

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ  
ΤΜΗΜΑ ΧΡΗΜΑΤΟΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΡΑΠΕΖΙΚΗΣ  
ΔΙΟΙΚΗΤΙΚΗΣ



ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΣΠΟΥΔΩΝ:  
ΧΡΗΜΑΤΟΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗ ΚΑΙ ΤΡΑΠΕΖΙΚΗ ΔΙΟΙΚΗΤΙΚΗ

**ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ:**

**Η σχέση μεταξύ αναμενόμενης απόδοσης και βήτα όταν δεν  
υπάρχει ανοιχτή πώληση μετοχών**

**Πετριτάκης Ευστάθιος**

**ΜΧΡΗ 1729**

**Επιβλέπων καθηγητής:**

Δημήτριος Κυριαζής

**Μέλη Επιτροπής:**

Δημήτριος Κυριαζής

Νικόλαος Απέργης

Νικόλαος Κουρογένης



*Θα ήθελα να ευχαριστήσω τον καθηγητή κ. Γεώργιο Διακογιάννη για την πολύτιμη βοήθειά του καθ'όλη τη διάρκεια της διπλωματικής αυτής εργασίας.*

Περίληψη .....	8
1. Εισαγωγή.....	10
2. Θεωρία Χαρτοφυλακίου .....	11
2.1: Τι είναι; .....	11
2.2 Κατηγορίες περιουσιακών στοιχείων .....	11
2.3 Τύποι επενδυτών .....	14
2.4 Επιλογή μετοχών.....	16
2.4.1 Ποιοτικά κριτήρια .....	16
2.4.2 Ποσοτικά κριτήρια .....	17
2.4.3 Στατιστικά κριτήρια.....	25
2.5 Υπόδειγμα Markowitz .....	31
2.6 Το υπόδειγμα του ενός δείκτη (Single Index Model) .....	35
2.7 Υπόδειγμα ενός δείκτη για χαρτοφυλάκια.....	38
2.8 Υπολογισμός χαρτοφυλακίου ελαχίστου κινδύνου .....	39
2.9 Θεωρία της Κεφαλαιαγοράς .....	39
2.10 Security Market Line ( S.M.L) .....	45
2.11 Θεωρία αποτίμησης με βάση το Arbitrage(Arbitrage Pricing Theory). .....	46
3. Εμπειρικές μελέτες.....	50
3.1 Risk, Return & Equilibrium: Empirical Tests (Eugene F. Fama & James D. Macbeth, 1973).....	50
3.2 A Test of the Capital Asset Pricing Model on European Stock Markets (Franco Modigliani, Gerald A. Pogue & Bruno H. Solnik, 1973) .....	53
3.3 A Critique of the Asset Pricing Theory's Tests / Part I: On Past and Potential Testability of the Theory (R.Roll 1977) .....	56
3.4 Multivariate Tests of Financial Models – A New Approach (Michael R. Gibbons_1982).....	61
3.5 The Capital Asset Pricing Model: Theory and Empiricism (Haim Levy, 1983) .....	64
3.5.1 Η γραμμική σχέση αναμενόμενης απόδοσης και $\beta$ .....	64
3.5.2 Το χαρτοφυλάκιο αγοράς, η ανοιχτή πώληση και το αποδοτικό σύνολο.....	66
3.5.3 Σχέση αναμενόμενης απόδοσης και $\beta$ όταν δεν υπάρχει ανοιχτή πώληση .....	70
3.6 A Test of the Efficiency of a Given Portfolio (Michael R. Gibbons, Stephen A. Ross & Jay Shanken, 1989) .....	72

3.7 A three dimensional risk – return relationship based upon the inefficiency of a portfolio: derivation and implications (G.P Diacogiannis, 1999) .....	76
4. Μεθοδολογία.....	84
4.1 Σχηματική Προσέγγιση (Roll).....	84
4.2 Σχηματική Προσέγγιση (Markowitz).....	87
4.3 Στατιστικό τεστ.....	88
4.4 Τρισδιάστατο μοντέλο .....	90
4.5 Δεδομένα.....	92
5. ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΑΝΑΛΥΣΗ.....	96
5.1 Σχηματική προσέγγιση (Roll).....	96
5.1.1 Ημερήσια δεδομένα .....	96
5.1.2 Εβδομαδιαία δεδομένα .....	102
5.2 Σχηματική προσέγγιση (Markowitz).....	106
5.2.1 Ημερήσια δεδομένα .....	106
5.2.2 Εβδομαδιαία δεδομένα .....	108
5.3 Στατιστική προσέγγιση .....	109
5.3.1 Ημερήσια δεδομένα .....	109
5.3.2 Εβδομαδιαία δεδομένα .....	109
5.4 Τρισδιάστατο μοντέλο .....	110
5.4.1 Ημερήσια δεδομένα .....	110
5.3.2 Εβδομαδιαία δεδομένα .....	114
Συμπεράσματα.....	118
Βιβλιογραφία.....	120
APPENDIX.....	122

## Περιεχόμενα Διαγραμμάτων:

Διάγραμμα 2.1 Χαρτοφυλάκιο ελαχίστου κινδύνου .....	35
Διάγραμμα 2.2 Γραμμή Κεφαλαιαγοράς.....	41
Διάγραμμα 2.3 CAPM .....	43
Διάγραμμα 2.4 S.M.L .....	46
Διάγραμμα 3.1 Αποδοτικά σύνολα και δείκτης .....	70
Διάγραμμα 3.2 Αποδοτικό σύνολο και υπολειμματικός όρος .....	77
Διάγραμμα 5.1 Σύγκριση χαρτοφυλακίου $r$ με το αποδοτικό σύνολο ημερήσιων παρατηρήσεων (Roll).....	101
Διάγραμμα 5.2 Σύγκριση χαρτοφυλακίου $r$ με το αποδοτικό σύνολο εβδομαδιαίων παρατηρήσεων (Roll).....	105
Διάγραμμα 5.3 Σύγκριση χαρτοφυλακίου $r$ με το αποδοτικό σύνολο ημερήσιων παρατηρήσεων (Markowitz).....	107
Διάγραμμα 5.4 Αριθμός μετοχών με θετικά σταθμά ημερήσιων παρατηρήσεων .....	107
Διάγραμμα 5.5 Σύγκριση χαρτοφυλακίου $r$ με το αποδοτικό σύνολο εβδομαδιαίων παρατηρήσεων (Markowitz).....	108
Διάγραμμα 5.6 Αριθμός μετοχών με θετικά σταθμά εβδομαδιαίων παρατηρήσεων .....	108
Διάγραμμα 5.7 Συχνότητα αποδόσεων ημερήσιων παρατηρήσεων βάσει CAPM .....	113
Διάγραμμα 5.8 Συχνότητα αποδόσεων ημερήσιων παρατηρήσεων βάσει του μοντέλου των Diacogiannis & Feldman .....	113
Διάγραμμα 5.9 Συχνότητα αποδόσεων εβδομαδιαίων παρατηρήσεων βάσει CAPM .....	117
Διάγραμμα 5.10 Συχνότητα αποδόσεων εβδομαδιαίων παρατηρήσεων βάσει του μοντέλου των Diacogiannis & Feldman .....	117

**Περιεχόμενα Πινάκων:**

Πίνακας 2.1 Παράδειγμα P/S .....	21
Πίνακας 2.2 Παράδειγμα Score Rating .....	25
Πίνακας 2.3 Παράδειγμα Score Rating συνέχεια .....	25
Πίνακας 3.1 Δείγμα 15 Μετοχών .....	67
Πίνακας 3.2 Συσχέτιση των 15 μετοχών του πίνακα 3.1 .....	68
Πίνακας 3.3 Κατανομή σταθμίσεων για $n=5,10,15$ .....	69
Πίνακας 3.4 Κατανομή σταθμίσεων όταν δεν υπάρχει ανοιχτή πώληση μετοχών .....	71
Πίνακας 3.5 Πίνακας συνοπτικής επισκόπησης εμπειρικών μελετών .....	81
Πίνακας 4.1 Ονόματα μετοχών .....	92
Πίνακας 5.1 Κατανομή σταθμίσεων ημερήσιων παρατηρήσεων .....	96
Πίνακας 5.2 Κατανομή σταθμίσεων εβδομαδιαίων παρατηρήσεων .....	102
Πίνακας 5.3 Διαφορά αποδόσεων ημερήσιων παρατηρήσεων .....	110
Πίνακας 5.4 Διαφορά αποδόσεων εβδομαδιαίων παρατηρήσεων .....	114

## Περίληψη

Ο σκοπός αυτής της διπλωματικής εργασίας είναι σε πρώτη φάση να αποδείξει την έλλειψη αποτελεσματικότητας του δείκτη FTSE 100. Έπειτα να βρει την σχέση αναμενόμενης απόδοσης και βήτα όταν δεν υπάρχει ανοιχτή πώληση μετοχών, δεδομένου ότι ο δείκτης απαγορεύεται να έχει αρνητικά σταθμά. Για να εξεταστεί αυτή η υπόθεση, χρησιμοποιήθηκαν δεδομένα από τον Απρίλιο του 2015 έως τον Δεκέμβριο του 2018 για ημερήσιες καθώς και εβδομαδιαίες αποδόσεις. Τα δεδομένα πάρθηκαν από την βάση δεδομένων της Thomson Reuters, από το Τμήμα Χρηματοοικονομικής και Τραπεζικής Διοικητικής του Πανεπιστημίου Πειραιώς. Έτσι λοιπόν έγιναν τρεις έλεγχοι για το αν ο δείκτης είναι αποδοτικός. Δυο σχηματικοί, βάσει του Roll, και βάσει του Markowitz, και ένας στατιστικός. Τέλος, εκτιμήσαμε τις αποδόσεις των 101 μετοχών που αποτελούν τον δείκτη FTSE 100 χρησιμοποιώντας το μοντέλο των Diacogiannis & Feldman (2013). Τα αποτελέσματα μας έδειξαν αρχικά ότι ο δείκτης FTSE 100 είναι μη αποτελεσματικός και έπειτα ότι υπάρχει απόκλιση ( είτε υπερεκτίμηση είτε υποεκτίμηση) στις αποδόσεις των μετοχών όταν αυτές υπολογίζονται με το μοντέλο των Diacogiannis & Feldman (2013), πράγμα που σημαίνει ότι υπάρχει λανθασμένη εκτίμηση για το κόστος κεφαλαίου της κάθε εταιρίας .

Λέξεις κλειδιά: FTSE 100, Αποδοτικό Σύνολο, CAPM, Διακογιάννης, Feldman, Θεωρία Χαρτοφυλακίου, Ανοιχτή πώληση μετοχών.



## **Abstract**

The main purpose of this thesis at first point is to prove the inefficiency of the FTSE 100 index. Then to estimate the relationship between the expected return and beta when short sales aren't available. To do so, we took daily and weekly data for a 3,5 year period starting from April 2015 to December 2018. Data were downloaded from Thomson Reuters from the Department of Banking & Finance of the University of Piraeus. We've made three different tests, to check whether the index is efficient or not. Schematically using the Roll's, and Markowitz's techniques and a statistical one. Finally we estimated the average return of these 101 equities using the three dimensional model based on the Diacogiannis & Feldman (2013) paper. The results firstly proved the inefficiency of the FTSE 100 index and then a variation ( underestimation or overestimation) when calculated the equity returns using the Diacogiannis & Feldman (2013) model, meaning that there is a false estimation of the cost of capital of each company.

Keywords: FTSE 100, Efficient Frontier, Short sale, Diacogiannis, Feldman, Roll,

## **1. Εισαγωγή**

Είναι η στιγμή να επενδύσω τα χρήματά μου? Μπορώ να το κάνω έχοντας στα χέρια μου αρκετά από τα εργαλεία που υπάρχουν? Θα έχω μόνιμο κέρδος? Μπορώ να μην έχω μεγάλο κίνδυνο και να έχω μεγάλη αναμενόμενη απόδοση?

Αυτές είναι μερικές από τις ερωτήσεις που θα μπορούσε να έχει κάθε επενδυτής. Υπάρχουν δεκάδες εργαλεία και έρευνες που μπορούν να απαντήσουν σχεδόν εξ' ολοκλήρου σε αυτές τις ερωτήσεις. Το νέο ερώτημα όμως είναι: **Θέλουμε να ξέρουμε?**

Η ερώτηση αυτή δημιουργείται καθώς οι περισσότεροι οικονομολόγοι και χρηματοοικονομικοί σύμβουλοι χρησιμοποιούν εν γνώσει τους λανθασμένα ένα μοντέλο για να εκτιμήσουν τις αποδόσεις των μετοχών αλλά και να στηρίξουν πάνω σε αυτά τα αποτελέσματα, επενδύσεις εκατομμυρίων αλλά και δισεκατομμυρίων δολαρίων.

Γιατί λοιπόν ενώ είναι γνωστό αυτό, συνεχίζουν και βγάζουν λανθασμένα αποτελέσματα? Μήπως δεν υπάρχει κάποιο μοντέλο να εκτιμήσει πιο σωστά?

Σε αυτή τη διπλωματική εργασία, θα προσπαθήσουμε να ερμηνεύσουμε σε πρώτο χρόνο κάποιες από τις έρευνες του παρελθόντος και στη συνέχεια θα χρησιμοποιήσουμε δεδομένα του δείκτη της Μεγάλης Βρετανίας ( FTSE 100) για να ελέγξουμε αρχικά αν ο δείκτης αποτελεί ένα αποδοτικό χαρτοφυλάκιο. Ταυτόχρονα θα ελέγξουμε ποια χαρτοφυλάκια βρίσκονται στο αποδοτικό σύνολο. Έχουν ανοιχτή πώληση μετοχών ή όχι.

Τέλος θα χρησιμοποιήσουμε το μοντέλο των Diacogiannis & Feldman για να εκτιμήσουμε εκ νέου τις αποδόσεις των μετοχών που απαρτίζουν αυτόν τον δείκτη, γνωρίζοντας όπως είπαμε νωρίτερα, ότι το μοντέλο που χρησιμοποιείται ακόμη και σήμερα (Capital Asset Price Model) παράγει εσφαλμένα αποτελέσματα.

## **2. Θεωρία Χαρτοφυλακίου**

### **2.1: Τι είναι;**

Είναι μια σειρά από τεχνικές που βοηθούν έναν επενδυτή να αναλύσει, να αξιολογήσει και τέλος να επιλέξει χαρτοφυλάκια αξιόγραφων με ένα δεδομένο στόχο ή στόχους. Στο πλαίσιο της θεωρίας επενδύσεων χαρτοφυλακίου, οι επενδυτές τοποθετούν τον πλούτο τους, σε πολλά διαφορετικά περιουσιακά στοιχεία με σκοπό την μεγιστοποίηση της απόδοσης, και την ελαχιστοποίηση του κινδύνου ή την επιλογή μια συγκεκριμένης κλίμακας κινδύνου , με την αντίστοιχη (όπως θα δούμε παρακάτω) επιλογή απόδοσης. Στο δεύτερο σενάριο, ο επενδυτής επιλέγει το κατά πόσο δεκτικός ή όχι είναι στο κίνδυνο.

### **2.2 Κατηγορίες περιουσιακών στοιχείων**

Όπως αναφέραμε νωρίτερα, υπάρχουν διάφοροι τύποι περιουσιακών στοιχείων. Αυτά που κυρίως απασχολούν τους επενδυτές όμως και την θεωρία χαρτοφυλακίου γενικότερα, είναι τα περιουσιακά στοιχεία, τα οποία μπορούν να «μετρηθούν» και που είναι ανταλλάξιμα. Ας δούμε όμως μερικά από αυτά:

#### **1. Μετοχές**

Η μετοχή αποτελεί ένα μικρό κομμάτι (δηλαδή ένα μικρό ποσοστό ιδιοκτησίας) μιας εταιρείας. Τα κέρδη του επενδυτή-μετόχου σχετίζονται άμεσα από τη μελλοντική ανάπτυξη της συγκεκριμένης επιχείρησης στην οποία έχει επενδύσει. Η απόδοση του μετόχου προέρχεται είτε από την είσπραξη του μερίσματος, είτε από την πώληση της μετοχής σε υψηλότερη τιμή από την τιμή της κτήσης, είτε τέλος, από το συνδυασμό των δυο παραπάνω. Οι μετοχές χωρίζονται σε κοινές και προνομιούχες. Οι κοινοί μέτοχοι είναι οι ιδιοκτήτες της εταιρείας, και ανάλογα με τις μετοχές που έχουν και το ποσοστό, έχουν και δικαίωμα ψήφου. Οι εταιρίες εκδίδουν είτε μετοχές(προνομιούχες, κοινές), είτε ομολογίες.

**Σημαντική παρατήρηση:** Το μέρισμα πληρώνεται πρώτα στις προνομιούχες και έπειτα στις κοινές μετοχές. Εκτός αυτού, σε περίπτωση πτώχευσης της εταιρίας, και εφόσον υπάρχουν τα χρήματα, πρώτα θα πληρωθούν οι προνομιούχοι μέτοχοι.

## 2. Ομολογίες

Αποτελεί ένα χρέος του εκδότη της ομολογίας (δημόσιο ή επιχείρηση), προς τον επενδυτή-ομολογιούχο. Η απόδοση του ομολογιούχου περιορίζεται στην είσπραξη του τόκου και επηρεάζεται θετικά από τη φερεγγυότητα του εκδότη, από την πτωτική πορεία των επιτοκίων και από την ανοδική πορεία της συναλλαγματικής ισοτιμίας του νομίσματος της ομολογίας.

**Σημαντική παρατήρηση:** Ο τόκος στις ομολογίες δεν φορολογείται, γεγονός που τις καθιστά πιο προσιτές σε έκδοση από τις εταιρίες.

## 3. Τραπεζικές καταθέσεις

Αποτελούν ένα χρέος της τράπεζας προς τον επενδυτή-καταθέτη. Η απόδοση του καταθέτη απορρέει από την είσπραξη του τόκου και επηρεάζεται από τους ίδιους παράγοντες που επηρεάζεται και η απόδοση του ομολογιούχου. Συνήθως, οι τραπεζικές καταθέσεις προσφέρουν χαμηλότερα επιτόκια, αλλά συνεπάγονται υψηλότερη ρευστότητα, δηλαδή μεγαλύτερη ευκολία του επενδυτή να μετατρέψει τις καταθέσεις του σε χρήμα. Αυτά τα επιτόκια στη συνέχεια θα τα συναντήσουμε με την έννοια *risk free*, που σημαίνει ότι είναι χωρίς κίνδυνο επιτόκια.

## 4. Νομίσματα

Η απόδοση του επενδυτή επηρεάζεται πρώτον από την πορεία της συναλλαγματικής ισοτιμίας του συγκεκριμένου νομίσματος σε σχέση με ένα άλλο και δεύτερον από το επιτόκιο που προσφέρει το συγκεκριμένο

νόμισμα. Ένας επενδυτής θα επιλέξει να επενδύσει στο νόμισμα Α έναντι του νομίσματος Β, όταν προβλέπει ότι το άθροισμα του επιτοκίου και της ποσοστιαίας μεταβολής της συναλλαγματικής ισοτιμίας του Α θα είναι μεγαλύτερο από το άθροισμα του επιτοκίου και της ποσοστιαίας μεταβολής της συναλλαγματικής ισοτιμίας του νομίσματος Β.

## **5. Η κτηματαγορά**

Η απόδοση του επενδυτή απορρέει από την αύξηση της τιμής του ακινήτου, καθώς και από την είσπραξη ενοικίων. Τόσο η μεταβολή της τιμής ενός ακινήτου, όσο και το ύψος του ενοικίου επηρεάζονται άμεσα από την γενικότερη πορεία της οικονομίας, καθώς και από τις μεταβολές στις προτιμήσεις των αγοραστών και των ενοικιαστών.

## **6. Εμπορεύματα**

Ο επενδυτής αγοράζει ορισμένη ποσότητα εμπορευμάτων, τα οποία διαπραγματεύονται στα διεθνή χρηματιστήρια, όπως π.χ οι μετοχές. Πρόκειται για το πετρέλαιο, για το χρυσό, για διάφορα άλλα μέταλλα, (αλουμίνιο, ψευδάργυρος, χαλκός, χάλυβας, κ.λ.π.), καθώς επίσης και για μια σειρά από τρόφιμα, (όπως ο καφές, η ζάχαρη), κ.λ.π. Οι μεταβολές των τιμών των εμπορευμάτων εξαρτώνται από τις μεταβολές στη ζήτηση και στην προσφορά για τα εμπορεύματα αυτά, μεταβολές που μπορεί να οφείλονται είτε σε οικονομικές, είτε ακόμη και σε καιρικές μεταβολές, σε απεργίες, θεομηνίες, κ.λ.π.

## **7. Παράγωγα προϊόντα**

Πρόκειται για παράγωγα προϊόντα που βασίζονται στα πρωτογενή προϊόντα, όπως οι μετοχές, τα ομόλογα, τα νομίσματα, τα επιτόκια, τα εμπορεύματα, κ.λ.π. Οι κυριότερες κατηγορίες παραγώγων προϊόντων είναι τα δικαιώματα (options), τα προθεσμιακά συμβόλαια (futures) και οι ανταλλαγές (swaps).

## **8. Αμοιβαία κεφάλαια**

Πρόκειται για την ενιαία διαχείριση-επένδυση κεφαλαίων, (σε μετοχές, ομολογίες, εμπορεύματα, παράγωγα προϊόντα, κτηματαγορά, κ.λ.π.), που προέρχονται από μια ευρεία σειρά επενδυτών οι οποίοι είτε δεν έχουν τις γνώσεις να τα επενδύσουν άμεσα μόνοι τους, είτε πιστεύουν ότι μέσω των αμοιβαίων κεφαλαίων θα επιτύχουν καλύτερες επιδόσεις. Ο επενδυτής αγοράζει μερίδια ενός αμοιβαίου κεφαλαίου και η απόδοσή του είναι άμεσα συνδεδεμένη και εξαρτώμενη από τη μέση απόδοση των επιλογών των διαχειριστών του αμοιβαίου κεφαλαίου.

### **2.3 Τύποι επενδυτών**

Οι ειδικοί έχουν κατηγοριοποιήσει τους επενδυτές σε έξι τύπους. Η κατηγοριοποίηση αυτή αποτελεί μια τυποποιημένη μεθοδολογία διαμόρφωσης χαρτοφυλακίων που εξυπηρετούν διαφορετικά επενδυτικά προφίλ (επιθετικός, συντηρητικός) και διαφορετικές ανάγκες (χρειάζεται διαθέσιμη ρευστότητα ανά πάσα στιγμή, αποταμίευση για σπουδές παιδιών ή για απόκτηση κατοικίας ύστερα από αρκετά χρόνια κ.λπ.).

#### **1. Επενδυτής που αποφεύγει την ανάληψη κινδύνου**

Ο επενδυτής αυτός δεν επιθυμεί να αναλάβει καθόλου κίνδυνο για το κεφάλαιό του και δεν θέλει αρνητικές αποδόσεις ούτε βραχυπρόθεσμα. Γενικά, αναμένει αποδόσεις σχεδόν ίδιες με αυτές των καταθέσεων ταμειυτηρίου. Για τον επενδυτή αυτόν προτείνεται η τοποθέτηση όλων των χρημάτων του σε αμοιβαία κεφάλαια διαχείρισης διαθεσίμων ή σε άλλα προϊόντα χρηματαγοράς, όπως ρέπος, καταθέσεις κ.λπ.

#### **2. Επενδυτής που είναι «ευαίσθητος» στον κίνδυνο**

Επιθυμεί διατήρηση του κεφαλαίου και είναι διατεθειμένος να δεχθεί μικρό βραχυπρόθεσμο κίνδυνο, ώστε να έχει αποδόσεις στο μέλλον λίγο υψηλότερες από αυτές των καταθέσεων. Στον επενδυτή αυτόν προτείνεται το 10% του χαρτοφυλακίου του να αποτελείται από μετοχές, το 70% από ομόλογα και το υπόλοιπο 20% να είναι τοποθετημένο σε προϊόντα διαχείρισης διαθεσίμων σε ευρώ.

### **3. Συντηρητικός επενδυτής**

Θέλει μια σχετικά προβλέψιμη απόδοση, για 2 – 3 χρόνια κάπως υψηλότερη από αυτήν των καταθέσεων. Είναι διατεθειμένος να αναλάβει κάποιο κίνδυνο και να δεχθεί διακυμάνσεις στις αποδόσεις. Προτείνεται ένα χαρτοφυλάκιο το οποίο να αποτελείται από μετοχές (25%) και ομόλογα (75%).

### **4. Επενδυτής που αναζητά ήπια ανάπτυξη κεφαλαίου**

Επιθυμεί ανάπτυξη του κεφαλαίου και είναι διατεθειμένος να δεχτεί μέτριο κίνδυνο. Περιμένει καλύτερες αποδόσεις από αυτές των καταθέσεων και καταλαβαίνει ότι μπορεί σε ορισμένες περιπτώσεις να έχει αρνητικές αποδόσεις. Προτείνεται το εξής χαρτοφυλάκιο: μετοχές 40% και 60% ομόλογα.

