

**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ**

**Τμήμα Χρηματοοικονομικής & Τραπεζικής Διοίκησης**

**Πρόγραμμα: Μεταπτυχιακών Σπουδών στη “ Χρηματοοικονομική Ανάλυση ”**



**ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ**

**ΤΟΥ**

**Διονύση Γκολφινόπουλου**

**ΘΕΜΑ**

**“Διάρθρωση Προϊόντος Εγγυημένου Κεφαλαίου”**

**Επιβλέπων Καθηγητής: Επικ. Καθηγητής Α Μπένος**

**Ημερομηνία: 15 Ιανουαρίου 2003**

## ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ

ΓΕΝΙΚΑ.....	σελ. 3
ΤΟ ΝΕΟ ΠΡΟΪΟΝ.....	σελ. 7
ΣΚΟΠΙΜΟΤΗΤΑ.....	σελ. 7
ΕΠΙΤΟΚΙΑ.....	σελ. 10
α) Επιτόκια Ευρώ.....	σελ. 10
β) Επιτόκια Δολαρίου.....	σελ. 12
VOLATILITY.....	σελ. 14
ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΩΝ ΟΡΤΙΩΝ.....	σελ. 20
ΤΙΜΟΛΟΓΗΣΗ ΟΡΤΙΩΝ.....	σελ. 21
ΔΟΜΗΣΗ ΠΡΟΪΟΝΤΟΣ.....	σελ. 26
HEDGING.....	σελ. 29
α) <u>Δέλτα</u> .....	σελ. 29
β) Γάμμα.....	σελ. 31
ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ – ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ.....	σελ. 33

### ΓΕΝΙΚΑ

Τα τελευταία χρόνια είναι γνωστό ότι έχουν διαμορφωθεί ειδικές συνθήκες στις αγορές χρήματος και κεφαλαίου στην Ελλάδα.

Στις αγορές χρήματος η σύγκλιση με τις οικονομίες της Ευρωπαϊκής Ένωσης και η άσκηση της νομισματικής πολιτικής από την Ε.Κ.Τ., επιβάλλει στην ελληνική τραπεζική αγορά την άσκηση τιμολογιακής πολιτικής σε επίπεδα αρνητικών πραγματικών επιτοκίων. Η μέχρι πρότινος εναλλακτική δυνατότητα «τοποθέτησης» σε REPOS με σαφώς μεγαλύτερα επιτόκια πιέστηκε και πιέζεται μετά την επιβολή φορολογίας στις αποδόσεις τους. Απόδειξη του γεγονότος αυτού είναι τα στοιχεία που δημοσιεύονται από την Τράπεζα της Ελλάδος «Στατιστικό Δελτίο Οικονομικής Συγκυρίας» (Ιούνιος 2002), για το ύψος των καταθέσεων ανά κατηγορία. Από τα στοιχεία αυτά προκύπτει ότι οι συνολικές καταθέσεις των επιχειρήσεων και νοικοκυριών, που ανέρχονταν σε 128.131,6 εκατ. Ευρώ τον Απρίλιο του 2002, έχουν αυξηθεί κατά 5% σε σχέση με τον Απρίλιο του 2001 (Υ-Ο-Υ) παρουσιάζουν όμως κάμψη της τάξης του 2,8% σε σχέση με το ύψος των καταθέσεων του Δεκεμβρίου 2001. Εξάλλου οι τοποθετήσεις σε REPOS που τον Απρίλιο του 2002 ανέρχονταν σε 25.661,6 εκατ. ευρώ είναι αισθητά μειωμένες σε σχέση με τον ίδιο μήνα του 2001 (κατά 10,7%), ενώ μειωμένες είναι και σε σχέση με τον Δεκέμβριο του 2001 κατά 1,3%.

Εξάλλου στις αγορές κεφαλαίου οι συνθήκες θεωρούνται απογοητευτικές για τους επενδυτές. Το Χ.Α.Α. έχει υποστεί σημαντικές απώλειες από το έτος 1998 από τα επίπεδα των 6,484 μονάδων στα επίπεδα των 1800 μονάδων. Σημαντικές απώλειες, παρότι μικρότερης έκτασης από αυτές του Χ.Α.Α., έχουν υποστεί και τα Χρηματιστήρια των ανεπτυγμένων οικονομιών. Οι δείκτες DOW JONES, S & P 500, NASDAQ, XEDRA DAX, CAC 40, FTSE 100, MILAN, NIKEI 225 κλπ. έχουν χάσει σημαντικό μέρος της τιμής τους, πιεζόμενα από την κακή πορεία των οικονομιών των χωρών αναφοράς τους, τη διάψευση των υπέρμετρων προσδοκιών για την νέα οικονομία και τα κακά αποτελέσματα των εισηγμένων επιχειρήσεων ως επακόλουθο της μειωμένης ζήτησης, αλλά και λόγω των υψηλών τιμών του πετρελαίου και την απειλή πολέμου στο Ιράκ, που δημιουργεί φόβους για την είσοδο των οικονομιών σε ύφεση με ότι αυτό συνεπάγεται.

Τα πιο πάνω στοιχεία δημιουργούν κλίμα ανασφάλειας, αβεβαιότητας και αυξημένου επενδυτικού κινδύνου για την τοποθέτηση κεφαλαίων στο Χ.Α.Α. Το γεγονός αυτό σε συνδυασμό με την ψυχολογία των επενδυτών και την αυξημένη

αποστροφή του κινδύνου δημιουργούν κυκλική αντίδραση και πρόσκαιρη τουλάχιστον απαξίωση των μετοχικών αξιών.

Εξάλλου άλλες αγορές παραδοσιακές και υψηλής ασφάλειας, όπως τα ΕΓΕΔ και τα αποταμιευτικά ΟΕΔ, έχουν ουσιαστικά παύσει να λειτουργούν με την αποταμιευτική μορφή που λειτουργούσαν παλαιότερα και είτε έχουν οριστικά εγκαταλειφθεί, είτε λειτουργούν ως εργαλείο τιμολόγησης άλλων προϊόντων. Τα ομόλογα του Ελληνικού Δημοσίου, μέσω των οποίων το Δημόσιο χρηματοδοτεί τις υποχρεώσεις του, θεωρούνται ήδη αρκετά ακριβά και έχουν αυξημένο κίνδυνο επιτοκίου, που είναι αδύνατο να εκτιμηθεί και να αντιμετωπιστεί από ιδιώτες επενδυτές.

Από την άλλη πλευρά τα τελευταία χρόνια και ειδικότερα στη δεκαετία του 80 και του 90, αναπτύχθηκαν με εκρηκτικό ρυθμό τα χρηματοοικονομικά δικαιώματα προαίρεσης (options). Στην ανάπτυξη αυτή σημαντικό ρόλο έπαιξε η ίδρυση του πρώτου χρηματιστηρίου παραγώγων στην Αμερική (Chicago Board of Options Exchange-CBOE) τον Οκτώβριο του 1973, αλλά και η βαθύτερη κατανόηση από πλευράς συμμετασχόντων στην αγορά (hedgers, speculators) της έννοιας, της χρήσης, της τιμολόγησης, του χειρισμού και των λοιπών χαρακτηριστικών των δικαιωμάτων .

Σημαντικό ρόλο στην ανάπτυξη του trading των options έπαιξε επίσης και η εισαγωγή της θεωρίας των Black and Scholes (1973) στην τιμολόγηση των δικαιωμάτων. Σύμφωνα με αυτή η τιμή των options (premiums) καθορίζεται από παράγοντες οι οποίοι παρατηρούνται σχετικά εύκολα από την αγορά. Ειδικότερα τα premium των απλών μορφών δικαιωμάτων προαίρεσης (vanilla) επηρεάζονται από συγκεκριμένους παράγοντες όπως η τιμή του υποκείμενου αγαθού, η τιμή εξάσκησης, ο χρόνος ως τη λήξη, η μεταβλητότητα, το επιτόκιο και το εισόδημα που παράγει η υποκείμενη αξία.

Η ανάπτυξη του τομέα των δικαιωμάτων προαίρεσης αναφέρεται σε δύο τομείς. Κατ αρχήν όσο αφορά την υποκείμενη αξία , όπου πλέον διαπραγματεύονται σε Χρηματιστήρια ή Over the Counter (OTC) δικαιώματα επί μετοχών, ομολόγων, νομισμάτων, εμπορευμάτων, επιτοκίων, futures κλπ αλλά και επί δεικτών επί των πιο πάνω υποκείμενων αξιών.

Επίσης η ανάπτυξη των δικαιωμάτων, δημιούργησε πέραν από τις απλές μορφές (call-put, American-European) δικαιωμάτων τα οποία ως βασικό

χαρακτηριστικό έχουν το γεγονός ότι στη λήξη τους η πληρωμή (payoff) εξαρτάται από την τιμή στο χρόνο αυτό της υποκείμενης αξίας, ενώ όλα τα υπόλοιπα χαρακτηριστικά τους (premium, διάρκεια) είναι γνωστά στο χρόνο έναρξής τους, μια σειρά από νέου τύπου δικαιώματα.

Τα δικαιώματα αυτά, τα οποία πολλές φορές προσαρμόζονται για να καλύψουν συγκεκριμένες απαιτήσεις και που συνήθως αναφέρονται σαν exotic options, παραβιάζουν τα όρια που θέτουν τα απλά options. Για παράδειγμα σειρά από options εξαρτούν την τελική πληρωμή τους όχι μόνο από την τιμή του υποκείμενου στο χρόνο εξάσκησης αλλά και από τις τιμές που έλαβε το υποκείμενο κατά τη διάρκειά του.

Σημαντικές υποκατηγορίες αυτής της ομάδας είναι:

- ✓ τα knock in –knock out, των οποίων η τελική πληρωμή εξαρτάται από το αν στη ζωή του option, η υποκείμενη αξία διέσπασε κάποιο προκαθορισμένο όριο (barrier).
- ✓ τα Asian options των οποίων η τελική πληρωμή εξαρτάται από κάποιο μέσο όρο τιμών που μπορεί να επηρεάζει την τιμή εξάσκησης ή τη θεωρούμενη τελική τιμή του υποκείμενου.
- ✓ τα look back options των οποίων η τελική πληρωμή επηρεάζεται από τη μέγιστη ή την ελάχιστη τιμή του υποκείμενου
- ✓ τα forward start options τα οποία έχουν ως χρόνο έναρξης μελλοντικό χρόνο .

Μια άλλη μεγάλη κατηγορία exotic options, είναι αυτά των οποίων η τιμή καθορίζεται από περισσότερες από μία υποκείμενες αξίες (correlation options) ενώ σημαντικό μερίδιο καταλαμβάνουν τα αποκαλούμενα digital ή binary options. Στην κατηγορία αυτή ανήκουν τα cash-or-nothing options τα asset-or-nothing options και τα gap options.

Οι πιο πάνω συνθήκες δημιούργησαν τις προϋποθέσεις για την ανάπτυξη διαφόρων, νέου τύπου, επενδυτικών προϊόντων βασισμένων σε options. Η διαδικασία αυτή ξεκίνησε την προηγούμενη δεκαετία από μεγάλες τράπεζες της Ευρώπης και της Αμερικής και ήδη έχει επεκταθεί και στη χώρα μας όπου σημαντικός αριθμός προϊόντων έχει λανσαριστεί στην Τραπεζική αγορά.

