

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

Περιεχόμενα.....	1
Πρόλογος.....	3

ΠΡΩΤΟ ΜΕΡΟΣ

1 Θεωρία χαρτοφυλακίου	
1.1 Εισαγωγή.....	5
1.2 Η έννοια του αποδοτικού συνόρου.....	5
1.3 Αποδοτικό σύνολο ως συνδυασμός ενός περιουσιακού στοιχείου χωρίς κίνδυνο με ριψοκίνδυνο χαρτοφυλάκιο.....	8
1.4 Το αποδοτικό σύνολο με δυνατότητα δανεισμού στο επιτόκιο μηδενικού κινδύνου.....	10
1.5 Η γραμμή κεφαλαιαγοράς(capital market line – CML) και το θεώρημα διαχωρισμού.....	12
1.6 Είδη κινδύνων.....	13
1.7 Διαφοροποίηση κινδύνου.....	15
1.8 Προβλήματα στην εφαρμογή κλασσικής μεθόδου Markowitz.....	17
2 Capital Asset Pricing Model (CAPM)	
2.1 Εισαγωγή.....	19
2.2 Βασικές υποθέσεις του CAPM.....	19
2.3 Η γραμμή αγοράς τίτλων (security market line – SML).....	21
3 Διαφορετικές εκδοχές του CAPM	
3.1 Εισαγωγή.....	24
3.2 Μη ύπαρξη short sale.....	24
3.3 Διαφορετικό επιτόκιο δανειοδότησης και δανειοληψίας.....	24
3.4 Ύπαρξη φόρων.....	25
3.5 Ύπαρξη μη διαπραγματεύσιμων περιουσιακών στοιχείων (nonmarketable assets).....	27
3.6 Ύπαρξη ετερογενών προσδοκιών (heterogeneous expectations).....	28
3.7 Συμπεριφορά μη αποδοχής των τιμών (non – price – taking behavior).....	29
3.8 Ανάλυση CAPM σε πολλές περιόδους (multiperiod CAPM).....	30
3.9 Το CAPM βασισμένο στην κατανάλωση.....	31
3.10 Πληθωριστικό κίνδυνος και ισορροπία.....	33
3.11 Το πολυμεταβλητό CAPM (multi – beta CAPM).....	33
3.12 Το μοντέλο των Fama – French.....	35
4 Μέτρα αξιολόγησης αποτελεσματικότητας χαρτοφυλακίου	
4.1 Εισαγωγή.....	38
4.2 The Sharpe ratio.....	38
4.3 The Jensen' s alpha.....	42
4.4 The Treynor ratio.....	44
4.5 Σχετικά μέτρα αξιολόγησης αποτελεσματικότητας χαρτοφυλακίων επένδυσης (relative performance measures).....	45
4.6 The information ratio.....	45
4.7 The Sortino ratio.....	47
4.8 Εμπειρικές μελέτες με χρήση των μέτρων αποτελεσματικότητας.....	48
4.8.1 Η μελέτη του Sharpe.....	48
4.8.2 Η μελέτη του Treynor.....	49
4.8.3 Η μελέτη του Jensen.....	50

4.8.4 Η μελέτη των J. D. Jobson και Bob Korkie.....	52
---	----

ΔΕΥΤΕΡΟ ΜΕΡΟΣ

5 Γεωγραφική διαφοροποίηση έναντι κλαδικής σε μετοχικά χαρτοφυλάκια στην Ευρωζώνη	
5.1 Εισαγωγή.....	55
5.2 Στατιστική της μέτρησης.....	55
5.3 Δεδομένα.....	56
5.4 Πραγματοποίηση της μέτρησης και συμπεράσματα.....	57
Βιβλιογραφία.....	59
Αρθρογραφία.....	59

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Σκοπός αυτής της εργασίας είναι να περιγράψει τα κυριότερα μέτρα αξιολόγησης αποτελεσματικότητας χαρτοφυλακίου όσο το δυνατό καλύτερα ώστε να φανεί η συνεισφορά τους στις επιλογές των επενδυτών μεταξύ διάφορων ευκαιριών επένδυσης που προκύπτουν. Η συνεισφορά αυτή γίνεται ουσιαστική μέσα από την ορθή χρήση του κατάλληλου μέτρου σε κάθε περίπτωση. Έτσι μέσα από την περιγραφή τους έγινε προσπάθεια να φανούν οι ομοιότητες και κυρίως οι διαφορές τους.

Δεδομένου ότι η θεωρία των μέτρων αξιολόγησης αποτελεσματικότητας χαρτοφυλακίου βασίζεται στη θεωρία χαρτοφυλακίου, στο πρώτο κεφάλαιο της εργασίας κάνουμε αναφορά στις κυριότερες έννοιες της θεωρίας χαρτοφυλακίου ώστε να υπάρξει μία σύνδεση μεταξύ τους. Ειδικότερα αναφερόμαστε στην κλασσική θεωρία αριστοποίησης χαρτοφυλακίου που αναπτύχθηκε από τον Markowitz και αποτελεί τον ακρογωνιαίο λίθο για τη σύγχρονη οικονομική θεωρία.

Στο δεύτερο κεφάλαιο της εργασίας παρουσιάζουμε το υπόδειγμα αποτίμησης περιουσιακών στοιχείων (CAPM) και τις υποθέσεις πάνω στις οποίες δομήθηκε. Τα μοντέλα γενικής ισορροπίας είναι αυτά που επιτρέπουν στους επενδυτές να επιλέξουν το κατάλληλο μέτρο αξιολόγησης αποτελεσματικότητας χαρτοφυλακίου τους και να προσδιορίσουν τη σχέση μεταξύ αναμενόμενης απόδοσης και αναλαμβανόμενου κινδύνου χαρτοφυλακίου τους. Το CAPM είναι το πρώτο μοντέλο γενικής ισορροπίας και σηματοδοτεί τη γέννηση της θεωρίας αποτίμησης περιουσιακών στοιχείων ενώ μετά από τέσσερις δεκαετίες συνεχίζει να χρησιμοποιείται στην πράξη χάρη της απλότητάς του αλλά και των καλών τιμολογήσεων περιουσιακών στοιχείων που επιτυγχάνει. Αν και οι υποθέσεις στις οποίες στηρίζεται είναι πολύ αυστηρές σε σημείο να συνθέτουν ένα μη ρεαλιστικό πλαίσιο στο οποίο ορίζεται, το υπόδειγμα αποτίμησης περιουσιακών στοιχείων καταφέρνει να περιγράψει καλά την πραγματικότητα.

Στο τρίτο κεφάλαιο της εργασίας αναθεωρούμε κάθε φορά και από μία μη ρεαλιστική υπόθεση του υποδείγματος αποτίμησης περιουσιακών στοιχείων και εξετάζουμε την επίδραση αυτής της αλλαγής στο μοντέλο.

Στο επόμενο κεφάλαιο περνάμε στο κύριο θέμα της εργασίας περιγράφοντας τα σημαντικότερα μέτρα αξιολόγησης αποτελεσματικότητας χαρτοφυλακίου. Τα μέτρα αξιολόγησης αποτελεσματικότητας συνδέουν την απόδοση με τον αναλαμβανόμενο κίνδυνο της εκάστοτε επένδυσης, δηλαδή να κύρια κριτήρια με τα οποία αποφασίζει ο απλός επενδυτής να επιλέξει ανάμεσα στις πολυάριθμες ευκαιρίες επένδυσης που παρουσιάζονται. Για να γίνει κατανοητό πιο είναι το κατάλληλο μέτρο που πρέπει να επιλεγεί κάθε φορά αναφέρουμε τα υποδείγματα στα οποία στηρίζονται τα μέτρα, τις μαθηματικές

σχέσεις που τα ορίζουν καθώς και τη θεωρητική ερμηνεία τους. Τα μέτρα τα οποία περιγράφουμε είναι το Sharpe ratio, το Jensen's alpha, το adjusted Jensen's alpha, το Treynor ratio, το Information ratio και το Sortino ratio. Στη συνέχεια παραθέτονται ορισμένες μελέτες που έγιναν με τη χρήση των μέτρων αποτελεσματικότητας, όπως του Sharpe, του Treynor, του Jensen και των Jobson και Korkie, μέσα από τις οποίες επισημαίνονται οι ομοιότητες αλλά και οι διαφορές των μέτρων.

Στο τελευταίο κεφάλαιο της εργασίας περιγράφουμε το τεστ που πραγματοποιήσαμε. Συγκεκριμένα αποφασίσαμε να μελετήσουμε την υπόθεση ότι η γεωγραφική διαφοροποίηση μετοχικών χαρτοφυλακίων στην Ευρωζώνη δε δίνει επιπλέον όφελος στους επενδυτές πάνω από την κλαδική διαφοροποίηση, από το Μάρτιο του 1995 μέχρι το Δεκέμβριο του 2009, χρησιμοποιώντας τους μέγιστους λόγους Sharpe των χαρτοφυλακίων στο χρόνο. Για την πραγματοποίηση αυτής της εφαρμογής βασιστήκαμε στη μεθοδολογία των Jobson και Korkie. Ειδικότερα συλλέξαμε χρηματιστηριακούς δείκτες από τη Datastream για επτά χώρες και δέκα κλάδους της Ευρωζώνης και κατασκευάσαμε το ευρύτερο χαρτοφυλάκιο από τους δεκαεπτά δείκτες και το περιορισμένο από τους επτά δείκτες χωρών. Τα αποτελέσματα του τεστ, κυρίως, υποστήριζαν την παραπάνω υπόθεση με κάποιες αποκλίσεις στα μέσα του 1998 και στις αρχές του 2000. Από τις αρχές του 2002 όμως μέχρι το τέλος του 2009 η υπόθεση ότι η γεωγραφική διαφοροποίηση μετοχικού χαρτοφυλακίου στην Ευρωζώνη δεν δίνει επιπλέον οφέλη πάνω από την κλαδική στηρίζεται ισχυρά.

Για την πραγματοποίηση αυτής της εργασίας και ιδιαίτερα του εμπειρικού μέρους αυτής, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον κύριο Μαλλιάρη, χωρίς τη συμβολή του οποίου δε θα είχε ολοκληρωθεί. Τέλος θέλω να ευχαριστήσω την αδελφή μου, Δανάη, της οποίας η στήριξη το τελευταίο διάστημα ήταν καθοριστική στην προσπάθεια που κατέβαλα η οποία συνοψίζεται σε αυτήν την εργασία.

ΠΡΩΤΟ ΜΕΡΟΣ

1. Θεωρία Χαρτοφυλακίου

1.1 Εισαγωγή

Καθώς η θεωρία που αφορά στα μέτρα αξιολόγησης αποτελεσματικότητας χαρτοφυλακίου επένδυσης βασίζεται στα μοντέλα αποτίμησης περιουσιακών στοιχείων θεωρήσαμε εύλογο να κάνουμε αρχικά μια σύντομη αναφορά στη θεωρία χαρτοφυλακίου ώστε να υπάρξει μια σύνδεση μεταξύ τους.

1.2 Η Έννοια του αποδοτικού συνόρου

Δεδομένης της ύπαρξης πληθώρας περιουσιακών στοιχείων, μπορούν να δημιουργηθούν άπειρα χαρτοφυλάκια είτε συνδυάζοντας διαφορετικά περιουσιακά στοιχεία για τη σύνθεση του χαρτοφυλακίου, είτε επενδύοντας διαφορετικά ποσοστά πλούτου σε καθένα από αυτά. Το ερώτημα όμως είναι ποια χαρτοφυλάκια ενδιαφέρουν τον επενδυτή από το άπειρο σύνολο επιλογών που δημιουργείται. Η απάντηση δίνεται μέσα από τη μέθοδο αριστοποίησης χαρτοφυλακίων που αναπτύχθηκε από τον Markowitz.

Η κλασική μέθοδος αριστοποίησης χαρτοφυλακίου που αναπτύχθηκε από τον Markowitz αποτελεί τον ακρογωνιαίό λίθο για τη σύγχρονη οικονομική θεωρία και ένα πολύ ισχυρό εργαλείο για την αποτελεσματική κατανομή του πλούτου σε διαφορετικές επενδυτικές επιλογές. Η μέθοδος βασίζεται στις προτιμήσεις των επενδυτών που έχουν ως εξής:

Ο επενδυτής θα επιλέξει το άριστο γι' αυτόν χαρτοφυλάκιο από το σύνολο εκείνων που

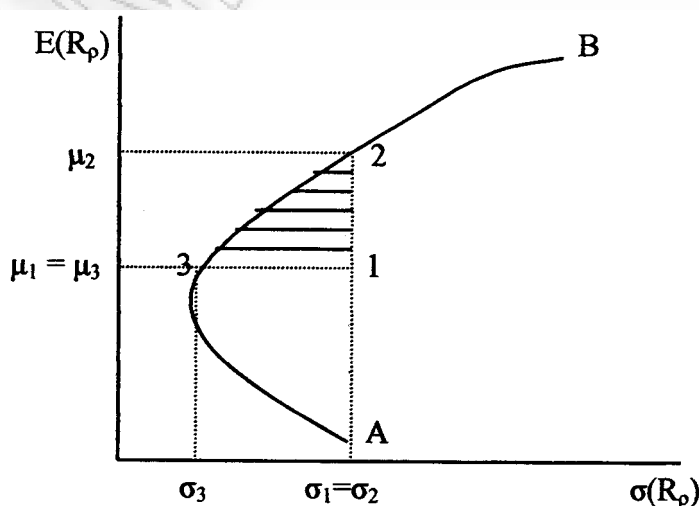
- 1) Προσφέρουν τη μέγιστη αναμενόμενη απόδοση για δεδομένο επίπεδο κινδύνου
- 2) Ενέχουν το μικρότερο κίνδυνο για δεδομένο επίπεδο αναμενόμενης απόδοσης

Υπόθεση της θεωρίας είναι ότι οι αποδόσεις των εκάστοτε περιουσιακών στοιχείων ακολουθούν την κανονική κατανομή. Το νόημα αυτής είναι ότι για τη μέθοδο αριστοποίησης χαρτοφυλακίου αρκεί η γνώση των αναμενόμενων αποδόσεων, των τυπικών αποκλίσεων και των συνδιακυμάνσεων των ανά ζεύγη περιουσιακών στοιχείων που απαρτίζουν το χαρτοφυλάκιο επένδυσης. Με αυτές τις πληροφορίες καθορίζονται τα αποδοτικά χαρτοφυλάκια, ενώ το σύνολό τους στο επίπεδο αναμενόμενης απόδοσης – αναλαμβανόμενου κινδύνου καλείται αποδοτικό σύνολο του Markowitz.

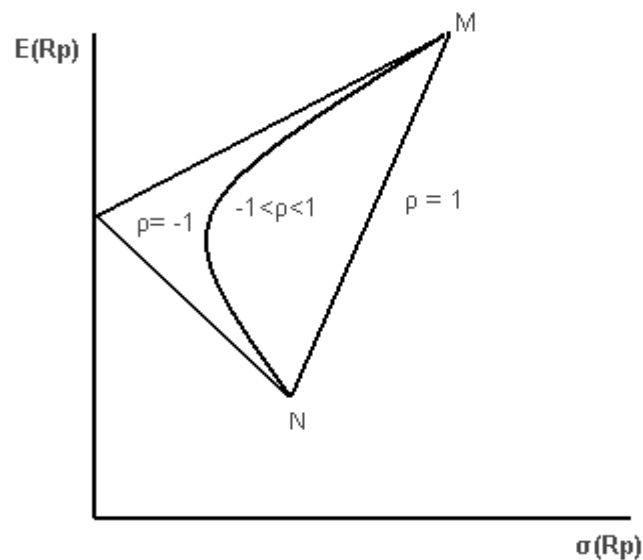
Στο παρακάτω διάγραμμα η καμπύλη AB εσωκλείει όλα τα δυνατά χαρτοφυλάκια επένδυσης και από αυτά θα αναγνωρίσουμε εκείνα που παράγουν το αποδοτικό σύνορο και είναι αντικείμενο ενδιαφέροντος του επενδυτή. Για χάρη ευκολίας περιοριστήκαμε στην ύπαρξη τριών τυχαίων χαρτοφυλακίων 1, 2 και 3.

Όπου μ_1 , μ_2 , μ_3 είναι οι αναμενόμενες αποδόσεις και σ_1 , σ_2 , σ_3 είναι οι τυπικές αποκλίσεις των χαρτοφυλακίων 1, 2 και 3 αντίστοιχα.

Σύμφωνα με τις προαναφερόμενες προτιμήσεις του επενδυτή από τα άπειρα χαρτοφυλάκια που δύναται να επενδύσει, αρχικά περιορίζεται σε αυτά που υπάρχουν πάνω στην καμπύλη AB. Έστω ότι η παρουσία του χαρτοφυλακίου 1 συμβολίζει οποιοδήποτε χαρτοφυλάκιο που δεν ανήκει στην καμπύλη AB. Τότε για δεδομένο επίπεδο κινδύνου σ_1 παρατηρούμε ότι υπάρχει χαρτοφυλάκιο 2 πάνω στην καμπύλη AB με απόδοση μ_2 μεγαλύτερη της απόδοσης μ_1 ($\mu_2 > \mu_1$). Επομένως το χαρτοφυλάκιο 1 κυριαρχείται από το χαρτοφυλάκιο 2, που είναι αυτό που θα επιλέξει ο επενδυτής για δεδομένο επίπεδο κινδύνου $\sigma = \sigma_1 = \sigma_2$. Θεωρώντας δεδομένο το επίπεδο αναμενόμενης απόδοσης μ_1 παρατηρούμε ότι υπάρχει χαρτοφυλάκιο 3 πάνω στην καμπύλη AB για το οποίο αναλαμβάνεται κίνδυνος σ_3 μικρότερος από τον κίνδυνο σ_1 του χαρτοφυλακίου 1 ($\sigma_3 < \sigma_1$). Άρα το χαρτοφυλάκιο 1 κυριαρχείται από το χαρτοφυλάκιο 3, που θα επιλέξει ο επενδυτής για δεδομένο επίπεδο απόδοσης $\mu = \mu_1 = \mu_3$. Γενικότερα, τα χαρτοφυλάκια που βρίσκονται δεξιότερα και χαμηλότερα πάνω στην καμπύλη AB είναι περισσότερο επικίνδυνα από αυτά που βρίσκονται αριστερότερα και υψηλότερα της καμπύλης, εφόσον κυριαρχούνται από αυτά. Το χαρτοφυλάκιο 3 που βρίσκεται στο δεξιότερο μέρος της καμπύλης, έχει τη μικρότερη τυπική απόκλιση όλων και καλείται χαρτοφυλάκιο ελαχίστου κινδύνου (global minimum variance portfolio). Το μέρος της καμπύλης AB από το χαρτοφυλάκιο ελαχίστου κινδύνου και πάνω ονομάζεται αποδοτικό σύνορο Markowitz.



Το σχήμα της καμπύλης με τα χαρτοφυλάκια πιθανά προς επένδυση, είναι πολύ ευαίσθητο στη συσχέτιση των αποδόσεων περιουσιακών στοιχείων των χαρτοφυλακίων. Έστω ότι εξετάζουμε την περίπτωση δύο περιουσιακών, M και N, στοιχείων από τα οποία μπορούν να σχηματισθούν διάφορα χαρτοφυλάκια ανάλογα με τα ποσοστά επένδυσης σε καθένα από τα στοιχεία αυτά. Ο συντελεστής συσχέτισης ($\rho_{M,N}$) μπορεί να πάρει τιμές από -1 έως 1. Η τιμή 1 σημαίνει ότι οι αποδόσεις των δύο περιουσιακών στοιχείων κινούνται προς την ίδια κατεύθυνση πλήρως συσχετισμένες, ώστε το ένα στοιχείο να μπορεί να θεωρηθεί ως πλήρες υποκατάστατο του άλλου. Η τιμή -1 σημαίνει ότι οι κινήσεις των αποδόσεων των περιουσιακών στοιχείων είναι ακριβώς αντίθετες μεταξύ τους. Οι ενδιάμεσες τιμές δηλώνουν μερική συσχέτιση μεταξύ των αποδόσεων στοιχείων, είτε θετική είτε αρνητική, με ειδική περίπτωση την τιμή του συντελεστή συσχέτισης ίση με μηδέν που δείχνει ότι οι αποδόσεις των περιουσιακών στοιχείων δεν συσχετίζονται καθόλου μεταξύ τους. Στο παρακάτω διάγραμμα φαίνεται το σχήμα της καμπύλης των χαρτοφυλακίων που σχηματίζονται από τα περιουσιακά στοιχεία M και N για διάφορες τιμές του συντελεστή συσχέτισης ($\rho_{M,N}$).



Όταν ο συντελεστής συσχέτισης μεταξύ των αποδόσεων δύο περιουσιακών στοιχείων είναι 1 τότε όλοι οι συνδυασμοί τους βρίσκονται πάνω σε ένα ευθύγραμμο τμήμα στο χώρο αναμενόμενης απόδοσης – κινδύνου χαρτοφυλακίου, που συνδέει το χαρτοφυλάκιο με όλο τον πλούτο επενδυμένο στο περιουσιακό στοιχείο M με το χαρτοφυλάκιο που όλος ο πλούτος έχει

επενδυθεί στο περιουσιακό στοιχείο N. Καθώς ο συντελεστής συσχέτισης μειώνεται η καμπύλη του συνόλου των συνδυασμών των δύο περιουσιακών στοιχείων γίνεται κοίλη και όσο μικρότερος γίνεται το τόξο της καμπύλης πλησιάζει των άξονα των αναμενόμενων αποδόσεων. Τέλος όταν ο συντελεστής συσχέτισης γίνεται -1 το τόξο της καμπύλης ακουμπάει τον άξονα των αναμενόμενων αποδόσεων και η καμπύλη διασπάται σε δύο ευθύγραμμα τμήματα, όπως απεικονίζονται στο παραπάνω διάγραμμα. Η πλήρης αρνητική συσχέτιση των δύο περιουσιακών στοιχείων του χαρτοφυλακίου επένδυσης σημαίνει ότι υπάρχει χαρτοφυλάκιο που σχηματίζεται από τα M και N που έχει θετική αναμενόμενη απόδοση και μηδενικό αναλαμβανόμενο κίνδυνο.

1.3 Αποδοτικό σύνορο ως συνδυασμός ενός περιουσιακού στοιχείου χωρίς κίνδυνο με ριψοκίνδυνο χαρτοφυλάκιο

Η ύπαρξη περιουσιακού στοιχείου χωρίς κίνδυνο, ως συστατικό χαρτοφυλακίου επένδυσης, παίζει σημαντικό ρόλο στον καθορισμό του αποδοτικού συνόρου και κατ' επέκταση στις δυνατές επιλογές που δημιουργούνται για τον επενδυτή. Θα εξετάσουμε, λοιπόν, την περίπτωση συνδυασμού ενός περιουσιακού στοιχείου χωρίς κίνδυνο με ένα ριψοκίνδυνο χαρτοφυλάκιο από το αποδοτικό σύνορο του Markowitz.

Θεωρώντας περιουσιακό στοιχείο χωρίς κίνδυνο, f , εννοούμε ότι το στοιχείο f έχει βέβαιη αναμενόμενη απόδοση εκ των προτέρων, δηλαδή μηδενική τυπική απόκλιση ($\sigma_{R_f} = 0$). Επομένως στην περίπτωση συνδυασμού του στοιχείου f με οποιοδήποτε άλλο μεμονωμένο περιουσιακό στοιχείο ή χαρτοφυλάκιο, η συνδιακύμανσή των αποδόσεών τους θα είναι ίση με μηδέν. Η συνδιακύμανση δίνεται από τον τύπο

$$\text{Cov}(R_f, R_i) = 1/n * \sum [R_i - E(R_i)] * [R_f - E(R_f)]$$

Όμως εφόσον η αναμενόμενη απόδοση του περιουσιακού στοιχείου f είναι βέβαιη ισχύει

$$R_f = E(R_f)$$

και αντικαθιστώντας στον παραπάνω τύπο της συνδιακύμανσης δίνεται ότι $\text{Cov}(R_f, R_i) = 0$

Ομοίως και ο συντελεστής συσχέτισης του περιουσιακού στοιχείου f , που είναι μηδενικού κινδύνου, με οποιοδήποτε άλλο περιουσιακό στοιχείο ή χαρτοφυλάκιο είναι μηδέν. Ο συντελεστής συσχέτισης δίνεται από τον τύπο

$$\rho(R_f, R_i) = \text{Cov}(R_f, R_i) / \sigma_{R_i} * \sigma_{R_f}$$

αφού $\text{Cov}(R_f, R_i) = 0$

τότε αντικαθιστώντας στον παραπάνω τύπο που δίνει τον συντελεστή συσχέτισης ισχύει

$$\rho(R_f, R_i) = 0$$

Έστω ότι ο όλος ο πλούτος του επενδυτή διαμοιράζεται μεταξύ του περιουσιακού στοιχείου μηδενικού κινδύνου και του ριψοκίνδυνου χαρτοφυλακίου, i , τότε η απόδοση του χαρτοφυλακίου του επενδυτή θα είναι το σταθμισμένο άθροισμα των επιμέρους αποδόσεων των στοιχείων που απαρτίζουν το χαρτοφυλάκιο, με σταθμά τα ποσοστά πλούτου που επενδύθηκαν στο κάθε στοιχείο.

$$E(R_p) = w_{Rf} * R_f + w_{Ri} * E(R_i)$$

όπου

w_{Rf} = το ποσοστό πλούτου που επενδύθηκε στο περιουσιακό στοιχείο χωρίς κίνδυνο

$E(R_i)$ = η αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου i

$E(R_p)$ = η αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου επένδυσης p

Εφόσον όλος ο πλούτος διαμοιράζεται μεταξύ των παραπάνω στοιχείων θα ισχύει ότι

$$w_{Ri} = 1 - w_{Rf}$$

χωρίς όμως να σημαίνει ότι τα σταθμά δεν μπορούν να είναι μεγαλύτερα της μονάδος, αφού ο επενδυτής δύναται να δανείσει αλλά και να δανειστεί στο περιουσιακό στοιχείο μηδενικού κινδύνου επενδύοντας μεγαλύτερο ποσοστό στο ριψοκίνδυνο χαρτοφυλάκιο.

