

**ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΟ ΤΜΗΜΑ  
ΧΡΗΜΑΤΟΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΡΑΠΕΖΙΚΗΣ  
ΔΙΟΙΚΗΤΙΚΗΣ**



**Dissertation**

**Ιούλιος 2008**

**“Βελτιωμένες εκτιμήσεις των συντελεστών  
συσχέτισης αποδόσεων μετοχών και αποδοτικά  
χαρτοφυλάκια”**

## **ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ**

Η εργασία αυτή εκπονήθηκε στα πλαίσια του Μεταπτυχιακού Προγράμματος Σπουδών του τμήματος Χρηματοοικονομικής και Τραπεζικής Διοικητικής του Πανεπιστημίου Πειραιώς, κατά το δεύτερο ακαδημαϊκό εξάμηνο της χρονιάς 2008 με καταληκτική ημερομηνία τον μήνα Ιούλιο. Για την πραγματοποίηση της παρούσας εργασίας θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον επιβλέποντα καθηγητή, Καθηγητή κ. Γεώργιο Διακογιάννη, καθώς χωρίς την πολύτιμη καθοδήγησή του δεν θα ήταν δυνατόν να ολοκληρωθεί η παρούσα εργασία. Επίσης, θα ήθελα να ευχαριστήσω ιδιαίτερα τον συμφοιτή Ιωάννη Καμπιανάκη για τις ιδιαίτερα χρήσιμες συμβουλές και την ουσιαστική συνεισφορά του στην εκπόνηση αυτής της μελέτης. Την παρούσα εργασία θα ήθελα να αφιερώσω στους γονείς μου για την αμέριστη συμπαράστασή τους και βοήθεια όλα αυτά τα χρόνια.

**Κομητόπουλος Ζήσιμος – Στέφανος**

**Αρ.Μητρώου: ΜΧΡΗ 0616**

**Επιβλέπων Καθηγητής: Γ. Διακογιάννης**

**Επιτροπή**

**Γ.Σκιαδόπουλος**

**Ν.Τσαγκαράκης**

# **ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ**

Αρ. Σελίδας

## **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1**

1.Εισαγωγή	4
------------	---

## **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2**

2.1 Θεωρίας Χαρτοφυλακίου	9
2.2 Μονοπαραγοντικό υπόδειγμα	24
2.3 Γραμμή κεφαλαιαγοράς	27
2.4 Υπόδειγμα αποτίμησης περιουσιακών στοιχείων	28
2.5 Πολυπαραγοντικά υποδείγματα	30
2.6 Κριτική του Roll	35

## **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3**

3.1 Προηγούμενες μελέτες	37
3.2 Βελτιωμένη πρόβλεψη συντελεστών συσχέτισης	40
3.3 Αποτελέσματα για Αμερική	45
3.4 Συμπεράσματα	53
3.5 Κριτήρια για επιλογή χαρτοφυλακίων	54
3.6 Εύρεση αποδοτικού χαρτοφυλακίου και πρόβλεψη συνδιακυμάνσεων	64

## **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4**

4.1 Δεδομένα	73
4.1 Μεθοδολογία	78

## **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5**

5.1 Αποτελέσματα	85
5.2 Σύγκριση με προηγούμενες μελέτες	105

## **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6**

6.1 Γενικά συμπεράσματα και προτάσεις για περαιτέρω έρευνα

### **ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ**

109

### **ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ**

112

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΡΔΑΛΙΑΣ

## Παράθεση πινάκων

Αρ.Πίνακα	Περιγραφή	Σελίδα
1	Σύγκριση μεθόδων πρόβλεψης των συντελεστών συσχέτισης για την αγορά της Αμερικής.....	45
2	Συνδυασμός μεθόδων πρόβλεψης των συντελεστών συσχέτισης και ομαδοποίηση των εταιριών με βάση τον κλάδο για την αγορά της Αμερικής.....	47
3	Ομαδοποίηση των εταιριών με άλλα κριτήρια πέρα από τον κλάδο που ανήκουν για την αγορά της Αμερικής.....	49
4	Σύγκριση των μεθόδων πρόβλεψης των συντελεστών συσχέτισης με χρήση του αποδοτικού συνόρου.....	51
5	Σύγκριση των μέσων σφαλμάτων πρόβλεψης μεταξύ Αμερικής και Ελλάδας.....	87
6	Διαχωρισμός των εταιριών σε 10 ομάδες.....	90
7	Συντελεστές συσχέτισης για την κάθε ομάδα.....	93
8	Αποδοτικό σύνоро για την μέθοδο του απλού μέσου όρου των συντελεστών συσχέτισης.....	95
9	Υπολογισμός των σταθμών για την μέθοδο του απλού μέσου όρου των συντελεστών συσχέτισης με ελάχιστο σταθμό 0,005.....	97
10	Υπολογισμός αποδοτικού συνόρου και σταθμών για την μέθοδο του απλού μέσου όρου των συντελεστών συσχέτισης χωρίς ελάχιστο σταθμό.....	100
11	Υπολογισμός του αποδοτικού συνόρου με την εκθετική εξομάλυνση ως μέθοδο πρόβλεψης και χωρίς περιορισμούς στα σταθμά.....	104

# ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

## Εισαγωγή

Όπως όλοι γνωρίζουμε οι μετοχές που ανήκουν στις διάφορες οργανωμένες αγορές και στα χρηματιστήρια είναι παγκοσμίως ένα από το πιο σημαντικά χρηματοοικονομικά θέματα ανάλυσης. Ακόμα πιο σημαντικό μέρος της χρηματοοικονομικής ανάλυσης είναι ο υπολογισμός του χαρτοφυλακίου ελαχίστου κινδύνου. Προκειμένου να υπολογιστεί αυτό χρειαζόμαστε πέρα από τη μέση απόδοση των μετοχών και την διακύμανση τους, τον συντελεστή συσχέτισης των μετοχών. Με βάση όλες της μορφές αποτελεσματικότητας της αγοράς ακόμα και στην ασθενή της μορφή η πρόβλεψη των τιμών των μετοχών είναι αδύνατη απλά με βάση τις ιστορικές τιμές διότι η αγορά πολύ εύκολα προσαρμόζει την τρέχουσα τιμή με βάση τις προηγούμενες. Όμως δεν αναφέρει τίποτα για τους συντελεστές συσχέτισης. Ο σκοπός λοιπόν αυτής της έρευνας είναι ,όπως αναφέρεται αναλυτικότερα και στη συνέχεια, η καλύτερη δυνατή πρόβλεψη του συντελεστή αυτού των αξιογράφων.

Οι χρηματιστηριακές και επενδυτικές εταιρίες, οι εταιρίες διαχείρισης αμοιβαίων κεφαλαίων αλλά και οι ανεξάρτητοι επενδυτές αυξάνοντα συνεχώς τα τελευταία χρόνια. Βασικός τους ρόλος είναι η διενέργεια προβλέψεων για την αποκομιδή όσο το δυνατόν μεγαλύτερων κερδών. Αυτό που προσπαθούν να επιτύχουν είναι είτε να προβλέψουν την πορεία των τιμών συγκεκριμένων μετοχών είτε την γενικότερη πορεία του δείκτη της αντίστοιχης αγοράς. Όσο περισσότεροι επενδυτές εισέρχονται στην αγορά τόσο πιο πολύπλοκη γίνεται η διαδικασία πρόβλεψης διότι εισάγονται συνεχώς νέες “μεταβλητές”. Δυσκολεύει επίσης από το γεγονός ότι πλέον η αγορά είναι παγκοσμιοποιημένη και έτσι μπορεί να επηρεάζεται το Χρηματιστήριο Αξιών Αθηνών από το διπλανό χρηματιστήριο του Λονδίνου αλλά και από τα μακρινά χρηματιστήρια της Ιαπωνίας και της Αμερικής. Μπορεί επίσης να επηρεάζεται από οποιαδήποτε σημαντικά γεγονότα λαμβάνουν χώρα οπουδήποτε στον πλανήτη. Για παράδειγμα στις μέρες μας σημαντική είναι η επιρροή των χρηματιστηρίων παγκοσμίως από την συνεχή αύξηση της τιμής του πετρελαίου.

Αυτό που κάνουν πρακτικά οι περισσότεροι επενδυτές είναι να προσπαθούν να βρίσκουν μετοχές υποτιμημένες και να τις αγοράζουν φθηνά ώστε να κερδίσουν από την μελλοντική τους άνοδο και αντίστοιχα να εντοπίζουν υπερτιμημένες μετοχές τις οποίες και πουλάνε προκειμένου να κερδίσουν από πιθανολογούμενη μελλοντική πτώση στην τιμή τους.

Πέρα λοιπόν από τα γνωστά μέτρα των μετοχών που είναι η μέση απόδοση και η διακύμανση έχουμε και τον συντελεστή συσχέτισης. Ο συντελεστής συσχέτισης υπολογίζεται για κάθε ζευγάρι μετοχών και ουσιαστικά δείχνει το βαθμό συσχέτισης των αποδόσεων των δυο αυτών αξιογράφων μεταξύ τους. Εδώ πρέπει να τονίσουμε ότι ο συντελεστής αυτός δεν υπολογίζεται μονό για μετοχές μεταξύ τους αλλά για οποιαδήποτε αξιόγραφα. Για παράδειγμα μπορούμε να υπολογίσουμε τον συντελεστή συσχέτισης μίας μετοχής με τον χρυσό (ο χρυσός διαπραγματεύεται σε επίσημες αγορές). **Ο συντελεστής αυτός συμβολίζεται με  $\rho$  και λαμβάνει τιμές από το -1 έως και το 1 με το πρόσημο να υποδηλώνει θετική ή αρνητική συσχέτιση.** Όσο μεγαλύτερος είναι ο συντελεστής αυτός σε απόλυτη τιμή τόσο πιο έντονη η παράλληλη πορεία των δύο αξιογράφων. Ένας συντελεστής συσχέτισης μεταξύ δύο αξιογράφων ίσος με 0.8 θα σημαίνει ότι εφόσον η απόδοση της μίας μετοχής αυξηθεί κατά 10% τότε η απόδοση της άλλης θα αυξηθεί πάλι αλλά σε ποσοστό 8%.

Προκειμένου να υπολογισθεί το χαρτοφυλάκιο ελαχίστου κινδύνου χρειάζεται να υπολογισθούν και οι συντελεστές συσχέτισης των μετοχών και μάλιστα για να προβλέψει κάποιος το χαρτοφυλάκιο ελαχίστου κινδύνου θα πρέπει να έχει και καλές προβλέψεις για τους συντελεστές. Μια απλοϊκή υπόθεση θα ήταν ότι οι συντελεστές συσχέτισης μεσοπρόθεσμα παραμένουν σταθεροί το οποίο όμως έχει απορριφθεί και έχει παρατηρηθεί ότι δεν ισχύει κάτι τέτοιο στην πράξη.

Μια μεγάλη διαφορά μεταξύ της αντίστοιχης έρευνας που έγινε από τους Elton και Gruber για την Αμερική σε σχέση με την έρευνα για την Ελλάδα είναι το φαινόμενο του thin-trading. Το φαινόμενο αυτό εμφανίζεται όταν μελετάμε μικρές αγορές με λίγους επενδυτές και έτσι τυχαίνει αρκετές μέρες το χρόνο διάφορες μετοχές των εταιριών να έχουν μηδενική ή ελάχιστη εμπορευσιμότητα. και αυτό επηρεάζει τις αποδόσεις των μετοχών. Ένα υπολογίζαμε την απόδοση σε ημερήσια βάση τις ημέρες που θα παρουσιαζόταν μηδενική εμπορευσιμότητα η τιμή θα παρέμενε η ίδια και η απόδοση

πλασματικά θα ήταν μηδενική ενώ εάν είχαμε ελάχιστη εμπορευσιμότητα θα μπορούσε να υπολογιστεί απόδοση αλλά πιθανότατα δεν θα ήταν αντιπροσωπευτική. Προκειμένου να αντιμετωπίσουμε αυτό το φαινόμενο έχουμε υπολογίσει αποδόσεις για τις μετοχές των δεικτών FTSE 20, Midcap 40 και για τον Smallcap 80 . Επιπλέον, για την επίτευξη καλύτερων αποτελεσμάτων οι αποδόσεις θα υπολογίζονται εβδομαδιαία και όχι ημερήσια..

## **Σκοποί της εργασίας**

Ο βασικός σκοπός της εργασίας αυτής είναι η καλύτερη πρόβλεψη των συντελεστών συσχέτισης των αξιογράφων. Πολλοί από τους προηγούμενους ερευνητές όπως οι Elton Gruber και Ulrich (1976), Elton και Gruber (1973), Chan και άλλοι (1999), οι Karciski και Lakonishok (1999), οι Engle και Sheppard (2003), οι Jagannathan και Ma (2003) και οι Ledoit και Wolf (2003 και 2004) κατέληγαν στο συμπέρασμα ότι η καλύτερη πρόβλεψη για τον συντελεστή συσχέτισης είναι ο απλός μέσος όρος των προηγούμενων παρατηρήσεων. Η μέθοδος αυτή είναι πάρα πολύ απλή και εύκολη στην εφαρμογή της και είχε σχετικά ικανοποιητικά προβλεπτικά αποτελέσματα στην πράξη. Στη συνέχεια όμως οι Elton και Gruber (2006) με ένα σχετικά καινούριο άρθρο τους το οποίο δημοσιεύτηκε μόλις πριν δύο χρόνια, το 2006 αναφέρουν κάποιες παραλλαγές των τεχνικών πρόβλεψης οι οποίες στην αγορά της Αμερικής αποδείχτηκε ότι έχουν καλύτερα αποτελέσματα και μελετάται η πιθανότητα αυτό να ισχύει και για μια πιο μικρή και ρηχή αγορά όπως η ελληνική.

Καταρχάς, μελετάται εάν μέθοδοι όπως ο κινητός μέσος, το αυτοπαλίνδρομο μοντέλο AR1, ο απλός μέσος και η εκθετική εξομάλυνση έχουν καλύτερα αποτελέσματα από την μέθοδο της πρόβλεψης του μέσου όλων των παρατηρήσεων (full sample mean όπως αναφέρεται στην βιβλιογραφία). Αυτό εξετάζεται σε όρους τετραγωνικής ρίζας του μέσου σφάλματος των προβλεφθεισών συντελεστών συσχέτισης σε σχέση με τους πραγματικούς. Η βασική όμως καινοτομία των δυο παραπάνω συγγραφέων είναι ο διαχωρισμός των μετοχών σε ομοειδής ομάδες με βάση τον κλάδο στον οποίο ανήκουν και η μελέτη ως προς την επίδραση στα σφάλματα πρόβλεψης και κατά πόσο αυτά μειώνονται. Αυτό στηρίζεται σε ένα αρκετά απλό σκεπτικό ότι δηλαδή οι μετοχές των



εταιριών που έχουν κάποια κοινά χαρακτηριστικά όπως το να ανήκουν στον ίδιο κλάδο θα έχουν υψηλότερους συντελεστές συσχέτισης μεταξύ τους.

Τέλος, χρησιμοποιείται και μια άλλη προσέγγιση προκειμένου να δούμε εάν έχουμε καλύτερα αποτελέσματα. Αντί λοιπόν για το μέσο σφάλμα που χρησιμοποιήσαμε προηγουμένως σαν μέτρο σύγκρισης θα χρησιμοποιήσουμε την δημιουργία αποδοτικών χαρτοφυλακίων. Θα δούμε λοιπόν πως διαφοροποιείται το αποδοτικό χαρτοφυλάκιο ανάλογα με την μέθοδο πρόβλεψης που χρησιμοποιούμε. Σε αυτή την περίπτωση για να διαπιστώσουμε ποια μέθοδος είναι καλύτερη αρκεί να παρατηρήσουμε ποιο χαρτοφυλάκιο ελαχίστου κινδύνου έχει τον μικρότερο κίνδυνο δηλαδή την μικρότερη διακύμανση. Σχηματικά αυτό φαίνεται από το αντίστοιχο σχεδιάγραμμα και το καλύτερο χαρτοφυλάκιο είναι αυτό το οποίο βρίσκεται αριστερότερα από τα υπόλοιπα μιας και ο κάθετος άξονας στο διάγραμμα είναι η διακύμανση.

## **Περιορισμοί**

Ένας βασικός περιορισμός στην έρευνα μας είναι το γεγονός ότι η συλλογή ιστορικών στοιχείων για τις τιμές και αντίστοιχα για τις αποδόσεις των μετοχών αρκέστηκε στα δέκα έτη. Ο κύριος λόγος είναι γιατί οι περισσότερες από τις εταιρίες δεν είχαν επαρκή στοιχεία πριν από το 1998 ενώ επίσης οι εταιρίες που ήταν πρώτες σε κεφαλαιοποίηση τα χρόνια πριν το 1998 είναι σε μεγάλο ποσοστό διαφορετικές από τις εταιρίες που έχουν την μεγαλύτερη κεφαλαιοποίηση τα πρόσφατα χρόνια και έτσι δε θα μπορούσαμε να έχουμε σταθερά τις ίδιες εταιρίες υπό εξέταση. Ένας δεύτερος λόγος είναι καθαρά πρακτικός διότι ο αριθμός όλων των συνδυασμών των συνδιακυμάνσεων ήταν ήδη πάρα πολύ μεγάλος και θα γινόταν πολύ μεγαλύτερος εάν επιλέγαμε περισσότερα χρόνια ενώ είναι και αμφίβολο εάν θα συνέβαλε στην ύπαρξη μικρότερων σφαλμάτων. Ένας άλλος περιορισμός είναι ότι η κατάταξη των εταιριών με βάση την κεφαλαιοποίηση έγινε με βάση τις τρεις τελευταίες χρονιές 2005, 2006 και 2007 και όχι για κάθε έτος ξεχωριστά. Αυτό έγινε με σκοπό να έχουμε στοιχεία για τις μετοχές από όσο το δυνατόν περισσότερες χρονιές αλλά και διότι ήταν δύσκολο να βρεθούν στοιχεία κεφαλαιοποίησης για τα πιο παλιά χρόνια.

## **Επισκόπηση της εργασίας**

Η μελέτη αυτή αποτελείται από έξι μέρη. Στην αρχή παρατίθεται το θεωρητικό υπόβαθρο το οποίο είναι απαραίτητο για την κατανόηση των εννοιών που αναφέρονται στη συνέχεια. Στο δεύτερο μέρος γίνεται αναφορά στην προηγούμενη βιβλιογραφία και στα αποτελέσματα που έχουν καταλήξει προηγούμενοι συγγραφείς με την αναφορά στα αντίστοιχα άρθρα. Στην επόμενη ενότητα εξετάζουμε και αναλύουμε τις διαφορετικές μεθόδους που χρησιμοποιούνται σε προηγούμενες έρευνες. Στην τέταρτη ενότητα αναπτύσσεται η άντληση των δεδομένων και η μεθοδολογία που χρησιμοποιείται για την ελληνική αγορά με βάση τις ιδιαιτερότητες που έχει με άλλες περισσότερο ανεπτυγμένες χώρες. Στη συνέχεια παρουσιάζονται τα αποτελέσματα και συγκρίνονται με τα αντίστοιχα άλλων ερευνητών. Στο τέλος, γίνεται επαλήθευση των αποτελεσμάτων και με άλλες μεθόδους για την δημιουργία πληρέστερης μελέτης.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

### Θεωρία χαρτοφυλακίου

#### Markowitz (1952)

Η πρώτη σημαντική θεωρία χαρτοφυλακίου διατυπώθηκε από τον Markowitz το 1952 με την έκδοση του αντίστοιχου άρθρου και στη συνέχεια βιβλίου. Οι βασικές θέσεις του Markowitz είναι δυο. **Πρώτον**, οι αποδόσεις των μετοχών ακολουθούν πάντα μια κατανομή είτε αυτή είναι η κανονική κατανομή είτε οποιαδήποτε άλλη. Τα δυο πιο βασικά χαρακτηριστικά κάθε κατανομής είναι ο μέσος όρος (μέτρο κεντρικής τάσης) και η διακύμανση (μέτρο διασποράς). Τα ίδια ισχύουν και για ένα χαρτοφυλάκιο από μετοχές και άλλα αξιόγραφα. Η απόδοση μετριέται με βάση το μέσο όρο. Ο κίνδυνος βέβαια δεν είναι τόσο απλός και έτσι μπορεί να περιγραφεί από διάφορα μέτρα όχι μόνο την διακύμανση. Ο τύπος που υπολογίζει την μέση απόδοση έχει ως εξής:

$$\overline{R}_i = \sum_{j=1}^M \frac{R_{ij}}{M}, \text{ όπου } M \text{ ο αριθμός των παρατηρήσεων των αποδόσεων}$$

Ενώ ο τύπος που υπολογίζει την διακύμανση είναι ο παρακάτω:

$$\sigma_i^2 = \sum_{j=1}^M \frac{[(R_{ij} - \overline{R}_i)]^2}{M}$$

**Δεύτερον**, οι ορθολογικοί επενδυτές θα επιλέξουν αποτελεσματικά χαρτοφυλάκια (efficient portfolios). Τα χαρτοφυλάκια αυτά είναι εκείνα που μεγιστοποιούν την αναμενόμενη απόδοση δοθέντος του κινδύνου η αλλιώς που ελαχιστοποιούν τον κίνδυνο για δεδομένη αναμενόμενη απόδοση. Σε κάθε στιγμή τώρα

ισχύει ότι η απόδοση έχει θετική σχέση με τον κίνδυνο. Δηλαδή όσο μεγαλύτερος ο κίνδυνος που αναλαμβάνει ένας επενδυτής τόσο μεγαλύτερη θα είναι αντίστοιχα και η ανταμοιβή του σε απόδοση. Γενικά, οι μεγάλες και γνωστές εταιρίες έχουν μικρότερο κίνδυνο αλλά και μικρότερη απόδοση σε σχέση με τις μικρότερες. Ένα άλλο μέτρο λοιπόν που να λαμβάνει υπ' όψη τον κίνδυνο ταυτόχρονα με την απόδοση είναι ο συντελεστής μεταβλητότητας (C.V) ο οποίος υπολογίζεται ως:

$$CV = \frac{R_i}{\sigma}$$

και μας δείχνει την απόδοση ανά μονάδα κινδύνου. Αντίστοιχα για χαρτοφυλάκια έχουμε την μέση απόδοση να υπολογίζεται ως

$$E(R_p) = \sum(X_i * E(R_i))$$

όπου το  $X_i$  είναι το ποσοστό συμμετοχής κάθε αξιόγραφου στο χαρτοφυλάκιο ανάλογα με τα χρήματα που έχουν επενδυθεί σε αυτό. Η διακύμανση τώρα εαν υποθέσουμε ότι το χαρτοφυλάκιο μας περιλαμβάνει μόνο από δυο αξιόγραφα υπολογίζεται από τον μαθηματικό τύπο :

$$\sigma_p^2 = X_1^2 \sigma_1^2 + X_2^2 \sigma_2^2 + 2X_1X_2\sigma_{12}$$

Ο γενικότερος τύπος είναι:

$$\sigma_p^2 = X_i^2 \sigma_i^2 + X_j^2 \sigma_j^2 + \dots + 2X_iX_j\sigma_{ij}$$

Ο τελευταίος όρος  $\sigma_{12}$  είναι η **συνδιακύμανση**. Το μέτρο αυτό μας δείχνει πως κινείται η μια μετοχή σε σχέση με μια άλλη. Όταν η συνδιακύμανση είναι θετικός αριθμός τότε οι δύο μετοχές θα κινούνται προς την ίδια κατεύθυνση, δηλαδή όταν η μια παρουσιάζει θετικές (αρνητικές) αποδόσεις θα παρουσιάζει σε μεγάλο ποσοστό και η

άλλη. Παράλληλα ο συντελεστής αυτός δείχνει και την ένταση της εξάρτησης. Εάν ο συντελεστής είναι ίσος με 0.8 τότε θα παρουσιάζει μεγαλύτερη εξάρτηση σε σχέση με έναν αντίστοιχο συντελεστή με τιμή 0,4. **Ο αντίστοιχος δείκτης για τα χαρτοφυλάκια είναι ο συντελεστής συσχέτισης ο οποίος λαμβάνει τιμές από -1 έως 1.** Όταν είναι μηδέν σημαίνει πως είναι τελείως ασυσχέτιστες και όσο πιο κοντά κατά απόλυτη τιμή είναι στη μονάδα τόσο πιο έντονη παρουσιάζεται η συσχέτιση. Εάν η τιμή του συντελεστή είναι αρνητική θα έχουμε αρνητική σχέση ενώ εφόσον είναι θετική θα έχουμε και θετική σχέση. Για παράδειγμα, εάν το  $\rho = -0.5$  αυτό σημαίνει πως εφόσον η μια μετοχή αυξηθεί κατά 20% η άλλη μετοχή θα μειωθεί (λόγω αρνητικού προσήμου) κατά 10%(το μισό δηλαδή του 20%). Ο συντελεστής αυτός υπολογίζεται ως εξής:

$$\rho_{ik} = \frac{\sigma_{ik}}{\sigma_i \sigma_k}$$

Ουσιαστικά ο αριθμητής είναι η συνδιακύμανση μεταξύ των αξιογράφων και ο παρονομαστής είναι το γινόμενο των διακυμάνσεων των αξιογράφων.

## Απόδοση και κίνδυνος

Όπως προείπαμε οι σημαντικότερες έννοιες του Markowitz είναι η απόδοση και ο κίνδυνος. Η **απόδοση** υπολογίζεται από το κλάσμα το οποίο σαν αριθμητή έχει την διαφορά της τελικής τιμής από την αρχική συν τις όποιες επιπρόσθετες ροές και σαν παρονομαστή την αρχική τιμή του αξιογράφου. Συγκεκριμένα για μετοχές οι επιπλέον ροές είναι τα μερίσματα και έτσι η **απόδοση χωρίζεται στην κεφαλαιακή απόδοση και στην μερισματική απόδοση**. Η κεφαλαιακή απόδοση είναι η απόδοση του επενδυτή που προκύπτει καθαρά από την μεταβολή της τιμής της μετοχής ενώ η μερισματική από το καταβληθέν μέρισμα (εφόσον βέβαια υπάρχει). Μαθηματικά αποτυπώνεται ως εξής:

$$R_{it} = \frac{P_{it} - (P_{it} - 1)}{P_{it} - 1} + \frac{D_{it}}{P_{it} - 1}, \text{ όπου } D_{it} \text{ είναι το μέρισμα}$$

Ο **κίνδυνος** τώρα είναι η αβεβαιότητα που υπάρχει για την πραγματοποίηση ενός συγκεκριμένου αποτελέσματος. Υπάρχουν δυο πολύ βασικές κατηγορίες κινδύνου, ο συστηματικός κίνδυνος και ο μη συστηματικός κίνδυνος οι οποίοι αθροιστικά μας δίνουν τον συνολικό κίνδυνο του αξιογράφου ή του χαρτοφυλακίου. Ο **μη συστηματικός κίνδυνος ή αλλιώς κίνδυνος της αγοράς** είναι ο κίνδυνος που έχει ένα μεμονωμένο αξιόγραφο και μετριέται από την τυπική απόκλιση των αποδόσεών του. Από την άλλη, ο **συστηματικός κίνδυνος** είναι ο επιπλέον κίνδυνος ενός αξιογράφου όταν αυτό εισέρχεται σε ένα χαρτοφυλάκιο και σχετίζεται με την αγορά του αξιογράφου και όχι με το ίδιο το αξιόγραφο. Ο κίνδυνος αυτός οφείλεται σε όλους εκείνους τους πολιτικούς, οικονομικούς και άλλους κινδύνους που επηρεάζουν ολόκληρη την οικονομία μίας χώρας. Το τμήμα αυτό του κινδύνου δεν εξαλείφεται εύκολα διότι παραμένει πάντα ένα κομμάτι του κινδύνου που οφείλεται σε παράγοντες κοινούς για όλες τις εταιρείες μιας χώρας (ή αγοράς). Αντιθέτως, ο μη συστηματικός ή ειδικός κίνδυνος μειώνεται περισσότερο όσο καλύτερη είναι η διαφοροποίηση του κάθε χαρτοφυλακίου. Οφείλεται σε παράγοντες οι οποίοι είναι μοναδικοί για κάθε επιχείρηση όπως καινοτομίες, πιθανές απεργίες, αποτελεσματικότητα ή μη της διοίκησης, πιθανές

οικονομίες κλίμακας, φήμη της εταιρίας και άλλους. Έτσι επιλέγοντας μετοχές διαφορετικών εταιρειών μπορεί ο επενδυτής να διασπείρει τον κίνδυνο και να ελαχιστοποιήσει το μη συστηματικό μέρος το οποίο αποτελεί και έναν από τους στόχους κάθε επενδυτή.

Στην τυπική απόκλιση (η οποία μετρά τον συστηματικό κίνδυνο) έχουμε αναφερθεί προηγουμένως οπότε αν αναλύσουμε λίγο τον συντελεστή beta ο οποίος αναφέρεται στον μη συστηματικό κίνδυνο. Ο συντελεστής αυτός τονίζει την επικινδυνότητα ενός αξιογράφου σε σχέση με την ίδια την αγορά (εξ ορισμού η αγορά έχει συντελεστή βήτα ίσο με το 1). Όσο μεγαλύτερος είναι ο συντελεστής βήτα για μια μετοχή τόσο πιο επικίνδυνη είναι. Μετοχές με συντελεστή βήτα μεγαλύτερο από την μονάδα ονομάζονται **επιθετικές μετοχές** ενώ οι υπόλοιπες με βήτα μικρότερο της μονάδας καλούνται **αμυντικές μετοχές**. Ο κίνδυνος με βάση τον συντελεστή αυτό δεν αποτυπώνεται σε απόλυτους όρους αλλά σχετικά με την αγορά. Για παράδειγμα, εάν για μετοχή ο συντελεστής β είναι ίσος με 1,2 σημαίνει ότι πρόκειται να αυξάνεται η απόδοση της κατά 20% περισσότερο από την αντίστοιχη του δείκτη της αγοράς έχοντας παράλληλα και μεγαλύτερο κίνδυνο. Οπότε σε περιόδους ανόδου της αγοράς καλό είναι να κρατάμε επιθετικές μετοχές ενώ σε περιόδους πτώσης αμυντικές μετοχές. Ο συντελεστής β μίας μεμονωμένης μετοχής μεταβάλλεται στον χρόνο ενώ αντίθετα ο συντελεστής β ολόκληρου χαρτοφυλακίου παραμένει σχετικά σταθερός.

**Διαφοροποίηση :** Προηγουμένως αναφερθήκαμε στον μη συστηματικό κίνδυνο και αναφέραμε ότι αυτός μπορεί να μειωθεί διακρατώντας πολλές μετοχές. Έτσι είναι λογικό να αναρωτηθεί κανείς ποιο είναι το νόημα του χαρτοφυλακίου δηλαδή γιατί να κρατάμε πολλές διαφορετικές μετοχές. Η απάντηση είναι ότι όσο περισσότερες μετοχές κρατάει κανένας τόσο περισσότερο διασπείρεται ο κίνδυνος. Μπορεί δηλαδή να μειώνεται λίγο η απόδοση του επενδυτή αλλά μειώνεται και κατά πολύ περισσότερο ο κίνδυνος που έχει να χάσει τα χρήματά του. Αυτό έχει πολύ καλύτερα αποτελέσματα όταν οι μετοχές παρουσιάζουν αρνητική συσχέτιση μεταξύ τους το οποίο βέβαια είναι αρκετά σπάνιο φαινόμενο στην πραγματικότητα. Μικρότερη μείωση του κινδύνου με χρήση χαρτοφυλακίου επιτυγχάνεται ακόμα και αν τα αξιόγραφα έχουν θετικές συσχετίσεις μεταξύ τους. Στην δεύτερη περίπτωση ο συνολικός κίνδυνος ενός

χαρτοφυλακίου ακόμα και με μετοχές με θετική συσχέτιση μεταξύ τους είναι μικρότερος από τον κίνδυνο οποιουδήποτε αξιογράφου ξεχωριστά. Συγκεκριμένα έχει αποδειχθεί εμπειρικά ότι όταν κάποιος εμπλουτίσει το χαρτοφυλάκιο του με 15-20 τυχαία επιλεγμένες μετοχές σχεδόν μηδενίζει τον μη συστηματικό κίνδυνο (θα τον εξηγήσουμε αργότερα). Συμπερασματικά, είναι πολύ διαφορετικός ο κίνδυνος ενός χαρτοφυλακίου μετοχών από τους μεμονωμένους κινδύνους της κάθε μετοχής και γενικότερα των αξιογράφων. Για την απόδοση κάθε χαρτοφυλακίου θα πρέπει να υπάρχει και ένα μέτρο σύγκρισης. Για χαρτοφυλάκια με αμερικάνικες μετοχές υπάρχει ο δείκτης S&P 500 όπου περιέχει τις 500 καλύτερες επιχειρήσεις του αμερικανικού χρηματιστηρίου.

Υπάρχουν διάφορα είδη διαφοροποίησης.

**Απλή διαφοροποίηση:** Απλή διαφοροποίηση καλείται η τυχαία επιλογή 15-20 μετοχών οι οποίες δημιουργούν ένα χαρτοφυλάκιο. Εμπειρικές μελέτες έχουν δείξει ότι με τη διαδικασία αυτή επιτυγχάνεται εξάλειψη του 80% του μη συστηματικού κινδύνου του χαρτοφυλακίου. Ο μη συστηματικός κίνδυνος μετριέται με τον συντελεστή βήτα(ή αλλιώς και beta). Η επιπλέον εισαγωγή μετοχών δεν μειώνει τον μη συστηματικό κίνδυνο σημαντικά

**Διαφοροποίηση μεταξύ κλάδων:** Οι επενδυτές επιλέγουν μετοχές από διάφορους κλάδους προκειμένου να διασπείρουν τον κίνδυνο. Με αυτό τον τρόπο όμως ο κίνδυνος δεν μειώνεται περισσότερο απ' ότι με την προηγούμενη μέθοδο και αυτό διότι έχει παρατηρηθεί ότι αρκετοί κλάδοι έχουν θετική συσχέτιση μεταξύ τους.

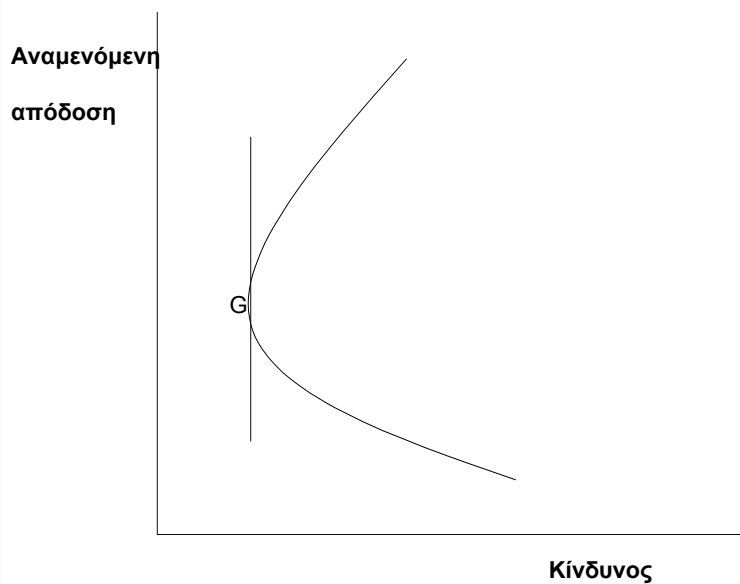
**Διαφοροποίηση κατά Markowitz:** Η προσέγγιση αυτή στηρίζεται στο συνδυασμό διαφορετικών περιουσιακών στοιχείων τα οποία όμως έχουν συντελεστές συσχέτισης αρκετά μικρότερους από τη μονάδα. Στη συνέχεια με τη χρήση κατάλληλου λογισμικού πραγματοποιείται η κατασκευή όλων των αποδοτικών χαρτοφυλακίων και στη συνέχεια η εύρεση του ποσοστού των χρημάτων που τοποθετούνται σε κάθε περιουσιακό στοιχείο για την επίτευξη του άριστου συνδυασμού κινδύνου και αναμενομένης απόδοσης.



**Διεθνική διαφοροποίηση:** Όπως μαρτυράει και το όνομα είναι η επένδυση σε αξιόγραφα σε διάφορες χώρες. Η δυνατότητα της διεθνικής διαφοροποίησης οφείλεται κυρίως στη διαφορετικότητα των παραγόντων οι οποίοι προσδιορίζουν τις τιμές των αξιογράφων και οι οποίοι είναι μοναδικοί για κάθε εγχώρια οικονομία. Τέτοιοι παράγοντες μπορεί να είναι ο συναλλαγματικός κίνδυνος, πολιτικός κίνδυνος, διαφορετικοί κανονισμοί, διαφορετική προσέγγιση στα λογιστικά και διάφοροι άλλοι. Τέλος, μελέτες δείχνουν ότι με τη διεθνική διαφοροποίηση μπορεί να επιτευχθεί μέχρι και 33% μείωση του κινδύνου από την επένδυση σε αξιόγραφα μιας μόνο χώρας. Βέβαια εδώ για καλύτερα αποτελέσματα θα πρέπει να επενδύσουμε τα λεφτά μας σε οικονομίες που έχουν όσο το δυνατόν μικρότερη συσχέτιση μεταξύ τους.

Το βασικό μειονέκτημα του Markowitz αποτελούσε η έλλειψη μηχανημάτων η οποία δυσκόλευε το υπολογιστικό του έργο. Αργότερα και παράλληλα με την ανάπτυξη των ηλεκτρονικών υπολογιστών μειώθηκε ο αριθμός των απαιτούμενων δεδομένων και διευκολύνθηκε το υπολογιστικό έργο. Χαρακτηριστικά να αναφέρουμε ότι ένας αναλυτής που θέλει να υπολογίσει τον κίνδυνο ενός χαρτοφυλακίου με  $N$  μετοχές θα χρειαστεί να υπολογίσει  $N*(N-1)/2$  συντελεστές συσχετίσεις το οποίο είναι πολύ χρονοβόρο.

**Αποδοτικά χαρτοφυλάκια** είναι εκείνα τα χαρτοφυλάκια τα οποία για δεδομένη απόδοση ελαχιστοποιούν τον κίνδυνο. **Όλα τα αποδοτικά χαρτοφυλάκια μαζί σχηματίζουν το αποδοτικό σύνορο το οποίο αποτυπώνεται σαν μια καμπύλη.** Το αποδοτικό σύνορο είναι ίδιο για όλους τους ορθολογικούς επενδυτές. Στη συνέχεια υπεισέρχονται στην ανάλυση οι προτιμήσεις των επενδυτών όπως αυτές εκφράζονται με τις καμπύλες αδιαφορίας και με βάση αυτές γίνεται η επιλογή του επιθυμητού χαρτοφυλακίου από τον κάθε επενδυτή. Το αποδοτικό σύνορο (efficient frontier) επεκτείνεται από το σφαιρικό(global) χαρτοφυλάκιο μέχρι και το χαρτοφυλάκιο με την υψηλότερη απόδοση(μεταξύ των αποδοτικών χαρτοφυλακίων). Το σφαιρικό χαρτοφυλάκιο(G) είναι εκείνο εκ των αποδοτικών χαρτοφυλακίων με την χαμηλότερη αναμενόμενη απόδοση. Σχηματικά έχει ως εξής



Επίσης οι επενδυτές ενδιαφέρονται για το πάνω μέρος της καμπύλης διότι αν παρατηρήσουμε προσεκτικότερα όλα τα χαρτοφυλάκια της πάνω καμπύλης έχουν ίδιο κίνδυνο με τα αντίστοιχα κάτω αλλά προσφέρουν μεγαλύτερες αποδόσεις άρα προτιμώνται από ορθολογικούς επενδυτές.

Ανάλογα με τους περιορισμούς ή όχι που υπάρχουν χωρίζουμε την εύρεση του αποδοτικού συνόρου σε τέσσερις περιπτώσεις

- Χωρίς προπωλήσεις (short sales) και με επιτόκιο ελαχίστου κινδύνου
- Χωρίς προπωλήσεις (short sales) και χωρίς επιτόκιο ελαχίστου κινδύνου
- Με προπωλήσεις (short sales) και με επιτόκιο ελαχίστου κινδύνου
- Με προπωλήσεις (short sales) και χωρίς επιτόκιο ελαχίστου κινδύνου

Κατ' αρχάς όλες αυτές οι περιπτώσεις διέπονται από την χαρακτηριστική εξίσωση της ευθείας:

$$R_c = R_f + \left( \frac{R_p - R_f}{\sigma_p} \right) * \sigma_c, \text{ όπου } R_f \text{ είναι ο σταθερός όρος και παράλληλα}$$

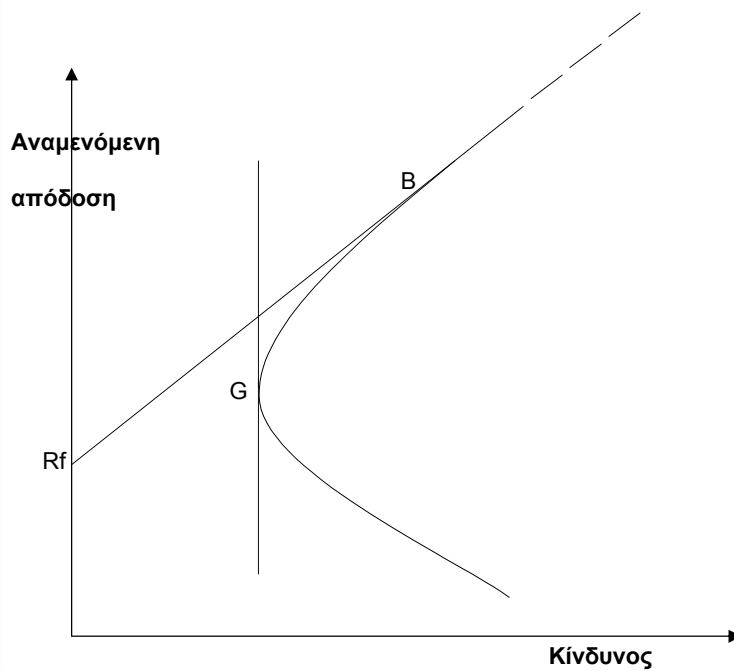
συμβολίζει το επιτόκιο ελαχίστου κινδύνου,  $R_p$  είναι η αναμενόμενη απόδοση του εκάστοτε χαρτοφυλακίου,  $\sigma_p$  ο αντίστοιχος κίνδυνος και  $\sigma_c$  ο κίνδυνος του συνδυασμού του αξιογράφου ελαχίστου κινδύνου και του χαρτοφυλακίου. Τέλος, ο όρος  $\left( \frac{R_p - R_f}{\sigma_p} \right)$  είναι ουσιαστικά η κλίση της γραμμής την οποία και θέλουμε να μεγιστοποιήσουμε ενώ η ευθεία περνάει πάντα από το σημείο  $(\sigma_p, R_p)$ .

