυτές. Υποστηρίζει ότι οι επενδύτες αλλάζουν το χαρτοφυλάκιο τους έτσι ώστε, να κρατούν λιγότερο ποσοστό (από αυτό που βρίσκεται στην αγορά) από τις μετοχές εκείνες που έχουν μεγαλύτερη συσχέτιση με τα μη εμπορεύσιμα περιουσιακά στοιχεία.

Ο Brito (1972,1973) ερεύνησε με μεγαλύτερη λεπτομέρεια το βέλτιστο χαρτοφυλάκιο σε ισορροπία που επιθυμούν να κατέχουν οι επενδυτές όταν τα μη εμπορεύσιμα στοιχεία είναι παρόντα και αποτιμότερα. Βρήκε ότι κάθε με μεμονωμένος επενδυτής μπορεί να επιλέξει ένα βέλτιστο χαρτοφυλάκιο από τα τρία αμοιβαία κεφάλαια. Το πρώτο είναι ένα χαρτοφυλάκιο που έχει συνδιακύμανση με κάθε εμπορεύσιμο στοιχείο ίση με το μέγεθος αλλά αντίθετη με τη συνδιακύμανση ανάμεσα στο χαρτοφυλάκιο του επενδυτή με τα μη εμπορεύσιμα στοιχεία και κάθε εμπορεύσιμο περιουσιακό στοιχείο. Κάθε εμπορεύσιμο περιουσιακό στοιχείο γ' αυτό το αμοιβαίο έχει διαφορετική σύνθεση για διαφορετικούς επενδυτές, ανάλογα με τα μη εμπορεύσιμα που έχουν στην κατοχή τους.

Επίσης αυτό το χαρτοφυλάκιο επιτρέπει να διαφοροποιηθεί ο μέγιστος δυνατός κίνδυνος από τα μη εμπορεύσιμα περιουσιακά στοιχεία. Επιτρέπει στον επενδυτή να εμπορευτεί το μέγιστο δυνατό από τα μη εμπορεύσιμα που κατέχει. Κατόπιν ο Brito έδειξε ότι κάθε επενδυτής θα τοποθετήσει το υπόλοιπο του πλούτου του σε μηδενικού κινδύνου αξιόγραφα (δεύτερο αμοιβαίο) και ένα τρίτο που είναι το χαρτοφυλάκιο της αγοράς εκτός του συνόλου των επενδύσεων από όλους τους επενδυτές στο πρώτο αμοιβαίο. Σημειώνεται ότι ενώ το $2^{ο}$ και $3^{ο}$ αμοιβαίο είναι τα ίδια για όλους τους

επενδυτές το πρώτο έχει διαφορετική σύνθεση για κάθε επενδυτή, ανάλογα με τη σύνθεση των μη εμπορεύσιμων αξιόγραφων.

Βέβαια η ανάλυση του Mayers είναι σημαντική όχι μόνο για την αποτίμηση των μη εμπορεύσιμων περιουσιακών στοιχείων αλλά γενικά για τα περιουσιακά στοιχεία που δεν έχουν συμπεριληφθεί. Οι εμπειρικές έρευνες γενικών μοντέλων ισορροπίας πάντα θα διεξάγονται με την αγορά εξ' ορισμού να είναι κάτι λιγότερο από το σύνολο των περιουσιακών στοιχείων στην Οικονομία.

2.6. Ύπαρξη Ετερογενών Προσδοκιών

Αρκετοί ερευνητές Lintner, Sharpe, Fama, Gonedes εξέτασαν την ύπαρξη και την ταυτότητα των χαρακτηριστικών μιας γενικής λύσης σε ισορροπία όταν οι επενδυτές δεν έχουν ομογενοποιημένες προσδοκίες. Αν και έχουν ομοιότητες με τις προηγούμενες, υπάρχουν εντούτοις και διαφορές.

Η ισορροπία στα υποδείγματα αυτά μπορεί πάλι να εκφραστεί μέσω του μέσου, της διακύμανσης και της συνδιακύμανσης αλλά τώρα οι μεταβλητές αυτές συσχετίζονται περίπλοκα μεταξύ τους. Αυτό συμβαίνει για τι συμπεριλαμβάνονται και πληροφορίες για τις συναρτήσεις χρησιμότητας των επενδυτών της αγοράς πράγμα που δυσχεραίνει την ανάλυση. Ένας τρόπος με τον οποίο απλοποιούνται τα πράγματα είναι να θέσουμε περιορισμούς στις συναρτήσεις χρησιμότητας ή στα χαρακτηριστικά των επενδυτικών ευκαιριών που τα άτομα έχουν. Βέβαια αν οι επενδυτές δεν έχουν την ίδια πληροφόρηση για την κατανομή των μελλοντικών αποδόσεων, θα διαλέξουν διαφορετικά χαρτοφυλάκια και το χαρτοφυλάκιο της αγοράς δεν θα είναι υποχρεωτικά αποδοτικό, κάτι που είναι αναγκαίο για τον έλεγχο του ΥΑΚΣ. Πάλι θέτοντας νέους περιορισμούς απομακρυνόμαστε από τον στόχο, που είναι η πιο ρεαλιστική προσέγγιση της πραγματικότητας.

Μια άλλη σημαντική υπόθεση του ΥΑΚΣ είναι ότι μεμονωμένοι επενδυτές δεν μπορούν να επηρεάσουν τις τιμές. Το ΥΑΚΣ περιγράφει τη συνθήκη ισορροπίας σε επίπεδο μάκρο αφού χρησιμοποιεί σαν βάση αναφοράς το χαρτοφυλάκιο της αγοράς, ενώ ιδιώτες ή θεσμικοί επενδυτές, αμοιβαία κατέχουν χαρτοφυλάκια «επικίνδυνων» μετοχών που δεν προσομοιάζουν με το χαρτοφυλάκιο της αγοράς, συνεπώς δεν έχουν τη δυνατότητα να επηρεάσουν τις τιμές κάτι που στην πραγματικότητα είναι λανθασμένο.

Επίσης αγνοώντας το ΥΑΚΣ κάποιους άλλους παράγοντες, δεν μας προσφέρει κάποιους μηχανισμούς μέτρησης της επίδρασης που έχουν αυτοί οι παράγοντες στην ισορροπία της αγοράς ή στην επιλογή μετοχών στρατηγικής. Εναλλακτικά οι ερευνητές εξέτασαν την αλήθεια της παραδοχής ότι όλοι οι επενδυτές έχουν τις ίδιες προσδοκίες. Στην κατάσταση ισορροπίας οι αναμενόμενες αποδόσεις εκφράζονται σαν συνάρτηση των διακυμάνσεων αλλά σε αυτά τα εναλλακτικά μοντέλα είναι σταθμισμένοι μεσοί όπου τα βάρη περικλείουν πληροφορίες για τις συναρτήσεις χρησιμότητας των επενδυτών, της στάσης τους απέναντι στον κίνδυνο (αποστροφή ή όχι κινδύνου) και προτίμησης μεγαλύτερης από μικρότερης απόδοσης.

Η πρώτη προσέγγιση έγινε από τον Lintner (1976), ο οποίος υποθέτοντας αρνητική εκθετική συνάρτηση χρησιμότητας, έδειξε ότι ο όρος $\frac{ER_M - R_F}{Var(R_M)}$ είναι ανάλογος με τον αρμονικό μέσο του συντελεστή αποστροφής κινδύνου και οι αναμενόμενες αποδόσεις, συνδιακυμάνσεις και διακυμάνσεις είναι πολύπλοκοι μεσοί όροι των προτιμήσεων των επενδυτών απέναντι στον κίνδυνο και τις προσδοκίες τους για τα πιθανά ενδεχόμενα της αγοράς. Στην κλασσική εκδοχή του ΥΑΚΣ, οι επενδυτές ενδιαφέρονται μόνο για την αβεβαιότητα λόγω του κινδύνου της αγοράς και το ποσό του μελλοντικού τους πλούτου, χωρίς αυτό να συσχετίζεται με το βαθύτερο κίνητρο που είναι η κατανάλωση και η χρονική στιγμή που επιλέγει ο επενδυτής να καταναλώσει ή συμπληρωματικά να επενδύσει και σε τι αναλογία.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

Εισαγωγή

Ένα συχνό ερώτημα που τίθεται σχετικά με την πρακτική αξία του ΥΑΚΣ, είναι κατά πόσο το μοντέλο αυτό χρησιμεύει, στην πράξη, στη σωστή και αναλυτική εξήγηση των αποδόσεων κάθε επένδυσης που εμπεριέχει κίνδυνο. Πιο συγκεκριμένα, εκφράζεται κάποια αμφισβήτηση για την ύπαρξη θετικής, γραμμικής σχέσης ανάμεσα στον συστηματικό κίνδυνο μιας επικίνδυνης επένδυσης και τις αποδόσεις της. Πολλοί οικονομολόγοι ασχολήθηκαν με το θέμα αυτό και πραγματοποίησαν αρκετές, εμπειρικές μελέτες, προκειμένου να καταλήξουν σε κάποιο βασικό συμπέρασμα.

Στη συνέχεια του κεφαλαίου θα παρουσιάσουμε αναλυτικά μερικούς από τους σημαντικότερους έλεγχους του ΥΑΚΣ πριν την κριτική του Roll (1977) βάση κάποιων σημαντικών υποθέσεων του ΥΑΚΣ.

Η πρώτη υπόθεση είναι ότι ο υψηλότερος κίνδυνος θα πρέπει να συνδέεται με υψηλότερες αποδόσεις, δηλαδή ότι οι αποδόσεις αποτελούν πράγματι γραμμική συνάρτηση του συντελεστή β.

Η δεύτερη υπόθεση είναι ότι η απόδοση περιουσιακού στοιχείου μηδενικού κινδύνου R_F αποτελεί το σταθερό όρο της συνάρτησης.

Η τρίτη υπόθεση είναι ότι δεν υπάρχει επιπρόσθετη απόδοση για να λάβει ο επενδυτής κίνδυνο που δεν σχετίζεται με τον κίνδυνο της αγοράς. Αυτό σημαίνει ότι η αποζημίωση ανά μονάδα συστηματικού κινδύνου δίνεται από τη διαφορά μεταξύ της απόδοσης του χαρτοφυλακίου αγοράς και της απόδοσης του περιουσιακού στοιχείου μηδενικού κινδύνου ($R_M - R_F$).

Sharpe and Cooper (1972)

«Risk – Return Class of New York Stock Exchange Common Stocks,

1931-1967»

Πριν αναφερθούμε στην ιστορία και τη μεθοδολογία των ελέγχων του ΥΑΚΣ αξίζει να εξεταστούν τα αποτελέσματα ενός απλού ελέγχου του ΥΑΚΣ. Ο έλεγχος αυτός έγινε για να εξεταστεί αν σε μακροπρόθεσμες περιόδους οι υψηλότερες αποδόσεις σχετίζονται με υψηλότερο κίνδυνο. Ο Sharpe και ο Cooper (1972) εξέτασαν αν οι στρατηγικές με εναλλακτικά επίπεδα κινδύνου σε μακροπρόθεσμες περιόδους θα επέφεραν αποδόσεις συνεπές με τη θεωρία ΥΑΚΣ.

Ο Sharpe και ο Cooper (1972) εξέτασαν αν στρατηγικές με εναλλακτικά επίπεδα κινδύνου σε μακροπρόθεσμες περιόδους θα επέφεραν αποδόσεις συνεπές με το ΥΑΚΣ. Για να δημιουργήσουν χαρτοφυλάκια με διαφορετικά βήτα χώρισαν τις μετοχές σε ομάδες για κάθε χρόνο, ανάλογα με το βήτα κάθε μετοχής. Το βήτα σε κάθε περίοδο μετριόταν με την χρήση στοιχείων των τελευταίων 60 μηνών. Οι Sharpe και Cooper (1972) είχαν στη διάθεση τους στοιχεία μηνιαίων αποδόσεων για όλες τις μετοχές του NYSE κατά την περίοδο 1931-1967. Μια φορά το χρόνο και για κάθε χρόνο από το 1931 έως το 1967 όλες οι μετοχές του NYSE χωρίστηκαν σε ομάδες ανάλογα με το βήτα τους. Με τις μετοχές κάθε ομάδας σχημάτισαν 10 χαρτοφυλάκια ίσου αριθμού μετοχών. Το χαρτοφυλάκιο 1 περιέλαβε το 10% των μετοχών που είχαν τις πιο χαμηλές τιμές του συντελεστή β, το χαρτοφυλάκιο 2 περιέλαβε το 10% των μετοχών που είχαν τις επόμενες χαμηλότερες τιμές του συντελεστή β κ.ο.κ μέχρι το χαρτοφυλάκιο 10 που περιέλαβε το 10% των μετοχών με τις υψηλότερες τιμές του συντελεστή β.

Ο παρακάτω πίνακας δείχνει τι θα συνέβαινε κατά μέσο όρο αν κάποιος επενδύτης ακολουθούσε τη στρατηγική αυτή κάθε χρόνο από το 1931 έως το 1967.

Αποδόσεις και συντελεστής β χαρτοφυλακίων που σχηματίζονται κατά τάξη συστηματικού κινδύνου

Strategy	*Average Return*	*Portfolio Beta*
10	22,67	1,42
9	20,45	1,18
8	19,116	1,14
7	21,77	1,24
6	18,49	1,06
5	19,13	0,98
4	18,88	1,00
3	14,99	0,76
2	14,63	0,65
1	11,58	0,58

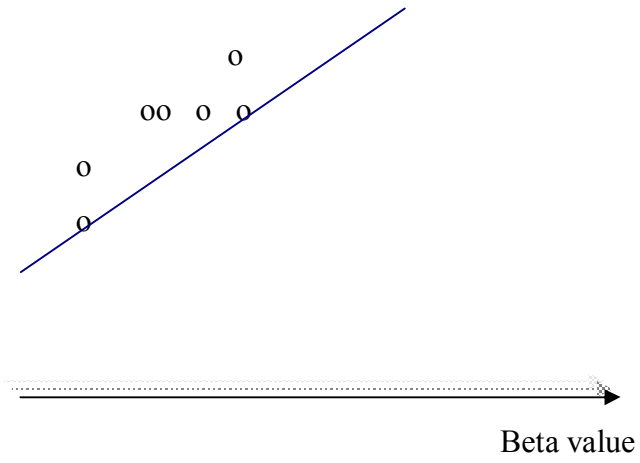
Αν και η σχέση μεταξύ στρατηγικής και απόδοση δεν είναι τέλεια είναι πολύ κοντινή. Σε γενικές γραμμές οι μετοχές με τα υψηλότερα βήτα είχαν υψηλότερες αποδόσεις. Μάλιστα ο συντελεστής συσχέτισης μεταξύ της στρατηγικής και απόδοσης είναι μεγαλύτερος από 0,93 που είναι στατιστικά σημαντικό στο 99% διάστημα εμπιστοσύνης.

Το επόμενο βήμα ήταν να εξετάσουν τη σχέση μεταξύ απόδοσης η οποία έχει επιτευχθεί και του κινδύνου των διαφορετικών στρατηγικών. Έτσι κατέληξαν στην παρακάτω σχέση:

$$\overline{R_i} = 5{,}54 + 12{,}75\,\beta_i$$

Η γραφική απεικονίσει της σχέσης αυτής φαίνεται στο παρακάτω σχήμα:

Avr.return



Ο έλεγχος των Sharpe και Cooper (1972) επιβεβαίωσε ότι ένας επενδυτής που βασιζόμενος σε στοιχεία προηγούμενων ετών εκτιμά τους συντελεστές β και επενδύει στις μετοχές με τις υψηλότερες τιμές του β, θα έχει κατά μέσο όρο μεγαλύτερες αποδόσεις. Αποδεικνύεται ότι η σχέση αποδόσεων και συστηματικού κινδύνου είναι αύξουσα σε όλες ανεξαιρέτως τις τάξεις κινδύνου πράγμα το οποίο επαληθεύει τη θεμελιώδης πρόταση του ΥΑΚΣ.

Douglas and Lintner (1968)

«Risk in the Equity Markets: An Empirical Appraisal of Market Efficiency»

Μερικοί από τους αρχικούς εμπειρικούς ελέγχους του ΥΑΚΣ χρησιμοποίησαν times series παλινδρομήσεις για την εκτίμηση των βήτα και cross- sectional παλινδρομήσεις για τον έλεγχο των υποθέσεων που απορρέουν από το ΥΑΚΣ.

Ένας από τους αρχικούς εμπειρικούς ελέγχους του ΥΑΚΣ έγινε από τον Lintner (1965) του οποίου η μεθοδολογία αναπαράχθηκε έπειτα από τον Douglas (1968) οποίος κατέληγε σε παρόμοια αποτελέσματα. Ο Lintner (1965) πρώτα εκτίμησε το βήτα για κάθε μια από τις 301 μετοχές του δείγματος του. Εκτίμησε το βήτα κάνοντας παλινδρόμηση όπου η εξαρτημένη μεταβλητή ήταν η ετήσια απόδοση της μετοχής και η ανεξάρτητη μεταβλητή ήταν η μέση απόδοση όλων των μετοχών του δείγματος για τα έτη 1954-1963.

Η εξίσωση της time-series παλινδρόμησης έχει τη μορφή:

$$R_{it} = a_i + b_i R_{mt} + e_i \qquad (9)$$

όπου

b_i η εκτίμηση του βήτα της μετοχής i.

Ο Lintner μετά έκανε την εξής cross-sectional παλινδρόμηση

$$\overline{R_i} = \alpha_1 + \alpha_2 b_i + \alpha_3 S^2_{ei} + \eta_i \qquad (10)$$

όπου S^2_{ei} είναι η διακύμανση του τυπικού σφάλματος e_{it}. Κάθε παράμετρος του μοντέλου αυτού έχει μια θεωρητική τιμή,

το α_3 θα πρέπει να είναι 0,

το $\alpha_i = R_F$ και το

$\alpha_2 = \overline{R_M} - R_F$.

Τα αποτελέσματα που πήρε ο Lintner είναι:

- $\alpha_1 = 0{,}108$
- $\alpha_2 = 0{,}063$
- $\alpha_3 = 0{,}237$

Αυτά τα αποτελέσματα φαίνεται ότι δεν είναι συνεπή με το ΥΑΚΣ και ο όρος που αφορά τη διακύμανση του τυπικού σφάλματος είναι στατιστικά σημαντικός και θετικός. Το α_1 φαίνεται να είναι μεγαλύτερο από κάθε λογική εκτίμηση από το R_F και το α_2 αν και είναι στατιστικά σημαντικό έχει τιμή ελαφρά μικρότερη απ΄ ότι θα περιμέναμε. Ο Douglas (1968) χρησιμοποίησε παρόμοια μεθοδολογία και βρήκε αποτελέσματα παρόμοια με του Lintner (1965).

Miller and Scholes (1972)
«Rates of Return in Relation to Risk: A Re- Examination of Some Recent Findings»

Οι Miller και Scholes (1972) στον έλεγχο τους χρησιμοποίησαν συγκρινόμενα δεδομένα μ' αυτά που χρησιμοποιήθηκαν από τους Lintner (1965) και Douglas (1968). Συγκεκριμένα οι Miller και Scholes (1972) χρησιμοποίησαν τιμές μετοχών από το Χρηματιστήριο της Νέας Υόρκης που συλλέχθηκαν από το Κέντρο Έρευνας Τιμών Χρεογράφων του Πανεπιστημίου του Σικάγου.

Οι Miller και Scholes (1972) στη μελέτη τους αναλύουν τα στατιστικά προβλήματα που υπάρχουν σ' όλους τους εμπειρικούς ελέγχους του ΥΑΚΣ. Εκτός απ΄ το να

αναλυθούν τα διάφορα θεωρητικά προβλήματα που σχετίζονται μ' αυτούς τους ελέγχους διεξάγουν επιπλέον προσεκτικά σχεδιασμένες συνθήκες για να δουν κατά πόσο τα αποτελέσματα των προηγούμενων μελετών ήταν επηρεασμένες από τα στατιστικά αυτά προβλήματα. Χρησιμοποιώντας την ίδια μεθοδολογία, όπως στους ελέγχους των Lintner (1965) και Douglas (1968), οι Miller και Scholes (1972) παρουσίασαν εξηγήσεις για διαφορές στις παραμέτρους από τις αναμενόμενες αξίες που λαμβάνει το ΥΑΚΣ.

Τα αποτελέσματα από την αρχική εξέταση ήταν τόσο άσχημα από την άποψη του ΥΑΚΣ όπως εκείνα των Lintner (1965) και Douglas (1968) με α_1=0,127, α_2=0,042 και α_3=0,31. Οι Miller και Scholes (1972) ξεκινούν με την μελέτη των πιθανών προβλημάτων που παρουσίασαν αυτά τα αποτελέσματα. Ένας λόγος ήταν ο λανθασμένος προσδιορισμός των βασικών εξισώσεων εκτίμησης. Ένας από τους προβληματισμούς είναι ότι αν οι αποδόσεις δίνονται στην πραγματικότητα απ' την απλή μορφή του ΥΑΚΣ τότε η εξίσωση της times – series παλινδρόμηση που χρησιμοποιείται για την εκτίμηση του βήτα πρέπει να είναι συνεπής με το ΥΑΚΣ.

Το ΥΑΚΣ σε μορφή χρονοσειρών είναι:

$$\tilde{R}_{it} = R_F + \beta_i (\tilde{R}_{Mt} - R_{Ft}) \text{ ή } \tilde{R}_{it} = (1 - \beta_i)R_{Ft} + \beta_i \tilde{R}_{Mt} \qquad (11)$$

Αλλά η εξίσωση που χρησιμοποιεί ο Lintner (1965) και ο Douglas (1968) ήταν του μοντέλου της αγοράς.

$$\tilde{R}_{it} = \alpha_i + \beta_i \overline{R_{Mt}}$$

Εάν το R_F είναι σταθερό για την περίοδο εκτίμησης δεν υπάρχει πρόβλημα. Η εκτίμηση του α_i πρέπει να είναι ίση με $(1- \beta_i)R_{Ft}$. Όμως αν το R_{Ft} έχει διακυμάνσεις μες στο χρόνο και αν συσχετίζεται με το R_{Mt} έχουμε το πρόβλημα μεροληψίας λόγω μεταβλητών που δεν έχουν συμπεριληφθεί και το β_i θα είναι μεροληπτικός εκτιμητής του πραγματικού β_i. Επιπλέον οι Miller και Scholes (1972) απέδειξαν ότι αν το R_{Ft}

και R_{Mt} έχουν αρνητική συσχέτιση τότε θα υπάρχει πρόβλημα στην αμεροληψία στο α_1 και α_2 της εξίσωσης της cross – sectional παλινδρόμησης και αυτό εξηγεί τα μη συνεπή αποτελέσματα των Lintner (1965) και Douglas (1968). Οι Miller και Scholes (1972) εξετάζονται ιστορικά δεδομένα και βρήκαν αρνητική συσχέτιση. Κάτι τέτοιο δεν προκαλεί έκπληξη καθώς οι κεφαλαιαγορές συνήθως σημειώνουν πτώση όταν τα επιτόκια ανεβαίνουν. Επιπλέον ελέγχουν τη σημασία του γεγονότος αυτού στην εξήγηση των αποτελεσμάτων του Lintner (1965). Αλλά το μέγεθος της μεροληψίας δεν έχει σχεδόν καμία επίδραση στα αποτελέσματα του Lintner (1965).

Μια άλλη πιθανή πηγή λάθους στην διατύπωση της εξίσωσης που θα εξηγούσε την εύρεση υψηλότερου **intercept** και χαμηλότερης κλίσης θα μπορούσε να είναι αν στην πραγματικότητα η σχέση μεταξύ αναμενόμενης απόδοσης και του βήτα είναι μη γραμμική. Οι Miller και Scholes (1972) ελέγχουν για μη γραμμικότητα και συμπεραίνουν ότι οποιαδήποτε μη γραμμικότητα που υπήρχε δεν οδήγησε **σε intercept** και μειωμένη κλίση.

Μια τρίτη πιθανή πηγή του προβλήματος είναι η ύπαρξη ετεροσκεδαστικότητας την οποία συναντάμε συχνά σε οικονομετρικούς ελέγχους. Αυτό συμβαίνει όταν η διακύμανση του σφάλματος είναι μεγαλύτερη για υψηλότερες τιμές της ανεξάρτητης μεταβλητής απ' ότι για χαμηλότερες. Σ' αυτή την περίπτωση θα σήμαινε ότι μετοχές με υψηλότερο βήτα θα έχουν υψηλότερη διακύμανση στην απόδοση τους, που δεν εξηγείται από την αγορά, απ΄ ότι οι μετοχές με χαμηλότερο βήτα. Αν και οι Miller και Scholes (1972) βρίσκουν ενδείξεις ετεροσκεδαστικότητας δεν βρήκαν ότι η ετεροσκεδαστικότητα ευθύνεται για το υψηλό **intercept** και τη χαμηλή κλίση. Στην πραγματικότητα η ετεροσκεδαστικότητα θα έκανε τα αποτελέσματα να μεροληπτούν προς την αντίθετη κατεύθυνση.

Έχοντας δείξει ότι τα λάθη στην εκτίμηση βασικών εξισώσεων δεν ευθύνονται για τις διαφορές ανάμεσα στα αποτελέσματα του Lintner και στις προβλέψεις του ΥΑΚΣ, οι Miller και Scholes (1972) στην συνέχεια εξετάζουν τις επιδράσεις στη διατύπωση των μεταβλητών.

Ένας από τους παράγοντες οφείλεται στο λάθος στην μέτρηση του βήτα για την cross-sectional παλινδρόμηση. Τα β_{ti} που παίρνουμε από την time series

παλινδρόμηση είναι η εκτίμηση του πραγματικού βήτα της μετοχής i. Ακόμα και αν υπήρχε ένα πραγματικό και σταθερό βήτα για κάθε μετοχή i εμείς έχουμε μια εκτίμηση του η οποία μπορεί να είναι αμερόληπτη αλλά υπόκειται σε λάθος δειγματοληψίες. Κάθε λάθος στην εκτίμηση του βήτα θα είχε ως αποτέλεσμα ο συντελεστής του β_i στην cross- sectional παλινδρόμηση να μεροληπτεί προς τα κάτω (α_2) και το **intercept** να μεροληπτεί προς τα πάνω (α_1). Οι Miller και Scholes (1972) δείχνουν ότι αυτό έχει σημαντική επίδραση στα αποτελέσματα που εκτιμούν και οδήγησε στο να είναι ο συντελεστής του βήτα μόνο το 64% της πραγματικής του τιμής ενώ το **intercept** ήταν μεγαλύτερο από την πραγματική τιμή.

Υπάρχει ένα δεύτερο αποτέλεσμα της λάθους μέτρησης του βήτα που είναι πολύ σημαντικό. Όσο η πραγματική τιμή του βήτα συσχετίζεται θετικά με τη τυπική απόκλιση (residual variance) μιας μετοχής τότε η τυπική απόκλιση (residual variance) θα είναι ένας εκτιμητής (proxy) του πραγματικού βήτα και οι αποδόσεις θα σχετίζονται θετικά με το συστηματικό κίνδυνο. Οι Miller και Scholes (1972) συμπεραίνουν ότι αυτή είναι η περίπτωση που ισχύει στους ελέγχους του Lintner (1965). Ως αποτέλεσμα αν και η απόδοση δεν εξαρτάται από τη τυπική απόκλιση, η τυπική απόκλιση φαίνεται ότι σχετίζεται στατιστικά με τις αποδόσεις στην cross sectional παλινδρόμηση γιατί το residual risk ενεργεί ως (proxy) μεταβλητή για το πραγματικό αλλά μη παρατηρήσιμο βήτα.

Οι Miller και Scholes (1972) δείξανε ότι η κατανομή των αποδόσεων είναι λοξή προς τα δεξιά και αν υπάρχει λοξότητα τότε η cross sectional παλινδρόμηση θα δείξει ότι υπάρχει σχέση ανάμεσα στο συστηματικό κίνδυνο και στην απόδοση αν και δεν υπάρχει καμία τέτοια σχέση. Τα συμπεράσματα αυτής της μελέτης ήταν ότι οι αποκλίσεις των ελέγχων των Douglas – Lintner από τις αναμενόμενες αξίες κάτω υπό το ΥΑΚΣ μπορούν να εξηγηθούν με τα παραπάνω μεθοδολογικά προβλήματα και συνεπώς τα συμπεράσματα τους όσον αφορά την εγκυρότητα του ΥΑΚΣ δεν μπορούν να θεωρηθούν σαν οριστικά. Στη συνέχεια αφού παρουσιάσαμε τα προβλήματα του ΥΑΚΣ θα δείξουμε τους δυο κλασσικούς ελέγχους του ΥΑΚΣ.

Black, Jensen και Scholes (1972)
«The Capital Asset Pricing Model: Some Empirical Tests»

Αξιοποιώντας την κριτική ανάλυση των Miller και Scholes (1972), οι Black, Jensen και Scholes (1972) σχεδίασαν και υλοποίησαν τον πρώτο άρτιο εμπειρικό έλεγχο του Υποδείγματος και της σχέσης:

$$\overline{R}_i = R_f + b_i(\widetilde{R}_M - R_f)$$

χρησιμοποιώντας διαχρονική ανάλυση των στοιχείων. Η μεθοδολογία των Black, Jensen και Scholes (19720 καθιερώθηκε έκτοτε ως η πλέον αξιόπιστη.
Το μοντέλο που χρησιμοποίησαν ήταν:

$$R_{it} - R_{Ft} = \alpha_i + \beta_i (R_{Mt} - R_{Ft}) + e_{it} \qquad (12)$$

Όταν η εξίσωση εκτιμάται σε διαχρονικά στοιχεία ο συντελεστής παλινδρόμησης α_i θα πρέπει να είναι ίσος με το μηδέν, αν το απλό ΥΑΚΣ περιγράφει τις αποδόσεις.

Για να ελέγξουμε το ΥΑΚΣ θα πρέπει να χρησιμοποιήσουμε μεγάλο αριθμό μετοχών. Θα μπορούσε να πει κανείς ότι μια μέθοδος θα ήταν ν' εκτιμήσουμε την εξίσωση για μια σειρά μετοχών και μετά ν' εξετάσουμε τη κατανομή του α_i. Κάτι τέτοιο όμως ήταν λάθος γιατί οι έλεγχοι της κατανομής των α υποθέτουν ότι τα τυπικά σφάλματα (e_{it}, e_{jt}) είναι ανεξάρτητα ενώ στην πραγματικότητα δεν είναι.

Ένας τρόπος για την αντιμετώπιση του προβλήματος είναι να τρέξουμε τις times – series παλινδρομήσεις στα χαρτοφυλάκια. Σ' αυτή την περίπτωση το R_{it} είναι η απόδοση του χαρτοφυλακίου i και το β_i είναι το βήτα του χαρτοφυλακίου i. Καθώς

τα χαρτοφυλάκια χρησιμοποιούν στοιχεία αρκετών μετοχών και καθώς η τυπική απόκλιση από την παλινδρόμηση των χαρτοφυλακίων ενσωματώνει το αποτέλεσμα των όποιων cross-sectional συσχετίσεων το τυπικό σφάλμα του συντελεστή α μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τον έλεγχο της διαφοράς των α_i από το 0.

Όταν σχημάτισαν τα χαρτοφυλάκια οι Black, Jensen και Scholes (1972) θέλησαν να μεγιστοποιήσουν τη διαφορά στα βήτα ανάμεσα στα χαρτοφυλάκια έτσι ώστε να μπορούν να εξετάσουν την επίδραση του βήτα στις αποδόσεις. Ο πιο προφανής τρόπος να το κάνεις αυτό είναι να βάλεις στην σειρά τις μετοχές στα χαρτοφυλάκια ανάλογα με το πραγματικό τους βήτα. Όμως το μόνο που ξέρουμε είναι το βήτα που παρατηρούμε. Για να βάλουμε στη σειρά τα χαρτοφυλάκια ανάλογα με το παρατηρούμενο βήτα θα έχουμε **selections bias**.

Μετοχές με υψηλό παρατηρούμενο βήτα θα είναι πιο πιθανό να έχουν ένα θετικό λάθος μέτρησης στην εκτίμηση του βήτα. Αυτό θα οδηγούσε να μεροληπτούμε με υψηλότερες τιμές στην εκτίμηση του intercept α_i. Στην προσπάθεια ν΄ αποφύγουμε το πρόβλημα αυτό θα χρησιμοποιήσουμε μια μεταβλητή για να ταξινομήσουμε τις μετοχές στα χαρτοφυλάκια. Μια καλή μεταβλητή θα πρέπει να σχετίζεται σε μεγάλο βαθμό με το πραγματικό βήτα αλλά θα πρέπει να παρατηρείται ανεξάρτητα. Η μεταβλητή που χρησιμοποιείται στην μελέτη των Black, Jensen και Scholes (1972) αλλά και στις περισσότερες μελέτες του ΥΑΚΣ είναι η τιμή του βήτα για κάθε μετοχή στην προηγούμενη περίοδο.

Τα στοιχεία, τα οποία χρησιμοποίησαν οι Black, Jensen και Scholes (1972) ήταν μηνιαίες αποδόσεις όλων των εισηγμένων στο NYSE μετοχών κατά το διάστημα 1926-1965. Για να αποφευχθεί το πρόβλημα αλληλοσυσχετίσεων των αποδόσεων μεμονωμένων μετοχών, επιλέχθηκε, όπως και στη μελέτη Sharpe (1965) και Cooper (1968), η μέθοδος σχηματισμού 10 χαρτοφυλακίων με βάση την κατάταξη των μετοχών σύμφωνα με το μέγεθος των συντελεστών βήτα. Για να αποφευχθεί και το πρόβλημα του σφάλματος εκτίμησης των συντελεστών β, η κατάταξη έγινε βάσει εκτιμήσεων των συντελεστών β από μηνιαία στοιχεία της προηγούμενης 5ετιας για κάθε έτος κατάταξης. Στο παρακάτω πίνακα εμφανίζεται περιληπτικά η μέθοδος κατάταξης.

Μέθοδος κατάταξης μετοχών σε 10 χαρτοφυλάκια αύξοντος Συστηματικού Κινδύνου κατά Black, Jensen και Scholes

Περίοδος Υπολογισμού Β Μετοχών	**Περίοδος Κατάταξης σε 10 Χαρτοφυλάκια**
1926-30	**1931**
1927-31	**1932**
1928-32	**1933**
-	**-**
1941-44	**1945**
1942-45	**1946**
-	**-**
1950-54	**1955**
1951-55	**1956**
1952-56	**1957**
-	**-**
1958-62	**1963**
1959-63	**1964**
1960-64	**1965**

Όπως φαίνεται στον παραπάνω πίνακα , οι συντελεστές β όλων των μετοχών επανεκτιμώνται κάθε έτος, αρχίζοντας με το 1931, με βάση τα στοιχεία της προηγούμενης 5ετίας. Τα δέκα χαρτοφυλάκια επανασυντίθενται, επίσης, κάθε έτος βάσει των επανεκτιμήσεων των συντελεστών β. Το 10% των μετοχών με τους υψηλότερους συντελεστές β συνιστά το χαρτοφυλάκιο υπ' αριθμόν 10 σε κάθε έτος. Το 10% των μετοχών με τους επόμενους υψηλότερους συντελεστές β συνιστά το χαρτοφυλάκιο 9 σε κάθε έτος κ.ο.κ., έως το 105 των μετοχών με τους χαμηλότερους συντελεστές β που συνιστά το χαρτοφυλάκιο 1 σε κάθε έτος . Ακολουθώντας τη μέθοδο αυτή οι Black Jensen και Scholes (1972) σχημάτισαν 10 διακριτά χαρτοφυλάκια σε ανιούσα τάξη κινδύνου (από το αριθμό 1 έως 10) για κάθε έτος από το 1931 έως το 1965.

Στη συνέχεια, οι ερευνητές υπολόγισαν τις ετήσιες αποδόσεις κάθε χαρτοφυλακίου για την περίοδο 1931-65, καταλήγοντας έτσι σε 35 παρατηρήσεις για το χαρτοφυλάκιο με αριθμό 10, 35 παρατηρήσεις για το χαρτοφυλάκιο με αριθμό 9 και ούτως καθεξής. Σε αντιστοιχία με τις παρατηρήσεις αυτές υπολόγισαν, επίσης, τις ετήσιες αποδόσεις ακίνδυνων χρεογράφων του δημόσιου, καθώς και τις ετήσιες αποδόσεις του χαρτοφυλακίου αγοράς (M). Σημειώνουμε εδώ ότι εκ κατασκευής το χαρτοφυλάκιο αγοράς συντίθεται από το σύνολο των εισηγμένων στο NYSE μετοχών και , επομένως, ισοδυμανεί με το άθροισμα και των δέκα χαρτοφυλακίων σε κάθε έτος παρατήρησης.

Έχοντας συμπληρώσει 35 παρατηρήσεις για κάθε χαρτοφυλάκιο από τον αριθμό 1 έως 10, οι ερευνητές προχώρησαν στη διαχρονική εκτίμηση της παλινδρόμησης,

$$R_{it} - R_{Ft} = \alpha_i + \beta_i (R_{Mt} - R_{Ft}) + e_{it} \qquad (13)$$

Η παλινδρόμηση αυτή εκτιμήθηκε χωριστά για κάθε χαρτοφυλάκιο για τον υπολογισμό των συντελεστών παλινδρόμησης (α_i, β_i) κάθε χαρτοφυλακίου. Εφόσον η κατάταξη των μετοχών σε 10 χαρτοφυλάκια έγινε με αύξοντα ρυθμό, οι ερευνητές προέβλεψαν ότι και οι εκτιμώμενοι συντελεστές β θα έπρεπε επίσης να εμφανίζονται με αύξοντα ρυθμό. Εάν βέβαια ισχύει αυτό, θα μπορούσε να ελεγχθεί η θεμελιώδης υπόθεση από την οποία εξαρτάται η επαλήθευση του ΥΑΚΣ. Η θεμελιώδης αυτή υπόθεση είναι ότι για κάθε χαρτοφυλάκιο ο συντελεστής α θα είναι μηδενικός, δηλαδή $\alpha_i=0$ για i= 1,….,10.

