



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ

ΤΜΗΜΑ

ΨΗΦΙΑΚΩΝ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

**Μελέτη και Ανάπτυξη Αλγορίθμων Χρονοπρογραμματισμού
σε Συστήματα Ασύρματων Επικοινωνιών
Πολλαπλών εισόδων – Πολλαπλών εξόδων (ΜΙΜΟ)**

Σωκράτης Παπαγεωργίου

Η Εργασία υποβάλλεται για την μερική κάλυψη των απαιτήσεων
με στόχο την απόκτηση του Μεταπτυχιακού Διπλώματος Σπουδών
στη Διδακτική της Τεχνολογίας και Ψηφιακών Συστημάτων

ΠΕΙΡΑΙΑΣ

ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΣ 2010

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

**Μελέτη και Ανάπτυξη Αλγορίθμων Χρονοπρογραμματισμού
σε Συστήματα Ασύρματων Επικοινωνιών
Πολλαπλών εισόδων – Πολλαπλών εξόδων (ΜΙΜΟ)**

Σωκράτης Παπαγεωργίου

Αρ.Μητρώου : ΜΕ/0552

e-mail: socratis17@yahoo.com

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ :

Αθανάσιος Κανάτας, Αναπληρωτής Καθηγητής Παν.Πειραιά

ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΕΠΙΤΡΟΠΗ:

Γεώργιος Ευθύμογλου, Επίκουρος Καθηγητής Παν.Πειραιά

Αθανάσιος Κανάτας, Αναπληρωτής Καθηγητής Παν.Πειραιά

Παναγιώτης Δεμέστιχας, Αναπληρωτής Καθηγητής Παν.Πειραιά

ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΣ 2010

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Τα συστήματα ασύρματων επικοινωνιών MIMO αποτελούν μια πολύ ενεργή ερευνητική περιοχή τα τελευταία χρόνια, λόγω των εξαιρετικών βελτιώσεων στην επίδοση και την χωρητικότητα που υπόσχονται χωρίς επιπλέον απαιτήσεις σε φάσμα (bandwidth) ή ισχύ. Η τεχνολογία αυτή αναμένεται να ενσωματωθεί στα συστήματα ασύρματων επικοινωνιών τέταρτης γενιάς (4G), ανοίγοντας το δρόμο για πάρα πολλές εφαρμογές και υπηρεσίες των ασύρματων τηλεπικοινωνιακών συστημάτων.

Τα ασύρματα συστήματα επικοινωνιών πολλαπλών εισόδων –πολλαπλών εξόδων (MIMO) είναι συστήματα που εκμεταλλεύονται την χρήση πολλαπλών κεραιών σε πομπό και δέκτη με στόχο τη δραματική αύξηση της χωρητικότητας. Είναι εντυπωσιακά υψηλή η χωρητικότητα που μπορεί να επιτευχθεί με την χρήση πολλαπλών κεραιών. Η χρήση πολλαπλών κεραιών σε πομπό και δέκτη απαιτεί μελέτη αλγορίθμων χρονοπρογραμματισμού οι οποίοι θα ανταποκρίνονται όσο το δυνατόν καλύτερα στις συνθήκες αυτές με σκοπό την μέγιστη εκμετάλλευση των συστημάτων αυτών και την υλοποίηση τους σε πολυχρηστικά περιβάλλοντα.

Η παρούσα διπλωματική εργασία εστιάζει το ενδιαφέρον στην τεχνική αυτή.

Αρχικά αναφέρονται κάποια βασικά στοιχεία της ερευνητικής περιοχής των συστημάτων MIMO και αναλύονται διάφορες τεχνικές μετάδοσης και λήψης, που έχουν προταθεί. Κατόπιν παρουσιάζονται και περιγράφονται κατάλληλοι *αλγόριθμοι χρονοπρογραμματισμού (scheduling algorithms)*. Για κάθε αλγόριθμο, παρατίθενται αποτελέσματα προσομοίωσης (simulation results) σε περιβάλλον MATLAB και σχετική σύγκριση των αποδοσεών τους.

ΘΕΜΑΤΙΚΗ ΠΕΡΙΟΧΗ: Ασύρματες Επικοινωνίες

ΛΕΞΕΙΣ-ΚΛΕΙΔΙΑ : ασύρματες επικοινωνίες, συστήματα πολλαπλών εισόδων -πολλαπλών εξόδων, χρονοπρογραμματισμός, χωρική πολυπλεξία.

ABSTRACT

Multiple-Input Multiple-Output (MIMO) wireless communication systems consist of an extremely active research area over the past few years, mostly due to tremendous improvements in channel capacity and overall performance, not to mention limited requirements in bandwidth or power. This promising technology is expected to incorporate in 4G wireless communication systems, leading the way towards many applications and services regarding wireless communications.

Multiple-Input Multiple-Output (MIMO) wireless communication systems promise a dramatic increase in channel capacity by exploiting the use of multiple antennas both at the receiver and the transmitter. The channel capacities that multiple antennas can yield is stunningly high, whereas, receiver architectures made it possible to mitigate spatial interference with limited complexity. The usage of multiple antennas both at transmitter/receiver in a multi-user environment requires the use of time scheduling algorithms that allow multi-user MIMO systems to operate with the maximum possible efficiency.

This thesis focuses on scheduling multiple users in a MIMO system.

Primarily, basic aspects of single-user multiple-antenna theory and examination of several transmission and reception techniques are investigated. After describing channel models and computing the achievable capacity, multi-user scheduling algorithms are presented. For every algorithm performance evaluations are presented and compared through MATLAB simulations .

SUBJECT AREA : Wireless Communications

KEY WORDS : wireless communications, Multiple-Input-Multiple-Output (MIMO), multi-user, scheduling , spatial multiplexing,

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Η διπλωματική εργασία εκπονήθηκε υπό την επίβλεψη του Αναπληρωτή Καθηγητή Αθανάσιου Κανάτα του Τμήματος Ψηφιακών Συστημάτων του Πανεπιστημίου Πειραιά, καθώς και του Παναγιώτη-Θεόφιλου Θεοφιλάκου, διδάκτορα του Πανεπιστημίου Πειραιά.

Θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον Καθηγητή και εισηγητή του θέματος της εργασίας μου κ. Αθανάσιο Κανάτα για τη σωστή παρότρυνσή του στην επιλογή του συγκεκριμένου θέματος, δίνοντάς μου έτσι την ευκαιρία να καταρτιστώ πάνω σε ένα σύγχρονο και ακόμη υπό έρευνα πεδίο των τηλεπικοινωνιών. Παράλληλα όμως θα ήθελα να ευχαριστήσω τον κ. Παναγιώτη-Θεόφιλο Θεοφιλάκο και τον κ. Βλάσση Μπαρούση για τη συνεργασία, τη βοήθεια και τις συμβουλές που μου προσέφεραν καθ' όλη τη διάρκεια εκπόνησης της εργασίας. Οι επιστημονικές τους γνώσεις αποτέλεσαν τη βάση της εργασίας μου και χωρίς αυτές η περάτωσή της θα ήταν αδύνατη.

Σωκράτης Παπαγεωργίου

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

Περίληψη	3
Abstract	4
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1	10
ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ MIMO	10
1.1 Εισαγωγή στις Ασύρματες Επικοινωνίες Πολλαπλών Κεραίων	10
1.1.1 Η εξέλιξη των ασύρματων και κινητών επικοινωνιών	10
1.1.2 Έξυπνες Κεραίες	10
1.2 Συστήματα MIMO	12
1.2.1 Γενικά	12
1.2.2 Υλοποίηση MIMO συστημάτων	13
1.3 Μοντέλα διαύλων και σημάτων σε συστήματα MIMO	14
1.3.1 Ορισμός SISO – SIMO – MISO – MIMO διαύλων	14
1.3.2 Διακριτό μοντέλο διαύλων σε συστήματα MIMO	16
1.4 Μοντέλα διαύλων MIMO σε διάφορα περιβάλλοντα διάδοσης	17
1.4.1 Δίαυλος Rayleigh - Περιβάλλον πλήρους σκέδασης (full scattering)	17
1.4.2 Δίαυλος Correlated Rayleigh - Περιβάλλον με χωρική συσχέτιση	18
1.4.3 Δίαυλος Ricean - Περιβάλλον με συνιστώσα οπτικής επαφής	19
1.4.4 Χρήση κεραίων με διαφορετικές πολώσεις	20
1.4.5 Εκφυλισμένοι δίαυλοι – Keyhole Channels	20
1.4.6 Δίαυλοι επιλεκτικοί ως προς τη συχνότητα	21
1.5 Εκτίμηση του MIMO διαύλου	22
1.5.1 Εκτίμηση του καναλιού στον δέκτη	22
1.5.2 Εκτίμηση του καναλιού στον πομπό	23
1.6 Χωρητικότητα MIMO διαύλων	24
1.6.1 Χωρητικότητα MIMO ντετερμινιστικών διαύλων με επίπεδες διαλείψεις	25
α) Δίαυλος γνωστός στο δέκτη, αλλά άγνωστος στον πομπό	26
β) Δίαυλος γνωστός σε πομπό και δέκτη	27
1.6.2 Χωρητικότητα τυχαίου MIMO διαύλου	29
α) Εργοδική Χωρητικότητα	29
β) Χωρητικότητα Outage	30
1.6.3 Παράγοντες που επηρεάζουν την χωρητικότητα	31
α) Σηματοθρομβικός λόγος	31
β) Αριθμός κεραίων	31
γ) Γνώση του διαύλου στον πομπό	33
1.7 Συστήματα Διαφορισμού	34
1.7.1 Βέλτιστος συνδυασμός σημάτων κατά τη λήψη - Συνδυασμός μέγιστου λόγου (Maximal Ratio Combining)	34
1.7.2 Σχήμα Alamouti	38
1.7.3 STBCs	41

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2	44
Η ΤΕΧΝΙΚΗ ΤΗΣ ΕΠΙΛΟΓΗΣ ΧΡΗΣΤΩΝ	44
2.1 Γενικά	44
2.1.1 Μοντέλο Διαύλου	44
2.1.2 Γενικά	Σφάλμα! Δεν έχει οριστεί σελιδοδείκτης.
2.1.3 Κριτήρια επιλογής	Σφάλμα! Δεν έχει οριστεί σελιδοδείκτης.
2.2 Αλγόριθμοι υπό μελέτη	47
2.2.1 Αλγόριθμος Σειριακής Επιλογής Χρηστών	47
2.2.2 Αλγόριθμος Επιλογής Χρηστών Με Βάση το SNR	48
2.2.3 Proportionally Fair Αλγόριθμος (PFS)	Σφάλμα! Δεν έχει οριστεί σελιδοδείκτης.
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3	52
ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ	Σφάλμα! Δεν έχει οριστεί σελιδοδείκτης.
3.1 Παραδοχές κατά την προσομοίωση	52
3.1.1 Δίαυλος	52
3.1.2 Μεταδιδόμενα σήματα	52
3.1.3 Δέκτης	53
3.1.4 Κανονικοποίηση σημάτων	53
3.1.4 Υλοποίηση Αλγορίθμων	54
3.2 Στόχος της προσομοίωσης	54
3.3 Κώδικας MATLAB της προσομοίωσης	54
3.4 Ενδεικτικά Αποτελέσματα και Γραφήματα της προσομοίωσης	56
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α	61
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟ ΥΠΟΒΑΘΡΟ	61
A.1 Γραμμική Άλγεβρα και Θεωρία Πινάκων	61
A.2 Θεωρία πιθανοτήτων	64
A.1.1 Gaussian κατανομή μίας πραγματικής μεταβλητής	64
A.1.2 Πολυμεταβλητή Gaussian κατανομή	64
A.1.3 Μιγαδικά Gaussian τυχαία διανύσματα	65
A.1.4 Κυκλικά συμμετρικά Gaussian τυχαία διανύσματα	65
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β	66
ΚΩΔΙΚΑΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΕΩΝ	66
(MATLAB)	66
B.1 Σχεδιασμός πίνακα διαύλου H	66
B.2 Σχεδιασμός Χρονοπρογραμματιστή	69
B.3 Σχεδιασμός Μετάδοσης Δεδομένων σε MIMO Δίαυλο με MRC	71
B.4 Βασική Συνάρτηση Προσομοίωσης	72

Συντομογραφίες-Πίνακας Συμβολισμών _____ **75**

Βιβλιογραφικές αναφορές _____ **76**

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΡΔΑΛΙΑΣ

РАНЕЕЗНАМО ПЕРПАА

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΜΙΜΟ

1.1 Εισαγωγή στις Ασύρματες Επικοινωνίες Πολλαπλών Κεραιών

1.1.1 Εξέλιξη ασύρματων και κινητών επικοινωνιών

Η γέννηση της επιστήμης των ασυρμάτων επικοινωνιών έγινε εφικτή με τη θεμελίωση της ηλεκτρομαγνητικής θεωρίας από το Maxwell ο οποίος πρότεινε τη χρήση τους στις επικοινωνίες. Βασισμένος στον Maxwell ο Marconi πραγματοποιεί την πρώτη επίσημη ασύρματη μετάδοση. Μετά από αυτή την πρώτη μετάδοση ξεκίνησαν νέες προσπάθειες ανάπτυξης ασύρματων επικοινωνιών.

Η πρώτη εμφάνιση κινητής ασύρματης ζεύξης πραγματοποιείται στους 2 μεγακύκλους το 1921 για τις ανάγκες της αστυνομίας του Detroit. Όμως εξαιτίας των χαμηλών συχνοτήτων εκπομπής τα κανάλια ήταν περιορισμένα.

Σταθμός στις τηλεπικοινωνίες αποτέλεσε η χρησιμοποίηση της διαμόρφωσης συχνότητας (Frequency Modulation) από τον Armstrong στα 1933. Από το 1946 οι μεταδόσεις μπορούσαν να πραγματοποιούνται στα 150MHz ενώ εμφανίστηκαν και τα πρώτα κανάλια φωνής εύρους 120KHz.

Το πρώτο σύστημα κινητών τηλεπικοινωνιών, το IMTS (Improved Mobile Telephone Service) συνδεόταν μέσω σταθερών ραδιοκαναλιών με το δημόσιο δίκτυο. Το 1947 τα Bell Labs παρουσίασαν την ιδέα των κυψελωτών συστημάτων με αποτέλεσμα την περαιτέρω ανάπτυξη των κινητών τηλεπικοινωνιών[1].

Το πρώτο κυψελωτό σύστημα κινητής τηλεφωνίας υψηλής χωρητικότητας ευρείας γεωγραφικής κάλυψης προτάθηκε το 1970 από την AT&T. Το σύστημα αυτό (AMPS -Advanced Mobile Phone Service) ήταν αναλογικό και αναφέρεται ως σύστημα 1^{ης} γενιάς. Με την είσοδο της ψηφιακής επεξεργασίας των σημάτων (1982) εμφανίζεται το GSM (Global System for Mobile) το οποίο αναφέρεται ως σύστημα 2^{ης} γενιάς και επικρατεί στον Ευρωπαϊκό χώρο έως και σήμερα. Το GSM υποστηρίζει κυρίως υπηρεσίες φωνής (13Kbps) και δεδομένων μέχρι 9.6Kbps [2].

Στις αρχές του 2000 οι ανάγκες για υψηλότερους ρυθμούς μετάδοσης αυξήθηκαν και το GSM θεωρείται ανεπαρκές. Με τις νέες απαιτήσεις έγιναν προσπάθειες βελτιστοποίησης στις μεθόδους διαμόρφωσης, κωδικοποίησης και τα πρωτόκολλα επικοινωνίας. Ωστόσο οι αυξανόμενες απαιτήσεις οδήγησαν σε προσπάθειες βελτίωσης της τεχνολογίας των κεραιών. Η νέα τεχνολογία κεραιών που εισήχθη ονομάστηκε τεχνολογία ευφυών κεραιών.

1.1.2 Έξυπνες Κεραίες

Οι κεραίες αυτές αποτελούνται από περισσότερους του ενός ακτινοβολητές (στοιχεία), οι οποίοι μπορούν να βρίσκονται διατεταγμένοι με διάφορους τρόπους(π.χ. κυκλικές, γραμμικές ή ακόμη και επιφανειακές διατάξεις στοιχειοκεραιών). Επίσης με τη διάταξη των στοιχείων τους αυτές οι κεραίες διαθέτουν και άλλες παραμέτρους όπως είναι ο αριθμός των στοιχείων τους, το

μήκος τους και η απόσταση μεταξύ τους, παράμετροι που καθορίζουν το διάγραμμα ακτινοβολίας της κεραίας, το κέρδος της, την αντίσταση εισόδου της και το εύρος ζώνης της.

Οι στοιχειοκεραίες διαθέτουν τρία βασικά πλεονεκτήματα, αυξάνουν την κατευθυντικότητα σε σχέση με τις απλές κεραίες (κατευθυντικό κέρδος), δίνουν τη δυνατότητα σύνθεσης επιθυμητών διαγραμμάτων ακτινοβολίας και δίνουν τη δυνατότητα ηλεκτρονικής στροφής του διαγράμματος ακτινοβολίας τους. Το σύστημα έξυπνης κεραίας αποτελείται από ένα συνδυασμό στοιχειοκεραίας με κατάλληλη ψηφιακή επεξεργασία σήματος. Η επεξεργασία σκοπό έχει τη βελτιστοποίηση των διαγραμμάτων ακτινοβολίας εκπομπής/λήψης. Είναι δηλαδή ένα αυτοπροσαρμοζόμενο σύστημα που δέχεται και επεξεργάζεται πληροφορίες από το περιβάλλον. Τα συστήματα των έξυπνων κεραιών μπορούν διαχωριστούν σε συστήματα μεταγωγής δέσμης (switched beam) και στα συστήματα των προσαρμοστικών στοιχειοκεραιών [4].

Τα συστήματα μεταγωγής δέσμης (switched beam) σχηματίζουν ένα πλέγμα από πολλαπλούς κατευθυντικούς λοβούς σε προκαθορισμένες κατευθύνσεις. Το σύστημα ανιχνεύει σε κάθε περίπτωση το σηματοθορυβικό λόγο (*SNR-Symbol-to-Noise Ratio*) ή το λόγο σήματος προς παρεμβολή (*SIR-Symbol-to-Interference Ratio*) και επιλέγει έναν από τους προκαθορισμένους λοβούς του πλέγματος, επίσης μπορεί να αλλάζει από τον ένα λοβό στον άλλο καθώς ο χρήστης κινείται στο χώρο κάλυψης.

Η τεχνολογία των προσαρμοστικών κεραιών (adaptive antennas) είναι η πιο σύγχρονη κατηγορία των έξυπνων κεραιών στην οποία τα συστήματα των προσαρμοστικών κεραιών εκμεταλλεύονται τη δυνατότητα εντοπισμού διαφορετικών τύπων σημάτων και χρησιμοποιώντας προηγμένους αλγόριθμους μπορούν να ελαχιστοποιούν τις παρεμβολές και να μεγιστοποιούν το λόγο σήματος προς παρεμβολή και θόρυβο.

Το βασικότερο χαρακτηριστικό των έξυπνων κεραιών είναι το κέρδος συστοιχίας (*array gain*) το οποίο σημαίνει αύξηση της μέσης ισχύος του σήματος από την ταυτόχρονη επεξεργασία των σημάτων από τα στοιχεία της στοιχειοκεραίας. Η αύξηση της ισχύος του σήματος στο δέκτη είναι ανάλογη του αριθμού των στοιχείων της κεραίας του. Κέρδος κεραίας μπορεί να επιτευχθεί και στην περίπτωση της εκπομπής, αρκεί ο πομπός να γνωρίζει το κανάλι ώστε να γίνεται η σωστή προεπεξεργασία των σημάτων που θα εκπεμφθούν από τα στοιχεία της στοιχειοκεραίας.

Το επιπλέον κέρδος κεραίας δίνει τη δυνατότητα αύξησης της περιοχής ραδιοκάλυψης του σταθμού βάσης. Το μέγεθος που αντιπροσωπεύει την αύξηση της ακτίνας ραδιοκάλυψης καλείται REF (*Range Extension Factor*) [5] και δίνεται από τον τύπο :

$$REF = \frac{r_2}{r_1} = M^{1/n} \quad (1.1)$$

όπου r_1 είναι η ακτίνα ραδιοκάλυψης της απλής ομοικατευθυντικής κεραίας, r_2 είναι η ακτίνα ραδιοκάλυψης της έξυπνης κεραίας, M ο αριθμός των στοιχείων της και n είναι ο εκθέτης απωλειών διαδρομής. Ενώ η αύξηση της επιφάνειας ραδιοκάλυψης

εκφράζεται με το συντελεστή AEF (*Area Improvement Factor*), ο οποίος δίδεται από τον τύπο:

$$AEF = \left(\frac{r_2}{r_1} \right)^2 = REF^2 \quad (1.2)$$

Ένα επιπλέον χαρακτηριστικό των έξυπνων κεραιών είναι το κέρδος χωρικού διαφορισμού (*spatial diversity gain*) το οποίο έχει σαν αποτέλεσμα τη βελτίωση της συμπεριφοράς του συστήματος έναντι των διαλείψεων, είτε στην πλευρά του δέκτη (receiver) είτε στην πλευρά του πομπού (transmitter).

Τέλος, χαρακτηριστικό των έξυπνων κεραιών είναι η καταστολή των παρεμβολών λόγω του διαγράμματος ακτινοβολίας που δημιουργείται με τέτοιο τρόπο ώστε να ελαχιστοποιείται ο λόγος σήματος προς παρεμβολή.

1.2 Συστήματα MIMO

1.2.1 Γενικά

Τα συστήματα Πολλαπλών Εισόδων-Πολλαπλών Εξόδων MIMO (Multiple Input Multiple Output) είναι το μέλλον στις τηλεπικοινωνίες λόγω του περιορισμένου διαθέσιμου φάσματος που έχει ήδη κατανεμηθεί στους τηλεπικοινωνιακούς φορείς. Ήδη απαιτούνται και υπάρχουν εφαρμογές πρόσβασης στο Internet, video on demand κ.α. γεγονός που αυξάνει τις απαιτήσεις σε χωρητικότητες της τάξης των Mbps.

Τα συστήματα MIMO βασίζονται στις ευφυείς κεραιές. Ένα σύστημα MIMO μπορούμε να πούμε ότι αποτελείται από ένα πομπό, ένα δέκτη και ένα ραδιοδιάλυο με πολλαπλές εισόδους και εξόδους οι οποίες υλοποιούνται με κεραιές πολλαπλών στοιχείων τόσο στον πομπό όσο και στο δέκτη. Κάθε ροή δεδομένων που πρόκειται να εκπεμφθεί από τον πομπό υπόκειται σε μια διαδικασία κωδικοποίησης, διαμόρφωσης και διαχωρισμού και κάθε τμήμα της ροής δεδομένων μπορεί να πολλαπλασιάζεται με ένα κατάλληλο συντελεστή βάρους και αποδίδεται στο κατάλληλο στοιχείο της κεραιάς του πομπού. Ακριβώς η αντίστροφη διαδικασία πραγματοποιείται στο δέκτη ώστε να ανακτηθεί η μεταδιδόμενη πληροφορία.

Μεγάλη σημασία στα συστήματα MIMO έχει η κατάλληλη επιλογή όλων των διεργασιών (κατάλληλοι αλγόριθμοι κωδικοποίησης, διαμόρφωσης και ανάθεσης) που προηγούνται της εκπομπής και έπονται της λήψης ώστε να βελτιστοποιηθεί η απόδοση της ασύρματης ζεύξης [6].

Η απόδοση μιας ζεύξης συνίσταται κυρίως στη βελτιστοποίηση της χωρητικότητας, της αξιοπιστίας, η οποία εκφράζεται από το μέσο ρυθμό λαθών (average BER - Bit Error Rate), και της πολυπλοκότητας (complexity) του συστήματος πομπού και δέκτη. Τα συστήματα MIMO έχουν τη δυνατότητα να βελτιώσουν τη ζεύξη ως προς τα εξής κριτήρια:

Τα συστήματα MIMO όπως θα δούμε μπορούν να πετύχουν θεαματική αύξηση της χωρητικότητας και της φασματικής απόδοσης. Δεύτερον ο μέσος ρυθμός λαθών ή η πιθανότητα σφάλματος μειώνεται λόγω της συμπεριφοράς του συστήματος απέναντι στις διαλείψεις ενός χρονικά μεταβαλλόμενου διαύλου. Δηλαδή τα συστήματα

MIMO αντιμετωπίζουν αποτελεσματικά τις διαλείψεις εκμεταλλεζόμενα το χωρικό διαφορισμό. Τελευταίο κριτήριο για την απόδοση μιας ζεύξης είναι η πολυπλοκότητα επειδή αυτή μεταφράζεται κυρίως σε κατανάλωση ισχύος, τα συστήματα MIMO μπορούν να έχουν χαμηλή πολυπλοκότητα στη μεριά του κινητού το οποίο τροφοδοτείται με μπαταρία και αυξημένη πολυπλοκότητα στη μεριά του σταθμού βάσης.

Τέλος, πρέπει να σημειωθεί ότι η εισαγωγή πολλαπλών κεραιών στα συστήματα ασύρματων επικοινωνιών καθιστά πλέον αναγκαία την χρήση προηγμένων τεχνικών επεξεργασίας σήματος στα τερματικά. Η ραγδαία εξέλιξη στην τεχνολογία των μικροκυκλωμάτων και των μικροεπεξεργαστών ειδικευμένων στην επεξεργασία σήματος υπόσχεται να ανταποκριθεί αποτελεσματικά στην απαίτηση αυτή. Έτσι, η επεξεργασία σήματος καθίσταται πιο αναγκαία από ποτέ για τις τηλεπικοινωνίες.

Η πλέον σημαντική διαφορά είναι η δυνατότητα που έχουν τα συστήματα MIMO να υποστηρίζουν πολύ υψηλούς ρυθμούς μετάδοσης εξαιτίας των παράλληλων διαύλων που επιτυγχάνουν.

Αν και τα MIMO συστήματα στηρίχτηκαν αρχικά στην τεχνολογία των έξυπνων κεραιών, αποτελούν ένα διαφορετικό πεδίο γιατί διαφοροποιούνται σε αρκετά κρίσιμα σημεία [6] όπως σε ότι προϋποθέτουν στοιχειοκεραίες και στα δύο άκρα, καθώς και αλγόριθμους επεξεργασίας σε software και hardware και στο ότι οι αλγόριθμοι που έχουν σχεδιαστεί για τα συστήματα ευφών κεραιών, σκοπό έχουν να εξαλείψουν φαινόμενα πολυδιαδρομικής διάδοσης (multipath fading) και διασποράς καθυστέρησης (delay spread) στα οποία τα συστήματα MIMO βασίζουν την επιτυχημένη λειτουργία τους.

1.2.2 Υλοποίηση MIMO συστημάτων.

Ένα σύστημα MIMO μπορεί να υλοποιηθεί με έναν από τους παρακάτω τρόπους[7]:

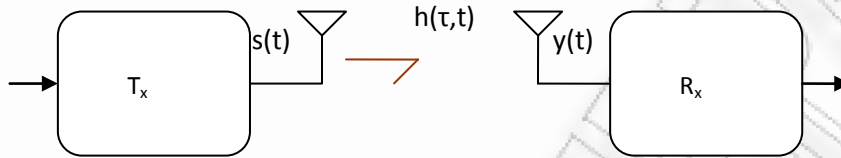
Χωρική πολυπλεξία (spatial multiplexing): η οποία μεταφράζεται κυρίως σε αύξηση του ρυθμού εκπομπής διασπώντας τη προς μετάδοση ροή συμβόλων σε χαμηλότερου ρυθμού υποροές. Αυτό μπορεί να γίνει γιατί κάθε στοιχείο της στοιχειοκεραίας μπορεί να λειτουργεί μέχρι ένα μέγιστο ρυθμό μετάδοσης με τις προκύπτουσες υποροές να επεξεργάζονται κατάλληλα και να μεταδίδονται ταυτόχρονα από τα στοιχεία. Έτσι ο τελικός ρυθμός μετάδοσης είναι ανάλογος με τα ζεύγη των στοιχείων των στοιχειοκεραιών σε πομπό και δέκτη.

Beamforming: σε αυτή την υλοποίηση είναι απαραίτητη η γνώση του καναλιού τόσο στο δέκτη όσο και στον πομπό και συνεπώς η ύπαρξη ενός καναλιού ανάδρασης από το δέκτη στο πομπό. Η μέθοδος αυτή προσφέρει και διαφορισμό αλλά και επιπλέον κέρδος συστοιχίας. Η μέθοδος αυτή οδηγεί σε υψηλές τιμές σηματοθορυβικού λόγου στο δέκτη, αλλά σχετικά μειωμένες τιμές χωρητικότητας.

