



—

« »

### Μεταπτυχιακή Διατριβή

	<b>Συμπιεστική Δειγματοληψία &amp; Συμπύεση Εικόνας</b>
	<b>Χρήστος Λοίζος</b>
	<b>Κυριάκος</b>
	<b>ΜΠΠΛ/ 08001</b>
	<b>Νικόλαος Αλεξανδρής, Καθηγητής</b>

**Ιανουάριος 2011**

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΡΑΙΑ

**Τριμελής Εξεταστική Επιτροπή**

( )

( )

( )

μ

**To know, is to know that you know nothing. That is the meaning of true knowledge.**

***Socrates***

.....	5
.....	7
Abstract .....	8
<b>Κεφάλαιο 1 – Εισαγωγή.....</b>	<b>9</b>
<b>Κεφάλαιο 2 - Συμπίεση εικόνας γενικά και μορφές αυτής .....</b>	<b>11</b>
Αναπαράσταση εικόνας.....	11
Γενικά .....	11
Μαθηματικός ορισμός εικόνας .....	13
Χρωματικά Μοντέλα.....	15
Μοντέλο R.G.B.....	15
Κλίμακα του γκρι.....	16
Μοντέλο YCbCr .....	16
Μοντέλο CMYK .....	17
Συμπίεση Εικόνας.....	18
Το πρότυπο JPEG .....	19
Γενικά .....	19
Ιστορικά στοιχεία του εν λόγω προτύπου.....	20
Το JPEG πρότυπο και ο τρόπος λειτουργίας αυτού.....	20
Συμπίεση Εικόνας και Διακριτός Συνημιτονικός Μετασχηματισμός Fourier (ΔΣΜΦ) .....	21
Η εξίσωση Διακριτού Συνημιτονικού Μετασχηματισμού (ΔΣΜ) .....	21
Ο πίνακας του Διακριτού Συνημιτονικού Μετασχηματισμού (ΔΣΜ) .....	22
Εφαρμόζοντας το ΔΣΜ σε μία ομάδα (block) 8x8 .....	23
Κβάντιση.....	24
Κωδικοποίηση.....	27
Αποσυμπίεση.....	27
Σύγκριση των πινάκων .....	28
Το παράδειγμα της Πιπεριάς.....	29
JPEG-2000.....	33
Το πρότυπο PNG.....	34
Γενικά .....	34
Ιστορικά στοιχεία του εν λόγω προτύπου.....	34
Το πρότυπο GIF.....	35

Γενικά .....	35
Ιστορικά στοιχεία του εν λόγω προτύπου.....	35
Το πρότυπο BMP.....	36
Γενικά .....	36
Αποθήκευση Pixels.....	36
Συσκευές ανεξάρτητες των Bitmaps και BMP προτύπων αρχείων .....	37
DIBs και χώρος στη μνήμη.....	38
Κεφαλίδα αρχείου BMP .....	38
Πληροφορίες Bitmap (κεφαλίδα DIB).....	39
Παλέτα χρωμάτων .....	42
Δεδομένα Bitmap.....	43
<b>Κεφάλαιο 3 - Συμπίεστική Δειγματοληψία (Σ.Δ.) .....</b>	<b>44</b>
Ιστορικά στοιχεία και τρόπος λειτουργίας της συμπίεστικής δειγματοληψίας (Σ.Δ.) εν γένει .....	44
Θεώρημα δειγματοληψίας Nyquist-Shannon.....	47
Αρχές και Δομές της Συμπίεστικής Δειγματοληψίας (Σ.Δ.).....	48
Σήματα επιδεικτικά συμπίεσης .....	49
Μετασχηματίζοντας τη διαδικασία κωδικοποίησης και τις ανεπάρκειές της.....	50
Το πρόβλημα της Συμπίεστικής Δειγματοληψίας (Σ.Δ.) .....	50
Σχεδιάζοντας μία μήτρα σταθερής μέτρησης .....	51
Μη συνεκτικότητα και δειγματοληψία των αραιών σημάτων .....	52
Αραιότητα.....	52
Μη συνεκτική (ασυναφής) δειγματοληψία .....	54
Δειγματοληψία από μικρότερο αριθμό δειγμάτων και ανάκτηση αραιού σήματος.....	55
Ισχυρή Συμπίεστική Δειγματοληψία (Σ.Δ.) .....	60
Περιορισμένες Ισομετρίες.....	60
Γενική ανάκτηση σήματος από δεδομένα που έχουν ληφθεί από μικρότερο αριθμό δειγμάτων.....	61
Ισχυρή ανάκτηση σήματος από δεδομένα με θόρυβο.....	62
Τυχαία Δειγματοληψία .....	63
Σχεδιάζοντας έναν αλγόριθμο ανακατασκευής σήματος.....	64
Η Γεωμετρία ελαχιστοποίησης της $\ell_1$ .....	66
Τι είναι όμως τελικά η Συμπίεστική Δειγματοληψία (Σ.Δ.);.....	68

Γενικότερες εφαρμογές της Συμπιεστικής Δειγματοληψίας (Σ.Δ.) .....	69
<b>Κεφάλαιο 4 - Συμπύεση Εικόνας και Συμπιεστική Δειγματοληψία (Σ.Δ.) .....</b>	<b>72</b>
Πρακτικό Παράδειγμα .....	72
Μερικά ακόμα παραδείγματα της άνωθεν κάμερας [63] .....	74
<b>Κεφάλαιο 5 - Υλοποίηση – Μετρήσεις .....</b>	<b>77</b>
Υλοποίηση Δείγματος - 1.....	77
Μετρήσεις Δείγματος – 1.....	78
Υλοποίηση Δείγματος – 2.....	79
Μετρήσεις Δείγματος – 2.....	80
Υλοποίηση Δείγματος - 3.....	81
Μετρήσεις Δείγματος – 3.....	82
Υλοποίηση Δείγματος - 4.....	83
Μετρήσεις Δείγματος – 4.....	84
Υλοποίηση δείγματος - 5.....	85
Μετρήσεις Δείγματος – 5.....	86
<b>Κεφάλαιο 6 - Επίλογος .....</b>	<b>88</b>
Βιβλιογραφία.....	90
Εργαλεία.....	94
<b>ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ.....</b>	<b>95</b>



## Περίληψη

συμπιεστική δειγματοληψία (Σ.Δ.).

μ



## Abstract

The compression process constitutes the most usual method for storage and transmission of images in contemporary applications. Given this, the algorithms that exist for image compression can reduce the volume of data, making functionally efficient the systems that acquire information like for example high-resolution systems of image acquisition. Although several studies that concern image compression have been conducted, the essence of this issue remains unvaried. In fact, we transform an image in an appropriate basis and then code only the most significant of its coefficients. Therefore, our problem is reduced to the finding of a really good transformation. In the present dissertation we will refer to and study the aforementioned transformation.

The image compression algorithms convert the high-resolution images into relatively small bit streams (while keeping the essential features intact), whilst at the same time the most significant elements of the image remain unchanged. The issue that emerges is whether there is some way to create data compression immediately and at the same time of data acquisition. The answer is absolutely positive and this is implemented by **Compressive Sensing** or **Compressed Sampling (C.S.)**.

In the present master thesis, we deal with this new relatively concept firstly theoretically and then our approach is extended with precision and accuracy to the mathematical background, which is required for its better and deeper understanding. After the above-mentioned approach we put forward some examples which refer to **Compressed Sensing (C.S.)** and its results.

Finally, with the help of the appropriate software that we have created and with the use of a suitable **compressed sensing** algorithm we can observe clearly how **compressive sensing** works and what results produces as regards both the size of the initial and final image and of course its desired quality. The final results as well as the measurements are presented at the end of the present project for the judgement of the reader.

## Κεφάλαιο 1 – Εισαγωγή

Nyquist/Shannon:

μ

μ

συμπίεστικής δειγματοληψίας

μ

συμπίεστικής δειγματοληψίας

μ

μ

μ

συμπίεστική δειγματοληψία

μ

«

»,

«

»,

2000,

JPEG-

μ

συμπίεστική δειγματοληψία

compressive sampling

compressed sensing

συμπιεστική δειγματοληψία

μ

μ

συμπιεστική δειγματοληψία

« μ »

Κεφάλαιο 2

. . jpeg, jpeg2000, png, gif,

Κεφάλαιο 3  
δειγματοληψία ( . . )

συμπιεστική

Κεφάλαιο 4  
συμπιεστική δειγματοληψία

μ

Κεφάλαιο 5  
δειγματοληψία

matlab

C# 2010  
συμπιεστική

(5)  
« »

.jpg.

μ

επίλογο και συμπεράσματα

μ  
συμπιεστικής δειγματοληψίας.

μ

δειγματοληψίας

συμπιεστικής

παράρτημα  
C# (sharp) 2010

CD

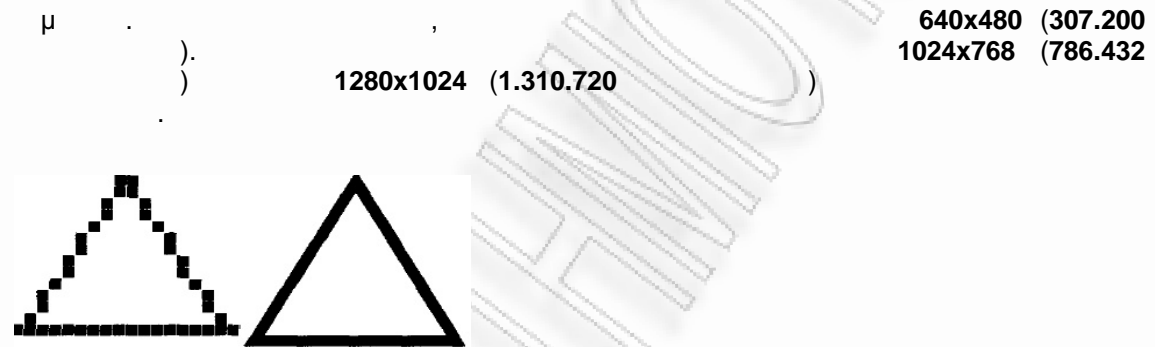
## Κεφάλαιο 2 - Συμπίεση εικόνας γενικά και μορφές αυτής

### Αναπαράσταση εικόνας

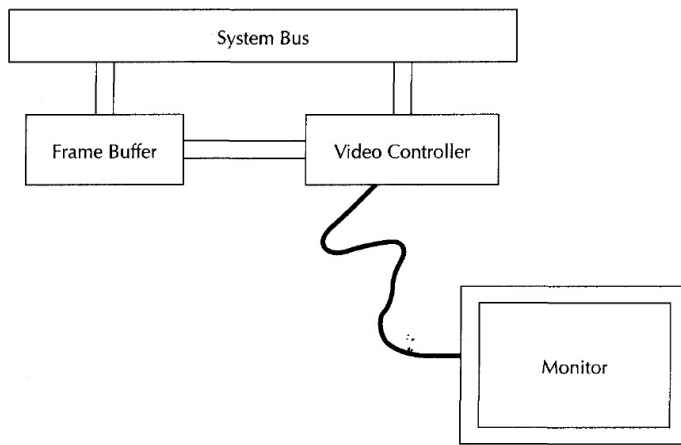
#### Γενικά

(pixels).

#### Σχήμα 1



Σχήμα 1 - Εικόνα εικονοστοιχείων και ιδανική εικόνα [1]



Σχήμα 2 -Ένα απλό σύστημα video [1]

H

(Σχήμα 2)

(frame buffer)

video.  
video

1

32 bits.

video

μ

(Video Controler)

300 600

(frame buffer),

(system Bus).

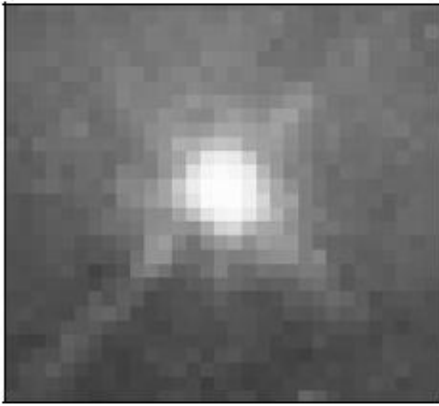
(plotters)

μ

## Μαθηματικός ορισμός εικόνας

picture element)

(pixel

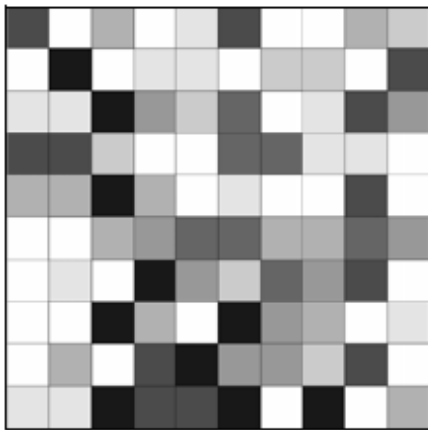


Σχήμα 3 - Μία εικόνα-ένας πίνακας ή μία μήτρα διατεταγμένη σε γραμμές και στήλες [2]

8-bit

0

255.



254	107
255	165

Σχήμα 4 - Κάθε εικονοστοιχείο έχει μία τιμή από 0 (μαύρο) έως 255 (άσπρο). Το δυνατό εύρος των τιμών των εικονοστοιχείων εξαρτάται από το βάθος του χρώματος της εικόνας, στην παρούσα 8 bit=256 τόνοι ή κλίμακες του γκρι. [2]

≈ 16

$$24 \text{ bit} \quad 8 \text{ bit} \quad = 256$$

$$= 8 \cdot 8 \cdot 8 \text{ bits} = 256 \cdot 256 \cdot 256$$



Σχήμα 5 - Μία πραγματικά έγχρωμη εικόνα αποτελείται από εικόνες κλίμακας του γκρι, χρωματισμένες με κόκκινο, πράσινο, και μπλε. Μία τέτοια εικόνα μπορεί να περιλαμβάνει έως και 16 εκατομμύρια διαφορετικά χρώματα. [2]

16 bit = 65.536

281,474,976,710,656

bitmaps (

- **JPEG** - ( ) (byte) bitmap. ( )
- **GIF** - (256) ( ) web, GIF bitmap
- **TIFF** - 24-bit Bitmap Lempel-Ziv-Welch (LZW)
- **PS** -
- **PSD** - Photoshop

# Χρωματικά Μοντέλα

bitmap

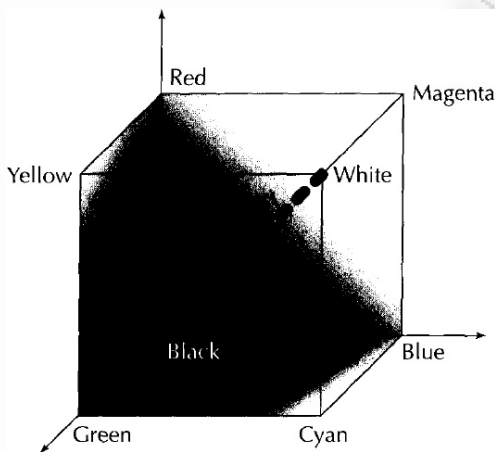
Χρωματικό

Μοντέλο[1].

μ), μ

## Μοντέλο R.G.B.

R.G.B. (Red, Green, Blue). RGB



Σχήμα 6 – R.G.B. Μοντέλο [1]

6 μ (colorspace).

R.G.B.

R.G.B.

0.0 1.0.

bits

8

1,2,4,12

16

0

2 ακρίβεια δείγματος -1.



2 ακρίβεια δείγματος -1.

8 bits,  
256

Windows

To RGB

r,g,b  
μ

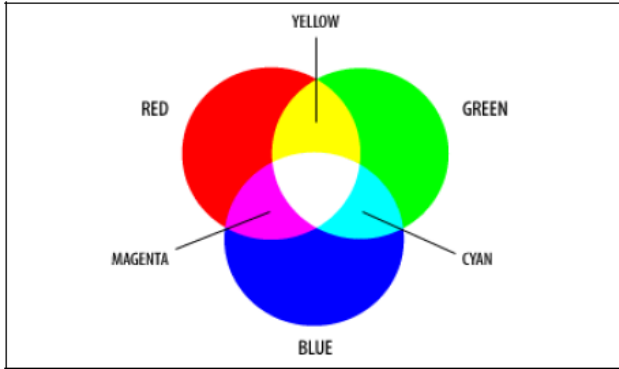
web.