ο παραπάνω τύπος απόδοσης μετασχηματίζεται σε

$$E(R_p) = w_{Rf} * R_f + (1 - w_{Rf}) * E(R_i)$$

ο αναλαμβανόμενος κίνδυνος από την επένδυση στο χαρτοφυλάκιο p δίνεται από την σχέση

$$\sigma_{Rp} = [w_{Rf}^2 * \sigma_{Rf}^2 + (1 - w_{Rf})^2 * \sigma_{Ri}^2 + 2 * w_{Rf} * (1 - w_{Rf}) * \text{Cov}(R_f, R_i)]^{1/2}$$

όπως δείξαμε όμως παραπάνω η συνδιακύμανση είναι ίση με μηδέν και η σχέση μετασχηματίζεται στην παρακάτω

$$\sigma_{Rp} = (1 - w_{Rf}) * \sigma_{Ri}$$

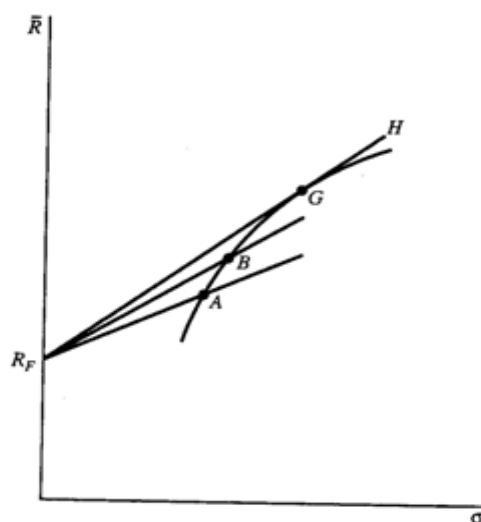
Επομένως καταλήξαμε στο συμπέρασμα ότι ο κίνδυνος που αναλαμβάνεται επενδύοντας σε χαρτοφυλάκιο που συνδυάζει περιουσιακό στοιχείο χωρίς

κίνδυνο με ριψοκίνδυνο στοιχείο είναι ίσος με το ποσοστό συνεισφοράς κινδύνου του ριψοκίνδυνου στοιχείου στο χαρτοφυλάκιο, το οποίο δίνεται από την παραπάνω γραμμική σχέση.

1.4 Το αποδοτικό σύνολο με δυνατότητα δανεισμού στο επιτόκιο μηδενικού κινδύνου

Επεκτείνουμε τα προηγούμενα συμπεράσματα, θεωρώντας ότι ο επενδυτής μπορεί να δανείσει στο επιτόκιο μηδενικού κινδύνου επενδύοντας στο περιουσιακό στοιχείο χωρίς κίνδυνο (f), δηλαδή ένα στοιχείο με βέβαιη απόδοση (R_f). Επίσης μπορεί να δανειστεί στο επιτόκιο μηδενικού κινδύνου πουλώντας short το περιουσιακό στοιχείο f .

Το χαρτοφυλάκιο που προκύπτει ως συνδυασμός περιουσιακού στοιχείου χωρίς κίνδυνο και ριψοκίνδυνου στοιχείου από το αποδοτικό σύνολο Markowitz βρίσκεται πάνω στην ευθεία που θα ενώνει αυτά τα στοιχεία που το συνθέτουν στο χώρο αναμενόμενης απόδοσης – κινδύνου. Στο παρακάτω διάγραμμα φαίνονται διάφοροι γραμμικοί συνδυασμοί του περιουσιακού στοιχείου χωρίς κίνδυνο με εναλλακτικά επικίνδυνα χαρτοφυλάκια από το αποδοτικό σύνολο Markowitz.



Για παράδειγμα ο επενδυτής θα μπορούσε να βρεθεί σε οποιοδήποτε σημείο πάνω στην ευθεία R_f - A επενδύοντας ένα ποσοστό του πλούτου του στο περιουσιακό στοιχείο χωρίς κίνδυνο (w_{R_f}) και το υπόλοιπο αυτού ($1 - w_{R_f}$) στο επικίνδυνο χαρτοφυλάκιο A . Το σύνολο των νοητών χαρτοφυλακίων πάνω στην ευθεία R_f - A κυριαρχεί έναντι όλων των επικίνδυνων χαρτοφυλακίων που βρίσκονται στο κομμάτι του αποδοτικού συνόρου κάτω από το A , καθώς για κοινά επίπεδα κινδύνου τα χαρτοφυλάκια πάνω στην R_f - A θα εξασφαλίζουν υψηλότερες αποδόσεις. Ομοίως μπορεί κάποιος να βρεθεί σε οποιοδήποτε

σημείο πάνω στην ευθεία R_f-B επενδύοντας μέρος του πλούτου του στο περιουσιακό στοιχείο χωρίς κίνδυνο και το υπόλοιπο στο επικίνδυνο χαρτοφυλάκιο B , όπως προηγουμένως. Το σύνολο των νοητών χαρτοφυλακίων που βρίσκονται πάνω στην ευθεία R_f-B κυριαρχεί όλων των επικίνδυνων χαρτοφυλακίων που βρίσκονται στο κομμάτι του αποδοτικού συνόρου κάτω από το B αλλά και των χαρτοφυλακίων της ευθείας R_f-A , αφού για κοινά επίπεδα κινδύνου θα δίνουν μεγαλύτερες αποδόσεις.

Επαναλαμβάνοντας την παραπάνω διαδικασία, περιστρέφοντας την ευθεία γραμμή που περνάει από το περιουσιακό στοιχείο χωρίς κίνδυνο κατά την κατεύθυνσή των δεικτών του ρολογιού, δηλαδή επιλέγοντας στη θέση του επικίνδυνου χαρτοφυλακίου ολοένα και πιο επικίνδυνα χαρτοφυλάκια από το αποδοτικό σύνολο (υψηλότερα σημεία), μπορεί κανείς να φθάσει στην εφαπτομένη του αποδοτικού συνόρου που διέρχεται από το σημείο R_f . Το επικίνδυνο χαρτοφυλάκιο G βρίσκεται στο εφαπτόμενο σημείο του αποδοτικού συνόρου και της ευθείας που περνάει από το σημείο R_f , ενώ ο επενδυτής δεν μπορεί να περιστρέψει περαιτέρω την εν λόγω ευθεία αφού από τον ορισμό του αποδοτικού συνόρου δεν υπάρχουν χαρτοφυλάκια πάνω από την ευθεία R_f-G . Το σύνολο των νοητών χαρτοφυλακίων πάνω στην R_f-G κυριαρχεί όλων των υπολοίπων επικίνδυνων χαρτοφυλακίων και γραμμικών συνδυασμών τους με το περιουσιακό στοιχείο χωρίς κίνδυνο. Έτσι όλοι οι επενδυτές θα επιλέξουν να συνδυάσουν το χαρτοφυλάκιο G με το περιουσιακό στοιχείο χωρίς κίνδυνο, αφού αυτός ο συνδυασμός υπερέρχει όλων των υπολοίπων.

Η διαφορά βρίσκεται στα ποσοστά επένδυσης πλούτου στα παραπάνω στοιχεία που δημιουργούν την ευθεία, σύμφωνα με τα οποία η θέση του επενδυτή μπορεί να είναι οποιαδήποτε πάνω στην R_f-G . Για παράδειγμα ο επενδυτής μπορεί να βρεθεί στο μέσο του ευθύγραμμου τμήματος R_fG με την επένδυση του μισού πλούτου του στο περιουσιακό στοιχείο χωρίς κίνδυνο, δηλαδή να δανείσει αυτό το ποσοστό πλούτου στο επιτόκιο μηδενικού κινδύνου και το υπόλοιπο μισό στο επικίνδυνο χαρτοφυλάκιο G ($w_{Rf} = 1 - w_G$).

Έστω ότι κάποιος θέλει να πετύχει μεγαλύτερη απόδοση από αυτή που εξασφαλίζει το χαρτοφυλάκιο G τότε δεν έχει παρά να δανειστεί χρήματα στο επιτόκιο μηδενικού κινδύνου, αυξάνοντας τη μόχλευση της επένδυσής του και να τα επενδύσει μαζί με όλο τον πλούτο του στο χαρτοφυλάκιο G . Σε αυτή την περίπτωση η θέση του πάνω στην ευθεία R_f-G θα είναι σε κάποιο σημείο μετά το G που θα δηλώνει ότι αναμένει υψηλότερη απόδοση αναλαμβάνοντας υψηλότερο κίνδυνο (λόγω αυξημένης μόχλευσης). Όμως αυτή η επιλογή του κυριαρχεί έναντι της επιλογής να επενδύσει μόνο σε επικίνδυνο χαρτοφυλάκιο, ίδιου κινδύνου, από το αποδοτικό σύνολο καθώς δίνει υψηλότερη απόδοση.

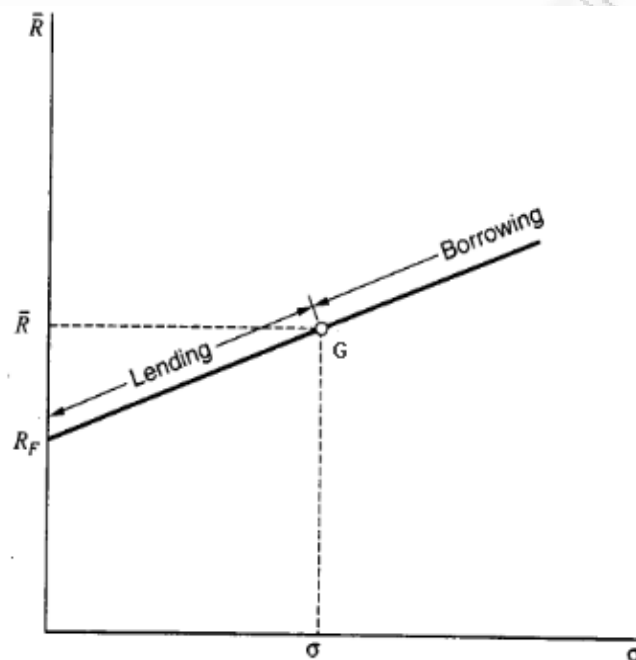
Αφού σε κάθε περίπτωση η ευθεία κυριαρχεί όλων των υπολοίπων συνδυασμών, όλοι οι επενδυτές θα κρατούν χαρτοφυλάκια με σύνθεση όμοια με αυτή του χαρτοφυλακίου G ενώ η θέση τους θα ποικίλει πάνω στην συγκεκριμένη ευθεία ανάλογα με το αν έχουν δανειστεί ή δανείσει, στο επιτόκιο μηδενικού κινδύνου και τα ποσοστά πλούτου που έχουν επενδύσει στο G και στο περιουσιακό στοιχείο χωρίς κίνδυνο. Επομένως δημιουργείται ένα νέο αποδοτικό σύνορο που είναι η ευθεία R_f-G και καλείται γραμμή κεφαλαιαγοράς (Capital Market Line - CML).

Όλα τα χαρτοφυλάκια που βρίσκονται πάνω στη γραμμή CML θα συσχετίζονται πλήρως θετικά μεταξύ τους, δηλαδή θα έχουν συντελεστή συσχέτισης ανά δύο ίσο με τη μονάδα. Αυτό προκύπτει από το γεγονός ότι όλα είναι γραμμικός συνδυασμός του ίδιου χαρτοφυλακίου G και του περιουσιακού στοιχείου χωρίς κίνδυνο. Είτε επιλέξει κάποιος να επενδύσει μέρος του πλούτου του στο περιουσιακό στοιχείο χωρίς κίνδυνο και το υπόλοιπο μέρος στο χαρτοφυλάκιο G , είτε επιλέξει να δανειστεί στο επιτόκιο μηδενικού κινδύνου και να επενδύσει την είσπραξη μαζί με το συνολικό πλούτο του στο G , η μεταβλητότητα του χαρτοφυλακίου που θα προκύψει θα απορρέει από τη μεταβλητότητα του επικίνδυνου χαρτοφυλακίου G . Η διαφορά στα χαρτοφυλάκια πάνω στη γραμμή CML θα έχει να κάνει με το μέγεθος της μεταβλητότητας που θα συνεισφέρεται από το ριψοκίνδυνο χαρτοφυλάκιο G ανάλογα με το ποσοστό πλούτου που έχει επενδυθεί σε αυτό.

1.5 Η γραμμή κεφαλαιαγοράς (capital market line – CML) και το θεώρημα διαχωρισμού

Εφόσον η γραμμή κεφαλαιαγοράς κυριαρχεί όλων των υπόλοιπων συνδυασμών επένδυσης είναι αναμενόμενο ότι όλοι οι επενδυτές θα αποφασίσουν να επενδύσουν έτσι ώστε να βρίσκονται πάνω σε αυτή. Οι διάφορες θέσεις που μπορούν να πάρουν πάνω στην ευθεία οφείλονται στις διαφορετικές προτιμήσεις που έχουν στον κίνδυνο. Όπως φαίνεται στο παρακάτω διάγραμμα αν κάποιος είναι σχετικά αντίθετος στον κίνδυνο (risk averse) θα επιλέξει να δανείσει μέρος του πλούτου του στο επιτόκιο μηδενικού κινδύνου (επένδυση στο περιουσιακό στοιχείο χωρίς κίνδυνο) και να επενδύσει το υπόλοιπο μέρος στο ριψοκίνδυνο χαρτοφυλάκιο G (κινείται σε χαμηλότερα επίπεδα κινδύνου). Αν κάποιος προτιμά περισσότερο κίνδυνο (risk lover) τότε θα επιλέξει να δανειστεί στο επιτόκιο μηδενικού κινδύνου (πώληση short του περιουσιακού στοιχείου χωρίς κίνδυνο) και να επενδύσει την είσπραξη μαζί με το σύνολο του πλούτου του στο ριψοκίνδυνο χαρτοφυλάκιο G . Αυτή η απόφαση έχει υψηλότερο κίνδυνο αλλά εξασφαλίζει και υψηλότερες αποδόσεις. Επομένως η CML είναι το αποδοτικό σύνορο και οι επενδυτές επιλέγουν που θα βρεθούν πάνω σε αυτή. Η ικανότητα καθορισμού του αποδοτικού ριψοκίνδυνου χαρτοφυλακίου επένδυσης

ανεξάρτητα από το ποιος είναι ο επενδυτής, δηλαδή ανεξάρτητα από τις προτιμήσεις του στον κίνδυνο ονομάστηκε από τον Tobin θεώρημα διαχωρισμού. Ειδικότερα το αν θα βρεθεί κάποιος πάνω στη γραμμή CML εξαρτάται από το αν θα αποφασίσει να επενδύσει στο χαρτοφυλάκιο G που είναι ανεξάρτητο από το ποιος θα είναι ο επενδυτής (απόφαση επένδυσης). Όσον αφορά το που θα βρεθεί πάνω στη γραμμή CML εξαρτάται από την προτίμησή του στον κίνδυνο, δηλαδή την απόφασή του αν θα είναι δανειστής ή δανειζόμενος ώστε να βρεθεί στο καταλληλότερο σημείο σύμφωνα με την προτίμησή του.



1.6 Είδη κινδύνων

Ο κίνδυνος επένδυσης συνήθως συνδέεται με την πιθανότητα μη πραγματοποίησης της αναμενόμενης απόδοσης κάποιου περιουσιακού στοιχείου. Η πιθανότητα αντανάκλα την αβεβαιότητα που υπάρχει για πραγματοποίηση μελλοντικών ενδεχομένων. Έστω λοιπόν ως ενδεχόμενο η απόδοση περιουσιακού στοιχείου που αναμένεται κατόπιν επένδυσης σε αυτό. Τότε όσο μεγαλύτερη είναι η αβεβαιότητα τόσο μεγαλύτερη είναι η απόκλιση μεταξύ της αναμενόμενης και της πραγματοποιηθείσας απόδοσης. Η τυπική απόκλιση μέσης απόδοσης που χρησιμοποιεί την πιθανότητα κάθε ενδεχομένου για να καθορίσει τη διασπορά γύρω από την αναμενόμενη απόδοση είναι το τυπικό μέτρο κινδύνου.

Σε ένα χαρτοφυλάκιο από περιουσιακά στοιχεία το καθένα συμμετέχει με το δικό του κίνδυνο, όμως ο συνολικός κίνδυνος χαρτοφυλακίου δεν είναι ίσος με το σταθμισμένο άθροισμα των επί μέρους κινδύνων καθώς αυτά αλληλεπιδρούν ανά δύο και είτε προσθέτουν περαιτέρω κίνδυνο είτε αφαιρούν μέσω της διαφοροποίησης κινδύνου.

Συγκεκριμένα ο κίνδυνος χαρτοφυλακίου μπορεί να διαχωριστεί σε δύο μέρη. Αυτός ο κίνδυνος που αφορά στα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά κάθε περιουσιακού στοιχείου που συμμετέχει στο χαρτοφυλάκιο καλείται μη συστηματικός κίνδυνος (διαφοροποιήσιμος) και μπορεί να ελαχιστοποιηθεί ή ακόμα και να μηδενιστεί μέσω μιας άριστης διαφοροποίησης. Ο κίνδυνος που οφείλεται σε παράγοντες που επηρεάζουν τις τιμές των περιουσιακών στοιχείων γενικότερα, όπως κάποιοι μακροοικονομικοί παράγοντες, παραδείγματος χάριν οι μεταβολές των επιτοκίων, του πληθωρισμού, οι προσδοκίες για μελλοντική οικονομική ανάπτυξη, η νομισματική και φορολογική πολιτική, καλείται συστηματικός κίνδυνος ή κίνδυνος της αγοράς. Ουσιαστικά χαρακτηρίζεται ως συστηματικός διότι δεν μπορεί να διαφοροποιηθεί και αποτελεί τον ελάχιστο κίνδυνο που δύναται να επιτευχθεί σε ένα χαρτοφυλάκιο.

Ας γυρίσουμε πίσω στο ριψοκίνδυνο χαρτοφυλάκιο G που θα επιλέξει κάθε επενδυτής να συνδυάσει με το περιουσιακό στοιχείο χωρίς κίνδυνο ανεξάρτητα από τις προτιμήσεις του σε αυτόν, για να βρεθεί κάπου πάνω στη γραμμή CML. Είναι λογικό ότι για να αποτελεί επιλογή κάθε επενδυτή θα πρέπει να περιέχει όλα τα δυνατά ριψοκίνδυνα περιουσιακά στοιχεία στα οποία θα ήθελε κάποιος να επενδύσει. Δεδομένου ότι η αγορά είναι σε ισορροπία απαραίτητο είναι όλα τα περιουσιακά στοιχεία να περιέχονται σε αυτό αναλογικά με την αγοραστική τους αξία. Εάν για παράδειγμα η ζήτηση για κάποιο περιουσιακό στοιχείο αυξηθεί με αποτέλεσμα να αυξηθεί η αξία του τότε θα αυξηθεί και η αναλογία του μέσα στο χαρτοφυλάκιο.

Το χαρτοφυλάκιο που περιλαμβάνει όλα τα ριψοκίνδυνα περιουσιακά στοιχεία καλείται χαρτοφυλάκιο της αγοράς (market - M). Καθώς το χαρτοφυλάκιο της αγοράς περιλαμβάνει όλα τα ριψοκίνδυνα περιουσιακά στοιχεία είναι πλήρως διαφοροποιημένο με αποτέλεσμα όλη η μεταβλητότητά του να προέρχεται από τον συστηματικό ή κίνδυνο αγοράς. Ειδικότερα μέρος της μεταβλητότητας οποιουδήποτε περιουσιακού στοιχείου αντισταθμίζεται από αντίθετη μεταβλητότητα άλλου περιουσιακού στοιχείου στο χαρτοφυλάκιο, με αποτέλεσμα η συνεισφορά κινδύνου στο χαρτοφυλάκιο από κάθε περιουσιακό στοιχείο να είναι μικρότερη από την μεταβλητότητά έκαστου έξω από αυτό.

1.7 Διαφοροποίηση κινδύνου

Η διαφοροποίηση κινδύνου χαρτοφυλακίου θεωρείται ένα από τα σημαντικότερα πλεονεκτήματα στη θεωρία επένδυσης. Ειδικότερα με τον όρο διαφοροποίηση κινδύνου εννοείται η διαδικασία πρόσθεσης περιουσιακών στοιχείων στο χαρτοφυλάκιο επένδυσης με σκοπό την ελαχιστοποίηση του συνεισφερόμενου κινδύνου από κάθε περιουσιακό στοιχείο σε αυτό και τελικά την ελαχιστοποίηση του ολικού κινδύνου χαρτοφυλακίου.

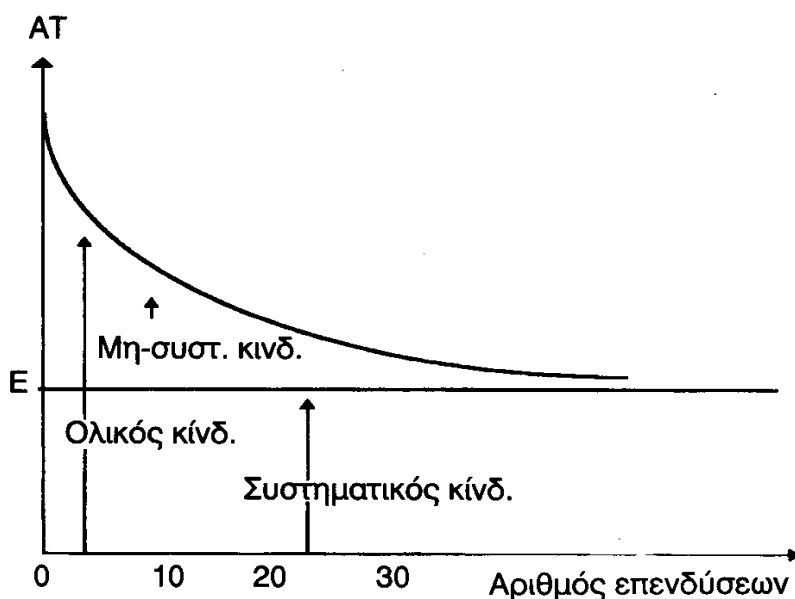
Για το χαρτοφυλάκιο επένδυσης επιλέγονται περιουσιακά στοιχεία που αν συνδυαστούν ανά δύο, μεταβλητότητα στις αποδόσεις του ενός αντισταθμίζεται από μεταβλητότητα στις αποδόσεις του άλλου, με αποτέλεσμα η μεταβλητότητα όλου του χαρτοφυλακίου να μπορεί να γίνει μικρότερη από το σταθμισμένο άθροισμα των μεταβλητοτήτων των περιουσιακών στοιχείων. Η ελαχιστοποίηση του κινδύνου χαρτοφυλακίου επένδυσης είναι το πλεονέκτημα της διαφοροποίησης.

Η δυναμική όλου αυτού είναι ότι κάποιος με άριστη διαφοροποίηση μπορεί να κρατά ένα χαρτοφυλάκιο αναλαμβάνοντας τον ελάχιστο κίνδυνο, δηλαδή τον κίνδυνο της αγοράς, χωρίς να θυσιάζει μέρος από την απόδοση που θα μπορούσε να πετύχει. Το ερώτημα που τίθεται όμως είναι πόσα περιουσιακά στοιχεία θα πρέπει να περιέχονται μέσα στο χαρτοφυλάκιο επένδυσης ώστε να επιτευχθεί η άριστη διαφοροποίηση.