Σύμφωνα με την θεωρητική σχέση του ΥΑΚΣ:

$$\overline{R}_i = R_f + b_i(\overline{R}_M - R_f)$$

η υπερβάλλουσα απόδοση ($R_i - R_f$) κάθε μετοχής ή χαρτοφυλακίου θα πρέπει να είναι ακριβώς ανάλογη της υπερβάλλουσας απόδοσης ($R_M - R_f$) του χαρτοφυλακίου αγοράς επί το συντελεστή β_i.

Στο στατιστικό υπόδειγμα $R_{it} - R_{Ft} = \alpha_i + \beta_i (R_{Mt} - R_{Ft}) + e_{it}$ έχει προστεθεί ο σταθερός όρος α_i $[\alpha_i = (R_M - R_F)(1 - \beta_i)]$. Επομένως αν υπάρχουν άλλες επιδράσεις στις αποδόσεις των χαρτοφυλακίων από εκείνες που προβλέπονται στη θεωρητική σχέση του ΥΑΚΣ, θα κάνουν αισθητή την παρουσία τους σε μηδενικές τιμές του α, ενώ αν η θεωρητική σχέση του ΥΑΚΣ ισχύει ακριβώς, επιβεβαιώνεται η υπόθεση ότι $\alpha_i=0$ για όλα τα χαρτοφυλάκια. Οι μη μηδενικοί συντελεστές α θα προδίδουν την ύπαρξη παραγόντων που επιδρούν συστηματικά στις αποδόσεις πέραν των αποδόσεων του χαρτοφυλακίου αγοράς και του ακίνδυνου αξιόγραφου.

Στον παρακάτω πίνακα φαίνονται οι εκτιμήσεις διαχρονικής παλινδρόμησης για τα 10 χαρτοφυλάκια των Black, Jensen και Scholes (1972).

Εκτιμήσεις διαχρονικής παλινδρόμησης για τα 10 χαρτοφυλάκια των Black, Jensen και Scholes

Χαρτοφυλάκιο	Μέση Υπερβάλλουσα Απόδοση ($R_i - R_f$)	Εκτίμηση Β	Συντελεστής α	ρ^b	t- στατιστικό Συντελεστής α
1	0,91	0,50	0,20	0,963	1,86*
2	1,09	0,63	0,20	0,988	2,31*
3	1,15	0,75	0,08	0,988	1,18
4	1,26	0,85	0,05	0,991	0,70
5	1,37	0,92	0,06	0,992	0,79
6	1,45	1,06	-0,05	0,983	-0,89
7	1,63	1,16	-0,02	0,985	-0,24
8	1,71	1,25	-0,06	0,979	-0,76
9	1,77	1,38	-0,19	0,956	-1,99*
10	2,13	1,56	-0,08	0,898	-0,43

Χαρτ. Αγοράς	**1,42**	**1,00**	**0,00**		**0,00**

*Στατιστικά σημαντικό σε επίπεδο σημαντικότητας 5%

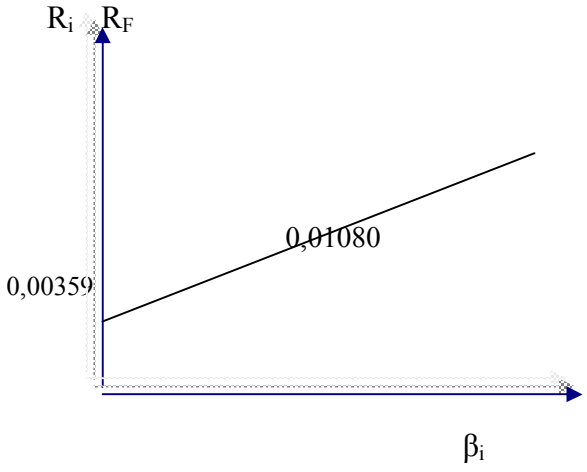
Παρατηρούμε ότι ο έλεγχος του ΥΑΚΣ με την χρήση 10 χαρτοφυλακίων αποδείχθηκε επιτυχής. Όπως παρατηρούμε από τον πίνακα οι εκτιμήσεις των συντελεστών β εμφανίζονται σε αύξοντα ρυθμό σύμφωνα με τον αύξοντα ρυθμό των χαρτοφυλακίων. Από τις εκτιμήσεις αυτές μπορούμε να συμπεράνουμε ότι ισχύει το ΥΑΚΣ. Παρατηρούμε επίσης ότι η μέση υπερβάλλουσα απόδοση των χαρτοφυλακίων κατά το διάστημα 1931-1965 διαμορφώνεται σε αυστηρά ανιούσα τάξη, που σημαίνει ότι η αύξηση του συστηματικού κινδύνου ασκεί σοβαρή και πάντοτε αυξητική επίδεση στις αποδόσεις.

Έχουμε είδη αναφέρει ότι ο εμπειρικός έλεγχος του ΥΑΚΣ βασίζεται στις εκτιμήσεις του συντελεστή α. Στο ζήτημα αυτό, τα αποτελέσματα των Black, Jensen και Scholes (1972) δημιούργησαν ορισμένες αμφιβολίες. Από τους 10 συντελεστές α που εκτιμήθηκαν, τρεις (των χαρτοφυλακίων 1, 8 και 9) εμφανίστηκαν με τιμές διαφορετικές του μηδενός σε επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5%. Επιπλέον οι εκτιμώμενες τιμές του συντελεστή α εμφανίζουν μια αρκετά συστηματική κίνηση από θετικά σε αρνητικά μεγέθη, καθώς πηγαίνουμε από τα χαρτοφυλάκια χαμηλού, στα χαρτοφυλάκια υψηλού κινδύνου. Είναι φανερό ότι οι στατιστικά σημαντικές τιμές των α εκδηλώνονται στα ακραία χαρτοφυλάκια, με θετικά μεγέθη για τα χαρτοφυλάκια 1, 2 και αρνητικό μέγεθος για το χαρτοφυλάκιο 9.

Τα αποτελέσματα της παλινδρόμησης όπου οι υπερβάλλουσες αποδόσεις των 10 χαρτοφυλακίων είναι η εξαρτημένη μεταβλητή και τα βήτα κάθε χαρτοφυλακίου είναι η ανεξάρτητη μεταβλητή είναι τα εξής:

$$\boxed{\overline{R}_i - R_F = 0{,}00359 + 0{,}01080 b_i} \qquad r^2 = 0{,}98$$

Τα αποτελέσματα φαίνονται διαγραμματικά στο παρακάτω σχήμα.



Excess return versus Beta

Το υψηλό ποσοστό του ρ^2=98% δείχνει την γραμμικότητα των αποδόσεων όπως προβλέπεται από την θεωρία.

Με βάση τα αποτελέσματα αυτά οι ερευνητές κατέληξαν στο συμπέρασμα ότι το Υπόδειγμα Αποτίμησης Κεφαλαιακών Στοιχείων και η θεωρητική σχέση του Υποδείγματος ισχύουν κατά προσέγγιση, αλλά όχι ακριβώς, στην λειτουργία των πραγματικών κεφαλαιαγορών.

Fama και MacBeth (1973)
«Risk, Return, and Equilibrium: Empirical Tests»

Ο εμπειρικός έλεγχος του ΥΑΚΣ ελέγχθηκε από τους Black, Jensen και Scholes (1972) με την εφαρμογή του εμπειρικού υποδείγματος διαχρονικής παλινδρόμησης που περιγράφηκε παραπάνω. Σε σύντομο χρόνο μετά την εμφάνιση της έρευνας αυτής , δημοσιεύθηκε μια δεύτερη εμπειρική μελέτη από τους E. Fama και J. MacBeth (1973) η οποία αποτέλεσε ένα δεύτερο άρτιο στατιστικό πείραμα για τον εμπειρικό έλεγχο του Υποδείγματος. Ο έλεγχος του Fama και Macbeth (1973) αποτέλεσε ορόσημο στην εμπειρική επαλήθευση του ΥΑΚΣ χρησιμοποιώντας όμως διαφορετική μεθοδολογία από εκείνη των Black, Jensen και Scholes (1972).

Οι Fama και MacBeth (1973), σε αντίθεση με τη χρήση διαχρονικής παλινδρόμησης από τους Black, Jensen και Scholes (1972), επικέντρωσαν τη μεθοδολογική τους προσέγγιση σε διαστρωματικές παλινδρομήσεις. Χρησιμοποίησαν και αυτοί τα στοιχεία από όλες τις εισηγμένες στο NYSE μετοχές κατά την περίοδο 1930-1968. Για κάθε μήνα του έτους, από το 1935 και μετά, κατέταξαν όλες τις μετοχές σε 20 χαρτοφυλάκια με βάση τους συντελεστές β, που είχαν εκτιμηθεί από στοιχεία των αμέσως προηγούμενων 60 μηνών. Τα 20 χαρτοφυλάκια σχηματίσθηκαν σε ανιούσα τάξη των συντελεστών β και επανασυντέθηκαν για κάθε μήνα από το 1935 έως το 1968.

Ο λόγος για τον οποίο οι Fama και MacBeth (1973) εξαίρεσαν παρατηρήσεις από το διάστημα 1926-29, το οποίο είχαν περιλάβει στη μελέτη του οι Black, Jensen και Scholes (1972), ήταν ότι στο διάστημα αυτό περιλαμβανόταν η ανώμαλη περίοδος 1927-29. Την περίοδο εκείνη σημειώθηκε η μεγάλη κερδοσκοπική άνοδος και στη συνέχεια η μεγάλη κατάρρευση του χρηματιστηρίου αξίων του NYSE.

Ακολουθώντας τη μέθοδο αυτή, οι Fama και MacBeth (1973) σχημάτισαν 20 χαρτοφυλάκια και υπολόγισαν τις αποδόσεις τους για 402 μηνιαία διαστήματα από το 1935 έως το 1968. Για καθένα από αυτά τα χαρτοφυλάκια και για καθέναν από τους 402 μήνες υπολόγισαν την απόδοση, το συντελεστή β, καθώς και τη τυπική απόκλιση. Το τελευταίο αυτό μέγεθος αποτέλεσε μέτρηση του μη συστηματικού κινδύνου που εμφάνιζε κάθε χαρτοφυλάκιο σε κάθε περίοδο. Με βάση αυτές τις αρχικές ενέργειες , οι Fama και MacBeth (1973) συγκέντρωσαν για καθένα από τους 402 μήνες μια μήτρα 20 παρατηρήσεων για τρία μεγέθη. Την απόδοση του χαρτοφυλακίου $\widetilde{R}_{it}$, το συντελεστή β του χαρτοφυλακίου b_i και την υπολειμματική τυπική απόκλιση S_{ei}.

Στη συνέχεια έλεγξαν την εξής διαστρωματική παλινδρόμηση:

$$\boxed{\widetilde{R}_{it} = \gamma_{0t} + \gamma_{1t} b_i - \gamma_{2t} b_i^2 + \gamma_{3t} S_{ei} + h_{it}} \qquad (14)$$

Εκτιμώντας την εξίσωση αυτή για κάθε μέρα μελέτησαν πως οι παράμετροι αλλάζουν μέσα στο χρόνο. Αυτή η μορφή της εξίσωσης επιτρέπει τον έλεγχο μιας σειράς υποθέσεων όσο αφορά το ΥΑΚΣ.

1. E(γ_{3t})= 0 ή ο συστηματικός κίνδυνος δεν επηρεάζει τις αποδόσεις
2. E(γ_{2t})= 0 ή δεν υπάρχουν μη γραμμικότητες στη security market line
3. E(γ_{1t})= 0 που σημαίνει ότι δεν υπάρχει θετική τιμή για το κίνδυνο στις κεφαλαιαγορές.

Οι υποθέσεις αυτές εκτιμήθηκαν με βάση τους μέσους όρους των συντελεστών g_{0t}, g_{1t}, g_{2t}, g_{3t} από τις 402 παλινδρομήσεις, που υπολογίστηκαν από τα διαθέσιμα

στοιχεία. Στην συνέχεια είναι απαραίτητο να σχολιαστούν οι παραπάνω υποθέσεις. Όπως θα γίνει αμέσως φανερό, οι έλεγχοι των υποθέσεων αυτών αποτελούν μια πιο εξονυχιστική προσέγγιση των ιδιοτήτων του ΥΑΚΣ, σε σύγκριση με τις εμπειρικές αναλύσεις των Black, Jensen και Scholes (1972).

Εάν τόσο το E(γ_{2t}) και το E(γ_{3t}) δεν είναι διάφορα του μηδενός τότε μπορούμε να εξετάσουμε τα E(γ_{0t}) και E(γ_{1t})για να δούμε αν το βασικό ΥΑΚΣ ή το μοντέλο μηδενικού βήτα είναι καλύτερη περιγραφή των αποδόσεων της αγοράς. Τέλος μπορούμε να εξετάσουμε όλους τους συντελεστές και το τυπικό στάλαμα για να δούμε αν η αγορά fair game. Αν η αγορά είναι fair game δεν υπάρχει τρόπος με τον οποίο κάποιος να μπορέσει να χρησιμοποιήσει τη γνώση της τιμής των παραμέτρων στις προηγούμενες περιόδους για ν' αποκτήσει υπερβάλλουσες αποδόσεις. Για παράδειγμα αν το βασικό ΥΑΚΣ ισχύει τότε ανεξάρτητα από τις προηγούμενες τιμές των γ_{2t} και γ_{3t} καθεμιά από τις αναμενόμενες τιμές στο χρόνο t+1 πρέπει να είναι μηδέν.

Οι Fama και Macbeth (1973) όπως αναφέρθηκε εκτίμησαν τα γ_{0t}, γ_{1t}, γ_{2t} και γ_{3t} και η_{it} για κάθε μήνα στην περίοδο Ιανουαρίου 1936 –Ιουνίου 1968. Η μέση τιμή για κάθε γ_{1t}, (σημειώνεται $\bar{\gamma}_i$) μπορεί να βρεθεί βρίσκοντας το μέσο όρο των μεμονωμένων τιμών και μπορούμε ν' ελέγξουμε αν ο μέσος όρος είναι διαφορετικός του μηδενός.

Περίοδος	$\bar{\hat{g}}_0$	$\bar{\hat{g}}_1$	$\bar{\hat{g}}_0 - R_F$	$s(\hat{g}_0)$	$s(\hat{\gamma}_1)$	$\hat{r}_0(\hat{g}_0 - R_F)$	$\hat{r}(\hat{g}_1)$	$t(\bar{\hat{\gamma}}_0)$	$t(\bar{\hat{\gamma}}_1)$	$t(\hat{\gamma}_0 - R_F)$	$\bar{r}^2$	$s(r^2)$	
$R_{it} = \hat{g}_{0t} + \hat{g}_{1t} b_i + h_{it}$													
Panel A 1935-6/1968	0,0061	0,0085	0,0048	0,038	0,066	0,15	0,02	3,24	2,57	2,55	0,29		0,30
1935-1945	0,0039	0,0163	0,0037	0,052	0,098	0,10	-0,03	0,86	1,92	0,82	0,29		0,29
1946-1955	0,0087	0,0027	0,0078	0,026	0,041	0,18	0,07	3,71	0,70	3,31	0,31		0,32
1956-6/1968	0,0060	0,0062	0,0034	0,030	0,044	0,27	0,15	2,45	1,73	1,39	0,28		0,29
1935-1940	0,0024	0,0109	0,0023	0,064	0,116	0,07	-0,09	0,32	0,79	0,31	0,23		0,30
1941-1945	0,0056	0,0229	0,0054	0,034	0,069	0,23	0,15	1,27	2,55	1,22	0,37		0,28
1946-1950	0,0050	0,0029	0,0044	0,031	0,047	0,20	0,04	1,27	0,48	1,10	0,39		0,33
1951-1955	0,0123	0,0024	0,0111	0,019	0,035	0,20	0,08	5,06	0,53	4,56	0,24		0,29
1956-1960	0,0148	-0,0059	0,0128	0,020	0,034	0,37	0,18	5,68	1,37	4,89	0,22		0,31
1961-6/1968	0,0001	0,0143	-0,0029	0,034	0,048	0,22	0,09	0,03	2,81	-0,80	0,32		0,27

Περίοδος	$\bar{g}_0$	$\bar{\hat{g}}_1$	$\bar{\hat{g}}_2$	$\bar{\hat{g}}_0 - R_F$	$s(\hat{g}_0)$	$s(\hat{\gamma}_1)$	$s(\hat{\gamma}_2)$
			$R_{it} = g_{0t} + g_{1t} b_i + g_{2t} b_i^2 + h_{it}$				
Panel B 1935-6/1968	0,0049	0,0105	-0,0008	0,0036	0,052	0,118	0,056
1935-1945	0,0074	0,0079	0,0040	0,0073	0,061	0,139	0,074
1946-1955	-0,0002	0,0217	-0,0087	-0,0012	0,036	0,095	0,034
1956-6/1968	0,0069	0,0040	0,0013	0,0043	0,054	0,116	0,053
1935-1940	0,0013	0,0141	-0,0017	0,0012	0,069	0,160	0,075
1941-1945	0,0148	0,0004	0,0108	0,0146	0,050	0,111	0,073
1946-1950	-0,0008	0,0152	-0,0051	-0,0015	0,037	0,104	0,032
1951-1955	0,0004	0,0281	-0,0122	-0,0008	0,030	0,085	0,035
1956-1960	0,0128	-0,0015	-0,0020	0,0108	0,030	0,072	0,029
1961-6/1968	0,0029	0,0077	0,0034	-0,0000	0,066	0,138	0,064

Περίοδος	$\hat{r}_0(\hat{g}_0 - R_F)$	$\hat{r}(\hat{g}_1)$	$\hat{r}(\hat{g}_2)$	$t(\bar{\hat{\gamma}}_0)$	$t(\bar{\hat{\gamma}}_1)$	$t(\bar{\hat{\gamma}}_2)$	$t(\hat{\gamma}_0 - R_F)$	$\bar{r}^2$	$s(r^2)$
$R_{it} = \hat{g}_{0t} + \hat{g}_{1t} b_i + \hat{g}_{2t} b_i^2 + h_{it}$									
Panel B 1935-6/1968	0,03	-0,11	-0,11	1,92	1,79	-0,29	1,42	0,32	0,31
1935-1945	-0,10	-0,31	-0,21	1,39	0,65	0,61	1,36	0,32	0,30
1946-1955	0,04	0,00	0,00	-0,07	2,51	-2,83	-0,38	0,36	0,32
1956-6/1968	0,17	0,07	0,03	1,56	0,42	0,29	0,97	0,30	0,30
1935-1940	-0,13	-0,36	-0,35	0,16	0,75	-0,19	0,14	0,24	0,30
1941-1945	-0,04	-0,19	-0,04	2,28	0,03	1,15	2,24	0,39	0,29
1946-1950	0,14	0,04	0,00	-0,18	1,14	-1,24	-0,32	0,44	0,32
1951-1955	-0,17	-0,14	-0,01	0,10	2,55	-2,72	-0,20	0,28	0,29
1956-1960	0,35	0,11	0,26	3,38	-0,16	-0,54	2,84	0,25	0,31
1961-6/1968	0,14	0,06	-0,01	0,42	0,53	0,51	-0,01	0,34	0,29

Περίοδος	$\bar{\hat{g}}_0$	$\bar{\hat{g}}_1$	$\bar{\hat{g}}_3$	$\bar{\hat{g}}_0 - R_F$	$s(\hat{g}_0)$	$s(\hat{\gamma}_1)$	$s(\hat{\gamma}_3)$	$\hat{r}_0(\hat{g}_0 - R_F)$
$R_{it} = \hat{g}_{0t} + \hat{g}_{1t} b_i + \hat{g}_{3t} s_{ei} + h_{it}$								
Panel C 1935-6/1968	0,0054	0,0072	0,0198	0,0041	0,052	0,065	0,868	0,04
1935-1945	0,0017	0,0104	0,0841	0,0015	0,073	0,083	0,921	-0,00
1946-1955	0,0110	0,0075	-0,1052	0,0100	0,032	0,056	0,609	0,08
1956-6/1968	0,0042	0,0041	0,0633	0,0016	0,040	0,052	0,984	0,12
1935-1940	0,0036	0,0119	-0,0170	0,0035	0,082	0,105	0,744	-0,03
1941-1945	-0,0006	0,0085	0,2053	-0,0009	0,061	0,052	1,091	0,07
1946-1950	0,0069	0,0081	-0,0920	0,0062	0,034	0,066	0,504	0,14
1951-1955	0,0150	0,0069	-0,1185	0,0138	0,029	0,043	0,702	0,06
1956-1960	0,0127	-0,0081	-0,0728	0,0107	0,037	0,045	1,164	0,15
1961-6/1968	-0,0014	0,0122	0,0570	-0,0044	0,042	0,055	0,850	0,10

Περίοδος	$\hat{r}(\hat{g}_1)$	$\hat{r}(\hat{g}_3)$	$t(\bar{\hat{\gamma}}_0)$	$t(\bar{\hat{\gamma}}_1)$	$t(\bar{\hat{\gamma}}_3)$	$t(\hat{\gamma}_0 - R_F)$	$\bar{r}^2$	$s(r^2)$
$R_{it} = \hat{g}_{0t} + \hat{g}_{1t} b_i + \hat{g}_{3t} s_{ei} + h_{it}$								
Panel C 1935-6/1968	-0,12	-0,04	2,10	2,20	0,46	1,59	0,32	0,31
1935-1945	-0,26	-0,08	0,26	1,41	1,05	0,24	0,32	0,31
1946-1955	0,02	-0,20	3,78	1,47	-1,89	3,46	0,34	0,32
1956-6/1968	0,08	0,03	1,28	0,96	0,79	0,50	0,30	0,29
1935-1940	-0,26	-0,18	0,37	0,97	-0,19	0,36	0,25	0,30
1941-1945	-0,29	-0,02	-0,08	1,25	1,46	-0,11	0,41	0,30
1946-1950	0,06	-0,02	1,56	0,95	-1,41	1,40	0,42	0,33
1951-1955	-0,18	-0,32	4,05	1,24	-1,31	3,72	0,27	0,29
1956-1960	0,15	0,21	2,68	-1,40	0,48	2,26	0,26	0,30
1961-6/1968	0,00	-0,19	-0,32	2,12	0,64	-0,98	0,33	0,27

Περίοδος	$\bar{\hat{g}}_0$	$\bar{\hat{g}}_1$	$\bar{\hat{g}}_2$	$\bar{\hat{g}}_3$	$\bar{\hat{g}}_0 - R_F$	$s(\hat{g}_0)$	$s(\hat{\gamma}_1)$	$s(\hat{\gamma}_2)$	$s(\hat{\gamma}_3)$
$R_{it} = \hat{g}_{0t} + \hat{g}_{1t}\beta_i + \hat{g}_{2t}\beta_i^2 + \hat{g}_{3t}s_{ei} + h_{it}$									
Panel D 1935-6/1968	0,0020	0,0114	-0,0026	0,0516	0,0008	0,075	0,123	0,060	0,929
1935-1945	0,0011	0,0118	-0,0009	0,0817	0,0010	0,103	0,146	0,079	1,003
1946-1955	0,0017	0,0209	-0,0076	-0,0378	0,0008	0,042	0,096	0,038	0,619
1956-6/1968	0,0031	0,0034	-0,0000	0,0966	0,0005	0,065	0,122	0,055	1,061
1935-1940	0,0009	0,0156	-0,0029	0,0025	0,0008	0,112	0,171	0,085	0,826
1941-1945	0,0015	0,0073	0,0014	0,1767	0,0012	0,092	0,109	0,072	1,181
1946-1950	0,0011	0,0141	-0,0040	-0,0313	0,0004	0,047	0,106	0,042	0,590
1951-1955	0,0023	0,0277	-0,0112	-0,0443	0,0011	0,037	0,085	0,034	0,651
1956-1960	0,0103	-0,0047	-0,0020	0,0979	0,0083	0,049	0,078	0,032	1,286
1961-6/1968	-0,0017	0,0088	0,0013	0,0957	-0,0046	0,073	0,144	0,066	0,887

Περίοδος	$\hat{r}_0(\hat{g}_0 - R_F)$	$\hat{r}(\hat{g}_1)$	$\hat{r}(\hat{g}_2)$	$\hat{r}(\hat{g}_3)$	$t(\bar{\hat{\gamma}}_0)$	$t(\bar{\hat{\gamma}}_1)$	$t(\bar{\hat{\gamma}}_2)$	$t(\bar{\hat{\gamma}}_3)$	$t(\hat{\gamma}_0 - R_F)$	$\bar{r}^2$	$s(r^2)$
Panel D 1935-6/1968	-0,09	-0,09	-0,12	-0,10	0,55	1,85	-0,86	1,11	0,20	0,34	0,31
1935-1945	-0,20	-0,23	-0,24	-0,15	0,13	0,94	-0,14	0,94	0,11	0,34	0,31
1946-1955	-0,10	-0,00	-0,01	-0,20	0,44	2,39	-2,16	-0,67	0,20	0,36	0,32
1956-6/1968	0,12	0,03	0,01	-0,05	0,59	0,34	-0,00	1,11	0,10	0,32	0,29
1935-1940	-0,16	-0,23	-0,26	-0,12	0,07	0,78	-0,29	0,03	0,03	0,26	0,30
1941-1945	-0,28	-0,21	-0,22	-0,18	0,12	0,52	0,15	1,16	1,16	0,43	0,31
1946-1950	-0,10	0,03	-0,01	-0,12	0,18	1,03	-0,73	-0,41	-0,41	0,44	0,33
1951-1955	-0,11	-0,13	-0,01	-0,28	0,48	2,53	-2,54	-0,53	-0,53	0,29	0,30
1956-1960	-0,16	0,19	-0,01	0,02	1,63	-0,47	-0,49	0,59	0,59	0,28	0,30
1961-6/1968	0,20	0,00	0,01	-0,15	-0,21	0,58	0,19	1,02	1,02	0,35	0,29

Οι πίνακες αυτοί παρουσιάζουν τα αποτελέσματα της εκτίμησης της εξίσωσης παλινδρόμησης καθώς και τις διάφορες μεταβλητές για την περίοδο. Παρατηρούμε ότι οι Fama και Macbeth εκτίμησαν την πλήρη εξίσωση $\tilde{R}_{it} = \gamma_{0t} + \gamma_{1t} b_i - \gamma_{2t} b_i^2 + \gamma_{3t} S_{ei} + h_{it}$ καθώς και άλλες μορφές της εξίσωσης όπου οι τιμές των γ_{2t} και γ_{3t} ήταν ξεχωριστά ή και ταυτόχρονα ίση με το μηδέν. Αν τόσο η θεωρία όσο και οι εμπειρικές αποδείξεις δείχνουν ότι κάποιες μεταβλητές δεν έχουν επίδραση σε μια εξίσωση τότε οι υπόλοιποι συντελεστές μπορούν να εκτιμηθούν καλύτερα αν οι επιδράσεις αυτές δεν εισαχθούν στην εκτιμώμενη εξίσωση. Για παράδειγμα η θεωρία και τα αρχικά εμπειρικά αποτελέσματα δείχνουν ότι ούτε το β^2 ούτε ο μη συστηματικός κίνδυνος επηρεάζουν τις αποδόσεις. Γ' αυτό θα λάβουμε καλύτερη εκτίμηση της επίδρασης του β στις αποδόσεις αν οι μεταβλητές αυτές αποκλειστούν γιατί ο συντελεστής του βήτα δεν θα επηρεάζεται από την πολυσυγγραμμικότητα μεταξύ του β και β^2 και ανάμεσα στο β και το μη συστηματικό κίνδυνο.

Η υπόθεση $E(\gamma_{2t})= 0$ αποσκοπεί στην επαλήθευση της γραμμικότητας του ΥΑΚΣ. Με άλλα λόγια αν η αρχική εξίσωση του Υποδείγματος ισχύει, θα πρέπει ο συντελεστής β να επιδρά γραμμικά και μόνο γραμμικά στο σχηματισμό των μέσων αποδόσεων. Αν, όμως, η στατιστική διερεύνηση οδηγεί στην απόρριψη της υπόθεσης αυτής, τότε τίθεται υπό αμφισβήτηση η γραμμικότητα του Υποδείγματος, που είναι θεμελιώδες χαρακτηριστικό. Αν δηλαδή, εξαχθεί από τις εκτιμήσεις τιμή του συντελεστή γ_{2t} διάφορη του μηδενός, τότε θα πρέπει να αποδεχθούμε ότι ένας όρος δεύτερου βαθμού, όπως το β^2 επιδρά στο σχηματισμό των αποδόσεων και αυτό θα συνιστά σοβαρή παραβίαση της θεωρητικής σχέσης που προβλέπεται από το ΥΑΚΣ.

Εξετάζοντας τα τμήματα Β και D των παραπάνω πινάκων βλέπουμε ότι το γ_{2t} είναι μικρό, δεν είναι στατιστικά σημαντικό και αλλάζει πρόσημο από υποπερίοδο σε υποπερίοδο. Επιπλέον η εξέταση της συσχέτισης του γ_{2t} με την προηγούμενη του

τιμή (οι μεσοί θεωρούνται μηδέν) δείχνει ότι δεν περιέχεται κάποια πληροφορία στις μεμονωμένες τιμές του γ_{2t}. Όποτε το β^2 ούτε επηρεάζει τις προσδοκώμενες αποδόσεις των μετοχών ούτε ο συντελεστής του περιέχει πληροφορία σχετικά με την επενδυτική στρατηγική.

Έχοντας συμπεράνει ότι ούτε το β^2 ούτε ο μη συστηματικός κίνδυνος επηρεάζουν τις αποδόσεις η σωστή μορφή της εξίσωσης μπορεί να εξεταστεί όπως φαίνεται στο τμήμα Α.

Η υπόθεση $E(\gamma_{3t})= 0$ αποσκοπεί στην επαλήθευση της επίδρασης του συστηματικού κινδύνου στο σχηματισμό των αποδόσεων. Η εξίσωση του ΥΑΚΣ προβλέπει ότι οι επενδυτές αποζημιώνονται με υψηλότερες προσδοκώμενες αποδόσεις μόνον για το μέγεθος συστηματικού κινδύνου που εμφανίζουν οι αποδόσεις των αξιόγραφων. Δεν αποζημιώνονται, όμως, για το μη – συστηματικό κίνδυνο αυτών των αποδόσεων δεδομένου ότι, σύμφωνα με το θεωρητικό υπόδειγμα, ο μη – συστηματικός κίνδυνος διαχέεται από τη διαφοροποίηση των επενδυτικών χαρτοφυλακίων. Επομένως, για να επαληθευθεί η ισχύς της εξίσωσης $\overline{R}_i = R_f + b_i(\widetilde{R}_M - R_f)$ πρέπει ο δείκτης μη – συστηματικού κίνδυνου να μην εμφανίζει επίδραση στο σχηματισμό των αποδόσεων, δηλαδή να συνοδεύεται από συντελεστή γ_{3t} μηδενικής τιμής.

Εξετάζοντας τα τμήματα C και D των παραπάνω πινάκων βλέπουμε όταν το γ_3 μετράται σ' όλη τη περίοδο είναι μικρό και δεν είναι στατιστικά διαφορετικό του μηδενός. Επιπλέον όταν το εξετάζουμε στις διάφορες υποπεριόδους βρίσκουμε ότι παραμένει μικρό για κάθε υποπερίοδο και δεν είναι στατιστικά διάφορο του μηδενός και μάλιστα έχει διαφορετικό πρόσημο στις διάφορες υποπεριόδους. Μπορούμε με ασφάλεια να συμπεράνουμε ότι ο μη συστηματικός κίνδυνος δεν έχει καμία επίδραση στην αναμενόμενη απόδοση μιας μετοχής. Πάντως είναι πιθανό η αγορά να μην είναι

fair game όσο αφορά τη πληροφορία που περιέχεται στο γ_{3t}. Αν το γ_{3t} διαφέρει από το μηδέν σε κάποιες περιόδους αυτό μας δίνει πληροφορία για ποια θα είναι η τιμή του (άρα και οι αποδόσεις) την επόμενη περίοδο.

Ο ευκολότερος τρόπος να το ελέγξουμε αυτό είναι ν' εξετάσουμε τη συσχέτιση του γ_{3t} σε μια περίοδο με την τιμή του στην προηγούμενη περίοδο όπου ο μέσος όρος όλων των περιόδων θεωρείται ότι είναι μηδέν. Τα τμήματα C και D δείχνουν ότι η τιμή του συντελεστή συσχέτισης [$\rho_0(\gamma_3)$] είναι κοντά στο μηδέν και δεν είναι στατιστικά σημαντικό. Οι Fama και Macbeth (1973) επιπλέον υπολογίζουν τη συσχέτιση μεταξύ του γ_{3t} και των προηγούμενων τιμών του με χρονικές καθυστερήσεις μεγαλύτερη της μιας περιόδου. Και πάλι βρίσκουν ότι δεν υπάρχει κάποια χρήσιμη πληροφορία στο γ_{3t} .

Τα αποτελέσματα των Fama και Macbeth (1973) είναι αντίθετα μ' αυτά των Lintner (1965) και Douglas (1968) όσο αφορά τη σημασία του μη συστηματικού κινδύνου. Η εξήγηση γ' αυτό είναι η εξής: Οι Miller και Scholes (1972) δείξανε ότι αν το βήτα έχει μεγάλο σφάλμα δειγματοληψίας τότε ο μη συστηματικός κίνδυνος χρησιμοποιήθηκε ως μια εκτίμηση του πραγματικού βήτα (proxy). Οι Fama και Macbeth (1973) έχουν πολύ λιγότερο σφάλμα δειγματοληψίας απ' ότι οι Lintner (1965) και Douglas (1968) επειδή χρησιμοποιούν χαρτοφυλάκια. Όταν το β εκτιμάται με μεγαλύτερη ακρίβεια ο μη συστηματικός κίνδυνος δεν φαίνεται να είναι πια σημαντικός.

Οι Fama και Macbeth (1973) εξετάζουν το γ_1 για όλη τη περίοδο και συμπεραίνουν ότι υπάρχουν ενδείξεις ότι η σχέση μεταξύ αναμενόμενης απόδοσης και β είναι θετική καθώς και γραμμική. Επιπλέον ελέγχοντας τη συσχέτιση της διαφοράς μεταξύ του γ_{1t} και του μέσου του με προηγούμενες τιμές της ίδιας μεταβλητής δείχνουν ότι η διαφορά του γ_{1t} με το μέσο του δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να γίνει μια καλύτερη πρόβλεψη της μελλοντικής τιμής του γ_{1t} απ' ότι αν χρησιμοποιούταν μόνο ο μέσος.

Οι Fama και Macbeth (1973) βρίσκουν ότι το $\hat{g}_0$ είναι γενικά μεγαλύτερο του R_F και σ' όλη τη περίοδο το $\hat{g}_1$ είναι στατιστικά σημαντικό μεγαλύτερο του μηδέν. Επίσης βρίσκουν ότι το $\hat{g}_1$ είναι γενικά μικρότερο του $\overline{R_M}$ - R_F. Το γεγονός ότι το γ_0 είναι σημαντικό μεγαλύτερο από το R_F και το $\hat{g}_1$ είναι πολύ μικρότερο του $\overline{R_M}$ – R_F φαίνεται να δείχνει ότι το μοντέλο μηδενικού βήτα είναι περισσότερο συνεπές με τις συνθήκες ισορροπίας απ' ότι το βασικό ΥΑΚΣ. Τα συγκεκριμένα αυτά εμπειρικά ευρήματα εμφανίζονται στον παρακάτω πίνακα.

Εκτιμήσεις μέσων διαστρωματικών συντελεστών από τα 20 χαρτοφυλάκια των Fama και MacBeth

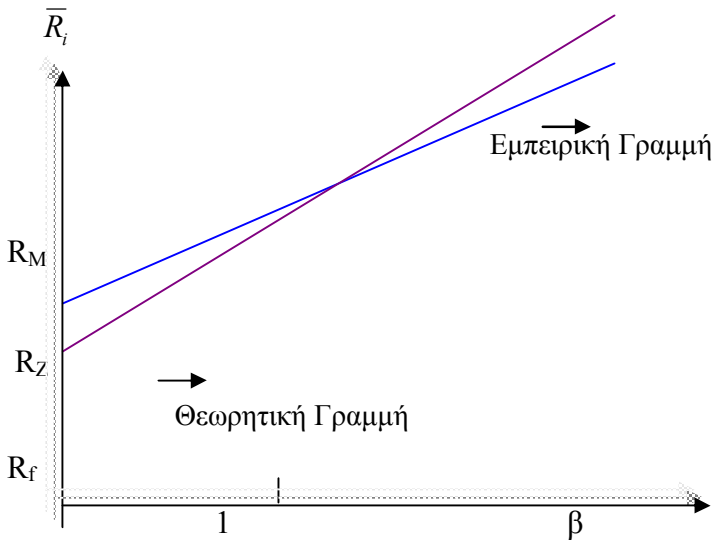
Μεταβλητή t- στατιστικό Συντελεστή	Συντελεστής	
Σταθερός Όρος	0,0061	3,24*
B	0,0085	2,57*
(Σταθ. Όρος) – (r_f)	0,0048	2,55*

*Σημαντικοί στο επίπεδο σημαντικότητας 5%

Τα αποτελέσματα των Fama και Macbeth (1973) βρίσκονται σε συμφωνία με εκείνα των Black, Jensen και Scholes (1972). Συγκεκριμένα, τα ευρήματα των δυο μελετητικών ομάδων φαίνεται να αντιστοιχούν σε μια θεωρητική σχέση, όπως η παρακάτω:

$$\overline{R}_i = R_Z + b_i(\overline{R}_M - R_Z) \qquad (15)$$

όπου η μεταβλητή (R_Z) αποτελεί απόδοση αξιόγραφου ανώτερη της R_f, όπου δηλαδή $R_Z > R_f$. Στο παρακάτω διάγραμμα παρουσιάζεται η σύγκριση της θεωρητικής σχέσης του ΥΑΚΣ και της εμπειρικής σχέσης (10) που γενικεύει τα ευρήματα των εμπειρικών μελετών.



