



**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ**

**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ**

**ΤΜΗΜΑ ΔΙΔΑΚΤΙΚΗΣ ΤΗΣ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΚΑΙ  
ΨΗΦΙΑΚΩΝ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ**

**ΤΟΜΕΑΣ ΨΗΦΙΑΚΕΣ ΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΕΣ ΚΑΙ  
ΔΙΚΤΥΑ**

**ΜΕΛΕΤΗ ΚΑΙ ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΑΛΓΟΡΙΘΜΩΝ  
ΕΜΠΝΕΥΣΜΕΝΩΝ ΑΠΟ ΤΗ ΒΙΟΛΟΓΙΑ (bio-inspired) ΓΙΑ  
ΤΗ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΔΙΚΤΥΩΝ ΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΩΝ**

**ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ**

**ΙΩΑΝΝΗΣ Ε. ΧΑΤΖΗΦΩΤΗΣ**

**Επιβλέπων : Π. ΔΕΜΕΣΤΙΧΑΣ**  
**ΑΝΑΠΛΗΡΩΤΗΣ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ**

Αθήνα, 2008

# РАНЕЕЗНАМО ТЕРПАА

## Περίληψη

Μια αναλογία με τον τρόπο με τον οποίο τα μυρμήγκια λύνουν το πρόβλημα εύρεσης της τροφής τους έχει προταθεί προκειμένου να λυθούν δύσκολα NP-πλήρη προβλήματα βελτιστοποίησης. Καλείται βελτιστοποίηση αποικιών μυρμηγκιών (ACO) και έχει ένα θετικές εντυπώσεις από την κοινότητα δικτύων μέσω της άπληστης μεταευστικής του, της δυνατότητας χρησιμοποίησής του σε καταναμημένα συστήματα και της ικανότητάς του να χρησιμοποιηθεί στα πλέον σύγχρονα προβλήματα δικτύων. Σε αυτήν την έρευνα, η ACO χρησιμοποιείται για να διαμορφώσει έναν αλγόριθμο κατανομής υπομεταφορέων (subcarrier) (ACO-SAA) που προορίζεται για την απόδοση των υπομεταφορέων σε ένα OFDMA-βασισμένο ασύρματο σύστημα. Το προτεινόμενο ACO-SAA διατυπώνεται από μαθηματική άποψη και επικυρώνεται μέσω των ενδεικτικών αποτελεσμάτων προσομοίωσης επιδεικνύοντας τη δυνατότητά του να ανακαλύψει λύσεις κοντά στη βέλτιστη στον ελάχιστο χρόνο.

## Abstract

An analogy with the way of how ants solve their food discovery problem has been suggested in order to solve difficult and hard NP-complete optimization problems. It is called Ant Colony Optimization (ACO) and has a positive feedback from the network community through its greedy metaheuristic, the distributed usage and the ability to be applied in the most up-to-date network problems. In this survey, ACO is used to model a Subcarrier Allocation Algorithm (ACO-SAA) destined to the allocation of subcarriers in an OFDMA-based wireless system. The proposed ACO-SAA is mathematically formulated and validated via indicative simulation results showcasing its ability to obtain near optimal solution with minimal time consumption.

## Λέξεις κλειδιά - Keywords:

Πρόβλημα, Αλγόριθμος, Ant Colony Optimization, OFDMA, Subcarrier Allocation

# РАНЕЕЗНАМО ТЕРПАА

## **ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ**

Από τη θέση αυτή θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον καθηγητή, κ. Π.Δεμέστιχα για τη βοήθεια, καθώς επίσης και για τις γνώσεις που μου προσέφερε κατά τη διάρκεια των σπουδών μου. Επίσης θερμά ευχαριστώ τον κ. Κ.Τσαγκάρη για την υποστήριξη, τις προτάσεις και τη βοήθειά του, τόσο κατά τη διάρκεια της εκπόνησης, όσο και κατά τη συγγραφή της διπλωματικής εργασίας.

Ιωάννης Ε. Χατζηφώτης



# ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΡΑΙΑ

*Αφιερώνεται στους γονείς μου,  
Ευστράτιο και Αθηνά*





## ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 <sup>ο</sup> .....	10
ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ .....	10
1.1 Εισαγωγικά .....	10
1.2 Κατηγορίες Αλγορίθμων.....	11
1.3 Αλγόριθμοι Βελτιστοποίησης.....	16
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 <sup>ο</sup> .....	30
Ant Colony Optimization.....	30
2.1 Εισαγωγικά .....	30
2.2 Από τη Βιολογία στους Αλγόριθμους.....	31
2.3 Ant Colony Optimization Metaheuristic.....	36
2.4 Κύριες Παραλλαγές της ACO.....	43
2.4.1 Ant System.....	43
2.4.2 MAX-MIN Ant System .....	45
2.4.3 Ant Colony System.....	47
2.4.4 Άλλα Προβλήματα.....	49
2.5 Μελλοντικές Κατευθύνσεις .....	50
2.5.1 Διαφορετικές Κατηγορίες προβλημάτων.....	50
2.5.2 Παράλληλες εφαρμογές ACO.....	52
2.5.3 Συμπεράσματα .....	52
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 <sup>ο</sup> .....	54
Orthogonal Frequency Division Multiplexing.....	54
3.1 Η ιστορία της OFDM τεχνικής .....	54
3.2 Ποιοτική ανάλυση της OFDM τεχνικής.....	56
3.3 Η σημασία της ορθογωνιότητας .....	60
3.4 Επιλογή βασικών παραμέτρων συστήματος OFDM .....	62
3.5 Γενικά συμπεράσματα περί OFDM τεχνικής .....	64
3.6 Η χρησιμοποίηση της OFDMA τεχνικής στα σύγχρονα δίκτυα.....	65
3.7 Η συνέχεια του OFDMA .....	68
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4 <sup>ο</sup> .....	74
Ant Colony Optimization for Subcarrier Allocation .....	74
4.1 Εισαγωγικά .....	74
4.2 Μαθηματικό Μοντέλο .....	75
4.3 Ανάλυση ψευδοκώδικα ACO-SAA .....	81
4.4 Αποτελέσματα.....	86
4.5 Συμπεράσματα .....	98
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ .....	99

# ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1<sup>ο</sup>

## ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ

### 1.1 Εισαγωγικά

Στα Μαθηματικά, στην Θεωρία Υπολογισμών, στη Γλωσσολογία και σε άλλα συναφή πεδία, ένας αλγόριθμος είναι μια ακολουθία πεπερασμένων βημάτων, που χρησιμοποιείται συχνά για τον υπολογισμό και την επεξεργασία δεδομένων. Είναι μια αποτελεσματική μέθοδος στην οποία μια σειρά από καθορισμένες με σαφήνεια οδηγίες για την ολοκλήρωση ενός έργου, δεδομένης μιας αρχικής κατάστασης, θα καθορίσουν με ακρίβεια μια σειρά διαδοχικών καταστάσεων, φτάνοντας έτσι σε μια τελική κατάσταση. Η μετάβαση από μια κατάσταση στην επόμενη δεν είναι απαραίτητως ντετερμινιστική. Αυτό σημαίνει ότι μερικοί αλγόριθμοι, γνωστοί ως πιθανολογικοί αλγόριθμοι, χρησιμοποιούν την τυχαιότητα στην μετάβασή τους από μια κατάσταση σε μια άλλη.

Συνήθως ο αλγόριθμος δέχεται κάποια δεδομένα σαν είσοδο τα οποία και επεξεργάζεται μέσα από μια σειρά βημάτων παράγοντας έτσι την έξοδο, δηλαδή το αποτέλεσμα. Οι αλγόριθμοι έχουν συνήθως βήματα τα οποία επαναλαμβάνονται, ή απαιτούν αποφάσεις (λογικές πράξεις ή συγκρίσεις) για την ολοκλήρωσή τους. Υπάρχουν διάφορες κατηγορίες αλγορίθμων. Κάποιες από αυτές έχουν να κάνουν με την υλοποίηση συστημάτων Βάσεων Δεδομένων (database algorithms), με την εξόρυξη γνώσης από μεγάλες δομές δεδομένων (data mining algorithms), με την επεξεργασία γράφων (graph algorithms). Πιο κάτω θα δούμε κάποιες σημαντικές κατηγορίες αλγορίθμων.

## 1.2 Κατηγορίες Αλγορίθμων

### Μηχανικής Μάθησης

Μια μεγάλη κατηγορία αλγορίθμων έχει να κάνει με την μηχανική μάθηση (machine learning). Η διαδικασία της εκμάθησης είναι αρκετά δύσκολο να οριστεί τόσο για ανθρώπους όσο και για τις ίδιες τις μηχανές. Όσον αφορά τις μηχανές μπορούμε να πούμε ότι μια μηχανή μαθαίνει όποτε αλλάζει την δομή της, το πρόγραμμα ή τα δεδομένα που κρατά αποθηκευμένα. Κάτι τέτοιο μπορεί να εξαρτηθεί από την είσοδο που θα πάρει η μηχανή ή θα συμβεί σαν απάντηση σε εξωτερικές πληροφορίες που δέχεται. Το αποτέλεσμα είναι η μηχανή να βελτιωθεί μελλοντικά μέσα από την διαδικασία αυτή. Ένα χαρακτηριστικό παράδειγμα μηχανικής μάθησης είναι μια μηχανή αναγνώρισης φωνής, η οποία αντιστοιχίζει την φωνή που δέχεται σαν είσοδο σε κάποιο άτομο. Χρησιμοποιώντας μηχανική μάθηση βελτιώνει τις επιδόσεις της αφού ακούσει αρκετά δείγματα της φωνής ενός ατόμου κι έτσι «μαθαίνει» πως η φωνή αυτή αντιστοιχεί στο συγκεκριμένο άτομο. Συνήθως η τεχνική αυτή της μηχανικής μάθησης εφαρμόζεται σε συστήματα που σχετίζονται με την τεχνητή νοημοσύνη.

### Αλγόριθμοι Δικτύων

Οι αλγόριθμοι δικτύων (networking algorithms) προσπαθούν να επιλύσουν διάφορα θέματα που συναντώνται σε δίκτυα υπολογιστών. Τέτοια προβλήματα για παράδειγμα είναι η ανακάλυψη της τοπολογίας του δικτύου, η απόδοση MAC διευθύνσεων στους κόμβους του δικτύου ή οι αλγόριθμοι δρομολόγησης. Είναι ιδιαίτερα χρήσιμοι καθώς ασχολούνται με μια δομή όπως τα δίκτυα που αποτελούν βασικό χαρακτηριστικό της γενιάς των υπολογιστών του σήμερα και η βελτιστοποίηση της λειτουργίας τους είναι βασική ανάγκη. Υποκατηγορία αυτών των αλγορίθμων είναι οι αλγόριθμοι καταναμημένων δικτύων (distributed networking algorithms) που εφαρμόζονται σε δίκτυα των οποίων οι πόροι (πρόγραμμα, δεδομένα) είναι καταναμημένοι συνήθως στους κόμβους – υπολογιστές ενός δικτύου.

## Εξελικτικοί - Γενετικοί Αλγόριθμοι

Οι εξελικτικοί αλγόριθμοι (evolutionary algorithms) είναι στοχαστικές μέθοδοι που προσπαθούν να μιμηθούν την βιολογική εξέλιξη των οργανισμών. Δραστηριοποιούνται πάνω σε ένα σύνολο δεδομένων που αποτελούν πιθανές λύσεις και οι οποίες συνδυάζονται με τρόπους που συναντώνται στην φύση προκειμένου να δώσουν άλλες καλύτερες λύσεις. Σε κάθε γενιά πρέπει να παράγονται σύνολα δεδομένων που είναι πιο κοντά στην λύση σε σχέση με τους προγόνους τους, δηλαδή τις λύσεις από τον συνδυασμό των οποίων προήλθαν. Οι διαδικασίες που δανείζεται η μέθοδος από την φύση είναι η επιλογή, ο συνδυασμός – ζευγάρωμα, η μετάλλαξη, η μετανάστευση ή γειτνίαση. Χαρακτηριστικό τους είναι ότι ασχολούνται με μεγάλα σύνολα δεδομένων και όχι με μεμονωμένες λύσεις. Παρακάτω φαίνεται η δομή ενός απλού εξελικτικού αλγορίθμου.

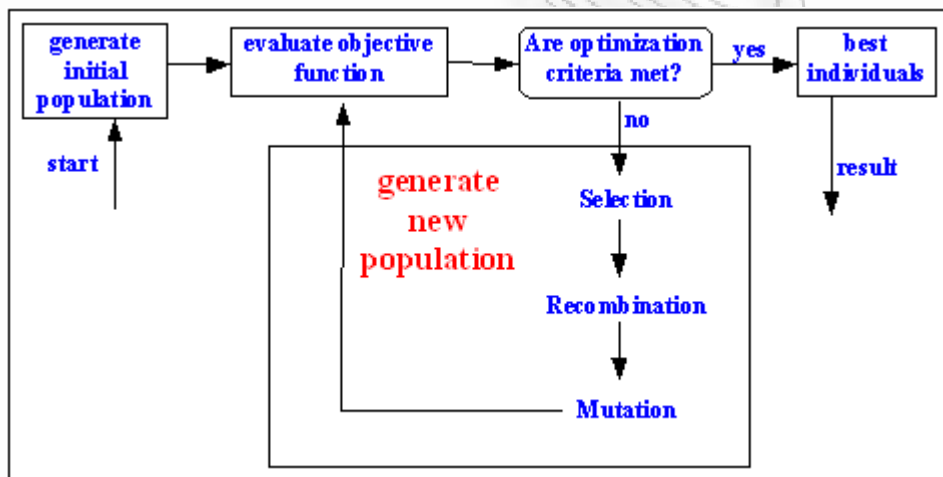


Figure 1: Δομή εξελικτικού αλγορίθμου

Αρχικά τα δεδομένα αρχικοποιούνται με τυχαίο τρόπο και στην συνέχεια παράγονται οι πρώτοι πληθυσμοί που προσπαθούν να προσεγγίσουν την λύση χρησιμοποιώντας μια αντικειμενική συνάρτηση. Εάν τα αποτελέσματα που λαμβάνουμε δεν είναι τα επιθυμητά (δεν οδεύουν προς καλύτερες λύσεις) τότε με την μέθοδο της μετάλλαξης αρχικοποιούμε νέα τυχαία δεδομένα και ξεκινάμε από αυτά. Μια ομάδα εξελικτικών αλγορίθμων που ακολουθούν τα παραπάνω είναι και οι γενετικοί αλγόριθμοι.

Οι γενετικοί αλγόριθμοι και οι μέθοδοι που χρησιμοποιούν μπορούν να γίνουν κατανοητοί μέσα από τον Γενετικό Προγραμματισμό με Δένδρα (ΓΠΔ). Με τη χρήση

ειδικών δένδρων γίνεται η αναπαράσταση της δημιουργίας νέων πληθυσμών, της μετάλλαξης, του συνδυασμού, της επεξεργασίας και άλλων.

## Δημιουργία

Πριν ξεκινήσει η εξελικτική διαδικασία πρέπει να αρχικοποιήσουμε έναν τυχαίο πληθυσμό. Στους γενετικούς αλγορίθμους αρχικοποιούμε μια σειρά από τυχαία δυφία αλφαριθμητικών (τύπου String). Με την μέθοδο ΓΠΔ θα κάνουμε το ίδιο με δένδρα αντί να χρησιμοποιήσουμε τέτοιες ακολουθίες δυφίων. Συνήθως καθορίζουμε ένα συγκεκριμένο βάθος  $d$  που δεν πρέπει το δένδρο να ξεπερνάει. Υπάρχουν 3 διαφορετικοί τρόποι για να αντιληφθεί κανείς την λειτουργία `create()` που έχει να κάνει με το βάθος των παραγομένων δένδρων. Η πλήρης μέθοδος (full method) παράγει δένδρα στα οποία κάθε μονοπάτι από την ρίζα στα φύλλα έχει μήκος ακριβώς ίσο με το βάθος  $d$ . Η μέθοδος ανάπτυξης (grow method) παράγει δένδρα στα οποία το κάθε μονοπάτι από την ρίζα στα φύλλα δεν ξεπερνά σε μήκος το  $d$ , αλλά μπορεί να είναι και μικρότερο. Στις παρακάτω εικόνες φαίνονται τα αποτελέσματα των δύο μεθόδων.

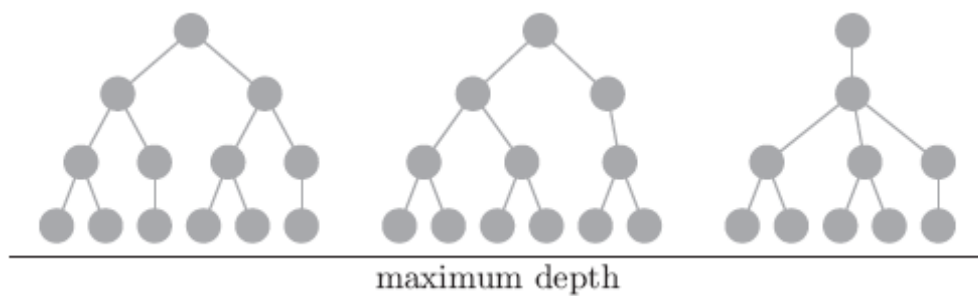


Figure 2: Δημιουργία Δέντρου με την πλήρη μέθοδο

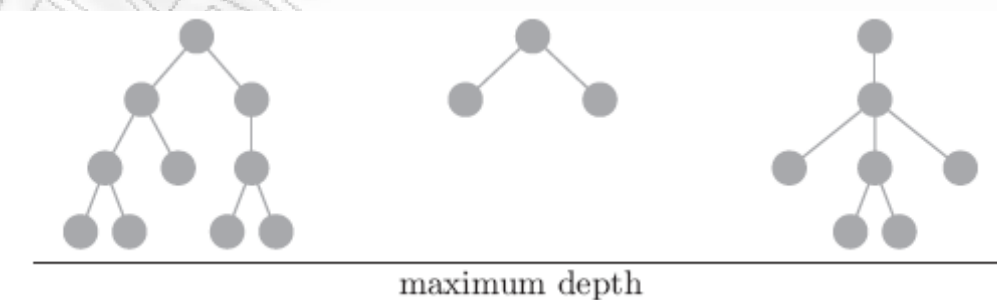


Figure 3: Δημιουργία Δέντρου με την μέθοδο ανάπτυξης

## Μετάλλαξη

Όπως συμβαίνει και στην φύση τα παραπάνω δένδρα μπορεί να υποστούν μικρές διαφοροποιήσεις. Η μετάλλαξη σε ένα δένδρο ορίζεται ως η επιλογή ενός κόμβου τυχαία, η απομάκρυνση του κόμβου αυτού και των παιδιών του από το δένδρο και η αντικατάστασή του από νέους τυχαία δημιουργημένους κόμβους.

## Αντιμετάθεση

Η αντιμετάθεση όπως και η μετάλλαξη χρησιμοποιείται για να παραχθεί κάποιο καινούργιο δένδρο από μόνο του (asexually) και όχι μετά από την συνένωσή του με κάποιο άλλο. Ουσιαστικά επιλέγουμε κάποιους κόμβους και ανταλλάσσουμε τους απογόνους τους, όπως φαίνεται και στην εικόνα πιο κάτω. Ο σκοπός είναι να αναδιατάξουμε τους κόμβους και να τους κάνουμε λιγότερο «εύθραυστους» για λειτουργίες που μπορεί να ακολουθήσουν όπως ο συνδυασμός.

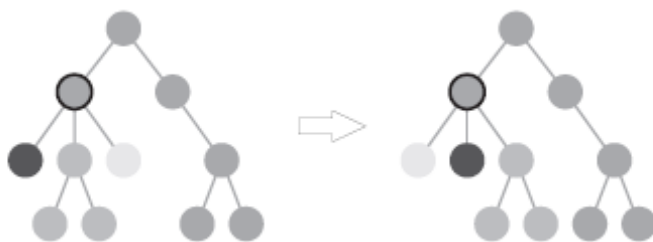


Figure 4: Αναδιάταξη Δέντρου - Ανταλλαγή Υποδέντρων

## Επεξεργασία

Η επεξεργασία παρουσιάζει πολλές ομοιότητες με την απλοποίηση μαθηματικών σχέσεων. Το να επεξεργαστούμε κάποιο δένδρο ουσιαστικά σημαίνει να παράγουμε ένα νέο, πιο βελτιωμένο δένδρο το οποίο θα είναι ισοδύναμο με τον πρόγονό του, αλλά θα φανεί πιο αποδοτικό στις λειτουργίες που θα ακολουθήσουν.

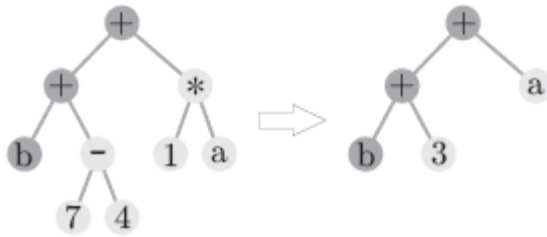


Figure 5: Βελτιστοποίηση - Επεξεργασία Δέντρων

### Αυτοματοποιημένες Συναρτήσεις

Με τις αυτοματοποιημένες συναρτήσεις προσπαθούμε να προσεγγίσουμε την λύση σε πολύπλοκα προβλήματα με αφαιρετικές δομές υψηλού επιπέδου. Η ρίζα πλέον χάνει την λειτουργικότητά της και αναλαμβάνει απλά το ρόλο της συγκράτησης που κρατά τους κόμβους ενωμένους. Διατηρεί  $n$  παιδιά από τα οποία τα  $n-1$  είναι οι αυτοματοποιημένες συναρτήσεις και το 1 είναι το κλαδί που θα παράγει το αποτέλεσμα. Το κλαδί αυτό μπορεί να χρησιμοποιήσει οποιαδήποτε από τις αυτοματοποιημένες συναρτήσεις για να παράγει το αποτέλεσμα. Για να γίνει αυτή η λειτουργία αντιληπτή θα παρουσιαστεί πιο κάτω ένα παράδειγμα. Στο παράδειγμα επιθυμούμε να προσεγγίσουμε μια συνάρτηση  $g$  που έχει σαν παράμετρο το  $x$ . Θα χρησιμοποιήσουμε 2 καινούργιες συναρτήσεις τις  $f_0$ ,  $f_1$  με τις παραμέτρους  $a$  και  $a$  και  $b$  αντίστοιχα. Οι συναρτήσεις ορίζονται ως εξής:

$$f_0(a) = a + 7$$

$$f_1(a, b) = (-a) * b$$

$$g \approx f_1(4, f_0(x)) + (f_0(x) * 3)$$

Η αναπαράστασή τους μέσω των δέντρων φαίνεται πιο κάτω.

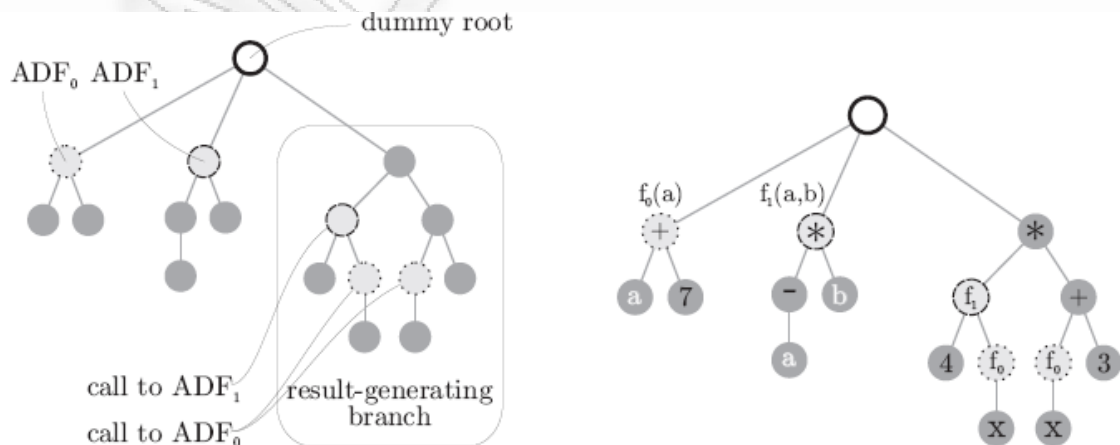


Figure 6: Αυτοματοποιημένες συναρτήσεις στον Γενετικό προγραμματισμό

Έτσι προκύπτει ότι  $g \approx ((-4) * (x + 7)) + (x + 7) * 3$ . Μπορούμε να παρατηρήσουμε ότι οι κόμβους που παριστάνουν τις κλήσεις των συναρτήσεων στο κλαδί που παράγει το αποτέλεσμα έχουν τόσα παιδιά όσα είναι και οι παράμετροί τους. Είδαμε επομένως πώς οι γενετικοί αλγόριθμοι αναπαριστούν το πρόβλημα με τη βοήθεια των δένδρων και προβαίνουν σε πράξεις με αυτά, στην προσπάθειά τους να παράγουν τη λύση.

Οι εφαρμογές που βρίσκουν οι γενετικοί αλγόριθμοι στις μέρες μας είναι σίγουρα πολλές και αποτελούν την βάση για πολλές δραστηριότητες. Χρησιμοποιούνται στην εξόρυξη γνώσης και την επεξεργασία δεδομένων, στην Ιατρική, στην κατασκευή κυκλωμάτων, στην ανάλυση της Γραμματικής κάποιας γλώσσας, σε εξελικτικές συμπεριφορές των παιχτών ενός παιχνιδιού και στη Μηχανική Μάθηση.

### **1.3 Αλγόριθμοι Βελτιστοποίησης**

#### **Προβλήματα Βελτιστοποίησης**

Από τις πιο σημαντικές ανησυχίες του ανθρώπου στον κόσμο είναι η προσπάθειά του για την εύρεση βέλτιστων καταστάσεων σε όλους σχεδόν τους τομείς. Η προσπάθεια αυτή συναντάται ακόμα και στην φύση σαν αναπόσπαστο κομμάτι της με τα άτομα του μικρόκοσμου να προσπαθούν να δημιουργήσουν δεσμούς μεταξύ τους που θα ελαχιστοποιήσουν την ενέργεια των ηλεκτρονίων τους ώστε να περιέλθουν στην δική τους βέλτιστη κατάσταση. Με παρόμοια λογική ο άνθρωπος προσπαθεί να επιτύχει την τελειότητα σε πολλούς τομείς. Ο ορισμός της τελειότητας έχει να κάνει τόσο με την κατάσταση στην οποία επιθυμεί να περιέλθει όσο και με την διαδικασία που θα πρέπει να ακολουθήσει για να το καταφέρει. Η διαδικασία αυτή θα πρέπει να είναι όσο το δυνατό πιο οικονομική πράγμα που απλά σημαίνει ότι θα πρέπει να καταβάλλει όσο το δυνατόν μικρότερη προσπάθεια. Σε κάποιες περιπτώσεις η εύρεση μιας τέτοιας διαδικασίας είναι απλή και σε άλλες πολύ δύσκολη. Πολύ δύσκολη γίνεται συνήθως όταν η επιθυμητή κατάσταση στην οποία επιθυμούμε να περιέλθουμε αντικρούεται από κάποιους περιορισμούς τους οποίους θα πρέπει να ικανοποιήσουμε πριν δώσουμε την τελική απάντηση στο πρόβλημα. Οι περιορισμοί αυτοί είναι άλλοτε πιο στενοί ή πιο χαλαροί προσδιορίζοντας έτσι τον βαθμό



δυσκολίας τους προβλήματος και μπορούν να αναπαρασταθούν μέσα από μαθηματικές σχέσεις που ονομάζονται αντικειμενικές συναρτήσεις.

Μπορούμε να ορίσουμε τα προβλήματα βελτιστοποίησης σαν την προσπάθεια να βρούμε τα καλύτερα δυνατά στοιχεία  $x$  από ένα σύνολο  $X$  ικανοποιώντας ένα σύνολο από κριτήρια  $F = \{f_1, f_2, \dots, f_n\}$ , τις αντικειμενικές συναρτήσεις. Όταν μιλάμε για αντικειμενική συνάρτηση πρόκειται για κάποια  $f: X \rightarrow Y$ , όπου το  $Y$  είναι ένα υποσύνολο των πραγματικών αριθμών και το  $X$  είναι ο χώρος του προβλήματος που μπορεί να αναπαριστά αριθμούς, λίστες, πίνακες, γράφους.

### **Κατηγοριοποίηση αλγορίθμων βελτιστοποίησης**

Υπάρχουν πολλοί τρόποι (αλγόριθμοι) που επιτυγχάνουν το επιθυμητό αποτέλεσμα, όπως παρουσιάστηκε πιο πάνω, δηλαδή να επιλεγούν τα καλύτερα  $x$  στοιχεία χωρίς να παραβιάζονται κάποια κριτήρια  $f$ . Είναι σημαντικό να δοθεί κάποια κατηγοριοποίηση των αλγορίθμων βελτιστοποίησης σαν γενική επισκόπηση των αλγορίθμων αυτών και να γίνει κάποια ταξινόμησή τους. Σε πρώτο επίπεδο οι αλγόριθμοι βελτιστοποίησης χωρίζονται στους ντετερμινιστικούς και τους πιθανολογικούς αλγόριθμους. Οι ντετερμινιστικοί χρησιμοποιούνται όταν υπάρχει μια ξεκάθαρη σχέση ανάμεσα στις πιθανές λύσεις και την χρησιμότητά τους για το δοσμένο πρόβλημα. Έτσι ο χώρος αναζήτησης της λύσης μπορεί να ελεγχθεί αποδοτικά χρησιμοποιώντας διάφορες μεθόδους, όπως για παράδειγμα δυναμικό προγραμματισμό, ή την μέθοδο διαίρει και βασίλευε. Εάν ο χώρος αναζήτησης είναι μεγάλων διαστάσεων και η εύρεση της λύσης σε αυτόν δεν είναι πολύ προφανής, τότε η λύση του προβλήματος ντετερμινιστικά γίνεται δύσκολη υπόθεση. Προσπαθώντας να το επιλύσουμε με έναν τέτοιο τρόπο πιθανά θα καταλήξουμε σε μια εξαντλητική αναζήτηση του χώρου αναζήτησης κάτι το οποίο είναι αρκετά ασύμφορο και αντιοικονομικό ακόμη και για προβλήματα με μικρές εισόδους. Αυτό συνεπάγεται τη μη βέλτιστη επίλυση του προβλήματος. Σε αυτή την περίπτωση χρησιμοποιούμε τους πιθανολογικούς αλγόριθμους. Η κατηγορία αυτή των αλγορίθμων «θυσιάζει» την απόλυτα σωστή λύση με την πιο συμφέρουσα αναζήτησή της συνήθως σε χρόνο αλλά καμιά φορά και σε χώρο. Αυτό δεν σημαίνει πως οι λύσεις που αποκτούμε με έναν τέτοιο αλγόριθμο δεν είναι σωστές, αλλά πιθανά να πάρουμε κάποια λύση που είναι

τοπικά και όχι ολικά σωστή. Καμιά φορά προτιμούμε να πάρουμε μια τέτοια λύση όταν ο χρόνος αναζήτησης της μιας και μοναδικής σωστής λύσης είναι εκθετικά μεγάλος και ίσως ισούται με εκατοντάδες χρόνια. Ένα παράδειγμα τέτοιων αλγορίθμων είναι οι λεγόμενοι Monte Carlo. Στην εικόνα 1 απεικονίζεται η κατηγοριοποίηση των αλγορίθμων βελτιστοποίησης.

Οι ευριστικές συναρτήσεις βοηθούν τον αλγόριθμο βελτιστοποίησης να επιλέξει ποια υποψήφια λύση να ελέγξει στο επόμενο βήμα. Οι ντετερμινιστικοί αλγόριθμοι ουσιαστικά χρησιμοποιούν τις ευριστικές για να τους δώσουν την σειρά με την οποία θα επεξεργαστούν τις υποψήφιες λύσεις τους, ενώ οι πιθανολογικοί θα τις χρησιμοποιήσουν για να επιλέξουν να επεξεργαστούν μόνο τις λύσεις που βρίσκονται πιο κοντά στην επιθυμητή.

Εκτός από τις ευριστικές υπάρχουν και οι μεταευριστικές συναρτήσεις οι οποίες επιλύουν μια γενική τάξη προβλημάτων. Συνδυάζουν ένα σύνολο από ευριστικές και αντικειμενικές συναρτήσεις με αποδοτικό τρόπο. Ο συνδυασμός αυτός πραγματοποιείται στατιστικά χρησιμοποιώντας κάποιον πληθυσμό σαν δείγμα από τον χώρο αναζήτησης ή βασίζεται σε κάποιο μοντέλο κάποιας φυσικής διαδικασίας. Για παράδειγμα ο αλγόριθμος Simulated Annealing αποφασίζει ποια υποψήφια λύση θα επεξεργαστεί σύμφωνα με την πιθανότητα του Boltzmann για τα άτομα των στερεών μετάλλων όταν αυτά λιώνουν. Οι εξελικτικοί αλγόριθμοι πάλι προσπαθούν να επεξεργαστούν τις λύσεις σύμφωνα με τους μηχανισμούς που ακολουθούνται στην φύση για την εξέλιξη και την αναπαραγωγή των ειδών.

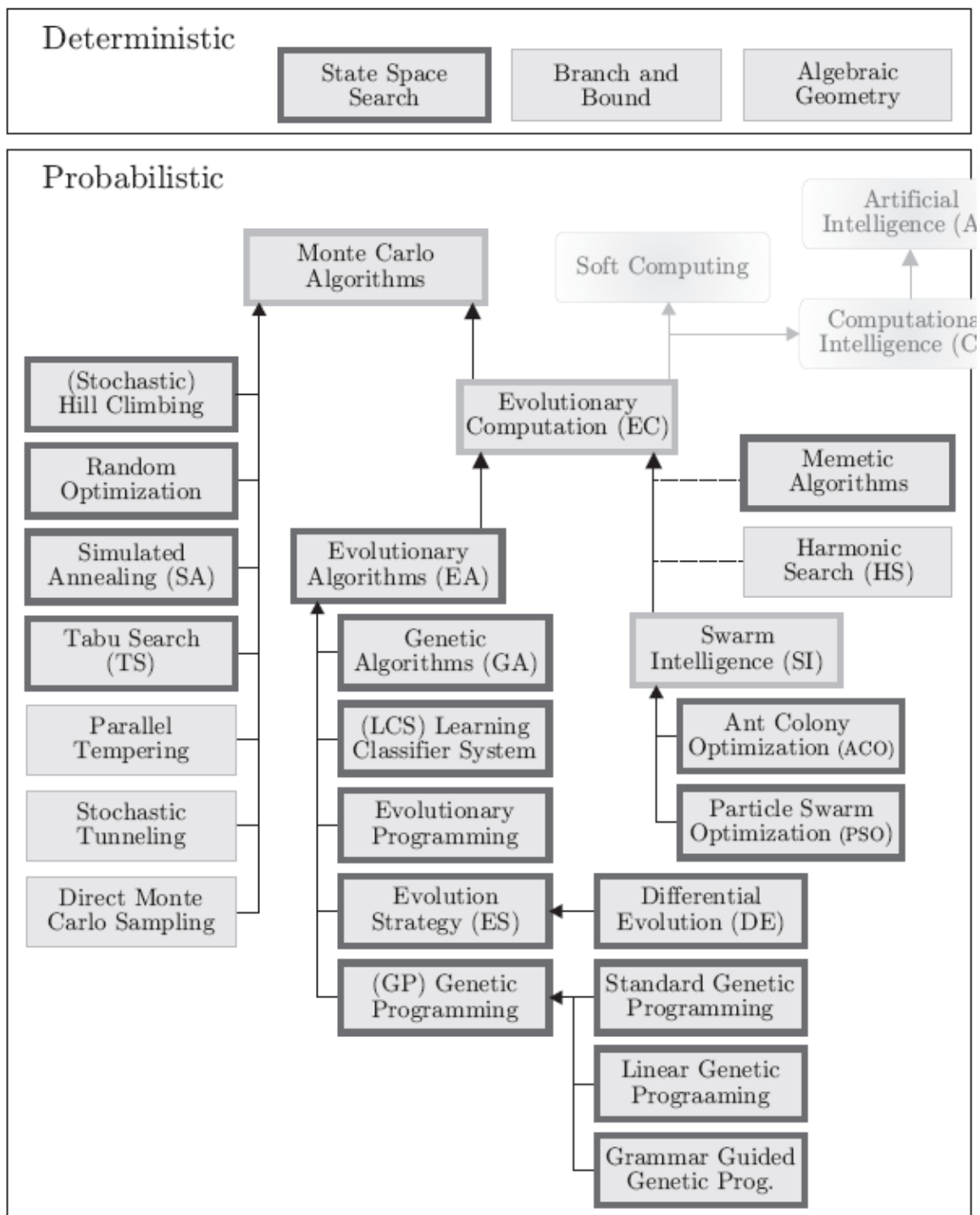


Figure 7: Οι κατηγορίες των αλγορίθμων βελτιστοποίησης

## Διαχωρισμός των αλγορίθμων βελτιστοποίησης με βάση τις ιδιότητές τους

Συνήθως πέρα από τη θεωρία και την ταξινόμηση των προβλημάτων με βάση τις θεωρητικές τους ιδιότητες αυτό που μας ενδιαφέρει στην πράξη, κατά την ανάπτυξη ενός λογισμικού έχει να κάνει με την ακρίβεια και την ταχύτητα του αλγορίθμου που θα επιλέξουμε για να επιλύσουμε το πρόβλημά μας. Δυστυχώς οι δύο αυτές ιδιότητες είναι αντικρουόμενες, πράγμα που σημαίνει πως εάν προσπαθήσουμε να αυξήσουμε το ένα από τα δύο θα μειωθεί το δεύτερο.