1.3 Μοντέλα διαύλων και σημάτων σε συστήματα MIMO

1.3.1 Ορισμός SISO – SIMO – MISO – MIMO διαύλων

Τα συστήματα μιας εισόδου-μιας εξόδου SISO (Single Input-Single Output) αποτελούν την πιο απλή μορφή συστημάτων ασύρματων επικοινωνιών και προϋποθέτουν μια απλή κεραία για πομπό και δέκτη (Σχήμα 1-4). Η $h(\tau, t)$ είναι η κρουστική απόκριση του διαύλου (η απόκριση του διαύλου τη χρονική στιγμή t σε κρουστικό παλμό που στάλθηκε τη χρονική στιγμή $t-\tau$).



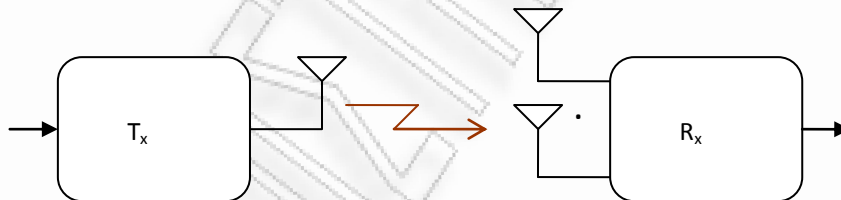
Σχήμα 1-4: Δίαυλος SISO

Αν το σήμα που εκπέμπεται είναι το $s(t)$ τότε το λαμβανόμενο σήμα δίδεται από τη σχέση :

$$y(t) = h(\tau, t) * s(t) \quad (1.3)$$

και η είσοδος στο δέκτη δίνεται από τη συνέλιξη της κρουστική απόκρισης του καναλιού και του εκπεμπόμενου σήματος.

Τα συστήματα μιας εισόδου-πολλαπλών εξόδων SIMO (Single Input-Multiple Output) προκύπτουν με την εφαρμογή συστοιχίας κεραιών στο δέκτη όπως φαίνεται στο Σχήμα 1-5.



Σχήμα 1-5: Δίαυλος SIMO

Το σήμα στέλνεται μέσω της απλής κεραίας του πομπού ενώ ο δέκτης λαμβάνει το ίδιο σήμα πληροφορίας όσες φορές είναι και οι κεραίες του. Έστω M_R ο αριθμός των κεραιών της συστοιχίας του δέκτη, στην απλή περίπτωση αυτή το SIMO σύστημα αναλύεται σε M_R SISO διαύλους, ο SIMO δίαυλος περιγράφεται από τον πίνακα:

$$\mathbf{h}(\tau, t) = [h_1(\tau, t) \ h_2(\tau, t) \dots h_{M_R}(\tau, t)]^T \quad (1.4)$$

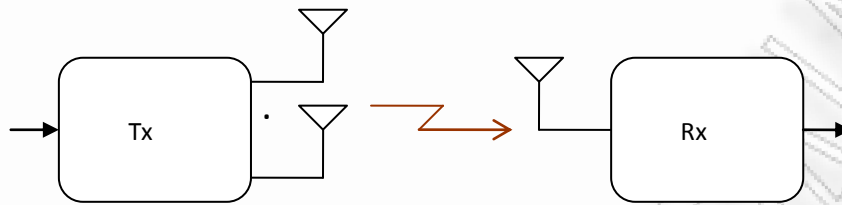
Αν $s(t)$ το εκπεμπόμενο σήμα, ο δέκτης των M_R στοιχείων λαμβάνει το $M_R \times 1$ διάνυσμα της μορφής:

$$\mathbf{y}(t) = [y_1(t) \ y_2(t) \dots y_{M_R}(t)]^T \quad (1.5)$$

όπου $y_i(t)$ είναι το λαμβανόμενο σήμα από το i -οστό στοιχείο της κεραίας του. Το λαμβανόμενο σήμα θα δίδεται από τη σχέση:

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{h}(\tau, t) * \mathbf{s}(t) \quad (1.6)$$

Τα συστήματα πολλαπλών εισόδων-μιας εξόδου MISO(Multiple Input- Single Output) χρησιμοποιούν συστοιχία κεραιών στην πλευρά του πομπού ενώ ο δέκτης διαθέτει απλή κεραία όπως στο Σχήμα 1-6.



Σχήμα 1-6: Δίαυλος MISO

Έστω M_T ο αριθμός των στοιχείων της κεραιάς του πομπού. Το σήμα στέλνεται ταυτόχρονα και από τα M_T στοιχεία ενώ ο δέκτης λαμβάνει ένα συνδυασμό αυτών. Θεωρώντας πάλι την απλή περίπτωση όπου το MISO σύστημα αναλύεται σε M_T διαύλους SISO, το κανάλι περιγράφεται από τον εξής πίνακα-γραμμή:

$$\mathbf{h}(\tau, t) = [h_1(\tau, t) \ h_2(\tau, t) \dots h_{M_T}(\tau, t)] \quad (1.7)$$

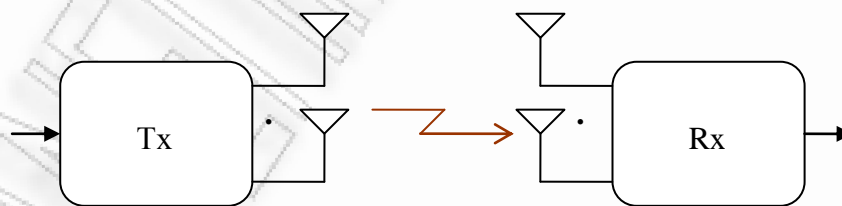
Αν $s_j(t)$ είναι το σήμα που εκπέμπεται από την j -οστή κεραία του πομπού, τότε το λαμβανόμενο σήμα από τον πομπό θα είναι:

$$y(t) = \sum_{j=1}^{M_T} h_j(\tau, t) \otimes s_j(t) \quad (1.8)$$

ή σε συνεπτυγμένη μορφή:

$$y(t) = \mathbf{h}(\tau, t) * \mathbf{s}(t) \quad (1.9)$$

Τα συστήματα πολλαπλών εισόδων-πολλαπλών εξόδων (MIMO) προϋποθέτουν συστοιχίες κεραιών τόσο στην πλευρά του πομπού όσο και στην πλευρά του δέκτη όπως στο Σχήμα 1.7. Στην ουσία, αποτελούν κατά κάποιο τρόπο συνδυασμό των συστημάτων SIMO και MISO.



Σχήμα 1-7: Δίαυλος MIMO

Έστω ότι ο πομπός έχει M_T κεραιές και ο δέκτης M_R κεραιές. Ο πομπός στέλνει M_T σήματα ταυτόχρονα, τα οποία λαμβάνονται από κάθε ένα στοιχείο της κεραιάς του δέκτη, άρα ο δέκτης λαμβάνει συνολικά $M_T \cdot M_R$ σήματα προς περαιτέρω επεξεργασία.

Ο διάυλος σε αυτήν την περίπτωση δίδεται από τον $M_R \times M_T$ πίνακα \mathbf{H}

$$\mathbf{H}(\tau, t) = \begin{bmatrix} h_{1,1}(\tau, t) & h_{1,2}(\tau, t) & \cdots & h_{1,M_T}(\tau, t) \\ h_{2,1}(\tau, t) & h_{2,2}(\tau, t) & \cdots & h_{2,3}(\tau, t) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{M_R,1}(\tau, t) & h_{M_R,2}(\tau, t) & \cdots & h_{M_R,M_T}(\tau, t) \end{bmatrix} \quad (1.10)$$

Το στοιχείο $h_{i,j}$ του πίνακα \mathbf{H} αποτελεί την κρουστική απόκριση κατά τη μετάδοση από τη j -οστή κεραία του πομπού στην i -οστή κεραία του δέκτη και είναι ένας υπο-διάυλος διάδοσης από τους $M_T \cdot M_R$ που υπάρχουν συνολικά.

Έτσι το λαμβανόμενο από το δέκτη σήμα θα είναι:

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{H}(\tau, t) * \mathbf{s}(t) \quad (1.11)$$

όπου τα $\mathbf{s}(t)$ και $\mathbf{y}(t)$ είναι τα διανύσματα αποστολής και λήψης διαστάσεων $M_T \times 1$ και $M_R \times 1$ αντίστοιχα.

1.3.2 Διακριτό μοντέλο διαύλων σε συστήματα MIMO

Πρακτικά σε τηλεπικοινωνιακά συστήματα χρησιμοποιούνται σήματα και μοντέλα διαύλων διακριτού χρόνου όταν κάνουμε προσομοίωση σε H/Y , οπότε στα συστήματα MIMO η δειγματοληψία και η μαθηματική έκφραση του διαύλου αποτελεί απευθείας επέκταση της αντίστοιχης έκφρασης των διαύλων SISO.

Κατά την προσομοίωση τηλεπικοινωνιακών συστημάτων, θεωρούμε συνήθως ότι (τόσο για το σήμα πληροφορίας όσο και για τον θόρυβο) έχουμε μετάδοση *μιγαδικών σημάτων βασικής ζώνης*, τα οποία είναι ισοδύναμα με τα πραγματικά ζωνοπερατά σήματα που χρησιμοποιούνται στα πραγματικά συστήματα. Τα μιγαδικά αυτά σήματα αποτελούν τη λεγόμενη *μιγαδική περιβάλλουσα (complex envelope)* του ζωνοπερατού σήματος. Για να είναι συγκρίσιμα τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων, είναι απαραίτητη η *κανονικοποίηση (normalization)* των σημάτων, των διαύλων και του θορύβου. Για λόγους απλότητας, υποθέτουμε ότι το εύρος ζώνης του διαύλου είναι 1Hz και η περίοδος συμβόλου είναι 1sec. Επίσης, με E_s συμβολίζουμε τη μέση ενέργεια συμβόλου, η οποία ισούται με την ισχύ εκπομπής (αφού $T_s=1\text{sec}$). Άρα σε μια κεραία εκπομπής η μέση εκπεμπόμενη ενέργεια ανά σύμβολο είναι E_s . Ωστόσο, σε διαύλους με πολλές κεραίες εκπομπής (έστω ότι έχουμε M_T κεραίες εκπομπής), θεωρούμε ότι η *μέση εκπεμπόμενη ενέργεια ανά περίοδο ενός συμβόλου είναι σταθερή, ανεξάρτητα του πόσες κεραίες διαθέτουμε, δηλαδή είναι E_s/M_T* . Με άλλα λόγια, κάθε φορά η συνολική εκπεμπόμενη ισχύς θεωρείται σταθερή και μοιράζεται εξίσου στις M_T κεραίες μετάδοσης παραδοχή που γίνεται για να είναι συγκρίσιμα τα αποτελέσματα της προσομοίωσης διάφορων συστημάτων με διαφορετικό αριθμό κεραιών.

Επιπλέον, υποθέτουμε ότι όλα τα σύμβολα (πριν την κωδικοποίηση) εμφανίζονται με την ίδια πιθανότητα και προέρχονται από βαθμωτούς σηματικούς αστερισμούς με μηδενική μέση τιμή και μοναδιαία μέση ενέργεια [1], δηλαδή:

$$\begin{aligned} E[s_i] &= 0 \\ E[|s_i|^2] &= 1 \end{aligned} \quad (1.12)$$

1.4 Μοντέλα διαύλων MIMO σε διάφορα περιβάλλοντα διάδοσης

Ένας MIMO δίαυλος επίπεδων διαλείψεων εκφράζεται μαθηματικά ως ένας πίνακας \mathbf{H} , διαστάσεων $M_R \times M_T$. Στη συνέχεια, θα εξετάσουμε την κατανομή που ακολουθούν τα στοιχεία του πίνακα \mathbf{H} για διάφορα περιβάλλοντα διάδοσης. Γενικά θεωρούμε ότι έχουμε επίπεδες διαλείψεις, αφού οι επιλεκτικοί ως προς τη συχνότητα δίαυλοι μπορούν να επιμεριστούν σε πολλούς διαύλους επίπεδων διαλείψεων.

1.4.1 Δίαυλος Rayleigh - Περιβάλλον πλήρους σκέδασης (full scattering)

Υποθέτουμε ότι ανάμεσα στον πομπό και το δέκτη και γύρω τους, υπάρχουν πολλοί σκεδαστές (πχ. αντικείμενα) ομοιόμορφα κατανομημένοι. Τότε, κάθε κεραία του δέκτη θα δέχεται ένα μεγάλο αριθμό ανακλώμενων κυμάτων από όλες τις κατευθύνσεις, καθένα από τα οποία μπορεί να θεωρηθεί μια τυχαία μεταβλητή. Λόγω της παρεμβολής σκεδαστών ανάμεσα σε πομπό και δέκτη, θεωρούμε ότι δεν υπάρχει απευθείας ζεύξη οπτικής επαφής (LOS – Line Of Sight) ανάμεσα σε πομπό και δέκτη. Η τελική είσοδος σε κάθε κεραία του δέκτη y_i θα είναι το άθροισμα των πολυδιαδρομικών συνιστωσών, άρα και αυτή μια τυχαία μεταβλητή που θα ισούται με το άθροισμα ενός πολύ μεγάλου αριθμού τυχαίων μεταβλητών. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα, σύμφωνα με το κεντρικό οριακό θεώρημα [8], η είσοδος y_i σε κάθε κεραία του δέκτη να ακολουθεί την κανονική (ή *Gaussian*) κατανομή με μηδενική μέση τιμή και μοναδιαία διακύμανση. Επειδή όμως η y_i αποτελεί την απόκριση του διαύλου από τις διάφορες κεραίες του πομπού προς την i -κεραία του δέκτη, συμπεραίνουμε ότι *κάθε στοιχείο $h_{i,j}$ του πίνακα \mathbf{H} θα ακολουθεί αναγκαστικά την (μυγαδική) κανονική κατανομή με μηδενική μέση τιμή και μοναδιαία διακύμανση*. Σημειώνεται ότι, δεδομένου ότι τα στοιχεία $h_{i,j}$ είναι μυγαδικοί αριθμοί, το πραγματικό και φανταστικό τους μέρος θα ακολουθεί την κανονική κατανομή με μηδενική μέση τιμή και διακύμανση $\frac{1}{2}$ και είναι μεταξύ τους στατιστικά ανεξάρτητα. Για αυτό, το μέτρο $|h_{i,j}|$ αποδεικνύεται ότι ακολουθεί την κατανομή Rayleigh και η φάση των στοιχείων ακολουθεί την ομοιόμορφη κατανομή με τιμές στο διάστημα $[0, 2\pi]$ [8].

Επιπλέον, υποθέτουμε ότι οι κεραίες τόσο του πομπού όσο και του δέκτη βρίσκονται σε απόσταση τέτοια ώστε κάθε κεραία να λαμβάνει διαφορετικά και ασυσχέτιστα ανακλώμενα κύματα από τους σκεδαστές του περιβάλλοντος. Επομένως, τα στοιχεία $h_{i,j}$ είναι μεταξύ τους *στατιστικά ανεξάρτητα*.

Όταν ισχύουν τα παραπάνω τότε θεωρούμε το περιβάλλον διάδοσης ότι χαρακτηρίζεται ως πλήρους σκέδασης (*full scattering*) και ότι έχουμε *δίαυλο Rayleigh* ο οποίος χαρακτηρίζεται και ως *χωρικά λευκός (spatially white)* δίαυλος γιατί δεν υπάρχει χωρική συσχέτιση των διαφόρων υποδιαύλων που σχηματίζονται ανάμεσα στις κεραίες πομπού και δέκτη [1].

Από εδώ και πέρα, ένας MIMO Rayleigh δίαυλος θα συμβολίζεται ως \mathbf{H}_w . Μερικές από τις παραπάνω ιδιότητές του συνοψίζονται στους παρακάτω τύπους:

$$E\{[\mathbf{H}_w]_{i,j}\} = 0 \quad (1.13)$$

$$\sigma_{i,j}^2 = E\{|[\mathbf{H}_w]_{i,j}|^2\} = 1 \quad (1.14)$$

$$E\{[\mathbf{H}_w]_{i,j} \cdot [\mathbf{H}_w]_{m,n}^*\} = 0 \quad \text{αν } i \neq m \text{ ή } j \neq n \text{ αν } i \neq m \text{ ή } j \neq n \quad (1.15)$$

Επιπλέον, λόγω της έλλειψης χωρικής συσχέτισης και επομένως της στατιστικής ανεξαρτησίας των στοιχείων του, ο πίνακας \mathbf{H}_w είναι *πλήρους βαθμού* (*full rank matrix*), δηλαδή:

$$\text{rank}(\mathbf{H}_w) = \min\{M_R, M_T\} \quad (1.16)$$

1.4.2 Διάυλος Correlated Rayleigh - Περιβάλλον με χωρική συσχέτιση

Αν οι σκεδαστές δεν είναι ομοιόμορφα κατανομημένοι στον χώρο, τότε οι κεραίες του δέκτη θα δέχονται τα ισχυρότερα κύματα από κάποιο συγκεκριμένο γωνιακό εύρος και όχι από όλες τις κατευθύνσεις. Αυτό συμβαίνει συνήθως σε εσωτερικούς χώρους (πχ. σπίτια και γραφεία). Στην περίπτωση αυτή, οι υποδιάυλοι που σχηματίζονται ανάμεσα στις κεραίες πομπού και δέκτη θα είναι *συσχετισμένοι*, αφού αναγκαστικά τα μη αμελητέα ανακλώμενα κύματα που θα φτάνουν σε μια κεραία του δέκτη θα ακολουθούν εν μέρει κοινή διαδρομή (ή θα ανακλώνται από τα ίδια αντικείμενα) με κάποια από τα κύματα που θα φτάνουν σε μια άλλη κεραία του δέκτη. Σημειώνεται ότι, ακόμα και να είναι ομοιόμορφα κατανομημένοι οι σκεδαστές στον χώρο, στην πράξη θα υπάρχει χωρική συσχέτιση.

Μια γενική μαθηματική έκφραση για τους χωρικά συσχετισμένους διαύλους είναι η εξής:

$$\text{vec}(\mathbf{H}) = \mathbf{R}^{1/2} \cdot \text{vec}(\mathbf{H}_w) \quad (1.17)$$

όπου \mathbf{R} είναι ο πίνακας (ή μητρώο) *αυτοσυσχέτισης* (*correlation matrix*) του διαύλου, που ορίζεται ως

$$\mathbf{R} = E\{\text{vec}(\mathbf{H}) \cdot \text{vec}(\mathbf{H})^H\} \quad (1.18)$$

και αποδεικνύεται ότι είναι ένας *θετικά ημιορισμένος ερμιτιανός πίνακας* (*positive semi-definite Hermitian matrix*) [8]. Σημειώνεται ότι αν $\mathbf{R}=\mathbf{I}$, τότε δεν υπάρχει χωρική συσχέτιση και πρόκειται για ένα περιβάλλον πλήρους σκέδασης.

Παρόλο που το παραπάνω μοντέλο είναι ικανό να χρησιμοποιηθεί για όλες τις περιπτώσεις χωρικής συσχέτισης, πολύ συχνά χρησιμοποιείται ένα απλούστερο μοντέλο, το λεγόμενο *μοντέλο γινομένου Kronecker* (*Kronecker product model*):

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}_t^T \otimes \mathbf{R}_r \quad (1.19)$$

$$\mathbf{H} = \mathbf{R}_r^{1/2} \mathbf{H}_w \mathbf{R}_t^{1/2} \quad (1.20)$$

όπου \mathbf{R}_T και \mathbf{R}_R είναι οι πίνακες αυτοσυσχέτισης του δέκτη ($M_R \times M_R$) και του πομπού ($M_T \times M_T$) αντίστοιχα.

Το μοντέλο γινομένου Kronecker, αν και απλούστερο, δεν ισχύει γενικά, όπως η εξίσωση (1.18). Η εξίσωση (1.20) δείχνει ότι η συσχέτιση στο δέκτη ισούται με την αυτοσυσχέτιση του διανύσματος λήψης όταν ο διάυλος διεγείρεται από οποιαδήποτε κεραία του πομπού. Αυτό μπορεί να συμβεί όταν το γωνιακό φάσμα των σκεδαστών στο δέκτη είναι το ίδιο όταν τα σήματα προέρχονται από οποιαδήποτε κεραία. Πρακτικά, η συνθήκη αυτή ικανοποιείται όταν όλες οι κεραίες εκπομπής έχουν μικρή απόσταση μεταξύ τους και το ίδιο διάγραμμα ακτινοβολίας. Τα παραπάνω σχόλια ισχύουν ομοίως και για τη συσχέτιση του πομπού.

Τέλος, σημειώνεται ότι στην περίπτωση της χωρικής συσχέτισης, ο πίνακας \mathbf{H} δεν είναι πλήρους βαθμού, αλλά ισχύει:

$$\text{rank}(\mathbf{H}) < \min\{M_r, M_t\} \quad (1.21)$$

Από την παραπάνω ανάλυση λοιπόν εξάγεται ένα πολύ σημαντικό συμπέρασμα, το οποίο αρχικά μπορεί να μας ξαφνιάζει: Ενώ στα συμβατικά συστήματα κινητών επικοινωνιών (δηλαδή στα SISO) το φαινόμενο της πολυδιαδρομικής διάδοσης θεωρείται καταστροφικό για τη ζεύξη, στα συστήματα πολλαπλών κεραιών είναι αναγκαίο για τη βελτίωση της απόδοσης της ζεύξης, είτε αφορά την πιθανότητα σφάλματος (συστήματα διαφορισμού), είτε αφορά την χωρητικότητα (συστήματα χωρικής πολυπλεξίας). Δηλαδή, τα συστήματα MIMO, εκμεταλλεύονται – αντί να καταπολεμούν – την πολυδιαδρομική διάδοση.

1.4.3 Διάυλος Ricean - Περιβάλλον με συνιστώσα οπτικής επαφής

Στις προηγούμενες περιπτώσεις θεωρήσαμε ότι, λόγω της παρεμβολής σκεδαστών ανάμεσα στον πομπό και στο δέκτη, δεν φτάνουν κύματα απευθείας από τον πομπό στο δέκτη, χωρίς ανάκλαση. Στην περίπτωση όμως που υπάρχει απευθείας συνιστώσα οπτικής επαφής (Line Of Sight component), τότε ο διάυλος μπορεί να μοντελοποιηθεί ως άθροισμα μιας σταθερής απευθείας (LOS) συνιστώσας και μιας μεταβλητής συνιστώσας λόγω σκεδαστών, όπως φαίνεται από τη σχέση [9]:

$$\mathbf{H} = \sqrt{\frac{K}{1+K}} \bar{\mathbf{H}} + \sqrt{\frac{1}{1+K}} \mathbf{H}_w \quad (1.22)$$

όπου $\sqrt{K/(1+K)} \bar{\mathbf{H}} = \mathbf{E}\{\mathbf{H}\}$ είναι η σταθερή LOS συνιστώσα και $\sqrt{1/(1+K)} \mathbf{H}_w$ είναι η μεταβαλλόμενη (τυχαία μεταβλητή) συνιστώσα λόγω χωρικά ασυσχέτιστων διαλείψεων. Τα στοιχεία του πίνακα $\bar{\mathbf{H}}$ υποτίθεται ότι έχουν μοναδιαία ισχύ.

Ο συντελεστής K λέγεται παράγοντας Ricean του συστήματος και είναι ο λόγος ισχύος της απευθείας συνιστώσας προς την ισχύ των διαλείψεων. Όταν $K=0$, έχουμε διάυλο Rayleigh (δηλαδή χωρίς LOS συνιστώσα), ενώ όταν $K \rightarrow \infty$ έχουμε διάυλο με αμελητέες διαλείψεις.

1.4.4 Χρήση κεραιών με διαφορετικές πολώσεις

Μέχρι τώρα υποθέσαμε ότι ο πομπός και ο δέκτης χρησιμοποιούν κεραιές με την ίδια πόλωση. Ωστόσο, είναι δυνατόν να χρησιμοποιηθούν πολλαπλές κεραιές με διαφορετικές πολώσεις. Στην περίπτωση αυτή, παρουσιάζεται μια ανομοιομορφία στην ισχύ και στη συσχέτιση των στοιχείων του πίνακα \mathbf{H} [10], με αποτέλεσμα να παρουσιάζουν πιο πολύπλοκη συμπεριφορά.

Ας υποθέσουμε για λόγους απλότητας ότι έχουμε ένα σύστημα 2×2 , όπου έχουμε δυο κεραιές με πολώσεις $\pm 45^\circ$ τόσο στον πομπό όσο και στο δέκτη.

Τα διαγώνια στοιχεία του πίνακα \mathbf{H} αντιστοιχούν σε μετάδοση στην ίδια πόλωση, ενώ τα υπόλοιπα στοιχεία αντιστοιχούν στη μετάδοση ανάμεσα σε κεραιές με ορθογώνιες πολώσεις. Το κέρδος ισχύος των αντίστοιχων υποδιαύλων που σχηματίζονται είναι:

$$\begin{aligned} E\{|h_{1,1}|^2\} &= E\{|h_{2,2}|^2\} = 1 \\ E\{|h_{1,2}|^2\} &= E\{|h_{2,1}|^2\} = \alpha \end{aligned} \quad (1.23)$$

Ο συντελεστής α ($0 \leq \alpha \leq 1$) εξαρτάται από την διάκριση διασταυρωμένης πόλωσης (*cross-polar discrimination* – XPD) των κεραιών και την συσχέτιση διασταυρωμένης πόλωσης (*cross-polar correlation* – XPC) του περιβάλλοντος διάδοσης. Συνήα, η επίδραση των XPD και XPC αναφέρεται συνολικά ως XPD. Χωρίς XPC, καλή διάκριση διασταυρωμένης πόλωσης οδηγεί σε $\alpha=0$, ενώ κακή διάκριση διασταυρωμένης πόλωσης οδηγεί σε $\alpha=1$.

Υποθέτοντας ότι έχουμε περιβάλλον διάδοσης Rayleigh, ο πίνακας \mathbf{H} δίνεται από τη σχέση:

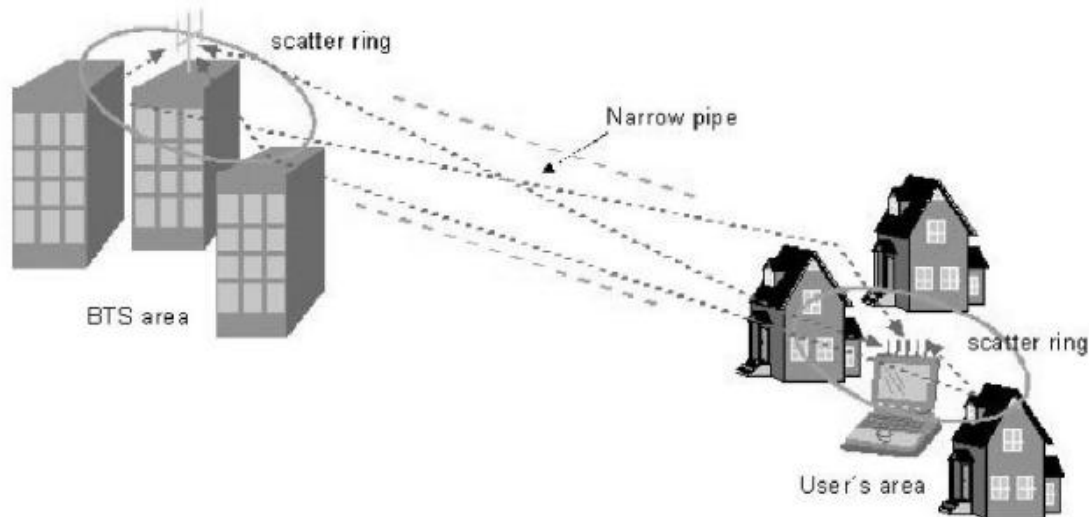
$$\mathbf{H} = \mathbf{X} \mathbf{R}_r^{1/2} \mathbf{H}_w \mathbf{R}_t^{1/2} \quad (1.24)$$

όπου

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} 1 & \sqrt{\alpha} \\ \sqrt{\alpha} & 1 \end{bmatrix} \quad (1.25)$$

Ο παράγοντας α και οι πίνακες συσχέτισης πομπού και δέκτη \mathbf{R}_t και \mathbf{R}_r αντίστοιχα εξαρτώνται από διάφορους παράγοντες, όπως το XPD, το XPC και την απόσταση μεταξύ των κεραιών.

1.4.5 Εκφυλισμένοι δίαυλοι – Keyhole Channels



Σχήμα 1-8: Το φαινόμενο της «οπής καρφίτσας» (pinhole effect) ή «κλειδαρότρυπας» (keyhole effect) οδηγεί σε διαύλους να μην χωρικά ασυσχέτιστους, αλλά μοναδιαίου βαθμού

Όταν η διάταξη των σκεδαστών είναι τέτοια ώστε όλα τα ανακλώμενα κύματα περνούν αναγκαστικά από μια σχετικά μικρή «οπή», τότε λέμε ότι παρουσιάζεται το φαινόμενο «οπής καρφίτσας» (*pin-hole effect*) ή «κλειδαρότρυπας» (*key-hole effect*). Επειδή η «οπή» συμπεριφέρεται ως σημειακή πηγή, ο διάυλος MIMO γράφεται ως:

$$\mathbf{H} = \mathbf{h}_r \mathbf{h}_t^T \quad (1.26)$$

όπου \mathbf{h}_r είναι ένα $M_R \times 1$ διάνυσμα που αφορά τη μετάδοση από την οπή προς το δέκτη (ισοδυναμεί με SIMO διάυλο) και \mathbf{h}_t^T είναι ένα $1 \times M_T$ διάνυσμα που αφορά τη μετάδοση από τον πομπό προς την οπή (ισοδυναμεί με MISO διάυλο).

