

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1^ο
ΕΙΣΑΓΩΓΗ

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Είναι γνωστό ότι κατά τα αρχικά στάδια της επενδυτικής δραστηριότητας και πολύ πριν από την ανάπτυξη της χρηματοοικονομικής επιστήμης και διαχείρισης, το επενδυτικό κοινό λάμβανε τις επενδυτικές του αποφάσεις με βάση μια και μόνο μεταβλητή, την *αναμενόμενη απόδοση* των αξιογράφων. Όσο υψηλότερη ήταν η απόδοση ενός αξιογράφου, τόσο 'καλύτερο' ήταν το αξιόγραφο. Έτσι οι επενδυτές επέλεγαν τα αξιόγραφα με την μέγιστη αναμενόμενη απόδοση. Ο παράγοντας κίνδυνος ήταν άγνωστος ακόμα και δεν συμπεριλαμβανόταν ως μεταβλητή στην λήψη των επενδυτικών αποφάσεων. Με την ανάπτυξη όμως ενός πολύ σημαντικού κεφαλαίου στον κόσμο των επενδυτών, της *σύγχρονης θεωρίας χαρτοφυλακίου*, η οποία βασίζεται στην επαναστατική και πρωτοποριακή εργασία του **Harry Markowitz**, η επενδυτική δραστηριότητα πήρε μια εντελώς διαφορετική διάσταση.

Όταν λέμε Θεωρία Χαρτοφυλακίου εννοούμε ένα *σύνολο μεθόδων με βάση τις οποίες μπορούμε να δημιουργήσουμε, αναλύσουμε και προσδιορίσουμε χαρτοφυλάκια αξιογράφων που βρίσκονται στην ίδια πορεία με τις προτιμήσεις των επενδυτών*.

Η μεθοδολογία του Markowitz στηρίζεται σε δύο μεταβλητές, την *αναμενόμενη απόδοση* και την *διακύμανση* των αξιογράφων, δηλαδή τις δύο πρώτες ροπές των κατανομών των αποδόσεων των αξιογράφων. Για πρώτη φορά λοιπόν, με την εργασία του Markowitz (1952) εισήχθη η έννοια της διακύμανσης που ουσιαστικά αντιπροσωπεύει τον *κίνδυνο*. Όσο χαμηλότερος είναι ο κίνδυνος ενός αξιογράφου, τόσο 'καλύτερο' είναι το αξιόγραφο. Οι επενδυτές επέλεγαν τα αξιόγραφα με τον ελάχιστο κίνδυνο. Έτσι λοιπόν, η λήψη των επενδυτικών αποφάσεων γινόταν πια όχι μόνο με την μεγιστοποίηση της αναμενόμενης απόδοσης των αξιογράφων αλλά και με την ελαχιστοποίηση του κινδύνου τους. Τα χαρτοφυλάκια αυτά ονομάστηκαν αποδοτικά. Έτσι αναπτύχθηκε η έννοια του *αποδοτικού συνόρου*, το οποίο περιλαμβάνει το σύνολο των αποδοτικών χαρτοφυλακίων. Πάνω στην καμπύλη αποδοτικού συνόρου τοποθετούνται τα βέλτιστα και καλύτερα δυνατά χαρτοφυλάκια. Είναι φυσικό ο κάθε επενδυτής λοιπόν να επιδιώκει το χαρτοφυλάκιο του να βρίσκεται πάνω στην καμπύλη αποδοτικού συνόρου ώστε να μεγιστοποιείται η ωφέλειά του.

- **Περιεχόμενο - Αντικείμενο εργασίας**

Η *Θεωρία Χαρτοφυλακίου* επιχειρεί να προσδιορίσει το βέλτιστο χαρτοφυλάκιο κάτω από συνθήκες αβεβαιότητας. Δηλαδή, ασχολείται με τις δυνατότητες συνδυασμού μεμονωμένων μετοχών σε χαρτοφυλάκια με ποσοτικά προσδιορισμένα χαρακτηριστικά κινδύνου και απόδοσης και με την επιλογή ενός χαρτοφυλακίου, το οποίο μεγιστοποιεί την αναμενόμενη ωφελιμότητα του επενδυτή με ορίζοντα μιας μόνο περιόδου.

Η έννοια του *αποδοτικού συνόρου* λοιπόν αποτελεί μια πολύ σημαντική έννοια για το επενδυτικό κοινό, εφόσον τα άριστα χαρτοφυλάκια βρίσκονται πάνω στην καμπύλη του αποδοτικού συνόρου. Ο προσδιορισμός του αποδοτικού συνόρου είναι απαραίτητος προκειμένου ο επενδυτής να είναι σε θέση να αναγνωρίζει το σύνολο των αποδοτικών χαρτοφυλακίων. Στη παρούσα εργασία θα ασχοληθούμε όχι μόνο με την διαδικασία προσδιορισμού του αποδοτικού μετώπου αλλά και με τις επιπτώσεις που έχει η μεταβολή της καμπύλης στις μελλοντικές επενδυτικές αποφάσεις.

Σε αυτό το σημείο δημιουργούνται πολλά ερωτήματα ως προς την σχέση του αποδοτικού συνόρου και των επενδυτών. Δηλαδή:

Το αποδοτικό σύνολο μεταβάλλεται κάθε χρόνο ή παραμένει σταθερό; Και αν μεταβάλλεται τί συμβαίνει όταν δεν λάβει υπόψη του ο επενδυτής την μεταβολή του αποδοτικού συνόρου; Τί αποτέλεσμα θα έχει στην απόδοση του χαρτοφυλακίου του επενδυτή; Η παρούσα εργασία προσπαθεί να δώσει απαντήσεις σε όλα τα παραπάνω ερωτήματα.

Είναι απαραίτητο οι επενδυτές να γνωρίζουν ότι το αποδοτικό σύνολο δεν παραμένει διαχρονικά σταθερό διότι σε μια αντίθετη περίπτωση θα υφίστανται ζημιές στις αποδόσεις των χαρτοφυλακίων των επενδυτών. Βασικό κομμάτι της εργασίας αποτελεί η διαπίστωση ότι το αποδοτικό μέτωπο μεταβάλλεται διαχρονικά και ότι οι επενδυτές πρέπει να λαμβάνουν υπόψη τους την μεταβολή αυτή κάθε φορά που πρόκειται να συνθέσουν το άριστο γι' αυτούς χαρτοφυλάκιο. Τέλος, ενδιαφέρον αποτελεί και η οικονομική ερμηνεία των ποικίλων παραγόντων στους οποίους οφείλεται η μετακίνηση του αποδοτικού συνόρου, όπως για παράδειγμα η προσφορά και η ζήτηση, το πολιτικό κλίμα της χώρας, η μεταβολή των επιτοκίων, η βιομηχανική παραγωγή, η πορεία του ΧΑ, το κόστος πρώτων υλών, οι εξαγωγές και εισαγωγές και άλλοι μακροοικονομικοί παράγοντες. Όμως η παρούσα εργασία περιλαμβάνει μόνο την εξέταση της διαχρονικής μεταβολής του αποδοτικού συνόρου

και την σημασία αυτής της μεταβολής στην ορθή λήψη των μελλοντικών επενδυτικών αποφάσεων. Η οικονομική ερμηνεία της μεταβολής του αποδοτικού μετώπου, δηλαδή οι λόγοι στους οποίους αυτή οφείλεται, αποτελεί ένα ξεχωριστό και πολύ ενδιαφέρον ζήτημα το οποίο όμως αφήνεται ως αντικείμενο αναζήτησης και περαιτέρω έρευνας.

- **Διάρθρωση εργασίας**

Η εργασία αποτελείται από εννέα κεφάλαια, το περιεχόμενο των οποίων δίνεται συνοπτικά παρακάτω:

Στο **πρώτο κεφάλαιο** γίνεται μια εισαγωγική αναφορά στο περιεχόμενο και το αντικείμενο της παρούσας εργασίας, παραθέτοντας και κάποιους περιορισμούς που θα μας βοηθήσουν στην απλούστευση των διαδικασιών για την διεκπεραίωση της εργασίας.

Το **δεύτερο κεφάλαιο** αναφέρεται στο αντικείμενο της θεωρίας χαρτοφυλακίου.

Η ανάλυση χαρτοφυλακίου ασχολείται με την εύρεση της πιο επιθυμητής ομάδας αξιογράφων που επιθυμεί να διατηρήσει στο χαρτοφυλάκιό του ένας επενδυτής. Στο κεφάλαιο αυτό παραθέτονται η έννοια, οι υποθέσεις και τα στάδια της Θεωρίας Χαρτοφυλακίου

Το **τρίτο κεφάλαιο** παραθέτει κάποιες εισαγωγικές έννοιες, την έννοια του αποδοτικού συνόρου αλλά και τις μορφές στις οποίες μπορούμε να την συναντήσουμε.

Στο **τέταρτο κεφάλαιο** θα ασχοληθούμε με την ανασκόπηση προηγούμενων ερευνών που θα μας βοηθήσουν στην κατανόηση της εξέλιξης του προβλήματος των επενδυτών, δηλαδή του προσδιορισμού του αποδοτικού συνόρου, από τα μέσα της δεκαετίας του 60 έως και σήμερα.

Το **πέμπτο κεφάλαιο** παραθέτει το θεωρητικό υπόβαθρο των μεθόδων προσδιορισμού του αποδοτικού συνόρου. Όπως θα δούμε και παρακάτω, το αποδοτικό σύνορο έχει στενή σχέση με τα σταθμά επένδυσης των μετοχών. Ο υπολογισμός λοιπόν αυτών των σταθμών επένδυσης μπορεί να γίνει με τους εξής τρόπους: **α)** μέσω της μεθοδολογίας του **Harry Markowitz**, **β)** μέσω της μεθοδολογίας του **Richard Roll**. Τα δυο υποδείγματα διαφέρουν μεταξύ τους ως προς τις υποθέσεις τους. Στη περίπτωση της μεθοδολογίας του Roll, όπως θα δούμε και αναλυτικά παρακάτω, η εξίσωση των ποσοστών επένδυσης x_p περιλαμβάνει την μήτρα διακυμάνσεων V , η οποία

υπολογίζεται με δυο τρόπους. Πρώτον μέσω του υποδείγματος του *Markowitz* και δεύτερον μέσω του υποδείγματος του *William Sharpe*. Στην παρούσα εργασία τα σταθμά επένδυσης x_p που χρησιμοποιήθηκαν για την διαπίστωση της διαχρονικής μεταβολής του αποδοτικού συνόρου, είναι αυτά που υπολογίσθηκαν μέσω της διαδικασίας του *Roll* και όχι του *Markowitz*.

Το **έκτο κεφάλαιο** περιλαμβάνει τα δεδομένα που θα χρησιμοποιήσουμε και θα επεξεργαστούμε για να προσπαθήσουμε να διαπιστώσουμε την διαχρονική μεταβολή του αποδοτικού μετώπου. Τα δεδομένα αυτά είναι εβδομαδιαίες αποδόσεις 83 κοινών μετοχών που διαπραγματεύονται στο Χρηματιστήριο Αξιών Αθηνών, για τα έτη 1993 έως 2003, η συλλογή των οποίων έγινε από διάφορες πηγές όπως *DataStream* και *Finance*. Σε αυτό το σημείο αξίζει να αναφέρουμε ότι αρχικά το δείγμα μας αποτελείτο από 98 μετοχές αλλά ύστερα από επεξεργασία των δεδομένων το δείγμα μειώθηκε στις 83 μετοχές.

Το **έβδομο κεφάλαιο** παραθέτει τις μεθόδους που θα χρησιμοποιήσουμε στην προσπάθειά μας να διαπιστώσουμε την διαχρονική μεταβλητικότητα του αποδοτικού μετώπου. Η μεθοδολογία που θα χρησιμοποιηθεί πρόκειται για έναν **έλεγχο που εξετάζει την διαχρονική μεταβλητικότητα των ποσοστών επένδυσης x_p** , τα οποία ποσοστά υπολογίζονται μέσω του υποδείγματος του **Richard Roll**. Στο υπόδειγμα αυτό του **Roll** διακρίνουμε δυο παραμέτρους που πρόκειται να χρησιμοποιήσουμε στην μεθοδολογία μας. Αυτές είναι:

α) Τα σταθμά επένδυσης x_p μέσω της διαδικασίας του *Roll* με μήτρα διακυμάνσεων-συνδιακυμάνσεων αυτή που χρησιμοποίησε ο **Markowitz**.

β) Τα σταθμά επένδυσης x_p μέσω της διαδικασίας του *Roll* με μήτρα διακυμάνσεων-συνδιακυμάνσεων αυτή που χρησιμοποίησε ο **Sharpe**.

Ο έλεγχος των ποσοστών επένδυσης περιλαμβάνει *δυο υποελέγχους*. Αυτοί είναι: πρώτον ένας έλεγχος **F τεστ** προκειμένου να διαπιστωθεί η διαχρονική μεταβλητικότητα της μήτρας διακυμάνσεων V και δεύτερον ένας έλεγχος **t τεστ** με τον οποίο θα διαπιστώνεται η διαχρονική μεταβολή των μέσων αποδόσεων μ .

Το **όγδοο κεφάλαιο** περιλαμβάνει τα αποτελέσματα και τα συμπεράσματα από την επεξεργασία των στοιχείων. Αυτό που θέλουμε να δείξουμε είναι ότι αποδοτικό σύνоро μεταβάλλεται διαχρονικά.

Το **ένατο κεφάλαιο** παραθέτει παραρτήματα και πίνακες. Τα παραρτήματα χωρίζονται σε τέσσερα μέρη:

Α) Το πρώτο μέρος περιλαμβάνει την αναλυτική εξέταση ως προς την **κανονικότητα** των 98 μετοχών.

Β) Το δεύτερο μέρος περιλαμβάνει την εξέταση ως προς την **στασιμότητα** των 98 μετοχών.

Γ) Στο τρίτο μέρος απεικονίζονται **γραφικά οι τιμές κλεισίματος** των αξιογράφων του τελικού πια δείγματος με σκοπό την πιο ολοκληρωμένη εικόνα της πορείας των μετοχών για όλη την διάρκεια της εξεταζόμενης δεκαετίας.

Δ) Στο τέταρτο μέρος αναφέρεται η **απόδειξη της σχέσης των ποσοστών επένδυσης x_p** σύμφωνα με το υπόδειγμα του **Richard Roll**.

- **Περιορισμοί εργασίας**

Η διεξαγωγή της εργασίας θα πραγματοποιηθεί κάτω από ορισμένους περιορισμούς με στόχο την απλούστευση της ερμηνείας των αποτελεσμάτων της εργασίας. Τέτοιοι περιορισμοί είναι:

- Το τελικό δείγμα που επιλέχθηκε αποτελείται από τις **εβδομαδιαίες αποδόσεις** μετοχών που είναι εισηγμένες στο Χρηματιστήριο Αξιών Αθηνών.
- Εξετάζεται ο μακροπρόθεσμος χρονικός ορίζοντας επένδυσης (άνω της πενταετίας), γι' αυτό και οι αποδόσεις αφορούν την **δεκαετία 1993 έως 2003**.
- Ως βάση επιλέχθηκε ο **Γενικός Δείκτης Αθηνών**, έναντι άλλων.
- Για τον υπολογισμό των εβδομαδιαίων αποδόσεων των μετοχών του τελικού δείγματος χρησιμοποιήθηκαν οι **λογαριθμικές κεφαλαιακές** και όχι οι ολικές αποδόσεις (μερισματική + κεφαλαιακή απόδοση) εφόσον πολύ λίγες μετοχές έδιναν ετήσιο μέρισμα για όλη την εξεταζόμενη δεκαετία. Οπότε προκειμένου να έχουμε ομοιομορφία στα δεδομένα μας χρησιμοποιήθηκαν μόνο οι κεφαλαιακές αποδόσεις και μάλιστα οι λογαριθμικές οι οποίες θεωρούνται και περισσότερο αξιόπιστες.
- Επίσης, στη παρούσα εργασία υποθέτουμε ότι οι αποδόσεις είναι **'unconditional returns'**, δηλαδή οι επενδυτές επιλέγουν μετοχές χωρίς να λαμβάνουν υπόψη τους τις παρελθούσες τιμές των αποδόσεων των συγκεκριμένων αξιογράφων. Η δέσμευση των παρελθουσών πληροφοριών ως προς τις αποδόσεις θα άλλαζε σημαντικά τα αποτελέσματα που θα παίρναμε χωρίς αυτή την πληροφόρηση.

- Τα αποτελέσματα της εργασίας πρέπει να ερμηνευθούν υπό το πρίσμα του *τρέχοντος χρηματιστηριακού περιβάλλοντος*. Πράγματι, τα χαρακτηριστικά του Ελληνικού Χρηματιστηρίου, όπως *ρηχότητα, χαμηλή εμπορευσιμότητα μετοχών, υπερσυγκέντρωση μετοχών σε μεγάλες δημόσιες εταιρίες, χειραγώγηση μετοχών* πρέπει οπωσδήποτε να ληφθούν υπόψη στην προσπάθειά μας να ερμηνεύσουμε τα αποτελέσματα.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2°

ΘΕΩΡΙΑ ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΟΥ

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Το φαινόμενο της παγκοσμιοποίησης, όπως όλοι γνωρίζουμε, συνέβαλε όχι μόνο στην ανάπτυξη των κεφαλαιαγορών και την αύξηση της επενδυτικής δραστηριότητας αλλά και στη δημιουργία νέων, εξελιγμένων χρηματοοικονομικών προϊόντων και υπηρεσιών παγκοσμίως καθώς και νέων μεθόδων και τεχνικών διαχείρισης των επενδυμένων κεφαλαίων. Οι νέες αυτές τεχνικές διαχείρισης αποτελούν αναπόσπαστο κομμάτι της *σύγχρονης Θεωρίας Χαρτοφυλακίου*. Η Θεωρία Χαρτοφυλακίου βασίζεται στην πρωτοποριακή εργασία του *Harry Markowitz* (1953, 1959) και προκάλεσε επανάσταση στον χώρο των επενδύσεων. Η θεωρία αυτή αποτέλεσε την βάση της σύγχρονης διαχείρισης κεφαλαίων στην οποία στηρίχθηκε η βιομηχανία των επενδυτών με μορφή επιχειρήσεων.

- Ορισμός –Υποθέσεις

Η Θεωρία Χαρτοφυλακίου *πρόκειται* για ένα σύνολο μεθόδων ή τεχνικών με βάση τα οποία μπορούμε να δημιουργήσουμε, αναλύσουμε και προσδιορίσουμε χαρτοφυλάκια αξιολογίων που βρίσκονται στην ίδια πορεία με τις προτιμήσεις του κάθε επενδυτή.

Ο πρωτοπόρος για την εποχή του Markowitz, εξέτασε τις συνθήκες κάτω από τις οποίες ο επενδυτής μπορεί να δημιουργήσει το βέλτιστο για αυτόν χαρτοφυλάκιο.

Η Θεωρία Χαρτοφυλακίου *στηρίζεται* σε τέσσερις *υποθέσεις*:

- α) οι επενδυτές έχουν ένα συγκεκριμένο και μεμονωμένο επενδυτικό ορίζοντα.
- β) για τους επενδυτές κάθε μεμονωμένη μετοχή αντιπροσωπεύεται από μια κατανομή πιθανοτήτων των αναμενόμενων αποδόσεων. Η αναμενόμενη τιμή αυτής της κατανομής είναι ένα μέτρο της αναμενόμενης απόδοσης της μετοχής και η διακύμανση των αποδόσεων παρέχει ένα μέτρο του κινδύνου της.
- γ) ένα χαρτοφυλάκιο μεμονωμένων μετοχών μπορεί να περιγραφεί απόλυτα από την αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου και τη διακύμανση της απόδοσης του χαρτοφυλακίου.
- δ) οι επενδυτές ακολουθούν την αρχή της ορθολογικής επενδυτικής συμπεριφοράς, η οποία καθορίζεται από δυο βασικές *παραδοχές*:

- 1) ο επενδυτής προτιμά τις μεγαλύτερες αποδόσεις από τις μικρότερες για κάθε συγκεκριμένο επίπεδο κινδύνου
- 2) ο επενδυτής προτιμά τις πιο αποδόσεις από τις πιο ριψοκίνδυνες για κάθε συγκεκριμένο επίπεδο απόδοσης.

- Στάδια

Η *Θεωρία Χαρτοφυλακίου* περιλαμβάνει τα εξής *τρία στάδια*:

1) *Επιλογή αξιογράφων*, όπου εκτιμώνται τα χαρακτηριστικά κινδύνου και απόδοσης των μεμονωμένων μετοχών καθώς και ο βαθμός συσχέτισης όλων των εξεταζόμενων μετοχών.

2) *Ανάλυση χαρτοφυλακίων*, όπου αφού ο επενδυτής έχει επιλέξει μετοχές, τις συνδυάζει ανά 2 ή 3 και σχηματίζει χαρτοφυλάκια από τα οποία επιλέγει εκείνα που έχουν τον ελάχιστο κίνδυνο και την μέγιστη απόδοση. Με άλλα λόγια προσδιορίζονται οι συνδυασμοί «αποτελεσματικών» μετοχών.

Ένας συνδυασμός θεωρείται αποτελεσματικός όταν συντρέχουν, μαζί, οι δυο παρακάτω προϋποθέσεις:

- A) Οποιοσδήποτε άλλος συνδυασμός που έχει την ίδια προσδοκώμενη απόδοση είναι πιο ριψοκίνδυνος.
- B) Οποιοσδήποτε άλλος συνδυασμός που έχει τον ίδιο κίνδυνο εκτιμάται ότι θα έχει μικρότερη απόδοση.

3) *Επιλογή χαρτοφυλακίου*, όπου από τις χιλιάδες χαρτοφυλάκια ο επενδυτής επιλέγει εκείνα που βρίσκονται στην ίδια πορεία με τις προτιμήσεις του. Με άλλα λόγια, μετά από αξιολόγηση των αποτελεσμάτων του δεύτερου σταδίου επιλέγεται από τους αποτελεσματικούς συνδυασμούς μετοχών εκείνος που μεγιστοποιεί την αναμενόμενη ωφελιμότητα του επενδυτή ή διαφορετικά εκείνος που ταιριάζει πιο πολύ στη συνάρτηση ωφελιμότητας του επενδυτή.

Παρακάτω, δίνονται αναλυτικά τα τρία αυτά στάδια της Θεωρίας Χαρτοφυλακίου

1) *Επιλογή αξιογράφων*

Στο πλαίσιο αυτό εκτιμώνται η **αναμενόμενη απόδοση** μιας μετοχής για μια περίοδο, η **διακύμανση** της απόδοσης της μετοχής, η **συνδιακύμανση** και ο **συντελεστής συσχέτισης** μεταξύ αποδόσεων των υπό εξέταση μετοχών. Η απόδοση μιας μετοχής μπορεί να προέρχεται από τα κεφαλαιακά κέρδη (ή ζημιές), δηλαδή από τα κέρδη (ή ζημιές) που προκαλούνται από την άνοδο (ή την πτώση) της τιμής της μετοχής κατά την εξεταζόμενη συγκεκριμένη χρονική περίοδο και από τα μερίσματα, τα οποία μοιράστηκαν κατά την συγκεκριμένη χρονική περίοδο.

Επομένως, η απόδοση μιας μετοχής για μια συγκεκριμένη χρονική περίοδο προκύπτει από το άθροισμα της ποσοστιαίας μεταβολής της τιμής της και από την ποσοστιαία μερισματική της απόδοση κατά τη διάρκεια της εξεταζόμενης χρονικής περιόδου.

Η μαθηματική απεικόνιση της **απόδοσης μιας μετοχής για μια χρονική περίοδο t** δίνεται ως εξής:

$R_{it} = \{ P_{it} - P_{it-1} / P_{it-1} \} + \{ D_{it} / P_{it-1} \}$, όπου P_{it} = η τιμή της i μετοχής τη χρονική στιγμή t ,

P_{it-1} = η τιμή της i μετοχής τη χρονική στιγμή $t-1$

D_{it} = το μέρισμα που πληρώνει η i μετοχή τη χρονική στιγμή t ,

Ο παραπάνω τύπος αποκαλύπτει την ποσοστιαία αύξηση (ή μείωση) του πλούτου του ιδιοκτήτη της μετοχής i , με την προϋπόθεση ότι η μετοχή θα του ανήκει κατά την διάρκεια όλης της εξεταζόμενης περιόδου. Επίσης χρησιμοποιείται για την μέτρηση τόσο των ιστορικών όσο και των μελλοντικών αποδόσεων μιας μετοχής. Ιδιαίτερα, αναφορικά με τις μελλοντικές αποδόσεις, χρησιμοποιείται η προσδοκώμενη τιμή της μετοχής στο τέλος της εξεταζόμενης περιόδου t καθώς και τα προσδοκώμενα μερίσματα για το ίδιο χρονικό διάστημα. Στη περίπτωση που δεν υπάρχει μέρισμα η μερισματική απόδοση ισούται με το μηδέν. Αν το άθροισμα της τιμής της μετοχής στο τέλος της περιόδου t με το αντίστοιχο μέρισμα είναι μεγαλύτερο (ή μικρότερο) από τη τιμή της μετοχής στην αρχή της περιόδου t , τότε προκύπτει θετική (αρνητική) απόδοση.

Αν η τιμή της μετοχής στο τέλος της περιόδου t προσαυξημένη κατά το μέρος που διανεμήθηκε στην ίδια περίοδο ισούται με την τιμή της μετοχής στην αρχή της περιόδου, τότε το αποτέλεσμα του παραπάνω τύπου είναι μια αρνητική απόδοση.

Πιο ρεαλιστική είναι η εκτίμηση της αναμενόμενης απόδοσης μιας μετοχής με τη βοήθεια μιας κατανομής πιθανοτήτων. Χρησιμοποιούμε δηλαδή διάφορες πιθανές αποδόσεις της μετοχής σε συνδυασμό με τις αντίστοιχες πιθανότητες να συμβούν οι συγκεκριμένες αποδόσεις. Οι πιθανότητες αυτές είναι υποκειμενικές και εξαρτώνται από τις πληροφορίες και τις προσδοκίες κάθε επενδυτή. Άρα κάθε επενδυτής μπορεί να έχει διαφορετική κατανομή πιθανοτήτων για την ίδια μετοχή.

Αξίζει να σημειωθεί ότι η απόδοση μιας μετοχής παρέχει σημαντικές πληροφορίες για τη μετοχή και για το χαρτοφυλάκιο αλλά αυτό δεν αρκεί. Έτσι, μια αποκρυσταλλωμένη εικόνα για τη μετοχή μας δίνει ένα δεύτερο στατιστικό κριτήριο, ένα μέτρο διασποράς ή προσδοκώμενης απόκλισης από την προβλεπόμενη απόδοση. Αυτό θα χρησιμεύει ως μέτρο αβεβαιότητας σχετικά με τις αποδόσεις και μπορεί να χρησιμοποιηθεί στη θέση του η διακύμανση (ή η τυπική απόκλιση), οι εκατοστιαίες αποκλίσεις ή το εύρος των τιμών κατανομής.

Η επιλογή του στατιστικού κριτηρίου έγκειται αποκλειστικά στην υπολογιστική ευκολία κάτω από τις εκάστοτε συνθήκες. Βέβαια, το μέτρο διασποράς πρέπει απαραίτητα να συνδυάζεται με τον αντίστοιχο συντελεστή προβλεπόμενης απόδοσης. Αν χρησιμοποιηθεί ως συντελεστής προβλεπόμενης απόδοσης ένα μέτρο κεντρικής τάσεως, πρέπει να χρησιμοποιηθεί παράλληλα και το αντίστοιχο μέτρο διασποράς. Για παράδειγμα ο συνηθισμένος συνοδός του αριθμητικού μέσου είναι η τυπική απόκλιση. Οι εκατοστιαίες αποκλίσεις χρησιμοποιούνται σε συνδυασμό με την διάμεσο, ενώ το εύρος συνοδεύεται από το σημείο μέγιστης συχνότητας συνήθως.

Ως **διακύμανση** ορίζουμε το σταθμικό μέσο των τετραγώνων των αποκλίσεων των πιθανών αποδόσεων της μετοχής από την αναμενόμενη απόδοσή τους, όπου ως σταθμά χρησιμοποιούνται οι πιθανότητες της κατανομής των αποδόσεων.

Ο μαθηματικός τύπος της **διακύμανσης** δίνεται ως εξής:

$$\sigma^2(\mathbf{R}_i) = \sigma_i^2 = \sum \rho_k (\mathbf{R}_{ik} - \mathbf{E}(\mathbf{R}_i))^2, \text{ όπου } \mathbf{R}_{ik} = k \text{ πιθανό αποτέλεσμα για την απόδοση}$$

της μετοχής i

$\rho_k =$ πιθανότητα να επιτευχθεί η απόδοση

\mathbf{R}_{ik}

N = το σύνολο των πιθανών αποδόσεων

Ουσιαστικά η *διακύμανση* μετράει την κατά μέσο όρο μεταβλητικότητα των πιθανών αποδόσεων γύρω από την αναμενόμενη απόδοσή τους.

Όσο *μεγαλύτερη* η *διακύμανση των αποδόσεων μιας μετοχής*, τόσο μεγαλύτερη η πιθανότητα ότι η πραγματική απόδοση θα αποβεί σημαντικά διαφορετική από την αναμενόμενη απόδοση και συνεπώς τόσο μεγαλύτερος ο κίνδυνος της μετοχής θεωρώντας όλους τους υπόλοιπους παράγοντες σταθερούς.

Όσο *μικρότερη* η *διακύμανση των αποδόσεων μιας μετοχής*, τόσο μεγαλύτερη η συσπείρωση των πιθανών αποδόσεων της μετοχής γύρω από την αναμενόμενη απόδοσή τους και συνεπώς τόσο μικρότερος ο κίνδυνος της μετοχής.

Γνωρίζοντας τη *διακύμανση* μιας μετοχής εύκολα υπολογίζουμε την **τυπική της απόκλιση**, η οποία προκύπτει ως τετραγωνική ρίζα της διακύμανσης:

$$\sigma(\mathbf{R}) = \sqrt{\sigma^2(\mathbf{R})}.$$

Επιπλέον, η τυπική απόκλιση της απόδοσης της μετοχής μετριέται στις ίδιες μονάδες μέτρησης που μετριοούνται και οι ίδιες οι μετοχές και αυτό κάμει την τυπική απόκλιση πιο ελκυστική από την διακύμανση.

Καταλήγουμε λοιπόν στο συμπέρασμα ότι η επιλογή έγκειται αποκλειστικά στις προσωπικές επιθυμίες του κάθε επενδυτή και όχι στην ύπαρξη ενός αντικειμενικού μέτρου σύγκρισης. Το κενό αυτό στη *θεωρία χαρτοφυλακίου* έρχεται να καλύψει ο **συντελεστής μεταβλητικότητας** που ορίζεται ως ο λόγος της τυπικής απόκλισης προς την αναμενόμενη απόδοση.

Ο τύπος του *συντελεστή μεταβλητικότητας* δίνεται ως εξής:

$$CV = \sigma(\mathbf{R}_i) / E(\mathbf{R}_i)$$

Ο *συντελεστής μεταβλητικότητας*, όπως και η αναμενόμενη απόδοση και η διακύμανση των αποδόσεων μιας μετοχής, εσωκλείουν πληροφορίες για την κατανομή πιθανοτήτων μιας μεμονωμένης μετοχής. Παρ'όλα αυτά τα στατιστικά αυτά κριτήρια δεν παρέχουν καμία απολύτως πληροφορία για τις αλληλοσυνδέσεις μεταξύ των αποδόσεων διαφορετικών μετοχών.

Η ανάπτυξη της θεωρίας του χαρτοφυλακίου και οι εφαρμογές της στηρίχθηκαν σε απλές έννοιες της στατιστικής και κυρίως στην ανάλυση συσχέτισης. Ο σκοπός της ανάλυσης συσχέτισης είναι να μετρήσει την σχέση μεταξύ δυο μεταβλητών π.χ. τις

αποδόσεις της μετοχής X με τις αποδόσεις της μετοχής Y ή τις αποδόσεις του δείκτη του χρηματιστηρίου. Η **συνδιακύμανση** και η **συσχέτιση** είναι τα στατιστικά εργαλεία που ποσοτικοποιούν τη σχέση ανάμεσα σε δυο μεταβλητές.

Ο συντελεστής συσχέτισης ειδικά είναι ένα στατιστικό μέτρο που λαμβάνει τιμές μεταξύ του -1 και +1. Ένας συντελεστής συσχέτισης με τιμή +1 δηλώνει μια τέλεια θετική συσχέτιση ενώ ένας συντελεστής με τιμή ίση με -1 εκφράζει μια τέλεια αρνητική σχέση. Τέλος, δυο μεταβλητές με συντελεστή συσχέτισης ίσο με το 0 δεν έχουν σχέση. Προκειμένου να ανακαλύψουμε την παρουσία μιας αλληλεξάρτησης ανάμεσα σε δυο μετοχές χρησιμοποιούμε το στατιστικό μέτρο της **συνδιακύμανσης**. Η **συνδιακύμανση** των αποδόσεων δυο μετοχών ορίζεται ως ο σταθμικός μέσος των εξαγόμενων των δύο αντίστοιχων αποκλίσεων. Ως σταθμά ορίζονται οι κοινές πιθανότητες εμφάνισης των διαφόρων αποδόσεων των δυο μετοχών.

Η αλγεβρική απεικόνιση της **συνδιακύμανσης** παρουσιάζεται ως εξής:

$$\text{Cov}(\mathbf{R}_i, \mathbf{R}_j) = \sigma_{ij} = \sum \rho_k (\mathbf{R}_{ik} - \mathbf{E}(\mathbf{R}_i)) (\mathbf{R}_{jk} - \mathbf{E}(\mathbf{R}_j)), \text{ όπου } \rho_k = \text{κοινή πιθανότητα}$$

εμφάνισης

των αποδόσεων

N = συνολικός αριθμός των

πιθανών αποδόσεων

Αρνητική **συνδιακύμανση** υποδεικνύει ότι οι αποδόσεις των δυο μετοχών τείνουν να κινούνται προς την αντίθετη κατεύθυνση, όταν δηλαδή ανεβαίνουν οι τιμές της μιας μετοχής οι τιμές της δεύτερης τείνουν να πέφτουν. Με άλλα λόγια δεν υπάρχει καμία συσχέτιση στις πορείες των αποδόσεων των δυο υπό εξέταση μετοχών. Αντίθετα, η θετική τιμή της **συνδιακύμανσης** αποκαλύπτει μια θετική σύγκλιση των αποδόσεων των εξεταζομένων μετοχών.

Η **συνδιακύμανση** λοιπόν είναι ένα απόλυτο στατιστικό μέτρο απαλλαγμένο από μονάδες μέτρησης, που καταγράφει το βαθμό συσχέτισης ανάμεσα στις αποδόσεις των μετοχών και αντανakλά τη διασπορά των αποδόσεων γύρω από τις αντίστοιχες αναμενόμενες τιμές τους.

Συμπερασματικά, η **συνδιακύμανση** εκτιμάει την έκταση κατά την οποία δυο συγκεκριμένες μετοχές ανταποκρίνονται ομοιόμορφα απέναντι στα ίδια οικονομικά, πολιτικά και κοινωνικά γεγονότα. Βέβαια η **συνδιακύμανση** μας πληροφορεί μόνο για

την κατεύθυνση της συσχέτισης των δυο μεταβλητών. Δεν παρέχει καμία πληροφόρηση για την ένταση της συσχέτισης αυτής.

Η ένταση της αλληλεξάρτησης των δυο μετοχών προσεγγίζεται με την βοήθεια του **συντελεστή συσχέτισης**. Ο συντελεστής συσχέτισης παίρνει τιμές εντός του διαστήματος $[-1, 1]$.

Όσο πιο κοντά πλησιάζουμε στο 1, τόσο εντονότερη είναι η θετική συσχέτιση των αποδόσεων των δυο μετοχών, ενώ αντίθετα όσο πλησιάζουμε προς το -1 τόσο ισχυρότερη είναι η αρνητική συσχέτιση των αποδόσεων των δύο εξεταζόμενων μετοχών. Ο μαθηματικός τρόπος έκφρασης του συντελεστή συσχέτισης δίνεται ως εξής:

$$CC(\mathbf{R}_i, \mathbf{R}_j) = \rho_{ij} = \text{Cov}(\mathbf{R}_i, \mathbf{R}_j) / \sigma(\mathbf{R}_i)\sigma(\mathbf{R}_j)$$

Εξαιτίας του γεγονότος ότι η συνδιακύμανση και το γινόμενο των τυπικών αποκλίσεων εκφράζονται με τις ίδιες μονάδες μέτρησης, ο συντελεστής συσχέτισης προκύπτει ένας καθαρός αριθμός, απαλλαγμένος από οποιεσδήποτε μεταβολές στις μονάδες μέτρησης της συνδιακύμανσης και των τυπικών αποκλίσεων.

2) Ανάλυση χαρτοφυλακίων

Η επένδυση του συνόλου των χρηματικών πόρων σε μια μεμονωμένη μετοχή θεωρείται μια υπερβολικά επικίνδυνη στρατηγική, διότι αν η πορεία της μετοχής είναι πτωτική ή οδεύει προς χρεοκοπία, ο επενδυτής θα χάσει όλο το κεφάλαιό του. Έτσι λοιπόν οι επενδυτές συγκροτούν χαρτοφυλάκια μετοχών, μέσω των οποίων μειώνονται οι πιθανότητες για τέτοια δυσάρεστα αποτελέσματα. Ο πλέον σημαντικός λόγος επένδυσης σε χαρτοφυλάκια είναι η **διαφοροποίηση** δηλαδή η τοποθέτηση των χρηματικών πόρων σε διαφορετικές μετοχές με στόχο τη μείωση του κινδύνου.

Αξίζει να σημειωθεί ότι ένα χαρτοφυλάκιο για να έχει αρκετά σημαντικό διαφοροποιημένο κίνδυνο πρέπει να περιλαμβάνει τουλάχιστον 8 μετοχές. Σε ένα χαρτοφυλάκιο όσο πιο υψηλή είναι η συσχέτιση των μετοχών του, τόσο πιο δύσκολη γίνεται η διαφοροποίηση.

Σύμφωνα με τον **Markowitz**, τα πλεονεκτήματα της διαφοροποίησης μπορούν να επιτευχθούν συνδυάζοντας μετοχές που παρουσιάζουν μικρότερη από την τέλεια θετική συσχέτιση. Σε αυτήν την περίπτωση ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου γίνεται σημαντικά χαμηλότερος από τους κινδύνους των μεμονωμένων μετοχών που

περιλαμβάνονται στο χαρτοφυλάκιο. Συγκεκριμένα, όσο πιο μικρή είναι η συσχέτιση των αποδόσεων των μετοχών, τόσο πιο μικρός θα είναι και ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου που τις περιλαμβάνει.

Το πρωταρχικό χαρακτηριστικό του χαρτοφυλακίου που ενδιαφέρει έναν επενδυτή είναι η απόδοσή του. Η *απόδοση του χαρτοφυλακίου* αποτελεί τον σταθμικό μέσο των μεμονωμένων αποδόσεων των δύο μετοχών, όπου ως σταθμά χρησιμοποιούνται τα ποσοστά επένδυσης σε κάθε μετοχή. Αλλιώς:

$E(\mathbf{R}_p) = \sum w_i E(\mathbf{R}_i)$, όπου $N = n$ αριθμός των μετοχών στο χαρτοφυλάκιο

$w_i =$ το ποσοστό επένδυσης στη μετοχή i

$E(\mathbf{R}_i) =$ η αναμενόμενη απόδοση της μετοχής i

Σημειώνεται πως το άθροισμα των ποσοστών της επένδυσης σε όλες τις μετοχές ενός χαρτοφυλακίου ισοδυναμεί με την μονάδα, δηλαδή $\sum w_i = 1$.

Ένα χαρτοφυλάκιο ορίζεται συνεπώς από τα ποσοστά των επενδύσεων στις μετοχές που απαρτίζουν. Ο προσδιορισμός της απόδοσης ενός χαρτοφυλακίου πρέπει απαραίτητα να συνδυαστεί με τον προσδιορισμό και της επισφάλειάς του, προκειμένου να αποκτήσουμε μια ευρύτερη εικόνα του εξεταζόμενου χαρτοφυλακίου. Προκειμένου να εκτιμήσουμε την επισφάλεια ενός χαρτοφυλακίου υπολογίζουμε την διακύμανσή του.

Ο προσδιορισμός της διακύμανσης ενός χαρτοφυλακίου, που αποτελείται έστω από δύο μετοχές, προϋποθέτει την εκτίμηση των τυπικών αποκλίσεων των τίτλων, που απαρτίζουν το χαρτοφυλάκιο και της συνδιακύμανσης των τίτλων αυτών, καθώς επίσης και των ποσοστών της αξίας κάθε τίτλου στο σύνολο της αξίας του χαρτοφυλακίου. Ο σχετικός τύπος υπολογισμού της *διακύμανσης ενός χαρτοφυλακίου* δύο μόνο μετοχών i και j είναι:

$$\sigma_p^2 = w^2 \sigma_i^2 + (1-w)^2 \sigma_j^2 + 2w(1-w) \sigma_{ij}, \text{ όπου } w = \text{το ποσοστό της αξίας του χαρτοφυλακίου που έχει επενδυθεί}$$

στη μετοχή i
 σ_i = η τυπική απόκλιση των
αποδόσεων
της μετοχής i
 σ_j = η τυπική απόκλιση των
αποδόσεων
της μετοχής j
 σ_{ij} = η συνδιακύμανση των τίτλων i
και j

Επεκτείνοντας τον παραπάνω τύπο σε χαρτοφυλάκιο N τίτλων, διαμορφώνεται ως εξής: $\sigma_p^2 = \sum w_i^2 \sigma_i^2 + \sum \sum w_i w_j \rho_{ij} \sigma_i \sigma_j$

Η διατύπωση του συγκεκριμένου τύπου στρέφει αναγκαστικά την προσοχή του αναλυτή στο συντελεστή συσχέτισης των τίτλων. Ο βαθμός συσχέτισης είναι μέγεθος άκρως σημαντικό για τον επενδυτή αφού εκφράζει τη μείωση κινδύνου, την οποία επιφέρει μια μη τέλεια θετική συσχέτιση, που αποτελεί και τον κύριο λόγο σχηματισμού χαρτοφυλακίου. Φυσικά ο υπολογισμός του συγκεκριμένου τύπου γίνεται εξαιρετικά δύσκολος καθώς αυξάνει ο αριθμός των μετοχών του χαρτοφυλακίου.

Χρησιμοποιώντας και το *συντελεστή συσχέτισης* ρ_{ij} των δύο μετοχών μπορούμε να εκφράσουμε την *συνδιακύμανσή* τους ως: $\sigma_{ij} = \rho_{ij} \sigma_j \sigma_i$.

3) Επιλογή χαρτοφυλακίου

Ένα χαρτοφυλάκιο είναι *αποδοτικό* όταν συντρέχουν οι εξής δύο προϋποθέσεις:

α) να μην υπάρχει κανένα άλλο χαρτοφυλάκιο με την ίδια αναμενόμενη απόδοση, που να έχει μικρότερη τυπική απόκλιση.

β) να μην υπάρχει κανένα άλλο χαρτοφυλάκιο με την ίδια ή μικρότερη τυπική απόκλιση, που να έχει μεγαλύτερη αναμενόμενη απόδοση.

Ο επενδυτής θα προβεί στην επιλογή ενός *αποδοτικού χαρτοφυλακίου*, που θα ταιριάζει περισσότερο στις προσωπικές του προτιμήσεις απέναντι στο συνδυασμό απόδοσης-κινδύνου. Για *παράδειγμα*, ένας ριψοκίνδυνος επενδυτής αποζητά μια

υψηλή αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου του και είναι πρόθυμος να αναλάβει σημαντικό κίνδυνο προκειμένου να την πετύχει.

Αντίθετα, ένας επενδυτής που αποστρέφεται τον κίνδυνο θα προτιμήσει έναν πιο ασφαλή συνδυασμό θυσιάζοντας την επιπλέον αναμενόμενη απόδοση. Διαπιστώνουμε κατά συνέπεια πως η επιλογή του τελικού χαρτοφυλακίου θα βασιστεί στις προσωπικές προτιμήσεις του επενδυτή.

ΧΡΗΣΙΜΟΤΗΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΟΥ ΣΤΗΝ ΕΠΙΛΟΓΗ ΑΞΙΟΓΡΑΦΩΝ

Ένας επενδυτής επιλέγει αξιόγραφα με τη βοήθεια της θεωρίας χαρτοφυλακίου χρησιμοποιώντας δυο διαστάσεις. Αυτές είναι:

- α)** ο κίνδυνος
- β)** η απόδοση

Τα δυο παραπάνω χαρακτηριστικά συνδέονται άρρηκτα μεταξύ τους. Βέβαια η σχέση απόδοσης-κινδύνου δεν είναι πάντα ανάλογη και σαφώς εξαρτάται από την «σωστή» αξιολόγηση και επιλογή της επένδυσης.

Ø ΈΝΝΟΙΑ ΑΠΟΔΟΣΗΣ

Ως απόδοση εννοούμε την διαφορά μεταξύ της τελικής αξίας του περιουσιακού στοιχείου και της αρχικής αξίας, συμπεριλαμβανομένων και τυχόν πρόσθετων ροών, διαιρούμενης με την αρχική αξία.

Ø ΈΝΝΟΙΑ ΚΙΝΔΥΝΟΥ

Η έννοια του κινδύνου μιας επένδυσης συνίσταται στην απόκλιση των πραγματοποιηθεισών αποδόσεων ως προς τις αντίστοιχες αναμενόμενες. Η ανάληψη κινδύνου από τους επενδυτές δημιουργεί τις προϋποθέσεις για υψηλότερες αποδόσεις. Είναι λογικό ότι αν ένας επενδυτής δεν επιθυμεί να αναλάβει κινδύνους θα

αποζημιωθεί με την ελάχιστη απόδοση, η οποία ισούται με το **επιτόκιο χωρίς κίνδυνο** (risk free rate). Αντίθετα, αν ένας επενδυτής επιθυμεί να αναλάβει κινδύνους έπεται ότι θα αποζημιωθεί με υψηλές αποδόσεις.

Ενδιαφέρον αποτελεί η διάκριση των κινδύνων στις εξής κατηγορίες:

Û ΚΑΤΗΓΟΡΙΕΣ ΚΙΝΔΥΝΟΥ

1) Κίνδυνοι αξιογράφων μεταβλητής απόδοσης

Η κατηγορία αυτή περιλαμβάνει αξιόγραφα όπως οι μετοχές, των οποίων ο κίνδυνος συνίσταται σε δυο επιμέρους συστατικά στοιχεία: Τον **συστηματικό κίνδυνο ή κίνδυνο της αγοράς**, ο οποίος αναφέρεται στο ποσοστό εκείνο της συνολικής μεταβλητικότητας της απόδοσης μιας μετοχής που οφείλεται σε παράγοντες που επηρεάζουν ταυτόχρονα τις μέσες αποδόσεις όλων των μετοχών που κυκλοφορούν στην αγορά.

Τον **μη συστηματικό κίνδυνο**, ο οποίος αναφέρεται στο ποσοστό εκείνο της συνολικής μεταβλητικότητας της απόδοσης μιας μετοχής που οφείλεται σε ιδιαίτερα γεγονότα της ίδιας εταιρίας, βιομηχανίας ή κλάδου.

Ως κινδύνους αξιογράφων μεταβλητής απόδοσης είναι οι:

Πληθωριστικός κίνδυνος, κίνδυνος επιτοκίου, επιχειρηματικός κίνδυνος, χρηματοδοτικός κίνδυνος, απτοί και μη απτοί κίνδυνοι.

Αξίζει να σημειώσουμε ότι στην περίπτωση όπου μια μετοχή αξιολογείται μεμονωμένα, ο κίνδυνος συνήθως μετράται με την τυπική απόκλιση όλων των δυνατών αποδόσεών της. Ενώ στην περίπτωση που οι επενδυτές έχουν την δυνατότητα να επενδύσουν σε περισσότερες από μια μετοχές θα πρέπει να τους ενδιαφέρει όχι ο συνολικός κίνδυνος της μετοχής αλλά μόνο το μέρος του κινδύνου που παραμένει, όταν η συγκεκριμένη μετοχή συμπεριληφθεί στο χαρτοφυλάκιο τους, δηλαδή ο κίνδυνος της αγοράς ή συστηματικός κίνδυνος.

2) Κίνδυνοι αξιογράφων σταθερής απόδοσης

Η κατηγορία αυτή περιλαμβάνει αξιόγραφα όπως ομολογίες καθώς και τα Έντοκα Γραμμάτια Δημοσίου, οι οποίες δίνουν στον κάτοχό τους εισόδημα με τη μορφή τόκου ανά τακτά χρονικά διαστήματα, ορισμένα εκ των προτέρων. Άρα λοιπόν για τα αξιόγραφα σταθερής απόδοσης υπάρχει βεβαιότητα αναφορικά με το ύψος και τον χρόνο των απολαβών.

Ως *κινδύνους αξιογράφων σταθερής απόδοσης* είναι οι:

Κίνδυνος επιτοκίου, πληθωριστικός κίνδυνος, κίνδυνος χρονικής διάρκειας, κίνδυνος αθέτησης, κίνδυνος εξαναγκασμού, κίνδυνος ρευστοποίησης.

Û ΜΕΤΡΗΣΗ ΚΙΝΔΥΝΟΥ

Ο κίνδυνος που είναι ενσωματωμένος σε μια μετοχή μπορεί να διακριθεί σε δυο είδη. Πρώτον, ένα *γενικότερο κίνδυνο* που αφορά οποιαδήποτε επένδυση σε μια οικονομία. Για παράδειγμα, τον κίνδυνο να ανέβει ο πληθωρισμός σε μια οικονομία και αυτό να επηρεάσει όλες τις εταιρίες που δραστηριοποιούνται σε αυτήν. Δεύτερον, ένα *ειδικό κίνδυνο* ο οποίος είναι συνυφασμένος με την συγκεκριμένη επιχείρηση που αφορά. Για παράδειγμα, ο κίνδυνος της πτώχευσης της συγκεκριμένης εταιρίας όπως αυτός προκύπτει από τις οικονομικές της καταστάσεις.

Έτσι, επενδύοντας σε μετοχές της συγκεκριμένης εταιρίας ο επενδυτής αναλαμβάνει και τα δυο είδη κινδύνου.

Ο πιο απλός τρόπος προσέγγισης του κινδύνου της αγοράς είναι χρησιμοποιώντας τον *συντελεστή βήτα*.

Συντελεστής ΒΗΤΑ

Ο συντελεστής βήτα αποτελεί ένα μέτρο της σχετικής επικινδυνότητας της μετοχής ή του αξιογράφου ως προς την εγχώρια χρηματιστηριακή αγορά. Η εγχώρια χρηματιστηριακή αγορά υποθέτουμε ότι προσεγγίζεται από τον Γενικό Δείκτη του Χρηματιστηρίου Αθηνών. Εξ ορισμού ο Γενικός Δείκτης του Χρηματιστηρίου Αθηνών έχει συντελεστή βήτα ίσο με την μονάδα.

Όσο μεγαλύτερη η τιμή του συντελεστή βήτα μιας επένδυσης τόσο πιο επικίνδυνη είναι αυτή η επένδυση. Όταν μια μετοχή έχει συντελεστή βήτα μικρότερο από την

μονάδα, τότε αυτή θεωρείται επιθετική, ενώ στην περίπτωση που ο συντελεστής βήτα μιας μετοχής είναι μεγαλύτερος από την μονάδα, τότε η μετοχή θεωρείται αμυντική.

Όσο η συσχέτιση των αποδόσεων δυο περιουσιακών στοιχείων είναι λιγότερο από τέλεια θετική, δηλαδή μικρότερη από μονάδα, ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου που αποτελείται από δυο περιουσιακά στοιχεία είναι μικρότερος από τον μέσο όρο των επιμέρους κινδύνων. Η καλύτερη βέβαια των περιπτώσεων είναι όταν η συσχέτιση είναι αρνητική κάτι που όμως συναντιέται δύσκολα στην πράξη. Το φαινόμενο αυτό της μείωσης του κινδύνου συνδυάζοντας μετοχές σε ένα χαρτοφυλάκιο ονομάζεται *διαφοροποίηση κινδύνου (Risk Diversification)*

Με την διαφοροποίηση μειώνεται ο ειδικός κίνδυνος. Έχει εκτιμηθεί ότι σε ένα χαρτοφυλάκιο ίσα κατανομημένο σε δέκα μετοχές (δηλαδή σε κάθε μετοχή έχει επενδυθεί ποσοστό ίσο με το 1/10 του διαθέσιμου προς επένδυση ποσού) ο ειδικός κίνδυνος μειώνεται περίπου κατά 80%. Στην ακραία περίπτωση που μπορεί κανείς να έχει ένα σταθμισμένο υποπολλαπλάσιο όλων των μετοχών της αγοράς, έχει εξαλείψει εντελώς τον μη συστηματικό (ειδικό) κίνδυνο. Βεβαίως άσχετα με την διαφοροποίηση ο κίνδυνος της αγοράς ή αλλιώς ο συστηματικός κίνδυνος παραμένει αμετάβλητος.

Ο *συντελεστής βήτα* λοιπόν μετρά τον συστηματικό κίνδυνο μιας μετοχής. Μετρά δηλαδή την ευαισθησία της απόδοσης μιας συγκεκριμένης μετοχής στις διακυμάνσεις της αγοράς. Για παράδειγμα, μια μετοχή με συντελεστή βήτα ίσο με 1,2 θα μεταβάλλεται κατά μέσο όρο 1,2 φορές περισσότερο από το σύνολο της αγοράς. Αντίθετα, η απόδοση μιας μετοχής με συντελεστή βήτα ίσο με 0,6 θα μεταβάλλεται κατά μέσο όρο 0,6 φορές σε σύγκριση με την μεταβολή της αγοράς.

Μια επιθετική μετοχή λειτουργεί αποδοτικά σε περίοδο ανόδου της αγοράς αλλά και επιτείνει τις απώλειες σε περίοδο πτώσης των τιμών. Μια αμυντική μετοχή πραγματοποιεί μικρότερες ζημιές από την αγορά σε περίοδο μείωσης των τιμών αλλά και μικρότερα κέρδη σε περίοδο ανόδου της αγοράς.

Ο *συντελεστής βήτα* του συνόλου της αγοράς, ενός χαρτοφυλακίου δηλαδή που περιέχει όλες τις μετοχές της αγοράς, ισούται με τη μονάδα. Έτσι, ο συντελεστής βήτα μιας μετοχής, έστω της μετοχής i , μετρά την συνεισφορά της μετοχής στον κίνδυνο του χαρτοφυλακίου της αγοράς.

Μια επιθετική μετοχή, μια μετοχή δηλαδή που έχει *συντελεστή βήτα* μεγαλύτερο από την μονάδα συνεισφέρει περισσότερο στον κίνδυνο του χαρτοφυλακίου της αγοράς

σε σχέση με μια μετοχή με *συντελεστή βήτα* μικρότερο της μονάδας. Ο μέσος επενδυτής λειτουργώντας ορθολογικά αγοράζει μια μετοχή με μεγαλύτερη συνεισφορά στον κίνδυνο του χαρτοφυλακίου του αναμένει και μια απόδοση που να είναι μεγαλύτερη από την απόδοση μιας μετοχής που συνεισφέρει λίγο στον συνολικό κίνδυνο του χαρτοφυλακίου του. Έτσι, είναι εύκολα κατανοητό ότι πρέπει να υπάρχει μια θετική σχέση μεταξύ του *συντελεστή βήτα* μιας μετοχής και της αναμενόμενης απόδοσης της μετοχής αυτής.

Επομένως, η εκτίμηση του *συντελεστή βήτα* θεωρείται σημαντική στην διαχείριση των χρηματιστηριακών επενδύσεων.

Για την εκτίμηση του *συντελεστή βήτα* υπολογίζεται η απόδοση (κεφαλαιακή και μερισματική) σε τακτά χρονικά διαστήματα για κάθε μετοχή χωριστά καθώς και οι αντίστοιχες αποδόσεις του δείκτη της αγοράς. Ο *συντελεστής βήτα* είναι η κλίση της ευθείας που αντιπροσωπεύει καλύτερα τις τιμές των παραπάνω παρατηρήσεων και υπολογίζεται στατιστικά χρησιμοποιώντας την μέθοδο της παλινδρόμησης των Κανονικών Ελαχίστων Τετραγώνων και διορθώνοντας πιθανά σοβαρά οικονομετρικά προβλήματα.

Για την εύρεση λοιπόν του *συντελεστή βήτα* μιας ελληνικής μετοχής είναι απαραίτητη η εκτίμηση του υποδείγματος της αγοράς, δηλαδή της παρακάτω εξίσωσης:

$R_{it} = \alpha_i + \beta_i R_{mt} + u_t$, όπου R_{it} = η απόδοση της μετοχής i

α_i = μια σταθερά που ονομάζουμε *άλφα* για την μετοχή i και μετρά τον *μη συστηματικό κίνδυνο* της μετοχής i

β_i = ο *συντελεστής βήτα* της μετοχής i

R_m = η απόδοση του χαρτοφυλακίου της αγοράς

u_t = ο τυχαίος παράγοντας στην εξίσωση που λέγεται σφάλμα

Το υπόδειγμα της αγοράς αναπτύχθηκε από τον Sharpe στην προσπάθειά του να απλοποιήσει τις υπολογιστικές δυσκολίες που απαιτούνται για την εκτίμηση του υποδείγματος του Markowitz.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3°

ΑΠΟΔΟΤΙΚΟ ΣΥΝΟΡΟ

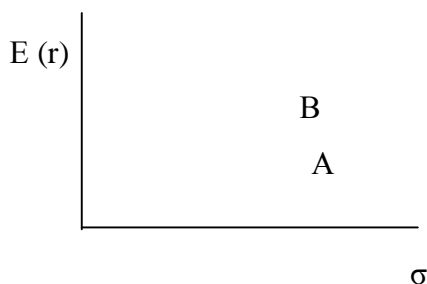
ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ

Παρακάτω, θα αναλυθούν ορισμένες εισαγωγικές αλλά απαραίτητες έννοιες προκειμένου να γίνει κατανοητή η έννοια του αποδοτικού συνόρου. Τέτοιες έννοιες είναι: *σύνολο επενδυτικών ευκαιριών* (opportunity set), *σύνολο χαρτοφυλακίων ελαχίστης διακυμάνσεως* (minimum variance set), *MVP* (Minimum Variance Portfolio), *GMVP* (Global Minimum Variance Portfolio).

Παρακάτω βλέπουμε τις έννοιες αυτές πιο αναλυτικά:

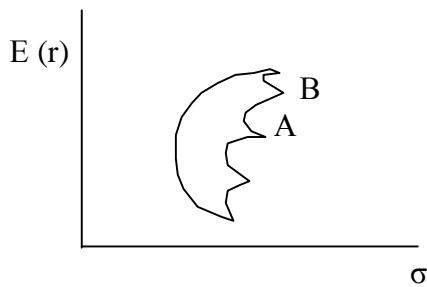
- **Σύνολο Επενδυτικών Ευκαιριών**

Όπως είναι γνωστό, η *σύγχρονη Θεωρία Χαρτοφυλακίου* βασίζεται στη σχέση αναμενόμενης απόδοσης και κινδύνου. Πολύ εύκολα απεικονίζουμε στο χώρο της αναμενόμενης απόδοσης και τυπικής απόκλισης $(E(r), \sigma)$ όλες τις επενδυτικές αποφάσεις, όπως π.χ. επένδυση στη μετοχή Α, επένδυση στη μετοχή Β κ.λ.π.



Όλες αυτές οι μεμονωμένες μετοχές μπορούν να συνδυαστούν και να συνθέσουν από ένα χαρτοφυλάκιο. Για *παράδειγμα*, μπορούμε να επενδύσουμε στις μετοχές Α και Β και να τις ενώσουμε με μια γραμμή που θα αντιπροσωπεύει πιθανά χαρτοφυλάκια από συνδυασμούς των μεμονωμένων αξιογράφων. Παίρνοντας τις κατάλληλες θέσεις σε όλες τις μετοχές (δηλαδή αγοράζοντας κάποιες από τις μεμονωμένες μετοχές και πουλώντας κάποιες άλλες) μπορούμε να κατασκευάσουμε μια μεγάλη ποικιλία χαρτοφυλακίων, το σύνολο των οποίων ονομάζουμε *σύνολο επενδυτικών ευκαιριών* (opportunity set).

Το σύνολο επενδυτικών ευκαιριών γραφικά απεικονίζεται ως εξής:



- **Σύνολο Χαρτοφυλακίων Ελαχίστης Διακυμάνσεως**

Φυσικά, κάποιες θέσεις είναι πιο ελκυστικές και προτιμητέες από κάποιες άλλες. Δεδομένου ενός συγκεκριμένου επιπέδου κινδύνου (ή τυπικής απόκλισης), οι επενδυτές θα προτιμούσαν τις θέσεις με τις υψηλότερες αποδόσεις, ενώ για συγκεκριμένο επίπεδο αναμενόμενης απόδοσης θα έβρισκαν πιο ελκυστικές εκείνες τις θέσεις με τον χαμηλότερο κίνδυνο. Σε κάθε περίπτωση πάντως, δεδομένου των χαρακτηριστικών των αξιογράφων, το σύνολο των επενδυτικών ευκαιριών είναι μια καμπύλη με περίμετρο σε σχήμα σφαίρας.

Την περίμετρο αυτή την ονομάζουμε *σύνολο χαρτοφυλακίων ελαχίστης διακυμάνσεως* (*minimum variance set*). Τα χαρτοφυλάκια που βρίσκονται πάνω στο σύνολο ελαχίστης διακυμάνσεως ακολουθούν το εξής κριτήριο: Για κάθε επίπεδο αναμενόμενης απόδοσης, το χαρτοφυλάκιο που τοποθετείται πάνω στην καμπύλη έχει την μικρότερη τυπική απόκλιση από όλα τα χαρτοφυλάκια του συνόλου επενδυτικών ευκαιριών.

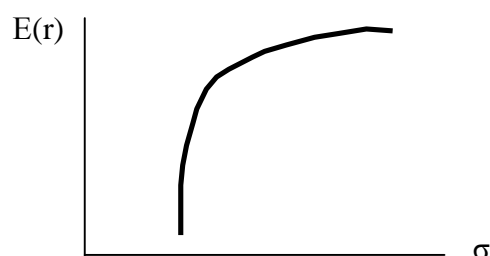
- **MVP και GMVP**

Το σύνολο χαρτοφυλακίων ελαχίστης διακυμάνσεως διακρίνεται σε δύο τμήματα, τα οποία χωρίζονται στο σημείο **MVP** (όπου MVP είναι το Minimum Variance Portfolio, δηλαδή το χαρτοφυλάκιο ελαχίστης διακυμάνσεως). Αυτό το σημείο αντιπροσωπεύει το μοναδικό χαρτοφυλάκιο με την ελάχιστη δυνατή τυπική απόκλιση, και ονομάζεται **GMVP** (όπου GMVP είναι το Global Minimum Variance Portfolio).

ΈΝΝΟΙΑ ΑΠΟΔΟΤΙΚΟΥ ΣΥΝΟΡΟΥ

Τα πιο επιθυμητά χαρτοφυλάκια για τους επενδυτές είναι αυτά που απεικονίζονται στο πάνω μισό τμήμα της καμπύλης του συνόλου χαρτοφυλακίων ελάχιστης διακυμάνσεως, το οποίο ονομάζεται *αποδοτικό σύνορο* ή *αποδοτικό μέτωπο* ή *βέλτιστο μέτωπο* (efficient frontier). Τα χαρτοφυλάκια που βρίσκονται πάνω στο αποδοτικό σύνορο ονομάζονται αποδοτικά.

Ως *αποδοτικό σύνορο* ορίζουμε το σύνολο των χαρτοφυλακίων εκείνων τα οποία για δεδομένη απόδοση δίνουν τον ελάχιστο κίνδυνο. Επίσης, το αποδοτικό μέτωπο αποτελούν όλα εκείνα τα χαρτοφυλάκια τα οποία για δεδομένο επίπεδο κινδύνου δίνουν μέγιστη αναμενόμενη απόδοση. Γραφικά το αποδοτικό μέτωπο απεικονίζεται ως εξής:



Όπως παρατηρούμε, ενώ και τα δύο χαρτοφυλάκια A και B βρίσκονται πάνω στο σύνολο χαρτοφυλακίων επενδυτικών ευκαιριών, μόνο το χαρτοφυλάκιο A βρίσκεται πάνω στο αποδοτικό σύνορο. Για το λόγο αυτό οι επενδυτές από τα δύο χαρτοφυλάκια θα επιλέξουν το A.

Τα αποδοτικά χαρτοφυλάκια ουσιαστικά κυριαρχούν σε σχέση με όλα εκείνα που βρίσκονται εντός του συνόλου χαρτοφυλακίων επενδυτικών ευκαιριών.

- **Διακρίσεις αποδοτικού συνόρου**

Παρακάτω, θα αναφέρουμε τη μορφή του αποδοτικού συνόρου που προκύπτει από τέσσερις διαφορετικές περιπτώσεις και θα παρουσιάσουμε την γραφική απεικόνισή του για κάθε περίπτωση.

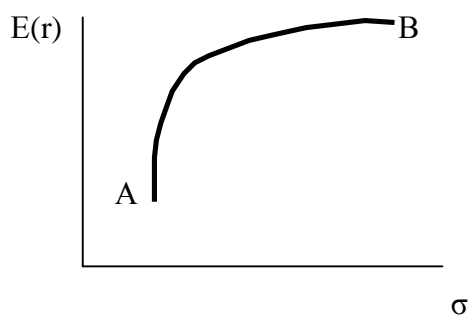
1) Μορφή αποδοτικού συνόρου στη περίπτωση όπου:

-δεν υπάρχει αξιόγραφο μηδενικού κινδύνου (r_f) και

-δεν επιτρέπεται η προθεσμιακή πώληση αξιογράφων (short sales)

Σε αυτή την περίπτωση δεν υπάρχει αξιόγραφο μηδενικού κινδύνου στο οποίο οι επενδυτές να μπορούν να επενδύσουν χωρίς κανέναν κίνδυνο τα κεφάλαιά τους. Αυτό σημαίνει δηλαδή ότι οι επενδυτές αναλαμβάνουν ένα υψηλό επίπεδο κινδύνου. Επίσης, δεν επιτρέπεται στους επενδυτές να πουλήσουν προθεσμιακά τα αξιόγραφά τους, με αποτέλεσμα να στερούνται αυτομάτως την δυνατότητα να επιτύχουν απεριόριστα υψηλότερες αποδόσεις των επενδύσεών τους. Δηλαδή, στο σημείο B απεικονίζεται το χαρτοφυλάκιο με την μέγιστη αναμενόμενη απόδοση, πράγμα που σημαίνει ότι η απόδοση που αναμένουν οι επενδυτές είναι περιορισμένη και φθάνει έως το σημείο B.

Γραφικά, το αποδοτικό μέτωπο απεικονίζεται ως:



2) Μορφή αποδοτικού συνόρου στη περίπτωση όπου:

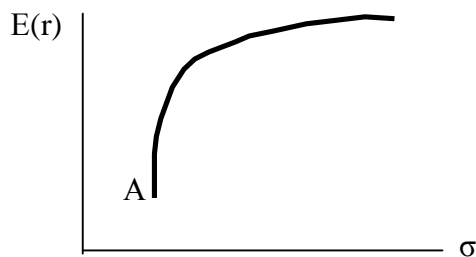
-δεν υπάρχει αξιόγραφο μηδενικού κινδύνου (r_f) και

-επιτρέπεται η προθεσμιακή πώληση αξιογράφων (short sales)

Εδώ δεν υπάρχει αξιόγραφο μηδενικού κινδύνου στο οποίο οι επενδυτές να μπορούν να επενδύσουν χωρίς κανέναν κίνδυνο τα κεφάλαιά τους, όπως ακριβώς και στη προηγούμενη περίπτωση. Αντίθετα όμως, εισάγεται η έννοια του short selling, δηλαδή επιτρέπεται η προθεσμιακή πώληση των επενδυτών, με αποτέλεσμα να έχουν την δυνατότητα να αυξήσουν την απόδοση των επενδύσεών

τους απεριόριστα. Για το λόγο αυτό, η μόνη διαφορά με την αμέσως προηγούμενη περίπτωση είναι ότι εδώ δεν έχουμε χαρτοφυλάκιο με μέγιστη αναμενόμενη απόδοση (στη προηγούμενη περίπτωση B). Αυτό συνεπάγεται ότι η απόδοση που αναμένουν οι επενδυτές μπορεί να είναι απεριόριστη. Φυσικά, όσο αυξάνεται η απόδοση από την επένδυση, τόσο αυξάνεται και ο κίνδυνος.

Γραφικά, το αποδοτικό μέτωπο απεικονίζεται ως:



3) Μορφή αποδοτικού συνόρου στη περίπτωση όπου:

-υπάρχει αξιόγραφο μηδενικού κινδύνου (r_f) όπου οι επενδυτές μπορούν να δανείσουν και να δανειστούν απεριόριστα κεφάλαια.

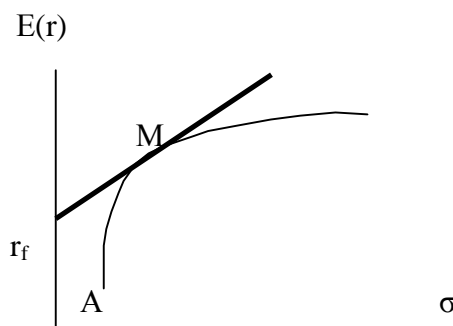
-επιτρέπεται η προθεσμιακή πώληση αξιογράφων (short sales)

Σε αυτή την περίπτωση οι επενδυτές επιτρέπονται να προβούν σε προθεσμιακή πώληση των αξιογράφων τους, πράγμα που σημαίνει ότι έχουν την δυνατότητα να επιτύχουν απεριόριστες αποδόσεις των επενδύσεών τους. Υπάρχει όμως αξιόγραφο μηδενικού κινδύνου στο οποίο οι επενδυτές μπορούν είτε να δανείσουν είτε να δανειστούν κεφάλαια ή μέρος των κεφαλαίων. Δηλαδή, υπάρχουν επενδυτές που θα προτιμήσουν να τοποθετήσουν μέρος του κεφαλαίου τους στη σίγουρη απόδοση που τους προσφέρει το αξιόγραφο μηδενικού κινδύνου (r_f), ενώ το υπόλοιπο μέρος σε κάποιο επικίνδυνο χαρτοφυλάκιο (έστω M). Άλλοι επενδυτές θα προτιμήσουν να δανειστούν κεφάλαια στο επιτόκιο μηδενικού κινδύνου (r_f) και να τα επενδύσουν, μαζί με το αρχικό τους κεφάλαιο, σε κάποιο επικίνδυνο χαρτοφυλάκιο (M). Αυτοί οι επενδυτές θεωρούνται περισσότερο ριψοκίνδυνοι σε σχέση με την πρώτη κατηγορία επενδυτών που προαναφέρθηκε και επιδιώκουν υψηλότερες επενδύσεις αλλά πιο αβέβαιες.

Η χρήση του αξιογράφου μηδενικού κινδύνου μας εισάγει στην έννοια της γραμμής κεφαλαιαγοράς. Στη περίπτωση αυτή λοιπόν, η γραμμή κεφαλαιαγοράς είναι η ευθεία γραμμή $r_f M$.

Παρατηρούμε ότι και οι δυο κατηγορίες επενδυτών εφόσον θα επενδύσουν μέρος των κεφαλαίων τους σε επικίνδυνα αξιόγραφα, στις επιλογές τους θα είναι οπωσδήποτε και το χαρτοφυλάκιο M . Όμως, χαρτοφυλάκια που βρίσκονται στο τμήμα $r_f M$ αντιστοιχούν σε επενδυτές που αποστρέφονται τον κίνδυνο. Χαρτοφυλάκια που βρίσκονται δεξιά από το σημείο M αντιστοιχούν σε επενδυτές που είναι πιο ριψοκίνδυνοι. Όσο πιο δεξιά από το σημείο M βρίσκεται το χαρτοφυλάκιο, τόσο πιο ριψοκίνδυνοι είναι οι επενδυτές. Αντίθετα, όσο πιο κοντά στο σημείο r_f βρίσκεται το χαρτοφυλάκιο των επενδυτών, τόσο πιο πολύ αποστρέφονται τον κίνδυνο οι επενδυτές.

Γραφικά, το αποδοτικό μέτωπο απεικονίζεται ως:



4) Μορφή αποδοτικού συνόρου στη περίπτωση όπου:

-υπάρχει αξιόγραφο μηδενικού κινδύνου (r_f) όπου οι επενδυτές μπορούν να δανείσουν αλλά από το οποίο δεν μπορούν να δανειστούν απεριόριστα κεφάλαια.

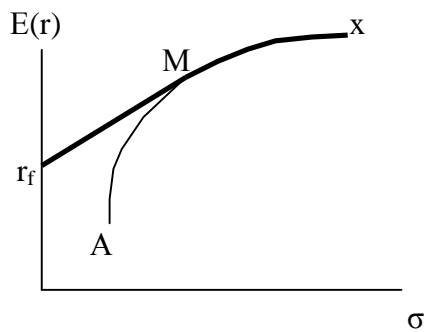
-δεν επιτρέπεται η προθεσμιακή πώληση αξιογράφων (short sales)

Όμοια σε αυτή την περίπτωση, επιτρέπεται η προθεσμιακή πώληση αξιογράφων των επενδυτών, πράγμα που σημαίνει ότι οι επενδυτές έχουν την δυνατότητα να επιτύχουν απεριόριστες αποδόσεις των επενδύσεών τους. Επίσης, υπάρχει αξιόγραφο μηδενικού κινδύνου (r_f) όπου οι επενδυτές μπορούν να δανείσουν αλλά από το οποίο δεν μπορούν να δανειστούν απεριόριστα κεφάλαια.

Για το λόγο αυτό και η ευθεία r_fM δεν εκτείνεται προς τα δεξιά με επιπλέον ευθύγραμμο τμήμα. Αντίθετα η καμπύλη εισέρχεται στην απεικόνιση του αποδοτικού μετώπου, η οποία εκτείνεται απεριόριστα προς τα δεξιά.

Οπότε σε αυτή την περίπτωση το αποδοτικό σύνορο απεικονίζεται με την καμπύλη r_fMx .

Γραφικά, το αποδοτικό μέτωπο απεικονίζεται ως:



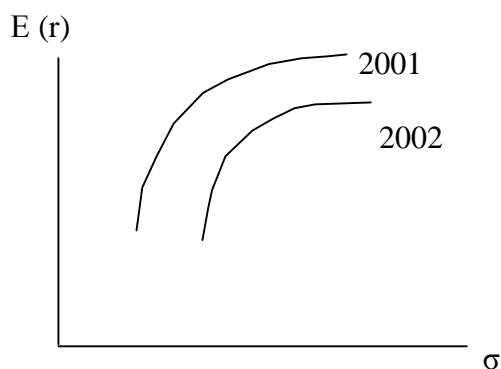
ΣΠΟΥΔΑΙΟΤΗΤΑ ΚΑΙ ΧΡΗΣΙΜΟΤΗΤΑ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Η σύγχρονη Θεωρία Χαρτοφυλακίου έχει ως αντικείμενο την ανάλυση χαρτοφυλακίων. Η ανάλυση χαρτοφυλακίων αφορά την επιλογή των βέλτιστων χαρτοφυλακίων με βάση τις δύο πρώτες ροπές των κατανομών των αποδόσεων των αξιογράφων, δηλαδή τον προσδιορισμό του αποδοτικού συνόρου. Φυσικά, η τελική επιλογή του αποδοτικού χαρτοφυλακίου γίνεται με βάση το βαθμό αποστροφής του κινδύνου του κάθε επενδυτή και της συνάρτησης χρησιμότητάς του.

Πέρα από τον προσδιορισμό του αποδοτικού συνόρου, ένα θέμα που πρέπει να ενδιαφέρει το επενδυτικό κοινό, είναι αν το αποδοτικό σύνορο μεταβάλλεται διαχρονικά και τι συνέπειες έχει η μεταβολή αυτή στις μελλοντικές αποφάσεις των επενδυτών. Η οικονομική ερμηνεία της μεταβολής του αποδοτικού μετώπου είναι ύψιστης σημασίας για τους επενδυτές διότι καθορίζει τη σύνθεση του άριστου χαρτοφυλακίου του κάθε επενδυτή σε σχέση με τη θέση του αποδοτικού μετώπου κάθε φορά.

Η σχετική ανάλυση γίνεται με ένα παράδειγμα:

Στο παρακάτω σχήμα, παρουσιάζονται τα αποδοτικά σύνορα για τα έτη 2001 και 2002. Αυτό που βλέπουμε είναι ότι υπάρχει σημαντική διαφορά μεταξύ των δύο συνόρων.



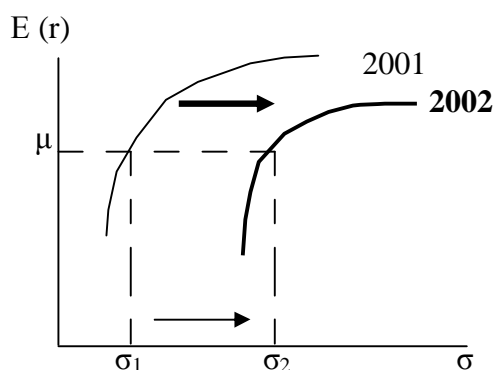
Έστω ότι ένας επενδυτής έχει καθορίσει το χαρτοφυλάκιο του κατά το έτος 2001 να βρίσκεται πάνω στο αποδοτικό σύνορο, το οποίο έχει προσδιοριστεί με βάση τη διαδικασία ανάλυσης των χαρτοφυλακίων. Αν ο ίδιος επενδυτής κατά το επόμενο έτος θεωρήσει ότι το αποδοτικό μέτωπο παρέμεινε σταθερό, και κατά συνέπεια

κρατήσει το ίδιο χαρτοφυλάκιο επιδιώκοντας σταθερή αναμενόμενη απόδοση με το προηγούμενο έτος, τότε “κινδυνεύει” να υποστεί ζημιές.

Σε αυτό το σημείο διακρίνουμε τις εξής περιπτώσεις:

α) Στη περίπτωση που το νέο αποδοτικό σύνορο μεταβληθεί *προς τα δεξιά* και ο επενδυτής διατηρήσει το χαρτοφυλάκιο του πάνω στο αποδοτικό σύνορο του έτους 2001, τότε είναι προφανές ότι το χαρτοφυλάκιο του θα παρουσιάσει μειωμένη κερδοφορία. Και αυτό συμβαίνει διότι ο επενδυτής θα αποκτήσει την **ίδια αναμενόμενη απόδοση με υψηλότερο κίνδυνο**. Δηλαδή, το 2001 το χαρτοφυλάκιο του επενδυτή (που βρισκόταν πάνω στην καμπύλη αποδοτικού συνόρου) είχε μέση απόδοση μ με τυπική απόκλιση σ_1 . Το αποδοτικό σύνορο όμως μεταβάλλεται προς τα δεξιά. Άρα η ίδια αναμενόμενη απόδοση μ δεν αποκτιέται με τον κίνδυνο σ_1 πια αλλά με υψηλότερο κίνδυνο σ_2 ($\sigma_1 > \sigma_2$). Οπότε αν ο επενδυτής δεν λάβει υπόψη του αυτή την μεταβολή θα υποστεί και τις αρνητικές συνέπειες του υψηλότερου κινδύνου.

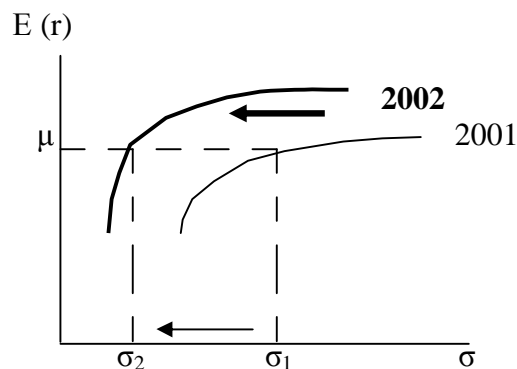
Γραφικά:



β) Στη περίπτωση που το νέο αποδοτικό σύνορο μεταβληθεί *προς τα αριστερά* και ο επενδυτής διατηρήσει το χαρτοφυλάκιο του πάνω στο αποδοτικό σύνορο του 2001, τότε το χαρτοφυλάκιο του θα βρίσκεται κάτω από το βέλτιστο μέτωπο του 2002, και θα παρουσιάσει μειωμένη κερδοφορία. Και αυτό συμβαίνει διότι ο επενδυτής θα μπορούσε να αποκτήσει την **ίδια αναμενόμενη απόδοση με χαμηλότερο κίνδυνο**. Δηλαδή, το 2001 το χαρτοφυλάκιο του επενδυτή (που βρισκόταν πάνω στην καμπύλη

αποδοτικού συνόρου) είχε μέση απόδοση μ με τυπική απόκλιση σ_1 . Το αποδοτικό σύνορο όμως μεταβάλλεται προς τα αριστερά.. Άρα η ίδια αναμενόμενη απόδοση μ δεν αποκτιέται με τον κίνδυνο σ_1 πια αλλά με χαμηλότερο κίνδυνο σ_2 ($\sigma_1 < \sigma_2$). Οπότε αν ο επενδυτής δεν λάβει υπόψη του ότι το αποδοτικό σύνορο μεταβλήθηκε, θα χάσει και την επιπλέον απόδοση που θα του επέφερε αυτή την μεταβολή.

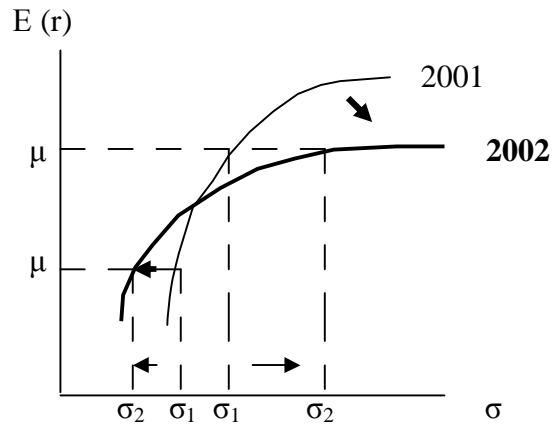
Γραφικά:



Και στις δυο περιπτώσεις παρατηρούμε ότι ο επενδυτής θεωρεί το χαρτοφυλάκιο του αποδοτικό ενώ στη πραγματικότητα δεν είναι. Η αποδοχή ενός τέτοιου χαρτοφυλακίου ως αποδοτικό θα ήταν ασφαλώς λανθασμένη.

Υ) Σαν μια τρίτη ξεχωριστή περίπτωση διακρίνουμε αυτή όπου το αποδοτικό σύνορο παρουσιάζει μικτή μεταβολή. Δηλαδή μεταβάλλεται και **προς τα δεξιά** και **προς τα αριστερά**. Έστω λοιπόν ότι το νέο αποδοτικό σύνορο (2002) μεταβάλλεται προς τα αριστερά στα χαμηλά επίπεδα τυπικής απόκλισης και προς τα δεξιά στα υψηλά επίπεδα κινδύνου. Στη περίπτωση που η μεταβολή αυτή αγνοηθεί από το επενδυτικό κοινό, τότε αυτό θα υποστεί της αρνητικές συνέπειες των περιπτώσεων α) και β) αντίστοιχα. Δηλαδή στην πρώτη περίπτωση θα αντιμετωπίσει τον κίνδυνο να αποκτήσει την ίδια αναμενόμενη απόδοση μ με υψηλότερη τιμή τυπικής απόκλισης σ_2 (κατά συνέπεια υψηλότερο κίνδυνο) και στην δεύτερη περίπτωση την ευκαιρία να αποκτήσει την ίδια αναμενόμενη απόδοση μ με χαμηλότερο κίνδυνο σ_2 .

Γραφικά:



Από τα παραπάνω συμπεραίνουμε ότι είναι απαραίτητο για έναν επενδυτή να προσαρμόζει το χαρτοφυλάκιό του από περίοδο σε περίοδο, διότι η αγνόηση της αλλαγής του αποδοτικού συνόρου είναι πολύ πιθανό να επιφέρει ζημιές στον επενδυτή. Για το λόγο αυτό, το επενδυτικό κοινό οφείλει να είναι πάντα ενημερωμένο για τις αναμενόμενες αποδόσεις των αξιογράφων αλλά και για τις συνδιακυμάνσεις τους ώστε να μπορεί να συνθέσει ένα χαρτοφυλάκιο που θα βρίσκεται στο σωστό αποδοτικό σύνορο κάθε φορά και έτσι να “γλιτώνει” απώλειες του χαρτοφυλακίου του. Από την παραπάνω ανάλυση μπορεί κάποιος να αντιληφθεί πόσο σημαντικό είναι το να γνωρίζει ο κάθε επενδυτής πού βρίσκεται κάθε φορά το αποδοτικό σύνορο και ποια μεταβολή επέρχεται σε αυτό. Έτσι θα μπορεί να είναι προετοιμασμένος να αντιμετωπίσει την νέα κατάσταση του αποδοτικού συνόρου με αποτέλεσμα να λαμβάνει ορθές μελλοντικές επενδυτικές αποφάσεις

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4^ο

**ΑΝΑΣΚΟΠΗΣΗ ΠΡΟΗΓΟΥΜΕΝΩΝ
ΕΡΕΥΝΩΝ**

ΙΣΤΟΡΙΚΗ ΑΝΑΔΡΟΜΗ

Η Θεωρία Χαρτοφυλακίου λύνει το πρόβλημα της ανάλυσης χαρτοφυλακίου, δηλαδή το πρόβλημα του *προσδιορισμού του αποδοτικού συνόρου* χρησιμοποιώντας τη γνώση των βασικών χαρακτηριστικών του χαρτοφυλακίου, δηλαδή την αναμενόμενη απόδοση, τον κίνδυνο και τη συνδιακύμανση των αποδόσεων των αξιογράφων.

Ο Markowitz πρώτος διερεύνησε τις συνθήκες κάτω από τις οποίες ο επενδυτής μπορεί να δημιουργήσει το αποδοτικό γι' αυτόν χαρτοφυλάκιο.

Το μοντέλο που ανέπτυξε για το σκοπό αυτό όμως ο Markowitz, παρουσίασε προβλήματα διότι ο αριθμός των υπό εκτίμηση παραμέτρων ήταν πολύ μεγάλος, γεγονός που καθιστούσε πολύ δύσκολο τον υπολογισμό των παραμέτρων της μήτρας διακυμάνσεων συνδιακυμάνσεων. Με αφορμή τα προβλήματα του μοντέλου του Markowitz αναπτύχθηκαν άλλα μοντέλα που είχαν στόχο να λύσουν το πρόβλημα του μεγάλου αριθμού των υπό εκτίμηση παραμέτρων. Αυτά τα μοντέλα είναι το **μονοπαραγοντικό υπόδειγμα** και τα **πολυπαραγοντικά υποδείγματα**.

Ο στόχος των υποδειγμάτων αυτών είναι κοινός, αφού ουσιαστικά ασχολούνται με την απλοποίηση της μήτρας διακυμάνσεων συνδιακυμάνσεων. Η διαφορά τους έγκειται στο σύνολο των παραγόντων που επηρεάζουν τις αποδόσεις των μετοχών. Δηλαδή, στο *μονοπαραγοντικό υπόδειγμα* οι αποδόσεις των μετοχών επηρεάζονται από έναν και μόνο παράγοντα, ενώ στο *πολυπαραγοντικό υπόδειγμα* οι αποδόσεις των μετοχών επηρεάζονται από πολλούς οικονομικούς παράγοντες.

Αξίζει να σημειωθεί ότι δεκαετίες πιο πριν έχουν αρχίσει πολλές έρευνες με στόχο την σύγκριση μεταξύ του μονοπαραγοντικού και των πολυπαραγοντικών υποδειγμάτων. Μέσα από αυτή την σύγκριση αναπόφευκτα συγκρίνονται και τα αποδοτικά σύνορα που προκύπτουν από τα δύο αυτά μοντέλα.

Παρακάτω παρουσιάζονται μερικές από αυτές τις έρευνες, με αφετηρία το έτος 1966 :

1) **King** (1966)

Ο **King** ήταν ο πρώτος που αμφισβήτησε την ύπαρξη της εξάρτησης των αποδόσεων των μετοχών αποκλειστικά από τις αποδόσεις της αγοράς. Ουσιαστικά θέλησε να

εξηγήσει τί ποσοστό της μεταβλητικότητας των αποδόσεων των μετοχών οφείλεται στις διακυμάνσεις της αγοράς και τί ποσοστό σε βιομηχανικούς παράγοντες. Χρησιμοποιώντας τεχνικές ανάλυσης παραγόντων συμπέρανε ότι το 52% της συνολικής μεταβλητικότητας των αποδόσεων των μετοχών ερμηνευόταν από τον παράγοντα της αγοράς. Στη συνέχεια, αφαιρώντας τον παράγοντα της αγοράς κατέληξε στο συμπέρασμα ότι κατά μέσο όρο της ολικής δειγματικής του περιόδου, το 10% της μεταβλητικότητας των αποδόσεων των μετοχών ερμηνευόταν από βιομηχανικούς παράγοντες. Τα αποτελέσματα του King έδειξαν ότι εκτός από τις διακυμάνσεις της αγοράς, οι βιομηχανικοί παράγοντες επηρεάζουν κατά κάποιο ποσοστό τις αποδόσεις των χρεογράφων.

2) **Farrar** (1967)

Ο **Farrar** εξέτασε κατά πόσο τα πραγματικά χαρτοφυλάκια αμοιβαίων κεφαλαίων προσεγγίζουν τα βέλτιστα χαρτοφυλάκια που κατασκευάζονται με την μέθοδο του Markowitz. Χρησιμοποιώντας έναν πληθυσμό κατασκευασμένο από εταιρίες και ομάδες και εφαρμόζοντας τεχνικές ανάλυσης, ο κατασκεύασε έναν πληθυσμό αποτελούμενο από έντεκα μεταβλητές. Έπειτα, χρησιμοποίησε έναν πληθυσμό από δέκα μεταβλητές και υπολόγισε το αποδοτικό σύνορο των βέλτιστων χαρτοφυλακίων επιλύοντας έναν αριθμό τετραγωνικών προβλημάτων. Επίσης, χρησιμοποίησε ένα δείγμα αμοιβαίων κεφαλαίων και σύγκρινε τους συνδυασμούς απόδοσης και κινδύνου τους έναντι του αποδοτικού του συνόρου. Τα αποτελέσματά του συνοψίζονται ως εξής:

A) Τα αμοιβαία κεφάλαια έτειναν να ομαδοποιούνται

B) Τα αμοιβαία κεφάλαια ήταν τοποθετημένα δίπλα στο αποδοτικό σύνορο

Γ) Τα αμοιβαία κεφάλαια που έδειχναν πιο επικίνδυνα ήταν τοποθετημένα κοντά σε υψηλού κινδύνου αποδοτικά χαρτοφυλάκια, ενώ αμοιβαία κεφάλαια λιγότερο επικίνδυνα ήταν τοποθετημένα κοντά σε χαμηλού κινδύνου αποδοτικά χαρτοφυλάκια..

3) **Cohen και Pogue** (1967)

Οι *Cohen και Pogue* έκαναν μια άμεση σύγκριση των αποτελεσματικών χαρτοφυλακίων που προκύπτουν από το μονοπαραγοντικό υπόδειγμα και από το πολυπαραγοντικό υπόδειγμα. Απέδειξαν ότι το μονοπαραγοντικό υπόδειγμα παράγει πιο αποδοτικά χαρτοφυλάκια από το πολυπαραγοντικό, ακριβώς επειδή χρησιμοποιήθηκαν μόνο κοινές μετοχές, οι οποίες λόγω της υψηλής αυτοσυσχετίσής τους παρουσίαζαν μεγαλύτερη ευελιξία στο μονοπαραγοντικό υπόδειγμα.

4) **Wallingford** (1967)

Ο *Wallingford* έκανε μια έρευνα σχετική με αυτή των *Cohen και Pogue*.

Τα αποτελέσματά του όμως ήταν αντίθετα με αυτά των *Cohen και Pogue*. Δηλαδή, ο *Wallingford* υποστήριξε ότι τα αποδοτικά χαρτοφυλάκια που παράγουν τα πολυπαραγοντικά υποδείγματα υπερτερούν εκείνων που παράγει το μονοπαραγοντικό υπόδειγμα.

5) **Mayers** (1973)

Ο *Mayers* θέλησε να δείξει ότι τα αποτελέσματα του *King* υπερεκτιμούσαν το ρόλο των βιομηχανικών παραγόντων ως προς τις αποδόσεις της αγοράς.

Πιο αναλυτικά, ανέφερε ότι υπάρχουν κάποιες εταιρίες εντελώς διαφορετικές από εκείνες που εξέτασε ο *King* στην έρευνά του. Δεν παρέλειψε όμως να τονίσει ότι εκτός της αγοράς, τις αποδόσεις των χρεογράφων ερμηνεύουν και άλλοι παράγοντες.

6) **Elton και Gruber** (1973)

Η εργασία των *Elton και Gruber* στηρίχτηκε στην σύγκριση μεταξύ του μονοπαραγοντικού και πολυπαραγοντικού υποδείγματος. Τα αποτελέσματά τους ήταν παρόμοια με αυτά των *Cohen και Pogue*. Το μονοπαραγοντικό υπόδειγμα υπερτερούσε του πολυπαραγοντικού ως προς την μεθοδολογία προσδιορισμού του αποδοτικού σύνορου του *Markowitz*.

7) **Farrel** (1974)

Στόχος του *Farrel* ήταν να κατασκευάσει ομοιογενείς ομάδες και να τις χρησιμοποιήσει ως δεδομένα στο πολυπαραγοντικό υπόδειγμα.

Τόνισε ότι τα αποτελέσματα των Cohen και Pogue οφείλονταν στην υψηλή συσχέτιση μεταξύ των δεικτών που χρησιμοποιήθηκαν ως δεδομένα στο πολυπαραγοντικό μοντέλο.

Κατά συνέπεια, η χρήση ομοιογενών ομάδων ως δεδομένα στο υπόδειγμα αυτό θεωρείται απαραίτητη. Ο Farrel ασχολήθηκε με την αναζήτηση επιπλέον επιδράσεων στις αποδόσεις των κοινών μετοχών που σχετίζονται με τις αναπτυξιακές μετοχές, τις κυκλικές και μετοχές πετρελαίου. Χώρισε τις μετοχές σε ομάδες βασιζόμενος στην συσχέτισης αποδόσεις των σφαλμάτων και συμπέρανε ότι τέσσερις κατηγορίες ομοιογενών ομάδων αναδύονται από την ανάλυσή του. Αυτές είναι : αναπτυξιακές μετοχές (growth), κυκλικές μετοχές (cyclical), σταθερές μετοχές (stable), μετοχές πετρελαίου (oil). Μέσω ανάλυσης παλινδρόμησης ο Farrel έδειξε αυτές οι κατηγορίες μετοχών ερμηνεύουν κατά 14% την διακύμανση των αποδόσεων των μετοχών του δείγματος. Επίσης, ο Farrel τόνισε ότι είναι απαραίτητη η προσθήκη ενός τέταρτου παράγοντα σε αυτούς που πρότεινε ο King, που να εξηγεί την διακύμανση των αποδόσεων μιας κοινής μετοχής. Στη συνέχεια, προχώρησε σε σύγκριση μεταξύ των μητρών συσχέτισεως των σφαλμάτων που παράγονται από το μονοπαραγοντικό και το πολυπαραγοντικό υπόδειγμα και συμπέρανε ότι η μήτρα συσχέτισεως του μονοπαραγοντικού μοντέλου είχε πιο σημαντικές καταχωρήσεις σε σχέση με το τεσσάρων παραγόντων μοντέλο.

Συνεπώς, το πολυπαραγοντικό υπόδειγμα κάνει καλύτερη δουλειά ως προς την απλοποίηση του μοντέλου του Markowitz (που έχει ως στόχο τον προσδιορισμό του αποδοτικού μετώπου) σε σχέση με το μονοπαραγοντικό υπόδειγμα.

8) Fertuck (1975)

Ουσιαστικά, ο *Fertuck* προσπάθησε να επιλύσει την ασυμφωνία μεταξύ των αποτελεσμάτων των ερευνών των King και Mayers. Χρησιμοποιώντας την μέθοδο S.I.C. (Standard Industrial Classification), έδειξε ότι ένας βιομηχανικός δείκτης μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να ερμηνεύσει 11.5% της μεταβλητικότητας των αποδόσεων. Για να υποστηρίξει την άποψή του έδωσε το παράδειγμα λάπιων βιομηχανιών για τις οποίες οι S.I.C codes ερμηνεύουν το 1,4% της διακύμανσης της

απόδοσης. Τόνισε όμως ότι σε μερικές εταιρίες των οποίων η επίδραση είναι ασήμαντη και μπορεί να παραλειφθεί, ενώ σε κάποιες άλλες μπορεί να είναι τόσο μεγάλη όσο το ένα τρίτο της επίδρασης που έχει η αγορά. Σύμφωνα με τις έρευνες των King, Mayers και Fertuck, είναι λογικό να αναμένουμε ότι το πολυπαραγοντικό υπόδειγμα μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την απλοποίηση των υπολογιστικών δυσκολιών του μοντέλου του Markowitz. Πάντως, δεν έχουν αναδυθεί συμπεράσματα ως προς την σημαντικότητα των βιομηχανικών παραγόντων, από τη στιγμή που τα αποτελέσματα του King δεν συναντούν την υποστήριξη των ερευνών των Mayers και Fertuck.

9) Aber (1976)

Ο **Aber** σύγκρινε ένα μονοπαραγοντικό μοντέλο, ένα πολυπαραγοντικό μοντέλο που βασιζόταν σε βιομηχανικούς δείκτες και ένα άλλο πολυπαραγοντικό μοντέλο το οποίο δεν στηριζόταν σε τέτοιους δείκτες. Έπειτα, εξέτασε την συσχέτιση μεταξύ των σφαλμάτων για κάθε μοντέλο συμπεραίνοντας ότι τα πολυπαραγοντικά υποδείγματα είναι ανώτερα του μονοπαραγοντικού. Και αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι τα πολυπαραγοντικά παρήγαγαν ανεξάρτητους όρους σφαλμάτων, ενώ το μονοπαραγοντικό εξαρτημένους. Επίσης, πρόσθεσε ότι το πολυπαραγοντικό υπόδειγμα που δεν στηριζόταν σε βιομηχανικούς παράγοντες υστερούσε σε ισχύ Σε σχέση με εκείνο που στηριζόταν σε βιομηχανικούς παράγοντες.

10) Livingston (1977)

Ο **Livingston** ουσιαστικά ασχολήθηκε με την εξής υπόθεση του μονοπαραγοντικού υποδείματος: η συσχέτιση μεταξύ των αποδόσεων των δύο αξιογράφων αφού αφαιρέσουμε την επίδραση της αγοράς είναι μηδέν. Τόνισε ότι η ίδια ακριβώς υπόθεση αποτέλεσε αντικείμενο εξέτασης και άλλων ερευνητών αλλά τα αποτελέσματά τους ήταν αντικρουόμενα. Στην έρευνά του ο Livingston έδειξε την ανωτερότητα των τεχνικών παλινδρόμησης ως προς τις τεχνικές ανάλυσης παραγόντων. Τα αποτελέσματά του Livingston συνοψίζονται ως εξής:

1) Υπάρχουν συσχετίσεις μεταξύ των αποδόσεων των αξιογράφων μετά την αφαίρεση της επίδρασης της αγοράς.

2) Η διαφοροποίηση μπορεί να επιτευχθεί επιλέγοντας αξιόγραφα από διαφορετικές εταιρίες.

3) Τα πολυπαραγοντικά υποδείγματα που έχουν ως δεδομένα μη ορθογώνιου βιομηχανικούς δείκτες, ερμηνεύουν πιο αποτελεσματικά τις αυτοσυσχετίσεις μεταξύ των αξιογράφων σε σχέση με το μονοπαραγοντικό υπόδειγμα.

Το πλέον μη αναμενόμενο αποτέλεσμα από τα παραπάνω συμπεράσματα είναι η ικανότητα του μονοπαραγοντικού υποδείγματος να υπερτερεί έναντι κάποιων πολυπαραγοντικών υποδειγμάτων.

11) Alexander (1978)

Ο *Alexander* προσπάθησε να προσδιορίσει τον βασικό λόγο για τα αντίθετα αποτελέσματα των Cohen και Rogue και Wallingford. Τα συμπεράσματά του συγκλίνουν με αυτά των Cohen και Rogue ενώ ήταν σε αντίθεση με αυτά του Wallingford. Απέδωσε αυτή την διαφορά των απόψεων στην επιλογή των δεικτών. Παρατήρησε δηλαδή ότι όταν χρησιμοποιήθηκαν οι δείκτες από το ίδιο δείγμα, το μονοπαραγοντικό υπόδειγμα δεν υστερούσε σε σχέση με τα πολυπαραγοντικά υποδείγματα. Τα αποτελέσματα του έδειξαν ότι το πολυπαραγοντικό υπόδειγμα παρήγαγε πιο αποδοτικά χαρτοφυλάκια σε σχέση με το μονοπαραγοντικό.

12) Best και Grauer (1991)

Οι *Best και Grauer* εξέτασαν την ευαισθησία των αποδοτικών χαρτοφυλακίων στις αλλαγές των μέσων αποδόσεων των αξιογράφων που περιλαμβάνονται στα χαρτοφυλάκια αυτά. Με άλλα λόγια, εξέτασαν την αντίδραση που έχουν τα βασικά χαρακτηριστικά των αποδόσεων των αποδοτικών χαρτοφυλακίων σε μια μείωση ή αύξηση της μέσης απόδοσης ενός ή περισσότερων αξιογράφων. Αυτά τα χαρακτηριστικά είναι η μέση απόδοση, η τυπική απόκλιση και τα ποσοστά επένδυσης των αξιογράφων στα αποδοτικά χαρτοφυλάκια. Βλέποντας τις συνέπειες που έχει η αλλαγή στην μέση απόδοση ενός αξιογράφου στις αποδόσεις των αποδοτικών χαρτοφυλακίων, οι Best και Grauer κατέληξαν στο συμπέρασμα ότι το αποδοτικό μέτωπο δεν παραμένει σταθερό αλλά μεταβάλλεται. Οι Best και Grauer προσεγγίζουν το πρόβλημα του προσδιορισμού του αποδοτικού συνόρου μέσω του **Parametric Quadratic Programming problem**.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5^ο

**ΜΕΘΟΔΟΙ ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΥ
ΑΠΟΔΟΤΙΚΟΥ ΣΥΝΟΡΟΥ**

ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΑΠΟΔΟΤΙΚΟΥ ΣΥΝΟΡΟΥ

Όπως αναφέραμε και στο πρώτο κεφάλαιο, η σπουδαιότητα και η χρησιμότητα της ισχύς της υπόθεσης ότι το αποδοτικό σύνορο διαχρονικά δεν παραμένει σταθερό αλλά μεταβάλλεται, είναι πολύ μεγάλη. Η αγνόηση της μεταβολής του αποδοτικού συνόρου είναι πολύ πιθανό να επιφέρει ζημιές στο επενδυτικό κοινό. Αν ένας επενδυτής δεν λάβει υπόψη του την αλλαγή που επέρχεται στο αποδοτικό σύνορο τότε κινδυνεύει είτε το χαρτοφυλάκιό του να βρίσκεται εκτός του αποδοτικού μετώπου είτε ο επενδυτής να βρίσκεται εκτεθειμένος σε υψηλότερο κίνδυνο και μεγαλύτερες απώλειες. Όπως και να έχει πάντως, είναι απαραίτητο για τον επενδυτή να προσαρμόζει το χαρτοφυλάκιό του από περίοδο σε περίοδο, διότι η μεταβολή που επέρχεται στο αποδοτικό σύνορο είναι πολύ πιθανό να δημιουργήσει μείωση της απόδοσης του χαρτοφυλακίου του.

Παρακάτω, θα αναφέρουμε τις τέσσερις μεθόδους με τη βοήθεια των οποίων προσδιορίζουμε το αποδοτικό σύνορο. Αυτές είναι:

Η επαναστατική *μέθοδος του Markowitz*, το *μονοπαραγοντικό υπόδειγμα του Sharpe*, καθώς και η *μεθοδολογία* που ακολούθησε ο *Roll βασιζόμενος στα προαναφερθέντα υποδείγματα* (Markowitz και Sharpe).

ΜΕΘΟΔΟΙ ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΥ

Ø HARRY MARKOWITZ (1952)

Η σύγχρονη ανάλυση της Θεωρίας Χαρτοφυλακίου , όπως αναφέραμε και προηγουμένως, στηρίζεται στη σχέση αναμενόμενης απόδοσης και κινδύνου των αξιογράφων με στόχο την επιλογή των βέλτιστων χαρτοφυλακίων ως προς τις δύο πρώτες ροπές των αποδόσεων, δηλαδή την αναμενόμενη απόδοση και τον κίνδυνο.

Το πρώτο υπόδειγμα το οποίο όρισε τον κίνδυνο στα πλαίσια της ανάλυσης χαρτοφυλακίου αναπτύχθηκε από τον *Harry Markowitz* (1952).

Ο Harry Markowitz υπήρξε θεμελιωτής και πατέρας της σύγχρονης Θεωρίας Χαρτοφυλακίου. Ουσιαστικά διερεύνησε τις συνθήκες κάτω από τις οποίες ο επενδυτής μπορεί να δημιουργήσει το αποδοτικό γι' αυτόν χαρτοφυλάκιο.

Παρουσίασε μια μεθοδολογία για την δημιουργία χαρτοφυλακίων βασισμένη στις δύο πρώτες ροπές των κατανομών των αποδόσεων των αξιογράφων, δηλαδή την μέση τιμή και την διακύμανση. Τον Markowitz απασχόλησε η ανάλυση χαρτοφυλακίων, η οποία έχει ως αντικείμενο τον προσδιορισμό του αποδοτικού συνόρου. Επίσης, έθεσε ως απαραίτητη προϋπόθεση για τον προσδιορισμό του αποδοτικού μετώπου την εκτίμηση των δύο πρώτων ροπών που χαρακτηρίζουν την απόδοση, τον κίνδυνο (ή την τυπική απόκλιση) και την συνδιακύμανση των αποδόσεων των αξιογράφων.

Οι βασικές **υποθέσεις** λοιπόν που διακρίνουν το μοντέλο του Markowitz είναι:

- 1) Τα δυο βασικά χαρακτηριστικά ενός χαρτοφυλακίου είναι η αναμενόμενη απόδοση και ο κίνδυνος.
- 2) Όλοι οι επενδυτές αποστρέφονται τον κίνδυνο, είναι δηλαδή risk averse. Αυτό σημαίνει ότι οι επενδυτές θα δεχθούν να αναλάβουν υψηλότερο κίνδυνο μόνο αν αποζημιωθούν με μεγαλύτερη απόδοση.
- 3) Όλοι οι επενδυτές έχουν τον ίδιο επενδυτικό ορίζοντα
- 4) Όλοι οι ορθολογικοί επενδυτές θα επιλέξουν χαρτοφυλάκια που βρίσκονται πάνω στο αποδοτικό σύνορο. Η διαδικασία αυτή φυσικά απαιτεί γνώση των βασικών χαρακτηριστικών των επενδύσεων, δηλαδή της αναμενόμενης απόδοσης, της διακύμανσης και της συνδιακύμανσης των επενδύσεων.

Ο Harry Markowitz έδωσε άλλο νόημα στην έννοια της διαφοροποίησης χαρτοφυλακίων, εφόσον υποστήριξε ότι όταν οι επενδύσεις συνδυάζονται με αρνητική συσχέτιση, τότε μειώνεται ο κίνδυνος. Δηλαδή, όσο μικρότερη η συσχέτιση των αξιογράφων που απαρτίζουν ένα χαρτοφυλάκιο τόσο λιγότερο επικίνδυνο είναι το χαρτοφυλάκιο αυτό. Όσο πιο μεγάλη είναι η συσχέτιση, τόσο πιο πολύ οι αποδόσεις των μετοχών προσεγγίζουν να κινούνται προς την ίδια πορεία.

Ο συντελεστής συσχέτισης στατιστικά μετράει το βαθμό παράλληλης κίνησης δύο μεταβλητών. Ο συντελεστής συσχέτισης δίνεται από τον τύπο: $\rho_{ij} = \text{Cov}(\mathbf{R}_{it}, \mathbf{R}_{jt}) / \sigma_i \sigma_j$. Τα όρια των τιμών του βρίσκονται στο διάστημα $[-1, +1]$. Συντελεστές συσχέτισης κοντά στη μονάδα δηλώνουν παράλληλη και θετική κίνηση μεταξύ των δύο μεταβλητών. Τιμές κοντά στο -1 δείχνουν παράλληλη αλλά αρνητική

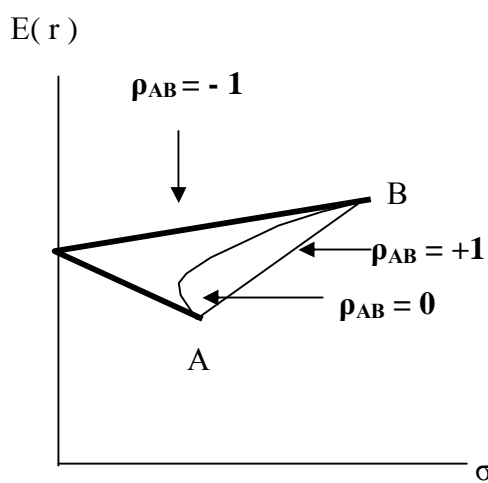
κίνηση μεταξύ των δύο μεταβλητών, ενώ τιμές κοντά στο μηδέν δηλώνουν την ανεξαρτησία των εξεταζομένων μεταβλητών.

Κατά αυτόν τον τρόπο ορίστηκε η **διαφοροποίηση κατά Markowitz**:

Σύμφωνα με τον Markowitz η κατασκευή καλά διαφοροποιούμενων χαρτοφυλακίων βασίζεται στην επιλογή και τον συνδυασμό διαφορετικών περιουσιακών στοιχείων, τα οποία όμως παρουσιάζουν ένα βασικό κοινό χαρακτηριστικό. Αυτό είναι ο σημαντικά χαμηλότερος από την μονάδα συντελεστής συσχέτισης όλων των περιουσιακών στοιχείων που θα επιλεγούν.

Ο Markowitz υποστήριξε ότι δεν μπορούμε να μειώσουμε τον κίνδυνο όταν οι μετοχές είναι θετικά συσχετιζόμενες, διότι δεν έχουμε τα οφέλη της διαφοροποίησης.

Γραφικά, τα αποτελέσματα της διαφοροποίησης του Markowitz δίνονται ως εξής:



Αν $\rho_{AB} = +1$, τότε όλοι οι συνδυασμοί των πιθανών χαρτοφυλακίων μεταξύ των A και B βρίσκονται στην ευθεία που ενώνει τις A και B.

Αν $\rho_{AB} = -1$, τότε όλοι οι συνδυασμοί βρίσκονται στην **έντονη ευθεία**, όπου και έχουμε τα μεγαλύτερα οφέλη της διαφοροποίησης.

Αν $-1 < \rho_{AB} < +1$, τότε οι συνδυασμοί βρίσκονται στην καμπύλη. Όσο πιο κυρτή η καμπύλη τόσο μεγαλύτερα τα οφέλη της διαφοροποίησης.

Συμπερασματικά, ο Markowitz τόνισε ότι από θετικές τέλειες συσχετίσεις προς αρνητικές τέλειες συσχετίσεις μειώνεται ο κίνδυνος. Επίσης, αξίζει να σημειωθεί ότι ένα πολύ σημαντικό πόρισμα από την διαφοροποίηση του Markowitz είναι ότι αυξάνει την παρούσα αξία του χαρτοφυλακίου. Πράγματι, όταν οι αρνητικώς συσχετιζόμενες αποδόσεις συνθέτουν ένα χαρτοφυλάκιο, τότε μειώνεται ο κίνδυνος με αποτέλεσμα να μειώνεται και ο discount rate, γεγονός φυσικά που οδηγεί στην αύξηση της παρούσας αξίας.

- ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ

Ο Markowitz χρησιμοποίησε για τον προσδιορισμό του αποδοτικού συνόρου ιστορικές εκτιμήσεις για την αναμενόμενη απόδοση, τον κίνδυνο και την συνδιακύμανση των επενδύσεων. Η αναμενόμενη απόδοση και ο κίνδυνος χαρτοφυλακίου υπό μορφή μητρών κατά τον Markowitz δίδονται ως εξής:

$$E(\mathbf{R}_p) = \sum x_i E(R_i) = x_1 E(R_1) + x_2 E(R_2) + \dots + x_n E(R_n) =$$

$$= [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n] * \begin{bmatrix} E(R_1) \\ E(R_2) \\ \cdot \\ E(R_n) \end{bmatrix} = \mathbf{x}_p^t * \mathbf{e},$$

Δηλαδή:

$$E(\mathbf{R}_p) = \mathbf{x}_p^t * \mathbf{e}$$

όπου :

$\mathbf{x}_p^t = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n]$ = το διάνυσμα γραμμή των σταθμών επένδυσης σε κάθε αξιόγραφο

$$\mathbf{e} = \begin{bmatrix} E(R_1) \\ E(R_2) \\ \cdot \\ E(R_n) \end{bmatrix} = [E(R_1) \ E(R_2) \ \dots \ E(R_n)]^t = \text{το διάνυσμα στήλη των αναμενόμενων αποδόσεων των } N \text{ αξιογράφων.}$$

Ο κίνδυνος ενός χαρτοφυλακίου το οποίο αποτελείται από N μετοχές υπό μορφή πινάκων δίνεται ως εξής:

$$\sigma^2(\mathbf{R}_p) = \sum x_i^2 \sigma^2(R_i) + \sum \sum x_i x_j \sigma_{ij} = x_1^2 \sigma_1^2 + x_2^2 \sigma_2^2 + \dots + x_n^2 \sigma_n^2 + 2x_1 x_2 \sigma_{12} + 2x_1 x_3 \sigma_{13} + \dots + 2x_1 x_n \sigma_{1n} =$$

$$= [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n] * \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} & \dots & \sigma_{1n} \\ \sigma_{21} & \sigma_2^2 & \dots & \sigma_{2n} \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \sigma_{n1} & \sigma_{n1} & \dots & \sigma_n^2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdot \\ x_n \end{bmatrix} = x_p^t * V * x_p,$$

Δηλαδή:

$$\sigma^2 (R_p) = x_p^t * V * x_p$$

όπου:

$$V = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} & \dots & \sigma_{1n} \\ \sigma_{21} & \sigma_2^2 & \dots & \sigma_{2n} \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \sigma_{n1} & \sigma_{n1} & \dots & \sigma_n^2 \end{bmatrix} = \text{ο πίνακας διακυμάνσεων συνδιακυμάνσεων του μεταξύ των αποδόσεων των N αξιογράφων.}$$

σ_n^2 = η διασπορά-κίνδυνος της n μετοχής του χαρτοφυλακίου

σ_{n1} = η συνδιακύμανση των αποδόσεων των μετοχών του χαρτοφυλακίου

x_p^t = το διάνυσμα γραμμή των ποσοστών επένδυσης σε κάθε μετοχή

x_p = το διάνυσμα στήλη των ποσοστών επένδυσης.

Το πρόβλημα του προσδιορισμού του αποδοτικού συνόρου παίρνει λύση με την ελαχιστοποίηση του κινδύνου χαρτοφυλακίου.

Η ελαχιστοποίηση του κινδύνου χαρτοφυλακίου γίνεται με βάση τρεις συνθήκες:

- $E(R_p) = k$ δηλαδή η αναμενόμενη απόδοση είναι δεδομένη.
- $\sum x_i = 1$, δηλαδή το άθροισμα των ποσοστών επένδυσης ισούται με την μονάδα
- $x_i \geq 0$, πράγμα που σημαίνει ότι επιτρέπονται οι προθεσμιακές πωλήσεις

Οπότε, $\min \sigma^2 (R_p) = \min x_p^t * V * x_p$

Η λύση της εξίσωσης αυτής υπό τους περιορισμούς που προαναφέρθηκαν, θα μας δώσει ένα **διάνυσμα στήλη**, που θα έχει ως στοιχεία τα ποσοστά επένδυσης κεφαλαίου σε κάθε επιλεγμένη μετοχή του χαρτοφυλακίου, ώστε αυτό να βρίσκεται στην καμπύλη των χαρτοφυλακίων ελάχιστης διακύμανσης.

Συνοψίζοντας, όταν μας δίνεται ένα χαρτοφυλάκιο με γνωστές αναμενόμενες αποδόσεις και πίνακα διακυμάνσεων συνδιακυμάνσεων, τότε προκειμένου να βρούμε τα **άριστα ποσοστά επένδυσης** με τη **μέθοδο του Markowitz**, ακολουθούμε την εξής διαδικασία:

1. Υπολογίζουμε τις μέσες αποδόσεις κάθε αξιογράφου του χαρτοφυλακίου.
2. Υπολογίζουμε τον πίνακα διακυμάνσεων συνδιακυμάνσεων **V**.

Τέλος, ο επενδυτής λαμβάνει ως λύση του προβλήματός του εκείνα τα **ποσοστά επένδυσης** που θα κατανεμηθούν σε κάθε επενδυτικό στοιχείο, ώστε να επιτευχθεί ο άριστος συνδυασμός κινδύνου και αναμενόμενης απόδοσης.

Η κατασκευή του συνόρου των αποδοτικών χαρτοφυλακίων θα γίνει με τη χρήση ενός προγράμματος το οποίο θα χρησιμοποιεί ως δεδομένα τα βασικά χαρακτηριστικά των επενδύσεων.

Το πρόβλημα που δημιουργείται με το μοντέλο του Markowitz είναι ότι ο συνολικός αριθμός των προς εκτίμηση παραμέτρων είναι τεράστιος, γεγονός που δημιουργεί υψηλό κόστος και μεγάλες δυσκολίες υπολογισμών. Ο προς εκτίμηση αριθμός παραμέτρων είναι:

N εκτιμήσεις για κάθε επίπεδο αναμενόμενης απόδοσης αξιογράφων

N εκτιμήσεις για κάθε επίπεδο κινδύνου αξιογράφων

$N(N-1)/2$ εκτιμήσεις για κάθε επίπεδο συνδιακύμανσης μεταξύ αποδόσεων όλων των πιθανών ζευγαριών των N μετοχών.

Συνολικά, το πλήθος όλων των εκτιμήσεων με την μέθοδο του Markowitz είναι:

$$(N^2 + 3N) / 2 .$$

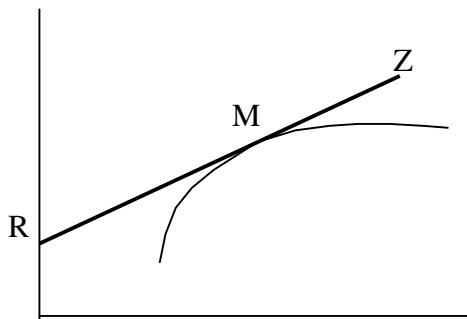
Το πρόβλημα του τεράστιου αριθμού εκτιμήσεων οδήγησε στην ανάγκη εύρεσης μιας διαδικασίας που να απαιτεί την εκτίμηση λίγων μόνο παραμέτρων. Έτσι αναπτύχθηκαν μοντέλα που να δίνουν λύση στο πρόβλημα αυτό. Ένα από αυτά τα

μοντέλα είναι το μοντέλο που αναπτύχθηκε από τον **Sharpe**, το Single-Index Model ή το Υπόδειγμα της Αγοράς.

Το αποδοτικό σύνορο του Markowitz περιλαμβάνει μόνο επισφαλή αξιόγραφα, δηλαδή risky assets.

Προσθέτοντας την δυνατότητα δανεισμού στο επιτόκιο μηδενικού κινδύνου R ένα νέο σύνολο επενδυτικών ευκαιριών δημιουργείται και αυτό είναι η γραμμή RMZ .

Η γραμμή αυτή ονομάζεται *γραμμή κεφαλαιαγοράς* και αντιπροσωπεύει την δυνατότητα του επενδυτή να κατασκευάσει χαρτοφυλάκια συνδυάζοντας το χαρτοφυλάκιο της αγοράς M και το επιτόκιο μηδενικού κινδύνου R . Δηλαδή, ο επενδυτής έχει την δυνατότητα είτε να τοποθετήσει ένα μέρος του κεφαλαίου του στη σίγουρη απόδοση που του προσφέρει το αξιόγραφο μηδενικού κινδύνου και το υπόλοιπο μέρος να το επενδύσει σε κάποιο risky asset, είτε να δανειστεί κεφάλαιο με επιτόκιο R και να το τοποθετήσει μαζί με το αρχικό του κεφάλαιο σε κάποιο risky asset.



Ø WILLIAM SHARPE

Στο πρόβλημα που είχε ανακύψει στην Θεωρία Χαρτοφυλακίου αναφορικά με το πλήθος των προς εκτίμηση παραμέτρων και τις τεράστιες υπολογιστικές διαδικασίες που απαιτούνται για την εκτίμηση του υποδείγματος του Markowitz λύση έδωσαν χάρη στις σημαντικές συμβολές των *Sharpe* (1964), *Lintner* (1965) και *Mossin* (1966).

Στην προσπάθειά του να απλοποιήσει τις υπολογιστικές διαδικασίες για τον προσδιορισμό του αποδοτικού συνόρου, ο Sharpe υπήρξε ο εμπνευστής του **μονοπαραγοντικού υποδείγματος**. Το γραμμικό αυτό μοντέλο μείωσε την πολυπλοκότητα του προβλήματος της ανάλυσης χαρτοφυλακίου και απλοποίησε την διαδικασία εύρεσης του αποδοτικού μετώπου.

- ΥΠΟΔΕΙΓΜΑ ΑΓΟΡΑΣ

Βασική υπόθεση του μονοπαραγοντικού υποδείγματος είναι ότι οι **αποδόσεις των μετοχών επηρεάζονται από έναν και μόνο παράγοντα**, ο οποίος είναι κάποιος χρηματιστηριακός δείκτης. Στη περίπτωση που ο παράγοντας αυτός είναι ο δείκτης της αγοράς, τότε το μονοπαραγοντικό υπόδειγμα ονομάζεται **υπόδειγμα της αγοράς**. οι οποίοι ανέπτυξαν το **υπόδειγμα της αγοράς**. Το **υπόδειγμα της αγοράς** περιγράφει μια γραμμική σχέση ανάμεσα στην απόδοση μεμονωμένων χρεογράφων και την απόδοση της συνολικής αγοράς. Βασίζεται στην υπόθεση ότι η απόδοση ενός χρεογράφου έχει την τάση να κυμαίνεται όμοια με την απόδοση του δείκτη της αγοράς.

Το υπόδειγμα αυτό μπορεί να εκφραστεί μαθηματικά με την παρακάτω εξίσωση:

$R_{it} = \beta_i R_{mt} + a_i + e_i$, όπου R_{it} = η (τυχαία) απόδοση χρεογράφου i κατά την περίοδο t

R_{mt} = η (τυχαία) απόδοση του Γενικού Δείκτη m κατά την περίοδο t

a_i = το συστατικό της απόδοσης του χρεογράφου I που δεν σχετίζεται με τις διακυμάνσεις της απόδοσης

του Γενικού Δείκτη m . Όταν η απόδοση του Γενικού Δείκτη m είναι ίση με το μηδέν, η απόδοση του χρεογράφου i ισούται με a_i .

$e_i = 0$ συντελεστής βήτα του χρεογράφου i ή αλλιώς ο συστηματικός κίνδυνος του χρεογράφου i , ο οποίος μετρά την ευαισθησία της απόδοσης του χρεογράφου i στις διακυμάνσεις της απόδοσης του Γενικού Δείκτη.

Η εφαρμογή του *υποδείγματος της αγοράς* και η γνώση του συστηματικού κινδύνου των μετοχών είναι ιδιαίτερης σπουδαιότητας στον βαθμό που οι τιμές αυτές χρησιμοποιούνται:

A) στον προσδιορισμό της απόδοσης που απαιτεί η αγορά για αυτές.

B) στον προσδιορισμό του κόστους του κεφαλαίου για αξιολόγηση επενδύσεων και

Γ) στη δημιουργία αποδοτικών χαρτοφυλακίων από συμβούλους επενδύσεων.

Για αυτούς τους λόγους απαιτείται ιδιαίτερη προσοχή στην εκτίμηση των σχετικών συντελεστών του υποδείγματος της αγοράς, αλλιώς τα αποτελέσματα θα είναι αναξιόπιστα.

Η εκτίμηση του *υποδείγματος της αγοράς* γίνεται συχνά εφαρμόζοντας την απλή μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων, η χρησιμοποίηση της οποίας προϋποθέτει την υιοθέτηση αρκετά περιοριστικών *υποθέσεων*. Αυτές είναι:

1) $E(e_{it}) = 0$, δηλαδή η αναμενόμενη τιμή του στοχαστικού όρου είναι μηδέν.

2) $Cov(e_{it}, e_{it+k}) = 0$ για κάθε $k \neq 0$, όπου και είναι δύο διαφορετικές τιμές του στοχαστικού όρου. Αυτό σημαίνει ότι δεν υπάρχει αυτοσυσχέτιση μεταξύ των τιμών του στοχαστικού όρου e_{it} .

3) $Cov(e_{it}, R_{mt}) = 0$. Η τυχαία μεταβλητή, η οποία εκφράζει την επίδραση των τυχαίων, μη συστηματικών παραγόντων, είναι ανεξάρτητη από τις μεταβολές του συστηματικού παράγοντα R_m .

4) $Var(e_{it}) = \sigma^2_t$. Η υπόθεση αυτή είναι η υπόθεση της ομοσκεδαστικότητας. Σύμφωνα με αυτήν, η διακύμανση των καταλοίπων είναι σταθερή για όλη την περίοδο του δείγματος.

Αν οι υποθέσεις ικανοποιούνται τότε οι εκτιμητές ελαχίστων τετραγώνων είναι αμερόληπτες και έχουν τη μικρότερη διακύμανση μεταξύ όλων των γραμμικών και

αμερόληπτων εκτιμητών. Πρέπει να σημειωθεί επίσης, ότι η παραβίαση των υποθέσεων αυτών δημιουργεί σοβαρά προβλήματα αξιοπιστίας στη τιμή του συντελεστή βήτα.

Η μαθηματική σχέση του *υποδείγματος της αγοράς* ουσιαστικά υποδηλώνει ότι η μεταβλητικότητα των αποδόσεων των μετοχών ερμηνεύεται απόλυτα από έναν παράγοντα ή δείκτη συν κάποιους παράγοντες της κάθε εταιρίας ξεχωριστά.

Δηλαδή, η ολική απόδοση ενός χρεογράφου διαιρείται σε δύο σε 2 κομμάτια:

Στην *συστηματική απόδοση* $\beta_i R_{Mt}$, η οποία εξαρτάται από έναν κοινό παράγοντα που επηρεάζει τις αποδόσεις των άλλων μετοχών, και την *μη-συστηματική απόδοση* $a_i + e_{it}$ η οποία εξαρτάται από την κάθε εταιρία ξεχωριστά

Δηλαδή, έχουμε:

a) την απόδοση που συσχετίζεται με την απόδοση του Γενικού Δείκτη και φαίνεται από το μέρος $\beta_i R_{Mt}$ (*συστηματικό μέρος*).

b) την απόδοση που είναι ανεξάρτητη από την απόδοση του Γενικού Δείκτη και φαίνεται από το μέρος της εξίσωσης $\beta_i R_{Mt}$ (*μη συστηματικό μέρος*).

Το μη συστηματικό μέρος εκφράζει τη συνδυασμένη επίδραση παραγόντων οι οποίοι είναι μοναδικοί για κάθε εταιρία και οι οποίοι θεωρούνται ότι δεν έχουν καμία επίδραση στην απόδοση του Γενικού Δείκτη.

Χρησιμοποιώντας το *υπόδειγμα της αγοράς*, η *αναμενόμενη απόδοση* ενός χρεογράφου μπορεί να εκφραστεί ως:

$E(R_i) = \beta_i E(R_m) + a_i$, όπου $E(R_i)$ = η αναμενόμενη απόδοση του χρεογράφου i

$E(R_m)$ = η αναμενόμενη απόδοση του Γενικού Δείκτη.

Χρησιμοποιώντας το *υπόδειγμα της αγοράς*, η *διακύμανση της απόδοσης* ενός χρεογράφου μπορεί να χωριστεί ως εξής:

$\sigma_i^2 = \beta_i^2 \sigma_m^2 + \sigma_{ei}^2$, όπου σ_m^2 = η διακύμανση της απόδοσης του Γενικού Δείκτη

σ_{ei}^2 = η διακύμανση του στοχαστικού όρου e_i .

Το πρώτο μέρος του συνολικού κινδύνου του χρεογράφου i είναι ο **συστηματικός κίνδυνος** και δίνεται από το $\beta_i^2 \sigma_m^2$. Ο πρώτος όρος β_i^2 δείχνει πόσο ευαίσθητη είναι η απόδοση του χρεογράφου i στις κινήσεις της απόδοσης του Γενικού Δείκτη.

Ο δεύτερος όρος είναι η διακύμανση της αγοράς, η οποία μετράει τη μεταβλητότητα που συνδέεται με την απόδοση του Γενικού Δείκτη. Είναι προφανές ότι οι επενδυτές προτιμούν να επενδύουν σε επιθετικά χρεόγραφα όταν η αγορά ανεβαίνει και σε αμυντικά όταν η αγορά πέφτει. Αφού η διακύμανση του δείκτη της αγοράς είναι σταθερή σε σχέση με τα άλλα χρεόγραφα του δείκτη, ο συντελεστής βήτα παρέχει ένα μέτρο του συστηματικού κινδύνου του χρεογράφου. Ο συστηματικός κίνδυνος ονομάζεται επίσης και **μη διαφοροποιήσιμος κίνδυνος**.

Ο τύπος του **συστηματικού κινδύνου** δίνεται από τη σχέση:

$$\beta_i = \sigma_{im} / \sigma_m^2, \text{ όπου } \sigma_{im} = \text{η συνδιακύμανση μεταξύ των αποδόσεων του χρεογράφου } i \text{ και του Γενικού Δείκτη της Αγοράς}$$
$$\sigma_m^2 = \text{η διακύμανση της απόδοσης του Γενικού Δείκτη της Αγοράς } m.$$

Ο αριθμητής του παραπάνω κλάσματος δείχνει τον κίνδυνο του χρεογράφου i μέσα στο χαρτοφυλάκιο που αντιπροσωπεύει την αγορά και ο παρονομαστής δείχνει τον κίνδυνο του χαρτοφυλακίου που αντιπροσωπεύει την αγορά.