Σύμφωνα με την ιδιότητα της ταχύτητας που πρέπει να επιλυθεί το πρόβλημα τα διακρίνουμε σε δύο κατηγορίες: τα On Line Optimization και τα Off Line Optimization προβλήματα. Τα πρώτα είναι αυτά που θα πρέπει να επιλυθούν σε χρονικό διάστημα μεταξύ των δέκα milliseconds και λίγων μόνο λεπτών. Σε αυτή την περίπτωση προσπαθούμε να επιτύχουμε όσο το δυνατόν μεγαλύτερη ταχύτητα θεωρώντας την ιδιότητα αυτή ως την πρωτεύουσα που πρέπει το πρόγραμμα να διαθέτει ακόμα και αν περιορίσουμε κάποιες άλλες σε έναν βαθμό όπως την ακρίβεια προκειμένου να διασφαλίσουμε την ικανοποιητική ταχύτητα στην εκτέλεση του προγράμματος. Ένα κλασσικό παράδειγμα αλγορίθμου βελτιστοποίησης είναι αυτός που προσπαθεί να επιλύσει το πρόβλημα της ανάθεσης κάποιων έργων σε κάποιες μηχανές με τρόπο αποδοτικό ώστε να ελαχιστοποιήσουμε τον χρόνο αναμονής για την ολοκλήρωση των έργων στις μηχανές. Είναι επομένως σημαντικό να βρεθεί κάποιος αλγόριθμος που θα βρίσκει μια ανάθεση αρκετά γρήγορα ώστε να μην περιμένουμε πολύ γι' αυτό, αλλά και η ανάθεση αυτή που θα δοθεί να είναι όσο το δυνατόν βέλτιστη που στην περίπτωσή μας σημαίνει να μην αναμένουμε πολύ για την ολοκλήρωση των εργασιών στις μηχανές. Στην περίπτωση των Off Line Optimization προβλημάτων αυτό που ενδιαφέρει σε μέγιστο βαθμό είναι η ακρίβεια των αποτελεσμάτων και η εύρεση μιας λύσης όσο το δυνατόν πιο κοντά στην βέλτιστη. Εδώ ο χρήστης έχει το περιθώριο να περιμένει για τα αποτελέσματα ακόμη και κάποιες μέρες φέρνοντας έτσι την ιδιότητα της ταχύτητας σε δεύτερη μοίρα για χάρη της ακρίβειας των αποτελεσμάτων. Σε κάθε περίπτωση θα πρέπει να αντιληφθούμε σε ποια κατηγορία ανήκει το πρόβλημά μας και να δώσουμε μεγαλύτερη βαρύτητα στην ιδιότητα που πρέπει.

Ο αριθμός των κριτηρίων αποτελεί ένα σημείο διαχωρισμού για τα προβλήματα βελτιστοποίησης. Συγκεκριμένα έχουμε τα προβλήματα που προσπαθούν να ικανοποιήσουν μια αντικειμενική συνάρτηση  $f$ , τα single – objective optimization προβλήματα και αυτά που προσπαθούν να βρουν την καλύτερη δυνατή λύση ικανοποιώντας ένα σύνολο από κριτήρια  $f$  και ονομάζονται multi – objective optimization προβλήματα[4].

### **Τί κάνει μια λύση βέλτιστη**

Στην περίπτωση των single – optimization προβλημάτων αυτό που προσπαθούμε είναι να βελτιστοποιήσουμε ένα κριτήριο  $f$ , το οποίο είτε θα το μεγιστοποιήσουμε είτε θα το ελαχιστοποιήσουμε, αναφορικά με τί ζητάμε κάθε φορά στο πρόβλημα. Για παράδειγμα σε κάποια επιχείρηση προσπαθούμε να αγοράσουμε νέα υλικά και να προσλάβουμε επιπλέον άτομα στο προσωπικό με σκοπό να αυξήσουμε την παραγωγή και κατ' επέκταση τα έσοδα της επιχείρησης. Αυτό όμως θα πρέπει να γίνει με τον καλύτερο δυνατό τρόπο, έτσι ώστε το νέο προσωπικό και οι καινούργιες ύλες να είναι αρκετά για να επιτύχουμε αύξηση της παραγωγής αλλά και τόσα ώστε να μην προξενήσουν μεγάλα έξοδα στην επιχείρηση και μειωθεί το κέρδος. Στην θεωρία των αλγορίθμων σαν σύμβαση θεωρούμε ότι όλα τα προβλήματα βελτιστοποίησης είναι προβλήματα ελαχιστοποίησης και στην περίπτωση που θέλουμε να μεγιστοποιήσουμε κάποιο κριτήριο  $f$  τότε προσπαθούμε να ελαχιστοποιήσουμε την άρνησή του, δηλαδή το  $-f$ .

### **Ορισμοί:**

Επομένως μπορούμε να ορίσουμε ως μέγιστο  $x$  που ανήκει στο  $X$  ενός κριτηρίου  $f$  την είσοδο που παίρνει η αντικειμενική συνάρτηση  $f$  και ισχύει  $f(x) \geq f(y)$  για οποιοδήποτε  $y$  που ανήκει στο  $X$ .

Κατ' αντιστοιχία το ελάχιστο  $x$  που ανήκει στο  $X$  ενός κριτηρίου  $f$  είναι η είσοδος που μπορεί να πάρει η  $f$  και να ισχύει  $f(x) \leq f(y)$  για οποιοδήποτε  $y$  που ανήκει στο  $X$ .

Γενικά το βέλτιστο  $x$  ενός κριτηρίου  $f$  θα είναι είτε το μέγιστο είτε το ελάχιστό του.

Τα μέγιστα και ελάχιστα διακρίνονται σε τοπικά και ολικά. Τα ολικά ισχύουν για όλα τα στοιχεία  $y$  που ανήκουν στο  $X$ , ενώ τα τοπικά για τα  $y$  ενός υποσυνόλου του  $X$ , συγκεκριμένα για τα γειτονικά  $y$  του  $x$ .

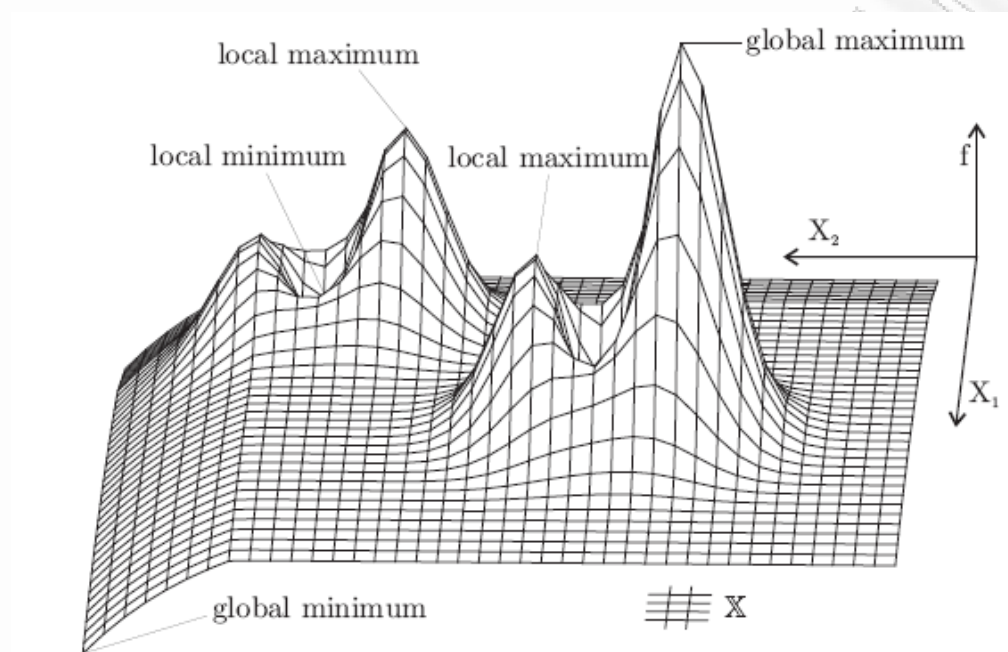


Figure 8: Ολικά και Τοπικά βέλτιστα

Υπάρχουν όπως έχουμε δει και παραπάνω προβλήματα βελτιστοποίησης που χρησιμοποιούν πολλαπλές αντικειμενικές συναρτήσεις, καθεμιά από τις οποίες αποτελεί ένα κριτήριο που θα πρέπει να βελτιστοποιηθεί. Πολλές φορές τα κριτήρια που έχουμε σαν στόχο να ικανοποιήσουμε είναι αντίθετα μεταξύ τους, δηλαδή η αύξηση του ενός συνεπάγεται μείωση του άλλου. Για παράδειγμα κάποιο εργοστάσιο επιθυμεί να ικανοποιήσει κάποια κριτήρια προκειμένου να βρεθεί στην βέλτιστη κατάστασή του:

- 1) Να μειώσει τον χρόνο που παρεμβάλλεται μεταξύ της παραγγελίας για κάποιο προϊόν και της έναρξης της παραγωγής του.
- 2) Να μεγιστοποιήσει το κέρδος του.
- 3) Να ελαχιστοποιήσει το κόστος για πρώτες ύλες, προσωπικά έξοδα, έξοδα για διαφήμιση κτλ.
- 4) Να αυξήσει την ποιότητα του προϊόντος.

5) Να ελαχιστοποιήσει τις αρνητικές επιδράσεις στο περιβάλλον που μπορεί να έχει η δραστηριότητα του.

Όπως βλέπουμε τα 2 τελευταία κριτήρια αντιτίθενται στην ικανοποίηση του τρίτου κριτηρίου που έχει να κάνει με την μείωση του κόστους σε διάφορα επίπεδα. Μια σχέση αντίφασης μπορεί να παρατηρηθεί και στην άμεση παραγωγή του προϊόντος και στην μείωση των εξόδων. Γενικότερα οι επιρροές μεταξύ των κριτηρίων μπορεί να είναι αρκετά πολύπλοκες και μάλιστα δεν διαφαίνεται από την αρχή η ακριβής τους σχέση (αντιφατική ή όχι).

Ένα άλλο παρόμοιο πρόβλημα είναι αυτό του τεχνητού μυρμηγκιού που ασχολείται με την προσομοίωση ενός μυρμηγκιού το οποίο προσπαθεί να μεταφέρει τροφή στην πηγή του περπατώντας και κάνοντας διάφορες διαδρομές. Φυσικά η βελτιστοποίηση του ενός κριτηρίου θα είναι να μεταφερθεί όσο το δυνατόν περισσότερη τροφή. Το δεύτερο κριτήριο έχει να κάνει με το μήκος του μονοπατιού που έχει διανύσει για να βρει αυτή την τροφή και επομένως θα πρέπει να ελαχιστοποιήσουμε το μήκος αυτό. Ουσιαστικά θα πρέπει για την λύση του προβλήματος βελτιστοποίησης να βρούμε τα συντομότερα μονοπάτια προς την τροφή του μυρμηγκιού. Όπως και στην περίπτωση του εργοστασίου υπάρχει αντίφαση μεταξύ των 2 κριτηρίων. Με μαθηματικούς όρους θα πρέπει να βρούμε το ολικό βέλτιστο μεγιστοποιώντας μια συνάρτηση  $f_1$  και ελαχιστοποιώντας μια άλλη συνάρτηση  $f_2$ . Επομένως δεν έχει νόημα να μιλάμε για ολικό μέγιστο ή ελάχιστο κάποιου προβλήματος, αλλά για το ολικό βέλτιστό του.

Στο πιο κάτω γράφημα στην εικόνα 9 παρουσιάζεται η πορεία 2 συναρτήσεων – κριτηρίων που επιθυμούμε να μεγιστοποιήσουμε. Παρατηρούμε πως η πορεία τους είναι αντίθετη. Δηλαδή στα σημεία που η μια αυξάνεται η άλλη μειώνεται με αποτέλεσμα να συμπεραίνουμε πως πρόκειται για αντιφατικά κριτήρια. Πρέπει ωστόσο να βρεθεί ένα σημείο στο οποίο θα παρουσιάζουν την όσο το δυνατόν μεγαλύτερη, ταυτόχρονη αύξηση και αυτή θα αποτελεί και το ολικό βέλτιστο του προβλήματος.

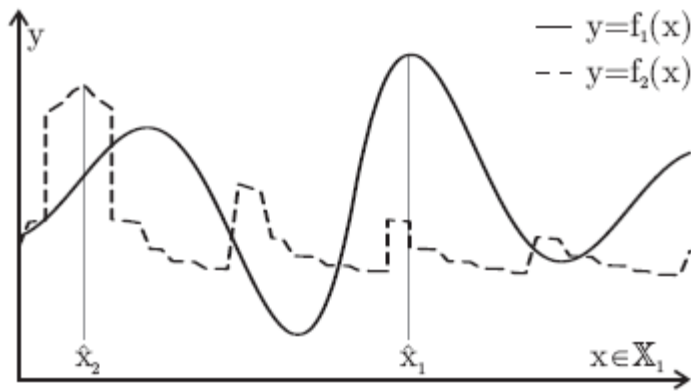


Figure 9: Μεγιστοποίηση δύο συναρτήσεων

### Άθροισμα Βαρών

Ένας τρόπος για να μοντελοποιήσουμε τα προβλήματα βελτιστοποίησης είναι να τα αναπαραστήσουμε σαν ένα άθροισμα των αντικειμενικών τους συναρτήσεων, με την καθεμία συνάρτηση να συμμετέχει στο άθροισμα με ένα συγκεκριμένο βάρος. Το βάρος – ο αριθμός με τον οποίο θα πολλαπλασιαστεί κάθε κριτήριο – πρέπει να είναι αντιπροσωπευτικό της σημασίας του κριτηρίου. Ο σκοπός μας είναι να αυξήσουμε το αποτέλεσμα του αθροίσματος. Έτσι κάποιες συναρτήσεις που θέλουμε να ελαχιστοποιηθούν μπορούμε να τις πολλαπλασιάσουμε με κάποιο αρνητικό βάρος και να συμμετέχουν στο άθροισμα με αυτόν τον τρόπο υποδηλώνοντας την αντιφατική τους σχέση με τις υπόλοιπες.

### Ο χώρος του προβλήματος και οι λύσεις μέσα σε αυτό

Όταν ασχολούμαστε με προβλήματα βελτιστοποίησης είναι σημαντικό να καθορίσουμε τον τύπο των πιθανών λύσεων που ψάχνουμε. Για να λύσουμε το πρόβλημα του τεχνητού μυρμηγκιού θα ψάξουμε ανάμεσα σε διάφορους τύπους προγραμμάτων (για παράδειγμα μπορεί να επιλύεται με τη χρήση νευρωνικών δικτύων) για να βρούμε έναν τρόπο το μυρμηγκί να κινείται βέλτιστα. Όταν θέλουμε να βρούμε την ρίζα μιας μαθηματικής συνάρτησης θα κοιτάξουμε ανάμεσα στους πραγματικούς αριθμούς σαν χώρο που περιέχει τις υποψήφιες λύσεις. Επίσης όταν θέλουμε να αγοράσουμε ένα αυτοκίνητο σε χαμηλή τιμή θα πρέπει να ψάξουμε την λύση σε έναν χώρο αριθμών που κινούνται κάτω από μια συγκεκριμένη τιμή. Έτσι



έχουμε έναν πρώτο χώρο του προβλήματος, όπου θα βρίσκεται σίγουρα η βέλτιστη λύση ο οποίος έστω ότι ονομάζεται X.

Στη συνέχεια ακολουθεί ο περιορισμός αυτού του χώρου σε κάποιον μικρότερο που θα περιέχει επίσης τις πιθανές λύσεις. Για να γίνει αυτό χρησιμοποιούμε κάποιους περιορισμούς που εξαρτώνται από το πρόβλημα και διακρίνονται σε:

- Λογικούς περιορισμούς. Για παράδειγμα στο πρόβλημα του τεχνητού μυρμηγκιού δεν θα κοιτάξουμε αν το πρόγραμμα που δέχεται σαν είσοδο έναν αριθμό και παράγει την δύναμη του αποτελεί λύση. Αυτό αποτελεί λογικό περιορισμό στον χώρο των προβλημάτων, ο οποίος μας δίνει τα προβλήματα που σχετίζονται με το δικό μας πρόβλημα.
- Πρακτικούς περιορισμούς. Όταν προσπαθούμε να βρούμε την ρίζα κάποιας συνάρτησης δεν μπορούμε να ψάξουμε σε όλους τους πραγματικούς αριθμούς. Ο περιορισμός σε αυτό είναι πρακτικός καθώς στους σημερινούς υπολογιστές, καθώς και στις περισσότερες γλώσσες προγραμματισμού το πλήθος των δυφίων που χρησιμοποιούνται για την αναπαράσταση ενός πραγματικού αριθμού είναι 64. Αυτό μειώνει την ακρίβεια καθώς επιτρέπει συγκεκριμένο αριθμό ψηφίων και έτσι περιορίζει το χώρο του προβλήματος.

## **Ορισμοί**

Οποιοδήποτε στοιχείο μέσα στο χώρο του προβλήματος αποτελεί υποψήφια λύση και ονομάζεται φαινότυπο (phenotype) [3], όρος που χρησιμοποιείται κυρίως στους γενετικούς αλγόριθμους.

Ο χώρος των λύσεων είναι η ένωση όλων των λύσεων του προβλήματος

Πρέπει να διαχωρίσουμε τον χώρο του προβλήματος από τον χώρο αναζήτησης. Ο χώρος αναζήτησης είναι εκεί που τελικά θα ψάξουμε για να βρούμε την λύση και ονομάζεται γονότυπος[3], όρος που δανειζόμαστε πάλι από τα γενετικά προβλήματα.

Κάποιες φορές ωστόσο συμπίπτουν ο χώρος του προβλήματος με τον χώρο αναζήτησης.

Οι διαδικασίες αναζήτησης είναι τρόπος με τον οποίο θα καταλήξουμε στις λύσεις μέσα από τον χώρο αναζήτησης. Συνήθως αρχικοποιούνται με τυχαίους γονότυπους.

Ο αλγόριθμος βελτιστοποίησης είναι η διαδικασία που θα ακολουθήσουμε για να βρούμε τουλάχιστον ένα βέλτιστο. Χρησιμοποιούν τις διάφορες διαδικασίες αναζήτησης με συγκεκριμένη δομή και ακολουθία και διακρίνονται σε τοπικούς και ολικούς όταν ψάχνουν να βρουν το τοπικό και ολικό βέλτιστο αντίστοιχα.

### **Γνωρίσματα αλγορίθμων βελτιστοποίησης**

Υπάρχουν κάποια κοινά γνωρίσματα που απαντώνται στους αλγορίθμους που επιλύουν προβλήματα βελτιστοποίησης. Πολλοί από αυτούς για παράδειγμα ξεκινούν δημιουργώντας τυχαία αρχικά δεδομένα, τα οποία ανανεώνουν αναδρομικά. Οι διαδικασίες που δεν θα πρέπει να τρέχουν επ' άοριστον θα πρέπει να έχουν μια καλά ορισμένη συνθήκη τερματισμού για να μπορούν να τερματίζουν όταν πρέπει.

- **ΑΝΑΔΡΟΜΗ**

Οι αλγόριθμοι βελτιστοποίησης συχνά και αναδρομικά υπολογίζουν υποψήφιες λύσεις στην προσπάθειά τους να φτάσουν στην βέλτιστη. Έτσι οι λειτουργίες των αλγορίθμων διακρίνονται ουσιαστικά στον υπολογισμό νέων πιθανών λύσεων και στην αναδρομή. Η αναδρομή είναι η κάθε επανάληψη εντολών που πραγματοποιείται μέσα σε κάποιον βρόχο του αλγορίθμου. Κάποιος αλγόριθμος βελτιστοποίησης χαρακτηρίζεται σαν αναδρομικός όταν το σύνολο των σημαντικότερων εντολών του εκτελείται επαναληπτικά σαν τμήμα ενός βρόχου. Σε κάποιους αλγόριθμους όπως στους γενετικούς η αναδρομές ονομάζονται γενιές (generations).

---

**Algorithm 1.1: Example Iterative Algorithm**

---

**Input:** `[implicit] terminationCriterion()`: the termination criterion

**Data:** `t`: the iteration counter

```
1 begin
2   t ← 0
   // initialize the data of the algorithm
3   while terminationCriterion() do
4     // perform one iteration - here happens the magic
     t ← t + 1
5 end
```

---

Figure 10: Παράδειγμα αναδρομικού αλγορίθμου

### 1) ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΤΕΡΜΑΤΙΣΜΟΥ

Το κριτήριο τερματισμού (`terminationCriterion()`) είναι μια συνάρτηση που έχει πρόσβαση σε όλα τα δεδομένα που παράγονται από την διαδικασία της βελτιστοποίησης συμπεριλαμβάνοντας τον αριθμό των βημάτων – κύκλων που έχουν πραγματοποιηθεί κατά την αναδρομή, τις ενδιάμεσες τιμές των αντικειμενικών συναρτήσεων και το χρόνο που πέρασε από την στιγμή που ξεκίνησε το πρόγραμμα. Μερικά κριτήρια που μπορεί όταν ικανοποιηθούν να αναγκάσουν τον αλγόριθμο να τερματίσει είναι τα εξής:

- Ο χρήστης μπορεί να ορίσει ένα συγκεκριμένο χρονικό διάστημα κατά το οποίο μπορεί το πρόγραμμα να τρέχει. Εάν ο χρόνος αυτός ξεπεραστεί το πρόγραμμα θα τερματίσει.
- Ο χρήστης μπορεί να ορίσει έναν συγκεκριμένο αριθμό υπολογισμών πιθανών λύσεων. Ουσιαστικά καθορίζει έτσι τον αριθμό των επαναλήψεων της αναδρομής.
- Εάν δεν παρουσιάζεται καμία βελτίωση κατά την εκτέλεση του προγράμματος στα αποτελέσματα που παίρνουμε σαν πιθανές λύσεις τότε αυτό αποτελεί έναν σημαντικό λόγο για να τερματιστεί η εκτέλεση και να πάρουμε σαν τελική λύση κάποια από αυτές που έχουν παραχθεί τελευταία.
- Επίσης μπορούμε να σταματήσουμε το πρόγραμμα όταν αυτό προσεγγίσει ικανοποιητικά την βέλτιστη λύση.

## 2) ΕΛΑΧΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ

Συνήθως τα προβλήματα βελτιστοποίησης προσπαθούν να μεγιστοποιήσουν ή να ελαχιστοποιήσουν κάποια αντικειμενική συνάρτηση. Ωστόσο πολύ πιο συνηθισμένη είναι η περίπτωση της ελαχιστοποίησης και έτσι χωρίς απώλεια της γενικότητας μπορούμε να μιλάμε για όλα τα προβλήματα βελτιστοποίησης σαν να πρόκειται για προβλήματα ελαχιστοποίησης προσπαθώντας να ελαχιστοποιήσουμε το κριτήριο  $-f$  στην περίπτωση που η αρχική μορφή του προβλήματος επιβάλλει την μεγιστοποίηση του  $f$ .

## 3) ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗΣ ΚΑΙ ΠΡΟΣΩΜΟΙΩΣΗ

Υπάρχουν κάποια προβλήματα των οποίων οι αντικειμενικές συναρτήσεις μπορούν εύκολα να παρασταθούν ως μαθηματικές συναρτήσεις τις οποίες στη συνέχεια θα επιδιώξουμε να βελτιστοποιήσουμε στην προσπάθειά μας να δώσουμε κάποια λύση στο πρόβλημα. Ωστόσο υπάρχουν και προβλήματα βελτιστοποίησης τα οποία είναι αρκετά πολύπλοκα και δεν γίνεται να αναπαρασταθούν με μαθηματικές σχέσεις. Αυτά απαιτούν ειδικά μοντέλα και προσομοιώσεις για την αναπαράστασή τους.

Ένα μοντέλο είναι μια αφηρημένη δομή ή μια προσέγγιση των ιδιοτήτων ενός συστήματος. Συνήθως τα μοντέλα είναι μια απλοποιημένη και ιδεατή μορφή των πραγματικών καταστάσεων. Χρειαζόμαστε δύο τύπους μοντέλων για την αναπαράσταση ενός προβλήματος.

Το μοντέλο των πιθανών λύσεων που σχηματίζουν τον χώρο του προβλήματος  $X$ , για παράδειγμα:

- Αλγόριθμοι του γενετικού προγραμματισμού σαν πιθανές λύσεις για το πρόβλημα του τεχνητού μυρμηγκιού.
- Τα σχέδια της κατασκευής ενός ουρανοξύστη.
- Διαγράμματα κυκλωμάτων για τη χρήση τους στην κατασκευή λογικών κυκλωμάτων.
- Τα σχέδια της κατασκευής μιας τουρμπίνας.

Μοντέλα του περιβάλλοντος στα οποία μπορούμε να δοκιμάσουμε και να εξερευνήσουμε τις ιδιότητες των πιθανών λύσεων.

- Ένας χάρτης πάνω στον οποίο το τεχνητό μυρμήγκι θα κινηθεί καθοδηγούμενο από το πρόγραμμα που θα έχουμε επιλέξει σαν πιθανή λύση.
- Μια αφηρημένη αναπαράσταση του περιβάλλοντος στο οποίο θα χτιστεί ο ουρανοξύστης με βάση κάποια συγκεκριμένα κατασκευαστικά σχέδια που επιλέγουμε σαν υποψήφια λύση. Εδώ θα προσπαθήσουμε να λάβουμε υπ' όψιν μας όλες τις παραμέτρους του περιβάλλοντος, όπως για παράδειγμα τον άνεμο που μπορεί να φυσά από διάφορες κατευθύνσεις και έτσι να απορρίψουμε ή να επικυρώσουμε την υποψήφια λύση.
- Το μοντέλο παραγωγής ενέργειας και τα pins που θα τοποθετηθούν στο κύκλωμα τα οποία θα δεχτούν κάποια ενέργεια σε Volt.
- Ένα φυσικό μοντέλο αέρα που θα φυσά μέσα από την τουρμπίνα.

Τα μοντέλα ωστόσο αποτελούν αρκετά στατικές δομές των τύπων και των περιγραφών του προβλήματος. Το να καταφέρουμε να πάρουμε συγκεκριμένα αποτελέσματα από αυτά είναι αρκετά δύσκολο. Συνήθως έχει περισσότερο νόημα να αναπαραστήσουμε τα κατασκευαστικά σχέδια ενός ουρανοξύστη μέσα από την προσομοίωση. Έτσι θα μπορέσουμε να ελέγξουμε με μεγαλύτερη ακρίβεια τις επιρροές της δύναμης του αέρα που μπορεί να φυσά από διάφορες κατευθύνσεις και θα μπορέσουμε να καθορίσουμε τις αντικειμενικές τιμές, για παράδειγμα τη μέγιστη δύναμη που μπορεί η κατασκευή μας να δεχτεί. Η προσομοίωση είναι εκτελέσιμες διαδικασίες, ζωντανές αναπαραστάσεις των μοντέλων που έχουν το ίδιο νόημα με την πραγματοποίηση ενός πραγματικού πειράματος.

### **Περιοχές εφαρμογών των αλγορίθμων βελτιστοποίησης**

Οι αλγόριθμοι βελτιστοποίησης που αναλύθηκαν πιο πάνω βρίσκουν πολλές εφαρμογές στις μέρες μας και μάλιστα είναι από τους συνηθέστερους τύπου προβλημάτων που καλούμαστε να λύσουμε αρκετά συχνά στην καθημερινή μας ζωή. Αναφορικά κάποιοι από τους τομείς των επιστημών στους οποίους συναντάμε τα προβλήματα βελτιστοποίησης είναι η Χημεία, η Βιοχημεία, η Βιολογία, τα Προβλήματα Ικανοποίησης Περιορισμών, τα Οικονομικά, η Μηχανική, τα Δίκτυα και η Επικοινωνία, τα Μαθηματικά. Είναι επομένως σημαντικό το κομμάτι της επιστήμης που ασχολείται με την ανάλυση, την μοντελοποίηση και την επίλυση τέτοιων προβλημάτων.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2<sup>ο</sup>

### Ant Colony Optimization

#### 2.1 Εισαγωγικά

Αυτό το κεφάλαιο παρουσιάζει μια επισκόπηση της Ant Colony Optimization (ACO) μιας μεταεβριστικής που εμπνέεται από τη συμπεριφορά των πραγματικών μυρμηγκιών. Η ACO προτάθηκε από τον Dorigo και τους συναδέλφους του [6],[7],[8] ως μέθοδος για τα σκληρά συνδυαστικά προβλήματα βελτιστοποίησης.

Οι αλγόριθμοι ACO μπορούν να θεωρηθούν μέρος της *νοημοσύνης σμηνών* (swarm intelligence), δηλαδή το ερευνητικό πεδίο που μελετά τους αλγορίθμους εμπνευσμένους από την παρατήρηση της συμπεριφοράς των *σμηνών*. Οι αλγόριθμοι νοημοσύνης σμηνών αποτελούνται από τα απλές οντότητες του σμήνους που συνεργάζονται μέσω της οργάνωσής τους, δηλαδή χωρίς οποιαδήποτε μορφή κεντρικού ελέγχου στα μέλη του σμήνους. Μια λεπτομερής επισκόπηση των αρχών της οργάνωσης που χρησιμοποιούνται από αυτούς τους αλγορίθμους, καθώς επίσης και παραδείγματα από τη βιολογία, μπορούν να βρεθούν μέσα στο [10]. Πολλοί αλγόριθμοι νοημοσύνης σμηνών έχουν προταθεί στη λογοτεχνία. Για μια επισκόπηση του πεδίου της νοημοσύνης σμηνών, παραπέμπουμε τον ενδιαφερόμενο αναγνώστη στο [9].

Αυτό το κεφάλαιο, που αφιερώνεται για να παρουσιάσει μια συνοπτική επισκόπηση της ACO, οργανώνεται ως εξής. Το δεύτερο μέρος παρουσιάζει το βιολογικό φαινόμενο που παρείχε την αρχική έμπνευση. Το τρίτο μέρος παρουσιάζει μια επίσημη περιγραφή της ACO μεταεβριστικής. Το τέταρτο μέρος κάνει μία επισκόπηση στις δημοφιλέστερες παραλλαγές ACO και δίνει τα παραδείγματα της αίτησής τους. Το πέμπτο μέρος παρουσιάζει τις τρέχουσες ερευνητικές κατευθύνσεις, και τέλος το έκτο μέρος συνοψίζει και ολοκληρώνει το κεφάλαιο.

## 2.2 Από τη Βιολογία στους Αλγόριθμους

Η Ant Colony Optimization εμπνεύστηκε από την παρατήρηση της συμπεριφοράς των πραγματικών μυρμηγκιών. Σε αυτό το τμήμα, παρουσιάζουμε διάφορες παρατηρήσεις που έγιναν στα πειράματα με πραγματικά μυρμήγκια, και έπειτα επιδεικνύουμε πώς αυτές οι παρατηρήσεις ενέπνευσαν το σχέδιο της ACO μεταευριστικής.

### Μυρμήγκια

Ένας από τους πρώτους ερευνητές που ερεύνησε την κοινωνική συμπεριφορά των εντόμων ήταν ο Γάλλος εντομολόγος Pierre Paul Grasse. Στις δεκαετίες του '40 και του '50 του 20ού αιώνα, παρατηρούσε τη συμπεριφορά των τερμιτών ειδικότερα, το *natalensis Bellicositermes* και τα είδη *Cubitermes*. Ανακάλυψε [11] ότι αυτά τα έντομα είναι ικανά για να αντιδράσουν σε αυτό που κάλεσε "σημαντικά ερεθίσματα", σήματα που ενεργοποιούν μια γενετικά κωδικοποιημένη αντίδραση. Παρατήρησε [12] ότι οι επιδράσεις αυτών των αντιδράσεων μπορούν να ενεργήσουν ως νέο σημαντικό ερέθισμα για το έντομο που τα παράγει και για άλλα έντομα στην αποικία. Ο Grasse χρησιμοποίησε τον όρο *stigmergy* (έμμεσος, αυθόρμητος συντονισμός) για να περιγράψει αυτόν τον ιδιαίτερο τύπο έμμεσης επικοινωνίας στην οποία οι "εργαζόμενοι υποκινούνται από την απόδοση που έχουν επιτύχει".

Τα δύο κύρια χαρακτηριστικά *stigmergy* που το διαφοροποιούν από άλλους τρόπους επικοινωνίας είναι:

- ο φυσικός, μη-συμβολικός χαρακτήρας της πληροφορίας που παράγεται από την επικοινωνία των εντόμων, ο οποίος αντιστοιχεί σε μια τροποποίηση των μερών του φυσικού περιβάλλοντος που επισκέπτονται τα έντομα, και
- η τοπική φύση των παραγόμενων πληροφοριών, οι οποίες μπορούν μόνο να προσεγγιστούν από εκείνα τα έντομα που επισκέπτονται τη θέση όπου απελευθερώθηκαν (ή την άμεση γειτονιά του).

Παραδείγματα συντονισμού μπορούν να παρατηρηθούν στις αποικίες των μυρμηγκιών. Σε πολλά είδη μυρμηγκιών, τα μυρμήγκια τοποθετούν μια ουσία που στο έδαφος καθώς κατευθύνονται στη τροφή τους και καλείται φερομόνη. Άλλα μυρμήγκια είναι σε θέση να μυρίσουν αυτήν την φερομόνη, και η παρουσία της

επιηρεάζει την επιλογή της πορείας τους - δηλ., τείνουν να ακολουθήσουν τις ισχυρές συγκεντρώσεις φερομονών. Η φερομόνη που βρίσκεται στο έδαφος διαμορφώνει ένα ίχνος φερομονών (trail), το οποίο επιτρέπει στα μυρμήγκια να βρίσκουν τις καλές πηγές τροφίμων που έχουν προσδιοριστεί προηγουμένως από άλλα μυρμήγκια.