Όπως φαίνεται από το διάγραμμα, οι δυο σχέσεις είναι αυστηρά γραμμικές, αλλά η εμπειρική «γραμμή αξιόγραφων» έχει υψηλότερο σταθερό όρο και μικρότερη κλίση από τη θεωρητική «γραμμή αξιόγραφων». Αυτή η συστηματική διαφοροποίηση των δυο γραμμών αποτελεί το θεμελιώδες εύρημα των εμπειρικών ελέγχων του CAPM. Σχολιάζοντας το εύρημα αυτό και επιδιώκοντας μια θεωρητική εξήγηση της απόκλισης μεταξύ των δυο γραμμών, ο F. Black (1972) παρατήρησε ότι υπάρχει πρόβλημα με την εμπειρική αναπαράσταση του σταθερού όρου. Θεωρητικά, η απόδοση (R_f) είναι η απόδοση ακίνδυνου αξιόγραφου και το Υπόδειγμα κάνει την παροχή ότι υπάρχει δυνατότητα απεριόριστου ακίνδυνου δανεισμού με την (R_f). Στην πραγματικότητα ούτε η απόδοση των ομολόγων του δημοσίου είναι εντελώς ακίνδυνη, ούτε ο δανεισμός είναι απεριόριστος και μάλιστα με επιτόκιο ίσο προς την απόδοση των ομολόγων του δημοσίου. Για τους λόγους αυτούς η εμπειρική τιμή του σταθερού όρου είναι η προσδοκώμενη απόδοση (R_Z) ενός αξιόγραφου ή χαρτοφυλακίου αξιόγραφων με μηδενικό συστηματικό κίνδυνο (zero – beta portfolio). Τέλος ο Black (1972) καταλήγει στη αναγνώριση ότι η απόδοση θα πρέπει να είναι υψηλότερη από το επιτόκιο ακίνδυνου δανεισμού και προτείνει την αποκατάσταση της σχέσης $\overline{R}_i = R_f + b_i(\overline{R}_M - R_f)$ με τη σχέση $\overline{R}_i = R_Z + b_i(\overline{R}_M - R_Z)$.

Blume και Friend (1973)
«A New Look at the Capital Asset Pricing Model»

Οι Blume και Friend (1973) για να εκτιμήσουν τη σχέση απόδοσης – κινδύνου συγκέντρωσαν τις πραγματικές αποδόσεις και τους συντελεστές βήτα για ένα μεγάλο αριθμό μετοχών. Επίσης για να αντιμετωπίσουν το πρόβλημα της λάθους εκτίμησης χρησιμοποίησαν την τεχνική ομαδοποίησης των στοιχείων.

Σε πρώτο στάδιο Blume και Friend (1973) για ν΄ αντιμετωπίσουν το πρόβλημα της λάθους εκτίμησης των μεταβλητών χρησιμοποίησαν την τεχνική ομαδοποίησης των στοιχείων. Αρχικά οι συντελεστές βήτα εκτιμήθηκαν από την παλινδρόμηση μηναίων αποδοσεων πάνω στις αντίστοιχες άξιες του Fisher Combination Link Relatives (μέσο μέτρησης της απόδοσης του χαρτοφυλακίου αγοράς). Οι συντελεστές βήτα εκτιμήθηκαν αρχικά για κάθε μετοχή του NYSE κατά τη διάρκεια ολόκληρης της περιόδου από τον Ιανουαρίου 1950 μέχρι το Δεκέμβριο 1954.

Στη συνέχεια από τις εκτιμήσεις αυτές δημιουργήθηκαν δώδεκα χαρτοφυλάκια. Το πρώτο χαρτοφυλάκιο περιλάμβανε 80 μετοχές που είχαν τη χαμηλότερη εκτίμηση

του συντελεστή βήτα. Το δεύτερο χαρτοφυλάκιο περιλάμβανε 80 μετοχές με τις επόμενες χαμηλότερες εκτιμήσεις του συντελεστή βήτα κτλ. Στο τρίτο στάδιο οι μηνιαίες αποδόσεις για κάθε χαρτοφυλάκιο από τον Ιανουάριο 1955 έως το Δεκέμβριο 1959 υπολογίστηκαν κάτω από 2 διαφορετικές υποθέσεις. Πρώτον, μια ίση επένδυση για κάθε μετοχή και δεύτερον ένα ποσό για κάθε μετοχή ανάλογη προς την αγοραστική αξία των σημαντικότερων μετοχών στις 31 Δεκεμβρίου 1954. Στο τελευταίο στάδιο υπολογίστηκαν οι μηνιαίες αποδόσεις των μετοχών κατά μέσο όρο από το 1955 έως το 1959 και στην συνέχεια κάνοντας παλινδρόμηση εκτιμήθηκε ο συντελεστής βήτα κάθε χαρτοφυλακίου εξετάζοντας και το γραμμικό και το τετραγωνισμένο συντελεστή βήτα. Οι Blume και Friend επαναλάμβαναν την ίδια διαδικασία και για τις υποπεριόδους 1960-1964 και 1965 έως το Ιούνιο 1968.

Τα αποτελέσματα της παλινδρόμησης φαίνονται στον παρακάτω πίνακα.

Μέσος Όρος Μηνιαίων Αποδόσεων

Περίοδος και Χαρτοφυλάκιο			
A. 1/55-12/59			
Equal	(1)	R= 1,00128 – 0,0005β	R^2=0,00
Weight		(6,73)[1] (-0,4)	
	(2)	R= 1,0042 + 0,0181β – 0,0092β^2	R^2= 0,37
		(0,65) (2,8) (-2,9)	
Value	(1)	R= 1,0109 + 0,0014β	R^2=0,00
Weight		(5,40) (0,8)	
	(2)	R= 1,0083 + 0,0083β – 0,0041β^2	$\overline{R}^2 = 0{,}00$
		(1,49) (0,8) (-0,7)	
B. 1/60-12/64			
Equal	(1)	R= 1,0140 – 0,0051β	$\overline{R}^2 = 0{,}54$
Weight		(8,21) (-3,8)	
	(2)	R= 1,0199 – 0,0168β + 0,0057β^2	$\overline{R}^2 = 0{,}52$
		(2,47) (-1,2) (0,8)	
Value	(1)	R= 1,0226 – 0,0157β	$\overline{R}^2 = 0{,}55$
Weight		(5,64) (-3,8)	
	(2)	R= 1,0405 – 0,0557β + 0,0218β^2	$\overline{R}^2 = 0{,}54$
		(1,81) (-1,2) (0,9)	
C. 1/65-6/68			

Equal Weight	(1)	R= 0,9977 + 0,0202β (-5,71) (19,4)	$\overline{R}^2 = 0{,}97$
	(2)	R = 0,9944 + 0,0272β – 0,0034β^2 (-2,20) (3,1) (-0,8)	$\overline{R}^2 = 0{,}97$
Value Weight	(1)	R= 0,9919 + 0,0229β (-2,63) (3,5)	$\overline{R}^2 = 0{,}48$
	(2)	R=0,9945 + 0,0148β + 0,0057β^2 (-0,79) (0,4) (0,3)	$\overline{R}^2 = 0{,}43$

1. Το t-value μετριέται από το Risk – free rate.

Η χρήση των χαρτοφυλακίων έχει διάφορους σκοπούς: Αν και οι εκτιμήσεις των βήτα για κάθε μετοχή μπορούν να περιέχουν μεγάλα λάθη μέτρησης, οι εκτιμήσεις των βήτα, για τα χαρτοφυλάκια που είναι οι μεσοί όροι των εκτιμήσεων των βήτα των μετοχών, τείνουν να έχουν ουσιαστικά μικρότερα λάθη μέτρησης. Επίσης οι πραγματικές αποδόσεις των χαρτοφυλακίων επηρεάζονται λιγότερο από τις ιδιοτροπίες των μεμονωμένων μετοχών και επομένως μπορούν να δώσουν μια αποδοτικότερη ex- post εκτίμηση της ex- ante αναμενόμενης απόδοσης.

Εάν η διακύμανση του χαρτοφυλακίου μηδενικού κινδύνου και εάν η διαδικασία για την επιλογή χαρτοφυλακίων έχει μειώσει το πρόβλημα της λάθους εκτίμησης του βήτα, τότε οι παλινδρομήσεις του παραπάνω πίνακα επιτρέπουν μια άμεση δόκιμη του ΥΑΚΣ. Ο σταθερός όρος μπορεί να υπολογιστεί ως ο μέσος όρος του risk – free rate, ενώ το τυπικό σφάλμα επιτρέπει υπολογισμό ενός διαστήματος εμπιστοσύνης.

Όπως παρατηρούμε αυτές οι εκτιμήσεις είναι μεγαλύτερες από τα πραγματικά risk-free rate κατά τη διάρκεια των πρώτων δυο περιόδων, από τον Ιανουάριο 1965 έως το Δεκέμβριο 1959 και από τον Ιανουάριο του 1960 μέχρι το Δεκέμβριο του 1964 και μικρότερες κατά τη διάρκεια της τελευταίας περιόδου, Ιανουάριος 1965 – Ιούνιος 1968. Τα τυπικά σφάλματα σ΄ αυτές τις εκτιμήσεις επιβεβαιώνουν ότι οι διαφορές είναι σημαντικές για όλες τις γραμμικές παλινδρομήσεις.

Εάν η διακύμανση του χαρτοφυλακίου μηδενικού κινδύνου είναι θετική, η cross-sectional παλινδρομήσεις παρέχουν μόνο μια εκτίμηση του risk – free rate. Αν και η

εκτίμηση είναι αμερόληπτη κάτω από την υπόθεση ότι η αναμενόμενη απόδοση ενός περιουσιακού στοιχείου μηδενικού κινδύνου είναι το risk- free rate, δεν είναι κατάλληλο να χρησιμοποιηθεί το τυπικό σφάλμα στην σταθερά για να κατασκευαστεί ένα διάστημα εμπιστοσύνης.

Αναγνωρίζοντας ότι οι έλεγχοι της cross- sectional παλινδρόμησης δεν παρέχουν μια επαρκή δοκιμή του ΥΑΚΣ, εάν το χαρτοφυλάκιο μηδενικού κινδύνου δεν έχει μηδενική διακύμανση οι Black, Jensen και Scholes έχουν προτείνει και έχουν εφαρμόσει μια time- series παλινδρόμηση. Αυτή η μελέτη αναδίπλωσε τους ελέγχους τους πάνω στα βήτα που χρησιμοποιήθηκαν, στη συγκεκριμένη μελέτη, για εξίσου ζυγισμένα χαρτοφυλάκια. Παρά το κάπως διαφορετικό τρόπο με τον οποίο τα χαρτοφυλάκια διαμορφώθηκαν, έφθασαν σε αριθμούς παρόμοιους. Τα αποτελέσματα φαίνονται στο παρακάτω πίνακα.

Εκτιμήσεις των Μέσων Όρων Μηνιαίων Αποδόσεων $(\overline{R}_0)$ του zero – beta Χαρτοφυλακίου

Περίοδος	$\overline{R}_0$	Τυπικό Σφάλμα $\overline{R}_0$	t-value $\overline{R}_0$ από το $\overline{R}_f$
1/55-12/59	1,0116	0,0027	3,5
1/60-12/64	1,0126	0,0045	2,2
1/65-6/68	0,9971	0,0049	-1,3

Η εξίσωση παλινδρόμησης που χρησιμοποιήθηκε για το time – series έλεγχο ήταν:

$$R_{it} = R_{ft} + b_i(R_{mt} - R_{ft}) + (1 - b_i)m + e_i \qquad (16)$$

Τα αποτελέσματα αυτής της έρευνας φαίνονται ν΄ απαιτούν μια απόρριψη της θεωρίας αποτίμησης περιουσιακών στοιχείων εάν η απόδοση για τις κοινές μετοχές έχει την εξής μορφή:

$$\tilde{R}_i = E(\tilde{R}_i) + \tilde{d}_i + b_i(\tilde{d}_2 - \tilde{d}_1) + \tilde{e}_i \qquad (17)$$

Αυτή η αποτυχία της θεωρίας ν ΄εξηγηθούν οι αποδόσεις σε διαφορετικά είδη μετοχών μπορεί να οφείλεται στην υπόθεση ενός μηχανισμού Short – selling. Γενικά στο short – sales ο πωλητής δεν μπορεί να χρησιμοποιήσει τις εισπράξεις για την αγορά άλλων τίτλων. Επιπλέον αυτός πρέπει να καταθέσει για περιθώριο μετρητά ίσο με το 65% της αγοραστικής αξίας των πωλήσεων. Η απαίτηση για ένα τέλειο μηχανισμό short – sales φαίνεται περισσότερο περιοριστική από την υπόθεση ότι ένα άτομο μπορεί να δανειστεί ή να δανείσει με το risk – free rate.

Η σύγκριση των αποτελεσμάτων για τις τρεις υποπεριόδους οδηγεί του Blume και Friend (1973) στο συμπέρασμα ότι ένα γραμμικό μοντέλο είναι προσέγγιση της εμπειρικής σχέσης ανάμεσα στο κίνδυνο και στην απόδοση για τις μετοχές του NYSE μόνο για τις τρεις περιόδους που καλύπτονται. Παρόλο αυτά οι εκτιμήσεις του risk-free rate (ισότιμο με την απόδοση χαρτοφυλακίου μηδενικού κινδύνου εάν η διακύμανση είναι μηδέν) είναι μεγαλύτερες από την πραγματική τιμή για τις πρώτες δυο περιόδους και έπειτα μικρότερες στην τελευταία περίοδο. Όλες αυτές οι διάφορες είναι σημαντικές. Με το time- series έλεγχο οι Blume και Friend (1973) έδειξαν ότι κάθε διακύμανση του χαρτοφυλακίου μηδενικού κινδύνου δείχνει ότι για τις δυο πρώτες περιόδους η απόδοση του είναι επίσης μεγαλύτερη από την μέση τιμή του risk- free rate.

Το συμπέρασμα απ΄ αυτά τα αποτελέσματα είναι ότι παρ΄ όλο που υπάρχει γραμμική σχέση ανάμεσα στο κίνδυνο και στην απόδοση η διάφορα ανάμεσα στους intercept terms και στην απόδοση του risk- free rate οδηγούν στην απόρριψη του ΥΑΚΣ.

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Οι Sharpe και Cooper (1972) διαπίστωσαν ότι υπάρχει θετική σχέση ανάμεσα στις αποδόσεις και τον κίνδυνο μιας μετοχής, αν και η σχέση αυτή δεν είναι απόλυτα γραμμική. Πιο συγκεκριμένα, διαπίστωσαν ότι οι αποδόσεις αυξάνουν, όσο αυξάνει ο κίνδυνος της επένδυσης, αλλά όταν γίνεται αναφορά σε επενδύσεις που ανήκουν σε υψηλές τάξεις κινδύνου, τότε οι αποδόσεις σταδιακά σταθεροποιούνται, έως και μειώνονται ελάχιστα κάποιες φορές. Για τα αποτελέσματα αυτά οι Sharpe και Cooper (1972) χρησιμοποίησαν στοιχεία μηνιαίων αποδόσεων για όλες τις μετοχές του NYSE κατά την περίοδο 1931-1967 και σχημάτισαν 10 χαρτοφυλάκια. Όπως είδη αναφέραμε ο έλεγχος των Sharpe και Cooper (1972) επιβεβαίωσε ότι ένας επενδυτής που βασιζόμενος σε στοιχεία προηγούμενων ετών εκτιμά τους συντελεστές β και επενδύει στις μετοχές με τις υψηλότερες τιμές του β, θα έχει κατά μέσο όρο μεγαλύτερες αποδόσεις. Αποδεικνύεται ότι η σχέση αποδόσεων και συστηματικού κινδύνου είναι αύξουσα σε όλες ανεξαιρέτως τις τάξεις κινδύνου πράγμα το οποίο επαληθεύει τη θεμελιώδης πρόταση του ΥΑΚΣ.

Ο Douglas (1968) ερεύνησε τη σχέση μεταξύ απόδοσης και κινδύνου, χρησιμοποιώντας μια μεταβλητή για τον συστηματικό κίνδυνο και τη διακύμανση των αποδόσεων. Ο Douglas (1968) εκτίμησε το βήτα για κάθε μια από τις 301 μετοχές του δείγματος του για τα έτη 1954-1963. Τα αποτελέσματα που προέκυψαν από την έρευνα αυτή, έδειξαν πέραν των άλλων, ότι ενώ ο συντελεστής της μεταβλητής του συνολικού κινδύνου ήταν, γενικά, στατιστικά σημαντικός, οι συντελεστές των μεταβλητών του συστηματικού κινδύνου ήταν, συνήθως, στατιστικά μη σημαντικοί. Αυτά τα αποτελέσματα όμως δεν φαίνονται να είναι συνεπή με το ΥΑΚΣ.

Οι Miller και Scholes (1972) επισήμαναν, ότι τα αποτελέσματα που προέκυψαν από τη μελέτη του Douglas (1968) , ενδεχομένως να οφείλονται σε λάθη στη μέτρηση των συντελεστών βήτα των μετοχών. Οι Miller και Scholes (1972) χρησιμοποίησαν την ίδια μεθοδολογία, όπως στους ελέγχους των Lintner (1965) και Douglas (1968). Οι Miller και Scholes (1972) υποστηρίζουν ότι το μοντέλο της πρώτης φάσης

παλινδρόμησης σταυροειδούς ελέγχου $R_{it} = a_i + b_i R_{Mt} + e_{it}$ μπορεί να παράγει αυθαίρετες εκτιμήσεις του β και ότι θα πρέπει να χρησιμοποιηθεί το μοντέλο $R_{it} = (1 - b_i)R_{Ft} + b_i R_{Mt} + e_{it}$ για να εκτιμηθεί το βήτα.

Συμπερασματικά η εκτίμηση του βήτα από την πρώτη φάση παλινδρόμησης σταυροειδούς ελέγχου είναι αυθαίρετη. Οι Lintner και Douglas (1968) όμως για την εκτίμηση του βήτα χρησιμοποίησαν το μοντέλο της αγοράς. Ο μη-συστηματικός κίνδυνος και οι συντελεστές βήτα γενικά έχουν πολύ υψηλό βαθμό συσχέτισης και η κατανομή των αποδόσεων των μετοχών ήταν πολύ ασυμμετρική. Αυτά όμως τα προβλήματα δεν στάθηκαν ικανά να εξηγήσουν πλήρως τα αποτελέσματα της μελέτης του Douglas. Επίσης οι Miller και Scholes (1972) έλεγξαν τη μη γραμμικότητα με την πρόσθεση του β^2 στη παλινδρόμηση του σταυρωτού ελέγχου και το βρήκαν να είναι στατιστικά ασήμαντο. Επίσης βρήκαν ετεροσκεδαστικότητα που σημαίνει ότι η διακύμανση του εσφαλμένου όρου στην δοκιμαστική παλινδρόμηση του σταυρωτού ελέγχου διαφορετικών μερών δεν είναι σταθερή.

Εξαιτίας των στατιστικών προβλημάτων που προέκυψαν από την έρευνα για μεμονωμένες μετοχές, οι Black, Jensen και Scholes (1972) μελέτησαν τη σχέση κινδύνου και αποδόσεων για ολόκληρα χαρτοφυλάκια μετοχών. Οι Black, Jensen και Scholes (1972) χρησιμοποίησαν διαχρονική ανάλυση των στοιχείων και κατέταξαν τις μετοχές σε χαρτοφυλάκια ανάλογα με το πραγματικό τους βήτα. Ο έλεγχος του ΥΑΚΣ με την δημιουργία και χρήση 10 χαρτοφυλακίων αποδείχθηκε επιτυχής. Από τα αποτελέσματα βρήκαν ότι υπάρχει θετική γραμμική σχέση μεταξύ του συντελεστή βήτα ενός χαρτοφυλακίου και των μηνιαίων επιπλέον αποδόσεων που λαμβάνει ένας επενδυτής, για να επενδύσει στο συγκεκριμένο χαρτοφυλάκιο, που κάθε φορά αναφερόμαστε.

Οι Fama και Mac Beth (1973) ερεύνησαν τη σχέση που υπάρχει μεταξύ των αποδόσεων κάποιων επενδύσεων για κάποιο συγκεκριμένο μήνα και κάποιων συγκεκριμένων μεταβλητών, όπως είναι ο συντελεστής βήτα β_i , το τετράγωνο των συντελεστών βήτα $(\beta_i)^2$, με το οποίο εξετάζουμε τη γραμμικότητα του μοντέλου, και ένα μέτρο για τον μη-συστηματικό κίνδυνο, που εμπεριέχεται στο μοντέλο. Οι Fama και Mac Beth (1973), σε αντίθεση με τη χρήση διαχρονικής παλινδρόμησης από τους

Black, Jensen και Scholes (1972), επικέντρωσαν τη μεθοδολογική τους προσέγγιση σε διαστρωματικές παλινδρομήσεις. Οι ίδιοι χρησιμοποίησαν στοιχεία από όλες τις εισηγμένες στο NYSE μετοχές κατά την περίοδο 1930-1968 και κατέταξαν τις μετοχές σε 20 χαρτοφυλάκια με βάση του συντελεστές β. Ακολουθώντας τη μέθοδο αυτή, οι Fama και Mac Beth (1973) σχημάτισαν 20 χαρτοφυλάκια και στη συνέχεια έλεγξαν την εξής εξίσωση παλινδρόμησης:

$$\tilde{R}_{it} = \gamma_{0t} + \gamma_{1t} b_i - \gamma_{2t} b_i^2 + \gamma_{3t} S_{ei} + h_{it}$$

Παρόλο που τα μηνιαία αποτελέσματα ποικίλουν γενικά για διαφορετικές περιόδους, τα συνολικά αποτελέσματα δικαίωναν το ΥΑΚΣ. Πιο συγκεκριμένα, ο συντελεστής του συστηματικού κινδύνου προκύπτει θετικός και στατιστικά σημαντικός, το οποίο δείχνει ότι υπάρχει θετική σχέση ανάμεσα σε απόδοση και κίνδυνο. Επιπλέον, ο συντελεστής του τετραγώνου του βήτα, όπως επίσης και ο συντελεστής του μη-συστηματικού κινδύνου προκύπτουν στατιστικά μη σημαντικοί, το οποίο φανερώνει τη γραμμική σχέση του κινδύνου με την απόδοση.

Τα αποτελέσματα των Fama και Macbeth (1973) είναι αντίθετα μ' αυτά των Lintner (1965) και Douglas (1968) όσο αφορά τη σημασία του μη συστηματικού κινδύνου. Η εξήγηση γ' αυτό είναι η εξής: Οι Miller και Scholes (1972) δείξανε ότι αν το βήτα έχει μεγάλο σφάλμα δειγματοληψίας τότε ο μη συστηματικός κίνδυνος χρησιμοποιήθηκε ως μια εκτίμηση του πραγματικού βήτα (proxy). Οι Fama και Macbeth (1973) έχουν πολύ λιγότερο σφάλμα δειγματοληψίας απ' ότι οι Lintner (1965) και Douglas (1968) επειδή χρησιμοποιούν χαρτοφυλάκια. Όταν το β εκτιμάται με μεγαλύτερη ακρίβεια ο μη συστηματικός κίνδυνος δεν φαίνεται να είναι πια σημαντικός. Οι Fama και Macbeth (1973) εξετάζουν το γ_1 για όλη τη περίοδο και συμπεραίνουν ότι υπάρχουν ενδείξεις ότι η σχέση μεταξύ αναμενόμενης απόδοσης και β είναι θετική καθώς και γραμμική.

Τα αποτελέσματα των Fama και Macbeth (1973) βρίσκονται σε συμφωνία με εκείνα των Black, Jensen και Scholes (1972). Τέλος ο Black (1972) καταλήγει στη

αναγνώριση ότι η απόδοση θα πρέπει να είναι υψηλότερη από το επιτόκιο ακίνδυνου δανεισμού και προτείνει την αποκατάσταση της σχέσης $\overline{R}_i = R_f + b_i(\overline{R}_M - R_f)$ με τη σχέση $\overline{R}_i = R_Z + b_i(\overline{R}_M - R_Z)$.

Οι Blume και Friend (1973) συγκέντρωσαν τις πραγματικές αποδόσεις και τους συντελεστές βήτα για ένα μεγάλο αριθμό μετοχών του NYSE και χρησιμοποίησαν την τεχνική ομαδοποίησης των στοιχείων. Οι Blume και Friend (1973) παρά το κάπως διαφορετικό τρόπο με τον οποίο διαμορφώθηκαν τα χαρτοφυλάκια, έφθασαν σε αριθμούς παρόμοιους μ΄ αυτούς των Black, Jensen και Scholes (1972). Η σύγκριση των αποτελεσμάτων για τις τρεις συγκεκριμένες υποπεριόδους οδηγεί του Blume και Friend (1973) στο συμπέρασμα ότι ένα γραμμικό μοντέλο είναι προσέγγιση της εμπειρικής σχέσης ανάμεσα στο κίνδυνο και στην απόδοση για τις μετοχές του NYSE μόνο για τις τρεις περιόδους που καλύπτονται.

Το συμπέρασμα απ΄ αυτά τα αποτελέσματα είναι ότι παρ΄ όλο που υπάρχει γραμμική σχέση ανάμεσα στο κίνδυνο και στην απόδοση η διάφορα ανάμεσα στους intercept terms και στην απόδοση του risk- free rate οδηγούν στην απόρριψη του ΥΑΚΣ.

ΠΙΝΑΚΑΣ ΣΥΝΟΠΤΙΚΩΝ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ ΕΜΠΕΙΡΙΚΩΝ ΜΕΛΕΤΩΝ ΤΟΥ ΥΑΚΣ ΠΡΙΝ ΤΟΝ ROLL

ΣΥΓΓΡΑΦΕΑΣ	ΤΙΤΛΟΣ	ΣΚΟΠΟΣ	ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ	ΔΕΔΟΜΕΝΑ	ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ
DOUGLAS & LINTNER	«Risk in the Equity Markets: An Empirical Appraisal of Market Efficiency»	Εκτίμηση της σχέσης απόδοσης – κινδύνου.	Ίδια με τον Lintner (1965). Εκτίμησε το βήτα για τις 301 μετοχές του δείγματος του.	Μέσες αποδόσεις μετοχών για τα έτη 1954-1963.	Απόρριψη του ΥΑΚΣ
SHARPE & COOPER	«Risk – Return Class of New York Stock Exchange Common Stocks, 1931-1967», Financial Analysts Journal, 28, (March – April 1972).	Εξέταση αν σε μακροπρόθεσμες περιόδους οι υψηλότερες αποδόσεις σχετίζονται με υψηλότερο κίνδυνο.	Δημιούργησαν 10 χαρτοφυλάκια με διαφορετικά βήτα. Χώρισαν τις μετοχές σε ομάδες για κάθε χρόνο, ανάλογα με το βήτα κάθε μετοχής.	Μηνιαίες αποδόσεις για όλες τις μετοχές του NYSE κατά την περίοδο 1931-1967.	Αποδεικνύεται ότι η σχέση απόδοσης και συστηματικού κινδύνου είναι αύξουσα σ' όλες τις τάξεις κινδύνου, το οποίο επαληθεύει τη θεμελιώδης πρόταση του ΥΑΚΣ.
MILLER & SCHOLES	«Rates of Return in Relation to Risk: A Re-Examination of Some Recent Findings», Studies in the Theory of	Ανάλυση στατιστικών προβλημάτων από τους εμπειρικούς ελέγχους του ΥΑΚΣ.	Ίδια με τους Lintner (1965) & Douglas (1968).	Ίδια με τους Lintner (1965) & Douglas (1968).	Μη γραμμική σχέση κίνδυνου – απόδοσης. Ετεροσκαδαστικότητα Έτσι τα συμπεράσματα των εμπειρικών

	Capital Markets (1972)				μελετών για την εγκυρότητα του ΥΑΚΣ δεν μπορούν να θεωρηθούν οριστικά.
BLACK, JENSEN & SCHOLES	«The Capital Asset Pricing Model: Some Empirical Tests», Studies in the Theory of Capital Markets (New York, 1972)	Υλοποίησαν ένα άρτιο εμπειρικό έλεγχο του ΥΑΚΣ χρησιμοποιώντας διαχρονική ανάλυση των στοιχείων.	Ίδια με Sharpe (1965) και Cooper (1968). Σχημάτισαν 10 χαρτοφυλάκια ανάλογα με το μέγεθος των συντελεστών βήτα.	Μηνιαίες αποδόσεις όλων των εισηγμένων στο NYSE μετοχών κατά το διάστημα 1926-1965.	Επιτυχής έλεγχος του ΥΑΚΣ.
FAMA & MACBETH	«Risk, Return, and Equilibrium: Empirical Tests», Journal of Political Economy (May/June 1973)	Εμπειρικός έλεγχος του ΥΑΚΣ σε διαστρωματικές παλινδρομήσεις.	Κατέταξαν τις μετοχές σε 20 χαρτοφυλάκια με βάση το βήτα τους και υπολόγισαν τις αποδόσεις τους για 402 μηνιαία διαστήματα από το 1935 έως το1968.	Αποδόσεις εισηγμένων στο NYSE μετοχών κατά την περίοδο 1935-1968.	Όμοια με Black, Jensen & Scholes (1972).
BLUME & FRIEND	«A New Look at the Capital Asset Pricing Model», Journal of Finance (March 1973)	Εμπειρικός έλεγχος του ΥΑΚΣ.	Χρησιμοποίησαν την τεχνική ομαδοποίησης των στοιχείων.	Μηνιαίες αποδόσεις μετοχών του NYSE για ολόκληρη την περίοδο Ιανουαρίου 1950 – Δεκεμβρίου 1954.	Απόρριψη του ΥΑΚΣ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

R. ROLL (1977)
«A Critique of the Capital Asset Pricing Theory' s Tests»

Μέχρι τώρα αναφερθήκαμε στους κλασσικούς ελέγχους του ΥΑΚΣ. Ο Roll (1977) υποστήριξε ότι τα μοντέλα γενικής ισορροπίας όπως το ΥΑΚΣ δεν είναι εύκολο να λεχθούν για την ορθότητα τους ή τουλάχιστον οι έλεγχοι που είχαν γίνει μέχρι τότε δίνουν πολύ λίγες ενδείξεις για την υποστήριξη ή την απόρριψη του ΥΑΚΣ.

Σε μια ρηξικέλευθη κριτική όλων των εμπειρικών ελέγχων του ΥΑΚΣ ο Roll (1977) υποστήριξε ότι η ελεγξιμότητα του Υποδείγματος είναι αδύνατη και ότι όλοι οι εμπειρικοί έλεγχοι παραπλανούν. Ο λόγος, κατά τον Roll (1977), που συμβαίνει αυτό είναι ότι, εφόσον δεν είναι δυνατό να παρατηρηθούν οι προσδοκίες, δεν είναι, επίσης, δυνατό να γνωσθεί η προσδοκώμενη από τους επενδυτές σύνθεση του χαρτοφυλακίου αγοράς, δηλαδή του κρίσιμου χαρτοφυλακίου για τον προσδιορισμό της γραμμής κεφαλαιαγοράς. Ο Roll (1977) υποστηρίζει, ότι αυτό το πρόβλημα δεν μπορεί να λυθεί με απλές ή σύνθετες στατιστικές θεραπείες και ότι, επομένως, το θεωρητικό Υπόδειγμα είναι ουσιαστικά μη ελέγξιμο.

Μολονότι τα επιχειρήματα του Roll (1977) έχουν θεωρητική συνοχή, το γεγονός ότι πολλαπλοί εμπειρικοί έλεγχοι, που χρησιμοποιούν διαφορετικές μεθοδολογίες, καταλήγουν σε ταυτόσημα συμπεράσματα, επαληθεύει, τουλάχιστον, το συμπέρασμα ότι στην κατάσταση ισορροπίας της κεφαλαιαγοράς επικρατεί μια ισχυρή γραμμική σχέση μεταξύ εκτιμώμενου συστηματικού κινδύνου και αποδόσεων και ότι η σχέση αυτή προσεγγίζει σημαντικά τη θεωρητική σχέση που προβλέπεται από το Υπόδειγμα Αποτίμησης Κεφαλαιακών Στοιχείων.

Ο ευκολότερος τρόπος να καταλάβουμε όσα υποστήριξε ο Roll (1977) είναι να

ξεκινήσουμε με την απόδειξη του ότι αν οποιοδήποτε ex-post αποτελεσματικό χαρτοφυλάκιο (με βάση τη μέση απόδοση και την διακύμανση) επιλεχθεί ως το χαρτοφυλάκιο της αγοράς και τα βήτα υπολογιστούν με τη χρήση αυτού του χαρτοφυλακίου ως (proxy) προσέγγιση της αγοράς τότε πρέπει να ισχύει η εξής εξίσωση:

$$\overline{R_i} = \overline{R_{2P}} + b_{iP}(\overline{R_P} - \overline{R_{2P}}) \qquad (18)$$

Στην πραγματικότητα η εξίσωση αυτή είναι μια ταυτότητα και δεν εξηγεί πως εξισορροπούνται οι κεφαλαιαγορές ή πως συμπεριφέρονται οι επενδυτές σε σχέση με το κίνδυνο. Επίσης ο Roll (1977) υποστηρίζει ότι αυτό το αποτέλεσμα είναι ταυτολογία και ότι δεν έχει καμία σχέση με την συμπεριφορά των επενδυτών στον κίνδυνο και στην ισορροπία της αγοράς κεφαλαίου.

Υποθέτουμε ότι το περιουσιακό στοιχείο μηδενικού κίνδυνου έχει απόδοση R_F.

$\boldsymbol{\lambda(X_1\sigma_{1k} + X_2\sigma_{2k} + \ldots\ldots + X_k\sigma_k^2 + \ldots\ldots + X_N\sigma_{kN}) = \overline{R}_K - R_F} \quad \Rightarrow$

$\boldsymbol{\lambda\sigma_{kP}} = \overline{R_k} - R_F \qquad (19)$

Η εξίσωση αυτή ισχύει για κάθε στοιχείο του χαρτοφυλακίου P.

$\boldsymbol{\lambda\sigma_P^2} = \overline{R_P} - R_F \qquad (20)$

Λύνοντας ως προς λ και αντικαθιστώντας στη εξίσωση (20) έχουμε:

$$\overline{R_k} = R_F + \frac{s_{kP}}{s_P^2}(\overline{R_P} - R_F) \qquad (21)$$

Γνωρίζοντας ότι $\sigma_{kP}/\sigma_P^2) = b_{kP}$ μπορούμε να γράψουμε την παραπάνω εξίσωση ως εξής:

$$\overline{R_k} = R_F + b_{kP}(\overline{R_P} - R_F) \qquad (22)$$

Τώρα θεωρούμε ότι δεν μπορούμε να δανειστούμε ή να δανείσουμε με βάση το R_F. Όμως όπως ξέρουμε θα υπάρχει ένας άπειρος αριθμός χαρτοφυλακίων ίσος με R_F. Με βάση την εξίσωση (6) πρέπει όλα αυτά τα χαρτοφυλάκια να μην συσχετίζονται με το χαρτοφυλάκιο P. Έστω $\overline{R_{ZP}}$ είναι το χαρτοφυλάκιο το οποίο έχει την ελάχιστη διακύμανση απ΄ όλα τα χαρτοφυλάκια τα οποία δεν συσχετίζονται με το χαρτοφυλάκιο P. Τότε καθώς $\overline{R_{ZP}} = R_F$ η εξίσωση (6) μπορεί να γραφτεί:

$$\overline{R_k} = \overline{R_{ZP}} + b_{kP}\left(\overline{R_P} - \overline{R_{ZP}}\right) \qquad (23)$$

Από την απόδειξη συμπεραίνουμε ότι η απόδοση ενός περιουσιακού στοιχείου ή χαρτοφυλακίου είναι μια ακριβής γραμμική συνάρτηση του βήτα αν τα βήτα έχουν υπολογιστεί με την χρήση του αποτελεσματικού χαρτοφυλακίου. Αντίθετα αν το χαρτοφυλάκιο που χρησιμοποιήσαμε για να υπολογίσουμε το βήτα δεν είναι αποτελεσματικό τότε η απόδοση δεν είναι μια ακριβής γραμμική συνάρτηση των βήτα.

Από την απόδειξη αυτή επίσης συμπεραίνουμε ότι η μορφή του ΥΑΚΣ με δυο παράγοντες πρέπει πάντα να ισχύει σε αναφορά με ex-post δεδομένα αν η προσέγγιση που επιλέχθηκε για το χαρτοφυλάκιο της αγοράς είναι αποτελεσματικό ex-post. Επιπλέον ο Roll (1977) υποστηρίζει ότι οι έλεγχοι που πραγματοποιούνται σ' οποιοδήποτε άλλο χαρτοφυλάκιο πέρα από το πραγματικό χαρτοφυλάκιο της αγοράς δεν είναι έλεγχοι του ΥΑΚΣ. Είναι απλά έλεγχοι του αν το χαρτοφυλακίου που επιλέχθηκε ως προσέγγιση της αγοράς είναι αποτελεσματικό ή όχι. Καθώς σε κάποια χρονική περίοδο υπάρχουν αποτελεσματικά χαρτοφυλάκια μπορεί να βρεθεί μια προσέγγιση της αγοράς που ικανοποιεί όλες τις προϋποθέσεις του ΥΑΚΣ ακόμα και όταν το χαρτοφυλάκιο της αγοράς δεν είναι αποτελεσματικό. Από την άλλη πλευρά ένα μη αποτελεσματικό χαρτοφυλάκιο μπορεί να επιλεχθεί ως προσέγγιση της αγοράς και έτσι ν' απορρίψουμε το ΥΑΚΣ ακόμα και αν η αγορά αυτή καθ' αυτή είναι

αποτελεσματική. Ο Roll (1977) δείχνει ότι ο μεγάλος βαθμός συσχέτισης που υπάρχει ανάμεσα στις κυριότερες προσεγγίσεις της αγοράς δεν σημαίνει ότι η επιλογή της προσέγγισης δεν είναι σημαντική. Αν και μπορεί να συσχετίζεται σε μεγάλο βαθμό μερικοί μπορεί να είναι αποτελεσματικοί και άλλοι όχι.