R.G.B.

μ  
μ

photoshop

μ μ



Σχήμα – 7 Το επιπρόσθετο μοντέλο του RGB. Το κόκκινο,πράσινο,μπλε είναι τα πρωταρχικά ερεθίσματα για την ανθρώπινη αντίληψη χρώματος και είναι επίσης πρωταρχικά πρόσθετα χρώματα. [5]

### Κλίμακα του γκρι

laser

(grayscale devices).

0 ( )

2 ακρίβεια δείγματος -1 ( ).  
R.G.B.

Σχήμα 6

$$R = G = B.$$

### Μοντέλο YCbCr

RGB

HSB

( )

μ

JPEG

YCbCr.  
Cr

Y

(luminance)

Cb

.Cb

Cr

YCbCr

YCbCr

Y

YCbCr

R.G.B.

JPEG

μ :

$$Y = 0.299R + 0.587G + 0.114B$$

$$Cb = -0.1687R - 0.3313G + 0.5B + 2^{\text{sample precision}/2}$$

$$Cr = 0.5R - 0.418G - 0.0813B + 2^{\text{sample precision}/2}$$

$$R = Y + 1.402Cr$$

$$G = Y - 0.34414(Cb - 2^{\text{sample precision}/2}) - 0.71414(Cr - 2^{\text{sample precision}/2})$$

$$B = Y + 1.722(Cb - 2^{\text{sample precision}/2})$$

R.G.B.  
YCbCr

Y

Cb

Cr

### Μοντέλο CMYK

μ

CMYK ( , , ).

CMYK

CMYK

αφαιρετικό.

RGB

CMYK

$$K = (2^{\text{sample precision}/2} - 1) - \text{MAX}(R,G,B)$$

$$C = (2^{\text{sample precision}/2} - 1) - R - K$$

$$Y = (2^{\text{sample precision}/2} - 1) - G - K$$

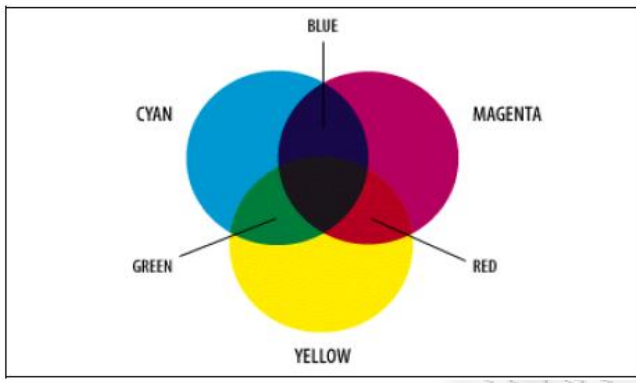
$$M = (2^{\text{sample precision}/2} - 1) - B - K$$

$$R = (2^{\text{sample precision}/2} - 1) - K - C$$

$$G = (2^{\text{sample precision}/2} - 1) - K - Y$$

$$B = (2^{\text{sample precision}/2} - 1) - K - M$$

CMYK C, M, Y RGB  
 CMY (0), CMYK  
 RGB. CMYK  
 RGB. CMYK



Σχήμα 8 – Τα χρώματα που προκύπτουν από το αφαιρετικό μοντέλο CMYK δεν μοιάζει ακριβώς με τα χρώματα που προκύπτουν από το προσθετικό μοντέλο RGB. Ουσιαστικά, το μοντέλο CMYK δεν μπορεί να αναπαράξει την φωτεινότητα των χρωμάτων RGB. Επιπροσθέτως, η γκάμα χρωμάτων του CMYK μοντέλου είναι πολύ μικρότερη από τη γκάμα του RGB [5]

μ CMYK RGB.  
**Συμπίεση Εικόνας**

[6] bytes  
 internet web sites.  
 internet  
 JPEG GIF. JPEG  
 GIF  
 fractals  
 ( ) wavelet ( ) [6].  
 internet.  
 JPEG GIF  
 GIF PNG.

A4

μ

Ανάλυση (dpi)	Διτονική (MB)	Κλίμακας του Γκριζου με 4-6 bits/pixel (MB)	Έγχρωμη με 32-128 bits/pixel (MB)
200	0.48	1.9-7.7	15-61
300	1.09	4.4-17.4	35-140
400	1.93	7.7-30.9	62-247

Σχήμα 9 – Πίνακας που δείχνει τον αναγκαίο αποθηκευτικό χώρο για μία A4 σελίδα δίχως συμπίεση [7]

OCR [7].  
μ

ASCII,

## Το πρότυπο JPEG

### Γενικά

JPEG JFIF

Joint Photographic Experts Group-JPEG [8]  
[9].

μ JPEG  
: .jpg .jpeg .jif jpe jfif [8].

3MB.

100MB  
JPEG

## Ιστορικά στοιχεία του εν λόγω προτύπου

JPEG [8] 1986

(Bitmap)

Bitmap

μ

μ :

1024x768

μ

2,25 MB.

JPEG 1992

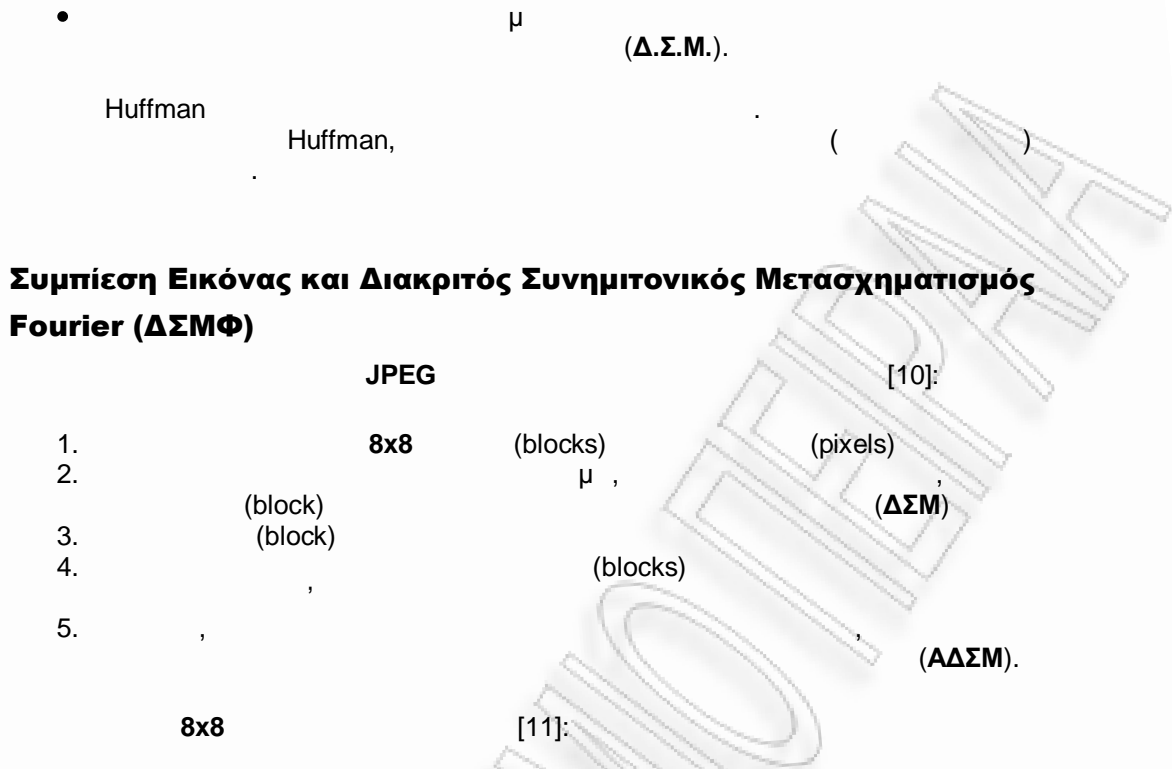
ISO 10918-1 1994[8].

## Το JPEG πρότυπο και ο τρόπος λειτουργίας αυτού

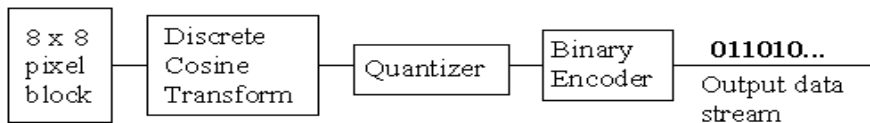
JPEG

[9]:

- JPEG 8x8  
μ
- JPEG 8x8  
RGB CMYK. A YUV.  
(Δ.Σ.Μ.) Δ.Σ.Μ.  
μ
- JPEG 8x8 8x8  
(Δ.Σ.Μ.)  
μ  
JPEG «, « ( . . Photoshop «  
», ...)  
(Δ.Σ.Μ.)  
Δ.Σ.Μ.



**FIGURE 1. BLOCK DIAGRAM OF JPEG COMPRESSION**



**Η εξίσωση Διακριτού Συνημιτονικού Μετασχηματισμού (ΔΣΜ)**

μ ΔΣΜ [10] (ΔΣΜ) (1) i,j

$$D(i,j) = \frac{1}{\sqrt{2N}} C(i)C(j) \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{N-1} p(x,y) \cos \left[ \frac{(2x+1)i\pi}{2N} \right] \cos \left[ \frac{(2y+1)j\pi}{2N} \right] \quad (1)$$

$$C(u) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2}} & \text{if } u = 0 \\ 1 & \text{if } u > 0 \end{cases} \quad (2)$$

p(x,y) x,y ΔΣΜ. μ (pixels) p. N (i,j)

8 x y 0 7, D(i,j) JPEG N

$$D(i,j) = \frac{1}{4} C(i)C(j) \sum_{x=0}^7 \sum_{y=0}^7 p(x,y) \cos\left[\frac{(2x+1)i\pi}{16}\right] \cos\left[\frac{(2y+1)j\pi}{16}\right] \quad (3)$$

ΔΣΜ

Ο πίνακας του Διακριτού Συνήμιτονικού Μετασχηματισμού (ΔΣΜ)

μ (1)

$$T_{ij} = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{N}} & \text{if } i = 0 \\ \sqrt{\frac{2}{N}} \cos\left[\frac{(2j+1)i\pi}{2N}\right] & \text{if } i > 0 \end{cases} \quad (4)$$

(block) 8x8

$$T = \begin{bmatrix} .3536 & .3536 & .3536 & .3536 & .3536 & .3536 & .3536 & .3536 \\ .4904 & .4157 & .2778 & .0975 & -.0975 & -.2778 & -.4157 & -.4904 \\ .4619 & .1913 & -.1913 & -.4619 & -.4619 & -.1913 & .1913 & .4619 \\ .4157 & -.0975 & -.4904 & -.2778 & .2778 & .4904 & .0975 & -.4157 \\ .3536 & -.3536 & -.3536 & .3536 & .3536 & -.3536 & -.3536 & .3536 \\ .2778 & -.4904 & .0975 & .4157 & -.4157 & -.0975 & .4904 & -.2778 \\ .1913 & -.4619 & .4619 & -.1913 & -.1913 & .4619 & -.4619 & .1913 \\ .0975 & -.2778 & .4157 & -.4904 & .4904 & -.4157 & .2778 & -.0975 \end{bmatrix}$$

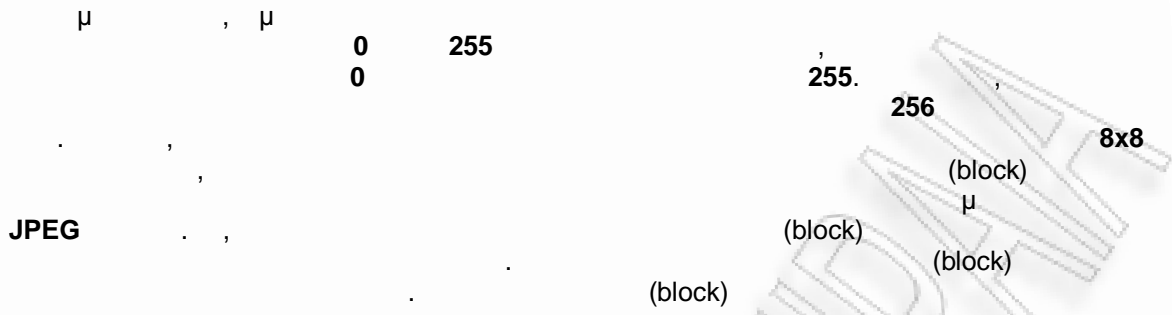
( i=0 )

1/√8 ≈ 0.3536

(4).

T T T T

**Εφαρμόζοντας το ΔΣΜ σε μία ομάδα (block) 8x8**



$$Original = \begin{bmatrix} 154 & 123 & 123 & 123 & 123 & 123 & 123 & 136 \\ 192 & 180 & 136 & 154 & 154 & 154 & 136 & 110 \\ 254 & 198 & 154 & 154 & 180 & 154 & 123 & 123 \\ 239 & 180 & 136 & 180 & 180 & 166 & 123 & 123 \\ 180 & 154 & 136 & 167 & 166 & 149 & 136 & 136 \\ 128 & 136 & 123 & 136 & 154 & 180 & 198 & 154 \\ 123 & 105 & 110 & 149 & 136 & 136 & 180 & 166 \\ 110 & 136 & 123 & 123 & 123 & 136 & 154 & 136 \end{bmatrix}$$

128                      -128                      127  
M:

$$M = \begin{bmatrix} 26 & -5 & -5 & -5 & -5 & -5 & -5 & 8 \\ 64 & 52 & 8 & 26 & 26 & 26 & 8 & -18 \\ 126 & 70 & 26 & 26 & 52 & 26 & -5 & -5 \\ 111 & 52 & 8 & 52 & 52 & 38 & -5 & -5 \\ 52 & 26 & 8 & 39 & 38 & 21 & 8 & 8 \\ 0 & 8 & -5 & 8 & 26 & 52 & 70 & 26 \\ -5 & -23 & -18 & 21 & 8 & 8 & 52 & 38 \\ -18 & 8 & -5 & -5 & -5 & 8 & 26 & 8 \end{bmatrix}$$



[4]:  $\Delta\Sigma\text{M}$

$D = T^*M^*T$  (5)

(5)  $T$   $\mu$   $\Delta\Sigma\text{M}$   $\Delta\Sigma\text{M}$

$$D = \begin{bmatrix} 162.3 & 40.6 & 20.0 & 72.3 & 30.3 & 12.5 & -19.7 & -11.5 \\ 30.5 & 108.4 & 10.5 & 32.3 & 27.7 & -15.5 & 18.4 & -2.0 \\ -94.1 & -60.1 & 12.3 & -43.4 & -31.3 & 6.1 & -3.3 & 7.1 \\ -38.6 & -83.4 & -5.4 & -22.2 & -13.5 & 15.5 & -1.3 & 3.5 \\ -31.3 & 17.9 & -5.5 & -12.4 & 14.3 & -6.0 & 11.5 & -6.0 \\ -0.9 & -11.8 & 12.8 & 0.2 & 28.1 & 12.6 & 8.4 & 2.9 \\ 4.6 & -2.4 & 12.2 & 6.6 & -18.7 & -12.8 & 7.7 & 12.0 \\ -10.0 & 11.2 & 7.8 & -16.3 & 21.5 & 0.0 & 5.9 & 10.7 \end{bmatrix}$$

$j$   $0$   $7$   $64$   $i$

$C_{0,0}$   $\Delta\Sigma\text{M}, C_{i,j}$   $C_{7,7}$

$C_{0,0}$   $\Delta\Sigma\text{M}$

**Κβάντιση**  $\Delta\Sigma\text{M}$

(block)  $\mu$

**JPEG**

$1$   $100$   $1$

**συμπύεση**  $50$   $\mu$

**Ποιότητα/**  $\mu$

$$Q_{50} = \begin{bmatrix} 16 & 11 & 10 & 16 & 24 & 40 & 51 & 61 \\ 12 & 12 & 14 & 19 & 26 & 58 & 60 & 55 \\ 14 & 13 & 16 & 24 & 40 & 57 & 69 & 56 \\ 14 & 17 & 22 & 29 & 51 & 87 & 80 & 62 \\ 18 & 22 & 37 & 56 & 68 & 109 & 103 & 77 \\ 24 & 35 & 55 & 64 & 81 & 104 & 113 & 92 \\ 49 & 64 & 78 & 87 & 103 & 121 & 120 & 101 \\ 72 & 92 & 95 & 98 & 112 & 100 & 103 & 99 \end{bmatrix}$$

JPEG

$$50 \left( \frac{(100 - \text{επίπεδο ποιότητας})}{50} \right) [10],$$

$$50 \left( \frac{50}{\text{επίπεδο ποιότητας}} \right),$$

$$1 \quad \frac{255}{10} \quad 90.$$

$$Q_{10} = \begin{bmatrix} 80 & 60 & 50 & 80 & 120 & 200 & 255 & 255 \\ 55 & 60 & 70 & 95 & 130 & 255 & 255 & 255 \\ 70 & 65 & 80 & 120 & 200 & 255 & 255 & 255 \\ 70 & 85 & 110 & 145 & 255 & 255 & 255 & 255 \\ 90 & 110 & 185 & 255 & 255 & 255 & 255 & 255 \\ 120 & 175 & 255 & 255 & 255 & 255 & 255 & 255 \\ 245 & 255 & 255 & 255 & 255 & 255 & 255 & 255 \\ 255 & 255 & 255 & 255 & 255 & 255 & 255 & 255 \end{bmatrix}$$

$$Q_{90} = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 2 & 3 & 5 & 8 & 10 & 12 \\ 2 & 2 & 3 & 4 & 5 & 12 & 12 & 11 \\ 3 & 3 & 3 & 5 & 8 & 11 & 14 & 11 \\ 3 & 3 & 4 & 6 & 10 & 17 & 16 & 12 \\ 4 & 4 & 7 & 11 & 14 & 22 & 21 & 15 \\ 5 & 7 & 11 & 13 & 16 & 12 & 23 & 18 \\ 10 & 13 & 16 & 17 & 21 & 24 & 24 & 21 \\ 14 & 18 & 19 & 20 & 22 & 20 & 20 & 20 \end{bmatrix}$$

D

$Q_{50}$  [10]

$$C_{ij} = \text{round}\left(\frac{D_{i,j}}{Q_{i,j}}\right) \quad (6)$$

$$C = \begin{bmatrix} 10 & 4 & 2 & 5 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 9 & 1 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -7 & -5 & 1 & -2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -3 & -5 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$Q_{10}$

C

$Q_{90}$

**Κωδικοποίηση**

C

C  
(01101011...).

