



Πανεπιστήμιο Πειραιώς
Τμήμα Βιομηχανικής Διοίκησης και Τεχνολογίας

**Συμβολή στη θεωρία προγραμματισμού εργασιών και εφαρμογές
της στην παραγωγή και στο περιβάλλον**

Διδακτορική Διατριβή
του Νικόλαου Π. Ραχανιώτη

Αθήνα, 2007

Αφιερωμένο στη μνήμη του πατέρα μου...

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΡΔΑΛΗ

РАНЕЕЗНАМО ТЕРПАА

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Πρώτα απ' όλα θα ήθελα να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα καθηγητή μου, κ. Κώστα Παππή, ο οποίος ως φίλος και δάσκαλος με ώθησε στον κόσμο της έρευνας, κόσμο όμορφο και μυστηριώδη.

Ευχαριστώ την μητέρα μου για την αμέριστη υποστήριξή της. Την αδερφή μου για την υπομονή της και την ουσιαστική βοήθεια σε θέματα ηλεκτρονικών υπολογιστών. Την υπόλοιπη οικογένεια μου. Τους Θεοδωρή Βουτσινά, Σταύρο Δανιήλ, Θωμά Δασακλή και Γιάννη Τσουλφά (ερευνητική ομάδα υπό τον κ. Παππή) για την συνεργασία και την φιλία τους. Τον καθηγητή Karl Inderfurth καθώς και τον αποβιώσαντα υποψήφιο διδάκτορα Gerd Lindner για την συνεργασία που είχαμε στο Πανεπιστήμιο Otto-von-Guericke στο Μαγδεμβούργο της Γερμανίας. Την αποβιώσασα καθηγήτρια Μαρία Δημοπούλου του Οικονομικού Πανεπιστημίου Αθηνών για την βοήθεια σε θέματα δασικών πυρκαγιών.

Τέλος ευχαριστώ όλους τους φίλους μου που αυτά τα χρόνια έκαναν μικρά και μεγάλα πράγματα που με βοήθησαν πολύ.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1: ΕΙΣΑΓΩΓΗ	8
1.1 Αντικείμενο της διατριβής	8
1.2 Δομή της διατριβής	11
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΤΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ ΕΡΓΑΣΙΩΝ ΜΕ ΧΡΟΝΙΚΑ ΜΕΤΑΒΑΛΛΟΜΕΝΕΣ ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΥΣ	13
2.1 Εισαγωγή στα προβλήματα και στους αλγορίθμους προγραμματισμού εργασιών – Η έννοια της πολυπλοκότητας	13
2.2. Το πρόβλημα με έναν επεξεργαστή και μεταβαλλόμενους χρόνους εκτέλεσης εργασιών	15
2.2.1 Συμβολισμός	15
2.2.2 Επισκόπηση βιβλιογραφίας για το πρόβλημα με έναν επεξεργαστή και αύξοντες χρόνους εκτέλεσης εργασιών	17
2.2.3 Επισκόπηση βιβλιογραφίας για το πρόβλημα με έναν επεξεργαστή και φθίνοντες χρόνους εκτέλεσης εργασιών	21
2.3 Το πρόβλημα με πολλαπλούς επεξεργαστές και μεταβαλλόμενους χρόνους εκτέλεσης εργασιών	22
2.3.1 Συμβολισμός	22
2.3.2 Επισκόπηση βιβλιογραφίας	23
2.4 Το πρόβλημα με έναν επεξεργαστή και φθίνουσες αξίες εργασιών	24
2.4.1 Συμβολισμός	24
2.4.2 Επισκόπηση βιβλιογραφίας	25
2.5 Το πρόβλημα με έναν επεξεργαστή και ταυτόχρονη αύξηση των χρόνων εκτέλεσης και ελάττωση της αξίας των εργασιών	26
2.5.1 Ορισμός του προβλήματος	26
2.5.2 Επισκόπηση βιβλιογραφίας	28
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΣΕ ΘΕΜΑΤΑ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ	29
3.1 Εύρεση βέλτιστου μεγέθους παρτίδας παραγωγής σε παραγωγικό σύστημα με επανεπεξεργασία προϊόντων φθίνουσας αξίας	29
3.1.1 Εισαγωγή	29
3.1.2 Βασικά στοιχεία του προβλήματος προγραμματισμού παραγωγής με επανεπεξεργασία	33
3.1.3 Το μοντέλο χωρίς επιδείνωση της κατάστασης των ελαττωματικών τεμαχίων	36
3.1.4 Μοντέλα εύρεσης βέλτιστου μεγέθους παρτίδας παραγωγής	41
3.2 Προγραμματισμός περιοδικής προληπτικής συντήρησης με ένα συνεργείο σε πεπερασμένο χρονικό ορίζοντα	49
3.2.1 Εισαγωγή	49
3.2.2 Περιγραφή του προβλήματος	51
3.2.3 Μεθοδολογία επίλυσης	53
3.3 Βελτιστοποίηση της αξίας χρήσης συστημάτων με εξαρτήματα των οποίων η αξία φθίνει με το χρόνο	55
3.3.1 Εισαγωγή	55
3.3.2 Περιγραφή του προβλήματος	58
3.3.3 Περιγραφή του μοντέλου	59
3.3.4. Παράδειγμα	65
3.4 Πολιτικές ανασύνθεσης με σύνθετα κριτήρια: Η περίπτωση των προσωπικών ηλεκτρονικών υπολογιστών	72
3.4.1 Εισαγωγή	72

3.4.2. Περιγραφή – Μοντελοποίηση του προβλήματος	72
3.4.3 Παράδειγμα	76
3.5 Συμπεράσματα	78
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4: ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΣΕ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΥΠΟΣΤΗΡΙΞΗΣ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ ΚΑΤΑΣΤΟΛΗΣ ΔΑΣΙΚΩΝ ΠΥΡΚΑΓΙΩΝ	81
4.1 Εισαγωγή	81
4.2 Ο προγραμματισμός του έργου κατάσβεσης δασικών πυρκαγιών ως προγραμματισμός εργασιών με χρονικά μεταβαλλόμενες παραμέτρους	84
4.2.1 Η περίπτωση ενός διαθέσιμου πόρου δασοπυρόσβεσης	84
4.2.1.1 Εισαγωγή	84
4.2.1.2 Διατύπωση και μοντελοποίηση του προβλήματος	87
4.2.1.3 Μεθοδολογία Επίλυσης	91
4.2.1.4 Αριθμητικό παράδειγμα	96
4.2.2 Ανάπτυξη ευρετικών αλγορίθμων και αλγόριθμου κλάδου και φράγματος	99
4.2.2.1 Εισαγωγή	99
4.2.2.2 Περιγραφή του προβλήματος	99
4.2.2.3 Εξαγωγή συνάρτησης του χρόνου κατάσβεσης	100
4.2.2.4 Μεθοδολογία επίλυσης	101
4.2.2.5 Παράδειγμα	107
4.3 Η περίπτωση πολλαπλών διαθέσιμων πόρων δασοπυρόσβεσης	110
4.3.1 Εισαγωγή	110
4.3.2 Περιγραφή του προβλήματος	111
4.3.3 Το μοντέλο	113
4.3.4 Ευρετικός αλγόριθμος	114
4.4 Συμπεράσματα	118
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5: ΣΥΝΟΨΗ, ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ, ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ ΓΙΑ ΠΕΡΑΙΤΕΡΩ ΕΡΕΥΝΑ	120
5.1 Σύνοψη και συμπεράσματα	120
5.2 Συμβολή της διατριβής στην έρευνα	122
5.3 Προτάσεις για περαιτέρω έρευνα	126
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑΤΑ	129
Παράρτημα Α : Έννοιες και Ορισμοί Πολυπλοκότητας (2.1)	129
Παράρτημα Β : Υπολογισμός του χρονικά σταθμισμένου αποθέματος ετοιμοπαράδοτων τεμαχίων (3.1.3)	131
Παράρτημα Γ: Απόδειξη των ιδιοτήτων του μοντέλου εύρεσης του μεγέθους παρτίδας παραγωγής με επανεπεξεργαζόμενα τεμάχια των οποίων η αξία φθίνει με τον χρόνο (3.1.4)	132
Παράρτημα Δ: Υπολογισμός της καιγόμενης περιοχής $E_i(t)$ (4.2.1.3)	134
Παράρτημα Ε: Υπολογισμός του εμβαδού του δακτυλίου $A_i(t)$ και των χρόνων μετακίνησης του πυροσβεστικού μέσου (4.2.2.3)	136
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ	138
Κατάλογος Δημοσιεύσεων	138
Ηλεκτρονικές διευθύνσεις	149
ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΑΠΟΔΟΣΗΣ ΟΡΩΝ ΑΠΟ ΤΗΝ ΑΓΓΛΙΚΗ ΣΤΗΝ ΕΛΛΗΝΙΚΗ	150

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1: ΕΙΣΑΓΩΓΗ

1.1 Αντικείμενο της διατριβής

Η παρούσα διδακτορική διατριβή έχει ως αντικείμενο την ανάλυση και επίλυση προβλημάτων προγραμματισμού εργασιών σε έναν ή περισσότερους επεξεργαστές με χρονικά μεταβαλλόμενες παραμέτρους και την ανάπτυξη σχετικών εφαρμογών σε θέματα προγραμματισμού-οργάνωσης παραγωγικών λειτουργιών και περιβαλλοντικής προστασίας. Τέτοιες εργασίες θεωρούνται εκείνες, των οποίων η διάρκεια εκτέλεσης ή/ και η αξία τους (χρηματική ή άλλου είδους) είναι συνάρτηση του χρόνου έναρξης της εκτέλεσης. Πιο συγκεκριμένα:

I. Η ερευνητική περιοχή του βιομηχανικού προγραμματισμού εργασιών με μεταβαλλόμενους (αύξοντες ή φθίνοντες) χρόνους εκτέλεσης αναπτύσσεται ραγδαίως τα τελευταία εικοσιπέντε χρόνια. *Εργασίες με αυξανόμενους χρόνους εκτέλεσης* (deteriorating jobs) θεωρούνται εκείνες, των οποίων η διάρκεια εκτέλεσης είναι **αύξουσα συνάρτηση** του χρόνου έναρξης της εκτέλεσης και η κατάσταση αυτή εμφανίζεται σε πολλές πραγματικές εφαρμογές:

α. Σε βιομηχανικούς επεξεργαστές (μηχανές) των οποίων η παραγωγικότητα ελαττώνεται με τον χρόνο. Αρχικά η μηχανή θεωρείται ότι βρίσκεται στο υψηλότερο επίπεδο παραγωγικής δυνατότητας. Με το πέρασμα του χρόνου κάθε εργασία που εκτελείται σε αυτήν αργότερα έχει και μεγαλύτερο χρόνο εκτέλεσης.

β. Στις εργασίες βιομηχανικής συντήρησης, επισκευών και καθαρισμού. Για παράδειγμα, έστω μία διεργασία συντήρησης που έχει προγραμματιστεί να ξεκινήσει κάποια προκαθορισμένη χρονική στιγμή και διαρκεί κάποιο χρονικό διάστημα. Αν ξεκινήσει μετά από την στιγμή αυτή, μπορεί να απαιτηθεί μεγαλύτερο χρονικό διάστημα για να ολοκληρωθεί.

γ. Σε μεταλλουργικές διαδικασίες. Για παράδειγμα, σε ένα ελασματοουργείο, αν η θερμοκρασία μίας ράβδου πέσει κάτω από ένα συγκεκριμένο όριο όσο αυτή περιμένει σε ένα χώρο προσωρινής αποθεματοποίησης (buffer) μεταξύ του φούρνου και των μηχανών ελασματοποίησης, τότε η ράβδος πρέπει να επαναθερμανθεί ώστε να επανέλθει στην απαιτούμενη θερμοκρασία για την ελασματοποίηση. Όσο περισσότερο περιμένει η ράβδος για την επαναθέρμανσή της, τόσο πέφτει η θερμοκρασία της και τόσο περισσότερο διαρκεί η διεργασία επαναθέρμανσής της.

δ. Στην παραγωγή παρτίδων προϊόντων με επανεπεξεργασία (rework). Η επανεπεξεργασία μίας παρτίδας είναι η ίδια μία εργασία. Όσο μεγαλύτερο είναι το χρονικό διάστημα που περιμένει μία παρτίδα την επανεπεξεργασία της, τόσο περισσότερο θα διαρκεί αυτή.

ε. Στην ανάπτυξη δυνάμεων για τον έλεγχο επιδημιών. Αν ξεσπάσει μία επιδημία, οποιαδήποτε καθυστέρηση στην έναρξη της προσπάθειας ελέγχου της σημαίνει πολύ μεγαλύτερο απαιτούμενο χρόνο για την καταπολέμησή της.

στ. Στους θαλάμους εντατικής σε νοσοκομεία. Ο χρόνος για την προσπάθεια θεραπείας των ασθενών αυξάνει αν η προσπάθεια αυτή δεν ξεκινήσει την κατάλληλη χρονική στιγμή.

ζ. Στην ανταπόκριση σε εγκληματικές ενέργειες. Για παράδειγμα, ο χρόνος για τον εντοπισμό των δραστών ενός εγκλήματος αυξάνει αν δεν υπάρξει ταχεία ανταπόκριση των αστυνομικών δυνάμεων.

η. Στην αναζήτηση αγνοουμένων κάτω από καιρικές συνθήκες που επιδεινώνονται ή υπό ελαττούμενο φως, καθώς η εύρεσή τους καθυστερεί με το πέρασμα του χρόνου.

θ. Στην αποπληρωμή πολλαπλών δανείων. Κάθε δάνειο μπορεί να θεωρηθεί ως μία εργασία. Αν καθυστερήσει η πληρωμή μίας δόσης ενός δανείου, τότε υπάρχει ένα πρόστιμο και επομένως η δόση αυξάνεται με την πάροδο του χρόνου. Σκοπός είναι η εύρεση της βέλτιστης ακολουθίας αποπληρωμής των δανείων ώστε να ελαχιστοποιείται η συνολική παρούσα αξία όλων των μελλοντικών δόσεων.

Π. Στην βιβλιογραφία έχουν επίσης αναφερθεί κάποια προβλήματα προγραμματισμού με **φθίνοντες χρόνους** εκτέλεσης εργασιών. Αυτά τα προβλήματα εμφανίζονται σε:

- Στρατιωτικές εφαρμογές. Για παράδειγμα, ένας επίγειος σταθμός ραντάρ εντοπίζει διάφορα αντικείμενα που το προσεγγίζουν. Ο χρόνος που απαιτείται για την αναγνώριση των αντικειμένων αυτών ελαττώνεται όσο τα αντικείμενα προσεγγίζουν. Συνεπώς, όσο αργότερα εντοπίζονται τα αντικείμενα, τόσο λιγότερος είναι ο διαθέσιμος χρόνος για την αναγνώρισή τους. Ως εργασία εδώ θεωρείται η αναγνώριση και η (πιθανή) καταστροφή ενός προσεγγίζοντα εναέριου στόχου, της οποίας ο χρόνος εκτέλεσης ελαττώνεται συνεχώς καθώς ο στόχος πλησιάζει.
- Διάφορα είδη καλλιεργειών, όπου οι χρόνοι συγκομιδής ελαττώνονται όσο ξεραίνεται η σοδειά στα αγροκτήματα.
- Περιοδική αντικατάσταση μηχανών που ελαττώνεται η αποτελεσματικότητά τους. Τα χρονικά διαστήματα μεταξύ των διαδοχικών αντικαταστάσεων ελαττώνονται με την πάροδο των ετών, καθώς οι μηχανές φθείρονται με ταχύτερο ρυθμό.
- Φαινόμενα «επίδρασης μάθησης» (learning effect) στην παραγωγή. Έστω ότι ένας εργάτης πρέπει να συναρμολογήσει έναν μεγάλο αριθμό ίδιων προϊόντων. Ο απαιτούμενος χρόνος για την συναρμολόγηση ενός προϊόντος εξαρτάται από την γνώση και την ικανότητα του εργάτη, την οργάνωση της θέσης εργασίας του κλπ.

Μετά από κάποιο χρονικό διάστημα ο εργάτης έχει εκπαιδευτεί καλύτερα στην παραγωγική διεργασία, η γνώση του στο αντικείμενο εργασίας είναι αυξημένη και η θέση εργασίας του είναι πιο οργανωμένη. Σαν συνέπεια της εκπαίδευσής του, ο χρόνος που απαιτείται για την συναρμολόγηση των επόμενων προϊόντων ελαττώνεται.

III. Ένας διαφορετικός τύπος προβλημάτων είναι εκείνος όπου η **αξία των εργασιών** είναι φθίνουσα συνάρτηση του χρόνου, με σταθερούς χρόνους εκτέλεσης. Η αξία αυτή μπορεί να ελαττώνεται για διάφορους λόγους, όπως η δυσαρέσκεια του πελάτη εξαιτίας καθυστερήσεων, η εποχική φύση του αγαθού, η τεχνολογική απαξίωση ή/και η φυσική φθορά και η έλλειψη αποθηκευτικού χώρου. Επιπλέον, αυτή η περίπτωση εμφανίζεται σε περιπτώσεις επανακατασκευής προϊόντων υψηλής τεχνολογίας, όπου η αξία των εργασιών που ολοκληρώνονται φθίνει με τον χρόνο εξαιτίας τεχνολογικής υποβάθμισης και φυσικής απαξίωσης. Για παράδειγμα, για τα εξαρτήματα H/Y έχει αποδειχθεί ότι ο ρυθμός ελάττωσης της αξίας τους είναι εκθετικός.

Η έρευνα όσον αφορά τον προγραμματισμό εργασιών περιορίζεται στη μέχρι τώρα σχετική βιβλιογραφία κυρίως στην περίπτωση ενός επεξεργαστή. Προσφάτως έχει επεκταθεί και σε προβλήματα με **πολλαπλούς παράλληλους επεξεργαστές** ίδιας δυναμικότητας και αυξανόμενους χρόνους εκτέλεσης εργασιών, οι οποίοι εξαρτώνται από τον χρόνο έναρξης εκτέλεσης των εργασιών.

Περιοχές προβλημάτων που ανήκουν στον χώρο του προγραμματισμού εργασιών με χρονικά μεταβαλλόμενες παραμέτρους και με τις οποίες ασχολήθηκε η διατριβή συμβάλλοντας στην προώθηση της σχετικής έρευνας είναι οι εξής:

α. Προγραμματισμός της παραγωγής νέων ή επανεπεξεργασίας ελαττωματικών προϊόντων που γίνεται σε κοινές εγκαταστάσεις. Εκεί δημιουργείται η ανάγκη να συντονιστούν οι παραγωγικές δραστηριότητες και οι δραστηριότητες επανεπεξεργασίας ως προς τους χρόνους εκτέλεσης και ως προς το μέγεθός τους για την ικανοποίηση της ζήτησης. Επομένως πρέπει να ληφθεί υπ' όψη το αν η κατάσταση των προϊόντων που αναμένουν επανεπεξεργασία χειροτερεύει, και άρα ο χρόνος και το κόστος επανεπεξεργασίας αυξάνουν με τον χρόνο (Inderfurth et al., 2002, Inderfurth et al., 2005).

β. Προγραμματισμός εργασιών ενός συνεργείου συντήρησης που είναι υπεύθυνο για έναν αριθμό μηχανών ενός παραγωγικού συστήματος. Κάθε μηχανή έχει παραγωγική ικανότητα που φθίνει με τον χρόνο σύμφωνα με μία γνωστή συνάρτηση, η οποία βελτιώνεται με κάθε συντήρηση. Ο σκοπός είναι να βρεθεί μία πολιτική συντήρησης (βέλτιστη ακολουθία εργασιών συντήρησης των μηχανών) που να μεγιστοποιεί την συνολική παραγωγική ικανότητα του συστήματος (Rachaniotis, 2004).

γ. **Περιπτώσεις που η αξία των εργασιών είναι φθίνουσα συνάρτηση του χρόνου.** Το πρόβλημα σε αυτή την περίπτωση είναι η εύρεση της βέλτιστης ακολουθίας επανεπεξεργασίας παρτίδων εξαρτημάτων με στόχο την ελαχιστοποίηση της απαξίωσης τους (Rachaniotis and Pappis, 2005, Rachaniotis and Pappis, 2006).

δ. **Εύρεση της βέλτιστης πολιτικής όταν τόσο ο χρόνος εκτέλεσης των εργασιών όσο και η αξία τους εξαρτώνται από τον χρόνο έναρξής τους.** Ο σκοπός εδώ είναι η διερεύνηση των σχέσεων μεταξύ των βέλτιστων προγραμμάτων που προκύπτουν υπό το κριτήριο της μεγιστοποίησης της ολικής αξίας και εκείνων που προκύπτουν υπό τα γνωστά κριτήρια που σχετίζονται με τους χρόνους επεξεργασίας. Σημαντική σχετική εφαρμογή μπορεί να αποτελέσει το πρόβλημα της δασοπυρόσβεσης (Rachaniotis and Pappis, 2006).

1.2 Δομή της διατριβής

Η δομή της διατριβής διαρθρώνεται αναλυτικά ως εξής:

Στο Κεφάλαιο 2 αναλύεται το πρόβλημα του προγραμματισμού εργασιών με χρονικά μεταβαλλόμενες παραμέτρους. Πιο συγκεκριμένα εξετάζονται τα παρακάτω: α) προβλήματα με έναν επεξεργαστή και μεταβαλλόμενους (αύξοντες ή φθίνοντες) χρόνους εκτέλεσης εργασιών, β) προβλήματα με πολλαπλούς επεξεργαστές και μεταβαλλόμενους (αύξοντες ή φθίνοντες) χρόνους εκτέλεσης εργασιών, γ) προβλήματα με έναν επεξεργαστή και φθίνουσες αξίες εργασιών και δ) προβλήματα με έναν επεξεργαστή και ταυτόχρονη αύξηση των χρόνων εκτέλεσης και ελάττωση της αξίας των εργασιών, τα οποία είναι καινοτόμα στην ερευνητική περιοχή με την οποία ασχολείται η διατριβή. Σε όλα τα παραπάνω γίνεται επισκόπηση της υπάρχουσας βιβλιογραφίας.

Στο Κεφάλαιο 3 γίνεται η μελέτη τριών εφαρμογών: α) Στην παραγωγή νέων και στην επανεπεξεργασία ελαττωματικών προϊόντων. Αναπτύσσεται ένα μοντέλο βέλτιστης ποσότητας παραγωγής (Economic Production Quantity, EPQ) το οποίο λαμβάνοντας υπ' όψη το κόστος προετοιμασίας και αποθήκευσης καθώς και τους χρόνους προετοιμασίας, προτείνει αλγορίθμους βελτιστοποίησης για τις διάφορες περιπτώσεις που προκύπτουν στον προγραμματισμό των δραστηριοτήτων παραγωγής-επανεπεξεργασίας. Είναι το πρώτο μοντέλο που δίνει λύση με εξισώσεις κλειστού τύπου για το συγκεκριμένο πρόβλημα. β) Στο περιβάλλον. Αντιμετωπίζεται το πρόβλημα του προγραμματισμού εργασιών ενός μοναδικού συνεργείου που είναι υπεύθυνο για την περιοδική προληπτική συντήρηση n μηχανών ενός παραγωγικού συστήματος. Κάθε μηχανή έχει ένα κόστος (για παράδειγμα εκπομπές ρύπων στο περιβάλλον) το οποίο αυξάνει με τον χρόνο σύμφωνα με μία κυρτή και αύξουσα

συνάρτηση. Σκοπός είναι η εύρεση μίας πολιτικής συντήρησης που βελτιστοποιεί την συνολική λειτουργία (δηλαδή ελαχιστοποιεί τις συνολικές εκπομπές ρύπων) του συστήματος σε πεπερασμένο χρονικό ορίζοντα. Είναι η πρώτη φορά που γίνεται χρήση των εννοιών του προγραμματισμού εργασιών με χρονικά μεταβαλλόμενες παραμέτρους σε προβλήματα συντήρησης. γ) Στην ανασύνθεση συστημάτων. Αναπτύσσεται ένα μοντέλο αποφάσεων για την ανασύνθεση ενός πολύπλοκου συστήματος από μεταχειρισμένα και καινούργια ανταλλακτικά. Καθορίζονται συγκεκριμένες πολιτικές αναβάθμισης και αντικατάστασης με σκοπό την εύρεση των κατάλληλων πολιτικών σε έναν χρονικό ορίζοντα ώστε να μεγιστοποιηθεί η συνολική αξία χρήσης του συστήματος, κάτω από συγκεκριμένο προϋπολογισμό και περιορισμούς επανασυναρμολόγησης και συμβατότητας. Προτείνεται ένα μοντέλο στοχαστικού δυναμικού προγραμματισμού και παρατίθεται ένα παράδειγμα στην περίπτωση των προσωπικών ηλεκτρονικών υπολογιστών. Τέλος εξετάζεται το περιβαλλοντικό όφελος που εμφανίζεται από αυτές τις πολιτικές, αφού ο κύκλος ζωής των μεταχειρισμένων εξαρτημάτων, σε κάποιες περιπτώσεις τουλάχιστον, επεκτείνεται αντί να τερματίζεται με την απόθεσή τους ως απορριμμάτων. Το κομμάτι αυτό ασχολείται με μία καινοτόμο εφαρμογή που δεν είχε εξεταστεί στην μέχρι τώρα βιβλιογραφία.

Στο Κεφάλαιο 4 παρατίθενται εφαρμογές του προβλήματος σε *συστήματα υποστήριξης αποφάσεων κατάσβεσης δασικών πυρκαγιών*. Ειδικότερα, η έρευνα στο κεφάλαιο αυτό στρέφεται στην αναζήτηση βέλτιστων και υποβέλτιστων λύσεων στα προβλήματα κατανομής και αξιοποίησης πόρων καταστολής δασικών πυρκαγιών με στόχο την ελαχιστοποίηση της συνολικής ζημίας στις καιγόμενες περιοχές. Οι τεχνικές που χρησιμοποιούνται είναι η μέθοδος «κλάδος και φράγμα» (branch and bound), ευρετικές μέθοδοι και αλγόριθμοι και ένας σύγχρονος αλγόριθμος (on-line algorithm), δηλαδή αλγόριθμος ο οποίος χρησιμοποιεί δεδομένα που εισάγονται σε πραγματικό χρόνο. Είναι η πρώτη φορά που οι έννοιες του προγραμματισμού εργασιών με χρονικά μεταβαλλόμενες παραμέτρους χρησιμοποιούνται σε ένα ρεαλιστικό πρόβλημα με πραγματικές συναρτήσεις και τιμές παραμέτρων.

Στο Κεφάλαιο 5 περιέχονται η εξαγωγή-αξιολόγηση των αποτελεσμάτων, η συναγωγή των συμπερασμάτων, η συμβολή της παρούσας διατριβής και η παράθεση προτάσεων για περαιτέρω έρευνα.

Τέλος ακολουθούν τα Παραρτήματα, η Βιβλιογραφία και ένα κατάλογος όρων που χρησιμοποιούνται στην διατριβή στην Αγγλική με την απόδοσή τους στην Ελληνική.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΤΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ ΕΡΓΑΣΙΩΝ ΜΕ ΧΡΟΝΙΚΑ ΜΕΤΑΒΑΛΛΟΜΕΝΕΣ ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΥΣ

2.1 Εισαγωγή στα προβλήματα και στους αλγορίθμους προγραμματισμού εργασιών – Η έννοια της πολυπλοκότητας

Τα προβλήματα προγραμματισμού εργασιών απαντώνται σε όλους τους τύπους συστημάτων και αφορούν την οργάνωση και κατανομή περιορισμένων πόρων για την εκτέλεση εργασιών σε έναν χρονικό ορίζοντα, πράγμα το οποίο συνθέτει μία διαδικασία λήψης αποφάσεων που έχει ως στόχο την βελτιστοποίηση μίας ή περισσότερων αντικειμενικών συναρτήσεων, υπό κάποιους περιορισμούς. Η επίλυση των προβλημάτων αυτών γίνεται με την βοήθεια κάποιων κανόνων-αλγορίθμων, οι οποίοι είναι είτε βέλτιστοι ή ευρετικοί.

Η επίλυση των προβλημάτων προγραμματισμού εργασιών περιλαμβάνει τον έλεγχο αρχικά της πολυπλοκότητάς του, γιατί αυτή είναι που καθορίζει το είδος του αλγορίθμου που θα υλοποιηθεί. Η θεωρία πολυπλοκότητας προτείνει ένα σύνολο αποτελεσμάτων και μεθόδων για την αξιολόγηση του βαθμού δυσκολίας διαφόρων προβλημάτων λήψης αποφάσεων και προβλημάτων αναζήτησης. Η διαπραγμάτευση των διαφορών μεταξύ των δύο αυτών κατηγοριών προβλημάτων και των αυστηρών μαθηματικά ορισμών των εννοιών που ακολουθούν γίνεται στο Παράρτημα Α.

Κάθε πρόβλημα εντάσσεται σε μία τάξη πολυπλοκότητας, η οποία αντιστοιχεί στην πολυπλοκότητα του «βέλτιστου» αλγορίθμου που μπορεί να το επιλύσει. Για την κατηγοριοποίηση αυτή απαιτείται ο καθορισμός του μεγέθους του προβλήματος. Το μέγεθος (size) ενός προβλήματος έχει δύο συνιστώσες: α) Το πλήθος των δεδομένων που απαιτούνται για τον ορισμό του προβλήματος, το οποίο υπολογίζεται με την χρήση της συνάρτησης Length (Παράρτημα Α) και β) Την τάξη μεγέθους (magnitude) των δεδομένων αυτών, η οποία υπολογίζεται με την χρήση της συνάρτησης Max (Παράρτημα Α).

Η πολυπλοκότητα τώρα των αλγορίθμων που χρησιμοποιούνται για την επίλυση των προαναφερθέντων προβλημάτων βασίζεται στην εκτίμηση του χρόνου για την εκτέλεση τους (χρονική πολυπλοκότητα) ή στην απαιτούμενη μνήμη του υπολογιστή στον οποίο υλοποιούνται (πολυπλοκότητα χώρου). Εκτός από συγκεκριμένους αλγόριθμους, όπως για παράδειγμα αλγόριθμους δυναμικού προγραμματισμού οι οποίοι απαιτούν μεγάλο χώρο μνήμης, αυτή που λαμβάνεται κυρίως υπόψη είναι η χρονική πολυπλοκότητα, η οποία συνήθως αναφέρεται απλά ως πολυπλοκότητα. Αυτή καθορίζεται από τον υπολογισμό του αριθμού των επαναλήψεων που εκτελούνται στον αλγόριθμο κατά την εκτέλεσή του. Ο

αριθμός αυτός εξαρτάται από το πλήθος των δεδομένων Length και πιθανώς από την τάξη μεγέθους Max του μεγαλύτερου από αυτά τα δεδομένα.

Συνεπώς, η πολυπλοκότητα ενός αλγορίθμου είναι μία συνάρτηση f των Length , Max και των σταθερών των πράξεων πρόσθεσης και πολλαπλασιασμού που εκτελούνται σε αυτόν και δίνει το μέγιστο πλήθος διαδικασιών που απαιτούνται για την επίλυση ενός προβλήματος δεδομένου μεγέθους.

Συχνά αυτή η πολυπλοκότητα περιορίζεται στον όρο εκείνο που δίνει την ασυμπτωτική-οριακή της τιμή. Ειδικότερα, η έκφραση «η πολυπλοκότητα $f(\cdot)$ είναι $O(g(\cdot))$ » (που μεταφράζεται: οι f , g είναι της ίδιας τάξης πολυπλοκότητας) σημαίνει ότι το όριο του πηλίκου f/g είναι ένας σταθερός αριθμός για $\text{Length} \rightarrow +\infty$ ενώ ο συμβολισμός $\Theta(\text{Length})$ θέτει την πολυπλοκότητα ενός αλγορίθμου ίση με Length . Αν η πολυπλοκότητα f είναι $O(p(\text{Length}))$, όπου p πολωνυμική συνάρτηση του Length , τότε ο αλγόριθμος είναι πολωνυμικής πολυπλοκότητας, ενώ αν φράσσεται από μία πολωνυμική συνάρτηση των Max και Length τότε ο αλγόριθμος είναι ψευδο-πολωνυμικής πολυπλοκότητας. Στις υπόλοιπες περιπτώσεις ο αλγόριθμος είναι εκθετικής πολυπλοκότητας.

Από τα προηγούμενα προκύπτει μία πρώτη κατηγοριοποίηση προβλημάτων: Η κατηγορία πολωνυμικών προβλημάτων P περιλαμβάνει όλα εκείνα τα προβλήματα για τα οποία έχουν βρεθεί αλγόριθμοι πολωνυμικής πολυπλοκότητας, ενώ η κατηγορία προβλημάτων NP περιλαμβάνει εκείνα τα προβλήματα για τα οποία έχουν βρεθεί αλγόριθμοι εκθετικής πολυπλοκότητας. Προφανώς ισχύει ότι $P \subseteq NP$. Η εικασία ότι η κατηγορία NP δεν ανήκει στην P δεν έχει αποδειχθεί ακόμα στην θεωρία πολυπλοκότητας. Απλά δηλώνεται ότι $P \neq NP$, δηλαδή ότι υπάρχουν προβλήματα λήψης αποφάσεων που δεν ανήκουν στην κατηγορία P .

Έστω δύο προβλήματα λήψης αποφάσεων Π και Π' . Τότε το Π' ανάγεται πολωνυμικά στο Π (συμβολισμός: $\Pi' \in P$) αν η επίλυση του Π είναι τουλάχιστον του ίδιου βαθμού δυσκολίας με εκείνη του Π' και η αναγωγή αυτή γίνεται σε πολωνυμικό χρόνο.

Χρησιμοποιώντας την προηγούμενη έννοια, μία ακόμα κατηγοριοποίηση των προβλημάτων ως προς την πολυπλοκότητά τους είναι η εξής: Ένα πρόβλημα Π είναι NP-complete αν και μόνο αν $\Pi \in NP$ και για κάθε $\Pi' \in NP$, υπάρχει πολωνυμική αναγωγή ∞ : $\Pi' \in P$. Η κατηγορία των NP-complete προβλημάτων είναι η πιο δύσκολη στην επίλυσή τους. Πράγματι, αν ένα NP-complete πρόβλημα Π μπορούσε να επιλυθεί σε πολωνυμικό χρόνο, τότε όλα τα προβλήματα της κατηγορίας NP θα επιλύονταν σε πολωνυμικό χρόνο αφού θα μπορούσαν να αναχθούν στο Π , και επομένως $P=NP$.

Τώρα, ένα πρόβλημα είναι ασθενώς NP-complete αν είναι NP-complete και είναι δυνατή η εύρεση ενός αλγορίθμου επίλυσής του που η πολυπλοκότητά του να είναι πολυωνυμική συνάρτηση των Max και Length και τότε το πρόβλημα δηλώνεται ότι επιλύεται σε ψευδο-πολυωνυμικό χρόνο, ενώ είναι ισχυρώς (in the strong sense) NP-complete αν δεν μπορεί να επιλυθεί σε ψευδο-πολυωνυμικό χρόνο.

Εκτός από την πολυωνυμική αναγωγή που αναφέρθηκε πριν για προβλήματα λήψης αποφάσεων, υπάρχει και η πολυωνυμική αναγωγή Turing \leq_T στα προβλήματα αναζήτησης. Αυτή ουσιαστικά είναι ένας αλγόριθμος επίλυσης ενός τέτοιου προβλήματος υπό κάποιες ιδιότητες. Ο ακριβής ορισμός των προβλημάτων αναζήτησης και της πολυωνυμικής αναγωγής Turing παρατίθενται στο Παράρτημα Α.

Με βάση τις προηγούμενες έννοιες, ένα πρόβλημα αναζήτησης O ορίζεται ως NP-hard αν και μόνο αν υπάρχει ένα άλλο NP-hard πρόβλημα αναζήτησης O' και υπάρχει μία πολυωνυμική αναγωγή Turing του O' στο O . Η επίλυση του O είναι τουλάχιστον της ίδιας δυσκολίας όσο και του O' . Οι ορισμοί ενός ασθενούς NP-hard και ενός ισχυρά NP-hard (ή unary NP-hard) προβλήματος είναι αντίστοιχοι με εκείνους των NP-complete προβλημάτων που δόθηκαν στα προηγούμενα.

Συνοψίζοντας, τα προβλήματα προγραμματισμού εργασιών που θα εξεταστούν στα επόμενα ανήκουν στην ευρύτερη τάξη των προβλημάτων αναζήτησης. Αν ένα πρόβλημα ανήκει στην κατηγορία πολυωνυμικών προβλημάτων P , υπάρχει ένας ακριβής αλγόριθμος πολυωνυμικού χρόνου για την επίλυσή του. Αν το πρόβλημα είναι NP-hard, υπάρχουν δύο εναλλακτικές επιλογές. Η πρώτη είναι ένας προσεγγιστικός (ευρετικός) αλγόριθμος, ο οποίος υπολογίζει σε πολυωνυμικό χρόνο μία λύση που είναι όσο το δυνατόν εγγύτερα στην βέλτιστη. Η δεύτερη είναι να κατασκευαστεί ένας αλγόριθμος που υπολογίζει την βέλτιστη λύση του προβλήματος, αλλά που η μέγιστη πολυπλοκότητά του είναι εκθετική. Σε αυτή την περίπτωση ο αλγόριθμος πρέπει να μπορεί να επιλύει προβλήματα όσο το δυνατό μεγαλύτερου μεγέθους. Στην παρούσα διατριβή για τα NP-hard προβλήματα που θα εξεταστούν ακολουθούνται και οι δύο επιλογές ανάλογα με την μορφή και τις απαιτήσεις των προβλημάτων αυτών.

2.2. Το πρόβλημα με έναν επεξεργαστή και μεταβαλλόμενους χρόνους εκτέλεσης εργασιών

2.2.1 Συμβολισμός

Έστω:

$N = \{J_1, J_2, \dots, J_n\}$: το σύνολο $n > 1$ ανεξάρτητων εργασιών μίας φάσης που πρέπει να εκτελεστούν σε μία μηχανή (επεξεργαστής).

Π : το σύνολο των $n!$ μεταθέσεων του συνόλου N .

C_i : Ο χρόνος ολοκλήρωσης της εργασίας J_i .

P_i : Ο χρόνος εκτέλεσης της J_i (αύξουσα ή φθίνουσα μη αρνητική συνάρτηση του χρόνου).

$$\text{Άρα } C_i = \sum_{j=1}^i P_j$$

P_{i0} : Ο (βασικός) χρόνος εκτέλεσης της J_i την χρονική στιγμή $t=0$.

a_i : ο ρυθμός μεταβολής του χρόνου εκτέλεσης της J_i .

w_i : ο συντελεστής βαρύτητας της J_i . Αυτός εκφράζει τη σχετική βαρύτητα που έχει η συγκεκριμένη εργασία σε σχέση με όλες τις άλλες για κάποιους λόγους.

d_i : ο χρόνος παράδοσης της J_i .

$L_i = C_i - d_i$: η απόκλιση του χρόνου ολοκλήρωσης από τον χρόνο παράδοσης της J_i .

$T_i = \max\{L_i, 0\}$: ο χρόνος καθυστέρησης της J_i .

$$U_i = \begin{cases} 0, & C_i \leq d_i \\ 1, & C_i > d_i \end{cases} : \text{το μοναδιαίο πρόστιμο για κάθε καθυστερημένη εργασία.}$$

C_{\max} : Ο χρόνος ολοκλήρωσης της τελευταίας εργασίας της ακολουθίας των εργασιών (makespan), δηλαδή:

$$C_{\max} = \sum_{i=1}^n P_i$$

L_{\max} : η μέγιστη απόκλιση του χρόνου ολοκλήρωσης από τον χρόνο παράδοσης όλων των εργασιών.

T_{\max} : ο μέγιστος χρόνος καθυστέρησης παράδοσης όλων των εργασιών.

$\text{Var}(C_{\max})$: η διασπορά των πιθανών C_{\max} που προκύπτουν από τις δυνατές μεταθέσεις του συνόλου N , αν οι C_{\max} είναι στοχαστικά μεγέθη.

P_{\max} : ο μέγιστος από τους χρόνους εκτέλεσης των εργασιών.

Το πρόβλημα ορίζεται ως εξής: Να ευρεθεί μία ακολουθία εργασιών $\pi = \langle J_{[1]}, J_{[2]}, \dots, J_{[n]} \rangle$, $\pi \in \Pi$, όπου $J_{[i]}$, $i=1, 2, \dots, n$ είναι η εργασία i στην ακολουθία π , ώστε να βελτιστοποιείται ένα ή περισσότερα κριτήρια-αντικειμενικές συναρτήσεις. Στα αντίστοιχα προβλήματα προγραμματισμού εργασιών με μεταβαλλόμενους χρόνους εκτέλεσης που απαντώνται στην

διεθνή βιβλιογραφία χρησιμοποιήθηκαν μέχρι την εκπόνηση της παρούσας διατριβής αποκλειστικά κριτήρια ελαχιστοποίησης (Alidaee and Womer, 1999), τα οποία είναι δύο κατηγοριών:

α. Τα κριτήρια minimax, τα οποία έχουν ως αντικειμενική συνάρτηση μία από τις C_{max} , L_{max} , T_{max} , $Var(C_{max})$ και P_{max} .

β. Τα κριτήρια minisum, τα οποία έχουν ως αντικειμενική συνάρτηση μία από τις $\sum C_i$, $\sum w_i C_i$, $\sum L_i$, $\sum w_i L_i$ και $\sum U_i$.

Στα επόμενα θα χρησιμοποιηθεί ο συνηθισμένος τρόπος συμβολισμού τριών πεδίων της διεθνούς βιβλιογραφίας $\alpha/\beta/\delta$ (Lawler et al., 1993, Graham et al., 1979). Το πρώτο πεδίο συμβολίζει τον αριθμό των επεξεργαστών, το δεύτερο το είδος της θεωρούμενης συνάρτησης και το τρίτο τον τύπο του κριτηρίου με βάση το οποίο γίνεται ο προγραμματισμός.

Για την επίλυση των σχετικών προβλημάτων γίνονται συνήθως οι επόμενες απλουστευτικές υποθέσεις:

- Δεν εμφανίζεται αστοχία στην μηχανή.
- Δεν απαιτείται προληπτική συντήρηση ή επισκευή.
- Όλες οι εργασίες είναι διαθέσιμες στην έναρξη της εκτέλεσής τους ($t=0$).
- Η μηχανή δεν μπορεί να εκτελέσει ταυτόχρονα δύο ή περισσότερες εργασίες.
- Μετά την εκκίνηση εκτέλεσης μίας εργασίας, δεν μπορεί να υπάρξει διακοπή της.
- Οι χρόνοι προετοιμασίας είναι μηδενικοί.
- Δεν επιτρέπεται προτίμηση εργασίας (pre-emption).

2.2.2 Επισκόπηση βιβλιογραφίας για το πρόβλημα με έναν επεξεργαστή και αύξοντες χρόνους εκτέλεσης εργασιών

Οι τρεις κυριότερες εργασίες βιβλιογραφικής επισκόπησης στο θέμα του προγραμματισμού εργασιών με μεταβαλλόμενους χρόνους εκτέλεσης είναι εκείνες των (Gawiejnowicz, 1996), (Alidaee and Womer, 1999) και (Cheng et al., 2004). Σ' αυτήν την υποπαράγραφο θα γίνει μία προσπάθεια ταξινόμησης των βασικότερων από τις δημοσιεύσεις που αναφέρονται στο πρόβλημα προγραμματισμού εργασιών με έναν επεξεργαστή και αύξοντες χρόνους εκτέλεσης με βάση το κριτήριο που χρησιμοποιήθηκε.

Στους πίνακες 2.1 και 2.2 παρουσιάζονται οι κυριότερες δημοσιεύσεις με κριτήριο το άθροισμα των χρόνων ολοκλήρωσης των εργασιών και το άθροισμα των σταθμισμένων

χρόνων ολοκλήρωσης των εργασιών, αντίστοιχα. Περιλαμβάνονται οι αντίστοιχοι υπάρχοντες αλγόριθμοι επίλυσης των προβλημάτων, οι οποίοι παρουσιάζουν ιδιαίτερο ενδιαφέρον για την παρούσα διατριβή, μιας και θα χρησιμοποιηθούν στα επόμενα κεφάλαια ως βάση για την ανάπτυξη νέων.

Συνάρτηση χρόνου εκτέλεσης P_i	Αλγόριθμος διάταξης εργασιών	Βιβλιογραφική αναφορά
$P_i = P_{i0} + b_i C_{i-1}$	Μη φθίνουσα διάταξη των P_{i0}	Browne and Yechiali, 1990 Gupta and Gupta, 1988 Gawiejnowicz and Pankowska, 1995
$P_i = P_0 + b_i C_{i-1}$	Διάταξη των b_i με μορφή V	Mosheiov, 1991 Gawiejnowicz et al., 2006
$P_i = \begin{cases} P_{i0}, & C_{i-1} \leq d \\ P_{i0} + b_i, & C_{i-1} > d \end{cases}$	Αλγόριθμοι κλάδου και φράγματος	Jeng and Lin, 2005
$P_i = b_i C_{i-1}$ (Simple Linear Deterioration, SLD)	Μη φθίνουσα διάταξη των b_i Ευρετικός αλγόριθμος	Mosheiov, 1994 Ji et al., 2006
$P_i = P_{i0} + b_i C_{i-1}^r$ (Simple Non-linear Deterioration, SND)	Μη φθίνουσα διάταξη των b_i	Alidaee and Womer, 1999

Πίνακας 2.1. Δημοσιεύσεις με κριτήριο το άθροισμα των χρόνων ολοκλήρωσης των εργασιών

Συνάρτηση χρόνου εκτέλεσης P_i	Αλγόριθμος διάταξης εργασιών	Βιβλιογραφική αναφορά
$P_i = P_{i0} + bC_{i-1}$ and $w_i = kP_{i0}$, $k > 0$ $P_i = P_{i0} + bC_{i-1}$	Διάταξη των P_{i0} μορφής Λ Αύξουσα διάταξη των $P_{i0}/w_i + (b/w_i)t$	Mosheion, 1996 Browne and Yechiali, 1990
$P_i = P_{i0} + b_i C_{i-1}$	Αύξουσα διάταξη των P_{i0}/b_i και $b_i/w_i(1+b_i)$	Browne and Yechiali, 1990 Bachman et al., 2002a
$P_i = b_i C_{i-1}$	Μη φθίνουσα διάταξη των $b_i/w_i(1+b_i)$	Mosheion, 1994
$P_i = \begin{cases} P_{i0}, & C_{i-1} \leq d \\ P_{i0} + b_i, & C_{i-1} > d \end{cases}$	Οποιαδήποτε πριν το d Μη φθίνουσα διάταξη των $(P_{i0} + b_i)/w_i$	Sundararaghavan and Kunnathur, 1994

Πίνακας 2. 2. Δημοσιεύσεις με κριτήριο το άθροισμα των σταθμισμένων χρόνων ολοκλήρωσης των εργασιών

Στον Πίνακα 2.3 παρουσιάζονται οι κυριότερες δημοσιεύσεις με κριτήριο τον χρόνο ολοκλήρωσης της τελευταίας εργασίας C_{\max} .

Συνάρτηση χρόνου εκτέλεσης P_i	Βιβλιογραφική αναφορά
$P_i = P_{i0} + b_i C_{i-1}$ $P_i = P_{i0} + b C_{i-1}$ $P_i = P_0 + b C_{i-1}$	Tanaev et al., 1984 Gupta and Gupta, 1988 Browne and Yechiali, 1990 Glazebrook, 1992 Gawiejnowicz and Pankowska, 1995 Cheng and Ding, 1998a Cheng and Ding, 1998b Cheng and Ding, 2003
$P_i = b_i C_{i-1}$	Wu and Lee, 2003 Gawiejnowicz, 2006 Ji et al., 2006
$P_i = \begin{cases} P_{i0}, & C_{i-1} \leq d_i \\ P_{i0} + b_i(C_{i-1}d_i), & d_i < C_{i-1} < D_i \\ P_{i0} + b_i(C_{i-1}D_i), & C_{i-1} \geq D_i \end{cases}$	Kunnathur and Gupta, 1990 Kononov, 1997 Kubiak and van de Velde, 1998 Cai et al., 1998 Kovalyov and Kubiak, 1998
$P_i = \begin{cases} P_{i0}, & C_{i-1} \leq d \\ P_{i0} + b_i, & C_{i-1} > d \end{cases}$	Mosheiov, 1995 Alidaee and Womer, 1999 Jeng and Lin, 2004
$P_i = P_{i0} e^{a_i C_{i-1}}$	Browne and Yechiali, 1990
$P_i = P_{i0} + b_{i1} C_{i-1} + \dots + b_{ir} (C_{i-1})^r$	Melnikov and Shafransky, 1980 Gupta et al., 1987 Gupta and Gupta, 1988 Alidaee, 1990 Alidaee and Womer, 1999

Πίνακας 2. 3. Δημοσιεύσεις με κριτήριο τον χρόνο ολοκλήρωσης της τελευταίας εργασίας της ακολουθίας των εργασιών

Σε πρόσφατη εργασία των (Gawiejnowicz et al., 2006) εξετάζεται το πρόβλημα $P_i = 1 + b_i C_{i-1}$ χρησιμοποιώντας ταυτόχρονα δύο αντικειμενικές συναρτήσεις, το άθροισμα των χρόνων ολοκλήρωσης των εργασιών και τον χρόνο ολοκλήρωσης της τελευταίας εργασίας (δικριτηριακό πρόβλημα).

Τέλος στον Πίνακα 2.4 παρουσιάζονται οι κυριότερες δημοσιεύσεις με τα υπόλοιπα κριτήρια που έχουν χρησιμοποιηθεί στην βιβλιογραφία σε αντίστοιχα προβλήματα.

Συνάρτηση χρόνου εκτέλεσης P_i / αντικειμενική συνάρτηση	Βιβλιογραφική αναφορά
$P_i = P_{i0} + b_i C_{i-1} / \text{Var}(C_{\max})$	Browne and Yechiali, 1990
$P_i = P_{i0} + b_i C_{i-1} / L_{\max}$	Kononov, 1996
	Hsu and Lin, 2003
$P_i = P_{i0} + b_i C_{i-1} / \sum U_i$	Mosheiov, 1994
$P_i = P_{i0} + b_i C_{i-1} / \sum \alpha_i E_i + \sum \beta_i U_i + \gamma_i d$, όπου $\alpha_i, \beta_i, \gamma_i$ μοναδιαία κόστη	Cheng et al., 2004
$P_i = P_0 + b_i C_{i-1} / P_{\max}$	Alidaee and Landram, 1996
$P_i = b_i C_{i-1} / L_{\max}$ ή T_{\max} ή $\sum w_i L_i$ ή $\sum U_i$.	Mosheiov, 1994

Πίνακας 2.4. Δημοσιεύσεις που κάνουν χρήση υπόλοιπων κριτηρίων

2.2.3 Επισκόπηση βιβλιογραφίας για το πρόβλημα με έναν επεξεργαστή και φθίνοντες χρόνους εκτέλεσης εργασιών

Στις εργασίες των (Ho et al., 1993), (Chen, 1995) και (Woeginger, 1995) εξετάστηκε η γραμμική συνάρτηση $P_i = P_{i0} - b_i C_{i-1}$ με κριτήριο την ελαχιστοποίηση του αθροίσματος των μοναδιαίων προστίμων $\sum U_i$. Οι (Cheng and Ding, 1999) μελέτησαν την πολυπλοκότητα του προβλήματος με γραμμικά φθίνουσα συνάρτηση χρόνων επεξεργασίας με σταθερό ρυθμό μείωσης. Στην εργασία των (Ng et al., 2002) χρησιμοποιήθηκαν τρεις γραμμικά φθίνουσες συναρτήσεις και ως αντικειμενική συνάρτηση το άθροισμα των χρόνων ολοκλήρωσης των εργασιών και προτάθηκαν αλγόριθμοι για την βέλτιστη λύση των προβλημάτων αυτών. Οι (Bachman et al., 2002b) εξέτασαν το πρόβλημα με γραμμικά φθίνουσες συναρτήσεις και

αντικειμενική συνάρτηση το άθροισμα των σταθμισμένων χρόνων ολοκλήρωσης των εργασιών και πρότειναν δύο ευρετικούς αλγόριθμους για την επίλυσή του. Οι (Wang and Xia, 2005) παρέθεσαν κάποιους αλγόριθμους για την λύση γραμμικά φθίνουσών συναρτήσεων. Οι (Zhao and Tang, 2005) μελέτησαν το πρόβλημα με γραμμικά φθίνουσα συνάρτηση χρόνων εκτέλεσης και σταθερό ρυθμό ελάττωσης των χρόνων αυτών για όλες τις εργασίες. Παρουσιάστηκαν αλγόριθμοι που δίνουν την βέλτιστη λύση για διάφορες αντικειμενικές συναρτήσεις. Τέλος οι (He et al., 2005) και (Cheng et al., 2006) εξέτασαν το πρόβλημα χρησιμοποιώντας μία βαθμωτή γραμμική συνάρτηση δύο και τριών κλάδων αντίστοιχα με κριτήριο την ελαχιστοποίηση του χρόνου ολοκλήρωσης της τελευταίας εργασίας και πρότειναν αλγόριθμους επίλυσης του.

2.3 Το πρόβλημα με πολλαπλούς επεξεργαστές και μεταβαλλόμενους χρόνους εκτέλεσης εργασιών

2.3.1 Συμβολισμός

Έστω η περίπτωση όπου n εργασίες πρέπει να υποστούν επεξεργασία από m μηχανές, $m > 1$. Αυτές οι μηχανές είναι διατεταγμένες σε συστήματα (*shops*), δηλαδή κάθε εργασία αποτελείται από έναν αριθμό φάσεων που πρέπει να εκτελεστούν σε διαφορετικές μηχανές. Τα κλασσικά συστήματα είναι τα εξής:

- Συστήματα συνεχούς ροής (*flow-shops*), όπου οι φάσεις όλων των εργασιών εκτελούνται με την ίδια σειρά, δηλαδή οι εργασίες ακολουθούν την ίδια ροή.
- Ανοικτά συστήματα (ή αδιαφόρου ροής) (*open-shops*), όπου οι ροές των εργασιών είναι αδιάφορες και καθορίζονται από τον υπεύθυνο προγραμματισμού εργασιών.
- Συστήματα παραγωγής κατά παραγγελία (*job-shops*), όπου η ροή των εργασιών εξαρτάται από τις ίδιες τις εργασίες.
- Συστήματα με παράλληλους επεξεργαστές (*parallel processors*).

Με βάση αυτές τις κατηγορίες συστημάτων γίνεται και η ταξινόμηση των προβλημάτων με μεταβαλλόμενους χρόνους εκτέλεσης εργασιών:

α. Στην περίπτωση ενός συστήματος συνεχούς ροής με m μηχανές, κάθε εργασία J_i αποτελείται από m φάσεις O_{ij} , $i=1,2,\dots,n$, $j=1,2,\dots,m$, με χρόνους εκτέλεσης P_{ij} για κάθε μία από αυτές. Όλες οι εργασίες έχουν την ίδια σειρά εκτέλεσης. Η αντικειμενική συνάρτηση σε αυτό το πρόβλημα είναι μία από τις $C_{\max} = \max\{C_{ij}\}$, όπου C_{ij} ο χρόνος ολοκλήρωσης της

φάσης O_{ij} . (Kononov and Gawiejnowicz, 2001), ΣC_{ij} , $\Sigma w_j C_{ij}$ ή L_{\max} και σκοπός είναι η εύρεση εκείνου του προγράμματος εκτέλεσης των εργασιών που να την ελαχιστοποιεί.

β. Στην περίπτωση των ανοικτών συστημάτων η μορφοποίηση του προβλήματος είναι η ίδια, μόνο που η σειρά εκτέλεσης των φάσεων μίας εργασίας καθορίζεται από τον υπεύθυνο παραγωγής. Η αντικειμενική συνάρτηση σε αυτό το πρόβλημα η C_{\max} .

γ. Στην περίπτωση των συστημάτων κατά παραγγελία, κάθε εργασία έχει μόνο μία φάση, όμως η αντιμετώπιση των προβλημάτων χρονικού προγραμματισμού είναι πιο δύσκολη από ότι στις δύο προηγούμενες περιπτώσεις αφού οι ροές των εργασιών στις μηχανές εξαρτώνται από τις ίδιες τις εργασίες και είναι διαφορετικές κατά περίπτωση. Η αντικειμενική συνάρτηση σε αυτό το πρόβλημα είναι η C_{\max} .

δ. Στην περίπτωση ενός συστήματος με παράλληλους επεξεργαστές, κάθε εργασία έχει μία φάση η οποία ολοκληρώνεται σε έναν και μόνο επεξεργαστή. Οι χρόνοι εκτέλεσης των εργασιών είναι αύξουσες ή φθίνουσες συναρτήσεις και σκοπός είναι η εύρεση του βέλτιστου προγράμματος, δηλαδή του βέλτιστου τρόπου ανάθεσης των n εργασιών στις m μηχανές ώστε να ελαχιστοποιείται μία από τις συναρτήσεις C_{\max} , ΣC_i .