Σχηματικά στον κάθετο άξονα έχουμε την αναμενόμενη απόδοση και στον οριζόντιο άξονα τον κίνδυνο. Στην πρώτη περίπτωση, που είναι και η πιο απλή απ' όλες, η γραμμή των αποδοτικών χαρτοφυλακίων ξεκινάει από το επιτόκιο ελαχίστου κινδύνου και εφάπτεται με το αποδοτικό σύνορο στο σημείο του χαρτοφυλακίου της υψηλότερης απόδοσης. Αφού προκύψει αυτή η ευθεία γραμμή τότε ο κάθε επενδυτής επιλέγει μεταξύ των ενδιάμεσων σημείων ανάλογα με τον κίνδυνο που θέλει να αναλάβει.

Στην δεύτερη περίπτωση, η μόνη διαφορά είναι το γεγονός ότι δεν γνωρίζουμε το επιτόκιο ελαχίστου κινδύνου. Οπότε σε αυτή την περίπτωση δοκιμάζουμε πολλά διαφορετικά επιτόκια και υπολογίζουμε κάθε φορά το αποδοτικό χαρτοφυλάκιο. Αφού βρούμε τα χαρτοφυλάκια στη συνέχεια τα ενώνουμε και προκύπτει το αποδοτικό σύνορο που θέλαμε να βρούμε εξ' αρχής.

Η τρίτη περίπτωση τώρα διαφέρει στο ότι επιτρέπονται οι προπωλήσεις. Προπωλήσεις είναι όταν κάποιος επενδυτής αποφασίζει να δανειστεί ένα συγκεκριμένο κεφάλαιο και με τα χρήματα αυτά (τα οποία δεν έχει στην κατοχή του και τα οποία καλείται να τα επιστρέψει μετά από συγκεκριμένη περίοδο) επενδύει ακόμα μεγαλύτερο ποσό στο αποδοτικό χαρτοφυλάκιο υψηλού κινδύνου. Αυτό συμβαίνει πολλές φορές όταν ο επενδυτής πιστεύει ότι συγκεκριμένες μετοχές από το χαρτοφυλάκιο που έχει δημιουργήσει πρόκειται να έχουν ανοδική πορεία στο μέλλον του και είναι διατεθειμένος να αναλάβει ακόμα μεγαλύτερο ρίσκο για να μεγιστοποιήσει την απόδοσή του. Από μαθηματικής άποψης η προϋπόθεση αυτή δίνει την δυνατότητα στο  $\chi_i$  που είναι το ποσοστό που θα επενδυθεί σε κάθε αξιόγραφο να πάρει και αρνητικές τιμές. Δηλαδή τα αξιόγραφα τα οποία θα δανειστούμε εμφανίζονται με συντελεστή συνεισφοράς αρνητικό.

Βέβαια πάλι πρέπει να ισχύει το άθροισμα των συντελεστών να είναι ίσο με τη μονάδα. Σχηματικά τώρα το νέο χαρτοφυλάκιο θα βρίσκεται πιο δεξιά και πιο πάνω από το προηγούμενο χαρτοφυλάκιο μέγιστης απόδοσης. Παρακάτω φαίνεται γραφικά η περίπτωση που επιτρέπονται οι short sales.



Στην τελευταία περίπτωση επιτρέπονται μεν οι προπωλήσεις αλλά δεν γνωρίζουμε το επιτόκιο ελαχίστου κινδύνου. Οπότε πάλι κάνουμε δοκιμές για το επιτόκιο(το  $R_f$ ) ενώ και οι συντελεστές  $X_i$  μπορούν και εδώ να λάβουν αρνητικές τιμές ως ένδειξη του δανεισμού.

## Ευαισθησία αποδοτικού χαρτοφυλακίου

Μελέτες έχουν δείξει ότι το αποδοτικό χαρτοφυλάκιο είναι αρκετά ευαίσθητο σε αλλαγές. Συγκεκριμένα οι Michael J. Best και Robert R. Grauer (1991) σε αντίστοιχο άρθρο τους τονίζουν ότι ένα χαρτοφυλάκιο ελαχίστου κινδύνου ( Mean-Variance Portfolio) είναι αρκετά ευαίσθητο σε αλλαγές των σταθμών του, της μέσης απόδοσής του αλλά και της διακύμανσής του όταν παρατηρούνται αλλαγές στις μέσες αποδόσεις των περιουσιακών στοιχείων που περιλαμβάνονται σε αυτό. Τα παραπάνω αποτελέσματα παρατηρούνται με την προϋπόθεση ότι ο μόνος περιορισμός είναι στο ποσό των χρημάτων που πρόκειται να έχει σαν προϋπολογισμό ο επενδυτής. Αυτή η περίπτωση αποτελεί και την απλούστερη μορφή. Ένας επιπλέον περιορισμός που θα μπορούσε να επιβληθεί είναι να απαιτήσουμε τα σταθμά να είναι όλα μη αρνητικά, δηλαδή μηδενικά ή θετικά. Τα αποτελέσματα εδώ δείχνουν ότι τα θετικά σταθμά του χαρτοφυλακίου ελαχίστου κινδύνου παρουσιάζουν μεγάλη ευαισθησία στις μεταβολές των μέσων αποδόσεων των περιουσιακών στοιχείων αλλά οι αποδόσεις του χαρτοφυλακίου ελάχιστα επηρεάζονται. Θα μπορούσε για παράδειγμα μια ελάχιστη μεταβολή της αναμενόμενης απόδοσης ενός μόνο στοιχείου να μειώσει στο μηδέν τα σταθμά των μισών μετοχών παραμερίζοντας τις έξω από το χαρτοφυλάκιο ελαχίστου κινδύνου. Βέβαια, η αναμενόμενη απόδοση αλλά και ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου παραμένουν σχεδόν ανεπηρέαστα με ελάχιστες μεταβολές.

Υπό κανονικές συνθήκες και εφόσον ο επενδυτής δεν έχει κάποιες ξεκάθαρες προβλέψεις για την αγορά θα επένδυε σε ολόκληρο το χαρτοφυλάκιο της αγοράς και παράλληλα θα δανειζόταν ή θα δάνειζε στο επιτόκιο ελαχίστου κινδύνου. Βέβαια αυτό είναι κυρίως θεωρητικό. Στην πραγματικότητα αυτό που θα έκανε είναι να επενδύσει σε κάποιο χαρτοφυλάκιο το οποίο να είναι αντιπροσωπευτικό της αγοράς. Οπότε το ερώτημα που προκύπτει εδώ είναι εάν οι επενδυτές θα άλλαζαν το χαρτοφυλάκιο τους αισθητά ή ελάχιστα όταν περιμένουν κάποια μεταβολή στην αναμενόμενη απόδοση κάποιων μετοχών στις οποίες έχουν επενδύσει. Αυτό έχει ιδιαίτερη σημασία για τους μεμονωμένους επενδυτές διότι έρευνες έχουν δείξει ότι κατά μέσο όρο τα χαρτοφυλάκια τους δεν αποτελούνται από περισσότερες των πέντε μετοχές.

Τα αποτελέσματα δείχνουν ότι **τα σταθμά, οι μέσες αποδόσεις αλλά και οι διακυμάνσεις είναι όντως αρκετά ευαίσθητες μεταβλητές** όποτε είναι πολύ πιθανό οι επενδυτές να παίρνουν αρκετά μεγάλες θετικές ή αρνητικές θέσεις επενδυτικά.. Τώρα το κατά πόσον και πως ο κάθε επενδυτής διαφοροποιείται από το ίδιο το χαρτοφυλάκιο της αγοράς ή κάποιο χαρτοφυλάκιο αντιπροσωπευτικό της μπορεί να φανεί από την προσεκτικότερη ανάλυση ισορροπίας που προτείνει είτε το Υπόδειγμα Αποτίμησης Περιουσιακών Στοιχείων (C.A.P.M) είτε το Arbitrage Pricing Theory (APT model).

## Αποτελέσματα

Αρχικά δημιουργείται ένα χαρτοφυλάκιο το οποίο αποτελείται από δέκα μετοχές. Έστω ότι τα σταθμά είναι ίδια για κάθε μετοχή. Μετά από υπολογισμούς των ερευνητών παρατηρείται ότι μια αλλαγή κατά 50% στην απόδοση μίας μετοχής είχε σαν αποτέλεσμα οι μισές μετοχές να μην αποτελούν πλέον μέρος του αποδοτικού χαρτοφυλακίου την στιγμή που η μέση απόδοση και ο κίνδυνος συνολικά του χαρτοφυλακίου μεταβλήθηκε μόλις κατά 13%. Εφόσον τώρα προσθέσουμε και τον περιορισμό των θετικών σταθμών τότε οι μετοχές φεύγουν αμέσως από το χαρτοφυλάκιο και έτσι δεν υπάρχει χρόνος για να μεταβληθεί κατά πολύ η μέση απόδοση του χαρτοφυλακίου.

Στη συνέχεια δημιουργείται ένα χαρτοφυλάκιο με 100 μετοχές ώστε να διαπιστωθούν οι διαφορές στα αποτελέσματα. Αυτό που διαφαίνεται μετά από υπολογισμούς είναι ότι **όσο περισσότερες οι μετοχές του χαρτοφυλακίου τόσο μεγαλύτερη και η ευαισθησία**. Μετά από υπολογισμούς όταν το χαρτοφυλάκιο αποτελείται από 10 μετοχές χρειάζεται μια μεταβολή της τάξεως του 77% προκειμένου να φύγουν οι μισές μετοχές από το χαρτοφυλάκιο ενώ αντίστοιχα για 100 μετοχές χρειάζεται μια μεταβολή μόλις 11,6%. Στην δεύτερη περίπτωση η μέση απόδοση του χαρτοφυλακίου είναι 1,5% ανά μήνα το οποίο συνεπάγεται απόδοση 18% ετησίως το οποίο αρκεί να αυξηθεί σε 20.1%(δηλαδή 11,6% περισσότερο)για να φύγουν οι μισές μετοχές από το χαρτοφυλάκιο.

Στη συνέχεια οι συγγραφείς προσθέτουν και άλλο ένα στοιχείο στην έρευνά τους. Περιλαμβάνουν την χρήση του επιτοκίου ελαχίστου κινδύνου στο οποίο μπορεί να δανείζεται ή και να δανείζει ο κάθε επενδυτής. Σε αυτή τη περίπτωση τα αποτελέσματα μέχρι και την εισαγωγή πενήντα μετοχών στο χαρτοφυλάκιο παραμένουν τα ίδια αναφορικά με την ευαισθησία των μεταβλητών. Προσθέτοντας παραπάνω μετοχές η ποσοστιαία μεταβολή του επιτοκίου ελαχίστου κινδύνου το οποίο πρόκειται να βγάλει τις μισές μετοχές από το χαρτοφυλάκιο είναι το μισό της ποσοστιαίας μεταβολής της μιας μετοχής.

Επίσης ένα άλλο αποτέλεσμα, το οποίο μάλιστα θα μπορούσε να πεί κανείς ότι είναι και πολύ φυσιολογικό, που προέκυψε από την έρευνα είναι ότι **όταν τα**

χαρτοφυλάκια έχουν προκύψει από ασυσχέτιστα δεδομένα τότε θα παρουσιάζουν και μικρή ευαισθησία στις διάφορες μεταβλητές. Αντίστοιχα τα χαρτοφυλάκια που σχηματίστηκαν από συσχετισμένα δεδομένα παρουσιάζουν πολύ μεγάλη ευαισθησία (elasticity).

Τέλος, οι ερευνητές μελέτησαν την παράλληλα αυξομείωση των αποδόσεων των μετοχών. Δηλαδή αναζητούσαν κατά ποιο ποσοστό θα έπρεπε να αυξηθούν οι αποδόσεις των μισών μετοχών και παράλληλα να μειωθούν των άλλων μισών έτσι ώστε να φύγει μια μετοχή από το χαρτοφυλάκιο. Οι υπολογισμοί αυτοί πραγματοποιήθηκαν για χαρτοφυλάκια των 10, 20, 50 και 100 μετοχών και τα οι αντίστοιχες ποσοστιαίες μεταβολές βρέθηκαν 1,94%, 0,99%, 0,20%, και 0,01% αντίστοιχα. (Τα ποσοστά αυτά για την μεταβολή μετοχής προκειμένου να διώξει μια μετοχή από το χαρτοφυλάκιο ανάλογα με το μέγεθος του χαρτοφυλακίου ήταν σαφώς μεγαλύτερες, 22,70%, 12,80%, 2,97% και 0,23%). Προκειμένου να φύγουν από το χαρτοφυλάκιο οι μισές μετοχές όπως και στις προηγούμενες ενότητες τα ποσοστά είναι αντίστοιχα για 10μετοχές 19,72%, για 20 μετοχές 15,77%, για 50 μετοχές 4,85% και 2,11 για χαρτοφυλάκιο των 100 μετοχών.



## Συμπεράσματα

Το συμπέρασμα που προκύπτει είναι ότι όλοι οι επενδυτές (πέρα από τους παθητικούς) πρέπει να έχουν σαν βάση το χαρτοφυλάκιο της αγοράς. Ακόμα και οι πιο ενεργοί διαχειριστές χαρτοφυλακίων πρέπει να σχηματίζουν αρχικά ένα χαρτοφυλάκιο το οποίο σε μεγάλο βαθμό να προσομοιάζει την αγορά και στη συνέχεια να αγοράζουν αυτές που πιστεύουν ότι είναι υποτιμημένες και να πουλάνε εκείνες που νομίζουν ότι είναι υπερτιμημένες. Πρέπει δηλαδή να έχουν στην κατοχή τους διαφοροποιημένα χαρτοφυλάκια. Επίσης καταλήξανε στο συμπέρασμα ότι χρειάζονται ελάχιστες διαφορές στην απόδοση των μετοχών προκειμένου τα μισά αξιόγραφα να φύγουν από το χαρτοφυλάκιο ελαχίστου κινδύνου.

Οι Michael J. Best και Robert R. Grauer αποδείξαν με τη χρήση προπωλήσεων ότι δεν υπάρχει κανένας συνδυασμός αξιογράφων που να δημιουργεί χαρτοφυλάκιο ελαχίστου κινδύνου με μόνο θετικά σταθμά. Δηλαδή, πάντα κάποιο σταθμό θα είναι αρνητικό. Τέλος, ο Grauer απέδειξε ότι υπάρχουν ελάχιστα στοιχεία να απορρίψουν την υπόθεση πως ένα χαρτοφυλάκιο με θετικά σταθμά μπορεί να αποτελέσει χαρτοφυλάκιο ελαχίστου κινδύνου όταν τα δεδομένα έχουν εξαχθεί από περιβάλλον όπου κανένα χαρτοφυλάκιο με θετικά σταθμά δεν είναι ελαχίστου κινδύνου.

### Υπολογισμός του συντελεστή beta(ή βήτα)

**Μονοπαραγοντικό μοντέλο :** Για τον υπολογισμό του συντελεστή  $\beta$  ενός χαρτοφυλακίου είναι απαραίτητη η εκτίμηση του παρακάτω οικονομετρικού μονοπαραγοντικού υποδείγματος

$$R_{pt} - R_f = a_p + b_p (R_{mt} - R_f) + u_{pt}$$

,όπου  $R_{pt}$  είναι η απόδοση του χαρτοφυλακίου την εκάστοτε χρονική στιγμή  $t$ ,  $R_f$  το επιτόκιο ελαχίστου κινδύνου,  $a_p$  ο σταθερός όρος (δηλαδή ποια θα ήταν η απόδοση του χαρτοφυλακίου εάν η απόδοση της αγοράς ήταν ίση με το επιτόκιο ελαχίστου κινδύνου),  $b_p$  είναι ο συντελεστής βήτα που ψάχνουμε και  $u_{pt}$  ο στοχαστικός όρος και δείχνει την απόκλιση της προβλεφθείσας απόδοσης από την πραγματική ). Παράλληλα βέβαια πρέπει να ισχύουν και οι παρακάτω περιοριστικές προϋποθέσεις:

$$E(u_{pt}) = 0$$

$$Cov(u_{pt}, u_{pt+k}) = 0$$

$$Cov(u_{pt}, R_{mt}) = 0$$

$$Var(u_{pt}) = \sigma^2$$

Η εκτίμηση του παραπάνω υποδείγματος γίνεται με την μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων. Επίσης υποθέτουμε ότι η τιμή του συστηματικού κινδύνου είναι σταθερή για όλη την περίοδο μέτρησης. Βέβαια στην πραγματικότητα δεν ισχύουν πάντα όλοι οι παραπάνω περιορισμοί που υιοθετεί το μοντέλο γι' αυτό και σπάνια επαληθεύεται στην πράξη.

### Μειονεκτήματα του μονοπαραγοντικού υποδείγματος

- ✓ Ενώ υποθέτει ότι το  $\sigma^2_{ut}$  είναι σταθερό, αυτό στην πραγματικότητα δεν είναι, οπότε αντί για ομοσκεδαστικότητα που υποθέτει στην πράξη έχουμε ετεροσκεδαστικότητα
- ✓ Ενώ υποθέτει ότι η συνδιακύμανση των καταλοίπων είναι μηδενική στις περισσότερες περιπτώσεις έχουμε αυτοσυσχέτιση των καταλοίπων γεγονός το οποίο μειώνει την αξιοπιστία του υποδείγματος
- ✓ Έχει γίνει η έμμεση υπόθεση ότι οι συντελεστές  $\alpha$  και  $\beta$  είναι σταθεροί ενώ στην πραγματικότητα αυτοί μεταβάλλονται ως προς το χρόνο και έτσι χρησιμοποιούνται άλλες μέθοδοι με χρήση μεταβαλλόμενων συντελεστών
- ✓ Με την χρήση μηνιαίων στοιχείων προκύπτουν διαφορετικά  $\beta$  από την χρήση ημερήσιων στοιχείων

Πιο συγκεκριμένα για το τελευταίο μειονέκτημα προκύπτει διαφορετικό  $\beta$  κυρίως σε μικρότερες αγορές λόγω της ύπαρξης του thin trading. **Thin trading** είναι το φαινόμενο όπου πολλές εταιρίες είναι χαμηλής κεφαλαιοποίησης ή αλλιώς εμπορευσιμότητας και τυχαίνει αρκετές μέρες να μην διαπραγματεύονται οι μετοχές τους. Σε αυτήν την περίπτωση όταν έχει πολλά τέτοια μηδενικά επηρεάζεται η μέτρηση του συντελεστή  $\beta$ . Έτσι στην Ελλάδα όπου πολλές εταιρίες παρουσιάζουν χαμηλή εμπορευσιμότητα προτιμούμε τη χρήση μηνιαίων στοιχείων από την χρήση ημερήσιων.

Για να υπολογίσουμε τώρα τον αντίστοιχο συντελεστή beta κάθε μετοχής μέσα σε ένα χαρτοφυλάκιο ισχύει ο παρακάτω μαθηματικός τύπος

$$1 = x_1 \frac{Cov(R_1 R_p)}{\sigma^2(R_p)} + x_2 \frac{Cov(R_2 R_p)}{\sigma^2(R_p)}$$

Το αριστερό μέλος ισούται με την μονάδα διότι ο συντελεστής  $\beta$  για το χαρτοφυλάκιο είναι ίσος με τη μονάδα. Το πρώτο μέρος τώρα της εξίσωσης στα δεξιά

εφόσον διαιρεθεί με το  $\chi_1$  προκύπτει το  $\beta_1$  που είναι και ο κίνδυνος της μετοχής ένα ως προς το χαρτοφυλάκιο και αντίστοιχα αν διαιρέσουμε το δεύτερο μέλος με το  $\chi_2$  προκύπτει ο κίνδυνος της δεύτερης μετοχής  $\beta_2$ . Αυτοί ονομάζονται συντελεστές  $\beta$  της κάθε μετοχής ως προς το χαρτοφυλάκιο. Συμπεριλαμβάνοντας το  $\chi_1$  υπολογίζουμε την συνεισφορά στον κίνδυνο. Εάν κάποια μετοχή έχει μεγαλύτερο ποσοστό συμμετοχής από 50% στον κίνδυνο του χαρτοφυλακίου τότε καλό είναι να αφαιρείται από το χαρτοφυλάκιο του επενδυτή. Τέλος, ο συντελεστής  $\beta$  ενός χαρτοφυλακίου ως προς την αγορά προκύπτει

$$\beta_p = \frac{Cov(R_p, R_m)}{\sigma^2(R_m)}, \text{ όπου } R_m \text{ (m= market) είναι το χαρτοφυλάκιο αγοράς}$$

Στο μονοπαραγοντικό αυτό υπόδειγμα δεν περιλαμβάνεται κανένα ακίνδυνο στοιχείο. Στα επόμενα μοντέλα εισάγεται αυτή η έννοια. Προστίθεται δηλαδή η επιπλέον υπόθεση ότι ο κάθε επενδυτής μπορεί να δανείζει και να δανείζεται σε ένα ελάχιστο επιτόκιο απεριόριστα ποσά χωρίς το επιτόκιο αυτό να μεταβάλλεται.

## Γραμμή Κεφαλαιαγοράς (Capital Market Line)

Υποθέσεις:

1. Οι επενδυτές ακολουθούν του κανόνες του Markowitz. Οι επενδυτές επιδιώκουν την επίτευξη υψηλότερης απόδοσης και μικρότερου κινδύνου, να επενδύουν δηλαδή σε αποδοτικά χαρτοφυλάκια
2. Υπάρχει περιουσιακό στοιχείο μηδενικού κινδύνου στο οποίο μπορούν οι επενδυτές να δανείσουν και να δανειστούν (χαρακτηριστικό παράδειγμα για την Ελλάδα είναι τα Έντοκα Γραμμάτια Ελληνικού Δημοσίου)
3. Η αγορά είναι τέλεια, χωρίς κόστη συναλλαγών, η πληροφόρηση είναι κοινή για όλους τους επενδυτές και δεν πληρώνουν για την απόκτηση της, δεν υπάρχει πληθωρισμός ούτε φορολογία, οι επενδυτές μπορούν να αγοράσουν και να πωλήσουν όσες μετοχές θελήσουν χωρίς να αλλάξει η τιμή τους
4. Οι επενδυτές έχουν ίδιο επενδυτικό ορίζοντα

Έστω  $p$  ένα χαρτοφυλάκιο τότε με βάση το μοντέλο αυτό έχουμε

$$E(R_p) = R_f + \frac{E(R_M) - R_f}{\sigma_M} \sigma_p$$

Όπου  $M$  είναι το χαρτοφυλάκιο της αγοράς. Το κομμάτι της εξίσωσης μετά το  $R_f$  είναι το λεγόμενο Prim κινδύνου (risk premium) δηλαδή η επιπλέον απόδοση από το επιτόκιο ελαχίστου κινδύνου που αναμένουμε με βάση τον κίνδυνο που έχουμε αναλάβει. **Η εξίσωση αυτή ισχύει μόνο για αποδοτικά χαρτοφυλάκια σε αντίθεση με το επόμενο που ισχύει και για μη αποδοτικά.**

**Υπόδειγμα Αποτίμησης Περιουσιακών Στοιχείων – Υ.Α.Κ.Σ  
(Capital Asset Pricing Model - C.A.P.M)**

$$E(R_i) = R_f + (E(R_m) - R_f)\beta_i$$

Το μοντέλο αυτό ισχύει για μεμονωμένες μετοχές, για αποδοτικά χαρτοφυλάκια αλλά και για μη αποδοτικά χαρτοφυλάκια. Το Υ.Α.Κ.Σ μοιάζει αρκετά με την γραμμή κεφαλαιαγοράς και μάλιστα εάν το χαρτοφυλάκιο  $i$  είναι αποδοτικό τότε η εξίσωση ταυτίζεται με την γραμμή κεφαλαιαγοράς. Ένα κοινό στοιχείο τώρα μεταξύ των δυο προσεγγίσεων είναι η κοινή παραδοχή ότι το χαρτοφυλάκιο της αγοράς  $M$  είναι αποδοτικό. Ένας άλλος τρόπος υπολογισμού του συντελεστή βήτα που προκύπτει από τις εξισώσεις είναι ο εξής

$$\beta = \frac{E(R_i) - R_f}{E(R_m) - R_f} = \frac{\sigma_i}{\sigma_m}$$

Ο συντελεστής συσχέτισης τώρα που μας ενδιαφέρει και στην εργασία αυτή υπολογίζεται από την μαθηματική σχέση

$$\rho_{im} = \frac{Cov(R_i, R_m)}{\sigma(R_m)\sigma(R_i)}$$

$$\rho_{im} = \frac{E(R_i) - R_f}{E(R_m) - R_f} * \frac{\sigma(R_m)}{\sigma(R_i)}$$

$$Cov(R_i, R_m) = \frac{\sum_{i=1}^n (R_i - \bar{R}_i)(R_m - \bar{R}_m)}{n}$$

**Έλεγχος του Υ.Α.Κ.Σ :** Μεγάλο ενδιαφέρον έχει να δούμε αν όντως αυτό το μοντέλο ισχύσει στην πράξη και μπορεί να υπολογίσει σωστά τις αποδόσεις των μετοχών. Αρχικά θα μετατρέψουμε το μοντέλο στην οικονομετρική του μορφή

$$R_{it} = R_{ft} + (R_{mt} - R_{ft})\beta_i + \varepsilon_{it}$$

Στη συνέχεια οι μελετητές πραγματοποίησαν διαστρωματική μελέτη (μεταξύ των ίδιων εταιρειών σε συγκεκριμένο χρονικό διάστημα) για διάστημα μερικών ετών σε πολλές εταιρίες. Αρχικά επιλέχθηκαν 200 μετοχές εταιριών με μηνιαία στοιχεία των αποδόσεών τους για δεκαπέντε χρόνια. Αρχικά υπολόγισαν τους συντελεστές  $\beta$  για κάθε μια μετοχή για την πρώτη πενταετία. Στη συνέχεια κατανεμήθηκαν οι μετοχές κατά αύξων συντελεστή δημιουργώντας είκοσι χαρτοφυλάκια των 10 μετοχών το καθένα. Μετά αφού κράτησαν σταθερή την δομή κάθε χαρτοφυλακίου ξαναυπολόγισαν τα  $\beta$  για να μειωθεί το σφάλμα και μετά υπολόγισαν και τις μέσες αποδόσεις κάθε χαρτοφυλακίου. Θεωρώντας λοιπόν τα  $\beta$  σταθερά υπολογίζουν τις αναμενόμενες αποδόσεις της δεύτερης πενταετίας και τις συγκρίνουν με τις πραγματικές αποδόσεις. Η παλινδρόμηση με βάση τα προηγούμενα  $\beta$  γίνεται με την εξίσωση της μορφής

$$E(R_p) = \gamma_0 + \gamma_1\beta_p + e_p$$

και υπολογίζουμε τα  $\gamma_0$  και  $\gamma_1$ . Βρέθηκε λοιπόν ότι το  $\gamma_0 > R_f$  και  $\gamma_1 < (R_m - R_f)$  ενώ θα έπρεπε και οι δυο αποτελούν ισότητες και έτσι προέκυψε ότι **στην πράξη δεν ισχύει το Υπόδειγμα Αποτίμησης Περιουσιακών Στοιχείων. Ο λόγος που δεν ισχύει το μοντέλο αυτό είναι το γεγονός ότι υπάρχουν και άλλοι παράγοντες που επηρεάζουν τις αποδόσεις των μετοχών πέρα από τις αποδόσεις του χαρτοφυλακίου της αγοράς ή ότι δεν μπορεί η σχέση να εκφραστεί με γραμμική εξίσωση.** Βέβαια ακόμα και μόνο το χαρτοφυλάκιο της αγοράς να τις επηρέαζε όπως θα δούμε αργότερα αυτό είναι δύσκολο να προσδιοριστεί (κριτική Roll).

**Πολυπαραγοντικά υποδείγματα :** Αφού τα προηγούμενα μοντέλα δεν φάνηκαν αρκετά προκειμένου να προβλέψουν την αναμενόμενη απόδοση των μετοχών **δημιουργήθηκαν τα πολυπαραγοντικά μοντέλα τα οποία χρησιμοποιούν πέρα από τα στοιχεία της απόδοσης της αγοράς και άλλα στοιχεία τα οποία είναι πολύ πιθανόν να επηρεάσουν την τιμή μιας μετοχής.** Οι παράγοντες  $R_{mi}$  είναι οι παράγοντες που θεωρεί ο αναλυτής ότι μπορούν να επηρεάσουν την τιμή μιας μετοχής. Η γενική μορφή ενός τέτοιου υποδείγματος έχει ως εξής

$$R_{it} = a_i + \beta_1 R_{m1} + \beta_2 R_{m2} + \dots + \beta_k R_{mk} + e_{it}$$

$$E(e_{it}) = 0$$

$$\sigma(e_{it})^2 = \text{σταθερό}$$

$$\text{Cov}(R_{mk}, e_{it}) = 0$$

$$\text{Cov}(e_{it}, e_{jt}) = 0$$

$$\text{Cov}(e_{it}, e_{it} - 1) = 0$$

Όπως και στο μονοπαραγοντικό έτσι και εδώ έχουμε τον συνολικό κίνδυνο ο οποίος χωρίζεται στον συστηματικό και στον μη συστηματικό κίνδυνο. Στην εξίσωση που ακολουθεί το αριστερό μέλος απεικονίζει τον συνολικό κίνδυνο. **Στο δεξιό μέρος τώρα της ισότητας ο όρος  $\sigma^2(e_{it})$  αποτελεί το κομμάτι του μη συστηματικού κινδύνου ενώ όλο το υπόλοιπο μέρος είναι ο συστηματικός κίνδυνος.**

$$\sigma_{R_{it}}^2 = \beta_1^2 \sigma^2(R_{m1}) + \beta_2^2 \sigma^2(R_{m2}) + \dots + \beta_k^2 \sigma^2(R_{mk}) + \sigma_{(e_{it})}^2$$

Το πιο γνωστό ίσως πολυπαραγοντικό μοντέλο αναπτύχθηκε από τους ερευνητές Fama και French. Το μοντέλο τους είναι το παρακάτω

$$E(r_i) - r_f = b_i [E(r_m) - r_f] + s_i E(SMB) + h_i E(HML)$$



Όπου  $b_i$  είναι ο γνωστός συντελεστής βήτα και  $s_i$  και  $h_i$  συντελεστές των άλλων δυο όρων. SMB σημαίνει Small Minus Big και είναι ουσιαστικά η διαφορά στην απόδοση των χαρτοφυλακίων μεγάλης εμπορευσιμότητας από τα χαρτοφυλάκια μικρής εμπορευσιμότητας. Τέλος, HML σημαίνει High Minus Low και υπολογίζεται από την διαφορά των χαρτοφυλακίων με χαμηλό δείκτη BV/MV από τα αντίστοιχα χαρτοφυλάκια με υψηλό δείκτη. BV/MV (Book Value/Market Value) είναι το πηλίκο εσωτερικής αξίας προς τρέχουσες τιμές των μετοχών. Δηλαδή σύμφωνα με τους δυο ερευνητές αυτοί είναι οι δυο κυριότεροι λόγοι επηρεασμού της τιμής των μετοχών η εμπορευσιμότητα και ο δείκτης εσωτερική αξία προς τρέχουσα αξία. Συγκεκριμένα αφού καταταχθούν οι μετοχές επιλέγεται το ανώτερο και το κατώτερο 20% για να αποτελέσουν τα χαρτοφυλάκια της μικρής και της μεγάλης κεφαλαιοποίησης και αντίστοιχα του χαμηλού και του υψηλού δείκτη εσωτερικής αξίας προς τρέχουσα.

## Καθορισμός του αποδοτικού συνόρου

Προκειμένου να επιτύχουμε τον καλύτερο δυνατό προσδιορισμό του αποδοτικού συνόρου και να μεγιστοποιήσουμε την αναμενόμενη απόδοσή μας θα πρέπει να γίνει σωστή επιλογή των μετοχών που θα συμπεριλάβουμε στο χαρτοφυλάκιο. Όπως είχαμε και σε προηγούμενο κεφάλαιο τα ευεργετικά αποτελέσματα της διαφοροποίησης επιτυγχάνονται μέχρι έναν ορισμένο αριθμό μετοχών. Αν επιλεγούν παραπάνω μετοχές από το ιδανικό τότε ο κίνδυνος δεν μειώνεται αισθητά ενώ παράλληλα έχουμε να διαχειριστούμε μεγαλύτερο αριθμό μετοχών το οποίο δυσκολεύει τους επενδυτές. Θα πρέπει να συλλέγουν πληροφορίες για περισσότερες μετοχές το οποίο μπορεί να οδηγήσει σε λανθασμένες αποφάσεις όπως και το γεγονός ότι όσες περισσότερες οι μετοχές τόσες μεγαλύτερες οι πιθανότητες επιλογής κακών μετοχών.

Έτσι έχουν αναπτυχθεί τεχνικές επιλογής των καλύτερων αξιογράφων. Η πρώτη μέθοδος ουσιαστικά υπολογίζει την επιπλέον απόδοση που δίνει ένα αξιόγραφο σε σχέση με το επιτόκιο ελαχίστου κινδύνου ανά μονάδα μη συστηματικού κινδύνου. Το μέτρο αυτό είναι και γνωστό ως δείκτης του Treynor και μαθηματικά υπολογίζεται

$$\frac{E(R_i) - R_f}{\beta_i}$$

, όπου  $E(R_i)$  είναι η αναμενόμενη απόδοση του αξιογράφου και  $\beta_i$  ο

γνωστός συντελεστής  $\beta$ . Η μέθοδος αυτή βασίζεται σε μια βασική αρχή η οποία λέει ότι εφόσον μια μετοχή με συγκεκριμένη τιμή δείκτη Treynor έχει συμπεριληφθεί στο ιδανικό χαρτοφυλάκιο τότε και οποιαδήποτε άλλη με μεγαλύτερο δείκτη θα πρέπει επίσης να συμπεριληφθεί διότι όσο μεγαλύτερος ο δείκτης τόσο καλύτερη η μετοχή. Αντίστοιχα ισχύει ότι εάν μια μετοχή δεν βρίσκεται στο χαρτοφυλάκιο τότε και κάθε άλλη με μικρότερο δείκτη δεν θα πρέπει να συμπεριληφθεί.

Το επόμενο βήμα είναι να υπολογίσουμε μια κριτική τιμή η οποία θα μας υποδηλώνει το τι θα πρέπει να κάνουμε με το κάθε αξιόγραφο. Η κριτική αυτή τιμή συμβολίζεται με  $C^*$  και κάθε μετοχή με μεγαλύτερη τιμή θα συμπεριλαμβάνεται στο χαρτοφυλάκιο ενώ κάθε μια με μικρότερη θα απορρίπτεται. Αρχικά υπολογίζουμε τον δείκτη Treynor για όλες τις υποψήφιες μετοχές και μετά τις κατατάσσουμε με φθίνουσα σειρά δηλαδή από την καλύτερη στη χειρότερη. Στη συνέχεια υπολογίζουμε τον δείκτη  $C_i$  για κάθε μια με βάση τον τύπο

$$C_i = \frac{\sigma^2 \sum_{j=1}^i \frac{E(R_j) \beta_j}{\sigma_{ej}^2}}{1 + \sigma_m^2 \sum_{j=1}^i \left( \frac{\beta_j^2}{\sigma_{ej}^2} \right)}$$

Όπου  $\sigma^2 m$  είναι η διακύμανση του δείκτη της αγοράς και  $\sigma^2 e_j$  είναι ο μη συστηματικός κίνδυνος του εκάστοτε αξιόγραφου. Το  $C_i$  είναι κάτι σαν αθροιστικός δείκτης δηλαδή το  $C_1$  είναι το χαρτοφυλάκιο που περιλαμβάνει το πρώτο αξιόγραφο, το  $C_2$  αναφέρεται στο χαρτοφυλάκιο το οποίο αποτελείται από τα πρώτα δυο αξιόγραφα, το  $C_3$  περιλαμβάνει τα τρία πρώτα αξιόγραφα και συνεχίζεται παρομοίως η διαδικασία. Αφού υπολογίσουμε όλα τα  $C_i$  μένει να βρούμε το  $C^*$ . Το  $C^*$  είναι η μόνη τιμή του συντελεστή για την οποία ισχύει ότι τα αξιόγραφα τα οποία συμπεριλαμβάνονται στην μέτρηση του όλα έχουν τιμή του συντελεστή  $C$  μικρότερη από το  $C^*$ . Για παράδειγμα εφόσον το  $C^*$  ήταν το  $C_4$  τότε τα  $C_1, C_2$  και  $C_3$  θα είχαν μικρότερη τιμή από το  $C_3$  ενώ τα  $C_4, C_5, C_6$  κτλ θα είχαν μεγαλύτερη τιμή οπότε το ιδανικό σενάριο σε αυτή την περίπτωση θα ήταν να συμπεριληφθούν τα αξιόγραφα 1,2 και 3 στο χαρτοφυλάκιο μέγιστης απόδοσης.

Τέλος, το μόνο που μένει είναι να υπολογίσουμε το ποσοστό που θα πρέπει να επενδύσουμε στο κάθε αξιόγραφο για την δημιουργία του αποδοτικού συνόρου αφού πλέον έχουμε βρει τα αξιόγραφα. Το ποσοστό συμμετοχής υπολογίζεται από τον

$$\text{μαθηματικό τύπο } X_i = \frac{Z_i}{\sum Z_j}$$

$$\text{όπου } Z_i = \frac{\beta_i}{\sigma^2 e_i} \left( \frac{E(R_i) - R_f}{\beta_i} - C^* \right)$$

Η δεύτερη μέθοδος που χρησιμοποιείται είναι παρόμοια απλά με τη χρήση άλλου δείκτη. Εδώ ο δείκτης που χρησιμοποιείται είναι η επιπλέον απόδοση του κάθε αξιόγραφου από το επιτόκιο ελαχίστου κινδύνου ανά μονάδα συστηματικού κινδύνου αυτή τη φορά. Συστηματικός κίνδυνος είναι η τυπική απόκλιση δηλαδή το  $\sigma^2$ . Ο δείκτης

αυτός στην βιβλιογραφία αναφέρεται και ως δείκτης Sharpe και υπολογίζεται ως εξής  $\frac{E(R_i) - R_f}{\sigma_i}$ . Αντίστοιχα τώρα το  $C_i$  υπολογίζεται

$$C_i = \frac{\rho}{1 - \rho + i_\rho} \sum_{j=1}^i \frac{E(R_j) - R_f}{\sigma_j}$$

Ενώ το  $Z_i$  το οποίο θα χρειαστεί για να υπολογίσουμε το ποσοστό των χρημάτων που θα επενδύσουμε σε κάθε αξιόγραφο υπολογίζεται από τον παρακάτω τύπο

$$Z_i = \frac{1}{(1 - \rho)\sigma_i} \left[ \frac{E(R_i) - R_f}{\sigma_i} - C^* \right]$$

## Κριτική του Roll

Ο Richard Roll (1976) είναι ένας από του οικονομολόγους που άσκησε δριμύτατη κριτική στο Υ.Α.Κ.Σ. **Το βασικότερο επιχείρημά του ήταν το γεγονός ότι στην πράξη είναι πολύ δύσκολο αν όχι αδύνατο να προσδιορίσει κανείς το χαρτοφυλάκιο αγοράς.** Το χαρτοφυλάκιο αγοράς εξ' ορισμού αποτελείται από όλα τα περιουσιακά στοιχεία τα οποία είναι γνωστά στο σύνολο των επενδυτών. Στα περιουσιακά στοιχεία αυτά πέρα από τις μετοχές περιλαμβάνονται ομόλογα, futures, forward, options, γραμματόσημα, έργα τέχνης και άλλα πολλά. Γενικά σαν περιουσιακό στοιχείο προσδιορίζεται οτιδήποτε έχει αξία. Οπότε είναι σχεδόν αδύνατον για κάποιον αναλυτή να τα συμπεριλάβει όλα αυτά τα στοιχεία μέσα στο χαρτοφυλάκιο αγοράς Μ. **Επίσης ακόμα και αν κάποιος καταφέρει και υπολογίσει το χαρτοφυλάκιο της αγοράς δεν είναι καθόλου σίγουρο ότι θα είναι και αποτελεσματικό διότι ως γνωστόν το Υ.Α.Κ.Σ απαιτεί την αποτελεσματικότητά του.** Μέσα από την εργασία του τονίζεται ότι δεν έχει γίνει καμία σωστή μελέτη χωρίς να αφήνει αμφιβολίες η οποία να ελέγχει την ισχύ του Υ.Α.Κ.Σ στην πράξη. Επίσης αναφέρει ότι αυτό δεν έχει γίνει και ούτε πρόκειται να γίνει στο μέλλον εκτός και αν στο μέλλον παρατηρηθούν νέες τεχνολογικές εξελίξεις που θα επιτρέψουν στους ηλεκτρονικούς υπολογιστές κάτι τέτοιο ή εάν συμφωνήσουν όλοι οι επενδυτές σε ένα κοινό χαρτοφυλάκιο αγοράς.

Ένα άλλο βασικό επιχείρημα του Roll (1976) αφορά το δείγμα που θα χρησιμοποιηθεί σαν χαρτοφυλάκιο αγοράς. Μια περίπτωση θα ήταν το χαρτοφυλάκιο αυτό να είναι αποτελεσματικό. Βέβαια αυτό δεν μας διαβεβαιώνει ότι και το πραγματικό χαρτοφυλάκιο θα είναι όντως αποτελεσματικό. Η άλλη περίπτωση είναι το δείγμα μας να είναι μη αποδοτικό. Ακόμα και αυτό όμως δεν σημαίνει ότι και το πραγματικό είναι μη αποδοτικό διότι μπορεί πολύ απλά εμείς να πήραμε μη αντιπροσωπευτικό δείγμα. Γενικά στην επιλογή του δείγματος μπορεί να υπάρχουν συσχετίσεις μεταξύ των περιουσιακών στοιχείων οι οποίες να αλληλοεξουδετερώνονταν εφόσον είχαμε όλα τα περιουσιακά στοιχεία μαζί.