Αφού ο πίνακας \mathbf{H} κατασκευάζεται από το εξωτερικό γινόμενο δυο διανυσμάτων, θα έχει πάντοτε μοναδιαίο βαθμό, δηλαδή

$$\text{rank}(\mathbf{H}) = 1 \quad (1.27)$$

Δηλαδή, το σύστημα έχει τις «δυνατότητες» ενός SISO διαύλου, παρόλο που πρόκειται για MIMO σύστημα. Για το λόγο αυτό, λέμε ότι ο διάυλος είναι εκφυλισμένος (*degenerate*).

Στους εκφυλισμένους διαύλους, δεν υπάρχει συσχέτιση σε πομπό και δέκτη, αλλά παρόλα αυτά ο βαθμός του διαύλου είναι ένα. Συνεπώς, όταν έχουμε ασυσχέτιστο πομπό και δέκτη, δε σημαίνει απαραίτητα ότι ο διάυλος είναι πλήρους βαθμού.

1.4.6 Διαύλοι επιλεκτικοί ως προς τη συχνότητα

Όταν ο διάυλος είναι επιλεκτικός ως προς τη συχνότητα (δηλαδή $B \cdot \tau_{\text{RMS}} \geq 0.1$), τότε μπορεί να επιμεριστεί σε πολλούς διαύλους επίπεδων διαλείψεων και να εφαρμοστούν τα παραπάνω για καθέναν από τους επιμέρους διαύλους ξεχωριστά.

Έστω $\mathbf{H}(f_1)$ και $\mathbf{H}(f_2)$ οι πίνακες των επιμέρους επίπεδων διαύλων για τις συχνότητες f_1 και f_2 αντίστοιχα. Όταν $|f_1 - f_2| \gg B_C$ (B_C , Coherence Bandwidth), τότε οι πίνακες $\mathbf{H}(f_1)$ και $\mathbf{H}(f_2)$ είναι ασυσχέτιστοι, δηλαδή $E\{\text{vec}(\mathbf{H}(f_1)) \cdot \text{vec}(\mathbf{H}(f_2))^H\} = \mathbf{0}$.

1.5 Εκτίμηση του MIMO διαύλου

Η επίδοση ενός ασύρματου συστήματος επηρεάζεται σε μεγάλο βαθμό από τις πληροφορίες που διαθέτει ο πομπός και ο δέκτης για το μεταξύ τους κανάλι. Έχοντας γνώση του ασύρματου καναλιού, ή έστω μία προσέγγιση αυτού, μπορούμε να βελτιώσουμε σημαντικά την τηλεπικοινωνιακή ζεύξη. Στις ασύρματες επικοινωνίες, θεωρείται απαραίτητο ο δέκτης να γνωρίζει το κανάλι. Στα MIMO κανάλια εξίσου σημαντικό είναι να διαθέτει και ο πομπός μία εκτίμηση του καναλιού. Κάτι τέτοιο θα του παρείχε τις απαραίτητες πληροφορίες ώστε να διοχετεύσει κατάλληλα και πλέον αποδοτικά την διαθέσιμη ισχύ του στις επιμέρους ζεύξεις. Στην ενότητα αυτή, περιγράφουμε συνοπτικά μεθόδους εκτίμησης του καναλιού αρχικά από την πλευρά του δέκτη και μετά για τον πομπό.

1.5.1 Εκτίμηση του καναλιού στον δέκτη

Στις απλές SISO ζεύξεις, το κανάλι εκτιμάται με την βοήθεια *σημάτων εκπαίδευσης* (*training signals*) που εκπέμπονται από τον πομπό. Ο δέκτης γνωρίζει εκ των προτέρων την ακολουθία εκπαίδευσης $F[k]$ και εκτιμά το δίαυλο με βάση την ακολουθία που λαμβάνει.

Αν $F[k]$, ($k = 0, 1, 2, \dots, J-1$) η ακολουθία που μεταδίδεται, με J τον αριθμό της ακολουθίας εκπαίδευσης, $\mathbf{h} = \mathbf{h}[L-1] \dots \mathbf{h}[1] \mathbf{h}[0]$ το κανάλι, τότε ο δέκτης λαμβάνει

$$\mathbf{y}[k] \dots \mathbf{y}[k+T-1] = \mathbf{h}\mathbf{F} + \mathbf{n}[k] \dots \mathbf{n}[k+T-1] \quad (1.28)$$

και εκτιμά το δίαυλο με την προσέγγιση *ελαχίστων τετραγώνων* (*least squares*) χρησιμοποιώντας τη σχέση:

$$\hat{\mathbf{h}} = \mathbf{y}\mathbf{F}^\dagger \quad (1.29)$$

Ανάλογα με το σηματοθορυβικό λόγο στον δέκτη και στην επιθυμητή ακρίβεια που θέλουμε να επιτύχουμε στην εκτίμηση, προσαρμόζουμε την διάρκεια και την ενέργεια την ακολουθίας εκπαίδευσης. Αν το κανάλι υποφέρει από χρονοκαθυστέρηση χρειάζεται να αυξήσουμε τη μεταδιδόμενη ισχύ, ενώ η συχνότητα με την οποία γίνεται η εκτίμηση εξαρτάται από την διασπορά Doppler, δηλαδή όσο γρηγορότερα αλλάζει το κανάλι τόσο συχνότερα πρέπει να εκτιμάται. Στα συστήματα SIMO η διαδικασία είναι η ίδια και δεν απαιτείται πρόσθετη ισχύς, καθώς κάθε κεραία εκτιμά το κανάλι με βάση το σήμα που λαμβάνει.

Σε περίπτωση που ο πομπός διαθέτει πολλαπλές κεραίες, τα δοκιμαστικά σήματα που μεταδίδονται από αυτές πρέπει να είναι ορθογώνια μεταξύ τους, είτε χρονικά (διαφορετικές χρονικές σχισμές), είτε στο πεδίο της συχνότητας, είτε να χρησιμοποιούνται ορθογώνιοι κώδικες. Η ορθογωνιότητα παρέχει στις περισσότερες περιπτώσεις και για συγκεκριμένη ισχύ εκπομπής την μεγαλύτερη ακρίβεια στην εκτίμηση.

Εκτός από την χρήση δοκιμαστικών σημάτων, υπάρχουν και οι λεγόμενες «τυφλές» τεχνικές (*blind techniques*) για την εκτίμηση του καναλιού. Εδώ το κανάλι

προσεγγίζεται από τα σήματα που λαμβάνονται κατά την κανονική εκπομπή δεδομένων, χωρίς χρήση ειδικών ακολουθιών για το σκοπό αυτό.

1.5.2 Εκτίμηση του καναλιού στον πομπό

Στις ασύρματες SISO ζεύξεις, η γνώση του καναλιού από τον πομπό χρησιμοποιείται ώστε να μπορέσει αυτός να διαχειριστεί αποδοτικότερα την διαθέσιμη ισχύ ή να επιλέξει κατάλληλα το είδος διαμόρφωσης που θα χρησιμοποιήσει. Στα MISO ή MIMO κανάλια, η γνώση του καναλιού αξιοποιείται με ποικίλους τρόπους και βοηθάει σημαντικά στην βελτίωση του συστήματος. Για παράδειγμα, στην περίπτωση πολλαπλών χρηστών (MIMO, SDMA) ο πομπός αν γνωρίζει το κανάλι μπορεί να κατευθύνει τα σήματα στους αντίστοιχους χρήστες για τους οποίους προορίζονται.

Ας υποθέσουμε ότι έχουμε μία πλήρως αμφίδρομη (full duplex) τηλεπικοινωνιακή ζεύξη. Υπάρχουν γενικά δύο τρόποι εκτίμησης του καναλιού από τον πομπό. Στην πρώτη περίπτωση, το κανάλι εκτιμάται με *ανάδραση (feedback) από τον δέκτη στον πομπό*. Ο δέκτης υπολογίζει το κανάλι και στέλνει τις πληροφορίες του στον πομπό. Η ανάδραση αυτή περιλαμβάνει όπως είναι φυσικό κάποιο χρόνο καθυστέρησης, έστω δ_{lag} . Με δεδομένο ότι το κανάλι είναι χρονικά μεταβαλλόμενο, θα πρέπει η καθυστέρηση να είναι πολύ μικρότερη από τον χρόνο συνοχής T_C του καναλιού, δηλαδή $\delta_{lag} \ll T_C$. Ο λόγος δ_{lag}/T_C αποτελεί μέτρο της ακρίβειας της εκτίμησης και όσο μικρότερος είναι τόσο ακριβέστερα έχει υπολογιστεί το κανάλι. Εδώ πρέπει να λάβουμε υπόψη τις πρακτικές δυσκολίες της τεχνικής αυτής: Αφού ο δέκτης πρέπει να στείλει όλα τα στοιχεία του εκτιμώμενου πίνακα \mathbf{H} (δηλαδή $M_R M_T$ μιγαδικούς αριθμούς) στον πομπό, πρέπει να σταλεί ένας αρκετά μεγάλος αριθμός από bits διαμέσου του καναλιού ανάδρασης, το οποίο γενικά δεν έχει μεγάλη χωρητικότητα. Έτσι, η καθυστέρηση ανάδρασης θα είναι σημαντική για ένα σύστημα με πολλές κεραιές. Από την άλλη, τα στοιχεία του πίνακα \mathbf{H} πρέπει να κβαντιστούν (Quantization-κβαντοποίηση) για να σταλούν στο δέκτη. Χρησιμοποιώντας κβάντιση με μικρό αριθμό bits μπορούμε να μειώσουμε τον χρόνο μετάδοσης των στοιχείων του \mathbf{H} , αυξάνοντας ωστόσο το σφάλμα εκτίμησης, λόγω του υπεισερχόμενου σφάλματος κβάντισης. Έτσι, βλέπουμε ότι η γνώση του διαύλου στον πομπό, αν και συχνά θεωρείται δεδομένη, δεν είναι πρακτικά τόσο εύκολα εφαρμόσιμη.

Ο δεύτερος τρόπος συνίσταται στο να υπολογιστεί το κανάλι με βάση την *αρχή της αμοιβαιότητας* μεταξύ της ευθείας και της αντίστροφης ζεύξης. Έστω $h_f(t_f, f_f, i_f)$ το κανάλι από τον σταθμό βάσης στο τερματικό (forward link) και $h_r(t_r, f_r, i_r)$ το κανάλι από το τερματικό στον σταθμό βάσης (reverse link). Τα t, f, i αναφέρονται στις παραμέτρους σχετικά με τον χρόνο, την συχνότητα και τις κεραιές αντίστοιχα και οι δείκτες f, r υποδηλώνουν τις δύο ζεύξεις. Σύμφωνα με την αρχή της αμοιβαιότητας αν $t_f = t_r$, $f_f = f_r$ και $i_f = i_r$ τότε τα δύο κανάλια είναι πανομοιότυπα, δηλαδή $h_f = h_r$. Στις περισσότερες περιπτώσεις, για να αποφευχθούν οι παρεμβολές, οι δύο ζεύξεις διαχωρίζονται είτε στο πεδίο του χρόνου (TDD – Time Division Duplexing), είτε στο πεδίο της συχνότητας (Frequency Division Duplexing)

είτε στο χώρο (Antenna Division Duplexing) με αποτέλεσμα να υπεισέρχονται σφάλματα στον υπολογισμό του καναλιού.

- Στα TDD συστήματα, οι δύο ζεύξεις χρησιμοποιούν διαφορετικές χρονικές σχισμές για την μεταξύ τους επικοινωνία. Αν $\delta_t = t_f - t_r$ είναι η χρονική διαφορά των δύο ζεύξεων, αυτές θα είναι όμοιες αν $\delta_t \ll T_C$. Όπως προηγουμένως ο λόγος δ_t/T_C αποτελεί μέτρο της ακρίβειας υπολογισμού.
- Στα FDD συστήματα, οι δύο ζεύξεις λειτουργούν σε διαφορετικές συχνότητες. Αν $\delta_f = f_f - f_r$ η απόσταση των δύο συχνοτήτων, θα πρέπει να ισχύει $\delta_f \ll B_C$, όπου B_C το εύρος ζώνης συνοχής, για να θεωρηθούν όμοια τα κανάλια. Πρακτικά, για να είναι επαρκής ο διαχωρισμός των δύο ζεύξεων, το δ_f πρέπει να είναι περίπου το 5% της συχνότητας λειτουργίας, δηλαδή $\delta_f \gg B_C$. Συνεπώς, η αρχή της αμοιβαιότητας δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τα FDD συστήματα.
- Στα ADD συστήματα, η ευθεία και η αντίστροφη ζεύξη χρησιμοποιούν διαφορετικές κεραίες (ή δέσμες) για να επικοινωνήσουν μεταξύ τους. Έστω δ_d εκφράζει τον χωρικό διαχωρισμό των δύο ζεύξεων, αυτές θα θεωρούνται όμοιες αν $\delta_d \ll D_C$. Πρακτικά, κάτι τέτοιο είναι αδύνατο αν η απόσταση συνοχής D_C είναι μικρότερη από $\lambda_c/2$. Πρόσθετα σφάλματα υπεισέρχονται λόγω γεωμετρικών διαφορών. Επιπλέον, η τεχνική ADD σπάνια χρησιμοποιείται, καθώς δεν παρέχει επαρκή διαχωρισμό των δύο καναλιών.

Συμπερασματικά, μπορούμε να πούμε ότι μόνο στην περίπτωση της TDD μπορούμε να εκμεταλλευτούμε την αμοιβαιότητα της ευθείας και της αντίστροφης ζεύξης.

Αν όντως η αρχή της αμοιβαιότητας μπορεί να εφαρμοστεί, η αντίστροφη ζεύξη SIMO θα είναι όμοια με την ευθεία ζεύξη MISO και η αντίστροφη ζεύξη MIMO θα είναι όμοια με την ευθεία ζεύξη MIMO.

1.6 Χωρητικότητα MIMO διαύλων

Στις τηλεπικοινωνίες, ως *χωρητικότητα διαύλου* ορίζεται ο μέγιστος ρυθμός μετάδοσης της πληροφορίας μέσω του διαύλου με τον οποίο μπορεί να επιτευχθεί επικοινωνία με αυθαίρετα μικρή πιθανότητα σφάλματος. Η χωρητικότητα ενός διαύλου λευκού προσθετικού θορύβου υπολογίστηκε για πρώτη φορά από τον Shannon (1948) και αποτελεί ένα κριτήριο σύγκρισης τηλεπικοινωνιακών συστημάτων, αφού παρέχει ένα άνω φράγμα για το ρυθμό μετάδοσης που μπορεί να

επιτευχθεί με αμελητέα πιθανότητα σφάλματος, καθώς και για την φασματική απόδοση (spectral efficiency) του συστήματος.

Στην ενότητα αυτή ερευνάται η χωρητικότητα των διαύλων MIMO σε διάφορες περιπτώσεις: διάυλος γνωστός ή άγνωστος στον πομπό (ο δέκτης υποτίθεται ότι έχει τέλεια γνώση του διαύλου), ντετερμινιστικός ή τυχαίος διάυλος, διάυλος επίπεδος ως προς τις διαλείψεις ή επιλεκτικός ως προς τη συχνότητα, διάυλος Rayleigh ή χωρικά συσχετισμένος. Επιπλέον, παρουσιάζονται μερικά ενδιαφέροντα ασυμπτωτικά αποτελέσματα.

1.6.1 Χωρητικότητα MIMO ντετερμινιστικών διαύλων με επίπεδες διαλείψεις
Έστω ότι έχουμε M_R κεραίες στο δέκτη και M_T κεραίες στον πομπό. Ο διάυλος παρουσιάζει επίπεδες διαλείψεις και το εύρος ζώνης του υποτίθεται ότι είναι 1Hz. Όπως είδαμε στην ενότητα 1.3, ο δέκτης λαμβάνει

$$\mathbf{y} = \sqrt{\frac{E_s}{M_T}} \mathbf{H} \mathbf{s} + \mathbf{n} \quad (1.30)$$

όπου \mathbf{y} είναι το διάνυσμα λήψης ($M_R \times 1$), \mathbf{s} είναι το διάνυσμα των μεταδιδόμενων σημάτων ($M_T \times 1$), \mathbf{n} είναι το διάνυσμα του θορύβου στους δέκτες ($M_R \times 1$) και \mathbf{H} είναι ο πίνακας μεταφοράς του διαύλου ($M_R \times M_T$).

Παρόλο που ο πίνακας \mathbf{H} είναι στην πραγματικότητα τυχαία μεταβλητή, σε αυτή την παράγραφο υπολογίζουμε την χωρητικότητα για μια τυχαία (δειγματοληπτική) υλοποίηση του διαύλου, η οποία εφόσον επιλεγεί θεωρείται σταθερή καθόλη τη διάρκεια της μετάδοσης, οπότε θεωρούμε ότι ο πίνακας είναι ντετερμινιστικός. Επιπλέον, υποθέτουμε ότι ο δέκτης έχει τέλεια γνώση του διαύλου.

Η χωρητικότητα κατά Shannon ορίζεται ως:

$$C = \max_{f(\mathbf{s})} I(\mathbf{s}; \mathbf{y}) \quad (1.31)$$

όπου $f(\mathbf{s})$ είναι η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας του διανύσματος \mathbf{s} και $I(\mathbf{s}; \mathbf{y})$ η αμοιβαία πληροφορία μεταξύ των διανυσμάτων \mathbf{s} και \mathbf{y} , η οποία ισούται με :

$$I(\mathbf{s}; \mathbf{y}) = H(\mathbf{y}) - H(\mathbf{y} | \mathbf{s}) \quad (1.32)$$

όπου $H(\mathbf{y})$ είναι η διαφορική εντροπία του διανύσματος \mathbf{y} , ενώ $H(\mathbf{y} | \mathbf{s})$ η υπο συνθήκη διαφορική εντροπία του διανύσματος \mathbf{y} δοθέντος του διανύσματος \mathbf{s} .

Αφού τα διανύσματα \mathbf{y} και \mathbf{n} είναι μεταξύ τους ανεξάρτητα,

$$H(\mathbf{y} | \mathbf{s}) = H(\mathbf{n}) \quad (1.33)$$

και κατά συνέπεια η σχέση (1.32) απλοποιείται ως εξής:

$$I(\mathbf{s}; \mathbf{y}) = H(\mathbf{y}) - H(\mathbf{n}) \quad (1.34)$$

Η αμοιβαία πληροφορία $I(\mathbf{s}; \mathbf{y})$ μεγιστοποιείται όταν μεγιστοποιείται η $H(\mathbf{y})$, δηλαδή όταν το διάνυσμα \mathbf{y} είναι κυκλικά συμμετρικό μιγαδικό Gaussian διάνυσμα με μηδενική μέση τιμή.

Σφάλμα! Το αρχείο προέλευσης της αναφοράς δεν βρέθηκε. Αφού το μητρώο αυτοσυσχέτισης του διανύσματος \mathbf{y} είναι

$$\mathbf{R}_{yy} = E[\mathbf{y}\mathbf{y}^H] = \frac{E_s}{M_T} \mathbf{H}\mathbf{R}_{ss}\mathbf{H} + \mathbf{R}_{nn} \quad (1.35)$$

συμπεραίνουμε ότι το διάνυσμα \mathbf{s} πρέπει να είναι κυκλικά συμμετρικό μιγαδικό Gaussian διάνυσμα με μηδενική μέση τιμή ώστε να μεγιστοποιηθεί η χωρητικότητα. Σε αυτή την περίπτωση, οι διαφορικές εντροπίες των \mathbf{y} και \mathbf{n} δίνονται αντίστοιχα από τις σχέσεις:

$$H(\mathbf{y}) = \log_2 \det(\pi e \mathbf{R}_{yy}) \quad (\text{bps/Hz}) \quad (1.36)$$

$$H(n) = \log_2 \det(\pi e \mathbf{R}_{nn}) \quad (1.37)$$

Επομένως, η χωρητικότητα του διαύλου δίνεται από τη σχέση:

$$C = \max_{\text{tr}(\mathbf{R}_{ss})=M_T} \log_2 \det \left(\frac{E_s}{N_0 M_T} \mathbf{H}\mathbf{R}_{ss}\mathbf{H}^H + \mathbf{R}_{nn} \right) \quad (1.38)$$

όπου ο περιορισμός $\text{tr}(\mathbf{R}_{ss})=M_T$ αποτελεί περιορισμό της συνολικής εκπεμπόμενης ισχύος.

Αν ο θόρυβος σε κάθε στοιχείο δέκτη είναι λευκός προσθετικός Gaussian με μηδενική μέση τιμή και διακύμανση N_0 (ίδια ισχύς θορύβου σε κάθε κεραία), τότε $\mathbf{R}_{nn}=N_0\mathbf{I}$, και κατά συνέπεια

$$C = \max_{\text{tr}(\mathbf{R}_{ss})=M_T} \log_2 \det \left(\mathbf{I}_{M_R} + \frac{E_s}{N_0 M_T} \mathbf{H}\mathbf{R}_{ss}\mathbf{H}^H \right) \quad (1.39)$$

α) Δίαυλος γνωστός στο δέκτη, αλλά άγνωστος στον πομπό
Επιπλέον, αν υποθέσουμε ότι ο πομπός δεν γνωρίζει τον δίαυλο, είναι λογικό να καταναίμουμε τη διαθέσιμη ισχύ ομοιόμορφα σε κάθε κεραία του δέκτη. Έτσι, υποθέτοντας ότι κάθε κεραία εκπέμπει στατιστικά ανεξάρτητα σύμβολα, το μητρώο αυτοσυσχέτισης του \mathbf{s} είναι $\mathbf{R}_{ss}=\mathbf{I}$ και η χωρητικότητα σε αυτή την περίπτωση δίνεται από τη σχέση:

$$C = \log_2 \det \left(\mathbf{I}_{M_R} + \frac{E_s}{N_0 M_T} \mathbf{H}\mathbf{H}^H \right) \quad (1.40)$$

Έστω ότι $\mathbf{H}\mathbf{H}^H = \mathbf{Q}\mathbf{\Lambda}\mathbf{Q}^H$ (\mathbf{Q} ο πίνακας ιδιοδιανυσμάτων του $\mathbf{H}\mathbf{H}^H$ και $\mathbf{\Lambda}=\text{diag}\{\lambda_i\}$ όπου λ_i οι ιδιοτιμές του $\mathbf{H}\mathbf{H}^H$). Τότε, η (1.40) μπορεί να γραφεί ως

$$C = \log_2 \det \left(\mathbf{I}_{M_R} + \frac{E_s}{N_0 M_T} \mathbf{Q} \mathbf{L} \mathbf{Q}^H \right) = \log_2 \det \left(\mathbf{I}_{M_R} + \frac{E_s}{N_0 M_T} \mathbf{L} \mathbf{Q}^H \mathbf{Q} \right)$$

$$= \log_2 \det \left(\mathbf{I}_{M_R} + \frac{E_s}{N_0 M_T} \mathbf{L} \right)$$

και επομένως η χωρητικότητα του διαύλου θα δίδεται ισοδύναμα από τη σχέση

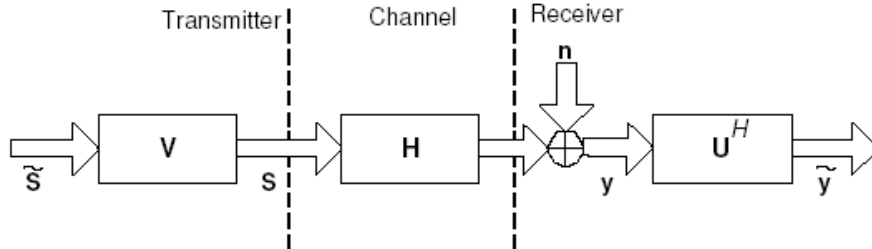
$$C = \sum_{i=1}^{\text{rank}(\mathbf{H})} \log_2 \left(1 + \frac{E_s}{N_0 M_T} \lambda_i \right) \quad (1.41)$$

Βλέπουμε δηλαδή ότι η χωρητικότητα ενός MIMO διαύλου όταν είναι γνωστός στον δέκτη αλλά άγνωστος στον πομπό ισούται με το άθροισμα των χωρητικοτήτων $r = \text{rank}(\mathbf{H})$ SISO διαύλων, οι οποίοι έχουν κέρδος ισχύος ίσο με τις (θετικές) ιδιοτιμές του $\mathbf{H}\mathbf{H}^H$ (δηλαδή τα τετράγωνα των ιδιομορφων τιμών του \mathbf{H}) και ισχύ εκπομπής E_s/N_0 .

β) Δίαυλος γνωστός σε πομπό και δέκτη

Όπως είδαμε παραπάνω, ένας δίαυλος MIMO μπορεί να αναλυθεί σε $r(\mathbf{H})$ διαύλους SISO, οι οποίοι ονομάζονται και *modes* του διαύλου.

Χωρίς γνώση του διαύλου στον πομπό, η μετάδοση δεν μπορεί να προσαρμοστεί κατάλληλα ώστε να γίνεται η καλύτερη δυνατή εκμετάλλευση των *modes* του διαύλου. Όταν όμως ο πομπός γνωρίζει το δίαυλο, μπορούμε να εκμεταλλευτούμε τα *modes* με κατάλληλη γραμμική επεξεργασία σε πομπό και δέκτη.



Σχήμα 1-9: Γραμμική επεξεργασία σε πομπό και δέκτη για την διάσπαση του MIMO διαύλου σε SISO υποδιαύλους όταν ο δίαυλος είναι γνωστός στον πομπό.

Έστω ότι ο δίαυλος $\mathbf{H} = \mathbf{U}\mathbf{\Sigma}\mathbf{V}^H$ είναι γνωστός σε πομπό και δέκτη και πρόκειται να μεταδοθεί το διάνυσμα $\tilde{\mathbf{s}}$. Ο πομπός πολλαπλασιάζει το προς μετάδοση διάνυσμα $\tilde{\mathbf{s}}$ με τον πίνακα \mathbf{V} και έτσι μεταδίδει

$$\mathbf{s} = \mathbf{V}\tilde{\mathbf{s}} \quad (1.42)$$

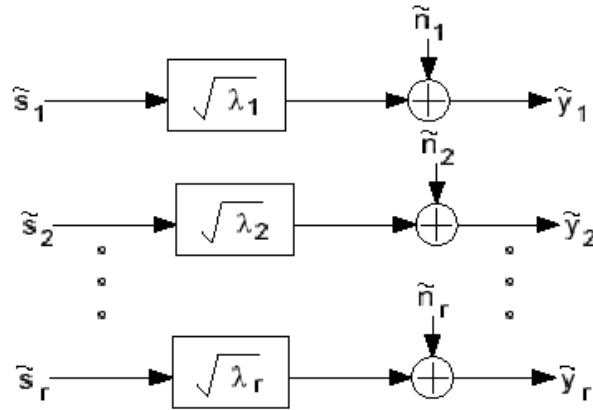
Ο δέκτης με τη σειρά του πολλαπλασιάζει το διάνυσμα λήψης \mathbf{y} με τον πίνακα \mathbf{U}^H . Έτσι, θέτοντας $\tilde{\mathbf{y}} = \mathbf{U}^H \mathbf{y}$ και $\tilde{\mathbf{n}} = \mathbf{U}^H \mathbf{n}$, η εξίσωση εισόδου-εξόδου του συστήματος γράφεται ως

$$\tilde{\mathbf{y}} = \sqrt{\frac{E_s}{M_T}} \mathbf{U}^H \cdot \mathbf{H} \cdot \mathbf{V}\tilde{\mathbf{s}} + \tilde{\mathbf{n}} = \sqrt{\frac{E_s}{M_T}} \mathbf{\Sigma}\tilde{\mathbf{s}} + \tilde{\mathbf{n}} \quad (1.43)$$

Έτσι, ο διάυλος αναλύεται σε $r(\mathbf{H})$ παράλληλους διαύλους SISO (τα λεγόμενα *modes*) της μορφής

$$\tilde{y}_i = \sqrt{\frac{E_s}{M_T}} \sqrt{\lambda_i} \tilde{s}_i + \tilde{n}_i \quad i = 1, 2, \dots, r(\mathbf{H}) \quad (1.44)$$

όπου $\sqrt{\lambda_i} = \sigma_i$ η i -οστή ιδιόμορφη τιμή του \mathbf{H} .