Ο Roll (1977) επίσης δείχνει ότι η επιλογή ανάμεσα στις διάφορες μορφές του ΥΑΚΣ εξαρτάται κατά πολύ από την επιλογή της προσέγγισης της αγοράς. Για παράδειγμα ενώ τα αποτελέσματα των Black, Jensen και Scholes (1972) δεν υποστήριξαν την μορφή του ΥΑΚΣ που πρότειναν οι Sharpe (1964), Lintner (1965) και Mossin ο Roll (1977) δείχνει ότι υπάρχει άλλη αποτελεσματική προσέγγιση της αγοράς που έχει συσχέτιση 0,895 με την προσέγγιση της αγοράς που χρησιμοποίησε ο Black (1972) και η οποία υποστηρίζει πλήρως το μοντέλο του ΥΑΚΣ κατά τους Sharpe, Lintner και Mossin.

Τα συμπεράσματα από την εργασία του Roll (1977) είναι ότι η θεωρία ισορροπίας της αγοράς μπορεί να λεχθεί μόνο αν είναι γνωστή η ακριβής σύσταση του πραγματικού χαρτοφυλακίου της αγοράς και αυτή χρησιμοποιηθεί στους ελέγχους. Ο πραγματικός έλεγχος του γενικευμένου δυπαραγοντικού ΥΑΚΣ είναι αν το χαρτοφυλάκιο της αγοράς είναι αποτελεσματικό (με βάση το μέσο και τη διακύμανση). Οι διαφορετικές μορφές του ΥΑΚΣ μπορούν να λεχθούν για την ορθότητα τους μόνο αν το πραγματικό χαρτοφυλάκιο της αγοράς χρησιμοποιεί τους ελέγχους.

Όμως όπως παρατηρεί και ο Roll (1977) δεν ξέρουμε ούτε τη σύνθεση ούτε την απόδοση του πραγματικού χαρτοφυλακίου της αγοράς. Οι περισσότεροι έλεγχοι του ΥΑΚΣ χρησιμοποιούν κάποιο χαρτοφυλάκιο κοινών μετοχών ως προσέγγιση της αγοράς αλλά η πραγματική αγορά περιλαμβάνει όλα τα περιουσιακά στοιχεία με κίνδυνο. Αυτά περιλαμβάνουν πέρα τις μετοχές και τα ομόλογα, τα διαμάντια, χρυσό καθώς και μη μετρήσιμα στοιχεία πως το ανθρώπινο κεφάλαιο.

Παρακάτω παρουσιάζονται αναλυτικά τα συμπεράσματα της μελέτης του Roll (1977)

για το Υπόδειγμα Αποτίμησης Περιουσιακών Στοιχείων. Ο Roll κατά την μελέτη του υποστηρίζει ότι υπάρχει μόνο μία ελέγξιμη υπόθεση σχετικά με το γενικευμένο μοντέλο αποτίμησης κεφαλαιακών στοιχείων δύο – παραγόντων του Black (1972). Αυτή η υπόθεση είναι ότι: « το χαρτοφυλάκιο της αγοράς παρουσιάζει μέσης – διακύμανσης αποτελεσματικότητα».

Όλες οι αποκαλούμενες ως επισημάνσεις του μοντέλου, με πιο γνωστή τη γραμμική σχέση ανάμεσα στην αναμενόμενη απόδοση και το «βήτα», απορρέουν από την αποτελεσματικότητα του χαρτοφυλακίου της αγοράς και δεν είναι ανεξάρτητα ελέγξιμα. Υπάρχει μία «αν» και «μόνο αν» σχέση μεταξύ της γραμμικότητας απόδοσης/ βήτα και του χαρτοφυλακίου της αγοράς.

Επίσης ο Roll (1977) υποστηρίζει ότι σε κάθε δείγμα παρατηρήσεων, άσχετα από την παράγωγη διαδικασία, θα υπάρχει πάντα ένας απεριόριστος αριθμός ex – post μέσης – διακύμανσης χαρτοφυλακίων. Για κάθε ένα από αυτά, τα «βήτα» του δείγματος που υπολογίστηκαν μεταξύ αυτού και των μεμονωμένων μετοχών θα είναι ακριβώς γραμμικώς συσχετιζόμενα με τις μεμονωμένες μέσες αποδόσεις του δείγματος. Με άλλα λόγια, αν τα βήτα υπολογίζονται ως προς ένα τέτοιο χαρτοφυλάκιο, θα ικανοποιούν τη σχέση γραμμικότητας *ακριβώς* ανεξάρτητα από το αν το αληθές χαρτοφυλάκιο της αγοράς παρουσιάζει (μέσης – διακύμανσης) αποτελεσματικότητα. Οι ίδιες ιδιότητες ισχύουν και ex ante, φυσικά.

Αυτό βέβαια έχει και κάποιες συνέπειες. Η θεωρία δε είναι ελέγξιμη εκτός εάν η ακριβής σύνθεση του αληθούς χαρτοφυλακίου της αγοράς είναι γνωστή και χρησιμοποιείται στους ελέγχους. Αυτό υπονοεί ότι η θεωρία δεν είναι ελέγξιμη εκτός αν όλα τα μεμονωμένα κεφάλαια του ενεργητικού περιλαμβάνονται στο δείγμα.

Ακόμα η χρήση ενός πλασματικού χαρτοφυλακίου για το χαρτοφυλάκιο της αγοράς υπόκειται σε δύο δυσκολίες. Πρώτον, το ίδιο το πλασματικό χαρτοφυλάκιο μπορεί να παρουσιάζει (μέσης – διακύμανσης) αποτελεσματικότητα ακόμη και όταν το πραγματικό χαρτοφυλάκιο της αγοράς δεν παρουσιάζει. Υπάρχει ένας πραγματικός κίνδυνος από τη στιγμή που το κάθε δείγμα θα έχει να επιδείξει αποτελεσματικά χαρτοφυλάκια που ικανοποιούν τέλεια όλες τις επιδράσεις της θεωρίας. Για παράδειγμα, υποθέστε ότι υπάρχουν 1000 μετοχές αλλά μόνο οι 500

χρησιμοποιούνται στο δείγμα. Για το δείγμα, υπάρχουν, καλώς – διεσπαρμένα χαρτοφυλάκια των 500 μετοχών που δείχνουν να είναι καλοί πλασματικοί συντελεστές για την αγορά και για τα οποία οι αποδόσεις που παρατηρήθηκαν είναι με ακρίβεια γραμμικώς και σχετιζόμενες με τα βήτα που έχουν επίσης παρατηρηθεί. Από την άλλη πλευρά, το επιλεγμένο πλασματικό χαρτοφυλάκιο μπορεί να αποδειχθεί αναποτελεσματικό, αλλά, προφανώς, αυτό από μόνο του δεν σημαίνει τίποτα για την αποτελεσματικότητα του πραγματικού χαρτοφυλακίου της αγοράς. Επιπλέον, περισσότερο αιτιατά πλασματικά χαρτοφυλάκια θα είναι σε μεγάλο βαθμό συσχετιζόμενα μεταξύ τους και με την πραγματική αγορά είτε παρουσιάζουν μέσης – διακύμανσης αποτελεσματικότητα είτε όχι. Αυτή η υψηλή συσχέτιση θα κάνει να φαίνεται την ακριβή σύνθεση ασήμαντη, τη στιγμή που κάτι τέτοιο μπορεί να προκαλέσει αρκετά διαφορετικά συμπεράσματα.

Αναφορικά με το θέμα που αναλύεται εδώ, μία λεπτομερής ανάλυση παρέχεται στις εργασίες των Fama και MacBeth (1973), Black, Jensen, και Scholes (1972) και Blume και Friend (1973), στο πλαίσιο της απόρριψής τους του μοντέλου των Sharpe – Lintner. Εντούτοις, αποδεικνύεται ότι τα αποτελέσματα των ελέγχων τους είναι τέλεια συμβατά με το μοντέλο των Sharpe – Lintner και ένα σφάλμα περιγραφής στο χαρτοφυλάκιο της αγοράς που εκτιμήθηκε. Μία λάθος τοποθέτηση θα είχε ως αποτέλεσμα την πρόκληση αυθαιρεσιών και μη – στασιμότητα στη γραμμικότητα κινδύνου – απόδοσης ακόμη και αν υπήρχε μία σταθερή απόδοση απαλλαγμένη από κίνδυνο.

Για τα δεδομένα των Black, Jensen και Scholes, για παράδειγμα, υπήρχε πλασματικό χαρτοφυλάκιο που παρουσίαζε μέσης – διακύμανσης αποτελεσματικότητα και που υποστήριζε το μοντέλο των Sharpe – Lintner τέλεια και είχε μία συσχέτιση του 0.895 με την αντικατάσταση της αγοράς που είχε χρησιμοποιηθεί. Εντούτοις, αυτό είναι κάτι που δεν μπορεί να επιβεβαιωθεί χωρίς περαιτέρω ανάλυση, δηλαδή το αν αυτό το άλλο χαρτοφυλάκιο πληρούσε όλες τις προϋποθέσεις ενός καλού «αντικαταστάτη» της αγοράς.

Το πρόβλημα της ταυτοποίησης του χαρτοφυλακίου της αγοράς συνθέτει έναν ισχυρό περιορισμό ως προς την ικανότητα ελέγχου της θεωρίας των δύο – συντελεστών. Αν έχουμε δύο ερευνητές που διαφωνούν σχετικά με τη σύνθεση του χαρτοφυλακίου της αγοράς που έχει εκτιμηθεί, δεν μπορεί κανείς να τους κάνει να συμφωνήσουν με τα αποτελέσματα του ελέγχου της θεωρίας. Εντούτοις, υποθέστε ότι η πρόοδος στην ηλεκτρονική παρακολούθηση του ανθρώπινου κεφαλαίου και άλλων μη διακινούμενων κεφαλαίων καθιστούν την πραγματική σύνθεση του χαρτοφυλακίου γνωστή. Ή, περισσότερο ρεαλιστικά, υποθέστε μία δεδομένη σύνθεση η οποία έχει αποφασιστεί από οποιονδήποτε σχετικό. Το πρόβλημα είναι πως η αποτελεσματικότητα μέσης διακύμανσης αυτής της γνωστής σύνθεσης θα ελεγχθεί. Ο Roll (1977) ερευνά τα παράδοξα οικονομετρικά προβλήματα που σχετίζονται με αυτόν τον έλεγχο.

Ένας άμεσος έλεγχος της πλασματικής αποτελεσματικότητας μέσης διακύμανσης είναι δύσκολος ως προς τον υπολογισμό λόγω του ότι η μήτρα διακύμανσης των μεμονωμένων αποδόσεων σε όλη την έκταση του δείγματος πρέπει να αναστραφεί και από στατιστικής πλευράς λόγω του ότι η κατανομή του δείγματος του αποτελεσματικού συνόλου είναι γενικά άγνωστη. Παρουσιάζονται μερικές πιθανές λύσεις για τα στατιστικά προβλήματα. Περιλαμβάνουν ελέγχους που βασίζονται στο γεγονός ότι το χαρτοφυλάκιο της αγοράς πρέπει να έχει: θετικά ποσά επενδεδυμένα σε όλα τα κεφάλαια του ενεργητικού, εκτενείς ελέγχους δείγματος απαλλαγμένους από κατανομή και ελέγχους βασισμένους στην κατανομή του δείγματος του αποτελεσματικού συνόλου αποδόσεων υποθέτοντας αυτά του Gaussian.

Ο έλεγχος της αποτελεσματικότητας του πλασματικού χαρτοφυλακίου με τη χρήση της γραμμικής σχέσης απόδοση/ βήτα παρουσιάζει επίσης θετικές δυσκολίες. Η θεωρία δύο – συντελεστών δεν κάνει πρόβλεψη σχετικά με τις τιμές των συντελεστών αλλά μόνο για τη φόρμα (γραμμική) της σταυρωτής σχέσης. Συμπερασματικά, οι οικονομετρικές διαδικασίες που σχεδιάστηκαν για να λάβουμε ακριβείς εκτιμήσεις συντελεστών, δεν είναι πολύ χρήσιμες.

Συγκεκριμένα, η ευρέως χρησιμοποιούμενη διαδικασία ομαδοποίησης του χαρτοφυλακίου μπορεί να υποστηρίξει τη θεωρία ακόμη και όταν είναι λανθασμένη. Αυτό συμβαίνει λόγω του ότι οι αποκλίσεις μεμονωμένων κεφαλαίων ενεργητικού από την ακριβή γραμμικότητα μπορούν να αναιρέσουν τη μορφοποίηση των χαρτοφυλακίων. Τέτοιες αποκλίσεις δεν είναι απαραιτήτως σχετιζόμενες με τα βήτα.). Κάποια προσομοιωμένα δεδομένα δοσμένα από τους Miller και Scholes (1972) χρησιμοποιήθηκαν ως παράδειγμα για μία τέτοια συγκυρία. Οι αποκλίσεις σε αυτά τα δεδομένα είναι γνωστές για το ότι σχετίζονται με την πρόκληση ασυμμετρίας στις διαδικασίες που δεν θα είχαν ανιχνευτεί σε ομαδοποιημένες παρατηρήσεις.

Επίσης πολλοί άλλοι έλεγχοι έχουν προταθεί για τις γραμμικές σχέσεις. Αυτοί περιλαμβάνουν: (α) μία διαδικασία τύπου Aitken που δίνει αμερόληπτα, χωρίς αυθαιρεσίες, σταυρωτούς ελέγχους με μεμονωμένα κεφάλαια ενεργητικού, και (β) μία διαδικασία που εκμεταλλεύεται την ασύμπτωτη ακριβή γραμμικότητα με την μέτρηση του ρυθμού μείωσης της σταυρωτής διακύμανσης των υπολοίπων σε σχέση με την αύξηση του μεγέθους του δείγματος που έχει βασιστεί σε στατιστικά δεδομένα από διαφορετικές χρονικές περιόδους.

Ο Roll (1977) στον έλεγχο του θέτει κάποιες ερωτήσεις για τις κοινές χρήσεις της θεωρίας των δύο – συντελεστών. Οι αποκλίσεις από τη γραμμική σχέση απόδοσης - βήτα συχνά συνδέονται με κάποιο άλλο φαινόμενο. Η εγκυρότητα τέτοιων σχέσεων, συνδέσμων, κρίνεται χρησιμοποιώντας τις μετρήσεις του Jensen της απόδοσης του χαρτοφυλακίου ως παράδειγμα. Αν τα πλασματικά στοιχεία της αγοράς που χρησιμοποιούνται στους υπολογισμούς είναι ακριβώς (όχι σημαντικά διαφορετικά από) ex – post αποτελεσματικά, όλες οι μετρήσεις απόδοσης του Jensen καθαρές από έξοδα θα είναι ακριβώς (όχι σημαντικά διαφορετικές από) το 0. Μπορούν να είναι (σημαντικά) διάφορες του μηδενός μόνο αν το πλασματικό χαρτοφυλάκιο της αγοράς είναι (σημαντικά) αναποτελεσματικό. Αλλά αν το πλασματικό χαρτοφυλάκιο της αγοράς είναι (σημαντικά) αναποτελεσματικό, ο Roll αναρωτιέται ποίος είναι ο λόγος να το χρησιμοποιήσουμε ως σημείο ελέγχου στην αξιολόγηση της επένδυσης.

Το βήτα από μόνο του κρίνεται ως μία μέτρηση κινδύνου σε δύο επίπεδα: Πρώτον, θα είναι πάντα (σημαντικά) θετικά σχετιζόμενο με τις μέσες μεμονωμένες αποδόσεις που

έχουν παρατηρηθεί αν ο δείκτης της αγοράς είναι στον (όχι σημαντικά εκτός) θετικό τομέα του γωνιακού συντελεστή του ex – post αποτελεσματικού ορίου, άσχετα από τη συμπεριφορά των επενδυτών απέναντι στον κίνδυνο, και δεύτερον, δεν εξαρτάται από την αντικατάσταση της αγοράς που χρησιμοποιείται. Αναφορικά με το δεύτερο επίπεδο: αν δύο επενδυτές τύχει να επιλέξουν δύο διαφορετικά χαρτοφυλάκια της αγοράς, κάθε ένα από τα οποία παρουσιάζουν (μέσης – διακύμανσης) αποτελεσματικότητα, μπορεί να έχουν την ίδια μετοχή και ένα βήτα του 1.5 για τον πρώτο επενδυτή και 0.5 για τον δεύτερο. Αυτό είναι αβίαστα φυσικό καθώς το βήτα υποτίθεται ότι είναι μία σχετική μέτρηση του κινδύνου. Αλλά λιγότερο προφανές είναι το γεγονός του ότι αν και οι δύο επενδυτές αυξάνουν τα ποσά που αυτή η μετοχή αντιπροσωπεύει στις «αγορές» τους, το βήτα μπορεί να αλλάξει για τον ένα επενδυτή και να μειωθεί για τον άλλο.

Κριτική του Roll (1977) για κάποιους ελέγχους της θεωρίας Αποτίμησης Κεφαλαιακών Στοιχείων

Τρία ευρέως σχολιαζόμενα κείμενα σχετικά με τη θεωρία αποτίμησης κεφαλαιακών στοιχείων είναι των Black, Jensen και Scholes (1972), των Blume και Friend (1973), και των Fama και Macbeth (1973). Η δήλωση των Fama και Macbeth ήταν πολύ ξεκάθαρη. Αναφέρονται σε ένα χαρτοφυλάκιο m που είναι στο ex – ante αποδοτικό σύνορο από την πλευρά του επενδυτή. Αυτό οδηγεί στην παραγώγιση μίας εξίσωσης παρόμοιας με την εξίσωση

$$R_i = R_j (1- \beta_i) + \beta_i R_m$$

αλλά με τις υποκειμενικές παραμέτρους του επενδυτή αντί για τις παραμέτρους του δείγματος.

Η εξίσωση που προκύπτει από τους Fama και MacBeth (1973) έχει τρεις επισημάνσεις που χρίζουν ελέγχου:

- Η σχέση ανάμεσα στις αναμενόμενες αποδόσεις σε μία μετοχή και ο κίνδυνός της σε κάθε αποτελεσματικό χαρτοφυλάκιο m είναι γραμμική.
- Το β_i είναι μία ολοκληρωμένη μέτρηση του κινδύνου της μετοχής i το αποτελεσματικό χαρτοφυλάκιο m δεν εμφανίζεται άλλη μέτρηση κινδύνου.
- Σε μία αγορά όπου οι επενδυτές είναι επιφυλακτικοί απέναντι στον κίνδυνο, ο υψηλότερος κίνδυνος θα έπρεπε να συνδεθεί με την υψηλότερη απόδοση πράγμα που σημαίνει $E(R_m) - E(R_0) > 0$.

Με δεδομένο το ότι η λέξη «κίνδυνος» έχει αντικαταστήσει το συντελεστή β, έχουμε ήδη δει ότι τα αποτελέσματα των Fama και MacBeth που αναφέρθηκαν παραπάνω είναι απλώς επισημάνσεις του γεγονότος ότι το m υποθέτεται ότι είναι ex – ante αποτελεσματικό. Αν το m είναι γνωστό ότι είναι αποτελεσματικό, αυτές οι σχέσεις δεν μπορούν να ελεγχθούν ανεξάρτητα. Είναι ταυτολογικές. Όταν το m είναι αποτελεσματικό, η αναμενόμενη απόδοση πρέπει να είναι γραμμική στο β και το $E(R_m)$ πρέπει να ξεπερνά το $E(R_0)$. Με δεδομένη την υπόθεση ότι το m είναι αποτελεσματικό, η τελευταία τους ανισότητα, δεν έχει καμία σχέση με την επιφυλακτικότητα απέναντι στον κίνδυνο. Είναι απλώς η μαθηματική επισήμανση της υπόθεσης σχετικά με το m και τον ορισμό του β. Είναι τελείως ανεξάρτητο από τις προτιμήσεις του επενδυτή από τη στιγμή που απορρέει από τη μαθηματική ιδιότητα $E(R_m) > E(R_0)$. Αντιθέτως, αν τα ευρήματα των Fama και MacBeth αληθεύουν, και το ex – ante βήτα είναι μία ακριβής γραμμική συνάρτηση μίας ex – ante αναμενόμενης απόδοσης, τότε το m πρέπει να παρουσιάζει ex – ante (μέσης – διακύμανσης)

αποτελεσματικότητα.

Είναι προφανές από τη διαπραγμάτευση του συγγραφέα ότι είναι γνώστες αυτών των εσωτερικών σχέσεων. Οι Fama και MacBeth επισημαίνουν «…υπάρχουν συνθήκες στις αναμενόμενες αποδόσεις που απορρέουν από το γεγονός ότι σε ένα κόσμο δύο - συντελεστών οι επενδυτές έχουν αποτελεσματικά χαρτοφυλάκια». Οι ίδιοι κάνουν μία δήλωση ασύμβατη με τα γεγονότα και με τη δική τους γνώση σχετικά με τα μαθηματικά «Για να ελέγξουμε τις συνθήκες πρέπει να αναγνωρίσουμε ένα αποτελεσματικό χαρτοφυλάκιο». Βέβαια αν το m αναγνωριστεί ως αποτελεσματικό, δεν υπάρχει ανάγκη ελέγχου των παραπάνω συνθηκών.

Επίσης υπάρχουν υποθέσεις που χρίζουν ελέγχου στην εργασία των Fama – MacBeth. Οι υποθέσεις αυτές είναι:

1) Οι επενδυτές θεωρούν ως τα βέλτιστα εκείνα τα χαρτοφυλάκια επενδύσεων που παρουσιάζουν μέσης – διακύμανσης αποτελεσματικότητα.
Υποθέτοντας ότι όλοι οι επενδυτές έχουν κάνει τις ίδιες εκτιμήσεις, αυτή η υπόθεση οδηγεί σε:
2) Το χαρτοφυλάκιο της αγοράς είναι ex – ante αποτελεσματικό.

Το χαρτοφυλάκιο της αγοράς ορίζεται ως ένας συνδυασμός, βάσει της διαμορφωμένης πορείας της τιμής της μετοχής, όλων των κεφαλαίων ενεργητικού. Οι Fama και MacBeth επιβεβαιώνουν τον Black (1972) με το συμπεράνουν την 2^{η} υπόθεση με δεδομένη την 1^{η} υπόθεση και με δεδομένη την ομογένεια των προσδοκιών των επενδυτών. Η απόδειξη του Black είναι αρκετά απλή: Από τη στιγμή που όλοι οι επενδυτές έχουν παρόμοιες πεποιθήσεις και διαθέτουν αποτελεσματικά χαρτοφυλάκια, κάθε επενδυτής διαθέτει ένα γραμμικό συνδυασμό δύο τυχαία αποτελεσματικών χαρτοφυλακίων. Από τη στιγμή που το χαρτοφυλάκιο της αγοράς είναι εκ δόμησης ένας γραμμικός συνδυασμός των χαρτοφυλακίων των μεμονωμένων

επενδυτών, είναι επίσης και ένας γραμμικός συνδυασμός αυτών των δύο αποτελεσματικών χαρτοφυλακίων και είναι κατά συνέπεια επίσης αποτελεσματικός Είναι ενδιαφέρον το ότι ο Black δηλώνει ότι ο Lintner (1969) «…έχει δείξει ότι η αναίρεση της υπόθεσης των ομογενών εκτιμήσεων δεν αλλάζει τη δομή των τιμών των κεφαλαιακών περιουσιακών στοιχείων με κανένα σημαντικό τρόπο». Εντούτοις, η απόδειξη του Black για την αποτελεσματικότητα του χαρτοφυλακίου της αγοράς απαιτεί ομογένεια. Αυτό μπορεί να ενταχθεί σε μία γενικότερη (και προς το παρόν μη γνωστή) απόδειξη, αλλά ο Fama (1976) έχει υποστηρίξει ότι, στην πραγματικότητα, κανένα μοντέλο ισορροπίας με μη – ομογενείς εκτιμήσεις δεν μπορεί να ελεγχθεί.

Τόσο στα κείμενα των Black και Fama – MacBeth υπάρχει μία συγκεχυμένη τοποθέτηση σχετικά με το αποτελεσματικό σύνολο μαθηματικών και τις βέλτιστες επενδυτικές αποφάσεις. Πρώτον, μπορεί να φαίνεται ότι η τελική σύγχυση δεν θα ήταν ιδιαίτερα σημαντική. Όμως, όταν έρχεται η ώρα του εμπειρικού ελέγχου και της ακριβούς αιτιολόγησης αυτών των σχέσεων που είναι εμπειρικά απορριπτέες και είναι και έγκυρες επιστημονικές υποθέσεις, Αυτή η πιθανή σύγχυση είναι μεγάλης σημασίας.

Η μόνη εφικτή (απορριπτέα) υπόθεση που έχουμε μέχρι τώρα διαπιστώσει είναι η $2^{η}$ υπόθεση, ότι το χαρτοφυλάκιο της αγοράς παρουσιάζει μέσης διακύμανσης αποτελεσματικότητα. Οι υποθέσεις που υποστηρίζουν αυτό το αποτέλεσμα είναι αρκετά δυνατές: Τέλειες καπιταλιστικές αγορές, ομογενείς εκτιμήσεις, κατανομές πιθανοτήτων δύο – συντελεστών ως προς τις αποδόσεις. Αλλά υπάρχει και μία άλλη υπόθεση που δεν της έχει δοθεί μεγάλη προσοχή στη βιβλιογραφία: συγκεκριμένα, το χαρτοφυλάκιο της αγοράς πρέπει να είναι συγκεκριμένο.

Αυτή η τελευταία υπόθεση είναι πολύ σημαντική καθώς θεωρούμε ότι πάντα θα υπάρχει ένα χαρτοφυλάκιο το οποίο θα είναι ex – post αποτελεσματικό και θα δίνει ακριβή και αντικειμενική γραμμικότητα ως προς τις ex – post μέσες αποδόσεις του δείγματος και των ex – post βήτα του δείγματος. Αν δε γνωρίζουμε τη σύνθεση του χαρτοφυλακίου της αγοράς, μπορεί να επιλέξουμε τυχαία ένα πλασματικό που είναι κοντά στη μέσης – διακύμανσης αποτελεσματικότητα. Συγκεκριμένα, μπορεί να αποδειχτεί δύσκολο να βρούμε ένα χαρτοφυλάκιο με υψηλό βαθμό διασποράς το

οποίο είναι επαρκώς «εντός» των πλαισίων έτσι ώστε να επιτραπεί η ανίχνευση στατιστικά σημαντικών διεξόδων από τη μέσης απόδοσης/ βήτα ακριβή γραμμικότητα.

Η εκτενώς σχολιασμένη διατριβή των Black, Jensen και Scholes (1972) δεν αναφέρει την πιθανή αποτελεσματικότητα του χαρτοφυλακίου της αγοράς και της σημαντικότητά του για τη γραμμική σχέση ανάμεσα στην απόδοση και το «βήτα». Στην πραγματικότητα, εντούτοις, οι συγγραφείς μετριοπαθώς αποφάνθηκαν ότι «…η βασική έμφαση δόθηκε στον έλεγχο της αυστηρής παραδοσιακής μορφής του μοντέλου αποτίμησης κεφαλαιακών στοιχείων», φράση σύμφωνα με την οποία εννοούσαν το αυθεντικό των Sharpe (1964), Lintner (1965) μοντέλο το ίδιο με την (1) αλλά με το r_z αντικατεστημένο με μία άνευ κινδύνου απόδοση.

Οι Black, Jensen και Scholes αρνήθηκαν σαφώς ότι έχουν πραγματοποιήσει ελέγχους πάνω σε οποιαδήποτε άλλη υπόθεση. Παρ' όλα αυτά, το μοντέλο του Black είναι ξεκάθαρα στο πίσω μέρος του μυαλού τους και επεκτείνονται τόσο ώστε να παρέχουν μία ιστορική «ματιά» στη θεωρητική διαδικασία του Black με τον ισχυρισμό του ότι ήταν «ικανός» να διαμορφώσει το μοντέλο του «αφού είχε παρατηρήσει αυτά τα φαινόμενα» (ότι οι μέσες αποδόσεις σχετίζονται γραμμικά με τα τους υπολογισμένους συντελεστές βήτα αλλά προφανώς με έναν διαφορετικό συντελεστή διεύθυνσης και μία σταθερά από αυτές που υπονοήθηκαν από τη θεωρία των Sharpe – Lintner). Τα διαγράμματα που σχεδιάστηκαν από τους Black, Jensen και Scholes εμφανίζονται να αναδεικνύουν μία γραμμική μέσης απόδοσης / βήτα σχέσης για μεγάλες χρονικές περιόδους του δείγματος. Αντίθετα από τους Fama και MacBeth, δεν έχει φανεί υποχρεωτικό το να δοθεί ο στόχος των συγγραφέων. Συμπερασματικά, δεν έχουν δοθεί επίσημες πληροφορίες σχετικά με την πιθανή αποτελεσματικότητα του μετρημένου χαρτοφυλακίου της αγοράς, ή σχετικά με την 2η υπόθεση.

Ένας άμεσος οδηγός της γραμμικότητας δόθηκε από τον συγγραφέα Jensen (1972a, 1972b), ο οποίος χρησιμοποιώντας τα ίδια δεδομένα όπως αυτά που χρησιμοποιήθηκαν από τους Black, Jensen και Scholes. Αυτοί παρουσίασαν αποτελέσματα από μία παλινδρόμηση παρόμοια με αυτή που τελευταία υπολογίστηκε

από τους Fama και MacBeth. Συγκεκριμένα, οι σχετικές εξισώσεις μοιάζουν αρκετά στη μορφή αλλά οι μέθοδοι μέτρησης ήταν κάπως διαφορετικές και τα χαρτοφυλάκια της αγοράς που χρησιμοποιήθηκαν στον υπολογισμό των βήτα ήταν διαφορετικά. Αυτό ήταν αποδεδειγμένα αρκετό για να δημιουργηθεί μία διαφοροποίηση ανάμεσα στα δύο σύνολα αποτελεσμάτων. Δεν μπορούμε να εγγυηθούμε για την ακριβή έκταση της διαφοροποίησης καθώς οι υπό – περίοδοι που παρατέθηκαν στις δύο μελέτες δεν ήταν ίδιες. Τουλάχιστον, οι συντελεστές στους τετραγωνισμένους όρους των βήτα βρίσκονταν σε συμφωνία, καθώς ήταν αρνητικές κατά τις περισσότερες χρονικές περιόδους του δείγματος.

Η στατιστική σημαντικότητα αυτών των συμβόλων είναι λιγότερο σαφής. Για παράδειγμα, ο συντελεστής που δόθηκε από τους Fama – MacBeth για τον τετραγωνισμένο όρο του βήτα κατά τα έτη 1946 – 55 ήταν -0.0076. Ο ίδιος συντελεστής που δόθηκε από τον Jensen για μία περίοδο από το Μάρτιο του 1957, ήταν -0.0055. Εντούτοις, οι σχετικές t – statistics ήταν μακράν ξεχωριστές, των Fama – MacBeth ήταν -2.16 τη στιγμή που του Jensen ήταν μόνο -0.524. Αυτή η διαφορά μπορεί κάλλιστα να οφείλεται στον έλεγχο των Fama - MacBeth που πιθανολογείται ως ο πιο σημαντικός αν και δεν μπορούμε να είμαστε σίγουροι χωρίς μία ακριβή αναπαραγωγή.

Ο Roll (1977) επισημαίνει ότι αξίζει το να διεξαχθεί αυτή η αναπαραγωγή, καθώς η γραμμικότητα είναι άμεσα σχετιζόμενη με την αποτελεσματικότητα της αγοράς. Επίσης διαπιστώνει ότι μπορούμε ήδη να είμαστε σίγουροι ότι τα χαρτοφυλάκια της αγοράς που χρησιμοποιήθηκαν από τους Jensen, Fama, MacBeth δεν βασίζονται απολύτως στο όριο του αποτελεσματικότητας του δείγματος. Αν είχαν υπάρξει με ακρίβεια αποτελεσματικοί, η σχέση ανάμεσα στο συντελεστή μέσης απόδοσης και στο συντελεστή των βήτα του δείγματος θα έπρεπε να ήταν γραμμική και δεν ήταν. Αλλά αυτό δεν είναι προϋπόθεση για τη βασική $2^{η}$ υπόθεση (το χαρτοφυλάκιο της αγοράς είναι ex – ante αποτελεσματικό) σχετικά με το να είναι το πραγματικό χαρτοφυλάκιο της αγοράς με ακρίβεια ex – post αποτελεσματικό σε κάθε περίοδο. Χρειάζεται μόνο να είναι αποτελεσματικό για «επαρκώς» μεγάλες περιόδους.

Επίσης τόσο ο Jensen και οι Fama – MacBeth δεν βρήκαν σημαντική μη –

γραμμικότητα στην εκτενέστερη περίοδο του δείγματος ούτε και βρήκαν κάποια σημαντικότητα για τις μη – βήτα «μετρήσεις κινδύνου» όπως είναι η τυπική απόκλιση. Παρά το ότι αυτό είναι συμβατό με το ότι οι «αντικαταστάτες» τους έχουν υπάρξει αναποτελεσματικοί.

Είναι ενδιαφέρον το ότι οι Fama –MacBeth προσφέρουν μία πιθανή εξήγηση για τη σημαντικότητα των όρων των μη – γραμμικών βήτα κατά τη διάρκεια κάποιων περιόδων του δείγματος και συστήνουν το ότι υπάρχουν μεταβλητές από τη θεωρία που έχουν παραληφθεί και για τις οποίες οι μη γραμμικοί όροι λειτουργούν ως αντικαταστάτες. Φυσικά, τα αποτελέσματά τους είναι επίσης συμβατά με την απλούστερη επεξήγηση του ότι το χαρτοφυλάκιο της αγοράς των Fama – MacBeth δεν ήταν ακριβώς ex – post αποτελεσματικό σε κάθε υποπερίοδο. Αυτό από μόνο του υπονοεί ότι οι μη – γραμμικοί όροι θα μπορούσαν να είναι σημαντικοί. Είναι επίσης αλήθεια ότι η μη ακριβής ex – post αποτελεσματικότητα της αγοράς μπορεί να ενέχει αποτελεσματικότητα στις μεμονωμένες τυπικές αποκλίσεις (στις εκτός χαρτοφυλακίου μετρήσεις κινδύνου).

Συνοψίζοντας αυτές τις εμπειρικές ασκήσεις σχετικά με τη θεωρία των Sharpe – Lintner, ο Roll (1977) συμπεράνει το ότι δεν περιλαμβάνει μία μόνο εργασία αλλά έναν έγκυρο έλεγχο της θεωρίας. Στην πραγματικότητα, όπως ο Fama (1976) έχει πρόσφατα συμπεράνει, δεν έχει υπάρξει αλάνθαστος έλεγχος αυτής της θεωρίας στη δημοσιευμένη βιβλιογραφία. Επιπλέον, είναι εύκολο να δούμε το ότι η προοπτικές επίτευξης ενός απόλυτα επιτυχούς ελέγχου δεν είναι καλές. Μπορούμε να φανταστούμε με ευκολία ότι το βασικό ζήτημα διαφωνίας θα είναι πάντα η ταυτότητα των πραγματικών χαρτοφυλακίων της αγοράς. Μερικά χαρτοφυλάκια θα κρατούν πάντα τη θέση των Sharpe – Lintner, αλλά το αν η θέση αυτή θα χαρακτηρίζεται από ένα σταθμικό μέσο όρο όλων των κεφαλαίων του ενεργητικού εν ενεργεία φαίνεται να αποτελεί μία δύσκολη ερώτηση.

Συνοψίζοντας τις τρεις βασικές μελέτες σε ένα ευρύτερο πλαίσιο, δύο από αυτές περιλάμβαναν έναν επίσημο έλεγχο αποτελεσματικότητας για το πλασματικό χαρτοφυλάκιο της αγοράς. Αυτός ο έλεγχος ήταν το ξεκάθαρο συμπέρασμα των μη – γραμμικών όρων των βήτα στη σταυροειδή σχέση απόδοσης – κινδύνου. Τόσο οι Fama – MacBeth και οι Blume – Friend συμπέραναν ότι οι μη γραμμικοί όροι ήταν όχι σημαντικά διάφοροι του μηδενός. Μέχρι τώρα έχει αγνοηθεί το πόσο κοντά ήταν τα πλασματικά τους χαρτοφυλάκια αγοράς με τα πραγματικά, και αυτό δεν λέει τίποτα απολύτως. Ο Roll (1997) λέει από την άλλη πλευρά, ότι αν επιθυμούμε να υποθέσουμε μία στενή προσέγγιση ανάμεσα στα πραγματικά και πλασματικά χαρτοφυλάκια, τότε τα αποτελέσματα των ελέγχων δεν απορρίπτουν τη βασική υπόθεση του ότι το πραγματικό χαρτοφυλάκιο της αγοράς είναι αποτελεσματικό.