Το Υ.Α.Κ.Σ έχει και μια βασική υπολογιστική δυσκολία. Προκειμένου να επαληθεύσουμε την αποδοτικότητα θα χρειαστεί να υπολογίσουμε ολόκληρους πίνακες διακυμάνσεων - συνδιακυμάνσεων των οποίων είναι απαραίτητο να υπολογίσουμε τους

αντίστροφους τους οι οποίοι λόγω του τεράστιου αριθμού των μετοχών που θα έχουμε καθίστανται πολύ δύσκολοι ακόμα και με τη σημερινή τεχνολογία. Βέβαια υπάρχει και ένα στατιστικό πρόβλημα καθώς δεν γνωρίζουμε με ακρίβεια την κατανομή που μπορεί να ακολουθούν οι τιμές των μετοχών στην πραγματικότητα. Αντιθέτως **στο Υ.Α.Κ.Σ υποθέτουμε την ισχύ της κανονικής κατανομής η οποία δεν είναι καθόλου σίγουρη**. Επίσης μπορεί να τύχει οι διάφοροι στατιστικοί έλεγχοι να υποδεικνύουν ότι το μοντέλο είναι σωστό την στιγμή που στην πραγματικότητα δεν ισχύει. Αυτό μπορεί να συμβεί επειδή οι αποκλίσεις από το γραμμικό μοντέλο μπορεί να τύχει να αλληλοεξουδετερώνονται.

Ακόμα και η χρήση του συντελεστή βήτα έχει υποστεί κριτική από τον Roll. Πρώτον, διότι εφόσον το χαρτοφυλάκιο που επιλέγουμε ανήκει στο επάνω μέρος της καμπύλης (στο αποδοτικό σύνορο) ο συντελεστής βήτα θα έχει πάντοτε θετική τιμή. Δεύτερον, το beta επειδή ακριβώς είναι μέτρο σχετικού κινδύνου εξαρτάται από τον επενδυτή. Έτσι το ίδιο αξιόγραφο μπορεί να έχει διαφορετικό beta μεταξύ ορισμένων επενδυτών ενώ είναι και πολύ πιθανό αν και οι δυο επενδυτές μεταβάλλουν το ποσοστό ενός συγκεκριμένου αξιόγραφου στο χαρτοφυλάκιο τους ο ένας να καταλήξει με μικρότερο beta απ' ότι είχε προηγουμένως ενώ ο άλλος με μεγαλύτερο.

Μια άλλη δυσκολία είναι αυτή της ύπαρξης της διπλής υπόθεσης (joint hypothesis). Στον έλεγχο υποθέσεων πάντα θα πρέπει να ελέγχουμε δυο αρχικές υποθέσεις η πρώτη είναι αν ισχύει για παράδειγμα το εκάστοτε μοντέλο (στη συγκεκριμένη περίπτωση δηλαδή αν ισχύει η γραμμική σχέση μεταξύ απόδοσης ενός χαρτοφυλακίου και του αντίστοιχου της αγοράς) και η δεύτερη είναι εάν το χαρτοφυλάκιο το οποίο χρησιμοποιήθηκε για αντιπροσωπευτικό της αγοράς είναι αποδοτικό. Επομένως όποτε ο έλεγχος υποθέσεων μας υποδεικνύει την απόρριψη είναι δύσκολο πολλές φορές να γνωρίζουμε που οφείλεται η απόρριψη αυτή. Μπορεί είτε να μην ισχύει το μοντέλο μας είτε το χαρτοφυλάκιο που χρησιμοποιήσαμε σαν αγορά να μην είναι αποδοτικό. Ο μόνος έλεγχος που μπορεί να πραγματοποιηθεί και δεν είναι διπλός είναι εάν το χαρτοφυλάκιο της αγοράς είναι αποδοτικό.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

### Προηγούμενες Έρευνες

Μελέτες για το ίδιο θέμα έχουν γίνει από τους Elton – Gruber (1973), από Elton – Gruber – Ulrich (1976), Chan – Karceski – Lakoniskok (1999), Engle – Sheppard (2003), Jagannathan – Ma (2003), Ledoit – Wolf (2003,2004). Προηγούμενες λοιπόν μελέτες αποδεικνύουν ότι η χρήση του μέσου σαν πρόβλεψη έχει καλύτερα αποτελέσματα από μονοπαραγοντικά αλλά ακόμα και από τα πολυπαραγοντικά μοντέλα. Πολυπαραγοντικά μοντέλα καλούνται αυτά τα οποία κάνουν χρήση περισσότερων της μίας μεταβλητής προκειμένου να εξηγήσουν ένα φαινόμενο ή στην συγκεκριμένη περίπτωση να προβλέψουν σωστότερα. Παρά λοιπόν όλες τις τεχνικές και τεχνολογικές προόδους του τελευταίων χρόνων το constant correlation model παραμένει το περισσότερο αξιόπιστο μοντέλο αφού παρουσιάζει μικρότερα σφάλματα και έχει σαν αποτέλεσμα την δημιουργία των αποδοτικότερων χαρτοφυλακίων. Σε αυτό το συμπέρασμα είχε καταλήξει και ο Chan και οι άλλοι (1993). Βέβαια αργότερα διαπιστώθηκε ότι θα μπορούσαν ίσως να προκύψουν καλύτερα αποτελέσματα εφόσον συνδυαστεί το constant correlation model με άλλα μοντέλα όπως για παράδειγμα το μοντέλο ιστορικών συσχετίσεων(historical pair-wise values. Οι Engle και Sheppard αναπτύξαν εναλλακτικές τεχνικές σύμφωνα με τις οποίες προέβλεπαν τον πίνακα διακυμάνσεων-συνδιακυμάνσεων και έτσι επέλεξαν χαρτοφυλάκια. Το χαρτοφυλάκιο με την μικρότερη διακύμανση υποδείκνυε και ποια ήταν η καλύτερη τεχνική.

Οι συγγραφείς εξετάζουν διάφορα πιθανά μοντέλα. Το πιο απλό ίσως μοντέλο από άποψη πολυπλοκότητας αλλά και χρόνου που απαιτεί που θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί είναι το μοντέλο που σαν πρόβλεψη της επόμενης περιόδου καταχωρεί την προηγούμενη τιμή του δείκτη(individual pair-wise correlations). Άλλο μοντέλο είναι η χρήση κινητού μέσου για τον υπολογισμό του συντελεστή συσχέτισης παράλληλα με μοντέλα αυτοπαλινδρόμησης, τα λεγόμενα Auto Regressive Intergrated Moving Average(ARIMA) models. Επίσης, έχουν προταθεί και τα εκθετικά μοντέλα παρελθουσών τιμών από τους Engle και Sheppard σαν πολύ καλά ερμηνευτικά μοντέλα.

Η πρώτη σκέψη των συγγραφέων ήταν να χωρίσουν τις μετοχές σε ομάδες ανάλογα με τις δραστηριότητες αλλά και τα οικονομικά και άλλα μεγέθη των εταιριών στις οποίες ανήκουν. Υπάρχουν δυο άκρα κατηγοριοποίησης, το ένα είναι η κάθε εταιρία να αποτελεί και μια ξεχωριστή ομάδα το οποίο συμπίπτει με το individual pair-wise correlation και έχει πολύ μικρή ερμηνευτική ικανότητα. Το δεύτερο είναι όλες οι εταιρίες να αποτελέσουν μια και μόνο ομάδα το οποίο συμπίπτει ουσιαστικά με το constant correlation model και έχει σαφώς καλύτερη ερμηνευτική ικανότητα από το προηγούμενο. Πέρα λοιπόν από τις δυο αυτές ακραίες καταστάσεις θα πρέπει να βρεθεί μια μέση κατάσταση η οποία να μπορεί να προβλέπει καλύτερα. Θα πρέπει δηλαδή να βρεθεί ο ιδανικός αριθμός ομάδων στις οποίες πρέπει να χωρίσουμε τις εταιρίες για να έχουμε τα καλύτερα δυνατά αποτελέσματα. Εδώ πρέπει να βρεθεί η χρυσή τομή μεταξύ οικονομίας και ορογένειας των ομάδων. Είναι λογικό να επιθυμούμε την ύπαρξη λίγων ομάδων για λόγους οικονομίας και απλότητας αλλά παράλληλα και την ύπαρξη όσο το δυνατόν μεγαλύτερης ομοιογένειας μεταξύ των εταιριών σε κάθε ομάδα.

Όπως είπαμε παραπάνω οι εταιρίες χωρίζονται είτε με βάση τον κλάδο στον οποίο βρίσκονται είτε με βάση τα οικονομικά τους μεγέθη. Βέβαια και στις δυο περιπτώσεις πρέπει να έχουμε ξεκαθαρίσει από όλες της μετοχές του χρηματιστηρίου εκείνες που ευρίσκονται στο ανώτερο 80% από πλευράς κεφαλαιοποίησης για να μπορούν να προκύψουν αξιόπιστα αποτελέσματα. Αν διαλέξουμε από τις άλλες εταιρίες τότε παρουσιάζεται το πρόβλημα του thin trading όπου οι εταιρίες παρουσιάζουν πολλές μέρες με μηδενικό όγκο συναλλαγών το οποίο επηρεάζει τον υπολογισμό των αποδόσεων και γενικότερα τα αποτελέσματα. Με βάση την πρώτη μέθοδο δημιουργήθηκαν 10, 17 και 30 διαφορετικές ομάδες ομοειδών εταιριών. Μετά από κατάλληλους ελέγχους βρέθηκε ότι όσο περισσότερες οι ομάδες τόσο μικρότερο το σφάλμα και έτσι προτιμήθηκε η δημιουργία 30 ομάδων. Με βάση τη δεύτερη μέθοδο αρκεί να βρεθούν ποιοι παράγοντες που μπορούν να αυξήσουν τα έσοδα μια εταιρίας. Τέτοιοι παράγοντες μπορεί να είναι ο δείκτης λογιστική προς τρέχουσα αξία(book to market value), ο συντελεστής βήτα(beta) μίας μετοχής σε σχέση με την αγορά, παράγοντες που μετρώνε το μέγεθος της κάθε εταιρίας(πχ προσωπικό, πωλήσεις, εγκαταστάσεις κτλ) ή ακόμα και ο δείκτης μερισματικής απόδοσης(dividend yield) ο οποίος από μετρικούς θεωρείται ότι μπορεί να επηρεάσει τα μελλοντικά έσοδα. Αυτά



είναι λοιπόν τα υποψήφια μοντέλα και οι πιθανές κατηγοριοποιήσεις. Το μόνο που μένει τώρα είναι να τα αξιολογήσουμε όλα αυτά.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΡΑΙΑ

## Βελτιωμένες προβλέψεις συντελεστών συσχέτισης των μετοχών

Μέσα από το άρθρο αυτό οι συγγραφείς Elton, Gruber και Spitzer (2006) εξετάζουν και στη συνέχεια προτείνουν καλύτερες μεθόδους για την εκτίμηση και την πρόβλεψη του συντελεστή συσχέτισης μεταξύ των μετοχών το οποίο θα μπορούσε να γενικευτεί και για όλα τα αξιόγραφα.

Ο σημαντικότερος στόχος του κάθε ορθολογικού επενδυτή είναι να διαμορφώσει το σύνολο αποδοτικών χαρτοφυλακίων, να προσδιορίσει το χαρτοφυλάκιο ελαχίστου κινδύνου και εν συνεχεία να επενδύσει στο πιο αποδοτικό χαρτοφυλάκιο που μπορεί να επιτύχει προκειμένου να μεγιστοποιήσει τα κέρδη του. Βασικός παράγοντας στον υπολογισμό των χαρτοφυλακίων ελαχίστου κινδύνου πέρα από τις αναμενόμενες αποδόσεις και τις αναμενόμενες διακυμάνσεις των αποδόσεων είναι ο υπολογισμός του συντελεστή συσχέτισης (ή η πρόβλεψή του όταν αφορά μελλοντικά διαστήματα) όπως προκύπτει και από τον τύπο:

$$\sigma_p^2 = X_1^2 \sigma_1^2 + X_2^2 \sigma_2^2 + 2X_1 X_2 \sigma_{12}$$

$$\text{Όπου, } \sigma_{ik} = \rho_{ik} * \sigma_i \sigma_k$$

Θέλοντας να ελαχιστοποιήσουμε τον κίνδυνο μεγάλη σημασία έχει ο όρος  $\sigma_{12}$  ο οποίος απεικονίζει την συσχέτιση των μετοχών.

Τεχνικές οι οποίες να προβλέπουν τον συντελεστή συσχέτισης υπάρχουν πολλές αλλά εδώ αναζητάτε η καλύτερη εξ' αυτών. Προκειμένου να αξιολογηθούν οι τεχνικές αυτές οι συγγραφείς κάνουν χρήση δύο βασικών κριτηρίων τα οποία τα έχουν σαν οδηγούς. Πρώτο κριτήριο είναι ποια μέθοδος μπορεί να έχει μικρότερο σφάλμα πρόβλεψης όπως αυτό μετράτε κυρίως από την διαφορά τετραγώνων των πραγματικών τιμών από των προβλεφθησών. Δεύτερο κριτήριο που χρησιμοποιούν είναι το ποια μέθοδος πρόβλεψης μας οδηγεί στο καλύτερο αποδοτικό χαρτοφυλάκιο. Οι μέθοδοι που θα καταταχθούν πρώτες και στα δύο αυτά κριτήρια θα σημαίνει ότι θα αποτελούν και τις ιδανικότερες προσεγγίσεις του θέματος.

Τα κυριότερα συμπεράσματα της ανωτέρω έρευνας είναι δύο. Τα καλύτερα αποτελέσματα τα έχουμε με την χρήση του μέσου όρου των συντελεστών συσχέτισης των υπό εξέταση μετοχών και όχι με άλλες πιο πολύπλοκες μεθόδους όπως πολυπαραγοντικά μοντέλα. Το δεύτερο βασικό συμπέρασμα είναι ότι τα αποτελέσματα μπορούν να βελτιωθούν κατά πολύ εφόσον ομαδοποιήσουμε τις διάφορες μετοχές με βάση τα χαρακτηριστικά αλλά και τα διάφορα οικονομικά, λογιστικά και άλλα μεγέθη των εταιριών στις οποίες ανήκουν οι μετοχές.

## Αναγκαιότητα

Αρχικά πρέπει να τονιστεί η αναγκαιότητα ύπαρξης ενός μοντέλου το οποίο να προβλέπει όσο το δυνατόν καλύτερα τους συντελεστές. Ακόμα και στα πιο απλά χαρτοφυλάκια έχοντας επιλέξει έναν εύλογο αριθμό μετοχών δημιουργούνται πάρα πολλές συσχετίσεις μεταξύ των μετοχών οι οποίες κάνουν επιτακτική την χρήση ενός μοντέλου πρόβλεψης. Επίσης, ο ορισμός της αποτελεσματικής αγοράς έστω και στην αδύναμη μορφή της μας λέει ότι δεν μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε παρελθούσες τιμές για την πρόβλεψη των μελλοντικών τιμών εφόσον αυτές έχουν ενσωματωθεί στις καινούριες τιμές. Δεν μας αναφέρει τίποτα όμως για την πρόβλεψη των διακυμάνσεων των αποδόσεων ή των συντελεστών συσχέτισης.

## Σκοπός

Όλοι οι προγενέστεροι συγγραφείς που ασχολήθηκαν με το συγκεκριμένο θέμα είχαν καταλήξει στο συμπέρασμα ότι η καλύτερη πρόβλεψη πραγματοποιείται με την χρήση του απλού μέσου όρου των συντελεστών συσχέτισης των μετοχών. Δηλαδή αν υποθέσουμε ότι έχουμε ιστορικά στοιχεία των συντελεστών για  $t$  περιόδους τότε η πρόβλεψη για την  $t+1$  περίοδο είναι ο μέσος όρος όλων των προηγούμενων. Το μοντέλο αυτό στην βιβλιογραφία ονομάζεται μοντέλο σταθερού συντελεστή (constant correlation model). Παράλληλα όλες οι μετοχές έχουν ίδιο συντελεστή συσχέτισης ο οποίος είναι ο μέσος όλων των συντελεστών συσχέτισης. Σκοπός λοιπόν αυτού του άρθρου είναι η εύρεση μιας ακόμα καλύτερης μεθόδου που θα δίνει καλύτερες προβλέψεις αφού τόσα χρόνια δεν έχει βρεθεί το οποιοδήποτε μοντέλο που να έχει καλύτερα αποτελέσματα..

## Εκτίμηση

Προκειμένου να επιλεγεί η καλύτερη δυνατή μέθοδος θα πρέπει αρχικά να υπολογίσουμε την διαφορά της πρόβλεψης από τη πραγματική τιμή του συντελεστή συσχέτισης. Αυτό υπολογίζεται από τον παρακάτω μαθηματικό τύπο :

$$\frac{1}{N} * \frac{1}{N-1} \left[ \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N (A_{ij} - F_{ij})^2 \right], \text{όπου } j \text{ διάφορο του } i$$

Τα δεδομένα που χρησιμοποιούνται εδώ είναι οι τιμές των συντελεστών για 52 εβδομάδες.  $A_{ij}$  είναι η πραγματική τιμή του συντελεστή(actual) μεταξύ των αξιογράφων  $i$  και  $j$  την στιγμή που  $F_{ij}$  είναι η προβλεπόμενη με το κάθε μοντέλο τιμή(forecasted) των αντίστοιχων συντελεστών. Τέλος,  $N$  είναι ο αριθμός των υπό μελέτη αξιογράφων. Βέβαια η μέθοδος αυτή όπως και κάθε μέθοδος έχει τα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματά της. Ένα βασικό της μειονέκτημα είναι το γεγονός ότι μπορεί ο συντελεστής που έχουμε προβλέψει να μην οδηγήσει στην δημιουργία του πιο αποδοτικού χαρτοφυλακίου αλλά αυτό μπορεί να συμβεί λόγω μη σωστού υπολογισμού των συντελεστών συσχέτισης το οποίο δεν λαμβάνεται υπ' όψη από το μοντέλο. Αυτό μπορεί να αντιμετωπιστεί σε δύο στάδια. Ο πρώτος τρόπος είναι να υπολογίσουμε το χαρτοφυλάκιο ελαχίστου κινδύνου με βάση τον συντελεστή συσχέτισης που έχουμε προβλέψει αλλά σαν διακύμανση να χρησιμοποιήσουμε τις ιστορικές τιμές της διακύμανσης. Στη συνέχεια υπολογίζουμε και τη την πραγματική διακύμανση του χαρτοφυλακίου και φυσικά επιλέγουμε την μέθοδο που μας δίνει την μικρότερη διακύμανση. Έτσι δεν χρησιμοποιούνται προβλέψεις των αποδόσεων. Η μέση απόδοση μπορεί να υπολογιστεί και διαφορετικά. Θα πρέπει με βάση τις παρελθούσες αποδόσεις να σχηματίσουμε την αντίστοιχη κατανομή. Από την κατανομή αυτή επιλέγουμε τυχαία μια απόδοση. Η απόδοση αυτή σε συνδυασμό με τον συντελεστή συσχέτισης που προκύπτει από κάθε μέθοδο αλλά και την διακύμανση βρίσκουμε το χαρτοφυλάκιο ελαχίστου κινδύνου. Η ίδια διαδικασία επαναλαμβάνεται για πάρα πολλές φορές με διαφορετική απόδοση κάθε φορά υπολογίζοντας διαφορετικά χαρτοφυλάκια. Η μέση

απόδοση που χρησιμοποιείται είναι ίδια για κάθε μέθοδο ενώ αυτό που αλλάζει είναι η πρόβλεψη του συντελεστή συσχέτισης. Μετά το πέρας της διαδικασίας αυτής παρατηρούμε τα αποτελέσματα και επιλέγουμε την καλύτερη μέθοδο.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΡΑΙΑ

## Αποτελέσματα

Η σύγκριση των αποτελεσμάτων θα γίνει με βάση την τετραγωνική ρίζα του μέσου σφάλματος (Root Mean Square Error). Ο δείκτης αυτός, τον υπολογισμό του οποίου, παραθέσαμε παραπάνω δείχνει το ύψος του σφάλματος δηλαδή τη διαφορά του μέσου προβλεπόμενου συντελεστή συσχέτισης από τον πραγματικό. Οπότε όσο μικρότερος είναι τόσο καλύτερο είναι κάποιο μοντέλο. Ο δείκτης αυτός υπολογίστηκε για κάθε χρόνο για 33 χρόνια από το 1968 έως το 2001. Τα αποτελέσματα έχουν ως εξής

**Πίνακας 1: Σύγκριση μεθόδων πρόβλεψης των συντελεστών συσχέτισης για την αγορά της Αμερικής**

	Mean	Individual
Previous year	0.0732	0.1721
AR(1)	0.1196	0.1856
Rolling average	0.0656	0.1698
Smoothed	0.0658	0.1698
Full sample mean	0.0673	

Στην πρώτη γραμμή έχουμε το μοντέλο το οποίο σαν πρόβλεψη του μέσου του συντελεστή συσχέτισης είναι απλά η τιμή της προηγούμενης χρονικής στιγμής. Στην δεύτερη γραμμή η πρόβλεψη σχηματίζεται από το μοντέλο αυτοσυσχέτισης με χρονική υστέρηση μίας περιόδου. Εδώ να τονίσουμε ότι εξετάστηκαν και άλλα μοντέλα αυτοσυσχέτισης αλλά το AR(1) ήταν αυτό με τα καλύτερα αποτελέσματα παρά την ασθενή του ισχύ. Στην Τρίτη γραμμή έχουμε την μέθοδο του κινητού μέσου με χρήση των τελευταίων πέντε ετών κάθε φορά. Για τον υπολογισμό με τον κινητό μέσο χρησιμοποιείται κάθε φορά σαν μέσος όρος ένας σταθερός αριθμός χρονικών περιόδων για την καλύτερη εξομάλυνση του μέσου. Για παράδειγμα, εάν έχουμε 10 χρονικές στιγμές τότε η πρόβλεψη για την ενδέκατη θα ήταν ο μέσος όρος της δέκατης, της

ένατης, της όγδοης, της έβδομης και της έκτης χρονικής περιόδου. Στη τρίτη γραμμή έχουμε τη μέθοδο της εκθετικής εξομάλυνσης. Με τη μέθοδο αυτή δίνεται μεγαλύτερο βάρος στην τελευταία παρατήρηση και μικρότερο βάρος στις παλαιότερες με έναν εκθετικό ρυθμό. Για παράδειγμα εάν είχαμε πάλι δέκα παρατηρήσεις και θέλαμε να προβλέψουμε την ενδέκατη θα χρησιμοποιούσαμε τα σταθμά ανάλογα με την παλαιότητα των στοιχείων. Έτσι η παρατήρηση της δέκατης περιόδου θα είχε βαρύτητα 0,5, η παρατήρηση της ένατης περιόδου θα είχε βαρύτητα της τάξης του  $0,5^2=0,25$ , η παρατήρηση της όγδοης περιόδου  $0,5^3=0,125$  και θα συνεχιζόταν αυτή η διαδικασία μέχρι και την πέμπτη παλαιότερη παρατήρηση. Η χρήση του 0,5 είχε τα καλύτερα αποτελέσματα γι' αυτό και προτιμήθηκε αν και ίσως θα μπορούσαμε να έχουμε καλύτερα αποτελέσματα με χρήση μη σταθερού συντελεστή. Τέλος, στην τελευταία γραμμή έχουμε τη μέθοδο του απλού μέσου η οποία υπολογίζεται απλά αν βρεθεί ο μέσος όρος όλων των διαθέσιμων παρατηρήσεων.

Πρέπει επίσης να τονίσουμε την διαφορά των δυο στηλών που υπάρχουν στο διάγραμμα.. Η πρώτη στήλη αναφέρεται στο μέσο σφάλμα του μέσου συντελεστή συσχέτισης που προκύπτει σαν διαφορά των πραγματικών συντελεστών και των προβλεφθεισών με βάση το κάθε μοντέλο. Η δεύτερη στήλη αναφέρεται στο σφάλμα κάθε συντελεστή συσχέτισης μεμονωμένο που προκύπτει πάλι από την διαφορά προβλεφθεισών και πραγματικών συντελεστών. Έτσι στην πρώτη έχουμε μέσο όρο ενώ στην δεύτερη μελετάται κάθε συντελεστής συσχέτισης ξεχωριστά. Όπως φαίνεται από την απλή παρατήρηση των τιμών του πίνακα οι δύο καλύτερες μέθοδοι είναι του κινητού μέσου και της εκθετικής εξομάλυνσης. Επίσης, μπορεί να παρατηρήσει κανείς ότι και οι δύο αυτές μέθοδοι έχουν καλύτερα αποτελέσματα από τον απλό μέσο που θεωρείτο η καλύτερη μέχρι τώρα μέθοδος. Η διαφορά τώρα μεταξύ του κινητού μέσου και της εκθετικής εξομάλυνσης είναι ελάχιστη έως και ανύπαρκτη οπότε στο υπόλοιπο του άρθρου θα γίνει η παραδοχή και θα παρουσιάζονται τα αποτελέσματα που προκύπτουν από τον κινητό μέσο τα οποία δεν θα άλλαζαν εάν χρησιμοποιείτο η εκθετική εξομάλυνση.

**Συμπέρασμα: Οι καλύτερες μέθοδοι πρόβλεψης του συντελεστή συσχέτισης είναι του κινητού μέσου και της εκθετικής εξομάλυνσης**



### Χρήση Κατηγοριοποίησης

Στην ενότητα αυτή εξετάζεται το κατά πόσον ο χωρισμός των εταιριών σε ομάδες έχει μικρότερο σφάλμα σε σχέση με τις υπόλοιπες προαναφερθείσες τεχνικές. Ας δούμε λοιπόν έναν συγκριτικό πίνακα

**Πίνακας 2: Συνδυασμός μεθόδων πρόβλεψης των συντελεστών συσχέτισης και ομαδοποίηση των εταιριών με βάση τον κλάδο για την αγορά της Αμερικής**

	RMSE	Statistical significance	
		Difference from constant correlation	Difference from techniques shown in previous row
Individual pairwise correlation	0.2056	0.01	0.01
Constant correlation	0.1698	0.01	0.01
Rolling individual pairwise correlation	0.1694	0.01	0.01
Within and between(10 industries)	0.1692	0.01	0.01
10 industry	0.1678	0.01	0.01
17 industry	0.1675	0.01	0.01
30 industry	0.1672	0.01	0.01

Οι δύο τελευταίες στήλες μας δείχνουν ότι τα αποτελέσματα είναι στατιστικά σημαντικά σε επίπεδο 1%. Όσο για τις γραμμές, οι οποίες είναι με σειρά από το μεγαλύτερο στο μικρότερο σφάλμα, όπως έχουμε ξαναπεί η πρώτη στήλη προβλέπει την επόμενη τιμή με βάση την προηγούμενη, η δεύτερη στήλη χρησιμοποιεί τον μέσο όρο των προηγούμενων παρατηρήσεων και η τρίτη στήλη είναι ο γνωστός κινητός μέσος.

Στην τέταρτη στήλη έχουμε την πρώτη ομαδοποίηση των εταιριών σε 10 ομάδες όπου όμως εδώ υπολογίζονται δύο διαφορετικούς συντελεστές συσχέτισης, ένας στις περιπτώσεις που οι μετοχές των εταιριών ανήκουν στην ίδια ομάδα και ένας για οποιεσδήποτε εταιρίες δεν ανήκουν στην ίδια ομάδα. Στη συνέχεια χωρίζονται απλά σε 10, 17 και 30 ομάδες για να παρατηρηθεί εάν η περαιτέρω ομαδοποίηση μειώνει τα σφάλματα. Σε όλες τις περιπτώσεις έχει υπολογιστεί ο μέσος κάθε ενός από τα τελευταία πέντε χρόνια και στη συνέχεια ο μέσος όρος των πέντε αυτών μέσων όρων. Στη στήλη RMSE παρατηρούμε πάλι την μέτρηση του σφάλματος που έχει η κάθε μέθοδος. Είναι σαφές ότι η ομαδοποίηση σε δέκα ομάδες έχει πολύ καλύτερα αποτελέσματα από τις 2 πρώτες μεθόδους και παρόμοια με την τρίτη ενώ είναι και στατιστικά σημαντικά. Όμως αν δημιουργήσουμε ακόμα περισσότερες ομάδες βλέπουμε ότι το σφάλμα μειώνεται συνεχώς. Όμως από τις 17 ομάδες στις 30 βλέπουμε ότι δεν μειώνεται τόσο πολύ οπότε η δημιουργία περισσότερων από τις 30 ομάδες ίσως είναι περιττή.

**Συμπέρασμα: Η ομαδοποίηση των αξιογράφων σε ομοιογενείς ομάδες (κλαδική ομαδοποίηση) μέχρι βέβαια έναν αριθμό ομάδων βελτιώνει την ικανότητα πρόβλεψης.**

Αφού καταλήξαμε ότι η ομαδοποίηση με βάση τους κλάδους βελτιώνει τα αποτελέσματά μας τώρα πρέπει να ελεγχθεί και το κατά πόσον η ομαδοποίηση με βάση τα οικονομικά μεγέθη των εταιριών έχει τα ίδια αποτελέσματα. Τα διάφορα κριτήρια που εξετάζονται εδώ είναι τα εξής:

- 1) Ο συντελεστής βήτα (beta) του δείκτη λογιστική αξία προς τρέχουσα(book-to-market value) που προκύπτει με βάση το μοντέλο των Fama και Fench
- 2) Ο συντελεστής βήτα του δείκτη κεφαλαιοποίησης small-large πάλι των Fama και Fench
- 3) Ο κίνδυνος(ή αλλιώς η διακύμανση) της απόδοσης
- 4) Η μερισματική απόδοση του προηγούμενου χρόνου
- 5) Ο συντελεστής βήτα του σε σχέση με τον δείκτη S&P

- 6) Κεφαλαιοποίηση( η συνολική τρέχουσα αξία όλων των μετοχών κάθε εταιρίας)
- 7) Κεφαλαιοποίηση μαζί με τον συντελεστή βήτα σε σχέση με την αγορά

Μία βασική διαφορά με τα προηγούμενα δεδομένα είναι ότι εδώ έχουμε συντελεστές συσχέτισης οι οποίοι προκύπτουν από μηνιαία δεδομένα πέντε χρόνων ενώ προηγουμένως είχαμε ετήσια δεδομένα πέντε χρόνων οπότε τα σφάλματα έχουν λίγο διαφορετικές τιμές ενώ πάλι βλέπουμε ότι όλες οι τιμές είναι στατιστικά σημαντικές στο επίπεδο 1%. Επίσης βλέπουμε πάλι μια μικρή διαφορά σε σχέση με τα προηγούμενα σφάλματα λόγω ελάχιστα διαφορετικού δείγματος.

**Πίνακας 3: Ομαδοποίηση των εταιριών με άλλα κριτήρια πέρα από τον κλάδο που ανήκουν για την αγορά της Αμερικής**

	RMSE	Statistical significance	
		Difference from constant correlation row	Difference from techniques shown in previous row
Constant correlation	0.1705	0.01	0.01
Beta on high-low	0.1702	0.01	0.01
Beta on small-big	0.1700	0.01	0.01
Variance	0.1694	0.01	0.01
Dividend yield	0.1691	0.01	0.01
Market beta	0.1689	0.01	0.01
Size	0.1680	0.01	0.01
Size plus market beta	0.1661	0.01	0.01

Εδώ πάλι έχει γίνει η κατάταξη των κριτηρίων με φθίνουσα σειρά ως προς το σφάλμα που προκύπτει. **Βλέπουμε λοιπόν ότι η καλύτερη ομαδοποίηση γίνεται με**

βάση τον συντελεστή βήτα ως προς την αγορά αλλά και το μέγεθος της κάθε εταιρίας. Ακόμα ακριβέστερες είναι οι προβλέψεις όταν επιχειρήσουμε να συνδυάσουμε και τα τρία αυτά κριτήρια συγχρόνως (0.1632) εννοώντας την δημιουργία τριάντα ομάδων, το μέγεθος και τον συντελεστή βήτα. Στη τελευταία αυτή γραμμή του πίνακα ουσιαστικά έχει γίνει συνδυασμός της κλαδικής ομαδοποίησης αλλά και της ομαδοποίησης με βάση τα οικονομικά χαρακτηριστικά των εταιριών των μετοχών.

### Σημαντικότητα του σφάλματος

Αφού συγκρίναμε και κατατάξαμε τις διάφορες εναλλακτικές προσεγγίσεις για την πρόβλεψη του συντελεστή συσχέτισης θα πρέπει να διαπιστώσουμε εφόσον οι διαφορές αυτές είναι σημαντικές. Δηλαδή οι μέθοδοι που έχουν όντως μικρότερο σφάλμα από τις υπόλοιπες μπορούν όντως να έχουν σημαντικό αντίκτυπο στην επιλογή του αποδοτικού χαρτοφυλακίου και στις επιλογές των επενδυτών. Έστω ότι έχουμε δύο διαφορετικές μεθόδους την (1) και την (2) και υπολογίζουμε το μέσο τετραγωνικό σφάλμα (Average Mean Square Error) και των δύο και έστω ότι ισχύει  $AMSE(2) > AMSE(1)$ . Με την τεχνική αυτή θα μετρήσουμε πόσο θα έπρεπε να είναι το σφάλμα προκειμένου να έχουμε παρόμοια αλλαγή στον δείκτη.

Έτσι έχουμε ότι:

$$e^2 = AMSE(2) - AMSE(1)$$

Εάν τώρα συγκρίνουμε την μέθοδο του constant correlation και της ομαδοποίησης σε 30 ομάδες και με βάση τον πίνακα 2 τότε έχουμε ότι

$$e = \left[ (0.1698)^2 - (0.1672)^2 \right]^{1/2} = 0.0296$$

ή αλλιώς ένα ποσοστό λάθους στην μέση συσχέτιση (average correlation) της τάξεως του 17,4%. Έτσι βλέπουμε ότι ακόμα και μια πολύ μικρή διαφορά στο σφάλμα μεταξύ δυο μεθόδων μπορεί να οδηγήσει σε αρκετά διαφορετικά αποτελέσματα στην

**εκτίμηση του συντελεστή συσχέτισης.** Εφαρμόζοντας την ίδια διαδικασία για να συγκρίνουμε το constant correlation model με τη μέθοδο της ομαδοποίησης με βάση το μέγεθος και τον συντελεστή βήτα της αγοράς έχουμε  $RMSE=0.0385$  και ποσοστό λάθους εκτίμησης 22,6%. Τέλος, για την καλύτερη μέθοδο που είναι αυτή της παράλληλης χρησιμοποίησης της ομαδοποίησης με διαχωρισμό 30 ομάδων μαζί με την ομαδοποίηση κατά μέγεθος αλλά και την ομαδοποίηση κατά συντελεστή βήτα το αντίστοιχο  $RMSE$  είναι 0.0494 ή διαφορετικά 27,11% του μέσου συντελεστή συσχέτισης.

Ένας άλλος τρόπος να ελέγξουμε την ικανότητα πρόβλεψης του συντελεστή όπως έχουμε ξαναπεί είναι με τη δημιουργία του αποδοτικού συνόρου και εν συνεχεία την κατασκευή του χαρτοφυλακίου ελαχίστου κινδύνου με τις διάφορες μεθόδους και μετά να συγκρίνουμε την διακύμανση. Προκειμένου να υπολογίσουμε την αναμενόμενη απόδοση πρέπει προηγουμένως υπολογίζεται η κατανομή. Με βάση στοιχεία λοιπόν από τα πέντε τελευταία χρόνια υπολογίζεται η κατανομή (η οποία εξομαλύνεται στην κανονική κατανομή). Στην συνέχεια επιλέγουμε τυχαία μία μετοχή και υπολογίζουμε τις διακυμάνσεις με τις διάφορες μεθόδους και στη συνέχεια τον συντελεστή συσχέτισης. Αυτή η διαδικασία γίνεται πάρα πολλές φορές ώστε να έχουν πιο αξιόπιστα αποτελέσματα. Μετά υπολογίζονται και τα σταθμά για το χαρτοφυλάκιο ελαχίστου κινδύνου με κάθε μέθοδο ξεχωριστά. Ως γνωστό η μέση απόδοση είναι ίδια για κάθε μέθοδο οπότε αυτό που πρόκειται να τις διαφοροποιήσει είναι η διακύμανση.

**Πίνακας 4: Σύγκριση των μεθόδων πρόβλεψης των συντελεστών συσχέτισης με χρήση του αποδοτικού συνόρου**

	Global minimum variance portfolio	Target portfolio
Constant correlation	0.139	0.154
30 industry mean	0.133	0.151
Size and beta	0.129	0.150
30 industry plus size and beta	0.125	0.149

Στην πρώτη στήλη είναι τα αποτελέσματα για την διακύμανση ενώ στη δεύτερη στήλη από την μέση απόδοση. Όπως φαίνεται η καλύτερη μέθοδος και πάλι είναι ο συνδυασμός των τριών διαφοροποιήσεων της τελευταίας σειράς του πίνακα. Όλα τα αποτελέσματα είναι στατιστικά σημαντικά στο επίπεδο του 1% ενώ ίδια αποτελέσματα έχουμε και εάν χωρίσουμε όλο τα δεδομένα σε δύο δείγματα εφόσον προκύπτουν ίδια κατατάξεις και στα δυο αυτά υπο-δείγματα (sub-samples).

## ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Οι έρευνες μέχρι και αυτή τη στιγμή θεωρούσαν σαν καλύτερη πρόβλεψη του συντελεστή συσχέτισης τον μέσο όρο των προηγούμενων παρατηρήσεων και την χρήση μέσου συντελεστή συσχέτισης. Ουσιαστικά η κατηγοριοποίηση που εφαρμόζαν οι προγενέστεροι συγγραφείς είναι μια εκ των δύο ακραίων δηλαδή θεωρώντας είτε κάθε εταιρία μια ξεχωριστή ομάδα είτε όλες τις εταιρίες μια ομάδα. Στο άρθρο αυτό ερευνάται η ύπαρξη καλύτερων προβλεπτικών μοντέλων. Οι δυο βασικές καινοτομίες που προτείνονται είναι ο διαχωρισμός των μετοχών με βάση τον κλάδο στον οποίο ανήκουν οι εταιρίες αλλά και με βάση δείκτες που μπορούν να προσδιορίσουν ή και να αλλάζουν την ικανότητα των εταιριών για αυξημένη κερδοφορία και έτσι έχουμε πολύ καλύτερα αποτελέσματα.

Τα δυο βασικά κριτήρια αξιολόγησης των διαφόρων τεχνικών πρόβλεψης είναι το ελάχιστο της τετραγωνικής ρίζας του μέσου σφάλματος και το ελάχιστο μελλοντικό κίνδυνο του χαρτοφυλακίου ελαχίστου κινδύνου. Μετά την εφαρμογή των ελέγχων αυτών βρέθηκαν ότι αρκετές από τις μεθόδους ξεπερνάνε τον παραδοσιακό μέσο όρο και κάποιες από αυτές παρέχουν τα καλύτερα αποτελέσματα μεταξύ όλων. Μετά από διάφορους συνδυασμούς των διαφόρων κριτηρίων διαπιστώθηκε ότι **η καλύτερη μέθοδος που μπορεί να εφαρμοστεί είναι ο συνδυασμός της ομαδοποίησης των εταιριών σε τριάντα κατηγορίες παράλληλα με την εφαρμογή του κριτηρίου του μεγέθους (κεφαλαιοποίηση) και του συντελεστή βήτα..**

## Κριτήρια για την επιλογή του αποδοτικού χαρτοφυλακίου (optimum portfolio)

Ο πρωτοπόρος της μελέτης των κριτηρίων επιλογής του αποδοτικού χαρτοφυλακίου είναι φυσικά ο Markowitz (1952) με το ανάλογο άρθρο του 1952 και το βιβλίο που επακολούθησε. Από τότε και ύστερα έχουν πραγματοποιηθεί και άλλες προσεγγίσεις παράλληλα και με την τεχνολογική πρόοδο αλλά όσο περίεργο και εάν ακούγεται δεν έχουν χρησιμοποιηθεί. Αυτό συμβαίνει διότι ναί μεν ήταν πολλές καλές μέθοδοι αλλά πολύ θεωρητικές και δύσκολα εφαρμόσιμες. Οι τρεις κυριότεροι λόγοι για τους οποίους δεν έχουν εφαρμοστεί είναι:

1. Η δυσκολία εκτίμησης των απαραίτητων δεδομένων τα οποία πρόκειται να επεξεργαστούν για να μας δώσουν το τελικό αποτέλεσμα (ειδικά του πίνακα διακύμανσης- συνδιακύμανσης)
2. Το κόστος αλλά και ο χρόνος που απαιτούνται προκειμένου να δημιουργηθεί το αποδοτικό χαρτοφυλάκιο
3. Η δυσκολία εκπαίδευσης των στελεχών που ασχολούνται με χαρτοφυλάκια να συσχετίσουν τον κίνδυνο με τις αποδόσεις.

Το πρώτο από τα τρία προαναφερθέντα προβλήματα μπορεί να αντιμετωπιστεί με δυο διαφορετικούς τρόπους οι οποίοι όταν εφαρμοστούν μπορεί να εξαλείψουν και τα άλλα δύο προβλήματα. Ο ένας θα ήταν η χρήση ενός μονοπαραγοντικού μοντέλου προκειμένου να υπολογιστούν οι πίνακες διακυμάνσεων - συνδιακυμάνσεων. Ένας δεύτερος τρόπος είναι να υποθεθεί ένας περιορισμός ο οποίος να διευκολύνει τις εκτιμήσεις μας. Ο πιο διαδεδομένος περιορισμός είναι να υποθέσουμε ότι όλες οι συνδιακυμάνσεις μεταξύ των μετοχών είναι ίδιες. Είναι ένας περιορισμός ο οποίος σαφώς και δεν αντανάκλα τον πραγματικό κόσμο αλλά μας διευκολύνει πάρα πολύ στους υπολογισμούς και δεν αλλοιώνει και τόσο πολύ τα αποτελέσματα.. Αυτό λοιπόν που θέλει να δείξει το άρθρο αυτό είναι ότι εφόσον υποθέσουμε την ύπαρξη ενός περιουσιακού στοιχείου μηδενικού κινδύνου και επίσης δεχτούμε ότι ισχύει το μονοπαραγοντικό υπόδειγμα και υποθέσουμε ότι όλα τα αξιόγραφα έχουν μεταξύ τους



ίδιο συντελεστή συσχέτισης τότε είναι πολύ απλό και εύκολο να δημιουργήσει ο επενδυτής το χαρτοφυλάκιο με τα καλύτερα αξιόγραφα . Στη συνέχεια, με βάση κάποια απλά κριτήρια μπορεί να βρει το αποδοτικό χαρτοφυλάκιο αλλά και πολύ εύκολα να υπολογίσει το ποσοστό επένδυσης στο κάθε αξιόγραφο. Το βασικότερο όμως και σημαντικότερο είναι το γεγονός ότι η διαδικασία αυτή είναι αρκετά απλή και εύκολη χωρίς πολύπλοκους υπολογισμούς. Οι τελικού τύποι που θα προκύψουν είναι εύκολο να χρησιμοποιηθούν ακόμα και για χαρτοφυλάκια με πολλά αξιόγραφα.