### **5. Επενδυτής που αναζητά ανάπτυξη κεφαλαίου**

Επιθυμεί ανάπτυξη του κεφαλαίου του μέσα σε περίοδο 3 ετών ή μεγαλύτερη, στο τέλος της οποίας περιμένει σημαντική απόδοση. Είναι διατεθειμένος να δεχθεί σημαντικές απώλειες ελπίζοντας σε μακροπρόθεσμα κέρδη. Προτείνεται χαρτοφυλάκιο με: 45% μετοχές, 50% ομόλογα και 5% επενδύσεις σε αναδυόμενες αγορές.

### **6. Επενδυτής που αναζητά επιθετική ανάπτυξη κεφαλαίου**

Επιθυμεί να μεγιστοποιήσει την ανάπτυξη του κεφαλαίου του μέσα σε περίοδο 3 ετών ή μεγαλύτερη. Είναι διατεθειμένος να δεχθεί σημαντικό κίνδυνο και μεγάλες διακυμάνσεις ακόμα και πιθανή απώλεια μέρους της αρχικής επένδυσης. Στον επενδυτή αυτόν προτείνεται ένα «επιθετικό» ή αλλιώς «αναπτυξιακό» χαρτοφυλάκιο, το οποίο αποτελείται από: 55% μετοχές, 40% ομόλογα και 5% επενδύσεις σε αναδυόμενες αγορές (π.χ. hedge funds).

## 2.4 Επιλογή μετοχών

Αναφέραμε πιο πάνω τον τρόπο που ο επενδυτής, αποφασίζει να κάνει μια κίνηση. Πώς όμως ο επενδυτής επιλέγει τις μετοχές, στις οποίες επενδύει. Υπάρχουν τρεις επιλογές κριτηρίων που τον βοηθάνε να φτάσει στο ανάλογο επιθυμητό αποτέλεσμα.

1. Ποιοτικά κριτήρια
2. Ποσοτικά κριτήρια
3. Συνδυασμός και των δυο

### 2.4.1 Ποιοτικά κριτήρια

Στα ποιοτικά κριτήρια, ο επενδυτής αξιολογεί την εταιρία. Υπάρχουν αρκετοί τρόποι, όπου αυτό μπορεί να γίνει. Μερικοί από αυτούς είναι οι ακόλουθοι:

1. Μακροπρόθεσμοι στόχοι
2. Προϊόντα
3. Αναγνωσιμότητα
4. Οικογενειακή επιχείρηση ή όχι
5. Ανταγωνισμός
6. Πόσο συχνά γίνεται αλλαγή μελών στο ΔΣ
7. Μερισματική πολιτική



## 2.4.2 Ποσοτικά κριτήρια

Στα ποσοτικά κριτήρια, ο επενδυτής αναλύει κάποιους δείκτες, και μέσα από αυτούς, αξιολογεί τα αποτελέσματα. Αυτοί οι δείκτες χωρίζονται σε:

- 1. Χρηματοοικονομικούς δείκτες (Ιδια/Ξένα Κεφάλαια)**
- 2. Επενδυτικούς δείκτες αποτίμησης**  
Ανάλυση μετοχής της εταιρίας (Αποτίμηση μετοχής)

Όταν ο επενδυτής αναλύει δείκτες, τότε χρησιμοποιεί δύο είδη αναλύσεων:

- 1. Διαχρονική ανάλυση**  
Πορεία δείκτη (πχ για τα τελευταία 10 χρόνια)
- 2. Διαστρωματική ανάλυση**  
Σύγκριση του δείκτη για ένα χρονικό διάστημα με μια άλλη εταιρία

Ο επενδυτής βεβαίως, μπορεί να προβεί και σε μια ταυτόχρονη ανάλυση, συνδυάζοντας τις δυο αυτούς τρόπους. Για παράδειγμα, σύγκριση τελευταίων 10 ετών μεταξύ δυο εταιριών.

Οι περισσότεροι δείκτες στηρίζονται στην τιμή της μετοχής, η οποία αλλάζει καθημερινά, πράγμα το οποίο σημαίνει ότι θα υπάρχει μια χρονολογική σειρά για κάθε ένα από αυτούς τους δείκτες.

### 2.4.2.1 Δείκτης Χρηματιστηριακής αξίας

Η χρηματιστηριακή αξία μια εταιρείας (ή αλλιώς κεφαλαιοποίηση) υπολογίζεται ως το γινόμενο του συνολικού αριθμού των μετοχών μιας εταιρείας επί της τρέχουσας χρηματιστηριακής της τιμής. Αντιπροσωπεύει το συνολικό τίμημα που θα πλήρωνε κάποιος αν αγόραζε το σύνολο των μετοχών μιας εταιρείας στην τρέχουσα χρηματιστηριακή τιμή.

$$XA = T * N \quad (2.1)$$

όπου T η τιμή της μετοχής

όπου N ο αριθμός κοινών μετοχών

Παράδειγμα:

$$\left. \begin{array}{l} T=2\text{€} \\ N=500.000 \end{array} \right\} XA = 2 * 500.000 = 1.000.000\text{€}$$

Αν ο επενδυτής πουλούσε όλες τις μετοχές στην τιμή των 2€ ανά μετοχή θα έπαιρνε 1M €.

**Σημαντική παρατήρηση:** Η Χρηματιστηριακή αξία δείχνει το μέγεθος της εταιρίας (είτε υψηλή τιμή μετοχής, είτε πολλές κοινές μετοχές). Μεγάλου μεγέθους εταιρίες συνδέονται με μικρότερο κίνδυνο σε σχέση με αυτές που έχουν μικρό μέγεθος.

#### 2.4.2.2 Δείκτης P/E

Ο δείκτης αυτός δείχνει πόσα Ευρώ πληρώνει κάποιος για να αποκτήσει εις το διηνεκές 1 Ευρώ κέρδος από την διακράτηση μιας μετοχής μιας επιχείρησης.

$$\frac{P}{E} = \frac{\text{Τιμή μετοχής}}{\text{Κέρδη ανά μετοχή}} \quad (2.2)$$

$$\text{όπου } E = \frac{\text{Καθαρά κέρδη}}{\text{Κοινές μετοχές}} \quad (2.3)$$

Ο δείκτης αυτός υπολογίζεται διαιρώντας την τρέχουσα χρηματιστηριακή τιμή μιας μετοχής για μια συγκεκριμένη ημέρα που γίνεται η σχετική αποτίμηση-αξιολόγηση της επιχείρησης με τα κέρδη ανά μετοχή.

Εναλλακτικά, μπορεί να χρησιμοποιείται η χρηματιστηριακή τιμή της μετοχής στην τελευταία ημέρα κλεισίματος μιας περιόδου ενδιαφέροντος, π.χ. του έτους, το εξαμήνου, το τριμήνου, κτλ. Όσο αφορά τα κέρδη ανά μετοχή χρησιμοποιούνται διάφορα εναλλακτικά σενάρια. Μπορεί να χρησιμοποιηθεί η τιμή των κερδών ανά μετοχή που προκύπτουν με βάση τις τελευταίες οικονομικές καταστάσεις που έχουν δημοσιευτεί. Εντούτοις, πολλοί αναλυτές

χρησιμοποιούν τα προβλεπόμενα κέρδη ανά μετοχή για την περίοδο που αναφέρεται ο υπολογισμός του δείκτη. Επίσης, τα κέρδη ανά μετοχή υπολογίζονται με βάση τα κέρδη που ανήκουν στους κοινούς μετόχους, δηλαδή έχουν αφαιρεθεί κέρδη που προορίζονται για προνομιούχους μετόχους. Για να υπολογιστούν διαιρούνται με βάση τον τρέχον αριθμό κοινών μετοχών που βρίσκονται υπό διαπραγμάτευση στη χρηματιστηριακή αγορά.

Με το δείκτη αυτό βασικά αποτιμάται η μετοχή μιας μετοχής που διαπραγματεύεται στη χρηματιστηριακή αγορά. Εντούτοις, θα πρέπει να χρησιμοποιείται με ιδιαίτερη προσοχή. Καταρχήν, θα πρέπει να συγκρίνονται οι δείκτες P/ E ομοειδών επιχειρήσεων που ανήκουν στον ίδιο κλάδο, με βάση και τον κλαδικό δείκτη P/ E. Ο δείκτης αυτός αποτελεί μια ένδειξη σχετικά με το αν είναι υπερτιμημένη ή υποτιμημένη η χρηματιστηριακή τιμή μιας μετοχής σε μια χρηματιστηριακή αγορά. Πιο συγκεκριμένα, θεωρείται, για παράδειγμα, ότι ένας χαμηλός δείκτης P/ E πιθανόν να αποτελεί ένδειξη υποτιμημένης μετοχής με την λογική ότι αφήνει περιθώριο για αύξηση της τιμής στο μέλλον. Πάντως, θα πρέπει να σημειωθεί ότι είναι δύσκολο να προσδιοριστεί η ιδανική τιμή του δείκτη για μια συγκεκριμένη μετοχή. Η ερμηνεία του χαμηλού δείκτη με αρκετά περιθώρια ανόδου της μετοχής με τον υψηλό δείκτη με χαμηλό έως καθόλου περιθώριο ανόδου, έχει και εναλλακτική ερμηνεία. Πιο συγκεκριμένα, μετοχές με υψηλό δείκτη P/ E υπονοούν ότι η αγορά είναι διατεθειμένη να πληρώσει αρκετά για να αποκτήσει αυτό το 1 Ευρώ κέρδους. Επομένως, αυτό σημαίνει ότι η μετοχή αυτή παρουσιάζει μια αξιοσημείωτη σταθερότητα στα κέρδη της που διανέμονται στους ιδιοκτήτες (μέτοχους) της επιχείρησης και επομένως θεωρείται ως ελκυστική μετοχή. Βέβαια, η αγορά έχει ήδη προεξοφλήσει την ελκυστικότητα της μετοχής πιθανόν και υπερτιμώντας την. Τέλος, θα πρέπει να ληφθεί υπόψη όσο αφορά την αξιολόγηση μετοχών με τον δείκτη P /E ότι η τιμή του δείκτη επηρεάζεται και από κερδοσκοπικά παιχνίδια που τυχόν μπορεί να παίζονται, ενώ εξαρτάται και από το αν μια χρηματιστηριακή αγορά είναι σε άνοδο ή σε ύφεση.

**Μειονεκτήματα:**

Υπάρχει σύγκυση σχετικά με το ποια χρηματιστηριακή τιμή θα χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό του δείκτη. Παρόμοια σύγκυση υπάρχει σχετικά με το ποια κέρδη ανά μετοχή θα χρησιμοποιούνται –τα τελευταία δημοσιευμένα ή οι προβλέψεις για την τρέχουσα περίοδο- και πως θα υπολογίζονται οι προβλέψεις όπου αυτές χρειάζονται. Επίσης. Ένα ακόμα μειονέκτημα του δείκτη αποτελεί η δυσκολία στην ερμηνεία του και οι περιορισμοί που υπάρχουν για την ορθή χρήση του και ερμηνεία έτσι ώστε να προκύψουν αξιόπιστα συμπεράσματα για την χρηματιστηριακή αποτίμηση μιας επιχείρησης.

**Παράδειγμα:**

Κοινές μετοχές: 100,000

E= 200,000

Τότε:

$$E = \frac{200,000}{100,000} = 2\text{€}$$

Αν P = 8, τότε θα έχουμε:

$$\frac{P}{E} = \frac{8}{2} = 4$$

Αυτό σημαίνει, ότι αν ο επενδυτής λαμβάνει 2€ κάθε χρόνο, τότε σε 4 χρόνια θα πάρει τα χρήματά του πίσω.

**2.4.2.3 Δείκτης P/S**

Όπως είναι φυσικό, δεν γίνεται όλες οι εταιρίες να έχουν πάντα κέρδη. Σε αυτή την περίπτωση αντί για τον δείκτη P/E, χρησιμοποιούμε τον δείκτη P/S

$$\frac{P}{S} = \frac{\text{Τιμή μετοχής}}{\text{Πωλήσεις ανά μετοχή}} \quad (2.4)$$

$$\text{όπου } S = \frac{\text{Πωλήσεις}}{\text{Κοινές μετοχές}} \quad (2.5)$$

**Παράδειγμα:**

**Πίνακας 2.1 Παράδειγμα P/S**

ΠΩΛΗΣΕΙΣ	\$700,000.00
ΚΟΣΤΟΣ ΠΩΛ.	-\$400,000.00
ΜΕΙΚΤΑ ΚΕΡΔΗ	\$300,000.00
ΛΕΙΠ. ΕΞΟΔΑ	-\$200,000.00
ΚΕΡΔΗ ΠΡΟ ΦΟΡΩΝ ΚΑΙ ΤΟΚΩΝ	\$100,000.00
ΤΟΚΟΙ	-\$120,000.00
ΚΕΡΔΗ/ΖΗΜΙΕΣ ΠΡΟ ΦΟΡΩΝ	-\$20,000.00
ΦΟΡΟΙ	-\$4,000.00
ΚΕΡΔΗ/ΖΗΜΙΕΣ ΜΕΤΑ ΦΟΡΩΝ	\$0.00
ΜΕΡΙΣΜΑ ΠΡΟΝ. ΜΕΤΟΧΩΝ	-\$24,000.00

Κοινές μετοχές: 100.000

Τότε:

$$S = \frac{700,000}{100,000} = 7\text{€}$$

Αν  $P = 8$ , τότε θα έχουμε:

$$\frac{P}{S} = \frac{8}{7} = 1,14$$

#### 2.4.2.4 Δείκτης PEG

Συμπληρώνει τον κλασικό δείκτη P/E καθώς δίνει την δυνατότητα πέρα της τιμολόγησης των κερδών μιας επιχείρησης μιας περιόδου να συνυπολογιστεί και ο ρυθμός ανάπτυξης των κερδών της μέσα στον χρόνο. Υπολογίζεται ως ο λόγος της τιμής μιας αξίας προς τα κέρδη μιας περιόδου προς την ανάπτυξη των κερδών από την προηγούμενη περίοδο σε αυτή. Ο δείκτης λαμβάνεται

υπόψη κυρίως στην αποτίμηση δυναμικών κλάδων και μετοχών (π.χ. κλάδος πληροφορικής).

$$PEG = \frac{\frac{P}{E}}{g} \quad (2.6)$$

Όπου  $g$ , είναι ο ρυθμός αύξησης κέρδους ανά μετοχή

### Παράδειγμα:

Αν  $P/E = 8$ , και  $g = 20\%$  τότε θα έχουμε:

$$PEG = \frac{\frac{P}{E}}{g} = \frac{8}{20} = 0,4 \text{ (Για χα έχω πάντα βάση τη μονάδα)}$$

**Σημαντική παρατήρηση:** Επιλέγω μετοχές που έχουν  $PEG < 1$

#### 2.4.2.5 Δείκτης P /BV (Χρηματιστηριακή προς Λογιστική Αξία)

Ο δείκτης αυτός δείχνει πόσες φορές αξίζει παραπάνω η χρηματιστηριακή αξία μιας μετοχής σε σχέση με τη λογιστική της αξία, όπως προκύπτει από τις λογιστικές καταγραφές

$$\frac{P}{BV} = \frac{\text{Τιμή μετοχής}}{\text{Λογιστική Αξία}} \quad (2.7)$$

Υπολογίζεται διαιρώντας την τρέχουσα χρηματιστηριακή τιμή μιας μετοχής για μια συγκεκριμένη ημέρα που γίνεται η σχετική αποτίμηση-αξιολόγηση της επιχείρησης με την λογιστική αξία της μετοχής.

Εναλλακτικά, μπορεί να χρησιμοποιείται η χρηματιστηριακή τιμή της μετοχής στην τελευταία ημέρα κλεισίματος μιας περιόδου ενδιαφέροντος, π.χ. του έτους, το εξαμήνου, το τριμήνου, κτλ. Πάντως, για τον συγκεκριμένο δείκτη πολλοί χρησιμοποιούν το μέσο όρο της χρηματιστηριακής τιμής της μετοχής για την περίοδο του υπολογισμού. Όσο αφορά τη λογιστική αξία της μετοχής

προκύπτει εάν διαιρεθεί το σύνολο των ιδίων κεφαλαίων μιας επιχείρησης με το σύνολο όλων των ειδών των μετοχών που βρίσκονται σε κυκλοφορία. Επίσης, θα πρέπει να σημειωθεί ότι για μια επιχείρηση που εισάγεται για πρώτη φορά στο χρηματιστήριο χρησιμοποιούνται τα ίδια κεφάλαια προ της εισαγωγή της.

Με το δείκτη αυτό βασικά αποτιμάται η μετοχή μιας μετοχής. Πιο συγκεκριμένα, αξιολογείται, και σε συνδυασμό με τον δείκτη P /E εάν μια μετοχή είναι υπερτιμημένη ή υποτιμημένη. Πολύ υψηλός δείκτης για μια επιχείρηση σημαίνει ότι η αγορά είναι διατεθειμένη να πληρώσει πολύ παραπάνω από την λογιστική της αξίας για να αποκτήσει αυτή τη μετοχή υπονοώντας ότι οι προσδοκίες για την επιχείρηση είναι πολύ υψηλές και δεν αποτυπώνονται στις λογιστικές καταστάσεις. Το αντίθετο ισχύει για χαμηλό δείκτη. Μάλιστα τιμή του δείκτη κάτω από τη μονάδα σημαίνει ότι η αγορά αποτιμά την μετοχή κάτω και από τη λογιστική της αξία, γεγονός που σημαίνει ότι οι προσδοκίες για την επιχείρηση είναι τόσο κακές που βρίσκονται κάτω και από τις τωρινές λογιστικές καταστάσεις. Πάντως, δεν υπάρχει κάποια «καλή» ή «κακή» τιμή του δείκτη και θα πρέπει να συγκρίνεται για ομοειδείς επιχειρήσεις που ανήκουν στον ίδιο κλάδο.

### **Μειονεκτήματα:**

Η λογιστική αξία στηρίζεται σε ιστορικές αξίες και με βάση τα λογιστικά πρότυπα που ακολουθεί η κάθε επιχείρηση, ενώ η χρηματιστηριακή αξία στηρίζεται σε τρέχουσες αξίες όπως προεξοφλούνται με βάση τις μελλοντικές προσδοκίες που διαμορφώνονται από την αγορά. Επίσης, η χρηματιστηριακή αξία του δείκτη μπορεί να επηρεάζεται από κερδοσκοπικά παιχνίδια και να μην αποτυπώνει καθαρά τις πραγματικές προσδοκίες για μια επιχείρηση. Επομένως, μια πολύ υψηλή τιμή του εν λόγω δείκτη θα πρέπει να αξιολογείται με ιδιαίτερη προσοχή και με ταυτόχρονη αξιολόγηση και άλλων δεικτών της επιχείρησης.

#### 2.4.2.6 Μερισματική απόδοση

Η τρέχουσα μερισματική απόδοση δείχνει την απόδοση που απολαμβάνουν οι επενδυτές από τα μερίσματα των μετοχών που έχουν επενδύσει τα κεφάλαιά τους και βρίσκεται αν διαιρέσουμε το μέρισμα κατά μετοχή, με την τιμή της μετοχής στο χρηματιστήριο.

$$DV = \frac{\text{Μέρισμα ανά μετοχή}}{\text{Τιμή μετοχής}} \quad (2.8)$$

Η μερισματική απόδοση δείχνει το πόσο συμφέρουσα είναι η επένδυση σε μετοχές μιας δεδομένης επιχειρήσεως με βάση το μέρισμα το οποίο εισπράτει και την τρέχουσα χρηματιστηριακή τους αξία.

Όσο μεγαλύτερη είναι η μερισματική απόδοση μιας μετοχής τόσο πιο ελκυστική είναι η μετοχή για τους επενδυτές. Σύγκριση της μερισματικής αποδόσεως μιας επιχειρήσεως με τη μερισματική απόδοση άλλων επιχειρήσεων δείχνει τη σχετική σπουδαιότητα αυτής. Οι μερισματικές αποδόσεις διαφόρων επιχειρήσεων διαφέρουν σημαντικά μεταξύ τους και τούτο διότι το ύψος των μερισμάτων που καταβάλλει κάθε μία εξαρτάται από τη μερισματική πολιτική που ακολουθεί.

#### 2.4.2.7 Δείκτης εμπορευσιμότητας

Μας δείχνει πόσες μετοχές άλλαξαν χέρια σε μία συγκεκριμένη χρονική στιγμή προς το σύνολο των κοινών μετοχών σε κυκλοφορία

#### 2.4.2.8 Score

Αφού είδαμε τους κυριότερους δείκτες, ο επενδυτής μπορεί να τους χρησιμοποιήσει ώστε να βγάλει ένα score, το οποίο θα αποτελεί έναν συνδυασμό όλων αυτών των δεικτών, με σκοπό την ορθή επιλογή μετοχής. Παρακάτω θα δούμε ένα παράδειγμα:



Πίνακας 2.2 Παράδειγμα Score Rating

	E/P	D/P	S/P	BV/P		ΧΑ	
Μετοχή 1	17%	3%	0.17	0.08		6,000,000.00	27%
Μετοχή 2	10%	5%	0.18	0.05		7,000,000.00	32%
Μετοχή 3	12%	9%	0.12	0.11		2,000,000.00	9%
Μετοχή 4	13%	7%	0.14	0.12		7,000,000.00	32%
						<b>22,000,000.00</b>	<b>100%</b>

Σε αυτό το παράδειγμα θα δούμε τον τρόπο που θα προσπαθήσει ο επενδυτής, να επιλέξει την «καλύτερη» μετοχή ανάμεσα από τις 4. Για να το πετύχει αυτό όμως, πρέπει να δημιουργήσει έναν νέο σταθμισμένο πίνακα. Στη δημιουργία αυτού του πίνακα θα μας βοηθήσει η Χρηματιστηριακή Αξία. Επειδή όπως παρατηρούμε, έχουμε προσαρμόσει έτσι ώστε όλοι οι δείκτες να έχουν στον παρονομαστή την τιμή, η χρηματιστηριακή αξία θα βοηθήσει να βρούμε τα σταθμά κάθε μετοχής και πολλαπλασιάζοντας κάθε δείκτη με το ποσοστό αυτό, θα δημιουργήσουμε τον καινούργιο πίνακα. Έτσι λοιπόν ο νέος πίνακας θα είναι ο εξής:

Πίνακας 2.3 Παράδειγμα Score Rating συνέχεια

	E/P	D/P	S/P	BV/P	Score	ΧΑ	
Μετοχή 1	0.05	0.01	0.05	0.02	0.12	6,000,000	27%
Μετοχή 2	0.03	0.02	0.06	0.02	0.12	7,000,000	32%
Μετοχή 3	0.01	0.01	0.01	0.01	0.04	2,000,000	9%
Μετοχή 4	0.04	0.02	0.04	0.04	0.15	7,000,000	32%
						<b>22,000,000</b>	

Προσθέτοντας όλα τα σταθμισμένα αποτελέσματα κάθε δείκτη βρίσκουμε το score κάθε μετοχής. Αφού λοιπόν βρήκαμε και τα score των μετοχών, πλέον μπορούμε να επιλέξουμε την «καλύτερη» μετοχή. Αφού επιλέγουμε αυτή με το μεγαλύτερο score, έτσι η μετοχή που θα επιλέξουμε θα είναι η «Μετοχή 4».

### 2.4.3 Στατιστικά κριτήρια

#### 2.4.3.1 Απόδοση μια μετοχής

Ένας επενδυτής που επενδύει σε μετοχές, έχει σαν σκοπό το κέρδος. Αυτό επιτυγχάνεται με δύο τρόπους:

### 1. Κεφαλαιακή απόδοση της μετοχής

Η κεφαλαιακή απόδοση μιας μετοχής ορίζεται από το ποσοστό μεταβολής της αξίας της μετοχής στο τέλος ενός χρονικού διαστήματος ως προς την αρχική τιμή της.

$$\text{Κεφαλαιακή απόδοση} = \frac{P_{it} - P_{it-1}}{P_{it-1}} \quad (2.9)$$

όπου  $i$ : το όνομα της μετοχή

$P_{it}$ : η τιμή της μετοχής

$P_{it-1}$ : η αρχική τιμή της μετοχής

### 2. Μερισματική απόδοση της μετοχής

Είναι το μέρος που πληρώνει μια εταιρία ως ποσοστό επί της χρηματιστηριακής τιμής της μετοχής, σε μια συγκεκριμένη χρονική περίοδο.

$$\text{Μερισματική απόδοση} = \frac{D_{it}}{P_{it-1}} \quad (2.10)$$

Αφού λοιπόν είναι γνωστά, η κεφαλαιακή απόδοση καθώς και η μερισματική απόδοση, τότε είναι και η ολική απόδοση της μετοχής:

$$R_{it} = \frac{P_{it} - P_{it-1}}{P_{it-1}} + \frac{D_{it}}{P_{it-1}} \quad (2.11)$$

όπου  $R_{it}$ : η ολική απόδοση της μετοχής

#### 2.4.3.2 Διασπορά και συντελεστής μεταβλητότητας μιας μετοχής

Η κατανομή της απόδοσης  $R_{it}$  είναι κανονική. Είναι γνωστό λοιπόν, ότι μια κανονική κατανομή, μπορεί να περιγραφεί με τη βοήθεια δύο χαρακτηριστικών.