2.3.2 Επισκόπηση βιβλιογραφίας

Οι πρώτοι που ασχολήθηκαν με το πρόβλημα flow-shop $m/P_{ij}=P_{ij0}+f(C_{i1})/C_{\max}$ όπου $df(t)/dt > 0$ ήταν οι (Melnikov and Shafransky, 1980), οι οποίοι και πρότειναν έναν ευρετικό αλγόριθμο. Έχει αποδειχθεί (Chen, 1996 και Chen, 1997) ότι το πρόβλημα με παράλληλους επεξεργαστές ίδιας δυναμικότητας και χρόνους εκτέλεσης που δίνονται από αύξουσες γραμμικές συναρτήσεις χωρίς σταθερούς όρους (Simple Linear Deterioration (SLD)), με κριτήριο την ελαχιστοποίηση του αθροίσματος των χρόνων ολοκλήρωσης, είναι NP-hard. Οι (Sriskandarajah and Goyal, 1989) και (Wagneur and Sriskandarajah, 1993) εξέτασαν το πρόβλημα σε ένα σύστημα συνεχούς ροής με δύο μηχανές όπου μόνο ο χρόνος εκτέλεσης της δεύτερης φάσης κάθε εργασίας εξαρτάται από την χρονική διαφορά μεταξύ του τέλους της πρώτης φάσης και της έναρξης της δεύτερης. Στην πρώτη εργασία αποδείχθηκε ότι το πρόβλημα είναι ισχυρά NP-hard. Στην δεύτερη εργασία αναπτύχθηκε ένας αλγόριθμος κλάδου και φράγματος. Ο (Mosheion, 1995) πρότεινε κάποιους ευρετικούς αλγορίθμους για το πρόβλημα με παράλληλους επεξεργαστές ίδιας δυναμικότητας με φθίνουσες γραμμικές ή βαθμωτές συναρτήσεις. Ο (Mosheion, 1998) μελέτησε ένα πρόβλημα με παράλληλους επεξεργαστές ίδιας δυναμικότητας και φθίνουσες γραμμικές συναρτήσεις χρόνων εκτέλεσης, υπό το κριτήριο της ελαχιστοποίησης του χρόνου ολοκλήρωσης της τελευταίας εργασίας. Στην εργασία του (Mosheion, 2002) εξετάζεται η πολυπλοκότητα του προβλήματος flow-

shop $m/P_{ij}=b_{ij}t/C_{max}$. Το πρόβλημα αποδείχθηκε ότι είναι NP-hard και προτάθηκε ένας ευρετικός αλγόριθμος. Οι (Hsieh και Bricker, 1997) πρότειναν τρεις ευρετικούς αλγόριθμους για το πρόβλημα με παράλληλους επεξεργαστές ίδιας δυναμικότητας με φθίνουσες γραμμικές συναρτήσεις χρόνων εκτέλεσης με κριτήριο την ελαχιστοποίηση του χρόνου ολοκλήρωσης της τελευταίας εργασίας. Οι (Finke and Jiang, 1997) εξέτασαν το πρόβλημα $parallel\ m//C_{max}$ για το οποίο πρότειναν έναν άπληστο αλγόριθμο (greedy algorithm). Οι (Wang and Xia, 2005) εξέτασαν ένα πρόβλημα με σύστημα συνεχούς ροής και γραμμικά φθίνουσες συναρτήσεις χρόνων εκτέλεσης και πρότειναν κάποιους ευρετικούς αλγορίθμους. Στην εργασία των (Wang and Xia, 2006) εξετάζεται ένα σύστημα συνεχούς ροής και αύξουσες γραμμικές συναρτήσεις χρόνων εκτέλεσης χωρίς σταθερούς όρους. Για το πρόβλημα αυτό παρουσιάζονται πολυωνυμικοί αλγόριθμοι επίλυσης των προβλημάτων. Τέλος εξετάστηκαν κάποια περαιτέρω προβλήματα πολλαπλών επεξεργαστών ως προς την πολυπλοκότητα τους από τους (Tanaev et al., 1984) και τους (Kononov and Gawiejnowicz, 2001).

2.4 Το πρόβλημα με έναν επεξεργαστή και φθίνουσες αξίες εργασιών

2.4.1 Συμβολισμός

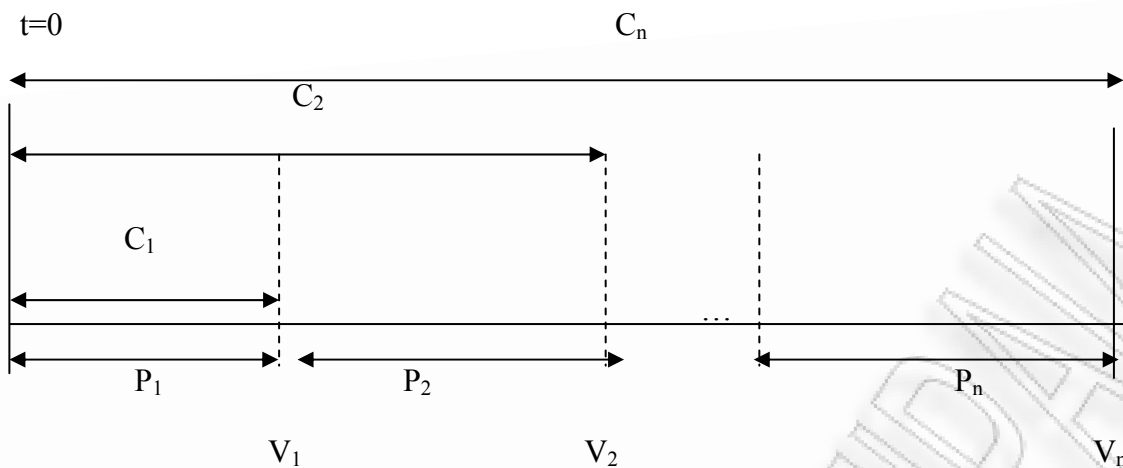
Έστω: $V_i(C_i)$: Η αξία της εργασίας J_i (που είναι φθίνουσα συνάρτηση του χρόνου). Το πρόβλημα μπορεί να γενικευθεί και στην περίπτωση που η αξία μίας εργασίας εξαρτάται από την χρονική στιγμή ολοκλήρωσης της προηγούμενης της, δηλαδή η συνάρτηση έχει τύπο της μορφής $V_i(C_{i-1})$.

V_{i0} : Η αρχική αξία της J_i την χρονική στιγμή $t=0$.

Ζητείται η εύρεση της βέλτιστης ακολουθίας εργασιών που μεγιστοποιεί την απομένουσα συνολική αξία τους μετά το πέρας της εκτέλεσης τους:

$$\max \sum_{i=1}^n V_i$$

Στο Σχήμα 2.1 δίνεται μία γραφική αναπαράσταση του προγράμματος επεξεργασίας εργασιών στην περίπτωση ενός επεξεργαστή.



Σχήμα 2.1. Γραφική αναπαράσταση του προγράμματος επεξεργασίας εργασιών στην περίπτωση ενός επεξεργαστή

Χρησιμοποιώντας την ορολογία των προβλημάτων προγραμματισμού εργασιών που δόθηκε στα προηγούμενα, αυτό είναι ένα κριτήριο μεγιστοποίησης αθροίσματος ('maxisum').

2.4.2 Επισκόπηση βιβλιογραφίας

Το πρόβλημα της εύρεσης της βέλτιστης ακολουθίας εργασιών με αξίες που είναι φθίνουσες συναρτήσεις του χρόνου με σκοπό την μεγιστοποίηση της απομένουσας αξίας τους είναι αρκετά διαδεδομένο στον ερευνητικό χώρο του προγραμματισμού εργασιών (Smith, 1956, Lenstra et al., 1977, Fisher and Krieger, 1984, Buyukkoc et al., 1985, Kawaguchi and Kyan, 1986, Alidaee, 1990, Alidaee, 1993).

Μία εκδοχή αυτού του προβλήματος εξετάζεται στην εργασία των (Voutsinas and Pappis, 2002). Στην εργασία αυτή οι αξίες των εργασιών φθίνουν εκθετικά με τον χρόνο ενώ οι χρόνοι εκτέλεσης παραμένουν σταθεροί. Αυτό το πρόβλημα παρουσιάζεται, μεταξύ άλλων, σε συστήματα ανακατασκευής προϊόντων. Έτσι, κατά την διάρκεια της αποσυναρμολόγησης ενός επαναχρησιμοποιούμενου προϊόντος είναι δυνατόν να εμφανιστούν προβλήματα δυναμικότητας εξαιτίας π.χ. της ανάγκης χρήσης του ίδιου εξοπλισμού ελέγχου και επισκευών για διαφορετικά εξαρτήματα που εξάγονται από το ίδιο προϊόν. Προϊόντα υψηλής τεχνολογίας όπως οι ηλεκτρονικοί υπολογιστές χαρακτηρίζονται από ραγδαία απώλεια αξίας και τα εξαρτήματά τους έχουν διαφορετικούς ρυθμούς απαξίωσης. Ταυτόχρονα οι χρόνοι επανεπεξεργασίας παραμένουν σταθεροί.

Το προϊόν απαρτίζεται από n διαφορετικά εξαρτήματα και μετά το τέλος του χρόνου ζωής του αποσυναρμολογείται με σκοπό να επανακατασκευαστεί. Η αξία κάθε εξαρτήματος φθίνει εκθετικά ως προς τον χρόνο, δηλαδή

$$V_i = V_{i0} C_i^{a_i}, \quad a_i < 0, \quad i=1,2,\dots,n.$$

Σκοπός είναι η εύρεση της ακολουθίας επανεπεξεργασίας των εξαρτημάτων που ελαχιστοποιεί την συνολική απώλεια της αξίας τους ή (ισοδύναμα) μεγιστοποιεί την συνολική απομένουσα αξία τους. Αναπτύχθηκαν αλγόριθμοι, με σταθερούς χρόνους επεξεργασίας, για τις επόμενες ειδικές περιπτώσεις της παραπάνω συνάρτησης αξίας:

- Για $V_{i0}=V_0$ και $a_i=a$: Μη φθίνουσα διάταξη των χρόνων P_i
- Για $P_i=P$ και $V_{i0}=V_0$: Μη φθίνουσα διάταξη των a_i
- Για $P_i=P$ και $a_i=a$: Μη αύξουσα διάταξη των V_{i0}

Τέλος, υλοποιήθηκε ένας ευρετικός αλγόριθμος ο οποίος δίνει υποβέλτιστες λύσεις για την γενική περίπτωση του προβλήματος.

Στην εργασία των (Voutsinas and Pappis, 2003) αναπτύσσεται ένας αλγόριθμος κλάδου και φράγματος ο οποίος δίνει λύση στην γενική περίπτωση του παραπάνω προβλήματος, όπου τα απαιτούμενα φράγματα εξάγονται με την χρήση κατασκευαστικών ευρετικών αλγορίθμων.

2.5 Το πρόβλημα με έναν επεξεργαστή και ταυτόχρονη αύξηση των χρόνων εκτέλεσης και ελάττωση της αξίας των εργασιών

Ένα εντελώς καινούργιο θέμα προς έρευνα, το οποίο συνδέει τα προβλήματα που αναπτύχθηκαν στις παραγράφους 2.2-2.4, είναι η εύρεση του βέλτιστου προγραμματισμού εργασιών όταν και ο χρόνος εκτέλεσης των εργασιών και η αξία τους εξαρτώνται από τον χρόνο έναρξής τους (ο χρόνος εκτέλεσης αυξάνεται και η αξία των εργασιών ελαττώνεται). Το κριτήριο είναι η μεγιστοποίηση της συνολικής απομένουσας αξίας των εργασιών την στιγμή ολοκλήρωσης τους για διάφορες συναρτήσεις χρόνων εκτέλεσης και αξιών.

2.5.1 Ορισμός του προβλήματος

Στα επόμενα θα εξεταστούν κάποιες βασικές φθίνουσες συναρτήσεις αξίας και η συσχέτιση τους με τα προβλήματα που αναφέρθηκαν στην παράγραφο 2.2.

ι.Γραμμικά φθίνουσες συναρτήσεις

Έστω $V_i = V_{i0} - aC_i$, δηλαδή υπάρχει ένας ρυθμός ελάττωσης της αξίας $a > 0$, που είναι ανεξάρτητος από την εργασία J_i , $i=1,2,\dots,n$. Αρχικά πρέπει να εξασφαλιστεί ότι οι αξίες όλων των εργασιών θα είναι μη αρνητικές σε ένα εφικτό πρόγραμμα. Τότε ισχύει η επόμενη, πολύ εύκολο να αποδειχθεί, ιδιότητα:

Ιδιότητα 2.1: Η βέλτιστη ακολουθία εργασιών για το πρόβλημα $1/V_i = V_{i0} - aC_i / \max \Sigma V_i$ είναι η ίδια με εκείνη του προβλήματος $1/P_i / \min \Sigma C_i$, για οποιαδήποτε συνάρτηση χρόνου επεξεργασίας P_i , $i=1,2,\dots,n$ (Rachaniotis, 2004).

Απόδειξη: Ισχύει ότι:

$$\begin{aligned} \max_{\Pi} \left\{ \sum_{i=1}^n V_i \right\} &= \max_{\Pi} \left\{ \sum_{i=1}^n (V_{i0} - aC_i) \right\} = \max_{\Pi} \left\{ \left(\sum_{i=1}^n V_{i0} - a \sum_{i=1}^n C_i \right) \right\} = \\ &= \sum_{i=1}^n V_{i0} + a \cdot \max_{\Pi} \left\{ - \sum_{i=1}^n C_i \right\} = \sum_{i=1}^n V_{i0} - a \cdot \min_{\Pi} \left\{ \sum_{i=1}^n C_i \right\} \end{aligned}$$

Συνεπώς τα δύο προβλήματα έχουν τις ίδιες λύσεις.//

Για το πρόβλημα $1/P_i / \min \Sigma C_i$ έχουν βρεθεί άριστες λύσεις μόνο για περιορισμένο αριθμό συναρτήσεων επεξεργασίας, όπως παρατέθηκε στην βιβλιογραφική επισκόπηση της παραγράφου 2.2.

Στη γενική περίπτωση γραμμικά φθίνουσας αξίας, δηλαδή $V_i = V_{i0} - a_i C_i$, $i=1,2,\dots,n$ πρέπει ξανά να διασφαλιστεί ότι όλες οι αξίες των εργασιών πρέπει να είναι μη αρνητικές σε ένα εφικτό πρόγραμμα. Τότε ισχύει η ακόλουθη ιδιότητα:

Ιδιότητα 2.2: Η βέλτιστη ακολουθία εργασιών του προβλήματος $1/V_i = V_{i0} - a_i C_i / \max \Sigma V_i$ είναι η ίδια με εκείνη του προβλήματος $1/P_i / \min \Sigma a_i C_i$, για οποιαδήποτε συνάρτηση χρόνου εκτέλεσης P_i , $i=1,2,\dots,n$ (δηλαδή του προβλήματος εύρεσης της βέλτιστης ακολουθίας εργασιών με αντικειμενική συνάρτηση το άθροισμα των σταθμισμένων χρόνων ολοκλήρωσης των εργασιών, έχοντας σαν συντελεστές βαρύτητας τους ρυθμούς ελάττωσης των αξιών) (Rachaniotis, 2004).

Απόδειξη: Ισχύει ότι:

$$\begin{aligned} \max_{\Pi} \left\{ \sum_{i=1}^n V_i \right\} &= \max_{\Pi} \left\{ \sum_{i=1}^n (V_{i0} - a_i C_i) \right\} = \max_{\Pi} \left\{ \left(\sum_{i=1}^n V_{i0} - \sum_{i=1}^n a_i C_i \right) \right\} = \\ &= \sum_{i=1}^n V_{i0} + \max_{\Pi} \left\{ - \sum_{i=1}^n a_i C_i \right\} = \sum_{i=1}^n V_{i0} - \min_{\Pi} \left\{ \sum_{i=1}^n a_i C_i \right\} \end{aligned}$$

Συνεπώς τα δύο προβλήματα έχουν τις ίδιες λύσεις.//

Ειδική περίπτωση του προηγούμενου προβλήματος είναι το πρόβλημα $1/V_i = V_{i0} - a_i C_i / \max \Sigma V_i$, δηλαδή όταν η αρχική αξία όλων των εργασιών είναι η ίδια. Η βέλτιστη ακολουθία σε αυτό το

πρόβλημα είναι ίδια με εκείνη του $1/P_i/\min \sum a_i C_i$, για οποιαδήποτε συνάρτηση χρόνου εκτέλεσης εργασιών $P_i, i=1,2,\dots,n$.

Το πρόβλημα $1/P_i/\max \sum a_i C_i$ έχει επιλυθεί για ακόμα μικρότερο αριθμό συναρτήσεων χρόνων εκτέλεσης από ότι το προηγούμενο, όπως παρατέθηκε στην βιβλιογραφική επισκόπηση της παραγράφου 2.2.

ii. Πολυωνυμικά φθίνουσες αξίες

Σε αυτή την περίπτωση η συνάρτηση αξίας είναι η $V_i = V_{i0} - a_i C_i^{b_i}, b_i > 0, i=1,2,\dots,n$.

Ισχύει η επόμενη ιδιότητα:

Ιδιότητα 2.3: Η βέλτιστη ακολουθία εργασιών για το πρόβλημα $1/V_i = V_{i0} - a_i C_i^{b_i} / \max \sum V_i$ είναι η ίδια με εκείνη του προβλήματος $1/P_i / \min \sum a_i C_i^{b_i}$, για οποιαδήποτε συνάρτηση χρόνου εκτέλεσης $P_i, i=1,2,\dots,n$.

Απόδειξη: Ομοίως με εκείνη της ιδιότητας 3.2. //

2.5.2 Επισκόπηση βιβλιογραφίας

Οι μόνες εργασίες οι οποίες αντιμετωπίζουν το πρόβλημα προγραμματισμού εργασιών με αύξοντες χρόνους εκτέλεσης και φθίνουσες αξίες εργασιών είναι εκείνες των (Teunter and Flapper, 2003) και (Flapper and Teunter, 2003), οι οποίοι εξέτασαν ένα σύστημα παραγωγής και επανεπεξεργασίας προϊόντων. Υποτέθηκε ότι ο χρόνος επανεπεξεργασίας και το κόστος ανά μονάδα προϊόντος αυξάνονται γραμμικά ανάλογα με το χρονικό διάστημα όπου το ελαττωματικό προϊόν παραμένει αποθηκευμένο και περιμένει την επανεπεξεργασία του. Τα ελαττωματικά προϊόντα εμφανίζονται στοχαστικά και στόχος είναι ο καθορισμός του μεγέθους κάθε παρτίδας παραγωγής ώστε το αναμενόμενο κέρδος να μεγιστοποιείται. Περαιτέρω αναφορά στην συγκεκριμένη εργασία γίνεται στην παράγραφο 3.1.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΣΕ ΘΕΜΑΤΑ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ

3.1 Εύρεση βέλτιστου μεγέθους παρτίδας παραγωγής σε παραγωγικό σύστημα με επανεπεξεργασία προϊόντων φθίνουσας αξίας

Η παραγωγή νέων και η επανεπεξεργασία ελαττωματικών προϊόντων λαμβάνει χώρα συχνά σε μία κοινή εγκατάσταση, με αυτές τις δραστηριότητες να εκτελούνται σε παρτίδες. Κατά συνέπεια, υπάρχει η ανάγκη να συντονιστούν η παραγωγική διεργασία και η διεργασία επανεπεξεργασίας σε σχέση με τα χρονικά διαστήματα εκτέλεσής τους καθώς και με τα κατάλληλα μεγέθη των παρτίδων ώστε να ικανοποιείται μία δεδομένη ζήτηση. Μεταξύ άλλων πρέπει να ληφθεί υπ' όψη το αν η κατάσταση των ελαττωματικών τεμαχίων επιδεινώνεται ενώ περιμένουν την επανεπεξεργασία, δηλαδή το αν ο χρόνος (και συνεπώς το κόστος) επανεπεξεργασίας ανά τεμάχιο αυξάνεται με τον χρόνο. Στην παράγραφο αυτή θα αναπτυχθεί ένα μοντέλο βέλτιστης ποσότητας παραγωγής (Economic Production Quantity, EPQ) το οποίο αντιμετωπίζει αυτά τα ζητήματα. Λαμβάνοντας υπ' όψη το κόστος προετοιμασίας και αποθήκευσης καθώς και τους χρόνους προετοιμασίας, προτείνονται αλγόριθμοι βελτιστοποίησης για τις διάφορες περιπτώσεις που προκύπτουν στον προγραμματισμό των δραστηριοτήτων παραγωγής-επανεπεξεργασίας.

3.1.1 Εισαγωγή

Το πρόβλημα της εύρεσης του βέλτιστου μεγέθους παρτίδας παραγωγής αντιμετωπίζει το ερώτημα πόσα τεμάχια ενός προϊόντος συμφέρει να παραχθούν ανά παρτίδα από τον εξοπλισμό που χρησιμοποιείται στην παραγωγική διεργασία. Κάθε αλλαγή παραγωγής από ένα τύπο προϊόντος σε άλλο, αν στην ίδια γραμμή παράγονται περισσότεροι από έναν τύποι προϊόντων, οδηγεί σε μία διακοπή της παραγωγικής διεργασίας αφού οι εγκαταστάσεις πρέπει να προετοιμαστούν για ένα συγκεκριμένο χρονικό διάστημα σύμφωνα με τις απαιτήσεις του επόμενου τύπου προϊόντος. Ο καθορισμός των κατάλληλων ποσοτήτων παραγωγής σε ένα τέτοιο περιβάλλον έχει ως σκοπό την εξισορρόπηση μεταξύ του σταθερού κόστους προετοιμασίας και του κόστους αποθήκευσης που είναι αντιστρόφως ανάλογα μεγέθη. Επιπλέον, η παραγωγή τμημάτων ενός σύνθετου προϊόντος συχνά εμπεριέχει μία σειρά εργασιών που εκτελούνται σε παρτίδες ενός μοναδικού εξαρτήματος. Σε κάποιες περιπτώσεις η κατασκευή του εξαρτήματος δεν είναι συγχρονισμένη με τον ρυθμό της γραμμής

συναρμολόγησης στην οποία απαιτείται αυτό το εξάρτημα, με αποτέλεσμα την ύπαρξη μίας σταθερής συνεχούς ζήτησης του συγκεκριμένου εξαρτήματος ενώ αυτό παράγεται περιοδικά.

Αρκετά συχνά στην παραγωγική διεργασία χρησιμοποιείται αρκετά εξελιγμένος τεχνολογικά εξοπλισμός. Παρ' όλα αυτά, ακόμα και όταν τα παραγωγικά συστήματα αποτελούνται από εγκαταστάσεις υψηλής ποιότητας παράγονται και ελαττωματικά προϊόντα. Σε πολλές περιπτώσεις τα ελαττωματικά τεμάχια έχουν σημαντική αξία (που οφείλεται, για παράδειγμα, στις δαπανηρές πρώτες ύλες), και συνεπώς υπάρχει ένα οικονομικό κίνητρο για την επανεπεξεργασία αυτών των προϊόντων ώστε να έρθουν σε μία κατάσταση «σαν καινούργια» ('as new' condition). Εδώ με τον όρο επανεπεξεργασία, ή ισοδύναμα ανάκτηση, εννοούνται όλες οι δράσεις που απαιτούνται για την μετατροπή των προϊόντων που δεν ικανοποιούν κάποιες προκαθορισμένες προδιαγραφές ποιότητας σε προϊόντα που τις ικανοποιούν. Πέραν του προαναφερθέντος κινήτρου, οι δραστηριότητες επανεπεξεργασίας μπορεί να επιβάλλονται από την υπάρχουσα νομοθεσία ή εξαιτίας της ανάγκης της εταιρείας να προβάλλει μία καλή περιβαλλοντική εικόνα. Παραδείγματα επανεπεξεργασίας απαντώνται στην βιομηχανία ημιαγωγών, γυαλιού, μεταλλουργίας και φαρμάκων (Flapper et al., 2002).

Αρκετά συχνά η επανεπεξεργασία λαμβάνει χώρα στον ίδιο μηχανολογικό εξοπλισμό που χρησιμοποιείται για την παραγωγή νέων τεμαχίων. Σ' αυτή την περίπτωση η εταιρεία έχει δύο πηγές για την ικανοποίηση της ζήτησης ενός προϊόντος, δηλαδή μπορεί να παρέχει καινούργια ή επανεπεξεργασμένα τεμάχια. Επομένως δημιουργείται η ανάγκη του συντονισμού των διαδικασιών παραγωγής και επανεπεξεργασίας σε σχέση με την χρονική διάρκεια τους και με τα κατάλληλα μεγέθη των παρτίδων παραγωγής και επανεπεξεργασίας. Μεταξύ πρέπει να ληφθεί υπ' όψη το κατά πόσο η κατάσταση των ελαττωματικών αντικειμένων που αναμένουν επανεπεξεργασία επιδεινώνεται με τον χρόνο.

Σύμφωνα με την εργασία των (Goyal and Giri, 2001), η επιδείνωση (deterioration) αναφέρεται σε οποιαδήποτε διαδικασία που εμποδίζει ένα προϊόν από το να χρησιμοποιείται για τον αρχικό προκαθορισμένο σκοπό του και επιδρά αρνητικά στην κατάσταση ενός τεμαχίου, αφού είναι εκτός προδιαγραφών. Τέτοιες διαδικασίες παρατηρούνται αρκετά συχνά στην πράξη, όπου το χρονικό διάστημα μεταξύ της ανακάλυψης του σφάλματος και της στιγμής έναρξης της ανάκτησης του προϊόντος επηρεάζουν σημαντικά τον απαιτούμενο χρόνο επανεπεξεργασίας και το αντίστοιχο κόστος. Για παράδειγμα, σε μία παραγωγική διεργασία η οποία απαιτεί τα αντικείμενα να έχουν μία συγκεκριμένη θερμοκρασία, αν εμφανιστούν ελαττωματικά τεμάχια, η θερμοκρασία τους πέφτει ενώ αυτά αναμένουν την επανεπεξεργασία. Κατά συνέπεια, είναι απαραίτητη μία δαπανηρή και χρονοβόρος διεργασία

επαναθέρμανσής τους για να έρθει η θερμοκρασία τους στο απαιτούμενο επίπεδο για την έναρξη της διεργασίας επανεπεξεργασίας.

Συμπερασματικά, αν ο ρυθμός επιδείνωσης της κατάστασης των ελαττωματικών τεμαχίων δεν είναι αρκετά μικρός, δεν πρέπει να αγνοηθεί η επίδρασή του στον καθορισμό των μεγεθών των παρτίδων παραγωγής και επανεπεξεργασίας. Η μοντελοποίηση παραγωγικών συστημάτων του τύπου που περιγράφηκε προηγουμένως απαιτεί: α) επέκταση των παραδοσιακών μοντέλων για τον προγραμματισμό των ποσοτήτων παραγωγής και επανεπεξεργασίας αφού μία από τις συνήθεις υποθέσεις είναι ότι χρησιμοποιείται διαφορετικός εξοπλισμός για τις δραστηριότητες αυτές και επιπλέον αγνοούν την επίδραση της επιδείνωσης των προϊόντων στις αποφάσεις για το μέγεθος των παρτίδων και β) επέκταση των προσεγγίσεων που αντιμετωπίζουν την εύρεση των μεγεθών των παρτίδων υπό την παρουσία προϊόντων που η κατάστασή τους επιδεινώνεται, αφού τα παραδοσιακά μοντέλα υποθέτουν ότι τα ελαττωματικά τεμάχια αποτίθενται ως απορρίμματα.

Οι υπάρχουσες προσεγγίσεις για τον από κοινού καθορισμό των μεγεθών των παρτίδων παραγωγής και επανεπεξεργασίας αναλύουν, χωρίς λεπτομέρειες, το πρόβλημα προγραμματισμού παρτίδων επανεπεξεργάσιμων προϊόντων που προέρχονται από εξωτερικούς πελάτες. Όμως, αφού ο ρυθμός επιστροφής υποτίθεται ότι είναι μικρότερος από το ρυθμό ζήτησης, είναι αδύνατον να ικανοποιηθεί αυτός μόνο με την επανεπεξεργασία των ελαττωματικών τεμαχίων και έτσι είναι απαραίτητη και επιπρόσθετη κανονική παραγωγή. Υπάρχει ένας διαχωρισμός των μοντέλων, ως προς τις διαδικασίες παραγωγής και επανεπεξεργασίας, σε εκείνα με άπειρους ρυθμούς (δυνατότητες) παραγωγής (Schradly, 1967, Richter, 1996, Minner, 2001) και σε εκείνα με πεπερασμένους ρυθμούς (Nahmias and Rivera, 1979, Lindner and Buscher, 2002, Koh et al., 2002). Επιπλέον, η μόνη προσέγγιση που υποθέτει ότι οι διαδικασίες παραγωγής και επανεπεξεργασίας λαμβάνουν χώρα σε μία κοινή εγκατάσταση είναι εκείνη των (Lindner and Buscher, 2002). Οι συγγραφείς περιορίζουν την προσοχή τους σε μία πολιτική κατά την οποία μία παρτίδα κανονικής παραγωγής ακολουθείται από μία παρτίδα επανεπεξεργασίας και μετά ο κύκλος επαναλαμβάνεται με μία προετοιμασία πριν από κάθε παραγωγή παρτίδας. Παρ' όλο που αυτή η πολιτική είναι μόνο μία ειδική περίπτωση γενικότερων πολιτικών προετοιμασίας, είναι ελκυστική στην πράξη εξαιτίας της ευκολίας υλοποίησής της. Το μειονέκτημα όλων των προηγούμενων μοντέλων είναι ότι δεν είναι ικανά να αντιμετωπίσουν περιπτώσεις όπου τα ανακτώμενα τεμάχια προκύπτουν ως αποτέλεσμα μίας αβέβαιης παραγωγικής διεργασίας.

Αυτό το πρόβλημα μελετάται σε προσεγγίσεις που αντιμετωπίζουν περιπτώσεις συστημάτων τα οποία χαρακτηρίζονται από μεταβλητότητα του αποτελέσματος των παραγωγικών

διαδικασιών (Yano and Lee, 1995 και Flapper and Jensen, 2003). Αλλά πάλι, εκτός από κάποιες μικροδιαφορές, τα μοντέλα αυτής της κατηγορίας είτε υποθέτουν ασήμαντους χρόνους προετοιμασίας και στιγμιαίο χρόνο επανεπεξεργασίας (Porteous, 1986, Lee and Rosenblatt, 1987) ή δεν έχουν περιορισμούς στην ζητούμενη ποσότητα (π.χ. Liu and Yang, 1996, Chern and Yang, 1999).

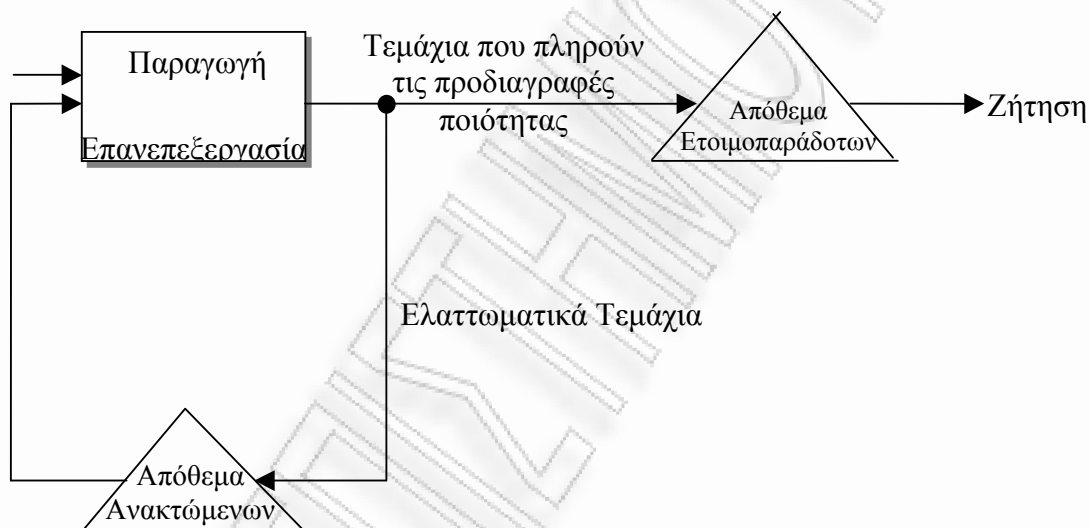
Επιπλέον, όπως έχει ήδη αναφερθεί, παρ' όλο που υπάρχει εκτεταμένη βιβλιογραφία σε σχέση με προβλήματα εύρεσης βέλτιστου μεγέθους παρτίδας υπό την παρουσία ενός αποθέματος που η κατάσταση του επιδεινώνεται, όλες οι παραδοσιακές προσεγγίσεις υποθέτουν ότι δεν υπάρχουν διαδικασίες επανεπεξεργασίας (π.χ. Misra, 1975, Raafat et al., 1991, Raafat, 1991 και Goyal and Giri, 2001).

Η μόνη γνωστή προσέγγιση που αντιμετωπίζει ένα πρόβλημα που περιέχει διαδικασίες παραγωγής και επανεπεξεργασίας με ταυτόχρονη επιδείνωση της κατάστασης των ανακτώμενων τεμαχίων παρουσιάστηκε από τους (Teunter and Flapper, 2003). Εκεί θεωρήθηκε ένα παραγωγικό σύστημα μίας γραμμής παραγωγής όπου σε περίπτωση ανεπαρκούς ποιότητάς τους τα προϊόντα υπόκεινται σε επανεπεξεργασία σε διαδοχικές παρτίδες. Εξαιτίας της επιδείνωσης της κατάστασης των ελαττωματικών αντικειμένων με τον χρόνο, το κόστος και ο χρόνος επανεπεξεργασίας για κάθε τεμάχιο αυξάνονται γραμμικά με τον χρόνο κατά τον οποίο το αντικείμενο μένει στο απόθεμα και περιμένει την επανεπεξεργασία του. Τα ελαττωματικά προϊόντα εμφανίζονται στοχαστικά και στόχος είναι ο καθορισμός του μεγέθους κάθε παρτίδας παραγωγής ώστε το αναμενόμενο κέρδος να μεγιστοποιείται, δεδομένου ότι όλα τα προϊόντα που είναι εντός προδιαγραφών μπορούν να πωληθούν σε μία δεδομένη τιμή. Οι (Teunter and Flapper, 2003) κατέληξαν σε μία κλειστής μορφής έκφραση της αντικειμενικής συνάρτησης που μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τον καθορισμό του βέλτιστου μεγέθους παρτίδας παραγωγής με αριθμητικές μεθόδους.

Σε αντίθεση με την προηγούμενη προσέγγιση όπου η αντικειμενική συνάρτηση είναι τον κέρδος, σε αυτή την παράγραφο εξετάζεται ένα πρόβλημα ελαχιστοποίησης κόστους με δεδομένο ρυθμό ζήτησης. Θα αναλυθεί μία μοναδική γραμμή παραγωγής στην οποία εκτελούνται διαδικασίες παραγωγής και επανεπεξεργασίας. Τα ελαττωματικά προϊόντα προκύπτουν από μία καθοριστική (deterministic) διεργασία και η κατάσταση των επανεπεξεργάσιμων ελαττωματικών επιδεινώνεται με την πάροδο του χρόνου. Θα αναπτυχθούν κλειστής μορφής εκφράσεις όχι μόνο για την αντικειμενική συνάρτηση αλλά και για το βέλτιστο μέγεθος της παρτίδας παραγωγής. Αυτοί οι τύποι μπορούν να χρησιμοποιηθούν και για την μελέτη του τρόπου με τον οποίο αυτό το μέγεθος εξαρτάται από τις διάφορες παραμέτρους του προβλήματος.

3.1.2 Βασικά στοιχεία του προβλήματος προγραμματισμού παραγωγής με επανεπεξεργασία

Εδώ θα παρουσιαστεί ένα στατικό καθοριστικό μοντέλο εύρεσης βέλτιστου μεγέθους παρτίδας παραγωγής για ένα μοναδικό προϊόν, σε ένα παραγωγικό σύστημα, στο οποίο εκτελούνται διαδικασίες παραγωγής και επανεπεξεργασίας. Η επανεπεξεργασία είναι απαραίτητη επειδή, εξαιτίας ατελειών στην διεργασία παραγωγής, ένα συγκεκριμένο ποσοστό των καινούργιων τεμαχίων δεν ικανοποιεί τις προδιαγραφές ποιότητας. Εξαιτίας οικονομικών ή περιβαλλοντικών λόγων δεν επιτρέπεται η απόθεση ως απορριμμάτων των ελαττωματικών τεμαχίων. Μετά την επανεπεξεργασία τους, τα ελαττωματικά τεμάχια ικανοποιούν πλήρως τις προδιαγραφές ποιότητας. Στο Σχήμα 3.1 παρουσιάζεται το παραγωγικό αυτό σύστημα.



Σχήμα 3.1. Σχηματική αναπαράσταση του παραγωγικού συστήματος

Το θεωρούμενο παραγωγικό σύστημα αντιμετωπίζει μία σταθερή και συνεχή ζήτηση D σε έναν άπειρο χρονικό ορίζοντα. Επιπλέον, οι διαδικασίες παραγωγής (επανεπεξεργασίας) εκτελούνται σε παρτίδες μεγέθους Q_p (Q_r αντίστοιχα) και με σταθερούς πεπερασμένους ρυθμούς P_p (P_r αντίστοιχα) στην ίδια εγκατάσταση. Το σύστημα εκτελεί μόνο μία διεργασία κάθε φορά και πρέπει να ικανοποιεί το σύνολο της ζήτησης χωρίς να παρουσιάζονται ελλείψεις. Κάθε αλλαγή από την παραγωγή στην επανεπεξεργασία και αντιστρόφως

δημιουργεί ένα σταθερό κόστος προετοιμασίας (χρόνο προετοιμασίας) S_p και S_r (t_{pr} και t_{rp} αντίστοιχα). Υπάρχουν δύο δυνατότητες για την ικανοποίηση της συνολικής ζήτησης: ο εφοδιασμός με καινούργια τεμάχια ή με επανεπεξεργασμένα, αφού μετά την διεργασία ανάκτησής τους αυτά ικανοποιούν τα ποιοτικά κριτήρια όπως και τα καινούργια.

Για τον προγραμματισμό λειτουργίας του συστήματος προτείνεται μία πολιτική «εναλλάξ προετοιμασίας» (one-to-one set-up). Κάθε κύκλος αποθεματοποίησης αρχίζει με την παραγωγή μίας παρτίδας καινούργιων προϊόντων. Εξαιτίας ατελειών στην διαδικασία αυτή η ποσότητα περιέχει μόνο ένα ποσοστό α ($0 < \alpha < 1$) τεμαχίων που πληρούν τις προδιαγραφές ποιότητας. Το υπόλοιπο ποσοστό $(1-\alpha)$ των τεμαχίων είναι ελαττωματικά και πρέπει να υποστούν επανεπεξεργασία.

Κατά την διάρκεια της παραγωγής όλα τα τεμάχια (εκείνα που πληρούν τις ποιοτικές προδιαγραφές και τα ελαττωματικά) μετακινούνται σύμφωνα με μία «παράλληλη» κίνηση προς το απόθεμα. Η παράλληλη κίνηση σημαίνει ότι κάθε τεμάχιο μίας παρτίδας πηγαίνει άμεσα μετά την ολοκλήρωσή του από την παραγωγική εγκατάσταση στην αντίστοιχη αποθήκη (Szendrovits and Truscott, 1989 και Silver et al., 1998). Εξαιτίας της εγγύτητας των τοποθεσιών αυτών οι σχετικοί χρόνοι μεταφοράς μπορούν να θεωρηθούν αμελητέοι. Η ζήτηση ικανοποιείται πλήρως από το συνολικό απόθεμα των τεμαχίων που ικανοποιούν τις προδιαγραφές ποιότητας. Υπάρχει ένα μοναδιαίο κόστος αποθεματοποίησης ανά τεμάχιο που ικανοποιεί εξαρχής τις ποιοτικές προδιαγραφές h_s (ή μετά από επανεπεξεργασία h_r αντίστοιχα).

Τα ελαττωματικά τεμάχια παραμένουν στο απόθεμα των ανακτημένων μέχρι να εκτελεστεί η επανεπεξεργασία τους. Αυτή λαμβάνει χώρα αμέσως μετά την ολοκλήρωση της προηγούμενης παρτίδας παραγωγής και αφού τελειώσει και η αναγκαία προετοιμασία. Μετά την έναρξη της επανεπεξεργασίας αυτής της παρτίδας που περιέχει $Q_r = (1-\alpha) \cdot Q_p$ τεμάχια, αυτά αποστέλλονται στο απόθεμα των τεμαχίων που ικανοποιούν τις προδιαγραφές. Ύστερα, αρχίζει ο επόμενος κύκλος αποθεματοποίησης ώστε το πρώτο καλής ποιότητας τεμάχιο της παρτίδας παραγωγής να φτάνει στο απόθεμα ακριβώς την στιγμή που εξαντλούνται όλα τα τεμάχια που είχαν παραδοθεί προηγουμένως. Άρα ένας κύκλος αποθεματοποίησης αποτελείται από μία ροή παραγωγής και μία ροή επανεπεξεργασίας.

Εκτός από τα παραπάνω χαρακτηριστικά, το σύστημα που μελετάται παρουσιάζει τις επόμενες ιδιότητες:

α. Όλες οι παράμετροι είναι σταθερές και καθορισμένες σε έναν άπειρο χρονικό ορίζοντα.

β. Εκτός από τον περιορισμό παραγωγικής δυναμικότητας της θεωρούμενης εγκατάστασης δεν υπάρχουν άλλοι περιορισμοί δυναμικότητας.

γ. Τα μεγέθη των παρτίδων παραγωγής και επανεπεξεργασίας είναι ίδια σε διαφορετικούς κύκλους αποθεματοποίησης.

δ. Για την εξασφάλιση της ικανοποίησης της ζήτησης, ισχύει πάντα η σχέση $\alpha \cdot P_p > D$.

ε. Τα τεμάχια του θεωρούμενου προϊόντος είναι πάντα διακριτά μεταξύ τους.

Συμβολισμός-Ορολογία

Έστω:

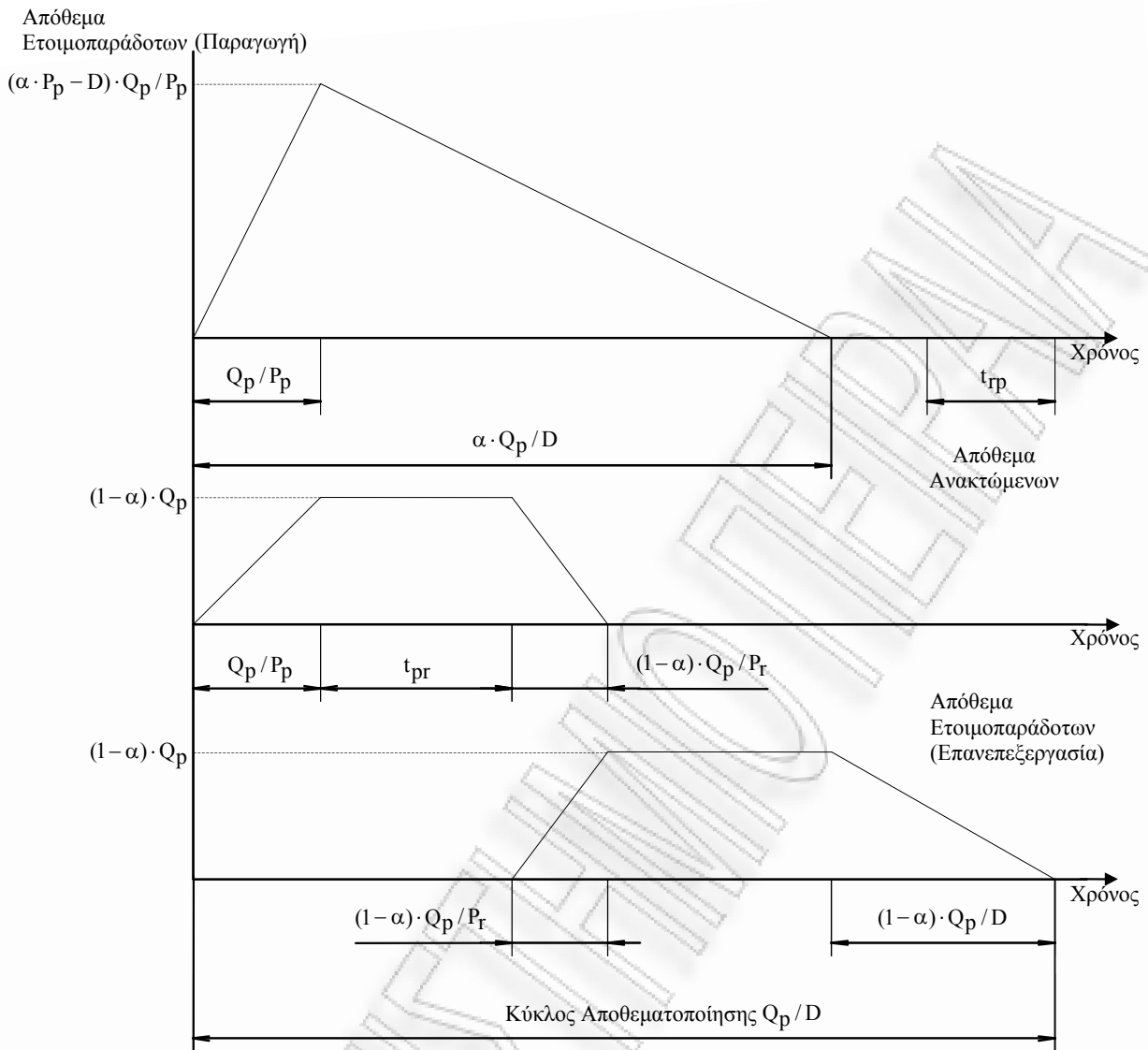
Q_p (Q_T)	το μέγεθος κάθε παρτίδας παραγωγής (επανεπεξεργασίας)
c_T (c_0)	μοναδιαίο κόστος επανεπεξεργασίας (αρχικό μοναδιαίο κόστος επανεπεξεργασίας)
c_1	ρυθμός αύξησης κόστους επανεπεξεργασίας ανά τεμάχιο
D	ρυθμός ζήτησης
h_T (h_s)	μοναδιαίο κόστος αποθεματοποίησης ανά μονάδα χρόνου στο απόθεμα των ανακτημένων τεμαχίων (τεμαχίων που ικανοποιούν εξαρχής τις προδιαγραφές ποιότητας)
P_p (P_T)	ρυθμός παραγωγής (επανεπεξεργασίας)
S_p (S_T)	κόστος προετοιμασίας ανά παρτίδα παραγωγής (επανεπεξεργασίας)
t_{pr} (t_{TP})	χρόνος προετοιμασίας για την αλλαγή από την παραγωγή (επανεπεξεργασία) στην επανεπεξεργασία (παραγωγή)
α	ποσοστό τεμαχίων μίας παρτίδας παραγωγής που πληρούν τις ποιοτικές προδιαγραφές
τ_0	αρχικός μοναδιαίος χρόνος επανεπεξεργασίας
τ_1	ρυθμός αύξησης χρόνου επανεπεξεργασίας ανά τεμάχιο μίας παρτίδας παραγωγής.

3.1.3 Το μοντέλο χωρίς επιδείνωση της κατάστασης των ελαττωματικών τεμαχίων

Το βασικό μοντέλο αντιμετωπίζει το πρόβλημα προγραμματισμού στο οποίο η κατάσταση των επανεπεξεργάσιμων ελαττωματικών τεμαχίων δεν μεταβάλλεται κατά την διάρκεια αναμονής τους μέχρι την επανεπεξεργασία τους. Για την εύρεση των βέλτιστων μεγεθών των παρτίδων παραγωγής και επανεπεξεργασίας χρησιμοποιείται το κριτήριο της ελαχιστοποίησης του συνολικού κόστους ανά μονάδα χρόνου.

Περιορισμοί του μοντέλου

Εδώ θα αναλυθούν οι περιορισμοί που πρέπει να ικανοποιούνται ώστε μία λύση να είναι εφικτή. Το Σχήμα 3.2 θα χρησιμοποιηθεί ως εποπτικό βοήθημα. Το πάνω τμήμα του σχήματος παριστά την συμπεριφορά του αποθέματος των τεμαχίων μίας παρτίδας παραγωγής που είναι άμεσα παραδοτέα (που ικανοποιούν δηλαδή τις προδιαγραφές ποιότητας). Το μεσαίο τμήμα παρουσιάζει την εξέλιξη του αποθέματος των ανακτημένων τεμαχίων κατά την διάρκεια της παραγωγής, της προετοιμασίας για την επανεπεξεργασία και της επανεπεξεργασίας. Τέλος, το κατώτερο τμήμα του σχήματος 3.2 δείχνει την πορεία του αποθέματος των ανακτημένων ελαττωματικών τεμαχίων που ικανοποιούν πλέον τις ποιοτικές προδιαγραφές.



Σχήμα 3.2. Παράδειγμα εξέλιξης του αποθέματος σε έναν κύκλο αποθεματοποίησης

Πρώτα απ' όλα το μέγεθος της παρτίδας παραγωγής πρέπει να εξασφαλίζει ότι ένας πλήρης κύκλος αποθεματοποίησης είναι αρκετά μεγάλος ώστε να παράγεται μία παρτίδα, να προετοιμάζεται η εγκατάσταση για την διεργασία επανεπεξεργασίας, να ανακτώνται όλα τα ελαττωματικά τεμάχια και τελικά να προετοιμάζεται ο εξοπλισμός παραγωγής για την επόμενη παραγωγή. Χρησιμοποιώντας τις σχέσεις που φαίνονται στους άξονες του Σχήματος 3.2, αυτός ο περιορισμός μπορεί να δηλωθεί ως εξής:

$$Q_p / P_p + t_{pr} + (1 - \alpha) \cdot Q_p / P_r + t_{rp} \leq Q_p / D \quad (3.1)$$

Από την (3.1) συνάγεται ότι μία τιμή για το μέγεθος παρτίδας παραγωγής είναι εφικτή αν ξεπερνά ένα ελάχιστο όριο Q_p^{b1} :

$$Q_p \geq Q_p^{b1} = (t_{rp} + t_{pr}) \cdot D / [1 - D/P_p - (1 - \alpha) \cdot D/P_r] \quad (3.2)$$

Για να υπάρχει μία εφικτή λύση ο παρανομαστής της σχέσης (3.2) πρέπει να είναι μεγαλύτερος από το μηδέν, δηλαδή η ποσοστιαία χρήση του συστήματος που αναλογεί στην παραγωγή και την επανεπεξεργασία πρέπει να είναι κάτω από το 100 % για να παρέχεται ο απαιτούμενος χρόνος προετοιμασίας. Συνεπώς, ο παρανομαστής της σχέσης (3.2) δίνει ένα κάτω φράγμα για το P_r :

$$P_r > (1 - \alpha) \cdot D / (1 - D/P_p) \quad (3.3)$$

Από την (3.3) προκύπτει ότι το εύρος των εφικτών τιμών του P_r μπορεί να περιλαμβάνει περιπτώσεις όπου ο ρυθμός επανεπεξεργασίας είναι μικρότερος ή το πολύ ίσος του D .

Ένας δεύτερος περιορισμός αφορά το μέγεθος της παρτίδας παραγωγής που πρέπει να εγγυάται ότι η χρονική περίοδος μεταξύ της λήξης της παραγωγικής διεργασίας και της στιγμής που το αντίστοιχο απόθεμα των τεμαχίων που ικανοποιούν τις ποιοτικές προδιαγραφές γίνεται μηδέν είναι αρκετά μεγάλη, ώστε να προετοιμαστεί η εγκατάσταση για την επανεπεξεργασία όταν $P_r > D$. Αυτός ο περιορισμός μπορεί να εκφραστεί ως εξής:

$$\alpha \cdot Q_p / D - Q_p / P_p \geq t_{pr} \quad (3.4)$$

Λύνοντας την ανισότητα (3.4) ως προς Q_p προκύπτει ότι:

$$Q_p \geq Q_p^{b2} := t_{pr} \cdot D / (\alpha - D/P_p) \quad (3.5)$$

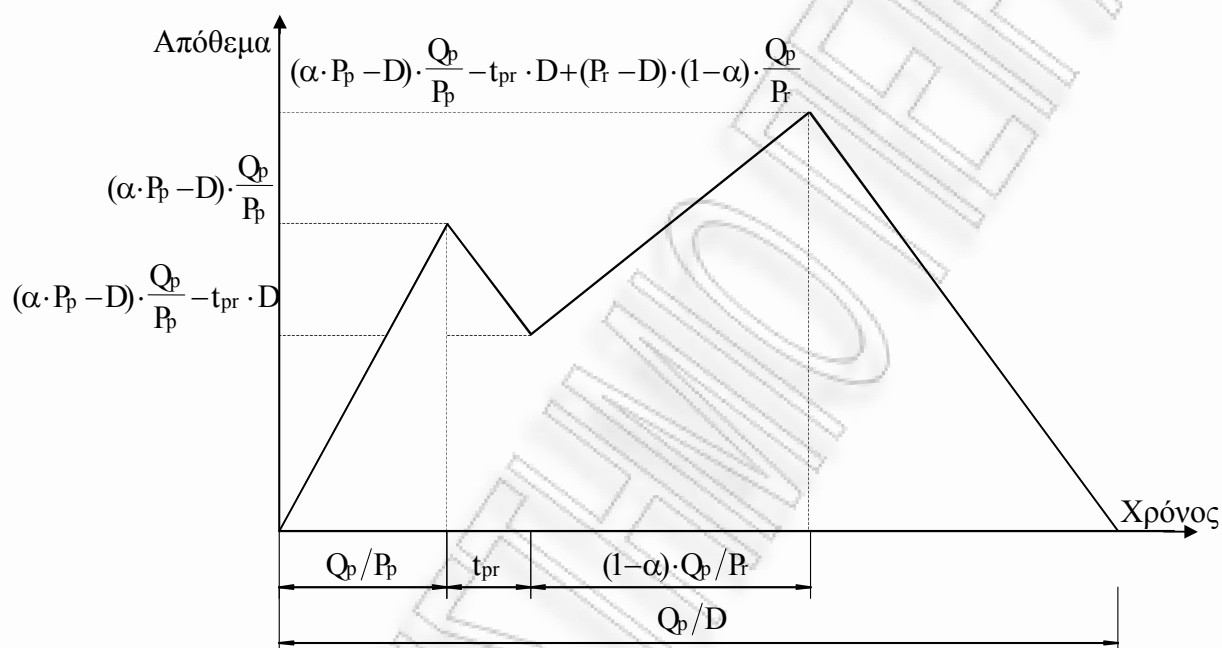
Όπως επαληθεύεται εύκολα, όταν $P_r \leq D$, το μέγεθος παρτίδας Q_p^{b2} είναι πάντα μικρότερο από το Q_p^{b1} και έτσι ισχύει μόνο ο περιορισμός (3.2).

Εξαγωγή της συνάρτησης συνολικού κόστους

Για την κατανόηση της περαιτέρω ανάλυσης είναι αναγκαίο να τονιστεί μία ιδιότητα του συνολικού αποθέματος του συστήματος, δηλαδή των επιπέδων αποθεμάτων των ετοιμοπαράδοτων και των προς επανεπεξεργασία τεμαχίων, σε οποιαδήποτε χρονική στιγμή. Από το Σχήμα 3.2 προκύπτει ότι, αν υπάρχει μία εφικτή λύση, η εξέλιξη του συνολικού αποθέματος του συστήματος είναι ίδια με εκείνη ενός κλασικού EPQ μοντέλου όταν εφαρμόζεται παράλληλη κίνηση των τεμαχίων.

Η συνάρτηση ολικού κόστους αποτελείται από το κόστος αποθεματοποίησης των ετοιμοπαράδοτων και των ανεκτημένων τεμαχίων καθώς και από το κόστος προετοιμασίας για την αλλαγή μεταξύ παραγωγής και επανεπεξεργασίας και αντιστρόφως. Επί του παρόντος θα καθοριστεί το σχετικό κόστος για την περίπτωση ενός κύκλου αποθεματοποίησης.

Πρώτα θα γίνει η ανάλυση του κόστους αποθεματοποίησης των ετοιμοπαράδοτων τεμαχίων. Στο Σχήμα 3.3 παρατίθεται η εξέλιξη του επιπέδου του αποθέματος αυτού όταν $P_r > D$. Σε αντίθεση με το Σχήμα 3.2 δεν υπάρχει διαχωρισμός μεταξύ των τεμαχίων που προέρχονται από την παραγωγή ή την επανεπεξεργασία.



Σχήμα 3.3. Παράδειγμα συμπεριφοράς αποθέματος ετοιμοπαράδοτων τεμαχίων κατά την διάρκεια ενός κύκλου αποθεματοποίησης

Για τον υπολογισμό του κόστους αποθεματοποίησης των ετοιμοπαράδοτων τεμαχίων κατά την διάρκεια ενός κύκλου πρέπει να είναι γνωστό το μέγεθος του αποκαλούμενου χρονικά σταθμισμένου αποθέματος. Αυτή η ποσότητα είναι το εμβαδόν που περιλαμβάνεται μεταξύ των μη διακεκομμένων γραμμών του Σχήματος 3.3. Αυτό το εμβαδόν μπορεί να υπολογιστεί χρησιμοποιώντας τις σχέσεις που φαίνονται στους άξονες (Παράρτημα Β) και μετά τον πολλαπλασιασμό με το μοναδιαίο κόστος h_s , το ζητούμενο κόστος είναι:

$$C_1 = 0.5 \cdot Q_p^2 \cdot (1/D - 1/P_p) \cdot h_s - 0.5 \cdot Q_p^2 \cdot (1-\alpha) \cdot [(1-\alpha)/P_r + 1/P_p] \cdot h_s - Q_p \cdot (1-\alpha) \cdot t_{pr} \cdot h_s \quad (3.6)$$

Κατά τον ίδιο τρόπο, το κόστος αποθεματοποίησης των ανακτημένων τεμαχίων σε έναν κύκλο αποθεματοποίησης είναι:

$$C_2 = 0.5 \cdot Q_p^2 \cdot (1 - \alpha) \cdot [(1 - \alpha) / P_r + 1 / P_p] \cdot h_r + Q_p \cdot (1 - \alpha) \cdot t_{pr} \cdot h_r \quad (3.7)$$

Το σχετικό κόστος προετοιμασίας είναι:

$$F = S_p + S_r \quad (3.8)$$

Αθροίζοντας τις εκφράσεις (3.6), (3.7) και (3.8) προκύπτει το ολικό κόστος για έναν κύκλο αποθεματοποίησης. Πολλαπλασιάζοντας αυτήν την έκφραση με το πλήθος των κύκλων αποθεματοποίησης (D/Q_p) και αγνοώντας τους όρους εκείνους που δεν είναι συναρτήσεις του Q_p προκύπτει η συνάρτηση ολικού κόστους $C(Q_p)$ που πρέπει να ελαχιστοποιηθεί υπό τους περιορισμούς που αναφέρθηκαν προηγουμένως:

$$C(Q_p) = \frac{Q_p}{2} \cdot (1 - \alpha) \cdot \left[\frac{(1 - \alpha)}{P_r} + \frac{1}{P_p} \right] \cdot (h_r - h_s) \cdot D + \frac{Q_p}{2} \cdot \left(\frac{1}{D} - \frac{1}{P_p} \right) \cdot h_s \cdot D + F \cdot \frac{D}{Q_p} \quad (3.9)$$

υπό τον περιορισμό $Q_p \geq \max\{Q_p^{b1}, Q_p^{b2}\}$

Στην σχέση (3.9) ο δεύτερος όρος του κόστους αποθεματοποίησης έχει την ίδια δομή με το κλασικό EPQ μοντέλο όταν χρησιμοποιείται παράλληλη κίνηση των τεμαχίων. Για την εύρεση του διορθωμένου κόστους αποθεματοποίησης ανά μονάδα χρόνου για όλο το σύστημα, ο όρος αυτός πρέπει να ελαττωθεί κατά το απόθεμα των ανακτημένων τεμαχίων. Αυτό επιτυγχάνεται μέσω του πρώτου όρου στην έκφραση της συνάρτησης του κόστους αποθεματοποίησης ο οποίος αφαιρεί τα σχετικά τεμάχια που είναι πολλαπλασιασμένα με h_s από τον δεύτερο όρο και ταυτόχρονα προσθέτει τα ίδια στοιχεία πολλαπλασιασμένα με το πραγματικό τους μοναδιαίο κόστος h_r .

Αν ισχύει ο περιορισμός (3.3), τότε η συνάρτηση κόστους $C(Q_p)$ είναι πάντα θετική και κυρτή για κάθε θετική πραγματική τιμή του Q_p .