Από τα παραπάνω προκύπτει ότι έχουμε δυο περιπτώσεις, η πρώτη είναι με τη χρήση του μονοπαραγοντικού μοντέλου και η δεύτερη με την υπόθεση ότι οι συνδιακυμάνσεις των μετοχών είναι ίδιες. Βέβαια προκύπτουν και άλλες δυο υποπεριπτώσεις ανάλογα με το εάν επιτρέπονται οι προπωλήσεις (short sales) οπότε έχουμε συνολικά τέσσερις περιπτώσεις. Σε όλες τις περιπτώσεις βέβαια το ζητούμενο για τον επενδυτή είναι να μεγιστοποιήσει το πηλίκο της επιπλέον απόδοσης προς την τυπική απόκλιση του χαρτοφυλακίου. Τέλος, από εδώ και πέρα γίνεται η παραδοχή ότι υπάρχει τουλάχιστον ένα αξιόγραφο μέσα στο χαρτοφυλάκιο το οποίο να έχει αισθητά μεγαλύτερη απόδοση από την απόδοση του αμοιβαίου ελαχίστου κινδύνου.

## ΜΟΝΟΠΑΡΑΓΟΝΤΙΚΟ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑ

Σε αυτή την ενότητα θα υποθέσουμε ότι το μονοπαράγοντικό υπόδειγμα αντανακλά απολύτως την πραγματικότητα και με τη χρήση του μπορούμε να κάνουμε ακριβείς προβλέψεις. Ισχύει λοιπόν η παρακάτω εξίσωση:

$$R_i = a_i + \beta_i I + \varepsilon_i$$

$$I = A_{N+1} + \varepsilon_{N+1}$$

$$E(\varepsilon_{N+1}, \varepsilon_i) = 0, i = 1, \dots, N$$

$$E(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0, i = 1, \dots, N; j = 1, \dots, N; i \neq j$$

Όπου  $R_i$  είναι η απόδοση του αξιόγραφου  $i$ ,  $I$  είναι παράγοντας της αγοράς,  $\beta_i$  είναι συντελεστής ο οποίος δείχνει πως κινείται το κάθε αξιόγραφο σε σχέση με τον  $I$  παράγοντα (δηλαδή με την αγορά),  $a_i$  είναι η απόδοση του αξιόγραφου η οποία όμως είναι ανεξάρτητη από την αγορά. Ο συντελεστής  $\varepsilon$  είναι το σφάλμα και έχει μέσο 0 και διακύμανση ίση με  $\sigma_{\varepsilon_i}^2$  ενώ  $\sigma_m^2$  είναι η διακύμανση της αγοράς. Τέλος, οι δυο τελευταίες ιδιότητες υποδηλώνουν ότι ο μόνος λόγος για να κινηθούν δυο μετοχές με παρόμοιο τρόπο (ας πούμε να κινηθούν και οι 2 ανοδικά) είναι η κοινή αντίδραση και των δυο στην πορεία της αγοράς.

Το βασικό πλεονέκτημα της μεθόδου αυτής είναι η απλότητά της ενώ παράλληλα έχει παρόμοια αποτελέσματα με την πιο πολύπλοκη μέθοδο του δυναμικού προγραμματισμού ανωτέρου βαθμού (quadratic programming). Αρκεί να υπολογίσουμε τον συντελεστή  $\beta$  και μετά σε μερικά λεπτά υπολογίζεται και το αποδοτικό χαρτοφυλάκιο. Στη συνέχεια θα μελετήσουμε τη χρήση και μη των προπωλήσεων

## Με προπολήσεις

Η εξίσωση που πρέπει να μεγιστοποιήσουμε είναι η εξής:

$$\theta = \frac{\overline{R_p} - R_f}{\sigma_p}$$

Όπου  $R_f$  είναι το επιτόκιο ελαχίστου κινδύνου στο οποίο μπορεί να δανείσει και να δανειστεί ο επενδυτής  $\overline{R_p}$  η μέση απόδοση του χαρτοφυλακίου  $\sigma_p$  η διακύμανση. Οπότε τώρα αναζητούμε τα  $X_i$  (ποσοστά επένδυσης σε κάθε μετοχή) που θα πετύχουν τη μεγιστοποίηση. Επίσης, εξ' ορισμού έχουμε και ότι

$$\overline{R_p} - R_f = \sum_{i=1}^N X_i (\overline{R_i} - R_f)$$

$$\sigma_p^2 = E\left(\sum_{i=1}^N X_i R_i - \sum_{i=1}^N X_i \overline{R_i}\right)^2$$

Εφόσον θέλουμε να μεγιστοποιήσουμε την συνάρτηση υπολογίζουμε την παράγωγο του  $\theta$  ως προς το  $\chi$  και την θέτουμε να είναι ίση με το 0 το οποίο στην συγκεκριμένη περίπτωση μας δίνει μέγιστο και όχι ελάχιστο. Μετά από πράξεις έχουμε

$$Z_i = \frac{\overline{R_i} - R_f}{\sigma \varepsilon_i^2} - Co \frac{\beta_i}{\sigma \varepsilon_i^2}, \text{ όπου } Co \dots\dots$$

$$Co = \sigma_m^2 \frac{\sum_{j=1}^N \left[ \frac{\overline{R_j} - R_f}{\sigma \varepsilon_j^2} \beta_j \right]}{1 + \sigma_m^2 \sum_{j=1}^N \frac{\beta_j^2}{\sigma \varepsilon_j^2}}$$

Αφού λοιπό υπολογίσουμε σχετικά εύκολα τα  $Z$  (τόσα  $Z$  όσα και οι μετοχές του χαρτοφυλακίου) θα διαιρέσουμε το κάθε  $Z_i$  με το σύνολο των  $Z$  προκειμένου να υπολογίσουμε το  $X_i$  κάθε μετοχής το οποίο μας δείχνει το ποσοστό επένδυσης σε κάθε μια. Εφόσον επιτρέπονται οι προπωλήσεις το  $X$  μπορεί να πάρει και αρνητικές τιμές υποδηλώνοντας ότι σε αυτή την περίπτωση πρέπει να πουλήσουμε τις συγκεκριμένες μετοχές.

### Χωρίς προπολήσεις

Η μόνη διαφορά σε αυτή την περίπτωση είναι ότι το ποσοστό επένδυσης στις μετοχές δεν μπορεί να πάρει αρνητικές τιμές. Σε αυτή την περίπτωση υπολογίζουμε πάλι τα  $Z$  κάθε μετοχής το οποίο μετά από πράξεις ισούται με:

$$Z_i = \frac{\beta_i}{\sigma_{\varepsilon i}^2} \left[ \frac{\bar{R}_i - R_f}{\beta_i} - \varphi_k \right] + \mu_i, \text{ όπου } \varphi_k$$

$$\varphi_k = \sigma_m^2 \frac{\sum_{j=1}^k \frac{\bar{R}_j - R_f}{\sigma_{\varepsilon j}^2} \beta_j}{1 + \sigma_m^2 \sum_{j=1}^k \frac{\beta_j^2}{\sigma_{\varepsilon j}^2}}$$

Για να δούμε τώρα ποιες μετοχές θα συμπεριλάβουμε στο χαρτοφυλάκιο εξαρτάται από τον συντελεστή βήτα που έχουν οι μετοχές. Εδώ διακρίνουμε τρεις περιπτώσεις ( $\beta > 0$ ,  $\beta < 0$ ,  $\beta = 0$ ).

#### 1. $\beta > 0$

Εάν ο συντελεστής βήτα είναι μεγαλύτερος του 0 τότε το πρόσημο του  $Z$  εξαρτάται αποκλειστικά από το αποτέλεσμα της αγκύλης το οποίο είναι η διαφορά του

όρου  $\frac{\bar{R}_i - R_f}{\beta_i}$  από έναν σταθερό αριθμό. Οπότε εφόσον ένα αξιόγραφο με δεδομένο

$\frac{\bar{R}_i - R_f}{\beta_i}$  και θετικό  $Z$  είναι από τα επιλεγμένα του χαρτοφυλακίου και έχει μικρότερο

$\frac{\bar{R}_i - R_f}{\beta_i}$  από ένα δεύτερο αξιόγραφο τότε το δεύτερο αξιόγραφο εισέρχεται μέσα στο

χαρτοφυλάκιο διότι αυτό συνεπάγεται και μεγαλύτερο  $Z$  (εφόσον  $\beta > 0$ ). Οπότε αυτό που

έχουμε να κάνουμε είναι αρχικά να κατατάξουμε τα αξιόγραφα με βάση τον όρο  $\frac{\bar{R}_i - R_f}{\beta_i}$

σε φθίνουσα σειρά από το καλύτερο στο χειρότερο. Μετά υπολογίζουμε το Z1 το οποίο αντιπροσωπεύει το χαρτοφυλάκιο με μόλις ένα αξιόγραφο, μετά το Z2 που περιλαμβάνει τα 2 πρώτα αξιόγραφα και η διαδικασία αυτή συνεχίζεται μέχρι να βρούμε ένα αρνητικό Z. Μόλις βρούμε αρνητικό Z τότε ο αμέσως προηγούμενος είναι ο ιδανικός συνδυασμός για το χαρτοφυλάκιο μας. Τέλος, βρίσκουμε το Zi για κάθε αξιόγραφο τη στιγμή που το μι είναι 0 και στη συνέχεια διαιρούμε με το άθροισμα των Zi για να βρούμε τα Xi.

## 2. $\beta < 0$

Εάν οι συντελεστές βήτα είναι όλοι μικρότεροι του 0 τότε ακολουθούμε την ίδια διαδικασία απλά κατατάσσουμε τα β με αύξουσα σειρά με βάση πάλι τον όρο  $\frac{\bar{R}_i - R_f}{\beta_i}$  κάθε αξιόγραφου. Εφόσον όμως έχουμε θετικούς αλλά και αρνητικούς

συντελεστές βήτα τότε θα γίνει η διαδικασία όπως στην περίπτωση  $\beta > 0$  και μόλις εξαντληθούν τα αξιόγραφα αρχίζουμε από τα μικρότερα  $\frac{\bar{R}_i - R_f}{\beta_i}$  των αρνητικών β.

Αφού τοποθετήσουμε στο χαρτοφυλάκιο κάποια αρνητικά β (ή και κανένα) ξαναελέγχουμε τα θετικά β που είχαμε απορρίψει προηγουμένως για να ελέγξουμε μήπως κάποιο από αυτά χρειάζεται να περιληφθεί μιας και άλλαξαν τα δεδομένα μας.

## 3. $\beta = 0$

Τα αξιόγραφα που έχουν συντελεστή βήτα ίσο με μηδέν θα πρέπει να συμπεριληφθούν στο χαρτοφυλάκιο του επενδυτή εφόσον η αναμενόμενη απόδοσή τους είναι μεγαλύτερη από την απόδοση του περιουσιακού στοιχείου ελαχίστου κινδύνου και αυτό διότι δεν επηρεάζουν τον συντελεστή φκ.

Εάν τώρα θέλουμε να εξετάσουμε την εισαγωγή ή όχι μιας νέας μετοχής στο χαρτοφυλάκιο θα πρέπει να υπολογίσουμε τον όρο  $\frac{\bar{R}_i - R_f}{\beta_i}$  του καινούριου αξιογράφου και εφόσον είναι μικρότερος από την καλύτερη μετοχή από αυτές που απορρίψαμε τότε δεν θα πρέπει να περιληφθεί στο χαρτοφυλάκιο αλλιώς πρέπει να περιληφθεί.

## ΣΤΑΘΕΡΟΣ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΣΥΣΧΕΤΙΣΗΣ

Εδώ όπως είπαμε και παραπάνω υποθέτουμε ίδιο συντελεστή συσχέτισης για όλα τα ζευγάρια μετοχών. Αν και ο περιορισμός είναι πολύ αυστηρός και μη ρεαλιστικός το υπόδειγμα αυτό έχει εξίσου καλές προβλεπτικές ικανότητες σε σχέση με το μονοπαραγοντικό υπόδειγμα, από τη χρήση ιστορικών τιμών αλλά και από άλλα 7 μοντέλα που μελετήθηκαν από τους Elton , Gruber και Padberg (1976).

### **Με προπολήσεις**

Μεγιστοποιώντας πάλι τον συντελεστή  $\theta$  έχουμε το  $X_i$ :

$$X_i = \frac{Z_i}{\sum_{j=1}^N |Z_j|} = \frac{1}{\sum_{j=1}^N |Z_j|} \frac{1}{\sigma_i} \frac{1}{1-\rho} \left[ \frac{\bar{R}_i - R_f}{\sigma_i} - \frac{\rho}{1-\rho + N\rho} \sum_{j=1}^N \frac{\bar{R}_j - R_f}{\sigma_j} \right]$$

Πρόκειται για μια μεγάλη εξίσωση αλλά πολύ εύκολη στον υπολογισμό με απλή αντικατάσταση των διαφόρων όρων της εξίσωσης. Ένα συμπέρασμα που προκύπτει από την εξίσωση αυτή είναι ότι εφόσον μια μετοχή τη αγοράζεις(θέση long) τότε μια οποιαδήποτε μετοχή με μεγαλύτερο συντελεστή  $\frac{\bar{R}_i - R_f}{\sigma_i}$  και σε αυτήν θα πρέπει να λαμβάνεις θέση long. Αντίθετα εάν μια μετοχή την πουλάς (θέση short) τότε μια οποιαδήποτε μετοχή με μικρότερο συντελεστή  $\frac{\bar{R}_i - R_f}{\sigma_i}$  θα πρέπει να πάρεις την ίδια θέση(short). Μετά από τις σχετικές πράξεις τα ποσοστά επένδυσης κάθε αξιογράφου είναι παρόμοια με αυτά που προκύπτουν από το μονοπαραγοντικό μοντέλο.



### Χωρίς προπωλήσεις

Ο τύπος που χρησιμοποιείται εδώ είναι ανάλογος:

$$Z_i = \frac{1}{\sigma_i} \frac{1}{1-\rho} \left[ \frac{\bar{R}_i - R_f}{\sigma_i} - \frac{\rho}{1-\rho + \kappa\rho} \sum_{j=1}^k \frac{\bar{R}_j - R_f}{\sigma_j} \right]$$

Η διαδικασία και εδώ είναι παρόμοια. Κατατάσσουμε τις μετοχές σε φθίνουσα σειρά σε σχέση με τον δείκτη υπερβάλλουσας απόδοσης προς την τυπική απόκλιση  $\frac{\bar{R}_i - R_f}{\sigma_i}$  μέχρι που να βρούμε μια η οποία να έχει αρνητικό αποτέλεσμα στις αγκύλες τις παραπάνω εξίσωσης. Τότε σημαίνει ότι θα έχουμε και αρνητικό  $Z_i$ . Είσης ισχύει η ιδιότητα ότι όποια μετοχή με συγκεκριμένο  $\frac{\bar{R}_i - R_f}{\sigma_i}$  έχει θετικό  $Z_i$  τότε οποιαδήποτε μετοχή με μεγαλύτερο συντελεστή θα περιλαμβάνεται στο χαρτοφυλάκιο. Μια νέα μετοχή υπό εξέταση λοιπόν θα περιληφθεί στο χαρτοφυλάκιο εφόσον έχει καλύτερο συντελεστή  $\frac{\bar{R}_i - R_f}{\sigma_i}$  από την τελευταία μετοχή που έχουμε ήδη συμπεριλάβει στο χαρτοφυλάκιο. Τέλος, τα ποσοστά επένδυσης τα οποία υπολογίζονται εδώ συμπίπτουν με αυτά που προκύπτουν από το μονοπαραγοντικό μοντέλο.

## **Εύρεση αποδοτικού χαρτοφυλακίου και πρόβλεψη των συνδιακυμάνσεων**

Αυτό που θέλουν να μελετήσουν οι συγγραφείς του άρθρου, Louis K. C. Chan, Jason Karceski και Josef Lekonishok (1999), είναι να μελετήσουνε διάφορα μοντέλα πρόβλεψης των συνδιακυμάνσεων (covariance) τα οποία θα χρησιμεύσουν στον καθορισμό του αποδοτικού χαρτοφυλακίου. Κατέληξαν στο συμπέρασμα ότι η χρησιμοποίηση ενός τριπαραγοντικού μοντέλου είναι αρκετά ικανοποιητική προκειμένου ο επενδυτής να επιλέξει το χαρτοφυλάκιο ελαχίστου κινδύνου. Η χρησιμοποίηση παραπάνω παραγόντων είναι περιττή και κάνει το μοντέλο αρκετά πολύπλοκο και χρειάζεται μόνο όταν θέλουμε να ελαχιστοποιήσουμε το “σφάλμα πρόβλεψης” (tracking error volatility). **Παλιότερα τέτοια μοντέλα δεν χρησιμοποιούντουσαν ευρεία διότι οι επενδυτές είχαν απλά σαν στόχο την εύρεση μετοχών με μεγάλες αποδόσεις μη λαμβάνοντας υπ’ όψη τον κίνδυνο της κάθε μετοχής.**

**Τα τελευταία χρόνια όμως δίνεται όλο και μεγαλύτερη έμφαση στην διαχείριση του κινδύνου από τους επενδυτές και αυτή η ανάγκη οδήγησε στην εύρεση των μοντέλων διαχείρισης κινδύνου (risk management) από τους συγγραφείς.** Για να γίνει ακόμα πιο κατανοητό οι συγγραφείς υπολόγισαν τις διακυμάνσεις δυο διαφορετικών στρατηγικών με βασικό περιορισμό την ύπαρξη μόνο θετικών σταθμών διότι οι προπωλήσεις είναι ακριβές για μεμονωμένους επενδυτές και απαγορεύονται για πολλούς οργανισμούς. Η μια είναι ο επενδυτής να επιλέξει το παγκόσμιο χαρτοφυλάκιο ελαχίστου κινδύνου (global minimum variance) μέσα από το σύνολο των 250 μετοχών τυχαία επιλεγμένων από την αγορά της Αμερικής με τον περιορισμό να μην επενδυθεί περισσότερο από 2% σε οποιαδήποτε μετοχή ώστε να είναι αρκετά διαφοροποιημένο το χαρτοφυλάκιο. Η στρατηγική αυτή είχε διακύμανση ίση με 6,85% ετησίως. Σε αντίθετη περίπτωση εφόσον ο επενδυτής διακρατήσει όλες της μετοχές της αγοράς με ίσα σταθμά την κάθε μια η διακύμανση που προκύπτει είναι 16,62% δηλαδή σχεδόν διπλάσια.. Το συμπέρασμα που προκύπτει είναι **ότι με την στρατηγική διαχείρισης κινδύνου έχουμε την ίδια απόδοση αλλά με μικρότερο κίνδυνο και παράλληλα διπλάσιο συντελεστή Sharpe.**

Βέβαια πέρα από το κριτήριο της απόδοσης και του κινδύνου υπάρχουν και άλλα κριτήρια. Οι διαχειριστές επενδύσεων των διαφόρων επενδυτικών εταιριών αξιολογούνται βάση κάποιον δεικτών (benchmark). Το μέτρο αυτό ονομάζεται “σφάλμα πρόβλεψης” (tracking error volatility) και υπολογίζεται από την τυπική απόκλιση της διαφοράς των αποδόσεων του χαρτοφυλακίου του επενδυτή και των αποδόσεων του αντιπροσωπευτικού δείκτη.

Στο άρθρο αυτό, οι συγγραφείς προσπαθούν να προβλέψουν τις δεύτερες ροπές δηλαδή τις διακυμάνσεις και τις συνδιακυμάνσεις και όχι τις αναμενόμενες αποδόσεις. Οι αναμενόμενες αποδόσεις είναι πολύ πιο δύσκολο να προβλεφθούν σε αντίθεση με τις δεύτερες ροπές για τις οποίες μπορεί να γίνει πρόβλεψη με βάση ιστορικά δεδομένα όπως έχουν δείξει και οι Merton και Nelson. Επίσης από τους διάφορους παράγοντες που μπορεί να επηρεάζουν την διακύμανση των αποδόσεων ενός χαρτοφυλακίου κάποιος δεν μπορεί να προβλεφθεί τότε είναι πολύ πιθανό αυτός ο παράγοντας να μη συμμετέχει στους παράγοντες που διαμορφώνουν τη απόδοση του χαρτοφυλακίου όπως αναφέρουν και οι Daniel και Titman.

Πέρα από τα ιστορικά δεδομένα υπάρχουν και άλλοι παράγοντες που μπορούν να βοηθήσουν στην πραγματοποίηση καλύτερων προβλέψεων. Τέτοιοι παράγοντες είναι η κεφαλαιοποίηση κάθε εταιρίας, ο συντελεστής βήτα, ο συντελεστής λογιστική αξία προς τρέχουσα αξία μετοχής και άλλοι. Βέβαια προσθέτοντας συνέχεια νέους παράγοντες δεν συνεπάγεται και απαραίτητα ότι βελτιώνεται και η προβλεπτική του ικανότητα γιατί πολλές φορές γίνεται πολύ πιο πολύπλοκο προσφέροντας ελάχιστα καλύτερες προβλέψεις. Σε αντίθετη περίπτωση, όταν μας ενδιαφέρει να μειώσουμε το tracking error volatility τότε προσθέτοντας παραπάνω μεταβλητές βελτιώνονται τα αποτελέσματα.

## **Η συμπεριφορά των αποδόσεων, των διακυμάνσεων και των συνδιακυμάνσεων**

Για να βεβαιωθούμε ότι έχουμε ικανοποιητικό δείγμα μετοχών θα αποκλείσουμε τις μετοχές με τιμή μικρότερη των πέντε δολαρίων. Η μέση συνδιακύμανση όλων των μετοχών είναι 0,28 το οποίο μας δείχνει ότι υπάρχουν αρκετά περιθώρια κέρδους με την κατάλληλη διαφοροποίηση. Επίσης φαίνεται ότι οι μετοχές μικρών εταιριών έχουν πολύ μεγαλύτερη διακύμανση (σχεδόν τριπλάσια) στις αποδόσεις τους σε σχέση με τις μεγάλες. Οι μικρές έχουν μέση διακύμανση ίση με 0,0181 την στιγμή που οι μεγάλες έχουν 0,0067. Μεγάλες εταιρίες χαρακτηρίζονται εκείνες οι οποίες κατατάσσονται στο ανώτερο 80% όλων των μετοχών της αγοράς από πλευράς κεφαλαιοποίησης ενώ στις μικρές το κατώτερο 20%. Παρόμοια είναι και τα αποτελέσματα για τη μέση συνδιακύμανση που για τις μικρές εταιρίες είναι διπλάσια σε σχέση με τις μεγαλύτερες (0,0042 σε σχέση με 0,0021) όπως και η διασπορά των τιμών. Επίσης, όπως είναι λογικό οι μετοχές που ανήκουν στον ίδιο κλάδο παρουσιάζουν μεγαλύτερη συσχέτιση σε σχέση με μετοχές που ανήκουν σε διαφορετικούς το οποίο επιβεβαιώνεται και από τα δεδομένα. Βέβαια και από κλάδο σε κλάδο υπάρχουν διαφοροποιήσεις και έτσι κάποιοι κλάδοι παρουσιάζουν μεγαλύτερη συσχέτιση (όπως τράπεζες, ασφαλιστικοί οργανισμοί και εταιρίες πετρελαίου) σε σχέση με άλλους. Μεγάλη συνδιακύμανση έχουν και οι μεγάλες εταιρίες από διαφορετικούς κλάδους μεταξύ τους ενώ μερικές φορές παρουσιάζουν ακόμα και μεγαλύτερη συσχέτιση από τις μετοχές του ίδιου κλάδου σε αντίθεση με τις μικρές μετοχές διαφόρων κλάδων που έχουν αρκετά μικρότερη συσχέτιση μεταξύ τους. Για να διαπιστωθεί αυτό χωρίζουμε τις εταιρίες κάθε κλάδου σε μικρές και μεγάλες. Μεγάλες εταιρίες είναι αυτές που έχουν μεγαλύτερη κεφαλαιοποίηση από τη μέση κεφαλαιοποίηση κάθε κλάδου και αντίστοιχα οι μικρότερες αυτές που έχουν μικρότερη της μέσης κεφαλαιοποίησης. Συμπερασματικά λοιπόν υπάρχουν κάποια στοιχεία όπως το μέγεθος της κάθε εταιρίας ή ο κλάδος στον οποίο ανήκει τα οποία μας δίνουν πληροφορίες για την πρόβλεψη των δεύτερων ροπών αλλά το αρνητικό είναι ότι αυτά είναι χρήσιμα στη μείωση της φιλίας των περιπτώσεων.

## Μοντέλα πρόβλεψης

Το πρώτο μοντέλο και το πιο απλό είναι το μονοπαραγοντικό μοντέλο. Στο μοντέλο αυτό η βασική μεταβλητή είναι η επιπλέον απόδοση από την σταθμισμένη με βάση την αξία απόδοση της αγοράς το οποίο είναι σαν το Υ.Α.Κ.Σ (C.A.P.M). Στη συνέχεια οι Fama και French προσέθεσαν και άλλους δύο παράγοντες, την λογιστική αξία προς τρέχουσα και την κεφαλαιοποίηση (ή αλλιώς την χρηματιστηριακή αξία). Στη συνέχεια δημιουργήθηκε το μοντέλο τεσσάρων παραγόντων το οποίο υπολόγιζε και έναν παράγοντα (το momentum) ο οποίος μετράει την τάση των αποδόσεων των μετοχών να κινούνται στην ίδια κατεύθυνση με τις υπόλοιπες μετοχές με τις οποίες είχαν ίδια χαρακτηριστικά για τους τελευταίους έξι μήνες. Μετά δημιουργήθηκε το οκταπαραγοντικό μοντέλο το οποίο είχε ακόμα δυο μεταβλητές, την μερισματική απόδοση κάθε μετοχής, την απόδοση των χρηματικών ροών της (cash flows), το επιπλέον πρίμ πτώχευσης (default premium) και το πρίμ όρου (premium term). Τέλος, έχουμε και το δεκαπαραγοντικό μοντέλο το οποίο έχει επιπλέον μεταβλητές την διαφορά του συντελεστή βήτα των μεγάλων μετοχών από αυτόν των μικρών και έναν μακροπρόθεσμο τεχνικό παράγοντα που μετράει τις σωρευτικές αποδόσεις των μετοχών για ένα χρονικό διάστημα 50 μηνών.

Αρχικά χρησιμοποιούμε τα μοντέλα αυτά για να προβλέψουμε τις συνδιακυμάνσεις. Το μοντέλο μέσης συνδιακύμανσης (όλες οι μετοχές έχουν τις ίδια συνδιακυμάνσεις μεταξύ τους ίση με τη μέση συνδιακύμανση όλων) παρουσιάζει την μεγαλύτερη διακύμανση στις προβλέψεις 0,18% τη στιγμή που το μονοπαραγοντικό έχει 0,14% ενώ όλα τα υπόλοιπα πολυπαραγοντικά έχουν 0,16%. Επίσης το μονοπαραγοντικό έχει το μικρότερο μέσο σφάλμα. Αυτό αποδεικνύει περίτρανα ότι τοποθετώντας περισσότερους όρους στα υποδείγματα τα κάνει πολύπλοκα. Στη συνέχεια οι ερευνητές κάνουν τους ίδιους υπολογισμούς αλλά για 26 μήνες αυτή τη φορά και όχι μόλις για 12. Τα αποτελέσματα δείχνουν ότι τα σφάλματα είναι μικρότερα τώρα το οποίο αποδεικνύει ότι υπήρχε θόρυβος στις συνδιακυμάνσεις και έτσι μεγαλώνοντας το χρονικό διάστημα μελέτης έχουμε καλύτερες προβλέψεις. Για παράδειγμα για το μοντέλο μέσης συνδιακύμανσης το σφάλμα ήταν 0,0040 ενώ τώρα υπολογίζεται σε 0,0019. Γενικά πάντως είναι πιο εύκολο να προβλέψει κανείς συνδιακυμάνσεις παρά συσχετίσεις μεταξύ

μετοχών. Για χρονική περίοδο 36 μηνών η συσχέτιση μεταξύ παρελθουσών και μελλοντικών συντελεστών συσχέτισης είναι 24% ενώ για τις συνδιακυμάνσεις είναι αντίστοιχα 34%.

**Συμπερασματικά λοιπόν όλα τα μοντέλα είτε έχουν μια είτε έχουν 10 μεταβλητές έχουν παρόμοια αποτελέσματα με το μονοπαραγοντικό να ξεχωρίζει ελάχιστα. Επίσης το μοντέλο μέσης συνδιακύμανσης δεν έχει πολύ χειρότερα αποτελέσματα παρά το γεγονός ότι είναι πάρα πολύ περιοριστικό σαν μοντέλο.**

### **Πρόβλεψη διακύμανσης**

Γενικά οι διακυμάνσεις είναι πιο σταθερές από τις συνδιακυμάνσεις οπότε είναι πιο εύκολο και το έργο της πρόβλεψής τους. Οι παρελθούσες τιμές συνδιακύμανσης παρουσιάζουν μια συσχέτιση της τάξεως του 33,94% τη στιγμή που οι τιμές της διακύμανσης παρουσιάζουν συσχέτιση κατά 52,25%. Σε αυτή τη νποπερίπτωση ισχύουν τα ίδια συμπεράσματα για την τοποθέτηση επιπλέον παραγόντων στο μοντέλο μας.

## Χρήση των προβλέψεων για βελτιστοποίηση του χαρτοφυλακίου

Εδώ χρησιμοποιούμε τις προβλέψεις για να δούμε τα αποτελέσματα στο χαρτοφυλάκιο. Οι περιορισμοί είναι ίδιοι και σε αυτή την ενότητα δηλαδή χρησιμοποιούμε 250 μετοχές με όλα τα σταθμά δετικά χωρίς να είναι κανένα μεγαλύτερο από 2% και στο τέλος υπολογίζουμε το παγκόσμιο χαρτοφυλάκιο ελαχίστου κινδύνου. Για έναν επενδυτή λοιπόν που χωρίς στρατηγική απλά επενδύει σε όλες τις μετοχές ισόποσα η διακύμανση είναι 16,62% ενώ με τη χρήση στρατηγικής που έχει σαν αποτέλεσμα να επενδύονται μεγαλύτερα ποσά σε μεγαλύτερες εταιρίες η διακύμανση πέφτει στο 15,54%. Αντίστοιχα οι συντελεστές Sharpe είναι 0,6405 και 0,6027 όπου και πάλι λόγω μικρότερου δείκτη η στρατηγική ισόποσης επένδυσης είναι κατώτερη. Μετά από υπολογισμούς με τη χρήση των διαφόρων μοντέλων προκύπτει και ο λόγος για τον οποίο τα διάφορα μοντέλα έχουν περίπου τα ίδια αποτελέσματα για πρόβλεψη των τιμών. **Από όλες τις μεταβλητές που χρησιμοποιούνται σε όλα τα μοντέλα αυτή που κυριαρχεί και μάλιστα κατά πολύ σε σχέση με τις άλλες είναι ο παράγοντας της αγοράς ο οποίος είναι και ο βασικός παράγοντας του μονοπαραγοντικού μοντέλου, Έτσι με τη χρήση επιπρόσθετων μεταβλητών δεν λαμβάνουμε πολλές πληροφορίες και δεν συμβάλλουν ιδιαίτερα στην προβλεπτική ικανότητα των πιο πολύπλοκων μοντέλων.** Συγκεκριμένα ο παράγοντας της αγοράς αντανακλά περίπου το 75% των μεταβολών των τιμών της μετοχής.

## Ελαχιστοποίηση του tracking error volatility

Όπως αναφέραμε παραπάνω οι διαχειριστές επενδυτικών οργανισμών ενδιαφέρονται κυρίως για την ελαχιστοποίηση του tracking error volatility διότι αναφέρεται στον αντίστοιχο αντιπροσωπευτικό δείκτη (benchmark) το οποίο υπολογίζεται ως εξής:

$$r_{pt} - r_{Bt} = \beta_{po} - \beta_{B0} + \sum_{j=1}^K (\beta_{pj} - \beta_{Bj}) f_{jt} + (\varepsilon_{pt} - \varepsilon_{Bt})$$

Όπου  $r_{pt}$  και  $r_{Bt}$  είναι οι αποδόσεις του χαρτοφυλακίου και του δείκτη (benchmark) αντίστοιχα τη χρονική στιγμή  $t$ ,  $f_{jt}$  είναι οι διάφοροι παράγοντες που μπορεί να επηρεάζουν τις αποδόσεις,  $\beta_{pj}$  και  $\beta_{Bj}$  είναι οι συντελεστές ευαισθησίας των αντίστοιχων παραγόντων και  $\varepsilon$  είναι τα σφάλματα. Το πρόβλημα ελαχιστοποίησης του tracking error είναι αρκετά πιο εύκολα επιλύσιμο σε σχέση με το πρόβλημα ελαχιστοποίησης της διακύμανσης του παγκόσμιου χαρτοφυλακίου. Εφαρμόζοντας πάλι τους ίδιους περιορισμούς προκύπτει ότι το ετήσιο tracking error volatility του ισοσταθμισμένου χαρτοφυλακίου είναι 6,16% τη στιγμή που το τριπαραγοντικό μοντέλο έχει διακύμανση 4,53% και όσο προσθέτουμε παράγοντες στο μοντέλο μας μειώνεται περισσότερο. Χαρακτηριστικά με τη χρήση εννέα παραγόντων έχουμε 4,01%. Η διαφορά με αυτό το μοντέλο είναι ότι η συνδιακύμανση της επιπλέον απόδοσης από τη απόδοση της αγοράς μπορεί να είναι είτε θετική είτε αρνητική οπότε παρά τα θετικά σταθμά υπάρχει περίπτωση να αλληλοεξουδετερώνονται οι συνδιακυμάνσεις. Σε χρονικό διάστημα 36 μηνών το μοντέλο σταθερής συνδιακύμανσης παρουσιάζει συσχέτιση μεταξύ της προβλεπόμενης και της πραγματοποιηθείσας συνδιακύμανσης της επιπλέον απόδοσης από την αγορά ίσης με 0,13. Η αντίστοιχη συσχέτιση για το μονοπαραγοντικό μοντέλο είναι 0,14 και για τριπαραγοντικό 0,20. Οπότε εδώ βλέπουμε ότι υπάρχουν σημαντικές διαφορές μεταξύ των μοντέλων και έτσι όσο προσθέτουμε παράγοντες έχουμε καλύτερες προβλεπτικές ικανότητες. Τέλος, η διαδικασία αυτή επαναλαμβάνεται άλλες 200 φορές προκειμένου να διαπιστώσουμε ότι τα αποτελέσματα δεν οφείλονται απλά στο συγκεκριμένο δείγμα. Χρησιμοποιώντας το tracking error volatility τα χαρτοφυλάκια που προκύπτουν έχουν μεγαλύτερη διακύμανση σχετικά με αυτά που προκύπτουν από την return volatility. Η διαφορά αυτή είναι της τάξεως του 2% και δείχνει το κόστος μεταφοράς από τη μια μέθοδο στην άλλη.

Ένας άλλος τρόπος να μειώσουμε το tracking error volatility είναι να βρούμε αντιπροσωπευτικούς δείκτες (benchmark) οι οποίοι να έχουν κοινά χαρακτηριστικά με τις μετοχές όπως για παράδειγμα ο κλάδος ή το μέγεθος. Ο συνδυασμός και των δυο αυτών κριτηρίων έχει ακόμα καλύτερα αποτελέσματα. Μόνο με τη χρήση του κλάδου έχουμε ένα tracking volatility ίσο με 5,79% ενώ με τον συνδυασμό τους 4,60%. Αυτά είναι τα κριτήρια με τα καλύτερα αποτελέσματα. Μερικές φορές μάλιστα (αρκετά σπάνια



βέβαια) μπορεί να τύχει και οι προβλέψεις του μοντέλου αυτού να συμπίπτουν με το μοντέλο τέλειας πρόβλεψης (perfect foresight). Τέτοια κριτήρια μπορούν να χρησιμοποιηθούν διάφορα όπως για παράδειγμα η ανάπτυξη και η αξία των μετοχών με tracking volatility υψηλότερα της τάξεως 5% και 4,72% αντίστοιχα. Για να βρούμε τις μετοχές ανάπτυξης και αξία κατατάσσουμε όλες τις μετοχές με βάση τον δείκτη λογιστική αξία προς τρέχουσα αξία.. Οι μετοχές αξίας είναι οι πρώτες μετοχές όταν τις κατατάξουμε με φθίνουσα σειρά και οι μετοχές ανάπτυξης είναι οι πρώτες όταν τις κατατάξουμε κατά αύξουσα σειρά.

### **Συμπεράσματα**

Παρ' όλο που τα χαρτοφυλάκια ελαχίστου κινδύνου θεωρητικά είναι γνωστά εδώ και χρόνια μόλις τελευταία άρχισε να εφαρμόζεται ευρύτατα λόγω της διαχείρισης κινδύνου. Μετά από την χρήση διαφόρων μεταβλητών οι ερευνητές καταλήγουν στο ότι οι αποδόσεις της αγοράς, ο δείκτης λογιστική αξία προς τρέχουσα και το μέγεθος των εταιριών στις οποίες ανήκουν οι μετοχές είναι οι παράγοντες που εξηγούν καλύτερα τις διακυμάνσεις στις τιμές τους. Χρησιμοποιώντας ένα τριπαραγοντικό μοντέλο υπάρχει συσχέτιση μεταξύ των δεδομένων της τάξης του 1,1994 ενώ όσο προσθέτουμε και άλλες μεταβλητές το μοντέλο μας βελτιώνεται ελάχιστα ενώ με το full covariance μοντέλο (όπου έχουμε τόσους παράγοντες όσους και οι μετοχές) ο συντελεστής συσχέτισης είναι μόλις 0,1792. Έτσι ένα μοντέλο που χρησιμοποιεί εννέα παράγοντες για να εξηγήσει και να προβλέψει τις ροπές δεν προσφέρει πολλά παραπάνω από το μονοπαραγοντικό όπου βασική μεταβλητή είναι οι αποδόσεις της αγοράς. Έτσι όλα τα μοντέλα συμφωνούν ότι τα περισσότερα κέρδη έρχονται από την μικρότερη έκθεση στην αγορά.

Βέβαια στην πράξη ο επενδυτής θέλει να προσδιορίσει το αποδοτικό χαρτοφυλάκιο. Αυτό γίνεται είτε με τον υπολογισμό του παγκοσμίου χαρτοφυλακίου ελαχίστου κινδύνου (χρησιμοποιείται από τους ανεξάρτητους επενδυτές) είτε από τις αποκλίσεις του χαρτοφυλακίου μας από ένα αντιπροσωπευτικό χαρτοφυλάκιο ελαχιστοποιώντας το tracking error volatility (για διαχειριστές επενδυτικών εταιριών). Το tracking error volatility μειώνει την συμμετοχή του παράγοντα της αγοράς και μας βοηθάει να δούμε την συνεισφορά των άλλων μεταβλητών του εκάστοτε μοντέλου.