### 1. Μέσης απόδοσης

Την μέση τιμή δηλαδή των αποδόσεων της μετοχής

### 2. Διασπορά απόδοσης

Την μεταβλητότητα της απόδοσης. Ουσιαστικά η διασπορά μετράει τον κίνδυνο

Δεδομένων λοιπόν αυτών των δυο μεταβλητών, μπορεί να οριστεί και ο συντελεστής μεταβλητότητας:

$$CV_i = \frac{\sigma(R_{it})}{R_{it}} \quad (2.12)$$

Ο συντελεστής μεταβλητότητας, δείχνει πόσο ευμετάβλητη είναι η απόδοση της μετοχής. **Σημαντική σημείωση:** Ο επενδυτής προτιμάει μετοχές με μικρό συντελεστή μεταβλητότητας, καθώς αυτό συνεπάγεται μικρότερο κίνδυνο.

#### Παρατηρήσεις:

1. Όταν έχω 2 μετοχές με την ίδια αναμενόμενη απόδοση, επιλέγω εκείνη με το μικρότερο κίνδυνο
2. Όταν έχω 2 μετοχές με τον ίδιο κίνδυνο, επιλέγω εκείνη με την μέγιστη αναμενόμενη απόδοση
3. Όταν έχω δυο μετοχές με τον ίδιο συντελεστή μεταβλητότητας, κοιτάω περισσότερες ροπές ( θετική ασυμμετρία, λεπτόκυρτη κύρτωση)
4. Αξιολογώ πρώτα τον συντελεστή μεταβλητότητας και μετά την ασυμμετρία
5. Αν η απόδοση είναι αρνητική για 2-3 χρόνια, τότε την αφαιρώ

#### 2.4.3.3 Συνδιακύμανση και συντελεστής συσχέτισης μετοχών

Όπως είδαμε όμως, τα στατιστικά παραπάνω στατιστικά κριτήρια δείχνουν στον επενδυτή την επιλογή που πρέπει να κάνει όταν θέλει να αποφασίσει ανάμεσα σε μεμονωμένες μετοχές. Υπάρχουν όμως στατιστικά κριτήρια, που λαμβάνουν υπόψη και το πώς επηρεάζονται οι σχέσεις των μετοχών μεταξύ τους. Αυτά είναι η συνδιακύμανση των μετοχών και ο συντελεστής συσχέτισής τους.

Άρα πρέπει να βρίσκω και τις σχέσεις των μετοχών αλλά και τη συνδιακύμανσή τους (σε ίδιες οικονομίες). Υπάρχουν οικονομικοί και άλλοι παράγοντες που επηρεάζουν όλες τις μετοχές του χρηματιστηρίου.

Συνδιακύμανση σημαίνει, ότι οι αποδόσεις των μετοχών κινούνται σε συνδυασμό. **Σημαντική σημείωση:** Αρνητική συνδιακύμανση σημαίνει ότι υπάρχει λάθος στις αναλύσεις μου. Αν αυτό δεν συμβαίνει, τότε είναι η καλύτερη επιλογή για τοποθέτηση, καθώς μειώνεται ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου μου.

Όπως είναι εύκολα αντιληπτό, είναι πολύ σημαντικό να έχω μετοχές με μικρή συνδιακύμανση. Η συνδιακύμανση όμως έχει ένα μειονέκτημα. Μου δείχνει κατεύθυνση αλλά δεν μου δείχνει την ισχύ της σχέσης μεταξύ των δυο αποδόσεων.

$$\text{Cov}(R_{1t}, R_{2t}) = \frac{\sum_{t=1}^T (R_{1t} - E(R_{1t})) * (R_{2t} - E(R_{2t}))}{T-1} \quad (2.13)$$

Επομένως ο επενδυτής μας θα χρησιμοποιήσει το συντελεστή συσχέτισης που στηρίζεται στη συνδιακύμανση αλλά και το πόσο ισχυρή είναι η σχέση μεταξύ των αποδόσεων των δυο μετοχών.

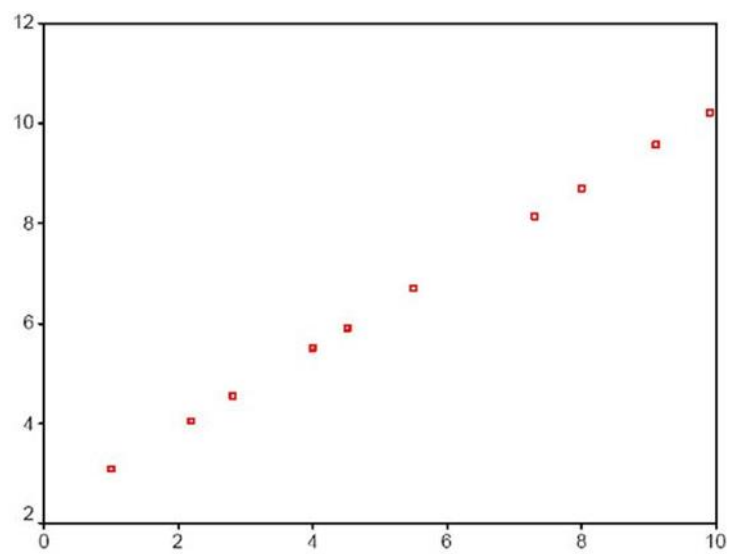
$$-1 < \rho_{12} = \frac{\text{Cov}(R_{1t}, R_{2t})}{\sigma(R_{1t}, R_{2t})} < 1 \quad (2.14)$$

Υπάρχουν οι παρακάτω περιπτώσεις:

### 1. Τέλεια θετική συσχέτιση ( $\rho=1$ )

Όλα τα ζεύγη των R βρίσκονται στην ίδια ευθεία, με θετική κλίση.

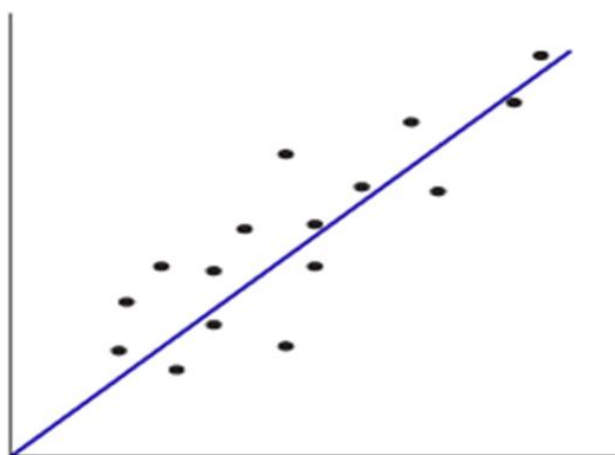
Σχήμα 2.1 Τέλεια θετική συσχέτιση



## 2. Θετική συσχέτιση ( $0 < \rho < 1$ )

Οι ανά δυο μετοχές των περισσότερων χρηματιστηρίων

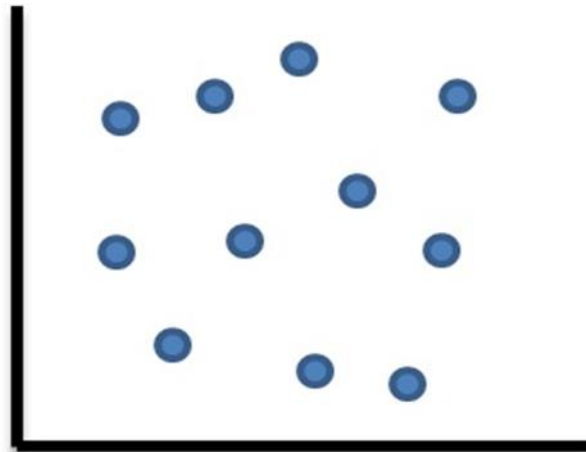
Σχήμα 2.2 Θετική συσχέτιση



### 3. Μηδενική συσχέτιση ( $\rho=0$ )

Δεν υπάρχει γραμμική σχέση μεταξύ των αποδόσεων.

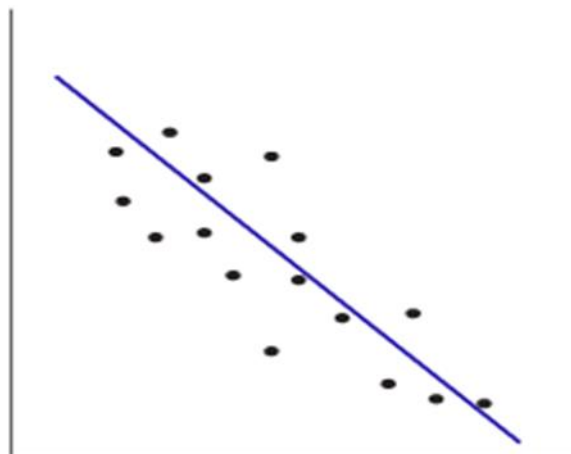
Σχήμα 2.3 Μηδενική συσχέτιση



### 4. Αρνητική συσχέτιση ( $-1 < \rho < 0$ )

Τα ζεύγη των μετοχών σε δυο διαφορετικά χρηματιστήρια.

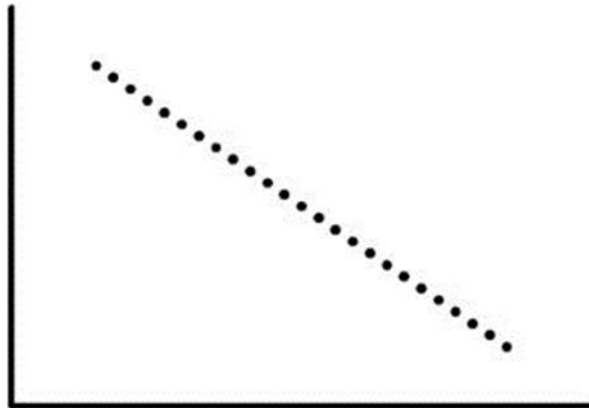
Σχήμα 2.4 Αρνητική συσχέτιση



## 5. Τέλεια αρνητική συσχέτιση( $\rho=-1$ )

Όλα τα ζευγάρια πάνω στην ευθεία με αρνητική κλίση.

Σχήμα 2.5 Τέλεια αρνητική συσχέτιση



## 2.5 Υπόδειγμα Markowitz

Ο Markowitz (1952) ήταν από τους πρώτους που έθεσαν κάποια βασικά θεμέλια στην θεωρία χαρτοφυλακίου, που ακόμα και σήμερα χρησιμοποιούνται καθημερινά. Έθεσε επίσης κάποιες προϋποθέσεις:

### 1. Οι επενδυτές είναι λογικοί.

Για κάθε μετοχή, υπάρχει η αναμενόμενη απόδοση και ο αναμενόμενος κίνδυνος της απόδοσης της. Οι επενδυτές αξιολογούν τις μετοχές με κριτήρια της αναμενόμενης απόδοσης και του κινδύνου.

Ο κίνδυνος της απόδοσης μετριέται με τη διασπορά της. Επίσης η αναμενόμενη απόδοση μιας μετοχής ακολουθεί κανονική κατανομή.

### 2. Μεταξύ δυο μετοχών με την ίδια αναμενόμενη απόδοση, επιλέγω εκείνη με το χαμηλότερο κίνδυνο.

### 3. Μεταξύ δυο μετοχών με τον ίδιο κίνδυνο, επιλέγω εκείνη με τη μεγαλύτερη αναμενόμενη απόδοση.

### 4. Οι επενδυτές είναι ορθολογικοί

Ο επενδυτής πρέπει να ελαχιστοποιεί τον κίνδυνο και να μεγιστοποιεί την αναμενόμενη απόδοση

Αυτό το υπόδειγμα, ο Markowitz το εφάρμοσε και για χαρτοφυλάκια με τις εξής ιδιότητες:

**1. Ανάλυση μετοχών**

**2. Ανάλυση χαρτοφυλακίου**

Ο επενδυτής συνδυάζει μετοχές ανά δυο και σχηματίζει χαρτοφυλάκια. Επιλέγει εκείνα με τον ελάχιστο κίνδυνο και την μέγιστη αναμενόμενη απόδοση.

**3. Επιλογή χαρτοφυλακίου**

Από τα χαρτοφυλάκια με τη μεγαλύτερη αναμενόμενη απόδοση και τον ελάχιστο κίνδυνο, ο επενδυτής επιλέγει εκείνα που ικανοποιούν τις προσωπικές του προτιμήσεις.

Στην πράξη ο επενδυτής μπορεί να αναζητήσει την μέγιστη αναμενόμενη απόδοση, και να θέσει ορισμένες συνθήκες:

**1. Επενδυτικός ορίζοντας**

Πόσο χρόνο θέλει ο επενδυτής να επενδύσει

**2. Διαφοροποίηση**

Πόσο διαφοροποιημένο θέλει να είναι το χαρτοφυλάκιο του

**3. Κίνδυνος**

Τί επίπεδο κινδύνου επιθυμεί να αναλάβει

**4. Επίπεδο πληθωρισμού**

Αν επιθυμεί απόδοση μεγαλύτερη από τα επίπεδα του πληθωρισμού

**5. Επίπεδο εμπορευσιμότητας μετοχών**

Αν οι μετοχές στις οποίες επενδύει, έχουν μικρή ή μεγάλη εμπορευσιμότητα

Επιπλέον αυτών των συνθηκών, ο επενδυτής ορίζει κάποιον στόχο, ο οποίος πρέπει να ικανοποιεί κάποια στοιχεία:

**1. Να είναι συγκεκριμένος**



2. Να είναι ρεαλιστικός
3. Να είναι μετρήσιμος
4. Να είναι χρονικά οριοθετημένος

Πολύ συχνά όμως, οι επενδυτές κάνουν κάποια σοβαρά επενδυτικά λάθη:

1. Δεν βάζουν στόχους
2. Δεν επενδύουν σε επενδυτικά χαρτοφυλάκια
3. Εμπορεύονται πολύ συχνά
4. Ακολουθούν συμβουλές άλλων, και τις ακολουθούν
5. Αφήνουν το φόβο να οδηγεί τις αποφάσεις τους
6. Αφήνουν την απληστία να οδηγήσει τις αποφάσεις τους
7. Έχουν υπερεμπιστοσύνη στις αποφάσεις τους

### 2.5.1 Χαρτοφυλάκια μετοχών

Είναι ένα σύνολο μετοχών που ορίζεται από τα σταθμά επένδυσης τις μετοχές του. Αν τα σταθμά αθροίζουν στην μονάδα, θεωρείται ότι ο επενδυτής έχει επενδύσει όλο το ποσό.

Ο λόγος επένδυσης σε διαφορετικές μετοχές είναι για να υπάρξει μέσω αυτής της διαφοροποίησης, μείωση κινδύνου.

**Υπολογισμός αποδόσεων ενός χαρτοφυλακίου:**

1. Κεφαλαιακή απόδοση + Μερισματική απόδοση

$$2. R_{pt} = \sum_{i=1}^N x_i * R_{it} \quad (2.15)$$

$$\text{όπου } \sum_{i=1}^N x_i = 1$$

Αν υποθέσουμε ότι οι αποδόσεις ακολουθούν κανονικές κατανομές, τότε και ο σταθμικός μέσος θα ακολουθεί κανονική κατανομή. Αυτό σημαίνει ότι θα έχει μια μέση απόδοση και μια διακύμανση.

Όπως και στις μετοχές, η μέση απόδοση μετράει το μέσο κέρδος του χαρτοφυλακίου, ενώ η διακύμανση τον κίνδυνο της απόδοσης του χαρτοφυλακίου.

Ελαχιστοποιώντας την τυπική απόκλιση, βρίσκουμε τα ιδανικά σταθμά, για ελάχιστο κίνδυνο.

Ο παραπάνω τύπος μπορεί να χρησιμοποιηθεί και για αναμενόμενες αποδόσεις:

$$E(R_p) = x_1 \cdot E(R_1) + x_2 \cdot E(R_2) \quad (2.16)$$

Η αναμενόμενη απόδοση ενός χαρτοφυλακίου δυο μετοχών, είναι σταθμικός μέσος των αναμενόμενων αποδόσεων των μετοχών του, με σταθμά τα ποσοστά επένδυσης στις μετοχές του.

Έτσι η διακύμανση θα είναι:

$$\begin{aligned} \sigma^2(R_p) &= \sigma^2(x_1 R_1 + x_2 R_2) \\ &= \sigma^2(x_1 R_1) + \sigma^2(x_2 R_2) + 2 \text{Cov}(x_1 R_1, x_2 R_2) \\ &= x_1^2 \sigma^2(R_1) + x_2^2 \sigma^2(R_2) + 2 x_1 x_2 \text{Cov}(R_1, R_2) \end{aligned}$$

Ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου εκτός από τις διακυμάνσεις των δυο μετοχών, εμπεριέχει και την συνδιακύμανση των αποδόσεων των μετοχών του.

### 2.5.2 Υπολογισμός Χαρτοφυλακίων Ελαχίστου Κινδύνου

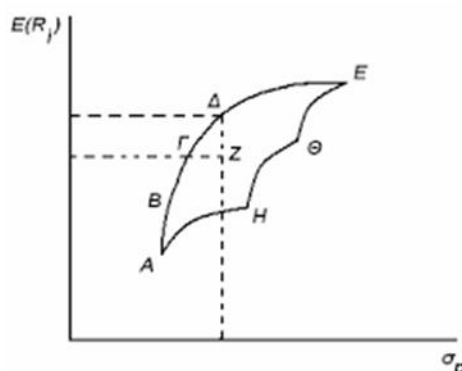
Σύμφωνα με το Markowitz, ένα χαρτοφυλάκιο με ελάχιστη διακύμανση ή διασπορά, έχει ελάχιστο κίνδυνο και ονομάζεται χαρτοφυλάκιο ελαχίστου κινδύνου ή αποδοτικό.

Ένα χαρτοφυλάκιο ονομάζεται αποδοτικό όταν:

1. Ο κίνδυνος είναι ελάχιστος
2. Η αναμενόμενη απόδοση να είναι μέγιστη

Το σύνολο όλων των δυνατών χαρτοφυλακίων που πληγούν τις πιο πάνω προϋποθέσεις ονομάζεται Σύνορα Αποτελεσματικών Συνδυασμών.

Διάγραμμα 2.1 Χαρτοφυλάκιο ελαχίστου κινδύνου



Στο Διάγραμμα 2.1 σχηματίζονται όλα τα δυνατά χαρτοφυλάκια όπως αυτά διαγράφονται βάση των σχέσεων αναμενόμενης απόδοσης και κινδύνου. Το σύνολο αυτών των εφικτών συνδυασμών έχει την μορφή ομπρελάς στους άξονες της αναμενόμενης απόδοσης και του κινδύνου. Τα σημεία A,B,Γ,Δ,E,Z,H,Θ δείχνουν μερικά από τα χαρτοφυλάκια. Από όλα αυτά τα χαρτοφυλάκια τα αποδοτικά είναι εκείνα που βρίσκονται στο πάνω μέρος της καμπύλης των αποτελεσματικών χαρτοφυλακίων μεταξύ A και E. Όλα τα άλλα χαρτοφυλάκια είναι αναποτελεσματικά. Για παράδειγμα, το Γ χαρτοφυλάκιο υπερέχει του Θ καθώς με την ίδια αναμενόμενη απόδοση έχει μικρότερο κίνδυνο. Το Δ χαρτοφυλάκιο υπερέχει του Η καθώς έχει μεγαλύτερη αναμενόμενη απόδοση με μικρότερο κίνδυνο .

## 2.6 Το υπόδειγμα του ενός δείκτη (Single Index Model)

Είναι και αυτό ένα υπόδειγμα παραγωγής αποδόσεων μετοχών χαρτοφυλακίου.

Υποθέτουμε ότι η απόδοση μιας μετοχής είναι μια γραμμική συνάρτηση της απόδοσης ενός χρηματιστηριακού δείκτη.

$$R_i = \alpha_i + \beta_i R_M + e_i \quad (2.18)$$

όπου  $\alpha, \beta$  σταθερές

$e_i$ : σφάλμα

$R_i$ : απόδοση μετοχής

$R_M$ : απόδοση ενός χρηματιστηριακού δείκτη

Η σχέση 2.18 αποτελεί ένα υπόδειγμα παραγωγής αποδόσεων της μετοχής  $i$  ως γραμμική συνάρτηση στις αποδόσεις του δείκτη  $M$ .

### Υποθέσεις:

1.  $E(e_i) = 0$
2.  $Cov(R_M, e_i) = 0$

Χωρίζουμε την ολική απόδοση της μετοχής σε συστηματική ( $\alpha_i + e_i$ ) και μη συστηματική ( $\beta_i R_M$ )

Χρησιμοποιώντας την σχέση 2.18, μπορούμε να υπολογίσουμε αναμενόμενες αποδόσεις και διακύμανση:

$$E(R_i) = \alpha_i + \beta_i E(R_M) + e_i \quad (2.19)$$

$$\sigma^2(R_i) = \beta_i^2 \sigma^2(R_M) + \sigma^2(e_i) \quad (2.20)$$

Το υπόδειγμα χρησιμοποιεί δυο συντελεστές:

1.  **$\alpha$**   
Μετράει τη μη συστηματική απόδοση
2.  **$\beta$**   
Δείχνει πόσο ευαίσθητη είναι η απόδοση της μετοχής στις κινήσεις της απόδοσης του δείκτη.

### 2.6.1 Υπολογισμός των $\alpha$ και $\beta$

$$\begin{aligned} \text{Αρχικά } Cov(R_i, R_M) &= Cov(\alpha_i + \beta_i R_M + e_i, R_M) \\ &= Cov(\alpha_i, R_M) + \beta_i Cov(R_M, R_M) + Cov(e_i, R_M) \\ &= \beta_i Cov(R_M, R_M) \\ &= \beta_i \sigma^2(R_M) \end{aligned}$$

$$\text{Άρα } \beta_i = \frac{Cov(R_i, R_M)}{\sigma^2(R_M)} \quad (2.21)$$

όπου  $Cov(R_i, R_M)$ : η συνδιακύμανση της μετοχής με το χρηματιστηριακό δείκτη

$\sigma^2(R_M)$ : η διακύμανση του χρηματιστηριακού δείκτη

Ο αριθμητής μου δείχνει τον κίνδυνο της μετοχής «i» μέσα στο δείκτη «M» και ο παρονομαστής, τον ολικό κίνδυνο του δείκτη «M».

Το  $\beta$  είναι ένα μέτρο κινδύνου που εξαρτάται από το δείκτη «M», άρα δεν είναι ένα απόλυτο μέτρο κινδύνου όπως είναι η διακύμανση. Είναι ένα σχετικό.

Αν  $\beta < 1$  η μετοχή θεωρείται αμυντική

$\beta > 1$  η μετοχή θεωρείται επιθετική

Έτσι λοιπόν θα έχουμε:

$$\alpha_i = E(R_i) - \beta_i E(R_M) \quad (2.22)$$

### 2.6.2 Μετατροπή σε εμπειρικό υπόδειγμα

Το παραπάνω υπόδειγμα, με πέντε υποθέσεις μετατρέπεται σε στατιστικό υπόδειγμα παλινδρόμησης όπου μπορεί να υπολογιστεί με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων:

$$R_{it} = \alpha_{it} + \beta_i R_{Mt} + e_{it} \quad (2.23)$$

$$E(e_{it}) = 0$$

$$\text{Cov}(e_{it}, R_{Mt}) = 0$$

$$\sigma^2(e_{it}) = \text{διαχρονικά σταθερή (ομοσκεδαστικότητα)}$$

$$\text{Cov}(e_{it}, e_{it-1}) = 0 \text{ (μηδενική αυτοσυσχέτιση)}$$

$\alpha, \beta$  διαχρονικά σταθερά

Χρησιμοποιώντας το τυχαίο δείγμα για να βγεί συμπέρασμα για τον πληθυσμό. Αν οι συντελεστές που έχουν υπολογιστεί για το δείγμα είναι λανθασμένοι, θα είναι λανθασμένα και τα αποτελέσματα του πληθυσμού. Θέλουμε να είναι «blue». Να δίνουν εκτίμηση που να πλησιάζουν τις παραμέτρους για τον πληθυσμό.

Όταν έχουμε εξίσωση για τον πληθυσμό τα  $\alpha, \beta$  είναι παράμετροι, ενώ όταν έχουμε για το δείγμα τα  $\alpha, \beta$  είναι εκτιμητές των παραμέτρων.