Για τη εύρεση του κατάλληλου αριθμού περιουσιακών στοιχείων έγιναν αρκετές μελέτες κατά τις οποίες εξετάστηκε η μεταβλητότητα χαρτοφυλακίου, μέσω του μέτρου της τυπικής απόκλισης αναμενόμενης απόδοσης, για διάφορα χαρτοφυλάκια, κατασκευασμένα από τυχαία επιλεγμένες μετοχές από δείγματα διαφόρων μεγεθών. Μία από τις μελέτες ήταν των Evans και Archer (1968), οι οποίοι από δείγμα 470 μετοχών εξέτασαν εξήντα φορές από 40 χαρτοφυλάκια, τυχαία επιλεγμένα, που το καθένα περιείχε από 1 έως 40 μετοχές. Αυτό που παρατήρησαν ήταν ότι η τυπική απόκλιση χαρτοφυλακίου μειωνόταν άμεσα με την αύξηση αριθμού διαφορετικών μετοχών μέσα σε αυτό. Το συμπέρασμά τους ήταν ότι το μέγιστο πλεονέκτημα από την διαφοροποίηση κινδύνου είχε επιτευχθεί σε χαρτοφυλάκια που περιείχαν 10 διαφορετικές μετοχές. Αργότερα ο Statman (1987) μελέτησε το όφελος από τη διαφοροποίηση κινδύνου σε σχέση με το προστιθέμενο κόστος συναλλαγής λόγω περισσότερων μετοχών στο χαρτοφυλάκιο. Δηλαδή η διαφοροποίηση πρέπει να φθάνει τουλάχιστον στο βαθμό που το οριακό όφελός της, η μείωση κινδύνου, θα ισούται με το προστιθέμενο κόστος από τις συναλλαγές με περισσότερους τίτλους. Το συμπέρασμα στο οποίο κατέληξε ήταν ότι ένα καλά διαφοροποιημένο χαρτοφυλάκιο πρέπει να περιέχει τουλάχιστον 30 μετοχές για έναν επενδυτή που δανείζεται και 40 μετοχές για έναν επενδυτή δανειστή. Το ότι ένα χαρτοφυλάκιο με 30 έως 40 μετοχές θεωρείται καλά

διαφοροποιημένο κρίθηκε λογικό μέσα από την ανάλυση των Elton και Gruber (1977) που μελέτησαν τη σχέση μεταξύ μεγέθους χαρτοφυλακίου και τυπικής απόκλισης των αποδόσεών του. Βρέθηκε ότι ενώ οι 10 πρώτες μετοχές είναι οι σημαντικότερες για τον κίνδυνο χαρτοφυλακίου, οι πρώτες 20 μειώνουν τον κίνδυνο του χαρτοφυλακίου κατά 56%. Η αύξηση μεγέθους χαρτοφυλακίου στις 30 μετοχές μειώνει τον κίνδυνό του μόνο κατά 2% επιπλέον.

ΣΥΣΤΗΜΑΤΙΚΟΣ ΚΑΙ ΜΗ ΚΙΝΔΥΝΟΣ



Καταλήγοντας λοιπόν, η προσθήκη μετοχών στο χαρτοφυλάκιο, που δεν συσχετίζονται πλήρως, μπορεί να μειώσει τον συνολικό κίνδυνο χαρτοφυλακίου εξαλείφοντας το συστηματικό κίνδυνο και εξασφαλίζοντας στο χαρτοφυλάκιο τον κίνδυνο αγοράς. Ο δεύτερος δεν μπορεί να διαφοροποιηθεί, εφόσον η αβεβαιότητα των μακροοικονομικών παραγόντων, από τους οποίους προκύπτει, δεν μπορεί να εξαλειφθεί. Περαιτέρω ένα χαμηλότερο επίπεδο κινδύνου μπορεί να επιτευχθεί μέσω την διεθνούς διαφοροποίησης. Ειδικότερα, κάποιος από τους παράγοντες που προκαλούν το συστηματικό κίνδυνο σε μια χώρα δεν σχετίζονται πλήρως με αυτούς που προκαλούν το συστηματικό κίνδυνο σε άλλη χώρα με αποτέλεσμα όταν σε ένα χαρτοφυλάκιο συμπεριληφθούν τίτλοι από διάφορες χώρες ο κίνδυνός του να μειωθεί σε χαμηλότερο επίπεδο πιο γρήγορα. Ο Solnik (1974) παρατήρησε ότι προσθέτοντας τίτλους σε ένα χαρτοφυλάκιο είτε εγχώριους, είτε διεθνείς, ο κίνδυνός του μειώνεται. Σε κάθε περίπτωση όμως η προσθήκη διεθνών τίτλων εξασφάλιζε χαμηλότερο κίνδυνο και ταχύτερη μείωση κινδύνου ακόμα και σε χαρτοφυλάκιο με περιορισμένο αριθμό τίτλων. Έτσι με τη διεθνή διαφοροποίηση κινδύνου δύναται να φθάσουμε σε ένα παγκόσμιο επίπεδο συστηματικού κινδύνου.

1.8 Προβλήματα στην εφαρμογή κλασσικής μεθόδου Markowitz

(πηγή: Philippe Jorion 1992)

Παρά το γεγονός ότι η μέθοδος αριστοποίησης χαρτοφυλακίου Markowitz ή διαφορετικά μέθοδος μέσης απόδοσης – διακύμανσης αποτελεί θεμέλιο για τις σύγχρονες οικονομικές θεωρίες χαρτοφυλακίου αποφεύγεται να χρησιμοποιείται συχνά από τους επενδυτές, καθώς ισχυρίζονται ότι τα αποδοτικά χαρτοφυλάκια που προκύπτουν στερούν της επενδυτικής τους αξίας.

Συγκεκριμένα κατά την εφαρμογή της μεθόδου μέσης απόδοσης – διακύμανσης παρουσιάζονται ορισμένα προβλήματα. Ένα από αυτά οφείλεται στις μετρήσεις των δεδομένων που χρησιμοποιούνται, δηλαδή των μέσων αποδόσεων, των τυπικών αποκλίσεων και των συνδιακυμάνσεων. Δεδομένου ότι σε αυτή την μέθοδο λαμβάνονται υπόψη μόνο οι δύο πρώτες ροπές της κατανομής των αποδόσεων περιουσιακών στοιχείων θεωρείται ότι οι αποδόσεις ακολουθούν την κανονική κατανομή κι επομένως οι μέσες αποδόσεις, οι τυπικές αποκλίσεις τους και οι συνδιακυμάνσεις τους είναι σταθερά στο χρόνο και γνωστά με βεβαιότητα, χωρίς αυτό να ισχύει στην πραγματικότητα. Συνήθως οι παραπάνω παράμετροι που χρησιμοποιούνται στη εύρεση αποδοτικού συνόρου εκτιμώνται από ιστορικά δεδομένα που θεωρούνται γνωστά και ακριβή. Στην πράξη όμως η εκτίμηση τους γίνεται με κάποιο ποσοστό λάθους το οποίο καλείται λάθος εκτίμησης. Το μειονέκτημα της παραπάνω μεθόδου είναι ότι αγνοεί τελείως την αβεβαιότητα εκτίμησης αποδοτικού συνόρου που κληρονομείται από τα λάθη εκτίμησης των παραπάνω παραμέτρων. Αποτέλεσμα αυτού είναι να προσεγγίζονται τα αποδοτικά χαρτοφυλάκια επένδυσης αλλά να αγνοείται η ποιότητα των προσεγγίσεων που γίνονται. Στα αποδοτικά χαρτοφυλάκια ψηλότερα σταθμά επένδυσης έχουν τα περιουσιακά στοιχεία με τις υψηλότερες αναμενόμενες αποδόσεις, εκ κατασκευής. Σε αυτά τα περιουσιακά στοιχεία όμως πιθανότατα να έχει γίνει το μεγαλύτερο θετικό λάθος εκτίμησης. Έτσι υπερεκτιμώνται τα περιουσιακά στοιχεία με το μεγαλύτερο λάθος εκτίμησης και κατ' επέκταση υπερεκτιμάται η πραγματική αποδοτικότητα των χαρτοφυλακίων. Από τα προαναφερθέντα συνεπάγεται ότι τα σταθμά επένδυσης του άριστου χαρτοφυλακίου, που θα επιλέξει κάθε επενδυτής, είναι πολύ ευαίσθητα στις μεταβολές των αναμενόμενων αποδόσεων περιουσιακών στοιχείων με αποτέλεσμα μια μικρή μεταβολή σε αυτές να προκαλεί σημαντική μεταβολή στα σταθμά επένδυσης και στην αποδοτικότητα του χαρτοφυλακίου.

Ένα άλλο πρόβλημα που προκύπτει κατά τη κλασσική μέθοδο μέσης απόδοσης – διακύμανσης είναι η δυσκολία επιλογής του αποδοτικότερου (άριστου) χαρτοφυλακίου από το αποτελεσματικό σύνορο Markowitz. Δεδομένης της αβεβαιότητας στις εκτιμήσεις των μέσων αποδόσεων και των

τυπικών τους αποκλίσεων και τις άγνοιας της ποιότητας των προσεγγίσεων που γίνονται κατά τις μετρήσεις, οι επενδυτές δε μπορούν να γνωρίζουν με βεβαιότητα ποιο είναι το αποδοτικότερο χαρτοφυλάκιο από το αποδοτικό σύνορο σε όρους αναμενόμενης απόδοσης – κινδύνου.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΡΡΑΙΑ

2. Capital Asset Pricing Model (CAPM)

(Υπόδειγμα Αποτίμησης Περιουσιακών Στοιχείων)

2.1 Εισαγωγή

Το Capital Asset Pricing Model (CAPM) των William Sharpe, John Lintner και Jan Mossin, την περίοδο 1964 – 1966, σημαίνει τη γέννηση της θεωρίας αποτίμησης περιουσιακών στοιχείων, με αποτέλεσμα τη βράβευση του Sharpe με βραβείο Nobel το 1990. Μετά από τόσες δεκαετίες χρησιμοποιείται ακόμα ευρέως σε εφαρμογές όπως η εκτίμηση του κόστους κεφαλαίου εταιρειών, είτε η αξιολόγηση αποδοτικότητας χαρτοφυλακίων. Περαιτέρω είναι το κυριότερο μοντέλο παραγωγής αποδόσεων που διδάσκεται στα πανεπιστήμια. Αυτό που κάνει το μοντέλο τόσο ελκυστικό είναι ότι προσφέρει ισχυρές προβλέψεις, που συνάμα ικανοποιούν τη διαισθητική αντίληψη, σχετικά με το πώς μετράται ο κίνδυνος και τη σχέση μεταξύ αναμενόμενης απόδοσης και αναλαμβανόμενου κινδύνου. Παρ' ολ' αυτά το CAPM, ακόμα και σήμερα, αποδοκιμάζεται καθώς πολλές φορές δεν επαληθεύεται στα εμπειρικά τεστ και τα προβλήματα που παρουσιάζονται στην εφαρμογή του ενδέχεται να αντανakλούν προβλήματα στη θεωρία που το στηρίζει. Το μοντέλο CAPM υποθέτει ότι οι επενδυτές επιλέγουν χαρτοφυλάκια σύμφωνα με τη θεωρία του Markowitz, δηλαδή στο πλαίσιο μέσης απόδοσης – διακύμανσης, με αποτέλεσμα να κληρονομεί τα προβλήματα της κλασσικής θεωρίας. Επίσης απαιτεί επιπλέον υποθέσεις, όπως ομογενείς προσδοκίες επενδυτών, είναι μοντέλο μιας περιόδου και άλλες οι οποίες συνθέτουν ένα θεωρητικό κόσμο που απέχει από τον πραγματικό. Πέρα από όλα αυτά όμως, το μοντέλο ακόμα χρησιμοποιείται γιατί είναι ένα μοντέλο ισορροπίας μέσα από το οποίο προσδιορίζονται οι σχέσεις μεταξύ των αναμενόμενων αποδόσεων περιουσιακών στοιχείων, είναι εύκολο να ερμηνευθούν και κατά τις εμπειρικές εφαρμογές εξηγείται ένα πολύ σημαντικό ποσοστό της μεταβλητότητας των αποδόσεων των περιουσιακών στοιχείων.

2.2 Βασικές υποθέσεις του CAPM

Ο πραγματικός κόσμος είναι αρκετά περίπλοκος ώστε να μπορέσει κάποιος να τον κατανοήσει πλήρως και να κατασκευάσει μοντέλα που να περιγράφουν πως λειτουργεί. Το CAPM είναι ένα υπόδειγμα παραγωγής αποδόσεων περιουσιακών στοιχείων που βρίσκονται σε ισορροπία και βασίζεται σε ορισμένες υποθέσεις. Οι υποθέσεις αυτές απλοποιούν ορισμένες περιπλοκότητες του πραγματικού κόσμου, χωρίς να επηρεάζουν ιδιαίτερα την συμπεριφορά του, με αποτέλεσμα το CAPM να είναι ένα κατανοητό και εύχρηστο μοντέλο για τον επενδυτή. Ακολουθως παραθέτονται οι υποθέσεις:

1. Δεν υπάρχει κόστος συναλλαγών στις αγοραπωλησίες περιουσιακών στοιχείων. Στην πραγματικότητα βέβαια οι συναλλαγές τίτλων

επιβαρύνονται με κόστη, όπως προμήθειες και αμοιβές, που εξαρτώνται από το μέγεθος της συναλλαγής που πραγματοποιεί ο επενδυτής.

2. Όλα τα περιουσιακά στοιχεία είναι απείρως διαιρέσιμα και διαπραγματεύσιμα στην αγορά. Με τον όρο διαιρέσιμα εννοείται ότι οι επενδυτές μπορούν να πάρουν οποιαδήποτε θέση σε μια επένδυση ανεξάρτητα από το μέγεθος του πλούτου τους, ακόμα και την αξία ενός ευρώ μιας μετοχής. Με τον όρο διαπραγματεύσιμα εννοείται ότι όλα τα περιουσιακά στοιχεία της αγοράς μπορούν να αγοραστούν ή να πουληθούν, ακόμα και το ανθρώπινο κεφάλαιο.
3. Οι επενδυτές δεν υπόκεινται σε φορολογία εισοδήματος αποδόσεων που προέρχονται από τη διαπραγμάτευση τίτλων. Επομένως είναι αδιάφοροι μεταξύ των διάφορων μορφών απόδοσης, όπως μερισματική απόδοση είτε απόδοση από υπεραξία κεφαλαίου, κατά τη μεταβολή των τιμών. Στην πραγματικότητα βέβαια υπάρχουν διάφορα φορολογικά κλιμάκια στα οποία υπάγονται οι επενδυτές και φορολογείται διαφορετικά το εισόδημα από τόκους, μερίσματα, υπεραξία κεφαλαίου.
4. Υπάρχουν πολλοί επενδυτές με αποτέλεσμα ο πλούτος του καθενός να θεωρείται μικρός σε σχέση με τον συνολικό. Έτσι ένας μεμονωμένος επενδυτής δεν μπορεί να επηρεάσει τις τιμές των περιουσιακών στοιχείων και κατ' επέκταση να τις καθορίσει μέσα από τις διαπραγματεύσεις του (υπόθεση του τέλει ανταγωνισμού). Αποτέλεσμα αυτού είναι οι τιμές να καθορίζονται από τις διαπραγματεύσεις του συνόλου των επενδυτών και ο καθένας από αυτούς λειτουργεί ως price taker.
5. Οι αποφάσεις των επενδυτών βασίζονται σε όρους αναμενόμενων αποδόσεων και τυπικών αποκλίσεων αποδόσεων περιουσιακών στοιχείων. Το CAPM, δηλαδή, εφαρμόζεται σε αποδόσεις που αναμένονται εκ τω προτέρων (ex-ante) και όχι στη διαδικασία διαμόρφωσης αποδόσεων και σύγκρισής τους εκ των υστέρων (ex-post), με τις πραγματικές
6. Ο επενδυτής μπορεί να δανιστεί και να δανείσει απεριόριστα στο επίπεδο επιτοκίου του περιουσιακού στοιχείου χωρίς κίνδυνο (risk free rate)
7. Οι επενδυτές θεωρείται ότι καθορίζουν την περίοδο επένδυσής τους με τον ίδιο τρόπο, βασιζόμενοι στις αναμενόμενες αποδόσεις και τυπικές αποκλίσεις αυτών, δηλαδή μετρούν το χρονικό διάστημα επένδυσης ομοίως. Επιπλέον θεωρείται ότι οι επενδυτές ενδιαφέρονται για τα

βραχυπρόθεσμα αποτελέσματα της επένδυσής τους, δηλαδή μιας χρονικής περιόδου, παραβλέποντας τι θα γίνει έπειτα από το πέρασ αυτής, γι' αυτό ονομάζονται μυωπικοί.

8. Όλοι οι επενδυτές έχουν τις ίδιες προσδοκίες για την πορεία της αγοράς (homogeneous expectations). Όπως έχει προαναφερθεί τα στοιχεία που εισάγονται στο CAPM είναι προσδοκώμενες αποδόσεις, τυπικές αποκλίσεις και συνδιακυμάνσεις αυτών, οι οποίες διαμορφώνονται από το σετ πληροφόρησης που διατίθεται χωρίς κανένα κόστος σε όλους ανεξαιρέτως τους επενδυτές. Έτσι όλοι οι επενδυτές υποθέτουν την ίδια κατανομή αναμενόμενων αποδόσεων για μια συγκεκριμένη επένδυση εφόσον χρησιμοποιούν κοινή πληροφόρηση.
9. Δεν υπάρχει πληθωρισμός, δηλαδή δεν μεταβάλλεται η αξία του χρήματος
10. Οι επενδυτές συμπεριφέρονται ορθολογικά, δηλαδή θεωρούν καλύτερη πρόβλεψη για την απόδοση της επένδυσής τους την δεσμευμένη μέση τιμή παλαιότερων αποδόσεων της επένδυσης αυτής δεδομένου του σετ πληροφόρησης που διατίθεται. Αυτό που τους ενδιαφέρει είναι η βελτιστοποίηση της σχέσης μέσης τιμής ανά μονάδα τυπικής απόκλισης, με την τελευταία να μετρά τον αναλαμβανόμενο κίνδυνο.

Οι παραπάνω υποθέσεις είναι σαφές ότι δεν είναι ρεαλιστικές όσον αφορά τον πραγματικό κόσμο. Παρ' ολ' αυτά σύμφωνα με τον Sharpe (1964) δεδομένου ότι σε μια θεωρία δεν εξετάζεται το κατά πόσο είναι ρεαλιστικές οι υποθέσεις της αλλά το κατά πόσο μπορούν να γίνουν αποδεκτά τα συμπεράσματά της και αφού αυτές οι υποθέσεις εξασφαλίζουν συνθήκες ισορροπίας μεταξύ των διαφόρων τίτλων, η θεωρία θα πρέπει να απορριφθεί από την εύρεση μιας άλλης που θα οδηγεί σε όμοια συμπεράσματα.

Πέρα από αυτό όμως, κάποιες από τις υποθέσεις του CAPM μπορούν να υποστούν ορισμένη χαλάρωση, χωρίς να προκαλείται ανατροπή στα συμπεράσματα που εξάγονται από αυτό.

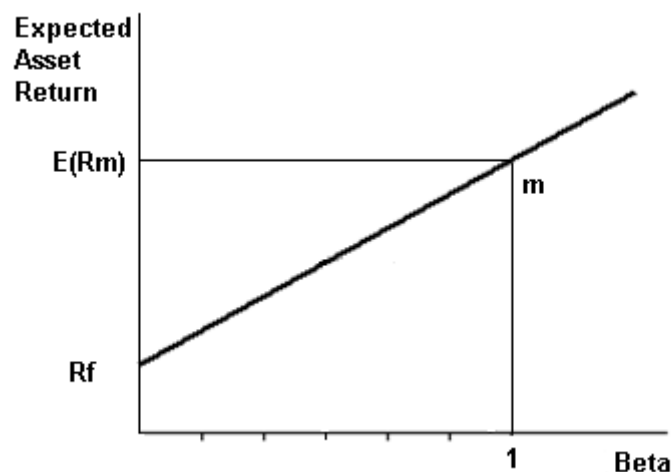
2.3 Η γραμμή αγοράς τίτλων (security market line – SML)

(Εξαγωγή του CAPM)

Κάτω από την υπόθεση ομογένειας προσδοκιών των επενδυτών φθάσαμε στο συμπέρασμα ότι όλοι θα επενδύσουν στο περιουσιακό στοιχείο χωρίς κίνδυνο και στο αποδοτικότερο ριψοκίνδυνο χαρτοφυλάκιο από το αποδοτικό σύννορο του Markowitz, ώστε να βρεθούν κάπου πάνω στην γραμμή κεφαλαιαγοράς CML. Σε συνθήκες ισορροπίας το ριψοκίνδυνο χαρτοφυλάκιο

θα είναι το χαρτοφυλάκιο της αγοράς (M). Όμως όλα τα χαρτοφυλάκια επένδυσης πάνω στην γραμμή κεφαλαιαγοράς είναι αποδοτικά χαρτοφυλάκια, δεδομένου ότι αποτελούν σύσταση του περιουσιακού στοιχείου χωρίς κίνδυνο και του χαρτοφυλακίου της αγοράς. Αυτό που δεν εξετάστηκε είναι τα μεμονωμένα περιουσιακά στοιχεία, είτε υπό- χαρτοφυλάκια του χαρτοφυλακίου της αγοράς, τα οποία δεν είναι αποδοτικά και δεν βρίσκονται πάνω στην γραμμή κεφαλαιαγοράς αλλά κάτω από αυτήν. Εφόσον οι μη αποδοτικοί συνδυασμοί βρίσκονται κάτω από την γραμμή κεφαλαιαγοράς δεν περιγράφεται συστηματικά η σχέση των αναμενόμενων αποδόσεων τους με το συνολικό αναλαμβανόμενο κίνδυνο. Παρ' ολ' αυτά εξ' ορισμού το χαρτοφυλάκιο της αγοράς περιλαμβάνει κάθε ριψοκίνδυνο στοιχείο με αποτέλεσμα και οι μη αποδοτικοί συνδυασμοί να είναι μέρος αυτού. Άρα οι μεταβολές στην αξία του χαρτοφυλακίου αγοράς κι επομένως οι μεταβολές στην απόδοσή του θα προκαλούν μεταβολές στις αξίες και κατ' επέκταση στις αποδόσεις των μη αποδοτικών συνδυασμών που είναι μέρος αυτού. Η ευαισθησία των αποδόσεων των μη αποδοτικών συνδυασμών στις μεταβολές της απόδοσης της αγοράς μετρά τον κίνδυνο του μη αποδοτικού συνδυασμού. Αυτός ο κίνδυνος καλείται συστηματικός ή βήτα και εξαρτάται από το πώς συνδιακυμαίνεται ο μη αποδοτικός συνδυασμός με το χαρτοφυλάκιο της αγοράς, δηλαδή είναι ίσος με την συνδιακύμανσή τους ως ποσοστό του συνολικού κινδύνου της αγοράς. Κατά συνέπεια είναι ένα σχετικό μέτρο κινδύνου.

Μπορούμε, λοιπόν, να παρουσιάσουμε διαγραμματικά τη σχέση μεταξύ αναμενόμενων αποδόσεων περιουσιακών στοιχείων και συστηματικού κινδύνου αυτών



Έστω ότι εξετάζουμε την απόδοση του χαρτοφυλακίου της αγοράς, η οποία θα πρέπει να είναι ανάλογη του κινδύνου που αναλαμβάνεται. Ο κίνδυνος μετράται μέσω του βήτα το οποίο είναι ίσο με

$$\beta = \text{Cov}(R_m, R_m) / \sigma^2_{R_m}$$

Όμως η συνδιακύμανση οποιουδήποτε περιουσιακού στοιχείου με τον εαυτό του είναι ίση με την διακύμανσή του, άρα το βήτα της αγοράς είναι ίσο με τη μονάδα και έχουμε το πρώτο σημείο στο διάγραμμα. Λαμβάνοντας ως δεύτερο σημείο την απόδοση περιουσιακού στοιχείου χωρίς κίνδυνο, δηλαδή μηδενικού βήτα, προκύπτει η ευθεία που περιγράφει τις αναμενόμενες αποδόσεις κάθε περιουσιακού στοιχείου συναρτήσει του συστηματικού του κινδύνου, που περιγράφεται από την παρακάτω εξίσωση.

$$E(R_p) = R_f + \beta_p * [E(R_m) - R_f]$$

Η εξίσωση αυτή καλείται γραμμή αγοράς τίτλων (security market line- SML) και περιγράφει τις αναμενόμενες αποδόσεις κάθε περιουσιακού στοιχείου ή χαρτοφυλακίου στην οικονομία, ανεξάρτητα από το αν είναι αποδοτικό ή μη. Η αναμενόμενη απόδοση της αγοράς και η απόδοση του περιουσιακού στοιχείου χωρίς κίνδυνο δεν εξαρτάται από το περιουσιακό στοιχείο που εξετάζεται. Επομένως η σχέση μεταξύ των περιουσιακών στοιχείων πάνω στην γραμμή αγοράς τίτλων (SML) προσδιορίζεται από το διαφορετικό βήτα τους. Για παράδειγμα ένα υψηλό βήτα υποδηλώνει υψηλό συστηματικό κίνδυνο άρα αναμένει κανείς και υψηλή απόδοση. Αντίθετα ένα χαμηλό βήτα υποδηλώνει χαμηλό συστηματικό κίνδυνο δε μπορεί παρά να αναμένει κανείς και χαμηλή απόδοση. Όταν το βήτα ενός περιουσιακού στοιχείου είναι υψηλότερο της μονάδας σημαίνει ότι αυτό το στοιχείο είναι πιο ευμετάβλητο από το χαρτοφυλάκιο της αγοράς και χαρακτηρίζεται ως επιθετικό. Στη περίπτωση που το βήτα περιουσιακού στοιχείου είναι μικρότερο από τη μονάδα τότε είναι λιγότερο ευμετάβλητο από το χαρτοφυλάκιο της αγοράς και ονομάζεται αμυντικό.