Οι Black, Jensen και Scholes δεν παρουσίασαν έναν επίσημο έλεγχο της γραμμικής σχέσης και κατά συνέπεια, δεν έδωσαν καμία απόδειξη σχετικά με την αποτελεσματικότητα του πλασματικού τους χαρτοφυλακίου. Ο Jensen, όμως, (1972a, 1972b) το έκανε αυτό με τα ίδια δεδομένα. Ο άλλος έλεγχός τους, της θεωρίας των Sharpe – Lintner, είναι με βεβαιότητα ανοιχτός σε αμφισβήτηση από τι στιγμή που δεν δόθηκε καμία πληροφορία σχετικά με τη σχέση του πλασματικού χαρτοφυλακίου αγοράς και τη θέση των Sharpe – Lintner. Στη πραγματικότητα, ξέρουμε ότι υπήρχε μία διαφορά ανάμεσα στο ex – post χαρτοφυλάκιο των Sharpe – Lintner και την αγορά των Black, Jensen και Scholes. Συμπερασματικά, για τις μελέτες των Black, Jensen, Scholes που έχουν ληφθεί ξεχωριστά από την προσθήκη του Jensen, καμία υπόθεση ό,τι κι αν ελέγχθηκε αλάνθαστα.

Η περίπτωση της γενικευμένης θεωρίας Αποτίμησης Κεφαλαιακών Στοιχείων

Για να ελέγξουμε την υπόθεση των Sharpe – Lintner ότι το ex- ante αποτελεσματικό χαρτοφυλάκιο είναι το χαρτοφυλάκιο της αγοράς (4η υπόθεση), η ταυτοποίηση του χαρτοφυλακίου της αγοράς είναι ένα σοβαρό πρόβλημα. Για την πιο γενική υπόθεση αποτίμησης των κεφαλαιακών στοιχείων (2η υπόθεση), αυτό είναι ένα ακόμη σοβαρότερο πρόβλημα. Για την 4η υπόθεση ο Roll (1977) επισημαίνει ότι μπορούμε

να πάρουμε έστω μία ιδέα των συνεπειών ενός χαρτοφυλακίου της αγοράς που δεν έχει περιγραφεί, σαφώς με το να υποθέσουμε ότι η πλασματική αγορά είναι αποτελεσματική. Έπειτα, το ex – post παρένθετο χαρτοφυλάκιο μπορεί να υπολογιστεί όπως στα παραπάνω παραδείγματα και οι αποδόσεις του και η αιτιολόγηση μπορούν να αντιπαρατεθούν με εξωτερικά κριτήρια. Για παράδειγμα, μπορεί να έχει υπάρξει αναμενόμενο το ότι το πραγματικό χαρτοφυλάκιο αγοράς είχε λιγότερη διακύμανση και λιγότερη απόδοση σε σχέση με τα πλασματικά στοιχεία μετοχών των Black, Jensen και Scholes, ίσως λόγω του ότι οι μετοχές είναι περισσότερο μεταβλητές σε σχέση με το μέσο κεφάλαιο ενεργητικού. Ή, αν όλες οι πλασματικές μετοχές είχαν συνδυαστεί με ομολογίες, ανθρώπινο κεφάλαιο, πραγματική γη σε λογικές αναλογίες, η μίξη που θα προέκυπτε να είχε υπάρξει πιο κοντά στο πραγματικό χαρτοφυλάκιο. Λογικά, τέτοιου είδους πιθανότητες είναι απλές εικασίες. Δεν είναι υποθέσεις που μπορούν να ελεγχθούν, για τον απλούστατο λόγω του ότι το πραγματικό χαρτοφυλάκιο αγοράς έχει μία άγνωστη σύνθεση.

Για αυτές τις πιο γενικές υποθέσεις ($2^η$ υπόθεση), τέτοιες κρίσεις βασισμένες στην κοινής – λογικής ερμηνεία των αποτελεσμάτων είναι πιθανόν να είναι μη διαθέσιμες. Η $2^η$ υπόθεση απλώς προϋποθέτει ότι το πραγματικό χαρτοφυλάκιο της αγοράς είναι κάπου στον τομέα των θετικών τιμών του συντελεστή διεύθυνσης του ορίου της (μέσης – διακύμανσης) αποτελεσματικότητας.

Για σχετικά μικρά (στατιστικά δεδομένα διαφορετικών χρονικών περιόδων) μεγέθη δειγμάτων, αυτή η υπόθεση είναι πολύ ευάλωτη με το να είναι αποδεκτή όταν είναι λανθασμένη, αλλά καθώς το νούμερο των παρατηρήσεων σε διαφορετικές χρονικές περιόδους αυξάνει, η υπόθεση θα απορριφθεί σχεδόν σίγουρα, ακόμη και όταν είναι αληθής. Για να δούμε γιατί, πρώτα πρέπει να αναλογιστούμε το γεγονός του ότι το πραγματικό χαρτοφυλάκιο αγοράς έχει μία θετική αναλογία που έχει επενδυθεί σε κάθε κεφάλαιο του ενεργητικού. Αυτό υπονοεί το ότι κάθε αιτιολογημένη υποψηφιότητα για την αντικατάσταση (πλασματικό χαρτοφυλάκιο) της αγοράς πρέπει να έχει τελείως θετικές αναλογίες επένδυσης.

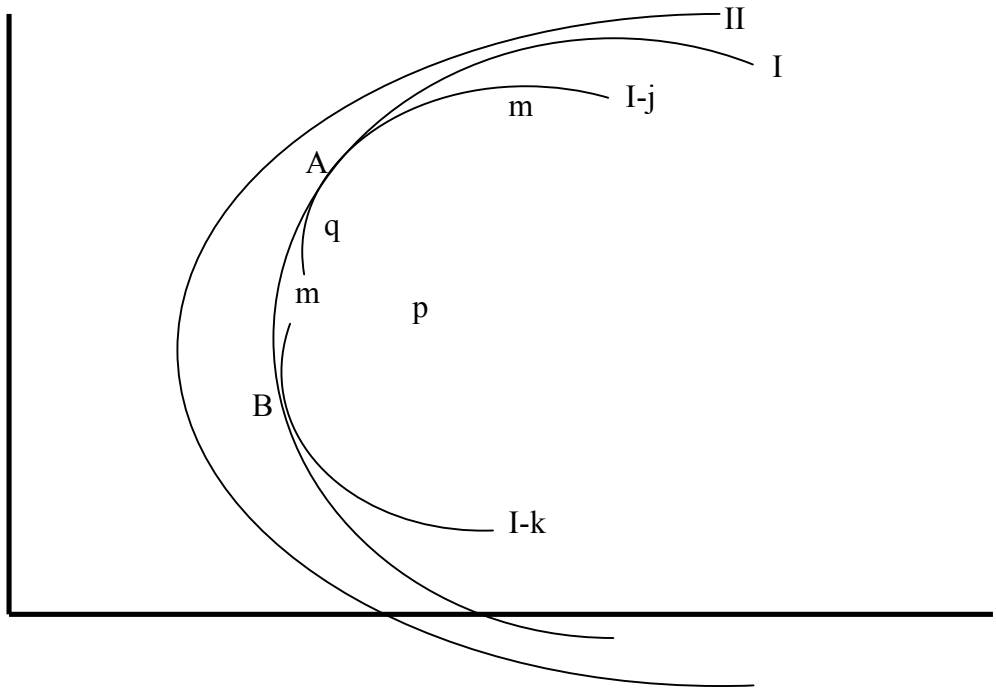
Σε πολλές περιπτώσεις, στην πραγματικότητα, οι αναλογίες επένδυσης είναι είτε το θετικό συνεχές 1/N για τα συμπεριλαμβανόμενα κεφάλαια του ενεργητικού (και

μηδέν για τα εξαιρούμενα κεφάλαια), είτε παρουσιάζουν μικρή σταυροειδή διακύμανση. Ξέρουμε, συνεπώς, ότι όλες αυτές οι υποψηφιότητες για το πλασματικό χαρτοφυλάκιο της αγοράς πρέπει να βασίζονται σε ένα σχετικά μικρό τμήμα του διαστήματος της μέσης – διακύμανσης.

Υποθέστε, παραδείγματος χάριν, ότι το πραγματικό αποτελεσματικό σύνολο δίνεται από την καμπύλη που ονομάζεται "I". Σε αυτό το συγκεκριμένο παράδειγμα, για τα αποτελεσματικά χαρτοφυλάκια ανάμεσα στο A και το B γίνεται η υπόθεση ότι έχουν εξολοκλήρου θετικές αναλογίες επένδυσης. Ένα αποτελεσματικό σύνολο όπως το I, του οποίου το χαρτοφυλάκιο συνολικής ελάχιστης διακύμανσης έχει εντελώς θετικές αναλογίες επένδυσης, θα προκύψει αν η διακύμανση του κάθε μεμονωμένου κεφαλαίου ξεπερνά τις συνδιακυμάνσεις με όλα τα άλλα μεμονωμένα κεφάλαια ενεργητικού (αν $\sigma^2_j > \sigma_{ij}$ για κάθε j διάφορο του i). Πάνω από το σημείο A και κάτω από το σημείο B, τουλάχιστον ένα κεφάλαιο έχει αρνητικές αναλογίες επένδυσης. Υποθέστε ότι το κεφάλαιο που αφήνει το αποτελεσματικό σύνολο στο σημείο A παίρνει το δείκτη j. Έπειτα, η καμπύλη I_{-j} θα ήταν αποτελεσματικό σύνολο αν το j δεν υπήρχε. Τα I και I_{-j} ενώνονται σε ένα σημείο το πολύ.

Αλλά από τη στιγμή που η βαρύτητα υποτίθεται ότι είναι αρνητική πάνω από το A και θετική κάτω από το A, πρέπει στο A να είναι 0. Από τη στιγμή που είναι 0 παντού στο I_{-j}, το A πρέπει να είναι κύκλος. Αν η $2^η$ υπόθεση αληθεύει, το πραγματικό χαρτοφυλάκιο της αγοράς πρέπει να βασίζεται στο όριο I ανάμεσα στο A και B, έστω στο m. Αν το m επιλεχτεί ως το πλασματικό χαρτοφυλάκιο της αγοράς, όλοι οι εμπειρικοί έλεγχοι θα υποστηρίξουν την $2^η$ υπόθεση λόγω του ότι το m δεν εκτείνεται στην πραγματικότητα στο μειωμένο αποτελεσματικό όριο I_{-j} που είναι ελλιπές σε κεφάλαιο j. Παρά το ότι το πλασματικό χαρτοφυλάκιο m είναι αναποτελεσματικό συνολικά (από τη στιγμή που εκτείνεται κάτω από το I), αυτό το γεγονός δεν θα είναι ανιχνεύσιμο από κανέναν έλεγχο που χρησιμοποιεί το μειωμένο υπό – σύνολο χωρίς το j.

Διάγραμμα Μέσης Απόδοσης – Διακύμανση



Συμπερασματικά, η 2η υπόθεση, ότι το χαρτοφυλάκιο της αγοράς είναι αποτελεσματικό, θα υποστηριχθεί σωστά, αλλά για λάθος λόγο. Από την άλλη πλευρά, υποθέστε ότι η πραγματική αγορά είναι πραγματικά αναποτελεσματική και εκτείνεται στα πλαίσια του I στο σημείο που ονομάζεται p. Έπειτα, ο ίδιος ακριβώς έλεγχος με τον πλασματικό παράγοντα αγοράς m θα υποστηρίξει την υπόθεση αυτή εσφαλμένα.

Συγκεκριμένα, φαίνεται ότι αυτός είναι ο μεγαλύτερος κίνδυνος. Για κάθε διαχωρισμό των κεφαλαίων ενεργητικού, υπάρχει ένα «αποτελεσματικό» όριο του οποίου τα βασικά χαρτοφυλάκια θα ικανοποιούν όλους τους εμπειρικούς ελέγχους του της 2ης υπόθεσης. Όσο ο αναλογίες επένδυσης στους διαχωρισμούς των

κεφαλαίων είναι εντελώς θετικές κάπου σε αυτό το μειωμένο όριο, ένας λογικός πλασματικός συντελεστής αγοράς θα είναι διαθέσιμος και θα υποστηρίξει ότι το χαρτοφυλάκιο της αγοράς είναι αποτελεσματικό από τη στιγμή που θα είναι ξεχωριστά αποτελεσματικό.

Από την άλλη πλευρά, η γεωμετρία κάνει εμφανές το ότι ένα σφάλμα τύπου ΙΙ είναι επίσης αρκετά πιθανό. Υποθέστε ότι το χαρτοφυλάκιο q έχει επιλεγεί ως το πλασματικό της αγοράς και ότι η $2^η$ υπόθεση αληθεύει και ότι το m είναι πραγματικά αποτελεσματικό και εκτείνεται στο Ι. Σε αυτήν την περίπτωση, ένα μεγάλο δείγμα θα απορρίψει σχεδόν σίγουρα την $2^η$ υπόθεση (ότι το χαρτοφυλάκιο της αγοράς είναι αποτελεσματικό) από τη στιγμή που το πλασματικό χαρτοφυλάκιο δεν εκτείνεται ούτε καν στο μειωμένο αποτελεσματικό σύνολο I_j. Πρέπει α σημειωθεί ότι αυτό θα συμβεί ακόμη και όταν το χαρτοφυλάκιο είναι υψηλά συσχετιζόμενο με την πραγματική αγορά m και είναι επίσης υψηλά συσχετιζόμενο με έναν πλασματικό συντελεστή που είναι επίσης σημαντικός.

Η εμπειρική κατάσταση υποκινείται από την πιθανότητα μίας υψηλής συσχέτισης ανάμεσα στην πραγματική αγορά και την πλασματική, είτε η $2^η$ υπόθεση είναι αληθής είτε ψευδής. Μία τέτοια υψηλή συσχέτιση είναι πιθανόν να κάνει να φαίνεται ότι η ακριβής ταυτότητα της αγοράς είναι σχετικά μικρής σημαντικότητας και η πρόκληση είναι μεγάλη ως προς το να προσαρμοστεί η πλασματική αγορά ελαφρώς έτσι ώστε να επιφέρει τα επιθυμητά αποτελέσματα, είτε αυτό σημαίνει απόρριψη της υπόθεσης είτε αποδοχή.

Συγκεκριμένα, αν η ταυτότητα της πραγματικής αγοράς είναι ένα θέμα αντιπαράθεσης ανάμεσα σε διάφορους ερευνητές, μπορεί να μην υπάρχει τρόπος να τεθεί η εγκυρότητα της υπόθεσης με κανένα μέγεθος δείγματος. Η μόνη εξαίρεση δείχνει να είναι μόνο όταν η $2^η$ υπόθεση δεν αληθεύει, η πραγματική κατάσταση της φύσης απεικονίζεται από το αποτελεσματικό σύνολο ΙΙ στο παραπάνω σχήμα και το δείγμα περιλαμβάνει κάθε κεφάλαιο ενεργητικού. Σε αυτήν την περίπτωση, κανένα τελείως – θετικό χαρτοφυλάκιο δεν είναι αποτελεσματικό και μεγάλα (στατιστικά δεδομένα διαφορετικών χρονικών περιόδων) δείγματα θα απέρριπταν την υπόθεση αυτή αναμφισβήτητα.

Κατ' αρχήν, ένας τέτοιος έλεγχος είναι εύκολο να δομηθεί. Οι αναλογίες επένδυσης για τα χαρτοφυλάκια που εκτείνονται στο ex – post αποτελεσματικό όριο δίνονται από τον υπολογισμό N x 1

$$X = B\ (r\ 1)$$

όπου το B είναι μία (N x 2) μήτρα συντελεστών που εξαρτώνται μόνο από τις μέσες αποδόσεις και τις συνδιακυμάνσεις του δείγματος των N μεμονωμένων μετοχών, και το r είναι η μέση απόδοση του ex – post αποτελεσματικού χαρτοφυλακίου του οποίου οι αναλογίες επένδυσης δίνονται από το X. Από τη στιγμή που το B περιλαμβάνει στοιχεία συνέχειας, ο έλεγχος απλώς περιλαμβάνει τον υπολογισμό του X σε δύο σημεία – στις ελάχιστες και μέγιστες παρατηρημένες μεμονωμένες αποδόσεις, r_{min} και r_{max}, για να πάρουμε
$X_{min} = B\ (r_{min}\ 1)$ και $X_{max} = (r_{max})$.

Έπειτα, αν υπάρχει ένα μονό στοιχείο που είναι σημαντικά αρνητικό τόσο στο X_{min} όσο και στο X_{max}, η $2^{η}$ υπόθεση δεν αληθεύει. Αυτό προκύπτει επειδή κάθε τελείως θετικό χαρτοφυλάκιο εκτείνεται ανάμεσα στα r_{min} και r_{max}.

Συμπερασματικά, αν όλα τα αποτελεσματικά χαρτοφυλάκια σε αυτό το διάστημα είχαν μία ή περισσότερες σημαντικά αρνητικές αναλογίες επενδύσεων, δεν υπάρχει ολοκληρωτικά θετικό χαρτοφυλάκιο που να παρουσιάζει (μέσης – διακύμανσης) αποτελεσματικότητα. Δυστυχώς, αυτός ο «έλεγχος» είναι έγκυρος μόνο κατ' αρχήν. Για τον υπολογισμό της μήτρας B απαιτείται η πλήρης μήτρα συνδιακύμανσης όλων των μεμονωμένων μετοχων. Επιπροσθέτως, η διακύμανση του δείγματος του B θα ήταν γενικά άγνωστη. Τελικά, το κόστος συλλογής δεδομένων για κάθε υπάρχον περιουσιακό στοιχείο θα ήταν υπερβολικά υψηλό.

Συμπερασματικά η μόνη ρεαλιστική υπόθεση της γενικευμένης θεωρίας αποτίμησης κεφαλαίων είναι η $2^{η}$ υπόθεση – το χαρτοφυλάκιο της πραγματικής αγοράς είναι ex –

ante αποτελεσματικό. Αυτή η υπόθεση προσφέρει μία όχι ασήμαντη πρόκληση στην οικονομετρική μας αρχή και η πρόκληση δεν έχει ακόμη εκπληρωθεί ικανοποιητικά. Το πρόβλημα μπορεί να συνοψισθεί με την επισήμανση του ότι σε ένα δεδομένο δείγμα, υπάρχουν πάντα χαρτοφυλάκια που δεν απορρίπτουν την 2η υπόθεση και ότι λίγες εξωτερικές πληροφορίες είναι διαθέσιμες σχετικά με την ακριβή σύνθεση του πραγματικού χαρτοφυλακίου αγοράς. Επιπροσθέτως, μία μικρή μόνο ασάφεια σχετικά με τη σύνθεση του πλασματικού χαρτοφυλακίου μπορεί να οδηγήσει σε λάθος συμπέρασμα. Πράγμα που σημαίνει ότι μία ασήμαντη ασάφεια σε μία συνηθισμένη στατιστική εφαρμογή να είναι μεγάλης σημασίας για τον έλεγχο της υπόθεσης αυτής.

Γενικά έχουν γίνει πολλές προσπάθειες για ν' αντιμετωπιστεί η κριτική του Roll (1977) στους ελέγχους του ΥΑΚΣ. Ένα πρόβλημα με τις περισσότερες εμπειρικές μελέτες για την αποτελεσματικότητα της προσέγγισης του ΥΑΚΣ είναι ότι οι περισσότερες λογικές προσεγγίσεις παρουσίασαν μεγάλο βαθμό συσχέτισης μεταξύ τους και παρ' όλα αυτά μικρές διαφορές στη επιλογή μεταξύ τους μπορεί να οδηγήσει σε πολύ διαφορετικά αποτελέσματα.

Μια από τις προσπάθειες ν' αντιμετωπιστεί το πρόβλημα αυτό έγινε από τον Jay Shanken (1982). Αυτός αναγνώρισε ότι η αποδοχή η απόρριψη του CAPM εξαρτάται απ΄ το πόσο καλά η προσέγγιση για την αγορά μοιάζει με το πραγματικό αλλά μη παρατηρήσιμο χαρτοφυλάκιο της αγοράς. Ο Shanken (1982) έκανε ένα σύνθετο έλεγχο ο οποίος επιτρέπει την αποδοχή ή απόρριψη τη σύνθετης υπόθεσης ότι η συσχέτιση της προσέγγισης με το χαρτοφυλάκιο της αγοράς υπερβαίνει κάποιο όριο και το CAPM ισχύει.

Για παράδειγμα ο Shanken (1982) ελέγχει τη σύνθετη υπόθεση ότι η συσχέτιση ανάμεσα στο CRSP ισοσταθμισμένο χαρτοφυλάκιο κοινών μετοχών και στο χαρτοφυλάκιο της αγοράς υπερβαίνει το 0,7 και το ΥΑΚΣ ισχύει σε αναφορά με το μη παρατηρήσιμο χαρτοφυλάκιο της αγοράς. Η σύνθετη υπόθεση απορρίπτεται σε επίπεδο εμπιστοσύνης 10%. Σύμφωνα μ' αυτό τον έλεγχο συμπεραίνουμε ότι είτε το μη παρατηρήσιμο χαρτοφυλάκιο της αγοράς είναι μη αποτελεσματικό ή ότι η

συσχέτιση του με το CRSP είναι λιγότερο του 0,7.

Η τεχνική του Shanken (1982) είναι ευέλικτη και επιτρέπει διάφορες μεταβλητές να λεχθούν ως προσεγγίσεις του χαρτοφυλακίου της αγοράς. Για παράδειγμα επανέλαβε τους ελέγχους του χρησιμοποιώντας ως προσέγγιση της αγοράς ένα συνδυασμό του CRSP και της απόδοσης των μακροπρόθεσμων κρατικών ομολόγων. Συμπεραίνει ότι τα αποτελέσματα είναι σχεδόν τα ίδια (απόρριψη του ΥΑΚΣ) ακόμα και όταν χρησιμοποιεί την πιο σύνθετη προσέγγιση της αγοράς.

Με την εργασία του Shanken (1982) η κριτική του Roll (1977) αν και είναι ακόμα σωστή είναι λιγότερο περιοριστική. Χάρις στο Shanken (1982) μπορούμε ν' ελέγξουμε αν ισχύει το CAPM με βάση μια προϋπάρχουσα εκτίμηση για τη συσχέτιση ανάμεσα στο χαρτοφυλάκιο και στο μη παρατηρήσιμο χαρτοφυλάκιο της αγοράς. Παρόλο αυτά για να το χρησιμοποιήσουμε χρειαζόμαστε μη ακριβή αριθμό: είναι η συσχέτιση ανάμεσα στη προσέγγιση που επιλέξαμε και στο μη παρατηρήσιμο πραγματικό χαρτοφυλάκιο της αγοράς.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

Εισαγωγή

Το ΥΑΚΣ πέρασε λοιπόν τα πρώτα εμπειρικά του τεστ. Στις δεκαετίας 1960 και 1970 και στις αρχές του 1980 του ΥΑΚΣ είχε επιτυχία όσο αφορά τα εμπειρικά αποτελέσματα των ελέγχων. Πολλές μελέτες έδειξαν ότι το βήτα της αγοράς έτεινε να επεξηγήσει τις αποδόσεις. Στη δεκαετία του 1980 και στις αρχές του 1990 το ΥΑΚΣ είχε σχεδόν απορριφθεί. Μια δεκαετία αργότερα άλλη έρευνα υπαινίσσεται ότι όλα λείπουν και οι διαξιφισμοί για την εγκυρότητα ή όχι του μοντέλου καλά κρατούν. Οι Jagannathan και McGrattan παρουσιάζουν αυτήν τη συζήτηση χωρίς να παίρνουν θέσεις.

Στο ακόλουθο πίνακα παρουσιάζονται κάποια γεγονότα που το ΥΑΚΣ προσπαθεί να εξηγήσει.

	Μετοχές		Υπουργείο ΟικονομικώνΗ.Π.Α.		
	S&P 500	Μικρές	Ομολογίες	Συναλλαγματικές	CPI
Μέσος					
1926 – 91	11.94%	16.05%	4.94%	3.64%	3.11%
1976 – 80	14.17%	35.55%	2.27%	7.51%	8.85%
1981 – 91	15.71%	13.27%	14.14%	7.98%	4.25%
Διακύμανση					
1926 – 91	20.22%	31.02%	7.62%	0.94%	2.01%
1976 – 80	14.48%	25.87%	11.16%	0.82%	1.14%
1981 – 91	16.31%	18.25%	12.41%	0.75%	0.97%

R. W. Banz (1981)
«The Relationship Between Return and Market Value of Common Stocks»

Σύμφωνα με τη θεωρία του ΥΑΚΣ ο μόνος παράγοντας της αναμενόμενης απόδοσης είναι το βήτα του αξιόγραφου ή του χαρτοφυλακίου. Ο Banz (1981) τέσταρε το ΥΑΚΣ δοκιμάζοντας αν το μέγεθος των εταιριών, των οποίων τις αποδόσεις εξέτασε, μπορεί να εξηγήσει τα κατάλοιπα της διακύμανσης στις αποδόσεις των αξιόγραφων που το βήτα του ΥΑΚΣ δεν μπορεί να εξηγήσει. Η μελέτη του Banz (1981) εξετάζει την πιθανή σχέση ανάμεσα στην υπερκανονική απόδοση και το μέγεθος της εταιρίας. Ο Banz (1981) "έριξε το γάντι στο ΥΑΚΣ» δείχνοντας ότι όντως το μέγεθος των εταιριών εξηγεί τη διαστρωματική διακύμανση στις μέσες αποδόσεις σε μια συγκεκριμένη ομάδα επιλεγμένων αξιόγραφων καλύτερα από το βήτα.

Για την έρευνα του ο Banz (1981) χρησιμοποίησε στοιχεία όλων των κοινών μετοχών που διαπραγματεύονται στο NYSE για τουλάχιστον 5 χρόνια. Συγκεκραμένα χρησιμοποίησε τα στοιχεία όλων των κοινών μετοχών του NYSE για την περίοδο 1936-1975. Ο Banz (1981) αρχικά δημιούργησε 5 χαρτοφυλάκια με βάση τη χρηματική αξία των εταιριών, τα οποία εν συνεχεία διασπάστηκαν σε άλλα 5 έκαστο με βάση το βήτα των αξιόγραφων. Συνολικά δημιουργήθηκαν 25 χαρτοφυλάκια. Στη συνέχεια πραγματοποιήθηκε διαστρωματική παλινδρόμηση για κάθε χαρτοφυλάκιο (με μηνιαία στοιχεία) χρησιμοποιώντας την εξής εξίσωση παλινδρόμησης:

$$R_{ij} = Y_{0t} + Y_{1t}B_{jt} + Y_{2t}\left[\left(MV_{jt} - MV_{mt}\right)/MV_{my}\right] + E_{jt} \qquad (24)$$

όπου:

MV_j :	η αγοραία αξία της εταιρίας
MV_m:	η αξία του χαρτοφυλακίου της αγοράς

Η εκτίμηση του Y_2 ήταν σημαντικά αρνητική για ολόκληρη την περίοδο, οδηγώντας στο συμπέρασμα ότι το ΥΑΚΣ παρουσιάζει σφάλμα εξειδίκευσης (misspecification) και ότι οι μικρότερες εταιρίες θα καταγράψουν επιπλέον κέρδη σε σχέση με τις μεγαλύτερες εταιρίες με παρόμοιο βήτα. Σε συμφωνία με τις μελέτες των Fama και MacBeth (1973), ο Banz (1981) εκτίμησε ότι το Y_0 είναι διαφορετικό από το επιτόκιο χωρίς κίνδυνο και ότι το Y_1 είναι μικρότερο από το $R_m - R_f$. Για ολόκληρη την περίοδο 1936-1975, ο Banz (1981) πήρε τις παρακάτω εκτιμήσεις και τα (t-statistics)

- $\hat{Y}_0 - R_0 = 0{,}0045(2{,}76)$
- $\hat{Y}_0 - R_0 = 0{,}0045(2{,}76)$
- $\hat{Y}_1 - (R_m - R_0) = -0{,}00092(-1{,}0)$
- $\hat{Y}_2 = -0{,}00052(-2{,}92)$

όπου:

R_m	το μέτρο της απόδοσης της αγοράς.

Επιπλέον το γεγονός ότι το Y_2 είναι ορμητικό υποδηλώνει ότι μετοχές εταιριών με μεγάλη χρηματιστηριακή αξία παρουσίασαν μικρότερες αποδόσεις κατά μέσο όρο, από εταιρίες μικρής κεφαλαιοποίησης. Από αυτά τα αποτελέσματα το σχετικό μέγεθος των εταιριών μοιάζει ικανό να εξηγεί μεγαλύτερο ποσοστό της διαστρωματικής μεταβλητικότητας από ο,τι το βήτα.

Αν αποδεχτούμε την κριτική του Roll (1977) τότε τα αποτελέσματα αυτά δε σημαίνουν κατ' ανάγκη σφάλμα εξειδίκευσης, αλλά ο Banz (1981) υποστηρίζει ότι η επιλογή του δείκτη της αγοράς και οι οικονομετρικές μέθοδοι δεν επηρεάζουν τα αποτελέσματα. Η ανωτέρω εξίσωση υποθέτει γραμμική σχέση για το μέγεθος της εταιρίας, ωστόσο δεν υπάρχει θεωρητική βάση που να υποστηρίζει αυτή τη γραμμικότητα. Μάλιστα ο ίδιος ο Banz αποδεικνύει ότι δεν υπάρχει γραμμικότητα και ότι υπάρχει μεγαλύτερη επίδραση του μεγέθους για τις μικρότερες εταιρίες.

Κατά συνέπεια, τα κύρια συμπεράσματα του Banz είναι ότι το ΥΑΚΣ παρουσιάζει σφάλμα εξειδίκευσης (misspecification) και ότι υπάρχει μη γραμμική σχέση ανάμεσα στο μέγεθος και την απόδοση. Η γενική αντίδραση στην « ανακάλυψη» του Banz ήταν ότι αυτό κάπου ήταν φυσιολογικό και αναμενόμενο αφού το ΥΑΚΣ είναι μόνο ένα ομοίωμα της πραγματικότητας και το να περιμένει κανείς να είναι 100 τοις 100 σωστό, δεν είναι λογικό.

M. R. Reinganum (1981)
«Misspecification of Capital Asset Pricing: Empirical Anomalies Based on Earnings Yields and Market Values»

Η μελέτη του Reinganum (1981) εξετάζει εμπειρικά την ύπαρξη της σχέσης ανάμεσα στην απόδοση και το μέγεθος της επιχείρησης καθώς και το λόγο τιμής μετοχής / κέρδη ανά μετοχή.

Το δείγμα της μελέτης του Reinganum (1981) αποτελείται από 566 μετοχές του NYSE και του ASE (με λήξη της χρήσης το Δεκέμβριο) για τις οποίες συγκεντρώθηκαν τα κέρδη τριμήνου και οι ημερομηνίες ανακοίνωσης τους για 8

τρίμηνα, με αφετηρία το τελευταίο τρίμηνο του 1975. Επίσης ο Reinganum (1981) χρησιμοποίησε στοιχεία για τα καθαρά κέρδη των προηγούμενων 20 τριμήνων για τον υπολογισμό των SUE (Standardized Unexpected Earnings).

Για την ολοκλήρωση της έρευνας του ο Reinganum πραγματοποίησε 5 διαφορετικά τεστ ελέγχου.

1^{ο} Τεστ Ελέγχου

Αρχικά ο Reinganum δημιούργησε δυο χαρτοφυλάκια. Το πρώτο χαρτοφυλάκιο περιλάμβανε τις 20 μετοχές με το μεγαλύτερο SUE και το δεύτερο χαρτοφυλάκιο περιλάμβανε τις 20 μετοχές με το χαμηλότερο SUE, όπως αυτά υπολογίστηκαν με βάση το λόγο κέρδη ανά μετοχή των 20 τελευταίων περιόδων (τρίμηνα).

Εν συνεχεία διαίρεσε το καθένα από τα δυο αυτά χαρτοφυλάκια σε δυο νέα χαρτοφυλάκια σύμφωνα με το εκτιμώμενο βήτα τα οποία σταθμίζονται κατάλληλα έτσι ώστε το βήτα των δυο αρχικών χαρτοφυλακίων των 20 μετοχών να είναι ίσο με 1. Τέλος εξέτασε τις αποδόσεις του κάθε χαρτοφυλακίου.

Σύμφωνα με την θεωρία του ΥΑΚΣ, εφόσον το βήτα και των δυο χαρτοφυλακίων είναι ίσο με το 1, δεν θα έπρεπε να υπάρχουν σημαντικές διαφορές ανάμεσα στις αποδόσεις τους. Τα αποτελέσματα συμφωνούν με αυτό και συμπεραίνεται ότι τα SUE δεν επηρεάζουν την απόδοση και κατά συνέπεια δεν έρχονται σε αντίθεση με το ΥΑΚΣ.

2ο Τεστ Ελέγχου

Στο δεύτερο τεστ ελέγχου χρησιμοποιήθηκε η ίδια μεθοδολογία όπως και στο πρώτο

τεστ με τη διαφορά ότι τα χαρτοφυλάκια διαμορφώνονται με βάση το λόγο κέρδη ανά μετοχή για τις εταιρίες που ανακοινώνουν τα κέρδη τους κατά τη διάρκεια του επόμενου μήνα από το τέλος του οικονομικού τριμήνου.

Στην περίπτωση αυτή αναδεικνύεται ότι μετοχές με υψηλό λόγο κέρδη ανά μετοχή παρουσιάζουν συνεχείς μη κανονικές αποδόσεις που υποδηλώνει ότι το ΥΑΚΣ είναι missspecified. Οι μη κανονικές αποδόσεις συνεχίζονται για τουλάχιστον 6 μήνες, γεγονός που μειώνει την πιθανότητα τα αποτελέσματα να οφείλονται σε μη αποτελεσματικότητα της αγοράς.

3ο Τεστ Ελέγχου

Στο τρίτο τεστ ελέγχου ο Reinganum υπολόγισε το λόγο κέρδη ανά μετοχή συλλέγοντας ετήσια στοιχεία από το CRSP για τις μετοχές από το έτος 1962. Οι μετοχές κατατάσσονται σε σειρά ανάλογα με το ετήσιο λόγο Κέρδη ανά Μετοχή (Earnings Per Share) και διαιρούνται σε δεκατημόρια, τα οποία δημιουργούν αντίστοιχα χαρτοφυλάκια.

Η απόδοση του χαρτοφυλακίου με το υψηλότερο Κέρδος ανά Μετοχή ήταν, σε ετήσια βάση, κατά μέσο όρο 4% μεγαλύτερη από την από την αναμενόμενη, σύμφωνα με το αντίστοιχο βήτα. Το φαινόμενο αυτό παραμένει στο χρόνο. Το αποτέλεσμα αυτό ενισχύει τα ευρήματα του 2ου τεστ και υποδηλώνει σφάλμα εξειδίκευσης (misspecification) στο ΥΑΚΣ.

Ο Reingamun (1981) συσχετίζοντας τα αποτελέσματα του με την κριτική του Roll (1977) ισχυρίζεται ότι η μελέτη του αναδεικνύει ότι η προσέγγιση δεν αποτελεί αποτελεσματικό όριο (efficient frontier), ωστόσο δεν υπάρχει apriori λόγος που να συνδέει συστηματικά την αποτελεσματικότητα αυτή με την επίδραση του λόγου Κέρδος ανά Μετοχή (Earnings Per Share).

4^{ο} Τεστ Ελέγχου

Στο τέταρτο τεστ ελέγχου ο Reingamun κατάταξε τα αξιόγραφα ανάλογα με την χρηματιστηριακή αξία των εταιριών την 31^{η} Δεκεμβρίου κάθε έτους και δημιούργησε χαρτοφυλάκια χρησιμοποιώντας τα δεκατημόρια της κατανομής αυτής.

Το χαρτοφυλάκιο που περιείχε τις μικρότερες εταιρίες σε μέγεθος παρουσιάζει μέση ημερήσια μη κανονική απόδοση της τάξης του 0,05% (μεγαλύτερη από 12% ετησίως), ενώ το επόμενο χαρτοφυλάκιο με τις λιγότερο μικρές εταιρίες εμφανίζει αντίστοιχη μη κανονική απόδοση της τάξης του 0,02% (4% ετησίως). Αυτές οι αποδόσεις διατηρούνται στο χρόνο, γεγονός που υποδεικνύει ότι το ΥΑΚΣ παρουσιάζει σφάλμα εξειδίκευσης (misspecification). Τα αποτελέσματα αυτά συμφωνούν με τα ευρήματα του Banz (1981) που παρατήρησε μη γραμμική σχέση μεταξύ μεγέθους της εταιρίας και απόδοσης.

5^{ο} Τεστ Ελέγχου

Από τα προηγούμενα τεστ ελέγχου φαίνεται να υπάρχει συσχέτιση ανάμεσα στους υψηλότερους λόγους Κέρδη ανά Μετοχή και το μέγεθος των εταιριών, και συνεπώς οι δυο misspecifications που παρατηρήθηκαν παραπάνω να είναι πιθανόν αποτέλεσμα ενός εκ των παραγόντων, αντί να αποτελούν δυο ξεχωριστά αποτελέσματα.

Προκειμένου να εξεταστεί αυτό, ο Reingamun (1981) διαίρεσε τα αξιόγραφα σε πεντατημόρια με βάση τη χρηματιστηριακή αξία της εταιρίας και στη συνέχεια αυτά τα χαρτοφυλάκια διαιρούνται με τη σειρά τους σε πεντατημόρια με βάση τα Κέρδη ανά Μετοχή. Με τη μέθοδο αυτή δημιουργούνται 25 χαρτοφυλάκια. Για κάθε δεδομένο επίπεδο κέρδους ανά μετοχή οι μικρότερες εταιρίες συστηματικά

προσφέρουν μεγαλύτερη απόδοση σε σύγκριση με τις μεγαλύτερες, γεγονός που υποδεικνύει ότι εφόσον έχει υπολογιστεί η επίδραση των κερδών ανά μετοχή υπάρχει ακόμα σημαντική επίδραση του μεγέθους της εταιρίας. Αντίθετα δεν φαίνεται να υπάρχει επιπλέον επίδραση των Κερδών ανά Μετοχή στα χαρτοφυλάκια με βάση την αγοραστική αξία.