## 2.7 Υπόδειγμα ενός δείκτη για χαρτοφυλάκια

$$\text{Έχουμε } R_{pt} = \alpha_{pt} + \beta_p R_{Mt} + e_{pt} \quad (2.24)$$

Και

$$\sigma^2(R_p) = \beta_p^2 \sigma^2(R_M) + \sigma^2(e_p) \quad (2.25)$$

Αν είναι καλά διαφοροποιημένο, τότε ο μη συστηματικός κίνδυνος τείνει στο «0».

Ας υποθέσουμε ότι το χαρτοφυλάκιο  $p$  έχει  $N$  μετοχές, τότε:

$$\beta_p^2 \sigma^2(R_{Mt}) + \sum_{i=1}^N x_i^2 \sigma^2(e_{it})$$

Αν υποθέσουμε ότι τα σταθμά είναι ίσα μεταξύ τους, άρα έκαστο θα είναι  $1/N$ .

Τότε:

$$\begin{aligned} & \beta_p^2 \sigma^2(R_{Mt}) + \sum_{i=1}^N \frac{1}{N^2} \sigma^2(e_{it}) \\ &= \beta_p^2 \sigma^2(R_{Mt}) + \frac{1}{N} \left( \sum_{i=1}^N \frac{1}{N} \sigma^2(e_{it}) \right) \\ &= \beta_p^2 \sigma^2(R_{Mt}) + \frac{1}{N} \overline{\sigma_{ei}^2} \end{aligned}$$

$$\text{Άρα } 1 = \frac{\beta_p^2 \sigma^2(R_{Mt})}{\sigma^2(R_{pt})} + \frac{\sigma^2(e_{pt})}{\sigma^2(R_{pt})}$$

Το πρώτο κομμάτι  $\frac{\beta_p^2 \sigma^2(R_{Mt})}{\sigma^2(R_{pt})}$  δείχνει την συνεισφορά του συστηματικού κινδύνου στον ολικό κίνδυνο, ενώ το  $\frac{\sigma^2(e_{pt})}{\sigma^2(R_{pt})}$  τον μη συστηματικό.

Το  $\frac{\beta_p^2 \sigma^2(R_{Mt})}{\sigma^2(R_{pt})}$  όμως είναι το  $R^2$ . Για χαρτοφυλάκια, όσο πιο μεγάλο, τόσο πιο καλά διαφοροποιημένο είναι. Για μετοχές, όσο πιο μεγάλο, τόσο πιο ισχυρή η παλινδρόμηση.

### **Προβλήματα υποδείγματος:**

Φυσικά αυτό το υπόδειγμα δεν είναι εντελώς σωστό. Βασίζεται σε υποθέσεις, ως εκ τούτου έχει κάποια προβλήματα:

1. Να μην ισχύουν οι υποθέσεις. Έτσι λοιπόν πρέπει να τεστάρουμε τις υποθέσεις αυτές.
2. Η πιθανότητα να υπάρχει χαμηλό  $R^2$ , που σημαίνει ότι υπάρχουν και άλλοι παράγοντες εκτός του  $R_M$  που επηρεάζουν τη μεταβλητότητα της μετοχής.

## 2.8 Υπολογισμός χαρτοφυλακίου ελαχίστου κινδύνου

Σύμφωνα με τον Markowitz όπως προαναφέραμε, ένα χαρτοφυλάκιο με ελάχιστη διακύμανση και διασπορά, έχει ελάχιστο κίνδυνο και ονομάζεται «Χαρτοφυλάκιο ελαχίστου κινδύνου».

Ένα χαρτοφυλάκιο ονομάζεται αποδοτικό όταν ο αναμενόμενος κίνδυνος είναι στο ελάχιστο και η αναμενόμενη απόδοση στο μέγιστο.

Το βασικό πρόβλημα του Markowitz υπολογίζει αποδοτικά χαρτοφυλάκια. Λύνοντας το έχουμε:

Ελάχιστη διασπορά ( $\sigma^2$ ) χρησιμοποιώντας το solver στο excel:

1.  $E(R_P) = K$
2. Σταθμά = 1 ( $\sum_{i=1}^N x_i = 1$ )
3.  $x_i \geq 0$

Το σύνολο χαρτοφυλακίων ελαχίστου κινδύνου ονομάζεται «σύνορο» ή «σύνολο». Το αποδοτικό σύνολο περιέχει χαρτοφυλάκια που έχουν συγχρόνως και μέγιστη αναμενόμενη απόδοση αλλά και ελάχιστο κίνδυνο.

Φέρνοντας μια κάθετη στον άξονα του κινδύνου, δημιουργείται ένα σημείο που είναι η αρχή. Ονομάζεται σφαιρικό χαρτοφυλάκιο (στο σημείο της εφαπτομένης). Αυτό το σημείο έχει το μικρότερο κίνδυνο από τα χαρτοφυλάκια ελαχίστου κινδύνου.

## 2.9 Θεωρία της Κεφαλαιαγοράς

Ο Markowitz είχε υποθέσει ότι υπάρχουν μόνο επισφαλή αξιόγραφα. Στην πράξη πολλοί επενδύουν σε μετοχές και αξιόγραφα μηδενικού κινδύνου. Η θεωρία της κεφαλαιαγοράς λαμβάνει υπόψη επισφαλή αξιόγραφα, μετοχές και άλλα αξιόγραφα, μαζί με ένα μηδενικού κινδύνου.

### Απαντάει στις ερωτήσεις:

1. Ποια η σχέση μεταξύ αναμενόμενης απόδοσης και κινδύνου για αποδοτικά χαρτοφυλάκια
2. Ποια η σχέση μεταξύ αναμενόμενης απόδοσης και κινδύνου για μετοχές ή χαρτοφυλάκια (αποδοτικά ή μη)
3. Ποιό το καταλληλότερο μέτρο κινδύνου για μετοχές ή χαρτοφυλάκια

### Υποθέσεις της θεωρίας κεφαλαιαγοράς:

1. Οι επενδυτές ακολουθούν τους κανόνες του Markowitz
2. Υπάρχει ένα περιουσιακό στοιχείου, όπου οι επενδυτές μπορούν να δανειστούν ή να δανείσουν χρήματα (έχει μηδενικό κίνδυνο)
3. Όλοι οι επενδυτές έχουν τον ίδιο επενδυτικό ορίζοντα
4. Η αγορά είναι τέλεια:
  - i. Δεν υπάρχουν φόροι
  - ii. Δεν υπάρχει πληθωρισμός
  - iii. Οι πληροφορίες δεν κοστίζουν
  - iv. Ένας επενδυτής μπορεί να αγοράσει ή να πουλήσει οποιοδήποτε αριθμό μετοχών
  - v. Δεν υπάρχουν έξοδα συναλλαγών

Η αποτελεσματική αγορά προσεγγίζει την τέλεια αγορά.

Όλες οι υποθέσεις συμβάλλουν στο να έχουμε ισορροπία στην αγορά, που σημαίνει ότι ανα πάσα στιγμή η τιμή μιας μετοχής είναι μοναδική.

Μπορούμε να υποδείξουμε δυο υποδείγματα:

1. Γραμμή της κεφαλαιαγοράς( Capital Market Line)
2. Υπόδειγμα αποτίμησης κεφαλαιακών στοιχείων (Capital Asset Price Market)

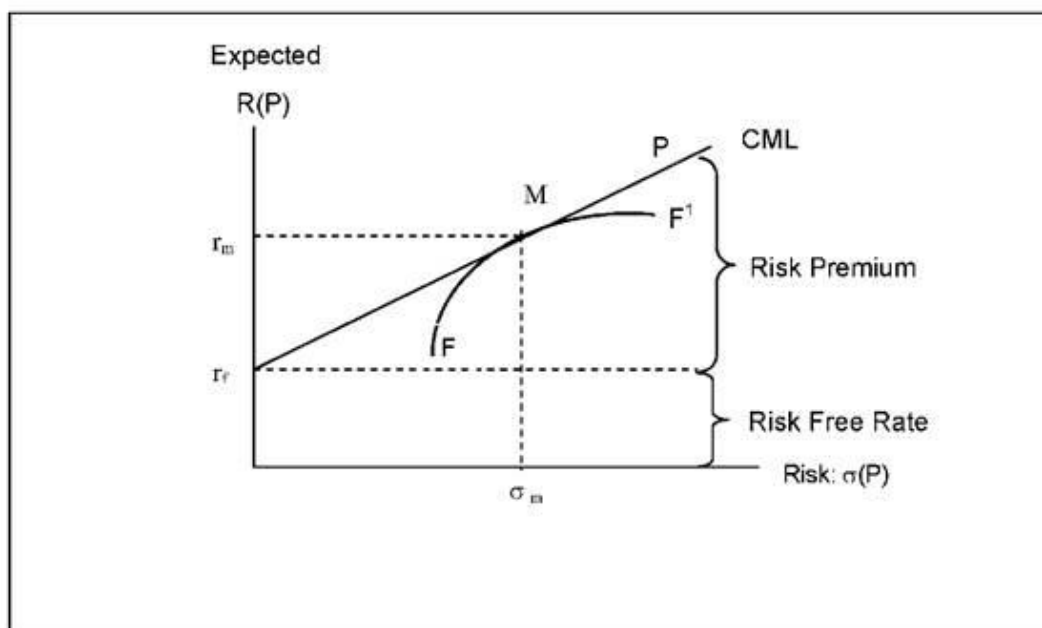
#### 2.9.1 Γραμμή της κεφαλαιαγοράς (CML)

Θεωρείται μια επέκταση του υποδείγματος του Markowitz.

**1<sup>η</sup> υπόθεση:** Χτίζουν σύνολο χαρτοφυλακίων ελαχίστου κινδύνου



Διάγραμμα 2.2 Γραμμή Κεφαλαιαγοράς



Εφόσον έχω ίδιες πληροφορίες, οριζοντα κλπ, είναι κοινό για όλους τους επενδυτές.

**2<sup>η</sup> υπόθεση:** Αν ονομάσω το περιουσιακό στοιχείο  $F$ , η απόδοση του θα είναι  $r_f$ .

Μπορώ να επιλέξω διάφορους συνδυασμούς πάνω στο σύνορο χαρτοφυλακίων. Συνεχίζω μέχρι να έχω μια εφαπτόμενη. Εκεί βρίσκονται τα καλύτερα χαρτοφυλάκια ( $M$ ). Ονομάζεται «Γραμμή της Κεφαλαιαγοράς» και αποτελεί το νέο αποδοτικό σύνολο.

Η κλίση της είναι:

$$\frac{E(R_M) - r_f}{\sigma_M}$$

Θεωρούμε τυχαία ένα χαρτοφυλάκιο  $S$  πάνω στη γραμμή. Η κλίση του είναι:

$$\frac{E(R_S) - r_f}{\sigma_S}$$

Οι οποίες είναι ίσες:

$$E(R_S) = r_f + \frac{E(R_M) - r_f}{\sigma_M} \sigma_S \quad (2.26)$$

Το  $\frac{E(R_M) - r_f}{\sigma_M} \sigma_S$  αποτελεί το πριμ κινδύνου, δηλαδή την επιπλέον απόδοση που ζητάει ο επενδυτής για να ληφθεί η επικινδυνότητα του χαρτοφυλακίου S.

Η γραμμή της κεφαλαιαγοράς:

1. Είναι γραμμική
2. Έχει θετική κλίση
3. Δείχνει μια σχέση μεταξύ αναμενόμενης απόδοσης και κινδύνου για αποδοτικά χαρτοφυλάκια.

$$R_s = x_f r_f + x_M R_M \quad (2.27)$$

όπου  $x_f + x_M = 1$

Αυτό αποτελεί το υπόδειγμα παραγωγής αποδόσεων σε αποδοτικά χαρτοφυλάκια. Η απόδοση του  $R_s$  γραμμικά με τις αποδόσεις δυο άλλων  $r_f$ ,  $R_M$ . Το χρησιμοποιούμε για αναμενόμενες αποδόσεις και τυπικές αποκλίσεις.

- $E(R_s) = E(x_f r_f + x_M R_M) = x_f r_f + x_M E(R_M) \quad (2.28a)$

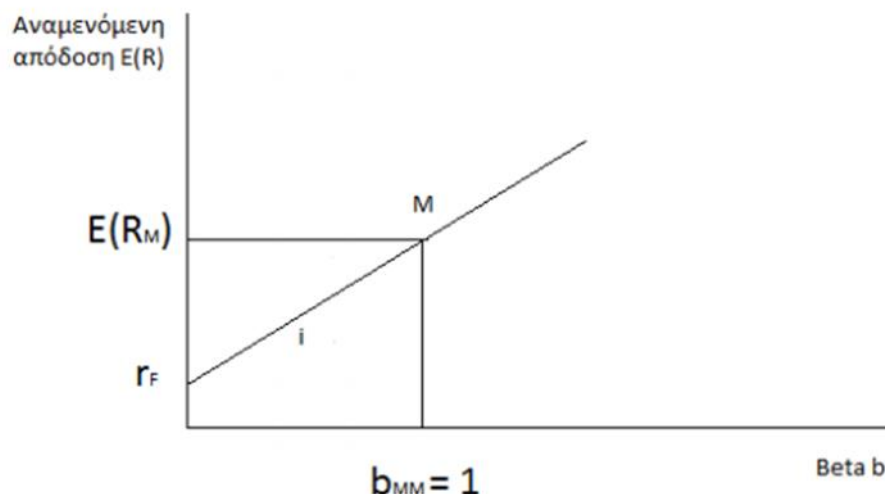
Η  $E(R_s)$  είναι σταθμικός μέσος των αναμενόμενων αποδόσεων F,M με σταθμά τα ποσοστά επένδυσης στα αξιόγραφα αυτά.

- $\sigma^2(R_s) = \sigma^2(x_f r_f + x_M R_M) = \sigma^2(x_f r_f) + \sigma^2(x_M R_M) + 2\sigma(x_f r_f + x_M R_M)$   
 $\sigma^2(R_s) = x_M^2 \sigma^2(R_M) =$   
 $\sigma(R_s) = x_M \sigma(R_M) \quad (2.28b)$

Αν συνδυάσω τις 2.28a και 2.28b, παράγω την εξίσωση της γραμμής κεφαλαιαγοράς, η οποία ισχύει μόνο για αποδοτικά χαρτοφυλάκια, ούτε για μεμονωμένες μετοχές, ούτε για μη αποδοτικά χαρτοφυλάκια.

## 2.9.2 Υπόδειγμα αποτίμησης κεφαλαιακών στοιχείων (CAPM)

Διάγραμμα 2.3 CAPM



Ευθεία με θετική κλίση ξεκινώντας από το  $r_f$  και περνάει από ένα σημείο όπου

$$\beta=1 \left( \beta_{MM} = \frac{Cov(R_i, R_M)}{\sigma^2(R_M)} = 1 \right)$$

$$\bullet \quad E(R_i) = r_f + (E(R_M) - r_f)\beta_i \quad (2.29)$$

$$\bullet \quad \beta_i = \frac{Cov(R_i, R_M)}{\sigma^2(R_M)} \quad (2.30)$$

όπου  $i$  μπορεί να είναι μετοχή ή χαρτοφυλάκιο (αποδοτικό ή όχι)

Για να ισχύει όμως το CAPM, πρέπει το  $M$  να είναι αποδοτικό. Το CAPM παρέχει μια γραμμική σχέση, μεταξύ αναμενόμενης απόδοσης μιας μετοχής ή χαρτοφυλακίου και του κινδύνου της/του, όπου ο κίνδυνος υπολογίζεται σε σχέση με το αποδοτικό χαρτοφυλάκιο  $M$ .

Αν υποθέσουμε ότι το χαρτοφυλάκιο βρίσκεται στη γραμμή κεφαλαιαγοράς τότε για το ίδιο χαρτοφυλάκιο  $S$  θα ισχύει και το CAPM:

$$\bullet \quad E(R_S) = r_f + (E(R_M) - r_f)\beta_S$$

$$\bullet \quad E(R_S) = r_f + (E(R_M) - r_f)\frac{\sigma_S}{\sigma_M}$$

$$\bullet \quad \beta_S = \frac{\sigma_S}{\sigma_M}$$

<sup>1</sup>Το Capital Asset Pricing Model αποτελεί ένα σετ προβλέψεων σε ότι αφορά στις ισορροπίες μεταξύ προσδοκώμενων αποδόσεων και κινδύνου. Πρόκειται για ένα εξελικτικό πόνημα της θεωρίας του Markowitz (από τους Sharpe, Lintner, Mossin, Fama) και η συνεισφορά του έγκειται στα εξής: ενώ ο Markowitz ήταν ο πρώτος που ποσοτικοποίησε τον επενδυτικό κίνδυνο, το CAPM:

1. διαχώρισε τον κίνδυνο σε συστηματικό (τον κίνδυνο που απορρέει από τις εξελίξεις στο εξωτερικό περιβάλλον της εταιρίας, όπως στα οικονομικά μεγέθη της οικονομίας, στις πολιτικές εξελίξεις, κλπ) και σε μη συστηματικό (τον κίνδυνο που απορρέει από τις εξελίξεις που αφορούν στην ίδια την εταιρία).
2. Προχώρησε στη μέτρηση του συστηματικού κινδύνου μιας μετοχής ή ενός χαρτοφυλακίου, με μονάδα μετρήσεων το συντελεστή βήτα.
3. δεχόμενο ότι μέσω της επιλογής ενός χαρτοφυλακίου 20 μετοχών περίπου ο μη συστηματικός κίνδυνος του χαρτοφυλακίου είτε μηδενίζεται είτε καθίσταται οριακός, έδωσε την ευκαιρία στους διαχειριστές χαρτοφυλακίων να περιορίσουν τον κίνδυνο του διαφοροποιημένου χαρτοφυλακίου τους στο συστηματικό και μόνο κίνδυνο.
4. έδωσε την ευχέρεια στους επενδυτές να επενδύουν σύμφωνα με τη σχέση κινδύνου-απόδοσης που επιθυμούν (αυξημένες προσδοκώμενες αποδόσεις συνεπάγονται και υψηλότερο κίνδυνο)
5. έδωσε την ευχέρεια στους επενδυτές, χρησιμοποιώντας το συντελεστή βήτα να επιτυγχάνουν κεφαλαιακά κέρδη αυξάνοντας το βήτα του χαρτοφυλακίου τους σε περίπτωση που πιστεύουν ότι η τιμή του Γενικού δείκτη θα αυξηθεί και η πρόβλεψη τους τελικά επιβεβαιωθεί. Επίσης, μέσω της χρήσης του βήτα, οι επενδυτές μπορούν να μειώσουν το ύψος των κεφαλαιακών του ζημιών σε περίπτωση που φοβούνται πτώση του Γενικού δείκτη και ο φόβος αυτός τελικά επιβεβαιωθεί.

### 2.9.3 Σύγκριση Γραμμής Κεφαλαιαγοράς με το CAPM

#### **Ομοιότητες:**

---

<sup>1</sup> Κοτζαμάνης Στέφανος Ν. 1999 «Θεωρία Χαρτοφυλακίου στη θεωρία και στη πράξη» , σελ. 61

1. Αμφότερα τα υποδείγματα στηρίζονται στην αποδοτικότητα του χαρτοφυλακίου  $M$  στο χώρο της αναμενόμενης απόδοσης και τυπικής απόκλισης
2. Αμφότερα είναι γραμμικές θετικές σχέσεις μεταξύ αναμενόμενης απόδοσης και κινδύνου.

### **Διαφορές:**

1. Η γραμμή της κεφαλαιαγοράς ισχύει μόνο για αποδοτικά χαρτοφυλάκια. Το CAPM ισχύει τόσο για χαρτοφυλάκια (αποδοτικά ή μη) αλλά και μετοχές.
2. Η γραμμή κεφαλαιαγοράς χρησιμοποιεί την τυπική απόκλιση για να μετρήσει το κίνδυνο. Το CAPM χρησιμοποιεί το βήτα
3. Η γραμμή της κεφαλαιαγοράς είναι ένα αποδοτικό σύνολο. Το CAPM δεν είναι.

## **2.10 Security Market Line ( S.M.L)**

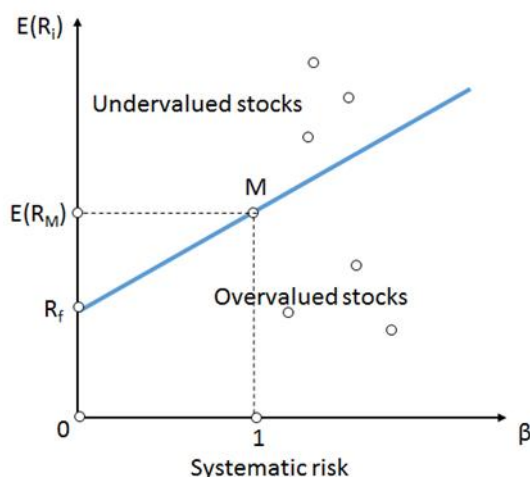
<sup>2</sup>Η προσδοκώμενη απόδοση μιας μετοχής ή ενός μετοχικού χαρτοφυλακίου, αποτελεί συνάρτηση (επηρεάζεται) του συντελεστή βήτα της συγκεκριμένης μετοχής ή του συγκεκριμένου χαρτοφυλακίου. Η διαγραμματική μάλιστα παρουσίαση της συνάρτησης μπορεί να απεικονιστεί από τη λεγόμενη «Μετοχική Ευθεία Αγοράς» ή όπως αποκαλείται πιο συχνά «Security Market Line».

Ενώ η γραμμή κεφαλαιαγοράς δείχνει τα risk/premium των αποτελεσματικών χαρτοφυλακίων σε σχέση με την τυπική απόκλιση τους η Security Market Line δείχνει το risk/premium κάθε μετοχής (ή κάθε χαρτοφυλακίου μετοχών) ως συνάρτηση του κινδύνου της μετοχής αυτής ή του χαρτοφυλακίου αυτού. Μια ακόμη διαφορά μεταξύ τους, είναι ότι στη SML μέτρο του κινδύνου δεν είναι η διακύμανση, αλλά ο δείκτης βήτα.

---

<sup>2</sup> Κοτζαμάνης Στέφανος Ν. 1999 «Θεωρία Χαρτοφυλακίου στη θεωρία και στη πράξη» , σελ. 62

Διάγραμμα 2.4 S.M.L



Αυτό που προκύπτει από την SLM είναι ότι για να επιτευχθεί προσδοκώμενη απόδοση μεγαλύτερη της προσδοκώμενης απόδοσης του Γενικού Χρηματιστηριακού δείκτη, αυτό μπορεί να επιτευχθεί μόνο με παράλληλη αύξηση του κινδύνου. Επίσης, μέσω της SLM θα μπορούσαμε να έχουμε ένα μέτρο υποτιμημένων ή υπερτιμημένων μετοχών. Συγκεκριμένα, όσες μετοχές βρίσκονται πάνω από την SLM είναι υποτιμημένες καθώς συνεπάγονται καλύτερη σχέση κινδύνου-απόδοσης με το γενικό δείκτη, ενώ αντίθετα υπερτιμημένες θεωρούνται οι μετοχές που βρίσκονται κάτω από την SLM.

## 2.11 Θεωρία αποτίμησης με βάση το Arbitrage(Arbitrage Pricing Theory)

<sup>3</sup>Το CAPM εξαρτά την προσδοκώμενη απόδοση της μετοχής ή του χαρτοφυλακίου από την πορεία του γενικού δείκτη του χρηματιστηρίου. Αυτό όμως που παρατηρείται στη πράξη είναι η χρήση του δείκτη βήτα σε συνδυασμό με τις μεταβολές του γενικού δείκτη, μόνο ένα ποσοστό των μεταβολών της αξίας των χαρτοφυλακίων να είναι σε θέση να ερμηνεύσει. Για παράδειγμα όταν ο συντελεστής προσδιορισμού του συντελεστή βήτα είναι 0,78 τότε αυτό συνεπάγεται ότι μόνο το 78% της συνολικής διακύμανσης της τιμής της μετοχής ή της αξίας του χαρτοφυλακίου ερμηνεύεται από τις μεταβολές του γενικού δείκτη του χρηματιστηρίου.

<sup>3</sup> Κοτζαμάνης Στέφανος Ν. 1999 «Θεωρία Χαρτοφυλακίου στη θεωρία και στη πράξη», σελ. 63

Έχοντας λοιπόν ως στόχο να μειωθεί το ποσοστό της διακύμανσης που δεν ερμηνεύεται από το συντελεστή βήτα, χρησιμοποιήθηκε η θεωρία αποτίμησης με βάση το Arbitrage (APT). Έτσι το υπόδειγμα του APT αντικαθιστά τη μεταβλητή του γενικού δείκτη και το συντελεστή βήτα με μια σειρά μακροοικονομικών μεταβλητών και των αντίστοιχων συντελεστών ευαισθησίας τους. Δηλαδή προσπαθεί σε ένα επαρκώς διαφοροποιημένο χαρτοφυλάκιο όπου ο μη συστηματικός κίνδυνος είναι αμελητέος, να ερμηνεύσει με καλύτερο τρόπο το συστηματικό κίνδυνο.