3. Διαφορετικές εκδοχές του CAPM

3.1 Εισαγωγή

Η βασική μορφή του Capital Asset Pricing Theory έχει εξαχθεί στηριζόμενη σε μια σειρά αυστηρών υποθέσεων. Παρ' ολ' αυτά κάποιες από αυτές είναι σαφές ότι δεν ισχύουν στην πραγματικότητα. Παρακάτω θα αναφέρουμε διάφορες εκδοχές του CAPM που προκύπτουν κατόπιν χαλάρωσης μερικών υποθέσεων με αποτέλεσμα το μοντέλο να γίνεται πιο ρεαλιστικό και πιο ευέλικτο. Οι παραπάνω υποθέσεις είναι, i) η μη ύπαρξη short sale, ii) διαφορετικό επιτόκιο δανειοδότησης και δανειοληψίας, iii) η ύπαρξη φόρων, iv) η ύπαρξη μη διαπραγματεύσιμων περιουσιακών στοιχείων (nonmarketable assets), v) η ύπαρξη ετερογενών προσδοκιών, vi) η συμπεριφορά μη αποδοχής των τιμών, vii) CAPM πολλών περιόδων.

3.2 Μη ύπαρξη short sale

Μία εκ των υποθέσεων που γίνονται στην εξαγωγή του CAPM είναι ότι κάθε επενδυτής μπορεί να προβεί σε απεριόριστο short sale. Ο όρος short sale έχει την ευρύτερη έννοια ότι ο εκάστοτε επενδυτής μπορεί να πουλήσει οποιοδήποτε χρεόγραφο, παρόλο που δεν του ανήκει και να χρησιμοποιήσει τα έσοδα για να αγοράσει οποιοδήποτε άλλο χρεόγραφο. Αυτή η υπόθεση απλοποιεί τα μαθηματικά που χρησιμοποιούνται κατά την εξαγωγή του CAPM αλλά δεν είναι απαραίτητη. Εφόσον στην ισορροπία όλοι οι επενδυτές κρατούν κάποιο ποσοστό από το χαρτοφυλάκιο της αγοράς, κανένας από αυτούς δεν πραγματοποιεί short sale κι επομένως η ύπαρξη ή μη αυτής της υπόθεσης δεν έχει σημασία.

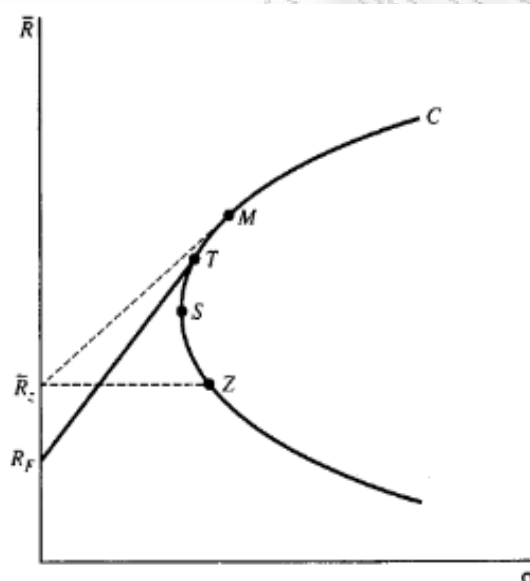
3.3 Διαφορετικό επιτόκιο δανειοδότησης και δανειοληψίας

Μία άλλη υπόθεση του CAPM είναι ότι οι επενδυτές μπορούν να δανείσουν και να δανειστούν απεριόριστα χρηματικά ποσά στο επίπεδο επιτοκίου του περιουσιακού στοιχείου χωρίς κίνδυνο. Ενώ είναι λογικό για τους επενδυτές να μπορούν να δανείσουν απεριόριστα χρηματικά ποσά στο επιτόκιο χωρίς κίνδυνο μέσω της αγοράς κυβερνητικών αξιόγραφων, όπως ομόλογα ελληνικού δημοσίου, δεν είναι εφικτό να δανειστούν απεριόριστα ποσά σε αυτό. Το σύνηθες είναι ότι το επιτόκιο κυβερνητικών ομολόγων κυμαίνεται σε χαμηλότερα επίπεδα από το βασικό επιτόκιο δανεισμού και οι δανειζόμενοι πρέπει να πληρώνουν συναρτήσει του βασικού επιτοκίου δανεισμού.

Αποτέλεσμα αυτού είναι ότι θα υπάρξουν δύο διαφορετικές γραμμές που θα εφάπτονται στο αποδοτικό σύνορο του Markowitz. Στο παρακάτω διάγραμμα το ευθύγραμμο τμήμα $R_f T$ δείχνει τις επενδυτικές επιλογές αυτών που συνδυάζουν το περιουσιακό στοιχείο χωρίς κίνδυνο με το εφαιπτόμενο επικίνδυνο χαρτοφυλάκιο T . Αυτό το ευθύγραμμο τμήμα δεν είναι δυνατό να

επεκταθεί όπως στην βασική μορφή του CAPM καθώς δεν δύναται κάποιος να δανειστεί στο επιτόκιο χωρίς κίνδυνο και να επενδύσει τα επιπλέον έσοδα στο T. Αν όμως κάποιος μπορεί να δανειστεί στο επίπεδο R_z , τότε μια διαφορετική γραμμή θα ξεκινάει από αυτό και θα εφάπτεται στο σημείο M του αποδοτικού συνόρου Markowitz. Δηλαδή όταν κάποιος δανείζεται στο επίπεδο R_z και χρησιμοποιεί τα έσοδα για να επενδύσει στο επικίνδυνο χαρτοφυλάκιο M βρίσκεται κάπου στο τμήμα MC.

Έτσι προκύπτει μία CML που αποτελείται από το ευθύγραμμο τμήμα R_fT το καμπύλο τμήμα TM και το ευθύγραμμο τμήμα MC. Αυτό συνεπάγεται ότι όταν κάποιος δεν μπορεί να δανείσει και να δανειστεί στο επιτόκιο χωρίς κίνδυνο τα χαρτοφυλάκια που προκύπτουν από δανεισμό του επενδυτή έχουν χαμηλότερες αποδόσεις από αυτά που προκύπτουν όταν κάποιος δανειστεί στο επιτόκιο χωρίς κίνδυνο. Αυτό διαπιστώνεται στο διάγραμμα παρατηρώντας ότι η κλίση της MC είναι μικρότερη από την κλίση της R_fT και δικαιολογείται αφού κάποιος που δανείζεται πρέπει να πληρώσει υψηλότερο επιτόκιο R_z από το επιτόκιο χωρίς κίνδυνο, R_f .



3.4 Ύπαρξη φόρων

Στη βασική μορφή του CAPM έχει υποθεθεί ότι δεν υπάρχει φορολόγηση επί των αποδόσεων από επενδύσεις. Έτσι ο εκάστοτε επενδυτής είναι αδιάφορος ως προς τη μορφή που θα έχει η απόδοσή του, δηλαδή είτε απόδοση από

μέρισμα είτε από κεφαλαιακά κέρδη. Στην πραγματικότητα υπάρχει φορολόγηση επί των κερδών και συνήθως τα κεφαλαιακά κέρδη φορολογούνται με χαμηλότερο συντελεστή από ότι τα κέρδη από μερίσματα. Σε αυτή την περίπτωση οι επενδυτές θα πρέπει να κρίνουν το χαρτοφυλάκιο του σε όρους αναμενόμενης απόδοσης και κινδύνου μετά τη φορολόγηση. Αυτό δηλώνει ότι ακόμα και υπό την προϋπόθεση των ομογενών προσδοκιών για τις αποδόσεις προ φόρων, το σχετικό αποδοτικό σύνορο που αντιμετωπίζει κάθε επενδυτής μετά φόρων δεν είναι κοινό για όλους.

Γενικότερα, σε ισορροπία, οι αποδόσεις περιουσιακών στοιχείων με διαφορετικούς συντελεστές φορολόγησης στα κεφαλαιακά κέρδη και στα μερίσματα δίνεται από την παρακάτω εξίσωση αποτίμησης σε ισορροπία.

$$E(R_i) = R_f + \beta_i * [(E(R_M) - R_f) - \tau * (\delta_M - R_f)] + (\delta_i - R_f)$$

Όπου:

δ_M = η απόδοση από μέρισμα του χαρτοφυλακίου της αγοράς (ο λόγος μερίσματος προς την τιμή του χαρτοφυλακίου)

δ_i = η απόδοση από μέρισμα της μετοχής i (ο λόγος μερίσματος προς την τιμή της μετοχής)

τ = ένας φορολογικός παράγοντας που μετρά τα σχετικά ποσοστά φόρου των κεφαλαιακών κερδών και του εισοδήματος. Το τ είναι μια περίπλοκη έκφραση των ποσοστών φόρου και του πλούτου των επενδυτών, αλλά είναι θετικός αριθμός. Δίνεται από την σχέση

$$\tau = (T_{di} - T_{gi}) / (1 - T_{gi})$$

όπου:

T_{di} = το φορολογικό ποσοστό που πληρώνεται στο εισόδημα από μερίσματα

T_{gi} = το φορολογικό ποσοστό που πληρώνεται στο εισόδημα από κεφαλαιακά κέρδη

Δεδομένου ότι η αποδόσεις των χρεογράφων δίνονται από την παραπάνω εξίσωση μπορούν να εξαχθούν αποδοτικά χαρτοφυλάκια για κάθε επενδυτή συναρτήσει των φορολογικών συντελεστών, των κεφαλαιακών κερδών και των μερισμάτων, που να προσομοιάζουν το χαρτοφυλάκιο της αγοράς. Για παράδειγμα οι επενδυτές που έχουν χαμηλότερο φορολογικό παράγοντα από τον μέσο φορολογικό παράγοντα των επενδυτών πρέπει να κρατούν στο χαρτοφυλάκιο επένδυσης περισσότερους τίτλους υψηλής μερισματικής απόδοσης από το ποσοστό αυτών των τίτλων στο χαρτοφυλάκιο της αγοράς και λιγότερους τίτλους χαμηλής μερισματικής απόδοσης. Αυτό γιατί οι επενδυτές χαμηλού φορολογικού παράγοντα τ έχουν το συγκριτικό

πλεονέκτημα να κρατούν τίτλους υψηλής μερισματικής απόδοσης καθώς το φορολογικό τους μειονέκτημα έχει μικρότερη επίδραση σε αυτούς από το μέσο επενδυτή. Οι Elton και Gruber μέσα από διάφορες μελέτες εξέτασαν την επίδραση διαφορετικής φορολόγησης μεταξύ εσόδων από μερίσματα και κεφαλαιακά κέρδη και κατέληξαν στο ότι η αγορά ισορροπεί στην παραπάνω εξίσωση.

3.5 Ύπαρξη μη διαπραγματεύσιμων περιουσιακών στοιχείων (nonmarketable assets)

Μέχρι τώρα σύμφωνα με τις υποθέσεις που έχουν γίνει όλα τα περιουσιακά στοιχεία είναι διαπραγματεύσιμα και έτσι κάθε επενδυτής είναι ελεύθερος να προσαρμόσει το χαρτοφυλάκιό του ώστε να άριστο. Στην πραγματικότητα όμως κάθε επενδυτής διατηρεί στο χαρτοφυλάκιό του είτε επενδύσεις που δεν μπορούν να αποτιμηθούν είτε περιουσιακά στοιχεία που δεν θα σκεφτόταν να διαπραγματευτεί. Υπάρχουν κατηγορίες περιουσιακών στοιχείων που ενώ θα ήταν δυνατή η διαπραγμάτευσή τους οι επενδυτές τα θεωρούν ως σταθερό μέρος του χαρτοφυλακίου τους και δεν τα διαπραγματεύονται. Ένα παράδειγμα επένδυσης που δεν αποτιμάται είναι το ανθρώπινο κεφάλαιο, ενώ ένα περιουσιακό στοιχείο που δεν θα σκεφτόταν κάποιος επενδυτής να διαπραγματευτεί είναι το σπίτι του.

Αν χωρίσουμε τον κόσμο σε διαπραγματεύσιμες και μη διαπραγματεύσιμες επενδύσεις τότε προκύπτει μια απλή εξίσωση για την απόδοση ισορροπίας όλων των επενδύσεων, η οποία έχει τη μορφή:

$$E(R_j) = R_f + \{ [E(R_M) - R_f] * [\text{Cov}(R_j, R_M) + (P_H * \text{Cov}(R_j, R_H)) / P_M] \} / [\sigma_M^2 + (P_H * \text{Cov}(R_M, R_H)) / P_M]$$

Όπου:

R_H = η απόδοση των μη διαπραγματεύσιμων επενδύσεων

P_H = η τιμή των μη διαπραγματεύσιμων επενδύσεων

P_M = η τιμή των διαπραγματεύσιμων επενδύσεων

Ο συνυπολογισμός των μη διαπραγματεύσιμων στοιχείων οδηγεί σε μια γενική σχέση ισορροπίας ίδιας μορφής με αυτή του απλού μοντέλου που αποκλείει τα μη διαπραγματεύσιμα στοιχεία.

$$E(R_j) = R_f + \{ [E(R_M) - R_f] * \text{Cov}(R_j, R_M) \} / \sigma_M^2$$

Παρόλα αυτά η αντιστάθμιση μεταξύ αναμενόμενης απόδοσης και κινδύνου καθώς και ο κίνδυνος για κάθε περιουσιακό στοιχείο διαφέρουν

Φαίνεται λογικό να υποτεθεί ότι η απόδοση των μη διαπραγματεύσιμων στοιχείων σχετίζεται θετικά με την απόδοση της αγοράς. Σύμφωνα με την παραπάνω σχέση αυτό οδηγεί στο ότι η αντιστάθμιση μεταξύ της αγοραίας απόδοσης και κινδύνου είναι σε χαμηλότερο επίπεδο από αυτό που υποδεικνύει το απλό μοντέλο. Το κατά πόσο χαμηλότερο, είναι συνάρτηση τόσο της συνδιακύμανσης των μη εμπορεύσιμων με τα εμπορεύσιμα στοιχεία όσο και της αναλογίας της τιμής των μη εμπορεύσιμων προς την τιμή των εμπορεύσιμων περιουσιακών στοιχείων. Για παράδειγμα αν τα μη διαπραγματεύσιμα στοιχεία έχουν πολύ μικρή τιμή σε σχέση με αυτή των διαπραγματεύσιμων ή αν η συνδιακύμανση των προηγούμενων είναι πολύ μικρή τότε δεν θα υπήρχε σημαντική διαφορά με το να χρησιμοποιηθεί το απλό μοντέλο. Όμως στα μη διαπραγματεύσιμα στοιχεία περιλαμβάνεται κατ' ελάχιστο το ανθρώπινο κεφάλαιο και αφού οι μισθοί και η απόδοση της αγοράς σχετίζονται με την απόδοση της οικονομίας θα υπάρχει σημαντική διαφορά στα αποτελέσματα των μοντέλων.

Περαιτέρω ο κίνδυνος κάθε περιουσιακού στοιχείου θα είναι μεγαλύτερος από αυτόν που λαμβάνει υπόψη του το απλό μοντέλο, καθώς προστίθεται και ο κίνδυνος των μη διαπραγματεύσιμων επενδύσεων που είχαν εξαιρεθεί.

Ο Mayers (1972) διερεύνησε τις επιπτώσεις ενός μοντέλου που συμπεριλαμβάνει τα μη διαπραγματεύσιμα στοιχεία στο άριστο χαρτοφυλάκιο του επενδυτή. Το συμπέρασμα ήταν ότι οι επενδυτές φροντίζουν να διατηρούν μικρότερα ποσοστά διαπραγματεύσιμων στοιχείων, από αυτά που υπάρχουν στην αγορά, με τα οποία τα μη διαπραγματεύσιμα στοιχεία του χαρτοφυλακίου τους σχετίζονται υψηλά θετικά.

3.6 Έγπαρξη ετερογενών προσδοκιών (heterogeneous expectations)

Πολλοί επενδυτές έχουν μελετήσει την ύπαρξη και τα χαρακτηριστικά μιας γενικής σχέσης ισορροπίας υπό την προϋπόθεση ότι δεν υπάρχει ομογένεια στις προσδοκίες των επενδυτών. Η ισορροπία σε τέτοια υποδείγματα μπορεί να εκφραστεί σε όρους αναμενόμενων αποδόσεων, συνδιακυμάνσεων, και διακυμάνσεων αλλά όλες αυτές οι μεταβλητές είναι περίπλοκα σταθμισμένα αθροίσματα διαφορετικών εκτιμήσεων του εκάστοτε επενδυτή. Επιπλέον τα σταθμά σε αυτές τις εκφράσεις είναι αρκετά περίπλοκα γιατί περιέχουν πληροφορίες για τις συναρτήσεις χρησιμότητας των επενδυτών δηλαδή τους οριακούς ρυθμούς αντιστάθμισης μεταξύ αναμενόμενων αποδόσεων και κινδύνων. Οι οριακοί ρυθμοί αντιστάθμισης όμως είναι συναρτήσεις του πλούτου και των τιμών που διαφέρουν για κάθε επενδυτή. Άρα υπό την προϋπόθεση ετερογενών προσδοκιών δεν δύναται να βρεθεί λύση. Το πρόβλημα θα μπορούσε να απλοποιηθεί θέτοντας επιπλέον περιορισμούς είτε στις συναρτήσεις χρησιμότητας των επενδυτών είτε στα χαρακτηριστικά των επενδυτικών ευκαιριών που τους παρουσιάζονται.

Ο Linter (1969) ήταν ο πρώτος που προσπάθησε να προσεγγίσει αυτό το πρόβλημα. Δεν μπορούσε να εξάγει μια σχέση ισορροπίας υπό ετερογενείς προσδοκίες των επενδυτών καθώς οι οριακοί ρυθμοί αντιστάθμισης μεταξύ αναμενόμενης απόδοσης και κινδύνου ήταν συναρτήσεις των τιμών ισορροπίας. Έτσι υπέθεσε μια συνάρτηση χρησιμότητας διαφορετικής μορφής, συγκεκριμένα ήταν μια εκθετική συνάρτηση, η οποία δεν είχε ως ανεξάρτητη μεταβλητή τον πλούτο αλλά υποδεικνυε σταθερότητα στην αποστροφή κινδύνου. Χρησιμοποιώντας αυτή την συνάρτηση έδειξε ότι το απλό μοντέλο CAPM των Sharpe – Linter – Mossin ισχύει και ότι όλες οι αναμενόμενες αποδόσεις, συνδιακυμάνσεις και διακυμάνσεις είναι πολύπλοκοι μέσοι όροι των προτιμήσεων απέναντι στον κίνδυνο των επενδυτών.

Ένας δεύτερος τρόπος να φθάσει κανείς σε εξεταστέα μοντέλα ισορροπίας υπό ετερογενείς προσδοκίες είναι να τεθούν περιορισμοί στις μορφές ετερογένειας που μπορεί να υποτεθούν. Ο Γονίδης (1976) υπέθεσε ότι υπάρχει ένα σύνολο βασικών οικονομικών δραστηριοτήτων έτσι ώστε κάθε επιχείρηση να μπορεί να εκφραστεί ως ένας συνδυασμός αυτών. Οι ετερογενείς προσδοκίες εμφανίζονται λόγω της διαφωνίας που υπάρχει για το ποιος είναι ο ακριβής συνδυασμός αυτών των οικονομικών δραστηριοτήτων που αντιπροσωπεύει μια επιχείρηση. Ο Γονίδης έδειξε ότι στην περίπτωση που η πηγή ετερογενών προσδοκιών ήταν η παραπάνω το αποδοτικό σύνολο ελαχίστου κινδύνου είναι το ίδιο για όλους τους επενδυτές ακόμα κι αν έχουν ετερογενείς προσδοκίες για τις αποδόσεις διαφορετικών μετοχών. Επίσης έδειξε ότι το χαρτοφυλάκιο της αγοράς είναι το χαρτοφυλάκιο ελάχιστης διακύμανσης για κάθε επενδυτή.

3.7 Συμπεριφορά μη αποδοχής των τιμών (non - price – taking behavior)

Στην απλή μορφή του CAPM έχει υποτεθεί ότι κάθε επενδυτής είναι αποδέκτης τιμών, δηλαδή αγνοεί την επίδραση που μπορούν να έχουν στις τιμές ισορροπίας οι συναλλαγές που πραγματοποιεί. Έστω όμως ότι υπάρχει ένας θεσμικός επενδυτής που με τις πράξεις του μπορεί να επηρεάσει τις τιμές. Ο Lindenberg εξήγαγε συνθήκες ισορροπίας κάτω από όλες τις πιθανές απαιτήσεις του θεσμικού επενδυτή (price affector). Ο θεσμικός επενδυτής επιλέγει χαρτοφυλάκιο ώστε να μεγιστοποιήσει τη συνάρτηση χρησιμότητάς του και μέσα από τις πράξεις του προσδιορίζει τις τιμές ισορροπίας. Ο Lindenberg έδειξε ότι όλοι οι επενδυτές, συμπεριλαμβανομένου και του θεσμικού κρατούν ένα συνδυασμό από το χαρτοφυλάκιο της αγοράς και του περιουσιακού στοιχείου χωρίς κίνδυνο. Ο θεσμικός επενδυτής όμως θα διατηρεί μεγαλύτερη αναλογία του αγοραίου χαρτοφυλακίου στον συνδυασμό αυτό αφού γνωρίζει ότι μπορεί να επηρεάσει τις τιμές. Έτσι μεγιστοποιεί τη συνάρτηση χρησιμότητάς του. Εφόσον όμως εξακολουθεί και αυτός να διατηρεί συνδυασμό αγοραίου χαρτοφυλακίου και

περιουσιακού στοιχείου χωρίς κίνδυνο, όπως και οι υπόλοιποι επενδυτές, ισχύει η απλή μορφή του CAPM αλλά η αγοραία τιμή του κινδύνου είναι μικρότερη από αυτή που υποθέτει στην περίπτωση που όλοι οι επενδυτές είναι αποδέκτες τιμών.

3.8 Ανάλυση CAPM σε πολλές περιόδους (multiperiod CAPM)

Μέχρι τώρα έχει υποτεθεί ότι όλοι οι επενδυτές λαμβάνουν τις επενδυτικές τους αποφάσεις με βάση ένα επενδυτικό ορίζοντα μιας περιόδου. Στην πραγματικότητα όμως το χαρτοφυλάκιο που επιλέγει κάθε επενδυτής σε κάποια χρονική στιγμή, είναι ένα μόνο από το πλήθος χαρτοφυλακίων που θα επιλέξει στην συνέχεια με στόχο να μεγιστοποιήσει τη χρησιμότητα της διάβιου κατανάλωσής του.

Οι Fama, Elton και Gruber εξέτασαν τις συνθήκες κάτω από τις οποίες η απόφαση επένδυσης για κατανάλωση σε πολλές περιόδους μπορεί να μετατραπεί σε πρόβλημα μεγιστοποίησης της συνάρτησης χρησιμότητας μιας περιόδου. Οι συνθήκες στις οποίες κατέληξαν είναι οι παρακάτω:

Οι προτιμήσεις των καταναλωτών για συγκεκριμένα καταναλωτικά αγαθά και υπηρεσίες είναι ανεξάρτητες από μελλοντικά γεγονότα.

Οι καταναλωτές ενεργούν ως αν οι ευκαιρίες για κατανάλωση σε όρους αγαθών και οι τιμές τους είναι γνωστά από την αρχή της περιόδου απόφασης.

Οι καταναλωτές ενεργούν ως αν η κατανομή των αποδόσεων μιας περιόδου όλων των περιουσιακών είναι γνωστή από τη αρχή της περιόδου απόφασης.

Επιπλέον ο Fama έδειξε ότι αν η συνάρτηση χρησιμότητας πολλών περιόδων του εκάστοτε επενδυτή εκφραστεί σε όρους κατανάλωσης πολλών περιόδων φαίνεται μέσα και από αυτή η προτίμηση του επενδυτή για υψηλές αποδόσεις έναντι των χαμηλών και η αποστροφή του στον κίνδυνο μέσα από την κατανάλωση κάθε περιόδου. Τότε η συνάρτηση χρησιμότητας μιας περιόδου έχει τις ίδιες ιδιότητες με την κατανάλωση αυτής της περιόδου.

Επομένως αν στην αποστροφή στον κίνδυνο και την προτίμηση υψηλότερων αποδόσεων έναντι των χαμηλότερων προστεθούν κάθε φορά οι επιπλέον υποθέσεις που έχουν γίνει στην κάθε μορφή του CAPM , τότε ισχύει η εκάστοτε μορφή του CAPM ακόμα και για επενδυτές με επενδυτικό ορίζοντα πολλών περιόδων.