Άριστη λύση και ειδικές περιπτώσεις

Αγνοώντας αρχικά τους περιορισμούς (3.2) και (3.5), το βέλτιστο μέγεθος παρτίδας παραγωγής βρίσκεται λύνοντας την εξίσωση $dC(Q_p)/dQ_p = 0$ ως προς Q_p :

$$Q_p^* = \sqrt{(2 \cdot F) / [(1 - \alpha) \cdot [(1 - \alpha) / P_r + 1 / P_p] \cdot (h_r - h_s) + (1 / D - 1 / P_p) \cdot h_s]} \quad (3.10)$$

Εξαιτίας της κυρτότητας της συνάρτησης ολικού κόστους, η άριστη λύση αυτού του προβλήματος προγραμματισμού υπό τους περιορισμούς που αναλύθηκαν στα προηγούμενα είναι:

$$Q_p^{opt} = \max\{Q_p^*, Q_p^{b1}, Q_p^{b2}\} \quad (3.11)$$

Αναφορικά με το κόστος αποθεματοποίησης στην σχέση (3.9), προκύπτει ότι, στην περίπτωση όπου $h_r = h_s$, ο πρώτος όρος απαλείφεται και το μέγεθος της παρτίδας παραγωγής Q_p^* γίνεται το ίδιο με την γνωστή Οικονομική Ποσότητα Παραγωγής (Ο.Π.Π) όσο ο όρος F περιλαμβάνει σταθερό κόστος παραγωγής και αποθεματοποίησης. Άρα, αγνοώντας τους περιορισμούς για το μέγεθος παραγωγής, η βέλτιστη παραγόμενη ποσότητα σε αυτή την περίπτωση δεν εξαρτάται από το ποσοστό των επανεπεξεργαζόμενων τεμαχίων $(1-\alpha)$ και τον ρυθμό επανεπεξεργασίας P_r . Αυτό είναι αποτέλεσμα του ότι, αν εφαρμοστεί το ίδιο μοναδιαίο κόστος αποθεματοποίησης και για τα ετοιμοπαράδοτα και για τα ανακτημένα τεμάχια, χρησιμοποιείται ένα ενιαίο σχέδιο αποθεματοποίησης στο σύστημα για τον υπολογισμό του αντίστοιχου κόστους αποθεματοποίησης ανά μονάδα χρόνου. Συνεπώς, η επανεπεξεργασία δεν επηρεάζει το συνολικό κόστος αποθεματοποίησης. Όπως προκύπτει όμως από τις σχέσεις (3.2) και (3.5), οι περιορισμοί του μεγέθους της παρτίδας εξαρτώνται από το α και το P_r . Επιπλέον, το κόστος προετοιμασίας S_r επηρεάζει επίσης το σχετικό συνολικό σταθερό κόστος. Επομένως, ακόμα και όταν $h_r = h_s$, η άριστη ποσότητα παρτίδας παραγωγής θα εξαρτάται από όλα τα στοιχεία της διεργασίας επανεπεξεργασίας.

Όταν $h_r < h_s$, από την σχέση (3.9) προκύπτει ότι το κόστος αποθεματοποίησης ανά μονάδα χρόνου ελαττώνονται και έτσι η ποσότητα Q_p^* είναι μεγαλύτερη σε αυτή την περίπτωση από εκείνη όπου τα μοναδιαία κόστη είναι ίσα. Η αιτία αυτής της διαφοροποίησης είναι ότι το κόστος του συνολικού αποθέματος ελαττώνεται, αφού τα προς επανεπεξεργασία τεμάχια κοστολογούνται λιγότερο. Από τις σχέσεις των παραμέτρων στην (3.9) προκύπτει ότι η ελάττωση στο κόστος αποθήκευσης και συνεπώς η αύξηση της Q_p^* είναι μεγαλύτερη όσο μεγαλύτερο είναι το ποσοστό των ελαττωματικών τεμαχίων $(1-\alpha)$ και όσο ελαττώνεται ο P_r . Από την παραπάνω ανάλυση προκύπτει ότι στην περίπτωση $h_r > h_s$ ισχύουν οι αντίστροφες σχέσεις. Άλλωστε, εξαιτίας των περιορισμών (3.2) και (3.5) για το μέγεθος της παρτίδας, το βέλτιστο μέγεθος μπορεί να είναι το ίδιο ανεξαρτήτως της σχέσης μεταξύ των h_r και h_s .

3.1.4 Μοντέλα εύρεσης βέλτιστου μεγέθους παρτίδας παραγωγής

Μοντελοποίηση στην περίπτωση ελαττωματικών τεμαχίων με αξία που μειώνεται με τον χρόνο

Ως τώρα μελετήθηκε η περίπτωση των ελαττωματικών τεμαχίων που η αξία τους δεν ελαττώνεται με τον χρόνο. Όμως, όπως αναφέρθηκε και νωρίτερα, σε αρκετές πρακτικές περιπτώσεις αυτή η υπόθεση δεν ισχύει. Για την μελέτη της επίδρασης των επανεπεξεργαζόμενων τεμαχίων, των οποίων η αξία ελαττώνεται με τον χρόνο, στον

καθορισμό της βέλτιστης πολιτικής για τον καθορισμό του μεγέθους της παρτίδας παραγωγής πρέπει να εξεταστούν κάποιες επιπρόσθετες ιδιότητες στο πρόβλημα προγραμματισμού που εξετάστηκε στα προηγούμενα.

Εξαιτίας της υπόθεσης ότι η κατάσταση των ελαττωματικών τεμαχίων επιδεινώνεται με τον χρόνο ενώ αυτά αναμένουν την επανεπεξεργασία, θα υπάρχουν κάποιες διαφορές στην κατάσταση των ελαττωματικών τεμαχίων της ίδιας παρτίδας παραγωγής. Παρόλα αυτά, στο προτεινόμενο μοντέλο δεν εξετάζεται κάθε τεμάχιο ξεχωριστά, αλλά χρησιμοποιείται μία πιο απλή προσέγγιση με την έννοια του μέσου χρόνου αναμονής. Αυτό σημαίνει ότι η επιδείνωση (αύξηση του χρόνου ή/ και του κόστους επανεπεξεργασίας) μπορεί να παρασταθεί από τον μέσο χρόνο αναμονής όλων των ελαττωματικών προς επανεπεξεργασία τεμαχίων μίας παρτίδας παραγωγής. Συνεπώς, η επιδείνωση αυτή θα εξαρτάται σε σημαντικό βαθμό από το μέγεθος της παρτίδας παραγωγής. Αυτό φαίνεται λογικό καθώς με την αύξηση του μεγέθους της παρτίδας παραγωγής, ο μέσος χρόνος αναμονής ενός ελαττωματικού τεμαχίου θα αυξάνει, παρόλο που και κάποιοι άλλοι παράγοντες έχουν μία επιρροή, όπως για παράδειγμα οι συνθήκες αποθήκευσης. Η τελική υπόθεση που γίνεται είναι πως εξαιτίας της επιδείνωσης που προκαλείται από την αναμονή, το κόστος και ο χρόνος που απαιτούνται για τις απαραίτητες διαδικασίες επανεπεξεργασίας ώστε το ελαττωματικό τεμάχιο να έρθει σε αποδεκτή κατάσταση επίσης αυξάνονται.

Στα επόμενα αρχικά εξετάζεται η περίπτωση που επηρεάζονται από την επιδείνωση των ελαττωματικών τεμαχίων μόνο το μοναδιαίο κόστος επανεπεξεργασίας. Έπειτα η ανάλυση επεκτείνεται με την ενσωμάτωση αυξανόμενων μοναδιαίων χρόνων επανεπεξεργασίας.

Αυξανόμενο κόστος επανεπεξεργασίας

Έστω το πρόβλημα προγραμματισμού παραγωγής όπου, εκτός από την υπόθεση ότι το μοναδιαίο κόστος επανεπεξεργασίας c_r αυξάνει γραμμικά σε σχέση με το μέγεθος της παρτίδας παραγωγής Q_p , τα υπόλοιπα στοιχεία του παραμένουν τα ίδια με εκείνα του βασικού μοντέλου. Άρα σε σχέση με το c_r ισχύει η επόμενη ισότητα:

$$c_r = c_0 + c_1 \cdot Q_p \quad (3.12)$$

Στην σχέση (3.12) το c_0 συμβολίζει το αρχικό μοναδιαίο κόστος επανεπεξεργασίας και το c_1 συμβολίζει το επιπρόσθετο μοναδιαίο κόστος επανεπεξεργασίας για κάθε επιπλέον τεμάχιο που παράγεται.

Καταρχάς, αφού η επίδραση της επιδείνωσης των ελαττωματικών τεμαχίων αφορά μόνο το κόστος, η δομή των περιορισμών του βασικού μοντέλου δεν μεταβάλλεται. Για την εκτίμηση της επίδρασης της σχέσης (3.12) στο κόστος, πρέπει να υπολογιστεί το κόστος

επανεπεξεργασίας στην μονάδα του χρόνου. Πολλαπλασιάζοντας την (3.12) με την ποσότητα $Q_r = (1-\alpha) \cdot Q_p$ και τον αριθμό των κύκλων αποθεματοποίησης στην μονάδα του χρόνου D/Q_p προκύπτει ο εξής όρος κόστους:

$$C_3 = (1-\alpha) \cdot c_0 \cdot D + Q_p \cdot (1-\alpha) \cdot c_1 \cdot D \quad (3.13)$$

Από την σχέση (3.13) προκύπτει ότι το επιπρόσθετο κόστος επανεπεξεργασίας ανά μονάδα χρόνου αυξάνεται γραμμικά με το μέγεθος της παρτίδας παραγωγής ενώ το βασικό κόστος επανεπεξεργασίας ανά μονάδα χρόνου παραμένει σταθερό. Ο λόγος για αυτό είναι ότι το βασικό κόστος επανεπεξεργασίας ανά μονάδα χρόνου χρεώνεται για ολόκληρη την ποσότητα ελαττωματικών τεμαχίων, που είναι σταθερή και ίση με $(1-\alpha) \cdot D$ τεμάχια. Αντίθετα, το κόστος επανεπεξεργασίας ανά μονάδα χρόνου που εξαρτάται από το μέγεθος της παρτίδας παραγωγής αυξάνεται αν αυτό επίσης αυξηθεί. Συνεπώς, μόνο ο δεύτερος όρος της (3.13) θα συμπεριληφθεί στην τροποποιημένη συνάρτηση ολικού κόστους:

$$C(Q_p) = 0.5 \cdot Q_p \cdot [H + 2 \cdot (1-\alpha) \cdot c_1] \cdot D + F \cdot D / Q_p \quad (3.14)$$

όπου:

$$H = (1-\alpha) \cdot [(1-\alpha) / P_r + 1 / P_p] \cdot (h_r - h_s) + (1/D - 1/P_p) \cdot h_s$$

Ο καθορισμός της βέλτιστης λύσης του συγκεκριμένου προβλήματος είναι αρκετά απλός: αλλάζει ο παρανομαστής στην τετραγωνική ρίζα της σχέσης (3.10) και μπορεί να εφαρμοστεί ο αλγόριθμος επίλυσης του βασικού μοντέλου. Φυσικά, εξαιτίας της επίδρασης του μεγέθους της παρτίδας παραγωγής στο κόστος επανεπεξεργασίας, το άριστο μέγεθος παρτίδας παραγωγής στην περίπτωση που δεν υπάρχουν περιορισμοί είναι μικρότερο από το αντίστοιχο στο βασικό μοντέλο.

Κόστος και χρόνος επανεπεξεργασίας που αυξάνονται με την πάροδο του χρόνου

Στο επόμενο εξετάζεται η περίπτωση όπου εκτός από το μοναδιαίο κόστος και ο χρόνος επανεπεξεργασίας ανά τεμάχιο επηρεάζεται από την επιδείνωση της κατάστασης των ανακτημένων τεμαχίων. Ανάλογα με το c_r υποθέτουμε μία γραμμική εξάρτηση του μοναδιαίου χρόνου επανεπεξεργασίας ως προς το Q_p . Έτσι, ο ρυθμός επανεπεξεργασίας δίνεται από την σχέση:

$$P_r = 1 / (\tau_0 + \tau_1 \cdot Q_p) \quad (3.15)$$

Στην σχέση (3.15) το σύμβολο τ_0 δηλώνει τον βασικό χρόνο επανεπεξεργασίας ανά τεμάχιο και το τ_1 δηλώνει τον ρυθμό αύξησης αυτού του χρόνου ανά τεμάχιο, για κάθε μονάδα αύξησης του μεγέθους της παρτίδας παραγωγής Q_p .

Όπως μπορεί εύκολα να διαπιστωθεί, ο περιορισμός (3.5) δεν επηρεάζεται ούτε από το c_r ούτε από το P_r , και επομένως παραμένει ο ίδιος με το βασικό μοντέλο. Δεν συμβαίνει όμως το ίδιο με τον περιορισμό (3.1). Αντικαθιστώντας το P_r στην (3.1) από την (3.15), ο τροποποιημένος περιορισμός είναι:

$$Q_p^2 - Q_p \cdot [(1/D - 1/P_p) \cdot 1/(1-\alpha) - \tau_0] \cdot 1/\tau_1 + (t_{pr} + t_{rp})/[(1-\alpha) \cdot \tau_1] \leq 0 \quad (3.16)$$

Η ανίσωση (3.16) δείχνει ότι το διάστημα των εφικτών τιμών των μεγεθών παρτίδων παραγωγής είναι φραγμένο άνω και κάτω. Για τον καθορισμό του κάτω (αντίστοιχα άνω) φράγματος Q_p^{b3} (αντίστοιχα Q_p^a), υπολογίζονται οι ρίζες της τετραγωνικής πολυωνυμικής συνάρτησης του αριστερού μέλους της (3.16):

$$Q_p^{b3}, Q_p^a = 0.5 \cdot \left[Z \pm \sqrt{Z^2 - 4 \cdot (t_{pr} + t_{rp})/[(1-\alpha) \cdot \tau_1]} \right] \quad (3.17)$$

όπου:

$$Z = [(1/D - 1/P_p) \cdot 1/(1-\alpha) - \tau_0] \cdot 1/\tau_1$$

Το κάτω φράγμα αντιπροσωπεύει έναν ελάχιστο αριθμό τεμαχίων που πρέπει να αποτελούν την παρτίδα παραγωγής έτσι ώστε ο χρόνος που απομένει σε έναν κύκλο αποθεματοποίησης μετά την αφαίρεση των χρόνων παραγωγής και επανεπεξεργασίας μίας παρτίδας να είναι ικανός για να επιτρέψει την πραγματοποίηση των αναγκαίων προετοιμασιών. Από την άλλη πλευρά, υπάρχει και ένα άνω φράγμα, γιατί ο ρυθμός επανεπεξεργασίας ελαττώνεται με την αύξηση του Q_p . Αυτό σημαίνει ότι, αν η παρτίδα παραγωγής υπερβεί ένα συγκεκριμένο μέγεθος, η ποσοστιαία χρήση της γραμμής παραγωγής για την επανεπεξεργασία είναι τόσο υψηλή ώστε είναι αδύνατη η διασφάλιση των διαδικασιών παραγωγής και προετοιμασίας με τρόπο τέτοιο που να εγγυάται την αδιάλειπτη ικανοποίηση της ζήτησης.

Από την σχέση (3.17) προκύπτει ότι υπάρχει εφικτή λύση μόνο αν η έκφραση μέσα στην τετραγωνική ρίζα είναι μεγαλύτερη ή ίση του μηδενός. Αυτό οδηγεί σε έναν περιορισμό για την παράμετρο τ_1 :

$$\tau_1 \leq [(1/D - 1/P_p) - (1-\alpha) \cdot \tau_0]^2 \cdot 4/[(1-\alpha) \cdot (t_{pr} + t_{rp})] \quad (3.18)$$

Από την παραπάνω ανίσωση διαπιστώνουμε ότι ο βασικός χρόνος επανεπεξεργασίας είναι φραγμένος:

$$\tau_0 < (1 - \alpha) \cdot D / (1 - D / P_p) \quad (3.19)$$

Συγκρίνοντας τις (3.19) και (3.3) προκύπτει ότι ο περιορισμός για το τ_0 στο παρόν μοντέλο είναι ο ίδιος με εκείνον για το P_r στο βασικό μοντέλο. Αυτό συμβαίνει γιατί, αν ο βασικός χρόνος επανεπεξεργασίας δεν εξασφαλίζει μία αναλογική χρήση του παραγωγικού συστήματος (τόσο για την παραγωγή όσο και για την επανεπεξεργασία) μικρότερη του 100 %, δεν θα υπάρχει εφικτή λύση.

Σχετικά με το συνολικό πρόβλημα προγραμματισμού παραγωγής, μία λύση πρέπει να ικανοποιεί τους περιορισμούς (3.5) και (3.16) ταυτόχρονα. Συνεπώς, ένας πρόσθετος περιορισμός εφικτότητας είναι ο εξής:

$$Q_p^{b2} \leq Q_p^a \quad (3.20)$$

Υπενθυμίζεται ότι το φράγμα του μεγέθους παρτίδας παραγωγής Q_p^{b2} ισχύει όταν $P_r > D$. Καταλήγοντας από τα προηγούμενα, το διάστημα στο οποίο παίρνουν τιμές τα εφικτά μεγέθη παρτίδων παραγωγής είναι το:

$$Q_p^b = \max \{Q_p^{b2}, Q_p^{b3}\} \leq Q_p \leq Q_p^a \quad (3.21)$$

Αφού εξετάστηκαν οι τροποποιημένοι περιορισμοί, τώρα θα καθοριστεί η συνάρτηση ολικού κόστους γι' αυτή την περίπτωση. Αντικαθιστώντας το P_r στην (3.14) από την (3.15), η αντικειμενική συνάρτηση γίνεται:

$$C(Q_p) = 0.5 \cdot Q_p^2 \cdot T \cdot D + 0.5 \cdot Q_p \cdot L \cdot D + F \cdot D / Q_p \quad (3.22)$$

όπου: $T = (1 - \alpha)^2 \cdot \tau_1 \cdot (h_r - h_s)$

$$L = (1 - \alpha) \cdot [(1 - \alpha) \cdot \tau_0 + 1 / P_p] \cdot (h_r - h_s) + (1 / D - 1 / P_p) \cdot h_s + 2 \cdot (1 - \alpha) \cdot c_1$$

Από την σχέση (3.22) προκύπτει ότι, με την ενσωμάτωση ενός ρυθμού επανεπεξεργασίας που εξαρτάται από το μέγεθος της παρτίδας παραγωγής με την μορφή που εξετάστηκε εδώ, η δομή της συνάρτησης ολικού κόστους δεν είναι πια άμεσα συγκρίσιμη με εκείνη των παραδοσιακών προβλημάτων εύρεσης μεγέθους παρτίδας παραγωγής. Πράγματι, ενώ ο δεύτερος όρος της συνάρτησης κόστους (3.22) εξαρτάται γραμμικά από το Q_p όπως και στην περίπτωση των κλασικών μοντέλων, δεν ισχύει το ίδιο για τον πρώτο όρο, ο οποίος μεταβάλλεται τετραγωνικά με το μέγεθος της παρτίδας παραγωγής. Αυτή η συμπεριφορά

εξηγείται από το ότι η αύξηση του Q_p έχει μία διπλή επίδραση στην αντίστοιχη έκφραση κόστους αποθεματοποίησης: α) Αυξάνεται η ποσότητα επανεπεξεργαζόμενων τεμαχίων και β) Επιμηκύνεται ταυτόχρονα ο πρόσθετος χρόνος επανεπεξεργασίας ανά τεμάχιο. Η συνάρτηση που δίνεται από τον τύπο (3.22) μπορεί να έχει διαφορετικές μορφές ανάλογα με την σχέση μεταξύ των h_r και h_s . Συνολικά μπορούν να εμφανιστούν τρεις διαφορετικές μορφές, κάθε μία από τις οποίες απαιτεί μία διαφορετική διαδικασία επίλυσης για τον καθορισμό της βέλτιστης ποσότητας παραγωγής Q_p^{opt} .

Αρχικά θα εξεταστεί η περίπτωση $h_r = h_s$. Υπό αυτή την συνθήκη, το T και ο πρώτος όρος του L ισούνται με μηδέν και η συνάρτηση που δίνεται από τον τύπο (3.22) μετατρέπεται σε εκείνη που δίνεται από τον τύπο (3.14). Συνεπώς, για τον καθορισμό του Q_p^* ακολουθείται η διαδικασία που περιγράφηκε προηγουμένως. Επειδή όμως το διάστημα των εφικτών μεγεθών παρτίδας παραγωγής είναι διαφορετικό, η άριστη λύση υπό τους περιορισμούς που τέθηκαν είναι (λαμβάνοντας υπόψη και την κυρτότητα της συνάρτησης C):

$$Q_p^{opt} = \begin{cases} Q_p^b & \text{αν} & Q_p^* < Q_p^b \\ Q_p^* & \text{αν} & Q_p^b \leq Q_p^* \leq Q_p^a \\ Q_p^a & \text{αν} & Q_p^* > Q_p^a \end{cases} \quad (3.23)$$

Όταν $h_r > h_s$ η συνάρτηση συνολικού κόστους που δίνεται από τον τύπο (3.22) παραμένει κυρτή. Όμως κατά την επίλυση της εξίσωσης $dC(Q_p)/dQ_p = 0$ ως προς Q_p με σκοπό την εύρεση της άριστης λύσης, χωρίς να ληφθούν υπόψη οι περιορισμοί, απαιτείται η επίλυση μίας τριτοβάθμιας εξίσωσης που γίνεται με γνωστές τυποποιημένες μεθόδους.

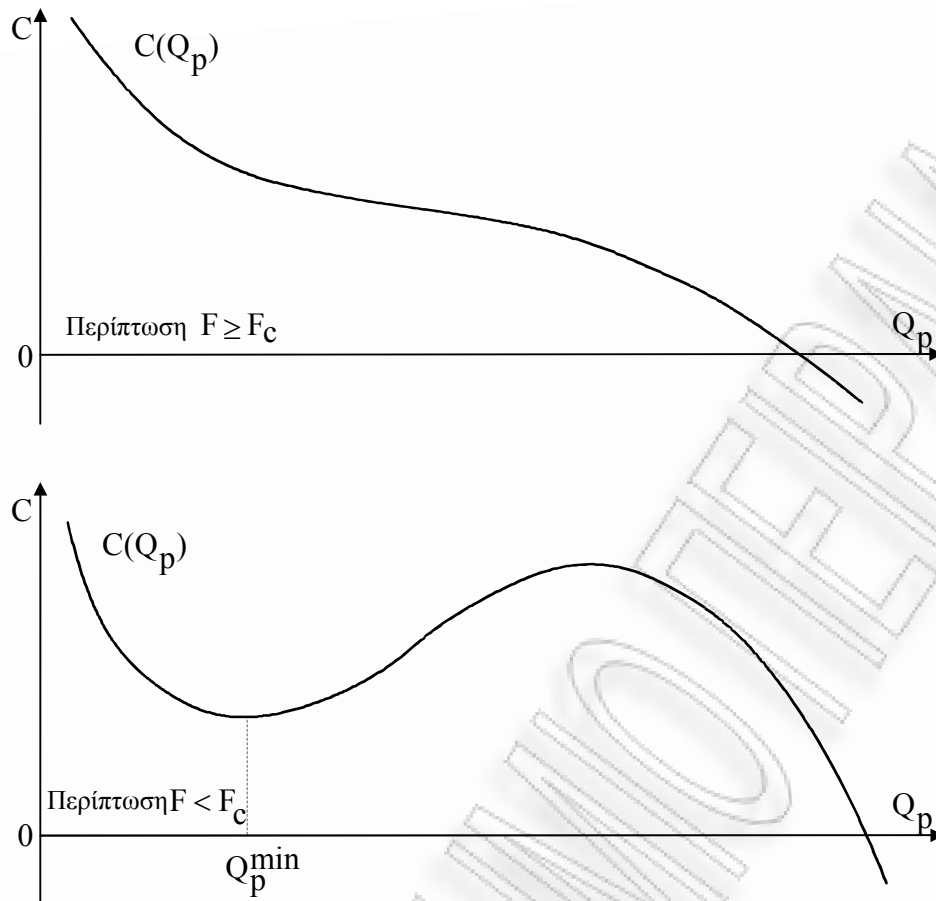
Τέλος, έστω $h_r < h_s$. Αν ισχύει αυτή η σχέση, η αντικειμενική συνάρτηση δεν είναι πλέον κυρτή και πρέπει να αναλυθούν λεπτομερειακά οι συνέπειες αυτού του γεγονότος στο πρόβλημα. Κατ' αρχάς, μέσω του δεύτερου όρου του L στον τύπο $C(Q_p)$ όλα τα αποθέματα του συστήματος πολλαπλασιάζονται με την τιμή h_s . Όταν $h_r < h_s$ αυτός ο όρος πρέπει να ελαττωθεί κατά τα αποθέματα των ανακτημένων τεμαχίων. Ελέγχοντας την συμπεριφορά του συνολικού μεταβλητού κόστους στην μονάδα του χρόνου, τότε προφανώς όσο μεγαλύτερο είναι το μέγεθος της παρτίδας παραγωγής τόσο υψηλότερο θα είναι το κόστος αποθήκευσης των ανακτημένων τεμαχίων και η ανάγκη εξισορρόπησης του θα είναι μεγαλύτερη. Όμως, η αύξηση του Q_p δεν αντιστοιχεί μόνο σε υψηλότερα επίπεδα αποθεματοποίησης ανακτημένων τεμαχίων αλλά ταυτόχρονα δημιουργεί και ένα φαινόμενο επιμήκυνσης του πρόσθετου χρόνου επανεπεξεργασίας ανά τεμάχιο, το οποίο οδηγεί σε μία επιπρόσθετη επίδραση στην προαναφερθείσα ανάγκη εξισορρόπησης του κόστους. Συνεπώς, εξαιτίας της τετραγωνικής

εξάρτησης του πρώτου όρου του κόστους αποθεματοποίησης από το Q_p , το συνολικό μεταβλητό κόστος στην μονάδα του χρόνου αυξάνει μόνο μέχρι ενός συγκεκριμένου μεγέθους παρτίδας παραγωγής και μετά ελαττώνεται τείνοντας στο $-\infty$ αν αγνοηθούν οι περιορισμοί για την αποφυγή αρνητικών αποθεμάτων.

Επιπλέον, σε σχέση με τις δυνατές γραφικές παραστάσεις της συνάρτησης C , σημειώνεται πως τα σταθερά κόστη στην μονάδα του χρόνου είναι φθίνουσα μη αρνητική συνάρτηση του Q_p , που ξεκινά από το $+\infty$ για τιμές του Q_p που τείνουν στο μηδέν.

Κατά συνέπεια, αν ο όρος T στην σχέση (3.22) είναι αρκετά μεγάλος συγκριτικά με τον όρο L και ο όρος F πάρει μεγάλες τιμές, τότε η συνάρτηση συνολικού κόστους είναι γνησίως φθίνουσα. Πιο συγκεκριμένα, αυτό συμβαίνει όταν $F \geq F_c$, όπου $F_c = L^3/108T^2$ (Παράρτημα Γ). Η γραφική παράσταση της συνάρτησης C στην περίπτωση που $F \geq F_c$ παρουσιάζεται στο άνω διάγραμμα του Σχήματος 3.4.

Από την άλλη πλευρά, όταν το T είναι αρκετά μικρό σε σχέση με το L και το F είναι επίσης αρκετά μικρό ($F < F_c$), τότε η συνάρτηση κόστους μπορεί να αποδειχθεί ότι έχει ένα μοναδικό τοπικό ελάχιστο που ακολουθείται από ένα μοναδικό τοπικό μέγιστο. Για την εποπτική μελέτη της συνάρτησης σε αυτή την περίπτωση βλέπε το κάτω διάγραμμα του Σχήματος 3.4.



Σχήμα 3.4. Δυνατές γραφικές παραστάσεις της συνάρτησης ολικού κόστους όταν $h_r < h_s$

Τέλος, πρέπει να καθοριστεί η βέλτιστη λύση. Αν αγνοηθούν προσωρινά οι περιορισμοί εφικτότητας, η μαθηματική άριστη λύση δίνεται για $Q_p \rightarrow +\infty$. Προφανώς η λύση αυτή είναι μη εφικτή.

Αφού η συνάρτηση C είναι γνησίως μονότονη στην περίπτωση $F \geq F_c$, θα επιλεγεί η μεγαλύτερη δυνατή τιμή για το Q_p που ικανοποιεί όλους τους περιορισμούς. Συνεπώς, το βέλτιστο μέγεθος παρτίδας παραγωγής υπό αυτή την συνθήκη είναι:

$$Q_p^{\text{opt}} = Q_p^a \quad (3.24)$$

Όταν $F < F_c$ η βέλτιστη παραγόμενη ποσότητα πρέπει να ισούται είτε με Q_p^{min} είτε με μία από τις οριακές τιμές Q_p^b ή Q_p^a . Άρα:

$$Q_p^{opt} = \begin{cases} Q_p^b & \text{αν } Q_p^{\min} \notin [Q_p^b, Q_p^a] \text{ και } C(Q_p^b) \leq C(Q_p^a) \\ Q_p^{\min} & \text{αν } Q_p^{\min} \in [Q_p^b, Q_p^a] \text{ και } C(Q_p^{\min}) \leq C(Q_p^a) \\ Q_p^a & \text{διαφορετικ} \end{cases} \quad (3.25)$$

3.2 Προγραμματισμός περιοδικής προληπτικής συντήρησης με ένα συνεργείο σε πεπερασμένο χρονικό ορίζοντα

Σε αυτή την παράγραφο θα αντιμετωπισθεί το πρόβλημα του προγραμματισμού εργασιών ενός μοναδικού συνεργείου που είναι υπεύθυνο για την περιοδική προληπτική συντήρηση n μηχανών ενός παραγωγικού συστήματος. Κάθε μηχανή έχει ένα κόστος (για παράδειγμα εκπομπές ρύπων στο περιβάλλον) το οποίο αυξάνει με τον χρόνο σύμφωνα με μία κυρτή και αύξουσα συνάρτηση. Σκοπός είναι η εύρεση μίας πολιτικής συντήρησης που βελτιστοποιεί την συνολική λειτουργία (δηλαδή ελαχιστοποιεί τις συνολικές εκπομπές ρύπων) του συστήματος σε πεπερασμένο χρονικό ορίζοντα.

3.2.1 Εισαγωγή

Κατά την διάρκεια των προηγούμενων δεκαετιών η σημασία των εργασιών συντήρησης συνεχώς αυξάνεται. Το ποσοστό των εργαζομένων που δουλεύουν στον τομέα αυτό καθώς και το ποσοστό των εξόδων συντήρησης στο συνολικό λειτουργικό κόστος ολοένα και αυξάνει ως αποτέλεσμα της εξάπλωσης της αυτοματοποίησης των μηχανών. Η συντήρηση μπορεί να ορισθεί ως ο συνδυασμός όλων των τεχνικών και διοικητικών ενεργειών που έχουν ως σκοπό την διατήρηση (ή την επαναφορά) ενός συστήματος σε κατάσταση, στην οποία μπορεί να επιτελέσει τις απαιτούμενες λειτουργίες του. Η ποσοτική προσέγγιση της συντήρησης γίνεται με μαθηματικά μοντέλα βελτιστοποίησης, στα οποία υπολογίζονται το κόστος και τα οφέλη απ' αυτήν και επιτυγχάνεται η βέλτιστη ισορροπία μεταξύ των δύο υπό διάφορους περιορισμούς. Γενικά, τα μοντέλα βελτιστοποίησης συντήρησης περιέχουν:

- Περιγραφή της λειτουργίας και της σημασίας ενός τεχνικού συστήματος.
- Μοντελοποίηση της πτώσης της αξίας του συστήματος με την πάροδο του χρόνου και των πιθανών συνεπειών της.
- Περιγραφή των διαθέσιμων πληροφοριών για το σύστημα και των δυνατών ενεργειών από την διοίκηση.
- Μία αντικειμενική συνάρτηση και μία τεχνική βελτιστοποίησης.

Τα μοντέλα συντήρησης είτε για ένα απλό είτε για ένα πολύπλοκο σύστημα ταξινομούνται σύμφωνα με τον τύπο της πτώσης της αξίας τους σε καθοριστικά και στοχαστικά (υπό ρίσκο και αβεβαιότητα).

Στα προβλήματα συντήρησης εμφανίζονται τα εξής θέματα:

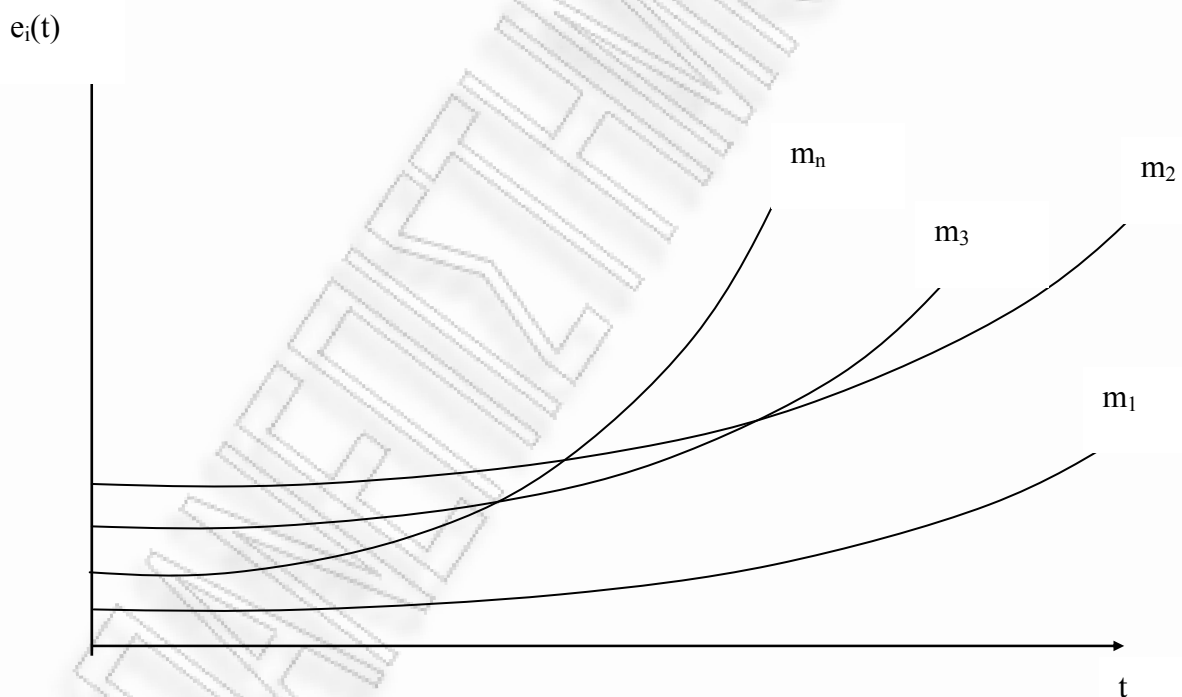
- Τα προβλήματα συντήρησης είναι συνήθως διαφορετικά ανά περίπτωση.
- Η συλλογή των δεδομένων πρέπει να γίνεται με αυστηρούς κανόνες, να ορίζονται με ακρίβεια η περίπτωση αστοχίας του υλικού και οι ενέργειες συντήρησης και να υπάρχει μία καλά οργανωμένη δομή του συστήματος και των εξαρτημάτων του, πράγμα το οποίο δεν συμβαίνει συνήθως.
- Μόνο ένας μικρός αριθμός εταιρειών εφαρμόζουν μοντέλα βελτιστοποίησης και υπάρχει μεγάλη απόκλιση μεταξύ θεωρίας και πράξης. Αυτό προκαλείται από: α) Την δυσκολία εφαρμογής των μοντέλων, αφού συνήθως εμπεριέχουν στοχαστικές διαδικασίες πτώσης αξίας και αστοχιών και απαιτούν πολύπλοκους υπολογισμούς, β) Τη θεωρητική μαθηματική προσέγγιση στα προβλήματα συντήρησης, γ) Την αδιαφορία που επιδεικνύουν οι εταιρείες για την δημοσιοποίηση των αποτελεσμάτων τους, δ) Το ότι η βελτιστοποίηση δεν είναι πάντοτε απαραίτητη εξαιτίας του αυξημένου κόστους και της προσπάθειας που απαιτείται, ε) Την εφαρμογή των μοντέλων βελτιστοποίησης σε λάθος τύπο συντήρησης.
- Οι εργασίες συντήρησης αποτελούνται από ένα σύνολο διαφορετικών δραστηριοτήτων. Έτσι απαιτείται ένα πρόγραμμα λογισμικού, ως τμήμα ενός γενικού συστήματος υποστήριξης αποφάσεων συντήρησης. Η ανάπτυξη ενός τέτοιου συστήματος αντιμετωπίζει δυσκολίες στην δημιουργία γενικευμένων μοντέλων εξαιτίας της ποικιλίας και της μη επανάληψης της μορφής των προβλημάτων συντήρησης. Έτσι το κόστος του είναι πολύ υψηλό. (Dekker, 1996 και Wang, 2002).

Σε αυτή την παράγραφο παρουσιάζεται ένα καθοριστικό μοντέλο περιοδικής προληπτικής συντήρησης σε πεπερασμένο χρονικό ορίζοντα T για ένα σύνθετο σύστημα, χρησιμοποιώντας τις έννοιες του προγραμματισμού εργασιών με φθίνουσες αξίες που εξαρτώνται από τον χρόνο έναρξης εκτέλεσης των εργασιών. Ο ρυθμός πτώσης της αξίας μπορεί να είναι γραμμικός, εκθετικός, πολυωνυμικός, κτλ. Σε προηγούμενες ερευνητικές εργασίες σε παρόμοια προβλήματα, οι (Anily et.al., 1998) μελέτησαν το πρόβλημα του προγραμματισμού των εργασιών συντήρησης μίας μηχανής ή συνεργείου παροχής υπηρεσιών συντήρησης σε άπειρο χρονικό ορίζοντα με γραμμικά αυξανόμενο κόστος. Σκοπός ήταν η εύρεση της βέλτιστης

ακολουθίας εργασιών συντήρησης ώστε να ελαχιστοποιηθεί μακροπρόθεσμα το μέσο κόστος ανά περίοδο. Εξετάστηκαν οι ιδιότητες της άριστης λύσης και αποδείχθηκε ότι υπάρχει πάντα μία κυκλική βέλτιστη πολιτική συντήρησης. Προτάθηκε ένας άπληστος αλγόριθμος και ένας ευρετικός αλγόριθμος, του οποίου είναι γνωστή η χειρότερη απόδοση σε σχέση με την άριστη λύση. Στην εργασία των (Anily and Bramel, 2000) εξετάστηκε το ίδιο πρόβλημα με μία γενικευμένη κυρτή συνάρτηση. Περιγράφηκαν κάποιες ιδιότητες της βέλτιστης πολιτικής, η οποία δόθηκε στην περίπτωση συστήματος με 2 εξαρτήματα.

3.2.2 Περιγραφή του προβλήματος

Έστω ένα σύστημα με n μηχανές m_1, m_2, \dots, m_n . Η απόδοση κάθε μηχανής $e_i(t)$ φθίνει με τον χρόνο t . Χωρίς περιορισμό της γενικότητας, γίνεται η υπόθεση ότι η $e_i(t)$ αντιπροσωπεύει (ή είναι ένας δείκτης για) τις εκπομπές ρύπων στο περιβάλλον που αυξάνονται με τον χρόνο αν οι μηχανές δεν συντηρηθούν από ένα μοναδικό διαθέσιμο συνεργείο. Αυτές οι εκπομπές είναι μη αρνητικές, συνεχείς και αύξουσες κυρτές συναρτήσεις όπως φαίνεται στο Σχήμα 3.5.

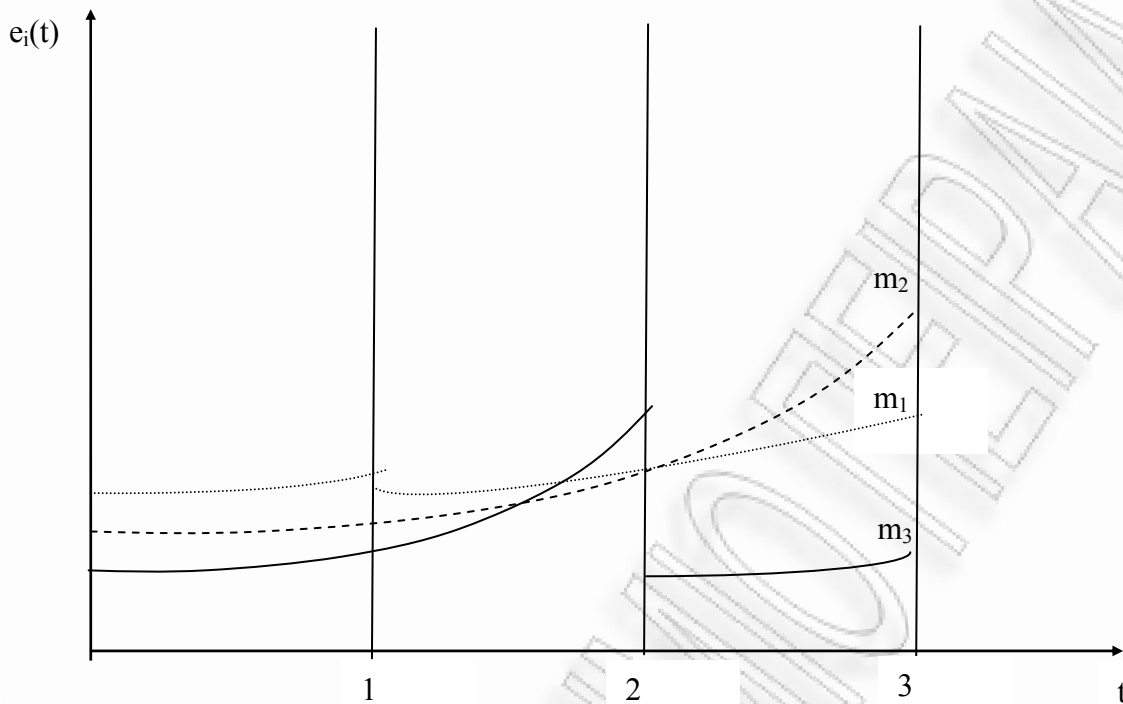


Σχήμα 3.5. Εκπομπές ρύπων των μηχανών του συστήματος

Η συντήρηση είναι περιοδική και (χωρίς περιορισμό της γενικότητας) γίνεται η υπόθεση ότι λαμβάνει χώρα τις χρονικές στιγμές $t_r=r, r=1,2,\dots,T-1$.

Υποθέσεις

- Οι μηχανές μετά την συντήρησή τους λειτουργούν πάντα τέλεια, δηλαδή η απόδοσή τους αμέσως μετά την συντήρησή τους ισούται με $e_i(0)$, όπως καταδεικνύεται στο Σχήμα 3.6.



Σχήμα 3.6. Εκπομπές ρύπων μηχανών στο περιβάλλον μετά την συντήρησή τους

- Στην εγκατάσταση που επιτελείται η συντήρηση δεν εμφανίζονται αστοχίες.
- Αν ξεκινήσει μία εργασία συντήρησης, δεν υπεισέρχεται κενός χρόνος.
- Όλες οι εργασίες είναι διαθέσιμες την χρονική στιγμή $t=0$ και μία εργασία συντήρησης μπορεί να προγραμματισθεί σε οποιαδήποτε χρονική περίοδο.
- Το συνεργείο που επιτελεί τις εργασίες συντήρησης δεν μπορεί να επιτελέσει δύο ή περισσότερες εργασίες ταυτόχρονα.
- Ο χρόνος που απαιτείται για την συντήρηση μίας μηχανής θεωρείται αμελητέος. Δεν επιτρέπεται το δικαίωμα προτίμησης (pre-emption).
- Δεν υπάρχουν άεργες περιόδους, δηλαδή δεν υπάρχουν χρονικά διαστήματα τ , $\tau=1,2,\dots,T-1$ όπου δεν λαμβάνει χώρα κάποια διαδικασία συντήρησης, αφού μπορεί να αποδειχθεί εύκολα ότι ένα πρόγραμμα εργασιών συντήρησης με άεργες περιόδους δίνει χειρότερη τιμή αντικειμενικής συνάρτησης.

Αν γίνει μία συνεχής απλοποίηση του προβλήματος, δηλαδή ο χρόνος θεωρηθεί συνεχής και όχι διακριτός, τότε η συνολική εκπομπή ρύπων της μηχανής m_i σε ένα χρονικό διάστημα μήκους l , $E_i(l)$, δίνεται από την σχέση:

$$E_i(l) = \int_x^{x+l} e_i(t) dt, x \in [0, T-l]$$

Μπορεί ν' αποδειχθεί εύκολα ότι η E_i είναι μη αρνητική, συνεχής αύξουσα κυρτή συνάρτηση, $i=1,2,\dots,n$.

Ο σκοπός είναι η εύρεση μίας ακολουθίας εργασιών συντήρησης $\Pi = \langle M_1, M_2, \dots, M_{T-1} \rangle$, $M_i \in \{m_1, m_2, \dots, m_n\}$, $i=1, \dots, T-1$ σε έναν πεπερασμένο χρονικό ορίζοντα T ώστε να ελαχιστοποιείται η συνολική εκπομπή ρύπων $E_{ολ}(\Pi)$ από τις n μηχανές:

$$\text{Min } E_{ολ}(\Pi) = \sum_{i=1}^n E_i(T)$$

3.2.3 Μεθοδολογία επίλυσης

Ορισμός 3.1: Μία συνάρτηση $f: N^* \rightarrow P_+$ είναι κυρτή αν $f(\lambda x + (1-\lambda)y) \leq \lambda f(x) + (1-\lambda)f(y)$, για κάθε $x, y \in N^*$ και $\lambda \in [0,1]$.

Λήμμα 3.1: Έστω $f: (0,T) \rightarrow P_+$ μία κυρτή συνάρτηση. Τότε ισχύει ότι:

$$\frac{f(y) - f(x)}{y - x} \leq \frac{f(z) - f(x)}{z - x} \leq \frac{f(z) - f(y)}{z - y}, \text{ για κάθε } 0 < x < y < z < T.$$

Απόδειξη: Έστω $a < x < y < z < b$. Τότε υπάρχει ένα μοναδικό $\lambda \in (0,1)$: $y = \lambda x + (1-\lambda)z$.

Αφού η f είναι κυρτή, ισχύει ότι: $f(y) \leq \lambda f(x) + (1-\lambda)f(z)$, και τότε

$$\frac{f(y) - f(x)}{y - x} \leq \frac{\lambda f(x) + (1-\lambda)f(z) - f(x)}{y - x} = \frac{f(z) - f(x)}{z - x}$$

Ομοίως, μπορεί να αποδειχθεί ότι $\frac{f(z) - f(x)}{z - x} \leq \frac{f(z) - f(y)}{z - y}$. //

Λήμμα 3.2: Αν $f: N^* \rightarrow P_+$ μία κυρτή και αύξουσα συνάρτηση, και $a, b \in N^*$, τότε ισχύει ότι:

$$f(a+1) + f(b-1) \leq f(a) + f(b)$$

Απόδειξη: Έστω, χωρίς περιορισμό της γενικότητας, ότι $a < b$. Τότε $a+1 \leq b \Rightarrow a \leq b-1$.

Αν $b = a+1$, τότε η προς απόδειξη σχέση ισχύει ως ισότητα, αφού $f(a+1) + f(a) = f(a) + f(a+1)$.

Αν $b=a+2$, τότε: $f(a+1)+f(a+1)\leq f(a)+f(a+2)\Leftrightarrow f(a+1)-f(a)\leq f(a+2)-f(a+1)$. Αυτή η ανισότητα ισχύει από το Λήμμα 3.1, όπου $x=a$, $y=a+1$, $z=a+2$.

Έστω $b>a+2$. Τότε από το Λήμμα 3.1, όπου $x=a<y=a+1<z=b-1<w=b$, ισχύει ότι:

$$\frac{f(a+1)-f(a)}{1} \leq \frac{f(b-1)-f(a)}{b-1-a} \leq \frac{f(b-1)-f(a+1)}{b-a-2} \leq \frac{f(b)-f(a+1)}{b-a-1} \leq \frac{f(b)-f(b-1)}{1} \Rightarrow$$

$$f(a+1)-f(a)\leq f(b)-f(b-1)\Rightarrow f(a+1)+f(b-1)\leq f(a)+f(b). //$$

Έστω ότι η κατάσταση του συστήματος των n μηχανών ορίζεται σαν ένα διάνυσμα (s_1, s_2, \dots, s_n) , όπου το s_i δηλώνει τον αριθμό περιόδων από την τελευταία συντήρηση της μηχανής m_i , $i=1, 2, \dots, n$. Τότε η συνολική εκπομπή ρύπων της μηχανής m_i κατά την χρονική περίοδο s_i είναι:

$$E_i(s_i) = \int_j^k e_i(t-j) dt = \int_0^{k-j} e_i(t) dt \quad (\text{όπου } k-j = s_i)$$

Για την αντιμετώπιση του προβλήματος που αναλύθηκε στην προηγούμενη υποπαράγραφο προτείνεται ο επόμενος αλγόριθμος:

Κανόνας άπληστο αλγορίθμου σε μορφή ψευδοκώδικα:

Let initial state vector be $(s_1, s_2, \dots, s_n) = (1, 1, \dots, 1)$.

For $t_r=1, 2, \dots, T-1$ (all the maintenance periods)

For $i=1, 2, \dots, n$

Find $k = \operatorname{argmax} \{E_i(s_{i+1})\}$

Service machine m_k in period t_r

Update the state vector (s_1, s_2, \dots, s_n) for period t_r+1

End.

Πρόταση 3.1: Η λύση που προκύπτει από τον άπληστο αλγόριθμο είναι βέλτιστη.

Απόδειξη: Έστω ότι υπάρχουν δύο προγράμματα συντήρησης: το πρόγραμμα $\Pi = \langle M_1, M_2, \dots, M_{i-1}, M_i, M_{i+1}, \dots, M_{T-1} \rangle$, που δημιουργείται από τον κανόνα του άπληστο αλγορίθμου που παρατέθηκε πριν και το $\Pi' = \langle M_1, M_2, \dots, M_{i-1}, M_{i+1}, M_i, \dots, M_{T-1} \rangle$, που δημιουργείται από το Π μετά από μία αμοιβαία ανταλλαγή των εργασιών συντήρησης των μηχανών M_i και M_{i+1} , υποθέτοντας χωρίς περιορισμό της γενικότητας ότι $M_i \neq M_{i+1}$ (αν $M_i = M_{i+1}$ τότε η αμοιβαία ανταλλαγή θα γίνει με την πρώτη διαφορετική μηχανή που συντηρείται στο πρόγραμμα Π). Ισχύει ότι $E_i(s_i) \geq E_{i+1}(s_{i+1})$ από τον κανόνα του άπληστο αλγορίθμου.

Συνεπώς, αν η μηχανή M_i συντηρηθεί την χρονική περίοδο t , τότε η μηχανή M_{i+1} συντηρείται σύμφωνα με το πρόγραμμα Π την χρονική περίοδο $t+1$, με $s_i < t$ και $s_{i+1} < t$. Τότε η διαφορά στις τιμές των αντικειμενικών συναρτήσεων των δύο προγραμμάτων συντήρησης είναι:

$$E_{o\lambda}(\Pi) - E_{o\lambda}(\Pi') = E_i(s_i) + E_i(T-t) + E_{i+1}(s_{i+1}) + E_{i+1}(T-(t+1)) - E_i(s_{i+1}) - E_i(T-(t+1)) - E_{i+1}(s_i) - E_{i+1}(T-t).$$

Από το Λήμμα 3.2 και την κυρτότητα των συναρτήσεων E_i και E_{i+1} ισχύει ότι:

$$E_i(s_i) + E_i(T-t) - E_i(s_{i+1}) - E_i(T-(t+1)) \leq 0 \text{ και } E_{i+1}(s_{i+1}) + E_{i+1}(T-(t+1)) - E_{i+1}(s_i) - E_{i+1}(T-t) \leq 0.$$

Συνεπώς $E_{o\lambda}(\Pi) \leq E_{o\lambda}(\Pi')$, άρα το πρόγραμμα συντήρησης Π είναι βέλτιστο. //

3.3 Βελτιστοποίηση της αξίας χρήσης συστημάτων με εξαρτήματα των οποίων η αξία φθίνει με το χρόνο

Στην παράγραφο που ακολουθεί αναπτύσσεται ένα μοντέλο αποφάσεων για την ανασύνθεση ενός πολύπλοκου συστήματος από μεταχειρισμένα και καινούργια ανταλλακτικά. Καθορίζονται συγκεκριμένες πολιτικές αναβάθμισης και αντικατάστασης. Σκοπός είναι η εύρεση των κατάλληλων πολιτικών σε έναν χρονικό ορίζοντα ώστε να μεγιστοποιηθεί η συνολική αξία χρήσης του συστήματος, κάτω από συγκεκριμένο προϋπολογισμό και περιορισμούς ανασύνθεσης και συμβατότητας. Προτείνεται ένα μοντέλο στοχαστικού δυναμικού προγραμματισμού και παρατίθεται ένα παράδειγμα στην περίπτωση των προσωπικών ηλεκτρονικών υπολογιστών. Το περιβαλλοντικό όφελος που εμφανίζεται από αυτές τις πολιτικές, αφού ο κύκλος ζωής των μεταχειρισμένων εξαρτημάτων, σε κάποιες περιπτώσεις τουλάχιστον, επεκτείνεται αντί να τερματίζεται με την απόθεσή τους ως απορριμμάτων, θα εξεταστεί στην παράγραφο 3.4.

3.3.1 Εισαγωγή

Ένα σύνθετο σύστημα αποτελείται από υποσυστήματα και στοιχεία, των οποίων η λειτουργικότητα φθίνει με το πέρασμα του χρόνου (απόλυτα ή συγκριτικά, σε σχέση με άλλα πιο προηγμένα) με διαφορετικούς ρυθμούς εξαιτίας τεχνικών ή τεχνολογικών λόγων. Κατά συνέπεια η λειτουργική αξία ολόκληρου του συστήματος φθίνει. Στην περίπτωση ενός συνόλου συστημάτων που αποτελούνται από όμοια ή παρόμοια τέτοια υποσυστήματα και στοιχεία, μία προτεινόμενη πολιτική θα μπορούσε να είναι η περιοδική ανασύνθεση των συστημάτων χρησιμοποιώντας μεταχειρισμένα υποσυστήματα και στοιχεία, ώστε να επιτευχθεί η βέλτιστη δυνατή συνολική λειτουργική αξία του συστήματος, υπό κάποιους περιορισμούς συμβατότητας και κόστους. Η πολιτική ανασύνθεσης λαμβάνει επίσης υπόψη

το γεγονός ότι κάποια στοιχεία παρουσιάζουν αστοχίες και πρέπει να αντικατασταθούν με καινούργια.

Υπάρχουν διάφορες ερευνητικές εργασίες που σχετίζονται με πλευρές αυτού του προβλήματος σε εφαρμογές συντήρησης, αξιοπιστίας και προγραμματισμού εργασιών. Στην εργασία των (Zafiroopoulos and Dialynas, 2004) παρουσιάζεται μία υπολογιστική μέθοδος με σκοπό την εύρεση της βέλτιστης δομής ενός συστήματος ηλεκτρονικών συσκευών χρησιμοποιώντας προσεγγίσεις βελτιστοποίησης ενός ή πολλαπλών στόχων (single or multi-objective), ενώ θεωρούνται και περιορισμοί κόστους και αξιοπιστίας. Αναπτύχθηκε μία προσεγγιστική διαδικασία χρησιμοποιώντας έναν αλγόριθμο προσομοιωμένης απόπτωσης (simulated annealing). Στην εργασία του (Ferrer, 1997), εξετάστηκαν οι οικονομικές πτυχές της επανακατασκευής προσωπικών ηλεκτρονικών υπολογιστών (PC remanufacturing) και παρουσιάστηκαν κάποια πειραματικά αποτελέσματα σχετικά με τις χρηματικές αξίες των εξαρτημάτων ενός PC, οι οποίες φθίνουν με το πέρασμα του χρόνου. Οι αξίες αυτές είναι συναρτήσεις της μορφής $V=V_0t^{-a}$, όπου η V_0 είναι η αξία του εξαρτήματος την χρονική στιγμή $t=0$, με το t να υπολογίζεται σε μήνες, και $a>0$.

Η επανασυναρμολόγηση υποσυστημάτων και στοιχείων αντιπροσωπεύει μία ειδική περίπτωση της διαχείρισης εφοδιαστικών αλυσίδων κλειστού βρόγχου (closed loop supply chains management, βλέπε Guide et al., 2005)), δηλαδή εφοδιαστικών αλυσίδων που περιλαμβάνουν την επαναχρησιμοποίηση προϊόντων και υλικών. Η ανάγκη των εταιρειών για την βέλτιστη χρήση των περιορισμένων πόρων τους έχει αυξηθεί τα τελευταία χρόνια για ποικίλους λόγους. Δεδομένου ότι τα στοιχεία και τα υποσυστήματα υψηλής τεχνολογίας έχουν περιορισμένους κύκλους ζωής, μία πολιτική επαναχρησιμοποίησης, σε συνδυασμό με τα οικονομικά οφέλη, συνεισφέρει σε ένα αειφόρο περιβάλλον (Krikke et al., 2002, Bloemhof-Ruwaard et al., 2004, Pappis et al., 2005).

Η ανάπτυξη και η διάχυση της νέας τεχνολογίας επηρεάζει την επαναχρησιμοποίηση στοιχείων και υποσυστημάτων, είτε στην περίπτωση στοιχείων ίδιας γενιάς είτε στην περίπτωση χρήσης παλαιότερης τεχνολογίας σε συστήματα επόμενης γενιάς ή/ και αντιστρόφως (Linton and Bhattacharya, 2003). Αν υπάρχει πιθανότητα ταχείας τεχνολογικής απαξίωσης, η αγορά νέου εξοπλισμού μπορεί να μην είναι η κατάλληλη επιλογή. Προσπερνώντας μία γενιά τεχνολογικών εξελίξεων και χρησιμοποιώντας κάποια καινούργια στοιχεία ή υποσυστήματα για την αντικατάσταση παλαιότερων μπορεί να αποδειχθεί καλύτερη επιλογή μέχρι να είναι διαθέσιμος ο προϋπολογισμός για μία πιο προχωρημένη τεχνολογία. Για παράδειγμα, στην περίπτωση των αναλώσιμων ανταλλακτικών όπως στις φωτογραφικές μηχανές μίας χρήσεως, τα προϊόντα αποστέλλονται πίσω στον έμπορο (ή στον

κατασκευαστή) αμέσως μετά την χρήση τους. Ύστερα τα αναλώσιμα κομμάτια του προϊόντος μπορούν να αντικατασταθούν από νέα, ενώ τα υπόλοιπα παραμένουν στο προϊόν. Η εταιρεία Xerox χρησιμοποιεί εξαρτήματα από φωτοαντιγραφικά μηχανήματα που βρίσκονται στο τέλος του χρόνου ζωής τους για την κατασκευή νέων μηχανημάτων.