Βασική σύλληψη αυτής της θεωρίας είναι ότι η απόδοση ενός καλά διαφοροποιημένου χαρτοφυλακίου δεν επηρεάζεται μόνο από την πορεία του γενικού δείκτη, αλλά και από την πορεία άλλων μακροοικονομικών κυρίως μεγεθών, όπως ενδεχομένως του Α.Ε.Π, των επιτοκίων, του πληθωρισμού, της βιομηχανικής παραγωγής, των τιμών των πρώτων υλών. Σύμφωνα με το μοντέλο, οι παραπάνω σχέσεις έχουν γραμμικό χαρακτήρα (πρώτου βαθμού). Επίσης, οι ενδεχόμενες υπεραποδόσεις του χαρτοφυλακίου, μπορεί να προκύψουν όχι μόνο από την ύπαρξη ενός υψηλού συντελεστή βήτα, αλλά και από την επιλογή ενός χαρτοφυλακίου με υψηλή ευαισθησία στις μεταβολές των μακροοικονομικών μεγεθών. Έτσι ένα APT υπόδειγμα θα μπορούσε να είναι το παρακάτω:

$$E(R_i) = r_f + \beta_{i1}[E(R_{i1}) - r_f] + \beta_{i2}[E(R_{i2}) - r_f] + \dots + \beta_{in}[E(R_{in}) - r_f] + e_i \quad (2.31)$$

όπου:

$E(R_i)$  είναι η προσδοκώμενη απόδοση της μετοχής  $i$

$r_f$  είναι η απόδοση της επένδυσης μηδενικού κινδύνου

$E(R_{i1}), E(R_{i2}), \dots, E(R_{in})$  είναι τα μακροοικονομικά μεγέθη που συμπεριλαμβάνονται στο μοντέλο ή ενδεχομένως και ο γενικός δείκτης του χρηματιστηρίου

$\beta_{i1}, \beta_{i2}, \dots, \beta_{in}$  είναι οι συντελεστές που συνδέουν την προσδοκώμενη απόδοση της μετοχής  $i$  σε σχέση με την προβλεπόμενη τιμή των παραπάνω μακροοικονομικών μεγεθών

$e_i$  είναι η επίδραση στην απόδοση που οφείλεται στην επιλογή επένδυσης στη μετοχή  $i$  και όχι σε άλλες μετοχές

Δημιουργώντας ένα επαρκώς διαφοροποιημένο μετοχικό χαρτοφυλάκιο, επιτυγχάνουμε να μειώσουμε το συστηματικό κίνδυνο από την επιλογή συγκεκριμένων μετοχών σε αμελητέο επίπεδο:

$$E(R) = r_f + \beta_1[E(R_1) - r_f] + \beta_2[E(R_2) - r_f] + \dots + \beta_n[E(R_n) - r_f] \quad (2.32)$$

όπου:

$E(R)$  είναι η προσδοκώμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου  $R$

$r_f$  είναι η απόδοση της επένδυσης μηδενικού κινδύνου

$E(R_1), E(R_2), \dots, E(R_n)$  είναι τα μακροοικονομικά μεγέθη που συμπεριλαμβάνονται στο μοντέλο

$\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n$  είναι οι συντελεστές που συνδέουν την προσδοκώμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου σε σχέση με την προβλεπόμενη τιμή των παραπάνω μακροοικονομικών μεγεθών. Κάθε τέτοιος συντελεστής δείχνει την ευαισθησία της απόδοσης του συγκεκριμένου χαρτοφυλακίου στην πορεία ενός συγκεκριμένου μακροοικονομικού μεγέθους.

Έτσι, σύμφωνα με την APT, η προσδοκώμενη απόδοση ενός χαρτοφυλακίου είναι συνάρτηση:

1. Του ύψους απόδοσης του χαρτοφυλακίου μηδενικού κινδύνου, πράγμα που συνέβαινε και στην περίπτωση του CAPM
2. Των προβλεπόμενων τιμών των μακροοικονομικών μεγεθών του μοντέλου, δηλαδή των προβλεπόμενων από την αγορά τιμών
3. Των συντελεστών  $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n$ , οι οποίοι συνδέουν την προσδοκώμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου με τις προβλέψεις της αγοράς για τα παραπάνω μακροοικονομικά μεγέθη.

Πολύ σημαντική χρήση της APT είναι η συμβολή στη δημιουργία μοντέλων για την πρόβλεψη της απόδοσης μιας συγκεκριμένης μετοχής ή ενός χαρτοφυλακίου. Αυτό μπορεί να γίνει ως εξής: αφού γνωρίζουμε τους συντελεστές του APT δεν έχουμε παρά να προβλέψουμε την πορεία των μακροοικονομικών εκείνων μεγεθών που περιλαμβάνει το μοντέλο, έτσι ώστε



να προβλέψουμε και την προσδοκώμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου. Ή επίσης μπορούμε να έχουμε μια ανάλυση ευαισθησίας της απόδοσης του χαρτοφυλακίου μας για διάφορα επίπεδα εξέλιξης των μακροοικονομικών μεγεθών του μοντέλων.

Στα πλεονεκτήματα του APT εντάσσουμε το ότι μπορεί συχνά να ερμηνεύσει καλύτερα τις μεταβολές των τιμών των μετοχών σε σχέση με το CAPM, καθώς και στο ότι ως μοντέλο υπόκειται σε λιγότερους περιορισμούς σε σχέση με το CAPM. Έτσι οι παραδοχές στις οποίες δεν προβαίνει το APT αλλά προβαίνει το CAPM είναι:

1. Το APT δε προϋποθέτει ότι όλοι οι επενδυτές έχουν τον ίδιο χρονικό ορίζοντα
2. Το APT δεν προϋποθέτει την ανυπαρξία φόρων
3. Το APT δεν προϋποθέτει ότι οι επενδυτές επιλέγουν χαρτοφυλάκιο με γνώμονα τη μέση προσδοκώμενη απόδοση και τη διακύμανση.

Αντίθετα, στα μειονεκτήματα του APT μπορούμε να εντάξουμε το ότι δεν προσδιορίζει την οικονομική σημασία των μεταβλητών, ούτε επίσης το πριμ κινδύνου που αντιστοιχεί σε κάθε έναν από αυτούς τους παράγοντες. Όπως και στο CAPM, έτσι και μέσω του APT μπορούμε να έχουμε ένα μέτρο για το εάν μια μετοχή είναι υπερτιμημένη ή υποτιμημένη.

### **3. Εμπειρικές μελέτες**

Σε αυτό το κεφάλαιο θα ασχοληθούμε με μελέτες που έχουν γίνει τα προηγούμενα χρόνια, και θα σχολιάσουμε τα αποτελέσματα.

#### **3.1 Risk, Return & Equilibrium: Empirical Tests (Eugene F. Fama & James D. Macbeth, 1973)**

Σε αυτό το άρθρο εξετάζεται η σχέση μεταξύ της μέσης απόδοσης και του κινδύνου, για τις κοινές μετοχές του χρηματιστηρίου της Νέας Υόρκης. Οι συγγραφείς βασίζονται στο μοντέλο χαρτοφυλακίων δύο παραμέτρων των Tobin(1958), Markowitz (1959) και Fama (1956) και τα μοντέλα ισορροπίας της αγοράς που προέρχονται από το πρότυπο χαρτοφυλάκιο δύο παραμέτρων.

##### **Μεθοδολογία**

Αρχικά, υποθέτουν ότι κάθε επενδυτής παίρνει αποφάσεις για το χαρτοφυλάκιο του βασισμένες στο CAPM και κάθε επενδυτής αποστρέφεται τον κίνδυνο. Υποθέτοντας αυτά, οι τρεις συνθήκες του CAPM πρέπει να ισχύουν:

1. Η σχέση ανάμεσα στην αναμενόμενη σχέση ενός περιουσιακού στοιχείου και του ρίσκου σε κάθε αποδοτικό χαρτοφυλάκιο είναι γραμμική
2. Ο όρος «β» είναι η μέτρηση του κινδύνου του περιουσιακού στοιχείου στο αποδοτικό χαρτοφυλάκιο
3. Σε μια αγορά όπου οι επενδυτές αποστρέφονται τον κίνδυνο, μεγαλύτερο ρίσκο σημαίνει μεγαλύτερη αναμενόμενη απόδοση.

Επίσης υπέθεσαν ότι σε μια τέλεια αγορά, όλες οι πληροφορίες αντικατοπτρίζονται στις τιμές της αγοράς κάθε μετοχής και ότι δεν υπάρχουν επιπλέον κόστη σε επενδύσεις κλπ.

Το μοντέλο που χρησιμοποίησαν για να ελέγξουν το μοντέλο δυο παραμέτρων είναι:

$$\tilde{R}_{it} = \tilde{\gamma}_{0t} + \tilde{\gamma}_{1t}\beta_i + \tilde{\gamma}_{2t}\beta_i^2 + \tilde{\gamma}_{3t}s_i + \tilde{\eta}_{it} \quad (3.1)$$

Όπου

- ❖  $\tilde{R}_{it}$  = η απόδοση του  $i$  παραδοσιακού στοιχείου για μια χρονική περίοδο  $t$
- ❖  $\tilde{\gamma}_{0t}$  = Βασιζόμενο στη υπόθεση των Sharpe-Litner ότι  $E(\tilde{\gamma}_{0t}) = E(\tilde{R}_0) = \tilde{R}_0$ , και βασιζόμενο στην αποδοτικότητα της αγοράς, η διαφορά  $\tilde{\gamma}_{0t} - \tilde{R}_0$  πρέπει να είναι “fair game”
- ❖  $\tilde{\gamma}_{1t}$  = η κλίση της παλινδρόμησης
- ❖  $\beta_i$  = το «β» του περιουσιακού στοιχείου  $i$
- ❖  $\tilde{\gamma}_{2t}$  = είναι η παράμετρος που ελέγχει την γραμμικότητα του μοντέλου. Αν η υπόθεση ισχύει, τότε πρέπει  $E(\tilde{\gamma}_{2t}) = 0$ , αλλιώς το μοντέλο δεν θα έχει γραμμική σχέση ανάμεσα στην αναμενόμενη απόδοση και τον κίνδυνο.
- ❖  $\tilde{\gamma}_{3t}$  = η παράμετρος που ελέγχει αν υπάρχει μη συστηματικά γεγονότα που να επηρεάζουν τον κίνδυνο που δεν καλύπτει το «β». Αν η συνθήκη 2 ισχύει, θα πρέπει  $E(\tilde{\gamma}_{3t}) = 0$
- ❖  $s_i$  = μετράει το μη συστηματικό κίνδυνο, αν υπάρχει
- ❖  $\tilde{\eta}_{it}$  = ο όρος των σφαλμάτων που οι συγγραφείς υπέθεσαν ότι έχει μέσο όρο 0 και είναι ανεξάρτητο από όλες τις μεταβλητές της εξίσωσης 3.1

Τα δεδομένα που χρησιμοποιήθηκαν για αυτή την έρευνα είναι οι μηνιαίες αποδόσεις κάθε κοινής μετοχής που διαπραγματεύτηκε στο χρηματιστήριο της Νέας Υόρκης από τον Ιανουάριο του 1926 έως τον Ιούνιο του 1968.

Σχημάτισαν λοιπόν είκοσι χαρτοφυλάκια. Πιο συγκεκριμένα, αν  $N$  ο συνολικός αριθμός των μετοχών που πρέπει να διαμοιραστούν σε διαφορετικά χαρτοφυλάκια, τότε κάθε χαρτοφυλάκιο περιείχε  $N/20$  αριθμό μετοχών, κατανομημένα βάσει των  $\hat{\beta}_i$  για κάθε μετοχή ξεχωριστά. Η πρώτη κατανομή των  $\hat{\beta}_i$  γίνεται χρησιμοποιώντας τα πρώτα τέσσερα χρόνια, δηλαδή από το 1926 έως το 1929.

Έτσι λοιπόν για τα ενδιάμεσα χαρτοφυλάκια ίσχυσε το  $N/20$  ενώ αν ο αριθμός του  $N$  ήταν άρτιος τότε το πρώτο και τελευταίο χαρτοφυλάκιο μοιραζόντουσαν

από μια μετοχή λιγότερη. Αν το N ήταν μονός αριθμός, το τελευταία χαρτοφυλάκιο με τα υψηλά  $\hat{\beta}_i$  περιείχε μια περισσότερη μετοχή.

Επιπλέον τα επόμενα πέντε χρόνια (1930-1934) χρησιμοποιήθηκαν για να επαναυπολογιστούν τα  $\hat{\beta}_i$  και τότε αυτά τα  $\hat{\beta}_i$  σχημάτισαν είκοσι καινούρια χαρτοφυλάκια  $\hat{\beta}_{pt}$

Έτσι η εξίσωση 3.19 έτρεξε για κάθε μήνα για την χρονική περίοδο 1935-1938:

$$R_{pt} = \tilde{\gamma}_{0t} + \tilde{\gamma}_{1t}\beta_{p,t-1} + \tilde{\gamma}_{2t}\beta_{p,t-1}^2 + \tilde{\gamma}_{3t}\bar{s}_{p,t-1}\hat{\epsilon}_i + \tilde{\eta}_{pt} \quad (3.2)$$

Με  $p=1,2,\dots,20$

Όπου

- ❖  $\beta_{p,t-1}$  = ο μέσος όρος των  $\hat{\beta}_i$  για μετοχές στο χαρτοφυλάκιο p
- ❖  $\bar{s}_{p,t-1}\hat{\epsilon}_i$  = ο μέσος όρος των  $s(\hat{\epsilon}_i)$  για μετοχές στο χαρτοφυλάκιο p

Η ίδια μεθοδολογία χρησιμοποιήθηκε για τις επόμενες οκτώ περιόδους, που σημαίνει ότι για κάθε περίοδο τα πρώτα επτά χρόνια χρησιμοποιήθηκε για το σχηματισμό των χαρτοφυλακίων, τα επόμενα πέντε χρόνια για τον υπολογισμό των ανεξάρτητων μεταβλητών.

### Αποτελέσματα

Τα αποτελέσματα της έρευνας στηρίζουν τις τρεις συνθήκες του μοντέλου των δυο παραμέτρων που σημαίνει ότι οι παρακάτω τρεις υποθέσεις δεν μπορούν να απορριφθούν.

1. Ότι υπάρχει μια γραμμική σχέση ανάμεσα σε αναμενόμενη απόδοση και κινδύνου μιας μετοχής
2. Τα «β» περιγράφουν απόλυτα το κίνδυνο μιας μετοχής
3. Οι επενδυτές που αποστρέφονται τον κίνδυνο αποσκοπούν σε μεγαλύτερες αποδόσεις όταν δέχονται μεγαλύτερο κίνδυνο.

### 3.2 A Test of the Capital Asset Pricing Model on European Stock Markets (Franco Modigliani, Gerald A. Pogue & Bruno H. Solnik, 1973)

#### Σκοπός

Βασικός σκοπός της έρευνας είναι να ελέγξει την ορθότητα του CAPM σε οκτώ διαφορετικές Ευρωπαϊκές αγορές. Αυτές είναι η Μεγάλη Βρετανία, η Γαλλία, η Ιταλία, η Γερμανία, η Ελβετία, η Ολλανδία, το Βέλγιο και η Σουηδία. Τέλος θα σύγκρινε τα αποτελέσματα με αυτά που θα προέκυπταν από την αντίστοιχη αγορά της Αμερικής. Πιο συγκεκριμένα, οι συγγραφείς τότε πίστευαν ότι οι ευρωπαϊκές αγορές είναι λιγότερο αποδοτικές σε σχέση με την Αμερικάνικη. Άρα ήλεγξαν αν η μέτρηση του κινδύνου ήταν πιο ορθή στις ευρωπαϊκές αγορές από την Αμερικάνικη.

#### Μεθοδολογία

Η μεθοδολογία που χρησιμοποιήθηκε αποτελείται από τρία βήματα. Πρώτον μετέτρεψαν το CAPM σε μια στοχαστική εξίσωση:

$$R_{jt} = R_{pt} + (R_{mt} - R_{Ft})\beta_j + \varepsilon_{jt} = R_{Ft}(1 - \beta_j) + R_{mt}\beta_j + \varepsilon_{jt} \quad (3.3)$$

Όπου

- ❖  $R_{jt}$  = η απόδοση του περιουσιακού στοιχείου  $j$  την χρονική περίοδο  $t$
- ❖  $R_{Ft}$  = το επιτόκιο μηδενικού κινδύνου τη χρονική περίοδο  $t$
- ❖  $R_{mt}$  = η απόδοση της αγοράς την χρονική περίοδο  $t$
- ❖  $\beta_j$  = τη «β» του περιουσιακού στοιχείου  $j$
- ❖  $\varepsilon_{jt}$  = ο υπολειμματικός όρος που είναι 0 όσο αφορά το CAPM

Οι συγγραφείς παλινδρόμησαν τις αποδόσεις των μετοχών σε σχέση με τις αποδόσεις της αγοράς:

$$\hat{R}_{jt} = \hat{\alpha}_j + \hat{\beta}_j R_{mt} + \hat{\mu}_{jt} \quad (3.4)$$

Όπου

- ❖  $\hat{R}_{jt}$  = η εκτίμηση για την απόδοση της μετοχής j τη χρονική περίοδο t
- ❖  $\hat{\alpha}_j$  = η εκτίμηση της ποσότητας  $R_{Ft}(1 - \beta_j)$ . Αν  $\hat{\alpha}_j$  είναι διαφορετικό από την ποσότητα  $R_{Ft}(1 - \beta_j)$ , αυτό σημαίνει ότι το CAPM δεν είναι ορθό μοντέλο να μετράμε τις αναμενόμενες αποδόσεις των ευρωπαϊκών αγορών.
- ❖  $\hat{\beta}_j$  = η εκτίμηση του «β» της μετοχής j
- ❖  $R_{mt}$  = η απόδοση της αγοράς την χρονική περίοδο t
- ❖  $\hat{\mu}_{jt}$  = η εκτίμηση του υπολειμματικού όρου

Το πρώτο μέρος της μεθοδολογίας, έδωσε αποτελέσματα μετοχής ανά μετοχή. Επειδή η μεθοδολογία δεν μπορούσε να χρησιμοποιήσει όλα τα δεδομένα, χρησιμοποιήθηκε και δεύτερο μέρος, στο οποίο έγιναν υπολογισμοί, που σημαίνει ότι παλινδρόμησαν τις αποδόσεις κάθε μετοχής για όλη τη χρονική περίοδο της έρευνας, στις εκτιμήσεις της εξίσωσης 3.4. Έτσι η εξίσωση για το δεύτερο μέρος είναι:

$$\bar{R}_j = \gamma_0 + \gamma_1 \hat{\beta}_j + \mu_j \quad (3.5)$$

Όπου

- ❖  $\bar{R}_j$  = η μέση απόδοση της μετοχής j
- ❖  $\gamma_0$  = η μέση απόδοση του επιτοκίου μηδενικού κινδύνου
- ❖  $\gamma_1 = (\bar{R}_m - \bar{R}_F)$  όπου  $\bar{R}_m$  η μέση απόδοση της αγοράς
- ❖  $\hat{\beta}_j$  = η εκτίμηση του «β» της μετοχής j
- ❖  $\mu_j$  = ο υπολειμματικός όρος

Σε αυτό το δεύτερο βήμα, η παλινδρόμηση βοήθησε τους αρθρογράφους να αναγνωρίσουν αν οι όροι  $\gamma_0$  και  $\gamma_1$  είναι σημαντικά διαφορετικό από τις ποσότητες  $\bar{R}_m$  και  $(\bar{R}_m - \bar{R}_F)$  αντίστοιχα. Αν ισχύει αυτό τότε το CAPM και οι υποθέσεις του απορρίπτονται.

Το τελευταίο βήμα είναι να ομαδοποιήσουν τα δεδομένα σχηματίζοντας ένα χαρτοφυλάκιο. Ο λόγος για αυτό, ήταν ότι τα εκτιμώμενα « $\hat{\beta}_j$ » συμπεριλαμβάνουν ένα σφάλμα και αυτό θα σήμαινε ότι τα  $\hat{\gamma}_0$  και  $\hat{\gamma}_1$  υπόκεινται σε μεροληψία.

Αρχικά, οι μετοχές ταξινομήθηκαν βάσει των «β» που εκτιμήθηκαν για τις περιόδους από το Μάρτιο του 1966 έως το Φεβρουάριο του 1967. Έτσι λοιπόν τα χαρτοφυλάκια κατασκευάστηκαν, όπου το πρώτο περιείχε μετοχές με τα μεγαλύτερα «β». Έτσι λοιπόν ξαναέτρεξαν το βήμα 2 με τις αποδόσεις των χαρτοφυλακίων πλέον. Με αυτό τον τρόπο κατάφεραν να κάμψουν το πρόβλημα της μεροληψίας.

### **Αποτελέσματα**

Τα αποτελέσματα συμφώνησαν με τις υποθέσεις του CAPM. Ο όρος  $\hat{\gamma}_0$  βρέθηκε χαμηλότερα απ' ό,τι στη θεωρία στην Μεγάλη Βρετανία, την Ιταλία, την Ολλανδία, την Ελβετία, το Βέλγιο και την Σουηδία, και ψηλότερα στην Γαλλία και την Γερμανία. Επίσης ο όρος  $\hat{\gamma}_1$  ήταν θετικός και ψηλότερα στην Μεγάλη Βρετανία, την Ολλανδία, το Βέλγιο και την Σουηδία, που σημαίνει ότι μετοχές με μεγαλύτερο ρίσκο έδωσαν αποδόσεις με μεγαλύτερη απόδοση. Επιπλέον ήταν αρνητικός και χαμηλότερα για τις Γαλλία και Γερμανία που σημαίνει ότι μεγαλύτερο ρίσκο έδωσε χαμηλότερη απόδοση. Τέλος για τις Ελβετία και Ιταλία τα αποτελέσματα ήταν όμοια.

Επιπλέον όταν έτρεξαν τα δεδομένα με βάση τα χαρτοφυλάκια, τα αποτελέσματα έδειξαν ότι οι Μεγάλη Βρετανία, Γαλλία και Ιταλία βρέθηκαν συνεπή με το CAPM και μόνο στη Γερμανία δεν έδωσαν επαρκή αποτελέσματα. Επίσης όταν τα ευρωπαϊκά αποτελέσματα συγκρίθηκαν με αυτά της Αμερικής, έδειξαν ότι συνάδουν με τις υποθέσεις του CAPM. Όμως οι συγγραφείς τονίζουν ότι τα ευρωπαϊκά δεδομένα δεν πρέπει να υποστηρίζονται καθώς τα δεδομένα ήταν μόνο για έντεκα χρόνια και το δείγμα συγκρίθηκε μόνο σε σύγκριση με αυτά των Αμερικάνικων.

### 3.3 A Critique of the Asset Pricing Theory's Tests / Part I: On Past and Potential Testability of the Theory (R.Roll 1977)

Ίσως η πιο σημαντική έρευνα που έγινε ποτέ. Η ανάλυση του Roll άλλαξε τα δεδομένα στο πως μετράγαμε τα περιουσιακά στοιχεία.

#### **Σκοπός**

Ο βασικός σκοπός της έρευνας ήταν δώσει έμφαση στο APT όπως αυτό υπήρχε εκείνη την εποχή και να κριτικάρει τα αποτελέσματα από προηγούμενες έρευνες όσο αφορά το μοντέλο δυο παραγόντων. Το βασικό του επιχείρημα είναι ότι δεν υπήρξε ποτέ ένα σωστό τεστ του APT στις προηγούμενες μελέτες και δεν θα υπάρξει ούτε στο μέλλον. Προσπάθησε να το αποδείξει αντικειμενικά, αλλά και μαθηματικά.

#### **Κριτική**

Το κύριο πρόβλημα που εμφανίστηκε στην έρευνα του Roll είναι ότι το χαρτοφυλάκιο απόδοσης - διακύμανσης της αγοράς μπορεί να φαίνεται αποδοτικό, αλλά δεν μπορεί να αναγνωρισθεί, πράγμα που σημαίνει ότι δεν μπορούμε να εντοπίσουμε όλα τα περιουσιακά στοιχεία που περιλαμβάνονται σε αυτό. Συγκεκριμένα, αν δεν είναι εύκολο για εμάς να βρούμε την ακριβή σύνθεση του χαρτοφυλακίου της αγοράς, τότε δεν είναι εύκολο να ελέγξουμε την εγκυρότητα του ίδιου του CAPM, επειδή το CAPM υποθέτει ότι το χαρτοφυλάκιο της αγοράς είναι δομημένο με όλες τις επενδύσεις, τα εμπορεύματα, και κάθε πολύτιμο περιουσιακό στοιχείο που υπάρχει στην αγορά.