Από τα μοντέλα γενικής ισορροπίας πολλών περιόδων αναφέρουμε παρακάτω τρία, το CAPM βασισμένο στην κατανάλωση (Breedeen), το CAPM βασισμένο στον κίνδυνο από τον πληθωρισμό και το πολυπαραγοντικό (multi – beta) CAPM του Merton.

3.9 Το CAPM βασισμένο στην κατανάλωση (consumption – oriented CAPM)

Διάφοροι ερευνητές όπως ο Breeden και ο Rubinstein θέλησαν να ορίσουν την ισορροπία στις κεφαλαιακές αγορές βασιζόμενοι σε μια σειρά υποθέσεων για επενδυτικούς ορίζοντες πολλών περιόδων. Οι υποθέσεις αυτές ήταν, οι επενδυτές μεγιστοποιούν τη συνάρτηση χρησιμότητας για πολλές περιόδους για διά βίου κατανάλωση, έχουν ομογενείς προσδοκίες για τα χαρακτηριστικά των αποδόσεων των περιουσιακών στοιχείων, υπάρχει ένας σταθερός πληθυσμός επ' άπειρο, υπάρχει ένα μόνο αγαθό προς κατανάλωση, υπάρχει μια αγορά κεφαλαίου που επιτρέπει στους επενδυτές να φθάσουν σε ένα υπόδειγμα κατανάλωσης τέτοιο ώστε να μην μπορούν από κοινού να τα καταφέρουν καλύτερα από αυτό με πρόσθετες συναλλαγές. Κάτω από αυτές τις υποθέσεις ήταν σε θέση να δείξουν ότι οι αποδόσεις των περιουσιακών στοιχείων σχετίζονταν γραμμικά με τον ρυθμό ανάπτυξης της συνολικής κατανάλωσης αν οι παράμετροι αυτής της γραμμικής σχέσης μπορούν να θεωρηθούν σταθερές στον χρόνο. Επιπλέον τα κατάλοιπα της γραμμικής σχέσης είναι ασυσχέτιστα με τον ρυθμό ανάπτυξης της συνολικής κατανάλωσης, έχουν μηδενική μέση τιμή και είναι ασυσχέτιστα μεταξύ τους.

Έστω η εξίσωση: $R_{it} = \alpha_i + \beta_i * C_t + e_{it}$

Όπου:

C_t = ο ρυθμός ανάπτυξης της συνολικής κατανάλωσης ανά μονάδα ατόμου την χρονική στιγμή t

R_{it} = η απόδοση του περιουσιακού στοιχείου i την χρονική περίοδο t

Τα α_i , β_i είναι οι παράμετροι για το περιουσιακό στοιχείο i , οι οποίες σύμφωνα με τις παραπάνω υποθέσεις παραμένουν σταθερές στον χρόνο. Επίσης για τα κατάλοιπα ισχύουν:

$$E(e_{it}) = 0$$

$$\text{Cov}(e_{it}, C_t) = 0$$

$$\beta_i = \text{Cov}(R_{it}, C_t) / \text{Var}(C_t)$$

Έχοντας αποδείξει την παραπάνω εξίσωση έχειδειχθεί ότι η συνθήκη ισορροπίας είναι

$$E(R_i) = E(R_z) + \gamma_1 * \beta_i$$

Όπου:

γ_1 = η αναμενόμενη αγοραία τιμή για τον παράγοντα της κατανάλωσης

$E(R_z)$ = η αναμενόμενη τιμή για ένα χαρτοφυλάκιο μηδενικού βήτα κατανάλωσης

Το μοντέλο αυτό είναι ανάλογο με το απλό μοντέλο CAPM με την διαφορά ότι ο παράγοντας του ρυθμού απόδοσης της αγοράς έχει αντικατασταθεί με τον ρυθμό ανάπτυξης την συνολικής κατανάλωσης ανά μονάδα ατόμου, εφόσον επηρεάζει τις αποδόσεις των χρονολογικών σειρών και κατ' επέκταση τις αποδόσεις ισορροπίας.

Η έλξη για το μοντέλο κατανάλωσης, σύμφωνα με τον Cornell (1981), είναι πιθανό να σημαίνει ότι το βήτα του παράγοντα κατανάλωσης είναι δύσκολο να εκτιμηθεί γιατί μεταβάλλεται στο χρόνο. Στο βήτα του παράγοντα κατανάλωσης συνοψίζονται όλα τα κίνητρα για αντιστάθμιση της αβεβαιότητας για κατανάλωση και των επενδυτικών ευκαιριών. Έτσι προκαλείται ένα σταθερό ενδιαφέρον για την εφαρμογή εμπειρικών μελετών σε αυτό και λόγω των ισχυρών υποθέσεων που έχουν γίνει για τις προτιμήσεις των επενδυτών σχετικά με την κατανάλωση παράγει ένα μεγάλο πεδίο προβλέψεων προς εμπειρική μελέτη. Παρόλα αυτά παρουσιάζει κάποια μειονεκτήματα όπως:

Κάθε εκτίμηση που γίνεται για την κατανάλωση υπόκειται σε δειγματοληπτικά σφάλματα

Τα αποτελέσματα εκφράζονται σε σχέση με τις δαπάνες και όχι με την κατανάλωση, δηλαδή λαμβάνεται υπόψη η κατανάλωση αγαθών και υπηρεσιών που έχουν τρέχουσα χρησιμότητα και αποκλείεται το μέρος της κατανάλωσης που αφορά σε διαρκή αγαθά και υπηρεσίες

Οι δαπάνες για αγαθά και υπηρεσίες αναφέρονται σε ρυθμούς μεταβολής δαπανών μέχρι μια χρονική στιγμή, δεν είναι στιγμιαίες μετρήσεις.

Οι Breeden, Gibbons και Litzenberger (1989) προσπάθησαν να εξομαλύνουν τα παραπάνω προβλήματα και στη συνέχεια χρησιμοποιώντας χρεόγραφα που περιέχονται στον NYSE, δηλαδή 12 μετοχικά χαρτοφυλάκια και 4 χαρτοφυλάκια ομολόγων μελέτησαν ως προς την γραμμικότητα μεταξύ αναμενόμενων αποδόσεων των στοιχείων και του παράγοντα κατανάλωσης. Ισχυρίστηκαν ότι οι αναμενόμενες αποδόσεις αυτών των στοιχείων σχετίζονται θετικά γραμμικά με τον παράγοντα κατανάλωσης.

Σε παρόμοια συμπεράσματα ως προς την γραμμικότητα έφθασε ο Wheatley (1988) χρησιμοποιώντας ως σειτ χρεογράφων μετοχές από 17 διεθνής αγορές, κυβερνητικά ομόλογα των ΗΠΑ και εταιρικά ομόλογα.

Επίσης οι Breeden, Gibbons και Litzenberger (1989) εξέτασαν εμπειρικά αποτελέσματα του μοντέλου κατανάλωσης και τα σύγκριναν με αντίστοιχα

αποτελέσματα μοντέλου που στηριζόταν στο χαρτοφυλάκιο της αγοράς, καταλήγοντας σε παρόμοια συμπεράσματα.

Οι Mankiw και Sharpiro (1986) επίσης μελέτησαν εμπειρικά το μοντέλο κατανάλωσης και το CAPM. Ισχυρίστηκαν ότι οι αναμενόμενες αποδόσεις των μετοχών του NYSE είναι θετικά συσχετισμένες με το χαρτοφυλάκιο της αγοράς και πιθανόν με τον παράγοντα κατανάλωσης. Όταν οι δύο προηγούμενοι παράγοντες συμπεριλήφθηκαν στην ίδια παλινδρόμηση παρέμεινε η επεξηγηματική ικανότητα του βήτα του χαρτοφυλακίου της αγοράς αλλά το βήτα του παράγοντα κατανάλωσης δεν είχε καμία επεξηγηματική δύναμη.

Τελικά κατόπιν διαφόρων μελετών βρέθηκε ότι το βήτα του παράγοντα κατανάλωσης δεν έχει επεξηγηματική ικανότητα συγκριτικά με το βήτα του χαρτοφυλακίου αγοράς και ότι το CAPM υπερτερεί του μοντέλου κατανάλωσης.

3.10 Πληθωριστικός κίνδυνος και ισορροπία

Οι Friend, Landskroner και Losq εξήγαγαν μια γενική σχέση ισορροπίας για τις αναμενόμενες αποδόσεις κάθε περιουσιακού στοιχείου κάτω από τη αβεβαιότητα του πληθωρισμού, υποθέτοντας ότι όλες οι συναρτήσεις χρησιμότητας επιδεικνύουν σταθερή αναλογική αποστροφή στον κίνδυνο. Η σχέση ισορροπίας έχει παρόμοια μορφή με αυτή του απλού μοντέλου CAPM αλλά τόσο ο ορισμός της τιμής του αγοραίου κινδύνου όσο και ο κίνδυνος κάθε περιουσιακού στοιχείου είναι τροποποιημένοι. Ειδικότερα έδειξαν ότι όταν η συσχέτιση της απόδοσης της αγοράς με τον ρυθμό του πληθωρισμού είναι θετική τότε η τιμή του αγοραίου κινδύνου είναι μεγαλύτερη από αυτή που βρίσκεται με το τυπικό CAPM. Επιπλέον έδειξαν ότι ο κίνδυνος κάθε περιουσιακού στοιχείου δεν είναι μόνο συνάρτηση της συνδιακύμανσης της απόδοσής του με την απόδοση της αγοράς αλλά και συνάρτηση της συνδιακύμανσης της απόδοσής του με τον ρυθμό του πληθωρισμού. Αν η απόδοση κάποιου περιουσιακού στοιχείου είναι θετικά συσχετισμένη με τον ρυθμό του πληθωρισμού τότε στο απλό μοντέλο CAPM υπερεκτιμάται ο κίνδυνος του περιουσιακού στοιχείου. Τελικά έδειξαν ότι στο απλό μοντέλο CAPM υποεκτιμάται η απόδοση ισορροπίας κάθε περιουσιακού στοιχείου που η απόδοσή του σχετίζεται με τον ρυθμό του πληθωρισμού σε μικρότερο βαθμό από το γινόμενο της συσχέτισης της απόδοσής του με την απόδοση του αγοραίου χαρτοφυλακίου με την συσχέτιση της απόδοσης του αγοραίου χαρτοφυλακίου με τον ρυθμό του πληθωρισμού και το αντίθετο.

3.11 Το πολυμεταβλητό CAPM (multi – beta CAPM)

Ο Merton (1973) υποστηρίζει ότι πέρα από την αβεβαιότητα για τις μελλοντικές τιμές των αξιόγραφων οι επενδυτές αντιμετωπίζουν κι άλλες

πηγές αβεβαιότητας κατά την διάρκεια της ζωής τους που θα επηρεάσουν τις αποφάσεις τους να καταναλώνουν αγαθά και υπηρεσίες στο μέλλον. Έτσι κατασκεύασε ένα γενικότερο μοντέλο αποτίμησης στο οποίο μια σειρά από πηγές αβεβαιότητας αποτιμώνται, όπως για παράδειγμα η αβεβαιότητα για μελλοντικό εισόδημα, η αβεβαιότητα για τις μελλοντικές τιμές των αγαθών και υπηρεσιών, η αβεβαιότητα για μελλοντικές επενδυτικές ευκαιρίες και άλλες πηγές. Οποιαδήποτε πηγή αβεβαιότητας απασχολεί τους επενδυτές τότε θα επηρεάζει και τις αναμενόμενες αποδόσεις των χαρτοφυλακίων τους. Το μοντέλο του Merton για το χαρτοφυλάκιο p έχει την παρακάτω μορφή

$$E(R_p - R_f) = \beta_{pM} * E(R_M - R_f) + \beta_{pI1} * E(R_{I1} - R_f) + \beta_{pI2} * E(R_{I2} - R_f) + \dots + \beta_{pIk} * E(R_{Ik} - R_f)$$

Όπου:

$E(R_p - R_f)$ = η αναμενόμενη υπερβάλλουσα απόδοση του χαρτοφυλακίου p

k = ο αριθμός των πηγών αβεβαιότητας (πηγές κινδύνου)

β_{pIk} = ο συντελεστής ευαισθησίας του χαρτοφυλακίου p στις μεταβολές του παράγοντα I_k

$E(R_{Ik} - R_f)$ = η αναμενόμενη υπερβάλλουσα απόδοση του παράγοντα I_k

Στην παραπάνω σχέση οι επιπλέον πηγές αβεβαιότητας, πέρα από το χαρτοφυλάκιο της αγοράς, αποτελούν επιπλέον πηγές κινδύνου. Επομένως οι επενδυτές θα απαιτήσουν επιπλέον απόδοση ως αποζημίωση για να αντισταθμίσουν τον επιπλέον κίνδυνο που αναλαμβάνουν. Στο μοντέλο όμως μπορεί να δηλώνεται ότι υπάρχει επιπλέον αβεβαιότητα μέσω των παραπάνω παραγόντων αλλά δεν καθορίζεται πλήρως ποιοι είναι αυτοί οι παράγοντες και πως θα κατασκευασθούν τα χαρτοφυλάκια που θα αντισταθμίζουν τις διάφορες πηγές κινδύνου που θα εκπροσωπούν.

Οι Chen, Roll και Ross (1986) μελέτησαν το πολυπαραγοντικό μοντέλο έναντι του μοντέλου κατανάλωσης. Συγκεκριμένα συμπεριέλαβαν τον παράγοντα κατανάλωσης μαζί με διάφορους παράγοντες που χρησιμοποιούσαν στα τεστ για πολυμεταβλητά μοντέλα στην ίδια παλινδρόμηση. Το συμπέρασμα στο οποίο κατέληξαν ήταν ότι το βήτα του παράγοντα κατανάλωσης δεν είχε επεξηγηματική ικανότητα συγκριτικά με τα βήτα των υπόλοιπων παραγόντων, δηλαδή όλη η επεξηγηματική ικανότητα του βήτα του παράγοντα κατανάλωσης είχε συμπεριληφθεί στα βήτα των υπόλοιπων παραγόντων. Επομένως κατέληξαν στο ότι το πολυμεταβλητό μοντέλο υπερτερεί του μοντέλου κατανάλωσης.

Επίσης από τους Chen, Roll και Ross (1986) αλλά και τους Chan, Chen και Hsieh (1985) πραγματοποιήθηκαν τεστ που σύγκριναν το πολυμεταβλητό

μοντέλο με το CAPM και κατέληξαν ότι το πολυμεταβλητό μοντέλο υπερτερεί. Από την άλλη μεριά οι Shanken και Weinstein (1990) υποστήριξαν ότι τα αποτελέσματα των παραπάνω ήταν ευαίσθητα στα περιουσιακά στοιχεία που χρησιμοποιήθηκαν καθώς και στον τρόπο που εκτιμήθηκαν τα βήτα των παραγόντων κινδύνου στο πολυμεταβλητό μοντέλο.

Ο Κωνσταντινίδης (1989) υποστήριξε ότι το CAPM, το μοντέλο κατανάλωσης και το πολυμεταβλητό μοντέλο δεν είναι αμοιβαία αποκλειόμενα αλλά θα μπορούσε κάποιος να πει ότι είναι διαφορετικοί τρόποι με του οποίους γίνονται κοινές υποθέσεις για τις προτιμήσεις απέναντι στον κίνδυνο και τις επενδυτικές ευκαιρίες.

3.12 Το μοντέλο των Fama - French

Οι Fama και French (1993) εξέτασαν την επίδραση που έχουν το μέγεθος της εταιρείας (market capitalization) και ο δείκτης λογιστική αξία της μετοχής (BE) της εταιρείας προς αγοραστική αξία της μετοχής (ME) της εταιρείας στο καθορισμό των αναμενόμενων αποδόσεων των μετοχών. Θεωρώντας ότι το μέγεθος και ο δείκτης BE/ME σχετίζονται με οικονομικές μεταβλητές κατέληξαν στο συμπέρασμα ότι συνδέονται με παράγοντες κινδύνου που εξηγούν την αρνητική συσχέτιση του μεγέθους με τις αναμενόμενες αποδόσεις μετοχών και την θετική συσχέτιση του δείκτη BE/ME με τις αναμενόμενες αποδόσεις μετοχών.

Για να ενσωματώσουν το μέγεθος και το δείκτη BE/ME σε ένα πολυμεταβλητό μοντέλο χρονοσειρών αποδόσεων (multi – index time series model of returns) χρειάζονταν σειρές τουλάχιστον μηνιαίων παρατηρήσεων για αυτά τα οικονομικά θεμελιώδη. Όμως το μέγεθος κάθε εταιρείας καθορίζεται μία φορά τον χρόνο ως η αγοραστική αξία των μετοχών της (ME) ενώ ο δείκτης BE/ME αναφέρεται το πολύ τέσσερις φορές τον χρόνο.

Οι Fama και French για να μελετήσουν την επίδραση των παραπάνω οικονομικών θεμελιωδών χρησιμοποίησαν έξι χαρτοφυλάκια που κατασκευάστηκαν με βάση το μέγεθος (ME) και τον δείκτη BE/ME. Αυτά τα έξι χαρτοφυλάκια χρησιμοποιήθηκαν για να κατασκευαστούν τα δύο χαρτοφυλάκια που μιμούνταν τους παράγοντες κινδύνου σε όρους αποδόσεων, που συνδέονταν με το μέγεθος και τον δείκτη BE/ME. Αρχικά χώρισαν τις μετοχές των δεικτών NYSE, AMEX και NASDAQ σε δύο ομάδες βάσει μεγέθους. Για τον καθορισμό του μεγέθους χρησιμοποιήθηκε η διάμεσος των μεγεθών των μετοχών του NYSE, έτσι όσες μετοχές ήταν μεγαλύτερες από την διάμεσο του NYSE ήταν στην ομάδα των μεγάλων (B) και όσες ήταν μικρότερες ήταν στην ομάδα των μικρών (S). Η διάμεσος του NYSE χρησιμοποιήθηκε ως κριτήριο μεγέθους ώστε η ομάδα μικρών μετοχών να αποτελεί ένα λογικό ποσοστό στην συνολική αγοραστική αξία (ME) των δύο ομάδων. Όντως παρόλο που περιείχε δυσανάλογα υψηλό αριθμό

μετοχών σε σχέση με τον συνολικό αριθμό μετοχών, ως αξία αποτελούσε λιγότερο από το μισό της συνολικής αξίας των δύο ομάδων των μετοχών.

Στη συνέχεια χώρισαν τις μετοχές σε τρεις ομάδες BE/ME βάσει του 30% (Low – L), 40% (Medium – M) και 30% (High – H) των καταταγμένων τιμών του δείκτη BE/ME των μετοχών του NYSE. Η απόφασή των Fama και French να χωρίσουν τις μετοχές σε τρεις ομάδες βάσει δείκτη BE/ME και μόνο σε δύο ομάδες βάσει ME ακολουθούσε την απόδειξη ότι ο δείκτης BE/ME έπαιζε σημαντικότερο ρόλο στον καθορισμό αναμενόμενων αποδόσεων.

Έπειτα από τις παραπάνω ομάδες κατασκεύασαν έξι χαρτοφυλάκια, S/L, S/M, S/H, B/L, B/M, B/H. Για παράδειγμα το χαρτοφυλάκιο S/L περιείχε μετοχές χαμηλού M/E και μικρού BE/ME ενώ το χαρτοφυλάκιο B/H περιείχε μετοχές υψηλού M/E και μεγάλου BE/ME. Τα υπόλοιπα χαρτοφυλάκια είχαν οριστεί ανάλογα με τα δύο ακραία. Στη συνέχεια υπολογίστηκαν οι μηνιαίες αποδόσεις των χαρτοφυλακίων σταθμισμένες σύμφωνα με την αγοραστική αξία των μετοχών στα χαρτοφυλάκια (value – weighted returns).

Ακολούθως κατασκευάστηκε το χαρτοφυλάκιο SMB (small minus big) το οποίο θα μιμούταν τον παράγοντα κινδύνου, σε όρους αποδόσεων, που συνδεόταν με το μέγεθος στον καθορισμό αναμενόμενων αποδόσεων μετοχών. Το SMB σχηματίστηκε από την διαφορά, κάθε μήνα, μεταξύ του μέσου των αποδόσεων των τριών χαρτοφυλακίων με μετοχές χαμηλού M/E (S/L, S/M και S/H) μείον τον μέσο των αποδόσεων των τριών χαρτοφυλακίων με μετοχές υψηλού M/E (B/L, B/M και B/H) κάθε μήνα. Έτσι το SMB ήταν η διαφορά μεταξύ των αποδόσεων μικρών μείον μεγάλων χαρτοφυλακίων μετοχών με περίπου τον ίδιο σταθμισμένο μέσο BE/ME. Επομένως το SMB δεν συσχετιζόταν με την επίδραση του δείκτη BE/ME.

Συνέχισαν κατασκευάζοντας το χαρτοφυλάκιο HML (high minus low) το οποίο θα μιμούταν τον παράγοντα κινδύνου, σε όρους αποδόσεων, που συνδεόταν με τον δείκτη BE/ME στον καθορισμό αναμενόμενων αποδόσεων μετοχών. Το HML σχηματίστηκε παρόμοια με το SMB, δηλαδή ήταν η διαφορά, κάθε μήνα, μεταξύ του μέσου των αποδόσεων των δύο χαρτοφυλακίων με μεγάλα BE/ME (S/H και B/H) μείον του μέσου των αποδόσεων των δύο χαρτοφυλακίων με χαμηλά BE/ME (S/L και B/L). Έτσι οι δύο συντελεστές του HML ήταν αποδόσεις χαρτοφυλακίων μεγάλου και μικρού BE/ME με περίπου το ίδιο σταθμισμένο μέσο μέγεθος. Επομένως το HML δεν συσχετιζόταν με την επίδραση του μεγέθους. Σε τεστ που έγινε για να επιβεβαιώσει την επιτυχία της προαναφερόμενης διαδικασίας βρέθηκε ότι ο συντελεστής συσχέτισης μεταξύ των αποδόσεων των SMB και HML ήταν – 0,08.

Τέλος ως τρίτο παράγοντα χρησιμοποίησαν το χαρτοφυλάκιο της αγοράς παίρνοντας τις υπερβάλλουσες μηνιαίες αποδόσεις του, δηλαδή τις μηνιαίες αποδόσεις μείον το επιτόκιο χωρίς κίνδυνο. Οι Fama και French έδειξαν ότι

χρησιμοποιώντας μόνο τον παράγοντα της αγοράς η επεξηγηματική δύναμη (R^2) του μοντέλου ήταν 69% ενώ συνυπολογίζοντας και τους παράγοντες SMB και HML η επεξηγηματική δύναμη (R^2) του μοντέλου τριών παραγόντων έφθανε στο 83%.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΡΡΑΙΑ

4. Μέτρα αξιολόγησης αποτελεσματικότητας χαρτοφυλακίου (measures of portfolio performance evaluation)

4.1 Εισαγωγή

Μέχρι τώρα στη σύντομη αναδρομή που έγινε στη θεωρία χαρτοφυλακίου μελετήθηκαν μοντέλα παραγωγής αποδόσεων, δηλαδή αποτίμησης περιουσιακών στοιχείων. Στην περίπτωση όμως που οι επενδυτές θέλουν να επιλέξουν μεταξύ διάφορων ευκαιριών επένδυσης το πρόβλημα που προκύπτει είναι η σύγκριση των επενδύσεων ως προς την αποτελεσματικότητά τους. Για παράδειγμα πώς θα σύγκρινε κάποιος δύο επενδύσεις που η μεν πρώτη απέφερε χαμηλή απόδοση αλλά με μικρό κίνδυνο και η δε δεύτερη απέφερε υψηλή απόδοση αλλά με μεγάλο κίνδυνο. Το παραπάνω πρόβλημα θα μπορούσε να παραλληλιστεί με το πρόβλημα σύγκρισης πορτοκαλιών και μήλων. Στο πρόβλημα αυτό δόθηκε λύση μέσα από τη σωστή χρήση διάφορων μέτρων αξιολόγησης αποτελεσματικότητας των επενδύσεων. Παρακάτω παρουσιάζονται τα μέτρα που αναπτύχθηκαν από τους Sharpe (1966), Treynor (1966) και Jensen (1968) τα οποία χρησιμοποιούνται εκτενώς στην θεωρία και την πράξη αλλά και ορισμένα σχετικά μέτρα αξιολόγησης αποτελεσματικότητας επενδύσεων όπως το information ratio και το Sortino ratio, που προτιμούνται στην πράξη.

4.2 The Sharpe ratio

Στην απλή έκδοση του CAPM επικαλούνται δύο υποθέσεις για την ύπαρξη ισορροπίας στην κεφαλαιαγορά. Πρώτη υπόθεση είναι ότι όλοι οι επενδυτές μπορούν να δανειστούν και να δανείσουν στο ίδιο επιτόκιο, χωρίς να αναλάβουν καθόλου κίνδυνο, με τους ίδιους όρους. Δεύτερη υπόθεση είναι η ύπαρξη ομογένειας αναφορικά με τις προσδοκίες των επενδυτών για τις αναμενόμενες αποδόσεις και τους αναλαμβανόμενους κινδύνους των επενδύσεων τους (Sharpe 1964).