Μερικοί ερευνητές ερεύνησαν πειραματικά αυτήν την τοποθέτηση φερομονών και την μετέπειτα συμπεριφορά τους προκειμένου να καταλάβουν καλύτερα και να είναι σε θέση να το ποσολογήσουν. Οι Deneubourg *et al* [13] οργανώνουν ένα πείραμα αποκαλούμενο “δυναμικό πείραμα γεφυρών” (binary bridge experiment). Χρησιμοποίησαν το είδος μυρμηγκιών *Linepithema humile* (επίσης γνωστά ως μυρμήγκια Αργεντινής). Η φωλιά των μυρμηγκιών συνδέθηκε με μια πηγή φαγητού με δύο γέφυρες του ίσου μήκους. Τα μυρμήγκια θα μπορούσαν ελεύθερα να επιλέξουν ποια γέφυρα θα χρησιμοποιήσουν καθώς ψάχνουν για τροφή. Η συμπεριφορά τους παρατηρήθηκε για μια συγκεκριμένη χρονική περίοδο.

Σε αυτό το πείραμα, αρχικά δεν υπάρχει φερομόνη σε καμία από τις δύο γέφυρες. Τα μυρμήγκια αρχίζουν να εξερευνούν τα περίχωρα της φωλιάς και διασχίζουν τελικά μια από τις γέφυρες και φθάνοντας έτσι στην πηγή τροφίμων. Κατά μήκος της διαδρομής τους μέχρι την τροφή και πίσω στη φωλιά, τα μυρμήγκια τοποθετούν τη φερομόνη στη γέφυρα τη χρησιμοποιούν. Αρχικά, κάθε μυρμήγκι επιλέγει τυχαία μια από τις δύο γέφυρες. Εντούτοις, λόγω των τυχαίων διακυμάνσεων, μετά από κάποιο χρόνο θα υπάρξει περισσότερη φερομόνη που έχει κατατίθεται σε μια από τις δύο γέφυρες. Επειδή τα μυρμήγκια τείνουν να προτιμούν στην πιθανότητα να ακολουθήσουν ένα ισχυρότερο ίχνος φερομονών, η γέφυρα που έχει περισσότερη φερομόνη θα προσελκύσει περισσότερα μυρμήγκια. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα το ίχνος φερομονών να γίνεται ισχυρότερο, έως ότου η αποικία των μυρμηγκιών συγκλίνει στη χρήση της ίδιας γέφυρας.

Αυτού του επιπέδου η συμπεριφορά των αποικιών, βασισμένη στη μοναδική χημική αντίδραση (autocatalysis), δηλαδή στην εκμετάλλευση της θετικής ανατροφοδότησης, μπορεί να χρησιμοποιηθεί από τα μυρμήγκια για να βρεθεί η κοντινότερη διαδρομή μεταξύ μιας πηγής τροφίμων και της φωλιάς τους. Αυτό παρατηρήθηκε σε ένα άλλο πείραμα που πραγματοποιήθηκε από Goss και άλλους, στα οποία οι δύο γέφυρες δεν ήταν του ίδιου μήκους: κάποια ήταν σημαντικά μεγαλύτερη από την άλλη. Στην



περίπτωση αυτή, οι πιθανολογικές διακυμάνσεις στην αρχική επιλογή της γέφυρας μειώθηκαν πολύ δεδομένου ότι ένας δεύτερος μηχανισμός διαδραμάτισε έναν σημαντικό ρόλο: εκείνα τα μυρμήγκια που επιλέγουν κατά τύχη την κοντύτερη γέφυρα είναι επίσης τα πρώτα που θα φθάσουν στη φωλιά και κατά επιστροφή στη φωλιά θα επέλεξαν την κοντύτερη γέφυρα με μεγαλύτερη πιθανότητα δεδομένου ότι είχε ισχυρότερο ίχνος φερομονών. Επομένως, τα μυρμήγκια – της του μηχανισμού τοποθέτησης φερομόνης - συγκλίνουν γρηγορότερα στη χρήση της κοντύτερης γέφυρας.

Στο επόμενο μέρος εξηγούμε πώς αυτά τα πειράματα και συμπεράσματα χρησιμοποιήθηκαν για να αναπτύξουν τους αλγορίθμους βελτιστοποίησης.

### Αλγόριθμοι

Υποκινούμενοι από τα ενδιαφέροντα αποτελέσματα των πειραμάτων που περιγράφηκαν στο προηγούμενο μέρος, οι Goss και άλλοι ανέπτυξαν ένα πρότυπο για να εξηγήσουν τη συμπεριφορά που παρατηρήθηκε στο δυαδικό πείραμα γεφυρών. Υποθέτοντας ότι μετά από χρόνο  $t$  από την έναρξη του πειράματος,  $m_1$  μυρμήγκια είχαν χρησιμοποιήσει την πρώτη γέφυρα και  $m_2$  τη δεύτερη, η πιθανότητα  $p_1$  το  $(m+1)$ -οστό μυρμήγκι να επιλέξει την πρώτη γέφυρα μπορεί να δοθεί από:

$$P_{1(m+1)} = \frac{(m_1 + k)^h}{(m_1 + k)^h + (m_2 + k)^h} \quad (1)$$

όπου οι παράμετροι  $k$  και  $h$  απαιτούνται για να ταιριάξουν το πρότυπο στα πειραματικά στοιχεία. Η πιθανότητα το  $(m+1)$ -οστό μυρμήγκι να επιλέξει την δεύτερη γέφυρα είναι  $P_{2(m+1)} = 1 - P_{1(m+1)}$ . Προσομοιώσεις Monte Carlo που έγιναν ώστε να διαπιστωθεί κατά πόσο το μοντέλο ανταποκρίνεται σε πραγματικά δεδομένα, δείχνουν πολύ καλή σύγκλιση με  $k \approx 20$  και  $h \approx 2$ .

Αυτό το βασικό πρότυπο, που εξηγεί τη συμπεριφορά των πραγματικών μυρμηγκιών, μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως έμπνευση για το σχεδιασμό τεχνητών μυρμηγκιών που λύνουν προβλήματα βελτιστοποίησης καθορισμένα με παρόμοιο τρόπο. Στο

προηγούμενο παράδειγμα αναζήτησης τροφής των μυρμηγκιών, η *επικοινωνία* συμβαίνει μέσω της φερομόνης που τοποθετούν τα μυρμηγκία στο έδαφος. Ανάλογα, τεχνητά μυρμηγκία μπορούν να προσομοιώσουν τη τοποθέτηση φερομόνης, με την τροποποίηση των κατάλληλων μεταβλητών φερομόνης που συνδέονται με το πρόβλημα που αντιμετωπίζουν όταν προσπαθούν να βρουν λύση σε κάποιο πρόβλημα βελτιστοποίησης. Επίσης, σύμφωνα με το πρότυπο *επικοινωνίας*, τα τεχνητά μυρμηγκία θα έχουν μόνο τοπική πρόσβαση σε αυτές τις μεταβλητές φερομόνης.

Επομένως, τα κύρια χαρακτηριστικά *επικοινωνίας* που αναφέρονται στο προηγούμενο τμήμα μπορούν να επεκταθούν στους τεχνητούς πράκτορες μέσω:

- Συσχετίζοντας δηλώσεις μεταβλητών για κάθε διαφορετικό πρόβλημα, και
- Δίνοντας στους πράκτορες μόνο τοπική πρόσβαση σε αυτές τις μεταβλητές

Μια άλλη σημαντική πτυχή της συμπεριφοράς των πραγματικών μυρμηγκιών στην αναζήτηση τροφής που μπορεί να χρησιμοποιηθεί από τα τεχνητά μυρμηγκία είναι η σύζευξη μεταξύ του αυτοκαταλυτικού μηχανισμού (*autocatalytic mechanism*) και της υπονοούμενης αξιολόγησης (*implicit evaluation*) των λύσεων. Με την υπονοούμενη αξιολόγηση της λύσης, εννοούμε το γεγονός ότι οι κοντύτερες πορείες (που αντιστοιχούν στις λύσεις χαμηλότερου κόστους στην περίπτωση των τεχνητών μυρμηγκιών) ολοκληρώνονται νωρίτερα από ότι οι μακρύτερες, και επομένως λαμβάνουν μεγαλύτερη ποσότητα φερομονών γρηγορότερα. Η υπονοούμενη αξιολόγηση λύσης που συνδέεται με τον αυτοκαταλυτικό μηχανισμό μπορεί να είναι πολύ αποτελεσματική: όσο κοντύτερη η πορεία, τόσο πιο σύντομα η φερομόνη τοποθετείται, και τόσο περισσότερα μυρμηγκία χρησιμοποιούν την κοντύτερη πορεία. Εάν χρησιμοποιείται κατάλληλα, μπορεί να είναι ένας ισχυρός μηχανισμός στους βασισμένους στον πληθυσμό αλγορίθμους βελτιστοποίησης (π.χ., στους εξελικτικούς αλγορίθμους [24]).

Η επικοινωνία, μαζί με την υπονοούμενη αξιολόγηση λύσης και την αυτοκαταλυτική συμπεριφορά, παράγουν την ACO. Η βασική ιδέα της ACO μοιάζει πολύ με τη βιολογική έμπνευση. Επομένως, υπάρχουν πολλές ομοιότητες μεταξύ των πραγματικών και τεχνητών μυρμηγκιών. Οι πραγματικές και οι τεχνητές αποικίες μυρμηγκιών αποτελούνται από έναν πληθυσμό ατόμων που εργάζονται μαζί για να επιτύχουν έναν καθορισμένο στόχο. Μια αποικία είναι πληθυσμός απλών,

ανεξάρτητων, ασύγχρονων πρακτόρων που συνεργάζονται για να βρουν μια καλή και όσο το δυνατόν πιο προσιτή λύση στο πρόβλημα. Στην περίπτωση των πραγματικών μυρμηγκιών, το πρόβλημα είναι να βρεθούν τα τρόφιμα, ενώ στην περίπτωση των τεχνητών μυρμηγκιών, να βρει μια καλή λύση σε ένα δεδομένο πρόβλημα βελτιστοποίησης. Ένα αυτόνομο μυρμήγκι (είτε πραγματικό είτε τεχνητό) είναι σε θέση να βρει μια λύση στο πρόβλημά του, αλλά μόνο με τη συνεργασία μεταξύ πολλών μυρμηγκιών μέσω *επικοινωνίας* επιτρέπει να βρουν τις καλές λύσεις.

Στην περίπτωση των πραγματικών μυρμηγκιών, τοποθετούν και αντιδρούν σε μια χημική ουσία που ονομάζεται φερομόνη. Τα πραγματικά μυρμήγκια την τοποθετούν στο έδαφος απλά περπατώντας. Τα τεχνητά μυρμήγκια ζουν σε έναν *εικονικό* κόσμο, ως εκ τούτου τροποποιούν μόνο αριθμητικές τιμές (που ονομάζονται για αναλογία τεχνητές φερομόνες) που συνδέονται με διαφορετικές δηλώσεις του προβλήματος. Μια ακολουθία τιμών φερομονών που συνδέονται με τις δηλώσεις του προβλήματος καλείται *τεχνητό ίχνος φερομονών*. Στην ACO, τα τεχνητά ίχνη φερομονών είναι οι μόνοι τρόποι επικοινωνίας μεταξύ των μυρμηγκιών. Ένας μηχανισμός ανάλογος με την εξάτμιση της φυσικής φερομόνης στις πραγματικές αποικίες μυρμηγκιών επιτρέπει στα τεχνητά μυρμήγκια να *ξεχνάνε* την προηγούμενη ιστορία και να εστιάζουν στις νέες ελπιδοφόρες κατευθύνσεις αναζήτησης.

Ακριβώς όπως τα πραγματικά μυρμήγκια, τα τεχνητά μυρμήγκια δημιουργούν τις λύσεις τους διαδοχικά με την κίνηση από ένα σημείο του προβλήματος προς το άλλο. Τα πραγματικά μυρμήγκια περπατούν απλά, επιλέγοντας μια κατεύθυνση βασισμένη στις τοπικές συγκεντρώσεις φερομονών και μια πιθανολογική πολιτική απόφασης. Τα τεχνητά μυρμήγκια δημιουργούν επίσης τις λύσεις βαθμιαία, καθώς κινούνται μέσω των διαθέσιμων σημείων στο πρόβλημα και λαμβάνουν πιθανολογικές αποφάσεις σε κάθε βήμα.

Υπάρχουν εντούτοις μερικές σημαντικές διαφορές μεταξύ των πραγματικών και τεχνητών μυρμηγκιών:

- Τα τεχνητά μυρμήγκια ζουν σε έναν ιδιαίτερο κόσμο - κινούνται διαδοχικά μέσω ενός πεπερασμένου συνόλου σημείων / περιορισμών του προβλήματος.

- Η αναπροσαρμογή φερομονών (δηλ., κατάθεση φερομονών και εξάτμιση) δεν ολοκληρώνεται με ακριβώς τον ίδιο τρόπο από τα τεχνητά μυρμήγκια όπως από τα πραγματικά. Μερικές φορές η αναπροσαρμογή φερομονών γίνεται μόνο από μερικά από τα τεχνητά μυρμήγκια, και συχνά μόνο αφού έχει κατασκευαστεί μια λύση.
- Μερικές εφαρμογές των τεχνητών μυρμηγκιών χρησιμοποιούν πρόσθετους μηχανισμούς που δεν υπάρχουν στην περίπτωση των πραγματικών μυρμηγκιών. Τα παραδείγματα περιλαμβάνουν κοίτα-μπροστά, τοπική αναζήτηση, οπισθοδρόμηση, κ.λπ.

### 2.3 Ant Colony Optimization Metaheuristic

Η βελτιστοποίηση αποικιών μυρμηγκιών (ACO) έχει τυποποιηθεί σε μια συνδυαστική βελτιστοποίηση της μεταευστικής από τον Dorigo και άλλους [14],[15],[18] και έχει χρησιμοποιηθεί από τότε για να αντιμετωπίσει πολλά συνδυαστικά προβλήματα βελτιστοποίησης.

Λαμβάνοντας υπόψη ένα συνδυαστικό πρόβλημα βελτιστοποίησης (combinatorial optimization problem (COP)), το πρώτο βήμα για την εφαρμογή της ACO στη λύση του συνίσταται στον καθορισμό ενός επαρκούς μοντέλου. Αυτό χρησιμοποιείται έπειτα για να καθορίσει το κεντρικό συστατικό της ACO: το μοντέλο φερομονών. Το μοντέλο μιας COP μπορεί να καθοριστεί ως εξής:

**Ορισμός:** Το μοντέλο  $P = (S, \Omega, f)$  μιας COP αποτελείται από:

- Ένα χώρο αναζήτησης  $S$  που καθορίζεται πάνω σε ένα πεπερασμένο σύνολο διακριτών μεταβλητών απόφασης και ένα σύνολο  $\Omega$  των περιορισμών μεταξύ των μεταβλητών.
- Μία αντικειμενική συνάρτηση  $f : S \rightarrow \mathbb{R}_0^+$  προς ελαχιστοποίηση.

Ο χώρος αναζήτησης  $S$  καθορίζεται ακολούθως: Δίνεται ένα σύνολο διακριτών μεταβλητών  $X_i$ ,  $i=1, \dots, n$ , με τιμές  $u_i^j \in D_i = \{u_i^1, \dots, u_i^{|D_i|}\}$ . Μια μεταβλητή περίπτωση, δηλαδή ανάθεση μιας τιμής  $u_i^j$  σε μία μεταβλητή  $X_i$ , δείχνεται με  $X_i \leftarrow u_i^j$ . Μία λύση  $s \in S$  - π.χ. μια πλήρης ανάθεση στην οποία κάθε μεταβλητή απόφασης ορίζει μια τιμή που ικανοποιεί όλους τους περιορισμούς στο σύνολο  $\Omega$ ,

είναι μία εφικτή λύση μιας COP. Αν το σύνολο  $\Omega$  είναι κενό, το P καλείται μη περιορισμένο πρότυπο προβλήματος, διαφορετικά λέγεται ότι είναι περιορισμένο. Μία λύση  $s^* \in S$  καλείται ολική βέλτιστη αν και μόνο αν:  $f(s^*) \leq f(s) \forall s \in S$ . Το σύνολο όλων των ολικών βέλτιστων λύσεων δείχνεται από τη σχέση  $S^* \subseteq S$ . Λύνοντας μία COP απαιτεί την εύρεση τουλάχιστο μίας  $s^* \in S^*$ .

Το μοντέλο της COP χρησιμοποιείται για να παράγει το μοντέλο της φερομόνης που χρησιμοποιεί η ACO. Αρχικά, μια περίπτωση μεταβλητής απόφασης  $X_i = u_i^j$  (π.χ. μια μεταβλητή  $X_i$  με τιμή  $u_i^j$  ορισμένη από την περιοχή της  $D_i$ ), ονομάζεται *συστατικό λύσης* και δείχνεται από την  $c_{ij}$ . Το σύνολο όλων των πιθανών συστατικών λύσεων δείχνεται από την  $C$ . Μία παράμετρος ίχνους φερομόνης  $T_{ij}$  συνδέεται με κάθε συστατικό  $c_{ij}$ . Το σύνολο όλων των παραμέτρων ίχνους φερομόνης δείχνεται από την  $T$ . Η τιμή της παραμέτρου ίχνους φερομόνης δείχνεται από  $\tau_{ij}$  (και καλείται τιμή φερομόνης). Αυτή η τιμή φερομόνης χρησιμοποιείται και ενημερώνεται από τον ACO αλγόριθμο στη διάρκεια της αναζήτησης. Επιτρέπει τη μοντελοποίηση της κατανομής της πιθανότητας των διαφορετικών συστατικών της λύσης.

---

**Algorithm 1** Ant colony optimization metaheuristic

---

Set parameters, initialize pheromone trails  
**while** termination conditions not met **do**  
    ConstructAntSolutions  
    ApplyLocalSearch (optional)  
    UpdatePheromones  
**end while**

---

Στην ACO τα τεχνητά μυρμήγκια χτίζουν μια λύση σε ένα συνδυαστικό πρόβλημα βελτιστοποίησης με να διαπεράσουν τον αποκαλούμενο γράφο κατασκευής  $Gc(V, E)$ . Ο πλήρως συνδεδεμένος γράφος κατασκευής αποτελείται από ένα σύνολο κορυφών  $V$  και ένα σύνολο ακμών  $E$ . Το σύνολο των συστατικών  $C$  μπορεί να συνδεθεί είτε με το σύνολο των κορυφών  $V$  του γράφου  $Gc$ , είτε με το σύνολο των ακμών του  $E$ . Τα μυρμήγκια κινούνται από κόμβο σε κόμβο κατά μήκος των ακμών του γράφου, χτίζοντας επαυξητικά μια μερική λύση. Επιπλέον, τα μυρμήγκια καταθέτουν ένα ορισμένο ποσό φερομόνης στα συστατικά, δηλαδή είτε σε κόμβους

είτε στις ακμές που διαπερνούν. Το ποσό  $\Delta\tau$  της φερομόνης που κατατίθεται μπορεί να εξαρτηθεί από την ποιότητα της λύσης που βρίσκεται. Τα επόμενα μυρμήγκια χρησιμοποιούν τις πληροφορίες φερομονών ως οδηγό προς περισσότερες περιοχές υπόσχεσης του διαστήματος αναζήτησης.

Η ACO metaheuristic παρουσιάζεται στον αλγόριθμο 1. Αποτελείται από ένα βήμα αρχικοποίησης και έναν βρόχο τριών αλγοριθμικών συστατικών. Μια μοναδική επανάληψη του βρόχου αποτελείται από την κατασκευή των λύσεων από όλα τα μυρμήγκια, της (προαιρετικής) βελτίωσής τους με τη χρήση ενός τοπικού αλγορίθμου αναζήτησης, και μιας αναπροσαρμογής των φερομονών. Παρακάτω, εξηγούμε αυτά τα τρία αλγοριθμικά συστατικά λεπτομερέστερα.

**ConstructAntSolutions:** Ένα σύνολο  $m$  τεχνητών μυρμηγκιών κατασκευάζουν λύσεις από τα στοιχεία ενός πεπερασμένου συνόλου διαθέσιμων τμημάτων λύσης  $C = \{c_{ij}\}$ ,  $i=1, \dots, n$ ,  $j=1, \dots, |D_i|$ . Η κατασκευή λύσης ξεκινάει με μία κενή μερική λύση  $s^p = \emptyset$ . Τότε σε κάθε βήμα κατασκευής, η μερική λύση επεκτείνεται με την προσθήκη ενός εφικτού τμήματος λύσης από το σύνολο εφικτών γειτόνων  $N(s^p) \subseteq C$ . Η διαδικασία κατασκευής των λύσεων μπορεί να θεωρηθεί ως πορεία στην κατασκευή του γράφου  $Gc(V, E)$ . Τα επιτρεπτά μονοπάτια στο  $Gc$  καθορίζονται από το μηχανισμό κατασκευής λύσης που καθορίζει το σύνολο  $N(s^p)$  λαμβάνοντας υπόψη τη μερική λύση  $s^p$ .

Η επιλογή ενός τμήματος λύσης από το  $N(s^p)$  γίνεται πιθανολογικά σε κάθε βήμα κατασκευής της. Οι ακριβείς κανόνες για την πιθανολογική επιλογή των τμημάτων λύσης ποικίλλουν στις διαφορετικές παραλλαγές της ACO. Ο γνωστότερος κανόνας είναι εκείνος του συστήματος μυρμηγκιών (Ant System – AS) [19].

$$p(c_{ij} | s^p) = \frac{\tau_{ij}^\alpha \cdot \eta(c_{ij})^\beta}{\sum_{c_{il} \in N(s^p)} \tau_{il}^\alpha \cdot \eta(c_{il})^\beta}, \quad \forall c_{ij} \in N(s^p) \quad (2)$$

Όπου  $\tau_{ij}$  είναι η τιμή της φερομόνης συσχετισμένη με το συστατικό  $c_{ij}$  και  $\eta()$  είναι μια συνάρτηση που ορίζει σε κάθε βήμα κατασκευής μια ευρετική αξία σε κάθε

εφικτό τμήμα λύσης  $c_{il} \in \mathbb{N}(s^P)$ . Οι τιμές που δίνονται από αυτήν την συνάρτηση καλούνται συνήθως ευρετικές πληροφορίες. Επιπλέον,  $\alpha$  και  $\beta$  είναι θετικές παράμετροι, οι των οποίων τιμές καθορίζουν την ανάλογη σημασία της φερομόνης σε σχέση με τις ευρετικές πληροφορίες.

**ApplyLocalSearch:** Μόλις κατασκευαστούν οι λύσεις, και πριν ενημερωθούν οι φερομόνες, μερικές προαιρετικές ενέργειες μπορούν να απαιτηθούν. Αυτοί καλούνται συχνά daemon ενέργειες, και μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να εφαρμόσουν τις συγκεκριμένες ή/και συγκεντρωτικές με το πρόβλημα ενέργειες, οι οποίες δεν μπορούν να εκτελεστούν από μοναδικά μυρμήγκια. Η ενέργεια daemon που χρησιμοποιείται περισσότερο συνίσταται στην εφαρμογή της τοπικής αναζήτησης στις κατασκευασμένες λύσεις: οι τοπικά βελτιστοποιημένες λύσεις χρησιμοποιούνται έπειτα για να αποφασίσουν στην αναπροσαρμογή των φερομονών.

**UpdatePheromones:** Ο στόχος της αναπροσαρμογής φερομονών είναι να αυξηθούν οι τιμές φερομονών που συνδέονται με τις καλές ή ελπιδοφόρες λύσεις, και να μειωθούν εκείνες που συνδέονται με κακές. Συνήθως, αυτό πραγματοποιείται (i) με τη μείωση όλων των τιμών φερομονών μέσω της εξάτμισης φερομονών, και (ii) με την αύξηση των επιπέδων φερομονών που συνδέονται με ένα επιλεγμένο σύνολο καλών λύσεων  $S_{upd}$ :

$$\tau_{ij} \leftarrow (1 - \rho) \cdot \tau_{ij} + \rho \cdot \sum_{s \in S_{upd} | c_{ij} \in s} F(s), \quad (3)$$

Όπου  $S_{upd}$  είναι το σύνολο λύσεων που χρησιμοποιούνται για την αναπροσαρμογή,  $\rho \in (0,1]$  είναι μια παράμετρος αποκαλούμενη ποσοστό εξάτμισης, και  $F: S \rightarrow \mathbb{R}^+$  είναι μία συνάρτηση τέτοια ώστε  $f(s) < f(s') \Rightarrow F(s) \geq F(s'), \forall s \neq s' \in S$ . Η  $F()$  συνήθως καλείται fitness function.

Η εξάτμιση φερομονών απαιτείται για να αποφευχθεί μια πάρα πολύ γρήγορη σύγκλιση του αλγορίθμου. Εφαρμόζει μια χρήσιμη μορφή ξεχάσματος, ευνοώντας την εξερεύνηση νέων περιοχών στο διάστημα αναζήτησης. Οι διαφορετικοί ACO αλγόριθμοι, όπως, παραδείγματος χάριν ο Ant Colony System (ACS) ή ο MAX-MIN Ant System (MMAS) διαφέρουν στον τρόπο που ενημερώνουν τη φερομόνη.

Περιπτώσεις του κανόνα αναπροσαρμογής που παρουσιάζεται στη Σχέση 3 λαμβάνονται από τις διαφορετικές προδιαγραφές  $S_{upd}$ , το οποίο είναι σε πολλές περιπτώσεις ένα υποσύνολο  $S_{iter} \cup \{s_{bs}\}$ , όπου  $S_{iter}$  είναι το σύνολο λύσεων που κατασκευάστηκαν στην τρέχουσα επανάληψη, και  $s_{bs}$  είναι η best-so-far λύση, δηλαδή η καλύτερη λύση που έχει βρεθεί από την πρώτη επανάληψη αλγορίθμου. Ένα γνωστό παράδειγμα είναι ο AS-update κανόνας, δηλαδή ο κανόνας αναπροσαρμογής του Ant System [19], όπου:

$$S_{upd} \leftarrow S_{iter} \quad (4)$$

Ένα παράδειγμα του κανόνα αναπροσαρμογής φερομόνης το οποίο χρησιμοποιείται περισσότερο είναι το IB-update όπου IB σημαίνει καλύτερη επανάληψη (iteration-best):

$$S_{upd} \leftarrow \arg \max_{s \in S_{iter}} F(s) \quad (5)$$

Ο κανόνας αναπροσαρμογής IB εισάγει μια πολύ ισχυρότερη επιρροή προς τις καλές λύσεις σε σχέση με αυτές που βρίσκονται με τον κανόνα AS-update. Αν και αυτό αυξάνει την ταχύτητα με την οποία βρίσκονται οι καλές λύσεις, αυξάνει επίσης την πιθανότητα της πρόωρης σύγκλισης. Μια ακόμα πιο ισχυρή επιρροή εισάγεται από τον κανόνα BS- update, όπου οι BS αναφέρονται στη χρήση της καλύτερης έως τώρα

λύσης  $s_{bs}$ . Σε αυτήν την περίπτωση, η  $S_{upd}$  γίνεται  $\{s_{bs}\}$ . Στην πράξη, οι ACO



αλγόριθμοι που χρησιμοποιούν τις παραλλαγές του IB-update ή των κανόνων BS-update και που πρόσθετα περιλαμβάνουν μηχανισμούς για να αποφύγουν την πρόωρη σύγκλιση, επιτυγχάνουν καλύτερα αποτελέσματα από εκείνους που χρησιμοποιούν τον κανόνα AS-update.

### Παράδειγμα: το πρόβλημα του Πλανόδιου Πωλητή

Ένας από τους δημοφιλέστερους τρόπους να διευκρινιστεί πώς η μεταευριστική της ACO λειτουργεί, είναι μέσω της διαδικασίας υλοποίησης της στο πρόβλημα του Πλανόδιου Πωλητή (TSP). Το TSP αποτελείται από ένα σύνολο θέσεων (πόλεις) και ενός πλανόδιου πωλητή που πρέπει να επισκεφτεί όλες τις θέσεις μία και μόνο μία φορά. Οι αποστάσεις μεταξύ των θέσεων δίνονται και ο στόχος είναι να βρεθεί ένα Hamiltonian μονοπάτι ελάχιστου μήκους. Το πρόβλημα έχει αποδειχθεί NP-hard [21].

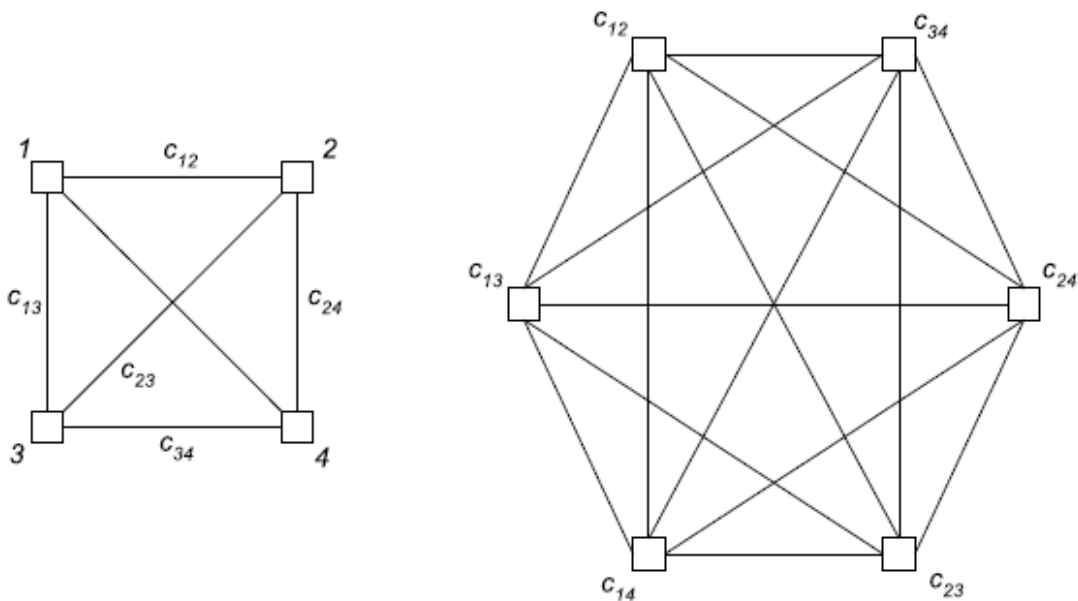


Figure 11: Παράδειγμα κατασκευής γράφου για 4 πόλεις TSP

Το πρώτο σχήμα δείχνει τα στοιχεία του γράφου να σχετίζονται με τις ακμές του ενώ το δεύτερο να σχετίζονται με τους κόμβους του.

Η εφαρμογή του ACO στο πρόβλημα TSP είναι απλή. Οι κινήσεις μεταξύ των θέσεων αποτελούν τμήματα της λύσης, δηλ. η κίνηση από την πόλη  $i$  στην πόλη  $j$  αποτελεί ένα τμήμα της λύσης  $c_{ij} \equiv c_{ji}$ . Η κατασκευή του γράφου  $G_C = (V, E)$

γίνεται με την συσχέτιση του συνόλου των θέσεων με το σύνολο  $V$  των κόμβων του γράφου. Δεδομένου ότι, σε γενικές γραμμές, είναι δυνατό να κινηθούμε από μία πόλη προς οποιοδήποτε άλλη, η γραφική παράσταση κατασκευής συνδέεται πλήρως και ο αριθμός των κόμβων είναι ίσος με τον αριθμό θέσεων που καθορίζονται από την περίπτωση του προβλήματος. Επιπλέον, τα μήκη των ακμών μεταξύ των κόμβων είναι ανάλογα προς τις αποστάσεις μεταξύ των θέσεων που αντιπροσωπεύονται από τους κόμβους αυτούς. Η φερομόνη σχετίζεται με το σύνολο  $E$  των ακμών της γραφικής παράστασης. Ένα παράδειγμα του γράφου κατασκευής  $G_C$  που προκύπτει παρουσιάζεται στο παραπάνω σχήμα.

Τα μυρμήγκια κατασκευάζουν τις λύσεις ως εξής. Κάθε μυρμήγκι αρχίζει από μια τυχαία επιλεγμένη θέση (κόμβο του γράφου κατασκευής  $G_C$ ). Κατόπιν, σε κάθε βήμα κατασκευής κινείται κατά μήκος των ακμών της γραφικής παράστασης. Κάθε μυρμήγκι κρατά στη μνήμη του το μονοπάτι που ακολούθησε στο γράφο, και στα επόμενα βήματα αυτό επιλέγει μεταξύ των ακμών οι οποίες οδηγούν σε κόμβους που δεν έχει επισκεφτεί. Ένα μυρμήγκι έχει κατασκευάσει μια λύση μόλις επισκεφτεί όλους τους κόμβους της γραφικής παράστασης. Σε κάθε βήμα κατασκευής το μυρμήγκι επιλέγει πιθανολογικά την ακμή που θα ακολουθήσει μεταξύ των διαθέσιμων (εκείνους που οδηγούν σε κόμβους που δεν έχουν επισκεφτεί ακόμη). Ο ακριβής κανόνας εξαρτάται από την εφαρμογή, ένα παράδειγμα αποτελεί η σχέση 2 παραπάνω. Μόλις τελειώσουν όλα τα μυρμήγκια το γύρο τους, η φερομόνη στις ακμές ενημερώνεται σύμφωνα με μια από τις πιθανές εφαρμογές (σχέση 3). Η ACO έχει αποδειχθεί ότι αποδίδει αρκετά καλά επάνω στο πρόβλημα του TSP [22].

Αξίζει επίσης να σημειωθεί ότι είναι δυνατό να συσχετιστεί ένα σύνολο τμημάτων λύσεως του TSP (ή οποιουδήποτε άλλου συνδυαστικού προβλήματος βελτιστοποίησης) με το σύνολο των κόμβων  $V$  παρά το σύνολο ακμών  $E$  του γράφου κατασκευής  $G_C$ . Για το TSP, αυτό θα σήμαινε τον συσχετισμό των κινήσεων μεταξύ των θέσεων με το σύνολο των κόμβων  $V$  του γράφου, και τις θέσεις με το σύνολο ακμών  $E$ . Το αντίστοιχο παράδειγμα κατασκευής γράφου για TSP 4 πόλεων παρουσιάζεται στο παραπάνω σχήμα της δευτέρας εικόνας. Κατά τη χρησιμοποίηση αυτής της προσέγγισης, η διαδικασία κατασκευής λύσης των μυρμηγκιών θα πρέπει

να τροποποιηθεί κατάλληλα: τα μυρμήγκια θα έπρεπε να κινηθούν από κόμβο σε κόμβο του γράφου επιλέγοντας με αυτόν τον τρόπο τις συνδέσεις μεταξύ των πόλεων.

Είναι σημαντικό να σημειωθεί ότι και οι δύο τρόποι τη γραφική παράσταση κατασκευής είναι σωστοί και οι δύο μπορούν να χρησιμοποιηθούν στην πράξη. Ανάλογα με το πρόβλημα προσιτό, κάποιο μπορεί να είναι πιο διαισθητικό από άλλο. Για παράδειγμα, για το πανεπιστημιακό πρόβλημα προγραμματισμού σειράς μαθημάτων (UCTP) ο δεύτερος φαίνεται καλύτερα ταιριαγμένου [23].

## 2.4 Κύριες Παραλλαγές της ACO

Διάφορες παραλλαγές της ACO έχουν προταθεί στη βιβλιογραφία. Παρουσιάζουμε τα κύρια χαρακτηριστικά των επιτυχέστερων μαζί με μια σύντομη λίστα των πρακτικών τους εφαρμογών. Θα προσπαθήσουμε να τους παρουσιάσουμε σε χρονολογική σειρά δεδομένου ότι οι νέες παραλλαγές είναι συχνά βασισμένες στις ιδέες που είχαν προταθεί νωρίτερα.

Στις επόμενες παραγράφους θα παρουσιάσουμε το σύστημα Ant System - την πρώτη εφαρμογή ενός ACO αλγόριθμου – και θα ακολουθήσει το MAX-MIN Ant System και το Ant Colony System. Αναφέρουμε επίσης μερικούς άλλους λιγότερο δημοφιλείς αλλά αρκετά ενδιαφέροντες, όπως ο hyper-cube ACO ή ο population-based ACO. Προκειμένου να διευκρινιστούν σαφώς οι μεταξύ τους διαφορές, χρησιμοποιούμε το παράδειγμα του προβλήματος του Πλανόδιου πωλητή, όπως περιγράφεται στο προηγούμενο υποκεφάλαιο.