Ως εκ τούτου, ο Roll δεν απορρίπτει το γεγονός ότι θα ήταν εφαρμόσιμο αν χρησιμοποιούσαμε μια proxy αγορά (π.χ. δείκτης αγοράς). Αυτή η εναλλαγή θα μπορούσε ενδεχομένως να προσφέρει ένα χαρτοφυλάκιο κοντά σε ένα αποδόσεως – κινδύνου που είναι αποδοτικό που θα συνδέει γραμμικά τη μέση απόδοση με το «β». Τυχόν κακός προσδιορισμός από το αρχικό



χαρτοφυλάκιο της αγοράς θα δημιουργούσε πρόσθετη ασάφεια στη γραμμικότητα του CAPM και επομένως, επιπλέον προβλήματα αν δεχτούμε την ισχύ του μοντέλου.

Προκειμένου ο Roll να ελέγξει τη θεωρία, μελέτησε και επέκρινε τις έρευνες των Black, Jensen & Scholes (1972), Fama & Macbeth (1973) και Blume και Friend (1973). Πιο συγκεκριμένα, Ο Roll επέκρινε τα προηγούμενα άρθρα όχι μόνο για το τι πρέπει να χρησιμοποιηθεί ως αποδοτικό χαρτοφυλάκιο αγοράς, αλλά και στο γεγονός ότι εάν το χαρτοφυλάκιο της αγοράς είναι αποδοτικό, τότε η εξίσωση του CAPM ισχύει και αντίστροφα, πράγμα που σημαίνει ότι η σχέση μεταξύ αναμενόμενης απόδοσης και «β» είναι πλεοναστική. Αυτό σημαίνει ότι οι τρεις συνθήκες των Fama-Macbeth ισχύουν. Αυτός ο πλεονασμός θα μπορούσε να είναι η περίπτωση που οι προηγούμενες μελέτες ποτέ δεν επέκριναν σε βάθος το CAPM και γι 'αυτό βρήκαν υποστηρικτικά αποτελέσματα στις δικές τους έρευνες.

Επιπλέον, ο Roll εξέτασε μία από τις τρεις προηγούμενες συνθήκες και υποθέτει ότι το χαρτοφυλάκιο αγοράς (m) δεν είναι αποδοτικό, πράγμα που σημαίνει ότι οι μέσες αποδόσεις δεν θα είναι ακριβώς γραμμικές σε σχέση με τα «β» και μια πιθανή σχέση θα έχει την ακόλουθη μορφή:

$$R = \alpha + g * \beta \quad (3.6)$$

Όπου

- ❖ R = η μέση απόδοση του χαρτοφυλακίου
- ❖ α = ένα διάνυσμα του οποίου τα στοιχεία δεν είναι σταθερά και είναι ασυσχέτιστα με το «β»
- ❖ g = μια μετρίσιμη σταθερά
- ❖ β = το «β» του χαρτοφυλακίου

Από την άλλη πλευρά, η έρευνα των Black-Scholes-Jensen το 1972 δεν αναφέρεται καθόλου τη σημασία της αποδοτικότητας του χαρτοφυλακίου της αγοράς και της γραμμικής σύνδεσης μεταξύ της αναμενόμενης απόδοσης και του «β», πιθανώς επειδή οι συγγραφείς ήθελαν απλώς να δοκιμάσουν αυστηρά τη μαθηματική έκφραση του CAPM και τίποτα άλλο. Παρ 'όλα αυτά,

ο Jensen στο δικό του (1972α, 1972β) ήλεγξε τη γραμμικότητα του CAPM. Τα αποτελέσματά του ήταν σύμφωνα με αυτά των Fama-Macbeth και έδειξε, όπως αναφέρει ο Roll, ότι τα χαρτοφυλάκια της αγοράς που χρησιμοποιήθηκαν και στις δύο μελέτες δεν βρίσκονταν στο αποδοτικό σύνολο.

Επιπλέον, ο Roll μας ενημερώνει ότι η έρευνα των Black-Scholes-Jensen ήλεγξε για μια συνθήκη υπόθεσης, δηλαδή ότι ήλεγξε την εγκυρότητα της θεωρίας Sharpe-Lintner και επίσης αν ο proxy της αγοράς που χρησιμοποιήθηκε ήταν το αρχικό χαρτοφυλάκιο της αγοράς. Όπως φάνηκε η κοινή υπόθεση απορρίφθηκε αφήνοντας τη βιβλιογραφία με μια από τις παρακάτω αμφιβολίες:

1. Είτε η θεωρία των Sharpe-Lintner είναι εσφαλμένη
2. Το χαρτοφυλάκιο που οι συγγραφείς χρησιμοποίησαν δεν ήταν το αρχικό χαρτοφυλάκιο αγοράς
3. Και τα δυο παραπάνω

Ο Roll μπορεί να είναι βέβαιος μόνο για ένα πράγμα, ότι ο proxy που χρησιμοποίησαν οι Black-Jensen-Scholes δεν ήταν το πραγματικό χαρτοφυλάκιο της αγοράς, αλλά δεν μπορεί να είναι σίγουρο αν ο proxy ήταν στατιστικά κοντά στο αρχικό χαρτοφυλάκιο της αγοράς.

Όσον αφορά την έρευνα των Blume & Friend (1973), ο Roll δηλώνει ότι είναι σωστοί να πιστεύουν ότι υπάρχει ένα ακίνδυνο περιουσιακό στοιχείο και ότι ένα χαρτοφυλάκιο μηδενικού «β» έχει δομηθεί μόνο από τις κοινές μετοχές δεν μπορεί να είναι το χαρτοφυλάκιο μηδενικού «β» ολόκληρης της αγοράς. Για αυτό δημιούργησαν δύο χαρτοφυλάκια αγοράς, το ένα από τα οποία αποτελείται αποκλειστικά από μετοχές και το άλλο που αποτελείται από κάθε περιουσιακό στοιχείο στην αγορά.

## Συμπεράσματα

Ο Roll έφτασε σε κάποια συμπεράσματα. Αυτά είναι:

- ❖ Ο μόνος έλεγχος υπόθεσης που σχετίζεται με το μοντέλο δύο παραμέτρων του Black (1972) είναι ότι το χαρτοφυλάκιο της αγοράς είναι αποδοτικό στην σχέση απόδοσης - διακύμανσης.
- ❖ Η γραμμική σχέση μεταξύ αναμενόμενης απόδοσης και «β» που ακολουθεί την αποδοτικότητα απόδοσης - διακύμανσης του χαρτοφυλακίου της αγοράς δεν έχει ελεγχθεί ανεξάρτητα.
- ❖ Σε οποιοδήποτε δείγμα παρατηρήσεων σχετικά με μεμονωμένες αποδόσεις, θα υπάρχει πάντα ένας άπειρος αριθμός ex-post αποδοτικών χαρτοφυλακίων απόδοσης – κινδύνου
- ❖ Η θεωρία δεν μπορεί να ελεγχθεί παρά μόνο με την ακριβή σύνθεση του πραγματικού χαρτοφυλακίου της αγοράς. Αυτό σημαίνει ότι η θεωρία δεν μπορεί να ελεγχθεί εκτός αν όλα τα μεμονωμένα περιουσιακά στοιχεία περιλαμβάνονται στο δείγμα.
- ❖ Η χρήση ενός proxy για το χαρτοφυλάκιο της αγοράς υπόκειται σε δύο δυσκολίες. Πρώτον, ο proxy θα μπορούσε να είναι αποδοτικός όσο αφορά την σχέση απόδοσης-διακύμανσης ακόμα και όταν το πραγματικό χαρτοφυλάκιο της αγοράς δεν είναι. Δεύτερον, οι πιο λογικοί proxy θα συσχετιστούν πολύ μεταξύ τους και με την πραγματική αγορά ανεξάρτητα από το αν είναι ή όχι αποδοτικοί. Αυτή η υψηλή συσχέτιση θα κάνει να φανεί ότι η ακριβής σύνθεση είναι ασήμαντη, ενώ μπορεί να προκαλέσει εντελώς διαφορετικά συμπεράσματα.
- ❖ Η ύπαρξη λανθασμένης εξειδίκευσης στη μέτρηση του χαρτοφυλακίου της αγοράς θα είχε δημιουργήσει μεροληψία
- ❖ Ένας άμεσος έλεγχος της αποδοτικότητας του proxy είναι δύσκολο να υπολογιστεί επειδή ο πίνακας συνδιακύμανσης του πλήρους δείγματος των μεμονωμένων αποδόσεων πρέπει να αντιστραφεί και στατιστικά επειδή η κατανομή δειγματοληψίας του αποδοτικού συνόλου είναι γενικά άγνωστη.
- ❖ Ελέγχοντας για την αποδοτικότητα του proxy χρησιμοποιώντας επίσης τη γραμμική σχέση απόδοσης «β» δημιουργεί εμπειρικές δυσκολίες:

1. Η θεωρία δύο παραμέτρων δεν κάνει μια πρόβλεψη για τις τιμές των παραμέτρων αλλά μόνο για τη μορφή (γραμμική) της “cross sectional” σχέσης.
2. Η ευρέως χρησιμοποιούμενη διαδικασία ομαδοποίησης χαρτοφυλακίων μπορεί να υποστηρίξει τη θεωρία ακόμη και όταν είναι λανθασμένη.

Συνοψίζοντας μπορούμε να είμαστε σίγουροι ότι κατέληξε στο συμπέρασμα ότι δεν υπάρχει ούτε μια προσπάθεια έρευνας που να περιέχει έναν έγκυρο τρόπο ελέγχου του APT. Το κύριο πρόβλημα παραμένει η αναγνώριση του πραγματικού χαρτοφυλακίου της αγοράς και ακόμη και αν εμείς μπορούμε να βρούμε έναν ροχυ που είναι στατιστικά κοντά στο πραγματικό χαρτοφυλάκιο της αγοράς, και πάλι δεν ξέρουμε αν περιέχει όλα τα υπάρχοντα περιουσιακά στοιχεία στην παγκόσμια αγορά. Τέλος, φαίνεται επίσης ότι όλα τα αποτελέσματα των τριών μελετών είναι συμβατά με τα αποτελέσματα του μοντέλου των Sharpe – Litner όλα εμπεριέχουν ένα σφάλμα στην μέτρηση του χαρτοφυλακίου της αγοράς.

### 3.4 Multivariate Tests of Financial Models – A New Approach (Michael R. Gibbons 1982)

#### **Σκοπός**

Ο βασικός σκοπός της έρευνας αυτής είναι να παρουσιάσει ένα πολυπαραγοντικό στατιστικό μοντέλο για την εκτίμηση της αναμενόμενης απόδοσης του χαρτοφυλακίου μηδενικού «β». Επιπλέον, στόχος της έρευνας είναι να δοθεί ένας τρόπος για τον έλεγχο του πολυπαραγοντικού περιορισμού που επιβάλλεται από το CAPM.

#### **Μεθοδολογία**

Ο Gibbons υποθέτει ότι το μοντέλο της αγοράς είναι καθορισμένο και ότι ακολουθεί την εξίσωση που προκύπτει από το CAPM, που σημαίνει ότι οι αποδόσεις των περιουσιακών στοιχείων είναι στατικές μετά από μια πολυπαραγοντική κανονική κατανομή και ότι δεν είναι συσχετισμένες. Όπως αναφέρθηκε πιο πριν, ένας από τους στόχους αυτής της εργασίας είναι να δοκιμάσει τον πολυπαραγοντικό περιορισμό CAPM. Ο Gibbons έκανε χρήση της σχέσης απόδοσης – κινδύνου του Black η οποία είναι η ακόλουθη:

$$E(\tilde{R}_{it}) = \gamma + \beta_i[E(\tilde{R}_{mt}) - \gamma] \quad (3.7)$$

Όπου

❖  $\gamma$  = η αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου μηδενικού «β» ή οποιοδήποτε χαρτοφυλάκιο του οποίου η απόδοση είναι ασυσχέτιστη με την απόδοση του χαρτοφυλακίου της αγοράς

Ο περιορισμός του CAPM για την σταθερά «α» είναι η εξής:

$$a_i = \gamma(1 - \beta_i) \quad (3.8)$$

Έτσι η μηδενική υπόθεση είναι:

$$H_0: \alpha_i = \gamma(1 - \beta_i)$$

$$H_1: \alpha_i \neq \gamma(1 - \beta_i)$$

Η μεθοδολογία που χρησιμοποίησε ο Gibbons ελέγχει το CAPM ελέγχοντας τους περιορισμούς των χρηματοπιστωτικών τίτλων. Εάν απορριφθεί η μηδενική υπόθεση, αυτό σημαίνει ότι το CAPM δεν είναι σύμφωνο με τα δεδομένα της στατιστικής ανάλυσης. Επιπλέον, η προτεινόμενη προσέγγιση που χρησιμοποιείται σε αυτή την έρευνα είναι παρόμοια με αυτή των Black, Scholes, και Jensen στην έρευνά τους το 1972.

Επιπλέον, για να ελέγξει την καταλληλότητα του μοντέλου, ο Gibbons χρησιμοποιεί το τεστ (LRT) που συγκρίνει τη στατιστική εφαρμογή του απεριόριστου (το οποίο εκτιμάται από την εναλλακτική υπόθεση) και το μοντέλο περιορισμού (με την μηδενική υπόθεση). Πιο συγκεκριμένα, αν τα αποτελέσματα μεταξύ της μηδενικής και της εναλλακτικής υπόθεσης είναι παρόμοια, τότε η μηδενική υπόθεση δεν μπορεί να απορριφθεί.

Η εμπειρική διαδικασία από την παραπάνω θεωρητική μεθοδολογία έγινε σε δέκα διαφορετικές υποπεριόδους πέντε ετών χρησιμοποιώντας μηνιαίες αποδόσεις. Το χαρτοφυλάκιο της αγοράς αποτελείται από τις μηνιαίες αποδόσεις του δείκτη CRSP. Η χρονική περίοδος που εξετάζεται στην έρευνα είναι από το 1926 ως το 1975

Επιπλέον, στην εμπειρική μεθοδολογία, η εκτίμηση της απόδοσης του χαρτοφυλακίου μηδενικού «β» και του LRT υπολογίζονται για κάθε μια από τις υποπεριόδους των πέντε ετών. Στη συνέχεια, μια επέκταση της εξίσωσης 3.28 πάρθηκε σχετικά με τους συνεπείς εκτιμητές. Μετά από αυτό το βήμα, οι τιμές του μοντέλου της αγοράς εκτιμώνται βάσει του γραμμικού περιορισμού. Ο εκτιμητής του (β<sub>i</sub>) είναι απεριόριστο OLS ενώ το (γ) υπολογίζεται χρησιμοποιώντας τη μεθοδολογία του Black, Scholes, και Jensen.

Ο στόχος είναι να εκτιμηθεί το (β<sub>i</sub>) με τη χρήση δεδομένων εξήντα μηνών. Όταν υπολογίζονται αυτές οι εκτιμήσεις, σχηματίζονται σαράντα χαρτοφυλάκια μετοχών, αρχής γενομένης από αυτό με τα χαμηλότερα «β» σε αυτό με τα

μεγαλύτερα. Τα χαρτοφυλάκια είναι ισόποσα σταθμισμένα και αντιπροσωπεύουν τα περιουσιακά στοιχεία αριστεράς πλευράς (LHS) σε κάθε πενταετή περίοδο.

### **Αποτελέσματα**

Το πιο σημαντικό αποτέλεσμα αυτής της έρευνας είναι ότι ο περιορισμός παραμέτρων της εξίσωσης 3.28 απορρίπτεται σε πέντε από τις δέκα υποπεριόδους. Επίσης, το στατιστικό αποτέλεσμα της δοκιμής είναι οριακά ασήμαντο για τρεις από τις υπόλοιπες πέντε υποπεριόδους. Η απόρριψη επιβεβαιώνεται σε αρεστό επίπεδο σημαντικότητας. Συγκεκριμένα, το CAPM απορρίπτεται σε επίπεδο σημαντικότητας μικρότερο από 0,001. Αυτό το αποτέλεσμα σημαίνει ότι η σχέση απόδοσης - διακύμανσης του ισόποσου σταθμισμένου χαρτοφυλακίου NYSE απορρίφθηκε. Επιπλέον, ο Gibbons αναφέρει ότι ακόμη και αν υποθέσουμε ότι ο δείκτης CRSP αποτελεί έναν επαρκή proxy για το χαρτοφυλάκιο της αγοράς, ο πολυπαραγοντικός έλεγχος απορρίπτει το μοντέλο των Sharpe-Lintner και το μοντέλο του Black.

Τέλος, το μοντέλο πολυπαραγοντικής παλινδρόμησης (MVRM) που παρουσιάστηκε εδώ, παρέχει έναν αποτελεσματικό εκτιμητή της αναμενόμενης απόδοσης του χαρτοφυλακίου μηδενικού «β». Επίσης, αυτό το μοντέλο φαίνεται να έχει επαρκή ισχύ και είναι κατάλληλο για τον έλεγχο της αποδοτικότητας της αγοράς. Τέλος, το LRT απορρίπτει την μηδενική υπόθεση.

## 3.5 The Capital Asset Pricing Model: Theory and Empiricism (Haim Levy, 1983)

**Σκοπός** του άρθρου είναι να «αμφισβητήσει» το CAPM, των Sharpe – Litner, δείχνοντας πως τα εμπειρικά στοιχεία και η συμπεριφορά των επενδυτών το απορρίπτουν. Αντ' αυτού ένα «αναθεωρημένο» CAPM, που ανέπτυξε ο Levy(1978), αποδίδει ένα πιο ολοκληρωμένο θεωρητικό μοντέλο. Σε αυτό το «αναθεωρημένο» CAPM ο συστηματικός κίνδυνος είναι σχεδόν αμελητέος στην μέτρηση του ρίσκου του περιουσιακού στοιχείου.

Η **μεθοδολογία** αυτού του άρθρου αποτελείται από τρεις τομείς.

### 3.5.1 Η γραμμική σχέση αναμενόμενης απόδοσης και $\beta$

Αρχικά αποδεικνύει με έναν διαφορετικό τρόπο αυτό που ουσιαστικά είναι η βασική απόδειξη του Roll ( 1977), με έναν πιο απλό και σύντομο τρόπο, χωρίς να χρησιμοποιήσει καθόλου αλγεβρικούς πίνακες. Δηλαδή την γραμμική σχέση μεταξύ της μέσης απόδοσης και του βήτα σε ένα δείγμα.

Χρησιμοποιώντας αλγεβρικούς πίνακες, ο Roll ( 1977), απέδειξε ότι υπάρχει μια γραμμική σχέση μεταξύ των μέσων αποδόσεων και των βήτα, όταν τα βήτα υπολογίζονται με βάση το αποδοτικό χαρτοφυλάκιο. Ο Levy σε αυτό το άρθρο, παρουσιάζει έναν πιο απλό τρόπο χρησιμοποιώντας τη Lagrangian συνάρτηση (3.9) :

$$C(x_1, \dots, x_n) = \sum_{i=1}^n x_i^2 S_i^2 + 2 \sum_{\substack{i=1 \\ j>1}}^n x_i x_j S_{ij} + 2\lambda [\bar{R} - \sum_{i=1}^n x_i \bar{R}_i - (I - \sum_{i=1}^n x_i)r]$$

όπου

$S_i^2$  : η διακύμανση του  $i$  περιουσιακού στοιχείου

$S_{ij}$  : η συνδιακύμανση του περιουσιακού στοιχείου  $i$  με το περιουσιακό στοιχείο  $j$

$\bar{R}_i$  : η μέση απόδοση του  $i$  περιουσιακού στοιχείου



$\bar{R}$  : η μέση απόδοση του χαρτοφυλακίου

$r$  : το risk free επιτόκιο

$x_i$  : το ποσοστό επένδυσης (στάθμισμα) του περιουσιακού στοιχείου

Θέτοντας την παράγωγο ως προς  $x_i$  ( $i=1,2,3,\dots,n$ ) ίση με το 0 και πολλαπλασιάζοντας και τις δύο πλευρές με  $x_i$  ( $i=1,2,3,\dots,n$ ) και κάνοντας τους απαραίτητους υπολογισμούς αποδείχτηκε ότι  $\lambda = \frac{S^2}{(\bar{R}-r)}$ , όπου  $S^2$  η διακύμανση του αποδοτικού χαρτοφυλακίου.

Βάζοντας λοιπόν τα αποτελέσματα στην εξίσωση 3.1 αποδείχτηκε ότι:

$$\bar{R}_i = r + (\bar{R} - r)\hat{\beta}_i \quad (3.10)$$

όπου

$\hat{\beta}_i$  : ο συστηματικός κίνδυνος του  $i$  περιουσιακού στοιχείου

Πρωτού συνεχίσουμε με το δεύτερο τομέα αξίζει να σημειωθούν τα παρακάτω:

1. Σε αυτή την απλή απόδειξη χρησιμοποιήθηκε η ίδια τεχνική που εφαρμόστηκε για την θεωρητική σχέση του CAPM (Litner 1965). Απλά χρησιμοποιήθηκαν άλλοι παράμετροι (πχ  $\mu, \sigma, \beta$ ). Άρα αν το  $\bar{R}$  είναι η μέση απόδοση του αποδοτικού χαρτοφυλακίου, τότε υπάρχει μια ακριβώς ίδια γραμμική σχέση ανάμεσα στο  $\bar{R}$  και το  $\hat{\beta}_i$ , όπως σωστά ισχυρίστηκε ο Roll
2. Δεν χρειάζεται κάποιος να χρησιμοποιήσει όλα τα περιουσιακά στοιχεία για να επαληθεύσει τη γραμμική σχέση της εξίσωσης 3.2. Αν πάρουμε ένα μικρό δείγμα 10 μετοχών, τότε συνεχίζουμε να έχουμε μια γραμμική σχέση της εξίσωσης 3.2, εφόσον βέβαια τα βήτα έχουν υπολογιστεί σε σχέση με το αποδοτικό χαρτοφυλάκιο που πάρθηκε από αυτές τις 10 μετοχές.
3. **Η γραμμική σχέση αυτή, ισχύει αν και μόνο αν τα σταθμά επένδυσης σε αυτά τα περιουσιακά στοιχεία είναι θετικά. Σε αντίθετη περίπτωση δεν ισχύει.**

### 3.5.2 Το χαρτοφυλάκιο αγοράς, η ανοιχτή πώληση και το αποδοτικό σύνολο

Σε δεύτερη φάση ουσιαστικά αποδεικνύει ότι υπάρχει short sale στα περιουσιακά στοιχεία και το αποδοτικό χαρτοφυλάκιο:

#### **A.** Το μοτίβο της ανοιχτής πώλησης

Όπως έχει αποδειχθεί, όποιος έχει προσπαθήσει να αποδείξει εμπειρικά το αποδοτικό χαρτοφυλάκιο ελάχιστου κινδύνου – μέσης απόδοσης, όταν τα short sale επιτρέπονται, έχει επιβεβαιώσει ότι αν όχι όλα, τα περισσότερα χαρτοφυλάκια έχουν κάποια αρνητικά σταθμά. Αυτό πρακτικά σημαίνει ότι η πιο αποδοτική στρατηγική για έναν επενδυτή, είναι να έχει στο χαρτοφυλάκιο του και long θέση αλλά και short\*. Επιπλέον, οι μετοχές που είναι σε short θέση, είναι στις περισσότερες περιπτώσεις περισσότερες απότι αυτές οι οποίες είναι long.

Αξίζει να σημειωθεί ότι αυτό το φαινόμενο δεν είναι τυχαίο στα Αμερικάνικα δεδομένα και σχεδόν όλα τα ιστορικά στοιχεία από τους γενικούς δείκτες καταλήγουν στο ίδιο συμπέρασμα. Παίρνοντας αυτό σαν δεδομένο, είναι προφανές ότι όλοι τα αποκαλούμενα «market portfolio» δεν είναι αποδοτικά, καθώς θεωρείται ότι όλοι οι δείκτες που χρησιμοποιούνται σαν χαρτοφυλάκια έχουν μόνο επενδύσεις σε long θέση.

Την απάντηση στην ερώτηση γιατί εμφανίζονται σχεδόν πάντα short sale σε αποδοτικές στρατηγικές έδωσε ο Levy το 1973, ο οποίος απέδειξε ότι η καλύτερη στάθμιση της 1-οστης μετοχής για ένα δεδομένο επιτόκιο ουδέτερου κινδύνου  $r$  δίνεται από την σχέση:

$$X_i = \frac{\rho}{\sigma_i} \left( \frac{\mu_i - r}{\sigma_i} - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \frac{\mu_j - r}{\sigma_j} Q_{ij} \right) \quad (3.11)$$

Όπου

$\rho$ : κάτι θετικό

$\sigma_i$ : η τυπική απόκλιση του  $i$  περιουσιακού στοιχείου

$Q_{ij}$ : η μερική συσχέτιση μεταξύ των στοιχείων  $i$  και  $j$ .