Υπό τις παραπάνω υποθέσεις κάθε επενδυτής βλέπει με τον ίδιο τρόπο και ισοδύναμα ελκυστικές τις εναλλακτικές ευκαιρίες επένδυσης που τοποθετούνται πάνω στην γραμμή κεφαλαιαγοράς (CML - capital market line), αφού ανάλογα με τον αν θα δανειστεί ή θα δανείσει και το ποσοστό του πλούτου του που θα επενδύσει στο επιτόκιο με μηδενικό κίνδυνο μπορεί να βρεθεί σε οποιοδήποτε σημείο της CML. Ο μόνος τρόπος λοιπόν να βελτιώσει την αποδοτικότητα της επένδυσής του από αυτή που αναμένεται να έχει βρισκόμενος πάνω στην CML είναι να αυξήσει την γωνία της CML στο χώρο αναμενόμενης απόδοσης και κινδύνου.

Η εφαπτομένη της παραπάνω γωνίας καλείται Sharpe ratio και ορίζεται ως εξής:

$$S = [E(R_P) - R_f] / \sigma_P$$

Όπου:

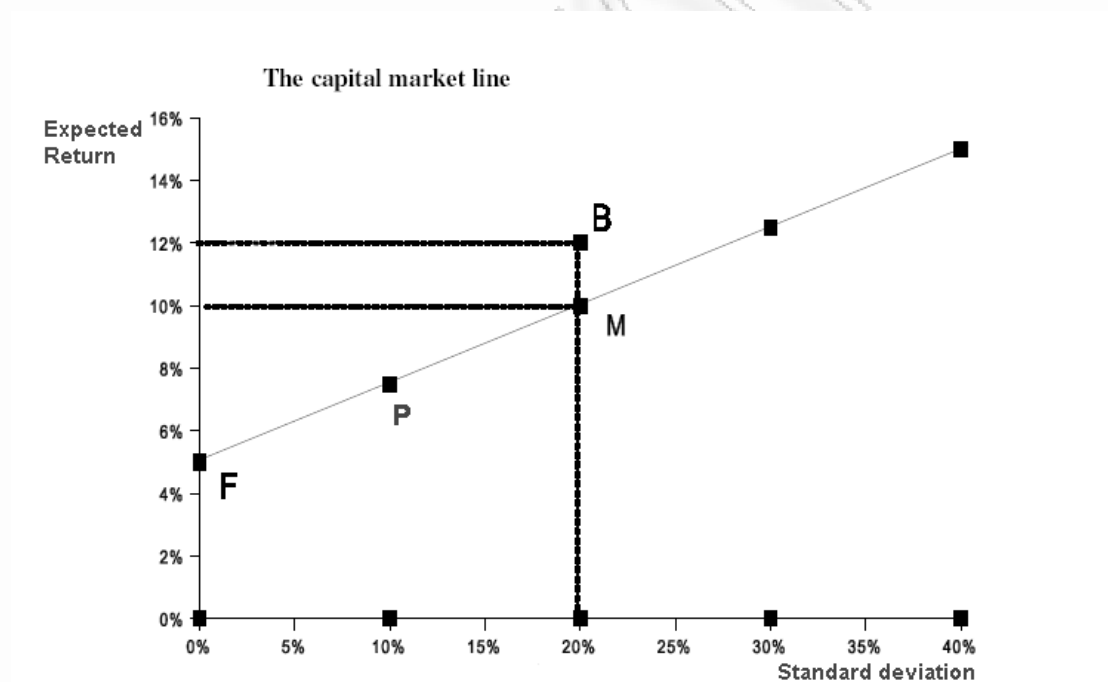
$E(R_P)$: η αναμενόμενη απόδοση της επένδυσης στο χαρτοφυλάκιο p

R_f : το επιτόκιο στο οποίο μπορεί να δανειστεί και να δανείσει κάθε επενδυτής με μηδενικό κίνδυνο

$[E(R_P) - R_f]$: η υπερβάλλουσα αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου p σε σχέση με την απόδοση επένδυσης στο επιτόκιο μηδενικού κινδύνου

σ_P : ο ολικός αναλαμβανόμενος κίνδυνος της επένδυσης στο χαρτοφυλάκιο p (ολικός κίνδυνος χαρτοφυλακίου)

Τα παραπάνω θα μπορούσαν να αποδοθούν διαγραμματικά (στο χώρο αναμενόμενης απόδοσης και ολικού κινδύνου χαρτοφυλακίου επένδυσης) ως εξής:



M: είναι το χαρτοφυλάκιο της αγοράς

F: είναι το περιουσιακό στοιχείο χωρίς κίνδυνο

P: είναι το χαρτοφυλάκιο επένδυσης πάνω στη CML που προκύπτει από την κατανομή του πλούτου στο χαρτοφυλάκιο της αγοράς και στο περιουσιακό στοιχείο χωρίς κίνδυνο

Το Sharpe ratio μετράει την υπερβάλλουσα απόδοση (risk premium) που κερδίζεται ανά μονάδα ολικού κινδύνου κατά την επένδυση σε ένα χαρτοφυλάκιο. Έτσι κάτω από την υπόθεση ομογενών προσδοκιών (CAPM)

δεν δύναται κανένας επενδυτής να “νικήσει” την αγορά, δηλαδή να επιλέξει ένα χαρτοφυλάκιο με Sharpe ratio μεγαλύτερο από αυτό της αγοράς. Αν όμως υποθέσουμε ετερογένεια στις προσδοκίες των επενδυτών τότε θεωρητικά μπορεί να βρεθεί αποτελεσματικότερο χαρτοφυλάκιο από αυτό της αγοράς.

Έστω ότι ένας επενδυτής έχει διαφορετικές προσδοκίες από τους υπόλοιπους και αντί να επιλέξει να κατανείμει τον πλούτο του στο χαρτοφυλάκιο της αγοράς και το επιτόκιο μηδενικού κινδύνου επιλέγει να επενδύσει στο χαρτοφυλάκιο B, όπως φαίνεται στο παραπάνω διάγραμμα και στο επιτόκιο μηδενικού κινδύνου. Τότε για κάθε επίπεδο αναλαμβανόμενου κινδύνου η υπερβάλλουσα απόδοση που κερδίζει είναι μεγαλύτερη από των υπολοίπων που επενδύουν στο χαρτοφυλάκιο αγοράς, για τα ίδια επίπεδα κινδύνου. Όντως όλοι οι συνδυασμοί που μπορούν να επιτευχθούν βρίσκονται πάνω στην ευθεία που τέμνει τον άξονα των αποδόσεων στο επιτόκιο μηδενικού κινδύνου και περνάει από το χαρτοφυλάκιο B. Αυτή η ευθεία έχει μεγαλύτερη κλίση από την CML, η οποία συνδέει το επιτόκιο μηδενικού κινδύνου με το χαρτοφυλάκιο αγοράς, δηλαδή η εφαπτομένη της γωνίας που σχηματίζει είναι μεγαλύτερη από την εφαπτομένη της γωνίας που σχηματίζει η CML κι επομένως το Sharpe ratio του χαρτοφυλακίου B για κάθε επίπεδο κινδύνου είναι μεγαλύτερο από το Sharpe ratio του χαρτοφυλακίου αγοράς, συγκρινόμενα σε ίδια επίπεδα κινδύνου

Γυρίζοντας στις αρχικές μας υποθέσεις (ομογένεια προσδοκιών των επενδυτών), για να κριθεί αν είναι ικανοποιητικό το Sharpe ratio ενός χαρτοφυλακίου πρέπει να συγκριθεί με τα Sharpe ratios εναλλακτικών χαρτοφυλακίων επένδυσης, δηλαδή να βρεθεί η κατανομή των Sharpe ratios. Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζεται η κατανομή των Sharpe ratios 145 αμοιβαίων κεφαλαίων, για τα οποία έχουν χρησιμοποιηθεί οι μηνιαίες αποδόσεις της περιόδου 1994 – 1998 και ως επιτόκιο μηδενικού κινδύνου ο μέσος όρος των αποδόσεων της αγοράς αυτής της περιόδου (Auke Plantinga 2007).

**ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΤΩΝ SHARPE RATIOS 145 ΑΜΟΙΒΑΙΩΝ ΚΕΦΑΛΑΙΩΝ
ΠΕΡΙΟΔΟΥ 1994 – 1998**

INTERVAL	RELATIVE FREQUENCY
$x \leq -2,39$	2,8%
$-2,39 < x \leq -2,00$	0,7%
$-2,00 < x \leq -1,67$	0,0%
$-1,67 < x \leq -1,30$	1,4%
$-1,30 < x \leq -0,68$	2,1%
$-0,68 < x \leq 0,00$	9,0%
$0,00 < x \leq 0,34$	57,2%
$0,34 < x \leq 0,68$	26,8%
$0,68 < x$	0,0%

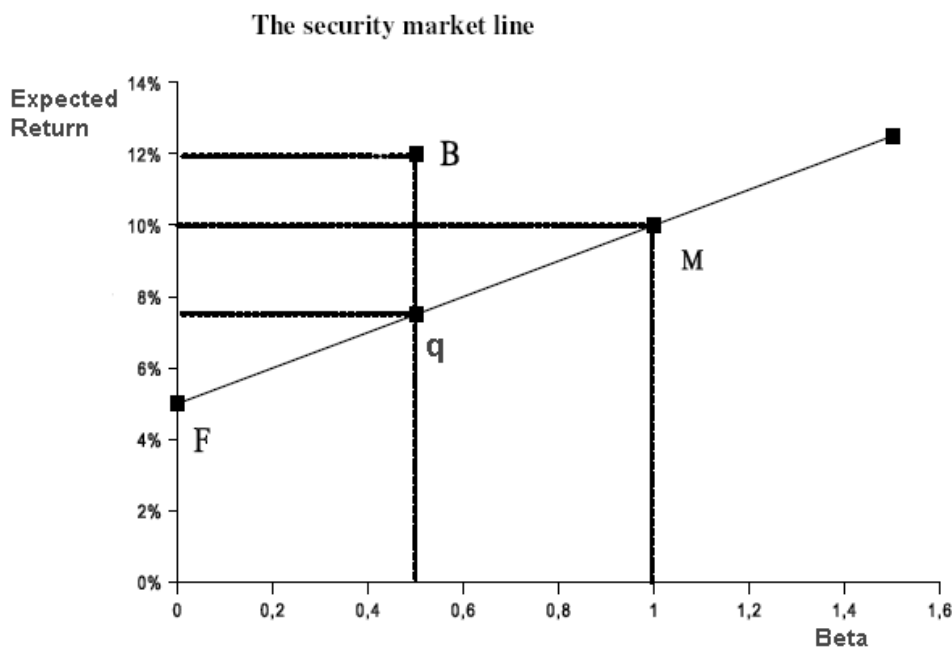
Τα περισσότερα αμοιβαία κεφάλαια έχουν Sharpe ratio μεταξύ του μηδενός και του 0,34 ενώ δεν υπάρχουν επενδύσεις που να δίνουν Sharpe ratio πάνω από 0,68. Εναλλακτικά το Sharpe ratio μπορεί να εκφραστεί ως ένα t-test με μηδενική υπόθεση ότι η απόδοση του χαρτοφυλακίου επένδυσης είναι ίση με το επιτόκιο μηδενικού κινδύνου κι εφόσον δεν παρατηρούνται Sharpe ratios πάνω από 1,96 αυτή η υπόθεση δεν μπορεί να απορριφθεί (Auke Plantinga 2007).

Σημαντικό είναι να αναφερθεί ότι σε πρακτικές εφαρμογές, πέρα από τη θεωρία, το Sharpe ratio δεν ενδείκνυται τις περισσότερες φορές για την αξιολόγηση αποτελεσματικότητας χαρτοφυλακίων παρόλο που χρησιμοποιείται συχνά. Το Sharpe ratio χρησιμοποιεί, ως ευθεία αναφοράς, την γραμμή κεφαλαιαγοράς (CML), η οποία εκφράζει την σχέση αναμενόμενης απόδοσης και ολικού κινδύνου αποδοτικών χαρτοφυλακίων (συνδυασμών επικίνδυνων περιουσιακών στοιχείων), δηλαδή πλήρως διαφοροποιημένων ως προς τον κίνδυνο. Ο κάθε επενδυτής μπορεί να επιλέξει οποιονδήποτε συνδυασμό πάνω στην CML και όλοι οι συνδυασμοί είναι πλήρως θετικά συσχετισμένοι μεταξύ τους αφού βρίσκονται πάνω στην ίδια ευθεία, στο χώρο $(E(R), \sigma_R)$. Σύμφωνα με τον Sharpe (1964) αυτό το συμπέρασμα παρέχει το κλειδί στη σχέση μεταξύ των τιμών των περιουσιακών στοιχείων, μεμονωμένων ή συνδυασμών αυτών και των διαφορετικών τύπων κινδύνου.

4.3 The Jensen's alpha

Στο Sharpe ratio χρησιμοποιώντας την CML αναφέρεται μόνο σε αποδοτικά χαρτοφυλάκια επένδυσης, δηλαδή αξιολογείται η αποτελεσματικότητα του χαρτοφυλακίου του επενδυτή, που περιέχει όλα τα περιουσιακά στοιχεία στα οποία θα μπορούσε να καταναείμι τον πλούτο του. Η αγορά όμως απαρτίζεται από επιμέρους εξειδικευμένες αγορές επένδυσης κι επομένως κάθε επένδυση σε αυτές τις αγορές θα μπορούσε να εκληφθεί ως ένας επιμέρους συνδυασμός επένδυσης του γενικότερου χαρτοφυλακίου του επενδυτή. Αυτό το επιμέρους χαρτοφυλάκιο, έστω q , δεν είναι πλήρως διαφοροποιημένο ως προς τον κίνδυνο γι αυτό και ως μέτρο κινδύνου κατά την αξιολόγησή του δεν μπορεί να ληφθεί ο ολικός κίνδυνός του (σ_q) αλλά ο συστηματικός του κίνδυνος (βήτα), β_q .

Για μη αποδοτικά χαρτοφυλάκια, λοιπόν, χρειάζεται ένα άλλο μέτρο αξιολόγησης. Υποθέτοντας ως μοντέλο παραγωγής αποδόσεων την απλή έκδοση του CAPM, ένα κατάλληλο μέτρο αξιολόγησης αποτελεσματικότητας χαρτοφυλακίων μπορεί να εξαχθεί από την γραμμή αγοράς τίτλων (security market line - SML). Η γραμμή αγοράς τίτλων (SML) εκφράζει την σχέση μεταξύ αναμενόμενης απόδοσης και βήτα χαρτοφυλακίου. Σε ισορροπία της αγοράς, η SML ισχύει για κάθε χαρτοφυλάκιο, αποδοτικό και μη, καθώς και για μεμονωμένα περιουσιακά στοιχεία.



M: είναι το χαρτοφυλάκιο της αγοράς

F: είναι το περιουσιακό στοιχείο χωρίς κίνδυνο

q : είναι το χαρτοφυλάκιο επένδυσης πάνω στη SML που δεν είναι πλήρως διαφοροποιημένο ως προς τον κίνδυνο

Έστω λοιπόν η SML στο χώρο αναμενόμενης απόδοσης – συστηματικού κινδύνου (βήτα), όπως στο παραπάνω διάγραμμα. Η SML τέμνει τον άξονα των αναμενόμενων αποδόσεων στο επιτόκιο μηδενικού κινδύνου και περνάει από το χαρτοφυλάκιο της αγοράς. Κάθε επενδυτής μπορεί να βρεθεί σε οποιοδήποτε σημείο πάνω σε αυτή, ανάλογα με το επίπεδο κινδύνου που θα επιλέξει καταθέτοντας τον πλούτο του μεταξύ του χαρτοφυλακίου αγοράς και του επιτοκίου μηδενικού κινδύνου.

Η σχέση που δίνει τις αποδόσεις χαρτοφυλακίου επένδυσης είναι η παρακάτω εξίσωση:

$$R_q = R_f + \beta_q * (R_M - R_f) + \varepsilon_q$$

ενώ η αναμενόμενη απόδοσή του δίνεται από

$$E(R_q) = R_f + \beta_q * [E(R_M) - R_f]$$

όπου

R_q : οι πραγματικές αποδόσεις του χαρτοφυλακίου q

R_f : το επιτόκιο στο οποίο μπορεί να δανειστεί και να δανείσει κάθε επενδυτής με μηδενικό κίνδυνο

β_q : ο συστηματικός κίνδυνος του χαρτοφυλακίου q ή διαφορετικά η κλίση της παραπάνω εξίσωσης.

R_M : οι πραγματικές αποδόσεις του χαρτοφυλακίου αγοράς

ε_q : ο δείκτης σφαλμάτων μεταξύ της ευθείας που δίνεται από τη εξίσωση και των πραγματικών αποδόσεων του χαρτοφυλακίου q

$E(R_q)$: η αναμενόμενη απόδοση της επένδυσης στο χαρτοφυλάκιο q

$E(R_M)$: η μέση απόδοση της αγοράς

Υποθέτοντας περιβάλλον ετερογενών προσδοκιών, δηλαδή έστω ότι κάποιος επενδυτής έχει επιπλέον πληροφόρηση από την υπόλοιπη αγορά κι επιλέγει να επενδύσει ενεργά στο χαρτοφυλάκιο B και όχι παθητικά στο χαρτοφυλάκιο της αγοράς, τότε για κάθε επίπεδο συστηματικού κινδύνου βρίσκεται πάνω στην ευθεία που ενώνει το επιτόκιο μηδενικού κινδύνου και το χαρτοφυλάκιο B και οι αποδόσεις της επένδυσής του δίνονται από την σχέση

$$R_q - R_f = \alpha_q + \beta_q * (R_M - R_f) + \varepsilon_q$$

Το α_j καλείται άλφα του Jensen και ορίζεται ως η διαφορά μεταξύ της αναμενόμενης υπερβάλλουσας απόδοσης επένδυσης (βάσει του μοντέλου παραγωγής αποδόσεων CAPM) και της πραγματοποιηθείσας υπερβάλλουσας απόδοσης ενεργής επένδυσης, συγκρινόμενες σε ίδιο επίπεδο συστηματικού κινδύνου (υπεραπόδοση).

Το α_j είναι ένα μέτρο αξιολόγησης αποτελεσματικότητας χαρτοφυλακίων που προτάθηκε από τον Jensen το 1968. Σύμφωνα με τον Jensen το άλφα μπορεί να είναι θετικό, μηδέν ή και αρνητικό. Ουσιαστικά το άλφα δηλώνει την ικανότητα του επενδυτή ή συχνότερα του manager στον οποίο αναθέεται η διαχείριση κεφαλαίου να προβλέψει τις τιμές περιουσιακών στοιχείων και συνδυασμών αυτών ώστε να επιτύχει καλύτερη απόδοση από αυτή που αναμένει η υπόλοιπη αγορά.

Όταν το άλφα είναι θετικό δηλώνει ικανότητα πρόβλεψης των τιμών κι επιτυχή επένδυση, όταν στόχος είναι να “νικηθεί” η αγορά. Όταν είναι μηδέν τότε η απόδοση του επενδυτή είναι ίση με αυτή που θα κέρδιζε αν επένδυε παθητικά στο χαρτοφυλάκιο της αγοράς. Τέλος το άλφα συνήθως είναι αρνητικό όταν δαπανώνται υψηλά χρηματικά ποσά σε ανεπιτυχείς προβλέψεις για τις τιμές των περιουσιακών στοιχείων (Jensen 1968).

The adjusted Jensen's alpha

Μέσω του κλασσικού Jensen's α μπορεί να καθοριστεί η υπεραπόδοση μιας επένδυσης έναντι του χαρτοφυλακίου της αγοράς αλλά δεν είναι δυνατή η σύγκριση μεταξύ των υπεραποδόσεων επενδύσεων με διαφορετικό συστηματικό κίνδυνο. Η σύγκριση αυτή μπορεί να επιτευχτεί μέσω του προσαρμοσμένου Jensen's α (adjusted Jensen's α), που δίνεται από τη σχέση

$$\alpha_{adj} = \alpha / \beta$$

όπου α είναι το κλασσικό α του Jensen και β είναι ο συστηματικός κίνδυνος επένδυσης. Ουσιαστικά το α_{adj} είναι το κλασσικό α του Jensen, μιας επένδυσης, προσαρμοσμένο στον συστηματικό κίνδυνό της με αποτέλεσμα να προκύπτει ένας λόγος υπεραπόδοσης ανά μονάδα συστηματικού κινδύνου. Έτσι με το adjusted Jensen's α μπορούν να συγκριθούν οι διάφορες επενδύσεις ως προς τις υπεραποδόσεις τους.

4.4 The Treynor ratio

Ένα άλλο μέτρο αξιολόγησης αποτελεσματικότητας χαρτοφυλακίων επένδυσης είναι το Treynor ratio, το οποίο προτάθηκε από τον Treynor το 1965. Το μέτρο αυτό εξάγεται επίσης από τη γραμμή αγοράς τίτλων (SML), δηλαδή χρησιμοποιεί ως μέτρο κινδύνου το συστηματικό κίνδυνο χαρτοφυλακίου, βήτα. Συγκεκριμένα είναι η κλίση της ευθείας που ενώνει το

επιτόκιο μηδενικού κινδύνου και το χαρτοφυλάκιο επένδυσης στο χώρο αναμενόμενης απόδοσης – συστηματικού κινδύνου (βήτα) (όπως στο παραπάνω διάγραμμα). Όσο μεγαλύτερη είναι η κλίση της ευθείας συγκριτικά με την κλίση της SML τόσο μεγαλύτερη θα είναι απόδοση πάνω από το επιτόκιο μηδενικού κινδύνου που θα κερδίζεται ανά μονάδα συστηματικού κινδύνου, δηλαδή τόσο μεγαλύτερο Treynor ratio θα έχει επιτευχθεί.

$$T = [E(R_q) - R_f] / \beta_q$$

Το Treynor ratio μετράει την υπερβάλλουσα απόδοση (risk premium) που κερδίζεται ανά μονάδα συστηματικού κινδύνου κατά την επένδυση σε ένα χαρτοφυλάκιο. Όντως από τη σχέση

$$E(R_q) = R_f + \beta_q * [E(R_M) - R_f]$$

οδηγούμαστε στο συμπέρασμα ότι υπάρχει άμεση σύνδεση μεταξύ του Treynor ratio και της διαφοράς $[E(R_M) - R_f]$ (market premium) (Auke Plantinga 2007).

$$[E(R_q) - R_f] / \beta_q = E(R_M) - R_f$$

$$T = E(R_M) - R_f$$

4.5 Σχετικά μέτρα αξιολόγησης αποτελεσματικότητας χαρτοφυλακίων επένδυσης (relative performance measures)

Όπως προαναφέραμε η αγορά απαρτίζεται από επιμέρους εξειδικευμένους τομείς επένδυσης που ο καθένας από αυτούς υποστηρίζεται από διαφορετικά επενδυτικά προϊόντα. Πολλά από αυτά τα προϊόντα συνδέονται με συγκεκριμένους δείκτες στόχους (benchmarks), οι οποίοι θα λέγαμε ότι καθορίζουν τα επίπεδα απόδοσης των προϊόντων, για διάφορα επίπεδα κινδύνου, σε ένα περιβάλλον ισορροπίας. Έτσι ο επενδυτής που επιλέγει να επενδύσει τον πλούτο του σε κάποιο συγκεκριμένο προϊόν ενδιαφέρεται για το κέρδος που θα έχει συγκριτικά με το δείκτη στόχο, δηλαδή αν θα κερδίσει μεγαλύτερη απόδοση από την αναμενόμενη απόδοση του δείκτη (“νικά” τον δείκτη), αν η απόδοσή του θα κινηθεί στο ίδιο επίπεδο με αυτή του δείκτη, αν η απόδοσή του θα είναι μικρότερη από την αναμενόμενη του δείκτη. Για την αξιολόγηση αποτελεσματικότητας τέτοιων επενδύσεων χρησιμοποιούνται τα σχετικά μέτρα αξιολόγησης. Δύο από τα σημαντικότερα σχετικά μέτρα αξιολόγησης για τα οποία γίνεται λόγος στην βιβλιογραφία είναι το information ratio (IR) και το Sortino ratio (Sort).

4.6 The information ratio

Το information ratio στηρίζεται επίσης στη σχέση

$$R_q - R_f = \alpha_q + \beta_q * (R_M - R_f) + \varepsilon_q$$

μόνο που ο όρος R_M δε συμβολίζει το χαρτοφυλάκιο της αγοράς, το οποίο θεωρητικά είναι το σύμπαν όλων των στοιχείων που έχουν αξία και είναι διαθέσιμα προς επένδυση, αλλά τον δείκτη στόχο του προϊόντος το οποίο έχει επιλεγεί προς επένδυση.