Αυτό το είδος «επανακατασκευής» παρέχει στους κατασκευαστές και/ ή στους εμπόρους ένα κίνητρο για την ανάκτηση των διαθέσιμων παλαιότερων προϊόντων από την αγορά για χρήση τους σε άλλα επόμενης γενιάς. Κάποιοι τομείς που εμφανίζεται αυτό το φαινόμενο είναι τα πολεμικά πλοία και αεροσκάφη, οι τηλεπικοινωνίες, η βιομηχανία ημιαγωγών και η κινητή τηλεφωνία (Savaskan et al., 2000).

Ειδικότερα στην περίπτωση των ιδιωτών χρηστών PC όπου η συναρμολόγηση D-I-Y (Do It Yourself) είναι πολύ δημοφιλής, η αναδιάταξη των υποσυστημάτων τους μπορεί να είναι πολύ αποτελεσματική (Hendrickson et al., 2003). Οι καταναλωτές έχουν επιδείξει μία σημαντική απροθυμία να πετάξουν πεπαλαιωμένα ηλεκτρονικά προϊόντα. Αντιθέτως, πολύ συχνά οι υπολογιστές παλαιότερης τεχνολογίας στοιβάζονται σε αποθήκες. Μία επιλογή θα μπορούσε να είναι η μεταβίβαση ενός PC από έναν ιδιοκτήτη σε άλλο χωρίς εκτεταμένες μετατροπές ή χωρίς καθόλου μετατροπές. Επιπλέον, αν δεν απαιτείται η αναβάθμιση του μεγαλύτερου τμήματος ενός εξοπλισμού, η επαναχρησιμοποίηση είναι μία βιώσιμη λύση. Τα περισσότερα υποσυστήματα ενός PC σχεδιάζονται για να αντέχουν πέραν της χρήσιμης ζωής του συνολικού συστήματος. Αυτό είναι περίεργο, αφού το συνολικό σύστημα μένει συχνά άεργο, ενώ τα υποσυστήματα του θα μπορούσαν να αναδιαταχθούν και ο αγοραστής να μην χρειάζεται να πληρώσει πολύ περισσότερα για την αντικατάσταση υποσυστημάτων που δεν έχουν πάθει βλάβη, τα οποία τελικά θα επιζήσουν περισσότερο του συστήματος.

Σ αυτή την παράγραφο προτείνεται ένα μοντέλο αποφάσεων για την επανασυναρμολόγηση (re-assembling) των διαφορετικών υποσυστημάτων και στοιχείων ενός πολύπλοκου συστήματος, των οποίων η λειτουργική αξία φθίνει, από μεταχειρισμένα και καινούργια ανταλλακτικά. Καθορίζονται συγκεκριμένες πολιτικές σχετικά με τις ανάγκες αναβάθμισης (όταν δεν υπάρχει μόνιμη βλάβη στοιχείων) και αντικατάστασης (όταν υπάρχει μόνιμη βλάβη στοιχείων). Στόχος είναι η εύρεση των κατάλληλων πολιτικών ανασύνθεσης σε έναν χρονικό ορίζοντα ώστε να μεγιστοποιηθεί η συνολική αξία χρήσης του συστήματος, κάτω από συγκεκριμένο προϋπολογισμό και περιορισμούς επανασυναρμολόγησης και συμβατότητας. Προτείνεται μία προσέγγιση με την χρήση στοχαστικού δυναμικού προγραμματισμού, και παρατίθεται ένα παράδειγμα στην περίπτωση των προσωπικών ηλεκτρονικών υπολογιστών. Το περιβαλλοντικό όφελος που εμφανίζεται από αυτές τις πολιτικές, αφού ο κύκλος ζωής των

μεταχειρισμένων εξαρτημάτων, σε κάποιες περιπτώσεις τουλάχιστον, επεκτείνεται αντί να τερματίζεται με την εναπόθεση τους ως απορριμμάτων, θα εξεταστεί στην παράγραφο 3.4.

3.3.2 Περιγραφή του προβλήματος

Έστω ένα σύνολο n συστημάτων. Κάθε σύστημα αποτελείται από m στοιχεία, καθένα από τα οποία έχει μία λειτουργική αξία, η οποία φθίνει με διαφορετικούς ρυθμούς. Το πρόβλημα συνίσταται στην εύρεση των κατάλληλων πολιτικών σε έναν χρονικό ορίζοντα N διακριτών περιόδων, οι οποίες μεγιστοποιούν την συνολική αξία χρήσης των n συστημάτων, με την (πιθανή) χρήση της ανασύνθεσης ορισμένων στοιχείων και περιορισμούς συμβατότητας και προϋπολογισμού.

Ορίζοντας ένα σύστημα προτεραιότητας βασισμένο στον ρόλο και την σημασία κάθε στοιχείου μπορεί να καθοριστεί μία συγκεκριμένη πολιτική σχετικά με την αντικατάσταση ή την αναδιάταξη των στοιχείων. Οι πιθανές καταστάσεις που μπορούν να εμφανιστούν κατά την ανασύνθεση ενός συστήματος είναι οι επόμενες:

- Αντικατάσταση του στοιχείου (που δεν έχει υποστεί μόνιμη βλάβη). Αυτή η περίπτωση εμφανίζεται όταν απαιτείται υψηλότερη απόδοση από κάποια στοιχεία ή η απόδοση ενός υποσυστήματος δεν είναι πια αποδεκτή.
- Αντικατάσταση του στοιχείου (που έχει υποστεί μόνιμη βλάβη). Αυτή η περίπτωση εμφανίζεται σε περιπτώσεις αστοχιών που οφείλονται σε φθορές ή απρόοπτα γεγονότα όπως υπερφόρτωση ηλεκτρικού ρεύματος, τραντάγματα (shocks), κτλ.

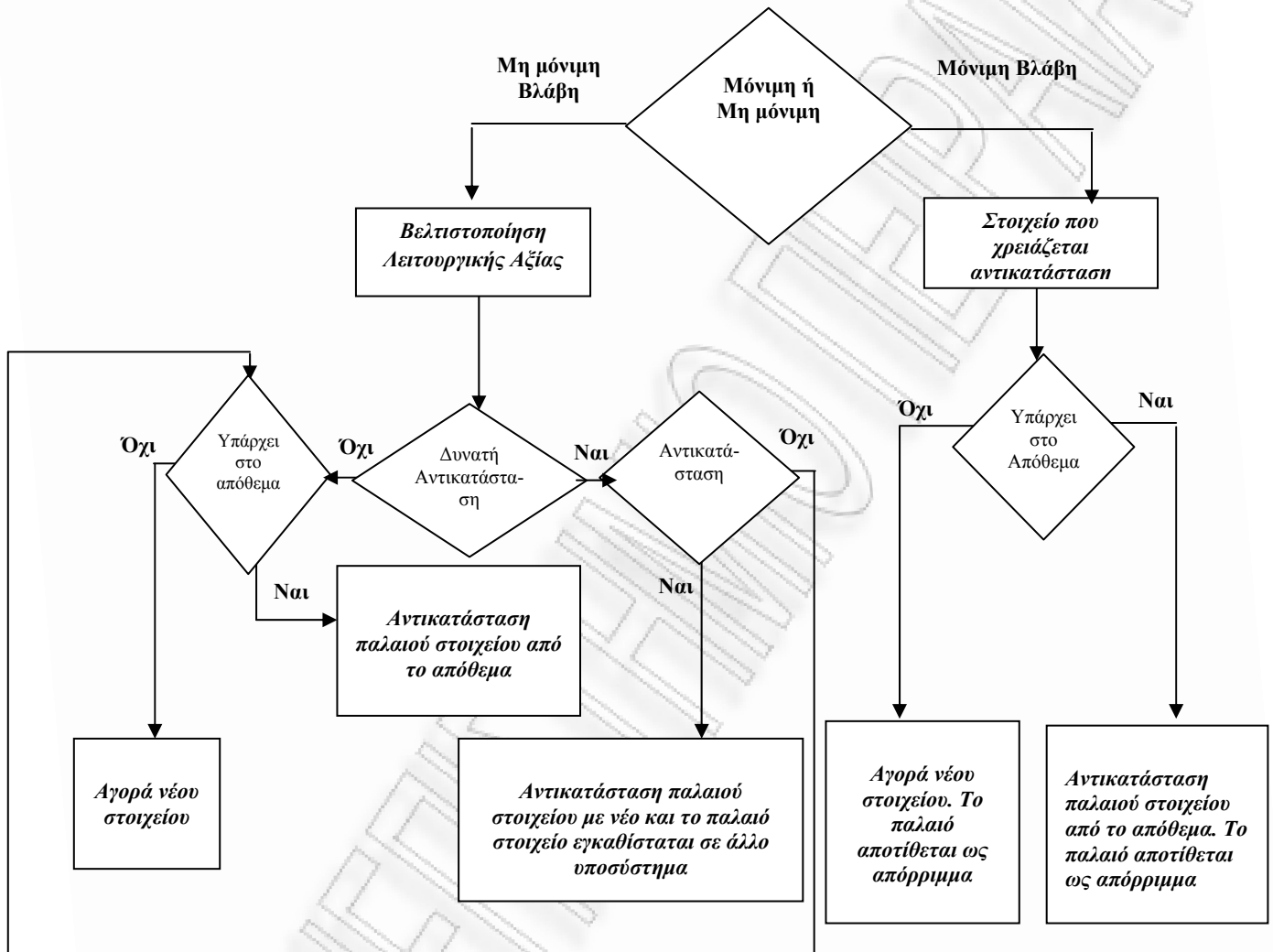
Όταν εμφανίζονται τέτοιες καταστάσεις, υπάρχουν οι ακόλουθες εναλλακτικές λύσεις:

- Ανταλλαγή ενός στοιχείου ενός συστήματος με άλλο ενός διαφορετικού συστήματος και εγκατάσταση του παλαιού στοιχείου σε άλλο σύστημα (αν δεν είναι πλήρως κατεστραμμένο, οπότε και αποτίθεται ως απόρριμμα). Θα ήταν επίσης δυνατή η αποθήκευση του ανταλλαχθέντος κομματιού και η χρήση του σε άλλο σύστημα σε κάποια χρονική περίοδο (αν δεν έχει απαξιωθεί πλήρως).
- Αντικατάσταση ενός στοιχείου με κάποιο από την αποθήκη. Το παλιό κομμάτι είτε εγκαθίσταται σε άλλο σύστημα ή αποτίθεται ως απόρριμμα.
- Αγορά καινούργιου στοιχείου.

Ένα σύστημα προτεραιότητας μπορεί να είναι το επόμενο: Πριν οποιαδήποτε αντικατάσταση (αν το στοιχείο δεν έχει καταστραφεί πλήρως), εξετάζεται η επιλογή της ανταλλαγής του με ένα καλύτερο. Ύστερα ελέγχεται το απόθεμα για υπάρχοντα ανταλλακτικά. Αν δεν είναι

δυνατή η ανταλλαγή ή δεν υπάρχει ανταλλακτικό στο απόθεμα για την αντικατάσταση του παλιού, τότε η διοίκηση προχωρά στην αγορά ενός νέου. Αν το στοιχείο είναι πλήρως κατεστραμμένο, τότε ελέγχεται το απόθεμα και αν δεν υπάρχει εκεί διαθέσιμο στοιχείο, αγοράζεται καινούργιο.

Οι παραπάνω πολιτικές παρουσιάζονται στο Σχήμα 3.7.



Σχήμα 3.7. Διάγραμμα ροής

3.3.3 Περιγραφή του μοντέλου

Συμβολισμός

Έστω:

t: η χρονική περίοδος, $t=1,2,\dots,N$.

s_{ik} : Το k-οστό στοιχείο του i-οστού συστήματος, $i=1,2,\dots,n$, $k=1,2,\dots,m$.

$x_{ijk}(t) = 0$, αν δεν τοποθετείται το στοιχείο s_{ik} στο j σύστημα την χρονική περίοδο t

1, αν το στοιχείο s_{ik} χρησιμοποιείται στο j σύστημα την χρονική στιγμή t

$y_{ik}(t) = 0$, αν δεν αντικαθίσταται το μη κατεστραμμένο στοιχείο s_{ik} την χρονική περίοδο t με

ένα καινούργιο ή

1, αν αντικαθίσταται το μη κατεστραμμένο στοιχείο s_{ik} την χρονική περίοδο t με ένα καινούργιο

$z_{ik}(t) = 0$, αν δεν αντικαθίσταται το μη κατεστραμμένο στοιχείο s_{ik} την χρονική περίοδο t από

το απόθεμα ή

1, αν αντικαθίσταται το μη κατεστραμμένο στοιχείο s_{ik} την χρονική περίοδο t από το απόθεμα

$o_{ik}(t) = 0$, αν αντικαθίσταται το κατεστραμμένο στοιχείο s_{ik} την χρονική περίοδο t από ένα

καινούργιο ή

1, αν αντικαθίσταται το κατεστραμμένο στοιχείο s_{ik} την χρονική περίοδο t από ένα καινούργιο

$r_{ik}(t) = 0$, αν δεν αντικαθίσταται το κατεστραμμένο στοιχείο s_{ik} την χρονική περίοδο t από το

απόθεμα ή

1, αν αντικαθίσταται το κατεστραμμένο στοιχείο s_{ik} την χρονική στιγμή t από το απόθεμα

$d_{ik}(t) = 0$, αν δεν αποτίθεται το στοιχείο s_{ik} την χρονική περίοδο t ή

1, αν αποτίθεται το στοιχείο s_{ik} την χρονική περίοδο t

B_t : ο προϋπολογισμός την περίοδο t .

c_{kt} : το κόστος αγοράς ενός καινούργιου στοιχείου της κατηγορίας k , $k=1,2,\dots,m$ την χρονική περίοδο t .

q_{kt} : ο αριθμός των στοιχείων της κατηγορίας k που υπάρχουν στο απόθεμα την χρονική περίοδο t . Τότε:

$q_{kt} = q_{kt-1}$, αν το στοιχείο s_{ik} αντικατασταθεί την χρονική περίοδο t από το απόθεμα (δηλαδή

$z_{ik}(t)=1$ ή $r_{ik}(t)=1$) ή

q_{kt} , αν το στοιχείο s_{ik} δεν αντικατασταθεί την χρονική περίοδο t από το απόθεμα

Q_k : ο συνολικός αριθμός των διαθέσιμων στοιχείων της κατηγορίας k . Ισχύει ότι

$$Q_k = \sum_{t=1}^N q_{kt}$$

h_{kt} : το κόστος χρήσης από το απόθεμα ενός στοιχείου της κατηγορίας k , $k=1,2,\dots,m$ την χρονική περίοδο t .

Για το εξάρτημα s_{ik} , η ηλικία του a_{ik} , $a_{ik}=0,1,\dots,N-1$ ισούται την περίοδο t με:

$$a_{ik} = \begin{cases} 0, & \text{αν το } s_{ik} \text{ αντικατασταθεί την περίοδο } t \text{ με ένα νέο, δηλαδή } y_{ik}(t)=1 \text{ ή } o_{ik}(t)=1 \\ t, & \text{αν το } s_{ik} \text{ αντικατασταθεί την περίοδο } t \text{ από το απόθεμα, δηλαδή } z_{ik}(t)=1 \text{ ή } r_{ik}(t)=1 \\ a_{ik} + 1, & \text{αν το } s_{ik} \text{ δεν αντικατασταθεί την περίοδο } t \end{cases}$$

$V_k(t)$: η λειτουργική αξία (η οποία φθίνει με την πάροδο του χρόνου) του στοιχείου k σε οποιοδήποτε σύστημα την χρονική περίοδο t , η οποία ικανοποιεί τις συνθήκες εφικτότητας της διαχωρισιμότητας (separability) και της μονοτονίας (Cheng et al., 2003).

w_{ik} : ο συντελεστής βαρύτητας του στοιχείου k στο σύστημα i , που αντικατοπτρίζει την σημασία του για το σύστημα.

Υποθέσεις:

- Οποιαδήποτε ενέργεια στα πλαίσια της ανασύνθεσης έχει αμελητέους χρόνους υστέρησης (lead times) (οι ανταλλαγές, οι αντικαταστάσεις και οι αγορές γίνονται αυτόματα).
- Δεν υπάρχει εξάρτηση μεταξύ των αστοχιών των στοιχείων (οι κατανομές αστοχιών των διαφορετικών στοιχείων δεν είναι στοχαστικά εξαρτημένες).
- Δεν υπάρχει δομική εξάρτηση μεταξύ των στοιχείων ενός συστήματος, δηλαδή αν ένα στοιχείο αντικατασταθεί με ένα καινούργιο μεγαλύτερης αξίας, οι αξίες των άλλων στοιχείων δεν αυξάνονται.
- Τα κόστη αποθεματοποίησης και απόθεσης θεωρούνται αμελητέα.
- Κατά την διάρκεια του χρονικού ορίζοντα των N περιόδων δεν υπάρχει ανάγκη αναβάθμισης κάποιου στοιχείου, εξαιτίας π.χ. της αναγκαιότητας υψηλότερης απόδοσης για κάποια στοιχεία.
- Οι πιθανότητες να παρουσιαστούν δύο ή περισσότερες αστοχίες στοιχείων κατά το χρονικό διάστημα $[t,t+1)$ θεωρούνται αμελητέες, αφού τα στοιχεία είναι πολύ αξιόπιστα στην πράξη.
- Υπάρχουν προγράμματα αντικατάστασης από τις εταιρείες (roadmaps) για όλα τα στοιχεία, που δίνουν με καθορισμένο τρόπο τις λειτουργικές αξίες τους με το πέρασμα του χρόνου.

Το μοντέλο

Η συνολική λειτουργική αξία ενός συστήματος την χρονική περίοδο t μπορεί να παρασταθεί ως το σταθμισμένο άθροισμα των λειτουργικών αξιών των στοιχείων του. Τότε, είναι απαραίτητος ο υπολογισμός της αβεβαιότητας του συστήματος εξαιτίας των αστοχιών των στοιχείων-εξαρτημάτων του. Έχει αποδειχθεί γενικά ότι οι αστοχίες των εξαρτημάτων των συστημάτων ακολουθούν κατανομές Weibull ή εκθετικές κατανομές (Gaudoin and Soler, 1997, (Vineyard et al., 1999). Πρακτικά ο ρυθμός αποτυχίας (failure rate) διαφόρων ειδών εξαρτημάτων, και ιδιαίτερα ηλεκτρονικών εξαρτημάτων, συγκλίνει γρήγορα σε μία σταθερά, και κατά συνέπεια μπορεί να γίνει μία εκθετική προσέγγιση. Αυτό σημαίνει ότι ο συνολικός αριθμός αστοχιών των εξαρτημάτων σε ένα χρονικό διάστημα ακολουθεί κατανομή Poisson. Υπάρχει γενικά έλλειψη αξιόπιστων δεδομένων για όλα τα είδη των ρυθμών αστοχίας των εξαρτημάτων. Αυτό οφείλεται και στην δημόσια θέση των κατασκευαστών ότι τα συστήματα τους δεν έχουν προβλήματα συντήρησης, και έτσι αποθαρρύνεται η συλλογή σχετικών δεδομένων.

Η αντικειμενική συνάρτηση είναι η εξής:

$$\max \left\{ \sum_{t=1}^N \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^m w_{ik} [P_k(0) \left[\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n x_{jik}(t) \cdot V_k(a_{jk}) + y_{ik}(t)V_k(0) + z_{ik}(t)V_k(t) + \right. \right. \right. \\ \left. \left. + \left(1 - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n x_{jik}(t) - y_{ik}(t) - z_{ik}(t) - r_{ik}(t) - o_{ik}(t) \right) V_k(a_{ik}) \right] + P_k(1) [r_{ik}(t)V_k(t) + o_{ik}(t)V_k(0)] \right\} \quad (3.26)$$

όπου οι πιθανότητες καμίας και μίας αστοχίας του εξαρτήματος s_{ik} , το χρονικό διάστημα $[t, t+1)$, $t=0, 1, \dots, N-1$ είναι, αντίστοιχα, οι:

$$P_k(0) = e^{-\lambda_k} \\ P_k(1) = e^{-\lambda_k} \lambda_k$$

υπό τους περιορισμούς

$$\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^n x_{ijk}(t) + y_{jk}(t) + z_{jk}(t) + r_{jk}(t) + o_{jk}(t) \leq 1, \quad \forall j = 1, 2, \dots, n \quad \forall k = 1, 2, \dots, m \quad [3.1]$$

$$\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n x_{ijk}(t) + d_{ik}(t) \leq 1, \quad \forall i = 1, 2, \dots, n \quad \forall k = 1, 2, \dots, m \quad [3.2]$$

$$y_{ik}(t) + z_{ik}(t) \leq d_{ik}(t) + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n x_{ijk}(t), \quad \forall i = 1, 2, \dots, n \quad \forall k = 1, 2, \dots, m \quad [3.3]$$

$$r_{ik}(t) + o_{ik}(t) \leq d_{ik}(t), \quad \forall i = 1, 2, \dots, n \quad \forall k = 1, 2, \dots, m \quad [3.4]$$

$$\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n x_{ijk}(t) + r_{ik}(t) + o_{ik}(t) \leq 1, \quad \forall i = 1, 2, \dots, n \quad \forall k = 1, 2, \dots, m \quad [3.5]$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^m (y_{ik}(t) + o_{ik}(t))c_{kt} + \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^m (z_{ik}(t) + r_{ik}(t))h_{kt} \leq B_t \quad [3.6]$$

$$\sum_{i=1}^n (z_{ik}(t) + r_{ik}(t)) \leq q_{kt}, \quad \forall k = 1, 2, \dots, m \quad [3.7]$$

$$x_{ijk}(t), y_{jk}(t), z_{jk}(t), r_{jk}(t), o_{jk}(t), d_{ik}(t) \in \{0, 1\}$$

Η ομάδα περιορισμών [3.1] εξασφαλίζει ότι κάθε εξάρτημα μπορεί ή να παραμείνει στο ίδιο σύστημα ή να ανταλλαχθεί με ένα εξάρτημα άλλου συστήματος ή να αντικατασταθεί, είτε έχει υποστεί μόνιμη βλάβη είτε όχι. Η ομάδα περιορισμών [3.2] δηλώνει ότι αν ένα εξάρτημα τοποθετηθεί σε ένα άλλο σύστημα δεν μπορεί να αποτεθεί ως απόρριμμα. Η ομάδα περιορισμών [3.3] εξασφαλίζει ότι αν ένα εξάρτημα αντικατασταθεί όταν δεν έχει μόνιμη βλάβη, τότε είτε θα πεταχτεί είτε θα τοποθετηθεί σε άλλο σύστημα. Οι ομάδες περιορισμών [3.4] και [3.5] εξασφαλίζουν ότι αν ένα εξάρτημα αντικατασταθεί όταν έχει μόνιμη βλάβη, θα αποτεθεί ως απόρριμμα και δεν θα τοποθετηθεί σε κάποιο άλλο σύστημα. Ο περιορισμός [3.6] είναι ο περιορισμός του διαθέσιμου προϋπολογισμού. Η ομάδα περιορισμών [3.7] δηλώνει ότι τα εξαρτήματα (με βλάβη ή όχι) που έχουν αντικατασταθεί από το απόθεμα την χρονική περίοδο t πρέπει να είναι το πολύ ίσα με την διαθέσιμη ποσότητα στο απόθεμα την χρονική περίοδο t . Κατά συνέπεια, πρώτα ελέγχεται το απόθεμα και αν δεν υπάρχει διαθέσιμο ανταλλακτικό τότε μπορεί να αγοραστεί ένα καινούργιο, αν έτσι αποφασισθεί.

Μεθοδολογία επίλυσης

Ο προτεινόμενος τρόπος επίλυσης του προβλήματος είναι μία προσέγγιση η οποία κάνει χρήση μεθόδων στοχαστικού δυναμικού προγραμματισμού. Ο νόμος κίνησης της κατάστασης (the law of motion of the state) είναι:

$$s_{t+1} = f_t(s_t, u_t, p_t) \quad (3.27)$$

όπου s_t : η διανυσματική μεταβλητή κατάστασης. Αυτή παρέχει πληροφορίες σχετικά με την ηλικία όλων των εξαρτημάτων, τις πολιτικές που περιγράφηκαν στα προηγούμενα και υιοθετήθηκαν σε κάποια χρονική περίοδο t αναφορικά με όλα τα εξαρτήματα σε όλα τα συστήματα, και το επίπεδο των διαθέσιμων εξαρτημάτων στο απόθεμα.

u_t : η διανυσματική μεταβλητή ελέγχου (απόφασης). Περιέχει όλες τις μεταβλητές απόφασης που δόθηκαν στον προηγούμενο συμβολισμό.

p_t : το διάνυσμα πιθανοτήτων του συστήματος που οφείλεται στις αστοχίες, οι οποίες ακολουθούν την κατανομή πιθανοτήτων Poisson που περιγράφηκε προηγουμένως.

Στόχος είναι η εύρεση της βέλτιστης ακολουθίας πολιτικών

$$\pi_{opt} = (d^*_1, d^*_2, \dots, d^*_N), u_t = d_t(s_t)$$

που μεγιστοποιεί την αναμενόμενη αξία χρήσης του συστήματος, η οποία δίνεται από την εξίσωση (3.26), υπό τους περιορισμούς [3.1]-[3.7].

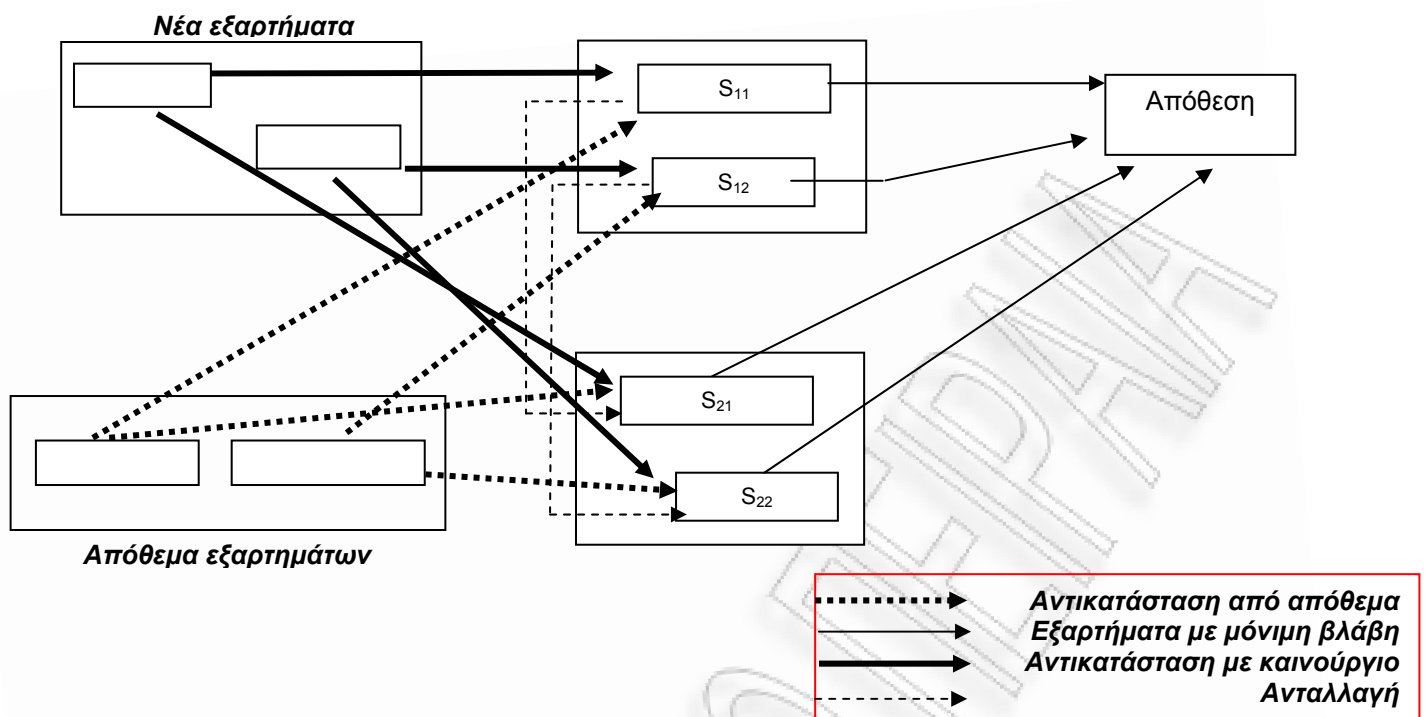
Η συναρτησιακή αναδρομική εξίσωση, χρησιμοποιώντας την προς τα πίσω μεθοδολογία επίλυσης, είναι:

$$J_t(s_t) = \max_{u_t} \left[E_{p_t} [V(t, s_t, u_t, p_t) + J_{t+1}(s_{t+1}) / s_t, u_t] \right] \quad (3.28)$$

Το πρόβλημα είναι NP-hard (αφού αφορά πρόβλημα δυναμικού προγραμματισμού όπου κάθε

στάδιο t απαιτεί την επίλυση $\prod_{k=1}^m (Q_k - \sum_{T=1}^{t-1} \sum_{i=1}^n (r_{ik}(T) + z_{ik}(T))) (N-t)^{nm}$ προβλημάτων δυαδικού ακέραιου προγραμματισμού, Lenstra et al., 1977). Αυτό καθορίζει τον υπολογιστικό χρόνο του αλγορίθμου. Η εικασία ότι το πρόβλημα είναι ισχυρά NP-hard είναι ανοικτή για μελλοντική έρευνα.

Στο σχήμα 3.8 παρατίθεται για εποπτικούς λόγους το πρόβλημα αποφάσεων που παρουσιάζεται σε κάθε στάδιο του αλγορίθμου για $n=2, m=2$. Η απόθεση ενός εξαρτήματος μπορεί να λάβει χώρα όταν αυτό καταστραφεί ή αντικατασταθεί από ένα άλλο (καινούργιο ή από το απόθεμα) και αποφασίζεται πως δεν είναι πλέον λειτουργικό. Μία αντικατάσταση μπορεί να συμβεί είτε από καινούργια εξαρτήματα είτε από το απόθεμα. Ακόμα και για αυτό το ελάχιστου μεγέθους παράδειγμα, ο υπολογισμός της αναδρομικής εξίσωσης μπορεί να αποδειχθεί αρκετά πολύπλοκος ακόμα και χωρίς την επίλυση των δυαδικών προβλημάτων ακέραιου προγραμματισμού που περιγράφηκαν προηγουμένως.



Σχήμα 3.8. Παράδειγμα για το πρόβλημα με $n=2$, $m=2$

3.3.4. Παράδειγμα

Έστω ένα σύστημα n υπολογιστών. Κάθε υπολογιστής αποτελείται από m εξαρτήματα, καθένα από τα οποία έχει μία αξία, που βασίζεται στην σημασία και στο ρόλο του στο σύστημα. Η λειτουργικότητα των εξαρτημάτων φθίνει με διαφορετικούς ρυθμούς. Σχεδόν όλα τα εξαρτήματα των προσωπικών υπολογιστών είναι γενικά πολύ αξιόπιστα και συνεπώς οι πιθανότητες αστοχιών είναι αρκετά χαμηλές. Το πρόβλημα είναι η εύρεση των κατάλληλων πολιτικών, όπως αυτές περιγράφηκαν προηγουμένως, σε έναν αριθμό N περιόδων οι οποίες μεγιστοποιούν την συνολική απόδοση των υπολογιστών κάτω από περιορισμούς επανασυναρμολόγησης, συμβατότητας και προϋπολογισμού. Μία λογική υπόθεση για ηλεκτρονικές συσκευές υψηλής τεχνολογίας, οι οποίες απαξιώνονται αρκετά γρήγορα, θα μπορούσε να είναι να τεθεί μία περίοδος ίση με ένα έτος.

Το παραπάνω πρόβλημα εξετάστηκε στην περίπτωση μίας μικρομεσαίας εταιρείας λογισμικού στην Ελλάδα. Αντιπροσωπεύει προϊόντα λογισμικού και οπτικοακουστικού εξοπλισμού γνωστών εταιρειών πληροφορικής από τις Η.Π.Α (Borland, RealNetworks, PKWare, VirtualInk mimio, etc) στην Ελλάδα και την Κύπρο. Ο αριθμός των υπολογιστών που έχει η εταιρεία επί του παρόντος είναι $n=30$. Θεωρώντας μία απλοποιημένη περίπτωση, επιλέγονται τρία υψηλής σημασίας εξαρτήματα σε κάθε υπολογιστή και πιο συγκεκριμένα η Κεντρική Μονάδα Επεξεργασίας (Central Processing Unit, CPU) ($k=1$), η μητρική κάρτα (motherboard) ($k=2$) και ο σκληρός δίσκος (hard disc) ($k=3$).

Ο υπολογισμός των συντελεστών βαρύτητας έγινε χρησιμοποιώντας την πολυκριτηριακή μέθοδο επιλογής αμοιβαίας σύγκρισης των (Brown and Gibson, 1972). Η εταιρεία χρησιμοποιεί ένα σύστημα προτεραιότητας, το οποίο ταξινομεί τους 30 υπολογιστές σε τρεις κύριες κατηγορίες βασισμένο στην σημασία και τον ρόλο τους. Πιο συγκεκριμένα, στην πρώτη κατηγορία (5 PCs) ανήκουν οι εξυπηρετητές (servers), στην δεύτερη κατηγορία (4 PCs) ανήκουν οι υπολογιστές των διαχειριστών (administrators) και προγραμματιστών (developers) και στην τρίτη κατηγορία ανήκουν οι υπόλοιποι 21 υπολογιστές. Συνεπώς, οι 9 διαφορετικοί παράγοντες (3 εξαρτήματα x 3 κατηγορίες) βαθμολογήθηκαν ο ένας έναντι του άλλου (χρησιμοποιώντας το 1 και το 0 για τον υπέρτερο και τον υποδεέστερο αντίστοιχα) ή το ίδιο (χρησιμοποιώντας το 1 και για τους δύο) από την υπεύθυνο τεχνολογίας της εταιρείας. Οι εξαγόμενοι συντελεστές βαρύτητας κανονικοποιούνται στην τιμή 1. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στον Πίνακα 3.1.

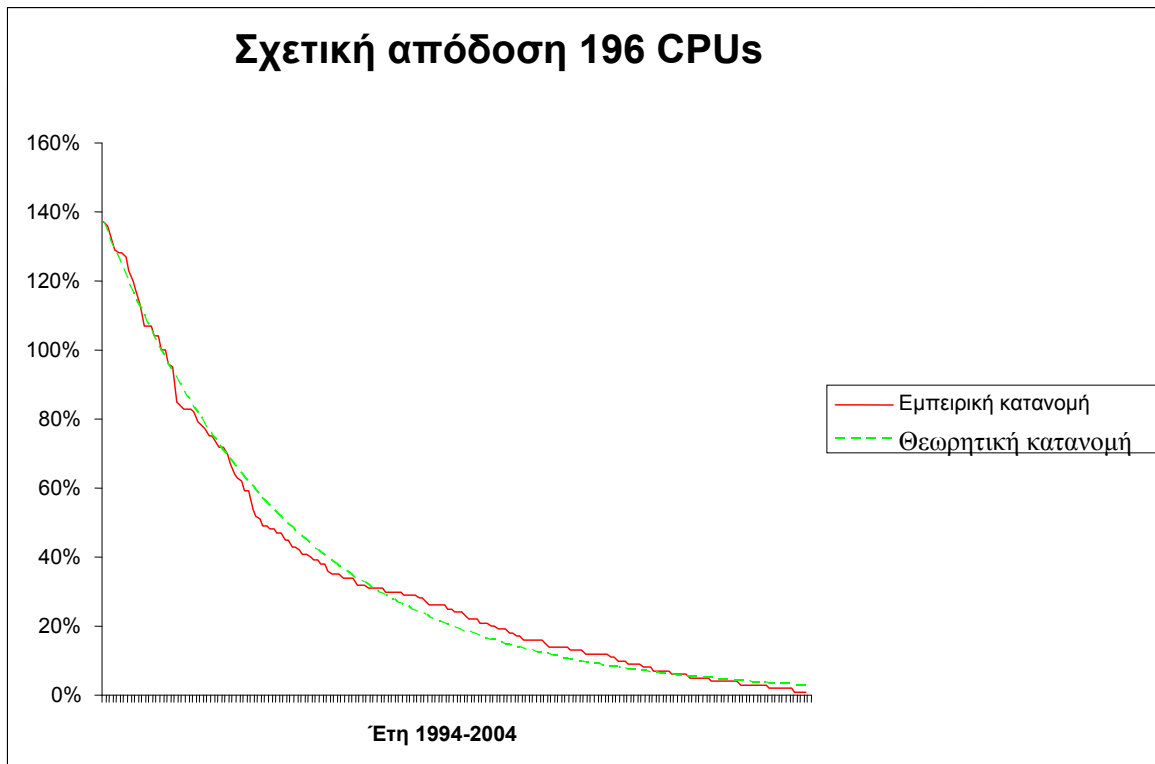
Κατηγορία 1 5 PCs		Κανονικοποιημένοι συντελεστές βαρύτητας w_{ik}
	Μητρική κάρτα	1
	CPU	0.879
	Σκληρός Δίσκος	0.753
Κατηγορία 2 4 PCs	Μητρική κάρτα	0.879
	CPU	0.5
	Σκληρός Δίσκος	0.374
Κατηγορία 3 21 PCs	Μητρική κάρτα	0.626
	CPU	0.126
	Σκληρός Δίσκος	0.126

Πίνακας 3.1: Οι συντελεστές βαρύτητας των εξαρτημάτων

Η εξαγωγή των συναρτήσεων λειτουργικής αξίας των εξαρτημάτων των υπολογιστών γίνεται μέσω ορισμένων συστημάτων αξιολόγησης (computer benchmarking). Η αξιολόγηση των υπολογιστών είναι η διαδικασία της βαθμολόγησης και σύγκρισης των εξαρτημάτων ή υποσυστημάτων των υπολογιστών με την χρήση κατάλληλων εργαλείων λογισμικού, δίνοντας έναν μοναδικό δείκτη που εκφράζει την αξία τους. Το λογισμικό αξιολόγησης χρησιμοποιείται με σκοπό την σύγκριση των υποσυστημάτων των PCs με άλλα τυποποιημένα του ίδιου τύπου ή την σύγκριση ενός συνδυασμού υποσυστημάτων με έναν τυποποιημένο συνδυασμό άλλων υποσυστημάτων. Αυτά τα εργαλεία λογισμικού επαναλαμβάνουν τους ελέγχους περισσότερες από μία φορές με στόχο να παρέξουν πιο ρεαλιστικά αποτελέσματα, χρησιμοποιώντας συχνά κάποιον κώδικα κινητού δεκαδικού (floating-point) (www.pcguides.com, www.activehardware.com). Λογισμικό τέτοιου είδους χρησιμοποιείται ευρέως από τον τεχνικό τύπο και από εταιρείες που θέλουν να καθορίσουν την απόδοση των υπολογιστών τους.

Τα διαθέσιμα εργαλεία λογισμικού παρέχουν ένα ευρύ φάσμα λειτουργιών αξιολόγησης, ενώ παρουσιάζονται δύο κύρια προβλήματα: α) η ποικιλία διαφορετικών τύπων λογισμικών αξιολόγησης των εξαρτημάτων των υπολογιστών κάνει την επιλογή του σωστού δύσκολη και β) προκύπτουν ανακόλουθες τιμές από αυτές τις αξιολογήσεις. Παρόλα αυτά έχουν διεξαχθεί πειράματα από ειδικούς στον χώρο των υπολογιστών, τα οποία δίνουν αποτελέσματα σχετικά με τις αξίες απόδοσης των εξαρτημάτων τους.

Στο Σχήμα 3.9 παρουσιάζεται η σχετική απόδοση 196 κεντρικών μονάδων επεξεργασίας κατά την διάρκεια των ετών 1994-2004 (παρατίθενται η εμπειρική και η θεωρητική κατανομή). Η αξιολόγηση διεξήχθη χρησιμοποιώντας το εργαλείο GAMESS-UK-89.

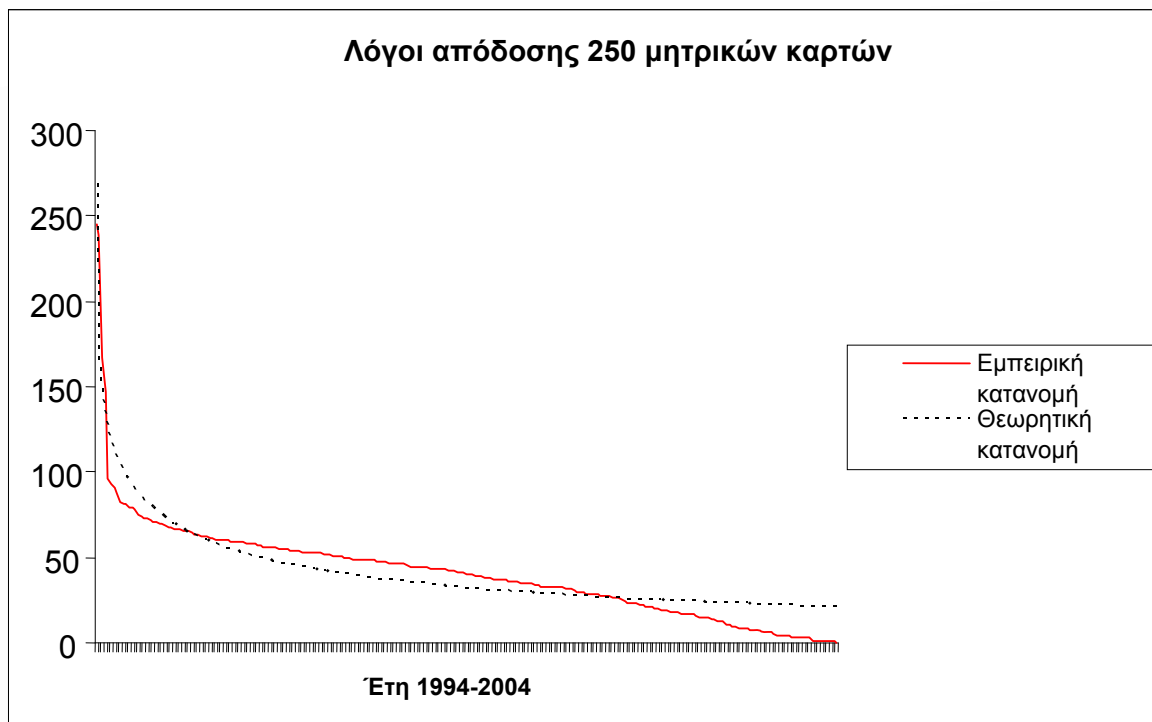


Σχήμα 3.9. Σχετική απόδοση 196 CPUs κατά τα έτη 1994-2004

Η προσεγγιστική συνάρτηση αξίας της CPU υπολογίστηκε από τα προηγούμενα δεδομένα χρησιμοποιώντας την μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων και είναι:

$$V_1(t) = 137e^{-0.02t}$$

Με παρόμοιο τρόπο εξετάστηκαν οι λόγοι των αποδόσεων 250 μητρικών καρτών κατά το χρονικό διάστημα 1994-2004. Η αξιολόγηση έγινε χρησιμοποιώντας το εργαλείο λογισμικού PCMark 2002 και τα αποτελέσματα φαίνονται στο Σχήμα 3.10.



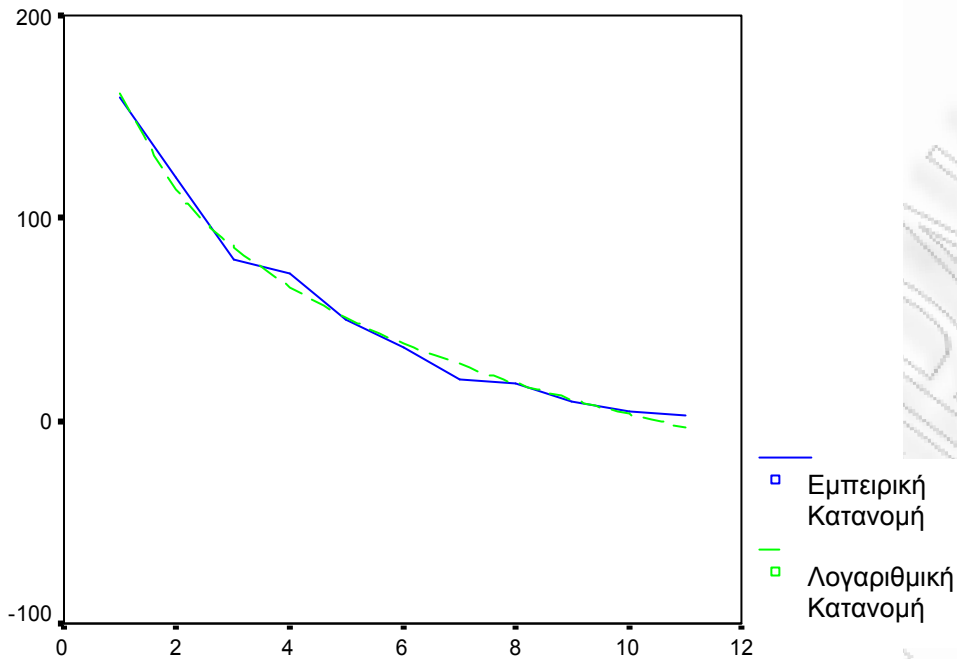
Σχήμα 3.10. Λόγοι απόδοσης 250 μητρικών καρτών κατά τα έτη 1994-2004

Η προσεγγιστική συνάρτηση αξίας μίας μητρικής κάρτας που υπολογίστηκε από αυτά τα δεδομένα με την μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων είναι:

$$V_2(t) = 15536.2t^{-0.9} - 36480t^{-0.8} + 27134.8t^{-0.7} - 5922t^{-0.6}$$

Τέλος εξετάστηκαν οι σχετικές αποδόσεις 200 σκληρών δίσκων κατά τα έτη 1994-2004. Η αξιολόγηση διεξήχθη με το εργαλείο PCMark 2002 και τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στο Σχήμα 3.11.

Απόδοση Σκληρών Δίσκων



Σχήμα 3.11. Λόγοι απόδοσης 200 σκληρών δίσκων κατά τα έτη 1994-2004

Η προσεγγιστική συνάρτηση αξίας ενός σκληρού δίσκου που υπολογίστηκε από αυτά τα δεδομένα χρησιμοποιώντας την μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων είναι:

$$V_3(t) = 161.489 - 68.704 \ln t, \quad t > 0$$

Για τον υπολογισμό της стоχαστικής συμπεριφοράς των υπολογιστών εξαιτίας των αστοχιών των εξαρτημάτων τους, από εμπειρικές μελέτες εξάγεται πως ο συνολικός αριθμός αστοχιών σε t χρόνια ακολουθεί την κατανομή Poisson $P(\lambda t)$ για όλα τα κύρια εξαρτήματα, με $P_k(0) \in [0.63, 0.87]$ και $P_k(1) \in [0.13, 0.37]$ κατά προσέγγιση, θεωρώντας ότι $P_k(0) + P_k(1) = 1$.

Έστω:

$N=2$ (ο χρονικός ορίζοντας είναι δύο έτη)

$c_{1t}, h_{1t} \in [300, 1500], c_{2t}, h_{2t} \in [70, 150], c_{3t}, h_{3t} \in [70, 150]$ (σε ευρώ)

$B_t = 10000$ (σε ευρώ)

$Q_k = 1, k=1, 2, 3$.

Στο ενδιαμέσο στάδιο ($t=1$, δηλαδή ένα έτος μετά την αρχή της περιόδου σχεδιασμού), πρέπει να επιλυθούν 2^3 ($q_{kt}=0$ ή $1, k=1, 2, 3$) δυαδικά προβλήματα ακέραιου προγραμματισμού με 3060 μεταβλητές και 454 περιορισμούς το καθένα. Αυτά επιλύθηκαν χρησιμοποιώντας την μηχανή επίλυσης XPRESS 6.5 στο Excel (MS Office XP) σε έναν 1.4GHz Centrino Pentium

IV με 1GB RAM. Οι υπολογιστικοί χρόνοι που απαιτούνται για την επίλυση κάθε τέτοιου προβλήματος δεν υπερέβησαν τα 5 sec. Τα αποτελέσματα του παραδείγματος παραθέτονται στον Πίνακα 3.2.

Αρχική αξία συστήματος	7,749.4
Αναμενόμενη αξία συστήματος στο τέλος του ορίζοντα των δύο ετών	5,233.29
Ποσοστιαία απώλεια	32.5%
Ανταλλαγές εξαρτημάτων μεταξύ υπολογιστών	19
Αποθέσεις εξαρτημάτων	45
Αντικαταστάσεις εξαρτημάτων με καινούργια ή διαθέσιμα από το απόθεμα	64
Συνολικό κόστος (ευρώ)	9,450

Πίνακας 3.2. Αποτελέσματα παραδείγματος

Τα παραπάνω αποτελέσματα καταδεικνύουν ότι, με ένα σχετικά μικρό κόστος (πολύ μικρότερο από εκείνο που απαιτείται για την αγορά καινούργιων υπολογιστών με μέσο κόστος 1000-1200 ευρώ ο καθένας), η αναμενόμενη αξία του συστήματος μετά από δύο έτη παραμένει αρκετά υψηλή (υπάρχει μία ποσοστιαία απώλεια αξίας της τάξης του 32.5%), συγκρινόμενη με τον ρυθμό πτώσης της αξίας των εξαρτημάτων αν αυτά εξεταστούν χωριστά. Η επίλυση του αλγορίθμου έδωσε 4 ανταλλαγές μητρικών καρτών (όλες από υπολογιστές της κατηγορίας 1 προς υπολογιστές της κατηγορίας 3), 7 ανταλλαγές CPU και 8 ανταλλαγές σκληρών δίσκων. Ο συνολικός αριθμός των ανταλλαγών (19) δείχνει ότι η πολιτική ανασύνθεσης μπορεί να είναι αρκετά αποτελεσματική σε αυτή την περίπτωση. Επίσης δεν υπήρξε καμία απόθεση μητρικής κάρτας και αγοράστηκαν καινούργιες μητρικές κάρτες μόνο για υπολογιστές της κατηγορίας 1. Επιπλέον, όταν δεν παραβιαζόταν ο περιορισμός του προϋπολογισμού, ήταν πάντα προτιμότερη η αγορά ενός καινούργιου εξαρτήματος παρά η χρήση κάποιου από το απόθεμα.

3.4 Πολιτικές ανασύνθεσης με σύνθετα κριτήρια: Η περίπτωση των προσωπικών ηλεκτρονικών υπολογιστών

3.4.1 Εισαγωγή

Η ανασύνθεση ενός πολύπλοκου συστήματος από μεταχειρισμένα και καινούργια στοιχεία που η αξία τους φθίνει με τον χρόνο, είναι μία ειδική περίπτωση της διαχείρισης εφοδιαστικών αλυσίδων κλειστού βρόγχου, όπως είδαμε στην προηγούμενη παράγραφο. Από αυτές τις πολιτικές ανασύνθεσης μπορεί να προκύψει περιβαλλοντικό όφελος, αφού ο χρόνος ζωής των εξαρτημάτων μπορεί να επεκταθεί αντί να αποθεθούν ως απορρίμματα. Σε αυτή την παράγραφο γίνεται μία προσπάθεια αποτίμησης αυτών των περιβαλλοντικών ωφελειών στην περίπτωση των προσωπικών ηλεκτρονικών υπολογιστών με στόχο την εύρεση των κατάλληλων πολιτικών ανασύνθεσης σε ένα χρονικό ορίζοντα ώστε να μεγιστοποιηθεί η συνολική λειτουργική αξία του συστήματος.

3.4.2. Περιγραφή – Μοντελοποίηση του προβλήματος

Η σημασία της χρήσης των προσωπικών ηλεκτρονικών υπολογιστών για την διαχείριση των σύγχρονων αναγκών των επιχειρήσεων είναι δεδομένη. Ταυτόχρονα όμως μπορούν να δημιουργήσουν και σημαντικά προβλήματα για την υγεία και το περιβάλλον κατά την διάρκεια του συνολικού κύκλου ζωής τους. Πιο συγκεκριμένα, κατά την διεργασία παραγωγής τους απελευθερώνονται επικίνδυνοι διαλύτες, δημιουργούνται τοξικά απόβλητα και υπάρχει μεγάλη κατανάλωση νερού και ενέργειας. Κατά την διάρκεια χρήσης τους υπάρχει εκπομπή ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας και κατανάλωση ενέργειας. Τέλος, μετά το πέρας της χρήσης τους δημιουργούνται κίνδυνοι από πιθανή ακατάλληλη διαχείρισή τους, αφού τα εξαρτήματα τους περιέχουν ουσίες που προκαλούν βλάβες στην υγεία και το περιβάλλον. Η ανάλυση του συνολικού κύκλου ζωής των εξαρτημάτων αυτών από την περιβαλλοντική σκοπιά είναι χρήσιμη προκειμένου να καθοριστούν και να αποτιμηθούν αυτές οι πιθανές επιδράσεις στο περιβάλλον (Daniel et al., 2004).

Παρά το γεγονός ότι η συγκέντρωση επαρκών σχετικών στοιχείων είναι δύσκολη αφού θεωρούνται ιδιωτικά και επομένως μη διαθέσιμα ή μη δημοσιεύσιμα, τα όποια υπάρχοντα δεδομένα μπορούν να χρησιμοποιηθούν σε αυτή την παράγραφο στο πλαίσιο της εννοιολογικής Ανάλυσης Κύκλου Ζωής (conceptual LCA). Η εννοιολογική Ανάλυση Κύκλου Ζωής είναι η απλούστερη μορφή LCA και χρησιμοποιείται σε ένα πολύ βασικό επίπεδο για να γίνει μία αξιολόγηση περιβαλλοντικών θεμάτων. Τα αποτελέσματα της

μπορούν συνήθως να παρατεθούν με την χρήση ποιοτικών χαρακτηριστικών που δηλώνουν ποια εξαρτήματα ή υλικά έχουν τις μεγαλύτερες περιβαλλοντικές επιπτώσεις και γιατί.

Τα εξαρτήματα των προσωπικών ηλεκτρονικών υπολογιστών που εξετάστηκαν στην προηγούμενη παράγραφο ουσιαστικά αποτελούνται από τυπωμένα πλακίδια κυκλωμάτων (Printed Circuit Boards, PCBs) και αλουμίνιο και περιβλήματα (cases) από αλουμίνιο. Μετά το τέλος του κύκλου ζωής τους και υποθέτοντας ότι δεν αποτίθενται ανεξέλεγκτα ως απορρίμματα, τα εξαρτήματα αυτά τήκονται σε φούρνους και οι πρώτες ύλες ανακτώνται με πολύ υψηλό ποσοστό (>95%). Συνεπώς, η μάζα τους θα μπορούσε να αποτελέσει ένα μέτρο των επιπτώσεων που επιφέρουν στο περιβάλλον. Στον Πίνακα 3.3 δίνεται η σύνθεση των τριών βασικών εξαρτημάτων (σύμφωνα με το παράδειγμα της προηγούμενης παραγράφου) των ηλεκτρονικών υπολογιστών, σύμφωνα με μετρήσεις που έγιναν.

	Βάρος (gr)			
	CPU	Μητρική κάρτα	Σκληρός Δίσκος	Άθροισμα
PCB (Polyester, Al, PVC, Steel, Phenol, Epoxy, Cu, Pb, Ceramic, PP, Si ₂ O ₃)	8	930	35	973
Al και περιβλήματα Al	2	40	410	452
Άθροισμα	10	970	445	1425

Πίνακας 3.3. Σύνθεση των CPUs, μητρικών καρτών και σκληρών δίσκων

Μία πιο ρεαλιστική προσέγγιση του προβλήματος θα ήταν η απόδοση διαφορετικής βαρύτητας στις μάζες των επικίνδυνων ουσιών (Pb, Si₂O₃, κομμάτια πλαστικού) που περιέχονται στα εξαρτήματα των υπολογιστών. Ο λόγος της περιβαλλοντικής επιβάρυνσης των PCBs προς εκείνη των περιβλημάτων αλουμινίου (Environmental Burden Ratio) είναι άγνωστος. Εδώ γίνεται μία αρχική υπόθεση ότι είναι ίσος με 100:1, ο οποίος φαίνεται αρκετά λογικός. Ο ακριβής προσδιορισμός του μπορεί να αποτελέσει θέμα για μελλοντική έρευνα. Τώρα μπορούν να οριστούν τα περιβαλλοντικά φορτία (Environmental Loads) E_k, k=1,2,3 των τριών εξαρτημάτων ως το γινόμενο του βάρους τους επί τον λόγο της περιβαλλοντικής

επιβάρυνσης. Ως μονάδα μέτρησης των περιβαλλοντικών φορτίων των εξαρτημάτων των PCs ορίζεται η ebu, environmental burden unit. Ο περιβαλλοντικός φόρτος των εξαρτημάτων αποτυπώνεται στον Πίνακα 3.4.

	Περιβαλλοντικός φόρτος (ebu)			
	CPU	Motherboard	Hard Disk	Άθροισμα
PCB	800	9,300	350	10,450
AI- περιβλήματα AI	2	40	410	452
Άθροισμα	E₁= 802	E₂ = 9,340	E₃=760	10,902

Πίνακας 3.4. Περιβαλλοντικά φορτία των CPUs, των μητρικών καρτών και των σκληρών δίσκων

Στη συνέχεια θεωρείται το εξής πρόβλημα: Έστω ένα σύστημα (στην συγκεκριμένη περίπτωση ένα δίκτυο υπολογιστών) με n υποσυστήματα (PCs). Κάθε υποσύστημα αποτελείται από m εξαρτήματα s_k , $k=1,2,\dots,m$, των οποίων η λειτουργική αξία αντιστοιχεί στην σημασία και στο ρόλο τους στο σύστημα. Η απόθεση ενός μεταχειρισμένου εξαρτήματος δημιουργεί ένα περιβαλλοντικό φόρτο E_k .

Ο στόχος είναι η εύρεση των βέλτιστων πολιτικών αναδόμησης του συστήματος σε έναν χρονικό ορίζοντα N διακριτών περιόδων, οι οποίες μεγιστοποιούν την συνολική χρηστική αξία του και ταυτόχρονα ελαχιστοποιούν τον συνολικό περιβαλλοντικό φόρτο, με (πιθανή) ανασύνθεση υποσυστημάτων και πιθανές αστοχίες εξαρτημάτων, και περιορισμούς συμβατότητας και προϋπολογισμού (πρόβλημα αποφάσεων με δύο κριτήρια άρα δύο αντικειμενικές συναρτήσεις).