### 2.4.1 Ant System

Το Ant System (AS) ήταν ο πρώτος αλγόριθμος ACO που έχει προταθεί στη βιβλιογραφία [6],[7],[8]. Το κύριο χαρακτηριστικό του είναι ότι οι τιμές φερομονών ενημερώνονται από όλα τα μυρμήγκια που έχουν ολοκληρώσει το μονοπάτι τους. Η αναπροσαρμογή της φερομόνης για  $\tau_{ij}$ , δηλ., για τις ακμές που ενώνουν τις πόλεις  $i$  και  $j$ , εκτελείται ως εξής:

$$\tau_{ij} \leftarrow (1 - \rho) \cdot \tau_{ij} + \sum_{k=1}^m \Delta \tau_{ij}^k, \quad (6)$$

όπου  $\rho$  είναι το ποσοστό εξάτμισης,  $m$  είναι ο αριθμός μυρμηγκιών, και  $\Delta \tau_{ij}^k$  είναι η ποσότητα φερομόνης ανά μονάδα μήκος που τοποθετείται στην άκρη  $(i,j)$  από το  $k$ -οστό μυρμήγκι:

$$\Delta \tau_{ij}^k = \begin{cases} \frac{Q}{L_k} & \text{αν το } k \text{ μυρμήγκι χρησιμοποιεί την } (i,j), \\ 0 & \text{διαφορετικά,} \end{cases} \quad (7)$$

Όπου  $Q$  είναι μία σταθερά και  $L_k$  είναι το μήκος του μονοπατιού του  $k$ -οστού μυρμηγκιού.

Κατά την κατασκευή των λύσεων, τα μυρμήγκια στο AS διανύουν ένα γράφο κατασκευής και λαμβάνουν πιθανολογική απόφαση σε κάθε κόμβο. Η μεταβατική πιθανότητα  $P_{ij}^k$  του  $k$ -οστού μυρμηγκιού που κινείται από την πόλη  $i$  προς την πόλη  $j$  δίνεται από:

$$P_{ij}^k = \begin{cases} \frac{\tau_{ij}^\alpha \cdot \eta_{ij}^\beta}{\sum_{i \in \text{επιτρεπτό } k} \tau_{il}^\alpha \cdot \eta_{ij}^\beta} & \text{αν το } j \in \text{επιτρεπτό } k, \\ 0 & \text{διαφορετικά,} \end{cases} \quad (8)$$

Όπου επιτρεπτό- $k$  είναι η λίστα των πόλεων που δεν έχουν επιστεφεί έως τώρα από το  $k$ -οστό μυρμήγκι και  $\alpha$  και  $\beta$  οι παράμετροι που ελέγχουν την ανάλογη σημασία

της φερομόνης σε σχέση με την ευριστική πληροφορία  $\eta_{ij}$  που δίνεται από:

$$\eta_{ij} = \frac{1}{d_{ij}}, \quad (9)$$

Όπου  $d_{ij}$  είναι το μήκος της ακμής (i,j).

Διάφορες εφαρμογές του AS αλγορίθμου έχουν εφαρμοστεί στα διαφορετικά συνδυαστικά προβλήματα βελτιστοποίησης. Ο πρώτος και ο πιο γνωστός είναι η εφαρμογή TSP [6],[7],[8]. Εντούτοις, ο AS χρησιμοποιήθηκε επίσης επιτυχώς για να αντιμετωπίσει άλλα συνδυαστικά προβλήματα. Ο AS-QAP αλγόριθμος χρησιμοποιήθηκε για να αντιμετωπίσει το τετραγωνικό πρόβλημα ανάθεσης (QAP), ο AS-JSP το πρόβλημα ανάθεσης εργασιών (JSP), ο AS-VRP για το πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων (VRP), και ο AS-SCS για το πρόβλημα της ελάχιστης κοινής υπερακολουθίας (SCS).

#### 2.4.2 MAX-MIN Ant System

Το MAX-MIN Ant System (MMAS) είναι μια βελτίωση της αρχικής ιδέας του Ant System. Το MMAS προτάθηκε από τους Stützle και Hoos [22] και εισάγει τις ακόλουθες δύο αλλαγές:

- Μόνο τα καλύτερα μυρμήγκια μπορούν να ανανεώνουν τα ίχνη της φερομόνης
- Οι ελάχιστες και οι μέγιστες τιμές της φερομόνης είναι καθορισμένες.

Ως εκ τούτου η εξίσωση 6 λαμβάνει την ακόλουθη νέα μορφή:

$$\tau_{ij} \leftarrow (1 - \rho) \cdot \tau_{ij} + \Delta \tau_{ij}^{best}, \quad (10)$$

όπου  $\Delta \tau_{ij}^k$  είναι η τιμή της αναπροσαρμογής της φερομόνης και ορίζεται από:

$$\Delta \tau_{ij}^{best} = \begin{cases} \frac{Q}{L_{best}} & \text{αν το καλύτερο μυρμήγκι χρησιμοποιεί την } (i,j), \\ 0 & \text{διαφορετικά,} \end{cases} \quad (11)$$

Το  $L_{best}$  είναι το μήκος του μονοπατιού του καλύτερου μυρμηγκιού. Αυτό μπορεί να είναι (υπό τον όρο της απόφασης του σχεδιαστή του αλγορίθμου) είτε το καλύτερο μονοπάτι που βρίσκεται στο τρέχουσα επανάληψη  $L_{ib}$ , είτε η καλύτερη λύση που έχει βρεθεί από την έναρξη του αλγορίθμου  $L_{bs}$ , είτε ένας συνδυασμός και των δύο.

Σχετικά με τα όρια των ελάχιστων και μέγιστων τιμών των φερομονών που επιτρέπονται, αντίστοιχα  $\tau_{min}$  και  $\tau_{max}$ , οι Stützle και Hoos προτείνουν ότι πρέπει να επιλεχθούν πειραματικά βασιζόμενοι στο πρόβλημα που αντιμετωπίζουμε.

Η μέγιστη τιμή  $\tau_{max}$  μπορεί να υπολογιστεί αναλυτικά υπό τον όρο ότι το βέλτιστο μήκος του μονοπατιού των μυρμηγκιών είναι γνωστό. Στην περίπτωση του TSP, το  $\tau_{max}$  δίνεται από:

$$\tau_{max} = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{1}{L^*}, \quad (12)$$

Όπου  $L^*$  είναι το μήκος του καλύτερου μονοπατιού. Η ελάχιστη τιμή φερομόνης  $\tau_{min}$  πρέπει να επιλεχτεί με προσοχή δεδομένου ότι έχει μια ισχυρή επιρροή στην απόδοση του αλγορίθμου. Παρουσιάζουμε μια αναλυτική προσέγγιση στην εύρεση αυτής της αξίας βασιζόμενοι στην πιθανότητα  $P_{best}$  όπου ένα μυρμήγκι κατασκευάζει το καλύτερο μονοπάτι έως τώρα. Αυτό γίνεται ως εξής. Κατ' αρχάς, υποτίθεται ότι σε κάθε βήμα κατασκευής ένα μυρμήγκι έχει έναν σταθερό αριθμό  $k$  διαθέσιμων επιλογών. Επομένως, η πιθανότητα ότι ένα μυρμήγκι λαμβάνει τη σωστή απόφαση (δηλ., την απόφαση που ανήκει στην ακολουθία αποφάσεων που οδηγούν

στην κατασκευή του καλύτερου μονοπατιού που έχει βρεθεί έως τώρα) σε κάθε ένα από τα  $n$  βήματα δίνεται από το  $p_{dec} = n^{-1} \sqrt{p_{best}}$ . Ο αναλυτικός τύπος που προτείνουν για την εύρεση του  $\tau_{min}$  είναι:

$$\tau_{min} = \frac{\tau_{max} \cdot (1 - p_{dec})}{k \cdot p_{dec}} \quad (13)$$

Για περισσότερες λεπτομέρειες στο πώς να επιλέξουμε τα  $\tau_{max}$  και  $\tau_{min}$ , αναφερόμαστε στη βιβλιογραφία [22]. Είναι σημαντικό να αναφερθεί εδώ ότι έχει παρουσιαστεί επίσης [23] ότι για μερικά προβλήματα η επιλογή μιας κατάλληλης τιμής  $\tau_{min}$  γίνεται ευκολότερα πειραματικά από ότι αναλυτικά.

Η διαδικασία της αναπροσαρμογής των φερομονών στο MMAS γίνεται επιβεβαιώνοντας ότι όλες οι τιμές των φερομονών είναι μέσα στα επιβληθέντα όρια:

$$\tau_{ij} = \begin{cases} \tau_{max} & \alpha \nu \tau_{ij} > \tau_{max} , \\ \tau_{min} & \alpha \nu \tau_{ij} < \tau_{min} \end{cases} \quad (14)$$

Το MAX-MIN Ant System παρείχε μια σημαντική βελτίωση πέρα από τη βασική απόδοση του Ant System. Ενώ οι πρώτες εφαρμογές εστίασαν στο TSP [22], εφαρμόστηκε αργότερα σε πολλά άλλα προβλήματα βελτιστοποίησης όπως το QAP ή το πανεπιστημιακό πρόβλημα προγραμματισμού σειράς μαθημάτων (UCTP) [23], το γενικευμένο πρόβλημα ανάθεσης (GAP), και το πρόβλημα κάλυψης συνόλου (SCP).

### 2.4.3 Ant Colony System

Μια άλλη βελτίωση πάνω στο αρχικό Ant System ήταν το Ant Colony System (ACS) που εισήχθη από Gambardella και Dorigo [16][17]. Η πιο ενδιαφέρουσα συμβολή του ACS είναι η εισαγωγή μιας τοπικής αναπροσαρμογής φερομονών εκτός από την

αναπροσαρμογή φερομονών που εκτελείται στο τέλος της διαδικασίας κατασκευής (που αποκαλείται εδώ εκτός-χρόνου αναπροσαρμογή φερομονών).

Η τοπική αναπροσαρμογή φερομόνης εκτελείται από όλα τα μυρμήγκια μετά από κάθε βήμα κατασκευής. Κάθε μυρμήγκι το εφαρμόζει μόνο στην τελευταία ακμή που διαβαίνει:

$$\tau_{ij} \leftarrow (1 - \varphi) \cdot \tau_{ij} + \varphi \cdot \tau_0, \quad (15)$$

όπου  $\varphi \in (0, 1]$  είναι ο συντελεστής εξάτμισης φερομονών, και  $\tau_0$  είναι η αρχική τιμή της φερομόνης.

Ο κύριος σκοπός της τοπικής αναπροσαρμογής είναι να διαφοροποιηθεί η αναζήτηση που εκτελείται από τα επόμενα μυρμήγκια κατά τη διάρκεια μιας επανάληψης. Στην πραγματικότητα, μειώνοντας την συγκέντρωση της φερομόνης στις ακμές καθώς μετακινούνται κατά τη διάρκεια μιας επανάληψης, ενθαρρύνει τα επόμενα μυρμήγκια να επιλέξουν άλλες ακμές και ως εκ τούτου να παραχθούν διαφορετικές λύσεις. Αυτό μειώνει την πιθανότητα τα διαφορετικά μυρμήγκια να παράγουν τις ίδιες λύσεις κατά τη διάρκεια μιας επανάληψης.

Η εκτός χρόνου αναπροσαρμογή των φερομονών, ομοίως στο MMAS, εφαρμόζεται στο τέλος κάθε επανάληψης από μόνο ένα μυρμήγκι (αυτό που βρήκε την καλύτερη λύση στην επανάληψη). Εντούτοις, ο τύπος αναπροσαρμογών είναι ελαφρώς διαφορετικός:

$$\tau_{ij} = \begin{cases} (1-\rho) \cdot \tau_{ij} + \Delta\tau_{ij}, & \text{αν η ακμή } (i,j) \text{ ανήκει στο } T_{best}, \text{ το καλύτερο μονοπάτι εως τώρα} \\ \tau_{ij} & \text{διαφορετικά,} \end{cases} \quad (16)$$

Και για την περίπτωση του TSP,  $\Delta\tau_{ij} = \frac{1}{L_{best}}$ .

Μια άλλη σημαντική διαφορά μεταξύ του AS και ACS είναι στον κανόνα απόφασης που χρησιμοποιείται από τα μυρμήγκια κατά τη διάρκεια της διαδικασίας κατασκευής



των λύσεων. Τα μυρμήγκια στο ACS χρησιμοποιούν τον αποκαλούμενο ψευδοτυχαίο ανάλογο κανόνα (pseudorandom proportional): η πιθανότητα για ένα μυρμήγκι για να κινηθεί από την πόλη  $i$  προς την πόλη  $j$  εξαρτάται από μια τυχαία μεταβλητή  $q$  κατανομημένη ομοιόμορφα στο  $[0,1]$ , και μια παράμετρος  $q_0$  όπου εάν  $q \leq q_0$ , τότε  $j = \arg \max_{l \in N(s^p)} \{\tau_{il} \eta_{il}^\beta\}$ , διαφορετικά χρησιμοποιείται η σχέση 8.

Το σύστημα ACS αναπτύχθηκε αρχικά για το πρόβλημα του πλανόδιου πωλητή, αλλά χρησιμοποιήθηκε αργότερα για να αντιμετωπίσει διάφορα συνδυαστικά προβλήματα βελτιστοποίησης, συμπεριλαμβάνοντας το πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων με χρονικούς περιορισμούς (Vehicle Routing Problem)[20] και χρονοπρογραμματισμού εργασιών (Timetabling).

#### 2.4.4 Άλλα Προβλήματα

Εκτός από τις κύριες παραλλαγές ACO που περιγράφηκαν παραπάνω, αξίζει τον hyper-cube ACO (HC-ACO) που πρότεινε ο Blum [24], και το population-based ACO (PB-ACO) που προτάθηκε από τους Guntzsch και Middendorf [25].

Η κύρια ιδέα που εισήγαγε ο HC-ACO είναι η κανονικοποίηση των τιμών φερομονών που χρησιμοποιούνται στον πίνακα φερομονών. Σύμφωνα με τον HC-ACO, οι τιμές των φερομονών πρέπει πάντα να ομαλοποιηθούν στο διάστημα  $[0,1]$ . Έχει αποδειχθεί [24] ότι αυτό κάνει τη συμπεριφορά του HC-ACO αλγόριθμου ανεξάρτητη της κλιμάκωσης της αντικειμενικής συνάρτησης, ένα επίμαχο ζήτημα για τους προηγούμενους ACO αλγόριθμους.

Ο βασισμένος στον πληθυσμό ACO (PB-ACO) εισάγει έναν νέο μηχανισμό για τις αναπροσαρμογές φερομονών. Όπως στον κανονικό ACO, μερικές από τις καλές λύσεις που βρίσκονται, χρησιμοποιούνται για να αυξήσουν τις τιμές φερομονών. Εντούτοις, η εξάτμιση φερομονών εφαρμόζεται διαφορετικά. Ο PB-ACO θυμάται τις λύσεις που χρησιμοποιούνται για να αυξήσουν τις τιμές φερομονών ( το σύνολο αυτών των λύσεων καλείται πληθυσμός, ως εκ τούτου και το όνομά του). Μόλις φθάσει ο πληθυσμός στη μέγιστη διάσταση του (μια παράμετρος του αλγορίθμου), οι

χειρότερες λύσεις στον πληθυσμό αφαιρούνται και αφήνουν το χώρο για τις νέες. Όταν μια λύση του πληθυσμού αφαιρείται, η φερομόνη που συνδεόταν με αυτήν αφαιρείται επίσης: αυτό επιτυγχάνεται με την εφαρμογή μιας αρνητικής αναπροσαρμογής φερομονών.

## **2.5 Μελλοντικές Κατευθύνσεις**

Σήμερα, η έρευνα στη ant colony βελτιστοποίηση είναι πολύ ενεργή. Περιλαμβάνει την εφαρμογή των αλγορίθμων ACO στα νέα πραγματικά προβλήματα παγκόσμιας βελτιστοποίησης ή στους νέους τύπους προβλημάτων, όπως η δυναμική βελτιστοποίηση, η πολλαπλών στόχων βελτιστοποίηση, τα πιθανολογικά προβλήματα, ή η συνεχής και η mixed-variable βελτιστοποίηση. Επίσης, με μια αυξανόμενη δημοτικότητα των παράλληλων αρχιτεκτονικών υλικού (πολλαπλών πυρήνα επεξεργαστές και τεχνολογία πλέγματος), γίνεται πολλή έρευνα για τη δημιουργία των παράλληλων εφαρμογών ACO που θα είναι σε θέση να εκμεταλλευτούν το διαθέσιμο υλικό (hardware). Σε αυτό το τμήμα παρουσιάζουμε σύντομα την τρέχουσα έρευνα σε αυτές τις νέες περιοχές.

### **2.5.1 Διαφορετικές Κατηγορίες προβλημάτων**

Ένας από τους νέους τομείς της εφαρμογής ACO είναι δυναμική βελτιστοποίηση. Αυτός ο τύπος προβλημάτων χαρακτηρίζεται από το γεγονός ότι το διάστημα αναζήτησης αλλάζει δυναμικά. Ενώ ένας αλγόριθμος ψάχνει για τις καλές λύσεις, οι συνθήκες της αναζήτησης καθώς επίσης και η ποιότητα των λύσεων που βρέθηκαν ήδη μπορούν να αλλάξουν. Αυτό θέτει ένα νέο ολόκληρο σύνολο ζητημάτων για το σχεδιασμό επιτυχών αλγορίθμων που μπορούν να αντιμετωπίσουν τέτοιες καταστάσεις. Γίνεται κρίσιμο για έναν αλγόριθμο να είναι σε θέση να ρυθμίσει την κατεύθυνση αναζήτησης, ακολουθώντας τις αλλαγές του προβλήματος που επιλύεται. Οι αρχικές προσπάθειες να εφαρμοστεί η ACO στα δυναμικά προβλήματα βελτιστοποίησης ήταν αρκετά επιτυχείς.

Η πολλαπλών στόχων βελτιστοποίηση είναι ένας άλλος τομέας εφαρμογών για μεταευσριστικές που έχουν λάβει αυξημένη προσοχή κατά τη διάρκεια προηγούμενων

ετών. Ένα πολλαπλών στόχων πρόβλημα βελτιστοποίησης περιλαμβάνει να λύσει ταυτόχρονα αρκετά προβλήματα βελτιστοποίησης με ενδεχομένως συγκρουόμενους στόχους. Για κάθε μία από τις αντικειμενικές συναρτήσεις, μία διαφορετική αντικειμενική χρησιμοποιείται για να αξιολογήσει την ποιότητα των λύσεων που βρέθηκαν. Οι αλγόριθμοι στοχεύουν συνήθως στην εύρεση του αποκαλούμενου Pareto συνόλου - δηλ., ένα σύνολο μη-επικρατέστερων λύσεων - με βάση τις καθορισμένες αντικειμενικές συναρτήσεις. Στο Pareto σύνολο, καμία λύση δεν είναι χειρότερη από οποιαδήποτε άλλη στο σύνολο, όταν αξιολογείται από όλες τις αντικειμενικές συναρτήσεις.

Τέλος, πρόσφατα οι ερευνητές προσπάθησαν να εφαρμόσουν τους αλγορίθμους ACO στα συνεχή προβλήματα βελτιστοποίησης. Όταν ένας αλγόριθμος που σχεδιάζεται για τη συνδυαστική βελτιστοποίηση χρησιμοποιείται για να αντιμετωπίσει ένα συνεχές πρόβλημα, η απλούστερη προσέγγιση είναι να διαιρεθεί η περιοχή κάθε μεταβλητής σε σύνολο διαστημάτων. Το σύνολο διαστημάτων είναι πεπερασμένο και μπορεί να αντιμετωπιστεί από τον αρχικό καθορισμένο αλγόριθμο βελτιστοποίησης. Εντούτοις, όταν η περιοχή των μεταβλητών είναι μεγάλη, και η απαραίτητη ακρίβεια είναι υψηλή, αυξάνονται τα προβλήματα στην προσέγγιση αυτή. Το μέγεθος του προβλήματος (δηλ., ο αριθμός των διαστημάτων) αυξάνεται, και οι συνδυαστικοί αλγόριθμοι βελτιστοποίησης γίνονται λιγότερο αποδοτικοί. Επίσης, αυτή η προσέγγιση απαιτεί τον αριθμό των  $n$  priori – δηλαδή πριν εκτελεστεί ο αλγόριθμος. Σε περίπτωση πραγματικών προβλημάτων, αυτό δεν είναι πάντα εφικτό.

Εξαιτίας αυτών των λόγων, αναπτύχθηκαν αλγόριθμοι βελτιστοποίησης ικανοί να χειριστούν τις συνεχείς παραμέτρους τοπικά. Πρόσφατα, ο Socha [23] επέκτεινε τον ACO σε συνεχή προβλήματα. Η έρευνα σε αυτόν τον τομέα βρίσκεται σε εξέλιξη και φαίνεται να οδηγεί σε νέες, αποδοτικές εφαρμογές ACO για συνεχή και πολλών-μεταβλητών προβλήματα.

## 2.5.2 Παράλληλες εφαρμογές ACO

Ο παραλληλισμός των αλγορίθμων γίνεται όλο και περισσότερο μια ενδιαφέρουσα και πρακτική επιλογή για τους σχεδιαστές αλγορίθμων. Ο ACO είναι ιδιαίτερα καλοταίριασμένος για τις παράλληλες εφαρμογές χάρη στα μυρμηγκία που λειτουργούν με έναν ανεξάρτητο και ασύγχρονο τρόπο. Έχουν υπάρξει ήδη πολλές προσπάθειες να προταθούν παράλληλοι ACO αλγόριθμοι. Ομαδοποιούνται συνήθως σύμφωνα με τη σχέση υπολογισμού και επικοινωνίας (parallel grain). Έπειτα μπορούμε να διακρίνουμε μεταξύ των χονδρόκοκκων (coarse-grained) και λεπτόκοκκων (fine-grained) προτύπων. Ενώ η πρώτη περίπτωση χαρακτηρίζεται από πολλά μυρμηγκία χρησιμοποιώντας την ίδια επεξεργαστική ισχύ και τη σπάνια επικοινωνία μεταξύ των επεξεργαστών, στην δεύτερη γίνεται χρήση λίγων μόνο μυρμηγκιών σε κάθε CPU και μεταφέρεται πολλή πληροφορία μεταξύ τους. Μια αναθεώρηση των τάσεων και των στρατηγικών στο σχεδιασμό των παράλληλων αλγορίθμων μπορεί να βρεθεί στη βιβλιογραφία [26].

Οι Randall και Lewis πρότειναν μια πρώτη εύλογη και πλήρη ταξινόμηση εφαρμογών παράλληλων ACO. Αν και πολλές παράλληλες εφαρμογές ACO έχουν προταθεί στη βιβλιογραφία, τα αποτελέσματα είναι αποσπασματικά και δύσκολο να συγκριθούν. Τα πειράματα είναι συνήθως περιορισμένης κλίμακας και αφορούν διαφορετικά προβλήματα βελτιστοποίησης. Επίσης, δεν συγκρίνονται όλες οι προτεινόμενες παράλληλες εφαρμογές με τις αντίστοιχές τους, το οποίο είναι ουσιαστικά ένα μέτρο της χρησιμότητάς τους. Όλο αυτό υπονοεί ότι είναι απαραίτητη περισσότερη έρευνα στον τομέα του παραλληλισμού της ACO μεταευριστικής.

## 2.5.3 Συμπεράσματα

Έχουμε παρουσιάσει μια εισαγωγή στη βελτιστοποίηση αποικιών μυρμηγκιών (ant colony) μιας μεταευριστικής που εμπνέεται από τη συμπεριφορά των πραγματικών μυρμηγκιών για την αναζήτηση της τροφής τους. Το κεντρικό συστατικό της ACO είναι το πρότυπο φερομονών βασισμένο στο ελλογεύον πρότυπο του προβλήματος που επιλύουμε. Η βασική ιδέα ACO, που έχει τυποποιηθεί σε ένα μεταευριστικό πλαίσιο, αφήνει πολλές επιλογές στο σχεδιαστή του αλγορίθμου. Διάφορες

παραλλαγές ACO έχουν προταθεί ήδη, με επιτυχέστερη να είναι οι MMAS Ant System και Ant Colony System.

Η ACO είναι σχετικά μια νέα μεταευριστική, όταν συγκρίνεται με άλλες όπως ο εξελικτικός υπολογισμός (evolutionary computation), η αναζήτηση ταμπού (tabu search), ή η μιμούμενη απόπτηση (simulated annealing). Ακόμα, έχει αποδειχθεί να είναι αρκετά αποδοτική και ευέλικτη. Οι αλγόριθμοι ACO είναι σήμερα σημείο αναφοράς για την επίλυση πολλών συνδυαστικών προβλημάτων βελτιστοποίησης συμπεριλαμβανομένου του διαδοχικού προβλήματος διαταγής (SOP), ο προγραμματισμός των πόρων ενός έργου (RCPS), και το πρόβλημα του ανοικτού καταστήματος (OSS) . Για μια σε βάθος επισκόπηση του ACO, συμπεριλαμβανομένων των εφαρμογών, ο ενδιαφερόμενος αναγνώστης πρέπει να αναφερθεί στη βιβλιογραφία [18].

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3<sup>ο</sup>

### Orthogonal Frequency Division Multiplexing

#### 3.1 Η ιστορία της OFDM τεχνικής

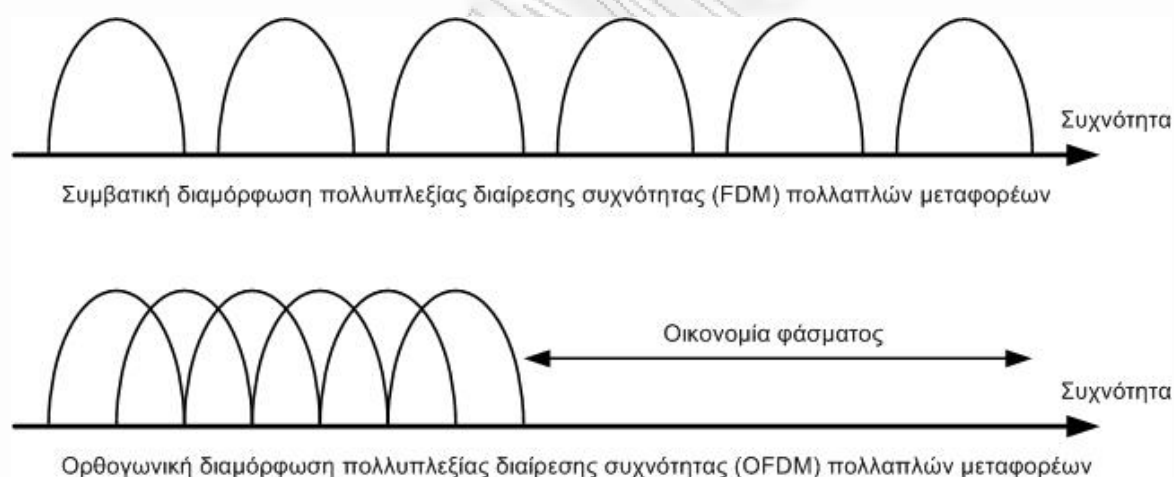
Για να επιτευχθούν υψηλές ταχύτητες μετάδοσης και παράλληλα να διασφαλιστεί η ακριβής μετάδοση των δεδομένων δεν αρκεί, όπως θα διαπιστωθεί παρακάτω, ένα σύστημα απλού φέροντος (όπου ολόκληρη η πληροφορία μεταφέρεται σε μία και μοναδική συχνότητα). Ως εκ τούτου, δημιουργήθηκε η ανάγκη να χρησιμοποιηθεί ένα σύστημα *πολλαπλών φερόντων* (όπου η πληροφορία *διαμοιράζεται* σε πολλές συχνότητες που θα είναι σε θέση να αντιμετωπίσει τα εμπόδια που το ασύρματο περιβάλλον θέτει και ένα σύστημα απλού φέροντος δεν είναι σε θέση να αντιμετωπίσει, αποτελεσματικά).

Η έννοια της χρησιμοποίησης της παράλληλης μετάδοσης πληροφορίας με τη βοήθεια πολυπλεξία διαίρεσης συχνότητας (Frequency Division Multiplexing - FDM) δημοσιεύθηκε στα μέσα της δεκαετίας του '60 [28],[29]. Ενδιαφέρον για αυτή την φερέλιδα τεχνική και κάποια πρόωμη ανάπτυξη είχε ξεκινήσει στη δεκαετία του '50. Ένα αμερικάνικο δίπλωμα ευρεσιτεχνίας συμπληρώθηκε και εκδόθηκε τον Ιανουάριο, του 1970 [30]. Η ιδέα ήταν να χρησιμοποιηθούν παράλληλα ρεύματα πληροφορίας και FDM με επικάλυψη υποκαναλιών για να αποφευχθεί η χρήση εξισοροπητή (equalizer) υψηλής ταχύτητας και για να καταπολεμηθεί ο ωστικός θόρυβος (impulse noise) και η πολλαπλών διόδευσεων παραμόρφωση καθώς επίσης και για να χρησιμοποιήσει πλήρως το διαθέσιμο εύρος ζώνης (σε σχέση με τα συμβατικά συστήματα FDM που δεν χρησιμοποιούν επικάλυψη υποκαναλιών). Η αρχή των παράλληλων ρευμάτων πληροφορίας η στηριζόταν στο γνωστό ρητό *Divide et Impera* (διαίρει και βασίλευε) και θα γίνει κατανοητό στις επόμενες παραγράφους.

Οι αρχικές εφαρμογές ήταν στις στρατιωτικές επικοινωνίες (KINEPLEX [31], ANDEFT [32], KATHRYN [33]). Στον τηλεπικοινωνιακό τομέα, ο όρος διακριτός πολυτόνος (Discrete Multi-Tone), πολυδιαυλική διαμόρφωση (Multichannel Modulation) και διαμόρφωση πολλαπλών φερόντων (Multi Carrier Modulation) είναι ευρέως χρησιμοποιούμενα και μερικές φορές ομότιμης σημασίας με την OFDM τεχνική.

Στην OFDM τεχνική, κάθε φέρον είναι ορθογώνιο με όλα τα άλλα φέροντα. Εντούτοις, αυτή η προϋπόθεση δεν διατηρείται πάντα στο MCM. Η OFDM τεχνική είναι μια βέλτιστη έκδοση των παραπάνω πολλαπλών φερόντων σχεδίων μετάδοσης.

Οι Weinstein και Ebert [34] εφάρμοσαν το διακριτό μετασχηματισμό Fourier (DFT) για να παραλληλίσουν το σύστημα μετάδοσης στοιχείων ως τμήμα της διαδικασίας διαμόρφωσης και αποδιαμόρφωσης. Εκτός από την εξάλειψη των ταλαντωτών φερόντων και των συνελκτικών αποδιαμορφωτών που απαιτούνταν από ένα σύστημα FDM, μια απολύτως ψηφιακή εφαρμογή θα μπορούσε να κατασκευαστεί γύρω από ένα εξειδικευμένο υλισμικό εκτελώντας το γρήγορο μετασχηματισμό Fourier (FFT). Οι πρόσφατες πρόοδοι στην τεχνολογία VLSI επιτρέπουν την κατασκευή μεγάλων ταχυτήτων διόδων που μπορούν να εκτελούν μεγάλου μέγεθος FFT, σε χαμηλό κόστος.



**Figure 12: Σύγκριση χρησιμοποίησης διαθέσιμου εύρους ζώνης για FDM και OFDM.**

Στη δεκαετία του '80, η OFDM τεχνική μελετήθηκε για μεγάλης ταχύτητας modems, τις ψηφιακές κινητές τηλεπικοινωνίες και την υψηλής πυκνότητας ψηφιακή εγγραφή [35]. Ένα από τα συστήματα χρησιμοποίησε έναν πειραματικό (πilotικό) τόνο για τη σταθεροποίηση του φέροντος και τον έλεγχο συχνότητας ρολογιού [36]. Διάφορα γρήγορα modems αναπτύχθηκαν για τα τηλεφωνικά δίκτυα [37].

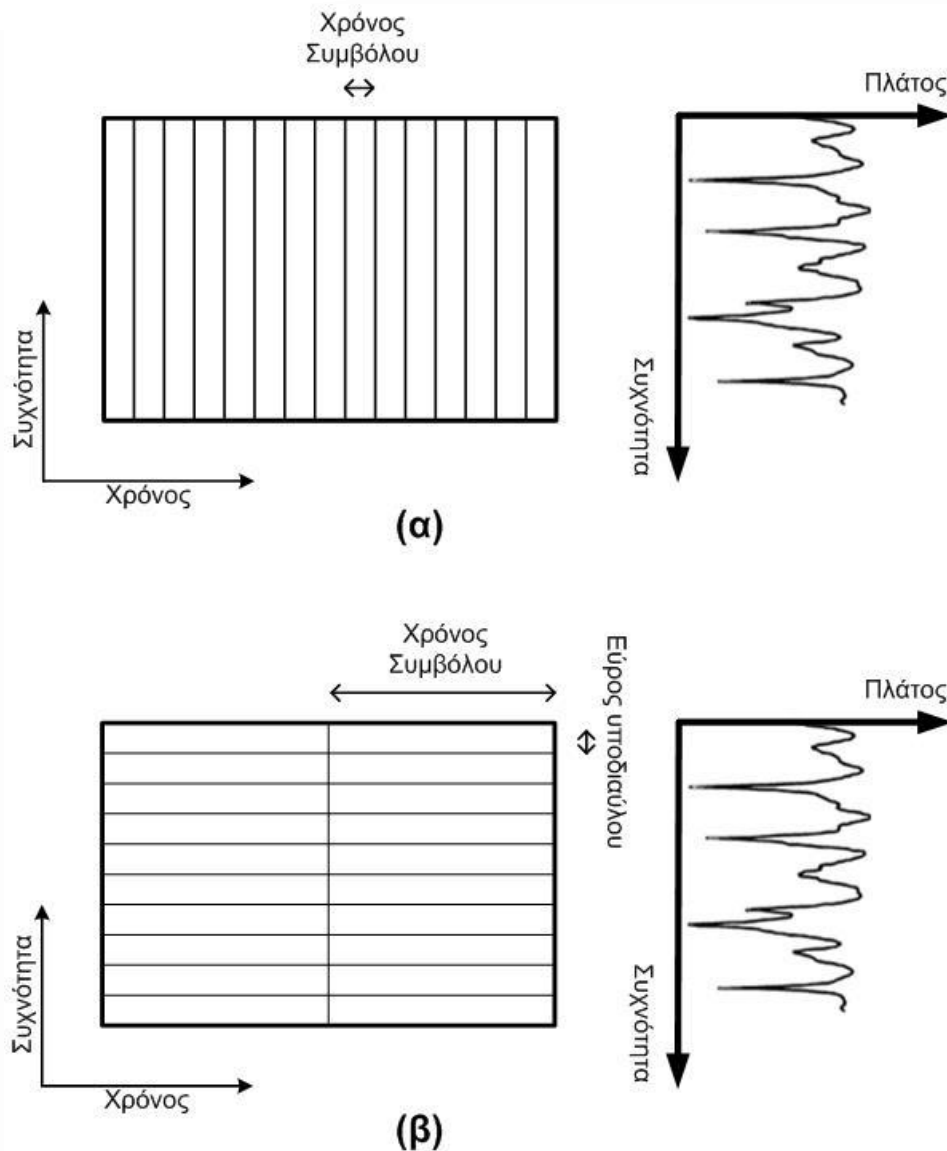
Στη δεκαετία του '90, η OFDM τεχνική χρησιμοποιήθηκε για ευρείας ζώνης μετάδοση πληροφορίας σε ραδιοκάναλια FM, στις ψηφιακές συνδρομητικές

γραμμές υψηλού ρυθμού (HDSL, 1,6 Mbps), στις ασύμμετρες ψηφιακές συνδρομητικές γραμμές (ADSL, έως 6 Mbps), σε πολύ μεγάλου ρυθμού ψηφιακές συνδρομητικές γραμμές (VHDSL, 100 Mbps), στον ραδιοφωνικό ψηφιακό ήχο (DAB) και επίγεια αναμετάδοση HDTV.