Το δεύτερο μέρος του συνολικού κινδύνου του χρεογράφου i είναι ο **μη συστηματικός κίνδυνος** και δίνεται από το σ_{ei}^2 . Ο μη συστηματικός κίνδυνος μπορεί να εξαλειφθεί ή τουλάχιστον να μειωθεί το μεγαλύτερο μέρος του αν έχουμε ένα χαρτοφυλάκιο με πολλά χρεόγραφα. Ο κίνδυνος αυτός μετρά το μέρος της μεταβλητότητας του χρεογράφου που είναι ανεξάρτητο από τη συνολική κατάσταση στην αγορά.

Συνεπώς:

$$\text{Συνολικός κίνδυνος} = \text{συστηματικός κίνδυνος} + \text{μη συστηματικός κίνδυνος}$$

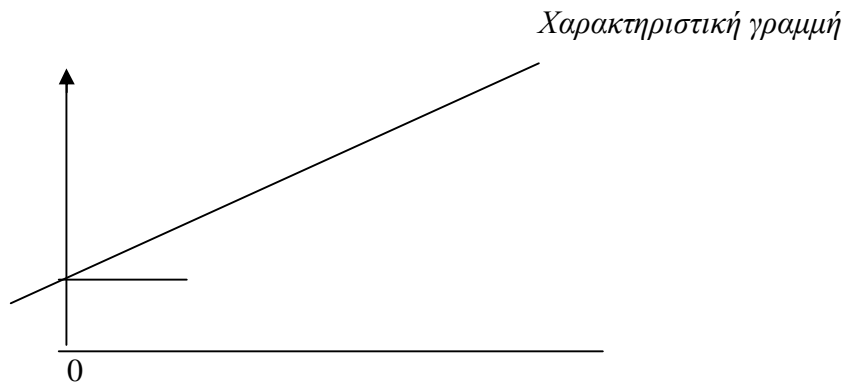
Η **διαφορά** μεταξύ του **συστηματικού** και του **μη συστηματικού κινδύνου** αναφέρεται συνοπτικά ως εξής:

Ο *συστηματικός κίνδυνος* προκύπτει από γεγονότα τα οποία επηρεάζουν ολόκληρη την αγορά, επηρεάζει τις αποδόσεις όλων των χρεογράφων, δεν μπορεί να μειωθεί ή να εξαλειφθεί με τη διαφοροποίηση και μπορεί να μετρηθεί με το βήτα.

Ο *μη συστηματικός κίνδυνος* προκύπτει από γεγονότα τα οποία είναι μοναδικά για κάθε επιχείρηση, επηρεάζει τις αποδόσεις ενός χρεογράφου, μπορεί να μειωθεί ή να εξαλειφθεί με τη διαφοροποίηση και μπορεί να μετρηθεί χρησιμοποιώντας το υπόδειγμα της αγοράς.

Το *υπόδειγμα της αγοράς* προϋποθέτει ότι δεν υπάρχουν άλλοι παράγοντες (π.χ. οικονομικοί, βιομηχανικοί κ.κ) που να επηρεάζουν τα χρεόγραφα, παρά μόνο η απόδοση της αγοράς. Το υπόδειγμα αυτό μπορεί να παρουσιάσει και γραφικά με την ευθεία παλινδρόμηση της απόδοσης του χρεογράφου i στην απόδοση του δείκτη m

R_i



Η παραπάνω γραμμή λέγεται *χαρακτηριστική* και περιγράφει τη σχέση μεταξύ μεταβολών στις αποδόσεις ενός χρεογράφου και μεταβολών στις αποδόσεις του χαρτοφυλακίου της αγοράς. Η κλίση της γραμμής είναι ο συντελεστής παλινδρόμησης και συγκεκριμένα ο συντελεστής βήτα.

Το *υπόδειγμα της αγοράς* χρησιμοποιείται για την εκτίμηση του συστηματικού κινδύνου ενός χρεογράφου ή ενός χαρτοφυλακίου. Η εκτίμηση του συντελεστή βήτα γίνεται με τη μέθοδο της παλινδρόμησης. Επίσης χρησιμοποιείται για την απλοποίηση των εκτιμήσεων που χρειάζονται για το υπόδειγμα του Markowitz. Βασιζόμενοι στο υπόδειγμα της αγοράς μπορούμε εύκολα να υπολογίσουμε τις αναμενόμενες αποδόσεις, τις διακυμάνσεις και τις συνδιακυμάνσεις των χρεογράφων, ώστε να υπολογιστεί το σύνολο των αποδοτικών χαρτοφυλακίων.

Τέλος, το υπόδειγμα της αγοράς λύνει άμεσα το πρόβλημα της ανάλυσης χαρτοφυλακίου. Δηλαδή, η αναμενόμενη απόδοση και ο κίνδυνος ενός χαρτοφυλακίου βρίσκονται απευθείας.

- ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ

Με τη βοήθεια του υποδείγματος της αγοράς το πρόβλημα της εκτίμησης των παραμέτρων λύνεται. Το αποδοτικό σύνορο υπολογίζεται ευκολότερα, αφού το πλήθος των προς εκτίμηση παραμέτρων μειώνεται. Αυτό οφείλεται ουσιαστικά στη μήτρα διακυμάνσεων – συνδιακυμάνσεων V , η οποία ονομάζεται διαγώνιος, ακριβώς επειδή τα μη διαγώνια στοιχεία παίρνουν μια πιο απλουστευμένη μορφή.

Η μήτρα διακυμάνσεων - συνδιακυμάνσεων παίρνει την εξής μορφή:

$$V = \left[\begin{array}{c} \text{Αποτελέσματα διακυμάνσεων} \\ \text{και συνδιακυμάνσεων σύμφωνα} \\ \text{με το μονοπαραγοντικό} \\ \text{υπόδειγμα} \end{array} \right] =$$

$$= \left[\begin{array}{ccc} \beta_1^2 \sigma^2(\mathbf{R}_m) + \sigma^2(e_{it}) & \beta_1 \beta_2 \sigma^2(\mathbf{R}_m) & \dots \dots \dots \beta_1 \beta_n \sigma^2(\mathbf{R}_m) \\ \beta_2 \beta_1 \sigma^2(\mathbf{R}_m) & \beta_2^2 \sigma^2(\mathbf{R}_m) + \sigma^2(e_{it}) & \dots \dots \dots \beta_2 \beta_n \sigma^2(\mathbf{R}_m) \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \beta_n \beta_1 \sigma^2(\mathbf{R}_m) & \beta_n \beta_2 \sigma^2(\mathbf{R}_m) & \dots \dots \dots \beta_n^2 \sigma^2(\mathbf{R}_m) + \sigma^2(e_{it}) \end{array} \right]$$

Η αναμενόμενη απόδοση του αξιογράφου, ο κίνδυνος και η συνδιακύμανση δίνονται από τις παρακάτω σχέσεις:

$$E(\mathbf{R}_i) = \mathbf{a}_i + \mathbf{b}_i E(\mathbf{R}_{Mt})$$

$$\sigma^2(\mathbf{R}_i) = \mathbf{b}_i^2 \sigma^2(\mathbf{R}_{Mt}) + \sigma^2(\mathbf{e}_{it})$$

$$\text{Cov}(\mathbf{R}_i, \mathbf{R}_j) = \mathbf{b}_i \mathbf{b}_j \sigma^2(\mathbf{R}_{Mt})$$

Όπως βλέπουμε η διακύμανση είναι το σύνολο δύο συστατικών. Το πρώτο αφορά τη διακύμανση που προκύπτει από τον δείκτη της αγοράς και ονομάζεται *μη συστηματικός κίνδυνος* και το δεύτερο αποτελεί τον *ειδικό ή μη συστηματικό κίνδυνο*, ο οποίος αφορά τον κίνδυνο που προκύπτει αποκλειστικά από παράγοντες της εταιρίας. Αξίζει να σημειώσουμε ότι ο μη συστηματικός κίνδυνος μειώνεται με την διαφοροποίηση, σε αντίθεση με τον συστηματικό.

Γνωρίζουμε ότι η απόδοση του χαρτοφυλακίου ρ δίνεται ως:

$$R_\rho = \sum x_i r_i = \sum x_i (\mathbf{a}_i + \mathbf{b}_{iM} R_{Mt} + \mathbf{e}_{it}) = \sum x_i \mathbf{a}_i + \sum x_i \mathbf{b}_{iM} R_{Mt} + \sum x_i \mathbf{e}_{it}.$$

Οι όροι $\sum x_i \mathbf{a}_i$ και $\sum x_i \mathbf{b}_{iM}$ είναι σταθεροί.

$$\sigma^2(R_\rho) = (\sum x_i \mathbf{b}_{iM})^2 \text{Var}(R_{Mt}) + \sum x_i^2 \text{Var}(\mathbf{e}_{it})$$

Στη συνέχεια το πρόβλημα του προσδιορισμού του αποδοτικού συνόρου λύνεται μέσω της *ελαχιστοποίησης του κινδύνου του χαρτοφυλακίου* $\sigma^2(R_\rho)$, λαμβάνοντας υπόψη τις δύο συνθήκες του αθροίσματος των ποσοστών επένδυσης στη μονάδα και της δεδομένης αναμενόμενης απόδοσης.

$$\min \sigma^2(R_\rho) = \min (\sum x_i \mathbf{b}_{iM})^2 \text{Var}(R_{Mt}) + \sum x_i^2 \text{Var}(\mathbf{e}_{it})$$

Η λύση της εξίσωσης αυτής θα μας δώσει ένα **διάνυσμα στήλη**, που θα έχει ως στοιχεία τα ποσοστά επένδυσης κεφαλαίου σε κάθε επιλεγμένη μετοχή του

χαρτοφυλακίου, ώστε αυτό να βρίσκεται στην καμπύλη των χαρτοφυλακίων ελάχιστης διακύμανσης.

Το μονοπαραγοντικό υπόδειγμα απαιτεί την εκτίμηση n παραμέτρων (λιγότερων από ό,τι στην περίπτωση του Markowitz) για κάθε r_i , b_i , $\text{Var}(e_{it})$, $\text{Var}(R_{Mt})$.

Ο αριθμός τότε των προς εκτίμηση παραμέτρων μειώνεται από $(N^2 + 3N) / 2$, που ήταν στη περίπτωση του Markowitz, σε $3N+2$.

Ø RICHARD ROLL (με βάση το υπόδειγμα του Markowitz)

Το 1997, ο Roll τροποποίησε το μοντέλο του Markowitz επιτρέποντας την δυνατότητα της προθεσμιακής πώλησης (**short selling**) των αξιογράφων. Εδώ πρέπει να τονίσουμε ότι τα ποσοστά επένδυσης μπορεί να είναι είτε αρνητικά είτε θετικά, δηλαδή $x_i > 0$ ή $x_i < 0$. Ενώ στην περίπτωση του μοντέλου του Markowitz τα ποσοστά επένδυσης είναι αυστηρώς μόνο θετικά ($x_i \geq 0$), πράγμα που σημαίνει ότι δεν επιτρέπεται η προθεσμιακή πώληση των αξιογράφων.

Η αναμενόμενη απόδοση ενός χαρτοφυλακίου το οποίο αποτελείται από N μετοχές υπό μορφή πινάκων δίνεται ως εξής:

$$E(\mathbf{R}_p) = \sum x_i E(R_i) = x_1 E(R_1) + x_2 E(R_2) + \dots + x_n E(R_n) =$$

$$= [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n] * \begin{bmatrix} E(R_1) \\ E(R_2) \\ \cdot \\ \cdot \\ E(R_n) \end{bmatrix} = \mathbf{x}_p^t * \mathbf{e},$$

Δηλαδή:

$$E(\mathbf{R}_p) = \mathbf{x}_p^t * \mathbf{e}$$

όπου :

$\mathbf{x}_p^t = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n]$ = το διάνυσμα γραμμή των σταθμών επένδυσης σε κάθε αξιόγραφο

$$\mathbf{e} = \begin{bmatrix} E(R_1) \\ E(R_2) \\ \vdots \\ E(R_n) \end{bmatrix} = [E(R_1) \ E(R_2) \ \dots \ E(R_n)]^t = \text{το διάνυσμα στήλη των αναμενόμενων αποδόσεων των } N \text{ αξιογράφων.}$$

Ο κίνδυνος ενός χαρτοφυλακίου το οποίο αποτελείται από N μετοχές υπό μορφή πινάκων δίνεται ως εξής:

$$\sigma^2(\mathbf{R}_p) = \sum x_i^2 \sigma^2(R_i) + \sum \sum x_i x_j \sigma_{ij} = x_1^2 \sigma_1^2 + x_2^2 \sigma_2^2 + \dots + x_n^2 \sigma_n^2 + 2x_1 x_2 \sigma_{12} + 2x_1 x_3 \sigma_{13} + \dots + 2x_1 x_n \sigma_{1n} =$$

$$= [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n] * \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} & \dots & \sigma_{1n} \\ \sigma_{21} & \sigma_2^2 & \dots & \sigma_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{n1} & \sigma_{n1} & \dots & \sigma_n^2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \mathbf{x}_p^t * \mathbf{V} * \mathbf{x}_p,$$

Δηλαδή:

$$\sigma^2(\mathbf{R}_p) = \mathbf{x}_p^t * \mathbf{V} * \mathbf{x}_p$$

όπου:

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} & \dots & \sigma_{1n} \\ \sigma_{21} & \sigma_2^2 & \dots & \sigma_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{n1} & \sigma_{n1} & \dots & \sigma_n^2 \end{bmatrix} = \text{ο πίνακας διακυμάνσεων συνδιακυμάνσεων του μεταξύ των αποδόσεων των } N \text{ αξιογράφων.}$$

σ_n^2 = η διασπορά-κίνδυνος της η μετοχής του χαρτοφυλακίου

σ_{n1} = η συνδιακύμανση των αποδόσεων των μετοχών του χαρτοφυλακίου

\mathbf{x}_p^t = το διάνυσμα γραμμή των ποσοστών επένδυσης σε κάθε μετοχή

\mathbf{x}_p = το διάνυσμα στήλη των ποσοστών επένδυσης.

Όπως βλέπουμε και παραπάνω, ο Roll χρησιμοποίησε την μήτρα διακυμάνσεων συνδιακυμάνσεων V, που εφάρμοσε ο Markowitz στο μοντέλο του.

Το πρόβλημα του προσδιορισμού του αποδοτικού μετώπου έγκειται στο να ελαχιστοποιήσουμε τον κίνδυνο του χαρτοφυλακίου $\sigma^2(\mathbf{R}_p) = \mathbf{x}_p^t * \mathbf{V} * \mathbf{x}_p$ λαμβάνοντας υπόψη τους παρακάτω δύο περιορισμούς:

1) $E(\mathbf{R}_p) = \mathbf{x}_p^t * \mathbf{e} = \lambda = \text{σταθερό}$

Η πρώτη συνθήκη μας λέει ότι η αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου πρέπει να είναι δεδομένη.

2) $\sum x_i = \mathbf{x}_p^t * \mathbf{I} = \mathbf{1} * \mathbf{I} = \mathbf{1}$, όπου: $\mathbf{I} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \cdot \\ 1 \end{bmatrix}$ = το μοναδιαίο διάνυσμα στήλη

Η δεύτερη αυτή συνθήκη μας λέει ότι το άθροισμα των ποσοστών επένδυσης σε κάθε μετοχή πρέπει να ισούται με 100% ή την μονάδα.

Στη συνέχεια, χρησιμοποιώντας την *μέθοδο του Lagrange*¹, λύνουμε το πρόβλημα της ελαχιστοποίησης του κινδύνου. Δηλαδή παίρνουμε την πρώτη παράγωγο της εξίσωσης του κινδύνου, αφού κατασκευάσουμε την ποσότητα:

$$\sigma_p^{2'} = \sigma_p^2 - \lambda_1 (\mathbf{x}_p^t * \mathbf{e} - 1) - \lambda_2 (\mathbf{x}_p^t * \mathbf{I} - 1), \text{ για κάθε } \lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R}.$$

¹ Αναλυτικά η *μέθοδος του Lagrange* βρίσκεται στα παραρτήματα

$$\min \sigma_p^2 : \frac{\theta \sigma_p^2}{\theta \sigma_p^2} = 0 \rightarrow 2VX_p - \lambda_1 r - \lambda_2 \mathbf{1} = 0$$

Η λύση της εξίσωσης αυτής υπό τους περιορισμούς που προαναφέρθηκαν, θα μας δώσει εκείνα τα **ποσοστά επένδυσης** σε κάθε μετοχή, που δίνουν την επιθυμητή μέση απόδοση του χαρτοφυλακίου με τον ελάχιστο κίνδυνο. Τα ποσοστά αυτά είναι γνωστά ως **άριστα ποσοστά επένδυσης** και δίνονται από τον παρακάτω τύπο:

$$x_p = V^{-1} * [e \ 1] * A^{-1} * \begin{bmatrix} \lambda \\ 1 \end{bmatrix}$$

όπου:

λ = η απαιτούμενη από τον επενδυτή απόδοση του χαρτοφυλακίου

e = οι αναμενόμενες αποδόσεις των μετοχών του χαρτοφυλακίου

A = ο πίνακας (2*2) ο οποίος ισούται με: $[e \ 1] * V^{-1} * [e \ 1]$

V = η μήτρα διακυμάνσεων συνδιακυμάνσεων που χρησιμοποίησε ο Markowitz στο μοντέλο του

Συνοψίζοντας, όταν μας δίνεται ένα χαρτοφυλάκιο με γνωστές αναμενόμενες αποδόσεις και πίνακα διακυμάνσεων συνδιακυμάνσεων, τότε προκειμένου να βρούμε τα **άριστα ποσοστά επένδυσης με τη μέθοδο του Roll**, ακολουθούμε την εξής διαδικασία:

1. Υπολογίζουμε τις μέσες αποδόσεις κάθε αξιογράφου του χαρτοφυλακίου.
2. Υπολογίζουμε τον πίνακα διακυμάνσεων συνδιακυμάνσεων V , και τον αντίστροφό του V^{-1} .
3. Υπολογίζουμε τον πίνακα A και τον αντίστροφό του A^{-1} .
4. Υπολογίζουμε την ποσότητα $V^{-1} * [e \ 1] * A^{-1}$.

Καταλήξαμε λοιπόν στο να έχουμε εκφράσει τα ποσοστά επένδυσης ως συνάρτηση της μέσης απαιτούμενης απόδοσης λ . Τέλος, ο επενδυτής καλείται να εισάγει την επιθυμητή (απαιτούμενη) μέση απόδοση. Επεξεργάζοντας όλα τα παραπάνω δεδομένα, ο επενδυτής λαμβάνει ως λύση του προβλήματός του μία στήλη-πίνακα που θα περιλαμβάνει τα **ποσοστά επένδυσης** σε κάθε αξιόγραφο, τα οποία ποσοστά ελαχιστοποιούν τον κίνδυνο του χαρτοφυλακίου με μέση απόδοση ίση με την επιθυμητή μέση απόδοση του επενδυτή. Η τεχνική του Roll επιτρέπει την εύρεση αρνητικών ποσοστών σε κάποιο από τα αξιόγραφα, ακριβώς επειδή είναι αποδεκτή η προθεσμιακή πώληση κάποιων μετοχών.

Η μέθοδος αυτή βρίσκει πάντα λύση, αρκεί οι πίνακες που χρησιμοποιούνται (A και V) να είναι **αντιστρέψιμοι**.

Αντικαθιστώντας τα ποσοστά επένδυσης στην σχέση του κινδύνου του χαρτοφυλακίου, δίνεται το ποσό της ελάχιστης διασποράς (και της αντίστοιχης τυπικής απόκλισης) μέσω της παρακάτω εξίσωσης:

$$\sigma^2(\mathbf{R}_p) = \{ \mathbf{a} - 2\mathbf{b}E(\mathbf{R}_p) + \mathbf{c} [E(\mathbf{R}_p)]^2 \} / \mathbf{ac} - \mathbf{b}^2, \text{ όπου :}$$

$$\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c} \text{ είναι τα στοιχεία του πίνακα A, δηλαδή: } \mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{a} & \mathbf{b} \\ \mathbf{b} & \mathbf{c} \end{bmatrix}$$

Ο προσδιορισμός του αποδοτικού συνόρου με την μέθοδο του Roll, ξεκινά θεωρώντας ως μέση επιθυμητή απαιτούμενη απόδοση την \mathbf{b}/\mathbf{c} , η οποία αντιπροσωπεύει την μέση απόδοση του χαρτοφυλακίου με την ελάχιστη των ελάχιστων τυπικών αποκλίσεων, και υπολογίζοντας την αντίστοιχη διασπορά και τυπική απόκλιση, η οποία εκφράζεται ως $\sigma^2(\mathbf{R}_p) = 1/\mathbf{c}$.

Αυξάνοντας κάθε φορά την απόδοση κατά ένα ποσοστό της τάξεως του 0,25% υπολογίζεται η νέα τυπική απόκλιση. Έτσι συγκεντρώνονται τα σημεία της καμπύλης που βρίσκονται στο πάνω μισό τμήμα του συνόρου. Η αντίθετη διαδικασία ακολουθείται (αφαίρεση κάθε φορά από την απόδοση του ποσοστό των 0,25%) με

σκοπό την συγκέντρωση των σημείων εκείνων που βρίσκονται στο κάτω τμήμα της καμπύλης του αποδοτικού συνόρου.

Στο χώρο *αναμενόμενης απόδοσης και τυπικής απόκλισης* η καμπύλη του συνόρου απεικονίζεται γραφικά ως **υπερβολή**, ενώ στο χώρο *αναμενόμενης απόδοσης και διακύμανσης* απεικονίζεται ως **παραβολή**.

Αντικαθιστώντας τα ποσοστά επένδυσης στην σχέση του κινδύνου του χαρτοφυλακίου, συμπεραίνουμε ότι ο *κίνδυνος του χαρτοφυλακίου* δίνεται από την παρακάτω σχέση:

$$\sigma^2 (R_p) = a - 2bE(R_p) + c [E(R_p)]^2 / ac - b^2$$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6°

ΔΕΔΟΜΕΝΑ

ΤΕΛΙΚΟ ΔΕΙΓΜΑ

Στόχος της παρούσας εργασίας είναι η *διαπίστωση της διαχρονικής μεταβολής των αποδοτικών συνόρων*, τα οποία κατασκευάστηκαν μέσω της επεξεργασίας του δείγματος μετοχών που επιλέχθηκαν από το Χρηματιστήριο Αθηνών για το χρονικό διάστημα 1993 έως 2003.

Προκειμένου να καταλήξουμε σε αξιόπιστα αποτελέσματα και συμπεράσματα κρίνεται απαραίτητο να χρησιμοποιήσουμε ως δείγμα έναν **αρκετά μεγάλο αριθμό παρατηρήσεων**. Για τον λόγο αυτό επιλέχθηκε να χρησιμοποιηθούν εβδομαδιαίες αποδόσεις κοινών μετοχών του Χρηματιστηρίου Αθηνών από το 1993 έως το 2003.

Φυσικά για περισσότερο αξιόπιστα αποτελέσματα καλό είναι να υποβάλλουμε τα δεδομένα σε κάποιους βασικούς ελέγχους, με σκοπό να κατανοήσουμε καλύτερα την συμπεριφορά και την πορεία των μετοχών.

Έτσι λοιπόν, η διαδικασία που πρόκειται να ακολουθήσουμε για να φέρουμε τα δεδομένα μας σε μια κατάσταση όσο το δυνατόν «ιδανικότερη» για επεξεργασία αποτελείται από τα εξής βήματα:

1. Αρχικά το δείγμα μας αποτελείται από 98 κοινές μετοχές (1993-2003) εισηγμένες στο Χρηματιστήριο Αθηνών.
2. Υπολογισμός εβδομαδιαίων αποδόσεων των 98 μετοχών.
3. Πραγματοποίηση ελέγχου κανονικότητας των 98 μετοχών
4. Πραγματοποίηση ελέγχου στασιμότητας των 98 μετοχών.
5. Έλεγχος ως προς την χαμηλή εμπορευσιμότητα των μετοχών και τελικός αποκλεισμός 15 μετοχών από το συνολικό δείγμα.
6. Οι εναπομείνουσες μετοχές είναι 83, οι οποίες αποτελούν και το τελικό δείγμα.
7. Γραφική απεικόνιση τιμών κλεισίματος των 83 μετοχών με σκοπό την παρατήρηση της διαχρονικής πορείας και συμπεριφοράς τους.

Μετά από τα παραπάνω βήματα έχουμε 83 μετοχές έτοιμες για επεξεργασία. Οι μετοχές αυτές είναι τα τελικά δεδομένα που θα χρησιμοποιήσουμε προκειμένου να διαπιστώσουμε την μεταβολή των αποδοτικών συνόρων.

Παρακάτω περιγράφονται αναλυτικά τα στάδια αυτά:

1. Οι **κοινές μετοχές** για το χρονικό διάστημα **1993** έως **2003** που είναι **εισηγμένες στο Χρηματιστήριο Αθηνών** και που επιλέχθηκαν να χρησιμοποιηθούν ως δεδομένα είναι οι εξής 98:

1. ΑΛΦΑ ΑΛΦΑ
2. ALBIO HOLDINGS
3. ΑΛΛΑΤΙΝΗ
4. ΑΒ ΒΑΣΙΛΟΠΟΥΛΟΣ
5. ΑΛΟΥΜΙΝΙΟ ΕΛΛΑΔΟΣ
6. ΤΡΑΠΕΖΑ ΑΤΤΙΚΗΣ
7. BALKAN EXPORTS
8. ΑΣΠΙΣ ΠΡΟΝΟΙΑ
9. ΕΠΑΤΤ
10. ΤΡΑΠΕΖΑ ΤΗΣ ΕΛΛΑΔΟΣ
11. ΤΡΑΠΕΖΑ ΠΕΙΡΑΙΩΣ
12. ALPHA BANK
13. ALPHA LEASING
14. ΜΠΕΝΡΟΥΜΠΗΣ
15. BITROS
16. ΚΟΚΑ ΚΟΛΑ
17. ΕΜΠΟΡΙΚΗ ΤΡΑΠΕΖΑ
18. ΚΟΡΦΙΑ
19. ΧΑΤΖΗΓΙΑΝΝΟΥ
20. ΑΛΥΣΙΔΑ
21. CYCLON HELLAS
22. ΔΕΛΤΑ ΣΥΜΜΕΤΟΧΩΝ
23. DIAS
24. EYROBANK ERGASIAS
25. ΕΓΝΑΤΙΑ ΤΡΑΠΕΖΑ
26. ΕΛΑΙΣ
27. ΕΛΦΙΚΟ

28. ΕΛΜΕΚ ΣΠΟΡ
29. ΕΛΤΡΑΚ
30. ΕΘΝΙΚΗ ΤΡΑΠΕΖΑ ΕΛΛΑΔΟΣ
31. ΕΤΜΑ
32. ΕΞΕΛΙΞΗ
33. FG EUROPE
34. FINTEXPORT
35. SARANTOPOULOS
36. ΦΟΥΡΛΗΣ ΣΥΜΜΕΤΟΧΩΝ
37. ΓΕΝΙΚΗ ΕΜΠΟΡΙΟΥ
38. ΕΥΡΟΣΥΜΜΕΤΟΧΕΣ
39. CROWN HELLAS
40. ΗΡΑΚΛΗΣ
41. ΙΠΠΟΤΟΥΡ
42. ΕΡΜΗΣ
43. IDEAL GROUP
44. INTERINVEST
45. INTERSAT
46. INTRACOM
47. IONIAN
48. ΜΠΟΥΤΑΡΗΣ
49. ΚΑΡΕΛΙΑ
50. ΚΕΚΡΟΠΣ
51. ΚΕΡΑΜΕΙΑ ΑΛΛΑΤΙΝΗ
52. ΚΕΡΑΝΗΣ
53. ΛΑΜΨΑ
54. ΛΑΝΑΚΑΜ
55. ΛΕΒΕΝΤΕΡΗΣ
56. ΜΕΤΚΑ
57. ΜΗΧΑΝΙΚΗ
58. MICROMEDIA
59. ΜΟΥΖΑΚΗΣ
60. MULTIRAMA

61. NATIONAL INVESTMENT
62. NEXANS
63. O DARING
64. PHOENIX METROLIFE
65. ΠΑΠΑΣΤΡΑΤΟΣ
66. ΠΑΡΝΑΣΣΟΣ
67. ΠΕΤΖΕΤΑΚΗΣ
68. ΝΙΚΑΣ
69. PLIAS CONSUYMER
70. RIDENCO
71. RILKEN
72. SANYO
73. SATO
74. SELECTED TEXTILE
75. SHEET STEEL
76. SHELMAN
77. GREEK PROGRESS FUND
78. TITAN
79. ΤΡΙΑ ΑΛΦΑ
80. ΜΠΑΡΜΠΑΣΤΑΘΗΣ
81. ΒΙΟΧΑΛΚΟ
82. ΒΙΟΤΕΡ
83. VIS - CONTAINER
84. ΞΥΛΕΜΠΟΡΙΑ
85. ΖΑΜΠΑ
86. ΜΠΑΛΑΦΑΣ
87. BLOSSOL
88. NFG REAL ESTATE
89. GEN HEL BANK
90. ΚΑΤΣΕΛΗΣ
91. ΑΡΚΑΔΙΑ ΡΟΚΑΣ
92. ΙΑΤΡΙΚΟ ΑΘΗΝΩΝ
93. ΜΥΛΟΙ ΛΟΥΛΗΣ

- 94. KALPINI
- 95. PIPE WORKS
- 96. HELLENIC INVESTMENTS
- 97. ΕΘΝΙΚΗ GREEK GEN IN CO
- 98. KLONATEX

2. Το πρώτο πράγμα που κάνουμε με τις 98 αυτές μετοχές είναι ο **υπολογισμός των εβδομαδιαίων αποδόσεων** τους. Σύμφωνα με την ανάλυση των μετοχών κατά Markowitz, η απόδοση μιας μετοχής την περίοδο t ισούται με το άθροισμα της κεφαλαιακής και της μερισματικής απόδοσης, δηλαδή από τον τύπο:

$$R_{it} = \ln (P_{it} + D_{it}) / P_{it-1}, \text{ όπου } P_{it} = \text{τιμή μετοχής } i \text{ την περίοδο } t$$

$$D_{it} = \text{μέρισμα μετοχής } i \text{ την περίοδο } t$$

$$P_{it-1} = \text{τιμή μετοχής } i \text{ την περίοδο } t-1$$

Σημειώνεται ότι η κεφαλαιακή απόδοση μπορεί να παίρνει και αρνητικές τιμές, ενώ αντίθετα η μερισματική παίρνει πάντα θετικές. Το t μπορεί να αναφέρεται σε ημερήσια, εβδομαδιαία, μηνιαία ή ετήσια απόδοση αλλά στη συγκεκριμένη εργασία αναφερόμαστε σε **εβδομαδιαίες αποδόσεις μετοχών**. Για την εύρεση των εβδομαδιαίων αποδόσεων των μετοχών χρησιμοποιήθηκαν οι βάσεις δεδομένων *DataStream* και *Finance*.

Προκειμένου να προσδιορίσουμε την μερισματική απόδοση χρησιμοποιούμε τις τιμές μερίσματος των μετοχών για όλη την χρονική διάρκεια. Όμως, από τις βάσεις δεδομένων διαπιστώνουμε ότι δεν δίνουν όλες οι μετοχές μέρισμα σε κάθε έτος με αποτέλεσμα να μην είναι δυνατόν να προσδιοριστεί η μερισματική απόδοση² για όλες τις μετοχές του δείγματος. Διαφορετικά, αν υπολογίζαμε την ολική απόδοση σε μερικές μετοχές και σε άλλες την κεφαλαιακή τα αποτελέσματα ίσως ήταν αντικρουόμενα λόγω έλλειψης ομοιομορφίας. Έτσι, καταλήγουμε στο να χρησιμοποιήσουμε τις **λογαριθμικές κεφαλαιακές αποδόσεις** όλων των μετοχών του δείγματος και όχι τις μερισματικές.

Οι λογαριθμικές αποδόσεις, οι οποίες θεωρούνται και πιο αξιόπιστες, δίνονται από τον παρακάτω τύπο:

² Σημειώνουμε ότι έρευνες έχουν αποδείξει ότι είτε χρησιμοποιήσουμε τις ολικές αποδόσεις είτε μόνο τις κεφαλαιακές τα αποτελέσματα είναι πάρα πολύ κοντά και η συσχέτισή τους κοντά στην μονάδα.

$R_{it} = \ln (P_{it} / P_{it-1})$, όπου P_{it} = τιμή μετοχής i την περίοδο t

P_{it-1} = τιμή μετοχής i την περίοδο $t-1$

Πριν προχωρήσουμε στο βασικό κομμάτι της εργασίας, δηλαδή στην επεξεργασία των δεδομένων μας με τελικό στόχο την γραφική απεικόνιση των αποδοτικών συνόρων διαχρονικά και την διαπίστωση της μεταβολής τους, κρίνεται απαραίτητο να εξετάσουμε κάποια χαρακτηριστικά των μετοχών, με σκοπό την ευκολότερη ανάλυση και την εύρεση πιο αξιόπιστων αποτελεσμάτων. Έτσι λοιπόν θα εξετάσουμε την **κανονικότητα** των αποδόσεων των μετοχών καθώς και την **στασιμότητά** τους. Επίσης, θα απεικονίσουμε την **πορεία των μετοχών** για ολόκληρη την εξεταζόμενη δεκαετία με σχεδιαγράμματα των τιμών κλεισίματός τους.

3. Από την ανάλυση των μετοχών ως προς την **κανονικότητά** τους αποδεικνύεται ότι οι αποδόσεις των μετοχών **δεν ακολουθούν την κανονική κατανομή**. Το συμπέρασμα αυτό ακούγεται λογικό μιας και οι περισσότερες μετοχές του Ελληνικού Χρηματιστηρίου διακρίνονται από ετεροσκεδαστικότητα³, γεγονός που αποκλείει την υπόθεση της κανονικότητας. Επίσης, μέσω του ελέγχου της κανονικότητας των μετοχών επιτυγχάνεται λεπτομερέστερη περιγραφή της συμπεριφοράς των μετοχών μέσα στο εξεταζόμενο χρονικό διάστημα, αφού πραγματοποιείται η ανάλυση κάποιων βασικών παραμέτρων. Τέτοιες παράμετροι είναι τα **μέτρα θέσεως** όπως η **μέση τιμή** και η **διάμεσος**, τα **μέτρα διασποράς** όπως η **τυπική απόκλιση**, **μέτρα ασυμμετρίας** και **κυρτότητας** καθώς και το **στατιστικό τεστ του Jarque-Bera**. Η ανάλυση ως προς την κανονικότητα των μετοχών πραγματοποιήθηκε μέσω του προγράμματος του E-VIEWS. Τα αναλυτικά αποτελέσματα ως προς την κανονικότητα των μετοχών καθώς επίσης και μια μεγαλύτερη αναφορά στις παραπάνω παραμέτρους βρίσκονται στο **πρώτο μέρος** του παραρτήματος. Ωστόσο, παρακάτω παρουσιάζεται ο **συνοπτικός πίνακας** ως προς την **κανονικότητα** και των 98 μετοχών.

³ Όταν λέμε ετεροσκεδαστικότητα εννοούμε ότι η δεσμευμένη διακύμανση των μετοχών δεν είναι διαχρονικά στάσιμη.

4. Επίσης οι μετοχές αναλύονται και ως προς την **στασιμότητά** τους. Από αυτή την ανάλυση , η οποία πραγματοποιήθηκε μέσω του προγράμματος του E-VIEWS, αποδεικνύεται ότι οι εξεταζόμενες μετοχές **είναι στάσιμες**. Αυτό σημαίνει ότι τα δεδομένα μας είναι πιο κατάλληλα για επεξεργασία (σε σχέση με την μη στασιμότητα τους), με αποτέλεσμα να μπορούμε να προβούμε στην εκτίμηση του μοντέλου της αγοράς πιο αποτελεσματικά και κατά συνέπεια να πάρουμε τις εκτιμήσεις του συντελεστή βήτα, απαραίτητες για την κατασκευή των πινάκων συνδιακυμάνσεων και για την γραφική αναπαράσταση των αποδοτικών συνόρων. Τα αναλυτικά αποτελέσματα ως προς την στασιμότητα των μετοχών αναφέρονται στο **δεύτερο μέρος** του παραρτήματος. Ωστόσο, παρακάτω παρουσιάζεται ο **συνοπτικός πίνακας** ως προς την **στασιμότητα** των 98 μετοχών.

5. Τέλος, αφού πραγματοποιήθηκαν οι έλεγχοι κανονικότητας και στασιμότητας όλων των μετοχών για την δεκαετία 1993-2003, στα πλαίσια του στόχου του περιορισμού των σφαλμάτων εκτίμησης πραγματοποιείται ένας έλεγχος ως προς την χαμηλή εμπορευσιμότητα των μετοχών. Δηλαδή, από το δείγμα των 98 μετοχών αποκλείστηκαν οι μετοχές εκείνες που παρουσιάζουν πρακτικά **μηδενική εμπορευσιμότητα**. Μετοχές με μηδενική εμπορευσιμότητα είναι εκείνες οι οποίες εμφανίζουν μηδενικές αποδόσεις. Όσο πιο μεγάλος είναι ο αριθμός των μηδενικών αποδόσεων ένα έτος τόσο πιο χαμηλή η εμπορευσιμότητα των μετοχών, δηλαδή τόσο λιγότερο ζητείται και προσφέρεται από το επενδυτικό κοινό η μετοχή. Καλό είναι τέτοιου είδους μετοχές να αποφεύγονται να περιλαμβάνονται σε ένα χαρτοφυλάκιο. Αν μια μετοχή δεν διαπραγματεύεται σε μεγάλη συχνότητα τότε αντιμετωπίζεται ο κίνδυνος η τιμή του συντελεστή βήτα να μην προσεγγίζει την πραγματικότητα. Και αυτό θα έχει αρνητικά αποτελέσματα για το επενδυτικό κοινό. Για πιο αξιόπιστα αποτελέσματα λοιπόν θα αφαιρέσουμε από το δείγμα μας τις μετοχές εκείνες που δεν διαπραγματεύονται συχνά. Έχοντας θέσει ένα **ποσοστό εμπορευσιμότητας** ίσο με **30%**, θα αφαιρούμε από το δείγμα μας τις μετοχές εκείνες που περιλαμβάνουν πάνω από 16 μηδενικά το έτος και πάνω από 156 μηδενικά την δεκαετία που μας ενδιαφέρει.

Παρακάτω δίνονται οι **πίνακες χαμηλής εμπορευσιμότητας** των αποδόσεων των μετοχών για **κάθε έτος** καθώς και ο **πίνακας των συνολικών μηδενικών αποδόσεων** κάθε μετοχής για ολόκληρη την δεκαετία.

Είναι φανερό από τους παρακάτω πίνακες ότι οι περισσότερες μετοχές που παρουσιάζουν "πρόβλημα" είναι αυτές με χαμηλή εμπορευσιμότητα σε τέσσερα και πέντε έτη. Είναι λογικό ότι οι μετοχές που αφαιρούμε από το σύνολο των μετοχών είναι αυτές που περιλαμβάνουν πλήθος μηδενικών αποδόσεων και διακρίνονται από πολύ χαμηλή εμπορευσιμότητα κάθε έτος.

6. Από την ανάλυση που κάναμε ως προς την χαμηλή εμπορευσιμότητα, καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι από τις 98 συνολικά εταιρίες αποδεχόμαστε τις 83, για τις οποίες φυσικά υπάρχει πλήρης σειρά δεδομένων από τον Ιανουάριο 1993 έως τον Δεκέμβριο 2003. Με άλλα λόγια **απορρίπτουμε τις 15 μετοχές που παρουσιάζουν χαμηλή διαπραγμάτευση.**

Αυτές είναι οι εξής:

1. BALKAN EXPORTS
2. ΚΟΡΦΙΑ
3. DIAS
4. ΕΡΜΗΣ
5. ΕΛΦΙΚΟ
6. ΕΞΕΛΙΞΗ
7. FINTEXPORT
8. SARANTOPOULOS
9. ΓΕΝΙΚΗ ΕΜΠΟΡΙΟΥ
10. ΠΑΠΑΣΤΡΑΤΟΣ
11. RIDENCO
12. ΤΡΙΑ ΑΛΦΑ
13. BLOSSOL
14. PIPE WORKS
15. NFG REAL ESTATE

Μετά το στάδιο του “ξεκαθαρίσματος” κάποιων μετοχών μέσω της διαδικασίας της χαμηλής εμπορευσιμότητάς τους καταλήγουμε σε **83 μετοχές** οι οποίες και αποτελούν το **τελικό δείγμα** που θα χρησιμοποιήσουμε στην παρούσα έρευνα.

7. Στο σημείο αυτό κρίνεται απαραίτητο να δοθεί μια γενική εικόνα της πορείας των μετοχών του τελικού δείγματος, με σκοπό την "γνωριμία" του αναγνώστη με την τάση και την συμπεριφορά κάθε μετοχής διαχρονικά. Για τον σκοπό αυτό πραγματοποιείται η γραφική απεικόνιση των τιμών κλεισίματος των αξιογράφων για όλη την διάρκεια της εξεταζόμενης δεκαετίας. Οι γραφικές παραστάσεις των μετοχών απεικονίζονται στο **τρίτο μέρος** του παραρτήματος.

Ύστερα από όλη την παραπάνω ανάλυση, τα στοιχεία είναι έτοιμα για επεξεργασία. Σε αυτό το σημείο κρίνεται απαραίτητο να γίνει μια διευκρίνιση ως προς το τελικό μας δείγμα. Η επεξεργασία του δείγματος των 83 μετοχών πραγματοποιήθηκε μέσω του προγράμματος του Excel. Επειδή στην μεθοδολογία μας απαιτήθηκε χρήση πολύπλοκων μαθηματικών συναρτήσεων (όπως ανάστροφος πίνακας, πολλαπλασιασμός πινάκων κ.λ.π.) και το πρόγραμμα του Excel επεξεργάζεται περιορισμένο αριθμό παρατηρήσεων, στάθηκε αδύνατο να πραγματοποιηθεί ταυτόχρονη επεξεργασία και των 83 μετοχών. Για τον λόγο αυτό χωρίσαμε το τελικό δείγμα των 83 μετοχών σε δύο δείγματα: το πρώτο δείγμα θα περιλαμβάνει **52 μετοχές** και το δεύτερο **31 μετοχές**. Το επόμενο κεφάλαιο παρουσιάζει την μεθοδολογία που ακολουθήσαμε προκειμένου να φτάσουμε στον τελικό στόχο μας που είναι η διαπίστωση της διαχρονικής μεταβολής των αποδοτικών συνόρων.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7°

**ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΜΕΤΑΒΟΛΗΣ
ΑΠΟΔΟΤΙΚΟΥ ΣΥΝΟΡΟΥ**

ΕΛΕΓΧΟΣ ΔΙΑΧΡΟΝΙΚΗΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΙΚΟΤΗΤΑΣ ΣΤΑΘΜΩΝ ΕΠΕΝΔΥΣΗΣ

Είναι γνωστό ότι οι σχέσεις ισορροπίας αναμενόμενης απόδοσης και κινδύνου που διέπουν το αποδοτικό σύνορο σχετίζονται κυρίως με τη δομή αλληλεξάρτησης μεταξύ των ποικίλων αξιογράφων, η οποία εκφράζεται μέσω του πίνακα διακυμάνσεων συνδιακυμάνσεων, V .

Γνωρίζουμε ότι το αποδοτικό σύνορο συνδέεται άμεσα με τα ποσοστά επένδυσης με την έννοια ότι όταν τα ποσοστά επένδυσης μεταβάλλονται τότε το αποδοτικό σύνορο μεταβάλλεται επίσης. Έτσι λοιπόν αν αποδείξουμε ότι τα σταθμά επένδυσης x_p δεν παραμένουν σταθερά διαχρονικά αλλά μεταβάλλονται, τότε μπορούμε να διαπιστώσουμε την διαχρονική μεταβολή και του αποδοτικού συνόρου.

Τα **ποσοστά επένδυσης x_p** τα οποία θα μας βοηθήσουν στην κατασκευή των αποδοτικών συνόρων προκύπτουν από την **μεθοδολογία του Roll**.

Ο έλεγχος της διαχρονικής μεταβολής των αποδοτικών συνόρων περιλαμβάνει δυο υποελέγχους, οι οποίοι αφορούν την εξέταση της διαχρονικής σταθερότητας ή μη του πίνακα συνδιακυμάνσεων V και της μέσης απόδοσης των μετοχών μ .

Γιατί όμως μας ενδιαφέρει η μεταβολή του πίνακα συνδιακυμάνσεων V ; Αν το V μεταβάλλεται με την πάροδο του χρόνου, τότε τα ποσοστά επένδυσης x_p επίσης αλλάζει διαχρονικά και είναι πιθανό να θεωρηθεί ένα χαρτοφυλάκιο ως αποδοτικό ενώ στην πραγματικότητα δεν είναι. Σε αυτή την περίπτωση η εγκυρότητα μιας κατ' εκτίμηση γραμμικής σχέσης θα γινόταν λανθασμένα αποδεκτή. Ομοίως, είναι πιθανό να θεωρηθεί ένα άλλο χαρτοφυλάκιο ως μη αποδοτικό ενώ στην πραγματικότητα είναι. Σε αυτή την περίπτωση η απόρριψη μιας τέτοιας σχέσης θα γινόταν λανθασμένα.

Παρακάτω, περιγράφονται τα βήματα που θα ακολουθηθούν για τον προσδιορισμό των ποσοστών επένδυσης (σύμφωνα με την μεθοδολογία του Roll). Επίσης, παραθέτονται τα αποτελέσματα των ελέγχων τόσο για την μεταβολή του πίνακα συνδιακυμάνσεων V (**F-τεστ**) όσο και για της μέσης απόδοσης μ (**t-τεστ**).

Η μεθοδολογία που περιγράφεται παρακάτω εφαρμόζεται για κάθε ένα από τα τέσσερα διαφορετικά δείγματα. Τα δείγματα αυτά είναι:

A) Δείγμα **52 μετοχών** με μήτρα διακυμάνσεων **V** του **Markowitz**

B) Δείγμα **52 μετοχών** με μήτρα διακυμάνσεων **V** του **Sharpe**

Γ) Δείγμα **31 μετοχών** με μήτρα διακυμάνσεων **V** του **Markowitz**

Δ) Δείγμα **31 μετοχών** με μήτρα διακυμάνσεων **V** του **Sharpe**

Κατ' αρχήν γνωρίζουμε ότι ο Roll απέδειξε (όπως είπαμε και προηγουμένως) ότι το *διάνυσμα των ποσοστών επένδυσης* που ορίζει ένα τυχαίο, ελάχιστης τυπικής απόκλισης χαρτοφυλάκιο εκφράζεται από την εξής σχέση :

$$x_p = V^{-1} * [\mu \quad 1] * A^{-1} * \begin{bmatrix} r_p \\ 1 \end{bmatrix}, \text{ όπου:}$$

V = ο (N*N) πίνακας διακυμάνσεων της απόδοσης των αξιογράφων

[\mu \quad 1] = το (N*1) διάνυσμα στήλης της απόδοσης των αξιογράφων.

A = ένας (2*2) πίνακας πληροφοριών του οποίου τα στοιχεία εξαρτώνται από τα **V**, **\mu**

r_p = η προσδοκώμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου **p**

Τα **βήματα** που ακολουθούμε για τον υπολογισμό των ποσοστών επένδυσης είναι τα εξής:

1) Κατ' αρχήν υπολογίζονται οι **αναμενόμενες αποδόσεις \mu** κάθε μετοχής για κάθε έτος (υπολογίσθηκαν 83 μετοχές για κάθε έτος για μια ολόκληρη δεκαετία, δηλαδή συνολικά 830 μέσες αποδόσεις), μέσω του τύπου:

$$\mu = \Sigma x_i / n, \text{ όπου } \Sigma x_i = \text{το άθροισμα των παρατηρήσεων}$$

$$n = \text{το σύνολο των παρατηρήσεων}$$

2) Το πρώτο πράγμα που χρειάστηκε να κάνουμε μετά τον υπολογισμό των μέσων αποδόσεων είναι η **κατασκευή της μήτρας διακυμάνσεων συνδιακυμάνσεων V** για κάθε έτος (από το 1993 έως το 2003) και για κάθε διαφορετικό δείγμα. Δηλαδή, χρειάστηκε να κατασκευάσουμε 10 τέτοιες μήτρες για το πρώτο δείγμα, 10 για το

δεύτερο, 10 για το τρίτο και 10 για το τέταρτο. Σε αυτό το σημείο πρέπει να κάνουμε έναν διαχωρισμό ανάμεσα στην μήτρα διακυμάνσεων κατά Markowitz και κατά Sharpe.

Όπως γνωρίζουμε από την θεωρία, η μήτρα διακυμάνσεων κατά Markowitz, η οποία ονομάζεται **full covariance matrix**, έχει την μορφή:

$$V = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} & \dots & \sigma_{1n} \\ \sigma_{21} & \sigma_2^2 & \dots & \sigma_{2n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \sigma_{n1} & \sigma_{n1} & \dots & \sigma_n^2 \end{bmatrix} = \text{ο πίνακας διακυμάνσεων συνδιακυμάνσεων του} \\ \text{μεταξύ των αποδόσεων των } N \text{ αξιογράφων.}$$

όπου:

σ_n^2 = η διασπορά-κίνδυνος της n μετοχής του χαρτοφυλακίου

σ_{n1} = η συνδιακύμανση των αποδόσεων των μετοχών του χαρτοφυλακίου

Τα διαγώνια στοιχεία αποτελούν τις διακυμάνσεις των μετοχών ενώ τα μη διαγώνια τις συνδιακυμάνσεις τους. Η full covariance matrix υπολογίστηκε μέσω μιας διαδικασίας του προγράμματος του Excel.

Αντίθετα, η μήτρα συνδιακυμάνσεων κατά Sharpe έχει πιο πολύπλοκη μορφή:

$$V = \begin{bmatrix} \beta_1^2 \sigma^2(\mathbf{R}_m) + \sigma^2(\mathbf{e}_{it}) & \beta_1 \beta_2 \sigma^2(\mathbf{R}_m) & \dots & \beta_1 \beta_n \sigma^2(\mathbf{R}_m) \\ \beta_2 \beta_1 \sigma^2(\mathbf{R}_m) & \beta_2^2 \sigma^2(\mathbf{R}_m) + \sigma^2(\mathbf{e}_{it}) & \dots & \beta_2 \beta_n \sigma^2(\mathbf{R}_m) \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \beta_n \beta_1 \sigma^2(\mathbf{R}_m) & \beta_n \beta_2 \sigma^2(\mathbf{R}_m) & \dots & \beta_n^2 \sigma^2(\mathbf{R}_m) + \sigma^2(\mathbf{e}_{it}) \end{bmatrix}$$

Το πρώτο πράγμα που απαιτείται για την κατασκευή της παραπάνω μήτρας είναι ο προσδιορισμός των **συντελεστών βήτα** των μετοχών. Οι συντελεστές βήτα υπολογίστηκαν λοιπόν σύμφωνα με το υπόδειγμα της αγοράς, δηλαδή από τον τύπο:

$$\beta_i = \text{cov}(\mathbf{R}_{it}, \mathbf{R}_{Mt}) / \sigma^2(\mathbf{R}_{Mt}), \text{ όπου:}$$

$\text{cov}(\mathbf{R}_{it}, \mathbf{R}_{Mt})$ = η συνδιακύμανση των αποδόσεων των μετοχών και των αποδόσεων του γενικού δείκτη

$\sigma^2(\mathbf{R}_{Mt})$ = η διακύμανση των αποδόσεων του γενικού δείκτη

Τα μη διαγώνια στοιχεία υπολογίζονται εύκολα αφού όλες οι μεταβλητές είναι γνωστές. Για τα μη διαγώνια στοιχεία τα πράγματα είναι λίγο διαφορετικά. Όπως παρατηρούμε τα διαγώνια στοιχεία αποτελούνται από δύο όρους:

Ο *πρώτος όρος*, το γινόμενο των πινάκων $\beta_i^2 \sigma^2(\mathbf{R}_m)$, είναι γνωστό (αφού οι μεταβλητές είναι γνωστές) και ο *δεύτερος όρος* $\sigma^2(\mathbf{e}_{it})$, ο οποίος αντιπροσωπεύει την διακύμανση του σφάλματος των μετοχών, δεν είναι γνωστός αλλά εύκολα υπολογίσιμος.

Από το *υπόδειγμα της αγοράς* έχουμε :

$$\mathbf{R}_i = a_i + b_i \mathbf{R}_{Mt} + e_{it} \rightarrow \mathbf{e}_{it} = \mathbf{R}_i - a_i - b_i \mathbf{R}_{Mt}$$

Από τον παραπάνω τύπο οι μεταβλητές \mathbf{R}_i , \mathbf{R}_{Mt} και b_i είναι γνωστά. Για την εύρεση του a_i ακολουθούμε την εξής διαδικασία:

$$\mathbf{R}_i = a_i + b_i \mathbf{R}_{Mt} + e_{it}$$

$$E(\mathbf{R}_i) = a_i + b_i E(\mathbf{R}_{Mt}) \rightarrow a_i = E(\mathbf{R}_i) - b_i E(\mathbf{R}_{Mt}), \text{ όπου:}$$

$E(\mathbf{R}_i)$ = αναμενόμενη τιμή αποδόσεων μετοχών

$E(\mathbf{R}_{Mt})$ = αναμενόμενη τιμή αποδόσεων γενικού δείκτη

Αφού τα $E(\mathbf{R}_i)$, b_i , $E(\mathbf{R}_{Mt})$ είναι γνωστά εύκολα υπολογίζουμε το a_i .

Και φυσικά αφού υπολογίσαμε το e_{it} αρκεί να βρούμε την διακύμανση του στοχαστικού αυτού όρου $\text{Var}(e_{it}) = \sigma^2(e_{it})$.

2) Αφού υπολογίστηκαν οι μήτρες συνδιακυμάνσεων κατά Markowitz και κατά Sharpe για τα τέσσερα διαφορετικά δείγματα, το επόμενο βήμα είναι ο υπολογισμός των **αντιστρόφων αυτών των μητρών** (\mathbf{V}^{-1}). Ο υπολογισμός αυτός πραγματοποιείται μέσω του προγράμματος του Excel (εντολή MINVERSE των μαθηματικών συναρτήσεων).

3) Αμέσως επόμενο βήμα είναι ο υπολογισμός του πίνακα A διαστάσεων (2,2) για κάθε δείγμα και για κάθε έτος καθώς και του αντιστρόφου του A , δηλαδή του A^{-1} .

Ο πίνακας A έχει την εξής μορφή: $A = \begin{bmatrix} a & b \\ b & c \end{bmatrix}$

Για τον υπολογισμό του πίνακα A θα μας βοηθήσει ο τύπος :

$A = (\mu \ i)^t * V^{-1} * (\mu \ i)$, όπου: $(\mu \ i)$ = το διάνυσμα στήλη της απόδοσης των αξιογράφων

$(\mu \ i)^t$ = το διάνυσμα γραμμή της απόδοσης των αξιογράφων

V^{-1} = ο ανάστροφος του πίνακα συνδιακυμάνσεων V

Ο αντίστροφος του A , A^{-1} θα είναι επίσης διαστάσεων (2,2) και υπολογίζεται με τον ίδιο τρόπο που υπολογίστηκε και ο V^{-1} .

4) Αμέσως μετά προχωράμε στον υπολογισμό του γινομένου $V^{-1} * (\mu \ i) * A^{-1}$.

Πολλαπλασιάζοντας το γινόμενο αυτό με έναν πίνακα στήλη $r_p = 3\%$ εκφράζουμε τα ποσοστά επένδυσης ως συνάρτηση της μέσης επιθυμητής απόδοσης $r_p = 3\%$.

Υπενθυμίζουμε στο σημείο αυτό ότι τα ποσοστά επένδυσης σύμφωνα με την μέθοδο του Roll αθροίζουν στην μονάδα και παίρνουν είτε αρνητικές είτε θετικές τιμές.

Τα αποτελέσματα με τα ποσοστά επένδυσης x_p για κάθε ένα από τα τέσσερα διαφορετικά δείγματα και για ολόκληρη την δεκαετία συνολικά (1993 έως 2003), παρουσιάζονται στους παρακάτω πίνακες. Όπως παρατηρούμε και από τους πίνακες τα ποσοστά επένδυσης x_p πράγματι παίρνουν είτε θετικές είτε αρνητικές τιμές και αθροίζουν στην μονάδα.

5) Τελικός σκοπός μας είναι η **κατασκευή του αποδοτικού συνόρου** για κάθε έτος και για κάθε περίπτωση. Όπως ξέρουμε η γραφική παράσταση του αποδοτικού συνόρου γίνεται μέσα στον χώρο $(\sigma_p, r_p) = (\text{τυπική απόκλιση, μέση απόδοση})$. Για το r_p θέτουμε διάφορες τιμές ξεκινώντας από την μονάδα και ανεβαίνοντας με βηματισμό 0,5, δηλαδή: $r_p = 1\%, 1,5\%, 2\%, \dots$

Για το σ_p χρησιμοποιούμε τον τύπο: $\sigma_p^2 = (a - 2br_p + cr_p^2) / (a c - b^2) \rightarrow$

$$\sigma_p = \sqrt{(a - 2br_p + cr_p^2) / (a c - b^2)},$$

όπου:

$a, b, c =$ τα στοιχεία του πίνακα A

Στο σημείο αυτό αξίζει να δούμε πως συνδέεται η ελαχιστοποίηση του σ_p^2 απ' όπου θα υπολογίσουμε το αποδοτικό σύνορο με τα σταθμά επένδυσης που προαναφέραμε.

Για να βρούμε την ελάχιστη διακύμανση σ_p^2 χρησιμοποιούμε τον τύπο:

$$\begin{aligned} \sigma_p^2 &= \mathbf{x}_p^t * \mathbf{V} * \mathbf{x}_p = \\ &= (r_p \ 1) * \mathbf{A}^{-1} * (\mu \ i)^t * \mathbf{V}^{-1} * \mathbf{V} * \mathbf{V}^{-1} * (\mu \ i) * \mathbf{A}^{-1} * \begin{bmatrix} r_p \\ 1 \end{bmatrix} = \quad (\mathbf{V} * \mathbf{V}^{-1} = \mathbf{I}) \\ &= (r_p \ 1) * \mathbf{A}^{-1} * (\mu \ i)^t * \mathbf{V}^{-1} * (\mu \ i) * \mathbf{A}^{-1} * \begin{bmatrix} r_p \\ 1 \end{bmatrix} = \\ &= (r_p \ 1) * \mathbf{A}^{-1} * \mathbf{A} * \mathbf{A}^{-1} * \begin{bmatrix} r_p \\ 1 \end{bmatrix} = \quad (\mathbf{A} * \mathbf{A}^{-1} = \mathbf{I}) \\ &= (r_p \ 1) * \mathbf{A}^{-1} * \begin{bmatrix} r_p \\ 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Άρα:

$$\begin{bmatrix} \\ \\ \end{bmatrix}$$

$$\sigma_{\rho}^2 = (\mathbf{r}_{\rho} \mathbf{1}) * \mathbf{A}^{-1} * \mathbf{r}_{\rho} \quad (1)$$

— 1 —

Όμως γνωρίζουμε ότι:

Ο πίνακας A έχει την εξής μορφή: $A = \begin{bmatrix} a & b \\ b & c \end{bmatrix}$

Ο πίνακας A^{-1} έχει την εξής μορφή: $A^{-1} = \begin{bmatrix} c & -b \\ -b & a \end{bmatrix} / (a c - b^2)$ (2)

Από τις σχέσεις (1) και (2) έχουμε:

$$\sigma_{\rho}^2 = (a - 2b r_{\rho} + c r_{\rho}^2) / (a c - b^2)$$

Έχουμε φτάσει λοιπόν στο σημείο να έχουμε υπολογίσει τις σ_{ρ} με βάση τις επιλεγμένες τιμές r_{ρ} . Με τα δεδομένα των τυπικών αποκλίσεων και μέσω των αποδόσεων έχουμε την δυνατότητα να προχωρήσουμε στον σχεδιασμό των αποδοτικών συνόρων μέσα στον χώρο $(\sigma_{\rho}, r_{\rho})$. Συγκρίνοντας τα αποδοτικά σύνορα μεταξύ τους μπορούμε να διαπιστώσουμε την μεταβολή τους διαχρονικά. Η γραφική απεικόνιση των αποδοτικών συνόρων για κάθε έτος αλλά και η σύγκριση μεταξύ τους γραφικά ανά δυο και ανά τρία έτη βρίσκεται στο επόμενο κεφάλαιο (κεφάλαιο 8) όπου παρουσιάζονται τα αποτελέσματα και τα συμπεράσματα της εργασίας.

Όπως έχουμε ήδη αναφέρει η διαδικασία ελέγχου της διαχρονικής μεταβολής των ποσοστών επένδυσης αποτελείται από δυο υποελέγχους. Παρακάτω παρουσιάζεται αναλυτικά το θεωρητικό κομμάτι των δυο ελέγχων (**F-τεστ** και **t-τεστ**) καθώς και τα αποτελέσματα που προέκυψαν από την διενέργεια των ελέγχων αυτών.

ΕΛΕΓΧΟΣ ΠΙΝΑΚΩΝ ΣΥΝΔΙΑΚΥΜΑΝΣΕΩΝ (F-TEST)

Προκειμένου να διαπιστώσουμε την **διαχρονική μεταβολή των ποσοστών επένδυσης** x_p , μέσω του τύπου:

$$x_p = V^{-1} * [\mu \ 1] * A^{-1} * \begin{bmatrix} r_p \\ 1 \end{bmatrix}$$

ελέγχουμε την μήτρα συνδιακυμάνσεων V ως προς την διαχρονική μεταβλητικότητα τους και την μέση απόδοση μ ως προς την διαχρονική τους σταθερότητα.

Ο έλεγχος της διαχρονικής στασιμότητας των **μέσων αποδόσεων μ** των μετοχών πραγματοποιείται μέσω του **t-τεστ** και ο έλεγχος της διαχρονικής μεταβλητικότητας των **πινάκων συνδιακυμάνσεων V** μέσω του **F-τεστ**.

Χρησιμοποιώντας λοιπόν ένα **F-test**, το οποίο θα ελέγχει τη διαχρονική μη σταθερότητα του πίνακα διακυμάνσεων συνδιακυμάνσεων, και παράλληλα ένα **t-τεστ** με το οποίο θα ελέγχεται η διαχρονική στασιμότητα της μέσης απόδοσης, καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι τα **ποσοστά επένδυσης που ορίζουν ένα αποδοτικό χαρτοφυλάκιο μεταβάλλονται διαχρονικά**.

Με το F-test λοιπόν ελέγχουμε την ισότητα των συνδιακυμάνσεων των αποδόσεων των αξιογράφων για δυο περιόδους κάθε φορά. Δηλαδή την μηδενική υπόθεση:

$H_0 : V_g = V_g^*$ έναντι της εναλλακτικής υπόθεσης $H_1 : V_g \neq V_g^*$, όπου :

V_g = μήτρα διακυμάνσεων συνδιακυμάνσεων της πρώτης περιόδου και

V_g^* = μήτρα διακυμάνσεων συνδιακυμάνσεων της δεύτερης περιόδου

Για τις ανάγκες του στατιστικού αυτού τεστ υπολογίζεται η ποσότητα:

$$F = f_1 (T - 1) / \{1 - (v^2 + 3v - 1) / 4(v + 1)(T - 1) - f_1 / f_2\} \quad (1)$$

όπου :

$f_1 = v (v + 1) / 2$ και

$$f_2 = 24 [(v+1)^2 (T-1)^2] * [v(v+1)+4] / 14 (v-1)(v-2)(v+1)^2 - 3 (v^2+3v-1)^2$$

T = το σύνολο των παρατηρήσεων και των δυο περιόδων

v = το σύνολο των αξιογράφων σε κάθε δείγμα

Η υπόθεση H_0 γίνεται αποδεκτή αν ισχύει $F < F_{\alpha, f_1, f_2}$ όπου:

α είναι το επίπεδο εμπιστοσύνης και f_2, f_1 οι βαθμοί ελευθερίας.

Η τιμή του F_{α, f_1, f_2} είναι η κρίσιμη περιοχή του στατιστικού τεστ και περιλαμβάνεται σε ειδικούς πίνακες, με δεδομένα τα α, f_2, f_1 .

Αντίθετα η H_0 απορρίπτεται όταν ισχύει: $F > F_{\alpha, f_1, f_2}$

Το F-τεστ πραγματοποιήθηκε φυσικά για κάθε ένα από τα τέσσερα διαφορετικά δείγματα. Τα αποτελέσματα από τον έλεγχο αυτό παρουσιάζονται παρακάτω.

A) Δείγμα 52 μετοχών με V του Markowitz

Στην περίπτωση αυτή η μηδενική υπόθεση της ομοιογένειας των δυο πινάκων συνδιακυμάνσεων V κάθε φορά θα είναι **αποδεκτή** αν $F_2 < F_{\alpha, f_1, f_2}$, όπου

α = επίπεδο σημαντικότητας = 0,05

f_1, f_2 = βαθμοί ελευθερίας για το πρώτο και δεύτερο δείγμα αντίστοιχα

Στο συγκεκριμένο δείγμα έχουμε 52 μετοχές και ισχύει $F_{\alpha, f_1, f_2} = 2,3$

Αντίθετα, αν $F_2 > F_{\alpha, f_1, f_2}$, τότε **απορρίπτεται** η μηδενική υπόθεση.

Τα δεδομένα που πρόκειται να χρησιμοποιήσουμε για τον έλεγχο αυτό είναι:

$$v = 52$$

$$T = 104$$

$$f_1 = v (v + 1) / 2 = 1378 \rightarrow f_1 = 1378$$

$$f_2 = 24 [(v+1)^2 (T-1)^2] * [v(v+1)+4] / 14 (v-1)(v-2)(v+1)^2 - 3(v^2+3v-1)^2 \rightarrow$$

$$f_2 = 23561,067$$

Χρησιμοποιώντας το στατιστικό τεστ F του τύπου (1) με τα παραπάνω δεδομένα έχουμε τα παρακάτω αποτελέσματα:

$$F = f_1 (T - 1) / \{1 - (v^2 + 3v - 1) / 4(v + 1)(T - 1) - f_1 / f_2\} \rightarrow \mathbf{F = 2110}$$

Επειδή: $\mathbf{F} > \mathbf{F}_{\alpha, f_1, f_2} = 2,3$, **απορρίπτουμε** την μηδενική υπόθεση \mathbf{H}_0 .

Ø ΕΤΗ 1994-1995

$$F = f_1 (T - 1) / \{1 - (v^2 + 3v - 1) / 4(v + 1)(T - 1) - f_1 / f_2\} \rightarrow \mathbf{F = 1955}$$

Επειδή: $\mathbf{F} > \mathbf{F}_{\alpha, f_1, f_2} = 2,3$, **απορρίπτουμε** την μηδενική υπόθεση \mathbf{H}_0 .

Ø ΕΤΗ 1995-1996

$$F = f_1 (T - 1) / \{1 - (v^2 + 3v - 1) / 4(v + 1)(T - 1) - f_1 / f_2\} \rightarrow \mathbf{F = 1719}$$

Επειδή: $\mathbf{F} > \mathbf{F}_{\alpha, f_1, f_2} = 2,3$, **απορρίπτουμε** την μηδενική υπόθεση \mathbf{H}_0 .

Ø ΕΤΗ 1996-1997

$$F = f_1 (T - 1) / \{1 - (v^2 + 3v - 1) / 4(v + 1)(T - 1) - f_1 / f_2\} \rightarrow \mathbf{F = 2166}$$

Επειδή: $\mathbf{F} > \mathbf{F}_{\alpha, f_1, f_2} = 2,3$, **απορρίπτουμε** την μηδενική υπόθεση \mathbf{H}_0 .

Ø ΕΤΗ 1997-1998

$$F = f_1 (T - 1) / \{1 - (v^2 + 3v - 1) / 4(v + 1)(T - 1) - f_1 / f_2\} \rightarrow \mathbf{F = 2208}$$

Επειδή: $\mathbf{F} > \mathbf{F}_{\alpha, f_1, f_2} = 2,3$, **απορρίπτουμε** την μηδενική υπόθεση \mathbf{H}_0 .

Ø ΕΤΗ 1998-1999

$$F = f_1 (T - 1) / \{1 - (v^2 + 3v - 1) / 4(v + 1)(T - 1) - f_1 / f_2\} \rightarrow \mathbf{F = 3410}$$

Επειδή: $\mathbf{F} > \mathbf{F}_{\alpha, f_1, f_2} = 2,3$, **απορρίπτουμε** την μηδενική υπόθεση \mathbf{H}_0 .

Ø ΕΤΗ 1999-2000

$$F = f_1 (T - 1) / \{1 - (v^2 + 3v - 1) / 4(v + 1)(T - 1) - f_1 / f_2\} \rightarrow \mathbf{F = 2561}$$

Επειδή: $F > F_{\alpha, f_1, f_2} = 2,3$, **απορρίπτουμε** την μηδενική υπόθεση H_0 .

Ø ΕΤΗ 2000-2001

$$F = f_1 (T - 1) / \{ 1 - (v^2 + 3v - 1) / 4(v+1)(T - 1) - f_1 / f_2 \} \rightarrow F = 2024$$

Επειδή: $F > F_{\alpha, f_1, f_2} = 2,3$, **απορρίπτουμε** την μηδενική υπόθεση H_0 .

Ø ΕΤΗ 2001-2002

$$F = f_1 (T - 1) / \{ 1 - (v^2 + 3v - 1) / 4(v+1)(T - 1) - f_1 / f_2 \} \rightarrow F = 1797$$

Επειδή: $F > F_{\alpha, f_1, f_2} = 2,3$, **απορρίπτουμε** την μηδενική υπόθεση H_0 .

Ø ΕΤΗ 2002-2003

$$F = f_1 (T - 1) / \{ 1 - (v^2 + 3v - 1) / 4(v+1)(T - 1) - f_1 / f_2 \} \rightarrow F = 1850$$

Επειδή: $F > F_{\alpha, f_1, f_2} = 2,3$, **απορρίπτουμε** την μηδενική υπόθεση H_0 .

Άρα , από την παραπάνω ανάλυση προκύπτει το συμπέρασμα ότι **απορρίπτεται η** μηδενική υπόθεση H_0 , δηλαδή οι μήτρες συνδιακυμάνσεων V για κάθε δυο έτη μεταβάλλονται.

B) Δείγμα 52 μετοχών με V του **Sharpe**

Ο έλεγχος των συνδιακυμάνσεων για κάθε δυάδα ετών θα γίνει χρησιμοποιώντας το στατιστικό τεστ F του τύπου (1) και τα παρακάτω δεδομένα:

$$v = 52$$

$$T = 104$$

$$f_1 = v (v + 1) / 2 = 1378 \rightarrow f_1 = 1378$$

$$f_2 = 24 [(v+1)^2 (T-1)^2] * [v(v+1)+4] / 14 (v-1)(v-2)(v+1)^2 - 3(v^2+3v-1)^2 \rightarrow$$

$$f_2 = 23561,067$$

Ø ΕΤΗ 1993-1994

$$F = f_1 (T - 1) / \{1 - (v^2 + 3v - 1) / 4(v+1)(T - 1) - f_1 / f_2\} \rightarrow \mathbf{F = 1385}$$

Επειδή: $\mathbf{F} > \mathbf{F}_{\alpha, f_1, f_2} = 2,3$, **απορρίπτουμε** την μηδενική υπόθεση \mathbf{H}_0 .

Ø ΕΤΗ 1994-1995

$$F = f_1 (T - 1) / \{1 - (v^2 + 3v - 1) / 4(v+1)(T - 1) - f_1 / f_2\} \rightarrow \mathbf{F = 1356}$$

Επειδή: $\mathbf{F} > \mathbf{F}_{\alpha, f_1, f_2} = 2,3$, **απορρίπτουμε** την μηδενική υπόθεση \mathbf{H}_0 .

Ø ΕΤΗ 1995-1996

$$F = f_1 (T - 1) / \{1 - (v^2 + 3v - 1) / 4(v+1)(T - 1) - f_1 / f_2\} \rightarrow \mathbf{F = 1352}$$

Επειδή: $\mathbf{F} > \mathbf{F}_{\alpha, f_1, f_2} = 2,3$, **απορρίπτουμε** την μηδενική υπόθεση \mathbf{H}_0 .

Ø ΕΤΗ 1996-1997

$$F = f_1 (T - 1) / \{1 - (v^2 + 3v - 1) / 4(v+1)(T - 1) - f_1 / f_2\} \rightarrow \mathbf{F = 1436}$$

Επειδή: $\mathbf{F} > \mathbf{F}_{\alpha, f_1, f_2} = 2,3$, **απορρίπτουμε** την μηδενική υπόθεση \mathbf{H}_0 .

Ø ΕΤΗ 1997-1998

$$F = f_1 (T - 1) / \{1 - (v^2 + 3v - 1) / 4(v+1)(T - 1) - f_1 / f_2\} \rightarrow \mathbf{F = 1421}$$

Επειδή: $\mathbf{F} > \mathbf{F}_{\alpha, f_1, f_2} = 2,3$, **απορρίπτουμε** την μηδενική υπόθεση \mathbf{H}_0 .

Ø ΕΤΗ 1998-1999

$$F = f_1 (T - 1) / \{1 - (v^2 + 3v - 1) / 4(v+1)(T - 1) - f_1 / f_2\} \rightarrow \mathbf{F = 1470}$$

Επειδή: $\mathbf{F} > \mathbf{F}_{\alpha, f_1, f_2} = 2,3$, **απορρίπτουμε** την μηδενική υπόθεση \mathbf{H}_0 .

Ø ΕΤΗ 1999-2000

$$F = f_1 (T - 1) / \{1 - (v^2 + 3v - 1) / 4(v+1)(T - 1) - f_1 / f_2\} \rightarrow \mathbf{F = 1476}$$

Επειδή: $\mathbf{F} > \mathbf{F}_{\alpha, f_1, f_2} = 2,3$, **απορρίπτουμε** την μηδενική υπόθεση \mathbf{H}_0 .

Ø ΕΤΗ 2000-2001

$$F = f_1 (T - 1) / \{ 1 - (v^2 + 3v - 1) / 4(v+1)(T - 1) - f_1 / f_2 \} \rightarrow \mathbf{F = 1307}$$

Επειδή: $\mathbf{F > F_{\alpha, f_1, f_2} = 2,3}$, **απορρίπτουμε** την μηδενική υπόθεση $\mathbf{H_0}$.

Ø ΕΤΗ 2001-2002

$$F = f_1 (T - 1) / \{ 1 - (v^2 + 3v - 1) / 4(v+1)(T - 1) - f_1 / f_2 \} \rightarrow \mathbf{F = 1376}$$

Επειδή: $\mathbf{F > F_{\alpha, f_1, f_2} = 2,3}$, **απορρίπτουμε** την μηδενική υπόθεση $\mathbf{H_0}$.

Ø ΕΤΗ 2002-2003

$$F = f_1 (T - 1) / \{ 1 - (v^2 + 3v - 1) / 4(v+1)(T - 1) - f_1 / f_2 \} \rightarrow \mathbf{F = 1387}$$

Επειδή: $\mathbf{F > F_{\alpha, f_1, f_2} = 2,3}$, **απορρίπτουμε** την μηδενική υπόθεση $\mathbf{H_0}$.

Άρα , από την παραπάνω ανάλυση προκύπτει το συμπέρασμα ότι **απορρίπτεται η μηδενική υπόθεση $\mathbf{H_0}$** , δηλαδή οι μήτρες συνδιακυμάνσεων \mathbf{V} μεταβάλλονται με τον χρόνο.

Γ) Δείγμα 31 μετοχών με \mathbf{V} του [Markowitz](#)

Στην περίπτωση αυτή η μηδενική υπόθεση της ομοιογένειας των δυο πινάκων συνδιακυμάνσεων \mathbf{V} κάθε φορά θα είναι αποδεκτή αν $\mathbf{F_2 < F_{\alpha, f_1, f_2}}$, όπου $\alpha = \text{επίπεδο σημαντικότητας} = 0,05$

$f_1, f_2 = \text{βαθμοί ελευθερίας για το πρώτο και δεύτερο δείγμα αντίστοιχα}$

Στο συγκεκριμένο δείγμα έχουμε 31 μετοχές και ισχύει $\mathbf{F_{\alpha, f_1, f_2} = 2,3}$

Αντίθετα, αν $\mathbf{F_2 > F_{\alpha, f_1, f_2}}$, τότε **απορρίπτεται** η μηδενική υπόθεση.

Τα δεδομένα που πρόκειται να χρησιμοποιήσουμε για τον έλεγχο αυτό είναι:

$$\mathbf{v = 31}$$

$$\mathbf{T = 104}$$

$$f_1 = v (v + 1) / 2 = 496 \rightarrow \mathbf{f_1 = 496}$$

$$f_2 = 24 [(v+1)^2 (T-1)^2] * [v(v+1)+4] / 14 (v-1)(v-2)(v+1)^2 - 3(v^2+3v-1)^2 \rightarrow \mathbf{f_2=128299}$$

Χρησιμοποιώντας το στατιστικό τεστ F του τύπου (1) έχουμε τα παρακάτω αποτελέσματα:

Ø ΕΤΗ 1993-1994

Για τον έλεγχο των πινάκων συνδιακυμάνσεων των ετών **1993-1994** έχουμε:

$$F = f_1 (T - 1) / \{ 1 - (v^2 + 3v - 1) / 4(v+1)(T - 1) - f_1 / f_2 \} \rightarrow \mathbf{F = 366}$$

Επειδή: $\mathbf{F > F_{\alpha, f_1, f_2} = 2,3}$, **απορρίπτουμε** την μηδενική υπόθεση $\mathbf{H_0}$.

Ø ΕΤΗ 1994-1995

Για τον έλεγχο των πινάκων συνδιακυμάνσεων των ετών **1994-1995** έχουμε:

$$F = f_1 (T - 1) / \{ 1 - (v^2 + 3v - 1) / 4(v+1)(T - 1) - f_1 / f_2 \} \rightarrow \mathbf{F = 383}$$

Επειδή: $\mathbf{F > F_{\alpha, f_1, f_2} = 2,3}$, **απορρίπτουμε** την μηδενική υπόθεση $\mathbf{H_0}$.

Ø ΕΤΗ 1995-1996

Για τον έλεγχο των V_1 και V_2 των ετών **1995-1996** έχουμε:

$$F = f_1 (T - 1) / \{ 1 - (v^2 + 3v - 1) / 4(v+1)(T - 1) - f_1 / f_2 \} \rightarrow \mathbf{F = 395}$$

Επειδή: $\mathbf{F > F_{\alpha, f_1, f_2} = 2,3}$, **απορρίπτουμε** την μηδενική υπόθεση $\mathbf{H_0}$.

Ø ΕΤΗ 1996-1997

Για τον έλεγχο των πινάκων συνδιακυμάνσεων των ετών **1996-1997** έχουμε:

$$F = f_1 (T - 1) / \{ 1 - (v^2 + 3v - 1) / 4(v+1)(T - 1) - f_1 / f_2 \} \rightarrow \mathbf{F = 395}$$

Επειδή: $\mathbf{F > F_{\alpha, f_1, f_2} = 2,3}$, **απορρίπτουμε** την μηδενική υπόθεση $\mathbf{H_0}$.

Ø ΕΤΗ 1997-1998

Για τον έλεγχο των V_1 και V_2 των ετών **1997-1998** έχουμε:

$$F = f_1 (T - 1) / \{ 1 - (v^2 + 3v - 1) / 4(v+1)(T - 1) - f_1 / f_2 \} \rightarrow \mathbf{F = 379}$$

Επειδή: $\mathbf{F > F_{\alpha, f_1, f_2} = 2,3}$, **απορρίπτουμε** την μηδενική υπόθεση $\mathbf{H_0}$.

Ø ΕΤΗ 1998-1999

Για τον έλεγχο των V_1 και V_2 των ετών **1998-1999** έχουμε:

$$F = f_1 (T - 1) / \{ 1 - (v^2 + 3v - 1) / 4(v+1)(T - 1) - f_1 / f_2 \} \rightarrow \mathbf{F = 378}$$

Επειδή: $\mathbf{F > F_{\alpha, f_1, f_2} = 2,3}$, **απορρίπτουμε** την μηδενική υπόθεση $\mathbf{H_0}$.

Ø ΕΤΗ 1999-2000

Για τον έλεγχο των πινάκων συνδιακυμάνσεων των ετών **1999-2000** έχουμε:

$$F = f_1 (T - 1) / \{ 1 - (v^2 + 3v - 1) / 4(v+1)(T - 1) - f_1 / f_2 \} \rightarrow \mathbf{F = 385}$$

Επειδή: $\mathbf{F > F_{\alpha, f_1, f_2} = 2,3}$, **απορρίπτουμε** την μηδενική υπόθεση $\mathbf{H_0}$.

Ø ΕΤΗ 2000-2001

Για τον έλεγχο των πινάκων συνδιακυμάνσεων των ετών **2000-2001** έχουμε:

$$F = f_1 (T - 1) / \{ 1 - (v^2 + 3v - 1) / 4(v+1)(T - 1) - f_1 / f_2 \} \rightarrow \mathbf{F = 370}$$

Επειδή: $\mathbf{F > F_{\alpha, f_1, f_2} = 2,3}$, **απορρίπτουμε** την μηδενική υπόθεση $\mathbf{H_0}$.

Ø ΕΤΗ 2001-2002

Για τον έλεγχο των V_1 και V_2 των ετών **2001-2002** έχουμε:

$$F = f_1 (T - 1) / \{ 1 - (v^2 + 3v - 1) / 4(v+1)(T - 1) - f_1 / f_2 \} \rightarrow \mathbf{F = 390}$$

Επειδή: $\mathbf{F > F_{\alpha, f_1, f_2} = 2,3}$, **απορρίπτουμε** την μηδενική υπόθεση $\mathbf{H_0}$.

Ø ΕΤΗ 2002-2003

Για τον έλεγχο των V_1 και V_2 των ετών **2002-2003** έχουμε:

$$F = f_1 (T - 1) / \{ 1 - (v^2 + 3v - 1) / 4(v+1)(T - 1) - f_1 / f_2 \} \rightarrow \mathbf{F = 398}$$

Επειδή: $\mathbf{F > F_{\alpha, f_1, f_2} = 2,3}$, **απορρίπτουμε** την μηδενική υπόθεση $\mathbf{H_0}$.

Άρα , από την παραπάνω ανάλυση προκύπτει το συμπέρασμα ότι απορρίπτεται η μηδενική υπόθεση H_0 , δηλαδή οι μήτρες συνδιακυμάνσεων V μεταβάλλονται με τον χρόνο.

Δ) Δείγμα 31 μετοχών με V του Sharpe

Όμοια σε αυτή την περίπτωση, ισχύουν:

$$v = 31$$

$$T = 104$$

$$f_1 = 496$$

$$f_2 = 128299$$

Χρησιμοποιώντας το στατιστικό τεστ F του τύπου (1) έχουμε τα παρακάτω αποτελέσματα:

Ø ΕΤΗ 1993-1994

$$F = f_1 (T - 1) / \{ 1 - (v^2 + 3v - 1) / 4(v+1)(T - 1) - f_1 / f_2 \} \rightarrow \mathbf{F = 275}$$

$F > F_{\alpha, f_1, f_2} = 2,3$, απορρίπτουμε την μηδενική υπόθεση H_0 .

Ø ΕΤΗ 1994-1995

$$F = f_1 (T - 1) / \{ 1 - (v^2 + 3v - 1) / 4(v+1)(T - 1) - f_1 / f_2 \} \rightarrow \mathbf{F = 307}$$

$F > F_{\alpha, f_1, f_2} = 2,3$, απορρίπτουμε την μηδενική υπόθεση H_0 .

Ø ΕΤΗ 1995-1996

$$F = f_1 (T - 1) / \{ 1 - (v^2 + 3v - 1) / 4(v+1)(T - 1) - f_1 / f_2 \} \rightarrow \mathbf{F = 275}$$

$F > F_{\alpha, f_1, f_2} = 2,3$, απορρίπτουμε την μηδενική υπόθεση H_0 .

Ø ΕΤΗ 1996-1997

$$F = f_1 (T - 1) / \{1 - (v^2 + 3v - 1) / 4(v + 1)(T - 1) - f_1 / f_2\} \rightarrow \mathbf{F = 307}$$

$\mathbf{F > F_{\alpha, f_1, f_2} = 2,3}$, απορρίπτουμε την μηδενική υπόθεση $\mathbf{H_0}$.

Ø ΕΤΗ 1997-1998

$$F = f_1 (T - 1) / \{1 - (v^2 + 3v - 1) / 4(v + 1)(T - 1) - f_1 / f_2\} \rightarrow \mathbf{F = 284}$$

$\mathbf{F > F_{\alpha, f_1, f_2} = 2,3}$, απορρίπτουμε την μηδενική υπόθεση $\mathbf{H_0}$.

Ø ΕΤΗ 1998-1999

$$F = f_1 (T - 1) / \{1 - (v^2 + 3v - 1) / 4(v + 1)(T - 1) - f_1 / f_2\} \rightarrow \mathbf{F = 292}$$

$\mathbf{F = 2929141 > F_{\alpha, f_1, f_2} = 2,3}$, απορρίπτουμε την μηδενική υπόθεση $\mathbf{H_0}$.

Ø ΕΤΗ 1999-2000

$$F = f_1 (T - 1) / \{1 - (v^2 + 3v - 1) / 4(v + 1)(T - 1) - f_1 / f_2\} \rightarrow \mathbf{F = 285}$$

$\mathbf{F > F_{\alpha, f_1, f_2} = 2,3}$, απορρίπτουμε την μηδενική υπόθεση $\mathbf{H_0}$.

Ø ΕΤΗ 2000-2001

$$F = f_1 (T - 1) / \{1 - (v^2 + 3v - 1) / 4(v + 1)(T - 1) - f_1 / f_2\} \rightarrow \mathbf{F = 271}$$

$\mathbf{F > F_{\alpha, f_1, f_2} = 2,3}$, απορρίπτουμε την μηδενική υπόθεση $\mathbf{H_0}$.

Ø ΕΤΗ 2001-2002

$$F = f_1 (T - 1) / \{1 - (v^2 + 3v - 1) / 4(v + 1)(T - 1) - f_1 / f_2\} \rightarrow \mathbf{F = 316}$$

$\mathbf{F > F_{\alpha, f_1, f_2} = 2,3}$, απορρίπτουμε την μηδενική υπόθεση $\mathbf{H_0}$.

Ø ΕΤΗ 2002-2003

$$F = f_1 (T - 1) / \{ 1 - (v^2 + 3v - 1) / 4(v+1)(T - 1) - f_1 / f_2 \} \rightarrow \mathbf{F = 311}$$

$\mathbf{F > F_{\alpha, f_1, f_2 = 2, 3}}$, απορρίπτουμε την μηδενική υπόθεση $\mathbf{H_0}$.

Άρα, από την παραπάνω ανάλυση προκύπτει το συμπέρασμα ότι **απορρίπτεται** η μηδενική υπόθεση $\mathbf{H_0}$, δηλαδή οι μήτρες συνδιακυμάνσεων V μεταβάλλονται με τον χρόνο.

ΈΛΕΓΧΟΣ ΜΕΣΩΝ ΑΠΟΔΟΣΕΩΝ (T-TEST)

Για τον έλεγχο της διαχρονικής στασιμότητας των μέσων αποδόσεων θα χρησιμοποιήσουμε t-test. Η **μεθοδολογία** που ακολουθούμε σε αυτή την περίπτωση είναι η εξής:

Η εξίσωση που αντιπροσωπεύει την TEST STATISTIC, την οποία θα χρησιμοποιήσουμε για σύγκριση με την $t_{\alpha,2(N-1)}$ είναι η:

$$t_c = (\mu_i - \mu_i^*) / S_i \sqrt{2/N}$$

όπου:

t_c έχει κεντρική t-κατανομή με $2(N-1)$ βαθμούς ελευθερίας μ_i και μ_i^* = η μέση απόδοση του αξιογράφου I, υπολογισμένο με τη χρήση της πρώτης και της δεύτερης παρατήρησης αντίστοιχα.

S_i = ένας καλός αμερόληπτος εκτιμητής τυπικής απόκλισης και δίνεται από τον τύπο:

$$S_i = \sqrt{(s_i^2 + s_i^{*2}) / 2}$$

Στη συνέχεια, προχωράμε στον έλεγχο της μηδενικής υπόθεσης: $H_0 : \mu_i = \mu_i^*$ έναντι της εναλλακτικής υπόθεσης $H_1 : \mu_i \neq \mu_i^*$, όπου :

μ_i = μέση απόδοση της πρώτης περιόδου και

μ_i^* = μέση απόδοση της δεύτερης περιόδου

Η μηδενική υπόθεση H_0 , ότι δεν υπάρχει διαφορά μεταξύ των μέσων πληθυσμών, γίνεται **αποδεκτή** αν $|t_c| < t_{\alpha,2(N-1)}$, όπου $t_{\alpha,2(N-1)}$ είναι μια κρίσιμη περιοχή του ελέγχου και περιλαμβάνεται σε ειδικούς πίνακες με δεδομένα τα α που είναι το επίπεδο σημαντικότητας και το $2(N-1)$ που είναι οι βαθμοί ελευθερίας.

Το t-test πραγματοποιήθηκε μέσω του προγράμματος του Excel, με

$2(N-1) = 2(83-1) = 164$ βαθμούς ελευθερίας (εφόσον έχουμε 83 μετοχές) και επίπεδο σημαντικότητας $\alpha = 0,05$. Με αυτά τα δεδομένα και χρησιμοποιώντας τους πίνακες του t-statistic βρίσκουμε ότι $t_{\alpha,2(N-1)} = 1,65$.

Παρακάτω δίνονται τα αποτελέσματα από τους υπολογισμούς των ελέγχων ανά δυο έτη για τις 83 μετοχές.

Ø ΔΙΑΣΤΗΜΑ 1993-1994

t	6,340327045
P(T<=t) μονόπλευρη	1,06738E-09
t κρίσιμο, μονόπλευρο	1,654198059

Κατά το χρονικό διάστημα 1993-1994, παρατηρούμε ότι το t-statistic δίνει τιμή 6,34 η οποία υπερβαίνει $t_{\alpha,2(T-1)}$, δηλαδή ισχύει: $|t_c| > t_{\alpha,2(N-1)}$, αφού **6,34 > 1,65**. Άρα σε αυτή την περίπτωση **απορρίπτουμε** την μηδενική υπόθεση της διαχρονικής σταθερότητας των μέσων αποδόσεων των μετοχών. Οι μέσες αποδόσεις των μετοχών τα έτη 1993 και 1994 δεν είναι σταθερές.

Επίσης, το ίδιο συμπέρασμα βγάζουμε παρατηρώντας την πιθανότητα 1,06738E-09 και συγκρίνοντάς την με την πιθανότητα 0,05. Δηλαδή επειδή:

1,06738E-09 < 0,05 απορρίπτουμε την μηδενική υπόθεση.

Ø ΔΙΑΣΤΗΜΑ 1994-1995

t	-1,688452499
P(T<=t) μονόπλευρη	0,046612486
t κρίσιμο, μονόπλευρο	1,654198059

Σε αυτή την περίπτωση, παρατηρούμε ότι το t-statistic δίνει τιμή -1,69 η οποία κατά απόλυτη τιμή υπερβαίνει $t_{\alpha,2(T-1)}$, δηλαδή ισχύει: $|t_c| > t_{\alpha,2(N-1)}$, αφού **1,69 > 1,65**. Άρα και σε αυτή την περίπτωση **απορρίπτουμε** την μηδενική υπόθεση της διαχρονικής σταθερότητας των μέσων αποδόσεων των μετοχών.

Εξετάζοντας και τις πιθανότητες παρατηρούμε ότι **0,04 < 0,05**, πράγμα που σηματοδοτεί την απόρριψη της μηδενικής υπόθεσης.

Ø ΔΙΑΣΤΗΜΑ 1995-1996

t	4,341057503
P(T<=t) μονόπλευρη	1,23685E-05
t κρίσιμο, μονόπλευρο	1,654198059

Κατά το χρονικό διάστημα 1995-1996, παρατηρούμε ότι το t-statistic δίνει τιμή μεγαλύτερη από την κρίσιμη τιμή $t_{\alpha,2(N-1)}$, δηλαδή ισχύει: **4,34 > 1,65**. Οπότε σε αυτή την περίπτωση **απορρίπτουμε** την μηδενική υπόθεση έναντι της εναλλακτικής. Αλλά

και από άποψη πιθανοτήτων, παρατηρώντας ότι $0,0000123 = 1,23685E-05 < 0,05$, απορρίπτουμε την μηδενική υπόθεση.

∅ ΔΙΑΣΤΗΜΑ 1996-1997

t	-6,65567265
P(T<=t) μονόπλευρη	2,01741E-10
t κρίσιμο, μονόπλευρο	1,654198059

Σε αυτή την περίπτωση, εξετάζοντας το t-statistic παρατηρούμε ότι κατά απόλυτη τιμή αυτό είναι μεγαλύτερο από την κρίσιμη τιμή $t_{\alpha,2(N-1)}$, δηλαδή ισχύει : **6,65 > 1,65**. Για τον λόγο αυτό **απορρίπτουμε** την μηδενική υπόθεση. Το ίδιο συμπέρασμα προκύπτει και από την εξέταση των πιθανοτήτων, όπου ισχύει: **2,01741E-10 < 0,05**

∅ ΔΙΑΣΤΗΜΑ 1997-1998

t	-6,304673717
P(T<=t) μονόπλευρη	1,28497E-09
t κρίσιμο, μονόπλευρο	1,654198059

Κατά το χρονικό διάστημα 1997-1998, το t-statistic δίνει τιμή -6,30. Αυτό σημαίνει ότι κατά απόλυτη τιμή το t-statistic ξεπερνάει την κρίσιμη τιμή $t_{\alpha,2(N-1)}$, δηλαδή ισχύει: **6,30 > 1,65** και για τον λόγο αυτό **απορρίπτουμε** την μηδενική υπόθεση. Παρατηρώντας την σχέση μεταξύ των πιθανοτήτων καταλήγουμε στο ίδιο συμπέρασμα της απόρριψης της μηδενικής υπόθεσης (**1,28497E-09 < 0,05**).

∅ ΔΙΑΣΤΗΜΑ 1998-1999

t	-8,828590848
P(T<=t) μονόπλευρη	7,69174E-16
t κρίσιμο, μονόπλευρο	1,654198059

Όμοια, και σε αυτή την περίπτωση το t-statistic κατά απόλυτη τιμή ξεπερνάει την κρίσιμη τιμή $t_{\alpha,2(N-1)}$, αφού **8,82 > 1,65** και για τον λόγο αυτό **απορρίπτουμε** την μηδενική υπόθεση. Από τις πιθανότητες, οδηγούμαστε στο ίδιο συμπέρασμα της απόρριψης της μηδενικής υπόθεσης αφού ισχύει **7,69174E-16 < 0,05**.

Ø ΔΙΑΣΤΗΜΑ 1999-2000

t	25,98846294
P(T<=t) μονόπλευρη	2,4611E-60
t κρίσιμο, μονόπλευρο	1,654198059

Κατά το χρονικό διάστημα 1999-2000, παρατηρούμε ότι το t-statistic δίνει τιμή μεγαλύτερη από 1,65, δηλαδή **25,98 > 1,65**. Και μέσα από την διαδικασία των πιθανοτήτων **απορρίπτουμε** την μηδενική υπόθεση (**2,4611E-60 < 0,05**).

Ø ΔΙΑΣΤΗΜΑ 2000-2001

t	-11,85020747
P(T<=t) μονόπλευρη	4,25956E-24
t κρίσιμο, μονόπλευρο	1,654198059

Το t-statistic για το χρονικό διάστημα 2000-2001 ξεπερνάει κατά απόλυτη τιμή την κρίσιμη τιμή $t_{\alpha,2(N-1)}$, αφού **11,85 > 1,65**. Έτσι, καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι **απορρίπτουμε** την μηδενική υπόθεση. Επίσης, το ίδιο συμπέρασμα βγάζουμε παρατηρώντας την πιθανότητα 4,25956E-24 και συγκρίνοντάς την με την πιθανότητα 0,05. Δηλαδή επειδή: **4,25956E-24 < 0,05** απορρίπτουμε την μηδενική υπόθεση.

Ø ΔΙΑΣΤΗΜΑ 2001-2002

t	4,068199725
P(T<=t) μονόπλευρη	3,67258E-05
t κρίσιμο, μονόπλευρο	1,654198059

Κατά το χρονικό διάστημα 2001-2002 το t-statistic είναι μεγαλύτερο από την κρίσιμη τιμή 1,65 (**4,07 > 1,65**), με αποτέλεσμα να **απορρίπτουμε** την μηδενική υπόθεση. Το ίδιο συμπέρασμα προκύπτει και από την εξέταση των πιθανοτήτων, όπου ισχύει: **3,67258E-05 < 0,05**.

Ø ΔΙΑΣΤΗΜΑ 2002-2003

t	-12,76334525
P(T<=t) μονόπλευρη	1,19213E-26
t κρίσιμο, μονόπλευρο	1,654198059

Τέλος, το t-statistic για το χρονικό διάστημα 2002-2003 ξεπερνάει κατά απόλυτη τιμή την κρίσιμη τιμή $t_{\alpha,2(N-1)}$, αφού $12,76 > 1,65$ και για τον λόγο αυτό **απορρίπτουμε** την μηδενική υπόθεση. Παρατηρώντας την σχέση μεταξύ των πιθανοτήτων καταλήγουμε στο ίδιο συμπέρασμα της απόρριψης της μηδενικής υπόθεσης ($1,19213E-26 < 0,05$).

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ

Από την παραπάνω ανάλυση προκύπτει το συμπέρασμα ότι **δεν ισχύει η μηδενική υπόθεση** της διαχρονικής στασιμότητας των μετοχών, αφού οι τιμές από τα στατιστικά τεστ είναι μεγαλύτερες κατά απόλυτη τιμή από την κρίσιμη τιμή $t_{\alpha,2(N-1)} = 1,65$. Με άλλα λόγια, οι τιμές των μέσων αποδόσεων δεν είναι ίδιες κάθε χρονική περίοδο αλλά μεταβάλλονται. Άρα, η υπόθεση της διαχρονικής στασιμότητας των μέσων αποδόσεων απορρίπτεται.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 8°

ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ-ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

ΑΠΟΔΟΤΙΚΑ ΣΥΝΟΡΑ ΜΕΤΟΧΩΝ

Παρακάτω, παρουσιάζονται τα *σχεδιαγράμματα των αποδοτικών συνόρων* για κάθε έτος για τέσσερις διαφορετικές περιπτώσεις. Και στις τέσσερις αυτές περιπτώσεις τα ποσοστά επένδυσης x_p έχουν προσδιοριστεί μέσω της διαδικασίας του Roll αλλά έχει χρησιμοποιηθεί κάθε φορά διαφορετική μήτρα συνδιακυμάνσεων V .

Τα τέσσερα λοιπόν αυτά διαφορετικά δείγματα είναι τα εξής:

A) Το πρώτο δείγμα αποτελείται από **52 μετοχές** και ως μήτρα συνδιακυμάνσεων V χρησιμοποιήθηκε αυτή του **Markowitz**.

B) Το δεύτερο δείγμα αποτελείται από **52 μετοχές** με μήτρα συνδιακυμάνσεων V αυτή που βασίζεται στο υπόδειγμα της αγοράς, δηλαδή του **Sharpe**.

Γ) Το τρίτο δείγμα αποτελείται από **31 μετοχές**, με μήτρα συνδιακυμάνσεων V αυτή του **Markowitz**.

Δ) Το τέταρτο δείγμα αποτελείται από **31 μετοχές** και ως μήτρα συνδιακυμάνσεων V χρησιμοποιήθηκε αυτή του **Sharpe**.

Συνοπτικά, η πρακτική **διαδικασία** που ακολουθούμε προκειμένου να παρασταθεί γραφικά το αποδοτικό σύνορο είναι η εξής:

Αρχικά υπολογίστηκαν η μήτρα συνδιακυμάνσεων V σύμφωνα με το υπόδειγμα του Markowitz ή Sharpe ανάλογα, και ο αντίστροφος του V , ο V^{-1} . Στη συνέχεια υπολογίστηκαν ο πίνακας διαστάσεων $(2,2)$ A και ο αντίστροφος του A , ο A^{-1} (επίσης διαστάσεων $(2,2)$). Αφού βρεθεί το γινόμενο $V^{-1} * (R \ i)_{\text{αντίστροφ}} * A^{-1}$, όπου $(R \ i)$ είναι οι μέσες αποδόσεις κάθε έτους για κάθε μετοχή, και θέτοντας μια τιμή μέσης απόδοσης $r_p = 3\%$ εκφράζουμε τα ποσοστά επένδυσης x_p ως συνάρτηση της μέσης απόδοσης r_p , και κατά αυτό τον τρόπο υπολογίζονται τα ποσοστά επένδυσης.

Τέλος, χρησιμοποιώντας τον τύπο:

$$\sigma_p^2 = (a - 2*\beta*r_p + c*r_p^2) / (a*c - \beta^2), \text{ όπου :}$$

a, β, c είναι τα στοιχεία του πίνακα A , και

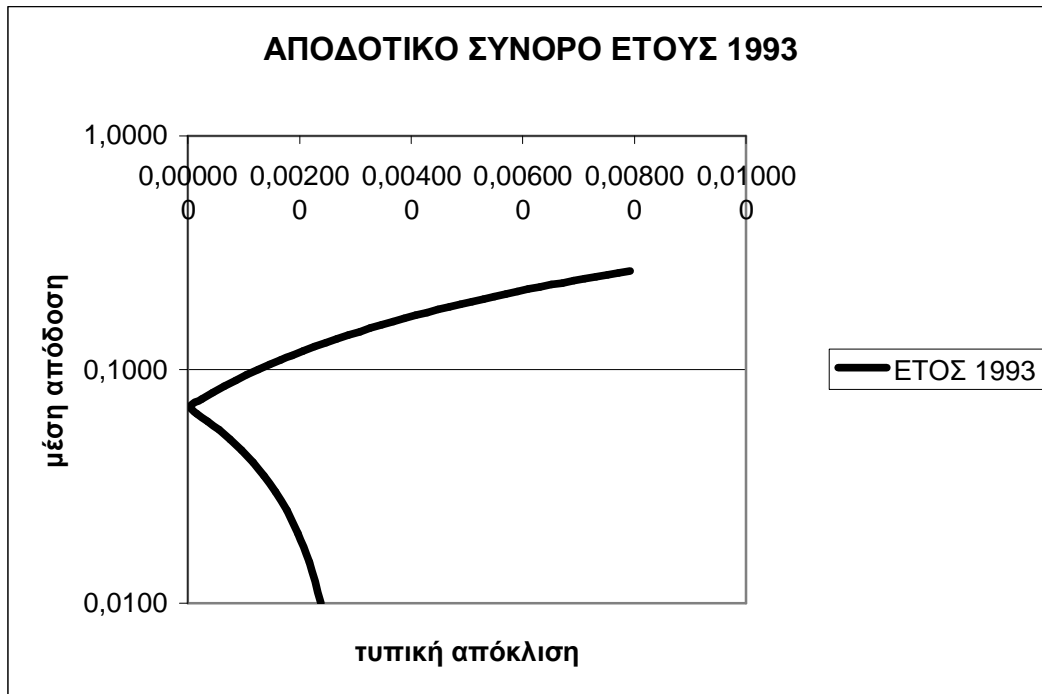
r_p οι τιμές των επιθυμητών μέσων αποδόσεων,

βρίσκουμε την τυπική απόκλιση, την οποία και χρησιμοποιούμε σε συνδυασμό με τις μέσες αποδόσεις r_p , για να σκιαγραφήσουμε τα *σχεδιαγράμματα των αποδοτικών συνόρων* για κάθε έτος.

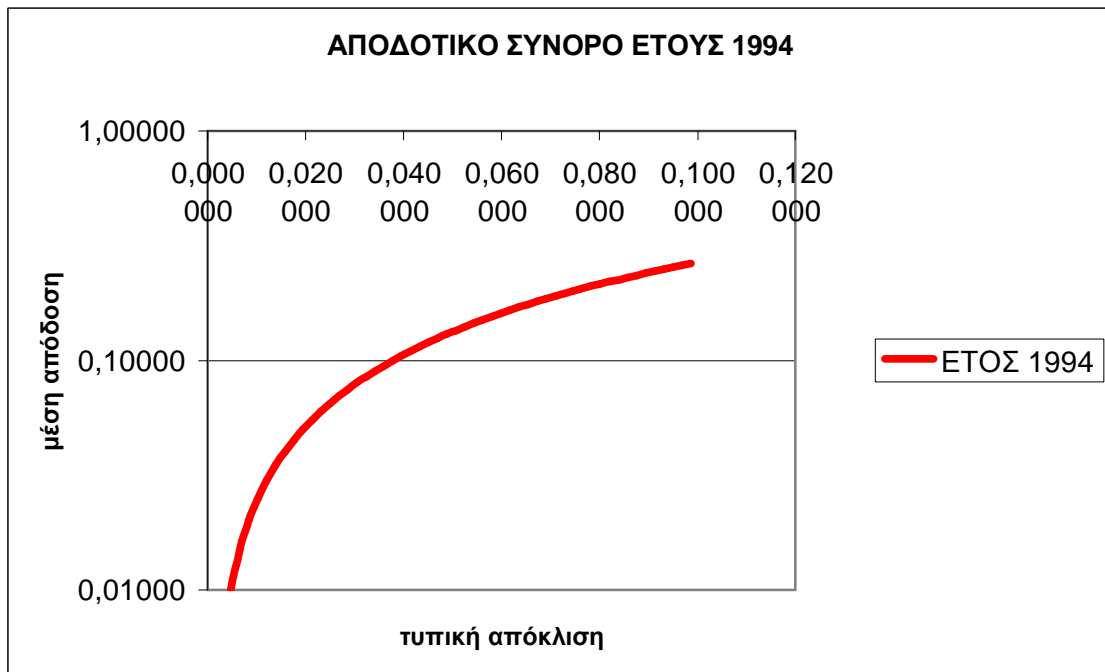
Τα γραφήματα των αποδοτικών συνόρων για κάθε διαφορετική περίπτωση δείγματος και κάθε έτος δίνονται παρακάτω:

Α) Δείγμα 52 μετοχών με μήτρα διακυμάνσεων V του Markowitz

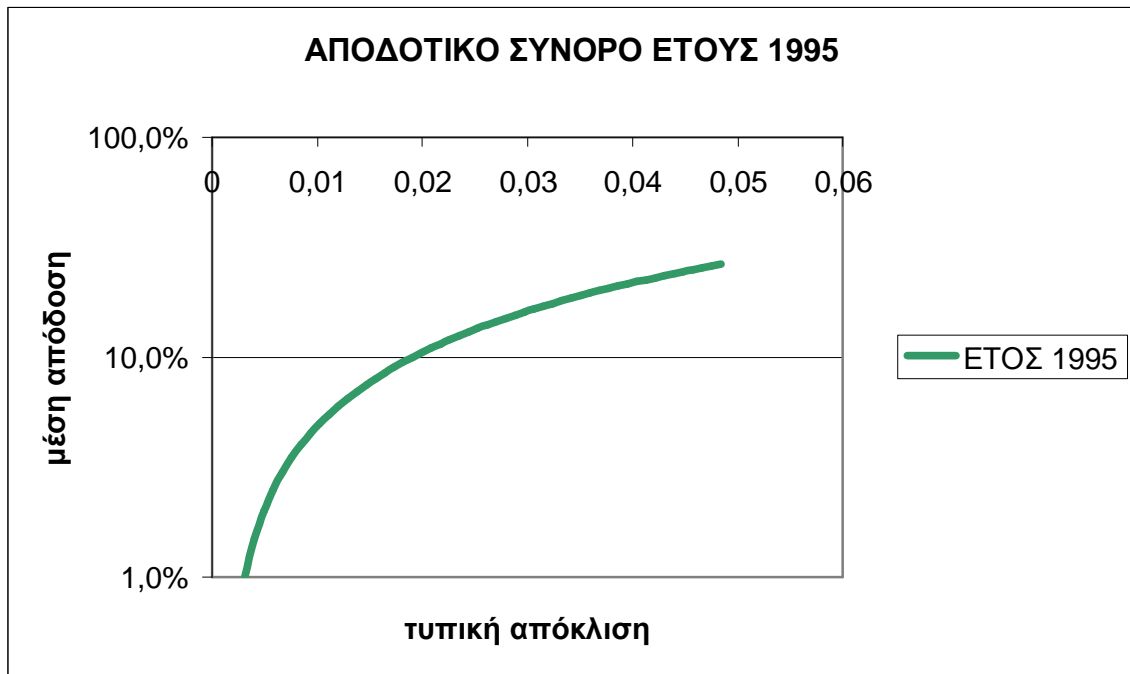
Ø ΕΤΟΣ 1993



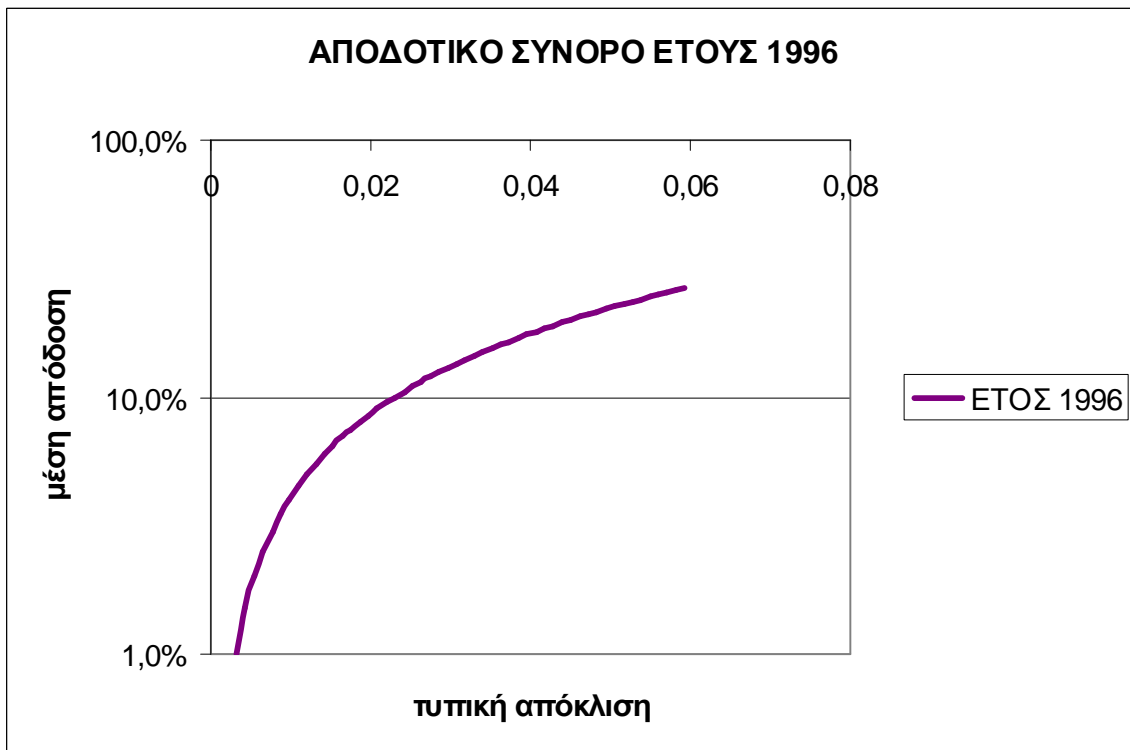
Ø ΕΤΟΣ 1994



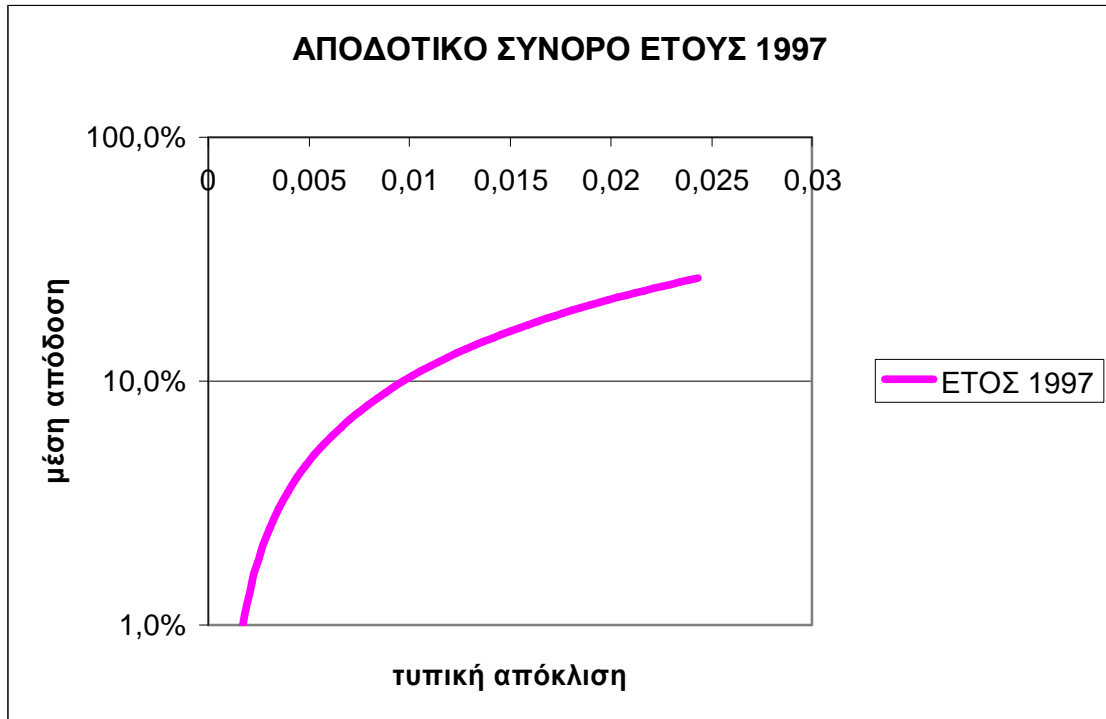
Ø ΕΤΟΣ 1995



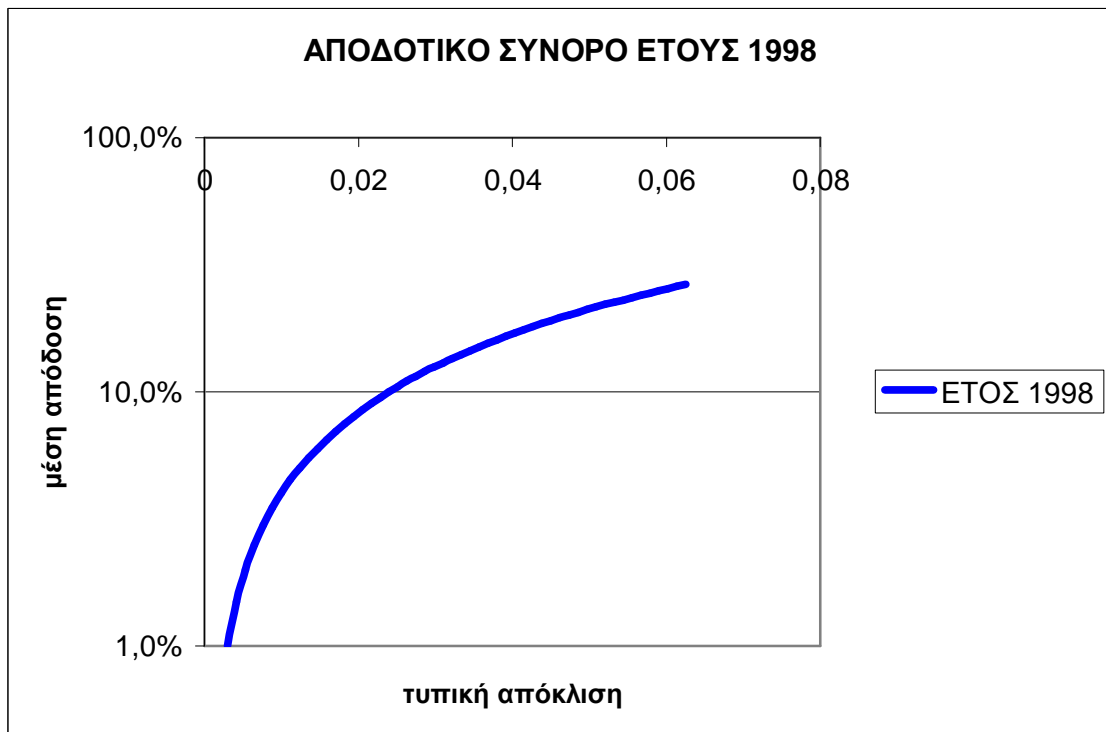
Ø ΕΤΟΣ 1996



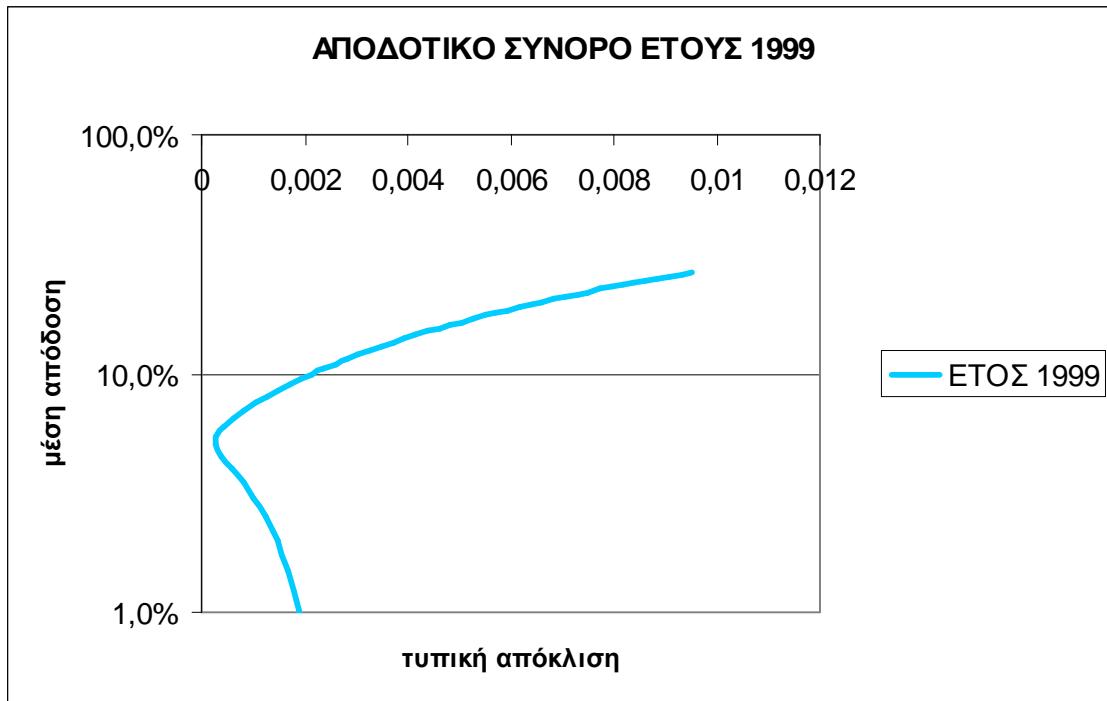
Ø ΕΤΟΣ 1997



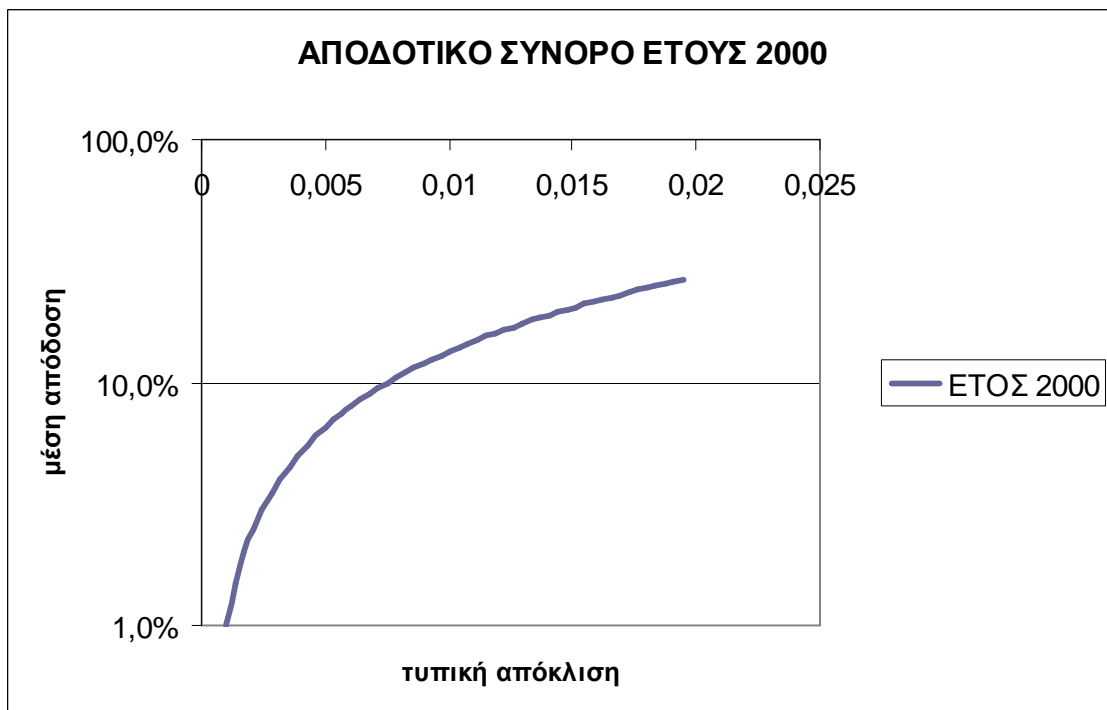
Ø ΕΤΟΣ 1998



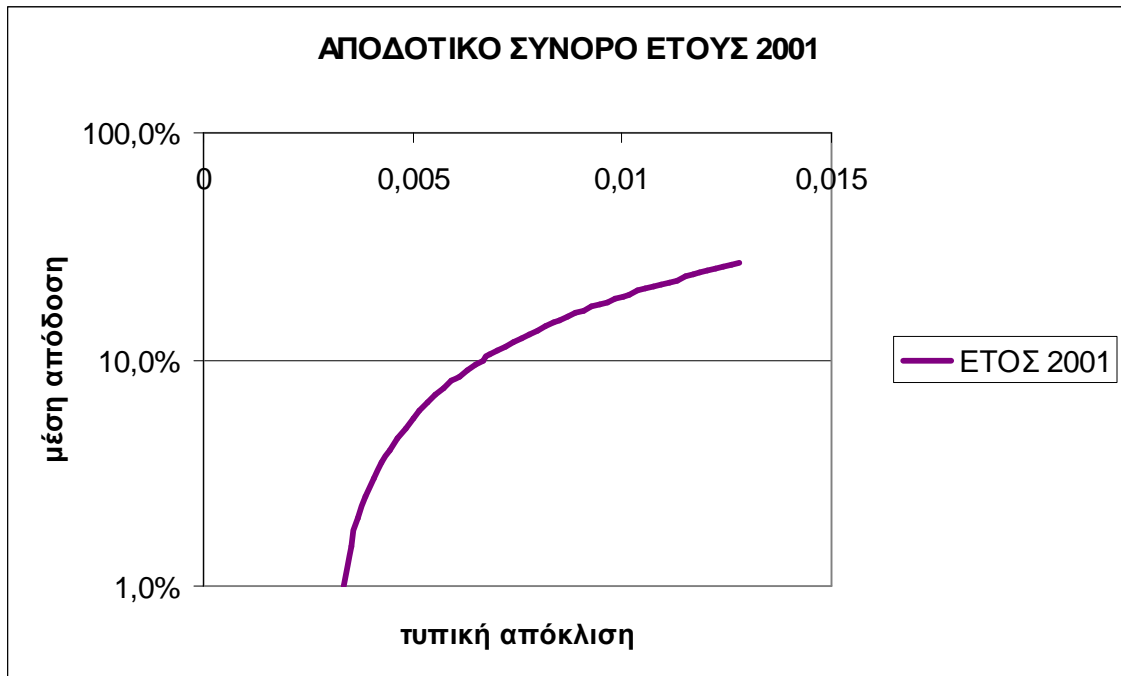
Ø ΕΤΟΣ 1999



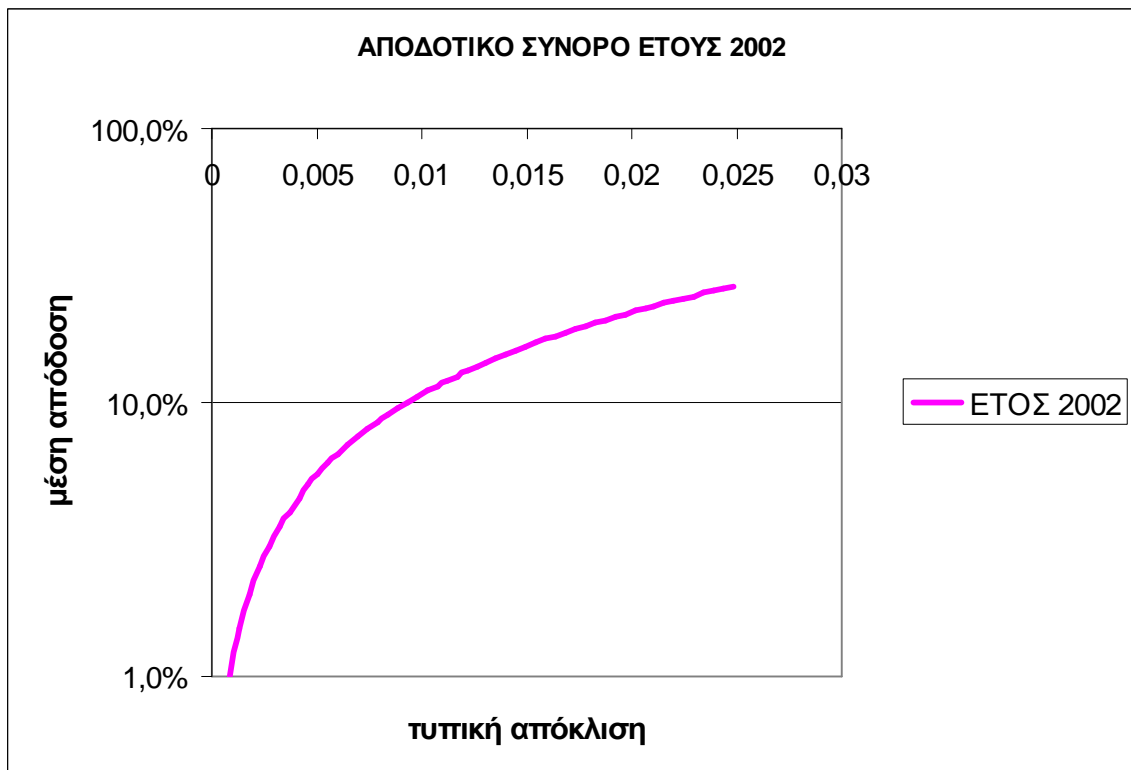
Ø ΕΤΟΣ 2000



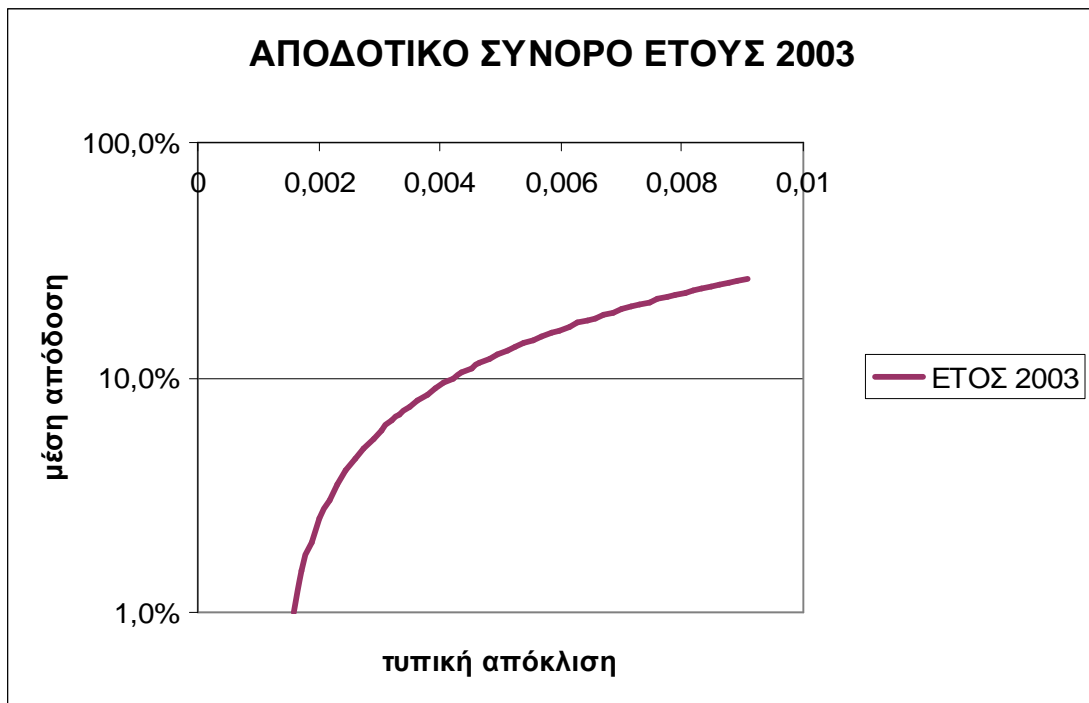
Ø ΕΤΟΣ 2001



Ø ΕΤΟΣ 2002

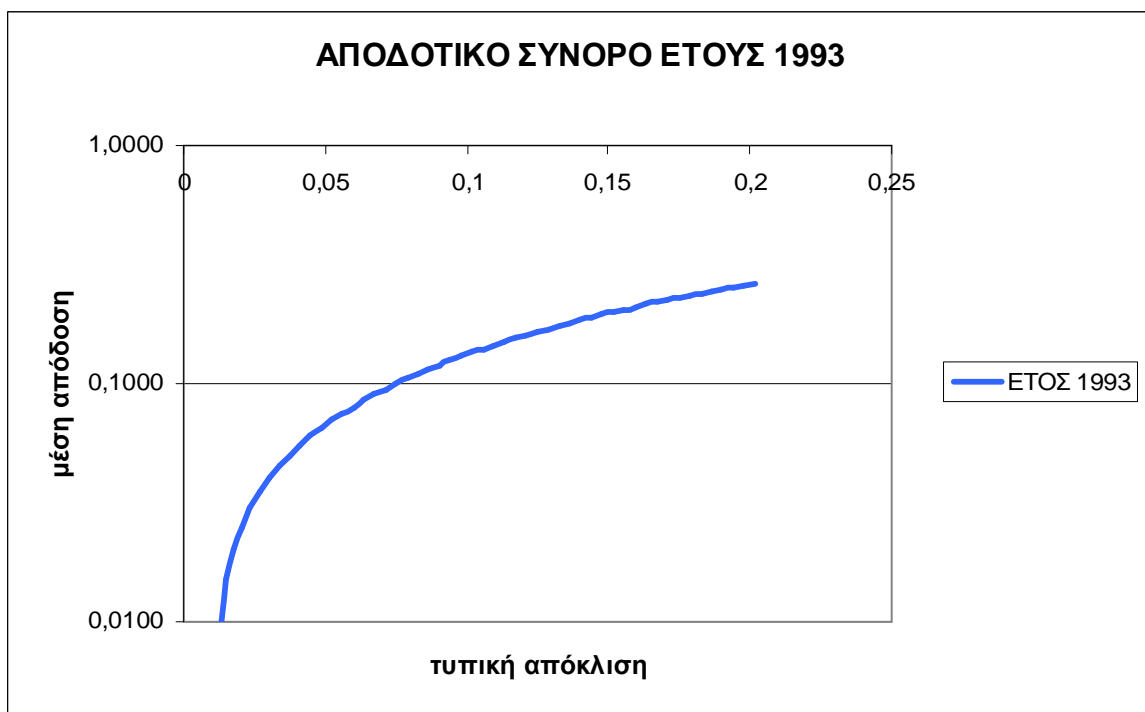


Ø ΕΤΟΣ 2003

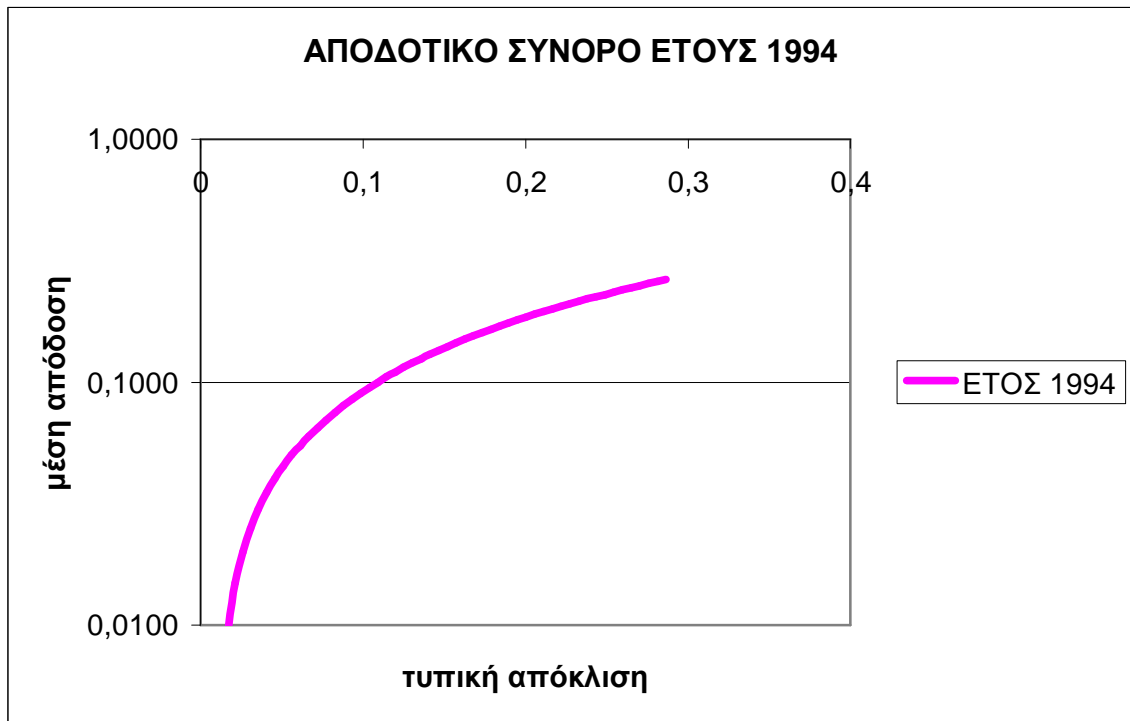


Β) Δείγμα 52 μετοχών με μήτρα διακυμάνσεων V του Sharpe

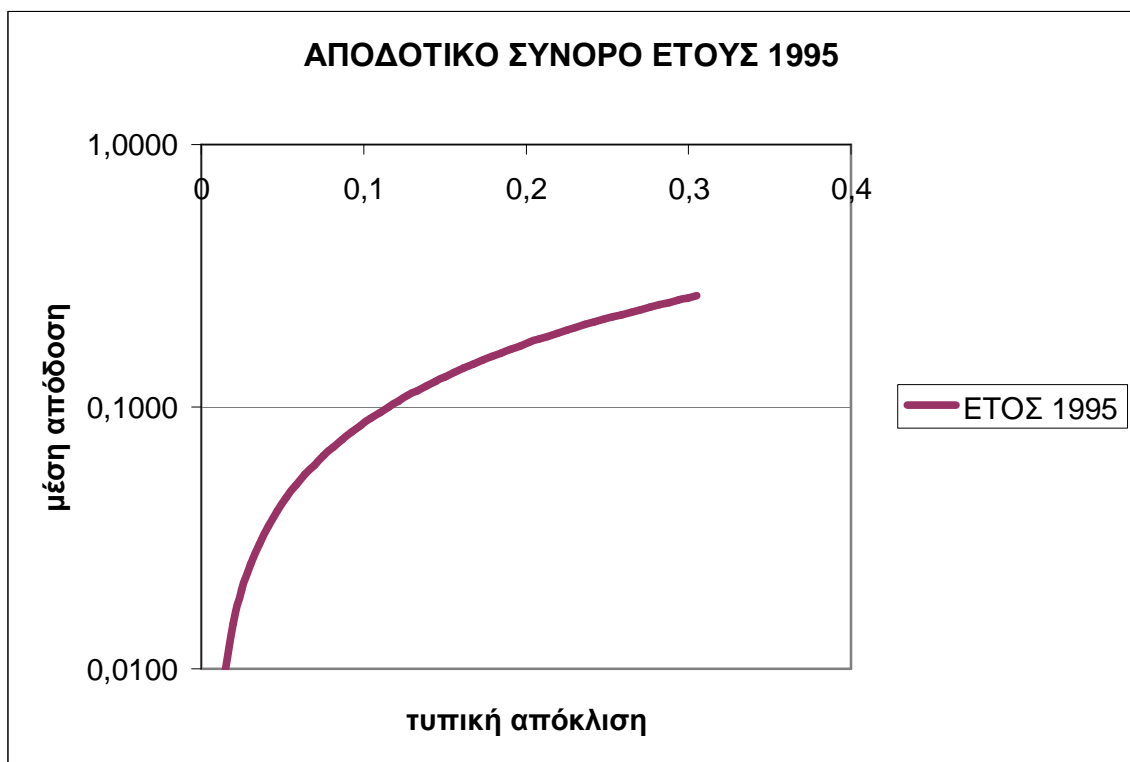
Ø ΕΤΟΣ 1993



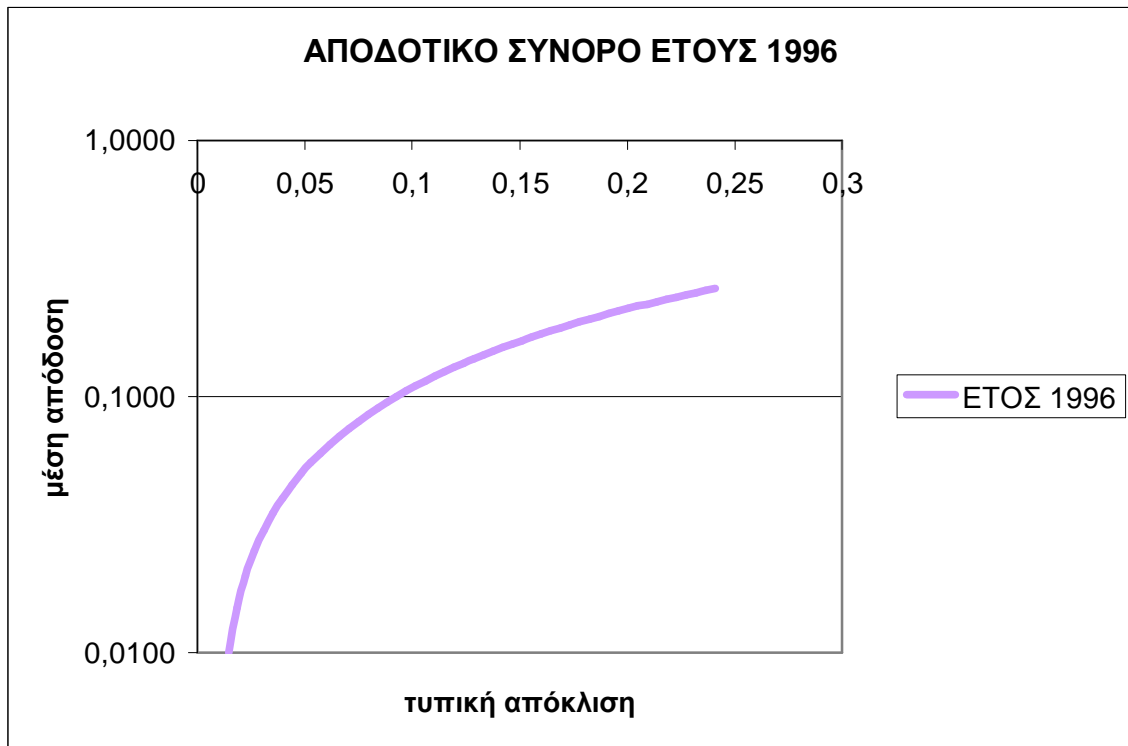
Ø ΕΤΟΣ 1994



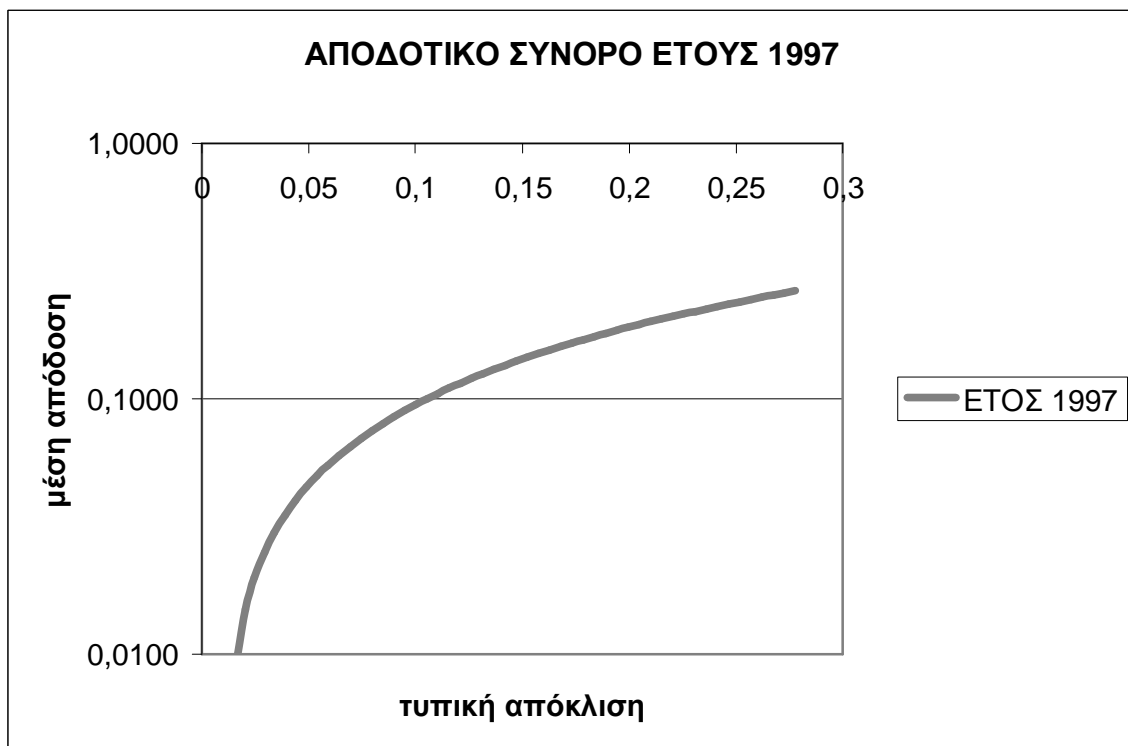
Ø ΕΤΟΣ 1995



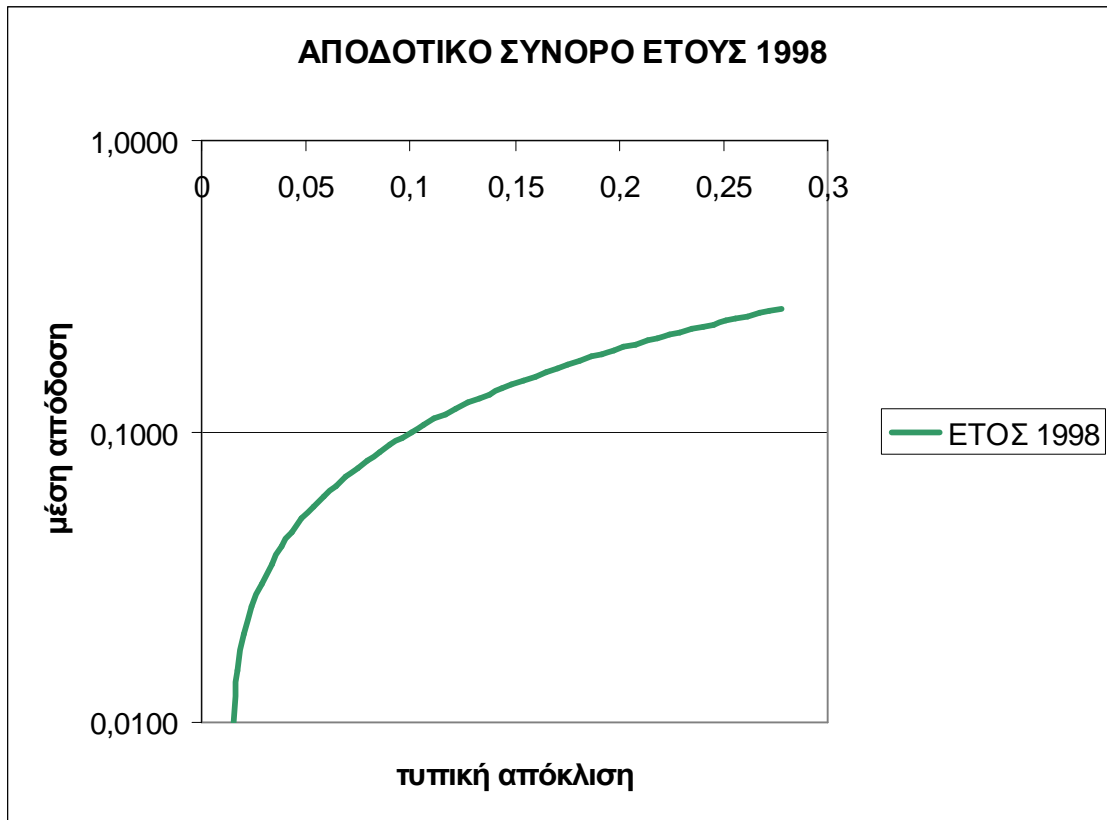
Ø ΕΤΟΣ 1996



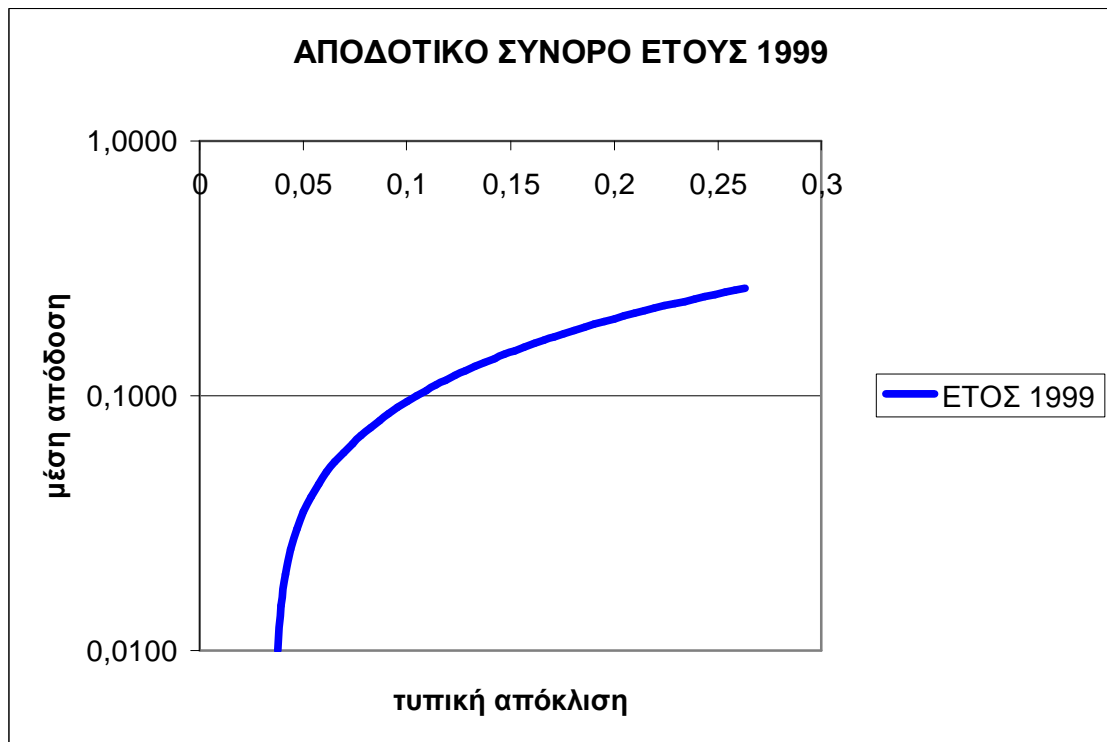
Ø ΕΤΟΣ 1997



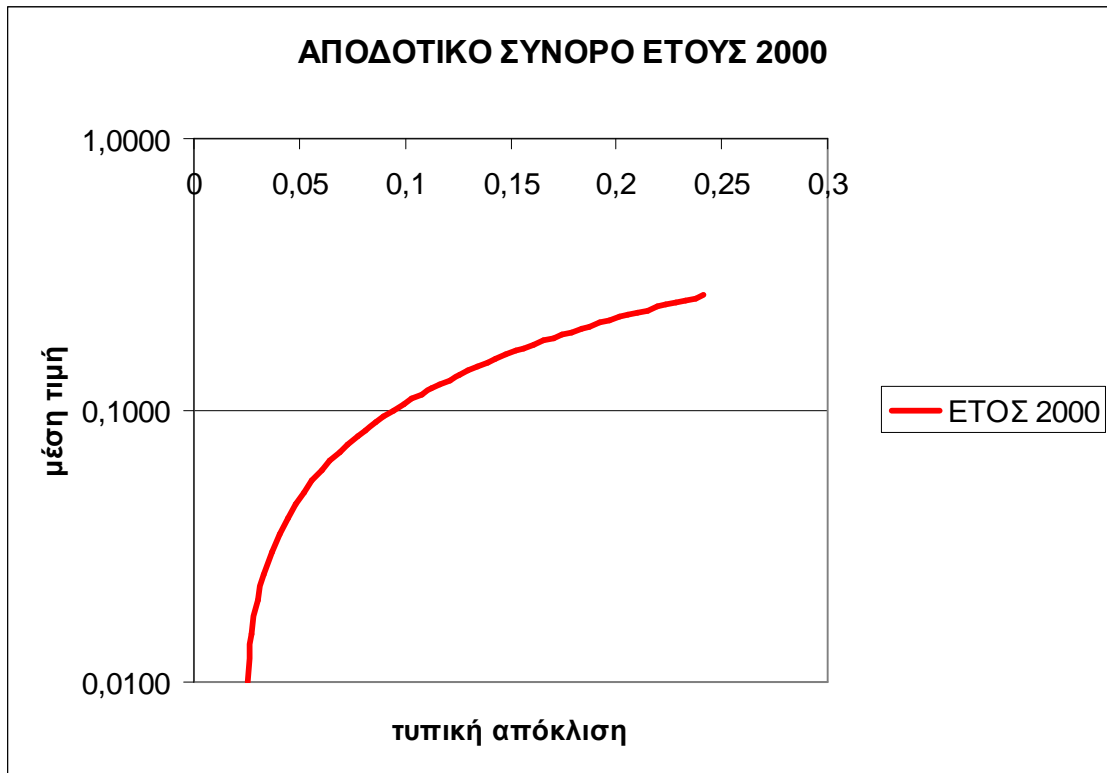
Ø ΕΤΟΣ 1998



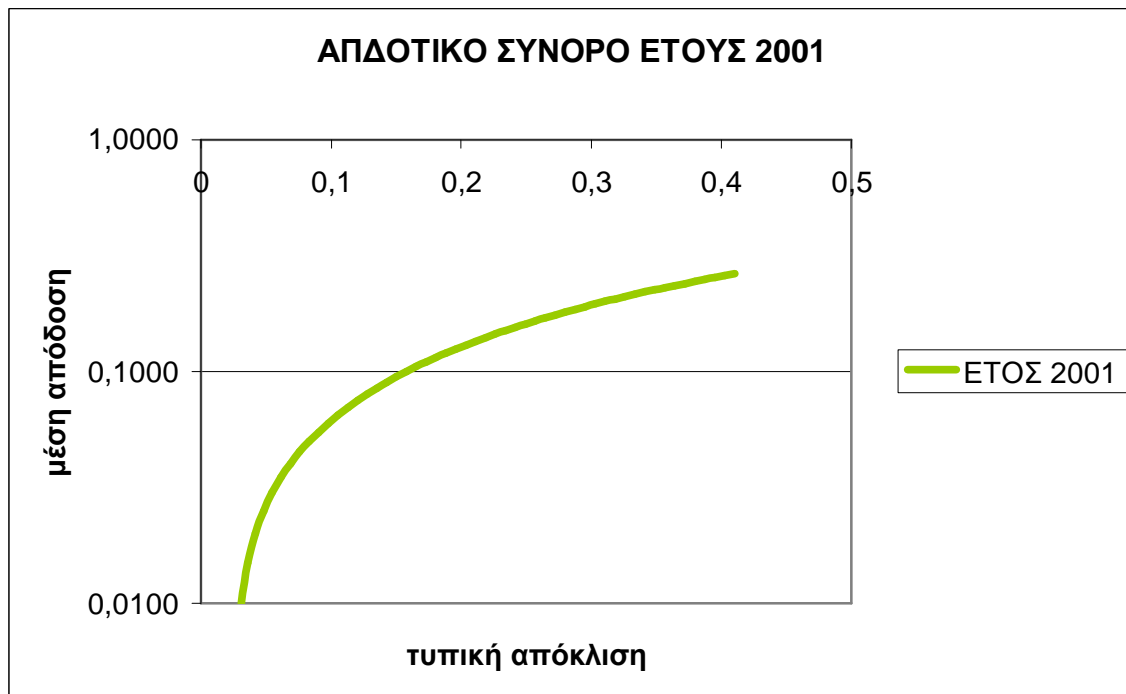
Ø ΕΤΟΣ 1999



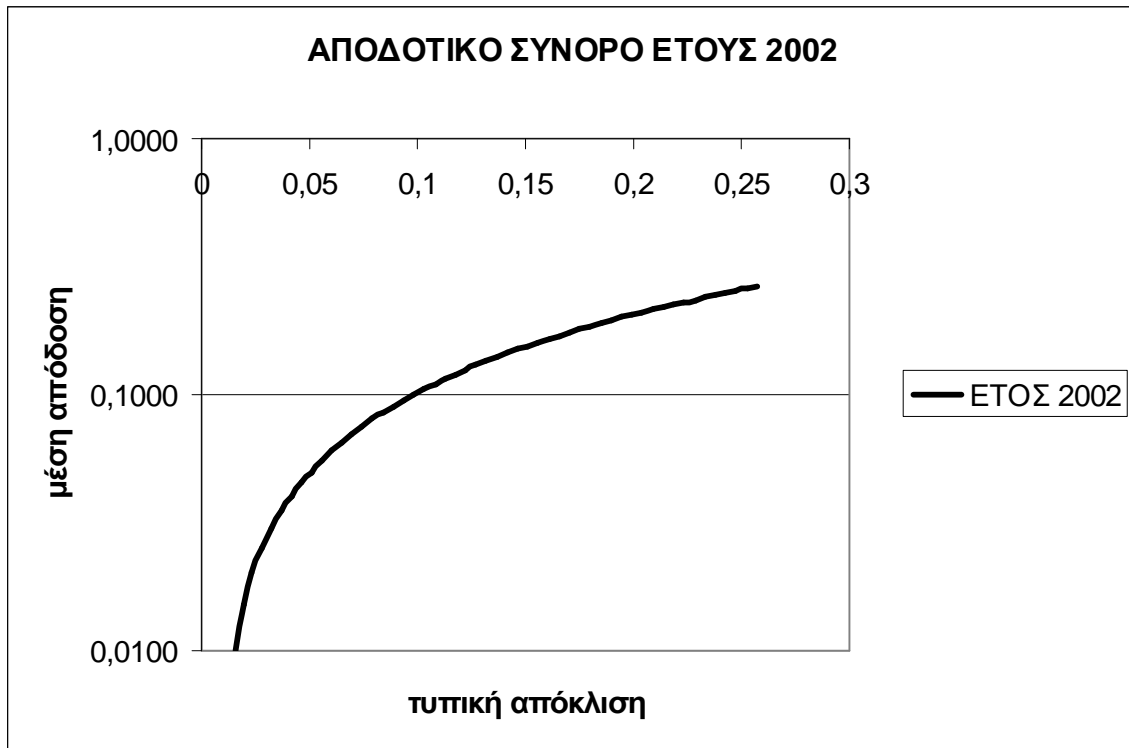
Ø ΕΤΟΣ 2000



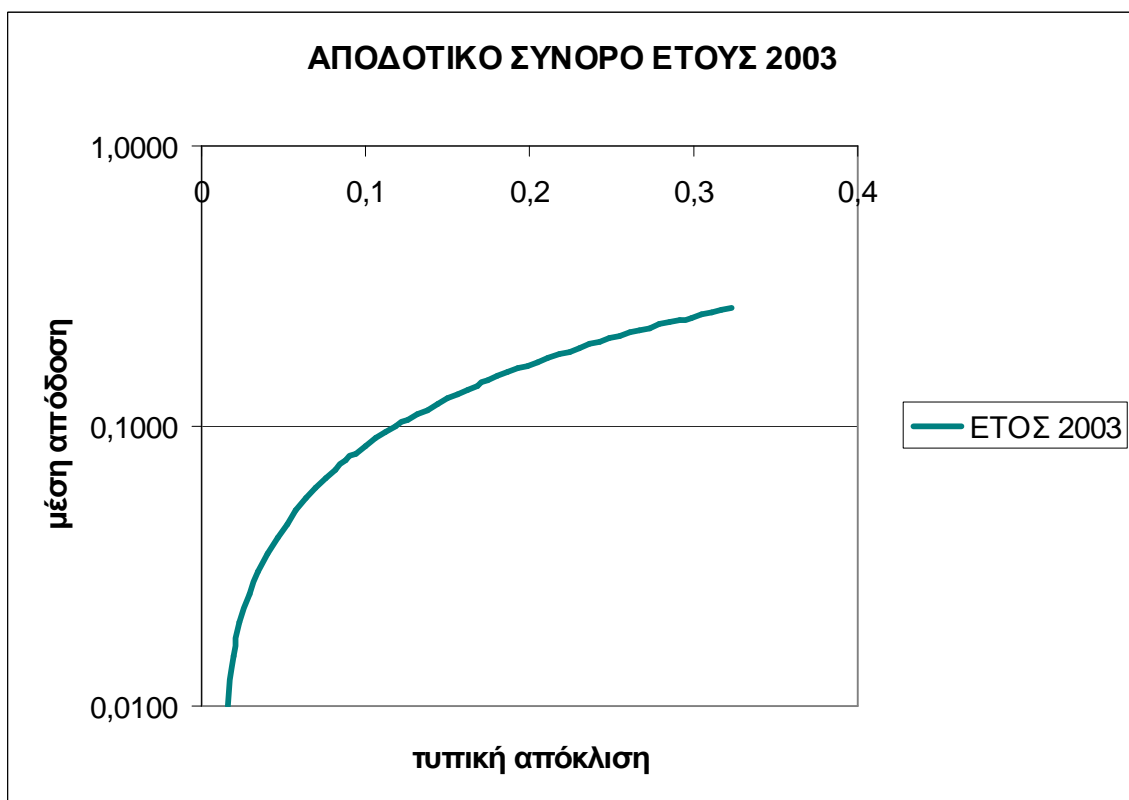
Ø ΕΤΟΣ 2001



Ø ΕΤΟΣ 2002

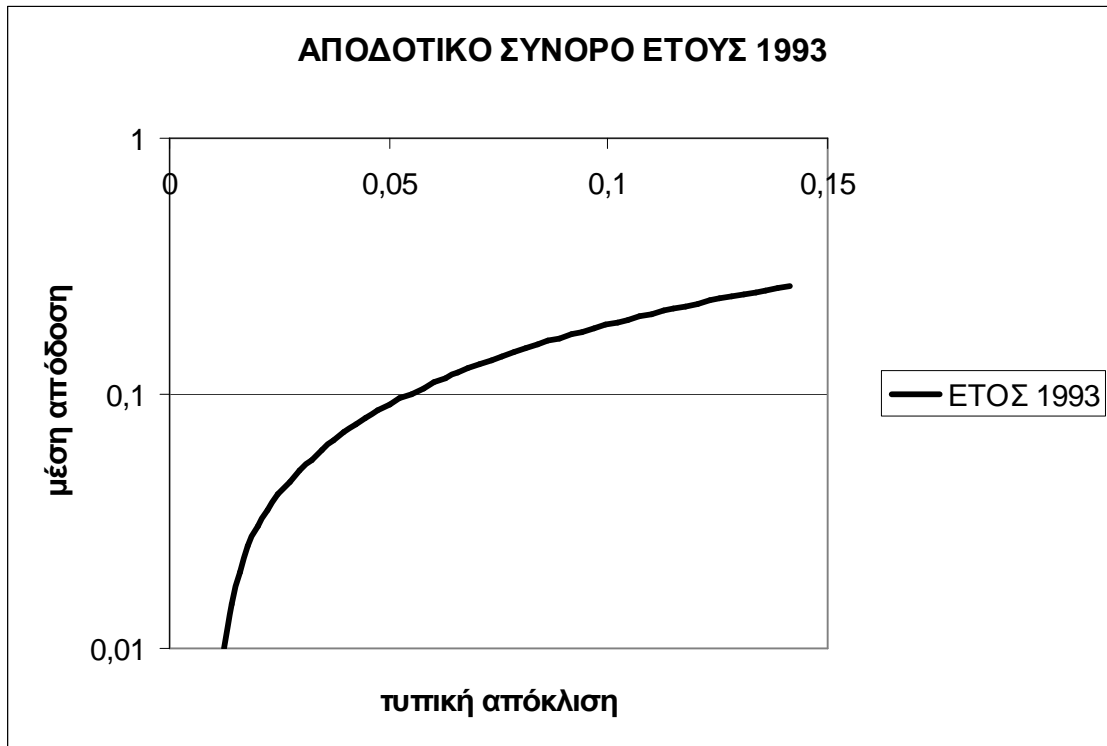


Ø ΕΤΟΣ 2003

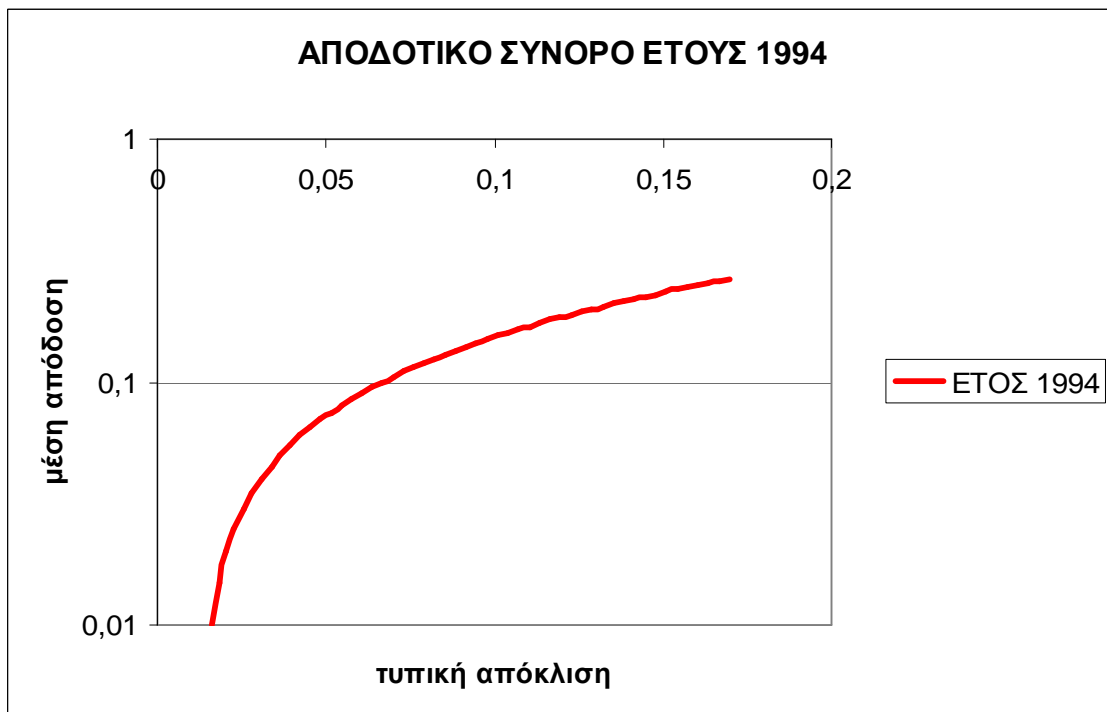


Γ) Δείγμα 31 μετοχών με μήτρα διακυμάνσεων V του [Markowitz](#)

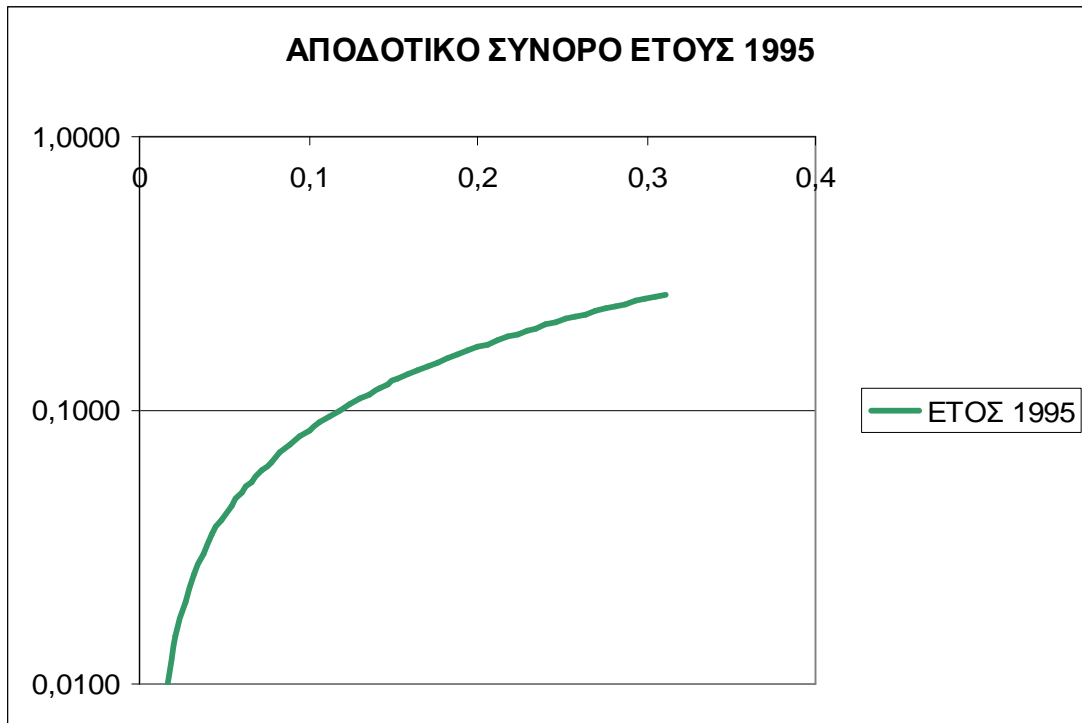
Ø ΕΤΟΣ 1993



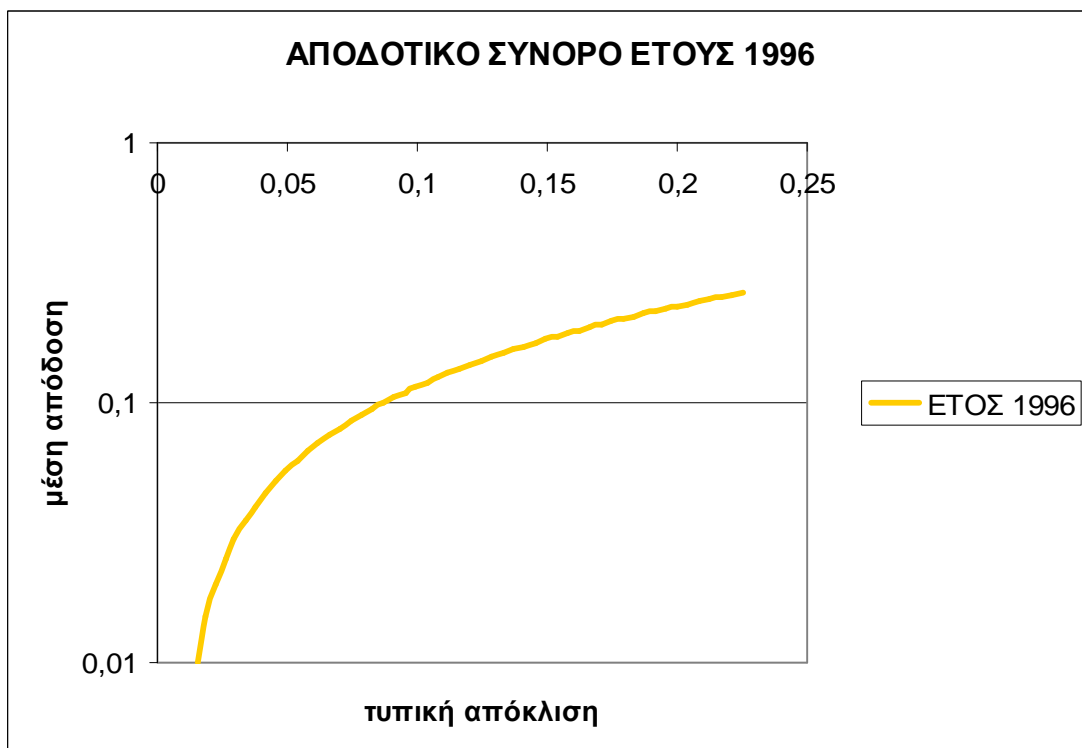
Ø ΕΤΟΣ 1994



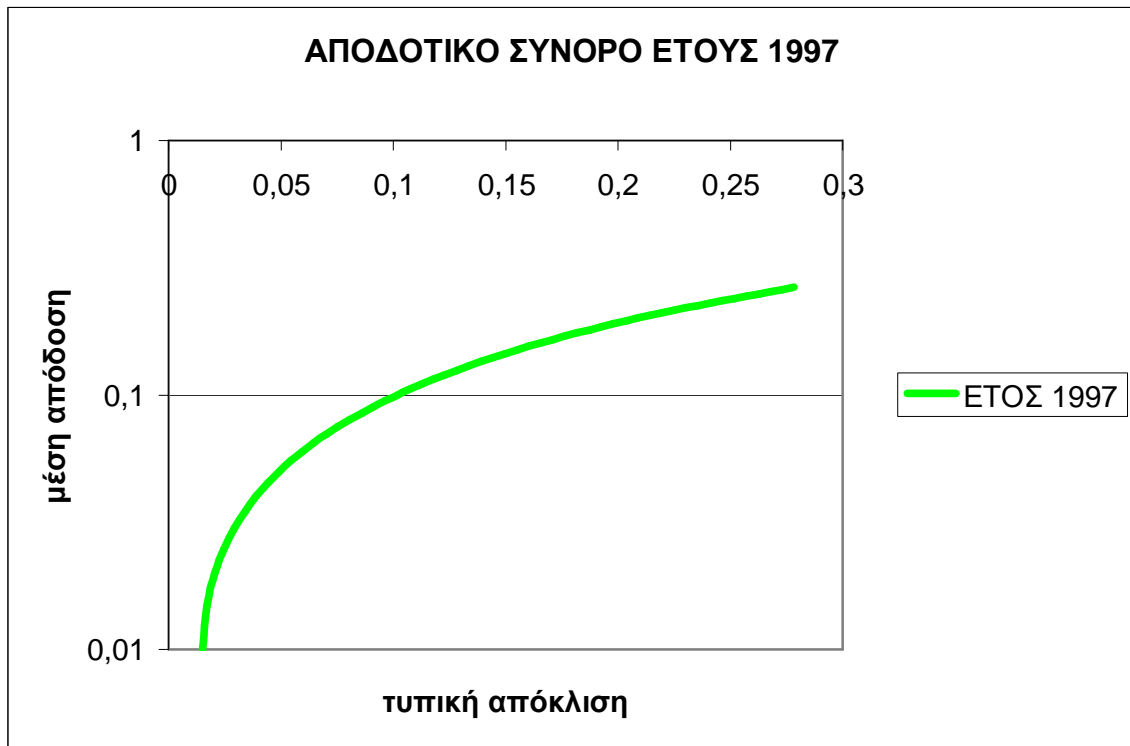
Ø ΕΤΟΣ 1995



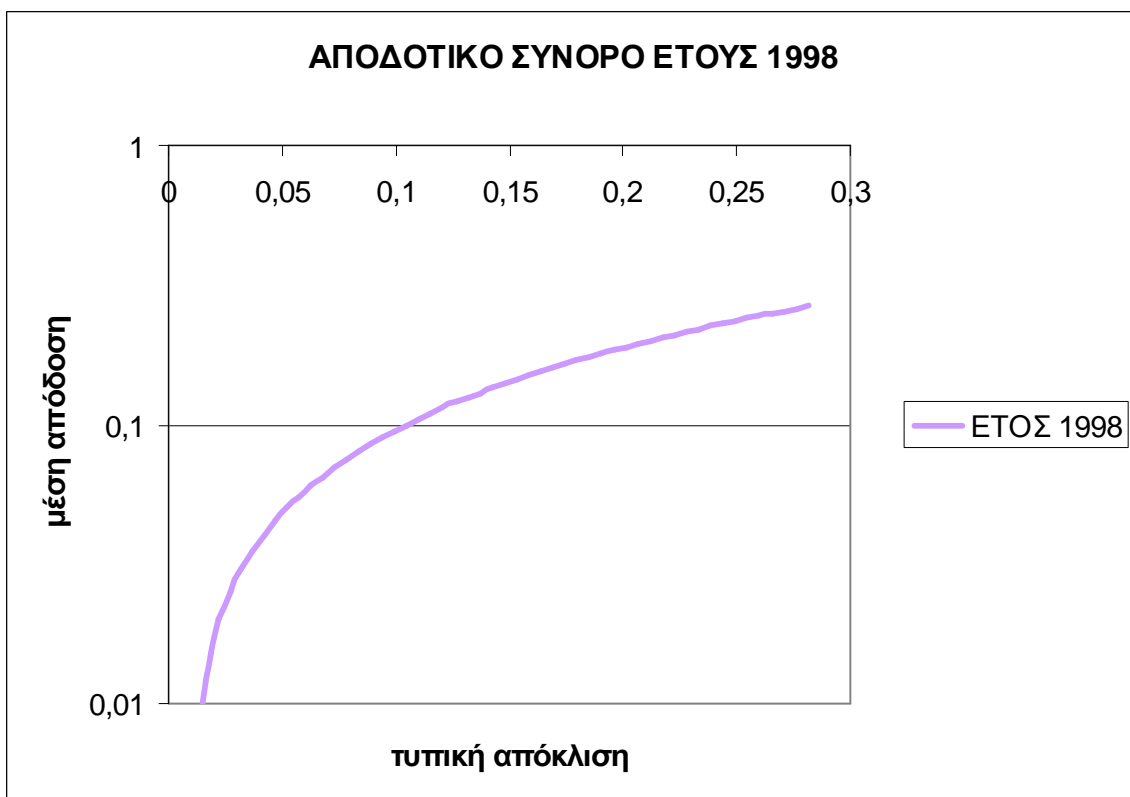
Ø ΕΤΟΣ 1996



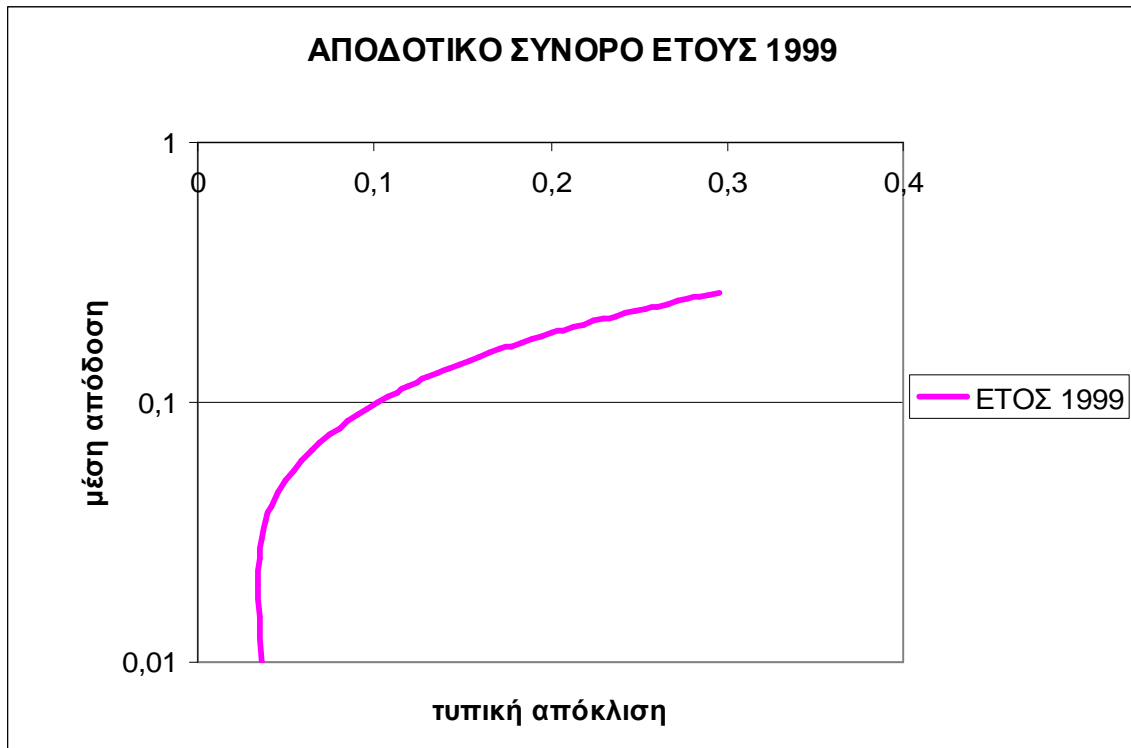
Ø ΕΤΟΣ 1997



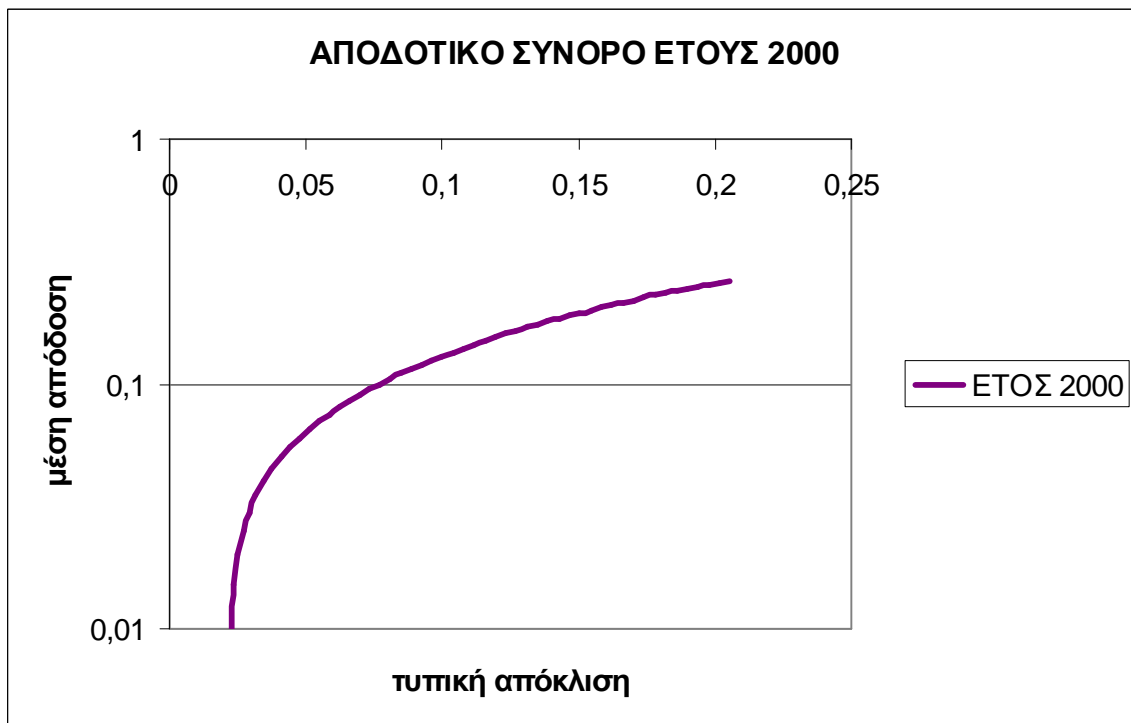
Ø ΕΤΟΣ 1998



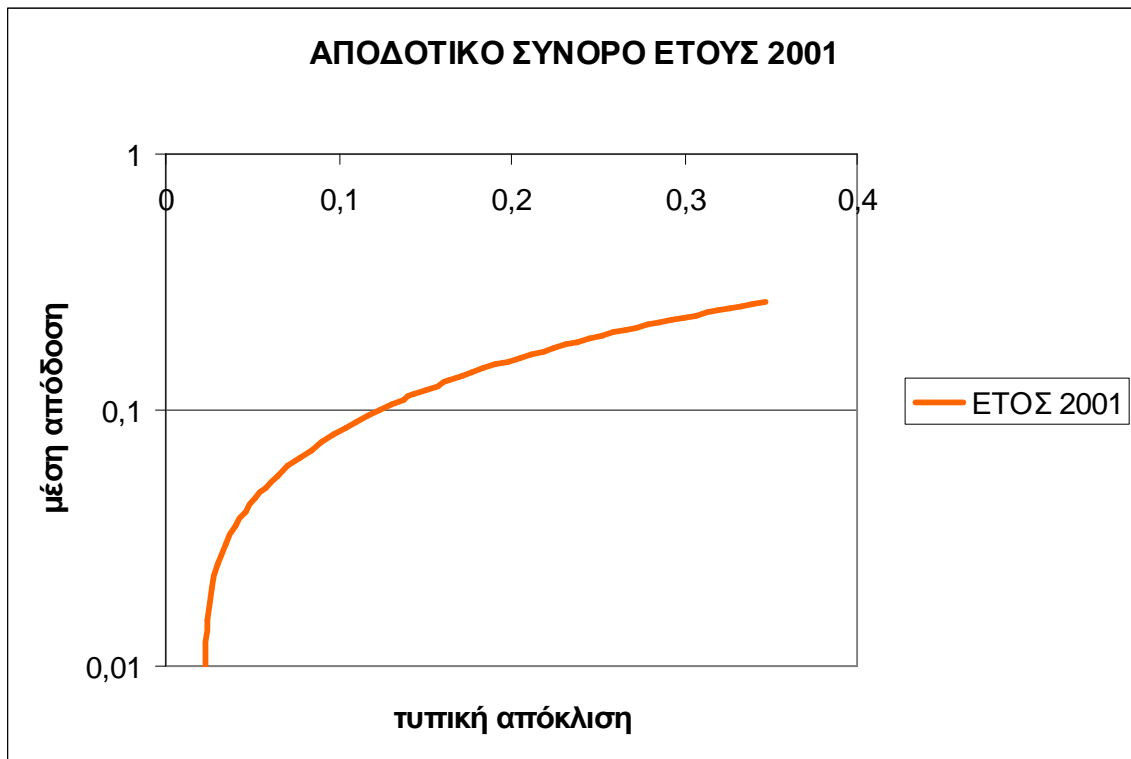
Ø ΕΤΟΣ 1999



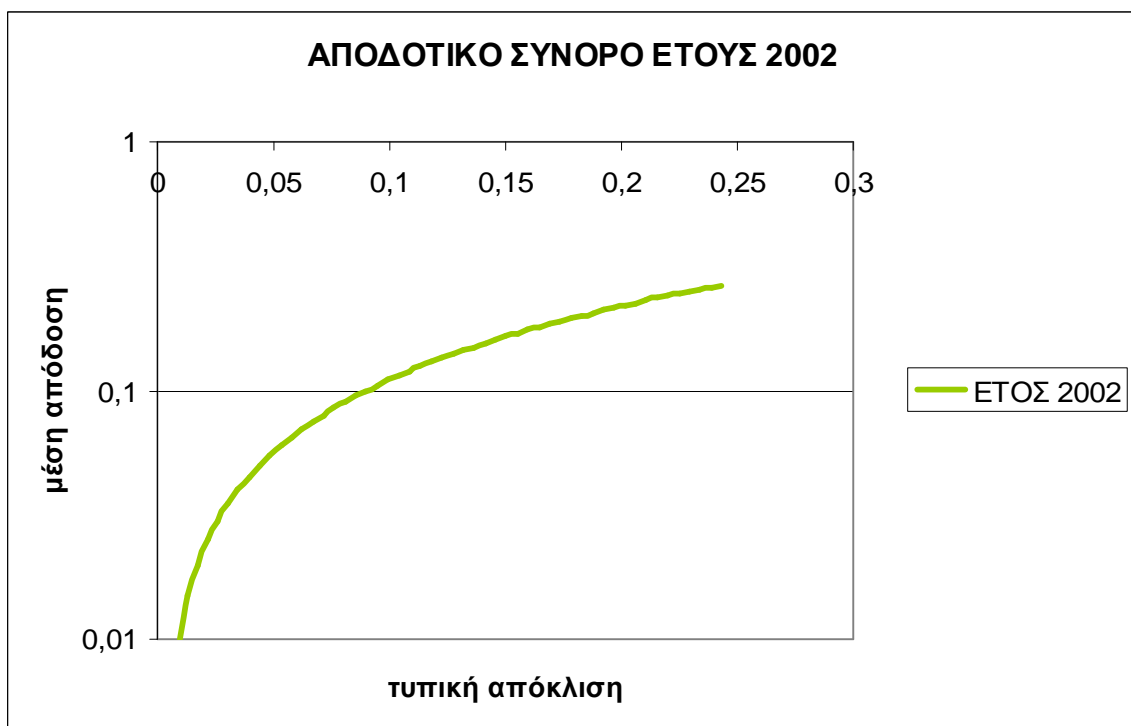
Ø ΕΤΟΣ 2000



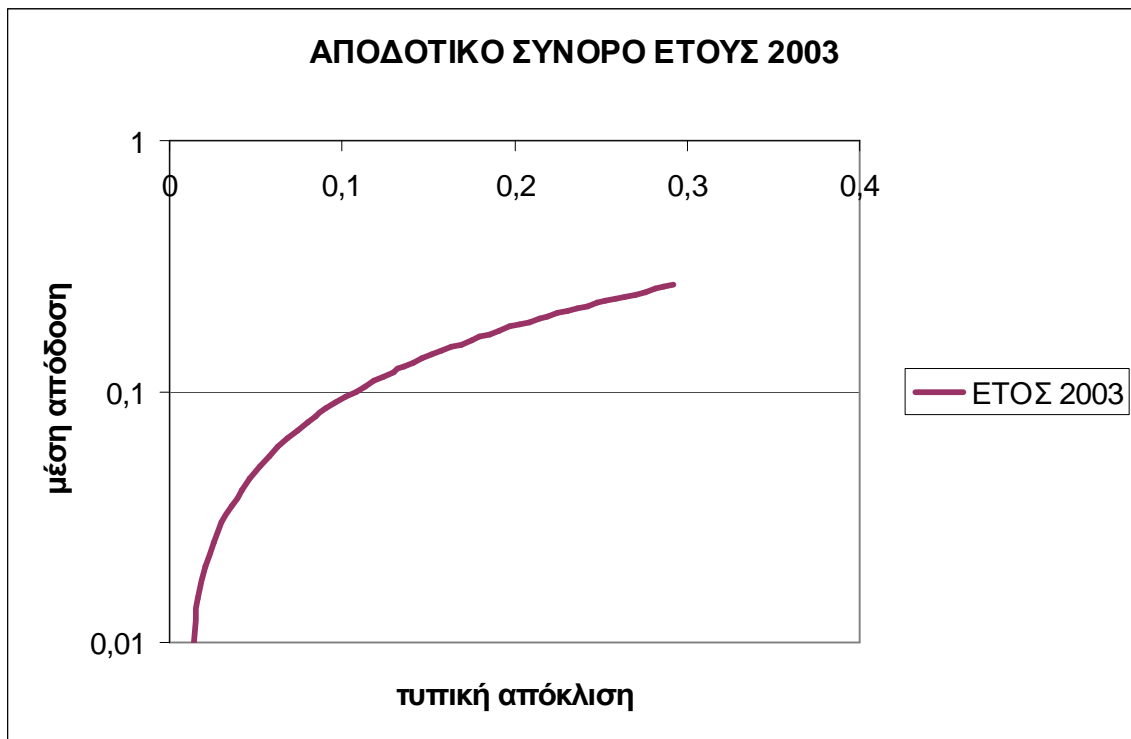
Ø ΕΤΟΣ 2001



Ø ΕΤΟΣ 2002

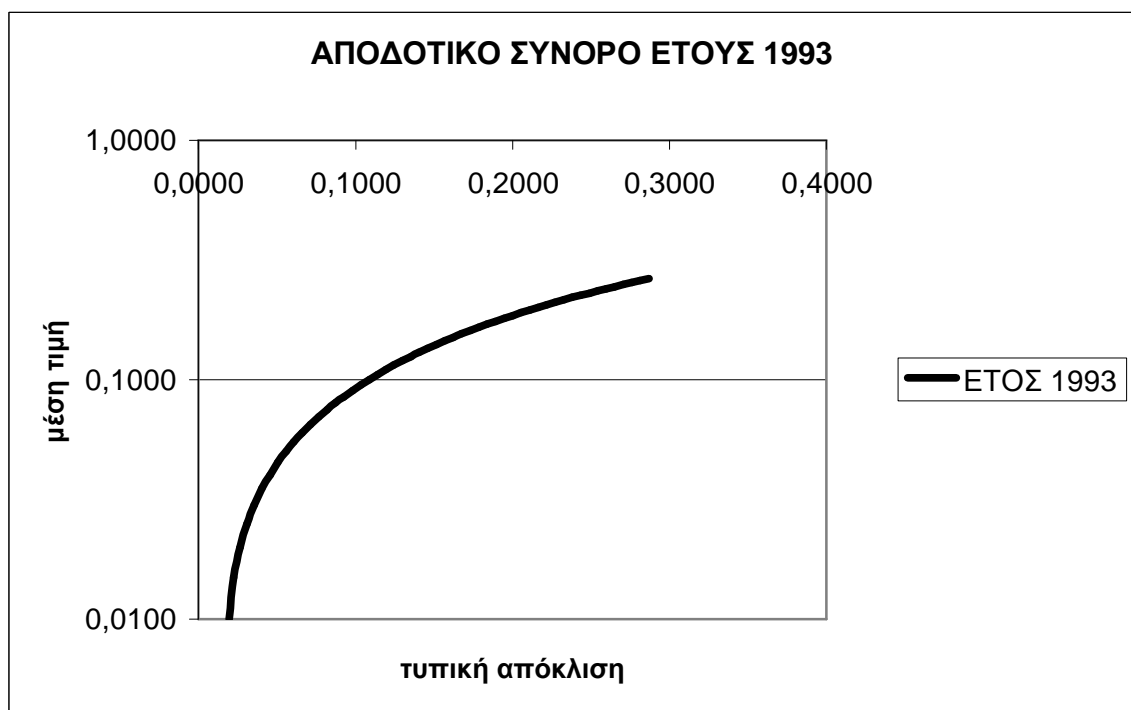


Ø ΕΤΟΣ 2003

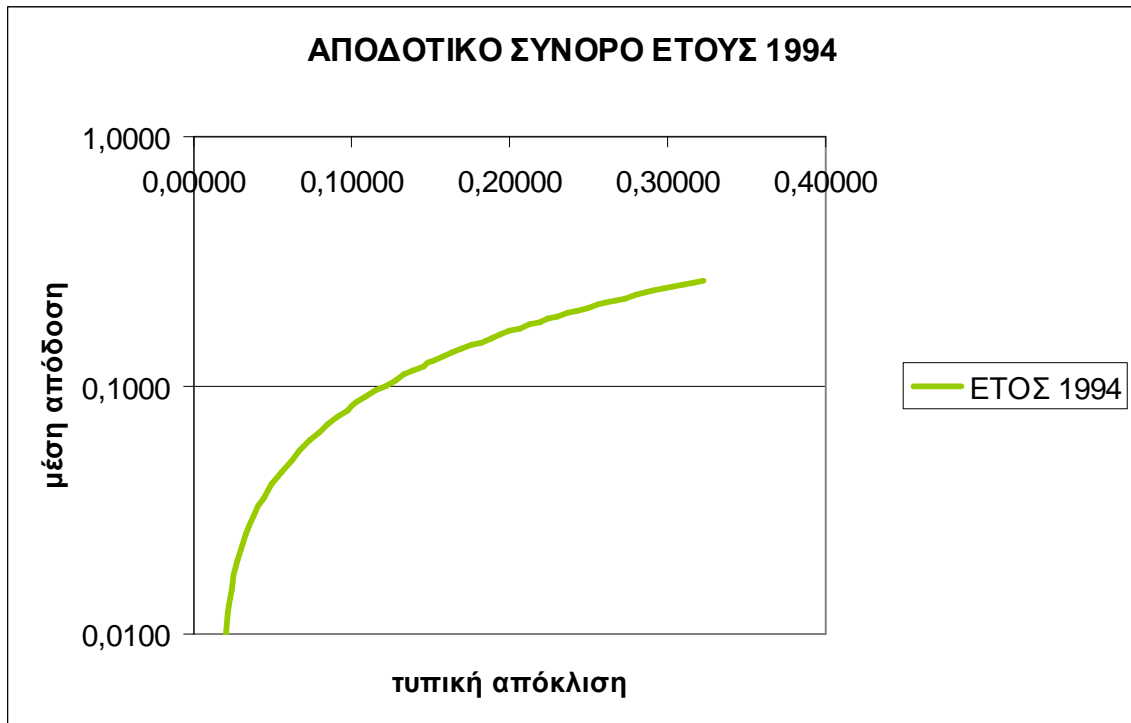


Δ) Δείγμα 31 μετοχών με μήτρα διακυμάνσεων V του Sharpe

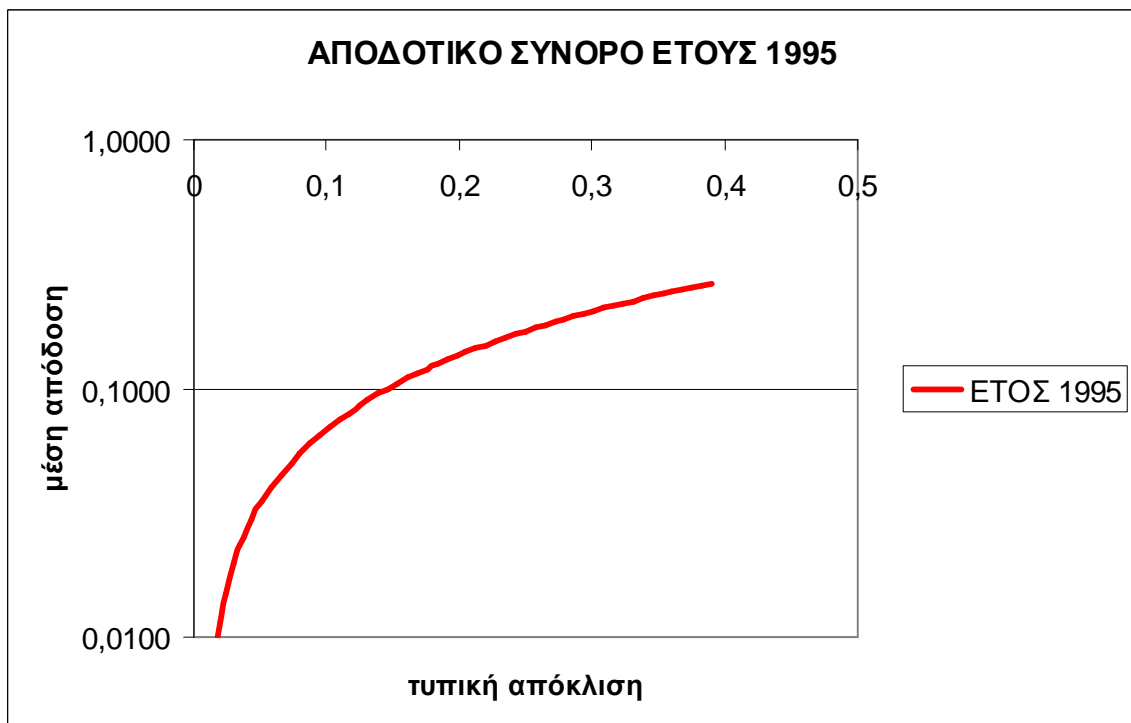
Ø ΕΤΟΣ 1993



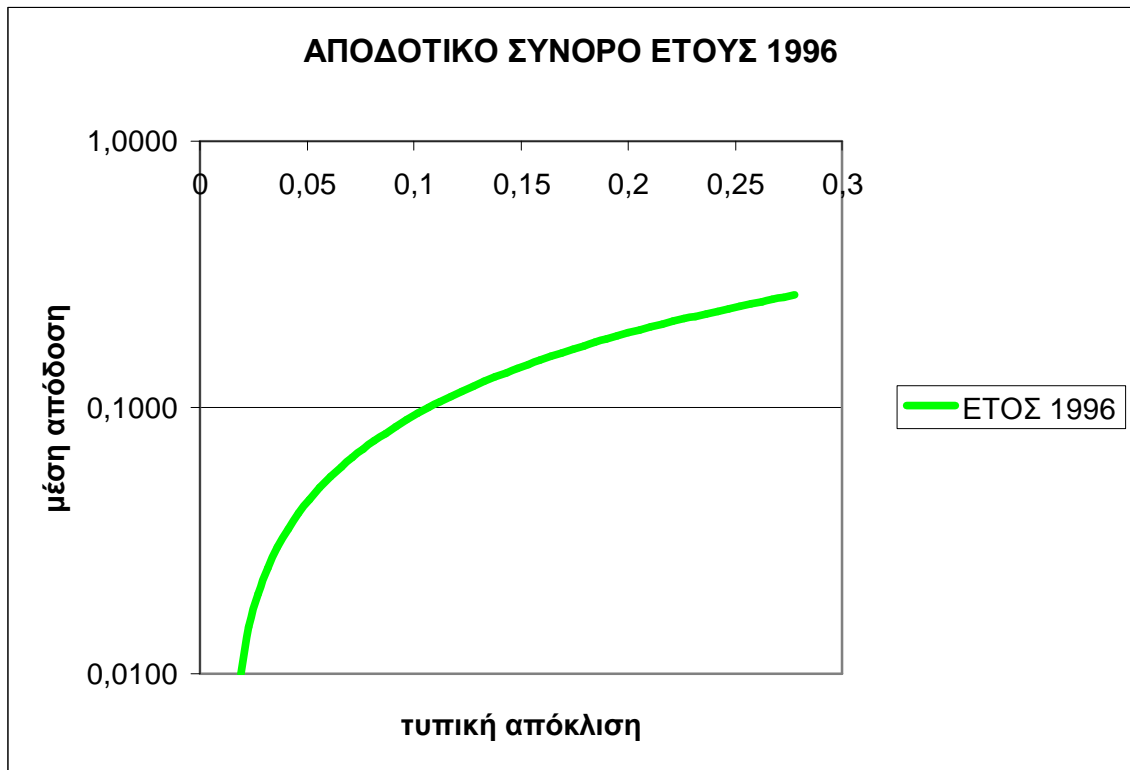
Ø ΕΤΟΣ 1994



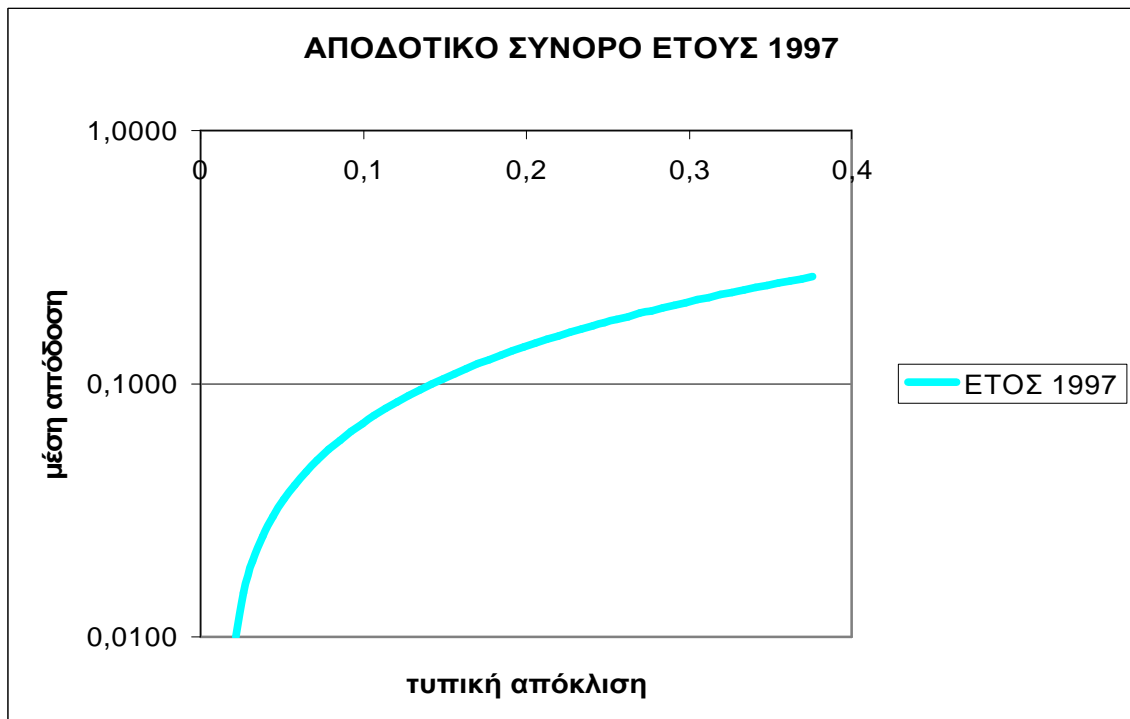
Ø ΕΤΟΣ 1995



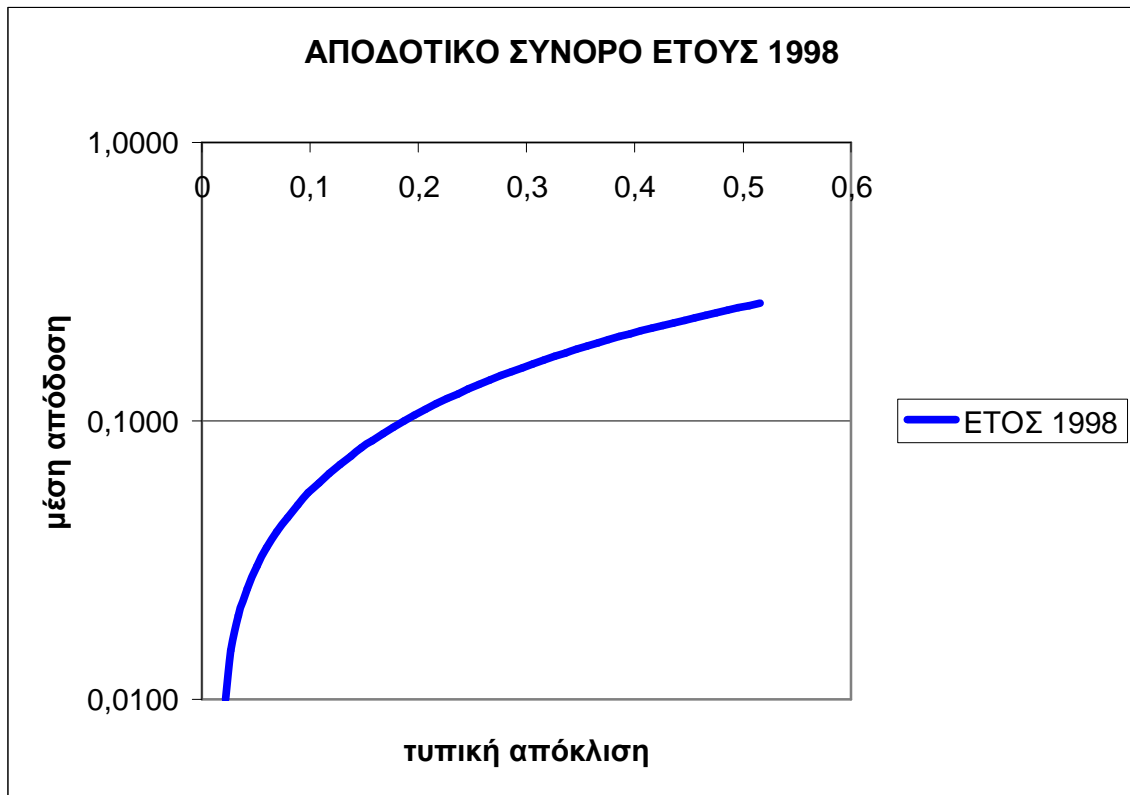
Ø ΕΤΟΣ 1996



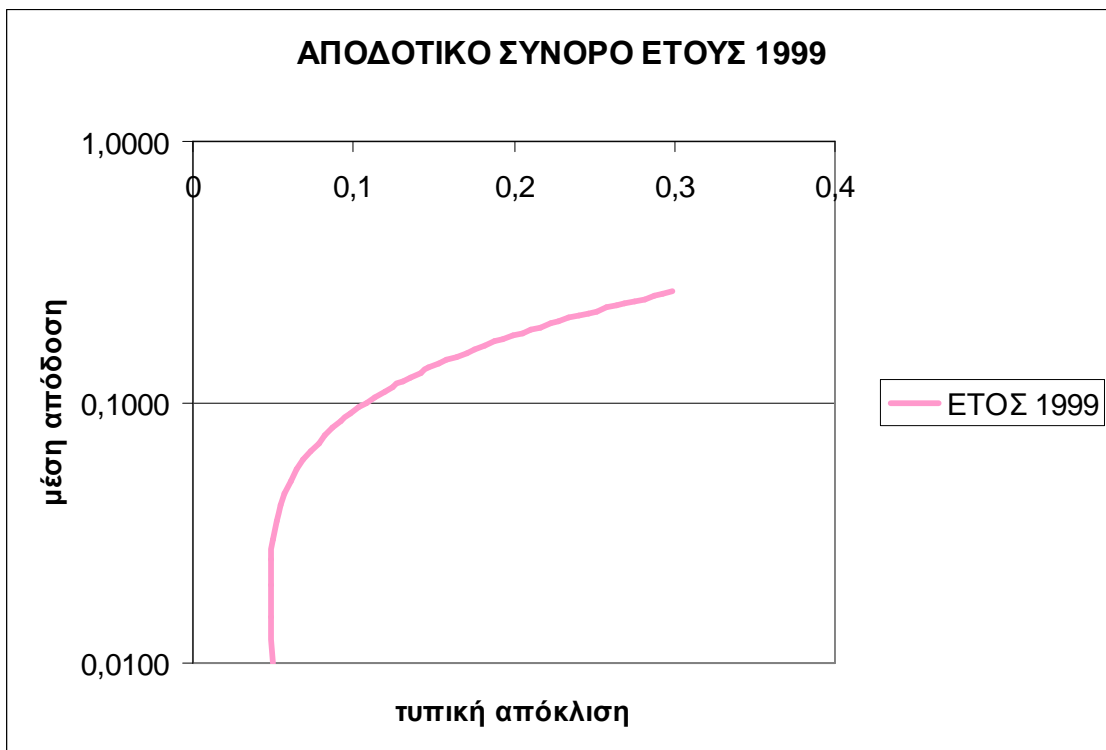
Ø ΕΤΟΣ 1997



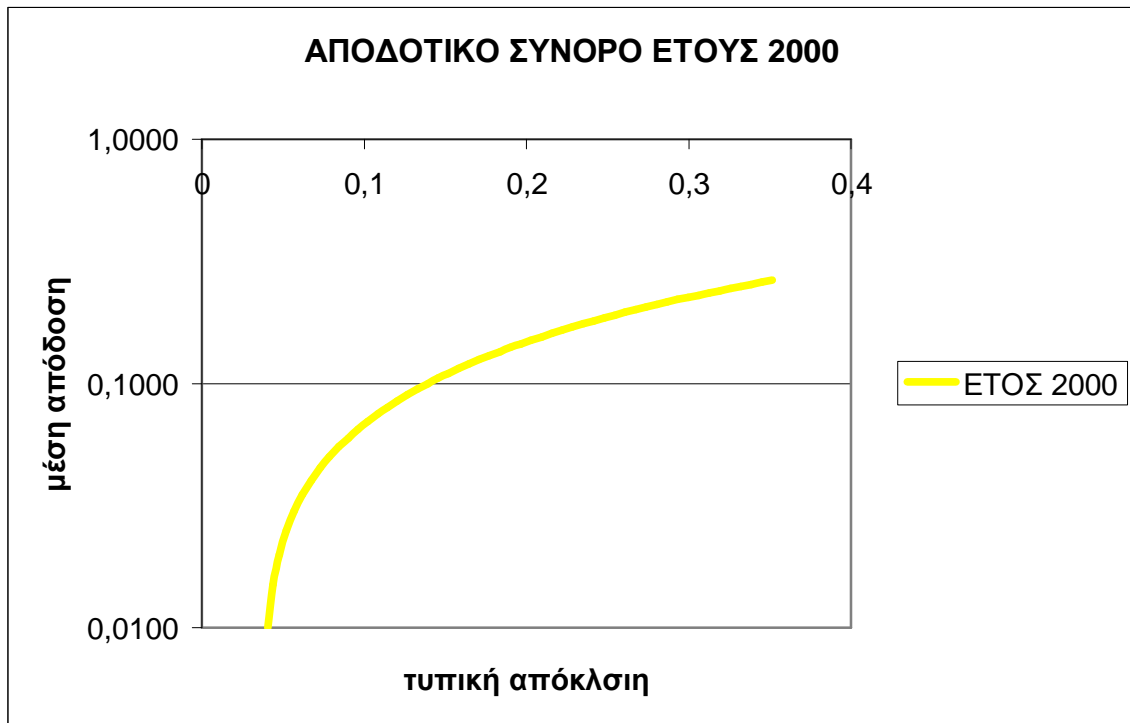
Ø ΕΤΟΣ 1998



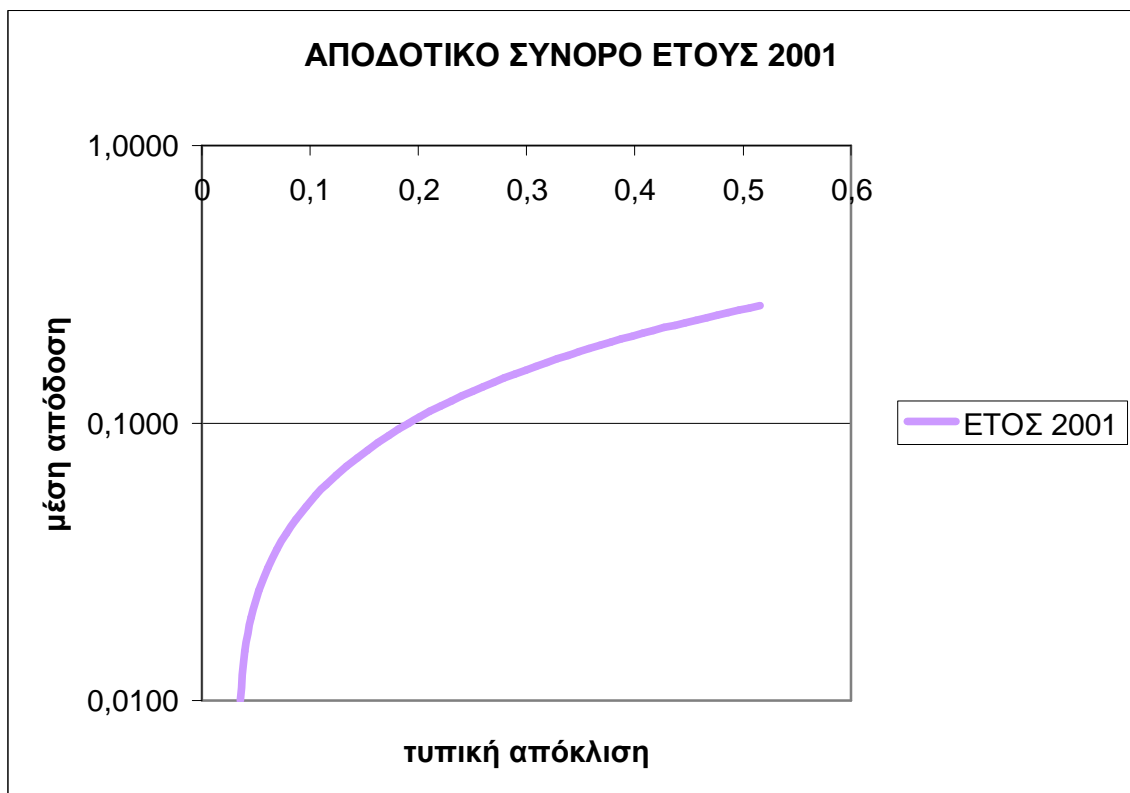
Ø ΕΤΟΣ 1999



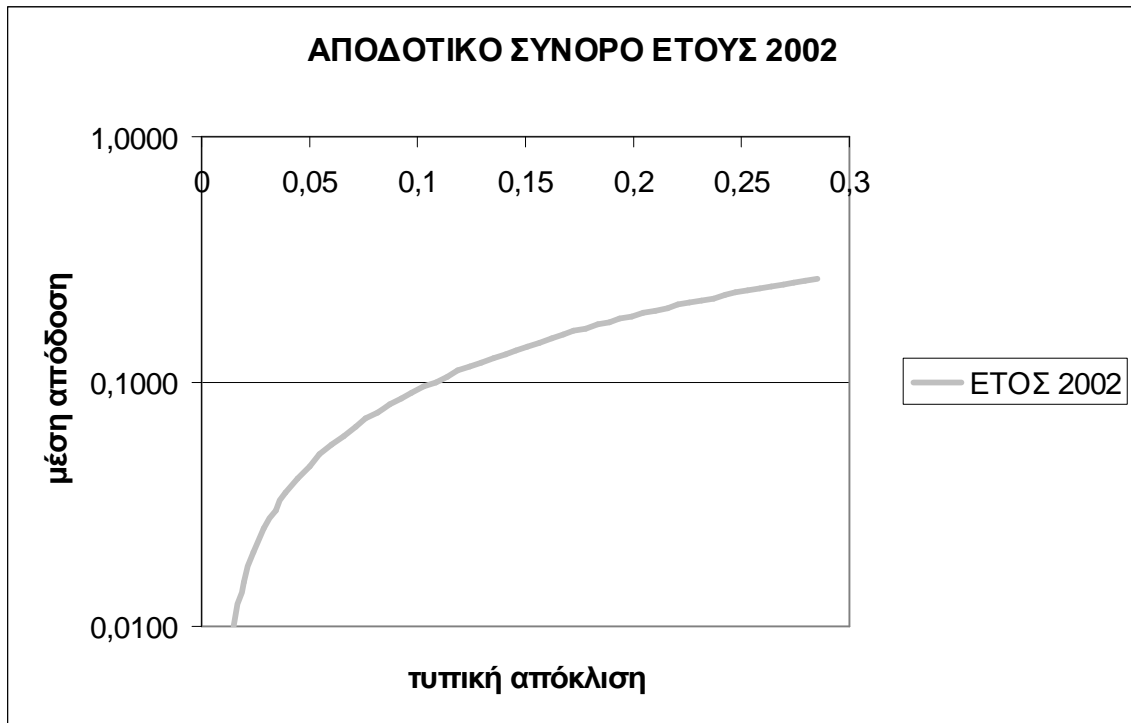
Ø ΕΤΟΣ 2000



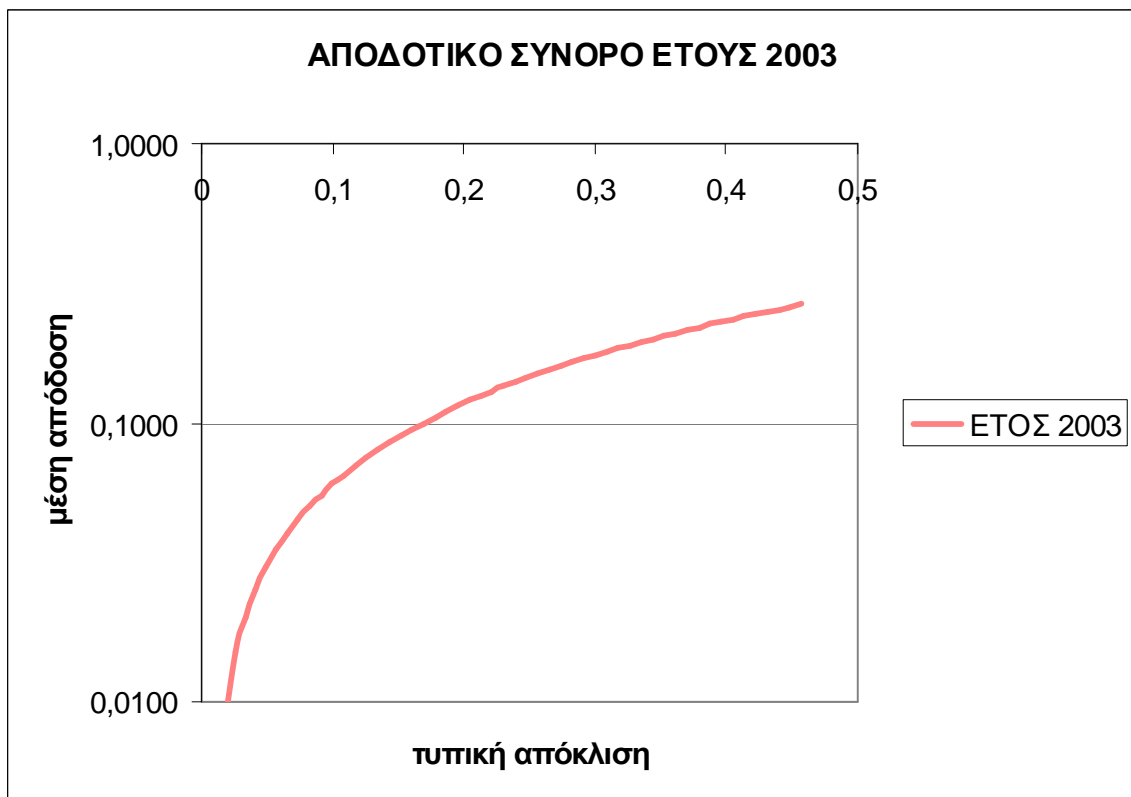
Ø ΕΤΟΣ 2001



Ø ΕΤΟΣ 2002



Ø ΕΤΟΣ 2003



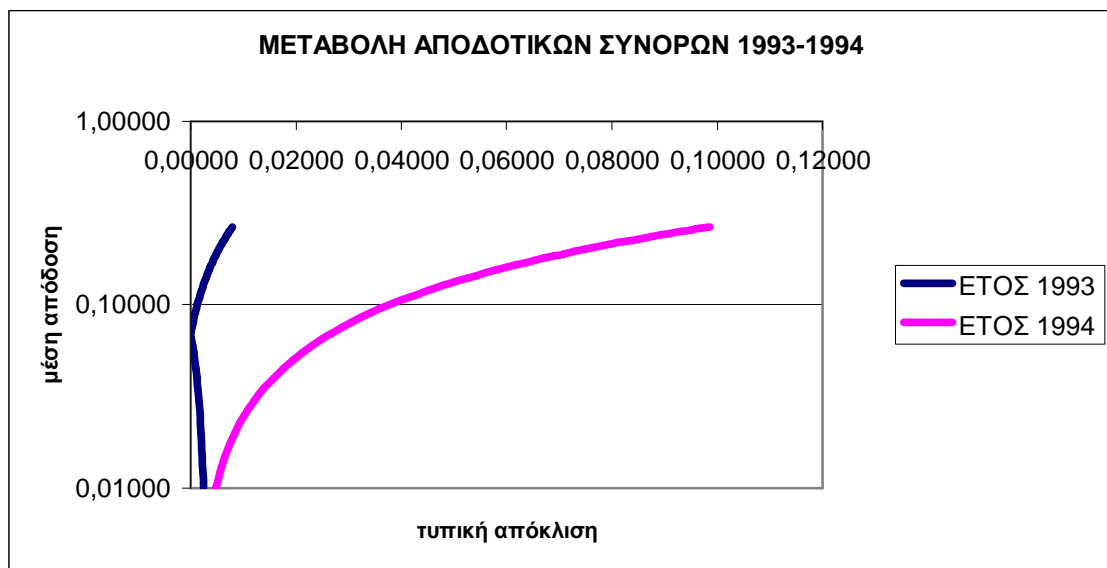
ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΑΠΟΔΟΤΙΚΩΝ ΣΥΝΟΡΩΝ ΜΕΤΟΧΩΝ ΑΝΑ ΔΥΟ ΕΤΗ

Παρακάτω γίνεται η *σύγκριση των αποδοτικών συνόρων* ανά δυο έτη.

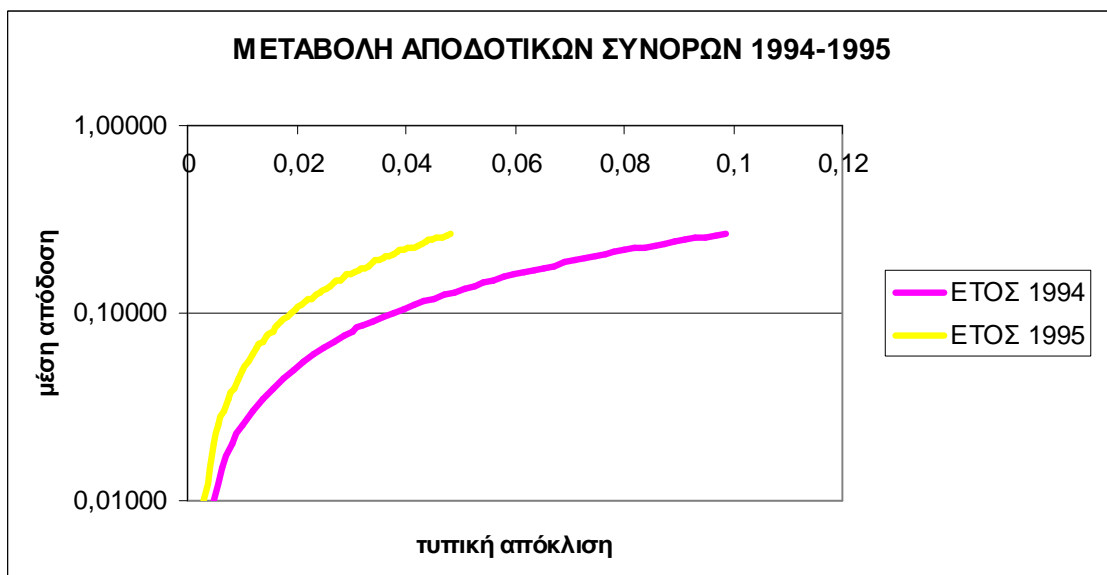
Η σύγκριση γίνεται και για τα τέσσερα διαφορετικά δείγματα, δηλαδή μεταξύ των αποδοτικών συνόρων που προέρχονται από την επεξεργασία του δείγματος των **52 μετοχών**, χρησιμοποιώντας ως μήτρα διακυμάνσεων συνδιακυμάνσεων στην πρώτη περίπτωση του **Markowitz** και στην δεύτερη του **Sharpe**. Στη συνέχεια γίνεται η σύγκριση των αποδοτικών συνόρων που προέρχονται από το δείγμα των **31 μετοχών** χρησιμοποιώντας ως μήτρες συνδιακυμάνσεων αρχικά του **Markowitz** και ύστερα του **Sharpe**.

A) Δείγμα 52 μετοχών με μήτρα διακυμάνσεων V του Markowitz

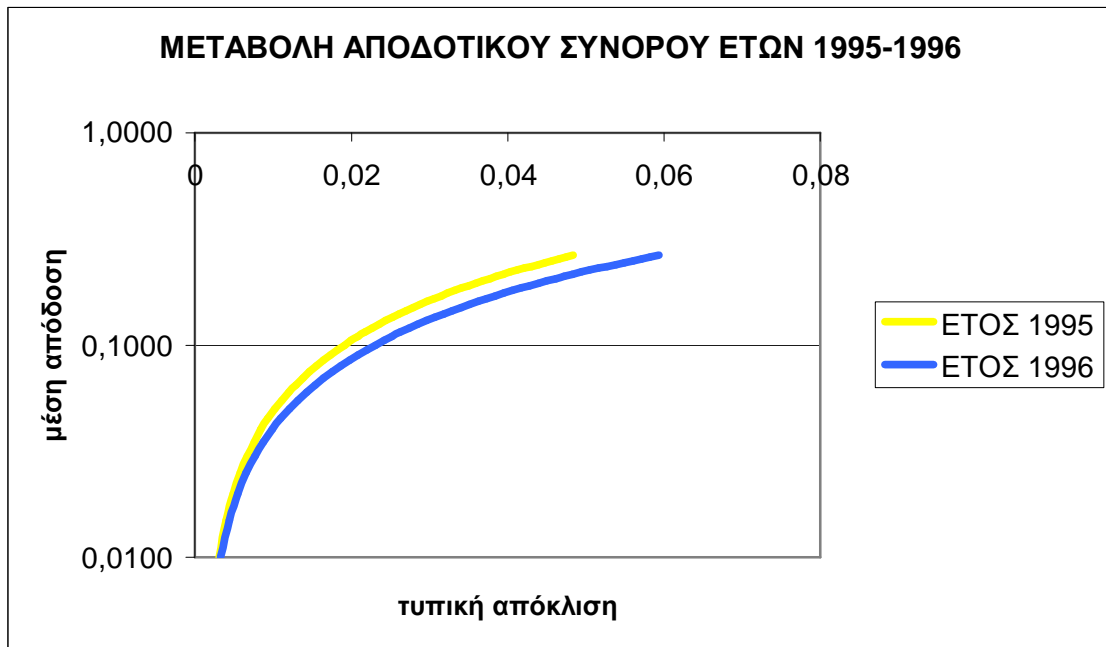
Ø ΕΤΗ 1993-1994



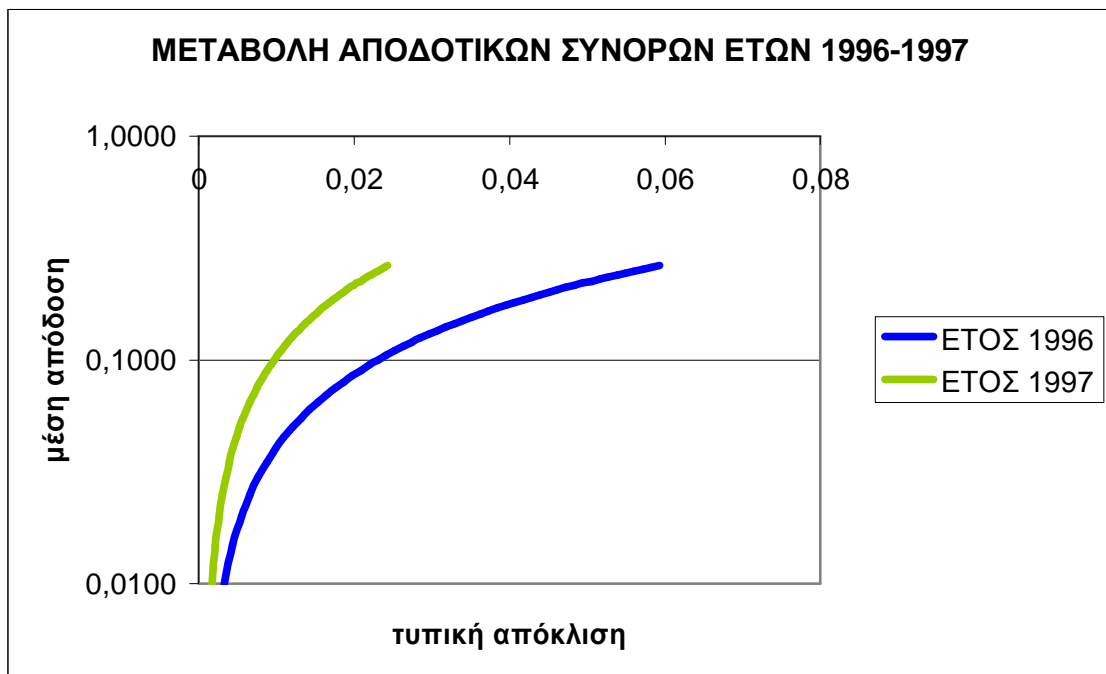
Ø ΕΤΗ 1994-1995



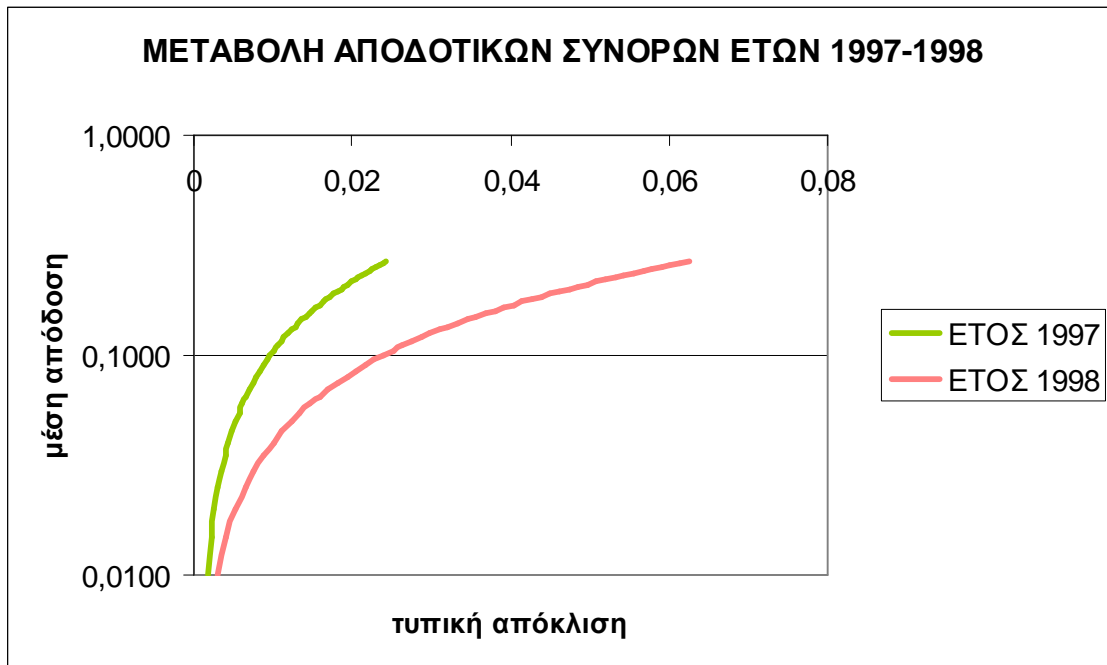
Ø ΕΤΗ 1995-1996



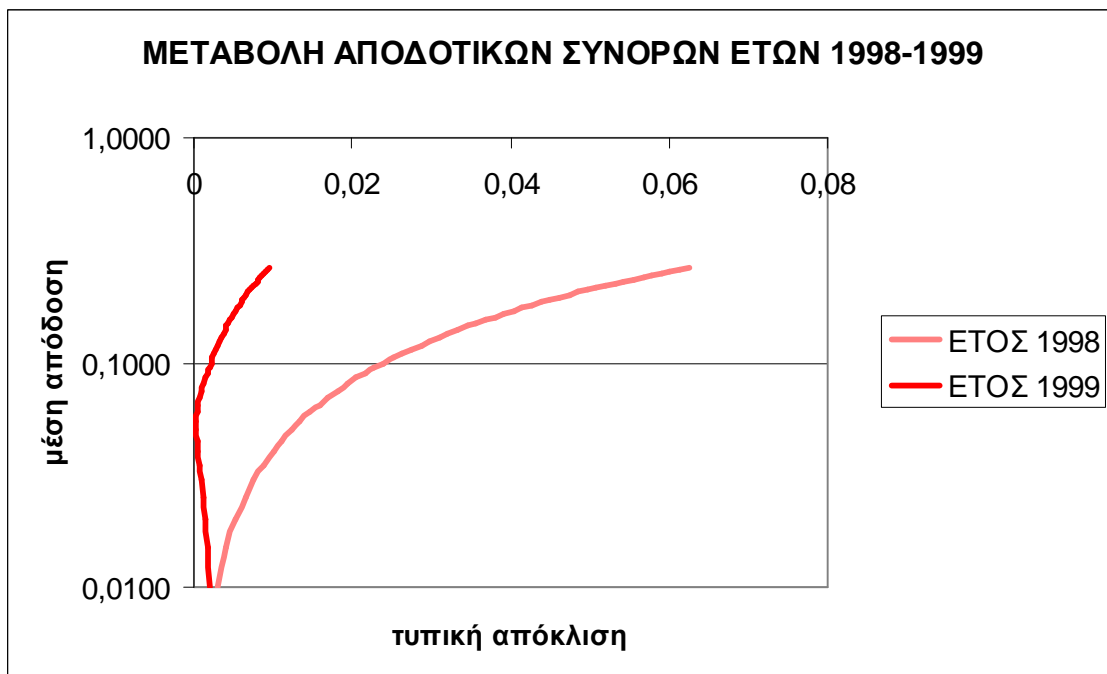
Ø ΕΤΗ 1996-1997



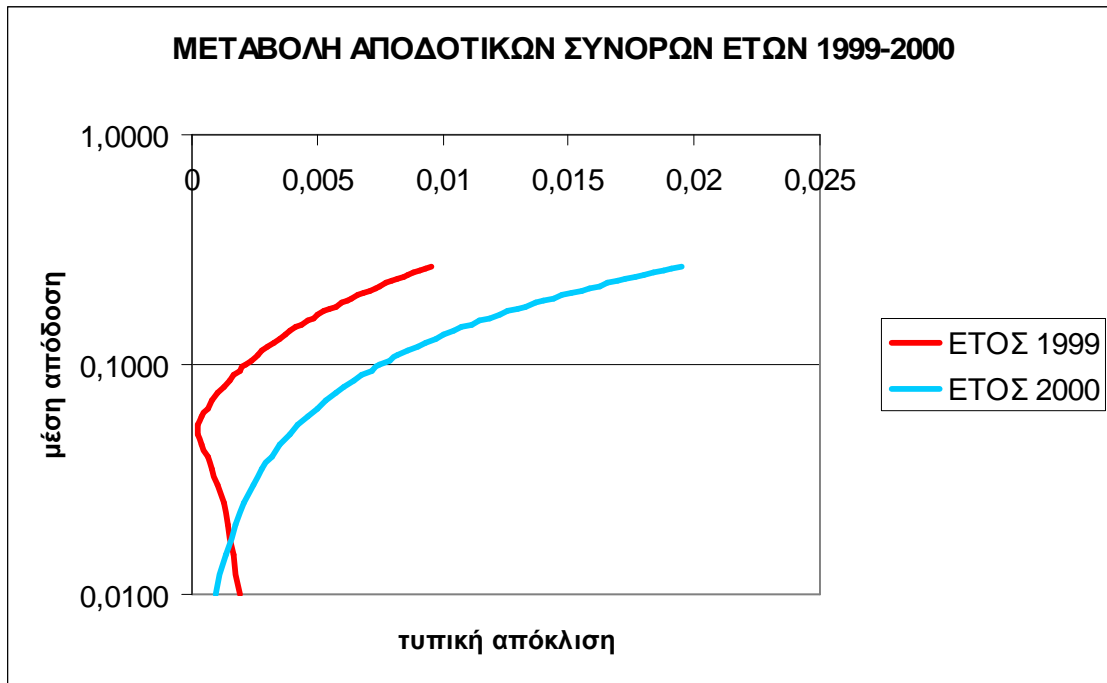
Ø ΕΤΗ 1997-1998



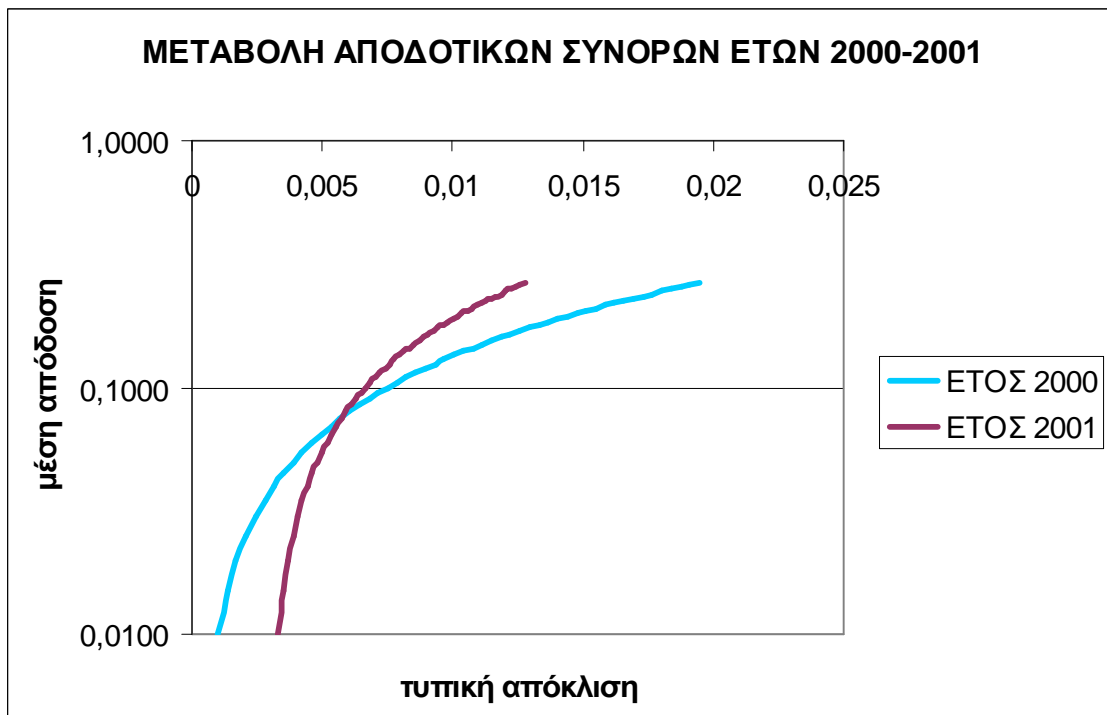
Ø ΕΤΗ 1998-1999



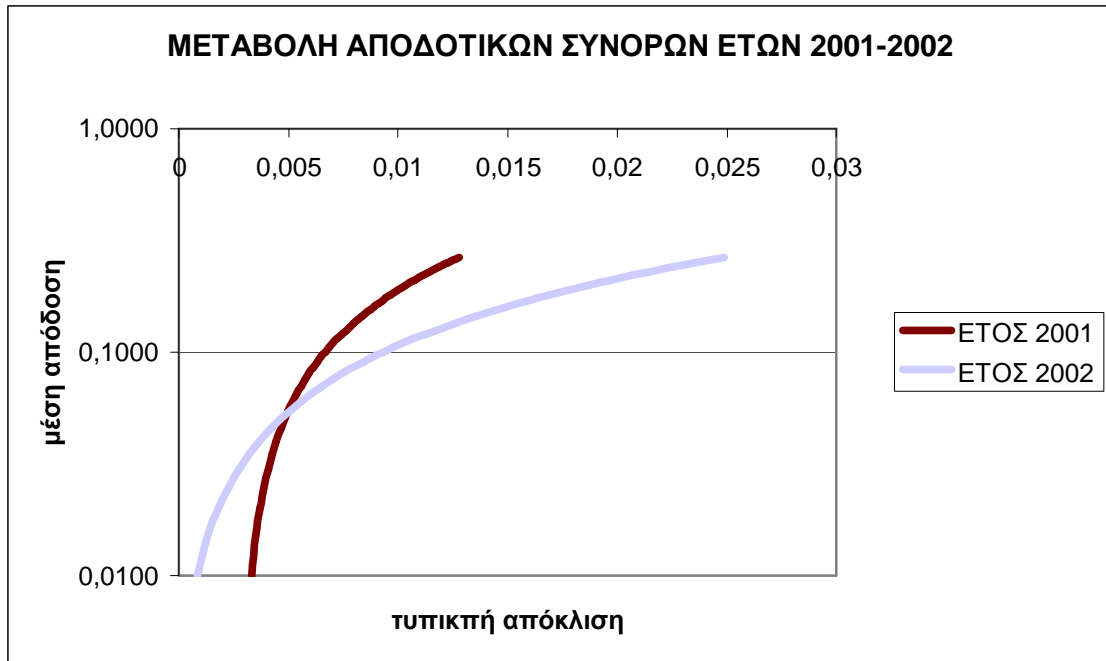
Ø ΕΤΗ 1999-2000



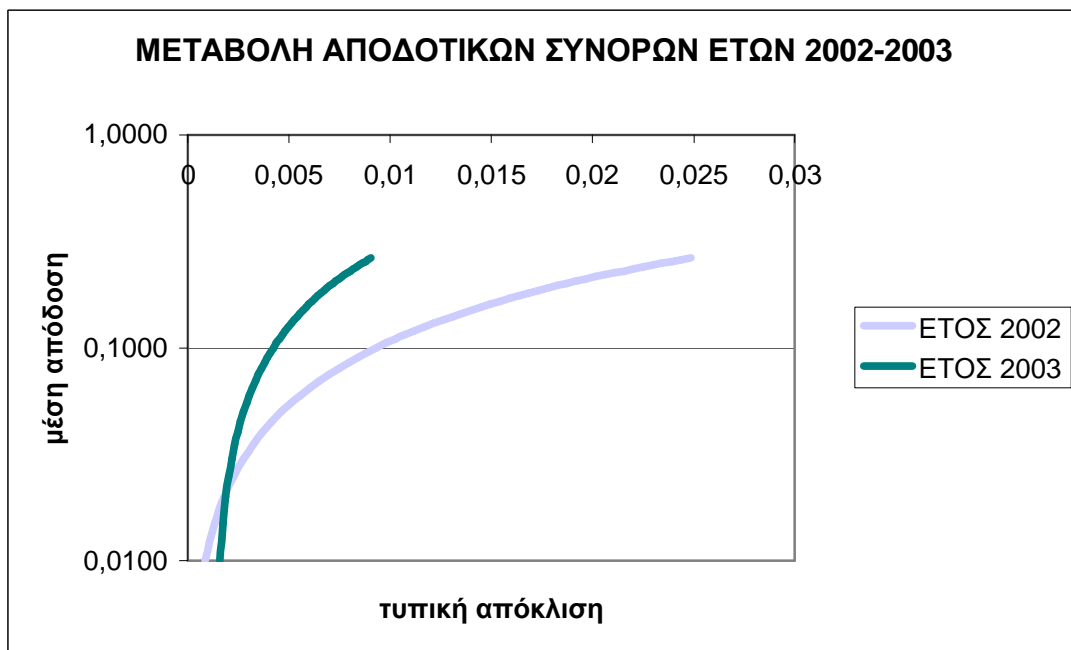
Ø ΕΤΗ 2000-2001



Ø ΕΤΗ 2001-2002

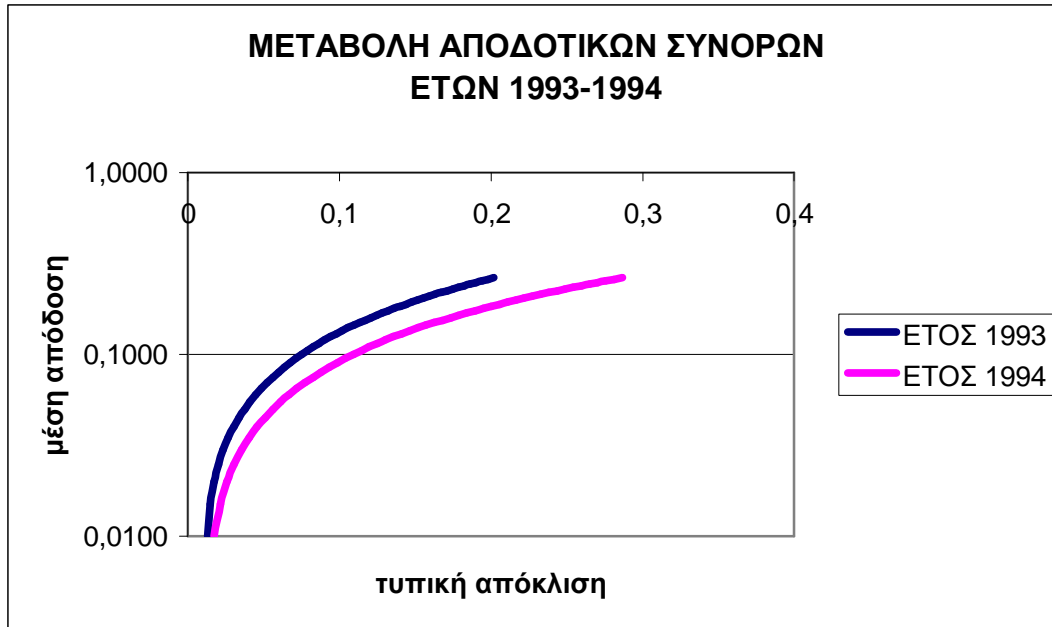


Ø ΕΤΗ 2002-2003

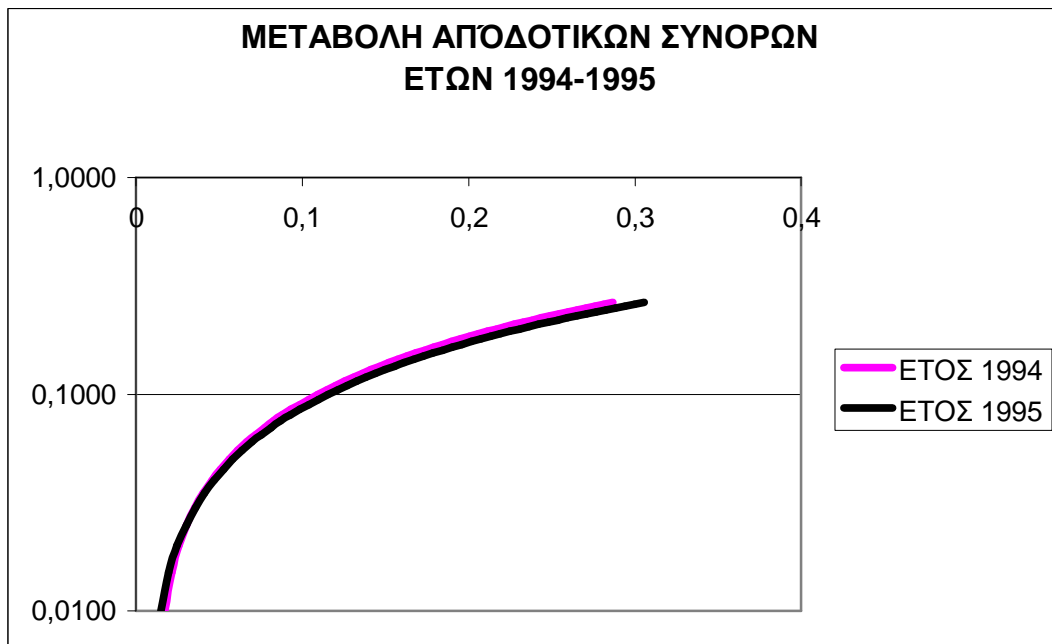


B) Δείγμα 52 μετοχών με μήτρα διακυμάνσεων V του Sharpe

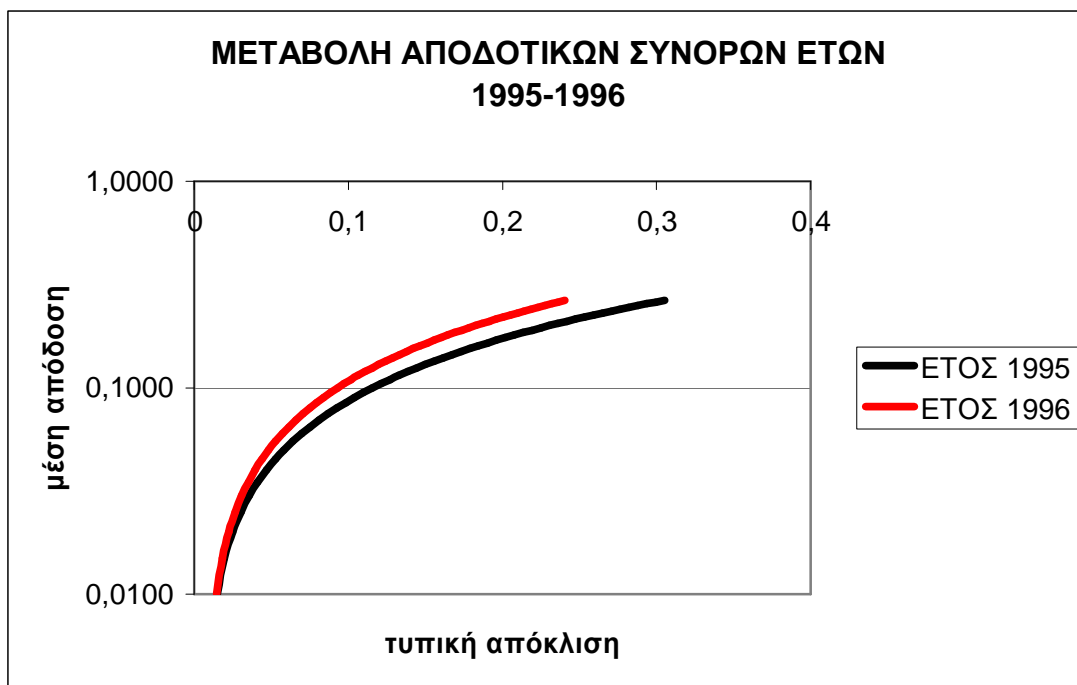
Ø ΕΤΗ 1993-1994



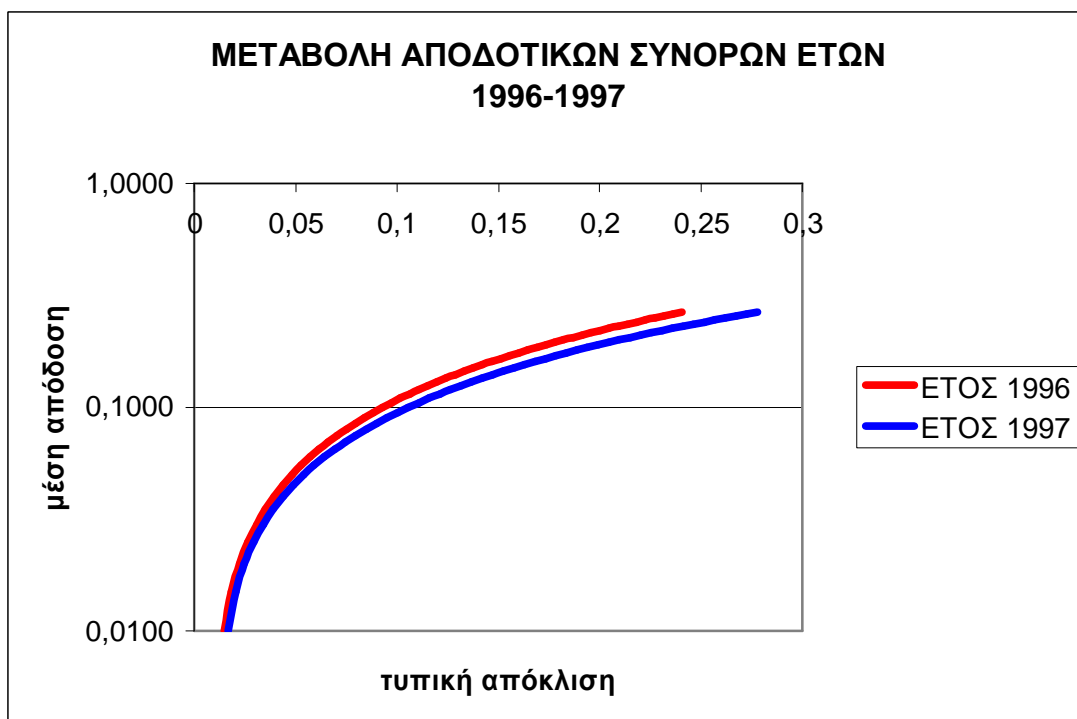
Ø ΕΤΗ 1994-1995



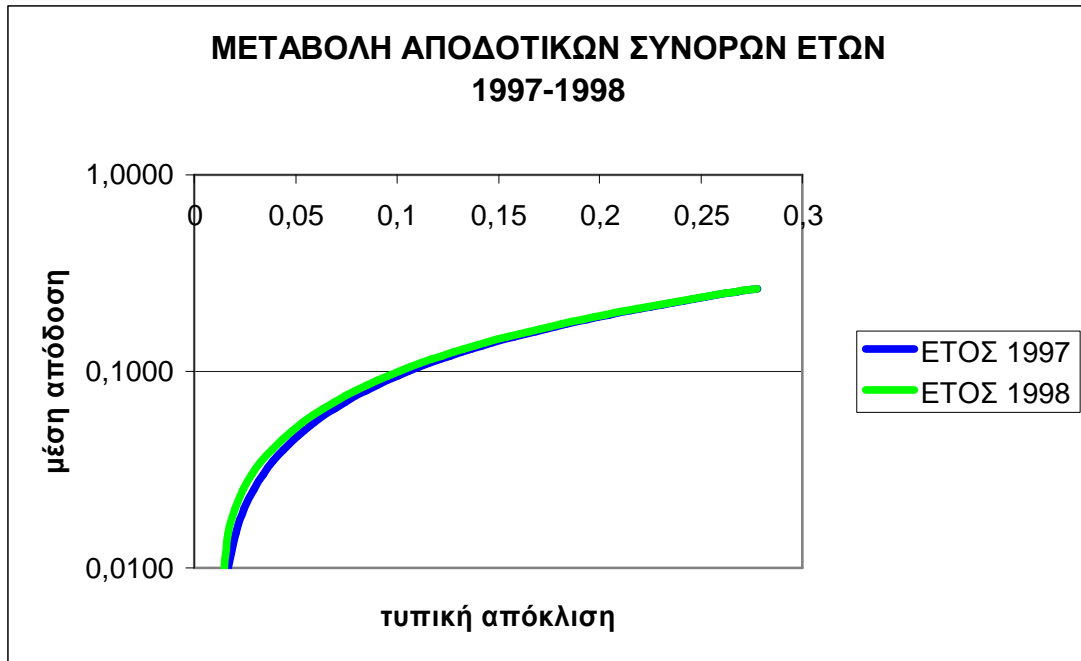
Ø ΕΤΗ 1995-1996



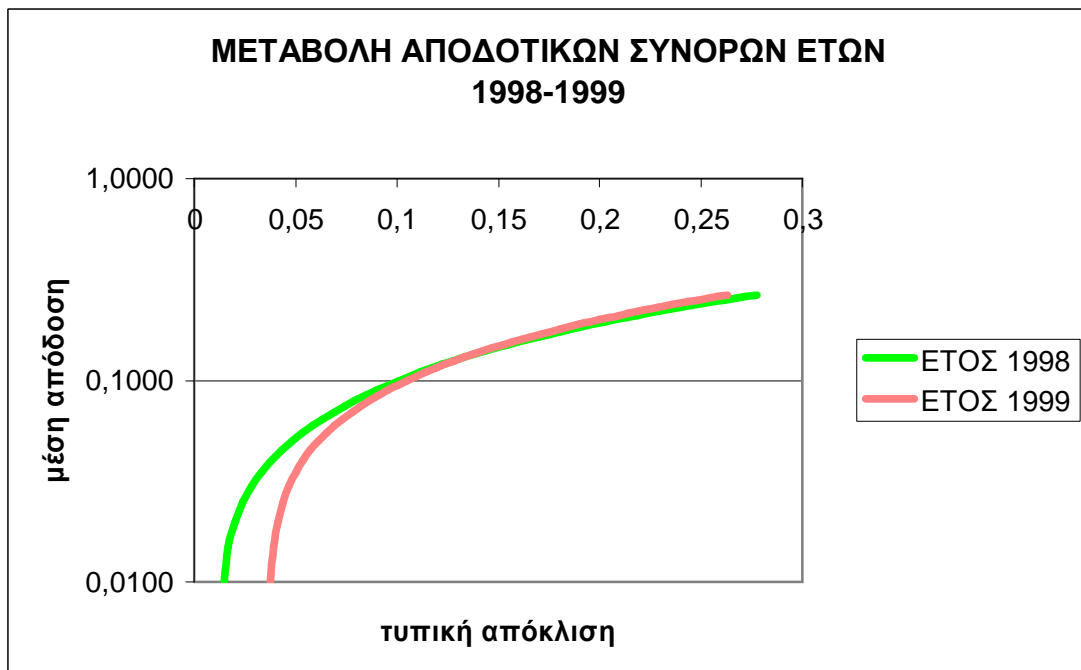
Ø ΕΤΗ 1996-1997



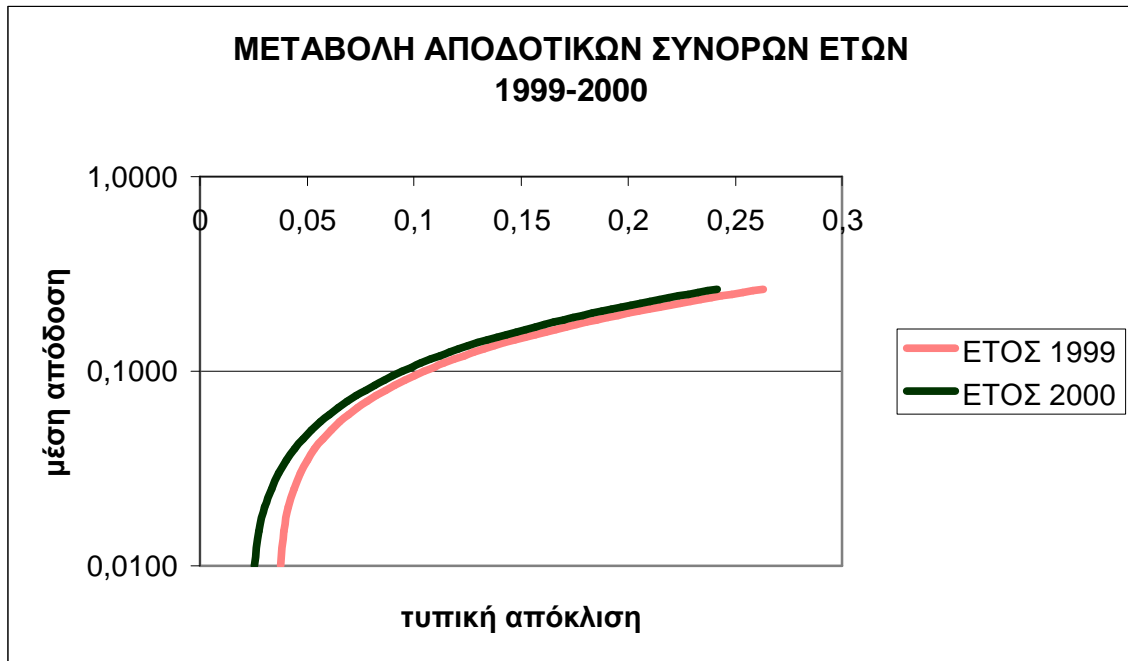
Ø ΕΤΗ 1997-1998



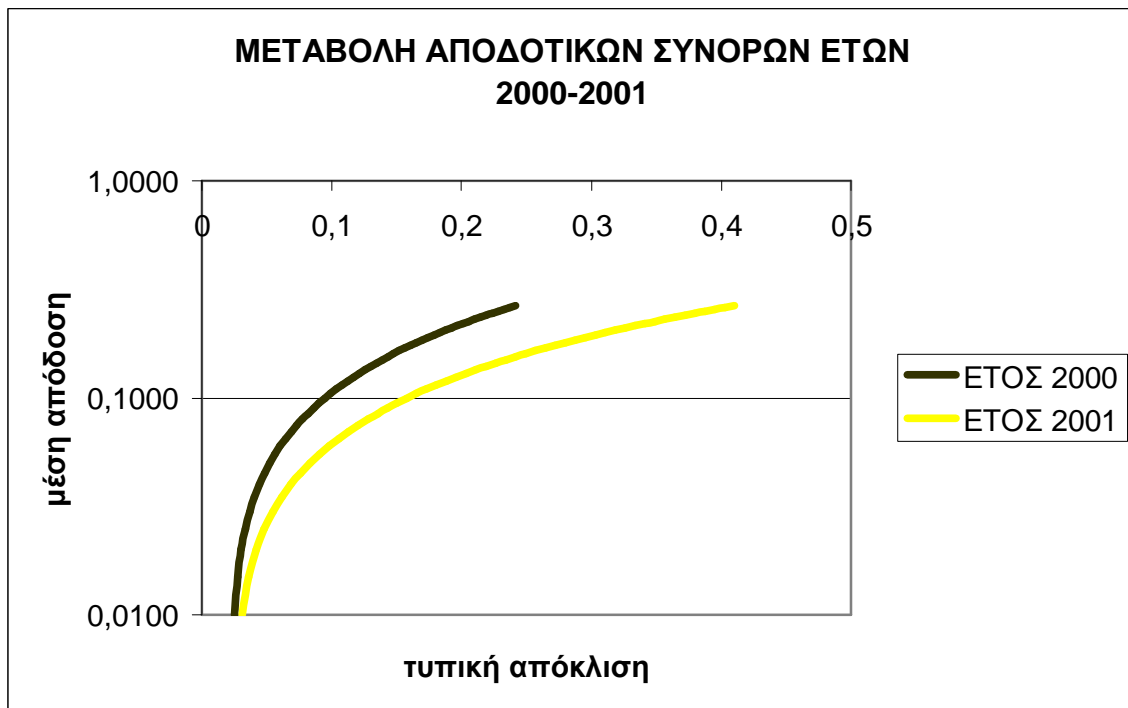
Ø ΕΤΗ 1998-1999



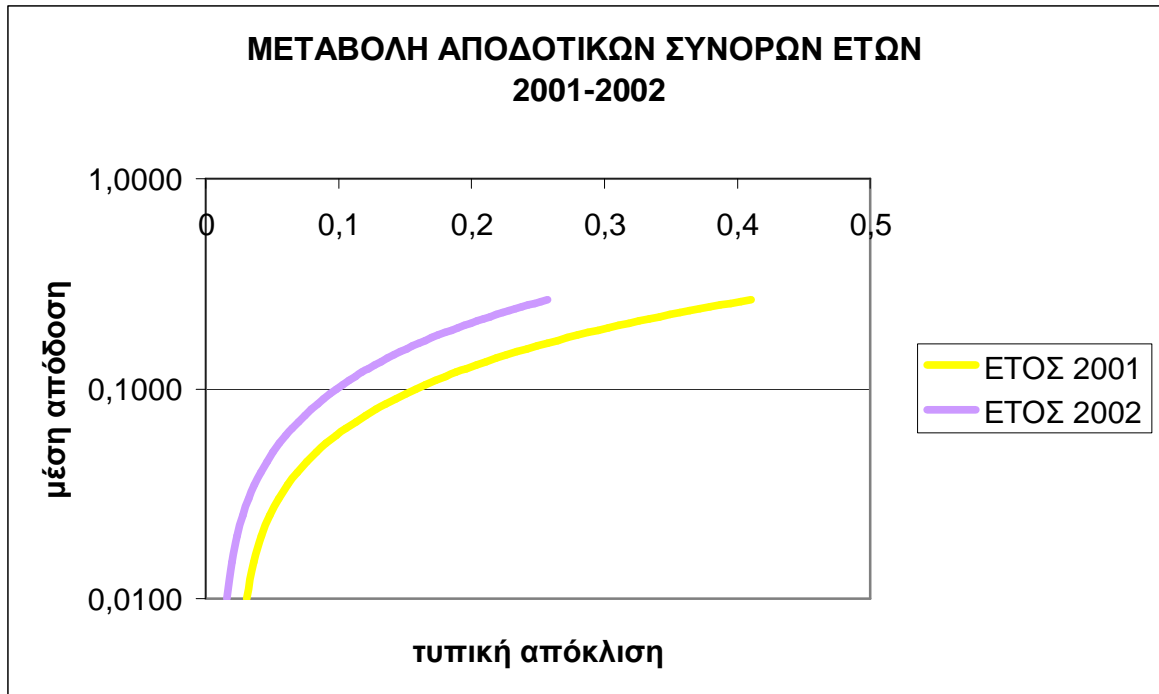
Ø ΕΤΗ 1999-2000



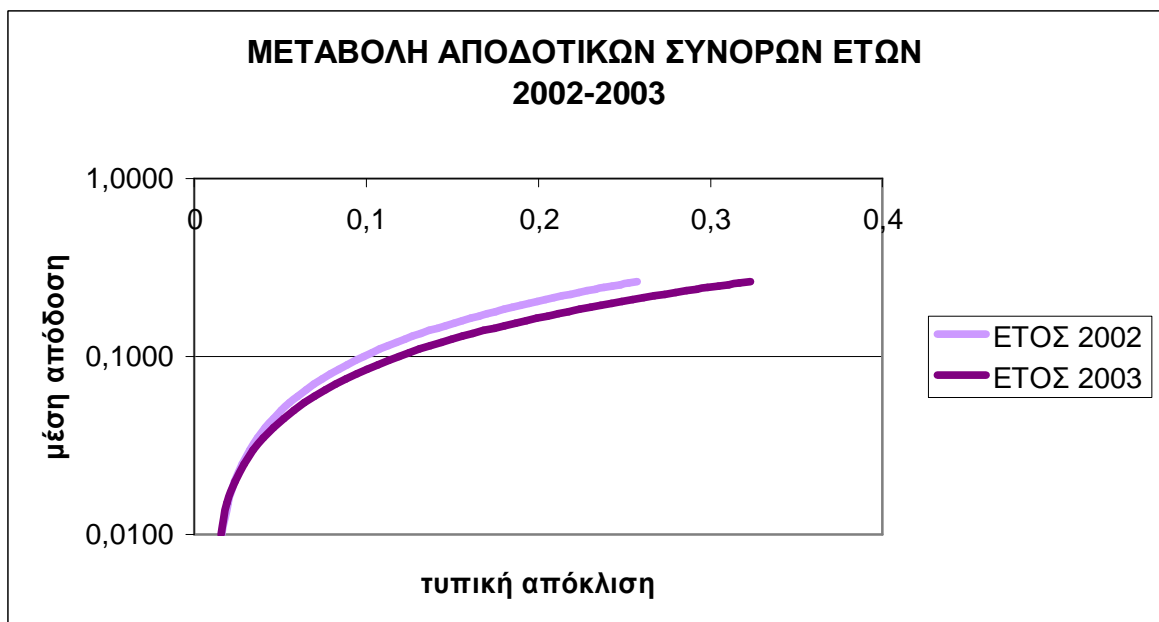
Ø ΕΤΗ 2000-2001



Ø ΕΤΗ 2001-2002

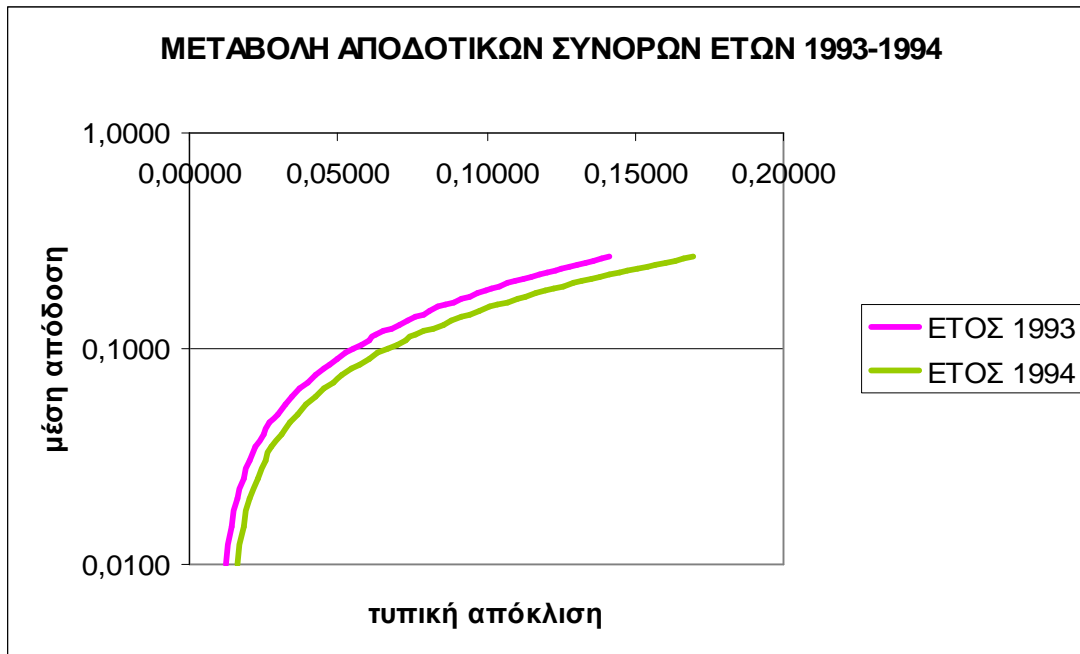


Ø ΕΤΗ 2002-2003

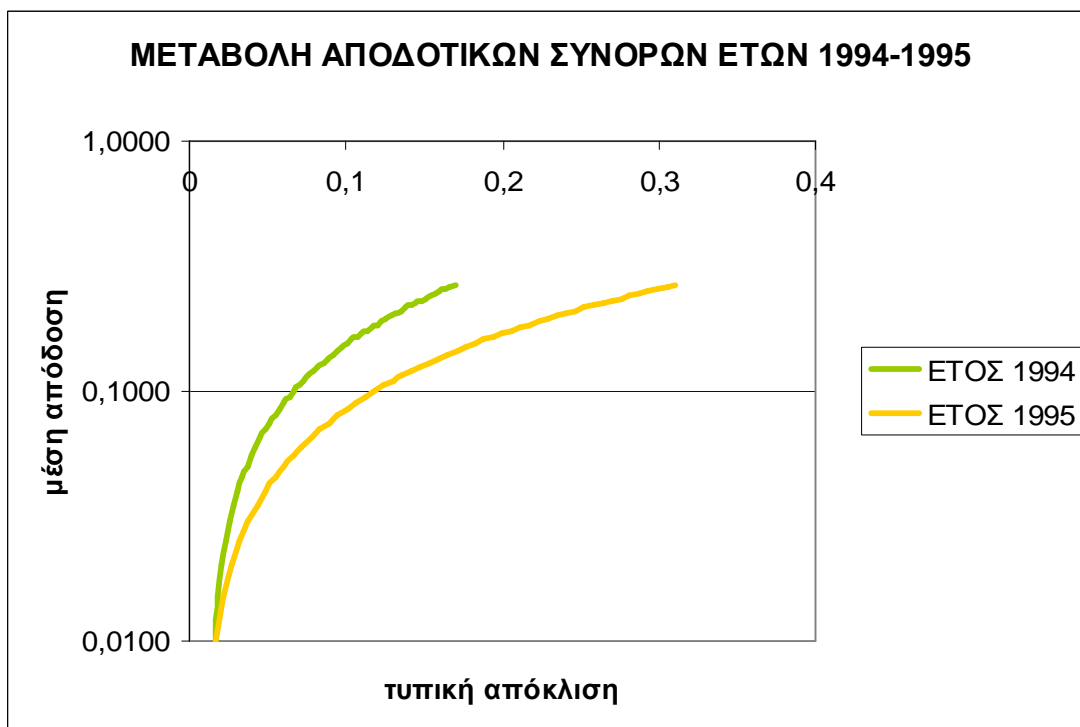


Γ) Δείγμα 31 μετοχών με μήτρα διακυμάνσεων V του [Markowitz](#)