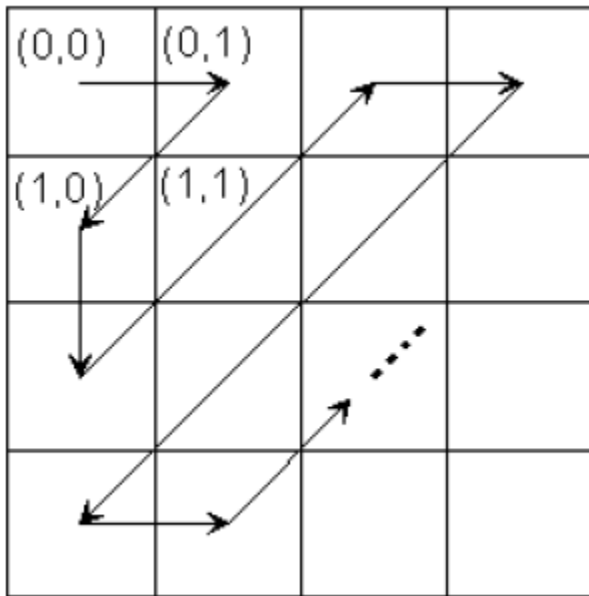
μ

Σχήμα 10.

Σχήμα 10 (4x4)

8x8

0. JPEG  
zig-zag [10]



Σχήμα 10 [10]

**Αποσυμπίεση**

μ

C.

bit

[4].

$$R_{ij} = Q_{ij} \times C_{ij} \quad (7)$$

$$R = \begin{bmatrix} 160 & 44 & 20 & 80 & 24 & 0 & 0 & 0 \\ 36 & 108 & 14 & 38 & 26 & 0 & 0 & 0 \\ -98 & -65 & 16 & -48 & -40 & 0 & 0 & 0 \\ -42 & -85 & 0 & -29 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -36 & 22 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

**N** 8x8 (block)

**M.**

R  
128  
JPEG

$$N = \text{round}(T^*R*T) + 128 \quad (8)$$

**Σύγκριση των πινάκων**

*Original* =

154	123	123	123	123	123	123	136
192	180	136	154	154	154	136	110
254	198	154	154	180	154	123	123
239	180	136	180	180	166	123	123
180	154	136	167	166	149	136	136
128	136	123	136	154	180	198	154
123	105	110	149	136	136	180	166
110	136	123	123	123	136	154	136

*Decompressed* =

149	134	119	116	121	126	127	128
204	168	140	144	155	150	135	125
253	195	155	166	183	165	131	111
245	185	148	166	184	160	124	107
188	149	132	155	172	159	141	136
132	123	125	143	160	166	168	171
109	119	126	128	139	158	168	166
111	127	127	114	118	141	147	135

μ 10

**Το παράδειγμα της Πιπεριάς**

(Δ.Σ.Μ.)

μ

(ΔΣΜ)

70%

JPEG

μ

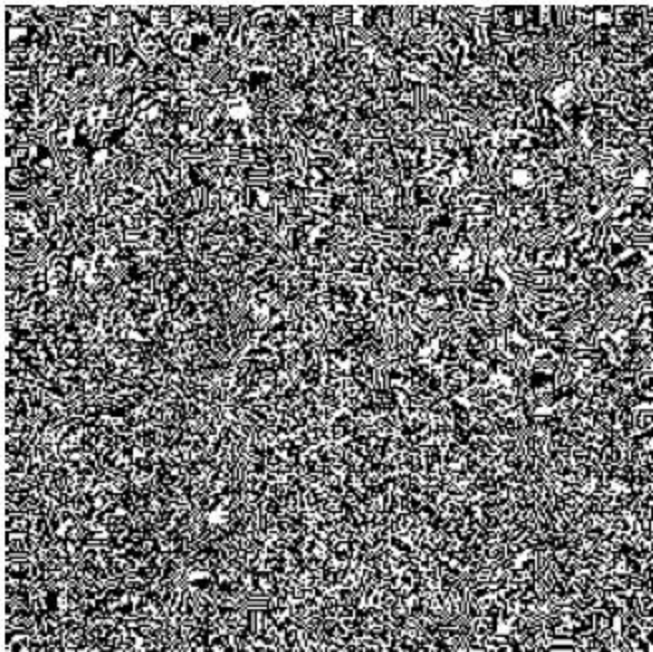
256



Σχήμα 11 - Πιπεριές

8x8

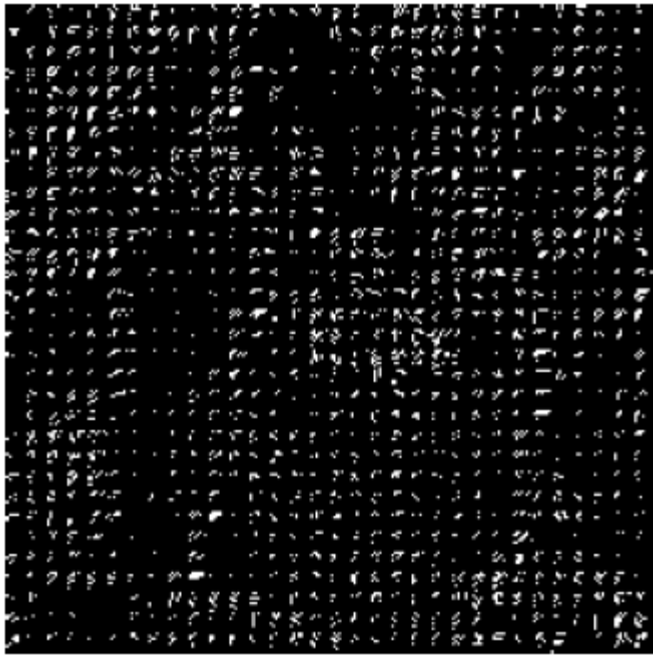
(ΔΣΜ)



Σχήμα 12 - Εφαρμογή του ΔΣΜ [10]

50.

« »



Σχήμα 13 - Κβαντισμένη ΔΣΜ εικόνα [10]

(ΑΔΣΜ).

50

μ



Σχήμα 14 - Αυθεντική εικόνα





Σχήμα 15 - ποιότητα 50 - 84% μηδενικά [10]



Σχήμα 16 - ποιότητα 20 - 91% μηδενικά [10]



Σχήμα 17 - ποιότητα 10 - 94% μηδενικά [10]

## JPEG-2000

JPEG 2000

μ , μ

JPEG – 2000

JPEG.

μ bits.

JPEG – 2000. Το

[12] :

- 
- 
- ( )
- ( )
- ( )

- μ ( )
- μ μ
- 

Rico μ **JPEG - 2000**  
 ( **JPEG-LS** **CREW** [13],[14].  
**LOCO** [15] **CREW** μ  
**JPEG -2000** fax, μ

## Το πρότυπο PNG

### Γενικά

**PNG** (Portable Network Graphics) [16]  
**GIF** **GIF** ( Unisys **GIF**  
 ). **GIF**  
 ( 48 bits pixel) -  
 (transparency) animations.

### Ιστορικά στοιχεία του εν λόγω προτύπου

**PNG** 1995 [16],  
 Lempel-Ziv-Welch (LZW)  
 Graphics Interchange Format (**GIF**)  
 Unisys. **GIF**  
 μ  
 256 **GIF** format  
 256 **PNG**  
 Multiple-Image Network Graphics (**MNG**)  
 1995  
 Usenet Newsgroup "comp.graphics" *Σκέψεις πάνω στην αντικατάσταση του GIF*  
 προτύπου-αρχείου

**PNG.** Oliver Fromme,  
**PING** **DOS JPEG** **QPEG** **PING**  
**GIF** **PNG.**  
 • 1 1996: 1.0 **PNG**  
 RFC 2083. 1 1996 W3C (World Wide  
 Web Consortium).

- 31 1998: 1.1,
- 11 1999: 1.2,
- 10 2003: PNG (ISO/IEC 15948:2003). 1.2
- 3 2004: ISO/IEC 15948:2004.

## Το πρότυπο GIF

### Γενικά

Graphics Interchange Format (GIF) [17]

1987. GIF: GIF87a 1987 256  
 GIF89a 1989. 256  
 1-8 bits pixel, GIF Lempel-Ziv-Welch (LZW). 2003/4  
 CompuServe, 1994 Unisys, Unisys, GIF « » (lossless compression) 256 stencil  
 GIF μ PNG flash. GIF « » (animation) Unisys format

### Ιστορικά στοιχεία του εν λόγω προτύπου

CompuServe GIF 1987[17], (RLE), LZW  
 GIF PCX MacPaint, μ  
 GIF 87a. 1989, CompuServe μ  
 animation delays ( 89a, 87a), μ  
 ( 89a ),  
 bytes (the "magic number" "signature"), ASCII, "GIF87a" "GIF89a",

GIF

XBM. JPEG

Mosaic.

Web

animations.

GIF

## Το πρότυπο BMP

### Γενικά

μ **BMP**, bitmap **DIB** [18],[20] (Microsoft Windows OS / 2 (graphical user interfaces), GUI, bitmaps Microsoft Windows OS / Windows 2, **GDI** OS / 2 bitmap, **.BMP .DIB** .

### Αποθήκευση Pixels

**BMP** bitmap pixels (1, 4, 8, 16, 24, 32 bits pixel (**BPP**) [20]. 24-bit 32 bit (pixel). bitmap (μ , **BMP**) 1058 × 1058 Wikipedia , 3358 KB 24-bit BMP 271 KB bits pixels bitmap bytes ( $n$  bit,  $n$ -bit ( $2^n$ )) pixel 1 byte **BMP** 8 bits). bytes  $n / 8$  32-bit dword μ :

$$\text{RowSize} = 4 * \frac{\text{BPP} * \text{Width}}{32},$$

$$\text{FileSize} \approx 54 + 2^{\text{BPP}} + \text{RowSize} * \text{Height}, \quad [9]$$

Για  $\text{BPP} \leq 8$

(Height) (RowSize) (pixels) .  
 , 54 Windows V3 BMP  
 (14-byte BMP 40-byte DIB V3 )  
 .  $4 * 2^n$  bytes ,  $3 * 2^n$  bytes OS / 2  
 V1 ,  $2^n$   
 8 bit (pixel) , 16-bit ( )  
 bitmaps, :

$$\text{FileSize} \approx 54 + \text{RowSize} * \text{Height},$$

για  $\text{BPP} > 8$ . [9]

### Συσκευές ανεξάρτητες των Bitmaps και BMP προτύπων αρχείων

Microsoft bitmaps bitmaps μ  
 μ bitmaps DIBs [19], DIB  
 μ BMP μ Microsoft:  
 μ bitmap (DIB) μ  
 bitmaps μ bitmaps  
 ( μ , « - μ » ) . DIB  
 , « μ - » Bitmaps  
 bitmap ( ...). DIB  
 Clipboard (CF\_DIB ) StretchDIBits ( ) , BMP  
 BMP [20]:

<b>BMP κεφαλίδα αρχείου</b>	BMP
<b>Bitmap Πληροφορίες (DIB header)</b>	bitmap
<b>Παλέτα χρωμάτων</b>	μ bitmaps
<b>Bitmap Δεδομένα</b>	pixel pixel

### DIBs και χώρος στη μνήμη

**BMP**  
Windows GDI API.

14-byte

**DIB**  
**BMP.**

**DIB,**

**BMP,**

### Κεφαλίδα αρχείου BMP

bytes  
μ  
bytes  
BMP  
BMP  
byte  
ASCII.  
byte  
«B»  
bytes  
little-endian (  
).  
«M» [20]

Μετατόπιση	Μέγεθος	Σκοπός
0000 <sub>h</sub>	2 bytes	<p>BMP * 0x42 0x4D μ BM ASCII :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• BM – Windows 3.1x, 95, NT</li> <li>• BA – OS/2 Bitmap</li> <li>• CI – OS/2</li> <li>• CP – OS/2</li> <li>• IC – OS/2</li> <li>• PT – OS/2</li> </ul>

0002 <sub>h</sub>	4 bytes	BMP	bytes
0006 <sub>h</sub>	2 bytes	,	μ
0008 <sub>h</sub>	2 bytes	,	μ
000A <sub>h</sub>	4 bytes	bitmap	μ byte

\* Μαγικός αριθμός

- 
- 

### Πληροφορίες Bitmap (κεφαλίδα DIB)

bytes

bytes windows OS/2 dword 32 bit,

Microsoft DIB GDI GDI Windows BMP Windows

bitmap [19],[20]:

Μέγεθος	Κεφαλίδα	Χαρακτηρισμός	Υποστηρίζονται από GDI
12	OS/2 V1	BITMAPCOREHEADER	OS/2 windows Windows 3.0
64	OS/2 V2	BITMAPCOREHEADER2	
40	Windows V3	BITMAPINFOHEADER	Windows



			Windows 3.0
108	Windows V4	BITMAPV4HEADER	Windows Windows 95/NT4
124	Windows V3	BITMAPV5HEADER	Windows 98/2000

V2,  
 V2)  
 ( μ , V3 ,  
 V2  
 V4.  
 DIB  
 V3 (V3  
 OS/2  
 V3  
 ).