Το information ratio ορίζεται ως το εκτιμημένο άλφα προς την τυπική απόκλιση των σφαλμάτων (καταλοίπων) (Larry R. Gorman και Robert A. Weigand 2007).

$$IR = \alpha / \sigma_\varepsilon$$

όπου

α : το άλφα του Jensen

σ_ε : η τυπική απόκλιση των ε (καταλοίπων), δηλαδή η τυπική απόκλιση του μη συστηματικού κινδύνου, διαφορετικά καλείται tracking error (TE)

το TE μετράται από την σχέση

$$\sigma_{te} = [(1/T) * \sum_{t=1}^T (R_{q,t} - R_{M,t})^2]^{1/2}$$

με $R_{q,t}$: η απόδοση του χαρτοφυλακίου q τη χρονική στιγμή t

$R_{M,t}$: η απόδοση του δείκτη στόχου τη χρονική στιγμή t

T : ο αριθμός των παρατηρήσεων

Λόγω της σχέσης απόδοσης – κινδύνου (δηλαδή όσο μεγαλύτερος κίνδυνος αναλαμβάνεται τόσο μεγαλύτερη απόδοση απαιτείται ως ανταμοιβή ή όσο μεγαλύτερη απόδοση επιθυμείται τόσο μεγαλύτερος ο κίνδυνος που αναλαμβάνεται) το άλφα κατά τους Larry R. Gorman και Robert A. Weigand (2007) θεωρείται η απόδοση που οφείλεται στην ανάληψη μη συστηματικού κινδύνου και δεδομένου ότι το TE μετρά το μη συστηματικό κίνδυνο που δεν έχει εξαιρεθεί από το χαρτοφυλάκιο επένδυσης, το information ratio μετρά την κερδισμένη απόδοση που αντιστοιχεί στο μη συστηματικό ανά μονάδα μη συστηματικού κινδύνου. Έτσι το information ratio μπορεί να μεταφραστεί και ως μέτρο αποδοτικότητας επένδυσης.

Επίσης η χρήση του information ratio ως αξιόπιστο μέτρο αξιολόγησης αποτελεσματικότητας χαρτοφυλακίου επένδυσης φαίνεται και μέσα από t-test για την στατιστική σημαντικότητα του άλφα. Σε ένα τέτοιο test εξετάζεται η μηδενική υπόθεση το άλφα να είναι ίσο με το μηδέν και η διαδικασία που ακολουθείται είναι να διαιρεθεί το άλφα με την τυπική απόκλιση των καταλοίπων για να εξαχθεί πόσο στατιστικά σημαντικό είναι το άλφα. Παρομοίως το information ratio διαιρεί το άλφα με το TE για να μετρήσει την αποτελεσματικότητα της επένδυσης.

4.7 The Sortino ratio

Το Sortino ratio είναι ένα από τα μέτρα αξιολόγησης αποτελεσματικότητας χαρτοφυλακίων που χρησιμοποιεί ως παράγοντα κινδύνου την προς τα κάτω απόκλιση (downside deviation). Η προς τα κάτω απόκλιση ως μέτρο κινδύνου διαφοροποιείται από την τυπική απόκλιση σε δύο σημεία. Πρώτον ο κίνδυνος οριοθετείται σε σχέση με ένα εξωγενές σημείο αναφοράς. Το εξωγενές σημείο αναφοράς καλείται ελάχιστη αποδεκτή απόδοση επένδυσης και χρησιμοποιείται για να διακριθεί αυτό που θεωρείται κίνδυνος για το συγκεκριμένο μέτρο αξιολόγησης αποτελεσματικότητας από την κλασσική έννοια της τυπικής απόκλισης. Σύμφωνα με τους Sortino και Van der Meer (1991), αποδόσεις που κερδίζονται πάνω από το εξωγενές σημείο αναφοράς αντιστοιχούν σε "καλή" τυπική απόκλιση και θεωρείται ότι ο στόχος του επενδυτή έχει επιτευχθεί, ενώ αποδόσεις που κερδίζονται κάτω από το σημείο αναφοράς αντιστοιχούν σε κακή τυπική απόκλιση και θεωρείται ότι δεν έχει επιτευχθεί ο στόχος του επενδυτή. Δεύτερον στον προς τα κάτω κίνδυνο λαμβάνονται υπόψη μόνο οι αποκλίσεις που φέρνουν τον επενδυτή κάτω από το εξωγενές σημείο αναφοράς.

ο προς τα κάτω κίνδυνος μετράται από τη σχέση

$$\delta = \left[\frac{1}{T} * \sum_{t=1}^T (R_t - R_{\min})^2 \right]^{1/2}, \text{ για κάθε } R_t < R_{\min}$$

όπου

δ : ο προς τα κάτω κίνδυνος

R_t : η απόδοση του χαρτοφυλακίου την περίοδο t

R_{\min} : το εξωγενές σημείο αναφοράς, δηλαδή η ελάχιστη αποδεκτή απόδοση επένδυσης

T : ο ολικός αριθμός παρατηρούμενων περιόδων

Το Sortino ratio ορίζεται ως εξής

$$\text{Sort} = [E(R) - R_{\min}] / \delta$$

Σημαντικό είναι να αναφερθεί ότι στη χρησιμοποίηση μέρων αξιολόγησης αποτελεσματικότητας χαρτοφυλακίων που βασίζονται στον προς τα κάτω κίνδυνο μπορούν να καταταχθούν σε βαθμίδες κι επομένως να συγκριθούν χαρτοφυλάκια για τα οποία έχει επιλεγεί το ίδιο εξωγενές σημείο αναφοράς, δηλαδή να συμπίπτουν οι προτιμήσεις των επενδυτών, διαφορετικά η σύγκριση δεν θεωρείται αποτελεσματική (Auke Plantinga 2007).

4.8 Εμπειρικές μελέτες με χρήση των μέτρων αποτελεσματικότητας

Παρακάτω παραθέτονται μελέτες που έχουν γίνει από τον Sharpe, Treynor, Jensen και Jobson και Korkie χρησιμοποιώντας τα προαναφερθέντα μέτρα αποτελεσματικότητας. Μέσα από τις μελέτες αυτές φαίνεται η χρησιμότητα των μέτρων στις αποφάσεις των επενδυτών καθώς και κάποιες διαφορές και ομοιότητές τους.

4.8.1 Η μελέτη του Sharpe

Ο Sharpe θέλησε να μελετήσει την γραμμή κεφαλαιαγοράς, δηλαδή το κατά πόσο μπορούν να προβλεφθούν μελλοντικές αποδόσεις αποδοτικών χαρτοφυλακίων χρησιμοποιώντας την. Στηριζόμενος στην θεωρία, επέλεξε 34 αμοιβαία κεφάλαια και για την περίοδο 1954 – 1963 εκτίμησε τις μέσες ετήσιες αποδόσεις, δεδομένων των αναμενόμενων τυπικών αποκλίσεων αυτών, για κάθε αμοιβαίο κεφάλαιο. Από τα αποτελέσματα που βρήκε σε μεγάλο βαθμό επαληθευόταν η θεωρία της αγοράς ότι επενδύσεις που δίνουν υψηλές αποδόσεις επιδεικνύουν υψηλό κίνδυνο και επενδύσεις που δίνουν χαμηλότερες αποδόσεις επιδεικνύουν χαμηλότερο κίνδυνο. Παρόλα αυτά υπήρχαν και αποκλίσεις από αυτό. Η σχέση των αποδόσεων τους συναρτήσκει του κινδύνου που επιδείκνυαν ήταν κατά προσέγγιση γραμμική. Κάποια αμοιβαία κεφάλαια κυριαρχούνταν από κάποια άλλα που μπορεί να παρείχαν υψηλότερη απόδοση και χαμηλότερο κίνδυνο συγκριτικά με τα πρώτα. Για να μελετηθούν αυτές οι αποκλίσεις από την αποτελεσματικότητα χρειαζόταν μια μονάδα μέτρησης γι' αυτήν και χρησιμοποιήθηκε το μέτρο του Sharpe. Έτσι υπολογίζοντας τα μέτρα αποτελεσματικότητας Sharpe μπορούσε να διερευνηθεί η τάση επανάληψης των αποκλίσεων στο μέλλον και κατ' επέκταση η ικανότητα πρόβλεψης μελλοντικών αποδόσεων, μελετώντας αυτά αντί τις αποδόσεις και τις τυπικές αποκλίσεις τους μεμονωμένα. Δεδομένου του θεωρήματος του Tobin θεώρησε ότι οι επενδυτές θα διαμοιράσουν τον πλούτο τους μεταξύ περιουσιακού στοιχείου μηδενικού κινδύνου, στη θέση του οποίου χρησιμοποίησε την απόδοση δεκαετούς κυβερνητικού ομολόγου των ΗΠΑ που το 1953 ανερχόταν περίπου στο 3% και των αμοιβαίων κεφαλαίων που είχε επιλέξει. Αντικαθιστώντας τις εκ των υστέρων μετρήσεις των αποδόσεων και των τυπικών αποκλίσεων τους με τις εκ των προτέρων αναμενόμενες που είχε εκτιμήσει υπολόγισε τα Sharpe ratios των επενδύσεων. Το Sharpe ratio ορίστηκε ως ο δείκτης ανταμοιβής του επενδυτή δεδομένου του κινδύνου που αναλαμβάνει δηλαδή ήταν η αναμενόμενη υπερβάλλουσα απόδοσή του (αναμενόμενη απόδοση μείον απόδοση κυβερνητικού ομολόγου 3%) ανά μονάδα κινδύνου που αναλάμβανε. Αυτό που παρατηρήθηκε ήταν ότι ανάλογα με το αμοιβαίο που είχε επιλέξει κάθε επενδυτής, ως αποδοτικό χαρτοφυλάκιο, επιτύγχανε και διαφορετικό Sharpe ratio και όσο μεγαλύτερο ήταν αυτό τόσο μεγαλύτερη ήταν η απόδοση που λάμβανε ανά μονάδα κινδύνου. Αυτοί που πίστευαν ότι η αγορά είναι

αποτελεσματική απέδιδαν τις αποκλίσεις στις διαφορετικές δαπάνες που είχαν γίνει είτε υποστήριζαν πως ήταν παροδικές. Άλλοι πίστευαν ότι υπάρχει τάση επανάληψης στις αποκλίσεις μέσα στον χρόνο, άρα το Sharpe ratio που θα επιτευχτεί οφείλεται στις ικανότητες του manager που διαχειρίζεται το κεφάλαιο προς επένδυση. Για να μελετηθούν οι παραπάνω εκδοχές ο Sharpe χρησιμοποίησε δεδομένα για τα 34 αμοιβαία κεφάλαια της περιόδου 1944 – 1953. Στη συνέχεια υπολόγισε τα Sharpe ratios αυτών και τα κατέταξε από το 1, που ήταν το αμοιβαίο με το μεγαλύτερο Sharpe ratio, έως το 34, που ήταν το αμοιβαίο με το μικρότερο Sharpe ratio. Με τον ίδιο τρόπο κατέταξε και τα Sharpe ratios της περιόδου για την οποία ήθελε να προβλέψει την αποτελεσματικότητα (1954 - 1963). Αφού παλινδρόμησε τις δύο σειρές ratios βρήκε ότι παρόλο που η μεταξύ τους σχέση απέχει από την τέλεια (συντελεστής συσχέτισης 0,36), υπήρχε η τάση επενδύσεις χαμηλής βαθμολογίας (μικρά Sharpe ratios) της παλαιότερης περιόδου να βαθμολογούνται χαμηλά και στην νεότερη και ομοίως για τις επενδύσεις υψηλής βαθμολογίας (μεγάλα Sharpe ratios). Τέλος μέσω παλινδρόμησης στην οποία χρησιμοποίησε τις πραγματικές τιμές των Sharpe ratios για την περίοδο '54 – '63 βρήκε παρόμοιο συντελεστή συσχέτισης 0,32. Τα αποτελέσματα της μελέτης συνοψίζουν ότι η διαφορές στην αποτελεσματικότητα στο χρόνο μπορούν να προβλεφτούν αλλά όχι τέλεια. Περαιτέρω δεν υπάρχει διαβεβαίωση ότι η αποτελεσματικότητα του παρελθόντος είναι η καλύτερη πρόβλεψη για την μελλοντική αποτελεσματικότητα.

4.8.2 Η μελέτη του Treynor

Ο Treynor θέλησε να μελετήσει την ικανότητα πρόβλεψης μελλοντικών αποδόσεων μέσου του μοντέλου CAPM. Στηρίχθηκε στις υποθέσεις ότι η αγορά είναι τέλεια και σε μια τέλεια αγορά δεν δύναται κανένα περιουσιακό στοιχείο να μην είναι ορθά αποτιμημένο. Επιπλέον κάτω από αυτές τις υποθέσεις, ένα πραγματικά διαφοροποιημένο χαρτοφυλάκιο κινείται σύμφωνα με την αγορά δίνοντας υψηλές αποδόσεις όταν η αγορά είναι ανοδική και χαμηλές αποδόσεις όταν η αγορά είναι καθοδική. Έτσι χρησιμοποίησε τα ίδια αμοιβαία κεφάλαια, που χρησιμοποίησε και ο Sharpe κατά την διάρκεια της περιόδου 1954 – 1963 και παρατήρησε ότι το 90% των μεταβολών της διακύμανσης των αποδόσεών τους εξαγόταν από τις αντίστοιχες μεταβολές του δείκτη Dow – Jones Industrial Average ο οποίος για την μελέτη που έγινε προσομοίωνε το χαρτοφυλάκιο της αγοράς. Εκμεταλλευόμενος το παραπάνω συμπέρασμα χρησιμοποίησε ως μονάδα κινδύνου τον συστηματικό κίνδυνο αφού δεδομένου ότι τα αμοιβαία ήταν καλά διαφοροποιημένα χαρτοφυλάκια, ο βαθμός στον οποίο οι μεταβολές στην απόδοση της αγοράς προκαλούσαν μεταβολές στις αποδόσεις των αμοιβαίων ήταν καλό μέτρο κινδύνου των αποδόσεων στο χρόνο. Έτσι με αντικατάσταση του όρου τυπική απόκλιση στο

μέτρο του Sharpe με τον συστηματικό κίνδυνο, βήτα, προέκυψαν τα Treynor ratios για τα 34 αμοιβαία κεφάλαια. Αυτό που παρατηρήθηκε ήταν ότι η κατάταξή τους βάσει των Treynor ratios ήταν πολύ κοντά στην κατάταξή τους βασισμένη στα Sharpe ratios. Το παραπάνω προέκυψε διότι τα αμοιβαία κεφάλαια ήταν καλά διαφοροποιημένα και η χρήση των Treynor ratios έναντι των Sharpe ratios δεν είχε σημαντικό κόστος αφού τα πρώτα προσομοίωναν καλά τα τελευταία. Στην περίπτωση όμως που τα χαρτοφυλάκια δεν ήταν διαφοροποιημένα τότε τα αποτελέσματα θα ήταν σημαντικά διαφορετικά αφού το μέτρο Treynor δεν λαμβάνει υπόψη του την μεταβλητότητα στις αποδόσεις λόγω έλλειψης διαφοροποίησης. Δεδομένου αυτού το Treynor ratio είναι ένα κατώτερο μέσο μέτρησης αποτελεσματικότητας συγκριτικά με το Sharpe ratio αλλά για τον ίδιο λόγο θα μπορούσε να είναι ανώτερο μέτρο πρόβλεψης μελλοντικής αποτελεσματικότητας. Αν τα χαρτοφυλάκια είναι δεδομένο ότι είναι καλά διαφοροποιημένα τότε οι διαφορές μεταξύ της μεταβλητότητας των αποδόσεών τους και του μέρους της μεταβλητότητας που εξηγείται από την αγορά είναι παροδικές. Επομένως όταν κάποιος χρησιμοποιεί τον συστηματικό κίνδυνο έναντι του ολικού αποφεύγει να δίνει σημασία στις παροδικές μεταβολές και προβλέπει καλύτερα μελλοντικές αποδόσεις. Όμοια με την διαδικασία που ακολουθήθηκε από τον Sharpe, ο Treynor κατέταξε τα αμοιβαία κεφάλαια σύμφωνα με τα Treynor ratios που υπολογίστηκαν με δεδομένα της περιόδου 1944 -1953 κι έπειτα τα παλινδρόμησε με αυτά που είχε εκτιμήσει για την περίοδο 1954 – 1963. Ο συντελεστής συσχέτισης που βρέθηκε ήταν καλύτερος από αυτόν που είχε προκύψει στην μελέτη του Sharpe, δηλαδή 0,45 έναντι του 0,36. Στην παλινδρόμηση που ακολούθησε με τις πραγματικές τιμές Treynor της περιόδου '54 – '63, ο συντελεστής συσχέτισης βρέθηκε 0,4 έναντι του 0,32 που είχε βρεθεί στον Sharpe. Συμπέρασμα των παραπάνω ήταν ότι ο δείκτης Treynor φάνηκε να είναι καλύτερος στην πρόβλεψη μελλοντικής αποτελεσματικότητας στην περίπτωση αποδοτικών χαρτοφυλακίων.

4.8.3 Η μελέτη του Jensen

Ο Jensen θέλησε να εξετάσει την ύπαρξη ικανότητας πρόβλεψης μελλοντικών τιμών περιουσιακών στοιχείων ώστε να επιτευχθούν υψηλότερες αποδόσεις από αυτές που αναμένονται κατά την παθητική επένδυση στο χαρτοφυλάκιο της αγοράς (δηλαδή τις αποδόσεις που αναμένονται βάσει του απλού μοντέλου CAPM). Ουσιαστικά μέσα από αυτή τη μελέτη παρέιχε μια δοκιμή του CAPM. Για τη διεξαγωγή αυτού του τεστ χρησιμοποίησε 115 αμοιβαία κεφάλαια, θεωρώντας ότι είναι πολύ καλά διαφοροποιημένα ως προς τον κίνδυνο, τον δείκτη S&P 500 ως proxy για το χαρτοφυλάκιο της αγοράς και ένα μονοετές κυβερνητικό ομόλογο, συλλέγοντας στοιχεία για την περίοδο 1955 – 1964. Έτσι υπολόγισε τις ετήσιες συνεχώς επανατοκιζόμενες

αποδόσεις των παραπάνω για την περίοδο αυτή. Στην συνέχεια έτρεξε για κάθε αμοιβαίο κεφάλαιο παλινδρόμηση της μορφής

$$R_{jt} - R_{ft} = \alpha_j + \beta_j * (R_{Mt} - R_{ft}) + \varepsilon_{jt} ,$$

με j να συμβολίζει το εκάστοτε αμοιβαίο κεφάλαιο, δηλαδή να κινείται μεταξύ 1 και 115.

Από τις παραπάνω παλινδρομήσεις εκτίμησε τους συντελεστές α , β και την επεξηγηματική ικανότητα του μοντέλου μέσω του συντελεστή R^2 για κάθε αμοιβαίο, όπως και τις μέσες τιμές αυτών για το σύνολο των κεφαλαίων. Σχετικά με το συστηματικό κίνδυνο β βρέθηκε ότι κατά μέσο όρο ήταν 0,84, δηλαδή μικρότερος της μονάδας, επομένως τα αμοιβαία κατά μέσο όρο είχαν την τάση να περιλαμβάνουν χαρτοφυλάκια λιγότερο επικίνδυνα από αυτό της αγοράς. Ο συντελεστής R^2 βρέθηκε κατά μέσο όρο 0,865, κάτι που δηλώνει ότι το μοντέλο που χρησιμοποιήθηκε (εξίσωση παλινδρόμησης) μπορούσε να εξηγήσει καλά την συμπεριφορά των σειρών αποδόσεων. Όσον αφορά το α του Jensen, δηλαδή την υπερβάλλουσα απόδοση σε σχέση με αυτή που αναμενόταν από το CAPM, βρέθηκε κατά μέσο όρο -0,011. Στόχος της μελέτης του ήταν να ερμηνεύσει τις εκτιμήσεις των α . Για την ερμηνεία έτρεξε δύο φορές τις παραπάνω παλινδρομήσεις, την πρώτη χρησιμοποιώντας αποδόσεις αμοιβαίων από τις οποίες είχαν εξαιρεθεί διάφορες δαπάνες που είχαν γίνει που αφορούσαν σε προμήθειες, έξοδα ερευνών για πρόβλεψη τιμών αξιόγραφων και την δεύτερη χρησιμοποιώντας τις αποδόσεις χωρίς εξαίρεση των δαπανών. Έπειτα κατέταξε τα εκτιμημένα α σε βαθμίδες. Όσον αφορά την περίπτωση των καθαρών αποδόσεων βρήκε ότι η κατά μέσο όρο εκτίμηση του α ήταν -0,011, δηλαδή η υπερβάλλουσα απόδοση που κέρδιζαν τα αμοιβαία ήταν μικρότερη κατά 1,1% συγκριτικά με αυτή που αναμενόταν με παθητική επένδυση στο χαρτοφυλάκιο της αγοράς (S&P 500). Ειδικότερα βρέθηκαν 76 αμοιβαία με αρνητικό εκτιμώμενο α και 39 αμοιβαία με θετικό εκτιμώμενο α , που δήλωνε λοξότητα προς την πλευρά χαμηλών αποδόσεων. Μέσω μιας παθητικής επένδυσης στο χαρτοφυλάκιο της αγοράς, δηλαδή αυτό που αναμένεται από το CAPM, δεν επιτυγχάνεται κατά μέσο όρο χειρότερο α από $\alpha=0$. Το παραπάνω αποτέλεσμα οδηγεί στο συμπέρασμα ότι δεν υπήρξε ικανότητα πρόβλεψης τιμών αξιόγραφων μέσω της διαχείρισης των αμοιβαίων ούτε όση θα χρειαζόταν ώστε να καλυφθούν οι δαπάνες που είχαν γίνει για επένδυση στα αμοιβαία αυτά. Στην περίπτωση των μικτών αποδόσεων η κατά μέσο όρο εκτίμηση του α ήταν -0,004, δηλαδή η υπερβάλλουσα απόδοση που κέρδιζαν τα αμοιβαία ήταν μικρότερη κατά -0,4% συγκριτικά με αυτή που αναμενόταν από παθητική επένδυση στο χαρτοφυλάκιο της αγοράς. Επίσης υπολογίστηκαν 67 αμοιβαία με αρνητικό εκτιμώμενο α και 48 αμοιβαία με θετικό εκτιμώμενο α , που σήμαινε ότι υπήρχε ακόμα λοξότητα προς την πλευρά των χαμηλών αποδόσεων. Συμπέρασμα της παραπάνω μελέτης ήταν ότι δεν υπήρξε αρκετά καλή ικανότητα πρόβλεψης τιμών αξιόγραφων μέσω

της διαχείρισης των 115 αμοιβαίων κεφαλαίων ώστε να επιτευχθούν καλύτερες αποδόσεις από αυτές μιας παθητικής επένδυσης στο χαρτοφυλάκιο της αγοράς. Επιπλέον τα αποτελέσματα δήλωσαν την ανάγκη καλύτερης αξιολόγησης των δαπανών για έρευνα και των ωφελειών που θα απέφεραν οι δαπάνες αυτές ώστε να εξασφαλίζεται η καλύτερη δυνατή απόδοση, σε κάθε επίπεδο κινδύνου, στους επενδυτές.

4.8.4 Η μελέτη των J. D. Jobson και Bob Korkie

Οι Dybvig και Roll απέδειξαν ότι το χαρτοφυλάκιο του επενδυτή μπορεί να γίνει αποδοτικότερο αν προστεθούν σε αυτό ένα ή περισσότερα νέα περιουσιακά στοιχεία των οποίων οι αποδόσεις ξεπερνούν τις αναμενόμενες, βάσει της γραμμής αγοράς τίτλων (SML – security market line).

Οι Jobson και Korkie (1984) ανέπτυξαν μια διαδικασία με την οποία μπορεί να αναγνωριστεί η ακριβής επιπλέον απόδοση που συνεισφέρεται σε ένα αποδοτικό χαρτοφυλάκιο από την προσθήκη ενός ή περισσότερων περιουσιακών στοιχείων. Περαιτέρω έδειξαν ότι η μεταβολή στο τετράγωνο του λόγου Sharpe του αρχικού χαρτοφυλακίου και του επεκταμένου είναι απλή συνάρτηση μιας γενικευμένης μορφής ενός διανύσματος από α του Jensen και των συνδιακυμάνσεων σε ένα πολυμεταβλητό μοντέλο αγοράς.

Το αποδοτικό σύνορο του Markowitz αποτελείται από χαρτοφυλάκια που έχουν τον ελάχιστο δυνατό κίνδυνο για δεδομένο επίπεδο υπερβάλλουσας απόδοσης υπό τον περιορισμό ότι οι συντελεστές στάθμισης των τίτλων στα χαρτοφυλάκια αθροίζουν στη μονάδα. Υπό την παρουσία περιουσιακού στοιχείου μηδενικού κινδύνου, το αποδοτικό σύνορο του Sharpe μετασχηματίζεται σε ευθεία που διέρχεται από το περιουσιακό στοιχείο χωρίς κίνδυνο και το άριστο χαρτοφυλάκιο με επικίνδυνους τίτλους.

