

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ



**ΤΜΗΜΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ
ΚΑΙ ΑΣΦΑΛΙΣΤΙΚΗΣ ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ**

**ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΣΠΟΥΔΩΝ
ΣΤΗΝ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΗ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ**

VALUE-AT-RISK: ΑΝΑΣΚΟΠΗΣΗ

Περσεφόνη Γ. Λυσιμάχου

Διπλωματική Εργασία

που υποβλήθηκε στο Τμήμα Στατιστικής και Ασφαλιστικής Επιστήμης του Πανεπιστημίου Πειραιώς ως μέρος των απαιτήσεων για την απόκτηση του Μεταπτυχιακού Διπλώματος Ειδίκευσης στην Εφαρμοσμένη Στατιστική

**Πειραιάς,
Ιούνιος 2009**

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ



**ΤΜΗΜΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ
ΚΑΙ ΑΣΦΑΛΙΣΤΙΚΗΣ ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ**

**ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΣΠΟΥΔΩΝ
ΣΤΗΝ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΗ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ**

VALUE-AT-RISK: ΑΝΑΣΚΟΠΗΣΗ

Περσεφόνη Τ. Λυσιμάχου

Διπλωματική Εργασία

που υποβλήθηκε στο Τμήμα Στατιστικής και Ασφαλιστικής Επιστήμης του Πανεπιστημίου Πειραιώς ως μέρος των απαιτήσεων για την απόκτηση του Μεταπτυχιακού Διπλώματος Ειδίκευσης στην Εφαρμοσμένη Στατιστική

**Πειραιάς,
Ιούνιος 2009**

Η παρούσα Διπλωματική Εργασία εγκρίθηκε ομόφωνα από την Τριμελή Εξεταστική Επιτροπή που ορίστηκε από τη ΓΣΕΣ του τμήματος Στατιστικής και Ασφαλιστικής Επιστήμης του Πανεπιστημίου Πειραιώς στην υπ' αριθμ. συνεδρίασή του σύμφωνα με τον Εσωτερικό Κανονισμό Λειτουργίας του Προγράμματος Μεταπτυχιακών Σπουδών στην Εφαρμοσμένη Στατιστική.

Τα μέλη της τριμελούς επιτροπής ήταν:

- § Πιτσέλης Γεώργιος (Επιβλέπων Καθηγητής)
- § Πανοπούλου Αικατερίνη
- § Τσιριτάκης Εμμανουήλ

Η έγκριση της Διπλωματικής Εργασίας από το τμήμα Στατιστικής και Ασφαλιστικής Επιστήμης του Πανεπιστημίου Πειραιώς δεν υποδηλώνει αποδοχή των γνώμων του συγγραφέα.

UNIVERSITY OF PIRAEUS



**DEPARTMENT OF STATISTICS
AND INSURANCE SCIENCE**

**POSTGRADUATE PROGRAM
IN APPLIED STATISTICS**

VALUE-AT-RISK: REVIEW

By
Persefoni T. Lisimachou

MSc Dissertation

Submitted to the Department of Statistics and Insurance Science of the University of Piraeus in partial fulfilment of the requirements for the degree of Master of Science in Applied Statistics

Piraeus, Greece

June 2009

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

Περίληψη

Οι χρηματοοικονομικοί κίνδυνοι είναι συνυφασμένοι με τη μεταβλητότητα της αγοράς, μια περίπλοκη κίνηση διάφορων οικονομικών μεταβλητών, και μπορούν να προκαλέσουν ζημιά ή κέρδος. Η πιθανότητα απώλειας οδήγησε στην ποσοτικοποίηση του κινδύνου, ένα απαραίτητο εργαλείο για τους χρηματοοικονομικούς οργανισμούς με στόχο τη διασφάλιση των απαραίτητων κεφαλαίων που απαιτούνται για τη διαχείριση μιας απρόβλεπτης ζημιάς.

Η Αξία σε Κίνδυνο (VaR) είναι μία μέθοδος μέτρησης της έκθεσης σε χρηματοοικονομικούς κινδύνους, η οποία εκτιμά τη μέγιστη δυνητική ζημιά σε ένα δεδομένο επίπεδο εμπιστοσύνης για μια συγκεκριμένη χρονική περίοδο. Σε αυτήν την εργασία, εισάγουμε την έννοια της VaR, και στη συνέχεια περιγράφουμε τις πιο δημοφιλείς μεθόδους υπολογισμού της όπως η Delta-Normal προσέγγιση, η Ιστορική Προσομοίωση και η Προσομοίωση Monte Carlo. Στη συνέχεια, παρουσιάζουμε διάφορες εκφάνσεις της VaR, οι οποίες είναι ιδιαίτερα χρήσιμες για τη διαχείριση κινδύνου, συμπεριλαμβάνοντας τη σχετική, οριακή, επαυξημένη και συνιστώσα VaR. Ολοκληρώνοντας, πραγματοποιούμε έναν εκ των υστέρων έλεγχο με σκοπό να αξιολογήσουμε τις εκτιμήσεις που έχουν προκύψει.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

Abstract

Financial risks are related to the volatility of the market, a complicated movement of various economic variables, and may cause either loss or profit. The possibility of loss led to the quantification of risk, an indispensable instrument for financial organizations in order to ensure the capital adequacy required to absorb an unexpected amount of loss.

Value at Risk (VaR) is a method to measure the exposure to financial risks, which estimates the worst expected loss at a given confidence level over a certain time period. In this paper, we introduce the concept of VaR, and then we describe the most popular methods of VaR computation such as the Delta-Normal approach, the Historical Simulation and the Monte Carlo Simulation. Furthermore, we present some VaR tools that are particularly useful for risk management, including relative VaR, marginal VaR, incremental VaR and component VaR. Finally, we use a back testing method to validate the estimation of VaR.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

Περιεχόμενα

Κατάλογος Πινάκων	xv
Κατάλογος Διαγραμμάτων.....	xvii
Κατάλογος Συντομογραφιών	xix
1. Κίνδυνος - Εισαγωγικές Έννοιες.....	1
1.1 Έννοια του Κινδύνου.....	1
1.2 Είδη Κινδύνου	2
1.2.1 Κίνδυνος Αγοράς (Market Risk).....	3
1.2.2 Πιστωτικός Κίνδυνος (Credit Risk)	3
1.2.3 Λειτουργικός Κίνδυνος (Operational Risk).....	5
1.2.4 Κίνδυνος Ρευστότητας (Liquidity Risk).....	5
1.3 Διαχείριση Κινδύνου.....	6
1.3.1 Ιστορική Αναδρομή.....	6
1.3.2 Σύμφωνο Βασιλείας I (Basel I)	8
1.3.3 Σύμφωνο Βασιλείας II (Basel II)	10
2. Υποδείγματα Αξίας σε Κίνδυνο (Value-at-Risk Models)	15
2.1 Έννοια της Αξίας σε Κίνδυνο (VaR).....	15
2.2 Σχετική Αξία σε Κίνδυνο (Relative VaR).....	19
2.3 Μεθοδολογίες Μέτρησης VaR.....	20
2.3.1 Προσέγγιση Delta - Normal.....	22
2.3.2 Προσέγγιση Ιστορικής Προσομοίωσης (Historical Simulation).....	26
2.3.3 Προσέγγιση Προσομοίωσης Monte Carlo (Monte Carlo Simulation).....	29
2.4 Μέτρηση VaR σε Χαρτοφυλάκιο Μετοχών (Market RiskMetrics)	32

2.5 Επιμερισμός της VaR ενός Χαρτοφυλακίου	35
2.5.1 Σχετική VaR (Relative VaR)	36
2.5.2 Οριακή VaR (Marginal VaR ή ΔVaR)	36
2.5.3 Επαυξημένη VaR (Incremental VaR ή IVaR)	38
2.5.4 Συνιστώσα VaR (Component VaR ή CVaR).....	38
3. Υπολογισμός VaR Χαρτοφυλακίου Περιουσιακών Στοιχείων	41
3.1 Στόχος της εμπειρικής έρευνας	41
3.2 Δεδομένα της εμπειρικής έρευνας	42
3.3 Υπολογισμός της VaR των Περιουσιακών Στοιχείων Μεμονωμένα (Individual VaR).....	47
3.3.1 Εφαρμογή της μεθόδου Delta - Normal	48
3.3.2 Εφαρμογή της μεθόδου της Ιστορικής Προσομοίωσης.....	50
3.3.3 Εφαρμογή της μεθόδου Προσομοίωσης Monte Carlo	51
3.4 Υπολογισμός της VaR του Χαρτοφυλακίου των Περιουσιακών Στοιχείων (Portfolio VaR).....	54
3.4.1 Εφαρμογή της μεθόδου Delta - Normal	54
3.4.2 Εφαρμογή της μεθόδου της Ιστορικής Προσομοίωσης.....	56
3.4.3 Εφαρμογή της μεθόδου Προσομοίωσης Monte Carlo	58
3.5 Υπολογισμός της Σχετικής VaR.....	66
3.6 Υπολογισμός της Οριακής, Επαυξημένης και Συνιστώσας VaR.....	70
4. Τελικές Παρατηρήσεις.....	75
4.1 Αξιολόγηση των αποτελεσμάτων υπολογισμού της VaR.....	75
4.2 Περιορισμοί της παρούσας εργασίας.....	79
4.3 Προτάσεις για μελλοντική έρευνα.....	79

Παράρτημα.....	81
Περίληψη.....	vii
Abstract	ix
Βιβλιογραφία.....	87

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑΣ

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

Κατάλογος Πινάκων

3.1	Κατανομή αξίας στις μετοχές του χαρτοφυλακίου	42
3.2	Περιγραφικά στατιστικά των αποδόσεων των μετοχών και του χαρτοφυλακίου	45
3.3	Συσχετίσεις των αποδόσεων των μετοχών και του χαρτοφυλακίου	46
3.4	Υπολογισμός ημερήσιων VaR για κάθε περιουσιακό στοιχείο μεμονωμένα με τη μέθοδο Delta-Normal	49
3.5	Υπολογισμός ημερήσιων VaR για κάθε περιουσιακό στοιχείο μεμονωμένα με τη μέθοδο της Ιστορικής Προσομοίωσης	51
3.6	Υπολογισμός ημερήσιων VaR για κάθε περιουσιακό στοιχείο μεμονωμένα με τη μέθοδο Προσομοίωσης Monte-Carlo	53
3.7	Υπολογισμός ημερήσιων VaR για το χαρτοφυλάκιο με τη μέθοδο Delta-Normal	55
3.8	Υπολογισμός ημερησίων VaR για το χαρτοφυλάκιο με τη μέθοδο της Ιστορικής Προσομοίωσης	58
3.9	Υπολογισμός ημερήσιων VaR για το χαρτοφυλάκιο με τη μέθοδο Προσομοίωσης Monte Carlo - Στοχαστική Διαδικασία 1	59
3.10	Συσχετίσεις των προσομοιωμένων αποδόσεων των μετοχών με τη Στοχαστική Διαδικασία 1	60
3.11	Συσχετίσεις των προσομοιωμένων αποδόσεων των μετοχών με τη Στοχαστική Διαδικασία 2	62
3.12	Υπολογισμός ημερησίων VaR για το χαρτοφυλάκιο με τη μέθοδο Προσομοίωσης Monte Carlo - Στοχαστική Διαδικασία 3	65
3.13	Συσχετίσεις των προσομοιωμένων αποδόσεων των μετοχών με τη Στοχαστική Διαδικασία 3	66
3.14	Περιγραφικά στατιστικά των αποδόσεων των διαφορών των μετοχών και του χαρτοφυλακίου με το δείκτη τραπεζών	68
3.15	Υπολογισμός της σχετικής VaR με τη μέθοδο Delta-Normal	69
3.16	Υπολογισμός της σχετικής VaR με τη μέθοδο της Ιστορικής Προσομοίωσης	69

3.17	Υπολογισμός της οριακής VaR για κάθε περιουσιακό στοιχείο	71
3.18	Υπολογισμός της επαυξημένης VaR για υποθετικά χαρτοφυλάκια χωρίς τις αντίστοιχες θέσεις	72
3.19	Υπολογισμός της επαυξημένης VaR για κάθε περιουσιακό στοιχείο	72
3.20	Υπολογισμός της συνιστώσας VaR για κάθε περιουσιακό στοιχείο	73
4.1	Σύνοψη αποτελεσμάτων εκτίμησης ημερησίων VaR	76
4.2	Back Testing στις μεθοδολογίες VaR	77

Κατάλογος Διαγραμμάτων

3.1	Διαχρονική εξέλιξη των αποδόσεων των μετοχών μεμονωμένα	43
3.2	Διαχρονική εξέλιξη των αποδόσεων του χαρτοφυλακίου	44
3.3	Εμπειρικές κατανομές των αποδόσεων των μετοχών μεμονωμένα	45
3.4	Εμπειρικές κατανομές των αποδόσεων του χαρτοφυλακίου	46
3.5	Γραφική προσέγγιση της VaR με τη μέθοδο της Ιστορικής Προσομοίωσης	50
3.6	Γραφική προσέγγιση της VaR με τη μέθοδο Προσομοίωσης Monte Carlo	53
3.7	Γραφική προσέγγιση της VaR για το χαρτοφυλάκιο με τη μέθοδο της Ιστορικής Προσομοίωσης	57
3.8	Εμπειρική κατανομή των ημερήσιων αποδόσεων του Γενικού Δείκτη	63
3.9	Γραφική προσέγγιση της VaR για το χαρτοφυλάκιο με τη μέθοδο Προσομοίωσης Monte Carlo	65
3.10	Αποδόσεις της μετοχής ALPHA και του Γενικού Δείκτη Τραπεζών	67
3.11	Αποδόσεις του χαρτοφυλακίου και του Γενικού Δείκτη Τραπεζών	67
3.12	Γραφική προσέγγιση της σχετικής VaR για το χαρτοφυλάκιο με τη μέθοδο της Ιστορικής Προσομοίωσης	70

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

Κατάλογος Συντομογραφιών

ALM	: Asset-Liability Management
BIS	: Bank for International Settlements
BCBS	: Basel Committee on Banking Supervision
G-10	: Group of 10
VaR	: Value-at-Risk
P/L	: Profit & Loss
EWMA	: Exponentially Weighted Moving Average
GARCH	: General Auto Regressive Conditional Heteroskedasticity
Δ VaR	: Marginal VaR
IVaR	: Incremental VaR
CVaR	: Component VaR
CAPM	: Capital Asset Pricing Model
OLS	: Ordinary Least Squares

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

Κίνδυνος - Εισαγωγικές Έννοιες

1.1 Η έννοια του Κινδύνου

Ο κίνδυνος είναι ένα φαινόμενο άρρηκτα συνδεδεμένο με τον οικονομικό στίβο της σύγχρονης ελληνικής αλλά και διεθνούς πραγματικότητας. Η απουσία του θα καταργούσε την αβεβαιότητα στις επενδυτικές επιλογές και θα εξασφάλιζε την απόλυτη κερδοφορία των επενδυτών, ανεξαρτήτως της σύνθεσης του χαρτοφυλακίου.

Θα πρέπει όμως να επισημάνουμε τη διαφορά μεταξύ αβεβαιότητας και κινδύνου. Όπως αναφέρει ο Knight (1921), ο κίνδυνος (*risk*) είναι ένα μέγεθος μετρήσιμο το οποίο μπορούμε να εκφράσουμε σε μαθηματικούς όρους, γεγονός που σημαίνει ότι μπορούμε να τον προσδιορίσουμε ή έστω να τον εκτιμήσουμε. Αντίθετα, η αβεβαιότητα (*uncertainty*) είναι μη μετρήσιμη και χαρακτηρίζει κάποιες καταστάσεις των οποίων τα αποτελέσματα δε μπορούμε να εκφράσουμε βάσει της θεωρίας των πιθανοτήτων. Η αποδοχή της ύπαρξης κινδύνου σε όλες τις πτυχές της οικονομικής ζωής, γέννησε την ανάγκη για την αποτελεσματική διαχείρισή του ώστε να ελαχιστοποιηθούν οι όποιες πιθανές δυσμενείς συνέπειες (Bessis, 2002; Hull, 2008; Jorion, 2007).

Μέχρι πρόσφατα η διαχείριση κινδύνου για τους χρηματοπιστωτικούς οργανισμούς υπήρξε μονοδιάστατη, καθώς οι αναλυτές περιορίζονταν στη μέτρηση και στην αποτίμηση του κινδύνου αγοράς. Σύντομα συνειδητοποιήσαν ότι οι διαφορές που εμφανίζουν οι ποικίλες μορφές κινδύνου είναι επουσιώδεις στον αντίποδα του κοινού τους χαρακτηριστικού: όλοι οι κίνδυνοι μπορούν εξίσου να προκαλέσουν ζημιά (Bessis, 2002; Hull, 2008; Jorion, 2007). Σε κάθε οικονομική δραστηριότητα υπάρχει η προοπτική του κέρδους ή της απώλειας. Σκοπός της διαχείρισης κινδύνου είναι η επίτευξη της μέγιστης κερδοφορίας, αξιοποιώντας κάθε πιθανό όφελος (*upside risk*) και απομονώνοντας κάθε ενδεχόμενο πραγματοποίησης ζημιάς ή αλλιώς όλους τους προς τα κάτω κινδύνους (*downside risk*).

Σκοπός της παρούσας εργασίας είναι να παρουσιάσει τις βασικές έννοιες, εισάγοντας τον αναγνώστη στον κόσμο της διαχείρισης κινδύνου, ώστε να μπορέσει να κατανοήσει τις πρακτικές που εφαρμόζονται για την αντιμετώπιση του. Παρουσιάζεται η Αξία σε Κίνδυνο (*Value-at-Risk*), ένα εξελεγμένο μέτρο αποτίμησης του χρηματοοικονομικού κινδύνου, καθώς και οι διάφορες μεθοδολογίες που έχουν αναπτυχθεί για να προσεγγίζουν αυτή την ποσότητα. Στο κεφάλαιο αυτό αναλύονται οι έννοιες που περιστρέφονται γύρω από τον κίνδυνο, καθώς και το θεσμικό πλαίσιο που στηρίζει τη μοντελοποίηση του κινδύνου. Στο δεύτερο κεφάλαιο, παρουσιάζεται το θεωρητικό υπόβαθρο για τις διάφορες μεθοδολογίες εκτίμησης της Αξίας σε Κίνδυνο, ενώ στο τρίτο, αυτές οι μέθοδοι εφαρμόζονται σε ένα υποθετικό χαρτοφυλάκιο, αποτελούμενο από πραγματικά δεδομένα. Για την επεξεργασία αυτών των δεδομένων και την εξαγωγή των αποτελεσμάτων, χρησιμοποιήσαμε το πρόγραμμα Microsoft Office Excel, ώστε να εκμεταλλευτούμε την πληθώρα των εντολών που διαθέτει, σε συνδυασμό με την ευελιξία και την υπολογιστική του δύναμη. Η εργασία ολοκληρώνεται με την ανάλυση των αποτελεσμάτων που προέκυψαν στο πρακτικό μέρος.

1.2 Είδη Κινδύνου

Ανάλογα με τη φύση ενός κινδύνου αλλά και το χώρο όπου εφαρμόζεται η επιστήμη της διαχείρισης κινδύνου, μπορούμε να διαχωρίσουμε τις έννοιες μεταξύ καθαρού (*pure risk*) και κινδύνου για λόγους κερδοσκοπίας (*speculative risk*). Πρόκειται για μια διαφοροποίηση που πρέπει να λαμβάνεται υπόψη από μια ασφαλιστική εταιρεία προτού προχωρήσει σε ασφάλιση ενός κινδύνου. Καθαρός είναι ο κίνδυνος όταν η πιθανότητα να εμφανιστεί η ζημιά είναι ίση με τη μονάδα ενώ η πιθανότητα να εμφανιστεί κέρδος είναι μηδενική¹, σε αντιδιαστολή με τον κίνδυνο για λόγους κερδοσκοπίας, όπου υπάρχει πιθανότητα κέρδους και ζημιάς.

Μια άλλη διάκριση του κινδύνου είναι σε συστηματικό (*systematic risk*) και ειδικό ή μη συστηματικό (*specific risk*). Ειδικός ή μη συστηματικός ονομάζεται ο κίνδυνος για τον οποίο υπάρχει η δυνατότητα να διαφοροποιηθεί, δηλαδή να μειωθεί ή ακόμα και να εξαλειφθεί, μέσω συγκεκριμένης διάρθρωσης και διαχείρισης του χαρτοφυλακίου. Για να υλοποιηθεί αυτό, απαραίτητη προϋπόθεση είναι η εκδήλωση του κινδύνου να μην επηρεάζει όλα τα οικονομούντα άτομα ταυτόχρονα. Στην αντίθετη περίπτωση, ο συστηματικός κίνδυνος είναι μη διαφοροποιήσιμος καθώς η εκδήλωση του οφείλεται στις γενικότερες συνθήκες που

¹ Σε αυτήν την περίπτωση, υπάρχει μόνο προς τα κάτω κίνδυνος (*downside risk*).

επικρατούν σε μια οικονομία και επηρεάζει το σύνολο των ατόμων που δραστηριοποιούνται στους κόλπους αυτής (Bodie et al, 2005; Hull, 2008). Ένα χαρακτηριστικό παράδειγμα συστηματικού κινδύνου είναι ο κίνδυνος αγοράς.

Στο περιβάλλον ενός χρηματοπιστωτικού ιδρύματος και ειδικότερα ενός τραπεζικού οργανισμού, ελλοχεύει πλήθος κινδύνων τους οποίους μπορούμε να ταξινομήσουμε σε τρεις μεγάλες κατηγορίες (Bessis, 2002; Jorion, 2007): στους κινδύνους αγοράς (*market risk*), στους πιστωτικούς (*credit risk*), και τέλος, στους λειτουργικούς κινδύνους (*operational risk*).

1.2.1 Κίνδυνος Αγοράς (*Market Risk*)

Ο κίνδυνος αγοράς ενυπάρχει σε κάθε διαπραγμάτευση αξιόγραφων και απορρέει από τη θετική ή αρνητική μεταβολή της τιμής τους από περίοδο σε περίοδο. Αυτός ο κίνδυνος που πηγάζει από τις δραστηριότητες που αναπτύσσει ένας τραπεζικός οργανισμός στα πλαίσια των χρηματοοικονομικών αγορών απασχολεί ιδιαίτερα τους οικονομικούς αναλυτές αφού επηρεάζει τόσο το χαρτοφυλάκιο των συναλλαγών όσο και το χαρτοφυλάκιο των δανείων της.

Ο κίνδυνος αγοράς ουσιαστικά σχετίζεται με τη μεταβολή των τιμών των διαφόρων παραμέτρων της αγοράς και αντανακλά τη γενική κατάσταση της οικονομίας. Προέρχεται κυρίως από τέσσερις παράγοντες, τη μεταβλητότητα των επιτοκίων (*interest rate risk*), των συναλλαγματικών ισοτιμιών (*currency risk*), των χρηματιστηριακών δεικτών και των τιμών των μετοχών (*equity risk*) καθώς και των τιμών των εμπορευμάτων, όπως το πετρέλαιο ή τα μεταλλεύματα (*commodity risk*). Τα τελευταία χρόνια αναπτύχθηκε ιδιαίτερο ενδιαφέρον για την αποτίμηση του κινδύνου αγοράς λόγω του γεγονότος ότι επηρεάζει την αξία του εμπορικού χαρτοφυλακίου (*trading portfolio*) των τραπεζών (Bessis, 2002).

1.2.2 Πιστωτικός Κίνδυνος (*Credit Risk*)

Πιστωτικός ονομάζεται ο κίνδυνος που σχετίζεται με την ικανότητα του δανειζόμενου, του αντισυμβαλλόμενου δηλαδή με την τράπεζα, να ανταποκριθεί στις υποχρεώσεις του. Αντανακλά δηλαδή την αδυναμία ενός δανειζόμενου να ανταποκριθεί στις υποχρεώσεις του και ταυτίζεται με την πιθανότητα ασυνέπειας στην καταβολή των δόσεων ενός δανείου ή ακόμα την αδυναμία μερικής ή ολικής αποπληρωμής του (*default risk*). Πιο συγκεκριμένα,

για έναν τραπεζικό οργανισμό αντανακλά τον κίνδυνο που μπορεί να προκύψει από την ανεπαρκή ανταπόκριση των πιστούχων του στην εκπλήρωση των υποχρεώσεών τους.

Ο πιστωτικός κίνδυνος απασχολεί τα χρηματοπιστωτικά ιδρύματα γιατί ουσιαστικά αντιπροσωπεύει την πιθανή ζημιά που μπορεί να αντιμετωπίσουν σε ενδεχόμενη επέλευση του κινδύνου (Bessis, 2002). Στην κατηγορία αυτή υπάγονται και άλλες μορφές κινδύνου. Αναφερόμαστε στον κίνδυνο αφερεγγυότητας (*default risk*) που συνδέεται με την αδυναμία του δανειζόμενου να εξυπηρετεί με συνέπεια τις οφειλές του. Ιδιαίτερη μορφή είναι ο κίνδυνος χώρας (*sovereign risk*) που συνδέεται με την αδυναμία αποπληρωμής δημόσιου χρέους και απορρέει από την υψηλή έκθεση μιας τράπεζας σε δανεισμό της κυβέρνησης μιας χώρας.

Πρόκειται για τον παλαιότερο κίνδυνο που αντιμετωπίζουν τα χρηματοπιστωτικά ιδρύματα και ίσως τον σπουδαιότερο, αφού δεν απορρέει από τις διακυμάνσεις της αγοράς αλλά χαρακτηρίζεται από την υποκειμενικότητα της αξιολόγησης και εν συνεχεία, της επιλογής των πιστούχων βάσει εμπειρίας και εξέτασης διαφόρων στοιχείων, ποιοτικών και ποσοτικών. Είναι γεγονός ότι μέχρι πρόσφατα οι τράπεζες αξιολογούσαν τους πελάτες τους, μελλοντικούς και υφιστάμενους, με κριτήρια υποκειμενικά, λαμβάνοντας υπόψη τα οικονομικά τους στοιχεία, τις εγγυήσεις που μπορούσαν να προσφέρουν και τη γενικότερη συναλλακτική τους συμπεριφορά. Στην Ελλάδα αυτή η πρακτική δυστυχώς υφίσταται ακόμα, αν και σημειώνονται δειλά βήματα προόδου με τη χρήση πιο προηγμένων υποδειγμάτων αξιολόγησης.

Οι ραγδαίες εξελίξεις στις διεθνείς αγορές δε μπορούσαν παρά να οδηγήσουν στη μελέτη μοντέλων μέτρησης πιστωτικού κινδύνου καθώς και στην ανάπτυξη κατάλληλων χρηματοοικονομικών εργαλείων όπως είναι τα συστήματα πιστωτικής βαθμολόγησης (*credit scoring models*) ή τα συστήματα πιστωτικής διαβάθμισης (*credit rating systems*), σύμφωνα με τα οποία αξιολογείται η ικανότητα των υποψηφίων προς δανειοδότηση ως προς τη δυνατότητα αποπληρωμής και τη γενικότερη φερεγγυότητά τους (Bessis, 2002; Hull, 2008). Επιπρόσθετα, τα τελευταία χρόνια αναπτύχθηκαν μοντέλα που αξιολογούν τη συνολική συμπεριφορά ενός πελάτη, υφιστάμενου ή μελλοντικού. Δηλαδή, εκτιμούν το πιθανό κέρδος του χρηματοπιστωτικού οργανισμού από μια ενδεχόμενη συνεργασία (*profit scoring*) ή αναγνωρίζουν τη μερίδα του πελατολογίου που θα διαρρεύσει προς τον ανταγωνισμό με αποτέλεσμα τη μείωση της κερδοφορίας (*attrition scoring*).

1.2.3 Λειτουργικός Κίνδυνος (*Operational Risk*)

Ο λειτουργικός κίνδυνος αντιπροσωπεύει την πιθανή ζημιά που σχετίζεται με την ανεπαρκή ή εσφαλμένη λειτουργία των εσωτερικών διεργασιών ενός οργανισμού, σε επίπεδο ανθρώπινου δυναμικού αλλά και συστήματος (Bessis, 2002). Πιο συγκεκριμένα, ο κίνδυνος μπορεί να εμφανισθεί είτε στο τεχνικό υπόστρωμα είτε στην οργανωτική δομή της παρακολούθησης των κινδύνων. Η βαρύτητα ενός λειτουργικού κινδύνου μπορεί να είναι αμελητέα. Όμως οι κακοί χειρισμοί στα θέματα διαχείρισης κινδύνου μπορούν να αποβούν καταστροφικοί για τη βιωσιμότητα ενός οργανισμού.

Λόγω των εξελίξεων που σημειώθηκαν στον τομέα της τεχνολογίας και της ραγδαίας αύξησης του όγκου των συναλλαγών στις χρηματοπιστωτικές αγορές και οργανισμούς, ο λειτουργικός κίνδυνος θεωρείται πλέον ως ένας ιδιαίτερα σημαντικός κίνδυνος για τον οποίο οι χρηματοπιστωτικοί οργανισμοί επιθυμούν την αποτελεσματική μέτρηση και διαχείρισή του. Έχει χαρακτηριστεί από πολλούς ως η σύγχρονη απειλή του χρηματοπιστωτικού οικοδομήματος για το λόγο αυτό η Επιτροπή της Βασιλείας φρόντισε να συμπεριλάβει το λειτουργικό κίνδυνο στο νέο πλαίσιο υπολογισμού των ελάχιστων ιδίων κεφαλαίων που απαιτούνται για την κάλυψη μιας δυνητικής ζημιάς, γνωστό ως «Βασιλείας II» (Bessis, 2002). Στην επόμενη ενότητα θα αναφερθούμε στο συγκεκριμένο θέμα με περισσότερη λεπτομέρεια.

1.2.4 Κίνδυνος Ρευστότητας (*Liquidity Risk*)

Πριν ολοκληρώσουμε την παρουσίαση των διάφορων μορφών κινδύνου, αξίζει να αναφέρθουμε στον κίνδυνο ρευστότητας, που δημιουργείται από τη διαφορά του μεγέθους των στοιχείων του ενεργητικού (*assets*) και του παθητικού (*liabilities*) σε ένα τραπεζικό χαρτοφυλάκιο, αλλά και στους μεταξύ τους διαφορετικούς χρόνους λήξης (*maturity*). Οφείλεται σε αδυναμία κάλυψης των υποχρεώσεων του τραπεζικού οργανισμού, αδυναμία άντλησης νέων κεφαλαίων από την αγορά ή αδυναμία ρευστοποίησης των στοιχείων του ενεργητικού σε δεδομένο χρόνο (Bessis, 2002; Jorion, 2007). Όταν το μέγεθος των περιουσιακών στοιχείων είναι μικρότερο των υποχρεώσεων, τότε παρουσιάζεται έλλειμμα κεφαλαίου (*deficit*). Σε αυτήν την περίπτωση, ο τραπεζικός οργανισμός έχει ληξιπρόθεσμες υποχρεώσεις που αδυνατεί να καλύψει με τους υφιστάμενους πόρους και οδηγείται σε κίνδυνο ρευστότητας. Στην αντίθετη περίπτωση, οδηγείται σε κίνδυνο επιτοκίου.

1.3 Διαχείριση Κινδύνου

Η διαχείριση κινδύνου (*risk management*) είναι μια σύγχρονη επιστήμη που βρίσκεται εφαρμογή σε όλες τις πτυχές της ανθρώπινης ζωής, τόσο σε οικονομικό όσο και σε κοινωνικό επίπεδο (Bessis, 2002; Hull, 2008; Jorion, 2007). Αποτελείται από τρία βασικά στάδια, την ταυτοποίηση (*identification*), τη μέτρηση (*assessment*) και τέλος, την ανεύρεση πιθανών τρόπων αντιμετώπισης του κινδύνου (*potential risk treatments*).

1.3.1 Ιστορική Αναδρομή

Στον τραπεζικό χώρο έκανε την εμφάνιση της στο δεύτερο μισό του 20^{ου} αιώνα και μέχρι τις αρχές της δεκαετίας του 1970, όπου το οικονομικό περιβάλλον χαρακτηριζόταν από σταθερότητα και ο ρόλος των τραπεζών ήταν σαφής και συγκεκριμένος, η θεωρία της διαχείρισης κινδύνου έβρισκε εύκολα την πρακτική της εφαρμογή στο πλαίσιο μιας απλής διαχείρισης ενεργητικού-παθητικού (*asset-liability management* ή *ALM*).

Σημείο καμπής στην ιστορία της διεθνούς οικονομίας αποτέλεσε η κατάργηση του συστήματος του Bretton Woods² το 1971. Σύμφωνα με το σύστημα αυτό, κάθε χώρα που συμμετείχε αναλάμβανε την υποχρέωση να ασκήσει τέτοια νομισματική πολιτική που να διατηρεί τη συναλλαγματική της ισοτιμία σταθερή σε μια καθορισμένη τιμή ως προς την αξία του χρυσού. Σκοπός του συστήματος αυτού ήταν η καθιέρωση ενός ομαλού κλίματος στη διεξαγωγή των διεθνών συναλλαγών καθώς και η επίτευξη της μετατρεψιμότητας των νομισμάτων όλων των συμμετεχόντων στο σύστημα χωρών, μέσω των σταθερών συναλλαγματικών ισοτιμιών (*fixed exchange rates*). Με το σύστημα των κυμαινόμενων συναλλαγματικών ισοτιμιών (*floating exchange rates*), παρατηρήθηκε υψηλή μεταβλητότητα στις ισοτιμίες των ξένων νομισμάτων και κατ' επέκταση, υψηλή μεταβλητότητα στα επίπεδα των επιτοκίων, ένας πρωτόγνωρος κίνδυνος που καλέστηκαν να αντιμετωπίσουν τα πιστωτικά ιδρύματα. Μια τέτοια μεταρρύθμιση δε θα μπορούσε παρά να διαταράξει τα λιμνάζοντα ύδατα της διεθνούς οικονομίας. Αξιοσημείωτη είναι η περίπτωση της γερμανικής τράπεζας Bankhaus I.D. Herstatt³ η οποία, λόγω άστοχων θέσεων σε προθεσμιακές πράξεις

² Η Διάσκεψη του Bretton Woods έλαβε χώρα στο ομώνυμο παραθεριστικό θέρετρο της πολιτείας New Hampshire των Η.Π.Α. τον Ιούλιο του 1944, όπου αποφασίστηκε η δημιουργία του Διεθνούς Νομισματικού Ταμείου, της Παγκόσμιας Τράπεζας, της Γενικής Συμφωνίας Δασμών και Εμπορίου καθώς και η υιοθέτηση του συστήματος σταθερών συναλλαγματικών ισοτιμιών που έγινε γνωστό ως το σύστημα του Bretton Woods.

³ Οι αντισυμβαλλόμενοι της Bankhaus Herstatt είχαν συνάψει με αυτή πράξεις arbitrage, βάσει των οποίων έπρεπε να της παραδώσουν γερμανικά μάρκα και να λάβουν δολάρια ΗΠΑ. Οι πρώτοι τίμησαν την υποχρέωσή

συναλλάγματος, το 1974 οδηγήθηκε στη χρεοκοπία. Το περιστατικό αυτό, σε συνδυασμό με άλλα μικρότερης οικονομικής εμβέλειας, έκανε την ανάπτυξη της διαχείρισης τραπεζικού κινδύνου επιτακτική ανάγκη.

Παράλληλα, την ανάγκη αυτή ενίσχυσε ο συνεχώς αυξανόμενος ανταγωνισμός στον τραπεζικό χώρο λόγω των ραγδαίων εξελίξεων στην παγκόσμια οικονομία. Τα τραπεζικά ιδρύματα που διακρίνονταν για τον εμπορικό τους χαρακτήρα, διεκδίκησαν μερίδιο και σε άλλες αγορές όπου προσφέρονταν χρηματιστηριακά προϊόντα. Αυτό είχε ως αποτέλεσμα να καλλιεργηθεί κλίμα ανταγωνισμού μεταξύ επενδυτικών και εμπορικών τραπεζών. Εντούτοις, τα τελευταία χρόνια η διαφορά τους έχει αμβλυνθεί, δεδομένου ότι οι εμπορικές τράπεζες προσφέρουν πλέον πληθώρα επενδυτικών επιλογών (Bessis, 2002; Bodie et al, 2005). Ο ανταγωνισμός αποτελεί κινητήριο μοχλό της προαγωγής της κοινωνικής ευημερίας σε μια σύγχρονη κοινωνία που λειτουργεί με βάση τις αρχές της ελεύθερης αγοράς. Τροφοδοτείται όμως από την ακαταπόνητη επιδίωξη του κέρδους. Το δέλεαρ της κερδοφορίας ώθησε τις τράπεζες στην ανάληψη κινδύνων που δεν αντιμετώπιζαν στο παρελθόν, γεγονός που απαιτούσε αποτελεσματικότερη διαχείριση.

Όπως ήδη έχει αναφερθεί, η διαχείριση κινδύνου αποτελείται από τα τρία βασικά στάδια της ταυτοποίησης (*identification*), της μέτρησης (*assessment*) και της ανεύρεσης πιθανών τρόπων αντιμετώπισης του κινδύνου (*potential risk treatments*).

Στο πρώτο στάδιο, είναι σημαντικό να αναγνωρίσουμε με επιτυχία και στη συνέχεια, να κατηγοριοποιήσουμε τους κινδύνους που μπορεί να εμφανιστούν. Αν αναλογιστεί κανείς ότι οι κίνδυνοι, όταν πραγματοποιηθούν, πυροδοτούν μία σειρά προβλημάτων, στη μελέτη αυτών μπορούμε να αναζητήσουμε τις αιτίες από τις οποίες πηγάζουν οι κίνδυνοι και να οδηγηθούμε ευκολότερα στην ταυτοποίησή τους.

Η μέτρηση κινδύνου συνίσταται στην ποσοτική και ποιοτική αποτίμηση του μεγέθους της ζημιάς αλλά και της πιθανότητας αυτή η ζημιά να πραγματοποιηθεί. Πρόκειται για μια διαδικασία ιδιαίτερα πολύπλοκη, καθώς λαμβάνει χώρα σε ένα μη στατικό περιβάλλον το οποίο εμπλουτίζεται διαρκώς με νέα πληροφορία.

Αφού ολοκληρωθούν τα στάδια της αναγνώρισης και μέτρησης, προχωρούμε στην αντιμετώπιση των κινδύνων. Η τράπεζα επιλέγει το βέλτιστο χειρισμό σε ενδεχόμενη επέλευση του κινδύνου. Οι τεχνικές διαχείρισης συνοψίζονται σε μία ή σε συνδυασμό περισσοτέρων από τις ακόλουθες κατηγορίες: αποφυγή (*risk avoidance*), μείωση (*risk*

τους αλλά ο ανταποκριτής της Bankhaus Herstatt στις ΗΠΑ έπαυσε τις πληρωμές σε δολάρια και οι αντισυμβαλλόμενοι εκτέθηκαν στον κίνδυνο διακανονισμού.

reduction), κράτηση (*risk retention*) και μεταφορά του κινδύνου (*risk transfer*). Ο οργανισμός έχει τη δυνατότητα να επιλέξει να μην αναλάβει καμία δραστηριότητα που να φέρει κίνδυνο. Σε μια τέτοια περίπτωση όμως, δεν απολαμβάνει και το ενδεχόμενο του κέρδους από την ανάληψη του κινδύνου. Συνυφασμένη με την έννοια της προνοητικότητας είναι η μείωση του κινδύνου, καθώς περικλείει τους τρόπους με τους οποίους μπορεί να μειώσει τη σοβαρότητα της ζημιάς, όταν αυτή πραγματοποιηθεί. Στην περίπτωση της κράτησης, ο οργανισμός επωμίζεται το συνολικό μέγεθος της ζημιάς ενώ, κατά τη μεταφορά του κινδύνου, μετακυλά τον κίνδυνο ή μέρος του κινδύνου σε κάποιον άλλον οργανισμό, μέσω της ασφάλισης.