### 3.2 Ποιοτική ανάλυση της OFDM τεχνικής

Στο επόμενο σχήμα (σχ. 13) φαίνεται η επίδραση της υιοθέτησης ενός συστήματος Πολλαπλού φέροντος (multicarrier). Για ένα δεδομένο ρυθμό πληροφορίας (data rate), αυξάνοντας τον αριθμό φερόντων μειώνεται ο ρυθμός πληροφορίας που κάθε μεμονωμένο φέρον πρέπει να μεταβιβάσει και ως εκ τούτου (για ένα δεδομένο σύστημα διαμόρφωσης) επιμηκύνει την περίοδο συμβόλων. Αυτό σημαίνει ότι η ενδοσυμβολική παρεμβολή (ISI) επηρεάζει σε μικρότερο ποσοστό κάθε σύμβολο καθώς ο αριθμός των φερόντων και άρα ο ρυθμός συμβόλων μεγαλώνει. Για ένα σύστημα απλού φέροντος (single carrier), οι χρονικές αποκρίσεις των συμβόλων επικαλύπτονται και συνεπώς προκαλούν ενδοσυμβολική παρεμβολή (ISI) και αυτό φαίνεται και από την frequency-selective απόκριση του ραδιοδιαύλου. Το multicarrier σύστημα είναι ισχυρό ενάντια σε αυτή τη φυσική επίδραση και οι επιπτώσεις της ενδοσυμβολικής παρεμβολής περιορίζονται.





**Figure 13: Η βελτίωση απόδοσης λόγω υιοθέτησης multicarrier συστήματος. (α) single-carrier σύστημα σε δίαυλο με frequency selective απόκριση συχνότητας, (β) multi-carrier σύστημα σε δίαυλο με frequency selective απόκριση συχνότητας.**

Σε ένα συμβατικό σειριακό σύστημα, τα σύμβολα διαβιβάζονται διαδοχικά, με το φάσμα συχνότητας κάθε συμβόλου πληροφορίας να επιτρέπεται να καταλαμβάνει ολόκληρο το διαθέσιμο εύρος ζώνης. Σε ένα παράλληλο σύστημα μετάδοσης στοιχείων τα διάφορα σύμβολα διαβιβάζονται συγχρόνως, το οποίο προσφέρει τη δυνατότητα να αντιμετωπίζονται πολλά από τα προβλήματα που εμφανίζονται στα σειριακά συστήματα.

Με την OFDM τεχνική, η πληροφορία διαιρείται μεταξύ μεγάλου αριθμού κοντινών κατά διαστήματα χωρισμένων φερόντων. Αυτό αποτελεί το "πολυπλεξία διαίρεση

συχνότητας" (Frequency Division Multiplexing - FDM) μέρος του ονόματος της OFDM τεχνικής. Αυτό δεν σημαίνει ότι αποτελεί μια τεχνική πολλαπλής πρόσβασης (multiple access technique), δεδομένου ότι δεν υπάρχει κανένα κοινό μέσο που μοιράζεται. Μια ενιαία πηγή στοιχείων γεμίζει ολόκληρο το εύρος ζώνης. Αντί να έχουμε διαβίβαση με σειριακό τρόπο, η πληροφορία μεταφέρεται παράλληλα. Μόνο ένα μικρό ποσοστό της πληροφορίας μεταφέρεται από κάθε φέρον και με αυτή τη μείωση του ρυθμού δυαδικών ψηφίων ανά φέρον (όχι το συνολικό ρυθμό δυαδικών ψηφίων) η επιρροή της ενδοσυμβολικής παρεμβολής μειώνεται σημαντικά. Σε γενικές γραμμές, πολλά σχέδια διαμόρφωσης θα μπορούσαν να χρησιμοποιηθούν για να διαμορφώσουν την πληροφορία σε χαμηλό ρυθμό δυαδικών ψηφίων επάνω σε κάθε φέρον.

Λόγω της διαίρεσης ολόκληρου του εύρους ζώνης καναλιών σε πολλές στενές υποζώνες, η απόκριση συχνότητας πέρα από κάθε μεμονωμένη υποζώνη είναι σχετικά επίπεδη. Δηλαδή το εύρος ζώνης του υποδιαύλου είναι μικρότερο από το εύρος ζώνης συνοχής  $B_c$  (correlation bandwidth). Δεδομένου ότι κάθε υποκανάλι καλύπτει μόνο ένα μικρό μέρος του αρχικού εύρους ζώνης, ο εξισορροπητής (equalizer) είναι ενδεχομένως απλούστερος απ'ό,τι σε ένα σειριακό σύστημα στοιχείων απλού φέροντος (single carrier) ή αν σχεδιαστεί κατάλληλα το σύστημα δεν υπάρχει ανάγκη για equalizers. Ένας απλός αλγόριθμος εξισορρόπησης μπορεί να ελαχιστοποιήσει τη μέση τετραγωνική παραμόρφωση σε κάθε υποδιάυλο καθώς επίσης η εφαρμογή διαφορικής κωδικοποίησης μπορεί να καταστήσει πιθανό να αποφευχθεί εντελώς η χρήση equalizer [34]. Αυτό επιτρέπει την ακριβή αναδημιουργία της πλειοψηφίας των συμβόλων, ακόμη και χωρίς διόρθωση λάθους (Forward Error Correction).

Επιπλέον, με τη χρησιμοποίηση ενός διαστήματος προστασίας (guard time interval) η ευαισθησία του συστήματος στην καθυστέρηση (delay spread) μπορεί να μειωθεί, όπως θα εξηγηθεί και παρακάτω. Σε ένα κλασσικό παράλληλο σύστημα, η συνολική ζώνη συχνότητας σημάτων διαιρείται σε  $N$  μη αλληλεπικαλυπτόμενα υποκανάλια. Κάθε υποκανάλι είναι διαμορφωμένο με ένα ξεχωριστό σύμβολο και, κατόπιν, τα  $N$  υποκανάλια πολυπλέκονται στη συχνότητα. Υπάρχουν 2 τρόποι που μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να χωρίσουν τις υποζώνες:

1. Χρήση φίλτρων για να χωριστούν εντελώς οι υποζώνες. Αυτή η μέθοδος χρησιμοποιείται από τη συμβατική τεχνολογία FDM. Ο περιορισμός της εφαρμογής φίλτρων αναγκάζει το εύρος ζώνης κάθε υποζώνης για να είναι ίσο με  $(1+\alpha) \cdot f_m$ , όπου  $\alpha$  είναι ο παράγοντας roll-off και  $f_m$  είναι το εύρος ζώνης Nyquist. Ένα άλλο μειονέκτημα είναι ότι είναι δύσκολο να κατασκευαστεί ένα αντιστοιχημένο φίλτρο (matched filter) όταν ο αριθμός φερόντων είναι μεγάλος.

2. Χρήση διακριτού μετασχηματισμού κατά Fourier (DFT) για να διαμορφωθούν και να αποδιαμορφωθούν τα παράλληλα στοιχεία, κάτι που συνεπάγεται εκμετάλλευση της ορθογωνιότητας. Τα μεμονωμένα φάσματα είναι τώρα συναρτήσεις sinc. Η τεχνική FDM επιτυγχάνεται, όχι με το ζωνοπερατό φιλτράρισμα, αλλά με την baseband επεξεργασία. Χρησιμοποιώντας αυτήν την μέθοδο, και ο πομπός και ο δέκτης μπορούν να κάνουν χρήση αποδοτικών τεχνικών FFT που μειώνουν τον αριθμό διαδικασιών από το  $N^2$  στον DFT, κάτω σε  $N \log N$ .

Η τεχνική OFDM μπορεί να οριστεί απλά ως μια μορφή διαμόρφωση πολλαπλών φερόντων (multicarrier modulation) όπου το διάστημα μεταξύ των φερόντων επιλέγεται προσεκτικά έτσι ώστε κάθε φέρον να είναι ορθογώνιο στα άλλα φέροντα. Αυτό αποτελεί το "ορθογώνιο" μέρος του ονόματος της OFDM τεχνικής. Όπως είναι ευρέως γνωστό, τα ορθογώνια σήματα μπορούν να χωριστούν στο δέκτη από τις τεχνικές συσχετισμού και ως εκ τούτου η ενδοσυμβολική παρεμβολή μεταξύ των καναλιών μπορεί να καταπολεμηθεί. Ορθογωνιότητα μπορεί να επιτευχθεί με προσεκτική επιλογή των διαστημάτων μεταξύ των φερόντων, όπως να αφήσουμε τα διαστήματα που χωρίζουν τα φέροντα να είναι ίσα με το αντίστροφο της χρήσιμης περιόδου συμβόλων, χωρίς δηλαδή το χρονικό διάστημα - προστασίας (guard interval).

Ενώ ένα σύστημα που υλοποιεί μετάδοση OFDM λύνει το πρόβλημα της ενδοσυμβολικής παρεμβολής, με χρήση κυκλικού προθέματος –όπως αναφέρθηκε παραπάνω και θα εξηγηθεί παρακάτω- και με προσεκτική επιλογή των παραμέτρων του συστήματος, έχει να αντιμετωπίσει και το πρόβλημα της ενδοπαρεμβολής φερόντων (Intercarrier Interference - ICI), δηλαδή η παρεμβολή μεταξύ όμορων φερόντων, που προκαλείται από την απώλεια της ορθογωνιότητας των φερόντων

λόγω αστάθειας στη συχνότητα φέροντος, timing offset (μετατόπιση συχνότητας) ή λόγω θορύβου φάσης και γενικότερα λόγω έλλειψης ακριβούς συγχρονισμού πομπού-δέκτη. Η ISI και η ICI είναι δυικά ανάλογα (duals). Η ISI εμφανίζεται στο πεδίο του χρόνου και η ICI στο πεδίο της συχνότητας. Η ενδοπαρεμβολή φερόντων είναι το μεγαλύτερο πρόβλημα ενός συστήματος πολλαπλών φερόντων και πρέπει να λαμβάνεται σοβαρά υπόψη κατά την σχεδίαση ενός OFDM συστήματος.

### 3.3 Η σημασία της ορθογωνιότητας

Το "ορθογώνιο" μέρος του ονόματος OFDM δείχνει ότι υπάρχει μια ακριβής μαθηματική σχέση μεταξύ των συχνοτήτων των φερόντων στο σύστημα. Σε ένα κανονικό σύστημα FDM, τα φέροντα χωρίζονται κατά διαστήματα, μακριά το ένα από το άλλο όπως φαίνεται στο σχ. 6, με τέτοιο τρόπο ώστε τα σήματα να μπορούν να παραληφθούν χρησιμοποιώντας συμβατικά φίλτρα και αποδιαμορφωτές. Σε τέτοιους δέκτες, οι ζώνες προστασίας πρέπει να εισαχθούν μεταξύ των διαφορετικών φερόντων, και η εισαγωγή αυτών των ζωνών προστασίας (guard bands) φέρνει ως αποτέλεσμα στη περιοχή συχνότητας μείωση της αποδοτικότητας της χρήσης του φάσματος.

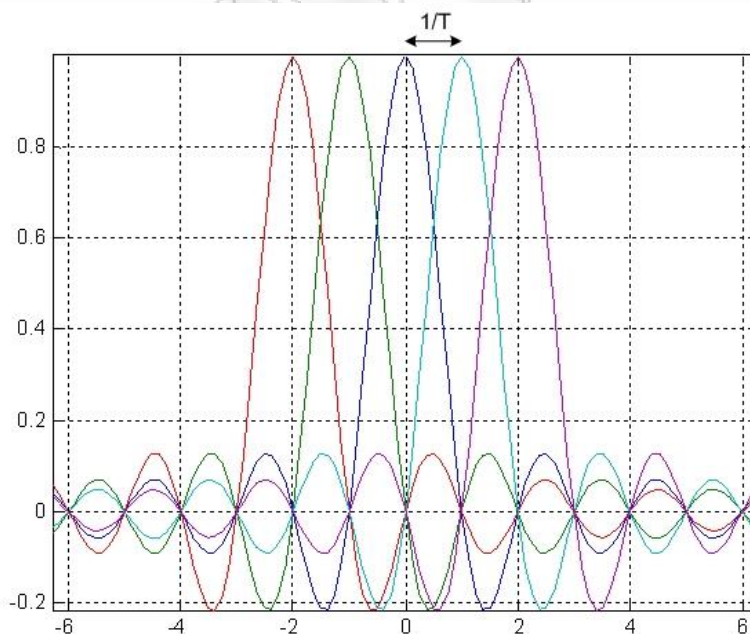


Figure 14: OFDM φάσμα μετάδοσης.

Είναι δυνατό, εντούτοις, να τακτοποιηθούν τα φέροντα σε ένα σήμα OFDM έτσι ώστε οι πλευρικές ζώνες συχνοτήτων των μεμονωμένων φερόντων να επικαλύπτονται και τα σήματα να μπορούν ακόμα να παραληφθούν χωρίς παρακείμενη ενδοπαρεμβολή φερόντων (intercarrier interference). Προκειμένου να γίνει αυτό τα φέροντα πρέπει να είναι από μαθηματική άποψη ορθογώνια (Σχ. 14).

Ο δέκτης ενεργεί ως συστοιχία αποδιαμορφωτών, που μεταφράζουν κάθε φέρον. Το προκύπτον σήμα έπειτα ενσωματώνεται κατά τη διάρκεια μιας περιόδου συμβόλων για να ανακτηθεί η ακατέργαστη πληροφορία (raw data). Εάν τα άλλα φέροντα “κτυπούν” σε συχνότητες που, στη χρονική περιοχή (time domain), έχουν ακέραιο αριθμό κύκλων στην περίοδο συμβόλου ( $T$ ), τα αποτελέσματα της διαδικασίας ολοκλήρωσης οδηγούν σε μηδενικό αποτέλεσμα για όλα αυτά τα φέροντα. Κατά συνέπεια τα φέροντα είναι γραμμικά ανεξάρτητα (δηλ. ορθογώνια) εάν το διάστημα φερόντων είναι πολλαπλάσιο του  $1/T$  ( $\Delta f = k / T$ ,  $k$  φυσικός αριθμός).

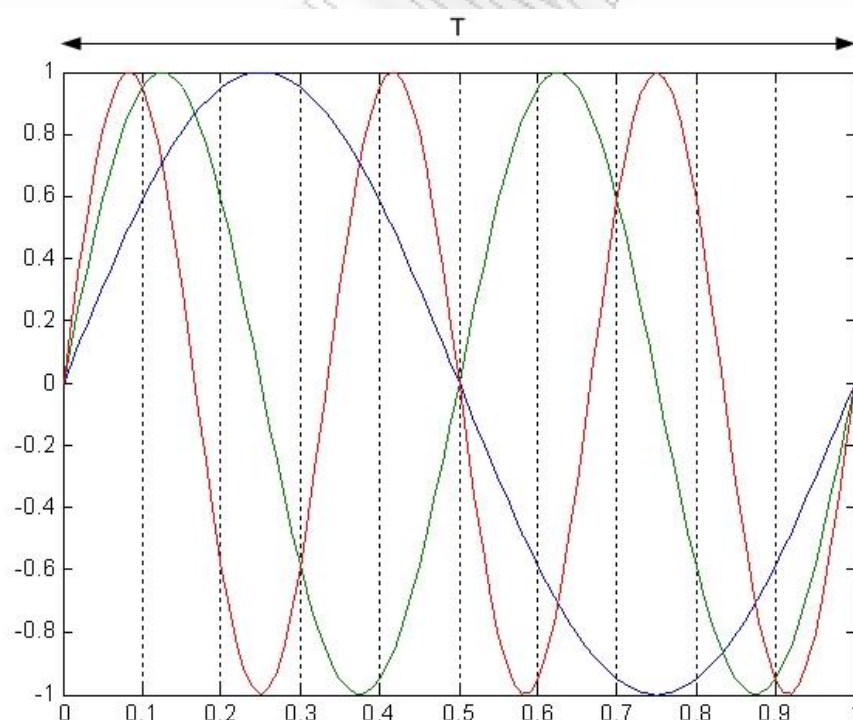


Figure 15: Η κυματομορφή των φερόντων σε μια μετάδοση OFDM

Από μαθηματική άποψη, υποθέστε ότι έχουμε ένα σύνολο σημάτων  $\psi$ , όπου  $\psi_p$  είναι το  $p$ -στοιχείο του συνόλου. Τα σήματα είναι ορθογώνια εάν

$$\int_a^b \Psi_p(t) \Psi_q^*(t) dt = 0, p \neq q$$

όπου  $*$  δείχνει το μιγαδικό συζυγή και το διάστημα  $[a,b]$  είναι μια περίοδος συμβόλων. Η περίπτωση που μας ενδιαφέρει στη προκειμένη περίπτωση είναι :

$$\int_0^{T_s} e^{j2\pi f_p t} \cdot e^{-j2\pi f_q t} dt = 0, p \neq q$$

Όπου  $f_k = k / T_s$ .

### 3.4 Επιλογή βασικών παραμέτρων συστήματος OFDM

#### Χρήσιμη διάρκεια συμβόλου

Η χρήσιμη διάρκεια  $T$  συμβόλου επηρεάζει τα διαστήματα που χωρίζουν τα φέροντα και την καθυστέρηση κωδικοποίησης. Για να διατηρηθεί η ρυθμοαπόδοση της πληροφορίας (data throughput), μια μεγαλύτερη χρήσιμη διάρκεια συμβόλων οδηγεί στην αύξηση του αριθμού φερόντων και του μεγέθους του FFT (υποτίθεται ότι το σχήμα διαμόρφωσης είναι σταθερό). Στην πράξη, η μετατόπιση (offset) των φερόντων και η σταθερότητα φάσης μπορούν να έχουν επιπτώσεις στο πόσο κοντά δύο φέροντα μπορούν να βρεθούν. Εάν μας ενδιαφέρει κινητός δέκτης, το διάστημα μεταξύ των φερόντων πρέπει να είναι αρκετά μεγάλο έτσι ώστε να γίνει η επίδραση της μετατόπισης Doppler αμελητέα. Γενικά, η χρήσιμη διάρκεια συμβόλων πρέπει να επιλεγεί έτσι ώστε το κανάλι να είναι σταθερό (flat fading) κατά τη διάρκεια ενός συμβόλου.

#### Αριθμός των φερόντων

Ο αριθμός των φερόντων μπορεί να βασιστεί στο εύρος ζώνης του καναλιού, στην ρυθμοαπόδοση της πληροφορίας (data throughput) και στη χρήσιμη διάρκεια

συμβόλου (χωρίς να συνυπολογίζεται ο ρυθμός κωδικοποίησης και το σχήμα διαμόρφωσης).

$$N = \frac{T}{T_s}$$

Όπου  $T$  χρόνος συμβόλου (περιλαμβάνει το χρήσιμο χρόνο  $T_{\text{fft}}$  και το κυκλικό πρόθεμα  $T_{\text{gi}}$ , βλ. § 2.3.1) και  $T_s$  ο χρόνος δειγματοληψίας που είναι ίσος με  $B^{-1}$  (το αντίστροφο του εύρους ζώνης).

Τα φέροντα χωρίζονται κατά διαστήματα τα οποία είναι ίσα με το αντίστροφο της χρήσιμης περιόδου συμβόλου. Ο αριθμός των φερόντων αντιστοιχεί στο αριθμό μιγαδικών σημείων που επεξεργάζονται από τον FFT. Για παράδειγμα, σε εφαρμογές τηλεόρασης υψηλής ευκρίνειας (HDTV), ο αριθμός των φερόντων είναι της τάξης αρκετών χιλιάδων, έτσι ώστε να εξυπηρετηθεί ο ρυθμός πληροφορίας (data rate) και οι απαιτήσεις σε διάστημα προστασίας (guard interval). Επίσης εκμεταλλευόμαστε το γεγονός ότι ο δέκτης είναι σταθερός και δεν θα έχουμε φαινόμενα Doppler spread εν αντιθέσει με τις εφαρμογές πολυμέσων που καλούνται να εξυπηρετηθούν από κινητούς δέκτες. Στους τελευταίους, ο αριθμός των φερόντων είναι μικρότερος και είναι της τάξης των εκατοντάδων ή και δεκάδων.

### **Σχήμα διαμόρφωσης (modulation scheme)**

Το σχέδιο διαμόρφωσης σε ένα σύστημα OFDM μπορεί να επιλεχτεί βάσει των απαιτήσεων ισχύος ή στην αποδοτικότητα του φάσματος. Ο τύπος διαμόρφωσης μπορεί να διευκρινιστεί από το μιγαδικό αριθμό  $d_n = a_n + jb_n$ . Τα σύμβολα  $a_n$  και  $b_n$  μπορούν, παραδείγματος χάριν, να επιλεχτούν  $(\pm 1, \pm 3)$  για 16QAM και  $\pm 1$  για QPSK. Γενικά, η επιλογή του σχεδίου διαμόρφωσης που ισχύει για κάθε subchannel εξαρτάται απλώς από το συμβιβασμό μεταξύ της απαίτησης ποσοστού στοιχείων και της ευρωστίας μετάδοσης, δηλαδή τι BER μπορούμε να ανεχτούμε.

### 3.5 Γενικά συμπεράσματα περί OFDM τεχνικής

Η τεχνική OFDM έχει μελετηθεί από καιρό και έχει εφαρμοστεί για να καταπολεμήσει τα εμπόδια που θέτουν τα καναλιών μετάδοσης. Οι εφαρμογές της έχουν επεκταθεί από τις ραδιοεπικοινωνίες υψηλής συχνότητας στα τηλεφωνικά δίκτυα, την ψηφιακή ραδιοφωνική αναμετάδοση ήχου και την επίγεια αναμετάδοση της ψηφιακής τηλεόρασης. Τα πλεονεκτήματα COFDM, ειδικά στην πολλαπλών διαδεύσεων διάδοση, στην παρεμβολή και σε περιβάλλον διαλείψεων, κάνουν την τεχνολογία αυτήν μια ελπιδοφόρο εναλλακτική λύση στις ψηφιακές επικοινωνίες των κινητών πολυμέσων.

#### **Τα πλεονεκτήματα της OFDM τεχνικής είναι:**

Η αποδοτική χρήση του διαθέσιμου εύρους ζώνης από τη στιγμή που τα subchannels αλληλεπικαλύπτονται, χωρίς να προκαλείται κανενός είδους παρεμβολή υπό φυσιολογικές συνθήκες. Διαδίδει την διάλειψη σε πολλά σύμβολα. Με άλλα λόγια τυχαιοποιούνται τα λάθη ριπής (burst errors) αποτελεσματικά που προκαλούνται από την διάλειψη Rayleigh, έτσι ώστε αντί να καταστρέφονται εντελώς αρκετά παρακείμενα σύμβολα (στην περιοχή του χρόνου για συστήματα απλού φέροντος), πολλά παράλληλα σύμβολα ελαφρώς μόνο παραμορφώνονται. Η περίοδος συμβόλων αυξάνεται και έτσι η ευαισθησία του συστήματος στην καθυστέρηση διάδοσης μειώνεται.

#### **Τα μειονεκτήματα της διαμόρφωσης OFDM είναι:**

Το σήμα OFDM επηρεάζεται από τη μη γραμμική διαστρέβλωση/παραμόρφωση του ενισχυτή ισχύος, επειδή είναι μια συνδυασμένη πλάτους σήματος - συχνότητας διαμόρφωση (είναι απαραίτητο να διατηρηθεί η γραμμικότητα) και το πρόβλημα αυτό οξύνεται από το εγγενές χαρακτηριστικό της OFDM τεχνικής του σχετικά υψηλού λόγου μέγιστης-μέσης ισχύος σήματος (peak-to-average power ratio - PAPR). Η διαμόρφωση OFDM είναι πολύ ευαίσθητη στο offset συχνότητας φέροντος που προκαλείται από το jitter των φερόντων, τον θόρυβο φάσης και της επίδρασης Doppler που προκαλούνται με την κίνηση του κινητού τερματικού.



Η έρευνα πάνω στις επικοινωνίες και η τρέχουσα ανάπτυξη της τεχνικής OFDM σε όλο τον κόσμο θα παράσχουν βεβαίως σε μας τα πολύτιμα συμπεράσματα στη θεωρία αλλά και στην ίδια την εφαρμογή της. Περεταίρω μελέτες πρέπει να πραγματοποιηθούν στο συγχρονισμό του OFDM, στις απαιτήσεις ισχύος και στη μη γραμμικότητα των ενισχυτών.

Η πολυπλεξία διαίρεσης συχνότητας με ορθογώνια φέροντα (OFDMA) είναι, με βάση το Pietrzyk (ιδρυτή των Innovative Solutions, " μια επιχείρηση διαβούλευσης και ανάπτυξης που ειδικεύεται στο σχέδιο και την εφαρμογή συστημάτων ασύρματης πρόσβασης), μια από τις πιο ελπιδοφόρες τεχνολογίες πολλαπλής πρόσβασης που ικανοποιούν τις μελλοντικές ευρυζωνικές απαιτήσεις συστημάτων ασύρματες πρόσβασης για την υποστήριξη των υψηλών ρυθμών μετάδοσης, λειτουργία σε ένα εχθρικό περιβάλλον πολλαπλών ραδιοδιαύλων, παροχή διάφορων μοντέλων QoS, και ελάχιστη κατανάλωση εύρους ζώνης RF και μετάδοσης ισχύος. Ο στόχος στην εργασία του είναι να παρουσιάσει και να αναλύσει τους διοικητικούς αλγορίθμους ασύρματων πόρων για το downlink των OFDMA συστημάτων πολλαπλής πρόσβασης, που περιλαμβάνουν αλγορίθμους για την ανάθεση σταθμών βάσης, απόδοσης υπομεταφορέων, φόρτωση δεδομένων, και τον έλεγχο μετάδοσης ισχύος. Ιδιαίτερη προσοχή δίνεται σε τρεις περιπτώσεις συστημάτων OFDMA: χωρίς την επαναχρησιμοποίηση φάσματος (υπομεταφορείς), με την επαναχρησιμοποίηση φάσματος στην ίδια την κυψέλη με την εφαρμογή μιας αποκαλούμενης ενσωματωμένης διαμόρφωσης, και με κυψελοειδή επαναχρησιμοποίηση φάσματος.

### **3.6 Η χρησιμοποίηση της OFDMA τεχνικής στα σύγχρονα δίκτυα**

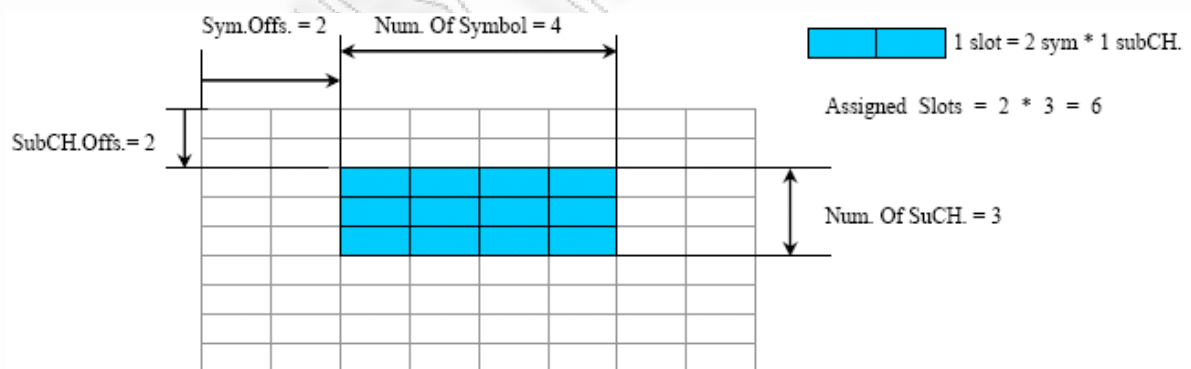
Η διαμόρφωση OFDMA χρησιμοποιείται σήμερα στο αναπτυσσόμενο wimax όσο και στην τεχνολογία 3gpp.

Το wimax ή αλλιώς IEEE802.16 είναι ένα καθολικό, ευρυζωνικό πρότυπο ασύρματης πρόσβασης ικανό να αποδώσει υψηλούς ρυθμούς μετάδοσης σε σταθερούς χρήστες καθώς επίσης και σε φορητούς και κινητούς για μεγάλο χρονικό διάστημα. Ουσιαστικά χάρη σε ένα νέο φυσικό επίπεδο βασισμένο στο OFDM, καθώς επίσης και σε άλλα χαρακτηριστικά, όπως Adaptive Modulation and Coding (AMC), Hybrid

Automatic Repeat Request (H-ARQ), υψηλή απόδοση στις δομές υποκαναλιών του Uplink (UL), Multiple-Input-Multiple-Output (MIMO) και προηγμένα συστήματα κεραιών (AAS) [38],[39].

Η διαμόρφωση OFDM επιτρέπει την ταυτόχρονη μετάδοση των ψηφιακά διαμορφωμένων ομάδων πληροφορίας παράλληλα πάνω σε ορθογώνιες μεταξύ τους συχνότητες ή αλλιώς υπομεταφορείς. Αυτό με τη σειρά του, μειώνει το μήκος των συμβόλων ανά υπομεταφορέα που οδηγεί μια πολύ χαμηλότερη ευαισθησία στη διασυμβολική παρεμβολή (ISI).

Για τις επικοινωνίες πολλών χρηστών, μια μορφή εφαρμογής του OFDM αποτελεί η διαίρεση του συνολικό εύρους ζώνης σε υποκανάλια (subchannels), όπου κάθε ένα να περιέχει ένα σύνολο υπομεταφορέων. Η μέθοδος αυτή καλείται OFDMA. Στην περίπτωση αυτή, πολλαπλοί υπομεταφορείς στοιχείων ομαδοποιούνται σε ένα, και το υποκανάλι διαμορφώνουν ένα slot με ένα ή περισσότερα σύμβολα OFDMA. Το WiMAX OFDMA PHY υποστηρίζει διαχωρισμό υποκαναλιών και στις δύο συνδέσεις uplink και downlink και η ελάχιστη μονάδα των πόρων συχνότητας και χρόνου του υποκαναλιού είναι ένα slot, που ισούται με 48 υπομεταφορείς [38].



**Figure 16: Διαχωρισμός υποκαναλιών στο WiMAX**

Η διαμόρφωση υποκαναλιών στο uplink επιφέρει πρόσθετη βελτίωση απόδοσης, επειδή η ισχύς με την οποία αποστέλλει πληροφορία ο χρήστης είναι περιορισμένη, δηλ., χρησιμοποιώντας OFDMA με 1024 υπομεταφορείς και 16 υποκανάλια, εάν έχουμε μόνο έναν χρήστη και διαθέτουμε ένα υποκανάλι σε αυτόν τον χρήστη, όλη η

ισχύς θα συγκεντρωθεί στο  $1/16$  του διαθέσιμου φάσματος και μπορεί να φέρει το πρόσθετο στη διαμόρφωση OFDM .

Υπάρχουν τρεις τύποι υπομεταφορέων: υπομεταφορείς πληροφορίας για τις μεταδόσεις δεδομένων, πιλοτικοί υπομεταφορείς για την εκτίμηση του καναλιού και το συγχρονισμό και μηδενικοί υπομεταφορείς, χρησιμοποιημένοι για τις άμεσες τρέχουσες ζώνες (DC) μεταφορέων και διαστημάτων φύλαξης. Η κατανομή των υπομεταφορέων στα υποκανάλια μπορεί να γίνει με δύο διαφορετικούς τρόπους: συνεχόμενα ή κατανεμημένα [40]. Η συνεχόμενη κατανομή ομαδοποιεί υπομεταφορείς στο ίδιο εύρος συχνοτήτων στο ίδιο υποκανάλι κι έτσι ένας χρήστης μπορεί να μεταπηδά τυχαία μεταξύ διαφορετικών υποκαναλιών κατά τη διάρκεια μιας κλήσης. Στη κατανεμημένη μέθοδο, η συχνότητα διατίθεται στους χρήστες βάση των υποκαναλιών, κάθε ένα το οποίο αποτελείται από ψευδοτυχαία επιλεγμένους υπομεταφορείς από κάθε ομάδα ώστε να διαμορφωθεί το υποκανάλι. Η συνεχόμενη μέθοδος υπομεταφορέων παρέχει την καλύτερη ρυθμοαπόδοση και χωρητικότητα στο κανάλι επιλογής συχνοτήτων δεδομένου ότι είναι σε θέση για να εκμεταλλευτεί την ποικιλομορφία πολλών χρηστών με τη διάθεση υποκαναλιών στο χρήστη όπου το σήμα προς την παρεμβολή και ο θόρυβος είναι υψηλή [41]. Παρόλα αυτό από την άποψη της εξασθένισης, ο κατανεμημένος τρόπος είναι περισσότερο συμπαγής υπό την έννοια ότι εάν εκεί είναι μια μεγάλη εξασθένιση περιορισμένης ζώνης, επηρεάζεται μόνο ένα μέρος από τους υπομεταφορείς σε κάθε υποκανάλι.

Προκειμένου να ταιριαχτούν τα ποσοστά μετάδοσης με τις συνθήκες που επικρατούν στο καναλιών, κάθε χρονική στιγμή βάση των χαρακτηριστικών των καναλιών, στον εκπομπό χρησιμοποιείται προσαρμοστική διαμόρφωση και κωδικοποίηση στο OFDMA WiMAX. Με τον τρόπο αυτό αυξάνεται η ρυθμοαπόδοση κατά τη μετάδοση των δεδομένων και η αξιοπιστία του συστήματος με τη χρησιμοποίηση διαφορετικού μεγέθους πλειάδων στους διαφορετικούς υπομεταφορείς. Πράγματι, στο WiMAX IEEE802.16 πρότυπο [38], χρησιμοποιούνται συνεκτικά σχέδια διαμόρφωσης ξεκινώντας από τις διαμορφώσεις χαμηλής αποδοτικότητας (BPSK με ποσοστό  $1/2$  κωδικοποίησης) σε εκείνες υψηλής αποδοτικότητας (64-QAM με το ποσοστό  $3/4$  κωδικοποίησης) ανάλογα με τη θέση χρηστών στην κυψέλη. Αυτό οδηγεί στη χαμηλότερη ρυθμοαπόδοση για τους χρήστες που βρίσκονται μακριά από το σταθμό βάσης ως προς τους κοντινούς χρήστες.

Στη συνέχεια της εργασίας θα θεωρήσουμε χωρίς απώλεια γενικότητας ότι όλοι οι χρήστες αντιμετωπίζουν τις ίδιες συνθήκες μέσα στο κανάλι, δηλ., την απώλεια πορειών και την εξασθένηση, οι οποίες αντιστοιχούν στην περίπτωση όπου μόνο ένα σχήμα διαμόρφωσης χρησιμοποιείται. Το παρόν πρότυπο και η ανάλυση ανταποκρίνονται στη γενικότερη περίπτωση που περιγράφηκε παραπάνω. Θα υποθέσουμε ένα ρεαλιστικό σενάριο όπου οι χρήστες έρχονται στο σύστημα και το αφήνουν μετά από ένα πεπερασμένο χρονικό διάστημα. Η κυκλοφορία των δεδομένων, όπως η φωνή, χρειάζεται συνήθως ένα σταθερό ποσοστό δυαδικών ψηφίων και έχει απαιτήσεις πραγματικού χρόνου. Θα χορηγηθεί έτσι έναν σταθερός αριθμός υπομεταφορέων σε όλη τη διάρκεια του σεναρίου.