Επίσης τα αποτελέσματα έδειξαν ότι ο κίνδυνος μειώνεται εάν επιλέξουμε περισσότερο σε συγκεκριμένες μετοχές σε σχέση με την ισόποση επένδυση σε όλη την αγορά πράγμα που δείχνει ότι υπάρχουν περιθώρια για κέρδη με τη σωστή διαχείριση κινδύνου. Σε αυτή την περίπτωση βέβαια τα αποτελέσματα είναι λίγο διαφορετικά και πλέον προσθέτοντας περισσότερους παράγοντες στο μοντέλο πετυχαίνουμε αρκετά καλύτερα αποτελέσματα. Τέλος, ανάλογα με τον αντιπροσωπευτικό δείκτη που χρησιμοποιούμε αλλά και τις υπό εξέταση μετοχές χρειαζόμαστε και τα κατάλληλα χαρακτηριστικά για καλύτερες προβλέψεις. Για παράδειγμα, εάν ο αντιπροσωπευτικός δείκτης είναι ο S&P 500 τότε το μέγεθος και ο δείκτης λογιστικά αξία προς τρέχουσα είναι αρκετά για να μειώσουν την διακύμανση. Εάν ο αντιπροσωπευτικός δείκτης είναι ο δείκτης αξίας και ανάπτυξης τότε θα χρειαστούν και άλλα χαρακτηριστικά για καλύτερα αποτελέσματα.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

### ΔΕΔΟΜΕΝΑ-ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ

#### ΔΕΔΟΜΕΝΑ

Η συλλογή των δεδομένων έγινε για τις χρονιές από το 1998 έως και το 2007 και συγκεκριμένα από 1/1/1998 έως 31/12/2007. Τα δεδομένα αντλήθηκαν από τις βάσεις δεδομένων Datastream και Effect. Προκειμένου να αντιμετωπιστεί το φαινόμενο του thin trading επιλέχθηκαν μετοχές με την μεγαλύτερη κεφαλαιοποίηση. Συγκεκριμένα χρησιμοποιήθηκαν τιμές από τις μετοχές που ανήκουν στους δείκτες FTSE 20, MIDCAP40 αλλά και στον SMALLCAP 80 συνολικά δηλαδή 140 μετοχές. Από το σύνολο αυτό αφαιρέθηκαν οι μετοχές αυτές που δεν είχαν στοιχεία για τα πρώτα χρόνια και έτσι τελικά απέμειναν 101 εταιρίες. Επίσης επειδή το Χρηματιστήριο Αξιών Αθηνών είναι μια σχετικά ρηχή αγορά θα υπολογιστούν εβδομαδιαίες αποδόσεις και όχι ημερήσιες. Οι εταιρίες που επιλέχθηκαν είναι οι εξής:

1	ALPHA BANK
2	COCA COLA
3	INTRALOT
4	M.I.G
5	ΣΩΛΗΝΟΥΡΓΕΙΑ ΚΟΡΙΝΘΟΥ
6	ΕΔΡΑΣΗ ΨΑΛΛΙΔΑΣ
7	ΕΥΡΩΠΑΙΚΗ ΠΙΣΤΗ
8	ΚΑΛΠΙΝΗΣ-ΣΙΜΟΣ
9	ΚΑΡΔΑΣΗΛΑΡΗΣ
10	ΠΛΑΣΤΙΚΑ ΘΡΑΚΗΣ
11	ΣΠΥΡΟΥ ΑΓΡΟΤΙΚΗ
12	ΕΘΝΙΚΗ ΤΡΑΠΕΖΑ

13	ΕΛΛΗΝΙΚΑ ΠΕΤΡΕΛΑΙΑ
14	ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΤΕΧΝΟΔΟΜΙΚΗ
15	ΜΥΤΙΛΗΝΑΙΟΣ
16	Ο.Τ.Ε
17	ΤΡΑΠΕΖΑ ΠΕΙΡΑΙΩΣ
18	ΤΙΤΑΝ
19	ΒΙΟΧΑΛΚΟ
20	ΑΛΑΠΙΣ
21	BLUE STAR
22	EUROMEDICA
23	FOLLI-FOLLIE
24	FORTHNET
25	ΦΟΥΡΛΗΣ
26	FRIGOGLASS
27	INFO QUEST
28	INTRACOM
29	J & P ΑΒΑΞ
30	JUMBO
31	LAMDA DEVELOPMENT
32	S&B
33	ΑΝΕΚ
34	ASTIR PALACE
35	ΓΕΝΙΚΗ ΤΡΑΠΕΖΑ
36	ΕΛΒΑΛ
37	ΓΕΚ
38	HELLENIC EXCHANGES HOLDINGS
39	Ε.Υ.Δ.Α.Π
40	ΙΑΣΩ
41	ΜΕΤΚΑ
42	ΜΑΙΛΛΗΣ

43	ΜΗΧΑΝΙΚΗ
44	ΜΙΝΟΑΝ
45	ΣΙΔΕΝΩΡ
46	ΒΩΒΟΣ ΜΠΑΜΠΗΣ
47	ΡΟΚΑΣ
48	ΣΑΡΑΝΤΗΣ
49	ΤΕΡΝΑ
50	ΧΑΛΚΩΡ
51	AS COMPANY
52	ΑΛΦΑ ΑΚΙΝΗΤΑ
53	ΤΡΑΠΕΖΑ ΑΤΤΙΚΗΣ
54	ΒΥΤΕ
55	ΧΑΤΖΙΚΡΑΝΙΩΤΗΣ
56	CYCLON
57	EURODRIP
58	EVEREST
59	FHL ΚΥΡΙΑΚΙΔΗΣ
60	FLEXORACK
61	INFORM ΛΥΚΟΣ
62	KEGO
63	MULTIRAMA
64	MICROLAND
65	NEXANS
66	SATO
67	UNIBRAIN
68	VELL GROUP
69	ΑΓΡΟΤΙΚΗ ΑΣΦΑΛΙΣΤΙΚΗ
70	ALCO
71	ΑΛΛΑΤΙΝΗ
72	ΑΣΠΙΣ ΤΡΑΠΕΖΑ

73	ΕΚΔΟΣΕΙΣ ΑΤΤΙΚΗΣ
74	BALKAN EXPORT
75	Α.Β ΒΑΣΙΛΟΠΟΥΛΟΣ
76	ΒΙΟΚΑΡΠΕΤ
77	ΒΙΟΤΕΡ
78	ΔΑΙΟΣ ΠΛΑΣΤΙΚΑ
79	ΔΡΟΜΕΑΣ
80	ΕΛΛΗΝ. ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΑ ΖΑΧΑΡΗΣ
81	ΕΛΓΕΚΑ
82	ΕΛΤΡΑΚ
83	ΕΜΠΟΡΙΚΗ ΤΡΑΠΕΖΑ
84	ΕΠΙΛΕΓΜΕΝΗ ΥΦΑΝΤΟΥΡΓΙΑ
85	ΕΤΕΜ
86	ΗΡΑΚΛΗΣ
87	ΙΜΠΕΡΙΟ ΑΡΓΟ
88	ΙΝΤΕΡΤΕΧ
89	ΚΕΚΡΩΨ
90	ΚΑΡΑΤΖΗΣ
91	ΚΟΥΜΠΑΣ
92	ΚΡΕΤΑ FARM
93	ΞΕΝΟΔΟΧΕΙΑ ΛΑΜΨΑ
94	ΛΟΥΛΗΣ ΜΙΛΛΗΣ
95	ΜΠΕΝΡΟΥΜΠΗ
96	ΜΠΗΤΡΟΣ
97	DRUCKFARBEN HELLAS
98	ΕΚΔΟΣΕΙΣ ΠΗΓΑΣΟΣ
99	ΠΕΤΡΟΠΟΥΛΟΣ Π.
100	SANYO HELLAS
101	SHELMAN

Δεν λάβαμε υπ'όψη μας τις εξής εταιρίες λόγω μη επαρκών στοιχείων για τις τιμές τους στα πρώτα κυρίως χρόνια της έρευνας: Δ.Ε.Η., EUROBANK EFG, PROTON BANK, ΑΓΡΟΤΙΚΗ ΤΡΑΠΕΖΑ, MOTOR OIL, SPRIDER STORES, ΝΕΟΧΗΜΙΚΗ, ΣΙΔΑΜΑ, AUDIOVISUAL, PROFILE, ELINOIL, ΔΙΑΣ, ΕΛΕΥΘΕΡΗ ΤΗΛΕΟΡΑΣΗ, ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΙΧΘΥΟΚΑΛΛΙΕΡΓΕΙΑ, ELTON, ΚΟΡΡΕΣ, ΚΡΙ ΚΡΙ, ΕΚΔΟΤΙΚΗ ΛΙΒΑΝΗ, ΜΟΤΟΔΥΝΑΜΙΚΗ, ΝΕΩΡΙΩΝ, Ο.Λ.Π, REVOIL, MARFIN POPULAR, ΑΕΡΟΠΟΡΙΑ ΑΙΓΑΙΟΥ, ΧΑΤΖΙΩΑΝΝΟΥ

## ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ

Στη συνέχεια έγινε η επεξεργασία των δεδομένων. Αρχικά, με τη χρήση των τιμών υπολογίζουμε τις εβδομαδιαίες αποδόσεις με βάση τον τύπο

$$R_{it} = \frac{P_{it} - (P_{it-1})}{P_{it-1}} + \frac{D_{it}}{P_{it-1}}$$

Στον παραπάνω τύπο  $P_{it}$  θεωρείται η τιμή της μετοχής της εκάστοτε εταιρίας στο τέλος κάθε εβδομάδας, δηλαδή την Παρασκευή και  $P_{it-1}$  είναι η τιμή της πρώτης μέρας της εβδομάδας, δηλαδή την Δευτέρα. Στην εργασία αυτή δεν έχουμε λάβει υπ' όψη τα μερίσματα για δυο λόγους. Πρώτον, τα διανεμόμενα μερίσματα είναι πολύ μικρά με ελάχιστες εξαιρέσεις. Δεύτερον, όπως έχουν δείξει οι Sharpe και Cooper (1972) με αντίστοιχη έρευνα σε 1500 μετοχές του New York Stock Exchange (N.Y.S.E) ο συντελεστής συσχέτισης του κινδύνου λαμβανομένου υπ' όψη των μερισμάτων σε σχέση με τον αντίστοιχο αγνοώντας τα μερίσματα είναι της τάξεως του 0,99.

Επόμενο στάδιο είναι ο υπολογισμός των συνδιακυμάνσεων αλλά και των τυπικών αποκλίσεων για κάθε πιθανό ζευγάρι μετοχών προκειμένου να υπολογιστεί στη συνέχεια ο συντελεστής συσχέτισης ( $\rho$ ). Έχουμε δηλαδή έναν πίνακα 101\*101 και για κάθε συνδυασμό μετοχών υπολογίζουμε τους συντελεστές για κάθε χρόνο ξεχωριστά. Συνολικά οι συντελεστές συσχέτισης που πρέπει να υπολογιστούν είναι  $\frac{N(N+1)}{2}$  και όλοι αυτοί οι συνδυασμοί επί 10 φορές όσα και τα χρόνια. Έχουμε δηλαδή 50.500 συντελεστές συσχέτισης οι οποίοι υπολογίζονται όπως είπαμε και στην αρχή ως εξής:

$$\rho_{ik} = \frac{\sigma_{ik}}{\sigma_i \sigma_k}$$



## ΧΡΟΝΟΣΕΙΡΑ

Εδώ έχουμε την περίπτωση χρονοσειράς. Χρονοσειρά (time-series) στη στατιστική αλλά και σε πολλά άλλα επιστημονικά πεδία είναι μια σειρά από δεδομένα μετρούμενα συνήθως σε διαδοχικές στιγμές οι οποίες τις περισσότερες φορές χωρίζονται μεταξύ τους σε ίσια χρονικά διαστήματα. Στη περίπτωση μας έχουμε χρονικό διάστημα ενός έτους για τους συντελεστές συσχέτισης και τις προβλέψεις τους. Η ανάλυση χρονοσειρών είναι μια τεχνική με σκοπό την κατανόηση του μηχανισμού και τη εύρεση κάποιας πατέντας η οποία μπορεί να κρύβεται πίσω από την δημιουργία των δεδομένων. Δηλαδή από πού προέρχονται τα δεδομένα και πως παράγονται. Μπορεί επίσης να χρησιμοποιηθεί και για την πρόβλεψη μελλοντικών όρων της χρονοσειράς όπως γίνεται και σε αυτή την εργασία. Η πρόβλεψη μέσω της ανάλυσης χρονοσειρών περιλαμβάνει ουσιαστικά την χρήση παρελθόντων στοιχείων για την πρόβλεψη μελλοντικών πριν αυτά πραγματοποιηθούν. Ένα κλασσικό παράδειγμα στον κλάδο της οικονομετρίας είναι η πρόβλεψη της τιμής μιας μετοχής βασισμένη στις προηγούμενες αποδόσεις της.

Ο προσδιορισμός της σειράς σε χρονοσειρά έχει διπλή σημασία. Καταρχήν, ξεχωρίζει την χρονοσειρά από μια απλή σειρά από την άποψη ότι στη χρονοσειρά τα δεδομένα βρίσκονται σε συγκεκριμένη σειρά μεταξύ τους ενώ ο διαχωρισμός τους γίνεται τις περισσότερες φορές με βάση το χρόνο (δηλαδή έχουμε τα δεδομένα 1,2,3,4...κτλ τα οποία αντιστοιχούν στις χρονικές στιγμές  $t_1, t_2, t_3, t_4 \dots$  είτε αυτές είναι ίσες μεταξύ τους είτε όχι). Δεύτερον, γίνεται διάκριση από τις χωροσειρές (spatial data analysis) όπου τα δεδομένα σχετίζονται μεταξύ τους γεωγραφικά. Τα μοντέλα ανάλυσης χρονοσειρών γενικά αντανακλούν μια κατάσταση στην οποία οι παρατηρήσεις οι οποίες είναι κοντινές χρονικά θα έχουν μεγαλύτερη συσχέτιση σε αντίθεση με παρατηρήσεις οι οποίες απέχουν περισσότερο χρονικά. Τέλος, το σκεπτικό γύρω από τις χρονοσειρές είναι ότι μια παρατήρηση προέρχεται κατά κάποιον τρόπο από παρελθούσες τιμές παρά από μελλοντικές. Υπάρχουν διάφορα μοντέλα ανάλυσης χρονοσειρών.

Στη συνέχεια θα πρέπει να κάνουμε προβλέψεις των συντελεστών συσχέτισης με βάση διάφορες μεθόδους όπως κινητός μέσος, εκθετική εξομάλυνση, αυτοσυσχέτιση με υστέρηση μιας χρονικής περιόδου (AR (1)), και τη μέθοδο της προηγούμενης παρατήρησης

## ΜΕΘΟΔΟΙ ΠΡΟΒΛΕΨΗΣ

Όταν λέμε **μέθοδο της προηγούμενης περιόδου** εννοούμε ότι η πρόβλεψη του συντελεστή συσχέτισης κάθε περιόδου θα είναι η τιμή της προηγούμενης περιόδου δηλαδή η πρόβλεψη για το 2000 θα είναι ο πραγματικός και ήδη πραγματοποιηθείς συντελεστής συσχέτισης του 1999 η οποία είναι και η λιγότερο πολύπλοκη μέθοδος στην πράξη. Η μέθοδος αυτή ενώ είναι πολύ εύκολη στην πράξη είναι λογικό να μην δίνει και τις καλύτερες προβλέψεις διότι για την πρόβλεψη χρησιμοποιεί μόνο μια παρατήρηση ενώ επίσης υποθέτει και έως ένα βαθμό τη σταθερότητα του συντελεστή που στην πράξη δεν ισχύει. Βέβαια αυτά αποτελούν θεωρίες και μένει να αποδειχθεί και στην πράξη αν έχει καλή προβλεπτική ικανότητα ή όχι.

Για τον υπολογισμό με τον **κινητό μέσο** χρησιμοποιείται κάθε φορά σαν μέσος όρος ένας σταθερός αριθμός χρονικών περιόδων (εδώ πέρα 3 λόγω του μικρού αριθμού των παρατηρήσεων) για την καλύτερη εξομάλυνση του μέσου. Για παράδειγμα, η πρόβλεψη για το 2007 θα είναι ο μέσος όρος του 2005, 2006 και 2007. Εάν χρησιμοποιούσαμε τα πέντε έτη που χρησιμοποιούνται σε ξένη βιβλιογραφία δεν θα μπορούσαμε να προβλέψουμε τον συντελεστή συσχέτισης για τα έτη 1998, 1999, 2000, 2001 και 2002 διότι δεν θα είχαμε πέντε προηγούμενες παρατηρήσεις αλλά λιγότερες. Συνολικά τώρα υπάρχουν διάφορα είδη κινητών μέσων. Ουσιαστικά κάθε φορά που υπολογίζουμε τον κινητό μέσο προσθέτουμε την πιο πρόσφατη παρατήρηση και αφαιρούμε την πιο παλιά. Υπάρχει ο κεντρικός κινητός μέσος (central moving average), ο κινούμενος κινητός μέσος (running average), ο σταθμισμένος κινητός μέσος (weighted moving average) και τέλος ο εκθετικός κινητός μέσος (exponential moving average). Εμείς θα χρησιμοποιήσουμε εδώ την απλή μορφή του την οποία και περιγράψαμε πως υπολογίζεται παραπάνω.

Επόμενη μέθοδος είναι της **εκθετικής εξομάλυνσης**. Η μέθοδος αυτή είναι μια άλλη περίπτωση κινητού μέσου η οποία χρησιμοποιείται σε χρονοσειρές είτε για να εξομαλυνθούν τα δεδομένα μας είτε για την πραγματοποίηση προβλέψεων. Εφαρμόζεται ευρύτατα σε χρηματοοικονομικά δεδομένα. Η γενική ιδέα της εξομάλυνσης λέει ότι αν υποθέσουμε ότι  $X_t$  είναι τα δεδομένα μας και  $S_t$  είναι η πρόβλεψη με τη χρήση της εξομάλυνσης τότε έχουμε τους εξής τύπους οι οποίοι περιγράφουν την διαδικασία :

$$S_0 = X_0$$

$$S_t = aX_t + (1-a)S_{t-1} = S_{t-1} + a(X_t - S_{t-1})$$

με  $0 < a < 1$

Όσο οι τιμές του  $a$  είναι κοντά στην μονάδα τότε δίνεται μεγαλύτερη βαρύτητα στις πιο πρόσφατες παρατηρήσεις ενώ το φαινόμενο της εξομάλυνσης δεν είναι τόσο έντονο. Αντιθέτως, όταν η τιμή του  $a$  είναι πιο κοντά στο 0 τότε έχουμε εντονότερη εξομάλυνση ενώ η πρόβλεψη δεν επηρεάζεται τόσο πολύ από τις τελευταίες παρατηρήσεις. Ας δούμε όμως λίγο αναλυτικότερα γιατί θεωρείται εκθετική η εξομάλυνση αυτή και πώς αναλύεται για να γίνει πιο εύκολα κατανοητή:

$$S_t = aX_t + (1-a)S_{t-1}$$

$$= aX_t + a(1-a)X_{t-1} + (1-a)^2 S_{t-2}$$

$$= a \left[ X_t + (1-a)X_{t-1} + (1-a)^2 X_{t-2} + (1-a)^3 X_{t-3} + \dots \right] + (1-a)^t X_0$$

Δηλαδή όσο μεγαλύτερο το χρονικό διάστημα το  $S_t$  γίνεται ο σταθμισμένος μέσος όλο και περισσότερων παρατηρήσεων. Παράλληλα τα σταθμά χαρακτηρίζονται από μια γεωμετρική πρόοδο  $[1, (1-a), (1-a)^2, (1-a)^3, \dots]$  έτσι προκύπτει και το όνομα εκθετική. Στη περίπτωση μας έχουμε επιλέξει το  $a$  να έχει την τιμή 0,5.

Με τη μέθοδο της εκθετικής εξομάλυνσης δίνεται μεγαλύτερο βάρος στην τελευταία παρατήρηση και μικρότερο βάρος στις παλαιότερες με έναν εκθετικό ρυθμό. Για παράδειγμα, για να προβλέψουμε τον συντελεστή για το 2007 θα χρησιμοποιούσαμε τα σταθμά ανάλογα με την παλαιότητα των στοιχείων. Έτσι η παρατήρηση του 1999 θα έχει βαρύτητα 0,5 της παρατήρησης του 1999 και 0,5 της παρατήρησης 1998 ενώ για το 2000 θα έχει βαρύτητα 0,5 του 2000 0,25 του 1999 και 0,25 του 1998. Για την πρόβλεψη δε του συντελεστή συσχέτισης για το έτος 2001, θα χρησιμοποιηθεί συντελεστής βαρύτητας 0,5 για 2001, 0,25 για το 2000, 0,0625 του 1999 και τέλος 0,0625 του 1998. Στη συγκεκριμένη έρευνα όμως θα χρησιμοποιήσουμε δεδομένα το πολύ των πέντε

τελευταίων παρατηρήσεων όπως γίνεται και στη ξένη βιβλιογραφία.. Έτσι, για το έτος 2007 που είναι και το τελευταίο θα χρησιμοποιηθούν δεδομένα από τα έτη 2007, 2006, 2005, 2004 και 2003.

Άλλος τρόπος πρόβλεψης που χρησιμοποιείται είναι η **παλινδρόμηση**. Στην παλινδρόμηση “τρέχουμε” σε κατάλληλο πρόγραμμα τα δεδομένα μας και ουσιαστικά ελέγχουμε εάν οι υπό εξέταση παράγοντες όντως επηρεάζουν την μεταβλητή μας και αφού οριστικοποιήσουμε το μοντέλο μπορούμε στη συνέχεια να κάνουμε προβλέψεις. Ο γενικός τύπος της παλινδρόμησης είναι:

$$X_t = c + \sum_{i=1}^p \varphi_i X_{t-i} + \varepsilon_t$$

Όπου  $c$  είναι ο σταθερός όρος ο οποίος πολλές φορές παραλείπεται για λόγους ευκολίας,  $\varphi_i$  είναι οι διάφοροι παράγοντες οι οποίοι ενδέχεται να επηρεάζουν της τιμές της μεταβλητής  $X$  και  $\varepsilon_t$  είναι το σφάλμα μεταξύ της πραγματικής τιμής της μεταβλητής  $X$  και της προβλεπόμενης τιμής που προκύπτει από τους παράγοντες που έχουμε χρησιμοποιήσει για την πρόβλεψη και αποτελεί τυχαία μεταβλητή. Ουσιαστικά το  $\varepsilon_t$  είναι το κομμάτι το οποίο δεν προβλέπεται από το μοντέλο και έτσι όσο μεγαλύτερο είναι το  $\varepsilon_t$  τόσο χειρότερη ερμηνευτική ικανότητα έχει το μοντέλο που εμείς έχουμε χρησιμοποιήσει.

Ένας άλλος σημαντικός παράγοντας είναι ο συντελεστής  $R^2$ . Το  $R^2$  είναι το ποσοστό της μεταβλητότητας της μεταβλητής  $X$  το οποίο εξηγείται από τους παράγοντες  $\varphi_i$  του μοντέλου. Δηλαδή εάν  $R^2 = 85\%$  τότε το μοντέλο μας θεωρείται πολύ καλό διότι εξηγεί το 85% της μεταβλητότητας των τιμών της μεταβλητής  $X$ . Το υπόλοιπο 15% οφείλεται σε άλλους παράγοντες που εμείς δεν έχουμε λάβει υπ’ όψη μας και δεν τους έχουμε συμπεριλάβει στο μοντέλο. Στην περίπτωση μας τώρα εξετάζουμε το μοντέλο της αυτοπαλινδρόμησης. Αυτό σημαίνει πως ο βασικός παράγοντας για την εξήγηση και πρόβλεψη της μεταβλητής  $X_t$  είναι η προηγούμενη παρατήρηση της ίδιας της μεταβλητής δηλαδή η  $X_{t-1}$ . Οπότε σε αυτή της περίπτωση το μοντέλο γίνεται:

$$X_t = c + \varphi X_{t-1} + \varepsilon_t$$

όπου το  $\varepsilon_t$  είναι μια στοχαστική ανέλιξη λευκού θορύβου (white noise) με μέσο όρο ίσο με το 0 και τυπική απόκλιση ίση με  $\sigma^2$ . Εφόσον  $|\varphi| < 1$  τότε το μοντέλο είναι στάσιμο ως προς τη συνδιακύμανση (covariance-stationary). Εάν τώρα το  $\varphi=1$  τότε το  $\bar{X}_t$  παρουσιάζει unit root και θεωρείται στοχαστική ανέλιξη τυχαίου περιπάτου (random walk) το οποίο στην περίπτωση αυτή δεν θα ήταν στάσιμο το μοντέλο.

Σαν μεταβλητή  $X$  εδώ θέτουμε τον συντελεστή συσχέτισης του εκάστοτε συνδυασμού μετοχών και σαν  $X_{t-1}$  τον συντελεστή συσχέτισης αλλά της προηγούμενης χρονιάς. Στη υπολογίζουμε τον σταθερό όρο και τον συντελεστή  $\varphi$ . Μετά αφού τα έχουμε υπολογίσει αυτά προχωράμε στην πρόβλεψη. Δηλαδή αφού έχουμε υπολογίσει για όλη την δεκαετία τον σταθερό όρο  $c$  και τον όρο  $\varphi$  κάνουμε πρόβλεψη για κάθε χρόνο με βάση την παρατήρηση της προηγούμενης χρονιάς. Μετά τοποθετούμε τις πραγματικές παρατηρήσεις και τις προβλέψεις στον τύπο για τον υπολογισμό του σφάλματος που θα παραθέσουμε παρακάτω.

Τέλος, δημιουργούμε προβλέψεις με τη **μέθοδο του απλού μέσου**. Στη περίπτωση αυτή για κάθε παρατήρηση η πρόβλεψη είναι ο μέσος όρος όλων των προηγούμενων παρατηρήσεων χωρίς τη χρήση καμίας στάθμισης. Δηλαδή, η πρόβλεψη για το έτος 2001 είναι ο μέσος όρος των τιμών του 1998, του 1999 και του 2000, ενώ για το 2006 θα είναι ο μέσος όρος των παρατηρήσεων των ετών 1998, 1999, 2000, 2001, 2002, 2003, 2004 και 2005. **Η τελευταία αυτή μέθοδος είναι και εκείνη που αρκετοί από τους συγγραφείς θεωρούσαν την πιο αποτελεσματική.** Μένει να δούμε εάν αυτό επαληθεύεται ή απορρίπτεται.

## ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΣΦΑΛΜΑΤΟΣ

Κάνουμε λοιπόν χρήση όλων των μεθόδων που προαναφέραμε δημιουργώντας προβλέψεις για κάθε πιθανό συνδυασμό συντελεστών συσχέτισης για κάθε έτος. Επόμενο βήμα είναι να υπολογίσουμε το σφάλμα πρόβλεψης το οποίο υπολογίζεται σαν το άθροισμα των τετραγώνων της διαφοράς πραγματικής τιμής από προβλεπόμενη.

Έχουμε δηλαδή :

$$Error = \frac{1}{N} \frac{1}{N-1} \left[ \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N (A_{ij} - F_{ij})^2 \right]$$

Όπου A είναι η πραγματική (actual) τιμή και F (forecasted) η προβλεπόμενη τιμή με το εκάστοτε μοντέλο και N είναι ο αριθμός των παρατηρήσεων κάθε φορά. Στην πράξη αθροίζει το κάθε επί μέρους σφάλμα για κάθε συντελεστή για κάθε ένα από τα χρόνια και το διαιρεί με το N(N-1). Στην περίπτωση μας έχουμε δέκα χρόνια προηγούμενων παρατηρήσεων οπότε N(N-1)=90.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

### ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ-ΕΡΜΗΝΕΙΑ

#### ΜΕΣΗ ΑΠΟΔΟΣΗ

Αρχικά ως αναφέρουμε μερικές από τις μέσες αποδόσεις των μετοχών. Οι περισσότερες μετοχές στο διάστημα αυτό των δέκα ετών είχαν θετική μέση απόδοση. Μόλις δύο μετοχές από τις 101 είχαν μέση αρνητική απόδοση και αυτές είναι η Byte η οποία είχε μέση απόδοση -0,05% και η Eurodrip που είχε -0,05%. Οι εταιρίες με τη μεγαλύτερη μέση απόδοση ήταν οι: η Vell Group με 1,25%, η ΓΕΚ με 1,2%, η Κεκρωψ με 1,04%, τα Ξενοδοχεία Λάμψα με 1,03% η SATO με 0,98%, Φουρλής με 0,97%, ο Κουμπάς με 0,96%, Μυτιληναίος με 0,93%, η Jumbo με 0,88% Ευρωπαϊκή Πίστη με 0,88%, η ΜΕΤΚΑ με 0,86%, η Τράπεζα Πειραιώς με 0,77% , Καλπίνης - Σίμος με 0,74%. Σε όρους απόδοσης μόνο έχουμε τον εξής πίνακα κατανομής των μετοχών:

Μέση απόδοση στη δεκαετία	Αριθμός μετοχών
-0,2%-0	2
0-0,2%	8
0,21%-0,4%	35
0,41%-0,6%	26
0,61%-0,80	14
0,81%-1%	12
1,01%-1,25%	4
Σύνολο	101

Οι μέσες αποδόσεις είναι σαφώς επηρεασμένες από την πολύ μεγάλη αύξηση του Γενικού Δείκτη του Χρηματιστηρίου Αθηνών κατά την περίοδο περίπου από 1/5/1998 μέχρι και 1/5/2000. Στο διάστημα αυτό οι περισσότερες μετοχές παρουσίασαν

μεγάλες αυξήσεις στις τιμές και άρα και στις αποδόσεις τους. Βέβαια κάποιος θα πει ότι ανάλογες ήταν και οι αρνητικές αποδόσεις που επακολούθησαν την άνοδο του 1998. Αν παρατηρήσει κανείς προσεκτικά όμως η πτώση ήταν αρκετά πιο σταδιακή και με μικρότερο ρυθμό από την άνοδο που προηγήθηκε και έτσι οι αρνητικές αποδόσεις ήταν μικρότερες από την προηγούμενες θετικές. Ένα άλλο ενδιαφέρον στοιχείο είναι ότι **αν παρατηρήσει κανείς τις μετοχές με τις μεγαλύτερες μέσες αποδόσεις θα δει ότι δεν πρόκειται για τις μεγάλες εταιρίες του Χ.Α.Α αλλά για τις μικρότερες.** Αυτό θα μπορούσαμε να το εξηγήσουμε με δύο τρόπους. Ο κυριότερος λόγος είναι ότι οι μικρότερες εταιρίες που έχουν και μικρότερη κεφαλαιοποίηση κατά κανόνα έχουν και λίγο μεγαλύτερο κίνδυνο. Επειδή λοιπόν ο κίνδυνος είναι ανάλογος της απόδοσης παρουσιάζουν και μεγαλύτερες αποδόσεις. Μια δεύτερη εξήγηση είναι το γεγονός ότι οι εταιρίες αυτές με τις μεγαλύτερες μέσες αποδόσεις είναι εταιρίες με τιμή μετοχής σαφώς μικρότερη από τις μεγάλες εταιρίες οπότε μια σχετικά μικρή αύξηση (ή πτώση) της απόλυτης τιμής της μετοχής μπορεί να έχει σαν αποτέλεσμα σχετικά μεγάλη ποσοστιαία αύξηση (μείωση) στην απόδοση. Αυτό γίνεται κατανοητό αν σκεφτούμε τι επίπτωση θα είχε μια αύξηση για παράδειγμα ενός ευρώ σε μια μετοχή που αξίζει 2 ευρώ και σε μια άλλη που αξίζει 20 ευρώ στη αντίστοιχη απόδοση. Θα μπορούσε βέβαια να είναι συνδυασμός και των δύο αυτών εκδοχών.

Θα ήταν σωστότερο λοιπόν να λάβουμε υπ' όψη μας και τον κίνδυνο της κάθε μετοχής όπως αυτός εκφράζεται από την διακύμανση είτε την τυπική απόκλιση. Έτσι προκύπτει και ο συντελεστής μεταβλητότητας  $CV = \frac{R_i}{\sigma}$  ο οποίος δείχνει την απόδοση ανά μονάδα τυπικής απόκλισης. Ένα χαρακτηριστικό παράδειγμα είναι η μετοχή Vell Group η οποία όπως είπαμε παρουσιάζει την μεγαλύτερη αναμενόμενη απόδοση αλλά έχει και την τέταρτη υψηλότερη τυπική απόκλιση από όλες τις μετοχές με 10,90%.



## ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗ ΣΥΣΧΕΤΙΣΗΣ

Ας δούμε τώρα τις προβλεπτικές ικανότητες κάθε μιας τεχνικής με βάση το σφάλμα μεταξύ πραγματικών και προβλεφθεισών τιμών.

**Πίνακας 5: Σύγκριση των μέσων σφαλμάτων μεταξύ Αμερικής και Ελλάδας**

Χρηματιστήριο Αξιών Αθηνών	
	Σφάλμα
Μέθοδος προηγούμενης τιμής	<b>0,1365</b>
AR (1)	<b>0,1894</b>
Κινητός μέσος	<b>0,1046</b>
Εκθετική εξομάλυνση	<b>0,1015</b>
Απλός μέσος παρατηρήσεων	<b>0,1112</b>

New York Exchange	
	Σφάλμα
Μέθοδος προηγούμενης τιμής	<b>0,0732</b>
AR (1)	<b>0,1196</b>
Κινητός μέσος	<b>0,0656</b>
Εκθετική εξομάλυνση	<b>0,0658</b>
Απλός μέσος παρατηρήσεων	<b>0,0673</b>

Ο παραπάνω πίνακας είναι μια πλήρης ανασκόπηση και σύγκριση όλων των τεχνικών που έχουμε χρησιμοποιήσει. Το βασικό συμπέρασμα είναι ότι ο απλός μέσος των συντελεστών συσχέτισης δεν είναι η καλύτερη μέθοδος πρόβλεψης. Έτσι καταρρίπτεται και στην Ελλάδα ο μύθος του απλού μέσου αφού βλέπουμε ότι ο κινητός

μέσος και η εκθετική εξομάλυνση μικρότερο μέσο σφάλμα. Η κατάταξη των μεθόδων είναι ίδια με την κατάταξη που βρέθηκε από τους Elton και Gruberg (2006) για την χρηματιστηριακή αγορά της Αμερικής και το New York Exchange. Η επιμέρους μέθοδοι βέβαια έχουν κάποιες διαφορές, όλες παρουσιάζουν μεγαλύτερο σφάλμα. Η γενικότερη αυτή αύξηση στα σφάλματα είναι πολύ πιθανό να οφείλεται στην διαφορετικότητα της αγοράς. Το ελληνικό χρηματιστήριο είναι μια αγορά με σαφώς λιγότερες εταιρίες αλλά και λιγότερους “παίκτες”. Οι περισσότερες από τις μεγάλες εταιρίες του αμερικανικού χρηματιστηρίου είναι παράλληλα και πολυεθνικές εταιρίες οι οποίες δραστηριοποιούνται σε πολλές άλλες χώρες και έχουν πάρα πολλούς μετόχους εντός και εκτός συνόρων. Έτσι είναι δύσκολο να χειραγωγηθούν από ορισμένους μετόχους για την εξυπηρέτηση των σκοπών τους. Είναι γενικά εταιρίες μεγαλύτερες με μικρότερο κίνδυνο τις οποίες θα μπορούσε να πει κανείς ότι είναι πιο εύκολο να προβλέψεις. Βέβαια το να προβλέψεις την τιμή μιας μετοχής είναι σχετικό αλλά θα μπορούσε να είναι ένας παράγοντας για τη δημιουργία μικρότερων σφαλμάτων.

Πιο αναλυτικά ο κινητός μέσος και η εκθετική εξομάλυνση είχαν τα καλύτερα αποτελέσματα απ’ όλες τις μεθόδους και για τον Ελληνικό Χρηματιστήριο με τη διαφορά ότι η διαφορά στο μέσο σφάλμα μεταξύ των δυο μεθόδων είναι μεγαλύτερη. Αυτό μπορεί να οφείλεται στο γεγονός ότι η μεν εκθετική εξομάλυνση έγινε ακριβώς με τον ίδιο τρόπο αλλά στον κινητό μέσο λόγω των λίγων στοιχείων που είχαμε υπολογίσαμε κινητό μέσο με διάστημα τριών παρατηρήσεων ενώ στην Αμερική εφαρμόστηκε διάστημα πέντε παρατηρήσεων. Αυτό έγινε διότι στην Αμερική είχαν δείγμα είκοσι-οκτώ (28) ετών ενώ εδώ χρησιμοποιήθηκε διάστημα δέκα (10) ετών. Αν χρησιμοποιούσαμε πέντε παρατηρήσεις δεν θα μπορούσαμε να κάνουμε πρόβλεψη για τα έτη 1998, 1999, 2000, 2001 και 2002 λόγω του ότι δεν έχουμε στοιχεία πριν το 1998.

Αμέσως καλύτερη μέθοδο είναι όπως είπαμε ο απλός μέσος παρατηρήσεων (full sample mean) όπου δημιουργεί κάθε πρόβλεψη με το μέσο όρο όλων των προηγούμενων συντελεστών συσχέτισης. Για την ελληνική αγορά το σφάλμα είναι 0,1112 ενώ για την Αμερική έχει υπολογιστεί ίσο με 0,0673. Λίγο μεγαλύτερο σφάλμα έχει η μέθοδος της προηγούμενης παρατήρησης ( Previous Year) με μέσο σφάλμα της τάξεως του 0,1365 τη στιγμή που στην Αμερική είχε υπολογιστεί 0,0732. Το μεγαλύτερο

σφάλμα το παρουσιάζει τον αυτοπαλίνδρομο μοντέλο πρώτης τάξης ( AR(1)) με μέσο σφάλμα 0,1894 ενώ η αντίστοιχη μέθοδος στην Αμερική είχε 0,1196.

## ΔΙΑΧΩΡΙΣΜΟΣ ΕΤΑΙΡΙΩΝ ΣΕ ΟΜΑΔΕΣ

Το επόμενο βήμα είναι και το πιο ουσιαστικό κομμάτι αυτής της έρευνας. Εδώ θα μελετήσουμε το κατά πόσο οι διαχωρισμός των εταιριών σε ομοειδής ομάδες βοηθάει την διενέργεια προβλέψεων. Μελετάμε δηλαδή, εφόσον χωρίσουμε τις εταιρίες με βάση τον κλάδο στον οποίο ανήκουν ένα θα έχουμε μικρότερα σφάλματα πρόβλεψης για τους συντελεστές συσχέτισης των μετοχών. Η διαδικασία έχει ως εξής.

Αρχικά θα χωρίσουμε τις εταιρίες σε ομάδες – κλάδους. Στη συνέχεια έχουμε δύο κατηγορίες συντελεστών συσχέτισης. Η πρώτη κατηγορία είναι για μετοχές που ανήκουν στην ίδια ομάδα και η δεύτερη κατηγορία για όσες ανήκουν σε διαφορετικές ομάδες. Αφού υπολογίσουμε τους συντελεστές συσχέτισης θα βρούμε τους μέσους συντελεστές κάθε ομάδας και κάθε συνδυασμού διαφορετικών ομάδων. Για να γίνει κατανοητό ας αναφέρουμε ένα συγκεκριμένο παράδειγμα. Έστω ότι έχουμε τρεις ομάδες και κάθε ομάδα έχει τέσσερις εταιρίες. Πάμε στην πρώτη ομάδα υπολογίζουμε όλους τους συνδυασμούς των συντελεστών συσχέτισης για κάθε έτος ξεχωριστά ( δηλαδή μεταξύ των εταιριών 1-2, 1-3, 1-4, 2-3, 2-4, 3-4 για τα έτη 1998 έως και 2007) και μετά βρίσκουμε τον μέσο συντελεστή συσχέτισης για την πρώτη ομάδα. Η ίδια διαδικασία γίνεται και για τις υπόλοιπες ομάδες και έτσι έχουν προκύψει μέχρι τώρα τέσσερις συντελεστές όσες και οι ομάδες. Μετά βρίσκουμε τον μέσο συντελεστή συσχέτισης για κάθε συνδυασμό ομάδων (ομάδα 1-2, 1-3, 2-3). Δηλαδή, υπολογίζουμε τους συνδυασμούς συντελεστών όλων των εταιριών που ανήκουν στην πρώτη ομάδα με όλες που ανήκουν στην δεύτερη μετά πρώτης με τρίτης και τέλος δεύτερης με τρίτης.

Το σκεπτικό είναι ότι εφόσον πρόκειται για ομοειδής ομάδες εταιριών θα κινούνται παρόμοια διαχρονικά και θα είναι αρκετά πιο εύκολο να προβλεφθούν οι συντελεστές συσχέτισης απ' ότι εάν εξετάζαμε κάθε συντελεστή ξεχωριστά όπως κάναμε προηγουμένως. Οι ομάδες είναι οι εξής:

**Πίνακας 6: Διαχωρισμός των εταιριών σε 10 ομάδες**

<b>1η Ομάδα</b>	<b>2η Ομάδα</b>
<b>Τράπεζες</b>	<b>Κατασκευαστικές</b>
Alpha bank	Ελληνική Τεχνοδομική
Εθνική Τράπεζα	Τιτάν
Γενική Τράπεζα	J & P Άβαξ
Τράπεζα Αττικής	Μηχανική
Τράπεζα Πειραιώς	Τέρνα
Ασπίς Τράπεζα	Ηρακλής
Εμπορική Τράπεζα	Εδραση-Ψαλλίδας
	Γ.Ε.Κ
	Μπάμπης Βωβός

<b>3η Ομάδα</b>	<b>4η Ομάδα</b>
<b>Εταιρίες Τεχνολογίας</b>	<b>Λιανικό Εμπόριο</b>
Φόρθνετ	Φουρλής
Ο.Τ.Ε	Jumbo
Info Quest	AS Company
Ιντρακόμ	Sato
Inform Lycos	Μπενρουμπή
Multirama	Sanyo Hellas
Microland	Folli-Follie
Byte	Frigoglass
Nexans	Vell Group
Intertech	Βιοκαρπέτ
	Δρομέας
	Eltrak

<b>5η Ομάδα</b>	<b>6η Ομάδα</b>
<b>Πρώτες Ύλες-Υλικά</b>	<b>Διασκέδαση-Αναψυχή</b>
Shelman	Ιντραλότ
Σωληνουργεία Κορίνθου	Blue Star
Πλαστικά Θράκης	Ανέκ
Ελληνικά Πετρέλαια	Μινόαν
Βιοχάλκο	Ξενοδοχεία Λάμψα
S & B	Astir Palace
Σιδενώρ	Καρατζής

Balkan Export	
Επιλεγμένη Υφαντουργία	
Cyclon	
Μυτιληναίος	
Ελβάλ	
Μέτκα	
Μαϊλλης	
Χαλκώρ	
FHL Κυριακίδης	
Flexorack	
Alco	
ETEM	
Μπήτρος	
Πετρόπουλος	

<b>7η Ομάδα</b>	<b>12η Ομάδα</b>
<b>Τρόφιμα-Ποτά</b>	<b>Εκμετάλλευση Ακινήτων</b>
Coca Cola	Lamda Development
A.B Βασιλόπουλος	Alpha Ακίνητα
Everest	Κέκρωψ
Αλλατίνη	
Creta Farm	
Ελλην.Βιομηχανία Ζάχαρης	
Καρδασηλάρης	
Kego	
Elgeka	
<b>9η Ομάδα</b>	<b>10η Ομάδα</b>
<b>Φαρμακευτικά Προϊόντα-Υγεία</b>	<b>Επενδυτικές και άλλες υπηρεσίες</b>
Αλάπης	M.I.G
Euromedica	Ελληνικά Χρηματιστήρια
Ιασώ	Κουμπάς

Στη συνέχεια πραγματοποιούμε προβλέψεις των συντελεστών κάθε ομάδας αλλά και κάθε συνδυασμού ομάδων. Στο επόμενο στάδιο υπολογίζουμε πάλι την τετραγωνική ρίζα του μέσου σφάλματος για κάθε συνδυασμό συντελεστών συσχέτισης με σκοπό να δούμε εάν έχουμε μικρότερα σφάλματα.

### Αποτελέσματα για ομάδες

Ένα ενδιαφέρον στοιχείο είναι οι συσχετίσεις που παρουσιάζει η κάθε ομάδα. Για τους κλάδους με τη μεγαλύτερη συσχέτιση προέκυψε λοιπόν ο παρακάτω πίνακας:

Πίνακας 7: Συντελεστές συσχέτισης για την κάθε ομάδα

1η Ομάδα	
<b>Τράπεζες</b>	0,5155
2η Ομάδα	
<b>Κατασκευαστικές</b>	0,4825
3η Ομάδα	
<b>Εταιρίες Τεχνολογίας</b>	0,3745
4η Ομάδα	
<b>Λιανικό Εμπόριο</b>	0,3507
5η Ομάδα	
<b>Πρώτες ύλες</b>	0,3176
7η Ομάδα	
<b>Τρόφιμα</b>	0,3087
6η Ομάδα	
<b>Διασκέδαση-Αναψυχή</b>	0,2876

Αναφορικά με τα σφάλματα τώρα, το μέσο σφάλμα πρόβλεψης είναι μικρότερο για τους συντελεστές συσχέτισης των κλάδων σε σχέση με τα αντίστοιχα σφάλματα των συντελεστών συσχέτισης διαφορετικών κλάδων. Το αποτέλεσμα αυτό ήταν αναμενόμενο. Ας δούμε τώρα εάν η προβλεπτική ικανότητα βελτιώνεται σε σχέση με τις προηγούμενες μεθόδους. Η εκθετική εξομάλυνση που αποτελούσε την καλύτερη μέθοδο από τις προηγούμενες είχε μέσο σφάλμα ίσο με 0,1015 ενώ με τον διαχωρισμό των εταιριών σε ομάδες με βάση τον κλάδο στον οποίο ανήκουν έχουμε σφάλμα ίσο με

0,1045. Οπότε συμπερασματικά μπορούμε να πούμε ότι ο διαχωρισμός των εταιριών σε ομάδες με βάση τον κλάδο δεν μειώνει το μέσο σφάλμα στην αγορά της Ελλάδος.