1.3.2 Σύμφωνο Βασιλείας I (*Basel I*)

Το 1930 ιδρύθηκε η Τράπεζα Διεθνών Διακανονισμών (*Bank for International Settlements* ή *BIS*). Πρόκειται για μία διεθνούς εμβέλειας αρχή που εδρεύει στη Βασιλεία της Ελβετίας, βασικός άξονας της οποίας είναι οι κεντρικές τράπεζες. Σκοπός της ύπαρξής της είναι να καλλιεργήσει κλίμα συνεργασίας μεταξύ των κεντρικών τραπεζών και άλλων χρηματοοικονομικών οργανισμών, με στόχο την επίτευξη νομισματικής και οικονομικής σταθερότητας. Οι εργασίες της πραγματοποιούνται μέσω της σύστασης επιμέρους επιτροπών και του ετήσιου γενικού συμβουλίου, στο οποίο λαμβάνουν μέρος όλα τα μέλη της. Παράλληλα, έχει αναπτύξει μια βάση δεδομένων με δημοσιονομικό και οικονομικό αντικείμενο, ικανή να συνδράμει σε ανάλογες χρηματοοικονομικές έρευνες (Bessis, 2002).

Υπό την αιγίδα της λειτουργούν η Επιτροπή της Βασιλείας για την Τραπεζική Εποπτεία (*Basel Committee on Banking Supervision* ή *BCBS*), η Επιτροπή για τα Συστήματα Πληρωμών και Διακανονισμού (*Committee on Payment and Settlement System*), η Επιτροπή για το Παγκόσμιο Χρηματοπιστωτικό Σύστημα (*Committee on the Global Financial System*), η Επιτροπή Αγορών (*Markets Committee*) και η Επιτροπή Irving Fisher για τη Στατιστική των Κεντρικών Τραπεζών (*Irving Fisher Committee on Central Bank Statistics*). Το άμεσο ενδιαφέρον μας έγκειται στην Επιτροπή της Βασιλείας, η οποία συστάθηκε από τους διοικητές των κεντρικών τραπεζών των κρατών-μελών της «Ομάδας των 10» (*Group of 10* ή *G-10*)⁴ το 1974, με σκοπό να διαμορφώσουν ένα κοινό πλαίσιο στην τραπεζική αγορά

⁴ Η «Ομάδα των 10» αποτελείται από οκτώ μέλη του Διεθνούς Νομισματικού Ταμείου, το Βέλγιο, τον Καναδά, τη Γαλλία, την Ιταλία, την Ιαπωνία, την Ολλανδία, το Ηνωμένο Βασίλειο, τις ΗΠΑ και τις κεντρικές τράπεζες της Γερμανίας και της Σουηδίας. Η σύνθεση ενδυναμώθηκε με την είσοδο της Ελβετίας το 1964. Επίσης συμμετέχει και το Λουξεμβούργο.

σχετικά με το θέμα της κεφαλαιακής επάρκειας (*capital adequacy*) των πιστωτικών ιδρυμάτων.

Το ρυθμιστικό αυτό πλαίσιο βασίστηκε στο Σύμφωνο της Βασιλείας για την Κεφαλαιακή Επάρκεια (*Basel Capital Accord*) και η τελική του μορφή δημοσιεύτηκε το 1988 με την ονομασία «Σύμφωνο της Βασιλείας» (*Basel Accord*)⁵ ή «Βασιλεία I» (*Basel I*). Το περιεχόμενο της «Βασιλείας I» επικεντρώνεται κυρίως στον πιστωτικό κίνδυνο. Για πρώτη φορά εισάγεται η έννοια του καθορισμού των εποπτικών ιδίων κεφαλαίων που προορίζονται για την εκπλήρωση των κεφαλαιακών υποχρεώσεων σε ενδεχόμενη επέλευση του πιστωτικού κινδύνου. Έτσι δημιουργήθηκε ο Συντελεστής Φερεγγυότητας (*Solvency Ratio*), ο οποίος ορίζεται ως ο λόγος των ιδίων κεφαλαίων μιας τράπεζας προς τα στοιχεία του ενεργητικού και τα εκτός ισολογισμού στοιχεία της, φέροντας βάρη σταθμισμένα ως προς τη φύση του κινδύνου. Ανάλογα με το βαθμό επικινδυνότητας, οι συντελεστές στάθμισης των στοιχείων αυτών είναι 100% (στοιχεία υψηλού κινδύνου), 50%, 20% και 0% (στοιχεία μηδενικού κινδύνου). Η ελάχιστη τιμή του Συντελεστή Φερεγγυότητας καθιερώθηκε στο 8% και είναι κατασκευασμένος ώστε να καλύπτει τον κίνδυνο μη εκπλήρωσης των υποχρεώσεων του αντισυμβαλλόμενου.

Μια γενίκευση του Συντελεστή Φερεγγυότητας αποτελεί ο Δείκτης Κεφαλαιακής Επάρκειας για τον οποίο επίσης η ελάχιστη τιμή διαμορφώνεται στο 8% (Bessis, 2002). Ο τρόπος υπολογισμού παραμένει ίδιος, μεταβάλλοντας ελαφρώς τη δομή του παρανομαστή όπου εμφανίζονται και στοιχεία του χαρτοφυλακίου συναλλαγών, πλην των στοιχείων του ενεργητικού. Κατά συνέπεια, πλέον του πιστωτικού κινδύνου, αντιπροσωπεύεται και ο κίνδυνος αγοράς. Τα στοιχεία αυτά σταθμίζονται ανάλογα με τη φύση του κινδύνου ο οποίος μπορεί να προέρχεται από τη μεταβολή των συναλλαγματικών ισοτιμιών, των επιτοκίων, των τιμών των μετοχών και διαφόρων παραμέτρων της αγοράς.

Όπως έχουμε ήδη σχολιάσει, με την κατάργηση του συστήματος Bretton Woods και την επιβολή του συστήματος των κυμαινόμενων συναλλαγματικών ισοτιμιών, οι προσδοκίες για την ομαλή λειτουργία της παγκόσμιας οικονομίας και την ανάπτυξη του διεθνούς εμπορίου δεν εκπληρώθηκαν. Αντιθέτως, παρουσιάστηκε αστάθεια που συνοδεύτηκε από ανεργία, υψηλό πληθωρισμό και χαμηλούς ρυθμούς ανάπτυξης. Η μεγάλη μεταβλητότητα στις αγορές

⁵ Η Επιτροπή της Βασιλείας (*Basel Committee*) πήρε την ονομασία της από την ελβετική πόλη Basel. Στις πρώιμες εκδόσεις, η Επιτροπή χρησιμοποιούσε την αγγλική λέξη "Basle" ή τη γαλλική "Bâle", ονομασίες οι οποίες ακόμα χρησιμοποιούνται στον Τύπο. Πρόσφατα η Επιτροπή, σεβόμενη του όγκου του γερμανικού πληθυσμού της περιοχής, αποφάσισε να χρησιμοποιήσει την ονομασία "Basel".

του συναλλάγματος είχε αντίκτυπο στο επίπεδο τιμών των επιτοκίων, με αποτέλεσμα να κλονιστεί ο χώρος των επενδύσεων και η κερδοφορία των πιστωτικών ιδρυμάτων. Η νέα αυτή κατάσταση επέβαλε εσπευσμένα τη θέσπιση νέων κανόνων προσανατολισμένων στη διαχείριση του κινδύνου αγοράς, χρησιμοποιώντας ως άξονα σχεδιασμού τους ήδη υπάρχοντες.

Μέχρι το 2001, όπου η Επιτροπή της Βασιλείας για την Τραπεζική Εποπτεία εξέδωσε το νέο αναθεωρημένο κείμενο για την Κεφαλαιακή Επάρκεια, είχαν γίνει πολυάριθμες τροποποιήσεις⁶ του αρχικού περιεχομένου. Ενδεικτικά, μπορούμε να επισημάνουμε ότι το 1991, με ανάλογη τροποποίηση των διατάξεων του Συμφώνου της Βασιλείας, καθορίστηκαν οι προϋποθέσεις κάτω από τις οποίες οι προβλέψεις των γενικών κινδύνων ενός τραπεζικού ιδρύματος μπορούν να συμπεριλαμβάνονται στα εποπτικά ίδια κεφάλαια. Επίσης, το 1995 διασαφηνίστηκε ότι για τον υπολογισμό των κεφαλαιακών απαιτήσεων με σκοπό την κάλυψη του πιστωτικού κινδύνου που αφορά σε συναλλαγές παράγωγων χρηματοοικονομικών προϊόντων, θα λαμβάνονται υπόψη οι διμερείς συμφωνίες συμψηφισμού μεταξύ των αντισυμβαλλόμενων.

Ο προσανατολισμός στον κίνδυνο αγοράς επισφραγίστηκε με την «Τροποποίηση του Συμφώνου της Βασιλείας για την Κεφαλαιακή Επάρκεια με στόχο την ενσωμάτωση των κινδύνων αγοράς» (*Amendment to the Capital Accord to incorporate market risks*) που δημοσιεύτηκε τον Ιανουάριο του 1996. Στο κείμενο αυτό τίθενται πλέον οι κανόνες για τον υπολογισμό των κεφαλαιακών απαιτήσεων για την κάλυψη όχι μόνο των πιστωτικών αλλά και των κινδύνων αγοράς. Παράλληλα περιγράφονται δύο εναλλακτικές προσεγγίσεις για τη μέτρηση του κινδύνου αγοράς, η τυποποιημένη μέθοδος και τα εσωτερικά μοντέλα (*Value-at-Risk models*).

1.3.3 Σύμφωνο Βασιλείας II (*Basel II*)

Κατά τη διάρκεια της δεκαετίας του 1990 σημειώθηκαν περιπτώσεις ζημιών σε πιστωτικά ιδρύματα τις οποίες προκάλεσαν κίνδυνοι που δε σχετίζονταν ούτε με την αδυναμία των αντισυμβαλλόμενων να ανταποκριθούν στις υποχρεώσεις τους ούτε με τη μεταβλητότητα των παραμέτρων της αγοράς. Οι κίνδυνοι αυτοί οφείλονταν σε ατέλειες του ίδιου του πλαισίου

⁶ Στο διαδικτυακό τόπο της Τράπεζας Διεθνών Διακανονισμών (<http://www.bis.org>) μπορεί κανείς να αναζητήσει δημοσιεύσεις όλων των τροποποιήσεων του αρχικού περιεχομένου της Βασιλείας I ανά έτος.

λειτουργίας των πιστωτικών ιδρυμάτων ενώ ήταν και παραμένουν δυσχερείς ως προς τον έγκαιρο εντοπισμό και διαχείρισή τους.

Εισάγεται η έννοια του λειτουργικού κινδύνου και αναγνωρίζεται πλέον η έντονη ανάγκη για την αποτελεσματική του διαχείριση (Bessis, 2002; Jorion, 2007). Η ιδιαίτερη φύση του δεν επιτρέπει στις τράπεζες να εκτιμήσουν την πραγματική τους έκθεση στο λειτουργικό κίνδυνο. Απώλειες μπορούν να σημειωθούν ποικιλοτρόπως. Μια στιγμιαία δυσλειτουργία του λογισμικού συστήματος μπορεί κάλλιστα να έχει την ίδια βαρύτητα με τις λανθασμένες αποφάσεις των διευθυντικών στελεχών. Ας θυμηθούμε την περίπτωση της βρετανικής εμπορικής τράπεζας Barings, η οποία χρεοκόπησε λόγω λανθασμένων επενδυτικών επιλογών του Nick Leeson⁷, επικεφαλής της Barings Securities. Η τεράστια απώλεια που σημείωσε η Barings δεν οφείλεται μόνο στο γεγονός ότι ο Leeson δεν είχε την απαραίτητη εμπειρία για να ανταποκριθεί θετικά στο χώρο των χρηματιστηριακών αγορών. Το ουσιαστικό σφάλμα έγκειται στην απουσία εσωτερικού ελέγχου.

Ο πιστωτικός κίνδυνος ανακτά το χαμένο έδαφος έναντι του κινδύνου αγοράς Όμως αποδεικνύεται ότι το περιεχόμενο της «Βασιλείας I» παρουσιάζει αδυναμίες σε διάφορες ενότητες, όπως τον καθορισμό συντελεστών στάθμισης του πιστωτικού κινδύνου ανεξάρτητα από το μέγεθος του τραπεζικού οργανισμού, την αυθαίρετη διακράτηση των εποπτικών κεφαλαίων αλλά και την ανεπαρκή διαχείριση του λειτουργικού κινδύνου. Το 1999 η BCBS προχώρησε σε αναθεώρηση του κειμένου της «Βασιλείας I», εκδίδοντας μια συμβουλευτική πρόταση, το Νέο Πλαίσιο για την Κεφαλαιακή Επάρκεια (*A New Capital Adequacy Framework*). Το 2001, μετά την ολοκλήρωση των εργασιών της, η Επιτροπή δημοσίευσε το Νέο Σύμφωνο για την Κεφαλαιακή Επάρκεια (*The New Basel Capital Accord*), γνωστό και ως «Βασιλεία II» (*Basel II*), το οποίο έδωσε τη δυνατότητα στις τράπεζες να αξιολογούν πιο αποτελεσματικά τους κινδύνους που αντιμετωπίζουν. Ο πρόεδρος της BCBS, William J. McDonough, δήλωσε: «Το νέο πλαίσιο σκοπεύει να φέρει πλησιέστερα τις εποπτικές κεφαλαιακές απαιτήσεις με τους αντίστοιχους κινδύνους και να παρέχει στις Τράπεζες και τους Ελεγκτικούς Οργανισμούς πολλές επιλογές στην εκτίμηση της κεφαλαιακής επάρκειας».

Το νέο πλαίσιο αποτελείται από τρεις θεματικές συνιστώσες: τον υπολογισμό των ελάχιστων κεφαλαιακών απαιτήσεων, τη διαδικασία εποπτικού ελέγχου και την πειθαρχία

⁷ Ο Nick Leeson δημιούργησε χρέη ύψους 827 εκατομμυρίων αγγλικών λιρών μέσα σε τρία χρόνια (1992-1995). Η χαλαρότητα του ελέγχου του επέτρεπε να αποκρύπτει τις ζημιές σε ένα λογαριασμό ο οποίος δεν εμφανιζόταν στους γενικούς λογαριασμούς της τράπεζας Barings. Το 1995 η ING αγόρασε την Barings έναντι της συμβολικής τιμής της 1 αγγλικής λίρας.

στους κανόνες της αγοράς. Ειδικά όσον αφορά στις ελάχιστες κεφαλαιακές απαιτήσεις, η Επιτροπή δεν παραγνωρίζει την τυποποιημένη μέθοδο υπολογισμού (*standardized approach*) αλλά παράλληλα επιτρέπει τη χρήση εσωτερικών μοντέλων διαβάθμισης (*internal ratings-based approach*). Ένα χρηματοπιστωτικό ίδρυμα μπορεί, ανάλογα με το μέγεθος κινδύνου που φέρει, να επιτυγχάνει ακριβέστερη εκτίμηση του ύψους των εποπτικών κεφαλαίων που πρέπει να διαθέτει. Επιπλέον, το πλαίσιο της Βασιλείας II έχει ως στόχο να προωθήσει μια πιο μακροπρόθεσμη προσέγγιση της κεφαλαιακής εποπτείας ώστε να ενθαρρύνει τις τράπεζες να αναγνωρίζουν εγκαίρως και να διαχειρίζονται αποτελεσματικά τους δυνητικούς κινδύνους.

Το 2005 η Επιτροπή αναθεώρησε το νέο πλαίσιο, ενσωματώνοντας στον κεντρικό άξονα επιπρόσθετες οδηγίες με το έγγραφο «Η Εφαρμογή της Βασιλείας II στις Εμπορικές Δραστηριότητες και Τρόποι Αντιμετώπισης της Διπλής Αθέτησης» (*The Application of Basel II to Trading Activities and the Treatment of Double Default Effects*).

Ολοκληρώνοντας, το 2006 η Επιτροπή εξέδωσε την εμπειριστατωμένη εκδοχή του πλαισίου της Βασιλείας II. Χάριν ευκολίας των αναγνωστών, το έγγραφο αυτό ήταν μια σύνθεση αποτελούμενη από το κείμενο που είχε δημοσιευτεί το 2004, τα στοιχεία της Βασιλείας I (1988) που δεν είχαν αναθεωρηθεί στο Νέο Πλαίσιο για την Κεφαλαιακή Επάρκεια, την Τροποποίηση του Συμφώνου της Βασιλείας για την Κεφαλαιακή Επάρκεια με στόχο την ενσωμάτωση των Κινδύνων Αγοράς (1996) και την Εφαρμογή της Βασιλείας II στις Εμπορικές Δραστηριότητες (2005). Παρακάτω παρατίθεται αναλυτικά το περιεχόμενο των τριών θεμελίων λίθων του οικοδομήματος της Βασιλείας II (Jorion, 2007).

Πυλώνας I (*Pillar I*): Ελάχιστες Κεφαλαιακές Απαιτήσεις (*Minimum Capital Requirements*):

Στην πρώτη αυτή ενότητα προσδιορίζονται τα ελάχιστα ίδια κεφάλαια που πρέπει να διαθέτει ένα χρηματοπιστωτικό ίδρυμα ώστε να είναι ικανό να αντιμετωπίσει την πιθανότητα εμφάνισης κινδύνων. Όσον αφορά στη μέτρηση του κινδύνου αγοράς, δε σημειώνεται καμία αλλαγή. Η διαφοροποίηση έγκειται στη μέτρηση του πιστωτικού κινδύνου, για την οποία παρέχονται δύο μέθοδοι υπολογισμού: η τυποποιημένη μέθοδος (*standardized method*), η οποία προϋπήρχε στη Βασιλεία I, και η μέθοδος υπολογισμού των εσωτερικών διαβαθμίσεων (*internal ratings-based approach*). Σε αυτήν την περίπτωση, τα πιστωτικά ιδρύματα, βάσει της πιστοληπτικής ικανότητας των πιστούχων, εκτιμούν τον πιστωτικό κίνδυνο, σε αντίθεση με την τυποποιημένη μέθοδο, όπου οι συντελεστές στάθμισης του πιστωτικού κινδύνου

διαμορφώνονται σύμφωνα με τις διαβαθμίσεις των εταιρειών πιστοληπτικής αξιολόγησης (*rating agencies*).

Πυλώνας II (*Pillar II*): Διαδικασία Εποπτικής Αξιολόγησης (*Supervisory Review Process*):

Οι τραπεζικοί οργανισμοί οφείλουν να προσδιορίζουν τις ελάχιστες κεφαλαιακές απαιτήσεις για την κάλυψη των αναλαμβανόμενων κινδύνων. Για τη διασφάλιση της κεφαλαιακής επάρκειας όμως αναπτύχθηκαν μηχανισμοί ελέγχου και εποπτείας. Οι εποπτικές αρχές δεν περιορίζονται μόνο στην αξιολόγηση των εκτιμώμενων κινδύνων και της μεθόδου βάσει της οποίας πραγματοποιήθηκε η εκτίμηση. Είναι αρμόδιες για την επιβολή πρόσθετων κεφαλαιακών απαιτήσεων σε περίπτωση που δεν πληρούνται οι προϋποθέσεις των ελάχιστων ιδίων κεφαλαίων. Συνεπώς, προηγείται η διαδικασία υπολογισμού της κεφαλαιακής επάρκειας από τα χρηματοπιστωτικά ιδρύματα και ακολουθεί η διαδικασία ελέγχου από τις εποπτικές αρχές. Οι τελευταίες εξετάζουν αν ο τραπεζικός οργανισμός συμμορφώνεται με το δείκτη κεφαλαιακής επάρκειας που έχει επιβάλλει η Βασιλεία I και παρεμβαίνουν με πρόσθετες ρυθμίσεις, όπου κρίνεται απαραίτητο, για τη διασφάλιση της ομαλής λειτουργίας

Πυλώνας III (*Pillar III*): Απαιτήσεις αναφορών προς την εποπτική αρχή (*Market Discipline*):

Η πληροφορία καθώς και τα μέσα διάδοσής της, αποτελούν κινητήριο δύναμη της σύγχρονης εποχής. Συμπλέοντας με αυτήν την παραδοχή, τα πιστωτικά ιδρύματα υποχρεούνται να διακινούν πληροφορία δημοσιεύοντας οικονομικά στοιχεία που αφορούν το ύψος των αναλαμβανόμενων κινδύνων αλλά και τις κεφαλαιακές απαιτήσεις για την κάλυψη τους. Με την πολιτική διαφάνειας που ακολουθείται, ενδυναμώνεται η πειθαρχία της αγοράς αφού η οικονομική κατάσταση της κάθε τράπεζας παρακολουθείται στενά από τις εποπτικές αρχές και επιπλέον δημοσιεύεται, γεγονός που την υποχρεώνει να συμμορφώνεται με τη γενική γραμμή που έχει καθοριστεί.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

Υποδείγματα Αξίας σε Κίνδυνο (VaR)

2.1 Έννοια της Αξίας σε Κίνδυνο (*Value-at-Risk*)

Η διαχείριση κινδύνου βίωσε επαναστατικές εξελίξεις κατά τη διάρκεια των τελευταίων ετών. Οι εξελίξεις αυτές βρίσκουν τη ρίζα τους στη λεγόμενη Αξία σε Κίνδυνο (*Value-at-Risk* ή εν συντομία *VaR*), η οποία αποτελεί μια σύγχρονη επαναστατική μέθοδο για τη μέτρηση του χρηματοοικονομικού κινδύνου. Η αναγκαιότητα της αξιόπιστης μέτρησης του κινδύνου έγινε εντονότερη όταν σημειώθηκαν σημαντικές καταστροφές οικονομικού χαρακτήρα στις αρχές της δεκαετίας του 1990. Από τότε, η μεθοδολογία της *VaR* αναπτύχθηκε με γοργούς ρυθμούς και πλέον εφαρμόζεται σε όλους τους τομείς, συμπεριλαμβανομένων και των παράγωγων χρηματοοικονομικών προϊόντων, έχοντας μεταβάλλει συθέμελα τον τρόπο με τον οποίο τα διάφορα χρηματοπιστωτικά ιδρύματα προσεγγίζουν τον χρηματοοικονομικό κίνδυνο (Jorion, 2007).

Στην προσπάθεια να καθορίσουμε απόλυτα την έννοια της *VaR*, ανατρέχοντας στη σχετική βιβλιογραφία, θα μπορούσαμε να πούμε ότι πρόκειται για μια μεθοδολογία εκτίμησης κινδύνου με τη χρήση τυπικών στατιστικών τεχνικών. Ένας χαλαρός ορισμός περιγράφει ότι η *VaR* αντιπροσωπεύει τη μεγαλύτερη ζημιά που ενδέχεται να εμφανιστεί σε ένα δεδομένο χρονικό διάστημα και για ένα συγκεκριμένο διάστημα εμπιστοσύνης (*confidence interval*). Ένας πιο επιστημονικός ορισμός αναφέρει ότι η *VaR* αποτελεί ένα συνοπτικό μέτρο του κινδύνου αγοράς (Bessis, 2002; Jorion, 2007).

Για παράδειγμα, έστω ότι ένας χρηματοπιστωτικός οργανισμός αναφέρει ότι η *VaR* για το σύνολο του χαρτοφυλακίου του είναι 50€εκατομμύρια σε χρονικό ορίζοντα 7 ημερών και σε επίπεδο εμπιστοσύνης 99% (*confidence level*). Αυτό σημαίνει ότι υπάρχει πιθανότητα μόνο 1%, υπό κανονικές συνθήκες αγοράς, να σημειωθεί απώλεια στο χαρτοφυλάκιο υψηλότερη των 50€εκατομμυρίων σε βάθος χρόνου 7 ημερών. Με άλλα λόγια, η *VaR* συνοψίζει το μέγεθος της έκθεσης στον κίνδυνο για το συγκεκριμένο χαρτοφυλάκιο, συνυπολογίζοντας την

πιθανότητα δυσμενούς κίνησης της αγοράς. Ένα σημαντικό πλεονέκτημα είναι ότι μετράει τον κίνδυνο σε νομισματικές μονάδες, γεγονός που διευκολύνει τόσο την ερμηνεία όσο και τη διαχείρισή του από τους διοικούντες και μετόχους ενός χρηματοοικονομικού οργανισμού. Τους δίνει δηλαδή τη δυνατότητα να αποφασίσουν εάν επιθυμούν να προβούν στην ανάληψη του κινδύνου. Διαφορετικά, μπορούν να καθορίσουν την επιθυμητή VaR ώστε να σχηματιστεί το κατάλληλο χαρτοφυλάκιο, μεταβάλλοντας ανάλογα τις διάφορες θέσεις των περιουσιακών στοιχείων που το απαρτίζουν.

Επίσης, αναφέρεται ότι, σε αντίθεση με τα παραδοσιακά μέτρα κινδύνου, η VaR μπορεί και παρέχει μια συγκεντρωτική εικόνα του κινδύνου ενός χαρτοφυλακίου, λαμβάνοντας υπόψη την πιθανή μόχλευση, τις τρέχουσες θέσεις καθώς και τις συσχετίσεις των αποδόσεων των περιουσιακών στοιχείων. Για αυτό το λόγο, θεωρείται ότι είναι ένα μέτρο κινδύνου που εστιάζει σε μελλοντικό χρονικό ορίζοντα (*forward-looking*). Ανάμεσα στα πλεονεκτήματα της VaR, πρέπει να αναφέρουμε ότι βρίσκει εφαρμογή στα παράγωγα χρηματοοικονομικά προϊόντα και γενικότερα σε όλα τα χρηματοοικονομικά εργαλεία. Παράλληλα, δεν περιορίζεται στη μέτρηση του κινδύνου της αγοράς, αλλά επεκτείνεται και στη μέτρηση άλλων μορφών κινδύνου, όπως για παράδειγμα του πιστωτικού κινδύνου (Bessis, 2002; Jorion, 2007; Hull, 2008).

Στα πλαίσια της διαχείρισης κινδύνου, υπάρχουν ποικίλα κριτήρια βάσει των οποίων αξιολογούνται οι κίνδυνοι διαφορετών μορφών επενδυτικών θέσεων. Στα παραπάνω κριτήρια ανήκουν και οι συντελεστές ευαισθησίας (*greeks*)⁸ που χρησιμοποιούνται για τη μέτρηση κινδύνου περιουσιακών στοιχείων. Έτσι, για τα περιουσιακά στοιχεία που είναι εκτεθειμένα στον κίνδυνο επιτοκίου, όπως τα ομόλογα, χρησιμοποιείται η σταθμισμένη χρονοδιάρκεια (*duration*). Για τα χαρτοφυλάκια μετοχών, χρησιμοποιείται η διακύμανση των αποδόσεων και ο συντελεστής βήτα (*beta*) ενώ για τον κίνδυνο έκθεσης σε δικαιώματα προαίρεσης, χρησιμοποιείται ο συντελεστής δέλτα (*delta*). Εντούτοις, η στείρα χρήση αυτών των συντελεστών θεωρείται ανεπαρκής αφού δε λαμβάνει υπόψη ούτε τη μεταβλητότητα των παραγόντων που συνθέτουν τον κίνδυνο ούτε τις τυχόν συσχετίσεις τους. Επιπλέον, για τα χαρτοφυλάκια που συνδυάζουν διάφορες επενδυτικές θέσεις, δεν υπάρχει η δυνατότητα να χρησιμοποιηθούν προσθετικά, συνδυάζοντας τις διάφορες μορφές κινδύνου σε ένα συνολικό μέτρο.

⁸ Οι συντελεστές ευαισθησίας οι οποίοι μέσω μαθηματικών μεθόδων μετρούν την έκθεση στον κίνδυνο που συνδέονται με δικαιώματα προαίρεσης (*options*) και άλλα παράγωγα, ονομάζονται *greeks* διότι απεικονίζονται με τα γράμματα της ελληνικής αλφαβήτου.

Προκειμένου λοιπόν να καλυφθούν όλες αυτές οι αδυναμίες, αναπτύχθηκε η μεθοδολογία της VaR, ένα ολοκληρωμένο πλαίσιο μέτρησης του κινδύνου, συνεπές και συγκρίσιμο σύμφωνα με το οποίο ο κίνδυνος ποσοτικοποιείται και εκφράζεται όχι σε απόλυτες τιμές αλλά σε νομισματικές μονάδες. Η μεθοδολογία της VaR συνδυάζει τη σχέση τιμής-απόδοσης ενός περιουσιακού στοιχείου με την ενδεχόμενη κίνηση της αγοράς προς τα πάνω ή προς τα κάτω. Δηλαδή, συνδυάζει την όποια συναρτησιακή σχέση τιμής-απόδοσης και την κατανομή πιθανότητας των αποδόσεων έτσι ώστε να προκύψει η κατανομή πιθανότητας των τιμών για ένα περιουσιακό στοιχείο για ένα δεδομένο χρονικό ορίζοντα. Η χρήση της κατανομής πιθανότητας καθιστά τη VaR ως ένα καθαρά στατιστικό εργαλείο εκτίμησης των δυνητικών ζημιών που μπορεί να προκαλέσει η πραγματοποίηση ενός κινδύνου (Bessis, 2002; Jorion, 2007).

Όπως έχουμε ήδη αναφέρει, η ανάγκη για την ποσοτικοποίηση του κινδύνου εμφανίστηκε κατά τη διάρκεια της δεκαετίας του 1980, όταν οι χρηματοπιστωτικοί οργανισμοί άρχισαν να αναπτύσσουν εσωτερικά μοντέλα για τη μέτρηση του συνολικού κινδύνου τον οποίο καλούνταν να αντιμετωπίσουν. Η VaR έκανε την εμφάνισή της πρώτα στις αρχές της δεκαετίας του 1990 και παρόλο που θεωρείται νέος και επαναστατικός τρόπος μέτρησης του κινδύνου, η δομή του στηρίζεται στη Θεωρία Χαρτοφυλακίου (*Modern Theory Portfolio*) του Markowitz και συγκεκριμένα στο υπόδειγμα του Μέσου-Διακύμανσης⁹ (*Mean-Variance*). Πρωτοπόρος ο Markowitz στον χώρο της στατιστικής ανάλυσης του κινδύνου αγοράς, έθεσε τις βάσεις πάνω στις οποίες στηρίχτηκε το οικοδόμημα της μεθοδολογίας VaR. Το καινοτόμο στοιχείο είναι η σύνθεση όλων των μορφών κινδύνου σε ένα κοινό παρανομαστή (Bessis, 2002; Bodie et al, 2005; Jorion, 2007).

Επιστρέφοντας στην περιγραφή του μέτρου VaR, θα αναφερθούμε εν συντομία, με τη βοήθεια ενός παραδείγματος, στον τρόπο υπολογισμού του. Έστω ένας επενδυτής που έχει στην κατοχή του 100€ εκατομμύρια σε μεσοπρόθεσμα γραμμάτια. Η καίρια ερώτηση που μπορεί να θέσει κανείς είναι πόσο μεγάλη απώλεια ενδέχεται να υποστεί από τη θέση αυτή στο χρονικό διάστημα 1 μήνα.

Για να ικανοποιήσουμε αυτόν τον προβληματισμό, θα προχωρήσουμε σε προσομοίωση των αποδόσεων 1 μήνα, βάσει των ιστορικών στοιχείων. Με τη βοήθεια τους, μπορούμε να

⁹ Το υπόδειγμα Μέσου-Διακύμανσης καθορίζει ένα σύνολο αποτελεσματικών χαρτοφυλακίων, στα οποία συνδέεται η αναμενόμενη απόδοση με τον αναλαμβανόμενο κίνδυνο. Το διέπουν δύο βασικές υποθέσεις: α) Ο επενδυτής μεγιστοποιεί την απόδοση και ελαχιστοποιεί τον κίνδυνο της επένδυσής του και β) Ο επενδυτής επιλέγει μόνο με βάση το μέσο και τη διακύμανση της απόδοσης, λαμβανομένης ως μέτρου κινδύνου.

κατασκευάσουμε κλάσεις αποδόσεων και στη συνέχεια, να υπολογίσουμε τις συχνότητες που αναλογούν σε κάθε κλάση ώστε να δημιουργήσουμε την εμπειρική κατανομή των αποδόσεων. Η εμπειρική κατανομή μπορεί εύκολα να απεικονιστεί με τη βοήθεια ενός ιστογράμματος, στο οποίο μπορούμε να αναζητήσουμε κάτω από ποια τιμή συγκεντρώνεται το 1% των αποδόσεων, έχοντας θεωρήσει ως επίπεδο εμπιστοσύνης το 99%. Για παράδειγμα, αν η απόδοση αυτή βρίσκεται στο -3,6%, τότε το χαρτοφυλάκιο δεν πρόκειται να σημειώσει απώλεια μεγαλύτερη των $(100\text{€ εκατομμύρια}) * 3,6\% = 3,6\text{€ εκατομμυρίων}$ μέσα στη διάρκεια 1 μήνα. Αυτό σημαίνει ότι η VaR 1 μηνός είναι ίση με 3,6€εκατομμύρια.

Ουσιαστικά αυτή η αριθμητική τιμή η οποία και αντανακλά τον κίνδυνο που διατρέχει το χαρτοφυλάκιο, δεν αποτελεί μία έννοια δυσνόητη και γίνεται εύκολα αντιληπτή ακόμα και από άτομα που δεν είναι γνώστες τεχνικών όρων ούτε διαθέτουν το κατάλληλο επιστημονικό υπόβαθρο. Για τους μη μνημένους, αρκεί να πούμε ότι «κάτω από κανονικές συνθήκες αγοράς, η μέγιστη απώλεια που μπορεί να υποστεί ο επενδυτής από το συγκεκριμένο χαρτοφυλάκιο μέσα σε ένα μήνα είναι 3,6€εκατομμύρια, έχοντας θεωρήσει ως επίπεδο εμπιστοσύνης το 99%».

Όσον αφορά στην επιλογή του επιπέδου εμπιστοσύνης, το σύνηθες που χρησιμοποιείται είναι το 99% ή το 95% (Bessis, 2002; Jorion, 2007). Η επιλογή του επιπέδου εμπιστοσύνης είναι ενδεικτική της στάσης κάθε χρηματοοικονομικού οργανισμού έναντι του κινδύνου. Όσο υψηλότερο είναι το επίπεδο εμπιστοσύνης, τόσο μικρότερη είναι η πιθανότητα να καταγραφούν ζημιές στο χαρτοφυλάκιο οι οποίες θα υπερβαίνουν την τιμή της VaR. Για το τραπεζικό σύστημα, το επίπεδο εμπιστοσύνης εκλαμβάνεται ως 99%. Όσον αφορά στην επιλογή του χρονικού ορίζοντα, συνήθως λαμβάνεται 1 ημέρα ή 1 μήνας, είναι όμως δυνατή η χρήση διαφορετικών χρονικών περιόδων, μεγαλύτερων ή μικρότερων, κάτι το οποίο είναι καθαρά υποκειμενικό (Bessis, 2002; Jorion, 2007). Στην πράξη, τα τραπεζικά ιδρύματα επιλέγουν ένα βραχυπρόθεσμο χρονικό ορίζοντα (συνήθως 10 ημερών) καθώς οι συναλλαγές τους παρουσιάζουν ιδιαίτερη συχνότητα και επενδύουν σε περιουσιακά στοιχεία που είναι άμεσα ρευστοποιήσιμα. Σε αντίθεση, οι διαχειριστές επενδύσεων, και ειδικότερα των *hedge funds*¹⁰, υιοθετούν πιο μακροχρόνιο ορίζοντα, όπως για παράδειγμα το διάστημα του 1 μήνα. Ο χρονικός ορίζοντας εξαρτάται από τη φύση και το χρόνο που απαιτείται για τη ρευστοποίηση ενός χαρτοφυλακίου. Είναι προφανές ότι όσο λαμβάνουμε μεγαλύτερο χρονικό

¹⁰ Τα hedge funds αποτελούν μια εναλλακτική μορφή επένδυσης, χρησιμοποιούν πληθώρα χρηματοοικονομικών εργαλείων με σκοπό τη μείωση του επενδυτικού ρίσκου, την αύξηση των αποδόσεων και την ελαχιστοποίηση της συσχέτισης με τις αγορές των μετοχών και των ομολόγων.

διάστημα, τόσο αυξάνεται η πιθανότητα να σημειωθεί μεγαλύτερη μεταβολή στην αξία του χαρτοφυλακίου, συνεπώς τόσο αυξάνεται η τιμή της VaR.

Σε αντιπαράθεση με τα κλασικά μοντέλα αποτίμησης που εστιάζουν στη μέση τιμή της κατανομής των αποδόσεων, τα μοντέλα VaR εστιάζουν στη μεταβλητότητα τους (Bessis, 2002; Jorion, 2007). Είναι σαφές πως για την επιτυχία ενός συστήματος VaR απαιτείται η διαθεσιμότητα κατάλληλων δεδομένων αλλά και η εκτίμηση διαφόρων παραμέτρων του εξωτερικού περιβάλλοντος. Συχνά υπάρχει ανάγκη για μέτρηση κινδύνων που υπερβαίνουν το σημείο που οροθετείται από τη VaR. Ειδικά σε εφαρμογή διαδικασιών stress testing, πολλές φορές οι ζημιές που εμφανίζονται είναι ιδιαίτερα υψηλές, υπερβαίνοντας κατά πολύ την εκτίμηση της VaR. Σε αυτές τις περιπτώσεις, ο υπολογισμός της VaR συμπληρώνεται από την υπό συνθήκη αξία σε κίνδυνο (*conditional VaR*), η οποία εκφράζει τη μέση τιμή των ζημιών που υπερβαίνουν τη VaR. Αν οι τιμές των VaR και υπό συνθήκη VaR δε διαφέρουν σημαντικά, αυτό αποδεικνύει ότι ακόμα και σε ακραίες δυσμενείς συνθήκες, οι ζημιές δεν θα υπερβαίνουν την επιλεγμένη τιμή της VaR.

Ολοκληρώνοντας, αξίζει να κάνουμε μια τελευταία αναφορά στον ορισμό της VaR. Με απλά λόγια, η VaR εκφράζει τη μέγιστη ζημιά που μπορεί να συμβεί σε ένα δεδομένο χρονικό διάστημα και σε ένα δεδομένο επίπεδο εμπιστοσύνης. Ο μαθηματικός ορισμός αναφέρει ότι το περιγράφει το ποσοστημόριο της προβλεπόμενης κατανομής πιθανότητας των κερδών-ζημιών (*Profit & Loss ή P/L*) σε ένα δεδομένο χρονικό ορίζοντα. Εάν συμβολιστεί με c το επίπεδο σημαντικότητας, τότε το VaR αντιστοιχεί κάτω από το $(1-c)*100\%$ της ουράς της κατανομής. Για ευκολία, αυτή η μέγιστη δυνατή απώλεια αναγράφεται με ένα θετικό αριθμό.