Συνεπώς απαιτείται η εύρεση του συνόλου των κατά Pareto βέλτιστων λύσεων του προβλήματος

$$\max \left\{ V, -\sum_{k=1}^m E_k \right\}$$

υπό τους περιορισμούς

$$\underline{x}^*(t) \in X$$

όπου $\underline{x}(t) = (x_{ijk}(t), y_{ik}(t), z_{ik}(t), r_{ik}(t), o_{ik}(t), d_{ik}(t))^T \in \{0,1\}^{n^2m+4nm}$

το διάνυσμα των μεταβλητών που ορίστηκαν στην παράγραφο 3.3

V : η αναμενόμενη αξία του συστήματος που δίνεται από την σχέση (3.26)

$\underline{x}^*(t)$: η βέλτιστη κατά Pareto λύση

X : η εφικτή περιοχή που περιγράφεται από τους περιορισμούς [3.1]-[3.7] της υποπαραγράφου 3.3.3.

Μία λύση είναι *ισχυρά βέλτιστη κατά Pareto* αν δεν υπάρχει άλλη λύση που να δίνει τιμές στις αντικειμενικές συναρτήσεις μεγαλύτερες ή ίσες από την προκύπτουσα απ' αυτήν, με τουλάχιστον μία γνήσια ανίσωση. Μία λύση είναι *ασθενώς βέλτιστη κατά Pareto* αν δεν υπάρχει άλλη λύση που να δίνει τιμές στις αντικειμενικές συναρτήσεις μεγαλύτερες ή ίσες από την προκύπτουσα απ' αυτήν.

Η μεθοδολογία που θα χρησιμοποιηθεί για την επίλυση του προβλήματος είναι η προσέγγιση του ϵ - περιορισμού (ϵ -constraint approach). Σύμφωνα με αυτή την μεθοδολογία, επιλέγεται προς βελτιστοποίηση μία από τις αντικειμενικές συναρτήσεις και οι υπόλοιπες μετατρέπονται σε περιορισμούς θέτοντας ένα φράγμα ϵ σε κάθε μία από αυτές. Έτσι το πρόβλημα μετατρέπεται στην παρακάτω μορφή:

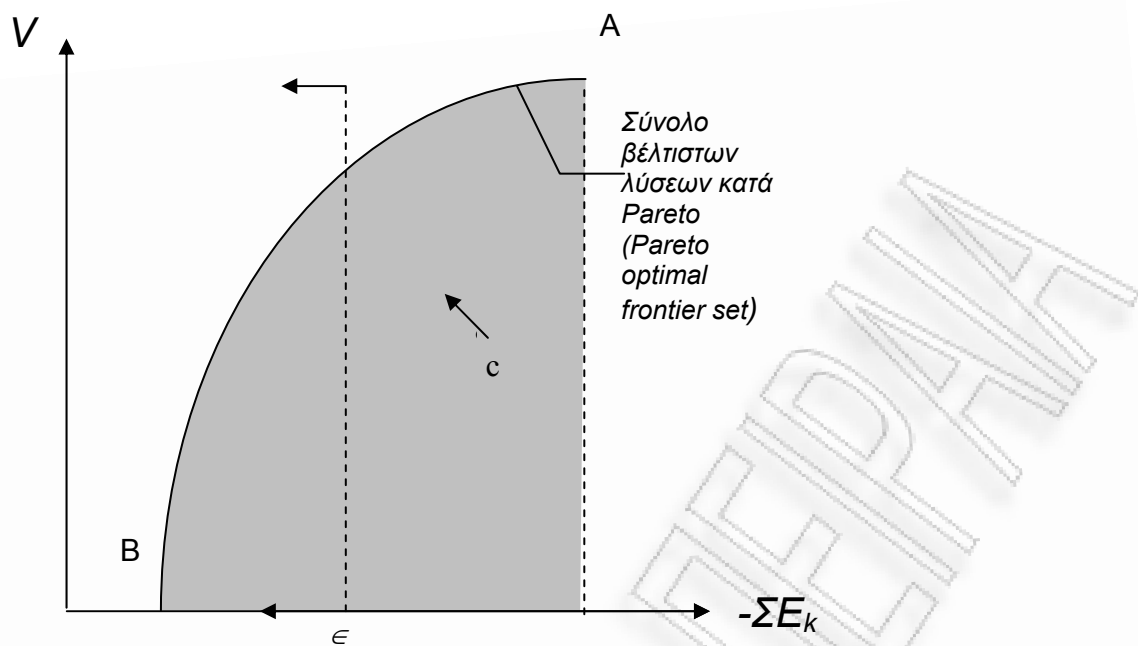
$$\max V$$

υπό τους περιορισμούς:

$$\underline{x}^*(t) \in X$$

$$\text{Επιπρόσθετος περιορισμός: } \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^m d_{ik}(t) E_k \leq \epsilon$$

Στόχος είναι ο καθορισμός του συνόλου των βέλτιστων λύσεων κατά Pareto, όπως αυτό παρουσιάζεται στο Σχήμα 3.12.



Σχήμα 3. 12. Σύνολο των βέλτιστων κατά Pareto λύσεων του προβλήματος ϵ -constraint

Έχει αποδειχθεί (Miettinen, 1999) ότι όλες οι λύσεις του προβλήματος ϵ -constraint είναι ασθενώς βέλτιστες κατά Pareto. Μία λύση $\underline{x}^*(t)$ του ϵ -constraint προβλήματος είναι ισχυρά βέλτιστη κατά Pareto αν επιλύει το πρόβλημα αυτό και για τις δύο αντικειμενικές συναρτήσεις ή αν είναι η μοναδική λύση του προβλήματος ϵ -constraint για την μία αντικειμενική συνάρτηση, όπου κάθε φορά το ϵ ισούται με την τιμή της άλλης που προκύπτει από την λύση αυτή.

Για την επίλυση του δικριτηριακού αυτού προβλήματος θα χρησιμοποιηθεί το μοντέλο στοχαστικού δυναμικού προγραμματισμού της προηγούμενης παραγράφου με στόχο την εύρεση των βέλτιστων λύσεων κατά Pareto χρησιμοποιώντας την προς τα πίσω αναδρομή στον χρόνο. Χρησιμοποιείται η αρχή της βέλτιστης λύσης (Principle of Optimality, Li and Haimes, 1987) η οποία δηλώνει ότι μία βέλτιστη κατά Pareto στρατηγική έχει την ιδιότητα ότι, ανεξαρτήτως της αρχικής κατάστασης και της αρχικής απόφασης, οι υπόλοιπες αποφάσεις πρέπει να συνθέτουν μία βέλτιστη κατά Pareto στρατηγική σε σχέση με την κατάσταση που προκύπτει από την αρχική απόφαση.

3.4.3 Παράδειγμα

Εφαρμόζοντας το μοντέλο της παραγράφου 3.3, όπου χρησιμοποιείται ως αντικειμενική συνάρτηση μόνο η συνολική αναμενόμενη αξία του συστήματος, οι συνολικές αποθέσεις που

έγιναν αφορούσαν 23 CPU και 22 σκληρούς δίσκους. Χρησιμοποιώντας τα στοιχεία του Πίνακα 3.4, ο συνολικός περιβαλλοντικός φόρτος είναι:

$$\Sigma E_k = 3 \times 802 + 22 \times 760 = 35,166 \text{ ebu.}$$

Εφαρμόζοντας το μοντέλο που αναπτύχθηκε σ' αυτήν την παράγραφο, όπου χρησιμοποιείται η ϵ -constraint προσέγγιση για την επίλυση του δικριτηριακού προβλήματος, για διάφορες τιμές του ϵ (δηλαδή άνω φράγματα του συνολικού περιβαλλοντικού φορτίου) προκύπτουν τα αποτελέσματα που παρουσιάζονται στον Πίνακα 3.5, τα οποία περιλαμβάνουν:

- α. Τον αριθμό των αποθέσεων εξαρτημάτων.
- β. Τον αριθμό των ανταλλαγών εξαρτημάτων.
- γ. Τον συνολικό περιβαλλοντικό φόρτο ΣE_k .
- δ. Την σχετική (ποσοστιαία) διαφορά R_V της λειτουργικής αξίας V_2 του μοντέλου που αναπτύχθηκε σε αυτή την παράγραφο από την λειτουργική αξία V_1 του μοντέλου της προηγούμενης παραγράφου, δηλαδή:

$$R_V = \frac{V_2 - V_1}{V_1} \cdot 100\%$$

- ε. Την σχετική (ποσοστιαία) διαφορά R_C του συνολικού κόστους C_2 του μοντέλου που αναπτύχθηκε σε αυτή την παράγραφο από το συνολικό κόστος C_1 του μοντέλου της προηγούμενης παραγράφου, δηλαδή:

$$R_C = \frac{C_2 - C_1}{C_1} \cdot 100\%$$

Άνω φράγμα συνολικού περιβαλλοντικού φορτίου ϵ (ebu)	Αποθέσεις	Ανταλλαγές	Συνολικός περιβαλλοντικός φόρτος ΣE_k (ebu)	Σχετική διαφορά λειτουργικής αξίας R_V	Σχετική διαφορά συνολικού κόστους R_C
$\epsilon = 30,000$	16	48	29,320	0%	0%
$\epsilon = 20,000$	3	60	19,440	-0.07%	-1.1%
$\epsilon = 10,000$	5	58	3,800	-0.23%	-0.95%
$\epsilon = 5,000$	6	57	4,560	-0.23%	-0.95%

Πίνακας 3.5. Αποτελέσματα εφαρμογής του ϵ -constraint μοντέλου για διάφορες τιμές του ϵ

Τα παραπάνω αποτελέσματα καταδεικνύουν τα εξής:

α. Με την ελάττωση των επιτρεπόμενων τιμών του περιβαλλοντικού φορτίου ελαττώνεται γενικά ο αριθμός των αποθέσεων των διαφόρων εξαρτημάτων των υπολογιστών και αυξάνεται ο αριθμός των ανταλλαγών μεταξύ των εξαρτημάτων. Για πολύ μικρές τιμές του ϵ ο αριθμός των αποθέσεων αυξάνεται ελαφρά (και αντίστοιχα μειώνεται ελαφρά ο αριθμός των ανταλλαγών). Αυτό είναι λογικό αφού αποτίθενται μόνο σκληροί δίσκοι και CPUs, δηλαδή τα εξαρτήματα με μικρό περιβαλλοντικό φόρτο, και το μοντέλο ανεβάζει την αξία του συστήματος με αγορές όσο το δυνατόν περισσότερων καινούργιων τέτοιων εξαρτημάτων.

β. Η αναμενόμενη λειτουργική αξία του μοντέλου με τις δύο αντικειμενικές συναρτήσεις δεν ελαττώνεται σημαντικά σε σχέση με εκείνη του μοντέλου της προηγούμενης παραγράφου.

γ. Το κόστος επίσης ελαττώνεται με αργό ρυθμό καθώς μειώνεται το άνω φράγμα του περιβαλλοντικού φορτίου. Για τις πολύ μικρές τιμές του ϵ το κόστος αυξάνεται ελαφρώς, γεγονός που οφείλεται στην αγορά περισσότερων καινούργιων εξαρτημάτων.

3.5 Συμπεράσματα

Στην παράγραφο 3.1 παρουσιάστηκαν παραλλαγές ενός μοντέλου που επιτρέπει τον αναλυτικό καθορισμό του μεγέθους των παρτίδων παραγωγής και επανεπεξεργασίας, και στην περίπτωση που η επιδείνωση των ανακτημένων τεμαχίων είναι ασήμαντη και στην περίπτωση που δεν μπορεί να αγνοηθεί, προξενώντας επιπρόσθετο κόστος και χρόνο επανεπεξεργασίας. Το μοντέλο είναι σε θέση να παρέξει κατευθυντήριες γραμμές για διοικητικές αποφάσεις σε πραγματικές καταστάσεις και μπορεί εύκολα να επεκταθεί και σε περιπτώσεις όπου ένα ποσοστό των ελαττωματικών τεμαχίων δεν είναι επανεπεξεργάσιμο.

Μία επέκταση του μοντέλου σε περίπτωση εναλλακτικής προκαθορισμένης πολιτικής προετοιμασίας (για παράδειγμα παραγωγή δύο κανονικών παρτίδων πριν επανεπεξεργαστεί μία παρτίδα) φαίνεται να είναι άμεσα υλοποιήσιμη. Άλλες επεκτάσεις δεν είναι τόσο εμφανείς και χρειάζονται περαιτέρω έρευνα. Για παράδειγμα, θα μπορούσαν να αναλυθούν περιπτώσεις με: α) διαφορετικούς, μη γραμμικούς ρυθμούς επιδείνωσης και τα αντίστοιχα αποτελέσματα τους, β) επιπρόσθετους περιορισμούς παραγωγικής δυναμικότητας σε σχέση με τον αποθηκευτικό χώρο ή τον εξοπλισμό μεταφοράς, γ) περιβάλλον παραγωγής πολλών ειδών προϊόντων ή με πολλαπλά στάδια παραγωγής και δ) παραμέτρους μεταβαλλόμενες με τον χρόνο ή στοχαστικά μεταβαλλόμενες.

Στην παράγραφο 3.2 εξετάστηκε το πρόβλημα του προγραμματισμού εργασιών συντήρησης, όπου για την μαθηματική μοντελοποίησή του χρησιμοποιήθηκε η έννοια των εργασιών με

χρονικά μεταβαλλόμενες παραμέτρους. Τα αποτελέσματα που εξήχθησαν μπορούν να γενικευθούν όταν $r > 1$ και όταν ο χρόνος που απαιτείται για την συντήρηση των μηχανών δεν είναι αμελητέος (αρκεί να είναι σταθερός και μικρότερος από r). Η μελλοντική έρευνα μπορεί να εστιαστεί σε διαγνωστικές μελέτες εφαρμογής μέσα σε επιχειρήσεις της συγκεκριμένης πολιτικής συντήρησης σε σχέση με τις υπάρχουσες καθώς και σε περιπτώσεις όπου ο χρόνος που απαιτείται για την συντήρηση αυξάνει με διάφορους ρυθμούς (γραμμικό, πολυωνυμικό, εκθετικό, κτλ.).

Στις παραγράφους 3.3 και 3.4 προτάθηκε ένα μοντέλο αποφάσεων για την ανασύνθεση ενός συνόλου συστημάτων από μεταχειρισμένα και καινούργια στοιχεία, των οποίων η λειτουργική αξία φθίνει με την πάροδο του χρόνου με διαφορετικούς ρυθμούς. Στόχος ήταν η εύρεση των κατάλληλων πολιτικών σε έναν χρονικό ορίζοντα οι οποίες βελτιστοποιούν την συνολική λειτουργική αξία των συστημάτων υπό περιορισμένο προϋπολογισμό και περιορισμούς συναρμολόγησης και συμβατότητας (στην παράγραφο 3.3.) και του περιβαλλοντικού φόρτου (πρόβλημα με δύο κριτήρια, παράγραφος 3.4). Το μοντέλο βασίζεται σε μία προσέγγιση στοχαστικού δυναμικού προγραμματισμού και παρουσιάστηκε ένα παράδειγμα στην περίπτωση των προσωπικών ηλεκτρονικών υπολογιστών.

Πέραν των εμφανών οικονομικών ωφελειών από την εφαρμογή του μοντέλου λήψης αποφάσεων που παρουσιάστηκε, είναι πιθανόν να προκύψει και περιβαλλοντικό όφελος, αφού οι χρόνοι ζωής των στοιχείων (εξαρτημάτων) μπορεί να επεκταθούν μέσω των πολιτικών ανασύνθεσης. Η ακριβής αξιολόγηση για τα περιβαλλοντικά οφέλη είναι ένα θέμα του οποίου η εξέταση ξεκίνησε στην παράγραφο 3.4. Το επόμενο βήμα είναι ο ακριβής υπολογισμός των συνεπειών στο περιβάλλον κάθε εξαρτήματος που αποτίθεται ως απόρριμμα στο περιβάλλον, ο οποίος θα βασίζεται στα συστατικά των εξαρτημάτων αυτών.

Παρά το γεγονός ότι ο στόχος των συγκεκριμένων παραγράφων ήταν περισσότερο η μοντελοποίηση παρά η μεθοδολογία επίλυσης του προβλήματος, ένα θέμα που εγείρεται είναι ότι η διαδικασία επίλυσης του προβλήματος στοχαστικού δυναμικού προγραμματισμού που εξετάστηκε είναι υπολογιστικά επίπονη και υποφέρει από την «κατάρτα των διαστάσεων» (curse of dimensionality) του προβλήματος. Πιο συγκεκριμένα, ο υπολογιστικός χρόνος και οι αποθηκευτικές απαιτήσεις αυξάνουν εκθετικά με τον αριθμό των σταδίων και τον αριθμό των μεταβλητών κατάστασης και ελέγχου. Αυτό συμβαίνει εξαιτίας των ακέραιων μεταβλητών a_{ik} κατά κύριο λόγο. Για παράδειγμα, αν προστεθεί ακόμα ένα στάδιο (χρονική περίοδος), δηλαδή $N=3$, τότε για $n=30$ και $m=3$ θα έπρεπε να επιλυθούν 2^{90} προβλήματα δυαδικού ακέραιου προγραμματισμού στο στάδιο $N=1$. Η εφαρμογή κάποιων κανόνων εύρεσης υπέρτερων και υποδεέστερων αποφάσεων και η ανάπτυξη τεχνικών που παρέχουν

υποβέλτιστες λύσεις, όπως η προσέγγιση μέσω τεχνικών προσομοίωσης ή ευρετικών μαθησιακών σχημάτων (learning schemes) (π.χ. νευροδυναμικός προγραμματισμός (neurodynamic programming), Sahinidis, 2004), μπορεί να αποδειχθούν χρήσιμες στην αντιμετώπιση πιο σύνθετων μοντέλων (για παράδειγμα στην περίπτωση πολυετούς χρονικού ορίζοντα ή αυξημένου αριθμού σταδίων).

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΡΑΙΑ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4: ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΣΕ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΥΠΟΣΤΗΡΙΞΗΣ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ ΚΑΤΑΣΤΟΛΗΣ ΔΑΣΙΚΩΝ ΠΥΡΚΑΓΙΩΝ

4.1 Εισαγωγή

Η πρόβλεψη της συμπεριφοράς μιας δασικής πυρκαγιάς γίνεται με την χρήση κατάλληλων μοντέλων εξάπλωσης. Μία σωστή πρόβλεψη μπορεί να βοηθήσει αποφασιστικά στην αποτελεσματικότητα της κατάσβεσης. Η εξέλιξη μιας δασικής πυρκαγιάς είναι συνάρτηση πολλών παραμέτρων που καθορίζουν το ρυθμό εξάπλωσης και την κατεύθυνσή της. Τα μοντέλα εξάπλωσης δασικών πυρκαγιών σε συνδυασμό με επιτόπου παρατηρήσεις στα σημεία ανάφλεξης τους προσομοιώνουν την συμπεριφορά της πραγματικής πυρκαγιάς δίνοντας στοιχεία (Albright and Meisner, 1999), εκ των οποίων τα κυριότερα παρουσιάζονται στον Πίνακα 4.1.

Παράμετρος	Μονάδα μέτρησης
Ρυθμός Εξάπλωσης (Rate of Spread, ROS)	m/min
Κατεύθυνση Εξάπλωσης	0-360 degrees
Ένταση του μετώπου της πυρκαγιάς	KJ/m/sec
Ύψος φλόγας	m
Ένταση αντίδρασης	KJ/m ² /sec
Χρόνος παραμονής της πυρκαγιάς σε συγκεκριμένο σημείο	Min
Ολική ποσότητα εκλυόμενης ενέργειας ανά μονάδα επιφάνειας	KJ/m ²
Μήκος της περιμέτρου της πυρκαγιάς	m

Πίνακας 4.1. Μεταβλητές που χρησιμοποιούνται για την περιγραφή της συμπεριφοράς μίας πυρκαγιάς

Για τις προβλέψεις με βάση τα παραπάνω μοντέλα χρησιμοποιούνται δεδομένα τοπικού χαρακτήρα όπως μετεωρολογικά στοιχεία, δεδομένα γεωγραφικού ανάγλυφου και το είδος και η κατάσταση της καύσιμης ύλης. Μία διαδιδόμενη πυρκαγιά εκλύει ενέργεια από την ανάφλεξη της και μεταφέρει κάποια ποσότητα από αυτή σε παρακείμενη άκαυτη καύσιμη ύλη, θερμαίνοντάς την μέχρι το σημείο ανάφλεξης. Τα μοντέλα εξάπλωσης δασικών πυρκαγιών χρησιμοποιούν διάφορες μεθόδους πρόβλεψης για την ποσοτικοποίηση των διαδικασιών εξάπλωσης. Υπάρχουν τέσσερα είδη τέτοιων μοντέλων (Albright and Meisner, 1999):

- I. Φυσικά
- II. Φυσικά-Στατιστικά
- III. Στατιστικά

IV. Πιθανολογικά.

I. Φυσικά. Αυτά προβλέπουν την διάδοση της πυρκαγιάς με βάση τους φυσικούς νόμους ανάφλεξης. Παρόλο που έχουν αναπτυχθεί αρκετά τέτοια μοντέλα, κανένα από αυτά δεν χρησιμοποιείται σήμερα στην διαχείριση δασικών πυρκαγιών γιατί απαιτούν μεγάλο όγκο λεπτομερών δεδομένων. Μία εξαίρεση αποτελούν τα νέα φυσικά δυναμικά μοντέλα που προτάθηκαν από τους (Balbi et al., 1999) και (Santoni et al., 1999) τα οποία δεν απαιτούν γνώση των χαρακτηριστικών της καύσιμης ύλης.

II. Φυσικά-Στατιστικά. Αυτά τα μοντέλα συνδυάζουν τη Φυσική θεωρία με την χρήση στατιστικών συσχετίσεων για την γενίκευση των διαφόρων τύπων συμπεριφοράς μίας πυρκαγιάς. Τα δύο πιο τυπικά παραδείγματα αυτών των μοντέλων είναι τα εξής:

a) Το μοντέλο του Rothermel (1972) όπως ενσωματώνεται στο σύστημα BEHAVE (Andrews, 1986). Είναι ένα διαδραστικό υπολογιστικό μοντέλο χαρτογράφησης της καύσιμης ύλης και πρόβλεψης συμπεριφοράς δασικών πυρκαγιών. Χωρίζεται σε δύο υποσυστήματα: το FUEL για την μοντελοποίηση της καύσιμης ύλης (με στόχο την περιγραφή της βλάστησης με όρους που μπορούν να χρησιμοποιηθούν από το μαθηματικό σύστημα πρόβλεψης του Rothermel) και το BURN για την πρόβλεψη της συμπεριφοράς μίας πυρκαγιάς.

Ένα μοντέλο χαρτογράφησης της καύσιμης ύλης καθορίζει όλα τα στοιχεία των καυσίμων που απαιτούνται για την εύρεση λύσης από το μαθηματικό μοντέλο εξάπλωσης πυρκαγιών. Ο χρήστης μπορεί να επιλέξει να χρησιμοποιήσει κάποια αντιπροσωπευτικά μοντέλα καύσιμης ύλης ή να τα τροποποιήσει ή να δημιουργήσει μοντέλα τοπικού χαρακτήρα ανάλογα με την περίπτωση, αν είναι διαθέσιμα τα αναγκαία επιπρόσθετα στοιχεία.

Βασισμένο στην αρχή διατήρησης της ενέργειας, το μοντέλο του Rothermel (Burgan and Rothermel, 1984) αναπαριστά την ταχύτητα εξάπλωσης της πυρκαγιάς ως συνάρτηση της πυκνότητας, του μεγέθους και του ρυθμού ανάλωσης της καύσιμης ύλης. Απαιτεί δεδομένα που βασίζονται στα μοντέλα καυσίμων υλών που έχουν αναπτυχθεί, σε δεδομένα υγρασίας καύσιμης ύλης, κλίσης εδάφους και κατεύθυνσης και έντασης ανέμου.

Το μοντέλο BEHAVE έχει σχεδιαστεί για την περιγραφή ενός μετώπου πυρκαγιάς που εξαπλώνεται σταθερά σε καύσιμη ύλη με ύψος μικρότερο από 2 μέτρα από το έδαφος. Μεγάλες πυρκαγιές, για παράδειγμα επικόρυφες πυρκαγιές, έχουν μία διαφορετική συμπεριφορά, της οποίας η πρόβλεψη βασίζεται σε επί τόπου παρατηρήσεις.

Στην εργασία των (McAlpine and Xanthopoulos, 1989) αποδεικνύεται πειραματικά ότι το σύστημα BEHAVE τείνει να υποτιμά τον ρυθμό εξάπλωσης της πυρκαγιάς, πιθανόν εξαιτίας

του ότι η ένταση του ανέμου μεταβάλλεται διαρκώς ή επειδή δεν γίνεται ακριβής εκτίμηση της υγρασίας.

b) Το Καναδικό σύστημα πρόβλεψης συμπεριφοράς δασικών πυρκαγιών (FBP System) (Hirsch, 1998). Βασισμένο στην έρευνα σε θέματα φυσικής υγρασίας και στην θεωρία μετάδοσης ενέργειας, το σύστημα FBP χρησιμοποιεί παρατηρήσεις από 495 πειραματικές πυρκαγιές για τον συσχετισμό των χαρακτηριστικών της καύσιμης ύλης με στοιχεία της συμπεριφοράς της πυρκαγιάς, όπως η ταχύτητα εξάπλωσης και η κατανάλωση καύσιμης ύλης. Το μοντέλο χρησιμοποιείται για την περιγραφή δασικών πυρκαγιών για συγκεκριμένους τύπους καυσίμων, καιρικών συνθηκών και τοπογραφικών δεδομένων. Ένα παρόμοιο μοντέλο με το Καναδικό είναι το Αυστραλιανό MK5, που επίσης βασίζεται σε μακροχρόνιες παρατηρήσεις πολλών δασικών πυρκαγιών. Τα δεδομένα σε αυτά τα δύο μοντέλα αναλύονται με μαθηματικές και στατιστικές μεθοδολογίες. Στην εργασία των (McAlpine and Xanthopoulos, 1989) αποδεικνύεται πειραματικά ότι το σύστημα FBP τείνει να υπερεκτιμά τον ρυθμό εξάπλωσης της πυρκαγιάς.

Τα δύο προηγούμενα μοντέλα είναι καταλληλότερα σε μεγάλες χώρες με αχανείς δασικές εκτάσεις και σχετικά μικρό αριθμό τύπων δασικής καύσιμης ύλης, έχουν πολύ μεγάλο κόστος και απαιτούν μεγάλα χρονικά διαστήματα για την υλοποίησή τους. Από την άλλη πλευρά, αυτά τα μοντέλα χρησιμοποιούνται ευρέως σε διεθνές επίπεδο σε εφαρμογές αντιμετώπισης δασικών πυρκαγιών. Στην επιλογή ενός τέτοιου μοντέλου πρέπει να λαμβάνεται υπόψη η χρήση, για την οποία προορίζεται.

III. Στατιστικά. Αυτά τα μοντέλα ικανοποιούν ένα σύνολο εξισώσεων που έχει παραχθεί από δεδομένα πειραματικών πυρκαγιών. Οι εξισώσεις προβλέπουν παραμέτρους μιας πυρκαγιάς όπως η ταχύτητα διάδοσης, η κατανάλωση καύσιμης ύλης και η ένταση του μετώπου της πυρκαγιάς.

IV. Πιθανολογικά. Τα μοντέλα αυτά βασίζονται σε πίνακες συνάφειας. Κάθε μεταβλητή, όπως ο τύπος καύσιμης ύλης, η υγρασία καυσίμου και η ταχύτητα ανέμου, τοποθετείται σε μία κατηγορία του πίνακα συνάφειας. Οι πιθανότητες στους πίνακες συνάφειας χρησιμοποιούνται για να προσομοιώσουν την πιθανή εξάπλωση της πυρκαγιάς από μία τοποθεσία σε άλλη.

Η ανάπτυξη κατάλληλων μαθηματικών μοντέλων που θα συσχετίζουν τις αποφάσεις για τη χωροταξική κατανομή των δυνάμεων πυρόσβεσης και το χρονικό προγραμματισμό των εργασιών κατάσβεσης που αυτές θα επιτελέσουν με τις παραμέτρους που ορίζουν το πρόβλημα και τα προαναφερθέντα μοντέλα εξάπλωσης δασικών πυρκαγιών, αποτελεί τη σημαντικότερη συνδρομή της παρούσας διατριβής στη σχετική έρευνα.

Ειδικότερα, η έρευνα στο κεφάλαιο αυτό στρέφεται στην αναζήτηση βέλτιστων και

υποβέλτιστων λύσεων στα προβλήματα κατανομής και αξιοποίησης πόρων καταστολής δασικών πυρκαγιών με στόχο την ελαχιστοποίηση της συνολικής ζημίας στις καιγόμενες περιοχές. Οι τεχνικές που θα χρησιμοποιηθούν είναι η μέθοδος «κλάδος και φράγμα» (branch and bound), ευρετικές μέθοδοι και αλγόριθμοι και ένας σύγχρονος αλγόριθμος (on-line algorithm), δηλαδή αλγόριθμος ο οποίος χρησιμοποιεί δεδομένα που εισάγονται σε πραγματικό χρόνο.

4.2 Ο προγραμματισμός του έργου κατάσβεσης δασικών πυρκαγιών ως προγραμματισμός εργασιών με χρονικά μεταβαλλόμενες παραμέτρους

4.2.1 Η περίπτωση ενός διαθέσιμου πόρου δασοπυρόσβεσης

4.2.1.1 Εισαγωγή

Κάθε επιτυχημένο σύστημα παρακολούθησης, πρόβλεψης και ελέγχου δασικών πυρκαγιών θα πρέπει να βασίζεται στην ύπαρξη και αποτελεσματική λειτουργία ενός καλά οργανωμένου και εξοπλισμένου μηχανισμού επιτήρησης και κατάσβεσής τους. Οι εκτεταμένες ζημιές που προξενούνται από τις δασικές πυρκαγιές παγκοσμίως είναι μία αδιάσειστη απόδειξη της αναγκαιότητας αυτού του μηχανισμού. Απαραίτητα λειτουργικά κομμάτια οποιουδήποτε τέτοιου συστήματος, το οποίο στοχεύει συγκεκριμένα στην αποτελεσματική αντιμετώπιση του προβλήματος της κατάσβεσης των δασικών πυρκαγιών, είναι τα μοντέλα εξάπλωσης μιας δασικής πυρκαγιάς (μαζί με τις παρατηρήσεις από τα μέτωπα των πυρκαγιών) και τα μοντέλα βέλτιστης ανάπτυξης και προγραμματισμού των διαθέσιμων δυνάμεων.

Για την κατάσβεση μίας δασικής πυρκαγιάς, ο χρόνος και η προσπάθεια που απαιτούνται για τον έλεγχό της αυξάνονται αν καθυστερήσει η έναρξη της επιχείρησης κατάσβεσής της. Έχουν προταθεί διάφορα μοντέλα κάλυψης της ζήτησης (demand-covering) για την ανάπτυξη των διαθέσιμων δυνάμεων δασοπυρόσβεσης στις σωστές θέσεις, ώστε αυτές να επεμβαίνουν σε μία δασική πυρκαγιά μέσα σε ένα προκαθορισμένο χρονικό διάστημα. Εδώ εξετάζεται το πρόβλημα του προγραμματισμού της κατάσβεσης δασικών πυρκαγιών ενός μοναδικού διαθέσιμου πυροσβεστικού μέσου όταν πρέπει να τεθούν υπό έλεγχο αρκετές πυρκαγιές που έχουν εκδηλωθεί. Το πρόβλημα αντιμετωπίζεται χρησιμοποιώντας την έννοια του προγραμματισμού εργασιών με χρονικά μεταβαλλόμενες παραμέτρους, δηλαδή το μοντέλο περιλαμβάνει αυξανόμενη απώλεια της αξίας για τις πληγείσες περιοχές και αύξοντες χρόνους κατάσβεσης των πυρκαγιών όσο αυτές δεν τίθενται υπό έλεγχο.

Αν εκδηλωθούν περισσότερες από μία πυρκαγιές ταυτόχρονα ή σε διαφορετικές χρονικές στιγμές, είναι αρκετά πιθανόν να μην μπορεί να ξεκινήσει άμεσα μετά την αναφορά τους στο

κέντρο επιχειρήσεων η προσπάθεια κατάσβεσης. Τότε ο επιχειρησιακός υπεύθυνος αποφάσεων πρέπει να κάνει μία πρώτη ταχεία αποτίμηση των απαιτήσεων για την αρχική προσβολή και να τοποθετήσει κάθε πυρκαγιά σε μία θέση στην σειρά προτεραιότητας κατάσβεσης της επιχείρησης αρχικής προσβολής όλων των πυρκαγιών. Πολύ συχνά διάφορες δυνάμεις δασοπυρόσβεσης κατανέμονται σε πολλαπλές πυρκαγιές μετά την αναφορά τους. Το σύστημα αρχικής προσβολής έχει μοντελοποιηθεί, χρησιμοποιώντας τεχνικές προσομοίωσης, σαν ένα σύστημα αναμονής-εξυπηρέτησης με παράλληλους υπηρέτες και χρόνους εξυπηρέτησης που εξαρτώνται από την χρονική στιγμή που αυτή προσφέρεται (Martell et al., 1984). Στην εργασία των (Fried and Fried, 1996) παρατίθεται ένας αλγόριθμος ελέγχου δασικών πυρκαγιών που περιλαμβάνει προσομοιώσεις δασικών πυρκαγιών με διαφορετικούς ρυθμούς εξάπλωσης, τακτικές κατάσβεσης και αφίξεις πυροσβεστικών δυνάμεων. Τα αποτελέσματα του είναι το τελικό μέγεθος της πυρκαγιάς, ο χρόνος ελέγχου της και ο αριθμός των δυνάμεων δασοπυρόσβεσης, δεδομένου ότι η πυρκαγιά δεν διαφεύγει από την αρχική προσβολή και μαίνεται ανεξέλεγκτη.

Το πρόβλημα των δασικών πυρκαγιών που εκδηλώνονται ταυτόχρονα εμφανίζεται αρκετά συχνά στις Μεσογειακές Χώρες, όπου οι πυροσβεστικές υπηρεσίες πρέπει να αντιμετωπίσουν το φαινόμενο εμπρησμών. Στην περίπτωση της Ελλάδας, η βέλτιστη κατανομή των διαθέσιμων δυνάμεων σε αυτή την περίπτωση είναι ένα από τα βασικά προβλήματα του Κέντρου Επιχειρήσεων του Ελληνικού Πυροσβεστικού Σώματος (Vorisis, 1999).

Ο προγραμματισμός ενός διαθέσιμου μέσου δασοπυρόσβεσης στην περίπτωση πυρκαγιών που ξεκινούν είτε ταυτόχρονα (είτε σε διαφορετικές χρονικές στιγμές) είναι ένα πρόβλημα, που δεν έχει αντιμετωπιστεί ως τώρα (Martell, 1982, Martell et. al., 1998, Parlar., 1983, Parlar and Vickson, 1982). Το παραπάνω πρόβλημα μπορεί να θεωρηθεί ως ειδική περίπτωση του προβλήματος χρονικού προγραμματισμού εργασιών, όπου οι τιμές κάποιων παραμέτρων του προβλήματος μεταβάλλονται με τον χρόνο, και πιο συγκεκριμένα της εκδοχής του προβλήματος με έναν επεξεργαστή που είναι η εύρεση της βέλτιστης πολιτικής προγραμματισμού αν οι χρόνοι εκτέλεσης των εργασιών αυξάνουν σε σχέση με τον χρόνο έναρξης της επεξεργασίας και ταυτόχρονα η αξία των εργασιών ελαττώνεται με την πάροδο του χρόνου. Επιπλέον, το πρόβλημα μπορεί να επεκταθεί εύκολα στην περίπτωση που οι υπεύθυνοι μπορεί να χρειαστεί να δεσμεύσουν το διαθέσιμο πυροσβεστικό μέσο σε μία χρονική στιγμή για μία ομάδα πυρκαγιών που έχουν ήδη εκδηλωθεί, για παράδειγμα στην αρχή μίας ημέρας. Συνεπώς, ένα μέσο δασοπυρόσβεσης μπορεί να απασχοληθεί με την κατάσβεση ενός υποσυνόλου πυρκαγιών (εκείνων στις οποίες δεν έχει γίνει καμία προσπάθεια να τεθούν υπό έλεγχο μέχρι εκείνη την δεδομένη χρονική στιγμή), οι οποίες εκδηλώθηκαν σε γνωστές διαφορετικές χρονικές στιγμές (χρόνοι άφιξης στην ορολογία των προβλημάτων

χρονικού προγραμματισμού). Στο υπόλοιπο αυτού του κεφαλαίου αυτό το μέσο θα καλείται και «επεξεργαστής» και ο χρόνος που απαιτείται ώστε αυτό το μέσο να θέσει υπό έλεγχο μία πυρκαγιά θα ονομάζεται «χρόνος επεξεργασίας».

Για την εύρεση της καταλληλότερης τοποθέτησης στην δασική περιοχή του διαθέσιμου μέσου ώστε αυτή να καλυφθεί κατά τον βέλτιστο τρόπο (Martell, 1982) χρησιμοποιείται μία παραλλαγή του μοντέλου χωροθέτησης μέγιστης κάλυψης (Maximal Covering Location Model, MCLM) (Dimopoulou and Giannikos, 1999 και Dimopoulou and Giannikos, 2004), όπου περιλαμβάνονται και πληροφορίες σχετικά με τον κίνδυνο ανάφλεξης δασικών πυρκαγιών. Η διαφορά του από τα κλασσικά MCLMs είναι ότι χρησιμοποιεί ένα διαφορετικό χρονικό όριο για κάθε είδος περιοχής, το οποίο εξαρτάται από τα χαρακτηριστικά της. Γενικά, το χρονικό αυτό όριο αντιπροσωπεύει το διάστημα κατά το οποίο η επιχείρηση κατάσβεσης της πυρκαγιάς μπορεί να είναι αποτελεσματική και εξαρτάται από τις συνθήκες στην συγκεκριμένη περιοχή ενδιαφέροντος. Ο καθορισμός του γίνεται από τους Επιχειρησιακούς υπευθύνους σύμφωνα με τους διεθνώς αποδεκτούς μέγιστους χρόνους ανίχνευσης μίας πυρκαγιάς (συμπεριλαμβανομένων της επιβεβαίωσης και του χρόνου διαβίβασης της πληροφορίας σε ένα επιχειρησιακό κέντρο). Οι χρόνοι αυτοί είναι 1 λεπτό για έναν επίγειο σταθμό παρακολούθησης και 20-25 λεπτά για ένα δορυφορικό σύστημα, και ο αποδεκτός χρόνος μέχρι την αρχική προσβολή είναι 15 λεπτά. Οι χρόνοι αυτοί μπορεί επίσης να καθορίζονται από τις συνθήκες που χαρακτηρίζουν μία συγκεκριμένη περιοχή (τύπος βλάστησης, ένταση και κατεύθυνση ανέμου και κλίση εδάφους). Για κάποιες περιοχές που χρειάζονται αυξημένη προστασία, το χρονικό όριο ελαττώνεται αντίστοιχα, πράγμα που οδηγεί στην τοποθέτηση των διαθέσιμων δυνάμεων σε πλησιέστερα (προς τις περιοχές αυτές) σημεία. Ένα βασικό πρόβλημα είναι ότι οι διαθέσιμες δυνάμεις χρειάζονται διαφορετικούς χρόνους για να καταφτάσουν στο μέτωπο της φωτιάς (για παράδειγμα, ένα αεροσκάφος δεν μπορεί να φτάσει σε λιγότερο από 30 λεπτά μετά την αναφορά της ανάφλεξης της πυρκαγιάς). Ένα άλλο πρόβλημα είναι ότι αυτό το χρονικό όριο ουσιαστικά είναι διαφορετικό σε κάθε περίπτωση, αφού σε μία δασική πυρκαγιά ούτε οι περιβαλλοντικές συνθήκες ούτε το σχήμα της μένουν σταθερά επί μακρόν.

Ο χρόνος που απαιτείται για την κατάσβεση μίας δασικής πυρκαγιάς αυξάνεται αν υπάρξει καθυστέρηση στην έναρξη της προσπάθειας να τεθεί αυτή υπό έλεγχο, ενώ η αξία (χρηματική ή άλλου είδους) της περιοχής που πλήττεται από αυτήν θεωρείται ότι ελαττώνεται ανάλογα με το τετράγωνο του χρόνου ολοκλήρωσης της κατάσβεσης της πυρκαγιάς. Κατά συνέπεια, ο προγραμματισμός του διαθέσιμου μέσου δασοπυρόσβεσης στην περίπτωση πολλαπλών δασικών πυρκαγιών μπορεί να αντιμετωπιστεί σαν ένα πρόβλημα προγραμματισμού εργασιών με αύξοντες χρόνους επεξεργασίας, με στόχο την μεγιστοποίηση της συνολικής απομένουσας

αξίας των περιοχών που έχουν πληγεί μετά την ολοκλήρωση της επιχείρησης κατάσβεσής τους.

4.2.1.2 Διατύπωση και μοντελοποίηση του προβλήματος

Για την επίλυση του προβλήματος της κατάσβεσης δασικών πυρκαγιών με ένα διαθέσιμο πόρο δασοπυρόσβεσης ακολουθείται η εξής προσέγγιση: η θεωρούμενη δασική έκταση χωρίζεται σε μη ομοιόμορφες, πλήρως καλύπτουσες την δασική έκταση και μη αλληλοεπικαλυπτόμενες περιοχές ζήτησης. Σε ορισμένες περιπτώσεις, κάποιες περιοχές μπορεί να απαιτούν μεγαλύτερη προστασία εξαιτίας των κοινωνικοοικονομικών χαρακτηριστικών τους. Πιθανές αιτίες είναι η σημασία της καύσιμης ύλης της καιγόμενης περιοχής, η εγγύτητα σε κατοικημένες περιοχές, στρατιωτικές εγκαταστάσεις ή περιοχές ιστορικής αξίας, η επίδραση της πυρκαγιάς στην χλωρίδα και την πανίδα, οι πλημμύρες που μπορεί να προκύψουν, οι οικονομικές συνέπειες κτλ. Αυτές οι πληροφορίες λαμβάνονται υπ' όψη αντιστοιχίζοντας σε κάθε περιοχή μία αρχική αξία, η οποία ελαττώνεται με τον χρόνο όταν ξεσπάσει μία πυρκαγιά. Η αξία αυτή μπορεί να είναι χρηματική ή οικολογική ή άλλου είδους και ελαττώνεται με διαφορετικό ρυθμό σε κάθε περιοχή, ο οποίος εξαρτάται από τα προαναφερθέντα χαρακτηριστικά της και αντικατοπτρίζει την σχετική της σημασία (Martell, 1982). Έτσι απαιτείται διαφορετικό επίπεδο προτεραιότητας για κάθε περιοχή κατά την δημιουργία του προγράμματος κατάσβεσης των πυρκαγιών.

Ο χρόνος επεξεργασίας, δηλαδή ο απαιτούμενος χρόνος για την κατάσβεση μίας δασικής πυρκαγιάς, αυξάνει με ρυθμό που εξαρτάται από τον χρόνο που έχει διανυθεί από την στιγμή ανάφλεξης της, το είδος της καύσιμης ύλης της καιγόμενης περιοχής (σε διαφορετικές περιοχές υπάρχουν διαφορετικοί ρυθμοί εξάπλωσης των πυρκαγιών) και την δυνατότητα κατάσβεσης του διαθέσιμου επεξεργαστή. Η αξία της περιοχής που επλήγη θεωρείται ότι είναι μία φθίνουσα συνάρτηση του τετραγώνου του χρόνου ολοκλήρωσης της κατάσβεσης της πυρκαγιάς. Αυτό είναι ένα νέο είδος προβλήματος στην περιοχή του χρονικού προγραμματισμού εργασιών με μεταβαλλόμενες παραμέτρους.

i. Η περίπτωση πυρκαγιών που ξεκινούν ταυτόχρονα

Συμβολισμός και ορολογία:

Έστω N πυρκαγιές σε μία δασική έκταση, οι οποίες εκδηλώνονται ταυτόχρονα. Θεωρώντας μία τυχαία ακολουθία κατάσβεσης (μετάθεση) από τις $N!$ συνολικά δυνατές ακολουθίες (μεταθέσεις) κατάσβεσης του συνόλου των πυρκαγιών $F = \{F_1, F_2, \dots, F_N\}$, η πρώτη πυρκαγιά

που θα κατασβεστεί συμβολίζεται με $F_{[1]}$, η δεύτερη με $F_{[2]}$, κτλ.

Έστω:

$T_{0,[1]}$: ο απαιτούμενος χρόνος για να ταξιδέψει το πυροσβεστικό μέσο από την περιοχή που ήταν εγκατεστημένο μέχρι την περιοχή που θα προσβάλει την πρώτη πυρκαγιά.

$T_{[i],[i+1]}$: ο απαιτούμενος χρόνος για να μετακινηθεί το πυροσβεστικό μέσο από την περιοχή της πυρκαγιάς $F_{[i]}$ στην περιοχή της πυρκαγιάς $F_{[i+1]}$, $i=1, \dots, N-1$. Ειδικότερα, ο χρόνος $T_{[i],[i+1]}$ θεωρείται ίσος με τον χρόνο ταξιδιού από το σημείο ανάφλεξης της πυρκαγιάς $F_{[i]}$ στο σημείο ανάφλεξης της πυρκαγιάς $F_{[i+1]}$. Φυσικά αυτή είναι μία απλοποίηση, αφού το πυροσβεστικό μέσο ουσιαστικά μετακινείται από το μέτωπο της πυρκαγιάς $F_{[i]}$ στο μέτωπο της πυρκαγιάς $F_{[i+1]}$, όπου και αν έχουν μετατοπιστεί αυτά τα μέτωπα κατά την χρονική στιγμή που λαμβάνει χώρα η μετακίνηση του μέσου. Παρόλα αυτά, η υπόθεση αυτή είναι αρκετά ρεαλιστική σε ορισμένες περιπτώσεις, όπως για παράδειγμα για τα πυροσβεστικά αεροσκάφη και ελικόπτερα.

$P_{[i]}(t)$: ο χρόνος κατάσβεσης της πυρκαγιάς $F_{[i]}$, δηλαδή ο χρόνος που το πυροσβεστικό μέσο είναι απασχολημένο (απαιτούμενος χρόνος κατάσβεσης) στην πυρκαγιά $F_{[i]}$, $i=1, \dots, N$. Εξαρτάται από τον χρόνο t που έχει παρέλθει από την εκδήλωση της πυρκαγιάς $F_{[i]}$, το είδος της περιοχής που καίγεται από την πυρκαγιά $F_{[i]}$ (οι ρυθμοί εξάπλωσης διαφέρουν ανάλογα με την περιοχή) και την ικανότητα κατάσβεσης του πυροσβεστικού μέσου.

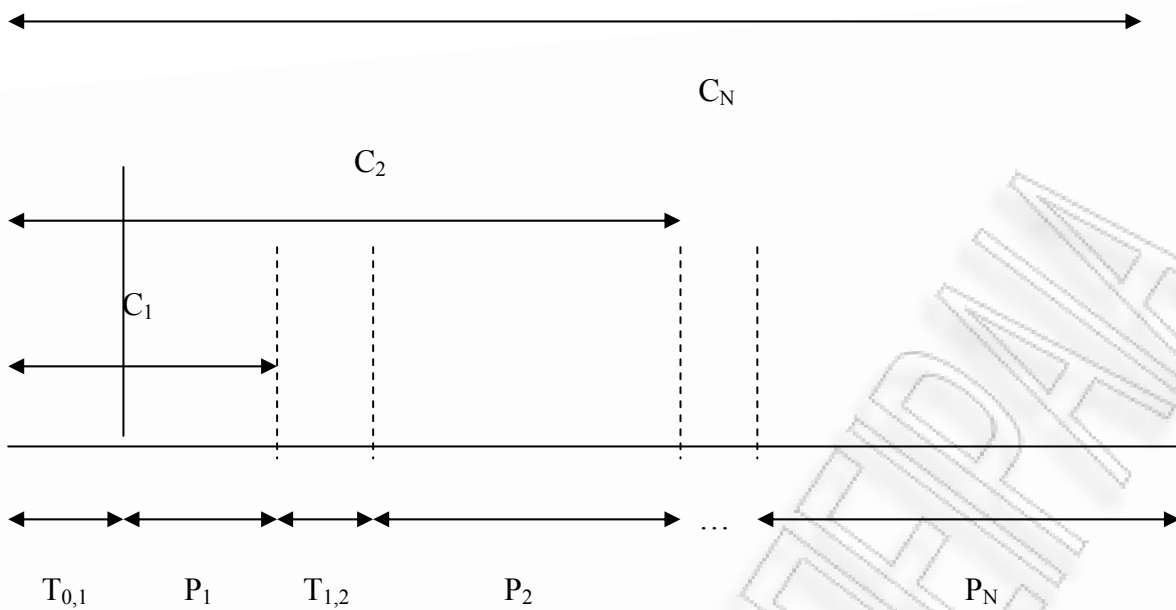
$C_{[i]}$: ο χρόνος ολοκλήρωσης της προσπάθειας κατάσβεσης της πυρκαγιάς $F_{[i]}$, $i=1, \dots, N$, ο οποίος είναι ο ολικός χρόνος στον οποίο τερματίζεται η προσπάθεια κατάσβεσης της πυρκαγιάς $F_{[i]}$.

$a_{[i]}$: η ελάττωση της αξίας της περιοχής που καίει η πυρκαγιά $F_{[i]}$ (σε μονάδες αξίας ανά μονάδα χρόνου στο τετράγωνο), $i=1, 2, \dots, N$. Η αξία αυτή είναι διαφορετική κατά περίπτωση. Εξαιτίας της έλλειψης σχετικών πειραματικών δεδομένων, αυτός ο ρυθμός μπορεί να υπολογιστεί εμπειρικά ή χρησιμοποιώντας τεχνικές επιχειρησιακής έρευνας (Kalabokidis et al., 2002).

$V_{[i]}$: η υπολειπόμενη αξία της περιοχής που επλήγη από την πυρκαγιά $F_{[i]}$, $i=1, \dots, N$. ($V_{[i]} \geq 0$).

$V_{[i]0}$: η αρχική αξία της περιοχής, δηλαδή η αξία της την χρονική στιγμή κατά την οποία ξεκινάει η συνολική προσπάθεια ελέγχου των δασικών πυρκαγιών, $i=1, \dots, N$.

Η γραφική αναπαράσταση του προγράμματος κατάσβεσης των πυρκαγιών στην περίπτωση ενός διαθέσιμου πυροσβεστικού μέσου παρουσιάζεται στο Σχήμα 4.1.



Σχήμα 4.1. Γραφική παράσταση του προγράμματος κατάσβεσης των πυρκαγιών από ένα διαθέσιμο μέσο δασοπυρόσβεσης

Σύμφωνα με τους προηγούμενους ορισμούς, το πρόβλημα διατυπώνεται ως εξής: Να βρεθεί η βέλτιστη ακολουθία εργασιών $F_{\text{optimal}} = \langle F_{[1]}, F_{[2]}, \dots, F_{[N]} \rangle$ ώστε η συνολική ζημία που προξενείται από τις πυρκαγιές στις πληγείσες περιοχές να ελαχιστοποιείται, ή ισοδύναμα η συνολική απομένουσα αξία των περιοχών

$$\sum_{i=1}^N V_i \quad (4.1)$$

να μεγιστοποιείται,

όπου

$$V_i = V_{i0} - a_i C_i^2 \geq 0 \quad (4.2)$$

και ο χρόνος ολοκλήρωσης της προσπάθειας κατάσβεσης της πυρκαγιάς $F_{[i]}$, $i=1, \dots, N$ είναι:

$$C_{[i]} = \sum_{r=1}^i P_{[r]} + \sum_{r=1}^i T_{[r-1],[r]} \quad (4.3)$$

Σε μία εφαρμογή βιομηχανικής παραγωγής οι χρόνοι $T_{[i],[i+1]}$ θα θεωρούνταν χρόνοι προετοιμασίας (set-up times), οι οποίοι σε προβλήματα βιομηχανικού προγραμματισμού περιλαμβάνουν τους χρόνους προετοιμασίας των μηχανών, των διαδικασιών κλπ, σε διάφορες φάσεις του παραγωγικού κύκλου. Ενώ σε κάποιες περιπτώσεις είναι δικαιολογημένο να

θεωρηθούν αμελητέοι οι χρόνοι προετοιμασίας, σε πολλές άλλες απαιτείται συγκεκριμένη ξεχωριστή αντιμετώπιση των χρόνων αυτών. Στο υπό εξέταση πρόβλημα, οι χρόνοι μετάβασης εξαρτώνται από την σειρά κατάσβεσης (δηλαδή η διάρκεια τους εξαρτάται και από την πυρκαγιά που μεταβαίνει να κατασβέσει το πυροσβεστικό μέσο και από την αμέσως προηγούμενη πυρκαγιά που αντιμετωπίστηκε από αυτό), μη ομαδοποιημένοι (non-batch), δηλαδή δεν υπάρχει κάποιου είδους ομαδοποίηση των πυρκαγιών, (Allahverdi, Gupta and Aldowaisan, 1999) και είναι συναρτήσεις του χρόνου t που έχει παρέλθει από την εκδήλωση των πυρκαγιών, αφού είναι φανερό ότι η διάρκεια ταξιδιού του πυροσβεστικού μέσου από την πυρκαγιά $F_{[i]}$ στην πυρκαγιά $F_{[i+1]}$ εξαρτάται από τον χρόνο, δηλαδή για $t_1 \neq t_2$ είναι $T_{[i],[i+1]}(t_1) \neq T_{[i],[i+1]}(t_2)$, αφού εξαρτώνται από τα σχήματα των περιμέτρων και τον ρυθμό εξάπλωσης των πυρκαγιών $F_{[i]}$ και $F_{[i+1]}$. Σε αυτό το κεφάλαιο, οι χρόνοι ταξιδιού μεταξύ των διαφορετικών περιοχών επιχειρήσεων κατάσβεσης των πυρκαγιών θεωρούνται ανεξάρτητοι από τον χρόνο.

Ακολουθώντας τον συνηθισμένο τρόπο συμβολισμού στην διεθνή βιβλιογραφία με τα τρία πεδία (Graham et al., 1979), αυτό είναι ένα πρόβλημα μεγιστοποίησης της συνολικής απομένουσας αξίας των εργασιών, που μπορεί να συμβολιστεί ως εξής: $1/V_i/\max \Sigma V_i$, $i=1,2,\dots,N$.

ii. Η περίπτωση των πυρκαγιών που εκδηλώνονται σε διαφορετικές χρονικές στιγμές

Έστω r_i : ο χρόνος ανάφλεξης της πυρκαγιάς F_i , $i=1,2,\dots,N$ (χρόνος άφιξης στην ορολογία του χρονικού προγραμματισμού εργασιών). Γίνεται η υπόθεση ότι $r_{[1]}=0$.

Τότε η μορφοποίηση του προβλήματος είναι η ίδια όπως και στην περίπτωση των πυρκαγιών που αναφλέγονται ταυτόχρονα, όπου η αξία της περιοχής που καίγεται από την πυρκαγιά F_i δίνεται από την εξίσωση

$$V_i = V_{i0} - a_i(C_i - r_i)^2 \geq 0, \quad i=1,2,\dots,N. \quad (4.4)$$

iii. Υποθέσεις

Για το υπό μελέτη πρόβλημα, ισχύουν οι επόμενες απλουστευτικές υποθέσεις:

- Όλες οι πυρκαγιές είναι προσβάσιμες από το πυροσβεστικό μέσο οποιαδήποτε χρονική στιγμή και δεν υπάρχουν περιορισμοί (π.χ. ότι ένα πυροσβεστικό αεροσκάφος δεν μπορεί να επιχειρήσει κατά την διάρκεια της νύκτας).
- Και οι N πυρκαγιές εντοπίζονται στιγμιαία κατά την στιγμή που εκδηλώνονται (το φαινόμενο εδώ δεν είναι δυναμικό, όπου οι πυρκαγιές εκδηλώνονται σε διαφορετικές

χρονικές στιγμές που είναι άγνωστες εκ των προτέρων), και όλες αποτελούν δυνητικούς κινδύνους για την δασική περιοχή την οποία καίνε, δηλαδή δεν είναι ελεγχόμενες πυρκαγιές ή πυρκαγιές που καίνε σκουπίδια, κτλ.

- Δύο διαφορετικές πυρκαγιές δεν μπορούν να καίνε ταυτόχρονα σε οποιαδήποτε περιοχή.
- Η δυναμικότητα κατάσβεσης του διαθέσιμου μέσου δασοπυρόσβεσης θεωρείται καθορισμένη και σταθερή. Στην πράξη βεβαίως αυτή είναι μία στοχαστική μεταβλητή αφού, για παράδειγμα, τα πληρώματα των μέσων δασοπυρόσβεσης ή τα πεζοπόρα τμήματα επηρεάζονται από την κόπωση ή υπάρχουν αστοχίες υλικού. Το ίδιο ισχύει και για τη μέση ταχύτητα του πυροσβεστικού μέσου.
- Το δικαίωμα προτίμησης (pre-emption), δηλαδή η κατάσταση όπου το πυροσβεστικό μέσο καλείται να κατασβέσει μία πυρκαγιά ενώ είναι απασχολημένος με την κατάσβεση μίας άλλης, δεν λαμβάνεται υπόψη στο παρόν πρόβλημα.
- Κάθε περιοχή θεωρείται ότι περιέχει ομογενή καύσιμη ύλη.
- Η ταχύτητα και η κατεύθυνση του ανέμου θεωρούνται ομοιόμορφες σε κάθε περιοχή.
- Ο χρόνος καύσης μίας δεδομένης περιοχής θεωρείται ότι εξαρτάται μόνο από την δική της καύσιμη ύλη και δεν επηρεάζεται από την καύσιμη ύλη ή την ένταση της πυρκαγιάς σε παρακείμενες περιοχές, παρά το γεγονός ότι, όταν μία πυρκαγιά προσεγγίζει μία περιοχή με διαφορετικό τύπο βλάστησης, θα συμπεριφερθεί διαφορετικά, ειδικά στα σύνορα της βλάστησης αυτής.
- Γίνεται η υπόθεση ότι μία συγκεκριμένη πυρκαγιά καίει περιοχές του ίδιου είδους, δηλαδή υπάρχουν σταθεροί ρυθμοί πτώσης της αξίας των περιοχών αυτών, παρά το γεγονός ότι στην πράξη μπορούν να ισχύουν διαφορετικοί ρυθμοί οι οποίοι εξαρτώνται από το είδος της περιοχής που καίγεται από μία πυρκαγιά σε μία συγκεκριμένη χρονική στιγμή.
- Από την χρονική στιγμή που το πυροσβεστικό μέσο φτάνει σε μία πυρκαγιά και ξεκινά η επιχείρηση κατάσβεσής της, η πυρκαγιά σταματά να εξαπλώνεται.