Μετατόπιση	Μέγεθος	Σκοπός
0Eh	4	(40 bytes)
12h	4	bitmap pixels ( )
16h	4	bitmap pixels ( )
1Ah	2	1
1Ch	2	bits Pixel 1,4,8,16,24 32
1Eh	4	
22h	4	bitmap
26h	4	(pixel , )

2Ah	4	(pixel
2Eh	4	$2^n$ 0
32h	4	0

:

0 BI\_RGB bitmaps.

(bytes #30-33)

[20]:

Τιμή	Χαρακτηρισμός	Μέθοδος Συμπίεσης	Σχόλια
0	BI_RGB		
1	BI_RLE8	RLE 8-bit/pixel	8-bit/pixel bitmaps
2	BI_RLE4	RLE 4-bit/pixel	4-bit/pixel bitmaps
3	BI_BITFIELDS	Bit field	16 32-bit/pixel bitmaps
4	BI_JPEG	JPEG	bitmap JPEG
5	BI_PNG	PNG	bitmap PNG

: BI\_JPEG BI\_PNG

OS/2 V1 [20]

Μετατόπιση	Μέγεθος	Σκοπός
Eh	4	(12 bytes)
12h	2	To bitmap pixels
14h	2	bitmap pixels
16h	2	1
18h	2	bits pixel. : 1,4,8 24

bits : OS/2 V1 bitmaps pixel. OS/2 V1 16 32

### Παλέτα χρωμάτων

**DIB** **DIB** **BMP** **BMP** **BMP**

« » bytes ( )

(pixel) bits (1,4 8)

bitmaps μ

R.G.B. (Red Green Blue). **DIB**

(R-Red), (G-Green), (B-Blue). R, G, B (

0 255)

μ  $2^n$  ( OS/2 V1 bytes bytes

OS/2 V1 OS/2 V1) bytes 0

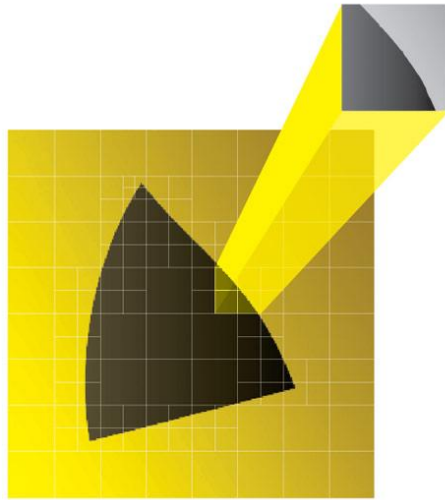
bitmap **16-bit** bytes

**BMP**

## Δεδομένα Bitmap

(pixel-pixel). bytes « , »  
 (raster scan), μ  
 windows bitmaps (pixel) 1,4,8  
**DIB** bits (pixels) ( )  
 24. 32-bit(4-byte) μ 4 bytes ( ) 0)  
 bytes :Μέγεθος εικόνας/ ύψος bitmap  
**σε pixels.** (pixels) bit ( )  
 bitmap. bit, bit ( ) pixel )  
 (pixel) bit byte. bit bit ( )  
 bit -bit (16 )  
 (pixels) byte,  
 (pixel) (256 ) ,  
 (pixel) 16 -bit byte **256**  
**RGB** bytes RGB  
 ( , , ). bytes  
**24-bit** bitmap ( ) 1 byte  
 1 3 bytes 2 2, 3 3 4

### Κεφάλαιο 3 - Συμπιεστική Δειγματοληψία (Σ.Δ.)



Σχήμα 18 – Χρησιμοποιώντας μία μαθηματική έννοια η οποία ονομάζεται αραιότητα, ο αλγόριθμος συμπιεστικής δειγματοληψίας λαμβάνει χαμηλής ανάλυσης αρχεία και τα μετατρέπει σε ποιοτικές εικόνες. [21]

#### Ιστορικά στοιχεία και τρόπος λειτουργίας της συμπιεστικής δειγματοληψίας (Σ.Δ.) εν γένει

συμπιεστική δειγματοληψία (Σ.Δ.) 2004,  
*Emmanuel Candès*

$\ell_1$   
Candès

UCLA Terry Tao

συμπιεστικής δειγματοληψίας (Σ.Δ.)

συμπιεστική δειγματοληψία

2006, *Waterman Prize.* Candès

( MRI )

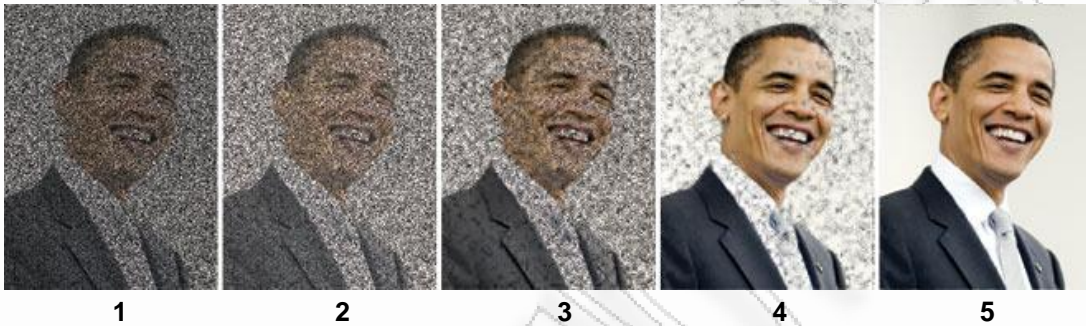
μ

# Πως δίδεται ουσία μέσω των μαθηματικών

συμπιεστική δειγματοληψία

« »

MRI



1 Υπο-δείγμα

μ

2 Συμπλήρωση των κουκίδων

$\ell_1$  μ

3 Προσθήκη σχημάτων

μ

4 Προσθήκη μικρότερων σχημάτων

5 Επίτευξη διαύγειας-καθαρότητας

συμπιεστική δειγματοληψία ( . . )

συμπιεστική δειγματοληψία (Σ.Δ.)

100,000

900,000

αραιότητα.

μ

Tao

Candès

$\ell_1$

μ

μ

Candès

Tao

μ

συμπιεστική δειγματοληψία

μ

συμπιεστική δειγματοληψία (Σ.Δ.)

$\ell_1$

Candès

MRI

μ

συμπιεστική δειγματοληψία

μ

90%

90% μ

; Candès

μ

**δειγματοληψία**

**συμπιεστική**

**δειγματοληψία.**

**συμπιεστική**

**συμπιεστική δειγματοληψία**

μ

μ

**συμπιεστική δειγματοληψία, Candès**

20%

**συμπιεστική δειγματοληψία** μ

Wisconsin,  
**δειγματοληψία**

GE  
HYPR  
VIPR  
GE  
**συμπιεστικής δειγματοληψίας**

**συμπιεστική**

**συμπιεστικής δειγματοληψίας**

μ, MRI

μ  
Packard

### **Θεώρημα δειγματοληψίας Nyquist-Shannon**

θεώρημα δειγματοληψίας  
Claude Shannon.

**Nyquist-Shannon**  
μ

Harry Nyquist

).

Shannon ( μ [22]:



$x(t)$

B Hertz

$\mu$

$\mu$

$$\frac{1}{2B}$$

– aliasing.) [24].

**θεώρημα δειγματοληψίας Nyquist.**

*E.T. Whittaker, Vladimir Kotelnikov*

*Nyquist–Shannon–Kotelnikov, Whittaker–Shannon–Kotelnikov,*

*Whittaker–Nyquist–Kotelnikov–Shannon, WKS*

**θεώρημα δειγματοληψίας.**

2B

B

B Hertz,

$\mu$

$$\frac{1}{2B}$$

Shannon.

$\mu$

B,

$x(t)$

Shannon

B.

$\mu$

$x(t)$

$\mu$

(aliasing)[22].

**συμπίεστικής δειγματοληψίας**

**συμπίεστική δειγματοληψία**

*Nyquist[23].*

**Αρχές και Δομές της Συμπίεστικής Δειγματοληψίας (Σ.Δ.)**

**θεώρημα του Nyquist-Shannon**

Nyquist).

$\mu$  . (

Shannon

$\mu$

**θεώρημα του Shannon**

(ADC)  
Shannon:  
Nyquist.

**συμπιεστικής δειγματοληψίας**

**δειγματοληψία**

- **αραιότητα**  $\mu$  **μη συνεκτικότητα**

**αραιότητα**

**συμπιεστική**

**συμπιεστική δειγματοληψία**

- **μη συνεκτικότητα**

Dirac (  $\mu$  ) [25]

**συμπιεστική δειγματοληψία**

**Σήματα επιδεκτικά συμπίεσης**

$x, \mathbb{R}^N$   $x[n], n = 1, 2, \dots, N.$  ( $N \times 1$ )  $N$

$\{\psi_i\}$   $i = 1 \dots N.$  ( $N \times 1$ )  $N$

$\{\psi_i\}$   $x$   $N \times N$   $\Psi = [\psi_1 | \psi_2 | \dots | \psi_N]$   $N \times 1$





$H$        $\Phi$        $\Psi = I$   
 $M \times N$        $\Theta = \Phi * I = \Phi$   
 $M \geq c * K * \log\left(\frac{N}{K}\right)$   
 $c$        $N$       [27],[28],[29].       $K$ -  
 $M \geq c * K * \log\left(\frac{N}{K}\right) \ll N$   
 $\Theta = \Phi * \Psi$   
 $\mu$        $\Psi$

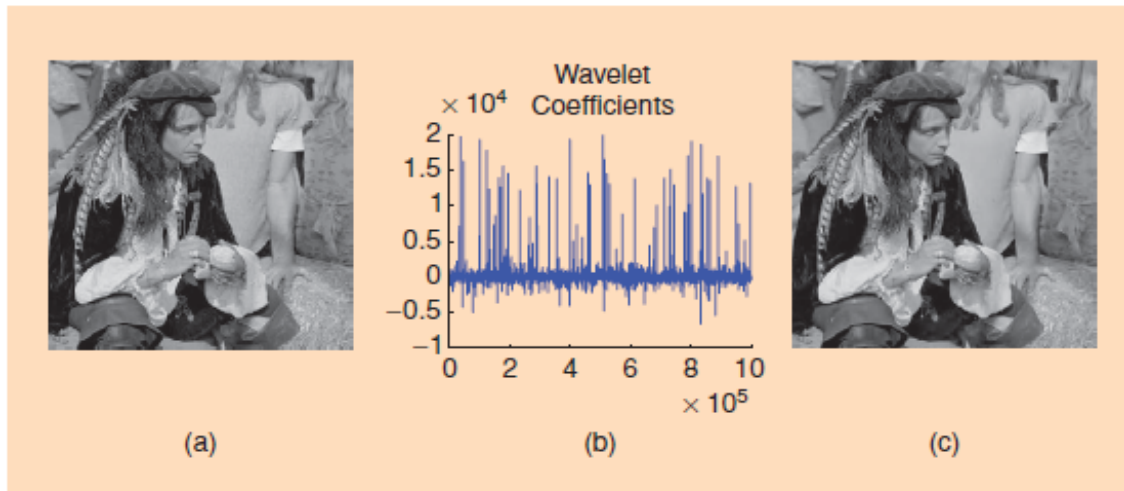
**Μη συνεκτικότητα και δειγματοληψία των αραιών σημάτων**

\_\_\_\_\_ , *αραιότητα*      *μη συνεκτικότητα*.

**Αραιότητα**

Σχήμα – 20 (a)  
(b).

$\mathbb{R}^n$  (      Σχήμα-20       $n$ -  
 $\Psi = [\psi_1 | \psi_2 | \dots | \psi_n]$        $f \in$   
 $f(t) = \sum_{i=1}^n x_i \psi_i(f)$       (12)  
 $x$        $f, x_i = \langle f, \psi_i \rangle$        $f$   
 $\Psi * x$  (       $\Psi$        $n \times n$        $\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_n$  ).



Σχήμα – 20 (α) Η αυθεντική εικόνα με πάρα πολλά εικονοστοιχεία και τιμές αυτών να κυμαίνονται από 0 έως 255 και (β) οι συντελεστές μετασχηματισμού των κυματίων (οι οποίοι είναι σε τυχαία σειρά για αυξημένη ορατότητα). Σχετικά λίγοι συντελεστές κυματίων συλλαμβάνουν την περισσότερη ενέργεια του σήματος, πολλές τέτοιες εικόνες είναι υψηλά συμπίεσιμες. (γ) Η ανακατασκευή που έχει ληφθεί με τον μηδενισμό όλων των συντελεστών στην επέκταση των κυματίων εκτός των 25,000 μεγαλύτερων (οι τιμές των εικονοστοιχείων έχουν όριο στο εύρος από 0 έως και 255). Η διαφορά με την αυθεντική εικόνα είναι πολύ δύσκολα παρατηρήσιμη. Καθώς θα περιγράψουμε στην «υποδειγματοληπτική και αραιή ανάκτηση σήματος», αυτή η εικόνα μπορεί τέλεια να ανακτηθεί από μόνο 96,000 μη συνεκτικές μετρήσεις.[31]

$$f_s(t) = \sum_{i=1}^N \mu_i \psi(x_i) \quad (12)$$

$$\|f - f_s\|_{\ell_2} = \|X - X_s\|_{\ell_2}$$

Σχήμα-20 (c)

97,5%

JPEG-2000

[32]

**Μη συνεκτική (ασυναφής) δειγματοληψία**

$$y = \langle f, \phi_k \rangle, \quad k = 1, 2, \dots, m \quad (13)$$

Ορισμός 1

$$(\phi, \psi) = \bar{n} \max_{1 \leq j, n} |\langle \phi, \psi_j \rangle| \quad (14)$$

$\phi, \psi$  [33]

$$(\phi, \psi) = [1, \bar{n}]$$

Fourier  $\phi_j(t) = n^{-1/2} e^{i2\pi jt/n}$   $\psi(t) = \psi(t-k)$

**έλλειψη συνεκτικότητας.**  
**συνεκτικά**

$$(\phi, \psi) = 1$$

$\phi$  [34]

Haar  $\sqrt{2}$   
Daubechies **D4** **D8** **2.2** **2.9**  
n.

Fourier).

1)

2)

Fourier

$O(n)$ .

$\mu$   $n$   $\phi$   
 $\mu$

$(\varphi_k(t))$

**Δειγματοληψία από μικρότερο αριθμό δειγμάτων και ανάκτηση αραιού σήματος**

$y = \langle f, \phi \rangle$ ,  $\phi \in \mathbb{R}^{n \times m}$ ,  $m < n$ .

$f^* = x^*$

$(\|x\|_1 := \sum_i |x_i|)$

$\min_{t \in \mathbb{R}^n} \|t\|_{\ell_1}$ ,  $y = \langle \phi, t \rangle$ ,  $\forall \phi \in \mathbb{R}^{n \times m}$  (16)

[37].

[35],[36].



Θεώρημα 1 [38]

$$f_m \leq C \cdot \left(\frac{n}{c}\right)^2 \cdot S \cdot \log n \quad (17)$$

$$f_m \leq C \cdot \left(\frac{n}{\delta}\right)^2 \cdot S \cdot \log\left(\frac{n}{\delta}\right).$$

1)

2)

3)

συμπίεστικής δειγματοληψίας

$$f(t) = \sum_{j=0}^{n-1} x_j \cdot e^{i2\pi jt/n}, \quad t = 0, \dots, n-1,$$

$x_j$   $n$   
)

$S$  (

*Nyquist/Shannon*

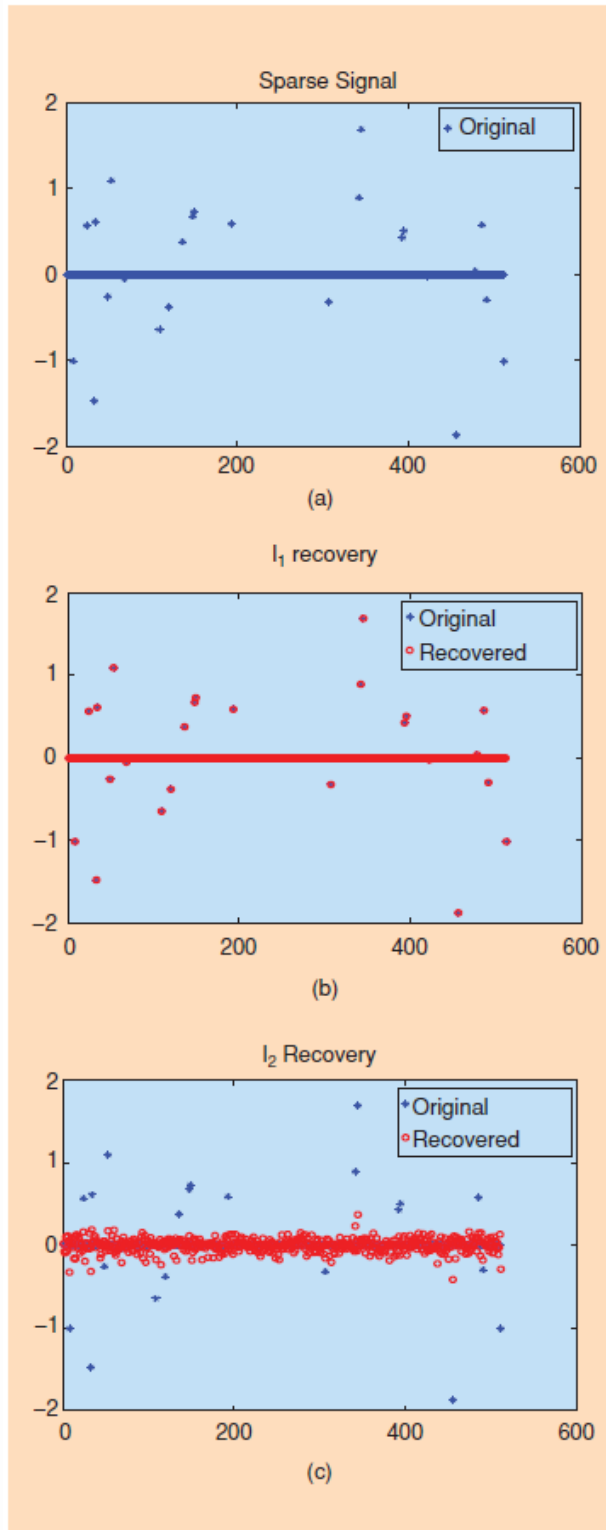
θεώρημα 1

[27].