2.2 Σχετική Αξία σε Κίνδυνο (*Relative VaR*)

Στην προηγούμενη ενότητα του κεφαλαίου αναφερθήκαμε στη λεγόμενη απόλυτη VaR, μέτρο εκτίμησης της μέγιστης πιθανής απώλειας για ένα δεδομένο χρονικό ορίζοντα και για ένα δεδομένο επίπεδο εμπιστοσύνης, εκφρασμένο σε χρηματικούς όρους. Παράλληλα με την απόλυτη VaR, υπάρχει και η έννοια της σχετικής VaR, η οποία μετρά αντίστοιχα όχι τον απόλυτο αλλά το σχετικό κίνδυνο.

Πιο συγκεκριμένα, η αποτίμηση του σχετικού κινδύνου θεωρείται ότι σχετίζεται με ένα δείκτη που αποτελεί το σημείο αναφοράς (*benchmark index*). Ο απόλυτος κίνδυνος εστιάζει

στη μεταβλητότητα των αποδόσεων του υποκείμενου περιουσιακού στοιχείου ενώ ο σχετικός κίνδυνος εστιάζει στο σφάλμα απόκλισης (*tracking error*) από την τιμή ενός δείκτη. Δηλαδή μετράει την απόκλιση των αποδόσεων του υποκείμενου περιουσιακού στοιχείου από τις αποδόσεις ενός προεπιλεγμένου δείκτη (Bessis, 2002; Jorion, 2007).

Η σχετική απόδοση E δεν είναι παρά το σφάλμα απόκλισης από την τιμή του δείκτη, η οποία υπολογίζεται ως $E = R_{asset} - R_b$. Ουσιαστικά εκφράζει την υπερβάλλουσα απόδοση του περιουσιακού στοιχείου R_{asset} πάνω από την απόδοση του δείκτη-σημείου αναφοράς R_b . Ο υπολογισμός της σχετικής VaR βασίζεται στην ποσότητα E , εφαρμόζοντας τις κλασσικές μεθόδους υπολογισμού της VaR, που θα παρουσιάσουμε αναλυτικά στις επόμενες ενότητες.

Για να γίνει πλήρως κατανοητή η έννοια της σχετικής VaR, θα αναφέρουμε ένα απλό αριθμητικό παράδειγμα. Έστω για ένα χαρτοφυλάκιο η απόλυτη VaR είναι 200€χιλιάδες και η σχετική είναι 300€χιλιάδες, σε χρονικό ορίζοντα 1 ημέρας και για επίπεδο εμπιστοσύνης 95%. Αυτό σημαίνει ότι υπάρχει πιθανότητα 5% σε 1 ημέρα το χαρτοφυλάκιο να σημειώσει ζημιές ύψους 200€ χιλιάδων ενώ, αντίστοιχα, να εμφανίσει μειωμένα κέρδη κατά 300€ χιλιάδες, σε σχέση με τα αναμενόμενα.

Η σχετική VaR θεωρείται ιδιαίτερα χρήσιμη, καθώς με την βοήθειά της μπορούμε να εκτιμήσουμε τον κίνδυνο που φέρουν χαρτοφυλάκια, οι αποδόσεις των οποίων συνδέονται με την πορεία διαφόρων δεικτών οι οποίοι λαμβάνονται ως δείκτες-σημεία αναφοράς. Τέτοια χαρτοφυλάκια (*index funds*), ακολουθούν την πορεία κάποιου επιλεγμένου δείκτη στα πλαίσια μιας συγκεκριμένης χρηματοοικονομικής αγοράς. Τόσο η αποδοτικότητα όσο και ο κίνδυνος των χαρτοφυλακίων υπολογίζονται σε σχέση με την αποδοτικότητα και τον κίνδυνο ενός επιλεγμένου δείκτη. Σε αυτήν την περίπτωση λοιπόν, είναι προτιμότερο να υπολογιστεί η σχετική VaR.

2.3 Μεθοδολογίες Μέτρησης VaR

Στις προηγούμενες ενότητες παρουσιάστηκαν συνοπτικά οι έννοιες της απόλυτης και της σχετικής VaR. Επίσης, παρουσιάστηκε, με τη βοήθεια ενός απλοποιημένου παραδείγματος, ο τρόπος υπολογισμού της. Στην πραγματικότητα όμως ο υπολογισμός της VaR είναι λίγο πιο περίπλοκος και προϋποθέτει τον υπολογισμό διαφόρων παραμέτρων που σχετίζονται με την κατανομή πιθανότητας των αποδόσεων και των χρηματικών αξιών ενός περιουσιακού στοιχείου.

Όπως έχει ήδη αναφερθεί, η VaR είναι ένα στατιστικό μέτρο του κινδύνου με φορά προς τις δυσμενείς τιμές (*downside risk*) που βασίζεται στις τρέχουσες θέσεις των περιουσιακών στοιχείων. Σημαντικό πλεονέκτημα είναι ότι συγκεντρώνει όλο το μέγεθος του κινδύνου σε μία αριθμητική τιμή η οποία ερμηνεύεται με ευκολία. Τα βήματα για τον υπολογισμό του είναι κοινά για όλες τις μεθοδολογίες που ακολουθούν και συνοψίζονται στα παρακάτω (Bessis, 2002; Jorion, 2007):

- Αποτίμηση της τρέχουσας θέσης του περιουσιακού στοιχείου
- Μέτρηση της μεταβλητότητας του παράγοντα κινδύνου
- Καθορισμός του χρονικού ορίζοντα
- Καθορισμός του επιπέδου σημαντικότητας
- Αναφορά της χειρότερης πιθανής ζημιάς, μετατρέποντας όλες τις πληροφορίες σε κατανομή πιθανότητας των κερδών-ζημιών του περιουσιακού στοιχείου που εκφράζει η τιμή της VaR.

Σε όρους πιθανοτήτων η VaR θεωρείται ότι πληροί την παρακάτω συνθήκη:

$$P(L > VaR) \leq 1 - c$$

δηλαδή η πιθανότητα η δυνητική ζημιά L να ξεπεράσει την υπολογισμένη VaR είναι το πολύ ίση με $1 - c$, όπου η ποσότητα c είναι το επίπεδο σημαντικότητας, με συνήθεις τιμές 99% ή 95%. Δηλαδή η πιθανότητα για εμφάνιση υψηλότερης ζημιάς είναι μικρότερη από 1% και 5% αντίστοιχα. Αυτό μεταφράζεται και διαφορετικά, δηλαδή ότι η πιθανότητα η ζημιά να είναι το πολύ όσο και την υπολογισμένη VaR είναι ίση με την ποσότητα c . Έτσι, με δεδομένη τιμή για την ποσότητα c , για να υπολογιστεί το μέτρο VaR μέσω της πιθανότητας, θα πρέπει να είναι γνωστή η κατανομή πιθανότητας της ποσότητας L ή αντίστοιχα των κερδών.

Στις ενότητες που ακολουθούν, παρουσιάζονται οι διάφορες μεθοδολογίες εκτίμησης της VaR, που βασίζονται στην εκτίμηση των κατανομών πιθανότητας των αποδόσεων και των χρηματικών αξιών. Πιο αναλυτικά, η πρώτη μέθοδος (προσέγγιση Delta-Normal) είναι παραμετρική και η θεωρητική της βάση στηρίζεται σε κάποιες υποθέσεις σχετικά με την κατανομή και τις παραμέτρους που τη διέπουν. Οι άλλες δύο μέθοδοι είναι μη παραμετρικές (ιστορική προσομοίωση και προσομοίωση Monte Carlo), δεν υποθέτουν κάποια κατανομή εκ

των προτέρων ενώ αντίθετα παράγουν, με τη στατιστική τεχνική της προσομοίωσης. Στην ουσία παράγεται μια εμπειρική-προβλεπόμενη κατανομή αποδόσεων.

2.3.1 Προσέγγιση Delta-Normal (DN)

Ο υπολογισμός της VaR μπορεί να απλοποιηθεί σημαντικά εάν γίνει μια ρεαλιστική υπόθεση ότι η κατανομή των αποδόσεων και κατά επέκταση των κερδών-ζημιών ανήκει σε μια γνωστή παραμετρική οικογένεια κατανομών, όπως για παράδειγμα η κανονική κατανομή¹¹. Σε μια τέτοια περίπτωση, η προσέγγιση της VaR θεωρείται ότι είναι παραμετρική, καθώς η VaR παράγεται απευθείας, χρησιμοποιώντας την τυπική απόκλιση της κατανομής. Η λογική της παραμετρικής προσέγγισης είναι ότι περιλαμβάνει εκτιμήσεις παραμέτρων, συγκεκριμένα της τυπικής απόκλισης, και όχι απλή εξαγωγή ποσοστημορίου από μια κατανομή (Bessis, 2002; Jorion, 2007).

Η μέθοδος αυτή θεωρείται απλή και εύκολη και μάλιστα παράγει πιο ακριβείς μετρήσεις της VaR. Εντούτοις, άξιο απορίας είναι κατά πόσο η υπόθεση περί κανονικότητας θα μπορούσε να είναι ρεαλιστική. Έστω R η απόδοση που κατανέμεται κανονικά ως εξής (Jorion, 2007):

$$R \sim N(m, s^2)$$

Για την απόδοση R λοιπόν ισχύει η παρακάτω σχέση:

$$P(R < -R^*) = 1 - c$$

όπου R^* είναι η χαμηλή εκείνη απόδοση για την οποία υπάρχει πιθανότητα μόνο $1 - c$ να εμφανιστεί χαμηλότερη απόδοση. Όμως, όπως προαναφέραμε, η απόδοση R ακολουθεί κανονική κατανομή οπότε έχουμε:

$$P\left(\frac{R - m}{s} < \frac{R^* - m}{s}\right) = 1 - c \Rightarrow$$

$$P\left(Z < \frac{R^* - m}{s}\right) = 1 - c \Rightarrow$$

¹¹ Η μέθοδος Delta-Normal αποτελεί υποπερίπτωση της γενικότερης μεθόδου Διακύμανσης-Συνδιακύμανσης (Variance-Covariance). Η μέθοδος αυτή βασίζεται στην υπόθεση ότι οι αποδόσεις ακολουθούν πολυμεταβλητή κανονική κατανομή με μηδενικό μέσο και η VaR εκτιμάται, αξιοποιώντας την πληροφορία των διακυμάνσεων και συνδιακυμάνσεων των συστατικών του.

$$N\left(\frac{R^* - m}{s}\right) = 1 - c \quad (2.1)$$

Από τους πίνακες της κανονικής κατανομής προκύπτει ότι υπάρχει ένας αριθμός $-a$, όπου $a > 0$, για τον οποίο ισχύει:

$$N(-a) = 1 - c \quad (2.2)$$

Από τις σχέσεις (2.1), (2.2) προκύπτει ότι $\frac{R^* - m}{s} = -a$ άρα έχουμε

$$R^* = -a \cdot s + m \quad (2.3)$$

Η τελευταία σχέση αναφέρει ότι η χαμηλή αυτή απόδοση R^* είναι μικρότερη από τη μέση απόδοση κατά a φορές. Έτσι, με βάση τη σχέση (2.3), η VaR περί του μέσου υπολογίζεται ως εξής (Jorion, 2007):

$$VaR(mean) = E(W) - W^* = E(W_0 R) - W_0 R^* = W_0 E(R) - W_0 R^*$$

όπου W είναι η τυχαία αξία του περιουσιακού στοιχείου, W^* είναι η χαμηλή αξία του περιουσιακού στοιχείου που αντιστοιχεί στην χαμηλή απόδοση R^* και W_0 είναι η αρχική αξία του περιουσιακού στοιχείου. Αντικαθιστώντας το R^* με την ποσότητα $-a \cdot s + m$, δεδομένου ότι $E(R) = m$, θα έχουμε:

$$VaR(mean) = W_0 E(R) - W_0 (-a \cdot s + m) = W_0 (m + a \cdot s - m) = W_0 \cdot a \cdot s \quad (2.4)$$

Η VaR σε απόλυτους χρηματικούς όρους εκφράζει την απώλεια ως προς την αρχική αξία του χαρτοφυλακίου:

$$VaR(zero) = W_0 - W^* = W_0 - W_0(1 + R^*) = -W_0(R^*) = -W_0(-a \cdot s + m) = W_0(a \cdot s - m)$$

Οι δύο τελευταίοι τύποι υπολογισμού της VaR υποθέτουν χρονικό ορίζοντα 1 έτους καθώς η μέση τιμή και η τυπική απόκλιση των αποδόσεων του περιουσιακού στοιχείου αναφέρονται σε περίοδο 1 έτους. Έτσι, ο υπολογισμός της VaR για ένα τυχαίο χρονικό ορίζοντα Δt υπολογίζεται ως εξής:

$$VaR(mean) = W_0 \cdot a \cdot s \cdot \sqrt{\Delta t}$$

$$VaR(zero) = W_0(a \cdot s \cdot \sqrt{\Delta t} - m \cdot \sqrt{\Delta t})$$

Σε γενικές γραμμές, η παραμετρική μέθοδος εκτίμησης της VaR θεωρείται ότι δίνει ικανοποιητικά αποτελέσματα καθώς πολλές εμπειρικές κατανομές αποδόσεων, ιδιαίτερα των μεγάλων και σημαντικά διαφοροποιημένων χαρτοφυλακίων, προσεγγίζουν την κανονική κατανομή. Επίσης, θα πρέπει να σημειωθεί ότι η παραμετρική μέθοδος εφαρμόζεται και σε περιπτώσεις που οι αποδόσεις προσεγγίζονται μέσω άλλης κατανομής. Αυτό στηρίζεται στη λογική είναι ότι όλες οι κατανομές έχουν μια τυπική απόκλιση S , η οποία περιγράφει το μέγεθος του κινδύνου που διατρέχει το χαρτοφυλάκιο, ενώ παράλληλα η ποσότητα a μπορεί να υπολογιστεί αξιόπιστα, χρησιμοποιώντας την αθροιστική συνάρτηση κατανομής (Pafka et al, 2001; Jorion, 2007). Δηλαδή, θα χρησιμοποιούσαμε την παρακάτω εξίσωση:

$$P(R < -R^*) = 1 - c \Rightarrow$$

$$F(-R^*) = 1 - c \Rightarrow$$

$$R^* = -F^{-1}(1 - c)$$

όπου F είναι η αθροιστική συνάρτηση κατανομής.

Μέχρι το σημείο αυτό, η παραμετρική μέθοδος εστίασε στον υπολογισμό της VaR για ένα μεμονωμένο περιουσιακό στοιχείο. Παρακάτω παρουσιάζεται ο υπολογισμός, στα πλαίσια πάντα της παραμετρικής μεθόδου, για ένα χαρτοφυλάκιο περιουσιακών στοιχείων. Ως γνωστόν, η απόδοση και ο κίνδυνος ενός χαρτοφυλακίου, που εκφράζεται μέσω της τυπικής απόκλισης, δίνονται από τους παρακάτω τύπους (Jorion, 2007):

$$R_{p,t+1} = \sum_{i=1}^N w_{i,t} R_{i,t+1} \quad (2.5)$$

$$S(R_{p,t+1}) = \sqrt{w_t' \cdot \Sigma_{t+1} \cdot w_t} \quad (2.6)$$

όπου N το πλήθος των περιουσιακών στοιχείων, $w_{i,t}$ ¹² το ποσοστό συμμετοχής του i περιουσιακού στοιχείου στη συνολική αξία του χαρτοφυλακίου, $R_{i,t+1}$ η προσδοκώμενη απόδοση του i περιουσιακού στοιχείου την περίοδο $t+1$, w_t' το διάνυσμα των βαρών (w_1, w_2, \dots, w_N) και Σ_{t+1} η προσδοκία για τον πίνακα διακυμάνσεων-συνδιακυμάνσεων των αποδόσεων.

¹² Τα βάρη (*weights*) $w_{i,t}$ αθροίζουν στη μονάδα και εμφανίζονται με το δείκτη t για να υποδηλώνουν ότι αναφέρονται στην τρέχουσα μορφή του χαρτοφυλακίου.

Είναι φανερό ότι η απόδοση του χαρτοφυλακίου είναι γραμμική ως προς τις αποδόσεις των περιουσιακών στοιχείων που το απαρτίζουν. Αυτό αναφέρεται και ως γραμμικές θέσεις σε κίνδυνο ή delta θέσεις. Εάν οι αποδόσεις των επιμέρους θέσεων κατανέμονται κανονικά, τότε και η απόδοση του χαρτοφυλακίου κατανέμεται επίσης κανονικά (Hull, 2008; Jorion, 2007). Αλλά ακόμα και στην περίπτωση που οι αποδόσεις των επιμέρους θέσεων δεν κατανέμονται κανονικά, εάν υπάρχει μεγάλο πλήθος θέσεων N ($N \rightarrow \infty$), σε ένα καλά διαφοροποιημένο χαρτοφυλάκιο, όπου οι συσχετίσεις είναι μικρές, τότε τηρούνται κατά προσέγγιση οι συνθήκες του κεντρικού οριακού θεωρήματος, σύμφωνα με το οποίο η κατανομή αποδόσεων του χαρτοφυλακίου θα προσεγγίζεται από την κανονική.

Η συγκεκριμένη μέθοδος υπολογισμού της VaR αναφέρεται στη βιβλιογραφία ως μέθοδος Delta-Normal λόγω της έκθεσης σε delta (γραμμικές) θέσεις και της κανονικότητας των αποδόσεων, έστω κατά προσέγγιση. Η μέθοδος Delta-Normal βρίσκει πλήρη εφαρμογή σε χαρτοφυλάκια που έχουν αυστηρά γραμμικές θέσεις, όπως για παράδειγμα σε χαρτοφυλάκια με μετοχικούς τίτλους. Σε χαρτοφυλάκια που περιλαμβάνουν και μη γραμμικές θέσεις, όπως για παράδειγμα χαρτοφυλάκια με δικαιώματα προαίρεσης (*options*), τότε η μέθοδος δίνει στη θέση της στη μέθοδο προσέγγισης Delta-Gamma (DG). Η μέθοδος αυτή λαμβάνει υπόψη της όχι μόνο τους συντελεστές ευαισθησίας delta αλλά και τους gamma και vega (Hull, 2008), ώστε να αντιμετωπιστεί η έλλειψη γραμμικότητας για τη συνολική θέση του χαρτοφυλακίου.

Επιστρέφοντας στη μέθοδο υπολογισμού Delta-Normal, η VaR του χαρτοφυλακίου, με βάση τους τύπους (2.4) και (2.6), υπολογίζεται ως εξής:

$$VaR = a \cdot W \cdot S(R_{p,t+1}) = a \cdot W \cdot \sqrt{w'_t \cdot \Sigma_{t+1} \cdot w_t}$$

Στην ουσία, ο τρόπος υπολογισμού της VaR είναι όμοιος με αυτόν που αναπτύχθηκε για ένα μεμονωμένο περιουσιακό στοιχείο, με τη διαφορά ότι εδώ υποθέτουμε ότι οι αποδόσεις του χαρτοφυλακίου ακολουθούν την κανονική κατανομή και χρησιμοποιούμε για την εκτίμηση την τυπική απόκλιση της κατανομής των αποδόσεων του χαρτοφυλακίου.

Σε αυτό το σημείο κρίνεται αναγκαίο να αναφέρουμε τα πλεονεκτήματα αλλά και τα μειονεκτήματα που χαρακτηρίζουν τη μέθοδο Delta-Normal (Jorion, 2007). Το βασικότερο πλεονέκτημα της μεθόδου αυτής είναι η απλή και εύκολη εφαρμογή της. Η τυπική απόκλιση υπολογίζεται εύκολα μέσω ενός πίνακα διακυμάνσεων-συνδιακυμάνσεων. Επιπλέον, μία αλλαγή στις θέσεις του χαρτοφυλακίου δε δημιουργεί αναστάτωση, καθώς η κάθε θέση είναι γραμμικός συνδυασμός των υπολοίπων και έτσι μπορεί να γίνει υπολογισμός της VaR ακόμα

και σε πραγματικό χρόνο, κατά τη διάρκεια της ημέρας, όσο μεταβάλλονται οι θέσεις. Τέλος, η μέθοδος αυτή επιτρέπει τον υπολογισμό μέτρων κινδύνου στο πλαίσιο ενός χαρτοφυλακίου, όπως είναι η οριακή VaR¹³ (*marginal VaR*) και η επαυξημένη VaR¹⁴ (*incremental VaR*). Τα μέτρα αυτά χρησιμεύουν στην αξιολόγηση της συμβολής του κάθε περιουσιακού στοιχείου στο συνολικό κίνδυνο, εξασφαλίζοντας με αυτόν τον τρόπο την καλύτερη διαχείριση του συνολικού κινδύνου.

Όσον αφορά στα μειονεκτήματα, πρέπει να αναφερθεί ότι η μέθοδος Delta-Normal αγνοεί το φαινόμενο των παχιών ουρών (*fat tails*) που χαρακτηρίζει την κατανομή των αποδόσεων των περισσότερων χρηματοοικονομικών περιουσιακών στοιχείων. Αυτό αποτελεί τροχοπέδη στον υπολογισμό της VaR, αν αναλογιστεί κανείς ότι η VaR στην ουσία έγκειται στη μελέτη της συμπεριφοράς των αποδόσεων στην αριστερή ουρά της κατανομής (εκεί που βρίσκονται οι χαμηλές αποδόσεις-ζημιές). Σε μια τέτοια περίπτωση, η μέθοδος υποεκτιμά τα δεδομένα που δε συμβαδίζουν με τη γενικότερη εικόνα της κατανομής (*outliers*). Επομένως, θα υποεκτιμήσει και την πραγματική VaR. Βέβαια, κάποιοι ισχυρίζονται ότι η λύση βρίσκεται στην αύξηση της τιμής ποσότητας a . Εντούτοις, γεννάται το ερώτημα ποιο θα ήταν το κατάλληλο επίπεδο εμπιστοσύνης a και πως θα μπορούσε να ελεγχθεί ότι ο χειρισμός του προβλήματος είναι επιτυχής.

Από τα παραπάνω προκύπτει το συμπέρασμα ότι η μέθοδος Delta-Normal είναι ανεπαρκής όταν εφαρμόζεται σε μη γραμμικά περιουσιακά στοιχεία όπως δικαιώματα προαίρεσης, ομόλογα, στεγαστικά δάνεια και άλλα προϊόντα σταθερού εισοδήματος. Σε τέτοιου είδους περιπτώσεις, οι κατανομές των αποδόσεων είναι ιδιαίτερα ασύμμετρες και απέχουν πολύ από την υπόθεση της κανονικότητας, οδηγώντας σε μη αξιόπιστη εκτίμηση της VaR.

2.3.2 Προσέγγιση Ιστορικής Προσομοίωσης (*Historical Simulation*)

Η προσέγγιση της Ιστορικής Προσομοίωσης είναι μια εναλλακτική μέθοδος υπολογισμού της VaR, μη παραμετρική, η οποία δεν υποθέτει κάποια συγκεκριμένη κατανομή πιθανότητας για τους διάφορους παράγοντες κινδύνου. Η μέθοδος αυτή χρησιμοποιεί ιστορικά στοιχεία αποδόσεων και αναπαριστά τις τρέχουσες θέσεις των περιουσιακών στοιχείων για τις οποίες υπολογίζεται η VaR (Jorion, 2007).

¹³ Το οριακή VaR εκφράζει την επίδραση του κάθε επιμέρους χρεογράφου στο συνολικό κίνδυνο στον οποίο είναι εκτεθειμένο ένα χαρτοφυλάκιο.

¹⁴ Ως επαυξημένη VaR ορίζεται η μεταβολή της VaR ενός χαρτοφυλακίου, η οποία οφείλεται στην προσθήκη ενός νέου χρεογράφου στο υφιστάμενο χαρτοφυλάκιο.

Στην πιο απλή περίπτωση, η μέθοδος αυτή εφαρμόζει τις τρέχουσες σταθμίσεις (ποσοστά συμμετοχής του κάθε περιουσιακού στοιχείου στο χαρτοφυλάκιο) w_i σε μια χρονολογική σειρά ιστορικών αποδόσεων. Δηλαδή, ισχύει ο παρακάτω τύπος:

$$R_{p,k} = \sum_{i=1}^N w_{i,t} R_{i,k}$$

όπου $k = 1, 2, \dots, t$.

Στον παραπάνω τύπο μπορεί κάποιος εύκολα να παρατηρήσει ότι οι σταθμίσεις w_i αναφέρονται στην τρέχουσα χρονική στιγμή t , ενώ οι αποδόσεις R_i αναφέρονται στις παρελθούσες χρονικές στιγμές έως τη χρονική στιγμή t . Αυτό σημαίνει ότι οι αποδόσεις του χαρτοφυλακίου R_p που έχουν υπολογιστεί για τις παρελθούσες χρονικές στιγμές $k = 1, 2, \dots, t$ δεν αναπαριστούν αληθινές αποδόσεις, αλλά κάποιες υποθετικές, ανακατασκευάζοντας την ιστορία. Έτσι, δημιουργούνται t πιθανά σενάρια για την απόδοση του χαρτοφυλακίου στο μέλλον, τα οποία και σχηματίζουν την εμπειρική κατανομή των μελλοντικών αποδόσεων του χαρτοφυλακίου.

Οι ιστορικές αποδόσεις υπολογίζονται με βάση τις ποσοστιαίες μεταβολές των ιστορικών τιμών των περιουσιακών στοιχείων. Τα ξεχωριστά σενάρια που δημιουργούνται, θεωρούνται ισοπίθανα, με πιθανότητα ίση με $1/t$ και βάσει αυτής της παραδοχής, κατασκευάζεται η εμπειρική κατανομή των υποθετικών μελλοντικών αποδόσεων για το χαρτοφυλάκιο. Έτσι, η VaR υπολογίζεται ως το $(1 - c) * 100\%$ ποσοστημόριο της κατανομής, ανάλογα με το επίπεδο εμπιστοσύνης a .

Ουσιαστικά, η ιστορική προσομοίωση στηρίζεται στη φιλοσοφία ότι η πρόσφατη ιστορία των τιμών, κατά συνέπεια και των αποδόσεων των διαφόρων περιουσιακών στοιχείων που συμμετέχουν στο χαρτοφυλάκιο, πρόκειται να επαναληφθεί στο άμεσο μέλλον. Δηλαδή, οι πιθανές μελλοντικές τιμές και αποδόσεις πρόκειται να κατανέμονται με τον ίδιο τρόπο, όπως και στο πρόσφατο παρελθόν. Από καθαρά τεχνικής απόψεως, η εμπειρική κατανομή των μελλοντικών αποδόσεων που παράγεται, δε θεωρείται ότι ανήκει σε κάποια συγκεκριμένη οικογένεια γνωστών στατιστικών κατανομών. Για αυτό το λόγο, η ιστορική προσομοίωση ανήκει στις μη παραμετρικές μεθόδους εκτίμησης της VaR.

Κλείνοντας τη σύντομη αυτή αναφορά στην προσέγγιση της ιστορικής προσομοίωσης, θα πρέπει να αναφερθούμε στα πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα που τη χαρακτηρίζουν (Jorion, 2007). Καταρχήν, σημαντικό πλεονέκτημα είναι ότι για την εφαρμογή της απαιτείται

απλώς να υπάρχουν διαθέσιμα ιστορικά δεδομένα για τους διάφορους παράγοντες κινδύνου, σε ημερήσια βάση, εκφρασμένα σε αγοραίες τιμές (*mark-to-market*). Πράγματι, δεδομένα τέτοιας φύσης είναι εύκολα προς συλλογή και αποθήκευση, ώστε να μπορούν ανά πάσα στιγμή να χρησιμοποιηθούν στο μέλλον.

Επιπλέον, η προσέγγιση αυτή δεν απαιτεί τον υπολογισμό του πίνακα διακυμάνσεων-συνδιακυμάνσεων των αποδόσεων. Αυτό απλοποιεί σε μεγάλο βαθμό τους υπολογισμούς, ιδιαίτερα για μεγάλα χαρτοφυλάκια και μικρές χρονικές περιόδους δειγματοληψίας (*window size*). Αυτό που είναι απαραίτητο είναι η ύπαρξη χρονολογικής σειράς για τη συνολική αξία του χαρτοφυλακίου. Όσον αφορά στο χρονικό ορίζοντα, προσαρμόζεται χωρίς δυσκολία στις διάφορες επιλογές. Για παράδειγμα, εάν ζητείται ο υπολογισμός της ημερήσιας VaR, τότε λαμβάνονται ημερήσια δεδομένα για τις τιμές και τις αποδόσεις. Αν ζητείται ο υπολογισμός VaR 30 ημερών, λαμβάνονται μηνιαία δεδομένα αντίστοιχα.

Το ισχυρότερο πλεονέκτημα της μεθόδου της ιστορικής προσομοίωσης είναι ότι λαμβάνει υπόψη τυχόν ύπαρξη παχιών ουρών στην κατανομή των παραγόντων κινδύνου, στο βαθμό βέβαια που ενυπάρχουν στα ιστορικά δεδομένα. Λόγω της απουσίας της υπόθεσης για συγκεκριμένο σχήμα κατανομής, η μέθοδος αυτή λαμβάνει υπόψη της και μη γραμμικούς κινδύνους, όπως την έκθεση σε κινδύνους γ και ν .

Από την άλλη πλευρά, η χρήση μίας και μοναδικής χρονολογικής σειράς δεδομένων σε συνδυασμό με την *a priori* υπόθεση ότι το παρελθόν εκτιμά επαρκώς τι θα συμβεί στο άμεσο μέλλον, δεν αποτελεί πάντα σωστό οδηγό. Για παράδειγμα, εάν στο δείγμα της χρονικής περιόδου, παραλείπονται κάποια σημαντικά γεγονότα που έχουν ισχυρή επίδραση στις τιμές και τις αποδόσεις, τότε πιθανότατα η κατανομή που θα εξαχθεί, εσφαλμένα δε θα περιέχει παχιά ουρά. Βέβαια, υπάρχει το ενδεχόμενο σε ένα δείγμα να περιέχονται κάποια γεγονότα τα οποία ήταν τόσο συγκυριακά και τυχαία ώστε να μην ξανασυμβούν, τουλάχιστον σε τόσο κοντινό χρονικό διάστημα που απαιτείται για τον υπολογισμό της VaR. Σε κάθε περίπτωση, η κατανομή δε θα είναι αντιπροσωπευτική των μελλοντικών αποδόσεων, με αποτέλεσμα η VaR να υποεκτιμά ή να υπερεκτιμά την ενδεχόμενη ζημιά.

Επιπρόσθετα, τα δειγματοληπτικά σφάλματα είναι υψηλότερα σε σχέση με αυτά που εμφανίζει μια παραμετρική μέθοδος. Τόσο στις παραμετρικές όσο και στις μη παραμετρικές, υπάρχει δειγματοληπτικό σφάλμα στον υπολογισμό της VaR. Εντούτοις, για μικρού μεγέθους δείγματα και υψηλά επίπεδα εμπιστοσύνης, το σφάλμα αυτό είναι μεγαλύτερο για τις μη παραμετρικές μεθόδους όπως η ιστορική προσομοίωση. Βέβαια, το δειγματοληπτικό σφάλμα

εκτίμησης της VaR θα μπορούσε να μετριαστεί, λαμβάνοντας μεγαλύτερο δείγμα. Όμως, η λήψη μεγάλου δείγματος σημαίνει ότι θα συμπεριληφθούν παρατηρήσεις από το μακρινό παρελθόν που δεν έχουν να προσφέρουν καμία πληροφορία που θα μπορούσε να αξιοποιηθεί στην κατασκευή των μελλοντικών δεδομένων.

Τέλος, σημαντικό μειονέκτημα της ιστορικής προσομοίωσης είναι η σιωπηλή αποδοχή ότι η κατανομή των αποδόσεων κατά τη διάρκεια της χρονικής περιόδου, η οποία λαμβάνεται ως δείγμα, είναι στάσιμη. Δηλαδή, υποθέτει ότι δεν υπάρχουν ουσιαστικές μεταβολές στο μέσο, τη διακύμανσή και τις συνδιακυμάνσεις της κατανομής ανάμεσα στις διάφορες χρονικές στιγμές. Στην πράξη όμως, αυτή η στασιμότητα είναι μια απλουστευμένη υπόθεση που συνήθως δεν υφίσταται. Στις περισσότερες περιπτώσεις, οι αποδόσεις είναι στάσιμες ως προς το μέσο αλλά όχι ως προς τη διακύμανση. Για να επιλυθεί αυτό το ζήτημα, θα μπορούσαν να ληφθούν ιστορικά στοιχεία για τη διακύμανση των αποδόσεων με σκοπό την εκτίμηση της διακύμανσης των μελλοντικών αποδόσεων. Με αυτόν τον τρόπο υλοποιείται πιο αξιόπιστη εκτίμηση για τη μελλοντική κατανομή των αποδόσεων, συνεπώς πιο αξιόπιστη εκτίμηση της τιμής της VaR.

Πριν προχωρήσουμε στην ανάπτυξη της επόμενης μεθόδου, αξίζει να αναφέρουμε ότι πολλά από τα προβλήματα που αντιμετωπίζει η μέθοδος της ιστορικής προσομοίωσης αντιμετωπίζονται μέσω μιας στατιστικής διαδικασίας δειγματοληψίας η οποία αναφέρεται με τον όρο *bootstrapping*. Από ένα αρχικό αντιπροσωπευτικό δείγμα N παρατηρήσεων (x_1, x_2, \dots, x_N) , παράγονται B νέα δείγματα (b_1, b_2, \dots, b_B) , ίδιου μεγέθους με το αρχικό, εφαρμόζοντας επαναληπτική τυχαία δειγματοληψία με επανατοποθέτηση (*resampling with replacement*). Είναι προφανές ότι κάθε δείγμα bootstrap πιθανότατα να έχει επαναλήψεις, δηλαδή κάποιες από τις παρατηρήσεις x_1, x_2, \dots, x_N του αρχικού δείγματος περιλαμβάνονται περισσότερες από μία φορές σε ένα δείγμα bootstrap. Έτσι, η διαδικασία bootstrapping έχει τα ίδια πλεονεκτήματα με τη μέθοδο της ιστορικής προσομοίωσης, ενώ παράλληλα απαλλάσσει τον αναλυτή από την ανάγκη συλλογής μεγάλου πλήθους ιστορικών δεδομένων.

2.3.3 Προσέγγιση Προσομοίωσης Monte Carlo (*Monte Carlo Simulation*)

Η προσέγγιση της προσομοίωσης Monte Carlo θεωρείται η αρτιότερη μέθοδος εκτίμησης της VaR (Jorion, 2007). Η φιλοσοφία της βασίζεται στην παραγωγή τυχαίων κινήσεων των παραγόντων κινδύνου και είναι κατάλληλη για περιπτώσεις όπου υπάρχουν μη γραμμικές

θέσεις, παχιές ουρές, ποικίλες μορφές κινδύνων και σενάρια σε ακραίες συνθήκες (*stress tests* ή *worst case scenarios*).

Η προσομοίωση Monte Carlo διεξάγεται σε δύο στάδια (Jorion, 2007). Στο πρώτο στάδιο καθορίζεται μια παραμετρική στοχαστική διαδικασία για κάθε παράγοντα κινδύνου. Οι παράμετροι που σχετίζονται με τον κίνδυνο όπως είναι η τυπική απόκλιση και οι συσχετίσεις των αποδόσεων μπορούν να προκύψουν είτε άμεσα, από την επεξεργασία ιστορικών στοιχείων, είτε τεκμαρτά (*implied*) από δεδομένα που αφορούν σε δικαιώματα προαίρεσης.

Στο δεύτερο στάδιο προσομοιώνονται πολυάριθμα σενάρια τιμών για κάθε ένα παράγοντα κινδύνου. Όσον αφορά στην αποτίμηση του χαρτοφυλακίου, όπως στη μέθοδο της ιστορικής προσομοίωσης, έτσι και εδώ δημιουργούνται σενάρια για την απόδοση του χαρτοφυλακίου με βάση τις τρέχουσες θέσεις του κάθε περιουσιακού στοιχείου, σε συνάρτηση με τις τυχαίες τιμές που προκύπτουν για κάθε παράγοντα κινδύνου. Έτσι, για κάθε ένα υποθετικό σενάριο των παραγόντων κινδύνου, δημιουργείται και ένα αντίστοιχο σενάριο για την απόδοση του χαρτοφυλακίου. Παράγοντας πολλά τέτοια πιθανά σενάρια, για παράδειγμα 1000 ή 10000, μπορούμε να κατασκευάσουμε την εμπειρική (προσομοιωμένη) κατανομή των αποδόσεων του χαρτοφυλακίου. Το $(1-c)*100\%$ ποσοστημόριο της κατανομής των αποδόσεων αντανακλά τη ζητούμενη VaR.

Η προσομοίωση κατά Monte Carlo και η ιστορική προσομοίωση λειτουργούν με παρόμοιο τρόπο. Η διαφορά έγκειται στο γεγονός ότι στην προσομοίωση Monte Carlo, οι υποθετικές μεταβολές στις τιμές για το κάθε περιουσιακό στοιχείο που συμμετέχει στο χαρτοφυλάκιο παράγονται όχι από τα υπάρχοντα ιστορικά στοιχεία, αλλά από τυχαίους αριθμούς μέσω μιας καθορισμένης στοχαστικής διαδικασίας (Jorion, 2007).

Το σπουδαιότερο ίσως πλεονέκτημα της προσομοίωσης Monte Carlo είναι ότι διαθέτει εκείνους τους μηχανισμούς που λαμβάνουν υπόψη τους τις χρονικές μεταβολές στη μεταβλητότητα (*volatility*), το φαινόμενο των παχιών ουρών, τη μη γραμμική έκθεση στον κίνδυνο και τα ακραία σενάρια. Η συγκεκριμένη μέθοδος αναγνωρίζει ότι ο χρόνος έχει τη δύναμη να προκαλέσει δομικές αλλαγές σε ένα χαρτοφυλάκιο, όπως για παράδειγμα η λήξη κάποιων δικαιωμάτων προαίρεσης ή η εκκαθάριση κάποιων σταθερών χρηματικών ροών. Αυτό αποβαίνει ιδιαίτερα σημαντικό όταν μακραίνει ο χρονικός ορίζοντας υπολογισμού της VaR, καθώς οι παράγοντες αυτοί αποκτούν μεγαλύτερη βαρύτητα, όπως για παράδειγμα στην περίπτωση του πιστωτικού κινδύνου.

Στον αντίποδα των πλεονεκτημάτων, βρίσκεται ο υπολογιστικός χρόνος. Για παράδειγμα, εάν προσομοιωθούν 1.000 διαφορετικά σενάρια για ένα χαρτοφυλάκιο που αποτελείται από 1.000 περιουσιακά στοιχεία, τότε θα χρειαστούν 1.000.000 υπολογισμοί! Εάν μάλιστα στην αποτίμηση των περιουσιακών στοιχείων, περιλαμβάνονται ήδη προσομοιωμένα δεδομένα, τότε απαιτούνται επιπλέον υπολογισμοί, γεγονός που δυσχεραίνει την εφαρμογή της μεθόδου.