### **3.7 Η συνέχεια του OFDMA**

Στα τελευταία έτη, οι προμηθευτές OFDM πρόσβασης έκαναν στην αγορά μια είσοδο εντυπωσιασμού, που υπόσχεται μεγάλης χωρητικότητας, κινητή ευρυζωνική πρόσβαση πολύ μπροστά από όταν αναμενόταν να είναι διαθέσιμες οι WiMAX και 3G υπηρεσίες. Εντούτοις, πιο πρόσφατα, εκείνη η διαφημιστική εκστρατεία πέθανε. Αφότου ανήγγειλε Qualcomm την απόκτηση του μεγαλύτερου OFDMA ενισχυτής τον Αυγούστου του 2005, η ανηλεής ώθηση να εμπορευματοποιηθεί το OFDMA ως ιδιόκτητη τεχνολογία έχει πάψει.

Γιατί; Ο πρωτοπόρος OFDM από την Adaptix έχει μια απλή απάντηση: πρότυπα. Οι τεχνολογίες OFDM έχουν αγκαλιαστεί τόσο εύκολα από τους οργανισμούς προτύπων τόσο για την ευρυζωνική βιομηχανία ασύρματης πρόσβασης όσο και για την κυψελοειδή βιομηχανία, που το να ακολουθήσεις την τεχνολογία ανεξάρτητα από το WiMAX FORUM ή τους δύο σημαντικούς 3G οργανισμούς προτύπων - 3GPP και 3GPP2 - είναι ο άσκοπο, αναφέρει ο Mike Pisterzi, CEO της Adaptix.

Το OFDM ήταν αυτονόητο στα πρότυπα 802.16-2004 όπου δημιουργήθηκαν τα θεμέλια για το σταθερό WiMAX, και ακολούθως το OFDMA γράφτηκε στην προδιαγραφή 802.16e που επικυρώθηκε τον περασμένο Δεκέμβριο από IEEE και θα προετοιμάσει το έδαφος για τις κινητές λύσεις WiMAX.

«Το OFDMA είναι υποχρεωτικό στα πρότυπα 802.16e – στην πραγματικότητα είναι το S-OFDMA, ή εξελικτικό OFDMA,» είπε ο Paul Sergeant, ανώτερος διευθυντής μάρκετινγκ για την εναλλακτική πρόσβαση της Motorola. «Έτσι, κάνουμε OFDMA, και όλοι θα το κάνουν αυτό, και θα είναι επίσης ένας από τους λόγους για τους οποίους το 802.16e δεν είναι άμεσα συμβατό με το παλαιότερο 802.16-2004.»

Αν και πολλά προϊόντα που βασίζονται στα πρότυπα 802.16e είναι ακόμα στη φάση της ανάπτυξης, η Adaptic έχει τη δική της -δεύτερης γενεάς OFDMA- γραμμή παραγωγής διαθέσιμη με επεκτάσεις στην Ασία. Εντούτοις, προβλέπεται η επερχόμενη έκδοση της τεχνολογίας τρίτης γενιάς, σχεδιασμένη να καλύψει τις απαιτήσεις του κινητού WiMAX και του IEEE πρότυπου 802.16e. Η δυνατότητα για κινητό WiMAX είναι απλά τεράστια, με τα πιθανά προφίλ από το φόρουμ του WiMAX που στοχεύει στις συχνότητες 2.5 Ghz και 3.5 Ghz που είναι διαθέσιμες και σε λειτουργία σε πολλές χώρες παγκοσμίως, καθώς επίσης και 2.3 Ghz αλλά και σε άλλες συχνότητες. Εκείνα τα αρχικά προφίλ του WiMAX φόρουμ θα καλύψουν επίσης ένα ευρύ φάσμα προδιαγραφών των καναλιών ευρείας ζώνης, συμπεριλαμβανομένων των 5 MHz, 7 MHz, 8.75 MHz και 10 MHz.

Το να συνεχίσουμε να στοχεύουμε το δρόμο της αγοράς με ιδιόκτητη την τεχνολογία έχει λίγο νόημα, εάν μια τυποποιημένη έκδοση εκείνης της τεχνολογίας δεν άρπαζε τις μαζικές αγορές, αναφέρει ο Pisterzi. «Εάν ένας προμηθευτής είναι άνετος με μια μεταβλητή τεχνολογία και μια μικρή βάση πελατών, αυτό είναι πρόβλημά του,» αναφέρει ο Pisterzi. «Αλλά η βιομηχανία συνολικά κινείται συνεχώς προς την τυποποίηση.»

Εν τούτοις συχνά παρεξηγημένες έννοιες η μία με την άλλη, OFDM και OFDMA είναι πραγματικά δύο διαφορετικές παραλλαγές της ίδιας τεχνολογίας. Και οι δύο διαιρούν ένα εξαιρετικά «γρήγορο» σήμα σε πολυάριθμα «αργά» σήματα, κάθε ένα που χωρίζεται κατά διαστήματα χώρια στις ακριβείς συχνότητες. Το πλεονέκτημα εδώ είναι ότι εκείνα τα μεμονωμένα αργά σήματα, ή υπομεταφορείς, δεν υπόκεινται στην ίδια ένταση της πολλαπλών διαδρομών παραμόρφωσης που αντιμετωπίζεται από μια μετάδοση ενός μόνο φέροντος - το δεδομένα ταξιδεύουν αρκετά αργά και τα αποτελέσματα της παραμόρφωσης γίνονται αμελητέα. Οι πολυάριθμοι

υπομεταφορείς έπειτα συλλέγονται στο δέκτη και επανασυνδυάζονται για να διαμορφώσουν μια υψηλής ταχύτητας μετάδοση.

Η διαφορά μεταξύ OFDM και OFDMA είναι ότι το OFDMA έχει τη δυνατότητα να ορίσει δυναμικά ένα υποσύνολο εκείνων των υπομεταφορέων στους μεμονωμένους χρήστες, προσαρμόζοντας την τεχνολογία στις ιδιαίτερες απαιτήσεις κινητικότητας. Κατά συνέπεια, οι τεχνολογίες OFDM καταλαμβάνουν τα νομαδικά, σταθερά και μονόδρομα πρότυπα μετάδοσης, που κυμαίνονται από τις τηλεοπτικές μεταδόσεις στο WI-FI καθώς επίσης και στο σταθερό WiMAX και τα νεώτερα πολλαπλής διανομής ασύρματα συστήματα όπως το Qualcomm's Forward Link Only (FLO). Το OFDMA, εντούτοις, προσθέτει την αληθινή κινητικότητα στο μίγμα, διαμορφώνοντας τον κύριο κορμό του κινητού WiMAX και του νέου προτύπου 3GPP για τη μακροχρόνια εξέλιξη του 3G (LTE). Επιπλέον, το S-OFDMA επιτρέπει μια αύξηση στη σειρά των ευρυζωνικών καναλιών από 1.25 MHz μέχρι 20 MHz.

«Το Κινητό WiMAX, ή 802.16-2005, είναι πραγματικά κακώς αποκαλούμενο έτσι,» λέει ο Mark Whitton, αντιπρόεδρος και γενικός διευθυντής για WiMAX στην Nortel. «Το 802.16-2005 είναι μια ιδανική λύση για κινητές, φορητές και σταθερές εφαρμογές WiMAX, και είναι ουσιαστικά ένα υπερσύνολο του 802.16-2004, με τις σημαντικά πλεονεκτήματα απόδοσης όπως το MIMO και το εξελικτικό OFDMA.»

Στη 3G πλευρά, το 3GPP πρόσφατα οριστικοποίησε τον αρχικό κατάλογο απαιτήσεων για την 3G κινητικότητα και έπλασε τον όρο LTE. Τα προκαταρκτικά χαρακτηριστικά απαιτούν μια πλήρη μετατόπιση των 3G προτύπων μακριά από ευρείας ζώνης-CDMA σε OFDM, σημαίνοντας ότι το μέλλον της ασύρματης τεχνολογίας και των δισεκατομμυρίων χρηστών της οδηγείται στην OFDMA κατεύθυνση. Οι προμηθευτές κυψελοειδών συστημάτων έχουν υπερπηδήσει τις νέες προδιαγραφές, που διαμορφώνουν τα έτη έρευνας σε OFDM και οι σχετικές τεχνολογίες στη νέα διαδρομή προτύπων.

«Όπου τα συμβατικά έξυπνα συστήματα κεραιών παραδίδουν κέρδη απόδοσης με την προσθήκη του σύνθετου, δαπανηρού και ογκώδους εξοπλισμού στην κορυφή πύργων, το MIMO εκμεταλλεύεται τις μικρότερες και απλούστερες αλλαγές τόσο στις συσκευές όσο και στην υποδομή για να παραδώσει βελτίωση της απόδοσης πολύ

πέρα από αυτό που ακόμη και οι πιο περίπλοκες έξυπνες κεραιές μπορούν να παραδώσουν,» αναφέρει ο Whitton.

Η Nortel παρουσίασε τη γραμμή παραγωγής του LTE, που την ονόμασε υψηλής ταχύτητας OFDM πρόσβαση πακέτων (HSOPA) στο 3GSM παγκόσμιο συνέδριο στις Κάννες, στη Γαλλία το Φεβρουάριο του 2005. Η πλατφόρμα προορίζεται να πάρει την σκυτάλη εκεί όπου οι πρόσφατες UMTS uplink και downlink βελτιώσεις σταματάνε. Η Nortel προγραμματίζει ήδη να χτίσει ένα πρωτότυπο μέχρι το τέλος του έτους, έτοιμο για τις δοκιμές εργαστηρίων, και το δοκιμαστικό εξοπλισμό μεταφορέων έτοιμο μέχρι το 2007. Το Qualcomm ακολουθεί OFDM και OFDMA, χρησιμοποιώντας OFDM για τις πολλαπλής διανομής τεχνολογίες της και στην αναζήτησή του προτύπου 802.11n για την εξέλιξη του ασύρματου τοπικού LAN. Με την απόκτηση των \$600 εκατομμυρίων της Flarion που ολοκληρώθηκε τον Ιανουάριο, η Qualcomm προσφέρει το βάρος του \$1 δισεκατομμυρίου ετήσιου R&D προϋπολογισμού στην περαιτέρω ανάπτυξη της τεχνολογία του OFDMA προς πρότυπο IEEE 802.20, μια ευρυζωνική ασύρματη τεχνολογία που όχι μόνο έχει την κινητικότητα αλλά την πραγματικά γρήγορη κινητικότητα (το χαρακτηριστικό παράδειγμα είναι αυτό ενός χρήστη που διατηρεί μια σταθερή σύνδεση δεδομένων βρισκόμενος μέσα σε ένα τραίνο).

Όσον αφορά την Flash OFDMA τεχνολογία της Flarion, η Qualcomm δεν είναι σαφής. Ο Jeff Belk, ανώτερος αντιπρόεδρος της Qualcomm στον τομέα του μάρκετινγκ, είπε ότι ο προμηθευτής θα συνεχίσει να υποστηρίζει την υπάρχουσα γραμμή παραγωγής και τους υπάρχοντες πελάτες του αλλά δεν προσφέρει καμία διορατικότητα ως προς το εάν θα συνεχίσει να ακολουθεί αυτή τη γραμμή ή να τυλίγει απλά την τεχνολογία επάνω στις άλλες προσπάθειες του OFDMA. Ανεξάρτητα από το μέλλον του Flash ως γραμμή παραγωγής, η ίδια η Qualcomm είναι σίγουρα υπερβολικά ενθουσιώδης σε αυτή την τεχνολογία.

Η ανάπτυξη των ασύρματων συστημάτων, με τη βαθιά εστίαση στο διαδίκτυο, και οι κινητές πλατφόρμες υπολογισμού έχουν παραγάγει μεγάλο ενδιαφέρον για την κινητή πρόσβαση δικτύων δεδομένων, ιδιαίτερα το ευρυζωνικό ασύρματο σύστημα επικοινωνιών. Η επιλογή των κατάλληλων τεχνολογιών που θα ταιριάξουν συγκεκριμένα τη δυνατότητα εφαρμογής για το επόμενη γενιάς κινητό ασύρματο

σύστημα διαδικτύου θα βασιστεί σε διάφορους παράγοντες, από τη συνδεσιμότητα υψηλής ταχύτητας στην κινητικότητα. Επειδή το OFDMA μπορεί να υπερνικήσει τα εμπόδια της μετάδοσης του σήματος και να αυξήσει την ταχύτητα μετάδοσης, αντιμετωπίζοντας τις απρόβλεπτες αλλαγές του περιβάλλοντος των ραδιοσυχνότητας, αποτελεί καλή επιλογή για τις εφαρμογές κινητικότητας στο ασύρματο δίκτυο ευρέως φάσματος.

Όπως αναφέραμε προηγουμένως η αγορά εστιάζει περισσότερο στην φορητότητα και κινητικότητα του χρήστη παρά στον υψηλό ρυθμό μετάδοσης σε ένα σταθερό χρήστη. Οι προσδοκίες και απαιτήσεις για το μελλοντικό ασύρματα συστήματα επικοινωνιών συνεχίζουν να αυξάνονται και να εξελίσσονται. Κατά συνέπεια, πρόσφατα, το πρόγραμμα συνεργασίας τρίτης γενιάς (3GPP) έχει εξετάσει τη μακροπρόθεσμη εξέλιξη (LTE) 3G - επίσης γνωστή ως Super 3G - για να εξασφαλιστεί η ανταγωνιστικότητά του στο μέλλον. Γενικά υποτίθεται ότι η downlink σύνδεση μιας νέας διεπαφής στον αέρα θα είναι βασισμένη στο OFDMA και θα υιοθετήσει κάποια μορφή Υβριδικό ARQ (HARQ).

Το 3GPP LTE υποτίθεται ότι ήταν ένα σύστημα βασισμένο σε πακέτα all-IP απευθυνόμενο να παρέχει 100Mbps στο downlink και 50Mbps στο uplink. Επίσης αναμένεται μια βελτίωση δύο έως τέσσερις φορές η φασματική απόδοση (bits/s/Hz) του 3GPP έκδοσης 5 (HSDPA). Τα νέα πρότυπα στοχεύουν να μειώσουν τις καθυστερήσεις, να βελτιώσουν την ευελιξία φάσματος και να μειώσουν το κόστος για τους παρόχους και τους χρήστες [44]. Για να εκπληρώσει αυτούς τους στόχους, νέες τεχνολογίες πρέπει να ενσωματωθούν στις τρέχουσες 3G αρχιτεκτονικές ασύρματων δικτύων. Γενικά υποτίθεται ότι το downlink της νέας ασύρματης διεπαφής θα ήταν βασισμένο στο OFDMA, ενώ ο Sc-FDMA θα χρησιμοποιηθεί στο uplink. Το OFDMA (όσο αναφορά την δυναμική απόδοση υπομεταφορέων) έχει ερευνηθεί προηγουμένως για τα κυψελοειδή συστήματα επόμενης γενεάς [45].



Transmission BW		10 MHz
Sub-frame duration		0.5ms
Sub-carrier spacing		15kHz
Sampling frequency		15.36MHz (4x3.84MHz)
FFT size		1024
Number of occupied sub-carriers		601
Number of OFDM symbols per sub frame (Short/Long CP)		7/6
CP length (μs/samples)	Short	(4.69/72)x6 (5.21/80)x1
	Long	(16.67/256)

**Figure 17: Τυπικοί παράμετροι στο WiMAX**

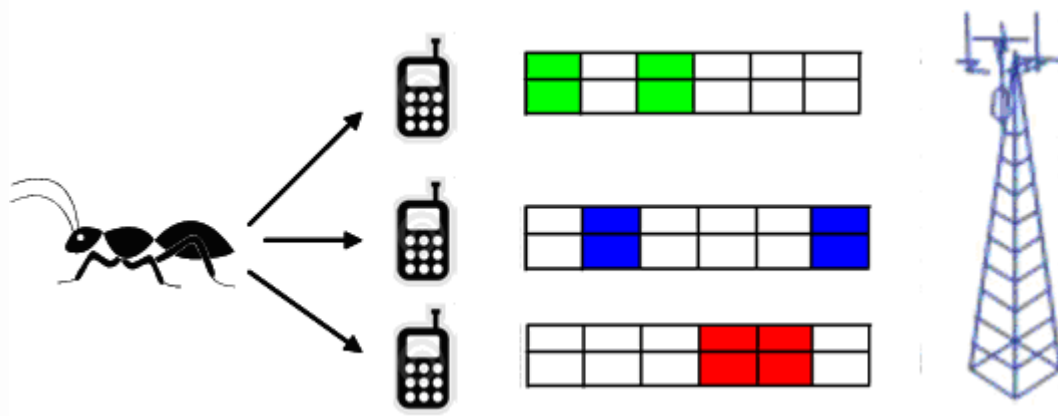
## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4<sup>ο</sup>

### Ant Colony Optimization for Subcarrier Allocation

#### 4.1 Εισαγωγικά

Αυτό το κεφάλαιο παρουσιάζει μια αναλυτική περιγραφή του αλγορίθμου Απόδοσης Συχνοτήτων (Subcarrier Allocation) σε συστήματα OFDMA χρησιμοποιώντας τον Αλγόριθμο Ant Colony Optimization που περιγράφηκε στο κεφάλαιο 2 για την εύρεση των λύσεων.

Το μοντέλο αυτό θα προσαρμοστεί πάνω στο ασύρματη τεχνολογίας δίκτυο WiMax, όπου με δεδομένα τα φυσικά χαρακτηριστικά του θα προσπαθήσουμε να αποδώσουμε στους χρήστες του δικτύου τα κατάλληλα subcarrier ώστε να πετύχουμε το καλύτερο δυνατό συνολικό ρυθμό μετάδοσης δεδομένων των χρηστών (capacity). Ο ρυθμός μετάδοσης του χρήστη εξαρτάται από το κανάλι και θα περιγραφεί μέσα από την αντικειμενική συνάρτηση που θέλουμε να βελτιστοποιήσουμε ενώ η απόφαση για την απόδοση του subcarrier στηρίζεται στο βιολογικό μοντέλο του αλγορίθμου Ant Colony Optimization που με τη σειρά του βασίζεται στο Ant System.



Αυτό το κεφάλαιο οργανώνεται ως εξής. Το δεύτερο μέρος παρουσιάζει το μαθηματικό μοντέλο του Ant Colony Optimization Subcarrier Allocation αλγορίθμου (ACO-SAA). Το τρίτο μέρος παρουσιάζει μια περιγραφή ψευδοκώδικα του ACO-SAA. Ο κυρίως κώδικας γράφτηκε σε γλώσσα προγραμματισμού Java και είναι

διαθέσιμος στο τέλος της εργασίας. Το τέταρτο μέρος κάνει μία επισκόπηση στους αλγόριθμους απόδοσης συχνοτήτων και συγκρίνει τα αποτελέσματά τους με εκείνα του ACO-SAA. Τέλος το πέμπτο μέρος συνοψίζει και ολοκληρώνει το κεφάλαιο.

## 4.2 Μαθηματικό Μοντέλο

Η απόδοση των υπομεταφορέων subcarriers σε ένα σύστημα OFDMA μπορεί να θεωρηθεί ως ένα συνδυαστικό πρόβλημα βελτιστοποίησης (combinatorial optimization problem - COP). Ειδικά σε αυτό το τμήμα, θα παρουσιάσουμε πώς οι πόροι (subcarriers) μπορούν να αποδοθούν δυναμικά σε ένα σύστημα OFDMA όπως το WiMAX χρησιμοποιώντας το ACO-SAA αλγόριθμο.

### Ορισμός

Το μοντέλο ενός συνδυαστικού προβλήματος βελτιστοποίησης ορίζεται ως μία περιοχή αναζήτησης  $S$ , ένα σύνολο σταθερών  $\Omega$  και μία αντικειμενική συνάρτηση  $f$  που πρέπει να βελτιστοποιηθεί. Έχοντας διαθέσιμους  $K$  χρήστες και  $N$  subcarriers η λύση μας μπορεί να περιγραφεί από το  $S$ , όπου κάθε στοιχείο την λύσης  $s_{k,n} \in \{0,1\}$  δείχνει αν ο subcarrier  $n$  έχει αποδοθεί στο χρήστη  $k$  ( $s_{k,n} = 1$ ) ή όχι ( $s_{k,n} = 0$ ). Γενικά στο ACO, τα τεχνητά μυρμήγκια κατασκευάζουν μία λύση τον αποκαλούμενο γράφο κατασκευής,  $G(V,E)$ . Το σύνολο των στοιχείων  $C = \{c_{i,j}\}$  συσχετίζονται με το σύνολο των ακμών του γράφου  $E$ . Τα μυρμήγκια μετακινούνται από κόμβο σε κόμβο κατά μήκος των ακμών του γράφου, αποθέτοντας επαυξητικά ένα συγκεκριμένο ποσό φερομόνης  $\Delta\tau$  πάνω στα στοιχεία  $c_{i,j}$ . Στη συνέχεια αυτή η τιμή της φερομόνης χρησιμοποιείται και ενημερώνεται από τον ACO-SAA αλγόριθμο. Τα επόμενα μυρμήγκια κάνουν χρήση των τιμών αυτών της φερομόνης ώστε να βελτιστοποιήσουν την λύση που βρήκαν. Η ακόλουθη αποτύπωση περιγράφεται για

τη συσχέτιση των στοιχείων της ACO-SAA με τις λύσεις του προβλήματος απόδοσης συχνοτήτων. Κάθε στοιχείο  $c_{i,j}$  ανταποκρίνεται σε μία απόδοση  $s_{k,i} = 1$  και  $s_{k,j} = 1$ , αντίστοιχα.

Η πιθανότητα το  $m$ -οστό μυρμήγκι να αποδώσει τον subcarrier  $j$  στο χρήστη  $k$ , δεδομένου ότι ο προηγούμενος subcarrier που είχε από δοθεί στο χρήστη  $k$  ήταν ο  $i$ , δίνεται πιθανολογικά από τον ακόλουθο κανόνα:

$$pith_{ij}^{m,k} = \begin{cases} \frac{\tau_{ij}^a}{\sum_{i=1}^N \tau_{ij}^a}, & \text{αν ο } j \text{ δεν έχει αποδοθεί ακόμη,} \\ 0, & \text{διαφορετικά} \end{cases} \quad (1)$$

όπου  $a$  στην σχέση (1) είναι μία θετική παράμετρος, που καθορίζει τη σχετική σημασία της φερομόνης και της ευριστικής πληροφορίας. Η ακριβής τιμή μπορεί να καθοριστεί πειραματικά και εξαρτάται από το είδος του προβλήματος που θέλουμε να λύσουμε.

Η αναπροσαρμογή της φερομόνης εκτελείται ως ακόλουθα:

$$\tau_{ij} \leftarrow (1 - \rho) \cdot \tau_{ij} + \sum_{m=1}^M \Delta \tau_{ij}^m, \quad (2)$$

όπου  $\rho \in (0, 1]$  είναι ο ρυθμός εξάτμισης,  $M$  είναι ο αριθμός των μυρμηγκιών, το οποίο στην πραγματικότητα ισούται με τον αριθμό των φορών που θα εκτελεστεί ο

ACO-SAA, και  $\Delta \tau_{ij}^m$  είναι η ποσότητα φερομόνης που τοποθετείται από το  $m$ -οστό μυρμήγκι στην ακμή  $(i, j)$ , και δίνεται από την ακόλουθη σχέση:

$$\Delta \tau_{ij}^m = \begin{cases} h_{k,j}, & \text{αν το μυρμήγκι } m \text{ χρησιμοποιεί την ακμή } (i,j) \\ 0, & \text{διαφορετικά} \end{cases} \quad (3)$$

όπου  $i$  είναι ο προηγούμενος subcarrier που είχε αποδοθεί στο χρήστη

$k$ ,  $h_{k,j} = g_{k,j}^2 / N_0 \cdot \left( \frac{B}{N} \right)$  είναι ο αντίστοιχος σηματοθορυβικός λόγος στον

subcarrier,  $g_{k,j}$  είναι στο κέρδος καναλιού στο χρήστη  $k$  για το subcarrier  $j$ ,

$B$  είναι το διαθέσιμο εύρος ζώνης του συστήματος και  $N_0$  είναι η ισχύς θορύβου πυκνότητα φάσματος (noise power spectral density) για το AWGN (προσθετικός λευκός Γκαουσιανός θόρυβος). Όπως φανερώνεται από τη σχέση (3), η ποσότητα της φερομόνης που πρέπει να αποδοθεί έχει διαφορετικό βάρος στο πρόβλημα για κάθε διαφορετικό subcarrier που θέλουμε να αποδώσουμε.

Η αντικειμενική συνάρτηση που έχει επιλεγεί για την αξιολόγηση κάθε λύσης απόδοσης συχνοτήτων και η οποία σχετίζεται με το συνολικό ρυθμό μετάδοσης των χρηστών στο OFDMA σύστημα δίνεται από την παρακάτω σχέση:

$$\max_{s_{k,n}, p_{k,n}} \frac{B}{N} \sum_{k=1}^K \sum_{n=1}^N s_{k,n} \log_2 (1 + p_{k,n} H_{k,n}) \quad (4)$$

όπου  $H_{k,n} = h_{k,n} / \Gamma$  και  $\Gamma = -\ln(5BER) / 1.6$  είναι ένα σταθερό SNR

κενό για δοσμένο Bit Error Rate (BER) και  $p_{k,n}$  η ισχύς που προσδίδει ο subcarrier

$n$  στο χρήστη  $k$  αν γίνει η απόδοση του subcarrier.

### Προϋποθέσεις

Οι συνθήκες που πρέπει να πληρούνται για να ισχύει η παραπάνω αντικειμενική συνάρτηση είναι οι παρακάτω:

Συνθήκη 1:  $s_{k,n} \in \{0, 1\} \forall k, n$

Συνθήκη 2:  $p_{k,n} \geq 0 \forall k, n$

$$\text{Συνθήκη 3: } \sum_{k=1}^K s_{k,n} = 1 \forall n$$

$$\text{Συνθήκη 4: } \sum_{k=1}^K \sum_{n=1}^N s_{k,n} \cdot p_{k,n} \leq P_{tot}$$

### Μελέτη παραμέτρων

Για να καταλάβουμε το μοντέλο που περιγράφουμε παραπάνω κρίνεται απαραίτητη η ανάλυση των βασικών του παραμέτρων που παίζουν σημαντικό ρόλο στην αντικειμενική συνάρτηση (4).

### Bandwidth

Το εύρος ζώνης ή αλλιώς bandwidth (B) μπορεί να πάρει διαφορετικές σημασίες οι οποίες εξαρτώνται από το που αναφέρονται. Για το μέσο σημαίνει το εύρος συχνοτήτων που μπορεί να αποδοθεί στους χρήστες (Hz). Για το φυσικό επίπεδο, έχει την έννοια της ταχύτητας με την οποία μεταδίδονται τα δεδομένα, ενώ στο ολικό σύστημα περιγράφει την μέγιστη απόδοση που μπορεί να το σύστημα να υποστηρίξει και υπολογίζεται σε (bits per second – bps). Στον τελευταίο ορισμό ανήκει όλη η αντικειμενική συνάρτηση και όχι το σύμβολο B που εσωκλείεται μέσα της, γι' αυτό και δεν πρέπει να τα συγχέουμε. Στο σύστημα μας το bandwidth αποτελεί το σύνολο το συχνοτήτων που έχει αγοράσει ο πάροχος από την επιτροπή τηλεπικοινωνιών κάθε χώρας και την διαθέτει στους χρήστες όπως ορίζουμε στο πρόβλημα απόδοσης συχνοτήτων που περιγράφουμε. Τα OFDM και OFDMA επιτρέπουν στα συστήματα για να προσαρμοστούν εύκολα στο διαθέσιμο φάσμα. Ο στόχος που έχει δηλωθεί από την κοινότητα του WiMAX είναι να υποστηριχθούν οι κατανομές εύρους ζώνης από 1.25MHz σε 20MHz.

### Channel Gain

Τα συστήματα OFDMA εκμεταλλεύονται εγγενώς και το κέρδος της ποικιλομορφίας των συχνοτήτων και το κέρδος επιλεκτικής συχνότητας. Το πρώτο επιτυγχάνεται με τη διάθεση στο χρήστη συχνοτήτων που είναι διασκορπισμένοι πάνω σε ένα

διαθέσιμο εύρος ζώνης, ενώ το τελευταίο επιτυγχάνεται με τη διάθεση στο χρήστη συχνοτήτων που βρίσκονται μέσα σε μια υποζώνη ενός περιορισμένου εύρους ζώνης συχνοτήτων και είναι ευνοϊκότερο στο χρήστη μεταξύ άλλων υποζωνών. Στο σύστημα μας ορίζουμε ως  $g_{k,j}$  το κέρδος του καναλιού στο χρήστη  $k$  για το subcarrier  $j$  και αποτελεί την δεύτερη περίπτωση κέρδους. Δίνεται ως είσοδος στο πρόγραμμα μας και παραμένει σταθερό καθόλη την εκτέλεση του. Αποτελεί κέρδος που εξαρτάται από το περιβάλλον και συνήθως από τη φυσική θέση των χρηστών, ενώ το πρώτο κέρδος επιτυγχάνεται μετά την απόδοση των συχνοτήτων και σε αυτό το πρόβλημα δεν λαμβάνεται υπόψη.

### Signal-to-Noise Ratio (SNR)

Ο αντίστοιχος σηματοθορυβικός λόγος (SNR) δείχνεται ως  $h_{k,j} = \frac{g_{k,j}^2}{\sigma^2}$  και το SNR που λαμβάνει ο  $k$ -στός χρήστης ισούται με  $\gamma_{k,j} = p_{k,j} \cdot h_{k,j}$  για το subcarrier  $j$ . Η υπόθεση ότι ο λόγος αυτός μεταβάλλεται αργά μέσα στο χρόνο είναι κρίσιμη καθώς επίσης ότι κάθε χρήστης είναι σε θέση να εκτιμήσει το κανάλι με ακρίβεια. Αυτές οι εκτιμήσεις γνωστοποιούνται στη συσκευή αποστολής σημάτων μέσω ανατροφοδότησης στο κανάλι και χρησιμοποιούνται έπειτα ως εισαγωγή στους αλγόριθμους κατανομής των πόρων. Το  $\sigma^2 = N_0 \cdot \left(\frac{B}{N}\right)$  αποτελεί το προσθετικό λευκό γκαουσιανό θόρυβο (AWGN) όπου  $N_0$  είναι η ισχύς θορύβου ανά μονάδα εύρους ζώνης (watts/hertz).

### BER

Για να πληρούνται οι περιορισμοί του BER πρέπει το ενεργό SNR (effective) να ρυθμιστεί αναλόγως. Το BER ενός τετράγωνου M-level QAM με Gray bit mapping

ως συνάρτηση του λαμβανόμενου SNR  $\gamma_{k,j}$  και αριθμού των bits  $r_{k,j}$  μπορεί να προσεγγιστεί με 1dB για  $r_{k,j} \geq 4$  και  $\text{BER} \leq 10^{-3}$

$$\text{BER}_{\text{MQAM}(\gamma_{k,j})} \approx 0.2 \exp \left[ \frac{-1.6\gamma_{k,j}}{2^{r_{k,j}} - 1} \right]$$

Λύνοντας για  $r_{k,j}$  έχουμε:

$$r_{k,j} = \log_2 \left( 1 + \frac{\gamma_{k,j}}{\Gamma} \right) = \log_2 \left( 1 + p_{k,j} \cdot H_{k,j} \right)$$

### Ενεργό SNR και SNR gap

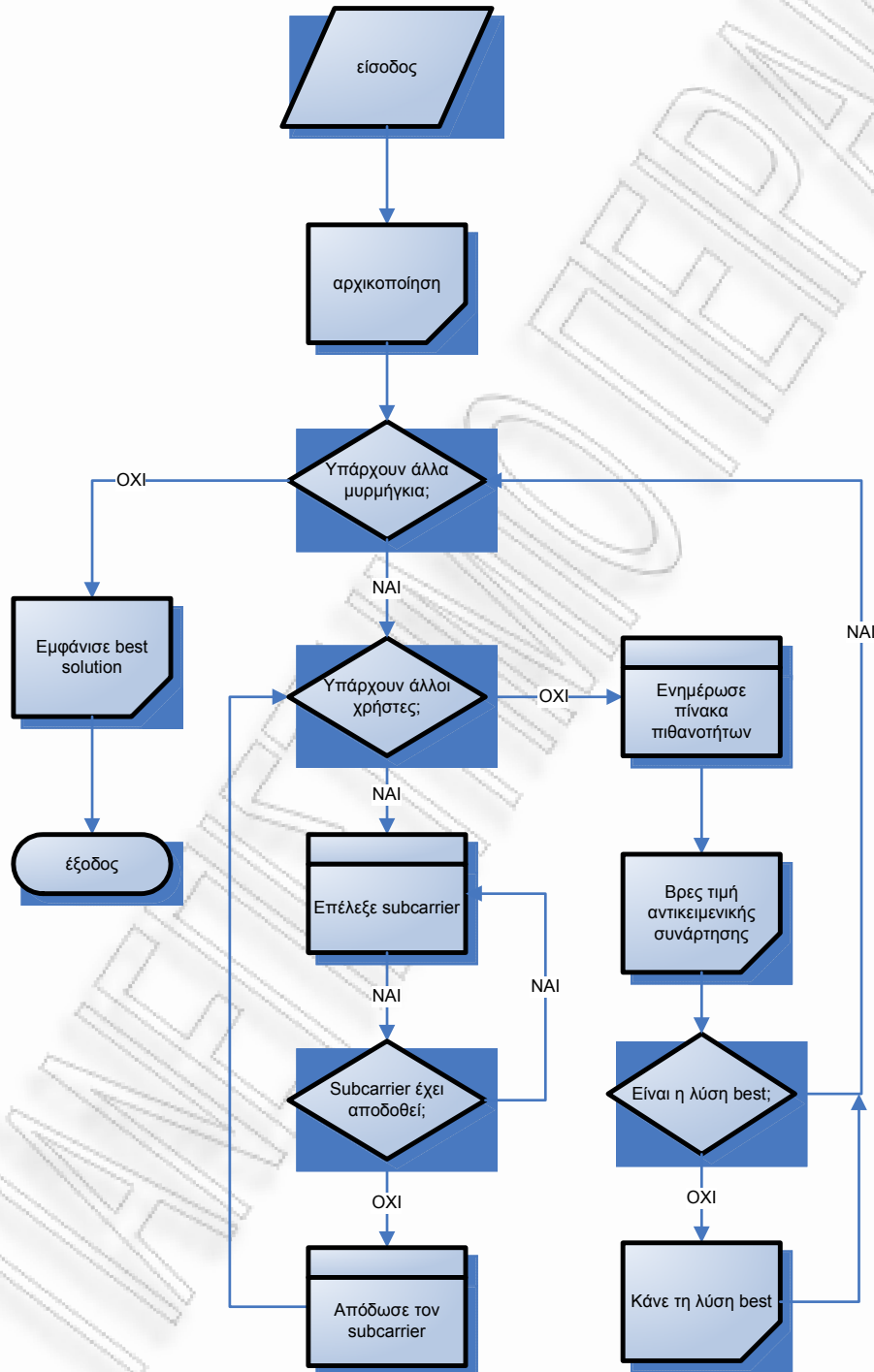
Στην παραπάνω σχέση το  $\Gamma$  αποτελεί ένα σταθερό κενό (gap) του σηματοθορυβικού λόγου και ισούται με  $\Gamma \triangleq \frac{-\ln(5\text{BER})}{1.6}$ . Το ενεργό SNR  $H_{k,j}$  που λαμβάνει μέρος στην αντικειμενική συνάρτηση είναι ο λόγος του σηματοθορυβικού λόγου και του

SNR gap, δηλαδή  $H_{k,j} \triangleq \frac{h_{k,j}}{\Gamma}$ .