Σχήμα- 21.

Σχήμα – 21:

[39]-[41].



Σχήμα- 21 (a) Ένα πραγματικά αραιό σήμα με πραγματικές τιμές και (b) η ανακατασκευή του από 60 μιγαδικές τιμές των συντελεστών του Fourier με την ελαχιστοποίηση του  $l_1$ . Η ανακατασκευή είναι ακριβής και (c) Η ελάχιστη ενεργειακή ανακατασκευή ληφθείσα από την υποκατάσταση της  $l_1$  νόρμας με την  $l_2$  νόρμα δίνουν εκ διαμέτρου διαφορετικές απαντήσεις. Η  $l_2$  λύση δεν παρέχει μία λογική προσέγγιση στο αυθεντικό σήμα [31].

$$y = \langle f, \mu \rangle = 0 \quad \mu \in M.$$

*Dirac* [27],[42].

$$\mu \quad 2^S \cdot \log n.$$

1,

25.000

96.000

$$f^* = f.$$

$$S \cdot \log n$$

[33].

Σχήμα-21 (c),

[38]

$$\frac{4}{4} \quad \frac{1}{4}$$

## Ισχυρή Συμπιεστική Δειγματοληψία (Σ.Δ.)

$\mu$  συμπίεστική δειγματοληψία  
 $0) \mu$  συμπίεστική  
 δειγματοληψία  
 $\mu$   
 $x \in \mathbb{R}^n$   
 $A$   $m \times n$   
 $z$   
 $m \times n$   
 $y = A^*x + z$ , (18)  
 $f = A^*x$   $y = R^* f$  ( $R$   $M$ )  
 $y = A^*x$ , (18)  
 $A = R^* A^*$   
 $x$

## Περιορισμένες Ισομετρίες

συμπίεστικής δειγματοληψίας.  
ιδιότητα περιορισμένης ισομετρίας RIP (Restricted Isometry Property) [43]

### Ορισμός 2

$S=1,2,\dots,s$   
 $(1 - \delta_s) \|x\|_2^2 \leq \|Ax\|_2^2 \leq (1 + \delta_s) \|x\|_2^2$  (19)  
 $x$   
**RIP**  $S$   $\mu$   
 $s$   
 $S$   
 $S$   
 $RIP$   $S$   
 $\mu$

S

2s

S-

$$(1 - 2s) \|x_1 - x_2\|_2^2 \leq \|Ax_1 - Ax_2\|_2^2 \leq (1 + 2s) \|x_1 - x_2\|_2^2$$

S

$x_1, x_2$   
μ

S-

**Γενική ανάκτηση σήματος από δεδομένα που έχουν ληφθεί από μικρότερο αριθμό δειγμάτων**

RIP

$$\min_{t \in \mathbb{R}^n} \|t\|_{\ell_1} : At = y (=Ax) \quad (20)$$

θεώρημα 2 [44]

$$Y \quad 2s < \frac{1}{2} - 1. \quad x^* \quad (20) \quad :$$

$$\|x^* - x\|_2 \leq \frac{C_0 * \|x - x_s\|_{\ell_1}}{s}$$

$$\|x^* - x\|_1 \leq C_0 * \|x - x_s\|_1 \quad (21)$$

$C_0,$

$x_s$

$x$

S

E.J.

Candès [45].

θεωρήματος 2

θεωρήματος 1.

X

S-

$$x = x_s$$

X

S-

(21)

μ

S-

X

« »

X μ

S

S

S

$m$   $\mu$   $S$   $m$   
 συμπίεστικής δειγματοληψίας (Σ.Δ.)

**Ισχυρή ανάκτηση σήματος από δεδομένα με θόρυβο**

$$\min \|t\|_{\ell_1} \quad : \quad \|At - y\|_2 \leq \epsilon \quad (22)$$

$\epsilon$  (Dantzing [46], Haupt και Nowak [47].)

(22) [48] [49]. **LASSO**  
 [36].

θεωρήματος 3[44]

Υποθέτουμε ότι  $2s < \bar{2} - 1$ .  $x^*$  (22)

$$\|x^* - x\|_2 \leq \frac{C_0 * \|x - x_s\|_{\ell_1}}{\bar{s}} + C_1 \cdot \epsilon \quad (23)$$

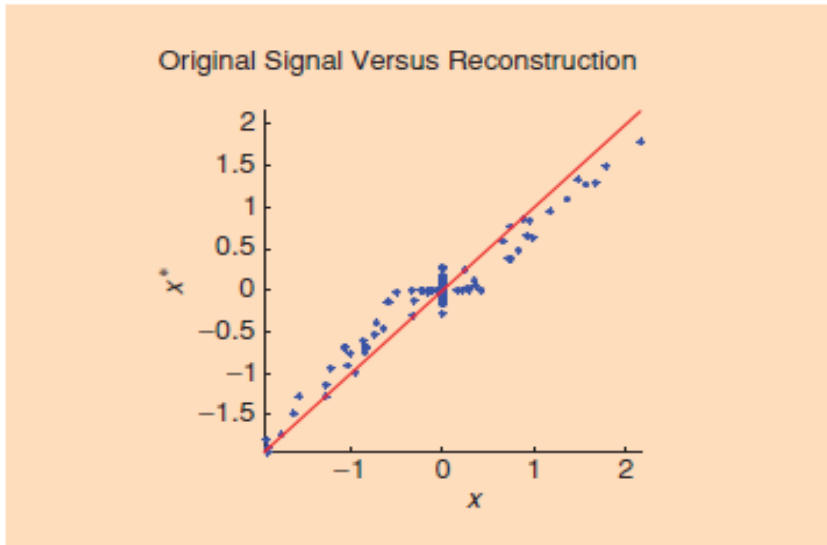
$C_0$   $C_1$ . [44].

$$2s = \frac{1}{4}$$

$C_0$  5,5  $C_1$  6 Σχήμα-22

συμπίεστική δειγματοληψία

**RIP.**



Σχήμα-22 Ένα σήμα  $x$  (οριζόντιος άξονας) και η ανακατασκευή του  $x^*$  (κάθετος άξονας) ληφθέν μέσω της (22). Σε αυτό το παράδειγμα, το  $n = 512$  και το  $m = 256$ . Το σήμα είναι 64-αραιό. Στο μοντέλο (18) η μήτρα δειγματοληψίας έχει ανεξάρτητες ομοιόμορφες κατανομές (i.i.d.)  $N(0, \frac{1}{m})$  καταχωρίσεων (κανονική κατανομή) και το  $z$  ένα Γκαουσιανό διάνυσμα λευκού θορύβου προσαρμοσμένο έτσι ώστε:  $\|Ax\|_{\ell_2} / \|z\|_{\ell_2} = 5$ . Εδώ έχουμε  $\|x^* - x\|_{\ell_2} \approx 1.3 \cdot \epsilon$  [31]

### Τυχαία Δειγματοληψία

#### RIP

α)

$n$

$\mathbb{R}^m$

β)

0

$1/m$ ,

γ)

P

$$A = \sqrt{\frac{n}{m}} \cdot P$$

δ)

Bernoulli  $(P(A_{i,j}) = \pm \sqrt{\frac{1}{m}}) = \frac{1}{2}$

#### RIP

$$m \geq C \cdot S \cdot \log\left(\frac{n}{S}\right),$$

(24)

C

$\mu$

Pajor

(

[51]).

[50]



RIP (24) m

$$(24) \quad \ell_1^2$$

RIP

$$R_{\mu}^m \leq C \cdot S^*(\log n)^4$$

(25)

$$= R^* \cdot S^*$$

[52]

[53].

> 0,

[25]

$$O(n^{-\alpha})$$

(25)

log n).

RIP

$$= S^*$$

m x n

α) δ)

$$\mu = S^*$$

RIP

(24)

C

$$\mu \leq C \cdot S^* \quad [50].$$

### Σχεδιάζοντας έναν αλγόριθμο ανακατασκευής σήματος

M

y,

(x)

s

<

(10)

s

$$(s + r) = y$$

$$s = y - r$$

$$s = y$$

$\mathcal{N}(\cdot)$

$$( - )$$

$$\mathcal{H} = \mathcal{N}(\cdot) + s.$$

### 🚦 Η ανακατασκευή της ελάχιστης $\ell_2$ -νόρμας

p

S

$$\|s\|_p^p = \sum_{i=1}^N |s_i|^p.$$

$$\hat{s} = \underset{s}{\operatorname{argmin}} \|s\|_2 \quad s = y \quad (26)$$

$$\hat{s} = (A^T A)^{-1} A^T y$$

$$\hat{s}$$

🚩 Η ανακατασκευή της ελάχιστης  $\ell_0$ -νόρμας

$$S. (\ell_2, \ell_0) \quad \hat{s} = \underset{s}{\operatorname{argmin}} \|s\|_0 \quad s = y \quad (27)$$

$$= \begin{cases} +1 & \mu \\ -1 & \mu \end{cases} \quad [54].$$

S.

🚩 Η ανακατασκευή της ελάχιστης  $\ell_1$ -νόρμας

$$\hat{s} = \underset{s}{\operatorname{argmin}} \|s\|_1 \quad s = y \quad (28)$$

[27],[28].

$$M \geq c * K * \log\left(\frac{N}{K}\right)$$

[27],[28]

$$O(N^3).$$

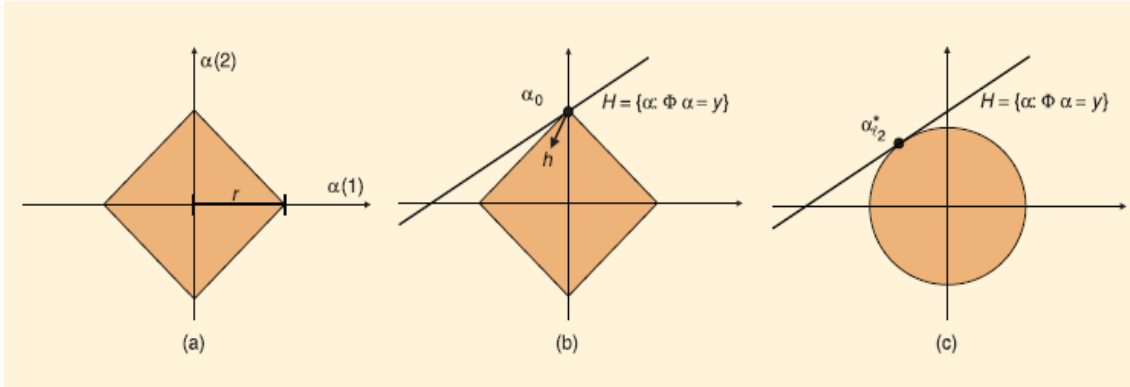
# Η Γεωμετρία ελαχιστοποίησης της $\ell_1$

« »

$$: \min \| \cdot \|_1$$

$$* = y \quad (29)$$

$\ell_1$   
Σχήμα-23



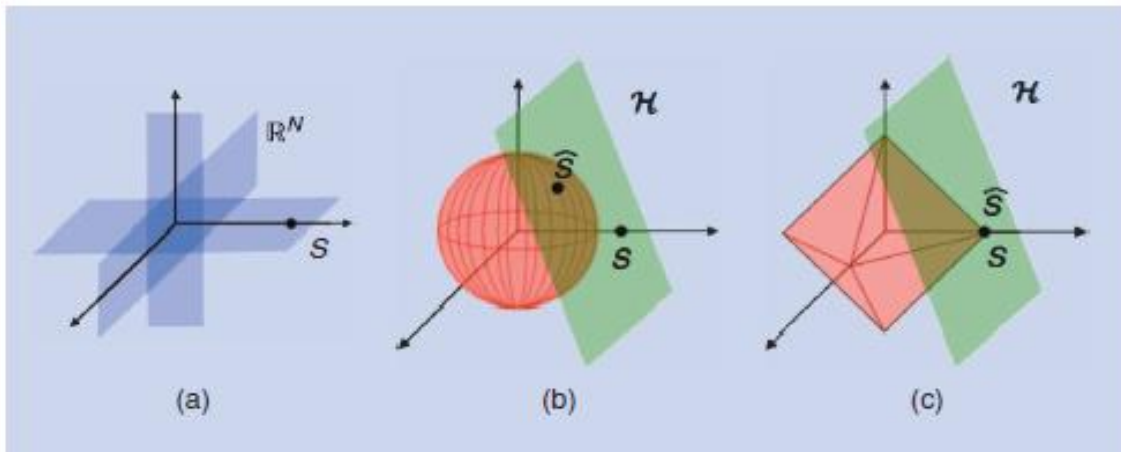
Σχήμα – 23 Η γεωμετρία της ανάκτησης  $\ell_1$ . (α)  $\ell_1$  σφαίρα ακτίνας  $r$ , η περιοχή με το πορτοκαλί χρώμα περιλαμβάνει όλα τα  $\alpha \in \mathcal{R}^2$  τέτοια ώστε  $|\alpha(1)| + |\alpha(2)| \leq r$ . (β) Επιλύοντας το πρόβλημα της ελαχιστοποίησης-  $\ell_1$  που αναφέρουμε μας επιτρέπει να ανακτήσουμε ένα αραιό  $\alpha_0$  από  $y = \Phi^* \alpha_0$  καθώς η ανισοτροπία της σφαίρας  $\ell_1$  ευνοεί ευνοεί αραιά διανύσματα. Να προσέξουμε εδώ ότι τα φθίνοντα διανύσματα  $h$  που δείχνουν προς τη σφαίρα  $\ell_1$  από το  $\alpha_0$  θα είναι συγκεντρωμένα στη στήριξη του  $\alpha_0$ . (γ) Ελαχιστοποιώντας τη  $\ell_2$  νόρμα δεν ανακτά το  $\alpha_0$ , εφόσον η σφαίρα  $\ell_2$  είναι ισότροπη η λύση της ελάχιστης  $\ell_2$  νόρμας  $\alpha_{\ell_2}^*$  δεν θα είναι γένει, καθόλου αραιή. [55]

(a)  $\ell_1$  σφαίρα ακτίνας  $r$ , η περιοχή με το πορτοκαλί χρώμα περιλαμβάνει όλα τα  $\alpha \in \mathcal{R}^2$  τέτοια ώστε  $|\alpha(1)| + |\alpha(2)| \leq r$ .

(b) Επιλύοντας το πρόβλημα της ελαχιστοποίησης-  $\ell_1$  που αναφέρουμε μας επιτρέπει να ανακτήσουμε ένα αραιό  $\alpha_0$  από  $y = \Phi^* \alpha_0$  καθώς η ανισοτροπία της σφαίρας  $\ell_1$  ευνοεί ευνοεί αραιά διανύσματα. Να προσέξουμε εδώ ότι τα φθίνοντα διανύσματα  $h$  που δείχνουν προς τη σφαίρα  $\ell_1$  από το  $\alpha_0$  θα είναι συγκεντρωμένα στη στήριξη του  $\alpha_0$ .