Επίσης, αυτή η μέθοδος παρουσιάζει μεγάλο λειτουργικό κόστος σε επίπεδο συστημάτων, υποδομής και ανάπτυξης νοητικών διαδικασιών. Η προσομοίωση κατά Monte Carlo απαιτεί την ύπαρξη ισχυρών πληροφοριακών συστημάτων και ταυτόχρονα την επένδυση σε κατάλληλα επιμορφωμένο και εκπαιδευμένο ανθρώπινο δυναμικό. Θα μπορούσε φυσικά να χρησιμοποιηθεί κάποιος εξωτερικός συνεργάτης (*outsourcing*) που πιθανότατα θα μείωνε το κόστος. Ανεξαρτήτως κόστους, η εφαρμογή της συχνά είναι αναγκαία λόγω της πολύπλοκης μορφής των περιουσιακών στοιχείων για τα οποία πρέπει να υπολογιστεί η VaR.

Στη συνέχεια, αξίζει να επισημάνουμε ότι ένα σημαντικό μειονέκτημα της μεθόδου είναι ο κίνδυνος εκτίμησης (*estimation risk*) και γενικότερα, ο κίνδυνος υποδείγματος (*model risk*). Η φιλοσοφία της προσομοίωσης Monte Carlo βασίζεται σε μια καθορισμένη στοχαστική διαδικασία για τους υποκείμενους παράγοντες κινδύνου. Παρόλα αυτά, δεν είναι δυνατόν να εξασφαλιστεί η ορθότητα της επιλογής της στοχαστικής διαδικασίας και των υποθέσεων, πάνω στις οποίες αναπτύχθηκε. Στην πράξη, μπορεί να είναι λανθασμένα, γεγονός που οδηγεί σε μεροληπτικά αποτελέσματα για τα διάφορα σενάρια, τόσο για τις τιμές των παραγόντων κινδύνου όσο και για τις αποδόσεις του χαρτοφυλακίου. Επομένως, προκύπτουν μεροληπτικά αποτελέσματα σχετικά με την εμπειρική κατανομή των αποδόσεων, άρα και της VaR.

Αυτός άλλωστε είναι και ο λόγος που πρέπει να εξετάζεται κατά πόσο τα αποτελέσματα της μεθόδου είναι ευαίσθητα σε μεταβολές των υποκείμενων στοχαστικών υποδειγμάτων που καθορίζουν τα σενάρια και την παραγωγή των τυχαίων τιμών των παραγόντων κινδύνου (Jorion, 2007). Η ανάλυση ευαισθησίας¹⁵ (*sensitivity analysis*) κατά τον υπολογισμό της VaR μπορεί να δώσει μια πιο ευκρινή εικόνα σχετικά το ποια είναι τελικά η πραγματική αξία σε κίνδυνο, κάτω από διαφορετικές, όσο το δυνατόν ρεαλιστικές, υποθέσεις περί της στοχαστικής συμπεριφοράς των παραγόντων κινδύνου. Χωρίς την ανάλυση ευαισθησίας, η εφαρμογή της προσομοίωσης Monte Carlo δεν εξασφαλίζει την αξιοπιστία των αποτελεσμάτων που προέκυψαν.

¹⁵ Η ανάλυση ευαισθησίας είναι μία τεχνική κατά την οποία, μέσω της μεταβολής των τιμών ορισμένων επιλεγμένων μεταβλητών, διερευνάται η επίπτωσή τους σε άλλες μεταβλητές που έχουν αποφασιστική σημασία στην αξιολόγηση ή επιλογή επενδύσεων.

Τέλος, η VaR που εκτιμάται μέσω της προσομοίωσης κατά Monte Carlo υπόκειται σε δειγματοληπτικά σφάλματα. Η λογική είναι ότι ακόμα και ένα μεγάλο δείγμα πλήθους 1.000 ή 10.000, δεν αναπαριστά το σύνολο του πληθυσμού (που νοείται άπειρος), συνεπώς η κατανομή που προκύπτει είναι απλώς μια προσέγγιση. Ειδικότερα, σε περίπτωση που ισχύει η υπόθεση της κανονικότητας, τότε η μέθοδος Delta-Normal θα δώσει την ακριβή τιμή της VaR, ενώ η προσομοίωση Monte Carlo θα δώσει μια προσεγγιστική τιμή, η οποία θα γίνεται πιο ακριβής όσο μεγαλώνει το δείγμα, δηλαδή το πλήθος των σεναρίων που εξάγονται.

2.4 Μέτρηση VaR σε Χαρτοφυλάκιο Μετοχών (*Market Risk Metrics*)

Στην προηγούμενη ενότητα αναπτύχθηκαν οι πιο δημοφιλείς μεθοδολογίες προσέγγισης της VaR για τη θέση ενός μεμονωμένου περιουσιακού στοιχείου. Όμως, στις περισσότερες περιπτώσεις, οι διάφοροι επενδυτές έχουν συνθετικές θέσεις σε μια σειρά περιουσιακών στοιχείων, άρα το ενδιαφέρον για την εκτίμηση της VaR επικεντρώνεται στη συγκεντρωτική τους θέση απέναντι στον κίνδυνο. Για αυτό το λόγο άλλωστε είναι σπουδαία η προσέγγιση της συνολικής VaR ενός χαρτοφυλακίου (Jorion, 2007).

Η κοινή λογική θα μπορούσε να μας οδηγήσει στη σκέψη ότι η συνολική VaR ενός χαρτοφυλακίου προκύπτει από το άθροισμα των επιμέρους VaR του κάθε περιουσιακού στοιχείου που συνθέτουν το χαρτοφυλάκιο. Αυτό φυσικά δεν έχει ισχύ διότι στη σφαίρα του συνολικού κινδύνου ενός χαρτοφυλακίου, δεν παίζουν ρόλο μόνο οι επιμέρους κίνδυνοι αλλά οι συσχετίσεις μεταξύ των αποδόσεων. Έτσι, ο συνολικός κίνδυνος ενός χαρτοφυλακίου είναι σχεδόν πάντα μικρότερος από το μέσο κίνδυνο των επιμέρους περιουσιακών στοιχείων. Το φαινόμενο αυτό της μείωσης του κινδύνου στα πλαίσια ενός χαρτοφυλακίου καλείται διαφοροποίηση¹⁶ του κινδύνου (*diversification*) και είναι πολύ συνηθισμένο στα πλαίσια της θεωρίας του χαρτοφυλακίου (Bodie et al, 2005).

Για την εκτίμηση λοιπόν της συνολικής VaR, δεν αρκεί ο υπολογισμός των επιμέρους VaR καθώς υπολογίζονται βάσει των αποδόσεων και του κινδύνου μεμονωμένα, αγνοώντας τις τυχόν συσχετίσεις. Στην πραγματικότητα, για τον υπολογισμό της VaR ενός χαρτοφυλακίου, θα πρέπει να λαμβάνεται υπόψη το σύνολο των συσχετίσεων των αποδόσεων των περιουσιακών στοιχείων που το συνθέτουν.

¹⁶ Με τον όρο διαφοροποίηση ορίζουμε γενικά το συνδυασμό χρεογράφων διαφορετικού κινδύνου και προσδοκώμενης απόδοσης, ώστε να επιτευχθεί ο περιορισμός του συνολικού κινδύνου του χαρτοφυλακίου.

Ο γνωστός διεθνής χρηματοοικονομικός οργανισμός J.P. Morgan ανέπτυξε ένα τέτοιο σύστημα μέτρησης της συνολικής VaR, γνωστό ως RiskMetrics. Το συγκεκριμένο σύστημα αποσκοπούσε στην ανάπτυξη και εφαρμογή ενός εργαλείου για τη μέτρηση και παρακολούθηση των καθημερινών αναμενόμενων ζημιών της τράπεζας από όλες τις επενδυτικές θέσεις που είχε αναλάβει. Μετά την απόφαση της J.P. Morgan να εκμεταλλευτεί εμπορικά το σύστημα RiskMetrics, σε συνδυασμό με τη δημοσιοποίηση της θεωρίας της VaR στην οποία βασίζεται, έδωσαν ώθηση στο χώρο ο οποίος σήμερα αποτελεί ένα σημαντικό ερευνητικό πεδίο της χρηματοοικονομικής επιστήμης (Pafka et al, 2001; RiskMetrics Group, 1996).

Πιο συγκεκριμένα, το σύστημα RiskMetrics περιλαμβάνει τον πίνακα διακυμάνσεων-συνδιακυμάνσεων για ένα μεγάλο αριθμό παραγόντων κινδύνων που συμμετέχουν και επηρεάζουν το συνολικό κίνδυνο ενός χαρτοφυλακίου. Ως μέθοδο υπολογισμού της VaR, χρησιμοποιεί κυρίως την παραμετρική προσέγγιση και επιλέγει ως επίπεδο εμπιστοσύνης το 95% και ως χρονικό ορίζοντα την 1 ημέρα. Παρόλα αυτά, οι τιμές των παραμέτρων εύκολα μπορούν να μεταβληθούν και να υπολογιστεί εκ νέου μια VaR με άλλο επίπεδο εμπιστοσύνης (από a_1 σε a_2) και άλλο χρονικό ορίζοντα (από T_1 σε T_2) με μια απλή μετατροπή:

$$Var(a_1, T_1) = Var(a_2, T_2) \cdot (z_{a_1} / z_{a_2}) \cdot (T_1 / T_2)^{1/2}$$

Το σύστημα RiskMetrics θεωρείται μια παραμετρική προσέγγιση για τη μοντελοποίηση του κινδύνου, καθώς ο πίνακας των διακυμάνσεων-συνδιακυμάνσεων των αποδόσεων που χρησιμοποιεί περιέχει τις σχετικές παραμέτρους της μεταβλητότητας (*volatility*) και των συσχετίσεων (*correlations*) των αποδόσεων. Οι διακυμάνσεις μοντελοποιούνται βάσει του υποδείγματος προβλέψεων του σταθμικού εκθετικού κινητού μέσου (*Exponentially Weighted Moving Average* ή *EWMA*). Το υπόδειγμα αυτό σταθμίζει τα δεδομένα του παρελθόντος, με βάρη που μειώνονται γεωμετρικά όσο προχωράμε σε παλαιότερες παρατηρήσεις, δίνοντας μεγαλύτερη βαρύτητα στις πιο πρόσφατες παρατηρήσεις. Δηλαδή, το υπόδειγμα υποδηλώνει ότι οι τρέχουσες παρατηρήσεις εξαρτώνται περισσότερο από τις πιο πρόσφατες και λιγότερο από τις παλαιότερες (Jorion, 2007; RiskMetrics Group, 1996). Η μαθηματική του έκφραση έχει ως εξής:

$$h_t = I \cdot h_{t-1} + (1 - I) \cdot r_{t-1}^2$$

όπου I είναι η μοναδική παράμετρος του μοντέλου, που καλείται παράγοντας εξομάλυνσης (*decay factor*), με $0 < I < 1$, h_t και r_t είναι η διακύμανση και η απόδοση αντίστοιχα, κατά τη χρονική στιγμή t . Αντικαθιστώντας στο παραπάνω μοντέλο την ποσότητα h_{t-1} θα έχουμε:

$$h_t = (1 - I) \cdot (r_{t-1}^2 + I \cdot r_{t-2}^2 + I^2 \cdot r_{t-3}^2 + \dots)$$

Το παραπάνω υπόδειγμα είναι ειδική περίπτωση που ανήκει στην οικογένεια των υποδειγμάτων Γενικευμένης Αυτοπαλίνδρομης Υπό Συνθήκη Ετεροσκεδαστικότητας¹⁷ (*Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity* ή *GARCH*). Τα υποδείγματα αυτά χρησιμοποιούνται για να μοντελοποιηθεί η διακύμανση ορισμένων στοχαστικών διαδικασιών (Jorion, 2007). Κατά τον υπολογισμό της συνολικής VaR ενός χαρτοφυλακίου, η στοχαστική διαδικασία είναι η απόδοση του κάθε περιουσιακού στοιχείου μέσα στον χρόνο. Αντικειμενικός σκοπός είναι η εκτίμηση της VaR του συνολικού χαρτοφυλακίου, που προϋποθέτει την εκτίμηση της διακύμανσης. Η πιο απλή διαδικασία είναι το GARCH(1,1):

$$h_t = a_0 + a_1 \cdot r_{t-1}^2 + b \cdot h_{t-1}$$

όπου a_0 , a_1 και b είναι οι παράγοντες του μοντέλου, h_{t-1} είναι η υπό συνθήκη διακύμανση και r_{t-1} η απόδοση κατά τη χρονική στιγμή $t-1$. Αν υποθέσουμε ότι $a_0 = 0$ και $a_1 + b = 1$, τότε το μοντέλο GARCH(1,1) παίρνει τη μορφή του EWMA.

Στα πλαίσια της εφαρμογής του συστήματος RiskMetrics, αναγνωρίζεται η συμβολή των συσχετίσεων των αποδόσεων, και μάλιστα τονίζεται ότι η πληροφορία που προσφέρουν ίσως να είναι πιο σημαντική από εκείνη που αντλείται από τις διακυμάνσεις των περιουσιακών στοιχείων. Η μοντελοποίηση των συσχετίσεων μπορεί να γίνει είτε με μοντέλα EWMA είτε με πολυμεταβλητά μοντέλα GARCH. Με τη βοήθεια των μοντέλων GARCH έχουμε:

$$\begin{aligned} h_{11,t} &= f(r_{1,t-1}^2, r_{1,t-1} \cdot r_{2,t-1}, r_{2,t-1}^2, h_{11,t-1}, h_{12,t-1}, h_{22,t-1}) = \\ &= a_{0,11} + a_{1,11} \cdot r_{1,t-1}^2 + a_{1,12} \cdot r_{1,t-1} \cdot r_{2,t-1} + a_{1,13} \cdot r_{2,t-1}^2 + b_{11} \cdot h_{11,t-1} + b_{12} \cdot h_{12,t-1} + b_{13} \cdot h_{22,t-1} \end{aligned}$$

όπου $h_{12,t}$ είναι η συνδιακύμανση των περιουσιακών στοιχείων 1, 2.

Το παραπάνω μοντέλο εμπεριέχει την εκτίμηση πολλών παραμέτρων για κάθε ζεύγος περιουσιακών στοιχείων και έτσι σε ένα χαρτοφυλάκιο που περιέχει πολλούς παράγοντες κινδύνου, θα υπάρχουν πολλά ζεύγη, συνεπώς πολλά μοντέλα και παράμετροι προς εκτίμηση

¹⁷ Ο όρος «ετεροσκεδαστικότητα» αναφέρεται στο γεγονός ότι οι διακυμάνσεις μεταβάλλονται διαρκώς

(Jorion, 2007; Pafka et al, 2001; RiskMetrics Group, 1996). Άρα, σε ένα χαρτοφυλάκιο με πολλά περιουσιακά στοιχεία, η εκτίμηση συσχετίσεων μέσω υποδειγμάτων GARCH είναι ιδιαίτερα δύσκολη. Το RiskMetrics απλοποιεί τη σχετική διαδικασία, χρησιμοποιώντας τα υποδείγματα EWMA, όπου οι συνδιακυμάνσεις εκτιμώνται με τρόπο παρόμοιο αυτού των διακυμάνσεων, όπως παρουσιάστηκε προηγουμένως. Σε μαθηματικούς όρους, αυτό εκφράζεται ως εξής:

$$h_{12,t} = I \cdot h_{12,t-1} + (1-I) \cdot r_{1,t-1} \cdot r_{2,t-1}$$

όπου $h_{12,t}$ είναι η συνδιακύμανση των περιουσιακών στοιχείων 1, 2. Επιπλέον, η συσχέτιση υπολογίζεται με ιδιαίτερη ευκολία από τον τύπο:

$$r_{12,t} = \frac{h_{12,t-1}}{\sqrt{h_{1,t-1} \cdot h_{2,t-1}}}$$

Έχοντας κατασκευάσει τα μοντέλα για τις διακυμάνσεις και τις συνδιακυμάνσεις, είτε μέσω των υποδειγμάτων EWMA και είτε με τη βοήθεια των μοντέλων GARCH, το σύστημα RiskMetrics είναι πλέον σε θέση να προσεγγίσει το συνολικό κίνδυνο στα πλαίσια της θεωρίας του χαρτοφυλακίου και να υπολογίσει τη VaR, λαμβάνοντας υπόψη όλους εκείνους τους παράγοντες που διαμορφώνουν το επίπεδο του συνολικού κινδύνου. Θα πρέπει να σημειωθεί ότι το σύστημα αυτό μελετά τον κίνδυνο αγοράς, στο οποίο επικεντρώνεται άλλωστε και η παρούσα εργασία ως προς εμπειρικό κομμάτι.

2.5 Επιμερισμός της VaR ενός Χαρτοφυλακίου

Όπως έχουμε επισημάνει, η VaR εκφράζει τη μέγιστη αναμενόμενη ζημία που μπορεί να υποστεί ένας επενδυτής σε δεδομένο χρονικό διάστημα με δεδομένο επίπεδο εμπιστοσύνης. Αυτή η δυνητική απώλεια είναι συνισταμένη ποικίλων παραγόντων κινδύνου. Για τη βέλτιστη ποσοτικοποίηση και ερμηνεία του επενδυτικού κινδύνου, δημιουργείται η ανάγκη να αναλυθούν διεξοδικά οι διαφορετικές εκφάνσεις της αξίας σε κίνδυνο, για τις οποίες έχουμε κάνει ήδη μια μικρή αναφορά σε προηγούμενες ενότητες.

Η αναγκαιότητα αυτή υπήρξε απόρροια της αγωνίας των διαχειριστών περιουσιακών στοιχείων και χαρτοφυλακίων να βρίσκονται σε θέση να αξιολογούν πως επιδρά στη συνολική VaR ενός χαρτοφυλακίου το κάθε περιουσιακό στοιχείο μεμονωμένα. Στόχος τους ήταν και είναι να προχωρούν σε αναδιάρθρωση του χαρτοφυλακίου, λαμβάνοντας

διαφορετικές θέσεις σε διάφορα περιουσιακά στοιχεία, όποτε κρίνεται απαραίτητο, ώστε να επιτύχουν μια προεπιλεγμένη επιθυμητή VaR. Παρακάτω παρουσιάζονται οι διαφορετικές μορφές της αξίας σε κίνδυνο.

2.5.1 Σχετική VaR (*Relative VaR*)

Η σχετική VaR είναι μέτρο του σχετικού κινδύνου ο οποίος, σε αντίθεση με τον απόλυτο κίνδυνο, δεν εκφράζει τη μεταβολή των αποδόσεων, αλλά την εξέλιξη της διαφοράς των αποδόσεων μεταξύ ενός περιουσιακού στοιχείου ή χαρτοφυλακίου και ενός επιλεγμένου δείκτη (Jorion, 2007) ο οποίος χρησιμοποιείται ως δείκτης αναφοράς (*benchmark index*). Στο πλαίσιο του σχετικού κινδύνου ορίζεται το λεγόμενο σφάλμα ακολουθίας αποδόσεων του δείκτη (*tracking error*) ως εξής:

$$E = R_{asset} - R_b$$

Η ποσότητα E ουσιαστικά αποτελεί την υπερβάλλουσα απόδοση του περιουσιακού στοιχείου σε σχέση με την απόδοση του δείκτη. Έτσι, οι γνωστές μεθοδολογίες μέτρησης της αξίας σε κίνδυνο μπορούν να εφαρμοστούν λαμβάνοντας τις υπερβάλλουσες αποδόσεις ως δεδομένα για τον υπολογισμό της VaR. Το αποτέλεσμα που θα προκύψει δείχνει το μέγεθος της απόκλισης της αξίας ενός περιουσιακού στοιχείου ή χαρτοφυλακίου σε σχέση με την τιμή ενός δείκτη αναφοράς. Για παράδειγμα, στο πλαίσιο της παραμετρικής προσέγγισης της VaR με τη μέθοδο Delta-Normal, η σχετική VaR προκύπτει ως εξής:

$$\text{Relative VaR} = a \cdot W_0 \cdot S_E \quad (2.7)$$

όπου a είναι το επίπεδο εμπιστοσύνης, W_0 είναι η αρχική αξία του περιουσιακού στοιχείου (ή του χαρτοφυλακίου) και S_E είναι η τυπική απόκλιση των υπερβαλλουσών αποδόσεων.

Σε πολλές περιπτώσεις η σχετική VaR αναφέρεται ως ποσοστό με την έννοια ότι μετράει πόσες ποσοστιαίες μονάδες μπορεί να αποκλίνει προς τα κάτω η απόδοση ενός μεμονωμένου περιουσιακού στοιχείου ή χαρτοφυλακίου, σε σχέση με το δείκτη.

2.5.2 Οριακή VaR (*Marginal VaR* ή ΔVaR)

Για να μετρηθεί η επίδραση που προκαλεί η μεταβολή μιας αξίας ενός περιουσιακού στοιχείου στη συνολική VaR του χαρτοφυλακίου, δεν επαρκεί η εκτίμηση της VaR της

μεμονωμένης αυτής θέσης. Αυτό συμβαίνει γιατί η VaR μιας μεμονωμένης θέσης λαμβάνει υπόψη της μόνο την απόδοση και τον κίνδυνο του συγκεκριμένου περιουσιακού στοιχείου, και ταυτόχρονα αγνοεί τη συμμετοχή του στο συνολικό κίνδυνο του χαρτοφυλακίου (Bessis, 2002; Jorion, 2007).

Έτσι γεννήθηκε μια νέα έννοια, η λεγόμενη οριακή VaR, η οποία εκφράζει το μέγεθος της μεταβολής της αξίας ενός χαρτοφυλακίου, αυξάνοντας την αξία ενός περιουσιακού στοιχείου κατά μια νομισματική μονάδα. Η μαθηματική προσέγγιση της ΔVaR για ένα περιουσιακό στοιχείο i έχει ως εξής:

$$\Delta VaR_i = \frac{\partial VaR}{\partial x_i} = \frac{\partial aW S_p}{\partial w_i W} = \frac{a \cdot W \cdot \partial S_p}{W \cdot \partial w_i} = a \cdot \frac{\partial S_p}{\partial w_i} = a \cdot \frac{Cov(R_i, R_p)}{S_p} \quad (2.8)$$

όπου R_i , R_p οι αποδόσεις του χαρτοφυλακίου και του περιουσιακού στοιχείου i αντίστοιχα και S_p η τυπική απόκλιση του χαρτοφυλακίου. Η παραπάνω έκφραση της οριακής VaR είναι στενά συνδεδεμένη με τον συντελεστή b_i των αποδόσεων του περιουσιακού στοιχείου i σε σχέση με τις αποδόσεις του χαρτοφυλακίου. Πιο συγκεκριμένα, ο συντελεστής b_i ορίζεται ως εξής:

$$b_i = \frac{Cov(R_i, R_p)}{S_p^2} \quad (2.9)$$

Από τις σχέσεις (2.8), (2.9) προκύπτει ότι:

$$\Delta VaR_i = a \cdot \frac{Cov(R_i, R_p)}{S_p} = a \cdot S_p \cdot \frac{Cov(R_i, R_p)}{S_p^2} = a \cdot S_p \cdot b_i \quad (2.10)$$

Προχωρώντας τη σχέση (2.10), δεδομένου ότι ισχύει $VaR = a \cdot W \cdot S_p$ έχουμε:

$$\Delta VaR_i = \frac{a \cdot W \cdot S_p \cdot b_i}{W} = \frac{VaR}{W} \cdot b_i \quad (2.11)$$

Έτσι, προκύπτει ότι η ΔVaR ενός περιουσιακού στοιχείου είναι άρρηκτα συνδεδεμένη με το συντελεστή b_i , μέτρο του λεγόμενου συστηματικού κινδύνου του περιουσιακού στοιχείου i . Ο συντελεστής b_i μετράει τη συνεισφορά ενός περιουσιακού στοιχείου στο συνολικό κίνδυνο ενός χαρτοφυλακίου. Από τη Θεωρία Χαρτοφυλακίου, προκύπτει ότι ο συντελεστής b_i μετράει τη συσχέτιση των αποδόσεων του μεμονωμένου περιουσιακού στοιχείου i και

του χαρτοφυλακίου. Από τα παραπάνω, καταλήγει κανείς στο συμπέρασμα ότι η ΔVaR εξαρτάται από τη συσχέτιση του περιουσιακού στοιχείου με το χαρτοφυλάκιο, και όχι από τη μεμονωμένη μεταβλητότητα. Πρακτικά, αυτό σημαίνει ότι η αύξηση της θέσης ενός χρεογράφου i , το οποίο είναι θετικά συσχετισμένο με το χαρτοφυλάκιο, θα αυξήσει τον κίνδυνο του χαρτοφυλακίου.

2.5.3 Επαυξημένη VaR (*Incremental VaR ή IVaR*)

Η επαυξημένη VaR είναι μια έννοια παρεμφερής της οριακής VaR, που παρουσιάστηκε προηγουμένως. Πιο συγκεκριμένα, η επαυξημένη VaR μετράει πόσο θα μεταβληθεί η συνολική VaR ενός χαρτοφυλακίου, όχι λόγω της μεταβολής μιας υπάρχουσας θέσης, όπως στην οριακή VaR, αλλά λόγω της προσθήκης μιας νέας θέσης στις ήδη υπάρχουσες του χαρτοφυλακίου (Jorion, 2007). Έτσι, για ένα περιουσιακό στοιχείο i , η IVaR υπολογίζεται ως εξής:

$$IVaR_i = VaR_{p+x_i} - VaR_p$$

όπου VaR_{p+x_i} είναι η αξία σε κίνδυνο του χαρτοφυλακίου με την προσθήκη της θέσης x_i και VaR_p είναι η αξία σε κίνδυνο του χαρτοφυλακίου χωρίς τη θέση i .

Το χαρακτηριστικό της IVaR είναι ότι δεν αφορά μόνο οριακές μεταβολές θέσης, όπως στην οριακή VaR, αλλά μπορεί να εκφράζει κάποια μεγάλη μεταβολή σε μια συγκεκριμένη θέση. Για αυτό το λόγο η IVaR λαμβάνει υπόψη της τυχόν μη γραμμικότητα στις μεταβολές της συνολικής VaR σε σχέση με τη μεταβολή της θέσης. Για να υπολογιστούν οι VaR των χαρτοφυλακίων με και χωρίς την εισαγωγή της νέας θέσης, εφαρμόζονται οι γνωστές μεθοδολογίες υπολογισμού VaR χαρτοφυλακίου που έχουμε παρουσιάσει.

2.5.4 Συνιστώσα VaR (*Component VaR ή CVaR*)

Η συνιστώσα VaR είναι ιδιαίτερα χρήσιμη καθώς αποτελεί το μέσο για την αποσύνθεση της συνολικής VaR ενός χαρτοφυλακίου σε επιμέρους, για κάθε ένα περιουσιακό στοιχείο. Πιο συγκεκριμένα, αναλύοντας τη συνολική VaR ενός χαρτοφυλακίου σε συνιστώσες, είναι σε θέση κανείς να αξιολογήσει κατά πόσο ένα περιουσιακό στοιχείο συνεισφέρει στη συνολική VaR του χαρτοφυλακίου (Bessis, 2002; Jorion, 2007). Έτσι, η CVaR για κάθε ένα

περιουσιακό στοιχείο μας δείχνει το μέγιστο που μπορεί να απωλέσει ένας επενδυτής λόγω μιας συγκεκριμένης θέσης μέσα στο χαρτοφυλάκιο του.

Μια άλλη οπτική γωνία της CVaR μας αποκαλύπτει κατά πόσο θα μειωθεί η συνολική VaR ενός χαρτοφυλακίου εάν ένα συγκεκριμένο περιουσιακό στοιχείο πάψει να συμμετέχει στο χαρτοφυλάκιο. Ουσιαστικά οι επιμέρους συνιστώσες VaR αθροίζουν στη συνολική VaR του χαρτοφυλακίου. Η μαθηματική έκφραση της CVaR, με τη βοήθεια του τύπου (2.11), έχει ως εξής:

$$CVaR_i = \Delta VaR_i \cdot w_i \cdot W = \frac{VaR}{W} \cdot b_i \cdot w_i \cdot W = VaR \cdot b_i \cdot w_i \quad (2.12)$$

Από τα παραπάνω λοιπόν προκύπτει ότι η CVaR είναι άμεσα συνυφασμένη με την οριακή VaR. Ουσιαστικά αποτελεί ένα πολλαπλάσιο της επί την αξία που έχει η συγκεκριμένη θέση στο περιουσιακό στοιχείο i . Εάν η CVaR ενός χρεογράφου i είναι θετική, αυτό σημαίνει ότι το χρεόγραφο αυξάνει το κίνδυνο του χαρτοφυλακίου και συνεπώς η ρευστοποίησή του θα μειώσει τον κίνδυνο. Αντίθετα, εάν η CVaR ενός χρεογράφου είναι αρνητική, αυτό σημαίνει ότι το χρεόγραφο μειώνει το κίνδυνο του χαρτοφυλακίου και συνεπώς η ρευστοποίησή του θα αυξήσει τον κίνδυνο.

Επίσης, σε πολλές περιπτώσεις είναι ενδιαφέρον να εξεταστεί η ποσοστιαία συνεισφορά του κάθε περιουσιακού στοιχείου στη διαμόρφωση της συνολικής VaR ενός χαρτοφυλακίου. Αυτή μπορεί να υπολογιστεί απλά διαιρώντας τη συνιστώσα VaR για κάθε περιουσιακό στοιχείο i με τη συνολική VaR του χαρτοφυλακίου:

$$\% \text{ Συνεισφορά του περιουσιακού στοιχείου } i \text{ στη συνολική VaR} = \frac{CVaR}{VaR}$$

Η συνιστώσα VaR εξαρτάται τόσο από τον συστηματικό κίνδυνο του περιουσιακού στοιχείου, δηλαδή τη συνεισφορά του στον κίνδυνο του χαρτοφυλακίου, όσο και από το ύψος της θέσης του περιουσιακού αυτού στοιχείου.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

Υπολογισμός VaR Χαρτοφυλακίου Περιουσιακών Στοιχείων

3.1 Στόχος της εμπειρικής έρευνας

Στο παρόν κεφάλαιο παρουσιάζεται ο υπολογισμός της αξίας σε κίνδυνο για μια σειρά από θέσεις σε περιουσιακά στοιχεία, καθώς και για το συνολικό χαρτοφυλάκιο που συνθέτουν οι θέσεις αυτές. Οι υπολογισμοί πρόκειται να βασιστούν σε πραγματικά δεδομένα τα οποία συλλέξαμε από κάποια χρηματοοικονομική αγορά, εφαρμόζοντας όλες τις μεθοδολογίες που περιγράψαμε στο θεωρητικό μέρος της παρούσας εργασίας.

Κύριος στόχος της εμπειρικής αυτής έρευνας είναι να γίνει κατανοητό στον αναγνώστη πως οι διάφορες μεθοδολογίες μέτρησης της VaR μπορούν να εφαρμοστούν και στην πράξη. Πιο αναλυτικά, θα είναι σε θέση να αντιληφθεί τη φύση των δεδομένων που χρειάζονται, ποια ακολουθία αριθμητικών πράξεων πρέπει να υλοποιηθεί, καθώς και τι δυσκολίες μπορεί να προκύψουν και πως μπορούν να αντιμετωπιστούν.

Επιπλέον, η έρευνα στοχεύει στην αξιολόγηση των αποτελεσμάτων, εξετάζοντας ποια μεθοδολογία μέτρησης θα φέρει τις πιο αξιόπιστες εκτιμήσεις και ποια θα έχει την καλύτερη εφαρμογή στα δεδομένα που έχουμε συλλέξει προς επεξεργασία. Επίσης, τα αποτελέσματα θα αξιολογηθούν και ως προς το επίπεδο εμπιστοσύνης που επιλέγεται και θα εξεταστεί κατά πόσο οι αρχικές εκτιμήσεις της VaR επαληθεύτηκαν, για κάθε μία από τις μεθοδολογίες.

Παρακάτω παρουσιάζονται τα δεδομένα που συλλέχθηκαν για να διεξαχθεί η εμπειρική έρευνα. Αρχικά, πρόκειται να εκτιμήσουμε, με τις διάφορες μεθοδολογίες, τη VaR των περιουσιακών στοιχείων, για κάθε ένα στοιχείο μεμονωμένα. Στη συνέχεια, πρόκειται να εκτιμήσουμε τη VaR του συνολικού χαρτοφυλακίου, το οποίο απαρτίζεται από τις θέσεις των περιουσιακών αυτών στοιχείων. Προχωρώντας την ανάλυση μας, θα υπολογίσουμε τη σχετική VaR ως προς κάποιο δείκτη που θα αποτελέσει σημείο αναφοράς (*benchmark index*) και παράλληλα, θα υπολογίσουμε την οριακή, επαυξημένη και συνιστώσα VaR, με σκοπό να

αξιολογήσουμε τη συμβολή του κάθε περιουσιακού στοιχείου στο συνολικό κίνδυνο που διατρέχει χαρτοφυλάκιο. Το κεφάλαιο αυτό ολοκληρώνεται με το σχολιασμό των αποτελεσμάτων, καθώς και τα σχετικά συμπεράσματα που προκύπτουν από αυτά.

3.2 Δεδομένα της εμπειρικής έρευνας

Για την εκτίμηση της VaR των μεμονωμένων περιουσιακών στοιχείων, καθώς και του συνολικού χαρτοφυλακίου, λαμβάνονται μετοχικές αξίες επιχειρήσεων που ανήκουν στον τραπεζικό χώρο. Πιο συγκεκριμένα, λαμβάνουμε στοιχεία 4 μετοχικών αξιών και θεωρούμε ένα υποθετικό χαρτοφυλάκιο αξίας 1.000.000€ στο οποίο συμμετέχουν ισόποσα. Η κατανομή της αξίας του χαρτοφυλακίου παρουσιάζεται στον παρακάτω πίνακα.

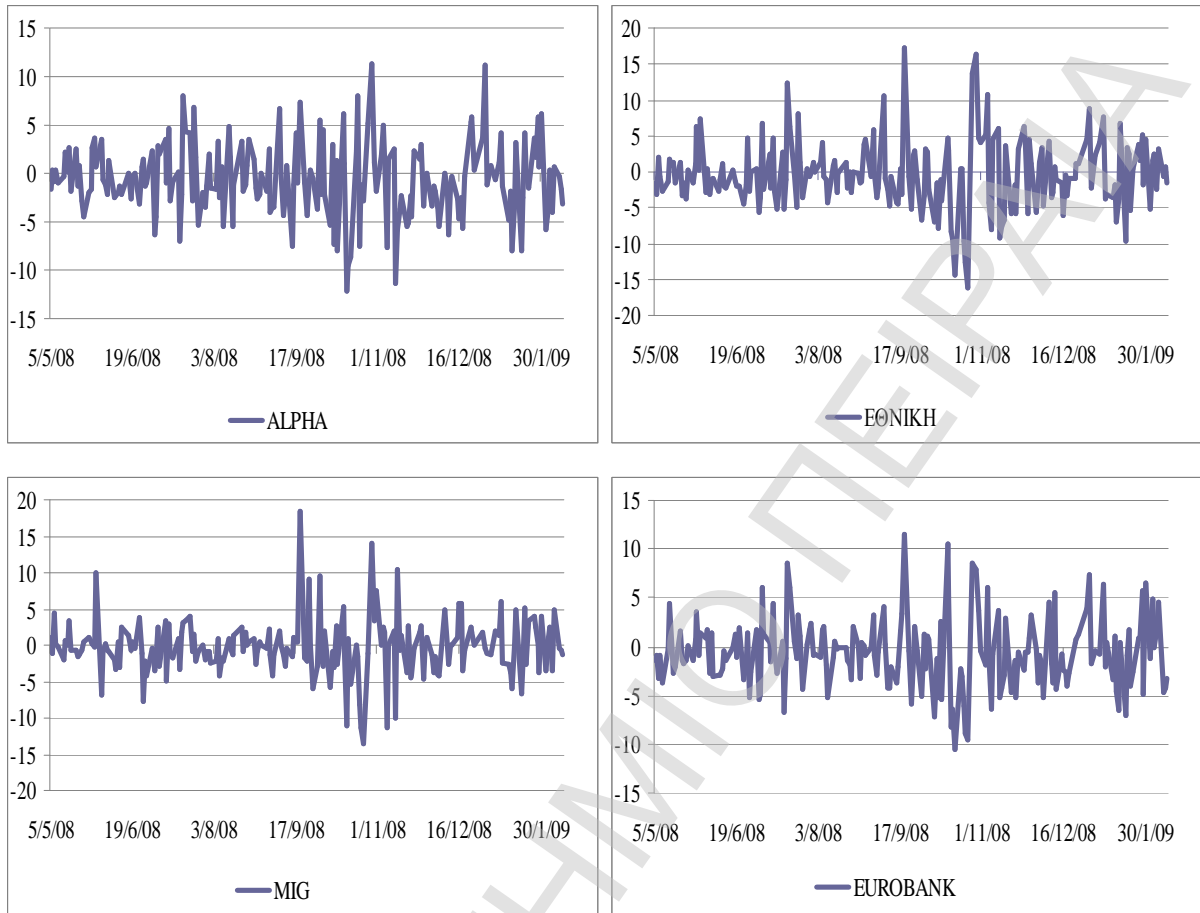
Πίνακας 3.1. Κατανομή αξίας στις μετοχές του χαρτοφυλακίου

Μετοχή	Αξία (x_i)	Ποσοστό (w_i)
ALPHA BANK	250.000 €	25%
ΕΘΝΙΚΗ ΤΡΑΠΕΖΑ	250.000 €	25%
MIG	250.000 €	25%
EUROBANK	250.000 €	25%
Σύνολο	1.000.000 €	100%

Τα απαιτούμενα δεδομένα αντλήθηκαν από την ιστοσελίδα της οικονομικής εφημερίδας ΝΑΥΤΕΜΠΟΡΙΚΗ (www.nafteboriki.gr) και αναφέρονται σε ημερήσιες αποδόσεις για την χρονική περίοδο από 5/5/2008 έως 30/4/2009 (βλέπε Παράρτημα). Για την εκτίμηση όμως των παραμέτρων που απαιτούνται για τη μέτρηση της VaR, εξαιρούνται οι τελευταίες 50 παρατηρήσεις. Ο λόγος για τον οποίο τις εξαιρούμε από το δείγμα είναι για να τις χρησιμοποιήσουμε κατά τον έλεγχο των αποτελεσμάτων, ώστε να μπορέσουμε να αξιολογήσουμε την τιμή της VaR που εκτιμήσαμε.

Τα δεδομένα αποτελούν τις ημερήσιες ποσοστιαίες αποδόσεις των μετοχών που έχουν επιλεγεί. Στο διάγραμμα που ακολουθεί παρακάτω παρουσιάζονται οι διαχρονικές εξελίξεις των αποδόσεων αυτών.