Είναι προφανές από την εξίσωση 3.11 ότι το  $i$ -οστό περιουσιακό στοιχείο αποκτά αρνητική στάθμιση εάν ο όρος εντός παρενθέσεως είναι αρνητικός. Στην περίπτωση  $n$  ανεξάρτητων περιουσιακών στοιχείων, το  $Q_{ij} = 0$  για όλα τα  $i$  και  $j$ , άρα έχουμε αρνητικά σταθμά μόνο στην περίπτωση που  $(\mu_i - r)/\sigma_i < 0$ , δηλαδή αν  $\mu_i < r$ .

Παρόλα αυτά τα περισσότερα  $Q_{ij}$  είναι θετικά και μάλιστα αρκετά μεγάλα, άρα ακόμη και μια μετοχή με  $\mu_i > r$  έχει την πιθανότητα να εμφανίσει αρνητικά σταθμά λόγω της διαφοράς μεταξύ  $\mu_i$  και  $r$ , η οποία είναι αρκετά μεγάλη. Επιπλέον όσο περισσότερες μετοχές υπάρχουν στο χαρτοφυλάκιο, τόσο περισσότερες οι πιθανότητες να εμφανιστούν αρνητικά σταθμά<sup>4</sup>

## B. Το δείγμα

Το δείγμα βασίστηκε σε 15 παρακάτω μετοχές:

Πίνακας 3.1 Δείγμα 15 Μετοχών

	Company	Symbol	Mean Return	Standard Deviation
1	Bethlehem Steel	BS	2.33	18.7
2	Caterpillar Tractor	CAT	13.39	25.74
3	Ford Motor	F	12.38	38.18
4	General Electric	GE	4.35	22.68
5	General Motors	GM	5.87	26.01
6	Goodyear Tire & Rubber	GT	3.11	22.39
7	W.R. Grace	GRA	9.6	39.43
8	Greyhound	G	10.44	26.31
9	International Business Machines	IBM	12.67	28.42
10	Kraft	KRA	7.33	16.22
11	Radio Corporation of America	RCA	6.74	34.08
12	R.J. Reynold Industries	RJR	14.29	30.65
13	Shell Oil	SUO	6.56	18.7
14	Standard Oil of California	SD	6.15	21.13
15	Standard Oil (Indiana)	SN	14.27	17.89
	<b>Market Proxy</b>	<b>Rm</b>	<b>10.44</b>	<b>26.53</b>

Αυτό που αξίζει να τονιστεί, είναι ότι αν ένα χαρτοφυλάκιο με 15 μετοχές, έχει μέσα κάποιες με αρνητικά σταθμά, τότε όπως αναφέραμε προηγουμένως, αυτό θα ισχύει και σε ένα χαρτοφυλάκιο με περισσότερες μετοχές.

<sup>4</sup> Αυτό δεν είναι απόλυτα εμφανές στην συνάρτηση 3, ωστόσο εμπειρικές μελέτες έχουν δείξει ότι όσο το πλήθος ανεβαίνει, ο δεύτερος όρος αυξάνεται πολύ πιο γρήγορα από τον πρώτο (αφού τα περισσότερα  $Q_{ij} > 0$ ).

Ο πίνακας 3.2 δείχνει την συσχέτιση αυτών των 15 μετοχών. Όσο μεγαλύτερη η συσχέτιση, τόσο πιο πιθανό να εμφανίσει μια μετοχή αρνητική στάθμιση.

Πίνακας 3.2 Συσχέτιση των 15 μετοχών του πίνακα 3.1

	BS	CAT	F	GE	GM	GT	GRA	G	IBM	KRA	RCA	RJR	SUO	SD	SN
1 BS	1.00														
2 CAT	0.66	1.00													
3 F	0.41	0.43	1.00												
4 GE	0.63	0.59	0.61	1.00											
5 GM	0.45	0.72	0.75	0.65	1.00										
6 GT	0.39	0.49	0.75	0.44	0.82	1.00									
7 GRA	0.29	0.31	0.57	0.20	0.57	0.39	1.00								
8 G	0.29	0.33	0.52	0.53	0.68	0.47	0.37	1.00							
9 IBM	0.34	0.35	0.48	0.26	0.48	0.69	0.22	0.40	1.00						
10 KRA	0.23	0.55	0.39	0.25	0.51	0.42	0.35	0.31	0.34	1.00					
11 RCA	0.49	0.52	0.54	0.73	0.68	0.62	0.19	0.72	0.46	0.18	1.00				
12 RJR	0.14	0.01	0.55	-0.03	0.27	0.46	0.44	0.18	0.56	0.49	0.03	1.00			
13 SUO	0.53	0.65	0.14	0.55	0.39	0.01	0.25	0.36	0.06	0.22	0.35	-0.27	1.00		
14 SD	0.31	0.70	0.29	0.55	0.54	0.19	0.38	0.32	0.13	0.56	0.27	-0.13	0.64	1.00	
15 SN	0.69	0.67	0.21	0.51	0.43	0.23	0.36	0.37	0.27	0.47	0.42	0.02	0.80	0.58	1.00

### Γ. Εμπειρικά αποτελέσματα

Για κάθε υποσύνολο υπολογίστηκαν αποδοτικά χαρτοφυλάκια χρησιμοποιώντας την Lagrange συνάρτηση. Η ιδανική στρατηγική μπορεί να περιέχει και θετικά αλλά και αρνητικά σταθμά. Βέβαια πάντα θα ισχύει ότι το άθροισμα των σταθμών θα είναι ίσο με 1, πράγμα που σημαίνει ότι μπορεί να υπάρχουν σταθμά που να υπερβαίνουν την μονάδα.

Από τη στιγμή που το χαρτοφυλάκιο της αγοράς αποτελείται ΜΟΝΟ από θετικά σταθμά, αν το CAPM ισχύει, τότε θα περιμέναμε να βρούμε τουλάχιστον ένα χαρτοφυλάκιο που να είναι αποδοτικό, χωρίς να έχει αρνητικά σταθμά.

Ωστόσο τα εμπειρικά αποτελέσματα δείχνουν ότι είναι πολύ απίθανο να βρεθεί ένα αποδοτικό σύνολο ή ακόμη και ένα αποδοτικό χαρτοφυλάκιο μόνο με θετικά σταθμά. Αυτό όντως ισχύει ακόμη και όταν αυξάνουμε τις μετοχές που αποτελούν το χαρτοφυλάκιο.

Ο Πίνακας 3.3 δείχνει την κατανομή των χαρτοφυλακίων για  $n=5,10,15$  μετοχές. Για το χαρτοφυλάκιο των 5 μετοχών, σχεδόν όλα τα χαρτοφυλάκια

έχουν από μία μετοχή σε short θέση. Στο χαρτοφυλάκιο με τις 10 μετοχές, τέσσερις μετοχές βρίσκονται σε short θέση, ενώ σε αυτό των 15 μετοχών βλέπουμε ότι 8 μετοχές είναι short θέση. Αξίζει να παρατηρηθεί, ότι ακόμη και μετοχές με μεγάλη απόδοση, έχουν μπει short θέση. Οι μετοχές έχουν την τάση να είναι short sell όταν η απόδοσή τους είναι αρκετά χαμηλή ή η συσχέτιση τους είναι αρκετά υψηλή. Αυτό το εύρημα δείχνει ότι το «μοτίβο διαφοροποίησης» για τα μετοχές που είναι short sell, είναι αρκετά σημαντικό και το μοτίβο κέρδους έρχεται δεύτερο.

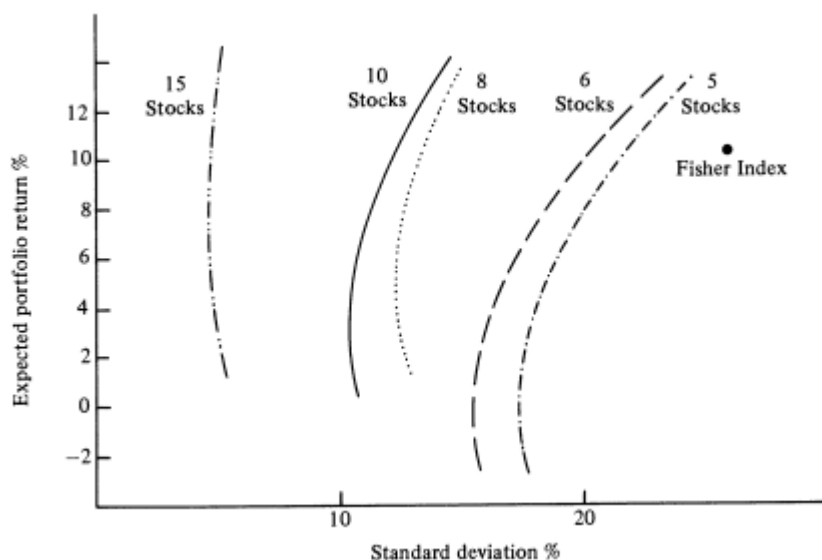
Πίνακας 3.3 Κατανομή σταθμίσεων για n=5,10,15

		n= 5									
	R	13.38	12.38	11.38	10.38	9.38	8.38	7.38	6.38	5.38	4.38
	S	24.15	23.29	22.46	21.68	20.94	20.25	19.62	19.05	18.50	18.11
1	BS	14.00	18.90	23.80	28.70	33.60	38.50	43.40	48.30	53.20	58.10
2	CAT	86.40	78.30	70.20	62.10	54.00	45.90	37.00	29.60	21.50	13.40
3	F	26.20	229.00	19.60	16.30	13.00	9.70	6.50	3.20	-0.10	-3.40
4	GE	13.10	13.30	13.50	13.70	13.90	14.20	13.80	14.60	14.80	15.10
5	GM	-39.70	-33.40	-27.10	-20.80	-14.50	-8.30	-1.50	4.30	10.60	16.80
	No of shorts	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.00	1.00	1.00
		n= 10									
	R	13.38	12.38	11.38	10.38	9.38	8.38	7.38	6.38	5.38	4.38
	S	13.82	13.25	12.10	12.22	11.77	11.37	11.03	10.75	10.53	10.39
1	BS	-57.70	-51.90	-46.10	-40.30	-34.50	-28.70	-22.90	-17.10	-11.30	-5.50
2	CAT	88.50	80.80	73.10	65.30	57.60	49.90	42.20	34.50	26.70	19.00
3	F	-14.60	-15.90	-17.20	-18.50	-19.80	-21.10	-22.40	-23.60	-24.90	-26.20
4	GE	55.70	54.80	53.90	53.00	52.10	51.20	50.30	49.40	48.50	47.60
5	GM	-196.30	-185.80	-175.30	-164.70	-154.30	-143.80	-133.20	-122.90	-112.30	-101.80
6	GT	116.20	113.40	110.60	107.80	105.00	102.20	99.40	96.60	93.80	91.00
7	GRA	33.70	32.30	30.90	29.40	28.00	26.60	25.10	23.70	22.30	20.80
8	G	59.10	55.70	52.20	48.80	45.30	41.90	38.40	35.00	31.50	28.10
9	IBM	-8.10	-8.60	-9.10	-9.60	-10.00	-10.50	-11.00	-11.50	-12.00	-12.40
10	KRA	23.50	25.20	27.00	28.80	30.60	32.30	34.10	35.90	37.70	39.40
	No of shorts	4.00	4.00	4.00	4.00	4.00	4.00	4.00	4.00	4.00	4.00
		n= 15									
	R	14.32	13.32	12.32	11.32	10.32	9.32	8.32			
	S	13.82	13.25	12.10	12.22	11.77	11.37	11.03			
1	BS	-142.20	-134.70	-126.90	-119.30	-111.60	-104.00	-96.40			
2	CAT	187.60	178.60	169.60	160.50	151.50	142.50	133.50			
3	F	-80.20	-78.20	-76.20	-74.20	-72.30	-70.30	-68.30			
4	GE	185.90	179.00	172.00	165.10	158.10	151.20	144.20			
5	GM	-307.50	-297.20	-286.90	-276.60	-266.30	-256.20	-245.70			
6	GT	275.20	267.80	260.30	252.90	245.50	238.00	230.60			
7	GRA	52.30	50.60	48.90	47.30	45.60	43.90	42.30			
8	G	122.90	118.00	113.20	108.30	103.40	98.60	93.70			
9	IBM	-60.50	-58.70	-56.90	-55.10	-53.30	-51.50	-49.80			
10	KRA	-93.10	-87.40	-81.80	-76.20	-70.50	-64.90	-59.30			
11	RCA	-74.30	-71.00	-67.80	-64.60	-61.30	-58.10	-54.90			
12	RJR	62.00	59.80	57.60	55.40	53.20	51.10	48.90			
13	SUO	23.70	26.50	29.30	32.20	35.00	37.90	40.70			
14	SD	-28.50	-26.50	-24.60	-22.60	-20.60	-18.60	-16.60			
15	SN	-23.30	-26.60	-29.80	-33.10	-36.40	-39.60	-42.90			
	No of shorts	8.00	8.00	8.00	8.00	8.00	8.00	8.00			

Τα παραδείγματα από τον Πίνακα 3.3 δείχνουν ότι είναι πρακτικά αδύνατο να βρει κανείς ένα αποδοτικό χαρτοφυλάκιο απόλυτα με θετικά σταθμά. Σε

δεύτερο βαθμό φαίνεται, ότι το χαρτοφυλάκιο της αγοράς δεν είναι αποδοτικό όπως φαίνεται στην σύγκριση με τα αποδοτικά σύνολα, ακόμη και με ένα μικρό αριθμό μετοχών, όπως φαίνεται στο διάγραμμα 3.1

Διάγραμμα 3.1 Αποδοτικά σύνολα και δείκτης



Όσο ο αριθμός των μετοχών αυξάνεται το αποδοτικό σύνολο κινείται προς τα αριστερά. Το χαρτοφυλάκιο της αγοράς είναι μη αποδοτικό ακόμη και για 15 μετοχές και η απόσταση του αυξάνεται όσο προσθέτουμε μετοχές σε αυτό.

Από το πίνακα 3.3 και το διάγραμμα 3.1, είναι προφανές ότι

- α) τα αποδοτικά χαρτοφυλάκια περιέχουν ανοιχτή πώληση μετοχών
- β) το χαρτοφυλάκιο αγοράς είναι μη αποδοτικό

### 3.5.3 Σχέση αναμενόμενης απόδοσης και $\beta$ όταν δεν υπάρχει ανοιχτή πώληση

Ο Levy έκανε και ακόμη μια ανάλυση. Χρησιμοποιώντας τις μεθόδους του Markowitz δημιούργησε πάλι με τις ίδιες μετοχές, χαρτοφυλάκια.

Η στρατηγική αυτή, δηλαδή να μην επιτρέπει καμία ανοιχτή πώληση, είχε ως αποτέλεσμα πολλές από τις μετοχές να μην επενδυθούν καν. Επιπλέον όσο

αυξάνεται ο αριθμός, όπως βλέπουμε στον πίνακα 3.4 όλο και περισσότερες μετοχές δεν επενδύονται.

Πίνακας 3.4 Κατανομή σταθμίσεων όταν δεν υπάρχει ανοιχτή πώληση μετοχών

		n= 5									
	R	13.38	12.62	11.04	10.05	9.05	8.06	7.07	6.25	5.42	4.70
	S	25.76	24.22	22.58	21.65	20.81	20.27	19.43	18.97	18.50	18.25
1	BS	-	5.40	17.70	24.50	31.30	38.10	44.90	49.00	53.00	58.20
2	CAT	100.00	78.70	66.30	58.50	50.70	43.00	35.20	28.50	21.80	14.50
3	F	-	15.90	13.20	11.20	9.30	7.40	5.40	2.70	-	-
4	GE	-	-	2.80	5.80	8.70	11.50	14.50	14.60	14.80	14.00
5	GM	-	-	-	-	-	-	-	5.20	10.40	13.30
		n= 10									
	R	13.38	12.64	11.69	10.73	9.07	8.37	7.20	6.05	5.54	
	S	25.76	20.71	18.79	17.21	15.41	14.81	13.95	13.48	13.44	
1	BS	-	-	-	-	5.80	11.50	20.40	32.40	35.10	
2	CAT	100.00	51.80	40.50	29.30	13.20	8.30	-	-	-	
3	F	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
4	GE	-	-	-	-	-	-	1.10	2.00	1.60	
5	GM	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
6	GT	-	-	-	-	-	-	-	-	4.30	
7	GRA	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
8	G	-	18.40	17.80	17.20	15.70	14.80	12.80	8.40	6.40	
9	IBM	-	29.80	25.10	20.40	14.00	12.40	9.90	2.70	-	
10	KRA	-	-	16.60	33.10	51.30	53.00	55.80	54.50	52.60	
		n= 15									
	R	14.32	13.09	12.37	11.16	10.58	9.60	8.19	7.53	6.79	
	S	30.66	14.72	14.29	13.66	13.99	13.00	12.56	12.40	12.32	
1	BS	-	-	-	-	-	-	-	3.00	9.10	
2	CAT	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
3	F	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
4	GE	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
5	GM	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
6	GT	-	-	-	-	2.10	5.00	9.00	9.20	11.70	
7	GRA	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
8	G	-	5.40	5.00	3.90	3.10	1.60	-	-	-	
9	IBM	-	-	-	0.60	-	-	-	-	-	
10	KRA	-	4.90	9.60	15.80	17.20	20.00	24.10	26.20	29.00	
11	RCA	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
12	RJR	100.00	22.60	21.70	20.40	19.80	18.50	16.50	15.50	10.20	
13	SUO	-	6.80	13.60	24.10	28.00	34.70	44.20	46.10	40.00	
14	SD	-	1.40	-	-	-	-	-	-	-	
15	SN	-	58.90	50.10	35.20	29.80	20.20	6.20	-	-	

## Αποτελέσματα

Σε αυτή την έρευνα ο Levy απέδειξε πως δεν υπάρχει αποδοτικό χαρτοφυλάκιο χωρίς ανοιχτή πώληση μετοχών. Επιπλέον απέδειξε ότι όσο αυξάνεται ο αριθμός των μετοχών, αυξάνονται και οι μετοχές που είναι σε ανοιχτή πώληση. Επιπλέον χρησιμοποίησε τη μέθοδο του Markowitz και απέδειξε ότι και εκεί τα αποδοτικά χαρτοφυλάκια είχαν μετοχές που δεν

επενδύθηκαν καθόλου. Και εκεί όσο αυξανόταν ο αριθμός, αυξανόντουσαν και οι μετοχές.

### 3.6 A Test of the Efficiency of a Given Portfolio (Michael R. Gibbons, Stephen A. Ross & Jay Shanken, 1989)

Ο βασικός σκοπός αυτής της έρευνας είναι να εξετάσει αν υπάρχουν εκ των προτέρων αποδοτικά χαρτοφυλάκια μετοχών. Πιο συγκεκριμένα, εξετάζει αν ένα χαρτοφυλάκιο είναι αποδοτικό ως προς την σχέση αναμενόμενης απόδοσης και κινδύνου.

#### **Μεθοδολογία**

Οι τρεις αυτοί αρθρογράφοι ξεκίνησαν την ανάλυση τους με το να ελέγξουν με πολυπαραγοντικό στατιστικό τρόπο την αποδοτικότητα αναμενόμενης σχέσης απόδοσης και κινδύνου ενός χαρτοφυλακίου. Θεώρησαν καθόλη την έρευνα τους ότι υπάρχει ένα επιτόκιο μηδενικού κινδύνου ( $R_{ft}$ ) σε κάθε χρονική περίοδο. Τρέχοντας μια πολυπαραγοντική γραμμική παλινδρόμηση, θεώρησαν ότι η σταθερά «α» είναι ίση με το 0. Αυτή είναι η μηδενική υπόθεση. Επιπλέον, υπέθεσαν ότι τα σφάλματα είναι κανονικά κατανεμημένα με μέση απόδοση ίση με το 0 και ένα μη μηδενικό πίνακα διακυμάνσεων συνδιακυμάνσεων  $\Sigma$  ο οποίος εξαρτάται από τις αποδόσεις του χαρτοφυλακίου. Επίσης, μια επιπλέον υπόθεση είναι ότι τα σφάλματα είναι ανεξάρτητα κατά τη πάροδο του χρόνου.

Η μηδενική υπόθεση που τεστάρεται χρησιμοποιώντας το  $W$  statistic με την παρακάτω εξίσωση:



$$W = \left[ \frac{\sqrt{1+\hat{\theta}^{*2}}}{\sqrt{1+\hat{\theta}_p^2}} \right]^2 - 1 = \psi^2 - 1 \quad (3.12)$$

Όπου

- ❖  $\theta^*$  = η ex-post price of risk
- ❖  $\hat{\theta}_p$  = η απόδοση της παραπανίσιας απόδοσης του χαρτοφυλακίου έναντι της τυπική απόκλισης.

Οι συγγραφείς αναφέρουν πως όταν το  $\hat{\theta}^*$  είναι μεγαλύτερο από το  $\hat{\theta}_p$  τότε η υπόθεση ότι το χαρτοφυλάκιο είναι ex-ante αποδοτικό απορρίπτεται. Αυτό δεν ισχύει όταν  $\frac{\hat{\theta}_p}{\hat{\theta}^*} = 1$ . Σε αυτή την περίπτωση, η μηδενική υπόθεση είναι αληθής. Αν η ποσότητα  $\frac{\hat{\theta}_p}{\hat{\theta}^*}$  προσεγγίζει το 0, τότε το χαρτοφυλάκιο γίνεται λιγότερο αποδοτικό, και όπως προαναφέραμε, η μηδενική υπόθεση απορρίπτεται. Επίσης, περιέγραψαν το «ψ» ως ένα νέο μέτρο για να τεστάρουν την επίδοση του χαρτοφυλακίου. Για να είναι σε θέση να τεστάρουν την δυναμική του πολυπαραγοντικού αυτού τεστ, χρησιμοποίησαν την παράμετρο «λ», η οποία περιγράφεται από την παρακάτω εξίσωση:

$$\lambda = \left[ \frac{T}{1+\hat{\theta}_p^2} \right] \alpha_p' \Sigma^{-1} \alpha_p \quad (3.13)$$

Όπου

- ❖ T = ο αριθμός των παρατηρήσεων των αποδόσεων
- ❖  $\alpha_p' = (\hat{\alpha}_{1p} \hat{\alpha}_{2p} \dots \hat{\alpha}_{Np})$

Χρησιμοποίησαν την παράμετρο «λ» και διαφορετικό αριθμό N και Τα για να ελέγξουν την δυναμική του τεστ και να εκτιμήσουν ποια είναι η σωστή επιλογή εκ των «λ», «N», και «T». Επίσης τέστάραν αν τα αποτελέσματα αυτού του

πολυπαραγοντικού τεστ, είναι σε συμφωνία με τα αποτελέσματα των μονοπαραγοντικών τεστ. Όπως φάνηκε τα αποτελέσματα διαφέρουν ανάμεσα στο πολυπαραγοντικό και το μονοπαραγοντικό τεστ. Τέλος, όσο αφορά τη μεθοδολογία που χρησιμοποιήθηκε, μπορούμε να πούμε ότι χρησιμοποίησαν ένα τεστ που είναι ex-ante άνευ όρων αποδοτικό χαρτοφυλάκιο. Αλλά με το να χρησιμοποιήσουν εμπειρικά στοιχεία, μετέτρεψαν αυτή τη μέθοδο σε ένα τεστ υποθετικού αποδοτικού χαρτοφυλακίου, γνωρίζοντας επίσης το επιτόκιο μηδενικού κινδύνου.

Επιπλέον, όσο αφορά τα δεδομένα, πάρθηκαν από το Center for Research in Security Prices (CRSP) του Πανεπιστημίου του Σικάγο και αποδίδουν τις μηνιαίες αποδόσεις των μετοχών του χρηματιστηρίου της Νέας Υόρκης (NYSE) για μια περίοδο από το 1926 έως το 1982. Το χαρτοφυλάκιο ρουσιαστικά θεωρήθηκε από τον δείκτη CRSP Value-Weighted Index καθόλη τη διάρκεια.

Στην εμπειρική μελέτη που έγινε, τα δεδομένα πάρθηκαν από δώδεκα χαρτοφυλάκια. Έπειτα οι εταιρίες κατηγοριοποιήθηκαν σε δέκα χαρτοφυλάκια με κριτήριο την χρηματιστηριακή αξία τους. Το πρώτο χαρτοφυλάκιο περιείχε όλες τις εταιρίες με την χαμηλότερη χρηματιστηριακή αξία και το δέκατο χαρτοφυλάκιο αυτές με τις μεγαλύτερες χρηματιστηριακές αξίες. Ο σχηματισμός του εκάστοτε χαρτοφυλακίου περιείχε μια στρατηγική με χαμηλό κόστος συναλλαγής.