(c) Ελαχιστοποιώντας τη  $\ell_2$  νόρμα δεν ανακτά το  $\alpha_0$ , εφόσον η σφαίρα  $\ell_2$  είναι ισότροπη η λύση της ελάχιστης  $\ell_2$  νόρμας  $\alpha_{\ell_2}^*$  δεν θα είναι γένει, καθόλου αραιή. [55]

δειγματοληψίας  $n$ -  $\mathcal{R}^n$  συμπίεστικής  $l_2$   
 $l_1$ ,  $\mathcal{R}^n$   $K$ -  $s$   $n$ -  
 $K$   $\mu$   $\mu$   
 ο Σχήμα-24 (a).  $\mathcal{H} = \mathcal{N}(\Theta) + s$  Σχήμα-24 (b). ( $N, M,$   
 $\Theta$   $\mathcal{H}$   $\mathcal{H},$   
 $K \gg 3,$   $\mu$   $l_2, \hat{s}$  (26)  $\mu$   $\mu$   
 $l_2$   $\mu$   $\mathcal{H}, \mu$   
 $\hat{s}$   $\mu$   $S.$   $\mu$   
 $l_1$  Σχήμα - 24 (c)  $\mathcal{H}$   $l_1$   $\mu$   
 $S.$



Σχήμα – 24 (a) Τα υποδιαστήματα τα οποία περιλαμβάνουν δύο αραιά διανύσματα στον  $\mathcal{R}^3$  κείνται πλησίον των αξόνων των συντεταγμένων. (b) Η οπτικοποίηση της ελαχιστοποίησης  $l_2$  (27) που βρίσκει το μη αραιό σημείο της επαφής  $S$  ανάμεσα στην  $l_2$  υπερσφαίρα είναι στα κόκκινα και τη μήτρα μεταφερόμενης μέτρησης το οποίο είναι το κενό διάστημα και είναι στα πράσινα. (c) Η οπτικοποίηση της ελαχιστοποιημένης λύσης  $l_1$  η οποία βρίσκει το αραιό σημείο επαφής  $S$  με μεγάλη πιθανότητα χάρη στην γεμάτη γωνίες σφαίρα  $l_1$ . [30]

$X$  συμπίεστική δειγματοληψία  $X(t)$

$$\{i(t)\}_{i=1}^N = 1.$$

Nyquist

$$i(t)$$

(t)

[56] [57].

**Τι είναι όμως τελικά η Συμπίεστική Δειγματοληψία (Σ.Δ.);**

$f_s$  (συμπίεστική δειγματοληψία)

$\theta(S \cdot \log(n/S))$

$f_s$  (δειγματοληψίας)

$S$  (συμπίεστικής)

Reed Solomon [58].

$y_k = \sum_{j=0}^{n-1} x_j \cdot e^{i2\pi jk/n}$ ,  $k = 0, 1, 2, \dots, 2S-1$ ,

$2s$

$n$

$2S$

$S \times S$  Toeplitz,

$μ$

$μ$

$μ$

Fourier,

RIP.

**Γενικότερες εφαρμογές της Συμπιεστικής Δειγματοληψίας (Σ.Δ.)**

$s$   $n$  ( $s \ll n$ )

➤ Συμπίεση δεδομένων

f).

➤ Κωδικοποίηση καναλιού [59].

$\mu$  [43],

➤ Αντίστροφα προβλήματα f

f

MR

[27]

MR

[60]

Fourier

f

➤ Λήψη δεδομένων n

(

).

CCD

CMOS

συμπιεστικής δειγματοληψίας

(

)

«

ADC

$\mu$

1

GHz.

δειγματοληψίας,

$\langle f, \rangle$

$y$

$f$

συμπίεστικής

Nyquist.

συμπίεστικής δειγματοληψίας

1) Μη ομοιόμορφος δειγματιστής (NUS).

$$=f(t) = (f, t).$$

( $\mu$ )

Nyquist.

2) Προ-ενσωμάτωση τυχαίας διαμόρφωσης (RMPI).

$\mu$

RMPI (Σχήμα - 25 (a))

+/- 1s,

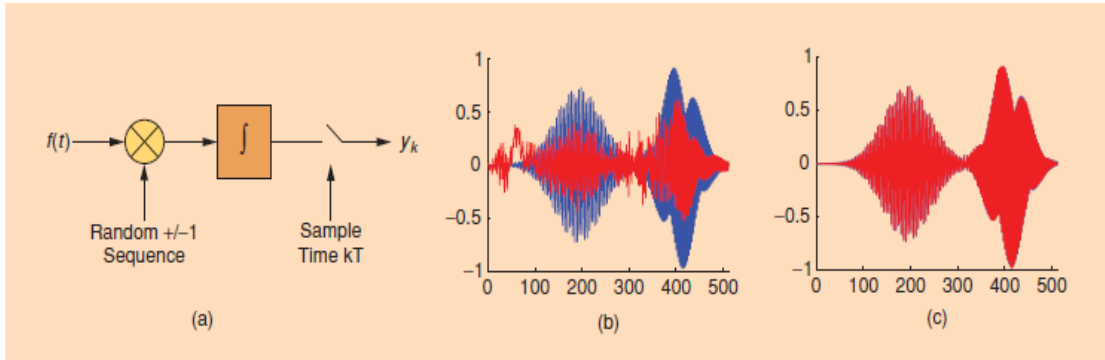
RMPI

$\mu$

+/-1.

συμπίεστικής δειγματοληψίας  
RMPI

Gabor  $\mu$



Σχήμα – 25 Η μετατροπή αναλογικού σε πληροφοριακό (α) Σύστημα τυχαίας προ-ενσωματωμένης διαμόρφωσης (RMPI). (β) Αυθεντικό διτονικό σήμα (μπλέ χρώμα) και ανακατασκευή (κόκκινο χρώμα) μέσω της  $\ell_1$  σύνθεσης από τυχαίες +/-1 μετρήσεις. (γ) Διτονικό σήμα και ανακατασκευή μέσω της ανασταθμισμένης ανάλυσης  $\ell_1$ . [31]

$\mu$  : συμπίεστικής δειγματοληψίας.  
 $f$  :  $n=512$   
 (Σχήμα - 25 (b)).  $m=30$   
 $m \times n$  :  $\mu$   
 (i.i.d.) +/-1 Bernoulli.  $17.$   
 Gabor  $\mu$   
 $\mu$   $43X$   
 $f.$   $\|x\|_1$   
 (b)  $y = * * x.$   
 $\|f - f^*\|_2 / \|f\|_2 = 0.67.$   
 $\mu$   
 $1. ( ),$   $\| * f \|_1$   
 $y = * f .($   
 $), ( ),$   $f^*$   $1$   
 « »  $\mu$   
 Σχήμα - 25 (c)  
 $\|f - f^*\|_2 / \|f\|_2 = 0.022.$   
 [61]

συμπίεστική δειγματοληψία

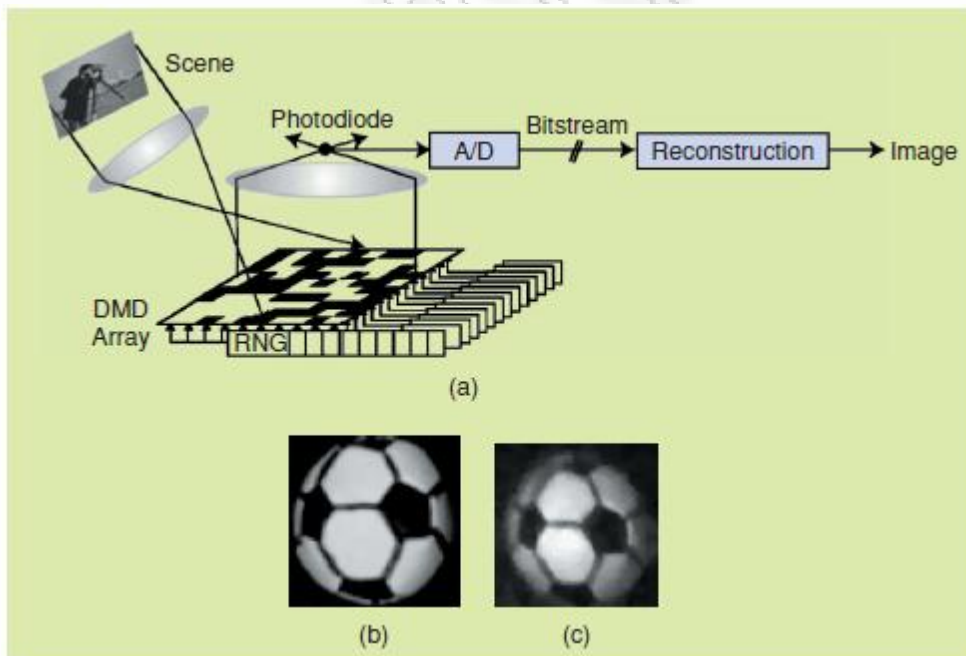
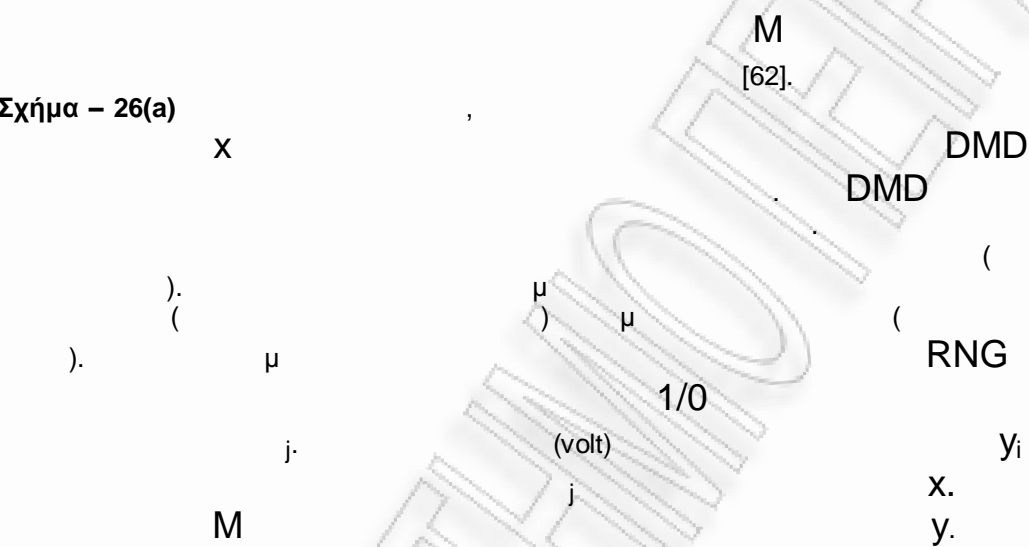


## Κεφάλαιο 4 - Συμπίεση Εικόνας και Συμπιεστική Δειγματοληψία (Σ.Δ.)

### Πρακτικό Παράδειγμα

Συμπιεστικής Δειγματοληψίας ( . . . )

Σχήμα – 26(a)



Σχήμα-26 (a) Είναι μια κάμερα συμπιεστικής δειγματοληψίας ενός μόνο εικονοστοιχείου (b) Μια εικόνα μπάλας ποδοσφαίρου παραδοσιακής ψηφιακής κάμερας (c) 64 x 64 ασπρόμαυρη εικόνα  $\hat{y}$  της ίδιας μπάλας (η οποία έχει  $N=4.096$  εικονοστοιχεία) τα οποία ανακτήθηκαν από  $M=1.600$  τυχαίες μετρήσεις που ελήφθησαν από την κάμερα στο (a). Οι εικόνες στο (b) και (c) δεν χρειάζεται να είναι ευθυγραμμισμένες.[30]

60%

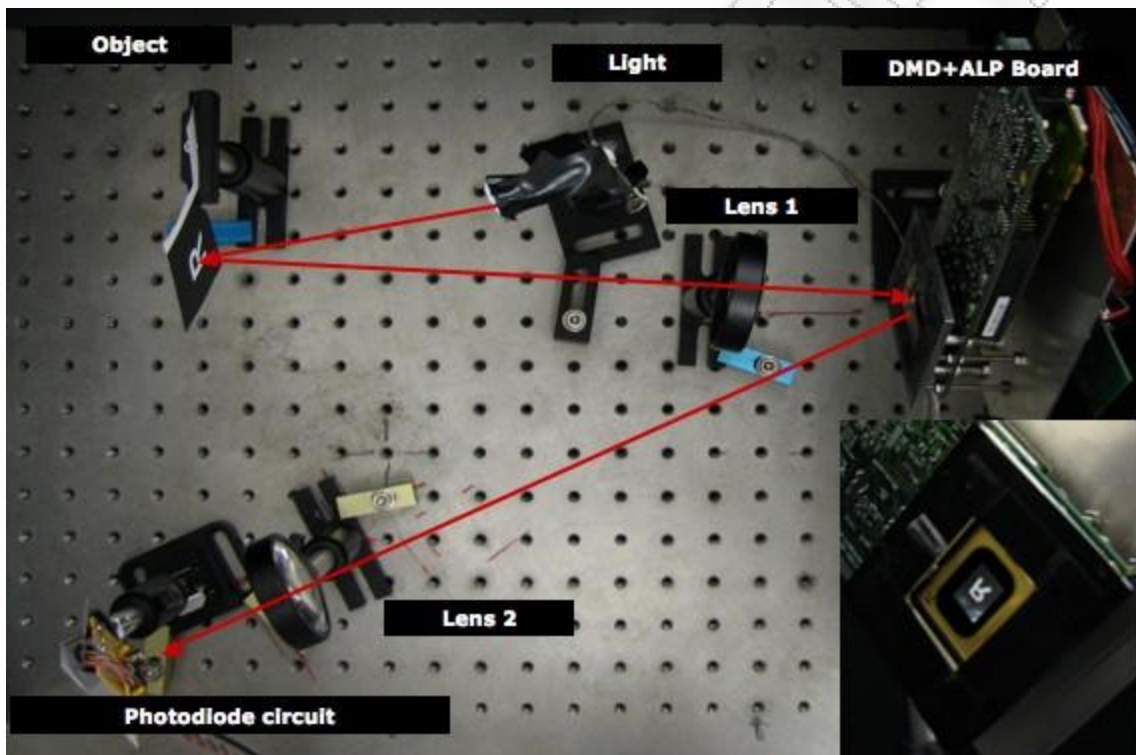
ο Σχήμα-26 (c)

Σχήμα-26 (b).

1

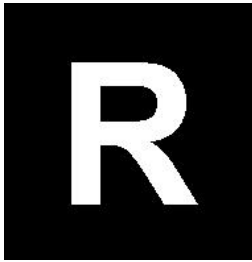
[62].