Διάγραμμα 3.1 Διαχρονική εξέλιξη των αποδόσεων των μετοχών μεμονωμένα



Η διαχρονική εξέλιξη των αποδόσεων των μετοχών δε δείχνει ανοδική ή καθοδική τάση. Στο διάστημα Οκτωβρίου-Νοεμβρίου 2008 διαφαίνεται ίσως αυξημένη μεταβλητότητα στις αποδόσεις όλων των μετοχών. Εντούτοις, η αυξημένη αυτή μεταβλητότητα δεν εξασφαλίζει μεταβολή ως προς τη διακύμανση των αποδόσεων. Επομένως, διαγραμματικά τουλάχιστον, οι αποδόσεις των μετοχών δείχνουν να είναι στάσιμες, με ό,τι αυτό μπορεί να συνεπάγεται για την αξιόπιστη εφαρμογή των μεθοδολογιών υπολογισμού της VaR.

Παρακάτω, στο Διάγραμμα 3.2, παρουσιάζεται η χρονική εξέλιξη των αποδόσεων του συνολικού χαρτοφυλακίου. Θα πρέπει να σημειωθεί ότι οι αποδόσεις του χαρτοφυλακίου υπολογίστηκαν με βάση τον τύπο:

$$R_{p,t} = \sum_{i=1}^N w_i R_{i,t} \quad (3.1)$$

όπου για $N = 4$ έχουμε

$$R_{p,t} = \sum_{i=1}^4 w_i R_{i,t} = \frac{\sum_{i=1}^4 R_{i,t}}{4}$$

όπου $R_{p,t}$ είναι η απόδοση του χαρτοφυλακίου τη χρονική στιγμή t , w_i είναι η στάθμιση για κάθε μετοχή, το οποίο ισούται με 0.25 και $R_{i,t}$ είναι η απόδοση της μετοχής i τη χρονική στιγμή t . Προφανώς αυτές οι αποδόσεις είναι υποθετικές, με την έννοια ότι αφορούν τις αποδόσεις ενός χαρτοφυλακίου στο οποίο η κάθε μία από τις 4 μετοχές συμμετέχει σε ποσοστό 25%.

Διάγραμμα 3.2 Διαχρονική εξέλιξη των αποδόσεων του χαρτοφυλακίου



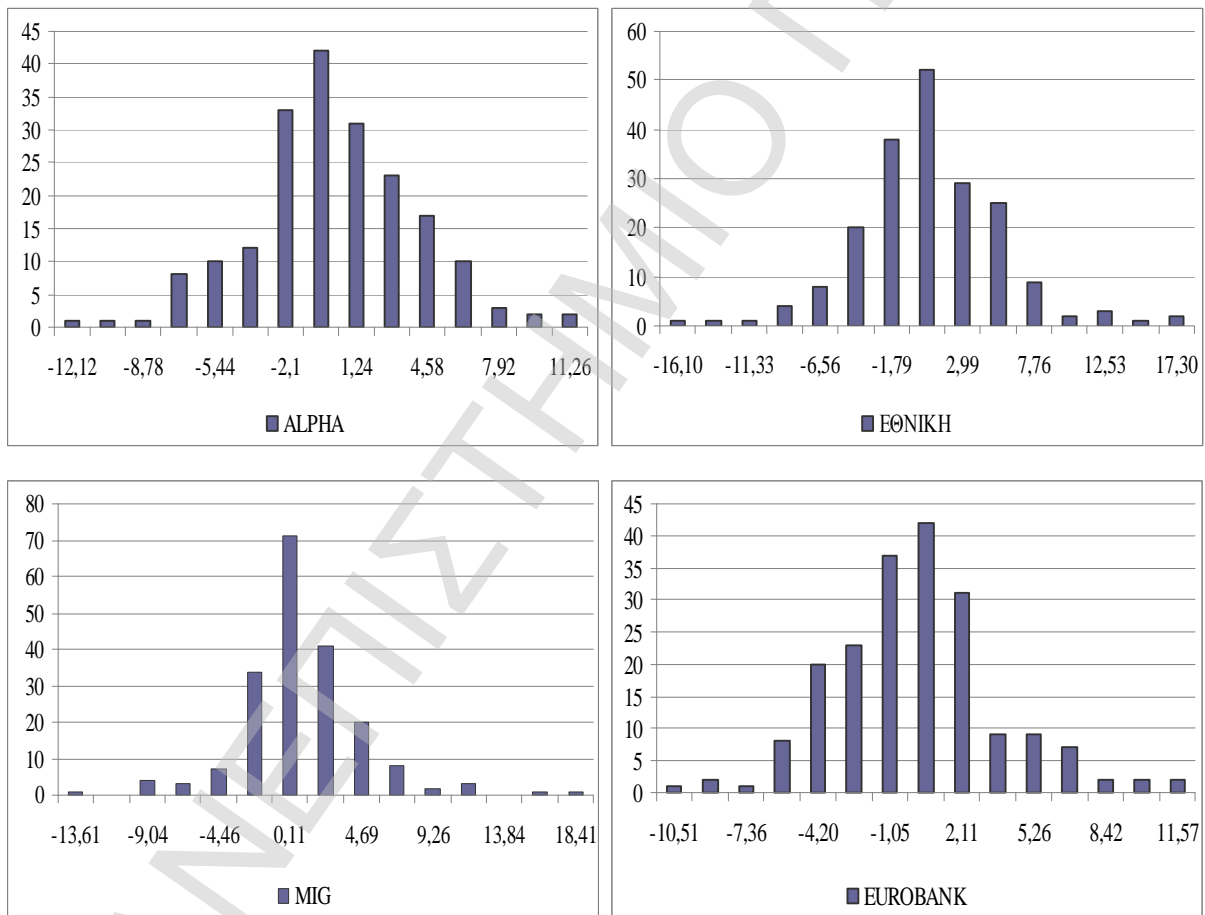
Όπως μπορεί κανείς να παρατηρήσει, για τους μήνες Οκτώβριος-Νοέμβριος 2008, υπάρχει αυξημένη μεταβλητότητα για τις αποδόσεις του χαρτοφυλακίου. Εντούτοις, η μεταβολή αυτή δε θεωρείται ότι δικαιολογεί μεταβολή της μεταβλητότητας οπότε σύμφωνα με την εικόνα του διαγράμματος, καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι και οι αποδόσεις του χαρτοφυλακίου χαρακτηρίζονται από στασιμότητα. Άλλωστε, ως γραμμικός συνδυασμός των αποδόσεων των μετοχών, οι αποδόσεις του χαρτοφυλακίου δε μπορούν παρά να είναι και αυτές στάσιμες.

Μετά την παρουσίαση της διαχρονικής εξέλιξης των αποδόσεων των μετοχών, καθώς και το διαγραμματικό έλεγχο της ύπαρξης στασιμότητας, θα προχωρήσουμε στα περιγραφικά στατιστικά του δείγματος και στη μελέτη της εμπειρικής κατανομής τους, τα οποία παρουσιάζονται στον Πίνακα 3.2 και το Διάγραμμα 3.3 αντίστοιχα.

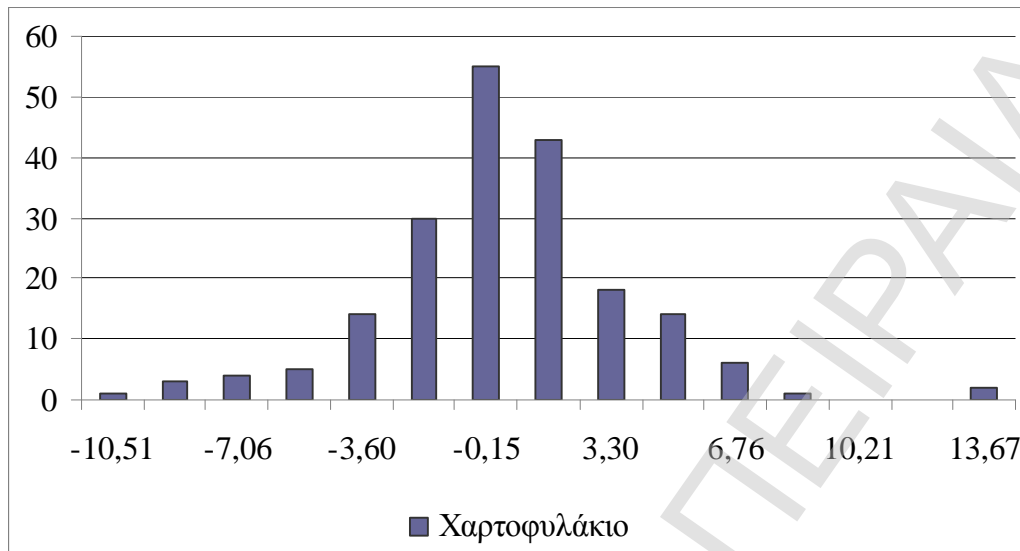
Πίνακας 3.2 Περιγραφικά στατιστικά των αποδόσεων των μετοχών και του χαρτοφυλακίου

Στατιστικά μέτρα	ALPHA	ΕΘΝΙΚΗ	MIG	EUROBANK	Χαρτοφυλάκιο
Μέση Απόδοση (%)	-0,64	-0,41	-0,28	-0,68	-0,50
Τυπ. Απόκλιση (%)	3,86	4,79	3,92	3,61	3,47
Ελάχιστο (%)	-12,12	-16,10	-13,61	-10,51	-10,51
Μέγιστο (%)	11,26	17,30	18,41	11,57	13,67
Ασυμμετρία	0,10	0,38	0,52	0,43	0,28
Κύρτωση	0,61	1,96	4,23	0,90	2,30

Διάγραμμα 3.3 Εμπειρικές κατανομές των αποδόσεων των μετοχών μεμονωμένα



Διάγραμμα 3.4 Εμπειρικές κατανομές των αποδόσεων του χαρτοφυλακίου



Από τα παραπάνω διαγράμματα, παρατηρούμε ότι όλες οι εμπειρικές κατανομές έχουν το κωδωνοειδές σχήμα της κανονικής κατανομής (συμμετρική και μεσόκυρτη). Από την άλλη πλευρά, τα περιγραφικά στατιστικά δίνουν διαφορετική εικόνα. Πιο συγκεκριμένα, ιδιαίτερα για τις αποδόσεις της MIG και EUROBANK εμφανίζεται υψηλή (θετική) ασυμμετρία, ενώ και η κύρτωση δε γειτνιάζει το μηδέν, υπονοώντας ότι όλες οι κατανομές είναι λεπτόκυρτες. Συνήθως, οι λεπτόκυρτες κατανομές έχουν παχιά ουρά σε σχέση με την κανονική κατανομή. Τέλος, αξίζει να σημειωθεί ότι ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου, χρησιμοποιώντας ως μέτρο την τυπική απόκλιση, είναι χαμηλότερος ακόμα και από το χαμηλότερο κίνδυνο που εμφανίζουν οι μετοχές μεμονωμένα. Αυτή η μείωση του κινδύνου σε επίπεδο χαρτοφυλακίου, δείχνει την ύπαρξη διαφοροποίησης που οφείλεται στις συσχετίσεις των αποδόσεων, οι οποίες παρουσιάζονται στον Πίνακα 3.3.

Πίνακας 3.3 Συσχετίσεις των αποδόσεων των μετοχών και του χαρτοφυλακίου

Συσχετίσεις	ALPHA	ΕΘΝΙΚΗ	MIG	EUROBANK	Χαρτοφυλάκιο
ALPHA	1				
ΕΘΝΙΚΗ	0,7283	1			
MIG	0,5088	0,5921	1		
EUROBANK	0,6905	0,7996	0,5368	1	
Χαρτοφυλάκιο	0,8522	0,9223	0,7674	0,8791	1

Πράγματι, οι συσχετίσεις δεν είναι τέλειες (ίσες με τη μονάδα), γεγονός που αφήνει περιθώριο, σύμφωνα με τη Θεωρία Χαρτοφυλακίου, για ύπαρξη διαφοροποίησης. Εντούτοις, οι συσχετίσεις αυτές είναι ιδιαίτερα υψηλές γεγονός που σημαίνει ότι η διαφοροποίηση που μπορεί να επιτευχθεί δεν είναι και τόσο ικανοποιητική. Κατά τον υπολογισμό της VaR του χαρτοφυλακίου, θα διαφανεί το μέγεθος της διαφοροποίησης που μπορεί να επιτευχθεί, μέσω της διαφοροποιημένης και μη VaR.

Μετά τη μελέτη των δεδομένων ως προς τα χαρακτηριστικά των κατανομών και των παραμέτρων, στις επόμενες ενότητες του κεφαλαίου ακολουθεί ο υπολογισμός της VaR των μετοχών και του χαρτοφυλακίου με τις διάφορες μεθοδολογίες εκτίμησης. Ταυτόχρονα, πρόκειται να υπολογιστεί η σχετική VaR σε σύγκριση με κάποιο δεδομένο δείκτη αναφοράς, καθώς και η οριακή και επαυξημένη VaR στα πλαίσια του διαχωρισμού του κινδύνου του χαρτοφυλακίου στα επιμέρους περιουσιακά στοιχεία που το απαρτίζουν.

3.3 Υπολογισμός της VaR των Περιουσιακών Στοιχείων Μεμονωμένα (Individual VaR)

Στην ενότητα αυτή, πρόκειται να υπολογίσουμε τις αξίες σε κίνδυνο για κάθε ένα στοιχείο μεμονωμένα. Για την εκτίμηση, θα χρησιμοποιήσουμε τις παρατηρήσεις που παρουσιάσαμε παραπάνω, οι οποίες αφορούν τιμές και αποδόσεις τεσσάρων μετοχών του Χρηματιστηρίου Αξιών Αθηνών (Χ.Α.Α.).

Όπως ήδη αναφέραμε στο δεύτερο κεφάλαιο, για τον υπολογισμό της αξίας σε κίνδυνο θα χρησιμοποιήσουμε τις τρεις πιο δημοφιλείς μεθοδολογίες. Πιο συγκεκριμένα, ως πρώτο βήμα, πρόκειται να χρησιμοποιήσουμε την (παραμετρική) Delta-Normal μεθοδολογία και στη συνέχεια, τις πιο περίπλοκες μεθόδους, με τη βοήθεια της προσομοίωσης, την ιστορική και την κατά Monte Carlo προσομοίωση.

Αυτό που πρέπει να τονιστεί είναι ότι οι VaR υπολογίζονται για το κάθε περιουσιακό στοιχείο μεμονωμένα, και εκφράζουν τις δυνητικές ζημιές που θα υποστεί ο επενδυτής που διακρατάει ξεχωριστά το κάθε περιουσιακό στοιχείο. Ουσιαστικά, είναι σαν να περιέχει το χαρτοφυλάκιο ένα και μοναδικό περιουσιακό στοιχείο. Με άλλα λόγια, η VaR του κάθε περιουσιακού στοιχείου δείχνει τη μέγιστη δυνητική ζημιά που μπορεί να υποστεί κάποιος που διακρατάει μόνο το συγκεκριμένο περιουσιακό στοιχείο.

3.3.1 Εφαρμογή της μεθόδου Delta-Normal

Η μέθοδος Delta-Normal αναφέρεται στη σχετική βιβλιογραφία και ως παραμετρική μέθοδος διότι παραμετροποιεί την κατανομή των αποδόσεων ως προς το σχήμα της κατανομής και ως προς τις παραμέτρους της. Η περιγραφική ανάλυση των αποδόσεων έδειξε ότι η κατανομή για κάθε περιουσιακού στοιχείου προσεγγίζει μια συμμετρική κατανομή. Όσον αφορά στην κύρτωση, αυτή ποικίλει από περιουσιακό στοιχείο σε περιουσιακό στοιχείο καθώς για κάποια είναι μεσόκυρτη και για άλλα πλατύκυρτη ή λεπτόκυρτη. Δε φαίνεται λοιπόν οι κατανομές αυτές να προσεγγίζουν πλήρως την κανονική κατανομή.

Παρόλα αυτά, τα σχετικά ιστογράμματα των αποδόσεων δείχνουν ότι οι κατανομές τους προσεγγίζουν ένα σχήμα συμμετρικό και κωδωνοειδές, όπως αυτό της κανονικής κατανομής. Έτσι, μπορούμε να θεωρήσουμε ότι οι αποδόσεις των κατανομών των αποδόσεων μπορούν να προσεγγιστούν από μια κανονική κατανομή και στηριζόμενοι σε αυτή την παραδοχή, να υπολογίσουμε τη VaR για κάθε περιουσιακό στοιχείο.

Όπως έχουμε αναφέρει ήδη στο θεωρητικό μέρος της εργασίας, ο υπολογισμός της VaR προκύπτει από τον παρακάτω τύπο:

$$VaR(1-a) = W \cdot S \cdot z_a \quad (3.2)$$

όπου W είναι η αξία σε € του περιουσιακού στοιχείου, S είναι η ημερήσια τυπική απόκλιση των αποδόσεων του περιουσιακού στοιχείου και z_a η κριτική τιμή της τυπικής κανονικής κατανομής.

Η αξία κάθε περιουσιακού στοιχείου θεωρείται, για τις ανάγκες των υπολογισμών, ίση με 250.000€ Η τυπική απόκλιση S των αποδόσεων για κάθε περιουσιακό στοιχείο έχει εκτιμηθεί με βάση τα ιστορικά στοιχεία των αποδόσεων του. Πιο συγκεκριμένα, η εκτίμηση αυτή είναι η δειγματική τυπική απόκλιση, η οποία έχει ήδη παρουσιαστεί στην ανάλυση των περιγραφικών στατιστικών. Τέλος, η κριτική τιμή της κανονικής κατανομής z_a υπολογίζεται με βάση τους σχετικούς στατιστικούς πίνακες της κατανομής. Έτσι, χρησιμοποιώντας όλα τα παραπάνω στοιχεία και το σχετικό τύπο, υπολογίζονται οι VaR για κάθε ένα περιουσιακό στοιχείο σε χρονικό ορίζοντα 1 ημέρας. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στον Πίνακα 3.4 που ακολουθεί.

Πίνακας 3.4 Υπολογισμός ημερήσιων VaR για κάθε περιουσιακό στοιχείο μεμονωμένα με τη μέθοδο Delta-Normal

Ποσοστημότητα	ALPHA	ΕΘΝΙΚΗ	MIG	EUROBANK
$a(99,9\%)$	3,09	3,09	3,09	3,09
$a(99\%)$	2,33	2,33	2,33	2,33
$a(95\%)$	1,64	1,64	1,64	1,64
Αρχική Αξία	250.000 €	250.000 €	250.000 €	250.000 €
$VaR(99,9\%)$	29.815 €	37.005 €	30.276 €	27.871 €
$VaR(99\%)$	22.445 €	27.858 €	22.792 €	20.982 €
$VaR(95\%)$	15.870 €	19.697 €	16.115 €	14.835 €

Για να μπορέσει κανείς να δώσει ερμηνεία στις τιμές του παραπάνω πίνακα, θα παρουσιάσουμε με συντομία τι εκφράζουν, χρησιμοποιώντας ως παράδειγμα τη μετοχή της ALPHA. Η ημερήσια $VaR(95\%) = 15.870 \text{ €}$ εκφράζει τη μέγιστη δυνατή ζημιά που μπορεί να υποστεί κάποιος που έχει επενδύσει 250.000€ στη μετοχή της ALPHA, με πιθανότητα 95% σε χρονικό ορίζοντα 1 ημέρας ή αλλιώς υπάρχει μια πιθανότητα 5% ο επενδυτής να υποστεί μια ζημιά μεγαλύτερη από 15.870€ Με την ίδια λογική η ημερήσια $VaR(99\%) = 22.445 \text{ €}$ υποδεικνύει μια επένδυση στη μετοχή της ALPHA υπάρχει πιθανότητα 99% να υποστεί το πολύ ζημιά της τάξης των 22.445€ σε χρονικό ορίζοντα 1 ημέρας.

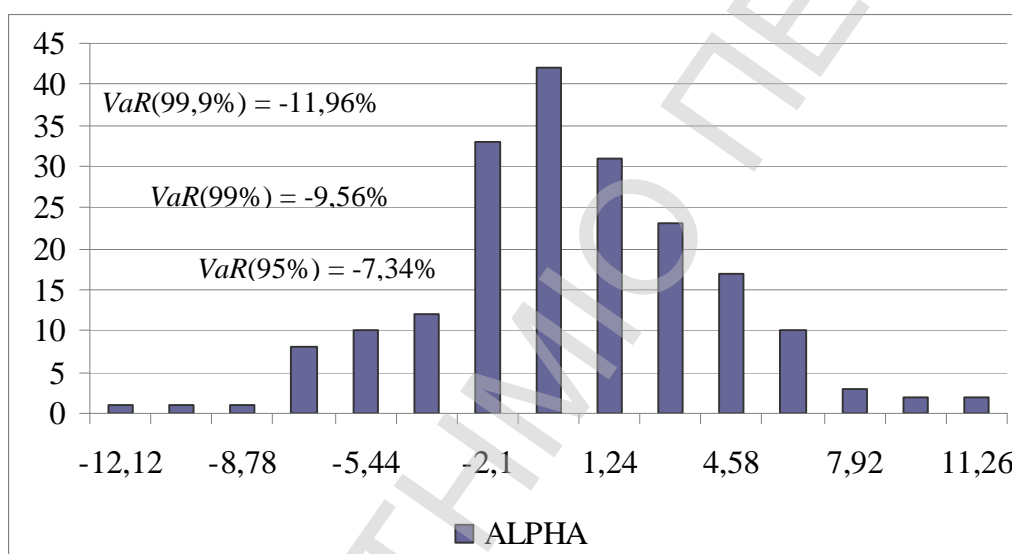
Ανάλογα ερμηνεύονται όλες οι τιμές για κάθε μία μετοχή. Παρατηρούμε λοιπόν ότι εάν κάποιος έχει επενδύσει στη μετοχή της ΕΘΝΙΚΗΣ, σε περίοδο κρίσης της χρηματιστηριακής αγοράς, μπορεί να υποστεί τη μεγαλύτερη ζημιά, καθώς εμφανίζει την υψηλότερη ημερήσια VaR σε κάθε επίπεδο εμπιστοσύνης. Αντίθετα, όποιος έχει στην κατοχή του τη μετοχή της EUROBANK διατρέχει το μικρότερο κίνδυνο να υποστεί ζημιά, σε σχέση με τις υπόλοιπες μετοχές.

Συνεπώς, από τα παραπάνω προκύπτει ότι η μετοχή που εμφανίζει τον υψηλότερο κίνδυνο αγοράς για την επόμενη ημέρα, είναι η μετοχή της ΕΘΝΙΚΗΣ, ενώ η μετοχή που εμφανίζει το χαμηλότερο είναι η μετοχή της EUROBANK.

3.3.2 Εφαρμογή της μεθόδου της Ιστορικής Προσομοίωσης

Κατά την εφαρμογή της μεθόδου της Ιστορικής Προσομοίωσης, η εμπειρική κατανομή των ημερησίων αποδόσεων σχηματίζεται με βάση τις ιστορικές αποδόσεις των μετοχών. Για παράδειγμα, για τις τιμές των αποδόσεων της μετοχής της ALPHA, η εμπειρική κατανομή και ο υπολογισμός των ημερησίων τιμών της VaR, για κάθε επίπεδο εμπιστοσύνης, μπορεί να απεικονιστεί διαγραμματικά ως εξής:

Διάγραμμα 3.5 Γραφική προσέγγιση της VaR με τη μέθοδο της Ιστορικής Προσομοίωσης



Στο παραπάνω διάγραμμα προσεγγίζεται η αξία σε κίνδυνο ως ποσοστιαία απώλεια επί της επενδυμένης αξίας σε χρονικό ορίζοντα 1 ημέρας. Για παράδειγμα, σε επίπεδο εμπιστοσύνης 95%, η $VaR(95\%) = -7,34\%$ για τη μετοχή της ALPHA, εκφράζει ότι υπάρχει πιθανότητα 95% ο επενδυτής να υποστεί το πολύ μια ποσοστιαία απώλεια 7,34% σε χρονικό ορίζοντα 1 ημέρας. Εναλλακτικά, αυτό σημαίνει ότι υπάρχει πιθανότητα 5% να υποστεί μια ποσοστιαία απώλεια υψηλότερη από 7,34% μέσα στην επόμενη ημέρα, υποθέτοντας ότι οι αποδόσεις της μετοχής της ALPHA πρόκειται να εξελιχθούν μελλοντικά όπως εξελίχθηκαν στο πρόσφατο παρελθόν (δεδομένου ότι οι παρελθοντικές παρατηρήσεις χρησιμοποιήθηκαν ως δείγμα για τη διεξαγωγή αυτής της μεθόδου υπολογισμού της VaR). Έτσι, για κάθε ένα περιουσιακό στοιχείο, η VaR υπολογίζεται με βάση τον παρακάτω τύπο:

$$VaR(1-a) = W \cdot |p_{1-a}| \quad (3.3)$$

όπου p_{1-a} είναι το ποσοστημόριο της κατανομής αποδόσεων, κάτω από το οποίο μπορεί να σημειωθούν χαμηλότερες αποδόσεις, με πιθανότητα $a \cdot 100\%$. Με τη βοήθεια του παραπάνω τύπου και των ιστορικών αποδόσεων που αντλήθηκαν, για κάθε περιουσιακό στοιχείο και για τα διάφορα επίπεδα εμπιστοσύνης, προκύπτει ο παρακάτω πίνακας:

Πίνακας 3.5 Υπολογισμός ημερήσιων VaR για κάθε περιουσιακό στοιχείο μεμονωμένα με τη μέθοδο της Ιστορικής Προσομοίωσης

Ποσοστημόρια	ALPHA	ΕΘΝΙΚΗ	MIG	EUROBANK
$a(99,9\%)$	-11,96	-15,77	-13,15	-10,32
$a(99\%)$	-9,56	-12,68	-11,24	-8,97
$a(95\%)$	-7,34	-7,76	-5,94	-6,06
Αρχική Αξία	250.000 €	250.000 €	250.000 €	250.000 €
$VaR(99,9\%)$	29.900 €	39.431 €	32.870 €	25.812 €
$VaR(99\%)$	23.904 €	31.704 €	28.100 €	22.428 €
$VaR(95\%)$	18.338 €	19.406 €	14.850 €	15.150 €

Όπως και στη μέθοδο Delta-Normal, θα χρησιμοποιήσουμε ως παράδειγμα τη μετοχή της ALPHA. Σύμφωνα με τα αποτελέσματα του παραπάνω πίνακα, κάποιος που έχει επενδύσει 250.000€ σε μετοχές της ALPHA, τότε εκτιμάται ότι θα υποστεί με πιθανότητα 95% μια μέγιστη δυνατή απώλεια της τάξης των 18.338€ σε χρονικό ορίζοντα 1 ημέρας ή αλλιώς υπάρχει πιθανότητα 5% να υποστεί μια απώλεια υψηλότερη των 18.338€ μέσα σε 1 ημέρα. Αντίστοιχα ερμηνεύονται και οι τιμές για τις υπόλοιπες μετοχές στα διάφορα επίπεδα εμπιστοσύνης.

Σύμφωνα με τη μέθοδο Delta-Normal, η μετοχή της ΕΘΝΙΚΗΣ ενέχει τον υψηλότερο κίνδυνο, με την έννοια ότι ο επενδυτής που κατέχει μετοχές της ΕΘΝΙΚΗΣ αναμένεται να έχει την υψηλότερη δυνητική απώλεια μέσα στο χρονικό διάστημα 1 ημέρας, ενώ η μετοχή της MIG ενέχει αντίστοιχα τον μικρότερο κίνδυνο.

3.3.3 Εφαρμογή της μεθόδου Προσομοίωσης Monte Carlo

Η προσομοίωση κατά Monte Carlo υποθέτει την ύπαρξη μιας στοχαστικής διαδικασίας που καθορίζει τις πιθανές τιμές του στατιστικού μεγέθους, μέσω του οποίου θα εκτιμηθεί η

VaR. Στο πλαίσιο υπολογισμού της VaR για κάθε μια μετοχή μεμονωμένα, η στοχαστική διαδικασία αφορά στην κατανομή πιθανότητας της απόδοσης της κάθε μετοχής. Πιο συγκεκριμένα, όπως και στη μέθοδο Delta-Normal, μπορεί να υποτεθεί κανονικότητα για την απόδοση της κάθε μετοχής, δηλαδή

$$R_i \sim N[E(R_i), V(R_i)]$$

Με δεδομένη την υπόθεση περί κανονικής κατανομής και με τη χρήση γεννήτριας τυχαίων αριθμών, μπορούν να προσομοιωθούν πολυάριθμα σενάρια για πιθανές τιμές της απόδοσης της μετοχής. Βέβαια, για την κατασκευή αυτών των σεναρίων, θα πρέπει να είναι γνωστή η μέση τιμή $E(R_i)$ και η διακύμανση $V(R_i)$ της κανονικής κατανομής. Αυτές οι ποσότητες όμως δεν είναι γνωστές εκ των προτέρων, συνεπώς θα πρέπει να εκτιμηθούν.

Η εκτίμηση των παραπάνω παραμέτρων βασίζεται σε ιστορικά στοιχεία των ημερησίων αποδόσεων και ουσιαστικά έχει ήδη υλοποιηθεί για κάθε περιουσιακό στοιχείο κατά την περιγραφική στατιστική ανάλυση, καθώς η δειγματική μέση τιμή και διακύμανση αποτελούν αξιόπιστους εκτιμητές των παραμέτρων. Θεωρώντας λοιπόν γνωστές την ημερήσια μέση απόδοση και διακύμανση των αποδόσεων, δημιουργούνται πολυάριθμα σενάρια, τα οποία αποτελούν πιθανές ημερήσιες αποδόσεις για κάθε περιουσιακό στοιχείο. Πιο συγκεκριμένα, εφαρμόζεται το παρακάτω στοχαστικό μοντέλο:

$$R_i = m_i + s_i \cdot e_i$$

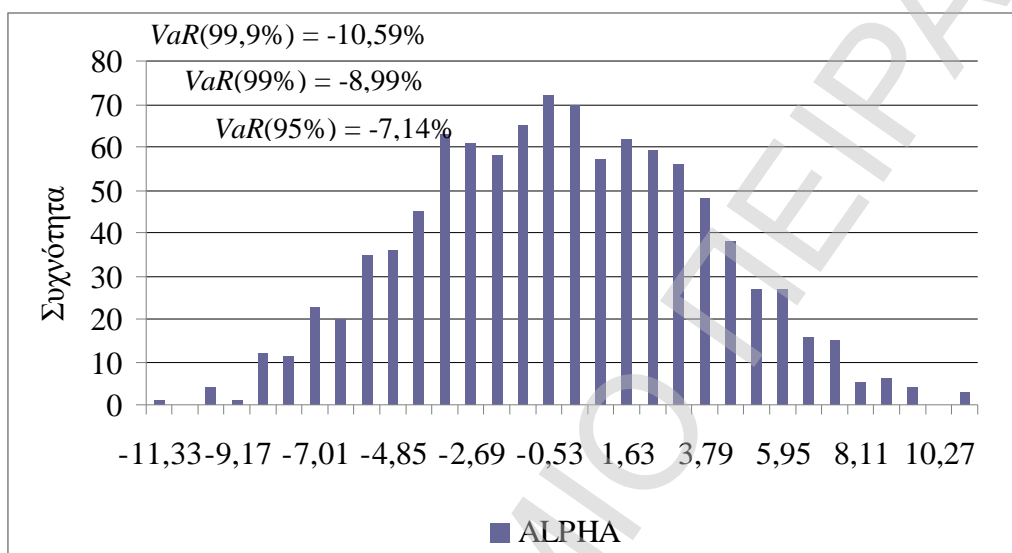
όπου $e_i \sim N(0,1)$, $m_i = E(R_i)$ και $s_i^2 = V(R_i)$.

Έτσι, παράγοντας 1.000 τυχαίους αριθμούς από την τυπική κανονική κατανομή, τότε δημιουργούνται 1.000 σενάρια για τις πιθανές αποδόσεις της κάθε μετοχής ανάλογα με την ημερήσια μέση τιμή και τη διακύμανση της. Αυτά τα 1.000 σενάρια δημιουργούν για κάθε μετοχή μια εμπειρική κατανομή αποδόσεων για την οποία υπολογίζεται, ανάλογα με το επίπεδο εμπιστοσύνης, το 5%, 1% και 0,1% ποσοστημόριο της.

Στο Διάγραμμα 3.6 που ακολουθεί η VaR εκτιμάται ως ποσοστιαία απώλεια επί της επενδυμένης αξίας σε χρονικό ορίζοντα 1 ημέρας. Για παράδειγμα, σε επίπεδο εμπιστοσύνης 95%, η $VaR(95\%) = -7,14\%$ εκφράζει ότι υπάρχει 95% πιθανότητα ο κάτοχος μετοχών της ALPHA να υποστεί μια ποσοστιαία απώλεια έως και 7,14% σε χρονικό ορίζοντα 1 ημέρας. Εναλλακτικά, αυτό σημαίνει ότι υπάρχει πιθανότητα 5% ο επενδυτής να υποστεί ποσοστιαία απώλεια υψηλότερη από 7,14% μέσα στην επόμενη ημέρα, υποθέτοντας ότι οι αποδόσεις της

μετοχής της ALPHA θα συνεχίσουν να ακολουθούν την κανονική κατανομή με τις ίδιες παραμέτρους (μέση τιμή, διακύμανση) που χρησιμοποιήθηκαν για την εξαγωγή των τυχαίων αριθμών.

Διάγραμμα 3.6 Γραφική προσέγγιση της VaR με τη μέθοδο της Προσομοίωσης Monte Carlo



Πίνακας 3.6 Υπολογισμός ημερήσιων VaR για κάθε περιουσιακό στοιχείο μεμονωμένα με τη μέθοδο της Προσομοίωσης Monte Carlo

Ποσοστημόρια	ALPHA	ΕΘΝΙΚΗ	MIG	EUROBANK
$a(99,9\%)$	-10,59	-12,76	-10,38	-9,98
$a(99\%)$	-8,99	-10,78	-8,76	-8,48
$a(95\%)$	-7,14	-8,48	-6,88	-6,75
Αρχική Αξία	250.000 €	250.000 €	250.000 €	250.000 €
$VaR(99,9\%)$	26.481 €	31.904 €	25.962 €	24.938 €
$VaR(99\%)$	22.484 €	26.943 €	21.903 €	21.202 €
$VaR(95\%)$	17.847 €	21.189 €	17.195 €	16.868 €

Όπως και στη μεθοδολογία της ιστορικής προσομοίωσης, η αξία σε κίνδυνο για κάθε ένα περιουσιακό στοιχείο υπολογίζεται ως πολλαπλάσιο του αντίστοιχου ποσοστημορίου με βάση τον τύπο (3.3), όπου p_{1-a} είναι το ποσοστημόριο της εμπειρικής κατανομής αποδόσεων που

εξάγεται μέσω της γεννήτριας τυχαίων αριθμών, δεδομένου ότι υπάρχει πιθανότητα $a \cdot 100\%$ να υπάρχουν αποδόσεις χαμηλότερες από το ποσοστημόριο p_{1-a} .

Σύμφωνα με τα αποτελέσματα του παραπάνω πίνακα, για κάποιον που έχει επενδύσει 250.000€ σε μετοχές της ALPHA, εκτιμάται ότι σε χρονικό ορίζοντα 1 ημέρας πρόκειται να υποστεί δυνητική ζημιά έως και 17.847€ με πιθανότητα 95% ή αλλιώς, υπάρχει πιθανότητα 5% να υποστεί απώλεια υψηλότερη από 17.847€. Αντίστοιχα ερμηνεύονται τα αποτελέσματα και για τις υπόλοιπες μετοχές στα διάφορα επίπεδα εμπιστοσύνης.

Σύμφωνα με τη μέθοδο προσομοίωσης κατά Monte Carlo, η τιμή της VaR για τη μετοχή της ΕΘΝΙΚΗΣ υποδεικνύει τον υψηλότερο επενδυτικό κίνδυνο σε σχέση με τις υπόλοιπες τρεις μετοχές, σε αντίθεση με τη μετοχή της EUROBANK, η οποία ενέχει τον μικρότερο.

3.4 Υπολογισμός της VaR του Χαρτοφυλακίου των Περιουσιακών Στοιχείων (Portfolio VaR)

Για τις ανάγκες της πρακτικής εφαρμογής, θεωρείται ένα χαρτοφυλάκιο αρχικής αξίας 1.000.000€ με ισόποση συμμετοχή 250.000€ για κάθε μία από τις τέσσερις μετοχές που χρησιμοποιήθηκαν για την εκτίμηση της VaR.

Παρακάτω, παρουσιάζεται η εκτίμηση της VaR του χαρτοφυλακίου στο σύνολο του, εφαρμόζοντας τις μεθοδολογίες Delta-Normal, Ιστορικής Προσομοίωσης και Προσομοίωσης κατά Monte Carlo. Το ενδιαφέρον της μελέτης δεν περιορίζεται μόνο στην εκτίμηση της VaR του χαρτοφυλακίου, αλλά εξετάζει και το ενδεχόμενο να υπάρχει διαφοροποίηση στα πλαίσια του χαρτοφυλακίου καθώς και πως θα μπορούσε κάτι τέτοιο να μετρηθεί.

3.4.1 Εφαρμογή της μεθόδου Delta-Normal

Η εφαρμογή της μεθόδου Delta-Normal ακολουθεί ακριβώς την ίδια λογική, όπως στην περίπτωση του υπολογισμού της VaR για ένα μεμονωμένο περιουσιακό στοιχείο. Αρχικά, γίνεται υπόθεση περί κανονικής κατανομής των αποδόσεων του χαρτοφυλακίου. Μελετώντας το σχήμα της εμπειρικής κατανομής (Διάγραμμα 3.3), που είναι συμμετρικό και κωδωνοειδές καθώς και τα περιγραφικά στατιστικά (Πίνακας 3.2), όπου η ασυμμετρία τείνει στην τιμή 0 και η κύρτωση στην τιμή 3, η υπόθεση της κανονικότητας φαίνεται να ανταποκρίνεται στην πραγματικότητα. Έτσι, η VaR υπολογίζεται με τον παρακάτω γνωστό τύπο:

$$VaR(1-a) = W_p \cdot S_p \cdot z_a \quad (3.4)$$

όπου W_p η αξία σε € του χαρτοφυλακίου, S_p είναι η ημερήσια τυπική απόκλιση των αποδόσεων του χαρτοφυλακίου και z_a είναι η κριτική τιμή της τυπικής κανονικής κατανομής.

Η αξία του χαρτοφυλακίου θεωρείται, όπως έχει ήδη αναφερθεί, για τις ανάγκες των υπολογισμών ίση με 1.000.000€ Η τυπική απόκλιση των αποδόσεων του χαρτοφυλακίου έχει υπολογιστεί με βάση τον παρακάτω τύπο για τη διακύμανση του χαρτοφυλακίου:

$$S_p^2 = \sum_{i=1}^n w_i^2 S_i^2 + 2 \sum_i \sum_j w_i w_j COV(r_i, r_j) \quad (3.5)$$

όπου S_i^2 είναι η διακύμανση των αποδόσεων της i μετοχής, w_i είναι το ποσοστό συμμετοχής της i μετοχής και $COV(r_i, r_j)$ είναι η συνδιακύμανση των αποδόσεων των i, j μετοχών. Οι τιμές της διακύμανσης και συνδιακύμανσης έχουν εκτιμηθεί μέσω της δειγματικής διακύμανσης και συνδιακύμανσης. Τέλος, η κριτική τιμή z_a υπολογίζεται με βάση τους σχετικούς στατιστικούς πίνακες της κανονικής κατανομής, όπως και στην περίπτωση της κάθε μετοχής μεμονωμένα. Έτσι, με βάση τα δεδομένα αυτά και τον ανάλογο τύπο, υπολογίζεται η VaR για το σύνολο του χαρτοφυλακίου σε ημερήσιο χρονικό ορίζοντα.