Σχήμα 1-10: Σχηματική αναπαράσταση της διάσπασης ενός MIMO διαύλου σε υποδιαύλους όταν ο διάυλος είναι γνωστός στον πομπό.

Αφού ο πομπός γνωρίζει το διάυλο, είναι λογικό να κατανεύουμε κατάλληλα τη διαθέσιμη ισχύ στις κεραίες εκπομπής. Έστω λοιπόν γ_i η ισχύς που αποδίδεται στο i -οστό υποδιάυλο. Η χωρητικότητα του συστήματος είναι

$$C = \sum_{i=1}^{r(\mathbf{H})} \log_2 \left(1 + \frac{E_s \gamma_i}{M_T N_0} \lambda_i \right) \quad (1.45)$$

με τον περιορισμό ισχύος $\sum_{i=1}^{r(\mathbf{H})} \gamma_i = M_T$.

Η μεγιστοποίηση της σχέσης (1.45) υπό τον περιορισμό ισχύος μπορεί να γίνει με τη μέθοδο των πολλαπλασιαστών Lagrange, η οποία δίνει λύση

$$\gamma_i^{opt} = \left(\mu - \frac{M_T N_0}{E_s \lambda_i} \right)_+, \quad i = 1, \dots, r(\mathbf{H}) \quad (1.46)$$

όπου μ είναι μια σταθερά.

Η βέλτιστη κατανομή της ισχύος μπορεί να γίνει επαναληπτικά με τον αλγόριθμο *waterfilling* (ή *waterpouring*), ο οποίος ακολουθεί τα εξής βήματα:

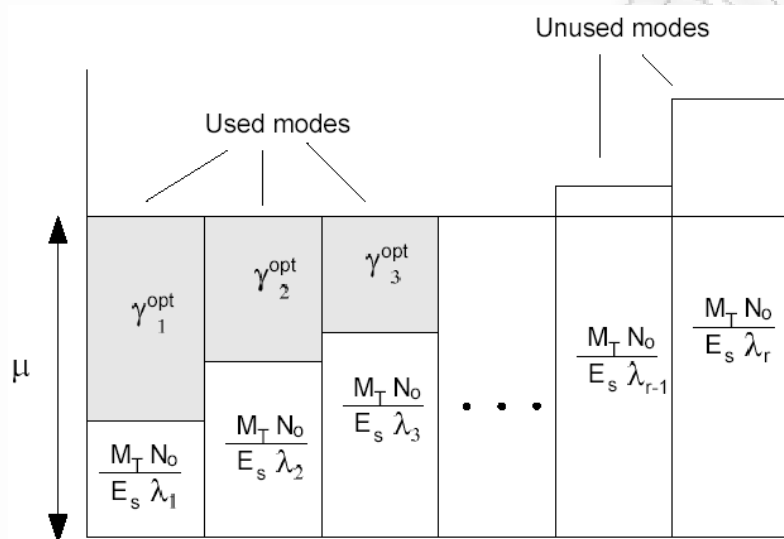
- Αρχικοποίηση: $p := 1$;

- Υπολόγισε: $\mu = \left(\frac{M_T}{r - p + 1} \right) \left[1 + \frac{N_0}{E_s} \cdot \sum_{i=1}^{r-p+1} \frac{1}{\lambda_i} \right]$ (1.47)

- Για κάθε $i=1, 2, \dots, r-p+1$ υπολόγισε τα γ_i :

$$\gamma_i = \left(\mu - \frac{M_T N_0}{E_s \lambda_i} \right) \quad (1.48)$$

- Αν $\gamma_{r-p+1} < 0$, τότε θέσε $\gamma_{r-p+1} := 0$ και επανέλαβε τη διαδικασία με $p := p+1$.
- Ο αλγόριθμος τελειώνει όταν όλα τα γ_i ($i=1, \dots, r$) είναι μη αρνητικά.



Σχήμα 1-11: Σχηματική αναπαράσταση της κατανομής ισχύος στους υποδιαύλους που προκύπτει από τον αλγόριθμο waterpouring. Στους υποδιαύλους με μεγάλο κέρδος ισχύος αποδίδεται περισσότερη ισχύς εκπομπής.

Όταν ο διάυλος είναι γνωστός στον πομπό, η χωρητικότητα που επιτυγχάνεται είναι πάντοτε μεγαλύτερη (ή στην χειρότερη περίπτωση ίση) από την χωρητικότητα χωρίς γνώση του διαύλου στον πομπό. Όσο αυξάνεται όμως ο σηματοθορυβικός λόγος, τόσο μικρότερη γίνεται η βελτίωση της χωρητικότητας.

1.6.2 Χωρητικότητα τυχαίου MIMO διαύλου

Μέχρι τώρα μελετήσαμε την χωρητικότητα για μια (τυχαία δειγματοληπτούμενη) υλοποίηση του διαύλου. Στη συνέχεια, θεωρούμε ότι ο πίνακας \mathbf{H} είναι τυχαία μεταβλητή για τον υπολογισμό της χωρητικότητας.

Τέτοια κανάλια περιγράφονται με τη βοήθεια στοχαστικών ανεξίτηλων και η χωρητικότητά τους περιγράφεται με δύο στατιστικά μεγέθη που καλούνται *εργοδική χωρητικότητα* (*ergodic capacity*) και *outage capacity*. Στη συνέχεια περιγράφονται τα μεγέθη αυτά.

Σημειώνεται ότι από εδώ και πέρα ο λόγος E_s/N_0 θα συμβολίζεται με SNR και θα παριστάνει τον μέσο σηματοθορυβικό λόγο, θεωρώντας ότι ο πίνακας \mathbf{H} είναι κανονικοποιημένος έτσι ώστε το κανάλι να μην αποδίδει απώλειες ισχύος, δηλαδή $E\{|h_{ij}|^2\}=1$.

α) Εργοδική Χωρητικότητα

Όταν η στοχαστική ανέλιξη που περιγράφει το κέρδος του ασύρματου τηλεπικοινωνιακού καναλιού είναι *εργοδική ανέλιξη*¹, τότε το κανάλι καλείται εργοδικό. Πρακτικά η εργοδική χωρητικότητα έχει σημασία όταν η υλοποίηση του διαύλου σε κάθε χρήση του είναι στατιστικά ανεξάρτητη από τις υπόλοιπες υλοποιήσεις. Αυτή η ιδιότητα επιτρέπει στο κανάλι να υποστηρίζει ένα σταθερό ρυθμό πληροφορίας για μεγάλο χρονικό διάστημα. Σε ένα τέτοιο κανάλι λοιπόν εισέρχεται η έννοια της εργοδικής χωρητικότητας που ορίζεται αυστηρά ως η μέση τιμή (ως προς τον τυχαίο πίνακα \mathbf{H}) της αμοιβαίας πληροφορίας I . Δηλαδή

$$\bar{C} = E\{I(\mathbf{s}; \mathbf{y})\}$$

(1.49)

όπου I είναι η αμοιβαία πληροφορία και \bar{C} είναι η εργοδική χωρητικότητα.

Σε ένα εργοδικό κανάλι μπορούμε να παρέχουμε bit πληροφορίας με ρυθμό ίσο με αυτόν που υπαγορεύει η εργοδική χωρητικότητα του καναλιού και υπό αυτήν την έννοια η εργοδική χωρητικότητα είναι η χωρητικότητα Shannon του καναλιού.

Πιο συγκεκριμένα για την περίπτωση που ο πομπός δε γνωρίζει την κατάσταση του καναλιού η εργοδική χωρητικότητα δίδεται από τον τύπο:

$$\bar{C} = E \left\{ \log_2 \left(\det \left(\mathbf{I} + \frac{SNR}{M_T} \mathbf{H}\mathbf{H}^H \right) \right) \right\}$$

(1.50)

ή ισοδύναμα όταν χρησιμοποιούνται οι ιδιοτιμές του πίνακα $\mathbf{H}\mathbf{H}^H$,

$$\bar{C} = E \left\{ \sum_{k=1}^{r(\mathbf{H})} \log_2 \left(1 + \frac{SNR}{M_T} \lambda_k \right) \right\} \quad (1.51)$$

Ενώ όταν η κατάσταση του καναλιού είναι γνωστή στον πομπό εφαρμόζεται ο αλγόριθμος waterpouring και επιλέγονται τα κατάλληλα γ_i , τότε ο τύπος για την εργοδική χωρητικότητα γίνεται:

$$\bar{C} = E \left\{ \sum_{k=1}^{r(\mathbf{H})} \log_2 \left(1 + \frac{SNR}{M_T} \gamma_i \lambda_k \right) \right\}$$

(1.52)

Σημειώνεται ότι η εργοδική χωρητικότητα είναι ο μέσος ρυθμός πληροφορίας (*mean information rate*) και δεν ταυτίζεται απαραίτητα με τον διάμεσο ρυθμό πληροφορίας (*median information rate – 50% percentile*).

¹ Γενικά, μια στοχαστική ανέλιξη θεωρείται εργοδική όταν όλες οι στατιστικές της ιδιότητες μπορούν να καθοριστούν με πιθανότητα ένα, από μια και μόνο συνάρτηση δείγμα του δειγματικού χώρου της ανέλιξης. Μαθηματικά η εργοδικότητα περιγράφεται από την ισότητα του χρονικού μέσου και του μέσου συνόλου (ensemble average) της ανέλιξης.

β) Χωρητικότητα Outage

Το δεύτερο στατιστικό μέγεθος που περιγράφει το στοχαστικό κανάλι είναι η *outage capacity*. Ορίζεται ως η μέγιστη χωρητικότητα την οποία μπορεί να υποστηρίξει το κανάλι με συγκεκριμένη πιθανότητα, δηλαδή

$$P(C \leq C_{out,q}) = q\% \quad (1.53)$$

Διαφορετικά μπορούμε να περιγράψουμε τη χωρητικότητα $C_{out,q}$ ως την ελάχιστη χωρητικότητα που μπορεί να υποστηρίξει το κανάλι με πιθανότητα $(100-q)\%$.

Η χωρητικότητα outage είναι ένα χρήσιμο μέγεθος όταν ο δίαυλος είναι άγνωστος στον πομπό και ο πίνακας \mathbf{H} είναι τυχαίος αλλά παραμένει σταθερός για κάθε χρήση του διαύλου.

Είναι προφανές ότι όσο πιο μεγάλη είναι η $C_{out,q}$ για συγκεκριμένο ποσοστό αξιοπιστίας $q\%$ τόσο καλύτερη είναι η ποιότητα του καναλιού. Μεταξύ της πιθανότητας outage του καναλιού και ρυθμού μετάδοσης αναγκαστικά γίνεται ένας συμβιβασμός. Συγκεκριμένα, όσο υψηλότερος είναι ο ρυθμός μετάδοσης τόσο μεγαλύτερη είναι η πιθανότητα το κανάλι να μην τον υποστηρίξει και η συχνότητα εμφάνισης λαθών στο δέκτη να αυξάνεται και το κανάλι να περνάει σε κατάσταση outage.

1.6.3 Παράγοντες που επηρεάζουν την χωρητικότητα

Σε αυτό το σημείο είναι χρήσιμο να εξετάσουμε συνοπτικά από ποιους παράγοντες επηρεάζεται η χωρητικότητα. Συγκεκριμένα, θα εξετάσουμε την *εργοδική χωρητικότητα*, θεωρώντας πως ισχύουν οι υποθέσεις της παραγράφου 1.6.2.α :

α) Σηματοθορυβικός λόγος

Είναι προφανές από τις σχέσεις (1.51) και (1.52) ότι αύξηση του σηματοθορυβικού λόγου συνεπάγεται αύξηση της χωρητικότητας.

Όταν έχουμε *χαμηλό σηματοθορυβικό λόγο* ($SNR \ll 1$), τότε αποδεικνύεται [17] ότι η εργοδική χωρητικότητα όταν ο πομπός δε γνωρίζει το δίαυλο προσεγγίζεται από τη σχέση

$$\bar{C} \approx E \left[\log_2 \left(1 + \frac{SNR}{M_T} \|\mathbf{H}\|_F^2 \right) \right] \quad (1.54)$$

Δηλαδή, σε χαμηλούς σηματοθορυβικούς λόγους η χωρητικότητα εξαρτάται κυρίως από «την ενέργεια του διαύλου».

Από την άλλη, όταν έχουμε *υψηλό σηματοθορυβικό λόγο* ($SNR \gg 1$), η εργοδική χωρητικότητα προσεγγίζεται από τη σχέση

$$\bar{C} \approx r(\mathbf{H}) \cdot \log_2 \left(\frac{SNR}{M_T} \right) + E \left[\sum_{k=1}^{r(\mathbf{H})} \log_2(\lambda_k) \right] \quad (1.55)$$

Δηλαδή, σε υψηλούς σηματοθορυβικούς λόγους η χωρητικότητα εξαρτάται κυρίως από το βαθμό του διαύλου και τη διασπορά των ιδιοτιμών.

β) Αριθμός κεραιών

Έστω ότι ο δέκτης έχει ένα σταθερό αριθμό κεραιών M_R και ο πομπός έχει $M_T \rightarrow \infty$ κεραιές. Από το νόμο των μεγάλων αριθμών (law of large numbers) ισχύει

$$\frac{1}{M_T} \mathbf{H} \mathbf{H}^H \rightarrow \mathbf{I}_{M_R} \text{ και επομένως}$$

$$\lim_{M_T \rightarrow \infty} \bar{C} = M_R \log_2(1 + SNR) \quad (1.56)$$

Δηλαδή, η χωρητικότητα αυξάνεται γραμμικά ως προς τον αριθμό των κεραιών λήψης όταν ο αριθμός των κεραιών εκπομπής είναι πολύ μεγαλύτερος.

Επιπλέον, αποδεικνύεται [9] ότι, για υψηλό σηματοθορυβικό λόγο και διάυλο πλήρους σκέδασης, η εργοδική χωρητικότητα προσεγγίζεται από τη σχέση

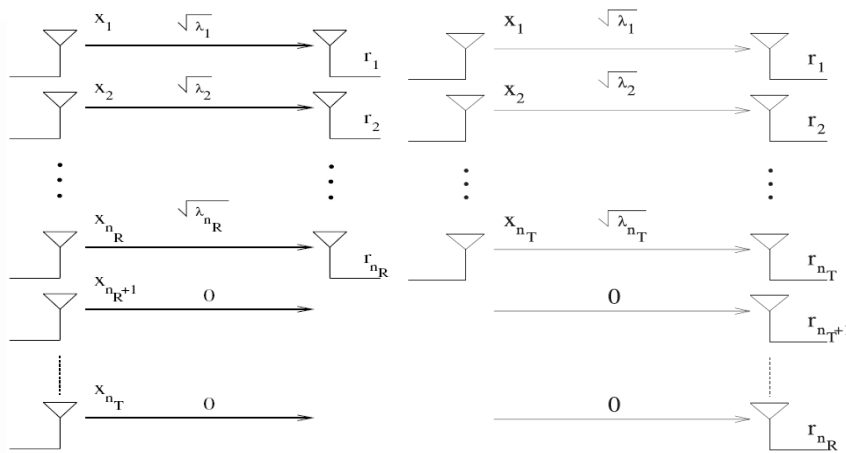
$$C = L \log_2 \left(\frac{SNR}{M_T} \right) + \frac{1}{\ln 2} \left(\sum_{j=1}^L \sum_{p=1}^{K-j} \frac{1}{p} - \gamma L \right) \quad (1.57)$$

όπου $L = \min(M_R, M_T)$, $K = \max(M_R, M_T)$ και $\gamma \approx 0,577$ η σταθερά του Euler.

Από τη σχέση (1.57) φαίνεται πως η χωρητικότητα αυξάνεται γραμμικά ως προς το $\min(M_R, M_T)$. Το συμπέρασμα αυτό μπορεί να ερμηνευτεί ως εξής:

Ας υποθέσουμε ότι ο δέκτης διαθέτει ένα σταθερό αριθμό κεραιών. Διαισθητικά, η καλύτερη δυνατή περίπτωση για τη μεγιστοποίηση της χωρητικότητας είναι να δημιουργηθούν όσο το δυνατόν παράλληλοι «υπο-διάυλοι» μεταξύ πομπού και δέκτη. Όταν $M_T = M_R$, αυτό θα μπορούσε να επιτευχθεί αν κάθε κεραία του πομπού δημιουργούσε έναν ανεξάρτητο υποδιάυλο με μια κεραία του δέκτη, δημιουργώντας έτσι M_R παράλληλους διαύλους SISO. Αν αυξήσουμε τον αριθμό των κεραιών στον πομπό, τότε δεν υπάρχουν αρκετές κεραιές στο δέκτη ώστε να δημιουργηθούν επιπλέον υποδιάυλοι. Έτσι, για $M_T > M_R$ δεν παρατηρούμε αύξηση του ρυθμού μετάδοσης του συστήματος όταν θεωρούμε ότι έχουμε χωρική πολυπλεξία (δηλαδή κάθε κεραία στέλνει ανεξάρτητα σύμβολα πληροφορίας).

Αν τώρα υποθέσουμε ότι ο πομπός έχει σταθερό αριθμό κεραιών, με το ίδιο σκεπτικό καταλήγουμε ότι για $M_R > M_T$ δε γίνεται να δημιουργηθούν επιπλέον παράλληλοι υποδιάυλοι (ακόμα και αν το περιβάλλον διάδοσης το επέτρεπε). Έτσι, καταλήγουμε ότι ο καθοριστικός παράγοντας που επηρεάζει αποφασιστικά την χωρητικότητα είναι ο μικρότερος αριθμός κεραιών που διαθέτει το σύστημα, είτε στον πομπό είτε στο δέκτη.



Σχήμα 1-12: Βέλτιστος δυνατός σχηματισμός παράλληλων υποδιαύλων σε συστήματα MIMO πλήρους σκέδασης όταν $N_T > N_R$ (αριστερά) και $N_T < N_R$ (δεξιά). Έτσι ερμηνεύεται γιατί η χωρητικότητα εξαρτάται κυρίως από το $\min(N_R, N_T)$ ή αντίστοιχα το $\min(M_R, M_T)$

Ωστόσο, θα ήταν λάθος να θεωρηθεί ότι η χρήση περισσότερων κεραιών, είτε στον πομπό είτε στο δέκτη, δεν προσφέρει κανένα όφελος. Με την χρήση κατάλληλων τεχνικών (είτε στον πομπό είτε στο δέκτη, αν $M_T > M_R$ ή $M_R > M_T$ αντίστοιχα) μπορούμε να εκμεταλλευτούμε το κέρδος συστοιχίας ή και το κέρδος διαφορισμού. Με αυτόν τον τρόπο, αυξάνεται ο λεγόμενος ενεργός σηματοθορυβικός λόγος (*effective SNR*), δηλαδή το σύστημα συμπεριφέρεται σα να είχαμε μεγαλύτερο σηματοθορυβικό λόγο για κάθε παράλληλο υποδιάυλο, αυξάνοντας έτσι την χωρητικότητα. Βέβαια, το κέρδος αυτό δε συμβάλλει τόσο αποφασιστικά στην αύξηση της χωρητικότητας, η οποία εξανεμίζεται καθώς η διαφορά $|M_R - M_T|$ γίνεται πολύ μεγάλη.

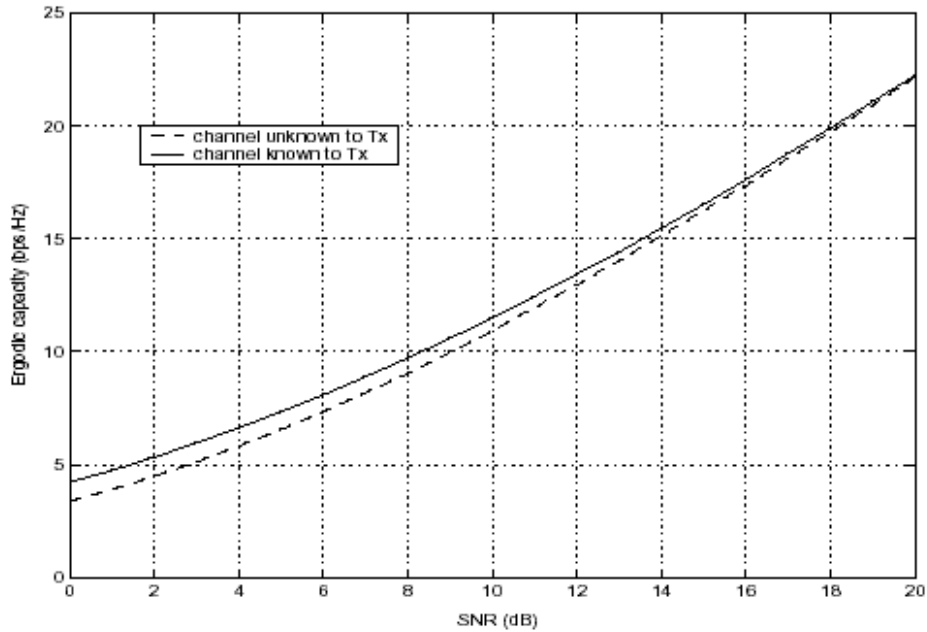
γ) Γνώση του διαύλου στον πομπό

Όπως είδαμε στην παράγραφο 1.6.1, η γνώση του διαύλου στον πομπό επιτρέπει την καλύτερη εκμετάλλευση του διαύλου και επομένως την αύξηση της χωρητικότητας.

Για υψηλό σηματοθορυβικό λόγο, διάυλο πλήρους σκέδασης και $M_T = M_R = M$, εργοδική χωρητικότητα προσεγγίζεται από τη σχέση

$$C = \max_{\text{tr}(\mathbf{R}_{ss})=M} \left\{ \log_2 \det(\mathbf{R}_{ss}) + \log_2 \det \left(\frac{\text{SNR}}{M_T} \mathbf{H}_w \mathbf{H}_w^H \right) \right\} \quad (1.58)$$

Όταν ο διάυλος είναι γνωστός στον πομπό, η μεγιστοποίηση του $\det(\mathbf{R}_{ss})$ υπό τον περιορισμό ισχύος γίνεται όταν $\mathbf{R}_{ss} = \mathbf{I}_M$, η οποία ισχύει και όταν ο πομπός δε γνωρίζει το διάυλο. Επομένως, σε υψηλό σηματοθορυβικό λόγο, η αύξηση της χωρητικότητας που προσφέρει η γνώση του διαύλου στο δέκτη τείνει να γίνει αμελητέα.



Σχήμα 1-13: Εργοδική χωρητικότητα ενός διαύλου MIMO 4x4 όταν είναι γνωστός στο δέκτη(channel known to Rx) και γνωστός ή άγνωστος στον πομπό(channel known/unknown to Tx). Βλέπουμε ότι η γνώση του διαύλου στον πομπό προσφέρει αυξημένη χωρητικότητα, η οποία είναι μεγαλύτερη σε χαμηλούς σηματοθορυβικούς λόγους και γίνεται σχεδόν αμελητέα σε υψηλούς σηματοθορυβικούς λόγους [1].

Ωστόσο, με την αύξηση του αριθμού των κεραιών σε πομπό και δέκτη και για δεδομένο σηματοθορυβικό λόγο, η αύξηση της χωρητικότητας λόγω της γνώσης του πομπού στο δέκτη γίνεται μεγαλύτερη.

1.7 Συστήματα Διαφορισμού

Οι πολλαπλές κεραιές, εκτός από το ότι μπορούν να αυξήσουν το ρυθμό μετάδοσης, εγκαθιστώντας πολλαπλές παράλληλες ζεύξεις στον χώρο, μπορούν να προσφέρουν και μείωση της κλίσης της καμπύλης της πιθανότητας σφάλματος συμβόλου (Symbol Error Probability – SEP) ως προς το σηματοθορυβικό λόγο (SNR-Symbol-to-Noise Ratio).

Στις ασύρματες επικοινωνίες με μια κεραία σε πομπό και δέκτη (SISO), λόγω των διαλείψεων, παρατηρούνται τυχαίες διακυμάνσεις στην ποιότητα του σήματος, με αποτέλεσμα να παρουσιάζονται προβλήματα στην επικοινωνία. Για να αντιμετωπιστεί αυτό το πρόβλημα, αρχικά προτάθηκε να χρησιμοποιηθούν δυο (ή περισσότερες) κεραιές στο δέκτη (SIMO σύστημα). Τοποθετώντας τις κεραιές σε αρκετή απόσταση μεταξύ τους, κάθε κεραία λαμβάνει ένα αντίγραφο του ίδιου σήματος, το οποίο όμως έχει υποστεί διαλείψεις που είναι ασυσχέτιστες μεταξύ τους (υποθέτοντας ότι οι πολυδιαδρομικές συνιστώσες που φτάνουν σε κάθε κεραία ακολουθούν διαφορετικές διαδρομές και επομένως υπόκεινται σε διαφορετικές ανακλάσεις και εξασθενίσεις). Έτσι, η πιθανότητα να έχουν υποστεί τα σήματα των

διαφόρων κεραιών μεγάλες διαλείψεις ταυτοχρόνως είναι πολύ μικρή. Με κατάλληλο συνδυασμό των σημάτων από τις πολλαπλές κεραιές στο δέκτη, μπορούμε να κάνουμε φώραση της μεταδιδόμενης ακολουθίας με αρκετά μικρότερη πιθανότητα σφάλματος.

Η παραπάνω τεχνική που εφαρμόζεται στον πομπό λέγεται *διαφορισμός λήψης* (*receive diversity*) και εφαρμόζεται εδώ και αρκετά χρόνια στους σταθμούς βάσης των συστημάτων κινητών επικοινωνιών δεύτερης γενιάς (GSM). Αντίστοιχη τεχνική μπορεί να εφαρμοστεί κατά τη μετάδοση (*διαφορισμός εκπομπής* – *transmit diversity*), όταν διατίθενται πολλαπλές κεραιές και ο δίαυλος είναι γνωστός στον πομπό (σύστημα MISO). Όταν έχουμε πολλαπλές κεραιές σε πομπό και δέκτη (συστήματα MIMO), τότε ο διαφορισμός μπορεί να χρησιμοποιηθεί και στον πομπό και στον δέκτη.

1.7.1 Βέλτιστος συνδυασμός σημάτων κατά τη λήψη - Συνδυασμός μέγιστου λόγου (Maximal Ratio Combining)

Έστω ότι έχουμε ένα σύστημα SIMO με M κεραιές στο δέκτη, τοποθετημένες σε ικανή απόσταση μεταξύ τους ώστε οι δίαυλοι μεταξύ του πομπού και κάθε κεραιάς λήψης να είναι μεταξύ τους ασυσχέτιστοι. Ο δέκτης υποτίθεται ότι διαθέτει τέλεια γνώση του διαύλου. Συμβολίζουμε το μιγαδικό κέρδος μεταξύ του πομπού και της i -οστής κεραιάς του δέκτη ως h_i . Η i -οστή κεραιά του δέκτη θα λαμβάνει

$$y_i = \sqrt{\frac{E_s}{M}} h_i s + n_i \quad (1.59)$$

όπου n_i είναι ο λευκός προσθετικός θόρυβος στον i -δέκτη και s είναι το σύμβολο που εκπέμπεται. Το πρόβλημα είναι να βρεθεί ένας βέλτιστος τρόπος συνδυασμού των y_i με βάση τον οποίο θα μπορούσαμε να κάνουμε την καλύτερη δυνατή εκτίμηση του s στο δέκτη.

Αποδεικνύεται ότι ο βέλτιστος τρόπος συνδυασμού των σημάτων στο δέκτη είναι

$$z = \sum_{i=1}^M h_i^* y_i \quad (1.60)$$

ο οποίος λέγεται *συνδυασμός μέγιστου λόγου* (*Maximal Ratio Combining* – *MRC*) και μεγιστοποιεί το σηματοθορυβικό λόγο μετά το συνδυασμό (*post-combining SNR*), ο οποίος θα δίνεται από τη σχέση

$$\eta = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^n |h_i|^2 * SNR \quad (1.61)$$

όπου $SNR = E_s/N_0$ μπορεί να θεωρηθεί ως ο μέσος σηματοθορυβικός λόγος σε καθένα SISO δίαυλο που σχηματίζεται ανάμεσα στον πομπό και στις κεραιές του δέκτη. Το η λέγεται *στιγμιαίος σηματοθορυβικός λόγος μετά το συνδυασμό* (*instantaneous post-combining SNR*) διότι αφορά μια συγκεκριμένη υλοποίηση του διαύλου και δεν τον αντιμετωπίζει ως τυχαία μεταβλητή.