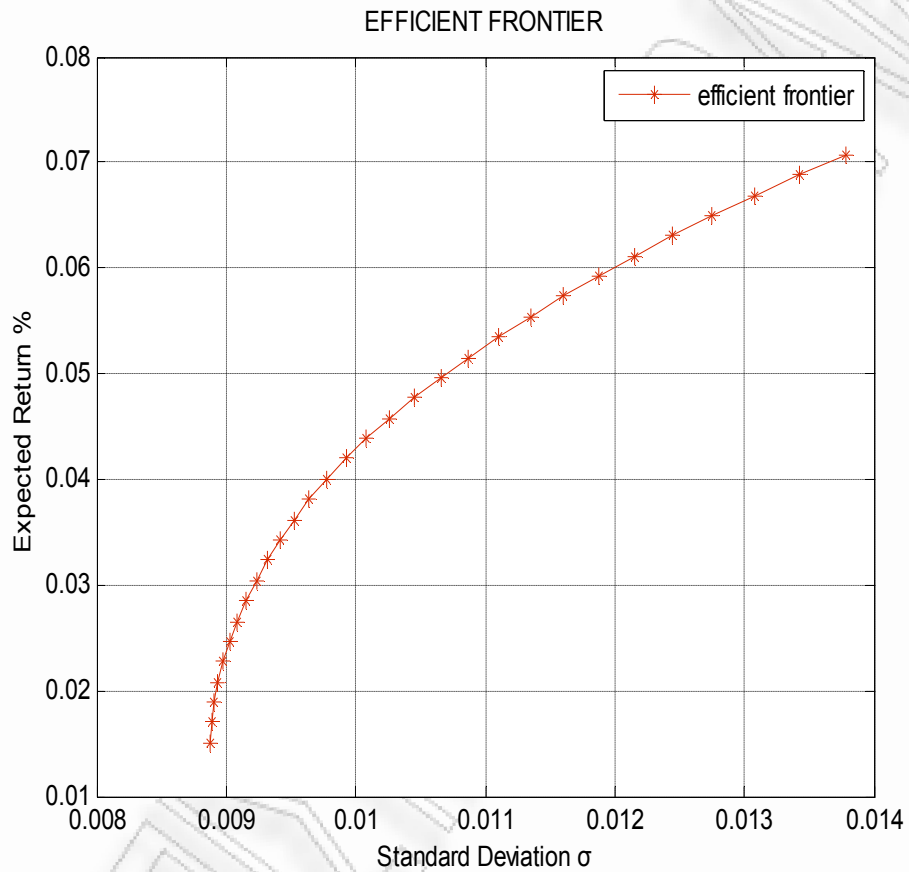
### **Υπολογισμός αποδοτικού συνόρου χαρτοφυλακίων**

Πέρα από τον υπολογισμό των σφαλμάτων υπάρχει και άλλος τρόπος να διαπιστώσουμε εάν οι μέθοδοι αυτοί που έχουν προταθεί βελτιώνουν τις προβλέψεις των επενδυτών. Ο τρόπος αυτός είναι να βρούμε το αποδοτικό σύνολο όπως αυτό προκύπτει από κάθε διαφορετική μέθοδο με βάση τους προβλεπόμενους συντελεστές συσχέτισης. Στη συνέχεια παρατηρώντας τα χαρακτηριστικά κάθε συνόρου συμπεραίνει κανείς ποιο είναι το καλύτερο. Το πρώτο και πιο βασικό χαρακτηριστικό που πρέπει να παρατηρήσουμε είναι ο κίνδυνος ή αλλιώς η διακύμανση του χαρτοφυλακίου ελαχίστου κινδύνου. Οποιο χαρτοφυλάκιο έχει το μικρότερο κίνδυνο είναι και το καλύτερο. Αυτό σχηματικά θα φαίνεται σαν το χαρτοφυλάκιο που βρίσκεται πιο αριστερά από τα άλλα.

Για τον υπολογισμό του αποδοτικού συνόρου μπορούν να χρησιμοποιηθούν πολλές διαφορετικές παράμετροι κάθε φορά. Για παράδειγμα ένας περιορισμός θα ήταν στον υπολογισμό των σταθμών να υπολογίζει ένα ελάχιστο σταθμό για όλες τις μετοχές έτσι ώστε όλες να περιληφθούν στο χαρτοφυλάκιο. Στην πρώτη περίπτωση λοιπόν θα χρησιμοποιήσουμε σαν ελάχιστο σταθμό τον αριθμό 0,005 το οποίο αντιστοιχεί σε ποσοστό συμμετοχής 0,05% κατ' ελάχιστο και σαν μέγιστο σταθμό το 0,5 δηλαδή 50%. Επίσης μια άλλη παράμετρος είναι ο αριθμός των αποδοτικών χαρτοφυλακίων από τον οποίο θα αποτελείται το αποδοτικό σύνολο. Εδώ έχουμε επιλέξει να δημιουργούνται 30 αποδοτικά χαρτοφυλάκια. Το κάθε χαρτοφυλάκιο από αυτά έχει και διαφορετικό συντελεστή beta και διαφορετική απόδοση.



**Πίνακας 8: Αποδοτικό σύνορο για την μέθοδο του απλού μέσου όρου των συντελεστών συσχέτισης**



	Beta	Return
1	0.162388704425097	0.0150527412891729
2	0.163014829551362	0.0169727341392574
3	0.163641858603202	0.0188927269893329
4	0.164563064112280	0.0208127198394100
5	0.165710966603485	0.0227327126894829
6	0.167042481240126	0.0246527055395582
7	0.168697819624241	0.0265726983896334
8	0.170400187018194	0.0284926912397086
9	0.172236946872033	0.0304126840897847
10	0.174146449805522	0.0323326769398607
11	0.176093679376677	0.0342526697899373
12	0.178040908947830	0.0361726626400135

13	0.180498194157485	0.0380926554900905
14	0.183505638752016	0.0400126483401683
15	0.186618038980518	0.0419326411902386
16	0.189730439209034	0.0438526340403173
17	0.192722550130767	0.0457726268903958
18	0.195673986593414	0.0476926197404748
19	0.198597051333553	0.0496126125905535
20	0.201495292063402	0.0515326054406325
21	0.204390774934939	0.0534525982907118
22	0.207261838626442	0.0553725911407934
23	0.210132902317944	0.0572925839908753
24	0.213003966009447	0.0592125768409568
25	0.215875029700945	0.0611325696910359
26	0.219571689111138	0.0630525625411225
27	0.223764363094309	0.0649725553912124
28	0.227957037077479	0.0668925482413019
29	0.232149711060649	0.0688125410913918
30	0.236342385043468	0.0707325339413204

Όπως είναι φυσιολογικό όσο αυξάνεται ο συντελεστής beta αυξάνεται και η απόδοση του χαρτοφυλακίου. Αναφορικά με τα σταθμά έχουμε διαφορετικά σταθμά στις μετοχές για κάθε ένα από τα τριάντα χαρτοφυλάκια. Θα παραθέσουμε εδώ τα σταθμά για το χαρτοφυλάκιο ελαχίστου κινδύνου με τον πρώτο περιορισμό δηλαδή σαν ελάχιστο σταθμό έχουμε θέσει το 0,005.

**Πίνακας 9: Υπολογισμός των σταθμών για την μέθοδο του απλού μέσου όρου των συντελεστών συσχέτισης με ελάχιστο σταθμό 0,005**

'ALPHA BANK'	0.0496387915737933
'COCA COLA'	0.112643438662330
'INTRALOT'	0.0121495905560824
'M.I.G'	0.0120958504829338
'ΣΩΛΗΝ.ΚΟΡ.'	0.00791118770001797
'ΕΔΡ.ΨΑΛΛΙΔΑΣ'	0.0181900874440895
'ΕΥΡ.ΠΙΣΤΗ'	0.0169145740096076
'ΚΑΛΠΙΝΗΣ-ΣΙΜΟΣ'	0.0151222488057770
'ΚΑΡΔΑΣΗΛ.'	0.0421681874576667

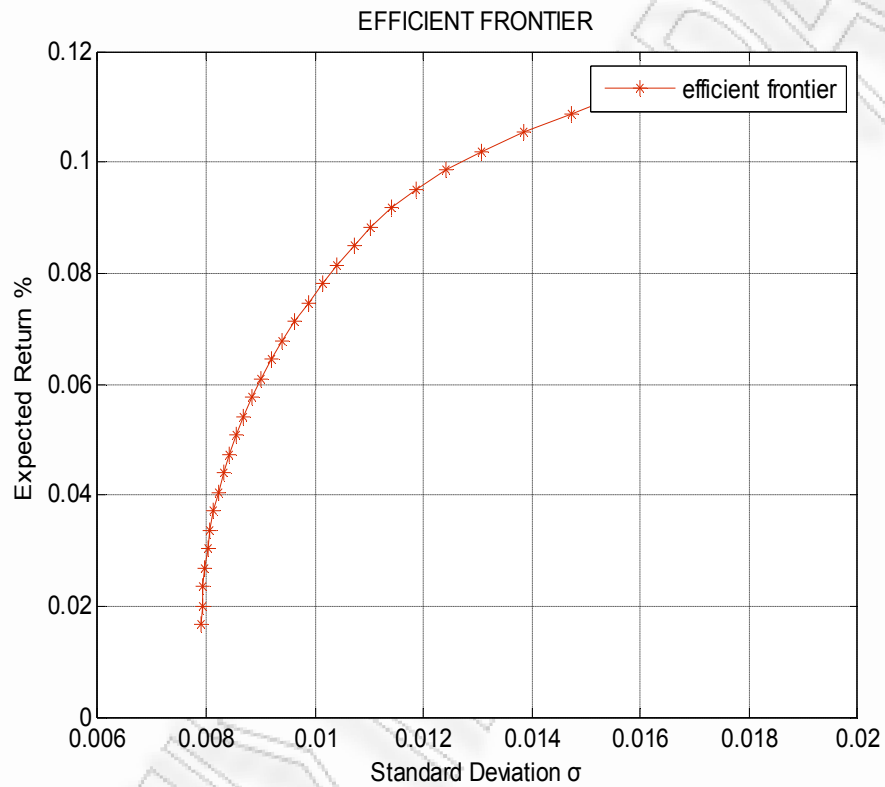
'ΠΛΑΣΤ.ΘΡΑΚΗΣ'	0.005000000000000000
'ΣΠΥΡΟΥ ΑΓΡΟΤΙΚΗ'	0.005000000000000000
'ΕΘΝΙΚΗ ΤΡΑΠ.'	0.005000000000000000
'ΕΛΛ.ΠΕΤΡΕΛ.'	0.0207379461805972
'ΕΛΛ.ΤΕΧΝΟΔΟΜΙΚΗ'	0.005000000000000000
'ΜΥΤΙΛΗΝΑΙΟΣ'	0.005000000000000000
'Ο.Τ.Ε'	0.005000000000000000
'ΤΡΑΠ.ΠΕΙΡΑΙΩΣ'	0.005000000000000000
'ΤΙΤΑΝ'	0.0537871904167872
'ΒΙΟΧΑΛΚΟ'	0.005000000000000000
'ΑΛΛΑΠΙΣ'	0.005000000000000000
'BLUE STAR'	0.005000000000000000
'EUROMEDICA'	0.005000000000000000
'FOLLI-FOLLIE'	0.0272241544224888
'FORTHNET'	0.005000000000000000
'ΦΟΥΡΛΗΣ'	0.005000000000000000
'FRIGOGLASS'	0.005000000000000000
'INFO QUEST'	0.005000000000000000
'INTRACOM'	0.005000000000000000
'J & P ΑΒΑΞ'	0.005000000000000000
'JUMBO'	0.005000000000000000
'LAMDA DEVELOPMENT'	0.005000000000000000
'S&B'	0.005000000000000000
'ΑΝΕΚ'	0.005000000000000000
'ASTIR PALACE'	0.005000000000000000
'ΓΕΝΙΚΗ ΤΡΑΠ.'	0.005000000000000000
'ΕΛΒΑΛ'	0.005000000000000000
'ΓΕΚ'	0.005000000000000000
'HELLENIC EXCHANGES HLDG'	0.005000000000000000
'Ε.Υ.Δ.Α.Π'	0.005000000000000000
'ΙΑΣΩ'	0.005000000000000000
'ΜΕΤΚΑ'	0.005000000000000000
'ΜΑΙΛΛΗΣ'	0.005000000000000000
'ΜΗΧΑΝΙΚΗ'	0.005000000000000000
'ΜΙΝΟΑΝ'	0.005000000000000000
'ΣΙΔΕΝΩΡ'	0.005000000000000000
'ΒΩΒΟΣ ΜΠΑΜΓΗΣ'	0.161928341472815
'ΡΟΚΑΣ'	0.005000000000000000
'ΣΑΡΑΝΤΗΣ'	0.005000000000000000
'ΤΕΡΝΑ'	0.005000000000000000

'ΧΑΛΚΩΡ'	0.005000000000000000
'AS COMPANY'	0.005000000000000000
'ALPHA AKINHΤΑ'	0.005000000000000000
'ΤΡΑΠ.ΑΤΤΙΚΗΣ'	0.005000000000000000
'BYTE'	0.005000000000000000
'ΧΑΤΖΙΚΡΑΝΙΩΤΗΣ'	0.005000000000000000
'CYCLON'	0.005000000000000000
'EURODRIP'	0.005000000000000000
'EVEREST'	0.005000000000000000
'FHL ΚΥΡΙΑΚΙΔΗΣ'	0.005000000000000000
'FLEXOPACK'	0.005000000000000000
'INFORM LYKOS'	0.005000000000000000
'KEGO'	0.005000000000000000
'MULTIRAMA'	0.005000000000000000
'MICROLAND'	0.005000000000000000
'NEXANS'	0.005000000000000000
'SATO'	0.005000000000000000
'UNIBRAIN'	0.005000000000000000
'VELL GROUP'	0.005000000000000000
'ΑΓΡΟΤΙΚΗ ΑΣΦ.'	0.005000000000000000
ALCO'	0.005000000000000000
'ΑΛΛΑΤΙΝΗ'	0.005000000000000000
'ΑΣΠΙΣ ΤΡΑΠ.'	0.005000000000000000
'ΕΚΔ.ΑΤΤΙΚΗΣ'	0.005000000000000000
'BALKAN EXPORT'	0.005000000000000000
'Α.Β ΒΑΣΙΛΟΠ'	0.00721876998510206
'ΒΙΟΚΑΡΠΕΤ'	0.005000000000000000
'BIOTER'	0.005000000000000000
'ΔΑΙΟΣ ΠΛΑΣΤΙΚΑ'	0.005000000000000000
'ΔΡΟΜΕΑΣ'	0.005000000000000000
'ΕΛΛ.ΒΙΟΜΗΧ.ΖΑΧ'	0.005000000000000000
'ELGEKA'	0.005000000000000000
'ELTRAK'	0.005000000000000000
'ΕΜΠΟΡΙΚΗ ΤΡΑΠ.'	0.005000000000000000
'ΕΠΙΛΕΓΜ.ΥΦΑΝΤ.'	0.005000000000000000
'ΕΤΕΜ'	0.005000000000000000
'ΗΡΑΚΛΗΣ'	0.005000000000000000
'IMPERIO ARGO'	0.005000000000000000
'INTERTECH'	0.005000000000000000
'ΚΕΚΡΩΨ'	0.005000000000000000

'ΚΑΡΑΤΖΗΣ'	0.005000000000000000
'ΚΟΥΜΠΑΣ'	0.005000000000000000
'ΚΡΕΤΑ FARM'	0.005000000000000000
'ΞΕΝ.ΛΑΜΨΑ'	0.005000000000000000
'ΛΟΥΛΗΣ ΜΙΛΛΗΣ'	0.005000000000000000
ΜΠΕΝΡΟΥΜΠΗ'	0.005000000000000000
'ΜΠΗΤΡΟΣ'	0.005000000000000000
'ΝΕΩΡΙΩΝ'	0.005000000000000000
'DRUCKFARBEN HELLAS'	0.005000000000000000
'ΕΚΔ.ΠΗΓΑΣΟΣ'	0.005000000000000000
'ΠΕΤΡΟΠΟΥΛΟΣ Π.'	0.0122696408299118
'SANYO HELLAS'	0.005000000000000000

Στην δεύτερη περίπτωση τώρα δεν έχουμε κανέναν απολύτως περιορισμό για τα σταθμά πέρα από το να είναι όλα θετικά (δεν επιτρέπονται οι προπωλήσεις). Σαν ελάχιστο σταθμό έχει οριστεί το 0 και σαν μέγιστο σταθμό που μπορεί να πάρει η οποιαδήποτε μετοχή το 0.4 ή 40%. Σαν αποτέλεσμα των διαφορετικών αυτών παραμέτρων είναι να μείνουν στο χαρτοφυλάκιο μας εικοσιέξι μετοχές. Ο αριθμός αυτός είναι αρκετά καλός προκειμένου να επιτευχθεί μια καλή διαφοροποίηση κινδύνου. Σε αυτή την περίπτωση έχουμε:

**Πίνακας 10: Υπολογισμός αποδοτικού συνόρου και σταθμών για την μέθοδο του απλού μέσου όρου των συντελεστών συσχέτισης χωρίς ελάχιστο σταθμό**



Και τα σταθμά έχουν ως εξής:

'ALPHA BANK'	0.0469815582680209
'COCA COLA'	0.104635072786385
'INTRALOT'	0.0111553686737925
'M.I.G'	0.0134659303000347
'ΣΩΛΗΝ.ΚΟΡ.'	0.00646764513373080
'ΕΔΡ.ΨΑΛΛΙΔΑΣ'	0.0194038550915904
'ΕΥΡ.ΠΙΣΤΗ'	0.0135068822863381
'ΚΑΛΠΙΝΗΣ-ΣΙΜΟΣ'	0.0157429200308449
'ΚΑΡΔΑΣΗΛ.'	0.0424856101498604
'ΠΛΑΣΤ.ΘΡΑΚΗΣ'	0.00416264015284376
'ΣΠΥΡΟΥ ΑΓΡΟΤΙΚΗ'	0.0170760264385608

'ΕΘΝΙΚΗ ΤΡΑΠ.'		0
'ΕΛΛ.ΠΕΤΡΕΛ.'	0.0179855064437694	
'ΕΛΛ.ΤΕΧΝΟΔΟΜΙΚΗ'		0
'ΜΥΤΙΛΗΝΑΙΟΣ'		0
'Ο.Τ.Ε'	0.0345268777554073	
'ΤΡΑΠ.ΠΕΙΡΑΙΩΣ'		0
'ΤΙΤΑΝ'	0.130841552855203	
'ΒΙΟΧΑΛΚΟ'		0
'ΑΛΛΑΠΙΣ'		0
'BLUE STAR'		0
'EUROMEDICA'		0
'FOLLI-FOLLIE'	0.0777748381078466	
'FORTHNET'		0
'ΦΟΥΡΛΗΣ'		0
'FRIGOGLASS'		0
'INFO QUEST'		0
'INTRACOM'		0
'J & P ΑΒΑΞ'	0.0171026756044141	
'JUMBO'	0.00742642878729358	
'LAMDA DEVELOPMENT'		0
'S&B'	0.00882629414342915	
'ΑΝΕΚ'		0
'ASTIR PALACE'		0
'ΓΕΝΙΚΗ ΤΡΑΠ.'		0
'ΕΛΒΑΛ'		0
'ΓΕΚ'		0
'HELLENIC EXCHANGES HLDG'		0
'Ε.Υ.Δ.Α.Π'		0
'ΙΑΣΩ'		0
'ΜΕΤΚΑ'		0
'ΜΑΙΛΛΗΣ'		0
'ΜΗΧΑΝΙΚΗ'		0
'ΜΙΝΟΑΝ'		0
'ΣΙΔΕΝΩΡ'		0
'ΒΩΒΟΣ ΜΠΑΜΠΗΣ'	0.213631504732398	
'ΡΟΚΑΣ'		0
'ΣΑΡΑΝΤΗΣ'		0
'ΤΕΡΝΑ'		0
'ΧΑΛΚΩΡ'		0
'AS COMPANY'		0

'ALPHA AKINHΤΑ'		0
'ΤΡΑΠ.ΑΤΤΙΚΗΣ'		0
'ΒΥΤΕ'	0.0149489967788761	
'ΧΑΤΖΙΚΡΑΝΙΩΤΗΣ'		0
'CYCLON'		0
'EURODRIP'		0
'EVEREST'		0
'FHL ΚΥΡΙΑΚΙΔΗΣ'		0
'FLEXORACK'	0.0204793618967340	
'INFORM LYKOS'		0
'KEGO'		0
'MULTIRAMA'		0
'MICROLAND'		0
'NEXANS'		0
'SATO'		0
'UNIBRAIN'		0
'VELL GROUP'		0
'ΑΓΡΟΤΙΚΗ ΑΣΦ.'		0
ALCO'		0
'ΑΛΛΑΤΙΝΗ'		0
'ΑΣΠΙΣ ΤΡΑΠ.'		0
'ΕΚΔ.ΑΤΤΙΚΗΣ'	0.00500331686997514	
'BALKAN EXPORT'		0
'Α.Β ΒΑΣΙΛΟΠ'	0.0399395878434055	
'ΒΙΟΚΑΡΠΕΤ'		0
'ΒΙΟΤΕΡ'		0
'ΔΑΙΟΣ ΠΛΑΣΤΙΚΑ'		0
'ΔΡΟΜΕΑΣ'	0.00252993060717392	
'ΕΛΛ.ΒΙΟΜΗΧ.ΖΑΧ'		0
'ELGEKA'	0.00537043197544818	
'ELTRAK'		0
'ΕΜΠΟΡΙΚΗ ΤΡΑΠ.'		0
'ΕΠΙΛΕΓΜ.ΥΦΑΝΤ.'		0
'ΕΤΕΜ'		0
'ΗΡΑΚΛΗΣ'	0.00249464001435233	
'IMPERIO ARGO'		0
'INTERTECH'		0
'ΚΕΚΡΩΨ'		0
'ΚΑΡΑΤΖΗΣ'		0
'ΚΟΥΜΠΑΣ'		0

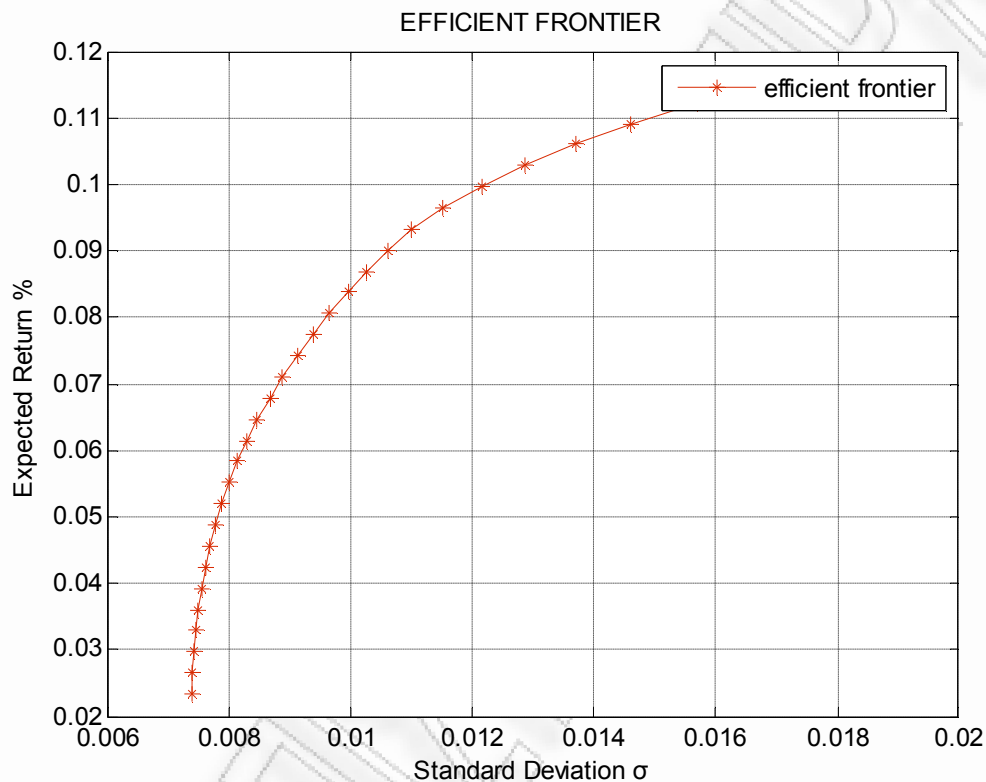


'ΚΡΕΤΑ FARM'	0.0209199687068829
'ΞΕΝ.ΛΑΜΨΑ'	0
'ΛΟΥΛΗΣ ΜΙΛΛΗΣ'	0.00154373919851784
ΜΠΕΝΡΟΥΜΠΗ'	0.0238765565890413
'ΜΠΗΤΡΟΣ'	0.00446502729683045
'ΝΕΩΡΙΩΝ'	0
'DRUCKFARBEN HELLAS'	0
'ΕΚΔ.ΠΗΓΑΣΟΣ'	0
'ΠΕΤΡΟΠΟΥΛΟΣ Π.'	0.0552292544808706
'SANYO HELLAS'	0

Στην περίπτωση αυτή παρατηρούμε ότι για τις ίδιες αποδόσεις τα χαρτοφυλάκια έχουν μικρότερη τυπική απόκλιση και άρα και κίνδυνο. Επομένως ο αποκλεισμός μερικών μετοχών με μηδενικά σταθμά με αποτέλεσμα να συμπεριλάβουμε στο χαρτοφυλάκιο μας λιγότερες μετοχές είχε καλά αποτελέσματα μειώνοντας τον κίνδυνο. Τώρα το μόνο που μένει είναι να δούμε εφόσον η μέθοδος πρόβλεψης συντελεστών συσχέτισης με βάση την εκθετική εξομάλυνση μας οδηγεί σε ακόμα καλύτερο αποδοτικό σύνορο και άρα καλύτερα χαρτοφυλάκια. Το παραπάνω σύνορο έχει προκύψει με βάση την μέθοδο του απλού μέσου όρου των συντελεστών συσχέτισης.

Ας δούμε τώρα τι επιπτώσεις έχει η εκθετική εξομάλυνση σαν μέθοδος πρόβλεψης των συντελεστών συσχέτισης. Χρησιμοποιούμε πάλι σαν περιορισμούς ότι το κάθε σταθμό πρέπει να λαμβάνει τιμές από 0 έως 0,40. Από το σχήμα που ακολουθεί φαίνεται ότι ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου ελαχίστου κινδύνου αλλά και των περισσότερων χαρτοφυλακίων του αποδοτικού συνόρου είναι μικρότερος σε αυτή την περίπτωση. Το αποτέλεσμα αυτό επιβεβαιώνει τα αποτελέσματα που βρήκαμε και με την μέθοδο του μέσου σφάλματος

Πίνακας 11: Υπολογισμός του αποδοτικού συνόρου με την εκθετική εξομάλυνση ως μέθοδο πρόβλεψης και χωρίς περιορισμούς στα σταθμά



Όπως φαίνεται και από το σχήμα το χαρτοφυλάκιο ελαχίστου κινδύνου έχει μικρότερο κίνδυνο σε σχέση με το αντίστοιχο που προέκυπτε με βάση την μέθοδο πρόβλεψης του απλού μέσου των συντελεστών συσχέτισης. Επίσης, και τα περισσότερα από τα υπόλοιπα 29 χαρτοφυλάκια έχουν μικρότερο κίνδυνο για αντίστοιχες αποδόσεις το οποίο ενισχύει το συμπέρασμά μας ότι δηλαδή η εκθετική εξομάλυνση είναι σαφώς ανώτερη μέθοδος πρόβλεψης από αυτή του απλού μέσου όρου των συντελεστών συσχέτισης.

## Σύγκριση με προηγούμενες μελέτες

Μελέτες ακριβώς πάνω στο συγκεκριμένο θέμα δεν έχουν γίνει. Η βασική μελέτη έγινε από τους Elton και Gruber (2006) μόλις το 2006 μελετώντας την αγορά της Αμερικής. Τα συμπεράσματα στα οποία κατέληξαν σε αρκετά μεγάλο βαθμό ισχύουν και στην αγορά της Ελλάδας αλλά με κάποιες μικρές διαφοροποιήσεις. Βασικός σκοπός ήταν να βρεθούν μέθοδοι πρόβλεψης των συντελεστών συσχέτισης πέρα του απλού μέσου όρου των ιστορικών τιμών των συντελεστών. Πράγματι η έρευνα έδειξε ότι τόσο ο κινητός μέσος όσο και η εκθετική εξομάλυνση έχουν σαν αποτέλεσμα μικρότερο μέσο σφάλμα ενώ το αυτοπαλίνδρομο μοντέλο πρώτης τάξης και η χρήση της προηγούμενης παρατήρησης σαν πρόβλεψη της μελλοντικής παρουσίαζαν μεγαλύτερο μέσο σφάλμα.

Τα αποτελέσματα αυτά επιβεβαιώνονται και για την Ελλάδα. Δηλαδή η κατάταξη των μεθόδων είναι ίδια. Η μόνη διαφορά είναι ότι το μέσο σφάλμα με όλες τις μεθόδους όπως εφαρμόστηκε στην ελληνική αγορά είναι μεγαλύτερο σε απόλυτους αριθμούς. Το πιο πιθανό είναι το αποτέλεσμα αυτό να οφείλεται στο γεγονός ότι η Ελληνική αγορά είναι σαφώς πιο ρηχή και μικρή σε σχέση με την Αμερικανική. Έτσι ο κίνδυνος είναι μεγαλύτερος και οι διακυμάνσεις επίσης. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα να είναι μεγαλύτερα και τα σφάλματα πρόβλεψης. Επίσης το αυτοπαλίνδρομο μοντέλο έχει αρκετά μεγαλύτερο σφάλμα συγκριτικά με τις άλλες μεθόδους στην Ελλάδα σε σχέση με την Αμερική το οποίο μας δείχνει ότι το αυτοπαλίνδρομο μοντέλο δεν είναι καθόλου ικανοποιητικό στην περίπτωση της ελληνικής αγοράς.

**Αναφορικά με τη μέθοδο διαχωρισμού των εταιριών σε ομοειδής ομάδες με βάση τον κλάδο παρατηρούμε ότι το μέσο σφάλμα είναι μικρότερο από όλες τις άλλες μεθόδους που έχουν εφαρμοστεί μέχρι τώρα αλλά μεγαλύτερο από την εκθετική εξομάλυνση.** Αντιθέτως στην Αμερική έχει καλύτερα αποτελέσματα. Αυτό πρέπει να οφείλεται στο γεγονός ότι δεν υπάρχει τόσο μεγάλη συσχέτιση μεταξύ των κλάδων των Ελληνικού Χρηματιστηρίου Αξιών Αθηνών. Η αλήθεια είναι ότι κυρίως δύο κλάδοι έχουν έντονη συσχέτιση μεταξύ των εταιριών τους και αυτοί είναι ο κλάδος των τραπεζών και των κατασκευαστικών εταιριών και σε αυτές τα σφάλματα είναι αισθητά μικρότερα από τις άλλες ομάδες. Οι υπόλοιποι κλάδοι δεν έχουν τόσο μεγάλη συσχέτιση.

Συμπερασματικά λοιπόν η θεωρία αυτή που αναπτύχθηκε από τους Elton και Gruber έχει διατυπωθεί σε μια πολύ σωστή βάση και το μόνο που μένει είναι να γίνει παραπάνω επισταμένη έρευνα για να προκύψουν και άλλα σημαντικά συμπεράσματα.. Μελέτες δεν έχουν γίνει για άλλες χώρες οπότε η μόνη σύγκριση που μπορεί να γίνει είναι με την συγκεκριμένη έρευνα. Επίσης θα πρέπει να εξετασθεί το μοντέλο αυτό και σε άλλες χώρες παρόμοιες με την Ελλάδα για να διαπιστωθεί εάν η μη αποτελεσματικότητα έπειτα από τον διαχωρισμό σε ομάδες είναι γενικό φαινόμενο και για άλλες μικρές αγορές ή απλά πρόκειται για μια ιδιαιτερότητα της ελληνικής αγοράς.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6

### Γενικά συμπεράσματα και προτάσεις για περαιτέρω έρευνα

#### Συμπεράσματα

Το υπό εξέταση μοντέλο το οποίο σκεφτήκαν οι Elton και Gruber (2006) έχει αρκετά καλά αποτελέσματα και για την Ελληνική αγορά.. Η χρήση της εκθετικής εξομάλυνσης αλλά και του κινητού μέσου σαν μέθοδοι πρόβλεψης παρουσιάζουν μικρότερα σφάλματα το οποίο συνεπάγεται και καλύτερα αποτελέσματα αναφορικά με την προβλεπτική ικανότητα σε σχέση με την κλασική μέθοδο πρόβλεψης της προηγούμενης παρατήρησης. Συγκεκριμένα, το μέσο σφάλμα για την αγορά της Αμερικής σύμφωνα με τη μέθοδο της προηγούμενης παρατήρησης είναι 0.732 ενώ για την Ελλάδα είναι 0,1365. Λίγο καλύτερη μέθοδος είναι αυτή του απλού μέσου που για την αμερικανική αγορά έχει μέσο σφάλμα 0.0673 ενώ για την ελληνική 0,1112. Ο κινητός μέσος που είναι και η αμέσως επόμενη καλύτερη τεχνική έχει μέσο σφάλμα για την Αμερική 0.0656 ενώ για την Ελλάδα 0,1046. Και τέλος η καλύτερη μέθοδος σε Αμερική και Ελλάδα είναι η εκθετική εξομάλυνση με αντίστοιχα σφάλματα 0.658 και 0,1015. Επίσης, κοινό είναι ότι και στις δυο χώρες οι χειρότερες προβλέψεις για τους συντελεστές συσχέτισης γίνονται με το αυτοπαλίνδρομο μοντέλο με μέσο σφάλμα για την ελληνική αγορά 0,1894 και 0,1196 για την αμερικανική.

Η κατάταξη μπορεί να συμπίπτει αλλά έχουμε διακυμάνσεις στις διαφορές των σφαλμάτων μεταξύ τους συγκριτικά. Ένα άλλο σημαντικό στοιχείο είναι ότι γενικά τα σφάλματα που προέκυψαν ύστερα από την εφαρμογή των υποδειγμάτων στην ελληνική χρηματιστηριακή αγορά είναι μεγαλύτερα σε σχέση με τα αντίστοιχα στην Αμερική. Το γεγονός αυτό οφείλεται πολύ πιθανόν στον μεγαλύτερο κίνδυνο της ελληνικής αγοράς. Αυτό μεταφράζεται σε μεγαλύτερη δυσκολία πρόβλεψης άρα και μεγαλύτερα σφάλματα.

**Τα συμπεράσματα τώρα για την δημιουργία ομοειδών ομάδων με σκοπό την καλύτερη πρόβλεψη των συντελεστών συσχέτισης διαφοροποιούνται μεταξύ της ελληνικής και της αμερικανικής αγοράς.** Σε απόλυτους αριθμούς τα σφάλματα

πρόβλεψης είναι και πάλι μεγαλύτερα για την ελληνική χρηματιστηριακή αγορά σε σχέση με την αμερικανική αλλά το μέσο σφάλμα πρόβλεψης δεν μειώνεται με την ομαδοποίηση. Το μέσο σφάλμα για την Αμερική με την κατηγοριοποίηση μειώνεται στο από το 0,0656 στο 0,0632 ενώ για την ελληνική αγορά αυξάνεται στο 0,1045 από 0,1015. Αυτό το αποδώσαμε στον ιδιαίτερα χαμηλό συντελεστή συσχέτισης που παρουσιάζουν οι περισσότεροι κλάδοι στις μεταξύ τους εταιρίες εκτός από δυο στην ελληνική αγορά.

Ένα ακόμα ενδιαφέρον στοιχείο είναι η δημιουργία αποδοτικών χαρτοφυλακίων που δημιουργούν το αποδοτικό σύνορο με τις διάφορες μεθόδους που έχουμε αναφέρει και προηγουμένως προκειμένου να μελετήσουμε και έναν δεύτερο τρόπο ανάδειξης της καλύτερης μεθόδου. Ουσιαστικά σε αυτό το μέρος της εργασίας χρησιμοποιούμε τους πίνακες διακυμάνσεων – συνδιακυμάνσεων οι οποίοι προκύπτουν από τις προβλέψεις με τον απλό μέσο όρο των συντελεστών συσχέτισης και την εκθετική εξομάλυνση και ελέγχουμε την απόδοση και τον κίνδυνο. Το συμπέρασμα στο οποίο καταλήξαμε είναι ότι η εκθετική εξομάλυνση δημιουργεί αποδοτικό σύνορο με μικρότερο κίνδυνο σε σχέση με τον απλό μέσο όρο και έτσι **επαληθεύονται τα αποτελέσματα στα οποία είχαμε καταλήξει και με την μέθοδο του μέσου σφάλματος.**

## Προτάσεις

Αναφορικά με τις προτάσεις για περαιτέρω έρευνα θα μπορούσε κάποιος να πραγματοποιήσει κατατάξεις των μετοχών των εταιριών με βάση την κεφαλαιοποίηση για κάθε χρόνο ξεχωριστά.. Να δημιουργήσει δηλαδή ξεχωριστή κατάταξη για κάθε χρονιά. Βέβαια δεν είναι σίγουρο ότι όλη αυτή η επιπλέον προσπάθεια θα αποδώσει πολύ καλύτερα αποτελέσματα. Επίσης, ένα άλλο σημείο που θα μπορούσε να βελτιώσει την έρευνα θα ήταν να χρησιμοποιηθούν δεδομένα από περισσότερα των δέκα ετών εάν και πολλές εταιρίες δεν ήταν καν εισηγμένες στη χρηματιστήριο παλαιότερα. Οι Elton και Gruber (2006) χρησιμοποιούν δεδομένα από εικοσιοκτώ χρόνια.. Τέλος, θα μπορούσε να γίνει μια ομαδοποίηση των μετοχών των εταιριών με διαφορετικά κριτήρια πέρα από τον κλάδο στον οποίο ανήκουν. Για παράδειγμα θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί σαν κριτήριο η κεφαλαιοποίηση των εταιριών, το μέγεθος τους ή ακόμα και ο συντελεστής beta που υποδεικνύει το κίνδυνο κάθε μετοχής ή γενικότερα κάθε αξιογράφου

## **ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ**

- Best Michael J. and Brauer Robert R. (1985): “Capital Asset Pricing compatible with observed market value weights. The Journal of Finance Vol 40 No1(March 85) pp85-103
- Best, M. J. Grauer (1991): “On the sensitivity of mean – variance – efficient portfolios to changes in asset means, some analytical and computational results”, Review of Financial Studies Vol 4 pp 315-342
- Chan L. K. C., Karceski J. and Lakonishok J. (1999): “On portfolio optimization: forecasting covariances and choosing the risk model”, Review of Financial Studies Vol 12 pp 163-278
- Elton E. J. and Gruber M. J. (1976): “Simple criteria for optimal portfolio selection”, Journal of Finance Vol 31 pp 1341-1357
- Elton Edwin J., Gruber Martin J. and Jonathan Spitzer (2006): “Improved estimates of correlation Coefficients and their impact on optimum portfolios”, European Financial Management Vol 12 No 3 p 303-318

- Engle R. and Sheppard K. (2003): “Theoretical and empirical properties of dynamic correlation multivariate[garch]” Working paper (New York University 2003)
- Friend I. and Blume M (1970): “Measurement of portfolio performance under uncertainty”, American Economic Review 60, pp 561-575
- Jagannathan R. and Ma T. (2003): “Risk reduction in large portfolios: why imposing wrong constraints helps”, Journal of Finance, Vol. 58, 2003, pp. 544-554
- Jobson J. D. and Korkie B (1980): “Estimation for Markowitz efficient portfolios”, Journal of the American Statistical Association
- Latane Henry A. and Tuttle Donald L. (1967): “Criteria for portfolio building”, The Journal of Finance Vol 22 No 3 pp 359-373
- Ledoit O. and Wolf M. (2003): “Improved estimation of the covariance matrix of stock returns with an application to portfolio selection”, Journal Of Empirical Finance Vol 10 December 2003



- Ledoit O and Wolf M (2004): “Honey I shrunk the covariance matrix”, Journal of Portfolio Management, Vol. 31, 2004, pp.1
- Markowitz Harry (1952): “Portfolio selection”, The Journal of Finance Vol 7 No 1 (March 1952) pp 1851-1872
- Roll Richard (1977): “A critique on the Asset Pricing Theory’s tests”, Journal of Financial Economics 4 pp 129-176
- Statman Meir (1987): “ How many stocks make a diversified portfolio”, The Journal of Financial Quantitative Analysis Vol 22 No3 pp 353-363
- Treynor Jack L. and Fischer Black (1973): “How to use security analysis to improve portfolio selection”, The Journal of Business Vol 46 No1 (Jan 1973) pp 66-86

## APPENDIX

### Πίνακας διακυμάνσεων – συνδιακυμάνσεων

\*Ο πίνακας αυτός είναι διαστάσεων 100\*100 οπότε σας παραθέτουμε ένα μόνο κομμάτι του πίνακα αυτού

ρ		ALPHA BANK	COCA COLA	INTRALOT	M.I.G	ΣΩΛΗΝ.ΚΟΡ.	ΕΔΡ.ΨΑΛΛΙΔΑΣ
		1	2	3	4	5	6
1							
	1998		0,708543		0,02307128	0,680492283	0,507165117
	1999		0,380063	-0,072416	0,09371277	0,239900723	0,373927272
	2000		0,428831	0,350488	0,4048644	0,504696077	0,505103389
	2001		0,645259	0,588069	0,30805114	0,572210552	0,576374199
	2002		0,313052	0,434532	0,44083624	0,565145884	0,435250185
	2003		0,459562	0,242068	0,10920424	0,218396009	0,568214846
	2004		0,287875	0,216035	-0,17629399	0,12704192	0,368144592
	2005		0,035383	0,074064	0,11349338	0,018726283	-0,024003681
	2006		0,461788	0,265761	0,41347194	0,234636067	0,517780227
	2007		0,186188	0,236498	0,1489403	0,164332977	0,329052585
2							
	1998				0,09109208	0,713548665	0,514453246
	1999			-0,080316	0,19701388	0,39752565	0,334699368
	2000			0,550267	0,46528581	0,507912602	0,563730972
	2001			0,459577	0,22400579	0,432857773	0,532434011
	2002			0,488976	0,37475066	0,354768343	0,398700945
	2003			0,296318	0,15812494	0,261939286	0,395223339
	2004			0,117807	0,10924649	-0,044075499	0,107035106
	2005			0,014242	0,26520555	0,040651462	0,040467061
	2006			0,389184	0,47119819	0,218115492	0,239949042
	2007			0,827188	-0,0537135	0,141994047	0,182735585
3							
	1998						
	1999				-0,34501646	0,410345258	0,414681759
	2000				0,65489888	0,608045404	0,607462709
	2001				0,39407722	0,798742632	0,64848151
	2002				0,34419809	0,280182946	0,574460886
	2003				-0,17703481	0,127454398	0,328711181
	2004				-0,28170219	-0,030896627	0,312103564
	2005				0,16093057	0,068723126	0,371286511
	2006				0,29858685	-0,019131085	0,417109859
	2007				0,06099723	0,043208496	0,212991132