Πίνακας 3.7 Υπολογισμός ημερησίων VaR για το χαρτοφυλάκιο με τη μέθοδο Delta-Normal

Ποσοστημόρια	ALPHA	ΕΘΝΙΚΗ	MIG	EUROBANK	Undiversified	Diversified
$a(99,9\%)$	3,09	3,09	3,09	3,09		3,09
$a(99\%)$	2,33	2,33	2,33	2,33		2,33
$a(95\%)$	1,64	1,64	1,64	1,64		1,64
Αρχική Αξία	250.000 €	250.000 €	250.000 €	250.000 €	1.000.000 €	1.000.000 €
$VaR(99,9\%)$	29.815 €	37.005 €	30.276 €	27.871 €	124.968 €	107.272 €
$VaR(99\%)$	22.445 €	27.858 €	22.792 €	20.982 €	94.077 €	80.755 €
$VaR(95\%)$	15.870 €	19.697 €	16.115 €	14.835 €	66.517 €	57.098 €

Στον Πίνακα 3.7 παρουσιάζονται οι τιμές VaR για κάθε μετοχή μεμονωμένα, όπως είχαν υπολογιστεί με τη μέθοδο Delta-Normal. Με τη βοήθεια αυτών των τιμών, υπολογίζεται η μη διαφοροποιημένη VaR (*Undiversified VaR*), ως άθροισμα των επιμέρους VaR. Η τιμή αυτή

εκφράζει, για κάθε επίπεδο εμπιστοσύνης, τη μέγιστη απώλεια που μπορεί να σημειώσει το χαρτοφυλάκιο του 1.000.000€ όταν δεν παρουσιάζεται το φαινόμενο της διαφοροποίησης. Για παράδειγμα, εκτιμάται ότι ο κάτοχος του χαρτοφυλακίου θα υποστεί μια απώλεια της τάξης των 66.517€ σε χρονικό ορίζοντα 1 ημέρας, με πιθανότητα 5%, εάν στο χαρτοφυλάκιο του δεν υπάρχει καμία διαφοροποίηση.

Όμως, η πραγματική VaR του χαρτοφυλακίου υπολογίζεται από τη διαφοροποιημένη VaR, (*Diversified VaR*) που δίνεται από τον τύπο (3.4), έχοντας χρησιμοποιήσει τις εκτιμήσεις για τη μέση απόδοση και την τυπική απόκλιση των αποδόσεων του χαρτοφυλακίου. Έτσι, εκτιμάται ότι ο κάτοχος του χαρτοφυλακίου, θα υποστεί μια απώλεια της τάξης των 57.098€ σε χρονικό ορίζοντα 1 ημέρας με πιθανότητα 95% ή εναλλακτικά, υπάρχει πιθανότητα 5% να υποστεί μια απώλεια μεγαλύτερη από 57.098€ δεδομένης της διαφοροποίησης που υπάρχει στο χαρτοφυλάκιο.

Το φαινόμενο της διαφοροποίησης του χαρτοφυλακίου διακρίνεται από το γεγονός ότι η τιμή της διαφοροποιημένης VaR, είναι μικρότερη από την τιμή της μη διαφοροποιημένης. Η μικρότερη αυτή τιμή της διαφοροποιημένης VaR υπονοεί και την εμφάνιση μικρότερου κινδύνου. Για παράδειγμα, με την ίδια πιθανότητα 95%, σε χρονικό διάστημα 1 ημέρας, ένας επενδυτής αναμένεται να υποστεί ζημιά μικρότερη (57.098€) από αυτήν που θα είχε υποστεί (66.517€) αν δεν υπήρχε διαφοροποίηση στο χαρτοφυλάκιο. Η διαφοροποιημένη VaR λοιπόν αντανακλά τη μέγιστη δυνητική απώλεια που μπορεί να σημειωθεί στο χαρτοφυλάκιο, έχοντας συνυπολογίσει το φαινόμενο της διαφοροποίησης.

3.4.2 Εφαρμογή της μεθόδου της Ιστορικής Προσομοίωσης

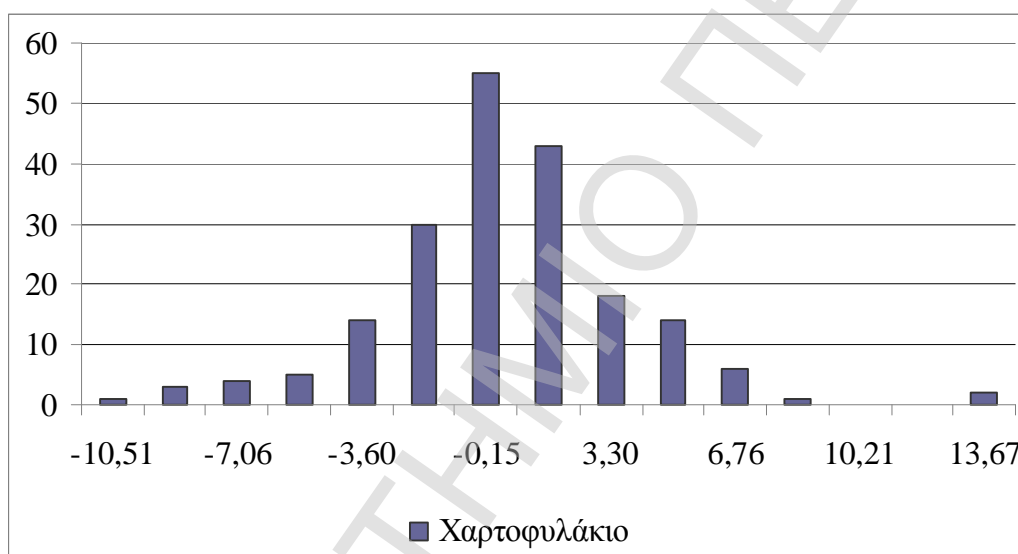
Στη μέθοδο της Ιστορικής Προσομοίωσης η εμπειρική κατανομή των ημερησίων τιμών των αποδόσεων των μετοχών σχηματίζεται με βάση τις ιστορικές αποδόσεις των μετοχών. Η κατανομή των αποδόσεων των μετοχών παράγει και την εμπειρική κατανομή των αποδόσεων του συνολικού χαρτοφυλακίου. Πιο συγκεκριμένα, οι αποδόσεις του χαρτοφυλακίου για κάθε ημέρα υπολογίζονται σύμφωνα με τον τύπο (3.1), που αναφέραμε στην Ενότητα 3.2.

Προφανώς τα ποσοστά συμμετοχής w_i είναι υποθετικά για τις ανάγκες της εκτίμησης της VaR, ενώ οι ημερήσιες αποδόσεις των μετοχών έχουν αντληθεί από το πρόσφατο παρελθόν. Οπότε, αν υποθέσουμε ότι υπάρχει ένα χαρτοφυλάκιο που περιλαμβάνει τις συγκεκριμένες μετοχές με τα συγκεκριμένα ποσοστά συμμετοχής, τότε από τον παραπάνω τύπο προκύπτουν οι ιστορικές αποδόσεις του χαρτοφυλακίου. Ουσιαστικά, κατά την εκτίμηση της VaR με τη

μέθοδο της ιστορικής προσομοίωσης, παράγεται η εμπειρική κατανομή των αποδόσεων του χαρτοφυλακίου, θεωρώντας ότι οι ιστορικές αποδόσεις αυτών των μετοχών θα σχηματίζουν ένα χαρτοφυλάκιο το οποίο θα είχε αυτές τις υποθετικές αποδόσεις.

Με βάση την εμπειρική κατανομή των ημερησίων αποδόσεων για το χαρτοφυλάκιο, ο υπολογισμός των ημερησίων VaR, για κάθε επίπεδο εμπιστοσύνης, μπορεί να απεικονιστεί διαγραμματικά ως εξής:

Διάγραμμα 3.7 Γραφική προσέγγιση της VaR για το χαρτοφυλάκιο με τη μέθοδο της Ιστορικής Προσομοίωσης



Στο διάγραμμα η VaR προσεγγίζεται ως ποσοστιαία απώλεια επί της επενδυμένης αξίας σε χρονικό ορίζοντα 1 ημέρας. Όπως μπορούμε να παρατηρήσουμε και στον Πίνακα 3.8, σε επίπεδο εμπιστοσύνης 95%, η VaR είναι -6,08%, τιμή η οποία εκφράζει ότι η ποσοστιαία απώλεια που θα υποστεί το χαρτοφυλάκιο θα είναι το πολύ 6,08% σε χρονικό ορίζοντα 1 ημέρας με πιθανότητα 95% ή αλλιώς ότι υπάρχει μια πιθανότητα 5% το χαρτοφυλάκιο να υποστεί μια ποσοστιαία απώλεια υψηλότερη από 6,08%. Αυτό προϋποθέτει φυσικά ότι οι αποδόσεις των μετοχών εξελίσσονται μελλοντικά όπως και στο πρόσφατο παρελθόν. Η αξία σε κίνδυνο για κάθε ένα περιουσιακό στοιχείο, υπολογίζεται (σε €) με τον τύπο με βάση τον τύπο (3.3), όπου p_{1-a} είναι το ποσοστημόριο της εμπειρικής κατανομής αποδόσεων που εξάγεται μέσω της γεννήτριας τυχαίων αριθμών, δεδομένου ότι υπάρχει πιθανότητα $a \cdot 100\%$ να υπάρχουν αποδόσεις χαμηλότερες από το ποσοστημόριο p_{1-a} .

Πίνακας 3.8 Υπολογισμός ημερησίων VaR για το χαρτοφυλάκιο
με τη μέθοδο της Ιστορικής Προσομοίωσης

Ποσοστημόρια	ALPHA	ΕΘΝΙΚΗ	MIG	EUROBANK	Undiversified	Diversified
$a(99,9\%)$	-11,96	-15,77	-13,15	-10,32		-10,41
$a(99\%)$	-9,56	-12,68	-11,24	-8,97		-9,42
$a(95\%)$	-7,34	-7,76	-5,94	-6,06		-6,08
Αρχική Αξία	250.000 €	250.000 €	250.000 €	250.000 €	1.000.000 €	1.000.000 €
$VaR(99,9\%)$	29.900 €	39.431 €	32.870 €	25.812 €	128.013 €	104.106 €
$VaR(99\%)$	23.904 €	31.704 €	28.100 €	22.428 €	106.135 €	97.240 €
$VaR(95\%)$	18.338 €	19.406 €	14.850 €	15.150 €	67.744 €	60.813 €

Σύμφωνα με τα αποτελέσματα του παραπάνω πίνακα, υπάρχει πιθανότητα 95% μέσα σε 1 ημέρα, ο επενδυτής να ζημιωθεί το μέγιστο κατά 67.744€ ή διαφορετικά, υπάρχει πιθανότητα 5% να υποστεί μια απώλεια μεγαλύτερη από 67.744€ σε περίπτωση που το χαρτοφυλάκιο δεν είναι διαφοροποιημένο. Αντίστοιχα ερμηνεύονται και οι τιμές της VaR για τα άλλα επίπεδα εμπιστοσύνης. Όμως, όπως ήδη παρουσιάσαμε στον Πίνακα 3.3, οι μετοχές που συνθέτουν το χαρτοφυλάκιο δεν είναι ασυσχέτιστες, συνεπώς υπάρχει διαφοροποίηση η οποία μετράται με τη διαφοροποιημένη VaR. Έτσι, σε επίπεδο εμπιστοσύνης 95% και χρονικό διάστημα 1 ημέρας, ο επενδυτής θα υποστεί μια μέγιστη απώλεια όχι της τάξης των 67.744€ αλλά των 60.813€

3.4.3 Εφαρμογή της μεθόδου Προσομοίωσης Monte Carlo

Όπως και στην περίπτωση της εκτίμησης της VaR των περιουσιακών στοιχείων του χαρτοφυλακίου μεμονωμένα, η προσομοίωση Monte Carlo στηρίζεται σε μια στοχαστική διαδικασία που καθορίζει τις πιθανές τιμές των αποδόσεων του συνολικού χαρτοφυλακίου. Για τον υπολογισμό της VaR του χαρτοφυλακίου, θα εξαχθούν οι μέσες ημερήσιες αποδόσεις του με βάση τον τύπο (3.1).

Η ημερήσια προσομοιωμένη απόδοση $R_{i,t}$ για κάθε μετοχή μεμονωμένα έχει προκύψει μέσω της κατανομής πιθανότητας των αποδόσεων της κάθε μετοχής, την οποία έχουμε θεωρήσει ως την κανονική κατανομή:

$$R_i \sim N[E(R_i), V(R_i)]$$

Με δεδομένη την υπόθεση περί κανονικότητας, προσομοιώνεται ένα πλήθος σεναρίων για πιθανές τιμές των αποδόσεων των μετοχών, χρησιμοποιώντας τις εκτιμήσεις για τη μέση τιμή $E(R_i)$ και τη διακύμανση $V(R_i)$, που προκύπτουν από τις ιστορικές αποδόσεις. Δηλαδή, στις προσομοιωμένες ημερήσιες αποδόσεις εφαρμόστηκε το παρακάτω στοχαστικό μοντέλο:

$$R_i = m_i + s_i \cdot e_i$$

όπου $e_i \sim N(0,1)$, $m_i = E(R_i)$ και $s_i^2 = V(R_i)$.

Έτσι, παράγοντας 1.000 τυχαίους αριθμούς από την τυπική κανονική κατανομή $N(0,1)$, δημιουργούνται 1.000 τυχαία σενάρια για τις πιθανές αποδόσεις της κάθε μετοχής, σύμφωνα με την ημερήσια μέση τιμή και διακύμανση της. Τα 1.000 αυτά σενάρια παράγουν τιμές για την ημερήσιες αποδόσεις της κάθε μετοχής και του χαρτοφυλακίου αντίστοιχα. Με τη βοήθεια αυτών πιθανών αποδόσεων, κατασκευάζουμε την εμπειρική κατανομή και, όπως στη μέθοδο της ιστορικής προσομοίωσης, υπολογίζουμε το 5%, 1% και 0,1% ποσοστημόριό της.

Έτσι, η VaR προσεγγίζεται αρχικά ως ποσοστιαία απώλεια επί της επενδυμένης αξίας του χαρτοφυλακίου σε χρονικό ορίζοντα 1 ημέρας. Για παράδειγμα, σε επίπεδο εμπιστοσύνης 95%, η $VaR(95\%) = 7,31\%$ εκτιμά ότι ο κάτοχος του χαρτοφυλακίου θα υποστεί σε μία 1 ημέρα απώλεια κατά 7,31% το μέγιστο, με πιθανότητα 95%.

Πίνακας 3.9 Υπολογισμός ημερήσιων VaR για το χαρτοφυλάκιο με τη μέθοδο της Προσομοίωσης Monte Carlo - Στοχαστική Διαδικασία 1

Ποσοστημόρια	ALPHA	ΕΘΝΙΚΗ	MIG	EUROBANK	Undiversified	Diversified
$a(99,9\%)$	-10,59	-12,76	-10,38	-9,98		-10,93
$a(99\%)$	-8,99	-10,78	-8,76	-8,48		-9,25
$a(95\%)$	-7,14	-8,48	-6,88	-6,75		-7,31
Αρχική Αξία	250.000 €	250.000 €	250.000 €	250.000 €	1.000.000 €	1.000.000 €
$VaR(99,9\%)$	26.481 €	31.904 €	25.962 €	24.938 €	109.286 €	109.286 €
$VaR(99\%)$	22.484 €	26.943 €	21.903 €	21.202 €	92.532 €	92.532 €
$VaR(95\%)$	17.847 €	21.189 €	17.195 €	16.868 €	73.100 €	73.100 €

Όπως έχουμε ήδη διευκρινίσει, η VaR του χαρτοφυλακίου υπολογίζεται ως πολλαπλάσιο του αντίστοιχου ποσοστημορίου με βάση τον τύπο (3.3), όπου p_{1-a} είναι το ποσοστημόριο της εμπειρικής κατανομής των ημερησίων αποδόσεων του χαρτοφυλακίου που εξάγεται μέσω

της διαδικασίας προσομοίωσης κατά Monte Carlo και η πιθανότητα να υπάρχουν αποδόσεις χαμηλότερες από αυτό το ποσοστημόριο είναι $a \cdot 100\%$.

Σύμφωνα με τον Πίνακα (3.9), υπάρχει πιθανότητα 95% ο επενδυτής να ζημιωθεί το μέγιστο κατά 73.100€ σε διάστημα 1 ημέρας. Άξιο απορίας είναι το γεγονός ότι οι τιμές της διαφοροποιημένης και μη διαφοροποιημένης VaR είναι ίσες σε κάθε επίπεδο εμπιστοσύνης. Αυτό το φαινόμενο δεν παρουσιάστηκε κατά την εφαρμογή των μεθόδων Delta-Normal και Ιστορικής Προσομοίωσης. Φυσικά είναι οξύμωρο αν αναλογιστεί κανείς ότι η διαφοροποίηση που χαρακτηρίζει το χαρτοφυλάκιο μειώνει την τιμή της VaR και κατ' επέκταση, το μέγεθος του κινδύνου.

Σύμφωνα με τη Θεωρία Χαρτοφυλακίου, δεν παρατηρείται διαφοροποίηση μόνο στην ακραία περίπτωση όπου οι συντελεστές συσχετίσεων των ημερησίων αποδόσεων των μετοχών εμφανίζουν τέλεια θετική συσχέτιση (ίση με τη μονάδα). Παρακάτω παρουσιάζεται ο πίνακας συσχετίσεων των προσομοιωμένων αποδόσεων των μετοχών, μέσω των οποίων εξάχθηκαν οι προσομοιωμένες αποδόσεις και η VaR του χαρτοφυλακίου.

Πίνακας 3.10 Συσχετίσεις των προσομοιωμένων αποδόσεων των μετοχών με τη Στοχαστική Διαδικασία 1

Συσχετίσεις	ALPHA	ΕΘΝΙΚΗ	MIG	EUROBANK
ALPHA	1			
ΕΘΝΙΚΗ	1	1		
MIG	1	1	1	
EUROBANK	1	1	1	1

Πράγματι, οι συσχετίσεις των προσομοιωμένων αποδόσεων είναι όλες ίσες με την μονάδα συνεπώς, στο χαρτοφυλάκιο δεν υπήρχε διαφοροποίηση. Αυτό εξηγεί άλλωστε γιατί οι τιμές της διαφοροποιημένης και μη διαφοροποιημένης VaR συμπίπτουν. Αυτό συνέβη διότι η προσομοιωμένη τιμή της κάθε μετοχής προέκυψε ως γραμμικός συνδυασμός με παραμέτρους τη μέση τιμή και την τυπική απόκλιση, για τις οποίες τοποθετήθηκε η ίδια τυχαία τιμή από την κανονική κατανομή για κάθε μετοχή. Έτσι, οι προσομοιωμένες αυτές αποδόσεις, ως γραμμικοί συνδυασμοί, δε μπορεί να παρά να εμφανίσουν τέλεια θετική συσχέτιση, όπως αποδεικνύεται και θεωρητικά:

$$\text{Corr}(R_i, R_j) = \frac{\text{COV}(R_i, R_j)}{\sqrt{V(R_i)V(R_j)}} = \frac{\text{COV}(m_i + s_i u, m_j + s_j u)}{\sqrt{V(m_i + s_i u)V(m_j + s_j u)}} = \frac{s_i s_j \text{COV}(u, u)}{\sqrt{s_i^2 V(u) s_j^2 V(u)}} = \frac{s_i s_j V(u)}{s_i s_j V(u)} = 1$$

Βέβαια, το θέμα είναι κατά πόσο οι τέλει θετικές συσχετίσεις είναι ρεαλιστικές. Στον Πίνακα 3.3, οι ιστορικές συσχετίσεις, που μπορεί να θεωρηθούν και ως οι εκτιμήσεις των συσχετίσεων των αποδόσεων των μετοχών, είναι μεν σχετικά υψηλές αλλά σε καμία περίπτωση δεν τείνουν στην τέλεια θετική συσχέτιση. Αυτό σημαίνει ότι η στοχαστική διαδικασία (Στοχαστική Διαδικασία 1) που χρησιμοποιήθηκε για την προσομοίωση των ημερησίων αποδόσεων του χαρτοφυλακίου έλαβε μεν υπόψη της τη μέση τιμή και διασπορά των αποδόσεων των μετοχών, αλλά αγνόησε τις συσχετίσεις τους. Εντούτοις, στα πλαίσια του υπολογισμού του κινδύνου ενός χαρτοφυλακίου, οι συσχετίσεις των αποδόσεων επιδρούν σημαντικά στη διαμόρφωση του επιπέδου του κινδύνου, μειώνοντάς τον αισθητά, σε σχέση με το «μέσο» κίνδυνο των επιμέρους περιουσιακών στοιχείων.

Στη μεθοδολογία της Προσομοίωσης Monte Carlo, τονίσαμε τη σημασία της επιλογής της στοχαστικής διαδικασίας ώστε να εξαχθεί μια αξιόπιστη εμπειρική κατανομή (Jorion, 2007). Επομένως, θα πρέπει να επιλεγεί μια τέτοια στοχαστική διαδικασία που να λαμβάνει υπόψη της και τις συσχετίσεις των αποδόσεων, πλέον της μέσης τιμής και διασπορά τους.

Μια τέτοια διαδικασία θα μπορούσε να στηρίζεται στην εξαγωγή τυχαίων αριθμών για κάθε ένα γραμμικό συνδυασμό των αποδόσεων, δηλαδή για κάθε μετοχή. Όμως, μια τέτοια διαδικασία συνεχίζει να αγνοεί τις συσχετίσεις των αποδόσεων και να λαμβάνει υπόψη της μόνο τη μέση τιμή και την τυπική απόκλιση που συμμετέχουν στο γραμμικό συνδυασμό. Λαμβάνοντας λοιπόν διαφορετικές περιπτώσεις τυχαίων αριθμών (Στοχαστική Διαδικασία 2), αναμένεται να μην υπάρχουν καθόλου συσχετίσεις μεταξύ των αποδόσεων, δηλαδή οι συσχετίσεις να τείνουν στο μηδέν. Αυτό αποδεικνύεται και θεωρητικά:

$$\text{Corr}(R_i, R_j) = \frac{\text{COV}(R_i, R_j)}{\sqrt{V(R_i)V(R_j)}} = \frac{\text{COV}(m_i + s_i u, m_j + s_j u)}{\sqrt{V(m_i + s_i u)V(m_j + s_j u)}} = \frac{s_i s_j \text{COV}(u_i, u_j)}{\sqrt{s_i^2 V(u) s_j^2 V(u)}} = 0$$

διότι $\text{COV}(u_i, u_j) = 0$ καθώς οι ποσότητες u_i, u_j εξάγονται με τυχαίο τρόπο, χωρίς να εμφανίζουν μεταξύ τους κάποια συσχέτιση.

Στον Πίνακα 3.11 παρουσιάζονται οι συσχετίσεις των προσομοιωμένων αποδόσεων με τη Στοχαστική Διαδικασία 2, όπου υποστηρίζεται η θεωρία περί μηδενικών συσχετίσεων. Οι συσχετίσεις των προσομοιωμένων αποδόσεων βρίσκονται πολύ κοντά στο μηδέν, είτε θετικές

είτε αρνητικές, και σε καμία περίπτωση δεν αντανακλούν την πραγματικότητα για τις συσχετίσεις των αποδόσεων των μετοχών, όπως αυτή παρουσιάζεται στον Πίνακα 3.3.

Πίνακας 3.11 Συσχετίσεις των προσομοιωμένων αποδόσεων των μετοχών με τη Στοχαστική Διαδικασία 2

Συσχετίσεις	ALPHA	ΕΘΝΙΚΗ	MIG	EUROBANK
ALPHA	1			
ΕΘΝΙΚΗ	0,0384	1		
MIG	-0,0227	-0,0275	1	
EUROBANK	-0,0240	0,0556	-0,0197	1

Μια στοχαστική διαδικασία που λαμβάνει υπόψη της όχι μόνο τη μέση τιμή και τη διακύμανση, αλλά και τις συσχετίσεις των ημερησίων αποδόσεων των μετοχών, είναι το Υπόδειγμα Αποτίμησης Κεφαλαιουχικών Στοιχείων¹⁸ (*Capital Asset Pricing Model* ή *CAPM*), το οποίο έχει την εξής στοχαστική μορφή (Bodie et al, 2005):

$$R_{it} = a_i + b_i \cdot R_{Mt} + u_{it}$$

όπου R_{it} είναι η ημερήσια απόδοση της i μετοχής την ημέρα t , a_i είναι η σταθερά του υποδείγματος, b_i είναι ο συντελεστής βήτα της i μετοχής που μετράει το συστηματικό κίνδυνο, R_{Mt} είναι η ημερήσια απόδοση της i μετοχής την ημέρα t και τέλος, u_{it} είναι ο τυχαίος όρος της i μετοχής την ημέρα t .

Μπορεί να αποδειχθεί και θεωρητικά ότι με βάση την παραπάνω στοχαστική διαδικασία λαμβάνονται υπόψη οι συσχετίσεις των αποδόσεων των μετοχών:

$$\begin{aligned} \text{Corr}(R_i, R_j) &= \frac{\text{COV}(R_i, R_j)}{\sqrt{V(R_i)V(R_j)}} = \frac{\text{COV}(a_i + b_i R_{Mt} + u_{it}, a_j + b_j R_{Mt} + u_{jt})}{\sqrt{V(a_i + b_i R_{Mt} + u_{it})V(a_j + b_j R_{Mt} + u_{jt})}} = \\ &= \frac{b_i b_j \text{COV}(R_{Mt}, R_{Mt}) + b_i \text{COV}(R_{Mt}, u_{jt}) + b_j \text{COV}(R_{Mt}, u_{it}) + \text{COV}(u_{it}, u_{jt})}{\sqrt{(b_i^2 V(R_{Mt}) + V(u_{it}) + b_i \text{COV}(R_{Mt}, u_{it})) \cdot (b_j^2 V(R_{Mt}) + V(u_{jt}) + b_j \text{COV}(R_{Mt}, u_{jt}))}} \end{aligned}$$

Όμως, βάσει των υποθέσεων για το στοχαστικό όρο u_t ισχύει ότι:

¹⁸ Το CAPM υποδεικνύει τον τρόπο αποτίμησης των περιουσιακών στοιχείων έτσι ώστε οι αναμενόμενες αποδόσεις τους να αντισταθμίζουν τον αναμενόμενο κίνδυνο, στον οποίο εκτίθεται ο επενδυτής.

$$COV(R_{M_t}, u_{j_t}) = COV(R_{M_t}, u_{i_t}) = COV(u_{i_t}, u_{j_t}) = 0$$

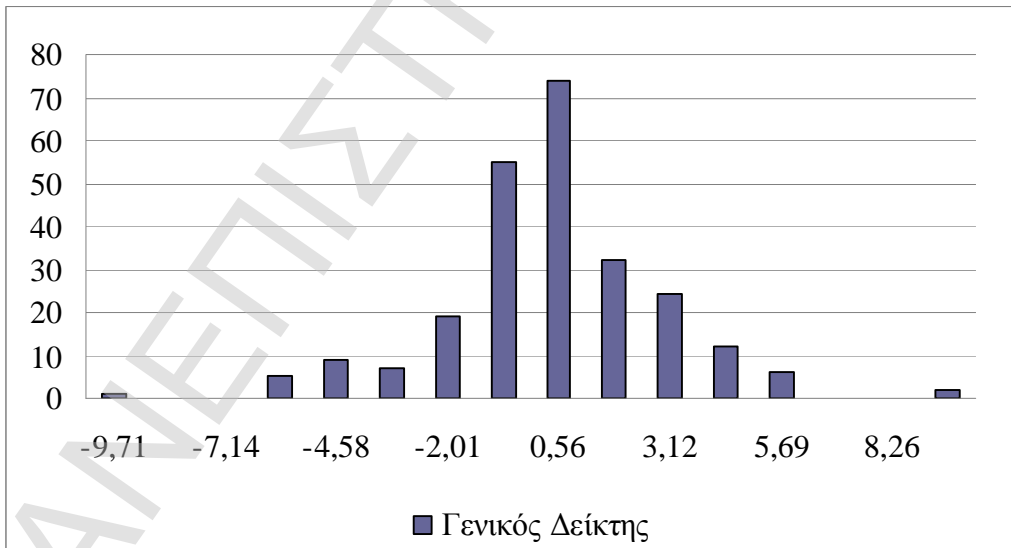
άρα έχουμε

$$Corr(R_i, R_j) = \frac{b_i b_j V(R_{M_t})}{\sqrt{[b_i^2 V(R_{M_t}) + V(u_{i_t})] \cdot [b_j^2 V(R_{M_t}) + V(u_{j_t})]}} \neq 0 \text{ ή } 1$$

Η παραπάνω ποσότητα δε λαμβάνει τις δύο ακραίες τιμές 0 ή 1, όπως στις προηγούμενες στοχαστικές διαδικασίες που δεν ανταποκρίνονται στην πραγματικότητα (Στοχαστική Διαδικασία 1 & 2), και μπορεί να θεωρηθεί ότι προσεγγίζει την αληθινή συσχέτιση των αποδόσεων δύο μετοχών i , j , μέσω των συντελεστών βήτα b_i , b_j . Συνεπώς, η στοχαστική διαδικασία του CAPM φαίνεται να είναι η κατάλληλη για την περίπτωση αυτή. Έτσι, η προσομοίωση κατά Monte Carlo εφαρμόζεται ως εξής:

Βήμα 1: Εκτιμώνται, με βάση τα ιστορικά στοιχεία ημερήσιων αποδόσεων, οι συντελεστές a_i και b_i για κάθε μετοχή, εφαρμόζοντας τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων (*Ordinary Least Squares* ή *OLS*) στο οικονομετρικό στοχαστικό υπόδειγμα $R_{i_t} = a_i + b_i \cdot R_{M_t} + u_{i_t}$.

Διάγραμμα 3.8 Εμπειρική κατανομή των ημερήσιων αποδόσεων του Γενικού Δείκτη



Βήμα 2: Παράγονται προσομοιωμένες αποδόσεις για το γενικό δείκτη τιμών R_{M_t} , θεωρώντας κανονική κατανομή αποδόσεων (βλέπε Διάγραμμα 3.8), και χρησιμοποιώντας ως εκτιμήσεις

των παραμέτρων τη δειγματική μέση τιμή $E(R_{M_t})$ και τη διασποράς των αποδόσεων του δείκτη S_M^2 , με βάση τη στοχαστική διαδικασία $R_{M_t} = E(R_{M_t}) + S_M \cdot e_{M_t}$ όπου $e_{M_t} \sim N(0,1)$.

Βήμα 3: Παράγονται προσομοιωμένες τιμές για τον τυχαίο όρο u_{it} του στοχαστικού υποδείγματος, θεωρώντας ότι ακολουθεί την κανονική κατανομή $u_{it} \sim N(0, V(u_{it}))$, όπου η διακύμανση του στοχαστικού όρου $V(u_{it})$ εκτιμάται ως η διακύμανση του μη συστηματικού κινδύνου ως εξής (Bodie et al, 2005):

$$V(R_i) = b_i^2 \cdot V(R_{M_t}) + V(u_{it})$$

όπου $V(R_i)$ είναι ο ολικός κίνδυνος, $V(R_{M_t})$ είναι ο συστηματικός και $V(u_{it})$ είναι ο ειδικός (μη συστηματικός) κίνδυνος της μετοχής την ημέρα t . Ο ολικός κίνδυνος εκτιμάται για κάθε μετοχή ως η δειγματική διακύμανση με βάση τα ιστορικά στοιχεία των ημερήσιων αποδόσεων. Ο συστηματικός κίνδυνος εκτιμάται είτε μέσω του συντελεστή b_i (OLS) είτε μέσω της δειγματικής διακύμανσης των ημερήσιων αποδόσεων του δείκτη, με βάση τα αντίστοιχα ιστορικά στοιχεία. Έτσι, ο μη συστηματικός κίνδυνος της μετοχής i εκτιμάται ως η τυπική απόκλιση των τυχαίων σφαλμάτων u_{it} :

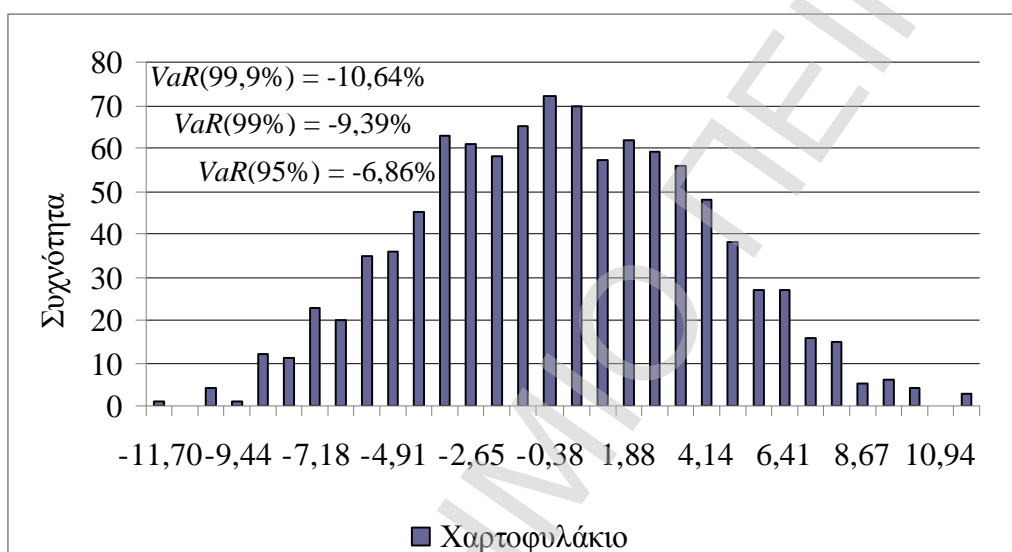
$$S_{u_i} = \sqrt{V(u_{it})} = \sqrt{V(R_i) - b_i^2 \cdot V(R_{M_t})}$$

Βήμα 4: Παράγονται προσομοιωμένες τιμές για τις αποδόσεις κάθε μετοχής, εφαρμόζοντας το υπόδειγμα $R_{it} = \hat{a}_i + \hat{b}_i \cdot R_{M_t} + S_{u_i} \cdot e_{it}$, όπου τα a_i , b_i έχουν εκτιμηθεί με τη μέθοδο OLS, οι προσομοιωμένες αποδόσεις του δείκτη R_{M_t} υπολογίζονται σύμφωνα με το Βήμα 2, ενώ για τις προσομοιωμένες τιμές του ειδικού κινδύνου u_{it} , ισχύει $e_{it} \sim N(0,1)$. Έτσι, παράγονται 1.000 τυχαίες τιμές από την τυπική κανονική κατανομή $N(0,1)$ για τις ποσότητες e_{it} όπου $i = 1,2,3,4$ και e_{M_t} όπου $t = 1,2,\dots,1000$.

Εφαρμόζοντας αυτά τα τέσσερα βήματα, παράγονται οι προσομοιωμένες αποδόσεις και η προσομοιωμένη κατανομή αποδόσεων. Η VaR για το χαρτοφυλάκιο προσδιορίζεται γραφικά στο Διάγραμμα 3.9, όπου παρουσιάζεται ως ποσοστιαία απώλεια επί της επενδυμένης αξίας σε χρονικό ορίζοντα 1 ημέρας. Για παράδειγμα, η $VaR(95\%) = -6,86\%$, υπονοεί ότι ο κάτοχος του χαρτοφυλακίου εκτιμάται ότι θα υποστεί μια ποσοστιαία απώλεια το πολύ 6,86% σε χρονικό ορίζοντα μιας ημέρας με πιθανότητα 95% ή αλλιώς ότι υπάρχει μια

πιθανότητα 5% να υποστεί μια ποσοστιαία απώλεια υψηλότερη από 6,86% μέσα στην επόμενη ημέρα, υποθέτοντας ότι οι μέσες αποδόσεις, οι διακυμάνσεις και οι συσχετίσεις των αποδόσεων των μετοχών πρόκειται να εξελιχθούν μελλοντικά όπως και στο πρόσφατο παρελθόν, ενώ και οι σταθμίσεις του χαρτοφυλακίου θα είναι οι ίδιες.

Διάγραμμα 3.9 Γραφική προσέγγιση της VaR για το χαρτοφυλάκιο με τη μέθοδο της Προσομοίωσης Monte Carlo



Πίνακας 3.12 Υπολογισμός ημερησίων VaR για το χαρτοφυλάκιο με τη μέθοδο Προσομοίωσης Monte Carlo - Στοχαστική Διαδικασία 3

Ποσοστημόρια	ALPHA	ΕΘΝΙΚΗ	MIG	EUROBANK	Undiversified	Diversified
$a(99,9\%)$	-14,91	-12,53	-10,74	-10,5		-10,64
$a(99\%)$	-12,58	-10,48	-9,03	-8,46		-9,39
$a(95\%)$	-9,87	-8,03	-6,81	-6,24		-6,86
Αρχική Αξία	250.000 €	250.000 €	250.000 €	250.000 €	1.000.000 €	1.000.000 €
$Var(99,9\%)$	37.286 €	31.325 €	26.859 €	26.257 €	121.726 €	106.357 €
$Var(99\%)$	31.443 €	26.206 €	22.578 €	21.159 €	101.387 €	93.857 €
$Var(95\%)$	24.666 €	20.082 €	17.014 €	15.591 €	77.352 €	68.606 €

Η VaR του χαρτοφυλακίου (σε €), την οποία υπολογίσαμε με βάση τον τύπο (3.3), τις εκτιμήσεις για τις παραμέτρους και τη στοχαστική διαδικασία που ακολουθούν οι αποδόσεις

των μετοχών, παρουσιάζεται στον Πίνακα 3.12, για διάφορα επίπεδα εμπιστοσύνης. Έτσι, ο κάτοχος ενός χαρτοφυλακίου αξίας 1.000.000€ εκτιμάται ότι θα ζημιωθεί, σε χρονικό ορίζοντα 1 ημέρας, το μέγιστο 68.606€ με πιθανότητα 95%. Επίσης, πρέπει να σχολιάσουμε ότι η διαφοροποιημένη και μη διαφοροποιημένη VaR δεν έχουν ίδιες τιμές, και μάλιστα όπως είναι αναμενόμενο, η διαφοροποιημένη VaR είναι μικρότερη. Έτσι, επαληθεύουμε και μέσω της μεθόδου της Προσομοίωσης Monte Carlo, ότι η διαφοροποίηση που υφίσταται το χαρτοφυλάκιο οδηγεί σε μείωση του συνολικού κινδύνου.