Θεωρώντας ότι με βάση τη μετρική απόφασης (decision metric) z ο δέκτης εκτελεί ανίχνευση μέγιστης πιθανοφάνειας, αποδεικνύεται ότι η πιθανότητα εσφαλμένου συμβόλου (για δεδομένη υλοποίηση του διαύλου) δίνεται από τη σχέση

$$P_e \approx \bar{N}_e \cdot Q\left(\sqrt{\frac{\eta d_{\min}^2}{2}}\right) \quad (1.62)$$

όπου N_e είναι ο αριθμός των πλησιέστερων γειτονικών σημείων και d_{\min} η ελάχιστη απόσταση ανάμεσα στα σημεία του σηματοδότη που χρησιμοποιείται. Εφαρμόζοντας το όριο του Chernoff, προκύπτει ότι

$$P_e \leq \bar{N}_e \cdot \exp\left(-\sum_{i=1}^M |h_i|^2 \frac{SNR * d_{\min}^2}{4M}\right) \quad (1.63)$$

Λαμβάνοντας υπόψη ότι τα h_i είναι μιγαδικές τυχαίες μεταβλητές που ακολουθούν την Gaussian κατανομή, αποδεικνύεται ότι η μέση πιθανότητα σφάλματος $\bar{P}_e = E[P_e]$ του συστήματος φράσσεται από

$$\bar{P}_e \leq \bar{N}_e \prod_{i=1}^M \frac{1}{1 + SNR * d_{\min}^2 / 4} \quad (1.64)$$

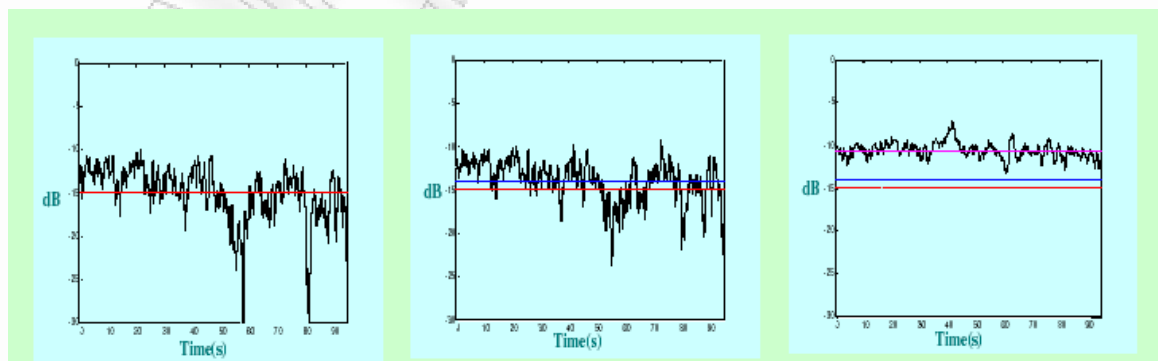
που για υψηλό σηματοθορυβικό λόγο ($SNR \gg 1$) απλοποιείται ως εξής:

$$\bar{P}_e \leq \bar{N}_e \left(\frac{SNR * d_{\min}^2}{4}\right)^{-M} \quad (1.65)$$

Τέλος, ο μέσος σηματοθορυβικός λόγος μετά το συνδυασμό (average post-combining SNR) είναι

$$\bar{\eta} = M * SNR \quad (1.66)$$

αφού $E[|h_i|^2]=1$.



Σχήμα 1-15: Ο διαφορισμός περιορίζει τις διαλείψεις. Με την αύξηση της τάξης διαφορισμού το κανάλι γίνεται πιο σταθερό και απαλλάσσεται από τις διαλείψεις.

Παράλληλα ενισχύεται η μέση στάθμη ισχύος του σήματος, λόγω του κέρδους συστοιχίας.

Βασιζόμενοι στην παραπάνω ανάλυση για το βέλτιστο συνδυασμό σημάτων κατά το διαφορισμό λήψης, θα εξετάσουμε τα πλεονεκτήματα που εισάγει η χρήση των πολλαπλών κεραιών και θα ορίσουμε τα κέρδη διαφορισμού (diversity gain), κωδικοποίησης (coding gain) και συστοιχίας (array gain).

Από την (1.65) μπορούμε να συμπεράνουμε ότι η κλίση της γραφικής παράστασης της πιθανότητας εσφαλμένου συμβόλου ως προς το σηματοθορυβικό λόγο SNR (σε λογαριθμικό διάγραμμα) θα ισούται προσεγγιστικά με τον αριθμό των κεραιών στο δέκτη.

Η εκμετάλλευση του διαφορισμού στο δέκτη έχει ως αποτέλεσμα τη σημαντική μείωση της πιθανότητας σφάλματος, η οποία μάλιστα γίνεται σημαντικότερη όσο αυξάνεται ο σηματοθορυβικός λόγος. Η βελτίωση αυτή λόγω του διαφορισμού είναι γνωστή ως κέρδος διαφορισμού (diversity gain) και το M (ή με άλλα λόγια η κλίση της καμπύλης πιθανότητας σφάλματος – SNR στο λογαριθμικό διάγραμμα) λέγεται τάξη διαφορισμού (diversity order).

Το κέρδος συστοιχίας (array gain) αναφέρεται στην αύξηση του μέσου σηματοθορυβικού λόγου στον δέκτη, που προκαλείται από την συνδυασμένη δράση των πολλαπλών κεραιών και στα δύο άκρα της τηλεπικοινωνιακής ζεύξης. Τα πολλαπλά σήματα που καταφτάνουν στον δέκτη, συνδυάζονται κατά τρόπο ώστε να προκύψει τελικά ένα ενισχυμένο σήμα. Η ενίσχυση του σηματοθορυβικού λόγου στον δέκτη είναι ανάλογη του αριθμού των κεραιών του. Στην περίπτωση που έχουμε συστοιχία κεραιών και στον πομπό, απαιτείται γνώση του καναλιού από αυτόν για την εκμετάλλευση του κέρδους συστοιχίας.

Το κέρδος συστοιχίας μπορούμε να πούμε ότι είναι το αντίστοιχο κέρδος κωδικοποίησης στους συμβατικούς χρονικούς κώδικες και οδηγεί σε μετατόπιση της καμπύλης $BEP-SNR$ προς τα αριστερά.

Το κέρδος κωδικοποίησης (coding gain) αναφέρεται στην μετατόπιση προς τα αριστερά της καμπύλης $BEP-SNR$ λόγω της κωδικοποίησης (δηλαδή της εισαγωγής πλεονάζουσας πληροφορίας με σκοπό τη μείωση των σφαλμάτων) τόσο στο πεδίο του χρόνου, όσο και στο πεδίο του χώρου (λόγω των πολλαπλών κεραιών). Το κέρδος συστοιχίας είναι το κέρδος κωδικοποίησης που οφείλεται στην πλεονάζουσα πληροφορία που μεταδίδεται από κάθε κεραία.

Έστω ένα σύστημα MISO με M_T κεραιές στον πομπό. Ο δίαυλος παρουσιάζει επίπεδες διαλείψεις και είναι γνωστός τόσο στον πομπό όσο και στο δέκτη.

Το σύμβολο που εκπέμπεται από κάθε κεραία είναι το σύμβολο εκπομπής s πολλαπλασιασμένο με κατάλληλο συντελεστή. Έτσι, το διάνυσμα εκπομπής είναι $\mathbf{x} = \mathbf{w}s$, όπου \mathbf{w} είναι το διάνυσμα συντελεστών και ο δέκτης λαμβάνει

$$y = \sqrt{\frac{E_s}{M_T}} \mathbf{h} \mathbf{w} s + n \quad (1.67)$$

όπου $\mathbf{h}=[h_1 \ h_2]$ και n είναι ο λευκός προσθετικός Gaussian θόρυβος.

Για να μεγιστοποιηθεί ο σηματοθορυβικός λόγος κατά τη λήψη πρέπει να μεγιστοποιηθεί το $|\mathbf{h}\mathbf{w}|^2$ υπό τον περιορισμό ισχύος $\|\mathbf{w}\|_F^2=M_T$. Σύμφωνα με την ανισότητα Cauchy-Schwarz, ισχύει

$$|\mathbf{h}\mathbf{w}|^2 \leq \|\mathbf{h}\|^2 \|\mathbf{w}\|^2 = M_T \|\mathbf{h}\|^2 \quad (1.68)$$

όπου η ισότητα ισχύει αν και μόνον αν το διάνυσμα \mathbf{w} είναι παράλληλο με το διάνυσμα \mathbf{h}^H . Επομένως, η βέλτιστη λύση που ικανοποιεί και τον περιορισμό ισχύος είναι

$$\mathbf{w} = \sqrt{M_T} \frac{\mathbf{h}^H}{\sqrt{\|\mathbf{h}\|_F^2}} \quad (1.69)$$

Αυτό το σχήμα μετάδοσης λέγεται *συνδυασμός μεγίστου λόγου εκπομπής (transmit maximal ratio combining – Transmit-MRC)* και είναι αντίστοιχο αυτού που είδαμε προηγουμένως για το διαφορισμό λήψης.

Ο σηματοθορυβικός λόγος στο δέκτη είναι

$$\eta = \|\mathbf{h}\|_F^2 * SNR \quad (1.70)$$

και αν υποθέσουμε ότι έχουμε περιβάλλον πλήρους σκέδασης, η μέση πιθανότητα σφάλματος και ο μέσος σηματοθορυβικός λόγος στο δέκτη θα είναι αντίστοιχα

$$\bar{P}_e = \bar{N}_e \left(\frac{SNR * d_{\min}^2}{4} \right)^{-M_T} \quad (1.71)$$

$$\bar{\eta} = M_T * SNR \quad (1.72)$$

Δηλαδή επιτυγχάνεται τάξη διαφορισμού M_T και κέρδος συστοιχίας M_T .

1.7.2 Σχήμα Alamouti

Η τεχνική του διαφορισμού μπορεί να εφαρμοστεί όχι μόνο στο δέκτη, αλλά και στον πομπό. Αυτό είναι λογικό επακόλουθο του θεωρήματος της αμοιβαιότητας [10] από την θεωρία κεραιών.

Για να εφαρμοστεί ο διαφορισμός εκπομπής απαιτείται κάποια προ-επεξεργασία ή προ-κωδικοποίηση των σημάτων πριν την εκπομπή. Χωρίς προεπεξεργασία είναι αδύνατον να εξαχθεί κέρδος διαφορισμού. Πράγματι, αν για παράδειγμα σε κάθε περίοδο συμβόλου μεταδώσουμε το ίδιο σύμβολο από όλες τις κεραιές του πομπού (υποθέτοντας για απλότητα ότι έχουμε μόνο μια κεραιά στο δέκτη), τότε ο δέκτης θα λάβει:

$$\mathbf{y} = \sqrt{\frac{E_s}{M_T}} \left(\sum_{i=1}^{M_T} h_i \right) \mathbf{s} + n \quad (1.73)$$

όπου n είναι ο λευκός προσθετικός θόρυβος στο δέκτη με μηδενική μέση τιμή και μοναδιαία διακύμανση. Δεδομένου ότι το άθροισμα μιγαδικών Gaussian μεταβλητών

είναι μια μιγαδική Gaussian τυχαία μεταβλητή, η $\sqrt{\frac{1}{M_T}} \sum_{i=1}^{M_T} h_i$ θα είναι μιγαδική

Gaussian τυχαία μεταβλητή με μηδενική μέση τιμή και μοναδιαία διακύμανση. Κατά

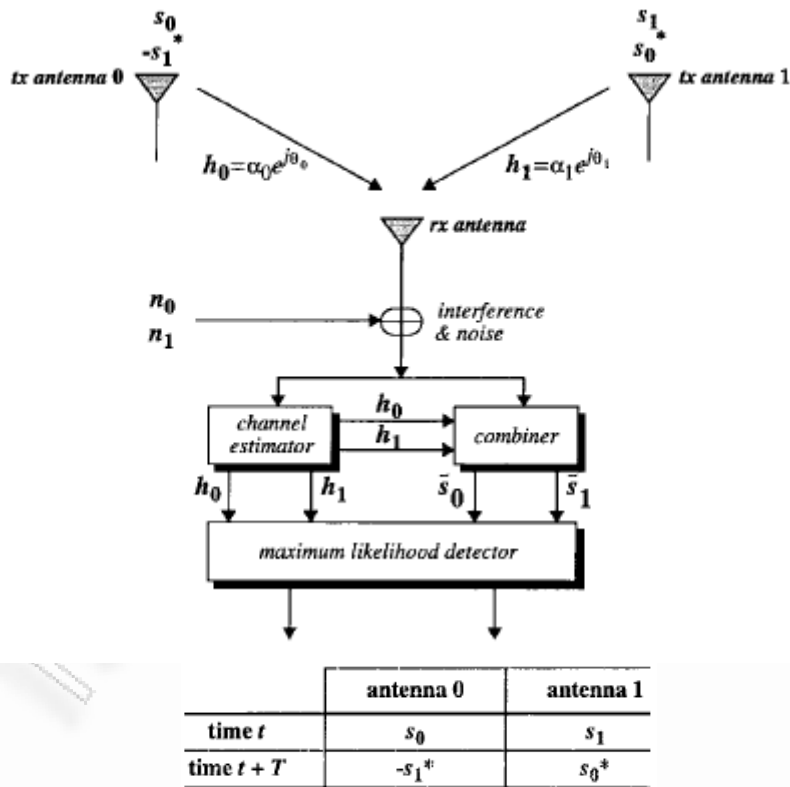
συνέπεια, θέτοντας $h \triangleq \frac{1}{\sqrt{M_T}} \sum_{i=1}^{M_T} h_i$, η (1.73) μπορεί να γράφεται ισοδύναμα ως

$$y = \sqrt{E_s} h s + n \quad (1.74)$$

με $E[|h|^2]=1$. Βλέπουμε δηλαδή ότι το σύστημα ισοδυναμεί με ένα SISO σύστημα και κατά συνέπεια δεν μπορούμε να έχουμε κέρδος διαφορισμού.

Στη συνέχεια, θα μελετήσουμε μια βασική τεχνική διαφορισμού εκπομπής, η οποία εφαρμόστηκε αρχικά σε συστήματα MISO, αλλά επεκτείνεται εύκολα σε συστήματα MIMO.

Έστω ότι έχουμε ένα σύστημα MISO με δυο κεραίες στον πομπό και ότι ο διάυλος παρουσιάζει επίπεδες διαλείψεις, παραμένει αμετάβλητος για δυο περιόδους συμβόλου και είναι γνωστός στο δέκτη, αλλά όχι στον πομπό. Μια απλή αλλά πολύ έξυπνη τεχνική διαφορισμού εκπομπής είναι γνωστή ως σχήμα Alamouti [11].



Σχήμα 1-16: Το σχήμα Alamouti για συστήματα MISO με δυο κεραίες στον πομπό

Κατά το σχήμα Alamouti, ο πομπός κατά την πρώτη περίοδο συμβόλου εκπέμπει τα σύμβολα s_0 και s_1 από την πρώτη και δεύτερη κεραία αντίστοιχα και κατά τη επόμενη περίοδο συμβόλου εκπέμπει τα $-s_1^*$ και s_0^* αντίστοιχα. Συμβολίζοντας το μιγαδικό κέρδος από την πρώτη και δεύτερη κεραία του πομπού στο δέκτη με h_0 και h_1 αντίστοιχα, ο δέκτης λαμβάνει την πρώτη και την επόμενη περίοδο συμβόλου αντίστοιχα:

$$y_0 = \sqrt{\frac{E_s}{2}} h_0 s_0 + \sqrt{\frac{E_s}{2}} h_1 s_1 + n_0 \quad (1.75)$$

$$y_1 = -\sqrt{\frac{E_s}{2}} h_0 s_1^* + \sqrt{\frac{E_s}{2}} h_1 s_0^* + n_1 \quad (1.76)$$

Από τις δυο παραπάνω εξισώσεις μπορούμε να λύσουμε ως προς τους αγνώστους s_0 και s_1 αγνοώντας τον θόρυβο (συμβολίζοντας τους με \tilde{s}_0 και \tilde{s}_1 αντίστοιχα, αφού είναι τα μεγέθη με βάση τα οποία θα λάβει απόφαση ο εκτιμητής και όχι τα σύμβολα που στάλθηκαν στην πραγματικότητα):

$$\tilde{s}_0 = \sqrt{\frac{2}{E_s}} h_0^* y_0 + \sqrt{\frac{2}{E_s}} h_1 y_1^* \quad (1.77)$$

$$\tilde{s}_1 = \sqrt{\frac{2}{E_s}} h_1^* y_0 - \sqrt{\frac{2}{E_s}} h_0 y_1^* \quad (1.78)$$

Αντικαθιστώντας στις σχέσεις (1.77) και (1.78) τις (1.75) και (1.76) προκύπτει ότι:

$$\tilde{s}_0 = |h_0|^2 + |h_1|^2 s_0 + \sqrt{\frac{2}{E_s}} h_0^* n_0 + \sqrt{\frac{2}{E_s}} h_1 n_1 \quad (1.79)$$

$$\tilde{s}_1 = |h_0|^2 + |h_1|^2 s_1 - \sqrt{\frac{2}{E_s}} h_0 n_1 + \sqrt{\frac{2}{E_s}} h_1^* n_0 \quad (1.80)$$

Σημειώνεται ότι τα μεγέθη \tilde{s}_0 και \tilde{s}_1 παράγονται από τον συνδυαστή (combiner) του δέκτη και οδηγούνται στον εκτιμητή μέγιστης πιθανοφάνειας, ο οποίος θα δώσει τις εκτιμήσεις \hat{s}_0 και \hat{s}_1 αντίστοιχα.

Αν γράψουμε το σύστημα των εξισώσεων (1.75) και (1.76) με τη μορφή διανυσματικής εξίσωσης, έχουμε:

$$\begin{bmatrix} y_0 \\ y_1^* \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{E_s}{2}} \begin{bmatrix} h_0 & h_1 \\ h_1^* & -h_0^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_0 \\ s_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_0 \\ n_1^* \end{bmatrix} \quad (1.81)$$

Παρατηρούμε ότι ο πίνακας $\mathbf{H}_{eff} = \begin{bmatrix} h_0 & h_1 \\ h_1^* & -h_0^* \end{bmatrix}$, ο λεγόμενος *ενεργός πίνακας διαύλου* (*effective channel matrix*), είναι *ορθομοναδιαίος* (*unitary*) πίνακας. Η ιδιότητα αυτή του σχήματος Alamouti είναι πολύ σημαντική. Σε αυτήν οφείλεται το γεγονός ότι τα s_1 και s_2 μπορούν να εκτιμηθούν με απλότητα.

Ο λαμβανόμενος σηματοθορυβικός λόγος για κάθε σύμβολο είναι

$$\eta = \frac{\|\mathbf{h}\|_F^2}{2} \quad (1.82)$$

και υποθέτοντας ότι έχουμε περιβάλλον πλήρους σκέδασης, για υψηλές τιμές του σηματοθορυβικού λόγου η μέση πιθανότητα σφάλματος φράσσεται από τη σχέση

$$\bar{P}_e \leq \bar{N}_e \left(\frac{SNR * d_{min}^2}{8} \right)^{-2} \quad (1.83)$$

δηλαδή η τάξη διαφορισμού είναι 2. Ωστόσο, ο μέσος σηματοθορυβικός λόγος κατά τη λήψη είναι

$$\bar{\eta} = SNR \quad (1.84)$$

Δηλαδή, το σχήμα Alamouti σε MISO σύστημα δεν επιτυγχάνει κέρδος συστοιχίας. Γενικότερα, για να πετύχει ένα σύστημα διαφορισμού εκπομπής κέρδος συστοιχίας πρέπει ο πομπός να γνωρίζει το δίαυλο.

Συνοψίζοντας, παραθέτουμε στον παρακάτω πίνακα τα κέρδη συστοιχίας και διαφορισμού που προσφέρουν τα διάφορα συστήματα, ανάλογα με το αν το κανάλι είναι γνωστό ή όχι στον πομπό.

Σύστημα	Κέρδος Συστοιχίας (array gain)		Τάξη διαφορισμού (diversity gain)	
	Κανάλι γνωστό	Κανάλι άγνωστο	Κανάλι γνωστό	Κανάλι άγνωστο
SIMO	M_R	M_R	M_R	M_R
MISO	M_T	1	M_T	M_T
MIMO	$E \lambda_{max}$	M_R	$M_R M_T$	$M_R M_T$

1.7.3 STBCs

Μια αποδοτική και πρακτικά εφαρμόσιμη τεχνική μετάδοσης σε διαύλους MIMO είναι η λεγόμενη *κωδικοποίηση χρόνου-χώρου* (*space-time coding*). Η κωδικοποίηση (δηλαδή η αντιστοίχιση των bit της πληροφορίας στα μεταδιδόμενα σύμβολα) γίνεται τόσο στο πεδίο του χρόνου όσο και στο πεδίο του χώρου, ώστε να *εισαχθεί συσχέτιση* ανάμεσα στα σήματα που μεταδίδονται από τις διάφορες κεραιές σε διάφορες χρονικές στιγμές. Η συσχέτιση αυτή πρέπει να εισαχθεί με κατάλληλο τρόπο, ώστε να εκμεταλλευτούμε τις ιδιότητες του διαύλου και να ελαχιστοποιήσουμε τα σφάλματα μετάδοσης, τα οποία μπορεί να οφείλονται στις διαλείψεις του διαύλου, σε προσθετικό θόρυβο ή και σε παρεμβολές.

Όπως ακριβώς και στην κλασική κωδικοποίηση, έτσι και εδώ η συσχέτιση επιτυγχάνεται μέσω της εισαγωγής *πλεονασμού* (*redundancy*) στα μεταδιδόμενα δεδομένα, όχι μόνο στο πεδίο του χρόνου αλλά και στο πεδίο του χώρου.

Οι κώδικες χώρου-χρόνου μπορούν να χωριστούν σε δυο μεγάλες κατηγορίες: τους *trellis κώδικες χώρου-χρόνου* (*space-time trellis codes – STTC*) και τους *μπλοκ κώδικες χώρου-χρόνου* (*space-time block codes – STBC*).

Στους μπλοκ κώδικες χώρου-χρόνου, τα προς μετάδοση σύμβολα χωρίζονται σε ομάδες των N συμβόλων και σε κάθε ομάδα αντιστοιχίζεται ένα πλαίσιο (ή μπλοκ – γι' αυτό λέγονται και μπλοκ κώδικες) από $M_T \cdot T$ στοιχεία. Κάθε πλαίσιο που είναι δυνατόν να σταλεί από τις κεραιές του πομπού λέγεται κωδική λέξη χώρου-χρόνου (ή απλά κωδική λέξη).

Έχουν προταθεί διάφορες κατηγορίες κωδικών χώρου-χρόνου, οι κυριότερες από τις οποίες είναι:

- Ορθογώνιοι Κώδικες (Orthogonal Codes)
- Γενικευμένοι Ορθογώνιοι Κώδικες (Generalized Orthogonal Codes)
- Κώδικες Γραμμικού Διασκορπισμού (Linear Dispersion Space-Time Block Codes)

Οι παραπάνω κατηγορίες κωδικών έχουν προταθεί κυρίως για μετάδοση σε διαύλους με επίπεδες διαλείψεις. Ωστόσο, έχουν προταθεί στη βιβλιογραφία και τεχνικές που επεκτείνουν τους παραπάνω κώδικες σε διαύλους επιλεκτικούς ως προς τη συχνότητα.

Στην προηγούμενη παράγραφο εξετάσαμε το σχήμα Alamouti για συστήματα MISO, το οποίο όμως μπορεί να χρησιμοποιηθεί και σε συστήματα MIMO. Η κωδική λέξη που εκπέμπεται κατά την εφαρμογή του σχήματος Alamouti για τα μεταδιδόμενα σύμβολα s_0 και s_1 είναι

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} s_0 & s_1 \\ -s_1^* & s_0^* \end{bmatrix} \quad (1.85)$$

Η κωδική λέξη \mathbf{S} παρουσιάζει τις ακόλουθες επιθυμητές ιδιότητες:

1. Είναι *ορθομοναδιαίος (unitary)* πίνακας, αφού $\mathbf{S}\mathbf{S}^H = \mathbf{S}^H\mathbf{S} = (|s_0|^2 + |s_1|^2)\mathbf{I}$. Για το λόγο αυτό, ανήκει και στην κατηγορία των *μιγαδικών ορθογώνιων κωδίκων*.
2. Παρουσιάζει χωρικό ρυθμό ίσο με 1, το μέγιστο δυνατό για τους συμβατικούς μπλοκ κώδικες χώρου-χρόνου. Είναι δηλαδή ένας *πλήρους ρυθμού (full rate) STBC*.
3. Είναι *γραμμικός*.
4. Για 2 κεραίες στον πομπό και μια στο δέκτη, είναι ο μοναδικός μπλοκ κώδικας χώρου-χρόνου που μπορεί να επιτύχει το μέγιστο ρυθμό μετάδοσης, όπως δίνεται από τον τύπο της χωρητικότητας.

Οι μπλοκ κώδικες χώρου-χρόνου με τις παραπάνω ιδιότητες λέγονται *ορθογώνιοι μπλοκ κώδικες χώρου-χρόνου (Orthogonal STBC)*.

Αποδεικνύεται ότι ο κώδικας Alamouti είναι ο μοναδικός μιγαδικός ορθογώνιος κώδικας χώρου-χρόνου που είναι δυνατόν να κατασκευαστεί. Για περισσότερες κεραίες στον πομπό, μόνο *πραγματικοί* (δηλαδή χρησιμοποιώντας πραγματικούς βαθμωτούς σηματοδότης αστερισμούς) ορθογώνιοι κώδικες μπορούν να κατασκευαστούν με τη βοήθεια του αλγόριθμου Hurwitz-Radon [12].

Ένα παράδειγμα πραγματικού ορθογώνιου μπλοκ κώδικα χώρου-χρόνου για 4 κεραίες στον πομπό είναι το ακόλουθο:

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} s_1 & -s_2 & -s_3 & -s_4 \\ s_2 & s_1 & s_4 & -s_3 \\ s_3 & -s_4 & s_1 & s_2 \\ s_4 & s_3 & -s_2 & s_1 \end{bmatrix} \quad (1.86)$$

Για να μπορέσουμε να χρησιμοποιήσουμε τους μπλοκ κώδικες χώρου-χρόνου για περισσότερες από 2 κεραίες στον πομπό χρησιμοποιώντας μιγαδικούς σηματοδότης αστερισμούς, έχουν εισαχθεί οι *γενικευμένοι ορθογώνιοι μπλοκ κώδικες χώρου-χρόνου*, οι οποίοι διαφέρουν από τους προηγούμενους στα εξής :

1. Οι κωδικές λέξεις δεν είναι τετραγωνικοί πίνακες.
2. Ο ρυθμός τους είναι μικρότερος της μονάδας. Έτσι, μπορούν να υποστηρίξουν χαμηλότερο ρυθμό μετάδοσης σε σχέση με ένα σύστημα SISO, κερδίζοντας ωστόσο σε πιθανότητα σφάλματος.

3. Η συνθήκη της ορθογωνιότητας ισχύει μόνο στο πεδίο του χρόνου (γι'αυτό λέγονται και ονομεί ορθογώνιοι κώδικες – *quasi-orthogonal codes*), δηλαδή ισχύει

$$\mathbf{S}^H \mathbf{S} = \left(\sum_{i=1}^{M_T} |s_i|^2 \right) \mathbf{I} \quad (1.87)$$

αλλά $\mathbf{S}\mathbf{S}^H \neq \mathbf{I}$. Με άλλα λόγια, οι γραμμές του \mathbf{S} (που περιέχουν την χρονική ακολουθία συμβόλων που εκπέμπει η αντίστοιχη κεραία) είναι ορθογώνιες μεταξύ τους, αλλά όχι οι στήλες του. Ωστόσο, αυτή η συνθήκη αρκεί για να εξασφαλιστεί απλότητα στην αποκωδικοποίηση, όπως και στο σχήμα Alamouti.