### 4.3 Ανάλυση ψευδοκώδικα ACO-SAA

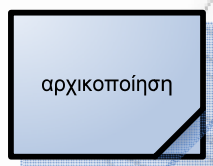
#### Flow diagram



## Ανάλυση ψευδοκώδικα



Από αρχείο διαβάζουμε τον αριθμό των χρηστών  $K$ , τους συνολικούς subcarrier  $N_{total}$  και τη μέγιστη ισχύ που μπορεί να εκπέμψει ο σταθμός βάσης  $P_{total}$ . Μετά διαβάζουμε και γράφουμε σε πίνακα  $N_{[K]}$  τον αριθμό των subcarrier που απαιτούνται από κάθε χρήστη για την υπηρεσία που ζητάει με ένα καθορισμένο Quality of Service (QoS). Επόμενο βήμα είναι η αποθήκευση του  $g_{k,j}$  - κέρδος καναλιού στο χρήστη  $k$  για το subcarrier  $j$  - στον πίνακα  $g_{[K][N_{total}]}$ . Τέλος διαβάζουμε το πίνακα με την ισχύ του κάθε subcarrier για το χρήστη και τις αποθηκεύουμε στο  $P_{[K][N_{total}]}$ . Για τη δημιουργία του αρχείου εισόδου δημιουργήθηκε πρόγραμμα η ανάλυση του οποίου δεν αποτελεί αντικείμενο της μελέτης μας.



Κατά τη φάση της αρχικοποίησης οι πίνακες της λύσης παίρνουν αρχική τιμή ίση με το 0 δηλαδή  $S = \{s_{k,n} = 0\}$  και  $finalS = \{s_{k,n} = 0\}$  για κάθε χρήστη  $k$  subcarrier  $n$ . Δηλώνονται η προσωρινή και η τελική τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης  $fvalue$  και  $finalfvalue$  αντίστοιχα, το εύρος ζώνης  $B$  καθώς επίσης και τα  $a$ ,  $N_0$ ,  $BER$ ,  $\Gamma$  και συνολικό αριθμό μυρμηγκιών

$num\_of\_ants$  . Ορίζουμε τους πίνακες:  $Sub_{[Ntotal]}$  όπου γίνεται  $Sub_{[n]} = 1$  αν αποδώσουμε τον subcarrier  $n$  σε οποιοδήποτε χρήστη.  $pith_{[Ntotal][Ntotal]}$ ,  $T_{[Ntotal][Ntotal]}$  όπως αναφέραμε στο μαθηματικό μοντέλο και θέτουμε  $pith_{[n1][n2]} = \frac{1}{Ntotal} \forall n1, n2 \in Ntotal$  και  $T_{[n1][n2]} = 0$ . Επίσης ορίζουμε τους πίνακες  $Ta_{[Ntotal][Ntotal]}$ ,  $Sum\_Ta_{[Ntotal]}$ ,  $last\_sub_{[K]}$ ,  $current\_sub[K]$  που θα μας βοηθήσουν στην εύρεση της λύσης. Τελευταίο βήμα είναι η εύρεση των  $SNR_{[K][Ntotal]}$ ,  $H_{[K][Ntotal]}$  και  $pH_{[K][Ntotal]} = p_{[K][Ntotal]} * H_{[K][Ntotal]}$  με τις αντίστοιχες μεθόδους:

$SNR=find\_SNR(K,Ntotal,g,B,No,SNR)$

$H=find\_H(K,Ntotal,H,SNR,GAMA)$

$pH=find\_pH(K,Ntotal,H,p,pH)$



Όσο υπάρχουν μυρμήγκια  $num\_of\_ants \geq 0$  και δεν έχουν αποδοθεί όλοι οι subcarrier τότε για κάθε χρήστη αποδίδουμε ένα subcarrier. Αυτό γίνεται με την μέθοδο  $assign\_subcarrier(last\_sub[i],pith)$  όπου επιλέγουμε τυχαία μία πιθανότητα και βρίσκουμε σε ποιά subcarrier αντιστοιχεί ως εξής. Η πιθανότητα της random μας επιστρέφει ένα δεκαδικό μεταξύ 0 και 1, και εμείς προσθέτοντας τις ήδη ορισμένες πιθανότητες από τον πίνακα  $pith$  για το subcarrier  $i$  (είναι ο τελευταίος subcarrier που έχει αποδοθεί για το χρήστη που βρισκόμαστε) βρίσκουμε τον subcarrier στον

οποίο αντιστοιχεί  $j$ . Αν αυτός έχει ήδη αποδοθεί  $Sub_{[j]} = 1$  ξανακάνουμε την ίδια διαδικασία.

Αφού βρούμε τον subcarrier, μειώνουμε τους subcarrier που πρέπει να αποδοθούν για τον συγκεκριμένο χρήστη, μειώνουμε τους συνολικούς subcarrier που πρέπει να αποδοθούν, δηλώνουμε ότι ο συγκεκριμένος subcarrier έχει αποδοθεί  $Sub_{[j]} = 1$  και κάνουμε 1 και το στοιχείο την τελικής ανάθεσης  $S_{[i][j]} = 1$ . Τέλος τοποθετούμε την φερομόνη σε αυτό το στοιχείο  $T_{[i][j]}$ . Η φερομόνη προκύπτει από την ήδη υπάρχουσα σε αυτό το στοιχείο και την νέα που ισούται με το  $SNR$  εκείνου του στοιχείου. Αυτή τη φορά ο subcarrier  $j$  γίνεται ο  $last\_sub$  του χρήστη που βρισκόμαστε.

Η διαδικασία αυτή επαναλαμβάνεται για όλους τους χρήστες κυκλικά μέχρι να αποδοθούν όλοι οι subcarrier που απαιτούνται στον καθένα. Έχοντας συμπληρώσει τον πίνακα της απόδοσης υπολογίζουμε την αντικειμενική συνάρτηση:

**$fvalue = find\_fvalue(K, Ntotal, C, pH, B, fvalue)$**

όπου υπολογίζεται η παρακάτω τιμή

$$\frac{B}{N} \sum_{k=1}^K \sum_{n=1}^N s_{k,n} \log_2 (1 + p_{k,n} H_{k,n}) \quad \text{για κάθε subcarrier } n \text{ και}$$

χρήστη  $k$ . Αν η λύση αυτή είναι η καλύτερη έως τώρα αποθηκεύουμε την τιμή της στο  $finalfvalue$  και τα στοιχεία της στο πίνακα  $finalS$ .

Ο παραπάνω αλγόριθμος εκτελείτε για όσα μυρμήγκια έχουμε ορίζει, κρατώντας στην μνήμη του υπολογιστή κάθε φορά τη βέλτιστη έως τώρα λύση. Σε κάθε νέο μυρμήγκι που στέλνουμε για αναζήτηση θα πρέπει να του επαναπροσδιορίσουμε τους πίνακες της φερομόνης και της πιθανότητας επιλογής subcarrier. Η πρώτη επιτυγχάνεται με τη μέθοδο:

**$update\_T(Ntotal, T)$**

όπου η φερομόνη στο στοιχείο  $(i, j)$  μεταβάλλεται σε  $\tau_{ij} \leftarrow (1 - \rho) \cdot \tau_{ij}$ . Ο συντελεστής εξάτμισης ορίζεται από τον διαχειριστή του προγράμματος και ορίζει το ποσοστό της φερομόνης που εξατμίζεται με την πάροδο του χρόνου. Ο πίνακας της πιθανότητας επιλογής subcarrier σχετίζεται με τον πίνακα της φερομόνης με τον όπως δείξαμε στη σχέση (1) του μαθηματικού μοντέλου. Για το λόγο αυτό δημιουργούμε πίνακα για τον υπολογισμό των τιμών του πίνακα την φερομόνης υψωμένες σε ένα θετικό συντελεστή  $\alpha$  και βρίσκουμε το άθροισμα της κάθε στήλης. Αυτό πραγματοποιείται με τις μεθόδους:

***update\_Ta(Ntotal, T, Ta, a)*** και

***update\_SumTa(Ntotal, SumTa, Ta)***

Τελευταία διαδικασία είναι ο καθορισμός της πιθανότητα σε ένα στοιχείο (ακμή) που ισούται με το ποσοστό της φερομόνης που βρίσκεται στην ακμή υψωμένο στην  $\alpha$  προς τη φερομόνη που καταλήγει στην στο τέλος της ακμής από όλες τις υπόλοιπες ακμές.

***update\_pith(Ntotal, Ta, SumTa, pith)***

Η πιθανότητα εκείνη θα πρέπει να βελτιστοποιηθεί ώστε να μην καταλήξει το πρόγραμμά μας σε κάποιο ατέρμονα βρόγχο. Για παράδειγμα η πιθανότητα επιλογής κάποιου subcarrier να είναι πάντα ίση με 0 και έτσι να μην επιλεγθεί ποτέ. Έτσι η πιθανότητα το  $m$ -οστό μυρμήγκι να αποδώσει τον subcarrier  $j$  στο χρήστη  $k$ , δεδομένου ότι ο προηγούμενος subcarrier που είχε από δοθεί στο χρήστη  $k$  ήταν ο  $i$  γίνεται

$$\min\_value \leq pith_{ij}^{m,k} \leq \max\_value \quad \text{όπου}$$

$$\min\_value \in (0,1), \quad \max\_value \in (0,1) \text{ και}$$

$\min\_value \leq \max\_value$ . Οι μέθοδοι που μας εξασφαλίζουν τους παρακάτω περιορισμούς είναι οι ακόλουθοι:

***optimize\_pith(Ntotal, pith)***

***optimize\_pith2(Ntotal, pith)***

Μετά την αναζήτηση της λύσης και από το τελευταίο μυρμήγκι ο αλγόριθμος τερματίζει παρουσιάζοντας μας την απόδοση συχνοτήτων που πρέπει να επιλέξουμε για το σύστημά μας.

## 4.4 Αποτελέσματα

Για να μπορέσουμε να εξάγουμε τις βέλτιστες λύσεις για το πρόγραμμα μας θα πρέπει να βρούμε πειραματικά εκείνες τις τιμές των παραμέτρων που δίνουν το καλύτερο αποτέλεσμα (αντικειμενική συνάρτηση) έχοντας κάθε φορά τις όλες εκτός μίας παραμέτρου σταθερές.

Για την παράμετρο  $a$  που περιγράφηκε στη σχέση (1):

Για τις βασικές σταθερές παραμέτρους έχουμε διαθέσιμους  $K = 16$  χρήστες και  $N = 256$  subcarrier όπου πρέπει σε κάθε χρήστη να αποδώσουμε 16 από αυτές.

Εκτελούμε το πρόγραμμα μας για  $a = 1$  έως  $a = 3$  με βήμα 0.2. Τα αποτελέσματα επιβεβαιώνουν τις προσομοιώσεις του Monte Carlo συγκλίνοντας τα καλύτερα αποτελέσματα στο  $a = 2$ . Ενδεικτικά παραθέτουμε τις γραφικές παραστάσεις της συνολικής απόδοσης για  $a = 1$ ,  $a = 2$  και  $a = 3$ .

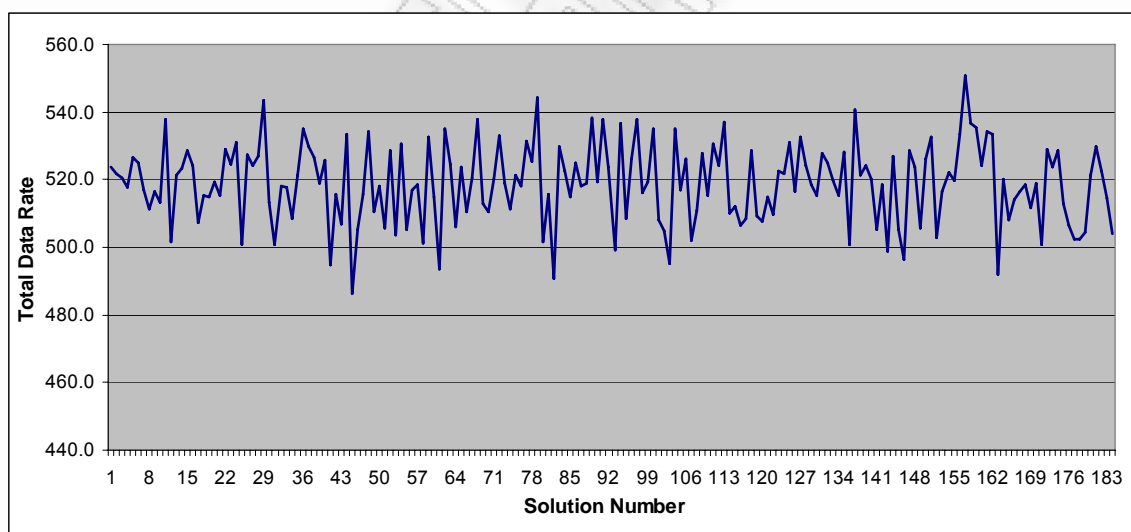
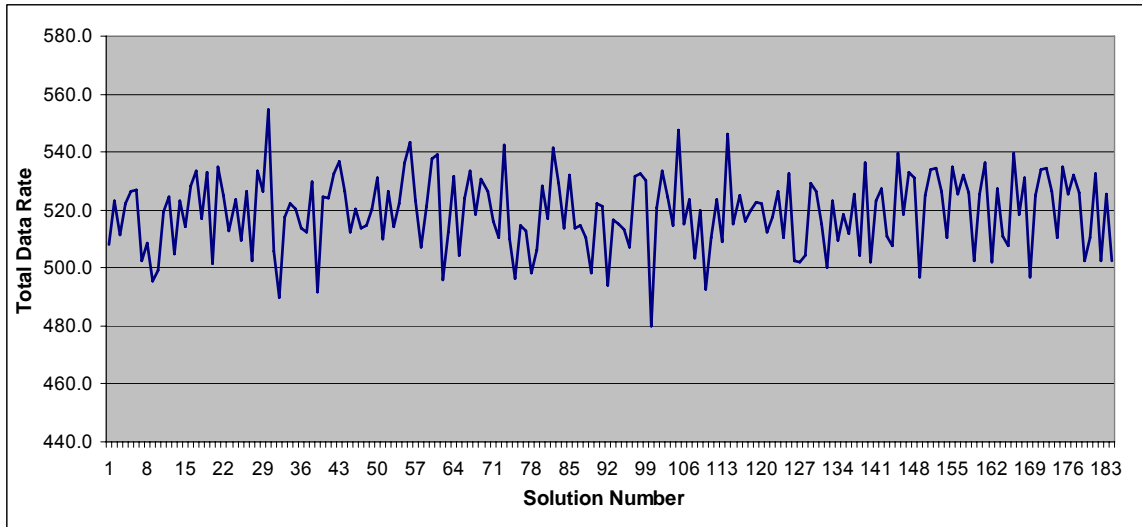
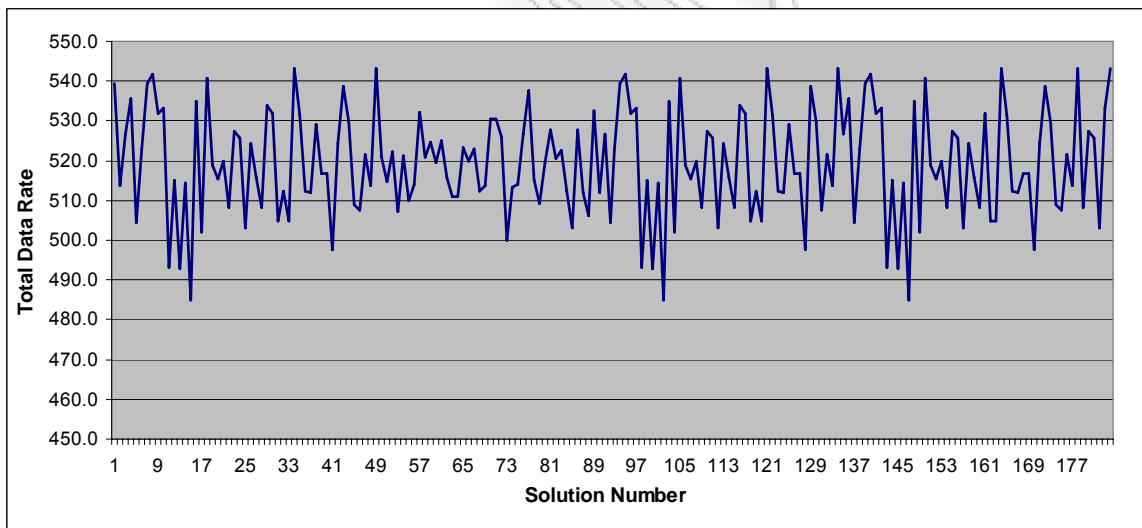


Figure 18: Total Data Rate για  $a=1$



**Figure 19: Total Data Rate  $\gamma\alpha=2$**



**Figure 20: Total Data Rate  $\gamma\alpha=3$**

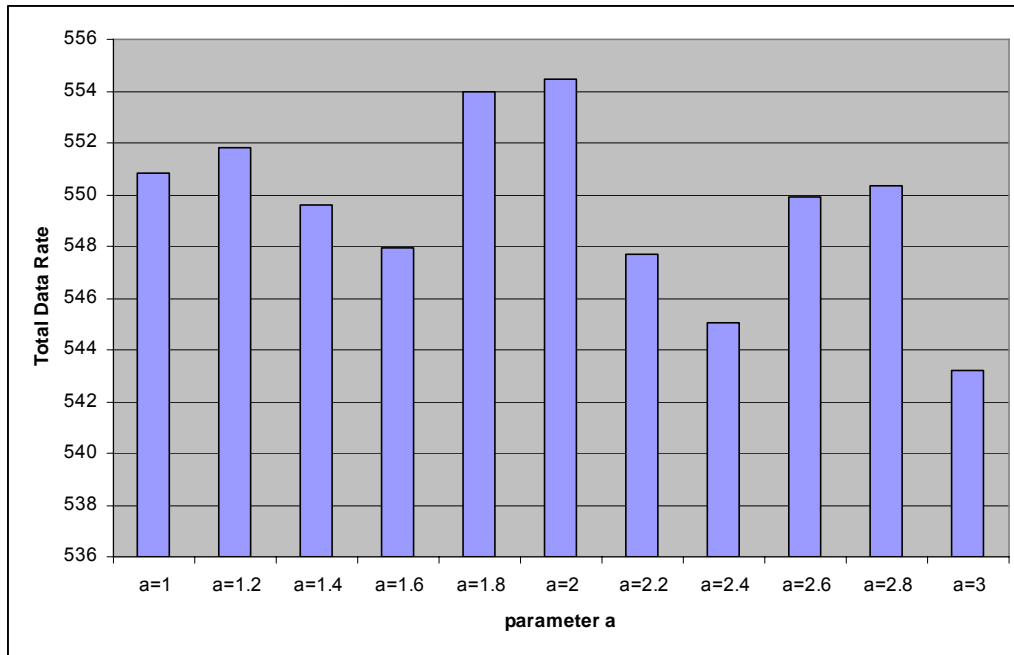


Figure 21: Μέγιστη τιμή αντικειμενικής συνάρτησης για διαφορετικά  $a$

Για την παράμετρο  $num\_of\_ants$  η οποία δηλώνει τον αριθμό των φορών που θα εκτελεστεί ο κύριος αλγόριθμος ACO-SAA. Παρατηρούμε ότι σε αριθμό μεγαλύτερο των 150 επαναλήψεων-μυρμηγκιών ο χρόνος υπολογισμού της καλύτερης λύση ανάμεσα σε ένα σύνολο λύσεων αυξάνεται εκθετικά. Αντίθετα η συνολική απόδοση του αλγορίθμου σε τιμές της αντικειμενικής συνάρτησης δεν παρατηρεί ιδιαίτερη μεταβολή. Τα παρακάτω γραφήματα δείχνουν αυτά τα αποτελέσματα με σταθερά τα  $K = 16$  χρήστες και  $N = 256$  subcarrier.

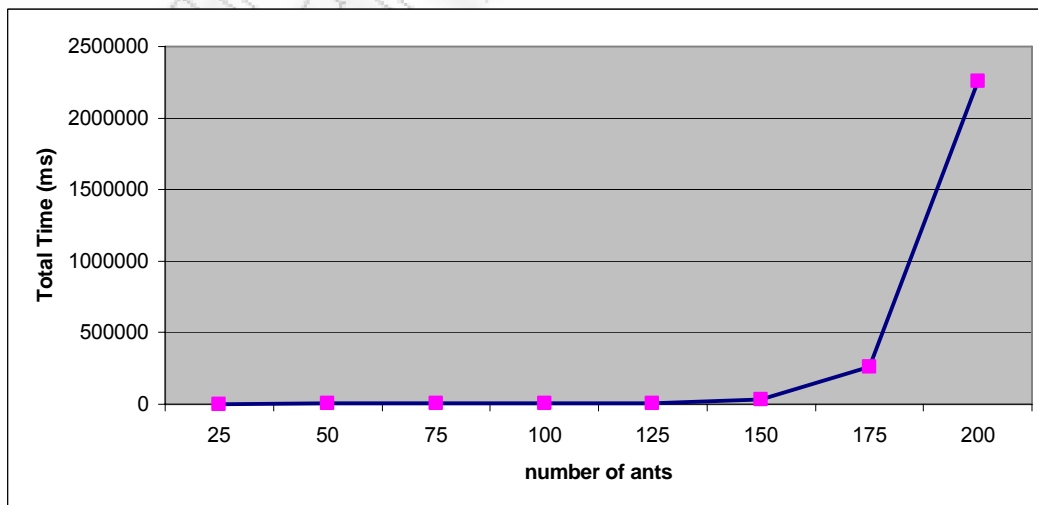


Figure 22: Total Time in milliseconds for different number of ants



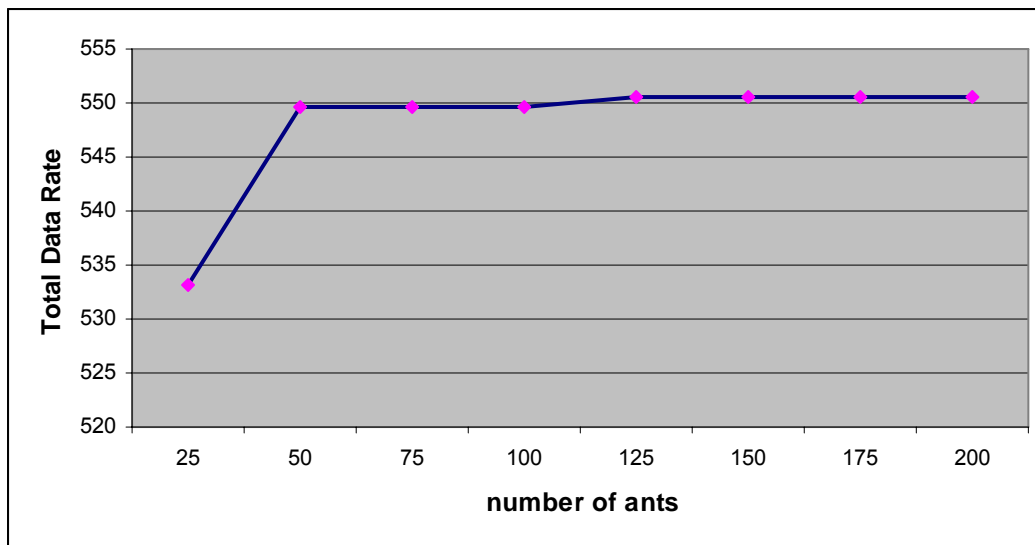


Figure 23: Maximum Total Data Rate for different number of ants

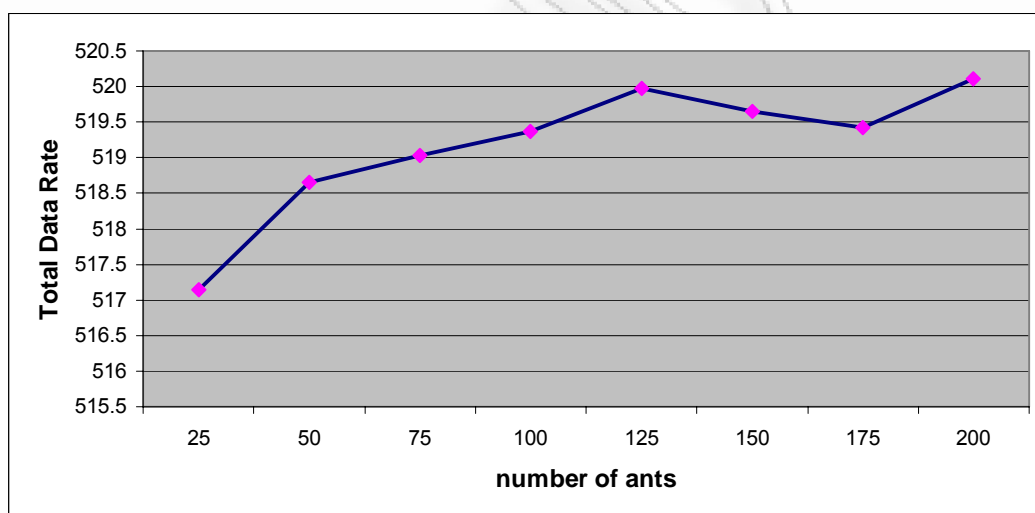


Figure 24: Mean Total Data Rate for different number of ants

Παράλληλα παρατηρούμε ότι στα διαστήματα όπου λύση δεν παρουσιάζει ιδιαίτερες μεταβολές για τη μέγιστη τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης, για παράδειγμα [50,100] (σχήμα 23), η μέση απόδοση γίνεται όλο και καλύτερη με την προσθήκη επιπρόσθετων μυρμηγκιών (σχήμα 24). Συμπεραίνουμε δηλαδή ότι οι πιθανότητες μας επηρεάζουν το αποτέλεσμα και μας οδηγούν σε όλο και καλύτερες λύσεις.

Για την παράμετρο  $K$  η οποία δηλώνει τους χρήστες του συστήματός μας: Θεωρούμε τον αριθμό των subcarrier σταθερό  $N = 1024$  και εκτελούμε τον

αλγόριθμό μας για διάφορα  $K$ , από το 2 έως το 64 διπλασιάζοντας τα κάθε φορά και παρατηρώντας τη μεταβολή τόσο στο χρόνο εκτέλεσης του αλγορίθμου όσο και στην απόδοση του συστήματος.

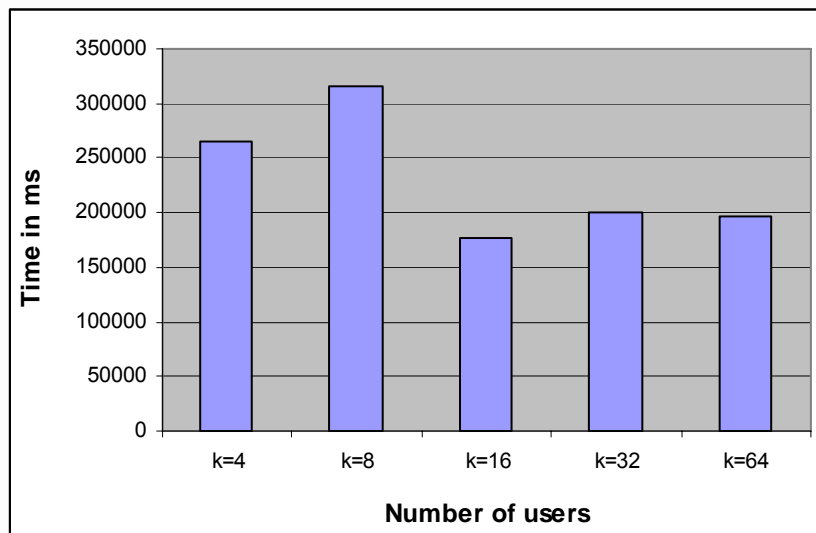


Figure 25: Time in milliseconds for different number of users  $K$  and  $N=1024$

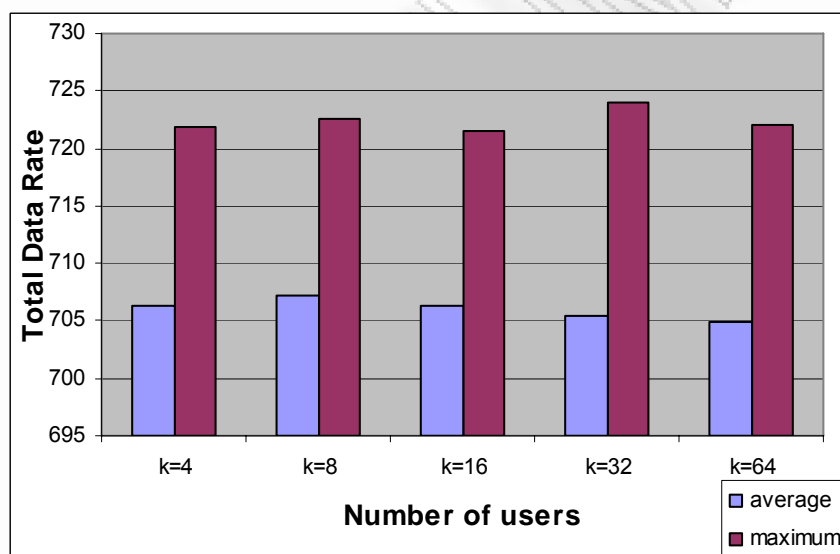


Figure 26: Maximum and Mean Total Data Rate for different users  $K$  and  $N=1024$

Σύμφωνα με τα παραπάνω γραφήματα διαπιστώνουμε ότι ο αριθμός των χρηστών είναι ανεξάρτητος από την πολυπλοκότητα του αλγορίθμου. Οι όποιες διακυμάνσεις υπάρχουν στο σχήμα οφείλονται στο γεγονός της μικρής πιθανότητα επιλογής που μπορεί να έχει ένα subcarrier και έτσι να οδηγήσει τον αλγόριθμό μας σε πολλές

επαναλήψεις μέχρι να επιλέξει τις λύσεις. Αυτό άλλωστε φαίνεται και στην συνθήκη τερματισμού του αλγορίθμου η οποία εξαρτάται από το πλήθος των subcarrier.

Για την παράμετρο  $N$  η οποία δηλώνει τους το πλήθος των subcarrier του συστήματός μας: Θεωρούμε τον αριθμό των χρηστών σταθερό  $K = 32$  και εκτελούμε τον αλγόριθμό μας για διάφορα  $N$ , από το 64 έως το 1024 διπλασιάζοντας τα κάθε φορά και παρατηρώντας τη μεταβολή τόσο στο χρόνο εκτέλεσης του αλγορίθμου όσο και στην απόδοση του συστήματος.

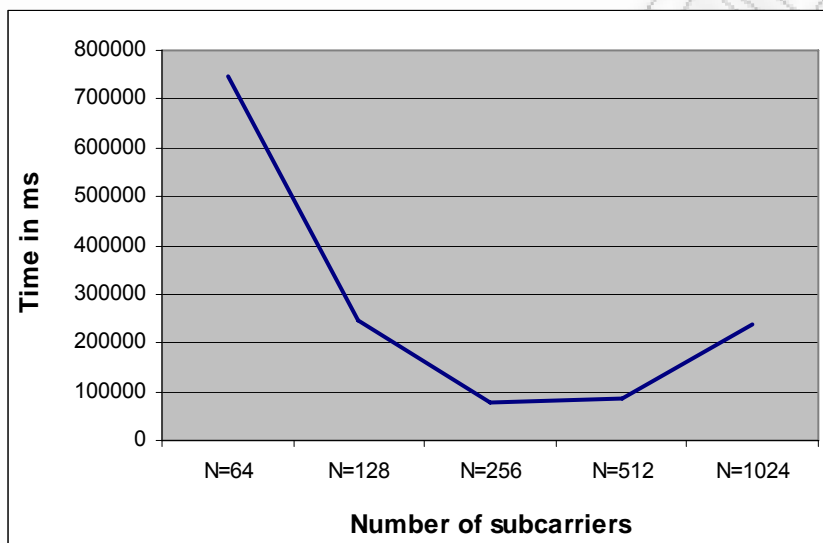


Figure 27: Time in milliseconds for different number of subcarriers  $N$  and  $K=32$

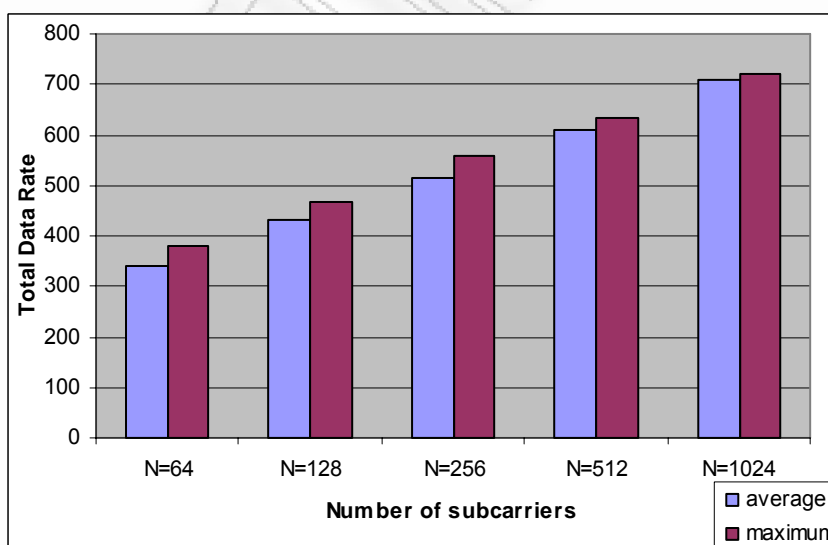


Figure 28: Maximum and Mean Total Data Rate for different subcarriers  $N$  and  $K=32$

## Σύγκριση ACO-SAA με Exhaustive Search Algorithm

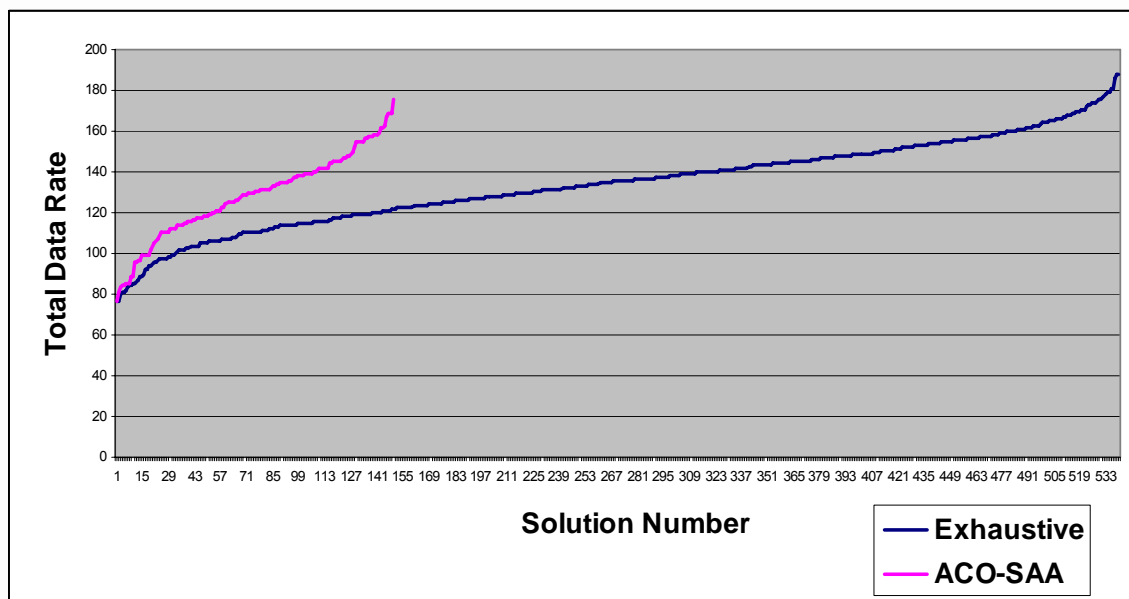
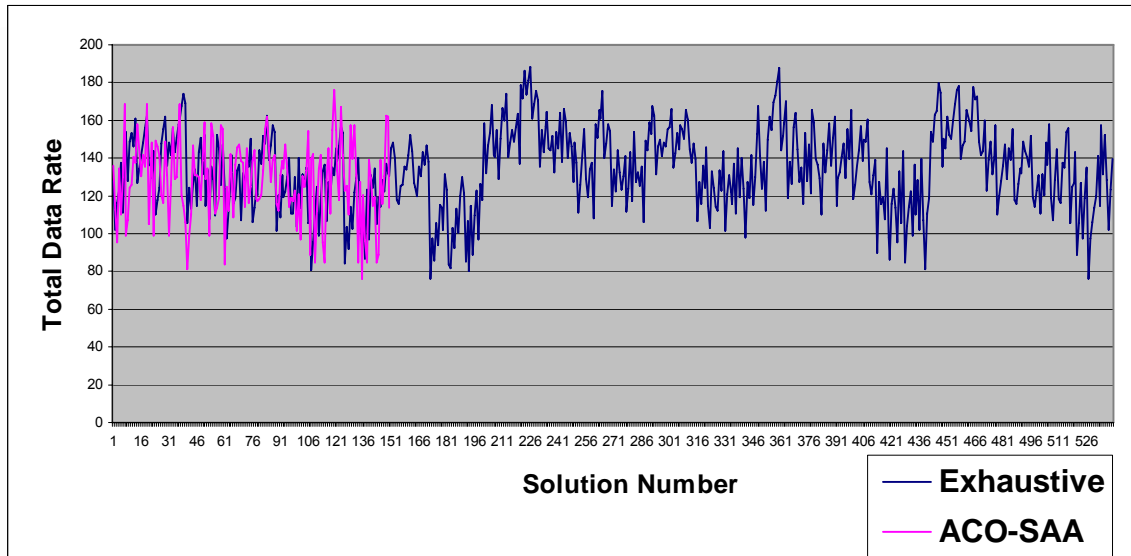


Figure 29: Total Data Rate for ACO-SAA and Exhaustive Search (Sorted)

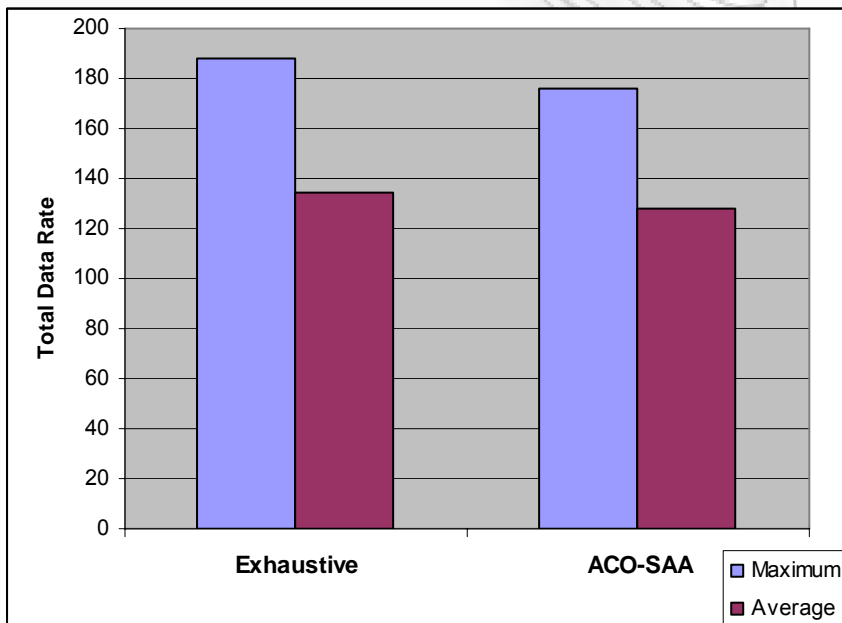
Στο παραπάνω σχήμα παρουσιάζουμε όλες τις λύσεις του ACO-SAA και του Exhaustive Search Algorithm ταξινομημένες με σειρά από την ελάχιστη προς τη βέλτιστη. Στο επόμενο διάγραμμα βλέπουμε τις λύσεις με τη σειρά που βρέθηκαν και για τους δύο αλγορίθμους. Η μέγιστη λύση (αντικειμενική συνάρτηση) για τον ACO-SAA βρίσκεται στην 120 επανάληψη (μυρμήγκι) και έχει την τιμή 176.047 ενώ η μέγιστη λύση του Exhaustive Search Algorithm βρίσκεται στην 226 επανάληψη και έχει την τιμή 188.176.