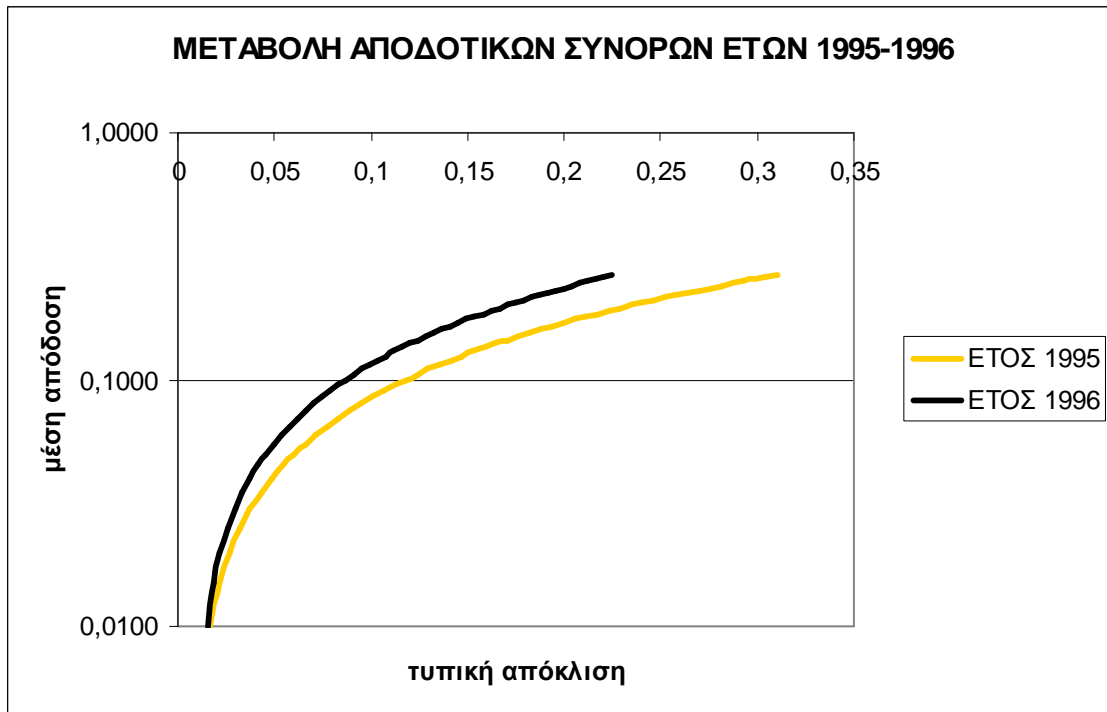
Ø ΕΤΗ 1993-1994



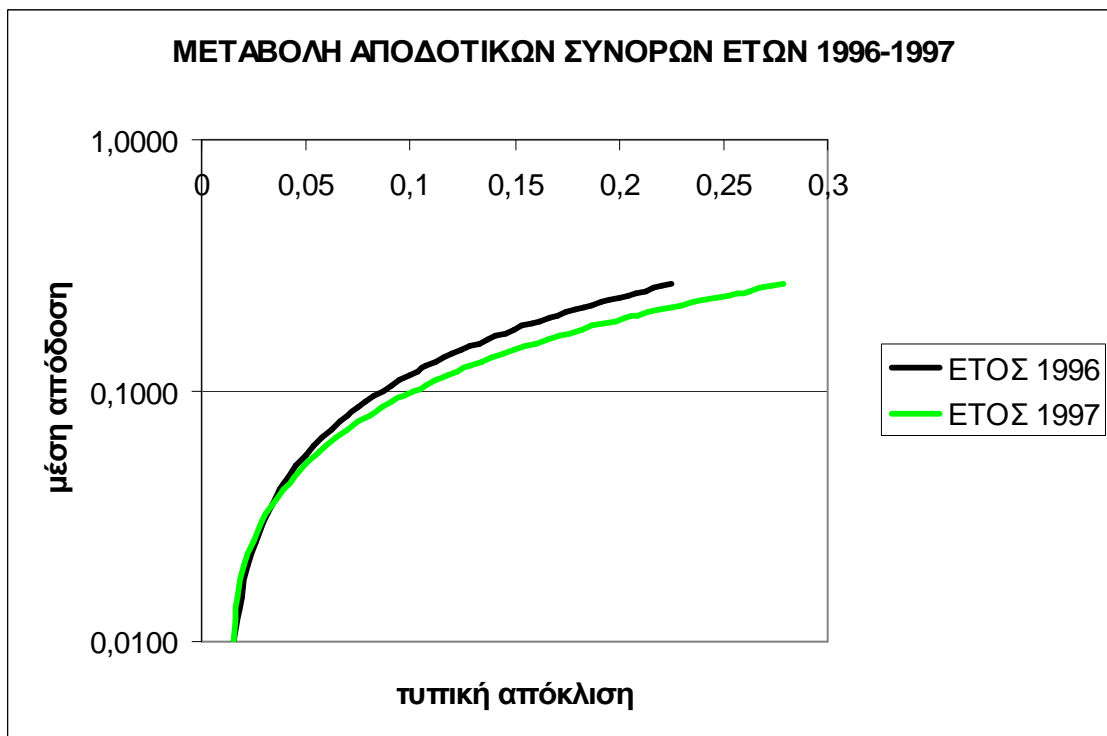
Ø ΕΤΗ 1994-1995



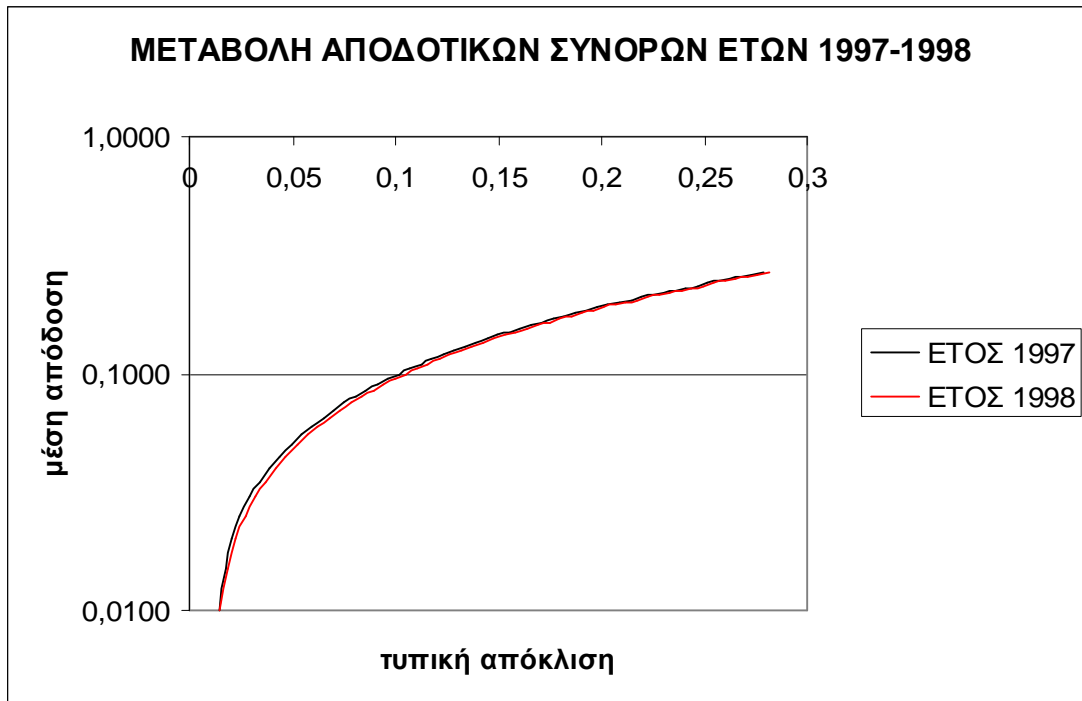
Ø ΕΤΗ 1995-1996



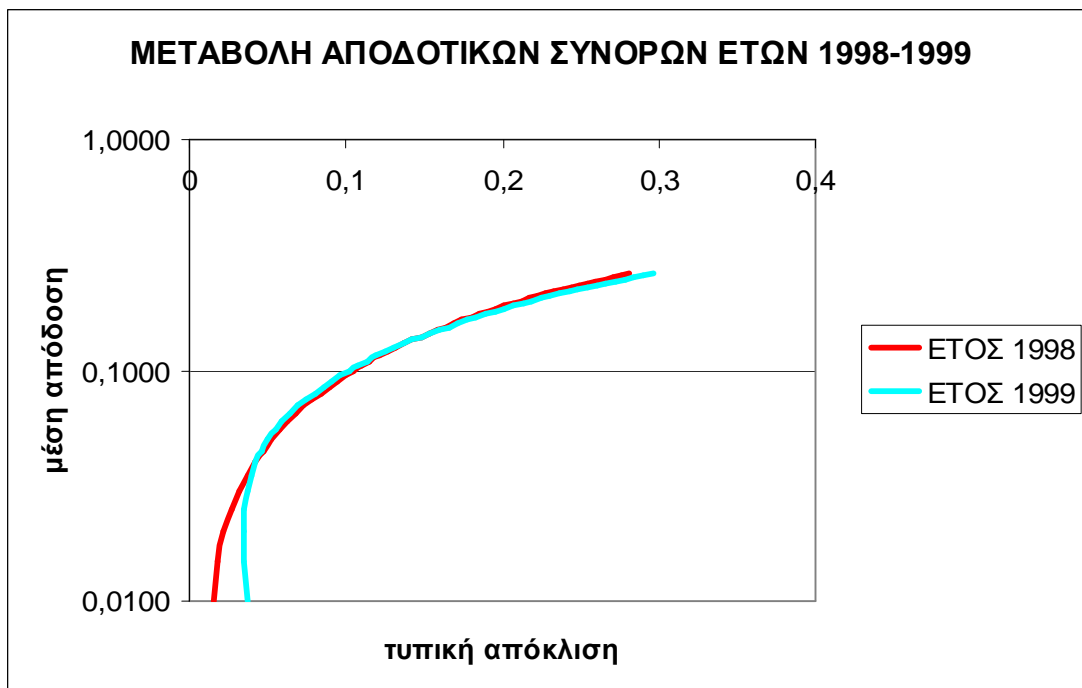
Ø ΕΤΗ 1996-1997



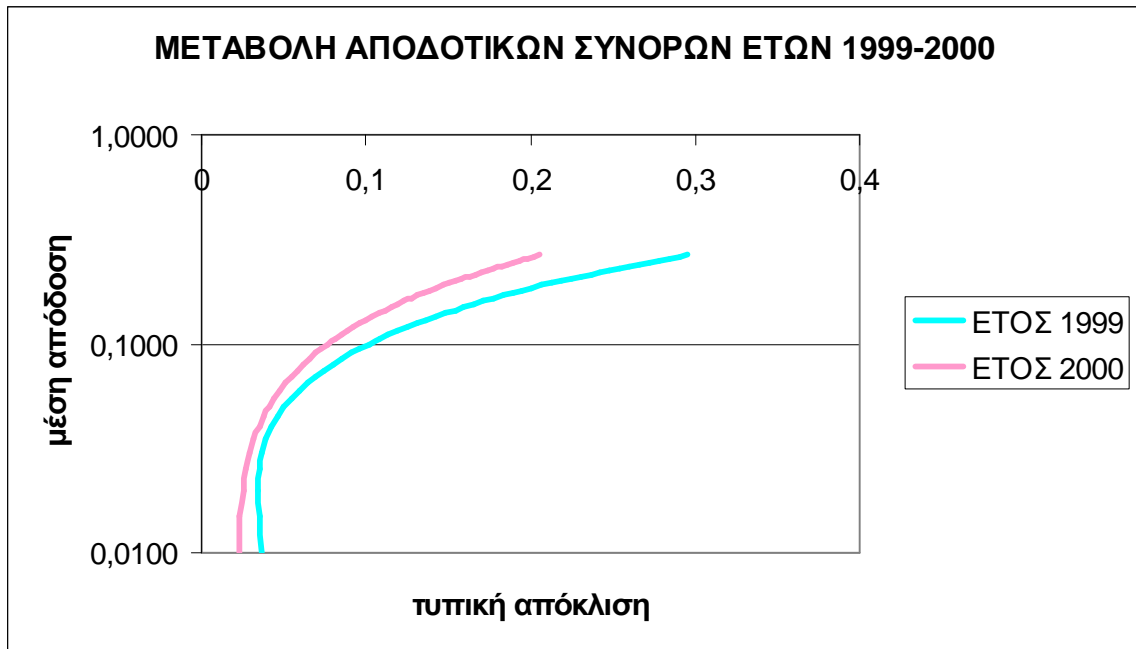
Ø ΕΤΗ 1997-1998



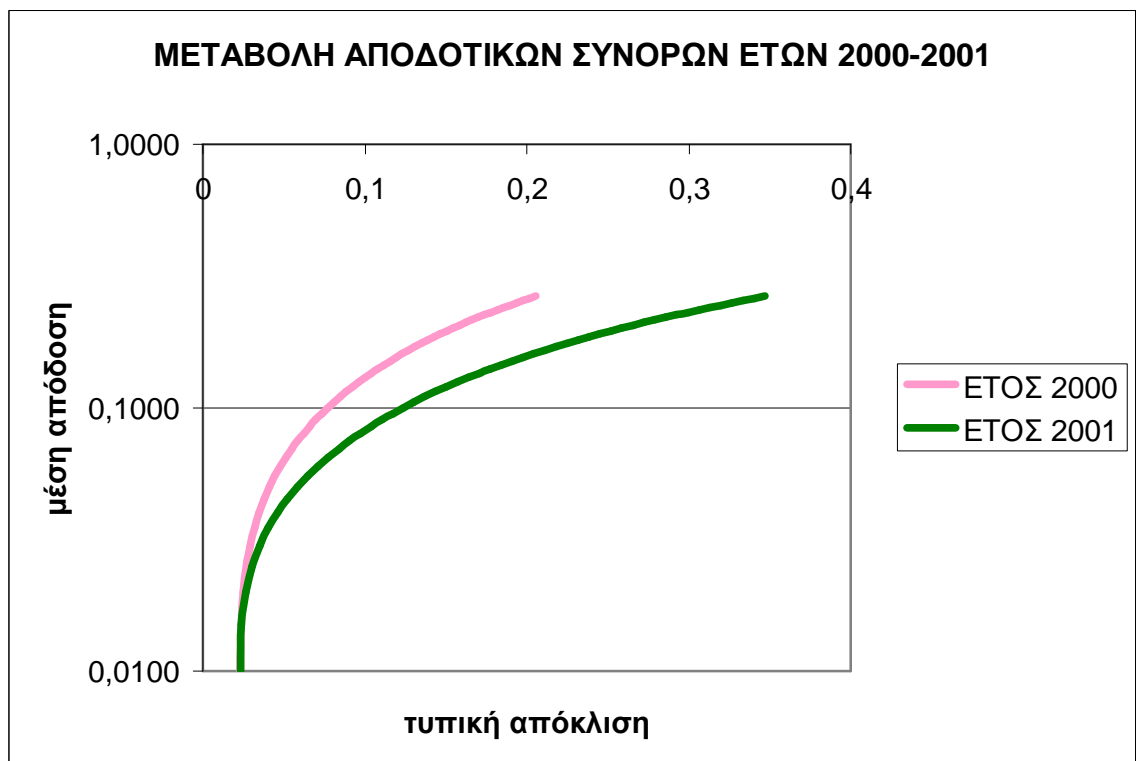
Ø ΕΤΗ 1998-1999



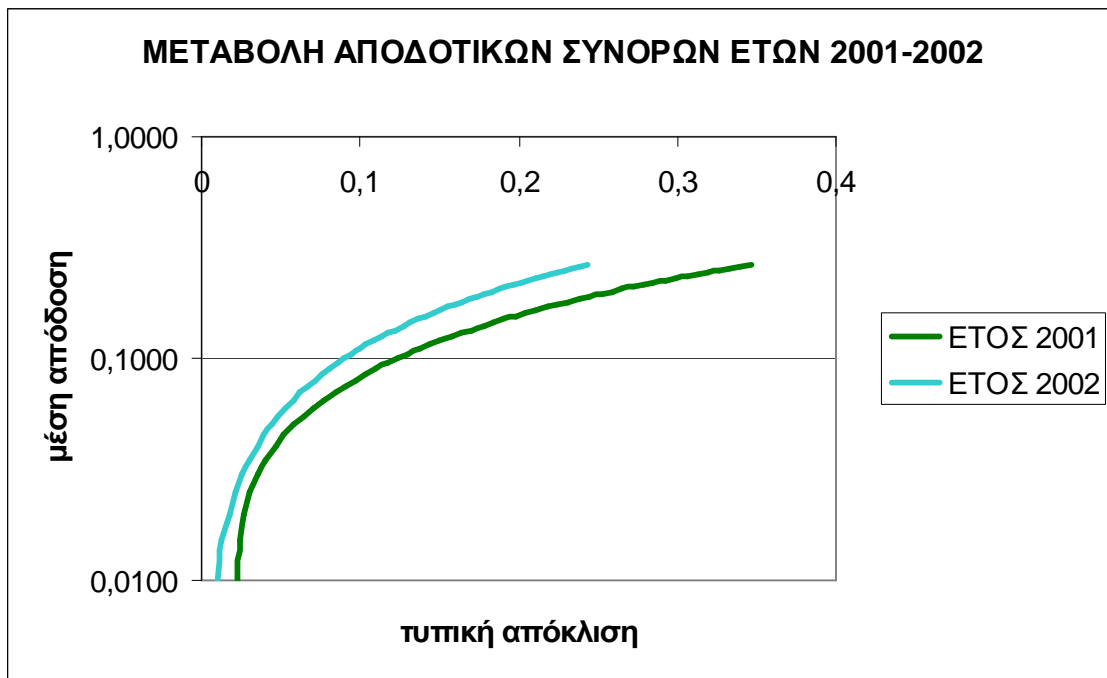
Ø ΕΤΗ 1999-2000



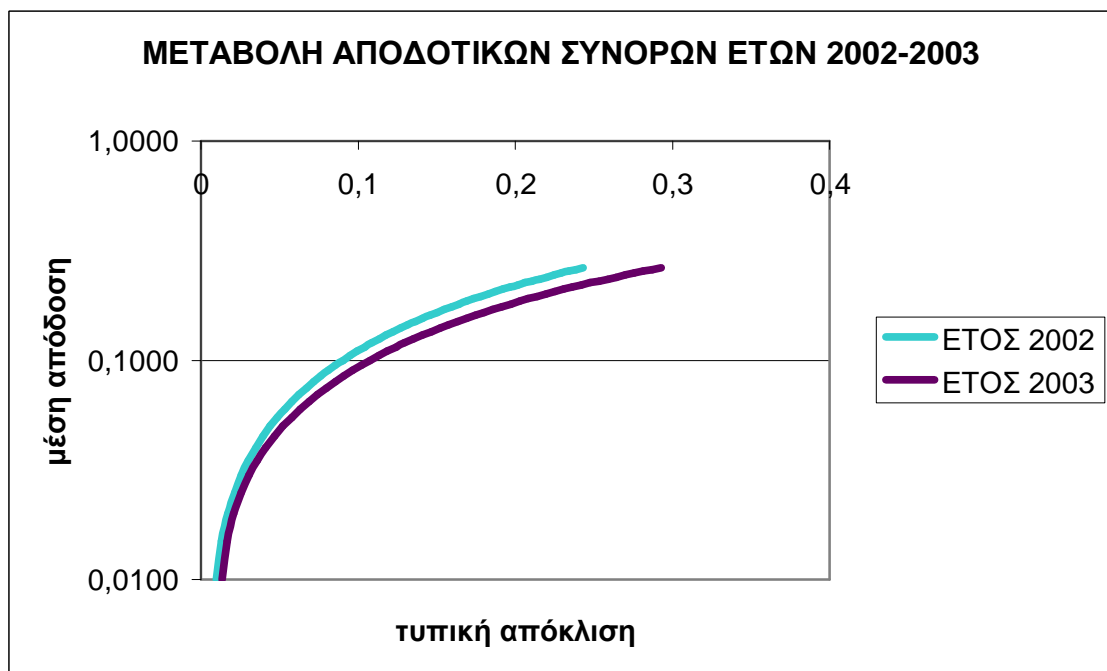
Ø ΕΤΗ 2000-2001



Ø ΕΤΗ 2001-2002

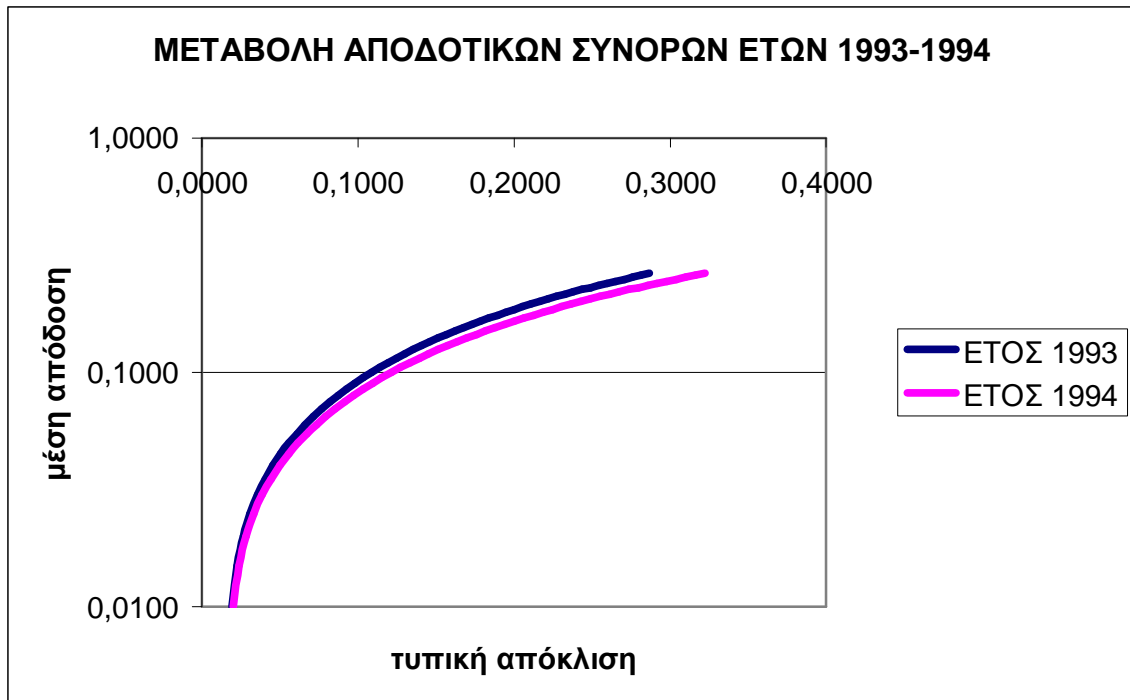


Ø ΕΤΗ 2002-2003

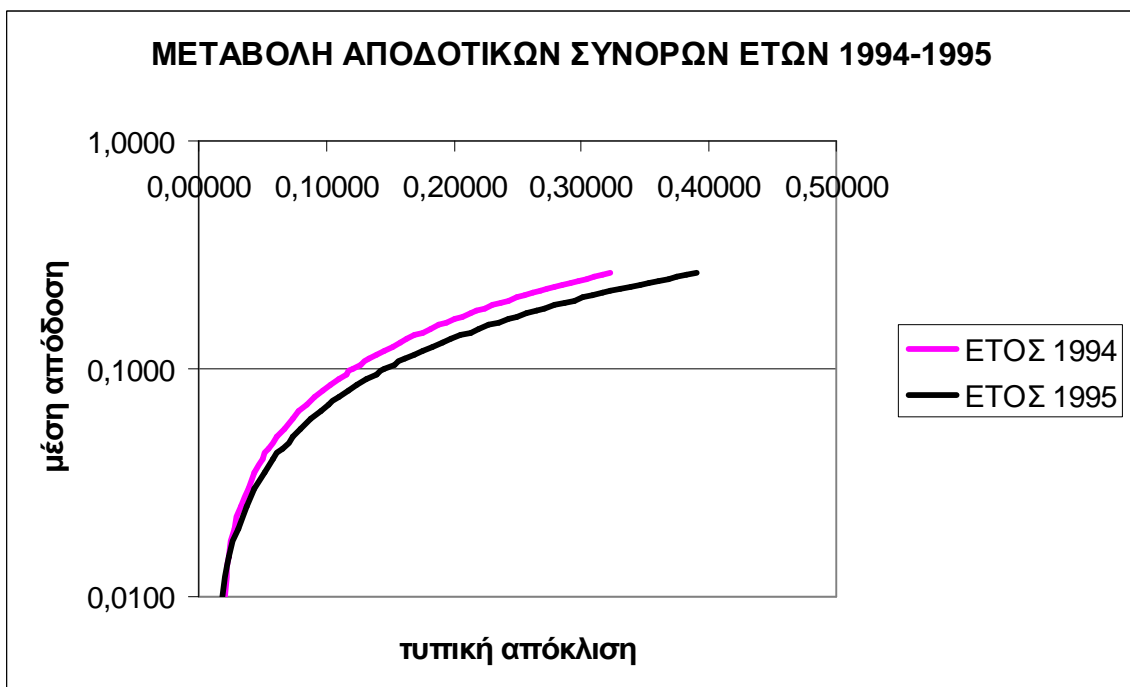


Δ) Δείγμα 31 μετοχών με μήτρα διακυμάνσεων V του Sharpe

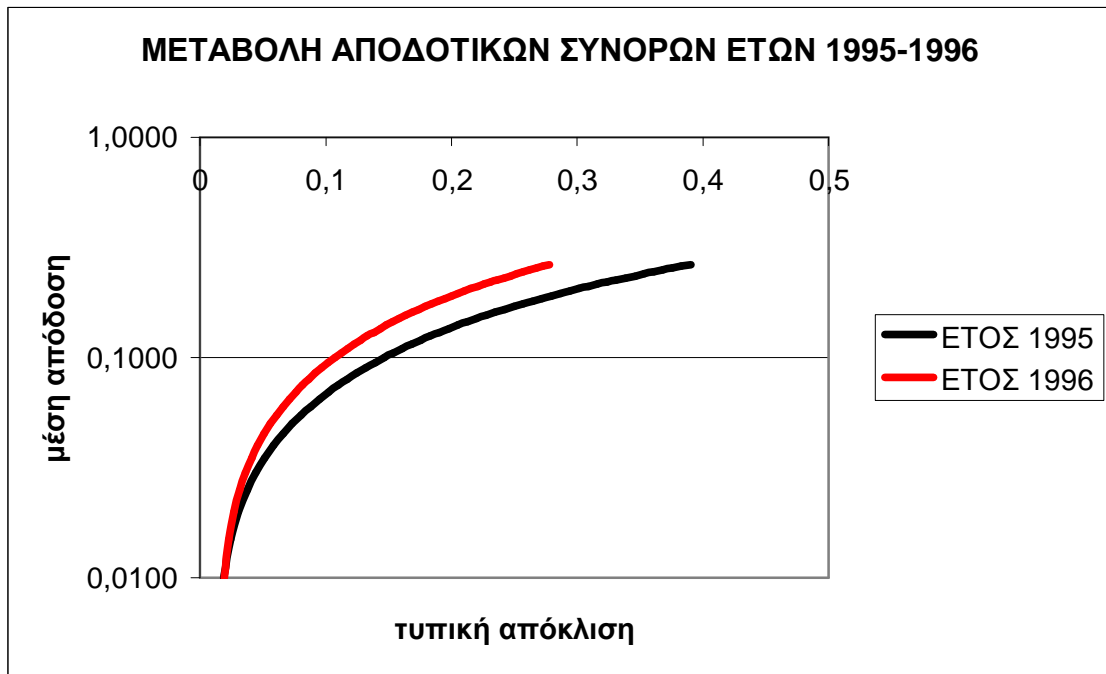
Ø ΕΤΗ 1993-1994



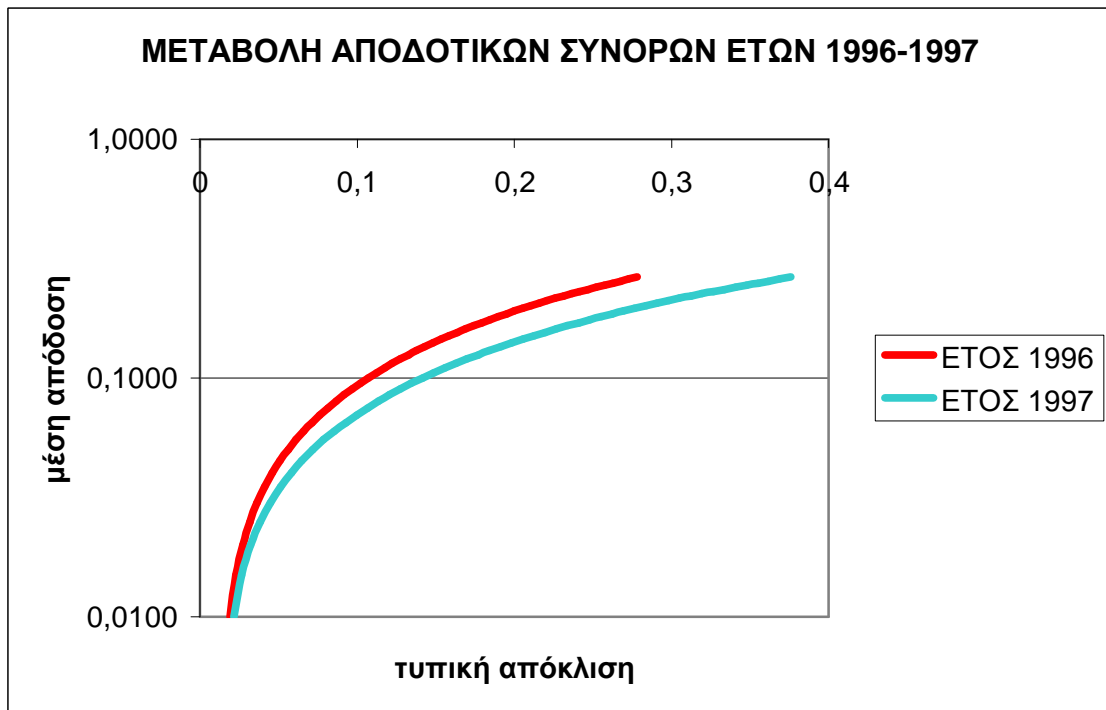
Ø ΕΤΗ 1994-1995



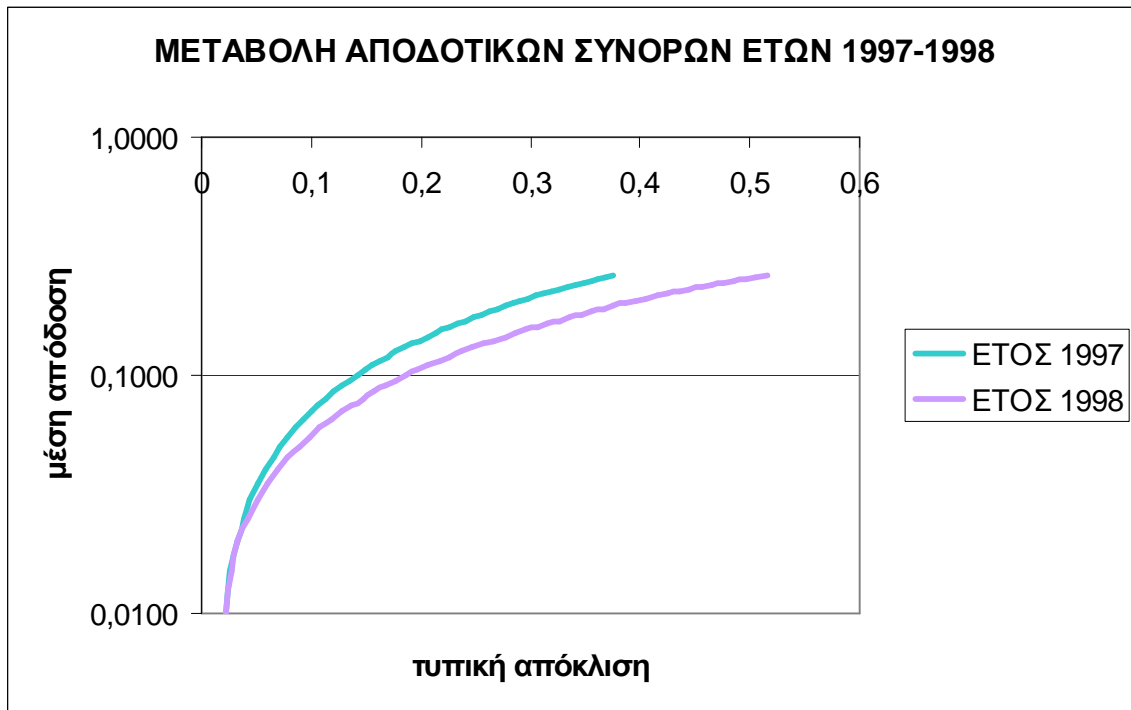
Ø ΕΤΗ 1995-1996



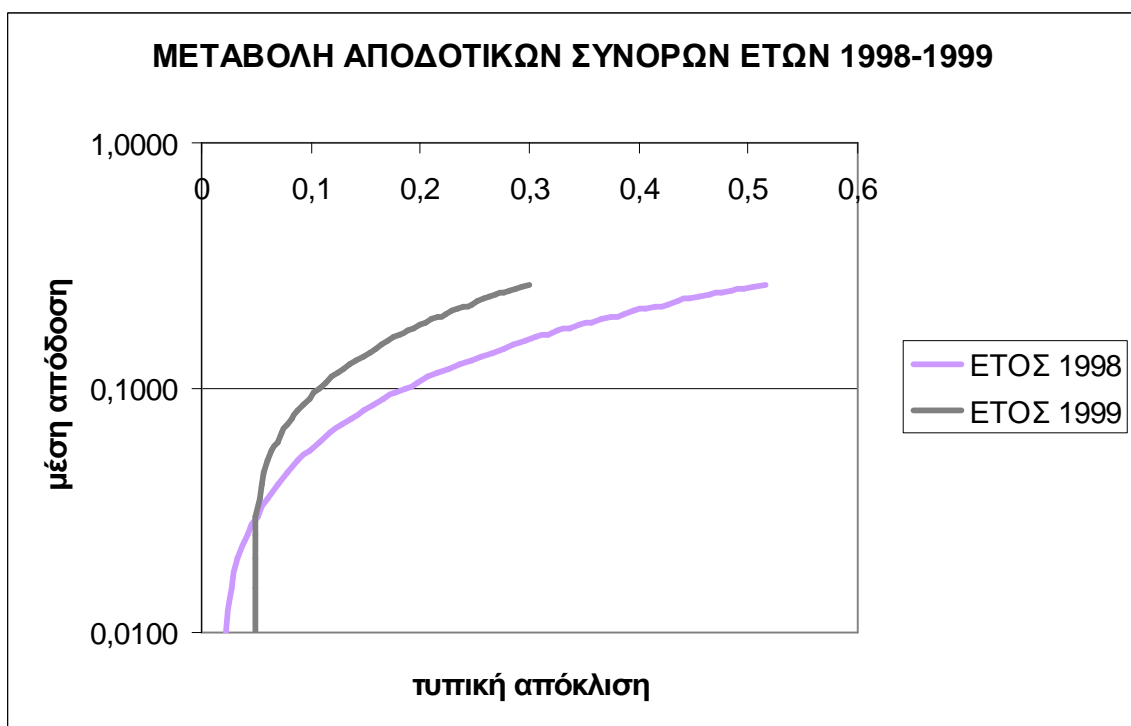
Ø ΕΤΗ 1996-1997



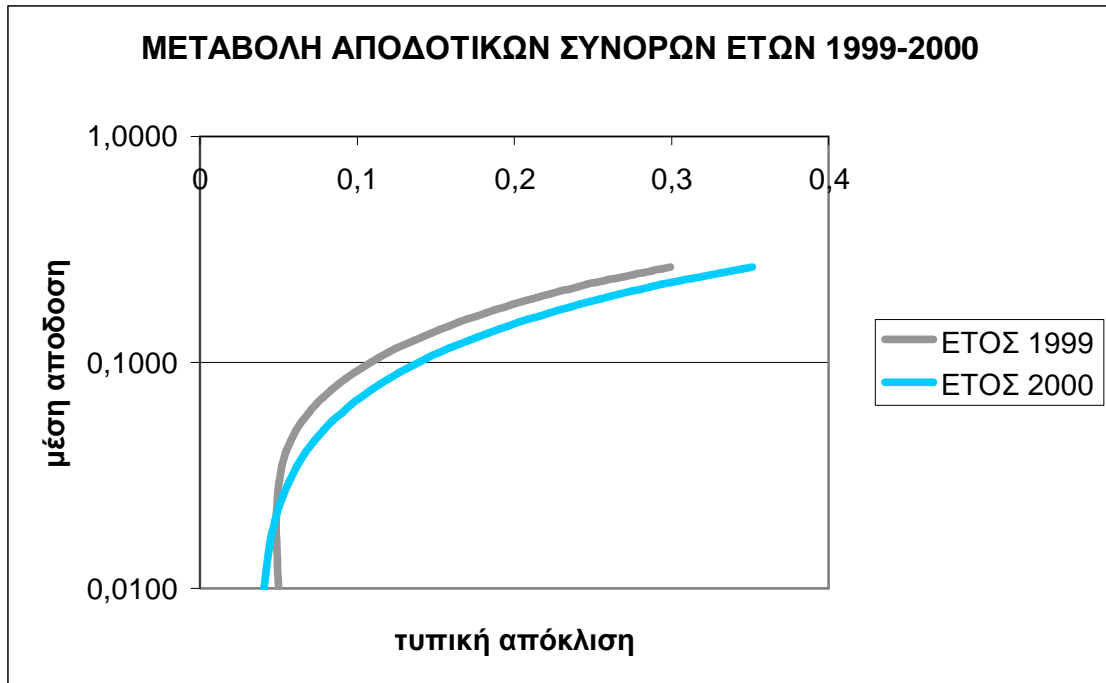
Ø ΕΤΗ 1997-1998



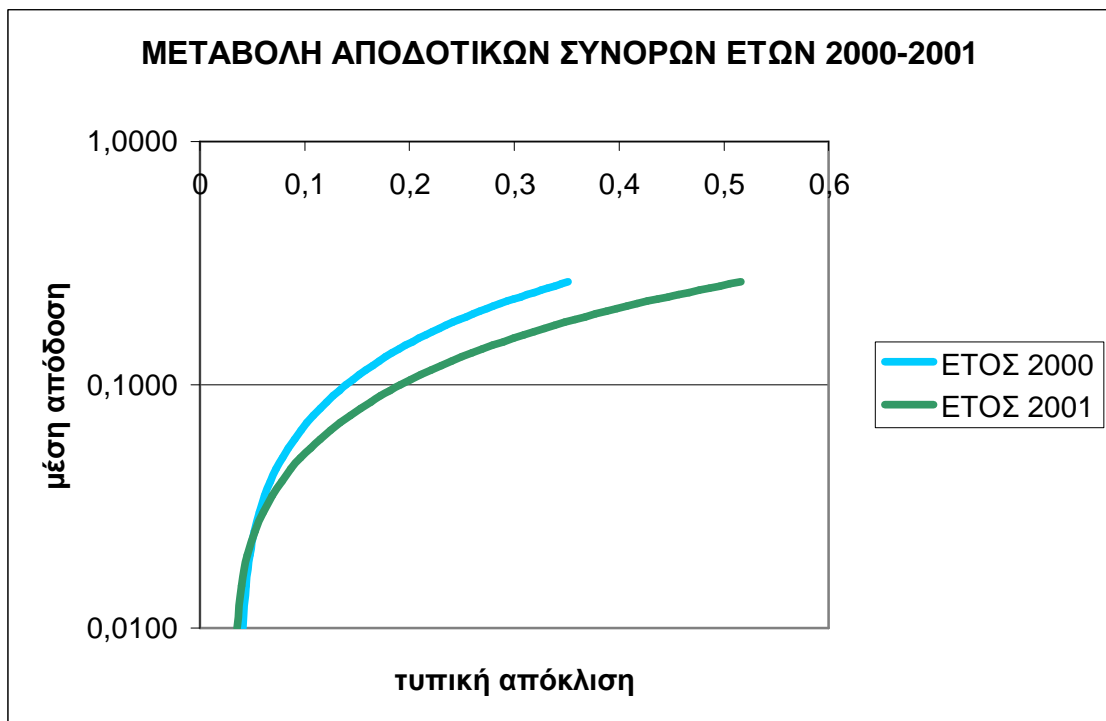
Ø ΕΤΗ 1998-1999



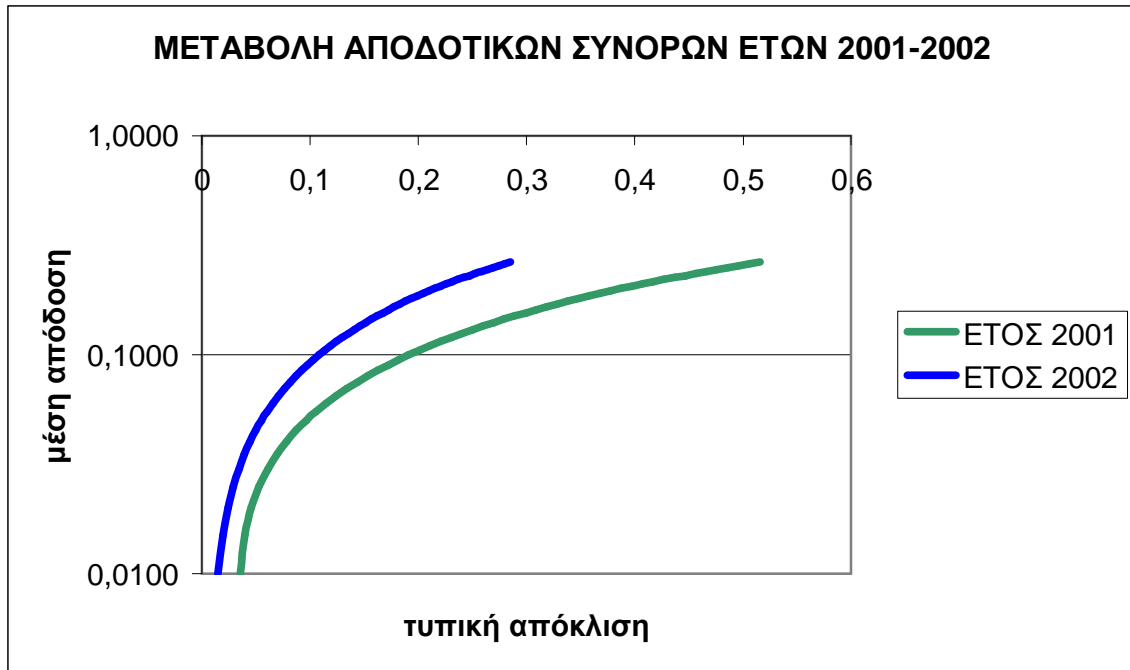
Ø ΕΤΗ 1999-2000



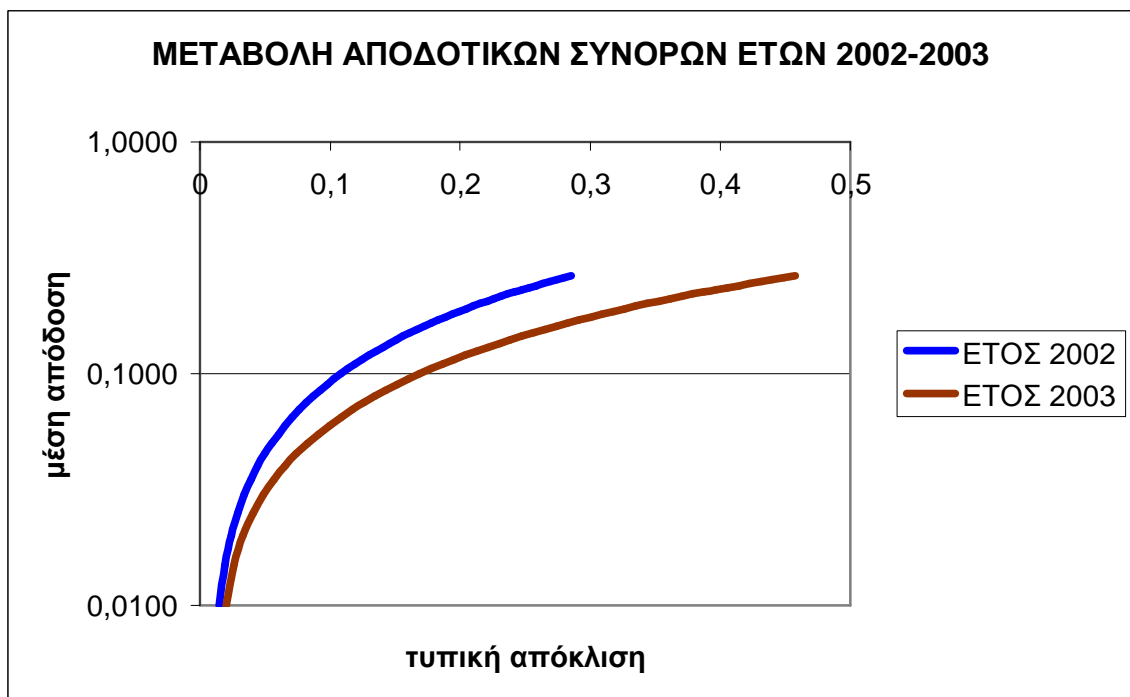
Ø ΕΤΗ 2000-2001



Ø ΕΤΗ 2001-2002



Ø ΕΤΗ 2002-2003

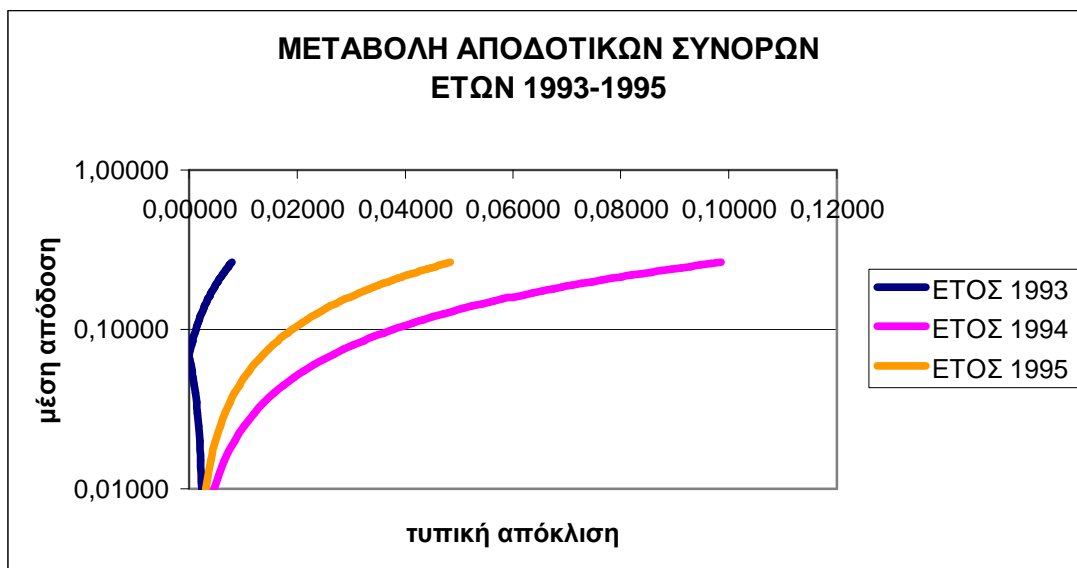


ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΑΠΟΔΟΤΙΚΩΝ ΣΥΝΟΡΩΝ ΜΕΤΟΧΩΝ ΑΝΑ ΤΡΙΑ ΕΤΗ

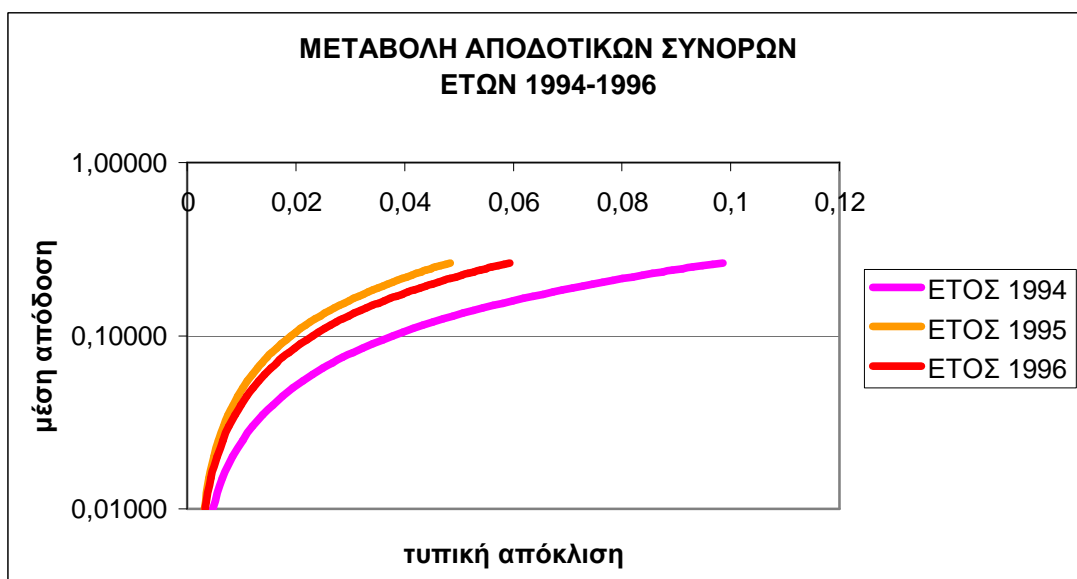
Παρακάτω γίνεται η *σύγκριση των αποδοτικών συνόρων* ανά τρία έτη. Η σύγκριση πραγματοποιείται και για τα τέσσερα διαφορετικά δείγματα, δηλαδή μεταξύ των αποδοτικών συνόρων που προέρχονται από την επεξεργασία του δείγματος των **52 μετοχών**, χρησιμοποιώντας ως μήτρα διακυμάνσεων συνδιακυμάνσεων στην πρώτη περίπτωση του **Markowitz** και στην δεύτερη του **Sharpe**. Στη συνέχεια γίνεται η σύγκριση των αποδοτικών συνόρων που προέρχονται από το δείγμα των **31 μετοχών** χρησιμοποιώντας ως μήτρες συνδιακυμάνσεων αρχικά του **Markowitz** και ύστερα του **Sharpe**.

Α) Δείγμα 52 μετοχών με μήτρα διακυμάνσεων V του Markowitz

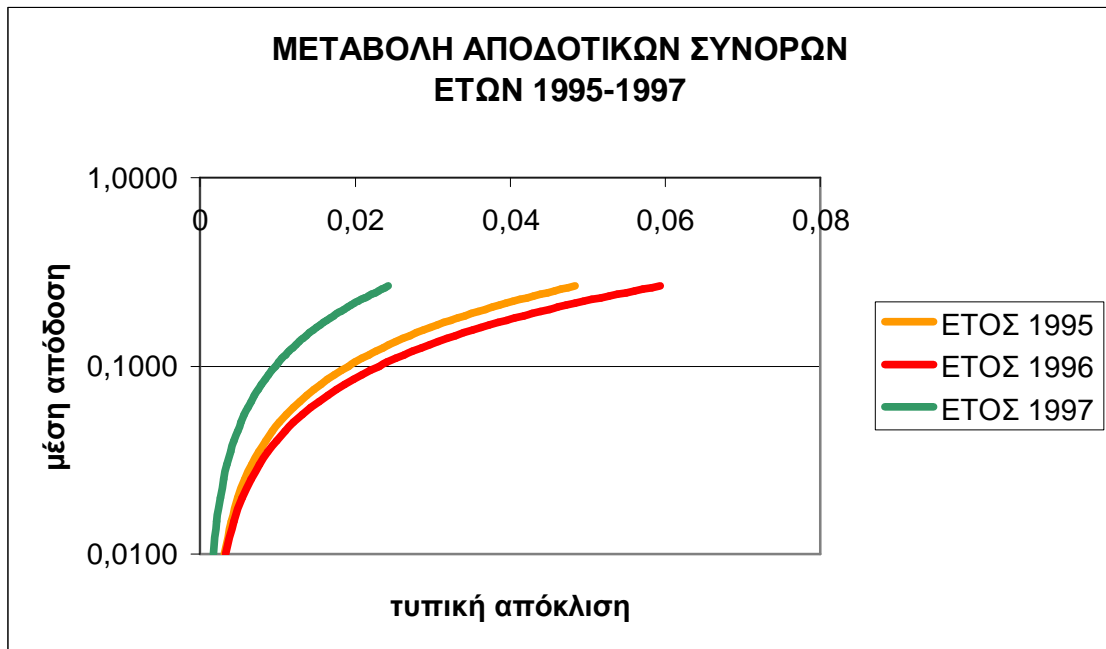
Ø ΕΤΗ 1993-1994-1995



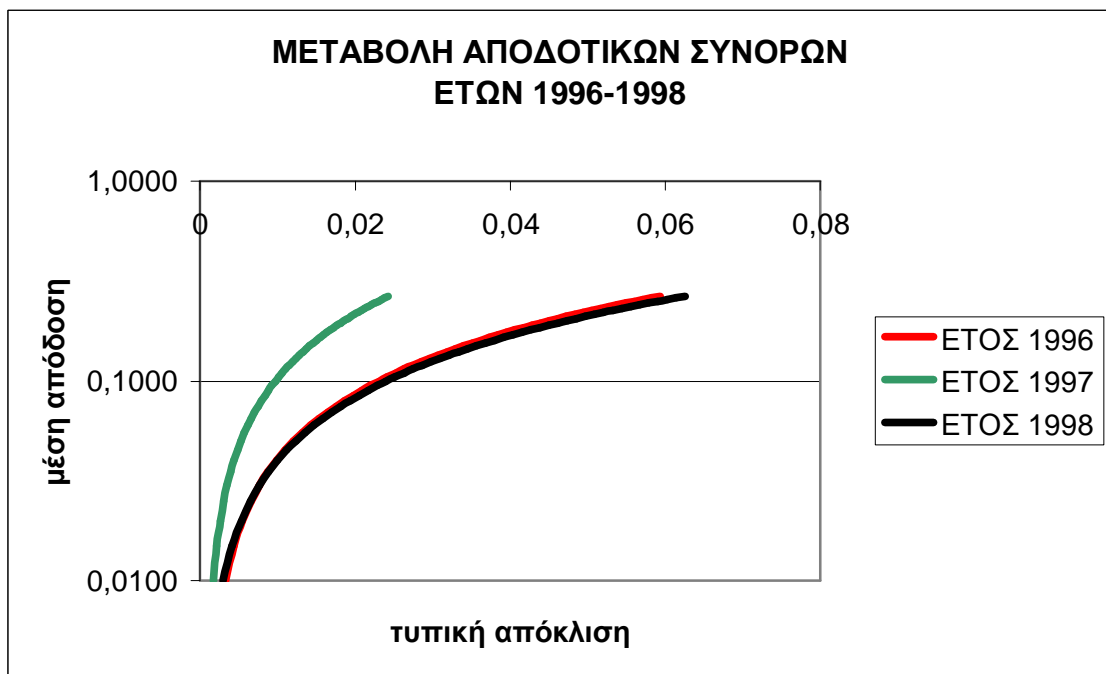
Ø ΕΤΗ 1994-1995-1996



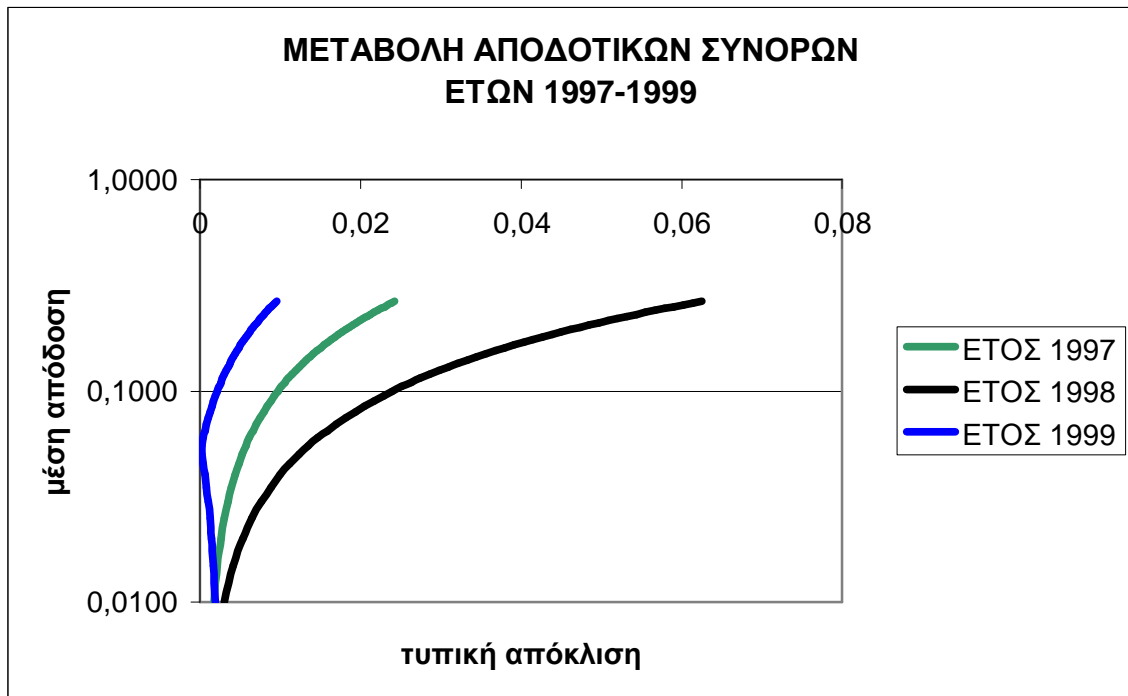
Ø ΕΤΗ 1995-1996-1997



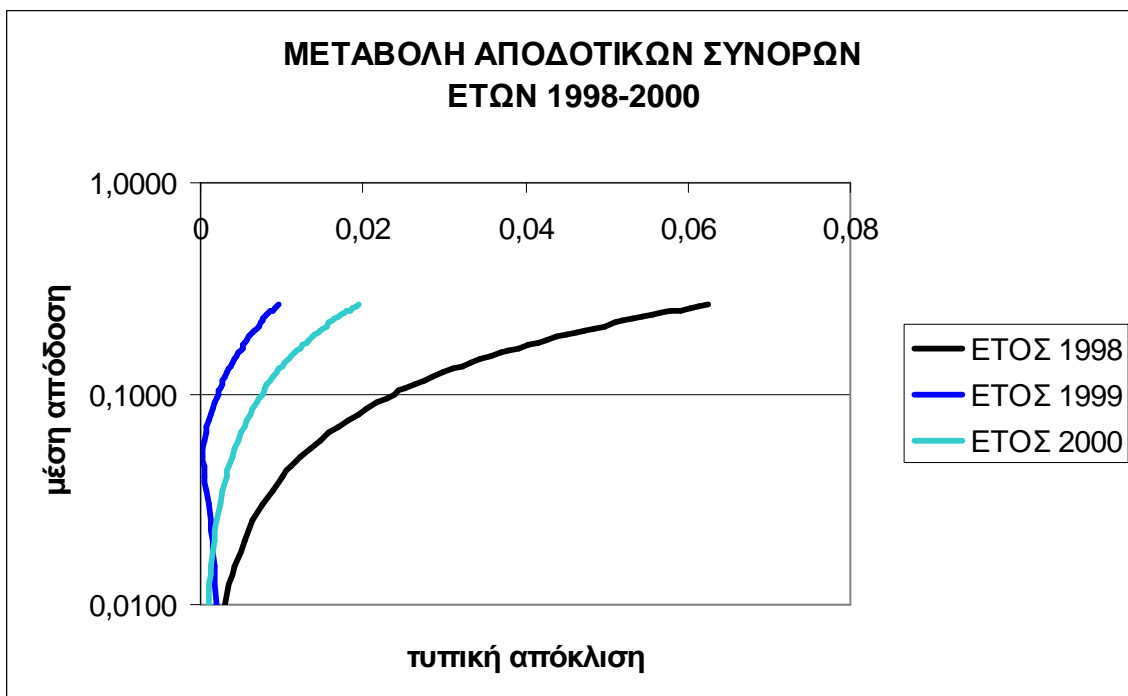
Ø ΕΤΗ 1996-1997-1998



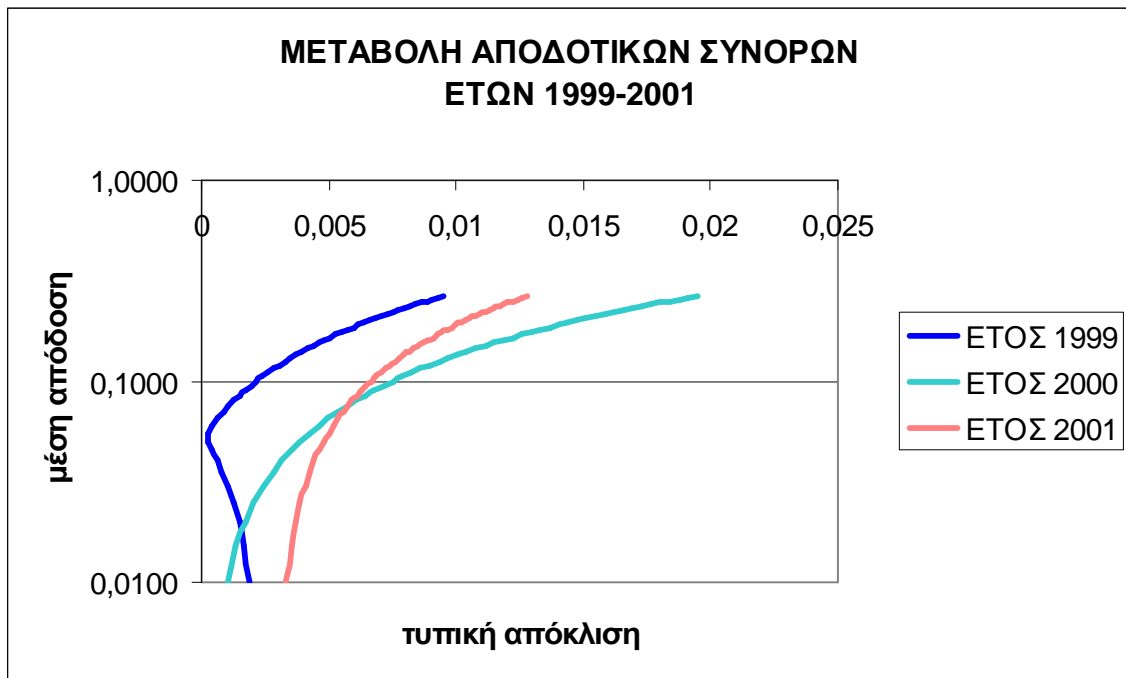
Ø ΕΤΗ 1997-1998-1999



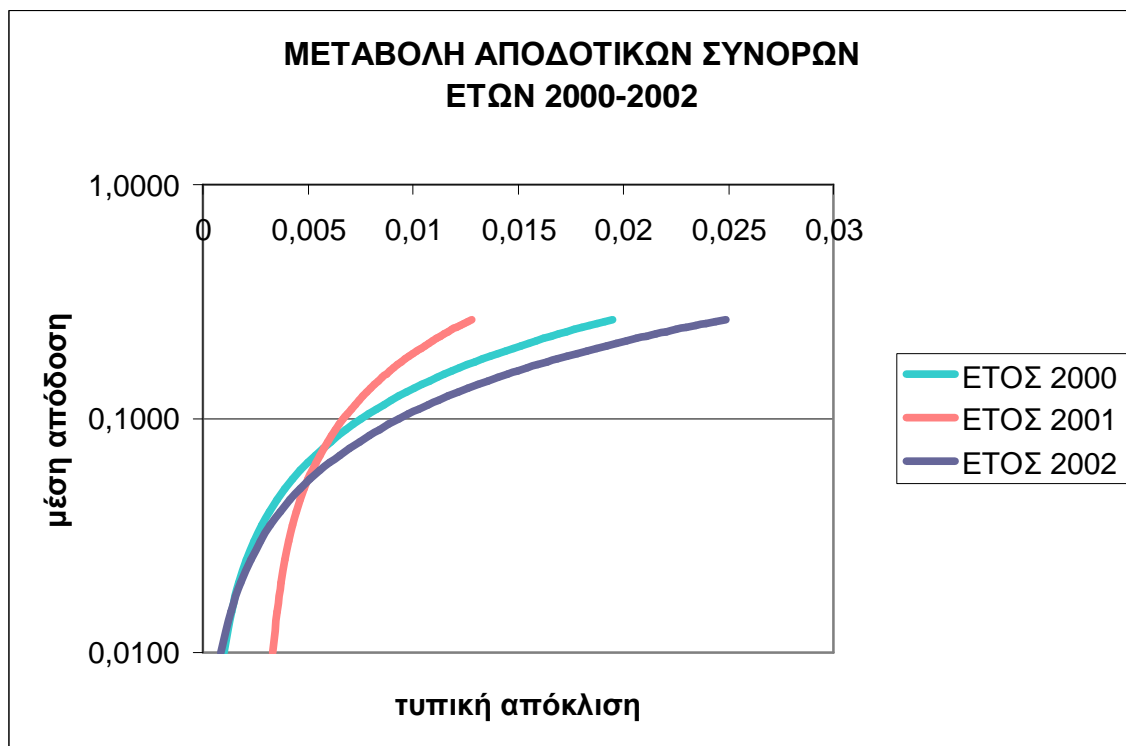
Ø ΕΤΗ 1998-1999-2000



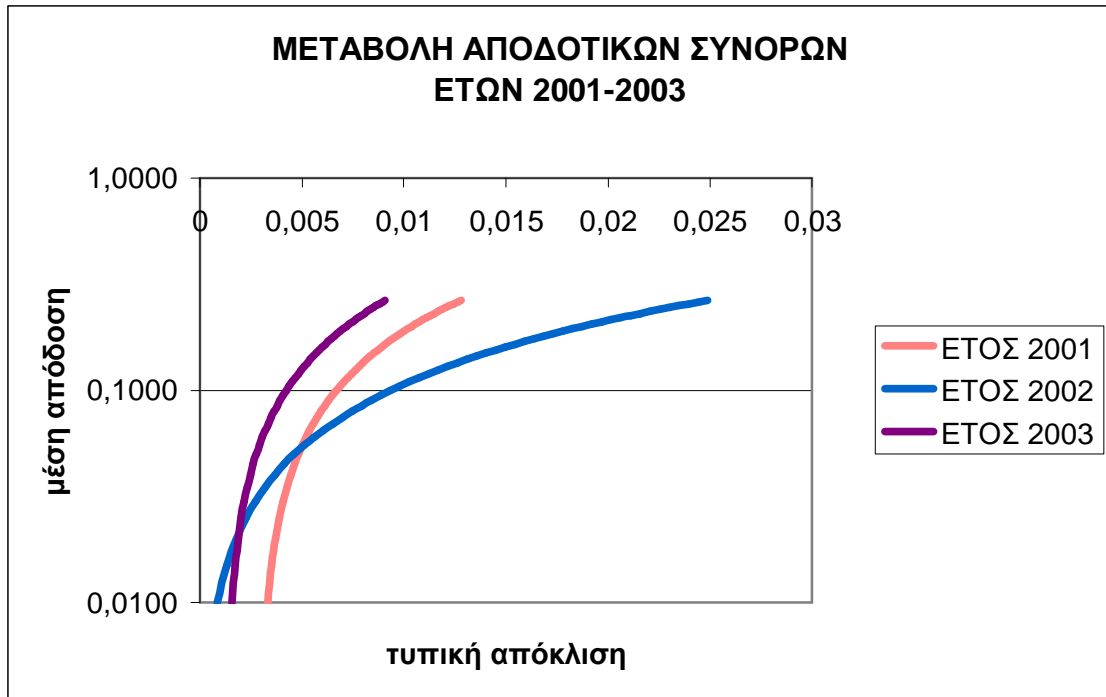
Ø ΕΤΗ 1999-2000-2001



Ø ΕΤΗ 2000-2001-2002

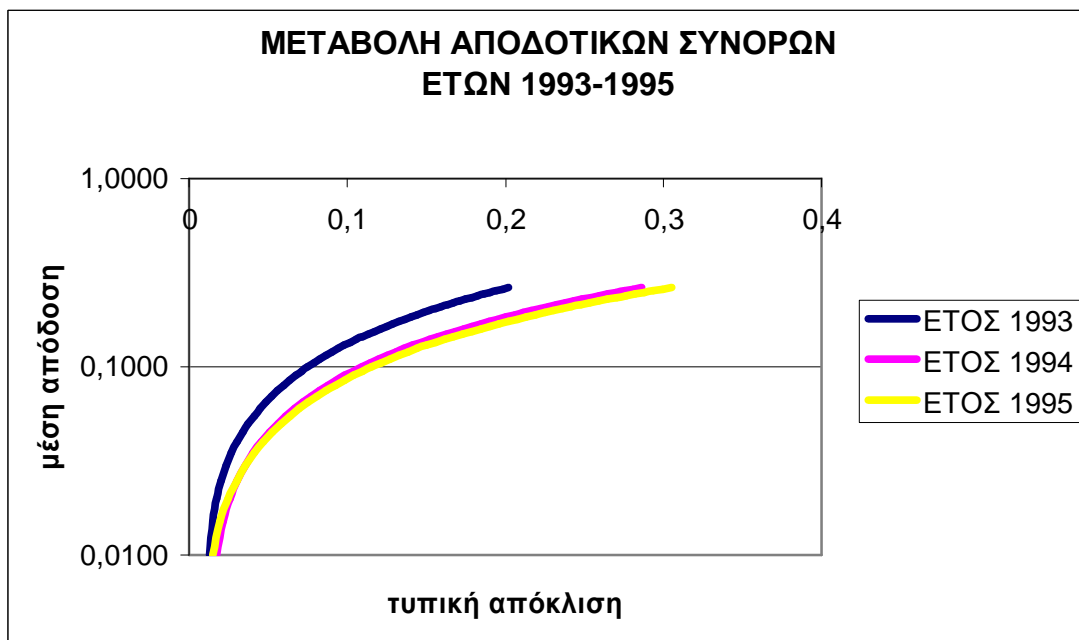


Ø ΕΤΗ 2001-2002-2003

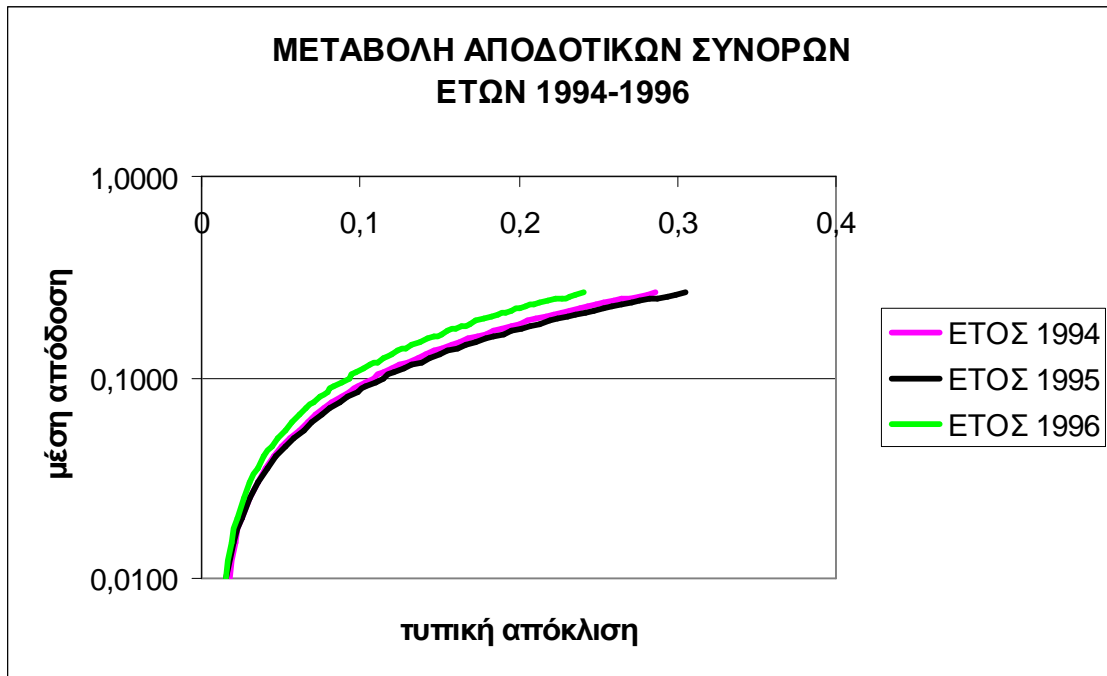


B) Δείγμα 52 μετοχών με μήτρα διακυμάνσεων V του Sharpe

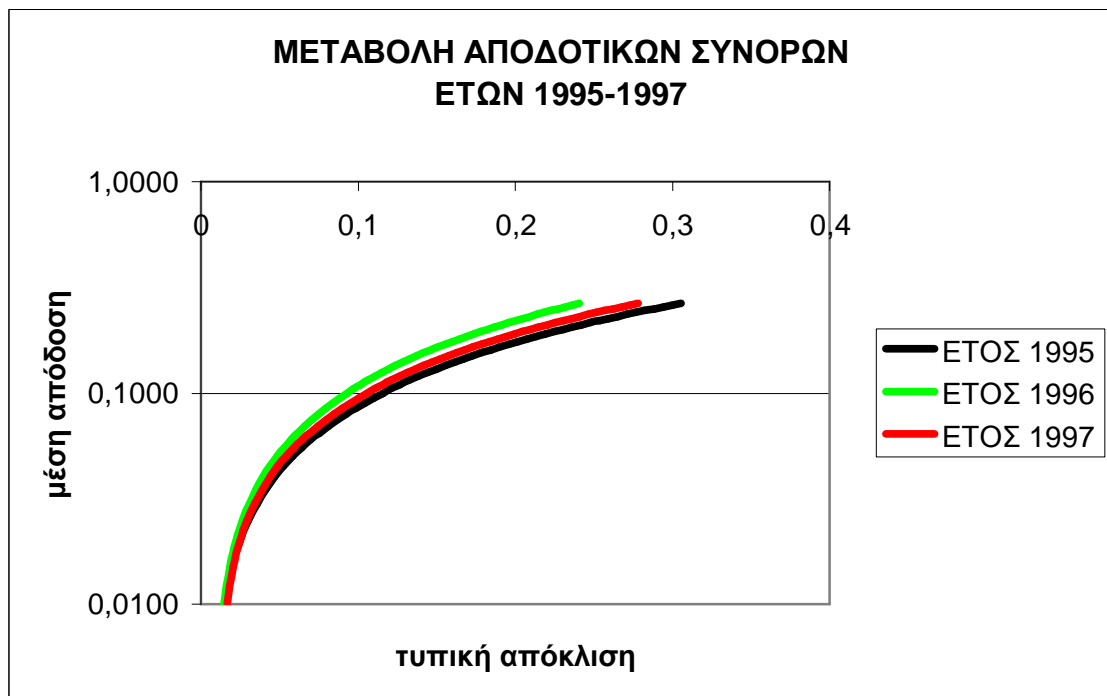
Ø ΕΤΗ 1993-1994-1995



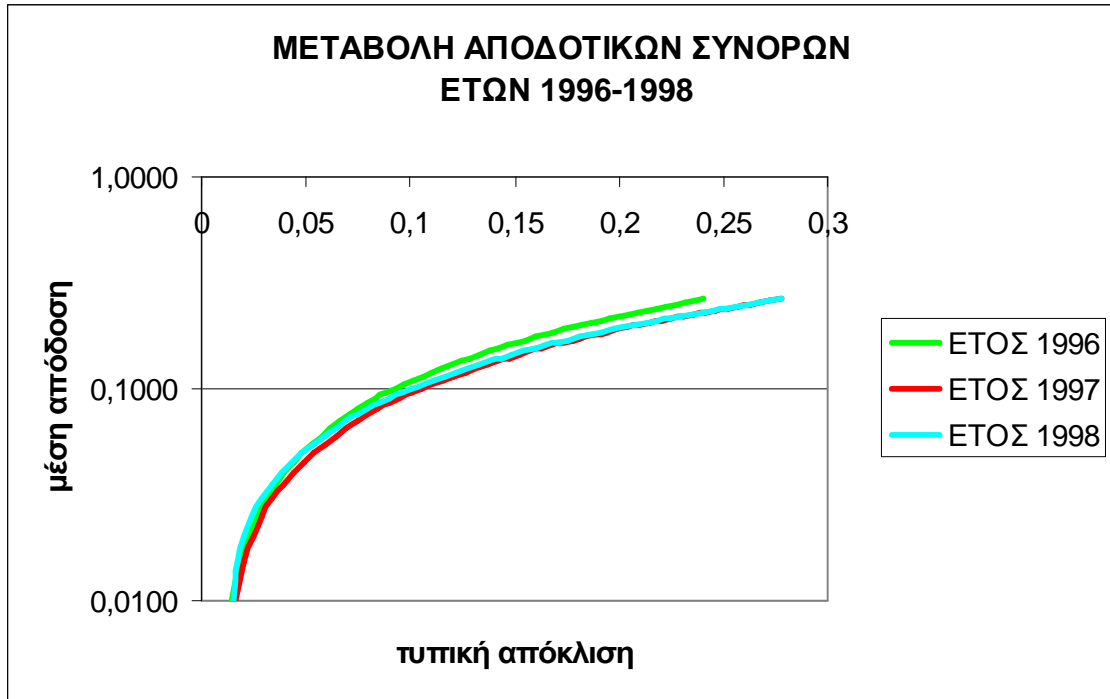
Ø ΕΤΗ 1994-1995-1996



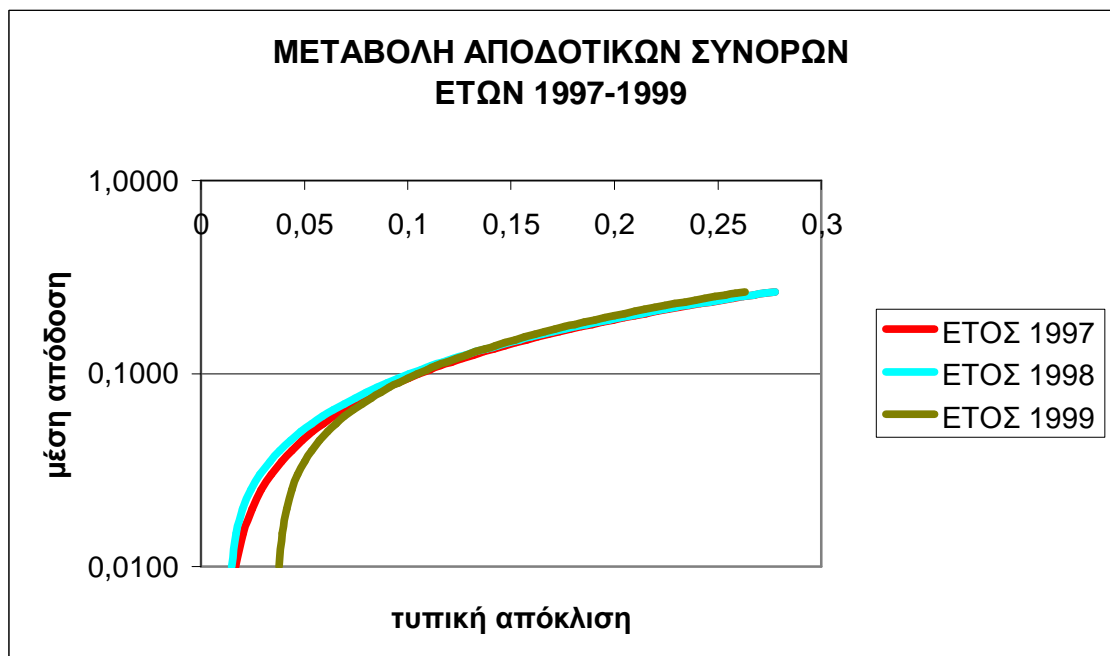
Ø ΕΤΗ 1995-1996-1997



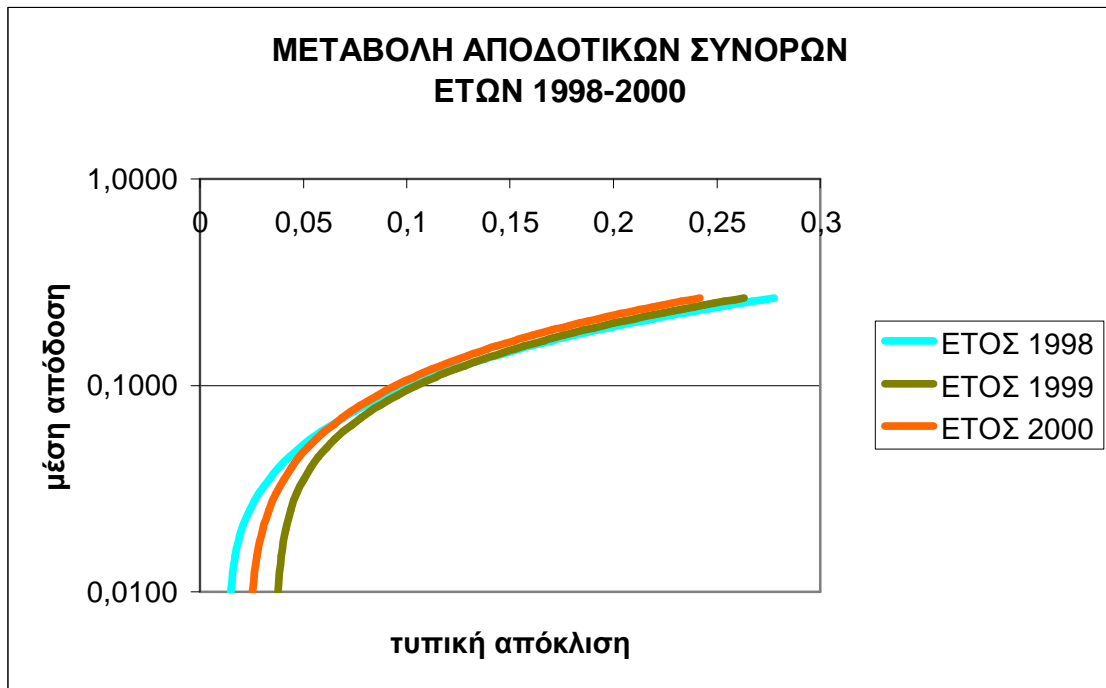
Ø ΕΤΗ 1996-1997-1998



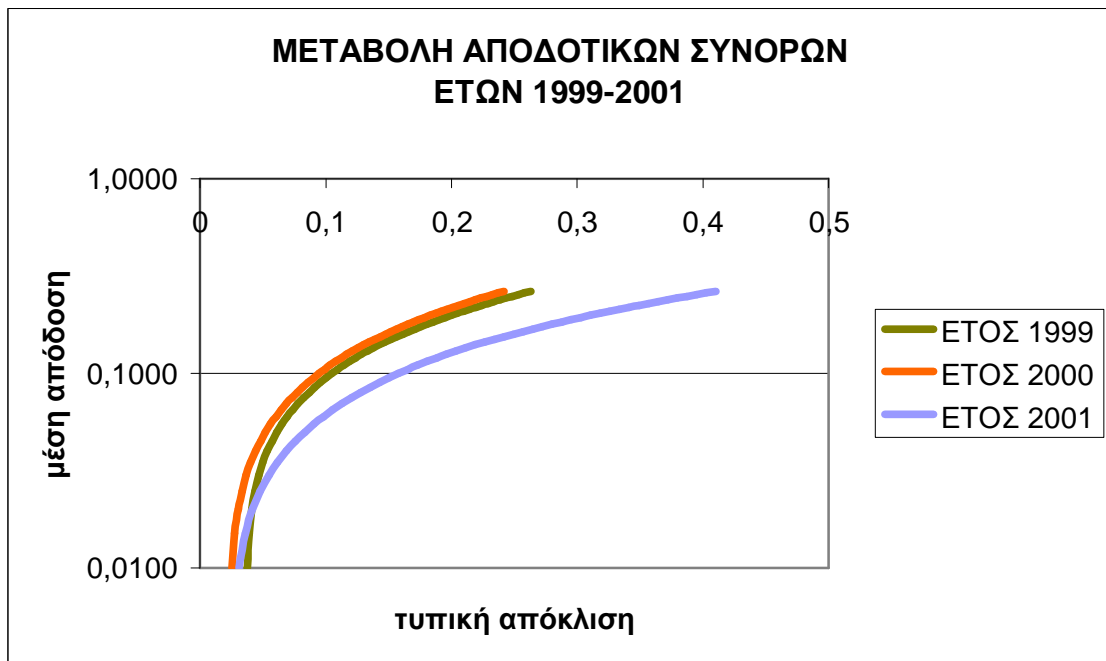
Ø ΕΤΗ 1997-1998-1999



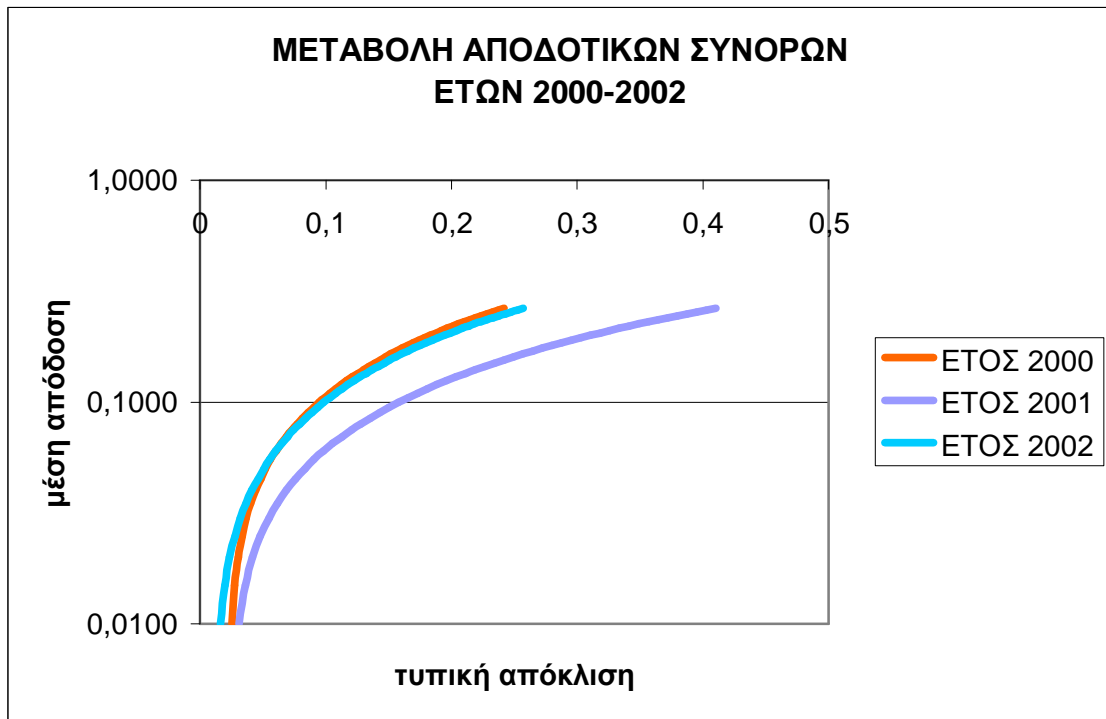
Ø ΕΤΗ 1998-1999-2000



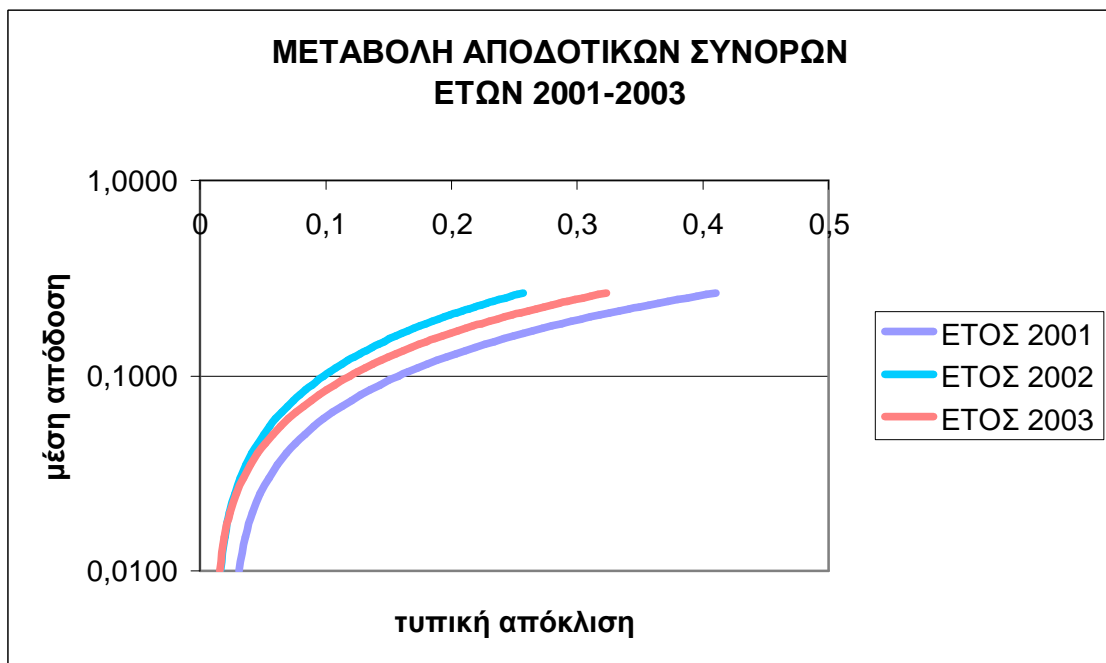
Ø ΕΤΗ 1999-2000-2001



Ø ΕΤΗ 2000-2001-2002

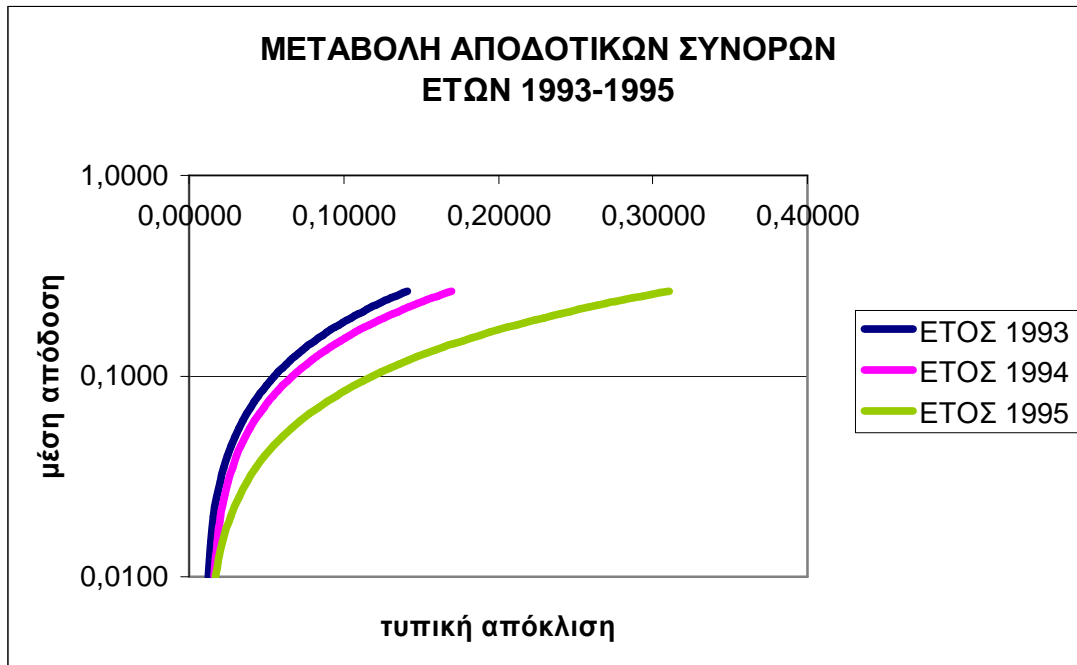


Ø ΕΤΗ 2001-2002-2003

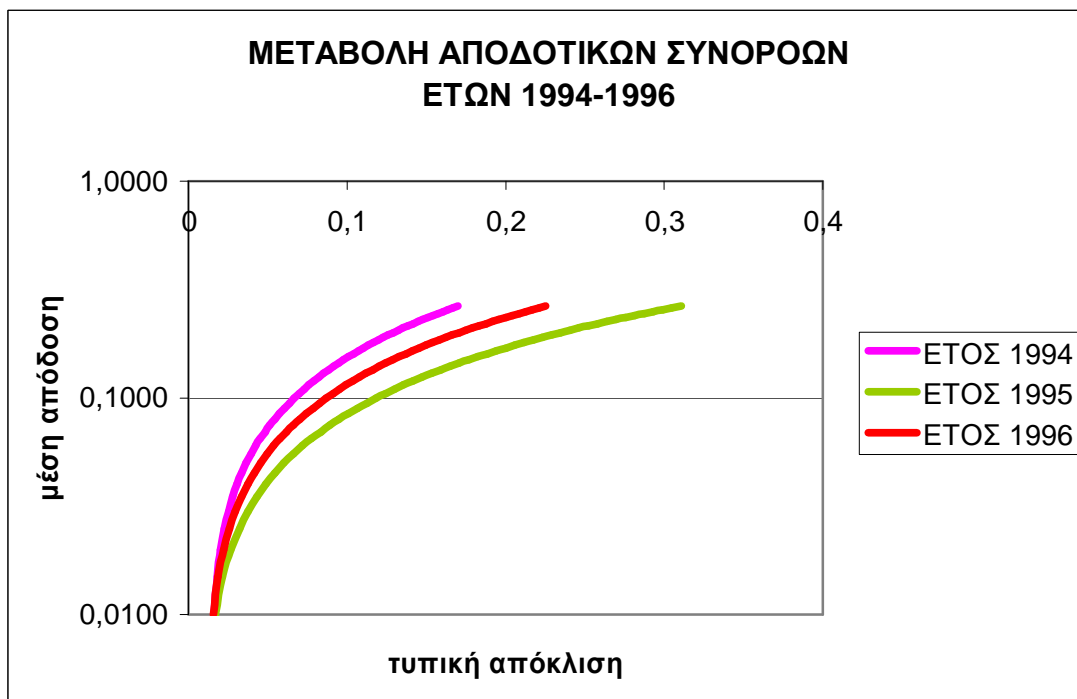


Γ) Δείγμα 31 μετοχών με μήτρα διακυμάνσεων V του Markowitz

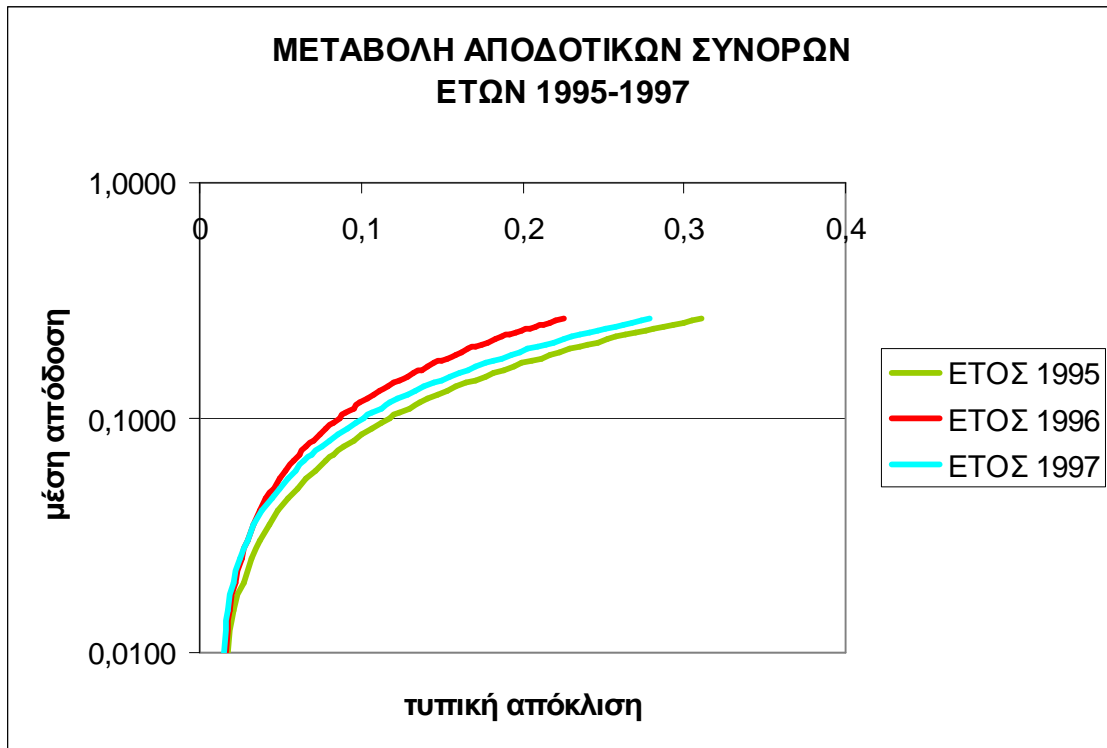
∅ ΕΤΗ 1993-1994-1995



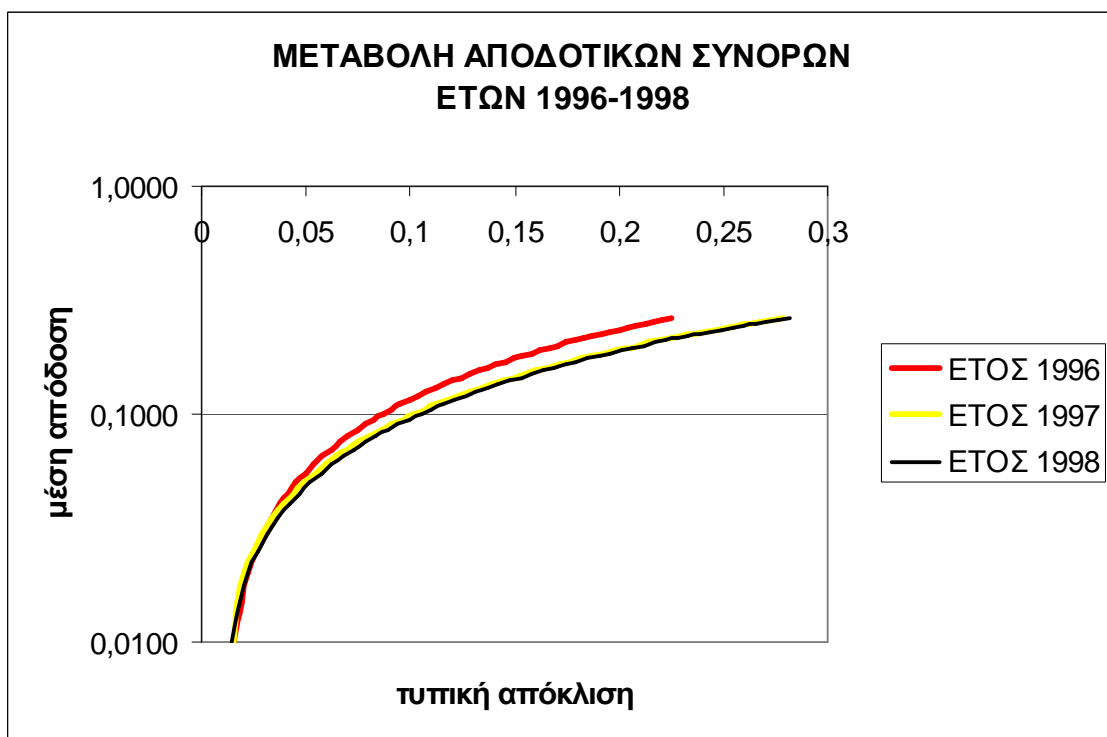
∅ ΕΤΗ 1994-1995-1996



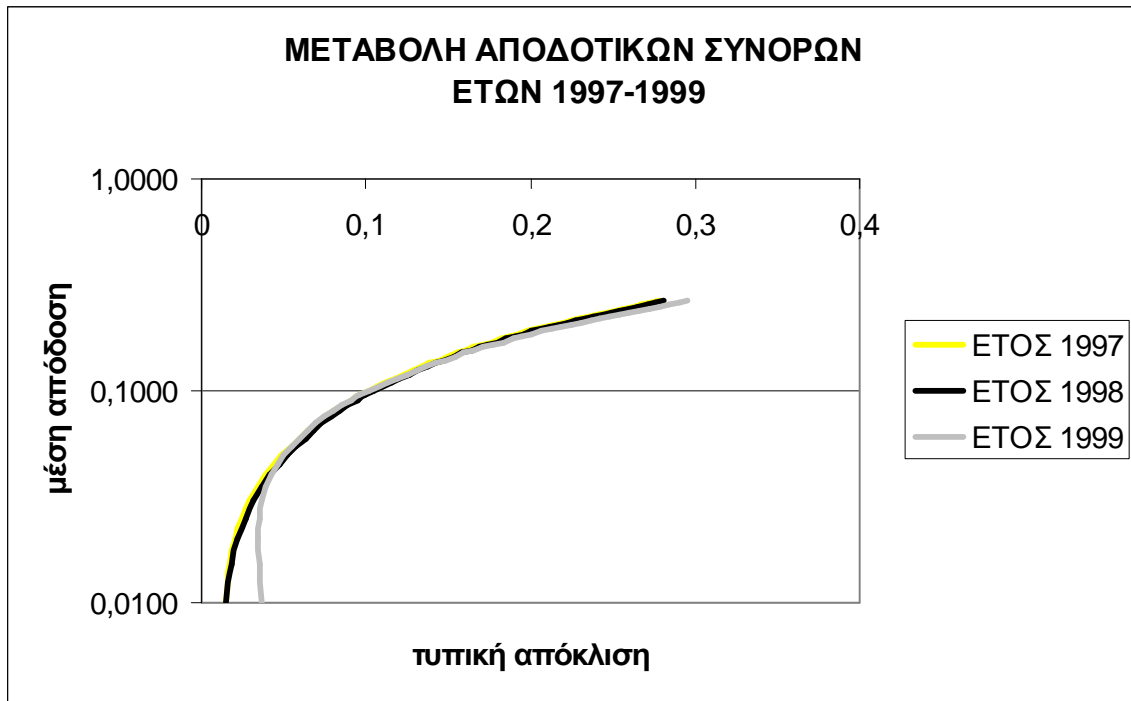
Ø ΕΤΗ 1995-1996-1997



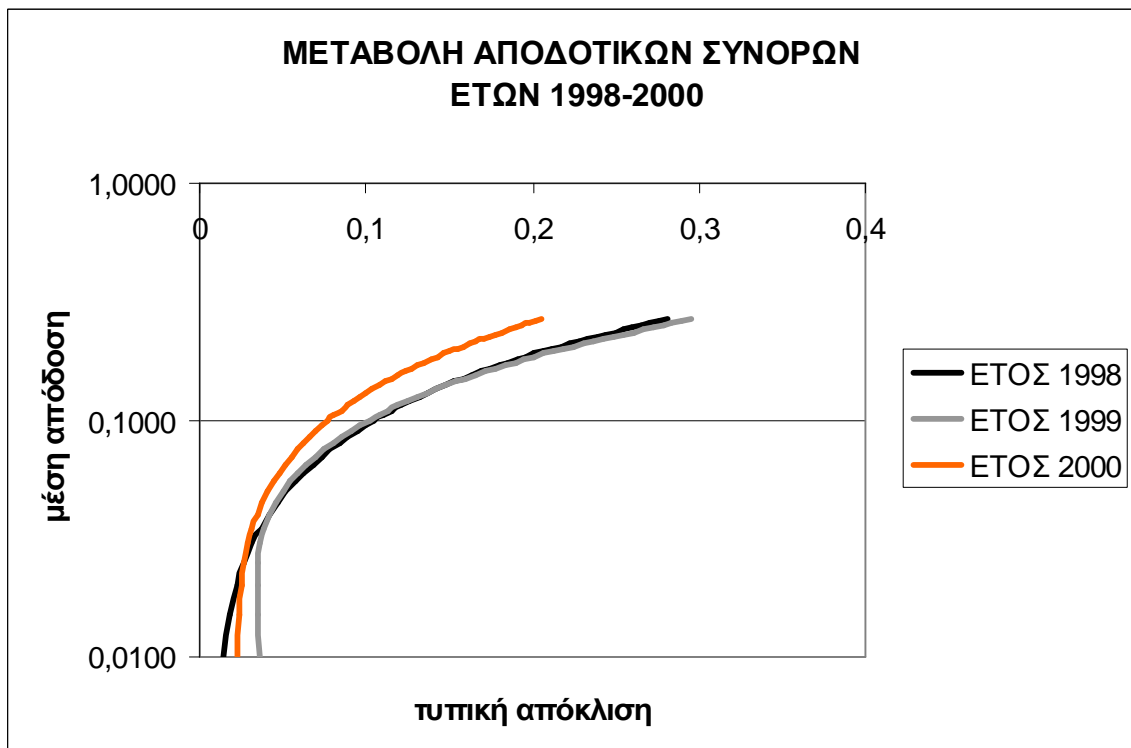
Ø ΕΤΗ 1996-1997-1998



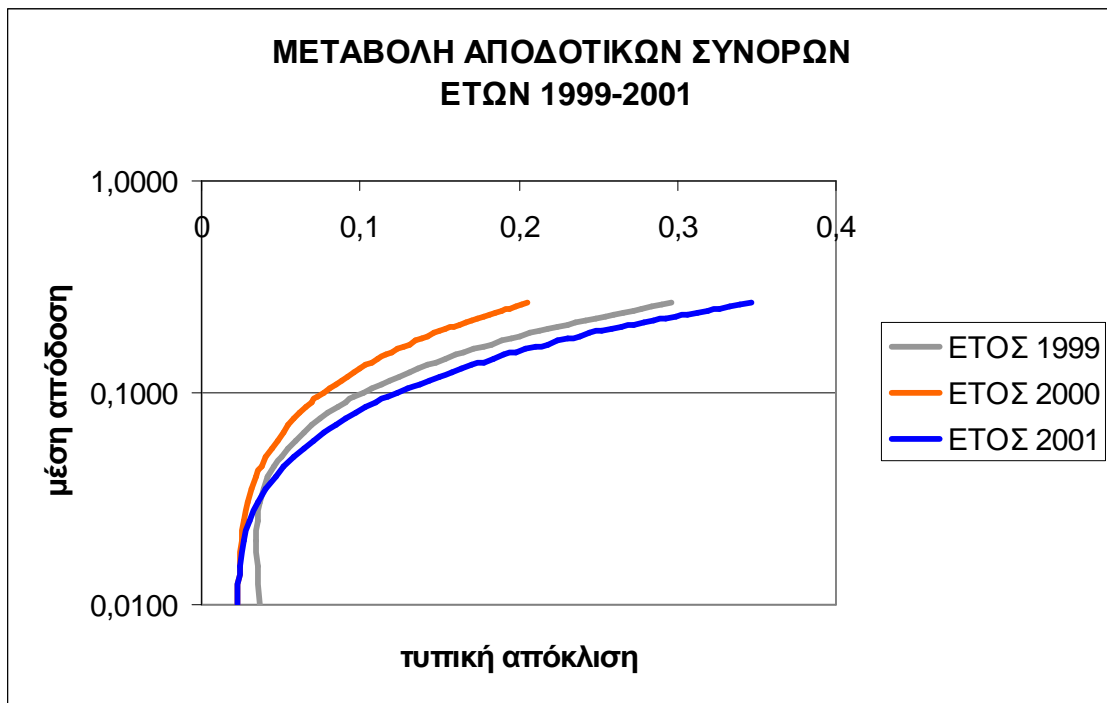
Ø ΕΤΗ 1997-1998-1999



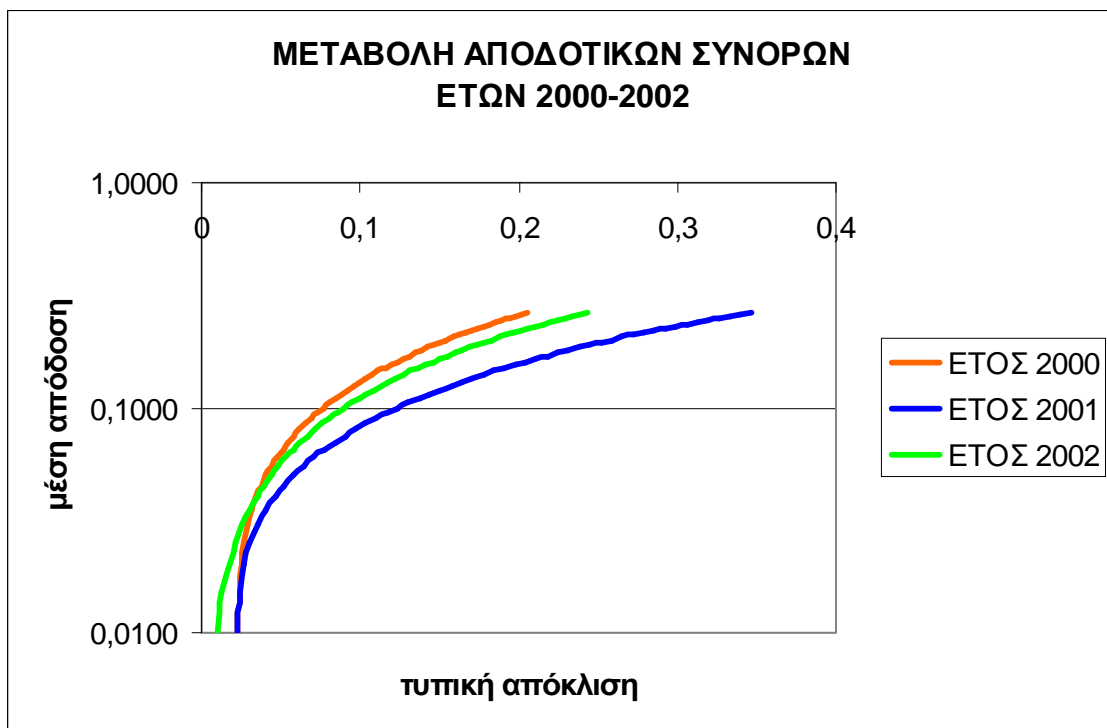
Ø ΕΤΗ 1998-1999-2000



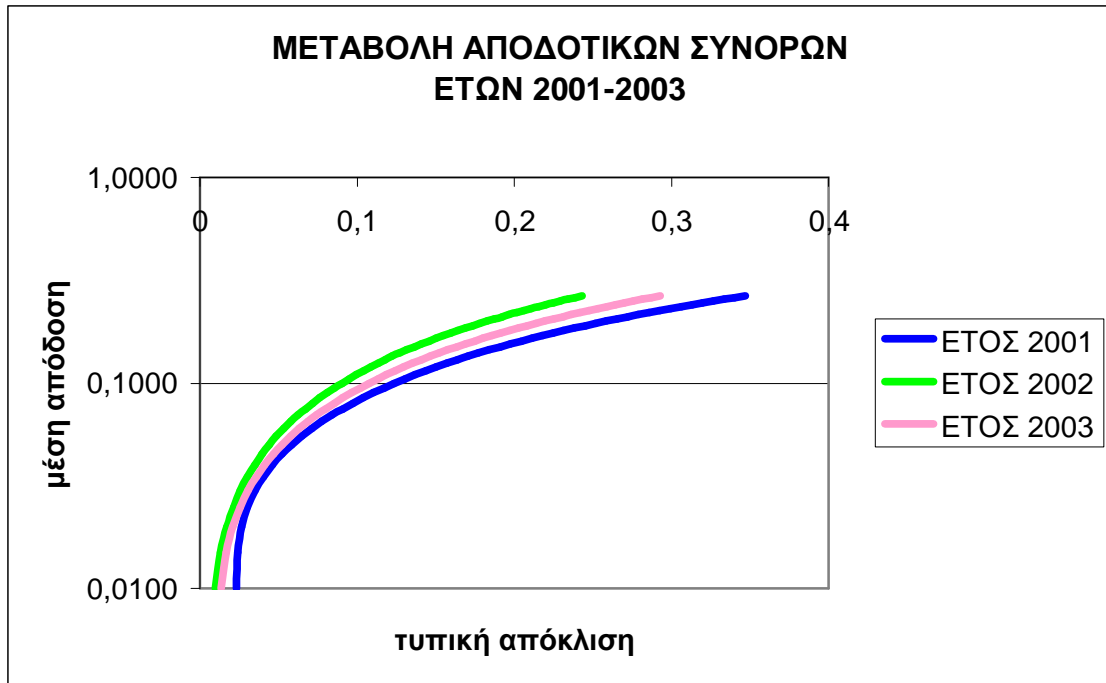
Ø ΕΤΗ 1999-2000-2001



Ø ΕΤΗ 2000-2001-2002

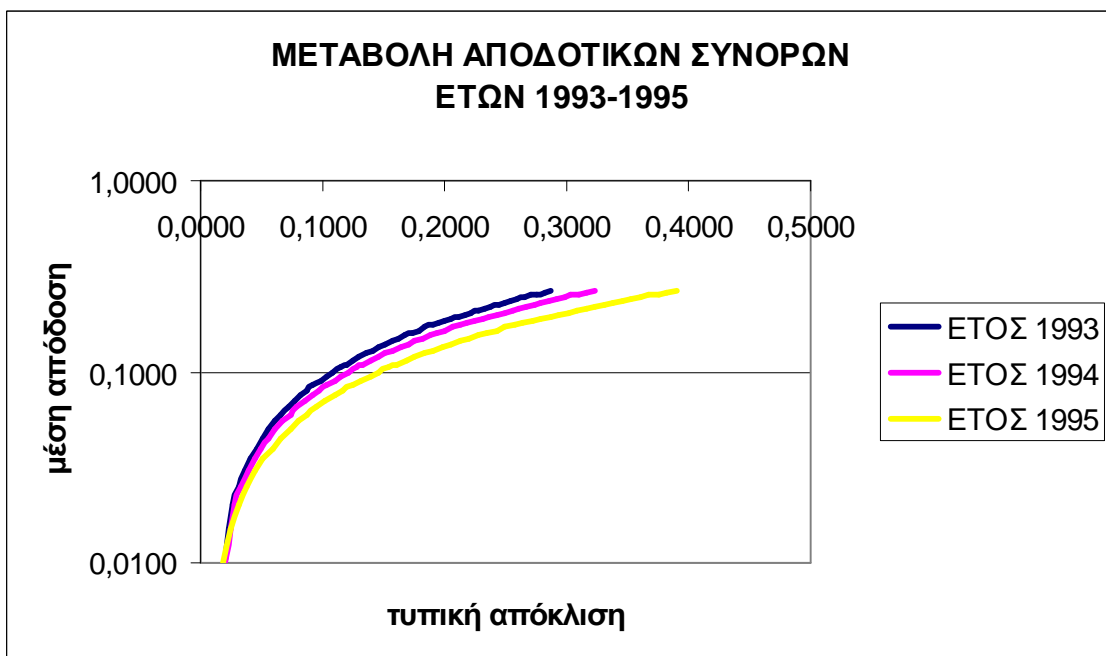


Ø ΕΤΗ 2001-2002-2003

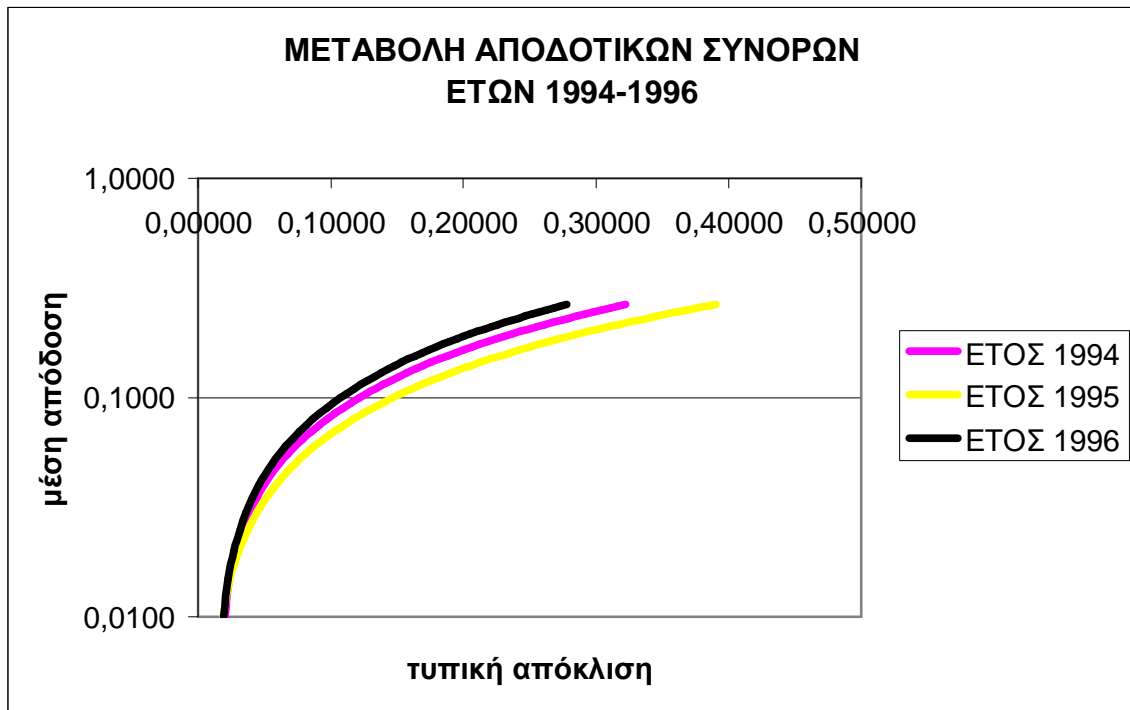


Δ) Δείγμα 31 μετοχών με μήτρα διακυμάνσεων V του Sharpe

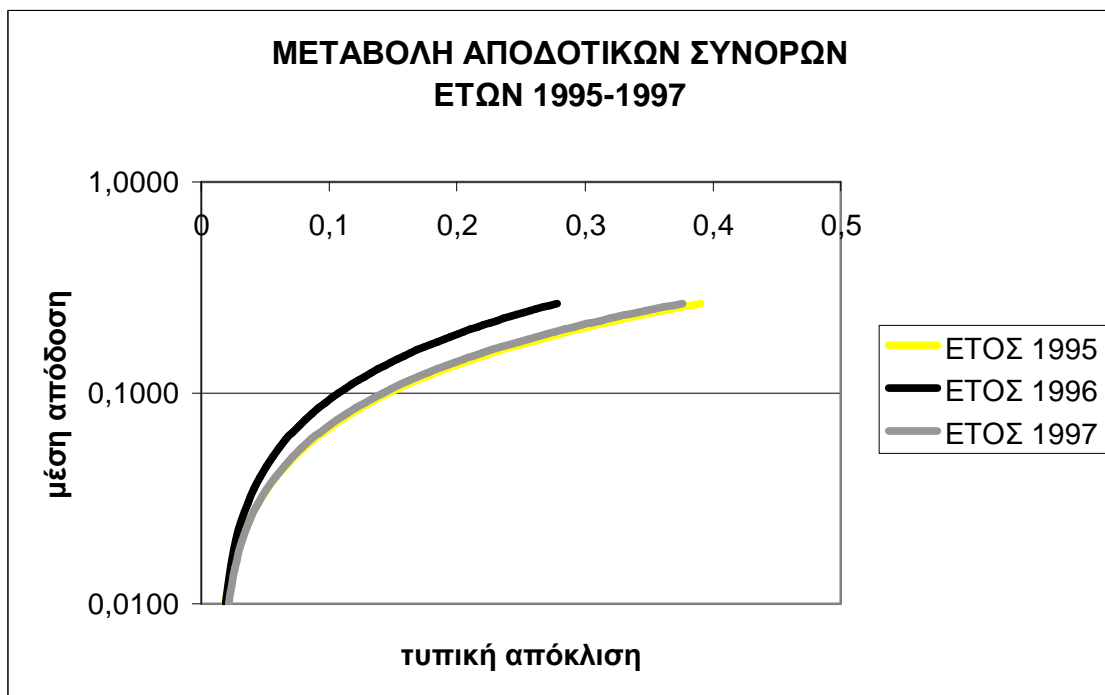
Ø ΕΤΗ 1993-1994-1995



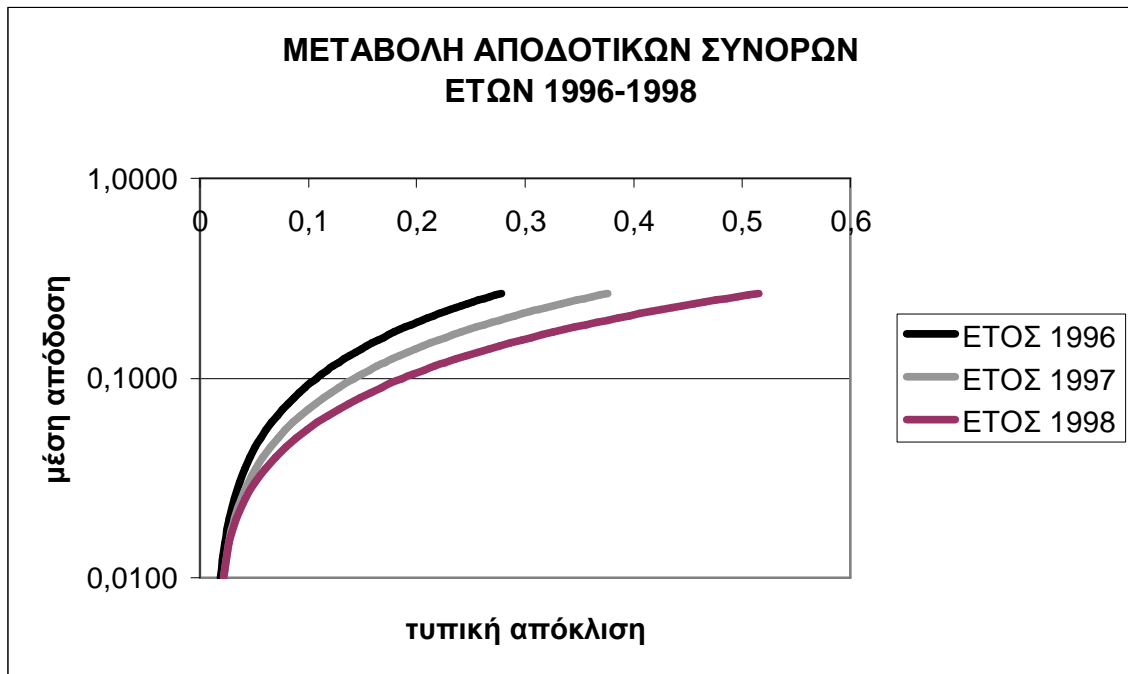
Ø ΕΤΗ 1994-1995-1996



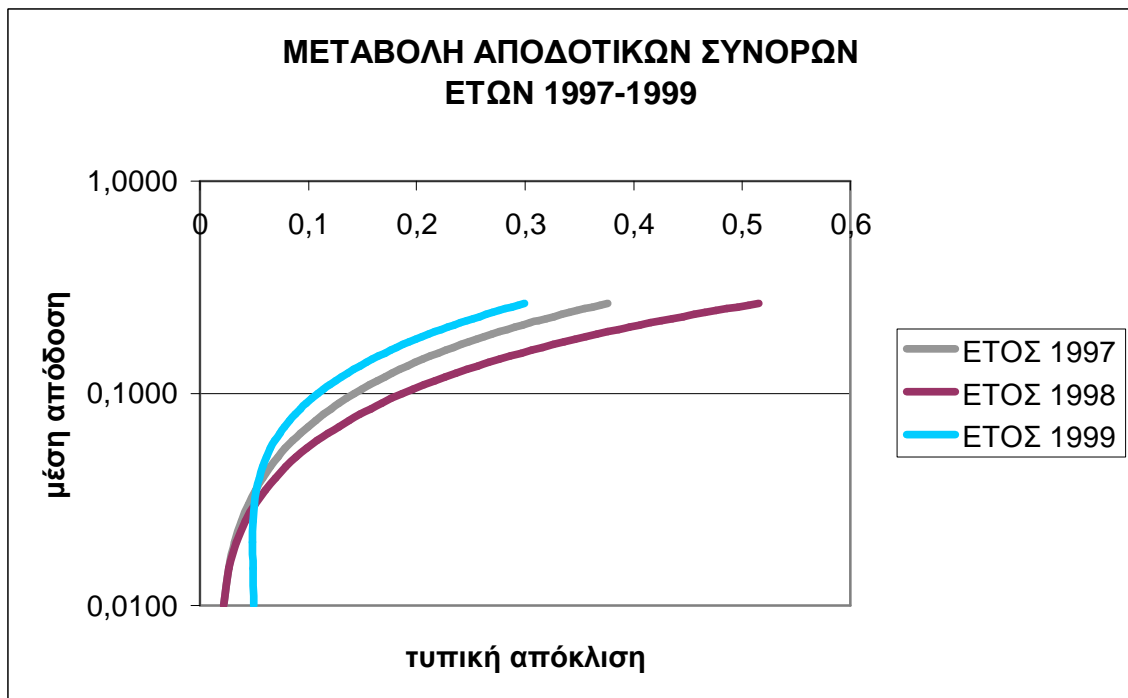
Ø ΕΤΗ 1995-1996-1997



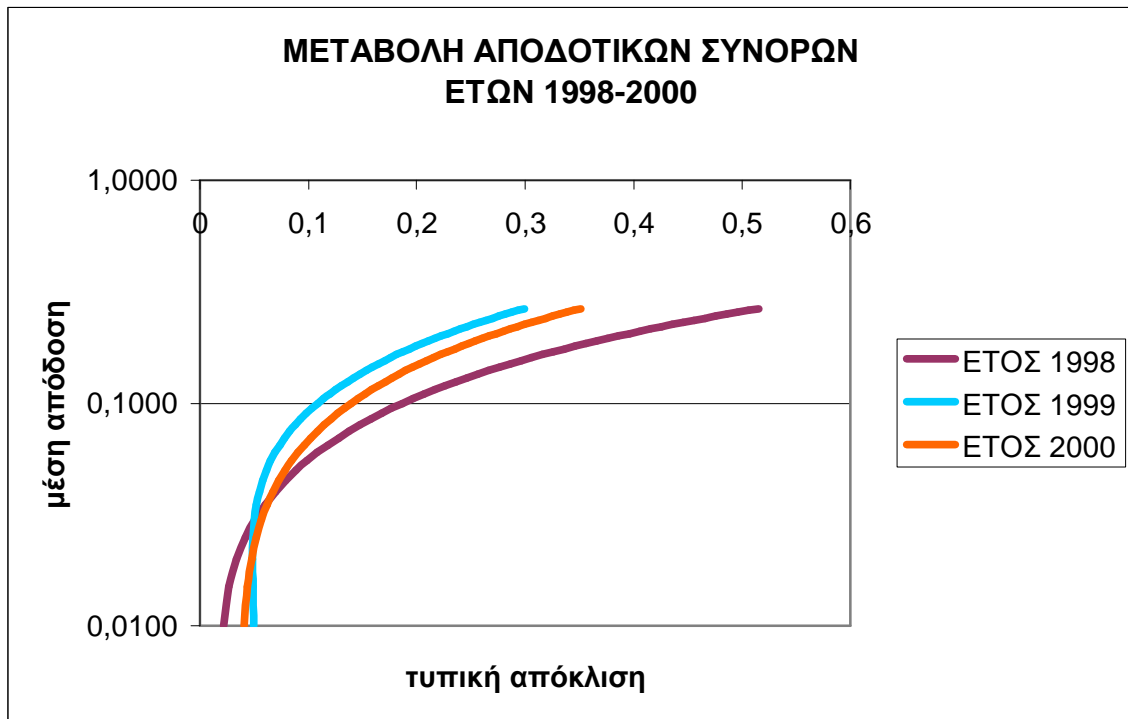
Ø ΕΤΗ 1996-1997-1998



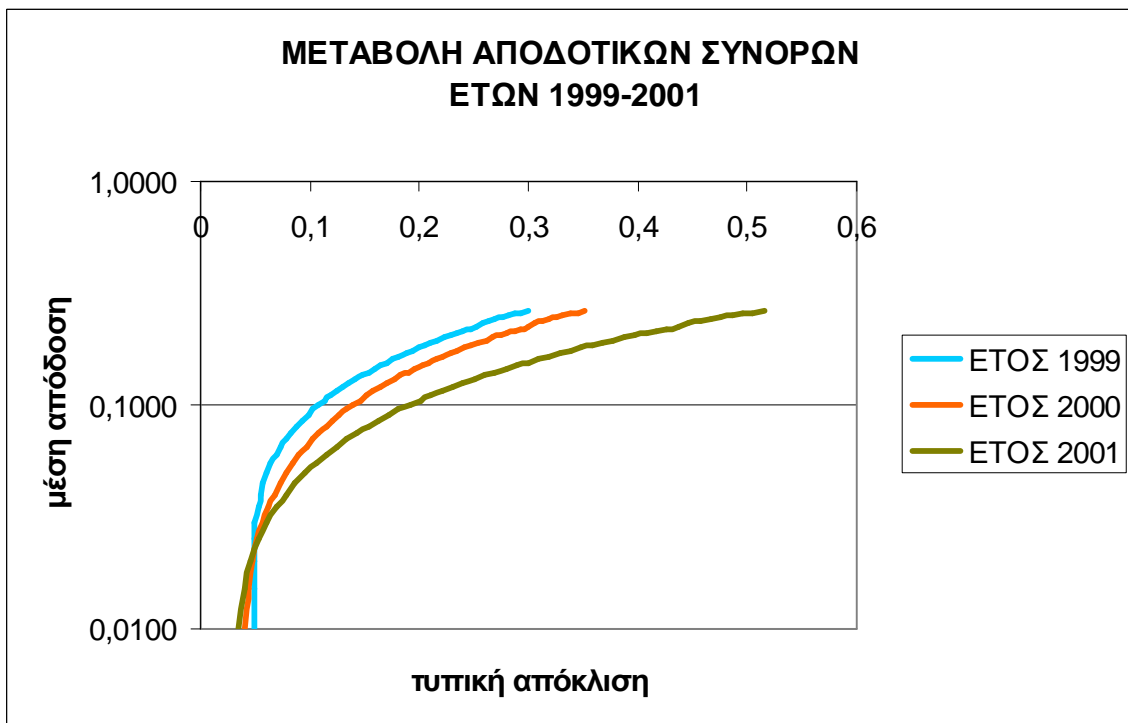
Ø ΕΤΗ 1997-1998-1999



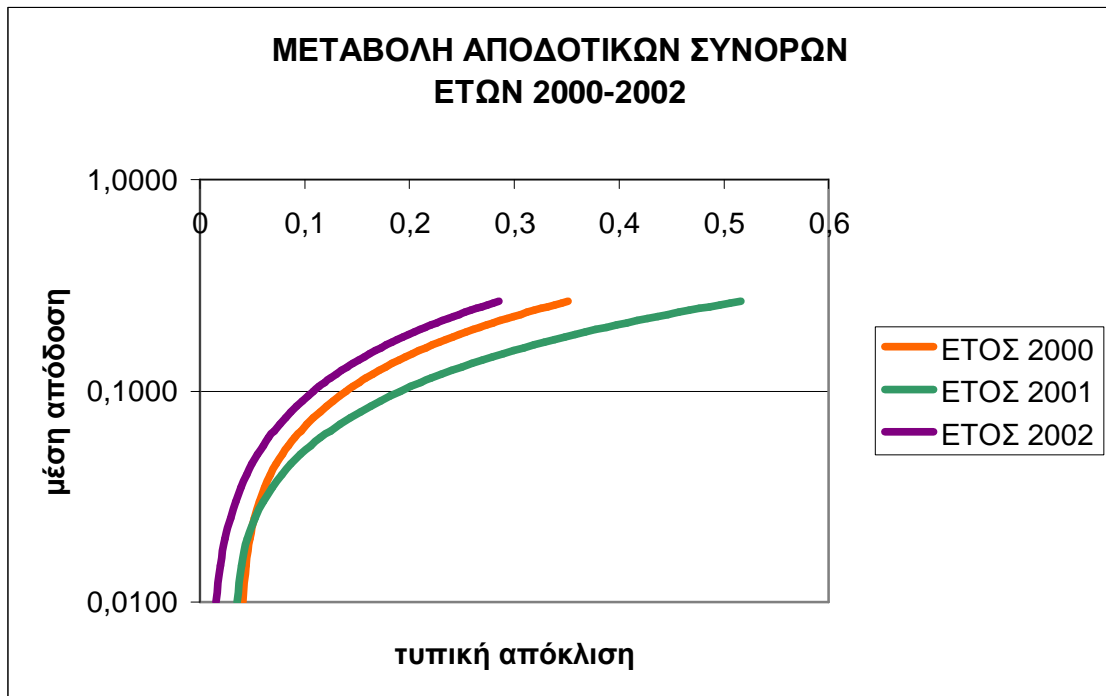
Ø ΕΤΗ 1998-1999-2000



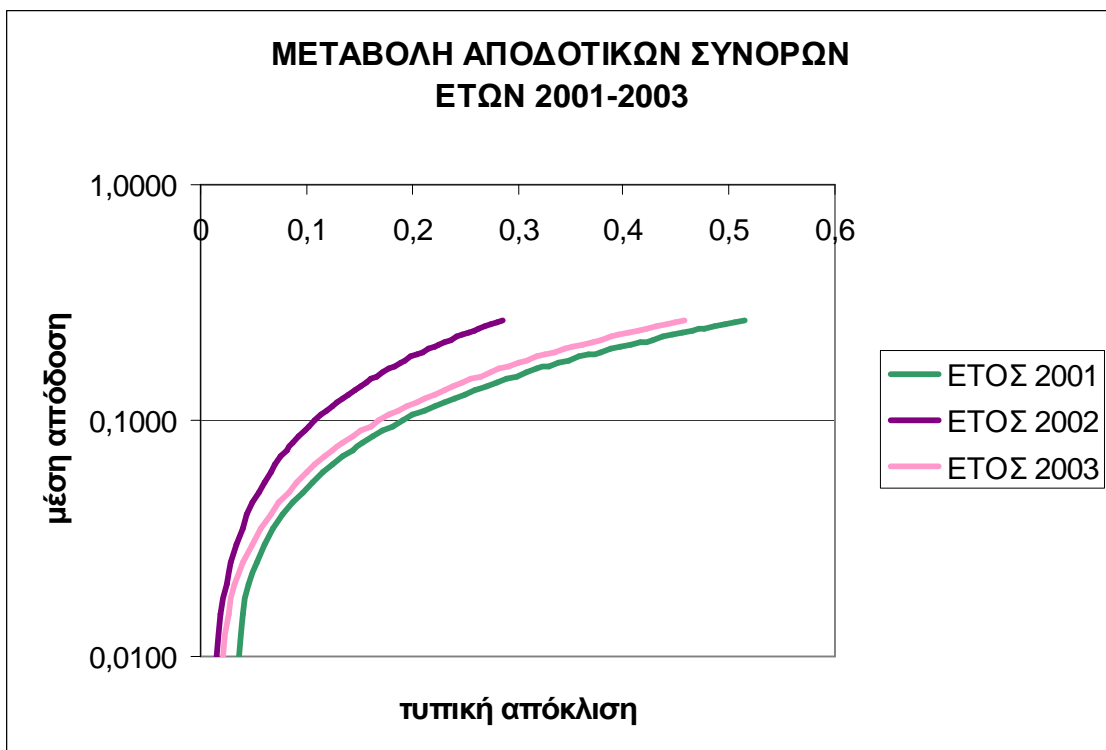
Ø ΕΤΗ 1999-2000-2001



Ø ΕΤΗ 2000-2001-2002



Ø ΕΤΗ 2001-2002-2003



ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΑΠΟΔΟΤΙΚΩΝ ΣΥΝΟΡΩΝ ΜΕΤΟΧΩΝ ΑΝΑ ΔΕΚΑΕΤΙΑ

Προκειμένου να διαπιστώσουμε συνολικά την διαχρονική μεταβολή στα αποδοτικά σύνορα όλων των ετών από το 1993 έως το 2003, σχεδιάσαμε ένα τελικό συνοπτικό γράφημα των αποδοτικών συνόρων ολόκληρης της δεκαετίας για κάθε ένα από τα τέσσερα διαφορετικά δείγματα (συνολικά σχεδιάστηκαν 4 γραφήματα).

Τα τέσσερα αυτά δείγματα όπως έχουμε αναφέρει είναι τα εξής:

A) Δείγμα **52 μετοχών** με **V** του **Markowitz**

B) Δείγμα **52 μετοχών** με **V** του **Sharpe**

Γ) Δείγμα **31 μετοχών** με **V** του **Sharpe**

Δ) Δείγμα **31 μετοχών** με **V** του **Markowitz**

Μέσα από τα γραφήματα αυτά στοχεύουμε στην πιο ξεκάθαρη σύγκριση μεταξύ των αποδοτικών συνόρων των μετοχών συνολικά. Δίνεται η δυνατότητα στον αναγνώστη να προβεί στην σύγκριση μεταξύ των αποδοτικών συνόρων όχι μόνο ανά δυο και τρία έτη (όπως έχουμε περιγράψει παραπάνω) αλλά και ανά τέσσερα, πέντε έως και για ολόκληρη την δεκαετία. Επίσης, είναι δυνατόν να διαπιστωθούν τυχόν αποκλίσεις και μεταξύ συνδυασμών των αποδοτικών συνόρων (π.χ. σύγκριση αποδοτικού συνόρου 1993 και 1997) και όχι απαραίτητα διαδοχικών ετών (π.χ. σύγκριση αποδοτικού συνόρου 1993 και 1994).

Παρακάτω παρουσιάζονται οι **πίνακες τυπικής απόκλισης και μέσης απόδοσης** ολόκληρης της δεκαετίας για κάθε δείγμα καθώς και τα **σχετικά γραφήματα των αποδοτικών συνόρων** που κατασκευάστηκαν με τη βοήθεια των δεδομένων των πινάκων

ΠΙΝΑΚΕΣ ΤΥΠΙΚΩΝ ΑΠΟΚΛΙΣΕΩΝ - ΜΕΣΩΝ ΑΠΟΔΟΣΕΩΝ

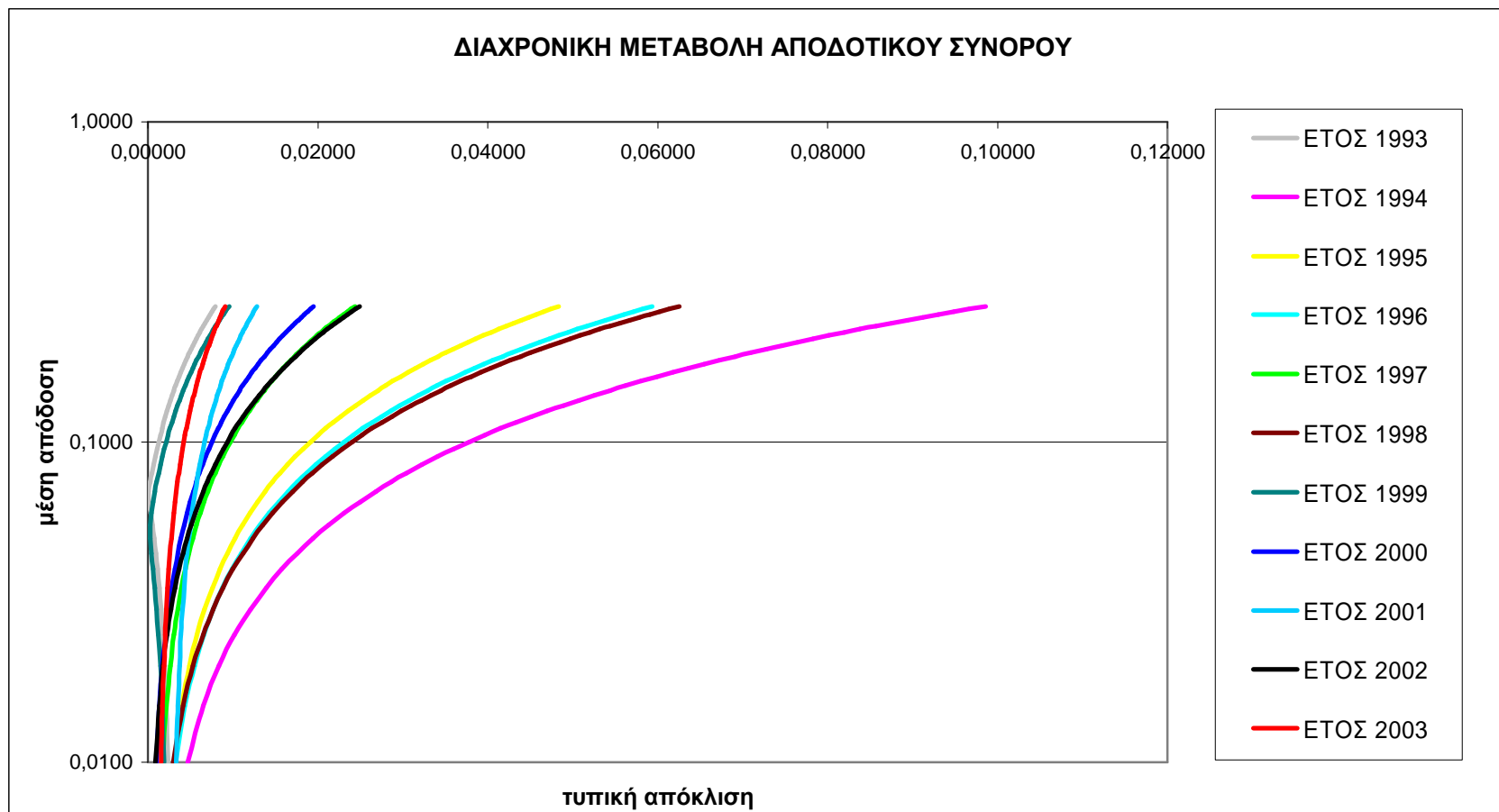
Α) ΠΙΝΑΚΑΣ ΔΙΑΧΡΟΝΙΚΩΝ ΤΥΠΙΚΩΝ ΑΠΟΚΛΙΣΕΩΝ ΚΑΙ ΜΕΣΩΝ ΑΠΟΔΟΣΕΩΝ ΔΕΙΓΜΑΤΟΣ 52 ΜΕΤΟΧΩΝ ΜΕ V ΤΟΥ MARKOWITZ

ΤΥΠΙΚΗ ΑΠΟΚΛΙΣΗ											ΜΕΣΗ ΑΠΟΔΟΣΗ
1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	
σ_p	σ_p	σ_p	σ_p	σ_p	σ_p	σ_p	σ_p	σ_p	σ_p	σ_p	r_p
0,00238	0,00468	0,00313	0,00327	0,00172	0,00299	0,00191	0,00099	0,00333	0,00085	0,00158	0,0100
0,00217	0,00652	0,00401	0,00437	0,00217	0,00415	0,00168	0,00135	0,00351	0,00132	0,00172	0,0150
0,00197	0,00836	0,00490	0,00547	0,00261	0,00532	0,00146	0,00172	0,00370	0,00179	0,00187	0,0200
0,00177	0,01020	0,00579	0,00657	0,00305	0,00649	0,00124	0,00208	0,00388	0,00227	0,00202	0,0250
0,00157	0,01204	0,00667	0,00767	0,00350	0,00765	0,00102	0,00244	0,00407	0,00274	0,00216	0,0300
0,00137	0,01388	0,00756	0,00877	0,00394	0,00882	0,00081	0,00280	0,00425	0,00321	0,00231	0,0350
0,00116	0,01572	0,00845	0,00987	0,00438	0,00999	0,00060	0,00317	0,00444	0,00368	0,00246	0,0400
0,00096	0,01756	0,00934	0,01097	0,00482	0,01116	0,00040	0,00353	0,00463	0,00415	0,00261	0,0450
0,00076	0,01940	0,01022	0,01206	0,00527	0,01232	0,00026	0,00389	0,00481	0,00462	0,00275	0,0500
0,00056	0,02124	0,01111	0,01316	0,00571	0,01349	0,00027	0,00425	0,00500	0,00509	0,00290	0,0550
0,00036	0,02308	0,01200	0,01426	0,00615	0,01466	0,00042	0,00462	0,00518	0,00556	0,00305	0,0600
0,00016	0,02492	0,01288	0,01536	0,00660	0,01583	0,00062	0,00498	0,00537	0,00603	0,00319	0,0650
0,00005	0,02676	0,01377	0,01646	0,00704	0,01699	0,00083	0,00534	0,00555	0,00650	0,00334	0,0700
0,00025	0,02860	0,01466	0,01756	0,00748	0,01816	0,00105	0,00570	0,00574	0,00697	0,00349	0,0750
0,00045	0,03044	0,01554	0,01866	0,00792	0,01933	0,00127	0,00607	0,00593	0,00744	0,00363	0,0800
0,00065	0,03229	0,01643	0,01976	0,00837	0,02050	0,00149	0,00643	0,00611	0,00791	0,00378	0,0850
0,00085	0,03413	0,01732	0,02086	0,00881	0,02166	0,00171	0,00679	0,00630	0,00838	0,00393	0,0900

0,00106	0,03597	0,01820	0,02196	0,00925	0,02283	0,00193	0,00715	0,00648	0,00885	0,00407	0,0950
0,00126	0,03781	0,01909	0,02305	0,00970	0,02400	0,00215	0,00752	0,00667	0,00933	0,00422	0,1000
0,00146	0,03965	0,01998	0,02415	0,01014	0,02517	0,00237	0,00788	0,00685	0,00980	0,00437	0,1050
0,00166	0,04149	0,02087	0,02525	0,01058	0,02633	0,00260	0,00824	0,00704	0,01027	0,00451	0,1100
0,00186	0,04333	0,02175	0,02635	0,01102	0,02750	0,00282	0,00860	0,00723	0,01074	0,00466	0,1150
0,00206	0,04517	0,02264	0,02745	0,01147	0,02867	0,00304	0,00897	0,00741	0,01121	0,00481	0,1200
0,00227	0,04701	0,02353	0,02855	0,01191	0,02984	0,00327	0,00933	0,00760	0,01168	0,00495	0,1250
0,00247	0,04885	0,02441	0,02965	0,01235	0,03100	0,00349	0,00969	0,00778	0,01215	0,00510	0,1300
0,00267	0,05069	0,02530	0,03075	0,01280	0,03217	0,00371	0,01005	0,00797	0,01262	0,00525	0,1350
0,00287	0,05253	0,02619	0,03185	0,01324	0,03334	0,00394	0,01042	0,00815	0,01309	0,00539	0,1400
0,00307	0,05437	0,02707	0,03295	0,01368	0,03450	0,00416	0,01078	0,00834	0,01356	0,00554	0,1450
0,00328	0,05621	0,02796	0,03404	0,01412	0,03567	0,00438	0,01114	0,00853	0,01403	0,00569	0,1500
0,00348	0,05805	0,02885	0,03514	0,01457	0,03684	0,00461	0,01150	0,00871	0,01450	0,00583	0,1550
0,00368	0,05989	0,02973	0,03624	0,01501	0,03801	0,00483	0,01187	0,00890	0,01497	0,00598	0,1600
0,00388	0,06173	0,03062	0,03734	0,01545	0,03917	0,00505	0,01223	0,00908	0,01544	0,00613	0,1650
0,00408	0,06357	0,03151	0,03844	0,01590	0,04034	0,00528	0,01259	0,00927	0,01591	0,00628	0,1700
0,00429	0,06542	0,03239	0,03954	0,01634	0,04151	0,00550	0,01295	0,00945	0,01638	0,00642	0,1750
0,00449	0,06726	0,03328	0,04064	0,01678	0,04268	0,00572	0,01332	0,00964	0,01686	0,00657	0,1800
0,00469	0,06910	0,03417	0,04174	0,01722	0,04384	0,00595	0,01368	0,00983	0,01733	0,00672	0,1850
0,00489	0,07094	0,03506	0,04284	0,01767	0,04501	0,00617	0,01404	0,01001	0,01780	0,00686	0,1900
0,00509	0,07278	0,03594	0,04394	0,01811	0,04618	0,00639	0,01440	0,01020	0,01827	0,00701	0,1950
0,00529	0,07462	0,03683	0,04503	0,01855	0,04735	0,00662	0,01477	0,01038	0,01874	0,00716	0,2000
0,00550	0,07646	0,03772	0,04613	0,01900	0,04851	0,00684	0,01513	0,01057	0,01921	0,00730	0,2050
0,00570	0,07830	0,03860	0,04723	0,01944	0,04968	0,00707	0,01549	0,01075	0,01968	0,00745	0,2100
0,00590	0,08014	0,03949	0,04833	0,01988	0,05085	0,00729	0,01585	0,01094	0,02015	0,00760	0,2150
0,00610	0,08198	0,04038	0,04943	0,02032	0,05202	0,00751	0,01622	0,01113	0,02062	0,00774	0,2200
0,00630	0,08382	0,04126	0,05053	0,02077	0,05318	0,00774	0,01658	0,01131	0,02109	0,00789	0,2250
0,00651	0,08566	0,04215	0,05163	0,02121	0,05435	0,00796	0,01694	0,01150	0,02156	0,00804	0,2300
0,00671	0,08750	0,04304	0,05273	0,02165	0,05552	0,00818	0,01730	0,01168	0,02203	0,00818	0,2350
0,00691	0,08934	0,04392	0,05383	0,02210	0,05669	0,00841	0,01767	0,01187	0,02250	0,00833	0,2400
0,00711	0,09118	0,04481	0,05493	0,02254	0,05785	0,00863	0,01803	0,01205	0,02297	0,00848	0,2450

0,00731	0,09302	0,04570	0,05602	0,02298	0,05902	0,00886	0,01839	0,01224	0,02344	0,00862	0,2500
0,00751	0,09486	0,04658	0,05712	0,02342	0,06019	0,00908	0,01875	0,01243	0,02392	0,00877	0,2550
0,00772	0,09670	0,04747	0,05822	0,02387	0,06135	0,00930	0,01912	0,01261	0,02439	0,00892	0,2600
0,00792	0,09854	0,04836	0,05932	0,02431	0,06252	0,00953	0,01948	0,01280	0,02486	0,00906	0,2650

ΣΥΝΟΛΙΚΟ ΓΡΑΦΗΜΑ ΔΙΑΧΡΟΝΙΚΗΣ ΜΕΤΑΒΟΛΗΣ ΑΠΟΔΟΤΙΚΟΥ ΣΥΝΟΡΟΥ
ΔΕΙΓΜΑΤΟΣ 52 ΜΕΤΟΧΩΝ ΜΕ ν ΤΟΥ MARKOWITZ



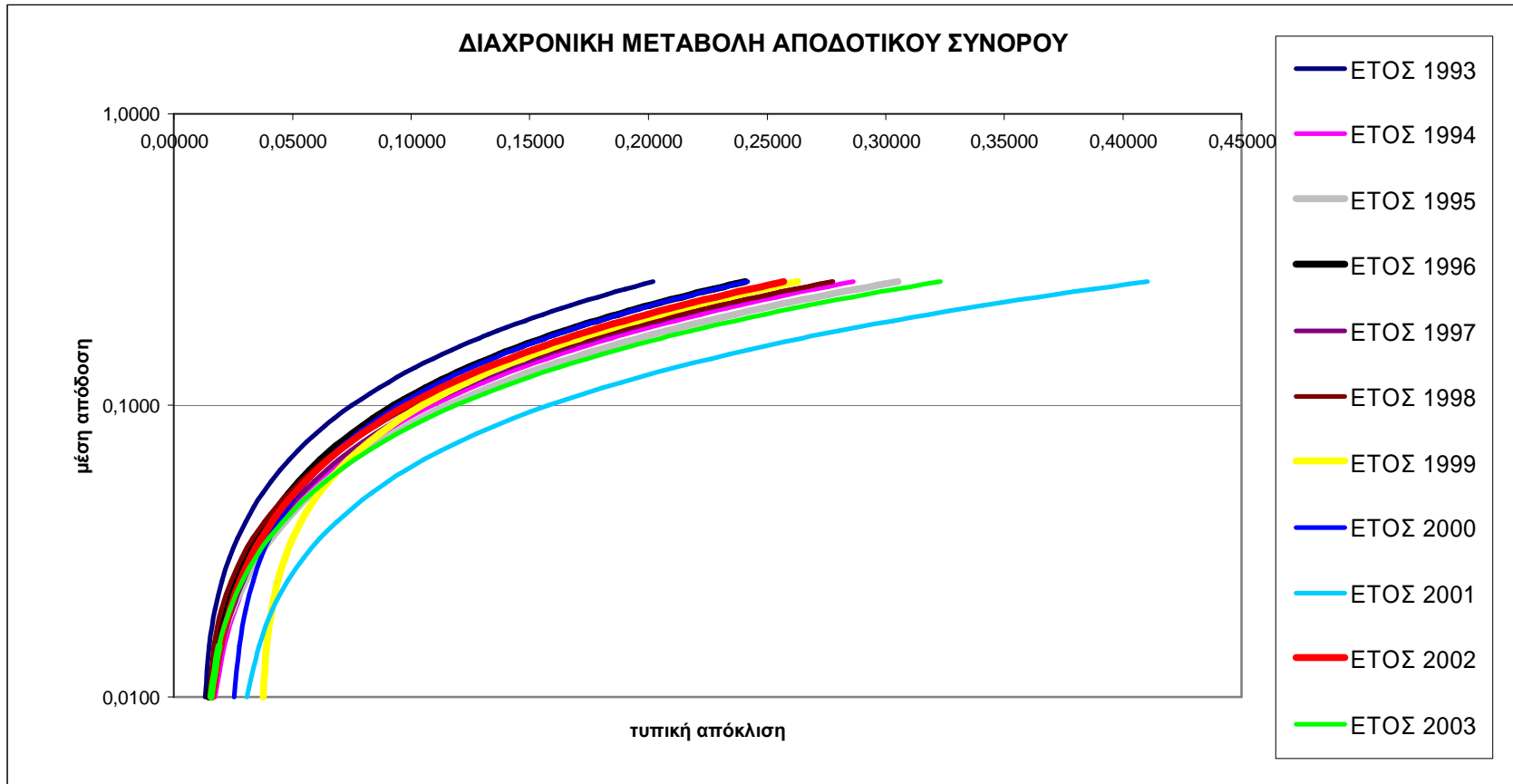
**Β) ΠΙΝΑΚΑΣ ΔΙΑΧΡΟΝΙΚΩΝ ΤΥΠΙΚΩΝ ΑΠΟΚΛΙΣΕΩΝ ΚΑΙ ΜΕΣΩΝ ΑΠΟΔΟΣΕΩΝ
ΔΕΙΓΜΑΤΟΣ 52 ΜΕΤΟΧΩΝ ΜΕ V ΤΟΥ SHARPE**

ΤΥΠΙΚΗ ΑΠΟΚΛΙΣΗ											ΜΕΣΗ ΑΠΟΔΟΣΗ
1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	
σ_p	σ_p	σ_p	σ_p	σ_p	σ_p	σ_p	σ_p	σ_p	σ_p	σ_p	r_p
0,01313	0,01745	0,01488	0,01470	0,01668	0,01497	0,03755	0,02534	0,03085	0,01605	0,01566	0,0100
0,01487	0,02134	0,01961	0,01842	0,02036	0,01686	0,03914	0,02754	0,03583	0,01958	0,01907	0,0150
0,01731	0,02577	0,02478	0,02242	0,02461	0,02006	0,04126	0,03025	0,04163	0,02357	0,02364	0,0200
0,02021	0,03052	0,03017	0,02658	0,02918	0,02405	0,04383	0,03335	0,04796	0,02783	0,02882	0,0250
0,02338	0,03545	0,03568	0,03083	0,03395	0,02851	0,04677	0,03674	0,05464	0,03225	0,03435	0,0300
0,02674	0,04049	0,04125	0,03514	0,03883	0,03323	0,05003	0,04035	0,06156	0,03678	0,04007	0,0350
0,03022	0,04562	0,04687	0,03950	0,0438	0,03814	0,05354	0,04413	0,06863	0,04137	0,04591	0,0400
0,03378	0,05080	0,05252	0,04388	0,04883	0,04315	0,05725	0,04804	0,07583	0,04601	0,05184	0,0450
0,03740	0,05602	0,05819	0,04828	0,05389	0,04825	0,06114	0,05204	0,08311	0,05069	0,05783	0,0500
0,04107	0,06127	0,06388	0,05270	0,05899	0,0534	0,06516	0,05612	0,09045	0,05539	0,06385	0,0550
0,04477	0,06654	0,06958	0,05713	0,06411	0,05859	0,0693	0,06026	0,09785	0,06012	0,06991	0,0600
0,04849	0,07183	0,07529	0,06157	0,06925	0,06381	0,07354	0,06445	0,10529	0,06486	0,07599	0,0650
0,05224	0,07713	0,08101	0,06601	0,0744	0,06906	0,07785	0,06868	0,11276	0,06961	0,08209	0,0700
0,05600	0,08245	0,08674	0,07046	0,07956	0,07433	0,08223	0,07294	0,12025	0,07437	0,0882	0,0750
0,05978	0,08777	0,09246	0,07492	0,08473	0,07961	0,08667	0,07723	0,12777	0,07914	0,09433	0,0800
0,06356	0,09310	0,0982	0,07938	0,08991	0,0849	0,09116	0,08154	0,13531	0,08392	0,10046	0,0850
0,06736	0,09844	0,10393	0,08385	0,0951	0,09021	0,09569	0,08588	0,14286	0,0887	0,1066	0,0900
0,07116	0,10378	0,10967	0,08831	0,10029	0,09552	0,10025	0,09023	0,15042	0,09349	0,11275	0,0950
0,07497	0,10913	0,11541	0,09278	0,10548	0,10084	0,10485	0,0946	0,158	0,09828	0,1189	0,1000
0,07878	0,11448	0,12115	0,09726	0,11068	0,10617	0,10947	0,09898	0,16558	0,10307	0,12506	0,1050

0,08260	0,11984	0,1269	0,10173	0,11589	0,1115	0,11412	0,10337	0,17317	0,10787	0,13122	0,1100
0,08642	0,12520	0,13265	0,10621	0,12109	0,11683	0,11879	0,10776	0,18077	0,11267	0,13738	0,1150
0,09025	0,13056	0,13839	0,11068	0,1263	0,12217	0,12348	0,11217	0,18838	0,11748	0,14355	0,1200
0,09408	0,13592	0,14414	0,11516	0,13151	0,12752	0,12819	0,11659	0,19599	0,12228	0,14972	0,1250
0,09791	0,14129	0,14989	0,11964	0,13673	0,13286	0,13291	0,12101	0,20361	0,12709	0,15589	0,1300
0,10175	0,14665	0,15564	0,12412	0,14194	0,13821	0,13764	0,12544	0,21123	0,1319	0,16207	0,1350
0,10558	0,15202	0,16139	0,12860	0,14716	0,14356	0,14239	0,12988	0,21886	0,13671	0,16825	0,1400
0,10942	0,15739	0,16715	0,13309	0,15238	0,14892	0,14714	0,13432	0,22649	0,14152	0,17443	0,1450
0,11326	0,16276	0,1729	0,13757	0,1576	0,15427	0,15191	0,13876	0,23412	0,14634	0,18061	0,1500
0,11710	0,16814	0,17865	0,14205	0,16282	0,15963	0,15669	0,14321	0,24175	0,15115	0,18679	0,1550
0,12095	0,17351	0,18441	0,14654	0,16804	0,16499	0,16147	0,14766	0,24939	0,15597	0,19297	0,1600
0,12479	0,17888	0,19016	0,15102	0,17326	0,17035	0,16626	0,15211	0,25703	0,16078	0,19915	0,1650
0,12864	0,18426	0,19592	0,15551	0,17849	0,17571	0,17106	0,15657	0,26468	0,1656	0,20534	0,1700
0,13248	0,18964	0,20167	0,15999	0,18371	0,18107	0,17587	0,16103	0,27232	0,17042	0,21152	0,1750
0,13633	0,19501	0,20743	0,16448	0,18894	0,18644	0,18068	0,1655	0,27997	0,17524	0,21771	0,1800
0,14018	0,20039	0,21318	0,16897	0,19416	0,1918	0,1855	0,16996	0,28761	0,18006	0,2239	0,1850
0,14403	0,20577	0,21894	0,17345	0,19939	0,19716	0,19032	0,17443	0,29526	0,18487	0,23008	0,1900
0,14788	0,21115	0,2247	0,17794	0,20462	0,20253	0,19514	0,1789	0,30292	0,1897	0,23627	0,1950
0,15173	0,21653	0,23045	0,18243	0,20985	0,2079	0,19997	0,18337	0,31057	0,19452	0,24246	0,2000
0,15558	0,22191	0,23621	0,18692	0,21507	0,21327	0,20481	0,18784	0,31822	0,19934	0,24865	0,2050
0,15944	0,22729	0,24197	0,19140	0,2203	0,21863	0,20964	0,19232	0,32588	0,20416	0,25484	0,2100
0,16329	0,23267	0,24773	0,19589	0,22553	0,224	0,21449	0,1968	0,33353	0,20898	0,26103	0,2150
0,16714	0,23805	0,25348	0,20038	0,23076	0,22937	0,21933	0,20127	0,34119	0,2138	0,26722	0,2200
0,17100	0,24343	0,25924	0,20487	0,23599	0,23474	0,22418	0,20575	0,34885	0,21863	0,27342	0,2250
0,17485	0,24882	0,265	0,20936	0,24122	0,24011	0,22903	0,21024	0,35651	0,22345	0,27961	0,2300
0,17871	0,25420	0,27076	0,21385	0,24645	0,24548	0,23388	0,21472	0,36417	0,22827	0,2858	0,2350
0,18256	0,25958	0,27652	0,21834	0,25169	0,25085	0,23874	0,2192	0,37183	0,2331	0,29199	0,2400
0,18642	0,26497	0,28228	0,22283	0,25692	0,25623	0,24359	0,22368	0,37949	0,23792	0,29818	0,2450

0,19027	0,27035	0,28803	0,22732	0,26215	0,2616	0,24845	0,22817	0,38715	0,24274	0,30438	0,2500
0,19413	0,27573	0,29379	0,23181	0,26738	0,26697	0,25331	0,23265	0,39481	0,24757	0,31057	0,2550
0,19799	0,28112	0,29955	0,23630	0,27261	0,27234	0,25818	0,23714	0,40248	0,25239	0,31677	0,2600
0,20184	0,28650	0,30531	0,24079	0,27785	0,27772	0,26304	0,24163	0,41014	0,25722	0,32296	0,2650

ΣΥΝΟΛΙΚΟ ΓΡΑΦΗΜΑ ΔΙΑΧΡΟΝΙΚΗΣ ΜΕΤΑΒΟΛΗΣ ΑΠΟΔΟΤΙΚΟΥ ΣΥΝΟΡΟΥ
ΔΕΙΓΜΑΤΟΣ 52 ΜΕΤΟΧΩΝ ΜΕ V ΤΟΥ SHARPE

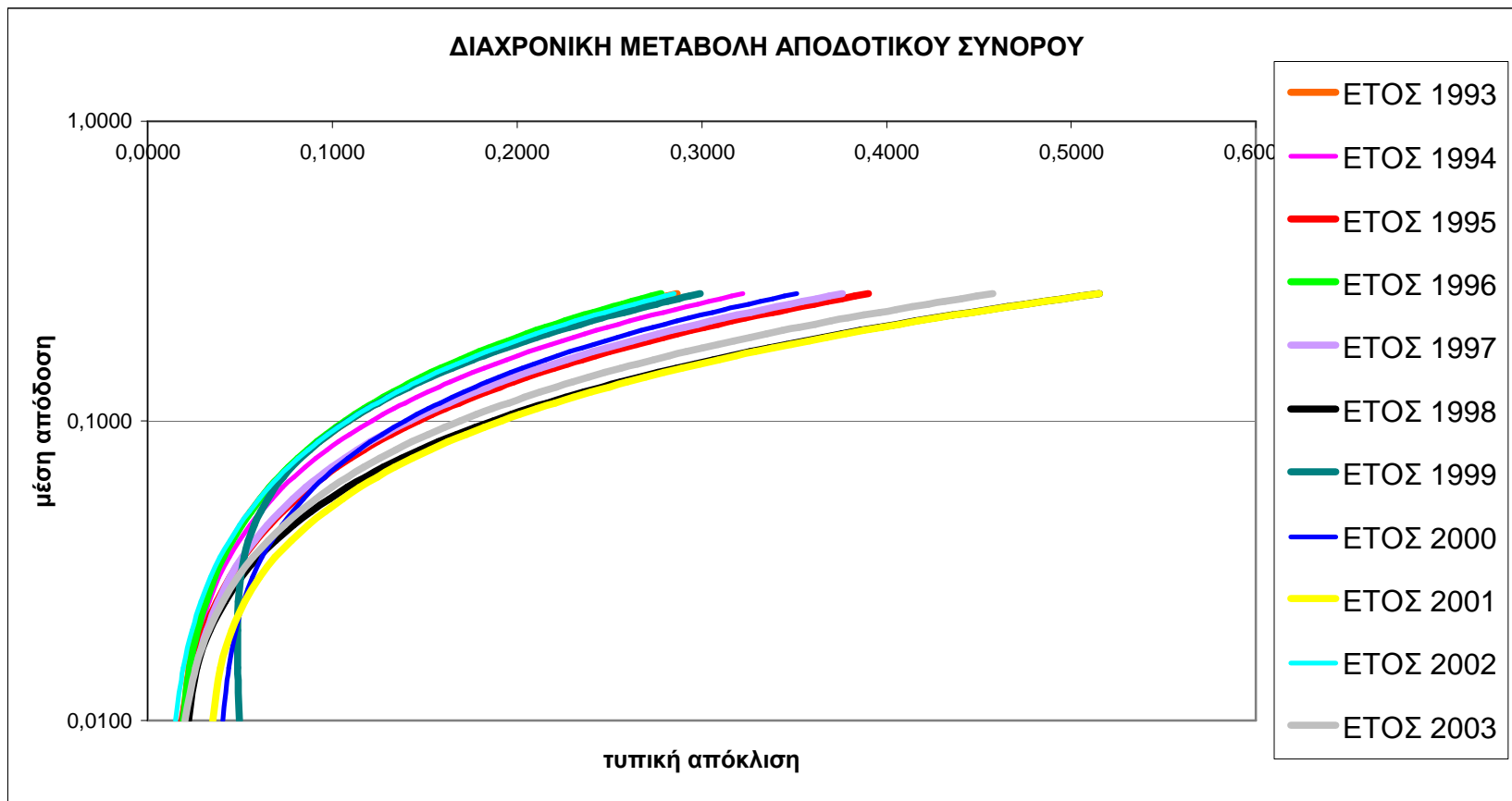


**Γ) ΠΙΝΑΚΑΣ ΔΙΑΧΡΟΝΙΚΩΝ ΤΥΠΙΚΩΝ ΑΠΟΚΛΙΣΕΩΝ ΚΑΙ ΜΕΣΩΝ ΑΠΟΔΟΣΕΩΝ
ΔΕΙΓΜΑΤΟΣ 31 ΜΕΤΟΧΩΝ, ΜΕ **V** ΤΟΥ **SHARPE****

ΤΥΠΙΚΗ ΑΠΟΚΛΙΣΗ											ΜΕΣΗ ΑΠΟΔΟΣΗ
1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	
σ_p	σ_p	σ_p	σ_p	σ_p	σ_p	σ_p	σ_p	σ_p	σ_p	σ_p	r_p
0,0193	0,0202	0,0186	0,0191	0,0215	0,0221	0,0498	0,0407	0,0352	0,0150	0,0201	0,0100
0,0225	0,0238	0,0243	0,0228	0,0263	0,0266	0,0488	0,0438	0,0394	0,0193	0,0258	0,0150
0,0265	0,0283	0,0307	0,0270	0,0320	0,0336	0,0486	0,0476	0,0454	0,0240	0,0329	0,0200
0,0309	0,0333	0,0374	0,0316	0,0381	0,0418	0,0491	0,0520	0,0526	0,0290	0,0406	0,0250
0,0356	0,0386	0,0444	0,0363	0,0446	0,0507	0,0503	0,0568	0,0606	0,0341	0,0487	0,0300
0,0404	0,0441	0,0515	0,0411	0,0512	0,0599	0,0521	0,0618	0,0690	0,0392	0,0570	0,0350
0,0454	0,0498	0,0587	0,0460	0,0579	0,0693	0,0546	0,0672	0,0778	0,0444	0,0654	0,0400
0,0505	0,0556	0,0659	0,0509	0,0648	0,0789	0,0576	0,0727	0,0868	0,0497	0,0739	0,0450
0,0556	0,0614	0,0731	0,0559	0,0716	0,0885	0,0611	0,0784	0,0960	0,0549	0,0825	0,0500
0,0608	0,0673	0,0804	0,0610	0,0786	0,0982	0,0649	0,0842	0,1053	0,0602	0,0910	0,0550
0,0661	0,0732	0,0877	0,0660	0,0855	0,1080	0,0690	0,0901	0,1147	0,0655	0,0997	0,0600
0,0713	0,0791	0,0950	0,0711	0,0925	0,1178	0,0734	0,0961	0,1242	0,0708	0,1083	0,0650
0,0766	0,0851	0,1023	0,0762	0,0995	0,1276	0,0780	0,1021	0,1337	0,0762	0,1170	0,0700
0,0819	0,0911	0,1097	0,0813	0,1065	0,1375	0,0828	0,1082	0,1433	0,0815	0,1256	0,0750
0,0872	0,0971	0,1170	0,0864	0,1135	0,1473	0,0877	0,1144	0,1529	0,0868	0,1343	0,0800
0,0925	0,1031	0,1244	0,0916	0,1206	0,1572	0,0928	0,1205	0,1626	0,0922	0,1430	0,0850
0,0979	0,1092	0,1317	0,0967	0,1276	0,1671	0,0980	0,1268	0,1722	0,0975	0,1517	0,0900
0,1032	0,1152	0,1391	0,1019	0,1347	0,1770	0,1032	0,1330	0,1819	0,1029	0,1604	0,0950
0,1086	0,1213	0,1464	0,1070	0,1418	0,1869	0,1086	0,1393	0,1916	0,1082	0,1691	0,1000
0,1139	0,1273	0,1538	0,1122	0,1488	0,1968	0,1140	0,1456	0,2014	0,1136	0,1778	0,1050
0,1193	0,1334	0,1612	0,1173	0,1559	0,2068	0,1194	0,1519	0,2111	0,1189	0,1866	0,1100
0,1247	0,1394	0,1686	0,1225	0,1630	0,2167	0,1249	0,1582	0,2209	0,1243	0,1953	0,1150
0,1301	0,1455	0,1759	0,1276	0,1701	0,2266	0,1305	0,1646	0,2306	0,1296	0,2040	0,1200
0,1354	0,1516	0,1833	0,1328	0,1772	0,2366	0,1361	0,1709	0,2404	0,1350	0,2127	0,1250
0,1408	0,1576	0,1907	0,1380	0,1842	0,2465	0,1417	0,1773	0,2502	0,1403	0,2215	0,1300

0,1462	0,1637	0,1981	0,1431	0,1913	0,2564	0,1474	0,1837	0,2600	0,1457	0,2302	0,1350
0,1516	0,1698	0,2054	0,1483	0,1984	0,2664	0,1531	0,1901	0,2697	0,1511	0,2389	0,1400
0,1570	0,1759	0,2128	0,1535	0,2055	0,2763	0,1588	0,1964	0,2795	0,1564	0,2477	0,1450
0,1624	0,1820	0,2202	0,1587	0,2126	0,2863	0,1645	0,2029	0,2894	0,1618	0,2564	0,1500
0,1678	0,1881	0,2276	0,1639	0,2197	0,2962	0,1703	0,2093	0,2992	0,1671	0,2651	0,1550
0,1732	0,1941	0,2350	0,1690	0,2268	0,3062	0,1760	0,2157	0,3090	0,1725	0,2739	0,1600
0,1786	0,2002	0,2424	0,1742	0,2339	0,3161	0,1818	0,2221	0,3188	0,1779	0,2826	0,1650
0,1840	0,2063	0,2498	0,1794	0,2410	0,3261	0,1876	0,2285	0,3286	0,1832	0,2914	0,1700
0,1894	0,2124	0,2571	0,1846	0,2481	0,3360	0,1934	0,2350	0,3384	0,1886	0,3001	0,1750
0,1948	0,2185	0,2645	0,1898	0,2552	0,3460	0,1992	0,2414	0,3483	0,1940	0,3089	0,1800
0,2002	0,2246	0,2719	0,1950	0,2623	0,3560	0,2051	0,2479	0,3581	0,1993	0,3176	0,1850
0,2056	0,2307	0,2793	0,2001	0,2694	0,3659	0,2109	0,2543	0,3679	0,2047	0,3264	0,1900
0,2110	0,2368	0,2867	0,2053	0,2765	0,3759	0,2168	0,2608	0,3777	0,2101	0,3351	0,1950
0,2164	0,2429	0,2941	0,2105	0,2836	0,3858	0,2226	0,2672	0,3876	0,2154	0,3438	0,2000
0,2218	0,2490	0,3015	0,2157	0,2908	0,3958	0,2285	0,2737	0,3974	0,2208	0,3526	0,2050
0,2272	0,2551	0,3089	0,2209	0,2979	0,4058	0,2344	0,2801	0,4072	0,2262	0,3613	0,2100
0,2326	0,2612	0,3163	0,2261	0,3050	0,4157	0,2402	0,2866	0,4171	0,2315	0,3701	0,2150
0,2380	0,2673	0,3236	0,2313	0,3121	0,4257	0,2461	0,2931	0,4269	0,2369	0,3788	0,2200
0,2434	0,2734	0,3310	0,2365	0,3192	0,4356	0,2520	0,2995	0,4368	0,2423	0,3876	0,2250
0,2489	0,2795	0,3384	0,2416	0,3263	0,4456	0,2579	0,3060	0,4466	0,2476	0,3963	0,2300
0,2543	0,2856	0,3458	0,2468	0,3334	0,4556	0,2638	0,3125	0,4565	0,2530	0,4051	0,2350
0,2597	0,2917	0,3532	0,2520	0,3405	0,4655	0,2697	0,3189	0,4663	0,2584	0,4138	0,2400
0,2651	0,2978	0,3606	0,2572	0,3476	0,4755	0,2756	0,3254	0,4762	0,2638	0,4226	0,2450
0,2705	0,3039	0,3680	0,2624	0,3548	0,4855	0,2816	0,3319	0,4860	0,2691	0,4313	0,2500
0,2759	0,3100	0,3754	0,2676	0,3619	0,4954	0,2875	0,3384	0,4958	0,2745	0,4401	0,2550
0,2813	0,3161	0,3828	0,2728	0,3690	0,5054	0,2934	0,3448	0,5057	0,2799	0,4488	0,2600
0,2867	0,3222	0,3902	0,2780	0,3761	0,5154	0,2993	0,3513	0,5155	0,2852	0,4576	0,2650

ΣΥΝΟΛΙΚΟ ΓΡΑΦΗΜΑ ΔΙΑΧΡΟΝΙΚΗΣ ΜΕΤΑΒΟΛΗΣ ΑΠΟΔΟΤΙΚΟΥ ΣΥΝΟΡΟΥ
ΔΕΙΓΜΑΤΟΣ 31 ΜΕΤΟΧΩΝ ΜΕ V ΤΟΥ SHARPE

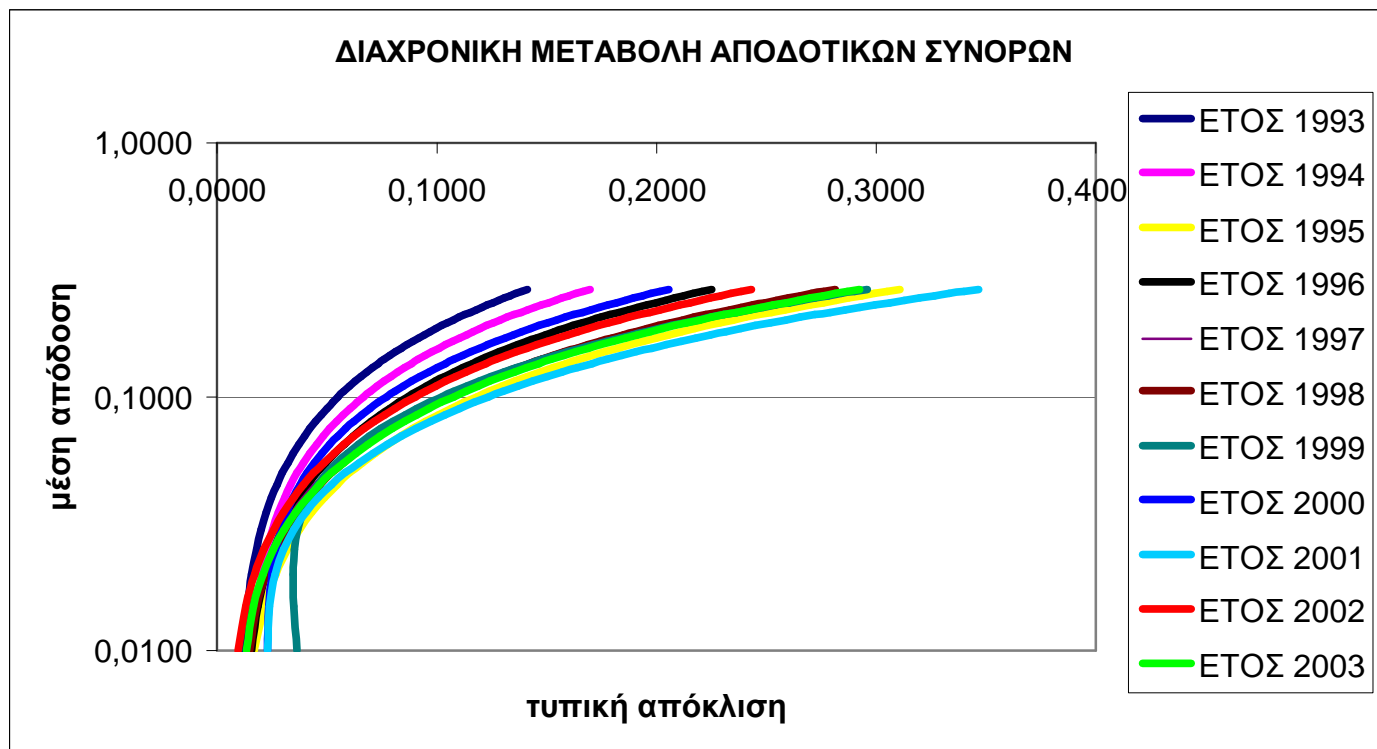


**Δ) ΠΙΝΑΚΑΣ ΔΙΑΧΡΟΝΙΚΩΝ ΤΥΠΙΚΩΝ ΑΠΟΚΛΙΣΕΩΝ ΚΑΙ ΜΕΣΩΝ ΑΠΟΔΟΣΕΩΝ
ΔΕΙΓΜΑΤΟΣ 31 ΜΕΤΟΧΩΝ ΜΕ V ΤΟΥ MARKOWITZ**

ΤΥΠΙΚΗ ΑΠΟΚΛΙΣΗ											ΜΕΣΗ ΑΠΟΔΟΣΗ
1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	
σ_p	σ_p	σ_p	σ_p	σ_p	σ_p	σ_p	σ_p	σ_p	σ_p	σ_p	r_p
0,0123	0,0163	0,0169	0,0157	0,0150	0,0148	0,0365	0,0228	0,0231	0,0096	0,0134	0,0100
0,0139	0,0181	0,0216	0,0187	0,0172	0,0182	0,0350	0,0236	0,0238	0,0131	0,0166	0,0150
0,0158	0,0203	0,0267	0,0221	0,0206	0,0223	0,0345	0,0250	0,0263	0,0171	0,0208	0,0200
0,0179	0,0227	0,0321	0,0258	0,0247	0,0269	0,0351	0,0268	0,0302	0,0214	0,0256	0,0250
0,0202	0,0253	0,0376	0,0296	0,0292	0,0318	0,0366	0,0291	0,0350	0,0258	0,0307	0,0300
0,0225	0,0279	0,0432	0,0335	0,0340	0,0368	0,0390	0,0318	0,0403	0,0303	0,0359	0,0350
0,0248	0,0307	0,0489	0,0374	0,0389	0,0418	0,0421	0,0347	0,0461	0,0348	0,0412	0,0400
0,0272	0,0335	0,0546	0,0414	0,0440	0,0470	0,0458	0,0377	0,0521	0,0393	0,0466	0,0450
0,0297	0,0364	0,0603	0,0455	0,0491	0,0522	0,0500	0,0410	0,0583	0,0439	0,0521	0,0500
0,0322	0,0394	0,0660	0,0495	0,0543	0,0574	0,0545	0,0443	0,0646	0,0485	0,0575	0,0550
0,0347	0,0423	0,0718	0,0536	0,0595	0,0626	0,0592	0,0478	0,0709	0,0531	0,0630	0,0600
0,0372	0,0453	0,0776	0,0578	0,0647	0,0679	0,0642	0,0513	0,0774	0,0577	0,0686	0,0650
0,0397	0,0483	0,0834	0,0619	0,0699	0,0732	0,0693	0,0548	0,0839	0,0623	0,0741	0,0700
0,0423	0,0513	0,0892	0,0660	0,0752	0,0784	0,0746	0,0585	0,0905	0,0669	0,0796	0,0750
0,0448	0,0544	0,0950	0,0701	0,0805	0,0837	0,0799	0,0621	0,0971	0,0716	0,0852	0,0800
0,0474	0,0574	0,1008	0,0743	0,0858	0,0890	0,0854	0,0658	0,1037	0,0762	0,0908	0,0850
0,0500	0,0605	0,1066	0,0785	0,0911	0,0943	0,0909	0,0696	0,1103	0,0808	0,0963	0,0900
0,0525	0,0636	0,1124	0,0826	0,0964	0,0997	0,0965	0,0733	0,1170	0,0854	0,1019	0,0950
0,0551	0,0666	0,1182	0,0868	0,1017	0,1050	0,1021	0,0771	0,1237	0,0901	0,1075	0,1000
0,0577	0,0697	0,1240	0,0909	0,1070	0,1103	0,1078	0,0809	0,1304	0,0947	0,1131	0,1050
0,0603	0,0728	0,1298	0,0951	0,1124	0,1156	0,1135	0,0847	0,1371	0,0993	0,1187	0,1100
0,0629	0,0759	0,1357	0,0993	0,1177	0,1210	0,1192	0,0885	0,1438	0,1040	0,1243	0,1150
0,0655	0,0790	0,1415	0,1035	0,1231	0,1263	0,1249	0,0923	0,1505	0,1086	0,1299	0,1200
0,0681	0,0821	0,1473	0,1077	0,1284	0,1316	0,1307	0,0962	0,1572	0,1133	0,1355	0,1250
0,0707	0,0852	0,1531	0,1118	0,1337	0,1370	0,1365	0,1000	0,1639	0,1179	0,1411	0,1300

0,0733	0,0883	0,1590	0,1160	0,1391	0,1423	0,1423	0,1039	0,1707	0,1225	0,1466	0,1350
0,0759	0,0915	0,1648	0,1202	0,1444	0,1476	0,1481	0,1078	0,1774	0,1272	0,1523	0,1400
0,0785	0,0946	0,1706	0,1244	0,1498	0,1530	0,1540	0,1116	0,1842	0,1318	0,1579	0,1450
0,0811	0,0977	0,1765	0,1286	0,1551	0,1583	0,1598	0,1155	0,1909	0,1365	0,1635	0,1500
0,0837	0,1008	0,1823	0,1328	0,1605	0,1637	0,1657	0,1194	0,1977	0,1411	0,1691	0,1550
0,0863	0,1039	0,1881	0,1370	0,1658	0,1690	0,1715	0,1233	0,2044	0,1457	0,1747	0,1600
0,0889	0,1071	0,1940	0,1412	0,1712	0,1744	0,1774	0,1272	0,2112	0,1504	0,1803	0,1650
0,0915	0,1102	0,1998	0,1453	0,1766	0,1797	0,1833	0,1311	0,2180	0,1550	0,1859	0,1700
0,0941	0,1133	0,2057	0,1495	0,1819	0,1851	0,1892	0,1350	0,2247	0,1597	0,1915	0,1750
0,0967	0,1164	0,2115	0,1537	0,1873	0,1904	0,1951	0,1389	0,2315	0,1643	0,1971	0,1800
0,0994	0,1196	0,2173	0,1579	0,1926	0,1957	0,2010	0,1428	0,2383	0,1690	0,2027	0,1850
0,1020	0,1227	0,2232	0,1621	0,1980	0,2011	0,2069	0,1467	0,2450	0,1736	0,2083	0,1900
0,1046	0,1258	0,2290	0,1663	0,2034	0,2064	0,2128	0,1506	0,2518	0,1782	0,2139	0,1950
0,1072	0,1290	0,2348	0,1705	0,2087	0,2118	0,2187	0,1545	0,2586	0,1829	0,2195	0,2000
0,1098	0,1321	0,2407	0,1747	0,2141	0,2171	0,2247	0,1584	0,2653	0,1875	0,2251	0,2050
0,1124	0,1352	0,2465	0,1789	0,2195	0,2225	0,2306	0,1623	0,2721	0,1922	0,2308	0,2100
0,1151	0,1384	0,2524	0,1831	0,2248	0,2279	0,2365	0,1663	0,2789	0,1968	0,2364	0,2150
0,1177	0,1415	0,2582	0,1873	0,2302	0,2332	0,2424	0,1702	0,2857	0,2015	0,2420	0,2200
0,1203	0,1446	0,2640	0,1915	0,2356	0,2386	0,2484	0,1741	0,2925	0,2061	0,2476	0,2250
0,1229	0,1478	0,2699	0,1957	0,2409	0,2439	0,2543	0,1780	0,2992	0,2108	0,2532	0,2300
0,1255	0,1509	0,2757	0,1999	0,2463	0,2493	0,2603	0,1820	0,3060	0,2154	0,2588	0,2350
0,1282	0,1541	0,2816	0,2041	0,2517	0,2546	0,2662	0,1859	0,3128	0,2201	0,2644	0,2400
0,1308	0,1572	0,2874	0,2083	0,2570	0,2600	0,2721	0,1898	0,3196	0,2247	0,2700	0,2450
0,1334	0,1603	0,2932	0,2125	0,2624	0,2653	0,2781	0,1937	0,3264	0,2293	0,2757	0,2500
0,1360	0,1635	0,2991	0,2167	0,2678	0,2707	0,2840	0,1977	0,3332	0,2340	0,2813	0,2550
0,1386	0,1666	0,3049	0,2209	0,2731	0,2760	0,2900	0,2016	0,3399	0,2386	0,2869	0,2600
0,1413	0,1698	0,3108	0,2251	0,2785	0,2814	0,2959	0,2055	0,3467	0,2433	0,2925	0,2650

ΣΥΝΟΛΙΚΟ ΓΡΑΦΗΜΑ ΔΙΑΧΡΟΝΙΚΗΣ ΜΕΤΑΒΟΛΗΣ ΑΠΟΔΟΤΙΚΟΥ ΣΥΝΟΡΟΥ
ΔΕΙΓΜΑΤΟΣ 31 ΜΕΤΟΧΩΝ ΜΕ ν ΤΟΥ MARKOWITZ



ΕΡΜΗΝΕΙΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ

Πριν παρουσιάσουμε τα αποτελέσματα από την μελέτη που πραγματοποιήθηκε, κρίνεται απαραίτητο σε αυτό το σημείο να δοθεί μια συνοπτική περιγραφή της Ελληνικής Χρηματιστηριακής Αγοράς και συγκεκριμένα των χαρακτηριστικών του Ελληνικού Χρηματιστηρίου Αξιών. Η περιγραφή αυτή είναι απαραίτητη προκειμένου να λάβει ο αναγνώστης μια γενική εικόνα του χρηματιστηριακού περιβάλλοντος μέσα στο οποίο κινούνται οι μετοχές του δείγματος της παρούσας εργασίας.

Τα αποτελέσματα λοιπόν που αναδείχθηκαν μετά από την επεξεργασία των στοιχείων πρέπει να ερμηνευθούν υπό το πρίσμα του τρέχοντος χρηματιστηριακού περιβάλλοντος. Δεν ενδείκνυται δηλαδή να παραληφθούν τα χαρακτηριστικά του Ελληνικού Χρηματιστηρίου Αξιών και η σημασία τους στην ερμηνεία των αποτελεσμάτων.

Η ελληνική χρηματιστηριακή αγορά παρά τις σημαντικές προόδους που έχει σημειώσει, κυρίως από το 1986 και έπειτα όπου απελευθερώθηκε η κίνηση κεφαλαίων για επενδύσεις σε τίτλους, υστερεί σε σχέση με άλλες αναπτυγμένες αγορές του εξωτερικού.

Σήμερα λοιπόν το **Χρηματιστήριο Αξιών Αθηνών** παρουσιάζει τα εξής **χαρακτηριστικά**:

(1) **Ρηχότητα**, πράγμα που σημαίνει ότι για παράδειγμα αν κάποιος έχει στην κατοχή του ένα μεγάλο αριθμό μετοχών δεν δύναται να πουλήσει όλες τις μετοχές του κάποια στιγμή χωρίς να επηρεαστεί η τιμή τους.

(2) **Χαμηλή εμπορευσιμότητα μετοχών**, το οποίο αναφέρεται σε εκείνες τις μετοχές που εμφανίζουν μηδενικές αποδόσεις. Αν μια μετοχή δεν διαπραγματεύεται σε μεγάλη συχνότητα τότε αντιμετωπίζεται ο κίνδυνος η τιμή του συντελεστή βήτα να μην προσεγγίζει την πραγματικότητα. Και αυτό θα έχει αρνητικές συνέπειες για το επενδυτικό κοινό.

(3) **Υπερσυγκέντρωση μετοχών σε μεγάλες δημόσιες εταιρίες**, για παράδειγμα όταν επενδύονται υπέρογκα ποσά σε μεγάλες επιχειρήσεις, όπως ΟΤΕ, Εθνική Τράπεζα Ελλάδος κ.λ.π., τότε ο Γενικός Δείκτης ο οποίος αποτελείται κατά το μεγαλύτερό του μέρος από αυτές τις μετοχές κινδυνεύει να μειωθεί σημαντικά σε περίπτωση που κάποια από αυτές τις μετοχές σημειώσει πτώση. Κατά συνέπεια οι «μικρές»

επιχειρήσεις δεν έχουν καμία ισχύ, με αποτέλεσμα να υπάρχει σχετική ανισορροπία στο χρηματιστηριακό σύστημα.

(4) **Χειραγώγηση μετοχών**, γεγονός που παραποιεί την πραγματική εικόνα των επιχειρήσεων ως προς την κερδοφορία τους και την ισχύ τους απέναντι στο επενδυτικό κοινό, με αποτέλεσμα την παραπλάνησή του.

Όπως είναι λογικό λοιπόν τα δυσοίωνα χαρακτηριστικά του Ελληνικού Χρηματιστηριακού Περιβάλλοντος δεν πρέπει να αγνοηθούν στην ερμηνεία των αποτελεσμάτων, η οποία και παρουσιάζεται παρακάτω.

Μέσω της **διαδικασίας του Roll** κατορθώσαμε να απεικονίσουμε γραφικά τα αποδοτικά σύνορα για κάθε δείγμα και κάθε χρονική περίοδο (κατασκευάστηκαν 10 αποδοτικά σύνορα για κάθε διαφορετικό δείγμα, δηλαδή συνολικά 40 αποδοτικά μέτωπα).

Ύστερα από την κατασκευή των αποδοτικών συνόρων προχωρήσαμε σε **σύγκριση των αποδοτικών μετώπων** των εξεταζόμενων μετοχών **ανά δύο και ανά τρία έτη** με σκοπό να διαπιστωθεί ακριβέστερα και πιο ξεκάθαρα η μεταβολή τους διαχρονικά.

Επίσης, μέσω συνολικών γραφημάτων που απεικονίζουν την διαχρονική μεταβολή των αποδοτικών συνόρων μέσα στην εξεταζόμενη δεκαετία (1993-2003) επιτυγχάνεται και η **συνολική σύγκριση** μεταξύ τους.

Από την σύγκριση αυτή των αποδοτικών συνόρων των μετοχών διαπιστώνουμε ότι υπάρχει ξεκάθαρη μεταβολή μεταξύ τους.

Παρακάτω ακολουθεί πιο αναλυτική σύγκριση των αποδοτικών συνόρων ανά δύο έτη για κάθε ένα από τα τέσσερα διαφορετικά δείγματα:

A) Δείγμα **52 μετοχών** με μήτρα διακυμάνσεων **V** του **Markowitz**

Για τα έτη **1993-1994**, υπάρχει μια ξεκάθαρη μεταβολή στα αποδοτικά σύνορα. Το αποδοτικό σύνορο του έτους 1994 έχει μεταβληθεί **προς τα δεξιά** σε σχέση με αυτό του 1993. Αυτό σημαίνει ότι στην περίπτωση που ο επενδυτής θελήσει να διατηρήσει το ίδιο χαρτοφυλάκιο που είχε το έτος 1993 και στο επόμενο έτος (με σκοπό την επίτευξη των υψηλών αποδόσεων του 1993) αλλά τελικά το αποδοτικό σύνορο του

1994 μεταβάλλεται προς τα δεξιά, τότε ο επενδυτής θα αποκτά **την ίδια αναμενόμενη απόδοση αλλά με υψηλότερο κίνδυνο**, αφού η τυπική απόκλιση παίρνει μεγαλύτερη τιμή. Σε αυτή την περίπτωση το χαρτοφυλάκιο του επενδυτή θα υποστεί ζημιές. Η μεταβολή αυτή ίσως οφείλεται σε οικονομικούς παράγοντες (οι οποίοι όμως δεν θα αναλυθούν στην παρούσα εργασία). Επίσης, θα μπορούσαμε να πούμε ότι η αυξημένη τυπική απόκλιση (με δεδομένη την ίδια αναμενόμενη απόδοση) οφείλεται και στην αύξηση της ζήτησης των μετοχών.

Πράγματι, η αύξηση της ζήτησης των μετοχών έχει ως αποτέλεσμα την αύξηση των τιμών των μετοχών, η οποία προκαλεί μεγαλύτερες διακυμάνσεις στις τιμές. Υψηλότερες διακυμάνσεις υποδηλώνουν αυξημένο κίνδυνο.

Αντίθετα για τα έτη **1994-1995**, παρατηρείται μια μεταβολή του αποδοτικού συνόρου του έτους 1995 *προς τα πάνω και αριστερά*. Ο επενδυτής επιθυμώντας να διατηρήσει και στο νέο έτος (1995) την ίδια υψηλή αναμενόμενη απόδοση (σύμφωνα με τα δικά του δεδομένα και τις δικές του προτιμήσεις), αποφασίζει να επενδύσει στις ίδιες μετοχές και το 1995. Όμως, το σύνολο των αποδοτικών χαρτοφυλακίων για το νέο έτος αλλάζει και μετακινείται προς τα αριστερά. Αν δεν λάβει υπόψη του ο επενδυτής αυτή την μεταβολή, τότε κινδυνεύει να «στερηθεί» τον χαμηλότερο κίνδυνο που θα του απέδιδε αυτή η μεταβολή. Αν δεν αγνοήσει ο επενδυτής την νέα μεταβολή του αποδοτικού συνόρου τότε θα βγει κερδισμένος αφού την *ίδια υψηλή* αναμενόμενη απόδοση την αποκτά με μικρότερο κίνδυνο.

Για τα επόμενα δυο έτη παρατηρείται πάλι μια μεταβολή του αποδοτικού συνόρου του 1996 προς τα δεξιά σε σχέση με αυτό του 1995. Αν δεν λάβει υπόψη του ο επενδυτής την μεταβολή αυτή και διατηρήσει το ίδιο χαρτοφυλάκιο, τότε η επιδίωξη μιας ίδιας επιθυμητής μέσης απόδοσης θα του «στοιχίσει» απώλεια στην απόδοση του χαρτοφυλακίου του, αφού ο κίνδυνος αυξάνεται. Όμοια με την περίπτωση των ετών 1993-1994, η αυξημένη τυπική απόκλιση οφείλεται στην αύξηση της ζήτησης των μετοχών.

Μεταβολή παρατηρείται και ανάμεσα στα έτη 1996-1997. Το αποδοτικό σύνολο του 1997 έχει μεταβληθεί προς τα αριστερά. Έστω ότι ο επενδυτής ικανοποιημένος από τις αποδόσεις που είχε το χαρτοφυλάκιο του μέσα στο 1996 (το χαρτοφυλάκιο του βρισκόταν πάνω στο αποδοτικό σύνολο) επιθυμεί να το διατηρήσει και στο επόμενο έτος, προσδοκώντας τα ίδια κέρδη. Όμως, το σύνολο των βέλτιστων χαρτοφυλακίων του 1997 δεν είναι πια το ίδιο με αυτό του προηγούμενου έτους.

Αντίθετα, έχει μετακινηθεί *προς τα αριστερά*. Επιδιώκοντας την ίδια αναμενόμενη απόδοση ο επενδυτής «χάνει» την ευκαιρία να την αποκτήσει με πολύ χαμηλότερο κίνδυνο.

Μεταβολή συναντάμε και στα αποδοτικά σύνολα μεταξύ των **ετών 1997-1998**. Το αποδοτικό σύνολο του 1998 έχει μεταβληθεί *προς τα δεξιά*, με αποτέλεσμα ο επενδυτής που δεν έλαβε υπόψη του αυτή την μεταβολή να αποκτά την *ίδια μέση απόδοση* (με το προηγούμενο έτος) *με υψηλότερο κίνδυνο*.

Για τα έτη **1998-1999**, η μεταβολή του αποδοτικού συνόρου του έτους 1999 *προς τα αριστερά* είναι ξεκάθαρη. Ο επενδυτής που δεν θα λάβει υπόψη του αυτή την μεταβολή θα υποστεί τις δυσμενείς συνέπειες με αποτέλεσμα η απόδοση του χαρτοφυλακίου του να στερηθεί αυξήσεως.

Μεταβολή συναντάμε και στα αποδοτικά σύνορα μεταξύ των **ετών 1999-2000**. Πρόκειται για την μεταβολή του νέου αποδοτικού συνόρου **προς τα δεξιά**, με εξαίρεση τα χαμηλά επίπεδα κινδύνου όπου η μεταβολή γίνεται **προς τα αριστερά**. Αντίστοιχες θα είναι και οι συνέπειες προς τον επενδυτή που θα αγνοήσει την (μικτή) αυτή μεταβολή.

Παρομοίως για τα **έτη 2000-2001** συναντάμε μικτή μεταβολή. Στα υψηλότερα επίπεδα κινδύνου η μεταβολή του νέου αποδοτικού συνόρου γίνεται **προς τα αριστερά** και στα χαμηλότερα **προς τα δεξιά**. Αν αγνοήσει ο επενδυτής την μικτή αυτή μεταβολή η κερδοφορία του χαρτοφυλακίου του θα είναι μικρότερη από την αναμενόμενη. Ο υψηλότερος κίνδυνος σε αυτή την περίπτωση οφείλεται στην μεγάλη πτώση που σημείωσε το Χρηματιστήριο Αξιών Αθηνών τα έτη 2000-2001.

Το ίδιο ισχύει και για την μεταβολή που παρατηρείται στα αποδοτικά σύνορα μεταξύ των **ετών 2001-2002**. Η διαφορά με την αμέσως παραπάνω περίπτωση είναι ότι τα υψηλότερα επίπεδα κινδύνου η μεταβολή του νέου αποδοτικού συνόρου γίνεται **προς τα δεξιά** και στα χαμηλότερα **προς τα αριστερά**.

Τέλος, για τα **έτη 2002-2003**, παρατηρείται μεταβολή του αποδοτικού συνόρου (2003) **προς τα αριστερά**, με εξαίρεση τα χαμηλότερα επίπεδα της τυπική απόκλισης (κινδύνου) όπου η μεταβολή είναι **προς τα δεξιά**.

B) Δείγμα 52 μετοχών με μήτρα διακυμάνσεων V του Sharpe

Για τα **έτη 1993-1994**, παρατηρούμε ξεκάθαρη μεταβολή του νέου αποδοτικού συνόρου **προς τα δεξιά**. Αυτή η μεταβολή καλό είναι να ληφθεί υπόψη από το επενδυτικό κοινό διότι διαφορετικά θα υποστεί τις αρνητικές συνέπειες που είναι **ίδια αναμενόμενη απόδοση με μεγαλύτερο κίνδυνο**. Ενδεχομένως, ο αυξημένος κίνδυνος να οφείλεται στις υψηλότερες διακυμάνσεις που προκαλούνται από την αυξημένη ζήτηση των μετοχών.

Για τα **έτη 1994-1995**, η απόκλιση ανάμεσα στα δύο αποδοτικά σύνορα είναι **σχεδόν ανύπαρκτη**. Αν ο επενδυτής διατηρήσει το ίδιο χαρτοφυλάκιο με το προηγούμενο έτος οι συνέπειες στην απόδοση του χαρτοφυλακίου του θα είναι σχεδόν μηδενική.

Για τα **επόμενα δυο έτη (1995-1996)**, η μεταβολή που παρατηρείται είναι του νέου αποδοτικού συνόρου (1996) **προς τα αριστερά**. Η αγνόηση μιας τέτοιας μεταβολής στερεί από τον επενδυτή την ευκαιρία να αποκτήσει την **ίδια επιθυμητή αναμενόμενη απόδοση με μικρότερο κίνδυνο**, εφόσον βλέπουμε ότι με το νέο αποδοτικό σύνορο μειώνεται η τιμή της τυπικής απόκλισης.

Μεταβολή παρατηρείται και ανάμεσα στα **έτη 1996-1997**. Το αποδοτικό σύνορο του έτους 1997 μεταβάλλεται σε μικρό βαθμό **προς τα δεξιά**. Η απόκλιση των δυο αποδοτικών συνόρων ελαχιστοποιείται στις χαμηλές τιμές κινδύνου. Παρ' όλα αυτά, ο επενδυτής κινδυνεύει να αποκτήσει την **ίδια αναμενόμενη απόδοση με μεγαλύτερο κίνδυνο**.

Για τα **έτη 1997-1998**, η μεταβολή του αποδοτικού συνόρου του έτους 1998 είναι **ανύπαρκτη** κυρίως στα υψηλά επίπεδα κινδύνου.

Μεταβολή συναντάμε στα αποδοτικά σύνορα μεταξύ των **ετών 1998-1999** αλλά μόνο στα χαμηλά επίπεδα τυπικής απόκλισης, όπου το νέο αποδοτικό σύνορο μεταβάλλεται **προς τα δεξιά**. Στα υψηλά επίπεδα κινδύνου δεν υπάρχει παρά μια αμελητέα μεταβολή.

Μεταβολή συναντάμε και στα αποδοτικά σύνορα μεταξύ των **ετών 1999-2000**, όπου το αποδοτικό σύνορο του έτους 2000 μεταβάλλεται σε πολύ μικρό βαθμό **προς τα αριστερά**. Η μεταβολή είναι λίγο μεγαλύτερη στα χαμηλά επίπεδα κινδύνου απ' ότι στα υψηλότερα. Η μεταβολή αυτή προς τα αριστερά ίσως να οφείλεται και σε οικονομικούς παράγοντες οι οποίοι όμως δεν θα αναλυθούν.

Για τα **έτη 2000-2001** συναντάμε ξεκάθαρη μεταβολή του νέου αποδοτικού συνόρου **προς τα δεξιά**. Αυτό σημαίνει ότι στην περίπτωση που ο επενδυτής θελήσει να διατηρήσει το ίδιο χαρτοφυλάκιο που είχε το έτος 2000 και στο επόμενο έτος (με σκοπό την επίτευξη των υψηλών αποδόσεων του 2000) αλλά τελικά το αποδοτικό σύνορο του 2001 μεταβληθεί προς τα δεξιά, τότε ο επενδυτής θα αποκτή **την ίδια αναμενόμενη απόδοση αλλά με υψηλότερο κίνδυνο**, αφού η τυπική απόκλιση παίρνει μεγαλύτερη τιμή. Στο σημείο αυτό μπορούμε να πούμε ότι ο υψηλότερος κίνδυνος ενδεχομένως να οφείλεται στην μεγάλη πτώση που σημείωσε τα έτη

2000-2001 το Χρηματιστήριο Αξιών Αθηνών.

Αντίθετα, η μεταβολή που παρατηρείται στα αποδοτικά σύνορα μεταξύ των **ετών 2001-2002** είναι **προς τα αριστερά**. Αυτό το γεγονός έχει ως συνέπεια να στερηθεί ο επενδυτής την επιπλέον απόδοση που θα είχε το χαρτοφυλάκιο του αφού την ίδια αναμενόμενη απόδοση θα την αποκτούσε με χαμηλότερο κίνδυνο.

Τέλος, για τα **έτη 2002-2003**, παρατηρείται μικρή μεταβολή του νέου αποδοτικού συνόρου (2003) **προς τα δεξιά**. Η μεταβολή αυτή παρ' ότι είναι μικρή, προκαλεί δυσμενείς συνέπειες στο χαρτοφυλάκιο του επενδυτή, στην περίπτωση φυσικά που δεν την λάβει υπόψη του.

Γ) Δείγμα **31** μετοχών με μήτρα διακυμάνσεων **V** του **Markowitz**

Για τα **έτη 1993-1994**, υπάρχει μια ξεκάθαρη παράλληλη μεταβολή στα αποδοτικά σύνορα. Το αποδοτικό σύνορο του έτους 1994 έχει μεταβληθεί παράλληλα **προς τα δεξιά** σε σχέση με

αυτό του 1993. Αυτό σημαίνει ότι στην περίπτωση που ο επενδυτής θελήσει να διατηρήσει το ίδιο χαρτοφυλάκιο που είχε το έτος 1993 και στο επόμενο έτος (με σκοπό την επίτευξη των υψηλών αποδόσεων του 1993) αλλά τελικά το αποδοτικό σύνορο του 1994 μεταβληθεί προς τα δεξιά, τότε ο επενδυτής θα αποκτή *την ίδια αναμενόμενη απόδοση αλλά με υψηλότερο κίνδυνο*, αφού η τυπική απόκλιση παίρνει μεγαλύτερη τιμή. Σε αυτή την περίπτωση το χαρτοφυλάκιο του επενδυτή θα υποστεί ζημιές.

Παρομοίως, για τα **έτη 1994-1995**, παρατηρείται μεταβολή του νέου αποδοτικού συνόρου (1995) *προς τα δεξιά*. Η απόκλιση αυτή γίνεται όλο και μεγαλύτερη όσο αυξάνεται το επίπεδο του κινδύνου.

Κατά την σύγκριση των αποδοτικών συνόρων μεταξύ των **ετών 1995-1996** αλλά και **1996-1997** διαπιστώνουμε μεταβολή του αποδοτικού συνόρου των ετών 1996 και 1997 αντίστοιχα *προς τα αριστερά*. Ο επενδυτής που δεν θα λάβει υπόψη του αυτή την μεταβολή θα υποστεί τις δυσμενείς συνέπειες με αποτέλεσμα η απόδοση του χαρτοφυλακίου του να στερηθεί αυξήσεως.

Για τα **έτη 1997-1998** δεν παρατηρείται μεταβολή στα αποδοτικά σύνορα. Έτσι, δεν θα επηρεαζόταν η απόδοση του χαρτοφυλακίου του επενδυτή διότι δεν υπάρχει μεταβολή.

Κατά τα έτη **1998-1999**, η μεταβολή είναι σχεδόν ανύπαρκτη. Μόνο στα χαμηλά επίπεδα κινδύνου παρατηρείται μια μεγαλύτερη απόκλιση του νέου αποδοτικού συνόρου του (1999) από αυτό του 1998 *προς τα δεξιά*. Για τον λόγο αυτό ο επενδυτής καλό είναι να μην επιλέξει να διατηρήσει το ίδιο χαρτοφυλάκιο και κατά το νέο έτος. Η μεταβολή αυτή ίσως να οφείλεται σε συνδυασμό οικονομικών παραγόντων. Το ερώτημα ποιοι παράγοντες θα μπορούσαν να επηρεάσουν το αποδοτικό σύνορο και τι μεταβολή θα επέφεραν σε αυτό πρόκειται για ένα πολύ ενδιαφέρον ζήτημα το οποίο αφήνεται για περαιτέρω έρευνα.

Μεταβολή *προς τα αριστερά* συναντάμε και στο αποδοτικό σύνορο μεταξύ του έτους 2000 που γίνεται κατά την σύγκριση μεταξύ των αποδοτικών συνόρων των **ετών 1999-2000**. Το χαρτοφυλάκιο του επενδυτή για το 2000 δεν θεωρείται πλέον αποδοτικό αφού δεν βρίσκεται πάνω στην νέα καμπύλη αποδοτικού μετώπου.

Μεταβολή *προς τα αριστερά* παρατηρείται και στο αποδοτικό σύνορο του 2001 κατά την σύγκριση μεταξύ των αποδοτικών συνόρων των **ετών 2000-2001**. Στη περίπτωση αυτή όμως η μεταβολή είναι σχεδόν ανύπαρκτη στα χαμηλά επίπεδα τυπικής απόκλισης.

Για τα **έτη 2001-2002** το νέο αποδοτικό σύνορο (2002) μετακινείται *προς τα αριστερά*. Ο επενδυτής που δεν θα λάβει υπόψη του αυτή την μεταβολή θα υποστεί τις δυσμενείς συνέπειες με αποτέλεσμα η απόδοση του χαρτοφυλακίου του να στερηθεί αυξήσεως.

Αντίθετα, για τα έτη **2002-2003**, το νέο αποδοτικό σύνορο μετακινείται *προς τα δεξιά*. Στα χαμηλά επίπεδα κινδύνου η απόκλιση μεταξύ των δυο αποδοτικών συνόρων είναι σχεδόν αμελητέα.

Δ) Δείγμα 31 μετοχών με μήτρα διακυμάνσεων **V** του **Sharpe**

Μικρή μεταβολή *προς τα δεξιά* παρατηρείται στα αποδοτικά σύνορα των ετών 1993 και 1994 όταν γίνεται η σύγκριση των αποδοτικών συνόρων μεταξύ των ετών **1993-1994** και **1994-1995** αντίστοιχα. Και στις δυο περιπτώσεις η μεταβολή είναι σχεδόν ανύπαρκτη στις χαμηλές τιμές κινδύνου. Παρ' όλα αυτά ο επενδυτής οφείλει να λάβει υπόψη του τις μεταβολές αυτές με σκοπό την επίτευξη -έστω μικρής- κερδοφορίας.

Για τα έτη **1995-1996** η μεταβολή που παρατηρείται είναι του νέου αποδοτικού συνόρου *προς τα αριστερά*. Μικρή μεν αλλά όχι ασήμαντη η μεταβολή αυτή θα στοιχίσει στον επενδυτή επιπλέον απόδοση στην περίπτωση που αγνοηθεί.

Κατά τα έτη **1996-1997**, παρατηρούμε ότι το αποδοτικό σύνορο του έτους 1997 μετακινείται *προς τα δεξιά*. Η μεταβολή είναι σχεδόν μηδενική στα μικρά επίπεδα κινδύνου.

Για τα έτη **1997-1998** παρατηρείται μεταβολή του αποδοτικού συνόρου του έτους 1998 *προς τα δεξιά* (εκτός από τις χαμηλές τιμές του κινδύνου όπου η απόκλιση του νέου αποδοτικού συνόρου από το παλιό είναι μηδενική). Αυτό σημαίνει ότι στην περίπτωση που ο επενδυτής θελήσει να διατηρήσει το ίδιο χαρτοφυλάκιο που είχε το έτος 1997 και στο επόμενο έτος (με σκοπό την επίτευξη των υψηλών αποδόσεων του 1997) αλλά τελικά το αποδοτικό σύνορο του 1998 μεταβληθεί προς τα δεξιά, τότε ο επενδυτής θα αποκτή *την ίδια αναμενόμενη απόδοση αλλά με υψηλότερο κίνδυνο*, αφού η τυπική απόκλιση παίρνει μεγαλύτερη τιμή. Σε αυτή την περίπτωση το χαρτοφυλάκιο του επενδυτή θα υποστεί ζημιές. Αναφορικά με τους λόγους που οδήγησαν στην μεταβολή αυτή, μπορούμε να πούμε ότι οικονομικοί παράγοντες παίζουν βασικό ρόλο. Παρ' όλα αυτά όμως το ζήτημα αυτό θα αποτελέσει αντικείμενο περαιτέρω έρευνας.

Από την σύγκριση των αποδοτικών συνόρων μεταξύ των ετών **1998-1999**, διαπιστώνουμε ότι το νέο αποδοτικό σύνορο (1999) μεταβάλλεται μικτά, δηλαδή *προς τα αριστερά* και *προς τα δεξιά*. Πράγματι, στα χαμηλά επίπεδα τυπικής απόκλισης το νέο μέτωπο μεταβάλλεται προς τα δεξιά σε αντίθεση με τα υψηλότερα όπου η μεταβολή είναι προς τα αριστερά.

Μεταβολή συναντάμε και στα αποδοτικά σύνορα μεταξύ των **ετών 1999-2000**. Το νέο αποδοτικό σύνορο μεταβάλλεται **προς τα δεξιά**, με μια μικρή εξαίρεση στα μικρά επίπεδα κινδύνου όπου η μεταβολή γίνεται προς τα αριστερά.

Παρομοίως για τα **έτη 2000-2001** συναντάμε μικτή μεταβολή. Το νέο αποδοτικό σύνορο μεταβάλλεται **προς τα δεξιά**, με αποτέλεσμα ο επενδυτής που δεν επιθυμεί να αλλάξει το χαρτοφυλάκιό του να επιτυγχάνει την επιθυμητή μέση απόδοση με υψηλότερο κίνδυνο. Η μεγάλη πτώση του Χρηματιστηρίου Αθηνών Αξιών μετά το έτος 2000 οδήγησε στην υψηλότερη τυπική απόκλιση και συγκεκριμένα στον υψηλότερο κίνδυνο.

Συγκρίνοντας τα αποδοτικά σύνορα των **ετών 2001-2002**, διαπιστώνει κανείς ότι **το** νέο αποδοτικό σύνορο μεταβάλλεται **προς τα αριστερά**. Σε αυτή την περίπτωση ο επενδυτής επιθυμώντας να διατηρήσει και στο νέο έτος την ίδια μέση απόδοση αποφασίζει να επενδύσει στο ίδιο ακριβώς χαρτοφυλάκιο με αυτό του έτους 2001. Όμως το νέο αποδοτικό σύνορο αλλάζει. Αν ο επενδυτής αγνοήσει την μεταβολή αυτή τότε θα στερηθεί τον χαμηλότερο κίνδυνο που θα λάμβανε.

Τέλος, για τα **έτη 2002-2003**, παρατηρείται ξεκάθαρη μεταβολή του αποδοτικού συνόρου (2003) **προς τα δεξιά** με μια μικρότερη απόκλιση από το παλαιό αποδοτικό σύνορο στα χαμηλά επίπεδα κινδύνου. Καλό είναι ο επενδυτής να λάβει υπόψη του την μεταβολή αυτή αφού η επιπλέον κερδοφορία του χαρτοφυλακίου του θα είναι καθοριστική. Αξίζει να σημειώσουμε ότι η μεταβολή αυτή μπορεί να οφείλεται στην μεγάλη πτώση που σημειώθηκε στο Χρηματιστήριο Αθηνών Αξιών μετά το 2000.

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Από την θεωρία χαρτοφυλακίου γνωρίζουμε ότι οι ορθολογικοί επενδυτές, σύμφωνα με το υπόδειγμα του Markowitz, θα επιλέξουν *αποδοτικά χαρτοφυλάκια*, δηλαδή εκείνα τα οποία μεγιστοποιούν την αναμενόμενη απόδοση δοθέντος ενός επιπέδου κινδύνου ή εναλλακτικά και ισοδύναμα εκείνα τα οποία ελαχιστοποιούν τον κίνδυνο για δεδομένη αναμενόμενη απόδοση. Για το λόγο αυτό οι επενδυτές επιδιώκουν πάντα την εξεύρεση αποτελεσματικών χαρτοφυλακίων. Η διαδικασία αυτή απαιτεί βέβαια κατάλληλη γνώση και ανάλυση βασικών χαρακτηριστικών των επενδύσεων, όπως της αναμενόμενης απόδοσης και της διακύμανσης. Πράγματι, η αναμενόμενη απόδοση και ο κίνδυνος αποτελούν τον κύριο μοχλό κίνησης του αποδοτικού συνόρου, αφού μέσω μιας διαδικασίας του προγράμματος προτείνεται το *ποσοστό των χρημάτων* (x_p) που θα κατανεμηθεί σε κάθε επενδυτικό στοιχείο ώστε να επιτευχθεί ο άριστος συνδυασμός τυπικής απόκλισης και αναμενόμενης απόδοσης (σ, μ) και έτσι με τη σειρά του να κατασκευασθεί το αποδοτικό σύνολο.

Αντικείμενο της παρούσας εργασίας είναι η διαπίστωση της μεταβολής των ποσοστών επένδυσης και κατά συνέπεια της μεταβολής του αποδοτικού συνόρου διαχρονικά. Με τη χρήση του προγράμματος του Excel και χρησιμοποιώντας τα δεδομένα των 83 κοινών μετοχών, οι οποίες συστήνουν ένα χαρτοφυλάκιο, διαπιστώθηκε ότι μεταβάλλοντας τα ποσοστά επένδυσης των μετοχών αυτών μεταβάλλεται και το αποδοτικό σύνολο. Το διάγραμμα των επενδυμένων ποσοστών που ορίζει το χαρτοφυλάκιο του επενδυτή έχει υπολογιστεί σύμφωνα με το υπόδειγμα του Roll. Η διαπίστωση της μεταβολής των ποσοστών αυτών επένδυσης έχει πραγματοποιηθεί μέσω δυο ελέγχων: τον έλεγχο F-τεστ, ο οποίος πρόκειται για έναν πολύπλοκο έλεγχο, που συστήθηκε από τον κ. Διακογιάννη, και ο οποίος αφορά την διαχρονική μεταβλητικότητα των πινάκων συνδιακυμάνσεων V και τον έλεγχο t-τεστ με τον οποίο αποδείχτηκε η διαχρονική μεταβλητικότητα των μέσων αποδόσεων μ . Στη συνέχεια, χρησιμοποιώντας τα χαρακτηριστικά απόδοσης και κινδύνου κατασκευάστηκε το αποδοτικό σύνολο.

Έτσι λοιπόν τα χαρακτηριστικά απόδοσης και κινδύνου ενός υποτιθέμενου αποδοτικού χαρτοφυλακίου δεν είναι ίδια κάθε χρόνο. Αποτέλεσμα αυτού είναι ότι ένα χαρτοφυλάκιο που ήταν αποδοτικό μια χρονιά να θεωρείται λανθασμένα αποδοτικό και την επόμενη χρονιά, ως συνέπεια της επιδίωξης από την πλευρά του επενδυτή μιας υψηλής (και ίδιας με την προηγούμενη χρονιά) απόδοσης του χαρτοφυλακίου του.

Σε αυτό το σημείο όμως δημιουργείται το ερώτημα που οφείλεται η μεταβολή αυτή. Οικονομικοί παράγοντες, όπως η *προσφορά και η ζήτηση*, το *πολιτικό κλίμα της χώρας*, η *μεταβολή των επιτοκίων*, η *βιομηχανική παραγωγή*, η *πορεία του ΧΑΑ*, το *κόστος πρώτων υλών*, οι *εξαγωγές και εισαγωγές* και άλλοι μακροοικονομικοί παράγοντες ίσως είναι υπεύθυνοι για το γεγονός ότι το αποδοτικό σύνολο δεν παραμένει διαχρονικά σταθερό αλλά

μεταβάλλεται. Παρ' όλα αυτά όμως, αν και η οικονομική ερμηνεία της μεταβολής αυτής αποτελεί ένα πολύ ενδιαφέρον και φλέγον ζήτημα δεν μας απασχολεί στην παρούσα εργασία και αφήνεται ως αντικείμενο αναζήτησης και περαιτέρω έρευνας. Επίσης, η μεταβολή των αποδοτικών συνόρων κατά την οποία επέρχεται αύξηση του κινδύνου, μπορεί να οφείλεται και στην αυξημένη ζήτηση των μετοχών, γεγονός που προκαλεί αύξηση της τιμής τους. Η υψηλότερη τιμή των μετοχών θα οδηγήσει με την σειρά της σε πιο έντονες και μεγαλύτερες διακυμάνσεις οι οποίες υποδεικνύουν και μεγαλύτερο κίνδυνο. Επίσης, χαρακτηριστική είναι η πτώση που σημείωσε το Χρηματιστήριο Αθηνών Αξιών μετά το 2000. Εκεί οφείλεται και η μεταβολή του αποδοτικού συνόρου, τα έτη μετά το 2000, προς τα δεξιά. Αποτέλεσμα της μεταβολής αυτής είναι ο υψηλότερος κίνδυνος.

Συνοψίζοντας, το επενδυτικό κοινό οφείλει να μην παίρνει ως δεδομένο ένα χαρτοφυλάκιο ως αποδοτικό μόνο και μόνο επειδή αυτό ήταν αποδοτικό την προηγούμενη χρονιά. Στην πραγματικότητα, το χαρτοφυλάκιο του δεν είναι πια αποδοτικό, λόγω της μεταβολής του σε σχέση με το προηγούμενο έτος, με αποτέλεσμα ο επενδυτής να εισπράττει μια εντελώς παραπλανητική εικόνα για τα χαρακτηριστικά απόδοσης και κινδύνου. Άλλα χαρτοφυλάκια θεωρούνται λανθασμένα ως αποδοτικά και άλλα λανθασμένα απορρίπτονται ως μη αποδοτικά. Αν ο επενδυτής επιθυμεί να λάβει μελλοντικές ορθές και κερδοφόρες επενδυτικές αποφάσεις οφείλει να μην αγνοεί την μεταβολή του αποδοτικού συνόρου ώστε να αποφύγει όσο το δυνατόν περισσότερο και τις δυσάρεστες συνέπειες αναφορικά με την απόδοση του χαρτοφυλακίου του. Μόνο με αυτό τον τρόπο θα καταφέρει ο επενδυτής να επιτύχει αλλά και να διατηρήσει τον βασικότερο στόχο που κυριαρχεί στον επενδυτικό κόσμο, την μακροχρόνια κερδοφορία του χαρτοφυλακίου του.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑΤΑ

Α' ΜΕΡΟΣ

ΕΛΕΓΧΟΣ ΚΑΝΟΝΙΚΟΤΗΤΑΣ ΜΕΤΟΧΩΝ

Προκειμένου να περιγράψουμε λεπτομερέστερα την συμπεριφορά των επί μέρους δεδομένων μας (αποδόσεις των μετοχών) και να αποκτήσουμε σαφέστερη εικόνα μιας κατανομής συχνότητας κρίνεται απαραίτητη η αναφορά και ανάλυση κάποιων βασικών παραμέτρων.

Αρχικά αναφέρουμε τις έννοιες των **μέτρων θέσεως**, του αριθμητικού μέσου και της διαμέσου. Τα μέτρα θέσεως αποτελούν δείκτες οι οποίοι χαρακτηρίζουν την θέση γενικά μιας κατανομής συχνότητας κατά μήκος του άξονα μετρήσεως της εξεταζόμενης μεταβλητής ή αλλιώς δείκτες οι οποίοι εκφράζουν μια τιμή της μεταβλητής περί την οποία τείνουν να συγκεντρώνονται τα επί μέρους δεδομένα.

Μέσος

Λέγοντας μέσο εννοούμε την μέση τιμή των παρατηρήσεων του εξεταζόμενου δείγματος.

Υπολογίζεται με βάση τον τύπο : $\mu = \sum x_i / n$

Δηλαδή, ο μέσος ισούται με το πηλίκο του αλγεβρικού αθροίσματος του συνόλου των παρατηρήσεων προς το πλήθος των παρατηρήσεων.

Διάμεσος

Λέγοντας διάμεσο εννοούμε τον μέσο όρο των δύο μεσαίων τιμών του συνόλου των παρατηρήσεων όταν αυτές είναι τοποθετημένες από την μικρότερη τιμή προς την μεγαλύτερη. Με άλλα λόγια, διάμεση τιμή καλούμε μια τιμή της μεταβλητής τέτοια ώστε το μισό των δεδομένων τιμών να είναι μικρότερες ή ίσες από αυτήν και το άλλο μισό μεγαλύτερες.

Μια δεύτερη βασική κατηγορία πληθυσμιακών παραμέτρων αποτελούν και τα **μέτρα διασποράς** τα οποία αποτελούν δείκτες που δηλώνουν τον βαθμό συγκεντρώσεως μιας κατανομής περί ένα μέτρο θέσεως ή αλλιώς του βαθμού ανομοιογένειας των δεδομένων που μελετούνται. Τέτοια μέτρα είναι η διακύμανση, η τυπική απόκλιση.

Τυπική απόκλιση

Η τυπική απόκλιση αποτελεί ένα μέτρο της διασποράς μιας σειράς δεδομένων. Γνωρίζοντας τη διακύμανση μιας σειράς δεδομένων εύκολα υπολογίζουμε την τυπική της απόκλιση, η οποία προκύπτει ως τετραγωνική ρίζα της διακύμανσης:

$$s = \sqrt{[\sum (y_i - \bar{y})^2] / (N-1)}, \text{ όπου } N = \text{αριθμός παρατηρήσεων}$$
$$\bar{y} = \text{μέσος}$$

Πολλές φορές για την λεπτομερή περιγραφή της συμπεριφοράς των δεδομένων οι παραπάνω παράμετροι αποδεικνύονται ανεπαρκείς. Στις περιπτώσεις αυτές απαιτείται ο υπολογισμός ορισμένων πρόσθετων πληθυσμιακών παραμέτρων αναφερόμενων στην μορφολογία γενικά της κατανομής που μελετάται και συγκεκριμένα στην **ασυμμετρία** και την **κυρτότητα** της κατανομής.

Ασυμμετρία

Λέγοντας ασυμμετρία εννοούμε το βαθμό απόκλισης της αντίστοιχης καμπύλης από μια πρότυπη συμμετρική καμπύλη. Η ασυμμετρία λοιπόν είναι ένα μέτρο ασυμμετρίας της κατανομής των παρατηρήσεων γύρω από τον μέσο.

Υπολογίζεται από τον τύπο: $\beta_1 = \mu_3 / \sigma^3$, όπου $\mu_3 = \sum (y_i - \bar{y})^3 / N =$ τρίτη κεντρική ροπή

$\sigma =$ τυπική απόκλιση

$\bar{y} =$ μέσος

Αξίζει να σημειώσουμε ότι αν η κατανομή συχνότητας της μεταβλητής που μελετάται είναι συμμετρική περί τον μέσο, δηλαδή αν οι ισαπέχουσες από τον μέσο τιμές y_i παρουσιάζουν την ίδια συχνότητα, τότε η τιμή της μ_3 ισούται με το μηδέν. Αυτό συμβαίνει στην περίπτωση της κανονικής κατανομής.

Αντίθετα, αν η καμπύλη συχνότητας παρουσιάζει ουρά προς τα δεξιά, τότε η τιμή της μ_3 είναι θετική, ενώ αν η καμπύλη συχνότητας παρουσιάζει ουρά προς τα αριστερά τότε η τιμή της μ_3 είναι αρνητική.

Κύρτωση

Λέγοντας κυρτότητα εννοούμε την αιχμηρότητα της καμπύλης συχνότητας γύρω από το σημείο της μέγιστης συχνότητας.

Υπολογίζεται από τον τύπο: $\beta_2 = \mu_4 / \sigma^4$, όπου $\mu_4 = \Sigma (y_i - y)^4 / N$ = τέταρτη κεντρική ροπή
 σ = τυπική απόκλιση
 y = μέσος

Αξίζει να σημειώσουμε ότι συντελεστής β_2 όταν πρόκειται για κανονικές κατανομές παίρνει πάντα την τιμή 3 ενώ οι τιμές του για λεπτόκυρτες και πλατύκυρτες καμπύλες είναι κατά κανόνα αντίστοιχα μεγαλύτερες ή μικρότερες από 3.

Άρα: ως λεπτόκυρτη αν $\beta_2 > 3$

ως μεσόκυρτη αν $\beta_2 = 3$

ως πλατύκυρτη αν $\beta_2 < 3$

Εξυπακούεται ότι όσο μεγαλύτερη είναι η απόκλιση του συντελεστή β_2 από την τιμή 3 τόσο μεγαλύτερη είναι κατά κανόνα η αιχμηρότητα της καμπύλης συχνότητας.

Jarque-Bera

Το Jarque-Bera είναι ένα στατιστικό τεστ της υπόθεσης της κανονικής κατανομής των δεδομένων. Ουσιαστικά μετράει την διαφορά των συντελεστών της ασυμμετρίας και της κύρτωσης της εξεταζόμενης χρονοσειράς με αυτών που προέρχονται από την κανονική κατανομή.

Υπολογίζεται από τον τύπο: **Jarque-Bera** = $\{S^2 + (k - 3)^2 / 4\} * (N - k) / 6$,

όπου S = ασυμμετρία

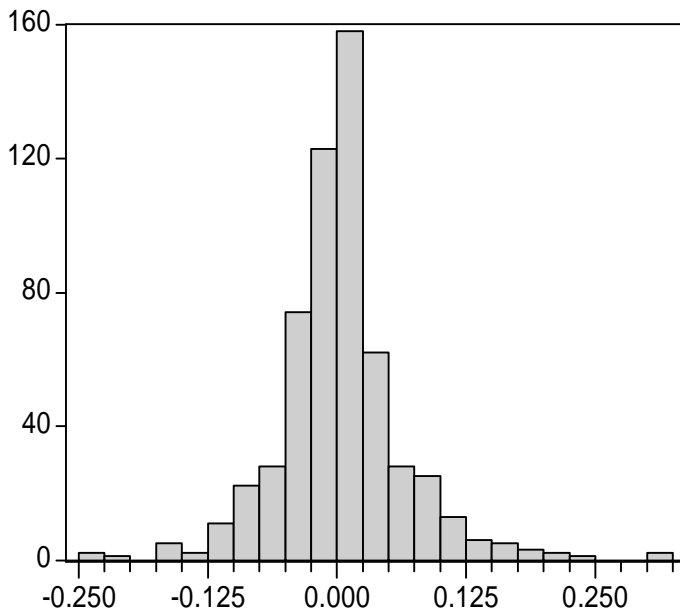
k = κύρτωση

N = ο αριθμός των εκτιμώμενων συσχετίσεων

Κάτω από την υπόθεση της κανονικής κατανομής, το τεστ Jarque-Bera κατανέμεται με 2 βαθμούς ελευθερίας.

Παρακάτω γίνεται ο έλεγχος της κανονικότητας των 97 μετοχών του δείγματος μας. Για την σαφέστερη περιγραφή της συμπεριφοράς των αποδόσεων των εξεταζόμενων μετοχών εστιάζουμε την προσοχή μας στις παραπάνω παραμέτρους που αναφέραμε, δηλαδή την μέση τιμή, την διάμεσο, την τυπική απόκλιση, την ασυμμετρία, την κύρτωση και το στατιστικό τεστ Jarque-Bera.

1. ΑΒ ΒΑΣΙΛΟΠΟΥΛΟΣ

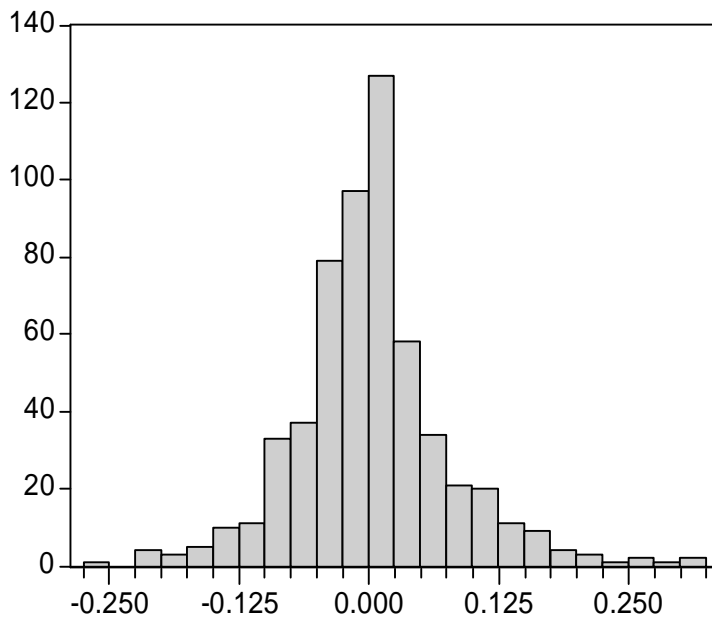


Series: A_B_VASSILOPOULOS01
 Sample 1 573
 Observations 573

Mean 0.003014
 Median 0.000000
 Maximum 0.315958
 Minimum -0.247562
 Std. Dev. 0.060084
 Skewness 0.561759
 Kurtosis 7.076584

Jarque-Bera 426.9049
 Probability 0.000000

2. ALBIO HOLDINGS

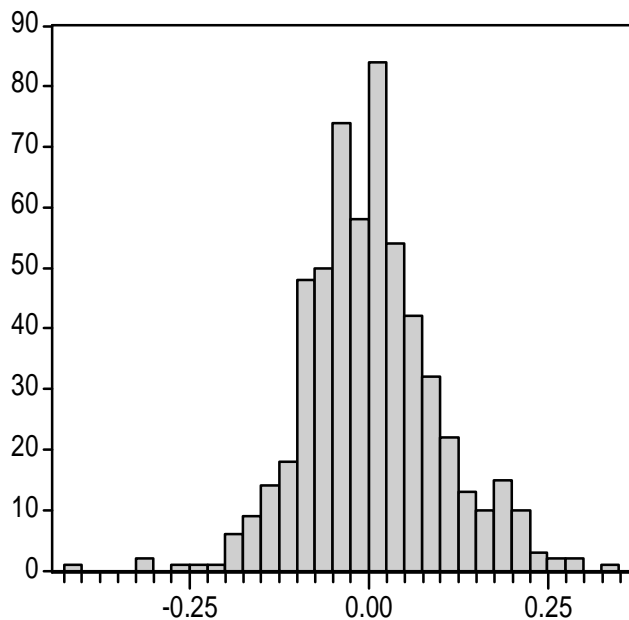


Series: ALBIO_HOLDINGS01
 Sample 1 573
 Observations 573

Mean 0.001409
 Median 0.000000
 Maximum 0.322399
 Minimum -0.259412
 Std. Dev. 0.074034
 Skewness 0.498351
 Kurtosis 5.262273

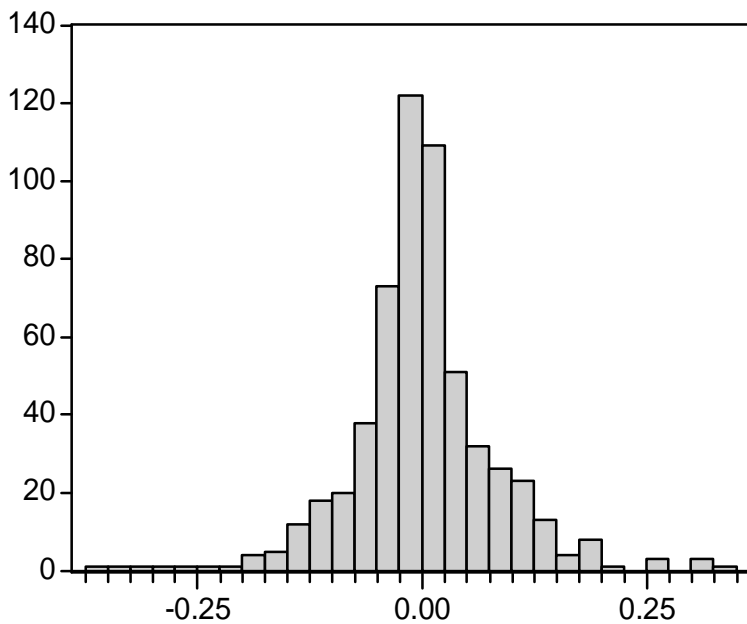
Jarque-Bera 145.9072
 Probability 0.000000

3. ALFA ALFA HOLDINGS



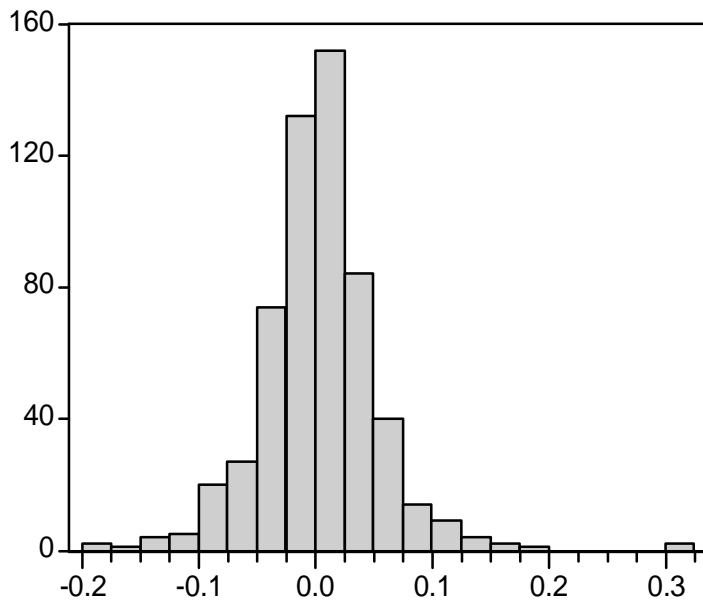
Series: ALFA_ALFA_HOLDINGS_SAO	
Sample 1 573	
Observations 573	
Mean	0.003649
Median	0.000000
Maximum	0.339507
Minimum	-0.401744
Std. Dev.	0.093187
Skewness	0.212777
Kurtosis	4.209396
Jarque-Bera	39.24418
Probability	0.000000

4. ALLATINI



Series: ALLATINI	
Sample 1 573	
Observations 573	
Mean	0.000703
Median	-0.005089
Maximum	0.333314
Minimum	-0.359912
Std. Dev.	0.079901
Skewness	0.105922
Kurtosis	6.369718
Jarque-Bera	272.1720
Probability	0.000000

5. ALPHA BANK

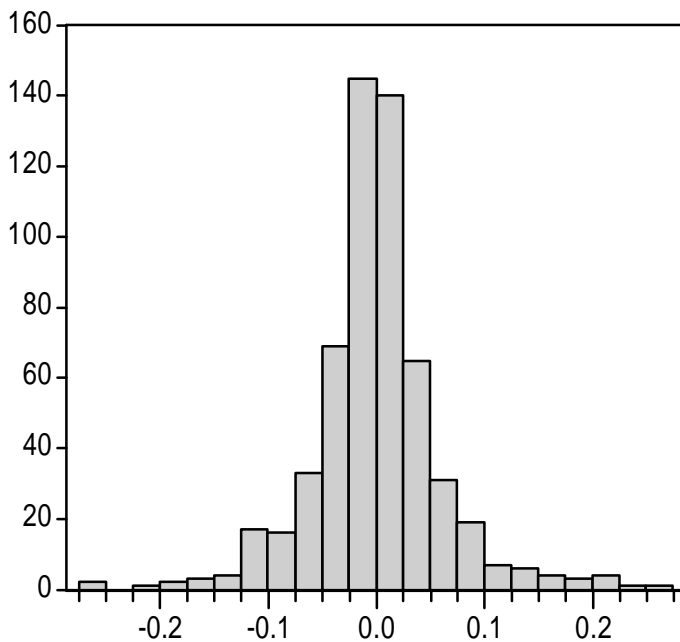


Series: ALPHA_BANK01
 Sample 1 573
 Observations 573

Mean 0.003349
 Median 0.001794
 Maximum 0.321393
 Minimum -0.190636
 Std. Dev. 0.050604
 Skewness 0.736014
 Kurtosis 8.845189

Jarque-Bera 867.4527
 Probability 0.000000

6. ALPHA LEASING

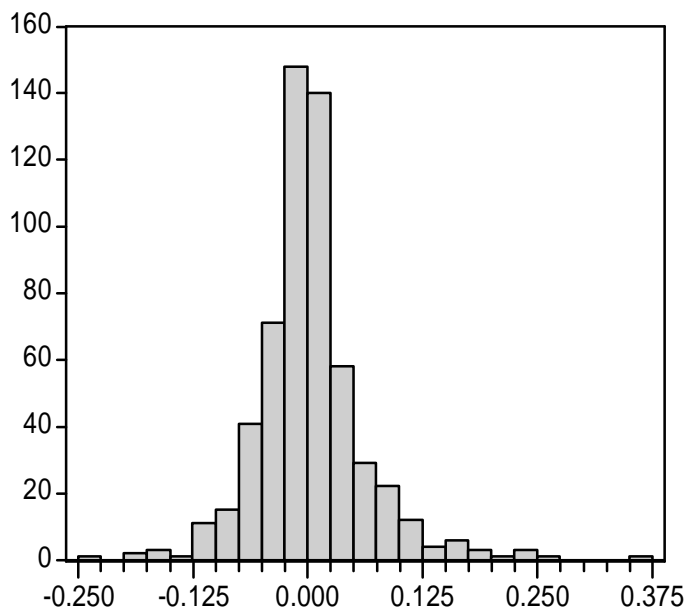


Series: ALPHA_LEASING01
 Sample 1 573
 Observations 573

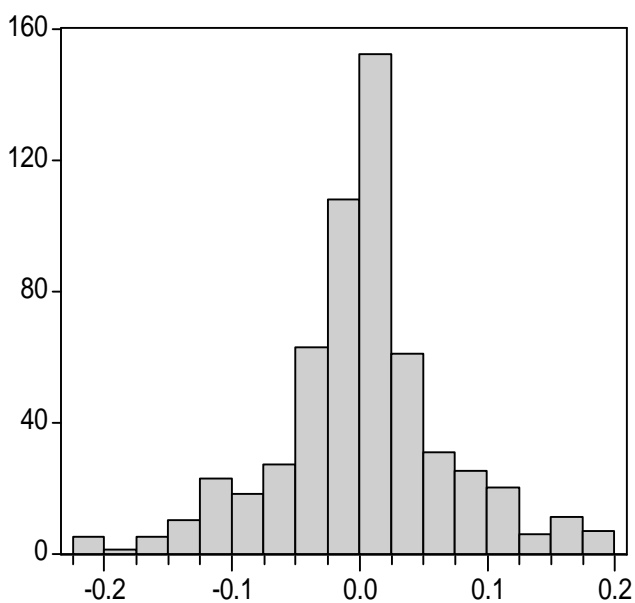
Mean -0.000203
 Median -0.002055
 Maximum 0.262206
 Minimum -0.263886
 Std. Dev. 0.060309
 Skewness 0.279926
 Kurtosis 6.547391

Jarque-Bera 307.9258
 Probability 0.000000

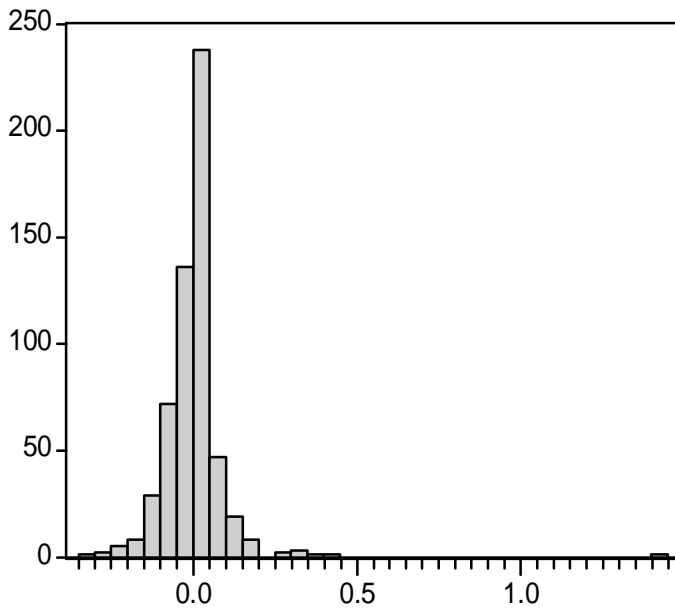
7. ΑΛΟΥΜΙΝΙΟ ΕΛΛΑΔΟΣ



8. ΑΣΠΙΣ ΠΡΟΝΟΙΑ



9. BALKAN EXPORTS

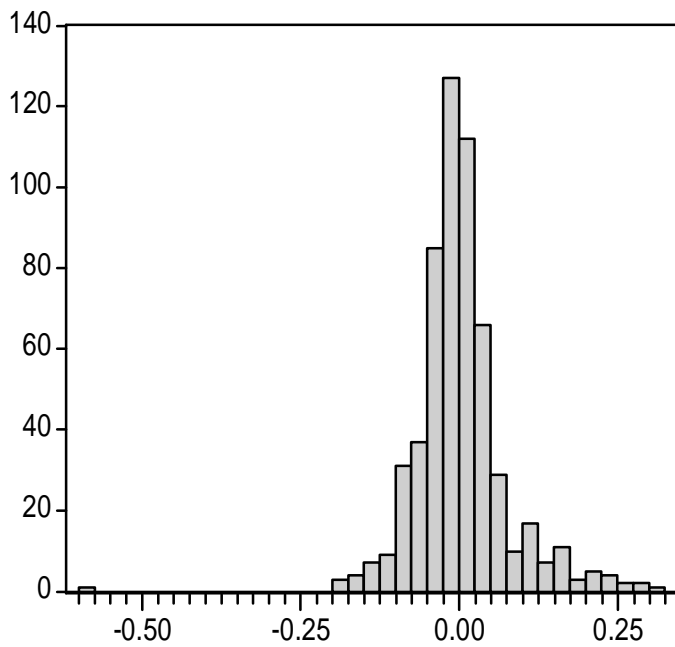


Series: BALKAN_EXPORT01
 Sample 1 573
 Observations 573

Mean	-0.004146
Median	0.000000
Maximum	1.414518
Minimum	-0.330067
Std. Dev.	0.096049
Skewness	5.946945
Kurtosis	86.72356

Jarque-Bera	170732.5
Probability	0.000000

10. ΤΡΑΠΕΖΑ ΑΤΤΙΚΗΣ

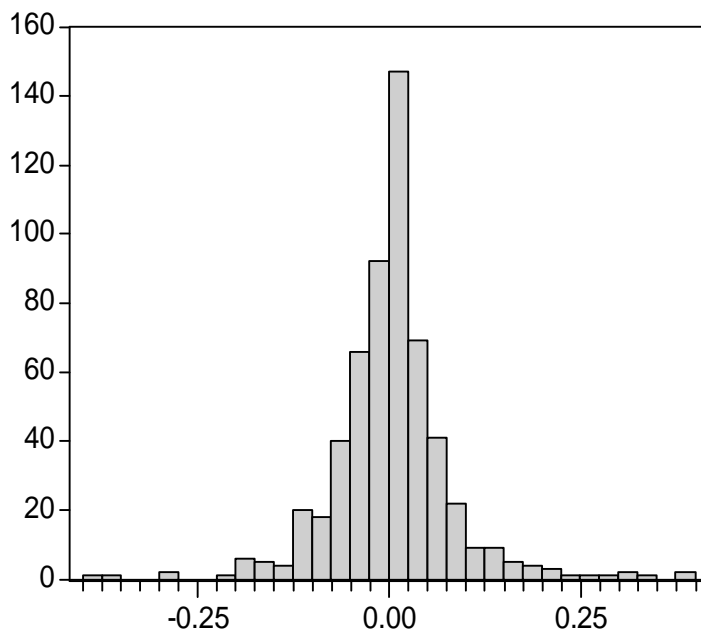


Series: BANK_OF_ATTICA01
 Sample 1 573
 Observations 573

Mean	0.002225
Median	-0.006410
Maximum	0.317738
Minimum	-0.588765
Std. Dev.	0.074760
Skewness	0.058907
Kurtosis	11.52731

Jarque-Bera	1736.403
Probability	0.000000

11. ΜΙΕΝΡΟΥΜΠΗΣ

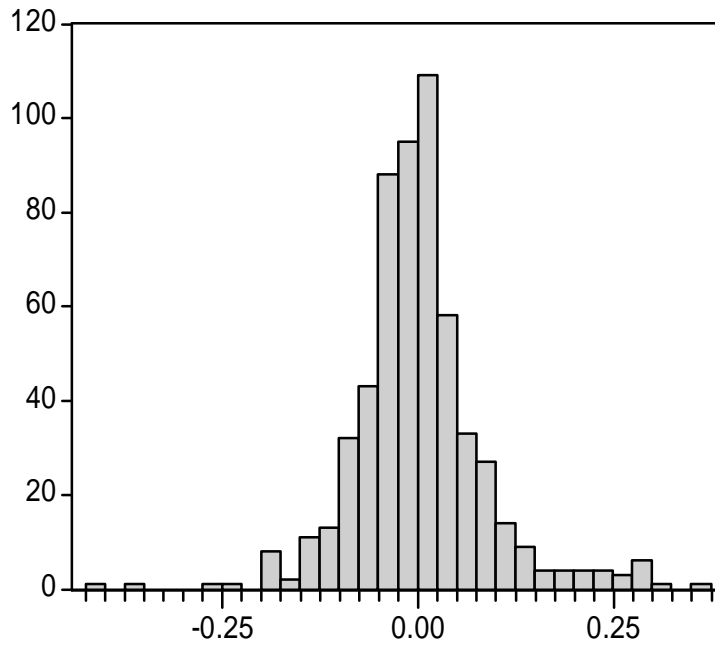


Series: BENRUBI
Sample 1 573
Observations 573

Mean	0.001804
Median	0.000000
Maximum	0.382928
Minimum	-0.391973
Std. Dev.	0.078201
Skewness	0.405434
Kurtosis	8.721621

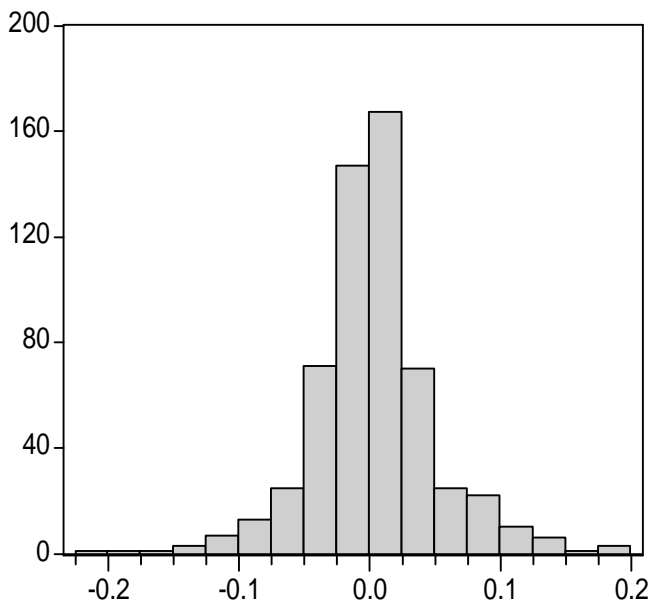
Jarque-Bera	797.2925
Probability	0.000000

12. ΜΠΙΤΡΟΣ



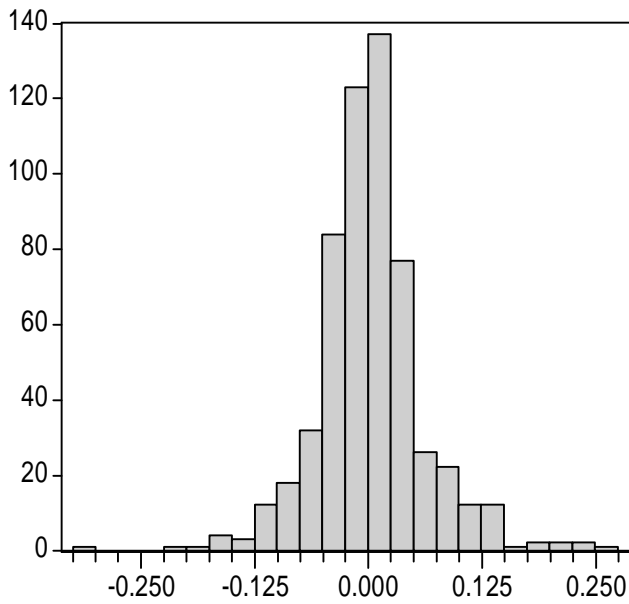
Series: BITROS	
Sample 1 573	
Observations 573	
Mean	0.001691
Median	-0.006426
Maximum	0.363889
Minimum	-0.406697
Std. Dev.	0.083532
Skewness	0.523748
Kurtosis	6.750773
Jarque-Bera	362.0774
Probability	0.000000

13. ΚΟΚΑ ΚΟΛΑ



Series: COCA_COLA_HLC_BT_01	
Sample 1 573	
Observations 573	
Mean	0.002791
Median	0.000000
Maximum	0.196857
Minimum	-0.211816
Std. Dev.	0.047789
Skewness	0.204919
Kurtosis	5.718001
Jarque-Bera	180.3874
Probability	0.000000

14. ΕΜΠΟΡΙΚΗ ΤΡΑΠΕΖΑ

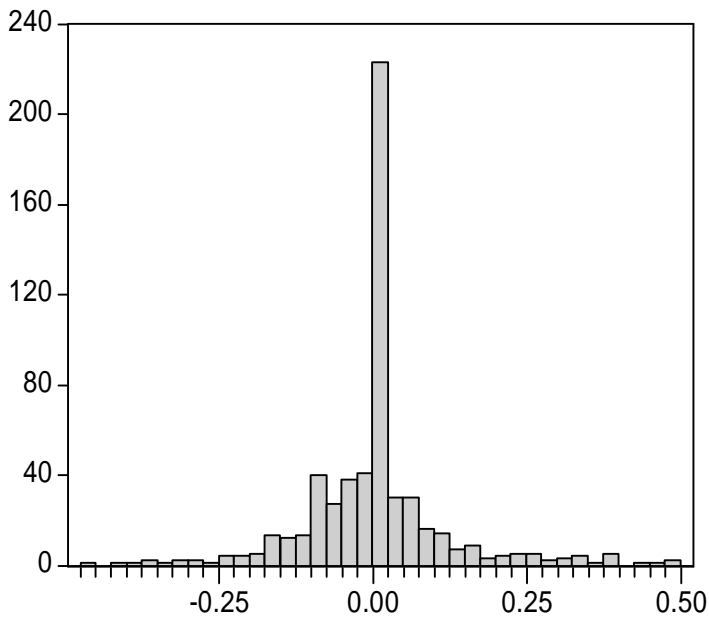


Series: COML_BK_OF_GREECE01
 Sample 1 573
 Observations 573

Mean 0.002199
 Median 0.000000
 Maximum 0.262048
 Minimum -0.316355
 Std. Dev. 0.059458
 Skewness 0.255425
 Kurtosis 6.560054

Jarque-Bera 308.8219
 Probability 0.000000

15. ΚΟΡΦΙΑ

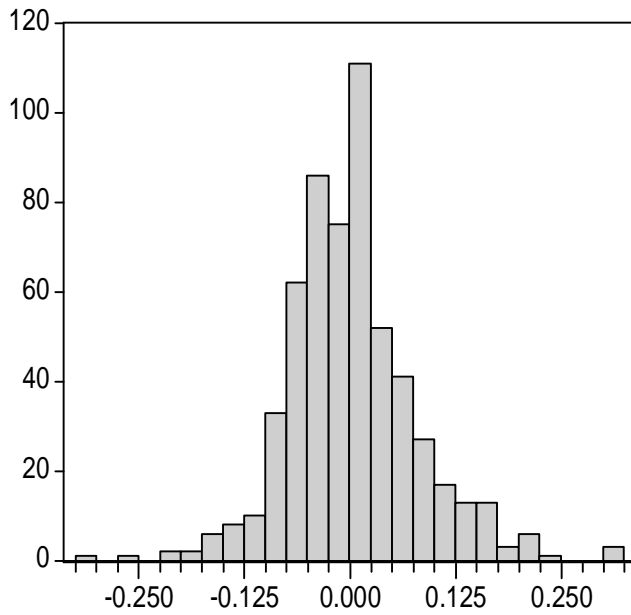


Series: CORFIL
 Sample 1 573
 Observations 573

Mean 0.001497
 Median 0.000000
 Maximum 0.490623
 Minimum -0.453886
 Std. Dev. 0.115065
 Skewness 0.669955
 Kurtosis 7.100477

Jarque-Bera 444.2963
 Probability 0.000000

16. ΧΑΤΖΗΩΑΝΝΟΥ

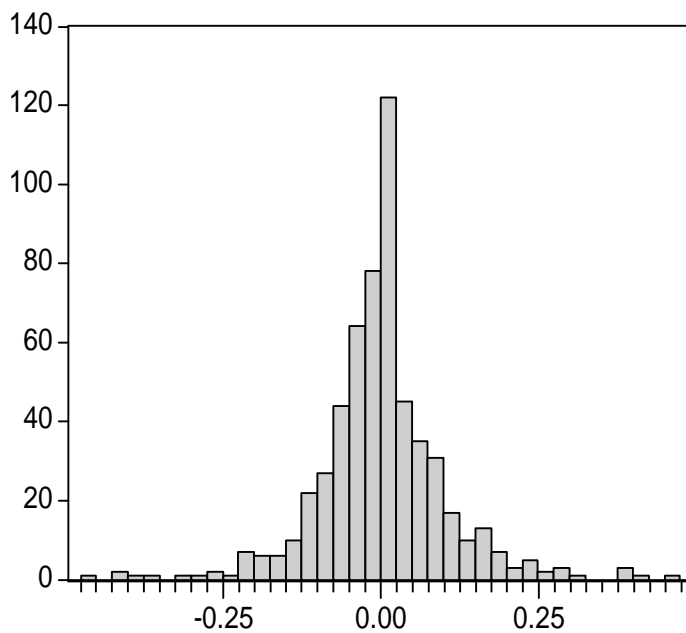


Series: CHATZIOANNOU_CR01
 Sample 1 573
 Observations 573

Mean 0.002297
 Median 0.000000
 Maximum 0.322673
 Minimum -0.305572
 Std. Dev. 0.076644
 Skewness 0.511915
 Kurtosis 4.967209

Jarque-Bera 117.4205
 Probability 0.000000

17. ΑΛΥΣΙΑ

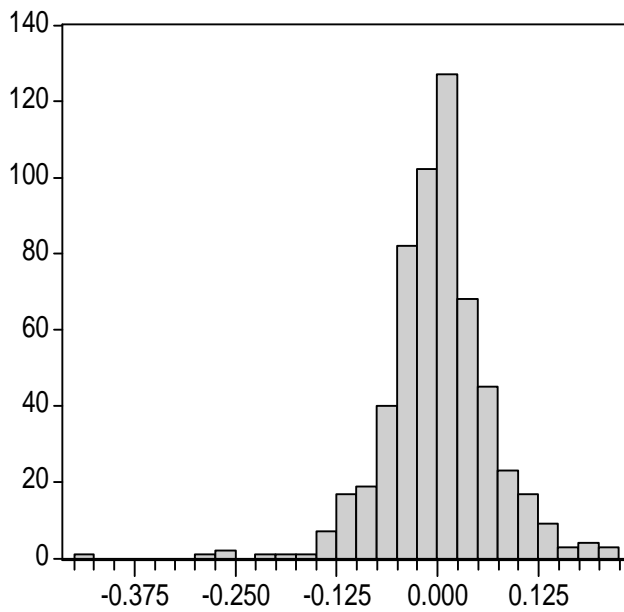


Series: ALSIDA_CR01
 Sample 1 573
 Observations 573

Mean 0.000872
 Median 0.000000
 Maximum 0.460342
 Minimum -0.459953
 Std. Dev. 0.101793
 Skewness 0.089005
 Kurtosis 7.032080

Jarque-Bera 388.9084
 Probability 0.000000

18. ΕΠΑΤΤ

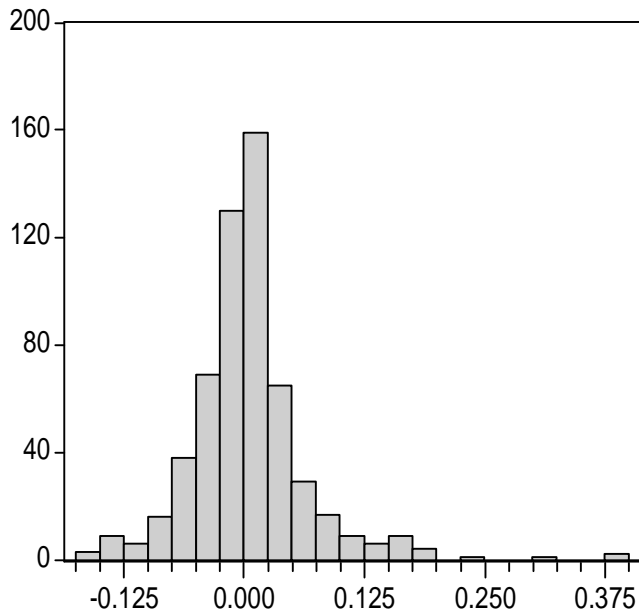


Series: ATTICA_ENTERPRISES01
 Sample 1 573
 Observations 573

Mean 0.000742
 Median 0.000000
 Maximum 0.223658
 Minimum -0.425668
 Std. Dev. 0.066003
 Skewness -0.485184
 Kurtosis 7.488032

Jarque-Bera 503.3816
 Probability 0.000000

19. ΤΡΑΠΕΖΑ ΕΛΛΑΔΟΣ

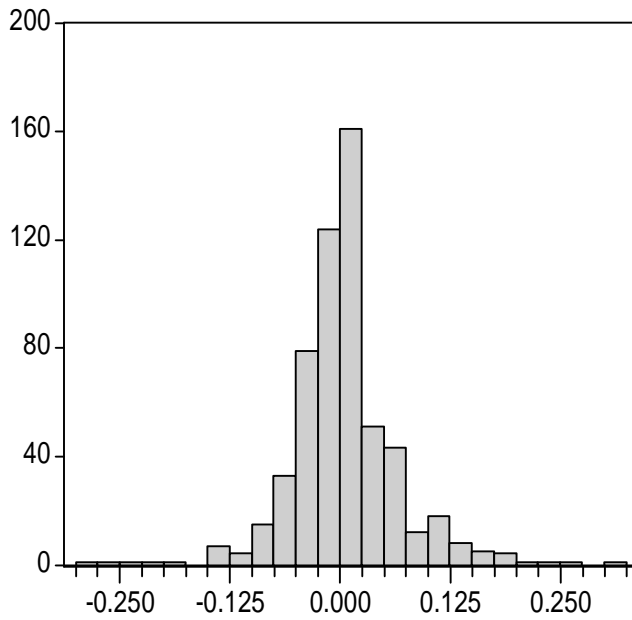


Series: BANK_OF_GREECE01
 Sample 1 573
 Observations 573

Mean 0.004551
 Median 0.001543
 Maximum 0.383434
 Minimum -0.169657
 Std. Dev. 0.060218
 Skewness 1.385853
 Kurtosis 9.844016

Jarque-Bera 1301.734
 Probability 0.000000

20. ΤΡΑΠΕΖΑ ΠΕΙΡΑΙΩΣ

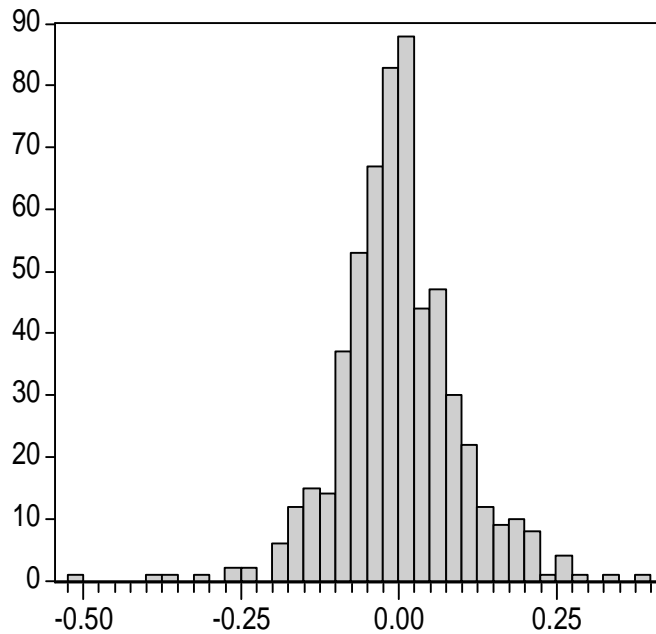


Series: BANK_OF_PIRAEUS01
 Sample 1 573
 Observations 573

Mean 0.004015
 Median 0.000000
 Maximum 0.307291
 Minimum -0.281870
 Std. Dev. 0.060921
 Skewness 0.346927
 Kurtosis 7.366590

Jarque-Bera 466.7215
 Probability 0.000000

21. CYCLON HELLAS

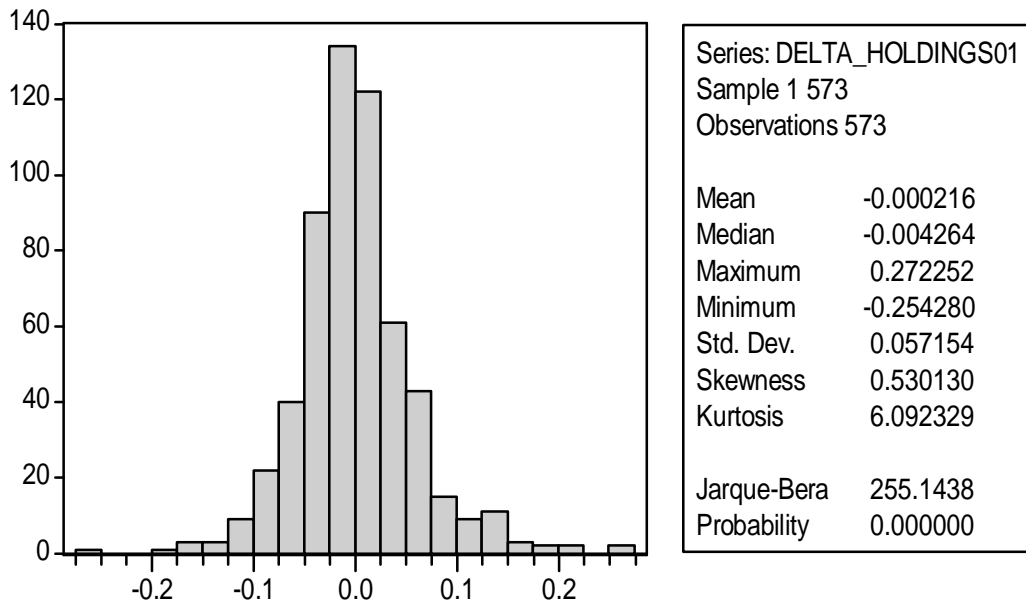


Series: CYCLON_HELLAS01
 Sample 1 573
 Observations 573

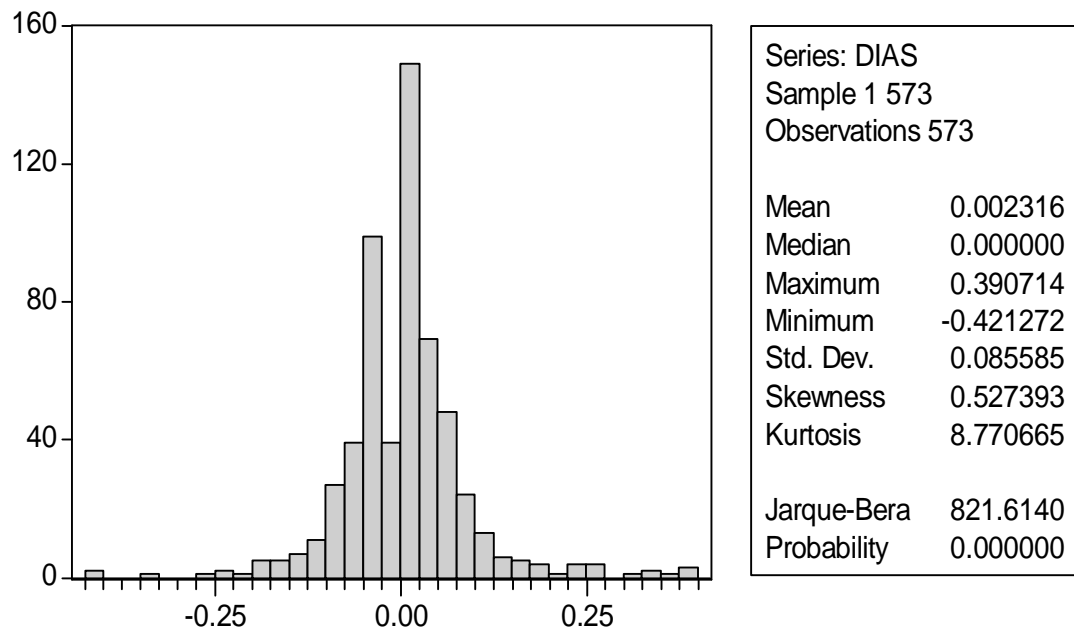
Mean -0.000383
 Median -0.005731
 Maximum 0.383324
 Minimum -0.513337
 Std. Dev. 0.093694
 Skewness -0.108299
 Kurtosis 6.031972

Jarque-Bera 220.5995
 Probability 0.000000

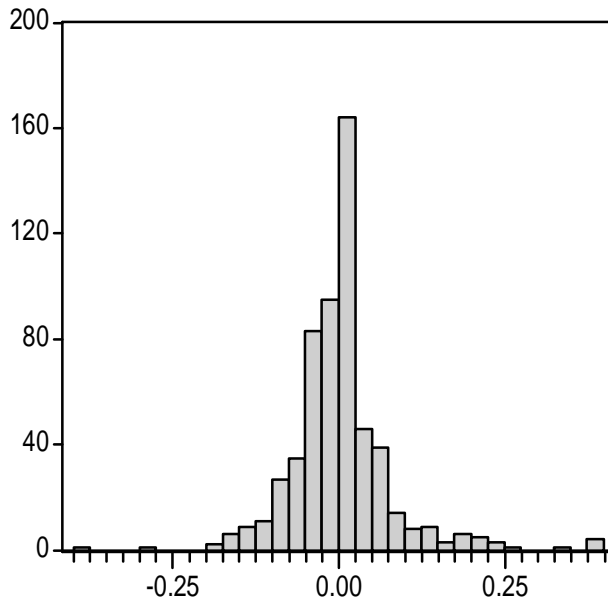
22. ΔΕΛΤΑ ΣΥΜΜΕΤΟΧΩΝ



23. DIAS



24. EYROBANK ERGASIAS

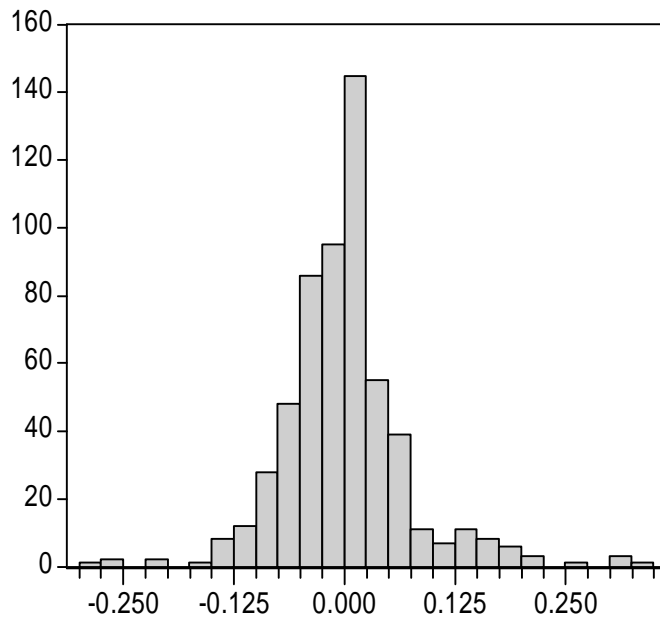


Series: EFG_EUROBANK_ERGASIAS0
 Sample 1 573
 Observations 573

Mean 0.001492
 Median 0.000000
 Maximum 0.384829
 Minimum -0.385978
 Std. Dev. 0.075905
 Skewness 1.059719
 Kurtosis 9.465787

Jarque-Bera 1105.375
 Probability 0.000000

25. ΕΓΝΑΤΙΑ ΤΡΑΠΕΖΑ

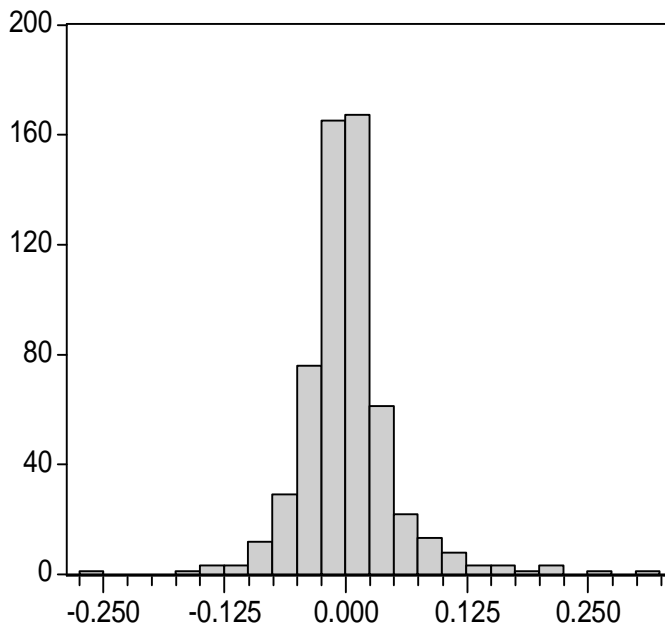


Series: EGNATIA_BANK_CR01
 Sample 1 573
 Observations 573

Mean -9.75E-05
 Median 0.000000
 Maximum 0.331332
 Minimum -0.294277
 Std. Dev. 0.069744
 Skewness 0.736530
 Kurtosis 7.112848

Jarque-Bera 455.6645
 Probability 0.000000

26. ΕΛΛΑΙΣ

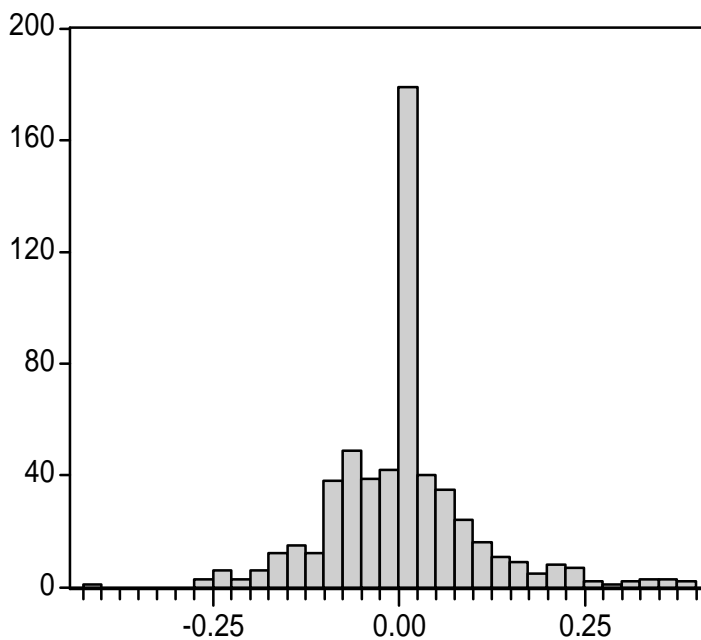


Series: ELAIS_OLEAGINOUS01
 Sample 1 573
 Observations 573

Mean 0.001212
 Median -0.000854
 Maximum 0.313581
 Minimum -0.262036
 Std. Dev. 0.048397
 Skewness 1.128732
 Kurtosis 11.13759

Jarque-Bera 1702.683
 Probability 0.000000

27. ΕΛΦΙΚΟ

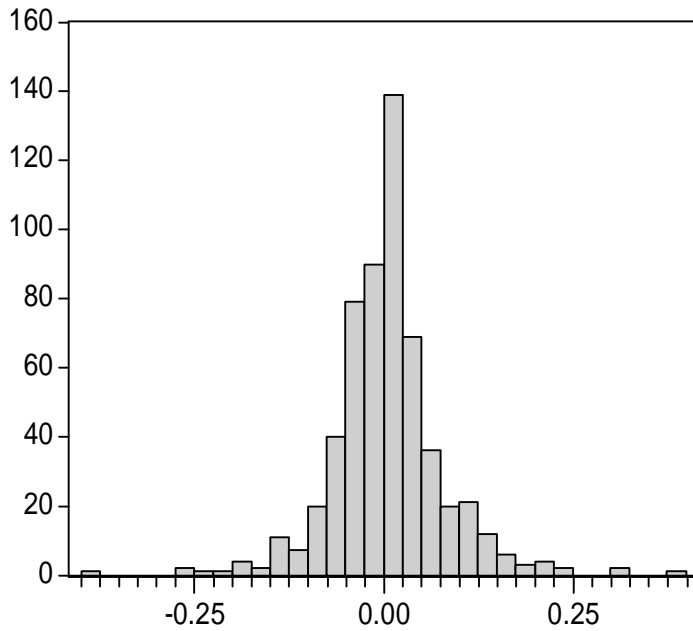


Series: ELFICO
 Sample 1 573
 Observations 573

Mean 0.002587
 Median 0.000000
 Maximum 0.392872
 Minimum -0.414682
 Std. Dev. 0.099866
 Skewness 0.595880
 Kurtosis 5.541759

Jarque-Bera 188.1548
 Probability 0.000000

28. ΕΛΜΕΚ ΣΠΟΡ

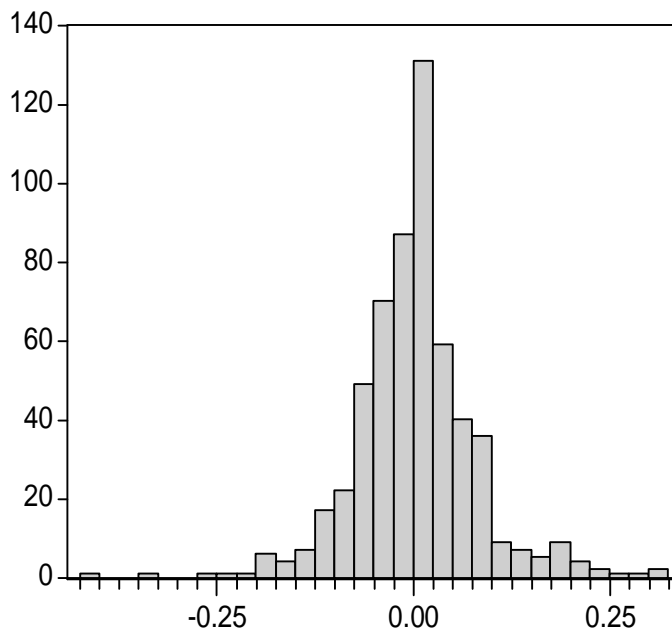


Series: ELMEC_SPORT01
 Sample 1 573
 Observations 573

Mean 0.003134
 Median 0.000000
 Maximum 0.378973
 Minimum -0.399619
 Std. Dev. 0.072680
 Skewness 0.233603
 Kurtosis 7.419803

Jarque-Bera 471.6014
 Probability 0.000000

29. EATPAK

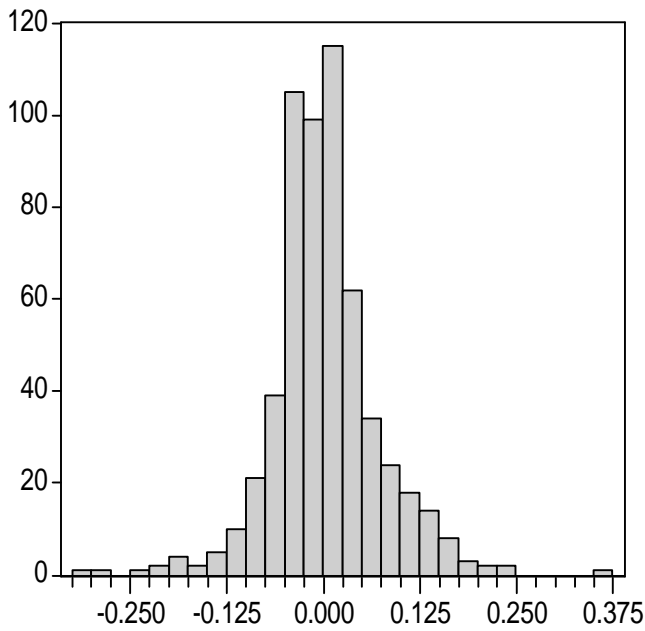


Series: ELTRAK_SA_CB_01
 Sample 1 573
 Observations 573

Mean 0.001862
 Median 0.000000
 Maximum 0.307940
 Minimum -0.410614
 Std. Dev. 0.077058
 Skewness 0.069815
 Kurtosis 6.508221

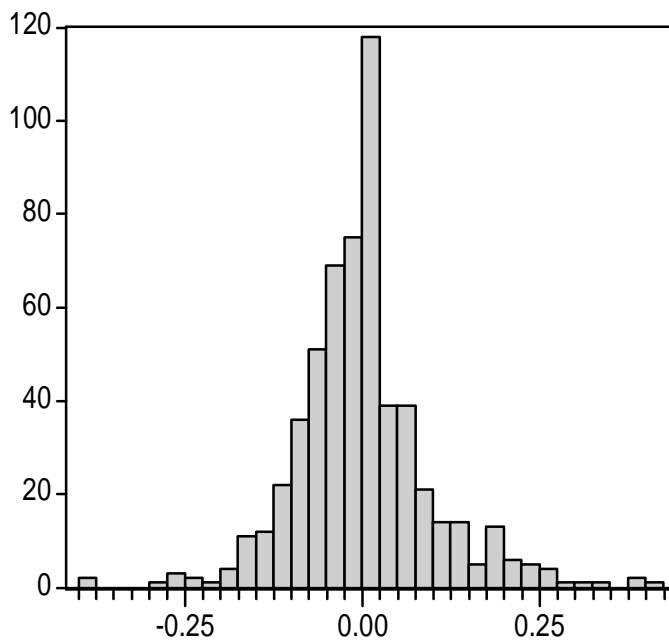
Jarque-Bera 294.3098
 Probability 0.000000

30. ETHNIKI GREEK GEN IN CO



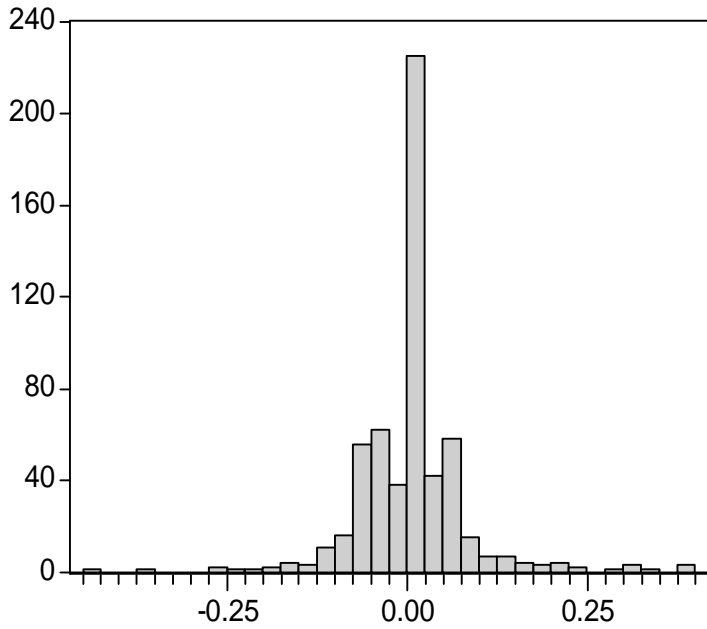
Series: ETHNIKI_GREEK_GEN_IN_C	
Sample 1 573	
Observations 573	
Mean	0.001828
Median	-0.002068
Maximum	0.361370
Minimum	-0.303565
Std. Dev.	0.069478
Skewness	0.218991
Kurtosis	6.068166
Jarque-Bera	229.3306
Probability	0.000000

31. ETMA



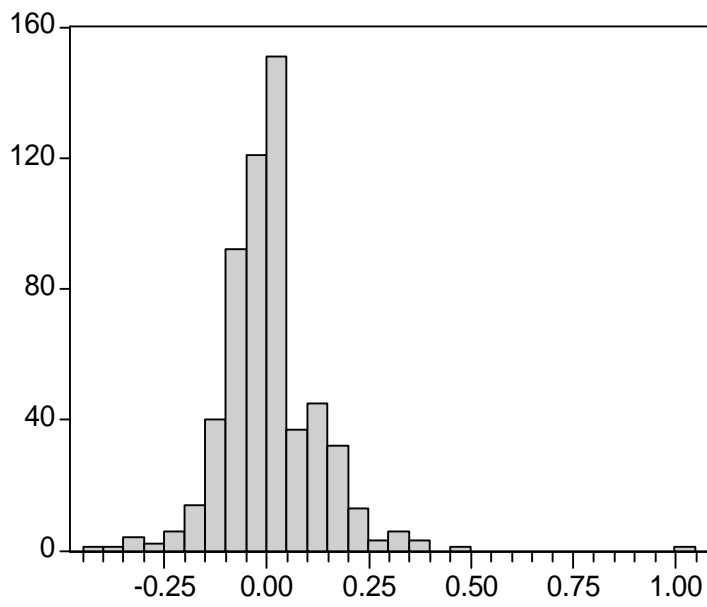
Series: ETMA_RAYON_CR01	
Sample 1 573	
Observations 573	
Mean	6.90E-05
Median	-0.005063
Maximum	0.405465
Minimum	-0.393975
Std. Dev.	0.095462
Skewness	0.516805
Kurtosis	5.712522
Jarque-Bera	201.1738
Probability	0.000000

32. ΕΞΕΛΙΞΗ



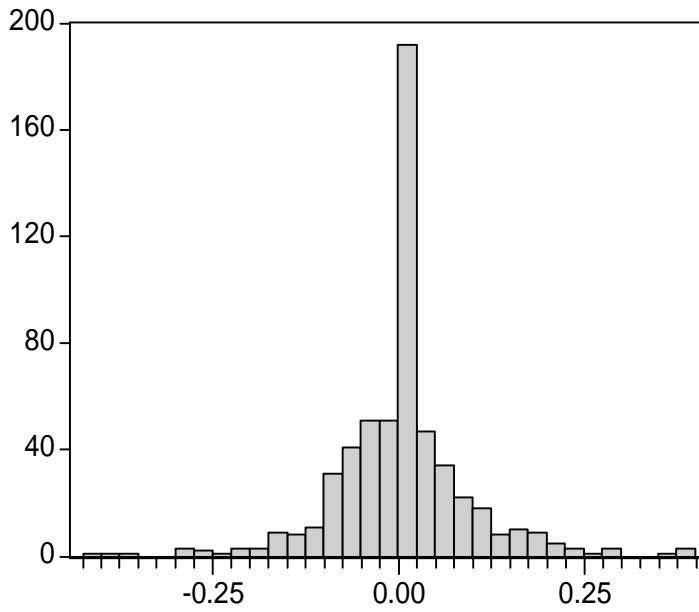
Series: EXELIXI_CR01	
Sample 1 573	
Observations 573	
Mean	0.003104
Median	0.000000
Maximum	0.387195
Minimum	-0.432133
Std. Dev.	0.076638
Skewness	0.667055
Kurtosis	10.67651
Jarque-Bera	1449.419
Probability	0.000000

33. FG EUROPE



Series: FG_EUROPE01	
Sample 1 573	
Observations 573	
Mean	0.004764
Median	0.000000
Maximum	1.014195
Minimum	-0.409913
Std. Dev.	0.117244
Skewness	1.403619
Kurtosis	13.28425
Jarque-Bera	2713.306
Probability	0.000000

34. FINTEXPOR

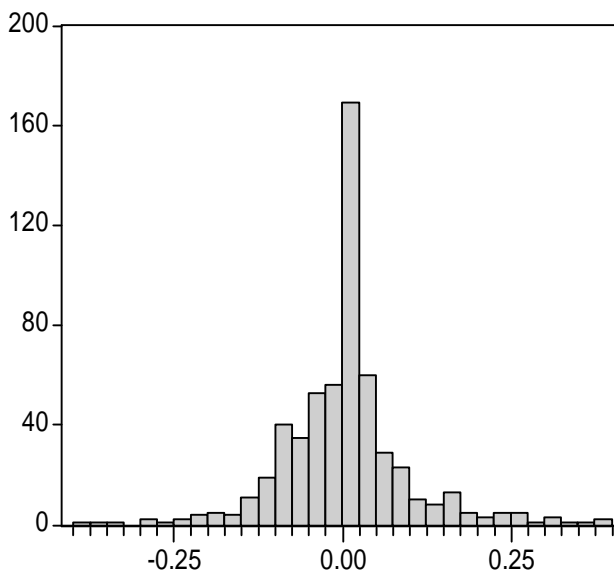


Series: FINTEXPORT
 Sample 1 573
 Observations 573

Mean	0.002547
Median	0.000000
Maximum	0.389465
Minimum	-0.406594
Std. Dev.	0.091276
Skewness	0.202048
Kurtosis	7.088296

Jarque-Bera	402.9493
Probability	0.000000

35. SARANTOPOULOS

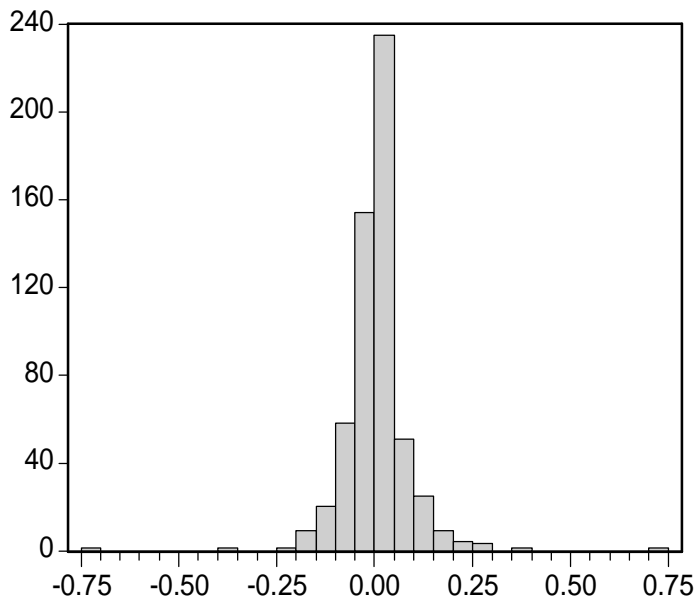


Series: FLR_MLS_C_SARANTOPOULO
 Sample 1 573
 Observations 573

Mean	0.001607
Median	0.000000
Maximum	0.384588
Minimum	-0.385467
Std. Dev.	0.093303
Skewness	0.444446
Kurtosis	6.333285

Jarque-Bera	284.1345
Probability	0.000000

36. ΦΟΥΡΛΗΣ ΣΥΜΜΕΤΟΧΩΝ

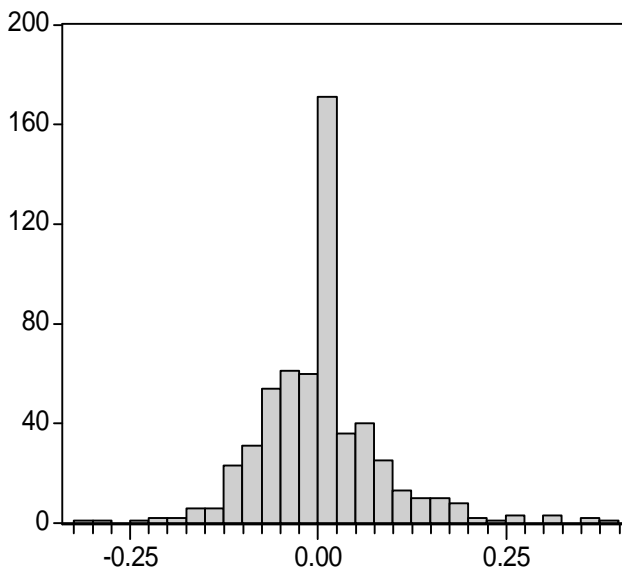


Series: FOURLIS_HOLDING01
 Sample 1 573
 Observations 573

Mean	0.001794
Median	0.000000
Maximum	0.714054
Minimum	-0.714054
Std. Dev.	0.081017
Skewness	0.223255
Kurtosis	25.01310

Jarque-Bera	11574.02
Probability	0.000000

37. ΓΕΝΙΚΗ ΕΜΠΟΡΙΟΥ

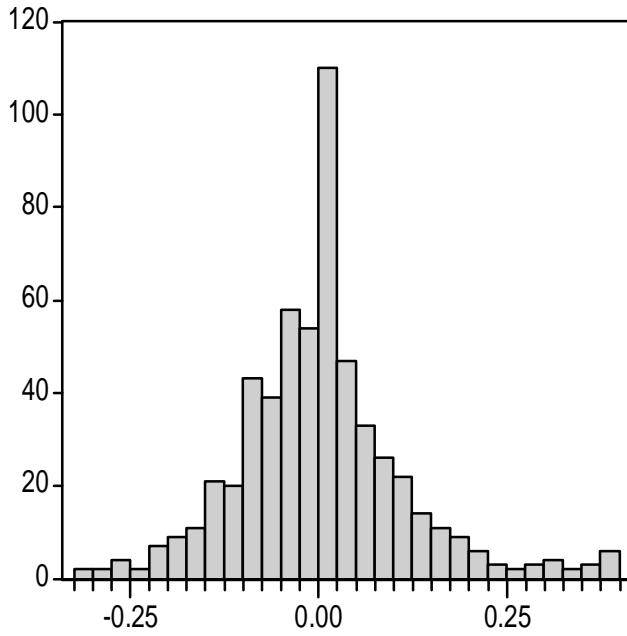


Series: GENERAL_COMMERCIAL__I
 Sample 1 573
 Observations 573

Mean	0.001459
Median	0.000000
Maximum	0.380275
Minimum	-0.320495
Std. Dev.	0.082321
Skewness	0.860741
Kurtosis	6.487298

Jarque-Bera	361.1034
Probability	0.000000

38. ΕΥΡΟΣΥΜΜΕΤΟΧΕΣ

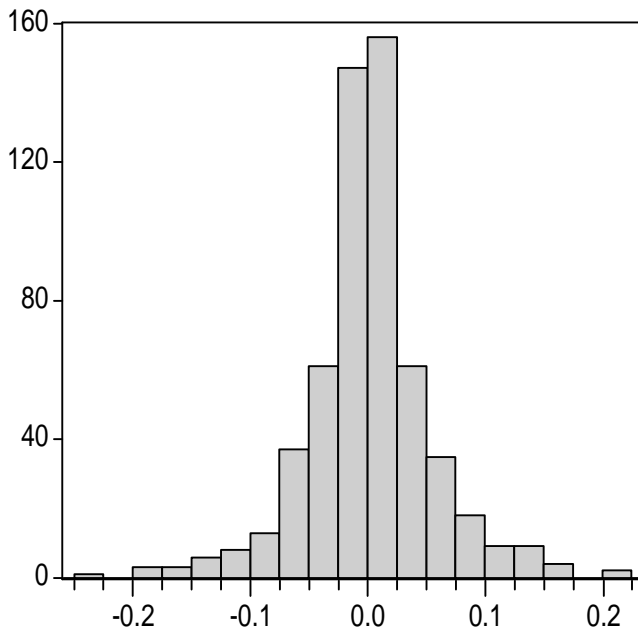


Series: EUROHOLDINGS_CAP__INV
 Sample 1 573
 Observations 573

Mean 0.002290
 Median 0.000000
 Maximum 0.390427
 Minimum -0.324066
 Std. Dev. 0.111929
 Skewness 0.638783
 Kurtosis 4.746957

Jarque-Bera 111.8313
 Probability 0.000000

39. CROWN HELLAS

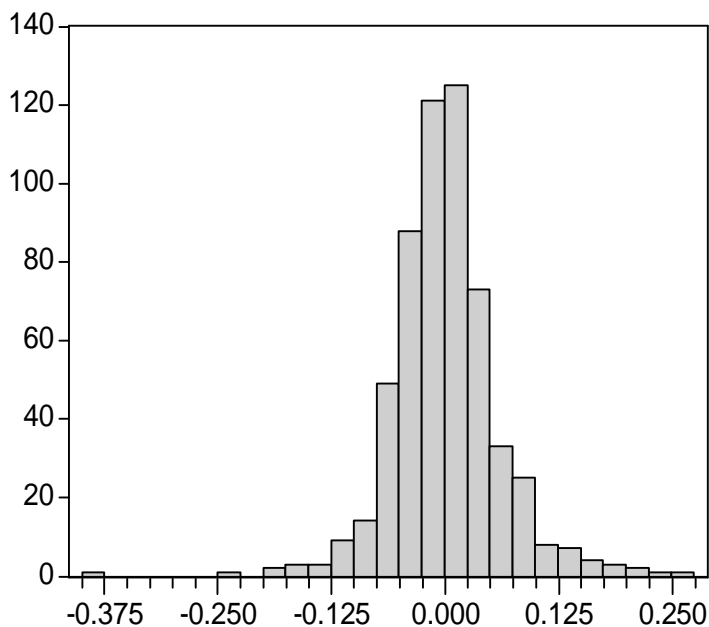


Series: CROWN_HELLAS_CAN01
 Sample 1 573
 Observations 573

Mean 0.000666
 Median 0.000000
 Maximum 0.223934
 Minimum -0.226588
 Std. Dev. 0.053481
 Skewness 0.079789
 Kurtosis 5.664096

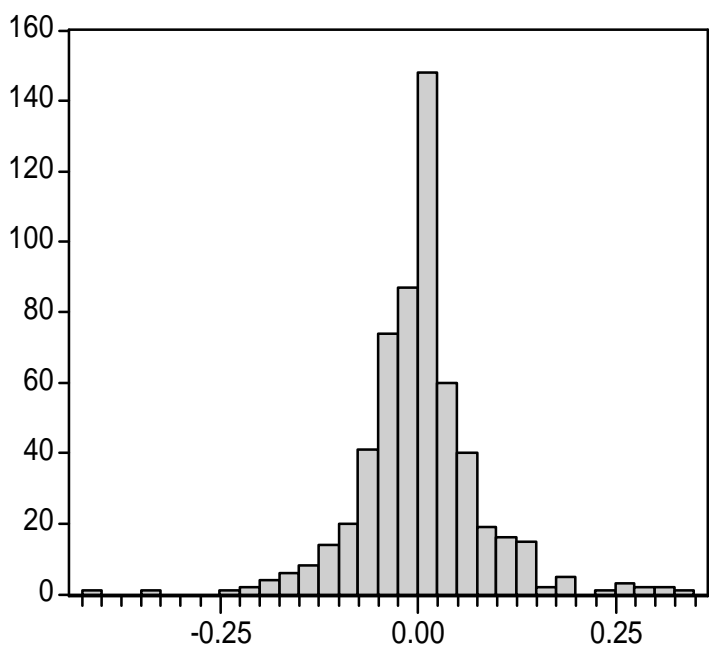
Jarque-Bera 170.0586
 Probability 0.000000

40. ΗΡΑΚΛΗΣ



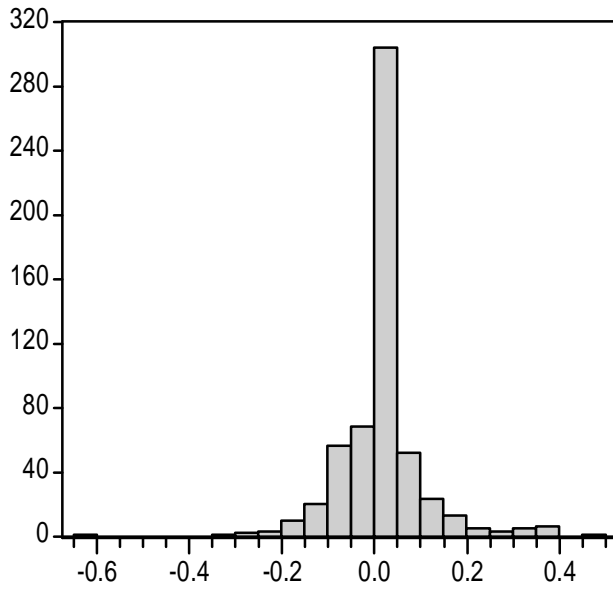
Series: HERACLES	
Sample 1 573	
Observations 573	
Mean	0.000891
Median	-0.001781
Maximum	0.255225
Minimum	-0.380004
Std. Dev.	0.059203
Skewness	0.006968
Kurtosis	7.848339
Jarque-Bera	561.2198
Probability	0.000000

41. ΠΠΟΤΟΥΡ



Series: HIPPO TOUR	
Sample 1 573	
Observations 573	
Mean	0.001705
Median	0.000000
Maximum	0.338663
Minimum	-0.403213
Std. Dev.	0.076268
Skewness	0.289964
Kurtosis	7.366959
Jarque-Bera	463.3337
Probability	0.000000

42. ΕΡΜΗΣ

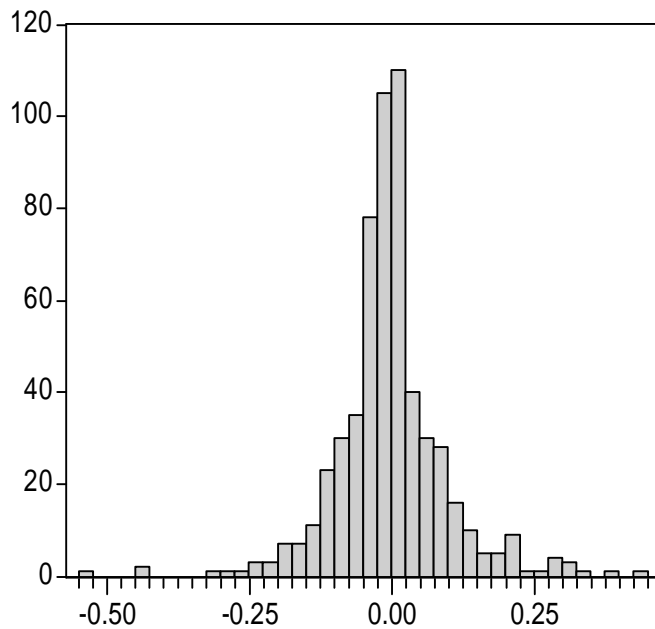


Series: HERMES_REAL_ESTATE_SA0
 Sample 1 573
 Observations 573

Mean 0.007790
 Median 0.000000
 Maximum 0.470004
 Minimum -0.632523
 Std. Dev. 0.093168
 Skewness 0.561468
 Kurtosis 11.06258

Jarque-Bera 1582.104
 Probability 0.000000

43. IDEAL GROUP

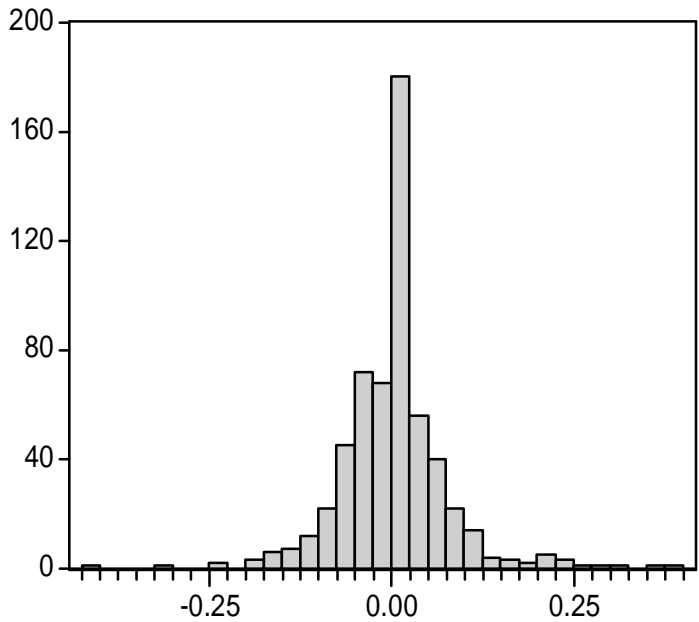


Series: IDEAL_GROUP_SA_CR01
 Sample 1 573
 Observations 573

Mean -0.002885
 Median -0.009033
 Maximum 0.435318
 Minimum -0.532805
 Std. Dev. 0.096058
 Skewness 0.062297
 Kurtosis 7.679431

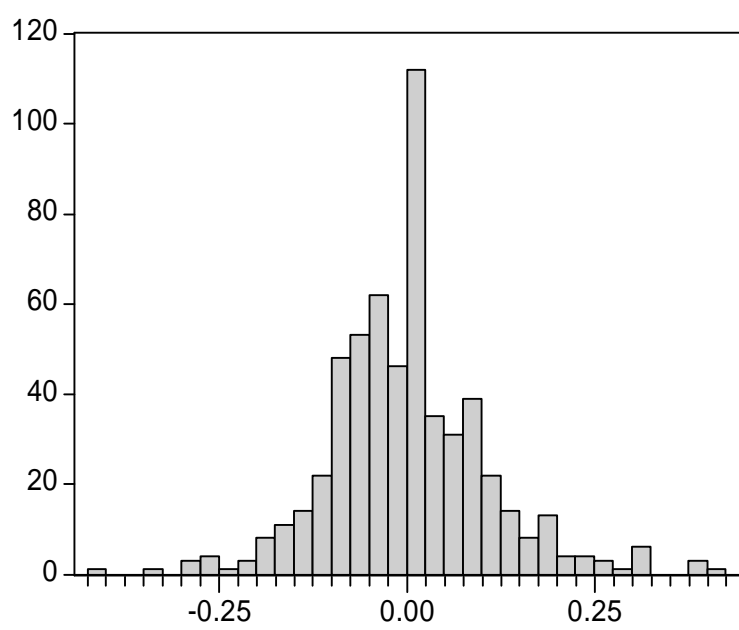
Jarque-Bera 523.1633
 Probability 0.000000

44. INTERINVEST



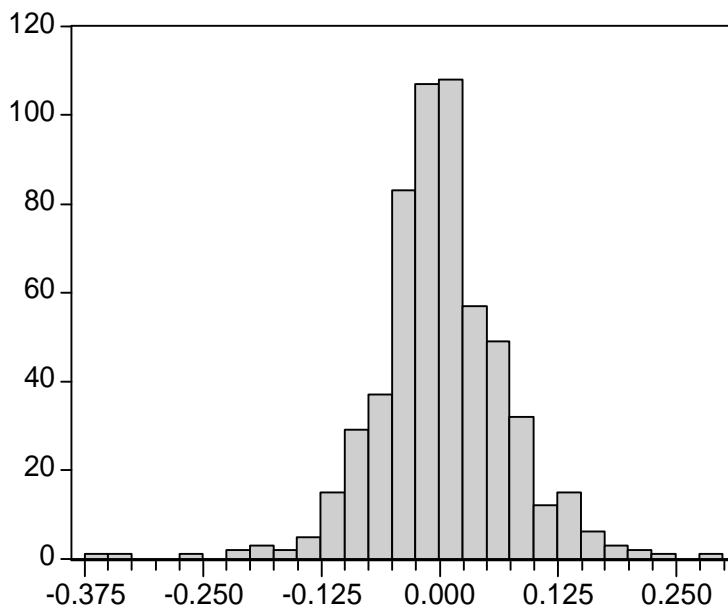
Series: INTERINVEST_CB01	
Sample 1 573	
Observations 573	
Mean	0.000913
Median	0.000000
Maximum	0.386198
Minimum	-0.420898
Std. Dev.	0.073695
Skewness	0.426630
Kurtosis	8.867634
Jarque-Bera	839.3776
Probability	0.000000

45. INTERSAT



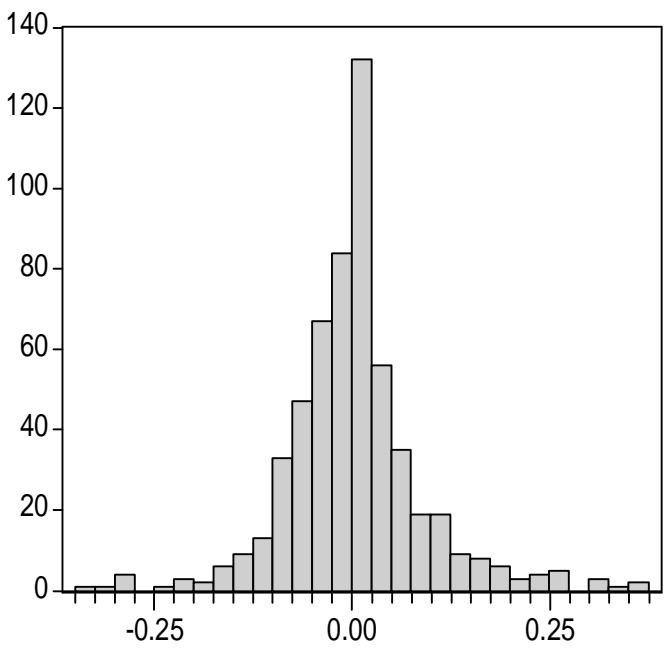
Series: INTERSAT	
Sample 1 573	
Observations 573	
Mean	-0.000425
Median	0.000000
Maximum	0.405465
Minimum	-0.412593
Std. Dev.	0.105492
Skewness	0.453656
Kurtosis	4.893291
Jarque-Bera	105.2355
Probability	0.000000

46. INTRACOM



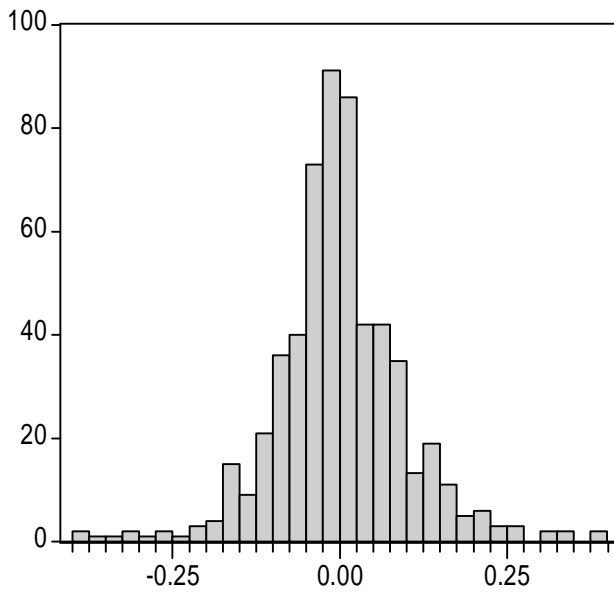
Series: INTRACOM	
Sample 1 572	
Observations 572	
Mean	0.001607
Median	-0.000539
Maximum	0.298865
Minimum	-0.361327
Std. Dev.	0.070200
Skewness	-0.167129
Kurtosis	6.145784
Jarque-Bera	238.5165
Probability	0.000000

47. IONIAN



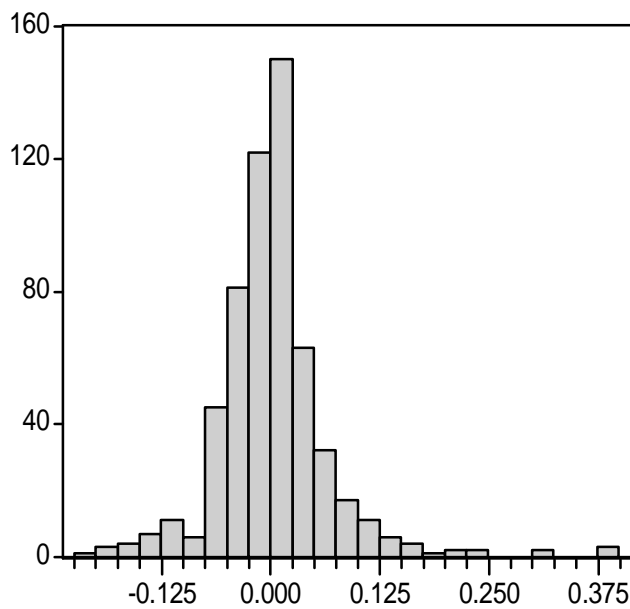
Series: IONIAN_HOTEL_B_01	
Sample 1 573	
Observations 573	
Mean	0.003090
Median	0.000000
Maximum	0.367772
Minimum	-0.333535
Std. Dev.	0.087717
Skewness	0.470104
Kurtosis	6.206015
Jarque-Bera	266.5052
Probability	0.000000

48. ΜΠΟΥΤΑΡΗΣ



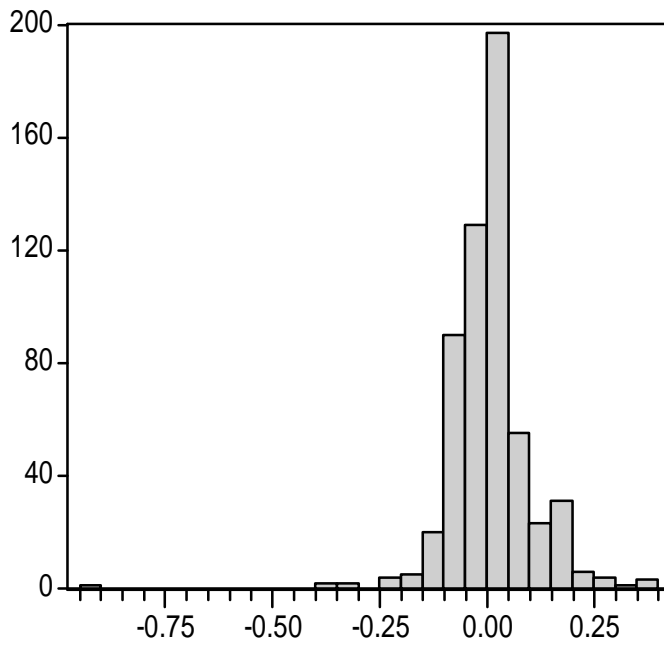
Series: J_BOUTARIS__SON_HLDG0	
Sample 1 573	
Observations 573	
Mean	-0.001130
Median	-0.005970
Maximum	0.382369
Minimum	-0.398908
Std. Dev.	0.098600
Skewness	0.089968
Kurtosis	5.554026
Jarque-Bera	156.5108
Probability	0.000000

49. ΚΑΡΕΛΙΑ



Series: KARELIA_TOBACCO_CO_INC	
Sample 1 573	
Observations 573	
Mean	0.001670
Median	0.000000
Maximum	0.385845
Minimum	-0.211891
Std. Dev.	0.065205
Skewness	1.497978
Kurtosis	11.18034
Jarque-Bera	1811.964
Probability	0.000000

50. ΚΕΡΑΜΕΙΑ ΑΛΛΑΤΙΝΗ

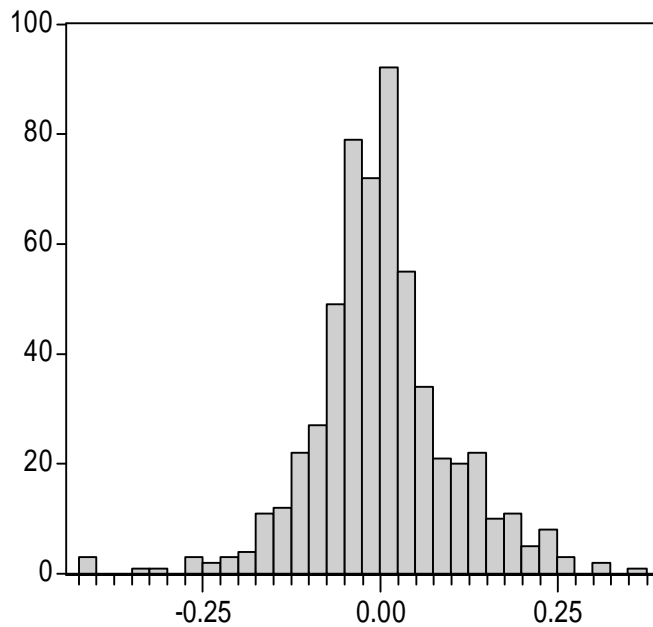


Series: KERAMIA_ALLATINI01
 Sample 1 573
 Observations 573

Mean 0.005715
 Median 0.000000
 Maximum 0.393971
 Minimum -0.909370
 Std. Dev. 0.096700
 Skewness -1.114385
 Kurtosis 18.72437

Jarque-Bera 6021.829
 Probability 0.000000

51. ΚΕΡΑΝΗΣ

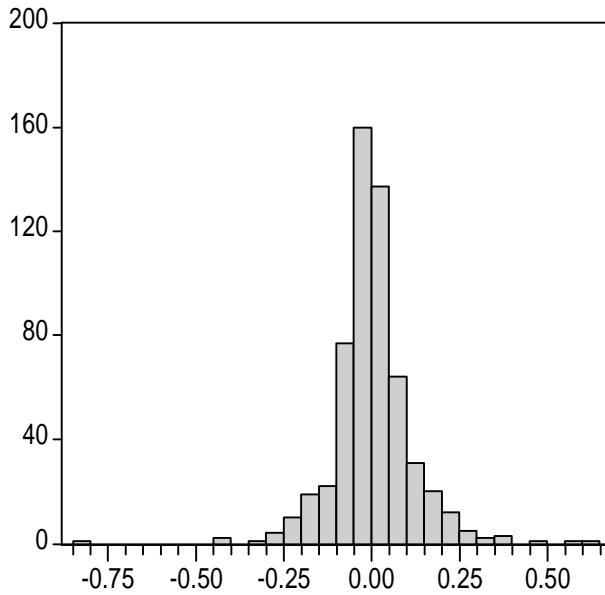


Series: KERANIS_HOLDINGS01
 Sample 1 573
 Observations 573

Mean 0.001210
 Median -0.003170
 Maximum 0.361013
 Minimum -0.420458
 Std. Dev. 0.098054
 Skewness -0.056950
 Kurtosis 5.322139

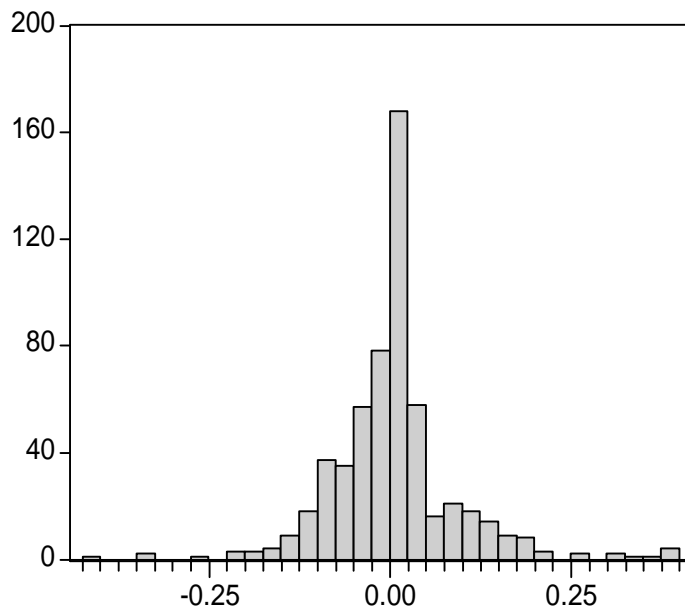
Jarque-Bera 129.0516
 Probability 0.000000

52. ΚΛΟΝΑΤΕΧ



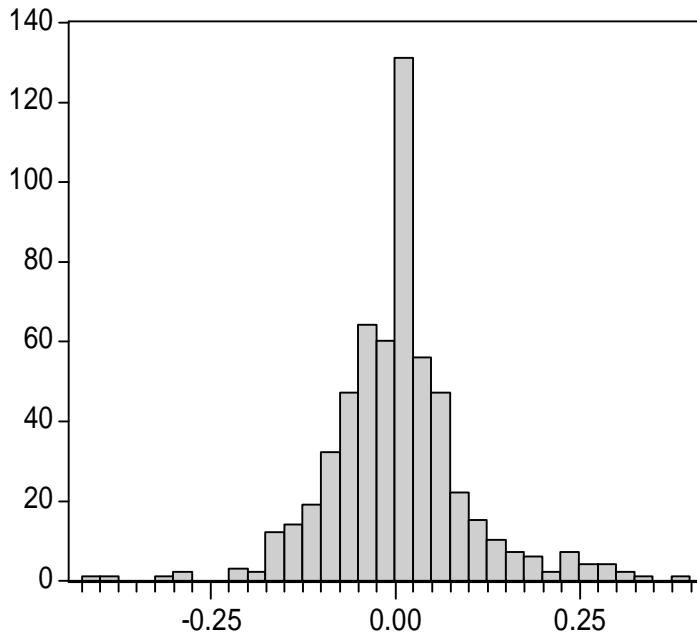
Series: KOLONATEX_GROUP_OF_COS_	
Sample 1 573	
Observations 573	
Mean	0.002715
Median	-0.003881
Maximum	0.617749
Minimum	-0.839751
Std. Dev.	0.113956
Skewness	-0.027320
Kurtosis	11.65986
Jarque-Bera	1790.532
Probability	0.000000

53. LAMPSA HOTEL



Series: LAMPSA_HOTEL01	
Sample 1 573	
Observations 573	
Mean	0.002683
Median	0.000000
Maximum	0.384768
Minimum	-0.408793
Std. Dev.	0.086850
Skewness	0.690847
Kurtosis	7.745544
Jarque-Bera	583.2486
Probability	0.000000

54. ANAKAM

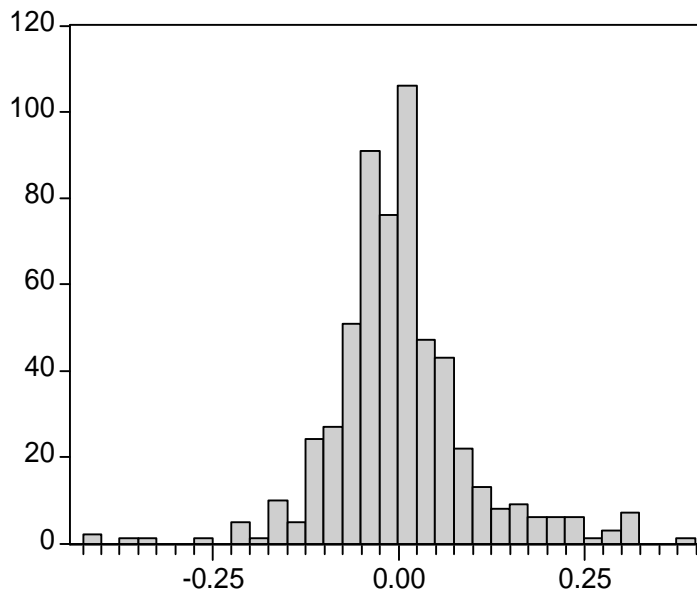


Series: LANAKAM_CB_01
 Sample 1 573
 Observations 573

Mean 0.001654
 Median 0.000000
 Maximum 0.383317
 Minimum -0.420543
 Std. Dev. 0.091987
 Skewness 0.325361
 Kurtosis 6.050072

Jarque-Bera 232.2173
 Probability 0.000000

55. ΛΕΒΕΝΤΕΡΗΣ

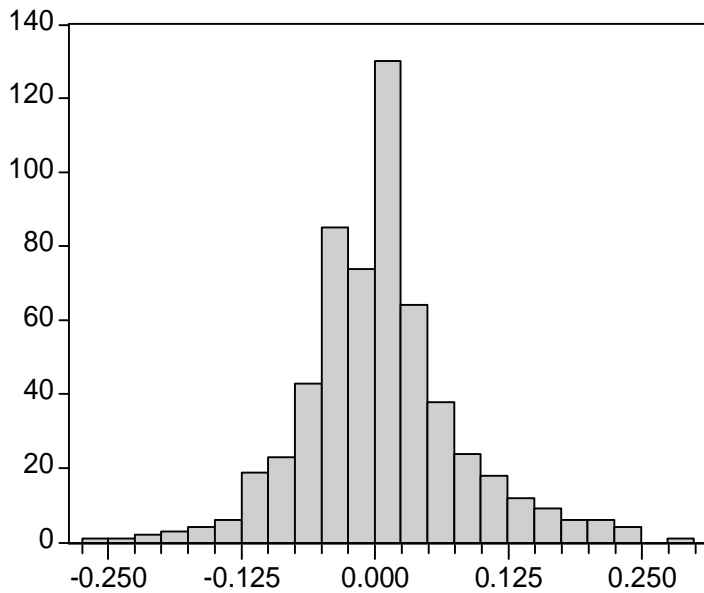


Series: LEVEDERIS
 Sample 1 573
 Observations 573

Mean 0.000820
 Median -0.009882
 Maximum 0.379490
 Minimum -0.411099
 Std. Dev. 0.094144
 Skewness 0.425464
 Kurtosis 6.350097

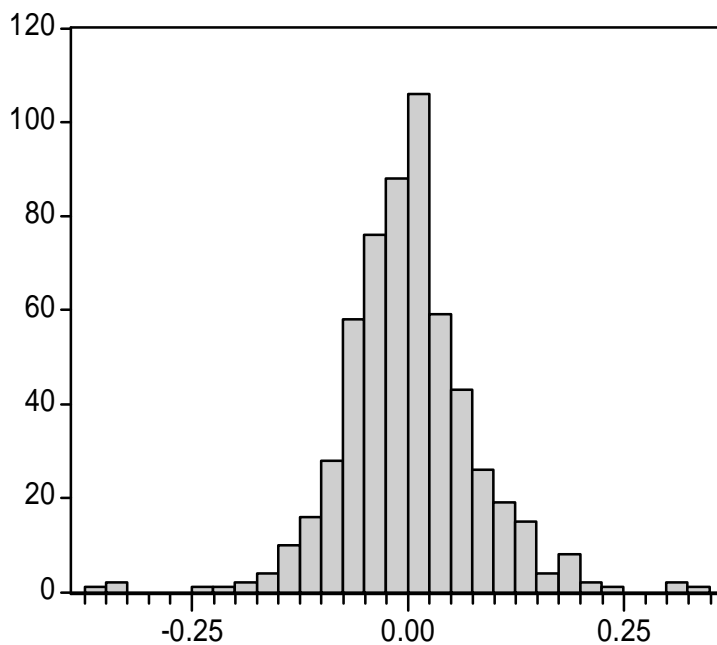
Jarque-Bera 285.2401
 Probability 0.000000

56. ΜΕΤΚΑ



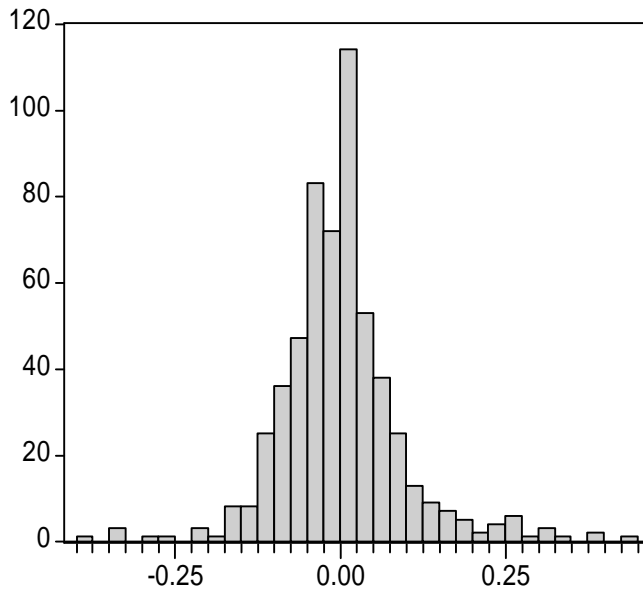
Series: METKA	
Sample 1 573	
Observations 573	
Mean	0.004679
Median	0.000000
Maximum	0.281127
Minimum	-0.273527
Std. Dev.	0.074037
Skewness	0.366435
Kurtosis	4.564107
Jarque-Bera	71.23173
Probability	0.000000

57. MHXANIKH



Series: MICHANIKI	
Sample 1 573	
Observations 573	
Mean	0.000850
Median	-0.002413
Maximum	0.338501
Minimum	-0.359964
Std. Dev.	0.077152
Skewness	0.114513
Kurtosis	6.101429
Jarque-Bera	230.9027
Probability	0.000000

58. MICROMEDIA BRITANIA

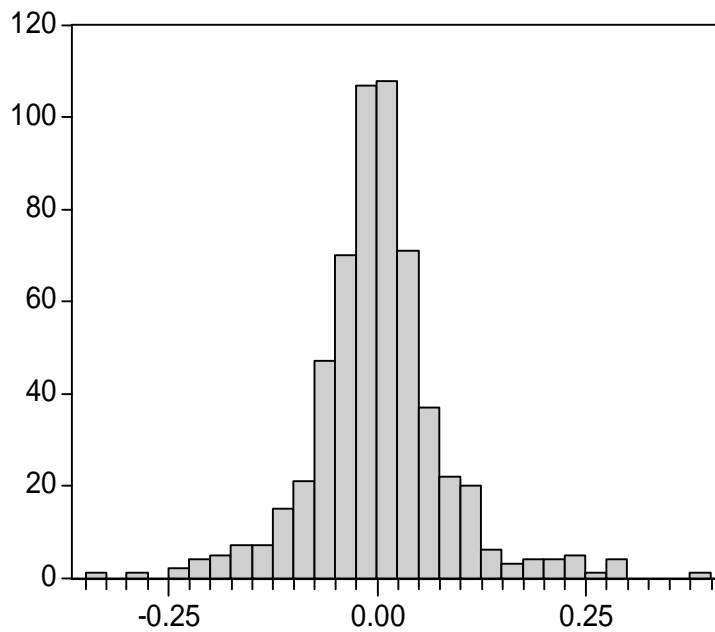


Series: MICROMEDIA_BRITANIA01
 Sample 1 573
 Observations 573

Mean -0.000673
 Median -0.005115
 Maximum 0.448305
 Minimum -0.386980
 Std. Dev. 0.092016
 Skewness 0.638214
 Kurtosis 7.013935

Jarque-Bera 423.5650
 Probability 0.000000

59. MOYZAKHΣ

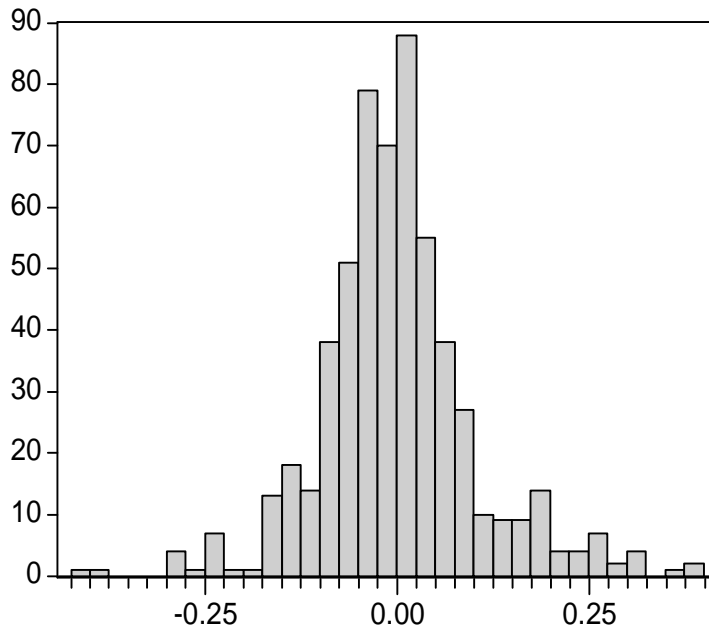


Series: MOUZAKIS
 Sample 1 573
 Observations 573

Mean 0.000747
 Median -0.001614
 Maximum 0.385662
 Minimum -0.327907
 Std. Dev. 0.079391
 Skewness 0.408372
 Kurtosis 6.277411

Jarque-Bera 272.3778
 Probability 0.000000

60. MULTIRAMA

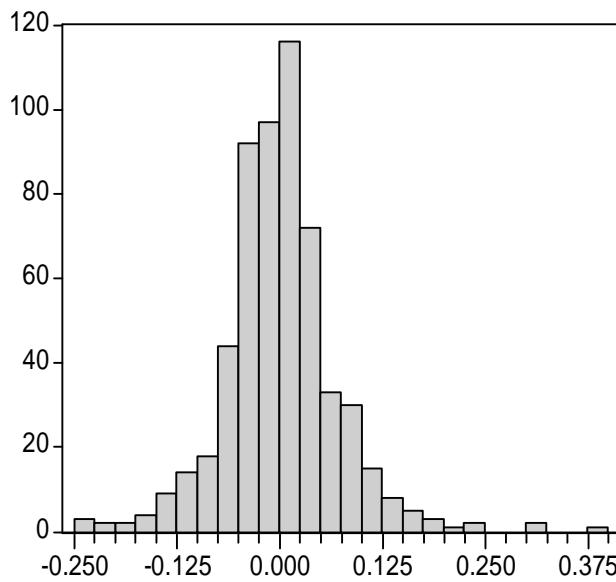


Series: MULTIRAMA
 Sample 1 573
 Observations 573

Mean -0.000224
 Median -0.005013
 Maximum 0.386436
 Minimum -0.413380
 Std. Dev. 0.102249
 Skewness 0.378194
 Kurtosis 5.361463

Jarque-Bera 146.7986
 Probability 0.000000

61. NATIONAL INVESTMENT

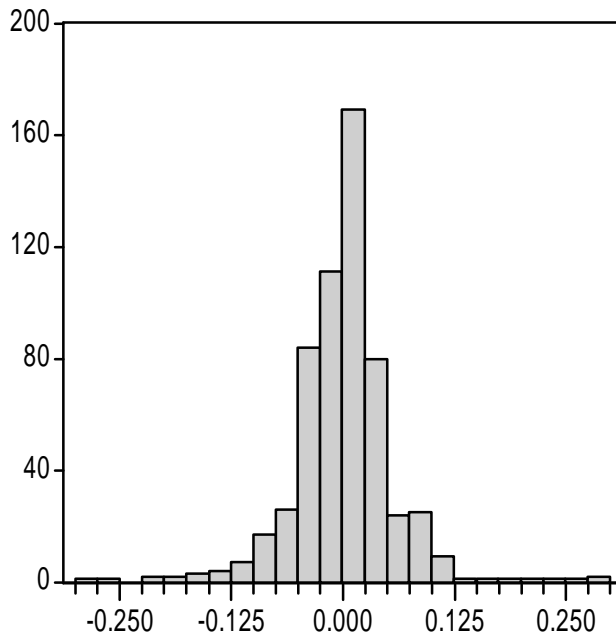


Series: NATIONAL_INVESTMENT_CO
 Sample 1 573
 Observations 573

Mean 0.000616
 Median 0.000000
 Maximum 0.385945
 Minimum -0.242210
 Std. Dev. 0.068863
 Skewness 0.538718
 Kurtosis 6.842987

Jarque-Bera 380.3148
 Probability 0.000000

62. HELLENIC INVESTMENTS

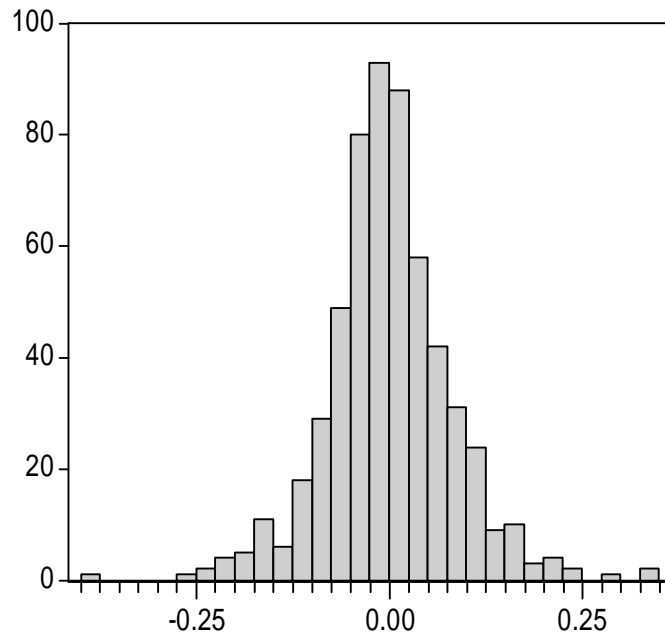


Series: HELLENIC_INVESTMENT_CO
 Sample 1 573
 Observations 573

Mean 0.000154
 Median 0.000000
 Maximum 0.289814
 Minimum -0.289160
 Std. Dev. 0.056688
 Skewness 0.107368
 Kurtosis 8.951519

Jarque-Bera 846.7672
 Probability 0.000000

63. NEXANS

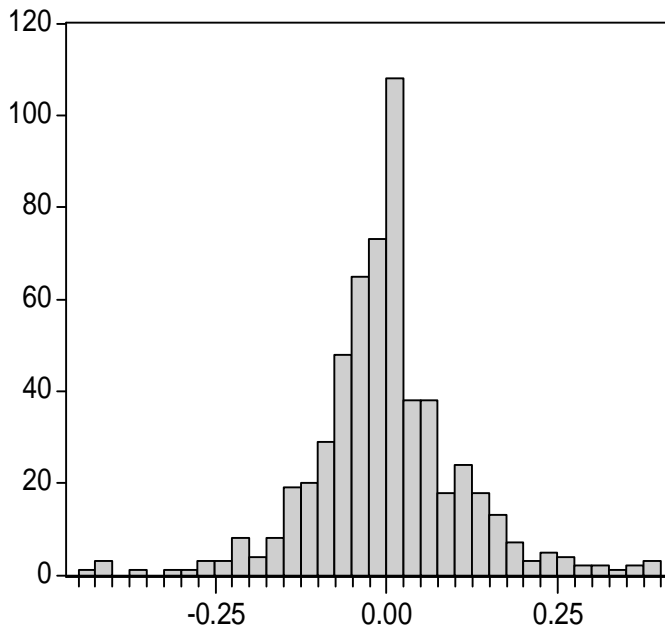


Series: NEXANS_HELLAS01
 Sample 1 573
 Observations 573

Mean -0.000775
 Median -0.004008
 Maximum 0.340634
 Minimum -0.376621
 Std. Dev. 0.081071
 Skewness 0.142973
 Kurtosis 5.124341

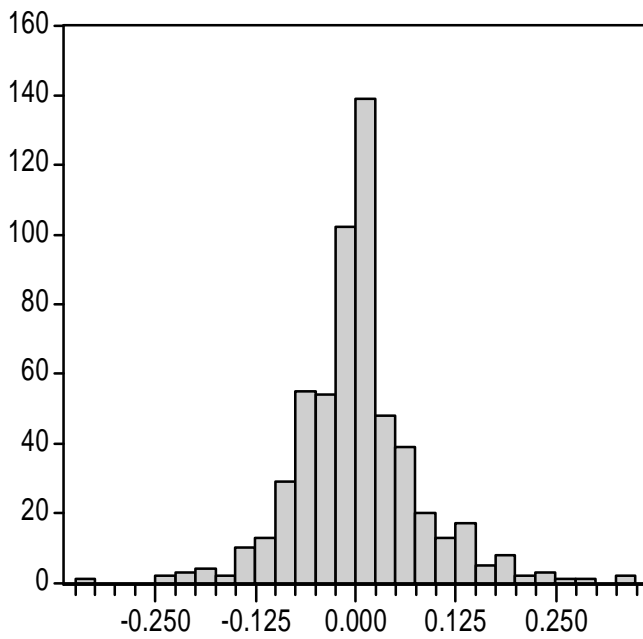
Jarque-Bera 109.6958
 Probability 0.000000

64. O DARING



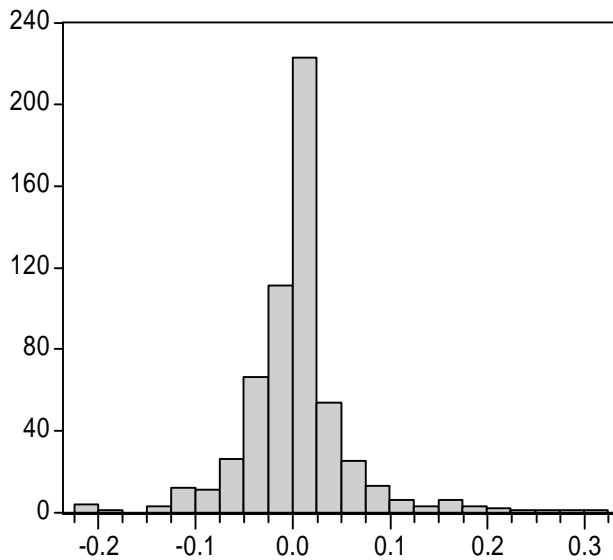
Series: O_DARING_SAIN01	
Sample 1 573	
Observations 573	
Mean	-0.000820
Median	-0.001826
Maximum	0.392772
Minimum	-0.430311
Std. Dev.	0.108457
Skewness	0.126925
Kurtosis	5.580495
Jarque-Bera	160.5211
Probability	0.000000

65. PHOINIX METROLIFE



Series: PHOENIX_METROLIFE01	
Sample 1 573	
Observations 573	
Mean	0.001597
Median	0.000000
Maximum	0.338449
Minimum	-0.334400
Std. Dev.	0.076413
Skewness	0.455015
Kurtosis	5.760233
Jarque-Bera	201.6731
Probability	0.000000

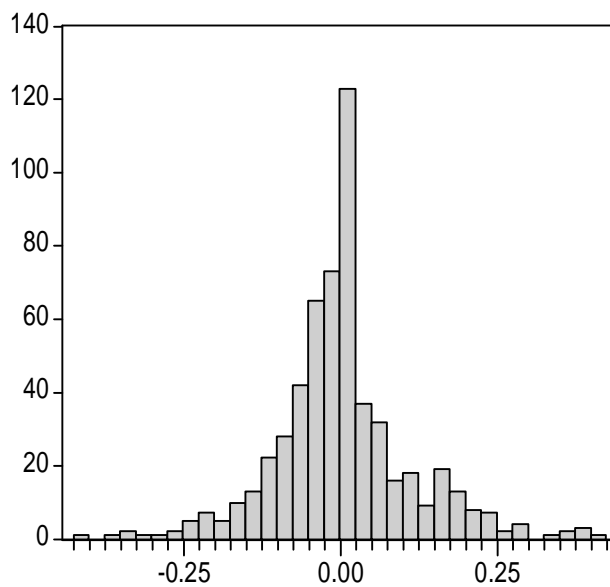
66. ΠΑΠΑΣΤΡΑΤΟΣ



Series: PAPASTRATOS_CIGARETTE0
Sample 1 573
Observations 573

Mean	0.001774
Median	0.000000
Maximum	0.308274
Minimum	-0.224295
Std. Dev.	0.055526
Skewness	0.857694
Kurtosis	9.387438
Jarque-Bera	1044.338
Probability	0.000000

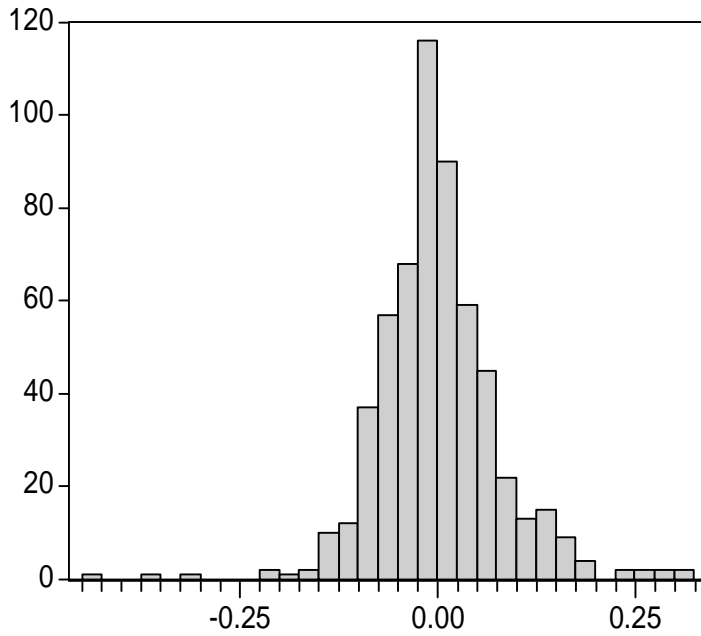
67. ΠΑΡΝΑΣΣΟΣ ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΕΙΣ



Series: PARNASSOS_ENTERPRISES_
Sample 1 573
Observations 573

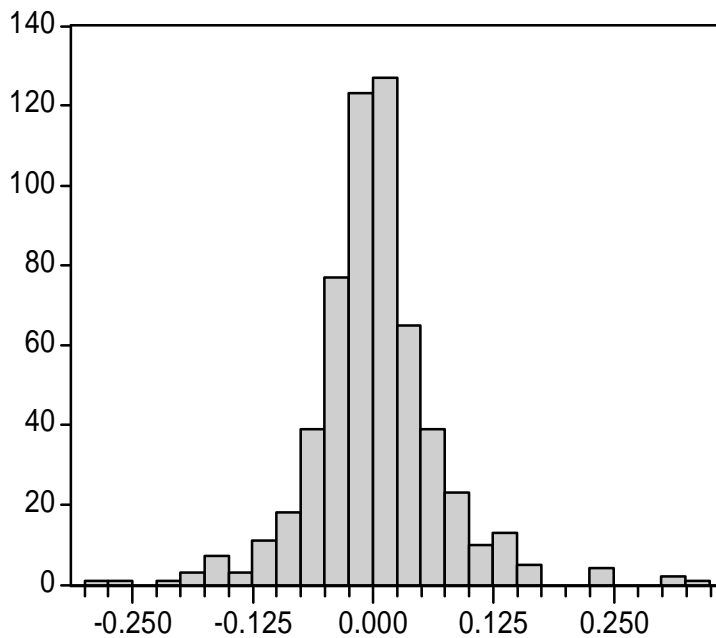
Mean	0.002606
Median	0.000000
Maximum	0.405465
Minimum	-0.420391
Std. Dev.	0.108630
Skewness	0.382494
Kurtosis	5.166181
Jarque-Bera	126.0014
Probability	0.000000

68. ΠΕΤΖΕΤΑΚΗΣ



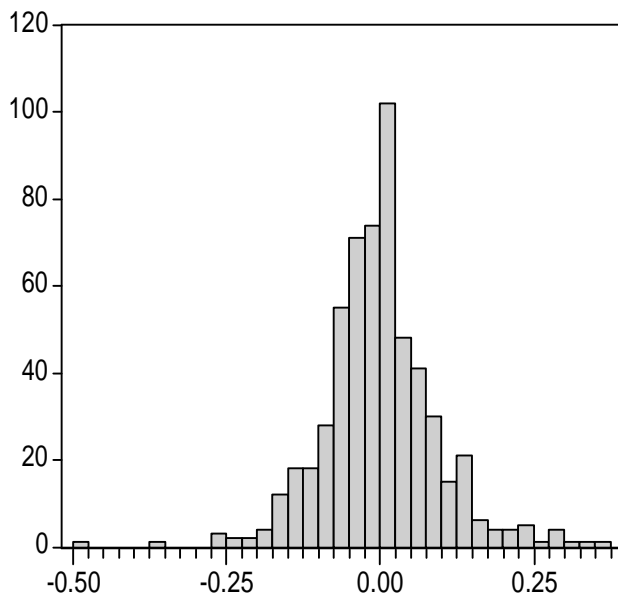
Series: PETZETAKIS	
Sample 1 573	
Observations 573	
Mean	0.000545
Median	-0.006826
Maximum	0.324776
Minimum	-0.425770
Std. Dev.	0.076886
Skewness	0.142401
Kurtosis	7.163445
Jarque-Bera	415.7924
Probability	0.000000

69. NIKAS



Series: PG_NIKAS01	
Sample 1 573	
Observations 573	
Mean	0.002049
Median	0.000000
Maximum	0.331464
Minimum	-0.291550
Std. Dev.	0.065730
Skewness	0.483324
Kurtosis	7.326213
Jarque-Bera	469.1562
Probability	0.000000

70. PLIAS CONSUYMER

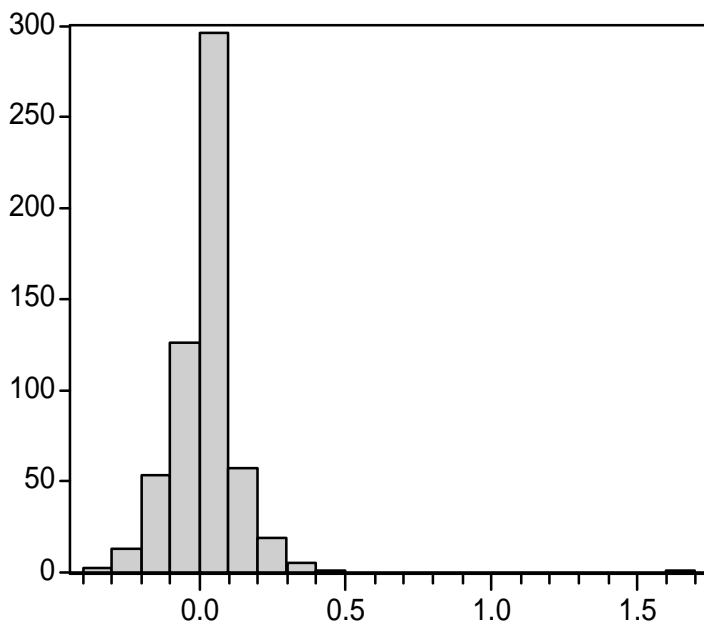


Series: PLIAS_CONSUMER_GOODS_C
 Sample 1 573
 Observations 573

Mean -0.000900
 Median -0.004819
 Maximum 0.356675
 Minimum -0.485508
 Std. Dev. 0.091757
 Skewness 0.103968
 Kurtosis 5.827091

Jarque-Bera 191.8518
 Probability 0.000000

71. RIDENCO

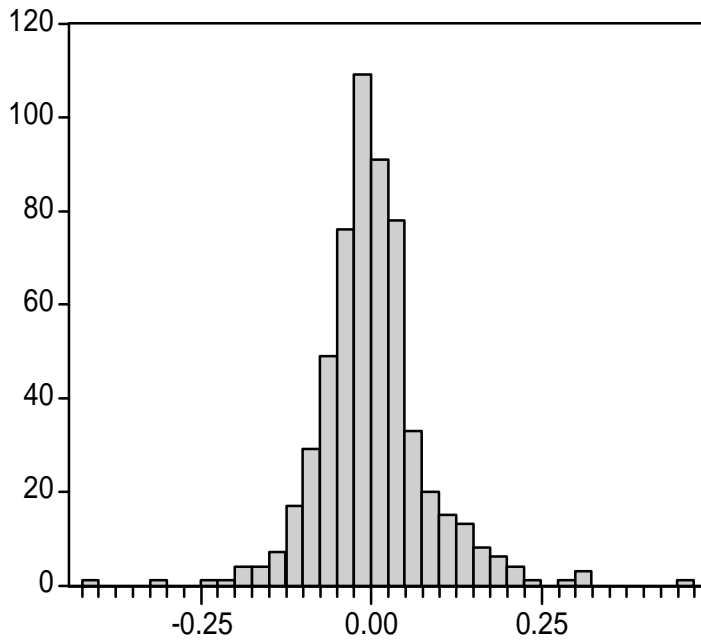


Series: RIDENCO
 Sample 1 573
 Observations 573

Mean 0.005216
 Median 0.000000
 Maximum 1.620020
 Minimum -0.373514
 Std. Dev. 0.123037
 Skewness 4.132379
 Kurtosis 54.41477

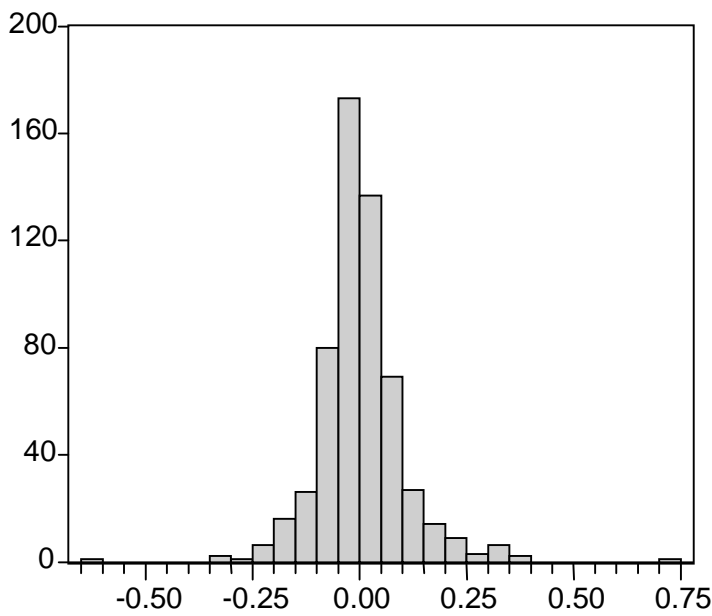
Jarque-Bera 64743.86
 Probability 0.000000

72. RILKEN



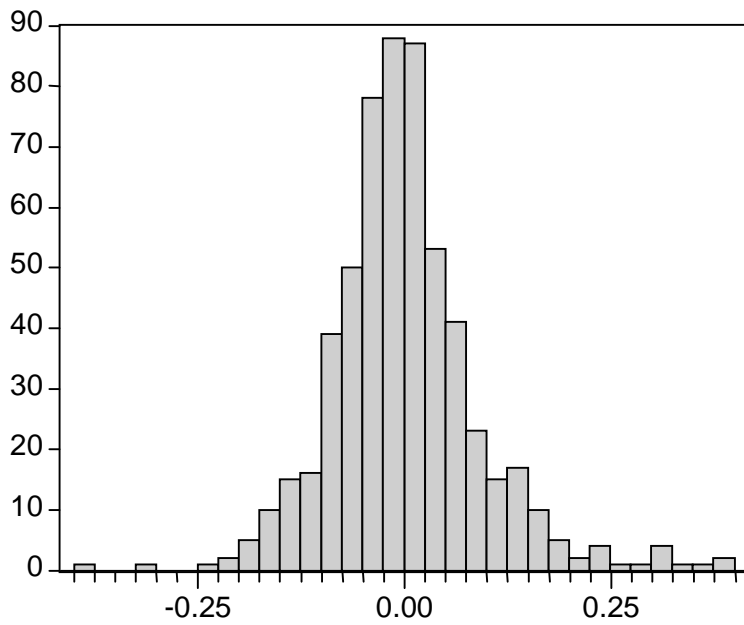
Series: RILKEN	
Sample 1 573	
Observations 573	
Mean	0.002055
Median	-0.004396
Maximum	0.464514
Minimum	-0.414190
Std. Dev.	0.079239
Skewness	0.553953
Kurtosis	7.817066
Jarque-Bera	583.3040
Probability	0.000000

73. SANYO HELLAS



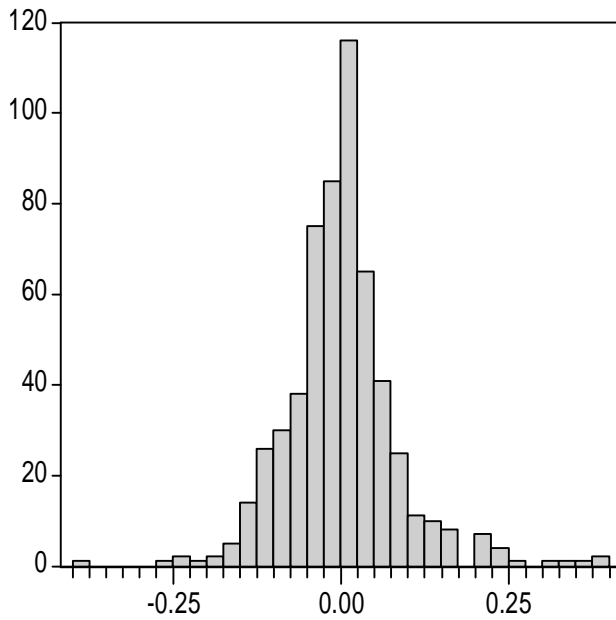
Series: SANYO_HELLAS01	
Sample 1 573	
Observations 573	
Mean	0.001347
Median	-0.010363
Maximum	0.733080
Minimum	-0.639903
Std. Dev.	0.101042
Skewness	0.720816
Kurtosis	11.63477
Jarque-Bera	1829.720
Probability	0.000000

74. SATO



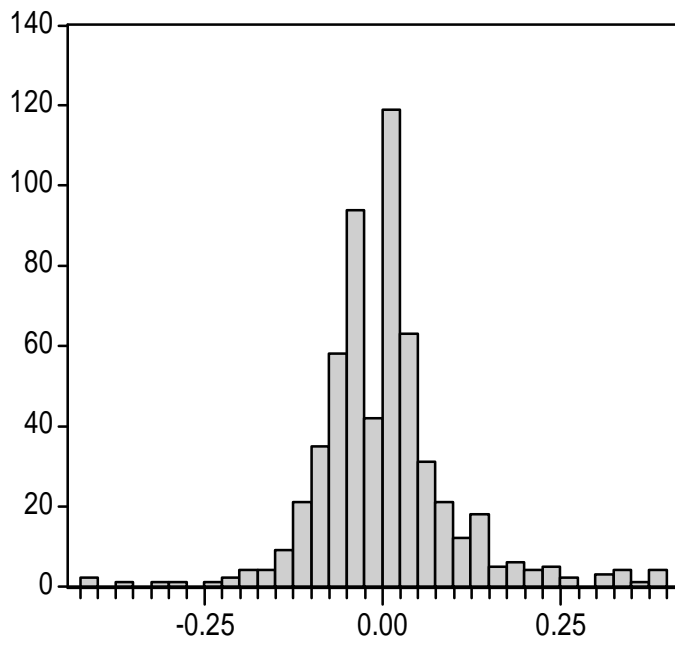
Series: SATO	
Sample 1 573	
Observations 573	
Mean	0.000203
Median	-0.010695
Maximum	0.391672
Minimum	-0.398385
Std. Dev.	0.090629
Skewness	0.676598
Kurtosis	5.980484
Jarque-Bera	255.8068
Probability	0.000000

75. SELECTED TEXTILE



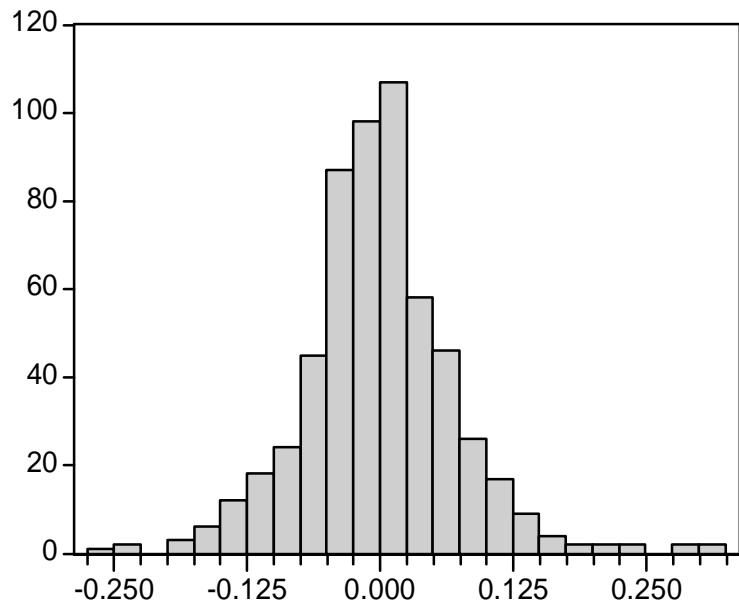
Series: SELECTED_TEXTILE01	
Sample 1 573	
Observations 573	
Mean	0.000601
Median	0.000000
Maximum	0.391240
Minimum	-0.393245
Std. Dev.	0.082578
Skewness	0.669354
Kurtosis	6.834792
Jarque-Bera	393.8843
Probability	0.000000

76. SHEET STEEL



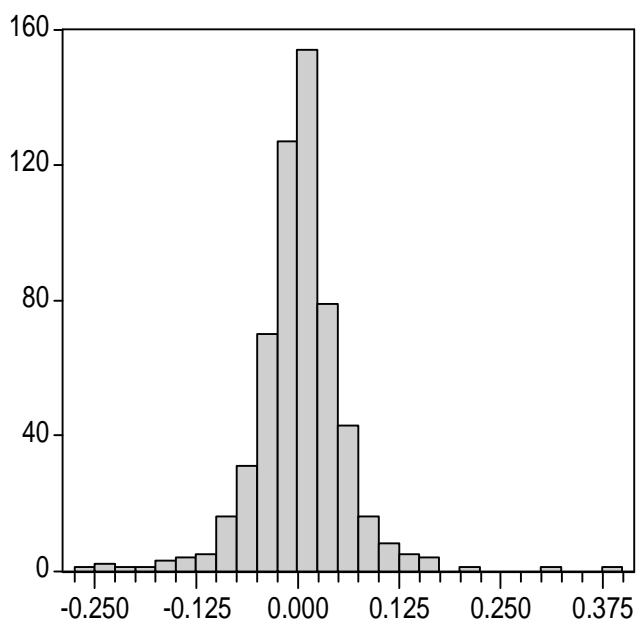
Series: SHEET_STEEL_CO_01	
Sample 1 573	
Observations 573	
Mean	0.001680
Median	0.000000
Maximum	0.388287
Minimum	-0.420805
Std. Dev.	0.096999
Skewness	0.697200
Kurtosis	7.080358
Jarque-Bera	443.9239
Probability	0.000000

77. SHELMAN



Series: SHELMAN	
Sample 1 573	
Observations 573	
Mean	-0.000884
Median	-0.004684
Maximum	0.322149
Minimum	-0.259907
Std. Dev.	0.072047
Skewness	0.489192
Kurtosis	5.611650
Jarque-Bera	185.6986
Probability	0.000000

78. GREEK PROGRESS FUND

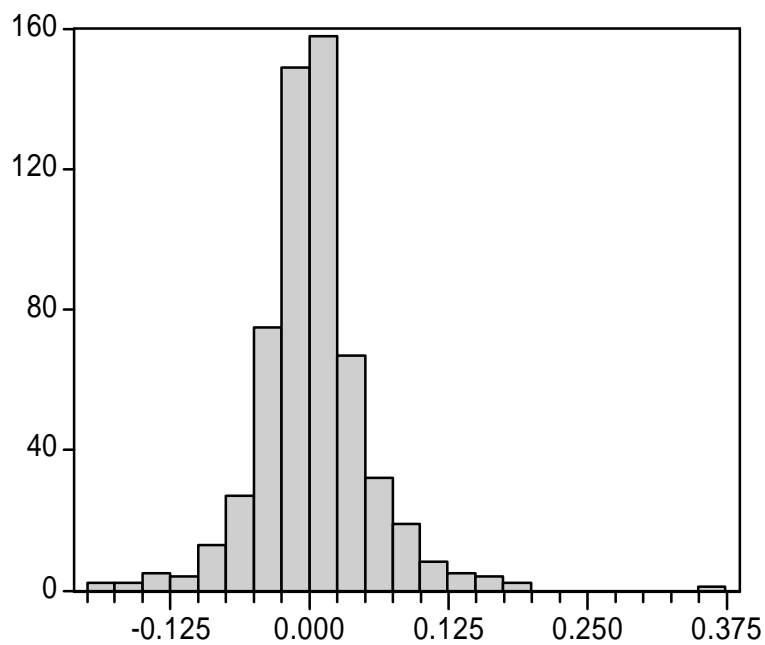


Series: THE_GREEK_PROGRESS_FUN
 Sample 1 573
 Observations 573

Mean 0.001665
 Median 0.000000
 Maximum 0.385137
 Minimum -0.265315
 Std. Dev. 0.055927
 Skewness 0.364608
 Kurtosis 10.46519

Jarque-Bera 1343.228
 Probability 0.000000

79. TITAN

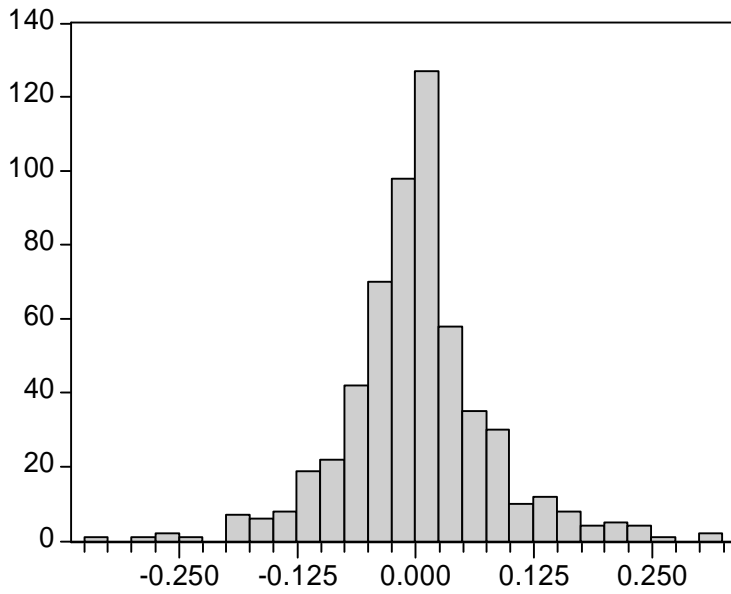


Series: TITAN_CMT_01
 Sample 1 573
 Observations 573

Mean 0.003196
 Median 0.000000
 Maximum 0.355597
 Minimum -0.185847
 Std. Dev. 0.050074
 Skewness 0.733762
 Kurtosis 8.926537

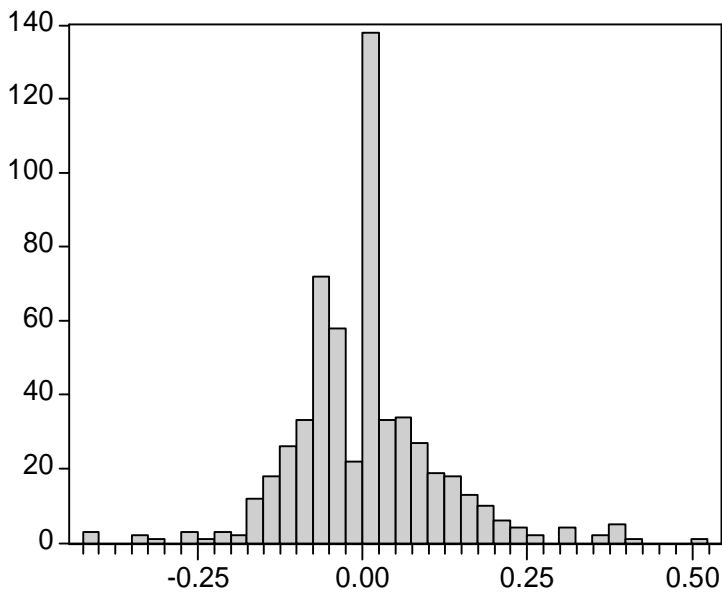
Jarque-Bera 889.9994
 Probability 0.000000

80. ΜΠΑΛΑΦΑΣ



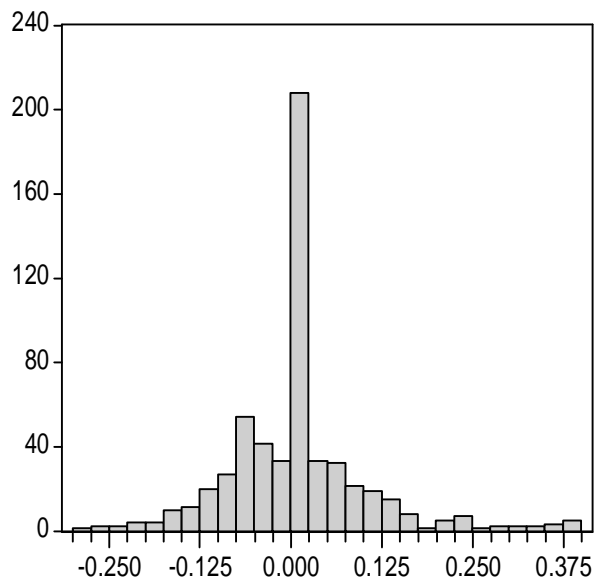
Series: BALAFAS_SA01	
Sample 1 573	
Observations 573	
Mean	0.001105
Median	0.000000
Maximum	0.307951
Minimum	-0.331645
Std. Dev.	0.078488
Skewness	0.197988
Kurtosis	5.352813
Jarque-Bera	135.9090
Probability	0.000000

81. BIOSSOL



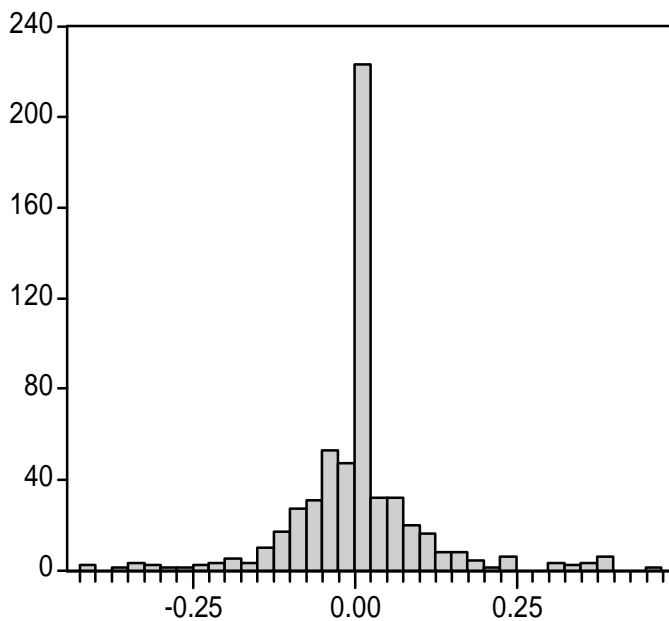
Series: BIOSSOL_CR01	
Sample 1 573	
Observations 573	
Mean	0.001349
Median	0.000000
Maximum	0.522189
Minimum	-0.421213
Std. Dev.	0.111179
Skewness	0.583469
Kurtosis	6.034603
Jarque-Bera	252.3721
Probability	0.000000

82. NBG REAL ESTATE



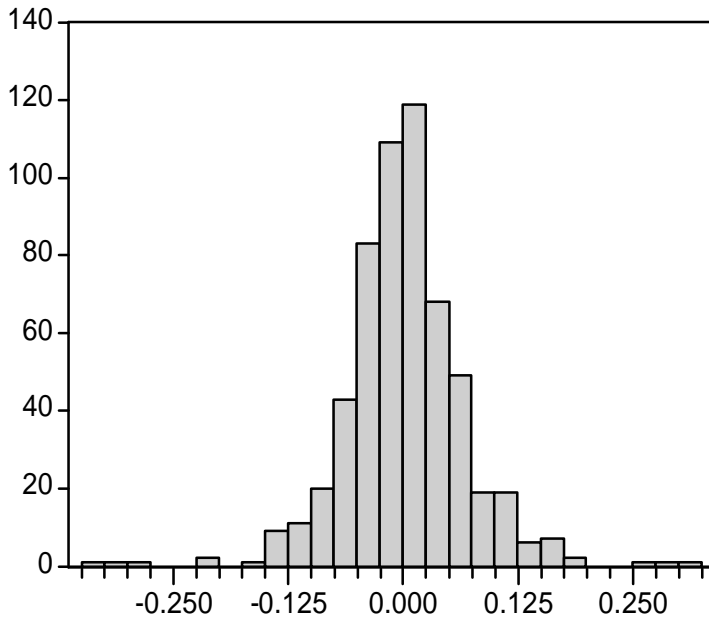
Series: NBG_REAL_ESTATE_DEV01	
Sample 1 573	
Observations 573	
Mean	0.005386
Median	0.000000
Maximum	0.384846
Minimum	-0.279648
Std. Dev.	0.096141
Skewness	1.043788
Kurtosis	6.321475
Jarque-Bera	367.4404
Probability	0.000000

83. ΤΡΙΑ ΑΛΦΑ



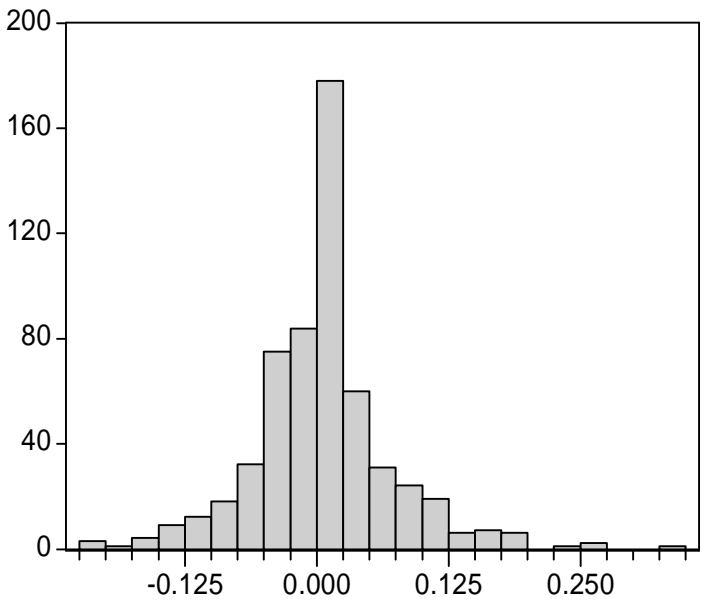
Series: TRIA_ALPHA_CR01	
Sample 1 573	
Observations 573	
Mean	0.002892
Median	0.000000
Maximum	0.454691
Minimum	-0.417139
Std. Dev.	0.101563
Skewness	0.554259
Kurtosis	8.065573
Jarque-Bera	641.9712
Probability	0.000000

84. ΜΠΑΡΜΠΑΣΤΑΘΗΣ



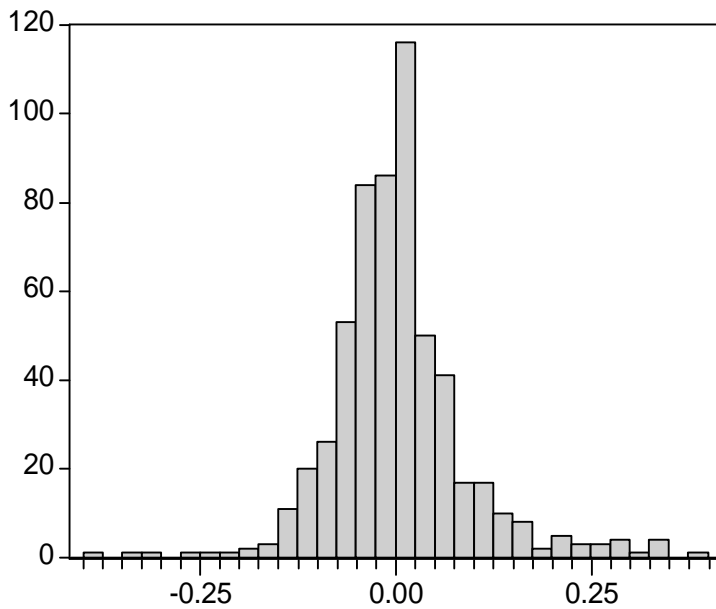
Series: UNCLE_STATHIS01	
Sample 1 573	
Observations 573	
Mean	0.001402
Median	0.000000
Maximum	0.304245
Minimum	-0.333409
Std. Dev.	0.065782
Skewness	-0.029984
Kurtosis	7.037478
Jarque-Bera	389.2776
Probability	0.000000

85. BIOXAΛKO



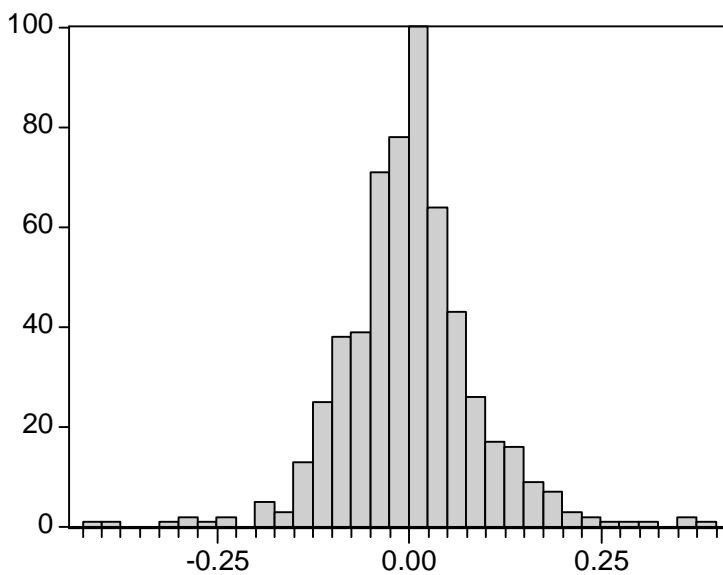
Series: VIOHALCO_CB_01	
Sample 1 573	
Observations 573	
Mean	0.003962
Median	0.000000
Maximum	0.333045
Minimum	-0.212600
Std. Dev.	0.064778
Skewness	0.569215
Kurtosis	5.980356
Jarque-Bera	243.0128
Probability	0.000000

86. VIOTER



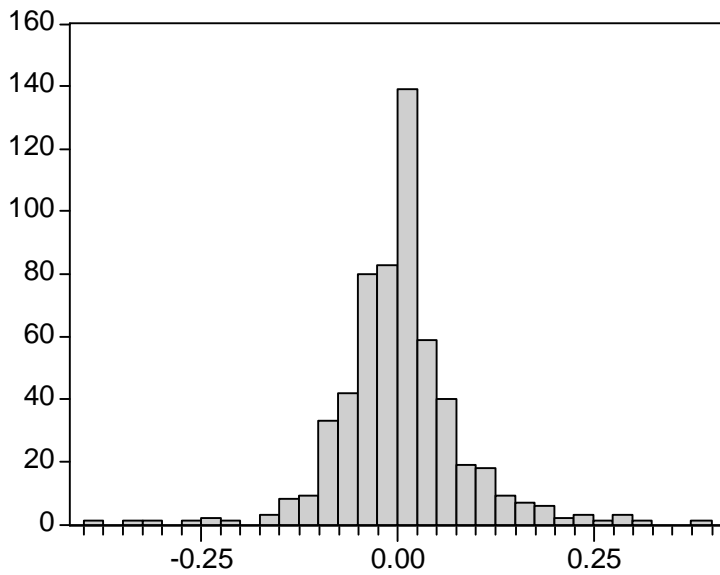
Series: VIOTER	
Sample 1 573	
Observations 573	
Mean	0.001956
Median	-0.005013
Maximum	0.389071
Minimum	-0.397610
Std. Dev.	0.087239
Skewness	0.741896
Kurtosis	6.864834
Jarque-Bera	409.1836
Probability	0.000000

87. VIS - CONTAINER



Series: VIS_CONTAINER01	
Sample 1 573	
Observations 573	
Mean	0.001643
Median	0.000000
Maximum	0.390954
Minimum	-0.409738
Std. Dev.	0.088768
Skewness	0.159257
Kurtosis	6.305999
Jarque-Bera	263.3671
Probability	0.000000

88. ΕΥΛΕΜΠΟΡΙΑ

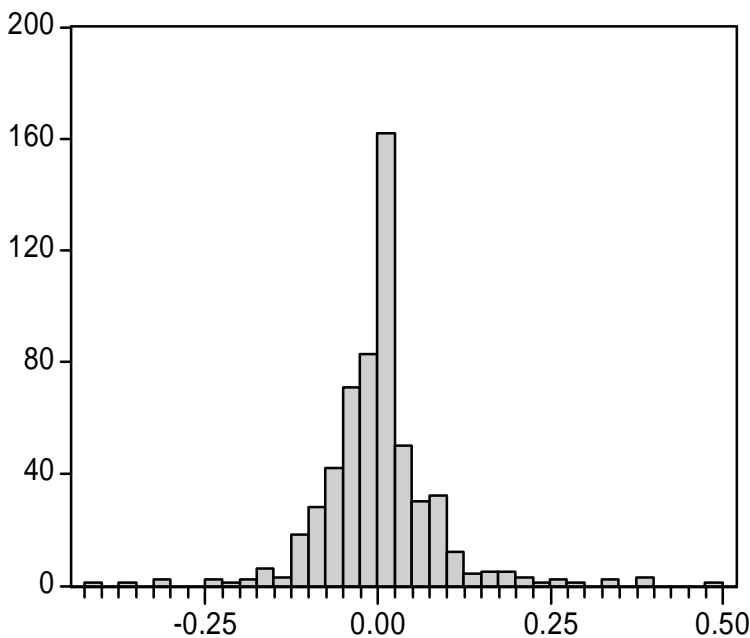


Series: XYLEMBORIA_CB01
 Sample 1 573
 Observations 573

Mean 0.003112
 Median 0.000000
 Maximum 0.383430
 Minimum -0.386469
 Std. Dev. 0.077544
 Skewness 0.352949
 Kurtosis 7.405887

Jarque-Bera 475.3545
 Probability 0.000000

89. ZAMPA

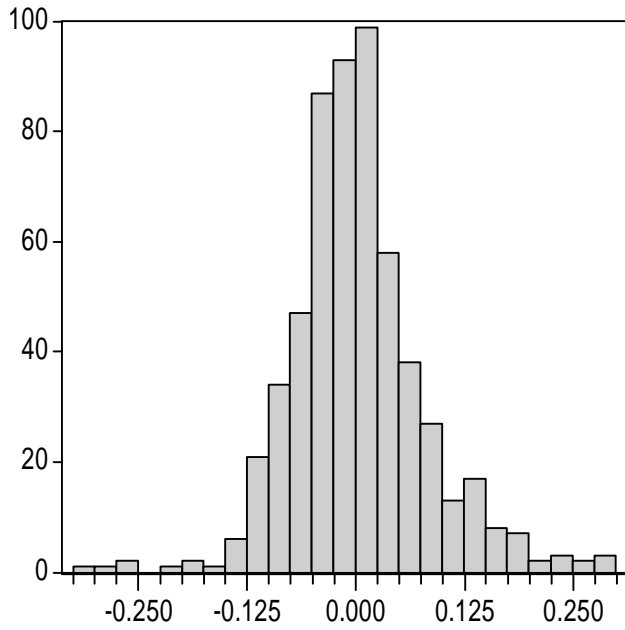


Series: ZAMPA
 Sample 1 573
 Observations 573

Mean 0.000686
 Median 0.000000
 Maximum 0.480083
 Minimum -0.420803
 Std. Dev. 0.082854
 Skewness 0.705173
 Kurtosis 10.04035

Jarque-Bera 1230.891
 Probability 0.000000

90. ΑΡΚΑΔΙΑ ΠΟΚΑΣ

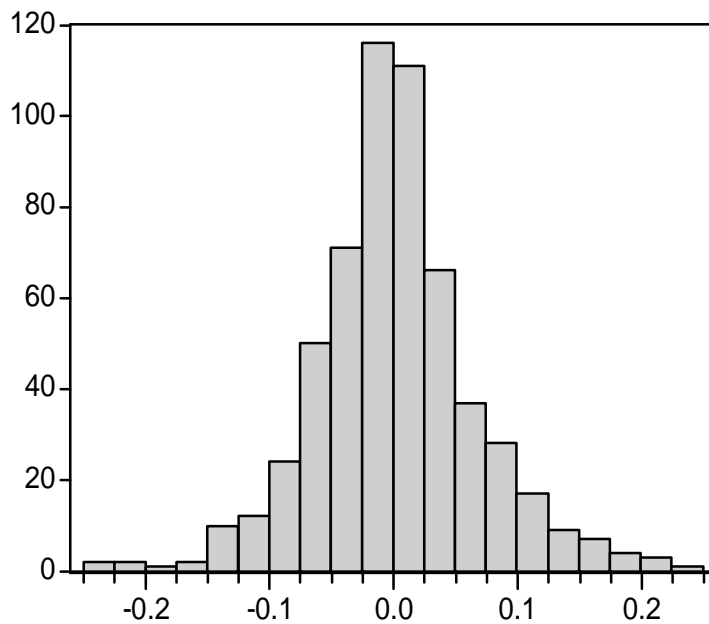


Series: ARCADIA_METAL_ROKAS_CR
 Sample 1 573
 Observations 573

Mean 0.003049
 Median -0.004751
 Maximum 0.290230
 Minimum -0.307930
 Std. Dev. 0.077225
 Skewness 0.399990
 Kurtosis 5.186252

Jarque-Bera 129.3946
 Probability 0.000000

91. ΙΑΤΡΙΚΟ ΑΘΗΝΩΝ

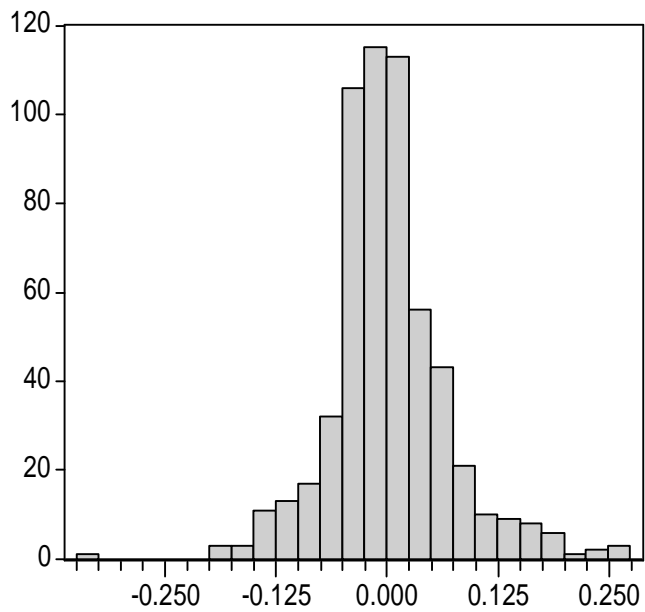


Series: ATHENS_MED_01
 Sample 1 573
 Observations 573

Mean 0.000971
 Median -0.002670
 Maximum 0.234213
 Minimum -0.248584
 Std. Dev. 0.065755
 Skewness 0.204730
 Kurtosis 4.470699

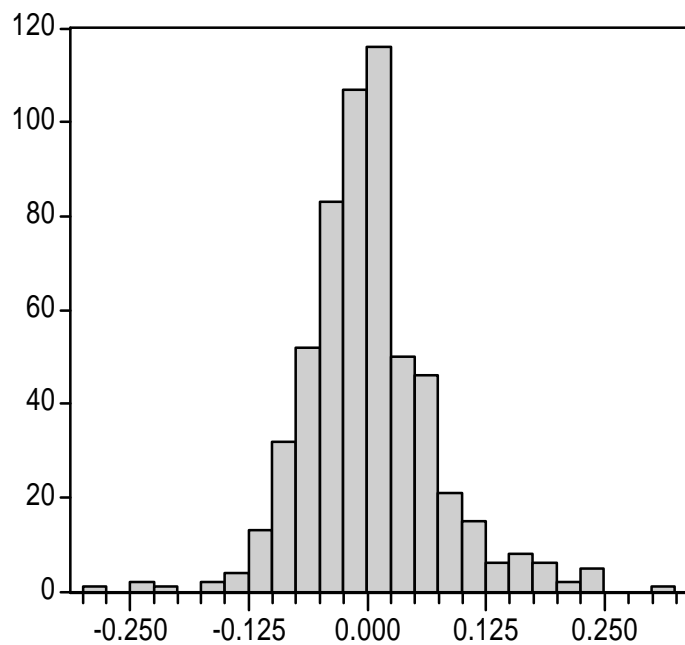
Jarque-Bera 55.64339
 Probability 0.000000

92. ΜΥΛΟΙ ΛΟΥΛΗΣ



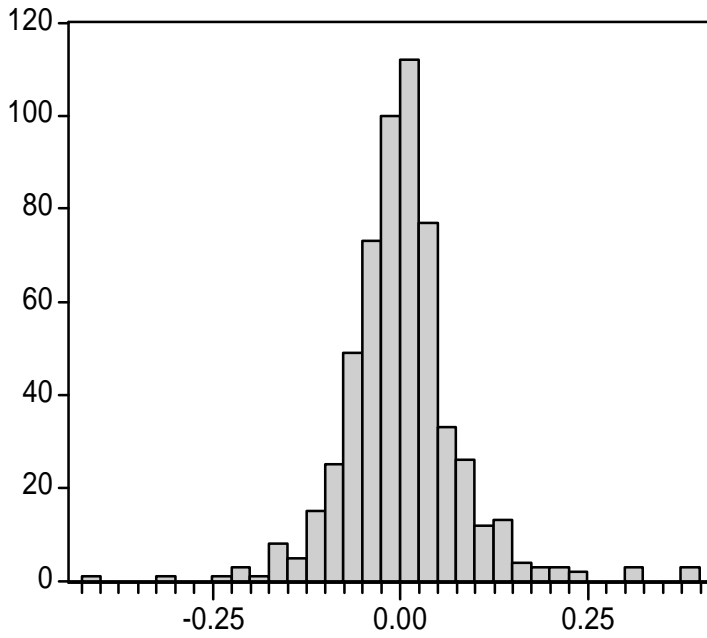
Series: FLOUR_MLS_OF_LOULIS01	
Sample 1 573	
Observations 573	
Mean	0.001493
Median	-0.005362
Maximum	0.272321
Minimum	-0.333293
Std. Dev.	0.067632
Skewness	0.443078
Kurtosis	5.754617
Jarque-Bera	199.9099
Probability	0.000000

93. ΓΕΝΙΚΗ ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΤΡΑΠΕΖΑ



Series: GEN_HELLENIC_BK_01	
Sample 1 573	
Observations 573	
Mean	0.001714
Median	-0.004717
Maximum	0.307451
Minimum	-0.286978
Std. Dev.	0.068762
Skewness	0.589093
Kurtosis	5.494566
Jarque-Bera	181.7122
Probability	0.000000

94. ΚΑΛΠΙΝΗΣ ΣΙΜΟΣ

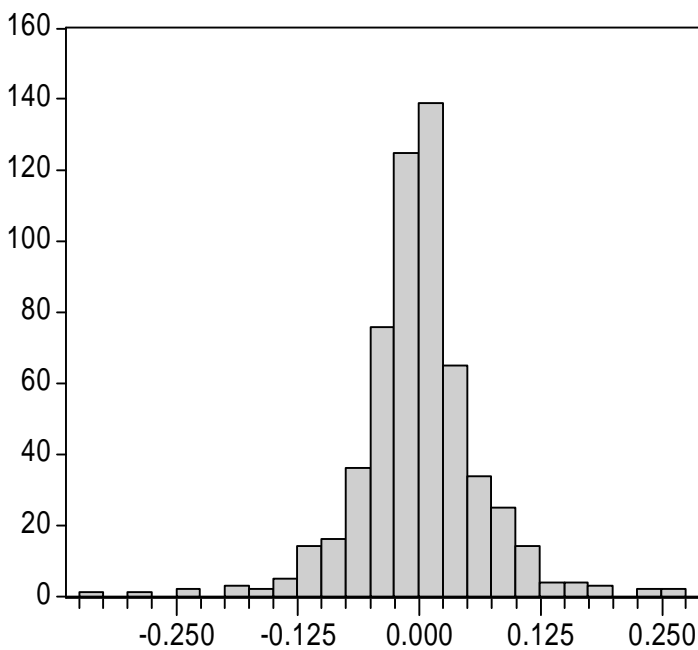


Series: KALPINIS_SIMOS01
 Sample 1 573
 Observations 573

Mean 0.001464
 Median 0.000000
 Maximum 0.385572
 Minimum -0.401880
 Std. Dev. 0.078089
 Skewness 0.649881
 Kurtosis 8.409161

Jarque-Bera 738.8932
 Probability 0.000000

95. ΚΑΤΣΕΛΗΣ

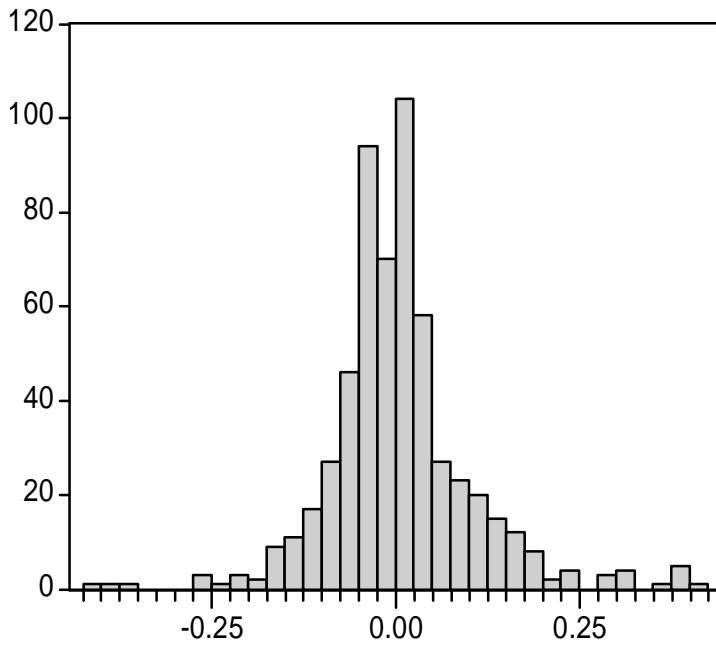


Series: KATSELIS_SONS01
 Sample 1 573
 Observations 573

Mean 0.000235
 Median 0.000000
 Maximum 0.255011
 Minimum -0.342214
 Std. Dev. 0.062870
 Skewness -0.087878
 Kurtosis 7.219415

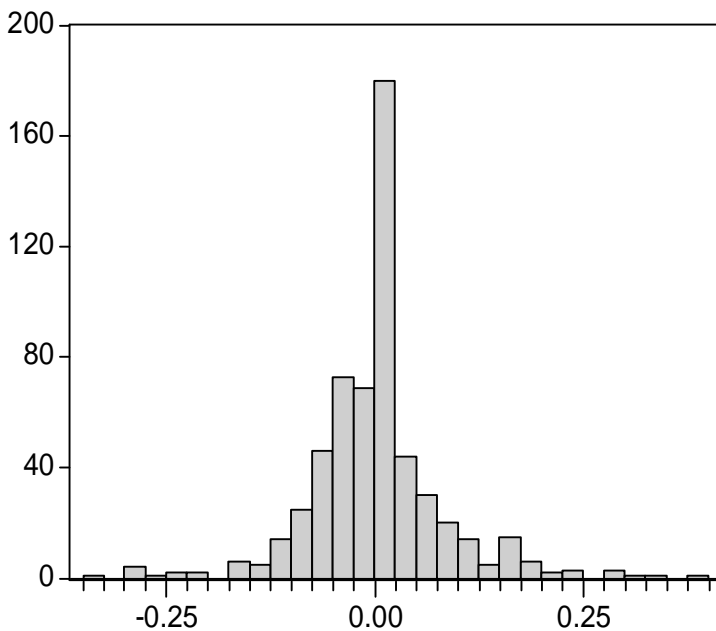
Jarque-Bera 425.7951
 Probability 0.000000

96. ΚΕΚΡΟΠΣ



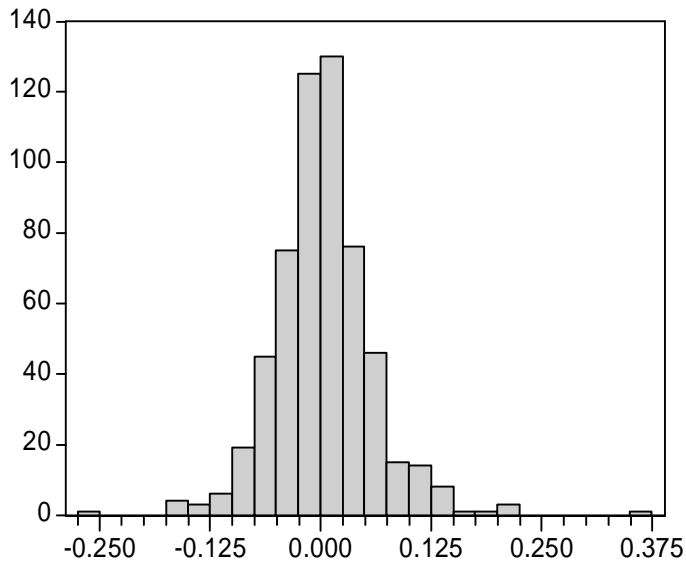
Series: KEKROPS	
Sample 1 573	
Observations 573	
Mean	0.004573
Median	0.000000
Maximum	0.417245
Minimum	-0.416571
Std. Dev.	0.098547
Skewness	0.671420
Kurtosis	6.718479
Jarque-Bera	373.1734
Probability	0.000000

97. PIPE WORKS



Series: PIPE_WORKS01	
Sample 1 573	
Observations 573	
Mean	0.000487
Median	0.000000
Maximum	0.396291
Minimum	-0.325301
Std. Dev.	0.080666
Skewness	0.424081
Kurtosis	6.895019
Jarque-Bera	379.3868
Probability	0.000000

98. ΕΘΝΙΚΗ ΤΡΑΠΕΖΑ ΕΛΛΑΔΟΣ



Series: NAT_BK_OF_GREECE01
Sample 1 573
Observations 573

Mean	0.002954
Median	0.000000
Maximum	0.363927
Minimum	-0.252535
Std. Dev.	0.055590
Skewness	0.578029
Kurtosis	7.572644

Jarque-Bera	531.1123
Probability	0.000000

Β' ΜΕΡΟΣ

1. AB ΒΑΣΙΛΟΠΟΥΛΟΣ

Null Hypothesis: A_B_VASSILOPOULOS 01 has a unit root				
Exogenous: Constant				
Lag Length: 4 (Fixed)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-10.53559	0.0000
Test critical values:	1% level		-3.441634	
	5% level		-2.866410	
	10% level		-2.569423	

2. ALBIO HOLDINGS

Null Hypothesis: ALBIO_HOLDINGS 01 has a unit root				
Exogenous: Constant				
Lag Length: 4 (Fixed)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-8.781546	0.0000
Test critical values:	1% level		-3.441634	
	5% level		-2.866410	
	10% level		-2.569423	

3. ALFA ALFA HOLDINGS

Null Hypothesis: ALFA_ALFA_HOLDINGS_SA 01 has a unit root				
Exogenous: Constant				
Lag Length: 4 (Fixed)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-8.729688	0.0000
Test critical values:	1% level		-3.441634	
	5% level		-2.866410	
	10% level		-2.569423	

4. ALLATINI

Null Hypothesis: ALLATINI has a unit root				
Exogenous: Constant				
Lag Length: 4 (Fixed)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-9.693854	0.0000
Test critical values:	1% level		-3.441634	
	5% level		-2.866410	
	10% level		-2.569423	

5. ALPHA BANK

Null Hypothesis: ALPHA_BANK01 has a unit root				
Exogenous: Constant				
Lag Length: 4 (Fixed)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-10.03204	0.0000
Test critical values:	1% level		-3.441634	
	5% level		-2.866410	
	10% level		-2.569423	

6. ALPHA LEASING

Null Hypothesis: ALPHA_LEASING01 has a unit root				
Exogenous: Constant				
Lag Length: 4 (Fixed)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-10.41300	0.0000
Test critical values:	1% level		-3.441634	
	5% level		-2.866410	
	10% level		-2.569423	

7. ΑΛΟΥΜΙΝΙΟ ΕΛΛΑΔΟΣ

Null Hypothesis: ALUM_CO_GREECE01 has a unit root				
Exogenous: Constant				
Lag Length: 4 (Fixed)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-10.33002	0.0000
Test critical values:	1% level		-3.441634	
	5% level		-2.866410	
	10% level		-2.569423	

8. ΑΣΠΙΣ ΠΡΟΝΟΙΑ

Null Hypothesis: ASPIS_PRONIA_GEN_INS01 has a unit root				
Exogenous: Constant				
Lag Length: 4 (Fixed)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-9.538403	0.0000
Test critical values:	1% level		-3.441634	
	5% level		-2.866410	
	10% level		-2.569423	

9. BALKAN EXPORTS

Null Hypothesis: BALKAN_EXPORT01 has a unit root				
Exogenous: Constant				
Lag Length: 4 (Fixed)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-10.65032	0.0000
Test critical values:	1% level		-3.441634	
	5% level		-2.866410	
	10% level		-2.569423	

10. ΤΡΑΠΕΖΑ ΑΤΤΙΚΗΣ

Null Hypothesis: BANK_OF_ATTICA01 has a unit root				
Exogenous: Constant				
Lag Length: 4 (Fixed)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-9.710449	0.0000
Test critical values:	1% level		-3.441634	
	5% level		-2.866410	
	10% level		-2.569423	

11. ΜΠΕΝΡΟΥΜΠΗΣ

Null Hypothesis: BENRUBI has a unit root				
Exogenous: Constant				
Lag Length: 4 (Fixed)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-10.79841	0.0000
Test critical values:	1% level		-3.441634	
	5% level		-2.866410	
	10% level		-2.569423	

12. ΜΠΙΤΡΟΣ

Null Hypothesis: BITROS has a unit root				
Exogenous: Constant				
Lag Length: 4 (Fixed)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-10.08224	0.0000
Test critical values:	1% level		-3.441634	
	5% level		-2.866410	
	10% level		-2.569423	

13. ΚΟΚΑ ΚΟΛΑ

Null Hypothesis: COCA_COLA_HLC_BT_01 has a unit root				
Exogenous: Constant				
Lag Length: 4 (Fixed)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-10.11997	0.0000
Test critical values:	1% level		-3.441634	
	5% level		-2.866410	
	10% level		-2.569423	

14. ΕΜΠΟΡΙΚΗ ΤΡΑΠΕΖΑ

Null Hypothesis: COML_BK_OF_GREECE01 has a unit root				
Exogenous: Constant				
Lag Length: 4 (Fixed)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-9.161007	0.0000
Test critical values:	1% level		-3.441634	
	5% level		-2.866410	
	10% level		-2.569423	

15. ΚΟΡΦΙΑ

Null Hypothesis: CORFIL has a unit root				
Exogenous: Constant				
Lag Length: 4 (Fixed)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-9.506458	0.0000
Test critical values:	1% level		-3.441634	
	5% level		-2.866410	
	10% level		-2.569423	

16. ΧΑΤΖΗΩΑΝΝΟΥ

Null Hypothesis: CHATZIOANNOU_CR01 has a unit root				
Exogenous: Constant				
Lag Length: 4 (Fixed)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-10.18568	0.0000
Test critical values:	1% level		-3.441634	
	5% level		-2.866410	
	10% level		-2.569423	

17. ΑΛΥΣΙΑΔΑ

Null Hypothesis: ALSIDA_CR01 has a unit root				
Exogenous: Constant				

Lag Length: 4 (Fixed)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-9.805829	0.0000
Test critical values:	1% level		-3.441634	
	5% level		-2.866410	
	10% level		-2.569423	

18. ΕΠΙΛΤΤ

Null Hypothesis: ATTICA_ENTERPRISES 01 has a unit root				
Exogenous: Constant				
Lag Length: 4 (Fixed)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-9.855921	0.0000
Test critical values:	1% level		-3.441634	
	5% level		-2.866410	
	10% level		-2.569423	

19. ΤΡΑΠΕΖΑ ΕΛΛΑΔΟΣ

Null Hypothesis: BANK_OF_GREECE 01 has a unit root				
Exogenous: Constant				
Lag Length: 4 (Fixed)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-10.05943	0.0000
Test critical values:	1% level		-3.441634	
	5% level		-2.866410	
	10% level		-2.569423	

20. ΤΡΑΠΕΖΑ ΠΕΙΡΑΙΩΣ

Null Hypothesis: BANK_OF_PIRAEUS 01 has a unit root				
Exogenous: Constant				
Lag Length: 4 (Fixed)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-8.993255	0.0000
Test critical values:	1% level		-3.441634	
	5% level		-2.866410	
	10% level		-2.569423	

21. CYCLON HELLAS

Null Hypothesis: CYCLON_HELLAS 01 has a unit root				
Exogenous: Constant				
Lag Length: 4 (Fixed)				

			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-10.66706	0.0000
Test critical values:	1% level		-3.441634	
	5% level		-2.866410	
	10% level		-2.569423	

22. ΔΕΛΤΑ ΣΥΜΜΕΤΟΧΩΝ

Null Hypothesis: DELTA_HOLDINGS01 has a unit root				
Exogenous: Constant				
Lag Length: 4 (Fixed)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-9.018880	0.0000
Test critical values:	1% level		-3.441634	
	5% level		-2.866410	
	10% level		-2.569423	

23. DIAS

Null Hypothesis: DIAS has a unit root				
Exogenous: Constant				
Lag Length: 4 (Fixed)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-9.054720	0.0000
Test critical values:	1% level		-3.441634	
	5% level		-2.866410	
	10% level		-2.569423	

24. EYROBANK ERGASIAS

Null Hypothesis: EFG_EUROBANK_ERGASIAS01 has a unit root				
Exogenous: Constant				
Lag Length: 4 (Fixed)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-8.829933	0.0000
Test critical values:	1% level		-3.441634	
	5% level		-2.866410	
	10% level		-2.569423	

25. ΕΓΝΑΤΙΑ ΤΡΑΠΕΖΑ

Null Hypothesis: EGNATIA_BANK_CR01 has a unit root				
Exogenous: Constant				
Lag Length: 4 (Fixed)				
			t-Statistic	Prob.*

Augmented Dickey-Fuller test statistic		-10.62638	0.0000
Test critical values:	1% level	-3.441634	
	5% level	-2.866410	
	10% level	-2.569423	

26. ΕΛΑΙΣ

Null Hypothesis: ELAIS_OLEAGINOUS01 has a unit root			
Exogenous: Constant			
Lag Length: 4 (Fixed)			
			t-Statistic
			Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-9.740097	0.0000
Test critical values:	1% level	-3.441634	
	5% level	-2.866410	
	10% level	-2.569423	

27. ΕΛΦΙΚΟ

Null Hypothesis: ELFICO has a unit root			
Exogenous: Constant			
Lag Length: 4 (Fixed)			
			t-Statistic
			Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-10.03986	0.0000
Test critical values:	1% level	-3.441634	
	5% level	-2.866410	
	10% level	-2.569423	

28. ΕΛΜΕΚ ΣΠΟΡ

Null Hypothesis: ELMEC_SPORT01 has a unit root			
Exogenous: Constant			
Lag Length: 4 (Fixed)			
			t-Statistic
			Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-9.760785	0.0000
Test critical values:	1% level	-3.441634	
	5% level	-2.866410	
	10% level	-2.569423	

29. ΕΛΤΡΑΚ

Null Hypothesis: ELTRAK_SA_CB_01 has a unit root			
Exogenous: Constant			
Lag Length: 4 (Fixed)			
			t-Statistic
			Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-9.927244	0.0000

Test critical values:	1% level		-3.441634	
	5% level		-2.866410	
	10% level		-2.569423	

30. ETHNIKI GREEK GEN IN CO

Null Hypothesis: ETHNIKI_GREEK_GEN_IN_CO 0 has a unit root				
Exogenous: Constant				
Lag Length: 4 (Fixed)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-10.33155	0.0000
Test critical values:	1% level		-3.441634	
	5% level		-2.866410	
	10% level		-2.569423	

31. ETMA

Null Hypothesis: ETMA_RAYON_CR 01 has a unit root				
Exogenous: Constant				
Lag Length: 4 (Fixed)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-9.403099	0.0000
Test critical values:	1% level		-3.441634	
	5% level		-2.866410	
	10% level		-2.569423	

32. ΕΞΕΛΙΞΗ

Null Hypothesis: EXELIXI_CR 01 has a unit root				
Exogenous: Constant				
Lag Length: 4 (Fixed)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-10.72739	0.0000
Test critical values:	1% level		-3.441634	
	5% level		-2.866410	
	10% level		-2.569423	

33. FG EUROPE

Null Hypothesis: FG_EUROPE 01 has a unit root				
Exogenous: Constant				
Lag Length: 4 (Fixed)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-10.60362	0.0000
Test critical values:	1% level		-3.441634	

	5% level		-2.866410	
	10% level		-2.569423	

34. FINTEXPOR

Null Hypothesis: FINTEXPOR has a unit root				
Exogenous: Constant				
Lag Length: 4 (Fixed)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-9.495003	0.0000
Test critical values:	1% level		-3.441634	
	5% level		-2.866410	
	10% level		-2.569423	

35. SARANTOPOULOS

Null Hypothesis: FLR_MLS_C_SARANTOPOULOS has a unit root				
Exogenous: Constant				
Lag Length: 4 (Fixed)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-9.938502	0.0000
Test critical values:	1% level		-3.441634	
	5% level		-2.866410	
	10% level		-2.569423	

36. ΦΟΥΡΛΗΣ ΣΥΜΜΕΤΟΧΩΝ

Null Hypothesis: FOURLIS_HOLDING has a unit root				
Exogenous: Constant				
Lag Length: 4 (Fixed)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-10.23994	0.0000
Test critical values:	1% level		-3.441634	
	5% level		-2.866410	

37. ΓΕΝΙΚΗ ΕΜΠΟΡΙΟΥ

	10% level		-2.569423	
--	-----------	--	-----------	--

Null Hypothesis: GENERAL_COMMERCIAL_IND has a unit root				
Exogenous: Constant				
Lag Length: 4 (Fixed)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-9.496728	0.0000
Test critical values:	1% level		-3.441634	

	5% level		-2.866410	
	10% level		-2.569423	

38. ΕΥΡΟΣΥΜΜΕΤΟΧΕΣ

Null Hypothesis: EUROHOLDINGS_CAP INV C has a unit root				
Exogenous: Constant				
Lag Length: 4 (Fixed)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-8.714847	0.0000
Test critical values:	1% level		-3.441634	
	5% level		-2.866410	
	10% level		-2.569423	

39. CROWN HELLAS

Null Hypothesis: CROWN_HELLAS_CAN01 has a unit root				
Exogenous: Constant				
Lag Length: 4 (Fixed)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-10.97906	0.0000
Test critical values:	1% level		-3.441634	
	5% level		-2.866410	
	10% level		-2.569423	

40. ΗΡΑΚΛΗΣ

Null Hypothesis: HERACLES has a unit root				
Exogenous: Constant				
Lag Length: 4 (Fixed)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-11.51084	0.0000
Test critical values:	1% level		-3.441634	
	5% level		-2.866410	
	10% level		-2.569423	

41. ΙΠΠΟΤΟΥΡ

Null Hypothesis: HIPPOTOUR has a unit root				
Exogenous: Constant				
Lag Length: 4 (Fixed)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-8.335361	0.0000
Test critical values:	1% level		-3.441634	
	5% level		-2.866410	
	10% level		-2.569423	

42. EPMHΣ

Null Hypothesis: HERMES_REAL_ESTATE_SA01 has a unit root				
Exogenous: Constant				
Lag Length: 4 (Fixed)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-8.043885	0.0000
Test critical values:	1% level		-3.441634	
	5% level		-2.866410	
	10% level		-2.569423	

43. IDEAL GROUP

Null Hypothesis: IDEAL_GROUP_SA_CR01 has a unit root				
Exogenous: Constant				
Lag Length: 4 (Fixed)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-10.10164	0.0000
Test critical values:	1% level		-3.441634	
	5% level		-2.866410	
	10% level		-2.569423	

44. INTERINVEST

Null Hypothesis: INTERINVEST_CB01 has a unit root				
Exogenous: Constant				
Lag Length: 4 (Fixed)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-10.39566	0.0000
Test critical values:	1% level		-3.441634	
	5% level		-2.866410	
	10% level		-2.569423	

45. INTERSAT

Null Hypothesis: INTERSAT has a unit root				
Exogenous: Constant				
Lag Length: 4 (Fixed)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-10.06434	0.0000
Test critical values:	1% level		-3.441634	
	5% level		-2.866410	
	10% level		-2.569423	

46. INTRACOM

Null Hypothesis: INTRACOM has a unit root				
Exogenous: Constant				
Lag Length: 4 (Fixed)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-11.03790	0.0000
Test critical values:	1% level		-3.441654	
	5% level		-2.866419	
	10% level		-2.569428	

47. IONIAN HOTEL

Null Hypothesis: IONIAN_HOTEL_B_01 has a unit root				
Exogenous: Constant				
Lag Length: 4 (Fixed)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-11.03237	0.0000
Test critical values:	1% level		-3.441634	
	5% level		-2.866410	
	10% level		-2.569423	

48. ΜΠΟΥΤΑΡΗΣ

Null Hypothesis: J_BOUTARIS_SON_HLDG01 has a unit root				
Exogenous: Constant				
Lag Length: 4 (Fixed)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-10.44360	0.0000
Test critical values:	1% level		-3.441634	
	5% level		-2.866410	
	10% level		-2.569423	

49. ΚΑΡΕΛΙΑ

Null Hypothesis: KARELIA_TOBACCO_CO_INC01 has a unit root				
Exogenous: Constant				
Lag Length: 4 (Fixed)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-10.80851	0.0000
Test critical values:	1% level		-3.441634	
	5% level		-2.866410	
	10% level		-2.569423	

50. ΚΕΡΑΜΕΙΑ ΑΛΛΑΤΙΝΗ

Null Hypothesis: KERAMIA_ALLATINI 01 has a unit root				
Exogenous: Constant				
Lag Length: 4 (Fixed)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-9.531101	0.0000
Test critical values:	1% level		-3.441634	
	5% level		-2.866410	
	10% level		-2.569423	

51. ΚΕΠΑΝΗΣ

Null Hypothesis: KERANIS_HOLDINGS 01 has a unit root				
Exogenous: Constant				
Lag Length: 4 (Fixed)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-10.11356	0.0000
Test critical values:	1% level		-3.441634	
	5% level		-2.866410	
	10% level		-2.569423	

52. ΚΛΟΝΑΤΕΧ

Null Hypothesis: ΚΛΟΝΑΤΕΧ_GROUP_OF_COS_CR has a unit root				
Exogenous: Constant				
Lag Length: 4 (Fixed)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-9.814842	0.0000
Test critical values:	1% level		-3.441634	
	5% level		-2.866410	
	10% level		-2.569423	

53. ΛΑΜΨΑ HOTEL

Null Hypothesis: ΛΑΜΨΑ_HOTEL 01 has a unit root				
Exogenous: Constant				
Lag Length: 4 (Fixed)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-11.12455	0.0000
Test critical values:	1% level		-3.441634	
	5% level		-2.866410	
	10% level		-2.569423	

54. ΛΑΝΑΚΑΜ

Null Hypothesis: LANAKAM_CB_01 has a unit root				
Exogenous: Constant				
Lag Length: 4 (Fixed)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-10.65888	0.0000
Test critical values:	1% level		-3.441634	
	5% level		-2.866410	
	10% level		-2.569423	

55. ΑΕΒΕΝΤΕΡΗΣ

Null Hypothesis: LEVEDERIS has a unit root				
Exogenous: Constant				
Lag Length: 4 (Fixed)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-9.623983	0.0000
Test critical values:	1% level		-3.441634	
	5% level		-2.866410	
	10% level		-2.569423	

56. ΜΕΤΚΑ

Null Hypothesis: ΜΕΤΚΑ has a unit root				
Exogenous: Constant				
Lag Length: 4 (Fixed)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-9.966049	0.0000
Test critical values:	1% level		-3.441634	
	5% level		-2.866410	
	10% level		-2.569423	

57. ΜΗΧΑΝΙΚΗ

Null Hypothesis: ΜΙΧΑΝΙΚΗ has a unit root				
Exogenous: Constant				
Lag Length: 4 (Fixed)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-10.01991	0.0000
Test critical values:	1% level		-3.441634	
	5% level		-2.866410	
	10% level		-2.569423	

58. ΜΙCΡΟΜΕDΙΑ ΒRITΑΝΙΑ

Null Hypothesis: ΜΙCΡΟΜΕDΙΑ_ΒRITΑΝΙΑ01 has a unit root				
---	--	--	--	--

Exogenous: Constant				
Lag Length: 4 (Fixed)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-9.272649	0.0000
Test critical values:	1% level		-3.441634	
	5% level		-2.866410	
	10% level		-2.569423	

59. MOYZAKHΣ

Null Hypothesis: MOUZAKIS has a unit root				
Exogenous: Constant				
Lag Length: 4 (Fixed)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-10.57218	0.0000
Test critical values:	1% level		-3.441634	
	5% level		-2.866410	
	10% level		-2.569423	

60. MULTIRAMA

Null Hypothesis: MULTIRAMA has a unit root				
Exogenous: Constant				
Lag Length: 4 (Fixed)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-9.642696	0.0000
Test critical values:	1% level		-3.441634	
	5% level		-2.866410	

61. NATIONAL INVESTMENT

	10% level		-2.569423	
--	-----------	--	-----------	--

Null Hypothesis: NATIONAL_INVESTMENT_CO01 has a unit root				
Exogenous: Constant				
Lag Length: 4 (Fixed)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-10.48574	0.0000
Test critical values:	1% level		-3.441634	
	5% level		-2.866410	
	10% level		-2.569423	

62. HELLENIC INVESTMENTS

Null Hypothesis: HELLENIC_INVESTMENT_CO01 has a unit root				
--	--	--	--	--

Exogenous: Constant				
Lag Length: 4 (Fixed)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-9.431079	0.0000
Test critical values:	1% level		-3.441634	
	5% level		-2.866410	
	10% level		-2.569423	

63. NEXANS

Null Hypothesis: NEXANS_HELLAS01 has a unit root				
Exogenous: Constant				
Lag Length: 4 (Fixed)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-10.32096	0.0000
Test critical values:	1% level		-3.441634	
	5% level		-2.866410	
	10% level		-2.569423	

64. O DARING

Null Hypothesis: O_DARING_SAIN01 has a unit root				
Exogenous: Constant				
Lag Length: 4 (Fixed)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-9.654283	0.0000
Test critical values:	1% level		-3.441634	
	5% level		-2.866410	
	10% level		-2.569423	

65. ΠΑΠΑΣΤΡΑΤΟΣ

Null Hypothesis: PAPASTRATOS_CIGARETTE01 has a unit root				
Exogenous: Constant				
Lag Length: 4 (Fixed)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-10.27909	0.0000
Test critical values:	1% level		-3.441634	
	5% level		-2.866410	
	10% level		-2.569423	

66. ΠΑΡΝΑΣΣΟΣ ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΕΙΣ

Null Hypothesis: PARNASSOS_ENTERPRISES_SA has a unit root				
Exogenous: Constant				
Lag Length: 4 (Fixed)				
			t-Statistic	Prob.*

Augmented Dickey-Fuller test statistic		-9.205765	0.0000
Test critical values:	1% level	-3.441634	
	5% level	-2.866410	
	10% level	-2.569423	

67. ΠΕΤΖΕΤΑΚΗΣ

Null Hypothesis: PETZETAKIS has a unit root			
Exogenous: Constant			
Lag Length: 4 (Fixed)			
		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-9.251246	0.0000
Test critical values:	1% level	-3.441634	
	5% level	-2.866410	
	10% level	-2.569423	

68. ΝΙΚΑΣ

Null Hypothesis: PG_NIKAS01 has a unit root			
Exogenous: Constant			
Lag Length: 4 (Fixed)			
		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-10.05119	0.0000
Test critical values:	1% level	-3.441634	
	5% level	-2.866410	

69. PHOENIX METROLIFE

	10% level	-2.569423	
--	-----------	-----------	--

Null Hypothesis: PHOENIX_METROLIFE01 has a unit root			
Exogenous: Constant			
Lag Length: 4 (Fixed)			
		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-10.35839	0.0000
Test critical values:	1% level	-3.441634	
	5% level	-2.866410	
	10% level	-2.569423	

70. ΠΛΙΑΣ CONSUMER

Null Hypothesis: PLIAS_CONSUMER_GOODS_CB_ has a unit root			
Exogenous: Constant			
Lag Length: 4 (Fixed)			
		t-Statistic	Prob.*

Augmented Dickey-Fuller test statistic		-9.710773	0.0000
Test critical values:	1% level	-3.441634	
	5% level	-2.866410	
	10% level	-2.569423	

71. RIDENCO

Null Hypothesis: RIDENCO has a unit root				
Exogenous: Constant				
Lag Length: 4 (Fixed)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-10.53009	0.0000
Test critical values:	1% level		-3.441634	
	5% level		-2.866410	
	10% level		-2.569423	

72. RILKEN

Null Hypothesis: RILKEN has a unit root				
Exogenous: Constant				
Lag Length: 4 (Fixed)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-9.627158	0.0000
Test critical values:	1% level		-3.441634	
	5% level		-2.866410	
	10% level		-2.569423	

73. SANYO HELLAS

Null Hypothesis: SANYO_HELLAS01 has a unit root				
Exogenous: Constant				
Lag Length: 4 (Fixed)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-9.917390	0.0000
Test critical values:	1% level		-3.441634	
	5% level		-2.866410	
	10% level		-2.569423	

74. SATO

Null Hypothesis: SATO has a unit root				
Exogenous: Constant				
Lag Length: 4 (Fixed)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-8.872164	0.0000
Test critical values:	1% level		-3.441634	
	5% level		-2.866410	

	10% level		-2.569423	
--	-----------	--	-----------	--

75. SELECTED TEXTILE

Null Hypothesis: SELECTED_TEXTILE01 has a unit root				
Exogenous: Constant				
Lag Length: 4 (Fixed)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-10.06427	0.0000
Test critical values:	1% level		-3.441634	
	5% level		-2.866410	
	10% level		-2.569423	

76. SHEET STEEL

Null Hypothesis: SHEET_STEEL_CO_01 has a unit root				
Exogenous: Constant				
Lag Length: 4 (Fixed)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-9.552532	0.0000
Test critical values:	1% level		-3.441634	
	5% level		-2.866410	
	10% level		-2.569423	

77. SHELMAN

Null Hypothesis: SHELMAN has a unit root				
Exogenous: Constant				
Lag Length: 4 (Fixed)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-10.21594	0.0000
Test critical values:	1% level		-3.441634	
	5% level		-2.866410	
	10% level		-2.569423	

78. GREEK PROGRESS FUND

Null Hypothesis: THE_GREEK_PROGRESS_FUND0 has a unit root				
Exogenous: Constant				
Lag Length: 4 (Fixed)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-10.25438	0.0000
Test critical values:	1% level		-3.441634	
	5% level		-2.866410	
	10% level		-2.569423	

79. TITAN

Null Hypothesis: TITAN_CMT_01 has a unit root				
Exogenous: Constant				
Lag Length: 4 (Fixed)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-10.40723	0.0000
Test critical values:	1% level		-3.441634	
	5% level		-2.866410	
	10% level		-2.569423	

80. ΜΠΑΛΑΦΑΣ

Null Hypothesis: BALAFAS_SA01 has a unit root				
Exogenous: Constant				
Lag Length: 4 (Fixed)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-11.48749	0.0000
Test critical values:	1% level		-3.441634	
	5% level		-2.866410	
	10% level		-2.569423	

81. BIOSSOL

Null Hypothesis: BIOSSOL_CR01 has a unit root				
Exogenous: Constant				
Lag Length: 4 (Fixed)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-10.09245	0.0000
Test critical values:	1% level		-3.441634	
	5% level		-2.866410	
	10% level		-2.569423	

82. NBG REAL ESTATE

Null Hypothesis: NBG_REAL_ESTATE_DEV01 has a unit root				
Exogenous: Constant				
Lag Length: 4 (Fixed)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-8.896932	0.0000
Test critical values:	1% level		-3.441634	
	5% level		-2.866410	
	10% level		-2.569423	

83. ΤΡΙΑ ΑΛΦΑ

Null Hypothesis: TRIA_ALPHA_CR01 has a unit root				
Exogenous: Constant				
Lag Length: 4 (Fixed)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-9.587833	0.0000
Test critical values:	1% level		-3.441634	
	5% level		-2.866410	
	10% level		-2.569423	

84. ΜΠΑΡΜΠΑΣΤΑΘΗΣ

Null Hypothesis: UNCLE_STATHIS01 has a unit root				
Exogenous: Constant				
Lag Length: 4 (Fixed)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-10.33141	0.0000
Test critical values:	1% level		-3.441634	
	5% level		-2.866410	
	10% level		-2.569423	

85. ΒΙΟΧΑΛΚΟ

Null Hypothesis: VIOHALCO__CB_01 has a unit root				
Exogenous: Constant				
Lag Length: 4 (Fixed)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-8.817252	0.0000
Test critical values:	1% level		-3.441634	
	5% level		-2.866410	
	10% level		-2.569423	

86. ΒΙΟΤΕΡ

Null Hypothesis: VIOTER has a unit root				
Exogenous: Constant				
Lag Length: 4 (Fixed)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-9.573844	0.0000
Test critical values:	1% level		-3.441634	
	5% level		-2.866410	
	10% level		-2.569423	

87. VIS - CONTAINER

Null Hypothesis: VIS_CONTAINER01 has a unit root				
Exogenous: Constant				
Lag Length: 4 (Fixed)				

			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-9.567867	0.0000
Test critical values:	1% level		-3.441634	
	5% level		-2.866410	
	10% level		-2.569423	

88. ΞΥΛΕΜΒΟΡΙΑ

Null Hypothesis: XYLEMBORIA_CB01 has a unit root				
Exogenous: Constant				
Lag Length: 4 (Fixed)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-9.633882	0.0000
Test critical values:	1% level		-3.441634	
	5% level		-2.866410	
	10% level		-2.569423	

89. ΖΑΜΠΑ

Null Hypothesis: ZAMPA has a unit root				
Exogenous: Constant				
Lag Length: 4 (Fixed)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-11.02178	0.0000
Test critical values:	1% level		-3.441634	
	5% level		-2.866410	
	10% level		-2.569423	

90. ΑΡΚΑΔΙΑ ΡΟΚΑΣ

Null Hypothesis: ARCADIA_METAL_ROKAS_CR01 has a unit root				
Exogenous: Constant				
Lag Length: 4 (Fixed)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-9.868569	0.0000
Test critical values:	1% level		-3.441634	
	5% level		-2.866410	
	10% level		-2.569423	

91. ΙΑΤΡΙΚΟ ΑΘΗΝΩΝ

Null Hypothesis: ATHENS_MED_01 has a unit root				
Exogenous: Constant				
Lag Length: 4 (Fixed)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-10.30638	0.0000
Test critical values:	1% level		-3.441634	
	5% level		-2.866410	

	10% level		-2.569423	
--	-----------	--	-----------	--

92. ΜΥΛΟΙ ΛΟΥΛΗΣ

Null Hypothesis: FLOUR_MLS_OF_LOULIS01 has a unit root				
Exogenous: Constant				
Lag Length: 4 (Fixed)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-10.65725	0.0000
Test critical values:	1% level		-3.441634	
	5% level		-2.866410	
	10% level		-2.569423	

93. ΓΕΝΙΚΗ ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΤΡΑΠΕΖΑ

Null Hypothesis: GEN_HELLENIC_BK_01 has a unit root				
Exogenous: Constant				
Lag Length: 4 (Fixed)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-9.609950	0.0000
Test critical values:	1% level		-3.441634	
	5% level		-2.866410	
	10% level		-2.569423	

94. ΚΑΛΠΙΝΗΣ ΣΙΜΟΣ

Null Hypothesis: KALPINIS_SIMOS01 has a unit root				
Exogenous: Constant				
Lag Length: 4 (Fixed)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-10.24051	0.0000
Test critical values:	1% level		-3.441634	
	5% level		-2.866410	
	10% level		-2.569423	

95. ΚΑΤΣΕΛΗΣ

Null Hypothesis: KATSELIS_SONS01 has a unit root				
Exogenous: Constant				
Lag Length: 4 (Fixed)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-10.31227	0.0000
Test critical values:	1% level		-3.441634	
	5% level		-2.866410	
	10% level		-2.569423	

96. ΚΕΚΡΟΠΣ

Null Hypothesis: ΚΕΚΡΟΠΣ has a unit root				
Exogenous: Constant				
Lag Length: 4 (Fixed)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-9.249176	0.0000
Test critical values:	1% level		-3.441634	
	5% level		-2.866410	
	10% level		-2.569423	

97. PIPE WORKS

Null Hypothesis: PIPE_WORKS01 has a unit root				
Exogenous: Constant				
Lag Length: 4 (Fixed)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-9.538304	0.0000
Test critical values:	1% level		-3.441634	
	5% level		-2.866410	
	10% level		-2.569423	

98. ΕΘΝΙΚΗ ΤΡΑΠΕΖΑ ΕΛΛΑΔΟΣ

Null Hypothesis: NAT_BK_OF_GREECE01 has a unit root				
Exogenous: Constant				
Lag Length: 4 (Fixed)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-9.171630	0.0000
Test critical values:	1% level		-3.441634	
	5% level		-2.866410	
	10% level		-2.569423	

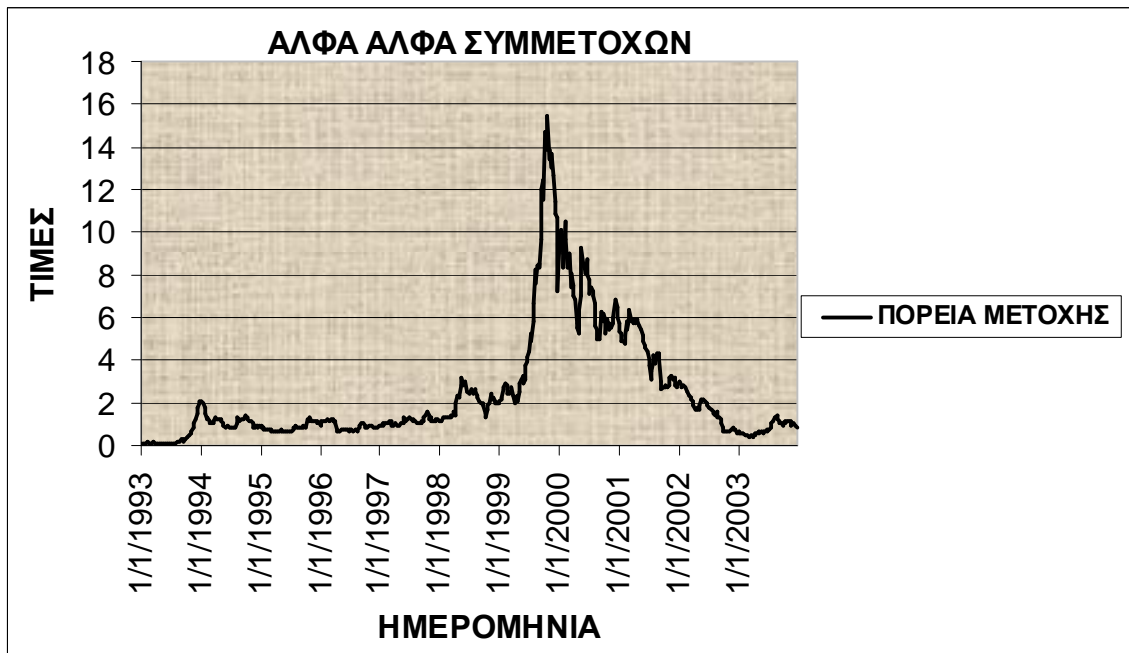
Γ' ΜΕΡΟΣ

ΣΧΕΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ ΤΙΜΩΝ ΚΛΕΙΣΙΜΑΤΟΣ ΜΕΤΟΧΩΝ

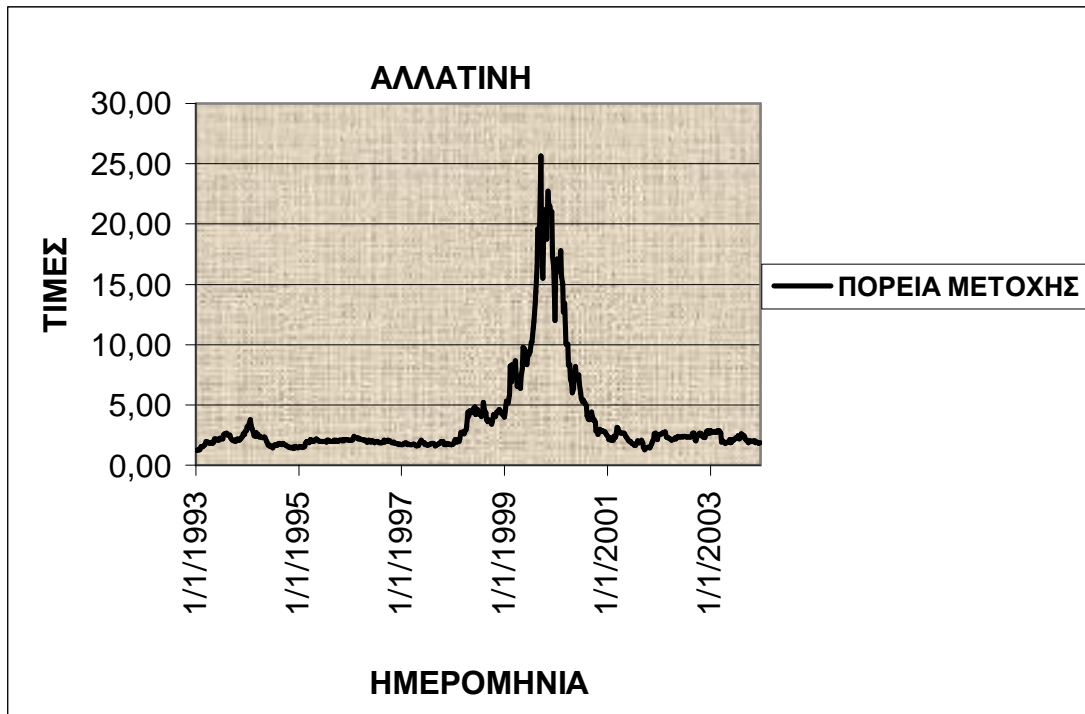
1. ΑΒ ΒΑΣΙΛΟΠΟΥΛΟΣ



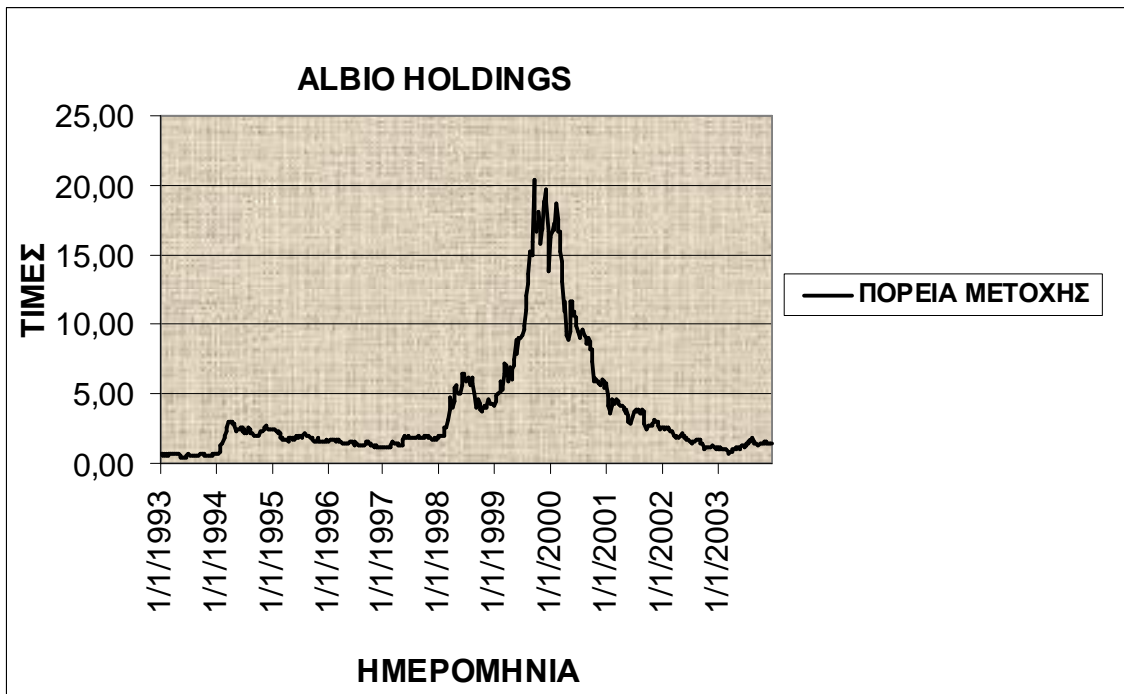
2. ΑΛΦΑ ΑΛΦΑ ΣΥΜΜΕΤΟΧΩΝ



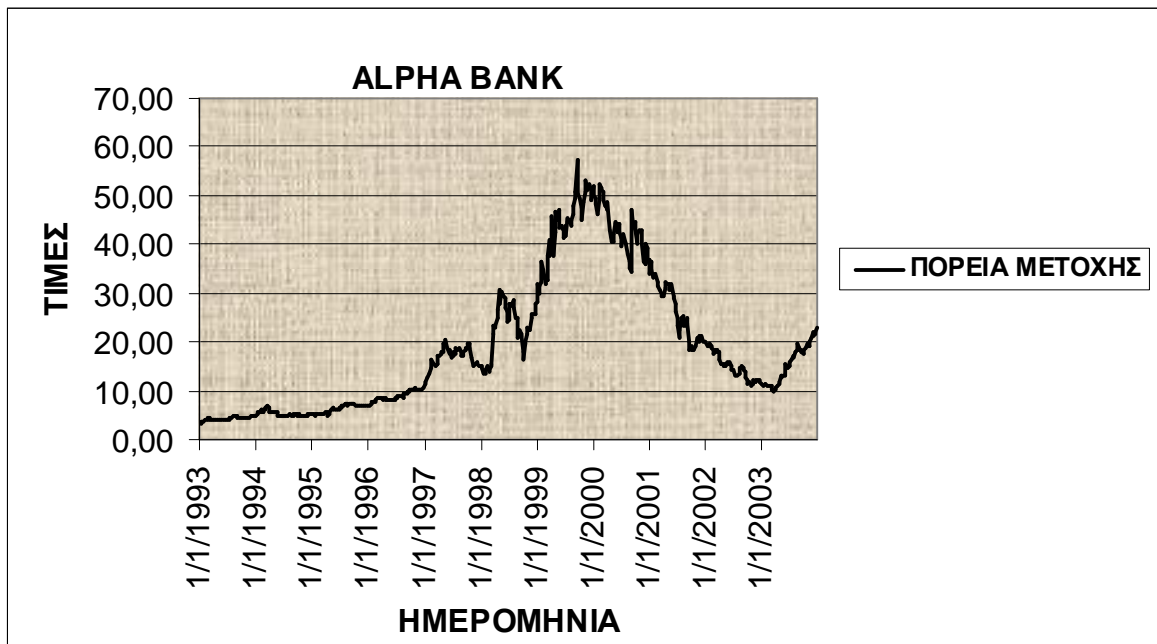
3. ΑΛΛΑΤΙΝΗ



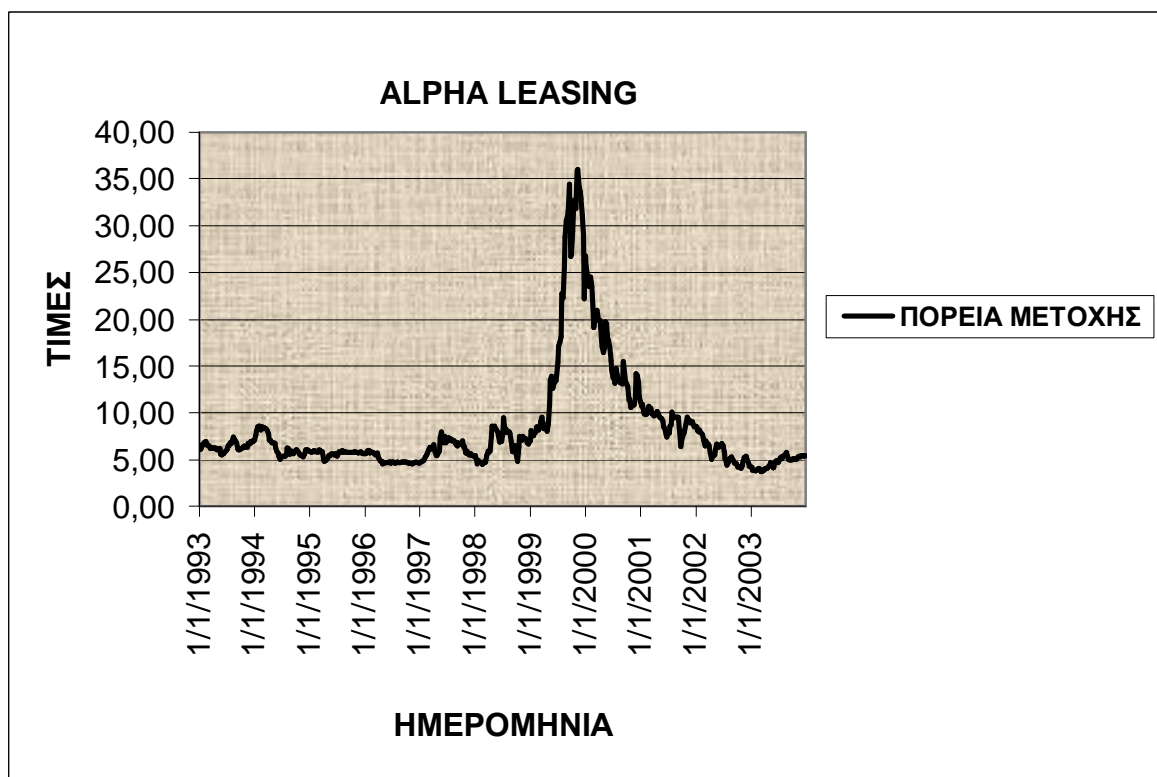
4. ALBIO HOLDINGS



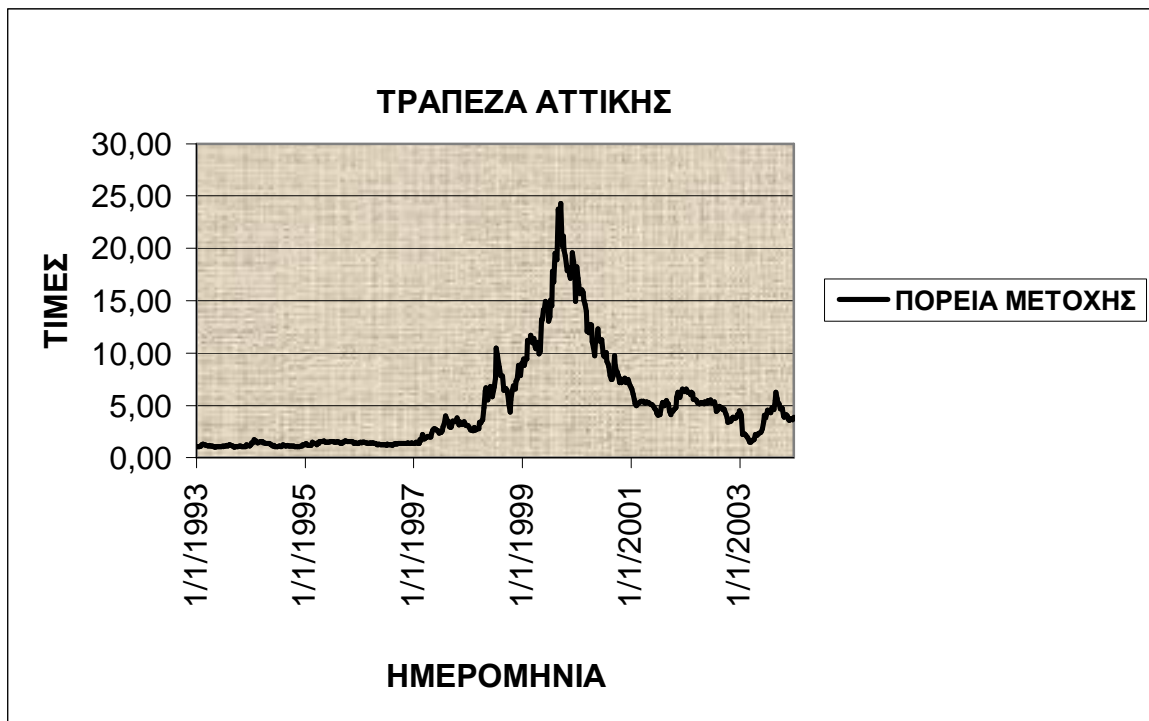
5. ALPHA BANK



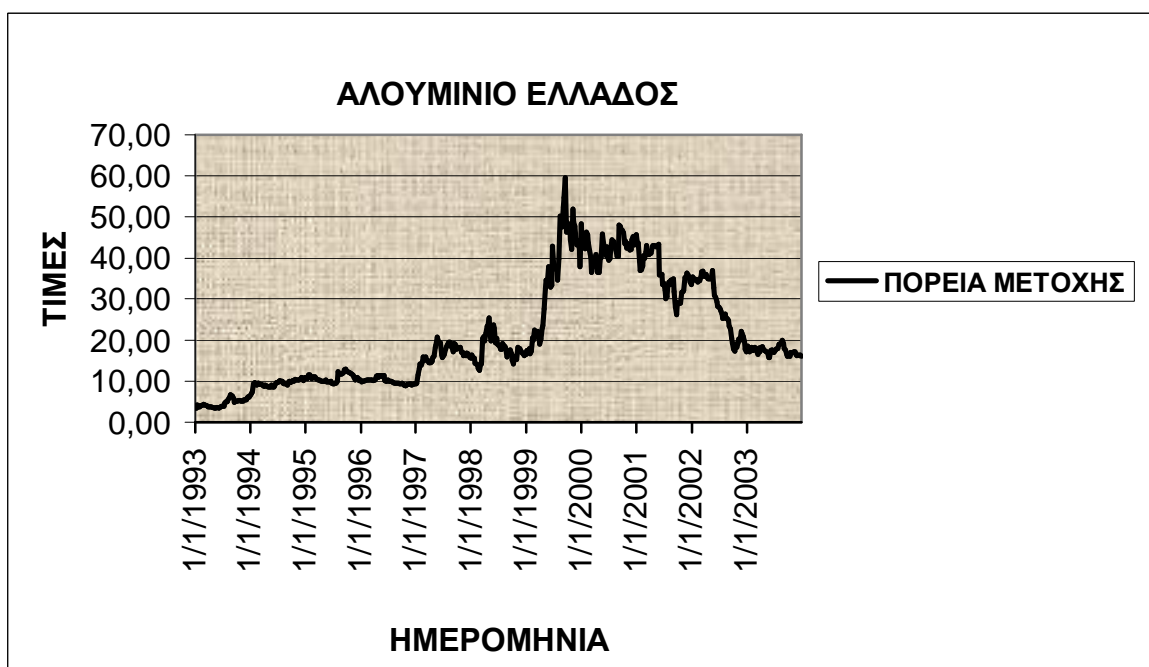
6. ALPHA LEASING



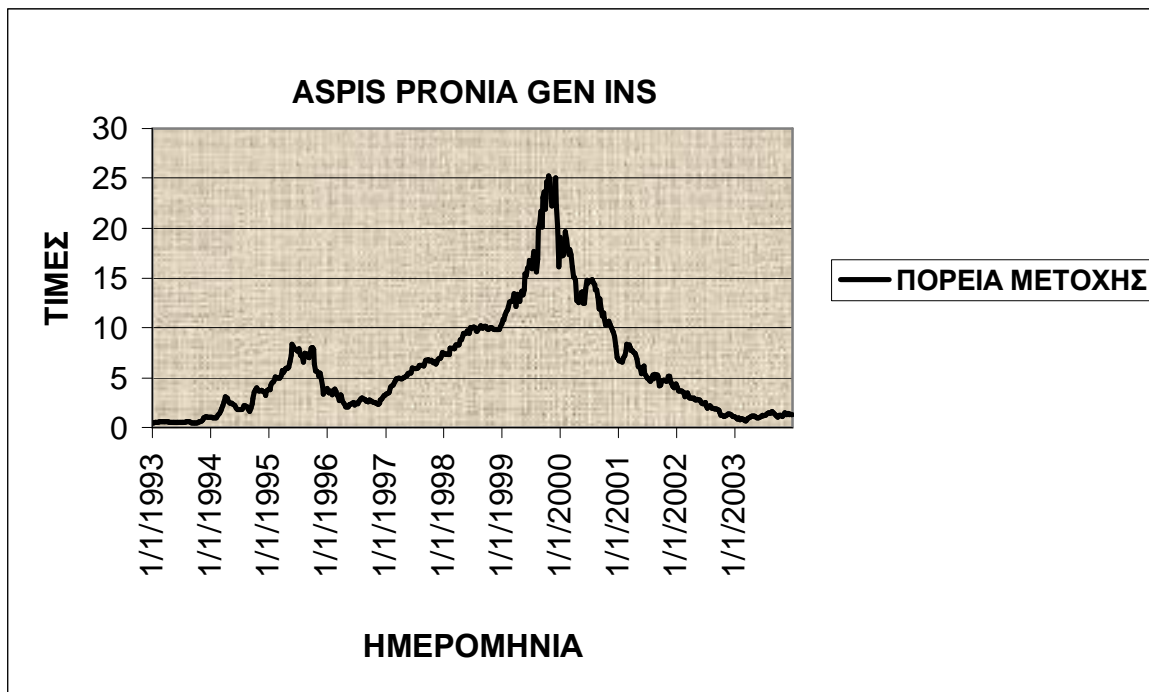
7. ΤΡΑΠΕΖΑ ΑΤΤΙΚΗΣ



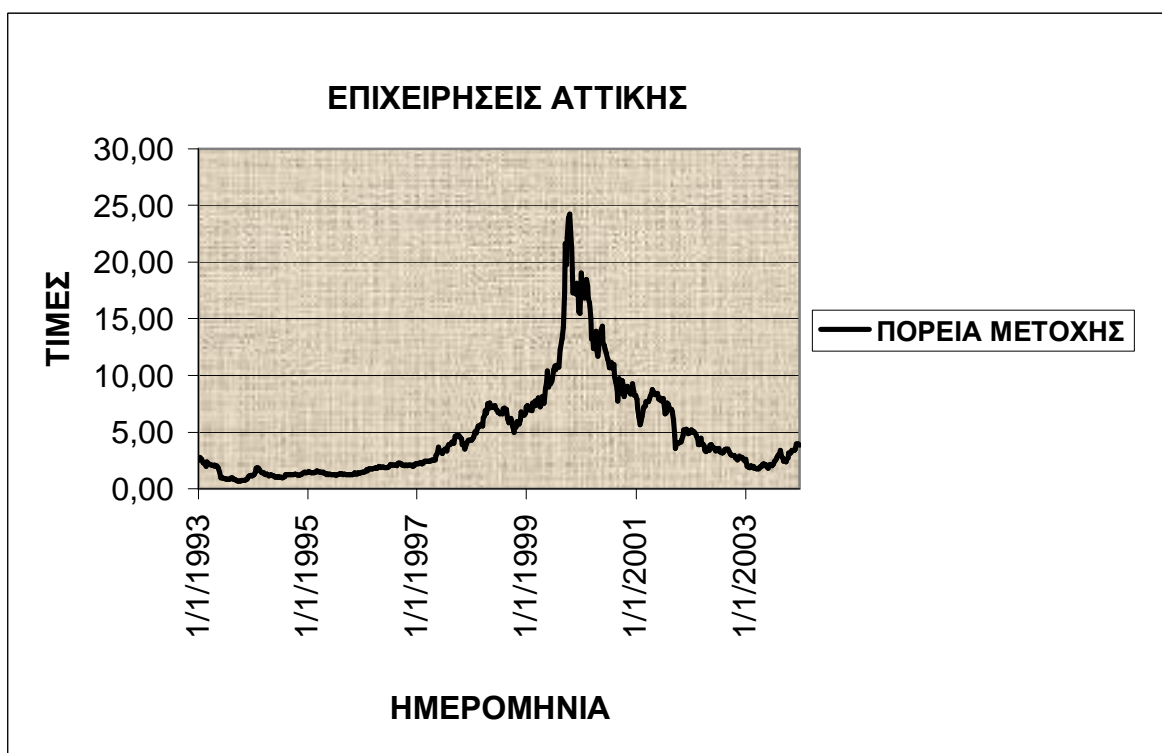
8. ΑΛΟΥΜΙΝΙΟ ΕΛΛΑΔΟΣ



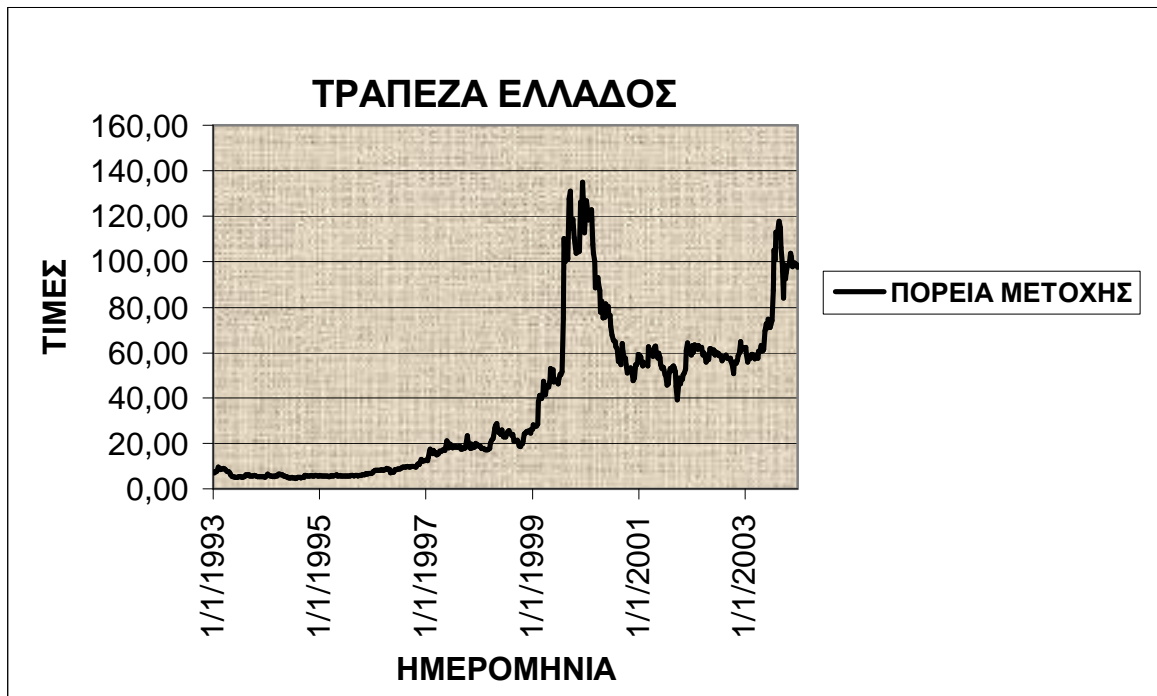
9. ΑΣΠΙΣ ΠΡΟΝΟΙΑ



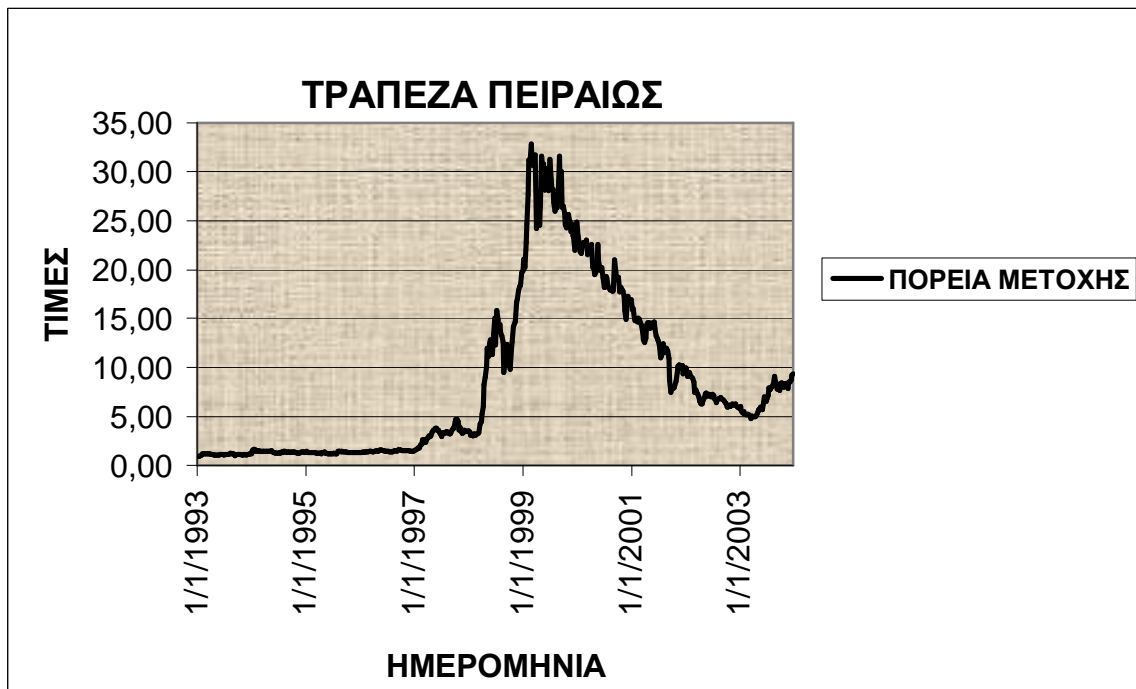
10. ΕΠΑΤΤ



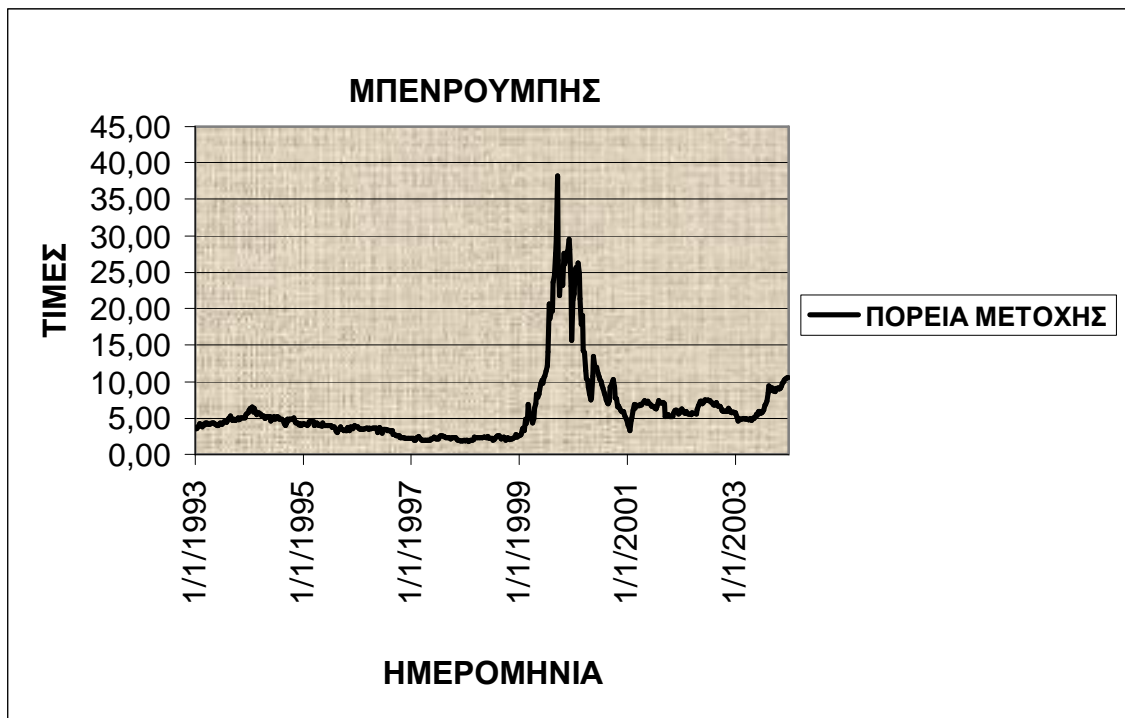
11. ΤΡΑΠΕΖΑ ΕΛΛΑΔΟΣ



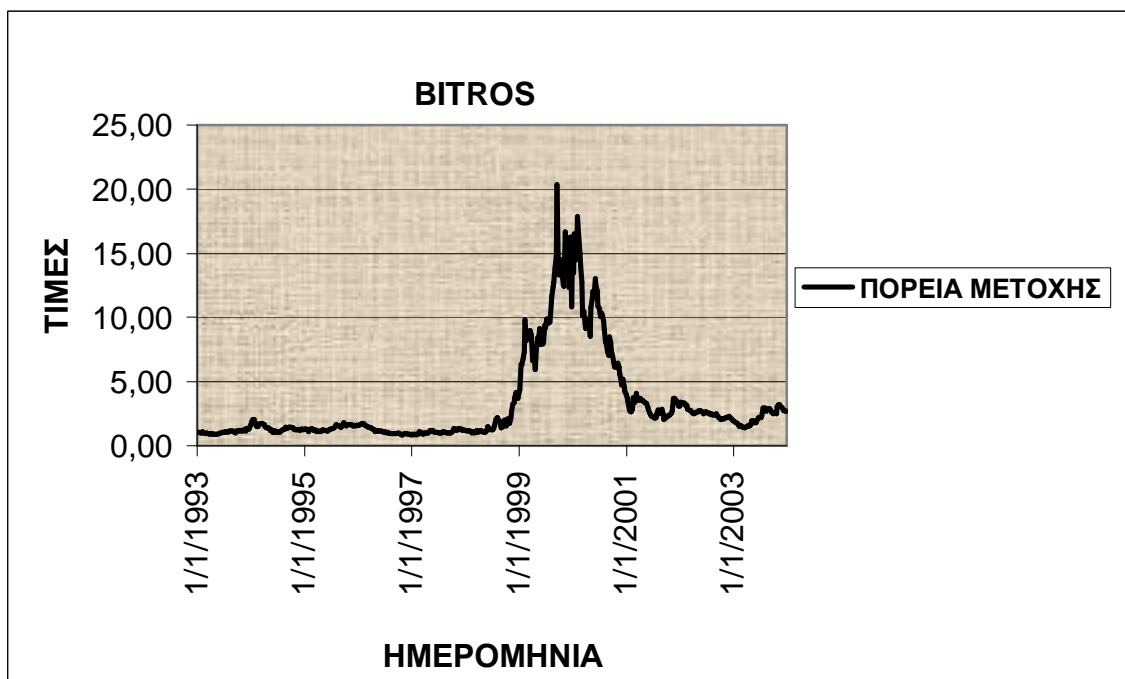
12. ΤΡΑΠΕΖΑ ΠΕΙΡΑΙΩΣ



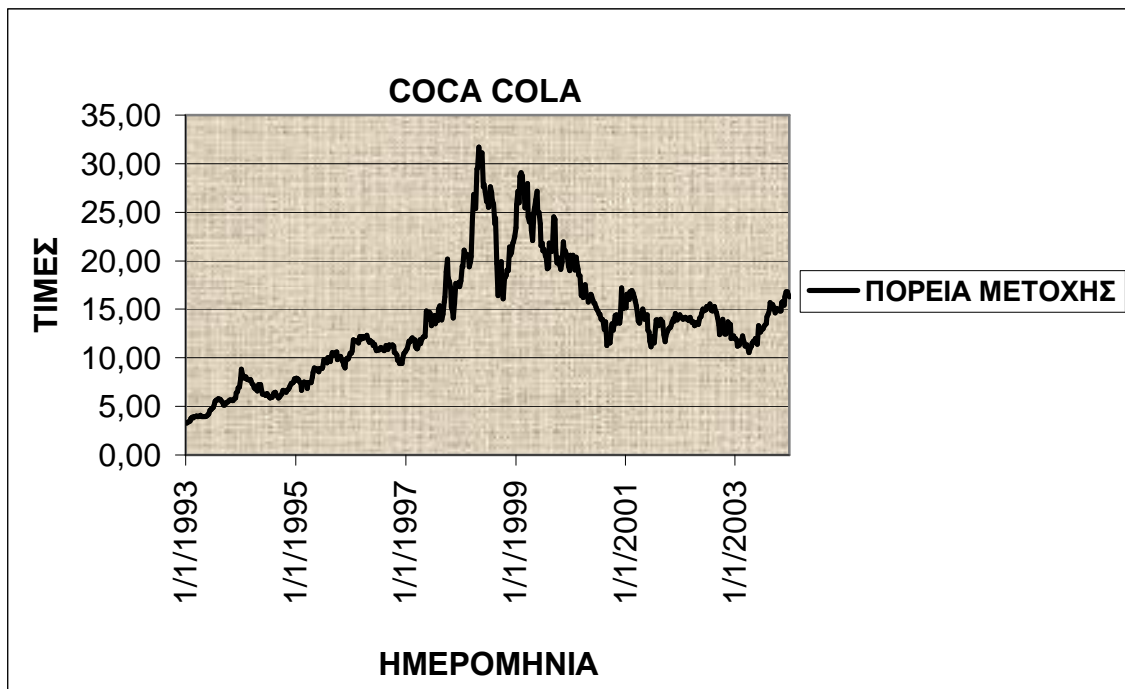
13. ΜΠΕΝΡΟΥΜΠΗΣ



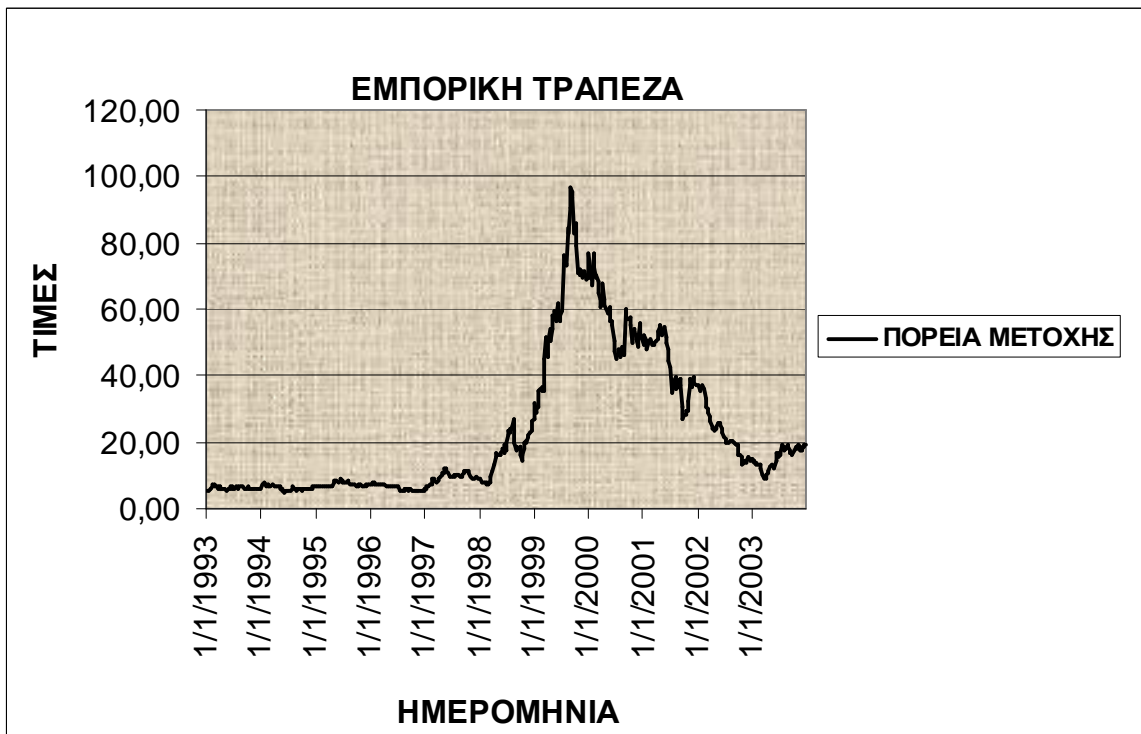
14. BITROS



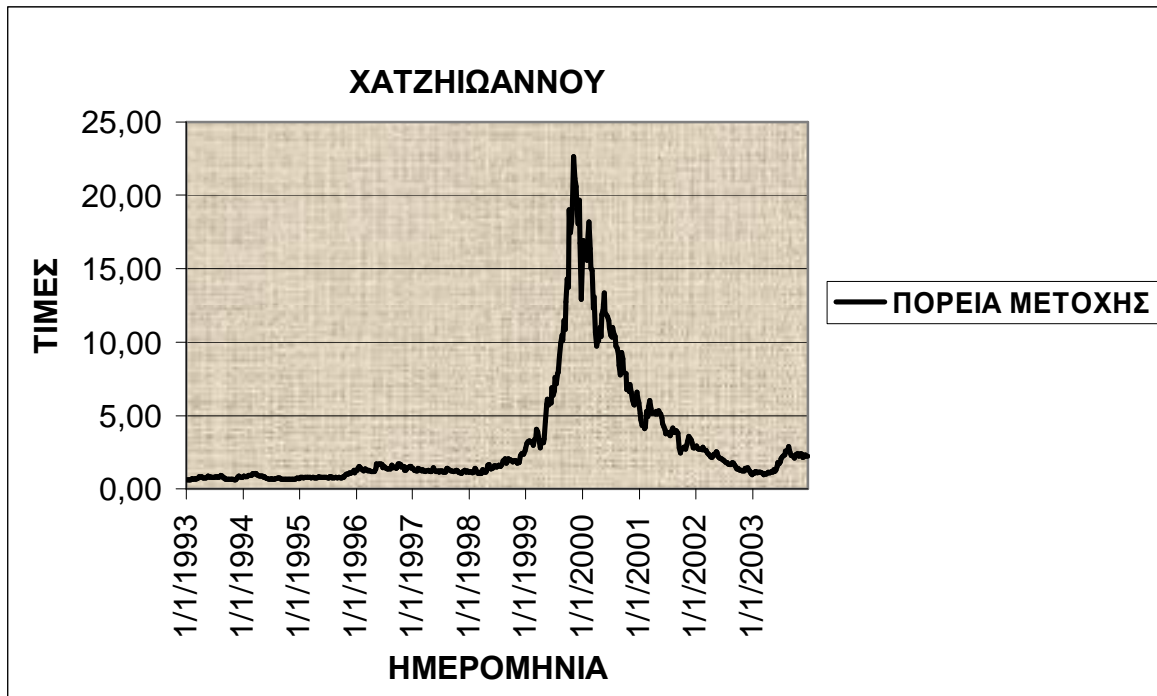
15. ΚΟΚΑ ΚΟΛΑ



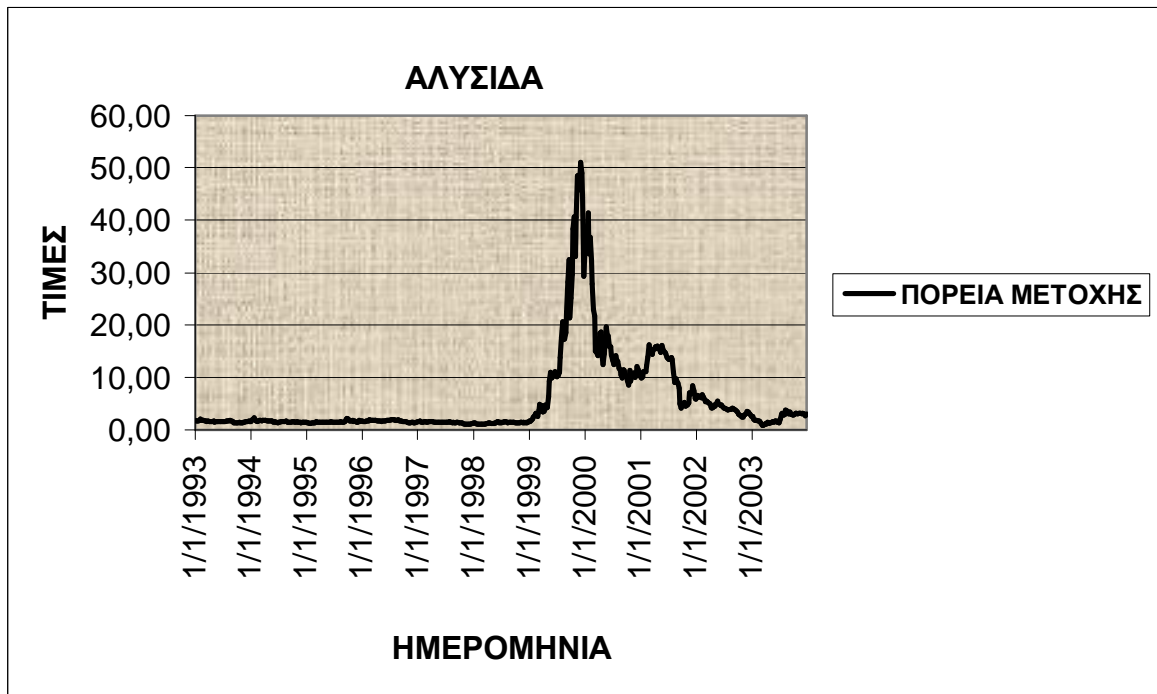
16. ΕΜΠΟΡΙΚΗ ΤΡΑΠΕΖΑ



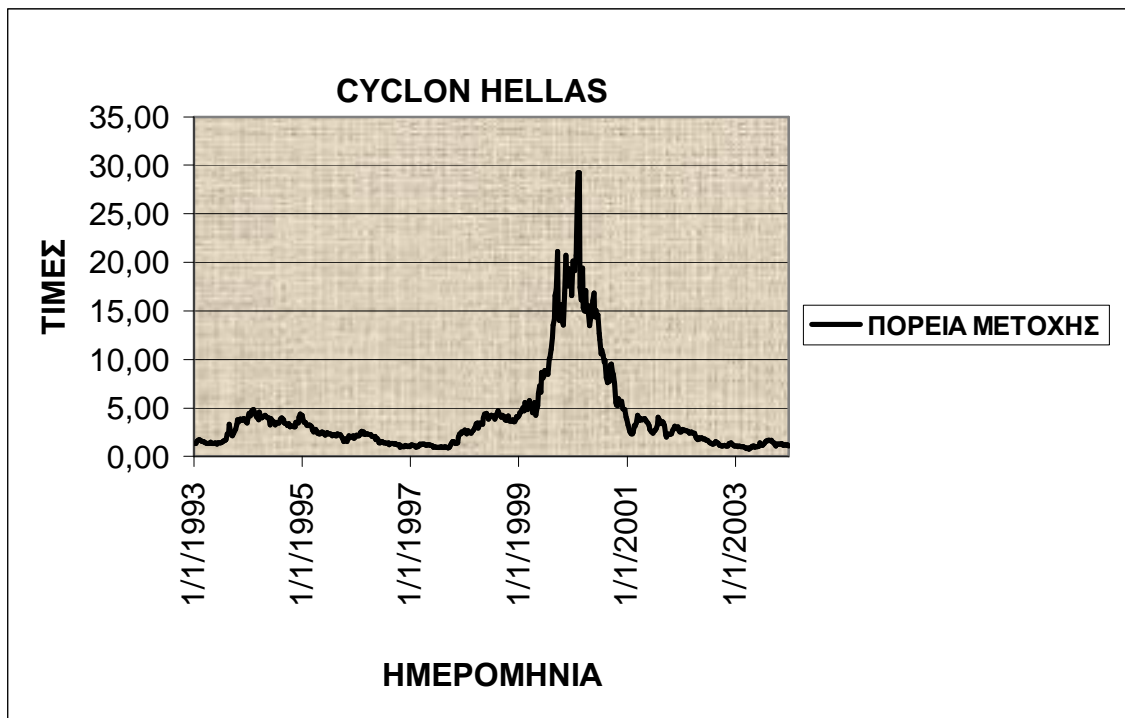
17. ΧΑΤΖΗΩΑΝΝΟΥ



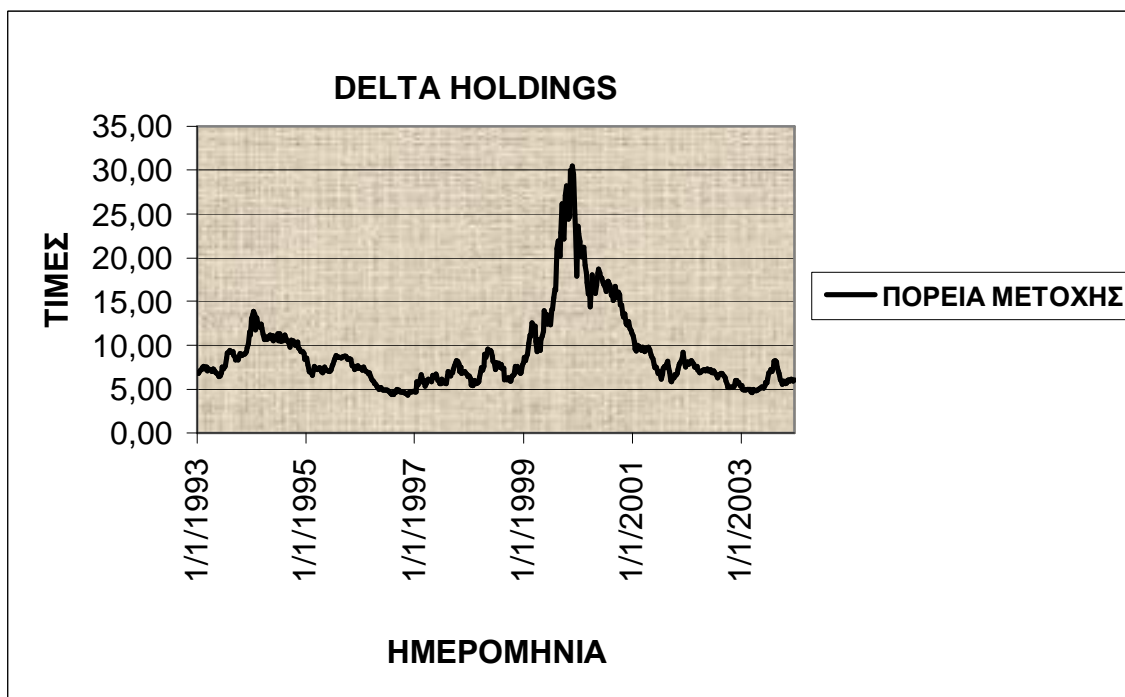
18. ΑΛΥΣΙΔΑ



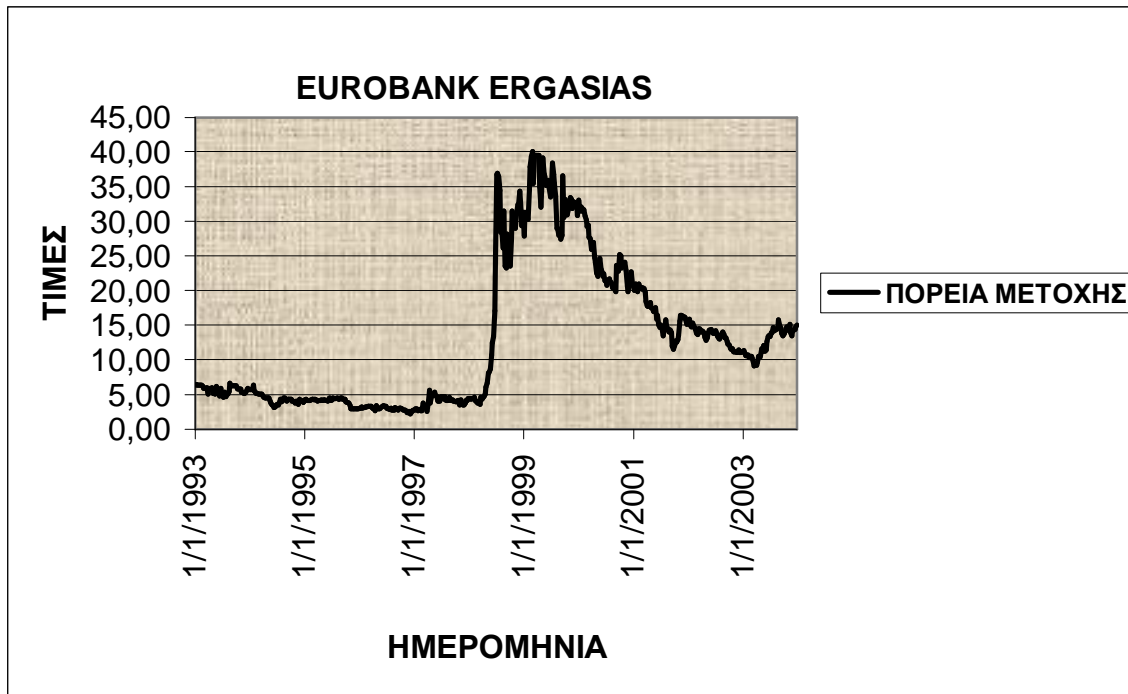
19. CYCLON HELLAS



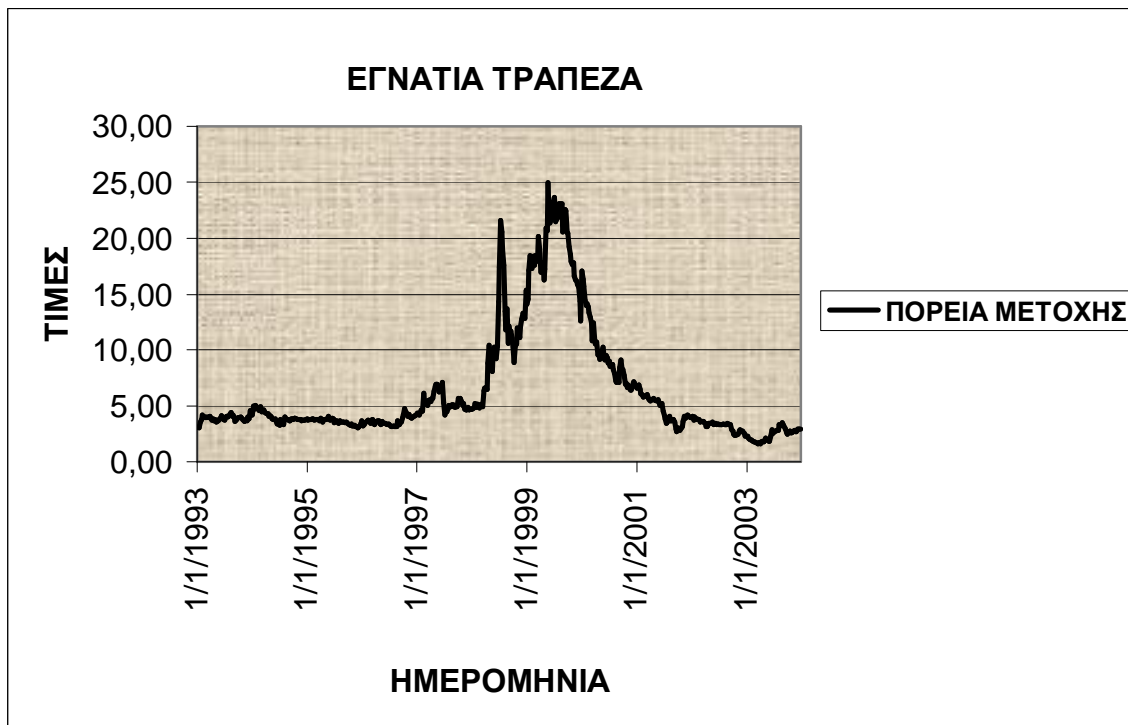
20. ΔΕΛΤΑ ΣΥΜΜΕΤΟΧΩΝ



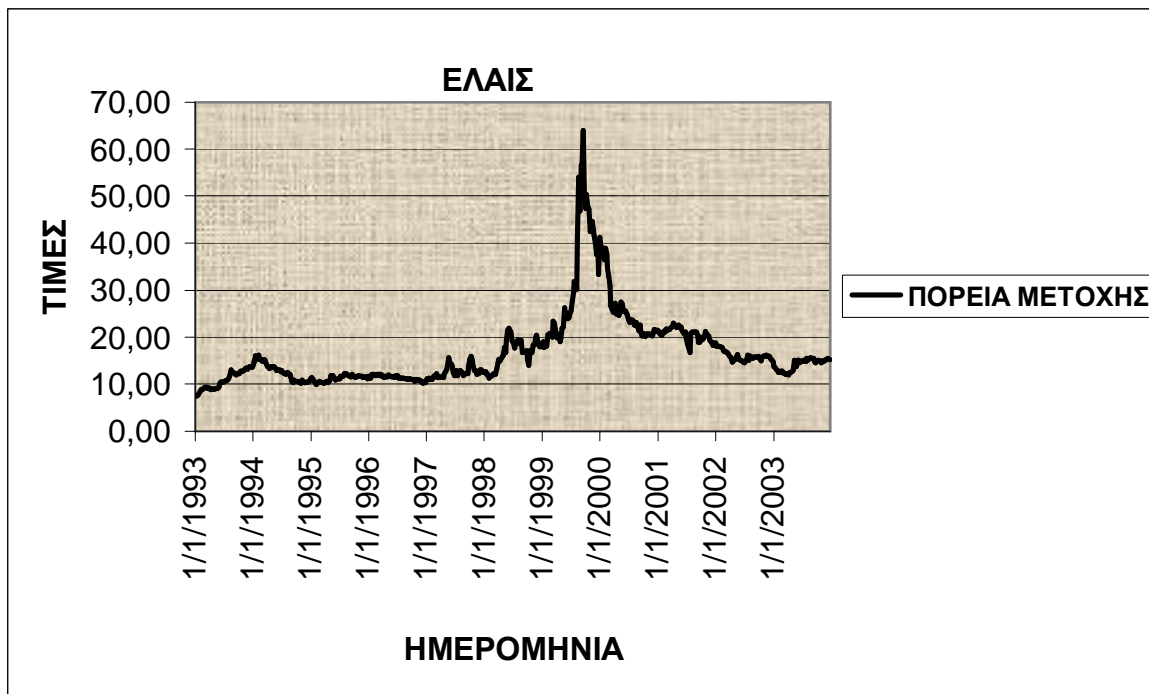
21. EYROBANK ERGASIAS



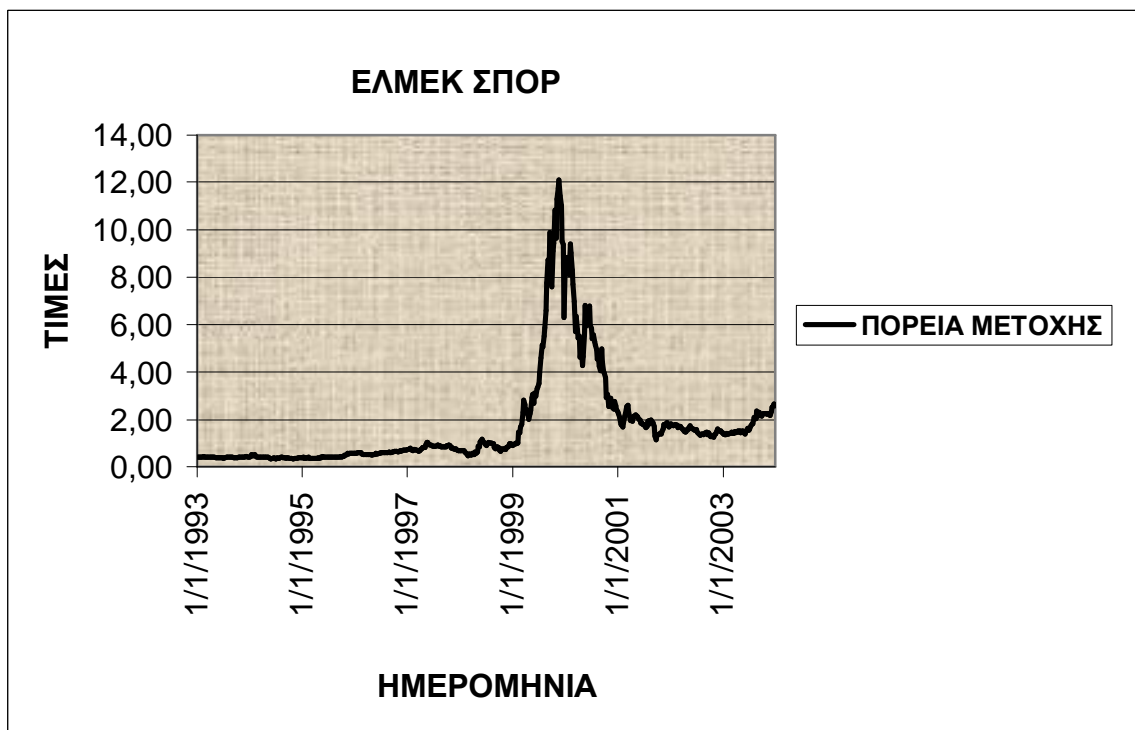
22. ΕΓΝΑΤΙΑ ΤΡΑΠΕΖΑ



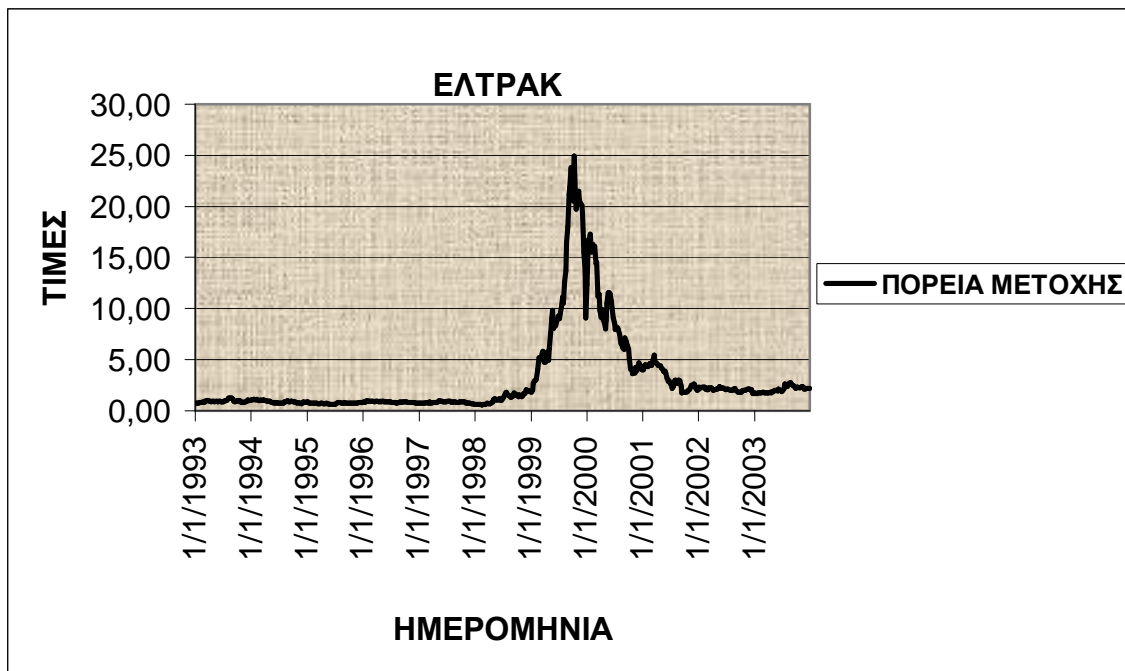
23. ΕΛΛΑΙΣ



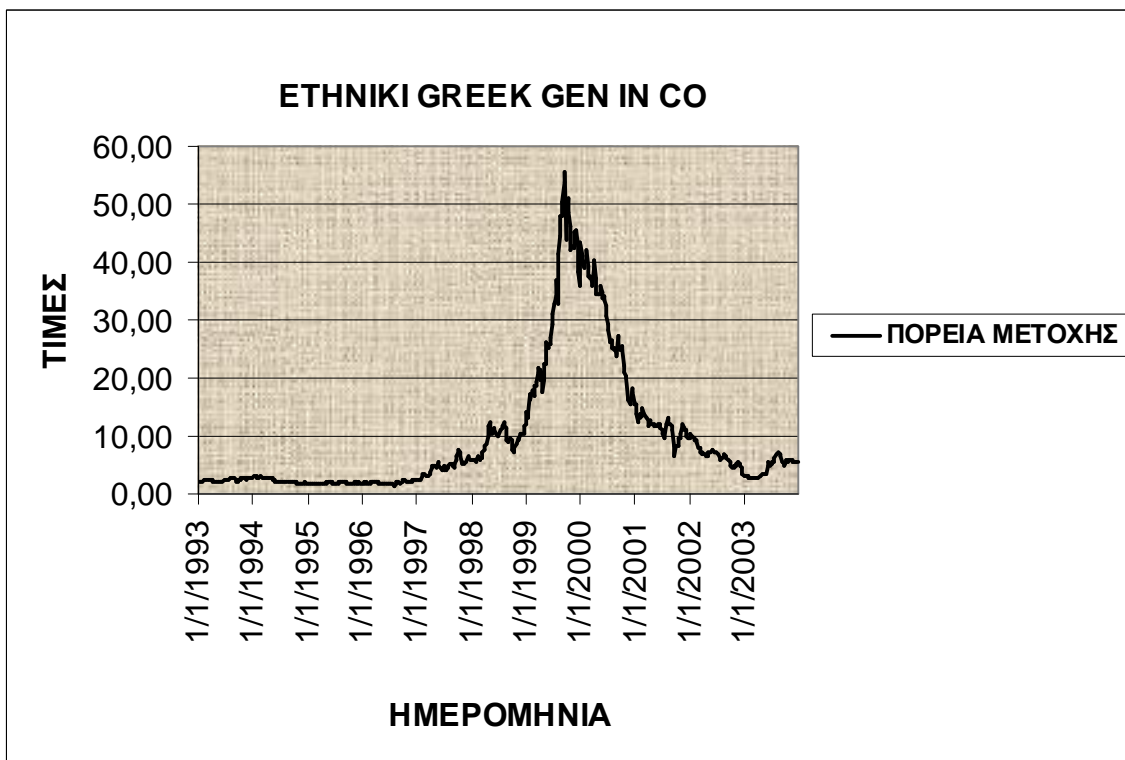
24. ΕΛΜΕΚ ΣΠΟΡ



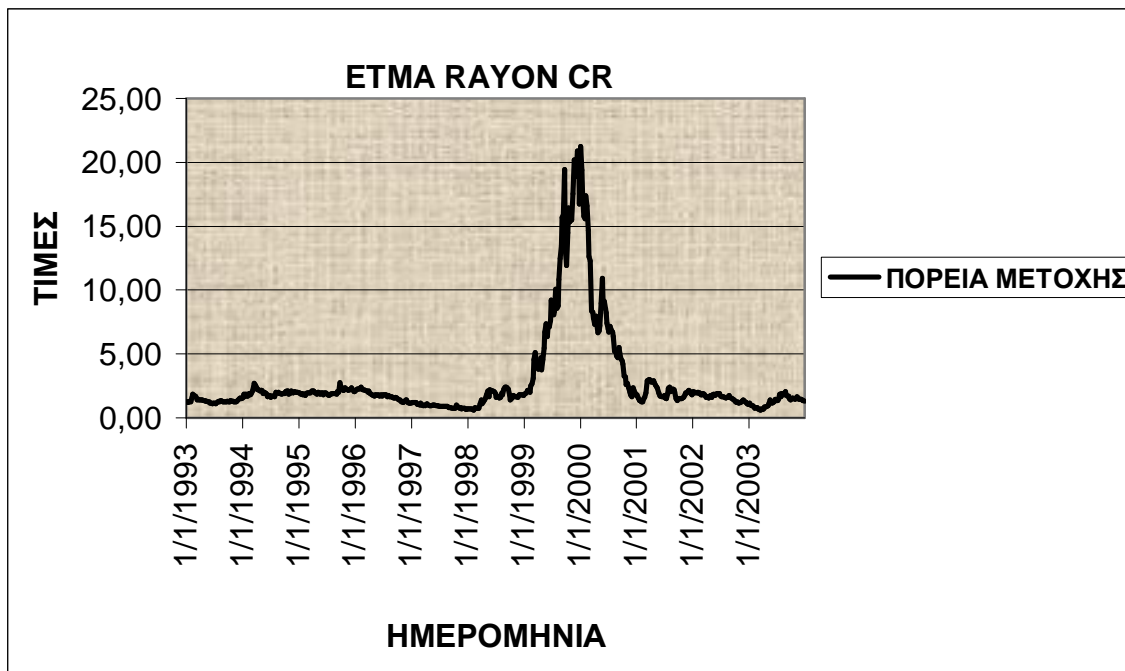
25. ΕΛΤΡΑΚ



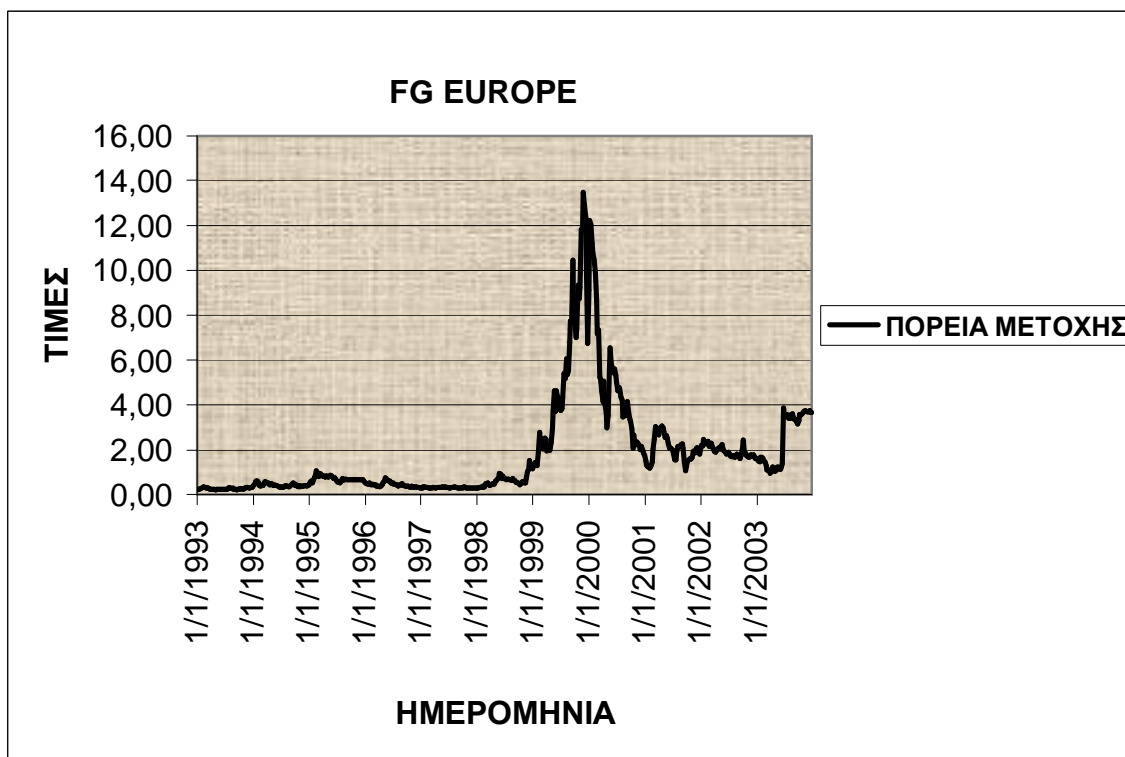
26. ΕΘΝΙΚΗ ΤΡΑΠΕΖΑ ΕΛΛΑΔΟΣ



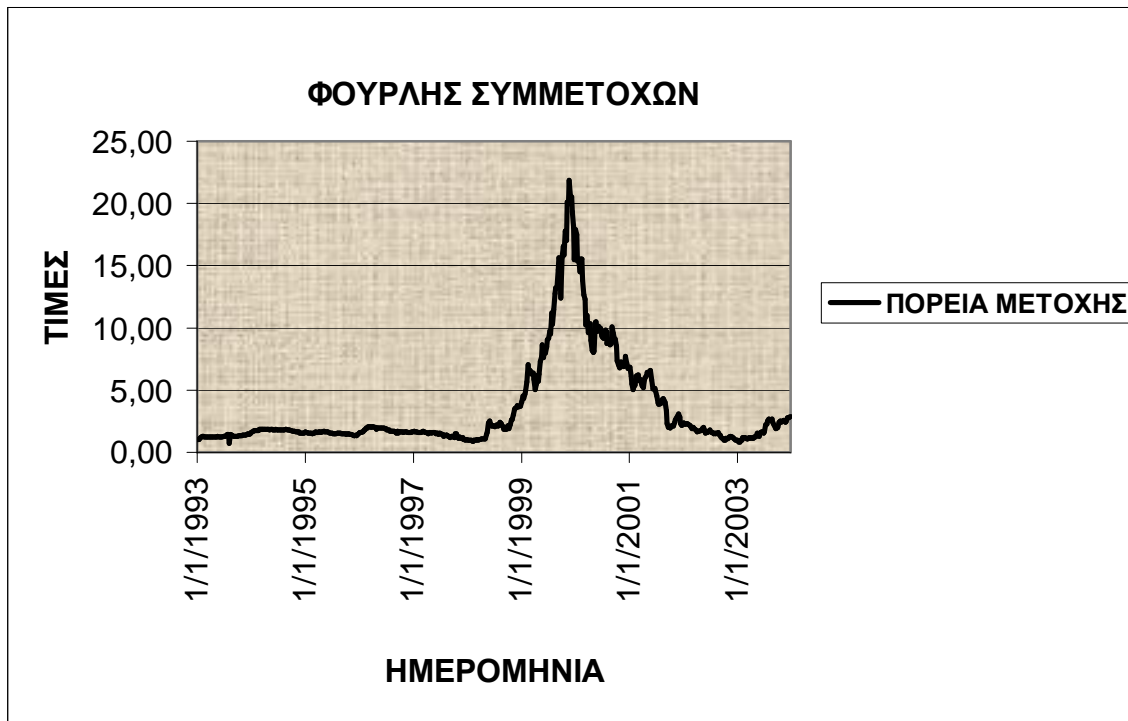
27. ΕΤΜΑ RAYON



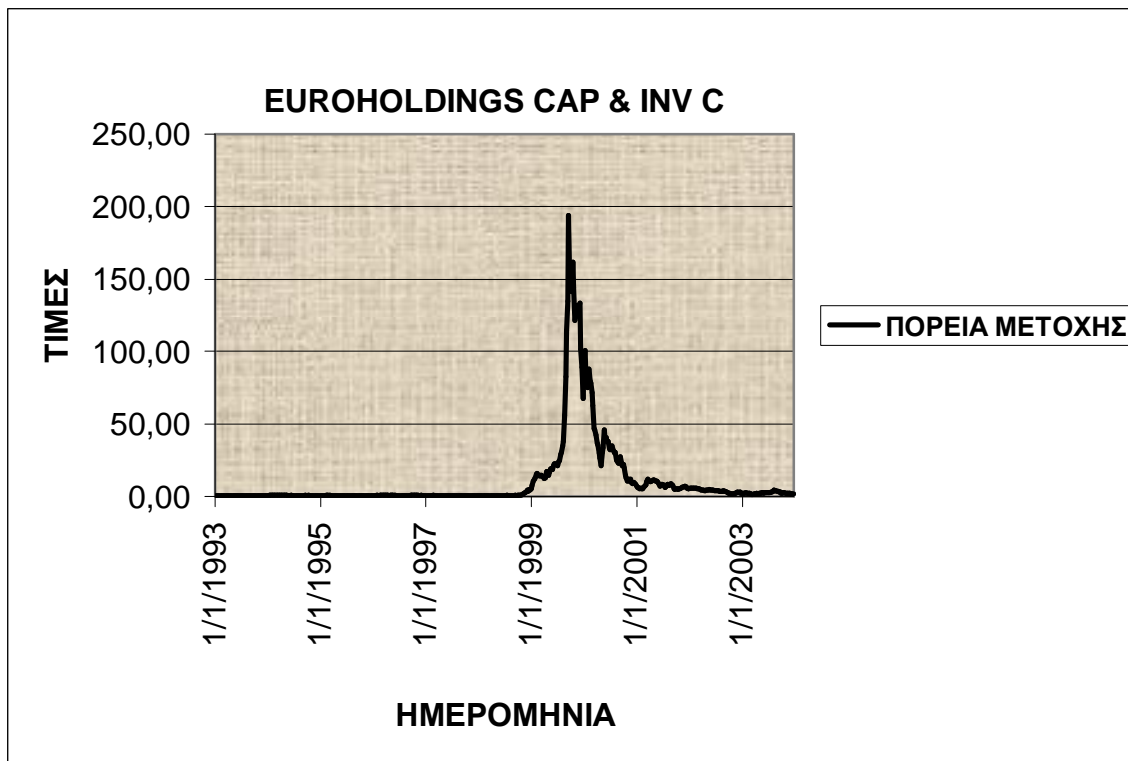
28. FG EUROPE



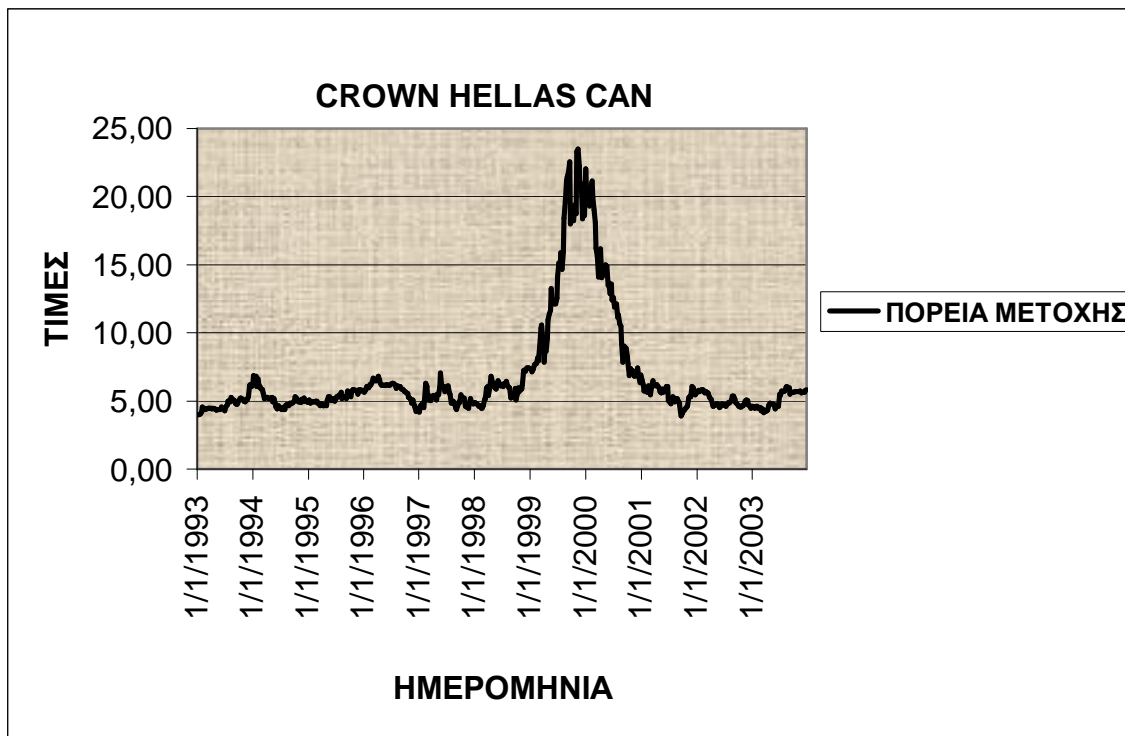
29. ΦΟΥΡΛΗΣ ΣΥΜΜΕΤΟΧΩΝ



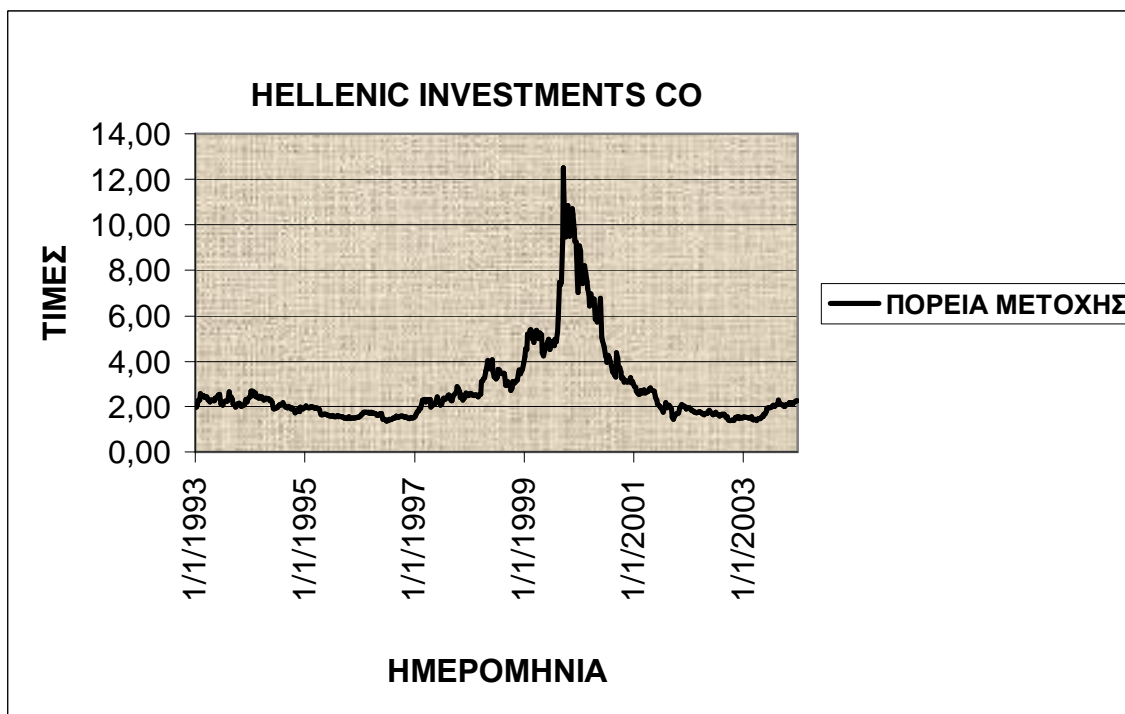
30. ΕΥΡΟΣΥΜΜΕΤΟΧΕΣ



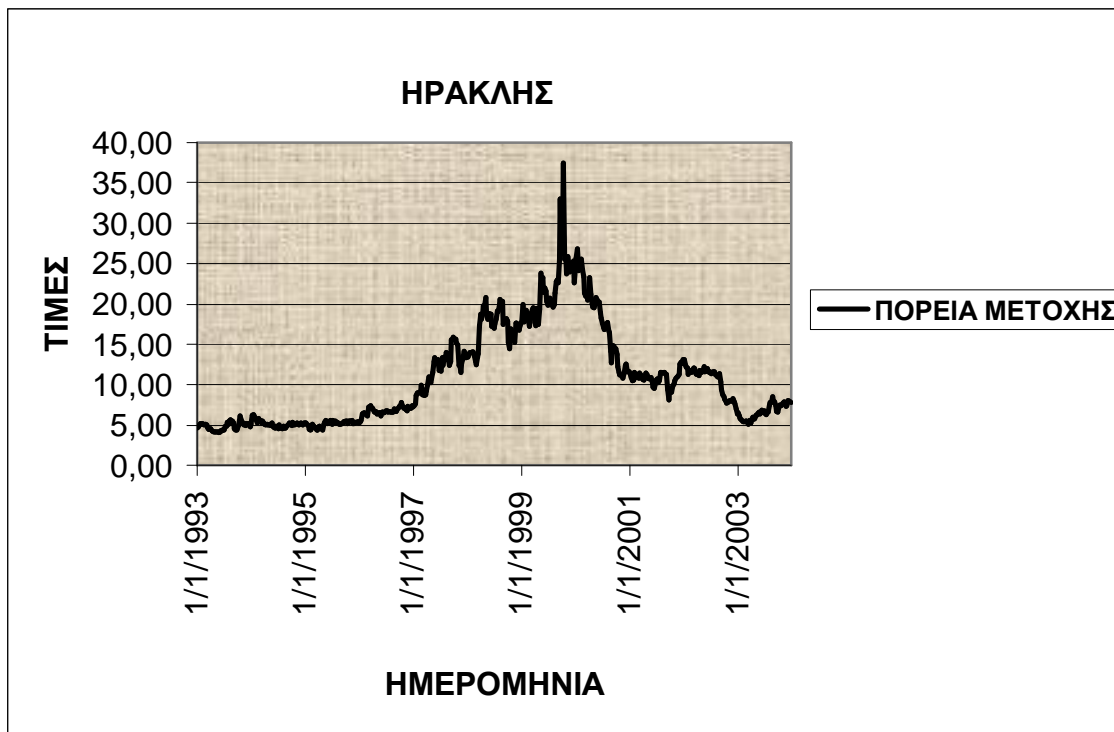
31. CROWN HELLAS



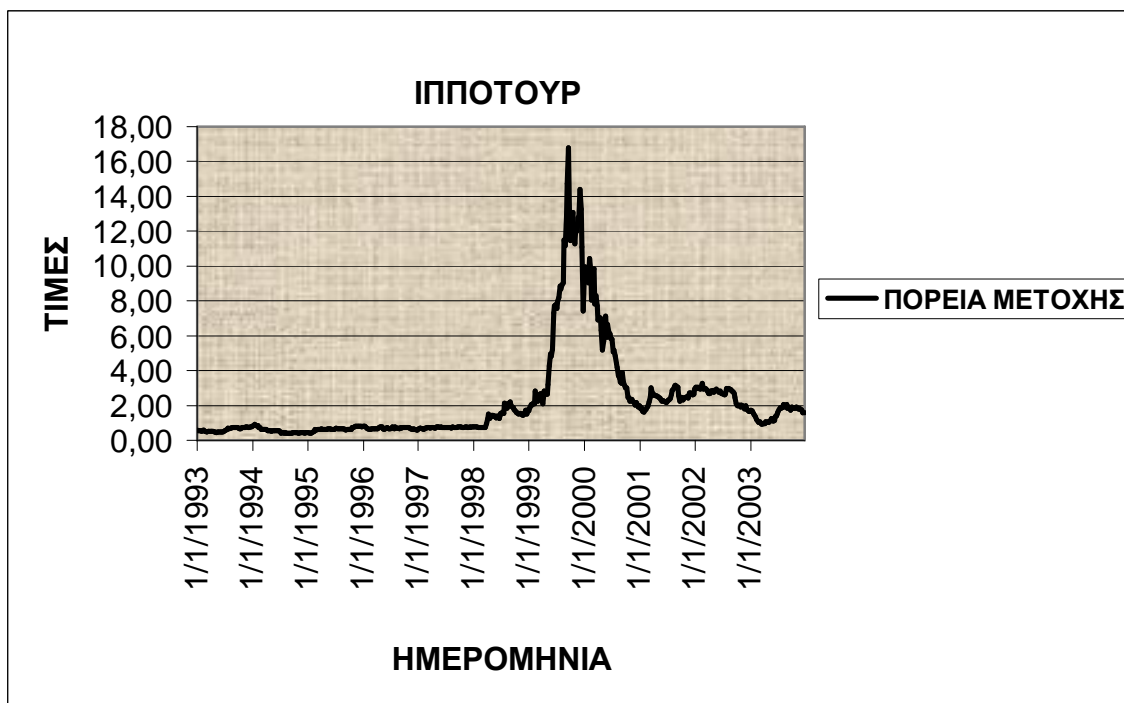
32. HELLENIC INVESTMENTS



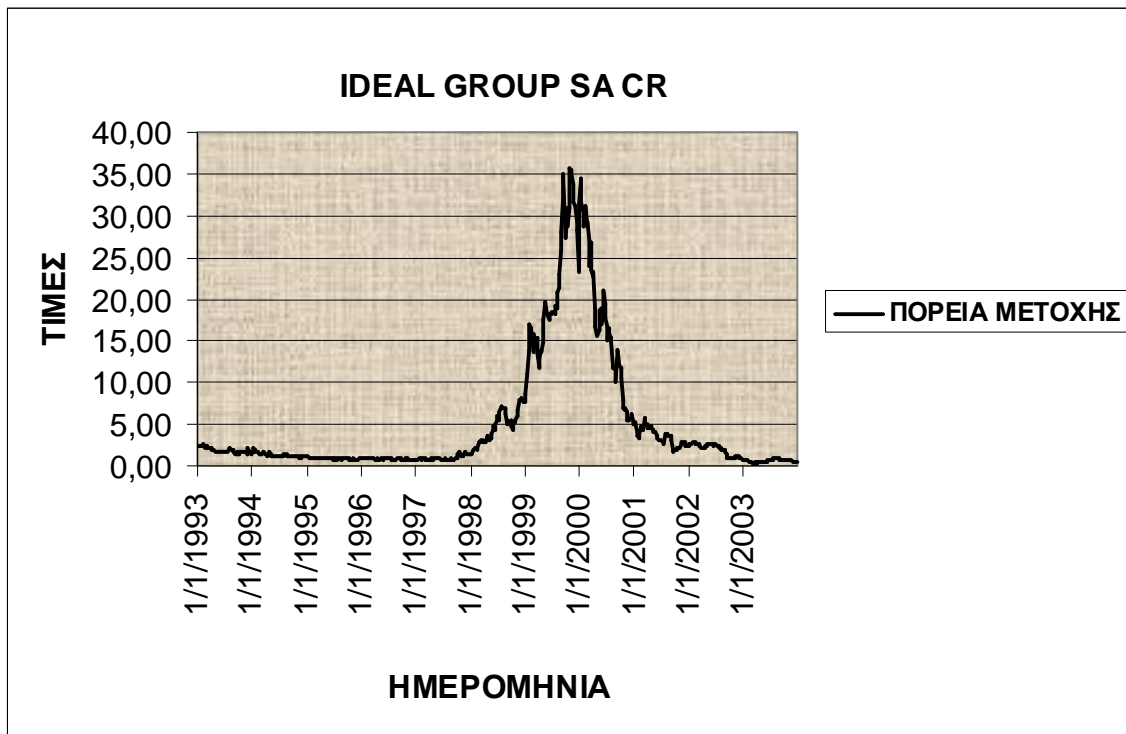
33. ΗΡΑΚΛΗΣ



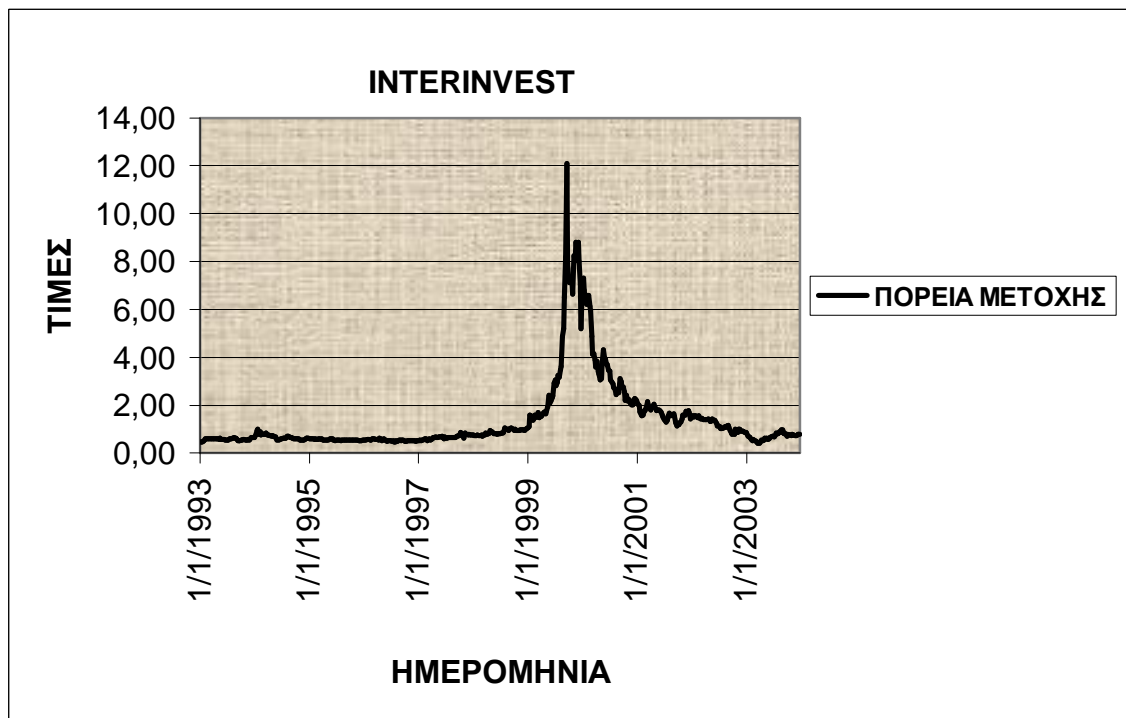
34. ΙΠΠΟΤΟΥΡ



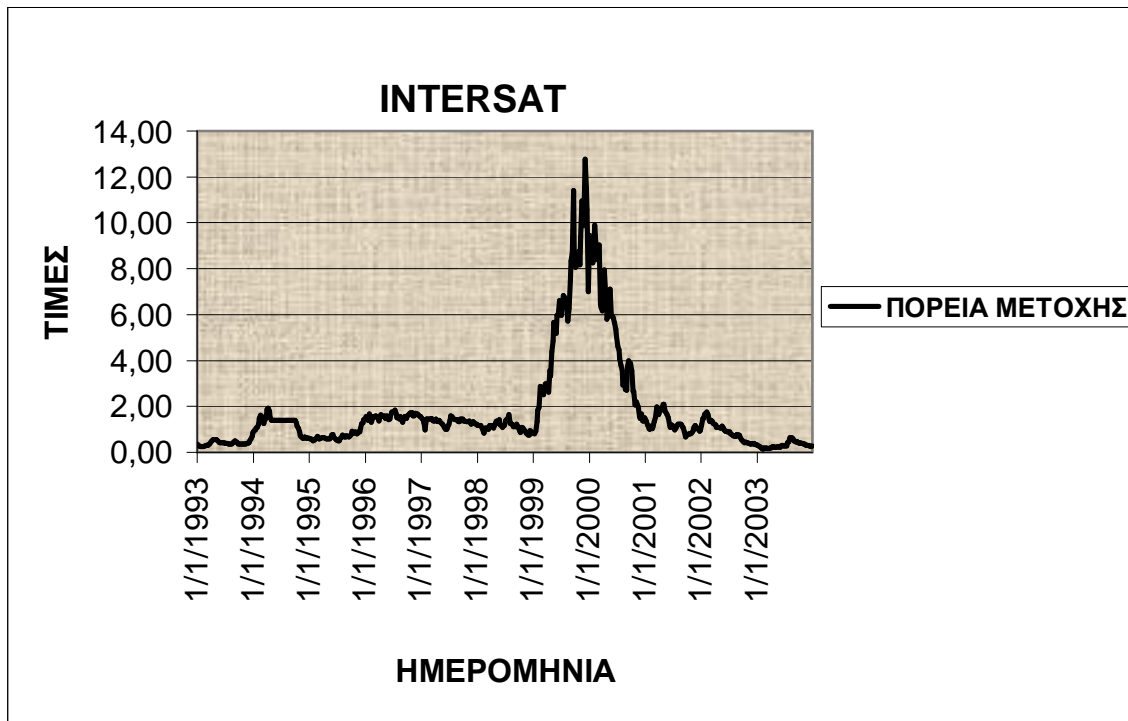
35. IDEAL GROUP



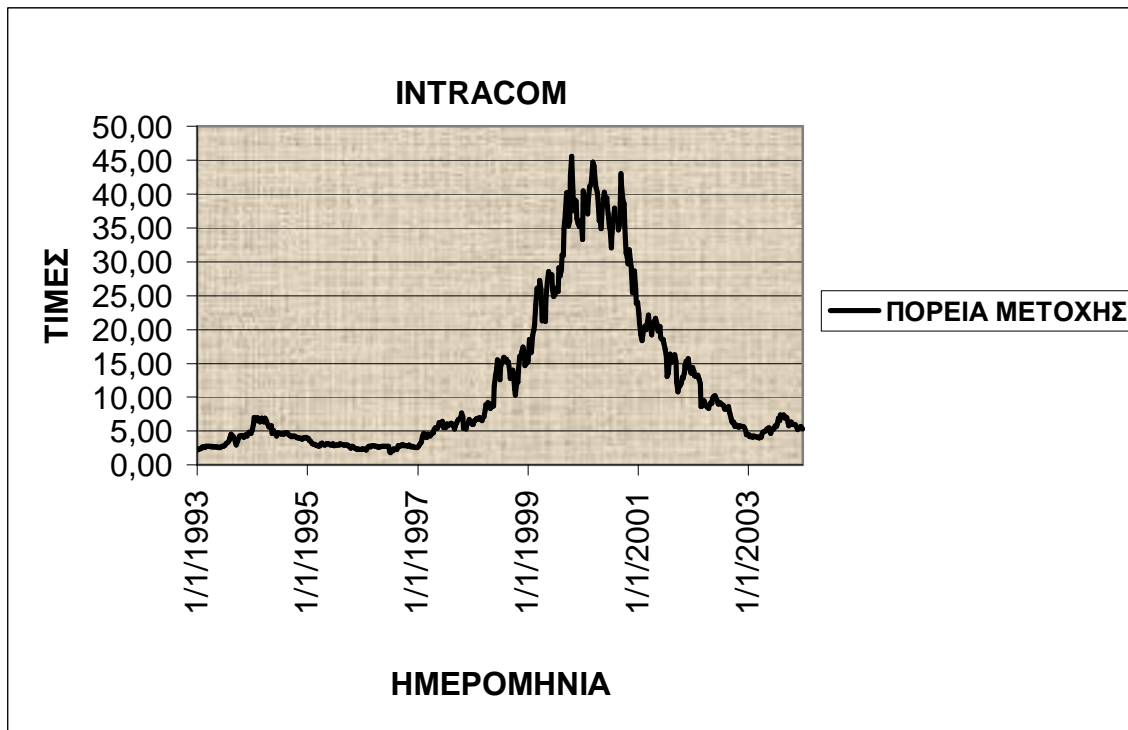
36. INTERINVEST



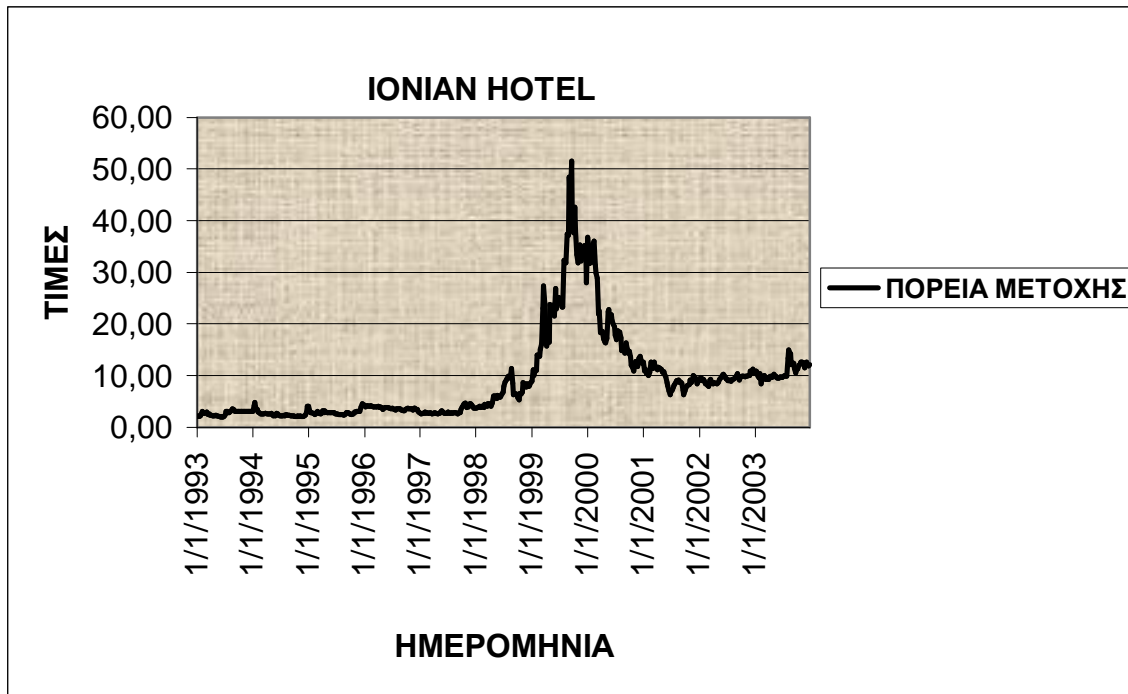
37. INTERSAT



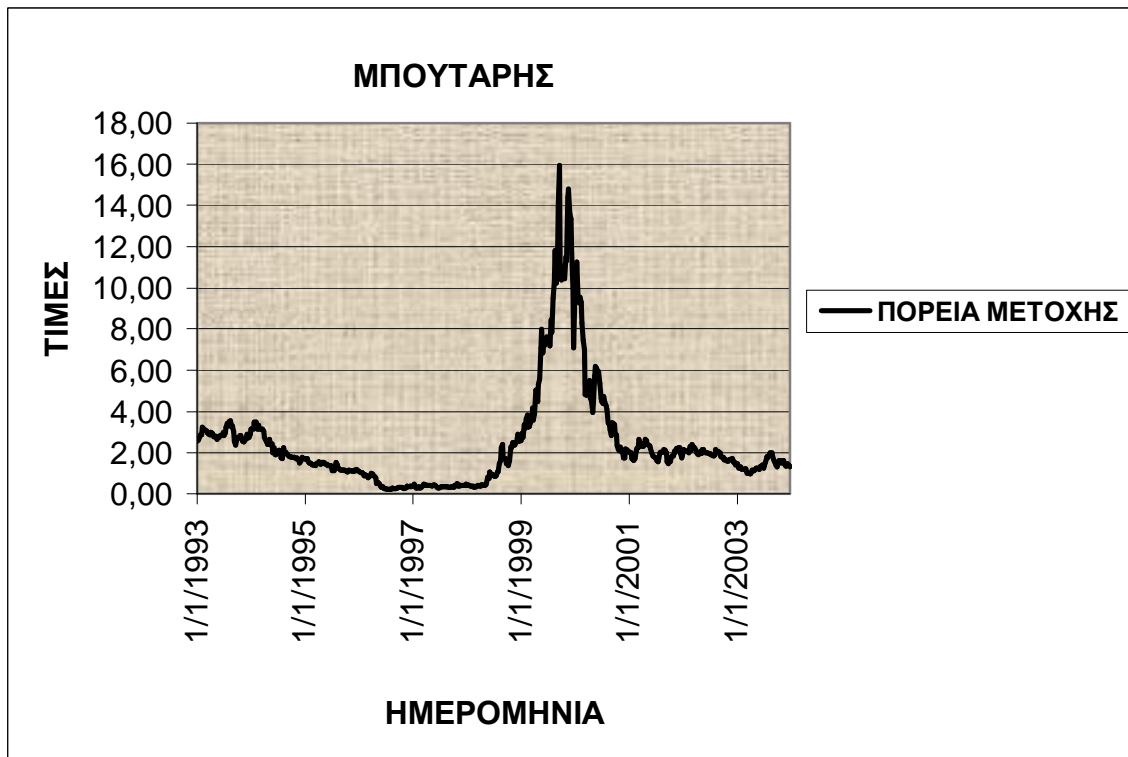
38. INTRACOM



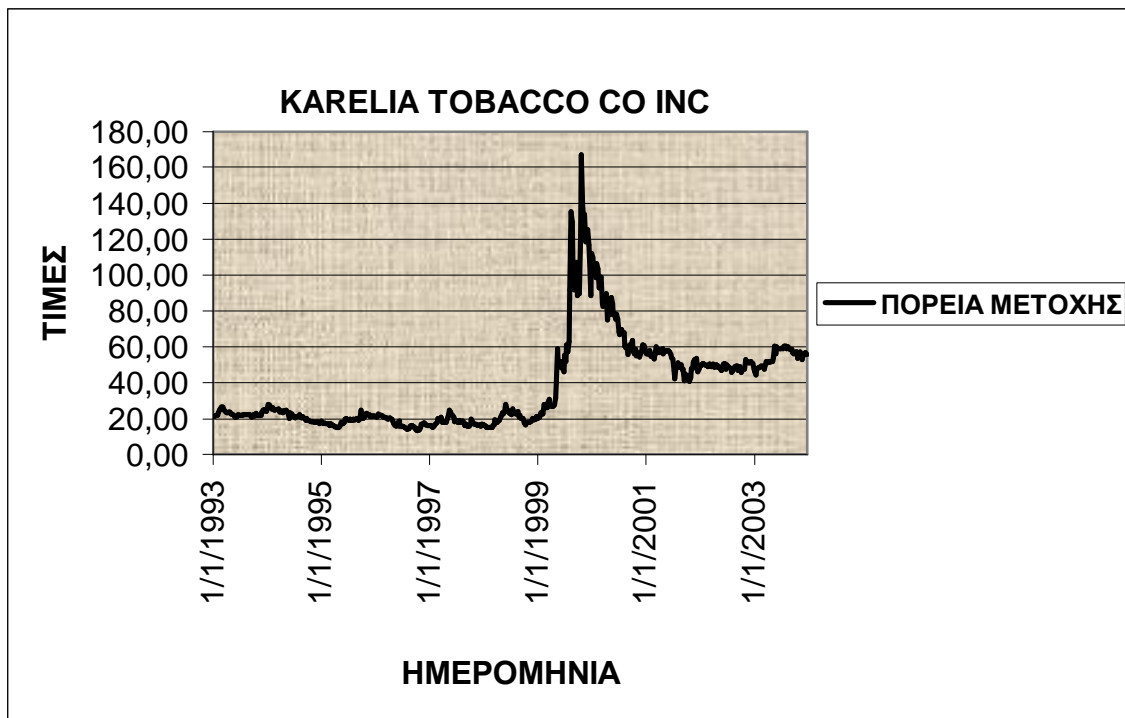
39. IONIAN HOTEL



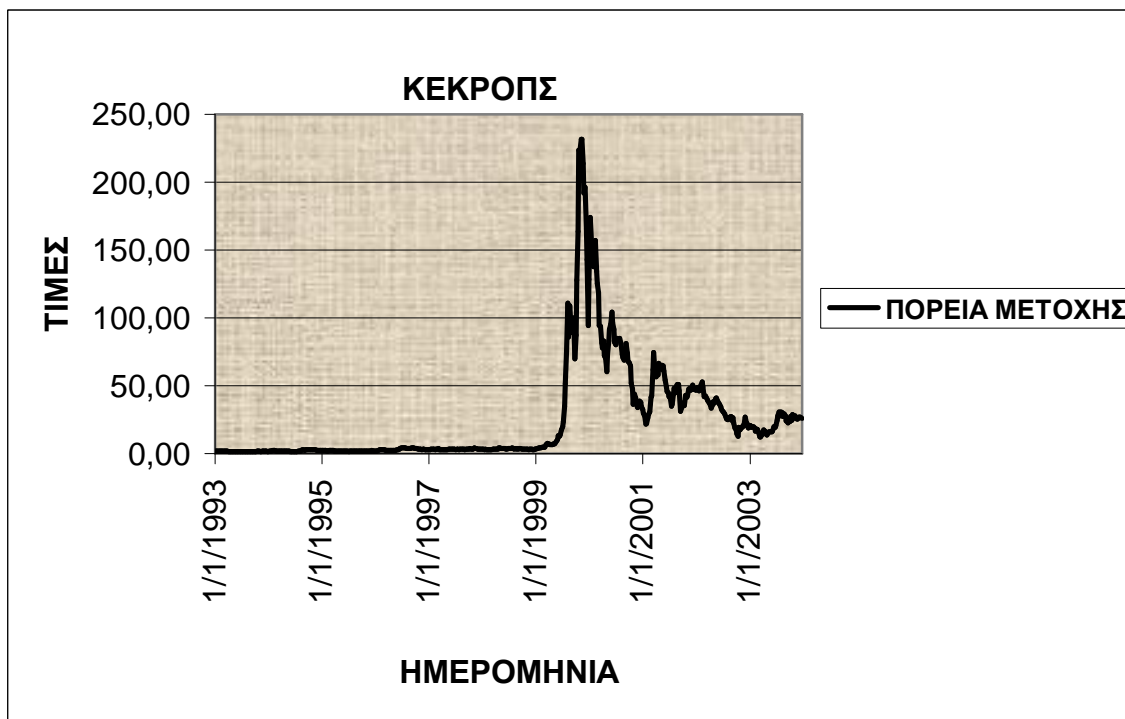
40. ΜΠΟΥΤΑΡΗΣ



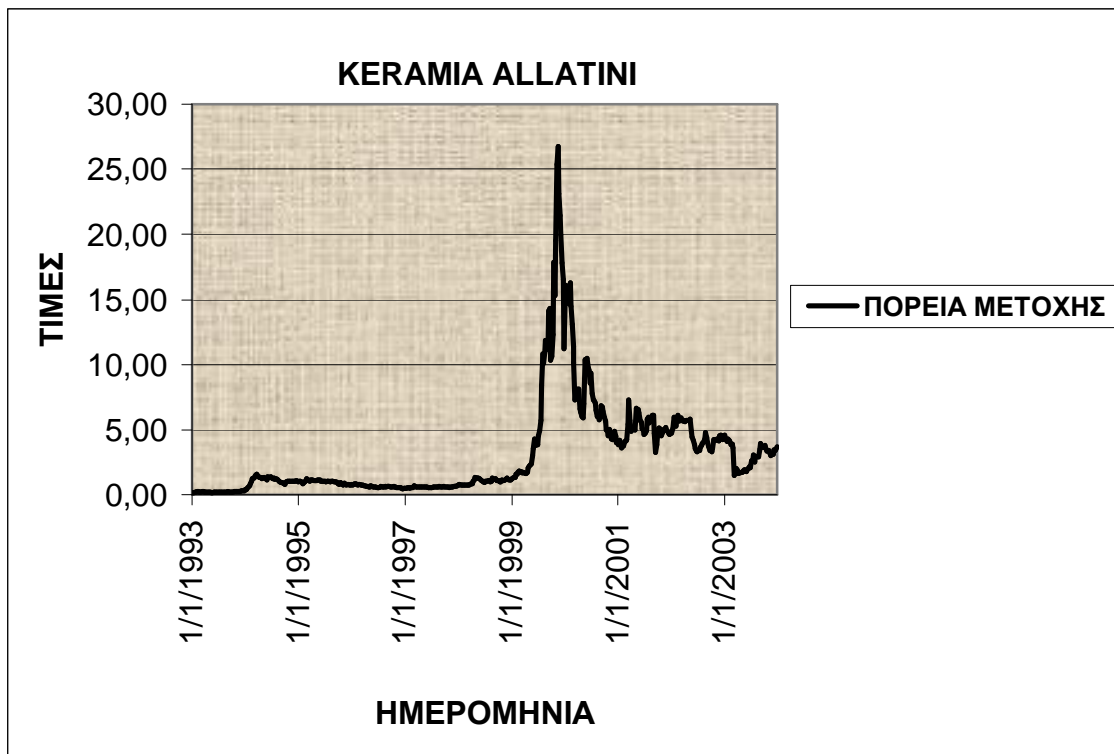
41. KARELIA TOBACCO



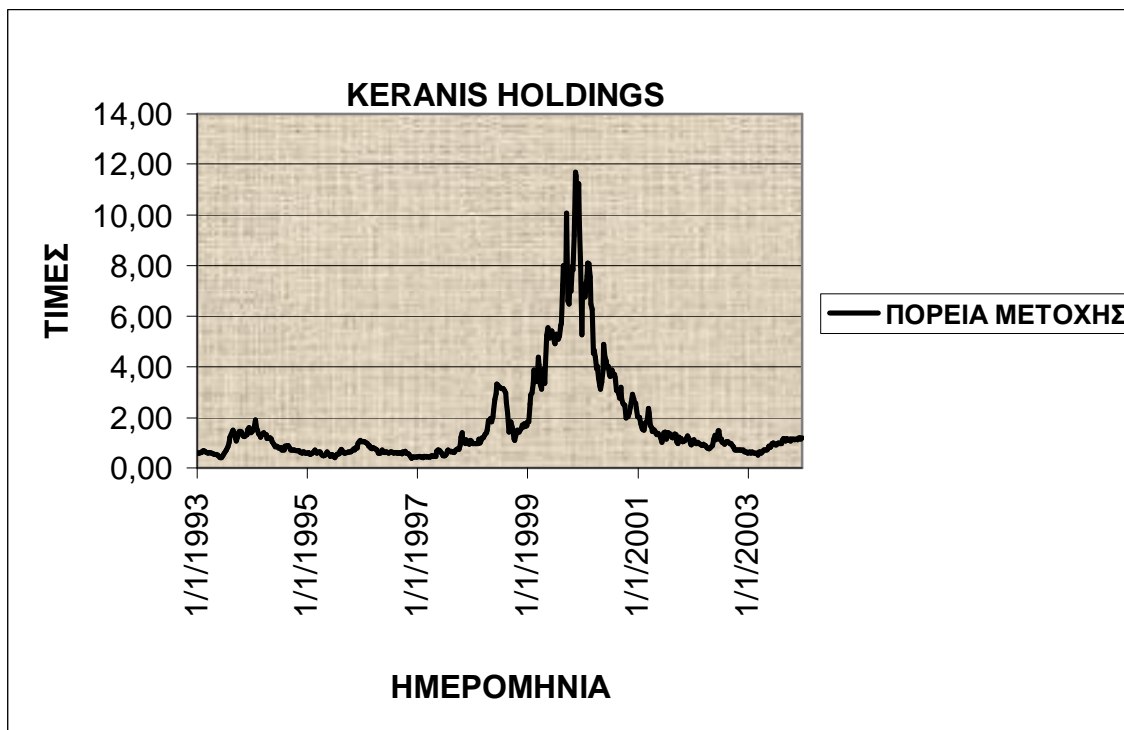
42. ΚΕΚΡΟΠΣ



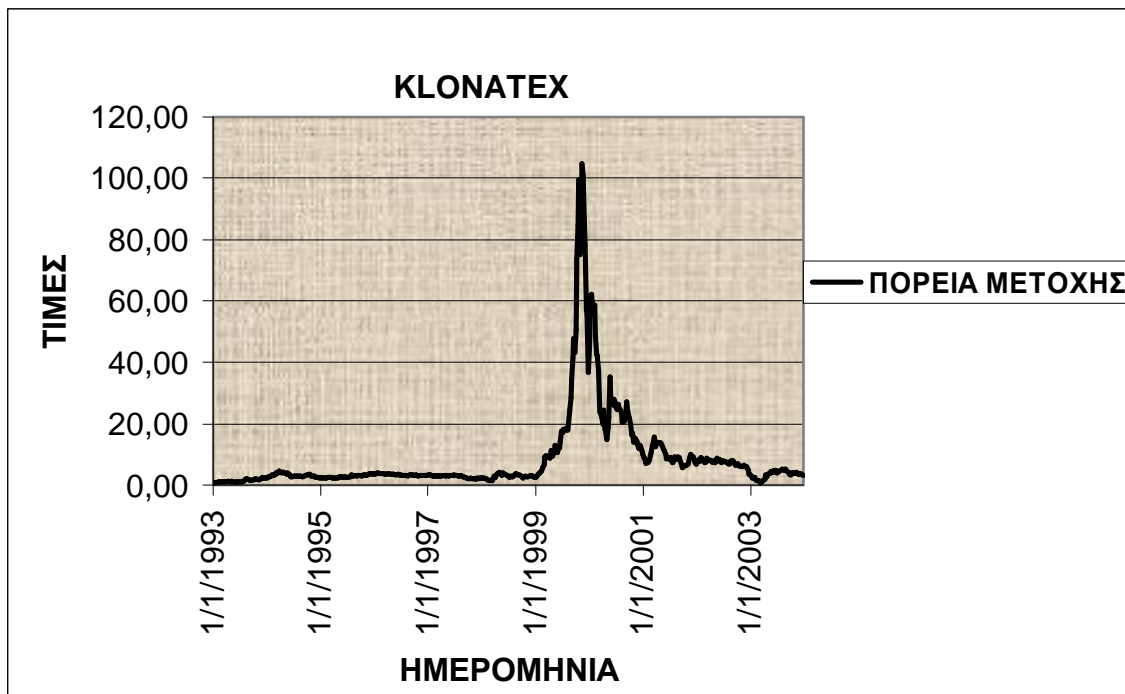
43. ΚΕΡΑΜΕΙΑ ΑΛΛΑΤΙΝΗ



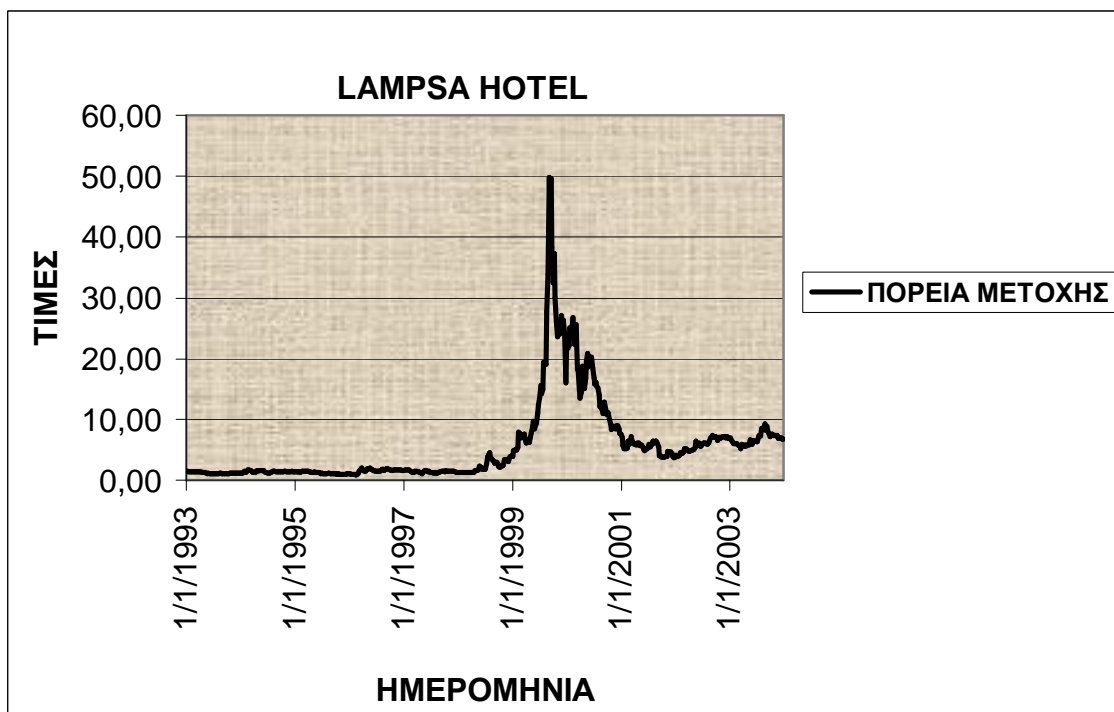
44. ΚΕΡΑΝΗΣ ΣΥΜΜΕΤΟΧΩΝ



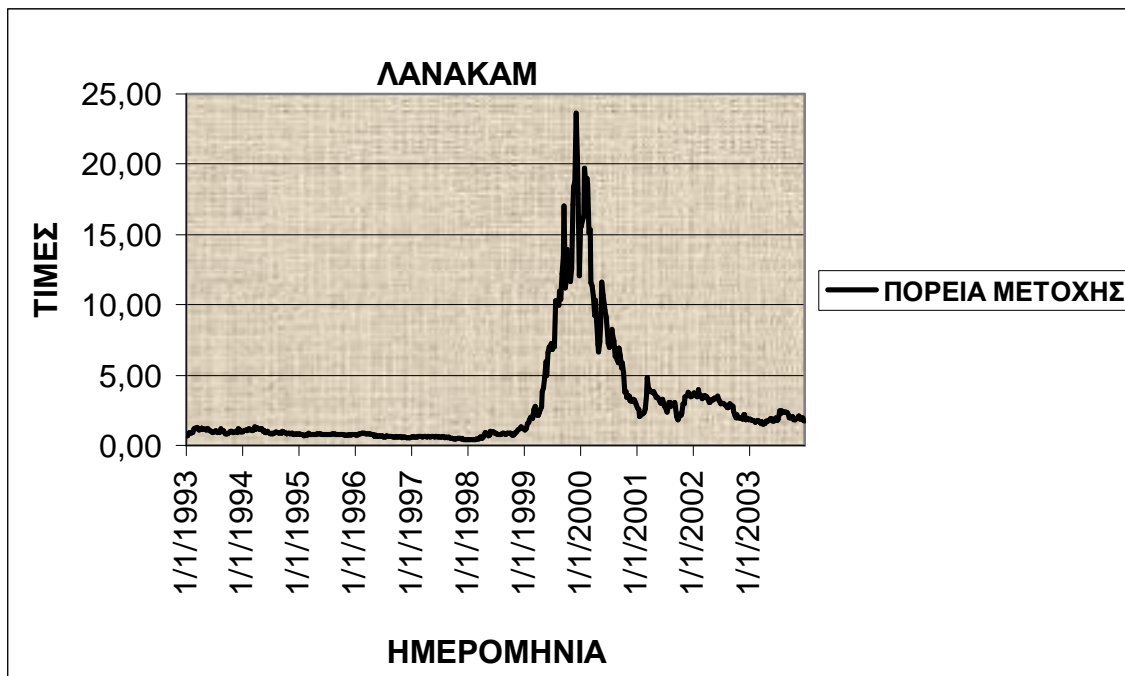
45. KLONATEX



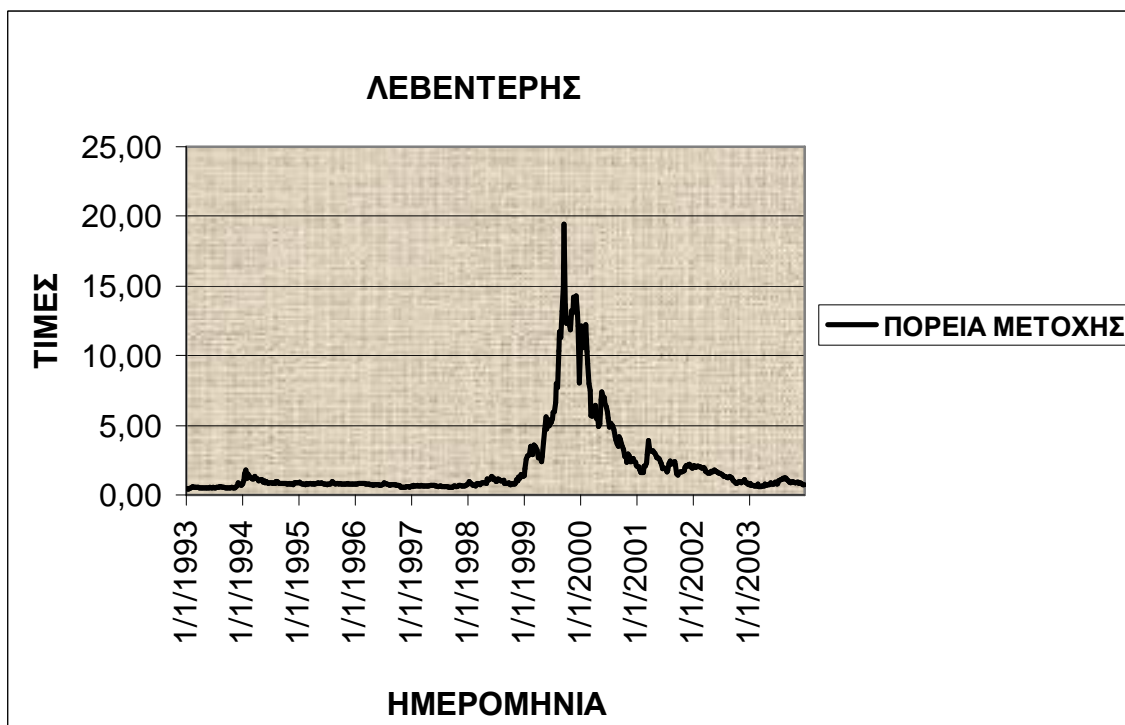
46. ΛΑΜΨΑ HOTEL



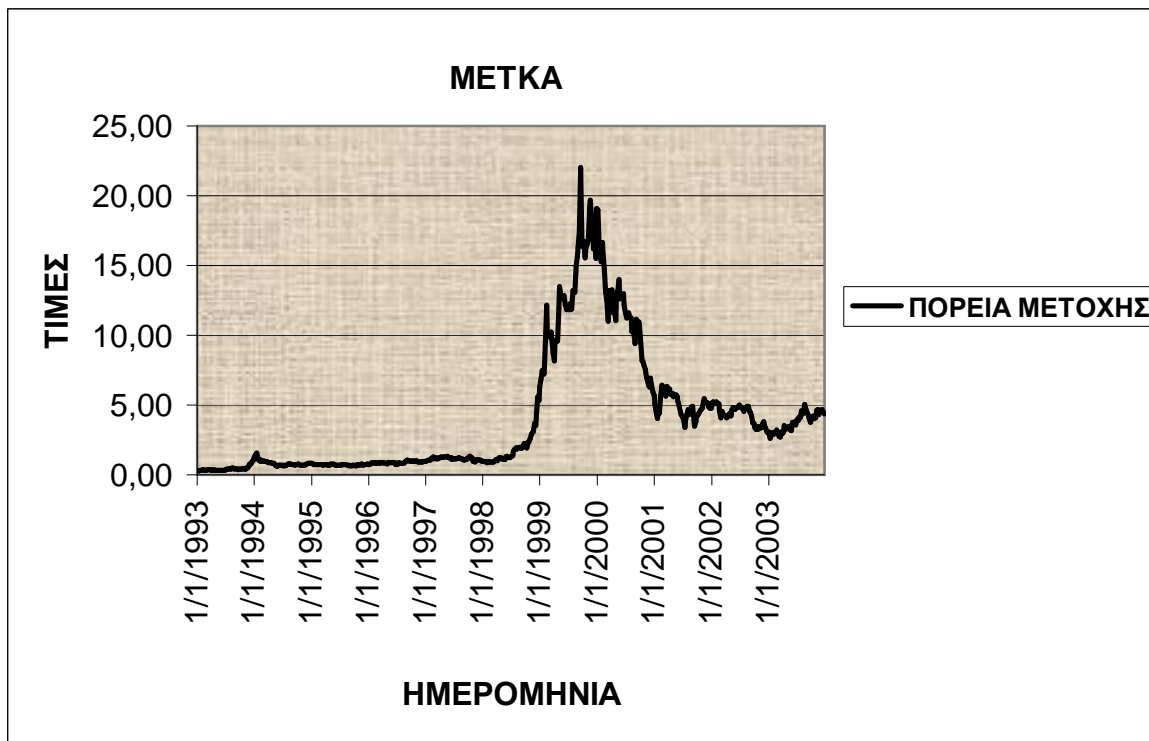
47. ΛΑΝΑΚΑΜ



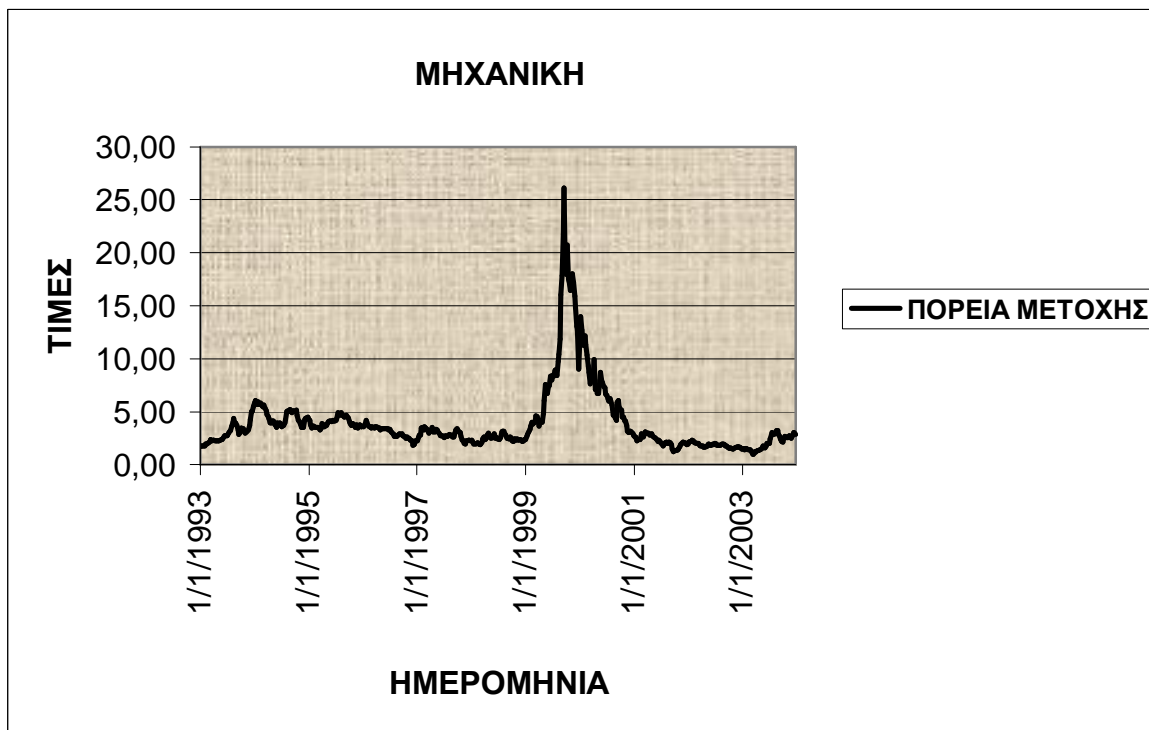
48. ΛΕΒΕΝΤΕΡΗΣ



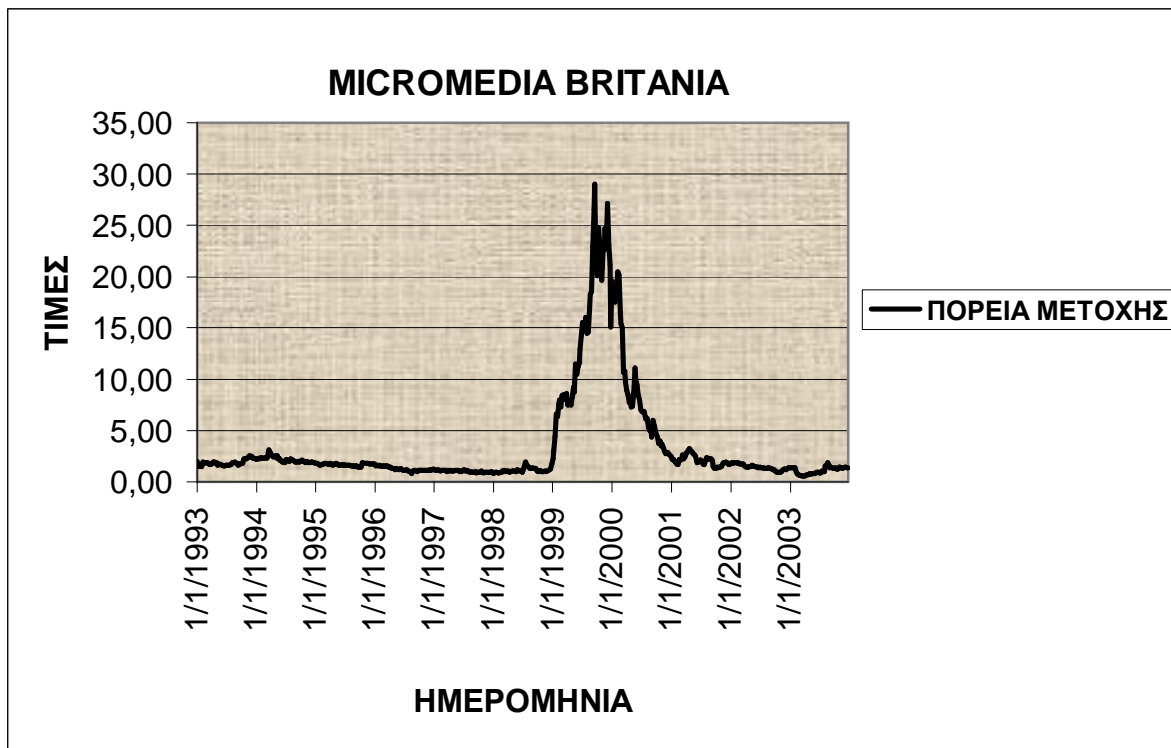
49. ΜΕΤΚΑ



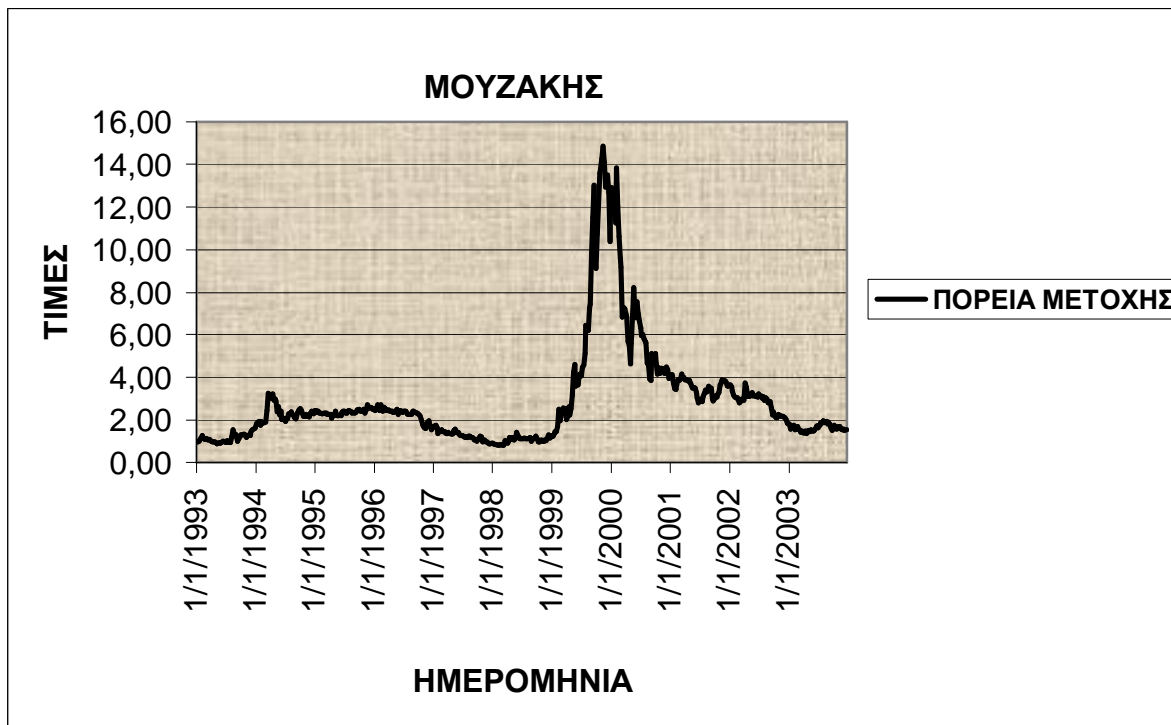
50. ΜΗΧΑΝΙΚΗ



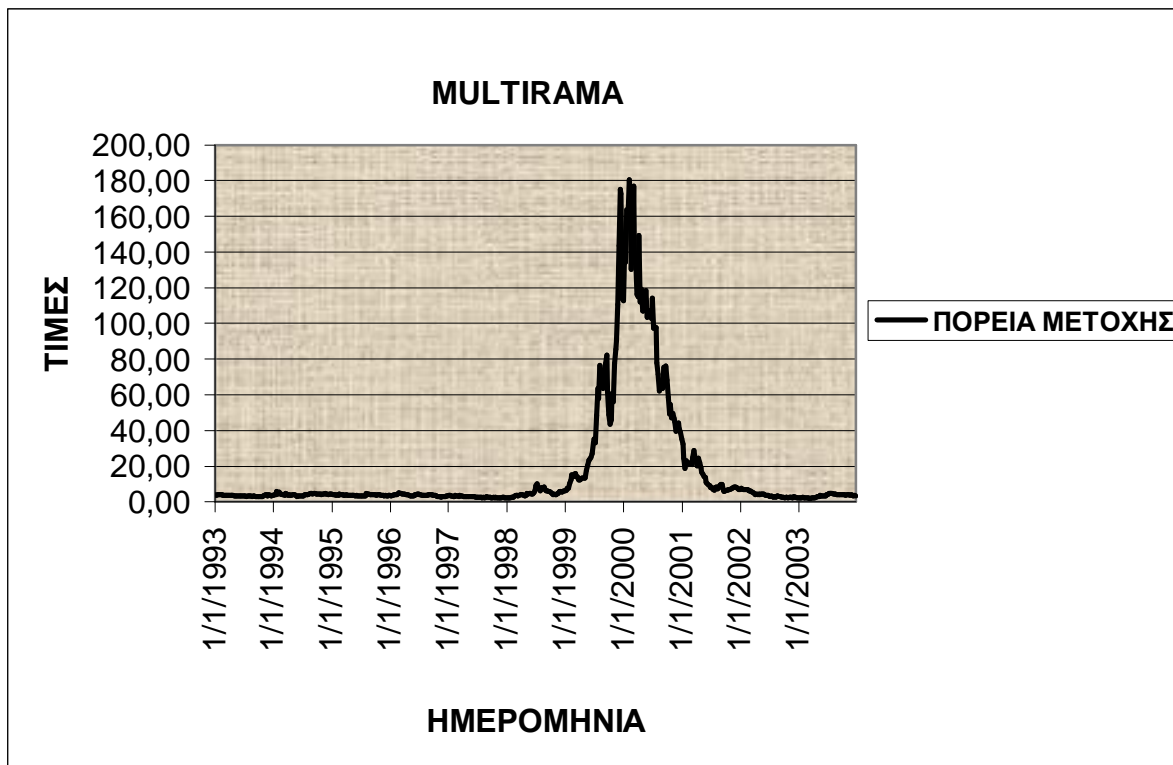
51. MICROMEDIA BRITANIA



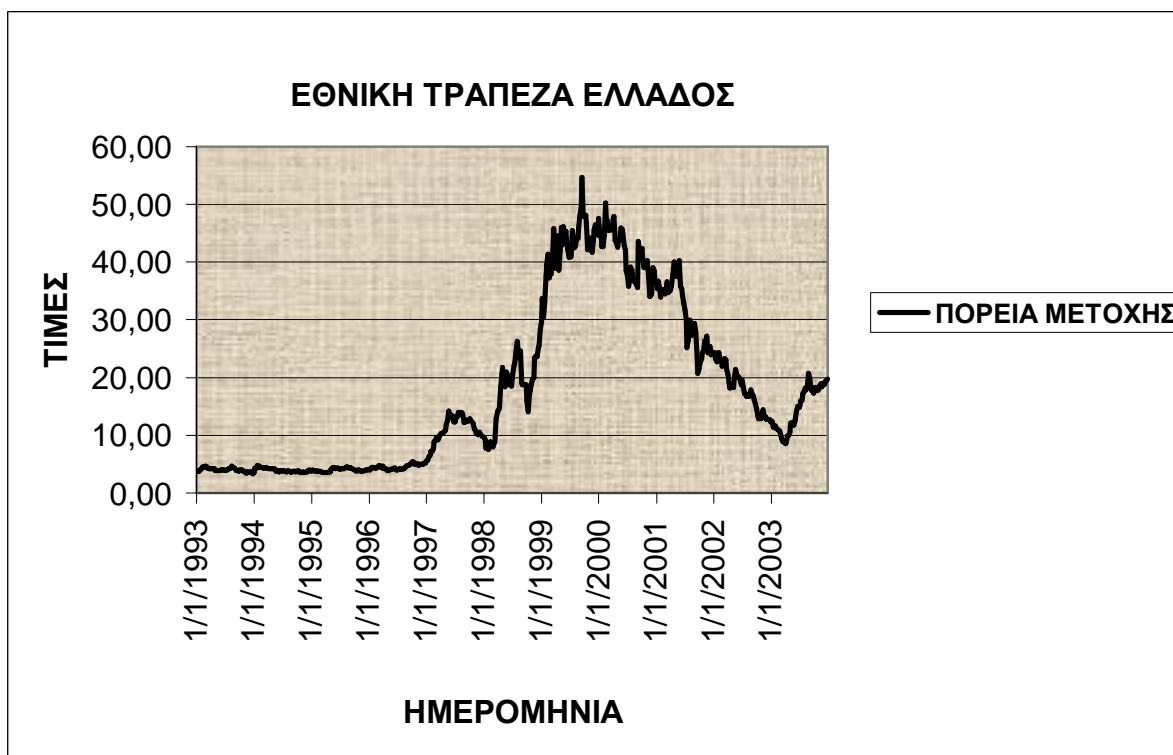
52. ΜΟΥΖΑΚΗΣ



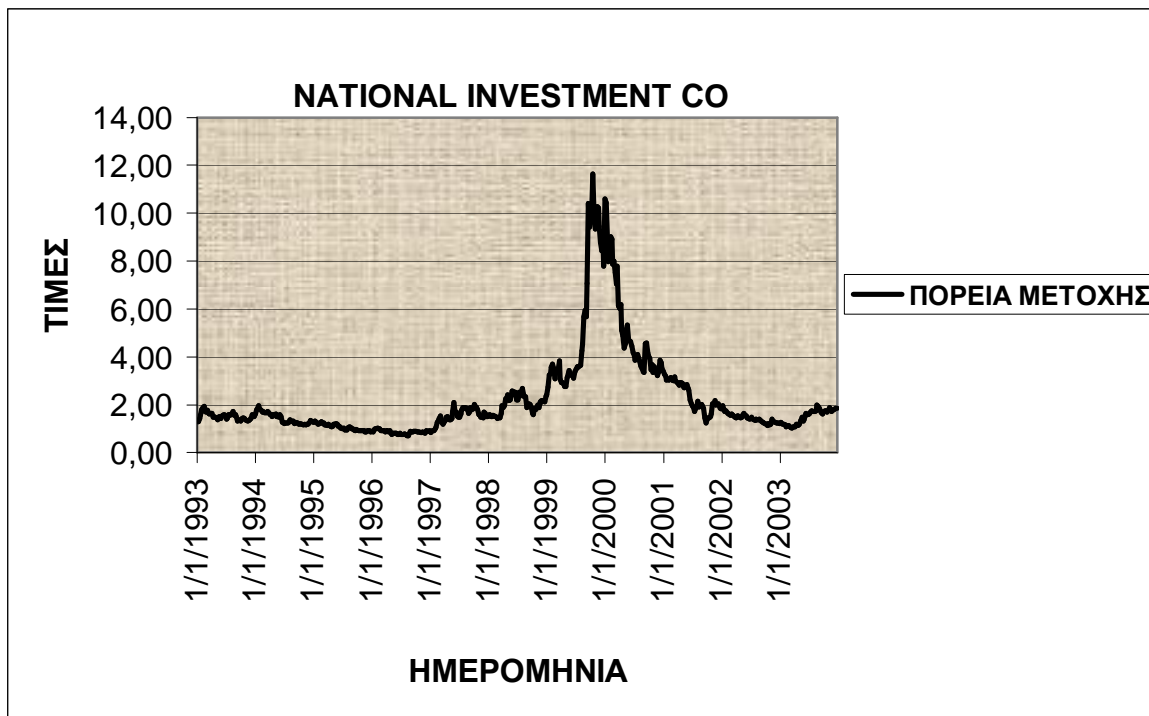
53. MULTIRAMA



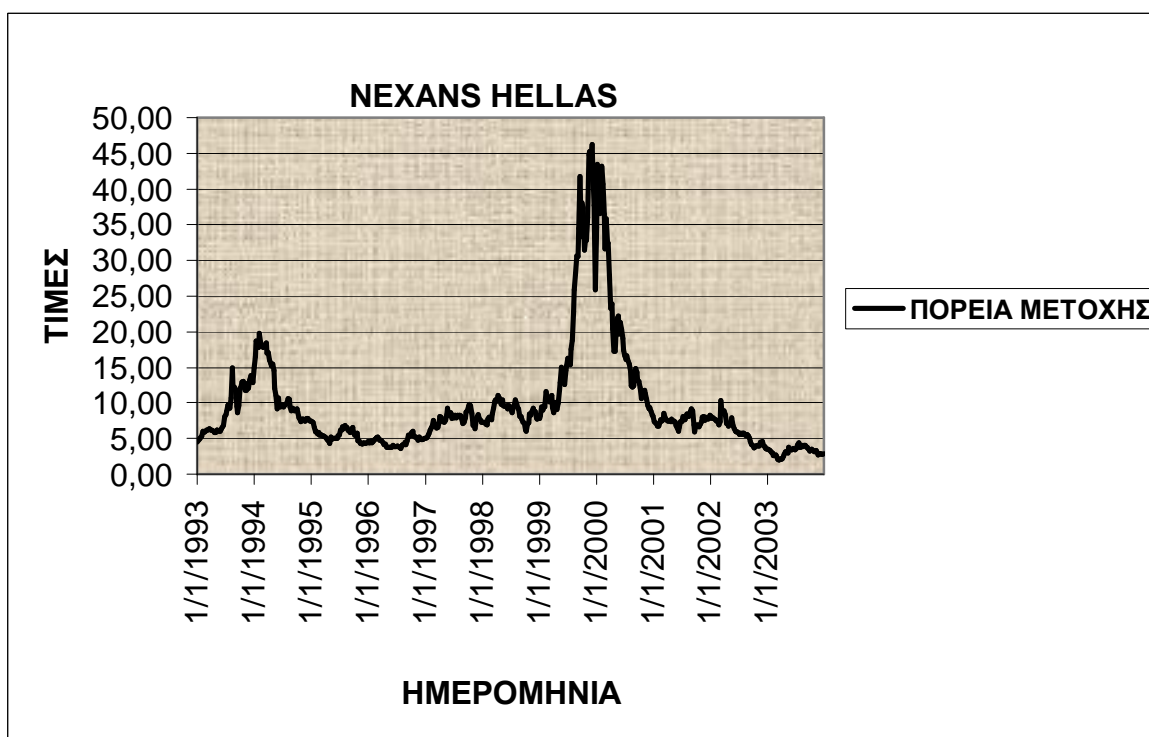
54. ΕΘΝΙΚΗ ΤΡΑΠΕΖΑ ΕΛΛΑΔΟΣ



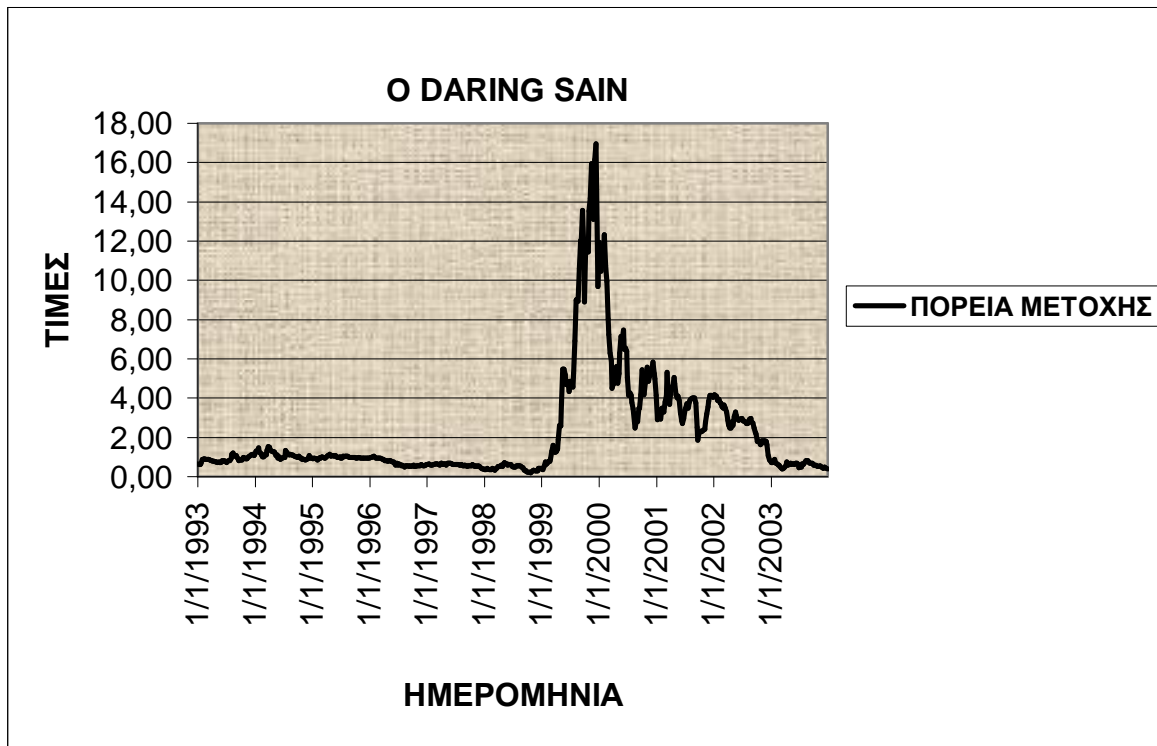
55. NATIONAL INVESTMENT



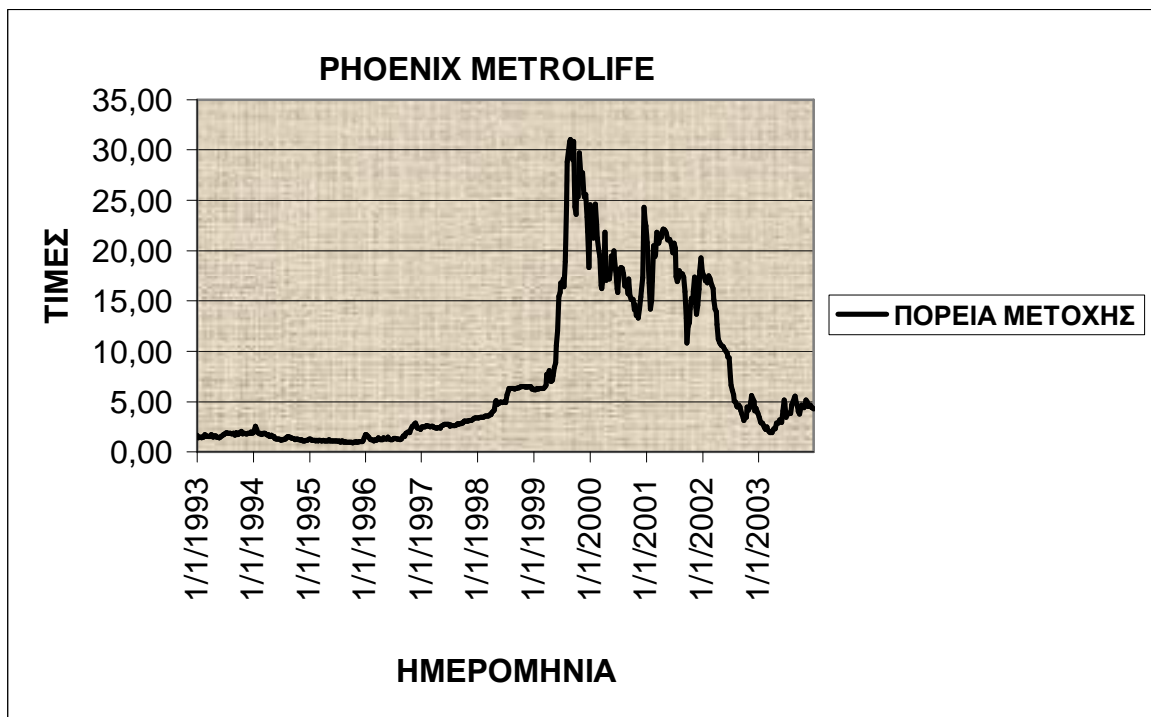
56. NEXANS HELLAS



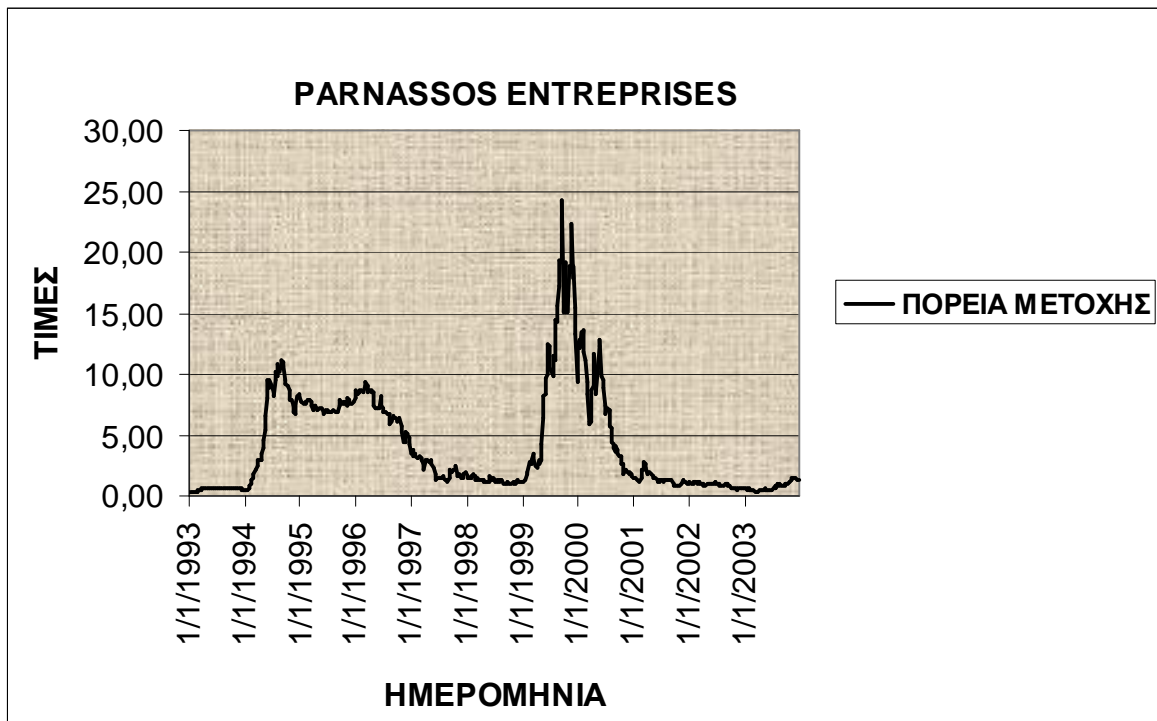
57. O DARING



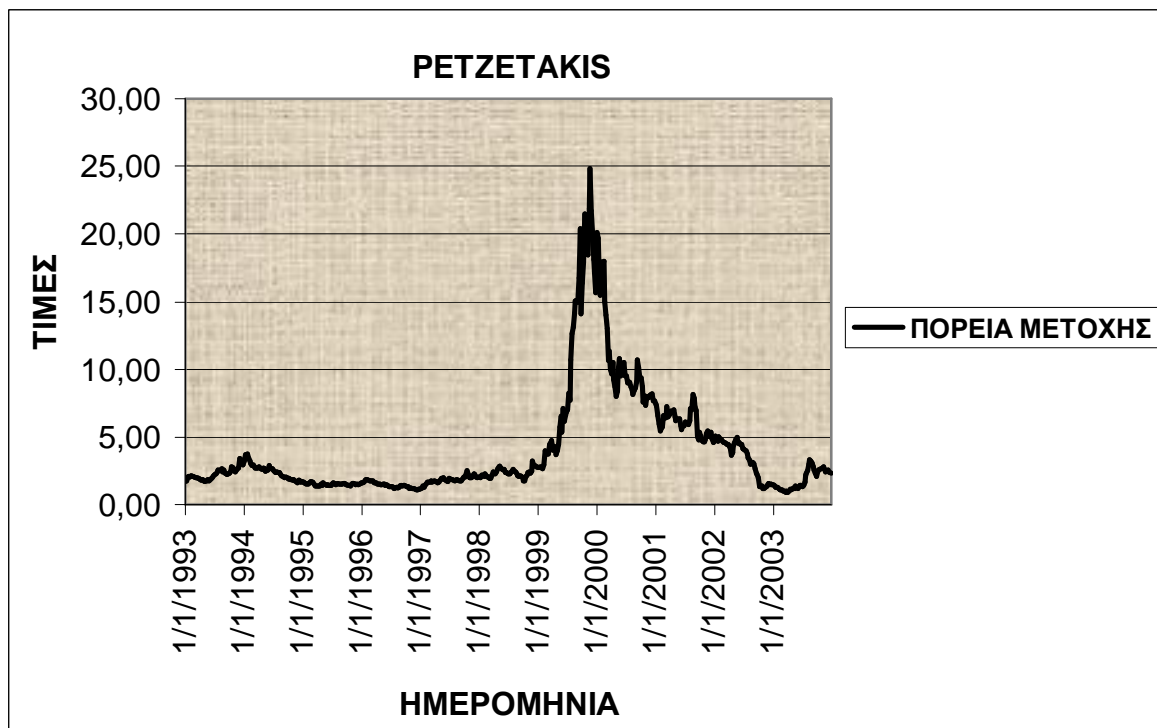
58. PHOENIX METROLIFE



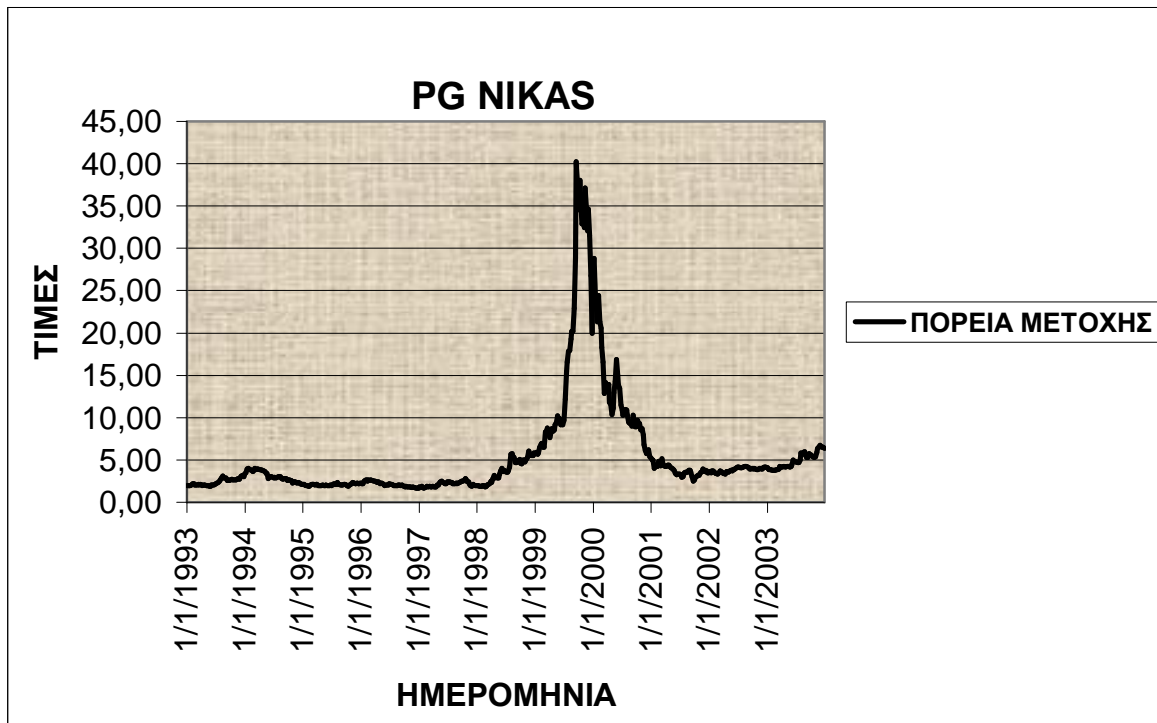
59. ΠΑΡΝΑΣΣΟΣ



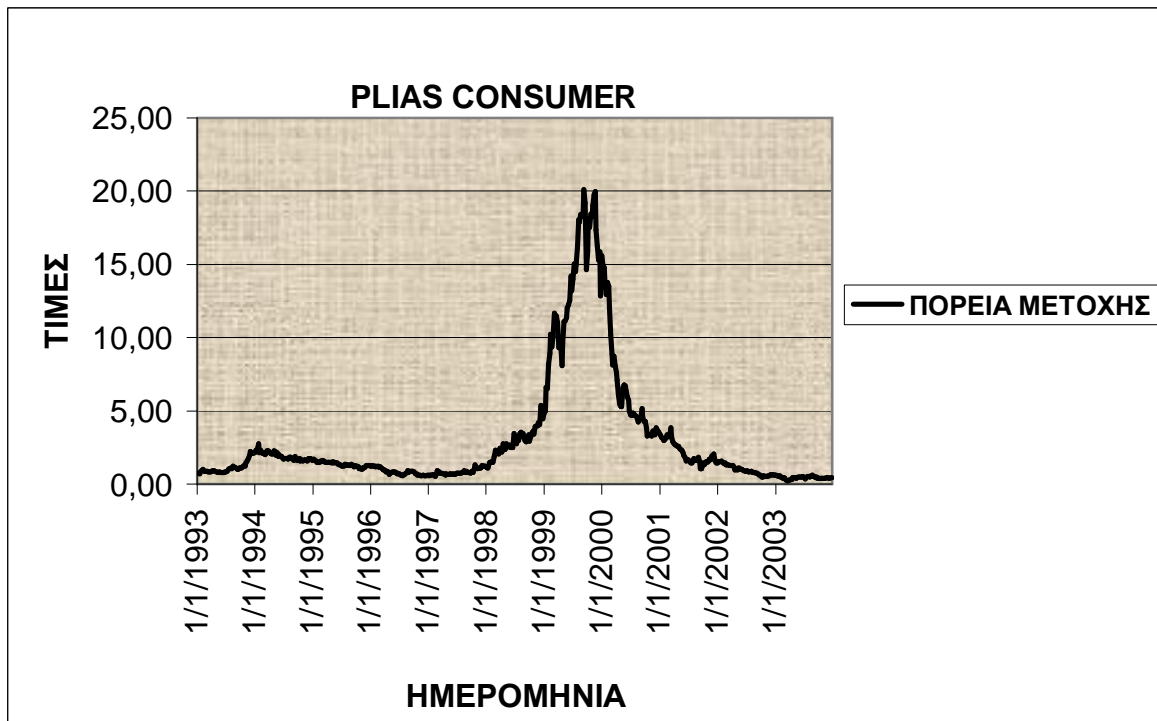
60. ΠΕΤΖΕΤΑΚΗΣ



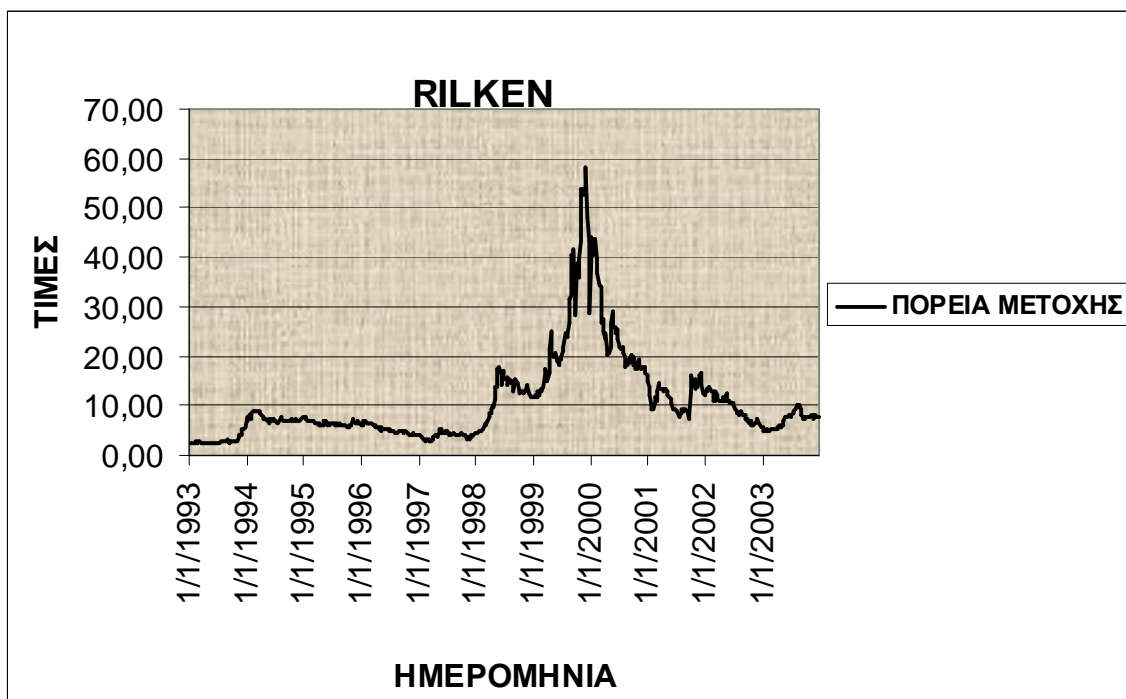
61. ΝΙΚΑΣ



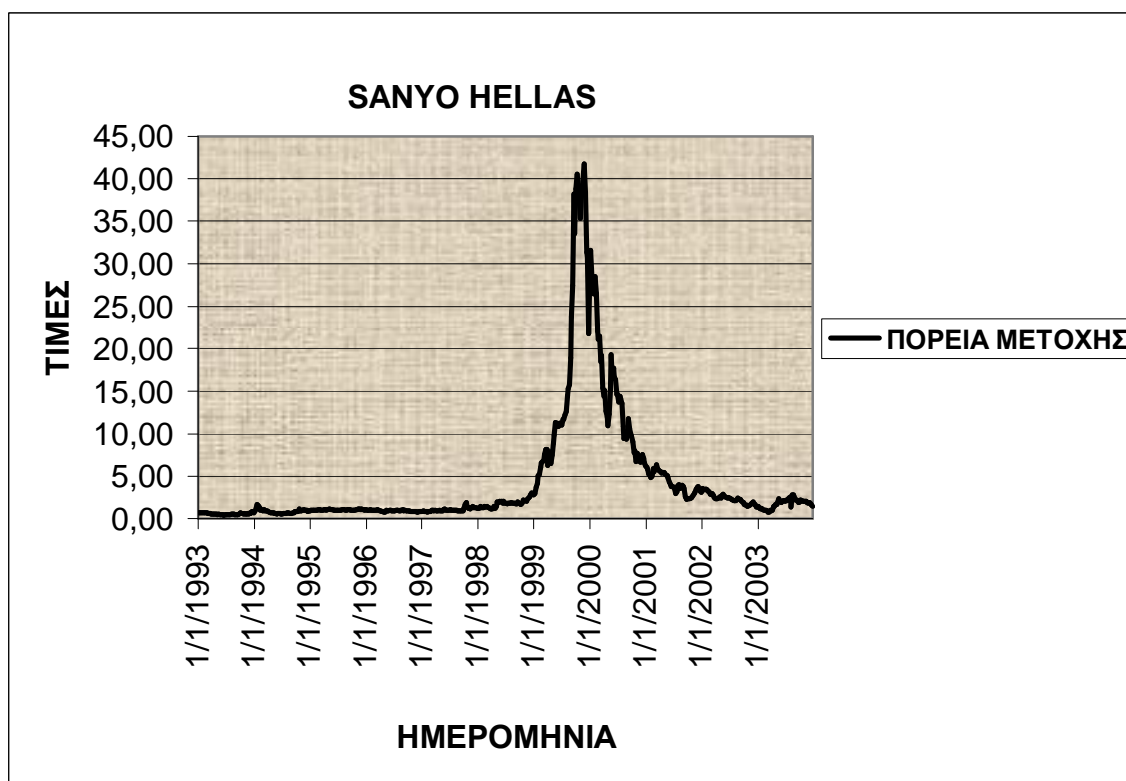
62. PLIAS CONSUYMER



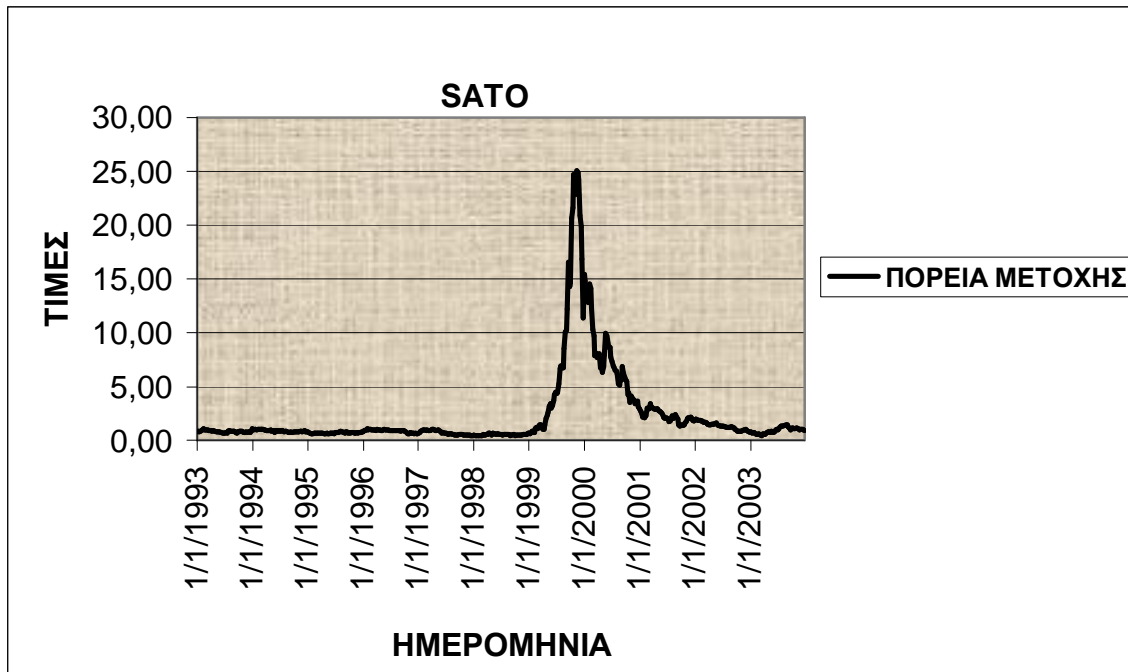
63. RILKEN



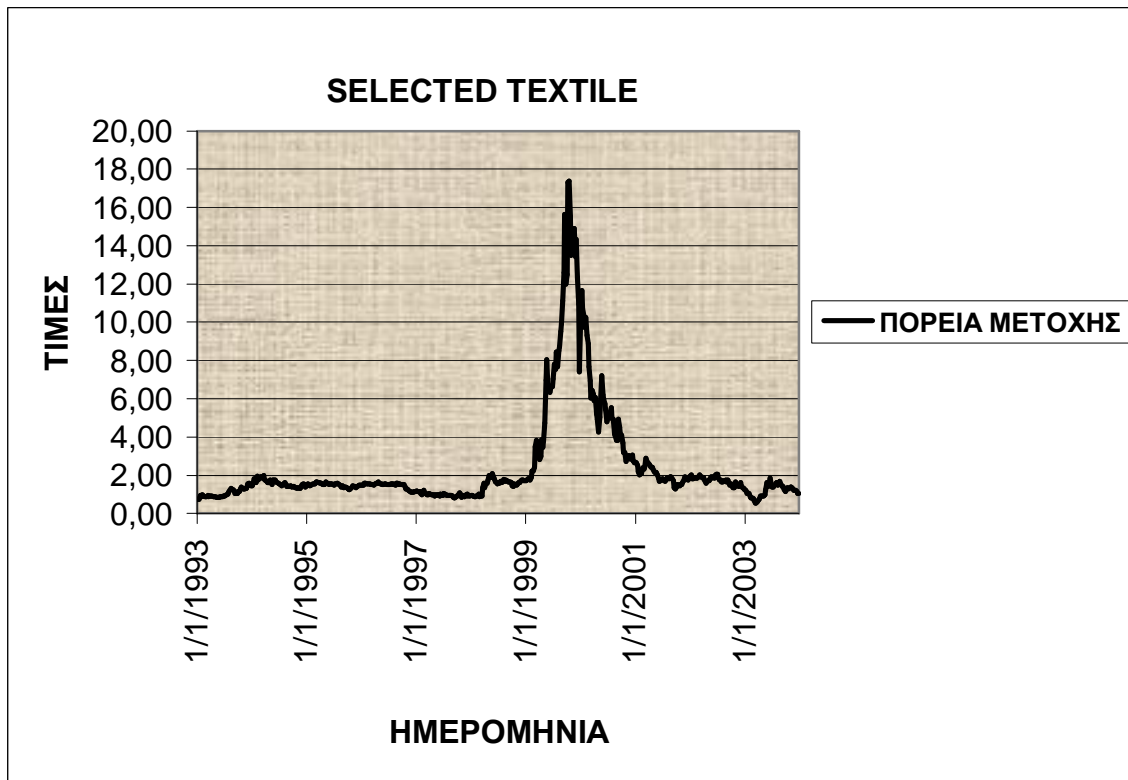
64. SANYO HELLAS



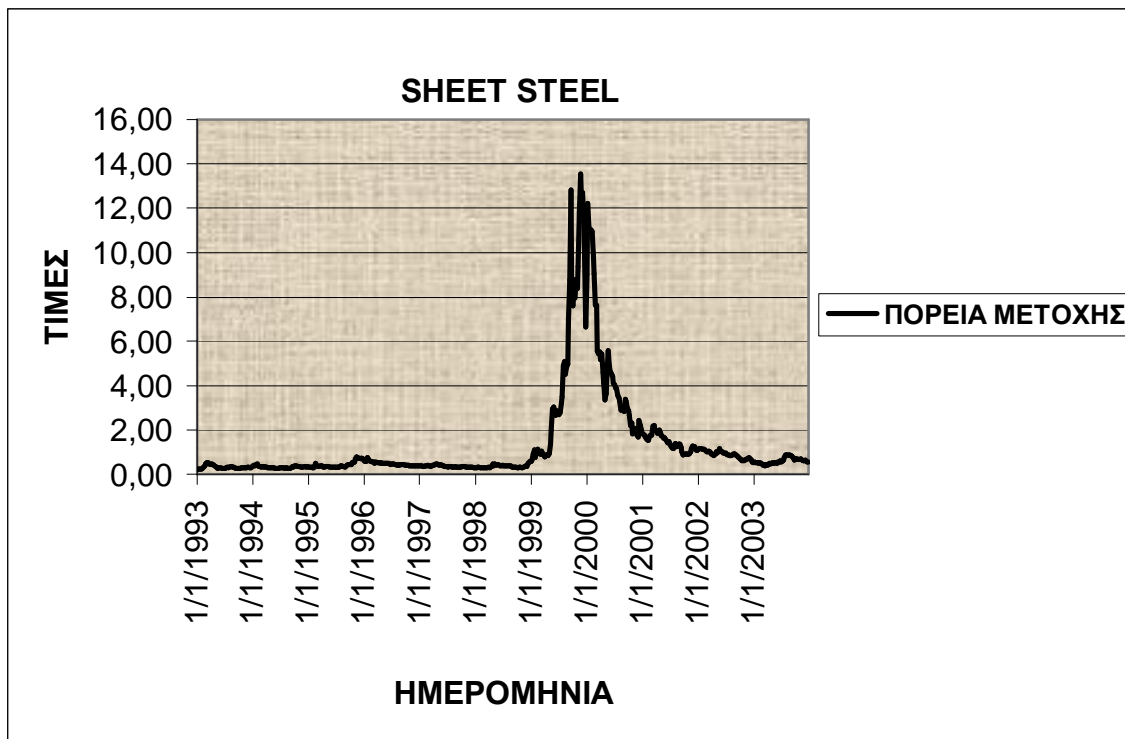
65. SATO



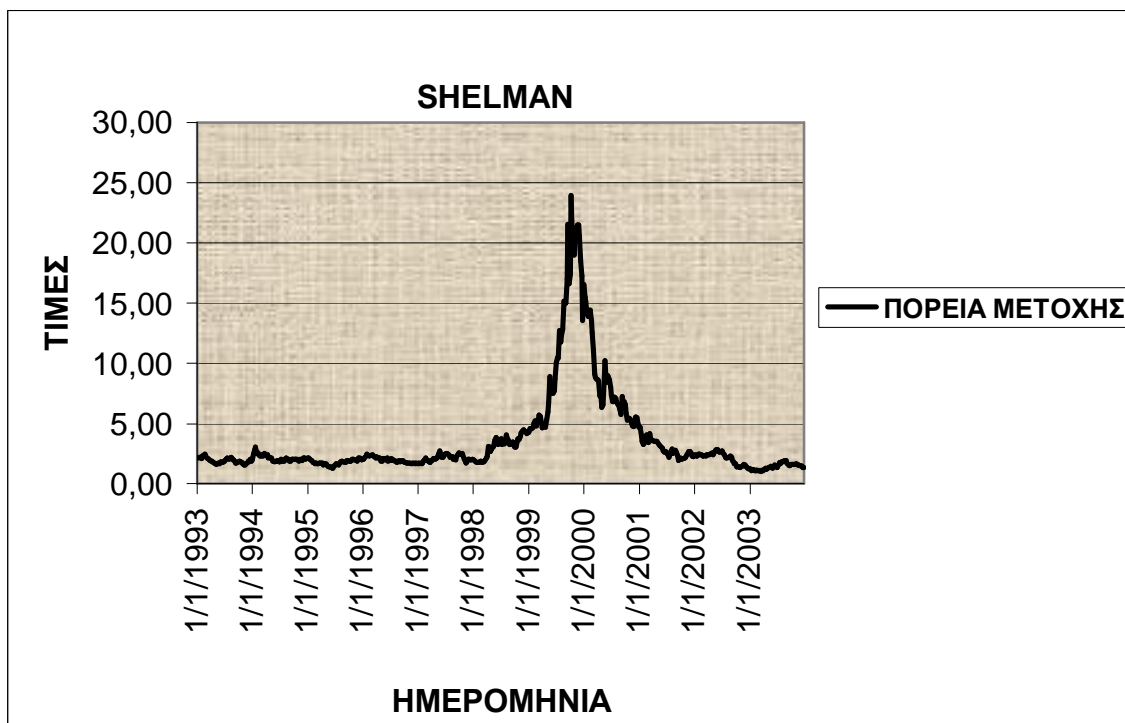
66. SELECTED TEXTILE



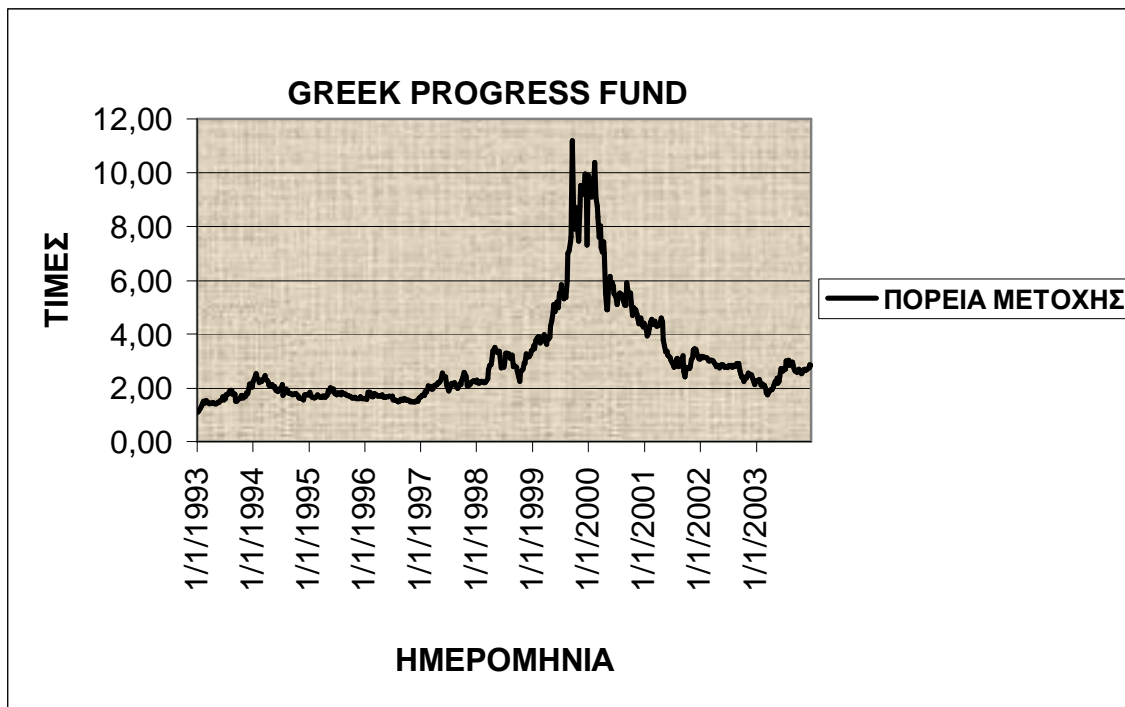
67. SHEET STEEL



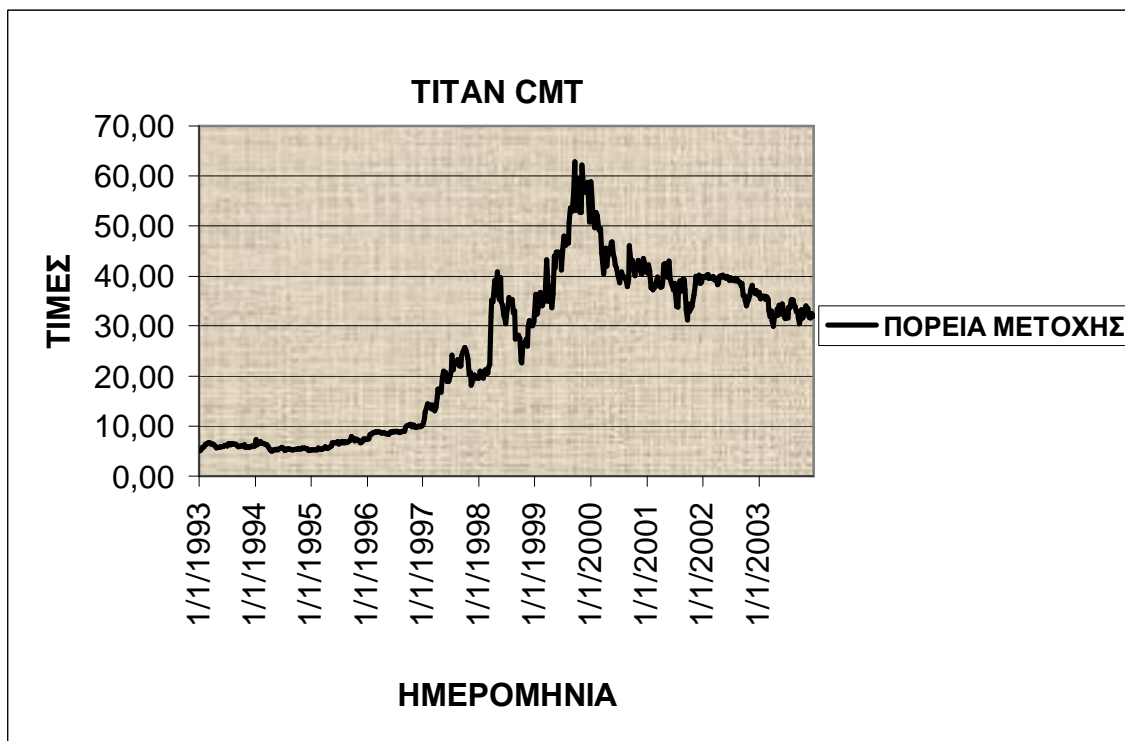
68. SHELMAN



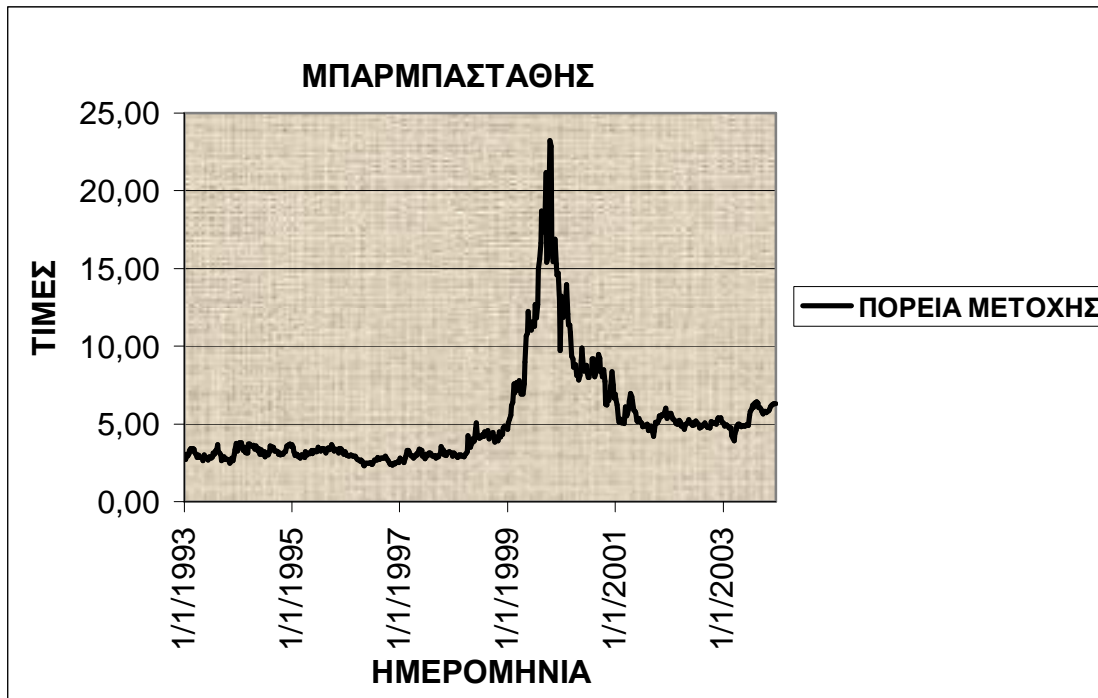
69. GREEK PROGRESS FUND



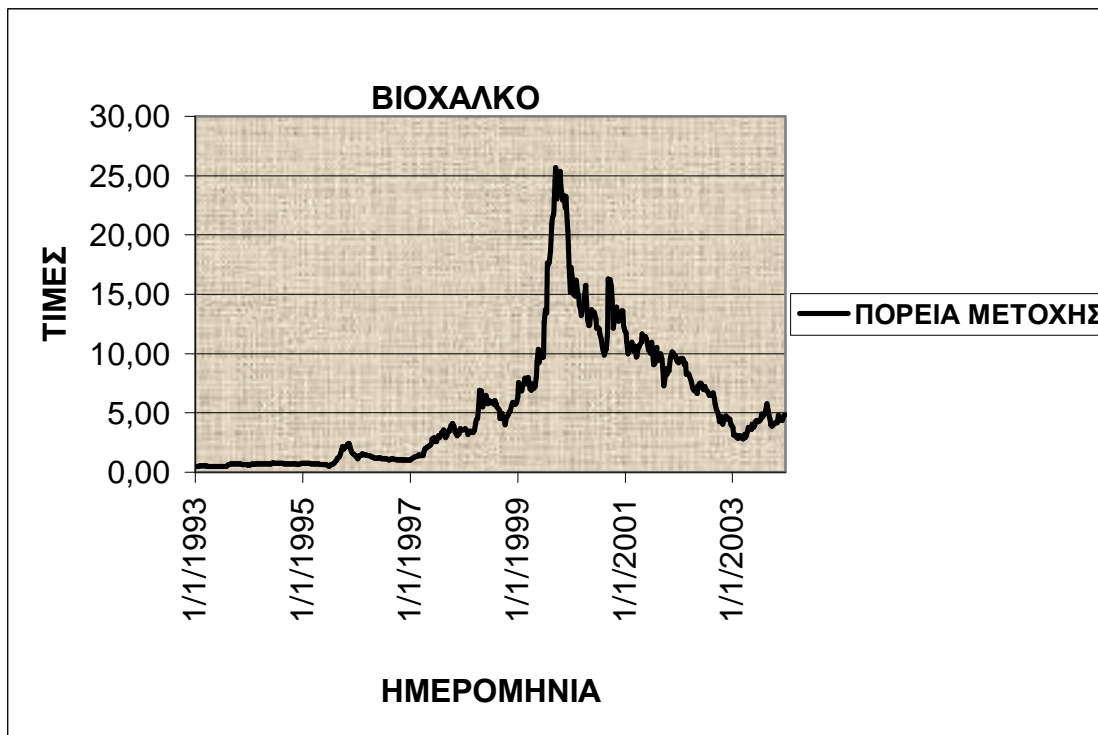
70. TITAN



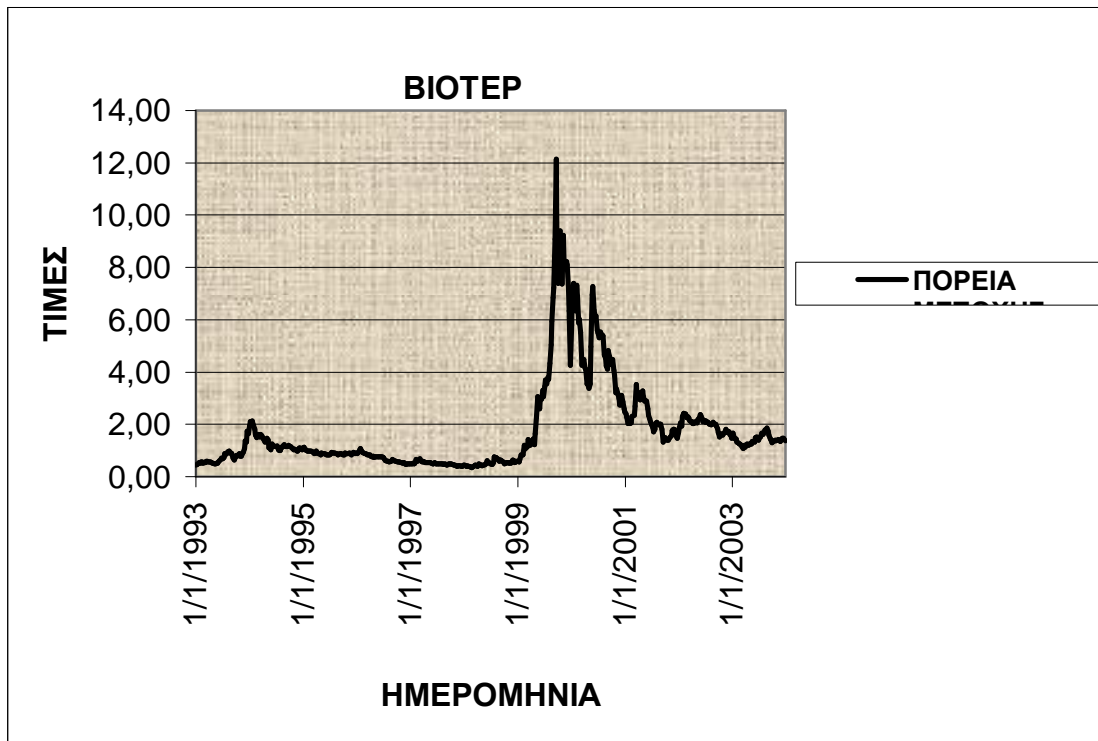
71. ΜΠΑΡΜΠΑΣΤΑΘΗΣ



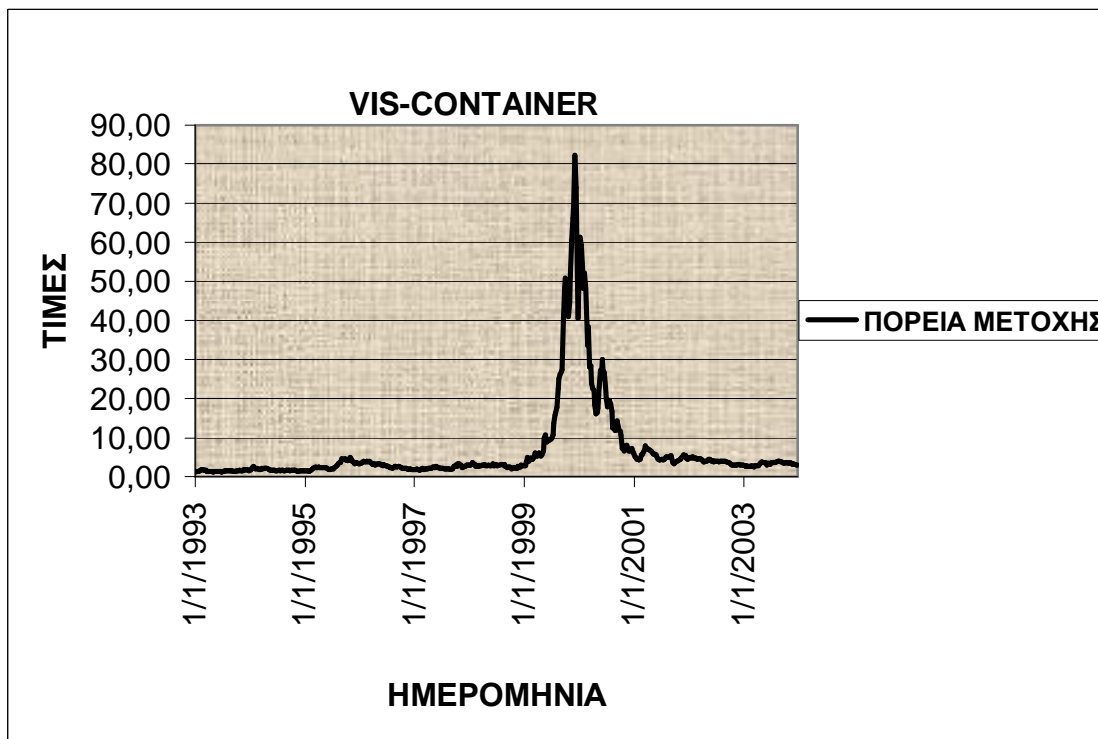
72. ΒΙΟΧΑΛΚΟ



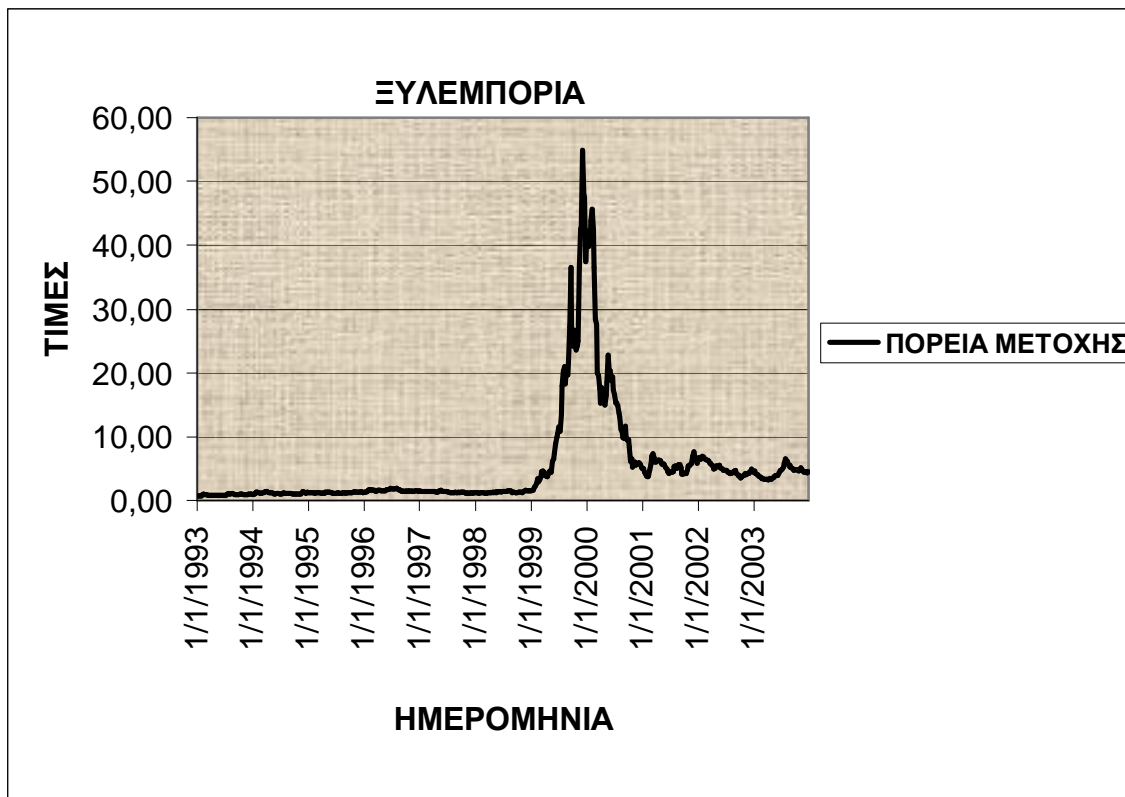
73. ΒΙΟΤΕΡ



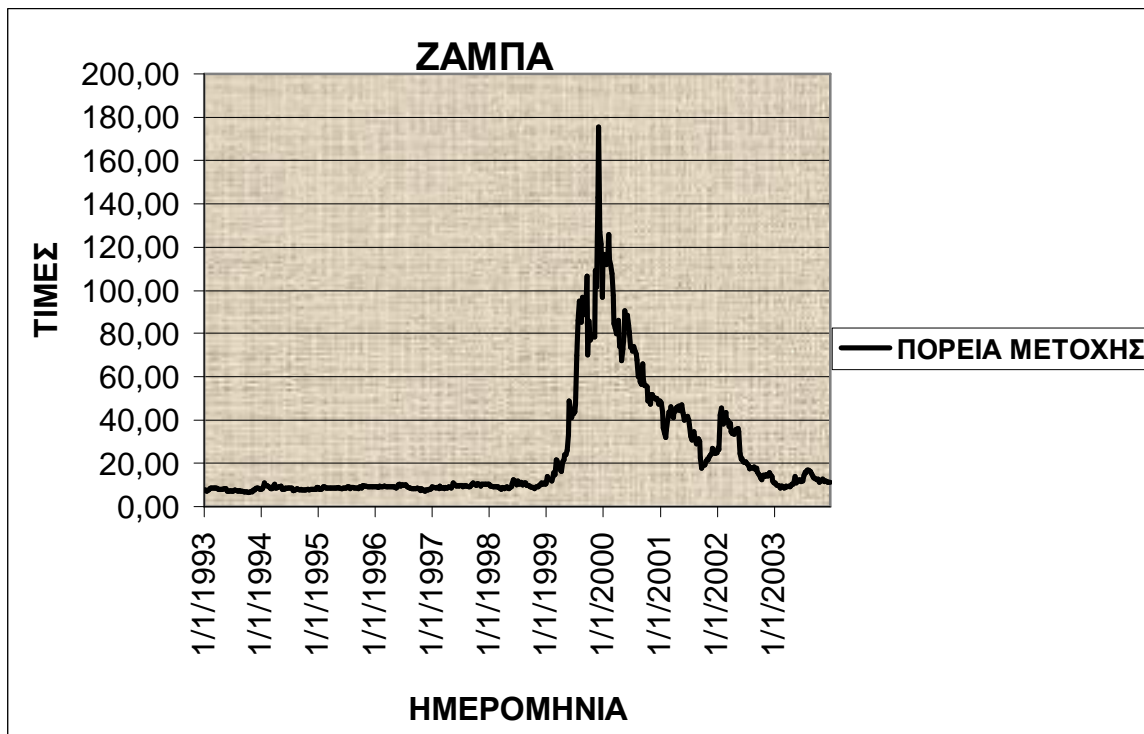
74. VIS CONTAINER



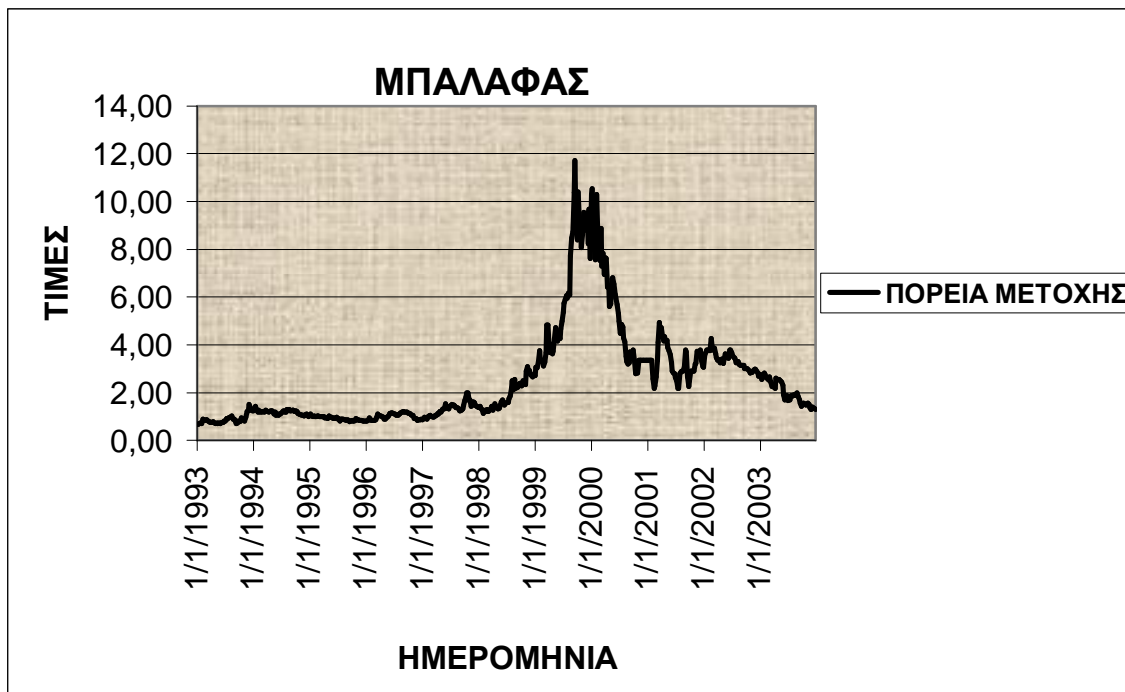
75. ΞΥΛΕΜΠΟΡΙΑ



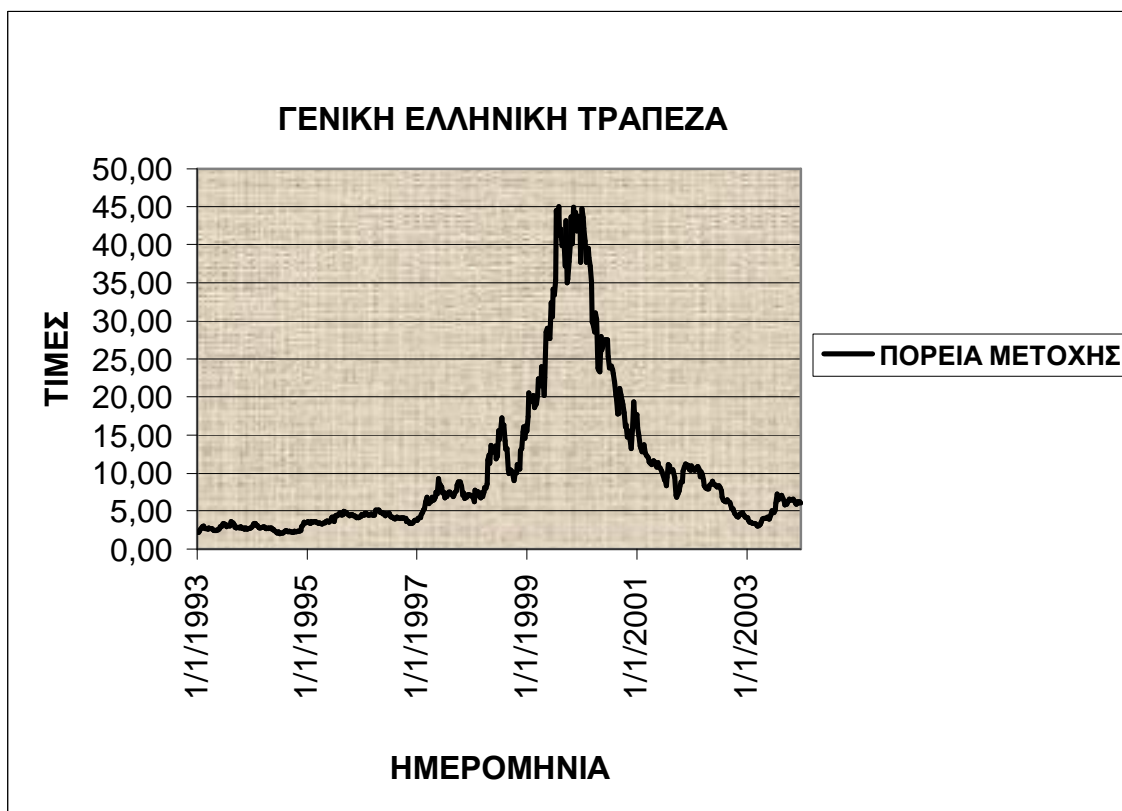
76. ΖΑΜΠΑ



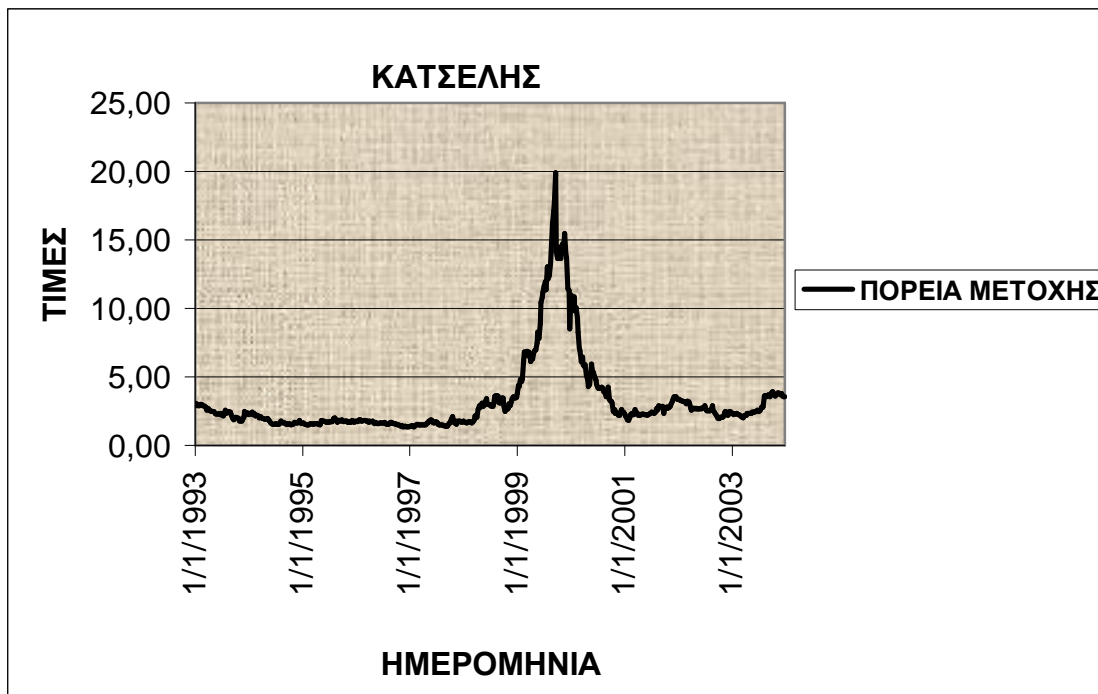
77. ΜΠΑΛΑΦΑΣ



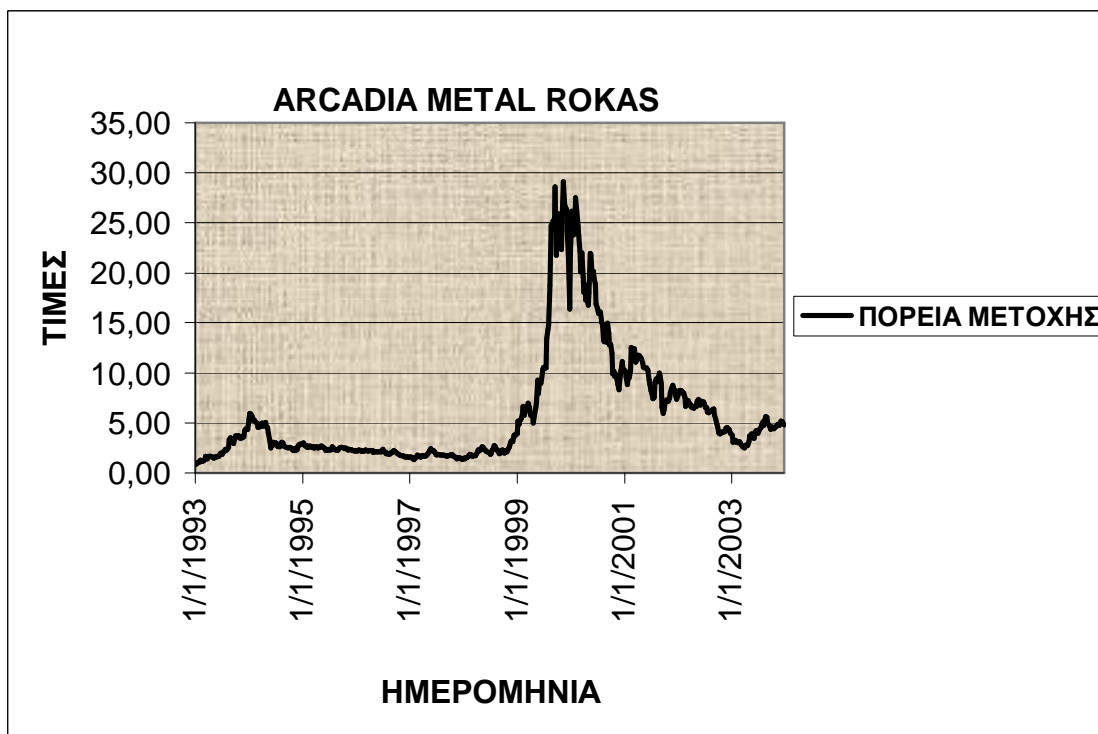
78. ΓΕΝΙΚΗ ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΤΡΑΠΕΖΑ



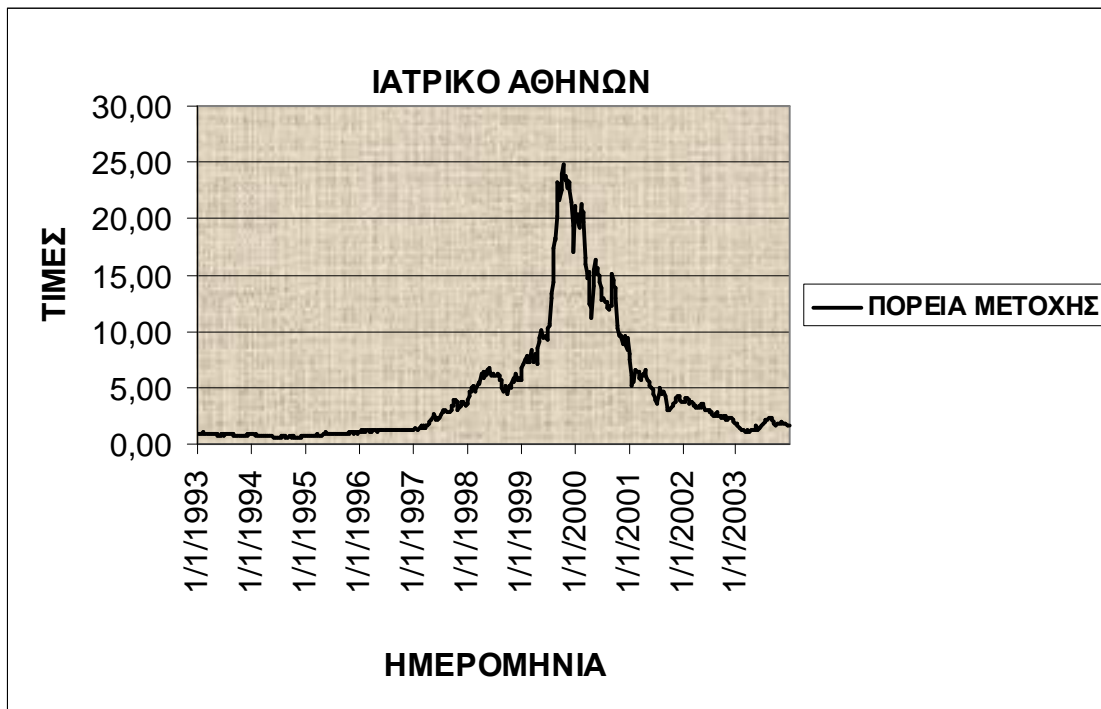
79. ΚΑΤΣΕΛΗΣ



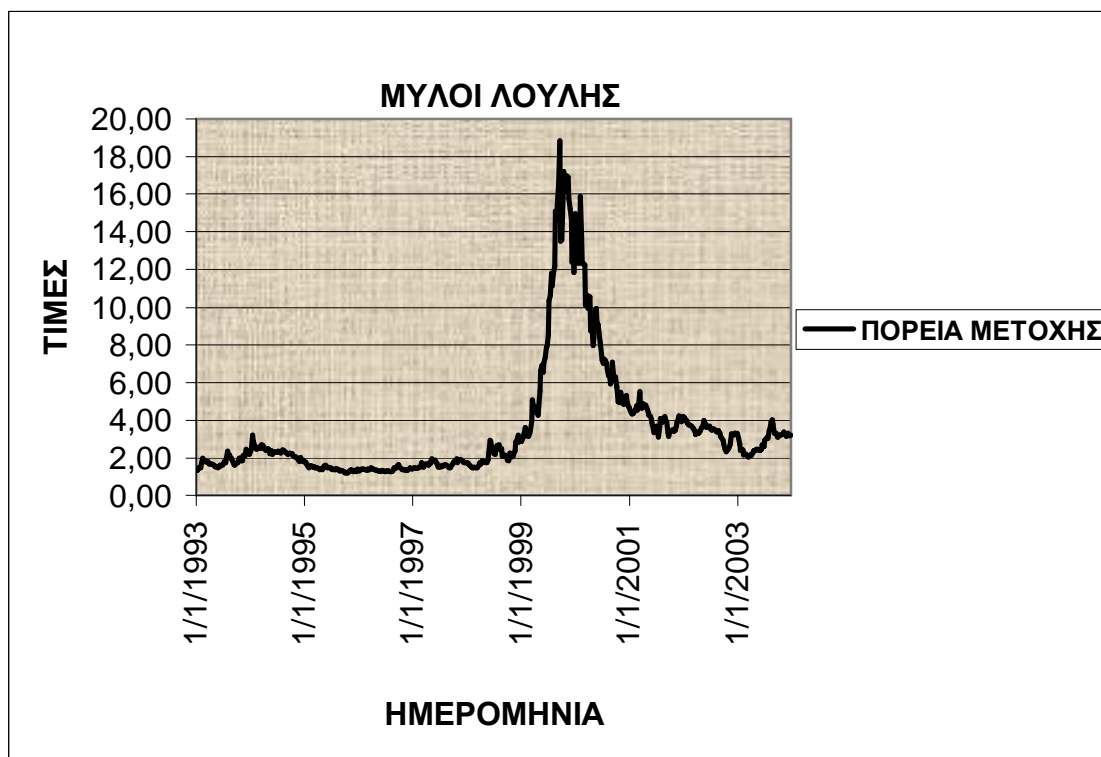
80. ΑΡΚΑΔΙΑ ΡΟΚΑΣ



81. ΙΑΤΡΙΚΟ ΑΘΗΝΩΝ



82. ΜΥΛΟΙ ΛΟΥΛΗΣ



83. ΚΑΛΠΙΝΗΣ ΣΙΜΟΣ