Παρόλο που οι ορθογώνιοι μπλοκ κώδικες αποτελούν μια ελκυστική επιλογή λόγω της απλότητάς τους, έχουν χειρότερη επίδοση από τους trellis κώδικες, όταν αυτοί έχουν σχεδιαστεί κατάλληλα ώστε να βελτιστοποιούν τα κριτήρια του βαθμού και της διακρίνουσας.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

Η ΤΕΧΝΙΚΗ ΤΗΣ ΕΠΙΛΟΓΗΣ ΧΡΗΣΤΩΝ

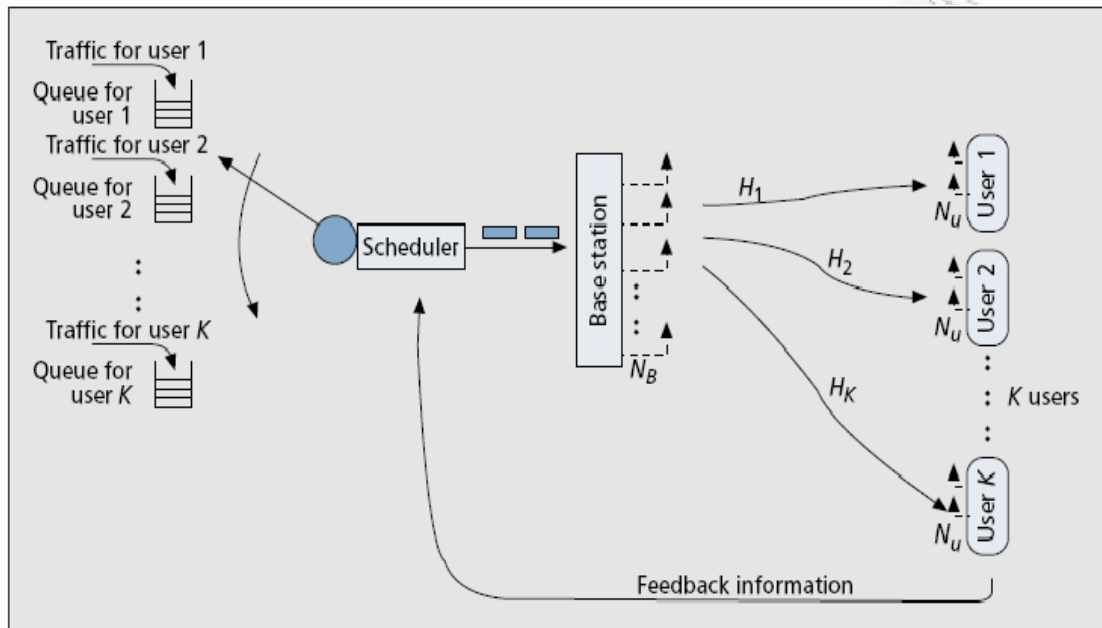
2.1 Γενικά

2.1.1 Μοντέλο Διαύλου.

Όπως είδαμε τα συστήματα πολλαπλών εισόδων–πολλαπλών εξόδων (MIMO) προϋποθέτουν συστοιχίες κεραιών τόσο στην πλευρά του πομπού όσο και στην πλευρά του δέκτη.

Υποθέτουμε ότι ο πομπός έχει M_T κεραιές και ο δέκτης M_R κεραιές. Ο πομπός στέλνει M_T σήματα ταυτόχρονα, τα οποία λαμβάνονται από κάθε ένα στοιχείο της

κεραίας του δέκτη, άρα ο δέκτης λαμβάνει συνολικά $M_T \cdot M_R$ σήματα προς περαιτέρω επεξεργασία. Ο χρονοπρογραμματιστής επιλέγει το χρήστη και του μεταδίδει ανάλογα με το κριτήριο επιλογής.



Σχήμα 2-1: Διάλογος με χρονοπρογραμματιστή με N_B και N_u κεραίες σε πομπό και δέκτες αντίστοιχα.

Ο διάλογος δίδεται από τον $M_R \times M_T$ πίνακα \mathbf{H} :

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & \dots & h_{1M_T} \\ h_{21} & h_{22} & \dots & h_{2M_T} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{M_R 1} & h_{M_R 2} & \dots & h_{M_R M_T} \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

Φυσικά το στοιχείο h_{ij} του πίνακα \mathbf{H} αποτελεί την κρουστική απόκριση κατά τη μετάδοση από τη j -οστή κεραία του πομπού στην i -οστή κεραία του δέκτη και αφορά ένα υπο-διάλυτο διάδοσης από τους $M_T \cdot M_R$ που υπάρχουν συνολικά. Κάθε γραμμή του πίνακα \mathbf{H} αντιστοιχεί σε μια κεραία λήψης, ενώ κάθε στήλη σε μια κεραία εκπομπής.

Ο πίνακας \mathbf{H} μπορεί να γραφεί ως :

$$\mathbf{H} = [\mathbf{h}_1 \quad \mathbf{h}_2 \quad \dots \quad \mathbf{h}_{M_T}] \quad (2.2)$$

όπου $\mathbf{h}_1 \ \mathbf{h}_2 \ \dots \ \mathbf{h}_{M_T}$, οι στήλες του πίνακα \mathbf{H} .

Γραφικά, ένα τροποποιημένο μοντέλο διαύλου αναπαρίσταται από τον κάτωθι τροποποιημένο πίνακα \mathbf{H} . Στο σχήμα 2-2 λ.χ. πραγματοποιείται απόρριψη της 1^{ης} κεραίας λήψης καθώς και της 2^{ης} κεραίας εκπομπής.

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & \dots & h_{1M_T} \\ h_{21} & h_{22} & \dots & h_{23} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{M_R1} & h_{M_R2} & \dots & h_{M_R M_T} \end{bmatrix}$$

Σχήμα 2-2: Τροποποιημένος (modified) πίνακας διαύλου \mathbf{H} .

Ο δέκτης λαμβάνει

$$\mathbf{y} = \sqrt{\frac{E_s}{N_T}} \mathbf{H}_{sel} \mathbf{s} + \mathbf{n} \quad (2.4)$$

όπου \mathbf{y} είναι το διάνυσμα λήψης ($M_{R \times 1}$), \mathbf{s} είναι το διάνυσμα των μεταδιδόμενων σημάτων ($M_T \times 1$), \mathbf{n} είναι το διάνυσμα του θορύβου στους δέκτες ($M_{R \times 1}$) και \mathbf{H}_{sel} είναι ο τροποποιημένος ($M_R \times N_T$) πίνακας μεταφοράς του διαύλου με στήλες, τις στήλες εκείνες που αντιστοιχούν στο κατ'επιλογήν υποσύνολο κεραιών του πομπού [13].

Ασφαλώς, υποθέτουμε ότι οι κεραίες τόσο του πομπού όσο και του δέκτη βρίσκονται σε απόσταση τέτοια ώστε κάθε κεραία να λαμβάνει διαφορετικά και ασυσχέτιστα ανακλώμενα κύματα από τους σκεδαστές του περιβάλλοντος. Επομένως, τα στοιχεία $h_{i,j}$ είναι μεταξύ τους *στατιστικά ανεξάρτητα*.

Ως γνωστόν η χωρητικότητα ενός MIMO διαύλου δίνεται από τη σχέση :

$$C = \log_2 \left[\det \left(\mathbf{I}_{M_T} + \frac{SNR}{M_T} \mathbf{H}^H \mathbf{H} \right) \right] \quad (2.5)$$

Στην περίπτωση του καναλιού που δίνεται από τη σχέση (2.4), η χωρητικότητα είναι ίση με:

$$C = \log_2 \left[\det \left(\mathbf{I}_{N_{sel}} + \frac{SNR}{N_T} \mathbf{H}_{sel}^H \mathbf{H}_{sel} \right) \right] \quad (2.6)$$

όπου $\mathbf{I}_{N_{sel}}$, ο μοναδιαίος πίνακας (*identity matrix*) διαστάσεων $N_T \times N_T$.

2.1.2 Γενικά

Για τα σημείο προς σημείο MIMO συστήματα η θεωρητική χωρητικότητα εξαρτάται γραμμικά από τον αριθμό κεραιών σε πομπό και δέκτη. Η αύξηση της χωρητικότητας αυτής χρειάζεται ένα πολυσκεδαστικό περιβάλλον καθώς και τέλεια γνώση του καναλιού μετάδοσης, τόσο στον πομπό όσο και στον δέκτη.

Για πολυχρηστικά περιβάλλοντα η χωρητικότητα γίνεται μια περιοχή με K παραμέτρους, όπου K οι παράμετροι που προσδιορίζουν τα ξεχωριστά ποσοστά των k -χρηστών ταυτόχρονα.

Εκτός από τη χωρητικότητα κάθε καναλιού τα πολυχρηστικά συστήματα αντιμετωπίζουν και άλλα προβλήματα που δεν υπάρχουν στα συστήματα με ένα χρήστη. Πρώτον όταν ο πομπός δεν έχει γνώση του καναλιού υπάρχουν μεγαλύτερες επιπτώσεις στη χωρητικότητα. Δεύτερον ο κάθε χρήστης μπορεί να απαιτεί διαφορετικό ρυθμό δεδομένων και διαφορετική απόδοση σε λάθη μετάδοσης. Τέλος η συνεργασία μεταξύ των χρηστών είναι περιορισμένη.

Ο ευκαιριακός χρονοπρογραμματισμός χρησιμοποιείται για να αποδώσει κέρδη διαφορισιμότητας και προτάθηκε αρχικά για πολυχρηστικά συστήματα με μια κεραία. Η διαφορισιμότητα λόγω πολλών χρηστών μπορεί να βοηθήσει σε δύο κατηγορίες. Πρώτα, μπορούμε να διαλέξουμε τον χρήστη που βρίσκεται σε κανάλι το οποίο προτιμούμε και δεύτερον μπορούμε να εκμεταλλευτούμε τη διαφορισιμότητα αυτή για να μειώσουμε τα στοιχεία ανάδρασης που χρειαζόμαστε από το δέκτη για την κατάσταση του καναλιού.

2.1.3 Κριτήρια επιλογής.

Για την επιλογή του αλγόριθμου χρονοπρογραμματισμού που θα κάνουμε πρέπει να συγκρίνουμε τις επιλογές μας με συγκεκριμένα κριτήρια.

Πρώτο κριτήριο είναι ο χρόνος που χρειάζεται ο αλγόριθμος που χρησιμοποιούμε για να προγραμματίσει την επόμενη επιλογή του χρήστη του συστήματος. Είναι σημαντικό να είναι ελάχιστος για την απόδοση του συστήματος μας για αυτό άλλωστε δεν χρησιμοποιούνται και εξαντλητικοί ή επαναληπτικοί αλγόριθμοι οι οποίοι θα βρίσκουν κάθε φορά την καλύτερη επιλογή για τη μέγιστη απόδοση του συστήματος.

Δεύτερο κριτήριο είναι η δικαιοσύνη που έχει στις επιλογές του ο χρονο-προγραμματιστής. Δηλαδή τα κριτήρια επιλογής του δεν θα πρέπει να αδικούν χρήστες και να προτιμούν άλλους παρά πρέπει να κρατούν μια ισοροπία μεταξύ όλων των χρηστών.

Τρίτον, κάθε αλγόριθμος θα πρέπει να μεγαλώνει την απόδοση του συστήματος. Δηλαδή ο αλγόριθμος όταν επιλέγει τον επόμενο χρήστη τον διαλέγει με σκοπό να βελτώσει την γενική απόδοση του συστήματος είτε πετυχαίνοντας μεγαλύτερο ρυθμό μετάδοσης είτε επιλέγοντας ένα χρήστη που δεν επιλέχθηκε για μεγάλο συγκριτικά με τους άλλους διάστημα.

2.2 Αλγόριθμοι υπό μελέτη

2.2.1 Αλγόριθμος Σειριακής Επιλογής Χρηστών.

Ο αλγόριθμος αυτός χρησιμοποιεί σαν κριτήριο μόνο τον χρόνο τον οποίο επιλέγεται ο κάθε χρήστης. Δηλαδή για το σύνολο των χρηστών που υπάρχουν στο σύστημα η σειρά επιλογής είναι καθορισμένη και σειριακή με κάθε χρήστη να ακολουθεί τον προηγούμενο με την ίδια πάντα σειρά. Αν και το κριτήριο επιλογής είναι το πιο δίκαιο μοιράζοντας τον χρόνο σε ίσα μερίδια για κάθε χρήστη και δεν χρειάζεται στοιχεία ανάδρασης για την κατάσταση του καναλιού για την επιλογή χρήστη, δεν εκμεταλλεύεται το κέρδος που μπορούμε να έχουμε από την κατάλληλη επιλογή η οποία θα αύξανε την απόδοση του συστήματος.

Έτσι η απόδοση (throughput) του συστήματος είναι το σύνολο της μέσης απόδοσης του κάθε χρήστη

$$T = \frac{1}{K} \sum_{1}^{K} T_K \quad (2.7)$$

Όπου T το συνολικό throughput, k ο αριθμός των χρηστών και T_K το throughput του κάθε χρήστη.

2.2.2 Αλγόριθμος Επιλογής Χρηστών Με Βάση το SNR.

Ο αλγόριθμος αυτός χρησιμοποιεί σαν κριτήριο το SNR (Λόγο σήματος προς Θόρυβο) του κάθε χρήστη, δηλαδή η επιλογή γίνεται σε χρήστη που εκείνη τη χρονική στιγμή έχει το μεγαλύτερο SNR από τους άλλους χρήστες. Σχεδιάζοντας έτσι το χρονοπρογραμματισμό επιτυγχάνουμε για τον χρήστη επιλογής μεγάλη απόδοση αφού η απόδοση και ο ρυθμός μετάδοσης εξαρτώνται άμεσα από το SNR.

$$f = \max(SNR_1, SNR_2, \dots, SNR_k) \quad (2.8)$$

Όπου f το κριτήριο επιλογής, max το μέγιστο των SNR των 1,2..... k χρηστών.

Μεγάλο μειονέκτημα του αλγορίθμου είναι ότι παρουσιάζει επιλεκτικότητα ανάμεσα στους χρήστες αφήνοντας μερικούς χωρίς να τους περιλαμβάνει λόγω χαμηλού SNR και μερικούς να τους επιλέγει συνεχόμενα λόγω του SNR τους.

2.2.3 Proportionally Fair Αλγόριθμος (PFS).

Ο αλγόριθμος αυτός που εξετάζεται και πιο διεξοδικά καταφέρει και συνδυάζει τα δύο χαρακτηριστικά που θεωρούνται και πιο σημαντικά στον χρονοπρογραμματισμό δηλαδή είναι δίκαιος σε όλους τους χρήστες και αποδοτικός.

Βασικό κριτήριο του αλγορίθμου είναι η μεγιστοποίηση του λόγου του στιγμιαίου ρυθμού δεδομένων του χρήστη προς το μέσο ρυθμό δεδομένων του. Καθώς ο αριθμός των χρηστών μεγαλώνει ο PFS αποδίδει ίσο χρόνο σε κάθε χρήστη και ο ρυθμός μετάδοσης είναι κοντά στον μέγιστο ρυθμό σε περιβάλλον αργών διαλείψεων [14].

Για ροές δεδομένων η στρατηγική χρονοπρογραμματισμού μπορεί να απλοποιηθεί αντικαθιστώντας το μέσο ρυθμό δεδομένων με το μέγιστο ρυθμό δεδομένων. Επίσης μια δεύτερη απλοποίηση που γίνεται είναι η αντικατάσταση του ρυθμού δεδομένων με το SNR του χρήστη οπότε κριτήριο επιλογής γίνεται ο λόγος του στιγμιαίου SNR προς το μέγιστο SNR. Σημειώνεται ότι αυτές οι απλοποιήσεις είναι μια καλή προσέγγιση ειδικά για χαμηλές τιμές SNR όπου :

$$\frac{\log(1 + S)}{\log(1 + S_p)} \approx \frac{S}{S_p} \quad (2.9)$$

Όπου S και S_p δηλώνουν το στιγμιαίο και μέγιστο SNR δεδομένων και υποθέτουμε ότι υπάρχουν κώδικες οι οποίοι δουλεύουν κοντά στη χωρητικότητα Shannon ώστε ο ρυθμός δεδομένων $\log(1 + S)$ να επιτυγχάνεται για SNR με τιμή S .

Έτσι καθορίζουμε μια τυχαία μεταβλητή f_k για τον χρήστη k

$$f_k = \frac{\text{instSNRforUserK}}{\text{peakSNRforUserK}} \quad (2.10)$$

Ο επιλεγμένος χρήστης k_m θα είναι ο

$$k_m = \arg \max_{k \in \{1 \dots K\}} f_k \quad (2.11)$$

Ορίζουμε μια νέα τυχαία μεταβλητή f_m

$$f_m = \max_{k \in \{1 \dots K\}} f_k \quad (2.12)$$

Θα κάνουμε επίσης την παραδοχή ότι ίσος χρόνος δίνεται σε όλους τους χρήστες για κάθε αριθμό τους K η οποία ισχύει όταν το K είναι μεγάλο [14].

2.2.4 Περίπτωση Opportunistic Beam-forming με PFS.

Θεωρούμε ένα σύστημα με M κεραίες εκπομπής και 1 κεραία λήψης όπου ο πίνακας G ($1 \times M$) είναι ο πίνακας του καναλιού και $W(G)$ είναι ο βέλτιστος προ-κωδικοποιημένος πίνακας και δίνεται

$$w(G) = \frac{G^\dagger}{\|G\|} \quad (2.13)$$

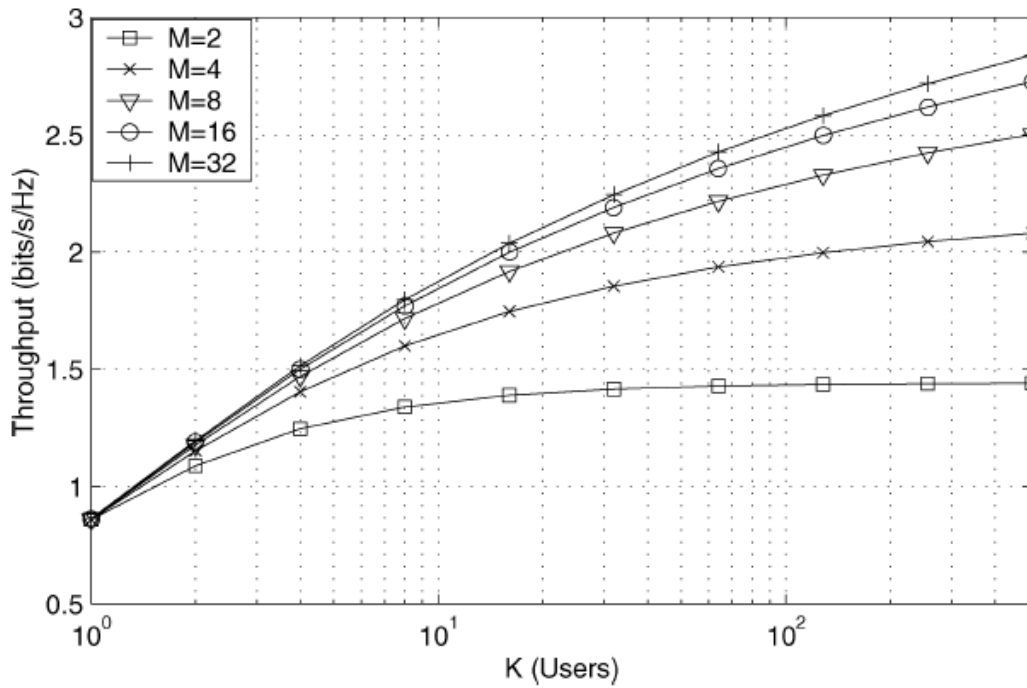
Το κέρδος από το SNR λόγω βέλτιστης διαμόρφωσης δέσμης είναι $\|H_k\|^2$ και από τον ορισμό που δώσαμε για το f_k έχουμε

$$f_k = \frac{\|H_k G^\dagger\|^2}{\|G\|^2 \|H_k\|^2} \quad (2.14)$$

Η απόδοση (throughput) δίνεται προσεγγιστικά, με το μέγιστο SNR για το χρήστη k να δίνεται με $s_k P y$ όπου $y = \|H_k\|^2$ είναι το κέρδος με τέλεια ανάδραση για τον χρήστη k . Από τον ορισμό του f_m έχουμε ότι το στιγμιαίο SNR του χρήστη k που έγκειται στον χρονοπρογραμματιστή είναι $s_k P f_m y$. Εφόσον τα f_k θεωρούνται ανεξάρτητα από τα H_k και ο αλγόριθμος ότι δίνει ίσο χρόνο σε όλους τους χρήστες, το ολικό throughput T υπολογίζεται παίρνοντας τις μέσες τιμές των στατιστικών των f_m (2.12), $y = \|H_k\|^2$, και H_k ως εξής

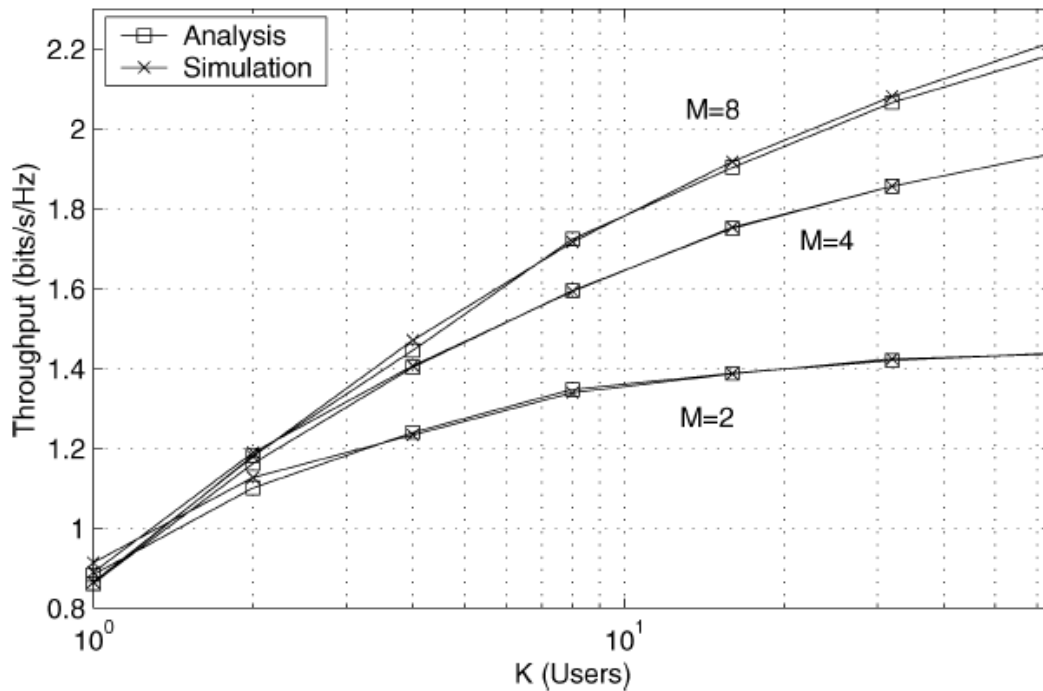
$$T = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \int_0^\infty \int_0^1 \log[1 + s_k P f_m y] p f_m(f_m) p y(y) d f_m d y \quad (2.15)$$

Σε σενάριο με k χρήστες με $0dB$ μέσο SNR και M τον αριθμό κεραιών εκπομπής παίρνουμε τα παρακάτω αποτελέσματα



Σχήμα 2-2: Αποτελέσματα με διαφορετικό αριθμό κεραιών και αυξανόμενο αριθμό χρηστών [14].

όπου M ο αριθμός των κεραιών και K ο αριθμός των χρηστών. Παρατηρούμε εκτός από την αναμενόμενη αύξηση της απόδοσης λόγω της αύξησης του M , την αύξηση της απόδοσης όσο περισσότεροι είναι οι χρήστες στο σύστημα.



Σχήμα 2-3: Σύγκριση Θεωρητικών αποτελεσμάτων και προσομοίωσης.

Μπορούμε να παρατηρήσουμε στο Σχήμα 2-3 την ανάλυση του θεωρητικού αποτελέσματος της 2.13 και την επαλήθευσή του με προσομοίωση [14].

Συμπεραίνουμε λοιπόν ότι ο PFS είναι ένας αποδοτικός αλγόριθμος χρονοπρογραμματισμού ο οποίος μας δίνει την ευκαιρία να έχουμε μεγάλες απολαβές στην απόδοση συστήματος MIMO με πολλούς χρήστες τόσο από την πλευρά της μετάδοσης όσο και στην πλευρά διαμοιρασμού του χρόνου στους χρήστες.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζονται οι τεχνικές της προσομοίωσης των αλγορίθμων επιλογής χρηστών που αναπτύχθηκαν στα προηγούμενα κεφάλαια. Η προσομοίωση εκτελέστηκε σε περιβάλλον MATLAB.

3.1 Παραδοχές κατά την προσομοίωση

Κατά την προσομοίωση έγιναν οι ακόλουθες παραδοχές :

3.1.1 Δίαυλος

Ο δίαυλος θεωρείται ότι παρουσιάζει *επίπεδες διαλείψεις (flat fading)*. Η διάδοση γίνεται σε περιβάλλον *πλήρους σκέδασης (full scattering)*, δηλαδή έχουμε *διαλείψεις Rayleigh* και τα στοιχεία του πίνακα **H** είναι ανεξάρτητες κυκλικά συμμετρικές Gaussian τυχαίες μεταβλητές με μέση τιμή μηδέν και μοναδιαία διακύμανση.

Χρησιμοποιείται το *μοντέλο διαλείψεων κατά μπλοκ (block fading model)* κατά το οποίο ο δίαυλος μεταβάλλεται τυχαία, αλλά διατηρείται σταθερός για ένα χρονικό διάστημα (μερικές περιόδους συμβόλων) το οποίο είναι πολύ μικρότερο από το συνολικό χρόνο μετάδοσης. Οι διάφορες υλοποιήσεις του διαύλου κατά τη διάρκεια μιας μετάδοσης θεωρούνται στατιστικά ανεξάρτητες μεταξύ τους.

3.1.2 Μεταδιδόμενα σήματα

Στην προσομοίωση χρησιμοποιούνται *ισοδύναμα μιγαδικά σήματα βασικής ζώνης (μιγαδική περιβάλλουσα)* και όχι πραγματικά ζωνοπερατά. Η χρήση των μιγαδικών σημάτων διευκολύνει την προσομοίωση, αφού απαιτείται μικρότερος ρυθμός δειγματοληψίας και επομένως μικρότερο χρόνο εκτέλεσης.

Τα μεταδιδόμενα σύμβολα προέρχονται από BPSK και παράγονται τυχαία. Θεωρούμε ότι η ενέργεια κάθε μεταδιδόμενου συμβόλου είναι μοναδιαία, δηλαδή $E_s=1$.

Σε κάθε περίοδο συμβόλου το σύστημα μεταδίδει M_T ίδια σύμβολα.

Για λόγους απλότητας, δεν χρησιμοποιείται χρονική κωδικοποίηση των δεδομένων. Σίγουρα η χρονική κωδικοποίηση θα παρείχε κέρδος κωδικοποίησης, δηλαδή παράλληλη μετατόπιση των καμπυλών BEP-SNR προς τα αριστερά, χωρίς ωστόσο να επηρεάσει τα βασικά συμπεράσματα της προσομοίωσης.

Σε κάθε περίοδο συμβόλου το σύστημα μεταδίδει M_T ανεξάρτητα σύμβολα (ακριβώς όπως γίνεται στα συστήματα χωρικής πολυπλεξίας)

3.1.3 Δέκτης

Έστω $\mathbf{s}[k]$ το $M_T \times 1$ διάνυσμα των μεταδιδόμενων συμβόλων την χρονική στιγμή kT_s

(T_s : περίοδος ενός συμβόλου). Ο δέκτης λαμβάνει

$$\mathbf{y}[k] = \sqrt{\frac{E_s}{N_0}} \mathbf{H} \mathbf{s}[k] + \mathbf{n}[k] \quad (3.1)$$

όπου:

- \mathbf{H} : ο πίνακας ($M_R \times M_T$) μεταφοράς του διαύλου
- $\mathbf{y}[k]$: το $M_R \times 1$ διάνυσμα λήψης
- $\mathbf{n}[k]$: το $M_R \times 1$ διάνυσμα του θορύβου στο δέκτη. Ο θόρυβος θεωρείται λευκός προσθετικός που ακολουθεί την κυκλικά συμμετρική μιγαδική Gaussian κατανομή με μέση τιμή μηδέν και διακύμανση $\sigma_n^2 = N_0$.

Σημειώνεται ότι στο δέκτη δεν χρησιμοποιούμε προσαρμοσμένα φίλτρα (που είναι τα βέλτιστα φίλτρα παρουσία λευκού προσθετικού θορύβου) για λόγους απλότητας και ταχύτητας της προσομοίωσης.

Εξετάζονται οι εξής αλγόριθμοι χρονοπρογραμματισμού:

1. Σειριακής Επιλογής (Serial Scheduler)
2. Επιλογής με SNR (SNR Scheduler) .
3. Επιλογής με PFS (Proportionally Fair Scheduler)

3.1.4 Κανονικοποίηση σημάτων

Για να είναι συγκρίσιμα τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων, είναι απαραίτητη η κατάλληλη κανονικοποίηση (*normalization*) των σημάτων, των διαύλων και του θορύβου. Για λόγους απλότητας, υποθέτουμε ότι το εύρος ζώνης του διαύλου είναι 1Hz και η περίοδος συμβόλου είναι 1sec. Επίσης, με E_s συμβολίζουμε την μέση ενέργεια συμβόλου, η οποία ισούται με την ισχύ εκπομπής (αφού $T_s=1\text{sec}$). Στην παρούσα προσομοίωση δεχόμαστε ότι $E_s=1$.