4							
	1998					0,112730614	0,012592303
	1999					0,420486829	0,545208477
	2000					0,794353816	0,760434786
	2001					0,560276444	0,426431364
	2002					0,401793098	0,330166107
	2003					-0,071461487	0,153081111
	2004					-0,033904367	-0,09394777
	2005					-0,030797209	0,231854731
	2006					0,437904353	0,300986921
	2007					-0,031329111	-0,077891868
5							
	1998						0,711227007
	1999						0,556236269
	2000						0,772588528
	2001						0,727762992
	2002						0,357884614
	2003						0,221797014
	2004						0,194694663
	2005						0,151225836
	2006						0,163656259
	2007						0,340195806

ΕΥΡ.ΠΙΣΤΗ	ΚΑΛΠΙΝΗΣ-ΣΙΜΟΣ	ΚΑΡΔΑΣΗΛ.	ΠΛΑΣΤ.ΘΡΑΚΗΣ	ΣΠΥΡΟΥ ΑΓΡΟΤΙΚΗ	ΕΘΝΙΚΗ ΤΡΑΠ.	ΕΛΛ.ΠΕΤΡΕΛ.
7	8	9	10	11	12	13
0,521447922	0,254343958	0,260448	0,57833301	0,290462	0,787614	0,455233
0,04010171	0,380583131	0,194442	0,357568754	0,231535	0,492	0,224242
0,519490866	0,485008127	0,407585	0,463366388	0,525688	0,841655	0,459524
0,427877086	0,539563279	0,594207	0,446769116	0,5142	0,775132	0,692326
0,283469186	0,451759696	0,289451	0,224289041	0,14724	0,565281	0,408878
0,097637958	0,539604611	0,232035	0,654232709	0,6486	0,645048	0,410594
-0,033379009	0,300227467	0,128537	0,16082145	0,352405	0,635549	0,141948
0,211189974	0,099881266	0,023977	-0,051399615	0,064273	0,526365	0,190803
0,388158272	0,295044515	0,462582	0,439965999	0,304054	0,564901	0,453683
0,251861551	0,004791034	0,274103	0,275670189	0,167218	0,438943	0,302849
0,58119504	0,160572033	0,187434	0,35603707	0,339542	0,580151	0,506162
0,15450621	0,429442022	0,316939	0,372743467	0,221597	0,643599	0,400295
0,506475723	0,521322072	0,501165	0,59754495	0,568922	0,356667	0,199333
0,293781075	0,429087547	0,379318	0,436344093	0,466605	0,527485	0,436128
-0,096057656	0,450887621	0,215022	0,167853176	0,216062	-0,007978	0,319802
-0,054719885	0,352151904	0,170018	0,329606454	0,387708	0,340359	0,195677
0,234551157	0,152044039	0,146233	0,368058387	0,337597	0,264697	0,365553
0,104666701	-0,004798381	0,002699	0,095000339	0,143678	0,094312	0,124502
0,096989066	0,156853995	0,301881	0,296174419	0,319966	0,382985	0,246686

0,023530833	-0,006665593	0,146875	0,103079706	0,15577	0,217738	0,008258
0,030661847	0,247460258	0,392968	-0,06827232	0,30166	-0,170938	-0,069568
0,569135414	0,697909246	0,485165	0,674659169	0,72044	0,298818	0,277195
0,719821971	0,58290466	0,64822	0,63990458	0,507953	0,604174	0,654639
0,191232035	0,369277125	0,281952	0,37273083	0,217682	0,195301	0,336165
-0,056766491	0,247482659	-0,121167	0,328520545	0,347289	0,156585	0,355742
0,181938241	0,041455861	0,368036	0,266734164	0,344985	0,491159	0,237194
-0,022998618	0,034631064	0,003342	0,06549393	0,04008	0,066986	0,085757
0,254556874	0,0255812	0,496147	0,516935848	0,121878	0,171379	0,34184
0,056933798	0,013618899	0,17573	0,104242634	0,156241	0,173869	0,049495
0,072443609	-0,1959192	0,191782	0,213388001	-0,131276	0,22764	0,183139
0,348475421	0,314372442	0,151128	0,361950438	0,549801	0,071964	0,188869
0,645019546	0,807889169	0,582467	0,872684805	0,735717	0,339157	0,330107
0,32485607	0,543290987	0,495001	0,597841827	0,554469	0,26713	0,388501
0,204485747	0,391668702	0,186656	0,315588945	0,307451	0,390602	0,357416
0,214298105	0,041496288	0,265934	-0,066478816	0,317167	0,178848	-0,061823
-0,043422571	-0,014775161	0,114681	0,010093112	0,057846	-0,182488	-0,028029
-0,034042985	-0,093631141	-0,193299	0,068737094	0,118126	0,166581	0,091594
0,071335952	0,117269485	0,203421	0,311694837	0,048407	0,224769	0,243808
0,047599568	-0,050405007	0,338202	0,064740872	0,130503	0,100869	0,121704
0,512860437	0,535905105	0,408006	0,450075951	0,560038	0,648722	0,681461
0,428730983	0,338751142	0,471819	0,40016759	0,473919	0,476314	0,360626
0,727798629	0,807368011	0,591937	0,80821128	0,798633	0,445777	0,333648
0,675245747	0,718334302	0,757954	0,730692429	0,584214	0,635878	0,659214
0,306241496	0,609222535	0,420785	0,510254031	0,423052	0,407011	0,421682
-0,029714152	0,155768225	-0,00165	0,265870386	0,328753	0,148548	0,130111
-0,290843632	0,064059264	-0,149987	-0,211424543	0,210049	0,029574	0,073675
-0,049512873	0,138012786	0,102835	0,076670225	0,18235	-0,040656	0,211177
-0,039040652	0,113399422	0,186239	0,307693612	0,007777	0,102849	-0,005532
0,105480562	-0,123541203	0,179509	0,227170982	0,173945	0,325729	-0,049705
0,412255983	0,305039945	0,180039	0,385624824	0,37234	0,44868	0,279572
0,403116683	0,56619445	0,506191	0,529429799	0,539269	0,22442	0,20326
0,774425409	0,741889376	0,569209	0,834783244	0,74082	0,413936	0,344171
0,518399061	0,675033334	0,712099	0,562061168	0,504454	0,535062	0,482465
0,302922664	0,399094659	0,269563	0,255528992	0,196242	0,192318	0,360641
0,282111318	0,542231028	0,063083	0,494759597	0,622482	0,649875	0,4257
-0,091903583	0,082751385	0,275081	-0,114127945	0,271587	0,460162	0,134038
-0,011277792	0,186774087	-0,012358	0,373481927	0,33292	-0,03256	0,084052
0,352967032	0,204617657	0,427067	0,500388454	0,229441	0,311897	0,296072
0,163660668	-0,121951177	0,193578	0,330579423	0,164043	0,338069	0,163458
	0,247465191	0,292027	0,352207182	0,28687	0,375396	0,277654
	0,321144188	0,336395	0,305805351	0,48078	0,084263	0,139957
	0,712620848	0,601662	0,725368698	0,709008	0,439945	0,2877
	0,494085453	0,551988	0,555235625	0,405095	0,482007	0,49805
	0,351275635	0,347206	0,41463669	0,059302	0,174618	0,230086

	0,073617483	-0,144989	0,086043718	0,073679	0,146374	0,15375
	-0,119642481	0,167827	0,243963805	0,003048	0,051252	0,069303
	-0,151307691	0,227765	-0,040118034	0,105837	0,165714	0,309383
	0,498922346	0,19093	0,442734447	0,333848	0,249383	0,213941
	0,001628007	0,086128	0,398081088	0,23318	0,174908	0,417739
		0,144153	0,154390945	0,145152	0,156016	0,319872
		0,536621	0,468029663	0,580268	0,322262	0,339638
		0,525106	0,817290032	0,754329	0,416887	0,321632
		0,642799	0,785699129	0,63473	0,485822	0,526683
		0,478677	0,608270248	0,56324	0,181155	0,524941
		0,168824	0,558888943	0,499353	0,305925	0,436123
		-0,077248	0,294967655	0,327822	0,087372	-0,056734
		0,167517	0,266103601	0,084793	0,269653	0,004169
		0,118664	0,132427374	0,073029	-0,028073	-0,050227
		-0,039514	0,149369406	0,097901	-0,064049	-0,069573
			0,304466296	0,325474	0,237477	0,224508
			0,450932416	0,430521	0,235961	0,130609
			0,640203746	0,577925	0,312219	0,147956
			0,620233459	0,410528	0,548758	0,662867
			0,423650069	0,184227	0,185259	0,251278
			0,163762153	0,260161	0,162063	-0,09059
			0,242368135	0,234665	0,283398	0,162877
			0,120000068	0,020557	0,04275	0,119022
			0,511786674	0,237772	0,212759	0,355507
			0,194330697	0,321911	0,308626	0,228919
				0,349894	0,536425	0,35896
				0,308645	0,255796	0,22301
				0,819677	0,375401	0,341188
				0,496285	0,467001	0,506103
				0,465207	0,173244	0,383894
				0,711084	0,625952	0,452504
				0,459706	-0,001888	0,061371
				0,306776	0,12465	0,057788
				0,296442	0,213283	0,460912
				0,291989	0,468507	0,384999

ΕΛΛ.ΤΕΧΝ ΟΔΟΜΙΚΗ	ΜΥΤΙΛΗΝΑ ΙΟΣ	Ο.Τ.Ε	ΤΡΑΠ.ΠΕΙΡ ΑΙΩΣ	ΤΙΤΑΝ	ΒΙΟΧΑΛΚΟ	ΑΛΑΠΙΣ
14	15	16	17	18	19	20
0,447306	0,47643	0,536155	0,577017	0,805005	0,630035	
0,299612	0,282452	0,181368	0,65498	0,404623	0,217075	0,069564
0,507017	0,541969	0,62466	0,805389	0,675696	0,686128	0,571211
0,628942	0,516003	0,591724	0,7547	0,690407	0,486231	0,539386
0,483697	0,360567	0,417197	0,465807	0,323144	0,529818	0,332222

0,367531	0,365412	0,253889	0,521088	0,428715	0,458097	0,342902
0,355396	0,327134	0,554885	0,723659	0,015954	0,329557	0,013114
0,028418	0,316792	0,01738	0,472323	0,337688	0,307262	-0,052406
0,563177	0,503738	0,259607	0,504879	0,422606	0,489512	0,103502
0,534565	0,392061	0,215476	0,434386	0,257399	0,474046	0,232706
0,297816	0,376558	0,504654	0,528388	0,651847	0,495032	#DIV/0!
0,452621	0,411747	0,410966	0,51156	0,522036	0,221411	0,181181
0,562729	0,46987	0,286418	0,466093	0,432453	0,170869	0,214249
0,600412	0,441462	0,350593	0,51015	0,58308	0,431967	0,382759
0,245158	0,182204	0,212901	0,15824	0,36297	0,263241	0,086216
0,204227	0,348261	0,34667	0,341862	0,36162	0,235761	0,227686
0,191102	0,10636	0,181296	0,326272	0,072341	0,216792	0,386069
0,089475	0,042683	0,127966	0,03978	0,165935	0,082681	-0,015158
0,171176	0,18339	0,090733	0,164169	0,15763	0,199596	0,114554
-0,037572	0,166938	0,237183	0,100701	0,22306	0,320695	0,14576
-0,002235	-0,027693	-0,006147	-0,044996	0,580702	0,221049	0,175899
0,602838	0,501339	0,195026	0,343168	0,380346	0,322549	0,288774
0,682112	0,632637	0,45594	0,627907	0,63559	0,429812	0,709854
0,32246	0,28108	0,422455	0,245936	0,30955	0,278511	0,317004
0,416297	0,398141	0,321046	0,108093	0,319147	0,132563	0,106563
0,232479	0,417332	0,226165	0,389621	-0,04191	0,299567	0,135649
-0,111871	0,153573	-0,130279	0,141262	0,170263	0,040597	-0,019114
0,366231	0,324368	0,200144	0,276856	-0,009811	0,167266	-0,121643
0,158884	0,277373	0,175082	0,208243	0,302582	0,36027	0,144348
-0,050708	0,102627	0,271534	0,099897	0,053411	0,140484	
0,593311	0,502318	0,163358	0,08502	0,230458	0,407737	0,603515
0,63651	0,464379	0,370032	0,557956	0,514264	0,395785	0,563181
0,388163	0,559116	0,135668	0,411264	0,302074	0,222537	0,476491
0,349023	0,353938	0,347336	0,484567	0,237811	0,361619	0,190399
-0,000278	-0,005367	0,091901	0,278219	0,2742	0,224895	0,063342
-0,203431	-0,390707	-0,025703	-0,279133	-0,045277	-0,054966	0,065492
0,304291	0,216069	0,158571	0,11964	0,046606	0,255668	0,034531
0,118005	0,18186	0,087033	0,298236	0,215552	0,312344	-0,027399
0,142611	0,170161	-0,006762	0,197612	0,020271	-0,037467	0,077193
0,477109	0,887969	0,333376	0,514863	0,654323	0,55954	
0,546147	0,508192	0,499326	0,439989	0,574057	0,475294	0,677888
0,688052	0,609899	0,410079	0,662562	0,548529	0,389549	0,650902
0,671656	0,761662	0,340037	0,696431	0,614533	0,54418	0,685435
0,424826	0,488387	0,455111	0,26752	0,209796	0,555211	0,432611
0,061074	0,275015	0,431071	0,164188	0,135928	0,188585	0,040998
0,029186	0,069818	-0,058321	0,063542	0,184724	0,229001	0,07901
0,168969	0,265378	0,043311	0,086821	-0,030362	0,160382	0,159302
-0,000729	-0,049722	-0,045204	-0,021858	0,028481	0,143103	-0,060551
0,262758	0,187428	0,129327	0,303402	0,185576	0,222619	-0,058488
0,499303	0,175172	0,278097	0,482782	0,383931	0,308639	
0,529731	0,451989	0,123827	0,252301	0,448806	0,408751	0,564053

0,788728	0,597875	0,321105	0,642593	0,621857	0,320172	0,581417
0,687138	0,582397	0,330368	0,623343	0,517529	0,442415	0,549956
0,240845	0,346034	0,331462	0,224325	0,409608	0,284942	0,323583
0,468193	0,474376	0,243173	0,687427	0,498331	0,49939	0,421564
0,25845	0,312472	0,435509	0,177279	-0,057814	0,218872	0,134598
0,187755	0,143056	0,084543	0,004401	0,125746	0,291387	0,387518
0,419649	0,421196	0,112784	0,391992	0,240173	0,370736	-0,010947
0,349686	0,356503	0,020146	0,337003	0,384457	0,41547	0,138381
0,304272	0,161706	0,421083	0,35046	0,393599	0,461462	
0,218171	0,236758	-0,035741	0,035316	0,221886	0,185088	0,499686
0,686323	0,666134	0,319439	0,625756	0,636677	0,416904	0,634405
0,493969	0,433631	0,297509	0,455303	0,574127	0,487896	0,630188
0,278809	0,377899	0,180108	0,2057	0,195537	0,230479	0,408869
0,087901	0,08292	0,238301	0,249102	0,05349	0,163487	0,167567
0,216575	0,12134	-0,063245	0,133128	0,028339	0,039825	-0,014259
0,208677	-0,133018	0,033872	0,00229	0,304348	-0,032624	0,09197
0,416643	0,303054	0,202786	0,430538	0,12091	0,33551	-0,083726
0,325445	0,299845	0,155339	0,249675	0,281833	0,266652	-0,004156
0,344346	0,236971	0,174605	-0,002146	0,210621	0,170692	
0,468114	0,67911	0,122621	0,35867	0,381994	0,267859	0,398449
0,666784	0,456185	0,528622	0,596173	0,534582	0,320454	0,649748
0,562487	0,646241	0,348027	0,675494	0,55802	0,422402	0,641926
0,57372	0,644305	0,36356	0,484548	0,291567	0,51703	0,448969
0,431523	0,323204	0,214096	0,337656	0,325829	0,37485	0,231004
0,211759	0,079155	0,258155	0,102658	-0,00248	0,089651	0,093268
0,041626	0,301088	0,294978	0,305524	0,120108	0,228136	-0,079007
0,219154	-0,00715	0,078324	0,152143	0,041264	0,15442	0,064817
-0,185981	0,157671	0,090112	-0,248707	-0,014028	0,041962	-0,100625
-0,164221	-0,045133	0,03424	0,247055	0,287377	0,347425	
0,249316	0,41778	0,145515	0,330713	0,303274	0,422717	0,533271
0,522104	0,534279	0,139156	0,446073	0,362439	0,28924	0,363306
0,617442	0,709903	0,443584	0,66908	0,565779	0,474194	0,561862
0,134147	0,420488	0,18655	0,397992	0,163467	0,151959	0,308571
-0,193315	0,128038	-0,167562	0,122677	-0,039816	-0,006706	0,102319
0,291178	0,23408	0,216352	0,216265	0,194697	0,333314	0,331281
0,117889	0,051901	0,068695	-0,051595	0,181786	0,125058	0,071506
0,243982	0,418135	0,243154	0,318234	-0,090939	0,231168	0,042942
0,063032	0,122987	0,354038	0,179983	0,155403	0,303175	0,328604
0,232128	0,44183	0,214389	0,472841	0,366314	0,491878	
0,522544	0,473843	0,079976	0,522167	0,23549	0,360441	0,318313
0,798909	0,637293	0,357014	0,617158	0,608869	0,420959	0,584547
0,561105	0,678086	0,230086	0,644811	0,51373	0,400689	0,5411
0,449672	0,420305	0,188691	0,322123	-0,0346	0,18234	0,236639
0,372647	0,522323	0,392683	0,445882	0,284972	0,471388	0,54834
0,433649	0,322827	0,086473	0,248601	0,052364	0,081774	0,32025
0,307719	0,334441	0,146544	0,279986	0,147356	0,29282	0,273827
0,300459	0,338114	0,208629	0,328236	0,131372	0,339346	-0,028993

0,3399	0,378193	0,183552	0,362889	0,292454	0,562288	-0,089503
0,400225	0,41192	0,63073	0,624065	0,759816	0,497233	
0,428931	0,441572	0,637319	0,713879	0,67035	0,277837	0,305104
0,467913	0,573862	0,674035	0,779256	0,691909	0,592143	0,537916
0,6181	0,654493	0,412757	0,783581	0,792462	0,644491	0,450234
0,46794	0,471163	0,370247	0,531539	0,404704	0,539793	0,374501
0,272015	0,607383	0,373583	0,688134	0,456506	0,587616	0,529182
0,369904	0,376074	0,501432	0,653608	0,109809	0,46138	0,102203
0,23492	0,33316	0,473259	0,519689	0,434417	0,241609	0,200892
0,39639	0,523458	0,15076	0,582111	0,334325	0,392014	0,212185
0,471821	0,391661	0,44386	0,611474	0,372422	0,49253	0,377085
0,174284	0,720032	0,631058	0,039652	0,439239	0,352991	
0,211193	0,337807	0,51034	0,439209	0,478208	0,272399	0,136186
0,368333	0,388294	0,490566	0,496686	0,598564	0,598969	0,465901
0,689909	0,58827	0,485932	0,685851	0,678409	0,651895	0,596152
0,569101	0,547331	0,452497	0,588804	0,133676	0,512701	0,342171
0,470008	0,608205	0,305891	0,350578	0,330578	0,558309	0,355357
0,190907	0,283872	0,187143	0,335176	0,091714	0,316261	0,093641
0,196147	0,082014	0,105068	0,117955	0,242145	0,31037	0,242515
0,360088	0,753305	0,391864	0,348938	0,22024	0,474059	0,222397
0,229403	0,280077	0,318139	0,223665	0,367342	0,414364	0,262859
	0,239296	0,439254	0,433687	0,435779	0,448509	
	0,691669	0,332943	0,432686	0,351174	0,393365	0,571883
	0,679863	0,331093	0,627164	0,602108	0,441448	0,610014
	0,65046	0,448669	0,625084	0,59755	0,578006	0,678653
	0,514321	0,435201	0,512827	0,396949	0,552946	0,446399
	0,288979	0,27965	0,316071	0,348679	0,434695	0,268183
	0,479209	0,242945	0,286668	0,053305	0,266867	0,278877
	0,306702	0,31822	0,224025	0,3052	0,287243	0,308327
	0,578988	0,142526	0,599349	0,392003	0,456674	0,049935
	0,5842	0,170917	0,489919	0,289982	0,448701	0,197995
		0,314043	0,291823	0,338031	0,370455	
		0,464549	0,435592	0,481227	0,395488	0,516893
		0,285402	0,632634	0,525199	0,560199	0,509542
		0,233678	0,666863	0,584834	0,55962	0,549534
		0,273429	0,595	0,284512	0,637232	0,509331



		0,408163	0,526555	0,497508	0,561278	0,569275
		0,207073	0,396445	0,053967	0,314742	0,260831
		0,297996	0,383127	0,294144	0,385856	0,098154
		0,354789	0,527883	0,380766	0,608644	0,147546
		0,19351	0,310687	0,394033	0,453063	0,151964
			0,338898	0,569478	0,508316	
			0,442167	0,623729	0,454462	0,34957
			0,672109	0,507937	0,317264	0,403704
			0,383552	0,555082	0,147874	0,475739
			0,2901	0,114443	0,338708	0,386727
			0,393451	0,280797	0,457113	0,367903
			0,460311	-0,026981	0,343807	-0,070951
			0,360245	0,258958	0,282464	0,20476
			0,130981	0,199422	0,291857	-0,008848
			0,297489	0,389154	0,305864	0,406303
				0,505805	0,460791	
				0,576253	0,376844	0,251533
				0,735872	0,587217	0,571087
				0,684054	0,566423	0,510963
				0,241587	0,491507	0,355319
				0,557588	0,584775	0,37186
				0,112034	0,303515	0,076062
				0,415606	0,353509	-0,136861
				0,235468	0,569912	0,082263
				0,41267	0,414473	0,314814
					0,532737	
					0,445424	0,355436
					0,609901	0,599842
					0,577275	0,54439
					0,4909	0,235033
					0,568252	0,259707
					0,406172	-0,036465
					0,405024	0,046529
					0,324769	-0,051203
					0,453936	0,235776
						0,342878
						0,592674
						0,408573
						0,315305
						0,429604
						0,149566
						0,04419
						0,184993
						0,153232

BLUE STAR	EUROMEDICA	FOLLI-FOLLIE	FORTHNE T	ΦΟΥΡΛΗΣ	FRIGOGLASS	INFO QUEST
21	22	23	24	25	26	27
0,434253018		0,538361798		0,21632479		
0,352428274	0,11510605	0,413986058		0,25542989	0,028915264	0,343667
0,556918701	0,379026513	0,452762789	0,271034	0,474277326	0,528426039	0,552818
0,603566483	0,257742984	0,26069071	0,384257	0,53073911	0,501765544	0,556179
0,529643596	0,174567711	0,211262381	0,232983	0,399507011	0,362097151	0,35521
0,511437891	0,360924349	0,092687451	0,308198	0,294036699	0,36561166	0,465239
0,348219981	0,095554967	0,341693262	0,285946	-0,000383356	0,286380223	0,246266
0,206859692	0,123500716	0,058938643	0,21433	0,272234869	0,092899651	0,275434
0,259147565	0,073438347	0,325214399	0,318312	0,252755158	0,127586171	0,348357
0,16312698	0,206281012	0,307221774	0,470601	0,318250366	0,29598279	0,413293
0,550969676		0,496030474		0,225667462		
0,284340838	0,085286585	0,436084176		0,305892238	0,128909024	0,307915
0,548526906	0,373683888	0,45470441	0,118988	0,353620138	0,379553383	0,333545
0,479116662	0,024818939	0,24527214	0,225146	0,388425236	0,454814714	0,410566
0,137598587	0,132027196	0,113169493	0,01534	0,159403126	0,173261037	0,20803
0,376499347	0,212620833	0,048066815	0,115811	0,403815892	0,36863127	0,198091
0,377103577	0,177210325	0,230111974	0,399161	0,112258474	0,236092583	0,244945
0,088110874	0,018877291	0,090784352	0,264587	-0,083919473	0,192047881	-0,091538
-0,153608959	0,019172847	0,223610123	0,157558	0,123548349	0,086756151	0,561848
0,054532719	0,222205723	0,052347948	0,028598	0,171286222	0,074250922	0,076947
0,169741378	0,127448977	0,100843268		0,572084046	0,096712616	0,360325
0,547694407	0,292885658	0,438514958	0,105945	0,523648941	0,449387081	0,523488
0,75325238	0,39668679	0,345086794	0,472728	0,470397577	0,70779873	0,611042
0,355544152	0,272883083	0,345158048	0,084459	0,434194159	0,384933222	0,396053
0,423551767	0,076346777	-0,115942954	0,237628	0,256693023	0,274746112	0,13646
0,231205593	0,311933629	0,094087755	0,248025	0,400828347	0,23300949	0,199288
0,158726517	0,046705627	-0,045724421	0,094572	0,114089435	0,166757619	-0,013699
0,121859906	0,014109597	0,094805541	0,165857	-0,085558949	0,241319023	0,251366
0,123929936	0,162617549	0,106762239	0,1464	0,121349278	0,128686513	0,186034
0,086574094		-0,130282765		-0,14164228		
0,605242861	0,700471133	0,372108696		0,44267376	1,342975609	0,590734
0,603026587	0,485667868	0,56081953	-0,064796	0,62194691	0,660874265	0,563629
0,556659069	0,289726124	0,173627424	0,437102	0,554387338	0,528315949	0,555912
0,326929193	0,289363813	0,148147368	-0,003382	0,321007315	0,451877446	0,326918
0,165994419	0,182201768	-0,013758303	0,000519	0,227492294	0,194752494	0,259775
-0,056811416	0,042286456	0,216731311	-0,101497	0,051070316	-0,025520265	-0,001818
0,272292305	0,090919202	0,095294946	-0,042346	0,244627578	0,44531401	0,06405
-0,011751895	-0,036964362	0,238541749	0,098887	0,225896437	0,089261264	0,299222
0,08393942	0,035316916	-0,056309946	0,077389	0,038216648	-0,009247835	0,024424

0,621459103		0,582242591		0,623842814		
0,696694119	0,605211738	0,654218997		0,564831101	1,081097216	0,642883
0,621122945	0,450250723	0,554312243	-0,094429	0,611604294	0,708087863	0,6019
0,786775032	0,449679337	0,417971036	0,516205	0,647879059	0,682746555	0,763569
0,502348074	0,403973951	-0,029058256	0,089138	0,465925891	0,514222902	0,630488
0,252554765	-0,031996756	0,189873307	0,156988	0,27404306	0,347819332	0,114835
0,033972355	0,08927706	0,102274863	-0,167059	-0,031097567	0,300202606	-0,015507
-0,040270805	0,100845255	0,256087424	-0,118705	0,011553927	-0,146139608	-0,165581
-0,03055932	-0,110137487	0,030729759	0,158329	0,439746024	-0,098178712	0,09039
-0,096718483	0,121416919	0,260914711	0,101999	0,231313334	0,105003291	-0,04984
0,589542006		0,590653983		0,413926154		
0,529049422	0,6241189	0,50877704		0,370408934	1,802176403	0,571955
0,691885884	0,382486146	0,647725201	-0,08572	0,564600395	0,574132867	0,509745
0,62153054	0,236665617	0,252806399	0,304008	0,488423298	0,509212237	0,583332
0,429277318	0,249841598	0,11753126	-0,104756	0,382236797	0,400996693	0,301121
0,491017916	0,455957039	0,153899796	0,240877	0,344678155	0,367966661	0,683854
-0,006497211	0,140192816	0,110843491	0,343526	-0,024568557	0,145029248	0,187025
0,170919784	0,222286026	0,112120394	0,176123	0,301272073	0,287819517	0,144728
0,266807862	0,057891149	0,034201019	0,23572	0,181297637	0,263098775	0,226661
0,018688325	0,317461316	0,33620427	0,32946	0,257115395	0,192456256	0,31554
0,516787301		0,377332284		0,197651577		
0,375323286	0,636013665	0,326275542		0,343544281	1,405399518	0,314059
0,7012849	0,551535476	0,643945117	0,044253	0,547846103	0,644697754	0,667814
0,670095127	0,181580875	0,366199265	0,271507	0,394084794	0,565183322	0,461221
0,456252874	0,221847756	0,153294906	0,236324	0,26721471	0,286945036	0,372177
0,059967976	0,43805793	0,008722295	0,21855	0,076572581	0,114423749	0,266374
0,202443912	0,111730942	0,085260461	0,222968	0,135695513	-0,026516649	0,292991
-0,089595745	-0,196126666	0,209191122	0,061923	-0,088498231	-0,204473249	0,174624
0,088785979	0,194499044	0,139061191	0,200468	-0,100798831	0,067262945	0,424069
0,05330782	0,086933683	0,160861369	0,234235	-0,000949962	0,247380639	0,257827
0,281622547		0,445854855		0,111089991		
0,434090471	0,84355691	0,524284332		0,444070903	1,329872666	0,398534
0,612727109	0,400071443	0,597723513	0,007884	0,4838279	0,589434443	0,499917
0,67491924	0,540425636	0,194985142	0,502021	0,621912944	0,611246048	0,649233
0,637340525	0,339582797	0,272497243	0,333674	0,565777714	0,513945378	0,567474
0,398146839	0,382375499	0,104794373	0,234112	0,428065363	0,26669166	0,444339
0,140132624	-0,036670972	0,0514733	0,04785	-0,053879068	0,073474751	0,274151
0,268111605	0,131387333	0,32937193	0,047714	0,206129775	0,027111978	0,109816
0,083855258	0,083668568	-0,176117558	0,005112	0,228008621	-0,104779425	0,236694
0,00780201	0,110160541	-0,134017047	0,030619	-0,038944087	0,12658541	0,113596
0,26885494		0,428115274		0,211860448		
0,392721508	0,498010349	0,513874352		0,41379651	1,369124705	0,324902
0,449668541	0,323260428	0,442435572	-0,187906	0,522464095	0,519089372	0,524986
0,615311201	0,297981651	0,298243796	0,416333	0,500255314	0,597453974	0,640191
0,422564142	0,334498596	0,149562949	0,167239	0,448874037	0,350208054	0,386454
0,173883324	0,028715682	-0,007327864	-0,253883	-0,039906989	-0,074919161	0,120424



0,636774497	0,397274785	0,46918205	0,120767	0,587768014	0,551160662	0,537922
0,652572337	0,353886754	0,289183036	0,529962	0,484586012	0,610904599	0,664229
0,367855755	0,307452742	0,237890278	0,111399	0,438409043	0,463610242	0,342023
0,327394571	0,444316119	0,092327911	0,282645	0,257509167	0,396187712	0,29776
0,373036741	0,218938514	0,291501952	0,447871	0,117703852	0,341291233	0,51043
0,276818526	0,172911064	0,433276568	0,016781	0,319626194	0,112862466	0,276672
0,240522467	0,221095048	0,23634998	0,365851	0,216759197	0,229039415	0,193099
0,353541478	0,020333885	0,306552605	0,433682	0,180297267	0,266114015	0,419379
0,299806269		0,327390126		0,362566439		
0,591643586	0,72669207	0,62941125		0,624580408	0,766734458	0,646963
0,64494311	0,481581219	0,403718728	0,351296	0,665894001	0,508526893	0,668553
0,75251257	0,375146854	0,407565141	0,56825	0,654490076	0,683082352	0,756188
0,632288385	0,480710458	0,266149022	0,241917	0,632273147	0,646635189	0,497122
0,65542504	0,486220759	0,453788144	0,528314	0,476474157	0,512428408	0,51898
0,47442318	0,441954155	0,269183367	0,483847	0,322941602	0,43395701	0,436768
0,448928119	0,232779086	0,298443654	0,275284	0,424777653	0,228206546	0,193894
0,16798902	0,369648297	0,502645284	0,299518	0,291765115	0,244419947	0,172136
0,140430427	0,147131416	0,195303314	0,39919	0,236079338	0,330258033	0,441101
0,299504123		0,251360182		0,159896646		
0,317753302	0,274206014	0,553727612		0,402542974	0,303662933	0,421719
0,462851979	0,235730459	0,340538862	0,174607	0,251251673	0,249719653	0,354709
0,35911697	0,408572305	0,055396395	0,305805	0,201817381	0,326588074	0,340105
0,41870266	0,291351393	0,082619867	0,140256	0,389916817	0,353853624	0,22493
0,568222218	0,26095056	0,297604167	0,540853	0,489102984	0,484672742	0,178885
0,247905962	-0,007075346	0,264320156	0,224346	0,166041211	0,163146426	0,102706
0,000247849	0,133933405	0,330771144	0,060224	0,091052848	0,12619547	0,104572
-0,142145498	0,109128063	0,245612977	0,061645	0,049810678	0,13619354	0,296491
0,105622159	0,175458278	0,141115971	0,275234	0,314065504	0,370879072	0,143958
0,513309064		0,497203995		0,289636018		
0,436940653	0,280472232	0,627674853		0,526183867	0,238922548	0,427087
0,64123947	0,410704927	0,443462875	-0,031336	0,491567282	0,508900759	0,583017
0,707462093	0,396056394	0,338253096	0,530202	0,693632087	0,666482283	0,65241
0,373535677	0,26964954	0,421787977	0,223487	0,566804104	0,403937887	0,215391
0,487947538	0,413403611	0,473036856	0,353708	0,461571301	0,37014195	0,603195
0,471533987	0,087240064	0,306243419	0,252913	0,125454759	0,292819529	0,208614
0,18303104	0,200991561	0,168857484	0,16982	0,258267551	0,074263479	0,095956
0,09950024	0,124726349	0,320114458	0,324728	0,090164627	0,247318846	0,244216
0,091725097	0,249332866	0,431525634	0,566053	0,328131068	0,491286849	0,314814
0,375697702		0,454426175		0,21483865		
0,368325784	0,464824954	0,608542323		0,434090019	0,681055932	0,523669
0,733852898	0,477922943	0,623534598	0,01456	0,551566735	0,591986953	0,519722
0,721503074	0,338158166	0,485731515	0,41603	0,628069325	0,593321995	0,566215
0,199642793	-0,032344558	0,130005123	0,197082	0,17582887	0,312417095	0,172565
0,459762802	0,368069536	0,307318562	0,313719	0,384182866	0,400694706	0,515533
0,275622541	0,029774731	0,173860517	-0,053091	0,125698715	0,12125471	0,115556
0,207095985	0,146336768	0,066240908	0,326829	0,300238622	0,221788655	0,199283
0,112966195	0,447034948	0,317102153	0,33848	0,148267342	0,055585998	0,130707

0,115368687	0,162726816	0,419049496	0,309546	0,165682448	0,313716461	0,271323
0,353700286		0,374174664		0,125536054		
0,459186558	0,346195067	0,580968412		0,50759255	0,633430534	0,537878
0,388825084	0,455119163	0,386973127	0,387249	0,563251067	0,582071705	0,604653
0,615539444	0,108265961	0,490083842	0,343523	0,506532906	0,37113202	0,507829
0,467367569	0,1659858	0,247844151	0,19981	0,590498105	0,543889385	0,483766
0,481458529	0,482654471	0,378191819	0,477442	0,400355681	0,543707	0,431299
0,230441422	0,208110841	0,280496697	0,195273	0,196471182	0,1005187	0,201086
0,221878541	0,128437335	0,104171003	0,179627	0,373284939	0,231041033	0,26949
0,212793112	0,171273106	0,348499701	0,484179	0,343490535	0,3806403	0,4329
0,278083783	0,130019593	0,370963977	0,547974	0,25165547	0,388290397	0,450708
0,606879597	0,503196961	0,641967456		0,577982398	1,835983437	0,630015
0,571826518	0,591234918	0,561820239	0,141628	0,60055501	0,720543111	0,583042
0,668173817	0,298943002	0,164741483	0,390727	0,443333233	0,554302891	0,590488
0,649002839	0,259819247	0,10016827	0,222495	0,468208611	0,447317122	0,382443
0,492955373	0,512085133	0,381688403	0,502677	0,307246665	0,389146276	0,519164
0,300756844	0,059862111	0,040219227	0,344021	-0,038129094	0,4478864	0,317994
0,22593114	0,089013624	0,166311242	-0,008125	0,14089522	-0,095389907	-0,038143
-0,025198868	-0,145093177	0,01513314	0,154072	0,119062197	-0,128453479	0,034859
-0,007118022	0,278392021	0,408884414	0,251806	0,303171708	0,270413776	0,247256
		0,531160997		0,379998778		
	0,699511105	0,56956947		0,717610734	0,742090078	0,792836
	0,558438071	0,623041619	0,189631	0,619143815	0,544407859	0,702256
	0,408067924	0,379423023	0,498876	0,654137197	0,736077036	0,776477
	0,45356583	0,144059022	0,32856	0,577603008	0,569799805	0,548512
	0,464573502	0,26845023	0,441928	0,595719134	0,50297808	0,595119
	0,190754981	0,425289639	0,356403	0,379919577	0,446022446	0,56094
	-0,050849535	0,057695649	0,226361	0,402846605	0,189104656	-0,080669
	0,097182991	-0,078694751	0,099241	0,249151934	-0,088270648	-0,176708
	-0,062610704	-0,018702212	0,207957	0,229806393	0,051263012	0,126281
		0,784650488		0,835950872	0,683848968	0,614676
		0,527712449	0,648606	0,649086069	0,579791106	0,643547
		0,102510897	0,583271	0,334465879	0,426861791	0,408271
		0,092233741	0,122134	0,405234864	0,369460305	0,406038
		0,194046559	0,320782	0,436650416	0,531704214	0,641585
		0,3476969	0,461764	0,232630367	0,194260165	0,407364
		0,093595196	-0,112474	0,391572775	0,080637797	0,152249
		0,235021258	-0,07744	0,120860109	0,025309029	-0,02281
		0,271158166	0,150397	0,327475737	0,300460222	0,254958
				0,573893786		
				0,652133597	1,652728013	0,626231
			0,339686	0,550958783	0,591490162	0,582413
			0,123652	0,430144062	0,282149437	0,397353
			0,163803	0,379574043	0,253877609	0,097433
			0,33235	0,190509598	0,122799119	0,218678
			0,27023	0,130984069	0,06933486	0,257392

			0,062764	0,0247152	0,080744957	0,20599
			0,229082	-0,007477254	0,235928075	0,111343
			0,345917	0,238212827	0,423487968	0,113849
				0,405250532	0,016236015	0,591284
				0,364347954	0,51241943	0,479114
				0,137254476	0,14676881	0,111385
				0,446582826	0,490927228	0,299376
				0,200555098	0,156318083	0,463044
				0,064361148	0,279922685	0,058849
				0,147171787	0,270763243	0,22976
				0,226323967	0,348544673	0,450994
					0,568883611	0,566274
					0,686257932	0,761622
					0,642900271	0,896149
					0,587482087	0,669399
					0,480757366	0,814647
					0,381981816	0,418826
					0,253835579	0,351631
					-0,009238508	
					0,019187488	1,4162
						1,181282
						0,644606
						0,717352
						0,556622
						0,402754
						0,435607
						0,117266
						0,397764
						0,324632

INTRACOM	J & P ABAE	JUMBO	LAMDA DEVELOPMENT	S&B	ANEK	ASTIR PALACE
28	29	30	31	32	33	34
0,534701	0,463964671	0,171544	0,096941	0,642229		
0,479089	0,207152055	0,115407	0,191284	0,273593	0,250344	
0,678267	0,467772041	0,412004	0,402873	0,733565	0,616325	0,547345049
0,714698	0,469241746	0,489905	0,444594	0,437566	0,563776	0,686703968
0,462188	0,317311627	0,497953	0,126924	0,401752	0,3327	0,742252174
0,410915	0,419166839	0,523881	0,163533	0,433176	0,5376	0,569156089
0,272835	0,24090981	0,269757	0,091712	0,241761	0,029863	0,427764868
0,377357	0,217584886	0,195066	0,246311	0,28452	0,141503	0,422022175
0,362817	0,365541537	0,411565	0,419098	0,417341	0,307906	0,657405936
0,516304	0,508379796	0,188907	0,502128	0,429659	0,223309	0,403542154

0,514306	0,56707437	0,352928	0,083385	0,611081		
0,517796	0,147085664	0,22888	0,138946	0,287116	0,197561	
0,360795	0,327562915	0,337118	0,431201	0,3035	0,497025	0,088982634
0,512801	0,446746806	0,371964	0,337855	0,40924	0,411042	0,586037309
0,298233	0,168762228	0,207848	-0,209297	0,252052	-0,067784	0,52869871
0,330294	0,243679257	0,326994	0,142151	0,183801	0,388284	0,417543764
0,367577	0,221661888	0,089087	0,031866	0,087824	0,305276	0,707301732
0,145389	0,15363099	0,04265	-0,011608	0,168669	0,070086	0,281340233
0,251706	0,042394213	0,134445	0,231034	0,10107	0,080783	0,430587669
0,046805	0,191000587	0,133314	0,43629	0,13456	0,194089	0,264774029
-0,016194	0,119598937	0,145695	0,035411	0,252969	0,00574	
0,424455	0,567706231	0,492553	0,515387	0,514822	0,48685	0,362796039
0,679769	0,751773619	0,639256	0,5681	0,422233	0,527444	0,866775178
0,369245	0,30673844	0,401693	0,120133	0,217048	0,116873	0,390580238
0,269048	0,210400596	0,226829	0,213539	0,230519	0,328513	0,419132069
0,280143	0,378902412	0,44886	0,129539	0,312615	0,239198	0,686039624
0,105965	-0,105338072	0,062049	0,158993	0,175777	0,036464	-0,093363985
0,363117	0,236786033	-0,009146	0,387432	0,153294	0,242235	0,303091698
0,223412	0,226762814	0,247471	0,316923	0,242492	0,196203	0,304334685
0,115375	-0,004380234	-0,031357	0,18439	-0,012972		
0,254707	0,335859581	0,450344	0,164068	0,42469	0,569382	
0,422816	0,68721668	0,743933	0,462955	0,511271	0,616876	0,792493453
0,293073	0,308422414	0,468922	0,546927	0,450362	0,408675	0,591640367
0,371595	0,211532107	0,439716	0,071443	0,299385	0,091432	0,678779579
0,262273	0,014181124	0,206747	-0,065021	0,132837	0,196179	0,126425168
-0,165303	-0,130122599	-0,184156	-0,104618	-0,23468	-0,075669	-0,344255426
0,22649	0,1838337	0,080207	0,102409	0,065543	0,398295	0,35832126
0,229467	0,098401177	0,21661	0,193887	0,066286	-0,043311	0,298081206
0,0946	0,207479966	0,081814	0,041386	0,120295	0,003569	0,019489158
0,810044	0,453033117	0,49772	0,328534	0,470609	!	
0,419636	0,371801003	0,554502	0,317355	0,526228	0,636527	!
0,473829	0,602458172	0,719986	0,450284	0,580196	0,70125	0,505051789
0,674974	0,64663842	0,753709	0,694431	0,583257	0,632785	0,963496689
0,563837	0,554920856	0,368798	0,188595	0,125324	0,386601	0,963526686
0,331188	0,086047777	0,217204	0,113868	0,285007	0,227017	0,389164581
-0,177702	0,167238979	0,083845	-0,121294	-0,147712	0,066898	0,011828481
0,164403	0,129731945	-0,244444	0,146859	-0,025859	0,215319	0,108281876
-0,011984	-0,118804494	-0,06754	0,047086	0,136714	-0,067731	0,323259388
-0,077488	0,405188281	0,113578	0,462231	0,255371	0,148403	0,164673293
0,319618	0,587396496	0,313307	0,121177	0,474823		
0,339371	0,324844216	0,521425	0,173678	0,407414	0,622631	
0,492024	0,585518026	0,658431	0,379451	0,540805	0,635347	0,582021836
0,498822	0,506415005	0,667339	0,607737	0,61902	0,469528	0,751131493
0,280704	0,358139336	0,329603	-0,119071	0,095238	0,24828	0,382166579
0,449589	0,537526214	0,638919	0,387622	0,35099	0,584875	0,794976297
0,13242	0,437013254	0,345739	-0,068327	0,134917	0,09606	0,56610079