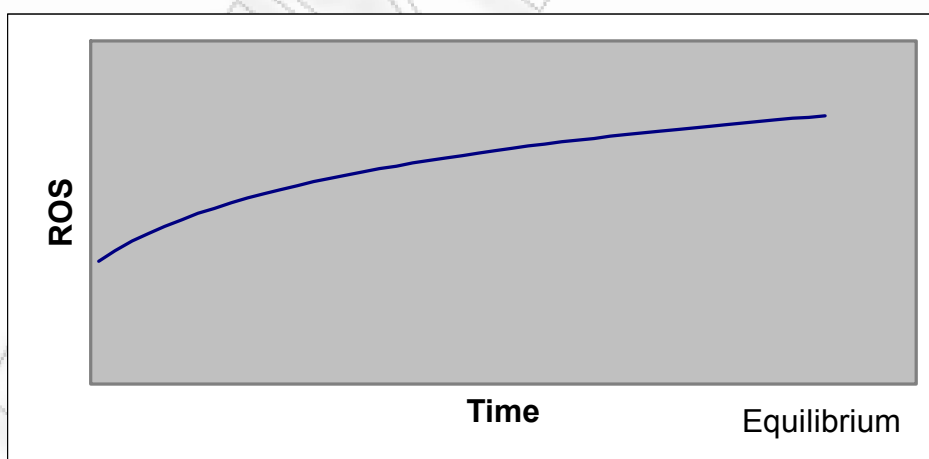
4.2.1.3 Μεθοδολογία Επίλυσης

Η μεθοδολογία που χρησιμοποιείται για την επίλυση του προβλήματος που περιγράφηκε προηγουμένως περιλαμβάνει τα ακόλουθα βήματα: Πρώτα χρησιμοποιείται ένα συγκεκριμένο μοντέλο που περιγράφει την φάση της επιτάχυνσης της εξάπλωσης της πυρκαγιάς. Εδώ πρέπει

να τονιστεί ότι το μοντέλο αυτό εφαρμόζεται σε πυρκαγιές κατά την διάρκεια της αρχικής προσβολής και όχι σε πυρκαγιές που «έχουν ξεφύγει». Αυτό σημαίνει ότι οι πυρκαγιές παραμένουν σε μία κατάσταση όπου η επιχείρηση κατάσβεσης είναι εφικτή και αποτελεσματική. Αυτό δεν συμβαίνει κατ' ανάγκη μόνο κατά την διαδικασία επιτάχυνσης του ROS, σε συνάρτηση με τις συνθήκες καύσης την συγκεκριμένη χρονική στιγμή, αλλά είναι μία αναγκαία απλουστευτική υπόθεση. Ύστερα εξάγεται μία εξίσωση για τον χρόνο κατάσβεσης της πυρκαγιάς λαμβάνοντας υπόψη την δυναμικότητα κατάσβεσης του διαθέσιμου μέσου.

i. Μοντέλο εξάπλωσης πυρκαγιάς

Ο ρυθμός εξάπλωσης μίας δασικής πυρκαγιάς μεταβάλλεται (αυξάνει) από την στιγμή της ανάφλεξης μέχρι να γίνει ίσος με τον ρυθμό εξάπλωσης στο σημείο ισορροπίας (equilibrium spread rate), ο οποίος ισούται με τον λόγο της ποσότητας ενέργειας που λαμβάνεται από την ενεργειακή πηγή, που είναι οι προελαύνουσες φλόγες, προς την ενέργεια που απαιτείται για την ανάφλεξη των γειτονικών καύσιμων υλών. Υπάρχει η «επιταχυνόμενη φάση» μίας δασικής πυρκαγιάς (από την ανάφλεξη μέχρι το σημείο ισορροπίας), η οποία είναι πολύ σημαντική γιατί συνήθως αντιπροσωπεύει την μοναδική χρονική περίοδο κατά την οποία είναι αποτελεσματική οποιαδήποτε προσπάθεια κατάσβεσης. Στο Σχήμα 4.2 παρουσιάζεται γραφικά ο ρυθμός εξάπλωσης μίας δασικής πυρκαγιάς.



Σχήμα 4.2. Γραφική παράσταση του ρυθμού εξάπλωσης μίας δασικής πυρκαγιάς

Αν $R_{ac}(t)$ είναι ο ρυθμός εξάπλωσης της πυρκαγιάς κατά την διάρκεια της φάσης επιτάχυνσης της την χρονική στιγμή t , $t > 0$, τότε:

$$R_{ac}(t) = ABt^{B-1} \quad (4.5)$$

όπου A και B είναι σταθεροί συντελεστές που εξαρτώνται από τους ποικίλους περιβαλλοντικούς παράγοντες που επηρεάζουν την πυρκαγιά σε κάθε περιοχή (ταχύτητα ανέμου, τύπος και όγκος καύσιμης ύλης) και/ ή τον ρυθμό εξάπλωσης της πυρκαγιάς στο σημείο ισορροπίας (McAlpine and Wakimoto, 1991).

Για $B < 2$ αυτή η συνάρτηση είναι κοίλη και όταν αυξάνει το t , οι τιμές της R_{ac} συγκλίνουν γρήγορα στην τιμή R_{eq} , που είναι ο ROS της πυρκαγιάς στην κατάσταση ισορροπίας, όπως αυτός υπολογίζεται από το μοντέλο του Rothermel, το οποίο και χρησιμοποιείται εδώ. Παρόλο που, κατά την διάρκεια της αρχικής προσβολής μίας πυρκαγιάς, αυτή τίθεται υπό έλεγχο προοδευτικά και κατά συνέπεια ο ρυθμός εξάπλωσης της ελαττώνεται, γίνεται η υπόθεση ότι ο ROS αυξάνεται συνεχώς μέχρι την κατάσβεσή της. Αυτό συνεπάγεται ότι το τελικό μέγεθος της πυρκαγιάς είναι πιθανόν να υπερεκτιμηθεί.

ii. Δημιουργία συνάρτησης του χρόνου επεξεργασίας στην περίπτωση της χρήσης νερού ως μέσο κατάσβεσης της πυρκαγιάς

Μία δασική πυρκαγιά συνήθως κατασβένεται από πυροσβεστικά οχήματα που μεταφέρουν νερό, πεζοπόρα τμήματα με μάνικες συνδεδεμένες με πυροσβεστικούς κρουνοί και εναέρια μέσα δασοπυρόσβεσης, όπως αεροσκάφη και ελικόπτερα. Παρά το γεγονός ότι, εξαιτίας του μεγάλου αριθμού παραγόντων που επηρεάζουν τις δασικές πυρκαγιές, η χρήση τυποποιημένων μαθηματικών εξισώσεων για την εκτίμηση της ποσότητας νερού ή επιβραδυντικού υγρού που απαιτείται για την κατάσβεση ενός συγκεκριμένου είδους δασικής πυρκαγιάς είναι μάλλον παρακινδυνευμένη, μπορεί να εξαχθεί μία εξίσωση χρησιμοποιώντας ένα μοντέλο πρόβλεψης εξάπλωσης δασικής πυρκαγιάς και κάποιους τύπους για τον εμπειρικό υπολογισμό των απαραίτητων ποσοτήτων νερού.

Όπως έχει αναφερθεί στην παράγραφο 4.1, έχει αποδειχθεί πειραματικά ότι το σύστημα BEHAVE τείνει να δίνει χαμηλότερους ρυθμούς εξάπλωσης των πυρκαγιών, ενώ από την άλλη το σύστημα FBP υψηλότερους (McAlpine and Xanthopoulos, 1989). Κατά συνέπεια, την χρονική στιγμή t έχουμε:

$$R_{FBP}(t) = R_{ac}(t) + c(t) \quad (4.6)$$

όπου ο $R_{FBP}(t)$ είναι ο ρυθμός εξάπλωσης της πυρκαγιάς σύμφωνα με το σύστημα FBP όπου $R_{FBP}(t) \geq R_{eq} \geq R_{ac}(t)$ και $c(t)$ μία μη αρνητική σταθερά την χρονική στιγμή t , που δείχνει την διαφορά μεταξύ των δύο ρυθμών εξάπλωσης.

Πειραματικά δεδομένα σε πυρκαγιές σε χορτολιβαδικές εκτάσεις υπό συνθήκες άπνοιας ή ανέμων πολύ χαμηλής έντασης δείχνουν ότι η ποσότητα νερού που απαιτείται για την

κατάσβεση 1 m² καιγόμενης έκτασης είναι κατά προσέγγιση 0.5lt. Για πυρκαγιές σε περιοχές χαμηλής βλάστησης αυτή η ποσότητα εκτιμάται σε 2-3.5lt/m², η οποία εξαρτάται από την εποχή, την ώρα κατά την οποία γίνεται η κατάσβεση, τις καιρικές συνθήκες και την ένταση της πυρκαγιάς. Για επικόρυφες πυρκαγιές δεν υπάρχουν σχετικά δεδομένα, αλλά είναι διεθνώς αποδεκτό ότι η ποσότητα νερού που απαιτείται για την κατάσβεση μίας τέτοιας πυρκαγιάς είναι περίπου 5 φορές μεγαλύτερη από την προηγούμενη ποσότητα, εξαρτώμενη από τον τύπο και την ευφλεκτότητα της καύσιμης ύλης και τον επικρατούντα άνεμο στην περιοχή. Υπό συνθήκες ισχυρού ανέμου, μία επικόρυφη πυρκαγιά απελευθερώνει μεγάλο ποσό ενέργειας και συνεπώς εξαπλώνεται με μεγάλο ρυθμό. Η υπολογιζόμενη ποσότητα νερού που απαιτείται για την κατάσβεση της πυρκαγιάς σε αυτή την περίπτωση είναι περίπου 15lt/m².

Παρά την δυσκολία στους υπολογισμούς, μπορεί να χρησιμοποιηθεί ένας εμπειρικός τύπος για τον υπολογισμό της ποσότητας νερού $d(t)$ που απαιτείται για τον έλεγχο μίας δασικής πυρκαγιάς (σε lt·m⁻², Katsanos, 1978):

$$d(t) = 1.2\sqrt{R_{FBP}(t)} = 1.2\sqrt{R_{ac}(t) + c(t)} \quad (4.7)$$

Η σχέση αυτή εκφράζει ότι όσο μεγαλύτερος είναι ο ρυθμός εξάπλωσης της πυρκαγιάς, τόσο μεγαλύτερη ποσότητα νερού απαιτείται για την κατάσβεσή της. Η d είναι συνάρτηση του ROS, συνεπώς συνάρτηση του χρόνου που έχει παρέλθει από την εκδήλωση της πυρκαγιάς.

a. Η περίπτωση των πυρκαγιών που αναφλέγονται ταυτόχρονα

Από τις εξισώσεις (4.5), (4.6) και (4.7) έπεται ότι η εξίσωση του χρόνου κατάσβεσης για κάθε πυρκαγιά F_i , $i=1,2,\dots,N$ είναι:

$$p_i(t) = \frac{d(t)}{r} = \frac{1.2}{r} \sqrt{A_i B_i t^{B_i-1} + c_i(t)}, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (4.8)$$

όπου r : ο ρυθμός κατάσβεσης του πυροσβεστικού μέσου με την χρήση νερού (σε lt·h⁻¹),

Αυτή η εξίσωση περιγράφει τον απαιτούμενο χρόνο για το πυροσβεστικό μέσο για να κατασβέσει με την χρήση νερού μία περιοχή επιφάνειας ενός m² που καίγεται από την πυρκαγιά F_i , $i=1,2,\dots,N$.

Τότε ο χρόνος που απαιτείται για την κατάσβεση της πυρκαγιάς F_i είναι:

$$P_i(t) = E_i(t)p_i(t) + ([E_i(t)d(t)/X])\tau_i, \quad i=1,2,\dots,N \quad (4.9)$$

όπου:

$E_i(t)$: η συνολική επιφάνεια δασικής έκτασης (σε m^2) που καίγεται από την πυρκαγιά F_i την χρονική στιγμή t . Ο υπολογισμός της καιγόμενης περιοχής $E_i(t)$ παρατίθεται στο Παράρτημα Γ.

τ_i : ο χρόνος που απαιτείται για το πυροσβεστικό μέσο για να πάει στην πλησιέστερη πηγή ανατροφοδότησης (δεξαμενή νερού) για πλήρωση, να ανατροφοδοτηθεί και να επιστρέψει, όσες φορές αυτό χρειαστεί (αν χρειαστεί) κατά την διάρκεια της κατάσβεσης της πυρκαγιάς F_i , κατά την χρονική στιγμή t .

X : η χωρητικότητα του πυροσβεστικού μέσου σε νερό (σε lt).

$[y]$: το ακέραιο μέρος του $y \in P$

Τελικά προκύπτει η εξής σχέση:

$$P_i(t) = \frac{1.2\pi}{\varepsilon r} \left(\frac{A_i}{B_i+1} t^{B_i+1} + c_i(t)t \right)^2 \sqrt{A_i B_i t^{B_i-1} + c_i(t)} + \left(\left[\frac{1.2\pi \left(\frac{A_i}{B_i+1} t^{B_i+1} + c_i(t)t \right)^2 \sqrt{A_i B_i t^{B_i-1} + c_i(t)}}{\varepsilon X} \right] \right) \tau_i \quad (4.10)$$

όπου ε είναι μία σταθερά που εξαρτάται από την ταχύτητα του ανέμου (βλέπε Παράρτημα Δ).

Τώρα μπορεί να υπολογιστεί η φθίνουσα συνάρτηση της αξίας της περιοχής που πλήττεται από την πυρκαγιά F_i .

b. Η περίπτωση των πυρκαγιών που εκδηλώνονται σε διαφορετικές χρονικές στιγμές

Όπως προηγουμένως, εξάγεται η επόμενη σχέση:

$$P_i(t) = \frac{1.2\pi}{\varepsilon r} \left(\frac{A_i}{B_i+1} (t-r_i)^{B_i+1} + c_i(t)(t-r_i) \right)^2 \sqrt{A_i B_i (t-r_i)^{B_i-1} + c_i(t)} + \left(\left[\frac{1.2\pi \left(\frac{A_i}{B_i+1} (t-r_i)^{B_i+1} + c_i(t)(t-r_i) \right)^2 \sqrt{A_i B_i (t-r_i)^{B_i-1} + c_i(t)}}{\varepsilon X} \right] \right) \tau_i \quad (4.11)$$

Τώρα μπορεί να υπολογιστεί η φθίνουσα συνάρτηση της αξίας μίας περιοχής που πλήττεται από την πυρκαγιά F_i . Αυτό το είδος συνάρτησης χρόνου εκτέλεσης εργασιών δεν έχει αντιμετωπιστεί στο ερευνητικό πεδίο του χρονικού προγραμματισμού εργασιών με

μεταβαλλόμενες παραμέτρους (Alidaee and Womer, 1999). Το γεγονός ότι οι εκθέτες στις δυνάμεις του t είναι διαφορετικοί για κάθε πυρκαγιά κάνει το πρόβλημα ακόμα πιο πολύπλοκο.

4.2.1.4 Αριθμητικό παράδειγμα

Ένα μοναδικό μέσο δασοπυρόσβεσης καλείται να κατασβέσει $N=4$ πυρκαγιές που εκδηλώνονται ταυτόχρονα. Αυτός ο αριθμός στην πράξη δεν μπορεί να είναι πολύ μεγάλος, συνεπώς η επίλυση με την μέθοδο της πλήρους απαρίθμησης είναι πολύ γρήγορη. Οι τιμές των παραμέτρων δημιουργήθηκαν χρησιμοποιώντας γεννήτριες τυχαίων αριθμών στα ακόλουθα διαστήματα (τα άκρα των διαστημάτων είναι διαθέσιμα στην πράξη για συγκεκριμένες δασικές περιοχές και περιβαλλοντικές συνθήκες), τα οποία υπολογίστηκαν χρησιμοποιώντας πειραματικά δεδομένα από την εργασία των (McAlpine and Wakimoto, 1991):

$$A_i \in (0, 14)$$

$$B_i \in (1, 2)$$

$$X = 3 \cdot 10^4 \text{ lt (κατ' εκτίμηση)}$$

$$r = 6.48 \cdot 10^6 \text{ lt} \cdot \text{h}^{-1} \text{ (κατ' εκτίμηση για ένα πυροσβεστικό αεροπλάνο)}$$

Γενικά ισχύει ότι $c_i(t) \in (0, 11)$ για ταχύτητες ανέμου στην επιφάνεια του εδάφους $U \in (0, 8)$ (σε $\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$). Σε αυτό το παράδειγμα υποθέτουμε ότι $U = 5 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$.

$$a_i \in (10^{-6}, 10^{-4})$$

$V_{i0} \in (100000, 200000)$ (αυτός ο δείκτης αξίας εξαρτάται από την περιοχή και αντιπροσωπεύει την αρχική αξία της περιοχής, δηλαδή πριν εκδηλωθεί η πυρκαγιά F_i).

Σε αυτό το παράδειγμα το $\tau_i = 0.2\text{h}$.

$T_{0,[1]} = 0.25$ (σε h) (πρέπει να τεθεί ένα χρονικό όριο το οποίο αντιπροσωπεύει το χρονικό διάστημα μέσα στο οποίο είναι αποτελεσματική η επιχείρηση κατάσβεσης μίας πυρκαγιάς)

$$T_{[i],[i+1]} \in (0, 1) \text{ (σε h)}.$$

Οι τιμές των παραμέτρων είναι τυχαίες τιμές από την ομοιόμορφη κατανομή, αφού δεν υπάρχει καμία γνώση σχετικά με τις κατανομές τους στην πράξη.

Ο αλγόριθμος επίλυσης του προβλήματος με την μέθοδο της πλήρους απαρίθμησης υλοποιήθηκε σε αντικειμενοστραφή γλώσσα προγραμματισμού Pascal χρησιμοποιώντας την

πλατφόρμα Borland Delphi 7, σε ένα 2.4GHz Pentium IV PC.

Οι παράμετροι κάθε πυρκαγιάς παρουσιάζονται στον Πίνακα 4.2.

Πυρκαγιά F_i	A_i	B_i	c_i	V_{i0}
F_1	0.00	1.04	9.47	154,584.25
F_2	20.15	1.38	1.78	185,135.75
F_3	8.8	2.10	4.05	165,585.1
F_4	2.46	1.57	0.78	111,945.84

Πίνακας 4.2. Παράμετροι των πυρκαγιών $F_i, i=1, \dots, 4$

Οι χρόνοι ταξιδιού $T_{i,i+1}, i=1,2, \dots, N-1$, που απαιτούνται για την μετάβαση από το σημείο ανάφλεξης της μίας πυρκαγιάς στο σημείο ανάφλεξης της άλλης παρουσιάζονται στον επόμενο συμμετρικό πίνακα:

$$(T_{ij}) = \begin{pmatrix} 0 & T_{12} & T_{13} & T_{14} \\ T_{12} & 0 & T_{23} & T_{24} \\ T_{13} & T_{23} & 0 & T_{34} \\ T_{14} & T_{24} & T_{34} & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0.25 & 0.48 & 0.47 \\ 0.25 & 0 & 0.15 & 0.28 \\ 0.48 & 0.15 & 0 & 0.87 \\ 0.47 & 0.28 & 0.87 & 0 \end{pmatrix}$$

Υπάρχουν $4!=24$ διαφορετικά πιθανά προγράμματα κατάσβεσης των πυρκαγιών. Η συνολική απομένουσα αξία των περιοχών μετά την εφαρμογή κάθε προγράμματος παρουσιάζεται στον Πίνακα 4.3. Το βέλτιστο πρόγραμμα παρουσιάζεται με έντονα γράμματα.

Δείκτης	Πρόγραμμα F	Απώλεια Αξίας
1	<F ₁ , F ₂ , F ₃ , F ₄ >	277,531
2	<F ₁ , F ₂ , F ₄ , F ₃ >	277,531
3	<F ₁ , F ₃ , F ₂ , F ₄ >	462,665.4
4	<F ₁ , F ₃ , F ₄ , F ₂ >	462,665.4

5	<F ₁ , F ₄ , F ₂ , F ₃ >	350,720.8
6	<F ₁ , F ₄ , F ₃ , F ₂ >	350,720.8
7	<F ₂ , F ₁ , F ₃ , F ₄ >	277,531.1
8	<F ₂ , F ₁ , F ₄ , F ₃ >	277,531.1
9	<F ₂ , F ₃ , F ₁ , F ₄ >	432,115.2
10	<F ₂ , F ₃ , F ₄ , F ₁ >	432,115.2
11	<F ₂ , F ₄ , F ₁ , F ₃ >	320,170.3
12	<F ₂ , F ₄ , F ₃ , F ₁ >	320,170.3
13	<F ₃ , F ₁ , F ₂ , F ₄ >	297,080.5
14	<F ₃ , F ₁ , F ₄ , F ₂ >	297,080.5
15	<F ₃ , F ₂ , F ₁ , F ₄ >	266,530
16	<F ₃ , F ₂ , F ₄ , F ₁ >	266,530
17	<F₃, F₄, F₁, F₂>	185,135.7
18	<F ₃ , F ₄ , F ₂ , F ₁ >	339,719.9
19	<F ₄ , F ₁ , F ₂ , F ₃ >	350,720.8
20	<F ₄ , F ₁ , F ₃ , F ₂ >	350,720.8
21	<F ₄ , F ₂ , F ₁ , F ₃ >	320,170.3
22	<F ₄ , F ₂ , F ₃ , F ₁ >	320,170.3
23	<F ₄ , F ₃ , F ₁ , F ₂ >	505,305.1
24	<F ₄ , F ₃ , F ₂ , F ₁ >	505,305.1

Πίνακας 4.3. Προγράμματα κατάσβεσης πυρκαγιών και εμφανιζόμενες απώλειες αξιών των περιοχών

4.2.2 Ανάπτυξη ευρετικών αλγορίθμων και αλγορίθμου κλάδου και φράγματος

4.2.2.1 Εισαγωγή

Η ανάπτυξη και ο προγραμματισμός της κατάσβεσης από ένα μοναδικό μέσο δασοπυρόσβεσης πολλαπλών δασικών πυρκαγιών μπορεί να θεωρηθεί σαν μία ειδική περίπτωση του χρονικού προγραμματισμού εργασιών, όπου κάποιες παράμετροι του προβλήματος μεταβάλλονται όσον αφορά τους χρόνους κατάσβεσης. Στόχος είναι η μεγιστοποίηση της συνολικής απομένουσας αξίας των περιοχών που επλήγησαν μετά την ολοκλήρωση των επιχειρήσεων κατάσβεσης. Ενώ στην προηγούμενη παράγραφο η επίλυση αυτού του προβλήματος έγινε με την μέθοδο της πλήρους απαρίθμησης, στην παρούσα παράγραφο γίνεται χρησιμοποιώντας έναν αλγόριθμο κλάδου και φράγματος (branch and bound), ο οποίος χρησιμοποιεί ευρετικούς αλγορίθμους για τον υπολογισμό του άνω και ενός αρχικού κάτω φράγματος. Έπειτα παρουσιάζονται κάποια πειραματικά αποτελέσματα από την εφαρμογή του αλγορίθμου.

4.2.2.2 Περιγραφή του προβλήματος

Μία δασική περιοχή ανατίθεται σ' ένα μοναδικό πυροσβεστικό μέσο και ο χρόνος που απαιτείται ώστε αυτό να κατασβέσει μία πυρκαγιά ονομάζεται χρόνος κατάσβεσης. Αυτός ο χρόνος αυξάνει με ρυθμό που εξαρτάται από το χρονικό διάστημα που έχει παρέλθει από την στιγμή ανάφλεξης της πυρκαγιάς, το είδος της περιοχής που πλήττεται από την φωτιά και την ικανότητα κατάσβεσης του πυροσβεστικού μέσου. Το πρόβλημα διατυπώνεται όπως και στην προηγούμενη παράγραφο: Να βρεθεί η βέλτιστη ακολουθία εργασιών $F_{\text{optimal}} = \langle F_{[1]}, F_{[2]}, \dots, F_{[N]} \rangle$ ώστε η συνολική ζημία που προξενείται από τις πυρκαγιές στις πληγείσες περιοχές να ελαχιστοποιείται, ή, ισοδύναμα, η συνολική απομένουσα αξία των περιοχών να μεγιστοποιείται. Αυτό είναι ένα πρόβλημα μεγιστοποίησης της συνολικής απομένουσας αξίας των εργασιών που μπορεί να συμβολιστεί ως εξής: $1/V_i / \max \Sigma V_i, i=1, 2, \dots, N$. Έχει αποδειχθεί (παράγραφος 2.4) ότι η βέλτιστη ακολουθία εκτέλεσης των εργασιών (κατάσβεση των πυρκαγιών) F_{optimal} για το πρόβλημα $1/V_i = V_{i0} - a_i C_i^2 / \max \Sigma V_i$ είναι η ίδια μ' εκείνη του προβλήματος $1/P_i / \min \Sigma a_i C_i^2$, για οποιαδήποτε συνάρτηση χρόνου εκτέλεσης εργασιών (αυτό είναι το πρόβλημα ελαχιστοποίησης του αθροίσματος των σταθμισμένων τετραγώνων των χρόνων ολοκλήρωσης των εργασιών, έχοντας ως συντελεστές βαρύτητας τους ρυθμούς ελάττωσης της αξίας των εργασιών). Το πρόβλημα αυτό, με σταθερούς χρόνους εκτέλεσης εργασιών και ανεξάρτητους χρόνους προετοιμασίας, έχει αποδειχθεί ότι είναι NP-complete (Rinnooy Kan, 1976) και αντιστοιχεί σε ένα μη προσανατολισμένο και μη συμμετρικό πρόβλημα πλανόδιου πωλητή (Traveling Salesman Problem).

Στην διεθνή βιβλιογραφία το πρόβλημα που έχει αντιμετωπιστεί με παρόμοιο τρόπο (σαν πρόβλημα πλανόδιου πωλητή) είναι αυτό με μη φθίνοντες χρόνους εκτέλεσης που εξαρτώνται από τον επεξεργαστή (resource dependent) και χρόνους προετοιμασίας ανεξάρτητους από την χρονική στιγμή που λαμβάνει χώρα η προετοιμασία, οι οποίοι εξαρτώνται από τον επεξεργαστή. Αν ο αριθμός των εργασιών που πρέπει να προγραμματιστούν δεν είναι μεγάλος (συνήθως μικρότερος από 20), τότε μπορούν να επιτευχθούν ακριβείς λύσεις χρησιμοποιώντας διάφορες μεθόδους όπως η μέθοδος των τεμνόντων επιπέδων (cutting planes), ο δυναμικός προγραμματισμός, αλγόριθμοι κλάδου και φράγματος και η μέθοδος Lagrangean relaxation. Αν ο αριθμός εργασιών είναι μεγάλος (μεγαλύτερος από 20), τότε χρησιμοποιούνται προσεγγιστικοί αλγόριθμοι, όπως η προσομοιωμένη απόπτηση (simulated annealing) και η περιορισμένη αναζήτηση (tabu search) (Bertsimas and Tsitsiklis, 1997). Αφού ο αριθμός πυρκαγιών N που καλείται να κατασβέσει το μοναδικό πυροσβεστικό μέσο δεν είναι μεγάλος σε αυτό το πρόβλημα, μπορεί να υλοποιηθεί ένας αλγόριθμος κλάδου και φράγματος.

Η μεθοδολογία που προτείνεται για την επίλυση του προβλήματος που περιγράφηκε στα προηγούμενα περιλαμβάνει τα ακόλουθα βήματα: Αρχικά εξάγεται μία συνάρτηση για τον χρόνο κατάσβεσης μίας πυρκαγιάς, λαμβάνοντας υπόψη την ικανότητα πυρόσβεσης του διαθέσιμου μέσου. Μετά υλοποιείται ένας αλγόριθμος κλάδου και φράγματος για την εύρεση της ακολουθίας κατάσβεσης των πυρκαγιών η οποία δίνει την βέλτιστη συνολική απομένουσα αξία των περιοχών που έχουν πληγεί. Χρησιμοποιούνται ευρετικοί αλγόριθμοι για τον υπολογισμό ενός ικανοποιητικού κάτω φράγματος και ενός άνω φράγματος για κάθε βήμα της διαδικασίας απαλοιφής των κόμβων στον αλγόριθμο κλάδου και φράγματος.

4.2.2.3 Εξαγωγή συνάρτησης του χρόνου κατάσβεσης

Απλοποιώντας σε σχέση με την παράγραφο 4.2.1, ο χρόνος που απαιτείται για το διαθέσιμο μέσο πυρόσβεσης ώστε να κατασβέσει $1m^2$ μίας περιοχής που καίγεται από την πυρκαγιά F_i την χρονική στιγμή t θα θεωρηθεί σταθερός και θα συμβολιστεί με p .

Τότε ο συνολικός χρόνος που απαιτείται για την κατάσβεση της πυρκαγιάς F_i είναι

$$P_i(t) = A_i(t)p + ([A_i(t)p r / X] \tau_i, \quad i=1,2,\dots,N \quad (4.12)$$

όπου:

$A_i(t)$: το εμβαδόν του δακτυλίου δασικής περιοχής (σε m^2) που πρέπει να καταβρέξει επαρκώς το πυροσβεστικό μέσο ώστε να μην είναι δυνατή η ανάφλεξη της περιοχής από την πυρκαγιά F_i . Ο υπολογισμός του εμβαδού $A_i(t)$ δίνεται στο Παράρτημα Δ.

Από τα παραπάνω μπορεί να εξαχθεί ο επόμενος τύπος, απλοποιώντας τον συμβολισμό της προηγούμενης παραγράφου:

$$P_i(t) = \pi L \left[\left(\frac{\beta_i}{(\gamma_i + 1)(\gamma_i + 2)} t^{\gamma_i + 2} + \delta_i t \right) \left(1 + \frac{1}{\varepsilon} \right) + L \right] p + \left[\pi L \left(\frac{\beta_i}{(\gamma_i + 1)(\gamma_i + 2)} t^{\gamma_i + 2} + \delta_i t \right) \left(1 + \frac{1}{\varepsilon} \right) + L \right] \frac{pr}{X} \tau_i \quad (4.13)$$

όπου

L : το πλάτος του δακτυλίου που δημιουργείται για τον έλεγχο μίας πυρκαγιάς (Παράρτημα Ε)
 β_i , γ_i , δ_i : παράμετροι που εξηγήθηκαν στην παράγραφο 4.2.1 και εξαρτώνται από τους μεταβαλλόμενους περιβαλλοντικούς παράγοντες που επηρεάζουν μία δασική πυρκαγιά σε μία συγκεκριμένη περιοχή (ταχύτητα ανέμου, είδος και όγκος καύσιμης ύλης) και/ ή το σημείο ισορροπίας του ρυθμού εξάπλωσης της πυρκαγιάς.

4.2.2.4 Μεθοδολογία επίλυσης

Αλγόριθμος κλάδου και φράγματος

Το πρόβλημα του χρονικού προγραμματισμού εργασιών με αύξοντες χρόνους επεξεργασίας έχει αντιμετωπιστεί σε κάποιες περιπτώσεις στην διεθνή βιβλιογραφία με την χρήση αλγορίθμων κλάδου και φράγματος (Gupta, Kunnathur, Dandapani, 1987, Kunnathur and Gupta, 1990, Kubiak and van de Velde, 1998, Voutsinas and Pappis, 2003, Hsu and Lin, 2003, Jeng and Lin, 2004, Jeng and Lin, 2005). Έχει επίσης χρησιμοποιηθεί ευρέως σε προβλήματα προγραμματισμού εργασιών με χρόνους προετοιμασίας (χρόνους ταξιδιού) που εξαρτώνται από την σειρά εκτέλεσης των εργασιών και σταθερούς χρόνους εκτέλεσης (Rinnooy Kan, 1976, Bertsimas and Tsitsiklis, 1997). Το γεγονός ότι το πρόβλημα που αντιμετωπίζεται εδώ περιέχει και αύξοντες χρόνους εκτέλεσης και χρόνους προετοιμασίας, σε συνδυασμό με το γεγονός ότι στην πράξη ένα μοναδικό πυροσβεστικό μέσο θα κληθεί να κατασβέσει ένα σχετικά μικρό αριθμό πυρκαγιών που εκδηλώνονται ταυτόχρονα, δικαιολογούν την χρήση ενός αλγορίθμου κλάδου και φράγματος.

Διαιρούμε το σύνολο των N πυρκαγιών σε 2 υποσύνολα x και y , όπου x το σύνολο των προγραμματισμένων για κατάσβεση πυρκαγιών και y το σύνολο των πυρκαγιών που η κατάσβεση τους δεν έχει προγραμματισθεί ακόμα. Έστω $\langle x \rangle$ μία ακολουθία κατάσβεσης των πυρκαγιών του συνόλου x . Οι τιμές των $V_{[i]}$, $P_{[i]}$ και $C_{[i-1]}$ είναι γνωστές για κάθε πυρκαγιά $F_{[i]} \in \langle x \rangle$. Αυτές οι τιμές πρέπει να υπολογιστούν για τις πυρκαγιές του συνόλου y . Η

ακολουθία $\langle x \rangle$ θα συμβολίζεται ως «κόμβος» στον αλγόριθμο κλάδου και φράγματος.

i. Υπολογισμός του άνω φράγματος

Για το πρόβλημα $N/1/ST_{sd}/\min \sum C_i$ (όπου ST_{sd} χρόνοι προετοιμασίας που εξαρτώνται από την σειρά κατάσβεσης) με σταθερούς χρόνους επεξεργασίας και χρόνους προετοιμασίας ανεξάρτητους από την χρονική στιγμή που αυτή λαμβάνει χώρα, έχει υπολογιστεί ένα άνω φράγμα (Rinnooy Kan, 1976). Αυτός ο υπολογισμός είναι αρκετά χρονοβόρος αφού απαιτεί μία αναδρομική επίλυση του δυϊκού ενός γραμμικού προβλήματος αντιστοίχισης στα διαφορετικά επίπεδα του δέντρου διάσχισης (branch and bound tree). Για τον παρόντα αλγόριθμο χρησιμοποιείται ένα άλλο άνω φράγμα, όχι τόσο καλό, αλλά πολύ ταχύτερο στον υπολογισμό του, που είναι το εξής:

Έστω ότι η κατάσβεση όλων των πυρκαγιών της ακολουθίας $\langle x \rangle$ ολοκληρώνεται την χρονική στιγμή $C_{[r]}$, δηλαδή η κατάσβεση της πυρκαγιάς $F_{[r]}$ είναι η τελευταία στην $\langle x \rangle$. Τότε ένα άνω φράγμα για την βέλτιστη λύση στον κόμβο $\langle x \rangle$ είναι το εξής:

$$UB_{\langle x \rangle} = \sum V_{0, \langle x \rangle \cup \langle y \rangle} - (\sum a_{[i]} C_{[i]}^2 + \sum a_j P_j^2 (C_{[r]} + \min T_{[r], j})), \quad i \in \langle x \rangle, j \in \langle y \rangle.$$

ii. Κανόνας διάσχισης του δέντρου

Έστω X το σύνολο όλων των δυνατών ακολουθιών $\langle x \rangle$ (σύνολο των «ενεργών» κόμβων, “active” nodes) στο δέντρο του αλγορίθμου κλάδου και φράγματος σε οποιοδήποτε επίπεδο. Ο κόμβος $\langle active \rangle \in X: |active| = \max |x|, x \in X$, επιλέγεται για την περαιτέρω διάσχιση του δέντρου. Εφαρμόζεται η αρχή της εις βάθος αναζήτησης (depth first search) του δέντρου. Με βάση αυτή την αρχή, εφαρμόζεται ένας άπληστος αλγόριθμος (greedy algorithm) επιλογής στους κόμβους του ιδίου επιπέδου, δηλαδή επιλέγεται για την δημιουργία του επόμενου επιπέδου ο κόμβος με το μεγαλύτερο άνω φράγμα.

iii. Εξαγωγή κάτω φραγμάτων

Για την βέλτιστη λύση του προβλήματος $N/1/\min \sum a_i C_i$ με σταθερούς χρόνους εκτέλεσης εργασιών, για τον προγραμματισμό των εργασιών θα χρησιμοποιούταν ο γνωστός κανόνας του Smith ο οποίος τοποθετεί τις εργασίες σε μη φθίνουσα σειρά των λόγων P_i/a_i (Rinnooy Kan, 1976). Μία επέκταση του κανόνα του Smith θα μπορούσε να είναι και η εξής:

Βήμα 1: Η ακολουθία κατάσβεσης των πυρκαγιών θα προγραμματιστεί σύμφωνα με την μη-φθίνουσα σειρά των πηλίκων $(P_i + T_{0,i})/a_i$.

Υπολογισμός της συνολικής αξίας LB_1 αυτής της ακολουθίας.

Βήμα 2:

Ο προτεινόμενος ευρετικός αλγόριθμος του βήματος 2 περιλαμβάνει δύο τμήματα:

α) Στην εργασία των (Buyukkok et al., 1985) αποδεικνύεται ότι, όταν οι αξίες των εργασιών φθίνουν ενώ οι χρόνοι εκτέλεσής τους παραμένουν σταθεροί, τότε η τοποθέτηση των εργασιών σε μη αύξουσα σειρά των λόγων του ρυθμού ελάττωσης της αξίας προς τον χρόνο εκτέλεσης κάθε εργασίας μεγιστοποιεί την απομένουσα αξία. Κατασκευάζεται μία αρχική ακολουθία κατάσβεσης των πυρκαγιών. Εδώ οι χρόνοι κατάσβεσης αυξάνονται, άρα το προηγούμενο αποτέλεσμα δεν ισχύει. Έτσι, στην αρχή της προσπάθειας ελέγχου των πυρκαγιών την χρονική στιγμή t (που πρέπει να είναι μικρότερη ή ίση από κάποιο αποδεκτό χρονικό όριο), η πυρκαγιά με τον μεγαλύτερο λόγο απομένουσας αξίας προς τον χρόνο ολοκλήρωσής της, δηλαδή η πυρκαγιά με την μικρότερη απώλεια αξίας, τοποθετείται πρώτη στην ακολουθία κατάσβεσης. Μετά η πυρκαγιά αυτή αφαιρείται από το σύνολο των προς κατάσβεση πυρκαγιών και η διαδικασία επαναλαμβάνεται από την χρονική στιγμή $t=C_{[1]}$. Η διαδικασία τερματίζεται όταν προγραμματιστούν όλες οι κατασβέσεις των πυρκαγιών που έχουν εκδηλωθεί.

Η λογική της κατασκευής μίας αρχικής ακολουθίας κατάσβεσης των πυρκαγιών με τον τρόπο που περιγράφηκε προηγουμένως βασίζεται στην εύρεση της πυρκαγιάς που προτιμάται για κατάσβεση κάθε φορά, που είναι εκείνη με την μεγαλύτερη απομένουσα αξία την στιγμή ολοκλήρωσής της. Συνεπώς ο σκοπός είναι η εξισορρόπηση της αξίας και του χρόνου ολοκλήρωσης της κατάσβεσης κάθε πυρκαγιάς όταν οι κατασβέσεις όλων των πυρκαγιών έχουν τοποθετηθεί σε μία σειρά. Αυτό είναι λογικό αφού οι πυρκαγιές που έχουν είτε μικρότερο χρόνο κατάσβεσης είτε μεγαλύτερο «κόστος ευκαιρίας» από την καθυστέρηση της κατάσβεσής τους πρέπει να προγραμματιστούν νωρίτερα.

β) Έπειτα ο αλγόριθμος «βελτιώνει» την ακολουθία που έχει δημιουργηθεί. Υπολογίζεται η απομένουσα αξία πριν και μετά την ανταλλαγή της σειράς κατάσβεσης των πυρκαγιών στην ακολουθία που δημιουργήθηκε στο προηγούμενο βήμα, πρώτα προς τα μπροστά (από την πρώτη προς την τελευταία θέση) και μετά προς τα πίσω (από την τελευταία προς την πρώτη θέση). Αυτά τα δύο βήματα υλοποιούνται εύκολα, αφού η πολυπλοκότητα του καθενός είναι $O(n)$.

Ο ευρετικός αλγόριθμος που περιγράφηκε προηγουμένως είναι ο εξής (σε μορφή ψευδοκώδικα):

For $i = 1$ to N

Calculate $R_i = V_i/C_i$;

Find $k = \arg \text{Maximum} \{R_i\}$;

Schedule fire k on the first position in a fire suppression sequence π_1 ;

Remove this fire from the initial set of N fires;

Update value t ;

End;

For $i = 1$ to $N-1$

Interchange the fires' suppressions in the i -th and the $i+1$ -st positions in π_1 ;

The new sequence is π_2 ;

Calculate the total value for π_2 ;

If the value of π_1 is less than the value of π_2 , then set $\pi_1 = \pi_2$ and the total value is replaced with the new one;

End;

If at least one better sequence than the initial one is found, continue the forwards interchanging; else π_2 is the best sequence obtained;

For $i = 1$ to $N-1$

Interchange the fires' suppressions in the $(N-i)$ -th and the $(N-i + 1)$ -th positions in π_2 ;

The new sequence is π ;

Calculate the total value for π ;

If the value of π_2 less than the value of π , then set $\pi_2 = \pi$ and the total value is replaced with the new one;

If at least one better sequence than the initial one is found, continue the backwards interchanging; else π is the best sequence obtained;

End.

Η ακολουθία που δημιουργείται από τον αλγόριθμο συμβολίζεται με π και δίνει μία υποβέλτιστη λύση της συνολικής απομένουσας αξίας που συμβολίζεται με LB_2 .

Το αρχικό κάτω φράγμα που χρησιμοποιείται στον αλγόριθμο κλάδου και φράγματος είναι το $LB_{in} = \max\{LB_1, LB_2\}$, που αντιστοιχεί σε μία αρχική ακολουθία που δίνει την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης που υπολογίστηκε πριν.

iii. Αρχή αποκλεισμού κόμβων:

Έστω S η καλύτερη γνωστή ακολουθία κατάσβεσης πυρκαγιών σε μία τυχαία χρονική στιγμή και P το νέο κάτω φράγμα, το οποίο είναι η συνολική απομένουσα αξία όταν όλες οι κατασβέσεις των πυρκαγιών έχουν διαταχθεί σ' έναν κλάδο του δέντρου του αλγορίθμου κλάδου και φράγματος. Αυτή είναι η προσωρινή λύση του προβλήματος. Διαγράφονται οι κόμβοι, των οποίων το άνω φράγμα είναι μικρότερο ή ίσο από το κάτω φράγμα της αντικειμενικής συνάρτησης.

Ο αλγόριθμος υλοποιείται ως εξής (σε μορφή ψευδοκώδικα):

For $i=1$ to $\sum_{k=1}^N \frac{N!}{(N-k)!}$ do

$X_i \neq \emptyset$;

$X_i = IS$ {Initial Set};

$\langle \text{active} \rangle = IS$ {the partial sequence of fires' suppressions taken out from X_i };

Calculate $UB_{\langle \text{active} \rangle}$;

$P = LB_{in}$;

S: initial sequence generated from the calculation of LB_{in} ;

Select $\langle x_i \rangle \in X_i$ for branching; {use the greedy choice algorithm}

if $|x_i| = N$ then

if $UB_{\langle x_i \rangle} > P$, then

$S = \langle x_i \rangle$;

$\Sigma V_{\langle x_i \rangle} = LB_{\langle x_i \rangle}$;

Apply the exclusion principle to $\{X_i - \langle x_i \rangle\}$;

Obtain the dominant set of nodes $\langle \text{active} \rangle = X_{i+1}$;

Else

$X_i = \{\langle x_i \rangle \cup k\}$, for every non scheduled fire k ;

For every $\{\langle x_i \rangle \cup k\}$

Calculate $UB_{\langle x_i \rangle \cup k}$;

if $UB_{\langle x_i \rangle \cup k} \leq P$ then

Delete the dominated nodes from X_i ;

Obtain the dominant set of $\langle \text{active} \rangle = X_{i+1}$

END.

Optimal solution = $\Sigma V_{\langle x_i \rangle}$

Optimal Sequence = S.

4.2.2.5 Παράδειγμα

Σε αυτήν την παράγραφο εφαρμόζονται σε ένα παράδειγμα οι ευρετικοί αλγόριθμοι που χρησιμοποιήθηκαν στα προηγούμενα για την εύρεση των φραγμάτων και μετά ο αλγόριθμος κλάδου και φράγματος. Οι τιμές των παραμέτρων υπολογίστηκαν χρησιμοποιώντας πειραματικά δεδομένα από τους (McAlpine and Wakimoto, 1991):

$$p=1 \text{ sec}$$

$$L \in (40, 60) \text{ (σε m)}$$

$$a_i \in (0.1, 0.9) \text{ και } \beta_i \in (0, 29) \text{ και } \gamma_i \in (0, 1.2)$$

$$\delta_i \in (0, 11) \text{ για ταχύτητα ανέμου στην επιφάνεια του εδάφους } U \in \{0, \dots, 8\} \text{ (σε km/h).}$$

$V_{i0} \in (1000, 2000)$ (αυτή η αξία αντιπροσωπεύει την αρχική αξία της περιοχής που πλήττεται από την πυρκαγιά F_i)

$$\tau_{[i]} \in \{0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5\} \text{ (σε h)}$$

$$T_{i,i+1} \in (0, 1) \text{ (σε h).}$$

Αρχικά ελέγχθηκε η απόδοση του ευρετικού αλγορίθμου εύρεσης του κάτω φράγματος σε σχέση με την επίλυση με την μέθοδο της πλήρους απαρίθμησης. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στον Πίνακα 4.4. Το χρονικό όριο για την εύρεση της βέλτιστης λύσης με πλήρη απαρίθμηση τέθηκε ίσο με 10 min. Αν ο χρόνος που απαιτείται για την εύρεση της βέλτιστης λύσης υπερβεί τα 10 min, υπολογίζεται μία υποβέλτιστη λύση μετά από $40 \cdot 10^6$ διαφορετικά προγράμματα κατάσβεσης πυρκαγιών. Στην τελευταία στήλη του πίνακα παρουσιάζεται ο χρόνος για την εύρεση της υποβέλτιστης λύσης.

Μέγεθος προβλήματος (N)	Μέσο σχετικό σφάλμα (%)	Τυπική απόκλιση	Υπολογιστικός χρόνος ανά πείραμα για την μέθοδο πλήρους απαρίθμησης (sec)	Υπολογιστικός χρόνος ανά πείραμα μετά από $40 \cdot 10^6$ ακολουθίες (sec)
5	0.08	0.58	<1	
6	0.74	2.11	<1	
7	1.70	3.07	<1	
8	3.40	4.52	<1	
9	5.30	5.40	1	
10	5.60	5.00	16	
11	6.81	5.81	194	
12	8.20	6.12	~3800	281
13	10.39	6.74	~48000	307
14	10.54	7.50	~660000	322
15	13.10	9.96	NA*	330
16	16.05	10.00	NA	349
17	16.07	10.32	NA	368
18	17.29	10.84	NA	385
19	17.78	10.95	NA	403
20	18.83	12.19	NA	420

Πίνακας 4.4. Πειραματικά αποτελέσματα ευρετικού αλγορίθμου

*: NA: Μη διαθέσιμο

Διαπιστώνεται ότι η απόδοση του αλγορίθμου φθίνει όσον αφορά το μέσο σχετικό σφάλμα και την τυπική απόκλιση όταν αυξάνεται ο αριθμός των πυρκαγιών N, ενώ ο υπολογιστικός χρόνος ανά πείραμα όταν εφαρμόζεται η μέθοδος της πλήρους απαρίθμησης εκρήγνυται όταν $N > 10$. Πέραν αυτού του γεγονότος, ο ευρετικός αλγόριθμος θεωρείται αρκετά ικανοποιητικός. Επιπλέον, ο χρόνος εκτέλεσής του ήταν αμελητέος συγκρινόμενος με εκείνον που απαιτείται

για την εύρεση της λύσης με πλήρη απαρίθμηση, αφού, για παράδειγμα, για $N=150$ πυρκαγιές το αποτέλεσμα δίνεται σε λιγότερο από 1 λεπτό. Αυτό μπορεί να είναι κρίσιμο σε ένα σύστημα υποστήριξης αποφάσεων για την κατάσβεση δασικών πυρκαγιών, αφού ο χρόνος μπορεί να είναι ο πιο σημαντικός παράγοντας για τους επιχειρησιακούς υπεύθυνους αποφάσεων του Πυροσβεστικού Σώματος.

Ύστερα εφαρμόστηκε ο αλγόριθμος κλάδου και φράγματος σε 45 ($9 \cdot 5 = 45$ για τις διαφορετικές τιμές των U και $\tau_{[i]}$ αντίστοιχα) περιπτώσεις για $N=7,8,9,10,11$ πυρκαγιές που εκδηλώνονται ταυτόχρονα. Ο αλγόριθμος υλοποιήθηκε σε αντικειμενοστραφή γλώσσα προγραμματισμού Pascal σε πλατφόρμα Delphi 7, χρησιμοποιώντας έναν 1.4GHz Centrino Pentium IV PC.

Εφαρμόστηκε ένα κριτήριο τερματισμού, όπου αν ο χρόνος ολοκλήρωσης της κατάσβεσης $C_{[i]}$ της πυρκαγιάς $F_{[i]}$ ήταν μεγαλύτερος από ένα συγκεκριμένο όριο (π.χ. 100 ώρες), τότε η υπολοιπόμενη αξία της περιοχής που επλήγη από αυτή την πυρκαγιά και οι υπολειπόμενες αξίες όλων των περιοχών που πλήττονται από τις πυρκαγιές που έπονται αυτής στην συγκεκριμένη ακολουθία κατάσβεσης τίθενται ίσες με το μηδέν. Αυτή η συνθήκη εφαρμόστηκε ώστε να αποφεύγονται οι υπολογισμοί χρόνων κατάσβεσης πυρκαγιών χωρίς νόημα

Στον Πίνακα 4.5 παρουσιάζονται τα στατιστικά στοιχεία από την εφαρμογή του αλγορίθμου κλάδου και φράγματος. Η πρώτη στήλη δείχνει τον μέσο αριθμό των κόμβων που εξερευνήθηκαν στο δέντρο του αλγορίθμου. Η δεύτερη στήλη δίνει τον μέσο χρόνο εκτέλεσης του αλγορίθμου σε δευτερόλεπτα.

N	Μέσος αριθμός κόμβων	Μέσος χρόνος (sec)
7	65	-
8	219	-
9	891	0.3
10	3,268	6.8
11	9,607	33.3

Πίνακας 4.5. Στατιστικά στοιχεία του αλγορίθμου κλάδου και φράγματος

Από τα πειράματα εξάγεται το συμπέρασμα ότι η αντικειμενική συνάρτηση δεν είναι ευαίσθητη στις αλλαγές του συνόλου τιμών των παραμέτρων. Αυτό, σε συνδυασμό με την δύσκολη (μη γραμμική) μορφή της συνάρτησης του χρόνου κατάσβεσης και της απομένουσας αξίας, οδηγεί σε μία ραγδαία αύξηση του μέσου αριθμού κόμβων που εξετάζονται στον αλγόριθμο καθώς και του μέσου χρόνου εκτέλεσης του αλγορίθμου καθώς αυξάνεται το μέγεθος του προβλήματος. Συνεπώς είναι απαραίτητη η εξαγωγή πιο αποτελεσματικών φραγμάτων. Παρόλα αυτά, με δεδομένο ότι ο αριθμός των πυρκαγιών που καλείται να κατασβέσει το μοναδικό πυροσβεστικό μέσο δεν είναι μεγάλος, αυτός ο αλγόριθμος μπορεί να αποτελέσει την βάση για ανάπτυξη ταχύτερων εργαλείων στήριξης αποφάσεων.

4.3 Η περίπτωση πολλαπλών διαθέσιμων πόρων δασοπυρόσβεσης

4.3.1 Εισαγωγή

Το επόμενο ερευνητικό βήμα που γίνεται σε αυτή την παράγραφο είναι η άρση κάποιων απλουστευτικών υποθέσεων που έγιναν στις δύο προηγούμενες, συμπεριλαμβανομένων: α) της προσθήκης περισσότερων μέσων δασοπυρόσβεσης (ίδιων ή όχι δυνατοτήτων κατάσβεσης), β) της αντιμετώπισης προβλημάτων όπου εμφανίζονται το δικαίωμα προτίμησης και/ ή πολλαπλή κάλυψη πυρκαγιών και γ) η εξέταση της δυναμικής περίπτωσης του προβλήματος της κατανομής των πυροσβεστικών δυνάμεων υπό αβεβαιότητα όσον αφορά τις μελλοντικές εκδηλώσεις πυρκαγιών (άγνωστοι χρόνοι ανάφλεξης).

Επομένως εξετάζεται το πρόβλημα του προγραμματισμού των έργων κατάσβεσης δασικών πυρκαγιών $m > 1$ παράλληλων διαθέσιμων μέσων με ίδια ή διαφορετική πυροσβεστική ικανότητα για να θέσουν υπό έλεγχο $N \geq 2$ δασικές πυρκαγιές. Αυτό αποτελεί ένα από τα κύρια προβλήματα των επιχειρησιακών κέντρων δασοπυρόσβεσης στην Ελλάδα και διεθνώς και από τις προηγούμενες παραγράφους προκύπτει ότι μπορεί να αντιμετωπιστεί χρησιμοποιώντας τις έννοιες των εργασιών με χρονικά μεταβαλλόμενες παραμέτρους. Πιο συγκεκριμένα, διατυπώνεται ως πρόβλημα προγραμματισμού εργασιών που απαιτούν ταυτόχρονη εκτέλεση από πολλαπλούς επεξεργαστές για να ολοκληρωθούν (multiprocessor jobs). Αυτό το γεγονός αντιτίθεται στην υπόθεση της θεωρίας προγραμματισμού εργασιών ότι μία εργασία εκτελείται από έναν και μόνο επεξεργαστή κάθε χρονική στιγμή (Drozdowski, 1996). Διατυπώνεται ένα μοντέλο με κριτήριο την μεγιστοποίηση της συνολικής απομένουσας αξίας των περιοχών που πλήττονται από τις πυρκαγιές και υλοποιείται ένας ευρετικός αλγόριθμος για να αντιμετωπιστεί αυτό το μη πολυωνυμικού χρόνου επίλυσης (NP-hard) πρόβλημα.

4.3.2 Περιγραφή του προβλήματος

Σύμφωνα με τις συνήθεις πρακτικές σε θέματα δασοπυρόσβεσης, σε μία δασική περιοχή τοποθετούνται κάποιες δυνάμεις (ή πόροι) δασοπυρόσβεσης που μπορεί να είναι ίδιες ή όχι, π.χ. πυροσβεστικά οχήματα, πεζοπόρα τμήματα με μάνικες συνδεδεμένες με πυροσβεστικούς κρουνοί, εναέρια μέσα δασοπυρόσβεσης όπως αεροπλάνα και ελικόπτερα. Για την εύρεση της καταλληλότερης χωροταξικής τοποθέτησης των διαθέσιμων μέσων ώστε να καλυφθεί η θεωρούμενη δασική περιοχή κατά τον βέλτιστο τρόπο χρησιμοποιείται μία παραλλαγή του μοντέλου χωροθέτησης μέγιστης κάλυψης (Maximal Covering Location Model, MCLM) (Dimoroulou and Giannikos, 2004).

Ο απαιτούμενος χρόνος για την κατάσβεση μίας δασικής πυρκαγιάς αυξάνει με ρυθμό που εξαρτάται από τον χρόνο που έχει διανυθεί από την ανάφλεξη της, το είδος της καύσιμης ύλης της καιγόμενης περιοχής (σε διαφορετικές περιοχές υπάρχουν διαφορετικοί ρυθμοί εξάπλωσης των πυρκαγιών) και την δυνατότητα κατάσβεσης των διαθέσιμων μέσων δασοπυρόσβεσης. Κατά συνέπεια, αφού ο χρόνος και η προσπάθεια που απαιτούνται για τον έλεγχο μίας δασικής πυρκαγιάς αυξάνονται με τον χρόνο, ο προγραμματισμός των διαθέσιμων δυνάμεων δασοπυρόσβεσης μπορεί να θεωρηθεί σαν ένα πρόβλημα προγραμματισμού εργασιών με χρονικά μεταβαλλόμενες παραμέτρους (αύζοντες χρόνους εκτέλεσης και φθίνουσες αξίες εργασιών). Σκοπός είναι η ελαχιστοποίηση της συνολικής ζημίας που προξενείται από τις πυρκαγιές στις πληγείσες περιοχές ή, ισοδύναμα, η μεγιστοποίηση της συνολικής απομένουσας αξίας των περιοχών αυτών.

Στο πρόβλημα αυτό περιέχονται κάποια ιδιαίτερα χαρακτηριστικά, συμπεριλαμβανομένων των επομένων:

- α. Τα παράλληλα, διαφορετικής πυροσβεστικής ικανότητας μέσα είναι ασυσχέτιστα (unrelated) και ο ρυθμός κατάσβεσης τους εξαρτάται από την πυρκαγιά που κατασβένουν.
- β. Μία πυρκαγιά μπορεί να θεωρηθεί σαν μία εργασία που απαιτεί ταυτόχρονη εκτέλεση από πολλαπλούς επεξεργαστές.
- γ. Επιτρέπεται το δικαίωμα προτίμησης (pre-emption), δηλαδή η περίπτωση που ένα μέσο δασοπυρόσβεσης καλείται για την κατάσβεση μίας πυρκαγιάς ενώ ασχολείται με την κατάσβεση κάποιας άλλης.
- δ. Οι εργασίες έχουν μεταβλητά προφίλ, δηλαδή ο αριθμός των πυροσβεστικών μέσων που απασχολούνται για την κατάσβεση μίας συγκεκριμένης πυρκαγιάς μπορεί να μεταβληθεί κατά την διάρκεια της προσπάθειας ελέγχου της.

Συμβολισμός

Έστω:

$F = \{F_1, \dots, F_N\}$: ένα σύνολο N δασικών πυρκαγιών με $L \leq N$ διαφορετικές τιμές των χρόνων εκδήλωσής τους (“release times”), $0 = r_1 < r_2 < \dots < r_L$.

$R = \{R_1, \dots, R_K\}$: Το σύνολο των κατηγοριών των δυνάμεων δασοπυρόσβεσης, δηλαδή θεωρείται ότι υπάρχουν K διαφορετικά υποσύνολα (κατηγορίες) μέσω διαφορετικής ικανότητας δασοπυρόσβεσης R_1, \dots, R_K με M_j μέσα δασοπυρόσβεσης ίδιας ικανότητας από

κάθε είδος, $j=1, 2, \dots, K$, και $\sum_{j=1}^K M_j = M$, δηλαδή ο συνολικός αριθμός των παράλληλων,

ασυσχέτιστων και με ίδιες ή διαφορετικές ικανότητες πυρόσβεσης μέσω ισούται με M .

$t_0 > 0$: Η χρονική στιγμή έναρξης της προσπάθειας κατάσβεσης των δασικών πυρκαγιών.

$\rho_{ij}(t)$: Ο ρυθμός πυρόσβεσης της F_i από ένα πυροσβεστικό μέσο της κατηγορίας j .

$\underline{s}_i(t) = (s_{i1}(t), \dots, s_{iK}(t))$ το διάνυσμα των υποσυνόλων των πυροσβεστικών δυνάμεων που εμπλέκονται στην κατάσβεση της πυρκαγιάς F_i κατά τη χρονική στιγμή t , $i=1, 2, \dots, G \leq N$.

$P(\underline{s}_i(t), t)$: ο χρόνος εκτέλεσης, δηλαδή ο χρόνος που απαιτείται για την κατάσβεση της F_i την χρονική στιγμή t .