Σε διαύλους με πολλές κεραιές εκπομπής (έστω ότι έχουμε M_T κεραιές εκπομπής), θεωρούμε ότι η μέση εκπεμπόμενη ενέργεια ανά περίοδο ενός συμβόλου είναι σταθερή, ανεξάρτητα του πόσες κεραιές διαθέτουμε. Έτσι, η μέση ενέργεια συμβόλου ανά κεραιά είναι E_s/M_T . Με άλλα λόγια, κάθε φορά η συνολική εκπεμπόμενη ισχύς θεωρείται σταθερή και μοιράζεται εξίσου στις M_T κεραιές μετάδοσης. Αυτό γίνεται για να είναι συγκρίσιμα τα αποτελέσματα της προσομοίωσης διάφορων συστημάτων

με διαφορετικό αριθμό κεραιών, αφού η συνολική εκπεμπόμενη ισχύς είναι ένας βασικός παράγοντας σχεδίασης τηλεπικοινωνιακών συστημάτων. Αφού λοιπόν έχουμε $E_s=1$, η ενέργεια συμβόλου ανά κεραία είναι $1/M_T$ και η συνολική εκπεμπόμενη ισχύς είναι μοναδιαία.

Ο σηματοθορυβικός λόγος είναι $SNR=E_s/N_0$. Αφού $E_s=1$, θα έχουμε $N_0=1/SNR$, που είναι η διακύμανση του θορύβου στο δέκτη.

3.1.5 Υλοποίηση Αλγορίθμων

Οι αλγόριθμοι υλοποιήθηκαν με τους χρήστες να παίρνουν τυχαίες τιμές SNR από γεννήτριες τυχαίων αριθμών, με τιμές που ακολουθούν κανονική κατανομή με μέση τιμή 0 db και τυπική απόκλιση 1 db, τιμές στις οποίες γίνεται η προσομοίωση.

Για τον σειριακό αλγόριθμο η επιλογή γίνεται σύμφωνα με τον αύξοντα αριθμό του χρήστη με κυκλικό ρυθμό στις επαναλήψεις της προσομοίωσης έτσι ώστε ο ένας χρήστης να διαδέχεται τον άλλο με την ίδια πάντα σειρά.

Για τον αλγόριθμο επιλογής με τιμές SNR σε κάθε επανάληψη παράγονται οι τυχαίες τιμές για κάθε χρήστη και επιλέγεται ο χρήστης με την υψηλότερη τιμή.

Για τον PFS αλγόριθμο η επιλογή γίνεται σε χρήστη που η στιγμιαία τιμή SNR που έχει προς τη μέγιστη που μπορεί να έχει είναι μεγαλύτερη από τους αντίστοιχους λόγους των άλλων χρηστών. Η μέγιστη τιμή SNR του κάθε χρήστη παράγεται και αυτή τυχαία παίρνοντας τιμές μέχρι 3 db.

3.2 Στόχος της προσομοίωσης

Στόχος της προσομοίωσης είναι η αξιολόγηση της επίδοσης διαφόρων αλγορίθμων χρονοπρογραμματισμού τόσο από την πλευρά της απόδοσης του καθενός όσο και από την πλευρά του καταμερισμού χρόνου σε κάθε χρήστη. Οι συγκρίσεις δίνονται μέσω γραφικών παραστάσεων.

3.3 Κώδικας MATLAB της προσομοίωσης

Στο παράρτημα Β παρατίθεται ο κώδικας MATLAB που αναπτύχθηκε για τις ανάγκες των προσομοιώσεων της διπλωματικής εργασίας. Αρχικά σχεδιάστηκε ο πίνακας μεταφοράς διαύλου και κατόπιν κανονικοποιήθηκε, προκειμένου το κανάλι να μην αποδίδει απώλειες ισχύος. Στη συνέχεια αναπτύχθηκαν αλγόριθμοι επιλογής χρηστών και μετάδοσης των δεδομένων μέσω του καναλιού. Τα m-files που αντιστοιχούν στον παρακάτω κώδικα (λογισμικό υλοποίησης) συμπεριλαμβάνονται μαζί με άλλα συνοδευτικά αρχεία στον οπτικό δίσκο, που παρατίθεται μαζί με την εργασία.. Σημειώνεται πως σε αρκετές προσομοιώσεις, ο κώδικας δεν είναι αυτόνομος και δεν δύναται να “τρέξει” απευθείας, παρα μόνον με κατάλληλη χρήση

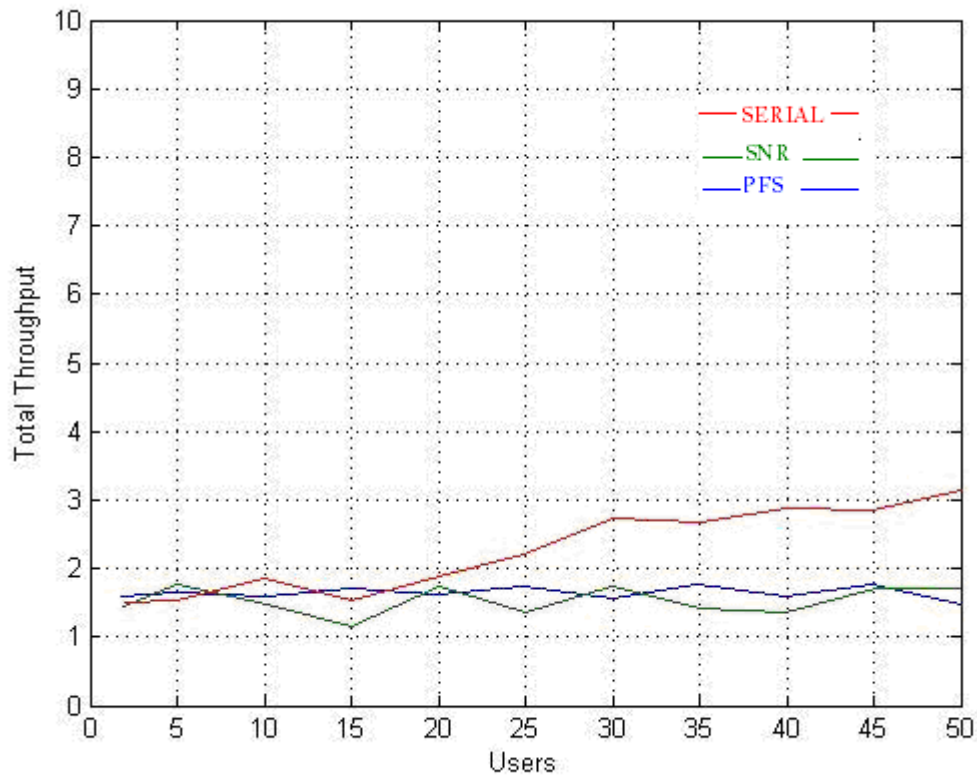
(κλήση συναρτήσεων-function calling). Εκ των πραγμάτων, για να πραγματοποιήσει κανείς simulations, θα πρέπει να διαθέτει στοιχειώδεις γνώσεις σε περιβάλλον MATLAB. Για μια καλή επισκόπηση του υποβάθρου σε προγραμματισμό MATLAB, ενδεικτικά αναφέρονται τα παρακάτω links :

http://www.mathworks.com/academia/student_center/tutorials/launchpad.html

<http://www.cs.uoi.gr/~kblekas/courses/PR/Matlab2.pdf>

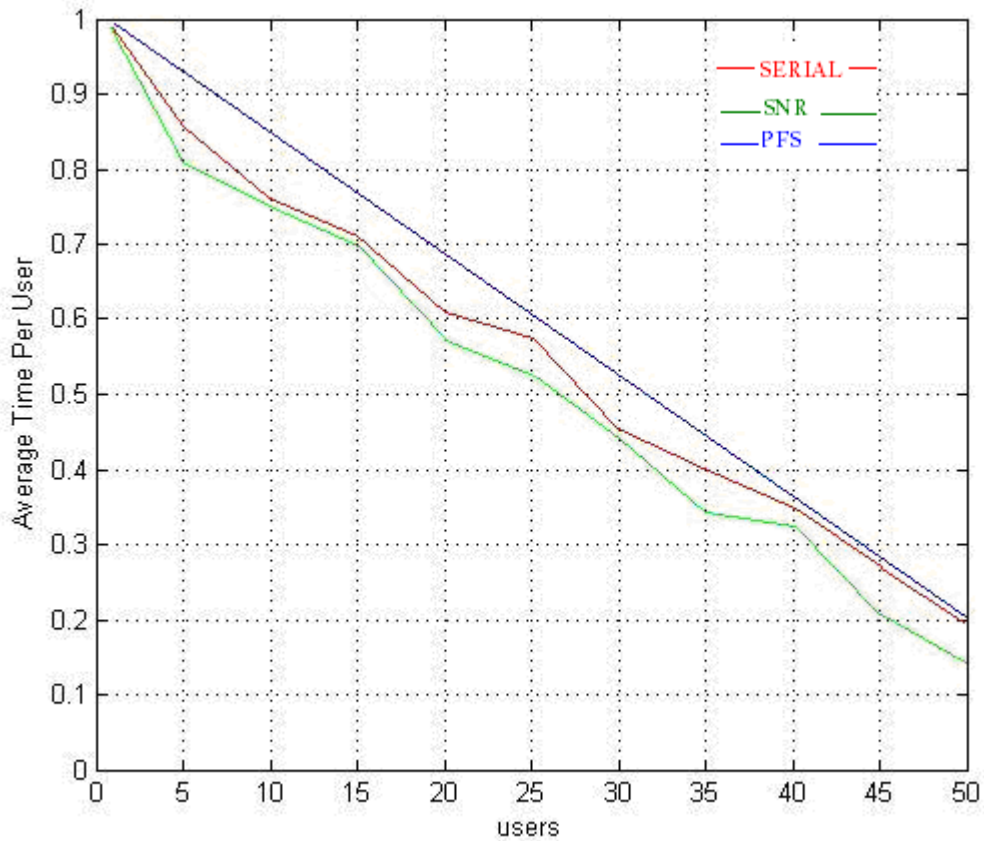
Τα m-files συντάθηκαν σε περιβάλλον MATLAB R2007a.

3.4 Ενδεικτικά Αποτελέσματα και Γραφήματα της προσομοίωσης



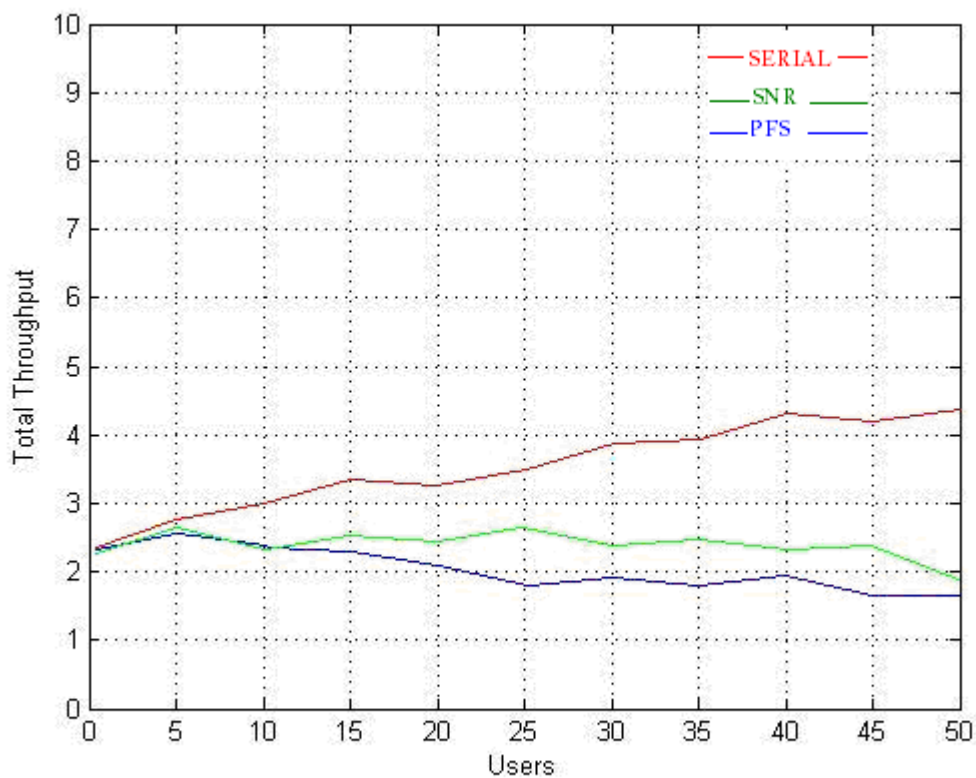
Αποτελέσματα για 2 κεραιές εκπομπής και 1 κεραιά λήψης, σε 10000 επαναλήψεις ή μονάδες χρόνου. Ο χρόνος υπολογίζεται σαν κλάσμα των μονάδων χρόνου που επιλέγεται ο χρήστης προς τις συνολικές μονάδες χρόνου. Χρησιμοποιήθηκε BPSK κωδικοποίηση και πακέτο 200 bits ανά μονάδα χρόνου, 0 db μέσο SNR ανά χρήστη και τα αποτελέσματα στον κάθετο άξονα είναι ο αριθμός που προβάλεται επί το 100. Το συνολικό throughput υπολογίζεται σαν άθροισμα των throughput των χρηστών στις μονάδες χρόνου.

Έχουμε αποτελέσματα για ένα σύστημα MISO τα οποία μας δείχνουν και αυτά καλύτερη συνολική απόδοση για τον PFS αλγόριθμο από τους σειριακό και SNR, ιδιαίτερα η διαφορά αυξάνεται όταν αυξάνεται και ο αριθμός των χρηστών.



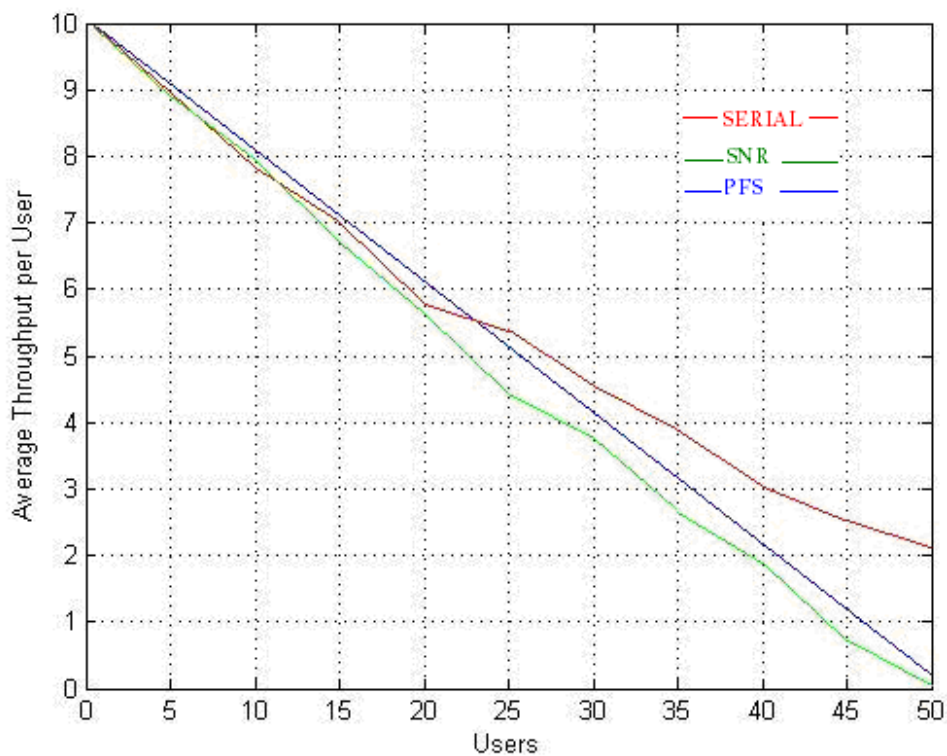
Αποτελέσματα για 2 κεραίες εκπομπής και 2 κεραίες λήψης, σε 10000 επαναλήψεις ή μονάδες χρόνου. Ο χρόνος υπολογίζεται σαν κλάσμα των μονάδων χρόνου που επιλέγεται ο χρήστης προς τις συνολικές μονάδες χρόνου.

Μπορούμε να δούμε από τα αποτελέσματα ότι ο μέσος χρόνος που αποδίδεται σε κάθε χρήστη και δηλώνει και τη δικαιοσύνη του αλγορίθμου όταν ο αριθμός των χρηστών αυξάνεται συγκλίνει για τον PFS αλγόριθμο και για τον σειριακό που είναι ο πιο δίκαιος μοιράζοντας σε ίσα τμήματα το συνολικό χρόνο, ενώ ο αλγόριθμος επιλογής με κριτήριο το SNR έχει την πιο “άδικη” μεταχείριση στους χρήστες.



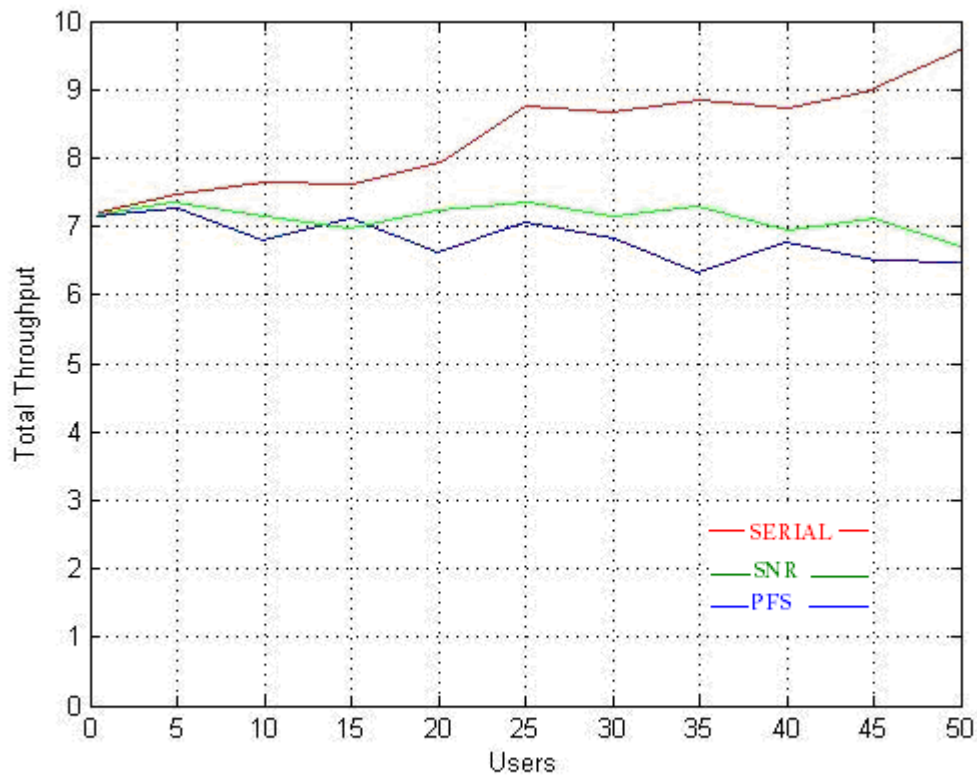
Αποτελέσματα για 2 κεραιές εκπομπής και 2 κεραιές λήψης, σε 10000 επαναλήψεις ή μονάδες χρόνου. Χρησιμοποιήθηκε BPSK κωδικοποίηση και πακέτο 250 bits ανά μονάδα χρόνου, 0 db μέσο SNR ανά χρήστη και τα αποτελέσματα στον κάθετο άξονα είναι ο αριθμός που προβάλεται επί το 100. Το συνολικό throughput υπολογίζεται σαν άθροισμα των throughput των χρηστών στις μονάδες χρόνου.

Από τα παραπάνω αποτελέσματα μπορούμε να διακρίνουμε την αποτελεσματικότητα στην απόδοση του συστήματος του PFS αλγορίθμου έναντι των άλλων αλγορίθμων βλέποντας μεγάλη διαφορά στο συνολικό Throughput, δηλαδή τη συνολική αύξηση του συνολικού μέσου ρυθμού μετάδοσης.



Αποτελέσματα για 2 κεραιές εκπομπής και 2 κεραιές λήψης, σε 10000 επαναλήψεις ή μονάδες χρόνου. Χρησιμοποιήθηκε BPSK κωδικοποίηση και πακέτο 10000 bits ανά μονάδα χρόνου, 0 db μέσο SNR ανά χρήστη και τα αποτελέσματα στον κάθετο άξονα είναι ο αριθμός που προβάλεται επί το 100. Το μέσο throughput υπολογίζεται σαν άθροισμα των throughput του κάθε χρήστη προς τις μονάδες χρόνου.

Από το γράφημα μπορούμε να διακρίνουμε για τη μέση απόδοση του κάθε χρήστη την διαφορά στον PFS αλγόριθμο και τους άλλους 2, μια διαφορά που υπάρχει γιατί ο PFS αλγόριθμος ουσιαστικά διαλέγει το χρήστη που βρίσκεται στην καλύτερη σχετική SNR του κατάσταση.



Αποτελέσματα για 4 κεραιές εκπομπής και 4 κεραιές λήψης, σε 10000 επαναλήψεις ή μονάδες χρόνου. Χρησιμοποιήθηκε BPSK κωδικοποίηση και πακέτο 200 bits ανά μονάδα χρόνου, 0 db μέσο SNR ανά χρήστη και τα αποτελέσματα στον κάθετο άξονα είναι ο αριθμός που προβάλεται επί το 100. Το συνολικό throughput υπολογίζεται σαν άθροισμα των throughput των χρηστών στις μονάδες χρόνου

Στα παραπάνω αποτελέσματα για διαφορετικό σύστημα επίσης διακρίνεται η αποτελεσματικότητα του PFS αλγορίθμου απέναντι στους ανταγωνιστές του δίνοντας καλύτερη συνολική απόδοση στο σύστημα με τον αλγόριθμο κριτηρίου SNR να ακολουθεί με λίγη διαφορά από το σειριακό αλγόριθμο που παρουσιάζει την μικρότερη απόδοση και από τους 3.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟ ΥΠΟΒΑΘΡΟ

Στο παράρτημα αυτό δίνεται μια όσο το δυνατόν συνοπτικότερη παρουσίαση του απαραίτητου μαθηματικού υπόβαθρου (γραμμική άλγεβρα και θεωρία πιθανοτήτων) για την κατανόηση του κειμένου. Πληρέστερη επεξήγηση και απόδειξη των παρακάτω σχέσεων και θεωρημάτων είναι διαθέσιμες σε πολλά βιβλία γραμμικής άλγεβρας και θεωρίας πιθανοτήτων (ενδεικτικά αναφέρονται τα “Linear Algebra and its Applications” του G.Strang [33] για γραμμική άλγεβρα, “Probability, Random Variables and Stochastic Processes” των A.Papoulis και S. U. Pillai [8] για στατιστική και θεωρία πιθανοτήτων και “Digital Communications” του J. Proakis [13], για μια καλή επισκόπηση του μαθηματικού υποβάθρου που απαιτείται στις τηλεπικοινωνίες).

A.1 Γραμμική Άλγεβρα και Θεωρία Πινάκων

- **Ορθομοναδιαίος** (*unitary*) λέγεται ένας τετραγωνικός πίνακας με μιγαδικά στοιχεία που έχει ορθοκανονικές στήλες και γραμμές και ισχύει:

$$\mathbf{U}^H \mathbf{U} = \mathbf{U} \mathbf{U}^H = \mathbf{I} \quad (\text{A.1})$$

Αντίστοιχα, ένας τετραγωνικός πίνακας με πραγματικά στοιχεία που έχει ορθοκανονικές στήλες και γραμμές λέγεται **ορθογώνιος** (*orthogonal*).

- **Ίχνος** (*trace*) ενός τετραγωνικού πίνακα είναι το άθροισμα των διαγωνίων στοιχείων του, δηλαδή για έναν $n \times n$ πίνακα \mathbf{A} :

$$\text{tr}\{\mathbf{A}\} = \sum_{i=1}^n [\mathbf{A}]_{ii} \quad (\text{A.2})$$

Το ίχνος παρουσιάζει τις εξής χρήσιμες ιδιότητες:

$$\text{tr}\{\mathbf{A}\} = \sum_i \lambda_i(\mathbf{A}) \quad (\text{A.3})$$

$$\text{tr}\{\mathbf{ABC}\} = \text{tr}\{\mathbf{CAB}\} = \text{tr}\{\mathbf{BCA}\} \quad (\text{A.4})$$

- **Frobenius νόρμα** (*Frobenius norm*) ενός πίνακα $m \times n$:

$$\|\mathbf{A}\|_F = \sqrt{\sum_{s=1}^m \sum_{t=1}^n |[\mathbf{A}]_{i,j}|^2} = \sqrt{\text{tr } \mathbf{A}\mathbf{A}^H} = \sqrt{\text{tr } \mathbf{A}^H \mathbf{A}} \quad (\text{A.5})$$

Όταν πρόκειται για διανύσματα, η Frobenius νόρμα ταυτίζεται με την ευκλείδεια.

Μια ενδιαφέρουσα ιδιότητα της Frobenius νόρμας είναι ότι ισούται με τη ρίζα του άθροισματος των τετραγώνων των ιδιόμορφων τιμών του πίνακα, δηλ.

$$\|\mathbf{A}\|_F = \sqrt{\sum_{i=1}^{\text{rank}(\mathbf{A})} \sigma_i^2} \quad (\text{A.6})$$

- **Ορίζουσα** (*determinant*) ενός πίνακα: Ισούται με τον όγκο του παραλληλεπίπεδου που ορίζεται στον n -διάστατο χώρο από τις στήλες του $n \times n$ πίνακα. Όταν ο πίνακας είναι ιδιόμορφος (*singular*), τότε η ορίζουσά του είναι ίση με το μηδέν.

Μια πολύ χρήσιμη ιδιότητα της ορίζουσας είναι ότι ισούται με το γινόμενο των ιδιοτιμών:

$$\det\{\mathbf{A}\} = \prod_{i=1}^{\text{rank}(\mathbf{A})} \lambda_i(\mathbf{A}) \quad (\text{A.7})$$

- **Βαθμός** (*rank*) είναι ο αριθμός των γραμμικά ανεξάρτητων στηλών (και γραμμών) του πίνακα. Οι μη ιδιόμορφοι $n \times n$ πίνακες έχουν βαθμό n και λέγονται και *πλήρους βαθμού* (*full rank*) πίνακες.
- **Ιδιοτιμές και Ιδιοδιανύσματα** (*eigenvalues and eigenvectors*): Για οποιονδήποτε πίνακα \mathbf{A} υπάρχει διάνυσμα \mathbf{u} και βαθμωτός λ ώστε να ισχύει η εξίσωση: $\mathbf{A}\mathbf{u} = \lambda\mathbf{u}$. Τότε, λέμε πως ο λ είναι *ιδιοτιμή* και \mathbf{u} το αντίστοιχο *ιδιοδιάνυσμα* του πίνακα \mathbf{A} . Ένας πίνακας βαθμού r έχει ακριβώς r μη μηδενικές ιδιοτιμές.
- **Θετικά ορισμένος** (*positive definite*) είναι ένας πίνακας \mathbf{A} αν και μόνον αν, για οποιοδήποτε μη μηδενικό διάνυσμα \mathbf{x} ισχύει $\mathbf{x}^H \mathbf{A} \mathbf{x} > 0$ ή ισοδύναμα, αν και μόνον αν όλες οι ιδιοτιμές του είναι πραγματικές και θετικές. Όταν μπορεί να ισχύει και η ισότητα, τότε ο πίνακας λέγεται *θετικά ημιορισμένος* (*semi-definite*). Αντίστοιχα ορίζεται ο *αρνητικά (ημι)ορισμένος* πίνακας.
- **Διάσπαση ιδιοτιμών** (*eigenvalue decomposition*): Έστω ένας ερμητιανός πίνακας \mathbf{H} (δηλαδή $\mathbf{H} = \mathbf{H}^H$), τότε μπορεί να γραφεί στη μορφή:

$$\mathbf{H} = \mathbf{Q}\mathbf{\Lambda}\mathbf{Q}^H \quad (\text{A.8})$$

όπου $\mathbf{\Lambda}$ είναι ένας διαγώνιος πίνακας με τις ιδιοτιμές του \mathbf{H} και \mathbf{Q} ένας ορθομοναδιαίος πίνακας με στήλες τα αντίστοιχα ιδιοδιανύσματα.

- **Διάσπαση ιδιόμορφων τιμών** (*singular value decomposition*) ενός $m \times n$ πίνακα \mathbf{A} βαθμού r : Ο πίνακας \mathbf{A} μπορεί να διασπαστεί στη μορφή:

$$\mathbf{A} = \mathbf{U}\mathbf{\Sigma}\mathbf{V}^H \quad (\text{A.9})$$

όπου:

$\mathbf{\Sigma}$: ένας διαγώνιος πίνακας με τις τετραγωνικές ρίζες των ιδιοτιμών (σε φθίνουσα σειρά) του πίνακα $\mathbf{A}\mathbf{A}^H$ (που είναι ίδιες με αυτές του $\mathbf{A}^H\mathbf{A}$),

\mathbf{U} ο ορθομοναδιαίος πίνακας με στήλες τα ιδιοδιανύσματα του $\mathbf{A}\mathbf{A}^H$ και

\mathbf{V} ο ορθομοναδιαίος πίνακας με στήλες τα ιδιοδιανύσματα του $\mathbf{A}^H\mathbf{A}$.