Λόγο της υψηλής πολυπλοκότητας του Exhaustive Search Algorithm - όπου βρίσκονται όλοι οι δυνατοί συνδυασμοί 1 και 0 σε ένα πίνακα μεγέθους  $K, N$  και από αυτούς κρατάμε μόνο όσους πληρούν τα κριτήρια της αντικειμενικής συνάρτησης - το μέγεθος των  $K, N$  επιλέχθηκαν όσο το δυνατόν μικρότερα για τη σύγκριση. Οπότε έχουμε χρήστες  $K = 3$  και subcarrier  $N = 9$  όπου σε κάθε χρήστη πρέπει να αποδώσουμε αριθμό subcarrier ίσο με 3.

Σο παρακάτω σχήμα βρίσκονται οι λύσεις των δύο αλγορίθμων χωρίς ταξινόμηση (με τη σειρά που βρέθηκαν).



**Figure 30: Total Data Rate for ACO-SAA and Exhaustive Search**



**Figure 31: Maximum and mean Total Data Rate for ACO-SAA and Exhaustive Algorithm**

Στο παραπάνω σχήμα βλέπουμε την απόδοση του αλγορίθμου μας σε σχέση με την γενική βέλτιστη λύση (αποτέλεσμα του Exhaustive Search Algorithm). Η τελική λύση του αλγορίθμου μας αποτελεί το 93,55% της βέλτιστης ενώ η μέση το 95,56%.

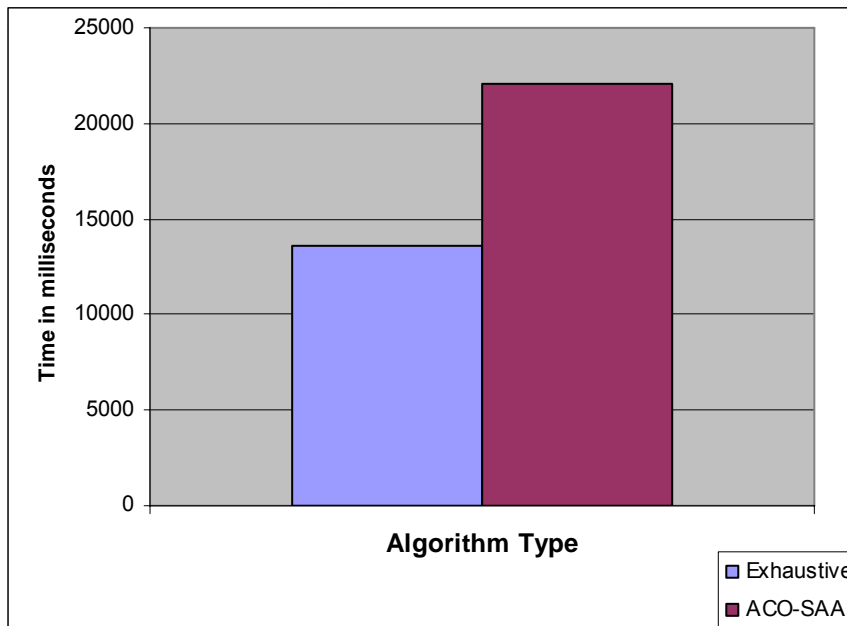


Figure 32: Time in milliseconds for algorithms to be executed

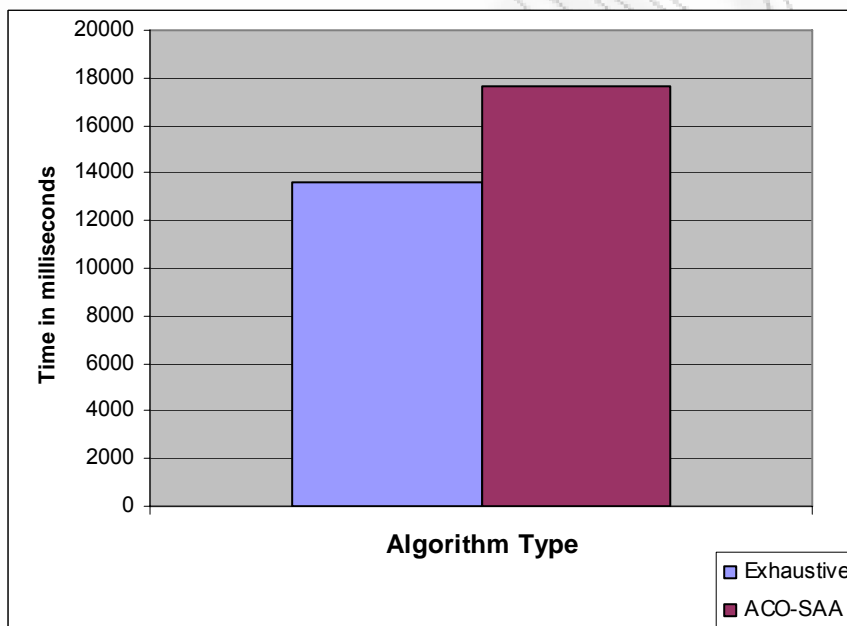


Figure 33: Time in milliseconds for algorithms to find their best solution

Ο χρόνος που χρειάζεται ο Exhaustive Search Algorithm για να εκτελεστεί είναι σαφώς λιγότερος από εκείνον του ACO-SAA. Από ότι παρατηρήσαμε στα σχήματα (25) και (27), υπάρχει γραμμική σχέση ανάμεσα στο χρόνο εκτέλεσης του ACO-SAA και του αριθμό των χρηστών και των subcarrier. Αντίθετα αυτός ο χρόνος αυξάνεται εκθετικά στην περίπτωση του Exhaustive Search Algorithm όπου καλούμαστε να βρούμε όλες τις δυνατές διατάξεις ενός πίνακα στοιχείων μεγέθους  $K \times N$ . Στην περίπτωση του πραγματικού συστήματος (WiMAX) αυτός ο χρόνος είναι δυναμικά

μη-υπολογίσιμος. Παρόλα αυτά παρατηρούμε μείωση του χρόνου για την εύρεση της μέγιστης λύσης, προσεγγίζοντας έτσι τον Exhaustive Search Algorithm.

### Σύγκριση ACO-SAA με Greedy Algorithm

Ένας άλλος αλγόριθμος με τον οποίο πραγματοποιούμε σύγκριση της αποδοτικότητας του ACO-SAA είναι ο άπληστος (greedy) αλγόριθμος. Στην προσπάθειά του να βρει την καλύτερη λύση επιλέγει να αποδώσει σε έναν χρήστη τον subcarrier που εκείνη τη δεδομένη χρονική στιγμή προσφέρει το μεγαλύτερο κέρδος στο χρήστη. Οι παραλλαγές του greedy αλγορίθμου που μελετήθηκαν είναι οι εξής: Ο πρώτος αποδίδει σε κάθε χρήστη όλους τους subcarrier που απαιτούνται με τη μέθοδο που προαναφέραμε έως ότου αποδοθούν όλοι οι subcarrier. Η τιμή της συνάρτησης που επιστρέφεται είναι μοναδική αφού η είσοδος είναι καθορισμένη και τα βήματα ντετερμινιστικά χωρίς την ύπαρξη κάποιας τυχαίας συνάρτησης μέσα στο πρόγραμμα.

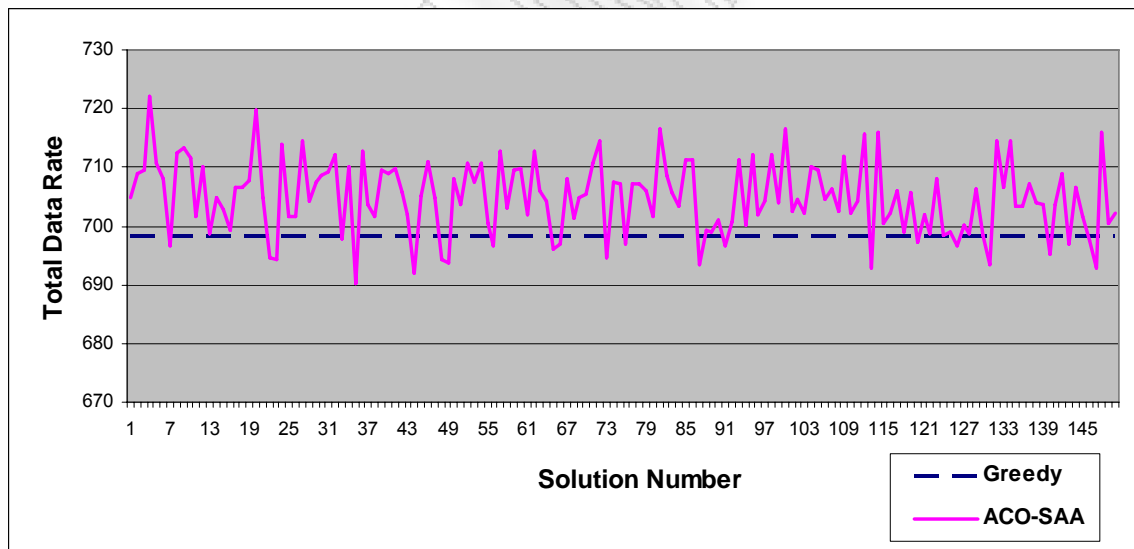


Figure 34: Total Data Rate for ACO-SAA and Greedy Algorithm

Ο δεύτερος greedy αλγόριθμος αποδίδει σε κάθε χρήστη ένα subcarrier τη φορά έως ότου αποδοθούν όλοι οι subcarrier. Αυτό συνεπάγεται δικαιότερη κατανομή των subcarrier στους χρήστες και έτσι επιτυγχάνουμε μεγαλύτερη τιμή στην αντικειμενική συνάρτηση.

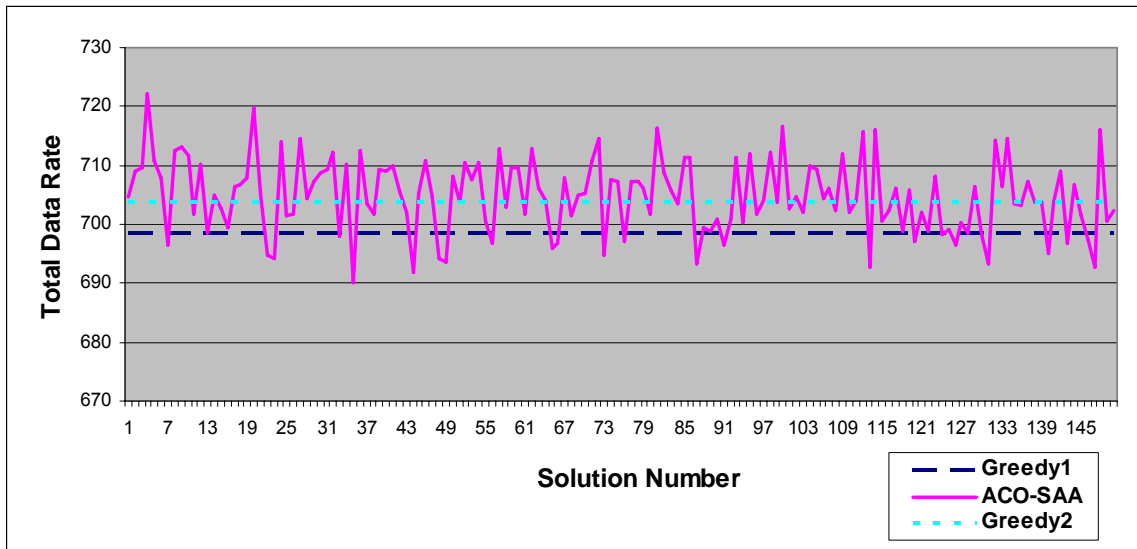


Figure 35: Total Data Rate for ACO-SAA and Greedy Algorithms

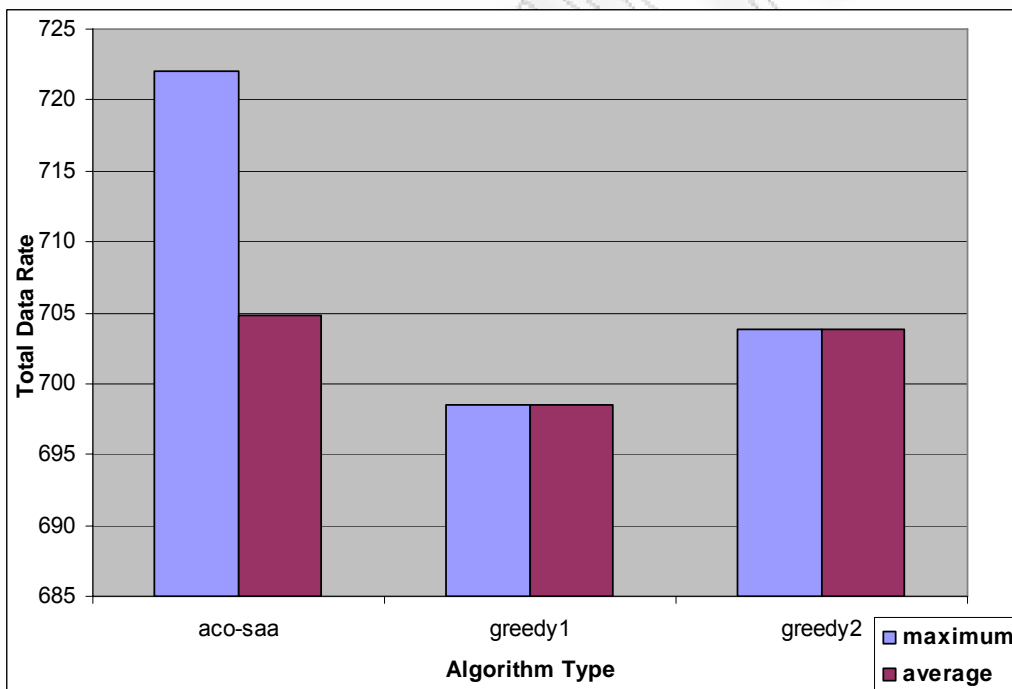


Figure 36: Maximum and mean Total Data Rate for ACO-SAA and Greedy Algorithms

### Σύγκριση ACO-SAA με ACO-SAA2

Όπως αναφέραμε και στο κεφάλαιο 2.4.2 ο κανόνας αναπροσαρμογής της φερομόνης IB (iteration-best) εισάγει μια πολύ ισχυρότερη επιρροή προς τις καλές λύσεις σε σχέση με αυτές που βρίσκονται με τον κανόνα AS-update (που χρησιμοποιήσαμε έως



τώρα). Για να δούμε την σύγκριση αυτή κατασκευάσαμε αλγόριθμο στηριζόμενοι στο MAX-MIN Ant System (MMAS) που είναι μια βελτίωση της αρχικής ιδέας του Ant System. Η διαφορά του με τον ACO-SAA αλγόριθμο είναι ότι μόνο τα καλύτερα μυρμήγκια (που βρήκαν μεγαλύτερη τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης) μπορούν να ανανεώσουν τα ίχνη της φερομόνης. Ονομάζουμε τον αλγόριθμο ACO-SAA2 και παρακάτω παραθέτουμε τη σύγκριση με τον ήδη κατασκευασμένο αλγόριθμο ACO-SAA.

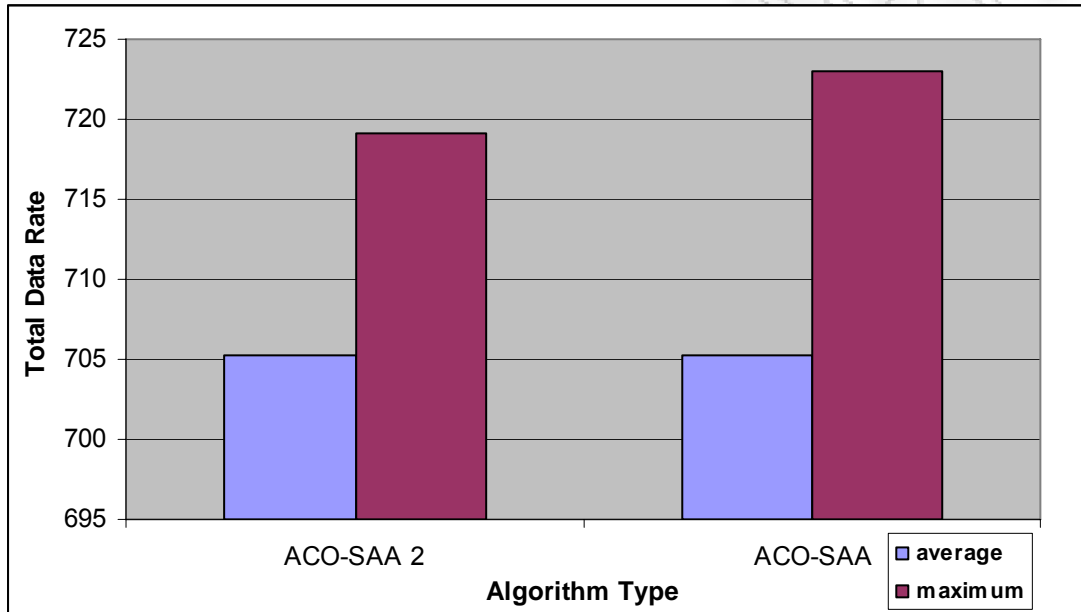


Figure 37: Maximum and mean Total Data Rate for ACO-SAA and ACO-SAA2 Algorithms

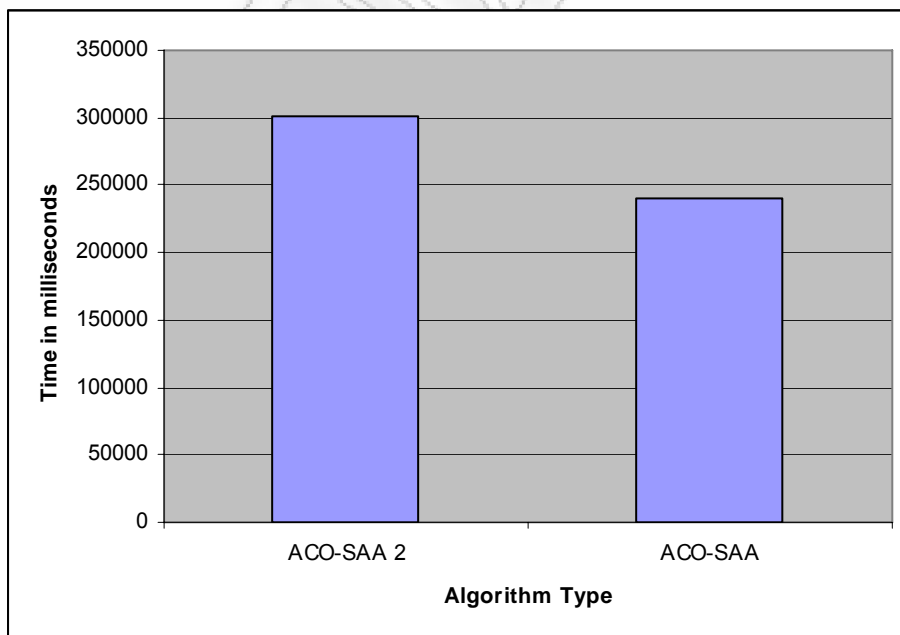


Figure 38: Time in milliseconds for algorithms to find their best solution

Η απόδοση των δύο αλγορίθμων είναι ίδια με περισσότερο βέλτιστα αποτελέσματα να έχει ο ACO-SAA αλγόριθμος που στηρίζεται στο Ant System. Αυτό συμβαίνει διότι η φερομόνη (συνεπώς και η πιθανότητα επιλογής) στον ACO-SAA 2 ανανεώνεται μόνο στις καλύτερες λύσεις κάθε φορά που είναι λίγες σε αριθμό (7 στο παραπάνω πείραμα) και έτσι δεν προλαβαίνει ο αλγόριθμος να συγκλίνει σε μία βέλτιστη λύση.

#### **4.5 Συμπεράσματα**

Σε αυτή την εργασία προτείναμε έναν ACO αλγόριθμο ο οποίος μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την απόδοση subcarrier στους χρήστες ενός OFDMA ασύρματου ή μη συστήματος. Μέσα από πειράματα και σύγκριση με άλλους αλγορίθμους όπως ο αλγόριθμος εξαντλητικής αναζήτησης (Exhaustive Search Algorithm) και παραλλαγές άπληστων αλγορίθμων (Greedy) δείξαμε ότι ο ACO-SAA είναι ικανός να βρει μία σχεδόν βέλτιστη λύση στο πρόβλημά μας σε σύντομο χρονικό διάστημα. Το χρονικό αυτό διάστημα καθορίζεται από τον διαχειριστή του συστήματος και μεταβάλλεται ανά πάσα στιγμή προσθέτοντας ή αφαιρώντας μυρμηγκία στο σύστημα. Όπως αποδείξαμε η προσθήκη περισσότερων μυρμηγκιών οδηγεί σε καλύτερες λύσεις αλλά με μειωμένο ρυθμό σε κάθε προσθήκη, καθώς επίσης αυξάνει το χρόνο εκτέλεσης του αλγορίθμου.

Οι αλγόριθμοι εξαντλητικής αναζήτησης καθίστανται αδύνατο να χρησιμοποιηθούν σε πραγματικά real-time συστήματα. Αντίθετα οι πολύ γρήγοροι greedy αλγόριθμοι μας δίνουν χαμηλής ποιότητας λύσεις. Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι ο ACO-SAA οδηγεί σε πολύ καλές τιμές αντικειμενικής συνάρτησης (Συνολικός Ρυθμός Μετάδοσης όλων των χρηστών) για οποιοδήποτε αριθμό χρηστών και subcarrier.

## ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [1]. Thomas Weise. “Global Optimization Algorithms – Theory and Application –”
- [2]. Wikipedia. Wikipedia – The Free Encyclopedia, 2008. Online available at <http://en.wikipedia.org/> [accessed 09/08].
- [3]. Ojvind Winge. Wilhelm Johannsen. “The Creator of the Terms Gene, Genotype, Phenotype and Pure Line.” *Journal of Heredity*, 49(2):83–88, March 1958. ISSN: 1465-7333 (Online), 0022-1503 (Print). Online available at <http://jhered.oxfordjournals.org/cgi/reprint/49/2/83.pdf>
- [4]. Carlos M. Fonseca and Peter J. Fleming. “Multiobjective Optimization and Multiple Constraint Handling with Evolutionary Algorithms. In *Practical Approaches to Multi-Objective Optimization, 2004*”. Online available at <http://drops.dagstuhl.de/opus/volltexte/2005/237/>
- [5]. Conference on Bioinspired Optimization Methods and their Application, BIOMA 2006, pages 45–54, 2006. Online available at [http://www.item.uni-bremen.de/staff/zilli/zielinski06stopping\\_PSO-.pdf](http://www.item.uni-bremen.de/staff/zilli/zielinski06stopping_PSO-.pdf).
- [6]. M. Dorigo. *Optimization, Learning and Natural Algorithms* (in Italian). PhD thesis, Dipartimento di Elettronica, Politecnico di Milano, Italy, 1992.
- [7]. M. Dorigo, V. Maniezzo, and A. Colomi. Positive feedback as a search strategy. Technical Report 91-016, Dipartimento di Elettronica, Politecnico di Milano, Italy, 1991.
- [8]. M. Dorigo, V. Maniezzo, and A. Colomi. Ant System: Optimization by a colony of cooperating agents. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics - Part B*, 26(1):29-41, 1996.
- [9]. E. Bonabeau, M. Dorigo, and G. Theraulaz. *Swarm Intelligence: From Natural to Artificial Systems*. Oxford University Press, New York, NY, 1999.
- [10]. S. Camazine, J.-L. Deneubourg, N. Franks, J. Sneyd, G. Theraulaz, and E. Bonabeau. *Self-Organization in Biological Systems*. Princeton University Press, Princeton, NJ, 2003.
- [11]. P. P. Grasse. *Les insectes dans leur univers*. Ed. du Palais de la decouverte, Paris, 1946.
- [12]. P. P. Grasse. La reconstruction du nid et les coordinations interindividuelles chez *bellicositermes natalensis* et *cubitermes* sp. la theorie de la stigmergie: essai d'interpretation du comportement des termites constructeurs. *Insectes Sociaux*, 6:41-81, 1959.
- [13]. J.-L. Deneubourg, S. Aron, S. Goss, and J.-M. Pasteels. The self-organizing exploratory pattern of the Argentine ant. *Journal of Insect Behavior*, 3:159-168, 1990.
- [14]. M. Dorigo and G. Di Caro. The ant colony optimization meta-heuristic. In D. Corne, M. Dorigo, and F. Glover, editors, *New Ideas in Optimization*, pages 11-32. McGraw Hill, London, UK, 1999.
- [15]. M. Dorigo, G. Di Caro, and L. M. Gambardella. Ant algorithms for discrete optimization. *ArtificialLife*, 5(2):137-172, 1999.
- [16]. M. Dorigo and L. M. Gambardella, “Ant Colony System: A cooperative learning approach to the traveling salesman problem” *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 1(1):53–66, 1997.

- [17]. Gambardella, L.M., Dorigo, M.: Ant-Q: A Reinforcement Learning Approach to the Traveling Salesman Problem. In: Frieditis, A., Russell, S.(eds.): Proceedings of ML-95, Twelfth International Conference on Machine Learning. Morgan Kaufmann (1995) 252-260
- [18]. M. Dorigo and T. StÄutzle. Ant Colony Optimization. MIT Press, Cambridge, MA, 2004.
- [19]. M. Dorigo, V. Maniezzo, and A. Colorni. Ant System: Optimization by a colony of cooperating agents. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics - Part B, 26(1):29-41, 1996.
- [20]. X. Li, P. Tian “An Ant Colony System for the Open Vehicle Routing Problem”, Lecture notes in computer science, vol. 4150, Pages 356-363, Springer-Verlag 2006
- [21]. E. L. Lawler, J. K. Lenstra, A. H. G. Rinnooy-Kan, and D. B. Shmoys. The Travelling Salesman Problem. John Wiley & Sons, New York, NY, 1985.a
- [22]. T. StÄutzle and M. Dorigo. ACO algorithms for the traveling salesman problem. In K. Miettinen, M. M. MÄäkelÄa, P. NeittaanmÄaki, and J. Periaux, editors, Evolutionary Algorithms in Engineering and Computer Science, pages 163{183. John Wiley & Sons, Chichester, UK, 1999.
- [23]. K. Socha, J. Knowles, and M. Sampels. A MAX-MIN ant system for the university timetabling problem. In M. Dorigo, G. Di Caro, and M. Sampels, editors, Proceedings of ANTS 2002 { Third International Workshop on Ant Algorithms, volume 2463 of LNCS, pages 1-13. Springer-Verlag, Berlin, Germany, 2002.
- [24]. C. Blum and M. Dorigo. The hyper-cube framework for ant colony optimization. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics - Part B, 34(2):1161-1172, 2004.
- [25]. M. Guntsch and M. Middendorf. A population based approach for ACO. In S. Cagnoni, J. Gottlieb, E. Hart, M. Middendorf, and G. Raidl, editors, Applications of Evolutionary Computing, Proceedings of EvoWorkshops 2002: EvoCOP, EvoIASP, EvoSTim, volume 2279 of LNCS, pages 71-80. Springer- Verlag, Berlin, Germany, 2002.
- [26]. V.-D. Cung, S. L. Martins, C. C. Ribeiro, and C. Roucairol. Strategies for the parallel implementation of metaheuristics. In C. C. Ribeiro and P. Hansen, editors, Essays and Surveys in Metaheuristics, volume 15 of Operations Research/Computer Science Interfaces, chapter 13. Kluwer Academic Publishers, Amsterdam, The Netherlands, 2001.
- [27]. M. Dorigo and T. StÄutzle. Ant Colony Optimization. MIT Press, Cambridge, MA, 2004.
- [28]. R.W. Chang, Synthesis of Band-Limited Orthogonal Signals for Multichannel Data Transmission, Bell Syst. Tech. J., vol.45, pp. 1775-1796, Dec. 1966.
- [29]. B.R. Salzberg, Performance of an efficient parallel data transmission system, IEEE Trans. Commun. Technol., vol. COM-15, pp. 805-813, Dec. 1967.
- [30]. “Orthogonal Frequency Division Multiplexing”, U.S. Patent No. 3, 488,4555, filed November 14, 1966, issued January 6, 1970.
- [31]. Mosier, R. R., and R. G. Clabaugh, Kineplex, a Bandwidth Efficient Binary Transmission System, AIEE Trans., Vol. 76, pp 723 – 728, Jan. 1958.
- [32]. Porter, G. C., Error Distribution and Diversity Performance of a Frequency Differential PSK HF modem, IEEE Trans. Comm., Vol. COM-16, pp. 567-575, August 1968.

- [33]. Zimmerman, M. S. and A. L. Kirsch, The AN/GSC-10 (KATHRYN) variable rate data modem for HF radio, IEEE Trans. Comm., Vol. COM-15, pp. 197-205, April 1967.
- [34]. S.B. Weinstein and P.M. Ebert, Data transmission by frequency-division multiplexing using the discrete Fourier transform, IEEE Trans. Commun. Technol., vol. COM-19, pp. 628-634, Oct. 1971.
- [35]. Hirosaki, B., An Orthonogonally Multiplexed QAM system Using the Discrete Fourier Transform, IEEE Trans. Comm., Vol., COM-29, pp. 982-989, July 1981.
- [36]. Hirosaki, B., a 19.2 kbits Voice Band Data Modem Based on Orthogonality Multiplexed QAM Techniques, Proc. Of IEEE ICC '85, pp. 21.1.1-5, 1985.
- [37]. Keasler, W. E., and D. L. Bitzer, High Speed modem suitable for operating with switched network, U.S. Patent No. 4,206,320, June 1980.
- [38]. IEEE 802.16-2004, Part 16: Air Interface for Fixed Broadband Wireless Access Systems, IEEE Standard for local and Metropolitan Area Networks, October 2004.
- [39]. H. Yaghoobi, Scalalable OFDMA Physical Layer in IEEE 802.16 WirelessMAN, Intel Technology Journal, pp. 201-212, August 2004.
- [40]. A. Ghosh, D. Wolter, J.Andrews and R. Chen, Broadband wireless access with WiMax/802.16: Current performance Benchmarks and future potential, IEEE Communications Magazine, pp. 129-136, February 2005.
- [41]. [www.wimaxforum.org](http://www.wimaxforum.org).
- [42]. N. Benameur, S. Ben Fredj, F. Delcoigne, S. Oueslati-Boulahia and J.W. Roberts, Integrated Admission Control for Streaming and Elastic Traffic, QofIS 2001, Coimbra, September 2001.
- [43]. A.B. Downey, The structural cause of file size distributions, ACM SIGMETRICS Performance Evaluation Review, vol.29, pp.328-329, June 2001.
- [44]. "3GPP; Technical Specification Group Radio Access Network; Requirements for E-UTRA and E-UTRAN (R7)", 3GPP TR 25.913 V7.3.0, March. 2006. [Online] Available:<http://www.3gpp.org/ftp/Specs/htmlinfo/25913.htm>
- [45]. A.Doufexi, S.Armour "Design Considerations and Physical Layer Performance Results for a 4G OFDMA System Employing Dynamic Subcarrier Allocation", PIMRC'05, Vol.1, Page 357-361
- [46]. "3GPP; Technical Specification Group Radio Access Network; Physical
- [47]. layer aspects for evolved UTRA (R7)", TR 25.814 V7.0.0 (2006-06) [Online]. Available: <http://www.3gpp.org/ftp/Specs/html-info/25814.htm>
- [48]. Understanding WiMAX and 3G for Portable/Mobile Broadband Wireless, Technical White Paper, Intel.
- [49]. SEUNG JOON LEE "Trade-off between frequency diversity gain and frequency-selective scheduling gain in OFDMA systems with spatial diversity"
- [50]. S. T. Chung and A. Goldsmith, " Degrees of Freedom in Adaptive Modulation: A Unified View",. IEEE Trans. Commun., vol. 49, no. 9, pp. 1561.1571, Sept 2001.