Τα περισσότερα από αυτά απευθυνόμενα κυρίως σε μικροκαταθέτες έχουν μικρή διάρκεια (ένα ή δύο έτη) και είναι βασισμένα κυρίως στον χρηματιστηριακό δείκτη FTSE/ASE 20. Άλλα μεσοπρόθεσμης διάρκειας απευθύνονται κυρίως σε

μεγάλους επενδυτές, Mutual Funds, Pension Funds κ.λ.π. και έχουν ως underlying «basket» μετοχών, συγκροτούμενο κάτω από συγκεκριμένους κανόνες χαμηλής συσχέτισης μεταξύ τους και διαφοροποίησης τόσο κλαδικής όσο και γεωγραφικής ή ιστοιμίες νομισμάτων ή συνδυασμούς δεικτών διαφόρων Χρηματιστηρίων. Ακόμα ως underlying έχει χρησιμοποιηθεί το επιτόκιο (π.χ. Euribor) ή άλλα χρηματοοικονομικά προϊόντα που διαπραγματεύονται σε υπάρχουσες αγορές.

Τα βασικά χαρακτηριστικά των προϊόντων είναι:

- ✓ Ελάχιστο ποσό κατάθεσης το οποίο συνήθως είναι της τάξης των 10.000 ευρώ,
- ✓ Εγγύηση του κεφαλαίου την οποία παρέχουν,
- ✓ Ενδεχόμενη ελάχιστη απόδοση (σε αυτά με μεγαλύτερη διάρκεια) και επιπλέον απόδοση εφόσον επιτευχθούν οι προϋποθέσεις που τίθενται.

Οι προϋποθέσεις αυτές διαφοροποιούνται ανάλογα με το προϊόν και αναφέρονται είτε στην επίτευξη μιας συγκεκριμένης απόδοσης δεικτών ή ιστοιμιών που να υπερβαίνει μια τιμή στόχο (strike price), είτε την κίνηση του υποκείμενου αγαθού εντός προκαθορισμένων πλαισίων (barriers).

Στα πλαίσια της, κατά τα πιο πάνω ανταγωνιστικής τραπεζικής αγοράς, η δημιουργία ενός παρόμοιου επενδυτικού προϊόντος, για την απόκτηση της σχετικής γνώσης, τόσο στην πλευρά της διάρθρωσης ενός προϊόντος, όσο και στην πλευρά της αξιολόγησής του, αποτελεί μια πρόκληση για τον κάθε ένα που βρίσκεται κοντά στο αντικείμενο αυτό. Υπό το πρίσμα αυτό η παρούσα εργασία έχει ως στόχο να προσεγγίσει κατά το δυνατό την λειτουργία και τον τρόπο διάρθρωσης τέτοιων προϊόντων.

## **ΤΟ ΝΕΟ ΠΡΟΪΟΝ**

Πρόκειται για προϊόν εγγυημένου κεφαλαίου, βασισμένο στην ιστοιμία δολαρίου - Ευρώ. Η επένδυση και οι πληρωμές θεωρούνται ότι γίνονται σε Ευρώ. Η διάρκειά της είναι πέντε χρόνια με ημερομηνία έναρξης (strike day) καθορισμένη. Κάθε χρόνο, υπό την προϋπόθεση εκπλήρωσης των όρων του προϊόντος, καταβάλλεται στον επενδυτή ετήσιο τοκομερίδιο ως ποσοστό του επενδυμένου κεφαλαίου. Στη

λήξη (μετά από πέντε χρόνια) αποδίδεται στον επενδυτή το σύνολο (100%) της ονομαστικής αξίας του επενδυμένου κεφαλαίου και επιπλέον, με την προϋπόθεση εκπλήρωσης των όρων του προϊόντος, το ετήσιο τοκομερίδιο υπολογιζόμενου όπως και τα προηγούμενα χρόνια.

Για τον υπολογισμό και την χορήγηση τοκομεριδίων στο τέλος κάθε έτους, κατά τη διάρκεια ζωής του προϊόντος, λαμβάνεται υπόψη η ισοτιμία ευρώ - δολαρίου. Εφόσον η ισοτιμία αυτή βρίσκεται κατά τις ημερομηνίες συμπλήρωσης έτους από την έναρξη ή την προηγούμενη παρατήρηση σε επίπεδα μεγαλύτερα της τιμής εξάσκησης τότε ο επενδυτής λαμβάνει το ετήσιο τοκομερίδιο. Σε αντίθεση περίπτωση ο επενδυτής δεν λαμβάνει κουπόνι.

Προκειμένου το προϊόν να είναι ελκυστικό και να προσελκύσει το ενδιαφέρον του επενδυτικού κοινού, δεδομένης αφενός της μη βεβαίας πληρωμής του τοκομεριδίου και αφετέρου του υπάρχοντος ανταγωνισμού στην Τραπεζική αγορά, θα πρέπει το ύψος του τοκομεριδίου να είναι όσο το δυνατό πιο μεγάλο, σε σχέση με τα επιτόκια καταθέσεων της αγοράς, τα οποία μπορεί να εκμεταλλευτεί ο καταθέτης.

Το προϊόν προσφέρεται για συγκεκριμένο χρονικό διάστημα κατά το οποίο γίνονται εγγραφές των ενδιαφερομένων επενδυτών. Η παρακολούθηση ισοτιμίας δολαρίου - ευρώ η οποία αποτελεί την αφετηρία για τον υπολογισμό, γίνεται την ημερομηνία κλεισίματος των εγγραφών, ενώ οι παρατηρήσεις γίνονται μετά τη συμπλήρωση 1, 2 ... 5 ετών.

### **ΣΚΟΠΙΜΟΤΗΤΑ**

Το ευρώ την διετία 1998-2000 υπέστη σημαντικές απώλειες λόγω αφενός της έλλειψης εμπιστοσύνης των αγορών σε αυτό, αλλά και της ραγδαίας οικονομικής ανάπτυξης των ΗΠΑ, που στα πλαίσια άσκησης της πολιτικής επιδίωξαν την δημιουργία ενός ισχυρού νομίσματος. Μετά την δημιουργία του ευρώ με πραγματική υπόσταση αλλά και την οικονομική πραγματικότητα όπως διαμορφώθηκε από τις αρχές του 2001 και τις εξελίξεις που ακολούθησαν (γεγονότα 11ης Σεπτεμβρίου - Αφγανιστάν - πορεία αμερικανικής και ευρωπαϊκής οικονομίας), το ευρώ ανέκτησε ένα σημαντικό μέρος από το χαμένο έδαφος.

Το τελευταίο χρονικό διάστημα η ισοτιμία δολαρίου - ευρώ, από τα ιστορικά χαμηλά επίπεδα των 0,8230 \$/Ε της 26<sup>ης</sup> Οκτωβρίου του 2000, έχει διαμορφωθεί στα επίπεδα πάνω από 1,00 \$/Ε, όπου κινείται για αρκετά μεγάλο χρονικό διάστημα.

Όσον αφορά την εξέλιξη της μελλοντικής ισοτιμίας δολαρίου-Ευρώ αυτή αναμένεται να επηρεαστεί τόσο από την πορεία της ανάπτυξης των οικονομιών Ευρώπης και Αμερικής, αλλά και από εξωγενείς παράγοντες. Όσον αφορά την πορεία ανάπτυξης της πραγματικής οικονομίας της Αμερικής, αυτή παρά τα πρόσφατα θετικά στοιχεία που δημοσιοποιήθηκαν, φαίνεται να επηρεάζεται δυσμενώς από ενδεχόμενη πολεμική σύρραξη στο Ιράκ και τη μείωση της πραγματικής ζήτησης ως συνέπεια είτε της μείωσης του δείκτη εμπιστοσύνης των καταναλωτών, είτε λόγω της υπερχρέωσης των νοικοκυριών. Από την άλλη πλευρά η Ευρωζώνη παρά το γεγονός ότι δεν μπορεί να πετύχει σημαντικούς ρυθμούς ανάπτυξης και να οδηγήσει την παγκόσμια οικονομία, αναμένεται να παρουσιάσει μεγαλύτερες αντοχές σε ενδεχόμενη βύθιση των οικονομιών σε ύφεση.

Το μέσο της νομισματικής πολιτικής, το οποίο έχει χρησιμοποιηθεί σε σημαντικό βαθμό από την FED δεν έχει αποδώσει τα αναμενόμενα αποτελέσματα στην οικονομία της Αμερικής, παρά το γεγονός ότι τα επιτόκια παρέμβασης έχουν διαμορφωθεί σε πολύ χαμηλά επίπεδα και ο κίνδυνος αδυναμίας περαιτέρω μειώσεων είναι πλέον ορατός. Από την άλλη πλευρά τα επιτόκια στην Ευρωζώνη, δεδομένου του προσανατολισμού της ΕΚΤ για συγκράτηση του πληθωρισμού, είναι ακόμη σε επίπεδα που παρέχουν τη δυνατότητα άσκησης περαιτέρω παρεμβάσεων στη νομισματική πολιτική. Στο πλαίσιο αυτό, η ενίσχυση του Ευρώ και κατά συνέπεια η μείωση των πληθωριστικών πιέσεων στην Ευρωζώνη, παρέχει μια πρόσθετη δυνατότητα στην ΕΚΤ για τη μείωση των επιτοκίων και την ενίσχυση της ανάπτυξης.

Σημαντικό επίσης ρόλο στη διαμόρφωση της ισοτιμίας δολαρίου Ευρώ αναμένεται να παίξει η σταδιακή αποκατάσταση της εμπιστοσύνης των επενδυτών στο Ευρώ που αναμένεται να αυξήσει τη ζήτηση για το Ευρωπαϊκό νόμισμα καθώς και το πρόβλημα του ελλείμματος του ισοζυγίου τρεχουσών συναλλαγών των ΗΠΑ το οποίο αναμένεται να δημιουργήσει πιέσεις στην κατεύθυνση υποτίμησης του δολαρίου.

Βεβαίως σε καμία περίπτωση εκτιμώντας την πιθανή εξέλιξη της ισοτιμίας δολαρίου Ευρώ δεν θα πρέπει να μην ληφθεί υπόψη η στάση απέναντι στη μέχρι πρότινος ακολουθούμενη πολιτική του σκληρού δολαρίου της επιχειρηματικής τάξης της Αμερικής, που τον τελευταίο καιρό έχει εκφράσει ανησυχίες για την συνέχιση της



πολιτικής του σκληρού δολαρίου, προκειμένου να υπάρξει δυνατότητα ανάκαμψης των εξαγωγών ,αλλά και της πολιτικής ηγεσίας στις ΗΠΑ.

Ενδεχόμενη λήψη δημοσιονομικών μέτρων θα μπορούσε να βελτιώσει τις αποδόσεις της Αμερικάνικης Οικονομίας και κατά συνέπεια να τροποποιήσει τους παράγοντες που επηρεάζουν την εξέλιξη της ισοτιμίας.



επιπεδο, θα κινηθεί ανοδικά. Κατά συνέπεια το προϊόν αυτό ερχεται να συνυφαστεί με την ενδεχόμενη ανάγκη ενός μεριδίου της αγοράς να τοποθετηθεί σε ένα αρκετά πιθανό ενδεχόμενο της αύξησης δηλαδή της ισοτιμίας δολαρίου - ευρώ, και επίτευξης κατ' αυτό τον τρόπο, απόδοσης μεγαλύτερης του επιτοκίου καταθέσεων χωρίς να διατρέχει κίνδυνο απώλειας μέρους του κεφαλαίου του.

### ΕΠΙΤΟΚΙΑ

Όπως αναφέρθηκε και πιο πάνω το προς διάρθρωση προϊόν θα βασίζεται σε structured options. Κατά συνέπεια και δεδομένου ότι μεταξύ των παραγόντων που επηρεάζουν την τιμή των OPTIONS και κατά συνέπεια την απόδοση του προϊόντος,

είναι τα επιτόκια και η μεταβλητότητα των αποδόσεων της συναλλαγματικής ισοτιμίας δολαρίου/ευρώ, πιο κάτω γίνεται υπολογισμός των μεταβλητών αυτών.