Το συμπέρασμα που εξάγεται από τα αποτελέσματα είναι ότι υπάρχει σφάλμα εξειδίκευσης (misspecification) στο ΥΑΚΣ και ότι ενώ υπάρχει ανωμαλία που οφείλεται στο λόγο Κέρδη ανά Μετοχή και το μέγεθος, όταν οι δυο παράγοντες εξετάζονται χωριστά, οι δυο αυτές ανωμαλίες φαίνεται να συσχετίζονται με το σύνολο αγνώστων παραγόντων που φαίνεται να σχετίζεται περισσότερο με το μέγεθος της εταιρίας παρά με το λόγο Κέρδη ανά Μετοχή.

M. R. Gibbons (1982)
«Multivariate Tests of Financial Models: A New Approach»

Ο Gibbons (1982) παρατηρεί ότι το βήτα που χρησιμοποιείται αποτελεί εκτίμηση του πραγματικού βήτα και ως εκ τούτου μπορεί να υπόκειται σε λάθη παρά τις μεθόδους που χρησιμοποιούν οι Black, Jensen, Scholes (1972) και Fama και MacBeth (1973). Για το λόγο αυτό ο Gibbons (1982) υποστηρίζει μια νέα στατιστική μέθοδο. Σύμφωνα με τη μέθοδο αυτή ο Gibbons (1982):

- Αποφεύγει το πρόβλημα των σφαλμάτων μέσα στις μεταβλητές (error - in – variables problem).
- Αυξάνει την ακρίβεια της εκτίμησης των παραμέτρων για τα premium κινδύνου.
- Δίνει τη δυνατότητα για την πραγματοποίηση του likehood ratio test,το οποίο παρέχει ένα τεστ με αρκετή δύναμη, ώστε να απορρίπτει μοντέλα.

Το δείγμα της μελέτης που χρησιμοποίησε ο Gibbons (1982) αποτελείται από μηνιαίες αποδόσεις μετοχών (CRSP) για την περίοδο 1926-2975, η οποία διαιρείται σε 10 υποπεριόδους. Αρχικά έγινε υπολογισμός του βήτα όλων των αξιόγραφων από τα δεδομένα που κάλυπταν περίοδο 5 χρόνων και στη συνέχεια δημιουργήθηκαν 40 χαρτοφυλάκια. Τα αξιόγραφα σε κάθε χαρτοφυλάκιο είναι ισοσταθμισμένα. Στα χαρτοφυλάκια χρησιμοποιήθηκε η τεχνική μέθοδος MURM.

Σε 5 εκ των 10 υποπεριόδων, όπως και στο σύνολο της περιόδου το ΥΑΚΣ απορρίπτεται σε λογικά επίπεδα σημαντικότητας. Έχοντας υπόψη την κριτική του Roll (1977), ο Gibbons (1982) ισχυρίζεται ότι εφόσον ο ισοσταθμισμένος CRSP δείκτης θεωρείται ικανοποιητική προσέγγιση του χαρτοφυλακίου της αγοράς, το τεστ ελέγχου απορρίπτει τόσο το αρχικό Sharpe – Lintner Model όσο και το Black zero – beta Model. Επιπλέον ο Gibbons (1982) πιστεύει σε αντίθεση με τις αναλύσεις του Roll (1977) ότι αυτή η μεθοδολογία έχει αρκετή δύναμη για να απορρίψει το μοντέλο. Η μέθοδος του Gibbons (1982) αργότερα αμφισβητείται από το έργο του Stambaugh

(1982) και την έρευνα των Jobson & Korkie (1982).

R. F. Stambaugh (1982)

«On the Exclusion of assets from tests of the two – parameter model»

Ο Stambaugh (1982) έχει μια παρόμοια μεθοδολογία με το Gibbons (1982) εξέτασης του ΥΑΚΣ. Χρησιμοποιεί διαφορετικό στατιστικό έλεγχο. Χρησιμοποιεί τον έλεγχο του **Lagrangian Multiplier** και όχι το **likelihood ratio test.** Ο Stambaugh (1982) υποστηρίζει ότι ο δικός του έλεγχος είναι πιο ισχυρός για δείγματα του μεγέθους που μελετούν οι δυο συγγραφείς και βασιζόμενος στον έλεγχο του βρίσκει δυο τελείως διαφορετικά αποτελέσματα από το Gibbons. Ο Stambaugh (1982) βρίσκει αποτελέσματα που υποστηρίζουν το zero beta ΥΑΚΣ ενώ είναι αντίθετα με το βασικό ΥΑΚΣ. Επίσης ο Stambaugh (1982) κάνει ελέγχους χρησιμοποιώντας διαφορετικούς ορισμούς του χαρτοφυλακίου της αγοράς χρησιμοποιώντας επίσης κρατικά ομόλογα , Treasury bills, ακίνητα, μετοχές. Τα βασικά συμπεράσματα του φαίνονται να είναι ισχυρά με τους διάφορους ορισμούς του χαρτοφυλακίου της αγοράς.

Hawawini, Michel & Viallet (1983)

«An Assessment of the Risk and Return of French Common Stocks»

Η μελέτη αυτή ελέγχει το ΥΑΚΣ στη Γαλλία, με δείγμα εβδομαδιαίων αποδόσεων 144 κοινών μετοχών (Πηγή: Centre de Recherches sur less Processus de Management Paris- Dauphine) την περίοδο Ιουνίου 1969 – Μαΐου 1979. Η χρήση εβδομαδιαίων

αποδόσεων είναι δυνατόν να δημιουργήσει προβλήματα λόγω μικρού όγκου συναλλαγών όμως οι συγγραφείς ισχυρίζονται ότι επειδή η ανάλυση πραγματοποιείται με χαρτοφυλάκια το πρόβλημα είναι αμελητέο.

Οι Hawawini, Michel και Viallet (1983) δημιούργησαν 18 χαρτοφυλάκια με βάση την κατάταξη των εκτιμώμενων βήτα χρησιμοποιώντας τα δεδομένα του 1^{ου} χρόνου. Τα δεδομένα του 2^{ου} χρόνου χρησιμοποιήθηκαν για την εκτίμηση των τεσσάρων εναξάρτητων μεταβλητών του κάθε χαρτοφυλακίου: βήτα, μη συστηματικός κίνδυνος, συνολικός κίνδυνος και σχετική ασυμμετρία των αποδόσεων.

Οι αποδόσεις των χαρτοφυλακίων για τα τελευταία 8 χρόνια παλινδρομούνται σύμφωνα με την ακόλουθη εξίσωση:

$$R_{jt} = Y_{0t} + Y_{1t}B_j + Y_{2t}B_J^2 + Y_{3t}s_j + Y_{4t}o_j^2 + Y_{5t}S_j + U_{jt} \qquad (25)$$

όπου:

B_j :	ο συστηματικός κίνδυνος
s_j :	ο μη συστηματικός κίνδυνος
o_j^2:	ο συνολικός κίνδυνος
S_j :	σχετική ασυμμετρία των αποδόσεων
Y_0 :	το Y_0 είναι σε γενικές γραμμές μεγαλύτερο από τη μέση απόδοση χωρίς κίνδυνο για έξι από τα δέκα χρόνια στο επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 10%. Το αποτέλεσμα αυτό έρχεται σε αντίθεση με το απλό CAPM, αλλά μπορεί να υποστηρίξει το Black form.

Y_1 :	το μέτρο αυτό του risk premium εμφανίζεται αρνητικό και στατιστικά σημαντικό σε 4 περιόδους

Εφόσον θα αναμέναμε θετική αμοιβή για την ανάληψη κινδύνου, τα ευρήματα αντικρούουν τη θεωρία του ΥΑΚΣ. Οι συγγραφείς σημειώνουν ότι η αρνητική αυτή τιμή μπορεί στην πραγματικότητα να οφείλεται σε συγκεκριμένες ιδιαιτερότητες της Γαλλικής αγοράς (π.χ τη σημασία των θεσμικών επενδυτών που δεν διαθέτουν την ευελιξία που είναι απαραίτητη για την αντίδραση της αγοράς και την αποκατάσταση της θετικής σχέσης μακροχρόνια).

Y_2, Y_3, Y_4, Y_5: οι παράγοντες αυτοί δεν είναι στατιστικά σημαντικοί γεγονός που έρχεται σε συμφωνία με τη θεωρία του ΥΑΚΣ.

Παρά το αρνητικό risk premium, οι ερευνητές δεν μπορούν να απορρίψουν την υπόθεση ότι σε γενικές γραμμές οι γαλλικές μετοχές συμμορφώνονται με το ΥΑΚΣ.

J. Shanken (1985)
«Multivariate Tests of the Zero – Beta CAPM»

Η μελέτη αυτή του Shanken (1985) χρησιμοποιεί διαστρωματική παλινδρόμηση για να ελέγξει αν οποιαδήποτε ανεπάρκεια του μοντέλου μπορεί να αιτιολογηθεί ολοκληρωτικά από την επίδραση του μεγέθους της εταιρίας.

Το δείγμα που χρησιμοποίησε ο Shanken (1985) αποτελείται από μηνιαίες αποδόσεις όλων των αξιόγραφων του CRSP για τρεις υποπεριόδους Φεβρουάριος 1995-Μάρτιος 1959, Απρίλιος 1959 – Μάιος 1965 και Ιούνιος 1965 – Ιούλιος 1971. Ο Shanken (1985) κατάταξε τις μετοχές ανάλογα με την αγοραία αξία της εταιρίας και με βάση αυτή την κατάταξη ομαδοποιούνται σε 20 ισοσταθμισμένα χαρτοφυλάκια. Στη συνέχεια ο Shanken (1985) χρησιμοποίησε ένα τεστ διαστρωματικής

παλινδρόμησης για να εξετάσει τη μηδενική υπόθεση (Null hypothesis) όταν το μέγεθος χρησιμοποιείται σαν κριτήριο ομαδοποίησης).

Τα αποτελέσματα του τεστ υποστηρίζουν ότι ο δείκτης της αγοράς δεν είναι αποτελεσματικός, μπορεί να απορριφθεί σε επίπεδα στατιστικής σημαντικότητας 1% και ότι η υπόθεση πως το μέγεθος είναι υπεύθυνο για αυτή την ανεπάρκεια δεν μπορεί να απορριφθεί. Ένα επόμενο τεστ το οποίο εξέτασε τις αποδόσεις εκτός από αυτές του Ιανουαρίου (προκείμενου να απαλειφθεί το «Φαινόμενο του Ιανουαρίου» που επισημάνθηκε από τον Keim, (1983)) απέρριψε την υπόθεση του μεγέθους.

Mac Kinley (1987)
«On Multivariate Tests of the CAPM»

Το δείγμα της μελέτης του MacKinley (1987) περιλαμβάνει μηνιαίες αποδόσεις από το CRSP για έξι ίσες χρονικές περιόδους ανάμεσα στον Ιανουάριο του 1954 και το Δεκέμβριο του 1983.

Ένα μεγάλο μειονέκτημα των προηγούμενων πολυπαραγοντικών τεστ ήταν ότι δεν εμφάνιζε διαχρονική σταθερότητα (non- stationarity), γεγονός που περιόριζε τις υποπεριόδους σε 5 – 7 χρόνια. Προκειμένου να αυξήσει την ισχύ των αποτελεσμάτων του ο MacKinley (1987) χρησιμοποιεί επίσης εβδομαδιαία στοιχεία από τις 4 Ιουλίου 1963 ως τις 20 Δεκεμβρίου 1985.

Ο MacKinley (1987) χρησιμοποίησε το μοντέλο MRVM τόσο για 20, όσο και για 40 χαρτοφυλάκια.

- Οι μηνιαίες αποδόσεις χαρτοφυλακίων, τα οποία διαμορφώνονται με βάση το βήτα, ελέγχονται εμπειρικά έναντι του μοντέλου υπερκανονικής απόδοσης ως

εναλλακτική υπόθεση.

- Οι μηνιαίες αποδόσεις χαρτοφυλακίων, τα οποία διαμορφώνονται με βάση το μέγεθος της εταιρίας, ελέγχονται έναντι του μοντέλου υπερκανονικής απόδοσης ως εναλλακτική υπόθεση.

- Οι δυο παραπάνω έλεγχοι επαναλαμβάνονται με το μοντέλο Black ως εναλλακτική υπόθεση.

- Οι τρεις παραπάνω έλεγχοι επαναλαμβάνονται με τη χρήση εβδομαδιαίων στοιχείων.

Το συμπέρασμα της έρευνας είναι ότι οι παραβιάσεις του ΥΑΚΣ είναι δύσκολο να εντοπιστούν παρόλο που το υπόδειγμα μπορεί να απορριφθεί για ορισμένες υποπεριόδους με μηνιαίες αποδόσεις και μη συγκεκριμένη εναλλακτική υπόθεση.

Με το μοντέλο Black (1972) ως εναλλακτική υπόθεση οι εκτιμήσεις της υπερκανονικής απόδοσης του χαρτοφυλακίου μηδενικού βήτα είναι μεγαλύτερες του μηδενός σε όλες εκτός μιας υποπεριόδου, με συνέπεια την απόρριψη του αλλού μοντέλου.

Ο παρακάτω πίνακας, που δείχνει τις τιμές του p για τη μηδενική υπόθεση (null hypothesis) με χαρτοφυλάκια διαμορφωμένα με βάση το βήτα, δείχνει την αυξημένη ισχύ που προσφέρει η χρήση συγκεκριμένης εναλλακτικής υπόθεσης, δίνοντας την δυνατότητα απόρριψης του μοντέλου.

	ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΑ	
	20	**40**

ΧΩΡΙΣ ΕΝΑΛΛΑΚΤΙΚΗ ΥΠΟΘΕΣΗ	**0,25**	**0,96**
ΜΕ ΕΝΑΛΛΑΚΤΙΚΗ ΥΠΟΘΕΣΗ	**0,001**	**0,056**

Τα αποτελέσματα με εβδομαδιαίες αποδόσεις διαφέρουν στο ότι το μοντέλο Sharpe – Lintner απορρίπτεται σε όλες τις περιπτώσεις. Αυτό υποδεικνύει τη μεγαλύτερη ισχύ που δίνει η χρήση εβδομαδιαίων στοιχείων, παρόλο που ο συγγραφέας προειδοποιεί για τον κίνδυνο αξιοπιστίας των αποτελεσμάτων όταν η καταλληλότητα των υποθέσεων κατάμονης δεν είναι γνωστή.

J. Shanken (1987)
«Multivariate Proxies and Asset Pricing Relations: Living With The Roll Critique»

Σε απάντηση της κριτικής του Roll (1977) έναντι των εμπειρικών ελέγχων, ο Shanken δημιούργησε ένα πλαίσιο εργασίας μέσω του οποίου οι υποθέσεις που αφορούν το ΥΑΚΣ μπορούν να γίνουν δεκτές ή να απορριφθούν παρά το γεγονός ότι το μοντέλο της πραγματικής αγοράς δεν είναι γνωστό. Αυτή η μέθοδος χρησιμοποίησε την πίστη για τη συσχέτιση ανάμεσα στην προσέγγιση της αγοράς και την πραγματική αγορά. Όσο μεγαλύτερη είναι η συσχέτιση ανάμεσα στην προσέγγιση και την αγορά τόσο μεγαλύτερη είναι και η πίστη αναφορικά με το ΥΑΚΣ.

Το δείγμα της έρευνας περιλαμβάνει μηνιαίες αποδόσεις αξιόγραφων από το CRSP για 5 υποπεριόδους από το Φεβρουάριο του 1953 ως το Νοέμβριο του 1963. Οι αποδόσεις του μηνός Ιανουαρίου παραλείπονται ώστε τα αποτελέσματα να μην επηρεάζονται από το «φαινόμενο Ιανουαρίου».

Για κάθε υποπερίοδο τα αξιόγραφα διαχωρίζονται σε 20 ισοσταθμισμένα

χαρτοφυλάκια σύμφωνα με την αγοραία αξία της εταιρίας. Χρησιμοποιώντας το νέο πλαίσιο, τα αποτελέσματα της έρευνας του Shanken υποστηρίζουν ότι η απλή μορφή του ΥΑΚΣ δεν ισχύει και ότι είναι δυνατό να ελεγχθεί η θεωρία με την προϋπόθεση να γνωρίζουμε apriori την συσχέτιση της προσέγγισης και της πραγματικής αγοράς.

G. Rubio (1988)
«An Empirical Evaluation of the Intertemporal Capital Asset Pricing Model: The Stock Merket in Spain»

Στην έρευνα του ο Rubio (1988) επιχείρησε να ελέγξει το ΥΑΚΣ για την Ισπανική χρηματιστηριακή αγορά. Ως δεδομένα ο Rubio χρησιμοποίησε τις μηνιαίες αποδόσεις 160 μετοχών της περιόδου Ιανουαρίου 1967 – Δεκεμβρίου 1984.

Παραδοσιακό ΥΑΚΣ

Οι αποδόσεις του χαρτοφυλακίου της αγοράς υπολογίστηκαν ως τη σταθμισμένη απόδοση των αξιόγραφων και το επιτόκιο χωρίς κίνδυνο προσεγγίστηκε από το επιτόκιο δανεισμού που προσφέρουν τα χρηματοπιστωτικά ιδρύματα καθώς δεν υπήρχαν βραχυπρόθεσμα κρατικά ομόλογα. Τα αξιόγραφα ταξινομήθηκαν σε σταθμισμένα χαρτοφυλάκια, με βάση την αγοραία αξία και εφαρμόστηκε η μέθοδος MVRM σε τρεις υποπεριόδους των έξι χρόνων έκαστη.

Διαχρονικό ΥΑΚΣ

Το μοντέλο αυτό, που προτάθηκε από τον Merton (1973) απαιτεί τη δημιουργία ενός υποθετικού χαρτοφυλακίου αντιστάθμισης κινδύνου. Εν συνεχεία εφαρμόστηκε στα ίδια χαρτοφυλάκια, με τη μέθοδο του διαστρωματικού ελέγχου για τον υπολογισμό των Y_0, Y_1 και Y_2 και με τη χρήση της εξίσωσης:

$$R_{jt} = d_{jk} + B_{jm}(R_{mt}) + B_{jh}(R_{ht}) + n_{jt} \quad (26)$$

όπου R_{ht} η υπερβάλλουσα απόδοση του χαρτοφυλακίου αντιστάθμισης σε σχέση με το επιτόκιο μηδενικού κινδύνου.

Η μέση διακύμανση του σταθμισμένου με βάση την αξία δείκτη απορρίπτεται με τιμή του p 0,002 για όλη την περίοδο, όμως δεν μπορεί να απορριφθεί για την υποπερίοδο 1967-1972. Η γραμμικότητα ανάμεσα στην αναμενόμενη απόδοση και τόσο τον κίνδυνο, όσο και το χαρτοφυλάκιο αντιστάθμισης κινδύνου απορρίπτεται τόσο για τους υποπεριόδους 1973-1978 και 1979-1984, όσο και για ολόκληρη την περίοδο.

Τα αποτελέσματα αυτά είναι στην ουσία παρόμοια με εκείνα που εξήχθησαν από το traditional ΥΑΚΣ και ο Rubio (1988) παραδέχεται ότι το Intertemporal ΥΑΚΣ δεν φαίνεται να παρέχει μια πιο λογική περιγραφή των αποδόσεων των αξιόγραφων. Λόγω της χαμηλής τιμής του premium κινδύνου (Y_1) που υπολογίστηκε από το διαστρωματικό τεστ, ο Rubio καταλήγει στο συμπέρασμα ότι οι Ισπανοί επενδυτές δεν αμοίβονται αρκετά για την ανάληψη μη διαφοροποιήσιμου κινδύνου.

Τέλος, σημειώνουμε ότι η απόρριψη του μοντέλου μπορεί εν μέρη να οφείλεται και στην κατασκευή του χαρτοφυλακίου αντιστάθμισης κινδύνου, αφού τα χαρτοφυλάκια που χρησιμοποίησε ο Rubio (1988) δεν ήταν στην ουσία πραγματικά αντισταθμιστικά χαρτοφυλάκια, καθώς στην πράξη υπάρχει μεγάλη δυσκολία στην εξεύρεση επενδύσεων ή χαρτοφυλακίων, που να ικανοποιούν τα θεωρητικά χαρακτηριστικά του αντισταθμιστικού αξιόγραφου κατά τον Merton (1973).

Fama and French (1992)

«The Cross – Section of Expected Stock Returns»

Οι Fama και French (1992) έδειξαν ότι τα ευρήματα του Banz (1981) μπορεί να είναι τόσο οικονομικά σημαντικά ώστε να θέτουν υπό αμφισβήτηση την αξία του ΥΑΚΣ με οποιαδήποτε οικονομική ερμηνεία. Και αυτοί εκτίμησαν την ίδια εξίσωση παλινδρόμησης όπως και ο Banz (1981):

$$R_p = g_0 + g_1 b_p + g_2 y_p + e_p \qquad (27)$$

όπου ψ_p ισούται με το μέγεθος των εταιριών.

Οι Fama και French (1992) ομαδοποίησαν τις μετοχές σε 10 ομάδες ανά μέγεθος και μετά ανά 10 ομάδες ανάλογα με το βήτα και έτσι έφτιαξαν 100 χαρτοφυλάκια. Έλαβαν εκτιμήσεις και τα t – statistics $\hat{g}_1 = -0{,}37(-1{,}21)$ και $\hat{g}_2 = -0{,}17(-3{,}41)$. Επιπλέον, ακόμη και όταν περιέλαβαν μόνο τα βήτα στην παλινδρόμηση δεν βρήκαν μια σημαντικά θετική κλίση, δηλαδή, στην εξίσωση $R_p = g_0 + g_1 b_p + e_p$. Στη συνέχεια εκτίμησαν το $\hat{g}_1 = -0{,}15$ με $e_p = 0{,}46$. Όμως το μέγεθος των εταιριών είναι σημαντικό με ή χωρίς τα βήτα. Κατέληξαν λοιπόν στο συμπέρασμα ότι για μια μεγάλη συλλογή μετοχών το βήτα δεν έχει την ικανότητα να εξηγεί τη διαστρωματική μεταβολή ενώ το μέγεθος των εταιριών έχει αρκετή ερμηνευτική δύναμη.

Οι Fame και French (1992) θεώρησαν επίσης και άλλους παράγοντες που παίζουν ρόλο στη διαστρωματική μεταβλητικότητα των μέσων αποδόσεων όπως π.χ ο λόγος λογιστικής αξίας προς αγοραία (χρηματιστηριακή) αξία μιας μετοχής που φαίνεται ότι είναι ισχυρότερος παράγοντας και από το μέγεθος. Το αξιοπερίεργο είναι ότι ακολούθησαν την ίδια διαδικασία των Fama και Mac Beth (1973) και παρόλο αυτά κατέληξαν σε διαφορετικά συμπεράσματα.

Οι Fama και MacBeth (1973) βρήκαν μια θετική σχέση ανάμεσα στην απόδοση και στον κίνδυνο ενώ οι Fama και French (1992) δεν βρήκαν συσχετισμό. Οι Fama και

French (1992) απέδωσαν τα διαφορετικά συμπεράσματα στις διαφορετικές χρονικές περιόδους που χρησιμοποιήθηκαν στις δυο έρευνες. Ας θυμηθούμε ότι οι Fama και French (1992) χρησιμοποίησαν αποδόσεις μετοχών από το 1963-1990 ενώ οι Fama και MacBeth (1973) από το 1926-1968. Βέβαια όταν οι Fama και French (1992) ξανατρέξανε τις παλινδρομήσεις για την περίοδο 1941-1965 βρήκαν θετική σχέση ανάμεσα στη μέση απόδοση και στα βήτα τους. Αυτό μας οδηγεί στη διαπίστωση ότι υπάρχει ευαισθησία των συμπερασμάτων στην περίοδο κατά την οποία λαμβάνουμε τα δείγματα.

Στα αποτελέσματα των Fama και French (1992) υπάρχει κάτι ομιχλώδες. Αν και ο εκτιμητής του γ_1 στην εξίσωση $R_p = g_0 + g_1 b_p + g_2 y_p + e_p$ για τη περίοδο 1981-1990 είναι στατιστικά σημαντικός είναι αρνητικός αντί για θετικός όπως προβλέπει το ΥΑΚΣ. Αυτό σίγουρα κλονίζει το ΥΑΚΣ όμως ίσως αποτελεί απόδειξη ότι η επίδραση του μεγέθους είναι μεροληπτική ως προς την περίοδο του υπό εξέταση δείγματος. Αλλά ακόμα και αν παραδεχτεί κανείς ότι υφίσταται επίδραση του μεγέθους, πάλι τίθεται η ερώτηση αν είναι σημαντική, δεδομένης της σχετικής μικρής χρηματιστηριακής αξίας ως ομάδας, των εταιριών μικρής κεφαλαιοποίησης.

R. Jagannathan και Z. Wang (1993)
«The conditional CAPM and the cross- section expected returns»

Η γενική αντίδραση που προκλήθηκε στα συμπεράσματα των Fama και French (1992) παρόλη την κριτική που ασκήθηκε στα συμπεράσματα τους, ήταν να αναζητηθούν εναλλακτικά μοντέλα αποτίμησης αξιόγραφων. Οι Jagannathan και Wang (1992) όμως αντιθέτως, έδειξαν ότι η ανικανότητα των εμπειρικών

αποτελεσμάτων να στηρίξουν το θεωρητικό ΥΑΚΣ ίσως να οφείλεται στην ακαταλληλότητα κάποιων παραδοχών που έγιναν με σκοπό να απλοποιηθεί η εμπειρική ανάλυση του υποδείγματος. Συγκεκριμένα οι Jagannathan και Wang (1992) ισχυρίστηκαν ότι μια τέτοια ανάλυση θα πρέπει να περιλαμβάνει ένα μέτρο του χαρτοφυλακίου του συνολικού πλούτου ολόκληρης της οικονομίας.

Αντιθέτως οι περισσότερες εμπειρικές μελέτες του ΥΑΚΣ υποθέτουν ότι η απόδοση των χρηματιστηριακών δεικτών είναι μια καλή προσέγγιση του αληθινού χαρτοφυλακίου της αγοράς όλων των αξιόγραφων της οικονομίας. Όμως στις ΗΠΑ π.χ μόνο το 1/3 των ιδιωτικών αξιόγραφων ανήκουν σε εταιρίες και μόνο το 1/3 των περιουσιακών στοιχείων εταιριών χρηματοδοτούνται με μετοχικό κεφάλαιο. Επίσης, άυλα περιουσιακά στοιχεία όπως το ανθρώπινο κεφάλαιο δεν αποτυπώνονται στους χρηματιστηριακούς δείκτες.

Οι Jagannathan και Wang (1993) εγκατέλειψαν την παραδοχή ότι οι χρηματιστηριακοί δείκτες είναι επαρκείς και πλήρεις. Ακολουθώντας το σκεπτικό του Mayers (1972), συμπεριέλαβαν και το ανθρώπινο δυναμικό στην δική τους εκδοχή μέτρησης του πλούτου. Και επειδή το ανθρώπινο κεφάλαιο δεν είναι παρατηρήσιμο, χρησιμοποίησαν μια προσέγγιση του, το ρυθμό μεταβολής των αμοιβών του εργατικού δυναμικού.

Οι Jagannathan και Wang (1993) ενέταξαν στο μοντέλο το ανθρώπινο δυναμικό ως εξής: Όρισαν ως $R_{v,w}$ την απόδοση ενός χαρτοφυλακίου v,w που περιείχε όλες τις μετοχές που διαπραγματεύονται στο NYSE και AMEX σε αναλογία, ανάλογα με τη χρηματιστηριακή τους αξία και ως R_l τον ρυθμό μεταβολής των αμοιβών κατά κεφαλήν του εργατικού δυναμικού.

Σύμφωνα με την δική τους εκδοχή για το ΥΑΚΣ η αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου p είναι:

$$E(R_p) = a_0 + a_1 b_p^{v,w} + a_2 b_p^1 \qquad (28)$$

όπου:

$E(R_P)$	είναι η αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου p
$\beta^{v,w}_p$	είναι ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου p σε σχέση με το προαναφερόμενο χαρτοφυλάκιο $q_{v,w}$ και
β^1_p	ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου p σε σχέση με το ανθρώπινο δυναμικό.

Δηλαδή,

$$b_p^{v,w} = \frac{Cov(R_p, R_{V,W})}{Var(R_{V,W})} \qquad (29)$$

$$b_p^1 = \frac{Cov(R_p, R_1)}{Var(R_1)} \qquad (30)$$

Έχοντας λοιπόν συμπεριλάβει το ανθρώπινο δυναμικό στο ΥΑΚΣ οι Jagannathan και Wang (1993) έδειξαν ότι το μοντέλο εξηγεί 28% από τη διαστρωματική διακύμανση στα 100 χαρτοφυλάκια που ερευνήθηκαν από τους Fama και French και δεδομένου ότι μόνο ένα 1,4% ερμηνεύεται από ένα συνηθισμένο χαρτοφυλάκιο της αγοράς που περιλαμβάνει μόνο μετοχές που διαπραγματεύονται στο NYSE και AMEX, μπορεί κανείς να συμπεράνει ότι το γεγονός ότι συμπεριλήφθηκε το ανθρώπινο δυναμικό έκανε μεγάλη διαφορά.

Οι Jagannathan και Wang (1993) ερεύνησαν επίσης το ΥΑΚΣ και σε άλλες κατευθύνσεις. Πολλές προηγούμενες μελέτες επεσήμαναν ότι τα βήτα των αξιόγραφων αλλάζουν κατά τη διάρκεια του επιχειρηματικού κύκλου με συστηματικό τρόπο. Όταν λοιπόν δέχτηκαν ότι το βήτα είναι συνάρτηση του χρόνου έδειξαν ότι το ΥΑΚΣ εξηγεί το 58% της διαστρωματικής διακύμανσης. Έδειξαν ότι καθοριστικό

ρόλο παίζουν μόνο οι χρονικές μεταβολές του βήτα που κινούνται ταυτοχρόνως και προς την ίδια κατεύθυνση με το αναμενόμενο ασφάλιστρο κινδύνου του χαρτοφυλακίου της αγοράς.

Αφού το ασφάλιστρο κινδύνου της αγοράς έχει υψηλή συσχέτιση με άλλους μακροοικονομικούς παράγοντες οι οποίοι ποικίλουν κατά τη διάρκεια του επιχειρηματικού κύκλου, μόνο η συνιστώσα από το βήτα που μπορεί να προβλεφτεί χρησιμοποιώντας μεταβλητές που βοηθούν να προβλεφτεί ο επιχειρηματικός κύκλος μετράει, στο να εξηγήσει κανείς την αναμενόμενη απόδοση.

Για να διαμορφώσουν αυτή την εκδοχή του ΥΑΚΣ όρισαν ως $R_{p,r}$ τη διαφορά των αποδόσεων σε πολύ καλά και πολύ υψηλού ρίσκου (junk) ομόλογα, την οποία θεώρησαν σαν ένα πολύ καλό δείκτη του επιχειρηματικού κύκλου και συνεπώς των ταλαντώσεων του βήτα. Τότε το μοντέλο γίνεται τρι – παραγοντικό, ως εξής:

$$ER_p = a_0 + a_1 b_p^{v,w} + a_2 b_p^{1} + a_3 b_p^{p,r} \qquad (31)$$

όπου:

$\beta^{p,r}_p$	προσφέρει ένα μέτρο της αστάθειας του βήτα του χαρτοφυλακίου.

Δηλαδή,

$$b_p^{p,r} = \frac{Cov(R_{p,r,} R_{p,r,t-1}}{Var(R_{p,r,t})} \qquad (32)$$

Αν διατηρήσουμε όλα τα άλλα στοιχεία σταθερά, τότε, αξιόγραφα με μεγαλύτερη μεταβλητότητα του βήτα θα πρέπει να έχουν υψηλότερες αποδόσεις. Εξάλλου όταν οι Jagannathan και Wang (1993) συμπεριέλαβαν και το μέγεθος της εταιρίας στην

παραπάνω εξίσωση διαπίστωσαν ότι έχει μικρή ερμηνευτική δύναμη σε αυτά που είχαν παραμείνει ανερμήνευτα από το 3- παραγοντικό μοντέλο.

Συμπερασματικά λοιπόν το μοντέλο τους και τα αποτελέσματα τους δεν μπορούν να εκληφθούν σαν τροποποίηση του ΥΑΚΣ αλλά σαν την ανάπτυξη ενός εναλλακτικού μοντέλου αποτίμησης.

Chan και Lakonishok (1993)

Οι Chan και Lakonishok (1993) και άλλοι σκιαγραφούν το πόσο δύσκολο είναι να εξάγεις αλάνθαστα συμπεράσματα από το χαοτικό και συνεχώς μεταβαλλόμενο περιβάλλον γεννώντας αποδόσεις μετοχών. Για παράδειγμα, αν η εκτίμηση του γ_1 στην εξίσωση της cross – sectional παλινδρόμησης

$$R_i = g_0 + g_1 b_i + g_2 x_i + u_i$$

είναι 0.24 % ανά μήνα με ένα σταθερό σφάλμα του 0.21% τότε το 0 στην 50 πόντων βάση ανά μήνα είναι και τα δύο στατιστικά σημαντικά.

Οι Chan και Lakonishok (1993) έλεγξαν το ΥΑΚΣ χρησιμοποιώντας τις τεχνικές των Fama και MacBeth (1993). Οι τρεις πρώτοι μήνες των μηνιαίων παρατηρήσεων που έλαβαν οι Chan και Lakonishok (1993) χρησιμοποιήθηκαν σε ένα μοντέλο αγοράς για να εκτιμηθούν τα βήτα κάθε μετοχής. Έτσι σχημάτισαν 10 χαρτοφυλάκια βασισμένα στο βήτα. Στη συνέχεια το βήτα της κάθε μετοχής σε ένα χαρτοφυλάκιο επανεκτιμάτε για τα επόμενα τρία χρόνια και το βήτα του χαρτοφυλακίου είναι ένας μέσος όρος των μετοχών σε αυτό το χαρτοφυλάκιο. Κάθε μήνα του επόμενου χρόνου εκτίμησαν το τυπικό ΥΑΚΣ, π.χ. 12_ταυτόχρονοι έλεγχοι σε διαφορετικά σημεία.

Κάθε χρόνο επανέλαβαν την διαδικασία χρησιμοποιώντας CRSP δεδομένα από 1926 – 91, π.χ. 720 ταυτόχρονοι έλεγχοι σε διαφορετικά σημεία.

Οι Chan και Lakonishok (1993) βρήκαν ότι τον μέσο συντελεστή στο βήτα να είναι 0.47% ανά μήνα και μία t – statistic ισο με 1.84. Συμπερασματικά το SML που έχει υπολογιστεί δεν είναι ομοιόμορφο. Ο συντελεστής ήταν μικρότερος από το ασφάλιστρο αγοράς κατά την περίοδο για την οποία ήταν 0.76% ανά μήνα. Η διαφορά ανάμεσα σε αυτές τις δύο εκτιμήσεις δεν είναι σημαντική κάτι που είναι υποστήριξη για το ΥΑΚΣ.

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Ο Banz (1981) εξετάζει την πιθανή σχέση ανάμεσα στην υπερκανονική απόδοση και το μέγεθος της εταιρίας. Ο Banz (1981) "έριξε το γάντι στο ΥΑΚΣ» δείχνοντας ότι όντως το μέγεθος των εταιριών εξηγεί τη διαστρωματική διακύμανση στις μέσες αποδόσεις σε μια συγκεκριμένη ομάδα επιλεγμένων αξιόγραφων καλύτερα από το βήτα. Ο Banz χρησιμοποίησε για την μελέτη του στοιχεία κοινών μετοχών του NYSE για τουλάχιστον 5 χρόνια και δημιούργησε συνολικά 25 χαρτοφυλάκια. Στη συνέχεια προχωρώντας στη διαστρωματική παλινδρόμηση για κάθε χαρτοφυλάκιο κατέληξε στο συμπέρασμα ότι το ΥΑΚΣ παρουσιάζει σφάλμα εξειδίκευσης. Επίσης συμπέρανε ότι οι μικρότερες εταιρίες καταγράφουν επιπλέον κέρδη σε σχέση με τις μεγαλύτερες εταιρίες. Ο Banz (1981) στην έρευνα του αποδεικνύει ότι δεν υπάρχει γραμμικότητα και ότι υπάρχει μεγαλύτερη επίδραση του μεγέθους για τις μικρότερες εταιρίες.

Ο Reinganum (1981) εξετάζει εμπειρικά την ύπαρξη της σχέσης ανάμεσα στην απόδοση και το μέγεθος της επιχείρησης καθώς και το λόγο τιμής μετοχής / κέρδη ανά μετοχή. Για την μελέτη του χρησιμοποίησε μετοχές του NYSE και του ASE και πραγματοποίησε πέντε διαφορετικά τεστ ελέγχου. Το συμπέρασμα που εξάγεται από τα αποτελέσματα αυτών των ελέγχων είναι ότι υπάρχει σφάλμα εξειδίκευσης (misspecification) στο ΥΑΚΣ και ότι ενώ υπάρχει ανωμαλία που οφείλεται στο λόγο

Κέρδη ανά Μετοχή και το μέγεθος, όταν οι δυο παράγοντες εξετάζονται χωριστά, οι δυο αυτές ανωμαλίες φαίνεται να συσχετίζονται με το σύνολο αγνώστων παραγόντων που φαίνεται να σχετίζεται περισσότερο με το μέγεθος της εταιρίας παρά με το λόγο Κέρδη ανά Μετοχή.

Ο Gibbons (1982) χρησιμοποίησε στη μελέτη του μια νέα στατιστική μέθοδο. Το δείγμα του αποτελείται από μηνιαίες αποδόσεις μετοχών (CRSP) για την περίοδο 1926-1975. Έχοντας υπόψη την κριτική του Roll (1977), ο Gibbons (1982) ισχυρίζεται ότι εφόσον ο ισοσταθμισμένος CRSP δείκτης θεωρείται ικανοποιητική προσέγγιση του χαρτοφυλακίου της αγοράς, το τεστ ελέγχου απορρίπτει τόσο το αρχικό Sharpe – Lintner Model όσο και το Black zero – beta Model. Επιπλέον ο Gibbons (1982) πιστεύει σε αντίθεση με τις αναλύσεις του Roll (1977) ότι αυτή η μεθοδολογία έχει αρκετή δύναμη για να απορρίψει το μοντέλο. Η μέθοδος του Gibbons (1982) αργότερα αμφισβητείται από το έργο του Stambaugh (1982) και την έρευνα των Jobson & Korkie (1982).