Στον Πίνακα 3.13 παρουσιάζονται οι συσχετίσεις των προσομοιωμένων αποδόσεων των μετοχών, μέσω των οποίων εξάχθηκαν οι προσομοιωμένες αποδόσεις του χαρτοφυλακίου και η VaR του χαρτοφυλακίου με τη Στοχαστική Διαδικασία 3.

Πίνακας 3.13 Συσχετίσεις των προσομοιωμένων αποδόσεων των μετοχών με τη Στοχαστική Διαδικασία 3

Συσχετίσεις	ALPHA	ΕΘΝΙΚΗ	MIG	EUROBANK
ALPHA	1			
ΕΘΝΙΚΗ	0,9201	1		
MIG	0,7011	0,6523	1	
EUROBANK	0,8460	0,7797	0,5972	1

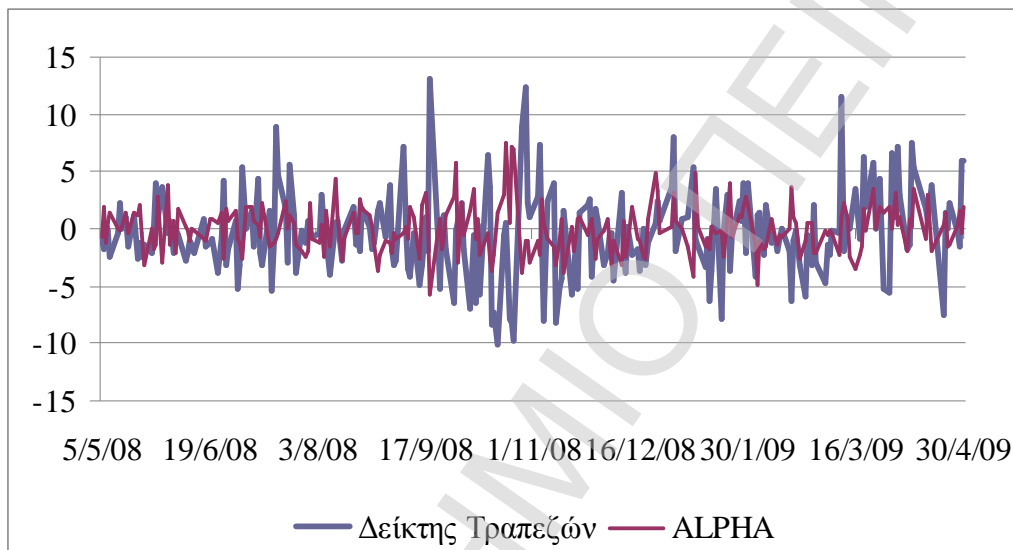
Πράγματι, οι συσχετίσεις των προσομοιωμένων αποδόσεων, σύμφωνα με τη Στοχαστική Διαδικασία 3, δεν τείνουν στο 0 ή στο 1. Αντιθέτως, οι συσχετίσεις πλησιάζουν αυτές του Πίνακα 3.3, που εκτιμώνται ως οι πραγματικές συσχετίσεις των αποδόσεων των μετοχών. Έτσι, μπορούμε να θεωρήσουμε ότι τα αποτελέσματα του Πίνακα 3.13 επιβεβαιώνουν ότι η στοχαστική διαδικασία που χρησιμοποιήθηκε (CAPM) παράγαγε αξιόπιστα αποτελέσματα ως προς την εκτίμηση της VaR του χαρτοφυλακίου με τη μέθοδο της προσομοίωσης κατά Monte Carlo.

3.5 Υπολογισμός της Σχετικής VaR

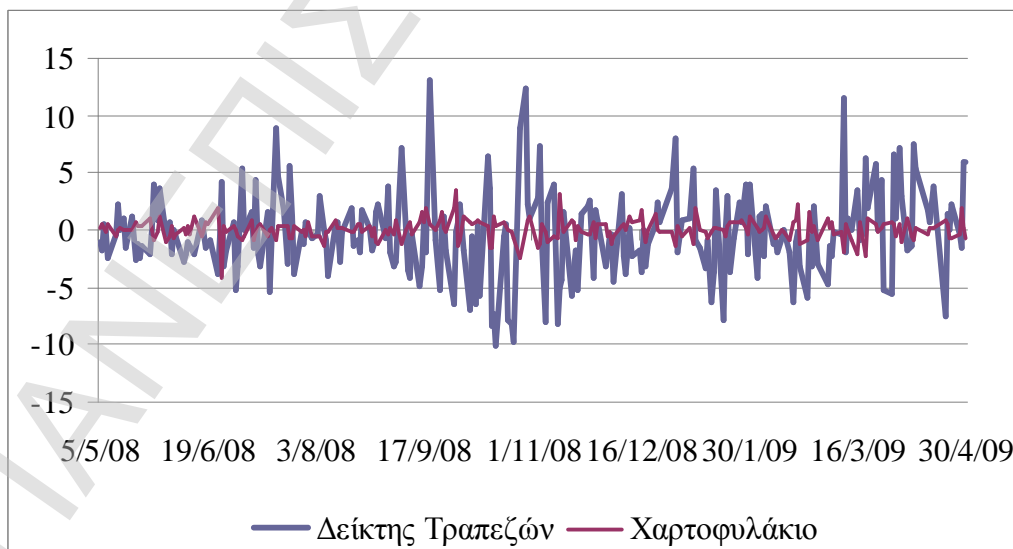
Η σχετική VaR μετράει τη διαφορά που παρουσιάζουν οι αποδόσεις ενός περιουσιακού στοιχείου σε σχέση με τις αποδόσεις ενός δείκτη (Jorion, 2007), που αποτελεί σημείο αναφοράς (*benchmark index*). Στην παρούσα εμπειρική μελέτη προσδιορισμού της αξίας σε

κίνδυνο, υπολογίζεται η σχετική VaR των μετοχών και του χαρτοφυλακίου σε συνάρτηση με το δείκτη των τραπεζών. Η λογική που στηρίζει αυτή την επιλογή είναι ότι το χαρτοφυλάκιο που έχουμε υποθέσει αποτελείται από μετοχές τραπεζών, και θα ήταν ενδιαφέρον να εξετάσουμε κατά πόσο αποκλίνουν οι αποδόσεων των συγκεκριμένων μετοχών από τη γενική κατάσταση που επικρατεί και που αντανακλάται μέσω του τραπεζικού δείκτη.

Διάγραμμα 3.10 Αποδόσεις της μετοχής ALPHA και του Γενικού Δείκτη Τραπεζών



Διάγραμμα 3.11 Αποδόσεις του χαρτοφυλακίου και του Γενικού Δείκτη Τραπεζών



Παρατηρώντας το Διάγραμμα 3.10, μπορούμε να σχολιάσουμε ότι οι αποδόσεις της μετοχής ALPHA φαίνεται να ακολουθούν τις αποδόσεις του γενικού δείκτη τραπεζών, με τον οποίο παρουσιάζουν υψηλή συσχέτιση. Βέβαια, σε σχέση με το δείκτη, παρουσιάζουν χαμηλότερη μεταβλητότητα. Όσον αφορά στις αποδόσεις του χαρτοφυλακίου, οι οποίες απεικονίζονται στο Διάγραμμα 3.11, φαίνεται να ακολουθούν την πορεία του τραπεζικού δείκτη, αλλά παρουσιάζουν αρκετά χαμηλότερη μεταβλητότητα. Παρακάτω, στον Πίνακα 3.14, παρουσιάζονται τα σχετικά στατιστικά μέτρα που περιγράφουν τη διαφορά των αποδόσεων των μετοχών και του χαρτοφυλακίου, σε σχέση με τις αποδόσεις του δείκτη τραπεζών.

Πίνακας 3.14 Περιγραφικά στατιστικά των αποδόσεων των διαφορών των μετοχών και του χαρτοφυλακίου με το δείκτη τραπεζών

Στατιστικά μέτρα	ALPHA	ΕΘΝΙΚΗ	MIG	EUROBANK	Χαρτοφυλάκιο
Μέση Απόδοση (%)	-0,06	0,17	0,30	-0,10	0,08
Τυπ. Απόκλιση (%)	2,12	1,66	3,24	1,80	0,86
Ελάχιστο (%)	-5,69	-6,34	-12,06	-4,65	-4,27
Μέγιστο (%)	7,49	4,71	15,33	5,52	3,43
Ασυμμετρία	0,65	-0,07	0,38	0,10	-0,18
Κύρτωση	1,30	1,26	3,66	0,38	4,33

Με μια πρώτη ματιά, μπορούμε να διακρίνουμε ότι οι τιμές της ασυμμετρίας είναι πολύ μικρές, με εξαίρεση τη μετοχή της ALPHA. Παράλληλα, οι τιμές της κύρτωσης ποικίλουν. Σε κάποιες περιπτώσεις, οι τιμές υποδεικνύουν λεπτόκυρτη κατανομή (ALPHA, ΕΘΝΙΚΗ, EUROBANK), ενώ σε άλλες μεσόκυρτη (MIG) ή πλατύκυρτη (Χαρτοφυλάκιο). Οι διαφορές των αποδόσεων των μετοχών και του τραπεζικού δείκτη παρουσιάζουν κωδωνοειδές σχήμα, προσεγγίζοντας αυτό της κανονικής κατανομής. Έτσι, η παραμετρική μέθοδος Delta-Normal φαίνεται να εφαρμόζεται με σχετική αξιοπιστία.

Στον Πίνακα 3.15, παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της σχετικής VaR για κάθε μετοχή και για το χαρτοφυλάκιο, με βάση τη μέθοδο Delta-Normal. Να σημειωθεί ότι για τον υπολογισμό της σχετικής VaR, χρησιμοποιήθηκαν οι εκτιμήσεις για τη μέση απόσταση των αποδόσεων των μετοχών και τραπεζικού δείκτη και την τυπική απόκλιση των αποστάσεων

των αποδόσεων. Κατόπιν, η σχετική VaR υπολογίστηκε, εφαρμόζοντας το γνωστό τύπο (2.7), που αναλύσαμε στην Ενότητα 2.5.1.

Πίνακας 3.15 Υπολογισμός της σχετικής VaR με τη μέθοδο Delta-Normal

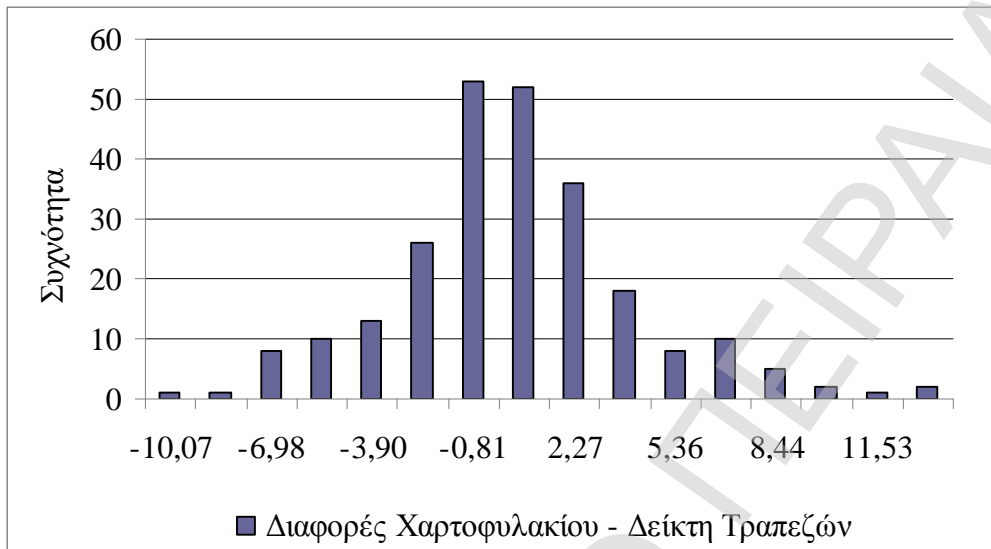
Ποσοστημότητα	ALPHA	ΕΘΝΙΚΗ	MIG	EUROBANK	Χαρτοφυλάκιο
$a(99,9\%)$	3,09	3,09	3,09	3,09	3,09
$a(99\%)$	2,33	2,33	2,33	2,33	2,33
$a(95\%)$	1,64	1,64	1,64	1,64	1,64
$VaR(99,9\%)$	6,56	5,11	10,01	5,55	2,65
$VaR(99\%)$	4,94	3,85	7,53	4,18	2,00
$VaR(95\%)$	3,49	2,72	5,33	2,95	1,41

Για τη μετοχή της ALPHA προέκυψε ότι σε χρονικό ορίζοντα 1 ημέρας και σε επίπεδο εμπιστοσύνης 95%, οι αποδόσεις της μπορεί να είναι χαμηλότερες κατά 3,49%, σε σχέση με τις αποδόσεις του τραπεζικού δείκτη. Με άλλα λόγια, η μετοχή της ALPHA μπορεί να χάσει επιπλέον σχεδόν 3,5 ποσοστιαίες μονάδες (το μέγιστο), σε σχέση με την απώλεια που ενδέχεται να σημειώσει ο τραπεζικός δείκτης. Ανάλογα ερμηνεύονται και οι τιμές της σχετικής VaR για τις υπόλοιπες μετοχές. Μάλιστα, προκύπτει ότι η μετοχή της MIG ενέχει τον υψηλότερο σχετικό κίνδυνο, δηλαδή ενδέχεται να καταγράψει τις υψηλότερες απώλειες σε σχέση με τις ζημιές του τραπεζικού δείκτη. Αντίθετα, η μετοχή της ΕΘΝΙΚΗΣ εκτιμάται να έχει τη χαμηλότερη δυνατή απώλεια, σε σχέση με τον τραπεζικό δείκτη. Αξίζει να επισημάνουμε ότι το χαρτοφυλάκιο παρουσιάζει τη χαμηλότερη σχετική δυνητική ζημιά. Πράγματι, σε χρονικό ορίζοντα 1 ημέρας, η ζημιά του συνολικού χαρτοφυλακίου εκτιμάται κατά 1,41 ποσοστιαίες μονάδες υψηλότερη, σε σχέση με τις απώλειες του τραπεζικού δείκτη, με πιθανότητα 95%.

Πίνακας 3.16 Υπολογισμός της σχετικής VaR με τη μέθοδο της Ιστορικής Προσομοίωσης

Ποσοστημότητα	ALPHA	ΕΘΝΙΚΗ	MIG	EUROBANK	Χαρτοφυλάκιο
$VaR(99,9\%)$	-5,52	-5,95	-11,66	-4,62	-3,90
$VaR(99\%)$	-4,21	-4,34	-8,50	-4,43	-1,64
$VaR(95\%)$	-3,13	-2,45	-4,16	-3,13	-1,25

Διάγραμμα 3.12 Γραφική προσέγγιση της Σχετικής VaR για το χαρτοφυλάκιο με τη μέθοδο της Ιστορικής Προσομοίωσης



Στη συνέχεια, υπολογίζουμε τη σχετική VaR με τη μέθοδο της Ιστορικής Προσομοίωσης. (Πίνακας 3.16). Επίσης, παραθέτουμε το διάγραμμα των αποκλίσεων των αποδόσεων του χαρτοφυλακίου σε σχέση με τις αποδόσεις του τραπεζικού δείκτη, βάσει του οποίου μπορεί να γίνει εκτίμηση της σχετικής VaR (Διάγραμμα 3.12). Τα αποτελέσματα είναι παρόμοια της μεθόδου Delta-Normal. Για παράδειγμα, υπάρχει πιθανότητα 95% σε 1 ημέρα η μετοχή της ALPHA να υποστεί απώλεια υψηλότερη σχεδόν κατά 3 ποσοστιαίες μονάδες, σε σχέση με τον τραπεζικό δείκτη. Επιπρόσθετα, η μετοχή της MIG είναι αυτή που χαρακτηρίζεται από την υψηλότερη απώλεια, σε σχέση με το δείκτη, ενώ η μετοχή της ΕΘΝΙΚΗΣ από τη χαμηλότερη. Τέλος, το χαρτοφυλάκιο στο σύνολο του, παρουσιάζει τις μικρότερες δυνητικές ζημιές από τις μετοχές που το απαρτίζουν μεμονωμένα.

3.6 Υπολογισμός της Οριακής, Επauξημένης και Συνιστώσας VaR

Η οριακή VaR μετράει τη μεταβολή στο συνολικό κίνδυνο του χαρτοφυλακίου εάν προστεθεί 1 επιπλέον € σε μια από τις τρέχουσες θέσεις (Jorion, 2007). Δηλαδή εξετάζουμε τι θα συμβεί στο χαρτοφυλάκιο των τεσσάρων μετοχών, συνολικού ύψους 1.000.000€ σε περίπτωση που η θέση μίας εκ των μετοχών αυξηθεί κατά 1€. Η ΔVaR, ως μεταβολή της συνολικής VaR, υπολογίζεται με βάση τον τύπο (2.11), που αναλύσαμε στην Ενότητα 2.5.2:

$$\Delta VaR_i = \frac{VaR}{W} \cdot b_i$$

όπου VaR είναι η συνολική αξία σε κίνδυνο του χαρτοφυλακίου, W είναι η χρηματική αξία του χαρτοφυλακίου και b_i είναι ο συντελεστής ευαισθησίας των αποδόσεων της κάθε μετοχής ως προς χαρτοφυλάκιο. Στον επόμενο πίνακα παρουσιάζονται οι εκτιμήσεις της ΔVaR για κάθε μια μετοχή.

Πίνακας 3.17 Υπολογισμός της οριακής VaR για κάθε περιουσιακό στοιχείο

Ποσοστημόρια	ALPHA	ΕΘΝΙΚΗ	MIG	EUROBANK
b'_s	0,99	1,24	0,86	0,92
$VaR(99,9\%)$	0,11 €	0,13 €	0,09 €	0,10 €
$VaR(95\%)$	0,08 €	0,10 €	0,07 €	0,07 €
$VaR(95\%)$	0,06 €	0,07 €	0,05 €	0,05 €

Με βάση τα παραπάνω αποτελέσματα, εκτιμάται ότι εάν προστεθεί στο χαρτοφυλάκιο 1€ επιπλέον της μετοχής της ALPHA, τότε υπάρχει πιθανότητα 95% την επόμενη ημέρα ο επενδυτής να ζημιωθεί επιπλέον κατά 0,06€ Ανάλογα συμβαίνει και για τα υπόλοιπα επίπεδα εμπιστοσύνης. Σύμφωνα λοιπόν με αυτήν την παραδοχή, η μετοχή που θα προκαλέσει την υψηλότερη επιπρόσθετη δυνητική απώλεια είναι αυτή της ΕΘΝΙΚΗΣ, καθώς 1€ επιπλέον σε μετοχές της ΕΘΝΙΚΗΣ, αναμένεται να προκαλέσει ημερήσια μέγιστη ζημιά 0,07€ επιπλέον. Ουσιαστικά, αυτό σημαίνει ότι η μετοχή της ΕΘΝΙΚΗΣ φέρει τον υψηλότερο κίνδυνο, σε αντίθεση με τις υπόλοιπες μετοχές που περιλαμβάνει το χαρτοφυλάκιο.

Η επαυξημένη VaR είναι μια συγγενής έννοια της οριακής VaR και υπολογίζεται για κάθε περιουσιακό στοιχείο μεμονωμένα. Συγκεκριμένα, εκφράζει τη συνεισφορά στο συνολικό κίνδυνο που οφείλεται στην προσθήκη μιας επιπλέον θέσης στο χαρτοφυλάκιο. Για την εκτίμηση της $IVaR$, θα πρέπει αρχικά να υπολογίσουμε τις VaR των υποθετικών χαρτοφυλακίων εξαιρώντας κάθε φορά τις αντίστοιχες θέσεις.

Για τους υπολογισμούς, χρησιμοποιήσαμε την παραμετρική μέθοδο Delta-Normal. Φυσικά θα μπορούσαμε να χρησιμοποιήσουμε εναλλακτικά και τις άλλες μεθοδολογίες, όπως στην εκτίμηση της σχετικής VaR , αλλά δε θα επιμείνουμε σε αυτό, καθώς αυτό που μας ενδιαφέρει είναι ο υπολογισμός της οριακής αξίας σε κίνδυνο.

Πίνακας 3.18 Υπολογισμός της επαυξημένης VaR για υποθετικά χαρτοφυλάκια χωρίς τις αντίστοιχες θέσεις

Ποσοστημότητα	ALPHA	ΕΘΝΙΚΗ	MIG	EUROBANK	Χαρτοφυλάκιο
$a(99,9\%)$	-5,52	-5,95	-11,66	-4,62	-3,90
$a(99\%)$	-4,21	-4,34	-8,50	-4,43	-1,64
$a(95\%)$	-3,13	-2,45	-4,16	-3,13	-1,25
	Χαρτοφυλάκια χωρίς τις αντίστοιχες μετοχές				Συνολικό Χαρτοφυλάκιο
	ALPHA	ΕΘΝΙΚΗ	MIG	EUROBANK	
$VaR(99,9\%)$	83.336 €	74.529 €	86.251 €	83.830 €	107.272 €
$VaR(95\%)$	62.736 €	56.106 €	64.930 €	63.108 €	80.755 €
$VaR(95\%)$	44.358 €	39.670 €	45.909 €	44.620 €	57.098 €

Πίνακας 3.19 Υπολογισμός της επαυξημένης VaR για κάθε περιουσιακό στοιχείο

Ποσοστημότητα	ALPHA	ΕΘΝΙΚΗ	MIG	EUROBANK
	ΔVaR για επιπλέον 250.000€			
$VaR(99,9\%)$	23.935 €	32.743 €	21.020 €	23.442 €
$VaR(99\%)$	18.019 €	24.649 €	15.824 €	17.647 €
$VaR(95\%)$	12.740 €	17.428 €	11.189 €	12.478 €
Ποσοστημότητα	ΔVaR για επιπλέον 1€			
	ALPHA	ΕΘΝΙΚΗ	MIG	EUROBANK
$VaR(99,9\%)$	0,10 €	0,13 €	0,08 €	0,09 €
$VaR(95\%)$	0,07 €	0,10 €	0,06 €	0,07 €
$VaR(95\%)$	0,05 €	0,07 €	0,04 €	0,05 €

Αφαιρώντας από τη συνολική VaR του χαρτοφυλακίου, συνολικής αξίας 1.000.000€ τη VaR ενός χαρτοφυλακίου χωρίς τη μία εκ των τεσσάρων μετοχών, αξίας 750.000€, τότε προκύπτει η IVaR, που οφείλεται στην προσθήκη επιπλέον 250.000€ στο χαρτοφυλάκιο. Αυτές τις τιμές της IVaR βρίσκονται στο πρώτο μέρος του Πίνακα 3.19. Στη συνέχεια, εάν διαιρεθούν με τον αριθμό 250.000, τότε προκύπτει η IVaR του κάθε περιουσιακού στοιχείου για κάθε 1€ που προστίθεται στο χαρτοφυλάκιο. Για παράδειγμα, εάν επενδυθούν επιπλέον 250.000€ σε μετοχές της ALPHA, τότε η ημερήσια VaR του χαρτοφυλακίου αναμένεται να

αυξηθεί κατά 12.740€ με πιθανότητα 95%. Δηλαδή, η επένδυση των 250.000€ αναμένεται να αυξήσει τη μέγιστη απώλεια για την επόμενη ημέρα κατά 12.740€ Εναλλακτικά, μπορεί κάποιος να πει ότι η προσθήκη 1€ επιπλέον στο χαρτοφυλάκιο της μετοχής της ALPHA αυξάνει τη μέγιστη δυνητική απώλεια για την επόμενη ημέρα κατά 0,05€

Αξίζει να αναφέρουμε ότι η μετοχή που εκτιμάται ότι θα αυξήσει περισσότερο τη VaR του χαρτοφυλακίου είναι της τράπεζας ΕΘΝΙΚΗΣ. Δηλαδή εκτιμάται ότι για κάθε 1€ επιπλέον που τοποθετείται σε μετοχές της ΕΘΝΙΚΗΣ, η μέγιστη δυνητική απώλεια την επόμενη ημέρα θα αυξηθεί κατά 0,07€ περίπου. Αντίθετα, η μετοχή της MIG εκτιμάται ότι θα έχει τη χαμηλότερη συνεισφορά στην αύξηση του συνολικού κινδύνου.

Εκτός από το πόσο προσθέτει η κάθε θέση στο συνολικό κίνδυνο του χαρτοφυλακίου, όπως αυτός μετράται μέσω της VaR, μπορεί να υπολογιστεί και πόσο συνεισφέρει στον τρέχοντα κίνδυνο. Δηλαδή, μπορεί να αναλυθεί η τρέχουσα έκθεση σε κίνδυνο, όπως αυτή μετράται μέσω της ανάλυσης της VaR του χαρτοφυλακίου σε συνιστώσες. Πιο συγκεκριμένα, η συνιστώσα VaR της κάθε θέσης υπολογίζεται, όπως ήδη έχουμε αναφέρει στην Ενότητα 2.5.4 (Jorion, 2007), ως εξής:

$$CVaR = VaR \cdot b_i \cdot w_i$$

όπου b_i είναι ο συντελεστής ευαισθησίας της απόδοσης της i μετοχής ως προς τις αποδόσεις του χαρτοφυλακίου, w_i είναι το ποσοστό συμμετοχής της αξίας της θέσης ως προς τη συνολική αξία του χαρτοφυλακίου και VaR η αξία σε κίνδυνο του χαρτοφυλακίου.

Πίνακας 3.20 Υπολογισμός της συνιστώσας VaR για κάθε περιουσιακό στοιχείο

Ποσοστημόρια	ALPHA	ΕΘΝΙΚΗ	MIG	EUROBANK	Χαρτοφυλάκιο
b'_s	0,99	1,24	0,86	0,92	1,00
w'_s	0,25	0,25	0,25	0,25	1,00
$VaR(99,9\%)$	26.500 €	33.251 €	22.965 €	24.555 €	107.272 €
$VaR(99\%)$	19.949 €	25.032 €	17.289 €	18.485 €	80.755 €
$VaR(95\%)$	14.105 €	17.699 €	12.224 €	13.070 €	57.098 €
Συνεισφορά (%)	24,70%	31,00%	21,41%	22,89%	100,00%

Θα πρέπει να σημειωθεί ότι στην προκειμένη περίπτωση, ο συντελεστής b_i δεν υπολογίζεται ως προς τις αποδόσεις της αγοράς, σύμφωνα με το CAPM, αλλά υπολογίζεται

ως προς τις αποδόσεις του χαρτοφυλακίου που απαρτίζεται από τις συγκεκριμένες μετοχές, με τα ποσοστά που έχουν αναφερθεί. Έτσι, εφαρμόζοντας τον παραπάνω τύπο, υπολογίζονται οι CVaR για κάθε μετοχή.

Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στον Πίνακα 3.18. Φυσικά δεν είναι τυχαίο ότι οι CVaR αθροίζουν στη VaR του χαρτοφυλακίου, καθώς οι CVaR μετρούν τη συνεισφορά της κάθε μετοχής στη συνολική VaR του χαρτοφυλακίου. Έτσι, σε επίπεδο εμπιστοσύνης 95%, ο επενδυτής εκτιμάται ότι θα απωλέσει το μέγιστο 57.098€ στο συνολικό χαρτοφυλάκιο σε 1 ημέρα, τα οποία διαμοιράζονται στις τέσσερις μετοχές ως εξής: 14.105€ εξαιτίας της θέσης στη μετοχή της ALPHA, 17.699€ στη μετοχή της ΕΘΝΙΚΗΣ, 12.224€ στη μετοχή της MIG και τέλος, 13.070€ λόγω της θέσης στη μετοχή της EUROBANK.

Σε ποσοστιαίους όρους, η θέση στη μετοχή της ΕΘΝΙΚΗΣ είναι αυτή που συνεισφέρει περισσότερο στο συνολικό κίνδυνο του χαρτοφυλακίου, καθώς αποτελεί το 31% της συνολικής αξίας σε κίνδυνο, το υψηλότερο ποσοστό σε σχέση με τις υπόλοιπες μετοχές. Έτσι, σύμφωνα με την τιμή της CVaR, η μετοχή της ΕΘΝΙΚΗΣ φαίνεται να συνεισφέρει περισσότερο στον κίνδυνο του χαρτοφυλακίου.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

Τελικές παρατηρήσεις

4.1 Αξιολόγηση των αποτελεσμάτων υπολογισμού της VaR

Ένα θέμα που έχει ιδιαίτερο ενδιαφέρον και αξίζει να σχολιάσουμε είναι ότι οι αξίες σε κίνδυνο, που υπολογίσαμε με τις τρεις μεθόδους Delta-Normal, Ιστορική Προσομοίωση και Προσομοίωση Monte Carlo, παρουσιάζουν κάποιες αριθμητικές διαφορές στα αποτελέσματά τους. Αυτές οι διαφορές οφείλονται στο γεγονός ότι η κάθε μέθοδος διέπεται από μια σειρά διαφορετικών υποθέσεων.

Πιο συγκεκριμένα, η πρώτη μέθοδος κάνει υπόθεση περί κανονικής κατανομής των αποδόσεων των μετοχών, η δεύτερη μέθοδος υποθέτει ότι οι αποδόσεις θα συνεχίσουν να εξελίσσονται στο μέλλον ακριβώς όπως στο παρελθόν, ενώ η τρίτη υποθέτει ότι η υποκείμενη στοχαστική διαδικασία είναι ρεαλιστική και θα συνεχίσει να ισχύει και στο άμεσο μέλλον. Ουσιαστικά, οι τρεις αυτές μέθοδοι στηρίζονται σε διαφορετικές υποθέσεις και η αξιοπιστία τους δε μπορεί να εξασφαλιστεί εκ των προτέρων με απόλυτη ασφάλεια και ακρίβεια.

Στα πλαίσια αξιολόγησης των αποτελεσμάτων (*evaluation*), πρόκειται να εξεταστεί κατά πόσο οι εκτιμήσεις της αξίας σε κίνδυνο θεωρούνται τελικά αξιόπιστες και αν ναι, σε τι βαθμό. Αυτό πρόκειται να υλοποιηθεί μέσω του επανελέγχου (*Backtesting*), κατά τον οποίο εξετάζεται, για μια συγκεκριμένη χρονική περίοδο (σε δεδομένα εκτός δείγματος), κατά πόσο οι πραγματικές απώλειες συμφωνούν με τις εκτιμώμενες, που δίνονται μέσω της VaR (Jorion, 2007). Το θεωρητικό υπόβαθρο αυτής της διαδικασίας είναι ο ρυθμός αποτυχίας (*failure rate*) που αποτελεί το ποσοστό των φορών που η VaR έχει παραβιαστεί από τις παρατηρήσεις, δηλαδή, έχει υποεκτιμήσει τον κίνδυνο. Ασυμπτωτικά, το ποσοστό αυτό θα έπρεπε να ισούται με επίπεδο σημαντικότητας α . Επίσης, πρέπει να σημειωθεί ότι το Backtesting θεωρείται μη παραμετρική προσέγγιση καθώς δεν υποθέτει κάποια συγκεκριμένη κατανομή για τις τιμές των αποδόσεων.

Ο έλεγχος μπορεί να υλοποιηθεί μέσω των δοκιμών Bernoulli (*Bernoulli trials*), που μετρά αριθμό επιτυχιών ή αποτυχιών. Ο αριθμός των υπερβάσεων μπορεί να μοντελοποιηθεί μέσω του παρακάτω τύπου:

$$f(x) = \binom{T}{x} \cdot p^x \cdot (1-p)^{T-x} \quad (4.1)$$

όπου T είναι ο αριθμός των ημερών, p είναι το επίπεδο εμπιστοσύνης, X ο αριθμός των υπερβάσεων και X/T ο ρυθμός αποτυχίας. Είναι γνωστό ότι η αναμενόμενη τιμή του αριθμού των υπερβάσεων δίνεται από τον τύπο

$$E(X) = p \cdot T \quad (4.2)$$

Πιο συγκεκριμένα, όπως ήδη αναφέραμε στην Ενότητα 3.2, έχουν συλλεχθεί επιπλέον 50 παρατηρήσεις (ιστορικά στοιχεία ημερησίων αποδόσεων των μετοχών του χαρτοφυλακίου) τα οποία αφορούν μία περίοδο 50 ημερών που δε συμπεριλάβαμε στο δείγμα για τη μέτρηση της VaR (*out-of-sample*). Για κάθε μία από τις 50 ημέρες, καταγράφεται η ημερήσια VaR για κάθε μετοχή και για το συνολικό χαρτοφυλάκιο. Δηλαδή, καταγράφεται η δυνητική ημερήσια απώλεια που μπορεί να υποστεί κάθε μετοχή αξίας 250.000€ ή το χαρτοφυλάκιο, συνολικής αξίας 1.000.000€. Κατόπιν μετράται πόσες φορές η απώλεια ξεπέρασε (κατά απόλυτη τιμή) τη VaR που είχε υπολογιστεί. Για παράδειγμα, για επίπεδο εμπιστοσύνης 95%, σε βάθος χρόνου 50 ημερών, η ημερήσιες απώλειες αναμένεται να υπερβούν τη VaR 2 με 3 φορές, ενώ σε επίπεδο εμπιστοσύνης 99%, αναμένεται το πολύ 1 φορά. Σε περίπτωση που η υπέρβαση αυτή σημειωθεί περισσότερες φορές, τότε η εκτίμηση της VaR δε θεωρείται αξιόπιστη.

Πίνακας 4.1 Σύνοψη αποτελεσμάτων εκτίμησης ημερησίων VaR

Μέθοδος	Ποσοστημότητα	ALPHA	ΕΘΝΙΚΗ	MIG	EUROBANK	Χαρτοφυλάκιο
Delta-Normal	VaR(99%)	22.445,22 €	27.857,71 €	22.792,01 €	20.981,65 €	80.754,76 €
	VaR(95%)	15.869,98 €	19.696,91 €	16.115,18 €	14.835,16 €	57.097,98 €
Historical Simulation	VaR(99%)	23.903,75 €	31.703,75 €	28.100,00 €	22.427,50 €	97.240,00 €
	VaR(95%)	18.337,50 €	19.406,25 €	14.850,00 €	15.150,00 €	60.812,50 €
Monte Carlo	VaR(99%)	31.443,10 €	26.206,03 €	22.578,04 €	21.159,44 €	93.857,41 €
	VaR(95%)	24.665,96 €	20.081,60 €	17.013,82 €	15.590,52 €	68.605,99 €

Στον παραπάνω πίνακα (Πίνακας 4.1) παρουσιάζονται συνοπτικά οι VaR των μετοχών και του χαρτοφυλακίου, όπως εκτιμήθηκαν με τις διάφορες μεθοδολογίες στο Κεφάλαιο 3. Με μια πρώτη ματιά, μπορούμε να σχολιάσουμε ότι σε επίπεδο εμπιστοσύνης 99%, η μέθοδος της Ιστορικής Προσομοίωσης έδωσε υψηλότερες τιμές για τη VaR, τόσο για τις μετοχές μεμονωμένα, όσο και για το χαρτοφυλάκιο. Πιθανώς, το δείγμα των παρατηρήσεων να περιείχε κάποιες ακραίες αρνητικές αποδόσεις, με αποτέλεσμα το αριστερό ποσοστημόριο της εμπειρικής κατανομής των αποδόσεων να προκύψει (σε σχέση με τις άλλες μεθόδους) πιο υψηλό κατά απόλυτη τιμή, δίνοντας πιο υψηλές τιμές της VaR. Εξαιρέση αποτελεί η VaR της μετοχής της ALPHA, όπου η Ιστορική Προσομοίωση και η Delta-Normal έδωσαν σχεδόν ίδια αποτελέσματα, υπονοώντας ότι η κανονικότητα των αποδόσεων της μετοχής αυτής είναι μάλλον μια ρεαλιστική υπόθεση. Για τις υπόλοιπες μετοχές, η Προσομοίωση Monte Carlo και η Delta-Normal, έδωσαν παρεμφερείς εκτιμήσεις.

Σε επίπεδο εμπιστοσύνης 95%, παρατηρούμε ότι οι τρεις μεθοδολογίες έδωσαν σχετικά παραπλήσια αποτελέσματα για όλες τις μετοχές, εξαιρώντας τη μετοχή της ALPHA, όπου η προσομοίωση Monte Carlo έδωσε πολύ υψηλότερη VaR. Ομοίως και για το χαρτοφυλάκιο. Συνοψίζοντας, για όλες τις μετοχές η Delta-Normal φαίνεται να είναι μια αξιόπιστη μέθοδος εκτίμησης της VaR, πλην της μετοχής της ALPHA και του συνολικού χαρτοφυλακίου, για τα οποία μάλλον θα πρέπει να προτιμηθούν οι μεθοδολογίες προσομοίωσης.

Πάντως, η εφαρμογή του Backtesting πρόκειται να διαφωτίσει το θέμα της αξιοπιστίας της κάθε μεθόδου και θα μπορέσει να μας οδηγήσει στην επιλογή της καταλληλότερης για την αρτιότερη εκτίμηση της VaR κάθε μετοχής και του συνολικού χαρτοφυλακίου. Στον επόμενο πίνακα παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της εφαρμογής του Backtesting, δηλαδή πόσες φορές οι πραγματικές ζημιές υπερέβησαν την εκτιμώμενη VaR (Πίνακας 4.2).

Πίνακας 4.2 Back Testing στις μεθοδολογίες VaR

Μέθοδος	Ποσοστημόρια	ALPHA	ΕΘΝΙΚΗ	MIG	EUROBANK	Χαρτοφυλάκιο
Delta-Normal	VaR(99%)	0	0	0	0	0
	VaR(95%)	2	2	2	3	2
Historical Simulation	VaR(99%)	0	0	0	0	0
	VaR(95%)	0	2	3	2	2
Monte Carlo	VaR(99%)	0	0	0	0	0
	VaR(95%)	0	1	2	2	0

Παρατηρείται ότι, σε επίπεδο εμπιστοσύνης 99%, στο χρονικό διάστημα των 50 ημερών, δεν καταγράφηκε απώλεια υψηλότερη της υπολογισμένης VaR, τόσο για το χαρτοφυλάκιο όσο και για τις μετοχές μεμονωμένα. Να σημειωθεί ότι για το συγκεκριμένο διάστημα, αναμενόταν να εμφανιστεί απώλεια υψηλότερη από την τιμή της VaR καμία ή 1 φορά, με πιθανότητα σχεδόν 91%. Αυτή η πιθανότητα υπολογίζεται, χρησιμοποιώντας τη διωνυμική κατανομή $X \sim B(T=50, p=0,01)$, όπου η μεταβλητή X μετράει τις φορές στις $T=50$ ημέρες, που καταγράφηκε ημερήσια απώλεια υψηλότερη από την τιμή της VaR, σε επίπεδο σημαντικότητας 99% (δηλαδή $p=0,01$). Άρα λοιπόν η πιθανότητα να συμβεί αυτό 1 ή καμία φορά, σύμφωνα με τον τύπο (4.2) είναι:

$$P(X=0) \text{ ή } P(X=1) = P(X=0) + P(X=1) = \binom{50}{0} 0,01^0 0,99^{50} + \binom{50}{1} 0,01^1 0,99^{49} = 0,91$$

Επομένως, η αξία σε κίνδυνο φαίνεται να υπολογίστηκε αξιόπιστα. Εντούτοις, δεν εμφανίστηκε καμία περίπτωση όπου οι ζημιές να ξεπέρασαν την VaR, γεγονός που αποτελεί μάλλον ένδειξη για συντηρητική εκτίμηση. Η πιθανότητα αυτή ισούται με 61%.