Σχήμα - 27

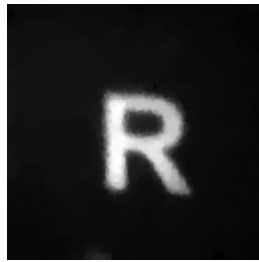


Σχήμα - 27 Είναι η νέα μας ψηφιακή κάμερα εικόνας και ήχου, λαμβάνει άμεσα τυχαίες προβολές μίας εικόνας δίχως πρωτίστως να συλλέγει τα εικονοστοιχεία/φωνοστοιχεία. Η αρχιτεκτονική της κάμερας χρησιμοποιεί ένα ψηφιακό μικροκαθρέφτη μήτρας για να υπολογίσει με οπτικό τρόπο γραμμικές προβολές της εικόνας πάνω σε ψευδοτυχαία δυαδικά πρότυπα. Το χαρακτηριστικό της γνώρισμα, είναι η ικανότητά της να λαμβάνει μία εικόνα ή ένα βίντεο με ένα μοναδικό στοιχείο εντοπισμού (το μοναδικό εικονοστοιχείο) μετρώντας την εικόνα λιγότερες φορές από τον αριθμό των εικονοστοιχείων/φωνοστοιχείων. Εφόσον η κάμερα βασίζεται σ' ένα μοναδικό ανιχνευτή φωτονίων, μπορεί επίσης να προσαρμοστεί στη λήψη εικόνων με μήκη κυμάτων τέτοια για τα οποία τα συμβατικά CCD και CMOS δεν μπορούν να αντιληφθούν. [63]

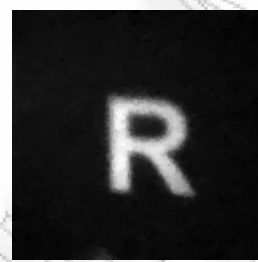
**Μερικά ακόμα παραδείγματα της άνωθεν κάμερας [63]**



**Αυθεντική**



**16384 Εικονοστοιχεία  
1600 Μετρήσεις  
(10%)**



**16384 Εικονοστοιχεία  
3300 Μετρήσεις  
(20%)**



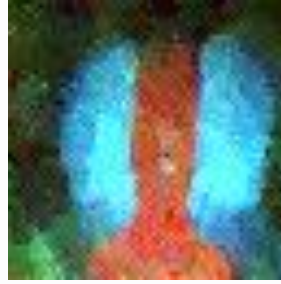
**65536 Εικονοστοιχεία  
1300 Μετρήσεις  
(2%)**



**65536 Εικονοστοιχεία  
1300 Μετρήσεις  
(5%)**



**Αυθεντική**



**4096 Εικονοστοιχεία  
800 Μετρήσεις  
(20%)**



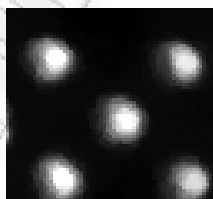
**4096 Εικονοστοιχεία  
1600 Μετρήσεις  
(40%)**



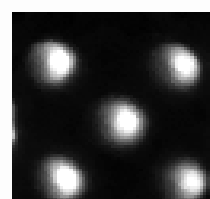
**65536 Εικονοστοιχεία  
6600 Μετρήσεις  
(10%)**



**Αρχικό αντικείμενο**



**4096 Εικονοστοιχεία  
800 Μετρήσεις  
(20%)**



**4096 Εικονοστοιχεία  
1600 Μετρήσεις  
(40%)**



Αρχικό αντικείμενο



4096 Εικονοστοιχεία  
800 Μετρήσεις  
(20%)



4096 Εικονοστοιχεία  
800 Μετρήσεις  
(40%)

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΛΟΠΟΝΝΗΣΟΥ

## Κεφάλαιο 5 - Υλοποίηση – Μετρήσεις

κάποια παραδείγματα  
Συμπίεστικής Δειγματοληψίας (Σ.Δ.)

### Υλοποίηση Δείγματος - 1



Αρχική Εικόνα (Barbara.jpg)



Προσθήκη σταυρών με βήμα 10 (Θόρυβος)



Αφαίρεση σταυρών



Τελική Εικόνα (Διορθωμένη)

μ

$\sigma = 50$      $step$  (βήμα) = 10

## Μετρήσεις Δείγματος – 1

Δείγμα – 1 :

- M                    jpg                    bytes: **184.320 bytes**
  - jpg                    bytes: **147.456 bytes**
- μ            20%    bytes.

Athi Narayanan S [64]:

<b>Mean Square Error</b>	<b>719.0559</b>
<b>Peak Signal to Noise Ratio</b>	<b>19.5632</b>
<b>MNormalized Cross-Correlation</b>	<b>1.0323</b>
<b>Average Difference</b>	<b>-6.8152</b>
<b>Structural Content</b>	<b>0.9029</b>
<b>Maximum Difference</b>	<b>148</b>
<b>Normalized Absolute Error</b>	<b>0.1494</b>

## Υλοποίηση Δείγματος – 2



Αρχική Εικόνα (boat.jpg)



Προσθήκη σταυρών με βήμα 10 (Θόρυβος)



Αφαίρεση σταυρών



Τελική Εικόνα (Διορθωμένη)

μ

$\sigma = 1$      $\text{step (βήμα)} = 10$



## Μετρήσεις Δείγματος – 2

Δείγμα – 2 :

- M                    jpg                    bytes: **188.416 bytes**
  - jpg                    bytes: **167.936 bytes**
- μ            **10,87%**                    bytes.

Athi Narayanan S [64]:

<b>Mean Square Error</b>	<b>719.2772</b>
<b>Peak Signal to Noise Ratio</b>	<b>19.5618</b>
<b>MNormalized Cross-Correlation</b>	<b>0.8652</b>
<b>Average Difference</b>	<b>17.9728</b>
<b>Structural Content</b>	<b>1.3018</b>
<b>Maximum Difference</b>	<b>171</b>
<b>Normalized Absolute Error</b>	<b>0.1663</b>

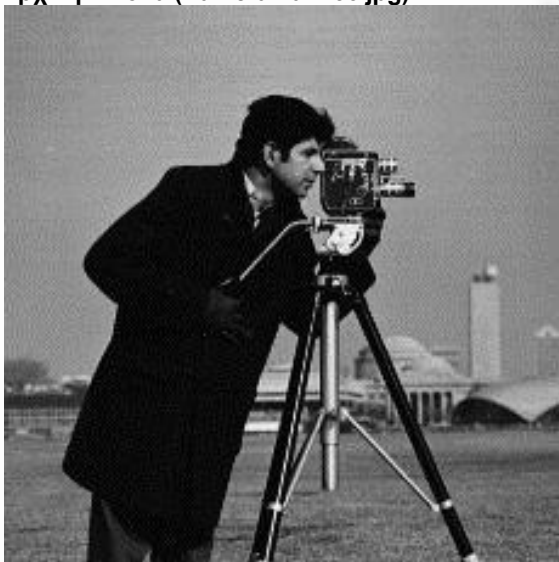
### Υλοποίηση Δείγματος - 3



Αρχική Εικόνα (Cameraman256.jpg)



Προσθήκη σταυρών με βήμα 2



Αφαίρεση σταυρών



Τελική Εικόνα (Διορθωμένη)

Εδώ έχουμε τρέξει την εφαρμογή μας με στοιχεία αλγορίθμου  $\sigma = 1$  και  $step$  (βήμα) = 2

### Μετρήσεις Δείγματος – 3

Δείγμα – 3 :

- M                    jpg                    bytes: **61.440 bytes**
  - jpg                    bytes: **57.344 bytes**
- μ            6,667%            bytes.

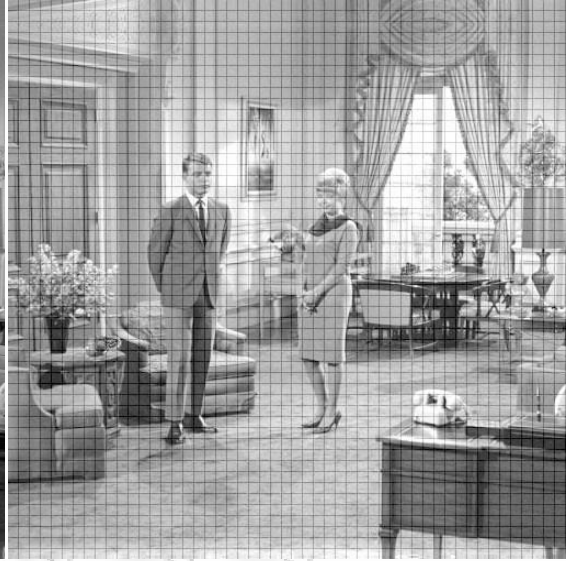
Athi Narayanan S [64]:

<b>Mean Square Error</b>	<b>522.9969</b>
<b>Peak Signal to Noise Ratio</b>	<b>20.9458</b>
<b>MNormalized Cross-Correlation</b>	<b>0.8693</b>
<b>Average Difference</b>	<b>15.9824</b>
<b>Structural Content</b>	<b>1.3026</b>
<b>Maximum Difference</b>	<b>166</b>
<b>Normalized Absolute Error</b>	<b>0.1519</b>

## Υλοποίηση Δείγματος - 4



Αρχική Εικόνα (couple.jpg)



Προσθήκη σταυρών με βήμα 2



Αφαίρεση σταυρών



Τελική Εικόνα (Διορθωμένη)

Εδώ έχουμε τρέξει την εφαρμογή μας με στοιχεία αλγορίθμου  $\sigma = 1$  και  $\text{step}$  (βήμα) = 2

## Μετρήσεις Δείγματος – 4

Δείγμα – 4 :

- M                    jpg                    bytes: 188.416 bytes
  - jpg                    bytes: 172.032 bytes
- μ            8,695%            bytes.

Athi Narayanan S [64]:

Mean Square Error	455.9018
Peak Signal to Noise Ratio	21.5421
MNormalized Cross-Correlation	0.8549
Average Difference	19.1226
Structural Content	1.3563
Maximum Difference	131
Normalized Absolute Error	0.1619

## Υλοποίηση δείγματος - 5



Αρχική Εικόνα (hill.jpg)



Προσθήκη σταυρών με βήμα 2



Αφαίρεση σταυρών



Τελική Εικόνα (Διορθωμένη)

Εδώ έχουμε τρέξει την εφαρμογή μας με στοιχεία αλγορίθμου  $\sigma = 1$  και  $step$  (βήμα) = 2

## Μετρήσεις Δείγματος – 5

Δείγμα – 5 :

- M                    jpg                    bytes: 192.512 bytes
  - jpg                    bytes: 172.032 bytes
- μ            10,638%            bytes.

Athi Narayanan S [64]:

Mean Square Error	577.2201
Peak Signal to Noise Ratio	20.5174
MNormalized Cross-Correlation	0.8614
Average Difference	18.1955
Structural Content	1.3136
Maximum Difference	148
Normalized Absolute Error	0.1784

*sigma = 1*

(*step = 2*) μ

Πίνακας μετρήσεων ποιότητας εικόνας

Mean Square Error	$MSE = \frac{1}{MN} \sum_{j=1}^M \sum_{k=1}^N (x_{j,k} - x'_{j,k})^2$
Peak Signal to Noise Ratio	$PSNR = 10 \log \frac{(2^n - 1)^2}{MSE} = 10 \log \frac{255^2}{MSE}$
MNormalized Cross-Correlation	$NK = \frac{\sum_{j=1}^M \sum_{k=1}^N x_{j,k} * x'_{j,k}}{\sum_{j=1}^M \sum_{k=1}^N x_{j,k}^2}$
Average Difference	$AD = \frac{\sum_{j=1}^M \sum_{k=1}^N (x_{j,k} - x'_{j,k})}{MN}$
Structural Content	$SC = \frac{\sum_{j=1}^M \sum_{k=1}^N x_{j,k}^2}{\sum_{j=1}^M \sum_{k=1}^N x'_{j,k}^2}$
Maximum Difference	$MD = \text{Max}( x_{j,k} - x'_{j,k} )$
Normalized Absolute Error	$NAE = \frac{\sum_{j=1}^M \sum_{k=1}^N  x_{j,k} - x'_{j,k} }{\sum_{j=1}^M \sum_{k=1}^N  x_{j,k} }$



## Κεφάλαιο 6 - Επίλογος

Shannon/Nyquist

Nyquist

Shannon/Nyquist.

συμπιεστική δειγματοληψία (σ.δ.),

« »

συμπιεστική δειγματοληψία

3S-4S

S  
συμπιεστική δειγματοληψία

U  
ψ  
μ  
U  
[38],[52]  
U  
μ  
ψ  
U  
παράμετρο συνεκτικότητας  
U  
μ  
μ  
(29)  
[44],[53].  
y  
[44],[46].

συμπιεστική δειγματοληψία (σ.δ.)

Baraniuk Kelly.

Σχήμα – 26 Σχήμα – 27).

συμπιεστική δειγματοληψία

συμπιεστική δειγματοληψία

συμπιεστική δειγματοληψία

Shannon,

δειγματοληψία

συμπιεστική  
[65].

## Βιβλιογραφία

- [1] **John Miano** Compressed Image File Formats JPEG, PNG, GIF, XBM, BMP
- [2] [http://www.spacetelescope.org/static/projects/fits\\_liberator/image\\_processing.pdf](http://www.spacetelescope.org/static/projects/fits_liberator/image_processing.pdf)
- [3] [http://hubblesite.org/gallery/behind\\_the\\_pictures/](http://hubblesite.org/gallery/behind_the_pictures/)
- [4] [http://heritage.stsci.edu/commonpages/infoindex/ourimages/color\\_comp.html](http://heritage.stsci.edu/commonpages/infoindex/ourimages/color_comp.html)
- [5] **Adobe Acrobat** site: <http://www.adobe.com/>
- [6] **IBM** Image Compression [online]  
[http://searchcio-midmarket.techtarget.com/sDefinition/0,,sid183\\_gci212327,00.html](http://searchcio-midmarket.techtarget.com/sDefinition/0,,sid183_gci212327,00.html)
- [7] **μ (PDP Lab) Πανεπιστημίου Μακεδονίας**. [Online]  
[http://www.it.uom.gr/project/MultimediaTechnologyNotes/chap2b\\_2.htm#\\_ftn1](http://www.it.uom.gr/project/MultimediaTechnologyNotes/chap2b_2.htm#_ftn1)
- [8] **Wikipedia**. JPEG. Wikipedia [Online]  
<http://el.wikipedia.org/wiki/JPEG>
- [9] [http://www.prepressure.com/library/compression\\_algorithms/jpeg](http://www.prepressure.com/library/compression_algorithms/jpeg)
- [10] **Ken Cabeen and Peter Cent** -Image Compression and the Discrete Cosine Transform
- [11] **JPEG** Tutorial [Online] <http://cobweb.ecn.purdue.edu/~ace/jpeg-tut/jpegtut1.html>
- [12] An Overview of **JPEG-2000**  
Michael W. Marcellin<sup>1</sup>, Michael J. Gormish, Ali Bilgin<sup>1</sup>, Martin P. Boliek Proc. of IEEE Data Compression Conference, pp. 523-541, **2000**.  
[http://www.rii.ricoh.com/~gormish/pdf/dcc2000\\_jpeg2000\\_note.pdf](http://www.rii.ricoh.com/~gormish/pdf/dcc2000_jpeg2000_note.pdf)
- [13] **A. Zandi, J. D. Allen, E. L. Schwartz, and M. Boliek**, "CREW: Compression with reversible embedded wavelets," Proc. of IEEE Data Compression Conference, Snowbird, Utah, pp. 212-221, March **1995**.
- [14] **M. Boliek, M. Gormish, E. L. Schwartz, and A. F. Keith**, "Decoding compression with reversible embedded wavelets (CREW) codestreams," Journal of Electronic Imaging, vol. 7, no. 3, pp. 402-209, July **1998**.
- [15] **M. Weinberger, G. Seroussi, and G. Sapiro**, "The LOCO-I lossless image compression algorithm: principles and standardization into JPEG-LS," submitted to IEEE Trans. on Image Proc.
- [16] **Wikipedia**. PNG Wikipedia [Online] [http://en.wikipedia.org/wiki/Portable\\_Network\\_Graphics](http://en.wikipedia.org/wiki/Portable_Network_Graphics)
- [17] **Wikipedia**. GIF Wikipedia [Online] [http://el.wikipedia.org/wiki/Graphics\\_Interchange\\_Format](http://el.wikipedia.org/wiki/Graphics_Interchange_Format)
- [18] Bitmap File Structure <http://www.digicamsoft.com/bmp/bmp.html>