Ο Stambaugh (1982) έχει μια παρόμοια μεθοδολογία με το Gibbons (1982) για τον έλεγχο του ΥΑΚΣ. Βέβαια για το στατιστικό έλεγχο του ΥΑΚΣ χρησιμοποιεί τον πολλαπλασιαστή Λαγκρασιανής (Lagrangian Multiplier). Ο Stambaugh βρίσκει αποτελέσματα που υποστηρίζουν το ΥΑΚΣ μηδενικού κινδύνου και είναι αντίθετα με το βασικό ΥΑΚΣ.

Η μελέτη των Hawawini, Michel & Viallet (1983) ελέγχει το ΥΑΚΣ στη Γαλλία χρησιμοποιώντας δείγμα εβδομαδιαίων αποδόσεων 114 κοινών μετοχών για την περίοδο 1969-1979. Στην συνέχεια οι Hawawini, Michel & Viallet (1983) προχώρησαν στην εκτίμηση των βήτα, του μη συστηματικού κινδύνου, του συνολικού κινδύνου και της σχετικής ασυμμετρίας των αποδόσεων. Τα αποτελέσματα τους αντικρούουν τη θεωρία του ΥΑΚΣ κάτι που μπορεί να οφείλεται σε συγκεκριμένες ιδιαιτερότητες της Γαλλικής αγοράς. Παρά το αρνητικό risk premium, οι ερευνητές δεν μπορούν να απορρίψουν την υπόθεση ότι σε γενικές γραμμές οι γαλλικές μετοχές συμμορφώνονται με το ΥΑΚΣ.

Ο Shanken (1985) χρησιμοποίησε στη μελέτη του μηνιαίες αποδόσεις όλων των αξιόγραφων του CRSP για τρεις υποπεριόδους. Τα αποτελέσματα του Shanken (1985) ότι ο δείκτης της αγοράς δεν είναι αποτελεσματικός και ότι η υπόθεση πως μεγέθους είναι υπεύθυνο για αυτήν την ανεπάρκεια δεν μπορεί να απορριφθεί. Ένα επόμενο τεστ το οποίο εξέτασε τις αποδόσεις εκτός από αυτές του Ιανουαρίου (προκείμενου να απαλειφθεί το «Φαινόμενο του Ιανουαρίου» που επισημάνθηκε από τον Keim, (1983)) απέρριψε την υπόθεση του μεγέθους.

Ο Mac Kinley (1987) περιλάμβανε στο δείγμα της μελέτης του μηνιαίες αποδόσεις από το CRSP για έξι ίσες χρονικές περιόδους. Προκειμένου να αυξήσει την ισχύ των αποτελεσμάτων του ο Mac Kinley χρησιμοποίησε επίσης εβδομαδιαία στοιχεία. Το συμπέρασμα της έρευνας είναι ότι οι παραβιάσεις του ΥΑΚΣ είναι δύσκολο να εντοπιστούν παρόλο που το υπόδειγμα μπορεί να απορριφθεί για ορισμένες υποπεριόδους με μηνιαίες αποδόσεις και μη συγκεκριμένη εναλλακτική υπόθεση.

Ο Shanken (1987) στο δείγμα της έρευνας του περιλαμβάνει μηνιαίες αποδόσεις αξιόγραφων από το CRSP για 5 υποπεριόδους. Για κάθε υποπερίοδο τα αξιόγραφα διαχωρίζονται σε 20 ισοσταθμισμένα χαρτοφυλάκια. Τα αποτελέσματα της έρευνας του Shanken υποστηρίζουν ότι η απλή μορφή του ΥΑΚΣ δεν ισχύει και ότι είναι δυνατό να ελεγχθεί η θεωρία με την προϋπόθεση να γνωρίζουμε apriori την συσχέτιση της προσέγγισης και της πραγματικής αγοράς.

Στην έρευνα του ο Rubio (1988) επιχείρησε να ελέγξει το ΥΑΚΣ για την Ισπανική χρηματιστηριακή αγορά. Ο Rubio χρησιμοποίησε μηνιαίες αποδόσεις 160 μετοχών. Ο έλεγχος του Rubio (1988) έγινε χρησιμοποιώντας το απλό μοντέλο του ΥΑΚΣ και στη συνέχεια το μοντέλο του Merton (1973) που απαιτεί τη δημιουργία ενός υποθετικού χαρτοφυλακίου αντιστάθμισης. κινδύνου. Λόγω της χαμηλής τιμής του premium κινδύνου που υπολογίστηκε από το διαστρωματικό τεστ, ο Rubio καταλήγει

στο συμπέρασμα ότι οι Ισπανοί επενδυτές δεν αμοίβονται αρκετά για την ανάληψη μη διαφοροποιήσιμου κινδύνου.

Τέλος, σημειώνουμε ότι η απόρριψη του μοντέλου μπορεί εν μέρη να οφείλεται και στην κατασκευή του χαρτοφυλακίου αντιστάθμισης κινδύνου, αφού τα χαρτοφυλάκια που χρησιμοποίησε ο Rubio (1988) δεν ήταν στην ουσία πραγματικά αντισταθμιστικά χαρτοφυλάκια, καθώς στην πράξη υπάρχει μεγάλη δυσκολία στην εξεύρεση επενδύσεων ή χαρτοφυλακίων, που να ικανοποιούν τα θεωρητικά χαρακτηριστικά του αντισταθμιστικού αξιόγραφου κατά τον Merton (1973).

Οι Fama και French (1992) στον έλεγχο τους χρησιμοποίησαν την ίδια εξίσωση παλινδρόμηση όπως και ο Banz (1981). Ομαδοποίησαν τις μετοχές σε 10 ομάδες ανά μέγεθος και μετά ανά 10 ομάδες ανάλογα με το βήτα και έτσι έφτιαξαν 100 χαρτοφυλάκια. Οι Fama και French ακολούθησαν την ίδια διαδικασία των Fama και Macbeth (1973) και παρόλο αυτά κατέληξαν σε διαφορετικά συμπεράσματα. Οι Fama και MacBeth (1973) βρήκαν μια θετική σχέση ανάμεσα στην απόδοση και στον κίνδυνο ενώ οι Fama και French (1992) δεν βρήκαν συσχετισμό. Οι Fama και French (1992) απέδωσαν τα διαφορετικά συμπεράσματα στις διαφορετικές χρονικές περιόδους που χρησιμοποιήθηκαν στις δυο έρευνες. Ας θυμηθούμε ότι οι Fama και French (1992) χρησιμοποίησαν αποδόσεις μετοχών από το 1963-1990 ενώ οι Fama και MacBeth (1973) από το 1926-1968.

Οι Jagannathan και Wang (1992) έδειξαν ότι η ανικανότητα των εμπειρικών αποτελεσμάτων να στηρίξουν το θεωρητικό ΥΑΚΣ ίσως να οφείλεται στην ακαταλληλότητα κάποιων παραδοχών που έγιναν με σκοπό να απλοποιηθεί η εμπειρική ανάλυση του υποδείγματος. Συγκεκριμένα οι Jagannathan και Wang (1992) ισχυρίστηκαν ότι μια τέτοια ανάλυση θα πρέπει να περιλαμβάνει ένα μέτρο του χαρτοφυλακίου του συνολικού πλούτου ολόκληρης της οικονομίας. Ακολουθώντας το σκεπτικό του Mayers (1972), συμπεριέλαβαν και το ανθρώπινο δυναμικό στην δική τους εκδοχή μέτρησης του πλούτου. Οι Jagannathan και Wang

(1992) ερεύνησαν επίσης το ΥΑΚΣ και σε άλλες κατευθύνσεις. Επίσης έδειξαν ότι καθοριστικό ρόλο παίζουν οι χρονικές μεταβολές του βήτα που κινούνται ταυτοχρόνως και προς την ίδια κατεύθυνση με το αναμενόμενο ασφάλιστρο κινδύνου του χαρτοφυλακίου της αγοράς. Συμπερασματικά το μοντέλο τους και τα αποτελέσματα τους δεν μπορούν να εκληφθούν σαν τροποποίηση του ΥΑΚΣ αλλά σαν την ανάπτυξη ενός εναλλακτικού μοντέλου αποτίμησης.

Οι Chan και Lakonishok (1993) έλεγξαν το ΥΑΚΣ χρησιμοποιώντας τις τεχνικές των Fama και MacBeth (1993). Η διαφορά ανάμεσα σε αυτές τις δυο εκτιμήσεις δεν είναι σημαντική κάτι που είναι υποστήριξη για το ΥΑΚΣ

Ο Black (1993) θεωρεί ότι οι Fama και French (1992) διατυπώνουν λανθασμένα τα συμπεράσματά τους, παρερμηνεύουν τα δικά τους δεδομένα και τα ευρήματα άλλων. Πολλοί ερευνητές συμπεριλαμβανομένων των Fama και French έχουν διαπιστώσει ότι ο συντελεστής διεύθυνσης του εκτιμημένου SML ήταν μικρότερος από αυτόν που προβλέπει το ΥΑΚΣ. Ως αποτέλεσμα οι χαμηλού βήτα μετοχές δείχνουν να τα πηγαίνουν καλύτερα από ό,τι προβλέπει το ΥΑΚΣ. Ο Black (1993) υποστηρίζει ότι αν αυτό είναι το θέμα και το SML είναι ομοιόμορφο τότε το βήτα είναι ακόμη πολύτιμο. Ένας επενδυτής μπορεί να μεταβεί σε ένα χαρτοφυλάκιο παρόμοιας αναμενόμενης απόδοσης με χαμηλότερο κίνδυνο με το να επιλέξει μετοχές χαμηλού βήτα.

Μία ανωμαλία η οποία έχει «μολύνει τη θεωρία των επενδύσεων» είναι ότι ο Banz (1981) βρήκε ότι οι μετοχές μικρότερες επωνυμίες τα πήγαν καλά σχετικά με άλλες μετοχές με παρόμοια βήτα, η επίδραση, το αποτέλεσμα του μεγέθους. Αλλά αυτό το αποτέλεσμα εξασθένησε μετά τη δημοσιοποίηση της έρευνας. Οι Fama και French (1992) βρήκαν ότι στην περίοδο μετά την μελέτη του Banz (1981) δεν υπήρχε το αποτέλεσμα, η επίδραση του μεγέθους αλλά ακόμη υποστήριζαν ότι το μέγεθος είναι μία από τις μεταβλητές που «φυλακίζουν» την ταυτόχρονη διακύμανση διαφορετικών μερών στη μέση απόδοση των μετοχών.

Ο Black (1993) επίσης κριτικάρει το ότι χρησιμοποίησαν την BE / ME μεταβλητή. Ο Black (1993) λέει ότι οι Fama και French δεν παρέχουν θεωρία για το μέγεθος ή την BE / ME επίδραση. Ο Black λέει ότι οι περισσότερες από τις αποκαλούμενες ως ανωμαλίες δείχνουν να είναι αποτέλεσμα της εξόρυξης δεδομένων. Όταν ένας ερευνητής δοκιμάζει πολλούς τρόπους για να κάνει μία μελέτη, συμπεριλαμβανομένων διάφορων συνδυασμών επεξηγηματικών συντελεστών, διαφόρων περιόδων, συχνά λέμε ότι ο ερευνητής εξορύσσει δεδομένα. Αν μόνο οι πιο επιτυχείς από τις εκτελέσεις που πραγματοποιούνται, δημοσιεύονται τότε αντιμετωπίζουμε μεγάλη δυσκολία στο να ερμηνεύσουμε οποιαδήποτε στατιστική ανάλυση. Συνήθως μόνο τα αποτελέσματα που είναι ασυνήθιστα οδηγούν σε δημοσιεύσεις. Αυτό σημαίνει ότι οι στατιστικοί έλεγχοι της σημαντικότητας είναι αυθαίρετοι. Στον πραγματικό κόσμο της έρευνας, οι συμβατικοί έλεγχοι της σημαντικότητας δείχνουν σχεδόν ασήμαντοι. Με επαρκή εξόρυξη δεδομένων, όλα τα αποτελέσματα που δείχνουν σημαντικά θα μπορούσαν να είναι τυχαία. Επισημαίνει ότι η «έλλειψη θεωρίας σημαίνει: αναζήτα την εξόρυξη δεδομένων». Κατηγορεί τους Fama και French (1992) για το ότι χρησιμοποίησαν εξόρυξη δεδομένων για να πάρουν τα αποτελέσματα που ανέφεραν.

ΠΙΝΑΚΑΣ ΣΥΝΟΠΤΙΚΩΝ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ ΕΜΠΕΙΡΙΚΩΝ ΜΕΛΕΤΩΝ ΓΙΑ ΤΟ ΥΑΚΣ ΜΕΤΑ ΤΟΝ ROLL

ΣΥΓΓΡΑΦΕΑΣ	ΤΙΤΛΟΣ	ΣΚΟΠΟΣ	ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ	ΔΕΔΟΜΕΝΑ	ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ
BANZ	«The Relationship Between Return and Market Value of Common Stocks», Journal of Financial Economics (1981)	Εξέταση πιθανής σχέσης ανάμεσα στην υπερβάλλουσα απόδοση και το μέγεθος της εταιρίας.	Δημιούργησε 5 χαρτοφυλάκια ανάλογα με την χρηματική αξία μετοχών τα οποία διασπάστηκαν σ' άλλα 5 ανάλογα με το βήτα. Συνολικά δημιουργήθηκαν 25 χαρτοφυλάκια.	Στοιχεία κοινών μετοχών που διαπραγματεύονται στο NYSE για την περίοδο 1936-1975.	Παραβίαση του ΥΑΚΣ Μη γραμμική σχέση ανάμεσα στην απόδοση και το μέγεθος της εταιρίας.
ΣΥΓΓΡΑΦΕΑΣ	**ΤΙΤΛΟΣ**	**ΣΚΟΠΟΣ**	**ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ**	**ΔΕΔΟΜΕΝΑ**	**ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ**

REINGANUM	«Misspecification of Capital Asset Pricing: Empirical Anomalies Based on Earnings Yields and Market Values», Journal of Financial Economics (1981)	Εμπειρική εξέταση επίδρασης στην απόδοση του μεγέθους της εταιρίας και του λόγου τιμή προς κέρδη.	Πραγματοποίησε 5 διαφορετικά τεστ ελέγχου.	Στοιχεία 566 μετοχών του NYSE και του ASE.	Παραβίαση του ΥΑΚΣ ως προς το μέγεθος και το λόγο τιμή / κέρδη. Επίδραση μεγέθους στην απόδοση ακόμα και όταν έχει αφαιρεθεί η επίδραση του λόγου τιμή / κέρδη.
ΣΥΓΓΡΑΦΕΑΣ	**ΤΙΤΛΟΣ**	**ΣΚΟΠΟΣ**	**ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ**	**ΔΕΔΟΜΕΝΑ**	**ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ**

GIBBONS	«Multivariate Tests of Financial Models: A New Approach», Journal of Financial Economics (1982)	Έλεγχος του ΥΑΚΣ με την χρήση μη γραμμικού πολυπαραγοντικού μοντέλου παλινδρόμησης (MVRM).	Δημιούργησε 40 ισοσταθμισμένα χαρτοφυλάκια.	Μηνιαίες αποδόσεις μετοχών για την περίοδο 1926-1975, η οποία διαιρείται σε 10 υποπεριόδους.	Απόρριψη του ΥΑΚΣ σε 5 από τις 10 υποπεριόδους.
ΣΥΓΓΡΑΦΕΑΣ	**ΤΙΤΛΟΣ**	**ΣΚΟΠΟΣ**	**ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ**	**ΔΕΔΟΜΕΝΑ**	**ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ**

STAMBAUGH	«On the Exclusion of assets from tests of the two – parameter model», Journal of Financial Economics (1982)	Εμπειρικός έλεγχος του ΥΑΚΣ.	Ίδια με Gibbons (1982)	Αποδόσεις Μετοχών	Υποστηρίζει το zero beta ΥΑΚΣ και απορρίπτει το βασικό ΥΑΚΣ
ΣΥΓΓΡΑΦΕΑΣ	**ΤΙΤΛΟΣ**	**ΣΚΟΠΟΣ**	**ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ**	**ΔΕΔΟΜΕΝΑ**	**ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ**

HAWAWINI, MICHEL & VIALLET	«An Assessment of the Risk and Return of French Common Stocks», Journal of Business, Finance, and Accounting (1983)	Έλεγχος του ΥΑΚΣ στην Γαλλική αγορά	Δημιούργησαν 18 χαρτοφυλάκια με βάση την κατάταξη των εκτιμώμενων βήτα.	Εβδομαδιαίες αποδόσεις 144 κοινών μετοχών για την περίοδο 1969-1979	Δεν κατάφεραν ν' απορρίψουν το ΥΑΚΣ
ΣΥΓΓΡΑΦΕΑΣ	**ΤΙΤΛΟΣ**	**ΣΚΟΠΟΣ**	**ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ**	**ΔΕΔΟΜΕΝΑ**	**ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ**

SHANKEN	«Multivariate of the zero – Beta CAPM», Journal of Financial Economics (March 1985)	Διαστρωματική παλινδρόμηση για τον έλεγχο της υπόθεσης ότι η αναποτελεσματικότητα του μοντέλου οφείλεται στο φαινόμενο του μεγέθους των εταιριών.	Δημιούργησε 20 ισοσταθμισμένα χαρτοφυλάκια ανάλογα με την αγοραία αξία της εταιρίας.	Μηνιαίες αποδόσεις 3 υποπεριόδων 1945-1959, 1959-1965, 1965-1971.	Ο δείκτης της αγοράς δεν είναι αποτελεσματικός. Η υπόθεση ότι το φαινόμενο του μεγέθους οφείλεται ολοκληρωτικά για την αναποτελεσματικότητα αυτή δεν μπορούσε ν' απορριφθεί.

ΣΥΓΓΡΑΦΕΑΣ	**ΤΙΤΛΟΣ**	**ΣΚΟΠΟΣ**	**ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ**	**ΔΕΔΟΜΕΝΑ**	**ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ**
Mac KINLEY	«On Multivariate Tests of the CAPM», Journal of Financial Economics (1987)	Εμπειρικός έλεγχος του ΥΑΚΣ	Χρησιμοποίησε το μη γραμμικό μοντέλο πολυπαραγοντικού μοντέλου.	Εβδομαδιαίες αποδόσεις για την περίοδο 1963-1985.	Παραβιάσεις του ΥΑΚΣ είναι δύσκολο να εντοπιστούν

ΣΥΓΓΡΑΦΕΑΣ	**ΤΙΤΛΟΣ**	**ΣΚΟΠΟΣ**	**ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ**	**ΔΕΔΟΜΕΝΑ**	**ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ**
SHANKEN	«Multivariate Proxies and Asset Pricing Relations: Living With The Roll Critique», Journal of Financial Economics (1987)	Εμπειρίκος έλεγχος των υποθέσεων του ΥΑΚΣ με βάση τη συσχέτιση του προσεγγιστικού χαρτοφυλακίου και του πραγματικού χαρτοφυλακίου της αγοράς.	Δημιούργησε 20 ισοσταθμισμένα χαρτοφυλάκια σύμφωνα με την αγοραία αξία των μετοχών.	Μηνιαίες αποδόσεις αξιόγραφων από το CRSP για 5 υποπεριόδους από το 1953 εως 1963.	Απορρίπτει το ΥΑΚΣ

ΣΥΓΓΡΑΦΕΑΣ	ΤΙΤΛΟΣ	ΣΚΟΠΟΣ	ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ	ΔΕΔΟΜΕΝΑ	ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ
G. RUBIO	«An Empirical Evaluation of the Intertemporal Capital Asset Pricing Model: The Stock Market in Spain» (1988)	Έλεγχος του ΥΑΚΣ στην Ισπανική αγορά.	Ταξινόμησε τα αξιόγραφα σε ισοσταθμισμένα χαρτοφυλάκια με βάση την αγοραία αξία και εφαρμόστηκε η μέθοδος MVRM σε 3 υποπεριόδους των 6 χρόνων έκαστη.	Μηνιαίες αποδόσεις μετοχών περιόδου 1967 – 1984.	Απορρίπτονται τόσο το traditional όσο και το intertemporal ΥΑΚΣ.

ΣΥΓΓΡΑΦΕΑΣ	**ΤΙΤΛΟΣ**	**ΣΚΟΠΟΣ**	**ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ**	**ΔΕΔΟΜΕΝΑ**	**ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ**
FAMA & FRENCH	«The Cross – Section of Expected Stock Returns», Journal of Finance (1992)	Εμπειρικός έλεγχος του ΥΑΚΣ	Ίδια με Fama & MacBeth (1973)	Αποδόσεις Μετοχών	Διαφορετικά αποτελέσματα από τους Fama & MacBeth (1972).

ΣΥΓΓΡΑΦΕΑΣ	ΤΙΤΛΟΣ	ΣΚΟΠΟΣ	ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ	ΔΕΔΟΜΕΝΑ	ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ
JAGANNATHAN & WANG	«The conditional CAPM and the cross- section expected returns» (1993)	Προσπάθησαν ν' απλοποιήσουν την εμπειρική ανάλυση του υποδείγματος.	Δημιούργησαν χαρτοφυλάκια μα βάση τη χρηματιστηριακή αξία κάθε μετοχής και με βάση το ανθρώπινο δυναμικό ως μέτρο συνολικού πλούτου ολόκληρης της οικονομίας.	Αποδόσεις μετοχών του NYSE	Τα αποτελέσματα τους δεν μπορούν να εκληφθούν σαν τροποποίηση του ΥΑΚΣ αλλά σαν ανάπτυξη ενός εναλλακτικού μοντέλου αποτίμησης.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6

A. HAWAWINI και P. A. MICHEL (1984)
European Equity Markets: Risk, Return, and Efficiency

Σήμερα υπάρχει ένας μεγάλος αριθμός εμπειρικών μελετών που εξετάζουν την συμπεριφορά των Ευρωπαϊκών τιμών των μετοχών και αξιολογούν την αποτελεσματικότητα των Ευρωπαϊκών αγορών χρεογράφων. Ο πίνακας 1 δίνει μία λίστα που ξεπερνά τις 180 αναφορές και καλύπτει 14 χώρες της Δυτικής Ευρώπης από την Αυστρία ως το Ηνωμένο Βασίλειο. Αυτές οι μελέτες είναι γενικώς αναπαραγωγές των δεδομένων των στατιστικών ελέγχων που έχουν εκτελεστεί νωρίτερα από ερευνητές στις Η.Π.Α. σε μετοχές που συνήθως διακινούνται στη NYSE (New York Stock Exchange).

Συνοπτική παρουσίαση εναλλακτικών δοκιμών του ΥΑΚΣ ανά ΧΩΡΑ

ΧΩΡΑ	ΕΛΕΓΧΟΙ ΜΟΝΤΕΛΩΝ ΑΠΟΤΙΜΗΣΗΣ	
	Μοντέλο Αγοράς, Εκτιμήσεις του Βήτα και Διαφοποποίηση	Υπόδειγμα Αποτίμησης Κεφαλαιακών Στοιχείων (ΥΑΚΣ)
ΑΥΣΤΡΙΑ		
ΒΕΛΓΙΟ	Bertoneche (1979) Fabry (1978) Fabry –V. Grembergen (1978) Gheysens (1979) Hawawini – Michel (1978), (1981) Pogue – Solnik (1974) Sigalla (1974) Solnik (1975) Van Grembergen	Broquest (1976) Durez – Demal (1981) Gheysens (1979) Hawawini – Michel (1980) Hawawini – Michel (1982) Modigliani (1972) Regidor (1979)

ΔΑΝΙΑ	(1979) Nielsen – Svarrer (1979)	
ΦΙΛΑΝΔΙΑ		Korhonen (1975)
ΓΑΛΛΙΑ	Altman (1974) Augros (1979) Bertoneche (1979) Fung (1983) Gheysens (1979) Hamon (1978) Jacquillat (1976) Pogue – Solnik (1974) Sigalla (1974) Solnik (1975)	Butery (1982) Gheysens (1979) Hawawini (1983) Modigliani (1972) Rosa (1972), (1976)
ΓΕΡΜΑΝΙΑ	Bertoneche (1979) Gheysens (1979) Guy (1977) Hielscher–Heintzelmann (1975) Moller (1983) Pogue – Solnik (1974) Reiss – Muhlbradt (1979) Sigalla (1974) Solnik (1975)	Barlage (1980) Gheysens (1979) Guy (1977) Modigliani (1972) Moller (1983) Reiss – Muhlbradt (1979)
ΕΛΛΑΔΑ	Παπαιωάνου (1979) Παπαιωάννου–Φιλιππάτος (1981) Παπαιωάννου–Μιλωνάς (1983)	
ΙΤΑΛΙΑ	Bertoneche (1979) Botazzi – Raccah (1978) Cristini (1978) Pogue – Solnik (1974) Scotti (1979)	Modigliani (1972)

	Sigalla (1974) Solnik (1975)	
ΚΑΤΩ ΧΩΡΕΣ	Bertoneche (1979) Gheysens (1979) Pogue – Solnik (1974) Sigalla (1974) Solnik (1975)	Gheysens (1979) Modigliani (1972) Tombros (1981)
ΝΟΡΒΗΓΙΑ		
ΗΝΩΜΕΝΟ ΒΑΣΙΛΕΙΟ	Bertoneche (1979) Brealey (1969) Dimson (1979) Dimson – Marsh (1983) Gheysens (1977) Guy (1977) Pogue – Solnik (1974) Russel (1972) Sigalla (1974) Solnik (1975) Theobald (1980)	Gheysens (1979) Grant (1981) Guy (1976) Modigliani (1972)
ΙΣΠΑΝΙΑ	Gheysens (1979) Palacios (1973) Sigalla (1974)	Gheysens (1979) Palacios (1973)
ΕΛΒΕΤΙΑ	Pogue – Solnik (1974) Sigalla (1974) Solnik (1975)	Modigliani (1972)
ΣΟΥΗΔΙΑ	Gheysens (1979) Sigalla (1974)	Gheysens (1979) Modigliani (1972)

Παρά το γεγονός ότι οι Ευρωπαϊκές αγορές χρεογράφων χαρακτηρίζονται από χαμηλότερες κεφαλαιοποιήσεις, λιγότερα συχνό εμπόριο, και βραδύτερη εξάπλωση των

πληροφοριών σε σχέση με τη NYSE, η επισκόπησή αυτή πάνω στη βιβλιογραφία δείχνει ότι, με λίγες εξαιρέσεις, η συμπεριφορά των ευρωπαϊκών τιμών των μετοχών είναι παρόμοια με αυτή των κοινών μετοχών των Η.Π.Α. Αυτό είναι αλήθεια ακόμη και για χώρες με υπερβολικά περιορισμένες αγορές χρεογράφων όπως είναι η Φιλανδία. Η άποψη ότι οι περισσότερες Ευρωπαϊκές αγορές χρεογράφων, ειδικότερα εκείνες των μικρότερων χωρών, είναι αναποτελεσματικές δεν φαίνεται να προκύπτει από τα δεδομένα. Τα αποτελέσματα των εμπειρικών ελέγχων που έχουν γίνει πάνω στις τιμές των κοινών μετοχών συμβαδίζουν γενικώς με αυτά που αναφέρθηκαν από ερευνητές στις Η.Π.Α.

Σε αυτήν την μελέτη οι Hawawini και Michel (1984) παρουσιάζουν μία έρευνα δύο τύπων ελέγχων που έχουν διεξαχθεί βάσει των Ευρωπαϊκών τιμών των μετοχών:

- έλεγχοι των μοντέλων αποτίμησης κεφαλαίων του ενεργητικού και
- έλεγχοι της αποτελεσματικότητας της αγοράς.

Η πρώτη ομάδα ελέγχων κινείται πάνω στο να αποφασίσει αν η τιμολογιακή συμπεριφορά των ευρωπαϊκών κοινών μετοχών είναι συμβατή με το μοντέλο αγοράς (ΜΜ) του Sharpe (1963) και το μοντέλο αποτίμησης των κεφαλαιουχικών στοιχείων του ενεργητικού (ΥΑΚΣ) του Sharpe (1964), του Lintner (1965) και του Mossin (1966).

Η δεύτερη ομάδα ελέγχων αποπειράται να ανακαλύψει αν το υπόδειγμα αλλαγών στην τιμή των Ευρωπαϊκών κοινών μετοχών συνδέεται με τη θεωρία της αποτελεσματικής αγοράς χρεογράφων.

Η διάκριση ανάμεσα στους ελέγχους των μοντέλων αποτίμησης κεφαλαιακών στοιχείων και των ελέγχων αποτελεσματικής αγοράς γίνεται για λόγους επεξηγηματικούς. Έλεγχοι των τιμολογιακών μοντέλων, σε κάποια έκταση, είναι επίσης έλεγχοι της αποτελεσματικότητας της αγοράς και οι έλεγχοι της αποτελεσματικότητας της αγοράς συνήθως διεξάγονται υποθέτοντας ένα μοντέλο αποτίμησης κεφαλαιακών στοιχείων. Γυρνώντας πάλι στον πίνακα 1, στην δεύτερη και τρίτη στήλη γίνεται αναφορά στους

ελέγχους των μοντέλων αποτίμησης κεφαλαιακών στοιχείων. Στη μελέτη αυτή περιγράφεται συνοπτικά το Υπόδειγμα Αποτίμησης Περιουσιακών Στοιχείων και παρουσιάζονται μερικά γενικά συμπεράσματα του μοντέλου αποτίμησης κεφαλαιακών στοιχείων που εφαρμόζονται στις Ευρωπαϊκές τιμές μετοχών.

Το Υπόδειγμα Αποτίμησης Κεφαλαιακών Στοιχείων (ΥΑΚΣ)

Υποθέτοντας ότι οι αγορές είναι τέλειες, οι επενδυτές είναι επιφυλακτικοί απέναντι στον κίνδυνο και τα κέρδη των μετοχών διανέμονται κανονικά τότε οι Sharpe, Lintner και άλλοι έχουν δείξει ότι η αναμενόμενη απόδοση μίας μετοχής που είναι μεγαλύτερη από την τιμή απαλλαγής από τον κίνδυνο (R_F) είναι αναλογική με αυτήν του συστηματικού κινδύνου μίας μετοχής. Αυτός ο κίνδυνος μετράται από τον συντελεστή βήτα του ΜΜ που αναφέρθηκε παραπάνω.

Στη ισορροπία, έχουμε: $E(R_i) – R_F = [E(R_i) - R_F]. \beta_i$ (2α)

όπου τα $E(R_i)$ και $E(R_m)$ είναι η αναμενόμενη απόδοση του i κεφαλαιακού στοιχείου και του χαρτοφυλακίου αγοράς, αντιστοίχως. Το δεύτερο ορίζεται ως το χαρτοφυλάκιο που περιλαμβάνει όλα τα διαθέσιμα κεφάλαια που βρίσκονται σε αναλογία με τις αντίστοιχες τιμές τους στην αγορά, τις σχετικές με όλα τα προεξέχοντα περιουσιακά στοιχεία. Ο παράγοντας αναλογίας στην έκφραση (2) είναι η τιμή της αγοράς μίας μονάδας συστηματικού κινδύνου. Ισούται με την αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου της αγοράς που υπερβαίνει το βαθμό απαλλαγής από τον κίνδυνο.

Αντίθετα από το ΜΜ που είναι αρκετά γενικό, το ΥΑΚΣ βασίζεται σε ένα σύνολο περιοριστικών υποθέσεων σχετικά με τη δομή και την οργάνωση των οικονομικών αγορών όπως επίσης και τη συμπεριφορά των επενδυτών και τις αποδόσεις των μετοχών.

Κάποιες από αυτές τις υποθέσεις έχουν προσπεραστεί και πιο γενικές εκδοχές του CAPM έχουν αναπτυχθεί από τότε που έγιναν οι μελέτες των Sharpe και Lintner. Για παράδειγμα, ο Black (1970) έχει δείξει ότι όταν δεν υπάρχει στοιχείο άνευ κινδύνου, το ΥΑΚΣ γίνεται:

$$E(R_i) - E(R_0) = [\ E(R_i) - E(R_0)].\ \beta_i$$

όπου το $E(R_0)$ είναι η αναμενόμενη απόδοση ενός χαρτοφυλακίου με μηδενικό βήτα, η ελάχιστη διακύμανση κεφαλαίου του ενεργητικού του οποίου τα κέρδη δεν συνδέονται με αυτά του χαρτοφυλακίου της αγοράς.

Σε ένα πλαίσιο χαρτοφυλακίου, ένα στοιχείο μηδενικού – βήτα θεωρείται ως άνευ κινδύνου παρά την διακύμανση της διανομής των κερδών του (ο συνολικός του κίνδυνος – δεν είναι ίσος με το 0.).

Άλλες υποθέσεις που υπονοούνται από το ΥΑΚΣ έχουν εξασθενήσει. Για παράδειγμα, υπάρχουν εκδοχές του ΥΑΚΣ σχετικά με τους προσωπικούς φόρους (Brennan (1970) και Litzenberger και Ramaswamy (1979), τον πληθωρισμό (Friend, Landskroner και Losq (1976)), τα κόστη συναλλαγών (Mayshar (1981)), την αβεβαιότητα των επιτοκίων (Merton (1973)), την έκταση της ασυμμετρίας στην κατανομή των κερδών (Kraus και Litzenberger (1976)), και την περιορισμένη διαφοροποίηση των επενδυτών (Levy (1978)).

Αντίθετα από το ΜΜ που βρίσκει εφαρμογή τόσο στις μελλοντικές όσο και ιστορικές τιμές, το ΥΑΚΣ είναι μία δήλωση σχετικά με τις προσδοκίες. Αυτή η θεμελιώδης διαφορά εξηγεί γιατί οι ερευνητές έχουν έρθει αντιμέτωποι με σημαντικές δυσκολίες όσον αφορά τον σχεδιασμό ομαλών ελέγχων του ΥΑΚΣ. Μελέτες χρησιμοποιώντας

δεδομένα από την NYSE έχουν γενικά συμπεράνει ότι παρά το ότι δεν μπορεί να απορριφθεί η υπόθεση σύμφωνα με την οποία η συμπεριφορά των τιμών των μετοχών συνδέεται με κάποια εκδοχή του ΥΑΚΣ, οι αποδείξεις σχετικά με αυτό το μοντέλο απέχουν πολύ από το να είναι καθοριστικές. Σε αυτό το σημείο δείτε τη δουλειά των Miller και Scholes(1972), Black, Jensen και Scholes(1972), Fama και Macbeth (1973).

Το ίδιο συμπέρασμα αληθεύει για τις Ευρωπαϊκές αγορές χρεογράφων, κάποιος δεν μπορεί γενικά να απορρίψει του ΥΑΚΣ ως μία περιγραφή της συμπεριφοράς των τιμών των μετοχών αλλά οι αποδείξεις υπέρ αυτού του τιμολογιακού μοντέλου συνήθως είναι αρκετά αδύναμες. Επιπλέον, ο έλεγχος του ΥΑΚΣ σε σχέση με Ευρωπαϊκά δεδομένα φέρνει στο προσκήνιο μία επιπλέον πρόκληση: ο περιορισμένος αριθμός δεδομένων που είναι διαθέσιμα για να εκτελεστούν σημαντικοί εμπειρικοί έλεγχοι. Η τρίτη στήλη του πίνακα 1 περιλαμβάνει μία λίστα από μελέτες που παραθέτουν στοιχεία για τους ελέγχους του ΥΑΚΣ πάνω σε Ευρωπαϊκά δεδομένα. Μία περίληψη αυτών των ελέγχων υπάρχει στους παρακάτω πίνακες.

Η τιμολόγηση των κοινών μετοχών, έλεγχος του ΥΑΚΣ

Το σταθερό ΥΑΚΣ Sharpe (1964) και του Lintner (1965) όπως επίσης και η εκδοχή που προτάθηκε από τον Black (1970) παρουσιάστηκαν στην εισαγωγική ενότητα. Αυτά τα μοντέλα έχουν πολλές υποθέσεις που χρίζουν ελέγχου.

Οι κυριότερες είναι οι ακόλουθες:

- Η σχέση ανάμεσα στην αναμενόμενη απόδοση ενός κεφαλαίου ενεργητικού και τον συστηματικό του κίνδυνο είναι θετική και γραμμική.
- Οι επενδυτές είναι υπεύθυνοι μόνο για τη συστηματική αναλογία κινδύνου ενός στοιχείου του ενεργητικού καθώς η μη συστηματική αναλογία μπορεί ανέξοδα να εξαλειφθεί.

- Οι επενδυτές παίρνουν αποφάσεις υποθέτοντας ότι η διανομή των κερδών των κεφαλαίων είναι συστηματική.
- Σύμφωνα με την Sharpe – Lintner εκδοχή του ΥΑΚΣ υπάρχει απεριόριστη άνευ κινδύνου δανειοληψία και δανειοδότηση σε μία μοναδική κλίμακα απαλλαγής από τον κίνδυνο.

