



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ
ΤΜΗΜΑ ΧΡΗΜΑΤΟΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗΣ & ΤΡΑΠΕΖΙΚΗΣ ΔΙΟΙΚΗΤΙΚΗΣ
Μ.Π.Σ. ΣΤΗ ΧΡΗΜΑΤΟΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗ & ΤΡΑΠΕΖΙΚΗ ΔΙΟΙΚΗΤΙΚΗ

ΠΙΣΤΩΤΙΚΟΣ ΚΙΝΔΥΝΟΣ ΔΑΝΕΙΑΚΟΥ ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΟΥ ΜΕ ΔΥΟ
ΜΕΘΟΔΟΥΣ: ΑΝΕΞΑΡΤΗΤΩΝ ΚΑΙ ΣΥΣΧΕΤΙΣΜΕΝΩΝ ΑΘΕΤΗΣΕΩΝ.
ΕΚΤΙΜΗΣΗ ΕΜΠΕΙΡΙΚΗΣ ΚΑΤΑΝΟΜΗΣ ΖΗΜΙΩΝ ΕΝΟΣ ΔΑΝΕΙΑΚΟΥ
ΕΠΙΧΕΙΡΗΜΑΤΙΚΟΥ ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΟΥ ΜΙΚΡΟΜΕΣΑΙΩΝ ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΕΩΝ
(ΜΕΣΗ ΤΙΜΗ ΚΑΙ ΤΥΠΙΚΗ ΑΠΟΚΛΙΣΗ ΤΗΣ)

ΤΡΙΜΕΛΗΣ ΕΠΙΤΡΟΠΗ

Γ. ΚΑΤΣΙΜΠΡΗΣ (Επιβλέπων Καθηγητής
αντί του ΑΛΕΞ. ΜΠΕΝΟΥ)

Γ. ΣΚΙΑΔΟΠΟΥΛΟΣ

Ε. ΤΣΙΡΙΤΑΚΗΣ

Επιμέλεια :

ΧΡΗΣΤΟΣ ΜΑΡΚΟΠΟΥΛΟΣ

A.M.: ΜΧΡΗ/0413

Πειραιάς, Ιούνιος 2006

«Είναι ανώφελο να προσπαθείς να πεις σε ένα ορμητικό ποτάμι να σταματήσει να τρέχει. Το καλύτερο που έχεις να κάνεις είναι να μάθεις πώς να κολυμπάς προς την κατεύθυνση της ροής του.»

Στη μνήμη του παππού μου
και πρώτου μου δασκάλου
Εμμανουήλ

Στους γονείς μου, *Ιωάννη και Αμφιρίτη*,
ως δείγμα αναγνώρισης για
την αμέριστη συμπαράσταση και αφοσίωση
στην μέχρι τώρα πορεία μου...

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Αισθάνομαι την υποχρέωση να ευχαριστήσω το σύνολο του Διδακτικού και Ερευνητικού προσωπικού του Τμήματος Χρηματοοικονομικής & Τραπεζικής Διοικητικής του Πανεπιστημίου Πειραιώς για την πολύπλευρη προσφορά τους και την εν γένει συμβολή τους στην επιστημονική μου κατάρτιση, τόσο σε προπτυχιακό, όσο και σε μεταπτυχιακό επίπεδο.

Επίσης, ένα μεγάλο ευχαριστώ στον Καθηγητή κ. Αλέξανδρο Μπένο για την δυνατότητα που μου έδωσε να ασχοληθώ με κάτι τόσο σύνθετο και συνάμα τόσο ενδιαφέρον, την καθοριστική συμβολή του στη συγκέντρωση των απαραίτητων στοιχείων, αλλά και τις εποικοδομητικές παρατηρήσεις του για την περαίωση της εργασίας αυτής.

Τέλος, ευχαριστώ τους κ.κ.:

- Γεώργιο Ι. Πάσχα, Γενικό Διευθυντή Επιθεωρήσεως της Εθνικής Τραπέζης της Ελλάδος, για τις κατευθύνσεις και τη συμπαράστασή του καθόλη τη διάρκεια των σπουδών μου στο Πανεπιστήμιο.
- Mario R. Melchiori, CPA, Universidad Nacional del Litoral, Santa Fe, Argentina, άρθρο του οποίου αποτέλεσε την αφορμή και διευκόλυνε την εμπειρική εφαρμογή της εργασίας και
- Παναγιώτη Βλαχέα, υποψήφιο Διδάκτορα του Τμήματος Ηλεκτρολόγων Μηχανικών & Ηλεκτρονικών Υπολογιστών του Ε.Μ.Π., για την επεξήγηση των κωδικών της VBA.

Οποιοδήποτε σχόλιο ή/και παρατήρηση, αναφορικά με την παρούσα εργασία, είναι ευπρόσδεκτη στην ηλεκτρονική διεύθυνση : markopoulos2004@yahoo.gr

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

| | |
|--|-----------|
| ΟΡΟΛΟΓΙΑ – ΑΚΡΩΝΥΜΙΑ | 6 |
| ΕΙΣΑΓΩΓΗ | 7 |
| 1. ΠΙΣΤΩΤΙΚΟΣ ΚΙΝΔΥΝΟΣ | 9 |
| 1.1. Έννοια και μορφές του τραπεζικού κινδύνου..... | 9 |
| 1.2. Η έννοια του πιστωτικού κινδύνου | 9 |
| 1.3. Συστατικά στοιχεία του πιστωτικού κινδύνου..... | 10 |
| 1.4. Εκτίμηση πιθανότητας αθέτησης..... | 11 |
| 1.5. Συσχέτιση αθέτησης..... | 11 |
| 1.6. Ζημία από αθέτηση | 14 |
| 2. ΜΕΤΡΗΣΗ ΠΙΣΤΩΤΙΚΟΥ ΚΙΝΔΥΝΟΥ | 15 |
| 2.1. Επισκόπηση της σύγχρονης θεωρίας χαρτοφυλακίου..... | 15 |
| 2.2. Εφαρμογή της σύγχρονης θεωρίας χαρτοφυλακίου σε μη διαπραγματεύσιμα ομόλογα και δάνεια | 18 |
| 2.3. Αιτίες ανάπτυξης μοντέλων μέτρησης πιστωτικού κινδύνου | 19 |
| 2.4. Συστήματα διαβάθμισης πιστωτικού κινδύνου και πίνακες μεταβολής πιστοληπτικής ικανότητας | 20 |
| 2.5. Η δυσκολία της μέτρησης του πιστωτικού κινδύνου | 25 |
| 2.6. Εναλλακτικές μεθοδολογίες ανάπτυξης μοντέλων πιστωτικού κινδύνου..... | 26 |
| 2.7. Μοντέλο Credit Metrics (Mark to Market Model)..... | 27 |
| 2.8. Μοντέλο Credit Risk Plus (Default Model)..... | 28 |
| 3. ΔΑΝΕΙΑΚΟ ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΟ | 31 |
| 3.1. Μικρο-Μεσαίες Επιχειρήσεις | 32 |
| 3.2. Μελέτη ICAP | 33 |
| 3.3. Πλεονεκτήματα και αδυναμίες των MME | 36 |
| 3.4. Εκτίμηση χρηματοοικονομικής συμπεριφοράς των MME | 36 |
| 3.5. Πιστωτικός κίνδυνος από δάνεια προς MME..... | 37 |
| 4. ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ – ΕΦΑΡΜΟΓΗ | 39 |
| 4.1. Καθορισμός δείγματος | 39 |
| 4.2. Επιλογή μοντέλου | 39 |
| 4.3. Εφαρμογή..... | 41 |
| 5. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ | 52 |

| | |
|---|-----------|
| ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ | 54 |
| ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ | 56 |
| Κωδικός VBA για τη δημιουργία της εντολής FFT..... | 57 |
| Απόδειξη Αρνητικής Διωνυμικής Κατανομής της CR ⁺ | 58 |

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΡΡΑΙΑ

ΟΡΟΛΟΓΙΑ – ΑΚΡΩΝΥΜΙΑ

Ελληνική Ορολογία

Αγγλική Ορολογία

Ακρωνύμιο

| | | |
|--|---|---------|
| - Αντιστοίχιση | Mapping | '1 - 1' |
| - Αντίστροφος Ταχύς Μετασχηματισμός Fourier | Inverse Fast Fourier Transform | IFFT |
| - Αντίστροφος Μετασχηματισμός Fourier | Inverse Fourier Transform | IFT |
| - Αρνητική Διωνυμική Κατανομή | Negative Binomial Distribution | NB |
| - Ατομικές Επιχειρήσεις | Sole Poprietorships | --- |
| - Διακριτός Μετασχηματισμός Fourier | Discrete Fourier Transform | DFT |
| - Διεθνής Επιτροπή Παραγώγων | International Swaps & Derivatives Association | ISDA |
| - Έκθεση στον Κίνδυνο | Exposure At Default | EAD |
| - Επιτροπή της Βασιλείας | Basle Committee on Banking Supervision | BCBS |
| - Ετερόρρυθμες Επιχειρήσεις | Limited Partnership | --- |
| - Ζημία Από Αθέτηση | Loss Given Default | LGD |
| - Μεταβλητότητα | Volatility | --- |
| - Μιγαδικός Αριθμός | Complex Number | --- |
| - Μικρο-Μεσαίες Επιχειρήσεις | Small - Medium Enterprises | SMEs |
| - Ομόρρυθμες Επιχειρήσεις | General Partnership | --- |
| - Οργανισμός Μικρο-Μεσαίων Επιχειρήσεων (Η.Π.Α.) | Small Business Administration | SBA |
| - Οριακή Κατανομή Πιθανότητας | Marginal Distribution Function | --- |
| - Πιθανογεννήτρια Συνάρτηση | Probability Generating Function | PGF |
| - Πιθανότητα Αθέτησης | Probability of Default | PD |
| - Ποσοστό Επανάκτησης | Recovery Rate | RR |
| - Συνάρτηση Πυκνότητας Πιθανότητας | Probability Density Function | PDF |
| - Συνέλιξη | Convolution | --- |
| - Σύστημα Κατάταξης Εταιριών Βόρειας Αμερικής | North American Industry Classification System | NAICS |
| - Συσχέτιση | Correlation | --- |
| - Ταχύς Μετασχηματισμός Fourier | Fast Fourier Transform | FFT |
| - Χαρακτηριστική Συνάρτηση (Μετασχηματισμός Fourier) | Characteristic Function (Fourier Transform) | MF |

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Στο σύγχρονο τραπεζικό περιβάλλον, λόγω της πληθώρας των τραπεζικών εργασιών και προϊόντων, του μεγάλου και συνεχώς εντεινόμενου ανταγωνισμού και της αναζήτησης μεγαλύτερων αποδόσεων κέρδους, τα χρηματοπιστωτικά ιδρύματα αναλαμβάνουν βαθμιαία όλο και περισσότερους κινδύνους. Ο πιο παραδοσιακός και βασικότερος από τους κινδύνους αυτούς είναι ο πιστωτικός. Λόγω της σοβαρότητας του πιστωτικού κινδύνου, τις τελευταίες 10ετίες, οι διεθνείς χρηματοοικονομικοί οργανισμοί, βασιζόμενοι σε θεωρητικά μοντέλα, έχουν αναπτύξει διάφορες πρακτικές για την μέτρηση και τη διαχείρισή του.

Σκοπός της εργασίας αυτής είναι η εκτίμηση εμπειρικής κατανομής ζημιών ενός δανειακού χαρτοφυλακίου Μικρο-Μεσαίων Επιχειρήσεων, με βάση τις μεθόδους των ανεξάρτητων και συσχετισμένων αθετήσεων ώστε αφενός, μέσω των συναφών αποτελεσμάτων, να επιβεβαιωθεί η σημαντικότητα της συσχέτισης των αθετήσεων για την κατανόηση και την πρόβλεψη της συμπεριφοράς ενός δανειακού χαρτοφυλακίου MME, η οποία επηρεάζει άμεσα τη σχέση κινδύνου – απόδοσης της δανειοδοτούσας Τράπεζας και αφετέρου να αποδειχθεί το κατά πόσον το μοντέλο που επιλέχθηκε είναι ικανό να εκτιμήσει την κατανομή ζημιών ενός ομοιογενούς χαρτοφυλακίου, όπως αυτό των MME.

Η εργασία αποτελείται από το θεωρητικό μέρος και την εμπειρική εφαρμογή:

Στο θεωρητικό μέρος γίνεται αναφορά στην έννοια και τα συστατικά του πιστωτικού κινδύνου, ενώ αναλύονται οι έννοιες της συσχέτισης αθέτησης και της ζημίας από αθέτηση. Στη συνέχεια γίνεται μια σύντομη επισκόπηση της σύγχρονης θεωρίας του χαρτοφυλακίου και της εφαρμογής της σε μη διαπραγματεύσιμα ομόλογα και δάνεια, αναφέρονται οι αιτίες και οι εναλλακτικές μεθοδολογίες ανάπτυξης μοντέλων μέτρησης του πιστωτικού κινδύνου και περιγράφονται δύο γνωστά από αυτά: ένα Mark to Market Model (το CM της Credit Metrics) και ένα Default Model (το CR⁺ της CSFB).

Ακολούθως, αναλύεται η έννοια του δανειακού επιχειρηματικού χαρτοφυλακίου, προσεγγίζονται τα δάνεια προς MME και πέραν του ορισμού τους, όπως και σχετικών στατιστικών στοιχείων, παρατίθενται τα πλεονεκτήματα και οι αδυναμίες τους, εκτιμάται η χρηματοοικονομική τους συμπεριφορά και αναφέρονται οι παράγοντες που διαφοροποιούν τον πιστωτικό κίνδυνο σε μικρά και μεγάλα χαρτοφυλάκια.

Στο πρακτικό μέρος της εργασίας επιχειρείται η εκτίμηση εμπειρικής κατανομής ζημιών ενός πολυπληθούς δανειακού επιχειρηματικού χαρτοφυλακίου MME, με άνοιγμα κάθε δανείου € 0 – 100 χιλ., που αντλήθηκε από τη βάση δεδομένων μιας μεγάλης ελληνικής Τράπεζας χωρίς διαθέσιμα ιστορικά στοιχεία για τις αποδόσεις των δανείων που το αποτελούν και παρατίθενται τα αποτελέσματα, όπως και ο σχολιασμός τους. Για την εκτίμηση κατανομής

ζημιών στο υπόψη χαρτοφυλάκιο επιλέχθηκε το μοντέλο CR⁺ της CSFB, το οποίο ενδείκνυται για εφαρμογή σε ομοιογενή δανειακά χαρτοφυλάκια. Το CR⁺ επιλέχθηκε ακόμη και για το ότι δεν απαιτεί εκτίμηση των λόγων που προκάλεσαν την αθέτηση, υπολογίζει τον κίνδυνο αθέτησης χωρίς να λαμβάνει υπόψη τον πιστωτικό κίνδυνο από την ενδεχόμενη μετάβαση των πιστούχων σε χαμηλότερη πιστοληπτική διαβάθμιση, όπως κάνουν τα άλλα μοντέλα, έχει μικρές απαιτήσεις σε δεδομένα που το καθιστούν εφαρμόσιμο σε χαρτοφυλάκια Λιανικής Τραπεζικής (retail portfolios), όπως είναι δυνατό να θεωρηθεί το προς εξέταση χαρτοφυλάκιο ΜΜΕ, ενώ και οι συσχετίσεις υπολογίζονται από κατανομές αθέτησης που εξαρτώνται από μακροοικονομικούς παράγοντες.

Η εργασία καταλήγει με την παράθεση των συμπερασμάτων από την εμπειρική εφαρμογή και την άποψη για το κατά πόσον το μοντέλο της CR⁺ μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την εκτίμηση κατανομής ζημιών και σε χαρτοφυλάκια που αποτελούνται από δάνεια προς μεγάλες επιχειρήσεις, για τις οποίες διατίθενται ιστορικά στοιχεία για τις αποδόσεις τους και είναι δυνατό να αναλυθεί η σχέση ανάμεσα στην κεφαλαιακή τους δομή και τον κίνδυνο της χρεοκοπίας τους.

1. ΠΙΣΤΩΤΙΚΟΣ ΚΙΝΔΥΝΟΣ

1.1. Έννοια και μορφές του τραπεζικού κινδύνου

Ο κίνδυνος και η διαχείριση του τραπεζικού κινδύνου αποτελούν αντικείμενα έρευνας για τα χρηματοπιστωτικά ιδρύματα, αφού και οι δύο έννοιες είναι στενά συνδεδεμένες με όλες σχεδόν τις σύγχρονες τραπεζικές εργασίες. Σαν κίνδυνος μιας πράξης μπορεί να οριστεί η μεταβλητότητα των αποτελεσμάτων της. Δηλαδή, ο κίνδυνος παρουσιάζεται όταν το αποτέλεσμα μιας πράξης (π.χ. μιας τραπεζικής συναλλαγής) δεν μπορεί να προβλεφθεί με ακρίβεια και κατά συνέπεια υπάρχει αβεβαιότητα. Η αναγνώριση αυτού του κινδύνου έχει σαν άμεσο επακόλουθο την ανάληψη ενός κόστους για κάθε πιθανό αποτέλεσμα. Όμως για να υπολογισθεί το κόστος αυτό θα πρέπει να μετρηθεί ο κίνδυνος καθώς και η έκθεση στον κίνδυνο. Έτσι φθάνουμε στην σύγχρονη διαχείριση του τραπεζικού κινδύνου η οποία ασχολείται με την αναγνώριση των διαφορετικών ειδών κινδύνων που μπορούν να δημιουργηθούν από τις διάφορες τραπεζικές εργασίες, με την μέτρησή τους καθώς και με την έγκαιρη πρόβλεψη και αντιμετώπισή τους.

Οι βασικές μορφές του τραπεζικού κινδύνου είναι ο πιστωτικός κίνδυνος (credit risk), ο κίνδυνος αγοράς (market risk), ο λειτουργικός κίνδυνος (operational risk), και ο κίνδυνος ρευστότητας (liquidity risk) και επιτοκίων (interest rates risk).

1.2. Η έννοια του πιστωτικού κινδύνου

Πιστωτικός Κίνδυνος (Credit Risk) είναι ο κίνδυνος της μη έγκαιρης ή/και της αδυναμίας είσπραξης απαιτήσεων και επέρχεται όταν η πιστοληπτική ικανότητα του χρεώστη (πελάτη ενός χρηματοπιστωτικού ιδρύματος) είναι χαμηλή και συνακόλουθα περισσότερο ευπρόσβλητη ακόμη και από μικρές μεταβολές του οικονομικού περιβάλλοντος.

Μια από τις μεγαλύτερες προκλήσεις που αντιμετωπίζει η σύγχρονη τραπεζική, αποτελεί η αξιολόγηση, ποσοτικοποίηση και η διαχείριση του πιστωτικού κινδύνου, του κινδύνου δηλαδή που, εν προκειμένω, προέρχεται από τις μη αναμενόμενες μεταβολές στην πιστοληπτική ικανότητα ενός αντισυμβαλλομένου. Η τελευταία είναι πλέον αναπόσπαστο κομμάτι της διαδικασίας χρηματοδότησης και ουσιαστικός παράγων τόσο για το κόστος κεφαλαίου της πιστοδοτούμενης επιχείρησης (περιθώριο δανεισμού), όσο και για τη διαχείριση κεφαλαίων της πιστοδοτούσας Τράπεζας. Η τελευταία, με τη μέτρηση του πιστωτικού κινδύνου, έχει τη δυνατότητα να υπολογίζει τη ζημία που αναμένει ότι θα έχει από τις χορηγήσεις της που δε θα εισπραχθούν, μέρος της οποίας περιορίζεται με τη λήψη εξασφαλίσεων και περιθωρίων κινδύνου, ενώ το υπόλοιπο αντιμετωπίζεται με το σχηματισμό προβλέψεων και τις αποσβέσεις επισφαλών χρηματοδοτήσεων. Είναι λοιπόν προφανές ότι η Τράπεζα δεν

αντιμετωπίζει πρόβλημα από τον υπολογισμένο και αναμενόμενο κίνδυνο για τον οποίο δεν απαιτείται κεφαλαιακή κάλυψη, αφού έχει συνεκτιμηθεί κατά τη χρηματοδότηση. Ωστόσο, ενδέχεται η Τράπεζα να αντιμετωπίσει πρόβλημα από το μη αναμενόμενο κίνδυνο που εμπεριέχεται σε κάθε χρηματοδότηση, για τον οποίο απαιτείται κεφαλαιακή κάλυψη. Για την κάλυψη του κινδύνου αυτού χρησιμοποιείται ο Δείκτης Κεφαλαιακής Επάρκειας ή Συντελεστής Φερεγγυότητας, ο οποίος καθιερώθηκε στη χώρα μας με την Π.Δ.Τ.Ε. 2054/92 σε εφαρμογή της Κοινοτικής Οδηγίας 89/647/ΕΟΚ.

Η ζημία εμφανίζεται όταν προκύπτει αθέτηση. Τυπικά η αθέτηση εμφανίζεται στις περιπτώσεις όπου: (α) ένα δάνειο δεν εξυπηρετείται, (β) δεν έχει πραγματοποιηθεί μια πληρωμή, (γ) ο πιστούχος (αντισυμβαλλόμενος) έχει δηλώσει πτώχευση και (δ) ο πιστούχος (αντισυμβαλλόμενος) έχει καθυστερήσει μια πληρωμή για περισσότερες από 90 ημέρες. Η μετρούμενη ζημία του γεγονότος της αθέτησης εξαρτάται αποκλειστικά από τον ορισμό της αθέτησης που υιοθετείται.

1.3. Συστατικά στοιχεία του πιστωτικού κινδύνου

Παρόλο που ο πιστωτικός κίνδυνος είναι θεμελιώδης κίνδυνος για μια Τράπεζα, η ποσοτικοποίηση του παρουσιάζει ιδιαίτερες δυσκολίες. Για την αποτελεσματικότερη αντιμετώπιση του, κοινή πρακτική των Τραπεζών είναι η ανάλυσή του στα στοιχεία που τον αποτελούν. Έτσι, τα συστατικά στοιχεία του πιστωτικού κινδύνου είναι: ο κίνδυνος αθέτησης ή αφερεγγυότητας, η έκθεση στον κίνδυνο και ο κίνδυνος ανάκτησης.

Ο κίνδυνος αθέτησης (default risk) σχετίζεται με τον υπολογισμό της πιθανότητας αθέτησης (**probability of default- PD**) και της **συσχέτισης αθέτησης (correlation)** ενός πιστούχου ή μιας ομάδας πιστούχων με τα ίδια χαρακτηριστικά μέσα σε ένα καθορισμένο χρονικό διάστημα, συνήθως 1 έτος.

Η έκθεση στον κίνδυνο (exposure at default- EAD) αναφέρεται στο συνολικό ποσό που είναι εκτεθειμένο σε πιστωτικό κίνδυνο.

Ο κίνδυνος ανάκτησης (recovery risk) σε περίπτωση αθέτησης αναφέρεται στο ποσοστό ικανοποίησης της Τράπεζας από το συνολικό ποσό που είναι εκτεθειμένο σε κίνδυνο σε περίπτωση αθέτησης του πιστούχου. Το ποσοστό ανάκτησης είναι συνάρτηση της αξίας των εξασφαλίσεων της Τράπεζας καθώς και της σειράς ικανοποίησης της. Οι εξασφαλίσεις μπορεί να είναι δύο ειδών: οι εμπράγματατες και οι ενοχικές. Οι εμπράγματατες εξασφαλίσεις διακρίνονται σε ενέχυρα και σε υποθήκες, ενώ οι ενοχικές έχουν ως κύριο χαρακτηριστικό την ενοχή – υποχρέωση που δημιουργείται με την υπογραφή του δανειζόμενου και των εγγυητών.

Μία έννοια στενά συνδεδεμένη με τον κίνδυνο ανάκτησης είναι το ποσό της ζημίας σε περίπτωση αθέτησης (**loss given default- LGD**) το οποίο είναι ίσο με το ποσό της έκθεσης στον κίνδυνο επί το ποσοστό επί τοις εκατό της ζημίας που δεν ανακτάται, δηλαδή **LGD = EAD* (1 – ποσοστό ανάκτησης)**. Συνεπώς, το ποσό της ζημίας σε περίπτωση αθέτησης εκφράζεται σαν ένα ποσοστό της έκθεσης στον κίνδυνο. Σε περιπτώσεις που δεν έχει πραγματοποιηθεί κάποια αθέτηση υποχρεώσεων, το ποσό της ζημίας σε περίπτωση αθέτησης (LGD) μπορεί να εκφρασθεί σαν μια τυχαία μεταβλητή και κατά συνέπεια μπορεί να εκτιμηθεί η αναμενόμενη (μέση) τιμή της.

1.4. Εκτίμηση πιθανότητας αθέτησης

Όπως ήδη αναφέρθηκε, η εκτίμηση της πιθανότητας αθέτησης (PD) εκ μέρους ενός πιστούχου ποσοτικοποιεί, κατά κάποιον τρόπο, την αβεβαιότητα που κυριαρχεί σε μια απόφαση δανειοδότησης και επιτρέπει, πέραν των άλλων, τον υπολογισμό της εκτιμώμενης ζημίας σε ένα χαρτοφυλάκιο.

Σήμερα, στη διεθνή βιβλιογραφία διακρίνονται δύο (2) κυρίως μεθοδολογίες προσέγγισης του προβλήματος αυτού: η πρώτη, παραδοσιακή, μεθοδολογία αναλύει τα θεμελιώδη μεγέθη του πιστούχου – επιχείρησης (Altman – 1968), ενώ η δεύτερη χρησιμοποιεί τη θεωρία αποτίμησης δικαιωμάτων και παράγει τα λεγόμενα ‘δομικά’ μοντέλα (Merton – 1974).

1.5. Συσχέτιση αθέτησης

Η συσχέτιση αθέτησης είναι το φαινόμενο κατά το οποίο η πιθανότητα ένας πιστούχος να αθετήσει ως προς το χρέος του, επηρεάζεται από την αθέτηση ενός άλλου πιστούχου, ως προς το δικό του χρέος. Για παράδειγμα, μια επιχείρηση είναι πιστούχος μιας άλλης. Αν η Α αθετήσει την υποχρέωσή της ως προς τη Β, τότε και η Β είναι πιο πιθανό να αθετήσει τις δικές της υποχρεώσεις. Αυτό είναι ένα παράδειγμα ΘΕΤΙΚΗΣ ΣΥΣΧΕΤΙΣΗΣ (η αθέτηση ενός δανείου, προκαλεί μεγαλύτερη πιθανότητα αθέτησης ενός άλλου δανείου). Βέβαια υπάρχει και αντίστροφη περίπτωση. Έστω ότι οι επιχειρήσεις Α και Β είναι ανταγωνιστές μεταξύ τους. Αν αθετήσει η Α και διακόψει τη δραστηριότητά της, τότε η Β θα πάρει όλους τους πελάτες της Α, πετυχαίνοντας και καλύτερες τιμές από τους προμηθευτές της. Στην περίπτωση αυτή, η αθέτηση ενός δανείου κάνει λιγότερο πιθανή την αθέτηση ενός άλλου δανείου. Αυτό είναι ένα παράδειγμα ΑΡΝΗΤΙΚΗΣ ΣΥΣΧΕΤΙΣΗΣ.

Ιστορικά, στις περιόδους υφέσεων μεγάλος αριθμός επιχειρήσεων αθετεί, ενώ στις περιόδους οικονομικής άνθησης ο αριθμός των επιχειρήσεων αυτών είναι μικρός. Σε διαφορετικό βαθμό, όλες οι επιχειρήσεις τείνουν να επηρεάζονται από την πορεία της

οικονομίας ανεξαρτήτως συγκεκριμένων χαρακτηριστικών. Το φαινόμενο των επιχειρήσεων που αθετούν μαζί ή όχι είναι ενδεικτικό θετικής συσχέτισης αθέτησης.

Αλλά οι αθετήσεις μπορεί να προκληθούν και από συγκεκριμένα γεγονότα που αφορούν τον κλάδο, τα οποία επηρεάζουν τις επιχειρήσεις που δραστηριοποιούνται σ' αυτόν τον κλάδο. Υπάρχουν και άλλες σχέσεις μεταξύ των αθετήσεων, οι οποίες γίνονται ορατές μόνο όταν εμφανιστούν, λόγω των αθετήσεων που προκαλούν. Τέλος, υπάρχουν και παράγοντες που προκαλούν αθέτηση και εξαρτώνται από την ίδια την επιχείρηση, όπως η υγεία του ιδρυτή της ή η ανέλπιστα καταστροφή των αποθεματικών της, ή ακόμα και η απάτη (fraud). Αυτοί οι παράγοντες δεν μεταφέρουν τις συνέπειες της δικής τους αθέτησης σε άλλα δάνεια.

Επομένως, οι αθετήσεις είναι το αποτέλεσμα ενός άγνωστου και ακαθόριστου πολυ-παραγοντικού μοντέλου αθετήσεων. Η συσχέτιση της αθέτησης εμφανίζεται όταν μακροοικονομικές ή κλαδικές μεταβλητές που προκαλούν αθέτηση, υποθέτουν συγκεκριμένες τιμές. Οι ασυσχέτιστες (ανεξάρτητες) αθετήσεις εμφανίζονται όταν μεταβλητές αθέτησης της ίδιας της επιχείρησης δημιουργούν πρόβλημα μόνο στο δάνειό της.

Η συσχέτιση αθέτησης είναι πολύ σημαντική για την κατανόηση και την πρόβλεψη της συμπεριφοράς ενός δανειακού χαρτοφυλακίου. Επηρεάζει άμεσα τη σχέση απόδοσης-κινδύνου των Τραπεζών σε στοιχεία που ενέχουν πιστωτικό κίνδυνο.

Για παράδειγμα:

Έστω χαρτοφυλάκιο με 10 δάνεια όπου το καθένα έχει 10% πιθανότητα να αθετηθεί τα επόμενα 5 χρόνια. Αυτό δεν λέει τίποτα για τη συμπεριφορά του χαρτοφυλακίου αν δεν εισάγουμε τη συσχέτιση αθέτησης. Θα μπορούσε να υποτεθεί ότι όλα τα δάνεια πάντα αθετούνται μαζί. Αυτό είναι υπόθεση *τέλειας θετικής συσχέτισης αθέτησης*. Σε συνδυασμό με το γεγονός ότι κάθε δάνειο έχει 10% πιθανότητα αθέτησης, μπορούμε να συμπεράνουμε πώς θα συμπεριφερθεί το χαρτοφυλάκιο, αφού υπάρχει 10% πιθανότητα ότι όλα θα αθετηθούν και 90% πιθανότητα ότι κανένα δεν θα αθετηθεί. Στο άλλο άκρο, μπορεί να υποτεθεί ότι όταν αθετηθεί 1 δάνειο, όλα τα υπόλοιπα δεν θα αθετηθούν. Αυτό είναι παράδειγμα *τέλειας αρνητικής συσχέτισης αθέτησης*. Σε συνδυασμό με 10% πιθανότητα αθέτησης κάθε δανείου ξεχωριστά, μπορούμε να συμπεράνουμε για το χαρτοφυλάκιο ότι υπάρχει 100% πιθανότητα ότι ένα και μόνο ένα δάνειο θα αθετηθεί.

Παρατηρούμε ότι και στις δυο περιπτώσεις η πιθανότητα αθέτησης του δανείου είναι 10% και ο αναμενόμενος αριθμός αθετήσεων είναι 1. Όμως, στην αρνητική συσχέτιση κάποιος ξέρει με βεβαιότητα το αποτέλεσμα του χαρτοφυλακίου (μόνο ένα δάνειο θα αθετηθεί), ενώ στη θετική συσχέτιση ο επενδυτής έχει 10% κίνδυνο ότι όλα τα δάνεια θα αθετηθούν, άρα έχει μεγαλύτερη αβεβαιότητα.

Οι συσχετίσεις αθετήσεων αυξάνονται όταν η πιστοληπτική ικανότητα της επιχείρησης πέφτει γιατί οι 'χαμηλά' αξιολογημένες επιχειρήσεις είναι πιο επιρρεπείς σε μακροοικονομικούς

παράγοντες, ενώ οι 'υψηλά' αξιολογημένες επιχειρήσεις είναι πιο επιρρεπείς στην ίδια τους την ευρωστία (company specific).

Οι 'χαμηλά' αξιολογημένες επιχειρήσεις είναι πιο κοντά στην αθέτηση, άρα πιο πιθανό να πτωχεύσουν σε οικονομική ύφεση. Όσο οι οικονομικές συνθήκες επηρεάζουν ταυτόχρονα τις επιχειρήσεις, οι αθετήσεις μεταξύ των δανείων είναι συσχετισμένες. Εν αντιθέσει, οι αθετήσεις σε 'υψηλά' αξιολογημένες επιχειρήσεις, εκτός του ότι είναι σπάνιες, είναι αποτέλεσμα παραγόντων που αφορούν την ίδια την επιχείρηση. Αυτοί οι παράγοντες είναι εξ ορισμού απομονωμένοι σε ατομικά δάνεια, άρα δεν προκαλούν συσχέτιση αθέτησης (ανεξάρτητοι).

Συχνά, η έννοια της συσχέτισης αθέτησης εμφανίζεται σε όρους διαφοροποίησης του χαρτοφυλακίου. Οι Τράπεζες και οι επενδυτές σταθερού εισοδήματος έχουν την τάση να δημιουργούν χαρτοφυλάκια με 'χαμηλή' συσχέτιση αθέτησης (καλή διαφοροποίηση). Για παράδειγμα, από την πλευρά της κεφαλαιακής επάρκειας, μια εμπορική Τράπεζα με χαρτοφυλάκιο 'τέλειας αρνητικής συσχέτισης αθέτησης' θα χρειάζεται λιγότερο κεφάλαιο από μια Τράπεζα με δανειακό χαρτοφυλάκιο 'τέλειας θετικής συσχέτισης αθέτησης'. Κι αυτό γιατί η πιθανότητα για μεγάλη ζημία είναι χαμηλότερη όσο η θετική συσχέτιση αθέτησης μικραίνει.

Ένα εργαλείο, που έχει χρησιμοποιηθεί για τη διαχείριση της συσχέτισης αθέτησης και τη δημιουργία λιγότερο μεταβαλλόμενων ζημιών από αθέτηση, είναι τα όρια συγκέντρωσης (concentration limits). Η λογική των ορίων συγκέντρωσης κατά κλάδους είναι ότι οι πιστώσεις ενός συγκεκριμένου κλάδου έχουν μεγαλύτερη συσχέτιση αθέτησης από πιστώσεις διαφορετικών κλάδων. Πρόσθετα, τα δανειακά χαρτοφυλάκια έχουν όρια για κάθε δάνειο ξεχωριστά (single name limits). Σε τεχνική βάση, αυτό δεν έχει να κάνει με τη συσχέτιση αθέτησης, αλλά με τη διαφοροποίηση του χαρτοφυλακίου. Με απλά λόγια, όσο περισσότερα δάνεια υπάρχουν σε ένα χαρτοφυλάκιο, τόσο πιο πιθανό είναι τα πραγματικά αποτελέσματα να προσεγγίζουν τον θεωρητικό τους μέσο. Όσο μεγαλύτερος ο αριθμός των δανείων, τόσο πιο σταθερό είναι το αναμενόμενο αποτέλεσμα.

Το πρόβλημα με το ξεχωριστό δάνειο, αλλά και τα όρια συγκέντρωσης ανά κλάδο είναι ότι δεν μπορούν να οριστούν ιδεατά επίπεδα. **«Η διαφοροποίηση είναι καλή, αλλά πόση είναι αρκετή;»**. Αυτή είναι σχετική ερώτηση αφού η διαφοροποίηση ενέχει και κόστος. Η παραπάνω προσέγγιση απαιτεί όλο και περισσότερα δάνεια, είτε ατομικά είτε ανά κλάδο, στο χαρτοφυλάκιο. Το κόστος παρακολούθησης και επαναπροσδιορισμού των δανείων είναι μεγάλο. Ακόμα, η έρευνα για μεγαλύτερη διαφοροποίηση μπορεί να οδηγήσει σε χαμηλή ποιότητα δανείων, με αποτέλεσμα περισσότερες αθετήσεις και μεγαλύτερη ζημία από αθέτηση (LGD).

1.6. Ζημία από αθέτηση

Όπως ήδη αναφέρθηκε, η ζημία από αθέτηση (Loss Given Default – LGD) είναι η ζημία μιας Τράπεζας όταν ένα δάνειο αθετείται. Ειδικότερα:

- Το LGD σε έναν υγιή πιστούχο μπορεί να οριστεί ως η ex-ante εκτίμηση της ζημίας, δεδομένης της αθέτησης, με συνέπεια να συμπεριφέρεται ως τυχαία μεταβλητή. Στις περισσότερες περιπτώσεις ενδιαφέρει μια τιμή του LGD, η οποία βασίζεται στην προσδοκία αυτής της τυχαίας μεταβολής.
- Το LGD σε έναν πτωχευμένο πιστούχο είναι η ex-post ζημία εκπεφρασμένη ως ποσοστό του ποσού της έκθεσης, τη στιγμή της αθέτησης. Αν υπάρχει επαρκής πληροφόρηση για όλες τις ζημίες που σχετίζονται με τον πιστούχο και μέθοδος που να μετράει τις ζημίες αυτές, τότε μπορεί να υπολογιστεί το LGD. Αν όχι, τότε και πάλι μπορεί να συμπεριφέρεται ως τυχαία μεταβλητή, με συνέπεια το LGD να μπορεί να εκτιμηθεί από πληροφόρηση δείγματος ανάλογων πτωχευμένων πιστούχων.

Η μετρούμενη ζημία του γεγονότος της αθέτησης, όπως και το LGD (ως ποσοστό της συνολικής έκθεσης στον κίνδυνο), εξαρτάται αποκλειστικά από τον ορισμό της αθέτησης που υιοθετείται. Κι αυτό γιατί πολλά γεγονότα αθέτησης δεν προκαλούν ζημία. Για παράδειγμα, ένας πιστούχος μπορεί να καθυστερήσει την πληρωμή του δανείου του για περισσότερες από 90 ημέρες, αλλά να είναι συνεπής στις υπόλοιπες υποχρεώσεις του. Μια Τράπεζα που δε λαμβάνει υπόψη της τέτοιες παραμέτρους, θα υποεκτιμήσει τα στοιχεία επανάκτησης (recovery rates), τα οποία δε θα ενσωματωθούν στη σειρά των δεδομένων της και το μοντέλο που χρησιμοποιεί θα έχει ανεπαρκή εικόνα για την εκτίμηση της ζημίας από αθέτηση, δηλαδή του LGD.

Οι τελευταίες ανακοινώσεις της Επιτροπής Βασιλείας (Basel II), πέραν της τυποποιημένης προσέγγισης, επιτρέπει στις Τράπεζες να χρησιμοποιήσουν τη δική τους εσωτερική εκτίμηση των κινδύνων και των παραμέτρων τους. Σύμφωνα με τη Basel II, η πιθανότητα αθέτησης (PD) μοντελοποιείται σε επίπεδο πιστούχου (αντισυμβαλλόμενου), ενώ η ζημία από αθέτηση (LGD) σε επίπεδο δανειακού χαρτοφυλακίου της Τράπεζας. Η προσπάθεια μοντελοποίησης στηρίζεται βασικά στην ύπαρξη και διαθεσιμότητα ιστορικών δεδομένων, που αντανακλούν και την εμπειρία μιας Τράπεζας στον τομέα των χορηγήσεων. Οι παράγοντες (ερμηνευτικές, μεταβλητές) σε οποιοδήποτε μοντέλο μέτρησης του LGD προέρχονται από εκείνους που είναι σημαντικοί για τη μεταβολή του LGD. Αυτοί είναι: (α) Η κεφαλαιακή δομή, (β) Η ύπαρξη και η ποιότητα των εξασφαλίσεων και (γ) Ο κλάδος και το χρονικό σημείο του επιχειρηματικού κύκλου.

2. ΜΕΤΡΗΣΗ ΠΙΣΤΩΤΙΚΟΥ ΚΙΝΔΥΝΟΥ

2.1. Επισκόπηση της σύγχρονης θεωρίας χαρτοφυλακίου

Η σύγχρονη θεωρία χαρτοφυλακίου (MPT), στηρίζεται στην υπόθεση ότι οι αποδόσεις των μεμονωμένων στοιχείων είναι κανονικά κατανομημένες. Η υπόθεση αυτή υπονοεί, ότι μόνο δύο ροπές (moments) της κατανομής πιθανοτήτων των αποδόσεων των περιουσιακών στοιχείων είναι απαραίτητες για την ανάλυση των αποφάσεων που σχετίζονται με το χαρτοφυλάκιο: (α) η μέση απόδοση και (β) η διακύμανση (και η τυπική απόκλιση). Οι αποδόσεις και οι κίνδυνοι των περιουσιακών στοιχείων που αποτελούν το χαρτοφυλάκιο, εκτιμώνται συνήθως από ιστορικές χρονολογικές σειρές.

Η αναμενόμενη απόδοση (\bar{R}_p) και η διακύμανση (σ^2_p) των αποδόσεων ενός χαρτοφυλακίου περιουσιακών στοιχείων, μπορούν να υπολογισθούν ως εξής:

$$\bar{R}_p = \sum_{i=1}^n w_i \bar{R}_i \quad (1)$$

$$\sigma^2_p = \sum_{i=1}^n w_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \sigma_{i,j} \quad (2)$$

$$\sigma^2_p = \sum_{i=1}^n w_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \rho_{i,j} \sigma_i \sigma_j \quad (3)$$

Όπου \bar{R}_i = η μέση απόδοση του περιουσιακού στοιχείου i ,

w_i = το ποσοστό του χαρτοφυλακίου που επενδύεται στο περιουσιακό στοιχείο i ,
και $i = 1, \dots, n$,

σ_i^2 = η διακύμανση των αποδόσεων του περιουσιακού στοιχείου i ,

σ_{ij} = η συνδιακύμανση μεταξύ των αποδόσεων των περιουσιακών στοιχείων i και j ,

ρ_{ij} = η συσχέτιση μεταξύ των αποδόσεων των στοιχείων i και j ,

και $-1 \leq \rho_{i,j} \leq +1$

Από την εξίσωση (1), φαίνεται ότι η μέση απόδοση ενός χαρτοφυλακίου είναι απλά το σταθμισμένο άθροισμα των μέσων αποδόσεων των μεμονωμένων στοιχείων στο χαρτοφυλάκιο. Η διακύμανση των αποδόσεων ενός χαρτοφυλακίου διαχωρίζεται σε δύο όρους. Ο πρώτος όρος αντιπροσωπεύει το σταθμικό άθροισμα των διακυμάνσεων των αποδόσεων των μεμονωμένων στοιχείων, και ο δεύτερος όρος τα σταθμισμένα αθροίσματα των συνδιακυμάνσεων μεταξύ των στοιχείων. Επειδή η συνδιακύμανση είναι απεριόριστη

(unbounded), είναι συνηθισμένο στα μοντέλα τύπου MPT να υποκαθίσταται ο όρος της συνδιακύμανσης με τη συσχέτιση μεταξύ των αποδόσεων των επενδυτικών στοιχείων, χρησιμοποιώντας το στατιστικό ορισμό:

$$\sigma_{i,j} = \rho_{i,j} \sigma_i \sigma_j \quad (4)$$

Επειδή η συσχέτιση παίρνει τιμές στο διάστημα $-1 \leq \rho_{i,j} \leq +1$, μπορεί εύκολα να αξιολογηθεί το αποτέλεσμα της $\rho_{i,j}$ στον κίνδυνο του χαρτοφυλακίου. Για παράδειγμα, στη περίπτωση των δύο περιουσιακών στοιχείων, εάν η συσχέτιση είναι αρνητική, ο δεύτερος όρος της εξίσωσης (3) θα είναι επίσης αρνητικός και θα αντισταθμίζει τον πρώτο, ο οποίος θα είναι πάντοτε θετικός. Έτσι, ένας διαχειριστής, εκμεταλλευόμενος κατάλληλα τις συσχετίσεις μεταξύ των επενδυτικών στοιχείων, μπορεί να μειώσει σημαντικά τον κίνδυνο και να βελτιώσει τη σχέση κινδύνου - απόδοσης ενός χαρτοφυλακίου. Στο διάγραμμα 1, που ακολουθεί, αυτό απεικονίζεται ως μια μετακίνηση του χαρτοφυλακίου από το A στο B ή το C¹. Η καμπύλη στην οποία βρίσκονται τα χαρτοφυλάκια αυτά ονομάζεται αποτελεσματικό σύνορο. Το αποτελεσματικό σύνορο αποτελείται από τα χαρτοφυλάκια τα οποία σε δεδομένο επίπεδο κινδύνου παρέχουν τη μεγαλύτερη απόδοση και σε δεδομένη απόδοση ενέχουν το μικρότερο κίνδυνο², και ονομάζονται αποτελεσματικά χαρτοφυλάκια. Υπό αυτή την έννοια, τόσο το B όσο και το C είναι αποτελεσματικά χαρτοφυλάκια.

Το καλύτερο από όλα τα χαρτοφυλάκια επενδυτικών στοιχείων, με κίνδυνο στο αποτελεσματικό σύνορο, είναι εκείνο το οποίο παρουσιάζει την υψηλότερη επιπλέον απόδοση επί του ελευθέρου κινδύνου επιτοκίου (r_f) σε σχέση με το επίπεδο κινδύνου του³, ή την υψηλότερη πρόσθετη απόδοση προσαρμοσμένη στον κίνδυνο (risk-adjusted excess return):

$$\left(\bar{R}_p - r_f \right) / \sigma_p \quad (5)$$

Ο παραπάνω λόγος απόδοσης - κινδύνου καλείται μέτρο του Sharpe. Διαγραμματικά, το βέλτιστο χαρτοφυλάκιο επενδυτικών στοιχείων με κίνδυνο, είναι εκείνο που αντιστοιχεί στο σημείο όπου μια γραμμή η οποία θα ξεκινά από σημείο r_f στον άξονα των αποδόσεων (επιτόκιο χωρίς κίνδυνο), εφάπτεται στο αποτελεσματικό σύνορο (απεικονίζεται ως χαρτοφυλάκιο D στο διάγραμμα 1). Όπως εύκολα γίνεται αντιληπτό από το διάγραμμα,

¹ Η εταιρεία KMV βρίσκει ότι ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου μπορεί συχνά να μειωθεί κατά 20% έως 50%, με την απλή επιλογή συνδυασμών περιουσιακών στοιχείων που μετακινούν το χαρτοφυλάκιο προς το αποτελεσματικό σύνορο. Σε αρκετά χαρτοφυλάκια, το 5% των επενδυτικών στοιχείων είναι υπεύθυνο μέχρι και για το 40% του συνολικού κινδύνου.

² Το αποτελεσματικό σύνορο βρίσκεται με μια τεχνική, η οποία λέγεται μη γραμμικός (2ου βαθμού) προγραμματισμός (quadratic programming).

³ Το επίπεδο κινδύνου μπορεί να μετρηθεί από την τυπική απόκλιση των αποδόσεων του χαρτοφυλακίου (σ_p).

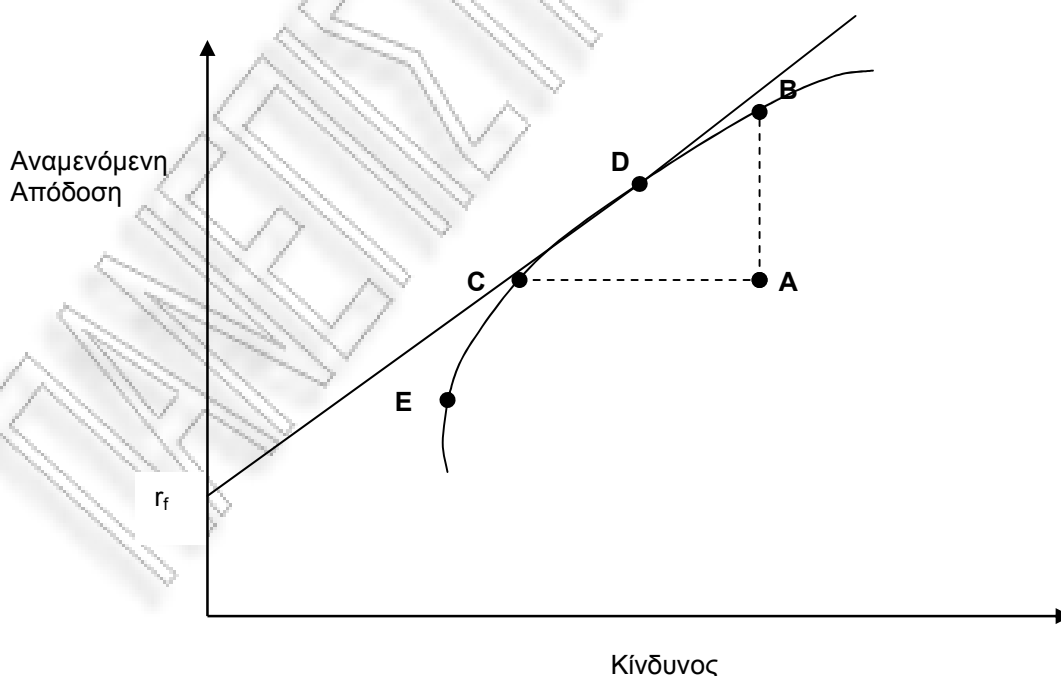
επειδή η κλίση της γραμμής αυτής εκφράζεται από την εξίσωση 5, το βέλτιστο χαρτοφυλάκιο είναι επίσης και το χαρτοφυλάκιο με τον υψηλότερο δείκτη Sharpe⁴.

Στο διάγραμμα 1, όπου απεικονίζεται επίσης το παράδοξο της πίστωσης, το χαρτοφυλάκιο A αντιπροσωπεύει ένα σχετικά συγκεντρωμένο (concentrated) δανειακό χαρτοφυλάκιο μιας παραδοσιακής Τράπεζας, η οποία πραγματοποιεί και παρακολουθεί δανειοδοτήσεις, διακρατώντας τα δάνεια αυτά μέχρι τη λήξη τους. Τα χαρτοφυλάκια B και C βρίσκονται πάνω στο αποτελεσματικό σύνορο των δανειακών χαρτοφυλακίων. Προκειμένου να μετακινηθεί στο αποτελεσματικό σύνορο (π.χ. από το A στο B ή το C ή ακόμη στο D), η Τράπεζα πρέπει να διαχειριστεί ενεργητικά το δανειακό της χαρτοφυλάκιο, με τρόπο παρόμοιο με τις επιταγές της σύγχρονης θεωρίας χαρτοφυλακίου.

Στην προκειμένη περίπτωση το επίκεντρο για τη βελτίωση της σχέσης κινδύνου - απόδοσης εντοπίζεται στις (α) συσχετίσεις αθέτησης (default correlations) μεταξύ των δανείων που διακρατώνται στο χαρτοφυλάκιο και (β) στην ευχέρεια, καθώς οι συνθήκες της αγοράς μεταβάλλονται, να προσαρμόζει με ευελιξία το ποσοστό των διαφορετικών στοιχείων του χαρτοφυλακίου, παρά να χορηγεί και να διακρατεί δάνεια μέχρι τη λήξη τους, όπως υπαγορεύει η πρακτική της παραδοσιακής τραπεζικής των διαπροσωπικών σχέσεων (traditional relationship banking).

Διάγραμμα 1

Το παράδοξο της πίστωσης και το βέλτιστο δανειακό χαρτοφυλάκιο με κίνδυνο



⁴ Σημειώνεται ότι, για το προσδιορισμό του σημείου D, υποτίθεται ότι οι επενδυτές (χρηματοπιστωτικά ιδρύματα), μπορούν να δανείσουν και να δανεισθούν με το ίδιο επιτόκιο χωρίς κίνδυνο. Αυτή η μη ρεαλιστική υπόθεση μπορεί να εγκαταλειφθεί χωρίς να επηρεαστούν ουσιαστικά τα αποτελέσματα της ανάλυσης.

2.2. Εφαρμογή της σύγχρονης θεωρίας χαρτοφυλακίου σε μη διαπραγματεύσιμα ομόλογα και δάνεια

Η σύγχρονη θεωρία χαρτοφυλακίου αποτελεί ένα εργαλείο διαχείρισης, το οποίο χρησιμοποιείται ευρύτατα από τους περισσότερους διαχειριστές αμοιβαίων κεφαλαίων και συνταξιοδοτικών ταμείων. Έχει επίσης εφαρμοσθεί, με σχετική επιτυχία, σε δημόσια διαπραγματεύσιμα ομόλογα με ιδιαίτερα χαμηλή αξιοπιστία (junk bonds), όταν οι αποδόσεις τους τείνουν να συμπεριφέρονται περισσότερο όπως αυτές των μετοχών, παρά όπως αυτές των ομολογίων, και παράλληλα υπάρχουν διαθέσιμες ιστορικές αποδόσεις. Εντούτοις, όσον αφορά τα περισσότερα δάνεια και ομόλογα, υπάρχουν ιδιαίτερες δυσκολίες, που σχετίζονται με τις μη κανονικές αποδόσεις και το γεγονός ότι αυτές καθώς και οι συσχετίσεις δε μπορούν να παρατηρηθούν.

Μη κανονικές αποδόσεις (non-normal returns)

Όπως ήδη έχει επισημανθεί, η κατανομή των αποδόσεων των δανείων παρουσιάζει μεγάλη κύρτωση και ισχυρή αρνητική ασυμμετρία, με μεγάλο άκρο από την αριστερή πλευρά, που σημαίνει ότι υπάρχει σημαντικό περιθώριο για καταγραφή μεγάλων ζημιών από επιδείνωση της πιστοληπτικής ικανότητας ή ακόμη από την αθέτηση των οφειλετών και περιορισμένο ανώτατο περιθώριο κερδών από ενδεχόμενη βελτίωση της πιστοληπτικής τους ικανότητας. Η σύγχρονη θεωρία χαρτοφυλακίου έχει θεμελιωθεί γύρω από ένα μοντέλο στο οποίο δύο μέτρα, **ο μέσος και η διακύμανση**, είναι απαραίτητα για να περιγράψουν την όλη κατανομή των αποδόσεων. Στο βαθμό που η τρίτη (ασυμμετρία) και η τέταρτη (κύρτωση) ροπή των αποδόσεων είναι σημαντικές για την πλήρη περιγραφή της κατανομής των αποδόσεων των επενδυτικών στοιχείων, η χρήση απλών μοντέλων δύο παραμέτρων γίνεται δύσκολο να αιτιολογηθεί⁵.

Μη παρατηρήσιμες αποδόσεις (unobservable returns)

Ένα άλλο πρόβλημα, σχετίζεται με το γεγονός ότι τα περισσότερα δάνεια και εταιρικά ομόλογα (corporate bonds) είναι μη διαπραγματεύσιμα ή διαπραγματεύονται εξωχρηματιστηριακά (over-the-counter) σε πολύ ακανόνιστα διαστήματα με λίγα ιστορικά στοιχεία για τις τιμές ή τον όγκο συναλλαγών. Το γεγονός αυτό κάνει δύσκολο τον υπολογισμό των μέσων αποδόσεων και της διακύμανσης των αποδόσεων από χρονολογικές σειρές.

⁵ Εντούτοις, είναι εύλογο ότι όταν ο αριθμός των δανείων αυξάνει, η κατανομή των αποδόσεων θα τείνει να γίνεται περισσότερο «κανονική».

Μη παρατηρήσιμες συσχετίσεις (unobservable correlations)

Όπως και στην προηγούμενη περίπτωση, εάν δεν υπάρχουν διαθέσιμα στοιχεία για τις τιμές και αποδόσεις, ο υπολογισμός της συνδιακύμανσης ή της συσχέτισης μεταξύ των αποδόσεων των δανείων γίνεται επίσης δύσκολος. Οι συσχετίσεις αυτές είναι βασικές στην ανάλυση της σύγχρονης θεωρίας χαρτοφυλακίου (MPT).

2.3. Αιτίες ανάπτυξης μοντέλων μέτρησης πιστωτικού κινδύνου

Τα τελευταία χρόνια συντελέστηκαν μεγάλες εξελίξεις στην ανάπτυξη νέων πρακτικών και μεθοδολογιών για τη διαχείριση και τη μέτρηση του πιστωτικού κινδύνου. Οι Τράπεζες παγκοσμίως έδειξαν έντονο ενδιαφέρον για την ανάπτυξη και εφαρμογή νέων μοντέλων αξιολόγησης του πιστωτικού κινδύνου. Οι κυριότεροι λόγοι που συντέλεσαν σε αυτό είναι:

1. **Η αύξηση των πτωχεύσεων.** Τα τελευταία χρόνια έχει παρουσιαστεί διεθνώς μία αύξηση στο ποσοστό των επιχειρήσεων που πτωχεύουν.
2. **Η αύξηση του ανταγωνισμού** μεταξύ των πιστωτικών ιδρυμάτων, που οδηγεί στην χρηματοδότηση ακόμα και δανειζομένων χαμηλής πιστοληπτικής ικανότητας.
3. **Η αποδιαμεσολάβηση.** Είναι η τάση αύξησης της ζήτησης προϊόντων της κεφαλαιαγοράς και μείωσης της ζήτησης τραπεζικών προϊόντων, που οφείλεται στην προτίμηση των επιχειρήσεων για άντληση κεφαλαίων απευθείας από τους επενδυτές, μέσω της κεφαλαιαγοράς, με την έκδοση μετοχών ή ομολογιακών δανείων. Την δυνατότητα όμως αυτή την έχουν μόνο οι μεγάλες και οικονομικά ισχυρές επιχειρήσεις. Οι μικρότερες και οικονομικά ασθενέστερες καταφεύγουν στον τραπεζικό δανεισμό. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα, τα χαρτοφυλάκια των Τραπεζών να περιλαμβάνουν σε μεγάλο ποσοστό δάνεια υψηλού κινδύνου.
4. **Η ανάπτυξη των παραγώγων χρηματοοικονομικών προϊόντων.** Τα τελευταία χρόνια αυξήθηκε η χρήση των παραγώγων χρηματοοικονομικών προϊόντων. Μεγάλο μέρος των χαρτοφυλακίων των Τραπεζών αποτελείται από τέτοια προϊόντα, επομένως στην μέτρηση του συνολικού πιστωτικού κινδύνου πρέπει να συμπεριλαμβάνεται και ο κίνδυνος των προϊόντων αυτών.
5. **Η ανάπτυξη της τεχνολογίας.** Η μεγάλη τεχνολογική ανάπτυξη στον τομέα των ηλεκτρονικών υπολογιστών και της πληροφορικής συνέβαλε στην εξέλιξη των μοντέλων μέτρησης του πιστωτικού κινδύνου με την χρήση βάσεων δεδομένων ιστορικών στοιχείων.
6. **Η μεταβλητότητα των τιμών των στοιχείων που λαμβάνονται ως εξασφαλίσεις.** Όπως αναφέραμε παραπάνω, η αξία των στοιχείων που ενεχυριάζει, προσημειώνει ή

υποθηκεύει μία Τράπεζα, ως εξασφάλιση ενός δανείου, τις περισσότερες φορές παρουσιάζει τέτοια μεταβλητότητα που καθίσταται πολύ δύσκολο να προβλεφθεί ή να εκτιμηθεί για κάποια χρονική στιγμή στο μέλλον.

7. **Οι κεφαλαιακές απαιτήσεις έναντι του πιστωτικού κινδύνου σύμφωνα με την Επιτροπή της Βασιλείας.** Η Επιτροπή της Βασιλείας λαμβάνοντας υπόψη όλους τους παραπάνω λόγους που έκριναν επιτακτική την αποτελεσματική διαχείριση του πιστωτικού κινδύνου, συνέταξε το 1988 το Σύμφωνο της Βασιλείας για την Κεφαλαιακή Επάρκεια και στη συνέχεια το εξέλιξε, δίνοντας του την τελική του μορφή το 2004. Οι επιταγές του Συμφώνου της Βασιλείας, ώθησαν τις Τράπεζες να αναπτύξουν νέα μοντέλα μέτρησης του πιστωτικού τους κινδύνου για να υπολογίσουν την κεφαλαιακή τους επάρκεια.

2.4. Συστήματα διαβάθμισης πιστωτικού κινδύνου και πίνακες μεταβολής πιστοληπτικής ικανότητας

Τα συστήματα διαβάθμισης πιστωτικού κινδύνου (credit rating systems) αποτελούν βασικό εργαλείο των Τραπεζών καθώς κατατάσσουν τους πιστούχους σε διαφορετικές κατηγορίες ανάλογα με τον πιστωτικό κίνδυνο που ενέχουν. Σε κάθε σύστημα υπάρχει ένας αριθμός κατηγοριών, στις οποίες κατατάσσονται οι δανειζόμενοι, με βάση κάποια κριτήρια ποιοτικά και ποσοτικά. Η εφαρμογή ενός συστήματος διαβάθμισης συντελεί στην παρακολούθηση διαχρονικά της ποιότητας του χαρτοφυλακίου χορηγήσεων και στη λήψη μέτρων για τη βελτίωσή του. Επίσης, γίνεται συνεχής παρακολούθηση της οικονομικής κατάστασης των πελατών, ώστε να εντοπίζονται εγκαίρως οικονομικά προβλήματα και να αντιμετωπίζονται κατάλληλα. Από την κατηγορία στην οποία κατατάσσεται ένας πιστούχος, εξαρτάται το ύψος της χρηματοδότησης που μπορεί να λάβει, το είδος και το μέγεθος των εξασφαλίσεων που πρέπει να προσφέρει και το πιστωτικό περιθώριο με το οποίο θα επιβαρυνθεί.

Τα συστήματα ταξινόμησης διακρίνονται στα εσωτερικά και στα εξωτερικά. Τα **εσωτερικά συστήματα ταξινόμησης** είναι αυτά που έχουν αναπτύξει και χρησιμοποιούν οι Τράπεζες για την αξιολόγηση και την κατηγοριοποίηση των πελατών τους. Είναι προσαρμοσμένα στις ιδιαίτερες ανάγκες της Τράπεζας που τα χρησιμοποιεί και δεν δημοσιοποιούνται. Περιλαμβάνουν την αξιολόγηση των δανειζομένων, την ύπαρξη και μέτρηση των εξασφαλίσεων, καθώς και την ύπαρξη υποστήριξης στον δανειζόμενο από κάποιο τρίτο μέρος (εγγυήσεις).

Τα **εξωτερικά συστήματα ταξινόμησης** αφορούν ταξινομήσεις επιχειρήσεων, οργανισμών, ακόμα και κρατών, ανάλογα με την πιστοληπτική τους ικανότητα. Οι ταξινομήσεις αυτές γίνονται από ειδικές εταιρείες ταξινόμησης, οι πιο γνωστές από τις οποίες είναι η Moody's, η

Standard and Poor's και η Fitch και δημοσιοποιούνται. Στον πίνακα 1, που ακολουθεί, καταγράφονται οι κατηγορίες διαβάθμισης των τριών εταιρειών καθώς και η μεταξύ τους σχέση. Οι ταξινομήσεις αυτές συνήθως αφορούν χρεόγραφα, δηλαδή ομολογίες και μετοχές και όχι τους εκδότες αυτών των χρεογράφων. Αυτό σημαίνει ότι μπορεί ο ίδιος οργανισμός να έχει εκδώσει δύο διαφορετικά ομολογιακά δάνεια και το κάθε ένα από αυτά να ενέχει διαφορετικό πιστωτικό κίνδυνο. Ο κίνδυνος που ενέχει το κάθε χρέος εξαρτάται από το εάν είναι καλυμμένο με εξασφαλίσεις ή όχι, καθώς και από την προτεραιότητα εξόφλησής του στην περίπτωση πτώχευσης του εκδότη. Τα χρεόγραφα που ταξινομούν οι εταιρείες ταξινόμησης είναι χρεόγραφα που έχουν εκδώσει μεγάλες εταιρείες, έτσι τα στατιστικά στοιχεία που προκύπτουν από αυτές δεν προέρχονται από αντιπροσωπευτικό δείγμα και δεν μπορούν να χρησιμοποιηθούν για τα χαρτοφυλάκια των Τραπεζών που συνήθως περιλαμβάνουν δάνεια σε μικρότερες επιχειρήσεις. Η ταξινόμηση των χρεογράφων στηρίζεται στην θεμελιώδη ανάλυση σε μεσομακροπρόθεσμο ορίζοντα. Έτσι δεν σημειώνονται μεταβολές στο rating των αξιόγραφων με μεγάλη συχνότητα υπό κανονικές συνθήκες. Ωστόσο, οι εταιρείες ταξινόμησης παρακολουθούν συνεχώς τις ταξινομήσεις των χρεογράφων και σε τακτά χρονικά διαστήματα τις δημοσιοποιούν.

Πίνακας 1

Αντιστοιχία βαθμών ταξινόμησης μεταξύ των μεγάλων εταιρειών πιστοληπτικής διαβάθμισης.

| ΕΤΑΙΡΙΑ | ΒΑΘΜΟΙ ΤΑΞΙΝΟΜΗΣΗΣ | | | | | | |
|-------------------|--------------------|-----|-----|-----|----|----|----|
| Standard & Poor's | AAA | AA+ | AA | AA- | A+ | A | A- |
| Moody's | Aaa | Aa1 | Aa2 | Aa3 | A1 | A2 | A3 |
| Fitch IBCA | AAA | AA+ | AA | AA- | A+ | A | A- |

| ΕΤΑΙΡΙΑ | ΒΑΘΜΟΙ ΤΑΞΙΝΟΜΗΣΗΣ | | | | | | | | |
|-------------------|--------------------|------|------|-----|-----|-----|----|----|----|
| Standard & Poor's | BBB+ | BBB | BBB- | BB+ | BB | BB- | B+ | B | B- |
| Moody's | Baa1 | Baa2 | Baa3 | Ba1 | Ba2 | Ba3 | B1 | B2 | B3 |
| Fitch IBCA | BBB+ | BBB | BBB- | BB+ | BB | BB- | B+ | B | B- |

| ΕΤΑΙΡΙΑ | ΒΑΘΜΟΙ ΤΑΞΙΝΟΜΗΣΗΣ | | | | | |
|-------------------|--------------------|------|------|----|---|---|
| Standard & Poor's | CCC+ | CCC | CCC- | CC | C | D |
| Moody's | Caa1 | Caa2 | Caa3 | Ca | C | D |
| Fitch IBCA | CCC+ | CCC | CCC- | CC | C | D |

Πηγή: Quantitative Impact Study, Basel, 2001

Τα κριτήρια που χρησιμοποιούνται τόσο από τα εσωτερικά όσο και από τα εξωτερικά συστήματα ταξινόμησης διακρίνονται σε ποιοτικά και σε ποσοτικά (Moody's Investors Service, 2000).

Τα **ποιοτικά κριτήρια** αφορούν την λειτουργία της επιχείρησης και το περιβάλλον στο οποίο αυτή δραστηριοποιείται. Τέτοια κριτήρια μπορεί να είναι η ηγεσία της εταιρείας, η οργανωτική της δομή, η ικανότητα σχεδιασμού, η ικανότητα στο μάρκετινγκ, η ικανότητα στην οικονομική

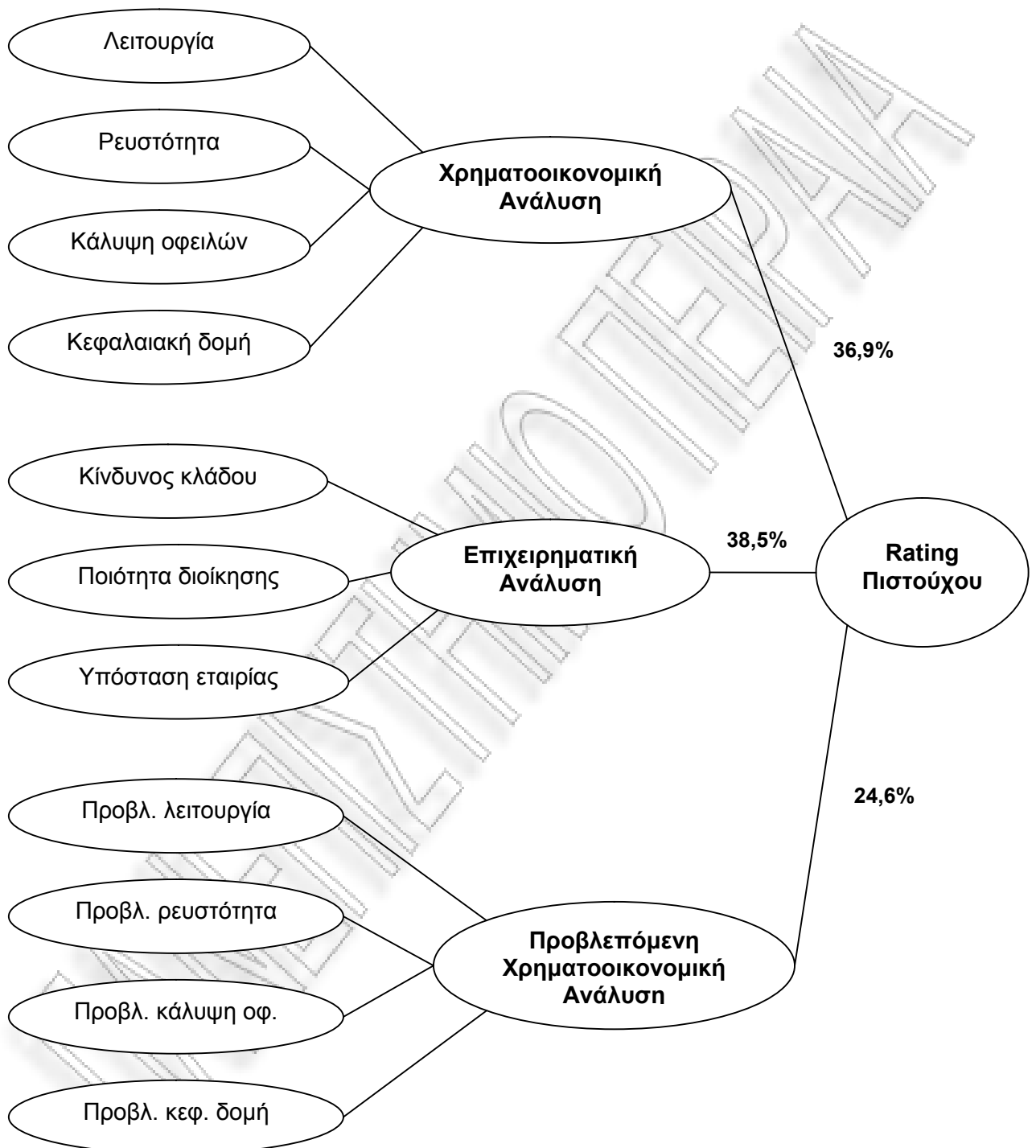
διαχείριση, η εικόνα και η φήμη της εταιρείας στην αγορά, η γεωγραφική εμβέλεια δραστηριοποίησης, η ύπαρξη συγκριτικού πλεονεκτήματος, η ποιότητα και ο συγκεντρωτισμός της πελατείας, όπως και η πιστωτική πολιτική της επιχείρησης.

Τα **ποσοτικά κριτήρια** περιλαμβάνουν χρηματοοικονομικούς δείκτες, οι οποίοι μετράνε την αποδοτικότητα, την λειτουργικότητα, την κάλυψη των χρηματοοικονομικών υποχρεώσεων, τη ρευστότητα και την κεφαλαιακή διάρθρωση. Τέτοιοι δείκτες είναι ο δείκτης μεικτού περιθωρίου κέρδους, ο δείκτης καθαρού περιθωρίου κέρδους, ο δείκτης αποδοτικότητας ιδίων κεφαλαίων, ο δείκτης αποδοτικότητας του ενεργητικού, ο δείκτης κυκλοφοριακής ταχύτητας του ενεργητικού και πολλοί άλλοι.

Ένα πολύ γνωστό σύστημα πιστοληπτικής διαβάθμισης το οποίο έχει αναπτυχθεί και έχει υιοθετηθεί από τις περισσότερες Τράπεζες είναι το **σύστημα Moody's Risk Advisor** της εταιρείας Moody's KMV. Το σύστημα Moody's Risk Advisor χρησιμοποιείται από τα μεγαλύτερα πιστωτικά ιδρύματα στον κόσμο (συμπεριλαμβανομένων των Citicorp, Bank of America, JP Morgan, HSBC) αλλά και από μεγάλο αριθμό πιστωτικών ιδρυμάτων μεσαίου μεγέθους, ενώ στην Ελλάδα ήδη χρησιμοποιείται από τις Τράπεζες Εθνική, Eurobank, Πειραιώς και Κύπρου. Το Moody's Risk Advisor εντάσσει τις επιχειρήσεις-πιστούχους σε 10 βαθμίδες πιστωτικού κινδύνου ανάλογα με το βαθμό της πιστοληπτικής τους ικανότητας και στη συνέχεια η αντιστοίχιση των βαθμίδων αυτών με πιθανότητες αθέτησης υποχρεώσεων (PD), οδηγούν στο υπολογισμό συντελεστών στάθμισης των πιστωτικών ανοιγμάτων και τελικά στο υπολογισμό των αντίστοιχων κεφαλαιακών απαιτήσεων. Το Moody's Risk Advisor για να εξάγει το rating κάθε πιστούχου λαμβάνει υπόψη τόσο οικονομικά στοιχεία (18 επιλεγμένους δείκτες και ανάλυση ταμειακών ροών), όσο και ποιοτικά (μέσω απάντησης 50 υποκειμενικών ερωτήσεων, εκ των οποίων 18 αφορούν το κλάδο). Τα οικονομικά στοιχεία παίρνονται από εξωτερικές και εσωτερικές βάσεις δεδομένων της Τράπεζας οι οποίες περιέχουν καταχωρημένες οικονομικές καταστάσεις των επιχειρήσεων. Στο σχήμα 1, που ακολουθεί, παρουσιάζεται ενδεικτικά η δομή εξαγωγής του rating μιας επιχείρησης με τη βοήθεια του Moody's Risk Advisor.

Σχήμα 1

Εξαγωγή rating πιστούχου με τη βοήθεια του Moody's Risk Advisor



Συχνά, πολλές Τράπεζες δημιουργούν μια συσχέτιση μεταξύ του εσωτερικού τους συστήματος διαβάθμισης και κάποιου εξωτερικού, όπως για παράδειγμα του συστήματος των εταιρειών Moody's ή S&P's για τις ομολογίες των μεγάλων επιχειρήσεων. Για παράδειγμα, ένα δάνειο που έχει καταταχθεί στην 1η κατηγορία πιστοληπτικής διαβάθμισης του εσωτερικού συστήματος διαβάθμισης μπορεί να αντιστοιχισθεί σε ένα ομόλογο πιστοληπτικής διαβάθμισης από AA έως AAA της κλίμακας Standard & Poor's, ένα 2ης κατηγορίας πιστοληπτικής διαβάθμισης δάνειο μπορεί να αντιστοιχισθεί σε ένα ομόλογο πιστοληπτικής διαβάθμισης A κ.ο.κ. Με τη διαδικασία αυτή, ένα δάνειο που ανήκει στην τελευταία κατηγορία, π.χ. στην 10η κατηγορία πιστοληπτικής διαβάθμισης του εσωτερικού συστήματος, θα αντιστοιχεί στην κατάσταση αθέτησης (default). Έτσι, η πιθανότητα αθέτησης ενός δανείου μπορεί να εξηγηθεί σαν την πιθανότητα μετάβασης του δανείου από την τρέχουσα κατηγορία διαβάθμισης του στην κατηγορία αθέτησης μέσα στον χρονικό ορίζοντα του μοντέλου.

Η πιθανότητα μετάβασης ενός πιστούχου από μία αρχική ταξινόμηση σε μια άλλη σε συγκεκριμένο χρονικό διάστημα εκφράζεται με τη βοήθεια ενός **πίνακα μεταβολής πιστοληπτικής διαβάθμισης** (transition matrix) όπως είναι ο παρακάτω πίνακας 2. Στον πίνακα αυτόν, για παράδειγμα, αν ένας πιστούχος έχει αξιολογηθεί με βαθμό AA τότε η πιθανότητα να μεταβληθεί η πιστοληπτική του διαβάθμιση στο τέλος του έτους και να γίνει A είναι ίση με 7,47%. Από τον πίνακα παρατηρούμε ότι η μεγαλύτερη πιθανότητα ενός πιστούχου είναι να παραμείνει στην ίδια διαβάθμιση με αμέσως επόμενες τις δύο παραπλήσιες διαβαθμίσεις προς τα πάνω και προς τα κάτω.

Πίνακας 2

Πίνακας μεταβολής πιστοληπτικής διαβάθμισης.

Ταξινόμηση σε 1 έτος

| | | AAA | AA | A | BBB | BB | B | CCC | Αθέτηση |
|---------------------|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|---------|
| Τρέχουσα ταξινόμηση | AAA | 87,74 | 10,93 | 0,45 | 0,63 | 0,12 | 0,10 | 0,02 | 0,02 |
| | AA | 0,84 | 88,23 | 7,47 | 2,16 | 1,11 | 0,13 | 0,05 | 0,02 |
| | A | 0,27 | 1,59 | 89,05 | 7,40 | 1,48 | 0,13 | 0,06 | 0,03 |
| | BBB | 1,84 | 1,89 | 5,00 | 84,21 | 6,51 | 0,32 | 0,16 | 0,07 |
| | BB | 0,08 | 2,91 | 3,29 | 5,53 | 74,68 | 8,05 | 4,14 | 1,32 |
| | B | 0,21 | 0,36 | 9,25 | 8,29 | 2,31 | 63,89 | 10,13 | 5,58 |
| | CCC | 0,06 | 0,25 | 1,85 | 2,06 | 12,34 | 24,86 | 39,97 | 18,60 |

Πηγή: Greg M Gupton, Christopher C Finger and Mickey Bhatia, Credit Metrics- Technical Document, Morgan Guaranty Trust Co., New York, April 1997, σελίδα 76.

2.5. Η δυσκολία της μέτρησης του πιστωτικού κινδύνου

Την τελευταία δεκαετία οι πιο πολλές από τις μεγαλύτερες Τράπεζες του κόσμου ανέπτυξαν συστήματα με στόχο να διαχειριστούν τον πιστωτικό κίνδυνο που προέκυψε από τους πιο σημαντικούς τομείς των εργασιών τους. Αυτά τα μοντέλα παίζουν σημαντικό ρόλο στις διαδικασίες διαχείρισης κινδύνων των Τραπεζών καθώς και στις διαδικασίες μέτρησης της αποδοτικότητας τους, συμπεριλαμβανομένων εργασιών όπως είναι η κοστολόγηση τραπεζικών προϊόντων με βάση τον κίνδυνο που ενέχουν, η ανάλυση κερδοφορίας της Τράπεζας σε συνάρτηση με τη διάρθρωση της πελατείας της, η διαχείριση του χαρτοφυλακίου της και οι στρατηγικές αποφάσεις της Τράπεζας για την κεφαλαιακή της διάρθρωση. Επίσης, τα μοντέλα πιστωτικού κινδύνου που αναπτύχθηκαν, μπορούν να συμβάλουν στον υπολογισμό του εποπτικού κεφαλαίου των Τραπεζών με βάση τις απαιτήσεις του Συμφώνου της Βασιλείας για την κεφαλαιακή τους επάρκεια καθώς και να βοηθήσουν το έργο των εποπτικών αρχών των πιστωτικών ιδρυμάτων. Όμως για να υιοθετηθούν αυτά τα μοντέλα από τις εποπτικές αρχές θα πρέπει πρώτα να αποδειχθεί ότι είναι έγκυρα, αξιολογημένα με βάση τα εμπειρικά δεδομένα και ότι παράγουν αποτελέσματα τα οποία είναι συγκρίσιμα μεταξύ των Τραπεζών. Αυτή τη στιγμή, οι πιο σημαντικές δυσκολίες που αντιμετωπίζουν οι Τράπεζες για την ανάπτυξη των εσωτερικών τους μοντέλων μέτρησης πιστωτικού κινδύνου είναι η **έλλειψη ιστορικών στοιχείων** για την τροφοδότησή τους και η **δυσκολία αξιολόγησης της εγκυρότητας των αποτελεσμάτων τους**.

Η έλλειψη ιστορικών στοιχείων αποτελεί βασικό μειονέκτημα για την μέτρηση του πιστωτικού κινδύνου καθώς τα περισσότερα πιστωτικά προϊόντα δεν είναι τιμολογημένα με βάση τις τιμές της αγοράς (marked-to-market) και η προβλεπτική ικανότητα των μοντέλων πιστωτικού κινδύνου δεν μπορεί να προκύψει εύκολα από μια στατιστική μελέτη των μελλοντικών τους τιμών με βάση ένα αρχείο ιστορικών τιμών όπως συμβαίνει με τον κίνδυνο της αγοράς. Η έλλειψη ιστορικών στοιχείων προκύπτει και από το γεγονός ότι οι περιπτώσεις αθέτησης υποχρεώσεων δεν ακολουθούν κάποια συγκεκριμένη συχνότητα και δεν κατανέμονται κανονικά ενώ ο χρονικός ορίζοντας που απαιτείται για την μελέτη τους ξεπερνάει το ένα έτος. Έτσι, όπως θα δούμε και στη συνέχεια τα μοντέλα μέτρησης πιστωτικού κινδύνου καταφεύγουν σε απλουστεύσεις και στη χρησιμοποίηση εξωτερικών βάσεων δεδομένων.

Η αξιολόγηση των μοντέλων πιστωτικού κινδύνου είναι εξ' ορισμού πιο δύσκολη από αυτή των μοντέλων κινδύνου αγοράς (Jorion, 2001) διότι ενώ τα μοντέλα κινδύνου αγοράς κάνουν προβλέψεις για χρονικούς ορίζοντες λίγων ημερών και τα αποτελέσματά τους μπορούν να επαληθευθούν εύκολα και άμεσα (backtesting), τα μοντέλα πιστωτικού κινδύνου βασίζονται σε χρονικούς ορίζοντες ενός έτους ή και περισσότερο. Το γεγονός αυτό σε συνδυασμό με τα μεγαλύτερα διαστήματα εμπιστοσύνης που χρησιμοποιούνται στα μοντέλα πιστωτικού κινδύνου καθιστούν ιδιαίτερα δύσκολη την αξιολόγησή τους από τους κατασκευαστές τους

αφού μία, ανάλογης ακρίβειας με τα μοντέλα του κινδύνου αγοράς, αξιολόγηση των αποτελεσμάτων τους θα απαιτούσε έναν ανεφάρμοστα μεγάλο αριθμό ετών.

2.6. Εναλλακτικές μεθοδολογίες ανάπτυξης μοντέλων πιστωτικού κινδύνου

Για την ανάπτυξη ενός μοντέλου πιστωτικού κινδύνου βασική παραδοχή αποτελεί ο ορισμός του πιστωτικού γεγονότος, δηλαδή του γεγονότος που επιφέρει ζημία στην Τράπεζα. Εδώ οι Τράπεζες υιοθετούν δύο βασικές προσεγγίσεις: α) Την προσέγγιση των περισσοτέρων από δύο πιστωτικών καταστάσεων, όπου ως πιστωτικό γεγονός ορίζεται η επιδείνωση των οικονομικών μεγεθών του πιστούχου και η υποβάθμιση της ταξινόμησης του. Η ζημία που επιφέρει στην Τράπεζα η υποβάθμιση αυτή συνίσταται στην μείωση της αξίας της πιστοδότησης κατά την τιμολόγησή της σε τιμές της αγοράς (mark to market model). β) Την προσέγγιση των δύο καταστάσεων, αθέτησης και μη αθέτησης, όπου το πιστωτικό γεγονός ορίζεται σαν η κατάσταση αθέτησης του πιστούχου και η ζημία που προέρχεται αποκλειστικά από το γεγονός της αθέτησης (default model).

Διαφορετικές μεθοδολογίες χρησιμοποιούνται στην ανάπτυξη ενός μοντέλου πιστωτικού κινδύνου για την μέτρηση της έκθεσης στον κίνδυνο (EAD) και του ποσού της ζημίας σε περίπτωση αθέτησης (LGD).

Επίσης, διαφορετικές μέθοδοι χρησιμοποιούνται για την ανάπτυξη των μοντέλων του πιστωτικού κινδύνου ανάλογα με το πεδίο εφαρμογής τους. Έτσι έχουμε την εκτίμηση του πιστωτικού κινδύνου σε επίπεδο πιστούχου, όπως συμβαίνει στην περίπτωση των μεγάλων επιχειρήσεων και των προϊόντων της κεφαλαιαγοράς και την εκτίμηση του πιστωτικού κινδύνου για μια ομάδα πιστούχων με κοινά χαρακτηριστικά όπως στην περίπτωση των καταναλωτικών δανείων.

Τέλος, κάποια μοντέλα επεξεργάζονται μόνο τις πληροφορίες που παρέχονται για την οικονομική κατάσταση του πιστούχου ή της συγκεκριμένης συναλλαγής, ενώ κάποια άλλα χρησιμοποιούν και μακροοικονομικές μεταβλητές οι οποίες φαίνεται να επηρεάζουν την αγορά. Επισημαίνεται εδώ ότι οποιοδήποτε μοντέλο αποτελεί μόνο μια αντιπροσωπευτική εκτίμηση του πραγματικού κόσμου. Στην διαδικασία της μοντελοποίησης εμφανίζονται οι παρακάτω 3 μορφές αβεβαιότητας:

- Κίνδυνος Διαδικασίας (Process Risk) → Εμφανίζεται αφού τα πραγματικά αποτελέσματα υπόκεινται σε τυχαίες διακυμάνσεις. Ο κίνδυνος αυτός μετράται σε όρους διαστημάτων εμπιστοσύνης.
- Αβεβαιότητα Παραμέτρων (Parameter Uncertainty) → Προκύπτει από τις δυσκολίες στην εκτίμηση των παραμέτρων. Η μοναδική πληροφόρηση προέρχεται από τα

παρατηρούμενα αποτελέσματα που βασίζονται στο παρελθόν και αντιμετωπίζονται με ανάλυση ευαισθησίας.

- Λάθη Μοντέλου (Model Error) → Το μοντέλο δεν ανταποκρίνεται επακριβώς στην πραγματικότητα, κάτι που δεν είναι εύκολο να εντοπιστεί.

2.7. Μοντέλο Credit Metrics (Mark to Market Model)

Το 1997, η J.P. Morgan παρουσίασε το μοντέλο Credit Metrics (CM). Στη βασική του μορφή, πρόκειται για χαρτοφυλάκιο ομολόγων που βασίζεται στις τιμές της αγοράς. Έτσι ο πιστωτικός κίνδυνος προκύπτει **όχι μόνο** από ενδεχόμενη αθέτηση, αλλά και από πιθανή ζημία λόγω χαμηλότερης διαβάθμισης της πιστοληπτικής ικανότητας. Το CM αναλύει τη σχέση ανάμεσα στην κεφαλαιακή δομή μιας επιχείρησης και του κινδύνου χρεοκοπίας της και χρησιμοποιεί τη βασική ιδέα του Merton για να εξάγει τις αλλαγές στην πιστοληπτική ικανότητα κάθε ομολόγου, οι οποίες προκαλούνται από αλλαγές των τιμών των assets. Στο μοντέλο, οι πιθανότητες αθέτησης προσεγγίζονται **ιστορικά** για κάθε κατηγορία πιστοληπτικής ικανότητας και μεταφέρονται σε μήτρα (rating transition matrix). Οι μήτρες αυτές είναι βασικές παράμετροι για αρκετά μοντέλα μέτρησης του πιστωτικού κινδύνου και δημοσιεύονται από αξιολογικούς οίκους.

Το CM υποθέτει κατανομή beta για τα recovery rates σε περίπτωση αθέτησης. Για κάθε κατηγορία, η κατανομή beta πρέπει να οριστεί από την αναμενόμενη τιμή της και την τυπική της απόκλιση. Η υπόθεση αυτή λαμβάνει υπόψη την ασυμμετρία (skewness) της πραγματικής κατανομής των στοιχείων επανάκτησης των δανείων. Έχοντας καθορίσει τις παραπάνω παραμέτρους, τα rating migrations και οι αθετήσεις προσομοιώνονται με Monte Carlo για ένα ομόλογο ή δάνειο. Οι αλλαγές στην αξία της επιχείρησης υποτίθεται πως ακολουθούν κανονική κατανομή. Όσο η αξία της επιχείρησης δε μεταβάλλεται ανεξάρτητα, οι αλλαγές αυτές προσομοιώνονται από πολυδιάστατες κανονικές κατανομές. Οι συσχετίσεις αυτές προσεγγίζονται από τις συσχετίσεις των τιμών των μετοχών, αφού οι πρώτες δεν είναι παρατηρήσιμες.

Στο μοντέλο CM εντοπίζονται τα εξής μειονεκτήματα: (α) Είναι απαραίτητη πλειάδα δεδομένων, η οποία, συνήθως, δεν είναι διαθέσιμη για χαρτοφυλάκια μικρομεσαίων επιχειρήσεων, με επακόλουθο η προσέγγιση να καθίσταται προβληματική, (β) βασίζεται πρωτίστως σε migration matrices, που προέρχονται από ιστορικά στοιχεία και (γ) με αυτή την προσέγγιση, το μοντέλο δε λαμβάνει υπόψη τους εκάστοτε μακροοικονομικούς παράγοντες, ούτε διαφοροποιείται ανάλογα με τους κλάδους, αλλά με την πιστοληπτική ικανότητα. Γι' αυτό οι μικρομεσαίες επιχειρήσεις, που διακρίνονται για την ετερογένειά τους, δε μπορούν να ενσωματωθούν στο μοντέλο.

2.8. Μοντέλο Credit Risk Plus (Default Model)

Μεταξύ των ετών 1993 και 1996, η CSFB δημοσίευσε ένα διαφορετικό μοντέλο εκτίμησης της πιθανότητας αθέτησης, το CR^+ , το οποίο υπολογίζει τον κίνδυνο αθέτησης χωρίς να λαμβάνει υπόψη τον πιστωτικό κίνδυνο που προέρχεται από την πιθανή μετάβαση σε χαμηλότερη πιστοληπτική διαβάθμιση, ενώ ο κίνδυνος αθέτησης δε συσχετίζεται με την κεφαλαιακή δομή του πιστούχου. Στο CR^+ δε γίνεται καμία εκτίμηση για τους λόγους που προκάλεσαν την αθέτηση. Έτσι ο πιστούχος είτε βρίσκεται στην κατάσταση αθέτησης με πιθανότητα P ή βρίσκεται στην κατάσταση μη αθέτησης με πιθανότητα $1-P$. Κατά συνέπεια το μοντέλο προϋποθέτει ότι:

- Για ένα δάνειο η πιθανότητα αθέτησης σε μια καθορισμένη χρονική περίοδο, αν πούμε ενός μηνός, είναι η ίδια και για οποιονδήποτε άλλο μήνα.
- Για ένα μεγάλο αριθμό πιστούχων, η πιθανότητα αθέτησης ενός συγκεκριμένου πιστούχου είναι μικρή και ο αριθμός των αθετήσεων μιας συγκεκριμένης περιόδου είναι ανεξάρτητος του αριθμού των αθετήσεων σε οποιαδήποτε άλλη περίοδο.

Με τα δεδομένα αυτά, το CR^+ θεωρεί ότι η πιθανότητα n αριθμών αθετήσεων κατά τη διάρκεια μιας καθορισμένης χρονικής περιόδου (π.χ. ενός έτους) μπορεί να παρουσιαστεί ικανοποιητικά με βάση την κατανομή Poisson:

$$P(n \text{ αθετήσεις}) = \frac{\mu^n e^{-\mu}}{n!} \quad \text{για } n = 0, 1, 2, \dots$$

όπου

$\mu =$ ο μέσος αριθμός αθετήσεων ανά έτος

$\mu = \sum_A P_A$, όπου P_A είναι η πιθανότητα αθέτησης για τον πιστούχο A .

Ο ετήσιος αριθμός των αθετήσεων, n , είναι μια τυχαία μεταβλητή με μέση τιμή μ και τυπική απόκλιση $\sqrt{\mu}$. Η κατανομή Poisson έχει την ιδιότητα να περιγράφεται πλήρως μόνο από μία και μόνη παράμετρο που είναι η μέση τιμή της. Για παράδειγμα, αν υποθέσουμε ότι η μέση τιμή των αθετήσεων το χρόνο είναι $\mu = 3$, τότε η πιθανότητα μηδενικής αθέτησης τον επόμενο χρόνο θα είναι:

$$P(0 \text{ αθετήσεις}) = \frac{3^0 e^{-3}}{0!} = 0,05 = 5\%$$

και η πιθανότητα 3 ακριβώς αθετήσεων θα είναι:

$$P(3 \text{ αθετήσεις}) = \frac{3^3 e^{-3}}{3!} = 0,224 = 22,4\%$$

Η κατανομή της ζημίας για ένα χαρτοφυλάκιο προκύπτει ως εξής: Το χαρτοφυλάκιο χωρίζεται σε υποχαρτοφυλάκια (ζώνες) των οποίων η έκθεση σε κίνδυνο μπορεί να προσεγγιστεί από έναν αριθμό. Στη συνέχεια υπολογίζεται, μέσω της κατανομής Poisson, η κατανομή του αριθμού των αθετήσεων. Λόγω της ιδιότητας της Poisson, θα περίμενε κανείς η τυπική απόκλιση της κατανομής να είναι ίση με $\sqrt{\mu}$, όπου μ η μέση τιμή των αθετήσεων. Στην πραγματικότητα όμως έχει παρατηρηθεί ότι η τυπική απόκλιση του αριθμού των αθετήσεων είναι μεγαλύτερη, κάτι αναμενόμενο λόγω της μεγάλης μεταβλητότητας του αριθμού των ζημιών με το χρόνο. Αυτή η δυσκολία ξεπερνιέται υποθέτοντας ότι η μέση συχνότητα αθετήσεων είναι και αυτή μια τυχαία μεταβλητή, που ακολουθεί την κατανομή Gamma. Η υπόθεση αυτή έχει ως αποτέλεσμα να κυρτώνεται περισσότερο η κατανομή της συχνότητας των αθετήσεων σχηματίζοντας ένα παχύτερο δεξιό άκρο (fatter tail), κάτι που ανταποκρίνεται περισσότερο στην πραγματικότητα. Στη συνέχεια, σε κάθε ζώνη, με τη βοήθεια της κατανομής Poisson, παράγεται η κατανομή της ζημίας και τέλος, από την άθροιση όλων των κατανομών αυτών, βρίσκεται η κατανομή της ζημίας του χαρτοφυλακίου.

Η συσχέτιση των αθετήσεων εμφανίζεται ως μια σειρά (sequence) από γεγονότα με τέτοιο τρόπο ώστε να είναι δυνατή η πρόβλεψη της χρονικής στιγμής εμφάνισης της αθέτησης ή του ακριβούς αριθμού των συσχετίσεων. Επηρεάζουν την μεταβολή των ζημιών αθέτησης σε χαρτοφυλάκιο πιστωτικών ανοιγμάτων. Στις περισσότερες των περιπτώσεων, υπάρχουν 'αφανείς' παράγοντες οι οποίοι προκαλούν τη συσχέτιση των γεγονότων αθέτησης, έστω και αν δεν υπάρχει καμία αιτία μεταξύ τους. Για παράδειγμα, εάν παρατηρηθεί μεγάλος αριθμός αθετήσεων σε π.χ. 1 μήνα, αυτό μπορεί να οφείλεται σε ύφεση της οικονομίας, η οποία αύξησε τα default rates πάνω από τον μέσο όρο. Σε αυτή την ύφεση, υπάρχει μεγάλη πιθανότητα ότι ο αριθμός των αθετήσεων και τον επόμενο μήνα θα είναι υψηλός.

Αντίστροφα και ανάλογα, σε άνθηση της οικονομίας, ο αριθμός των αθετήσεων θα είναι μικρότερος από τον μέσο όρο και υπάρχει πιθανότητα να είναι μικρός και τον επόμενο μήνα. Επομένως, οι αθετήσεις συσχετίζονται λόγω 'αφανών' παραγόντων – την κατάσταση της οικονομίας – η οποία αλλάζει την τάση της αθέτησης.

Συνοψίζοντας, το μοντέλο CR⁺ είναι ουσιαστικά ένα στατιστικό μοντέλο που δεν ασχολείται με το τι προκαλεί την αθέτηση, αλλά αντιμετωπίζει τον πιστωτικό κίνδυνο όπως αντιμετωπίζουν τον κίνδυνο τα μοντέλα που χρησιμοποιούν οι ασφαλιστικές εταιρίες στην ασφάλιση περιουσίας. Σύμφωνα με τα μοντέλα αυτά, σε ένα χαρτοφυλάκιο ασφαλειών σπιτιών, έναντι του κινδύνου της πυρκαγιάς, υπάρχει μία μικρή πιθανότητα για το κάθε σπίτι να καεί και η πιθανότητα να καεί το κάθε σπίτι είναι ένα ανεξάρτητο γεγονός, δηλαδή δεν εξαρτάται από την πιθανότητα να καεί κάποιο άλλο σπίτι. Αντίστοιχα, στο μοντέλο CR⁺ σε κάθε δάνειο υπάρχει μία μικρή πιθανότητα αθέτησης, η οποία μπορεί να αντιμετωπιστεί μέσα στα πλαίσια ενός μεγάλου, σε αριθμό δανείων, χαρτοφυλακίου και η οποία είναι ανεξάρτητη από την πιθανότητα αθέτησης των άλλων δανείων του χαρτοφυλακίου. Άλλο ένα στοιχείο

που έχει δανειστεί από τα μοντέλα ασφάλισης περιουσίας είναι ότι ως στοιχείο αβεβαιότητας, πέρα από την πιθανότητα αθέτησης, θεωρεί και το μέγεθος της ζημίας. Όπως συμβαίνει στις ασφαλίσειες περιουσίας, όπου εάν επέλθει η ζημία αυτή μπορεί να είναι από πολύ μικρή έως τεράστια, π.χ. σε μία πυρκαγιά μπορεί ένα σπίτι να υποστεί από μικρές ζημιές έως ολοκληρωτική καταστροφή, έτσι και στις πιστώσεις το μέγεθος των ζημιών μπορεί να είναι από πολύ μικρό έως πολύ μεγάλο. Έτσι, στο μοντέλο αυτό υπάρχουν δύο πηγές αβεβαιότητας: η συχνότητα των αθετήσεων και το μέγεθος των ζημιών, οι οποίες δημιουργούν μία κατανομή των ζημιών για ένα χαρτοφυλάκιο δανείων.

Ως εισροές στο μοντέλο αυτό χρησιμοποιούνται η έκθεση στον κίνδυνο, η πιθανότητα αθέτησης για το κάθε δάνειο, η μεταβλητότητα των πιθανοτήτων αθέτησης του κάθε δανείου και τα ποσοστά ανάκτησης.

3. ΔΑΝΕΙΑΚΟ ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΟ

Επιχειρώντας να παραθέσουμε έναν ορισμό για το δανειακό χαρτοφυλάκιο μιας Τράπεζας θα αναφέραμε πως πρόκειται για το σύνολο των εκθέσεων της (exposures) στον Πιστωτικό Κίνδυνο (Credit Risk), που αποτελείται από επιμέρους, με ομοιογενή χαρακτηριστικά, εκθέσεις στον ίδιο κίνδυνο. Σύμφωνα με τις πρόσφατες οδηγίες της Επιτροπής της Βασιλείας, οι Τράπεζες πρέπει να κατηγοριοποιήσουν τις εκθέσεις τους στον Πιστωτικό Κίνδυνο σε ευρείες κατηγορίες στοιχείων ενεργητικού με υποκείμενα χαρακτηριστικά κινδύνου και συγκεκριμένα: (α) Δάνεια σε μεγάλες επιχειρήσεις (Corporate exposures), (β) Δάνεια με έκθεση σε κίνδυνο χώρας (Sovereign exposures), (γ) Δάνεια σε άλλες Τράπεζες και χρηματοοικονομικούς οργανισμούς (Bank exposures), (δ) Δάνεια λιανικής τραπεζικής (Retail exposures) και (ε) έκθεση σε κίνδυνο από συμμετοχές (Qualifying revolving retail exposures). Βέβαια, οι Τράπεζες δεν υποχρεούνται να κατηγοριοποιήσουν τις εκθέσεις τους στον Πιστωτικό Κίνδυνο σύμφωνα με την προσέγγιση της Επιτροπής. Κι αυτό γιατί ενδέχεται να χρησιμοποιούν διαφορετικούς ορισμούς στα εσωτερικά τους συστήματα μέτρησης και διαχείρισης του πιστωτικού κινδύνου.

Σημαντικό τμήμα του ενεργητικού μιας ελληνικής εμπορικής Τράπεζας αποτελεί το δανειακό της χαρτοφυλάκιο, δηλαδή οι απαιτήσεις κατά πελατών της, από δάνεια που τους έχει χορηγήσει. Οι απαιτήσεις αυτές διακρίνονται συνήθως σε δάνεια: Καταναλωτικής πίστης (καταναλωτικά δάνεια και υπόλοιπα πιστωτικών καρτών), Στεγαστικής πίστης (δάνεια για την αγορά, ανέγερση και επισκευή κατοικιών) και Επαγγελματικής και Επιχειρηματικής πίστης (δάνεια προς επαγγελματίες και επιχειρήσεις). Ειδικά για την επιχειρηματική τραπεζική (επαγγελματική και επιχειρηματική πίστη), πρέπει να σημειωθεί ότι η ευρεία διασπορά των δανείων σε όλο το φάσμα της οικονομικής δραστηριότητας εγγυάται την ελαχιστοποίηση του πιστωτικού κινδύνου. Γι' αυτό, πρέπει να επιδιώκεται η κλαδική κατανομή του δανειακού χαρτοφυλακίου να μην εμφανίζει σημαντική συγκέντρωση κινδύνων σε κάποιο κλάδο, ενώ θα πρέπει να θεσπίζονται ανώτατα όρια ανάληψης κινδύνου για συγκεκριμένους κλάδους οικονομικής δραστηριότητας. Πρόσθετα, για την καλύτερη παρακολούθηση της ποιοτικής σύνθεσης και τη διαχείριση του επιχειρηματικού δανειακού χαρτοφυλακίου, καθίσταται απαραίτητη πλέον η ύπαρξη, σε κάθε Τράπεζα, εσωτερικού συστήματος ταξινόμησης των δανείων της, το οποίο, ανεξαρτήτως κλίμακας και επιμέρους χαρακτηριστικών, θα πρέπει να τα επιμερίζει στις ευρύτερες κατηγορίες των αποδεκτών, χρηζόντων παρακολούθησης και προβληματικών δανείων.

Όπως προαναφέρθηκε, το επιχειρηματικό χαρτοφυλάκιο μιας Τράπεζας αποτελείται από τα δάνεια που έχει χορηγήσει σε επαγγελματίες και επιχειρήσεις. Όμως και ιδιαίτερα σε ό,τι αφορά τις εκθέσεις (exposures) προς επιχειρήσεις, καθίσταται αναγκαίος ο διαχωρισμός τους σε δάνεια προς Μεγάλες και Μικρο-Μεσαίες επιχειρήσεις. Κι αυτό γιατί και τα χαρακτηριστικά τους είναι διαφορετικά (στις ΜΜΕ είναι έντονος ο προσωπικός χαρακτήρας τους, η διοίκηση

και η οργάνωσή τους, συνήθως, δεν είναι συγκροτημένη, υπάρχουν δυσχέρειες διερεύνησης της οικονομικής τους κατάστασης και αδυναμία προσδιορισμού του ύψους των επιχειρηματικών τους κεφαλαίων, λόγω μη τήρησης πλήρους σειράς λογιστικών βιβλίων κλπ.), ενώ και η πιθανότητα επηρεασμού τους από εσω-εξωγενείς παράγοντες, που είναι δυνατόν να οδηγήσουν σε αθέτηση, διαφέρει.

3.1. Μικρο-Μεσαίες Επιχειρήσεις

Μέχρι και τα μέσα της 10ετίας του 1970, η οικονομική θεωρία τόνιζε τα πλεονεκτήματα των μεγάλων επιχειρήσεων, θεωρώντας ότι η επιτυχία μιας επιχείρησης συμβαδίζει με την τάξη μεγέθους της. Το μέγεθος της παραγωγής και οι οικονομίες κλίμακας θεωρούνταν καθοριστικοί παράγοντες για την ανταγωνιστικότητα και την επιβίωση μιας επιχείρησης, προβλέποντας έτσι την επικράτηση των μεγάλων επιχειρήσεων και τη σταδιακή εξαφάνιση των μικρομεσαίων. Τα εμπειρικά όμως στοιχεία, διεθνώς, δείχνουν ότι τα οικονομικά αποτελέσματα δε συμβαδίζουν με το μέγεθος των επιχειρήσεων. Οι μικρομεσαίες επιχειρήσεις (ΜΜΕ), εμφανίζεται να αντιπροσωπεύουν πάνω από το 95% του συνόλου των επιχειρήσεων και να απασχολούν το περισσότερο εργατικό δυναμικό. Για τις χώρες – μέλη του Ο.Ο.Σ.Α., το ποσοστό των ΜΜΕ ξεπερνά το 97% και είναι συνεχής πηγή δυναμικότητας για την οικονομία, αφού καλύπτει τα 3/4 της συνολικής απασχόλησης και πάνω από το 1/3 του Α.Ε.Π. κάθε χώρας.

Ενιαίος, γενικά αποδεκτός, ορισμός της ΜΜΕ δεν υπάρχει, αλλά ορίζεται, κάθε φορά, σε σχέση με τις συγκεκριμένες οικονομικές και κοινωνικές συνθήκες κάθε χώρας, όπως και τις εφαρμοζόμενες πολιτικές. Έτσι:

- Στις Η.Π.Α., ο ειδικός οργανισμός Small Business Administration (SBA), ο οποίος ασχολείται με τις πολιτικές που ακολουθούνται για τις ΜΜΕ, θέτει διαφορετικά κριτήρια για την αναγνώρισή τους (μέχρι 500 υπαλλήλους για τις περισσότερες βιομηχανίες και μέχρι 300 για τις εμπορικές επιχειρήσεις, Κ.Ε. μέχρι \$36 εκατ. ετησίως για επιχειρήσεις λιανικής και παροχής υπηρεσιών, μέχρι \$28,5 εκατ. ετησίως για 'βαριές' βιομηχανίες και μέχρι \$0,75 εκατ. ετησίως για τις περισσότερες αγροτικές επιχειρήσεις).
- Στην Ευρωπαϊκή Ένωση (Ε.Ε.), σύμφωνα με την Επίσημη Εφημερίδα της (αρ. L124/39, 20.5.2003) η κατηγορία των πολύ μικρών, μικρών και μεσαίων επιχειρήσεων (ΜΜΕ) αποτελείται από επιχειρήσεις που απασχολούν μέχρι 250 εργαζομένους και ο ετήσιος Κ.Ε. τους δεν υπερβαίνει τα € 50 εκατ.

Στην κατηγορία των ΜΜΕ: ως μικρή επιχείρηση ορίζεται αυτή που απασχολεί μέχρι 50 εργαζομένους και έχει ετήσιο Κ.Ε. μέχρι € 10 εκατ., ενώ ως πολύ μικρή επιχείρηση εκείνη που απασχολεί μέχρι 10 εργαζομένους και ο ετήσιος Κ.Ε. της δεν υπερβαίνει τα € 2 εκατ.

- Στην Αγγλία (Companies Act 1985, § 247, 249) ως μικρή επιχείρηση ορίζεται αυτή που απασχολεί μέχρι 50 υπαλλήλους και πραγματοποιεί Κ.Ε. μέχρι £5,6 εκατ. ετησίως, ενώ ως μεσαία εκείνη που απασχολεί μέχρι 250 υπαλλήλους και έχει Κ.Ε. μέχρι £22,8 εκατ. ετησίως.
- Στην Ελλάδα, σύμφωνα με τον Ε.Ο.Μ.Μ.Ε.Χ., ως ΜΜΕ θεωρούνται όσες επιχειρήσεις απασχολούν μέχρι 100 άτομα προσωπικό. Εάν λαμβάνονταν υπόψη ο ορισμός της Ε.Ε. για τις ΜΜΕ, θα περιλαμβάνονταν σε αυτές όλες σχεδόν οι επιχειρήσεις, αφού το 99% των επιχειρήσεων απασχολεί το πολύ 50 άτομα. Η ΜΜΕ στην Ελλάδα είναι συνήθως μια οικογενειακή επιχείρηση, η διοίκηση της οποίας ταυτίζεται με την κυριότητά της και η καθημερινή διαχείρισή της εξασφαλίζεται, συνήθως, από τον ίδιο τον επιχειρηματία. Η Τράπεζα της Ελλάδος, για λόγους χρηματοδότησης από το ειδικό κεφάλαιο της Α.Ν.Ε. 197/78 με την, υπό προϋποθέσεις, εγγύηση του Ελληνικού Δημοσίου, χαρακτήριζε ως μεταποιητική ΜΜΕ την επιχείρηση εκείνη που το ανώτατο ύψος του μέσου Κ.Ε. της τελευταίας 3ετίας δεν υπερέβαινε τα € 2,5 εκατ.

Σύμφωνα με πρόσφατα στοιχεία του ίδιου Οργανισμού, η Ελλάδα θεωρείται η, κατ' εξοχήν, χώρα των ΜΜΕ, αφού οι επιχειρήσεις με λιγότερα από 100 άτομα προσωπικό αποτελούν το 99,8% του συνόλου των επιχειρήσεων και απασχολούν το 60%, περίπου, του εργατικού των δευτερογενή και τριτογενή τομέων της οικονομίας. Η συμβολή των ΜΜΕ στην απασχόληση είναι σημαντική. Όπως προκύπτει από στοιχεία της Ε.Σ.Υ.Ε., κατά την περίοδο 1978 – 1988, η μέση ετήσια μεταβολή της απασχόλησης ήταν υψηλότερη στις ΜΜΕ (+2%) από την αντίστοιχη στις μεγάλες επιχειρήσεις (-1%). Από στοιχεία του ICAP προκύπτει ότι και κατά το χρονικό διάστημα 1988 – 1996, οι ΜΜΕ αυξήθηκαν έναντι των μεγάλων και ως προς τον αριθμό των επιχειρήσεων και ως προς τον αριθμό των απασχολούμενων σε αυτές.

3.2. Μελέτη ICAP

Οι Ομόρρυθμες (General Partnership), Ετερόρρυθμες (Limited Partnership) και Ατομικές επιχειρήσεις (Sole Proprietorship) αποτελούν το μεγαλύτερο ποσοστό των εν λειτουργία επιχειρήσεων της Ελληνικής οικονομίας. Σύμφωνα με στοιχεία της Ε.Σ.Υ.Ε.⁶ το ποσοστό των Ομόρρυθμων (ΟΕ), Ετερόρρυθμων (ΕΕ) και Ατομικών επιχειρήσεων ανέρχεται στο 90,38% (719.018 επιχειρήσεις) του συνόλου των Ελληνικών επιχειρήσεων (795.556 επιχειρήσεις).

Οι προαναφερθείσες νομικές μορφές επιχειρήσεων είναι γνωστότερες στο ευρύ κοινό είτε με τον όρο μικρομεσαίες επιχειρήσεις (ΜΜΕ), είτε με τον όρο προσωπικές επιχειρήσεις⁷ και

⁶ Μητρώο Επιχειρήσεων, 2001, Γενική Γραμματεία Εθνικής Στατιστικής Υπηρεσίας Ελλάδος.

⁷ Για τους σκοπούς της μελέτης ως ΜΜΕ ορίζεται η επιχείρηση που ανήκει σε μία από τις τρεις νομικές μορφές (ομόρρυθμη, ετερόρρυθμη, ατομική επιχείρηση).

αποτελούν αντικείμενο ιδιαίτερης μελέτης κάθε φορά που επίκεινται αλλαγές σε νομοθετικές ρυθμίσεις, επιχειρηματικά–επενδυτικά προγράμματα, οικονομικές–κυβερνητικές παρεμβάσεις και κανονιστικά πλαίσια.

Γίνεται επομένως αντιληπτό ότι χρήζουν ιδιαίτερου ενδιαφέροντος οποιαδήποτε στοιχεία και ερευνητικά αποτελέσματα αφορούν στις συγκεκριμένες επιχειρήσεις, καθώς αποτελούν σημαντικό μέρος του πελατολογίου όχι μόνο των χρηματοπιστωτικών ιδρυμάτων, αλλά και των υπολοίπων επιχειρήσεων στο πλαίσιο των οικονομικών και εμπορικών τους συναλλαγών. Επιπρόσθετα, εν μέσω της επικείμενης αναθεώρησης του κανονιστικού πλαισίου περί υπολογισμού της κεφαλαιακής επάρκειας των πιστωτικών ιδρυμάτων (Οδηγία Κεφαλαιακής Επάρκειας CRD, Βασιλεία II), το συγκεκριμένο θέμα απασχολεί περισσότερο τις Τράπεζες, καθώς θα πρέπει να εκτιμήσουν όσον το δυνατόν καλύτερα και αποτελεσματικότερα τον πιστωτικό κίνδυνο ο οποίος εμπεριέχεται σε συναλλαγές με επιχειρήσεις της συγκεκριμένης κατηγορίας.

Το ICAP, διαθέτοντας πληθώρα οικονομικών και εμπορικών δεδομένων ελληνικών επιχειρήσεων, εκπόνησε μελέτη για την εξέλιξη των ποσοστών της ασυνέπειας και πτώχευσης των μικρομεσαίων επιχειρήσεων (ΜΜΕ), για τη διετία 2005 και 2004, τα αποτελέσματα της οποίας εμφανίζονται συγκεντρωτικά στον πίνακα που ακολουθεί:

Πίνακας 3

Συγκεντρωτικά Στοιχεία Εξέλιξης Πιστοληπτικής Ικανότητας ΜΜΕ Επιχειρήσεων 2005-2004

| Α/Α | Παράμετρος | Παράμετροι (διαστήματα ομαδοποίησης) | Αριθμ. Επιχ. | Πτώχευση 2005 | | Πτώχευση 2004 | | Μεταβολή Πτώχευσης 2005-2004 | | Ασυνέπεια 2005 | | Ασυνέπεια 2004 | | Μεταβολή Ασυνέπειας 2005-2004 | |
|-----|---------------|--|-----------------|------------------|--------------|------------------|--------------|------------------------------------|---------------|-------------------|--------------|-------------------|--------------|-------------------------------------|---------------|
| | | | | Αριθμ. | Ποσοσ. | Αριθμ. | Ποσοσ. | Αριθμ. | Ποσοσ. | Αριθμ. | Ποσοσ. | Αριθμ. | Ποσοσ. | Αριθμ. | Ποσοσ. |
| 1 | Νομική Μορφή | Ομόρρυθμη Επιχείρηση | 10.365 | 343 | 3,31% | 268 | 2,59% | 75 | 27,99% | 7 | 0,07% | 5 | 0,05% | 2 | 40,00% |
| | | Ετερόρρυθμη Επιχείρηση | 1.413 | 55 | 3,89% | 48 | 3,40% | 7 | 14,58% | 2 | 0,14% | 1 | 0,07% | 1 | 100,00% |
| | | Ατομική Επιχείρηση | 13.176 | 543 | 4,12% | 486 | 3,69% | 57 | 11,73% | 8 | 0,06% | 5 | 0,04% | 3 | 60,00% |
| | | Σύνολο | 24.954 | 941 | 3,77% | 802 | 3,21% | 139 | 17,33% | 17 | 0,07% | 11 | 0,04% | 6 | 54,55% |
| 2 | Ηλικία | 3=<Ηλικία<=7 | 6.181 | 302 | 4,89% | 235 | 3,80% | 67 | 28,51% | 6 | 0,10% | 3 | 0,05% | 3 | 100,00% |
| | | 7<Ηλικία<=15 | 8.227 | 308 | 3,74% | 271 | 3,29% | 37 | 13,65% | 3 | 0,04% | 2 | 0,02% | 1 | 50,00% |
| | | 15<Ηλικία<=23 | 5.864 | 194 | 3,31% | 171 | 2,92% | 23 | 13,45% | 6 | 0,10% | 5 | 0,09% | 1 | 20,00% |
| | | Ηλικία>23 | 4.682 | 137 | 2,93% | 125 | 2,67% | 12 | 9,60% | 2 | 0,04% | 1 | 0,02% | 1 | 100,00% |
| | | Σύνολο | 24.954 | 941 | 3,77% | 802 | 3,21% | 139 | 17,33% | 17 | 0,07% | 11 | 0,04% | 6 | 54,55% |
| 3 | Προσωπικό | Δεν απασχολεί | 7.734 | 343 | 4,43% | 300 | 3,88% | 43 | 14,33% | 8 | 0,10% | 4 | 0,05% | 4 | 100,00% |
| | | 1=<Προσωπικό=<3 | 8.011 | 275 | 3,43% | 249 | 3,11% | 26 | 10,44% | 6 | 0,07% | 3 | 0,04% | 3 | 100,00% |
| | | Προσωπικό>3 | 9.209 | 323 | 3,51% | 253 | 2,75% | 70 | 27,67% | 3 | 0,03% | 4 | 0,04% | -1 | -25,00% |
| | | Σύνολο | 24.954 | 941 | 3,77% | 802 | 3,21% | 139 | 17,33% | 17 | 0,07% | 11 | 0,04% | 6 | 54,55% |
| 4 | Δραστηριότητα | Βιομηχανία | 8.143 | 295 | 3,62% | 235 | 2,89% | 60 | 25,53% | 8 | 0,10% | 9 | 0,11% | -1 | -11,11% |
| | | Εμπόριο | 14.504 | 563 | 3,88% | 498 | 3,43% | 65 | 13,05% | 9 | 0,06% | 2 | 0,01% | 7 | 350,00% |
| | | Υπηρεσίες | 2.307 | 83 | 3,60% | 69 | 2,99% | 14 | 20,29% | 0 | 0,00% | 0 | 0,00% | 0 | 0,00% |
| | | Σύνολο | 24.954 | 941 | 3,77% | 802 | 3,21% | 139 | 17,33% | 17 | 0,07% | 11 | 0,04% | 6 | 54,55% |
| 5 | Πωλήσεις | 0=<Πωλήσεις=<147.000 | 13.605 | 548 | 4,03% | 470 | 3,45% | 78 | 16,60% | 8 | 0,06% | 5 | 0,04% | 3 | 60,00% |
| | | 147.000<Πωλήσεις=<440.000 | 4.252 | 145 | 3,41% | 142 | 3,34% | 3 | 2,11% | 4 | 0,09% | 1 | 0,02% | 3 | 300,00% |
| | | 440.000<Πωλήσεις=<1.470.000 | 4.944 | 180 | 3,64% | 139 | 2,81% | 41 | 29,50% | 3 | 0,06% | 4 | 0,08% | -1 | -25,00% |
| | | Πωλήσεις>1.470.000 | 2.153 | 68 | 3,16% | 51 | 2,37% | 17 | 33,33% | 2 | 0,09% | 1 | 0,05% | 1 | 100,00% |
| | | Σύνολο | 24.954 | 941 | 3,77% | 802 | 3,21% | 139 | 17,33% | 17 | 0,07% | 11 | 0,04% | 6 | 54,55% |

3.3. Πλεονεκτήματα και αδυναμίες των ΜΜΕ

Οι ΜΜΕ παρουσιάζουν πολλές αδυναμίες, αλλά και πλεονεκτήματα. Υπάρχει σοβαρό πρόβλημα χαμηλής παραγωγικότητας που θα πρέπει να αποδοθεί, μεταξύ των άλλων, στη μη χρησιμοποίηση σύγχρονης τεχνολογίας, στην ανεπαρκή οργάνωση παραγωγής και στη μη εφαρμογή σύγχρονων μεθόδων διοίκησης, διαχείρισης και μάρκετινγκ.

Οι ΜΜΕ στην Ελλάδα, αλλά και διεθνώς, έχουν δυσκολίες πρόσβασης στο τραπεζικό σύστημα λόγω του υψηλότερου κινδύνου που τις χαρακτηρίζει, έλλειψης επαρκών εγγυήσεων αλλά και λόγω του οικογενειακού τους χαρακτήρα. Περιορισμένη πρόσβαση έχουν επίσης και στις κεφαλαιαγορές. Το αποτέλεσμα είναι ότι οι ΜΜΕ καταλήγουν στο βραχυπρόθεσμο δανεισμό και στις πιστώσεις των προμηθευτών για να καλύψουν τις αυξημένες ανάγκες τους για κεφάλαιο κίνησης.

Οι ΜΜΕ δε χρησιμοποιούν στρατηγικό προγραμματισμό ή/και άλλες τεχνικές σύγχρονης διοίκησης, όπως στρατηγικές συμμαχίες, ολική ποιότητα παραγωγής, ανταγωνιστική σύγκριση, μέτρηση ικανοποίησης πελατών κ.λπ. Υστερούν επίσης των μεγάλων επιχειρήσεων στο μάρκετινγκ, στην ανάπτυξη εξαγωγικής δραστηριότητας, σε έρευνα και ανάπτυξη, στην αποτελεσματική χρήση εξωτερικών πηγών πληροφόρησης, στην πρόσβαση στις πηγές παραγωγής πρώτων υλών και στις συνεργασίες. Έχουν υψηλά ποσοστά δημιουργίας νέων επιχειρήσεων, αλλά και υψηλά ποσοστά θνησιμότητας (50%) ιδιαίτερα κατά τα πρώτα 3-5 έτη της ζωής τους. Οι λόγοι ύπαρξης των ΜΜΕ αποτελούν και τα βασικά τους πλεονεκτήματα. Η ευελιξία στην παραγωγή, η γρήγορη και εύκολη αφομοίωση της νέας τεχνολογίας και καινοτομίας, η προσαρμοστικότητα στις συνθήκες της αγοράς, η ευκολότερη κάλυψη των αναγκών εξειδικευμένων αγορών, η ταχύτητα στη λήψη αποφάσεων, οι προσωπικές πελατειακές σχέσεις και η συμβολή τους στην ανάπτυξη και απασχόληση απομονωμένων περιοχών είναι μερικά μόνο από τα πλεονεκτήματα των ΜΜΕ έναντι των μεγάλων επιχειρήσεων.

3.4. Εκτίμηση χρηματοοικονομικής συμπεριφοράς των ΜΜΕ

Η εκτίμηση της χρηματοοικονομικής συμπεριφοράς των ΜΜΕ ενδιαφέρει φορείς όπως Τράπεζες, ασφαλιστικές εταιρίες, προμηθευτές, εξαγοράστριες εταιρίες, επενδυτές και ακαδημαϊκά ιδρύματα. Βασική επιδίωξη όλων αυτών είναι ο προσδιορισμός της οικονομικά εύρωστης επιχείρησης ή αλλιώς της επιχείρησης που παρουσιάζει το μικρότερο πιστωτικό κίνδυνο. Έχουν αναπτυχθεί διάφορες διαδικασίες και συστήματα εκτίμησης του πιστωτικού κινδύνου επιχειρήσεων τα οποία ταξινομούν τις επιχειρήσεις σε προκαθορισμένες ομάδες πιστωτικού κινδύνου. Όμως, τα συστήματα αυτά δεν ενσωματώνουν ποιοτικές πληροφορίες

που αφορούν την κάθε επιχείρηση, όπως την οργάνωση και τη διοίκησή της, την τεχνογνωσία, τη θέση της στην αγορά, το επίπεδο έρευνας και ανάπτυξης κ.ά.

Σε σύγκριση με τις μεγάλες επιχειρήσεις του μεταποιητικού τομέα στην Ελλάδα, οι ΜΜΕ εμφανίζουν χαμηλότερη: ρευστότητα, αποδοτικότητα, δανειακή επιβάρυνση και χαμηλότερο μακροπρόθεσμο δανεισμό. Διαθέτουν όμως υψηλότερο βραχυπρόθεσμο δανεισμό έναντι των μεγάλων επιχειρήσεων, λόγω αδυναμίας πρόσβασης σε άλλες πηγές χρηματοδότησης αλλά και ελλιπούς εκπαίδευσης και ενημέρωσης σχετικά με εναλλακτικές μορφές χρηματοδότησης.

3.5. Πιστωτικός κίνδυνος από δάνεια προς ΜΜΕ

Η Επιτροπή Βασιλείας από την αρχή (1999) της αναμόρφωσης των κανόνων για την κεφαλαιακή επάρκεια των Τραπεζών, αντιμετώπισε με ιδιαίτερη προσοχή τον τομέα των ΜΜΕ αλλάζοντας 3 φορές τους τύπους για τον υπολογισμό των παραγόντων κινδύνου των ΜΜΕ. Στην τελευταία έκδοση (June 2004 § 232 και § 273) οι Τράπεζες μπορούν να θεωρούν μια ΜΜΕ ως retail ή corporate μονάδα με βάση, κυρίως, τη συνολική τους έκθεση (exposure) προς αυτή τη μονάδα. Αν η έκθεση είναι κάτω από € 1 εκατ., τότε η μονάδα ταξινομείται ως retail, αλλά μια άλλη ποιοτική απάντηση πρέπει να ληφθεί υπόψη: το δάνειό της πρέπει να το διαχειρίζεται ως δάνειο λιανικής, κάτι που σημαίνει ότι η συναφής έκθεση πρέπει να 'βγαίνει' από το ομοειδές σύνολο εκθέσεων που διαχειρίζεται η Τράπεζα.

Αρκετοί παράγοντες διαφοροποιούν τον πιστωτικό κίνδυνο σε μικρά και μεγάλα χαρτοφυλάκια. Συγκεκριμένα:

1. Ο μεγαλύτερος πιστωτικός κίνδυνος των δανείων ΜΜΕ είναι ότι δεν θα αποπληρωθούν. Τα δάνεια των ΜΜΕ δεν διαπραγματεύονται σε οργανωμένες αγορές και η αξία τους δεν αλλάζει μέχρι τη λήξη, εκτός εάν ο πιστούχος αθετήσει. Αυτό επικεντρώνει την επιλογή του μοντέλου μέτρησής του σε default-model (DM) και όχι mark-to-market (M-T-M).
2. Το μέγεθος δανειακού χαρτοφυλακίου σε ΜΜΕ είναι μεγαλύτερο από χαρτοφυλάκιο δανείων μεγάλων επιχειρήσεων. Ενώ το δεύτερο περιέχει εκατοντάδες δάνεια, το πρώτο περιέχει χιλιάδες. Συνεπώς, είναι πολύ δύσκολο να υιοθετηθούν οι επιλογές των μοντέλων που ασχολούνται με μεγάλα επιχειρηματικά δάνεια. Το μοντέλο πιστωτικού κινδύνου λιανικής προχωρά με 2 βήματα: α) την προσομοίωση του αριθμού των αθετήσεων (συχνότητα) σε κάθε κατηγορία κινδύνου και β) την προσομοίωση του ποσού των ατομικών ζημιών από αθέτηση.
3. Η έλλειψη δεδομένων περιορίζει τη μοντελοποίηση. Τα μοντέλα για μεγάλα επιχειρηματικά χαρτοφυλάκια χρησιμοποιούν πληθώρα πληροφοριών που έχουν να κάνουν με την χρηματοοικονομική ευρωστία της επιχείρησης, η οποία προέρχεται από

τους αξιολογικούς οίκους και τις τιμές της αγοράς. Γενικά, τα δεδομένα αυτά είναι διαθέσιμα υπό τη μορφή χρονοσειρών. Επιτρέπουν τη μακροπρόθεσμη σταθερότητα των κύριων περιορισμών για κάθε μοντέλο (PD, LGD, Correlation). Ακόμα επιτρέπουν την αναλυτική εξαγωγή της κατανομής πιθανότητας των ζημιών αλλά και τις ιστορικές προσομοιώσεις. Στην περίπτωση των MME, είναι δεδομένη η σοβαρή έλλειψη τέτοιων δεδομένων.

4. Ο τελικός σκοπός των μοντέλων είναι η κατασκευή της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας (PDF) των μελλοντικών ζημιών σε δανειακό χαρτοφυλάκιο. Σε MME αυτό υπονοεί συγκεκριμένες λύσεις για τα δύο κύρια προβλήματα της διαδικασίας μοντελοποίησης: τη μοντελοποίηση της πιθανότητας αθέτησης και την κατασκευή της από κοινού κατανομής των ζημιών, λαμβάνοντας υπόψη τις συσχετίσεις αθέτησης.

4. ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ – ΕΦΑΡΜΟΓΗ

4.1. Καθορισμός δείγματος

Το δείγμα μας προέρχεται από τη βάση δεδομένων μιας μεγάλης ελληνικής Τράπεζας και περιλαμβάνει 9756 δάνεια προς Μικρο-Μεσαίες Επιχειρήσεις. Κατά τη στιγμή της άντλησης του δείγματος, η ονομαστική αξία των δανείων ανερχόταν στο συνολικό ποσό των € 288,9 εκατ. και το άνοιγμα κάθε δανείου ήταν € 0 – 100 χιλ. Η δοθείσα ετήσια αναμενόμενη πιθανότητα αθέτησης για κάθε δάνειο, προέρχεται από το εσωτερικό σύστημα αξιολόγησης της ίδιας Τράπεζας, που κατατάσσει τους δανειολήπτες της, ανάλογα με την πιστοληπτική τους ικανότητα, σε 10βάθμια κλίμακα, όπου οι χαμηλότερες διαβαθμίσεις αντιστοιχούν σε υψηλότερο κίνδυνο⁸.

Για την εκτίμηση της εμπειρικής κατανομής ζημιών στο υπόψη χαρτοφυλάκιο, πέραν των δοθέντων στοιχείων, λήφθηκαν υπόψη οι ακόλουθες εκτιμήσεις και παραδοχές:

- Το ποσοστό ανάκτησης για όλα τα δάνεια προσδιορίστηκε σε 55% και θεωρήθηκε ως σταθερό.
- Όλα τα δάνεια με καθυστέρηση μεγαλύτερη των 90 ημερών, θεωρήθηκαν ως αθετημένα.
- Δεν έγινε διαχωρισμός μεταξύ ενήμερων και αθετημένων δανείων και αυτό γιατί θεωρήθηκε πως όλα τα ενήμερα δάνεια υπόκεινται σε αθέτηση από ξαφνικό γεγονός.
- Για τη συσχέτιση των αθετήσεων, ελλείπει ιστορικών στοιχείων πτώχευσης και ασυνέπειας των ΜΜΕ στην Ελλάδα, εκτιμήθηκαν ο μέσος = 1 και η τυπική απόκλιση = 0,5 ως απαραίτητα στοιχεία για τον υπολογισμό των παραμέτρων της κατανομής που ακολουθεί ο “αφανής” μακροοικονομικός παράγοντας.

4.2. Επιλογή μοντέλου

Από την υφιστάμενη βιβλιογραφία, τα όσα αναλυτικά αναφέρθηκαν στα προηγούμενα κεφάλαια και έχοντας υπόψη τα δεδομένα, τις υποθέσεις και τις παραδοχές που προεκτέθηκαν, καταλήξαμε στην άποψη πως το μοντέλο CR⁺ της CSFB είναι το πλέον κατάλληλο για την εκτίμηση της κατανομής των ζημιών του προς εξέταση δανειακού επιχειρηματικού χαρτοφυλακίου ΜΜΕ. Κι αυτό γιατί το CR⁺:

- Είναι μοντέλο αθέτησης (default model), που εστιάζει στην πρόβλεψη ζημιών που οφείλονται σε αθετήσεις και θέτει μόνο 2 πιθανές καταστάσεις (states of the world) για κάθε δανειζόμενο – αθέτηση και μη αθέτηση.

⁸ Όλα τα στοιχεία του προς εξέταση χαρτοφυλακίου, περιλαμβάνονται στο συνοδευτικό της παρούσας CD-ROM.

- Θεωρεί ως αποφασιστικό οδηγό κινδύνου το μεταβλητό μέσο επίπεδο αθέτησης στην οικονομία. Αυτό είναι πιθανό να αυξάνει, όπως και οι ζημίες, δεδομένης της αφερεγγυότητας, ενώ μια βελτίωση στις οικονομικές συνθήκες έχει το αντίθετο αποτέλεσμα.
- Έχει οικοδομηθεί γύρω από πίνακες θνησιμότητας (mortality tables), οι οποίοι χρησιμοποιούνται για την εκτίμηση της κατανομής του βαθμού αθέτησης για κάθε ζώνη κινδύνου.
- Έχει περιορισμένες απαιτήσεις σε δεδομένα (έκθεση στον κίνδυνο, πιθανότητα αθέτησης για κάθε δάνειο, μεταβλητότητα των πιθανοτήτων αθέτησης του κάθε δανείου και ποσοστά ανάκτησης), που το καθιστούν εφαρμόσιμο σε χαρτοφυλάκια Λιανικής Τραπεζικής, όπως μπορεί να θεωρηθεί το προς εξέταση χαρτοφυλάκιο MME, ενώ και οι συσχετίσεις υπολογίζονται από κατανομές αθέτησης που εξαρτώνται από μακροοικονομικούς παράγοντες.
- Θεωρεί τις αθετήσεις ως μία μεταβλητή, η οποία ακολουθεί την κατανομή Poisson γύρω από ένα μέσο βαθμό αθέτησης. Αυτή η μέση συχνότητα αθέτησης μοντελοποιείται ως μία μεταβλητή με κατανομή Gamma. Το γεγονός αυτό παράγει μια κατανομή ζημιών, η οποία τείνει να έχει μεγαλύτερη συγκέντρωση στα άκρα, κάτι που προσεγγίζει περισσότερο την πραγματικότητα.
- Δεν κάνει κανένα διαχωρισμό μεταξύ της μεταβαλλόμενης πιθανότητας αθέτησης και της συσχέτισης αθέτησης.
- Στρογγυλοποιεί και ομαδοποιεί τα επίπεδα ζημιών σε υποχαρτοφυλάκια, έτσι ώστε η σοβαρότητα της ζημίας (loss severity) σε κάθε υποχαρτοφυλάκιο να θεωρείται σταθερή.
- Υποθέτοντας ότι: α) ο αριθμός των αθετήσεων ακολουθεί την κατανομή Poisson, β) η μέση συχνότητα αθέτησης ακολουθεί την κατανομή Gamma, γ) η ανάκτηση δε μεταβάλλεται και επομένως η ζημία, δεδομένης της αφερεγγυότητας για κάθε υποχαρτοφυλάκιο, είναι σταθερή, υιοθετεί μια αναλυτική μέθοδο για τον καθορισμό της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας των ζημιών.

4.3. Εφαρμογή

Ακολουθώντας τη μεθοδολογία του CR⁺:

Βήμα 1: Το προς εξέταση χαρτοφυλάκιο κατανεμήθηκε σε 10 διακριτές ζώνες σταθερού εύρους (€ 10 χιλ.) και εντάχθηκαν σε αυτές όλα τα δάνεια, σύμφωνα με την ονομαστική τους αξία (€ 0-10, 10-20, 20-30, 90-100 χιλ.), προκειμένου να δημιουργηθούν ανεξάρτητα υποχαρτοφυλάκια, να αναδειχθεί η ποιότητα του καθενός από αυτά και να εξαχθούν τα απαραίτητα στοιχεία για τον υπολογισμό της κατανομής των ζημιών τους. Ακολουθεί σχετικός πίνακας με την ταξινόμησή τους:

Πίνακας 4

| Portfolios | Default | Non-Default | Total N of loans | % Default in j |
|---------------|------------|--------------|------------------|----------------|
| 0 έως 10 | 227 | 1.752 | 1.979 | 11,47% |
| 10 έως 20 | 178 | 2.232 | 2.410 | 7,39% |
| 20 έως 30 | 98 | 1.535 | 1.633 | 6,00% |
| 30 έως 40 | 64 | 1.043 | 1.107 | 5,78% |
| 40 έως 50 | 38 | 746 | 784 | 4,85% |
| 50 έως 60 | 27 | 564 | 591 | 4,57% |
| 60 έως 70 | 28 | 405 | 433 | 6,47% |
| 70 έως 80 | 12 | 333 | 345 | 3,48% |
| 80 έως 90 | 9 | 224 | 233 | 3,86% |
| 90 έως 100 | 10 | 231 | 241 | 4,15% |
| Σύνολο | 691 | 9.065 | 9.756 | |

Βήμα 2: Υπολογίστηκε η έκθεση στον κίνδυνο (EAD) όλων των δανείων – αθετημένων και ενήμερων – κάθε υποχαρτοφυλακίου, σύμφωνα με τον τύπο:

$$\text{EAD} = \text{PD} * \text{Outstanding balance (€)}$$

Βήμα 3: Υπολογίστηκε η ζημία από αθέτηση (LGD) όλων των δανείων κάθε υποχαρτοφυλακίου, σύμφωνα με τον τύπο:

$$\text{LGD} = \text{EAD} * (1 - \text{Recovery Rate}) = \text{EAD} * (1 - 55\%)$$

Βήμα 4: Διαιρέθηκε η ζημία από αθέτηση (LGD) κάθε υποχαρτοφυλακίου με τη βάση έκθεσης (unit exposure) που αναφέρεται στην ανώτατη ονομαστική αξία κάθε δανείου του προς εξέταση χαρτοφυλακίου (L = € 100 χιλ.), προκειμένου να υπολογιστεί ο δείκτης της έκτασης των δανείων που θα προκαλέσουν ζημία (e_j) σε κάθε υποχαρτοφυλάκιο.

Βήμα 5: Διαιρέθηκε ο δείκτης της έκτασης των δανείων που θα προκαλέσουν ζημία (e_j) σε κάθε υποχαρτοφυλάκιο με το πολλαπλάσιο του εύρους του (1, 2, 3,, 10) προκειμένου, με βάση τη σοβαρότητα του ανοίγματος κάθε υποχαρτοφυλακίου, να υπολογιστεί ο αναμενόμενος αριθμός αθετήσεων (μ_j) σε αυτό.

Βήμα 6: Αθροίστηκαν οι αναμενόμενοι αριθμοί αθετήσεων κάθε υποχαρτοφυλακίου (μ_j), ώστε να εξαχθεί ο αναμενόμενος αριθμός αθετήσεων σε όλο το χαρτοφυλάκιο (μ_P).

Τα αποτελέσματα των υπολογισμών, σύμφωνα με τα παραπάνω 2 - 6 βήματα, παρατίθενται στον πίνακα που ακολουθεί:

Πίνακας 5

| Band j | Portfolios | EAD | RR (const.) | LGD=EAD*(1-55%) | e_i | μ_i |
|-------------------|-------------------|------------------------|--------------------|------------------------|-------------------------|---------------------------|
| 1 *10.000 | 0 έως 10 | 857.415,20 | 55% | 385.836,84 | 3,86 | 3,86 |
| 2 *10.000 | 10 έως 20 | 2.674.757,60 | 55% | 1.203.640,92 | 12,04 | 6,02 |
| 3 *10.000 | 20 έως 30 | 9.702.302,30 | 55% | 4.366.036,035 | 43,66 | 14,55 |
| 4 *10.000 | 30 έως 40 | 2.567.811,70 | 55% | 1.155.515,265 | 11,56 | 2,89 |
| 5 *10.000 | 40 έως 50 | 2.445.812,10 | 55% | 1.100.615,445 | 11,01 | 2,2 |
| 6 *10.000 | 50 έως 60 | 2.249.547,30 | 55% | 1.012.296,285 | 10,12 | 1,69 |
| 7 *10.000 | 60 έως 70 | 1.860.890,80 | 55% | 837.400,86 | 8,37 | 1,2 |
| 8 *10.000 | 70 έως 80 | 1.784.139,30 | 55% | 802.862,685 | 8,03 | 1 |
| 9 *10.000 | 80 έως 90 | 1.300.905,20 | 55% | 585.407,34 | 5,85 | 0,65 |
| 10 *10.000 | 90 έως 100 | 1.702.410,40 | 55% | 766.084,68 | 7,66 | 0,77 |
| | Σύνολο | 27.145.991,90 € | | 12.215.696,36 € | 122,16 | 34,82 |

Από τον παραπάνω πίνακα προκύπτει ότι:

- Η συνολική έκθεση στον κίνδυνο (**EAD**) του εξεταζόμενου χαρτοφυλακίου προσδιορίστηκε σε € 27,1 εκατ.
- Η ζημία από αθέτηση (**LGD**) του ίδιου χαρτοφυλακίου προσδιορίστηκε σε € 12,2 εκατ.
- Ο συνολικός αναμενόμενος αριθμός των αθετήσεων (μ_P) του ίδιου χαρτοφυλακίου προσδιορίστηκε σε 34,82 \approx 35 (με βάση έκθεσης L = € 100 χιλ.).

Ανεξάρτητες αθετήσεις

Σύμφωνα με την θεωρία της CR⁺, ο αναμενόμενος αριθμός των αθετήσεων του χαρτοφυλακίου (μ_p) θεωρείται σταθερός για όλο το χρονικό ορίζοντα που εξετάζεται και ακολουθεί την κατανομή Poisson, σύμφωνα με την οποία ο μέσος και η διακύμανση (ως το τετράγωνο της τυπικής απόκλισης) είναι ίσοι. Συνεπώς, με τη μέθοδο των ανεξάρτητων αθετήσεων, η αναμενόμενη ζημία (expected loss) του εξεταζόμενου χαρτοφυλακίου είναι η μέση τιμή της κατανομής Poisson, η οποία, εκπεφρασμένη σε €, είναι:

$$\mu_p = 34,82 * € 100 \text{ χιλ.} = \mathbf{€ 3.482.000€}$$
 ή 12,82% του EAD.

Κατ' ακολουθίαν, η μη αναμενόμενη ζημία (τυπική απόκλιση) εκπεφρασμένη σε €, είναι:

$$\sigma_p = \sqrt{\mu_p} = \sqrt{34,82} = 5,90 * € 100 \text{ χιλ.} = \mathbf{€ 590.084}$$
 ή 2,17% του EAD.

Συσχετισμένες αθετήσεις

1) Έχοντας ήδη υπολογίσει τον αναμενόμενο αριθμό αθετήσεων σε κάθε υποχαρτοφυλάκιο αλλά και σε ολόκληρο το χαρτοφυλάκιο, διαιρέθηκε ο πρώτος με τον δεύτερο προκειμένου να υπολογιστεί η κατανομή της σοβαρότητας των ζημιών (Loss Severity Distribution) σε κάθε υποχαρτοφυλάκιο, στοιχείο απαραίτητο για τη δημιουργία του διανύσματος της σοβαρότητας των ζημιών στο σύνολο του χαρτοφυλακίου. Τα αποτελέσματα των σχετικών υπολογισμών παρατίθενται στον Πίνακα που ακολουθεί:

Πίνακας 6

| μ_i | Severity Vector |
|--------------|--------------------|
| 3,86 | 0,110797489 |
| 6,02 | 0,172819672 |
| 14,55 | 0,417919166 |
| 2,89 | 0,082954877 |
| 2,20 | 0,063210879 |
| 1,69 | 0,048448755 |
| 1,20 | 0,034352756 |
| 1,00 | 0,028818908 |
| 0,65 | 0,018678495 |
| 0,77 | 0,021999003 |
| 34,82 | 1,000 |

2) Σύμφωνα με τη θεωρία της CR⁺, στην πιθανογεννήτρια συνάρτηση της Poisson πρέπει να εισαχθεί η κατανομή Gamma, η οποία εκφράζεται από τη μέση τιμή και την τυπική της απόκλιση. Υποθέτοντας $\mu_{\text{Gamma}}=1$ και $\sigma_{\text{Gamma}}=0,5$ υπολογίζονται οι παράμετροι α και β που πρέπει να ενσωματωθούν στην πιθανογεννήτρια συνάρτηση της Poisson ως εξής:

$$\alpha = \frac{\mu^2}{\sigma^2} \quad \text{και} \quad \beta = \frac{\sigma^2}{\mu}$$

και προκύπτουν τα παρακάτω αποτελέσματα:

$$\alpha = [1^2/(0,5)^2] = 4 \quad \text{και} \quad \beta = [(0,5)^2/1] = 0,25$$

3) Δεδομένης της έλλειψης ιστορικών στοιχείων για τις MME στην Ελλάδα αλλά και του μεγάλου αριθμού δανείων του εξεταζόμενου χαρτοφυλακίου, η προσομοίωση Monte Carlo, για την παραγωγή σεναρίων πιθανής αξίας, αποφεύχθηκε. Αντί αυτής χρησιμοποιήθηκε ο αλγόριθμος που προτάθηκε από τον Wang⁹ (1999) και χρησιμοποιήθηκε από τον Melchiori¹⁰, σε υποθετικά παραδείγματα. Ο αλγόριθμος αυτός παράγει την χαρακτηριστική συνάρτηση (γνωστή και ως Μετασχηματισμός Fourier), ως μια εκ των βοηθητικών (auxiliary) συναρτήσεων για την εξαγωγή της πιθανότητας ζημίας σε ένα χαρτοφυλάκιο και περιλαμβάνει τα κάτωθι βήματα, που ακολουθήθηκαν και στην δική μας εφαρμογή:

- Επιλέγονται $n = 2^r = 2^{10} = 1.024$ σημεία (το εύρος είναι 0-1.023). Είναι ο επιθυμητός αριθμός για την εξαγωγή της κατανομής των αθροιστικών ζημιών. Αυτό σημαίνει ότι η πιθανότητα είναι αμελητέα πέρα από το διάστημα $[0, n]$.
- Μετασχηματίζεται η κατανομή πιθανότητας για το severity loss από συνεχής σε διακριτή (Πίνακες 4 και 5). Προστίθενται μηδενικά στο διάνυσμα πιθανότητας για να έχει το ίδιο μήκος n . Το διακριτό διάνυσμα πιθανότητας είναι

$$f_x = [f_x(0), f_x(1), \dots, f_x(n-1)].$$

Στο υπό εξέταση χαρτοφυλάκιο το διακριτό διάνυσμα πιθανότητας είναι $[0, 0.1107, 0.1728, 0.4179, 0.082, 0.063, 0.048, 0.034, 0.028, 0.018, 0.021, 0, 0, 0, \dots, 0]$

- Εφαρμόζεται FFT στο διάνυσμα $\tilde{f}_x = FFT(f_x)$.
- Εισάγονται οι παράμετροι $\alpha=4$ και $\beta=0,25$ της κατανομής Gamma στην πιθανογεννήτρια συνάρτηση της Poisson, στοιχείο-στοιχείο, στο προηγούμενο βήμα.

$$\tilde{f}_z = P_N(\tilde{f}_x)$$

⁹ Shaun S. Wang (1999), 'Aggregation of correlated Risk Portfolios: Models & Algorithms', CAS Committee of Theory on Risk.

¹⁰ Mario Melchiori (2004), 'Credit Risk⁺ by Fast Fourier Transform', Universidad National del Litoral, Santa Fe, Argentina.

- Το διάνυσμα που προκύπτει αντιστρέφεται με IFFT για να εξαχθεί η κατανομή των αθροιστικών ζημιών.

$$f_z = IFFT(\tilde{f}_z)$$

Τα αποτελέσματα¹¹, που εξήχθησαν μετά τη χρήση του αλγόριθμου που αναλύθηκε προηγουμένως, παρατίθενται συγκεντρωτικά στον Πίνακα 7 που ακολουθεί.

Στην πρώτη στήλη του πίνακα παρουσιάζονται τα σημεία που είναι επιθυμητά για τον μετασχηματισμό Fourier από το excel¹² σε αύξουσα σειρά¹³ (n=1.024). Μετά το σημείο n=10 προσθέτουμε μηδενικά από δεξιά, έτσι ώστε το διάνυσμα της έκτασης των ζημιών να έχει το ίδιο μήκος (στήλη 2), προκειμένου να υπολογιστούν οι μιγαδικοί αριθμοί. Στις στήλες 3-5 εφαρμόζουμε τον FFT¹⁴ από το excel, που δίνει το πραγματικό και το φανταστικό μέρος των μιγαδικών αριθμών. Στις στήλες 6-8, υπολογίζεται η πιθανογεννήτρια συνάρτηση της κατανομής Poisson των στηλών 3-5, σύμφωνα με τον τύπο

$$e^{-\mu} \sum_{i=1}^{10} \mu (f_i - 1)$$

όπου

\bar{f} είναι το διάνυσμα της έκτασης των ζημιών και

μ ο αναμενόμενος αριθμός αθετήσεων για κάθε διακριτή ζώνη έκθεσης.

¹¹ Βλέπε 'ΕΦΑΡΜΟΓΗ.xls, Worksheet 'Αλγόριθμος FFT' στο συνοδευτικό CD-ROM.

¹² Το **Excel Analysis Toolpack Add-in** είναι ενσωματωμένο από την Microsoft και εφαρμόζει την ανάλυση Fourier. Από οποιοδήποτε φύλλο excel τα βήματα είναι: **Μενού→Εργαλεία→Ανάλυση Δεδομένων→Ανάλυση Fourier**. Πληκτρολογούμε την αναφορά για την περιοχή πραγματικών ή μιγαδικών δεδομένων τα οποία θέλουμε να μετασχηματίσουμε. Τα μιγαδικά δεδομένα πρέπει να έχουν τη μορφή x+yi ή x+yj. Ο αριθμός των τιμών της περιοχής εισόδου πρέπει να είναι άρτια δύναμη του 2. Εάν το x είναι αρνητικός αριθμός, τοποθετούμε πριν από αυτόν μια απόστροφο ('). Ο μέγιστος αριθμός τιμών είναι 4096. Το εργαλείο ανάλυσης Fourier επιλύει προβλήματα γραμμικών συστημάτων και αναλύει περιοδικά δεδομένα, χρησιμοποιώντας τη μέθοδο του Μετασχηματισμού Fourier (Fast Fourier Transform - FFT) για το μετασχηματισμό δεδομένων. Το εργαλείο αυτό υποστηρίζει επίσης αντίστροφο μετασχηματισμό, ο οποίος, όταν εφαρμοστεί στα ήδη μετασχηματισμένα δεδομένα, επιστρέφει τα αρχικά.

¹³ Η προσομοίωση Monte Carlo κατατάσσει τα σενάρια που δημιουργεί κατά αύξουσα σειρά, ώστε να εντοπίσει τα ποσοστημόρια της κατανομής και την αξία του χαρτοφυλακίου. Η Ανάλυση Fourier με την επιλογή των σημείων έχει ενσωματώσει ήδη την ίδια διαδικασία.

¹⁴ Command button 'Run FFT', κωδικός VBA που παρατίθεται στο Παράρτημα.

Στις στήλες 9-10, αντιστρέφονται¹⁵ τα αποτελέσματα των στηλών 6-8, μετατρέποντας το δάνυσμα της έκτασης των ζημιών σε κατανομή των αθροιστικών ζημιών, η οποία παρουσιάζεται στη στήλη 11, σύμφωνα με τον τύπο

$$\left[1 - \sum_{j=1}^{10} \mu_j \beta (\tilde{f} - 1) \right]^{-\alpha} .$$

Στην τελευταία στήλη επαναλαμβάνονται τα σημεία **n**, τα οποία αντιπροσωπεύουν την πιθανή αξία του χαρτοφυλακίου σε όρους του L = € 100 χιλ. (αντίστοιχα η Monte Carlo χρησιμοποιεί σενάρια για τις πιθανές αξίες).

Μέσω αυτής της διαδικασίας η αναμενόμενη ζημία του χαρτοφυλακίου, προκύπτει ως το άθροισμα του γινομένου των σημείων **n** με τους πραγματικούς συντελεστές της κατανομής των αθροιστικών ζημιών¹⁶ (στήλη 10). Το αποτέλεσμα προκύπτει σε όρους του L = € 100 χιλ., εφαρμόζοντας ουσιαστικά τον κανόνα πολλαπλασιασμού της χαρακτηριστικής συνάρτησης¹⁷. Έτσι προκύπτει:

$$\mu_p = 122,16 * € 100 \text{ χιλ.} = \mathbf{€ 12.216.000} \text{ ή } \mathbf{45\%} \text{ του EAD.}$$

Όσον αφορά την μη αναμενόμενη ζημία, αυτή δεν μπορεί να υπολογιστεί σαν ένας αριθμός τυπικών αποκλίσεων από τη μέση τιμή, αφού σε κανένα σημείο της εφαρμογής δεν υπάρχει η υπόθεση της Κανονικής κατανομής. Έτσι, από τα **n** σημεία αφαιρείται ο μέσος (πάντα σε όρους του L), ώστε να υπολογιστεί η απόκλιση του από κάθε πιθανή αξία του χαρτοφυλακίου και υψώνεται στο τετράγωνο. Κατόπιν, πολλαπλασιάζεται το δάνυσμα που δημιουργείται με τους πραγματικούς συντελεστές της κατανομής των αθροιστικών ζημιών (στήλη 10), όπως και στον υπολογισμό του μέσου. Τέλος, υπολογίζεται η τετραγωνική ρίζα του αθροίσματος του γινομένου αυτού. Το αποτέλεσμα είναι:

$$\sigma_p = 23,93 * € 100 \text{ χιλ.} = \mathbf{€ 2.393.832,93} \text{ ή } \mathbf{8,1\%} \text{ του EAD.}$$

¹⁵ Command button 'Run IFFT', κωδικός VBA που παρατίθεται στο Παράρτημα.

¹⁶ Με τη σύνθετη συνάρτηση 'SUMPRODUCT'.

¹⁷ **Κανόνας πολλαπλασιασμού:** Αν X και Y δύο ανεξάρτητες τυχαίες μεταβλητές τότε η χαρακτηριστική συνάρτηση του X+Y είναι το γινόμενο των χαρακτηριστικών συναρτήσεων των X και Y αντίστοιχα. Επιβάλλεται ο περιορισμός της ανεξαρτησίας:

$$C_{X+Y}(\omega) = E[e^{i\omega(X+Y)}] = E[e^{i\omega X} e^{i\omega Y}] = E[e^{i\omega X}] E[e^{i\omega Y}] = C_X(\omega) C_Y(\omega)$$

Πίνακας 7 (σελ. 1/4)

| n | \bar{f} | $\tilde{f} = FFT(f_x)$ | | | | $e^{\sum_{j=1}^{10} \mu_j (\bar{f}-1)}$ | | | | $IFFT(\tilde{f}_x)$ | | $\left[1 - \sum_{j=1}^{10} \mu_j \beta (\bar{f}-1)\right]^{-\alpha}$ | n |
|-----|-------------|--|------------------|------------------|------------------|---|---|-----------------------|------------------|---------------------|-------------|--|----|
| | | Μιγαδικός Αριθμός | Πραγματικό Μέρος | Φανταστικό Μέρος | Πραγματικό Μέρος | Φανταστικό Μέρος | Μιγαδικός Αριθμός | Φανταστικό Μέρος | Πραγματικό Μέρος | | | | |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0,110797489 | 0,999690268404943-2,15202724504215E-002i | 0,999690268 | -0,021520272 | 0,72423464 | -0,673901515 | 0,724234640265361-0,673901515410755i | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 2 | 0,172819672 | 0,998761571885189-4,30177775022986E-002i | 0,998761572 | -0,043017778 | 0,06962933 | -0,955255882 | 6,9629330271923E-002-0,955255881819914i | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 |
| 3 | 0,417919166 | 0,997215403972448-6,44697963393735E-002i | 0,997215404 | -0,064469796 | -0,566632389 | -0,708967972 | -0,566632388698448-0,708967971840832i | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 3 |
| 4 | 0,082954877 | 0,995054249674902-8,5853707172983E-002i | 0,99505425 | -0,085853707 | -0,832099128 | -0,127340229 | -0,832099127770201-0,127340229349723i | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 4 |
| 5 | 0,063210879 | 0,992281579173541-0,107147033413845i | 0,992281579 | -0,107147033 | -0,635242569 | 0,425011714 | -0,635242569251008+0,425011714193799i | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 5 |
| 6 | 0,048448755 | 0,988901839023653-0,128327491434637i | 0,988901839 | -0,128327491 | -0,163856237 | 0,659391798 | -0,163856236958841+0,659391798317586i | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 6 |
| 7 | 0,034352756 | 0,984920440887988-0,149373037788981i | 0,984920441 | -0,149373038 | 0,27801121 | 0,522073058 | 0,278011210105088+0,522073058065401i | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 7 |
| 8 | 0,028818908 | 0,980343747835551-0,170261915754161i | 0,980343748 | -0,170261916 | 0,473060201 | 0,174855397 | 0,473060201411683+0,174855396515923i | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 8 |
| 9 | 0,018678495 | 0,975179058247277-0,190972701067014i | 0,975179058 | -0,190972701 | 0,393240353 | -0,15124604 | 0,393240353091564-0,151246039549376i | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 9 |
| 10 | 0,021999003 | 0,969434587377038-0,211484346725027i | 0,969434587 | -0,211484347 | 0,16213268 | -0,304456011 | 0,162132679720084-0,304456011148974i | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 10 |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ |
| 118 | 0 | -0,218061122189957-0,511885212299548i | -0,218061122 | -0,511885212 | 1,97001E-19 | 3,23541E-19 | 1,97000781609807E-019+3,23540818310783E-019i | 1,67153247161482E-002 | 0,016715325 | 0,455601612 | 0,455601612 | 118 | |
| 119 | 0 | -0,224183121668821-0,50747657462881i | -0,224183122 | -0,507476575 | 1,17328E-19 | 2,82689E-19 | 1,17327699602537E-019+2,8268873777286E-019i | 1,67342566363174E-002 | 0,016734257 | 0,472335868 | 0,472335868 | 119 | |
| 120 | 0 | -0,230292195136848-0,503005547364373i | -0,230292195 | -0,503005547 | 5,82607E-20 | 2,40459E-19 | 5,8260737722279E-020+2,40459163731844E-019i | 1,67237823359611E-002 | 0,016723782 | 0,489059651 | 0,489059651 | 120 | |
| 121 | 0 | -0,2363873438363-0,498467389865106i | -0,236387344 | -0,49846739 | 1,59259E-20 | 1,99465E-19 | 1,5925852397377E-020+1,99465393756502E-019i | 1,66842647435656E-002 | 0,016684265 | 0,505743915 | 0,505743915 | 121 | |
| 122 | 0 | -0,24246718559115-0,493857459637548i | -0,242467186 | -0,49385746 | -1,30786E-20 | 1,6139E-19 | -1,30786242831321E-020+1,6138991011989E-019i | 1,66162103920754E-002 | 0,01661621 | 0,522360126 | 0,522360126 | 122 | |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ |
| 135 | 0 | -0,318862828165084-0,425598665476013i | -0,318862828 | -0,425598665 | -7,15168E-21 | -8,77697E-21 | -7,15167656217377E-021-8,77696662048008E-021i | 1,35751052332216E-002 | 0,013575105 | 0,720853455 | 0,720853455 | 135 | |

Πίνακας 7 (σελ. 2/4)

| n | \bar{f} | $\tilde{f} = FFT(f_x)$ | | | | $e^{\sum_1^{10} \mu(\bar{f}-1)}$ | | | | $IFFT(\tilde{f}_x)$ | | $\left[1 - \sum_{j=1}^{10} \mu_j \beta(\bar{f}-1)\right]^{-\alpha}$ | n |
|-----|-----------|---|------------------|------------------|------------------|----------------------------------|---|-----------------------|------------------|---------------------|-----|---|---|
| | | Μιγαδικός Αριθμός | Πραγματικό Μέρος | Φανταστικό Μέρος | Πραγματικό Μέρος | Φανταστικό Μέρος | Μιγαδικός Αριθμός | Φανταστικό Μέρος | Πραγματικό Μέρος | | | | |
| 136 | 0 | -0,32439988286593-0,419601975931935i | -0,324399883 | -0,419601976 | -4,26889E-21 | -8,30313E-21 | -4,26889283337065E-021-8,30313051094669E-021i | 1,32205732365564E-002 | 0,013220573 | 0,734074028 | 136 | | |
| 137 | 0 | -0,329864492615438-0,413489430635558i | -0,329864493 | -0,413489431 | -1,99937E-21 | -7,45494E-21 | -1,99936548280506E-021-7,4549418235765E-021i | 1,28561788105905E-002 | 0,012856179 | 0,746930207 | 137 | | |
| 138 | 0 | -0,335251257186859-0,407260477215777i | -0,335251257 | -0,407260477 | -2,88542E-22 | -6,39171E-21 | -2,88541799363636E-022-6,39171061095512E-021i | 1,24834310253105E-002 | 0,012483431 | 0,759413638 | 138 | | |
| 139 | 0 | -0,34055469865625-0,400914913448416i | -0,340554699 | -0,400914913 | 9,30647E-22 | -5,23722E-21 | 9,30646786838875E-022-5,23721892913381E-021i | 1,21038151148482E-002 | 0,012103815 | 0,771517453 | 139 | | |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | | |
| 160 | 0 | -0,423325473935147-0,243989334980219i | -0,423325474 | -0,243989335 | -1,78519E-22 | -2,38469E-22 | -1,78518959718873E-022-2,38468956639298E-022i | 4,61573213386074E-003 | 0,004615732 | 0,938953654 | 160 | | |
| 161 | 0 | -0,425526846646817-0,235699472952957i | -0,425526847 | -0,235699473 | -9,56233E-23 | -2,58803E-22 | -9,56233313870156E-023-2,58803497349404E-022i | 4,34694286555751E-003 | 0,004346943 | 0,943300597 | 161 | | |
| 162 | 0 | -0,427545656696743-0,227374737728582i | -0,427545657 | -0,227374738 | -1,64549E-23 | -2,56647E-22 | -1,6454860457922E-023-2,56646574350769E-022i | 4,08888267674482E-003 | 0,004088883 | 0,947389479 | 162 | | |
| 163 | 0 | -0,429380412237727-0,219021262900658i | -0,429380412 | -0,219021263 | 5,42656E-23 | -2,35074E-22 | 5,42656269073303E-023-2,35073734252164E-022i | 3,84155245418202E-003 | 0,003841552 | 0,951231032 | 163 | | |
| 164 | 0 | -0,431029942157593-0,210645254882089i | -0,431029942 | -0,210645255 | 1,12897E-22 | -1,97842E-22 | 1,12897354678729E-022-1,97842345361607E-022i | 3,60490851964856E-003 | 0,003604909 | 0,95483594 | 164 | | |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | | |
| 169 | 0 | -0,4364808940505-0,168647030892055i | -0,436480894 | -0,168647031 | 1,72769E-22 | 7,51496E-23 | 1,72768574937846E-022+7,5149597001432E-023i | 2,57778645710387E-003 | 0,002577786 | 0,969676924 | 169 | | |
| 170 | 0 | -0,437012609686078-0,16026773120173i | -0,43701261 | -0,160267731 | 1,41208E-22 | 1,19442E-22 | 1,41207767583868E-022+1,19441737337312E-022i | 2,40229737886461E-003 | 0,002402297 | 0,972079222 | 170 | | |
| 171 | 0 | -0,437359944784255-0,151909716547488i | -0,437359945 | -0,151909717 | 9,97791E-23 | 1,53077E-22 | 9,97790501360391E-023+1,53076967752721E-022i | 2,236238925553E-003 | 0,002236239 | 0,974315461 | 171 | | |
| 172 | 0 | -0,43752428394503-0,143579066912759i | -0,437524284 | -0,143579067 | 5,15261E-23 | 1,74223E-22 | 5,15261436639752E-023+1,74222547778607E-022i | 2,0793365740883E-003 | 0,002079337 | 0,976394797 | 172 | | |
| 173 | 0 | -0,437507311876986-0,135281761505932i | -0,437507312 | -0,135281762 | -2,52664E-25 | 1,81789E-22 | -2,52664432535755E-025+1,81789484660374E-022i | 1,93130132324098E-003 | 0,001931301 | 0,978326099 | 173 | | |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | | |
| 179 | 0 | -0,433727853995486-8,65160473563627E-002i | -0,433727854 | -0,086516047 | -2,05644E-22 | -2,66327E-23 | -2,05644302244003E-022-2,66326944357644E-023i | 1,2119470153687E-003 | 0,001211947 | 0,987262874 | 179 | | |

Πίνακας 7 (σελ. 3/4)

| n | \bar{f} | $\tilde{f} = FFT(f_x)$ | | $e^{\sum_1^{10} \mu(\bar{f}-1)}$ | | $IFFT(\tilde{f}_x)$ | | $\left[1 - \sum_{j=1}^{10} \mu_j \beta(\bar{f}-1)\right]^{-\alpha}$ | n | | |
|-----|-----------|---|------------------|----------------------------------|------------------|---------------------|---|---|-------------|------------------|------------------|
| | | Μιγαδικός Αριθμός | Πραγματικό Μέρος | Φανταστικό Μέρος | Πραγματικό Μέρος | Φανταστικό Μέρος | Μιγαδικός Αριθμός | | | Φανταστικό Μέρος | Πραγματικό Μέρος |
| 180 | 0 | -0,432512137557581-7,86076184414304E-002i | -0,432512138 | -0,078607618 | -1,98897E-22 | -8,50769E-23 | -1,988973143799E-022-8,50769391963809E-023i | 1,11720720000966E-003 | 0,001117207 | 0,988380081 | 180 |
| 181 | 0 | -0,431138217408692-7,07747964462059E-002i | -0,431138217 | -0,070774796 | -1,76888E-22 | -1,42155E-22 | -1,76888338161722E-022-1,42155222320635E-022i | 1,02879510438964E-003 | 0,001028795 | 0,989408876 | 181 |
| 182 | 0 | -0,429610002219226-6,30219571737728E-002i | -0,429610002 | -0,063021957 | -1,39812E-22 | -1,94252E-22 | -1,39811896939761E-022-1,94251763435487E-022i | 9,4639456385935E-004 | 0,000946395 | 0,990355271 | 182 |
| 183 | 0 | -0,42793157968065-5,53532362702256E-002i | -0,42793158 | -0,055353236 | -8,86266E-23 | -2,37759E-22 | -8,86265814048346E-023-2,3775941631468E-022i | 8,6969474382076E-004 | 0,000869695 | 0,991224966 | 183 |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ |
| 186 | 0 | -0,422038291680871-3,28893595109059E-002i | -0,422038292 | -0,03288936 | 1,28589E-22 | -2,83767E-22 | 1,28589084511753E-022-2,83767326952835E-022i | 6,70792829861042E-004 | 0,000670793 | 0,993426336 | 186 |
| 187 | 0 | -0,419802929091883-2,55933781820127E-002i | -0,419802929 | -0,025593378 | 2,11635E-22 | -2,61955E-22 | 2,11634707082664E-022-2,61954924689535E-022i | 6,13928867731826E-004 | 0,000613929 | 0,994040265 | 187 |
| 188 | 0 | -0,417439909674765-1,83983190708991E-002i | -0,41743991 | -0,018398319 | 2,93132E-22 | -2,18567E-22 | 2,93132260932488E-022-2,18567032886979E-022i | 5,6132420704824E-004 | 0,000561324 | 0,99460159 | 188 |
| 189 | 0 | -0,414954046628067-1,13067289921467E-002i | -0,414954047 | -0,011306729 | 3,68202E-22 | -1,52964E-22 | 3,68201572062844E-022-1,52963781646269E-022i | 5,12717824823455E-004 | 0,000512718 | 0,995114307 | 189 |
| 190 | 0 | -0,412350213450585-4,32087562858234E-003i | -0,412350213 | -0,004320876 | 4,31621E-22 | -6,544E-23 | 4,31621002925682E-022-6,54399742862709E-023i | 4,67858806675205E-004 | 0,000467859 | 0,995582166 | 190 |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ |
| 193 | 0 | -0,403880163267599+1,59837895163359E-002i | -0,403880163 | 0,01598379 | 4,97816E-22 | 3,09762E-22 | 4,97816176789049E-022+3,09761894364166E-022i | 3,53412715003749E-004 | 0,000353413 | 0,996750517 | 193 |
| 194 | 0 | -0,400853775824035+2,25296167488264E-002i | -0,400853776 | 0,022529617 | 4,61056E-22 | 4,60286E-22 | 4,61056233992964E-022+4,60286351835773E-022i | 3,21242565841769E-004 | 0,000321243 | 0,997071759 | 194 |
| 195 | 0 | -0,39773407721902+2,89625552218108E-002i | -0,397734077 | 0,028962555 | 3,87138E-22 | 6,14465E-22 | 3,87137729518785E-022+6,14464960945594E-022i | 2,91722114368795E-004 | 0,000291722 | 0,997363481 | 195 |
| 196 | 0 | -0,39452593722225+3,52819962804056E-002i | -0,394525937 | 0,035281996 | 2,72468E-22 | 7,65022E-22 | 2,72468425091607E-022+7,65021989465317E-022i | 2,64663221857991E-004 | 0,000264663 | 0,997628144 | 196 |
| 197 | 0 | -0,391234166154932+4,14875950374156E-002i | -0,391234166 | 0,041487595 | 1,14493E-22 | 9,03506E-22 | 1,14492658639042E-022+9,03506201437473E-022i | 2,3988793595657E-004 | 0,000239888 | 0,997868032 | 197 |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ |
| 201 | 0 | -0,377324026340429+6,51735165856801E-002i | -0,377324026 | 0,065173517 | -9,50969E-22 | 1,13183E-21 | -9,50969036788493E-022+1,13182817143392E-021i | 1,60407328113717E-004 | 0,000160407 | 0,998619826 | 201 |

Πίνακας 7 (σελ. 4/4)

| n | \bar{f} | $\tilde{f} = FFT(f_x)$ | | $e^{\sum_1^{10} \mu(\bar{f}-1)}$ | | $IFFT(\tilde{f}_x)$ | | $\left[1 - \sum_{j=1}^{10} \mu_j \beta(\bar{f}-1)\right]^{-\alpha}$ | n | | |
|------|-----------|---|------------------|----------------------------------|------------------|---------------------|---|---|-------------|------------------|------------------|
| | | Μιγαδικός Αριθμός | Πραγματικό Μέρος | Φανταστικό Μέρος | Πραγματικό Μέρος | Φανταστικό Μέρος | Μιγαδικός Αριθμός | | | Φανταστικό Μέρος | Πραγματικό Μέρος |
| 202 | 0 | -0,373683097662284+7,08134621421125E-002i | -0,373683098 | 0,070813462 | -1,30949E-21 | 1,04947E-21 | -1,30949110857332E-021+1,04946563550602E-021i | 1,44720397924073E-004 | 0,00014472 | 0,998764547 | 202 |
| 203 | 0 | -0,369985305172903+7,63426120741125E-002i | -0,369985305 | 0,076342612 | -1,69035E-21 | 8,86616E-22 | -1,69035069838545E-021+8,86615793776222E-022i | 1,3044901753413E-004 | 0,000130449 | 0,998894996 | 203 |
| 204 | 0 | -0,366234633050882+8,1762237822222E-002i | -0,366234633 | 0,081762238 | -2,08154E-21 | 6,31002E-22 | -2,0815433556289E-021+6,31002361878375E-022i | 1,17478878663695E-004 | 0,000117479 | 0,999012474 | 204 |
| 205 | 0 | -0,362434896988999+8,7073798858124E-002i | -0,362434897 | 0,087073799 | -2,46797E-21 | 2,71E-22 | -2,46796689279608E-021+2,70999881894017E-022i | 1,05703423850294E-004 | 0,000105703 | 0,999118178 | 205 |
| ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| 1013 | 0 | 0,963119446623459+0,231776226727552i | 0,963119447 | 0,231776227 | -0,059685913 | 0,270329841 | -5,96859128020971E-002+0,270329841310474i | 0 | 0 | 0,999999999 | 1013 |
| 1014 | 0 | 0,96943458737703+0,211484346725022i | 0,969434587 | 0,211484347 | 0,16213268 | 0,304456011 | 0,16213267972009+0,304456011148861i | 0 | 0 | 0,999999999 | 1014 |
| 1015 | 0 | 0,975179058247268+0,19097270106701i | 0,975179058 | 0,190972701 | 0,393240353 | 0,15124604 | 0,393240353091461+0,151246039549273i | 0 | 0 | 0,999999999 | 1015 |
| 1016 | 0 | 0,980343747835542+0,170261915754157i | 0,980343748 | 0,170261916 | 0,473060201 | -0,174855397 | 0,473060201411511-0,174855396515934i | 0 | 0 | 0,999999999 | 1016 |
| 1017 | 0 | 0,984920440887979+0,149373037788978i | 0,984920441 | 0,149373038 | 0,27801121 | -0,522073058 | 0,278011210104949-0,522073058065265i | 0 | 0 | 0,999999999 | 1017 |
| 1018 | 0 | 0,988901839023644+0,128327491434633i | 0,988901839 | 0,128327491 | -0,163856237 | -0,659391798 | -0,163856236958881-0,659391798317357i | 0 | 0 | 0,999999999 | 1018 |
| 1019 | 0 | 0,992281579173532+0,107147033413841i | 0,992281579 | 0,107147033 | -0,635242569 | -0,425011714 | -0,635242569250869-0,425011714193577i | 0 | 0 | 0,999999999 | 1019 |
| 1020 | 0 | 0,995054249674893+8,58537071729798E-002i | 0,99505425 | 0,085853707 | -0,832099128 | 0,127340229 | -0,832099127769927+0,127340229349775i | 0 | 0 | 0,999999999 | 1020 |
| 1021 | 0 | 0,997215403972439+6,44697963393704E-002i | 0,997215404 | 0,064469796 | -0,566632389 | 0,708967972 | -0,566632388698193+0,708967971840673i | 0 | 0 | 0,999999999 | 1021 |
| 1022 | 0 | 0,99876157188518+4,30177775022957E-002i | 0,998761572 | 0,043017778 | 0,06962933 | 0,955255882 | 6,96293302719966E-002+0,955255881819608i | 0 | 0 | 0,999999999 | 1022 |
| 1023 | 0 | 0,999690268404933+2,15202724504188E-002i | 0,999690268 | 0,021520272 | 0,72423464 | 0,673901515 | 0,724234640265172+0,673901515410453i | 0 | 0 | 0,999999999 | 1023 |

Ανακεφαλαίωση

Η εκτίμηση της εμπειρικής κατανομής ζημιών στο προς εξέταση δανειακό επιχειρηματικό χαρτοφυλάκιο ΜΜΕ, με τη χρήση της CR⁺ και τις μεθόδους των ανεξάρτητων και συσχετισμένων αθετήσεων, κατέληξε στα εξής αποτελέσματα:

Ανεξάρτητες αθετήσεις

- Αναμενόμενη ζημία σε €: 3.482.000 ή 12,82% του εξ € 27,1 εκατ. εκτεθειμένου σε κίνδυνο χαρτοφυλακίου (EAD).
- Μη αναμενόμενη ζημία σε €: 590.084 ή 2,17% του εξ € 27,1 εκατ. εκτεθειμένου σε κίνδυνο χαρτοφυλακίου (EAD).

Συσχετισμένες αθετήσεις

- Αναμενόμενη ζημία σε €: 12.216.000 ή 45% του εξ € 27,1 εκατ. εκτεθειμένου σε κίνδυνο χαρτοφυλακίου (EAD).
- Μη αναμενόμενη ζημία σε €: 2.393.833 ή 8,1% του εξ € 27,1 εκατ. εκτεθειμένου σε κίνδυνο χαρτοφυλακίου (EAD).

Τα παραπάνω αποτελέσματα επιβεβαιώνουν τη θεωρία σύμφωνα με την οποία η συσχέτιση των δανείων ενός ομοιογενούς χαρτοφυλακίου, όπως αυτό των ΜΜΕ, με κάποιον “αφανή” μακροοικονομικό παράγοντα, έχει ως συνέπεια την αύξηση του εξ αυτού απορρέοντος πιστωτικού κινδύνου, όπως αυτός εκτιμάται από την αναμενόμενη και μη αναμενόμενη ζημία.

Βέβαια, τα αποτελέσματα αυτά θα ήταν διαφορετικά εάν υπήρχαν ιστορικά στοιχεία αθετήσεων των ΜΜΕ στην Ελλάδα ή/και ήταν γνωστοί οι κλάδοι δραστηριοποίησης των επιχειρήσεων τα δάνεια των οποίων εξετάστηκαν, ώστε να ληφθούν υπόψη οι ανάλογες συσχετίσεις.

5. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Σκοπός της εργασίας αυτής ήταν η εκτίμηση της εμπειρικής κατανομής των ζημιών ενός δανειακού επιχειρηματικού χαρτοφυλακίου Μικρο-Μεσαίων Επιχειρήσεων με βάση τις μεθόδους των ανεξάρτητων και συσχετισμένων αθετήσεων. Για το σκοπό αυτό λήφθηκαν υπόψη και αξιοποιήθηκαν πραγματικά στοιχεία τα οποία αντλήθηκαν από τη βάση δεδομένων μιας μεγάλης ελληνικής Τράπεζας, θεωρήθηκε ως σταθερό το ποσοστό ανάκτησης για όλα τα δάνεια, λόγω έλλειψης ιστορικών στοιχείων αθετήσεων (default rates) των ΜΜΕ στην Ελλάδα, έγιναν οι αναγκαίες υποθέσεις και παραδοχές, ενώ έχοντας υπόψη τις εισροές που απαιτούνται από 2 εκ των πλέον γνωστών μοντέλων (CM και CR⁺) για την εκτίμηση της κατανομής των ζημιών, επιλέχθηκε το CR⁺ της CSFB.

Τα αποτελέσματα της εφαρμογής κατέδειξαν ότι με τη μέθοδο των ανεξάρτητων αθετήσεων τα ποσοστά τόσο της αναμενόμενης (μέση τιμή) όσο και της μη αναμενόμενης (τυπική απόκλιση) ζημίας επί του εκτεθειμένου σε κίνδυνο χαρτοφυλακίου (EAD) είναι σαφώς μικρότερα από εκείνα που προέκυψαν με τη μέθοδο των συσχετισμένων αθετήσεων (ανεξάρτητες: 12,82% και 2,17% αντίστοιχα – συσχετισμένες: 45% και 8,81% αντίστοιχα). Τα αποτελέσματα αυτά οδηγούν στα ακόλουθα βασικά συμπεράσματα:

1. Η συσχέτιση αθέτησης είναι πολύ σημαντική για την κατανόηση και την πρόβλεψη της συμπεριφοράς ενός δανειακού χαρτοφυλακίου. Κι αυτό γιατί επηρεάζει άμεσα τη σχέση κινδύνου – απόδοσης των Τραπεζών σε στοιχεία που ενέχουν πιστωτικό κίνδυνο.
2. Ο μεγαλύτερος πιστωτικός κίνδυνος των δανείων ΜΜΕ, όπως αυτά του χαρτοφυλακίου που εξετάστηκε, είναι ότι δεν θα αποπληρωθούν. Τα δάνεια αυτά δεν διαπραγματεύονται σε οργανωμένες αγορές και η αξία τους δεν αλλάζει μέχρι τη λήξη, εκτός εάν ο πιστούχος αθετήσει.
3. Δεδομένης της χρηματοοικονομικής συμπεριφοράς των ΜΜΕ στην Ελλάδα, της έλλειψης επαρκών ποιοτικών πληροφοριών (οργάνωση, διοίκηση, τεχνογνωσία, θέση στην αγορά, επίπεδο έρευνας και ανάπτυξης κ.λπ.) για αυτές, του υψηλού ποσοστού θνησιμότητάς τους κατά τα πρώτα 3 – 5 χρόνια της λειτουργίας τους (50%), του βαθμού επηρεασμού τους από “αφανείς” παράγοντες και κυρίως η εκάστοτε κατάσταση της οικονομίας και του μεγέθους που οι χρηματοδοτήσεις τους καταλαμβάνουν πλέον στα χαρτοφυλάκια του συνόλου σχεδόν των ελληνικών εμπορικών Τραπεζών, είναι προφανής η ανάγκη ενσωμάτωσης των συσχετίσεων κατά την εκτίμηση του πιστωτικού τους κινδύνου για την επαρκέστερη κάλυψή του.
4. Δεδομένης της έλλειψης ιστορικών στοιχείων αθετήσεων των ΜΜΕ στην Ελλάδα και της δραστηριοποίησής τους σε όλους τους κλάδους της οικονομίας, εναπόκειται στην κρίση κάθε Τράπεζας η επιλογή του ή των μακροοικονομικών παραγόντων που θα ληφθούν

υπόψη για την εκτίμηση του συναφούς πιστωτικού της κινδύνου με τη μέθοδο των συσχετισμένων αθετήσεων.

5. Το μοντέλο CR^+ της CSFB που χρησιμοποιήθηκε στην εφαρμογή μας αποδεικνύεται ικανό για την εκτίμηση της κατανομής ζημιών ενός δανειακού χαρτοφυλακίου Μικρο-Μεσαίων Επιχειρήσεων, που στην περίπτωση μας αποτελούνταν από πολύ μεγάλο αριθμό δανείων με άνοιγμα € 0 – 100 χιλ., χωρίς διαθέσιμα ιστορικά στοιχεία για τις αποδόσεις τους.

Αν το προς εξέταση χαρτοφυλάκιο αποτελούνταν από δάνεια προς μεγάλες επιχειρήσεις για τις οποίες υπήρχαν διαθέσιμα ιστορικά στοιχεία για τις αποδόσεις τους και ήταν δυνατό να αναλυθεί η σχέση ανάμεσα στην κεφαλαιακή τους δομή και τον κίνδυνο χρεοκοπίας τους, θα ήταν προτιμότερο να χρησιμοποιηθεί ένα μοντέλο αγοράς (M-T-M), όπως αυτό της Credit Metrics, το οποίο δε λαμβάνει υπόψη τους εκάστοτε μακροοικονομικούς παράγοντες ούτε διαφοροποιείται ανάλογα με τους κλάδους, αλλά με την πιστοληπτική ικανότητα των πιστούχων.

Καταλήγοντας, πρέπει, πάντως, να αναφερθεί ότι όλα τα μοντέλα μέτρησης του πιστωτικού κινδύνου επιβάλλεται να αξιολογούνται με βάση τις παραδοχές στις οποίες βασίζονται και να ελέγχονται για την ακρίβεια των αποτελεσμάτων τους και για την προβλεπτική τους ικανότητα. Ο, εκ των υστέρων, έλεγχος της ακρίβειας των αποτελεσμάτων (back testing) ενός μοντέλου πιστωτικού κινδύνου είναι ιδιαίτερα δύσκολος, λόγω του μεγάλου χρονικού ορίζοντα στον οποίο βασίζονται οι προβλέψεις και της χαμηλής συχνότητας των γεγονότων των αθετήσεων, σε αντίθεση με τα μοντέλα μέτρησης του κινδύνου της αγοράς.

Η χρησιμοποίηση του μοντέλου CR^+ για την εκτίμηση κατανομής ζημιών ενός δανειακού επιχειρηματικού χαρτοφυλακίου MME, όπως αυτό του δείγματος που εξετάστηκε, σε συνδυασμό με τα εσωτερικά συστήματα διαβάθμισης, μπορεί να αποβεί ωφέλιμη για μια Τράπεζα. Αυτό όμως δε σημαίνει ότι μπορούν να αντικαταστήσουν την κρίση και την εμπειρία των αρμόδιων εξειδικευμένων Στελεχών της, αλλά να δράσουν παράλληλα για την αποτελεσματικότερη αντιμετώπιση του συναφούς πιστωτικού κινδύνου.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

ΣΥΓΓΡΑΜΜΑΤΑ

Credit Suisse First Boston (2004): «Credit Portfolio Modeling Handbook», chap.1,2,6,8,9 & Appendix.

Credit Risk⁺ (1997): 'A Credit Risk Management Framework' & Appendix.

ΕΛΛΗΝΙΚΗ

- Μπένος Α. (2005), 'Υβριδικά Υποδείγματα Εκτίμησης Πιστοληπτικής Ικανότητας', Δελτία Ένωσης Ελληνικών Τραπεζών.
- 'A Default Study on Greek Small & Medium Enterprises (SMEs) for 2005-2004 & 2004-2003' by ICAP.

ΞΕΝΗ

- Basel Committee on Banking Supervision, (2004), International Convergence of Capital Measurement and Capital Standards, A Revised Framework.
- Koyluoglu H. U. and A. Hickman, (1998), A Generalized Framework for Credit Risk Portfolio Models, Working paper, Oliver, Wyman and Co., New York.
- Nickell P., W. Perraudin and S. Varotto, (2001), Stability of Rating Transitions, Journal of Banking and Finance 24, no.1/2.
- Chunsheng Zhou (2001), 'An analysis of Default Correlations and Multiple Defaults' The Review of Financial Studies, Vol.14, pp.555-576
- M. Gordy (Dec.1998), 'A Comparative Anatomy of Credit Risk Models' Board of Governors of the Federal Reserve System
- M. Melchiori (July 2004), 'Credit Risk⁺ by Fast Fourier Transform', δημοσιευμένο στο www.yieldcurve.com, e-Journal.
- T.C.Wilson (Oct.1998), 'Portfolio Credit Risk' FRNBY Economic Policy Review
- M.Crouhy – D.Galai – R.Mark (2000), 'A Comparative analysis of current credit risk models' Journal of Banking & Finance, Vol.24, pp.59-117
- Basle Committee on Banking Supervision (1999), 'Credit Risk Modeling: Current Practices and Applications'

- Shaun S. Wang (1999), 'Aggregation of Correlated Risk Portfolios: Models and Algorithms', CAS Committee Theory on Risk, Working Paper
- UBS, CDO Research (2004), 'Default Correlation: From Definition to Proposed Solutions'.

РАНЕКЪМЪО РЕПАА

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

Κωδικός VBA για τη δημιουργία της εντολής FFT

Option Explicit

Function ProdComp(RgoComp As Range) As Variant

Dim r As Integer, i As Integer

Dim complex As String

r = RgoComp.Columns.Count

complex = "1+0i"

For i = 1 To r

 complex = ATPVBAEN.ImProduct(complex, RgoComp(i))

Next i

ProdComp = complex

End Function

Option Explicit

Private Sub CommandButton1_Click()

 Application.Run "ATPVBAEN.XLA!Fourier", ActiveSheet.Range("\$C\$22:\$C\$1045"), _
 ActiveSheet.Range("\$D\$22:\$D\$1045"), False, False
 ActiveSheet.Range("A1").Select

End Sub

Private Sub CommandButton2_Click()

 Application.Run "ATPVBAEN.XLA!Fourier", ActiveSheet.Range("\$I\$22:\$I\$1045"), _
 ActiveSheet.Range("\$J\$22:\$J\$1045"), True, False
 ActiveSheet.Range("A1").Select

End Sub

Σημείωση:

Οι παραπάνω κωδικοί δίνουν εντολή για τη δημιουργία μιγαδικών αριθμών και δημιουργού κουμπιά εντολής (command button για FFT και IFFT) στο excel, ώστε να λειτουργήσει η Ανάλυση Fourier που είναι ενσωματωμένη από τη Microsoft.

Απόδειξη Αρνητικής Διωνυμικής Κατανομής της CR⁺

Οι αθετήσεις των δανείων είναι μια συχνότητα γεγονότων με τέτοιο τρόπο που είναι αδύνατο να προβλέψουμε το ακριβές χρονικό σημείο εμφάνισης μιας αθέτησης ή/και τον συνολικό αριθμό αθετήσεων. Η στατιστική θεωρία προτείνει τα εξής:

Έστω χαρτοφυλάκιο που αποτελείται από N πιστωτές. Υποθέτουμε ότι κάθε έκθεση έχει πιθανότητα αθέτησης για δεδομένο χρονικό ορίζοντα και ορίζεται ως εξής:

$$p_A = \text{Annual probability of default for obligor A}$$

Για την ανάλυση της κατανομής ζημίας του χαρτοφυλακίου εισάγεται η έννοια της πιθανογεννήτριας συνάρτησης για έναν πιστωτή ως:

$$(1) \quad F(z) = \sum_{n=0}^{\infty} p(n \text{ defaults}) z^n$$

Κάθε πιστωτής είτε αθετείται ή όχι. Η πιθανογεννήτρια συνάρτηση για έναν πιστωτή είναι:

$$(2) \quad F_A(z) = 1 - p_A + p_A z = 1 + p_A(z - 1)$$

Λόγω ανεξαρτησίας των γεγονότων αθέτησης, η πιθανογεννήτρια συνάρτηση του χαρτοφυλακίου είναι το γινόμενο όλων των συναρτήσεων των πιστωτών, ήτοι

$$(3) \quad F(z) = \prod_A F_A(z) = \prod_A (1 + p_A(z - 1))$$

ή εναλλακτικά, παίρνοντας λογαρίθμους

$$(4) \quad \log F(z) = \sum_A \log(1 + p_A(z - 1))$$

Έστω τώρα ότι οι πιθανότητες αθέτησης κάθε πιστωτή είναι πολύ μικρές, κάτι το οποίο είναι χαρακτηριστικό για εκθέσεις σε πιστώσεις. Έτσι μεγαλύτερες ροπές της πιθανότητας μπορούν να αγνοηθούν. Άρα ο λογάριθμος αντικαθίσταται με

$$(5) \quad \log(1 + p_A(z - 1)) = p_A(z - 1)$$

Παίρνοντας το όριο έχουμε:

$$(6) \quad F(z) = e^{\sum_A p_A(z-1)} = e^{\mu(z-1)}$$

όπου

$$(7) \quad \mu = \sum_A p_A$$

είναι ο αναμενόμενος αριθμός αθετήσεων για 1 έτος σε όλο το χαρτοφυλάκιο.

Για να βρούμε την κατανομή ως προς την πιθανογεννήτρια συνάρτηση, επεκτείνουμε την $F(z)$ με τη σειρά Taylor, ως:

$$(8) \quad F(z) = e^{\mu(z-1)} = e^{-\mu} e^{\mu z} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{e^{-\mu} \mu^n}{n!} z^n$$

Έτσι αν οι πιθανότητες αθέτησης είναι μικρές και όχι απαραίτητα ίσες, τότε από την παραπάνω σχέση, η πιθανότητα πραγματοποίησης n γεγονότων αθέτησης στο χαρτοφυλάκιο για 1 έτος είναι

$$(9) \quad \text{Probability (n defaults)} = \frac{e^{-\mu} \mu^n}{n!}$$

Με την (9) έχει επιλεγεί η κατανομή Poisson ως κατανομή του αριθμού των αθετήσεων, η οποία έχει τα εξής χαρακτηριστικά:

- Η κατανομή έχει μια μόνο παράμετρο, τον αναμενόμενο αριθμό αθετήσεων μ . Η κατανομή δεν εξαρτάται από τον αριθμό των αθετήσεων στο χαρτοφυλάκιο ή των ατομικών πιθανοτήτων αθέτησης όταν αυτές είναι πολύ μικρές.
- Δεν υπάρχει ανάγκη για τις εκθέσεις να έχουν ίδιες πιθανότητες αθέτησης.

Η κατανομή Poisson με μέσο μ έχει τυπική απόκλιση $\sqrt{\mu}$. Όμως τα ιστορικά στοιχεία αθέτησης (από όπου εξάγεται η τυπική απόκλιση) δείχνουν ότι η πραγματική τυπική απόκλιση είναι μεγαλύτερη από $\sqrt{\mu}$. Ουσιαστικά, τα δημοσιευμένα στατιστικά στοιχεία των γεγονότων αθέτησης και επομένως η μέση πιθανότητα αθέτησης μεταβάλλονται αρκετά από έτος σε έτος. Τέτοια στοιχεία μπορούν να θεωρηθούν ως δείγματα μιας τυχαίας μεταβλητής της οποίας η αναμενόμενη τιμή είναι η μέση αθέτηση πολλών ετών. Η εμφάνιση αυτής της τυχειότητας εντοπίζεται λόγω 'κρυμμένων' παραγόντων, όπως η κατάσταση της οικονομίας που επηρεάζει την οικονομική ευρωστία των πιστωτών. Η τυπική απόκλιση της μεταβλητής αυτής μετρά την αβεβαιότητα ως προς τα πραγματικά default rates για κάθε έτος. Λόγω της αβεβαιότητας αυτής, υπάρχει πιθανότητα τα default rates του επόμενου έτους να είναι πολύ μεγαλύτερα από τον μέσο των default rates όλων των προηγούμενων ετών. Επομένως η πιθανότητα εμφάνισης μεγάλων ζημιών αυξάνεται και αυτή.

Η αβεβαιότητα λοιπόν των στοιχείων αθέτησης έχει τα εξής χαρακτηριστικά:

- Οι πιθανότητες αθέτησης μεταβάλλονται με το χρόνο, έστω και αν οι πιστούχοι ανήκουν στην ίδια κατηγορία πιστοληπτικής ικανότητας.
- Η μεταβολή των πιθανοτήτων αθέτησης σχετίζονται με την μεταβολή των 'κρυμμένων' παραγόντων, οι οποίες είναι μικρές σε αριθμό. Για παράδειγμα, μια ύφεση στην οικονομία αυξάνει την πιθανότητα αθέτησης των περισσότερων πιστούχων στο χαρτοφυλάκιο χωρίς αυτό να σημαίνει ότι η αθέτηση είναι σίγουρη και αναπόφευκτη.

Η μέτρηση λοιπόν των ‘κρυμμένων’ παραγόντων επιτυγχάνεται με το να διαιρέσουμε τους πιστούχους σε διαφορετικούς κλάδους, όπου κάθε κλάδος είναι μια συλλογή από πιστούχους που επηρεάζονται από έναν μόνο ‘κρυμμένο’ παράγοντα, ο οποίος θεωρείται ανεξάρτητος από τους άλλους. Για παράδειγμα, σε ένα διεθνές χαρτοφυλάκιο η διάσπαση αυτή μπορεί να γίνει ανά χώρα, όπου όλοι οι πιστωτές επηρεάζονται από τις ιδιαιτερότητες αυτής της χώρας. Με αυτό τον τρόπο μετριέται η μεταβολή των default rates. Ο ‘κρυμμένος’ παράγοντας επηρεάζει τον κλάδο μέσω της αναμενόμενης τιμής των στοιχείων αθέτησης του κλάδου, η οποία είναι τυχαία μεταβλητή με μέσο μ_k και τυπική απόκλιση σ_k για κάθε κλάδο. Η σ_k αντανακλά τον βαθμό στον οποίο οι πιθανότητες αθέτησης των πιστωτών στο χαρτοφυλάκιο είναι μεγαλύτερες ή μικρότερες των μέσων τους.

Η διάσπαση του χαρτοφυλακίου σε κλάδους επιβάλλει το ακόλουθο τυπολόγιο:

| Sector | $S_k : 1 \leq k \leq n$ |
|---|-------------------------|
| Random variable representing the mean number of defaults | x_k |
| Long-term annual average number of defaults – mean of x_k | μ_k |
| Standard deviation of x_k | σ_k |

Για κάθε κλάδο τα δεδομένα είναι:

| Exposure Data within Sector | New Notation |
|--|---|
| Base unit of exposure | L |
| Exposure sizes in units | $L_j^{(k)} = L v_j^{(k)}$ $1 \leq k \leq n ; 1 \leq j \leq m(k)$ |
| Expected loss in each exposure band in units | $\lambda_j^{(k)} = L \varepsilon_j^{(k)}$ $1 \leq k \leq n ; 1 \leq j \leq m(k)$ |

Ο μέσος μ_k δίνεται από τη σχέση

$$(10) \quad \mu_k = \sum_{j=1}^{m(k)} \frac{\varepsilon_j^{(k)}}{v_j^{(k)}}$$

Η (10) μπορεί να εκφραστεί ως άθροισμα μεταξύ όλων των πιστωτών στον κλάδο, δηλαδή ως

$$(11) \quad \mu_k = \sum_A \frac{\varepsilon_A}{v_A}$$

όπου το άθροισμα είναι σε όλους τους πιστωτές \mathbf{A} που ανήκουν στον κλάδο k και η σχέση

$$(12) \quad \frac{\varepsilon_A}{v_A} = p_A$$

εκφράζει την πιθανότητα αθέτησης του πιστωτή. Για να εκτιμήσουμε την τυπική απόκλιση κάθε κλάδου, υποθέτουμε ότι μαζί με την πιθανότητα αθέτησης p_A , υπάρχει και η τυπική απόκλιση σ_A των στοιχείων αθέτησης ενός πιστωτή. Για παράδειγμα το σ_A εξαρτάται από την πιστοληπτική ικανότητα του πιστωτή. Αυτή η μέθοδος υποθέτει ότι η πιστοληπτική ικανότητα των πιστωτών του κλάδου επηρεάζει περισσότερο την μεταβλητότητα της συχνότητας αθέτησης παρά η φύση κάθε κλάδου. Έτσι, το σ_k μπορεί να εξαχθεί από το σ_A ως εξής:

$$(13) \quad \sum_A \sigma_A = \sum_A \frac{\varepsilon_A \sigma_k}{v_A \mu_k} = \sigma_k \frac{1}{\mu_k} \sum_A \frac{\varepsilon_A}{v_A} = \sigma_k$$

Κατανομή γεγονότων αθέτησης

Η πιθανογεννήτρια συνάρτηση για γεγονός αθέτησης είναι η εξίσωση (1)

$$F(z) = \sum_{n=0}^{\infty} p(n \text{ defaults}) z^n$$

αφού οι κλάδοι είναι ανεξάρτητοι, η $\mathbf{F}(\mathbf{z})$ μπορεί να γραφεί ως το γινόμενο των κλάδων, δηλαδή

$$(14) \quad F(z) = \prod_{k=1}^n F_k(z)$$

Άρα το ενδιαφέρον εστιάζεται στο $\mathbf{F}(\mathbf{z})$ ενός κλάδου. Από την προηγούμενη ανάλυση, το average default rate του κλάδου k είναι τυχαία μεταβλητή, έστω \mathbf{x}_k , με μέσο μ_k και τυπική απόκλιση σ_k . Με δέσμευση στο \mathbf{x}_k , η πιθανογεννήτρια συνάρτηση της κατανομής των γεγονότων αθέτησης είναι

$$(15) \quad F_k(z) | [x_k = x] = e^{x(z-1)}$$

Έστω ότι η \mathbf{x}_k έχει probability density function $\mathbf{f}_k(\mathbf{x})$ τέτοια ώστε

$$(16) \quad P(x \leq x_k \leq x + dx) = f_k(x) dx$$

Άρα η πιθανότητα αθέτησης των γεγονότων αθέτησης σε ένα κλάδο είναι ο μέσος των δεσμευμένων πιθανογεννητριών συναρτήσεων, ήτοι

$$(17) \quad F_k(z) = \sum_{n=0}^{\infty} P(n \text{ defaults}) z^n = \sum_{n=0}^{\infty} z^n \int_{x=0}^{\infty} P(n \text{ defaults} | x) f(x) dx = \int_{x=0}^{\infty} e^{x(z-1)} f(x) dx$$

Από κει και πέρα πρέπει να ορίσουμε την κατανομή της τυχαίας μεταβλητής x_k . Έστω ότι η x_k ακολουθεί Gamma κατανομή με μέσο μ_k και τυπική απόκλιση σ_k . Η Gamma επιλέγεται αφού μπορεί να ερμηνευθεί από δύο μόνο παραμέτρους. Παρακάτω αναφέρουμε τις ιδιότητες της κατανομής Gamma.

Ιδιότητες

Η κατανομή $\Gamma(\alpha, \beta)$ είναι ασύμμετρη κατανομή η οποία προσεγγίζει την Κανονική κατανομή όταν ο μέσος είναι πολύ μεγάλος. Το probability density function της τυχαίας μεταβλητής X με κατανομή $\Gamma(\alpha, \beta)$ είναι

$$(18) \quad P(x \leq X \leq x + dx) = f(x)dx = \frac{1}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} e^{-\frac{x}{\beta}} x^{\alpha-1} dx \quad \text{όπου} \quad \Gamma(\alpha) = \int_{x=0}^{\infty} e^{-x} x^{\alpha-1} dx$$

Περιγράφεται πλήρως από τον μέσο και την τυπική απόκλιση ως

$$(19) \quad \mu = \alpha\beta \quad \text{και} \quad \sigma^2 = \alpha\beta^2$$

Άρα, για τον κλάδο k , οι παράμετροι α, β είναι

$$(20) \quad \alpha_k = \frac{\mu_k^2}{\sigma_k^2} \quad \text{και} \quad \beta_k = \frac{\sigma_k^2}{\mu_k}$$

Με την επιλογή της κατανομής Gamma η πιθανογεννήτρια συνάρτηση μπορεί πλέον να υπολογιστεί. Υπενθυμίζουμε ότι από (17)

$$F_k(z) = \int_{x=0}^{\infty} e^{x(z-1)} f(x) dx$$

Με αντικατάσταση έχουμε

$$(21) \quad F_k(z) = \int_{x=0}^{\infty} e^{x(z-1)} \frac{e^{-\frac{x}{\beta}} x^{\alpha-1}}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} dx = \frac{1}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} \int_{y=0}^{\infty} \left(\frac{y}{\beta^{-1} + 1 - z} \right)^{\alpha-1} e^{-y} \frac{dy}{\beta^{-1} + 1 - z}$$

$$= \frac{\Gamma(\alpha)}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha) (1 + \beta^{-1} - z)^\alpha} = \frac{1}{\beta^\alpha (1 + \beta^{-1} - z)^\alpha}$$

Για τον κλάδο k

$$(22) \quad F_k(z) = \left(\frac{1 - p_k}{1 - p_k z} \right)^{\alpha_k} \quad \text{όπου} \quad p_k = \frac{\beta_k}{1 + \beta_k}$$

Η (22) είναι η πιθανογεννήτρια συνάρτηση της κατανομής των γεγονότων αθέτησης για τον κλάδο k . Για αν εξάγουμε την κατανομή επεκτείνουμε την (22) με τη σειρά του Taylor ως

$$(23) \quad F_k(z) = (1 - p_k)^{\alpha_k} \sum_{n=1}^{\infty} \binom{n + \alpha_k - 1}{n} p_k^n z^n$$

από όπου καταλήγουμε σε

$$(24) \quad P(ndefaults) = (1 - p_k)^{\alpha_k} \binom{n + \alpha_k - 1}{n} p_k^n$$

Η (24) είναι το probability density της Negative Binomial κατανομής.

Σύνοψη

Το χαρτοφυλάκιο διαιρείται σε n κλάδους με ετήσια στοιχεία αθέτησης σύμφωνα με

$$\Gamma(\alpha_k, \beta_k)$$

Η πιθανογεννήτρια συνάρτηση των γεγονότων αθέτησης για όλο το χαρτοφυλάκιο είναι

$$(25) \quad F(z) = \prod_{k=1}^n F_k(z) = \prod_{k=1}^n \left(\frac{1 - p_k}{1 - p_k z} \right)^{\alpha_k}$$

με παραμέτρους α_k , β_k , και p_k ως

$$\alpha_k = \frac{\mu_k^2}{\sigma_k^2}, \quad \beta_k = \frac{\sigma_k^2}{\mu_k} \quad \text{και} \quad p_k = \frac{\beta_k}{(1 + \beta_k)}$$

Η κατανομή γεγονότων αθέτησης για κάθε κλάδο είναι Negative Binomial. Η κατανομή γεγονότων αθέτησης για όλο το χαρτοφυλάκιο δεν είναι Negative Binomial, αλλά το ανεξάρτητο άθροισμα Negative Binomial κατανομών σε κάθε κλάδο.