0,107506	0,396164968	-0,082646	0,225816	0,076904	0,431168	0,366606789
0,457591	0,573331131	0,184664	0,521921	0,225632	0,463455	0,286791693
0,381281	0,321720098	0,228174	0,388862	0,454756	0,258153	0,7211374
0,409266	0,428082809	0,265942	-0,092513	0,442314		
0,088556	0,17144174	0,472419	0,020406	0,33953	0,592733	
0,532042	0,559954326	0,741324	0,470036	0,565695	0,741865	0,569822998
0,52361	0,596215899	0,510319	0,503718	0,395507	0,509429	0,796782539
0,194512	0,302400044	0,155894	0,036125	-0,028196	0,369843	0,685329479
0,196568	0,311965856	0,322281	0,092326	-0,069674	0,219781	0,197416777
0,04662	0,140014682	0,157924	-0,052557	0,421865	0,234379	0,562420862
0,130635	-0,103434232	0,14396	0,003153	-0,014114	0,11826	0,01351845
0,321934	0,273138866	-0,012427	0,425139	0,334666	0,208787	0,413168405
0,315339	0,248222252	0,327295	0,158572	0,236466	0,123366	0,351528726
0,24943	0,233076804	0,245254	-0,122681	0,181974		
0,324814	0,156038945	0,35892	0,119151	0,300428	0,647099	
0,546133	0,612706829	0,673388	0,535727	0,448494	0,586971	0,504705178
0,57007	0,503994078	0,571286	0,586438	0,398757	0,700244	0,797163554
0,449238	0,538124681	0,388386	0,155804	0,127173	0,384344	0,889342463
0,44825	0,294253423	0,421561	0,35933	0,364861	0,40087	0,596161881
0,165661	0,064303045	0,120643	-0,106672	0,213617	0,063561	0,2280031
0,12836	0,226295973	-0,051361	0,05726	0,003431	-0,045139	0,230150453
0,072951	0,213936837	0,103544	0,218742	0,266377	0,058275	0,221927694
-0,009121	-0,124747514	0,013251	0,138769	0,076094	0,218415	0,172102403
0,430588	-0,106877117	0,159141	0,064026	0,24939		
0,375613	0,293107766	0,593989	-0,035598	0,332333	0,583214	
0,353497	0,366060486	0,464627	0,267366	0,483141	0,581016	0,161099815
0,580785	0,531137316	0,713523	0,687524	0,364724	0,546716	0,764249419
0,309523	0,293526132	0,281364	0,22428	0,046695	0,248687	0,708380598
0,125193	-0,138711502	0,038401	0,172555	0,042771	-0,00105	0,219423642
0,258766	0,462846822	0,151137	0,122773	0,270991	0,398022	0,616980311
0,188273	0,041657391	0,037947	0,112406	-0,067753	-0,063536	-0,134812639
0,320255	0,125751594	0,225876	0,262222	0,204838	0,316146	0,263173815
0,348955	0,357784195	-0,202072	0,272875	0,430095	0,219408	0,311428345
0,256201	0,200103868	0,091117	-0,062632	0,249789		
0,373165	0,362368168	0,421405	0,093161	0,301345	0,559201	
0,4824	0,670411931	0,748007	0,581987	0,537208	0,694933	0,532348515
0,605237	0,520857861	0,630244	0,701057	0,357786	0,600429	0,864093076
0,291728	0,559977409	0,277854	0,266007	0,024365	0,322703	0,556892135
0,423478	0,452818452	0,538166	0,387301	0,409214	0,624937	0,820866617
0,399541	0,207085395	0,225807	0,368905	0,166934	0,192027	1,048006984
0,100408	0,276317504	0,020361	0,195389	0,041593	0,226598	0,41839248
0,374232	0,19145683	0,020847	0,239498	0,259459	0,34057	0,51100432
0,356796	0,475096174	0,336465	0,400141	0,329032	0,005844	0,667109921



0,350817	0,535468006	0,261918	-0,110262	0,564067		
0,43401	0,357104304	0,187035	0,316122	0,585873	0,264323	
0,652149	0,411949922	0,397771	0,333882	0,356766	0,462744	0,536900048
0,358938	0,198310627	0,337665	0,247893	0,198289	0,286036	0,331835131
0,36865	0,361946832	0,306921	0,015924	0,344733	0,352431	0,518682682
0,569775	0,376258918	0,465665	0,149203	0,337487	0,581069	0,620823313
0,378075	0,299621031	0,359186	-0,236185	0,374131	0,123087	0,314704592
0,424191	0,269632055	0,103328	0,304781	0,10883	0,097556	0,474355289
0,194671	0,130971495	0,188668	0,120196	0,282193	0,359446	0,053623112
0,376038	0,414153519	-0,114415	0,470066	0,32019	0,051316	0,547408517
0,171104	0,378502777	0,096378	0,217055	0,496318		
0,581266	0,371300072	0,317601	0,121405	0,382523	0,382496	
0,705132	0,527498355	0,60128	0,457193	0,685142	0,721692	0,652668769
0,735778	0,501969707	0,494547	0,570272	0,48105	0,671376	0,675142694
0,509303	0,07412301	0,398651	0,153405	0,280245	0,360757	0,631629347
0,453166	0,525353056	0,69273	0,327699	0,431602	0,54841	0,660356504
0,313078	0,326195977	0,234799	0,036985	0,324395	0,172387	0,531452525
0,217159	0,102073393	0,201328	0,240933	0,221806	-0,130681	0,282574818
0,275599	0,209006445	0,389458	0,340659	0,564412	0,338357	0,461759447
0,312798	0,574872956	0,387328	0,446419	0,517096	0,255463	0,628907106
0,599157	0,42467114	0,193665	0,154894	0,648492		
0,512496	0,295833647	0,440756	0,263579	0,608513	0,33674	
0,676433	0,632542566	0,65136	0,449636	0,685783	0,699922	0,586085785
0,77358	0,560225398	0,542865	0,595427	0,532048	0,614954	0,712947537
0,277269	0,153245423	0,487083	-0,054083	0,044321	0,135313	0,525902684
0,491152	0,417253247	0,555012	0,038215	0,459123	0,448469	0,650888071
0,152941	0,121712674	0,138798	0,044123	0,226491	0,156791	0,36744193
0,39804	0,091734096	0,210296	0,201841	0,345787	0,035827	0,506462818
0,372923	0,218400115	0,215476	0,242753	0,254521	0,265026	0,633349678
0,52012	0,342772582	0,204323	0,329247	0,300167	0,168061	0,74522935
0,311927	0,487429341	0,055096	-0,083083	0,57582		
0,353506	0,221029674	0,359728	0,107499	0,403026	0,412335	
0,515834	0,473198896	0,544386	0,506094	0,707035	0,578148	0,714752645
0,552971	0,552291134	0,527349	0,369542	0,388588	0,556285	0,477306495
0,58467	0,340981895	0,397696	0,21815	0,143594	0,391713	0,785701701
0,593096	0,51253251	0,63028	0,272942	0,531337	0,615206	0,76468996
0,34427	0,363095364	0,346952	0,019157	0,330597	0,175179	0,639896287
0,310289	0,292781554	0,080259	0,316037	0,452759	0,293445	0,913381487
0,427868	0,349474335	0,416536	0,366714	0,639043	0,489085	0,56221314
0,524514	0,57953307	0,348448	0,426438	0,447176	0,153161	0,689159912
0,48763	0,472986001	0,653366	0,065509	0,433911	0,693112	
0,495353	0,555442456	0,723898	0,607128	0,596957	0,585024	0,564259719
0,485991	0,697449276	0,602601	0,475115	0,293749	0,572192	0,754899283
0,34344	0,326288135	0,464342	0,197313	0,114481	0,493059	0,467374104
0,49445	0,611501611	0,592212	0,277258	0,226094	0,647566	0,65121323
0,348819	0,391172756	-0,017921	0,161241	-0,054883	0,252614	0,489337848

0,154168	0,2808971	0,083183	0,042536	0,153262	0,544676	0,349265313
0,005228	0,065158716	0,221167	-0,09914	0,163145	0,065749	-0,040495656
0,209573	0,320339815	-0,154365	0,196195	0,356966	0,293964	0,0979882
0,340199	0,410990832	0,290504	0,096611	0,413238		
0,443026	0,361516237	0,484665	0,129401	0,463651	0,672102	
0,59425	0,680163136	0,652316	0,632988	0,607043	0,697129	0,667093729
0,672602	0,651201243	0,67932	0,687712	0,569155	0,76327	0,941181497
0,460398	0,438453524	0,42302	0,329541	0,282394	0,624682	0,617910967
0,540458	0,458858219	0,612379	0,42549	0,496769	0,760329	0,92705061
0,513267	0,453752108	0,069728	0,191998	0,345774	0,531396	0,618365682
0,246556	0,207487738	0,109468	0,134589	0,232898	0,306304	0,390066897
0,160703	0,311876737	0,088602	0,321593	0,138682	0,425279	0,567281806
0,175165	0,285106505	0,285014	0,108792	0,199077	0,068542	0,33285759
0,013285	0,417755687	0,685366	0,15445	0,643906	1,114116	
0,350643	0,419259386	0,612199	0,463438	0,406088	0,536338	0,501563745
0,376145	0,218449849	0,365496	0,365503	0,215692	0,400442	0,42679128
0,371924	0,326810328	0,192012	0,248667	-0,102134	0,205803	0,584827774
0,429118	0,452721742	0,535981	0,397808	0,257244	0,584308	0,617742341
0,130768	0,398720323	0,174826	0,327337	0,215953	0,408852	0,965715207
0,246523	0,024268548	-0,059775	0,015464	0,111159	-0,012167	0,186734523
0,320874	0,135131156	0,254547	0,229682	-0,002473	0,260213	0,419618381
0,077431	0,092934354	-0,155653	0,320179	0,432029	0,381596	0,372212539
0,411062	0,332052756	0,437506	-0,085854	0,474514		
0,544211	0,499999217	0,495845	0,214044	0,624529	0,562656	
0,4887	0,358869901	0,539552	0,386293	0,36885	0,555463	0,154174086
0,56627	0,386487407	0,379763	0,334948	0,470756	0,322661	0,501261446
0,069677	-0,047180192	-0,127584	0,12578	0,075864	0,063261	0,344030429
0,163696	0,315700674	0,381121	0,09346	0,180715	0,392902	0,411055552
0,169798	0,354371827	0,19188	0,043121	0,000522	0,247737	0,170237968
0,228051	0,40111821	-0,110741	0,241557	-0,035182	0,174525	0,179661665
0,319999	-0,102492115	0,232079	0,339205	0,275756	0,205457	0,290778178
0,398488	0,332807906	-0,071775	0,353901	0,361412	0,297412	0,269091392
0,249907	-0,125831999	0,10237	0,137112	0,039311	0,196402	-0,18408376
0,41844	0,383282328	0,528983	0,468753	0,233315	0,416975	0,428188507
0,158957	0,080678169	0,192183	0,081892	-0,030458	0,311536	0,193291259
0,435074	0,455227007	0,519762	0,155256	0,250218	0,512355	0,548627742
0,481328	0,543811371	0,253079	0,224918	0,200877	0,45228	0,730000684
0,210825	0,192157186	0,209136	0,450405	0,457427	0,054624	0,459675089
0,407118	0,132205729	0,128325	0,289198	0,391685	0,341511	0,265499253
0,46381	0,441532905	0,304108	0,328736	0,604414	0,173866	0,654155225
#DIV/0!	0,650677377	0,916811	0,134175	1,004738		
0,48608	0,921496321	0,508132	0,237835	1,101066	0,89113	
0,595207	0,926362756	0,863242	0,522328	0,890636	0,938099	0,871536988
0,874227	0,580626972	0,818039	0,846044	0,850033	0,875262	1,005898821
0,7863	0,448082156	1,003028	0,844547	0,281076	1,493904	1,193639561
0,527358	0,593621937	1,221628	0,583926	0,74445	1,176379	0,819891351

0,41154	0,348617241	0,75343	0,353202	0,840509	0,591282	0,991719334
0,373774	0,691112752	0,066237	0,715338	0,138834	1,246624	0,826053668
0,965559	0,574738364	0,484682	0,304948	0,405582	0,800097	0,609531739
0,304457	0,607046877	-0,115521	#NUM!	0,730213	0,686743	0,331560887
0,722836	0,782278449	1,515544	-0,617741	0,812576	1,855033	#DIV/0!
0,473144	0,607659103	0,722499	0,47211	0,639756	0,676067	0,538196221
0,60835	0,665493567	0,611114	0,72139	0,422802	0,662963	0,742618457
0,486065	0,523378284	0,4391	0,331303	0,209144	0,34021	0,664316376
0,543094	0,342049123	0,460325	0,105281	0,435083	0,593861	0,738108478
0,248884	0,343401087	0,117716	0,209173	0,114941	0,311403	1,045887911
0,002637	0,21276151	-0,038708	0,355813	0,194778	0,019282	0,200642323
0,175303	0,003714642	0,019007	0,190623	0,223464	0,181793	0,039640695
0,229605	0,487517886	0,168432	0,481192	0,463139	0,25312	0,481608923
0,566251	0,408244445	0,464106	0,295998	0,577376	0,574503	
0,586185	0,579562239	0,622041	0,527155	0,672281	0,747518	0,465512371
0,633756	0,572220074	0,691876	0,763154	0,553705	0,655516	0,824507092
0,481999	0,468945945	0,374211	0,438371	0,113771	0,342048	0,701680564
0,493375	0,57143768	0,66548	0,445309	0,258975	0,565179	0,686398359
0,425915	0,62426482	0,248557	0,241345	0,427172	0,431235	0,966761614
0,239609	0,377498651	0,042562	0,104295	0,230769	0,259439	0,558129695
0,201237	0,129287921	-0,004326	0,218709	0,327536	0,125581	0,530181873
0,445242	0,401691681	0,239302	0,304066	0,348708	0,334769	0,665471986
	0,258986146	1,09521	0,22524	1,07094		
	0,338658903	0,306642	0,137314	0,726348	0,487632	
	0,606630959	0,632396	0,538203	0,74132	1,003048	1,005936648
	0,596342657	0,881808	0,71178	0,652518	0,949277	1,016078346
	0,375577513	0,826911	0,144293	1,111521	0,888984	1,384378918
	0,467802582	1,002016	0,392062	1,012861	1,176202	0,817965378
	0,407603404	0,481038	0,611963	0,769167	0,433353	1,913930038
	0,307734379	0,198805	1,123385	0,462588	0,825507	1,588671074
	0,405319292	0,412953	1,19664	0,406284	0,681215	1,207867924
	0,43532728	0,162162	0,69	0,62406	0,118965	2,665904823
		0,310049	-0,085419	0,54224		
		0,349976	0,159202	0,457128	0,380061	
		0,704228	0,480088	0,650261	0,636583	0,902602589
		0,703206	0,551629	0,270538	0,530699	0,684576189
		0,238526	0,127817	-0,086125	0,268567	0,522878308
		0,594955	0,250978	0,382123	0,663967	0,633533896
		0,343139	0,185755	0,354163	0,532313	0,983055066
		-0,097248	0,320671	0,10934	0,490221	0,699259189
		0,36605	0,36438	0,220935	0,309332	0,235795277
		0,412741	0,551934	0,470525	0,225724	0,667087539
			-0,123608	0,178124		
			-0,034508	0,420965	0,641047	
			0,609246	0,618367	0,740766	0,824420494
			0,723699	0,414667	0,563557	0,772723181

			0,284752	0,218991	0,325573	0,672755077
			0,328214	0,482264	0,683224	0,813271525
			0,1147	0,317193	0,063667	0,753827845
			-0,260999	0,277474	0,072099	0,144562549
			0,179136	0,295562	0,317317	-0,007932029
			0,217911	0,213896	-0,001737	0,481734564
				-0,012806		
				0,436422	0,024495	
				0,486532	0,555883	0,666858956
				0,415234	0,598336	0,775281607
				-0,07217	0,419186	0,288617762
				0,170436	0,342604	0,517384497
				0,004955	0,113722	1,036181302
				0,231045	0,097203	0,386487749
				0,362612	0,399373	0,660552188
				0,492203	0,35356	0,488689896
					0,474237	
					0,673226	0,606951248
					0,419828	0,636447406
					0,034398	0,118556742
					0,486609	0,72456391
					0,51326	0,645452247
					0,09022	0,71376283
					0,338605	0,460850039
					0,401869	0,602478361
						0,714478389
						0,834060671
						0,376597882
						0,968761782
						0,489825954
						0,50785614
						0,216913743
						0,439503522

ΓΕΝΙΚΗ ΤΡΑΠ.	ΕΛΒΑΛ	ΓΕΚ	HELLENIC EXCHANGES HLDG	Ε.Υ.Δ.Α.Π	ΙΑΣΩ
35	36	37	38	39	40
0,647097457	7,281878				
0,31180384	0,399918				
0,764677608	0,755199	0,887477	0,907488856	0,420193	0,811999
0,989130462	0,57358	0,499261	0,541733934	0,617068	0,367295
0,366786741	0,385859	0,641897	0,339781709	0,490082	0,19768
0,429474505	0,527942	0,305285	0,20423483	0,340661	0,325765
0,170454398	0,323985	0,342952	0,351554752	0,329595	0,160096

0,363092908	0,177957	0,47549	0,25218483	0,137884	0,250904
0,558000385	0,840282	0,642257	0,607832944	0,452125	0,266225
0,698853915	0,815514	0,603522	0,440147771	0,431371	0,047056
0,875080514	5,108637				
0,491504581	0,67373				
0,63117824	0,663018	0,449584	0,31064865	0,121128	0,197544
0,616431155	0,396774	0,418248	0,379548172	0,400187	0,403662
0,354432154	0,345549	0,582622	0,144561667	0,359459	0,068906
0,311807615	0,324677	0,31658	0,09143228	0,528205	0,274972
0,343229003	0,355881	0,395545	0,370037307	0,342749	0,229184
-0,062371842	0,442217	0,351232	0,048563428	0,115708	-0,073827
0,294282335	0,296234	0,363182	0,145114486	0,268231	0,23365
-0,085479914	0,613062	0,064029	0,109742921	0,186457	0,048944
0,341523938	0,137406				
0,63732688	0,535303	0,674811	0,299250631	0,240902	0,311064
0,901716303	0,688548	0,664903	0,805192448	0,675159	0,539349
0,398943881	0,41468	0,790462	0,20566384	0,569601	0,132989
0,218343127	0,140074	0,249347	0,230766935	0,283846	0,243253
0,406938146	0,331284	0,61116	0,290194552	0,275265	0,217113
-0,145490317	0,230171	0,341339	0,079857718	0,13703	-0,030056
0,482880471	0,171867	0,752874	0,254239186	0,370134	0,143061
0,013745356	0,583515	0,230166	0,216669852	0,216642	0,07562
0,724220483	-0,028799				
0,372328183	0,572226				
0,615890062	0,396263	1,087811	0,267178625	0,201208	0,352117
0,723665068	0,520566	0,704258	0,451119074	0,321806	0,495961
0,420207276	0,377326	0,534539	0,253483811	0,38054	0,165278
0,444380932	0,576556	0,231367	0,063238382	0,097071	0,197759
0,082447776	-0,311406	-0,182152	-0,236403975	-0,122761	-0,00216
0,28468237	0,352348	0,053589	0,042555597	0,211195	0,273704
0,288821714	0,267764	0,437286	0,234513866	0,121785	0,06849
-0,041031889	0,069113	0,078102	-0,103940536	0,071727	-0,004164
0,522565825	7,218308				!
0,551207454	0,990303				
0,604339282	0,602663	1,13459	0,296318165	0,237183	0,39103
0,999917082	0,798023	0,931893	0,792336804	0,628603	0,515148
0,689406829	0,518947	0,635272	0,354684553	0,452802	0,334843
0,199107173	0,219445	0,262401	0,216789713	0,523191	0,173642
0,123332762	0,154864	0,125582	-0,106211073	-0,104367	0,087147
0,551286845	0,284078	0,000503	0,120480304	0,123111	0,107412
0,08463411	0,265374	0,193571	-0,003645367	0,084213	0,367504
0,046683965	0,374778	0,426462	0,272426657	-0,080727	0,245468
0,818625274	4,204587				!
0,292976713	0,71652				
0,675471701	0,457819	0,958049	0,413123457	0,307056	0,299313
0,772118057	0,712874	0,582805	0,552528068	0,451351	0,346838

0,328298056	0,288271	0,959179	0,300878904	0,463622	0,16889
0,701291731	0,91859	0,408305	0,280050242	0,421769	0,605532
-0,111115145	0,217464	0,072526	0,122327532	0,171541	-0,03806
0,203265154	0,733452	0,362577	0,020541701	0,107219	0,328002
0,910419825	0,589228	1,018463	0,31818924	0,457428	0,249062
0,464390915	0,599953	0,602297	0,310579993	0,195249	0,213835
0,307987168	3,053684	#DIV/0!	#DIV/0!	#DIV/0!	#DIV/0!
0,324784502	0,45989	#DIV/0!	#DIV/0!	#DIV/0!	#DIV/0!
0,61132263	0,551734	1,182343	0,404544901	0,363497	0,373002
0,594002918	0,658245	0,446141	0,649764463	0,634663	0,414673
0,228156596	-0,077988	0,50646	0,151029942	0,165982	0,280845
0,375421523	0,324518	0,224944	0,262274074	0,21417	0,272807
0,181284572	0,134485	0,392532	0,214846057	0,271979	0,049844
0,131950637	0,006976	0,034804	0,023809144	-0,010895	0,222262
0,527952311	0,408281	0,465274	0,359437296	0,320593	0,086888
0,498666578	0,3828	0,49005	0,223029704	0,177411	-0,025613
-0,201250179	2,20745	#DIV/0!	#DIV/0!	#DIV/0!	#DIV/0!
0,570005068	0,738909	#DIV/0!	#DIV/0!	#DIV/0!	#DIV/0!
0,662495804	0,455189	0,997866	0,294790808	0,317956	0,31116
0,821364957	0,681191	0,800099	0,666644161	0,569321	0,428257
0,509410914	0,422459	1,051434	0,334582195	0,346281	0,356456
0,422233205	0,702385	0,497668	0,196363069	0,347747	0,565064
0,125060877	-0,146523	0,576368	-0,051484793	0,287469	0,049744
0,026486593	0,548033	1,057023	0,117207031	-0,066076	0,171381
0,205333642	0,152235	0,208698	0,082169146	0,008917	-0,022336
-0,032207037	0,017831	-0,206356	0,049444512	0,003342	-0,096646
0,017517674	3,019895	#DIV/0!	#DIV/0!	#DIV/0!	#DIV/0!
0,390395766	0,721195	#DIV/0!	#DIV/0!	#DIV/0!	#DIV/0!
0,287537352	0,365104	0,693907	0,273408465	0,109426	0,277306
0,970384749	0,742834	0,762537	0,638016201	0,550663	0,448464
0,671446242	0,387128	0,729912	0,161211072	0,312196	0,565833
0,162974104	0,137317	0,108894	0,054624178	-0,057438	-0,07366
0,801461422	0,482294	0,424044	0,221042908	0,304277	0,208852
0,384883323	0,074624	0,499261	0,03319632	-0,076683	0,120507
0,373553071	0,326233	0,565275	0,258592819	0,445383	0,036938
0,147894979	0,533124	0,333981	0,16034628	0,309784	0,279999
0,38339526	3,999771	#DIV/0!	#DIV/0!	#DIV/0!	#DIV/0!
0,254734695	0,635863	#DIV/0!	#DIV/0!	#DIV/0!	#DIV/0!
0,666717656	0,514842	1,147031	0,359266999	0,208614	0,348898
0,928236186	0,662469	0,874583	0,667141056	0,598464	0,557191
0,319596809	0,32073	0,601192	0,144434405	0,28149	0,195886
0,596417303	0,510649	0,698019	0,134430562	0,399053	0,333455
0,709134114	0,277065	0,975033	0,38688624	0,394597	0,191194
0,374555072	0,714974	1,354403	0,270085421	0,167771	0,3536
0,590950701	0,603637	0,548042	0,313503086	0,335063	0,202999
0,193924385	0,688216	0,637127	0,497035341	0,290109	-0,000986



0,912584118	6,865803				
0,723952384	0,856894				
0,768905848	0,792241	0,987051	0,898610863	0,510926	0,741624
0,855635634	0,621655	0,572502	0,653588965	0,762973	0,427552
0,601282498	0,620293	0,383841	0,418484896	0,483805	0,186555
0,518046372	0,707533	0,675746	0,291888721	0,427164	0,305959
0,213509381	0,503698	0,456724	0,371398237	0,418358	0,219505
0,267950293	0,442511	0,821267	0,430706223	0,09073	0,117076
0,724857972	0,583871	0,538971	0,577705469	0,561233	0,437522
0,355990269	0,726097	0,52084	0,554819854	0,322982	0,278363
0,318262752	6,00472				
0,478876764	0,772901				
0,577937713	0,63465	0,747942	0,548216321	0,438843	0,413304
1,004359806	0,544197	0,669548	0,706512221	0,735134	0,448009
0,461547844	0,544668	0,754838	0,265084081	0,526019	0,130909
0,259982205	0,585596	0,602416	0,34102259	0,369653	0,323069
0,423957798	0,672547	0,416161	0,472519959	0,19274	0,207968
0,388746005	0,398664	0,116556	0,403575581	0,255626	0,084206
0,440854548	0,844325	0,864841	0,449233204	0,54489	0,144014
0,219526585	0,643464	0,292707	0,392750254	0,393719	0,0721
0,66619151	5,350865				
0,547579528	0,857106				
0,813739596	0,648806	1,249683	0,808599914	0,166215	0,510515
0,904782278	0,700576	0,973544	0,658485166	0,687192	0,489216
0,377359384	0,361929	0,700367	0,30930497	0,514766	0,256253
0,304350131	0,885545	0,541595	0,23034126	0,28451	0,564754
0,188665526	0,46232	0,986772	0,400937322	0,516658	0,296782
0,380113815	0,246809	0,735571	0,116979295	0,014562	0,494264
0,655250579	0,805331	1,042162	0,675376857	0,558523	0,167043
0,564336861	0,628845	0,816973	0,507580336	0,2061	0,141506
0,515670376	4,286758				
0,597261197	1,030444				
0,647766945	0,795101	1,284742	0,625657508	0,17525	0,47659
0,968944043	0,840693	0,940635	0,692174751	0,704728	0,567528
0,737889897	0,753264	0,920837	0,532017944	0,385411	0,486034
0,491654574	0,739692	0,708525	0,574331311	0,563245	0,452876
0,085851359	0,623681	0,868306	0,561426109	0,356087	0,463248

0,384597504	0,644445	1,478757	0,25015694	0,278931	0,438001
0,685398037	0,986824	1,196524	0,586755651	0,718702	0,096917
0,347381843	0,634418	0,621014	0,445980762	0,389633	0,171272
0,970086654	5,732567				
0,554657308	0,822902				
0,697733651	0,442371	0,80516	0,509001971	0,55876	0,49787
0,670479457	0,288881	0,325186	0,367187358	0,460748	0,221653
0,592854359	0,395739	0,391494	0,365726033	0,513629	0,17256
0,426570705	0,418368	0,573968	0,357388559	0,606616	0,277836
0,038833734	0,227366	0,084581	0,37552347	0,188763	0,07269
0,319352773	0,72239	0,694193	0,101239122	-0,125599	0,104516
-0,108485369	0,454118	0,192728	0,137750509	0,22366	0,02921
0,37415801	0,369916	0,179857	0,424401643	0,088938	0,059705
1,237194562	5,476891				
0,552183507	0,772218				
0,808814978	0,62528	1,021381	0,792610682	0,472295	0,743332
1,047054721	0,678737	0,726283	0,67221341	0,653845	0,473744
0,451350008	0,438341	0,672172	0,310556321	0,414784	0,442415
0,7645096	0,855034	0,627365	0,333271964	0,502721	0,452598
0,553672161	0,549104	0,3791	0,551137026	0,225462	0,264287
0,323630651	0,380258	1,407458	0,1675531	-0,040609	0,197502
0,805434406	0,836111	0,645809	0,66648829	0,581412	0,170983
0,565617209	0,701039	0,54081	0,438203926	0,221935	0,155366
0,667087492	7,281618				
0,624128136	0,846746				
0,800086632	0,715959	0,981421	0,585689828	0,581004	0,571981
0,814146411	0,602464	0,625958	0,685366502	0,73686	0,447648
0,545706766	0,161756	0,618781	0,255773274	0,29132	0,276358
0,390664748	0,76215	0,510153	0,289122119	0,404511	0,437806
0,468928419	0,5548	0,277855	0,183267904	0,237127	0,054148
0,116490508	0,484326	0,756178	0,1705231	0,007911	0,239339
0,400730517	0,58405	0,625395	0,499243463	0,309167	0,056908
0,563608512	0,530565	0,35851	0,465471795	0,353725	0,315173
0,518338579	7,419867				
0,28116931	0,865092				!
0,582168131	0,779743	1,017351	0,871655486	0,315279	0,881125
0,639163808	0,668491	0,545236	0,474824334	0,640916	0,323362
0,441275869	0,497485	0,889327	0,298944463	0,450388	0,258543
0,598227245	1,004201	0,601172	0,285624982	0,408146	0,527039
0,522638586	0,825635	0,503133	0,374597228	0,437149	0,174081
0,827867846	1,009615	1,536075	0,324423355	0,330029	0,330854
0,620039255	1,495543	0,70918	0,542034219	0,561688	0,409664
0,53287142	1,211049	0,721321	0,645419419	0,452904	-0,005334
0,439905414	0,929528				
0,606075033	0,562965	1,459909	0,646651128	0,194529	0,614454
0,687533968	0,640506	0,844932	0,595814879	0,582914	0,440331

0,565019347	0,349461	0,752742	0,420019478	0,317339	0,265178
0,573939368	0,667488	0,570876	0,18229454	0,249288	0,322016
0,497548991	0,505134	0,516452	0,248134633	0,250743	0,411027
0,284271859	0,29257	0,228616	0,195485292	0,193288	0,095738
0,052002705	0,463073	-0,182576	0,225597034	0,106102	0,13956
0,18276377	0,132972	0,400259	0,290525024	0,172444	0,096525
0,699844307	4,739732				
0,424081199	0,900598				
0,805261081	0,620476	1,183528	0,631455894	0,476677	0,500136
0,917524793	0,835115	0,80009	0,73384417	0,737242	0,595747
0,734730099	0,454219	1,131562	0,551283281	0,326876	0,216759
0,676070927	0,721479	0,616136	0,41191183	0,510344	0,43871
0,371070568	0,745655	0,847142	0,54360885	0,353097	0,373811
0,270955594	0,349125	0,786149	0,320763388	0,447988	0,28664
-0,025223748	0,512771	0,346878	0,283975732	0,05607	0,1337
0,069231501	0,415199	0,22217	0,260795318	0,072822	-0,053799
0,322740919	0,65923				
0,415043667	0,628308	1,077209	0,618558609	0,184816	0,388786
0,741221081	0,375132	0,627019	0,528799425	0,45564	0,209527
0,664898382	0,495798	0,736247	0,402370781	0,256504	0,412962
0,51139255	0,749667	0,583921	0,264214379	0,289699	0,527859
0,472587179	0,021623	0,582008	0,254830276	0,264352	0,290858
-0,082948563	0,348828	-0,073296	0,061220518	-0,092898	0,171661
0,208474721	0,156536	0,620202	0,130999374	0,180552	-0,037042
0,147988498	0,128553	0,376631	0,124138371	0,173653	0,210209
0,410587074	4,699605				
0,654300325	1,134849				
0,439884898	0,531035	1,031577	0,374164403	0,435868	0,273883
0,38271361	0,43947	0,390939	0,424086743	0,314309	0,228071
-0,001925954	0,273129	0,42097	0,244140273	0,218379	0,192024
0,238344682	0,465377	0,520081	0,239153399	0,334388	0,19255
0,193928858	0,080512	0,298918	0,246911666	0,240403	0,222797
0,453236835	0,327889	1,049501	-0,117287132	0,041322	0,281827
0,15346925	0,511067	0,560196	0,26889617	0,351275	0,13255
0,282438004	0,571484	0,464755	0,407056304	0,176853	0,287298
0,243379859	0,834629	0,233662	0,291022046	-0,042621	0,03292
0,780541486	0,423979	0,753745	0,528683054	0,57582	0,375643
0,436644546	0,02604	0,35545	0,156436586	-0,037895	0,25891
0,477478752	0,507161	0,574595	0,318668191	0,29166	0,353324
-0,027058904	0,36831	0,739901	0,31243667	0,422681	0,314796
0,258940039	0,491415	1,254913	0,233023513	0,310925	0,170944
0,578196682	0,98172	0,432886	0,509783092	0,403601	0,400624
0,667190156	0,980272	0,589084	0,446611215	0,32043	0,000627
	6,776262				
	2,135129				
0,832409099	0,924756	1,706937	0,523325603	0,257488	0,751871

1,388462583	0,740092	1,088341	0,869758796	0,809113	0,774847
1,076655611	1,363576	1,80943	0,522942892	1,201497	0,420825
1,184920851	1,038235	0,926556	0,484923957	0,958531	0,638698
1,470243293	0,721877	1,62682	0,468825283	0,373125	0,608873
-0,067741956		1,835729	0,377189164	-0,076861	
0,210287541	2,854021	0,843493	0,347263579	0,43498	0,860074
0,494758156	1,5177	0,302622	0,503932615	0,279705	0,286045
1,073136185	1,569642				
0,599246676	0,669648	1,331873	0,459352949	0,213155	0,512191
0,99012962	0,627669	0,817306	0,763878821	0,728993	0,628928
0,616085604	0,599117	0,821952	0,519930103	0,494541	0,303471
0,671992546	0,643834	0,703606	0,312605209	0,495344	0,469291
0,752348755	0,467015	0,625437	0,359950698	0,308911	0,49743
0,087217879	0,388525	0,36249	-0,020728602	0,065706	0,27519
0,731261382	0,573176	0,330082	0,220214333	0,363217	-0,062378
0,287101504	0,657857	0,479752	0,374136196	0,233222	0,333152
0,557434993	0,984101				
0,67701659	0,66788	1,337914	0,812408477	0,359159	0,624171
0,975722235	0,722566	0,891932	0,692661284	0,673877	0,543234
0,638366094	0,483291	0,912456	0,35131745	0,364419	0,164786
0,773837139	0,864211	0,496758	0,23188151	0,348685	0,528879
0,475373626	0,445034	1,217502	0,383180215	0,508791	0,481651
0,227793378	0,238387	0,372317	-0,014889116	0,097968	0,195507
0,445282804	0,559045	0,282203	0,193239424	0,314791	0,137789
0,464021241	0,695203	0,593624	0,419381347	0,57967	0,02082
	29,707				
	1,306988				
1,063967359	0,767775	1,242879	0,920182318	0,669895	0,624818
1,212420891	0,769734	0,989018	0,958714098	0,811765	0,601549
1,584099	0,971701	1,385247	0,598818374	0,903025	0,525573
0,730609523	1,420455	0,666738	0,505351612	0,706916	0,705279
0,341884256	1,805458	1,488516	0,624780898	0,759641	0,584857
1,015397918	0,659658	1,585855	0,727829493	0,611624	0,814837
1,125752073	1,253772	1,588691	0,532300298	1,018612	0,292108
0,773827598	1,027679	0,819053	0,784824563	0,540092	0,313829
0,774140307	4,576514				
0,413542622	0,672649				
0,743164654	0,587118	1,252758	0,493733943	0,395189	0,381464
0,702275536	0,695283	0,925348	0,720692021	0,653643	0,484707
0,444577042	0,516342	0,500613	0,248258698	0,314016	0,205483
0,583947528	0,784791	0,576632	0,336088569	0,438262	0,597735
0,084318423	0,56359	0,894667	0,482807687	0,296888	0,569146
0,466076219	0,585783	0,964874	0,086715889	0,175019	0,391811
0,450468751	0,619026	0,950396	0,281438942	0,291546	0,232756
0,450582174	0,923513	0,7802	0,562870899	0,251509	0,225406

0,391111738	1,678615				
0,349317137	0,743233				
0,6833864	0,646471	1,602717	0,543702528	0,331352	0,522897
0,822034444	0,772723	1,096316	0,656467548	0,648189	0,426475
0,525209595	0,564555	0,63359	0,24568718	0,450181	0,232349
0,800316882	1,082168	0,74937	0,413192275	0,512728	0,442408
-0,028866187	0,232747	0,81411	0,35071155	0,341966	0,121933
0,187276945	0,041157	0,392238	0,130607506	0,253101	-0,059209
0,196538721	0,852833	0,400318	0,340925882	0,218365	0,056202
0,379162971	0,612506	0,279695	0,164288288	0,252797	-0,002372
0,23559068	0,321499				
0,325699215	0,395562				
0,631722066	0,62269	1,370716	0,579598939	0,201101	0,654289
0,759591859	0,714838	0,83701	0,619954851	0,629894	0,548893
0,174352108	0,469169	0,477976	0,102083689	0,18651	0,078514
0,334449248	0,460283	0,387112	0,323427861	0,323906	0,272042
0,245302351	-0,010648	0,646571	0,056034381	0,269392	0,217719
0,684992327	0,82496	1,078651	0,151864123	0,144936	0,338877
0,556479722	0,485896	1,134383	0,43108859	0,463859	0,17478
0,290127984	0,973827	0,3278	0,305031448	0,192673	0,161
0,657578252	6,106253				
0,636522688	0,861311				
0,819054686	0,73466	1,19628	0,809677308	0,357993	0,702922
0,692296868	0,426255	0,459536	0,516881557	0,368	0,423482
0,077083959	0,192893	0,253298	0,190911939	0,303257	-0,065825
0,412839681	0,557356	0,716375	0,460658711	0,455795	0,403475
0,49151367	0,322626	0,827072	0,425376339	0,446939	0,170148
0,314014414	0,555958	0,583327	0,514931215	0,542325	0,020782
0,432311521	1,146219	0,693486	0,515192895	0,470587	0,277013
0,558015287	0,6322	0,62686	0,372215374	0,158558	0,235283
0,531698333	0,902478				
0,6553601	0,673902	1,49629	0,541229775	0,425787	0,604816
0,803754999	0,673183	0,646898	0,604781294	0,693201	0,496269
0,856806416	0,512166	0,911226	0,320573759	0,232759	0,149247
0,815123445	0,913519	0,638661	0,432300958	0,563651	0,526897
0,249504102	0,536303	0,777131	0,281060466	0,268165	0,317734
0,301112492	0,442317	0,163088	0,289196863	0,426082	0,387755
0,268462609	0,892265	0,616346	0,372873533	0,380904	0,274499
0,022276231	0,408488	0,13706	0,079486411	-0,052608	0,099774
0,547345458	0,274798	0,773175	0,345114992	0,359591	0,330162
0,74607688	0,633591	0,708145	0,569979591	0,588455	0,524344
0,543239031	0,382982	0,511834	0,224346968	0,466291	0,188082
0,737109425	0,879385	0,769537	0,51050316	0,640838	0,461808
0,441122068	0,39639	0,927328	0,408787153	0,412368	0,324482
0,724450255	0,726215	1,404033	0,370829092	0,470076	0,324992
0,517116161	0,597655	0,684581	0,467482326	0,507141	0,221136
0,668301985	0,486428	0,392053	0,452125818	0,35097	0,109831

	2,811216				
	0,647785				
	0,729549	1,154186	0,646217199	0,366036	0,521471
	0,646732	0,822368	0,734182529	0,603656	0,475313
	0,451814	0,811142	0,509409004	0,307731	0,272745
	0,844289	0,372153	0,270400447	0,422603	0,381848
	0,287835	0,422132	0,205835476	0,21461	0,147792
	0,547104	1,051394	0,117355576	0,378666	0,314174
	0,515463	0,782588	0,460696027	0,686442	0,122639
	0,512981	0,5723	0,37451056	0,366951	0,030458
		0,962233	0,879950857	0,358715	0,595238
		0,884064	0,606037523	0,648762	0,40606
		0,587801	0,336253952	0,30227	0,192252
		0,52203	0,402106959	0,450291	0,610299
		0,704241	0,517354677	0,167873	0,363028
		1,117948	0,129225276	0,143035	0,286153
		0,629426	0,543892223	0,506489	0,413297
		0,51081	0,452509937	0,437928	0,170944
			0,466378268	0,196524	0,508587
			0,545797792	0,479617	0,402832
			0,407402261	0,214216	0,262812
			0,423732987	0,549336	0,37142
			0,364049275	0,445517	0,361036
			0,131829138	0,14918	0,351694
			0,412064011	0,519752	0,216614
			0,596871666	0,284294	0,133009
				0,375275	0,758537
				0,738097	0,577106
				0,272862	0,203559
				0,632662	0,347632
				0,335174	0,484775
				0,487375	0,187492
				0,631946	0,200832
				0,3889	0,110263
					0,406438
					0,554662
					0,220798
					0,419112
					0,155553
					0,019052
					0,217247
					0,207387