- **Γινόμενο Kronecker:**

$$\mathbf{A} \otimes \mathbf{B} = \begin{bmatrix} [\mathbf{A}]_{1,1}\mathbf{B} & \dots & [\mathbf{A}]_{1,n}\mathbf{B} \\ \vdots & & \vdots \\ [\mathbf{A}]_{m,1}\mathbf{B} & \dots & [\mathbf{A}]_{m,n}\mathbf{B} \end{bmatrix} \quad (\text{A.10})$$

- **Πίνακας Προβολής** (*Projection Matrix*): Έστω \mathbf{A} ένας $m \times n$ πίνακας ($m \geq n$). Αν ο \mathbf{A} έχει πλήρη βαθμό στηλών, τότε ο πίνακας ορθογώνιας προβολής στον χώρο στηλών του \mathbf{A} ορίζεται ως:

$$\mathbf{\Pi}_A = \mathbf{A}(\mathbf{A}^H\mathbf{A})^{-1}\mathbf{A}^H \quad (\text{A.11})$$

Ο πίνακας προβολής έχει τις εξής ιδιότητες:

$$\mathbf{\Pi}_A \cdot \mathbf{\Pi}_A = \mathbf{\Pi}_A \quad (\text{A.12})$$

$$\mathbf{\Pi}_A \cdot \mathbf{A} = \mathbf{A} \quad (\text{A.13})$$

Επιπλέον, ο πίνακας ορθογώνιας προβολής στο συμπλήρωμα του χώρου στηλών του πίνακα \mathbf{A} ορίζεται ως:

$$\mathbf{\Pi}_A^\perp = \mathbf{I} - \mathbf{\Pi}_A \quad (\text{A.14})$$

- **Μιγαδικά Διανύσματα**: Έστω \mathbf{x} , \mathbf{y} διανύσματα με μιγαδικά στοιχεία και \mathbf{A} ένας $m \times n$ πίνακας με μιγαδικά στοιχεία επίσης. Αν ισχύει $\mathbf{y} = \mathbf{A}\mathbf{x}$, τότε μπορούμε να γράψουμε :

$$\begin{bmatrix} \text{Re } \mathbf{y} \\ \text{Im } \mathbf{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{Re } \mathbf{A} & -\text{Im } \mathbf{A} \\ \text{Im } \mathbf{A} & \text{Re } \mathbf{A} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \text{Re } \mathbf{x} \\ \text{Im } \mathbf{x} \end{bmatrix} \quad (\text{A.15})$$

Δηλαδή, μπορούμε να παραστήσουμε ένα μιγαδικό διάνυσμα ως ένα πραγματικό διάνυσμα διπλάσιων διαστάσεων και τον μιγαδικό πίνακα \mathbf{A} ως $2m \times 2n$ πίνακα πραγματικών αριθμών.

A.2 Θεωρία πιθανοτήτων

A.1.1 Gaussian κατανομή μίας πραγματικής μεταβλητής

Όταν μια τυχαία X μεταβλητή ακολουθεί Gaussian κατανομή με μέση τιμή μ και διακύμανση σ^2 , γράφουμε $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ και η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας δίνεται από τη σχέση :

$$p_x(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{x-\mu^2}{2\sigma^2}} \quad (\text{A.16})$$

Η πιθανότητα η τυχαία μεταβλητή X να λάβει τιμή $X \leq x$ είναι

$$P_x(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \int_{-\infty}^x \exp\left(-\frac{u-\mu^2}{2\sigma^2}\right) du \quad (\text{A.17})$$

Όταν η μέση τιμή είναι μηδέν και η διακύμανση μοναδιαία, τότε έχουμε:

$$Q(x) \equiv \Pr \{ X \geq x \} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^{\infty} e^{-u^2/2} du \quad (\text{A.18})$$

Η $Q(x)$ φράσσεται σύμφωνα με το φράγμα του Chernoff [13] από:

$$Q(x) \leq \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) \quad (\text{A.19})$$

A.1.2 Πολυμεταβλητή Gaussian κατανομή

Ένα διάνυσμα πραγματικών τυχαίων μεταβλητών \mathbf{x} είναι Gaussian με μέση τιμή $\boldsymbol{\mu}$ και μητρώο διακύμανσης $\boldsymbol{\Sigma}$ (και γράφουμε $\mathbf{x} \sim N(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma})$) όταν η από κοινού συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας των στοιχείων του \mathbf{x} γράφεται ως:

$$p(\mathbf{x}) = (2\pi)^{-m/2} |\boldsymbol{\Sigma}|^{-1/2} \exp\left(-\frac{1}{2} \mathbf{x} - \boldsymbol{\mu}^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{x} - \boldsymbol{\mu}\right) \quad (\text{A.20})$$

A.1.3 Μιγαδικά Gaussian τυχαία διανύσματα

Ένα μιγαδικό διάνυσμα ακολουθεί την Gaussian κατανομή όταν

$$\begin{bmatrix} \text{Re } \mathbf{x} \\ \text{Im } \mathbf{x} \end{bmatrix} \sim N(\boldsymbol{\mu}', \boldsymbol{\Sigma}') \quad (\text{A.21})$$

A.1.4 Κυκλικά συμμετρικά Gaussian τυχαία διανύσματα

Ένα τυχαίο διάνυσμα \mathbf{x} λέγεται *κυκλικά συμμετρικό Gaussian τυχαίο διάνυσμα* (*circularly symmetric Gaussian random vector*), όταν το πραγματικό και φανταστικό τους μέρος ακολουθούν από κοινού την Gaussian κατανομή με μέση τιμή $\boldsymbol{\mu}' = [\text{Re}(\boldsymbol{\mu}) \text{Im}(\boldsymbol{\mu})]^T$ και μητρώο διακύμανσης $\boldsymbol{\Sigma}'$, το οποίο έχει την ακόλουθη δομή :

$$\boldsymbol{\Sigma}' = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Sigma}_1 & \boldsymbol{\Sigma}_2 \\ -\boldsymbol{\Sigma}_2 & \boldsymbol{\Sigma}_1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.22})$$

Σημειώνεται ότι εκ κατασκευής ισχύει $\boldsymbol{\Sigma}_1^T = \boldsymbol{\Sigma}_1$ και $\boldsymbol{\Sigma}_2^T = -\boldsymbol{\Sigma}_2$.

Τα διανύσματα αυτά συμβολίζονται ως $\mathbf{x} \sim N_C(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma})$ και έχουν τις ακόλουθες ιδιότητες :

$$E \mathbf{x} = \boldsymbol{\mu} = \text{Re } \boldsymbol{\mu} + j \text{Im } \boldsymbol{\mu} \quad (\text{A.23})$$

$$E \left[\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu} \quad \mathbf{x} - \boldsymbol{\mu}^H \right] = \boldsymbol{\Sigma} = 2 \boldsymbol{\Sigma}_1 - j \boldsymbol{\Sigma}_2 \quad (\text{A.24})$$

$$E \left[\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu} \quad \mathbf{x} - \boldsymbol{\mu}^T \right] = \mathbf{0} \quad (\text{A.25})$$

και η από κοινού συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας γράφεται :

$$p(\mathbf{x}) = \pi^{-m} |\boldsymbol{\Sigma}|^{-1} \exp \left[- \mathbf{x} - \boldsymbol{\mu}^H \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{x} - \boldsymbol{\mu} \right] \quad (\text{A.26})$$

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β

Β.1 Σχεδιασμός πίνακα διαύλου H

createChannelMatrix.m

```
function
[Hmat,RR,RT,R]=createChannelMatrix(Mr,Mt,snapshots,channelType,normal
izationMode)
%
[Hmat,RR,RT,R]=createChannelMatrix(MRX,MTX,snapshots,channelType,more
Options,normalizationMode)
%
% ===== Narrowband channels only
%
%----- channelType-----
-----
% channelType=='iid' or 'i.i.d.'
%   Creates Rayleigh i.i.d. channel matrices
%   moreOptions: unused
%
% channelType=='kronecker' or 'kro' or 'kron'
%   Creates correlated Rayleigh channel matrices according to the
Kronecker
%   product model
%   % moreOptions is an array with 2 elements, each of which is a
%   matrix
%   moreOptions{1}: Receive Correlation matrix
%   moreOptions{2}: Transmit Correlation matrix
%
% channelType=='kronecker_exponential' or 'kro_exp'
%   Creates correlated Rayleigh channel matrices according to the
Kronecker
%   product model, assuming that antenna elements are linearly
correlated
%   % moreOptions is a vector with 2 elements
%   moreOptions(1): correlation coefficient for the receiver
%   moreOptions(2): correlation coefficient for the transmitter
%
% channelType=='3gpp'
%   Creates channel matrices based on the 3gpp model
%   Note that snapshots MUST be 750
%
% channelType=='time correlated'
%   Creates a AR(1) time correlated channel with model parameter at
%   % moreOptions is a array vector with at least two elements:
%   moreOptions{1}: The model parameter at
%   moreOptions{2}: The spatial channel model assumed (any
possible
%   channelType supported by this function can be used)
%   moreOptions{3:end}: moreOptions corresponding to the spatial
channel model as defined in moreOptions{2}.

%----- normalizationMode -----
-----
% normalizationMode defines how normalization of the channel matrices
is
% performed:
```

```

% 'per snapshot': norm(H(:,:,snap),'fro')==Mr*Mt for EVERY snapshot
% 'as a whole': mean( norm(H(:,:,snap),'fro')
% Default value is 'as a whole'

if nargin<6
    normalizationMode='per snapshot';
    if nargin==4
        moreOptions=[];
    end
end

switch lower(channelType)

    case {'iid','i.i.d.','i.i.d'}
        Hmat = 0.5*sqrt(2)*(randn(Mr,Mt,snapshots)+
j*randn(Mr,Mt,snapshots));
        Hmat = normalizeChannelMatrix(Hmat,normalizationMode);
        RR=eye(Mr); RT=eye(Mt); R=kron(RT,RR);

    case {'kronecker','kro','kron'}
        Hmat = 0.5*sqrt(2)*(randn(Mr,Mt,snapshots)+
j*randn(Mr,Mt,snapshots));
        Hmat = normalizeChannelMatrix(Hmat,normalizationMode);
        H=Hmat;
        [Rr,Rt,R] = estCorrMatrix(H, doNormalization)
        RR = moreOptions{1};
        RR=Mr*Mt*Rr/trace(Rr);
        RT = moreOptions{2};
        RT=Mr*Mt*Rt/trace(Rt);
        RR12 = chol(RR,'lower');
        RT12 = chol(RT,'lower');

        for k=1:snapshots
            Hmat(:,:,k) = RR12*Hmat(:,:,k)*RT12/sqrt(Mr*Mt);
        end %k

        R = kron(RT,RR);

    case {'kronecker_linear','kro_lin'}
        rhoR = moreOptions(1);
        rhoT = moreOptions(2);
        RR = toeplitz( rhoR.^[0:Mr-1] );
        RT = toeplitz( rhoT.^[0:Mt-1] );
        RR12 = chol( RR );
        RT12 = chol( RT );
        Hmat = 0.5*sqrt(2)*(randn(Mr,Mt,snapshots)+
j*randn(Mr,Mt,snapshots));
        Hmat = normalizeChannelMatrix(Hmat,normalizationMode);
        for k=1:snapshots
            Hmat(:,:,k) = RR12*Hmat(:,:,k)*RT12./trace(RR);
        end %k

        R = kron(RT,RR);
    case '3gpp'
        if isempty(moreOptions)
            moreOptions='16x4_6clusters';
        end
        switch lower(moreOptions)
            case '16x4_6clusters'

```

```

        load('3GPP_TF_ULA_16x4_6clusters_5.mat', 'Hmat')
    case '8x8_6clusters'
        load('3GPP_TF_ULA_8x8_6clusters_5.mat', 'Hmat')
    case '32x4_6clusters'
        load('3GPP_TF_ULA_32x4_6clusters_5.mat', 'Hmat')
    case '64x4_6clusters'
        load('3GPP_TF_ULA_64x4_6clusters_10.mat', 'Hmat')
    otherwise
        load('3GPP_TF_ULA_16x4_6clusters_5.mat', 'Hmat')
    end
    Hmat=squeeze(Hmat);
    if snapshots>size(Hmat,3)
        warning('You have asked for too many snapshots. Only %d
snapshots are available.',size(Hmat,3))
    elseif snapshots<size(Hmat,3)
        Hmat=Hmat(:,:,1:snapshots);
    end
    Hmat=normalizeChannelMatrix(Hmat,normalizationMode);
    [RR,RT,R] = estCovarMatrix(Hmat, false);

    case 'measured'
        load('FrRe_kylikeio_10_20MHz.mat')
        Data_Measured=data;
        clear data;
        rstep = floor(64/Mr);
        tstep = floor(8/Mt);
        for t=1:512;

Hmat(t, :, :, :)=Data_Measured(mod(t,128)+1,1,1:tstep:8,ceil(t/128):rste
p:64);
            end
            % for t=1:512;
            %
Hmat(t, :, :, :)=Data_Measured(mod(t,128)+1,1,1:1:Mt,1:1:Mr);
            % end
            Hmat=permute(Hmat,[3 2 1]);
            Hmat=normalizeChannelMatrix(Hmat,normalizationMode);
            [RR,RT,R] = estCovarMatrix(Hmat, false);

    case {'time correlated', 'time corr'} %AR(1) Time Correlated
Channel
        at = moreOptions{1};
        spatialType = moreOptions{2};
        if length(moreOptions)>2
            spatialOptions = moreOptions{3:end};
        else
            spatialOptions=[];
        end %if
        [Hw,RR,RT,R] =
createChannelMatrix(Mr,Mt,snapshots,spatialType,spatialOptions,norm
alizationMode);
        Hmat=zeros(size(Hw));
        Hmat(:,:,1)=Hw(:,:,1);
        for snaps=2:snapshots
            Hmat(:,:,snaps)=at*Hmat(:,:,snaps-1)+sqrt(1-
at^2)*Hw(:,:,snaps);
        end %snaps

    otherwise
        error('No such channel model supported. Please see help for
available models.');
```

```
end
```

normalizeChannelMatrix.m

```
function H = normalizeChannelMatrix(H,normalizationMode)

if nargin==1 || isempty(normalizationMode)
    normMode = 'as a whole';
end

[Mr,Mt,snapshots]=size(H);

switch lower(normMode)

    case 'per snapshot'
        nf = sqrt(mean(mean(abs(H).^2,1),2));    %[rx tx]
        nf = repmat(nf,[Mr Mt]);
        H = H./nf;

    case 'as a whole'
        nf = sum(abs(H(:)).^2) / (Mr*Mt*snapshots);
        H=H/sqrt(nf);

    case {'none','no','false'}

    case {'mean unit power per
element','e(|h(i,j)|^2)=1','elementwise'}
        nf = mean(abs(H).^2,3);
        nf = repmat(nf,[1 1 snapshots]);
        H=H./nf;

    otherwise
        error('This normalization mode is not valid');

end
```

B.2 Σχεδιασμός Χρονοπρογραμματιστή

scheduler.m

```
function usertosend =
scheduler(NumOfUsers,snrdb_range,scheduling_method,loops)

usertable=randn(NumOfUsers,2);
table=zeros(NumOfUsers,1);
table2=zeros(NumOfUsers,1);
counter=loops;
```

```

for k=1:1:NumOfUsers
    usertable(k,1)=snrdb_range+usertable(k);
    usertable(k,2)=snrdb_range+usertable(2)+0.5+randint;
end

```

```

%*****

```

```

%if isequal( lower(scheduling_method),'snr')
if scheduling_method==1

```

```

    j=0;
    for j1=1:1:NumOfUsers
        table(j1)=usertable(j1,1);
    end
    j=max(table);
    for j2=1:1:NumOfUsers
        if table(j2,1)==j
            usertosend=j2;
        end
    end
end

```

```

end

```

```

%*****

```

```

%if isequal( lower(scheduling_method),'serial')
if scheduling_method==2

```

```

    if counter<=NumOfUsers
        usertosend=counter;
    end
    if counter>NumOfUsers&&(mod(loops,NumOfUsers)~=0)
        usertosend=mod(loops,NumOfUsers);
    end
    if counter>NumOfUsers&&(mod(loops,NumOfUsers)==0)
        usertosend=NumOfUsers;
    end
end

```

```

end

```

```

%*****

```

```

%if isequal( lower(scheduling_method),'pfs')
if scheduling_method==3

```

```

    k1=0;
    for k=1:1:NumOfUsers
        table2(k)=usertable(k,1)-usertable(k,2);
    end

```

```

    k1=max(table2);
    for k2=1:1:NumOfUsers
        if table2(k2,1)==k1
            usertosend=k2;
        end
    end
end

```

```
end
```

B.3 Σχεδιασμός Μετάδοσης Δεδομένων σε MIMO Δίαυλο με MRC

send_receive.m

```
function [ber,tp]=send_receive(H1,Mr,Mt,mod_options,snrdb_range)
```

```
MTU=200;
M=mod_options(1);
phaseoff=mod_options(2);
snr=10.^(snrdb_range/10);
s=zeros(1,Mr);
z=zeros(1,Mr);
nerrors=0;
packet=randint(MTU/2,2);
packet2=zeros(MTU/4,2);
N1=(randn(Mr,Mt)+j*randn(Mr,Mt))/snr;
N=normalizeChannelMatrix(N1,'as a whole'); % normalisation
a=0;
b=0;
s1=zeros(MTU/4,2);
H=H1;

%create weight vector*****
W=randn(Mt,1)+i*randn(Mt,1);
WN=normalizeChannelMatrix(W,'as a whole'); % normalisation
WN=WN/sqrt(Mt);
%*****

% create mod/demod objects *****

h1=modem.pskmod('M',M,'inputtype','Bit');
h2=modem.pskdemod('M',M,'OutputType','Bit');

%*****

packetmod=modulate(h1,packet); % modulation

%*****

for it=1:1:length(packetmod)

    for i2=1:1:Mr %2 different symbols
        s(1,i2)=packetmod(it,i2);
    end

    y=H * WN * s + N; % signal through channel
```



```

z=WN' * H' * y; % maximum ratio combining

for i3=1:1:Mr
    packet2(it,i3)=z(1,i3);
end

end

%*****

packetdecoded = demodulate(h2,packet2); % de-modulation

nerrors=0;
ber=0;
for i4=1:1:MTU/2
    for i5=1:1:2
        if packet(i4,i5)~=packetdecoded
            nerrors=nerrors+1;
        end
    end
end
end

ber=nerrors/MTU;
tp=MTU-nerrors;

```

B.4 Βασική Συνάρτηση Προσομοίωσης

main.m

```

clc;
clear;

% VARIABLES*****
Mr=2;
Mt=2;
snrdb_range=[0];
NumOfUsers=20;
totalsnapshots=NumOfUsers;
numloops=100;
mod_options=[4,0];
H1=zeros(Mr,Mt);
statistics_table=zeros(NumOfUsers,12);

%*****

for scheduling_method=1:1:3

```

```

for loops=1:1:numloops

    [Hmat,RR,RT,R]=createChannelMatrix(Mr,Mt,totalsnapshots,'iid','as
a whole');

    usertosend =
scheduler(NumOfUsers,snrdb_range,scheduling_method,loops);

    H1=Hmat(:, :, usertosend);

    [ber, tp]=send_receive(H1,Mr,Mt,mod_options,snrdb_range);

%*****
*****

    if scheduling_method==1

statistics_table(usertosend,1)=statistics_table(usertosend,1)+ber;
statistics_table(usertosend,2)=statistics_table(usertosend,2)+tp;
statistics_table(usertosend,3)=statistics_table(usertosend,3)+1;
end

    if scheduling_method==2

statistics_table(usertosend,5)=statistics_table(usertosend,5)+ber;
statistics_table(usertosend,6)=statistics_table(usertosend,6)+tp;
statistics_table(usertosend,7)=statistics_table(usertosend,7)+1;
end

    if scheduling_method==3

statistics_table(usertosend,9)=statistics_table(usertosend,9)+ber;

statistics_table(usertosend,10)=statistics_table(usertosend,10)+tp;

statistics_table(usertosend,11)=statistics_table(usertosend,11)+1;
end

end

for a3=1:1:NumOfUsers

if scheduling_method==1
statistics_table(a3,1)=statistics_table(a3,1)/numloops;
statistics_table(a3,2)=statistics_table(a3,2)/numloops;
statistics_table(a3,3)=statistics_table(a3,3)/numloops;
end

if scheduling_method==2
statistics_table(a3,5)=statistics_table(a3,5)/numloops;
statistics_table(a3,6)=statistics_table(a3,6)/numloops;
statistics_table(a3,7)=statistics_table(a3,7)/numloops;
end

```

```
if scheduling_method==3
statistics_table(a3,9)=statistics_table(a3,9)/numloops;
statistics_table(a3,10)=statistics_table(a3,10)/numloops;
statistics_table(a3,11)=statistics_table(a3,11)/numloops;
end

end

end
```

Συντομογραφίες-Πίνακας Συμβολισμών

\sqcup	Περίπου ίσον
\square	Εξ ορισμού ίσον
*	Τελεστής συνέλιξης
\otimes	Τελεστής γινομένου Kronecker
\mathbf{x}	Διάνυσμα (πίνακας-στήλη)
\mathbf{A}	Πίνακας
\mathbf{A}^T	Ανάστροφος πίνακας του \mathbf{A}
\mathbf{A}^H	Αναστροφοσυζυγής πίνακας του \mathbf{A}
\mathbf{A}^*	Συζυγής πίνακας του \mathbf{A}
\mathbf{A}^{-1}	Αντίστροφος πίνακας του \mathbf{A}
\mathbf{A}^\dagger	Ψευδοαντίστροφος πίνακας του \mathbf{A}
$[\mathbf{A}]_{m,n}$	Το (m,n) στοιχείο του \mathbf{A}
$\underline{\mathbf{a}} = \text{vec}(\mathbf{A})$	Διάνυσμα στηλών του πίνακα \mathbf{A}
$\det(\mathbf{A})$	Διακρίνουσα του \mathbf{A}
$\text{tr}(\mathbf{A})$	Τίχνος του πίνακα \mathbf{A}
$\ \mathbf{A}\ $	Ευκλείδεια νόρμα του πίνακα \mathbf{A}
$\ \mathbf{A}\ _F$	Frobenius νόρμα του πίνακα \mathbf{A}
$r(\mathbf{A})$	Βαθμός του πίνακα \mathbf{A} – ή αλλιώς $\text{rank}(\mathbf{A})$
$\lambda_k(\mathbf{A})$	Η k -οστή (σε φθίνουσα διάταξη) ιδιοτιμή του πίνακα \mathbf{A}
$\sigma_k(\mathbf{A})$	Η k -οστή (σε φθίνουσα διάταξη) ιδιόμορφη τιμή του πίνακα \mathbf{A}
$p_X(x)$	Συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας (pdf) της τυχαίας μεταβλητής X
$E[\]$	Τελεστής αναμενόμενης τιμής (expectation operator)
$Q(x)$	Συνάρτηση Q , ορισμένη ως $Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^\infty e^{-t^2/2} dt$
$(x)_+$	$(x)_+ = \begin{cases} x & \text{αν } x \geq 0, x \in \square \\ 0 & \text{αν } x < 0, x \in \square \end{cases}$
$\text{Re}(z), \text{Im}(z)$	Πραγματικό και Φανταστικό μέρος αντίστοιχα του μιγαδικού z . Ισχύει και για διανύσματα ή πίνακες.

Βιβλιογραφικές αναφορές

- [1] A.Paulraj, R.Nabar and D.Gore, “Introduction to Space-Time Wireless Communications”, *Cambridge University Press*, 2003.
- [2] Α.Κανάτας και Φ. Κωνσταντίνου, “Συστήματα Κινητών Ραδιοεπικοινωνιών”, *EMPI*, Μάρτιος 2001.
- [3] Π.Κωττής και Χ.Καψάλης, “Κεραίες και Ασύρματες Ζεύξεις”, *Εκδόσεις Τζιόλα*, Αθήνα 2003.
- [4] “Smart Antenna Systems”, *on-line tutorial*, URL: www.iec.org/online/tutorials/smart_ant
- [5] G.V.Tsoulos, “Smart Antennas for Mobile Communication Systems: Benefits and Challenges”, *Electronics and Communication Engineering Journal*, Vol. 11, No. 22, April 1999, pp. 84-94.
- [6] D.Gesbert et al. “From Theory to Practice: An Overview of MIMO Space-Time Coded Wireless Systems”, *IEEE Journal on Selected Areas in Commun.*, Vol. 21, No. 3, April 2003.
- [7] M.Wennström, “On MIMO System and Adaptive Arrays for Wireless Communications: Analysis and Practical Aspects”, *thesis*, Uppsala 2002, URL: publications.uu.se/uu/fulltext/nbn_se_uu_diva-2604.pdf.
- [8] A.Papoulis and S.U.Pillai, “Probability, Random Variables and Stochastic Processes” *McGraw-Hill*, 4th Ed., 2002.
- [9] O.Oyman et al. “Characterizing the Statistical Properties of Mutual Information in MIMO Channels”, *IEEE Trans. on Signal Proc.*, Vol. 51, No. 11, pp. 2784-2795, Nov. 2003.
- [10] C. Balanis, “Antenna Theory: Analysis and Design”, *Wiley*, 3rd Ed., 2005.
- [11] S.M.Alamouti, “A simple transmit diversity technique for wireless communications” *IEEE J. Select. Areas Comm.*, Vol. 16, Issue 8, Oct. 1998.

- [12] V. Tarokh, N. Seshadri and A. R. Calderbank, "Space-time codes for high data rate wireless communication: Performance criterion and code construction", *IEEE Journ. Sel. Areas on Comm.*, No. 17, Vol. 3, pp. 451-460, March 1999.
- [13] A. Ghrayeb, "A Survey on Antenna Selection for MIMO Communication Systems," *Proc. of IEEE ICCTA 2006*, 24-28 April 2006.
- [14] Naresh Sharma and Lawrence Orazow, "A Study of Opportunism for Multiple Antenna Systems", *IEEE TRANSACTIONS ON INFORMATION THEORY*, VOL. 51, No 5, may 2005.
- [15] A. Ghrayeba and T. M. Duman, "Performance Analysis of MIMO Systems With Antenna Selection over Quasi-Static Fading Channels", *IEEE Trans.On Vehicular Tech.*, Vol. 52, No. 2, pp. 281-288, March 2003.
- [16] P.Theofilakos and A.Kanatas, "Reducing Hardware Complexity in MIMO Wireless Communications.ppt" Wireless Communications Lab., University of Piraeus, Greece. May 2007.
- [17] William H. Tranter et al. "Principles of Communication Systems Simulation with Wireless Applications," *Prentice Hall*, 2004.
- [18] Wessam Ajib, David Haccoun, "An Overview of Scheduling Algorithms in MIMO Based Fourth Generation Wireless Systems", *IEEE Network* 2005.
- [19] Babak Hassidi and Masoud Sharif, "Fundamental Limits in MIMO Broadcast channels", *IEEE Journal*, Vol. 25, 2007.
- [20] Pramod Viswanath, David N. C. Tse, Rajiv Laroia, "Opportunistic Beamforming Using Dumb Antennas", *IEEE Journal*, Vol. 48, 2002.
- [21] Pramod Viswanath, David N. C. Tse, "Fundamentals of Wireless

- Communications”, 2004.
- [22] Andrea Goldsmith, “Wireless Communications”, Cambridge University Press 2005.
- [23] David Tse, “Oppurtunistic Communication: Smart Scheduling and Dumb Antennas”, U. C. Berkeley, 2002.
- [24] Arogyaswami Paulraj, Dhananjay Gore, Rohit Nabar, Helmut Bolcskey, “An Overview of MIMO Communications-A Key to Gigabit Wireless”, IEEE 2004.
- [25] Jeffrey Andrews, Arunabha Ghosh, Rias Muhamed, “Fundamendals of WiMax”, Prentice Hall, 2007.
- [26] Sebastien de la Kethule, “An Overview of MIMO Systems in Wireless Communications”, Lecture in Communication Theory for Wireless Channels, 2004.
- [27] Ran Gozali, Michael Buehrer, Brian Woerner, “On the Performance of Scheduling on Space Time Architectures”, IEEE 2002.
- [28] Manish Airy, Sanjay Shakkottay, Robert Heath, “Spatially Greedy Scheduling in Multi User Wireless Systems”, 2004.
- [29] Liang Dong, Teng Li, Yih-Fang Huang, “Oppurtunistic Transmission Scheduling for Multiuser MIMO Systems”, IEEE 2003.
- [30] Martin Fuchs, Giovanni del Galdo, Martin Haardt, “A Novel Tree Based Scheduling Algorithm for the Downlink of Multiuser MIMO Systems With ZF Beamforming”,IEEE 2003.

РАНЕЕЗНАМО ПЕРПАА