Για να φθάσουν στην έκφραση του λόγου Sharpe του αποδοτικού συνόρου στο χώρο υπερβαλλουσών αποδόσεων – τυπικών αποκλίσεων οι Jobson και Korkie θεώρησαν ένα σύνολο από N περιουσιακά στοιχεία των οποίων οι υπερβάλλουσες αποδόσεις δίνονται από το διάνυσμα $\mu_{(N \times 1)}$ και ο πίνακας διακυμάνσεων - συνδιακυμάνσεων από τον $\Sigma_{(N \times N)}$. Τότε, σύμφωνα με τον Merton οι συντελεστές στάθμισης των N περιουσιακών στοιχείων που συνθέτουν το άριστο χαρτοφυλάκιο δίνονται από τη σχέση

$$X_m = (\Sigma^{-1} \mu) / (e' \Sigma^{-1} \mu)$$

όπου e μοναδιαίο διάνυσμα ($N \times 1$)

και η υπερβάλλουσα απόδοση και τυπική απόκλιση του άριστου χαρτοφυλακίου δίνονται από τις σχέσεις

$$\mu_m = \mu' X_m = (\mu' \Sigma^{-1} \mu) / (e' \Sigma^{-1} \mu) = a/b$$

$$\sigma_m = (X'_m \Sigma X_m)^{1/2} = (\mu' \Sigma^{-1} \mu)^{1/2} / (e' \Sigma^{-1} \mu) = \alpha^{1/2}/b$$

$$\mu e \alpha = (\mu' \Sigma^{-1} \mu)$$

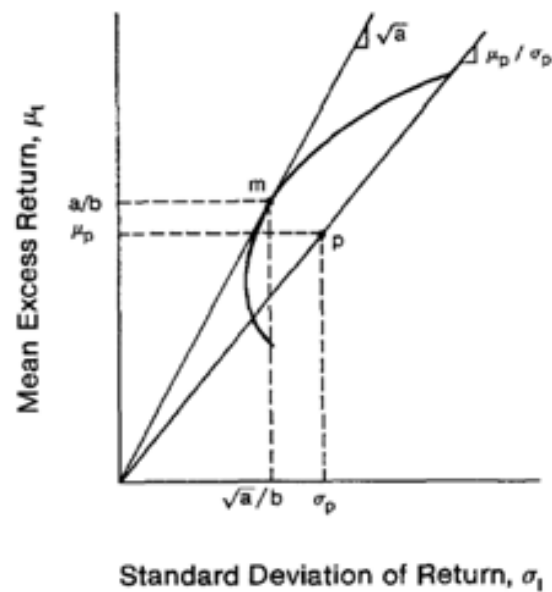
$$\text{και } b = (e' \Sigma^{-1} \mu)^T$$

τα α και b καλούνται αποδοτικές σταθερές

Ο λόγος Sharpe του αποδοτικού συνόρου όπως έχει προαναφερθεί είναι η κλίση του συνόρου - ευθεία. Άρα από τα παραπάνω προκύπτει

$$Sh_m = \mu_m / \sigma_m = (\alpha/b) * (b/\alpha^{1/2}) = \alpha^{1/2}$$

οι Jobson και Korkie ονόμασαν το μέγιστο λόγο Sharpe ($\alpha^{1/2}$) ενός συνόλου N περιουσιακών στοιχείων, δηλαδή το λόγο Sharpe του άριστου χαρτοφυλακίου που συνίσταται από τα N περιουσιακά στοιχεία, δυνητική επίδοση (potential performance).



Η συνεισφορά στην αποδοτικότητα χαρτοφυλακίου από την προσθήκη νέων περιουσιακών στοιχείων μπορεί να καθοριστεί από τη διαφορά των τετραγώνων των λόγων Sharpe πριν και μετά την προσθήκη αξιόγραφων στο αποδοτικό χαρτοφυλάκιο, δηλαδή

$$\Delta \alpha = \alpha - \alpha_1$$

Όπου α είναι το τετράγωνο του Sharpe ratio επεκταμένου χαρτοφυλακίου που αποτελείται από $N = N_1 + N_2$ αξιόγραφα και α_1 το τετράγωνο του Sharpe ratio χαρτοφυλακίου που αποτελείται μόνο από τα N_1 αξιόγραφα, δηλαδή πριν την προσθήκη των N_2 αξιόγραφων σε αυτό.

Οι Jobson και Korkie έδειξαν πως ουσιαστικά το Δ δεν είναι παρά το διάνυσμα $(N_2 \times 1)$ των υπεραποδόσεων που προσφέρουν τα επιπλέον N_2 αξιόγραφα και προκύπτει παλινδρομώντας τις υπερβάλλουσες αποδόσεις των N_2 αξιόγραφων πάνω στις υπερβάλλουσες αποδόσεις των N_1 αξιόγραφων βάσει ενός πολυμεταβλητού μοντέλου αγοράς. Έτσι το κάθε στοιχείο του διανύσματος Δ δύναται να εκλειφθεί ως μια γενικευμένη μορφή του Jensen's α , καθώς προκύπτει από ένα πολυμεταβλητό και όχι μονοπαραγοντικό μοντέλο.

Αυτό που θέλησαν επίσης να εξετάσουν οι Jobson και Korkie ήταν η διαφορά στην δυνητική επίδοση του αρχικού και επεκταμένου χαρτοφυλακίου και κατ' επέκταση την αξία που έχει να διατηρεί ένας επενδυτής χαρτοφυλάκιο με περισσότερους τίτλους έναντι ενός με λιγότερους τίτλους αν μπορεί να επιτύχει το ίδιο αποτέλεσμα. Η μηδενική υπόθεση στην εμπειρική τους μελέτη ήταν $H_0 : \alpha_1 = \alpha$. Τις αποδόσεις και τον πίνακα διακυμάνσεων – συνδιακυμάνσεων των περιουσιακών στοιχείων τα εκτίμησαν με εκτιμητές μεγίστης πιθανοφάνειας (MLE – maximum likelihood estimators) και απέδειξαν το 1982 ότι η παραπάνω μηδενική υπόθεση μπορεί να εξεταστεί μέσω δύο ελεγχουσυναρτήσεων

την $\phi_{1,2} = (T - N_1 - [(N - N_1)/2] - 1) * \log((1 + \alpha^{\wedge}) / (1 + \alpha_1^{\wedge}))$ η οποία κάτω από τη μηδενική υπόθεση ακολουθεί ασυμπτωτικά την κατανομή $\chi^2(N - N_1)$, με $N - N_1$ βαθμούς ελευθερίας

και την $\phi_{1,3} = [(T - N - 1) / (N - N_1)] * [(\alpha^{\wedge} - \alpha_1^{\wedge}) / (1 + \alpha_1^{\wedge})]$ η οποία κάτω από τη μηδενική υπόθεση ακολουθεί ασυμπτωτικά την κατανομή $F(N - N_1, T - N - 1)$ με $N - N_1$ και $T - N - 1$ βαθμούς ελευθερίας.

Τέλος έδειξαν ότι η δύναμη αυτών των ελεγχουσυναρτήσεων αυξάνεται με τον αριθμό των παρατηρήσεων T .

ΔΕΥΤΕΡΟ ΜΕΡΟΣ

5. Κλαδική και γεωγραφική διαφοροποίηση έναντι γεωγραφικής σε μετοχικά χαρτοφυλάκια στην Ευρωζώνη

5.1 Εισαγωγή

Η δυνητική επίδοση ενός σει αξιόγραφων που σχηματίζουν ένα χαρτοφυλάκιο μπορεί να μετρηθεί μέσω του μέγιστου λόγου Sharpe του χαρτοφυλακίου. Σύμφωνα με τους Jobson και Korkie (1982) η ακριβής συνεισφορά απόδοσης ενός ευρύτερου χαρτοφυλακίου σε ένα υποχαρτοφυλάκιο αυτού δεν είναι παρά η διαφορά των μέγιστων Sharpe ratios αυτών, δηλαδή των δυνητικών τους επιδόσεων. Στη συνέχεια της εργασίας αποφασίσαμε να συγκρίνουμε τη γεωγραφική διαφοροποίηση μετοχικού χαρτοφυλακίου στην Ευρωζώνη έναντι της κλαδικής διαφοροποίησης συγκρίνοντας τα μέγιστα Sharpe ratios αυτών, μηνιαίως, από το Μάρτιο 1995 μέχρι το Δεκέμβριο 2009.

5.2 Στατιστική της μέτρησης

Έστω ένα σύνολο από N περιουσιακά στοιχεία των οποίων οι υπερβάλλουσες αποδόσεις δίνονται από το διάνυσμα $\mu_{(N \times 1)}$ και ο πίνακας διακυμάνσεων - συνδιακυμάνσεων από τον $\Sigma_{(N \times N)}$. Τότε, σύμφωνα με τον Merton οι συντελεστές στάθμισης των N περιουσιακών στοιχείων που συνθέτουν το άριστο χαρτοφυλάκιο δίνονται από τη σχέση

$$X_m = (\Sigma^{-1} \mu) / (e' \Sigma^{-1} \mu)$$

όπου e μοναδιαίο διάνυσμα ($N \times 1$)

και η υπερβάλλουσα απόδοση και τυπική απόκλιση του άριστου χαρτοφυλακίου δίνονται από τις σχέσεις

$$\mu_m = \mu' X_m = (\mu' \Sigma^{-1} \mu) / (e' \Sigma^{-1} \mu) = a/b$$

$$\sigma_m = (X_m' \Sigma X_m)^{1/2} = (\mu' \Sigma^{-1} \mu)^{1/2} / (e' \Sigma^{-1} \mu) = a^{1/2}/b$$

$$\text{με } a = (\mu' \Sigma^{-1} \mu)$$

$$\text{και } b = (e' \Sigma^{-1} \mu)$$

τα a και b καλούνται αποδοτικές σταθερές

Ο λόγος Sharpe του άριστου χαρτοφυλακίου είναι

$$Sh_m = \mu_m / \sigma_m = (a/b) * (b/a^{1/2}) = a^{1/2}$$

και αποτελεί το μέγιστο λόγο Sharpe ενός συνόλου N περιουσιακών στοιχείων, δηλαδή το λόγο Sharpe του συνδυασμού των N στοιχείων κατά

τέτοιο τρόπο ώστε να συνιστούν το άριστο χαρτοφυλάκιο του αποδοτικού συνόρου Markowitz.

Ο μέγιστος λόγος Sharpe N περιουσιακών στοιχείων καλείται δυνητική επίδοση (potential performance).

Έστω ένα υποσύνολο περιουσιακών στοιχείων N_1 , από το ευρύτερο σύνολο των N στοιχείων, με μέγιστο λόγο Sharpe $\alpha_1^{1/2}$. Θέλουμε να μελετήσουμε αν η δυνητική επίδοση των δύο συνόλων είναι ίδια στατιστικά, δηλαδή τη μηδενική υπόθεση $H_0 : \alpha_1 = \alpha$. Αν η μηδενική υπόθεση στηρίζεται σημαντικά (p – value $> 0,05$) τότε το ευρύτερο χαρτοφυλάκιο των N αξιόγραφων δεν προσφέρει στατιστικά σημαντική επιπλέον απόδοση έναντι του περιορισμένου χαρτοφυλακίου των N_1 αξιόγραφων στον επενδυτή. Το διάνυσμα υπερβαλλουσών αποδόσεων, ο πίνακας διακυμάνσεων – συνδιακυμάνσεων και το διάνυσμα α των N περιουσιακών στοιχείων εκτιμώνται μέσω εκτιμητών μέγιστης πιθανοφάνειας (MLE – maximum likelihood estimators). Οι Jobson και Korkie, το 1982, έδειξαν ότι η παραπάνω μηδενική υπόθεση μπορεί να εξεταστεί μέσω δύο ελεγχουσυναρτήσεων

$$\text{την } \varphi_{1,2} = (T - N_1 - [(N - N_1)/2] - 1) * \log((1 + \alpha^{\wedge}) / (1 + \alpha_1^{\wedge}))$$

η οποία κάτω από τη μηδενική υπόθεση ακολουθεί ασυμπτωτικά την κατανομή $\chi^2(N - N_1)$, με $N - N_1$ βαθμούς ελευθερίας

$$\text{και την } \varphi_{1,3} = [(T - N - 1) / (N - N_1)] * [(\alpha^{\wedge} - \alpha_1^{\wedge}) / (1 + \alpha_1^{\wedge})]$$

η οποία κάτω από τη μηδενική υπόθεση ακολουθεί ασυμπτωτικά την κατανομή $F(N - N_1, T - N - 1)$ με $N - N_1$ και $T - N - 1$ βαθμούς ελευθερίας. Τέλος έδειξαν ότι η δύναμη αυτών των ελεγχουσυναρτήσεων αυξάνεται με τον αριθμό των παρατηρήσεων T .

Στη συνέχεια θα ελέγξουμε τη μηδενική υπόθεση ότι η γεωγραφική διαφοροποίηση μετοχικού χαρτοφυλακίου στην Ευρωζώνη δεν δίνει επιπλέον απόδοση στον εκάστοτε επενδυτή από την κλαδική διαφοροποίηση, μέσω της ελεγχουσυναρτήσεως $\varphi_{1,3}$. Ο λόγος που επιλέξαμε τη $\varphi_{1,3}$ έναντι της $\varphi_{1,2}$ είναι ότι η πρώτη έχει υψηλότερη ισχύ σε μικρά δείγματα απ' ότι έχει η δεύτερη.

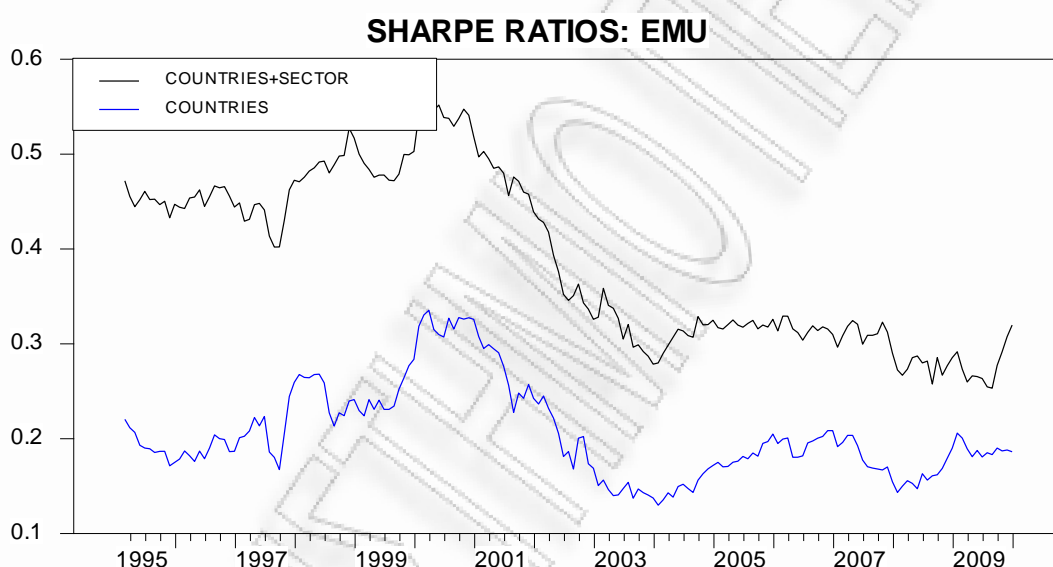
5.3 Δεδομένα

Η συλλογή των στοιχείων έγινε από την Datastream. Συγκεκριμένα συλλέξαμε χρηματιστηριακούς δείκτες για επτά χώρες και δέκα κλάδους της Ευρωζώνης. Οι χώρες ήταν: Αυστρία, Βέλγιο, Γαλλία, Γερμανία, Ιρλανδία, Ιταλία και Ολλανδία. Οι κλάδοι ήταν: utilities (UTILS), financials (FINAN), electricity (ELECT), technology (TECNO), general industries (GNIND), consumer goods (CNSMG), consumer services (CNSMS), healthcare (HLTHC), insurance (INSUR), travel & leisure (TRLES). Για τους παραπάνω δείκτες υπολογίσαμε

τις υπερβάλλουσες μηνιαίες αποδόσεις, από το Φεβρουάριο του 1975 μέχρι και το Δεκέμβριο του 2009, χρησιμοποιώντας ως risk free το γερμανικό μηνιαίο επιτόκιο bund.

5.4 Πραγματοποίηση της μέτρησης

Χρησιμοποιήσαμε τα παραπάνω δεδομένα των τελευταίων 34 ετών ώστε να συνθέσουμε δύο άριστα χαρτοφυλάκια, το ευρύτερο που αποτελείται από τις παραπάνω χώρες και τους κλάδους, δηλαδή από $N = 17$ στοιχεία και το περιορισμένο που αποτελείται από τις χώρες, δηλαδή $N_1 = 7$ στοιχεία. Έπειτα για κάθε μήνα από το Μάρτιο του 1995 μέχρι και το Δεκέμβριο του 2009 υπολογίσαμε τα Sharpe ratios των δύο χαρτοφυλακίων.

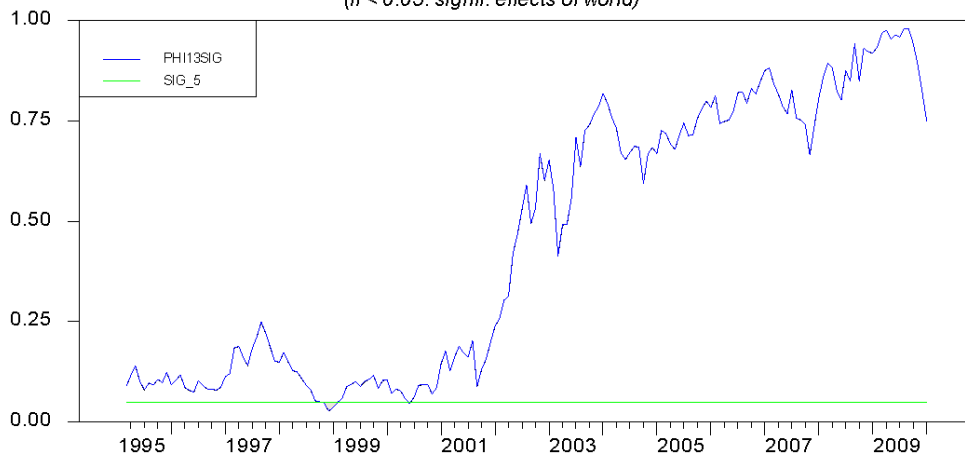


Όπως φαίνεται στο παραπάνω διάγραμμα το ευρύτερο χαρτοφυλάκιο, με τις χώρες και τους κλάδους της Ευρωζώνης, δίνει υψηλότερα Sharpe ratios από το περιορισμένο, μόνο με τις χώρες. Αυτό που πρέπει να διαπιστώσουμε όμως είναι αν αυτή η διαφορά είναι στατιστικά σημαντική κι επομένως ουσιαστική ώστε να καθορίσει τις προτιμήσεις των επενδυτών σχετικά με το χαρτοφυλάκιο επένδυσης.

Ελέγχουμε την μηδενική υπόθεση ότι τα δύο χαρτοφυλάκια έχουν την ίδια δυνητική επίδοση, δηλαδή μέγιστα Sharpe ratios. Στη συνέχεια υπολογίζουμε τις μηνιαίες τιμές της ελεγχουσυνάρτησης $\varphi_{1,3}$ η οποία κάτω από τη μηδενική υπόθεση ακολουθεί ασυμπτωτικά την κατανομή $F(10,103)$ με 10 και 103 βαθμούς ελευθερίας, χρησιμοποιώντας κάθε φορά δεδομένα δέκα τελευταίων ετών (rolling window 120 μηνιαίων παρατηρήσεων). Έπειτα βρίσκουμε τα p – value για τις παραπάνω τιμές της ελεγχουσυνάρτησης, τα οποία και αποδίδουμε γραφικά παρακάτω

SIGNIFICANCE LEVELS

(if < 0.05: signif. effects of world)



Στην περίπτωση που τα p – value είναι μεγαλύτερα ή ίσα από 0,05 τότε θεωρούμε ότι στηρίζεται ισχυρά η μηδενική υπόθεση και την αποδεχόμαστε, ενώ αν τα p – value είναι μικρότερα από 0,05 τότε απορρίπτουμε τη μηδενική υπόθεση. Στο παραπάνω διάγραμμα παρατηρούμε ότι από το 1995 μέχρι το 2001 τα p – value είναι σημαντικά μικρότερα σε σχέση με τα p – value από το 2002 μέχρι το τέλος του 2009. Ειδικότερα στα μέσα του 1998 και στις αρχές του 2000 το p – value είναι μικρότερο και ίσο με 0,05 αντίστοιχα, που σημαίνει ότι απορρίπτεται η μηδενική υπόθεση και ότι η κλαδική διαφοροποίηση θα προσέφερε στατιστικά σημαντικά επιπλέον οφέλη έναντι της γεωγραφικής στους επενδυτές που θα διατηρούσαν το ευρύτερο χαρτοφυλάκιο εκείνες τις περιόδους. Αντίθετα τα πολύ υψηλά p – value από τις αρχές του 2002 μέχρι τα τέλη του 2009 δηλώνουν ότι στηρίζεται ισχυρά η μηδενική υπόθεση και ότι η κλαδική διαφοροποίηση στην Ευρωζώνη δεν μπορεί να προσφέρει στατιστικά σημαντικά επιπλέον οφέλη συγκριτικά με αυτά της γεωγραφικής διαφοροποίησης. Συγκεκριμένα με δεδομένα τις 120 τελευταίες παρατηρήσεις, δηλαδή την τελευταία δεκαετία από το 2000 μέχρι τα τέλη του 2009, βρήκαμε ότι η $F(10,103)$ είναι ίση με 0.67001 με p – value ίσο με 0.74977593.

Βιβλιογραφία:

- Modern Portfolio Theory and Investment Analysis, seventh edition, Edwin J. Elton, Martin J. Gruber, Stephen J. Brown, William N. Goetzmann, New York 2007
- Mutual Funds, Risk and Performance Analysis for Decision Making, John A. Haslem, first published 2003 by Blackwell Publishing Ltd

Αρθρογραφία:

- Eric Zivot , February 2001, Introduction to Financial Econometrics Chapter 4 Introduction to Portfolio Theory, Department of Economics University of Washington
- Francisco Penaranda, September 2007, Portfolio Choice Beyond the Traditional Approach, (SSRN) Social Science Research Network
- Philippe Jorion, January – February 1992, Portfolio Optimization in Practice, Journal of Financial Analysts
- Fama E. F. and MacBeth J. D., May – June 1973, Risk, Return and Equilibrium: Empirical Tests, Journal of Political Economy, vol. 81, No 3, pp. 607 - 636
- Fama E. F. and K. R. French, June 1992, The Cross – Section of Expected Stock Returns, Journal of Finance, vol. 47, No 2, pp. 427 – 465
- Fama E. F., May 1970, Efficient Capital Market, A Review of Theory and Empirical Work, Journal of Finance, vol. 25, No 2, pp. 383 – 417
- Fama E. F., December 1991, Efficient Capital Markets II, Journal of Finance, vol 46, pp. 1575 – 1617
- Fama E. F. and K. R. French, February 1993, Common Risk Factors in the Returns on Stocks and Bond, Journal of Financial Economics, vol. 33, pp. 3 – 56
- Fama E. F. and K. R. French, Summer 2004, The Capital Asset Pricing Model: Theory and Evidence, Journal of Economic Perspectives, vol. 18, No 3, pp. 25 – 46
- Merton C. Robert, September 1973, An Intertemporal Capital Asset Pricing Model, Econometrica, vol. 41, No 5, pp. 867 – 887
- Ross Stephen A., June 1978, The Current Status of the Capital Asset Pricing Model (CAPM), Journal of Finance, vol. 33, No 3, pp. 885 – 901

- Sharpe W. F., September 1964, Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk, Journal of Finance, vol. 19, No 3, pp. 425 – 442
- Sharpe W. F., January 1966, Mutual Fund Performance, Journal of Business, vol.39, No 1, pp.119 – 138
- Jensen M. C., May 1968, Problems in Selection of Security Portfolios, The Performance of Mutual Funds in the Period 1945 – 1964, Journal of Finance, vol. 23, No 2, pp. 389 – 416
- Gorman L. R. and Weigand R. A., November 2007, Measuring Alpha Based Performance, Implications for Alpha Focused, Structured Products, Alternative Investment Research Analysis and Opinion
- Treynor J. L. and Black F., January 1973, How to Use Security Analysis to Improve Portfolio Selection, Journal of Business, vol.46, No 1, pp 66 – 86
- Jobson J. D. and Korkie B., March 1984, On the Jensen Measure and Marginal Improvements in Portfolio Performance: A Note, Journal of Finance, vol. 39, No 1, pp. 245 – 251
- Jobson J. D. and Korkie B., September 1982, Potential Performance and Tests of Portfolio Efficiency, Journal of Financial Economics, vol. 10, pp. 433 – 466
- Hubner George, June 2006, How do Performance Measures Perform, Ecole de Gestion de l' Unverite ´ D liege/ working paper
- Plantinga Auke and Robert van de Meer, September 2007, Performance Measurement and Evaluation, MPRA (Munich Personal RcPEc Archive) paper, No 5048