- [19] An introduction to DIBs (Device Independent Bitmaps) <http://www.herdsoft.com/ti/davincie/imex3j8i.htm>
- [20] **Wikipedia** BMP Wikipedia [Online] [http://en.wikipedia.org/wiki/BMP\\_file\\_format](http://en.wikipedia.org/wiki/BMP_file_format)
- [21] Wired Magazine [Online] [http://www.wired.com/magazine/2010/02/ff\\_algorithm/all/1](http://www.wired.com/magazine/2010/02/ff_algorithm/all/1)
- [22] **Karl Küpfmüller** - Transients in telegraph and telephone engineering
- [23] **Wikipedia** Nyquist–Shannon sampling theorem [Online] [http://en.wikipedia.org/wiki/Nyquist%E2%80%93Shannon\\_sampling\\_theorem#Sampling\\_of\\_n-baseband\\_signals](http://en.wikipedia.org/wiki/Nyquist%E2%80%93Shannon_sampling_theorem#Sampling_of_n-baseband_signals)
- [24] Τμήμα ηλεκτρολόγων μηχανικών & μηχανικών υπολογιστών  
[www.ece.ucy.ac.cy/courses/ece007/notes/ECE007\\_lecture8.ppt](http://www.ece.ucy.ac.cy/courses/ece007/notes/ECE007_lecture8.ppt)
- [25] **Wikipedia** Dirac (video compression format) [Online] [http://en.wikipedia.org/wiki/Dirac\\_%28video\\_compression\\_format%29](http://en.wikipedia.org/wiki/Dirac_%28video_compression_format%29)
- [26] **S. Mallat**, A Wavelet Tour of Signal Processing. New York: Academic, 1999.
- [27] **E. Candès, J. Romberg, and T. Tao**, “Robust uncertainty principles: Exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information,” IEEE Trans. Inform. Theory, vol. 52, no. 2, pp. 489–509, Feb. 2006.
- [28] **D. Donoho**, “Compressed sensing,” IEEE Trans. Inform. Theory, vol. 52, no. 4, pp. 1289–1306, Apr. 2006.
- [29] **R.G. Baraniuk, M. Davenport, R. DeVore, and M.B. Wakin**, “A simple proof of the restricted isometry principle for random matrices (aka the Johnson-Lindenstrauss lemma meets compressed sensing),” Constructive Approximation, 2007 [Online]. Available: <http://dsp.rice.edu/cs/jlcs-v03.pdf>
- [30] **Richard G. Baraniuk**, Compressive Sensing lecture notes IEEE Signal Processing Magazine July 2007.
- [31] **Emmanuel J. Candès and Michael B. Wakin**, An introduction to Compressive Sampling IEEE Signal Processing Magazine March 2008.
- [32] **D.S. Taubman and M.W. Marcellin**, JPEG 2000: Image Compression Fundamentals, Standards and Practice. Norwell, MA: Kluwer, 2001
- [33] **D.L. Donoho and X. Huo**, “Uncertainty principles and ideal atomic decomposition” IEEE Trans. Inform. Theory, vol. 47, no. 7, pp. 2845–2862, Nov. 2001.
- [34] **R. Coifman, F. Geshwind, and Y. Meyer**, “Noiselets,” Appl. Comput. Harmon. Anal., vol. 10, no. 1, pp. 27–44, 2001.
- [35] **J.F. Claerbout and F. Muir**, “Robust modeling with erratic data,” Geophys. Mag. vol. 38, no. 5, pp. 826–844, Oct. 1973
- [36] **F. Santosa and W.W. Symes**, “Linear inversion of band-limited reflection seismograms,” SIAM J. Sci. Statist. Comput., vol. 7, no. 4, pp. 1307–1330, 1986

- [37] **J. Tropp and A.C. Gilbert**, "Signal recovery from partial information via orthogonal matching pursuit," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 53, no. 12, pp. 4655-4666, **2007**
- [38] **E. Candès and J. Romberg**, "Sparsity and incoherence in compressive sampling," *Inverse Prob.*, vol. 23, no. 3, pp. 969-985, **2007**
- [39] **P. Feng and Y. Bresler**, "Spectrum-blind minimum-rate sampling and reconstruction of multiband signals," in *Proc. IEEE Int. Conf. Acoustics Speech Signal Processing*, Atlanta, GA, vol. 2, 1996, pp. 1689-1692
- [40] **M. Vetterli, P. Marziliano, and T. Blu**, "Sampling signals with finite rate of innovation," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 50, no. 6, pp. 1417-1428, June **2002**.
- [41] **A. Gilbert, S. Muthukrishnan, and M. Strauss**, "Improved time bounds for near-optimal sparse Fourier representation," in *Proc. Wavelets XI SPIE Optics Photonics*, San Diego, CA, **2005**.
- [42] **D.L. Donoho and P.B. Stark**, "Uncertainty principles and signal recovery," *SIAM J. Appl. Math.*, vol. 49, no. 3, pp. 906-931, **1989**.
- [43] **E. Candès and T. Tao** "Decoding by linear programming," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 51, no. 12, pp. 4203-4215, Dec. **2005**
- [44] **E. Candès, J. Romberg, and T. Tao**, "Stable signal recovery from incomplete and inaccurate measurements," *Comm. Pure Appl. Math.*, vol. 59, no. 8, pp. 1207-1223, Aug. **2006**.
- [45] **E.J. Candès**, "Lectures on compressive sampling and frontiers in signal processing," The Institute for Mathematics and its Applications. University of Minnesota, June 2007 [Online]. Available: <http://www.ima.umn.edu/2006-2007/ND6.4-15.07/abstracts.html>
- [46] **E. Candès and T. Tao**, "The Dantzig selector: Statistical estimation when  $p$  is much larger than  $n$ ," submitted for publication.
- [47] **J. Haupt and R. Nowak**, "Signal reconstruction from noisy random projections," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 52, no. 9, pp. 4036-4048, **2006**.
- [48] **R. Tibshirani**, "Regression shrinkage and selection via the lasso," *J. Roy. Stat. Soc. Ser. B*, vol. 58, no. 1, pp. 267-288, **1996**.
- [49] **S.S. Chen, D.L. Donoho, and M.A. Saunders**, "Atomic decomposition by basis pursuit," *SIAM J. Sci. Comput.*, vol. 20, no. 1, pp. 33-61, **1998**.
- [50] **R. Baraniuk, M. Davenport, R. DeVore, and M. Wakin**, "A simple proof of the restricted isometry property for random matrices," submitted for publication.
- [51] **S. Mendelson, A. Pajor, and N. Tomczak-Jaegermann**, "Uniform uncertainty principle for Bernoulli and sub-gaussian ensembles," **2006**, Preprint.
- [52] **M. Rudelson and R. Vershynin**, "On sparse reconstruction from Fourier and Gaussian measurements," submitted for publication.
- [53] **E. Candès and T. Tao**, "Near optimal signal recovery from random projections: Universal encoding strategies?," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 52, no. 12, pp. 5406-5425, Dec. **2006**.

- [54] **D. Baron, M.B. Wakin, M. Duarte, S. Sarvotham, and R.G. Baraniuk**, "Distributed compressed sensing," **2005** [Online]. Available: <http://dsp.rice.edu/cs/DCS112005.pdf>
- [55] **Justin Romberg**, "Imaging via Compressive Sampling", IEEE Signal Processing Magazine March **2008**
- [56] **S. Kirolos, J. Laska, M. Wakin, M. Duarte, D. Baron, T. Ragheb, Y. Massoud, and R.G. Baraniuk**, "Analog-to-information conversion via random demodulation," in Proc. IEEE Dallas Circuits Systems Workshop, Oct. **2006**, pp. 71-74.
- [57] **M. Vetterli, P. Marziliano, and T. Blu**, "Sampling signals with finite rate of innovation," IEEE Trans. Signal Processing, vol. 50, no. 6, pp. 1417–1428, June **2002**.
- [58] **R.E. Blahut**, Algebraic Codes for Data Transmission. Cambridge, U.K.: Cambridge Univ. Press, **2003**.
- [59] **D. Baron, M.B. Wakin, M.F. Duarte, S. Sarvotham, and R.G. Baraniuk**, "Distributed compressed sensing," **2005**, Preprint.
- [60] **M. Lustig, D.L. Donoho, and J.M. Pauly**, "Rapid MR imaging with compressed sensing and randomly under-sampled 3DFT trajectories," in Proc. 14th Ann. Meeting ISMRM, Seattle, WA, May **2006**.
- [61] **E.J. Candès, M.B. Wakin, and S.P. Boyd**, "Enhancing sparsity by reweighting\_1 " Tech. Rep., California Institute of Technol., 2007 [Online]. Available: <http://www.acm.caltech.edu/~emmanuel/publications.html>
- [62] **D. Takhar, V. Bansal, M. Wakin, M. Duarte, D. Baron, J. Laska, K.F. Kelly, and R.G. Baraniuk**, "A compressed sensing camera: New theory and an implementation using digital micromirrors," in Proc. Comput. Imaging IV SPIE Electronic Imaging, San Jose, Jan. **2006**.
- [63] Compressive Imaging: A New Single-Pixel Camera [Online] <http://dsp.rice.edu/cscamera>
- [64] Program for Image / Picture Quality Measures Calculation K.S.R College of Engineering, Erode, Tamil Nadu, India. [Online]: <http://www.ksrce.ac.in/>
- [65] **Bajwa, W. U., Haupt, J., Sayeed, A. M., Nowak, R.**, Compressive wireless sensing. In Proc. 5th Intl. Conf. on Information Processing in Sensor Networks (IPSN '06), Nashville, TN, 2006, 134–142.

## Εργαλεία

- 1) **Microsoft Visual Studio Ultimate 2010**[Online] <http://www.microsoft.com/visualstudio/en-us/>
- 2) **Mathworks Matlab 2010b** [Online]  
[http://www.mathworks.com/products/new\\_products/latest\\_features.html](http://www.mathworks.com/products/new_products/latest_features.html)
- 3) **Image / Picture Quality Measures** [Online]:  
<http://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/25005-image-picture-quality-measures>

## ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

“Compressed Sensing Application”

**C# (sharp):**

```
using System;
using System.Collections.Generic;
using System.Linq;
using System.Windows.Forms;

namespace SetPixel_4
{
    static class Program
    {
        /// <summary>
        /// The main entry point for the application.
        /// </summary>
        [STAThread]
        static void Main()
        {
            Application.EnableVisualStyles();
            Application.SetCompatibleTextRenderingDefault(false);
            Application.Run(new Form1());
        }
    }
}
```



```

using System;
using System.Collections.Generic;
using System.ComponentModel;
using System.Data;
using System.Drawing;
using System.Drawing.Drawing2D;
using System.Drawing.Imaging;
using System.Linq;
using System.Text;
using System.Windows.Forms;

namespace SetPixel_4
{
    public partial class Form1 : Form
    {
        public Form1()
        {
            InitializeComponent();

            //Action of "Load" button
            private void button1_Click(object sender, EventArgs e)
            {
                //Load an image
                try
                {
                    OpenFileDialog open = new OpenFileDialog();

                    open.Filter = "Image Files(*.jpg; *.jpeg; *.gif; *.bmp)|*.jpg; *.jpeg; *.gif; *.bmp";

                    if (open.ShowDialog() == DialogResult.OK)
                    {
                        pictureBox1.Image = new Bitmap(open.FileName);
                    }
                }
                catch (Exception)
                {
                    throw new ApplicationException("Failed loading image");
                }
            }
        }
    }
}

```

```

//New global variable
Bitmap global = null;
//New method to set pixel in 3rd pictureBox
private void SetImagePixel(Bitmap myBitmap, int x)
{
    Color scolor;
    for (int y = 0; y < myBitmap.Height; y++)
    {
        //get color
        scolor = global.GetPixel(x, y);
        myBitmap.SetPixel(x, y, scolor);
    }
}
// Pass the image to process to our method
private void SetMyPicture(Image pbImage)
{
    // Make sure that the image isn't null first
    if (pbImage != null)
    {
        Bitmap myBitmap = new Bitmap(pbImage);
        global = new Bitmap(pbImage);

        //Check if text box is null or empty!!!
        string a = textBox1.Text;
        if (String.IsNullOrEmpty(a))
        {
            MessageBox.Show("You forgot to set the pixel number, please do
that in step box and try again!\n Thank you!!!");
        }
        else
        {
            //insert the step you want
            int step = Convert.ToInt32(textBox1.Text);

            //Define pixels in the loaded photo
            for (int Xcount = 0; Xcount < myBitmap.Width; Xcount = Xcount +
step)
            {
                for (int Ycount = 0; Ycount < myBitmap.Height; Ycount++)
                {
                    if (Xcount % step == 0)
                    {
                        myBitmap.SetPixel(Xcount, Ycount, Color.White);
                    }
                }
            }
            for (int Xcount = 0; Xcount < myBitmap.Width; Xcount++)
            {
                for (int Ycount = 0; Ycount < myBitmap.Height; Ycount = Ycount + step)
                {
                    if (Ycount % step == 0)
                    {
                        myBitmap.SetPixel(Xcount, Ycount, Color.White);
                    }
                }
            }
        }
    }
}

```

```

        pictureBox2.Image = myBitmap;
    }
}

//Action of "Process" button
private void button2_Click_1(object sender, EventArgs e)
{
    // calling my method and give it the first picturebox's Image.
    SetMyPicture(pictureBox1.Image);
}
// Action of "Stage 2" button
private void button3_Click(object sender, EventArgs e)
{
    Stage2(pictureBox2.Image);
}

// "Stage2" method begins
private void Stage2(Image pbImage)
{
    int newx, newy;
    int step = Convert.ToInt32(textBox1.Text);

    newx = pbImage.Width -
System.Convert.ToInt32(Math.Floor((double)(pbImage.Width / step))) -
1;
    newy = pbImage.Height -
System.Convert.ToInt32(Math.Floor((double)(pbImage.Height / step))) -
1;

    // Make sure that the image isn't null first
    if (pbImage != null)
    {
        Bitmap myBitmap = new Bitmap(newx, newy);
        for (int x = 0; x < myBitmap.Width; x++)
        {
            SetImagePixel(myBitmap, x);
        }
        pictureBox3.Image = myBitmap;
    }
}
}
}

```

```

private void Form1_Load(object sender, EventArgs e)
{

}

//Action of "Save" button in reduce image field
private void button4_Click(object sender, EventArgs e)
{
    Bitmap bitmap = new Bitmap(pictureBox3.Image);

    SaveFileDialog save = new SaveFileDialog();

    save.Filter = "Image Files(*.jpg; *.jpeg; *.gif; *.bmp)|*.jpg;
*.jpeg; *.gif; *.bmp";

    if (save.ShowDialog() == DialogResult.OK)
    {
        bitmap.Save(save.FileName,
System.Drawing.Imaging.ImageFormat.Jpeg);
    }
}

//Action of "Quit" Button
private void button9_Click(object sender, EventArgs e)
{
    Application.Exit();
}

//Action of "Load" button in Exrtact Image field
private void button6_Click(object sender, EventArgs e)
{
    //Load the reduced photo from previous step
    try
    {

        OpenFileDialog open = new OpenFileDialog();

        open.Filter = "Image Files(*.jpg; *.jpeg; *.gif; *.bmp)|*.jpg; *.jpeg;
*.gif; *.bmp";

        if (open.ShowDialog() == DialogResult.OK)
        {
            pictureBox4.Image = new Bitmap(open.FileName);
        }
    }
    catch (Exception)
    {
        throw new ApplicationException("Failed loading image");
    }
}
}

```

```

//Action of "Save" button in Extract Image field
private void button5_Click(object sender, EventArgs e)
{

}

//now let's add crosses..
private void btnAddCrosses_Click(object sender, EventArgs e)
{
    Image source = pictureBox4.Image;
    Bitmap sbitmap = new Bitmap(source);

    int height = source.Height;
    int width = source.Width;

    int step = Convert.ToInt32(textBox2.Text);
    //Return our image to the first size
    int f_width = returnMeasure(width, step);
    int f_height = returnMeasure(height, step);

    Bitmap myBitmap = new Bitmap(f_width, f_height);

    //Declaring and initializing our new variables
    int xadd = 0, yadd = 0;

    Color scolor;
    for (int x = 0; x < width; x++)
    {
        if (x % step == 0)
        {
            xadd++;
            for (int y = 0; y < height; y++)
                myBitmap.SetPixel(x + xadd, y + yadd, Color.White);
        }
        else
        {
            for (int y = 0; y < height; y++)
            {
                if (y % step == 0)
                {
                    yadd++;
                    myBitmap.SetPixel(x + xadd, y + yadd, Color.White);
                }
            }
        }
    }
}

```

```

else
{
    if (y - yadd == sbitmap.Height)
        break;
    if (x - xadd == sbitmap.Width)
        break;

    scolor = sbitmap.GetPixel(x, y);
    myBitmap.SetPixel(x, y, scolor);

    pictureBox5.Image = myBitmap;
}
}
}

private int returnMeasure( int cur_val, int step )
{
    int tmp = cur_val;
    for (tmp = cur_val; tmp < 2*cur_val; tmp++)
    {
        if (cur_val + 1 == tmp - System.Math.Floor((double)tmp /
(double)step))
            break;
    }

    if (cur_val + 1 == 1 + tmp -
System.Math.Floor((double)(tmp + 1) / (double)step))
        return tmp + 1;
    else
        return tmp;
}
}
}
}

```