$Area_i(t)$: το εμβαδόν του ελλειπτικού δακτυλίου που πρέπει να δημιουργηθεί ώστε να τεθεί η πυρκαγιά F_i υπό έλεγχο κατά την χρονική στιγμή t .

$\alpha, \beta, \gamma, \epsilon$: σταθερές παράμετροι που εξαρτώνται από το είδος της περιοχής που καίει η πυρκαγιά F_i (οι ρυθμοί εξάπλωσης των πυρκαγιών διαφέρουν μεταξύ τους στις διαφορετικές περιοχές απαίτησης πυροσβεστικής κάλυψης) και τις μετεωρολογικές συνθήκες.

$t_{\max,i}$: Ο οριακός χρόνος όπου η F_i , $i=1, 2, \dots, N$, θεωρείται ανεξέλεγκτη (containment escape time limit). Η F_i θεωρείται ότι έχει ξεφύγει της αρχικής προσβολής αν ο χρόνος ελέγχου της ξεπεράσει το $t_{\max,i}$. Ο χρόνος αυτός μπορεί να υπολογιστεί κατά την στιγμή ανάφλεξης της F_i .

$\underline{\delta}_i = (\delta_{i1}, \dots, \delta_{iK})$: $P(\underline{\delta}_i, r_i) = t_{\max,i}$, με $\delta_{ij} \leq M_j$

το διάνυσμα των «ελάχιστων απαιτήσεων» σε δυνάμεις δασοπυρόσβεσης για την κατάσβεση της F_i , δηλαδή οι απαραίτητες δυνάμεις για τον περιορισμό της F_i σε χρόνο $t_{\max,i}$ ώστε να μην διαφύγει την αρχική προσβολή.

$h_i(t)$: είναι ο ελάχιστος χρόνος που απαιτείται για την καταστολή της F_i σε οποιαδήποτε χρονική στιγμή t αν επέμβουν σε αυτήν όλες οι διαθέσιμες δυνάμεις δασοπυρόσβεσης. Αυτός ο χρόνος ονομάζεται ύψος (height) της πυρκαγιάς F_i κατά την χρονική στιγμή t .

$C(\underline{s}_i(t))$: $h_i(C(\underline{s}_i(t))) = 0$ ο χρόνος ολοκλήρωσης της κατάσβεσης της πυρκαγιάς F_i .

Υποθέσεις

- Τα διαθέσιμα μέσα δασοπυρόσβεσης καλύπτουν πλήρως την υπό εξέταση έκταση και είναι εγκατεστημένα σε κάποια βάση μέσα σ' αυτή.
- Όλα τα μέσα δασοπυρόσβεσης μπορούν να φτάσουν πάντα σε οποιαδήποτε πυρκαγιά.
- Οι συνθήκες καύσιμης ύλης και οι μετεωρολογικές συνθήκες παραμένουν σταθερές (ομογενείς συνθήκες) σε κάθε περιοχή ζήτησης πυροσβεστικής κάλυψης.
- Η αξία της πληγείσας από την F_i περιοχής φθίνει ανάλογα με το τετράγωνο του χρόνου ολοκλήρωσης της κατάσβεσης της F_i με έναν σταθερό ρυθμό w_i , δηλαδή

$$V_i(t) = V_{i0} - w_i C^2(\underline{s}_i(t))$$

όπου υπενθυμίζεται ότι V_{i0} είναι η αρχική αξία της περιοχής στην οποία εκδηλώθηκε η πυρκαγιά F_i .

- Ο αριθμός των μέσων δασοπυρόσβεσης στα οποία ανατίθεται το έργο κατάσβεσης είναι σταθερός στη διάρκεια ορισμένων χρονικών διαστημάτων.

4.3.3 Το μοντέλο

Η διαμόρφωση του δακτυλίου γύρω από το μέτωπο της πυρκαγιάς (βλέπε προηγούμενη παράγραφο) σπάνια διατηρεί σταθερό ρυθμό κατά την διάρκεια της αρχικής επέμβασης των πυροσβεστικών δυνάμεων. Ο ρυθμός αυτός ελαττώνεται καθώς συμπεριλαμβάνονται οι χρόνοι ταξιδιών των πυροσβεστικών μέσων (χρόνοι προετοιμασίας, "set-up times" σε ένα τυπικό πρόβλημα προγραμματισμού εργασιών σε περιβάλλον βιομηχανικής παραγωγής), επέρχεται η κόπωση των πληρωμάτων και τα αποθέματα νερού και επιβραδυντικού υγρού εξαντλούνται. Αυτό ονομάζεται «φαινόμενο μετάπτωσης» ('drop-off' phenomenon) (Fried and Fried, 1996). Το αποτέλεσμα είναι μία βαθμωτή συνάρτηση ρυθμού πυρόσβεσης της μορφής:

$$\rho_{ij}(t) = \begin{cases} a_{ij}, & t \leq t_{ij} \\ b_{ij}, & t > t_{ij} \end{cases}, b_{ij} < a_{ij}$$

όπου τα χρονικά όρια t_{ij} της ελάττωσης του ρυθμού πυρόσβεσης της F_i από ένα μέσο της κατηγορίας j αλλάζουν καθώς αυξάνει ο χρόνος που έχει παρέλθει από την έναρξη της προσπάθειας ελέγχου των πυρκαγιών.

Η εξίσωση για τον υπολογισμό του χρόνου κατάσβεσης είναι: (μετά από μία σχετική απλοποίηση του υπολογισμού της $Area_i(t)$ στην παράγραφο 4.2.2)

$$P(\underline{s}_i(t), t) = \frac{Area_i(t)}{\sum_{j=1}^K s_{ij}(t) \rho_{ij}(t)} = \frac{\alpha \beta^2 t^{2\gamma} + 2\alpha \beta \epsilon t^{\gamma+1} + \alpha \epsilon t^2}{\sum_{j=1}^K s_{ij}(t) \rho_{ij}(t)}$$

Το ύψος της F_i την χρονική στιγμή t δίνεται από την σχέση:

$$h_i(t) = \frac{Area_i(t) - \int_{t_0}^t P(\underline{s}_i(\tau), \tau) \sum_{j=1}^K s_{ij}(\tau) \rho_{ij}(\tau) d\tau}{\sum_{j=1}^K M_j \rho_{ij}(t)}$$

Το αρχικό ύψος της πυρκαγιάς F_i κατά την χρονική στιγμή $t=t_0$ είναι

$$h_i(t_0) = \frac{Area_i(t_0)}{\sum_{j=1}^K M_j \rho_{ij}(t_0)}$$

Η αντικειμενική συνάρτηση προς ελαχιστοποίηση είναι η συνολική ζημία που προξενείται στις πληγείσες περιοχές

$$\min \sum_{i=1}^N w_i C^2(\underline{s}_i(t))$$

ή, ισοδύναμα, η μεγιστοποίηση της συνολικής απομένουσας αξίας των περιοχών αυτών

$$\max \sum_{i=1}^N V_i$$

4.3.4 Ευρετικός αλγόριθμος

Περιγραφή του αλγορίθμου

Ο ευρετικός αλγόριθμος που παρουσιάζεται εδώ χρησιμοποιεί κάποιες ιδέες από τον αλγόριθμο που αναπτύχθηκε στην εργασία του (Drozdowski, 1996). Εκεί εξετάστηκε ένα πρόβλημα προγραμματισμού παράλληλων εφαρμογών σε ένα πολυπρογραμματιστικό σύστημα πολλαπλών επεξεργαστών. Αντιμετωπίστηκε η περίπτωση δικαιώματος προτίμησης με χρήση μεταβαλλόμενου αριθμού επεξεργαστών από κάθε εργασία. Προτάθηκε ένας χαμηλής υπολογιστικής τάξης ευρετικός αλγόριθμος για την ελαχιστοποίηση του χρόνου

ολοκλήρωσης της τελευταίας εργασίας, ο οποίος προγραμματίζει τις εργασίες σύμφωνα με το επίπεδό τους που προκύπτει από τον απαιτούμενο χρόνο μέχρι την ολοκλήρωσή τους.

Τα χρονικά διαστήματα μεταξύ των χρόνων εκδήλωσης των πυρκαγιών θεωρούνται ότι έπονται το ένα του άλλου. Δημιουργούνται υποδιαίρεσεις αυτών των διαστημάτων όπου οι λόγοι $w_i/h_i(t)$ παραμένουν αμετάβλητοι. Η αιτιολόγηση για την χρήση αυτών των πηλίκων πηγάζει από τον γνωστό κανόνα του Smith για την βέλτιστη επίλυση του προβλήματος $N/1/\min \sum a_i C_i$ με σταθερούς χρόνους επεξεργασίας P_i , η οποία είναι η τοποθέτηση των εργασιών σε μη φθίνουσα σειρά των λόγων P_i/a_i (Smith, 1956). Αυτός ο ευρετικός αλγόριθμος χρησιμοποιείται επίσης για το πρόβλημα $N/1/\min \sum a_i C_i^2$ με σταθερούς χρόνους επεξεργασίας, που είναι ένα πολύ πιο απλό αλλά παρόμοιο πρόβλημα με εκείνο που εξετάζεται εδώ (Della Croce et al., 1995, Mondal and Sen, 2000).

Το πρώτο βήμα είναι η ανάθεση των εργασιών κατάσβεσης των πυρκαγιών στα πυροσβεστικά μέσα έτσι ώστε οι πυρκαγιές με μεγαλύτερους λόγους $w_i/h_i(t)$ αποκτούν προτεραιότητα. Όταν υπάρχουν διαθέσιμες περισσότερες δυνάμεις δασοπυρόσβεσης από αυτές που απαιτούνται συνολικά για τον έλεγχο των πυρκαγιών που έχουν ήδη εκδηλωθεί, το έργο της κατάσβεσης ανατίθεται στον μέγιστο δυνατό αριθμό πυροσβεστικών μέσων. Σε αντίθετη περίπτωση, τα διαθέσιμα μέσα επιμερίζονται στις πυρκαγιές με τους ίδιους λόγους έτσι ώστε τα ύψη τους να ελαττώνονται με τον ίδιο ρυθμό. Έπειτα υπολογίζεται το μήκος του χρονικού διαστήματος της παρούσας κατανομής των δυνάμεων δασοπυρόσβεσης. Αυτή μπορεί να μεταβληθεί σε τρεις περιπτώσεις: α) Το ύψος κάποιας πυρκαγιάς, που ήταν αρχικά μεγαλύτερο, γίνεται ίσο με το ύψος κάποιας άλλης πυρκαγιάς, που ήταν αρχικά μικρότερο, και οι χρόνοι κατάσβεσης πρέπει να επανυπολογιστούν ώστε να επιτευχθεί ο ίδιος ρυθμός ελάττωσης του ύψους για πυρκαγιές που έχουν τον ίδιο λόγο, β) Ολοκληρώνεται η κατάσβεση της πυρκαγιάς με τον μικρότερο χρόνο ολοκλήρωσης μέσα στο χρονικό διάστημα των αναφλέξεων που εξετάζεται ή γ) Επέρχεται το τέλος του διαστήματος (ανάφλεξη νέας πυρκαγιάς) και πρέπει να θεωρηθούν οι νέες επιχειρήσεις δασοπυρόσβεσης μέσα στο επόμενο χρονικό διάστημα. Τέλος, εφαρμόζεται ο κανόνας του (McNaughton, 1959) (wrap-around rule) για τον προγραμματισμό των επιμέρους τμημάτων των εργασιών δασοπυρόσβεσης. Ο κανόνας αυτός χρησιμοποιεί ένα νέο μέσο δασοπυρόσβεσης για τον περιορισμό μίας πυρκαγιάς μόνο αν το προηγούμενο είναι πλήρως απασχολημένο για το εξεταζόμενο χρονικό διάστημα.

Είναι προφανές ότι δεν απαιτούνται πληροφορίες σχετικά με την εκδήλωση πυρκαγιών στα επόμενα χρονικά διαστήματα (αναφλέξεις νέων πυρκαγιών) για τον προγραμματισμό της κατάσβεσης πυρκαγιών με χρόνους εκδήλωσης μικρότερους από t_{k+1} . Συνεπώς ο παραπάνω αλγόριθμος είναι ένας σύγχρονος δυναμικός αλγόριθμος που εκτελείται σε πραγματικό χρόνο

(real-time) και κατασκευάζει υποβέλτιστα προγράμματα χρησιμοποιώντας μόνο τις πληροφορίες για τις πυρκαγιές που έχουν ήδη αναφλεγεί. Η απόδειξη εγκυρότητας του αλγορίθμου είναι παρόμοια με εκείνη που περιλαμβάνεται στην εργασία του (Drozdowski, 1996).

Περιγραφή του αλγορίθμου με χρήση ψευδοκώδικα

$t=t_0$

for $k=1$ to L do

Set_k=set of fires with ignition time r_k

Schedule fires in Set_k in non-ascending order of ratios $w_i/h_i(t)$. Then the fires are denoted $F_{[1]}, F_{[2]}, \dots$

while ($r_{k+1} > t$) and ($\exists F_i \in \text{Set}_k: h_i(t) > 0$) do

(*procedure of assigning resources*)

$\underline{s}(t) = \underline{0}$

avail_j=M_j ($\sum M_j = M$) (*available processors of kind j *)

while (avail_j>0 for some kind j) and |Set_k|>0 do

if $\sum_{F_{[i]} \in \text{Set}_k} \delta_{[i]j} > \text{avail}_j$ then

for $i=1$ to |Set_k| do

for $j=1$ to K do

$s_{[i]j}(t) = \delta_{[i]j} \cdot (\text{avail}_j \text{ with highest containment rates}) / \sum_{F_{[i]} \in \text{Set}_k} \delta_{[i]j}$

avail_j=0

else

for $i=1$ to |Set_k| do

for $j=1$ to K do

$s_{[i]j}(t) = \delta_{[i]j}$ with highest containment rates

$$\text{avail}_j = \text{avail}_j - \sum_{i=1}^{|\text{Set}_k|} \sum_{j=1}^K \delta_{[i]j}$$

(* end of procedure*)

if $\exists F_{[i]}, F_{[q]} \in \text{Set}_k: w_{[i]} / h_{[i]}(t) > w_{[q]} / h_{[q]}(t)$ then

calculate $t_1 = \min \{t: w_{[i]} / h_{[i]}(t) = w_{[q]} / h_{[q]}(t) \text{ for every pair of jobs } F_{[i]}, F_{[q]} \in \text{Set}_k\}$

(*the shortest time required for 2 jobs different ratios to become equal*)

else $t_1 = A$, A arbitrary large number

$$t_2 = \min_{F_{[i]} \in \text{Set}_k} \{C(s_{[i]}(t))\}$$

(*This is fire's $F_{[i]}$'s shortest suppression completion time, i.e. $h_{[i]}(C(s_{[i]}(t_2), t_2)) = 0$ *)

$$t_{\text{dec}} = \min \{t_1, t_2, r_{k+1} - t\}$$

(* Schedule $t_{\text{dec}} \sum_{j=1}^K s_{[i]j}(t) \rho_{[i]j}(t)$ "piece" of fire $F_{[i]}$ in the interval $[t, t+t_{\text{dec}}]$

according to McNaughton's wrap-around rule (change the assignment of resources to fires) *)

for $i=1$ to $|\text{Set}_k|$ do

if there is no resource "partially" empty and a non-busy resource exists then

assign fire $F_{[i]}$ to a non-busy resource

else

calculate for all processors the x unscheduled units of time until $t+t_{\text{dec}}$

if $P(s_i(t+t_{\text{dec}}), t+t_{\text{dec}}) \leq x$, then assign fire $F_{[i]}$ to the available processor with the

highest containment rate

else

this resource is busy on $[t, t+t_{\text{dec}}-x]$

assign fire $F_{[i]}$ to the processor with the next highest containment rate for

$[t, P(s_i(t+t_{\text{dec}}), t+t_{\text{dec}})]$ (if possible) or $[t, t+t_{\text{dec}}-x]$ and then assign fire $F_{[i]}$ to

the processor with the highest containment rate for $[t+t_{\text{dec}}-x, t+t_{\text{dec}}]$ (if not possible)

$t = t+t_{\text{dec}}$

for $i=1$ to $|\text{Set}_k|$

Calculate new $h_{[i]}(t)$

if $\exists F_{[i]} \in \text{Set}_k: h_{[i]}(t) > 0$ then

$$\text{Set}_{k+1} = \text{Set}_k \cup \{F_{[i]}\}$$

4.4 Συμπεράσματα

Το πρόβλημα της κατάσβεσης δασικών πυρκαγιών είναι πολύ σύνθετο εξαιτίας, μεταξύ άλλων, των πολλαπλών παραγόντων που επηρεάζουν μία δασική πυρκαγιά, της διαφορετικής δυναμικότητας κατάσβεσης των μέσων δασοπυρόσβεσης, και της αστάθειας των συνθηκών που δημιουργεί μία πυρκαγιά γύρω από την καιγόμενη περιοχή. Οι τεχνικές της Επιχειρησιακής Έρευνας σε συνδυασμό με: α) μαθηματικά μοντέλα υπολογισμού της κατεύθυνσης και του ρυθμού εξάπλωσης μίας δασικής πυρκαγιάς και β) μοντέλα εκτίμησης της αξίας μίας δασικής περιοχής, μπορούν να δώσουν χρήσιμα αποτελέσματα, υποστηρίζοντας ένα σύστημα λήψης αποφάσεων για την διαχείριση και αποτελεσματική αντιμετώπιση των δασικών πυρκαγιών.

Στην παράγραφο 4.2.1 αντιμετωπίστηκε το πρόβλημα του προγραμματισμού των έργων κατάσβεσης δασικών πυρκαγιών ενός μοναδικού διαθέσιμου μέσου δασοπυρόσβεσης όταν έχουν εκδηλωθεί ταυτόχρονα πολλαπλές πυρκαγιές, χρησιμοποιώντας ένα κατάλληλο μοντέλο για τον ρυθμό εξάπλωσης της πυρκαγιάς. Αυτό το απλό αλλά σημαντικό πρόβλημα επιλύθηκε χρησιμοποιώντας τις έννοιες του χρονικού προγραμματισμού εργασιών με μεταβαλλόμενες παραμέτρους για την μοντελοποίηση του χρόνου που απαιτείται για την κατάσβεση μίας πυρκαγιάς. Το μοντέλο είναι θεωρητικό, βασισμένο σε έρευνα πεδίου από την βιβλιογραφία αλλά ταυτόχρονα καινοτόμο. Δίνει μία πρώτη άποψη και κίνητρο για μελλοντικές, πιο ρεαλιστικές, προσεγγίσεις στα προβλήματα διαχείρισης δασικών πυρκαγιών.

Στην παράγραφο 4.2.2 αντιμετωπίστηκε το πρόβλημα στην περίπτωση που περιλαμβάνονται και μη μηδενικοί χρόνοι προετοιμασίας. Ο στόχος ήταν η μεγιστοποίηση της συνολικής απομένουσας αξίας των περιοχών που επλήγησαν μετά την ολοκλήρωση των επιχειρήσεων κατάσβεσης. Παρουσιάστηκε ένας αλγόριθμος κλάδου και φράγματος ο οποίος χρησιμοποιεί ευρετικούς αλγορίθμους για την εύρεση του άνω φράγματος και ενός αρχικού κάτω φράγματος. Αυτή είναι η πρώτη φορά, που αντιμετωπίζεται ένα πρόβλημα με πραγματική και όχι θεωρητική αντικειμενική συνάρτηση στην ερευνητική περιοχή του προγραμματισμού εργασιών με χρονικά μεταβαλλόμενες παραμέτρους.

Επιπλέον, η επίλυση του προβλήματος μπορεί να επεκταθεί εύκολα στην περίπτωση που οι υπεύθυνοι χρειαστεί να δεσμεύσουν το διαθέσιμο πυροσβεστικό μέσο σε μία χρονική στιγμή για μία ομάδα πυρκαγιών που έχουν ήδη εκδηλωθεί, για παράδειγμα στην αρχή μίας ημέρας. Συνεπώς, ένα μέσο δασοπυρόσβεσης μπορεί να απασχοληθεί με την κατάσβεση ενός υποσυνόλου πυρκαγιών (εκείνων στις οποίες δεν έχει γίνει καμία προσπάθεια να τεθούν υπό έλεγχο μέχρι εκείνη την δεδομένη χρονική στιγμή), οι οποίες εκδηλώθηκαν σε γνωστές διαφορετικές χρονικές στιγμές (παράγραφος 4.2.1).

Η μορφή των συναρτήσεων του χρόνου κατάσβεσης των πυρκαγιών και της απομένουσας αξίας συντελούν στην δημιουργία σημαντικού προβλήματος υπερφόρτωσης (overflow) κατά την υλοποίηση του υπολογιστικού αλγορίθμου, το οποίο δεν επιτρέπει την εύρεση λύσης με χρήση του αλγορίθμου κλάδου και φράγματος για μεγαλύτερο αριθμό πυρκαγιών. Η εύρεση αποτελεσματικότερων φραγμάτων μπορεί να λύσει αυτό το πρόβλημα. Ένα άλλο θέμα είναι η θεώρηση της διατήρησης ενός ελάχιστου επιπέδου ασφαλείας δυνάμεων πυρόσβεσης. Επιπλέον, θα πρέπει να ληφθούν υπόψη κάποιες άλλες μη καθορισμένες παράμετροι, όπως η κούραση των δασοπυροσβεστών.

Στην παράγραφο 4.3 αντιμετωπίστηκε ο προγραμματισμός πολλαπλών διαθέσιμων δυνάμεων δασοπυρόσβεσης στην περίπτωση πολλαπλών δασικών πυρκαγιών σαν ένα πρόβλημα με αύξοντες χρόνους εκτέλεσης και φθίνουσες αξίες των εργασιών. Το πρόβλημα ορίστηκε σαν ένα πρόβλημα εργασιών που απαιτούν την ταυτόχρονη εκτέλεση από πολλαπλούς επεξεργαστές. Δημιουργήθηκε ένα μοντέλο με κριτήριο βελτιστοποίησης την μεγιστοποίηση της συνολικής απομένουσας αξίας των εργασιών. Για την αντιμετώπιση αυτού του μη επιλύσιμου προβλήματος σε πολυωνυμικό χρόνο αναπτύχθηκε ένας ευρετικός αλγόριθμος. Τα επόμενα ερευνητικά βήματα περιλαμβάνουν την αξιολόγηση της αποτελεσματικότητας του αλγορίθμου και την χρήση των κριτηρίων $\Sigma_i T_i$ ή N_T ως κριτηρίων βελτιστοποίησης, όπου T_i είναι η καθυστέρηση (αν υπάρχει) κατά την κατάσβεση της πυρκαγιάς F_i και N_T είναι ο αριθμός των πυρκαγιών που ξεφεύγουν της αρχικής προσβολής.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5: ΣΥΝΟΨΗ, ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ, ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ ΓΙΑ ΠΕΡΑΙΤΕΡΩ ΕΡΕΥΝΑ

5.1 Σύνοψη και συμπεράσματα

Η παρούσα διδακτορική διατριβή είχε ως αντικείμενο την ανάλυση και επίλυση προβλημάτων προγραμματισμού εργασιών σε έναν ή περισσότερους επεξεργαστές με χρονικά μεταβαλλόμενες παραμέτρους και την ανάπτυξη σχετικών εφαρμογών σε θέματα προγραμματισμού-οργάνωσης παραγωγικών λειτουργιών και περιβαλλοντικής προστασίας. Πιο συγκεκριμένα:

Στο Κεφάλαιο 2 αναλύθηκε το πρόβλημα του προγραμματισμού εργασιών με χρονικά μεταβαλλόμενες παραμέτρους. Εξετάστηκαν προβλήματα: α) με έναν επεξεργαστή και μεταβαλλόμενους (αύξοντες ή φθίνοντες) χρόνους εκτέλεσης εργασιών, β) προβλήματα με πολλαπλούς επεξεργαστές και μεταβαλλόμενους (αύξοντες ή φθίνοντες) χρόνους εκτέλεσης εργασιών, γ) προβλήματα με έναν επεξεργαστή και φθίνουσες αξίες εργασιών και δ) προβλήματα με έναν επεξεργαστή και ταυτόχρονη αύξηση των χρόνων εκτέλεσης και ελάττωση της αξίας των εργασιών. Σε όλα τα παραπάνω έγινε επισκόπηση της υπάρχουσας βιβλιογραφίας.

Στο Κεφάλαιο 3 και ειδικότερα στην παράγραφο 3.1 παρουσιάστηκαν παραλλαγές ενός μοντέλου που επιτρέπει τον αναλυτικό καθορισμό του μεγέθους των παρτίδων παραγωγής και επανεπεξεργασίας, δίνοντας έμφαση στην περίπτωση που υφίσταται επιδείνωση των ανακτημένων τεμαχίων, η οποία προξενεί επιπρόσθετο κόστος και χρόνο επανεπεξεργασίας. Το μοντέλο είναι σε θέση να παρέξει κατευθυντήριες γραμμές για διοικητικές αποφάσεις σε πραγματικές καταστάσεις και μπορεί εύκολα να επεκταθεί και σε περιπτώσεις όπου ένα ποσοστό των ελαττωματικών τεμαχίων δεν είναι επανεπεξεργάσιμο αλλά αποτίθεται. Επίσης φαίνεται να είναι άμεσα υλοποιήσιμη μία επέκταση του σε περίπτωση εναλλακτικής προκαθορισμένης πολιτικής προετοιμασίας (για παράδειγμα παραγωγή δύο κανονικών παρτίδων πριν επανεπεξεργαστεί μία παρτίδα).

Στην παράγραφο 3.2 εξετάστηκε ένα πρόβλημα του προγραμματισμού εργασιών συντήρησης, όπου για την μαθηματική μοντελοποίησή του χρησιμοποιήθηκε η έννοια των εργασιών με χρονικά μεταβαλλόμενες παραμέτρους. Τα αποτελέσματα που εξήχθησαν μπορούν να γενικευθούν όταν τα χρονικά διαστήματα μεταξύ των διαδοχικών συντηρήσεων είναι μεγαλύτερα από μία χρονική μονάδα (υπόθεση που έγινε σε αυτό το μοντέλο) και όταν ο χρόνος που απαιτείται για την συντήρηση των μηχανών δεν είναι αμελητέος.

Στις παραγράφους 3.3 και 3.4 προτάθηκε ένα μοντέλο αποφάσεων για την ανασύνθεση ενός συνόλου συστημάτων από μεταχειρισμένα και καινούργια στοιχεία, των οποίων η λειτουργική αξία φθίνει με την πάροδο του χρόνου. Στόχος ήταν η εύρεση των κατάλληλων πολιτικών σε έναν χρονικό ορίζοντα, οι οποίες βελτιστοποιούν την συνολική λειτουργική αξία των συστημάτων υπό περιορισμένο προϋπολογισμό και περιορισμούς συναρμολόγησης και συμβατότητας (στην παράγραφο 3.3.) και περιβαλλοντικού φόρτου (πρόβλημα με δύο κριτήρια, παράγραφος 3.4). Το μοντέλο βασίζεται σε μία προσέγγιση στοχαστικού δυναμικού προγραμματισμού και παρουσιάστηκε ένα παράδειγμα στην περίπτωση των προσωπικών ηλεκτρονικών υπολογιστών. Πέραν των εμφανών οικονομικών ωφελειών από την εφαρμογή του μοντέλου αυτού, είναι πιθανόν να προκύψει και περιβαλλοντικό όφελος, αφού οι χρόνοι ζωής των στοιχείων (εξαρτημάτων) μπορεί να επεκταθούν μέσω των πολιτικών ανασύνθεσης. Η ακριβής αξιολόγηση για το περιβαλλοντικό όφελος είναι ένα θέμα του οποίου η εξέταση ξεκίνησε στην παράγραφο 3.4.

Στο Κεφάλαιο 4 και ειδικότερα στην παράγραφο 4.2.1 αντιμετωπίστηκε το πρόβλημα του προγραμματισμού των έργων κατάσβεσης δασικών πυρκαγιών ενός μοναδικού διαθέσιμου μέσου δασοπυρόσβεσης όταν έχουν εκδηλωθεί ταυτόχρονα πολλαπλές πυρκαγιές, χρησιμοποιώντας ένα κατάλληλο μοντέλο για τον ρυθμό εξάπλωσης της πυρκαγιάς. Ο στόχος ήταν η μεγιστοποίηση της συνολικής απομένουσας αξίας των περιοχών που επλήγησαν μετά την ολοκλήρωση των επιχειρήσεων κατάσβεσης. Για την επίλυση αυτού του προβλήματος χρησιμοποιήθηκαν οι έννοιες του χρονικού προγραμματισμού εργασιών με μεταβαλλόμενες παραμέτρους για την μοντελοποίηση του χρόνου που απαιτείται για την κατάσβεση μίας πυρκαγιάς.

Στην παράγραφο 4.2.2 αντιμετωπίστηκε το παραπάνω πρόβλημα στην περίπτωση που περιλαμβάνονται και μη μηδενικοί χρόνοι προετοιμασίας. Παρουσιάστηκε ένας αλγόριθμος κλάδου και φράγματος ο οποίος χρησιμοποιεί ευρετικούς αλγόριθμους για την εύρεση του άνω φράγματος και ενός αρχικού κάτω φράγματος. Η επίλυση του προβλήματος μπορεί να επεκταθεί εύκολα στην περίπτωση που οι υπεύθυνοι χρειαστεί να δεσμεύσουν το διαθέσιμο πυροσβεστικό μέσο σε μία χρονική στιγμή για μία ομάδα πυρκαγιών που έχουν ήδη εκδηλωθεί, για παράδειγμα στην αρχή μίας ημέρας. Συνεπώς, ένα μέσο δασοπυρόσβεσης μπορεί να απασχοληθεί με την κατάσβεση ενός υποσυνόλου πυρκαγιών (εκείνων στις οποίες δεν έχει γίνει καμία προσπάθεια να τεθούν υπό έλεγχο μέχρι εκείνη την δεδομένη χρονική στιγμή), οι οποίες εκδηλώθηκαν σε γνωστές διαφορετικές χρονικές στιγμές.

Στην παράγραφο 4.3 αναιρέθηκαν ορισμένες απλουστευτικές υποθέσεις που έγιναν στις δύο προηγούμενες παραγράφους, συμπεριλαμβανομένων της προσθήκης περισσότερων μέσων

δασοπυρόσβεσης (ίδιων ή όχι δυνατοτήτων κατάσβεσης), της αντιμετώπισης προβλημάτων όπου εμφανίζονται το δικαίωμα προτίμησης και/ ή πολλαπλή κάλυψη πυρκαγιών και της εξέτασης της δυναμικής περίπτωσης του προβλήματος της κατανομής των πυροσβεστικών δυνάμεων υπό αβεβαιότητα όσον αφορά τις μελλοντικές εκδηλώσεις πυρκαγιών (άγνωστοι χρόνοι ανάφλεξης). Το πρόβλημα ορίστηκε σαν ένα πρόβλημα εργασιών που απαιτούν την ταυτόχρονη εκτέλεση από πολλαπλούς επεξεργαστές. Δημιουργήθηκε ένα μοντέλο με κριτήριο βελτιστοποίησης την μεγιστοποίηση της συνολικής απομένουσας αξίας των εργασιών. Για την αντιμετώπιση αυτού του μη επιλύσιμου προβλήματος σε πολυωνυμικό χρόνο αναπτύχθηκε ένας ευρετικός αλγόριθμος.

Η μελέτη των προβλημάτων χρονικού προγραμματισμού εργασιών με μεταβαλλόμενες παραμέτρους οδήγησε στην εξαγωγή ορισμένων συμπερασμάτων. Ενώ ο αριθμός των δημοσιεύσεων σε διεθνή επιστημονικά περιοδικά και βιβλία με αντικείμενο τον χρονικό προγραμματισμό εργασιών με αύξοντες ή φθίνοντες χρόνους επεξεργασίας ξεπερνούν τις εβδομήντα τα τελευταία εικοσιπέντε χρόνια, οι περισσότερες αντιμετωπίζουν απλές, μη ρεαλιστικές συναρτήσεις χρόνου επεξεργασίας. Τα προβλήματα αυτά στην πλειονότητά τους (και γενικότερα τα προβλήματα χρονικού προγραμματισμού εργασιών) προσεγγίζουν το θέμα μερικώς. Η ερευνητική προσπάθεια θα πρέπει να επικεντρωθεί στην εξεύρεση γενικευμένων, περισσότερο «μαθηματικών» και λιγότερο κατασκευαστικών διαδικασιών επίλυσης τέτοιων προβλημάτων, οι οποίες να προσαρμόζονται ανάλογα στις προκύπτουσες εφαρμογές. Επίσης κρίνεται απαραίτητη η εύρεση διαγνωστικών μελετών με ρεαλιστικές συναρτήσεις χρόνων επεξεργασίας. Η παρούσα διατριβή (ειδικότερα στο Κεφάλαιο 4) αντιμετωπίζει ρεαλιστικές συναρτήσεις χρόνων επεξεργασίας, αλλά δεν κατέστη δυνατόν τα προβλήματα πολυπλοκότητας που ανέκυψαν από αυτές να αντιμετωπιστούν στην πλήρη τους έκταση.

5.2 Συμβολή της διατριβής στην έρευνα

Περιοχές προβλημάτων που ανήκουν στον χώρο του προγραμματισμού εργασιών με χρονικά μεταβαλλόμενες παραμέτρους και με τις οποίες ασχολήθηκε η διατριβή συμβάλλοντας στην προώθηση της σχετικής έρευνας είναι οι εξής:

α. Προγραμματισμός της παραγωγής νέων ή επανεπεξεργασίας ελαττωματικών προϊόντων που γίνεται σε κοινές εγκαταστάσεις. Εκεί δημιουργείται η ανάγκη να συντονιστούν οι παραγωγικές δραστηριότητες και οι δραστηριότητες επανεπεξεργασίας ως προς τους χρόνους εκτέλεσης και ως προς το μέγεθός τους για την ικανοποίηση της ζήτησης. Επομένως πρέπει

να ληφθεί υπ' όψη το αν η κατάσταση των προϊόντων που αναμένουν επανεπεξεργασία χειροτερεύει, και άρα ο χρόνος και το κόστος επανεπεξεργασίας αυξάνουν με τον χρόνο.

Πιο αναλυτικά, παρόλο που στις σύγχρονες παραγωγικές διαδικασίες χρησιμοποιείται εξελιγμένος τεχνολογικά εξοπλισμός και τα παραγωγικά συστήματα αποτελούνται από εγκαταστάσεις υψηλής ποιότητας, παράγονται και ελαττωματικά προϊόντα. Σε πολλές περιπτώσεις τα ελαττωματικά τεμάχια έχουν σημαντική αξία (που οφείλεται, για παράδειγμα, στις δαπανηρές πρώτες ύλες), και συνεπώς υπάρχει ένα οικονομικό κίνητρο για την επανεπεξεργασία αυτών των προϊόντων ώστε να έρθουν σε μία κατάσταση «σαν καινούργια» ('as new' condition). Εδώ με τον όρο *επανεπεξεργασία*, ή ισοδύναμα *ανάκτηση*, εννοούνται όλες οι δράσεις που απαιτούνται για την μετατροπή των προϊόντων που δεν ικανοποιούν κάποιες προκαθορισμένες προδιαγραφές ποιότητας σε προϊόντα που τις ικανοποιούν. Πέραν του προαναφερθέντος κινήτρου, οι δραστηριότητες επανεπεξεργασίας μπορεί να επιβάλλονται από την υπάρχουσα νομοθεσία ή εξαιτίας της ανάγκης της εταιρείας να προβάλλει μία καλή περιβαλλοντική εικόνα. Παραδείγματα επανεπεξεργασίας απαντώνται στην βιομηχανία ημιαγωγών, γυαλιού, μεταλλουργίας και φαρμάκων.

Αρκετά συχνά η επανεπεξεργασία λαμβάνει χώρα στον ίδιο μηχανολογικό εξοπλισμό που χρησιμοποιείται για την παραγωγή νέων τεμαχίων. Επομένως δημιουργείται η ανάγκη του συντονισμού των διαδικασιών παραγωγής και επανεπεξεργασίας σε σχέση με την χρονική διάρκειά τους και με τα κατάλληλα μεγέθη των παρτίδων παραγωγής και επανεπεξεργασίας. Μεταξύ άλλων πρέπει να ληφθεί υπόψη το κατά πόσο η κατάσταση των ελαττωματικών αντικειμένων που αναμένουν επανεπεξεργασία επιδεινώνεται με τον χρόνο.

Η *επιδείνωση* (deterioration) των όρων παραγωγής αναφέρεται σε οποιαδήποτε διαδικασία που εμποδίζει ένα προϊόν από το να χρησιμοποιείται για τον αρχικό προκαθορισμένο σκοπό του και επιδρά αρνητικά στην κατάσταση ενός τεμαχίου, αφού το θέτει εκτός προδιαγραφών. Τέτοιες διαδικασίες παρατηρούνται αρκετά συχνά στην πράξη, όπου το χρονικό διάστημα μεταξύ της εκτέλεσης της αρχικής παραγωγικής διεργασίας και της στιγμής έναρξης της επανεπεξεργασίας του προϊόντος επηρεάζουν σημαντικά τον απαιτούμενο χρόνο επανεπεξεργασίας και το αντίστοιχο κόστος. Για παράδειγμα, σε μία παραγωγική διεργασία η οποία απαιτεί τα αντικείμενα να έχουν μία συγκεκριμένη θερμοκρασία, αν εμφανιστούν ελαττωματικά τεμάχια, η θερμοκρασία τους πέφτει ενώ αυτά αναμένουν την επανεπεξεργασία. Κατά συνέπεια, είναι απαραίτητη μία δαπανηρή και χρονοβόρος διεργασία επαναθέρμανσής τους για να έρθει η θερμοκρασία τους στο απαιτούμενο επίπεδο για την έναρξη της διεργασίας επανεπεξεργασίας.

Η μοντελοποίηση παραγωγικών συστημάτων του τύπου που περιγράφηκε προηγουμένως απαιτεί: i) επέκταση των παραδοσιακών μοντέλων για τον προγραμματισμό των ποσοτήτων παραγωγής και επανεπεξεργασίας, αφού μία από τις συνήθεις υποθέσεις είναι ότι χρησιμοποιείται διαφορετικός εξοπλισμός για τις δραστηριότητες αυτές και επιπλέον αγνοούν την επίδραση της επιδείνωσης των όρων παραγωγής των προϊόντων στις αποφάσεις για το μέγεθος των παρτίδων και ii) επέκταση των προσεγγίσεων που αντιμετωπίζουν την εύρεση των μεγεθών των παρτίδων υπό την παρουσία προϊόντων που η κατάστασή τους επιδεινώνεται, αφού τα παραδοσιακά μοντέλα υποθέτουν ότι τα ελαττωματικά τεμάχια αποτίθενται ως απορρίμματα.

β. Προγραμματισμός εργασιών ενός συνεργείου συντήρησης που είναι υπεύθυνο για έναν αριθμό μηχανών ενός παραγωγικού συστήματος. Κάθε μηχανή έχει παραγωγική ικανότητα που φθίνει με τον χρόνο σύμφωνα με μία γνωστή συνάρτηση, η οποία βελτιώνεται με κάθε συντήρηση. Ο σκοπός είναι να βρεθεί μία πολιτική συντήρησης (βέλτιστη ακολουθία εργασιών συντήρησης των μηχανών) που να μεγιστοποιεί την συνολική παραγωγική ικανότητα του συστήματος.

γ. Περιπτώσεις που η αξία των εργασιών είναι φθίνουσα συνάρτηση του χρόνου. Το πρόβλημα σε αυτή την περίπτωση είναι η εύρεση της βέλτιστης ακολουθίας επανεπεξεργασίας παρτίδων εξαρτημάτων με στόχο την ελαχιστοποίηση της απαξίωσης τους.

δ. Εύρεση της βέλτιστης πολιτικής όταν τόσο ο χρόνος εκτέλεσης των εργασιών όσο και η αξία τους εξαρτώνται από τον χρόνο έναρξής τους. Ο σκοπός εδώ είναι η διερεύνηση των σχέσεων μεταξύ των βέλτιστων προγραμμάτων που προκύπτουν υπό το κριτήριο της μεγιστοποίησης της ολικής αξίας και εκείνων που προκύπτουν υπό τα γνωστά κριτήρια που σχετίζονται με τους χρόνους επεξεργασίας. Σημαντική σχετική εφαρμογή μπορεί να αποτελέσει το πρόβλημα της δασοπυρόσβεσης. Μέχρι σήμερα, η πρόληψη και η καταστολή των δασικών πυρκαγιών στηρίζεται στην εμπειρική αξιοποίηση γεωγραφικών και μετεωρολογικών δεδομένων. Οι ομοιότητες, όμως, που εμφανίζουν τα προβλήματα επιχειρησιακού σχεδιασμού της προστασίας των δασών και της αντιμετώπισης δασικών πυρκαγιών με ορισμένες κατηγορίες βιομηχανικών προβλημάτων καθιστούν εφικτή την αξιοποίηση της γνώσης και των μεθόδων με τις οποίες αντιμετωπίζονται αυτές οι κατηγορίες. Τα προβλήματα αυτά και στις δυο περιπτώσεις είναι ουσιαστικά προβλήματα βέλτιστης κατανομής και αξιοποίησης πόρων, που υπόκεινται σε φυσικούς, οικονομικούς και τεχνολογικούς περιορισμούς. Ένα από αυτά είναι η ελαχιστοποίηση της συνολικής ζημίας από τις καμένες εκτάσεις σε περιπτώσεις εμφάνισης πολλών ταυτόχρονων δασικών πυρκαγιών με την χρήση περιορισμένων πόρων, όπως συμβαίνει στην πράξη. Μελετώντας το πρόβλημα από

την σκοπιά του προγραμματισμού εργασιών με αυξανόμενους χρόνους εκτέλεσης, ο χρόνος που απαιτείται για την κατάσβεση μίας πυρκαγιάς αυξάνει όσο καθυστερεί η έναρξη της προσπάθειας πυρόσβεσης (ενώ ταυτόχρονα αυξάνεται η ζημιά, δηλαδή ελαττώνεται η απομένουσα αξία των πληττομένων περιοχών). Τότε το πρόβλημα εύρεσης της βέλτιστης κατανομής των διαθέσιμων δυνάμεων πυρόσβεσης και της σειράς κατάσβεσης πολλαπλών πυρκαγιών είναι ένα πρόβλημα προγραμματισμού εργασιών με αύξοντες χρόνους εκτέλεσης και ταυτόχρονη ελάττωση της αξίας των καμένων περιοχών.

Αρκετά συχνά τα μαθηματικά μοντέλα αδυνατούν να επιλύσουν με βέλτιστο τρόπο προβλήματα προγραμματισμού και ελέγχου παραγωγής επειδή τα χαρακτηριστικά του συστήματος οδηγούν σε πολυπλοκότητα που υπερβαίνει τις διαθέσιμες αναλυτικές / υπολογιστικές δυνατότητες. Έτσι, μετά τον εντοπισμό συγκεκριμένων προβλημάτων προγραμματισμού εργασιών με χρονικά μεταβαλλόμενες παραμέτρους, θα πρέπει αυτά τα προβλήματα να περιγραφούν με κατάλληλα μαθηματικά μοντέλα ώστε να υπολογισθεί (ή να γίνει μία εικασία όπου ο ακριβής υπολογισμός δεν είναι εφικτός) η πολυπλοκότητά τους και να αναπτυχθούν νέοι αλγόριθμοι επίλυσης τους ή να βελτιωθούν παλαιότεροι.

Οι αλγόριθμοι επίλυσης που αναπτύχθηκαν στην παρούσα διατριβή αξιοποιούν υπάρχουσες μεθόδους της Επιχειρησιακής Έρευνας. Πιο συγκεκριμένα, χρησιμοποιούνται μέθοδοι Συνδυαστικής Βελτιστοποίησης, Μαθηματικός Προγραμματισμός (Γραμμικός, Ακέραιος, Στοχαστικός Προγραμματισμός), Δυναμικός Προγραμματισμός, η μέθοδος κλάδου και φράγματος (Branch and Bound) και ευρετικοί αλγόριθμοι.

Η συμβολή της παρούσας διατριβής, όπως αναφέρθηκε, τοποθετείται στην περιοχή των Εφαρμοσμένων Μαθηματικών και ειδικότερα της Επιχειρησιακής Έρευνας. Πραγματεύεται προβλήματα που αναφέρονται στον προγραμματισμό-οργάνωση παραγωγικών λειτουργιών και στην περιβαλλοντική προστασία. Πέραν από τα θεωρητικά αποτελέσματα της παρούσας διατριβής, σημαντικά οφέλη, οικονομικά (μέθοδοι ελάττωσης κόστους παραγωγής, βελτίωση του προγραμματισμού παραγωγής και συντήρησης) και περιβαλλοντικά (ελαχιστοποίηση καταστροφών από δασικές πυρκαγιές, ελάττωση ρύπων λόγω καλύτερης συντήρησης μηχανημάτων, επαναχρησιμοποίηση προϊόντων), μπορούν να προκύψουν από την αξιοποίηση των αποτελεσμάτων αυτών. Πιο συγκεκριμένα:

Τα προβλήματα προγραμματισμού εργασιών σε συστήματα παραγωγής είναι αυξανόμενα και ολοένα μεγαλύτερης πολυπλοκότητας. Η εύρεση της βέλτιστης ακολουθίας εκτέλεσης σε προβλήματα χρονικού προγραμματισμού εργασιών με μεταβαλλόμενες παραμέτρους αρκετά συχνά απαιτεί πολύ μεγάλο υπολογιστικό φόρτο και τότε η επίλυση του προβλήματος βασίζεται στην ανάπτυξη αλγορίθμων που οδηγούν σε βέλτιστες/ υποβέλτιστες λύσεις του

προβλήματος. Στην παρούσα διατριβή γίνεται μαθηματική μοντελοποίηση και επίλυση τέτοιων προβλημάτων (τονίζεται η συνεισφορά του συγγραφέα στην ερευνητική εργασία στην οποία βασίζεται η παράγραφος 3.1 της παρούσας διατριβής, που συνίσταται στην εισαγωγή των εννοιών του αυξανόμενου χρόνου και κόστους επανεπεξεργασίας σε μοντέλα εύρεσης βέλτιστου μεγέθους παρτίδας παραγωγής). Ταυτόχρονα με την ελαχιστοποίηση του κόστους και την μεγιστοποίηση της λειτουργικής αξίας των εξεταζόμενων παραγωγικών συστημάτων, που ήταν οι στόχοι των παραγράφων 3.1 και 3.3, εξετάστηκαν και καινοτόμες εφαρμογές με στόχο την ελαχιστοποίηση του περιβαλλοντικού φόρτου από την λειτουργία τέτοιων συστημάτων (παράγραφοι 3.2 και 3.4).

Όσον αφορά το πρόβλημα της κατάσβεσης δασικών πυρκαγιών που εξετάστηκε στην διατριβή, είναι πολύ σύνθετο εξαιτίας, μεταξύ άλλων, των πολλαπλών παραγόντων που επηρεάζουν μία δασική πυρκαγιά, της διαφορετικής δυναμικότητας κατάσβεσης των μέσων δασοπυρόσβεσης, και της αστάθειας των συνθηκών που δημιουργεί μία πυρκαγιά γύρω από την καιγόμενη περιοχή. Είναι πρόβλημα μεγάλης πολυπλοκότητας, δημιουργεί πολύ υψηλό υπολογιστικό φόρτο, ενώ απαιτείται πλήθος τεχνικών, κυρίως, στοιχείων που πρέπει να συλλεχθούν ή να διατεθούν από συνεργαζόμενους φορείς (ιδίως το Πυροσβεστικό Σώμα).

Τα μοντέλα που αναπτύχθηκαν στο Κεφάλαιο 4 είναι θεωρητικά, βασισμένα σε έρευνα πεδίου από την βιβλιογραφία, αλλά ταυτόχρονα καινοτόμα. Δίνουν μία πρώτη προσέγγιση και παρέχουν κίνητρο για μελλοντικές, πιο ρεαλιστικές, προσεγγίσεις στα προβλήματα διαχείρισης δασικών πυρκαγιών. Αυτή είναι η πρώτη φορά, που αντιμετωπίζεται ένα πρόβλημα με πραγματική και όχι θεωρητική αντικειμενική συνάρτηση στην ερευνητική περιοχή του προγραμματισμού εργασιών με χρονικά μεταβαλλόμενες παραμέτρους και καταδεικνύεται το γεγονός ότι οι τεχνικές της Επιχειρησιακής Έρευνας, σε συνδυασμό με μαθηματικά μοντέλα υπολογισμού της κατεύθυνσης και του ρυθμού εξάπλωσης μίας δασικής πυρκαγιάς και μοντέλα εκτίμησης της αξίας μίας δασικής περιοχής, μπορούν να δώσουν εξαιρετικά χρήσιμα αποτελέσματα.

5.3 Προτάσεις για περαιτέρω έρευνα

Από την παρούσα διατριβή δημιουργούνται καινούργια ερευνητικά θέματα, τα οποία περιλαμβάνουν τα εξής:

I. Για το μοντέλο της παραγράφου 3.1 μπορούν να αναλυθούν περιπτώσεις με: α) διαφορετικούς, μη γραμμικούς ρυθμούς επιδείνωσης, β) επιπρόσθετους περιορισμούς παραγωγικής δυναμικότητας σε σχέση με τον αποθηκευτικό χώρο ή τον εξοπλισμό

μεταφοράς, γ) περιβάλλον παραγωγής πολλών ειδών προϊόντων ή με πολλαπλά στάδια παραγωγής και δ) παραμέτρους μεταβαλλόμενες με τον χρόνο ή στοχαστικά μεταβαλλόμενες.

II. Η μελλοντική έρευνα με βάση το μοντέλο της παραγράφου 3.2 μπορεί να εστιαστεί σε περιπτώσεις όπου ο χρόνος που απαιτείται για την συντήρηση αυξάνει με διάφορους ρυθμούς (γραμμικό, πολυωνυμικό, εκθετικό, κτλ.).

III. Παρά το γεγονός ότι ο στόχος των παραγράφων 3.3 και 3.4 ήταν περισσότερο η μοντελοποίηση παρά η μεθοδολογία επίλυσης του προβλήματος, ένα θέμα που εγείρεται είναι ότι η διαδικασία επίλυσης του προβλήματος στοχαστικού δυναμικού προγραμματισμού που εξετάστηκε είναι υπολογιστικά επίπονη και υποφέρει από την «κατάρτα των διαστάσεων» (curse of dimensionality) του προβλήματος. Πιο συγκεκριμένα, ο υπολογιστικός χρόνος και οι αποθηκευτικές απαιτήσεις αυξάνουν εκθετικά με τον αριθμό των σταδίων και τον αριθμό των μεταβλητών κατάστασης και ελέγχου. Η εφαρμογή κάποιων κανόνων εύρεσης υπέρτερων και υποδεέστερων αποφάσεων και η ανάπτυξη τεχνικών που παρέχουν υποβέλτιστες λύσεις, όπως η προσέγγιση μέσω τεχνικών προσομοίωσης ή ευρετικών μαθησιακών σχημάτων (learning schemes) (π.χ. νευροδυναμικός προγραμματισμός (neurodynamic programming)), μπορεί να αποδειχθούν χρήσιμες στην αντιμετώπιση πιο σύνθετων μοντέλων (για παράδειγμα στην περίπτωση πολυετούς χρονικού ορίζοντα ή αυξημένου αριθμού σταδίων). Ένα επόμενο βήμα θα μπορούσε να είναι ο ακριβής υπολογισμός των συνεπειών στο περιβάλλον κάθε εξαρτήματος που αποτίθεται ως απόρριμμα στο περιβάλλον, ο οποίος θα βασίζεται στα συστατικά των εξαρτημάτων αυτών.

IV. Συνοψίζοντας, τα αποτελέσματα των μοντέλων που προτείνονται σε αυτό το τμήμα των βιομηχανικών εφαρμογών της διατριβής (Κεφάλαιο 3) μπορούν ν' αξιοποιηθούν για τη δημιουργία Συστημάτων Υποστήριξης Αποφάσεων (Decision Support Systems) τα οποία θα περιλαμβάνουν τους αλγόριθμους επίλυσης που δημιουργήθηκαν και θα βοηθούν τον αποφασίζοντα να προσδιορίσει τη βέλτιστη ακολουθία εκτέλεσης σε προβλήματα χρονικού προγραμματισμού εργασιών και θα παρέχουν κατευθυντήριες γραμμές για διοικητικές αποφάσεις σε πραγματικές καταστάσεις. Το Σύστημα Υποστήριξης Αποφάσεων μπορεί να εφαρμοσθεί σε διαγνωστικές μελέτες (case studies) προβλημάτων αυτής της μορφής, έτσι ώστε να αξιολογηθούν τα αποτελέσματα που προκύπτουν. Επιπλέον, θα μπορούσε να λειτουργήσει ένας βρόγχος ανάδρασης έτσι ώστε η αξιολόγηση των αποτελεσμάτων πιθανόν να οδηγήσει σε βελτίωση των Συστημάτων Υποστήριξης Αποφάσεων, να ακολουθήσει εκ νέου η εφαρμογή σε μελέτες περιπτώσεων κ.ο.κ.

V. Για τη μέγιστη δυνατή αξιοπιστία των μοντέλων που δημιουργήθηκαν στην παράγραφο 4.2.1 απαιτείται η εξασφάλιση αξιόπιστων προσεγγίσεων όσον αφορά την αξιολόγηση των

πληττόμενων περιοχών καθώς και επάρκεια των στοιχείων που αφορούν τους μεταβαλλόμενους χρονικά πόρους δασοπυρόσβεσης (real time update).

VI. Η μορφή των συναρτήσεων του χρόνου κατάσβεσης των πυρκαγιών και της απομένουσας αξίας συντελούν στην δημιουργία σημαντικού προβλήματος υπερφόρτωσης (overflow) κατά την υλοποίηση του υπολογιστικού αλγορίθμου της παραγράφου 4.2.2, το οποίο δεν επιτρέπει την εύρεση λύσης με χρήση του αλγορίθμου κλάδου και φράγματος για μεγαλύτερο αριθμό πυρκαγιών. Η εύρεση αποτελεσματικότερων φραγμάτων μπορεί να λύσει αυτό το πρόβλημα. Ένα άλλο θέμα είναι η θεώρηση της διατήρησης ενός ελάχιστου επιπέδου ασφαλείας δυνάμεων πυρόσβεσης. Επιπλέον, θα πρέπει να ληφθούν υπόψη κάποιες άλλες μη καθορισμένες παράμετροι, όπως η κούραση των δασοπυροσβεστών.

VII. Τα επόμενα ερευνητικά βήματα με βάση τον δυναμικό, σύγχρονο αλγόριθμο που αναπτύχθηκε στην παράγραφο 4.3 περιλαμβάνουν την αξιολόγηση της αποτελεσματικότητάς του και την χρήση των κριτηρίων $\sum w_i T_i$ ή N_T ως κριτηρίων βελτιστοποίησης, όπου w_i είναι ο συντελεστής βαρύτητας της πυρκαγιάς F_i , T_i είναι η καθυστέρηση (αν υπάρχει) κατά την κατάσβεση της πυρκαγιάς F_i και N_T είναι ο αριθμός των πυρκαγιών που ξεφεύγουν της αρχικής προσβολής.

VIII. Ολοκληρώνοντας, ένας μελλοντικός ερευνητικός στόχος που μπορεί να έχει ως απαρχή υλοποίησης του το Κεφάλαιο 4 αυτής της διατριβής είναι η ανάπτυξη ενός Συστήματος Υποστήριξης Αποφάσεων για την διαχείριση και αποτελεσματική αντιμετώπιση των δασικών πυρκαγιών, βρίσκοντας τη βέλτιστη κατανομή των διαθέσιμων δυνάμεων πυρόσβεσης σε περίπτωση εκδήλωσης πολλαπλών δασικών πυρκαγιών διεσπαρμένων στον χώρο, με βάση πραγματικά στοιχεία έχοντας ως βασικό κριτήριο την ελαχιστοποίηση της συνολικής ζημίας. Αυτό θα περιλαμβάνει κάποιες αναγκαίες βάσεις δεδομένων και τους αλγόριθμους επίλυσης που έχουν δημιουργηθεί και θα βοηθάει τα επιτελικά επιχειρησιακά όργανα του Πυροσβεστικού Σώματος να προσδιορίσουν τη βέλτιστη τακτική σε θέματα καταστολής πυρκαγιών. Κατά την εκπόνηση του έργου θα ληφθούν υπόψη οι απαιτήσεις του Πυροσβεστικού Σώματος, στις οποίες περιλαμβάνονται ο επιστημονικός σχεδιασμός της κατανομής και χρήσης των πόρων καταστολής και η υποστήριξη του δόγματος «Αρχική-Άμεση-Μαζική Προσβολή».

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑΤΑ

Παράρτημα Α : Έννοιες και Ορισμοί Πολυπλοκότητας (2.1)

Σε αυτόν το παράρτημα γίνεται η πιο αυστηρή διαπραγμάτευση των προβλημάτων λήψης αποφάσεων και αναζήτησης, της λεξικογραφικής θεωρίας (language theory) και των μηχανών Turing, πάνω στις οποίες βασίζεται η θεωρία πολυπλοκότητας (T'kindt and Billaut, 2002) και θα παρατεθούν οι μαθηματικοί ορισμοί για κάποιες από τις έννοιες που αναπτύχθηκαν στην παράγραφο 2.1.

Ένα πρόβλημα λήψης αποφάσεων Π καθορίζεται: α) από τα δεδομένα εισόδου (input data) I . Το σύνολο όλων των δεδομένων εισόδου συμβολίζεται με D_{Π} , β) Μία ερώτηση R ώστε για κάθε $I \in D_{\Pi}$, η απάντηση $R \in \{\text{“ναι”}; \text{“όχι”}\}$.

Το σύνολο των I στο πρόβλημα Π , για τα οποία η απάντηση στην ερώτηση R είναι “ναι” συμβολίζεται με Y_{Π} . Έπειτα προτείνεται μία «γραμματική» G , ισοδύναμη με το πρόβλημα Π , μέσω της κωδικοποίησης όλων των δεδομένων εισόδου από ένα σχήμα κωδικοποίησης (encoding scheme) e . Κάνοντας χρήση του συνόλου Y_{Π} είναι δυνατή η δημιουργία μίας γλώσσας $L(\Pi, e)$ που βασίζεται στην γραμματική G και δεν είναι τίποτα άλλο από ένα σύνολο δημιουργιών («αλυσίδων») από τα δεδομένα εισόδου. Αν η απάντηση στην ερώτηση R είναι “ναι” για κάποιο δεδομένο εισόδου, τότε η αλυσίδα αυτού του δεδομένου ανήκει στη γλώσσα $L(\Pi, e)$. Για τον καθορισμό αυτής της απάντησης προτείνεται μία μηχανή Turing. Αυτή είναι ουσιαστικά μία διαδικασία επίλυσης η οποία επιστρέφει την απάντηση “Αληθές” ή την απάντηση “Ψευδές”. Κατά συνέπεια η πολυπλοκότητα ενός προβλήματος λήψης αποφάσεων εξαρτάται από την «βέλτιστη» μηχανή Turing που μπορεί να βρεθεί, η οποία εξαρτάται άμεσα από το σχήμα κωδικοποίησης.