Σε επίπεδο εμπιστοσύνης 95%, στο χρονικό διάστημα των 50 ημερών, οι ημερήσιες απώλειες ξεπέρασαν τη VaR που εκτιμήσαμε μέσω των μεθόδων Delta-Normal και Ιστορικής Προσομοίωσης, 2 με 3 φορές, γεγονός που ήταν αναμενόμενο. Αυτό σημαίνει ότι αυτές οι μέθοδοι εκτίμησαν αξιόπιστα τη VaR σε επίπεδο εμπιστοσύνης 95%. Εξαίρεση αποτελεί, για τη μετοχή της ALPHA, η VaR που εκτιμήθηκε με τη μέθοδο της Ιστορικής Προσομοίωσης, η οποία δεν παραβιάστηκε καμία φορά. Με βάση τη θεωρία περί δοκιμών Bernoulli, αυτό συνέβη με πιθανότητα μόλις 8%. Αυτό είναι μια ένδειξη ότι για τη μετοχή της ALPHA, η μέθοδος της Ιστορικής Προσομοίωσης υπολόγισε μια μάλλον συντηρητική VaR. Όσον αφορά στην Προσομοίωση Monte Carlo, η VaR για τις μετοχές της MIG και της EUROBANK ξεπεράστηκε 2 φορές στη διάρκεια των 50 ημερών, όπως αναμενόταν. Όμως, για τις άλλες μετοχές αλλά και για το χαρτοφυλάκιο ξεπεράστηκε μόνο 1 ή καμία φορά, γεγονός που συνέβη με πιθανότητα 28%. Έτσι, προκύπτει το συμπέρασμα ότι ειδικά για το χαρτοφυλάκιο, η μέθοδος της προσομοίωσης κατά Monte Carlo έδωσε συντηρητικές VaR.

Συνοψίζοντας, η εφαρμογή του Backtesting έδειξε ότι οι μεθοδολογίες εκτίμησης της VaR για το συγκεκριμένο χαρτοφυλάκιο μετοχών δεν έδωσαν σε καμία περίπτωση αισιόδοξες εκτιμήσεις, καθώς η τιμή της VaR παραβιάστηκε τον προβλεπόμενο (αναμενόμενο) αριθμό φορές στη διάρκεια αυτή των 50 ημερών, που χρησιμοποιήθηκαν για τον έλεγχο. Οι

μεθοδολογίες Delta-Normal και Ιστορικής Προσομοίωσης έδωσαν τις πιο αξιόπιστες εκτιμήσεις για τη VaR, ειδικά σε επίπεδο εμπιστοσύνης 95%, σε σχέση με την Προσομοίωση κατά Monte Carlo, η οποία θεωρείται ότι μάλλον έδωσε συντηρητικές εκτιμήσεις. Έτσι λοιπόν, αν και η μέθοδος Delta-Normal φαίνεται απλοποιημένη ως προς τις υποθέσεις που θέτει, και έχει δεχτεί κριτική για αυτό (Gonzalez-Rivera et al, 2007), παρόλα αυτά, όπως και σε άλλες περιπτώσεις (Pafka et al, 2001; RiskMetrics Group, 1996) παράγει αξιόπιστα αποτελέσματα σχετικά με την εκτίμηση της VaR.

4.2 Περιορισμοί της παρούσας εργασίας

Η παρούσα έρευνα περιορίστηκε, όσον αφορά στην εκτίμηση της VaR, σε προϊόντα που εμπεριέχουν μόνο κίνδυνο αγοράς και δεν επεκτάθηκε σε θέσεις που ενέχουν πιστωτικό κίνδυνο. Επιπλέον, επικεντρώθηκε σε ένα συγκεκριμένο χαρτοφυλάκιο, που περιείχε κάποιες συγκριμένες μετοχές. Συνεπώς, δεν εμπλούτισε το χαρτοφυλάκιο, ενσωματώνοντας προϊόντα σταθερού εισοδήματος με χαμηλό κίνδυνο ή/και παράγωγα χρηματοοικονομικά προϊόντα. Παράλληλα, το δείγμα που χρησιμοποιήθηκε για τις εκτιμήσεις των παραμέτρων αλλά και κατά την εφαρμογή του Backtesting πιθανότατα να μην είχε το απαραίτητο μέγεθος και να υπήρχε αναγκαιότητα για μεγαλύτερο.

4.3 Προτάσεις για μελλοντική έρευνα

Από τους περιορισμούς της παρούσας εργασίας, μπορούν να προκύψουν προτάσεις για κάποια μελλοντική έρευνα. Πιο συγκεκριμένα, προτείνεται να υπολογιστεί η VaR ενός χαρτοφυλακίου στο οποίο θα συμμετέχουν και προϊόντα εκτεθειμένα σε πιστωτικό κίνδυνο. Θα είναι ενδιαφέρον να διερευνηθεί πως υπολογίζεται η VaR όσον αφορά στον πιστωτικό κίνδυνο, ενώ ταυτόχρονα να εξεταστεί πως συνθέτονται ο κίνδυνος αγοράς και ο πιστωτικός κίνδυνος ως σύνολο, στα πλαίσια ενός χαρτοφυλακίου.

Επιπλέον, θα μπορούσε να υπολογιστεί η VaR διαφορετικών χαρτοφυλακίων, που θα περιλαμβάνουν τις ίδιες μετοχές με διαφορετικές σταθμίσεις ώστε να εξεταστεί κατά πόσο η αλλαγή των σταθμίσεων επηρεάζει το συνολικό κίνδυνο του χαρτοφυλακίου και πως αυτός αποτυπώνεται με την αξία σε κίνδυνο.

Τέλος, προτείνεται η χρήση παραγώγων προϊόντων σε ένα χαρτοφυλάκιο, όπως συμβόλαια μελλοντικής εκπλήρωσης (*futures*) και δικαιώματα προαίρεσης (*options*) ώστε να εξεταστεί με ποιο τρόπο η χρήση τους μπορεί να μειώσει τον κίνδυνο του χαρτοφυλακίου.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

Παράρτημα

Ημερομηνία	ΤΙΜΕΣ & ΑΠΟΛΟΣΕΙΣ ΜΕΤΟΧΩΝ – ΓΕΝΙΚΟΥ ΔΕΙΚΤΗ									
	ALPHA		ΕΘΝΙΚΗ		MIG		EUROBANK		Γεν. Δείκτης	
5/5/08	22,22	-1,68	33,01	-1,49	5,86	1,03	20,20	-1,46	4.279,13	-0,57
6/5/08	22,28	0,27	32,00	-3,07	5,80	-1,02	20,02	-0,89	4.224,38	-1,28
7/5/08	22,10	-0,81	32,65	2,06	6,06	4,48	19,38	-3,20	4.261,29	0,87
8/5/08	22,18	0,36	32,42	-0,71	6,08	0,33	19,20	-0,93	4.266,84	0,13
9/5/08	21,96	-0,99	31,57	-2,63	6,06	-0,33	18,50	-3,65	4.205,90	-1,43
12/5/08	21,88	-0,36	31,13	-1,41	5,94	-1,98	18,46	-0,22	4.199,04	-0,16
13/5/08	22,36	2,19	31,71	1,88	5,98	0,67	19,26	4,33	4.265,62	1,59
14/5/08	22,40	0,18	31,98	0,84	5,98	0,00	19,20	-0,31	4.276,56	0,26
15/5/08	22,98	2,59	32,44	1,45	6,18	3,34	18,68	-2,71	4.252,51	-0,56
16/5/08	22,54	-1,91	31,95	-1,53	6,14	-0,65	18,30	-2,03	4.229,89	-0,53
19/5/08	23,12	2,57	32,35	1,27	6,10	-0,65	18,58	1,53	4.257,94	0,66
20/5/08	22,80	-1,38	31,24	-3,43	6,00	-1,64	18,32	-1,40	4.165,62	-2,17
21/5/08	23,00	0,88	30,78	-1,48	5,92	-1,33	18,00	-1,75	4.151,36	-0,34
22/5/08	22,36	-2,78	29,60	-3,84	5,88	-0,68	17,74	-1,44	4.093,72	-1,39
23/5/08	21,34	-4,56	29,65	0,19	5,90	0,34	17,76	0,11	4.066,03	-0,68
26/5/08	20,90	-2,06	29,15	-1,68	5,96	1,02	17,52	-1,35	4.021,85	-1,09
27/5/08	20,56	-1,63	29,51	1,20	5,98	0,34	17,64	0,68	4.003,79	-0,45
28/5/08	21,12	2,72	31,34	6,20	6,00	0,33	18,26	3,51	4.090,09	2,16
29/5/08	21,90	3,69	31,43	0,29	5,98	-0,33	18,08	-0,99	4.091,72	0,04
30/5/08	22,06	0,73	33,74	7,35	6,58	10,03	18,32	1,33	4.176,51	2,07
2/6/08	22,84	3,54	32,72	-3,01	6,12	-6,99	18,48	0,87	4.153,08	-0,56
3/6/08	22,68	-0,70	32,91	0,56	6,06	-0,98	18,80	1,73	4.177,18	0,58
4/6/08	22,40	-1,23	31,89	-3,09	6,08	0,33	18,30	-2,66	4.113,55	-1,52
5/6/08	21,92	-2,14	31,54	-1,10	6,04	-0,66	18,56	1,42	4.122,91	0,23
6/6/08	22,20	1,28	31,24	-0,94	5,98	-0,99	18,00	-3,02	4.096,50	-0,64
9/6/08	21,64	-2,52	30,41	-2,66	5,86	-2,01	17,48	-2,89	4.000,98	-2,33
10/6/08	21,14	-2,31	30,04	-1,22	5,66	-3,41	16,96	-2,97	3.925,77	-1,88
11/6/08	20,72	-1,99	30,37	1,11	5,68	0,35	16,58	-2,24	3.877,63	-1,23
12/6/08	20,44	-1,35	29,78	-1,95	5,50	-3,17	16,52	-0,36	3.839,44	-0,98
13/6/08	20,00	-2,15	29,12	-2,23	5,64	2,55	16,30	-1,33	3.739,27	-2,61
17/6/08	20,00	0,00	29,15	0,13	5,72	1,42	16,30	0,00	3.699,00	-1,08
18/6/08	19,48	-2,60	28,75	-1,40	5,68	-0,70	16,50	1,23	3.662,42	-0,99
19/6/08	19,40	-0,41	28,17	-1,99	5,70	0,35	16,32	-1,09	3.649,82	-0,34
20/6/08	19,40	0,00	27,58	-2,10	5,68	-0,35	16,64	1,96	3.619,11	-0,84
23/6/08	18,78	-3,20	26,34	-4,49	5,90	3,87	16,08	-3,37	3.524,85	-2,60
24/6/08	18,92	0,75	25,88	-1,75	5,84	-1,02	15,84	-1,49	3.482,01	-1,22
25/6/08	19,20	1,48	27,08	4,64	5,38	-7,88	16,06	1,39	3.584,53	2,94
26/6/08	18,94	-1,35	26,34	-2,73	5,26	-2,23	15,22	-5,23	3.483,98	-2,81
27/6/08	18,76	-0,95	26,36	0,07	5,04	-4,18	14,84	-2,50	3.424,16	-1,72
30/6/08	19,20	2,35	26,46	0,35	5,02	-0,40	15,10	1,75	3.439,71	0,45

Ημερομηνία	ΤΙΜΕΣ & ΑΠΟΛΟΣΕΙΣ ΜΕΤΟΧΩΝ – ΓΕΝΙΚΟΥ ΔΕΙΚΤΗ									
	ALPHA		ΕΘΝΙΚΗ		MIG		EUROBANK		Γεν. Δείκτης	
1/7/08	18,00	-6,25	24,96	-5,66	4,84	-3,59	14,28	-5,43	3.286,83	-4,44
2/7/08	17,20	-4,44	24,07	-3,56	4,76	-1,65	13,58	-4,90	3.190,41	-2,93
3/7/08	17,70	2,91	25,70	6,76	4,88	2,52	14,40	6,04	3.289,40	3,10
4/7/08	18,06	2,03	25,05	-2,52	4,74	-2,87	14,58	1,25	3.302,46	0,40
7/7/08	18,70	3,54	25,70	2,58	4,90	3,38	14,64	0,41	3.345,64	1,31
8/7/08	18,52	-0,96	25,14	-2,16	4,66	-4,90	14,42	-1,50	3.285,59	-1,79
9/7/08	19,40	4,75	26,34	4,78	4,80	3,00	15,06	4,44	3.403,77	3,60
10/7/08	18,86	-2,78	25,66	-2,60	4,74	-1,25	15,00	-0,40	3.372,62	-0,92
11/7/08	18,70	-0,85	24,31	-5,26	4,66	-1,69	14,60	-2,67	3.290,74	-2,43
14/7/08	18,72	0,11	24,96	2,66	4,70	0,86	14,68	0,55	3.315,66	0,76
15/7/08	17,42	-6,94	23,66	-5,19	4,54	-3,40	13,70	-6,68	3.177,93	-4,15
16/7/08	17,04	-2,18	23,39	-1,17	4,62	1,76	13,54	-1,17	3.155,11	-0,72
17/7/08	18,40	7,98	26,29	12,41	4,76	3,03	14,70	8,57	3.332,10	5,61
18/7/08	19,20	4,35	27,92	6,19	4,92	3,36	15,60	6,12	3.406,76	2,24
21/7/08	20,00	4,17	27,82	-0,33	5,12	4,07	15,70	0,64	3.446,75	1,17
22/7/08	19,42	-2,90	26,44	-4,98	5,08	-0,78	15,50	-1,27	3.384,99	-1,79
23/7/08	20,74	6,80	28,56	8,04	5,16	1,57	16,00	3,23	3.505,69	3,57
24/7/08	21,10	1,74	28,93	1,29	5,04	-2,33	16,18	1,13	3.512,80	0,20
25/7/08	19,98	-5,31	27,88	-3,64	5,00	-0,79	15,46	-4,45	3.402,38	-3,14
28/7/08	19,58	-2,00	28,03	0,53	5,00	0,00	15,50	0,26	3.410,15	0,23
29/7/08	18,88	-3,58	27,84	-0,66	4,90	-2,00	15,76	1,68	3.370,04	-1,18
30/7/08	18,64	-1,27	27,80	-0,13	4,86	-0,82	16,14	2,41	3.396,63	0,79
31/7/08	19,00	1,93	28,17	1,33	4,82	-0,82	15,98	-0,99	3.394,64	-0,06
1/8/08	18,70	-1,58	28,19	0,07	4,70	-2,49	15,86	-0,75	3.378,05	-0,49
4/8/08	18,40	-1,60	28,54	1,25	4,60	-2,13	15,68	-1,13	3.362,18	-0,47
5/8/08	19,00	3,26	29,67	3,95	4,64	0,87	15,94	1,66	3.442,31	2,38
6/8/08	18,52	-2,53	29,47	-0,69	4,44	-4,31	16,26	2,01	3.438,82	-0,10
7/8/08	18,64	0,65	29,15	-1,07	4,36	-1,80	15,96	-1,85	3.427,07	-0,34
8/8/08	17,60	-5,58	27,92	-4,25	4,26	-2,29	15,12	-5,26	3.334,12	-2,71
11/8/08	18,46	4,89	28,19	0,99	4,30	0,94	14,96	-1,06	3.327,91	-0,19
12/8/08	18,78	1,73	28,64	1,57	4,28	-0,47	15,04	0,53	3.345,18	0,52
13/8/08	17,74	-5,54	27,82	-2,84	4,22	-1,40	15,00	-0,27	3.287,93	-1,71
14/8/08	17,54	-1,13	27,73	-0,33	4,28	1,42	15,00	0,00	3.298,12	0,31
18/8/08	18,12	3,31	28,10	1,33	4,38	2,34	15,00	0,00	3.355,05	1,73
19/8/08	17,80	-1,77	27,45	-2,30	4,34	-0,91	14,78	-1,47	3.326,11	-0,86
20/8/08	17,60	-1,12	27,47	0,07	4,42	1,84	14,50	-1,89	3.312,55	-0,41
21/8/08	17,74	0,80	26,70	-2,83	4,42	0,00	14,00	-3,45	3.268,81	-1,32
22/8/08	18,36	3,49	26,68	-0,07	4,44	0,45	14,28	2,00	3.296,67	0,85
25/8/08	18,62	1,42	26,60	-0,28	4,48	0,90	14,30	0,14	3.302,57	0,18
26/8/08	18,34	-1,50	26,16	-1,67	4,36	-2,68	13,84	-3,22	3.255,97	-1,41
27/8/08	17,86	-2,62	25,83	-1,27	4,32	-0,92	13,90	0,43	3.243,99	-0,37
28/8/08	17,48	-2,13	26,79	3,72	4,34	0,46	13,92	0,14	3.267,94	0,74
29/8/08	17,48	0,00	28,01	4,55	4,34	0,00	13,80	-0,86	3.292,69	0,76
1/9/08	17,16	-1,83	27,82	-0,66	4,32	-0,46	13,78	-0,14	3.268,92	-0,72

Ημερομηνία	ΤΙΜΕΣ & ΑΠΟΛΟΣΕΙΣ ΜΕΤΟΧΩΝ – ΓΕΝΙΚΟΥ ΔΕΙΚΤΗ									
	ALPHA		ΕΘΝΙΚΗ		MIG		EUROBANK		Γεν. Δείκτης	
2/9/08	17,60	2,56	29,47	5,91	4,42	2,31	14,22	3,19	3.341,41	2,22
3/9/08	16,90	-3,98	29,39	-0,25	4,36	-1,36	14,10	-0,84	3.293,98	-1,42
4/9/08	16,30	-3,55	28,34	-3,58	4,18	-4,13	13,68	-2,98	3.222,59	-2,17
5/9/08	15,72	-3,56	27,69	-2,28	4,12	-1,44	13,60	-0,58	3.143,92	-2,44
8/9/08	16,78	6,74	30,60	10,48	4,20	1,94	14,16	4,12	3.275,08	4,17
9/9/08	16,78	0,00	30,32	-0,91	4,20	0,00	14,20	0,28	3.276,56	0,05
10/9/08	16,04	-4,41	29,58	-2,44	4,14	-1,43	13,60	-4,23	3.213,54	-1,92
11/9/08	15,68	-2,24	28,19	-4,69	4,02	-2,90	13,02	-4,26	3.131,60	-2,55
12/9/08	15,80	0,77	28,01	-0,66	4,00	-0,50	12,76	-2,00	3.110,57	-0,67
15/9/08	14,62	-7,47	26,81	-4,29	3,94	-1,50	12,28	-3,76	2.993,05	-3,78
16/9/08	14,46	-1,09	25,60	-4,48	3,98	1,02	12,02	-2,12	2.933,43	-1,99
17/9/08	15,06	4,15	25,70	0,36	4,00	0,50	12,20	1,50	2.957,92	0,83
18/9/08	14,90	-1,06	24,90	-3,09	4,02	0,50	12,62	3,44	2.952,81	-0,17
19/9/08	16,00	7,38	29,21	17,30	4,76	18,41	14,08	11,57	3.209,26	8,68
22/9/08	15,84	-1,00	29,02	-0,63	4,68	-1,68	14,02	-0,43	3.175,54	-1,05
23/9/08	15,16	-4,29	27,53	-5,16	4,58	-2,14	13,20	-5,85	3.062,72	-3,55
24/9/08	15,00	-1,06	28,16	2,28	5,00	9,17	13,00	-1,52	3.062,83	0,00
25/9/08	15,04	0,27	29,01	3,02	5,00	0,00	13,26	2,00	3.070,40	0,25
26/9/08	14,96	-0,53	28,69	-1,08	4,70	-6,00	13,20	-0,45	3.017,89	-1,71
29/9/08	14,40	-3,74	26,77	-6,70	4,56	-2,98	12,54	-5,00	2.840,80	-5,87
30/9/08	15,20	5,56	25,88	-3,31	5,00	9,65	12,70	1,28	2.856,47	0,55
1/10/08	14,86	-2,24	26,71	3,21	4,92	-1,60	12,42	-2,20	2.837,17	-0,68
2/10/08	15,54	4,58	27,45	2,77	4,78	-2,85	12,56	1,13	2.828,88	-0,29
3/10/08	15,20	-2,19	26,81	-2,36	4,88	2,09	12,66	0,80	2.804,95	-0,85
6/10/08	14,38	-5,39	24,96	-6,90	4,60	-5,74	11,74	-7,27	2.640,78	-5,85
7/10/08	14,80	2,92	24,59	-1,48	4,56	-0,87	11,60	-1,19	2.625,04	-0,60
8/10/08	13,72	-7,30	22,65	-7,89	4,42	-3,07	11,00	-5,17	2.512,01	-4,31
9/10/08	13,90	1,31	22,37	-1,22	4,54	2,71	11,28	2,55	2.503,01	-0,36
10/10/08	12,78	-8,06	21,45	-4,13	4,42	-2,64	10,68	-5,32	2.372,09	-5,23
13/10/08	13,56	6,10	22,46	4,74	4,66	5,43	11,80	10,49	2.506,45	5,66
14/10/08	13,70	1,03	23,11	2,88	4,64	-0,43	12,40	5,08	2.561,80	2,21
15/10/08	12,04	-12,12	21,17	-8,40	4,12	-11,21	11,38	-8,23	2.381,57	-7,04
16/10/08	10,90	-9,47	19,23	-9,17	4,16	0,97	10,66	-6,33	2.255,25	-5,30
17/10/08	9,96	-8,62	16,45	-14,42	3,94	-5,29	9,54	-10,51	2.117,41	-6,11
20/10/08	10,20	2,41	16,53	0,45	3,94	0,00	9,32	-2,31	2.124,80	0,35
21/10/08	11,02	8,04	16,58	0,34	3,88	-1,52	9,04	-3,00	2.138,95	0,67
22/10/08	10,20	-7,44	14,97	-9,70	3,56	-8,25	8,50	-5,97	2.025,93	-5,28
23/10/08	10,08	-1,18	13,09	-12,59	3,16	-11,24	7,74	-8,94	1.914,37	-5,51
24/10/08	9,80	-2,78	10,98	-16,10	2,73	-13,61	7,00	-9,56	1.728,49	-9,71
27/10/08	10,30	5,10	12,48	13,64	2,70	-1,10	7,60	8,57	1.798,24	4,04
29/10/08	11,46	11,26	14,51	16,30	3,08	14,07	8,20	7,89	1.969,84	9,54
30/10/08	11,60	1,22	15,20	4,71	3,18	3,25	8,50	3,66	2.009,99	2,04
31/10/08	11,38	-1,90	15,81	4,01	3,42	7,55	8,46	-0,47	2.060,31	2,50
3/11/08	11,58	1,76	16,62	5,15	3,42	0,00	8,30	-1,89	2.118,63	2,83

Ημερομηνία	ΤΙΜΕΣ & ΑΠΟΛΟΣΕΙΣ ΜΕΤΟΧΩΝ – ΓΕΝΙΚΟΥ ΔΕΙΚΤΗ									
	ALPHA				ALPHA				ALPHA	
4/11/08	12,16	5,01	18,39	10,68	3,50	2,34	8,80	6,02	2.229,59	5,24
5/11/08	12,34	1,48	17,60	-4,32	3,56	1,71	8,70	-1,14	2.221,02	-0,38
6/11/08	11,40	-7,62	16,18	-8,09	3,16	-11,24	8,14	-6,44	2.070,40	-6,78
7/11/08	11,58	1,58	16,92	4,57	3,16	0,00	8,08	-0,74	2.107,10	1,77
10/11/08	11,86	2,42	17,93	6,01	3,22	1,90	8,38	3,71	2.190,99	3,98
11/11/08	10,52	-11,30	16,29	-9,18	2,90	-9,94	7,94	-5,25	2.050,31	-6,42
12/11/08	9,90	-5,89	15,03	-7,72	3,20	10,34	7,60	-4,28	2.010,52	-1,94
13/11/08	9,54	-3,64	14,03	-6,64	3,18	-0,63	7,38	-2,89	1.979,79	-1,53
14/11/08	9,32	-2,31	14,53	3,56	3,22	1,26	7,60	2,98	2.007,09	1,38
17/11/08	8,80	-5,58	13,68	-5,85	3,10	-3,73	7,24	-4,74	1.921,96	-4,24
18/11/08	8,34	-5,23	13,05	-4,59	3,18	2,58	7,00	-3,31	1.925,20	0,17
19/11/08	8,14	-2,40	12,81	-1,84	3,04	-4,40	6,90	-1,43	1.897,07	-1,46
20/11/08	7,78	-4,42	12,05	-5,92	2,92	-3,95	6,54	-5,22	1.816,58	-4,24
21/11/08	7,96	2,31	12,44	3,22	2,91	-0,34	6,50	-0,61	1.826,41	0,54
24/11/08	8,08	1,51	13,22	6,24	2,96	1,72	6,34	-2,46	1.864,81	2,10
25/11/08	8,32	2,97	13,74	3,92	3,04	2,70	6,30	-0,63	1.901,42	1,96
26/11/08	8,04	-3,37	12,94	-5,79	2,90	-4,61	6,26	-0,63	1.873,63	-1,46
27/11/08	7,96	-1,00	13,53	4,57	2,88	-0,69	6,32	0,96	1.908,18	1,84
28/11/08	7,96	0,00	13,68	1,09	2,91	1,04	6,52	3,16	1.913,52	0,28
1/12/08	7,70	-3,27	12,92	-5,54	2,87	-1,37	6,50	-0,31	1.860,27	-2,78
2/12/08	7,60	-1,30	12,66	-2,00	2,76	-3,83	6,26	-3,69	1.837,98	-1,20
3/12/08	7,46	-1,84	12,85	1,46	2,72	-1,45	6,20	-0,96	1.834,31	-0,20
4/12/08	7,20	-3,49	13,29	3,45	2,61	-4,04	6,08	-1,94	1.840,88	0,36
5/12/08	6,80	-5,56	12,66	-4,73	2,50	-4,21	5,76	-5,26	1.788,46	-2,85
8/12/08	6,80	0,00	13,22	4,38	2,62	4,80	6,02	4,51	1.845,91	3,21
9/12/08	6,70	-1,47	12,76	-3,50	2,62	0,00	5,92	-1,66	1.847,07	0,06
10/12/08	6,28	-6,27	12,39	-2,90	2,55	-2,67	5,70	-3,72	1.833,04	-0,76
11/12/08	6,20	-1,27	12,46	0,60	2,55	0,00	6,02	5,61	1.833,68	0,03
12/12/08	6,18	-0,32	12,31	-1,19	2,55	0,00	5,76	-4,32	1.810,26	-1,28
15/12/08	6,02	-2,59	12,11	-1,65	2,58	1,18	5,72	-0,69	1.774,28	-1,99
16/12/08	5,74	-4,65	11,37	-6,11	2,73	5,81	5,58	-2,45	1.741,57	-1,84
17/12/08	5,60	-2,44	11,31	-0,49	2,89	5,86	5,44	-2,51	1.746,58	0,29
18/12/08	5,28	-5,71	10,94	-3,27	2,79	-3,46	5,22	-4,04	1.738,49	-0,46
19/12/08	5,26	-0,38	10,83	-1,01	2,77	-0,72	5,08	-2,68	1.731,63	-0,39
22/12/08	5,54	5,32	10,74	-0,85	2,84	2,53	5,10	0,39	1.711,80	-1,15
23/12/08	5,86	5,78	10,87	1,20	2,89	1,76	5,14	0,78	1.723,57	0,69
24/12/08	5,88	0,34	10,98	1,02	2,89	0,00	5,20	1,17	1.722,76	-0,05
29/12/08	6,10	3,74	11,48	4,55	2,94	1,73	5,40	3,85	1.751,62	1,68
30/12/08	6,78	11,15	12,48	8,70	2,93	-0,34	5,80	7,41	1.807,85	3,21
31/12/08	6,70	-1,18	12,20	-2,22	2,90	-1,02	5,70	-1,72	1.786,51	-1,18
2/1/09	6,76	0,90	12,48	2,27	2,86	-1,38	5,68	-0,35	1.811,83	1,42
5/1/09	6,72	-0,59	12,98	4,00	2,92	2,10	5,64	-0,70	1.862,32	2,79
7/1/09	6,80	1,19	13,96	7,55	2,96	1,37	6,00	6,38	1.920,73	3,14
8/1/09	7,08	4,12	13,42	-3,84	3,14	6,08	5,88	-2,00	1.913,60	-0,37

Ημερομηνία	ΤΙΜΕΣ & ΑΠΟΛΟΣΕΙΣ ΜΕΤΟΧΩΝ – ΓΕΝΙΚΟΥ ΔΕΙΚΤΗ									
	ALPHA		ΕΘΝΙΚΗ		MIG		EUROBANK		Γεν. Δείκτης	
9/1/09	6,98	-1,41	13,00	-3,17	3,06	-2,55	5,90	0,34	1.892,29	-1,11
12/1/09	6,64	-4,87	12,53	-3,56	2,98	-2,61	5,70	-3,39	1.870,81	-1,14
13/1/09	6,52	-1,81	12,31	-1,77	2,87	-3,69	5,76	1,05	1.844,43	-1,41
14/1/09	6,00	-7,98	11,46	-6,91	2,70	-5,92	5,50	-4,51	1.743,47	-5,47
15/1/09	5,80	-3,33	11,04	-3,71	2,70	0,00	5,14	-6,55	1.709,69	-1,94
16/1/09	5,98	3,10	11,78	6,70	2,83	4,81	5,16	0,39	1.749,95	2,35
19/1/09	5,50	-8,03	10,63	-9,73	2,64	-6,71	4,80	-6,98	1.660,04	-5,14
20/1/09	5,36	-2,55	10,98	3,30	2,57	-2,65	4,76	-0,83	1.652,51	-0,45
21/1/09	5,58	4,10	11,26	2,53	2,70	5,06	4,84	1,68	1.702,73	3,04
22/1/09	5,60	0,36	10,65	-5,42	2,63	-2,59	4,64	-4,13	1.671,12	-1,86
23/1/09	5,52	-1,43	10,70	0,52	2,72	3,42	4,52	-2,59	1.663,39	-0,46
26/1/09	5,72	3,62	11,11	3,80	2,83	4,04	4,56	0,88	1.695,16	1,91
27/1/09	5,82	1,75	11,28	1,50	2,90	2,47	4,60	0,88	1.710,87	0,93
28/1/09	6,16	5,84	11,87	5,25	2,90	0,00	4,86	5,65	1.748,61	2,21
29/1/09	6,20	0,65	11,67	-1,71	2,79	-3,79	4,62	-4,94	1.731,37	-0,99
30/1/09	6,58	6,13	12,18	4,44	2,90	3,94	4,92	6,49	1.779,47	2,78
2/2/09	6,20	-5,78	11,55	-5,16	2,80	-3,45	4,86	-1,22	1.726,81	-2,96
3/2/09	5,98	-3,55	11,74	1,60	2,83	1,07	5,10	4,94	1.730,95	0,24
4/2/09	6,00	0,33	12,02	2,36	2,90	2,47	5,10	0,00	1.744,05	0,76
5/2/09	5,76	-4,00	11,72	-2,46	2,80	-3,45	5,18	1,57	1.715,57	-1,63
6/2/09	5,80	0,69	12,09	3,15	2,94	5,00	5,42	4,63	1.761,69	2,69
9/2/09	5,78	-0,34	12,00	-0,76	2,93	-0,34	5,16	-4,80	1.768,18	0,37
10/2/09	5,68	-1,73	12,07	0,62	2,91	-0,68	4,94	-4,26	1.763,08	-0,29
11/2/09	5,50	-3,17	11,87	-1,68	2,87	-1,37	4,78	-3,24	1.744,46	-1,06
12/2/09	5,44	-1,09	11,83	-0,31	2,83	-1,39	4,80	0,42	1.729,41	-0,86
13/2/09	5,40	-0,74	11,87	0,31	2,83	0,00	4,78	-0,42	1.727,98	-0,08
16/2/09	5,30	-1,85	11,63	-2,02	2,70	-4,59	4,66	-2,51	1.691,63	-2,10
17/2/09	5,16	-2,64	10,54	-9,38	2,53	-6,30	4,48	-3,86	1.603,80	-5,19
18/2/09	5,16	0,00	10,17	-3,51	2,58	1,98	4,50	0,45	1.589,18	-0,91
19/2/09	5,18	0,39	10,02	-1,45	2,73	5,81	4,66	3,56	1.615,06	1,63
20/2/09	4,88	-5,79	9,80	-2,21	2,63	-3,66	4,38	-6,01	1.601,23	-0,86
23/2/09	4,54	-6,97	9,10	-7,17	2,42	-7,98	4,16	-5,02	1.548,99	-3,26
24/2/09	4,54	0,00	9,06	-0,41	2,59	7,02	4,04	-2,88	1.545,40	-0,23
25/2/09	4,42	-2,64	8,69	-4,08	2,48	-4,25	3,94	-2,48	1.521,49	-1,55
26/2/09	4,42	0,00	9,21	5,96	2,47	-0,40	4,12	4,57	1.541,43	1,31
27/2/09	4,20	-4,98	9,08	-1,41	2,29	-7,29	4,06	-1,46	1.535,82	-0,36
3/3/09	4,00	-4,76	8,67	-4,48	2,34	2,18	3,76	-7,39	1.510,99	-1,62
4/3/09	3,92	-2,00	8,73	0,64	2,36	0,85	3,60	-4,26	1.507,39	-0,24
5/3/09	3,82	-2,55	8,47	-2,97	2,34	-0,85	3,60	0,00	1.481,46	-1,72
6/3/09	3,80	-0,52	8,28	-2,18	2,33	-0,43	3,64	1,11	1.474,35	-0,48
9/3/09	3,70	-2,63	8,26	-0,22	2,38	2,15	3,60	-1,10	1.469,41	-0,34
10/3/09	4,16	12,43	9,52	15,21	2,51	5,46	3,78	5,00	1.551,28	5,57
11/3/09	4,18	0,48	9,24	-2,91	2,49	-0,80	3,70	-2,12	1.538,17	-0,85
12/3/09	4,26	1,91	9,32	0,80	2,52	1,20	3,70	0,00	1.554,06	1,03

Ημερομηνία	ΤΙΜΕΣ & ΑΠΟΛΟΣΕΙΣ ΜΕΤΟΧΩΝ – ΓΕΝΙΚΟΥ ΔΕΙΚΤΗ									
	ALPHA		ΕΘΝΙΚΗ		MIG		EUROBANK		Γεν. Δείκτης	
13/3/09	4,16	-2,35	9,30	-0,20	2,47	-1,98	3,76	1,62	1.557,77	0,24
16/3/09	4,16	0,00	9,80	5,37	2,43	-1,62	3,83	1,86	1.584,16	1,69
17/3/09	4,03	-3,13	9,80	0,00	2,48	2,06	3,85	0,52	1.584,10	0,00
18/3/09	3,96	-1,74	9,80	0,00	2,36	-4,84	3,87	0,52	1.578,63	-0,35
19/3/09	4,28	8,08	10,41	6,23	2,30	-2,54	4,03	4,13	1.622,88	2,80
20/3/09	4,35	1,64	10,59	1,78	2,45	6,52	4,11	1,99	1.647,88	1,54
23/3/09	4,75	9,20	11,00	3,84	2,59	5,71	4,36	6,08	1.689,55	2,53
24/3/09	4,75	0,00	11,07	0,67	2,59	0,00	4,31	-1,15	1.694,28	0,28
26/3/09	5,05	6,32	11,39	2,84	2,75	6,18	4,42	2,55	1.714,00	1,16
27/3/09	4,85	-3,96	10,61	-6,82	2,65	-3,64	4,22	-4,52	1.671,80	-2,46
30/3/09	4,67	-3,71	9,80	-7,67	2,55	-3,77	4,03	-4,50	1.629,68	-2,52
31/3/09	4,98	6,64	10,55	7,64	2,72	6,67	4,34	7,69	1.684,37	3,36
1/4/09	5,19	4,22	10,64	0,88	2,64	-2,94	4,34	0,00	1.678,72	-0,34
2/4/09	5,58	7,51	11,43	7,47	2,81	6,44	4,74	9,22	1.752,81	4,41
3/4/09	5,80	3,94	11,92	4,20	2,73	-2,85	4,84	2,11	1.754,62	0,10
6/4/09	5,58	-3,79	11,74	-1,47	2,76	1,10	4,90	1,24	1.741,41	-0,75
7/4/09	5,55	-0,54	11,55	-1,57	2,71	-1,81	4,72	-3,67	1.729,27	-0,70
8/4/09	5,97	7,57	12,40	7,28	2,80	3,32	5,09	7,84	1.807,11	4,50
9/4/09	6,50	8,88	12,96	4,55	2,88	2,86	5,40	6,09	1.881,95	4,14
14/4/09	6,56	0,92	13,03	0,57	2,82	-2,08	5,72	5,93	1.901,00	1,01
15/4/09	6,80	3,66	12,85	-1,42	2,82	0,00	5,80	1,40	1.928,29	1,44
16/4/09	6,93	1,91	13,59	5,76	2,93	3,90	6,04	4,14	1.973,25	2,33
21/4/09	6,43	-7,22	12,50	-8,03	2,79	-4,78	5,65	-6,46	1.880,69	-4,69
22/4/09	6,61	2,80	12,77	2,14	2,93	5,02	5,52	-2,30	1.894,56	0,74
23/4/09	6,50	-1,66	12,81	0,36	2,87	-2,05	5,55	0,54	1.905,92	0,60
24/4/09	6,55	0,77	13,36	4,26	2,86	-0,35	5,62	1,26	1.926,54	1,08
27/4/09	6,55	0,00	13,26	-0,69	2,81	-1,75	5,61	-0,18	1.925,81	-0,04
28/4/09	6,55	0,00	13,05	-1,60	2,92	3,91	5,56	-0,89	1.907,43	-0,95
29/4/09	6,91	5,50	13,85	6,09	3,16	8,22	5,80	4,32	1.990,51	4,36
30/4/09	7,45	7,81	14,73	6,41	3,27	3,48	6,00	3,45	2.053,74	3,18

Βιβλιογραφία

- Bessis, J. (2002). *Risk Management in Banking*, 2nd Edition, Wiley
- Bodie, Z., Kane, A., Marcus, A., (2005). *Investments*, 6th Edition, Mc Graw Hill-Irwin
- Jorion, Ph. (2007). *Value at Risk: The New Benchmark for Controlling Market Risk*, 3rd Edition, McGraw Hill-Irwin.
- Hull, J. (2008). *Options Future and Other Derivatives*, 7th Edition, Prentice Hall.
- Pafka, S., Kondor, I. (2001). Evaluating the RiskMetrics Methodology in Measuring Volatility and Value-at-Risk in Financial Markets, Preprint Submitted to Elsevier Science.
- RiskMetrics Group, <http://www.riskmetrics.com>, (1996). *RiskMetrics Technical Document*, 4th Edition, New York, J.P. Morgan. Reuters.
- Gonzalez-Rivera, G., Lee, T.H., Yoldas, E. (2007). *Optimality of RiskMetrics VaR Model*, Finance Research Letters, 4(3), 137-145

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