### α) Επιτόκια Ευρώ

Τα επιτόκια των Ευρώ υπολογίζονται με βάση την απόδοση των ομολόγων του Ελληνικού Δημοσίου και τα επιτόκια Euribor 1M, 3M, 6M, 1Y.

Ειδικότερα, από τις τιμές των ομολόγων όπως αυτές έχουν ληφθεί την 7/11/2002 (value 12/11/2002) εξάγονται το συνεχώς ανατοκιζόμενα zero coupon επιτόκια.

Προκειμένου να επιτευχθεί αυτό:

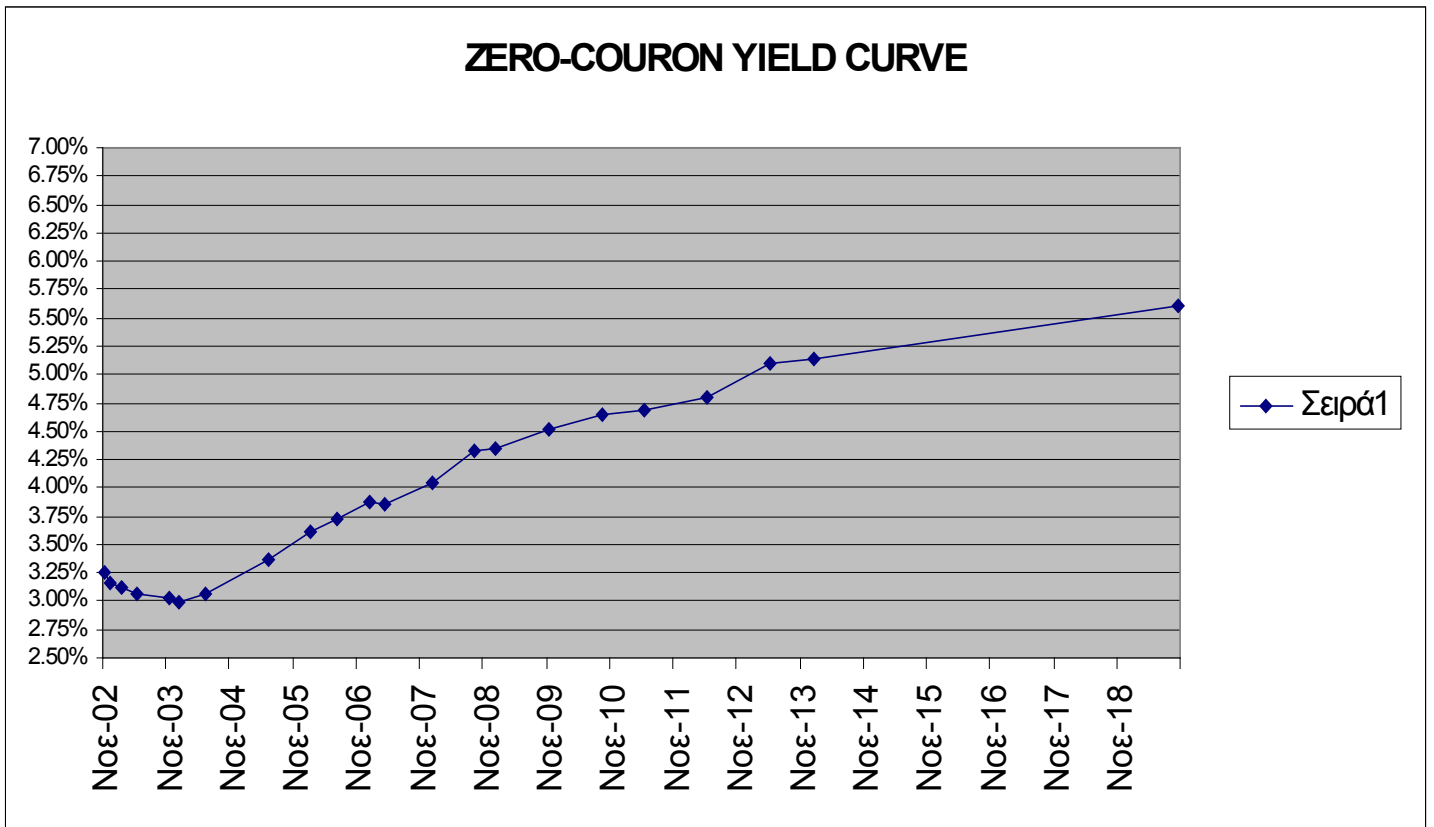
α. μετατρέπονται τα επιτόκια Euribor που παρατηρούνται, σε continuous compounding rates με την χρησιμοποίηση του τύπου  $R_c = m \cdot \ln(1 + (R_m/m))$ .

β. στη συνέχεια με την μέθοδο bootstrap προεξοφλούνται οι χρηματικές ροές των ομολόγων με το επιτόκιο που ισχύει για το χρονικό διάστημα από το χρόνο  $t_0$  ως την ημέρα πληρωμής της χρηματικής ροής. Στις περιπτώσεις όπου το επιτόκιο συγκεκριμένου διαστήματος δεν μπορεί να παρατηρηθεί απευθείας, γίνεται παρατήρηση με τη μέθοδο της γραμμικής παρεμβολής (interpolation) μεταξύ των επιτοκίων των κοντινότερων αποστάσεων. Εκτιμάται δηλαδή το επιτόκιο του συγκεκριμένου διαστήματος, θεωρώντας ότι υπάρχει γραμμική σχέση των επιτοκίων, των σχετικά μικρών διαστημάτων.

γ. Τέλος και προκειμένου να υπάρχει δυνατότητα σύγκρισης με τα επιτόκια της αγοράς μετατρέπονται τα continuous compounding rates σε annual compounding εφαρμόζοντας τον μαθηματικό τύπο:  $R_m = m \cdot (e^{R_c/m} - 1)$

DESCRIPTION	MATURITY	RATES $t_0$ to maturity	CONTINUOUS RATES $t_0$ to $t_i$	ANNUAL COMPOUNDING RATES $t_0$ to $t_i$
EURIBOR 1M	11/12/2002	0.0315585		
EURIBOR 3M	11/2/2003	0.0312377		

EURIBOR 6M	11/5/2003	0.0306539		
EURIBOR 12M	9/11/2003	0.0303158		
FXD-150104-05Y-6,60	15/1/2004	0.0299866		
FXD-300604-05Y-6,60	30/6/2004	0.0306435	0.030311	0.030775
FXD-210605-03Y-4,65	21/6/2005	0.0336422	0.031754	0.032008
FXD-190206-07Y-6,00	19/2/2006	0.0361841	0.035127	0.035333
FXD-010706-07Y-6,00	1/7/2006	0.0371928	0.038226	0.03841
FXD-100107-07Y-6,00	10/1/2007	0.0387071	0.039995	0.040156
FXD-190407-05Y-4,65	19/4/2007	0.03855	0.043274	0.043746
FXD-020108-10Y-8,80	2/1/2008	0.0403694	0.044988	0.045498
FXD-300908-10Y-8,60	30/9/2008	0.0431787	0.046576	0.047123
FXD-290109-10Y-6,30	29/1/2009	0.0434628	0.047366	0.047932
FXD-251109-10Y-6,30	25/11/2009	0.0450692		
FXD-290910-10Y-6,00	29/9/2010	0.0465186		
FXD-180511-10Y-5,35	18/5/2011	0.0468409		
FXD-180512-10Y-5,25	18/5/2012	0.0479408		
FXD-200513-15Y-7,50	20/5/2013	0.051014		
FXD-110114-15Y-6,50	11/1/2014	0.0513335		
FXD-221019-20Y-6,50	22/10/2019	0.0561601		

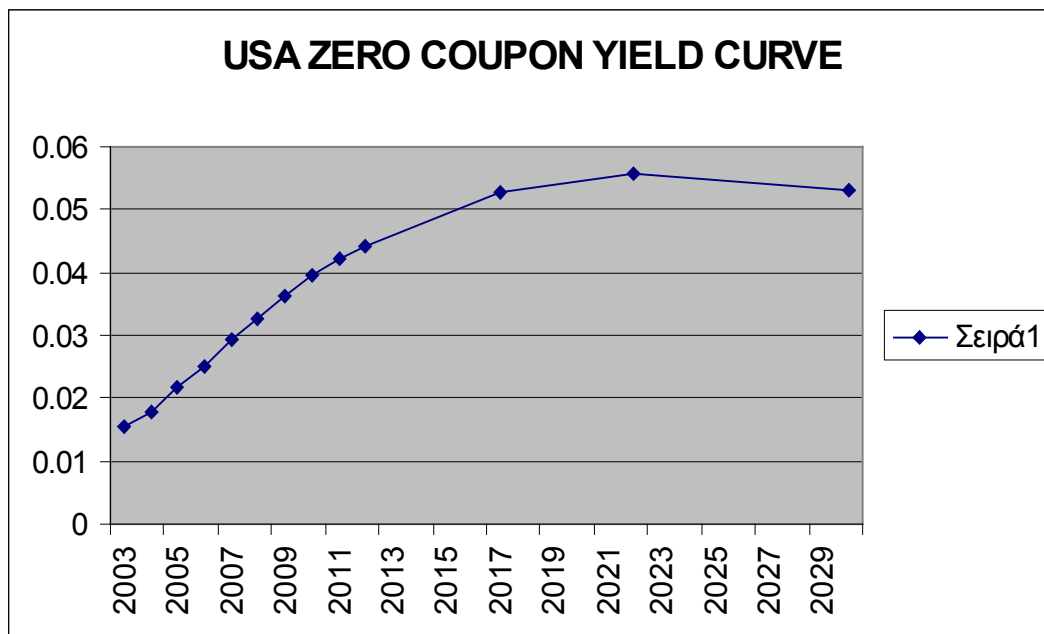


### β) Επιτόκια Δολαρίου

Η ίδια με την πιο πάνω διαδικασία υπολογίζοντας τα βραχυχρόνια επιτόκια των T-bills και τις τιμές των αμερικάνικων ομολόγων ακολουθείται για την εξαγωγή των επιτοκίων του δολαρίου. Σημειώνεται ότι ο υπολογισμός των επιτοκίων των ΗΠΑ, έγινε αμέσως μετά την μείωση των αμερικάνικων επιτοκίων από την FED στα επίπεδα του 1,25%. Τα επιτόκια του δολαρίου έχουν ως εξής:

MATURITY	Days differential	RATES $t_0$ to maturity	CONTINUOUS RATES $t_0$ to $t_i$	ANNUAL COMPOUNDING RATES
----------	-------------------	-------------------------	---------------------------------	--------------------------

				$t_0$ to $t_i$
15/8/2003	275.00	0.0154	0.015863	0.01599
15/8/2004	635.00	0.0179	0.018608	0.018782
15/8/2005	995.00	0.02164	0.022161	0.022409
15/8/2006	1355.00	0.0249	0.025597	0.025928
15/8/2007	1715.00	0.02926	0.02961	0.030052
15/8/2008	2075.00	0.03262	0.032935	0.033483
15/8/2009	2435.00	0.03628	0.036354	0.037023
15/8/2010	2795.00	0.03943	0.039269	0.04005
15/8/2011	3155.00	0.04206	0.041679	0.04256
15/8/2012	3515.00	0.04418	0.043621	0.044587
15/8/2017	5315.00	0.05283	0.049447	0.05069
15/8/2022	7115.00	0.05568	0.056606	0.058239
15/8/2030	9995.00	0.05305		



**VOLATILITY**

Η εκτίμηση της μεταβλητότητας της απόδοσης συναλλαγματικής θέσης σε δολάρια ή ευρώ, από μεταβολές της ισοτιμίας των δύο νομισμάτων γίνεται με βάση ημερήσια ιστορικά στοιχεία 590 ημερών (παρατηρήσεων) 2,3 έτη περίπου. Από τις πιο πάνω παρατηρήσεις εκτιμάται η ημερήσια απόδοση (continuously compounded) ως εξής:  $S_i = S_{(i-1)}e^{u_i} \Rightarrow U_i = \ln \frac{S_i}{S_{(i-1)}}$ . Ως γνωστό, η συνάρτηση  $\ln(S_i/S_{i-1})$  κατανέμεται κανονικά  $[\ln S_t/S_{(i-1)} \sim \varphi(\mu - \sigma^2/2) T, \sigma\sqrt{T}]$  δεδομένου ότι η  $S_t$  είναι λογαριθμική κατανομή.

Συνεπώς, ο αμερόληπτος εκτιμητής της τυπικής απόκλισης  $\sigma$  της λογαριθμικής κατανομής  $(\ln \frac{S_t}{S_{i-1}})$  είναι:

$$S = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n u_i^2 - \frac{1}{n(n-1)} (\sum_{i=1}^n u_i)^2}$$

και επειδή η τυπική απόκλιση της  $\ln(S_i/S_{i-1})$  είναι  $\sigma\sqrt{\tau}$ , έχουμε

$$S = \sigma\sqrt{\tau} \Rightarrow \sigma = \frac{S}{\sqrt{\tau}}$$

Όπως προκύπτει από τον πιο κάτω πίνακα

$$\sum u_i = 0,077924, \quad (\sum u_i)^2 = 0,02792372$$

$$\text{Έτσι: } S = \sqrt{\frac{1}{720-1} \times 0,02792372 - \frac{1}{720(720-1)} \times 0,077924^2} = 0,006884$$

$$\text{και } \sigma = \frac{0,006884}{\sqrt{252}} = 0,10928$$

Συνεπώς η εκτιμώμενη ετήσια μεταβλητότητα με βάση τα ιστορικά στοιχεία είναι 10,93%.

A/A	DATE	RATE	$S_i/S_{(i-1)}$	$\ln(S_i/S_{i-1})$	$\ln(S_i/S_{i-1})^2$
1	4/11/2002	0.9978	1.001204	0.001203	0.0000145
2	1/11/2002	0.9966	1.006159	0.00614	0.00003769
3	31/10/2002	0.9905	1.007015	0.006991	0.00004887
4	30/10/2002	0.9836	1.000407	0.000407	0.00000017
5	29/10/2002	0.9832	0.998578	-0.00142	0.00000202

6	28/10/2002	0.9846	1.009122	0.00908	0.00008245
7	25/10/2002	0.9757	0.997852	-0.00215	0.00000462
8	24/10/2002	0.9778	1.002461	0.002458	0.00000604
9	23/10/2002	0.9754	0.997648	-0.00236	0.00000555
10	22/10/2002	0.9777	1.004624	0.004613	0.00002128
11	21/10/2002	0.9732	1.001441	0.00144	0.00000207
12	18/10/2002	0.9718	1.001443	0.001442	0.00000208
13	17/10/2002	0.9704	0.989497	-0.01056	0.00011148
14	16/10/2002	0.9807	0.999083	-0.00092	0.00000084
15	15/10/2002	0.9816	0.994428	-0.00559	0.00003122
16	14/10/2002	0.9871	1	0	0.00000000
17	11/10/2002	0.9871	1.001116	0.001115	0.00000124
18	10/10/2002	0.986	0.996564	-0.00344	0.00001185
19	9/10/2002	0.9894	1.011243	0.01118	0.00012499
20	8/10/2002	0.9784	0.995422	-0.00459	0.00002106
21	7/10/2002	0.9829	1.004086	0.004078	0.00001663
22	4/10/2002	0.9789	0.990589	-0.00946	0.00008941
23	3/10/2002	0.9882	1.001723	0.001722	0.00000296
24	2/10/2002	0.9865	1.003969	0.003961	0.00001569
25	1/10/2002	0.9826	0.996047	-0.00396	0.00001569
26	30/9/2002	0.9865	1.005914	0.005897	0.00003477
27	27/9/2002	0.9807	1.004198	0.004189	0.00001755
.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.
563	6/9/2000	0.8696	0.977518	-0.02274	0.00051704
564	5/9/2000	0.8896	0.991198	-0.00884	0.00007817
565	4/9/2000	0.8975	0.997777	-0.00223	0.00000495
566	1/9/2000	0.8995	1.012266	0.012192	0.00014864
567	31/8/2000	0.8886	0.993626	-0.00639	0.00004088
568	30/8/2000	0.8943	1.002354	0.002351	0.00000553
569	29/8/2000	0.8922	0.991554	-0.00848	0.00007195
570	28/8/2000	0.8998	0.997561	-0.00244	0.00000596
571	25/8/2000	0.902	1.000333	0.000333	0.00000011
572	24/8/2000	0.9017	1.000888	0.000888	0.00000079
573	23/8/2000	0.9009	1.00446	0.00445	0.00001980
574	22/8/2000	0.8969	0.994566	-0.00545	0.00002968
575	21/8/2000	0.9018	0.995035	-0.00498	0.00002478
576	18/8/2000	0.9063	0.989194	-0.01086	0.00011803
577	17/8/2000	0.9162	1.000437	0.000437	0.00000019
578	16/8/2000	0.9158	1.003616	0.00361	0.00001303
579	15/8/2000	0.9125	1.007731	0.007701	0.00005930
580	14/8/2000	0.9055	1.003658	0.003651	0.00001333
581	11/8/2000	0.9022	0.993831	-0.00619	0.00003829
582	10/8/2000	0.9078	1.007324	0.007297	0.00005324
583	9/8/2000	0.9012	0.999224	-0.00078	0.00000060
584	8/8/2000	0.9019	0.994048	-0.00597	0.00003564
585	7/8/2000	0.9073	0.999449	-0.00055	0.00000030
586	4/8/2000	0.9078	1.001324	0.001323	0.00000175
587	3/8/2000	0.9066	0.99299	-0.00703	0.00004948
588	2/8/2000	0.913	0.999015	-0.00099	0.00000097
589	1/8/2000	0.9139	0.98704	-0.01305	0.00017017
590	31/7/2000	0.9259	1.003142	0.003137	0.00000984
	28/7/2000	0.923			
SUM				<b>0.077924</b>	<b>0.02792372</b>

Εξάλλου είναι γνωστό ότι η μεταβλητότητα της ιστοιμίας δολαρίου / Ευρώ όπως και της απόδοσης των περισσότερων αγορών, δεν είναι σταθερή. Προκειμένου

να εκτιμηθεί τόσο η βραχυχρόνια όσο και η μακροχρόνια μεταβλητότητα, δεδομένου ότι τα options που θα χρησιμοποιηθούν θα είναι διάρκειας διαφόρων χρονικών διαστημάτων, επιλέχθηκε για εφαρμογή το generalized autoregressive conditional heteroscedasticity Model (GARCH). Το μοντέλο αυτό εκτιμά την μεταβλητότητα, θεωρώντας ότι αυτή αποτελείται από τρία συστατικά μέρη, την μακροχρόνια διακύμανση η οποία υπολογίζεται με στάθμιση σταθεράς  $\gamma$  και τις σταθμισμένες πρόσφατες μεταβολές των αποδόσεων των συναλλαγματικών ισοτιμιών καθώς και τις σταθμισμένες πρόσφατες ημερήσιες διακυμάνσεις. Δηλαδή:

$$\sigma_n^2 = \gamma V + \alpha u_{n-1}^2 + \beta \sigma_{n-1}^2$$

όπου  $\gamma$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$  τα σταθμά για κάθε μεταβλητή. Αυτονόητο είναι ότι:

$$\gamma + \alpha + \beta = 1$$

Η πιο πάνω εξίσωση αν τεθεί  $\omega = \gamma V$  μπορεί να αντικατασταθεί

$$\sigma_n^2 = \omega + \alpha u_{n-1}^2 + \beta \sigma_{n-1}^2$$

και καθώς  $\gamma = 1 - \alpha - \beta$  και  $V = \omega/\gamma$ , αν υπολογιστούν τα  $\omega$ ,  $\alpha$  και  $\gamma$  είναι δυνατή η εκτίμηση της μακρόχρονης διακύμανσης  $V$  και της συνεπαγόμενης μεταβλητότητας.

Ο υπολογισμός των παραμέτρων του μοντέλου, γίνεται με την μέθοδο της μέγιστης πιθανότητας.

Θεωρώντας ότι η ημερήσια μεταβολή της συναλλαγματικής ισοτιμίας  $u_i = \ln(S_i/S_{i-1})$  ακολουθεί την κανονική κατανομή με μέσο μηδέν και διακύμανση  $v_i$ .

Για να επιτευχθεί η καλύτερη εκτίμηση θα πρέπει να μεγιστοποιηθεί η συνάρτηση

$$\prod_{i=1}^m \left[ \frac{1}{\sqrt{2\pi v_i}} \exp\left(-\frac{u_i^2}{2v_i}\right) \right]$$

$$\text{όπου } v_i = \sigma_i^2$$

Παίρνοντας λογαρίθμους είναι ισοδύναμο να μεγιστοποιηθεί η συνάρτηση



$$\sum_{i=1}^m \left[ -\ln(v_i) - \frac{u_i^2}{v_i} \right]$$

Η μεγιστοποίηση της πιο πάνω συνάρτησης γίνεται στον πίνακα που ακολουθεί.

Στον πίνακα αυτό στην πρώτη στήλη παρουσιάζονται οι ημερομηνίες, στη δεύτερη ο αύξοντας αριθμός των παρατηρήσεων και στη συνέχεια στην τρίτη στήλη καταγράφονται οι ιστοιμίες των δύο νομισμάτων τις αντίστοιχες ημερομηνίες, στην επόμενη στήλη γίνεται υπολογισμός της ποσοστιαίας μεταβολής της ιστοιμίας ( $u_i = \ln(S_i/S_{i-1})$ ). Στην επόμενη στήλη γίνεται η εκτίμηση της διακύμανσης  $\sigma_i^2 = v_i$  η οποία κάθε φορά διαμορφώνεται με βάση τις μεταβολές της προηγούμενης ημέρας  $i-1$ . Βάση της είναι η διακύμανση της τρίτης ημέρας όπου  $\sigma_2^2 = u_2^2$ . Τις επόμενες ημέρες  $v_i = \sigma_i^2 = \omega + \alpha u_{i-1}^2 + \beta \sigma_{i-1}^2$ . Τέλος στην τελευταία στήλη υπολογίζεται το  $-\ln(v_i) - u_i^2/v_i$ , το οποίο θα πρέπει να μεγιστοποιηθεί.

Θέτοντας ως επιθυμητή συνθήκη την μεγιστοποίηση του αθροίσματος της τελευταίας στήλης με αλλαγές στα  $\omega$ ,  $\alpha$  και  $\beta$  υπό τον περιορισμό ότι  $\omega + \alpha + \beta = 1$ ,  $\alpha + \beta < 1$  και  $\alpha + \beta > 0$ , λαμβάνουμε στο τέλος του πίνακα τις τιμές που μεγιστοποιούν την

τελευταία συνθήκη  $\sum_{i=1}^m \left[ -\ln(v_i) - \frac{u_i^2}{v_i} \right]$ .

 $\omega$  $\alpha$  $\beta$ 


---

0.0000016769    0.03816536    0.927148555

---

	A/A	RATE	$\ln(S_i/S_{i-1})$	$\sigma_i^2 = v_i$	$-\ln(v_i) - u_i^2/v_i$
4/11/2002	1	0.9978	0.00120337	0.000037556	10.15111607
1/11/2002	2	0.9966	0.00613962	0.000037147	9.185877122
31/10/2002	3	0.9905	0.006990556	0.000036245	8.876946673
30/10/2002	4	0.9836	0.000406752	0.000037278	10.19267481
29/10/2002	5	0.9832	-0.001422909	0.000038315	10.11682928
28/10/2002	6	0.9846	0.009080305	0.000036123	7.946038542

25/10/2002	7	0.9757	-0.002149988	0.000036962	10.08055726
24/10/2002	8	0.9778	0.002457507	0.000037809	10.02322648
23/10/2002	9	0.9754	-0.002355231	0.000038743	10.01538247
22/10/2002	10	0.9777	0.004613264	0.000039103	9.605056605
21/10/2002	11	0.9732	0.001439589	0.000040281	10.06818027
18/10/2002	12	0.9718	0.001441664	0.000041552	10.03854732
17/10/2002	13	0.9704	-0.010558245	0.000038419	7.265377801
16/10/2002	14	0.9807	-0.000917291	0.000039595	10.11555999
15/10/2002	15	0.9816	-0.005587458	0.000039612	9.348239993
14/10/2002	16	0.9871	0	0.000040916	10.10398626
11/10/2002	17	0.9871	0.001114997	0.000042271	10.04199223
10/10/2002	18	0.986	-0.003442344	0.000043296	9.773754033
9/10/2002	19	0.9894	0.011180114	0.000039744	6.988067694
8/10/2002	20	0.9784	-0.004588801	0.000040192	9.597932478
7/10/2002	21	0.9829	0.004077893	0.000040857	9.698427026
4/10/2002	22	0.9789	-0.009455614	0.000038578	7.845217665
3/10/2002	23	0.9882	0.001721781	0.000039678	10.0599884
2/10/2002	24	0.9865	0.003961206	0.000040342	9.729170045
1/10/2002	25	0.9826	-0.003961206	0.000041057	9.718371246
30/9/2002	26	0.9865	0.005896723	0.000041043	9.253697474
27/9/2002	27	0.9807	0.004189451	0.000041737	9.66360009
26/9/2002	28	0.9766	0.000409668	0.000043201	10.04577049
25/9/2002	29	0.9762	-0.00551641	0.000043534	9.342957848
.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.
29/8/2000	569	0.8922	-0.008482194	0.000031016	8.061322342
28/8/2000	570	0.8998	-0.002442004	0.000031399	10.17880794
25/8/2000	571	0.902	0.00033265	0.000032053	10.34466378
24/8/2000	572	0.9017	0.000887607	0.000032731	10.30312957
23/8/2000	573	0.9009	0.004449891	0.000032679	9.722842008
22/8/2000	574	0.8969	-0.005448393	0.000032216	9.421611921
21/8/2000	575	0.9018	-0.004977611	0.000031919	9.576078634
18/8/2000	576	0.9063	-0.010864304	0.000027759	6.23989488
17/8/2000	577	0.9162	0.000436681	0.000028124	10.47211159
16/8/2000	578	0.9158	0.003609915	0.000027988	10.01811602
15/8/2000	579	0.9125	0.007700808	0.000025938	8.273479099
14/8/2000	580	0.9055	0.003651052	0.000025619	10.05186103
11/8/2000	581	0.9022	-0.006187865	0.000024247	9.048058778
10/8/2000	582	0.9078	0.007296881	0.000022151	8.313948624
9/8/2000	583	0.9012	-0.000776441	0.000022058	10.69448375
8/8/2000	584	0.9019	-0.005969507	0.000020516	9.057373365
7/8/2000	585	0.9073	-0.000550934	0.000020307	10.7895958
4/8/2000	586	0.9078	0.001322752	0.000020022	10.73129269
3/8/2000	587	0.9066	-0.007034542	0.000017750	8.151201808
2/8/2000	588	0.913	-0.000985276	0.000017296	10.90893291
1/8/2000	589	0.9139	-0.013045081	0.000009841	-5.76376142
31/7/2000	590	0.9259	0.003137003		
28/7/2000	591	0.923			
<b>SUM</b>					<b>5278.8878</b>

Κατά συνέπεια  $V = \omega/(1-\alpha-\beta) = 0.000048346$

και η μακροχρόνια μεταβλητότητα είναι 0.112079064 ή 11,21 %

Εξ άλλου δεδομένου ότι:  $\sigma_n^2 = (1-\alpha-\beta) V + \alpha u_{n-1}^2 + \beta \sigma_{n-1}^2$

$$\text{και } \sigma_n^2 - V = \alpha (u_{n-1}^2 - V) + \beta (\sigma_{n-1}^2 - V)$$

και για μελλοντική ημέρα  $n+k$

$$\sigma_{n+k}^2 - V = \alpha (u_{n+k-1}^2 - V) + \beta (\sigma_{n+k-1}^2 - V)$$

καθώς η αναμενόμενη μεταβολή  $u_{n+k-1}^2$  ισούται με την διακύμανση  $\sigma_{n+k-1}^2$

$$\text{έχουμε } E[\sigma_{n+k}^2 - V] = (\alpha + \beta) E(\sigma_{n+k-1}^2 - V)$$

Καθώς  $E$  συμβολίζει αναμενόμενη τιμή η επαναλαμβανόμενη χρήση της εξίσωσης αποδίδει:

$$E[\sigma_{n+k}^2 - V] = (\alpha + \beta)^k (\sigma_n^2 - V)$$

$$\text{ή } E[\sigma_{n+k}^2] = V + (\alpha + \beta)^k (\sigma_n^2 - V)$$

Στην περίπτωση μας όπου  $V=0,000048346$

$$\alpha + \beta = 0,965313914$$

$$\text{και } \sigma_n = 0,068841281$$

η μεταβλητότητα της συναλλαγματικής ισοτιμίας σε σχέση με το χρόνο απεικονίζεται στον πιο κάτω πίνακα.

time (days)	10	30	90	180	360	1095	1460	1,825
variance	0.000047675	0.00004801	0.00004830	0.00004834	0.000048345	0.00004834	0.00004834	0.00004834
		4	5	4		5	5	5
option volatility(% per day)	0.6905%	0.6929%	0.6950%	0.6953%	0.6953%	0.6953%	0.6953%	0.6953%
option volatility(% per annum)	10.9609%	10.9999%	11.0332%	11.0375%	11.0377%	11.0377%	11.0377%	11.0377%

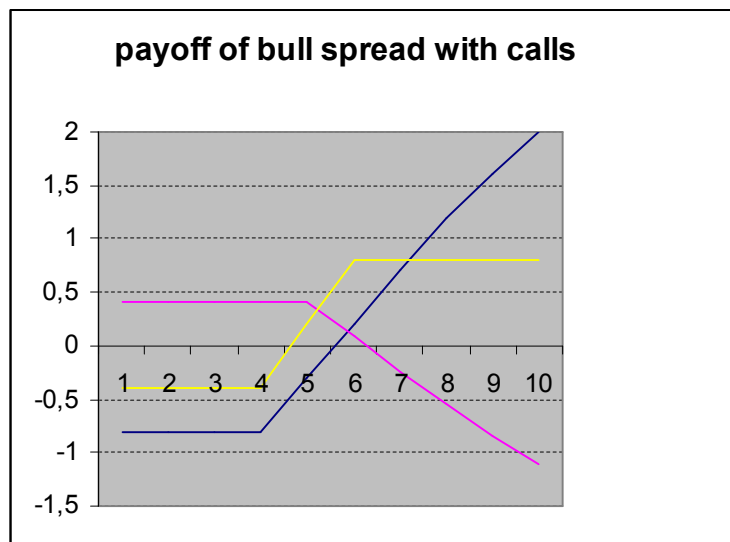
### ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΩΝ OPTIONS

Το προς διάρθρωση προϊόν αποτελείται από δύο συστατικά μέρη. Από μια κατάθεση ειδικής μορφής και από μία σειρά από δικαιώματα προαίρεσης ή

συνδυασμούς τους. Στην ενότητα αυτή γίνεται περιγραφή των εναλλακτικών τρόπων προσέγγισης του θέματος των δικαιωμάτων προαίρεσης που θα χρησιμοποιηθούν.

### Εναλλακτική προσέγγιση 1.

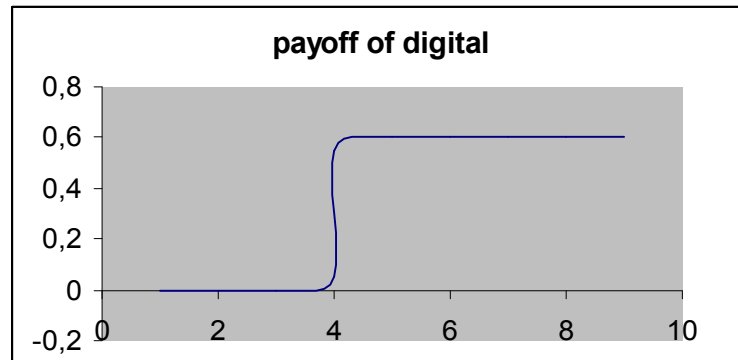
Στην έναρξη του προϊόντος δημιουργούνται πέντε (5) συνδυασμοί κάθετων ανοδικών ανοιγμάτων (bull spreads) με call ή put options που ο κάθε ένας θα λήγει μετά από 1,2,3,4 και 5 χρόνια. Ο συνδυασμός μιας θέσης αγοράς ενός call με τιμή εξάσκησης  $X_1$  και μιας θέσης πώλησης ενός call με τιμή εξάσκησης  $X_2$  όπου  $X_1 < X_2$  δημιουργούν ένα κάθετο ανοδικό άνοιγμα με calls. Η τιμή του ανοίγματος στην έναρξη είναι η διαφορά των premiums των δύο calls, το νεκρό σημείο του προσαρμόζεται σε  $X_1 + (C_1 - C_2)$  ενώ το μέγιστο κέρδος το οποίο επιτυγχάνεται από το σημείο  $X_2$  ανέρχεται σε  $X_2 - X_1 - (C_1 - C_2)$ . Αντίστοιχα η θέση αυτή μπορεί να δημιουργηθεί με puts.



### Εναλλακτική προσέγγιση 2.

Στην έναρξη του προϊόντος δημιουργούνται πέντε (5) θέσης binary (digital) options, cash-or-nothing. Το συγκεκριμένο δικαίωμα ανήκει στην κατηγορία των exotic options με ασυνεχείς πληρωμές. Αν η τιμή της ισοτιμίας ξεπεράσει την τιμή εξάσκησης

του προϊόντος τότε ο καταθέτης λαμβάνει την προκαθορισμένη απόδοση . Σε διαφορετική περίπτωση δεν λαμβάνει κουπόνι.



### ΤΙΜΟΛΟΓΗΣΗ OPTIONS

Η τιμολόγηση των OPTIONS που θα χρησιμοποιηθούν γίνεται με τη φόρμουλα τιμολόγησης των Black - Sholes. Σύμφωνα με αυτή η τιμή των call και put Options, ευρωπαϊκού τύπου με υποκείμενο αγαθό που δεν πληρώνει μερίσματα, δίνεται από τους πιο κάτω τύπους:

$$c = S_0 N(d_1) - Xe^{-rT} N(d_2)$$

$$p = Xe^{-rT} N(-d_2) - S_0 N(-d_1)$$

$$\text{όπου } d_1 = \frac{\ln(S_0 / x) + (r + \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$d_2 = \frac{\ln(S_0 / x) + (r - \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}} = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

όπου  $N(x)$  είναι η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της μεταβλητής  $x$  που κατανέμεται κανονικά με μέσο μηδέν (0) και διακύμανση ένα (1) (τυποποιημένη κανονική κατανομή). Στην περίπτωση των options επί νομισμάτων, επειδή αυτά μπορούν να αποδώσουν τόκους η πιο πάνω φόρμουλα τιμολόγησης γίνεται:

$$c = S_0 e^{-r_f \cdot T} N(d_1) - Xe^{-rT} N(d_2)$$

$$p = Xe^{-rT} N(-d_2) - S_0 e^{-r_f \cdot T} N(-d_1)$$

$$\text{όπου } d_1 = \frac{\ln(S_o / x) + (r - r_f + \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$d_2 = \frac{\ln(S_o / x) + (r - r_f - \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}} = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

Σημειώνεται ότι επειδή η ισοτιμία δολαρίου/Ευρώ είναι εκφρασμένη ως ποσό του δολαρίου που αναλογεί στην μια μονάδα του Ευρώ, η χρήση των επιτοκίων θα είναι αντίστροφη. Δηλαδή ως  $r_f$  θα τίθενται τα επιτόκια του Ευρώ και ως  $r$  τα επιτόκια των \$. Τα επιτόκια θα αφορούν τις ίδιες χρονικές διάρκειες.

Για την εύρεση της τιμής κάθε option χρησιμοποιείται η προσεγγιστική μέθοδος των M. Abramowitz και I. Stegun.

$$1 - N'(x) (\alpha_1\kappa + \alpha_2\kappa^2 + \alpha_3\kappa^3 + \alpha_4\kappa^4 + \alpha_5\kappa^5) \text{ όταν } x \geq 0$$

Σύμφωνα με αυτή  $N(x) = \{$

$$1 - N(-x) \text{ όταν } x < 0$$

$$\text{όπου } \kappa = 1/(1 + \gamma x)$$

$$\gamma = 0,2316419$$

$$\alpha_1 = 0,319381530$$

$$\alpha_2 = -0,356563782$$

$$\alpha_3 = 1,781477937$$

$$\alpha_4 = -1,821255978$$

$$\alpha_5 = 1,330274429$$

$$\text{και } N'(x) = \frac{1}{\sqrt{2\Pi}} e^{-x^2/2}$$

spot		1.03	
spot adJ		0.999248085	
strikeprice		1.0518	
r		0.01599	
rf		0.030311	

t		1.000	
vol (per an)		0.1104	
γ		0.2316419	
a1		0.31938153	
a2		-0.356563782	
a3		1.781477937	
a4		-1.821255978	
a5		1.330274429	
		d1	d2
k		1.065218025	1.095041962
k(-x)		0.942307197	0.920138437
N'(x)		0.385247934	0.371898859
N'(-x)		0.413123417	0.427952223
di		-0.26430904	-0.37468604
N(di)		0.395770954	0.353947042
N(di<0)		0.395770954	0.353947042
N(-di)		0.604229046	0.646052958
N(-di)(d1<0)		0.604229046	0.646052958
c		<b>0.029097311</b>	
p		<b>0.064964692</b>	
		call	put
δ		0.383954727	-0.586189045
γ		3.388632781	3.388632781
v		0.003849583	0.003849583
θ		-0.00005999	-0.00011450
ρ		0.003663761	-0.006687394

Εξάλλου η τιμολόγηση των binary options γίνεται ως συνάρτηση της πιθανότητας να λήξει το option in-the-money και του ύψους της απόδοσης προεξοφλημένης σε όρους παρούσας αξίας. Δεδομένου ότι η πιθανότητα να λήξει in-the-money το δικαίωμα call σύμφωνα με το μοντέλο τιμολόγησης των Black – Scholes είναι  $N(d_2)$ , η τιμή του σήμερα είναι:

$$P=Q \cdot \exp(-r_e \cdot t) \cdot N(d_2)$$

$$\text{Όπου } d_2 = \frac{\ln(S_0 / x) + (r - r_f - \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}} = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

και  $Q$  η πληρωμή του στη λήξη.

Εναλλακτικά για την τιμολόγηση των options θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί το διωνυμικό μοντέλο. Σύμφωνα με αυτό η διάρκεια ενός option χωρίζεται σε μικρά χρονικά διαστήματα. Σε κάθε χρονικό διάστημα η τιμή του υποκείμενου θα πρέπει να είναι είτε  $S_0u$  είτε  $S_0d$  με πιθανότητα  $p$  και  $(1-p)$  αντίστοιχα.

Προκειμένου να εκτιμήσουμε την τιμή του option θεωρούμε ότι η αναμενόμενη απόδοση είναι το επιτόκιο χωρίς κίνδυνο.

$$\begin{aligned} Se^{r\Delta T} &= p Su + (1-p) Sd \\ \text{ή } e^{r\Delta T} &= pu + (1-p)d \end{aligned} \quad (1)$$

Εξάλλου για μικρά χρονικά διαστήματα η διακύμανση των τιμών του υποκείμενου είναι  $\sigma^2 \Delta t$ .

Δεδομένου ότι η διακύμανση μεταβλητής ορίζεται ως  $[E(X^2) - E(X)]^2$  έχουμε:

$$pu^2 + (1-p)d^2 - [pu + (1-p)d]^2 = \sigma^2 \Delta t$$

και αντικαθιστώντας σύμφωνα με την πιο πάνω εξίσωση (1) λαμβάνουμε:

$$e^{r\Delta T}(u+d) - ud - e^{2r\Delta T} = \sigma^2 \Delta t \quad (2)$$

Αν στις δύο πιο πάνω εξισώσεις προσθέσουμε την εξίσωση  $u=1/d$  (που χρησιμοποιήθηκε από τους Cox, Ross, Rubinstein) λαμβάνουμε τις ακόλουθες εξισώσεις:

$$p = (\alpha - d) / (u - d)$$

$$u = e^{\sigma \Delta t}$$

$$d = e^{-\sigma \Delta t}$$

$$\text{όπου } \alpha = e^{r\Delta t}$$

Με βάση τα πιο πάνω δεδομένα, αναπτύχθηκε το διωνυμικό δέντρο που ακολουθεί.

Στο δέντρο αυτό η τιμή της spot αγοράς εξελίσσεται ως τη λήξη είτε ανοδικά ως  $S_{t-1}u$  είτε καθοδικά  $S_{t-1}d$  όπου  $u, d$  υπολογίζονται όπως πιο πάνω. Η τιμή του option σε κάθε node υπολογίζεται ξεκινώντας από το τέλος ως συνάρτηση της πιθανότητας του discount factor  $\alpha$  και της τιμής του στον επόμενο χρόνο.





## ΔΟΜΗΣΗ ΠΡΟΪΟΝΤΟΣ

Το προϊόν αποτελείται από δύο συστατικά μέρη:

α) από μια κατάθεση zero coupon διάρκειας ως τη λήξη του προϊόντος. Το μέρος του συνολικού κεφαλαίου που τοποθετείται σ' αυτής της μορφής την κατάθεση θα πρέπει στη λήξη να μας δώσει το συνολικό ποσό του κεφαλαίου (FACE VALUE) που κατατέθηκε στην αρχή.

β) Από πέντε (5) συνδυασμούς options, (ανοδικά ανοίγματα) ευρωπαϊκού τύπου με τιμές εξάσκησης  $X_1$ ,  $X_2$ , τέτοιες ώστε το  $X_2$  να είναι ίσο με το  $X$  των binary options, όπως πιο κάτω αναφέρεται και να αποτελεί την τιμή εξάσκησης του προϊόντος. Η τιμή  $X_1$  θα πρέπει να είναι μικρότερη και κοντά στο  $X_2$ . Η λήξη του κάθε συνδυασμού, θα συμπίπτει με την ημερομηνία πληρωμής τοκομεριδίων. Εναλλακτικά από πέντε (5) cash-or-nothing binary call options Ευρωπαϊκού τύπου με τιμή εξάσκησης  $X$ , λήξης το κάθε ένα την ημερομηνία πληρωμής του τοκομεριδίου.

Συγκεκριμένα:

Για κεφάλαιο 10.000.000 Ευρώ.

Ποσό  $Ke^{-\pi} = 10.000.000 \cdot e^{-0,039995 \cdot 5} = 8.198.512$  τοποθετείται σε zero coupon ομόλογα διάρκειας πέντε (5) ετών. Δεδομένου ότι zero coupon πέντε ετών δεν υπάρχουν θα πρέπει να επιλεγεί εναλλακτική διαδικασία τοποθέτησης των διαθεσίμων.

Παράδειγμα: Τοποθέτηση στη διατραπεζική αγορά για 6M ή 1Y και σύναψη συμφωνιών forward rate agreements (λήψη σταθερού, έναντι κυμαινόμενου) για το σύνολο του κεφαλαίου που θα προκύπτει κάθε φορά (κεφάλαιο και τόκοι κάθε περιόδου).

Το υπόλοιπο του κεφαλαίου  $10.000.000 - 10.000.000 \cdot e^{-\pi}$  δηλαδή 1.812.488 Ευρώ, μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την χρηματοδότηση των συνθετικών options.

Το διαθέσιμο ποσό θα πρέπει να μοιραστεί στα πέντε spreads έτσι ώστε να χρηματοδοτήσει και εφόσον επιτευχθεί ο όρος του προϊόντος το κάθε spread να αποδώσει το τοκομερίδιο που θα πρέπει να λάβει ο πελάτης.

Συνεπώς:

$$K [(C_{\alpha 1} - C_{\alpha 2}) + (C_{\beta 1} - C_{\beta 2}) + (C_{\gamma 2} - C_{\gamma 1}) + (C_{\delta 2} - C_{\delta 1}) + (C_{\epsilon 2} - C_{\epsilon 1})] = \text{Υπόλοιπο}$$

Καθώς τα  $C_{\alpha 1} - C_{\alpha 2}$ ,  $C_{\beta 1} - C_{\beta 2}$  .....  $C_{\epsilon 1} - C_{\epsilon 2}$  μπορούν να υπολογιστούν, ο συντελεστής  $y$  αποτελεί τον πολλαπλασιαστή για τα premium που μπορούν να καταβληθούν στην έναρξη του προϊόντος. Με τα premium αυτά θα δημιουργηθεί η θέση Long στο συνθετικό option, το οποίο στη λήξη, με την προϋπόθεση, ότι η τιμή στα spot θα υπερβαίνει το strike price, θα αποδώσουν την πρόσθετη απόδοση.

Συγκεκριμένα λαμβάνοντας ως τιμή spot την τρέχουσα τιμή 1,03 \$/Euro και ως strike price της long θέσης σε call την ίδια τιμή (1,03 \$/Euro) ενώ ως strike price της short θέσης την τιμή 1,0518 \$/Euro (διαφορά 2,11%), δημιουργούνται συνολικά ανοίγματα των οποίων η θεωρητική απόδοση σε όρους παρούσας αξίας είναι 2,12 ως 2,25 φορές μεγαλύτερη της τιμής του.

$$\text{Καθώς στο 1ο έτος } C_1 - C_2 = 0,00998314$$

$$\ll \text{ 2ο έτος } C_1 - C_2 = 0,00947383$$

$$\ll \text{ 3ο έτος } C_1 - C_2 = 0,00869553$$

$$\ll \text{ 4ο έτος } C_1 - C_2 = 0,00820285$$

$$\ll \text{ 5ο έτος } C_1 - C_2 = 0,00791475$$

Κατά συνέπεια  $y \cdot (0,00998314 + 0,00947383 + 0,00869553 + 0,00820285 + 0,00791475) = 1.812.488 \text{ Euro}$ . Άρα  $y = 40.941.584$  ανοδικά ανοίγματα πρέπει να δημιουργηθούν για την επίτευξη του επιθυμητού αποτελέσματος. Το ετήσιο τοκομερίδιο που θα πρέπει να προκύψει από τα πιο πάνω ανοδικά ανοίγματα είναι  $(1,0518-1,03) \cdot 40.941.584 = 892.526$

Εναλλακτικά καθώς  $\sigma = 0,110377$ ,  $S_0 = 1,03$ ,  $X = 1,0518$  και τα συνεχώς ανατοκιζόμενα επιτόκια δολαρίου και Ευρώ απεικονίζονται στον πιο κάτω πίνακα:

Διάρκεια	Επιτόκιο \$	Επιτόκιο
1Y	0,015863	0,030311
2Y	0,018608	0,031754
3Y	0,022161	0,035127
4Y	0,025597	0,038226
5Y	0,029610	0,039995

έχουμε:

$$- \quad d_2 (1Y) = \frac{\ln(S_0 / x) + (r - r_f - \sigma^2)T}{\sigma\sqrt{T}} = d_1 - \sigma\sqrt{T} = -0,37584$$

$$N(d_2) = N(-0,37) - 0,584 * (N(-0,37) - N(-0,38)) = 0,3557 - 0,584 * (0,3557 - 0,3520) = 0,3535$$

$$\text{Άρα } C_1 = Q * \exp(-r_{e(1Y)} * t) * N(d_2) = Q * 0,3430 \quad (1)$$

$$- \quad d_2 (2Y) = -0,29644$$

$$N(d_2) = N(-0,29) - 0,644 * (N(-0,29) - N(-0,30)) = 0,3859 - 0,644 * (0,3859 - 0,3821) = 0,3825$$

$$\text{Άρα } C_2 = Q * \exp(-r_{e(2Y)} * t) * N(d_2) = Q * 0,3599 \quad (2)$$

$$- \quad d_2 (3Y) = -0,27296$$

$$N(d_2) = N(-0,27) - 0,296 * (N(-0,27) - N(-0,28)) = 0,3936 - 0,296 * (0,3936 - 0,3897) = 0,3948$$

$$\text{Άρα } C_3 = Q * \exp(-r_{e(3Y)} * t) * N(d_2) = Q * 0,3532 \quad (3)$$

$$- \quad d_2 (4Y) = -0,26246$$

$$N(d_2) = N(-0,26) - 0,246 * (N(-0,26) - N(-0,27)) = 0,3974 - 0,246 * (0,3974 - 0,3936) = 0,3965$$

$$\text{Άρα } C_4 = Q * \exp(-r_{e(4Y)} * t) * N(d_2) = Q * 0,3403 \quad (4)$$

$$- \quad d_2 (5Y) = -0,25034$$

$$N(d_2) = N(-0,25) - 0,034 * (N(-0,25) - N(-0,26)) = 0,4013 - 0,034 * (0,4013 - 0,3974) = 0,4012$$

$$\text{Άρα } C_5 = Q * \exp(-r_{e(5Y)} * t) * N(d_2) = Q * 0,3285 \quad (5)$$

Οι πιο πάνω πέντε (5) εξισώσεις σε συνδυασμό με την εξίσωση,

$$C_1 + C_2 + C_3 + C_4 + C_5 = 1.812.488$$

αν επιλυθούν μας δίνουν την ονομαστική πληρωμή στη λήξη ( Q ) καθώς και την τιμή του κάθε δικαιώματος.

Συγκεκριμένα:

$$C_1 + C_2 + C_3 + C_4 + C_5 = 1.812.488 \Rightarrow$$

$$Q * 0,3430 + Q * 0,3599 + Q * 0,3532 + Q * 0,3403 + Q * 0,3285 = 1.812.488$$

$$\Rightarrow Q = 1,7247 * 1.812.488 \Rightarrow Q = 1.050.874$$

$$\text{Άρα } C_1 = 360.432,9$$

$$C_2 = 378.165,2$$

$$C_3 = 371.116,3$$

$$C_4 = 357.561,3$$

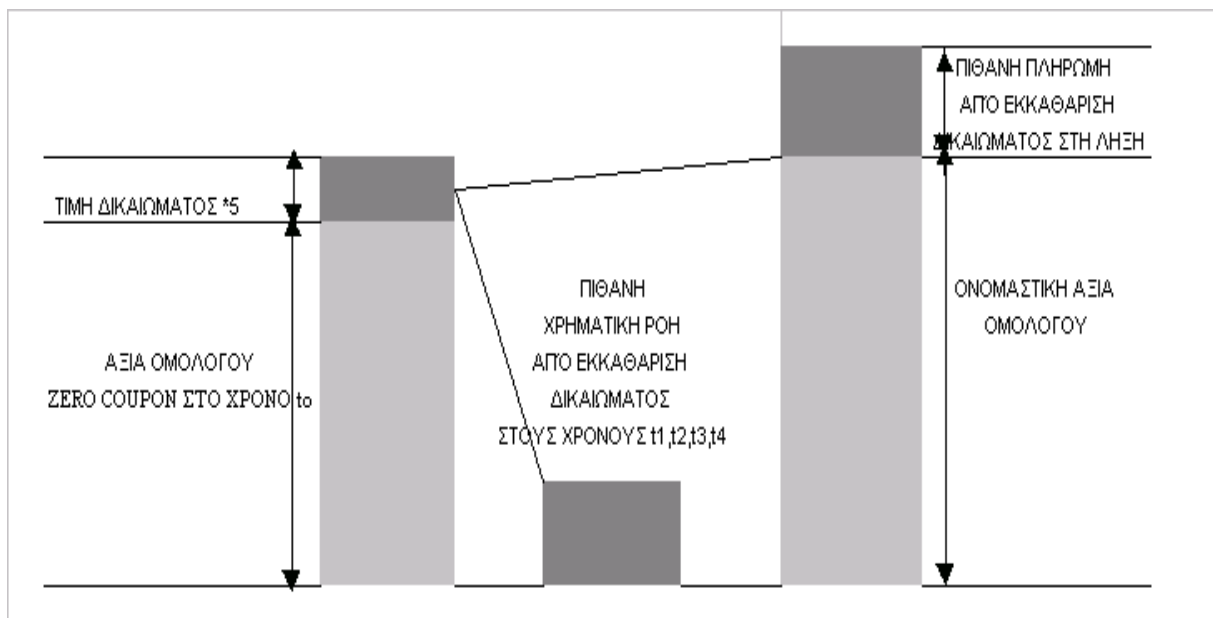
$$C_5 = 345.166,3$$

Η ετησιοποιημένη απόδοση με βάση το πιο πάνω κουπόνι ( Q ) είναι 10.5%

Όπως είναι φανερό για τον υπολογισμό των πιο πάνω αποδόσεων δεν ελήφθησαν υπόψη θέματα που σχετίζονται με :

- κόστη συναλλαγών
- ρευστότητα αγοράς

Ένα επιπλέον ζήτημα που έχει να κάνει με την ανάγκη πληρωμής του τοκομεριδίου σε Ευρώ θα πρέπει να αντιμετωπιστεί με ανάλογες μετατροπές των νομισμάτων ή δημιουργώντας θέση short στο \$ αντί θέσης long σε Ευρώ, οπότε οι πληρωμές και οι εισπράξεις θα γίνονται σε Ευρώ.



## HEDGING

Η δημιουργία των spreads ή των digitals θα γίνει συνθετικά με την δημιουργία με futures και options τα οποία διαπραγματεύονται σε οργανωμένες αγορές του απαιτούμενου δέλτα και γάμα - στις περιπτώσεις που κρίνεται σκόπιμο -.

## Δέλτα

Όπως είναι γνωστό δέλτα ( $\delta$ ) είναι ο λόγος της μεταβολής του option σε σχέση με τη μεταβολή του υποκείμενου αγαθού. Κατά συνέπεια μπορεί να ερμηνευτεί και ως ο αριθμός μονάδων του υποκείμενου αγαθού που πρέπει να διακρατείται προκειμένου για κάθε short θέση να δημιουργείται αντιστάθμιση χωρίς κίνδυνο. Αντίστοιχα μπορεί να ερμηνευτεί και ως ο αριθμός μονάδων της υποκείμενης αξίας που πρέπει να πουληθεί για την αντιστάθμιση χωρίς κίνδυνο κάθε long θέσης σε options. Το δέλτα καθώς είναι η κλίση της καμπύλης που αναπαριστά την μεταβολή της τιμής του option

σε σχέση με την μεταβολή της υποκείμενης αξίας, εκφραζόμενο μαθηματικά, είναι η πρώτη παράγωγος της τιμής των option σε σχέση με την spot αγορά.

$$\Delta = \partial c / \partial s$$

Είναι προφανές ότι καθώς η μεταβολή της τιμής του option δεν έχει γραμμική σχέση με την μεταβολή του υποκείμενου, το δέλτα μεταβάλλεται κάθε φορά που υπάρχει μετακίνηση από συγκεκριμένο σημείο της καμπύλης.

Με βάση το υπόδειγμα των Black - Scholes ο υπολογισμός των δέλτα με υποκείμενο νομισματικές ιστοιμίες γίνεται ως εξής:

$$\alpha. \text{ για European Calls} \quad \delta = e^{-rf \cdot T} N(d_1)$$

$$\beta. \text{ για European puts} \quad \delta = e^{-rf \cdot T} [N(d_1) - 1]$$

Το δέλτα του ανοδικού ανοίγματος με put, κατά συνέπεια ισούται με το δέλτα της long put θέσης μείον το δέλτα της short put θέσης.

Εξάλλου το δέλτα ενός binary call option ισούται με:

$$\delta = \frac{cash}{s \cdot \sigma \cdot \sqrt{\tau}} \cdot e^{-rT} \cdot N(d_2)$$

Δεδομένου ότι για την δημιουργία του επιθυμητού δέλτα θα χρησιμοποιηθούν futures των οποίων ως γνωστό η θεωρητική τιμή είναι  $F = S e^{(r-f)T}$ . Συνεπώς μεταβολή  $\Delta S$  στην τιμή του υποκείμενου, επιφέρει  $\Delta S \cdot e^{(r-f)T}$  μεταβολή στην τιμή του future. Κατά συνέπεια το  $\delta$  του future είναι  $e^{(r-f)T}$  και  $e^{-(r-f)T}$  συμβόλαια μελλοντικής εκπλήρωσης, έχουν την ίδια ευαισθησία με την μεταβολή ανάλογου μεγέθους υποκείμενης αξίας στη spot αγορά.

Άρα αν  $H_F$  είναι η απαιτούμενη ποσότητα συμβολαίων μελλοντικής εκπλήρωσης για δέλτα hedging και  $H_A$  η θέση στην υποκείμενη αγορά για δέλτα hedging, τότε θα πρέπει να ισχύει η σχέση  $H_F = e^{-(r-f)T} \cdot H_A$ .

Τέλος το δέλτα του συνόλου της θέσης, είτε αυτή αποτελείται από futures, είτε από options, είτε ακόμη από το ίδιο το υποκείμενο, είναι το άθροισμα των δέλτα των επιμέρους στοιχείων που αποτελούν τη θέση. Ως δέλτα επιμέρους στοιχείων λαμβάνεται το γινόμενο του πλήθους  $n_i$  των στοιχείων με το δέλτα τους

$$\delta \text{ portfolio} = \sum_{i=1}^n n_i \delta_i$$

### Γάμμα

Γάμμα είναι ο ρυθμός της μεταβολής του δέλτα ενός portfolio, σε σχέση με την αλλαγή της τιμής του υποκείμενου αγαθού. Εκφρασμένο μαθηματικά το γάμμα είναι η δεύτερη παράγωγος της τιμής του portfolio σε σχέση με την μεταβολή της υποκείμενης αξίας  $\gamma = \partial^2 \Pi / \partial S^2$

Καθώς, σύμφωνα με το ανάπτυγμα του Taylor

$$\Delta \Pi = (\partial \Pi / \partial S) \cdot \Delta S + (\partial \Pi / \partial t) \cdot \Delta t + \frac{1}{2} (\partial^2 \Pi / \partial S^2) \cdot \Delta S^2 \dots$$

το δέλτα hedging προσαρμόζει την τιμή του χαρτοφυλακίου, μετά από μεταβολές της υποκείμενης αξίας όσον αφορά την αναλογία του πρώτου όρου.

Στο πιο πάνω ανάπτυγμα ο δεύτερος όρος δεν είναι στοχαστικός, ενώ ο τρίτος όρος είναι το  $\gamma$  του portfolio. Κατά συνέπεια η μεταβολή της αξίας ενός χαρτοφυλακίου με ουδέτερο δέλτα θα είναι:

$$\Delta \Pi = \partial \Delta t + \frac{1}{2} \gamma \cdot \Delta S^2$$

Στις περιπτώσεις όπου το  $\gamma$  είναι μεγάλο, η μεταβολή στην αξία του χαρτοφυλακίου θα είναι σημαντική και κατά συνέπεια το γάμμα θα πρέπει να εκτιμάται και να γίνεται το ανάλογο hedging για την αποφυγή λάθους προσαρμογών ή απρόβλεπτων μεταβολών στην αξία του χαρτοφυλακίου.

Με βάση το υπόδειγμα Black Scholes για European call και puts σε νομισματικές ισοτιμίες  $\gamma = \frac{N'(d_1) \cdot e^{-r_f T}}{S_0 \sigma \sqrt{T}}$

Κατά συνέπεια το γάμμα ενός ανοδικού ανοίγματος ισούται με το γάμμα της θέσης long μείον το γάμμα της θέσης short.

Εξάλλου το γάμμα ενός binary cash-or-nothing call, ισούται με:

$$\gamma = \frac{cash}{S^2 \sigma^2 T} \cdot e^{-rT} \cdot d_1 \cdot N(d_2)$$

Τέλος το  $\gamma$  χαρτοφυλακίου αποτελούμενου από  $i$  είδη options, είναι:

$$\gamma \text{ portfolio} = \sum_{i=1}^n n_i \gamma_i$$

**Εναλλακτική λύση 1<sup>η</sup>:**

Όπως αναφέρθηκε και πιο πάνω η δημιουργία των spreads θα γίνει συνθετικά. Για το σκοπό αυτό θα υπολογίζεται κάθε φορά το απαιτούμενο γάμμα και δέλτα για τη δημιουργία της συνθετικής θέσης.

Στη συνέχεια και εφόσον κρίνεται σκόπιμο, θα γίνεται γάμμα hedging και στη συνέχεια δέλτα hedging. Σε διαφορετική περίπτωση θα γίνεται μόνο δέλτα hedging.

Ειδικότερα: για τα spreads του 1ου έτους.

Όπως προκύπτει από τον υπολογισμό, το δέλτα του κάθε spread στο χρόνο το είναι 0.0170645 και κατά συνέπεια το συνολικό απαιτούμενο δέλτα είναι  $\delta = n_i \delta_i = 40.941.584 * 0,0170645 = 1.397.295$  Ευρώ spot.

Η θέση αυτή θα δημιουργηθεί με futures τα οποία διαπραγματεύονται στο EURONEXT. Το μέγεθος των συμβολαίων USD/EURO είναι 20.000 Ευρώ.

Δεδομένου ότι για δέλτα hedging στη spot απαιτούνται  $H_A = 1.397.295$  Ευρώ long θέση, για δέλτα hedging με futures απαιτούνται  $H_F = e^{-(r-r_f) \cdot T^*} \cdot H_A / 20.000 = 70.12$  συμβόλαια. (υπολογιζόμενη διάρκεια  $T^*$  futures 3 μήνες, που εκτιμάται ότι έχουν την απαιτούμενη ρευστότητα).

Η προσαρμογή του δέλτα θα γίνεται κάθε εβδομάδα και εφόσον απαιτείται, εφόσον δηλαδή η απαιτούμενη προσαρμογή είναι ουσιαστική.

Πριν τη λήξη των συμβολαίων θα γίνεται κλείσιμο της θέσης και άνοιγμα καινούριας, με χρόνο λήξης μεταγενέστερο (roll over).

Τους δύο τελευταίους μήνες πριν τη συμπλήρωση έτους θα γίνεται και γάμμα hedging υπό την προϋπόθεση ότι η τιμή της spot θα είναι κοντά στο strike price. Στην περίπτωση αυτή θα εκτιμάται το απαιτούμενο γάμμα το οποίο θα δημιουργείται με options, τα οποία διαπραγματεύονται επίσης στο EURONEXT.

Η συνολική απαιτούμενη θέση σε γάμμα προκύπτει από τον πολλαπλασιασμό του γάμμα του κάθε spread με το σύνολο των spreads.

Το συνολικό επιθυμητό γάμμα διαιρούμενο με το γάμμα των options που διαπραγματεύονται στην αγορά, μας δίνει τον αριθμό των options που απαιτούνται για την δημιουργία του επιθυμητού γάμμα.

Περαιτέρω θα πρέπει να υπολογιστεί το δέλτα της νέας θέσης που απαιτείται να δημιουργηθεί μετά την προσαρμογή που επιφέρει η είσοδος στο χαρτοφυλάκιο των options. Συγκεκριμένα στο επιθυμητό δέλτα (spreads X δέλτα) θα πρέπει να αφαιρεθεί ή προστεθεί το δέλτα των options (options X δέλτα) και στη συνέχεια το υπόλοιπο δέλτα να δημιουργηθεί με αγορά ή πώληση futures.



$$\delta = \sum_{i=1}^n n_i \delta_{opt} + \sum_{i=1}^n n_i \cdot \delta_{fut}$$

$$\delta_{adj} = \delta_{opt} - \delta_{θέσης}$$

Τέλος κατά την εκπνοή του option (ετήσιου) θα πρέπει να κλείσουν όλες οι θέσεις και να εκτιμηθεί το αποτέλεσμα, το οποίο θα πρέπει να είναι τουλάχιστον το απαιτούμενο ποσό για την πληρωμή των τοκομεριδίων εφόσον, η τιμή στη spot αγορά υπερβαίνει το strike price.

Η ίδια διαδικασία ακολουθείται και για τα options των επομένων ετών.

### **Εναλλακτική λύση 2η**

Υπολογίζεται το συνολικό απαιτούμενο δέλτα της θέσης στο χρόνο  $t_0$ . Η θέση αυτή δημιουργείται με futures, όπως και προηγούμενα, λαμβάνοντας υπόψη και το δέλτα των futures.

Η εκτίμηση των μεταβολών του απαιτούμενου δέλτα, του δέλτα της θέσης και οι απαιτούμενες προσαρμογές γίνονται κάθε εβδομάδα, εφόσον είναι ουσιαστικές.

Στο χρονικό διάστημα πριν τη λήξη του option (ετήσιου) γίνεται γάμμα hedging, εφόσον η τιμή στη spot αγορά είναι κοντά στη τιμή εξάσκησης.

Στην περίπτωση αυτή γίνεται και πάλι υπολογισμός του δέλτα της νέας θέσης και σχετική προσαρμογή.

### **ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ – ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ**

Ύστερα από διαδοχικές δοκιμές με υποθετικές τυχαίες μεταβολές της αγοράς και λαμβάνοντας υπόψη το εκτιμώμενο πραγματικό κόστος συναλλαγών, margin κλπ., διαπιστώνεται ότι η απόδοση των ανοδικών ανοιγμάτων, με hedging στα επίπεδα του υπολογιζόμενου δέλτα, δεν αποδίδει το αναμενόμενο αποτέλεσμα, όταν η τιμή της υποκείμενης αγοράς στη λήξη είναι κοντά στην τιμή εξάσκησης.

Ειδικότερα υπολογίζεται ότι στην περίπτωση που η τιμή της υποκείμενης υπερβαίνει ελαφρώς την τιμή εξάσκησης (in the money), η απόδοση του προϊόντος περιορίζεται σε επίπεδα της τάξης του 4,0%. Αντίθετα αρνητική κίνηση της αγοράς μειώνει τη θέση (αξία) του προϊόντος κατά 0.50 -1.00% περίπου.

Λόγω του γεγονότος αυτού (περιορισμένης ευαισθησίας) στις μεταβολές της αγοράς, έγινε υπολογισμός με διπλασιασμό του δέλτα και του γάμμα.

Σε αυτή την περίπτωση, για αντίστοιχες μεταβολές με την προηγούμενη περίπτωση, η αύξηση της αξίας του προϊόντος, σε περίπτωση που η υποκείμενη αγορά βρεθεί in the money αλλά κοντά στην τιμή εξάσκησης, αυξάνεται κατά 6,05% περίπου, ενώ σε περίπτωση καθοδικής κίνησης μειώνεται κατά 1.00-1.50% περίπου.

Σε αντίθεση με την πιο πάνω εναλλακτική λύση, η δεύτερη εναλλακτική παρουσιάζει ιδιαίτερο ενδιαφέρον.

Συγκεκριμένα:

Σε περίπτωση ανόδου της υποκείμενης αγοράς ώστε να υπερβαίνει ελαφρώς την τιμή εξάσκησης, η αξία του προϊόντος αυξάνεται κατά 7,30% περίπου.

Αρνητική εξέλιξη στην πορεία της αγοράς, αντίθετα, σημαίνει απώλειες της τάξης του 2.00% περίπου που βρίσκεται εντός των πλαισίων της τιμής του κάθε option.

Συμπερασματικά λοιπόν, αναφέρεται ότι: το εξεταζόμενο προϊόν όσον αφορά την διάρθρωσή του με κάθετα ανοδικά ανοίγματα με puts (και calls) λαμβάνοντας υπόψη ότι σε όρους πραγματικής αγοράς πρέπει να συνυπολογιστούν:

- ✓ ποσοστό περιθωρίου του Πιστωτικού Ιδρύματος,
  - ✓ αποκλίσεις λόγω της διαφοράς της θεωρητικής τιμής των futures από την πραγματική τους τιμή (βάση προσδοκιών),
  - ✓ θέματα ρευστότητας της αγοράς και μάλιστα σε συνεχή βάση,
  - ✓ τυχόν αποκλίσεις που θα προκύψουν λόγω της μεταβολής της υποκείμενης αγοράς κατά το χρόνο των προσαρμογών του hedging, οι οποίες ενδέχεται να είναι σε βάρος της αξίας του προϊόντος,
  - ✓ το ύψος των επιτοκίων που έχουν ληφθεί υπόψη,
- κρίνεται ότι μπορεί να χρησιμοποιηθεί οριακά για την διάρθρωση προϊόντος εγγυημένου κεφαλαίου.

Αντίθετα, η δεύτερη εναλλακτική πρόταση φαίνεται να παρουσιάζει ιδιαίτερο ενδιαφέρον, δεδομένου ότι η απόδοση η οποία προκύπτει δίνει τη δυνατότητα για την κάλυψη του ποσοστού περιθωρίου του Πιστωτικού Ιδρύματος, παρέχει περαιτέρω περιθώριο ασφάλισης για την κάλυψη κινδύνων της αγοράς και ύστερα από αυτά προκύπτει απόδοση η οποία θεωρείται ελκυστική.

Βιβλιογραφία:

Hull, J., C., (1998) "Introduction to futures and Options Markets" Prentice Hall International Edition, Third Edition.

Arditti F,L. (1996) "Derivatives" Harvard Business Press.

Smithson, C.,W., (1998) "Managing Financial Risk" Irwin library of Investment and Finance.

Hull, J., C., (2000) "Options futures and other derivatives Securities" Prentice Hall International Edition, Fourth Edition.

Zhang, P., G., (1998) "Exotic options. A guide to second generation Options" World Scientific, Second Edition.