Διαθεσιμότητα Δεδομένων

Με σκοπό το να ελεγχθεί το ΥΑΚΣ κάποιος πρέπει να φέρει σε αντιπαραβολή δύο σημαντικά θέματα: τα χαρακτηριστικά του συνόλου δεδομένων και την επιλογή μίας βατής μεθοδολογίας για να εκτελεστούν οι έλεγχοι. Το μοντέλο είναι μία ex ante δήλωση. Ατυχώς, δεν μπορεί εύκολα να ελεγχθεί χωρίς εμπειρικά δεδομένα. Τα ιστορικά δεδομένα πρέπει να χρησιμοποιηθούν ως εναλλακτική και να αντικαταστήσουν τα μη διαθέσιμα εμπειρικά δεδομένα. Η σταθερή διαδικασία είναι ο υπολογισμός των μέσων στατιστικών από τα δεδομένα του δείγματος (π.χ. οι μέσες αποδόσεις μετοχών ή οι μέσες διασπάσεις της σχέσης κινδύνου – απόδοσης) και να χρησιμοποιηθούν αυτές ως αντικαταστάτες των μη διαθέσιμων αναμενόμενων στατιστικών (αναμενόμενες αποδόσεις μετοχών ή οι αναμενόμενες αξίες των διασπάσεων της σχέσης κινδύνου – απόδοσης) όπως θα δείξουμε παρακάτω.

Η επιτυχής εφαρμογή αυτής της διαδικασίας προϋποθέτει ότι ένα επαρκώς μεγάλο νούμερο δεδομένων θα είναι διαθέσιμο. Μόνο σε αυτήν την περίπτωση θα είναι οι στατιστικές καλές, κατά μέσο όρο, αντικαταστάτες για τις προσδοκίες. Έλεγχοι του ΥΑΚΣ που έχουν εκτελεστεί στη NYSE είναι γενικά βασισμένοι σε μηνιαία δεδομένα για πολλές εκατοντάδες μετοχές, ξεκινώντας από τόσο νωρίς όσο το 1926. Παρόμοια

σύνολα δεδομένων δεν είναι διαθέσιμα για τις Ευρωπαϊκές τιμές μετοχών και οι έλεγχοι του ΥΑΚΣ που εφαρμόζονται σε Ευρωπαϊκά δεδομένα συνήθως εκτελούνται με λιγότερες μετοχές για σημαντικά μικρότερες περιόδους ανάλυσης όπως αναφέρθηκε στη δεύτερη στήλη των πινάκων 5 και 6.

Εναλλακτικοί Έλεγχοι του ΥΑΚΣ

Πολλές εναλλακτικές μεθοδολογίες έχουν συστήσει τον έλεγχο του ΥΑΚΣ. Η πρώτη προσέγγιση ήταν να εκτελεστούν σταυρωτές παλινδρομήσεις ανάμεσα στις μέσες αποδόσεις των μεμονωμένων μετοχών και των αντίστοιχών τους συντελεστών βήτα παρμένες από το ίδιο σύνολο δεδομένων (Douglas (1968), Jacob (1971) και Miller και Scholes (1972), Cheysens et al. (1979a, b), Ross (1972), Guy (1977) Hawawini και Michel (1980) στους ελέγχους τους του ΥΑΚΣ βασισμένους σε ευρωπαϊκά δεδομένα.
Τα ευρήματά τους συνοψίζονται στον παρακάτω πίνακα:

Cross- sectional έλεγχος του ΥΑΚΣ

Εξίσωση Παλινδρόμησης : $\overline{R}_i = \hat{g}_0 + \hat{g}_1 b_i$

ΧΩΡΑ ΣΥΓΓΡΑΦΕΑΣ ΕΤΟΣ ΔΗΜΟΣΙΕΥΣΗΣ	ΑΡΙΘΜΟΣ ΜΕΤΟΧΩΝ ΜΕΤΡΗΣΗ ΑΠΟΔΟΣΗΣ ΠΕΡΙΟΔΟΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ	ΔΕΙΚΤΗΣ ΑΓΟΡΑΣ (R_M) ΕΠΙΤΟΚΙΟ ΜΗΔΕΝΙΚΟΥ ΚΙΝΔΥΝΟΥ (R_F) ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ	ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΠΑΛΙΝΔΡΟΜΗΣΗΣ			ΘΕΩΡΗΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	
			$\hat{y}_o$ (t-stat.)	$\hat{y}_{1o}$ (t-stat.)	R^2	$\gamma_0=R_F$	$\gamma_1=R_M - R_F$
ΒΕΛΓΙΟ **MODIGLIANI (1972)**	17 Μέσος Όρος Εβδομαδιαίων Αποδόσεων (130 παρατηρήσεις) 03/1966 – 03/1971	Index of the Brussels Stock Exchange. Βραχυπρόθεσμο επιτόκιο τραπεζών. Όμοια με Douglas 91969) και Miller – Scholes (1972)	1,30% (0,17)	7,80% (0,77)	0,05	5,20	4,16%

GHEYSENS (1979)	185 Μέσος Όρος Εβδομαδιαίων Αποδόσεων (312 παρατηρήσεις) 01/1970 – 12/1975	K.U Leuven, DTEW Index Μηνιαίο Επιτόκιο Κατάθεσης Όμοια με Miller – Scholes (1972)	5,12% (2,40)	2,79% (1,39)	-	7,85%	3,92%
REGIDOR (1979)	180 Μέσος Όρος Εβδομαδιαίων Αποδόσεων (312 παρατηρήσεις) 01/1970 – 12/1975	K.U Leuven, DTEW Index Μηνιαίο Επιτόκιο Κατάθεσης Fama – Macbeth (1973)	Περίοδος 1972-73 1974-75 1972-75	$\hat{\bar{g}}_0$ 24.3702 -15.9138 4.2282	$t(\bar{\hat{g}}_0)$ 2,81 -1,43 0,59	$\bar{\hat{g}}_1$ -4.8438 14.1372 4.6494	$t(\bar{\hat{g}}_1)$ -0,61 1,31 0,69
HAWAWINI /MICHEL (1980)	210 Μέσος Όρος Μηνιαίων Υπερβάλλουσων Αποδόσεων (144 παρατηρήσεις) 11-1966-11/1978	Μέσος Όρος αποδόσεων 210 μετοχών. Βραχυπρόθεσμα κυβερνητικά Ομόλογα Black – Jensen- Scholes (1972)	-0,40% (0,26)	3,50% (2,25)	0,02	0	7,16%
ΓΑΛΛΙΑ **ROSA (1972)**	135 Μέσος Όρος Μηνιαίων Αποδόσεων (48 παρατηρήσεις) 1/0967-12/1970	Μέσος Όρος αξίας 135 μετοχών Δεν χρησιμοποιήθηκε το R_F Όμοια με Douglas (1969) και Miller Scholes (1972)	3,88% (-)	4,60% (3,38)	0,28	-	-
MODIGLIANI (1972)	65 Μέσος Όρος Εβδομαδιαίων Αποδόσεων (130 παρατηρήσεις) 3/1966 – 3/1971	Γενικός Δείκτης INSEE Βραχυπρόθεσμο επιτόκιο Όμοια με Miller – Scholes (1972)	14,56% (5,60)	-7,28% (1,75)	0,04	9,36%	-2,60%

GHEYSENS (1979)	80 Μέσος Όρος Μηνιαίων Αποδόσεων (119 παρατηρήσεις) 1/0967-12/1976	Γενικός Δείκτης INSEE Επιτόκιο Επενδυτικών καταθέσεων Όμοια με Miller – Scholes (1972)	4,18% (1,71)	3,33% (1,11)	-	4,55%	1,85%
ΓΕΡΜΑΝΙΑ **MODIGLIANI (1972)**	35 Μέσος Όρος Μηνιαίων Αποδόσεων (130 παρατηρήσεις) 3/1966-3/1971	Δείκτης Harstatt Βραχυπρόθεσμο Επιτόκιο Όμοια με Miller – Scholes (1972)	18,20% (3,50)	-7,28% (1,22)	0,04	9,36%	1,30%
GHENSENS (1979)	43 Μέσος Όρος Μηνιαίων Αποδόσεων (95 παρατηρήσεις) 1/1969 – 12/1976	Δείκτης FAZ Επιτόκιο κατάθεσης Όμοια με Miller – Scholes (1972)	-1,09% (0,27)	6,29% (1,49)	-	4,40%	1,17%
ΙΤΑΛΙΑ **MODIGLIANI (1972)**	30 Μέσος Όρος Μηνιαίων Αποδόσεων (130 παρατηρήσεις) 3/1966-3/1971	Il Sole – 24 Ore Βραχυπρόθεσμο Επιτόκιο Όμοια με Miller – Scholes (1972)	5,98% (0,74)	-5,20% (0,65)	0,01	6,24%	-5,20%
ΚΑΤΩ ΧΩΡΕΣ **MODIGLIANI (1972)**	24 Μέσος Όρος Μηνιαίων Αποδόσεων (130 παρατηρήσεις) 3/1966-3/1971	Δείκτης ANP/ CBS Τριμηνιαίο επιτόκιο κατάθεσης Όμοια με Miller – Scholes (1972)	7,80% (0,10)	10,14% (1,30)	0,05	5,20%	8,32%
GHEYNSEN (1979)	37 Μέσος Όρος Μηνιαίων Αποδόσεων (155 παρατηρήσεις) 1/0965-12/1977	Δείκτης ANP/ CBS Τριμηνιαίο επιτόκιο κατάθεσης Όμοια με Miller – Scholes (1972)	5,00% (0,89)	3,43% (0,58)	-	4,28%	1,59%

TOMBROS (1981)	46 Μέσος Όρος Μηνιαίων Αποδόσεων (130 παρατηρήσεις) 1/1965 – 12/1980	Δείκτης Beurswaarde R_F δεν αναφέρεται Όμοια με Douglas (1969) και Miller Scholes (1972)	4,08% (0,81)	2,64% (0,47)	0,05	-	-
ΗΝΩΜΕΝΟ ΒΑΣΙΛΕΙΟ **MODIGLIANI (1972)**	40 Μέσος Όρος Εβδομαδιαίων Αποδόσεων (130 παρατηρήσεις) 3/1966-3/1971	Financial Times – Industrial. Treasury Μηνιαίο επιτόκιο Όμοια με Douglas (1969) και Miller Scholes (1972)	3,12% (0,36)	8,32% (1,00)	0,02	5,20%	5,20%
GUY (1975)	99 Μέσος Όρος Μηνιαίων Αποδόσεων (131 παρατηρήσεις) 1/1960-12/1970 (P1) 1/1960-12/1964 (P2) 1/1965-12/1970(P3)	Capital International Perspective Treasury επιτόκιο Όμοια με Douglas (1969) και Miller Scholes (1972)	P1 1,00715 (3,29) P2 1,00972 (4,24) P3 1,00486 (1,76)	0,00385 (1,71) 0,00078 (0,35) 0,00688 (2,47)	0,03 0,00 0,06	1,00465 1,00379 1,00550	0,00310 0,00211 0,00409
ΙΣΠΑΝΙΑ **GHEYSENS (1979)**	220 Μέσος Όρος Μηνιαίων Αποδόσεων (350 παρατηρήσεις) 1/1972 –12/1978	Δείκτης Geseco Επιτόκιο Κατάθεσης Όμοια με Douglas (1969) και Miller Scholes (1972)	-3,47% (1,55)	7,33% (2,83)	-	8,50%	-6,91%
ΕΛΒΕΤΙΑ **MODIGLIANI (1972)**	17 Μέσος Όρος Εβδομαδιαίων Αποδόσεων (130 παρατηρήσεις) 3/1966-3/1971	Schweizerische Kreditanstalt Βραχυπρόθεσμο επιτόκιο Όμοια με Douglas (1969) και Miller Scholes (1972)	-8,06% (1,03)	18,20% (2,33)	0,28	3,12%	18,20%

ΣΟΥΗΔΙΑ **MODIGLIANI (1972)**	6 Μέσος Όρος Εβδομαδιαίων Αποδόσεων (130 παρατηρήσεις) 3/1966-3/1971	Jcobson & Ponabach Βραχυπρόθεσμο επιτόκιο Όμοια με Douglas (1969) και Miller Scholes (1972)	-26,52% (3,19)	36,40% (4,67)	0,79	5,20%	13,00%
GHEYSENS (1979)	43 Μέσος Όρος Μηνιαίων Αποδόσεων (119 παρατηρήσεις) 1/1967-12/1977	Δείκτης Affars Varldens Εξαμηνιαίο επιτόκιο κατάθεσης Όμοια με Douglas (1969) και Miller Scholes (1972)	12,21% (2,89)	2,46% (0,58)	-	-	-

Με μερικές εξαιρέσεις το (intercept) και οι συντελεστές δεν συνδέονται με αυτούς που αναμέναμε από τη θεωρία. Αν η εκδοχή των Sharpe – Lintner του ΥΑΚΣ στέκει τότε η (intercept) πρέπει να ισούται με το βαθμό απαλλαγής από τον κίνδυνο και ο γωνιακός συντελεστής να είναι ίσος με την έξτρα απόδοση στο δείκτη αγοράς. Καθώς στην υπόθεση της NYSE, οι έλεγχοι ταυτόχρονης διεξαγωγής σε επιμέρους επίπεδα του ΥΑΚΣ που βασίζονται στις Ευρωπαϊκές αγορές δεν υποστηρίζουν γενικά την εκδοχή των Sharpe – Lintner του ΥΑΚΣ.

Η απόκλιση των εμπειρικών ευρημάτων από την θεωρία έχει αποδοθεί στις ανεπαρκείς διαδικασίες εκτίμησης (Miller και Scholes (1972) και Black, Jensen και Scholes (BJS, 1972)) και στην ασαφή τοποθέτηση της εκδοχής των Sharpe – Lintner του ΥΑΚΣ. Στην περίπτωση οι έλεγχοι που διεξήχθησαν πάνω σε Ευρωπαϊκές κοινές μετοχές πρέπει επίσης να προσθέσουμε το γεγονός ότι το νούμερο των παρατηρήσεων των αποδόσεων είναι συχνά ανεπαρκές για να διαμορφωθεί ένας δίκαιος έλεγχος του ΥΑΚΣ. Δύο εναλλακτικοί σταυροειδείς έλεγχοι του ΥΑΚΣ έχουν αναπτυχθεί για να ξεπεράσουν κάποιες από τις ανεπάρκειες της προηγούμενης μεθοδολογίας. Οι Black, Jensen και Scholes (1972) επισημαίνουν ότι οι σταυροειδής παλινδρομήσεις πρέπει να εκτελούνται χρησιμοποιώντας χαρτοφυλάκια ή μετοχές παρά μεμονωμένες μετοχές. Οι Fama και Mac Beth (1973) προτείνουν μία διαδικασία παραγωγής αποδόσεων στην οποία οι συντελεστές είναι τυχαίοι.

Το πλεονέκτημα των χαρτοφυλακίων απέναντι στις μεμονωμένες μετοχές είναι ότι ο συντελεστής βήτα των μεγάλων χαρτοφυλακίων μπορεί να εκτιμηθεί με μικρά ή ανύπαρκτα σφάλματα μέτρησης. Επιπλέον, τα βήτα των χαρτοφυλακίων είναι περισσότερο σταθερά σε σύγκριση με τα βήτα των μεμονωμένων μετοχών. Μία περίληψη των ελέγχων του ΥΑΚΣ που έχουν βασιστεί στα χαρτοφυλάκια των Ευρωπαϊκών μετοχών δίνεται στον παρακάτω πίνακα.

Cross – Sectional έλεγχος του ΥΑΚΣ βασισμένο σε Χαρτοφυλάκια

ΧΩΡΑ ΣΥΓΓΡΑΦΕΑΣ ΧΡΟΝΟΣ ΔΗΜΟΣΙΕΥΣΗΣ	**ΑΡΙΘΜΟΣ ΜΕΤΟΧΩΝ ΚΑΙ ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΩΝ ΕΚΤΙΜΗΣΗ ΑΠΟΔΟΣΗΣ ΠΕΡΙΟΔΟΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ**	**ΔΕΙΚΤΗΣ ΑΓΟΡΑΣ (R_M) ΕΠΙΤΟΚΙΟ ΧΩΡΙΣ ΚΙΝΔΥΝΟ (R_F) ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ**	**ΠΑΛΙΝΔΡΟΜΗΣΗ:** $R_i = g_0 + g_1 b_i + g_2 s(\tilde{e}_i) + \tilde{m}_i$ **ΠΕΡΙΟΔΟΣ**	$\hat{g}_0$ (t-stat)	$\hat{g}_1$ (t-stat)	$\hat{g}_2$ (t-stat)	R^2
ΒΕΛΓΙΟ **HAWAWINI – MICHEL (1982)**	20 Χαρτοφυλάκια των 10 Μετοχών Μηνιαίες Αποδόσεις 12/1966 – 11/1980 Αανάλυση Υποπεριόδων	Αριθμητικός Μέσος Όρος 200 μετοχών Βραχυχρόνιο επιτόκιο $\overline{R}_M - \overline{R}_F = 0{,}0052(P_1),$ $-0{,}0074(P_2), -0{,}0037(P_3)$ Fama – MacBeth (1973)	(P1) 12/66-11/74	-0.0027 (0,23)	0,0086 (1,99)	-0,0070 (0,08)	0,2208
			(P2) 12/72-11/76	-0,0129 (2,13)	0,0091 (1,78)	-0,0507 (0,58)	0,2725
			(P3) 12/76-11/80	-0,0007 (0,14)	-0,0091 (2,08)	0,0951 (1,24)	0,3195
ΦΙΛΑΝΔΙΑ **KORHONEN (1975)**	6 Χαρτοφυλάκια των 12 Μετοχών Εβδομαδιαίες Αποδόσεις 1/1966 – 12/1971 Ανάλυση Υποπεριόδων	Αριθμητικός Μέσος Όρος 200 μετοχών Δεν χρησιμοποιήθηκε R_F Fama – MacBeth (1973)	1/66-12/71	0,132 (0,19)	0,631 (1,12)	0,021 (0,07)	0,500
ΓΑΛΛΙΑ **MODIGLIANI (1972)**	5 Χαρτοφυλάκια των 12 Μετοχών Εβδομαδιαίες Αποδόσεις 3/1967 – 3/1971	Δείκτης INSEE $(\overline{R}_M = 0{,}0026)$ Βραχυπρόθεσμη τιμή Ομολόγου $(\overline{R}_F = 0{,}0036)$ Miller – Scholes (1972)		0,0015 (0,54)	0,0045 (1,76)	-	0,39
ROSA (1976)	5 Χαρτοφυλάκια των 12 Μετοχών Μηνιαίες Αποδόσεις	Δείκτης CAC Μηνιαίο επιτόκιο $(\overline{R}_M - \overline{R}_F) = -6{,}62\%(1966)$	1966	1,2899	-1,6632 (-2,14)	-0,0171 (-0,91)	- (0,076)
			1967	1,9807	-1,1819	0,0067	0,2260

	6/1964 – 11/1971 Ανάλυση Υποπεριόδων	-4,42% (1967), -7,17% (1968) και -9,03 (1969) Fama – MacBeth (1973)		(1,74) 0,7545 (0,42) -0,4073 (0,30)	(-1,23) 0,5365 (0,32) 1,2845 (1,10)	(0,65) -0,0000 (0,00) 0,0083 (1,19)	0,2953 0,2699
HAWAWINI – MICHEL (1983)	18 Χαρτοφυλάκια των 8 Μετοχών Εβδομαδιαίες Αποδόσεις 6/1969-8/1979 Ανάλυση Υποπεριόδων	Αριθμητικός Μέσος Όρος 144 μετοχών Μέσος Όρος εβδομαδιαίων επιτοκίων $(\overline{R}_M - \overline{R}_F = -0{,}0009(1970)$, 0,0023 (1971) και 0,0025 (1972) Fama – MacBeth (1973)	1970 1971 1972	- - -	- 0,0035 (1,68) -0,0040 (1,66) -0,0065 (2,18)	-0,0065 (0,05) 0,1168 (0,78) 0,1015 (0,49)	- - -
ΓΕΡΜΑΝΙΑ **MODIGLIANI (1972)**	3 Χαρτοφυλάκια των 11 Μετοχών Εβδομαδιαίες Αποδόσεις 3/1967 – 3/1971	Δείκτης Herstatt $(\overline{R}_M = 0{,}0031)$ Βραχυπρόθεσμο επιτόκιο $(\overline{R}_F = 0{,}0036)$, Miller – Scholes		0,0250 (3,42)	-0,0181 (2,62)	-	0,87
GUY (1977)	10 Χαρτοφυλάκια των 9 Μετοχών Μηνιαίες Αποδόσεις 2/1960-012/1970 Ανάλυση 2 Υποπεριόδων	German Statistical Office Treasury επιτόκιο $(\overline{R}_M - \overline{R}_F) = 0{,}0037(P1)$ και 0,000802(P2) Όμοια με Black – Jensen-Scholes (1972)	(P1) 1/60-12/64 (P2) 1/65-12/70	0,9959 (2,07) 1,0142 (1,51)	0,0108 (2,08) -0,0088 (1,33)	- -	0,27 0,08
ΙΤΑΛΙΑ **MODIGLIANI (1972)**	3 Χαρτοφυλάκια των 10 Μετοχών Εβδομαδιαίες Αποδόσεις 3/1967 – 3/1971	Il Sole -24 Ore $(\overline{R}_M = 0{,}0004)$ Βραχυπρόθεσμο επιτόκιο $(\overline{R}_F = 0{,}0024)$ Miller – Scholes (1972)		0,0040 (1,21)	0,0013 (0,68)	-	0,22

ΗΝΩΜΕΝΟ ΒΑΣΙΛΕΙΟ **MODIGLIANI (1972)**	4 Χαρτοφυλάκια των 10 Μετοχών Εβδομαδιαίες Αποδόσεις 3/1967 – 3/1971	Financial Times Industrials $(\overline{R}_M = 0{,}0040)$ 31 ημερών Treasury επιτόκιο $(\overline{R}_F) = 0{,}0020)$ Miller – Scholes (1972)		0,0002 (1,21)	0,0028 (1,27)	-	0,44
GUY (1975)	10 Χαρτοφυλάκια των 10 Μετοχών Μηνιαίες Αποδόσεις 1/1960-12/1970 Ανάλυση 2 Υποπεριόδων	Capital International Perspective Treasury bill rate Όμοια με Black – Jensen-Scholes (1972)	(P1) 1/60-12/64	1,00375 (2,38)	0,00456 (1,08)	-	0,02
			(P2) 1/65-12/70	0,99428 (1,59)	0,01625 (2,56)	-	0,38
ΙΣΠΑΝΙΑ **PALACIOS (1973)**	5 Χαρτοφυλάκια των 27 Μετοχών Μηνιαίες Υπερβάλλουσες Αποδόσεις 1/1958 – 10/1971 Ανάλυση 4 Υποπεριόδων	Αριθμητικός Μέσος Όρος όλων των μετοχών Επιτόκιο καταθέσεων $(\overline{R}_M - R_F) = 0{,}766\%(\text{P1})$, 0,272%(P2), 0,120%(P3), 2,133%(P4) και 0,539%(P5) Όμοια με Black – Jensen-Scholes (1972)	(P1) 10/61-9/71	1,460 (5,13)	-0,689 (2,53)	-	-
			(P2) 10/61-3/64	5,671 (1,17)	-5,223 (1,11)	-	-
			(P3) 4/64-9/66	1,768 (3,76)	-1,644 (3,60)	-	-
			(P4) 10/66-3/69	0,747 (0,56)	1,373 (2,58)	-	-
			(P5) 4/69-10/71	0,906 (4,15)	-0,368 (1,78)	-	-

Πολλοί από αυτούς τους ελέγχους βασίζονται στην μεθοδολογία των Fama – MacBeth (1973) που ορίζει την ακόλουθη διαδικασία για την παραγωγή αποδόσεων των μετοχών:

$$R_{it} = \gamma_{0t} + \gamma_{1t} . \beta_i + \gamma_{2t} \sigma (e_i) + \mu_i \quad (7)$$

Οι συντελεστές της εξίσωσης (7) είναι τυχαίες και το $\sigma (e_i)$ είναι το σταθερό σφάλμα της παλινδρόμησης πρώτης τάξης που χρησιμοποιήθηκε για να υπολογιστεί το βήτα. Είναι μία εκτίμηση συστηματικού ή μη συστηματικού κινδύνου. Η διαδικασία των Fama και MacBeth (1973) συνίσταται στην εκτέλεση σταυροειδών παλινδρομήσεων για κάθε μήνα μίας ελέγξιμης περιόδου. Κάθε σταυροειδής παλινδρόμηση θα επιτρέψει μία εκτίμηση των γ_0, γ_1, γ_2. Οι χρονικές ακολουθίες των γ_0, γ_1, γ_2 στη συνέχεια υπόκεινται στο να βγάλουν το μέσο όρο τους. Αν η εκδοχή των Lintner και Scholes του ΥΑΚΣ ισχύει τότε το γ_0 θα έπρεπε να είναι ίσο με το μέσο βαθμό απαλλαγής από τον κίνδυνο για την περίοδο, το γ_1 θα έπρεπε να είναι ίσο με τη μέση έξτρα απόδοση στο δείκτη της αγοράς και το γ_2 θα έπρεπε να είναι ίσο με το 0.

Τα εμπειρικά ευρήματα στον πίνακα 2 είναι συνδυασμένα. Οι υπολογισμένες (intercepts) είναι γενικώς στατιστικά μη διαφορετικές από το 0. Θα έπρεπε να είναι ίσες με το μέσο βαθμό απαλλαγής από τον κίνδυνο στην περίπτωση της εκδοχής του ΥΑΚΣ των Sharpe – Lintner ή με τη μέση απόδοση του με μηδενικό βήτα χαρτοφυλακίου στην περίπτωση της εκδοχής του Black (1972) για το ΥΑΚΣ. Ο μέσος υπολογισμένος συντελεστής του συστηματικού κινδύνου είναι γενικά διάφορος του μηδενός αλλά και συχνά αρνητικός. Το μόνο δυνατό συμπέρασμα είναι ότι ο μη συστηματικός κίνδυνος δεν δείχνει να συνεισφέρει στην τιμολόγηση των κεφαλαίων του ενεργητικού όπως προβλέφθηκε από το ΥΑΚΣ. Όλα αυτά τα αποτελέσματα συμβαδίζουν με αυτά που βρέθηκαν στη NYSE από τους Fama και MacBeth (1973) για πολύ μεγαλύτερες ελέγξιμες περιόδους.

Σημειώστε ότι τα αποτελέσματα αυτών των ελέγχων που συνοψίζονται στους δυο παραπάνω πίνακες δεν δείχνουν το αποτέλεσμα του μεγέθους της αγοράς. Το αποτέλεσμα και η σημαντικότητα των ελέγχων δεν σχετίζεται με το μέγεθος των

διάφορων αγορών χρεογράφων. Τα αποτελέσματα είναι βασικά παρόμοια είτε αν κάποιος εστιάζει στη Φιλανδία (πολύ περιορισμένη αγορά) είτε στο Ηνωμένο Βασίλειο (η μεγαλύτερη από τις Ευρωπαϊκές αγορές).

Τα εμπειρικά ευρήματα σχετικά με την εγκυρότητα του ΥΑΚΣ που εφαρμόστηκαν σε Ευρωπαϊκά δεδομένα είναι σχετικά με εκείνα που ελήφθησαν από τη NYSE παρά το μικρότερο μέγεθος των Ευρωπαϊκών αγορών χρεογράφων και την έλλειψη εκτενών παρατηρήσεων: δεν μπορεί κάποιος να συγκεντρώσει επαρκείς αποδείξεις για να απορρίψει την υπόθεση ότι η συμπεριφορά των Ευρωπαϊκών τιμών των μετοχών προσαρμόζεται στο ΥΑΚΣ. Οι αποδείξεις, παρ' όλα αυτά, δεν υποστηρίζουν υπερβολικά αυτό το μοντέλο.

Στο σημείο αυτό είναι σημαντικό να αναφέρουμε αν το ΥΑΚΣ ισχύει στο Χρηματιστήριο Αξίων Αθηνών σε σύγκριση με τις παραπάνω Ευρωπαϊκές Χώρες.

Το Χρηματιστήριο Αξιών Αθηνών (Χ.Α.Α.) είναι πολύ μικρό συγκρινόμενο με τα χρηματιστήρια των αναπτυγμένων χωρών, κυρίως στη βάση την αξία των εισηγμένων μετοχών. Κατά τα τελευταία 20 χρόνια, ένας μικρός, μόνο αριθμός μελετητών διερεύνησε διάφορα χαρακτηριστικά του Χ.Α.Α, κανείς όμως δεν εξέτασε άμεσα την ισχύ του ΥΑΚΣ στο Χρηματιστήριο αυτό. Έτσι ο Νιάρχος (1972), εξέτασε την αποτελεσματικότητα της αγοράς, δηλαδή έλεγξε (πειραματικά) κατά πόσο οι συνθήκες υπό τις οποίες γίνονται οι συναλλαγές σε αξιόγραφα διασφαλίζουν τη διαμόρφωση αντικειμενικών τιμών και αν οι τιμές αυτές αντανακλούν όλες τις διαθέσιμες πληροφορίες. Ο Νιάρχος παρουσίασε θετικές ενδείξεις, όμως λίγα χρόνια αργότερα, ο Παπαιωάννου (1979), χρησιμοποιώντας μεγαλύτερο δείγμα επιχειρήσεων (25 αντί 17 του Νιάρχου), έδειξε ότι υπάρχει στατιστικά σημαντική συσχέτιση διαδοχικών τιμών των μετοχών κάτι που είναι ενδεικτικό έλλειψης αποτελεσματικότητας της αγοράς.

Τέλος, ο Γκλεζάκος (1987) παρουσίασε έμμεσες ενδείξεις ότι το ΥΑΚΣ δεν είναι κατάλληλο να περιγράψει το μηχανισμό διαμόρφωσης των τιμών στο χρηματιστήριο

Αξιών Αθηνών. Πιο αναλυτικά απέδειξε ότι ορισμένα εξατομικευμένα χαρακτηριστικά των επιχειρήσεων, παρά το ότι σύμφωνα με το ΥΑΚΣ θα έπρεπε να ασκούν στατιστικά μηδενική επίδεση στις αποδόσεις των μετοχών, εντούτοις τις επηρεάζουν αρκετά σημαντικά.

Τέτοια χαρακτηριστικά είναι το μέγεθος της επιχείρησης, η αποδοτικότητα της και ο βαθμός διασποράς των μετοχών της. Τα ευρήματα του Γκλεζάκου είναι σε συμφωνία με την άποψη του Νιάρχου (1972) ότι οι τιμές διαμορφώνονται κάτω από την επίδραση μη συστηματικών παραγόντων όπως π.χ κερδοσκοπικών ενεργειών. Τελικά δηλαδή, με βάση τις ενδείξεις των σχετικών εμπειρικών αναλύσεων, το Χ.Α.Α χαρακτηρίζεται ως μια αγορά που μάλλον στερείται αποτελεσματικότητας και στην οποία το ΥΑΚΣ δεν φαίνεται να έχει ισχύ. Μια πιθανή εξήγηση ίσως είναι η ρηχότητα της αγοράς και η δυνατότητα άσκησης παρεμβάσεων από πλευράς Χρηματιστών και Μετόχων.

Προς την ίδια κατεύθυνση κινούνται και τα εμπειρικά αποτελέσματα της μελέτης των Γ. Διακογιάννη και Κ. Σεγρεδάκη (1996) για την επίδραση του συστηματικού κινδύνου και του μεγέθους των εταιριών στην απόδοση των μετοχών του Χ.Α.Α.
Πιο αναλυτικά στην παραπάνω έρευνα χρησιμοποίησαν 112 μετοχές εισηγμένων εταιριών στο Χ.Α.Α κατά την περίοδο 1989-1994. Το βασικότερο κριτήριο επιλογής του δείγματος ήταν η ύπαρξη πλήρους σειράς εβδομαδιαίων στοιχείων προσαρμοσμένων τιμών κατά τη εξεταζόμενη περίοδο.

Με την βοήθεια αυτών των στοιχείων δημιουργήθηκαν 14 χαρτοφυλάκια, βάση της μεθοδολογίας του Fama και Mac Beth (1973). Σε πρώτη φάση δημιουργήθηκαν χαρτοφυλάκια με βάση το συστηματικό κίνδυνο και σε δεύτερη φάση με βάση το μέσο ετήσιο μέγεθος των εταιριών. Όπως αναφέραμε ο συστηματικός κίνδυνος και το μέσο μέγεθος των εταιριών διαδραματίζουν σημαντικό ρόλο στον μηχανισμό διαμόρφωσης των αναμενόμενων αποδόσεων των μετοχών στο Χ.Α.Α. Τα εμπειρικά αποτελέσματα αποδεικνύουν ότι κατά την εξεταζόμενη περίοδο δεν υπάρχει σχέση μεταξύ

αναμενόμενης απόδοσης και συστηματικού κινδύνου των εισηγμενων μετοχών στο Χ.Α.Α.

Όσον αφορά την επίδραση του μεγέθους των εταιριών τα εμπειρικά αποτελέσματα αποδεικνύουν ότι δεν διαδραματίζει σημαντικό ρόλο στο μηχανισμό διαμόρφωσης των αποδόσεων των τιμών των μετοχών στο Χ.Α.Α. Αυτό δεν είναι συμβατό με τα συμπεράσματα αντίστοιχων μελετών σε άλλες χρηματιστηριακές αγορές (NYSE, ΑΑγγλία, Καναδά) όπου παρατηρείται αρνητική σχέση μεταξύ αναμενόμενης απόδοσης και μεγέθους εταιριών. Μια πιθανή εξήγηση του αποτελέσματος αυτού δίνεται από το γεγονός ότι οι διαφορές στο μέγεθος μεταξύ μεγάλων και μικρών εταιριών του Χ.Α.Α δεν είναι τόσο σημαντικές όσο αυτές που παρατηρούνται στα προαναφερόμενα χρηματιστήρια.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- «*MODERN PORTFOLIO THEORY AND INVESTMENT ANALYSIS*» Elton – Gruber, Sixth Edition, Κεφ.13ο, 14ο, 15ο – Models of equilibrium in the capital markets.

- «*ΒΑΣΙΚΕΣ ΑΡΧΕΣ ΤΗΣ ΧΡΗΜΑΤΟΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗΣ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ ΚΑΙ ΠΟΛΙΤΙΚΗΣ*» Weston – Brigham σελ.404-409.

- «*FINANCIAL MANAGEMENT Theory and Practice*» Brigham – Ehrhardt, Κεφ. 7ο – Risk and Return: Portfolio Theory and Asset Pricing Models.

- «*PORTFOLIO MANAGEMENT*» K. Jones, Κεφ. 14 – The Capital Asset Pricing Model.

- H. Markowitz «Portofolio Selection», Journal of Finance, (March 1952)

- Sharpe «Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk», Journal of Finance (Sept.1964)

- Sharpe and Cooper «Risk – Return Class of New York Stock Exchange Common Stocks, 1931-1967», Financial Analysts Journal, 28, (March – April 1972).

- Douglas «Risk in the Equity Markets: An Empirical Appraisal of Market Efficiency»

- Lintner «The valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets» The Review of Economics and Statistics (Feb. 1965)

- J. Mossin «Equilibrium in a Capital Asset Market», Econometrica (Oct. 1966)

- Miller and Scholes «Rates of Return in Relation to Risk: A Re- Examination of Some Recent Findings», Studies in the Theory of Capital Markets (1972)

- Jensen «Capital Markets: Theory and Evidence», The Bell Journal of Economics and Management Science (Autumn 1972)

- Black «Capital Market Equilibrium with Restricted Borrowing», Journal of Business (Jul. 1972)

- Black, Jensen και Scholes «The Capital Asset Pricing Model: Some Empirical Tests», Studies in the Theory of Capital Markets (New York, 1972)

- Fama και MacBeth «Risk, Return, and Equilibrium: Empirical Tests», Journal of Political Economy (May/June 1973)

- Blume και Friend «A New Look at the Capital Asset Pricing Model», Journal of Finance (March 1973)

- Merton «An Intertemporal Capital Asset Pricing Model» Econometrica (Sep. 1973)

- Roll «A Critique of the Capital Asset Pricing Theory's Tests», Journal of Financial Economics (March 1977)

- Ross «The Capital Asset Pricing Model (CAPM), Short – Sale Restrictions and Related Issues», Journal of Finance (Mar. 1977)

- Ross «The Current Status of the Capital Asset Pricing Model», Journal of Finance (Jun. 1978)

- D. Mayers – M. Rice «Measuring Portfolio Performance and the Empirical Content of Asset Pricing Models», Journal of Financial Economics (March 1979)

- Banz «The Relationship between Return and Market Value of Common Stocks», Journal of Financial Economics (1981)

- Reinganum «Misspecification of Capital Asset Pricing: Empirical Anomalies Based on Earnings Yields and Market Values», Journal of Financial Economics (1981)

- Reinganum «Empirical Tests of multy – factor pricing Model», Journal of Finance (May 1981)

- Gibbons «Multivariate Tests of Financial Models: A New Approach», Journal of Financial Economics (1982)

- Stambaugh «On the Exclusion of assets from tests of the two – parameter model», Journal of Financial Economics (1982)

- Hawawini, Michel & Viallet «An Assessment of the Risk and Return of French Common Stocks», Journal of Business, Finance, and Accounting (1983)

- R. Henrikson «Market Timing and Mutual Fund Performance: An Empirical Investiration», Journal of Business (January 1984)

- Shanken «Multivariate of the zero – Beta CAPM», Journal of Financial Economics (March 1985)

- Chan – Chen & Hsieh «An Exploratory investigation of the Form Size Effect» Journal of Financial Economics (1985)

- Mac Kinley «On Multivariate Tests of the CAPM», Journal of Financial Economics (1987)

- Shanken «Multivariate Proxies and Asset Pricing Relations: Living With The Roll Critique», Journal of Financial Economics (1987)

- Rubio «An Empirical Evaluation of the Intertemporal Capital Asset Pricing Model: The Stock Market in Spain» (1988)

- Fama & French «The Cross – Section of Expected Stock Returns», Journal of Finance (1992)

- Jaganathan & Wang «The conditional CAPM and the cross- section expected returns» (1993)

- R. Stapleton – M. Subrahmanyam «The Market Model and Capital Asset Pricing Theory: A note», Journal of Finance (Dec. 1983)

- Hawawini & Michel «European Equity Markets: Risk, Return, and Efficiency» Garland Publishing, Inc. (1984)