Για κάθε πρόβλημα Π ορίζονται δύο συναρτήσεις με τύπους $\text{Length}[I]$ και $\text{Max}[I]$, $I \in D_{\Pi}$. Η συνάρτηση Length καθορίζει το πλήθος δεδομένων του I , δηλαδή το μήκος των αλυσίδων που δημιουργούνται από την γραμματική G . Η συνάρτηση Max δίνει την τάξη μεγέθους του I (συνήθως τον μεγαλύτερο ακέραιο αριθμό, αν υπάρχει τέτοιος, στο I). Αυτές οι δύο συναρτήσεις υπολογίζονται σε πολυωνυμικό χρόνο. Τότε καθίσταται δυνατή η ταξινόμηση των προβλημάτων σε διάφορες κατηγορίες ανάλογα με την δυσκολία εξεύρεσης απάντησης σε ένα πρόβλημα λήψης αποφάσεων. Ο καθορισμός αυτών των κατηγοριών απαιτεί τον ορισμό των καθοριστικών (deterministic) και μη καθοριστικών μηχανών Turing.

Ορισμός Α.1: Ένα πρόβλημα λήψης αποφάσεων Π ανήκει στην κατηγορία πολυωνυμικών προβλημάτων P αν και μόνο αν υπάρχει ένα σχήμα κωδικοποίησης e , τέτοιο ώστε για κάθε I

του προβλήματος Π , μπορεί να κατασκευαστεί για την αντίστοιχη γραμματική μία καθοριστική μηχανή Turing η οποία είναι ικανή να ελέγχει αν κάθε αλυσίδα που αντιστοιχεί στο I ανήκει στην γλώσσα. Αυτό είναι ισοδύναμο με την απάντηση “ναι” στο πρόβλημα Π . Σε αυτή την περίπτωση ο χρόνος επίλυσης είναι μία πολυωνυμική συνάρτηση της τιμής $\text{Length}[I]$.

Ο ορισμός αυτός δεν αποκλείει το γεγονός της ύπαρξης εκθετικού αριθμού πιθανών λύσεων του προβλήματος. Όμως ένα πρόβλημα ανήκει στην κατηγορία P αν και μόνο αν υπάρχει ένας αλγόριθμος που επιτρέπει τον υπολογισμό σε πολυωνυμικό χρόνο μίας λύσης που δίνει την απάντηση “ναι”. Μία πιο γενική κατηγορία προβλημάτων είναι η επόμενη:

Ορισμός A.2: Ένα πρόβλημα λήψης αποφάσεων Π ανήκει στην κατηγορία NP αν και μόνο αν υπάρχει μία μη καθοριστική πολυωνυμική μηχανή Turing (που αποτελείται από δύο τμήματα: το ένα επιτρέπει την κατασκευή μίας λύσης και το άλλο τον υπολογισμό του αν η απάντηση R είναι “ναι” σε χρόνο που είναι πολυωνυμική συνάρτηση της Length) η οποία καταλήγει σε κατάσταση αποδοχής, μέσα σε έναν πεπερασμένο αριθμό επαναλήψεων που είναι άνω φραγμένος από μία πολυωνυμική συνάρτηση της Length , όταν λάβει σαν δεδομένο εισόδου μία αλυσίδα της γλώσσας $L(\Pi, e)$.

Ορισμός A.3: Μία πολυωνυμική αναγωγή (polynomial reduction) α ενός προβλήματος λήψης αποφάσεων Π' σε ένα πρόβλημα λήψης αποφάσεων Π είναι μία συνάρτηση τέτοια ώστε: α) Για κάθε $I' \in \Pi'$, η τιμή $\alpha(I')$ είναι ένα δεδομένο εισόδου του Π και μπορεί να υπολογιστεί σε πολυωνυμικό χρόνο, β) Για κάθε $I' \in \Pi'$, η απάντηση για το I' στο πρόβλημα Π' είναι “ναι” αν και μόνο αν η απάντηση για το $\alpha(I')$ είναι “ναι” στο πρόβλημα Π .

Ορισμός A.4: Έστω Π ένα πρόβλημα λήψης αποφάσεων και p ένα πολυώνυμο ορισμένο σε ένα σύνολο ακεραίων τιμών και έστω Π_p ένα υπο-πρόβλημα του Π για το οποίο: α) Το σύνολο των δεδομένων εισόδου D^p_{Π} του προβλήματος Π_p περιέχεται στο D_{Π} , β) Για κάθε $I \in D^p_{\Pi}$, $\text{Max}[I] \leq p(\text{Length}[I])$. Τότε το Π είναι ισχυρώς (in the strong sense) NP -complete αν και μόνο αν: α) $\Pi \in NP$, β) Υπάρχει ένα πολυώνυμο p τέτοιο ώστε το Π_p να είναι NP -complete.

Εκτός από τα προβλήματα λήψης αποφάσεων υπάρχουν και τα προβλήματα αναζήτησης. Ένα πρόβλημα αναζήτησης O καθορίζεται από: α) Τα δεδομένα εισόδου I . Το σύνολο των δεδομένων εισόδου συμβολίζεται με D_O , β) Το σύνολο των λύσεων S_I για κάθε $I \in D_O$.

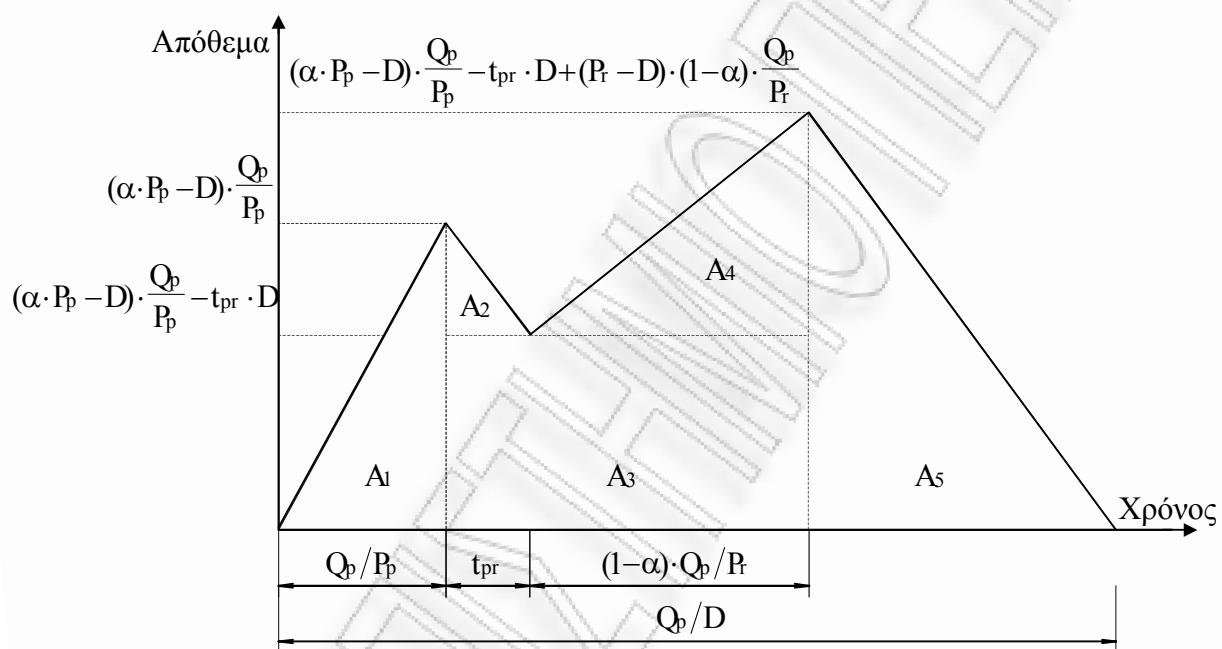
Ένα πρόβλημα λήψης αποφάσεων Π είναι μία ειδική περίπτωση ενός προβλήματος αναζήτησης για το οποίο $S_I = \{\text{“ναι”}\}$ αν $I \in Y_{\Pi}$ και $S_I = \emptyset$ διαφορετικά.

Ορισμός A.5: Μία πολυωνυμική αναγωγή Turing α_T ενός προβλήματος O σε ένα πρόβλημα O' είναι ένας αλγόριθμος A για τον οποίο ισχύουν τα εξής: α) Ο A επιλύει το O , δηλαδή

υπολογίζει για κάθε I αν υπάρχει μία λύση του στο S_i , β) Ο A χρησιμοποιεί μία διαδικασία S που επιλύει το πρόβλημα O' , γ) Αν η S επιλύει το O' σε πολυωνυμικό χρόνο, τότε ο A επιλύει το O σε πολυωνυμικό χρόνο.

Παράρτημα Β : Υπολογισμός του χρονικά σταθμισμένου αποθέματος ετοιμοπαράδοτων τεμαχίων (3.1.3)

Εδώ θα υπολογιστούν αρχικά τα εμβαδά των πέντε υποπεριοχών A_1, A_2, A_3, A_4 , και A_5 όπως αυτά καθορίζονται στο Σχήμα Β.1. Μετά οι εκφράσεις αυτές θα χρησιμοποιηθούν για τον καθορισμό του χρονικά σταθμισμένου αποθέματος ετοιμοπαράδοτων τεμαχίων.



Σχήμα Β.1. Παράδειγμα συμπεριφοράς του αποθέματος ετοιμοπαράδοτων τεμαχίων σε σχέση με τον χρόνο

Με βάση τις σχέσεις που εμφανίζονται στους άξονες του Σχήματος Β.1, τα εμβαδά των πέντε υποπεριοχών A_1, A_2, A_3, A_4 , και A_5 μπορούν να εκφραστούν ως εξής:

$$A_1 = (\alpha \cdot P_p - D) \cdot \frac{Q_p}{P_p} \cdot \frac{Q_p}{P_p} \cdot \frac{1}{2} = \frac{Q_p^2}{2} \cdot \frac{1}{P_p} \cdot \alpha - \frac{Q_p^2}{2} \cdot \frac{D}{P_p^2}$$

$$A_2 = \left[(\alpha \cdot P_p - D) \cdot \frac{Q_p}{P_p} - (\alpha \cdot P_p - D) \cdot \frac{Q_p}{P_p} + t_{pr} \cdot D \right] \cdot t_{pr} \cdot \frac{1}{2} = \frac{t_{pr}^2}{2} \cdot D$$

$$A_3 = \left[(\alpha \cdot P_p - D) \cdot \frac{Q_p}{P_p} - t_{pr} \cdot D \right] \cdot \left[t_{pr} + (1 - \alpha) \cdot \frac{Q_p}{P_r} \right] \Rightarrow$$

$$A_3 = \alpha \cdot Q_p \cdot t_{pr} - Q_p \cdot t_{pr} \cdot \frac{D}{P_p} - t_{pr}^2 \cdot D + \alpha \cdot (1 - \alpha) \cdot \frac{Q_p^2}{P_r} - Q_p^2 \cdot \frac{D}{P_p \cdot P_r} - (1 - \alpha) \cdot t_{pr} \cdot Q_p \cdot \frac{D}{P_r}$$

$$A_4 = (P_r - D) \cdot (1 - \alpha) \cdot \frac{Q_p}{P_r} \cdot (1 - \alpha) \cdot \frac{Q_p}{P_r} \cdot \frac{1}{2} = \frac{Q_p^2 \cdot (1 - \alpha)^2}{2} \cdot \frac{1}{P_r} - \frac{Q_p^2 \cdot (1 - \alpha)^2}{2} \cdot \frac{D}{P_r^2}$$

$$A_5 = \left[\frac{Q_p}{D} - \frac{Q_p}{P_p} - t_{pr} - (1 - \alpha) \cdot \frac{Q_p}{P_r} \right] \cdot \left[\frac{Q_p}{D} - \frac{Q_p}{P_p} - t_{pr} - (1 - \alpha) \cdot \frac{Q_p}{P_r} \right] \cdot D \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow$$

$$A_5 = \frac{Q_p^2}{2} \cdot \frac{1}{D} - Q_p^2 \cdot \frac{1}{P_p} - Q_p \cdot t_{pr} - (1 - \alpha) \cdot Q_p^2 \cdot \frac{1}{P_r} - Q_p^2 \cdot \frac{1}{P_p} + \frac{Q_p^2}{2} \cdot \frac{D}{P_p^2} + Q_p \cdot t_{pr} \cdot \frac{D}{P_p} + Q_p^2 \cdot (1 - \alpha) \cdot \frac{D}{P_p \cdot P_r} + \frac{t_{pr}^2}{2} \cdot D + (1 - \alpha) \cdot t_{pr} \cdot Q_p \cdot \frac{D}{P_r} - (1 - \alpha) \cdot Q_p^2 \cdot \frac{1}{P_r} + \frac{Q_p^2 \cdot (1 - \alpha)^2}{2} \cdot \frac{D}{P_r^2}$$

Το άθροισμα Α των παραπάνω πέντε εμβαδών είναι:

$$A = \frac{Q_p^2}{2} \cdot \left(\frac{1}{D} - \frac{1}{P_p} \right) - \frac{Q_p^2}{2} \cdot (1 - \alpha) \cdot \left[\frac{(1 - \alpha)}{P_r} + \frac{1}{P_p} \right] - Q_p \cdot (1 - \alpha) \cdot t_{pr} \quad (B.1)$$

Πολλαπλασιάζοντας την σχέση (B.1) με το αντίστοιχο μοναδιαίο κόστος αποθήκευσης h_s προκύπτει η εξίσωση (3.6).

Παράρτημα Γ: Απόδειξη των ιδιοτήτων του μοντέλου εύρεσης του μεγέθους παρτίδας παραγωγής με επανεπεξεργαζόμενα τεμάχια των οποίων η αξία φθίνει με τον χρόνο (3.1.4)

Εδώ εξετάζονται οι διαφορετικές μορφές της συνάρτησης κόστους C στην περίπτωση όπου $h_r < h_s$.

Για τον καθορισμό της μορφής συνάρτησης από όσες που παρουσιάζονται στο Σχήμα 3.4 που εφαρμόζεται για συγκεκριμένο σύνολο τιμών των παραμέτρων του προβλήματος, πρέπει να

εξεταστεί σε ποια σημεία μηδενίζεται η πρώτη παράγωγος της σχέσης (3.22):

$$\frac{dC(Q_p)}{dQ_p} = Q_p \cdot T + \frac{1}{2} \cdot L - \frac{F}{Q_p^2} = 0 \quad (\Gamma.1)$$

Μετά από αλγεβρικές πράξεις η παραπάνω εξίσωση γράφεται ως εξής:

$$Q_p^3 \cdot T + \frac{Q_p^2}{2} \cdot L = F \quad (\Gamma.2)$$

Από τον ορισμό του T προκύπτει ότι $T < 0$. Επιπλέον, η σχέση $L > 0$ ισχύει αν υπάρχει τουλάχιστον μία εφικτή λύση για ένα δεδομένο σύνολο τιμών των παραμέτρων του προβλήματος.

Αρχικά εξετάζεται μόνο το αριστερό μέλος της ισότητας (Γ.2) και αυτοί οι δύο όροι καθορίζονται ως η συνάρτηση $H(Q_p)$. Για την ανάλυση της μορφής της συνάρτησης $H(Q_p)$, εξετάζονται η πρώτη και η δεύτερη παράγωγος της ως προς το Q_p .

$$\frac{dH(Q_p)}{dQ_p} = Q_p \cdot \left(3 \cdot Q_p \cdot T + \frac{L}{2} \right) \quad (\Gamma.3)$$

$$\frac{d^2H(Q_p)}{dQ_p^2} = 6 \cdot Q_p \cdot T + \frac{L}{2} \quad (\Gamma.4)$$

Όπως διαπιστώνεται εύκολα από την εξίσωση (Γ.3), η $H(Q_p)$ έχει ένα τοπικό ακρότατο για $Q_{p,1} = 0$ και ένα δεύτερο για $Q_{p,2} = -L/(6 \cdot T)$. Σύμφωνα με την (Γ.4), το $Q_{p,1}$ είναι ένα τοπικό ελάχιστο ενώ το $Q_{p,2}$ τοπικό μέγιστο. Χρησιμοποιώντας την (Γ.4) προκύπτει ότι η εξεταζόμενη συνάρτηση παρουσιάζει ένα σημείο καμπής για $Q_p = -L/(12 \cdot T)$. Συνεπώς, ξεκινώντας από την τιμή $Q_{p,1} = 0$, για αυξανόμενα μεγέθη παρτίδων παραγωγής η συνάρτηση H αυξάνεται μέχρι το σημείο $Q_{p,2} = -L/(6 \cdot T)$ και μετά ελαττώνεται. Άρα η H φτάνει την μέγιστη τιμή της, που συμβολίζεται με F_c , όταν $Q_p = Q_{p,2}$. Αντικαθιστώντας την τιμή $Q_{p,2}$ στον τύπο $H(Q_p)$ προκύπτει ότι:

$$F_c = \left(-\frac{L}{6 \cdot T} \right)^3 \cdot T + \frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{L}{6 \cdot T} \right)^2 \cdot L = -\frac{1}{216} \cdot \frac{(L)^3}{T^2} + \frac{3}{216} \cdot \frac{(L)^3}{T^2} = \frac{1}{108} \cdot \frac{(L)^3}{T^2} \quad (\Gamma.5)$$

Επιστρέφοντας τώρα στην (Γ.2), προφανώς αν το F_c είναι μικρότερο από το F τότε δεν υπάρχει μέγεθος παρτίδας παραγωγής που να ικανοποιεί την εξίσωση στους πραγματικούς

αριθμούς. Άρα, αν το F ισούται με το F_c (αντίστοιχα το F είναι μικρότερο του F_c) τότε θα υπάρχει μία (αντίστοιχα δύο) τιμές του Q_p για τις οποίες ικανοποιείται η εξίσωση (Γ.2).

Παράρτημα Δ: Υπολογισμός της καιγόμενης περιοχής $E_i(t)$ (4.2.1.3)

Αν η επιφάνεια που καίει η πυρκαγιά, η οποία είναι ένα οριζόντιο ή κεκλιμένο επίπεδο, είναι ομοιόμορφης κλίσης και οι μετεωρολογικές συνθήκες και η καύσιμη ύλη είναι ομογενείς, τότε εμπειρικές παρατηρήσεις δείχνουν ότι μία δασική πυρκαγιά αναπτύσσεται με μεταβαλλόμενα σχήματα που συχνά προσεγγίζονται από ελλείψεις με μεταβλητούς λόγους μήκους-πλάτους. Το σχήμα της περιμέτρου της πυρκαγιάς το οποίο χρησιμοποιείται σε αυτό το κεφάλαιο είναι μία έλλειψη, η οποία εξελίσσεται στην διάρκεια του χρόνου,.

Ο μεγάλος άξονας της περιμέτρου κείται στην ίδια κατεύθυνση με εκείνη του ανέμου. Υψηλότερες ταχύτητες ανέμων δίνουν μεγαλύτερους ROS και μεγαλύτερους λόγους μήκους – πλάτους του σχήματος της περιμέτρου. Αν η επιφάνεια είναι επικλινή τότε ο μεγάλος άξονας της περιμέτρου κινείται προς τα πάνω σε σχέση με την κατεύθυνση του ανέμου και κείται στην ίδια κατεύθυνση με αυτό που ονομάζεται πραγματική (effective) κατεύθυνση ανέμου (Richards, 1999).

Πάνω στο επίπεδο μπορεί να σχηματιστεί ένα ορθοκανονικό σύστημα αξόνων (x_1, x_2) όπου η κατεύθυνση του άξονα x_1 είναι ίδια με εκείνη της πραγματικής κατεύθυνσης ανέμου (η οποία συμπίπτει με την κατεύθυνση του μεγάλου άξονα της έλλειψης αν το επίπεδο είναι οριζόντιο) και ο άξονας x_2 είναι ορθογώνιος στον x_1 . Μία πυρκαγιά που εκδηλώνεται στην αρχή του συστήματος συντεταγμένων θα εξαπλώνεται με το σχήμα μίας έλλειψης, όπως αναφέρθηκε νωρίτερα, και αυτή η έλλειψη μπορεί να παρασταθεί την χρονική στιγμή t μετά την ανάφλεξη σαν μία καμπύλη δύο διαστάσεων

$$\vec{x}(\omega, t) = (x_1(\omega, t), x_2(\omega, t)) \quad (\Delta.1)$$

όπου ω ($0 \leq \omega \leq 2\pi$) είναι η γωνία μεταξύ του άξονα x_1 και του κανονικού διανύσματος στην περίμετρο, που είναι το $\vec{h}(\omega) = (\cos \omega, \sin \omega)$, και οι $x_1(\omega, t)$, $x_2(\omega, t)$ είναι συναρτήσεις οι οποίες ορίζουν το σχήμα της περιμέτρου της πυρκαγιάς και τον ρυθμό εξάπλωσής της. Για το ελλειπτικό σχήμα εξάπλωσης πυρκαγιάς που εξετάζεται εδώ, οι πιο συνηθισμένες συναρτήσεις είναι οι

$$(x_1(\omega, t), x_2(\omega, t)) = (M(t)\cos\omega, m(t)\sin\omega) \quad (\Delta.2)$$

όπου οι $M(t)$ και $m(t)$ είναι ο μεγάλος και ο μικρός άξονας της έλλειψης αντίστοιχα, οι οποίοι είναι συναρτήσεις του χρόνου t που έχει παρέλθει από την χρονική στιγμή ανάφλεξης της πυρκαγιάς.

Μπορεί να αποδειχθεί εύκολα ότι το σύνολο σημείων του προαναφερθέντος επιπέδου, το οποίο φράσσεται από την έλλειψη που περιγράφεται από την σχέση (Δ.1), είναι ένα απλό σύνολο Green. Τότε το εμβαδόν αυτής της περιοχής, το οποίο δείχνει την καιγόμενη περιοχή $E_i(t)$ από την πυρκαγιά F_i , μπορεί να υπολογιστεί από την επόμενη σχέση, δεδομένου ότι η έλλειψη είναι μία καμπύλη Jordan:

$$\begin{aligned} E_i(t) &= \frac{1}{2} \int_{\partial E} (-x_2(\omega, t) \frac{\partial x_1(\omega, t)}{\partial \omega} + x_1(\omega, t) \frac{\partial x_2(\omega, t)}{\partial \omega}) d\omega = \\ &= \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} (-m_i(t) \sin \omega, M_i(t) \cos \omega)(-M_i(t) \sin \omega, m_i(t) \cos \omega) d\omega = \\ &= \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} M_i(t) m_i(t) (\sin^2 \omega + \cos^2 \omega) d\omega = \pi M_i(t) m_i(t) \quad (\Delta.3) \end{aligned}$$

όπου ∂E είναι τα όρια της πυρκαγιάς.

Για $\omega=0$, η απόσταση που έχει διανύσει η πυρκαγιά την χρονική στιγμή t είναι:

$$M_i(t) = \frac{A_i}{B_i + 1} t^{B_i + 1} + c_i(t)t, \quad (\text{αφού } M_i(0)=0) \quad (\Delta.4)$$

(McAlpine and Wakimoto, 1991).

Στην εργασία του (McAlpine, 1989) η εκτίμηση που χρησιμοποιείται για τον λόγο του μεγάλου προς τον μικρό άξονα της έλλειψης είναι:

$$M_i(t)/m_i(t) = 0.936e^{0.07127U} + 0.461e^{-0.043U} = \varepsilon \Rightarrow m_i(t) = M_i(t)/\varepsilon \quad (\Delta.5)$$

όπου U είναι η ταχύτητα του ανέμου σε $\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$.

Από τις εξισώσεις (Δ.3), (Δ.4) και (Δ.5) το εμβαδόν $E_i(t)$, $i=1,2,\dots,N$, δίνεται από την σχέση:

$$E_i(t) = \frac{\pi}{\varepsilon} \left(\frac{A_i}{B_i + 1} t^{B_i + 1} + c_i(t)t \right)^2$$

Παράρτημα Ε: Υπολογισμός του εμβαδού του δακτυλίου $A_i(t)$ και των χρόνων μετακίνησης του πυροσβεστικού μέσου (4.2.2.3)

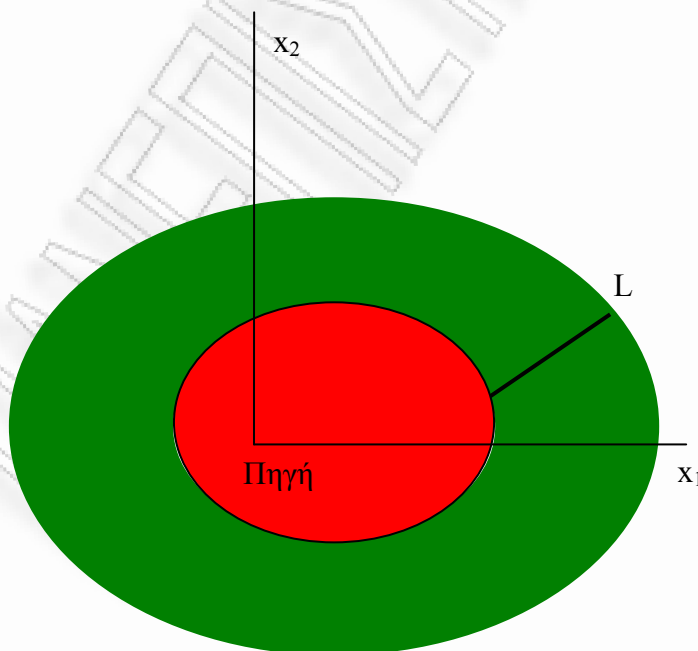
Αν $M(t)$ και $m(t)$ είναι ο μεγάλος και ο μικρός άξονας της έλλειψης αντίστοιχα, οι οποίοι είναι συναρτήσεις του χρόνου t που έχει παρέλθει από την εκδήλωση της πυρκαγιάς, το εμβαδόν της καιγόμενης περιοχής $E_i(t)$ από την πυρκαγιά F_i , μπορεί να υπολογιστεί ως εξής:

$$E_i(t) = \pi M_i(t)m_i(t) \quad (E.1)$$

Η απόσταση που έχει διανύσει το μέτωπο της πυρκαγιάς την χρονική στιγμή t , απλοποιώντας τον συμβολισμό της προηγούμενης παραγράφου, είναι:

$$M_i(t) = \frac{\beta_i}{(\gamma_i + 1)(\gamma_i + 2)} t^{\gamma_i + 2} + \delta_i t, \quad (\text{αφού } M_i(0) = 0) \quad (E.2)$$

Ο πρωταρχικός στόχος μίας επιχείρησης κατάσβεσης δασικής πυρκαγιάς είναι ο έλεγχος του ρυθμού εξάπλωσής της το ταχύτερο δυνατό, το οποίο γενικά σημαίνει τον περιορισμό της καύσιμης ύλης και του οξυγόνου στην περίμετρο της φωτιάς. Αυτό συνήθως επιτυγχάνεται με μία ταχεία περικύκλωση της πυρκαγιάς με μία λωρίδα, έναν δακτύλιο ραντισμένο με νερό, του οποίου το πλάτος L εξαρτάται από την ένταση της πυρκαγιάς. Εδώ θα θεωρηθεί ότι το πλάτος αυτό είναι μία σταθερή παράμετρος. Αυτό σημαίνει ότι δημιουργείται μία «υπέρ-έλλειψη» όπου ο μεγάλος και ο μικρός της άξονας είναι $M(t)+L$ και $m(t)+L$, αντίστοιχα (βλέπε Σχήμα Ε.1).



Σχήμα Ε.1. Μία «υπέρ-έλλειψη» δασικής πυρκαγιάς

Τότε το εμβαδόν του δακτυλίου ισούται με:

$$A_i(t) = \pi(m_i(t)+L)(M_i(t)+L) - \pi m_i(t)M_i(t) = \pi(L(m_i(t)+M_i(t)+L)) \Rightarrow A_i(t) = \pi(L(M_i(t)/\varepsilon + M_i(t)+L)) = \pi L(M_i(t)(1+1/\varepsilon)+L) \quad (E.3)$$

Από τις εξισώσεις (E.2) και (E.3) το εμβαδόν του δακτυλίου $A_i(t)$, $i=1,2,\dots,N$, είναι:

$$A_i(t) = \pi L \left(\left(\frac{\beta_i}{(\gamma_i+1)(\gamma_i+2)} t^{\gamma_i+2} + \delta_i t \right) \left(1 + \frac{1}{\varepsilon} \right) + L \right) \quad (E.4)$$

Αναφορικά με τους χρόνους ταξιδιού, η απόσταση μεταξύ των σημείων αντιμετώπισης των πυρκαγιών F_i και F_{i+1} που πρέπει να καλύψει το πυροσβεστικό μέσο μπορεί να υπολογιστεί μέσω της Ευκλείδειας μετρικής, χρησιμοποιώντας ένα ορθοκανονικό σύστημα συντεταγμένων για όλες τις πυρκαγιές στην περιοχή ευθύνης του διαθέσιμου μέσου δασοπυρόσβεσης. Αν είναι γνωστή και η μέση ταχύτητά του, τότε μπορούν να υπολογιστούν εύκολα οι χρόνοι μετακίνησης του.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Κατάλογος Δημοσιεύσεων

1. D. Albright, B.N. Meisner (1999). Classification of Fire Simulation Systems. *Fire Management Notes*, **59 (2)**: 5-12.
2. B. Alidaee (1990). A Heuristic solution procedure to minimize makespan on a single machine with non-linear cost functions. *Journal of the Operational Research Society*, **41**: 1065-1068.
3. B. Alidaee (1993). Numerical Methods for Single machine Scheduling with Non-linear Cost Functions to Minimize Total Cost. *Journal of the Operational Research Society*, **44**: 125-132.
4. B. Alidaee and F. Landram (1996). Scheduling deteriorating jobs on a single machine to minimize the maximum processing times. *International Journal of Systems Science*, **27**: 507-510.
5. B. Alidaee, N.K. Womer (1999). Scheduling with time dependent processing times: Review and extensions. *Journal of the Operational Research Society*, **50**: 711-720.
6. A. Allahverdi, J.N.D. Gupta, T. Aldowaisan (1999). A review of scheduling research involving setup considerations. *Omega*, **27**: 219-239.
7. P.L. Andrews (1986). BEHAVE: Fire Behavior Prediction and Fuel Modeling System—BURN subsystem, part 1.. *USDA For. Serv. Gen. Tech. Rep. INT-194*.
8. S. Anily, C.A. Glass, R.Hassin (1998). The scheduling of maintenance service. *Discrete Applied Mathematics*, **82**: 27-42.
9. S. Anily, J. Bramel (2000). Periodic scheduling with service constraints. *Operations Research*, **48 (4)**: 635-645.
10. A. Bachman, A. Janiak and M.Y. Kovalyov (2002). Minimizing the total weighted completion time of deteriorating jobs. *Information Processing Letters*, **81**: 81-84.
11. A. Bachman, T.C.E. Cheng, A. Janiak, C.T. Ng (2002). Scheduling start time dependent jobs to minimize the total weighted completion time. *Journal of the Operational Research Society*, **53**: 688-693.
12. J.H. Balbi, P.A. Santoni, J.L. Dupuy (1999). Dynamic modeling of Fire Spread Across a Fuel Bed. *International Journal of Wildland Fire*, **9 (4)**: 275-284.

13. D. Bertsimas, J. N. Tsitsiklis (1997). Introduction to Linear Optimization. MIT, Athena Scientific.
14. J.M. Bloemhof-Ruwaard, H. Krikke and L.N. Van Wassenhove (2004). OR Models for Eco-eco Closed-loop Supply Chain Optimization, in: R. Dekker, M. Fleischmann, K. Inderfurth, L.N. Van Wassenhove, eds., Reverse Logistics: Quantitative Models for Closed-Loop Supply Chains, (Springer): 357-379.
15. Brown, P.A. and D.F. Gibson (1972). A quantified model for facility site selection, Application to a multiplant location problem. *AIIE Transactions*, **4 (1)**: 1-10.
16. S. Browne, U. Yechiali (1990). Scheduling deteriorating jobs on a single processor. *Operations Research*, **38**: 495-498.
17. R.E. Burgan, R.C. Rothermel (1984). BEHAVE: Fire Behavior Prediction and Fuel Modeling System—FUEL subsystem. *USDA For. Serv. Gen. Tech. Rep. INT-167*.
18. C. Buyukkoc, P. Varaiya, J. Walrand (1985). The μ Rule Revisited. *Advanced Applied Probability*, **17**: 237-238.
19. J-Y. Cai, P. Cai and Y. Zhu (1998). On a scheduling problem of time deteriorating jobs. *Journal of Complexity*, **14**: 109-209.
20. Z.L. Chen (1995). A note on single-processor scheduling with time-dependent execution times. *Operations Research Letters*, **17**: 127-129.
21. Z.L. Chen (1996). Parallel machine scheduling with time dependent processing times. *Discrete Applied Mathematics*, **70**: 81-93.
22. Z-L. Chen (1997). Erratum to “parallel machine scheduling with time dependent processing times”. *Discrete Applied Mathematics*, **75**: 103.
23. T.C.E. Cheng, Q. Ding (1998a). The complexity of scheduling starting time dependent tasks with release times. *Information Processing Letters*, **65**: 75-79.
24. T.C.E Cheng and Q. Ding (1998b). The complexity of single machine scheduling starting time dependent deadlines and identical decreasing rates of processing times. *Comput. And Math. With Applications*, **35**: 95-100.
25. T.C.E. Cheng and Q. Ding (1999). The time dependent machine makespan problem is strongly NP-complete. *Computers & Operations Research*, **26**: 749-754.
26. T.C.E. Cheng and Q. Ding (2003). Scheduling start time dependent tasks with deadlines and identical initial processing times on a single machine. *Computers & Operations Research*, **30**: 51-62.

27. T.C.E. Cheng, L. Kang and C.T. Ng (2004). Due-date assignment and single machine scheduling with deteriorating jobs. *Journal of the Operational Research Society*, **55**: 198-203.
28. T.C.E. Cheng, Q. Ding, B.M.T. Lin (2004). A concise survey of scheduling with time-dependent processing times. *European Journal of Operational Research*, **152**: 1-13.
29. T.C.E. Cheng, Y. He, H. Hoogeveen, M. Ji, G.J. Woeginger (2006). Scheduling with step-improving processing times. *Operations Research Letters* **34** (1): 37-40.
30. L. Cheng, E. Subrahmanian, A.W. Westerberg (2003). Design and planning under uncertainty: issues on problem formulation and solution. *Computers and Chemical Engineering*, **27**: 781-801.
31. C.C. Chern and P. Yang (1999). Determining a threshold control policy for an imperfect production system with rework jobs. *Naval Research Logistics*, **46**: 273-301.
32. S.E. Daniel, G.T. Tsoulfas, C.P. Pappis, N.P. Rachaniotis (2004) Aggregating and evaluating the results of different Environmental Impact Assessment methods. *Ecological Indicators*, **4** (2): 125-138.
33. R. Dekker (1996). Applications of maintenance optimization models: a review and analysis. *Reliability Engineering and System Safety*, **51**: 229-240.
34. F. Della Croce, W. Szwarc, R. Tadei, P. Baracco, R. Di Tullio (1995). Minimizing the weighted sum of quadratic completion times on a single machine. *Naval Research Logistics*, **42**:1263-1270.
35. M. Dimopoulou, I. Giannikos (1999). Spatial Optimization of Resources Deployment for Forest Fire Management. Working paper.
36. M. Dimopoulou, I. Giannikos (2004). Towards an integrated framework for forest fire control. *European Journal of Operational Research* **152**(2): 476-486.
37. M. Drozdowski (1996a). Real-time scheduling of linear speedup parallel machines. *Information processing Letters*, **57**: 35-40.
38. M. Drozdowski (1996b). Scheduling multiprocessor tasks- An overview. *European Journal of Operations Research*, **94**: 215-230.
39. G. Ferrer (1997). The economics of PC remanufacturing. *Resources, Conservation and Recycling*, **21**:79-108.
40. G. Finke, H. Jiang (1997). A variant of the permutation flow shop model with variable processing times. *Discrete Applied Mathematics*, **76**: 123-140.

41. M.L. Fisher and A.M. Krieger (1984). Analysis of a linearization Heuristic for Single-Machine Scheduling to Maximize Profit. *Mathematical Programming*, **28**: 218-225.
42. S.D.P. Flapper, J.C. Fransoo, R.A.C.M. Broekmeulen, K. Inderfurth (2002). Planning and control of rework in the process industries: a review. *Production Planning & Control*, **13**: 26-34.
43. S.D.P. Flapper, R.H. Teunter (2003). Logistic planning of rework with deteriorating work-in-process. To appear in *International Journal of Production Economics*.
44. S.D.P. Flapper and T. Jensen (2003). Logistic planning and control of rework. To appear in *International Journal of Production Research*.
45. J.S. Fried, B.D. Fried (1996). Simulating wildfire containment with realistic tactics. *Forest Science* **42** (3): 267-281.
46. O. Gaudoin, J-L Soler (1997). Failure rate of behaviour of components subjected to random stresses. *Reliability Engineering and System Safety*, **58**: 19-30.
47. S. Gawiejnowicz and L. Pankowska (1995). Scheduling jobs with varying processing times. *Information Process Letters*, **54**:175-178.
48. S. Gawiejnowicz (1996). Brief survey of continuous models of scheduling. *Comput. And Decis. Sci.*, **21**: 81-100.
49. S. Gawiejnowicz, W. Kurc, L. Pankowska (2006). Analysis of a time-dependent scheduling problem by signatures of deterioration rate sequences. To appear in *Discrete Applied Mathematics*.
50. S. Gawiejnowicz, W. Kurc, L. Pankowska (2006). Pareto and scalar bicriterion optimization in scheduling deteriorating jobs. *Computers & Operations Research*, **33** (3): 746-767.
51. S. Gawiejnowicz (2006). Scheduling deteriorating jobs subject to job or machine availability constraints. To appear in *European Journal of Operational Research*.
52. K.D. Glazebrook (1992). Single-machine scheduling of stochastic jobs subject to deterioration or delay. *Naval Research Logistics Quarterly*, **39**: 613-633.
53. S.K. Goyal and B.C. Giri (2001). Recent trends in modeling of deteriorating inventory. *European Journal of Operational Research*, **134**: 1-16.
54. R.I. Graham, E.L. Lawler, J.K. Lenstra and A.H.G Rinnooy Kan (1979) Optimization and approximation in deterministic sequencing and scheduling: A survey. *Annals of Discrete Mathematics*, **5**: 287-326.

55. V.D.R. Guide Jr., G.C. Souza, E. van der Laan (2005). Performance of static priority rules for shared facilities in a remanufacturing shop with disassembly and reassembly. *European Journal of Operational Research*, **164**:341-353.
56. J.N.D. Gupta, S.K. Gupta (1988). Single facility scheduling with nonlinear processing times. *Computers & Ind. Engin.*, **14**: 387-393.
57. S.K. Gupta, A.S. Kunnathur and K. Dandapani (1987). Optimal repayment policies for multiple loans. *OMEGA*, **15**: 323-330.
58. Y. He, M. Ji, T.C.E Cheng (2005). Scheduling jobs with step-improving processing times on a single machine. To appear in *Operations Research Letters*.
59. C. Hendrickson, H.S. Matthews, J. Cagan and F.C. McMichael (2003). Design Engineering, in V.D.R. Guide, Jr. and L. Van Wassenhove, eds., *Business aspects of closed-loop supply chains*, (Carnegie Mellon University Press, Pittsburgh, Pennsylvania): 291-314.
60. K.G. Hirsch (1998). *Canadian Forest Fire Behavior Prediction System, Interactive Training and Reference*, University of British Columbia Press.
61. K.I-J. Ho, J.Y-T. Leung and W.D. Wei (1993). Complexity of scheduling tasks with time-dependent execution times. *Information Process Letters*, **48**: 315-320.
62. Y. Hsieh and D.L. Bricker (1997). Scheduling linearly deteriorating jobs on multiple machines. *Computers and Industrial Engineering*, **32 (4)**: 727-734.
63. Y.S. Hsu, B.M.T. Lin (2003). Minimization of maximum lateness under linear deterioration. *Omega*, **31**: 459-469.
64. K. Inderfurth, G. Lindner, N.P. Rachaniotis (2002). Lotsizing in a Production System with Rework and Product Deterioration. *Operations Research Proceedings 2002, Selected Papers of the International Conference on Operations Research (SOR 2002), Klagenfurt, September 2 - 5, 2002*, Springer, Heidelberg.
65. K. Inderfurth, G. Lindner, N.P. Rachaniotis (2005). Lotsizing in a Production System with Rework and Product Deterioration. *International Journal of Production Research*, **43**, 7: 1355-1374.
66. A.A.K. Jeng and B.M.T. Lin (2004). Makespan minimization in single-machine scheduling with step-deterioration of processing times. *Journal of the Operational Research Society*, **55**: 247-256.

67. A.A.K. Jeng, B.M.T. Lin (2005). Minimizing the total completion time in single-machine scheduling with step-deteriorating jobs. *Computers & Operations Research*, **32 (3)**: 521-536.
68. M. Ji, Y. He, T.C.E. Cheng (2006). Scheduling linear deteriorating jobs with an availability constraint on a single machine. To appear in *Theoretical Computer Science*.
69. K.D. Kalabokidis, S. Gatzogiannis, S. Galatsidas (2002). Introducing wildfire into forest management planning: towards a conceptual approach. *Forest Ecology and Management*, **158**: 41-50.
70. A. Katsanos (1978). Suppression of Forest Fires by Air. *Ministry of Agriculture, Independent Publications of the Dept. of Forest Research, General Directory of Forestry* (in Greek), **40**: 13-73.
71. T. Kawaguchi and S. Kyan (1986). Worst Case Bound of an LRF Schedule for the Mean Weighted Flow-Time Problem. *SIAM Journal of Computing*, **15**: 1119-1129.
72. S-G Koh, H. Hwang, K-I Sohn (2002). An optimal ordering and recovery policy for reusable items. *Computers & Industrial Engineering*, **43**: 59-73.
73. A.V. Kononov (1996). Scheduling problems with linear increasing processing times. In: U. Zimmerman, U. Derings, W. Gaul, R.H. Mohring and K.P. Schuster (eds). *Proceedings of the International Conference on Operations Research (SOR 96)*, Braunschweig. Springer: New York: 208-212.
74. A.V. Kononov (1997). On scheduling of a single machine jobs with processing times nonlinear in time. In: A.D. Korshunov (Ed). *Operations Research and Discrete Analysis*, Kluwer Academic Publisher: New York: 109-122.
75. A. Kononov, S. Gawiejnowicz (2001). NP-hard cases in scheduling deteriorating jobs on dedicated machines. *Journal of the Operational Research Society*, **52 (6)**: 708-717.
76. M.Y. Kovalyov and W. Kubiak (1998). A fully polynomial approximation scheme for minimizing makespan of deteriorating jobs. *Journal of Heuristics*, **3**: 287-297.
77. H. Krikke, C.P. Pappis, G.T. Tsoulfas and J.M. Bloemhof-Ruwaard (2002). Extended Design Principles for Closed Loop Supply Chains: Optimizing Economic, Logistic and Environmental Performance, in: A. Klose, M.G. Speranza, L.N. Van Wassenhove eds., *Quantitative Approaches to Distribution Logistics and Supply Chain Management*, (Springer): 61-74.

78. W. Kubiak and S. L. van de Velde (1998). Scheduling deteriorating jobs to minimize makespan. *Naval Research Logistics*, **45**: 511-523.
79. A.S. Kunnathur, S.K. Gupta (1990). Minimizing the makespan with late start penalties added to processing times in a single facility scheduling problem. *European Journal of Operational research*, **47**:56-64.
80. E. Lawler, J.K. Lenstra, A.R. Kan and D. Shroyns (1993). Sequencing and scheduling: algorithms and complexity. In: S.C. Grave, A.R. Kan and P.H. Zipkin (eds). *Logistics of Production and Inventory*. North Holland: Amsterdam: 445-552.
81. H.L. Lee and M.J. Rosenblatt (1987). Simultaneous determination of production cycle and inspection schedules in a production system. *Management Science*, **33**: 1125-1136.
82. J.K. Lenstra, R. Kan and P. Brucker (1977). Complexity of Machine Scheduling Problems. *Annals of Discrete Mathematics*, **1**: 343-362.
83. D. Li, Y.Y. Haimes (1987). The envelope approach for multi-objective optimization problems. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, **SMC-17 (6)**: 1026-1038.
84. G. Lindner and U. Buscher (2002). An optimal lot and batch size policy for a single item produced and remanufactured on one machine in the presence of limitations on the manufacturing and handling capacity. Working Paper, Otto-von-Guericke-University Magdeburg, Germany.
85. J.D. Linton, S. Bhattacharya (2003). Reuse and technology diffusion, in: V.D.R. Guide, Jr. and L. Van Wassenhove eds., *Business aspects of closed-loop supply chains*, (Carnegie Mellon University Press, Pittsburgh, Pennsylvania): 221-253.
86. J.J. Liu and P. Yang (1996). Optimal lot-sizing in an imperfect production system with homogeneous reworkable jobs. *European Journal of Operational Research*, **91**: 517-527.
87. D.L. Martell (1982). A review of operational research studies in forest fire management. *Canadian Journal of Forest Research*, **12**: 119-140.
88. D.L. Martell, R.J. Drysdale, G.E. Doan and D. Boychuk (1984). An evaluation of forest fire initial attack resources. *Interfaces*, **14 (5)**: 20-32.
89. D.L. Martell, E.A. Gunn, A. Weintraub (1998). Forest management challenges for operational researchers. *European Journal of Operational Research*, **104**: 1-17.

90. R.S. McAlpine (1989). Temporal variations in elliptical forest fire shapes. *Canadian Journal of Forest Research*, **19**: 1496-1500.
91. R.S. McAlpine, G. Xanthopoulos (1989). Predicted vs. Observed Fire Spread Rates in Ponderosa Pine Fuel Beds: A Test of American and Canadian Systems. *Proceedings of the 10th Conference on Fire and Forest Meteorology, Canada*: 287-294.
92. R.S. McAlpine, R.H. Wakimoto (1991). The Acceleration of Fire from Point Source to Equilibrium Spread. *Forest Science*, **37 (5)**: 1314-1317.
93. R. McNaughton (1959). Scheduling with deadlines and loss functions. *Management Science*, **6**: 1-12.
94. O.I. Melnikov, Y.M. Shafransky (1980). Parametric problem of scheduling theory. *Cybernetics*, **15**: 352-357.
95. K. Miettinen (1999). Nonlinear multiobjective optimization. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
96. S. Minner (2001). Economic production and remanufacturing lot-sizing under constant demands and returns. In B. Fleischmann et al. (eds.), *Operations Research Proceedings 2000*, (Berlin et al.: Springer): 328-332.
97. R.B. Misra (1975). Optimum production lot size for a system with deteriorating inventory. *International Journal of Production Research*, **13**: 495-505.
98. S.A. Mondal, A.K. Sen (2000). An improved precedence rule for single machine scheduling problems with quadratic penalty. *European Journal of Operational Research*, **125**: 425-428.
99. G. Mosheiov (1991). V-shaped policies for scheduling deteriorating jobs. *Operations Research*, **39**: 979-991.
100. G. Mosheiov (1994). Scheduling jobs under simple linear deterioration. *Computers and Operations Research*, **21**: 653-659.
101. G. Mosheiov (1995). Scheduling jobs with step-deterioration: Minimizing makespan on a single and multi-machine. *Computing and Industrial Engineering*, **28**: 869-879.
102. G. Mosheiov (1996). Λ -Shaped policies to schedule deteriorating jobs. *Journal of the Operational Research Society*, **47**: 1184-1191.
103. G. Mosheiov (1998). Multi-machine scheduling with linear deterioration. *INFOR*, **36**: 205-214.

104. G. Mosheiov (2002). Complexity analysis of job-shop scheduling with deteriorating jobs. *Discrete Applied Mathematics*, **117**: 195-209.
105. S. Nahmias and H. Rivera (1979). A deterministic model for a repairable inventory system with a finite repair rate. *International Journal of Production Research*, **17**: 215-221.
106. C.T. Ng, T.C.E. Cheng, A. Bachman, A. Janiak (2002). Three scheduling problems with deteriorating jobs to minimize the total completion time. *Information Processing Letters*, **81**: 327-333.
107. C.P. Pappis, N.P. Rachaniotis and G.T. Tsoulfas (2005) Recovery and reuse of maritime containers: the Blue Container Line case, in Simme Douwe P. Flapper, Jo A.E.E. van Nunen and Luk N. van Wassenhove (Eds.) "Managing Closed- Loop Supply Chains", Springer, 57-63, Heidelberg.
108. M. Parlar, R.G. Vickson (1982). Optimal forest fire control-an extension of Parks model. *Forest Science*, **28 (2)**: 345-355.
109. M. Parlar (1983). Optimal forest fire-control with limited reinforcements. *Optimal Control Applications & Methods*, **4 (2)**:185-191.
110. E.L. Porteus (1986). Optimal lot sizing, process quality improvement and setup cost reduction. *Operations Research*, **34**: 137-144.
111. N.P. Rachaniotis (2004). Advances on job scheduling with time dependent parameters: theory and industrial applications. Proceedings (in electronic form) of the 9th ELA doctorate workshop, 16th-18th June 2004, Monchy St. Eloi, France.
112. N.P. Rachaniotis, C.P. Pappis (2005). Optimizing the performance value of systems with deteriorating components. *Proceedings of IESM'05 Conference*, Marrakech, May 16-19, 2005: 962-971.
113. N.P. Rachaniotis, C.P. Pappis (2006). Scheduling fire fighting tasks using the concept of 'deteriorating jobs'. *Canadian Journal of Forest Research*, **36**: 652-658.
114. N.P. Rachaniotis, C.P. Pappis (2006). Preventive maintenance and upgrade system: Optimizing the whole performance system by components' replacement or rearrangement. *To appear in International Journal of Production Economics*.
115. F. Rafaat (1991). Survey of literature on continuously deteriorating inventory model. *Journal of the Operational Research Society*, **42**: 27-37.

116. F. Rifaat, P.M. Wolfe, H.K. Eldin (1991). An inventory model for deteriorating items. *Computers & Industrial Engineering*, **20**: 89-94.
117. G.D. Richards (1999). The Mathematical Modelling and Computer Simulation of Wildland Fire Perimeter Growth Over a 3-Dimensional Surface. *International Journal of Wildland Fire*, **9(3)**: 213-221.
118. K. Richter (1996). The EOQ repair and waste disposal model with variable setup numbers. *European Journal of Operational Research*, **96**: 313-324.
119. A.H.G Rinnooy Kan (1976). Machine Scheduling Problems. Classification, complexity and computations. Martinus Nijhoff: The Hague.
120. N.V. Sahinidis (2004). Optimization under uncertainty: state-of-the-art and opportunities. *Computers and Chemical Engineering*, **28**: 971-983.
121. P.A. Santoni, J.H. Balbi, J.L. Dupuy (1999). Dynamic modeling of Upslope Fire Growth. *International Journal of Wildland Fire*, **9 (4)**: 285-292.
122. R.C. Savaskan, S. Bhattacharya and L.N. van Wassenhove (2000). Channel choice and coordination in a remanufacturing environment. INSEAD, Working Papers.
123. D.A. Schradly (1967). A deterministic inventory model for repairable items. *Naval Research Logistics Quarterly*, **14**: 391-398.
124. E.A. Silver, D.F. Pyke, R. Peterson, (1998). Inventory Management and Production Planning and Scheduling. 3rd edition, (New York *et al.*: John Wiley & Sons)
125. W. Smith (1956). Various optimizers for single stage production. *Naval Research Logistics Quarterly*, **3**: 59-66.
126. C. Sriskandarajah and S. K. Goyal (1989). Scheduling of a two-machine flowshop with processing time linearly dependent on job waiting time. *Journal of the Operational Research Society*, **40**: 907-921.
127. P.S. Sundararaghavan and A.S. Kunnathur (1994). Single machine scheduling with start time dependent processing times: Some solvable cases. *European Journal of Operational Research*, **78**: 394-403.
128. A.Z. Szendrovits and W.G. Truscott (1989). Fundamentals of Scheduling: The Manufacturing Cycle Time. In Wild, R. (ed.), International Handbook of Production and Operations Management, (London: Cassell Educational Ltd): 324-347.
129. V.S. Tanaev, V.S. Gordon and Y.M. Shafransky (1984). Scheduling Theory Single Stage Systems. Nauka. (English translation 1994, Kluwer Academic Publisher).

130. R.H. Teunter and S.D.P. Flapper (2003). Lot-sizing for a single-stage single-product production system with rework of perishable production defectives. *OR Spectrum*, **25**: 85-96.
131. V. T'kindt, J-C. Billaut (2002). *Multicriteria Scheduling: Theory, Models and Algorithms*. Springer, Berlin.
132. M. Vineyard, K. Amoako-Gyampah, J.R. Meredith (1999). Failure rate distributions for flexible manufacturing systems: An empirical study. *European Journal of Operational Research*, **116**: 139-155.
133. D. Vorisis (1999). Definition of the needs of suppress groups as concern of the prediction of the behaviour of the wild land fires. *International Symposium "Forest Fires: needs & innovations"*, EC, DG XII.
134. T.G. Voutsinas, C.P. Pappis (2002) Scheduling jobs with values exponentially deteriorating over time, *International Journal of Production Economics* **79(3)**, 163-169.
135. T.G. Voutsinas, C.P. Pappis (2003). A Branch and Bound method for scheduling with exponentially deteriorating parameters. *Working paper*.
136. E. Wagneur and C. Sriskandarajah (1993). The two-machine permutation flow shop with state-dependent processing times. *Naval Research Logistics*, **40**: 697-717.
137. H. Wang (2002). A survey of maintenance policies of deteriorating systems. *European Journal of Operational Research*, **139**: 469-489.
138. J-B Wang, Z-Q Xia (2005). Scheduling jobs under decreasing linear deterioration. *Information Processing Letters*, **94**: 63-69.
139. J-B Wang, Z-Q Xia (2006). Flow shop scheduling with deteriorating jobs under dominating machines. *Omega*, **34**: 327-336.
140. G.J. Woeginger (1995). Scheduling with time-dependent execution times. *Information Process Letters*, **54**: 155-156.
141. C.-C. Wu, W.-C. Lee (2003). Scheduling linear deteriorating jobs to minimize makespan with an availability constraint on a single machine. *Information Processing Letters*, **87**: 89-93.
142. C.A. Yano and H.L. Lee (1995). Lot sizing with random yields: a review. *Operations Research*, **43**: 311-334.

143. E.P. Zafiropoulos, E.N. Dialynas (2004). Reliability and cost optimization of electronic devices considering the component failure rate uncertainty. *Reliability Engineering and System Safety*, **84**: 271-284.
144. C-li Zhao, H-yong Tang (2005). Single machine scheduling problems with deteriorating jobs. *Applied Mathematics and Computation*, **161**: 865-874.

Ηλεκτρονικές διευθύνσεις

www.pcguide.com

www.active-hardware.com

ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΑΠΟΔΟΣΗΣ ΟΡΩΝ ΑΠΟ ΤΗΝ ΑΓΓΛΙΚΗ ΣΤΗΝ ΕΛΛΗΝΙΚΗ

Active Nodes: Ενεργοί Κόμβοι

Administrator: Διαχειριστής

Benchmarking: Αξιολόγηση

Branch and Bound Method: Μέθοδος Κλάδου και Φράγματος

Branch and Bound Tree: Δέντρο Διάσχισης

Buffer: Προσωρινός Χώρος Αποθεματοποίησης

Central Processing Unit (CPU): Κεντρική Μονάδα Επεξεργασίας

Closed Loop Supply Chains: Εφοδιαστικές Αλυσίδες Κλειστού Βρόγχου

Conceptual LCA: Εννοιολογική Ανάλυση Κύκλου Ζωής

Cutting Planes Method: Μέθοδος Τεμνόντων Επιπέδων

Decision Support Systems: Συστήματα Υποστήριξης Αποφάσεων

Demand-covering models: Μοντέλα Κάλυψης Ζήτησης

Depth First Search: Εις Βάθος Αναζήτηση

Deteriorating Jobs: Εργασίες με Αυξανόμενους Χρόνους Εκτέλεσης

Deterministic: Καθοριστικό

Developer: Προγραμματιστής

Drop-off Phenomenon: Φαινόμενο Μετάπτωσης

Encoding Scheme: Σχήμα Κωδικοποίησης

EPQ (Economic Production Quantity) Model: Μοντέλο Βέλτιστης Ποσότητας Παραγωγής

Equilibrium Spread Rate: Ρυθμός Εξάπλωσης στο Σημείο Ισοροπίας

Failure Rate: Ρυθμός Αποτυχίας

Floating Point: Κινητός Δεκαδικός

Flow Shops: Συστήματα Συνεχούς Ροής

Greedy Algorithm: Άπληστος Αλγόριθμος

Hard Disc: Σκληρός Δίσκος

Input Data: Δεδομένα Εισόδου

Job Pre-emption: Προτίμηση Εργασίας

Job Shops: Συστήματα Παραγωγής κατά Παραγγελία

Language Theory: Λεξικογραφική Θεωρία

Lead Times: Χρόνοι Υστέρησης

Learning Effect: Επίδραση Μάθησης

Learning Schemes: Ευρετικά Μαθησιακά Σχήματα

Makespan: Χρόνος Ολοκλήρωσης της Τελευταίας Εργασίας ενός Προγράμματος

Maximal Covering Location Model, MCLM: Μοντέλο Χωροθέτησης Μέγιστης Κάλυψης

Motherboard: Μητρική Κάρτα

Multiprocessor Jobs: Εργασίες Ταυτόχρονης Εκτέλεσης από Πολλαπλούς Επεξεργαστές

Non-batch: Μη Ομαδοποιημένοι

NP-complete in the Strong Sense: Ισχυρώς NP-complete.

One-to-one Set-up: Πολιτική Εναλλάξ Προετοιμασίας

On-line Algorithm: Σύγχρονος Αλγόριθμος

Open Shops: Ανοικτά Συστήματα (Συστήματα Αδιαφόρου Ροής)

Overflow: Υπερφόρτωση

Parallel Processors: Παράλληλοι Επεξεργαστές

PC Remanufacturing: Επανακατασκευή Προσωπικών Ηλεκτρονικών Υπολογιστών

Polynomial Reduction: Πολυωνυμική Αναγωγή

Principle of Optimality: Αρχή της Βέλτιστης Λύσης

Printed Circuit Boards (PCBs): Τυπωμένα Πλακίδια Κυκλωμάτων

Rate of Spread: Ρυθμός Εξάπλωσης

Rework: Επανεπεξεργασία

Server: Εξυπηρετητής

Simple Linear Deterioration (SLD): Αύξουσα Γραμμική Συνάρτηση χωρίς Σταθερούς Όρους

Simulated Annealing: Προσομοιωμένη Ανόπτηση

Tabu Search: Περιορισμένη Αναζήτηση

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΡΠΑ