

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ



**ΤΜΗΜΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ
ΚΑΙ ΑΣΦΑΛΙΣΤΙΚΗΣ ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ**

**ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΣΠΟΥΔΩΝ
ΣΤΗΝ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΗ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ**

**Η ΑΝΑΚΑΛΥΠΤΙΚΗ ΜΕΘΟΔΟΣ ΣΤΗ
ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ ΜΑΘΗΜΑΤΩΝ
ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ**

Άννα Α. Μπουζαλάκου

Διπλωματική Εργασία

που υποβλήθηκε στο Τμήμα Στατιστικής και Ασφαλιστικής
Επιστήμης του Πανεπιστημίου Πειραιώς ως μέρος των
απαιτήσεων για την απόκτηση του Μεταπτυχιακού
Διπλώματος Ειδίκευσης στην Εφαρμοσμένη Στατιστική

Πειραιάς
Ιούνιος 2006

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ



**ΤΜΗΜΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ
ΚΑΙ ΑΣΦΑΛΙΣΤΙΚΗΣ ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ**

**ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΣΠΟΥΔΩΝ
ΣΤΗΝ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΗ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ**

**Η ΑΝΑΚΑΛΥΠΤΙΚΗ ΜΕΘΟΔΟΣ ΣΤΗ
ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ ΜΑΘΗΜΑΤΩΝ
ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ**

Άννα Α. Μπουζαλάκου

Διπλωματική Εργασία

που υποβλήθηκε στο Τμήμα Στατιστικής και Ασφαλιστικής
Επιστήμης του Πανεπιστημίου Πειραιώς ως μέρος των
απαιτήσεων για την απόκτηση του Μεταπτυχιακού
Διπλώματος Ειδίκευσης στην Εφαρμοσμένη Στατιστική

Πειραιάς
Ιούνιος 2006

Η παρούσα Διπλωματική Εργασία εγκρίθηκε ομόφωνα από την Τριμελή Εξεταστική Επιτροπή που ορίστηκε από τη ΓΣΕΣ του Τμήματος Στατιστικής και Ασφαλιστικής Επιστήμης του Πανεπιστημίου Πειραιώς στην υπ' αριθμ. συνεδρίασή του σύμφωνα με τον Εσωτερικό Κανονισμό Λειτουργίας του Προγράμματος Μεταπτυχιακών Σπουδών στην Εφαρμοσμένη Στατιστική

Τα μέλη της Επιτροπής ήταν:

- Κυριαζής Αθανάσιος (Επιβλέπων)
- Κούτρας Μάρκος.....
- Τσίμπος Κλέων.....

Η έγκριση της Διπλωματικής Εργασίας από το Τμήμα Στατιστικής και Ασφαλιστικής Επιστήμης του Πανεπιστημίου Πειραιώς δεν υποδηλώνει αποδοχή των γνώμων του συγγραφέα.

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Τα τελευταία χρόνια η έμφαση που έχει δοθεί στην διδασκαλία της Στατιστικής στη δευτεροβάθμια εκπαίδευση είναι εντελώς δικαιολογημένη αφού είναι το μάθημα που είναι συνδεδεμένο περισσότερο από κάθε άλλο με την καθημερινή ζωή και τα υπόλοιπα γνωστικά αντικείμενα. Η παρούσα εργασία αποσκοπεί στο να συμβάλει ουσιαστικά με τη διδακτική της πρόταση στην όσο το δυνατόν καλύτερη προσέγγιση στη διδασκαλία της στατιστικής στη δευτεροβάθμια εκπαίδευση.

Λαμβάνοντας υπόψη τις σύγχρονες θεωρίες της μάθησης και τα πορίσματα σημαντικών ερευνών που έχουν διεξαχθεί στους τομείς της διδακτικής των μαθηματικών και ειδικότερα της στατιστικής, η συγκεκριμένη έρευνα επιχειρεί να φωτίσει πολλές πλευρές της μάθησης και της διδασκαλίας της στατιστικής και να προσφέρει πολύτιμη βοήθεια στην καθημερινή διδακτική πράξη.

Πιο συγκεκριμένα, η εργασία αφορά τη συγκριτική μελέτη της παραδοσιακής προσέγγισης σε σχέση με την ανακαλυπτική προσέγγιση της στατιστικής. Με την σύγκριση αυτή επιχειρούμε να μειώσουμε την έμφαση στη παραδοσιακή προσέγγιση, η οποία στηρίζεται σε φόρμουλες και σε υπολογισμούς, για να στρέψουμε την προσοχή μας σε έννοιες της Στατιστικής με τις οποίες έρχονται οι μαθητές σε επαφή καθημερινά.

Περιεχόμενα

Εισαγωγή-Δομή της διπλωματικής

1. Εισαγωγή	1
1.1 Η ανάγκη διδασκαλίας της Στατιστικής στα σχολεία	2
1.2 Η εξέλιξη της διδασκαλίας της Στατιστικής στην Ελλάδα κατά την πάροδο των χρόνων.	3
1.2.1 Η Στατιστική στα νέα αναλυτικά προγράμματα της πρωτοβάθμιας και της δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης και η διδασκαλία της.	5
1.2.2 Η Στατιστική στο διεθνή χώρο	7
1.3 Πως μαθαίνουν οι μαθητές μαθηματικά και πως αντιλαμβάνονται τη Στατιστική	8
1.4 Τα προβλήματα που αντιμετωπίζουν οι μαθητές στην κατανόηση εννοιών της Στατιστικής	12
1.5 Οι μέθοδοι διδασκαλίας	21
1.5.1 Δασκαλοκεντρικές μέθοδοι	22
1.5.2 Μαθητοκεντρικές μέθοδοι	22
1.5.3 Συμμετοχικές μέθοδοι	23
1.6 Διδακτικά μοντέλα	24
1.6.1 Το μοντέλο της ανακαλυπτικής μάθησης του Jerome Bruner	25
1.6.2 Το μοντέλο διδασκαλίας με καθοδήγηση του A. Stevens	27
1.6.3 Το μοντέλο επίλυσης προβλήματος	28
1.6.4 Συνεργατική ή ομαδοσυνεργατική μάθηση	30
1.6.5 Κονστрукτιβιστική προσέγγιση διδασκαλίας	32
2. Μορφές διδασκαλίας	35
2.1 Η αφηγηματική ή μονολογική μορφή διδασκαλίας	35
2.2 Η ανακαλυπτική προσέγγιση ή ευρετική μορφή διδασκαλίας	36
2.3 Η διαλογική μορφή διδασκαλίας (Διάλογος)	37
2.4 Παράγοντες που επηρεάζουν την επίτευξη ουσιαστικής μάθησης	39
2.5 Η σπουδαιότητα της άσκησης	41
2.6 Χαρακτηριστικά μιας καλής διδασκαλίας	42

3. Μεθοδολογία της έρευνας	45
3.1 Ο σχεδιασμός διδακτικών προσεγγίσεων εννοιών Στατιστικής με την ανακαλυπτική μέθοδο στις τάξεις της δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης	45
3.2 Περιγραφή του προγράμματος διδασκαλίας	46
3.3 Η διδακτική μας παρέμβαση μέσω της ανακαλυπτικής μεθόδου	47
3.4 Διαμόρφωση των αντικειμενικών διδακτικών στόχων	47
3.5 Η διδακτική πορεία	48
3.6 Στρατηγικές και τεχνικές μάθησης	48
3.7 Εποπτικά μέσα διδασκαλίας	50
4. Περιγραφή του προγράμματος διδασκαλίας	53
4.1 Η διδακτική προσέγγιση της ανακαλυπτικής μεθόδου για τη διδασκαλία εννοιών της Στατιστικής	53
4.2 Το ερωτηματολόγιο	57
5. Τα ευρήματα της έρευνας	61
5.1 Ορισμός των μεταβλητών που προκύπτουν από το ερωτηματολόγιο που δόθηκε στους μαθητές	61
5.2 Περιγραφική στατιστική ανάλυση	61
5.3 Πίνακες δεδομένων	61
5.4 Πίνακες μεταβλητών	62
5.5 Τα αποτελέσματα της έρευνας μετά τη στατιστική επεξεργασία	62
5.5.1 Περιγραφική στατιστική ανάλυση	62
5.6 Ανάλυση για την ανίχνευση διαφορών στην απόδοση των δύο ομάδων	63
5.7 Συμπεράσματα	68
5.8 Αξιολόγηση της διδακτικής προσέγγισης της ανακαλυπτικής μεθόδου για τη διδασκαλία εννοιών της Στατιστικής	69
5.9 Προτάσεις	70
Βιβλιογραφία	72

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

1. Εισαγωγή

Η λατινική ρίζα της λέξης ‘‘Στατιστική’’ παραπέμπει στην κοινωνία (status) και δήλωνε από τότε που χρησιμοποιήθηκε, συγκέντρωση στοιχείων για τις κρατικές ανάγκες. Αν και η στατιστική ως αυτόνομη γνωστική περιοχή εμφανίζεται στις αρχές του αιώνα, από τους ρωμαϊκούς χρόνους χρονολογούνται απογραφικές χρήσεις καταγραφής πληθυσμού και οικονομικών μεγεθών, με κύριο σκοπό την παρακολούθηση της κρατικής περιουσίας μέσω της οργάνωσης ενός συστήματος αρχείων. Η συγκέντρωση στατιστικών στοιχείων είχε σαν στόχο τον εντοπισμό των πολιτών που ήταν υποχρεωμένοι να υπηρετήσουν σαν πολεμιστές ή να υποβληθούν σε φορολογία. Οι αρχές της Στατιστικής αναπτύχθηκαν κατά τον 18^ο αιώνα, ενώ η συγκρότησή της ως επιστήμη έγινε στα μέσα του 19^{ου} αιώνα μετά την ανάπτυξη από τους μαθηματικούς της Θεωρίας των Πιθανοτήτων.

Η Στατιστική σήμερα, στην εποχή της πληροφοριακής έκρηξης, μπορεί να οριστεί διευρυμένα σαν ‘‘η επιστήμη που ασχολείται με την συγκέντρωση, την αξιολόγηση και την επεξεργασία της πληροφορίας’’. Ένας άλλος ορισμός της Στατιστικής είναι ότι αυτή αποτελεί τον επιστημονικό κλάδο που ασχολείται με τη λήψη αποφάσεων, όταν παρουσιάζονται αβέβαιες και τυχαίες καταστάσεις.

Η Στατιστική, ως επιστήμη, χρησιμοποιείται σε όλες σχεδόν τις άλλες επιστήμες και στους περισσότερους τομείς της ανθρώπινης δραστηριότητας. Ωστόσο, η Στατιστική είναι παρεξηγημένη επιστήμη. Ένα μικρό απάνθισμα έξυπνων ρήσεων που λέχθηκαν αποδεικνύει του λόγου το αληθές: «Υπάρχουν τα ψέματα, τα μεγάλα ψέματα και οι στατιστικές», « Το κρεβάτι είναι το πιο επικίνδυνο μέρος του κόσμου. 90% των ανθρώπων πεθαίνουν εκεί» (Mark Twain), «Η «USA Today» δημοσιεύει σήμερα μια νέα έρευνα. Σύμφωνα μ’ αυτήν τρεις στους τέσσερις ανθρώπους αποτελούν το 75% του πληθυσμού.» (David Letterman), «Τι στο διάβολο σημαίνει ότι υπάρχουν 30% πιθανότητες να βρέξει; Εγώ

πρέπει να κρατάω το έν τρίτον της ομπρέλας μου;» (Herbert Lawrence Block) «Στατιστικές: νούμερα που θέλουν να θεωρούνται επιχειρήματα» (Leonard Louis Levinson) κ.λ.π. (Πηγή: Είπαν. Το λεξικό του έξυπνου λόγου, εκδόσεις Καστανιώτη).

Η παρεξήγηση της επιστήμης της Στατιστικής οφείλεται περισσότερο σε εκείνους που τη χρησιμοποιούν, οι οποίοι είτε δε γνωρίζουν να χρησιμοποιούν σωστά τη Στατιστική, είτε τη γνωρίζουν, αλλά εξάγουν λανθασμένα συμπεράσματα. Είτε ακόμη εξάγουν σκόπιμα ψεύτικα συμπεράσματα εξυπηρετώντας διάφορες σκοπιμότητες.

Η Στατιστική είναι συναρπαστικό αντικείμενο μελέτης και η διδασκαλία της έχει αρχίσει να επεκτείνεται σε πολλές χώρες σε όλες τις βαθμίδες της εκπαίδευσης.

1.1 Η ανάγκη διδασκαλίας της Στατιστικής στα σχολεία

Η καθημερινή ζωή έχει κατακλυσθεί από στατιστικούς όρους και έννοιες όπως “ μέσος όρος”, “ τάση”, “προβολή”, “εκτίμηση”, “συσχέτιση”, “πιθανότητα”, “απίθανο” επανέρχονται συχνά στα μέσα επικοινωνίας σε τομείς όπως η οικονομία, η πολιτική, ο αθλητισμός, η μετεωρολογία, γεγονός που καθιστά απαραίτητη τη διδασκαλία της Στατιστικής σε όλες τις βαθμίδες της εκπαίδευσης.

Ο προβληματισμός γύρω από τη διδασκαλία και τη διδακτική της Στατιστικής εκφράστηκε σε διεθνείς οργανώσεις, όπως η U. N. E. S. C. O., σε διεθνείς εταιρίες, σε διεθνή συνέδρια και αποτυπώθηκε σε περιοδικές εκδόσεις, συλλογικούς τόμους και βιβλία.

Την ανάγκη της διδασκαλίας της Στατιστικής τόσο στην πρωτοβάθμια όσο και στην δευτεροβάθμια εκπαίδευση έχουν επισημάνει πολλοί ερευνητές. Σύμφωνα με τους Lionel Pereira – Mendoza και Jim Swift (1981) η εισαγωγή της διδασκαλίας της Στατιστικής στα σχολεία πρέπει να γίνει για τρεις κύριους λόγους:

α) Χρησιμότητα

Ο άνθρωπος δέχεται καθημερινά πλήθος πληροφοριών ακουστικών και οπτικών, οι οποίες περιέχουν έννοιες Στατιστικής. Η καλή γνώση, επομένως, του αντικειμένου βοηθά στην επεξεργασία, παρουσίαση και εκτίμηση των πληροφοριών αυτών και στη λήψη σωστών αποφάσεων. Ένας εξάλλου από τους σημαντικότερους στόχους της μαθηματικής παιδείας στις Η.Π.Α. είναι η ανάπτυξη της ικανότητας των μαθητών να αναγνωρίζουν την πολύμορφη σημασία των μαθηματικών στη σημερινή κοινωνία.

β) Μελλοντικές σπουδές

Η γνώση της Στατιστικής εκτός του ότι καλλιεργεί τη μαθηματική σκέψη, τις υπολογιστικές σκέψεις και σχεδιαστικές ικανότητες, είναι απαραίτητο εργαλείο σε όλους

σχεδόν τους επιστημονικούς κλάδους, έναν από τους οποίους ενδέχεται να επιλέξει ο μαθητής.

γ) Αισθητική

Ο αισθητικός παράγοντας συμβάλλει στο να εκτιμήσει ο μαθητής τη Στατιστική τόσο στο θεωρητικό της επίπεδο όσο και στις εφαρμογές της στις επιστήμες, στην τεχνολογία και στα διάφορα κοινωνικά φαινόμενα. Η αισθητική προσέγγιση μπορεί να γίνει με ποικίλους τρόπους και μέσα διδασκαλίας, ενισχύοντας έτσι την εκτίμηση των μαθητών απέναντι στην ομορφιά της Στατιστικής επιστήμης.

Οι μαθητές δέχονται πληροφορίες από όλα τα μέσα μαζικής ενημέρωσης και ιδιαίτερα από την τηλεόραση, την οποία παρακολουθούν αρκετές ώρες καθημερινά. Ένα μεγάλο μέρος των πληροφοριών αυτών δίνονται με τη μορφή γραφικών παραστάσεων, όπως ιστογράμματα, κυκλικά διαγράμματα, που δεν είναι κατανοητές αν οι μαθητές δεν έχουν στοιχειώδεις γνώσεις της Στατιστικής. Η γνώση, λοιπόν, βασικών εννοιών Στατιστικής βοηθάει τους μαθητές στην κατανόηση και γνώση του κόσμου των πληροφοριών που τους κατακλύζουν, τους βοηθάει να αναπτύξουν μια κριτική στάση σε κάθε στατιστική πληροφορία που δέχονται από τα Μ.Μ.Ε. και να αποδέχονται ή να απορρίπτουν τις πληροφορίες που φτάνουν σε αυτούς με μορφή αριθμών, πινάκων, διαγραμμάτων, ώστε να μπορούν να επιλύουν καλύτερα προβλήματα που τους αφορούν.

1.2 Η εξέλιξη της διδασκαλίας της Στατιστικής στην Ελλάδα κατά την πάροδο των χρόνων.

Παρόλο που η μαθηματική επιστήμη από τις αρχές του 20^{ου} αιώνα είχε γνωρίσει σημαντική ανάπτυξη, η ύλη των σχολικών βιβλίων των μαθηματικών παρέμενε η ίδια ή μεταβλήθηκε ελάχιστα. Η μεταρρύθμιση που είναι γνωστή στη διεθνή και ελληνική βιβλιογραφία με το όνομα «Νέα Μαθηματικά» ή «Μοντέρνα Μαθηματικά» (New Mathematics) συνέβαλε στο να συμπεριληφθεί η διδασκαλία της στατιστικής και των πιθανοτήτων στα αναλυτικά προγράμματα της μέσης εκπαίδευσης. Ανέλαβαν λοιπόν τα μοντέρνα μαθηματικά να γεφυρώσουν το χάσμα ανάμεσα στα σχολικά και τα πανεπιστημιακά μαθηματικά, προσαρμόζοντας τη μαθηματική παιδεία στις ανάγκες των καιρών (Βαϊνάς 1998).

Για το σκοπό αυτό πραγματοποιήθηκαν ειδικά συνέδρια σε διάφορες χώρες που σκοπό είχαν τον προγραμματισμό της μαθηματικής εκπαίδευσης στα σχολεία της μέσης εκπαίδευσης κυρίως. Δηλαδή στην επιλογή της ύλης που έπρεπε να διδαχθεί, τους τρόπους

και τις μεθόδους διδασκαλίας, την μόρφωση και επιμόρφωση του διδακτικού προσωπικού και άλλα σχετικά με τη διδακτική των μαθηματικών. Οι πρώτες κατευθυντήριες γραμμές δόθηκαν κυρίως στο διεθνές συνέδριο του Ο.Ε.Ε.С στο 1^ο και 2^ο συνέδριο στη Γαλλία και τη Γιουγκοσλαβία τα έτη 1959-1960.

Η στατιστική μπήκε ως αυτοτελή ενότητα για πρώτη φορά στο βιβλίο της πειραματικής διδασκαλίας των μαθηματικών της Γ' γυμνασίου που γράφτηκε το 1964. Αργότερα στο βιβλίο του Η. Ντζιώρα «Άλγεβρα» της Ε' τάξης του πρακτικού γυμνασίου (σημερινή Β' λυκείου). Το ΚΕΜΕ, σημερινό παιδαγωγικό ινστιτούτο, το 1976 ανέλαβε τη συγγραφή νέων διδακτικών βιβλίων μαθηματικών για το γυμνάσιο και το λύκειο. Στα βιβλία αυτά, που η συγγραφή τους ολοκληρώθηκε το 1983, συμπεριλήφθηκαν ενότητες από τη στατιστική και τις πιθανότητες. Συγκεκριμένα στο βιβλίο της Γ' γυμνασίου Παπαμιχαήλ Δ. ΟΕΔΒ 1978 υπήρχαν δύο ανεξάρτητα κεφάλαια από τα οποία το ένα περιελάμβανε έννοιες περιγραφικής στατιστικής και το άλλο βασικές έννοιες θεωρίας πιθανοτήτων. Επίσης στο βιβλίο της Γ' λυκείου «Μαθηματικά Ι» του Βαρουχάκη Ν. που προοριζόταν για τους μαθητές της Ι δέσμης υπήρχαν τα κεφάλαια συνδυαστικής, στατιστικής και πιθανότητες. Την ίδια ακριβώς ύλη είχε και το βιβλίο της Γ' λυκείου «Μαθηματικά ΙΙ» που προοριζόταν για τους μαθητές της ΙΙ και ΙV δέσμης. Στη νέα σειρά διδακτικών βιβλίων που ισχύουν έως και σήμερα στα Γυμνάσια, η θέση της στατιστικής και της θεωρίας πιθανοτήτων έχει αναβαθμιστεί σημαντικά. Συγκεκριμένα από την πρώτη γυμνασίου γίνεται μια πρώτη επαφή με την ανάγνωση και την κατασκευή διαγραμμάτων. Η προσπάθεια αυτή γίνεται με πιο συστηματικό τρόπο στη Δευτέρα γυμνασίου, όπου υπάρχει ιδιαίτερο κεφάλαιο αφιερωμένο στη στατιστική. Η διδασκαλία της στατιστικής στο γυμνάσιο ολοκληρώνεται στην Τρίτη γυμνασίου. Στην Α' λυκείου επαναλαμβάνεται και συμπληρώνεται η ύλη της περιγραφικής στατιστικής, η οποία περιλαμβάνεται στην ύλη του γυμνασίου, ενώ στη Β' λυκείου εισάγονται οι βασικές έννοιες της συνδυαστικής και της θεωρίας πιθανοτήτων. Τέλος στη Γ' λυκείου επαναλαμβάνεται η ύλη της συνδυαστικής και πιθανοτήτων της Β' λυκείου και συμπληρώνεται με τη δεσμευμένη πιθανότητα, την ανεξαρτησία ενδεχομένων και τη διωνυμική κατανομή. Έτσι υλοποιείται ένας από τους βασικούς στόχους του νέου αναλυτικού προγράμματος των μαθηματικών στη δευτεροβάθμια εκπαίδευση που είναι η γνωριμία των μαθητών με τις βασικές έννοιες της στατιστικής και της θεωρίας των πιθανοτήτων.

1.2.1 Η Στατιστική στα νέα αναλυτικά προγράμματα της πρωτοβάθμιας και της δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης και η διδασκαλία της.

Σύμφωνα με το Ενιαίο Πλαίσιο Προγραμμάτων Σπουδών της εκπαιδευτικής μεταρρύθμισης, η οποία βρίσκεται σε εξέλιξη, τα νέα προγράμματα σπουδών για το μάθημα της Στατιστικής στην πρωτοβάθμια και δευτεροβάθμια εκπαίδευση προβλέπουν για τη διδασκαλία της τα εξής:

Στο Δημοτικό:

Η διδασκαλία της Στατιστικής γίνεται από τη Δ΄ τάξη του Δημοτικού. Οι διδακτικοί στόχοι στην τάξη αυτή είναι να μπορούν οι μαθητές να συλλέγουν, να οργανώνουν, να αναπαριστάνουν και να ερμηνεύουν ερευνητικά δεδομένα.

Στην Ε΄ τάξη οι διδακτικοί στόχοι είναι να εξασκηθούν στην ανάγνωση και κατασκευή ραβδογράμματος, εικονογράμματος και γραφικών παραστάσεων, καθώς και στην οργάνωση δεδομένων σε πίνακες. Επιπλέον, να διατυπώνουν προβλέψεις και να υπολογίζουν το μέσο όρο.

Στην ΣΤ΄ τάξη οι διδακτικοί στόχοι είναι να εξασκούνται στη συλλογή και καταγραφή των δεδομένων ενός προβλήματος, στην κατασκευή πινάκων δεδομένων και γραφικών παραστάσεων (ραβδογράμματα, ιστογράμματα), στη μετατροπή προφορικών ή γραπτών περιγραφών δεδομένων σε γραφικές παραστάσεις και αντιστρόφως και στη διατύπωση προβλέψεων για την εξέλιξη ενός φαινομένου.

Στο Γυμνάσιο:

Στη Γ΄ τάξη Γυμνασίου προβλέπεται η διδασκαλία περιγραφικής στατιστικής στο 5^ο κεφάλαιο του σχολικού βιβλίου, αφού πρώτα διδαχθεί η ύλη της Στατιστικής που δεν διδάχτηκε στην Β΄ τάξη. Συγκεκριμένα προτείνεται να διδαχθούν οι εξής ενότητες:

1. Βασικές έννοιες της Στατιστικής «Πληθυσμός – Δείγμα»
2. Κατανομή συχνοτήτων και σχετικών συχνοτήτων
3. Ομαδοποίηση παρατηρήσεων
4. Μέση τιμή – Διάμεσος
5. Γραφικές παραστάσεις, εικονογράμματα, ραβδογράμματα, κυκλικά διαγράμματα και χρονογράμματα.

Οι βασικοί στόχοι είναι:

- Να κατανοούν τις έννοιες πληθυσμός- δείγμα.
- Να συντάσσουν πίνακα κατανομής συχνοτήτων.
- Να κατασκευάζουν την κατάλληλη γραφική παράσταση μιας κατανομής συχνοτήτων.
- Να ομαδοποιούν στατιστικά δεδομένα και να παριστάνουν ομαδοποιημένες κατανομές με διαγράμματα
- Να παριστάνουν μια ομαδοποιημένη κατανομή με ιστόγραμμα.
- Να μπορούν να βρίσκουν τη μέση τιμή και την διάμεσο της κατανομής.
- Να βρίσκουν τη μέση τιμή μιας ομαδοποιημένης κατανομής.
- Να βρίσκουν τις αθροιστικές συχνότητες μιας κατανομής και να σχεδιάζουν το πολύγωνο αθροιστικών συχνοτήτων.
- Να βρίσκουν τη διάμεσο μιας ομαδοποιημένης κατανομής με τη βοήθεια του πολυγώνου των αθροιστικών συχνοτήτων.

Οι οδηγίες του παιδαγωγικού ινστιτούτου για τους καθηγητές το σχολικό έτος 2004-2005 προβλέπουν 10 διδακτικές ώρες για το κεφάλαιο που αναφέρεται στη Στατιστική, χωρίς να προτείνονται τρόποι διδασκαλίας.

Στην πράξη, όπως προκύπτει και από σχετικές έρευνες(Χατζηπαντελή Θ., Βογιατζή Κ. 1998), στην πλειοψηφία των Γυμνασίων, οι καθηγητές δεν ακολουθούν τις οδηγίες του παιδαγωγικού ινστιτούτου. Οι περισσότεροι καθηγητές σε ερώτηση για το αν ακολουθούν οι εκπαιδευτικοί τις οδηγίες του παιδαγωγικού ινστιτούτου απάντησαν ότι σε μεγάλο βαθμό τις αγνοούσαν. Οι περισσότεροι υποβάθμιζαν τη σημασία της Στατιστικής και ως προς τον τρόπο διδασκαλίας στην τάξη και την εφαρμογή ενεργητικών στρατηγικών μάθησης, οι περισσότεροι ανέφεραν την έλλειψη χρόνου για την εφαρμογή των μεθόδων αυτών.

Στο Λύκειο:

Στη Γ' Λυκείου προβλέπεται η διδασκαλία Περιγραφικής Στατιστικής, στοιχεία Συνδιαστικής και στοιχεία Πιθανοτήτων του σχολικού βιβλίου Μαθηματικά Γενικής Παιδείας με περιεχόμενο τα παρακάτω:

1. Βασικές έννοιες (Πληθυσμός, δείγμα, δεδομένα, μεταβλητές, κατανομές συχνοτήτων)
2. Γραφικές παραστάσεις(ραβδόγραμμα, κυκλικό διάγραμμα, εικονόγραμμα, ιστόγραμμα, πολύγωνο συχνοτήτων)
3. Παράμετροι θέσης και διασποράς (μέση τιμή, διάμεσος, επικρατούσα τιμή, ποσοστημόρια, εύρος, διακύμανση, τυπική απόκλιση)
4. Παλινδρόμηση δύο μεταβλητών και συντελεστής συσχέτισης.

Στην πράξη διδάσκονται μόνο οι ενότητες που περιέχονται στην εξεταστέα ύλη για τις εισαγωγικές εξετάσεις. Δεν διδάσκονται οι κατανομές συχνοτήτων με κλάσεις άνισου πλάτους, τα ποσοστημόρια και ο συντελεστής συσχέτισης δύο μεταβλητών.

Γενικότερα θα μπορούσαμε να παρατηρήσουμε ότι όλοι οι εκπαιδευτικοί έχουν μια λογική εξυπηρέτησης των εξεταστικών αναγκών και ιδιαίτερα στο λύκειο είναι δέσμιοι της απ' όλους διαπιστωμένης πραγματικότητας ότι το λύκειο έχει καταστεί προθάλαμος της τριτοβάθμιας εκπαίδευσης.

1.2.2 Η Στατιστική στο διεθνή χώρο

Η διδασκαλία της Στατιστικής έχει αρχίσει να επεκτείνεται σε πολλές χώρες και μάλιστα διδάσκεται από τις πρώτες τάξεις του δημοτικού. Οι μαθητές από τις πρώτες τάξεις είναι ικανοί να κατασκευάζουν και να ερμηνεύουν γραφικές παραστάσεις. (Fuys & Tischler, 1979) ενώ επανεξετάζεται τόσο το περιεχόμενο και οι στόχοι της διδασκαλίας της Στατιστικής όσο και η σύνδεσή της με γνωστικούς χώρους πέρα από τα Μαθηματικά.

Σε πολλές διεθνείς οργανώσεις όπως η U. N. E. S. C. O, N. C. T. M. εκφράστηκε ο προβληματισμός γύρω από τη διδασκαλία και τη διδακτική της Στατιστικής. Τον Αύγουστο του 1986 οργανώθηκε το 2^ο διεθνές συνέδριο για τη διδασκαλία της Στατιστικής στη Βικτόρια του Καναδά. Οι εργασίες που παρουσιάστηκαν στο συνέδριο κυκλοφόρησαν το 1994 από την U. N. E. S. C. O σε ένα τόμο με τίτλο “ Η διδασκαλία της Στατιστικής”.

Σε μια έκθεση που υποβλήθηκε στη βρετανική κυβέρνηση το 1982 αναφέρεται ότι “ η Στατιστική δεν είναι απλά και μόνον ένα σύνολο τεχνικών, είναι μια τοποθέτηση απέναντι στα πράγματα, ένας τρόπος αντίληψης που γνωρίζει μάλιστα την ύπαρξη της αβεβαιότητας και της μεταβλητότητας της πληροφορίας και της συλλογής δεδομένων. Επιτρέπει τη λήψη αποφάσεων σε συνθήκες αβεβαιότητας”. Στην έκθεση συνιστάται να περιλαμβάνεται η Στατιστική στα σχολικά μαθηματικά. Τονίζεται ιδιαίτερα το πόσο σημαντικό είναι να βασίζεται η μελέτη της Στατιστικής σε δεδομένα που έχουν συλλέξει οι ίδιοι οι μαθητές.

Παρόλο που η διδασκαλία της Στατιστικής έχει επεκταθεί, επισημαίνονται δυσκολίες στην “ πλήρη ένταξή” της στη διδασκαλία των Μαθηματικών. Μια από τις μεγάλες δυσκολίες που συνοδεύουν τη διδασκαλία της Στατιστικής έγκειται στο γεγονός ότι οι μαθητές έχουν εθιστεί σε μια ντετερμινιστική θέση του κόσμου στην οποία τα προβλήματα αποκτούν μια μοναδική λύση βασισμένη στην παραγωγή. Η Στατιστική, αντίθετα, βασίζεται στην επαγωγή.

Οι περισσότεροι εκπαιδευτικοί βλέπουν στη Στατιστική ένα τύπο Μαθηματικών εντελώς διαφορετικό από αυτόν που γνωρίζουν. Η επιστημολογική υφή του τυχαίου και του απροσδιόριστου τους ξενίζει. Αντιβαίνει στα “ντετερμινιστικά” μαθηματικά που έχουν συνηθίσει. Οι περισσότεροι πιστεύουν ότι τα Μαθηματικά αποτελούν μια λογική και ιεραρχική δομή στο εσωτερικό της οποίας αποδεικνύονται προτάσεις απόλυτα αντικειμενικές και αληθείς. Κατά συνέπεια οι καθηγητές δε νοιώθουν άνετα με την έλλειψη ακρίβειας και με την αβεβαιότητα της Στατιστικής.

Στα πλαίσια μιας συγκριτικής έρευνας στις χώρες της Μ. Βρετανίας, του Καναδά και των Η. Π. Α. για το πρόγραμμα διδασκαλίας της Στατιστικής στην πρωτοβάθμια και δευτεροβάθμια εκπαίδευση κατέληξαν στα ακόλουθα συμπεράσματα:

- Σε ηλικία 12 ετών οι μαθητές γνωρίζουν τους τέσσερις πιο κοινούς τύπους γραφικών παραστάσεων, διαγράμματα με εικόνες, ραβδογράμματα ή ιστόγραμμα και κυκλικό διάγραμμα.
- Περισσότεροι από το 85% των μαθητών έχουν εξοικειωθεί με τα διαγράμματα με εικόνες από την Τρίτη και ακόμα από την Δευτέρα τάξη του δημοτικού.
- Η αναπαράσταση πληροφορίας μέσω πινάκων είναι εφικτή από μαθητές της τετάρτης έως της έκτης δημοτικού (66% Μ. Βρετανία, 67% Καναδά, 63% Η. Π. Α.)
- Ενώ οι περισσότεροι μαθητές σε ηλικία 11 ετών είχαν εξοικειωθεί με την έννοια της μέσης τιμής (91% Μ. Βρετανία, 72% Καναδά, 89% Η. Π. Α.) η έννοια της διαμέσου και της επικρατούσης τιμής παρουσιάζονται στη δευτεροβάθμια εκπαίδευση.
- Οι παράμετροι της διασποράς εισάγονται στη δευτεροβάθμια εκπαίδευση.

Στη Μ. Βρετανία μετά το 1982 θεσπίστηκε ετήσιο βραβείο Στατιστικής με χρηματικό έπαθλο για κατηγορίες μαθητών ηλικίας 9-13, 13-16 και 16-19 ετών. Ανάλογοι διαγωνισμοί διεξάγονται και στην Ουγγαρία, την Ισπανία, τις Η. Π. Α. , τη Βουλγαρία, τις Σκανδιναβικές χώρες.

Το Ουγγρικό εκπαιδευτικό σύστημα υπήρξε πρωτοπόρο στην εισαγωγή της διδασκαλίας της Στατιστικής στη δευτεροβάθμια εκπαίδευση 150 χρόνια πριν. Η Ιταλία ακολούθησε το ουγγρικό πρότυπο και εισήγαγε την Στατιστική στη δευτεροβάθμια εκπαίδευση. (Γκίνης Δ., 2003).

1.3 Πως μαθαίνουν οι μαθητές μαθηματικά και πως αντιλαμβάνονται τη Στατιστική

Ένα από τα κύρια ενδιαφέροντα της ψυχολογίας των μαθηματικών είναι να απαντήσει στα βασικά ερωτήματα: Με ποιο τρόπο οι μαθητές μαθαίνουν μαθηματικά; Με ποιο τρόπο

σκέπτονται στα μαθηματικά; Πώς αναπτύσσεται η κατανόηση των μαθηματικών εννοιών; Επειδή τα μαθηματικά είναι περισσότερο μια διανοητική παρά φυσική δραστηριότητα, οι ψυχολόγοι πρέπει να προσπαθήσουν να κατανοήσουν τι συμβαίνει μέσα στα κεφάλια των μαθητών, πώς αυτοί σκέπτονται όταν έχουν να αντιμετωπίσουν μια προβληματική κατάσταση ή με ποιο τρόπο κατανοούν τις μαθηματικές έννοιες. Η μελέτη των αλληλεπιδράσεων μεταξύ της δομής των μαθηματικών και της φύσης της ανθρώπινης σκέψης, είναι δυνατό να σχηματίσει τη βάση για την ανάπτυξη της θεωρίας και της διδακτικής πρακτικής στην περιοχή αυτή. Στο βαθμό που οι ψυχολόγοι και οι μαθηματικοί παιδαγωγοί θα περιγράψουν με ακρίβεια και σαφήνεια πώς ο μαθητής σκέπτεται όταν συναντά μαθηματικά προβλήματα ή πώς μαθαίνει να σκέπτεται μαθηματικά, άλλο τόσο και η ψυχολογία της μάθησης των μαθηματικών θα είναι χρήσιμη για τη διδασκαλία τους.

Οι έρευνες για τη μάθηση και την εκπαίδευση που έχουν λάβει μέρος σε διαφορετικές περιοχές της ψυχολογίας, μεταξύ των οποίων συγκαταλέγονται η εκπαιδευτική, η εξελικτική, η γνωστική, η κοινωνική και η κλινική ψυχολογία μας έχουν προσφέρει νέες ιδέες για τη μαθησιακή διαδικασία και την εξέλιξη της γνώσης σε πολλούς τομείς μελέτης. Κατά συνέπεια, τα αναλυτικά προγράμματα και ο τρόπος διδασκαλίας αλλάζουν στα σχολεία σήμερα, προσπαθώντας να γίνουν πιο μαθητοκεντρικά παρά δασκαλοκεντρικά, να συνδέσουν το σχολείο με τις πραγματικές συνθήκες ζωής και να εστιαστούν στην κατανόηση και στη σκέψη παρά στην απομνημόνευση και την απλή εξάσκηση.

Μέχρι πριν λίγα χρόνια η αντίληψη που επικρατούσε ήταν ότι η μαθηματική γνώση είναι ένα αγαθό που έχει παραχθεί και καλούνται οι μαθητές να το καταναλώσουν αποστηθίζοντάς το. Ο δάσκαλος των μαθηματικών, υιοθετώντας την «τραπεζική αντίληψη» της παιδείας καταθέτει τις έτοιμες γνώσεις στα «άδεια μυαλά» των μαθητών, όπως καταθέτει κανείς χρήματα σε μια τράπεζα (Freire P. 1977). Ο δάσκαλος ο οποίος αποτελεί την αυθεντία μέσα στην τάξη, ταΐζει τους μαθητές με την ύλη των ετοιμοπαράδοτων παραδόσεων, τις οποίες πλασάρει επιδέξια για να αποδείξει ότι έχει το χάρισμα της μεταδοτικότητας. Ο μαθητής συμμετέχει παθητικά στην διδακτική διαδικασία και δέχεται τις περισσότερες φορές άκριτα και αναντίρρητα ότι του προσφέρει ο δάσκαλος. Έτσι αυτοματοποιείται η διδασκαλία, σταματά η ανθρώπινη επικοινωνία και εγκαθιδρύεται ένα μαθοφοβικό, μαθησιοκτόνο κλίμα άχαρης επανάληψης των ίδιων πραγμάτων (Papert S. 1991).

Η θεμελιώδης αρχή των μεθόδων αυτών είναι η προσαρμογή του μαθητή στο ρυθμό και στον τρόπο σκέψης που έχει προκαθορίσει ο δάσκαλος. Ο μαθητής δέχεται αυτό που του

παρουσιάζει ο δάσκαλος χωρίς να εκφράζει ερωτήσεις και απορίες που να παρεκκλίνουν από τους προκαθορισμένους μαθησιακούς στόχους. Το μάθημα γίνεται με αφηγηματικό τρόπο, κάτω από τον απόλυτο προγραμματισμό και την απόλυτη καθοδήγηση του δασκάλου. Η άποψη αυτή δεν είναι πλέον αποδεκτή. Η σύγχρονη άποψη που είναι πλέον η επικρατούσα είναι ότι τα μαθηματικά δεν αποτελούν ένα σύστημα γνώσεων αλλά και μια διαδικασία (Tymoczko 1986). Οι τρόποι με τους οποίους κατασκευάζουν τις μαθηματικές τους γνώσεις έχουν ιδιαίτερη σημασία για το σχεδιασμό της διδασκαλίας. Επομένως, η έμφαση μετατοπίζεται από το τελικό προϊόν της γνώσης, που στην περίπτωση μας είναι οι διάφορες μαθηματικές προτάσεις και θεωρήματα, στη διαδικασία απόκτησής τους. Επίσης τα αποτελέσματα από έρευνες δείχνουν ότι οι παραδοσιακοί τρόποι διδασκαλίας των μαθηματικών δεν βοηθάνε τους μαθητές να μάθουν ότι θα τους χρειαστεί για να αντιμετωπίσουν τις ανάγκες της σύγχρονης κοινωνίας. Τέλος ο ανθρωπιστικός σκοπός της εκπαίδευσης που είναι ανάπτυξη ανεξάρτητης και κριτικής σκέψης, δεν ευνοείται, όταν οι μαθητές μαθαίνουν να δέχονται τις μαθηματικές γνώσεις, τις οποίες επιβάλλει η αυθεντία του δασκάλου (Kammil 1985).

Με την πάροδο των χρόνων ο χαρακτήρας της μαθηματικής γνώσης διαφοροποιείται. Οι μαθητές αναγνωρίζονται πλέον ως ζωντανά άτομα, τα οποία σκέπτονται και παίρνουν αποφάσεις προσπαθώντας να κατακτήσουν τη νέα γνώση μέσα από το πλαίσιο της προηγούμενης γνώσης και εμπειρίας. Ο ρόλος του δασκάλου δεν είναι πια να εξηγεί και να μεταδίδει πληροφορίες και γνώσεις, παριστάνοντας την αυθεντία, αλλά να κινητοποιεί και να παρακινεί το μαθητή, παρασύροντάς τον στην περιπέτεια της μάθησης, καθοδηγώντας τον και διευκολύνοντάς τον μέσα από κατάλληλα σχεδιασμένες δραστηριότητες, εξερευνήσεις και προβληματισμούς στο να κατασκευάσει μόνος του τη νέα γνώση. Η μεγάλη ευθύνη του δασκάλου βρίσκεται στο να κατορθώσει να δημιουργήσει ένα κατάλληλο μαθησιακό κλίμα μέσα στην τάξη, έτσι ώστε όλοι οι μαθητές, αν είναι δυνατό, να νιώσουν τα συναισθήματα της ευχαρίστησης, του ενδιαφέροντος και της επιτυχίας.

Τα τελευταία χρόνια πολλά ερευνητικά προγράμματα επιχειρούν με διαφορετικούς τρόπους να ξεπεράσουν τα μειονεκτήματα του παραδοσιακού τρόπου διδασκαλίας των μαθηματικών και να δημιουργήσουν μέσα στις τάξεις πρότυπα περιβάλλοντα μάθησης για τους μαθητές (Carpenter, Fennema, Peterson, 1989 Cobb).

Η απάντηση στο ερώτημα «πώς οι μαθητές αντιλαμβάνονται και μαθαίνουν στατιστική» δεν είναι απλή. Στην πραγματικότητα κάθε δάσκαλος δίνει καθημερινά τις δικές του

απαντήσεις μέσα στην τάξη με τον τρόπο που οργανώνει και παρουσιάζει τις έννοιες της στατιστικής. Υπάρχουν όμως έρευνες που απαντούν σε μεγάλο βαθμό στο προηγούμενο ερώτημα. Οι έρευνες αφορούν τη διδακτική της στατιστικής με κύριους στόχους την κατανόηση των διαδικασιών που συμβάλλουν στην επίλυση μαθηματικών προβλημάτων και τον εντοπισμό των δυσκολιών που αντιμετωπίζει ο μαθητής στην απόκτηση γνώσεων πάνω στο αντικείμενο. Επικεντρώνονται σε τρεις κυρίως τομείς:

1. Στην ένταξη της στατιστικής στα αναλυτικά προγράμματα της πρωτοβάθμιας και δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης.
2. Στη μεθοδολογία διδασκαλίας της στατιστικής.
3. Στις δυσκολίες που αντιμετωπίζουν οι μαθητές στην κατανόηση των εννοιών αυτών, καθώς και τις εσφαλμένες αντιλήψεις τους.

Από τις αρχές του 20^{ου} αιώνα ο Dewey διακήρυξε πως η μάθηση είναι αποτέλεσμα της εμπειρίας. Από τότε έχουμε μάθει πολλά αναφορικά με τον τρόπο που οι μαθητές κατακτούν τις μαθηματικές έννοιες πλην όμως η αρχή του Dewey ότι η μάθηση πηγάζει από τις εμπειρίες των μαθητών δεν έχει αμφισβητηθεί.

Αν είναι αλήθεια ότι οι μαθητές μαθαίνουν στατιστική, κάνοντας στατιστική, τότε μια σειρά από project έξω από την τάξη που περιλαμβάνουν μια ποικιλία από δεδομένα θα είναι πιο αποτελεσματικά από δραστηριότητες μέσα στην τάξη που χρησιμοποιούν πολύ περιορισμένα είδη δεδομένων και δεν επιτρέπουν σχεδιασμό και ανάλυση.

Όπως έγραψε ο Hogg (1991) αντί να ζητά κανείς από τους μαθητές να δουλέψουν με παλιά δεδομένα αν και αληθινά, είναι καλύτερο να τους αναθέσεις να βρουν και να δημιουργήσουν τα δικά τους. Τέτοιες εργασίες προσφέρουν στους μαθητές εμπειρία γύρω από τους τομείς όπως: να ρωτούν για τη διευκρίνηση προβλημάτων, διατύπωση υποθέσεων, σχεδιασμό πειραμάτων και ερευνών, συγκέντρωση δεδομένων, ανάλυση των δεδομένων. Ο Snee (1993) γράφει η συγκέντρωση και η ανάλυση των δεδομένων είναι η καρδιά της στατιστικής σκέψης. Η συγκέντρωση των δεδομένων προωθεί τη μάθηση από εμπειρία και συνδέει τη διαδικασία της μάθησης με την πραγματικότητα. Ο Bradstreet (1996) και ο Cobb(1991) υποστηρίζουν ότι ο στατιστικός συλλογισμός πρέπει να προηγείται των στατιστικών μεθόδων. Ο Hogg (1991) έγραψε ότι στο εισαγωγικό στάδιο η στατιστική δεν πρέπει να παρουσιάζεται σαν τομέας των μαθηματικών. Η στατιστική δεν ισοδυναμεί με τη μαθηματική καθαρότητα ή ακαμψία, αλλά είναι πιο στενά συνδεδεμένη με την προσεκτική σκέψη.

Ο Green (1983) προτείνει να δοθεί μεγαλύτερη έμφαση στις πειραματικές δραστηριότητες των μαθητών καθώς και να ενθαρρυνθεί η συζήτηση στην τάξη κάνοντας χρήση της τεχνική ορολογίας της στατιστικής. Ένας τρόπος να βοηθήσει κανείς τους μαθητές να αναπτύξουν στατιστικό συλλογισμό είναι να τους αναθέσει στρατηγικές ενεργητικής μάθησης κάνοντας στην πραγματικότητα στατιστική, να σχεδιάζει έρευνες, να συγκεντρώνει δεδομένα, να αναλύει τα αποτελέσματα προετοιμάζοντας γραπτές αναφορές και δίνοντας προφορικές παρουσιάσεις. Συγχρόνως η χρήση των αισθήσεων συμβάλλει στο να εκτιμήσει ο μαθητής τη στατιστική, τόσο στο θεωρητικό της επίπεδο, όσο και στην εφαρμογή τους στις επιστήμες, στην τεχνολογία και στα διάφορα κοινωνικά φαινόμενα (Χατζηπαντελής Θ. , Γκάσταρης Π. 1998).

Για να δείξει κανείς τη δύναμη, τη χάρη ακόμα και την ομορφιά του στατιστικού συλλογισμού, κάποια παραδείγματα ρεαλιστικά από μια μεγάλη ποικιλία επιστημονικών κλάδων μπορούν να πείσουν τους μαθητές πως μαθαίνουν κάτι που απαιτεί μόνο σκέψη και μπορεί να εφαρμοσθεί κάθε μέρα και σχεδόν σε κάθε επιστημονικό τομέα. Είναι πολύ σημαντικό τα παραδείγματα να είναι πραγματικά, αλλιώς τα «μέσα» που χρησιμοποιούνται για να απαντήσουν σε ψεύτικες ερωτήσεις φαίνονται ψεύτικα και αυτά. Επιπλέον τα υπαρκτά παραδείγματα μένουν ευκολότερα στη μνήμη των μαθητών.

Η εργασία των μαθητών με συγκεκριμένα υλικά και αντικείμενα διασφαλίζει την κατανόηση των μαθηματικών εννοιών και συσχετίζει τα εποπτικά μέσα που χρησιμοποιούνται κατά τη διδασκαλία με τις μαθηματικές έννοιες. Η συσχέτιση αυτή γεφυρώνει το χάσμα ανάμεσα στην αφηρημένη και τη συγκεκριμένη σκέψη και παρέχει το πλαίσιο για καλύτερη κατανόηση. Οι δραστηριότητες πρέπει να συσχετίζουν τις μαθηματικές έννοιες με τις εφαρμογές τους στην καθημερινή ζωή, έτσι ώστε να γίνει η σύνδεση του συγκεκριμένου με το αφηρημένο στάδιο σκέψης. Με αυτόν τον τρόπο διασαφηνίζονται οι έννοιες και διατηρείται το ενδιαφέρον των μαθητών αμείωτο.

1.4 Τα προβλήματα που αντιμετωπίζουν οι μαθητές στην κατανόηση εννοιών της Στατιστικής.

Ένας από τους τομείς στους οποίους έχει επικεντρώσει το ενδιαφέρον της η διδακτική της Στατιστικής είναι και τα προβλήματα που αντιμετωπίζουν οι μαθητές στην κατανόηση των εννοιών καθώς και στις εσφαλμένες αντιλήψεις που έχουν.

Από έρευνες που έγιναν σχετικά με τη διδακτική της Στατιστικής φαίνεται να υπάρχει μία τάση να ανταποκρίνονται στα προβλήματα μαθηματικής φύσεως ανατρέχοντας στους

υπολογισμούς βάσει των τύπων ή στην ακολουθία διαδικασιών, πριν ακόμα σχηματίσουν μια καθαρή εικόνα του προβλήματος. Είναι ικανοί να αποστηθίζουν τύπους και να ακολουθούν αλγοριθμικές διαδικασίες που ακολούθησαν σε παρόμοια προβλήματα με αυτά που έχουν διδαχθεί, αλλά σπάνια ανταποκρίνονται με επιτυχία σε προβλήματα στα οποία υπεισέρχονται καινούργιες καταστάσεις (Chervey, Collier, Feinberg, Johnson, 1977 Kempthorn 1980, Carfield 1981).

Ένας παράγοντας που επηρεάζει, επίσης, στην κατανόηση είναι η λεκτική αδυναμία των μαθητών τόσο στην κατανόηση όσο και στην περιγραφή καταστάσεων που αφορούν προβλήματα Στατιστικής (Χατζηπαντελής Θ., Γκάσταρης Π. 1998). Οι γλωσσικές παρερμηνείες οδηγούν συνήθως σε λανθασμένες αναπαραστάσεις του προβλήματος που πρέπει να επιλύσουν. Από έρευνες του D.R Green (1983) στη Μ.Βρετανία επισημάνθηκε το γεγονός της έλλειψης κατανόησης, από πολλούς μαθητές, της έννοιας των λόγων και των αναλογιών που είναι πολλοί χρήσιμες σε πολλές έννοιες της Στατιστικής.

Είναι γεγονός ότι τα τελευταία χρόνια γίνεται προσπάθεια για τον ανασχηματισμό της διδασκαλίας της Στατιστικής. Η νέα τάση στοχεύει σε μια περισσότερο ποιοτική προσέγγιση για κατανόηση των εννοιών και την ερμηνεία των αποτελεσμάτων. Οι περισσότεροι μαθητές δεν έχουν συνειδητοποιήσει τη χρήση του κατάλληλου μέτρου θέσης, αν η μεταβλητή είναι ποιοτική ή ποσοτική και πώς επηρεάζεται η θέση της από τις παρατηρήσεις.

1. Επικρατούσα τιμή

Οι περισσότεροι μαθητές δεν έχουν συνειδητοποιήσει ότι η επικρατούσα τιμή χρησιμοποιείται κυρίως για ποιοτικές μεταβλητές. Σε περίπτωση που τους έχει δοθεί μία ταξινομημένη λίστα στοιχείων δεν παρουσιάζεται πρόβλημα στο να βρουν την επικρατούσα τιμή, όπως και αν τους δοθεί ένα ραβδόγραμμα (Χατζηπαντελής Θ., Γκίνης Δ. 2000). Όταν όμως τους δοθεί ένας πίνακας με τις συχνότητες, τότε το συνηθέστερο λάθος είναι ότι αναφέρουν ως επικρατούσα τιμή την τιμή της μεγαλύτερης συχνότητας (Barr G.V. 1980). Επίσης τους είναι δύσκολο να υπολογίζουν από το διάγραμμα συχνοτήτων σε περίπτωση που τα δεδομένα είναι ταξινομημένα σε κλάσεις.

2. Διάμεσος

Από έρευνες (Barr G.V. 1980) προκύπτει να μην έχουν συνειδητοποιήσει ότι σε ποιοτικά δεδομένα η διάμεσος και η επικρατούσα τιμή είναι τα κατάλληλα μέτρα θέσης. Τα πιο συνηθισμένα λάθη που κάνουν οι μαθητές είναι:

- i) Δεν ταξινομούν τα δεδομένα κατά αύξουσα ή φθίνουσα σειρά με αποτέλεσμα να δίνουν ως διάμεσο την τυχαία μεσαία παρατήρηση.
- ii) Υπολογίζουν τη διάμεσο σαν το ημιάθροισμα του πρώτου και του τελευταίου αριθμού στα ταξινομημένα δεδομένα.
- iii) Δεν έχουν συνειδητοποιήσει ότι η διάμεσος δεν είναι απαραίτητα μία από τις τιμές των παρατηρήσεων.
- iv) Έχουν δυσκολία στο να εντοπίζουν τη μεσαία παρατήρηση ή το ημιάθροισμα των μεσαίων παρατηρήσεων, ανάλογα αν το πλήθος είναι περιττό ή άρτιο.
- v) Συγχέουν τη διάμεσο με το πλήθος των παρατηρήσεων με αποτέλεσμα να δίνουν σαν διάμεσο το μισό του πλήθους των παρατηρήσεων.

3. Μέση τιμή

Όπως αναφέρουν οι Pollatsek, Lima, Well(1981) η μέση τιμή είναι για τους μαθητές περισσότερο μια υπολογιστική πράξη παρά μια εννοιολογική. Υπολογίζουν τη μέση τιμή σε ποιοτικές μεταβλητές και αναζητούν ποσοτικές ιδιότητες στις τιμές τους. Συνήθως η γνώση της μέσης τιμής εξαντλείται στην αποστήθιση του τύπου για τον υπολογισμό της. Στον υπολογισμό τα συνηθέστερα λάθη που γίνονται, όπως προκύπτει και από τη σχετική έρευνα των Χατζηπαντελή Θ., Γκίνη Δ. (2000) είναι:

- i) Προσθέτουν τις τιμές που αναφέρονται στις παρατηρήσεις και διαιρούν με το πλήθος τους χωρίς να λάβουν υπόψη τις συχνότητες από τον πίνακα.
- ii) Βρίσκουν το ημιάθροισμα των τιμών των παρατηρήσεων και το διαιρούν με το άθροισμα των συχνοτήτων.
- iii) Διαιρούν το ημιάθροισμα των συχνοτήτων με το πλήθος τους.

Στη διδασκαλία της Στατιστικής δίνεται έμφαση και στη χρήση της γραφικής παράστασης, η οποία παρουσιάζει το περιεχόμενο ενός στατιστικού πίνακα και επιτυγχάνει την εποπτική εμφάνιση του φαινομένου που περιγράφει. Με τη γραφική παράσταση των στοιχείων ενός στατιστικού πίνακα εκτός του ότι επιτυγχάνεται μία εποπτική αντίληψη του φαινομένου, τονίζονται τα κύρια χαρακτηριστικά αδιαφορώντας για τις λεπτομέρειες που τις περισσότερες φορές δεν έχουν μεγάλη σημασία. Η γραφική απεικόνιση μιας σειράς παρατηρήσεων μέσα στο χρόνο επιτρέπει όχι μόνο την οπτική παρακολούθηση της εξέλιξης του φαινομένου, αλλά και τον εντοπισμό των τυχαίων και άλλων διακυμάνσεών του.

Η γραφική παράσταση είναι ένα σύνθετο οπτικό ερέθισμα από το οποίο έχουμε τη δυνατότητα να πάρουμε ένα πλήθος πληροφοριών. Ο Cleveland(1985) υποστηρίζει ότι ο δημιουργός μίας γραφικής παράστασης κωδικοποιεί τις πληροφορίες, ενώ ο αναγνώστης τις αποκωδικοποιεί.

Στόχος λοιπόν της διδασκαλίας των γραφικών παραστάσεων στη διδασκαλία της Στατιστικής είναι να γίνει ο μαθητής ικανός να δημιουργεί και να διαβάζει γραφικές παραστάσεις, να γίνει δηλαδή κωδικοποιητής και αποκωδικοποιητής. Η γραφική παράσταση σαν μορφή επικοινωνίας επαυξάνει τη μετάδοση πληροφοριών στον αναγνώστη και η μετάδοση αυτή εξαρτάται από τη γραφική αντίληψη του αναγνώστη (Edward Tufte 1983 και Cleveland 1985).

Μέσω της γραφική παράστασης οι μαθητές εμπλέκονται σε διαδικασίες ταξινόμησης, σύγκρισης και αντιστοίχισης των δεδομένων. Εξασκούνται στις αριθμητικές πράξεις και κατανοούν τη σχέση ανάμεσα στις γραφικές παραστάσεις και την πραγματικότητα, δηλαδή μεταξύ του συμβολικού και του απτού(Χατζηπαντελής 1988). Από σχετικές έρευνες στις ΗΠΑ Downing, Sharpe 1985 αλλά και στην Ελλάδα Χατζηπαντελής Θ., Γκίνης Δ. 2000, έχει διαπιστωθεί ότι ένα μεγάλο ποσοστό μαθητών ηλικίας 11-12 ετών μπορούν να ερμηνεύσουν μια γραφική παράσταση από ένα ραβδόγραμμα, και σε μικρότερο ποσοστό να κατασκευάσουν ένα ραβδόγραμμα ή να ερμηνεύσουν ένα κυκλικό διάγραμμα.

Τα συνηθέστερα λάθη που γίνονται από τους μαθητές στις γραφικές παραστάσεις είναι:

α) σχήμα χωρίς τίτλο και πηγή πληροφοριών, β) άξονες χωρίς αναφορά των μεταβλητών και χωρίς το Ο στην αρχή των αξόνων και γ) διαφοροποίηση του πλάτους στα ραβδογράμματα. Όλα αυτά έχουν σαν αποτέλεσμα να παρουσιάζονται παραπλανητικές πληροφορίες.

1.5 Οι μέθοδοι διδασκαλίας

Η διδασκαλία δεν είναι ένα πρόχειρο έργο ή ένα τυχαίο γεγονός. Κάθε διδασκαλία οικοδομείται στα πλαίσια κάποιας συγκεκριμένης μεθόδου διδασκαλίας. Οι διδακτικές μέθοδοι υπάρχουν από τον καιρό που υπάρχουν δάσκαλοι και μαθητές.

Η μέθοδος διδασκαλίας είναι ένα οργανωμένο σύστημα γνώσεων, στάσεων και ενεργειών το οποίο:

- i. Έχει μία συγκεκριμένη φιλοσοφία,
- ii. Έχει καθορισμένες αρχές,
- iii. Υποστηρίζει κάποια τεχνική και πορεία διδασκαλίας,

iv. Στοχεύει στην επίτευξη των γενικών εκπαιδευτικών σκοπών και των συγκεκριμένων μαθησιακών στόχων του γνωστικού αντικειμένου στο οποίο χρησιμοποιείται.

Η μέθοδος διδασκαλίας δεν πρέπει να συγγέται με την πορεία που ακολουθούμε κατά τη διδασκαλία. Η πορεία της διδασκαλίας καθορίζεται από τους επόμενους παράγοντες:

- i. Το ρόλο του δασκάλου,
- ii. Το ρόλο του μαθητή,
- iii. Τους τρόπους με τους οποίους ο μαθητής θα οικοδομήσει τη γνώση,
- iv. Τις ικανότητες και στάσεις που θέλουμε να αποκτήσει ο μαθητής,
- v. Τη φύση και τους σκοπούς της διδακτέας ύλης,
- vi. Τα μέσα της διδασκαλίας.

Οι μέθοδοι διδασκαλίας ανάλογα με τις αρχές και τη φιλοσοφία τους, κατατάσσονται σε τρεις βασικές κατηγορίες: τις δασκαλοκεντρικές, τις μαθητοκεντρικές και τις συμμετοχικές μεθόδους διδασκαλίας.

1.5.1 Δασκαλοκεντρικές μέθοδοι

Οι δασκαλοκεντρικές μέθοδοι διδασκαλίας έχουν ως επίκεντρο το δάσκαλο. Η θεμελιώδης αρχή των μεθόδων αυτών είναι η προσαρμογή του μαθητή στο ρυθμό και στον τρόπο σκέψης που έχει προκαθορίσει ο δάσκαλος.

Ο δάσκαλος ο οποίος αποτελεί την αυθεντία μέσα στην τάξη, θεωρείται ότι κατέχει έναν όγκο επιστημονικών και άλλων γνώσεων τις οποίες πρέπει να μεταδώσει στους μαθητές του. Ο μαθητής συμμετέχει παθητικά στην διδακτική διαδικασία και δέχεται τις περισσότερες φορές άκριτα και αναντίρρητα ότι του προσφέρει ο δάσκαλος, χωρίς να εκφράζει ερωτήσεις και απορίες που να παρεκκλίνουν από τους προκαθορισμένους μαθησιακούς στόχους. Η διδασκαλία έχει ως κύριο σκοπό την προσφορά γνώσεων και την απόκτηση δεξιοτήτων. Το μάθημα γίνεται με αφηγηματικό τρόπο, κάτω από τον απόλυτο προγραμματισμό και την απόλυτη καθοδήγηση του δασκάλου.

Χαρακτηριστικά παραδείγματα δασκαλοκεντρικών μεθόδων διδασκαλίας είναι η μέθοδος του J. F. Herbart (1776-1841), η οποία αναφέρεται και ως ερβαρτιανή μέθοδος διδασκαλίας και η τριμερής πορεία διδασκαλίας, η οποία δημιουργήθηκε από Έλληνες παιδαγωγούς, φανατικούς υποστηρικτές της μεθόδου του Herbart, ενώ μάλιστα η ερβαρτιανή μέθοδος είχε ήδη απομακρυνθεί από τα περισσότερα σχολεία της Ευρώπης.

1.5.2 Μαθητοκεντρικές μέθοδοι

Οι μαθητοκεντρικές μέθοδοι διδασκαλίας έχουν ως επίκεντρο το μαθητή. Η βασική αρχή των μεθόδων αυτών είναι η απόλυτη και συνειδητή συμμετοχή του μαθητή σε όλες τις φάσεις της διαδικασίας μάθησης.

Ο δάσκαλος παρακολουθεί τη δραστηριότητα των μαθητών και καθοδηγεί τους μαθητές μόνο εάν του το ζητήσουν. Ενθαρρύνει τους μαθητές να σκέπτονται και να ενεργούν ελεύθερα, να εκφράζουν τις απόψεις τους και να παίρνουν μέρος στη συζήτηση της τάξης. Ο μαθητής δεν είναι παθητικός θεατής της διδακτικής διαδικασίας, αλλά συμμετέχει ενεργά σε όλα τα στάδια της μάθησης και της διδασκαλίας. Θέτει τους δικούς του στόχους και προβληματισμούς και αναπτύσσει δικές του πρωτοβουλίες. Μαθαίνει να αυτενεργεί, να ερευνά και να πειραματίζεται. Μπορεί με τους συμμαθητές του να αλλάξει την πορεία της διδασκαλίας προκειμένου να επιτύχει τους στόχους που έθεσε. Με τον τρόπο αυτό αποκτά δημιουργική δραστηριότητα. Η διδασκαλία έχει ως σκοπό να προσφέρει στο μαθητή τις απαραίτητες γνώσεις και να τον μάθει να επεκτείνει και να γενικεύει αυτές τις γνώσεις μόνος του.

Οι πιο αντιπροσωπευτικές μαθητοκεντρικές μέθοδοι διδασκαλίας είναι η μέθοδος των βιομάτων ή σχεδίων (projects) του J. Dewey (1859-1952), η οποία έχει ως βασική παιδαγωγική αρχή τη «μάθηση διά του πράττειν» (Learning by doing) και η μέθοδος της M. Montessori (1870-1952). Χαρακτηριστικά επίσης παραδείγματα μαθητοκεντρικών μεθόδων αποτελούν η μέθοδος του O. Decroly (1871-1932), το σχέδιο Dalton-plan που δημιούργησε και εφάρμοσε η H. Parkhurst στο Dalton της Μασαχουσέτης και στη Μ. Βρετανία, το σχέδιο Winnetka-plan το οποίο επινόησε, παρουσίασε το 1926 και εφάρμοσε ο C. Washburne (1889-1968) στην περιοχή Winnetka του Σικάγο και το σχέδιο Jena-plan το οποίο σχεδίασε και εφάρμοσε ο P. Petersen (1894-1952) στο πειραματικό σχολείο του Πανεπιστημίου της Jena. Επίσης η μέθοδος «ελεύθερης εργασίας σε ομάδες» του R. Cousinet (1880-1993) και η μέθοδος του R. Dottrens (1893-1983).

1.5.3 Συμμετοχικές μέθοδοι

Ο κύριος άξονας των μεθόδων αυτών είναι η συνεργασία των μαθητών με το δάσκαλο και των μαθητών μεταξύ τους, γι' αυτό ονομάζονται συμμετοχικές μέθοδοι διδασκαλίας. Οι συμμετοχικές μέθοδοι διδασκαλίας είναι σύμφωνες με τις σύγχρονες απόψεις της ψυχολογίας της μάθησης.

Ο δάσκαλος συνεργάζεται με τους μαθητές του, καθοδηγώντας τους όταν κρίνει ότι είναι απαραίτητο ή όταν το ζητήσουν οι ίδιοι. Με κατάλληλες ερωτήσεις ή νύξεις βοηθάει τους μαθητές του να καταστρώσουν ένα σχέδιο εργασίας και να χαράξουν τη στρατηγική και την πορεία που θα ακολουθήσουν κατά την εκτέλεση του σχεδίου, χωρίς να περιορίζει την ελεύθερη συμμετοχή των μαθητών. Η αξιολόγηση της διδασκαλίας γίνεται επίσης με τη συνεργασία μαθητών και δασκάλου. Ο μαθητής έχει τη δυνατότητα να θέσει τους δικούς του στόχους και προβληματισμούς και να χαράξει τη δική του πορεία για την επίτευξη των στόχων που έθεσε. Με τη διαδικασία που ακολουθείται, ο μαθητής δεν αποκτά μόνο γνώσεις, αλλά αναπτύσσει και ικανότητες που του επιτρέπουν να μελετά, να ερευνά και να διευρύνει τις γνώσεις του.

Η διδασκαλία δεν αποβλέπει μόνο στην μετάδοση γνώσεων, αλλά στην ολόπλευρη ανάπτυξη της προσωπικότητας του μαθητή. Το σχολείο δεν είναι ένας «μικρόκοσμος» της κοινωνίας, όπως έλεγε ο Dewey, είναι η ίδια η κοινωνία. Είναι λοιπόν ανάγκη να αναπτυχθεί στο σχολείο μια ομαδική και δημοκρατική ζωή, με όλες τις δημοκρατικές διαδικασίες της κοινωνίας. Οι διαδικασίες που υποστηρίζουν οι συμμετοχικές μέθοδοι διδασκαλίας συμβάλλουν στην επίτευξη αυτού του σκοπού.

1.6 Διδακτικά μοντέλα

Ένα μοντέλο διδασκαλίας είναι μια σχηματοποιημένη απόδοση της διδακτικής διαδικασίας. Είναι η σχηματοποίηση θεωρητικών θέσεων για τη διδασκαλία σε συνοπτική μορφή διδακτικής πορείας. Τα μοντέλα διδασκαλίας μας βοηθούν στις εξής κατευθύνσεις:

- i. Στη διαμόρφωση μιας συνολικής άποψης για τη διδακτική διαδικασία (στάσεις και συμπεριφορές, τρόπος διαπραγμάτευσης της γνώσης από τον δάσκαλο και τους μαθητές, αξιολόγηση της διδασκαλίας).
- ii. Στον έλεγχο της ποιότητας της διδασκαλίας τόσο κατά τη διάρκεια της διδασκαλίας, όσο και στην τροποποίηση και βελτίωση αυτής.
- iii. Στον έλεγχο της κοινωνικής, συναισθηματικής, νοητικής κατάστασης των μαθητών και στην βελτίωση του κλίματος της τάξης.
- iv. Στην επινόηση τρόπων για τη βελτίωση της επίδοσης των μαθητών.

Τα μοντέλα όμως δεν είναι συνταγές που ο δάσκαλος μπορεί να εφαρμόσει για τη διδασκαλία οποιουδήποτε αντικειμένου. Ένα συνδυαστικό μοντέλο διδασκαλίας που στηρίζεται στις αρχές των επιστημών αγωγής και που είναι προσαρμοσμένο στην εκάστοτε πραγματικότητα είναι η καλύτερη λύση.

1.6.5 Το μοντέλο της ανακαλυπτικής μάθησης του Jerome Bruner (Discovery Learning)

Ο J. Bruner υποστήριξε την ανακαλυπτική προσέγγιση στη μάθηση και τη διδασκαλία των μαθηματικών. Τόνισε επίσης τη σημασία της καλλιέργειας της διαισθητικής σκέψης και της μελέτης των δομών των διαφόρων θεμάτων.

Ο βασικός ρόλος του δασκάλου είναι να βοηθήσει και να ενθαρρύνει τους μαθητές του να ανακαλύψουν τις μαθηματικές έννοιες και ιδέες. Η ανακάλυψη για τον Bruner, είναι ουσιαστικά μία διαδικασία εξερεύνησης, μία στάση εξερεύνησης και πειραματισμού απέναντι στα μαθηματικά. Η μάθηση των μαθηματικών απαιτεί ενεργή συμμετοχή του μαθητή, ανακατασκευαστή της γνώσης, πειραματισμό, εξερεύνηση, ανακάλυψη.

Η διδασκαλία των μαθηματικών θα πρέπει επίσης να αποβλέπει στην καλλιέργεια της διαισθητικής σκέψης των μαθητών, η οποία αναφέρεται:

- i. Στην ικανότητα να φτάσει κανείς ξαφνικά στη λύση ενός προβλήματος, χωρίς να μπορεί ακόμα να δώσει μια τυπική λύση.
- ii. Στην ικανότητα να διαμορφώνει κανείς γρήγορα επιτυχημένες εικασίες ή να επιλέγει μεταξύ των πιθανών μεθόδων λύσης ενός προβλήματος ως προς το ποια είναι η πιο αποδοτική και γόνιμη.

Η διαισθητική σκέψη, αντίθετα με την αναλυτική σκέψη, δεν προχωρά με βαθμιαία σαφή βήματα επίσης η συνειδητοποίηση των λειτουργιών στις οποίες βασίζονται τα βήματα αυτά είναι σχεδόν ανύπαρκτη. Βασίζεται στην οικειότητα με το σχετικό θέμα και τη δομή του. Η διαισθητική σκέψη επιτρέπει ελευθερία στη διαμόρφωση ενός συμπεράσματος και άλματα ως προς τον έλεγχο των ενδιάμεσων συμπερασμάτων, τα οποία μπορούν να ελεγχθούν αργότερα με την αναλυτική σκέψη. Η διαισθητική σκέψη δεν καταργεί σε καμιά περίπτωση την αξία της αναλυτικής σκέψης και των μεθόδων του συμπεράσματος και της απόδειξης, έρχεται να δώσει λύσεις οι οποίες δε θα ήταν εφικτές με την αναλυτική σκέψη και να διαμορφώσει εικασίες αξίες ελέγχου και διερεύνησης.

Ο Bruner δίνει μεγάλη σημασία στην κατανόηση της «δομής» των διαφόρων θεμάτων. Ο όρος «δομή» χρησιμοποιείται από τον Bruner για να εκφράσει τις θεμελιώδεις, βασικές αρχές που συνθέτουν ένα συγκεκριμένο θέμα. Η κατανόηση της δομής μιας έννοιας ή μιας

ιδέας, επιτρέπει στους μαθητές να βρουν μόνοι τους τις επιμέρους ειδικότερες γνώσεις. Το σημαντικότερο όμως είναι ότι παρέχει στους μαθητές τη δυνατότητα να διερευνήσουν σε άλλα θέματα που ανάγονται στη συγκεκριμένη έννοια ή ιδέα, και να αξιοποιήσουν τις γνώσεις τους σε άλλες περιοχές. Η αρχή αυτή, κατά την οποία η διδασκαλία και η μάθηση θα πρέπει να εστιάζονται στις γενικές αρχές που διέπουν ένα συγκεκριμένο θέμα, δηλαδή στην κατανόηση της δομής του θέματος ονομάζεται από τον Bruner «απλή αφομοίωση» ή «αφομοίωση αρχών και στάσεων».

Η μέθοδος της ανακάλυψης επιτρέπει στους μαθητές να μαθαίνουν πως να μαθαίνουν. Αυξάνει τις διανοητικές ικανότητες των μαθητών και συμβάλλει στην ανάπτυξη της γνωστικής στρατηγικής και της δημιουργικής σκέψης των μαθητών. Η συγκίνηση της ανακάλυψης αποτελεί ένα ισχυρό κίνητρο για περαιτέρω μάθηση και μια ουσιαστική ανταμοιβή για τη δημιουργική εργασία του μαθητή. Ο Bruner πιστεύει ότι οι μαθητές που οδηγούνται στη μάθηση μέσω ανακάλυψης, αποκτούν δεξιότητες που τους επιτρέπουν να αντιμετωπίζουν ευκολότερα τα προβλήματα του περιβάλλοντός τους. Επίσης μπορούν να ανακαλούν ευκολότερα αυτά που έχουν μάθει, εφόσον τα έχουν οργανώσει και κωδικοποιήσει με το δικό τους τρόπο.

Η γενική διαδικασία μάθησης κατά τον Bruner ακολουθεί την εξής πορεία:

1. Ο μαθητής χειρίζεται και επεξεργάζεται απ'ευθείας τα διάφορα υλικά.
2. Ο μαθητής ανακαλύπτει κάποιες κανονικότητες και πρότυπα τα οποία αντιστοιχούν στα διαισθητικά πρότυπα τα οποία έχει ήδη διαμορφώσει. Ο μαθητής ουσιαστικά συνδυάζει τις εμπειρίες του από τον εξωτερικό κόσμο με κάποια μοντέλα ή πρότυπα που έχει στο μυαλό του.
3. Οι υπάρχουσες ιδέες και αντιλήψεις του μαθητή αναδιοργανώνονται, ώστε να προσαρμοστούν και να συμμορφωθούν με τα πρότυπα και τις κανονικότητες του εξωτερικού κόσμου.

Ο Bruner δέχεται ότι η νοητική ανάπτυξη είναι μια εξελικτική(αναπτυξιακή) διαδικασία, η οποία διέρχεται από τα εξής τρία στάδια:

1. Το στάδιο της πραξιακής αναπαράστασης, κατά το οποίο το παιδί αποκτά αντίληψη των πραγμάτων, μέσω του απ'ευθείας χειρισμού των διαφόρων υλικών.
2. Το στάδιο της εικονικής αναπαράστασης, κατά το οποίο το παιδί διαπραγματεύεται διανοητικές εικόνες των αντικειμένων, χωρίς να μπορεί να τις συνδυάσει.

3. Το στάδιο της συμβολικής αναπαράστασης, κατά το οποίο το παιδί μπορεί να αναπαριστά τις σχέσεις μεταξύ των πραγμάτων με αφηρημένα σύμβολα και να τις συσχετίζει.

Μία από τις πιο ριζοσπαστικές θέσεις του Bruner είναι ότι όλα τα θέματα μπορούν να διδαχθούν αποτελεσματικά σε όλους τους μαθητές, ανεξάρτητα από το στάδιο ανάπτυξής τους, αρκεί ο δάσκαλος να χρησιμοποιήσει τη γλώσσα που καταλαβαίνει ο κάθε μαθητής. Σύμφωνα με τον Bruner, τίποτα δεν είναι από τη φύση του δυσνόητο, αρκεί να βρούμε τη σωστή προσέγγιση και την ανάλογη γλώσσα να το παρουσιάσουμε. «Η δυσκολία βρίσκεται στο να βρούμε τις κατάλληλες ερωτήσεις, οι οποίες να μπορούν να απαντηθούν από τους μαθητές και να οδηγούν σε κάποιο σκοπό». Η τολμηρή αυτή άποψη του Bruner, είχε ως συνέπεια το σπειροειδές πρόγραμμα για την εκπαίδευση, σύμφωνα με το οποίο οι έννοιες εισάγονται από νωρίς, προσαρμοσμένες στο διανοητικό επίπεδο των μαθητών και επαναλαμβάνονται στις μεγαλύτερες τάξεις, σε ένα ανώτερο επίπεδο κάθε φορά, εμπλουτισμένες ποσοτικά και ποιοτικά με νέα στοιχεία.

Η μέθοδος της ανακάλυψης έχει εφαρμοστεί με τις εξής δύο μορφές:

1. Μη καθοδηγούμενη ανακάλυψη, κατά την οποία ο δάσκαλος δεν παρέχει τις βασικές αρχές, ούτε άλλα υποβοηθητικά στοιχεία για κάποιο θέμα και οι μαθητές διατηρούν τον έλεγχο της διαδικασίας της έρευνας.

2. Καθοδηγούμενη ανακάλυψη, κατά την οποία ο δάσκαλος μπορεί να δώσει τις βασικές αρχές ενός θέματος και να παρέμβει καθοδηγώντας τους μαθητές, όπου κρίνει ότι είναι απαραίτητο. Με την καθοδηγούμενη ανακάλυψη, οι μαθητές διατηρούν τη δυνατότητα οργάνωσης της πορείας της έρευνας, αλλά δεν φτάνουν σε αδιέξοδα. (Κυριαζής Αθ., 2003).

1.6.2 Το μοντέλο διδασκαλίας με καθοδήγηση του A. Stevens (A model of Tutoring)

Το μοντέλο διδασκαλίας με καθοδήγηση ανέπτυξε το 1979 ο A. Stevens και οι συνεργάτες του και είναι ένα μοντέλο κατευθυνόμενου διαλόγου. Σύμφωνα με το μοντέλο αυτό, ο εκπαιδευτικός προσπαθεί να δημιουργήσει αποτελεσματικούς καθοδηγητές, αξιοποιώντας αφενός τη δομή του θέματος δηλαδή την αλληλουχία και τις λειτουργικές σχέσεις των κύριων ιδεών του θέματος, και αφ'ετέρου χρησιμοποιώντας τις υπάρχουσες γνώσεις των μαθητών προκειμένου να οικοδομήσει πάνω σ' αυτές.

Η καθοδήγηση, προκειμένου να είναι αποτελεσματική, πρέπει να ακολουθεί τις εξής αρχές:

1. Η σειρά παρουσίασης των εννοιών και των παραδειγμάτων που χρησιμοποιούνται, να αξιοποιεί την δομή του θέματος.
2. Ο διάλογος να αναπτύσσεται με κρίσεις των μαθητών, κυρίως στα θέματα των σχέσεων και των αιτιωδών αλληλεξαρτήσεων των εννοιών.
3. Οι ερωτήσεις- καθοδηγητές να οδηγούν στην κατανόηση των ουσιαστών πλευρών του θέματος.

Κατά τον A. Stevens και του συνεργάτες του, κάτω από αυτές τις προϋποθέσεις, ο διάλογος γίνεται ένα από τα αποτελεσματικότερα μέσα σχολικής μάθησης.

1.6.3 Το μοντέλο επίλυσης προβλήματος

Σ' ένα πρόβλημα υπάρχει η αρχική προβληματική κατάσταση (αναγνώριση της ύπαρξης του προβλήματος), μια ενδιάμεση κατάσταση που δημιουργείται με την έναρξη της λύσης του προβλήματος και μία τελική κατάσταση που εκφράζει το επιθυμητό αποτέλεσμα. Διαφορετικά θα μπορούσαμε να πούμε ότι σε ένα πρόβλημα υπάρχουν τα δεδομένα, οι επιθυμητοί στόχοι και η διαδικασία επίτευξης των στόχων (επίλυση του προβλήματος), η οποία δεν είναι συνήθως γνωστή στο μαθητή. Απαιτείται λοιπόν από την πλευρά του μαθητή συνειδητή προσπάθεια και δραστηριοποίηση, ώστε να βρεθεί η λύση του προβλήματος (G. Polya, 1973, R. Brady, 1991 και Μπ. Τουμάση, 1994).

Στάδια της επίλυσης προβληματικών καταστάσεων

Η διαδικασία επίλυσης προβληματικών καταστάσεων περιλαμβάνει τα εξής στάδια:

1. Κατανόηση του προβλήματος

Καταβάλλεται προσπάθεια για κατανόηση της φύσης του προβλήματος από το μαθητή με προσεκτική ανάγνωση και σχετική βοήθεια του εκπαιδευτικού. Επειδή ο μαθητής συχνά συγχέει τα μέσα με τους σκοπούς του προβλήματος, καλό είναι να θέτει στον εαυτό του ερωτήματα σχετικά με τα δεδομένα και τα ζητούμενα του προβλήματος, το είδος της λύσης που πρέπει να αναζητήσει και τις δυσκολίες που εμποδίζουν την επίτευξή της.

2. Σχέδιο δράσης

Η λύση του προβλήματος απαιτεί πάντοτε ένα σχέδιο δράσης από το μαθητή. Με συστηματική σκέψη και υπομονή, ο μαθητής θα χαράξει την πορεία των ενεργειών του ή τη στρατηγική που θα τον φέρει στη λύση. Αν παρουσιάσει σημεία αδυναμίας για την εκπόνηση ενός σχεδίου δράσης, ο εκπαιδευτικός τον βοηθάει και τον ενθαρρύνει να σχεδιάσει μια πορεία δράσης που να βασίζεται στις ιδέες του. Σε άλλη περίπτωση, ο εκπαιδευτικός προτείνει μία από τις ακόλουθες στρατηγικές:

- Θεώρηση όλων των παραγόντων

Ο μαθητής ξαναδιαβάζει το πρόβλημα και επισημαίνει τα πιο σημαντικά στοιχεία του προβλήματος.

- Ανάκληση στη μνήμη ανάλογων προβληματικών καταστάσεων

Ο μαθητής πολλές φορές οδηγείται στη λύση του νέου προβλήματος, με το να ξαναφέρει στη μνήμη του τον τρόπο επίλυσης παλαιών συναφών προβλημάτων.

- Ανάλυση μέσων και σκοπών

Ο μαθητής προσδιορίζει το ζητούμενο (σκοπός) του προβλήματος, την παρούσα κατάσταση και το τι χρειάζεται να γίνει (μέσα), προκειμένου να μειωθεί η διαφορά μεταξύ της παρούσας κατάστασης και του ζητούμενου. Ο μαθητής θέτει το ερώτημα: «Που βρίσκομαι τώρα και που θα ήθελα να είμαι;». Η μείωση της διαφοράς μπορεί να γίνει με τη διάσπαση του προβλήματος σε υποπεριπτώσεις και με τη σταδιακή προσέγγισή τους.

- Απλοποίηση του προβλήματος

Ο μαθητής απλοποιεί το πολύπλοκο πρόβλημα και στη συνέχεια προχωρά στη λύση του. Κατά αναλογία εφαρμόζεται η λύση του απλοποιημένου προβλήματος στο αρχικό πρόβλημα.

- Αναπαράσταση του προβλήματος

Η γραφική αναπαράσταση του προβλήματος δίνει στο μαθητή τη δυνατότητα να δει καλύτερα το πρόβλημα και να ανακαλύψει σχέσεις μεταξύ των δεδομένων, τις οποίες είναι δύσκολο να εντοπίσει έχοντας μόνο την ακουστική ή αναγνωστική εικόνα τους.

- Χρήση αλγορίθμων

Οι αλγόριθμοι ως κανόνες παρέχουν ακριβείς οδηγίες ή συγκεκριμένα βήματα για την επίλυση ορισμένων προβλημάτων.

- Αντιμετώπιση των αντικειμένων όχι με τον παραδοσιακό τρόπο, αλλά μέσα σε μία καινούργια σχέση, η οποία οδηγεί στη λύση του προβλήματος

Αν ο μαθητής εξακολουθεί να βλέπει ένα αντικείμενο στην παραδοσιακή του χρήση και σχέση, η λύση του προβλήματος εμποδίζεται.

3. Διεξαγωγή της επίλυσης του προβλήματος

Ο μαθητής προχωρά στην εφαρμογή του σχεδίου δράσης του προβλήματος με τη βοήθεια του εκπαιδευτικού. Κατά την επίλυση του προβλήματος, ο εκπαιδευτικός ζητάει από το μαθητή να περιγράψει τις ενέργειες στις οποίες προβαίνει, ούτως ώστε ο μαθητής να τις μάθει καλύτερα, αλλά και για να παρακολουθήσει τι κάνει ο ίδιος. Ο μαθητής κάποιες φορές

χρειάζεται νύξεις από τον εκπαιδευτικό, προκειμένου αν κατευθυνθεί σε νέους δρόμους εξέτασης του προβλήματος.

4. Επανεξέταση της προβληματικής κατάστασης

Ο εκπαιδευτικός ζητάει από τους μαθητές να επαναλάβουν τις ενέργειες στις οποίες προέβησαν. Οι μαθητές έχουν την ευκαιρία να δουν συνολικά τη σχέση μεταξύ του προβλήματος, του σχεδίου δράσης και τις λύσης που επιχειρήθηκε. Με τον τρόπο αυτό αντιμετωπίζουν κριτικά τις ενέργειές τους και συγκρατούν καλύτερα τις εμπειρίες τους για μελλοντική χρήση.

Η ικανότητα των μαθητών στην επίλυση προβλημάτων είναι κάτι που μαθαίνεται. Γι' αυτό το λόγο, ο εκπαιδευτικός οφείλει:

- I. Να δημιουργεί ένα δεκτικό κλίμα για τέτοιες καταστάσεις
- II. Να διδάσκει τους μαθητές πως να προσδιορίζουν καλύτερα το πρόβλημα.
- III. Να δείχνει στους μαθητές πως να προβαίνουν στην ανάλυση του προβλήματος, ξεχωρίζοντας τα σημαντικά από τα μη σημαντικά του στοιχεία.
- IV. Να διευκρινίζει στους μαθητές πως να διατυπώνουν και να αξιολογούν υποθέσεις.
- V. Να υποδεικνύει τους παράγοντες που επηρεάζουν την επίλυση του προβλήματος και να επισημαίνει τη σημασία της χρήσης των επιτυχημένων λύσεων σε νέα συναφή προβλήματα.
- VI. Να παρέχει ευκαιρίες για εξέταση και ανατροφοδότηση στην επίλυση προβλημάτων.
- VII. Να ενθαρρύνει τους μαθητές του για επιτυχή αντιμετώπιση των προβληματικών καταστάσεων.

Η ικανότητα του μαθητή να επιλύει προβλήματα αποτελεί το κλειδί για την επιτυχία στη ζωή του. Οι δραστηριότητες στις οποίες εμπλέκεται κατά τη διαδικασία επίλυσης προβλημάτων αναπτύσσουν τις νοητικές του δεξιότητες και του δημιουργούν αυτοπεποίθηση για την αντιμετώπιση των προβλημάτων της καθημερινής του ζωής. Δημιουργούνται κίνητρα μάθησης για τους μαθητές, ενισχύονται και παγιώνονται οι ήδη αποκτημένες γνώσεις και δεξιότητες, εισάγονται νέες έννοιες και τεχνικές, αναδεικνύεται η χρησιμότητα της Στατιστικής σε πραγματικές καταστάσεις, καθώς και σε άλλες επιστημονικές περιοχές. Επιπλέον η επίλυση προβλημάτων παρέχει την ευκαιρία για τη συνεργασία και την ανταλλαγή απόψεων με τους συμμαθητές του. Η επίλυση προβλημάτων αποδεικνύεται χρήσιμη και στον εκπαιδευτικό, εφόσον του επιτρέπει να έχει μία σφαιρική εικόνα της συμπεριφοράς του μαθητή στην τάξη και επομένως να γνωρίζει αν ο μαθητής μαθαίνει ή όχι.

1.6.5 Συνεργατική ή Ομαδοσυνεργατική μάθηση

Η διδασκαλία και οι εργασίες που ανατίθενται σε ένα σύνολο μαθητών πρέπει να είναι δομημένες με τέτοιο τρόπο, ώστε αφενός να προκαλείται άμιλλα, συναγωνισμός και συνεργασία μεταξύ των μαθητών, αφετέρου να προωθείται η ατομική εργασία και ευθύνη. Παραδοσιακά, η αναζήτηση μεθόδων που θα οδηγούσαν σε αύξηση του συναγωνισμού ήταν έντονη, αφού αυτό το στοιχείο θεωρούνταν ως προεξάρχουσα σημασία για την επίτευξη των μαθησιακών στόχων. Ωστόσο, νεότερες έρευνες δείχνουν ότι η ενθάρρυνση της συνεργασίας ανάμεσα στους μαθητές είναι ακόμη σημαντικότερη. Οι μέθοδοι συνεργατικής μάθησης είναι απόλυτα συμβατές με τη θεωρία του κοινωνικού εποικοδομισμού, αφού ενθαρρύνουν τη διερεύνηση, την ανταλλαγή απόψεων, την πολύπλευρη παρουσίαση θεμάτων και την πρόκληση «θετικών συγκρούσεων» με την ανταλλαγή επιχειρημάτων ανάμεσα στους μαθητές.

Η συνεργατική μάθηση συνιστάται σε ποικίλες μορφές και ενσωματώνει τα εξής βασικά χαρακτηριστικά: οι μαθητές τοποθετούνται σε ομάδες εργασίας αντί να δουλεύουν ατομικά, οι ομάδες απαρτίζονται από μαθητές χαμηλών, μέτριων και υψηλών επιδόσεων, καθώς επίσης και από μαθητές διαφορετικού φύλου και καταγωγής (όπου υπάρχουν τέτοιες συνθήκες), ενώ η επιβράβευση γίνεται σε επίπεδο ομάδας και όχι σε ατομικό επίπεδο.

Ο βασικός σκοπός της διδασκαλίας στη συνεργατική μάθηση είναι η συμβολή στην ανάπτυξη κοινωνικών δεξιοτήτων, στάσεων και αξιών (αναγκαίων για να καταστεί το άτομο κοινωνικά αυτόνομο). Η απόκτηση των κοινωνικών δεξιοτήτων, στάσεων και αξιών συντελείται μέσα από την επικοινωνία με το κοινωνικό περιβάλλον. Ο μαθητής έχει τη δυνατότητα και τα κίνητρα να εμπλακεί σε κοινωνική αλληλεπικοινωνία και αντιπαράθεση. Η διδασκαλία αρχίζει με τον καθορισμό του ομαδικού έργου, συνεχίζει με τη συλλογική επεξεργασία και ολοκληρώνεται με την ανακοίνωση και τον έλεγχο της. Ο εκπαιδευτικός στηρίζει και διευκολύνει με έμμεσες παρεμβάσεις τη συλλογική διαδικασία (ο βαθμός οργάνωσης και καθοδήγησης είναι μικρός). Κριτήρια αξιολόγησης αποτελούν η ποιότητα και η εγκυρότητα του συλλογικού έργου, καθώς και η ικανότητα της ομάδας να λειτουργήσει συλλογικά.

Ως βασικά στοιχεία και χαρακτηριστικά της συνεργατικής μάθησης μπορούν να αναφερθούν τα παρακάτω:

1. Ετερογένεια των ομάδων. Η ομάδα προτείνεται να είναι ετερογενής με σχετικά μικρό μέγεθος. Το συνιστώμενο μέγεθος είναι συνήθως τέσσερις με πέντε μαθητές. Θα πρέπει να

απαρτίζεται από άτομα διαφορετικού φύλου, διαφορετικών δυνατοτήτων και, αν είναι δυνατόν, διαφορετικού πολιτιστικού υποβάθρου.

2. Θετική αλληλεξάρτηση των μελών της ομάδας για την επίτευξη των στόχων που τίθενται. Οι μαθητές θα πρέπει να βασίζονται ο ένας στις δυνατότητες και την εργασία του άλλου για την επίτευξη του στόχου. Ο στόχος που τίθενται δεν θα πρέπει να μπορεί να επιτευχθεί χωρίς τη συνεισφορά έστω και ενός μέλους της ομάδας.

3. Ενθάρρυνση της αλληλεπίδρασης. Οι μαθητές θα πρέπει να μάθουν να βοηθούν και να στηρίζουν ο ένας τον άλλον.

4. Ατομική ευθύνη. Αυτό το χαρακτηριστικό διασφαλίζει ότι κάθε μέλος της ομάδας έχει τη δική του σημαντική συνεισφορά και το δικό του μερίδιο ευθύνης για την επίτευξη του τελικού στόχου. Η ατομική ευθύνη μπορεί να διασφαλιστεί με διάφορους τρόπους. Για παράδειγμα, θα μπορούσε κάθε μέλος να είναι υπεύθυνο για ένα καλά ορισμένο τμήμα του έργου που ανατέθηκε στην ομάδα.

5. Καλλιέργεια ικανοτήτων διαπροσωπικής επικοινωνίας. Ενώ η αλληλεπίδραση ανάμεσα στα μέλη της ομάδας αποτελεί απαραίτητο στοιχείο για τη συνεργασία, δεν είναι βέβαιο ότι οι μαθητές κατέχουν τις απαραίτητες τεχνικές που θα τους επιτρέψουν να επικοινωνούν αποδοτικά. Έτσι, είναι πιθανόν να πρέπει να διδαχθούν τεχνικές καθοδήγησης μιας ομάδας και λήψης αποφάσεων, τρόπους και μεθόδους οικοδόμησης της εμπιστοσύνης ανάμεσα στα μέλη της ομάδας, τεχνικές σαφούς και ξεκάθαρης επικοινωνίας και ακόμη τρόπους θετικής επίλυσης διαφωνιών και συγκρούσεων.

6. Άμιλλα στα πλαίσια της ομάδας. Πολλές φορές το θετικό στοιχείο του συναγωνισμού δεν χρησιμοποιείται κατάλληλα. Το στοιχείο αυτό θα πρέπει να αποτελεί ένα επιπλέον κίνητρο για μάθηση.

Το μοντέλο συνεργατικής μάθησης είναι ιδιαίτερα αποδοτικό στο μάθημα της Στατιστικής. Θα λέγαμε ότι αποτελεί βασικό εργαλείο για την επικοινωνία στο μάθημα αυτό. Η ομάδα είναι ο μηχανισμός για συνεργατική και συναδελφική μάθηση και εξασφαλίζει την εξερεύνηση, την κατανόηση και την επίδραση πάνω στις ιδέες των μελών για μια συγκεκριμένη έννοια της Στατιστικής. (Κυριαζής Αθ., 2003)

1.6.5 Κονστрукτιβιστική (constructivist) προσέγγιση διδασκαλίας

Οι απόψεις του J. Piaget για τη μάθηση και τη διδασκαλία, επηρέασαν σε μεγάλο βαθμό τους μεταγενέστερους θεωρητικούς και ερευνητές της ψυχολογίας και της παιδαγωγικής. Μάλιστα έθεσαν τις βάσεις για την κατασκευαστική άποψη για τη μάθηση, η οποία αποτελεί στις μέρες μας την πιο σύγχρονη και αποδεκτή αντίληψη στο χώρο της εκπαίδευσης.

Σύμφωνα με τη θεωρία κατασκευής της γνώσης, ο μαθητής κατασκευάζει ενεργητικά τη γνώση, χρησιμοποιώντας τις προϋπάρχουσες γνώσεις του. Η γνώση δεν μπορεί να μεταφερθεί ή να μεταδοθεί στους μαθητές, με την παθητική αποδοχή των απόψεων που υποστηρίζει ο δάσκαλος. Είναι ενδεικτικό, ότι όταν οι μαθητές αντιμετωπίζουν ένα πρόβλημα που τους ενδιαφέρει, προτιμούν να επινοούν προσωπικές μεθόδους, παρά να χρησιμοποιούν τις τεχνικές και διαδικασίες που τους υποδεικνύει ο δάσκαλος(Μπ. Τουμάση 1994, σ155).

Η μάθηση ενεργοποιείται μέσα από προβληματικές καταστάσεις. Ο μαθητής αντιμετωπίζοντας ένα πρόβλημα το οποίο δεν μπορεί να εξηγήσει ή να λύσει με τις προηγούμενες γνωστικές δομές του, οδηγείται σε μια αστάθεια ή έλλειψη ισορροπίας. Η αστάθεια αυτή έχει ως αποτέλεσμα την τροποποίηση των προηγούμενων αντιλήψεων και ιδεών του μαθητή, προκειμένου να αντιμετωπίσει και να ενσωματώσει τη νέα εμπειρία. Οι καταστάσεις βέβαια, τις οποίες θεωρούν ως προβληματικές οι μαθητές, διαφέρουν από μαθητή σε μαθητή, ανάλογα με τις προηγούμενες γνώσεις, τις εμπειρίες και τους στόχους που θέτει ο κάθε μαθητής.

Η κοινωνική αλληλεπίδραση που συντελείται στις ομάδες στις οποίες ανήκει ο κάθε μαθητής, οδηγεί σε μία κοινωνική κατασκευή της γνώσης. Οι ιδέες της ομάδας τίθενται υπό διαπραγμάτευση και η διαφορά μεταξύ των απόψεων του κάθε μαθητή με τις απόψεις των υπολοίπων της ομάδας, δημιουργεί μία αστάθεια. Με τον τρόπο αυτό, η προηγούμενη γνώση αναδιοργανώνεται σε ένα κλίμα επικοινωνίας και συνεργασίας(Μπ. Τουμάση 1994, σ154-155).

Ο κονστрукτιβισμός δεν έχει περιγράψει σαφείς διδακτικές στρατηγικές, προτείνει όμως ένα σύνολο νέων σκοπών και επιδιώξεων για τη διδασκαλία. Η διδασκαλία θα πρέπει να αποβλέπει στην παροχή ευκαιριών και την καλλιέργεια κινήτρων, προκειμένου ο μαθητής να κατασκευάσει μόνος του τις μαθηματικές ιδέες και γνώσεις(Μπ. Τουμάση 1994, σ157).

Οι μαθητές θα πρέπει να ασχολούνται ενεργητικά με την εξερεύνηση μαθηματικών προβληματικών καταστάσεων, να ψάχνουν για πρότυπα, να διαμορφώνουν υποθέσεις τις οποίες να αξιολογούν, να διαμορφώνουν ιδέες τις οποίες να αιτιολογούν και να γενικεύουν. Επίσης θα πρέπει να επεξεργάζονται διάφορα μαθηματικά υλικά (φυσικά μοντέλα,

διαγράμματα κλπ), να χειρίζονται μαθηματικά σύμβολα και να συσχετίζουν τα παραπάνω. Οι μαθητές θα πρέπει να επικοινωνούν μεταξύ τους και να ανταλλάσσουν τις ιδέες τους, επίσης θα πρέπει να ανακοινώνουν τις ιδέες τους στους συμμαθητές τους και στο δάσκαλο (προφορικά ή γραπτά). Θα πρέπει επίσης να ασχολούνται με πρωτότυπα προβλήματα, τα οποία ενθαρρύνουν την εφαρμογή των νέων ιδεών τους σε μια ποικιλία καταστάσεων.

Ο δάσκαλος των μαθηματικών δεν είναι ο αφηγητής, αλλά ο δημιουργός των προβληματικών καταστάσεων. Ο δάσκαλος πρέπει να επιλέξει κατάλληλα θέματα, τα οποία να βασίζονται σε πραγματικές εμπειρίες ή θέματα οικεία στους μαθητές, διευκολύνοντάς τους να οικοδομήσουν τη νέα γνώση στις υπάρχουσες μαθηματικές δομές τους. Στις συζητήσεις που γίνονται στην τάξη, ο δάσκαλος πρέπει να είναι ο διευκολυντής, ο οποίος θα απευθύνει στους μαθητές διερευνητικές ή επεξηγηματικές ερωτήσεις, θα διευθύνει και θα εστιάζει τη συζήτηση στα σημαντικά σημεία, αποφεύγοντας όμως να κάνει σχόλια σχετικά με την ορθότητα των διαφόρων ιδεών που εκφράζονται.

Ο δάσκαλος δεν είναι ο μοναδικός κριτής της μαθηματικής εγκυρότητας. Η τάξη μετατρέπεται σε μια μαθηματική κοινότητα η οποία εξετάζει κριτικά τις εξηγήσεις και αιτιολογήσεις που δίνουν οι μαθητές και αποφασίζει για την εγκυρότητα και την αλήθεια των μαθηματικών ιδεών. Το λάθος είναι ένα φυσιολογικό συστατικό της ανθρώπινης σκέψης και η ανάλυση και η διερεύνησή του οδηγεί σε νέες εξερευνήσεις και σε νέες μαθηματικές γνώσεις. Τα μαθηματικά είναι μία κοινωνική κατασκευή, προσωρινή και αβέβαιη, η οποία αναπτύσσεται με τη διαμόρφωση τολμηρών υποθέσεων και εικασιών που ελέγχονται και αμφισβητούνται στη συνέχεια είτε γίνονται αποδεκτές ή μετασχηματίζονται για να επαναληφθεί η ίδια διαδικασία ελέγχου και αμφισβήτησης.

Σύμφωνα με την κατασκευαστική προσέγγιση για τη μάθηση, τα μαθηματικά είναι μια ζωντανή ανθρώπινη δραστηριότητα. Η αλληλεπίδραση μεταξύ δασκάλου και μαθητών αλλά και των μαθητών μεταξύ τους, δημιουργεί μία συνεργατική ατμόσφαιρα μάθησης. Οι μαθητές, εκτός από τα μαθηματικά αυτά καθαυτά που μαθαίνουν, αναπτύσσουν απόψεις γύρω από τα μαθηματικά και γύρω από τους ρόλους μαθητών και δασκάλου στη διαδικασία μάθησης. Οι μαθητές ενθαρρύνονται να συζητούν και να διαπραγματεύονται τις λύσεις τους, χωρίς να φοβούνται να κάνουν λάθος. Με τον τρόπο αυτό, καλλιεργείται η αμοιβαία εμπιστοσύνη μεταξύ του δασκάλου και των μαθητών. (Κυριαζής Αθ., 2003).

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

Μορφές διδασκαλίας

2.1 Η αφηγηματική προσέγγιση ή μονολογική μορφή διδασκαλίας

Η αφηγηματική προσέγγιση αποτελεί τη βασική μορφή διδασκαλίας των δασκαλοκεντρικών μεθόδων και μοντέλων διδασκαλίας. Σύμφωνα με την προσέγγιση αυτή, ο δάσκαλος περιγράφει ή διηγείται ή δίνει κάποιες πληροφορίες στους μαθητές του, ενώ οι μαθητές παρακολουθούν παθητικά, παραμένοντας αμέτοχοι και κρατώντας κάποιες φορές κάποιες σημειώσεις (Θ. Εξαρχάκου, 1993, Αθ. Βερτσέτη, 1997 και Μπ. Τουμάση, 1994). Τα κυριότερα μειονεκτήματα της αφηγηματικής προσέγγισης διδασκαλίας είναι τα εξής:

1. Οι μαθητές δεν συμμετέχουν ενεργά στη μαθησιακή διαδικασία, αλλά δέχονται παθητικά ότι τους προσφέρει ο δάσκαλος.
2. Δεν αναπτύσσεται η κριτική σκέψη του μαθητή και δεν καλλιεργείται η διάθεση για έρευνα και πειραματισμό.
3. Η αυτενέργεια του μαθητή και η δυνατότητα να κατασκευάσει μόνος του τη γνώση με βάση τις προηγούμενες γνώσεις του, περιορίζεται στο ελάχιστο.
4. Ο μαθητής δεν μαθαίνει να συνεργάζεται με άλλους ανθρώπους, να κάνει διάλογο και να μετέχει σε δημοκρατικές διαδικασίες.
5. Ο δάσκαλος απευθύνεται στο μέσο μαθητή, θεωρώντας ότι όλοι οι μαθητές έχουν ένα βασικό υπόβαθρο. Επιπλέον ο ρυθμός διδασκαλίας είναι ο ίδιος για όλους τους μαθητές, με αποτέλεσμα πολλοί μαθητές να τίθενται ουσιαστικά εκτός μαθήματος.

Μολονότι η αφηγηματική προσέγγιση διδασκαλίας έρχεται σε αντίθεση με τις σύγχρονες απόψεις σχετικά με τη μάθηση και τη διδασκαλία, εντούτοις σε ορισμένες περιπτώσεις ο

δάσκαλος δεν μπορεί να την αποφύγει. Η προσέγγιση αυτή χρησιμοποιείται από το δάσκαλο κύριως:

1. Στην εισαγωγή του μαθήματος και στην παράθεση των ιδιαίτερων στόχων που επιδιώκονται με τη διδασκαλία του μαθήματος.
2. Στην παράθεση πληροφοριών σχετικών με την ιστορία του μαθήματος.
3. Στη διασύνδεση του μαθήματος με τις προηγούμενες γνώσεις των μαθητών και με εφαρμογές των υπό διαπραγμάτευση εννοιών στην καθημερινή ζωή και σε χώρους που δεν σχετίζονται με τα μαθηματικά, προκειμένου να κινητοποιηθεί το ενδιαφέρον των μαθητών.
4. Στην επισήμανση ή ανακεφαλαίωση συγκεκριμένων στοιχείων της θεωρίας ή στη διευκρίνιση των σημείων που μπορούν να προκαλέσουν σύγχυση στους μαθητές.

2.2 Η ανακαλυπτική προσέγγιση ή ευρετική μορφή διδασκαλίας

Με την ανακαλυπτική προσέγγιση ουσιαστικά οι μαθητές καταλήγουν σε ένα αποτέλεσμα για το οποίο δεν διέθεταν έναν έτοιμο αλγόριθμο, μέσα από μια διαδικασία εξερεύνησης, χωρίς κάποιος να τους διατυπώσει ή να τους εξηγήσει το αποτέλεσμα (Μπ. Τουμάση, 1994 και Αθ. Βερτσέτη, 1997). Η ανακαλυπτική προσέγγιση ακολουθεί συνήθως τα βήματα:

1. Καθορισμός προβλήματος
2. Συλλογή δεδομένων, επεξεργασία, οργάνωση, ανάλυση.
3. Σχηματισμός εικασίας
4. Έλεγχος εικασίας
5. Διατύπωση συμπεράσματος

Τα δύο βασικά είδη ανακαλυπτικών διδακτικών προσεγγίσεων είναι η ελεύθερη ανακάλυψη και η καθοδηγούμενη ανακάλυψη.

Στην ελεύθερη ή καθαρή ανακάλυψη, ο δάσκαλος αφήνει τους μαθητές να αυτενεργήσουν, ενώ αυτός λειτουργεί ως σύμβουλος. Οι μαθητές συζητούν όλες τις απόψεις, αξιολογούν την αποτελεσματικότητά τους και αποφασίζουν ποιες θα υιοθετήσουν. Οι μαθητές ακολουθούν μια πορεία εξερεύνησης προκειμένου να φτάσουν στο επιθυμητό αποτέλεσμα.

Στην καθοδηγούμενη ανακάλυψη, ο δάσκαλος χρησιμοποιεί ερωτήσεις, συζήτηση και διάφορες δραστηριότητες προκειμένου να καθοδηγήσει τους μαθητές του να ανακαλύψουν το επιθυμητό αποτέλεσμα. Η διαδικασία ελέγχεται από το δάσκαλο, οπότε απαιτείται ιδιαίτερη

προσοχή προκειμένου να μη μετατραπεί σε δασκαλοκεντρική (Α. Κυριαζή και Κ. Κορρέ, 2001).

Οι ανακαλυπτικές προσεγγίσεις διδασκαλίας έχουν τα παρακάτω πλεονεκτήματα:

1. Δημιουργούν μια ενεργητική ατμόσφαιρα στην τάξη. Οι μαθητές συμμετέχουν δραστήρια και δημιουργικά στο μάθημα προκειμένου να ανακαλύψουν αποτελέσματα για τον εαυτό τους. Επίσης προκαλείται μία ερευνητική στάση των μαθητών προς τη μάθηση.
2. Βοηθούν τους μαθητές να αναπτύξουν τις γενικές ικανότητες, ευρετικές και στρατηγικές επίλυσης προβλημάτων.
3. Οι μαθητές έχουν την ευκαιρία να συμμετέχουν σε μια συλλογική προσπάθεια στην οποία συλλέγουν και οργανώνουν κάποια δεδομένα, ακούν τις απόψεις των συμμαθητών τους και εξασκούν τις δεξιότητες επικοινωνίας.
4. Η μάθηση που επιτυγχάνεται μέσω των ανακαλυπτικών προσεγγίσεων είναι ουσιαστική και όχι μηχανική και μπορεί να χρησιμοποιηθεί από το μαθητή σε άλλους χώρους, εφόσον ο μαθητής συμμετείχε ενεργητικά στη διαμόρφωσή της.
5. Δημιουργούν αυτοπεποίθηση στους μαθητές, η οποία μπορεί να δράσει ως ένα ισχυρό κίνητρο για περαιτέρω μάθηση, προκειμένου ο μαθητής να ικανοποιήσει το προσωπικό του ερευνητικό ενδιαφέρον και όχι για ωφελμιστικούς λόγους (π.χ. για να πάρει μεγαλύτερο βαθμό).

Η αφηγηματική και η ανακαλυπτική προσέγγιση μπορεί να ισχυριστεί κάποιος ότι αποτελούν τα δύο άκρα του συνεχούς φάσματος των διδακτικών προσεγγίσεων. Τα ενδιάμεσα στάδια του φάσματος είναι οι διάφορες βαθμίδες καθοδηγούμενης ανακάλυψης.

2.3 Η διαλογική μορφή διδασκαλίας (Διάλογος)

Οι σύγχρονες μέθοδοι διδασκαλίας (συμμετοχικές μέθοδοι) έχουν ως βασική αρχή την ενεργή συμμετοχή των μαθητών στη διδακτική διαδικασία και τη συνεργασία μεταξύ μαθητών και δασκάλου και των μαθητών μεταξύ τους. Μια τέτοια συνεργασία προϋποθέτει και απαιτεί διάλογο, εφόσον ο κύριος τρόπος επικοινωνίας μεταξύ μαθητών και δασκάλου και των μαθητών μεταξύ τους είναι ο διάλογος (Θ. Εξαρχάκου, 1993 και Αθ. Βερτσέτη, 1997).

Ο διάλογος προκειμένου να είναι μία αποτελεσματική διδακτική προσέγγιση, πρέπει να ικανοποιεί τις παρακάτω αρχές:

1. Ο διάλογος αναπτύσσεται στο χώρο των ενδιαφερόντων των μαθητών, εφόσον οι μαθητές μαθαίνουν μόνο όταν το αντικείμενο μάθησης τους ενδιαφέρει.
2. Το θέμα του διαλόγου είναι σαφώς καθορισμένο, ώστε να μην αναπτύσσεται μία ατελείωτη συζήτηση χωρίς να υπάρχει η προοπτική κάποιου συμπεράσματος.
3. Υπάρχει συμμετοχή όλων των μαθητών στο διάλογο. Ο δάσκαλος ενθαρρύνει τους μαθητές να συμμετέχουν και αντιμετωπίζει τα λάθη των μαθητών με κατανόηση.
4. Ενθαρρύνεται η μελέτη των διαφόρων θεμάτων από διάφορες οπτικές γωνίες και αποφεύγεται η προβολή απόψεων με δογματικό τρόπο.
5. Υπάρχει διάθεση για ειλικρίνεια και επιστημονική εντιμότητα μεταξύ των μαθητών που συμμετέχουν στο διάλογο και του δασκάλου.
6. Ο αριθμός των μαθητών που συμμετέχουν στο διάλογο να μην είναι πολύ μεγάλος, προκειμένου να υπάρχει πραγματική συμμετοχή στη συζήτηση.

Τα δύο βασικά είδη διαλογικής διδασκαλίας είναι ο ελεύθερος διάλογος και ο κατευθυνόμενος διάλογος.

Ελεύθερος διάλογος είναι μία διαλογική μορφή μαθησιακής διαδικασίας στην οποία οι μαθητές εμπλέκονται σε μια ελεύθερη συζήτηση, ενώ ο δάσκαλος παρεμβαίνει ελάχιστα στην όλη διαδικασία. Ο ελεύθερος διάλογος θεωρείται ως ένα από τα πιο αποτελεσματικά μέσα κοινωνικοποίησης των μαθητών.

Προκειμένου ο ελεύθερος διάλογος να είναι αποτελεσματικός, είναι απαραίτητο να ισχύουν οι εξής συνθήκες:

1. Ύπαρξη σαφώς καθορισμένου θέματος συζήτησης.
2. Οι μαθητές εξασκούνται στην εφαρμογή δημοκρατικού διαλόγου και σέβονται τη διαφορετική άποψη.
3. Ενθαρρύνονται και οι δειλοί μαθητές να συμμετέχουν στο διάλογο.

Η χρήση του ελεύθερου διαλόγου, ως μορφή διδασκαλίας, εμπεριέχει τους εξής κινδύνους:

1. Ο διάλογος να παρεκκλίνει από το υπό διαπραγμάτευση θέμα και να μετατραπεί σε φλυαρία ή αντιδικία μεταξύ των μαθητών.
2. Να επιβάλλουν τη γνώμη τους κάποιοι εύγλωττοι και δυναμικοί μαθητές και να καθοδηγήσουν την τάξη προς λανθασμένες κατευθύνσεις.

Στον κατευθυνόμενο διάλογο, ο ρόλος του δασκάλου στη συζήτηση είναι ουσιαστικός, εφόσον ο δάσκαλος:

1. Κάνει εύστοχες παρεμβάσεις και αποτρέπει παρεκκλίσεις του διαλόγου.

2. Επηρεάζει τους μαθητές να ακούν και να σέβονται τη γνώμη των άλλων και να μην προσπαθούν να επιβάλλουν τη γνώμη τους στους συνομιλητές τους.
3. Λέγει ή πράττει ότι δεν μπορούν να πουν ή να πράξουν οι μαθητές. (Κυριαζής Αθ., 2003)

2.4 Παράγοντες που επηρεάζουν την επίτευξη ουσιαστικής μάθησης

Η ουσιαστική μάθηση των μαθηματικών σχετίζεται άμεσα με τη δυνατότητα ανάκλησης της μαθηματικής γνώσης από την μνήμη του μαθητή και τη δυνατότητα χρησιμοποίησης της υπάρχουσας γνώσης σε άλλους χώρους(μεταφορά μάθησης- transfer of learning). Οι σημαντικότεροι παράγοντες που συμβάλλουν στην ουσιαστική μάθηση των μαθηματικών είναι:

1. Το ενδιαφέρον για μάθηση

Ο μαθητής μαθαίνει όταν και ότι επιθυμεί να μάθει. Το ενδιαφέρον του μαθητή για κάποιο αντικείμενο θεωρείται το κύριο κίνητρο της γνωστικής δραστηριότητάς του. Το ενδιαφέρον μπορεί να είναι είτε άμεσο, όταν το διδασκόμενο αντικείμενο αυτό καθαυτό διεγείρει την προσπάθεια του μαθητή, είτε έμμεσο, όταν οι αναμενόμενες συνέπειες διεγείρουν την προσπάθεια του μαθητή(π.χ. επαγγελματική αποκατάσταση). Σύμφωνα με το νόμο του αποτελέσματος του Ed. Thorndike, τα ευχάριστα συναισθήματα θεωρούνται μία από τις κύριες πηγές δημιουργίας ενδιαφέροντος για τους μαθητές(Αθ. Βερτσέτη 1997, σ 49-50).

Σύμφωνα με τα παραπάνω, το αντικείμενο μάθησης πρέπει να συμφωνεί με τις ανάγκες, τα ενδιαφέροντα, τις κλίσεις, τις ικανότητες, τους σκοπούς και τα πρότυπα αξιών του μαθητή. Είναι καθήκον του δασκάλου να παρακινήσει και να κινητοποιήσει τους μαθητές του, ώστε να στρέψει το ενδιαφέρον τους προς το διδασκόμενο αντικείμενο

2. Η ετοιμότητα για μάθηση

Η ετοιμότητα για μάθηση είναι η προδιάθεση του μαθητή για τη μάθηση κάποιου συγκεκριμένου αντικειμένου. Στο ερώτημα για το πως επιτυγχάνεται η μαθησιακή ετοιμότητα δεν έχει δοθεί μία μονοσήμαντη απάντηση. Οι διάφοροι μελετητές έχουν δώσει κάποιες απαντήσεις(Αθ. Βερτσέτη 1997, σ50-51):

α) Ο μαθητής μαθαίνει όταν είναι πνευματικά και βιολογικά ώριμος για να μάθει. Επομένως το αντικείμενο μάθησης πρέπει να είναι σύμφωνο με τις πνευματικές και βιολογικές ικανότητες του μαθητή(Μπ. Τουμάση 1994, σ 160). Ο J. Piaget υποστήριξε την άποψη αυτή, εισάγοντας την αντιστοιχία μεταξύ πνευματικής ωρίμανσης και χρονικής ηλικίας.

β) Η κατάλληλη παρουσίαση του διδακτικού υλικού μπορεί να εξασφαλίσει την μαθησιακή ετοιμότητα για κάποιο αντικείμενο μάθησης. Ο J. Bruner υποστήριξε την άποψη αυτή, θεωρώντας ότι οποιοδήποτε αντικείμενο μπορεί να διδαχθεί αποτελεσματικά σε όλους τους μαθητές, αρκεί να παρουσιαστεί στη γλώσσα που οι μαθητές μπορούν να καταλάβουν.

γ) Η μαθησιακή ετοιμότητα εξαρτάται από τις προηγούμενες γνώσεις των μαθητών. Την άποψη αυτή υποστήριξε ο R. Gagne.

Η έλλειψη ετοιμότητας ενδέχεται να οφείλεται σε εξωτερικούς από τη μαθησιακή διαδικασία παράγοντες, όπως σωματικούς, ψυχολογικούς, κοινωνικούς κ.λ.π.

3. Σύνδεση παλιάς και νέας γνώσης

Ο μαθητής μαθαίνει μέσα από εμπειρίες σχετικές με το αντικείμενο μάθησης που πρόκειται να μάθει. Ο δάσκαλος πρέπει να επιλέξει κατάλληλες εμπειρίες ή οικεία στους μαθητές θέματα και να οργανώσει καταστάσεις μάθησης οι οποίες να συνδέουν την παλιά με τη νέα γνώση. Με αυτόν τον τρόπο οι μαθητές θα κατασκευάσουν τη νέα γνώση πάνω στις υπάρχουσες γνώσεις τους.

4. Μάθηση «δια του πράττειν»

Ο μαθητής μαθαίνει όταν συμμετέχει ενεργά στη διαδικασία μάθησης. Γι' αυτό το λόγο, ο μαθητής πρέπει να έχει ελευθερία δράσης, σκέψης και έκφρασης. Πρέπει επίσης να συμμετέχει κοινωνικά στη διαδικασία μάθησης. Η ψυχολογική αντίθεση του μαθητή στο αντικείμενο μάθησης ή στο δάσκαλο μπορεί να δυσκολέψει ή και να εμποδίσει τη μάθηση.

5. Κατάλληλη ατμόσφαιρα μάθησης

Η ατμόσφαιρα της τάξης πρέπει να είναι ευχάριστη, άνετη και να εξασφαλίζει πολλές ευκαιρίες για επιτυχία στο μαθητή.

6. Ατομικές διαφορές ως προς τη μάθηση

Οι μαθητές εμφανίζουν τις επόμενες ατομικές διαφορές κατά τη μάθηση

α) Κάθε μαθητής μαθαίνει με το δικό του ατομικό τρόπο. Ο δάσκαλος θα πρέπει να ενθαρρύνει τους ιδιαίτερους τρόπους μάθησης των μαθητών.

β) Κάθε μαθητής έχει το δικό του ατομικό ρυθμό μάθησης. Ο ρυθμός μάθησης μπορεί να διαφέρει από μαθητή σε μαθητή αλλά και από αντικείμενο σε αντικείμενο μάθησης. Ο δάσκαλος πρέπει να γνωρίζει τους ρυθμούς μάθησης των μαθητών του προκειμένου να προσαρμόζει κατάλληλα τη διδασκαλία του.

7. Προσφερόμενες γνώσεις

Ο μαθητής μαθαίνει συγκεκριμένα πράγματα κάθε φορά. Η μάθηση απαιτεί διανοητική συγκέντρωση και προσοχή, οπότε οι προσφερόμενες γνώσεις δεν πρέπει να είναι ταυτόχρονα δύο ή περισσότερες, ούτε να είναι συγκεχυμένες και αναμειγμένες με άσχετες πληροφορίες. Σε αντίθετη περίπτωση δεν γίνεται αντιληπτή από το μαθητή η σημασία της προσφερόμενης γνώσης. Ο δάσκαλος θα πρέπει να μειώνει τις εξωτερικές ή εσωτερικές επιδράσεις που διασπούν την προσοχή του μαθητή.

8. Επανάληψη

Η επανάληψη είναι απαραίτητη, σε ένα λογικό βαθμό, διότι βοηθάει στην εδραίωση και σταθεροποίηση της γνώσης. Η γνώση έχει ένα αντικειμενικό περιεχόμενο το οποίο πρέπει να κατακτηθεί από τους μαθητές. Η διαδικασία της μάθησης από μόνη της δεν μας εξασφαλίζει το περιεχόμενο αυτό. Οι πολλές και ανιαρές επαναλήψεις, ωστόσο, ενδέχεται να προκαλέσουν εκνευρισμό και δυσφορία στους μαθητές. Οι επαναλήψεις είναι αποτελεσματικές στις εξής συνθήκες:

α) Όταν γίνονται από το εικοστό λεπτό έως τις εικοσιτέσσερις ώρες. Προκειμένου να σταθεροποιηθεί μια γνώση, είναι απαραίτητο να περάσουν τουλάχιστον είκοσι λεπτά. Μετά την παρέλευση εικοσιτεσσάρων ωρών, η επανάληψη δεν επιφέρει σημαντικά αποτελέσματα στην μάθηση. Στην περίπτωση της επιφανειακής μάθησης, η διαδικασία της λήθης ενεργοποιείται μεταξύ της τέταρτης και της όγδοης εβδομάδας.

β) Όταν είναι έμμεσες και όχι άμεσες. Η επανάληψη θα πρέπει να γίνεται μέσω επαναληπτικών δραστηριοτήτων, κατά τις οποίες θα γίνεται επεξεργασία του διδαγμένου υλικού από διάφορες πλευρές και από διάφορες οπτικές θεωρήσεις.

2.5 Η σπουδαιότητα της άσκησης

Η άσκηση αποτελεί ένα αναπόσπαστο μέρος της καθημερινής μαθησιακής πρακτικής, εφόσον βοηθάει, όπως και η επανάληψη, στην σταθεροποίηση της γνώσης. Με την άσκηση αυξάνεται η αποδοτικότητα των πνευματικών λειτουργιών των μαθητών και κατά συνέπεια η απόδοση των μαθητών. Ειδικότερα η άσκηση συμβάλλει στην ανάπτυξη των υπολογιστικών δεξιοτήτων και την καλλιέργεια της ταχύτητας και της ακρίβειας στους υπολογισμούς. Επίσης συμβάλλει στην ανάπτυξη του επιθυμητού αυτοματισμού στο ερέθισμα. Σχετικά με την άσκηση, ισχύουν οι εξής δύο νόμοι:

α) Ο νόμος της άσκησης του Ed. Thorndike, σύμφωνα με τον οποίο ο δεσμός μεταξύ ερεθίσματος και αντίδρασης ισχυροποιείται με την άσκηση, δηλαδή η άσκηση συμβάλλει

στην τροποποίηση της συμπεριφοράς του ατόμου κατά ένα μονιμότερο τρόπο που είναι η ουσιαστική μάθηση (Αθ. Βερτσέτι, σ 43).

β) Ο νόμος της σιγμοειδούς γραμμής, σύμφωνα με τον οποίο η αύξηση της έντασης του ερεθίσματος δεν προκαλεί μεγάλη αύξηση στην αντίδραση. Με την άσκηση όμως, η αύξηση της αντίδρασης γίνεται μεγαλύτερη. Όταν ο ρυθμός αύξησης φτάσει σε κάποια όρια, η αύξηση πάλι δεν προχωράει με γρήγορους ρυθμούς. Σύμφωνα με το νόμο αυτό, η μάθηση στην αρχή προχωράει με αργούς ρυθμούς, με την άσκηση η μάθηση αναπτύσσει γρηγορότερους ρυθμούς, για να φτάσει σε κάποια όρια όπου η πρόοδος της μάθησης κινείται ξανά σε χαμηλά επίπεδα. Οι ασκήσεις που δίνονται στους μαθητές, θα πρέπει να είναι οι κατάλληλες, τόσο σε ποιότητα όσο και σε ποσότητα, ώστε να συμβάλλουν στην πρόοδο της μάθησης.

2.6 Χαρακτηριστικά μιας καλής διδασκαλίας

Η απάντηση στο ερώτημα για το ποια διδακτική προσέγγιση είναι η καλύτερη δεν είναι μονοσήμαντη. Η επιλογή της καταλληλότερης προσέγγισης για τη διδασκαλία κάποιας συγκεκριμένης ενότητας, εξαρτάται από το περιεχόμενο της ενότητας, τη φύση και το υπόβαθρο των μαθητών, τους σκοπούς της διδασκαλίας, τις συνθήκες που επικρατούν στο σχολείο κλπ. Ο δάσκαλος των μαθηματικών πρέπει να έχει στη διάθεσή του ένα σύνολο από διδακτικές στρατηγικές τις οποίες θα προσαρμόζει κάθε φορά στις συγκεκριμένες ανάγκες της διδακτικής πράξης. Η βασική καθοδηγητική αρχή την οποία πρέπει να ακολουθεί ο δάσκαλος είναι: «Δώσε στον μαθητή την ευκαιρία να κατασκευάσει τη νέα γνώση μόνος του, στο βαθμό που οι συνθήκες το επιτρέπουν, συμμετέχοντας ενεργά στη διαδικασία μάθησης. Ποτέ μην πεις εσύ κάτι που μπορεί να ανακαλύψει μόνος του ο μαθητής».

Κατά καιρούς έχουν προταθεί ορισμένα χαρακτηριστικά τα οποία πρέπει να περιλαμβάνει μία διδασκαλία προκειμένου να είναι επιτυχημένη, τα οποία υποστηρίζονται αφενός από τα αποτελέσματα της παιδαγωγικής έρευνας και της ψυχολογίας των μαθηματικών, αφ'ετέρου από παρατηρήσεις πάνω στη διδακτική πρακτική. Η διδασκαλία των μαθηματικών, σε όλα τα επίπεδα, πρέπει να περιλαμβάνει:

i. Παρουσίαση από το δάσκαλο

Η παρουσίαση και η εξήγηση των διαφόρων πληροφοριών από το δάσκαλο είναι απαραίτητο συστατικό της διδασκαλίας, εφόσον συμβάλλει στο να αποκτήσουν οι μαθητές

τις γνώσεις εκείνες τις οποίες η κοινωνία θεωρεί ότι πρέπει να γνωρίζουν, και περιλαμβάνονται στα αναλυτικά προγράμματα των διαφόρων γνωστικών αντικειμένων.

Η παραδοσιακή διδασκαλία έκανε κατάχρηση της παρουσίας από το δάσκαλο στην τάξη. Σε πολλά σύγχρονα διδακτικά μοντέλα έχουν γίνει προσπάθειες να ελαχιστοποιηθεί ο χρόνος παρουσίας και ομιλίας από το δάσκαλο.

ii. Συζήτηση και διάλογο μεταξύ δασκάλου και μαθητών και των μαθητών μεταξύ τους
Οι σύγχρονες αντιλήψεις για τη μάθηση των μαθηματικών υποστηρίζουν ότι η μάθηση των μαθηματικών δεν μεταδίδεται ούτε μεταφέρεται από το δάσκαλο στο μαθητή, αλλά κατασκευάζεται από τον ίδιο το μαθητή μέσω της κοινωνικής αλληλεπίδρασης του μαθητή με το δάσκαλο και τους συμμαθητές του. Μία τέτοια κοινωνική αλληλεπίδραση προϋποθέτει και απαιτεί ένα περιβάλλον στο οποίο να ενθαρρύνεται η συζήτηση, ο διάλογος, η αντιπαράθεση και γενικά η ελεύθερη έκφραση των μαθητών.

iii. Κατάλληλη πρακτική εργασία

Η πρακτική εργασία είναι απαραίτητο συστατικό μιας αποτελεσματικής διδασκαλίας, εφόσον βοηθάει στην κατανόηση των διαφόρων εννοιών και κανόνων και στην σταθεροποίηση της μαθηματικής γνώσης στη μνήμη του ατόμου.

iv. Επίλυση προβλημάτων – εφαρμογή των μαθηματικών σε καθημερινές καταστάσεις

Η διδασκαλία των μαθηματικών πρέπει να προσφέρει ευκαιρίες στους μαθητές για να ασχοληθούν με τις στρατηγικές και τεχνικές της επίλυσης προβλημάτων, εφόσον τα ίδια τα μαθηματικά δημιουργήθηκαν από την ανάγκη του ανθρώπου να λύσει τα προβλήματα που συναντούσε στο περιβάλλον του. Τα προβλήματα που θα προτείνει ο δάσκαλος πρέπει να σχετίζονται με καταστάσεις που αντιμετωπίζει καθημερινά ο μαθητής προκειμένου να αυξηθούν τα κίνητρα του μαθητή για να ασχοληθεί με τα προβλήματα αυτά.

v. Εξερευνητική εργασία με ανάπτυξη της αυτενέργειας, της δημιουργικότητας και ενεργής συμμετοχής των μαθητών.

Η κατασκευή και η δημιουργία των μαθηματικών είναι πολύ διαφορετική από την τελική μορφή η οποία παρουσιάζεται συνήθως στα διάφορα μαθηματικά βιβλία και περιοδικά. Τα μαθηματικά είναι μία κοινωνική δραστηριότητα και κατασκευή, η οποία αναπτύσσεται μέσω της εξερευνητικής εργασίας. Ο δάσκαλος πρέπει να παρέχει ευκαιρίες στους μαθητές του για να αυτενεργήσουν, προκειμένου να πάρουν πρωτοβουλίες, να αναπτύξουν τη δημιουργικότητά τους και να συμμετέχουν ενεργά στην εξερευνητική εργασία με στόχο την ανακάλυψη εκ νέου της μαθηματικής γνώσης.

vi. Κινητοποίηση του ενδιαφέροντος των μαθητών

Βασική προϋπόθεση για την ενεργοποίηση του ενδιαφέροντος των μαθητών είναι το ενδιαφέρον και ο ενθουσιασμός του δασκάλου για το αντικείμενό του και τη δουλειά του. Πέραν όμως του ενθουσιασμού του δασκάλου, η κινητοποίηση των μαθητών μπορεί να γίνει μέσα από την παρουσίαση μιας προβληματικής κατάστασης η οποία να έχει σχέση με το περιβάλλον και τις εμπειρίες των μαθητών, ώστε να μπορέσει να διεγείρει το ενδιαφέρον των μαθητών και να τους παροτρύνει να συμμετέχουν ενεργά στη διαδικασία μάθησης. Η προβληματική κατάσταση ενδείκνυται να είναι πρωτότυπη και να διεγείρει την περιέργεια των μαθητών. Η προβληματική κατάσταση βέβαια πρέπει να είναι σύμφωνη με τις δυνατότητες των μαθητών, γιατί το πολύ δύσκολο πρόβλημα απογοητεύει τους μαθητές, ενώ το πολύ εύκολο πρόβλημα δεν τους προκαλεί ενδιαφέρον. Οι μαθησιακές δραστηριότητες που οργανώνει ο δάσκαλος, υπό αυτή την έννοια, πρέπει να παρουσιάζουν συνεχή πρόκληση για τους μαθητές του.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

Μεθοδολογία της έρευνας

3.1 Ο σχεδιασμός διδακτικών προσεγγίσεων εννοιών Στατιστικής με την ανακαλυπτική μέθοδο στις τάξεις της δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης

Στη διδακτική προσέγγιση που εφαρμόσαμε γίνεται προσπάθεια ώστε οι μαθητές να οικοδομήσουν τις δικές τους γνώσεις στη Στατιστική με την αντιμετώπιση προβλημάτων στηριζόμενοι στις εμπειρίες τους. Δηλαδή με τον τρόπο αυτό λαμβάνουμε υπόψη μας τις άτυπες ή διαισθητικές γνώσεις των μαθητών και στηριζόμενοι σε αυτές οικοδομούμε τις νέες μαθηματικές γνώσεις.

Με την επικοινωνία ανάμεσα στα μέλη της τάξης και τον εκπαιδευτικό προσπαθούμε να φέρουμε στην επιφάνεια γνώσεις που έχουν ήδη αποκτήσει οι μαθητές και στη συνέχεια, αφού γίνουν αντικείμενο συζήτησης στη τάξη να μετασχηματισθούν σε αφηρημένες μαθηματικές έννοιες. Η χρησιμοποίηση των προβλημάτων ως μέσον ανάπτυξης των μαθηματικών δίνει την ευκαιρία στους μαθητές να μάθουν μαθηματικά σύμφωνα με την ιστορική εξέλιξή τους. Επίσης, εξασφαλίζει στους μαθητές μας τη δυνατότητα να κατανοήσουν τα μαθηματικά που μαθαίνουν, καθώς συμφωνεί και με την κατασκευαστική θεωρία της γνώσης η οποία θεωρεί ότι η ουσιαστική μάθηση των μαθηματικών είναι μια διαδικασία λύσης προβλημάτων (Thompson, 1985-von Glaserfeld, 1987). Κάθε μαθητής μαθαίνει μαθηματικά μέσα από την αναδιοργάνωση των γνωστικών δομών που διαθέτει. Δεν έχει όμως λόγο να οικοδομήσει νέες γνωστικές δομές παρά μόνο, εάν αυτές, που ήδη έχει, τον οδηγούν σε εμπόδια, αντιφάσεις ή εκπλήξεις. Τέτοιες καταστάσεις μπορούν να βιώσουν οι μαθητές, καθώς προσπαθούν να λύσουν προβλήματα, αξιοποιώντας με το δικό τους τρόπο έννοιες και διαδικασίες που έχουν στη διάθεσή τους.

Κατά συνέπεια κάθε ουσιαστική μάθηση προϋποθέτει τον προβληματισμό των μαθητών, διαφορετικά οι μαθητές μπορεί να μαθαίνουν μαθηματικά χωρίς όμως να τα καταλαβαίνουν. Η γνώση των κανόνων η οποία οδηγεί σε σωστές λύσεις, δεν συνεπάγεται και κατανόηση. Τέλος, συνηθίζοντας οι μαθητές στη διαδικασία της ανακαλυπτικής μεθόδου, μαθαίνουν να εμπιστεύονται τη λογική τους και αναπτύσσουν αυτονομία σκέψης.

Η προσπάθειά μας στρέφεται στη συγκριτική μελέτη της διδασκαλίας της Στατιστικής με την εφαρμογή της διδακτικής προσέγγισης της ανακαλυπτικής μεθόδου, σε σχέση με την παραδοσιακή αφηγηματική προσέγγιση. Στα πλαίσια της έρευνας πραγματοποιήθηκαν δύο διδασκαλίες σε δύο τμήματα γυμνασίου.

Στα πλαίσια της έρευνας σχεδιάστηκε ένα ερωτηματολόγιο, προκειμένου να ελεγχθεί αν επιτεύχθηκαν οι σκοποί και οι στόχοι της διδασκαλίας. Τα ερωτηματολόγια συμπληρώθηκαν από τους μαθητές που παρακολούθησαν τις διδασκαλίες. Το ερωτηματολόγιο αναφέρεται στον έλεγχο της ικανότητας να αναλύουν και να επεξεργάζονται δεδομένα, της κατανόησης των εννοιών που διδάχθηκαν, στην αξιολόγηση της ικανότητας να παρουσιάζουν με πίνακες και σχήματα τα δεδομένα. Τα συμπεράσματα της μελέτης του ερωτηματολογίου θα παρουσιαστούν παρακάτω.

3.2 Περιγραφή του προγράμματος διδασκαλίας

Η έρευνα αναφέρεται στη διερεύνηση της επίδρασης της διδασκαλίας εννοιών της Στατιστικής με την ανακαλυπτική μέθοδο στην απόδοση των μαθητών. Για το σκοπό αυτό πραγματοποιήθηκε μία διδασκαλία σε ένα τμήμα του γυμνασίου με την παραδοσιακή δασκαλοκεντρική μέθοδο διδασκαλίας, εμπλουτισμένη με τις σύγχρονες απόψεις και τάσεις για τη μάθηση και τη διδασκαλία. Η κύρια μορφή διδασκαλίας ήταν η αφήγηση. Η εισαγωγή των μαθητών στις νέες έννοιες γινόταν μέσω της διασύνδεσης της νέας γνώσης με προηγούμενες γνώσεις των μαθητών. Η παρουσίαση των εννοιών γινόταν με την ενεργή συμμετοχή των μαθητών και υπήρχε δυνατότητα συζήτησης μεταξύ καθηγητή και μαθητών και των μαθητών μεταξύ τους σχετικά με τις έννοιες υπό διαπραγμάτευση. Σε ένα άλλο τμήμα του γυμνασίου πραγματοποιήθηκε διδασκαλία εννοιών της Στατιστικής με τη διδακτική προσέγγιση της ανακαλυπτικής μεθόδου, την οποία θα περιγράψουμε παρακάτω.

Οι μαθητές των δύο τμημάτων στο τέλος του μαθήματος κλήθηκαν να συμπληρώσουν ένα ερωτηματολόγιο (το ερωτηματολόγιο βρίσκεται στο παράρτημα). Αναλυτικά οι ερωτήσεις που περιείχε διερευνούν την κατανόηση και εμπέδωση των παρακάτω εννοιών:

1. Την ερμηνεία των γραφικών (ραβδόγραμμα-κυκλικό διάγραμμα)
2. Μέση τιμή
3. Κατασκευή πίνακα συχνοτήτων
4. Σχετική συχνότητα
5. Διάμεσος

3.3 Η διδακτική μας παρέμβαση μέσω της ανακαλυπτικής μεθόδου

Η διδασκαλία δεν είναι μια τυποποιημένη πράξη, είναι δημιουργία μαθητών και καθηγητών και μάλιστα μοναδική κάθε φορά. Χρειάζεται λοιπόν ένα καλό σχεδιασμό, ένα σχεδιασμό που θα επιδέχεται ευελιξία. Να δίνει τη δυνατότητα να αναλύουμε τα λάθη του μαθητή και να εντοπίζουμε τις διδακτικές του ανάγκες για να του προσφέρουμε την καλύτερη βοήθεια. Έτσι μπορούμε να δείξουμε τον προσανατολισμό των «Νέων Μαθηματικών» με την παραδοχή ότι η μάθησή τους είναι μια διαδικασία που οι ίδιοι οι μαθητές δημιουργούν και δεν στηρίζεται σε ένα άκρατο μιμητικό τρόπο δουλειάς.

Δεν υπάρχει αμφιβολία ότι, παρά τις εξελίξεις στον τομέα της Διδακτικής των Μαθηματικών, δεν υπάρχει κοινά αποδεκτή προσέγγιση, όχι μόνο στη διδακτική των Μαθηματικών, αλλά και των άλλων γνωστικών τομέων. Άλλωστε βασική προϋπόθεση για τη σημασία και την αξία κάθε διδακτικής μεθόδου είναι η σωστή και ενδεδειγμένη χρήση της. (Δανασσύς-Αφεντάκης, 1991). Αυτό οφείλεται στην αδυναμία της Γνωστικής Ψυχολογίας να δώσει μία αποδεκτή ερμηνεία για το πώς μαθαίνει ο άνθρωπος και ότι η θεωρία των συνάψεων δεν απαντά ικανοποιητικά στο ζήτημα αυτό.

Στην έρευνά μας η μέθοδος διδασκαλίας δεν αποτελεί μεταβλητή. Θεωρούμε όμως σκόπιμο να αναφερθούμε συνοπτικά στην οργάνωση της διδασκαλίας, διαμόρφωση των στόχων, στα βασικά επιστημολογικά πρότυπα της διδασκαλίας των Μαθηματικών, εποπτικά μέσα διδασκαλίας και αναλυτικότερα στη δική μας διδακτική πρόταση για τη διδασκαλία.

3.4 Διαμόρφωση των αντικειμενικών διδακτικών στόχων

Για τον καθορισμό των αντικειμενικών στόχων λάβαμε υπόψη μας τους παρακάτω παράγοντες:

- α) Τους στόχους για τη διδασκαλία της Στατιστικής, όπως περιγράφονται από πολλούς διεθνείς οργανισμούς UNESCO, NCTM, ICOTS κ. Α

β) Τους στόχους για τη διδασκαλία της Στατιστικής όπως περιγράφονται στα αναλυτικά προγράμματα της δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης.

γ) Την ικανότητα των μαθητών να μαθαίνουν, σύμφωνα με τη χρονολογική τους ηλικία (Δανασσής-Αφεντάκης 1991, Παρασκευόπουλος 1985).

3.5 Η διδακτική πορεία

Ο σχεδιασμός και η εκτέλεση της διδακτικής διαδικασίας κατευθύνει τον καθηγητή και το μαθητή σε μια σειρά δράσεων, με σκοπό την κατά το δυνατόν πληρέστερη εκπλήρωση των στόχων, οι οποίοι έχουν τεθεί. Η εξέλιξη της διδακτικής μας παρέμβασης, δεν εφαρμόστηκε με άκαμπτο τρόπο και πιστή τήρηση των σταδίων, τα οποία αναφέρονται. Η διδακτική παρέμβαση, η οποία έχει αποδέκτες τους μαθητές συχνά οδηγείται σε μη προβλέψιμες καταστάσεις και, μερικές φορές σε αλληλοεμπλοκή των αναφερθέντων σταδίων. Έτσι σύμφωνα με τον Dewey (1980), στο διδακτικό σχεδιασμό λάβαμε σοβαρά υπόψη το ενδεχόμενο αυτό, επιτρέποντας μεν περιθώρια ευελιξίας, φροντίζοντας δε να είναι σταθερός στο βαθμό, που να εξασφαλίζει την ομαλή εξέλιξη της διδασκαλίας. Ο διδακτικός σχεδιασμός τον οποίο επιχειρήσαμε για την πληρέστερη επίτευξη των στόχων, περιλαμβάνει, επίσης, τις στρατηγικές μάθησης, τις μεθόδους και τα εποπτικά μέσα.

3.6 Στρατηγικές και τεχνικές μάθησης

Παραθέτουμε στη συνέχεια τις διδακτικές στρατηγικές (βασικές και ειδικότερες) και τις τεχνικές τις οποίες εφαρμόσαμε κατά τη διδακτική μας παρέμβαση. Στις βασικές στρατηγικές εντάσσεται:

- Η ανακαλυπτική μέθοδος
- Η κωνστροκτιβιστική (constructivist) προσέγγιση διδασκαλίας και μάθησης

Τις βασικές αυτές στρατηγικές, τις οποίες αναλύσαμε στο πρώτο κεφάλαιο πλαισιώνουν κατά περίπτωση, άλλες ειδικότερες. Στη διδακτική μας πρόταση αυτές είναι:

Ø Η γνωστική σύνδεση

Η γνωστική σύνδεση, σύμφωνα με τον Ausebel, διαδραματίζει βασικότατο ρόλο στη διαδικασία της ουσιαστικής μάθησης, η οποία σημαίνει τη διαδικασία σύνδεσης των νέων δεδομένων με όσα ήδη γνωρίζει ο μαθητής. Ο ρόλος των προτέρων αντιλήψεων στη

διαδικασία της μάθησης έχει επισημανθεί από πολλούς ερευνητές. Ο Ausebel επισημαίνει ότι «ο πιο σπουδαίος απλός παράγοντας που επηρεάζει τη μάθηση, είναι αυτός που ο μαθητής γνωρίζει ήδη. Εξακριβώσέ το και δίδαξέ τον, σύμφωνα με αυτό»(Ausebel, 1968).

Ø Ο καταγισμός ιδεών

Στο στάδιο της ανάδειξης των προϋπαρχουσών αντιλήψεων των μαθητών χρησιμοποιείται συχνά η στρατηγική του «καταγισμού ιδεών»(Brain storming). Κατά την εφαρμογή της μεθόδου αυτής, ο διδάσκων παροτρύνει τους μαθητές να δώσουν γρήγορα και ελεύθερα την απάντησή τους. Αυτό προϋποθέτει τη δημιουργία από το διδάσκοντα κλίματος εμπιστοσύνης και αμοιβαίου σεβασμού ώστε να εκφράζονται αυθόρμητα όλες οι απόψεις, ακόμα και αν το θέμα δεν είναι γνωστό στους μαθητές.

Ø Η γνωστική σύγκρουση

Η γνωστική σύγκρουση είναι μια στρατηγική την οποία ακολουθούν οι ψυχογνωστικές θεωρίες με εποικοδομητικό προσανατολισμό (Bertrand, 1994). Η σύγχρονη διδακτική αντιμετωπίζει τη μάθηση ως μια διαδικασία σύγκρουσης και ενοποίησης μεταξύ αυτών τα οποία έχει το παιδί στο μυαλό του και των όσων βρίσκει και κατανοεί μέσω αυτού (Giordan, 1994).

Ø Η συζήτηση

Η στρατηγική της συζήτησης ενθαρρύνει τους μαθητές να παρουσιάσουν και να αξιολογήσουν διαφορετικές απόψεις και στάσεις και να ανταλλάξουν ελεύθερα τις ιδέες τους. Με τον τρόπο αυτό αναπτύσσονται ικανότητες στη συνεργασία, την επικοινωνία και το σεβασμό στο διαφορετικό τρόπο σκέψης του άλλου.

Ακολουθεί η ανάλυση συνοπτικά των κυριότερων τεχνικών οι οποίες στη συγκεκριμένη έρευνα εντάχθηκαν σε κάποιες από τις προαναφερθείσες στρατηγικές και είναι:

1. Η διάλεξη είναι μια διδακτική τεχνική, η οποία πρέπει να εφαρμόζεται όσο το δυνατό λιγότερο, και μόνο όταν είναι απόλυτα αναγκαίο, ιδιαίτερα στα διδακτικά πρότυπα τα οποία εφαρμόζουμε. Πολλοί ερευνητές καταλογίζουν στη διάλεξη μείωση της προσοχής και του ενδιαφέροντος των μαθητών. (Γιαννούλης Ν. 1993).
2. Οι ερωτήσεις έχουν ιδιαίτερη σημασία για τη διδασκαλία. Οι ερωτήσεις δεν πρέπει να έχουν ως κύριο στόχο τον έλεγχο της κατανόησης από τους μαθητές και τη λεκτική απόδοση, αλλά να απευθύνονται με τέτοιο τρόπο, ώστε να οδηγούν στην αναζήτηση των αιτιωδών σχέσεων των εννοιών και των γεγονότων. Πρέπει, επίσης, να περιλαμβάνουν όλες τις κατηγορίες της γνωστικής περιοχής (γνώση, απομνημόνευση,

κατανόηση, εφαρμογή, ανάλυση, σύνθεση, αξιολόγηση) (Κασσωτάκης 1990). Θα πρέπει, επομένως, η ερώτηση να απευθύνεται στο μαθητή περισσότερο ως εργαλείο σκέψης και λιγότερο ως μέσο αξιολόγησης.

3. Οι Σωκρατικοί διάλογοι είναι μια πανάρχαια εκπαιδευτική τεχνική, βασισμένοι στη τέχνη του Σωκράτη να εκμαιεύει τις απόψεις των συνομιλητών του. Είναι μια διαλεκτική μέθοδος στην οποία ο διδάσκων διευκολύνει με τις κατάλληλες ερωτήσεις το συνομιλητή του να διαπιστώσει τις αντιφάσεις του και να τον οδηγήσει τελικά προς την κατεύθυνση εννοιολογικά συνεπών θεωριών. Σύμφωνα με αρκετούς ερευνητές (Η. Ματσαγγούρας 1995 κ.ά) η τεχνική αυτή χαρακτηρίζεται ως βασικό εργαλείο για την εννοιολογική αλλαγή και αναδόμηση των προϋπαρχουσών αντιλήψεων των μαθητών. Οι ερωτήσεις πρέπει να έχουν τέτοια σειρά, ώστε η καθεμία να βασίζεται στις προηγούμενες απαντήσεις και ο μαθητής να δημιουργήσει τις ανάλογες συνδέσεις.
4. Οι χάρτες εννοιών αποδίδουν τις σχηματικές αναπαραστάσεις των εννοιών και των συνδέσεων μεταξύ τους. Είναι μια πολύ χρήσιμη τεχνική η οποία μπορεί να χρησιμοποιηθεί, τόσο από τους μαθητές στην τάξη με τη βοήθεια του διδάσκοντα, όσο και από τον ίδιο τον διδάσκοντα για το σχεδιασμό ανάλογων ενεργειών, ώστε οι μαθητές να κατακτήσουν αποτελεσματικά το γνωστικό αντικείμενο (Η. Ματσαγγούρας 1995 κ.ά). Η στρατηγική αυτή έχει μεταγνωστικό χαρακτήρα και ενδείκνυται για την καλύτερη κατανόηση σύνθετων προβλημάτων, με πολλαπλές και μη εμφανείς συνδέσεις. Με τη χρήση της τεχνικής αυτής οι μαθητές μαθαίνουν να οργανώνουν τις έννοιες, να αναλύουν, να αξιολογούν και να συνθέτουν τις διαθέσιμες πληροφορίες μαθαίνοντας τελικά «πως να μαθαίνουν».

3.7 Εποπτικά μέσα διδασκαλίας

Τα καλύτερα μέσα διδασκαλίας είναι αυτά που δίνουν στον καθηγητή τη δυνατότητα να επιτύχει το στόχο του όσο το δυνατόν γρηγορότερα, οικονομικότερα και αποτελεσματικότερα. Κάτι τέτοιο μπορεί να σημαίνει απλώς τη χρήση του πίνακα. Ωστόσο, είναι γνωστό ότι οι οπτικές και γενικότερα οι αισθητηριακές πληροφορίες προσφέρουν μεγαλύτερες δυνατότητες αφομοίωσης και συγκράτησης (Νήμα & Καψάλης, 2002:169). Σε γενικές γραμμές, τα οπτικοακουστικά μέσα διδασκαλίας διευκολύνουν την αποσαφήνιση και

συγκεκριμενοποίηση αφηρημένων ιδεών. Μπορούν να χρησιμοποιηθούν για τη διατύπωση προβλημάτων και την παροχή προκλήσεων στους μαθητές.

Από εκπαιδευτική άποψη, ο σημαντικότερος λόγος για τη χρήση οπτικοακουστικών μέσων είναι ότι προσφέρουν κάποια ποικιλία, εξαιτίας των εναλλακτικών τρόπων με τους οποίους μεταδίδονται οι πληροφορίες. Δίνουν τόσο στον καθηγητή όσο και στο μαθητή τη δυνατότητα της χρήσης και της εμπειρίας διαφορετικών προσεγγίσεων στη μάθηση.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑΣ

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

Περιγραφή του προγράμματος διδασκαλίας

4.1 Η διδακτική προσέγγιση της ανακαλυπτικής μεθόδου για τη διδασκαλία εννοιών της Στατιστικής

Η διδασκαλία πραγματοποιήθηκε σε ένα τμήμα του Γυμνασίου και είχε διάρκεια 2 διδακτικές ώρες. Ο καθηγητής είχε τη δυνατότητα να γράφει στον πίνακα τα στοιχεία της θεωρίας που έκρινε ότι ήταν απαραίτητα και τις εικασίες και συμπεράσματα που διατυπώνονταν από τους μαθητές. Οι μαθητές είχαν τη δυνατότητα να ζητήσουν οποιαδήποτε στιγμή τη βοήθεια του καθηγητή σχετικά με την κατανόηση των στοιχείων της θεωρίας που αναφέρονταν και να θέτουν υπό διαπραγμάτευση ερωτήσεις, εικασίες και συμπεράσματα στο σύνολο της τάξης.

Οι στόχοι του μαθήματος ήταν να μπορέσουν οι μαθητές:

- α) Να συντάξουν πίνακα κατανομών συχνοτήτων και σχετικών συχνοτήτων
- β) Να παρουσιάσουν τις σχετικές συχνότητες σε μορφή ποσοστών
- γ) Να κατανοήσουν τη διαφορά συχνότητας / σχετικής συχνότητας και να διαπιστώσουν την πρακτική τους χρησιμότητα
- δ) Να βρουν από τον πίνακα συχνοτήτων τη μέση τιμή και τη διάμεσο
- ε) Να απεικονίσουν τα δεδομένα με ραβδογράμματα και να τα ερμηνεύουν
- στ) Να καλλιεργήσουν κλίμα συνεργασίας μεταξύ τους και να αναπτύσσουν πρωτοβουλίες

Πορεία Διδασκαλίας:

Έγινε μια πρώτη συζήτηση για τη σπουδαιότητα της έρευνας και τη σοβαρότητα που απαιτεί, αφού απ' αυτή θα διεξαχθούν σημαντικά αποτελέσματα – πορίσματα. Στη συνέχεια σε κάθε μαθητή δίνεται το παρακάτω φύλλο εργασίας και τους ζητείται να το συμπληρώσουν.

ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Οι τιμές που ακολουθούν αντιπροσωπεύουν τη βαθμολογία ενός τμήματος της Γ΄ γυμνασίου για το Β΄ τρίμηνο στο μάθημα των μαθηματικών.

18, 13, 14, 12, 15, 12, 18, 16, 15, 14,
14, 8, 14, 15, 18, 12, 15, 16, 15, 12.

Να συμπληρωθεί ο παρακάτω πίνακας:

ΒΑΘΜΟΛΟΓΙΑ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Β΄ ΤΡΙΜΗΝΟ				
ΒΑΘΜΟΛΟΓΙΑ x	ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ v	$v * x$	ΣΧΕΤΙΚΗ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ f	$100 * f$
ΣΥΝΟΛΟ				
ΜΕΣΗ ΤΙΜΗ				
ΔΙΑΜΕΣΟΣ				

- 1) Τι αντιπροσωπεύει το σύνολο $v * x$;-----

- 2) Τι παρατηρείτε για το άθροισμα των τιμών των σχετικών συχνοτήτων και για το άθροισμα των τιμών της τελευταίας στήλης;-----

- 3) Μια έρευνα για το μορφωτικό επίπεδο μιας επιχείρησης 400 ατόμων έδωσε τα παρακάτω αποτελέσματα:

Κατηγορίες	Αριθμός ατόμων
A: Απόφοιτοι Γυμνασίου	100

Β: Απόφοιτοι Λυκείου	240
Γ: Πτυχιούχοι Ανώτατης Εκπαίδευσης	40
Δ: Κάτοχοι Μεταπτυχιακού Τίτλου	20

Να παρασταθούν με ραβδογράμματα η κατανομή συχνοτήτων και η κατανομή σχετικών συχνοτήτων.

4) Δίνεται η βαθμολογία του ίδιου τμήματος για το μάθημα των μαθηματικών κατά το Α' τρίμηνο που είναι η ακόλουθη:

18, 14, 15, 15, 16, 13, 18, 17, 16, 12,
16, 9, 17, 12, 18, 14, 15, 17, 16, 11

Να γίνει πίνακας κατανομής συχνοτήτων και σχετικών συχνοτήτων για τις βαθμολογίες του Α' τριμήνου και με βάση τη μέση τιμή να απαντήσετε σε ποιο τρίμηνο ήταν καλύτερη η απόδοση του εν λόγω τμήματος.

Προτού ξεκινήσουν οι μαθητές τη συμπλήρωση του φύλλου εργασίας γίνεται υπενθύμιση από τον καθηγητή της έννοιας της συχνότητας και της σχετικής συχνότητας καθώς και ο τύπος υπολογισμού της. Οι μαθητές συμπληρώνουν το φύλλο εργασίας ενώ απορίες που προκύπτουν, ιδιαίτερα αδύνατων μαθητών, επιλύονται είτε από τον καθηγητή είτε από τους ίδιους τους μαθητές.

Στην ερώτηση τι αντιπροσωπεύει το σύνολο $n \cdot \chi$ κάποιοι μαθητές δυσκολεύτηκαν να απαντήσουν. Ο καθηγητής παρότρυνε τους μαθητές να θυμηθούν την έννοια της συχνότητας και έτσι όλοι οι μαθητές κατέληξαν ότι το σύνολο $n \cdot \chi$ αντιπροσωπεύει το άθροισμα όλων των βαθμών των μαθητών του δείγματος. Στην ερώτηση τι παρατηρείτε για το άθροισμα των τιμών των σχετικών συχνοτήτων και για το άθροισμα των τιμών της τελευταίας στήλης όλοι σχεδόν οι μαθητές απάντησαν σωστά. Εξηγούμε στους μαθητές ότι συνηθίζεται οι τιμές της σχετικής συχνότητας να εκφράζονται σε % και συμβολίζονται με $f\%$.

Όταν ζητήθηκε από τους μαθητές να παραστήσουν με ραβδογράμματα τις τιμές της συχνότητας και της σχετικής συχνότητας, οι μαθητές ζήτησαν διευκρίνηση ως προς τον τρόπο σχεδιασμού των γραφικών παραστάσεων. Τότε ο καθηγητής παρότρυνε τους μαθητές να δουν σχετικά διαγράμματα που υπήρχαν στο σχολικό βιβλίο και τους εξήγησε με ποιον

τρόπο μπορούν να τα διαβάσουν. Αφού όλοι οι μαθητές ολοκληρώσουν τις γραφικές παραστάσεις, ακολουθεί συζήτηση στην τάξη σχετικά με τα αποτελέσματα. Στη συνέχεια εξασκούμε τους μαθητές στην εύρεση της μέσης τιμής και της διαμέσου. Στην εύρεση της μέσης τιμής οι μαθητές δε δυσκολεύτηκαν. Για τον υπολογισμό της διαμέσου κρίθηκε απαραίτητη η παρέμβαση του καθηγητή. Έτσι αφού διευκρινίστηκε η έννοια της διαμέσου και ξεκαθαρίστηκε ο τρόπος υπολογισμού της σε κάθε περίπτωση είτε το μέγεθος του δείγματος είναι άρτιος αριθμός είτε είναι περιττός, όλοι οι μαθητές εξασκήθηκαν στην εύρεσή της.

Στη συνέχεια ο καθηγητής έκανε μια ανακεφαλαίωση στα όσα είχαν ειπωθεί μέχρι εκείνη την ώρα και προκάλεσε προβληματική συζήτηση ως προς ποιο μέτρο θέσης κρίνουν καταλληλότερο. Οι απόψεις διίστανται. Τελικά όλοι οι μαθητές καταλήγουν, μετά από κάποια παραδείγματα που τους δίνονται από τον καθηγητή, στο συμπέρασμα ότι κάθε φορά εξαρτάται από τον ερευνητή ποιο μέτρο θέσης θα χρησιμοποιήσει.

Οι μαθητές συνέχισαν με τους αντίστοιχους υπολογισμούς για το Α' τρίμηνο των βαθμών των μαθητών του προβλήματος. Τελικά όλοι οι μαθητές στην ερώτηση σε ποιο τρίμηνο ήταν καλύτερη η επίδοση του εν λόγω τμήματος απάντησαν σωστά.

Πίνακας αντικειμενικών διδακτικών στόχων

	Γενικοί στόχοι	Μετρήσιμοι στόχοι
1	Να κατανοήσουν τη χρησιμότητα των γραφικών παραστάσεων. Να αντλούν πληροφορίες από τις γραφικές παραστάσεις. Να κατασκευάζουν μια συγκεκριμένη γραφική παράσταση των δεδομένων ενός πίνακα. Να παρουσιάζουν τα συμπεράσματα μιας έρευνας.	Να μπορούν οι μαθητές να απεικονίζουν τα δεδομένα με απλά ραβδογράμματα και να τα ερμηνεύουν
2	Να συντάσσουν πίνακα κατανομής συχνοτήτων. Να κατασκευάζουν την	Να μπορούν οι μαθητές βάσει των μετρήσεων για κάθε μεταβλητή, να

	κατάλληλη γραφική παράσταση μιας κατανομής συχνοτήτων	παρουσιάζουν τα αποτελέσματα με πίνακα συχνοτήτων
3	Να βρίσκουν τη μέση τιμή και τη διάμεσο μιας κατανομής	Να μπορούν οι μαθητές από τον πίνακα συχνοτήτων να βρίσκουν τη διάμεσο και να υπολογίζουν τη μέση τιμή
4	Να οδηγούνται σε απλές προβλέψεις, να γενικεύουν, ύστερα μόνο από επεξεργασία των δεδομένων και με την απαραίτητη επιφύλαξη	Να κάνουν υποθέσεις, κατασκευάζουν προβλήματα, και να βρίσκουν τις λύσεις τους.
5		Να καλλιεργείται κλίμα συνεργασίας μεταξύ των μαθητών και να αναπτύσσονται πρωτοβουλίες από τους

4.2 Το ερωτηματολόγιο

Τη δεύτερη ώρα διδασκαλίας δόθηκε στους μαθητές το παρακάτω ερωτηματολόγιο.

ΕΡΩΤΗΜΑΤΟΛΟΓΙΟ

Αγαπητέ μαθητή, αγαπητή μαθήτριά

Αυτό το ερωτηματολόγιο απευθύνεται σε σένα το μαθητή ή τη μαθήτριά της Γ' γυμνασίου και ζητά τη συμμετοχή σου σε μία εργασία που γίνεται στα πλαίσια ενός μεταπτυχιακού προγράμματος και αφορά τη διδακτική της στατιστικής.

Το ερωτηματολόγιο αυτό είναι ανώνυμο και κανείς δεν πρόκειται να σε κρίνει για τις απαντήσεις σου. Γι' αυτό σε παρακαλούμε να απαντήσεις προσεκτικά, χωρίς να βιάζεσαι, με ειλικρίνεια και υπευθυνότητα, αφού πρώτα μελετήσεις την κάθε ερώτηση.

1. Δίνεται ο εξής πίνακας συχνοτήτων:

x	0	1	2	3	4	5
v	25	30	22	16	5	2

α) Η μέση τιμή είναι:

A. 3,04 B. 1,52 Γ. 6,6 Δ. 1

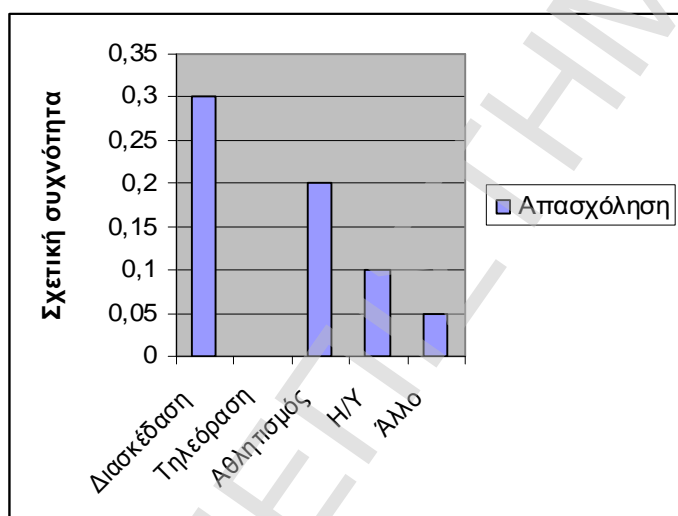
β) Η διάμεσος είναι:

A. 1,5 B. 7,5 Γ. 1 Δ. 3

2. Η διάμεσος των παρατηρήσεων 1,5, 4, 2, 3, 6, 2 είναι:

A. 2 B. 3 Γ. 2,5 Δ. Κανένα από τα προηγούμενα

3. Στο παρακάτω ραβδόγραμμα σχετικών συχνοτήτων, που παρουσιάζει την απασχόληση 40 μαθητών στον ελεύθερο χρόνο τους σβήστηκε κατά λάθος ένα ορθογώνιο. Να κατασκευαστεί το ορθογώνιο.



4. Ένα κείμενο υπαγορεύτηκε σε 80 καθηγητές. Από την εξέταση των γραπτών ως προς τα ορθογραφικά λάθη προέκυψε ο παρακάτω πίνακας

Αριθμός λαθών	Συχνότητα
0	5
1	10
2	25

3	20
4	15
5	5

α) Η μέση τιμή των λαθών είναι:

.....

.....

β) Η διάμεσος είναι:

.....

.....

5. Ο παρακάτω πίνακας παρουσιάζει το σκορ δύο ομάδων μπάσκετ σε 5 παιχνίδια του πρωταθλήματος:

	1 ^ο Παιχνίδι	2 ^ο Παιχνίδι	3 ^ο Παιχνίδι	4 ^ο Παιχνίδι	5 ^ο Παιχνίδι
Λύκοι	67	87	54	99	78
Πάνθηρες	85	90	44	80	46

Υποθέστε ότι θέλετε να συμμετέχετε στην ομάδα που πηγαίνει καλύτερα. Με βάση τη μέση επίδοσή τους, με ποια θα επιλέγατε να παίξετε;

6. Ρωτήθηκαν 40 άνθρωποι για το χρώμα του αυτοκινήτου που προτιμούν: Άσπρο, Κόκκινο, Μπλε, Γκρι, Άλλο χρώμα και προέκυψαν τα παρακάτω αποτελέσματα:

Χρώμα αυτοκινήτου	Συχνότητα
Άσπρο	15
Κόκκινο	8
Μπλε	4
Γκρι	5
Άλλο χρώμα	8

Να κάνετε το ραβδόγραμμα συχνοτήτων

Κάθε μια από τις ερωτήσεις του διαγνωστικού τεστ κωδικοποιήθηκε σε μια δίτιμη μεταβλητή η οποία παίρνει την τιμή 1 αν απαντήθηκε σωστά και 0 αν απαντήθηκε λάθος. Οι ερωτήσεις αναφέρονται στην κατανόηση ή μη των παρακάτω γνωστικών εννοιών της Στατιστικής που διδάχθηκαν σύμφωνα με το ισχύον αναλυτικό πρόγραμμα. Οι δύο πρώτες ερωτήσεις αναφέρονται στον υπολογισμό της μέσης τιμής και της διαμέσου. Μια ερώτηση πολλαπλής επιλογής για τη διάμεσο. Μια ερώτηση που αναφέρεται στην κατανόηση του ραβδογράμματος. Δόθηκε ένα ραβδόγραμμα όπου έλειπε ένα ορθογώνιο και ζητήθηκε να συμπληρωθεί. Δύο ερωτήσεις που αναφέρονται στον υπολογισμό του μέσου όρου και της διαμέσου. Μια ερώτηση που παρουσιάζει τα σκορ δύο ομάδων και ζητείται να επιλέξουν την καλύτερη με βάση τη μέση επίδοσή τους. Μια ερώτηση στην κατασκευή γραφήματος. Δόθηκαν πρωτογενή δεδομένα και τους ζητήθηκε να κατασκευάσουν ραβδόγραμμα συχνοτήτων.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

Τα ευρήματα της έρευνας

5.1 Ορισμός των μεταβλητών που προκύπτουν από το ερωτηματολόγιο που δόθηκε στους μαθητές

A. Ανεξάρτητη μεταβλητή

Ομάδα

Έγινε κωδικοποίηση σε 1 αν είχαν διδαχθεί τις έννοιες της Στατιστικής με την ανακαλυπτική μέθοδο και σε 0 αν δεν είχαν διδαχθεί.

B. Εξαρτημένες μεταβλητές

Κάθε μια από τις 8 ερωτήσεις του διαγνωστικού τεστ κωδικοποιήθηκε σε μια δίτιμη μεταβλητή η οποία παίρνει την τιμή 1 αν απαντήθηκε σωστά και 0 αν απαντήθηκε λάθος.

5.2 Περιγραφική στατιστική ανάλυση

Για τη μελέτη των διαφόρων μεταβλητών της έρευνας, προκειμένου να οδηγηθούμε σε αξιόπιστα αποτελέσματα, χρειάζεται να προβούμε σε μια πρώτη κλασική στατιστική ανάλυση.

Ένα πρώτο βήμα για την αξιοποίηση των δεδομένων της έρευνας γίνεται με τη βοήθεια της Περιγραφικής Στατιστικής. Η Περιγραφική Στατιστική ασχολείται με τις διάφορες μεθόδους που μας επιτρέπουν να οργανώσουμε και να ταξινομήσουμε, να συμπήξουμε και να συνοψίσουμε τις παρατηρήσεις μας (Γ. Παπαδημητρίου, 1990). Σκοπός μας είναι με τη βοήθεια της Περιγραφικής Στατιστικής να:

Ø Παρουσιάσουμε περίληπτικά τα στατιστικά δεδομένα με μορφή πινάκων και διαγραμμάτων, ώστε να προκύπτουν με άμεσο τρόπο τα βασικά τους χαρακτηριστικά.

Ø Να υπολογίσουμε τις διάφορες παραμέτρους, οι οποίες μεμονωμένα ή σε συνδυασμό μεταξύ τους να αντικαθιστούν ένα σύνολο δεδομένων, χωρίς να χάνονται ουσιαστικές πληροφορίες.

5.3 Πίνακες δεδομένων

Ο τρόπος παρουσίασης των στοιχείων στην έρευνα γίνεται με ένα πίνακα. Ο απλούστερος πίνακας για τη συνολική περιγραφή ενός φαινομένου είναι διαστάσεων $I \times J$, όπου I είναι το

πλήθος των στατιστικών αντικειμένων και J το πλήθος των εξεταζομένων μεταβλητών. Όσον αφορά τις ποσοτικές μεταβλητές, στα κελιά του πίνακα υπάρχουν αριθμοί που παριστάνουν τις πραγματικές τιμές των μεταβλητών. Όσον αφορά στις ποιοτικές μεταβλητές, στα κελιά του πίνακα υπάρχουν λέξεις που αντιστοιχούν στις κατηγορίες των μεταβλητών ή υπάρχουν ακέραιοι αριθμοί, οι οποίοι δεν αντιστοιχούν σε πραγματικές τιμές αλλά σε μια κωδικοποίηση των κατηγοριών.

5.4 Πίνακες μεταβλητών

Οι πίνακες μεταβλητών χρησιμοποιούνται για την όσο το δυνατόν καλύτερη εποπτική παρουσίαση των μεταβλητών, αλλά και για τη καλύτερη και ευκολότερη ανάλυση των μεταβλητών και των σχέσεων μεταξύ τους. Οι πίνακες αυτοί είναι διπλής εισόδου και στην πρώτη στήλη υπάρχουν οι τιμές της μεταβλητής και στη δεύτερη οι συχνότητες (σχετικές συχνότητες) των τιμών αυτών.

Όταν ζητάμε τον προσδιορισμό της σχέσης και της επίδρασης των μεταβλητών μεταξύ τους, τότε χρησιμοποιούμε τους πίνακες συμπτώσεων – συνάφειας. Ο πίνακας συνάφειας παριστάνει την κατανομή δύο μεταβλητών στις παρατηρήσεις μας. Οι δύο μεταβλητές είναι ποιοτικές ή ποσοτικές, αλλά χωρισμένες σε κλάσεις, οπότε αντιμετωπίζονται ως ποιοτικές μεταβλητές και είναι ο μόνος πίνακας που μπορεί να παρουσιάσει ταυτόχρονα τη σχέση ανάμεσα σε μια ποιοτική και σε μια ποιοτική μεταβλητή, αφού αυτές έχουν κατηγοριοποιηθεί. (Escofier 1990).

5.5 Τα αποτελέσματα της έρευνας μετά τη στατιστική επεξεργασία

Στην παρούσα παράγραφο μελετάμε την αξιολόγηση του έργου 43 μαθητών στους οποίους πραγματοποιήθηκαν διδασκαλίες για τη διδακτική προσέγγιση εννοιών της Στατιστικής με την ανακαλυπτική μέθοδο.

5.5.1 Περιγραφική στατιστική ανάλυση

Η περιγραφική ανάλυση περιλαμβάνει τους πίνακες συχνοτήτων, τα ποσοστά και τα αντίστοιχα διαγράμματα των ανεξάρτητων και των εξαρτημένων μεταβλητών. Οι κατανομές συχνοτήτων όλων των μεγεθών του αρχείου παρουσιάζονται με πίνακες και διαγράμματα. Η μελέτη αυτών των περιγραφικών στοιχείων οδηγεί σε εξαιρετικά χρήσιμα συμπεράσματα για το είδος και τη φύση των μετρήσεων.

Πίνακας 1

Ποσοστό μαθητών ανά ομάδα

Ομάδα	Αριθμός μαθητών	Ποσοστό
Ομάδα 0	22	50%
Ομάδα 1	22	50%

Στις 8 ερωτήσεις του τεστ, η κάθε μια από τις οποίες αποτελεί και μία μεταβλητή, παρουσιάστηκαν τα εξής αποτελέσματα:

Πίνακας 2

Ποσοστό σωστών απαντήσεων στις μεταβλητές

Μεταβλητές	Σωστές απαντήσεις
Υπολογισμός μέσης τιμής	58%
Υπολογισμός διαμέσου	67%
Υπολογισμός διαμέσου	77%
Ραβδόγραμμα	84%
Υπολογισμός μέσης τιμής	60%
Υπολογισμός διαμέσου	58%
Λήψη απόφασης	95%
Ραβδόγραμμα	84%

Όπως παρατηρούμε από τον πίνακα οι μαθητές απάντησαν πολύ ικανοποιητικά στις 2 ερωτήσεις που αναφέρονται στη δημιουργία ραβδογράμματος (v4, v8) όπως και στη μεταβλητή v7 που αναφέρεται στη λήψη απόφασης. Αρκετά καλό ποσοστό είχαν και στον υπολογισμό της διαμέσου (v2, v3, v6). Μέτριες επιδόσεις είχαν στον υπολογισμό της μέσης τιμής (v1, v5).

5.6 Ανάλυση για την ανίχνευση διαφορών στην απόδοση των δύο ομάδων

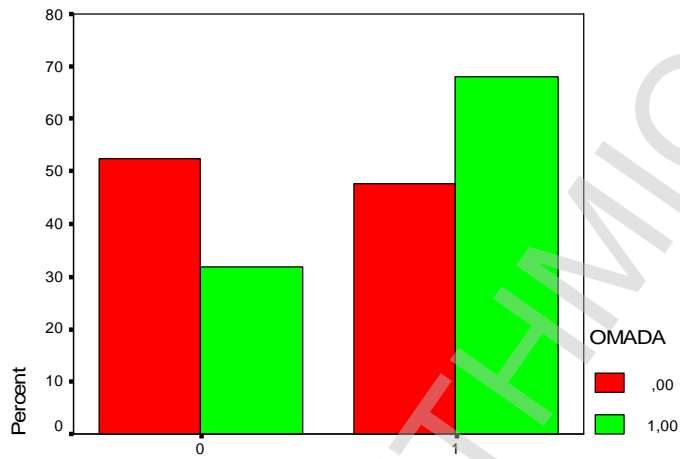
Παρατηρούμε στον πίνακα 3 και τα σχήματα ότι στο σύνολο των μεταβλητών η ομάδα 1 είχε καλύτερη απόδοση σε σχέση με την ομάδα 0.

Πίνακας 3

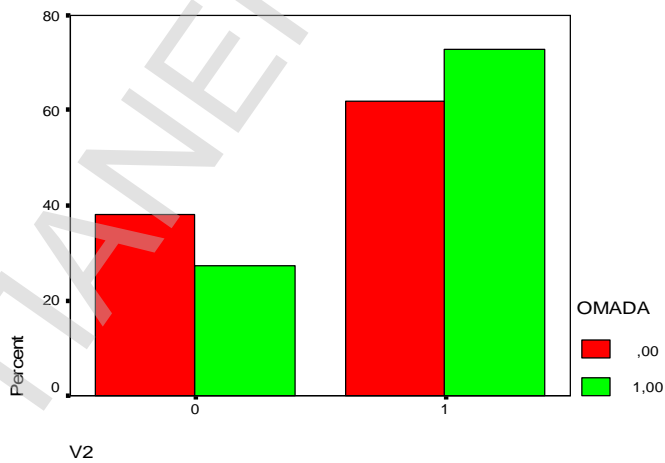
Ποσοστά σωστών απαντήσεων σε σχέση με την ομάδα

Μεταβλητές	Σωστές απαντήσεις	
	Ομάδα 1	Ομάδα 0
v1	68%	48%
v2	73%	62%
v3	82%	71%
v4	91%	76%
v5	68%	52%
v6	68%	48%
v7	100%	90%
v8	86%	81%

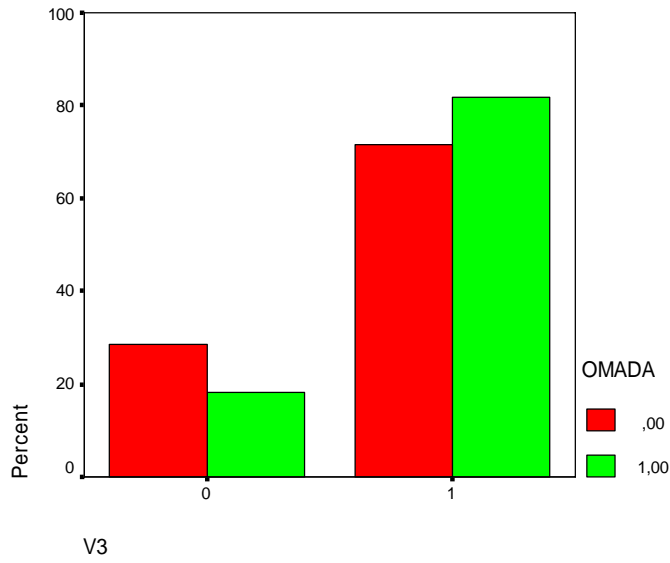
Σχήμα 1



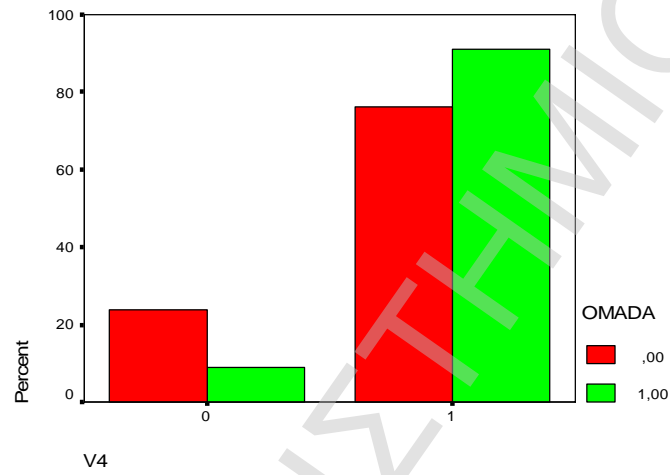
Σχήμα 2



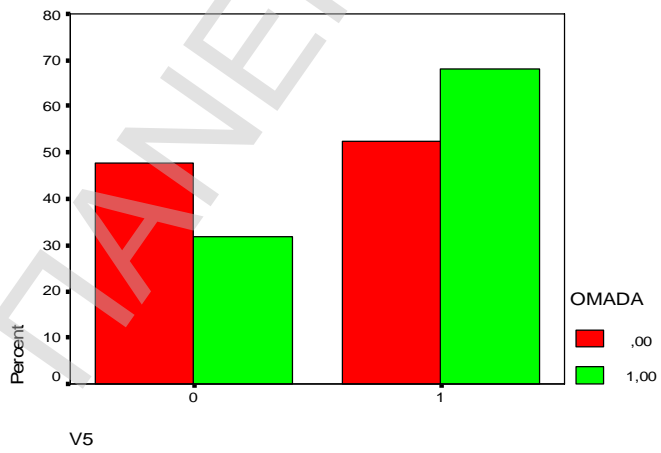
Σχήμα 3



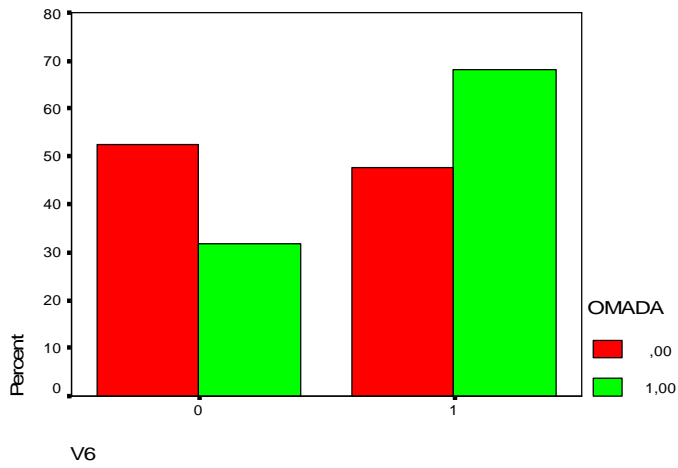
Σχήμα 4



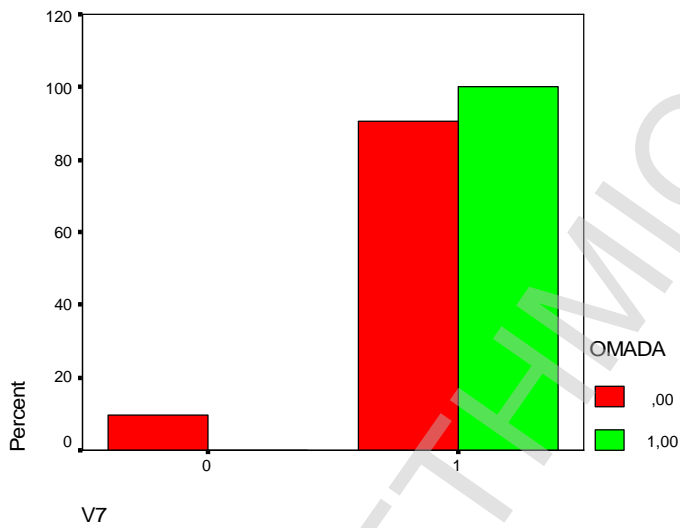
Σχήμα 5



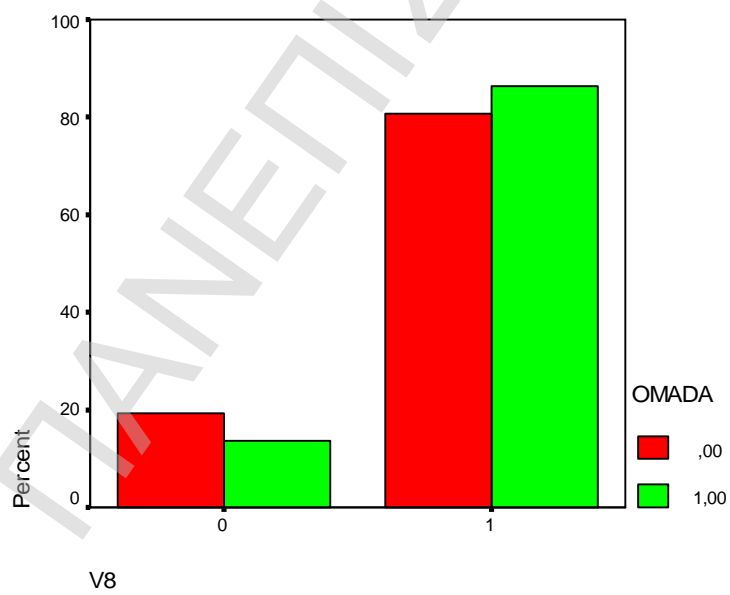
Σχήμα 6



Σχήμα 7



Σχήμα 8



Πίνακες συνάφειας για την ανεξάρτητη μεταβλητή με τις εξαρτημένες μεταβλητές

Crosstabs

V1 * OMADA Crosstabulation

Count

		OMADA		Total
		,00	1,00	
V1	0	11	7	18
	1	11	15	26
Total		22	22	44

V2 * OMADA Crosstabulation

Count

		OMADA		Total
		,00	1,00	
V2	0	9	6	15
	1	13	16	29
Total		22	22	44

V3 * OMADA Crosstabulation

Count

		OMADA		Total
		,00	1,00	
V3	0	6	4	10
	1	16	18	34
Total		22	22	44

V4 * OMADA Crosstabulation

Count

		OMADA		Total
		,00	1,00	
V4	0	5	2	7
	1	17	20	37
Total		22	22	44

V5 * OMADA Crosstabulation

Count		OMADA		Total
		,00	1,00	
V5	0	11	7	18
	1	11	15	26
Total		22	22	44

V6 * OMADA Crosstabulation

Count		OMADA		Total
		,00	1,00	
V6	0	12	7	19
	1	10	15	25
Total		22	22	44

V7 * OMADA Crosstabulation

Count		OMADA		Total
		,00	1,00	
V7	0	3		3
	1	19	22	41
Total		22	22	44

V8 * OMADA Crosstabulation

Count		OMADA		Total
		,00	1,00	
V8	0	4	3	7
	1	18	19	37
Total		22	22	44

5.7 Συμπεράσματα

Η παρούσα έρευνα αναφέρεται στη συγκριτική μελέτη της διδασκαλίας εννοιών της Στατιστικής με την εφαρμογή της διδακτικής προσέγγισης της ανακαλυπτικής μεθόδου, σε σχέση με την παραδοσιακή διδασκαλία. Στόχος μας ήταν η ανίχνευση διαφορών στις γνώσεις εκείνων των μαθητών οι οποίοι παρακολούθησαν την ανακαλυπτική μέθοδο διδασκαλίας σε σχέση με εκείνους που είχαν διδαχθεί έννοιες της Στατιστικής με τον παραδοσιακό τρόπο διδασκαλίας. Θα παρουσιάσουμε τα συμπεράσματα σχετικά με την αξιολόγηση της

διδασκτικής προσέγγισης της ανακαλυπτικής μεθόδου, όπως προκύπτουν από τη μελέτη των ερωτηματολογίων που συγκεντρώθηκαν στα πλαίσια της έρευνας.

5.8 Αξιολόγηση της διδασκτικής προσέγγισης της ανακαλυπτικής μεθόδου για τη διδασκαλία εννοιών της Στατιστικής

1. Η διαδικασία της ανακάλυψης των διαφόρων ιδιοτήτων και κανόνων που συζητούνται στο μάθημα προκαλεί σε μεγάλο βαθμό το ενδιαφέρον των μαθητών για το μάθημα.
2. Η παρουσίαση και εξήγηση των απαιτούμενων πληροφοριών από τον καθηγητή ενδείκνυται να είναι πλήρης αλλά όχι υπερβολικά εκτενής.
3. Η πορεία της διδασκαλίας δίνει τη δυνατότητα για την ενεργητική συμμετοχή των μαθητών στη διαδικασία μάθησης σε μεγάλο βαθμό.
4. Η πορεία της διδασκαλίας δίνει τη δυνατότητα για αυτενέργεια, εξερεύνηση και πειραματισμό από τους μαθητές σε μεγάλο βαθμό.
5. Η καθοδήγηση από τον καθηγητή για την ανακάλυψη των ιδιοτήτων και κανόνων που συζητούνται στο μάθημα ενδείκνυται να είναι επαρκής προς τους στόχους του μαθήματος και ουσιαστικός στις περιπτώσεις παρεκκλίσεων.
6. Η πορεία της διδασκαλίας δίνει τη δυνατότητα για συζήτηση και διάλογο μεταξύ καθηγητή και μαθητών και των μαθητών μεταξύ τους, σχετικά με την εγκυρότητα των αποτελεσμάτων που παρουσιάζονται στην τάξη. Οι τρόποι με τους οποίους επιτυγχάνεται αυτό είναι μέσω της σύγκρισης των αποτελεσμάτων και εικασιών που προκύπτουν από προσωπικούς πειραματισμούς, μέσω του ελέγχου αυτών που διδάσκονται στην τάξη και μέσω της συζήτησης και του διαλόγου σχετικά με την εργασία και τα αποτελέσματα του κάθε μαθητή.
7. Η πορεία της διδασκαλίας δίνει τη δυνατότητα για την διατύπωση και τον έλεγχο εικασιών σχετικά με την ανακάλυψη ιδιοτήτων και κανόνων σχετικών με τις έννοιες που τίθενται υπό διαπραγμάτευση.
8. Οι ερωτήσεις οι οποίες τίθενται κατά τη διάρκεια του μαθήματος ενδείκνυται να είναι σαφής, να μην απαιτούν μονολεκτικές απαντήσεις και οι απαντήσεις να μην είναι προβλέψιμες από τη διατύπωση των ερωτήσεων.
9. Οι ερωτήσεις που τίθενται κατά την πορεία της διδασκαλίας ενδείκνυται να ενθαρρύνουν τη διάθεση των μαθητών για αυτενέργεια, εξερεύνηση και πειραματισμό, να ενθαρρύνουν το διάλογο και τη συζήτηση και να ενθαρρύνουν τους μαθητές να υποβάλλουν ερωτήσεις.

10. Ο χρόνος αναμονής του καθηγητή στις ερωτήσεις που θέτει προς απάντηση πρέπει να είναι επαρκής στο μεγαλύτερο ποσοστό των ερωτήσεων.
11. Η διδακτική προσέγγιση της ανακαλυπτικής μεθόδου συγκριτικά με την παραδοσιακή διδασκαλία δίνει τη δυνατότητα αυτενέργειας, τη δυνατότητα προσωπικής ανακάλυψης, τη δυνατότητα πειραματισμών που οδηγούν σε ουσιαστική κατανόηση, την ουσιαστική κατανόηση και εμπέδωση εννοιών με ενεργή συμμετοχή του μαθητή και την κατασκευή της γνώσης από τον ίδιο τον μαθητή.
12. Υπάρχει ο κίνδυνος να παραμεληθεί η αξία της διαδικασίας της απόδειξης.
13. Απαιτείται περισσότερος χρόνος από την παραδοσιακή διδασκαλία.
14. Προτείνεται ένας συνδυασμός ανακαλυπτικής μεθόδου και παραδοσιακής διδασκαλίας, όπου δεν θα παραμελείται η θεωρητική διαπραγμάτευση των θεμάτων, θα έχουμε όμως τα πλεονεκτήματα των ανακαλυπτικών διδακτικών προσεγγίσεων.
15. Διαπιστώθηκε ότι η επίδοση των μαθητών που παρακολούθησαν την ανακαλυπτική μέθοδο διδασκαλίας είναι σαφώς καλύτερη από την επίδοση των μαθητών της άλλης ομάδας. Το θετικό αυτό αποτέλεσμα στην επίδοση της πρώτης ομάδας αποδίδεται στο μόνο ουσιαστικό παράγοντα, ο οποίος επέδρασε σε αυτούς, τη διδακτική μας παρέμβαση.

5.9 Προτάσεις

Στη συνέχεια θα παρουσιάσουμε κάποιες προτάσεις σχετικά με τη διδασκαλία εννοιών της Στατιστικής.

Προτείνεται λοιπόν να γίνουν επιμορφωτικά σεμινάρια για την ευαισθητοποίηση των εκπαιδευτικών με θέμα την αναγκαιότητα και τη χρησιμότητα διδασκαλίας της Στατιστικής. Να γίνει σχεδιασμός για την επιμόρφωση των εκπαιδευτικών της δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης σε έννοιες της Στατιστικής και στη διδακτική της με την ανακαλυπτική μέθοδο. Η διδακτική προσέγγιση που προτείνεται να χρησιμοποιηθεί κατά τη διδασκαλία του μαθήματος είναι ο συνδυασμός της παραδοσιακής αφηγηματικής προσέγγισης με την ανακαλυπτική μέθοδο. Η ανακαλυπτική προσέγγιση δίνει τη δυνατότητα στους μαθητές να έρθουν σε επαφή με την πειραματική προσέγγιση της επιστημονικής έρευνας, κατά την οποία διατυπώνονται υποθέσεις και εικασίες, βασισμένες στην παρατήρηση και στα πειραματικά δεδομένα, οι οποίες στη συνέχεια ελέγχονται ως προς την ορθότητα και την καθολική ή μερική ισχύ τους με τη θεωρητική διαπραγμάτευση των εννοιών που εμπλέκονται. Η

ανάπτυξη της ερευνητικής διάθεσης αποτελεί βασική επιδίωξη της μαθηματικής εκπαίδευσης σε όλες τις βαθμίδες. Δεν θα πρέπει όμως να υποτιμάται η αξία της παραγωγικής διαδικασίας και της θεωρητικής διαπραγμάτευσης των μαθηματικών αντικειμένων. Γι' αυτό το λόγο προτείνεται να χρησιμοποιείται ο παραδοσιακός τρόπος διδασκαλίας κατά 40% και η ανακαλυπτική προσέγγιση κατά 60%, ούτως ώστε να έχουμε όλα τα πλεονεκτήματα των ανακαλυπτικών διδακτικών προσεγγίσεων, να μην χάνουμε όμως τα πλεονεκτήματα της θεωρητικής διαπραγμάτευσης των διαφόρων θεμάτων.

Ακόμη προτείνεται στα πλαίσια διαθεματικών προσεγγίσεων να σχεδιαστούν δραστηριότητες με εργαλείο τη Στατιστική για την καλύτερη σύνδεση του σχολείου με τον κοινωνικό του περίγυρο. Να εφαρμοσθούν έρευνες δράσης στο σχολικό περιβάλλον με εργαλείο τη Στατιστική που στόχο θα έχουν την αυτο-βελτίωση των εκπαιδευτικών, αλλά και τον προσανατολισμό των μαθητών σε μια ενεργητική μάθηση και πληρέστερη κατανόηση. Επίσης θα μπορούσε να διεξαχθεί ανάλογη έρευνα σε άλλες βαθμίδες της εκπαίδευσης, η οποία βέβαια θα σχεδιασθεί και θα εκτελεσθεί σύμφωνα με τα επιστημονικά δεδομένα και τα ευρήματα ερευνών της διδακτικής της Στατιστικής για τις αντίστοιχε ηλικίες. Θα μπορούσε ακόμη να διεξαχθεί ανάλογη έρευνα σε μαθητές άλλων περιοχών της χώρας μας και να πραγματοποιηθεί σύγκριση των αποτελεσμάτων με τα αντίστοιχα της δικής μας.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

ΕΛΛΗΝΙΚΗ

1. Αδαμόπουλος Λ.(1994) Η διδασκαλία της Στατιστικής και θεωρία των Πιθανοτήτων στη δευτεροβάθμια εκπαίδευση, Διάσταση 2-3, 47-71.
2. Αδαμόπουλος Λ. «Στοιχεία Λογισμού Πιθανοτήτων και Στατιστικής εις την Μέση Εκπαίδευση», Μαθηματική Επιθεώρηση της ΕΜΕ τεύχος 2 Αθήνα.
3. Αθανασιάδης Η. (1995) « Η Στατιστική και οι διδακτικές προσεγγίσεις της» Πρακτικά 12^{ου} Πανελληνίου Συνεδρίου Μαθηματικής Παιδείας.
4. Βογιατζής Κ. (1996) «Σχετικά με τους σκοπούς στις οδηγίες για τα μαθηματικά». Συνέδριο Μαθηματικής παιδείας, Αλεξανδρούπολη.
5. Βοσνιάδου Σ. (1995) Η ψυχολογία των μαθηματικών, Gutenberg, Αθήνα.
6. Γκίνης Δ. (2003). Διδακτορική διατριβή «Η διδασκαλία της Στατιστικής με κατευθυνόμενες εργασίες.»
7. Δανασσής – Αφεντάκης «Μάθηση και Ανάπτυξη»(τόμος Α΄), Αθήνα, 1990.
8. Δημητρακόπουλος Δ., «Η αξιολόγηση του εκπαιδευτικού και του εκπαιδευτικού έργου», Αθήνα 1999.
9. Εξαρχάκος Θ., (1998) «Διδακτική των Μαθηματικών», Ελληνικά Γράμματα, Αθήνα 1998.
10. Εξαρχάκος Θ., (1981) «Χαρακτήρα –Παιδευτική αξία και διδασκαλία των Μαθηματικών», εκδ. Ελληνικά Γράμματα, Αθήνα.
11. Κασσωτάκης Μ., (1990) «Η αξιολόγηση της επίδοσης των μαθητών», εκδόσεις Γρηγόρη, Αθήνα 1990.
12. Κοθάλη-Κολοκούρη Ε., (1986) «Η διδασκαλία των μαθηματικών με φύλλα εργασίας, περιοδικό Σύγχρονη Εκπαίδευση, τεύχος 30, 21-28.
13. Κολέζα Ε., (2000) «Ρεαλιστικά Μαθηματικά», Αθήνα 2000, σελ 22-25.
14. Κολιάδης Ε., (1998) «Θεωρίες μάθησης», Αθήνα.
15. Κορρές Κώστας (2000). Διπλωματική εργασία «Μια διδακτική προσέγγιση της θεωρίας καμπυλών του επιπέδου με τη βοήθεια του H/Y.
16. Κυριαζής Αθ.-Μπακογιάννης Σπ., Χρήση των νέων τεχνολογιών στην εκπαίδευση, Αθήνα 2003.
17. Ματσαγγούρας Η., (1998) «Στρατηγικές διδασκαλίας», Αθήνα.

18. Ματσαγγούρας Η., (1999) «Η σχολική τάξη», Αθήνα.
19. Μοσκοφόγλου-Χιονίδου Μ(1993) «Μαθαίνουμε ερευνώντας». Περιοδικό Ανοιχτό Σχολείο, τεύχος 43, 1993.
20. ΟΕΔΒ, Τα βιβλία των Μαθηματικών του Γυμνασίου στην Ελλάδα.
21. Οικονόμου Α., (1999) «Γνωστική ψυχολογία και διδακτική μαθηματικών, Θέματα διδακτικής των μαθηματικών ΙΙΙ, Gutenberg, Αθήνα.
22. Παιδαγωγικό Ινστιτούτο «Πρόγραμμα σπουδών των μαθηματικών του Γυμνασίου», Αθήνα 2005.
23. Παπάς Γ. (1984) « Η αναγκαιότητα της διδασκαλίας της Στατιστικής στη Δευτεροβάθμια και η χρησιμότητά της στην Πρωτοβάθμια Εκπαίδευση» Πρακτικά 10^{ου} Πανελληνίου Συνεδρίου Μαθηματικής Παιδείας Ε.Μ.Ε. Αθήνα.
24. Πάσχου Λουίζα «Μαθαίνουμε τα παιδιά να σκέφτονται». Περιοδικό Ανοιχτό Σχολείο, τεύχος 53, 1993.
25. Τουμάσης Μπ., «Σύγχρονη Διδακτική των Μαθηματικών, Gutenberg, Αθήνα 1994.
26. Τσιπλητάρης Αθανάσιος «Μεθοδολογία επιστημονικής έρευνας». Περιοδικό Νέα Παιδεία, τεύχος 72, Φθινόπωρο 1994.
27. Υ.Π.Ε.Π.Θ. – Παιδαγωγικό Ινστιτούτο (2005) «Προγράμματα σπουδών Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσης» Αθήνα.
28. Φιλίππου Γ., (1995) «Η διδακτική των Μαθηματικών», Αθήνα.
29. Φράγκος Χ., «Ψυχοπαιδαγωγική, Εκδόσεις Παπαζήση, Αθήνα 1977
30. Χατζηπαντελής Θεόδωρος «Η διδασκαλία της Στατιστικής στην Εκπαίδευση». Περιοδικό Η λέσχη των Εκπαιδευτικών, Αφιέρωμα: Μαθηματική Εκπαίδευση, Μάρτιος-Μάιος 1996.
31. Χατζηπαντελής Θ. και Γκάσταρης Π., (1995) «Εννοιολογικές δυσκολίες και εσφαλμένες αντιλήψεις στις Πιθανότητες και στη Στατιστική» Ευκλείδης Γ΄ 43 σελ 35-68.
32. Χατζηπαντελής Θ. και Γκάσταρης Π., (1996) «Προβληματισμοί για την κατάκτηση εννοιών στις Πιθανότητες». Συνέδριο Μαθηματικής Παιδείας, Αλεξανδρούπολη.
33. Χατζηπαντελής Θ., (1996) «Η διδασκαλία της Στατιστικής στην Εκπαίδευση». Η λέσχη των Εκπαιδευτικών τεύχος 13, σελ 34-36.
34. Χατζηπαντελής Θ. (1996^α), «Στατιστική στην Εκπαίδευση. Μελέτη μιας περίπτωσης». Συνέδριο Μαθηματικής Παιδείας, Αλεξανδρούπολη.

ΒΕΝΟΓΛΩΣΣΗ

1. Barr G. V. (1980) Some Students Ideas on the Median and the Mode, *Teaching Statistics*, Vol2, 38-41.
2. Bell Judith: "Doing your Research Project". Open University Press, 1986.
3. Bradstreet, T. E.(1996), "Teaching Introductory Statistics Courses So That Nonstatisticians Experience Statistical Reasoning", *The American Statistician*, 50, 69-78.
4. Bruner, J. (1996) *The Growth of Mind*. Paper No 8, Occasional Educational Services INC, Cambridge, MASS
5. Cambell S. K. (1974) *Flaws and Fallacies in Statistical Thinking*, Prentice Hall, Inc., Englewood Cliffs, N. J.
6. Cantu, L.L & Herron, J. D. (1978) Concrete and formal Piagetian stages and science concept attainment, *Journal of Research in Science Teaching*, 15, 135-143.
7. Carr Wilfred (1986): "Becoming Critical". The Falmer Press, 1986.
8. Gary Smith (1998) "Learning Statistics By Doing Statistics" *Journal of Statistics Education* v.6, n.3 (1998).
9. T. P., Corbitt, M. K. & Kepner, H. S., Jr (1981) What are the chances of your students knowing propability? *The Mathematics Teacher*, 74, 342-345.
10. Carpender, T. P., Linqvist, M., M., Matthews, W. & Silver, E. (1983) Results of the third NAEP mathematics assessment: Secondary school, *The Mathematics Teacher*, 76, 652-659.
11. Chervany, N. L., Collier, R. D., Feinberg, S., & Johnson, P. (1977) A Framework for the development of measurement instruments for evaluating the introductory statistics course, *American Statistician*, 31(1), 17-23.
12. Cleveland, W. S. (1985) *The Elements of Graphing Data* Wadsworth, Monterey, CA.
13. Cobb, G. W. (1991), "Teaching Statistics: More Data, Less Lecturing" *Amstat News*, December, No. 182, 1 and 4.
14. Cobb, G. W. (1993), "Reconsidering Statistics Education: A National Science Foundation Conference", *Journal of Statistics Education*.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