### **Αποτελέσματα**

Το πιο σημαντικό αποτέλεσμα ήταν ότι το πολυπαραγοντικό τεστ που χρησιμοποιήθηκε σε αυτή την έρευνα, επιβεβαιώνει τα συμπεράσματα των BJS(1972), δηλαδή ότι το ex-ante αποδοτικό χαρτοφυλάκιο CRSP Value-Weighted Index δεν μπορεί να απορριφθεί. Οι συγγραφείς, αναφέρουν ότι αν αυτός ο δείκτης είναι το πραγματικό χαρτοφυλάκιο της αγοράς, τότε ούτε το η «εκδοχή» των Sharpe – Lintner για το CAPM μπορεί να απορριφθεί. Άρα, αποδείχτηκε ότι το ex-ante αποδοτικό χαρτοφυλάκιο CRSP Value-Weighted Index δεν μπορεί να απορριφθεί.

Ακόμη το πολυπαραγοντικό αυτό τεστ, απορρίπτει την μηδενική υπόθεση σε βαθμό 1%, κάτι που έρχεται σε απόλυτη αντίθεση με τα αποτελέσματα του μονοπαραγοντικού τεστ. Τέλος, αν θεωρηθεί ότι ο δείκτης είναι αποδοτικό χαρτοφυλάκιο, τότε από τα αποτελέσματα των αρθρογράφων μπορεί να ερμηνευτεί ότι τα πολύ υψηλά  $\beta$  κερδίζουν λίγα και τα πολύ χαμηλά  $\beta$  κερδίζουν πολλά.

### 3.7 A three dimensional risk – return relationship based upon the inefficiency of a portfolio: derivation and implications (G.P Diacogiannis, 1999)

Το άρθρο αυτό αποτελείται από δύο μέρη. Το πρώτο περιγράφει την σχέση τριών διαστάσεων κινδύνου και απόδοσης τις χαρτοφυλακίου το οποίο δεν είναι αποδοτικό, δηλαδή δεν βρίσκεται πάνω στο αποδοτικό σύνολο. Έτσι λοιπόν ο κ. Διακογιάννης (1999) αποδεικνύει στην εργασία European Journal of Finance (225-235), ότι ένα χαρτοφυλάκιο είναι αποδοτικό, δηλαδή βρίσκεται πάνω στο αποδοτικό σύνολο αν η αναμενόμενη απόδοση οποιουδήποτε περιουσιακού στοιχείου μπορεί να εκφραστεί ως γραμμική σχέση του συστηματικού κινδύνου του στο χαρτοφυλάκιο, συνυπολογίζοντας έναν επιπλέον κίνδυνο ο οποίος έχει σχέση με την κίνηση μέσα στο όριο του αποτελεσματικού χαρτοφυλακίου. Το δεύτερο μέρος περιλαμβάνει προηγούμενες εκτιμήσεις που έχουν να κάνουν με τη χρήση τις σχέσης αναμενόμενης απόδοσης και του «β».

#### **Μεθοδολογία**

Αρχικά υπέθεσε την ύπαρξη παραπάνω από τρία περιουσιακά στοιχεία. Οι αποδόσεις αυτών συμβολίζονται με ΤΙΣ. Αν χρησιμοποιήσουμε το 1 ως μοναδιαίο διάνυσμα, τα σταθμά θα ικανοποιούν τη παρακάτω σχέση:

$$\sum i x_{ip} = 1^T X_p = 1 \quad (3.14)$$

Όπου

$X_p$  = το διάνυσμα με τα σταθμά του χαρτοφυλακίου p

$x_{ip}$  = τη ποσότητα πλούτου που έχει επενδυθεί στο περιουσιακό στοιχείο i.

Η αναμενόμενη απόδοση και η διακύμανση του χαρτοφυλακίου p θα είναι:

$$E[R_p] = X_p^T \quad (3.15)$$

και

$$V[R_p] = X_p^T V X_p \quad (3.16)$$

Όπου

❖  $V = 0$  πίνακας διακυμάνσεων – συνδιακυμάνσεων

Επειδή η ανάλυση βασίζεται στην μελέτη του Roll, στηρίζεται σε κάποιες υποθέσεις

1. Ο πίνακας διακυμάνσεων – συνδιακυμάνσεων ( $V$ ) είναι μη μοναδικός και θετικός
2. Η τάξη – rank (αριθμός ανεξάρτητων στηλών ή γραμμών) του  $n \times 2$  πίνακα ( $\mu$ ) είναι 2
3. Το short sale περιουσιακών στοιχείων επιτρέπεται:

Επιπλέον παρουσίασε τις ιδιότητες του χαρτοφυλακίου που βρίσκεται πάνω στο αποδοτικό σύνολο.

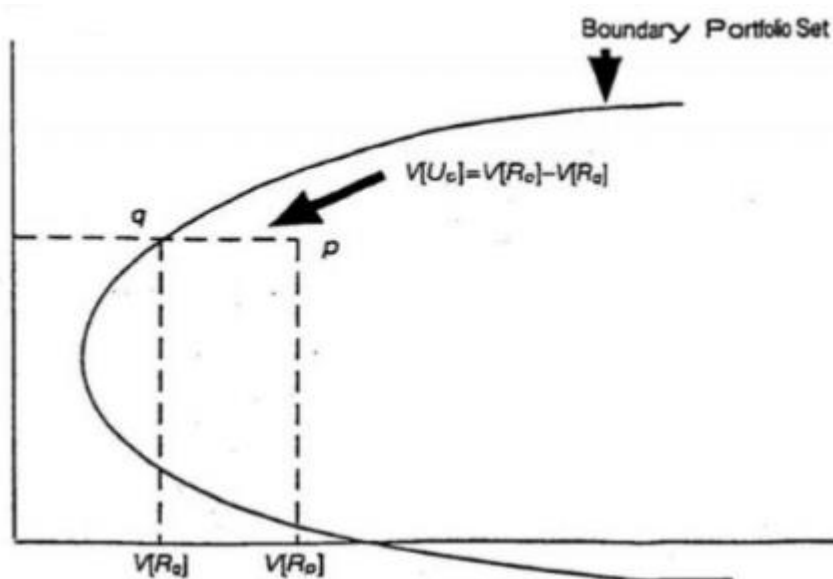
Έστω  $p$ , ένα χαρτοφυλάκιο που βρίσκεται πάνω στο αποδοτικό σύνολο και  $q$ , ένα αποτελεσματικό χαρτοφυλάκιο. Τα  $p$ ,  $q$  έχουν την ίδια αναμενόμενη απόδοση

Η απόδοση του χαρτοφυλακίου  $p$  ισούται με την απόδοση του χαρτοφυλακίου  $q$  συν ένα υπολειμματικό όρο ( $U_p$ ).

$$R_p = R_q + U_p \quad (3.17)$$

Ο υπολειμματικός όρος ( $U_p$ ) έχει μηδενική αναμενόμενη απόδοση και είναι ασυσχέτιστος με την απόδοση του αποδοτικού χαρτοφυλακίου  $q$ .

Διάγραμμα 3.2 Αποδοτικό σύνολο και υπολειμματικός όρος



Η διακύμανση της απόδοσης του αποδοτικού χαρτοφυλακίου  $q$  είναι ίση με τη συνδιακύμανση των αποδόσεων των χαρτοφυλακίων  $p$  και  $q$ .

$$V[R_q] = \text{cov}[R_q, R_p] \quad (3.18)$$

Η παραπάνω σχέση αποδεικνύει ότι τα χαρτοφυλάκια  $p$  και  $q$  έχουν θετική συσχέτιση. Αν λάβουμε υπόψη ότι  $V(R_q) < V(R_p)$  και  $\text{cov}[R_q, R_p] > 0$ , ο συντελεστής συσχέτισης μεταξύ  $R_p$  και  $R_q$  είναι θετικός. Επιπλέον, η διακύμανση του χαρτοφυλακίου  $p$  είναι:

$$V[R_p] = V[R_q + U_p] \quad (3.19)$$

Αφού  $\text{cov}[R_q, U_p] = 0$  η εξίσωση 3.9 γίνεται:

$$V[R_p] = V[R_q] + V[U_p] \quad (3.20)$$

Η διακύμανση του χαρτοφυλακίου που βρίσκεται πάνω στο αποδοτικό σύνολο χωρίζεται στη διακύμανση του αποδοτικού χαρτοφυλακίου με την ίδια αναμενόμενη απόδοση και της διακύμανσης του ασυσχέτιστου υπολειμματικού όρου ( $U_p$ ).

Παρατήρησε λοιπόν ότι όσο μικρότερη είναι η διακύμανση  $V[U_p]$ , τόσο πιο κοντά είναι η θέση του αποδοτικού συνόλου στο χαρτοφυλάκιο  $p$ . Ο συντελεστής συσχέτισης μεταξύ του  $R_p$  και  $U_p$  είναι  $\frac{\sqrt{V[U_p]}}{\sqrt{V[R_p]}}$ . Αυτό ισχύει γιατί  $\text{cov}[R_p, U_p] = \text{cov}[R_p, R_q] + V[U_p]$ . Όσο μεγαλύτερη γίνεται η διακύμανση του  $U_p$  τόσο μεγαλύτερη είναι η συσχέτιση μεταξύ  $R_p$ ,  $U_p$ .

Τέλος η συνδιακύμανση μεταξύ των αποδόσεων ενός περιουσιακού στοιχείου  $i$  και των αποδόσεων του χαρτοφυλακίου  $p$  θα είναι:

$$\text{cov}[R_i, U_p] = \text{cov}[R_i, R_q + U_p] \quad (3.21)$$

ή αλλιώς

$$\text{cov}[R_i, R_p] = \text{cov}[R_i, R_q] + \text{cov}[R_i, U_p] \quad (3.22)$$

Η εξίσωση 3.22 δείχνει ότι η συνδιακύμανση μεταξύ των αποδόσεων ενός περιουσιακού στοιχείου και ενός χαρτοφυλακίου που βρίσκεται πάνω στο

αποδοτικό σύνολο, μπορεί να χωριστεί σε δυο μέρη. Το πρώτο μέρος δείχνει την συνδιακύμανση ανάμεσα στην απόδοση του περιουσιακού στοιχείου και του αποδοτικού χαρτοφυλακίου  $q$  που έχει την ίδια αναμενόμενη απόδοση με αυτό το χαρτοφυλάκιο  $p$  που βρίσκεται μέσα στο αποδοτικό σύνολο. Το δεύτερο μέρος παρουσιάζει τη συνδιακύμανση ανάμεσα στην απόδοση του περιουσιακού στοιχείου και του υπολογισμένου υπολειμματικού όρου.

Έτσι υπολογίστηκε ότι:

1. Το χαρτοφυλάκιο  $p$  βρίσκεται μέσα στο αποδοτικό σύνολο
2. Υπάρχει ένα διάνυσμα  $u_p \neq 0$  και

$$X_p = V^{-1}(\mu \ 1)A^{-1}(\mu_p \ 1)^T + V^{-1}u_p \quad (3.23)$$

Όπου:

- ❖  $X_p$  = είναι το διάνυσμα με τα σταθμά του χαρτοφυλακίου  $p$
- ❖  $\mu_p = \mu_q$
- ❖  $q$  = είναι το αποδοτικό χαρτοφυλάκιο με την ίδια αναμενόμενη απόδοση
- ❖  $A$  = ο  $2 \times 2$  πίνακας πληροφοριών του αποδοτικού συνόλου
- ❖  $U_p$  = είναι το διάνυσμα με τις συνδιακυμάνσεις των αποδόσεων των περιουσιακών στοιχείων του χαρτοφυλακίου και των καταλοίπων  $U_p$ .

Η εξίσωση 3.13 μπορεί ισοδύναμα να γραφτεί:

$$X_p = X_q + X_{up} \quad (3.24)$$

$$\text{Όπου } X_{up} = V^{-1}u_p. \quad (3.25)$$

Από 3.14 και 3.15 συνεπάγεται ότι:

$$1^T x_{up} = 0, \quad x_{up}^T \mu = 0 \quad \text{και} \quad x_{up}^T V x_{up} = x_{up}^T V x_p \neq 0$$

Πολλαπλασιάζοντας και τα δύο μέλη της εξίσωσης 3.23 με τον όρο  $x_p^T V$  έχουμε:

$$V[R_p] = V[R_q] + x_{up}^T \quad (3.26)$$

Τέλος κατέληξε στις εξής δυο προτάσεις:

1. Το χαρτοφυλάκιο  $p$  που βρίσκεται μέσα στο αποδοτικό σύνολο

$$2. \beta_p = \frac{V[R_q]}{V[R_p]} \beta_q + \frac{V[U_p]}{V[R_p]} \beta_u$$

Όπου

$$\beta_p = \frac{cov[R_i, R_p]}{V[R_p]} \quad (3.27)$$

$$\beta_q = \frac{cov[R_i, R_q]}{V[R_q]} \quad (3.28)$$

$$\beta_u = \frac{cov[R_i, U_p]}{V[U_p]} \quad (3.29)$$

### Αποτελέσματα

Αυτή η έρευνα στηρίζεται σε μια τρισδιάστατη σχέση απόδοσης – διακύμανσης βασισμένη στην σχέση αναμενόμενης απόδοσης – διακύμανσης ενός μη αποδοτικού χαρτοφυλακίου. Πιο συγκεκριμένα απέδειξε ότι η μη αποδοτικότητα ενός χαρτοφυλακίου είναι αναγκαία συνθήκη για να υπολογιστεί η αναμενόμενη απόδοση ενός περιουσιακού στοιχείου ως γραμμική σχέση του κινδύνου του χαρτοφυλακίου και ενός επιπλέον κινδύνου στην κίνηση του χαρτοφυλακίου προς το αποδοτικό σύνολο.

Βάσει των αποτελεσμάτων συμπεράνε ότι το κόστος κεφαλαίου υποτιμάται ή υπερτιμάται με τη χρήση της γραμμικής σχέσης απόδοσης – «β» όταν υπολογίζεται με ένα χαρτοφυλακίου που βρίσκεται μέσα στο αποδοτικό σύνολο. Επιπλέον, τα αποτελέσματα των εμπειρικών μελετών του CAPM μας δείχνουν ότι η σταθερά υπερτιμάται και η κλίση υποτιμάται λόγω παρερμηνείας του κατάλληλου μοντέλου



Πίνακας 3.5 Πίνακας συνοπτικής επισκόπησης εμπειρικών μελετών

Έρευνα, Συγγραφείς & Ημερομηνία	Σκοπός	Μεθοδολογία	Αποτελέσματα
Risk, Return & Equilibrium: Empirical Tests (Eugene F. Fama & James D. Macbeth, 1973)	Σκοπός του άρθρου είναι να ελέγξει την σχέση ανάμεσα στην αναμενόμενη απόδοση και τον κίνδυνο για τις κοινές μετοχές του NYSE	Η μεθοδολογία βασίστηκε στο μοντέλο δύο παραμέτρων του Tobin(1958), Markowitz(1959) και Fama(1965)	Τα αποτελέσματα της έρευνας στηρίζουν τις τρεις συνθήκες του μοντέλου των δυο παραμέτρων
A Test of the Capital Asset Pricing Model on European Stock Markets (Franco Modigliani, Gerald A. Pogue & Bruno H. Solnik, 1973)	Σκοπός της έρευνας είναι να ελέγξει την ορθότητα του CAPM σε οκτώ διαφορετικές Ευρωπαϊκές αγορές. Αυτές είναι η Μεγάλη Βρετανία, η Γαλλία, η Ιταλία, η Γερμανία, η Ελβετία, η Ολλανδία, το Βέλγιο και η Σουηδία. Τέλος θα σύγκρινε τα αποτελέσματα με αυτά που θα προέκυπταν από την αντίστοιχη αγορά της Αμερικής.	Παλινδρομίσεις	Τα αποτελέσματα συμφώνησαν με τις υποθέσεις του CAPM.
A Critique of the Asset Pricing Theory's Tests / Part I: On Past and Potential Testability of the Theory (R.Roll 1977)	Ο σκοπός της έρευνας ήταν δώσει έμφαση στο APT όπως αυτό υπήρχε εκείνη την εποχή και να κριτικάρει τα αποτελέσματα από προηγούμενες έρευνες όσο αφορά το μοντέλο δυο παραγόντων. Το βασικό του επιχείρημα είναι ότι δεν υπήρξε ποτέ ένα σωστό τεστ του APT στις προηγούμενες μελέτες και δεν θα υπάρξει ούτε στο μέλλον.	Ο Roll μελέτησε και επέκρινε τις έρευνες των Black, Jensen & Scholes(1972), Fama & Macbeth (1973) και Blume & Friend(1973)	Δεν υπάρχει ούτε μια προσπάθεια έρευνας που να περιέχει έναν έγκυρο τρόπο ελέγχου του APT. Το κύριο πρόβλημα παραμένει η αναγνώριση του πραγματικού χαρτοφυλακίου της αγοράς και ακόμη και αν εμείς μπορούμε να βρούμε έναν proxy που είναι στατιστικά κοντά στο πραγματικό χαρτοφυλάκιο της αγοράς, και πάλι δεν ξέρουμε αν περιέχει όλα τα

Προσπάθησε να το αποδείξει αντικειμενικά, αλλά και μαθηματικά.

υπάρχοντα περιουσιακά στοιχεία στην παγκόσμια αγορά. Τέλος, φαίνεται επίσης ότι όλα τα αποτελέσματα των τριών μελετών είναι συμβατά με τα αποτελέσματα του μοντέλου των Sharpe – Litner όλα εμπειρίζουν ένα σφάλμα στην μέτρηση του χαρτοφυλακίου της αγοράς.

Multivariate Tests of Financial Models – A New Approach (Michael R. Gibbons\_1982)

Ο βασικός σκοπός της έρευνας αυτής είναι να παρουσιάσει ένα πολυπαραγοντικό στατιστικό μοντέλο για την εκτίμηση της αναμενόμενης απόδοσης του χαρτοφυλακίου μηδενικού «β». Επιπλέον, στόχος της έρευνας είναι να δοθεί ένας τρόπος για τον έλεγχο του πολυπαραγοντικού περιορισμού που επιβάλλεται από το CAPM

Η μεθοδολογία βασίστηκε στην έρευνα των Black, Jensen & Scholes(1972). Επίσης έτρεξαν αναλύσεις παλινδρομήσεων.

Το πιο σημαντικό αποτέλεσμα αυτής της έρευνας είναι ότι ο περιορισμός παραμέτρων της εξίσωσης 3.28 απορρίπτεται σε πέντε από τις δέκα υποπεριόδους. Επίσης, το στατιστικό αποτέλεσμα της δοκιμής είναι οριακά ασήμαντο για τρεις από τις υπόλοιπες πέντε υποπεριόδους. Η απόρριψη επιβεβαιώνεται σε αρεστό επίπεδο σημαντικότητας.. Συγκεκριμένα, το CAPM απορρίπτεται σε επίπεδο σημαντικότητας μικρότερο από 0,001. Αυτό το αποτέλεσμα σημαίνει ότι η σχέση απόδοσης - διακύμανσης του ισόποσου σταθμισμένου χαρτοφυλακίου NYSE απορρίφθηκε. Επιπλέον, ο Gibbons αναφέρει ότι ακόμη και αν υποθέσουμε ότι ο δείκτης CRSP αποτελεί έναν επαρκή proxy για το χαρτοφυλάκιο της αγοράς, ο πολυπαραγοντικός έλεγχος απορρίπτει το μοντέλο των Sharpe-Lintner και το μοντέλο του Black.

<p>The Capital Asset Pricing Model: Theory and Empiricism (Haim Levy, 1983)</p>	<p>Σκοπός του άρθρου είναι να «αμφισβητήσει» το CAPM, των Sharpe – Litner, δείχνοντας πως τα εμπειρικά στοιχεία και η συμπεριφορά των επενδυτών το απορρίπτουν.</p>	<p>Ο Levy θα προσπαθήσει να αποδείξει ότι όλα τα αποδοτικά σύνολα έχουν ανοιχτή πώληση μετοχών και ως εκ τούτου το χαρτοφυλάκιο της αγοράς δεν είναι αποδοτικό</p>	<p>Σε αυτή την έρευνα ο Levy απέδειξε πως δεν υπάρχει αποδοτικό χαρτοφυλάκιο χωρίς ανοιχτή πώληση μετοχών. Επιπλέον απέδειξε ότι όσο αυξάνεται ο αριθμός των μετοχών, αυξάνονται και οι μετοχές που μπαίνουν σε ανοιχτή πώληση.</p>
<p>A Test of the Efficiency of a Given Portfolio (Michael R. Gibbons, Stephen A. Ross &amp; Jay Shanken, 1989)</p>	<p>Ο βασικός σκοπός αυτής της έρευνας είναι να εξετάσει αν υπάρχουν εκ των προτέρων αποδοτικά χαρτοφυλάκια μετοχών. Πιο συγκεκριμένα, εξετάζει αν ένα χαρτοφυλάκιο είναι αποδοτικό ως προς την σχέση αναμενόμενης απόδοσης και κινδύνου.</p>	<p>Η μεθοδολογία βασίστηκε στην έρευνα των των Black, Jensen &amp; Scholes(1972). Επίσης έτρεξαν αναλύσεις παλινδρομίσεων.</p>	<p>Το πιο σημαντικό αποτέλεσμα ήταν ότι το πολυπαραγοντικό τεστ που χρησιμοποιήθηκε σε αυτή την έρευνα, επιβεβαιώνει τα συμπεράσματα των BJS(1972), δηλαδή ότι το ex-ante αποδοτικό χαρτοφυλάκιο CRSP Value-Weighted Index δεν μπορεί να απορριφθεί. Οι συγγραφείς, αναφέρουν ότι αν αυτός ο δείκτης είναι το πραγματικό χαρτοφυλάκιο της αγοράς, τότε ούτε το η «εκδοχή» των Sharpe – Lintner για το CAPM μπορεί να απορριφθεί. Άρα , αποδείχτηκε ότι το ex-ante αποδοτικό χαρτοφυλάκιο CRSP Value-Weighted Index δεν μπορεί να απορριφθεί.</p>
<p>A three dimensional risk – return relationship based upon the inefficiency of a portfolio: derivation and implications (G.P Diacogiannis, 1999)</p>	<p>Σκοπός του άρθρου είναι η εύρεση αναμενόμενης απόδοσης και βήτα για χαρτοφυλάκια που δεν είναι αποδοτικά</p>	<p>Η μεθοδολογία είναι βασισμένη στην χρησιμοποίηση του μοντέλου που ο ίδιος δημιούργησε για την σχέση αναμενόμενης απόδοσης και "β" για χαρτοφυλάκια που δεν ανήκουν στο αποδοτικό σύνολο.</p>	<p>Βάσει των αποτελεσμάτων συμπέρανε ότι το κόστος κεφαλαίου υποτιμάται ή υπερτιμάται με τη χρήση της γραμμικής σχέσης απόδοσης – «β» όταν υπολογίζεται με ένα χαρτοφυλακίου που βρίσκεται μέσα στο αποδοτικό σύνολο</p>

## 4. Μεθοδολογία

Ο σκοπός του κεφαλαίου αυτού είναι να παρουσιάσουμε τα δεδομένα και την μεθοδολογία που θα ακολουθήσουμε. Σκοπός μας λοιπόν είναι να εξετάσουμε αν ο δείκτης FTSE 100 είναι ένα αναποτελεσματικό χαρτοφυλάκιο έχοντας όλες τις μετοχές που τον αποτελούν σε θετικά σταθμά και στην συνέχεια αν αυτό δεν ευσταθεί να εξετάσουμε ποια είναι η σωστή αναμενόμενη απόδοση της κάθε μετοχής. Πήραμε λοιπόν ημερήσια και εβδομαδιαία δεδομένα από τον Απρίλιο του 2015 μέχρι το τέλος του 2018 για τις 101 μετοχές που απαρτίζουν τον FTSE 100. Για τους υπολογισμούς χρησιμοποιήθηκαν διάφορα προγράμματα, ωστόσο θα παρουσιάσουμε αποτελέσματα μόνο από το Microsoft Excel. Σε αυτό το σημείο να τονίσουμε ότι τα δεδομένα πάρθηκαν από το Thomson Reuters.

### 4.1 Σχηματική Προσέγγιση (Roll)

Όπως προαναφέραμε σκοπός μας είναι να αποδείξουμε ότι ο δείκτης έχει τουλάχιστον μια μετοχή με αρνητικά σταθμά. Άρα χρησιμοποιήσαμε τη μεθοδολογία του Roll (1977) για να παρουσιάσουμε σχηματικά τα αποτελέσματα.

Η μεθοδολογία του Roll υποθέτει ότι για  $n$  μετοχές η στάθμιση που πρέπει να επενδύεται σε κάθε μετοχή ώστε να δημιουργεί το χαρτοφυλάκιο ελαχίστου κινδύνου εξαρτάται από δυο περιορισμούς:

$$X_p' R = E(R_p) \quad (4.1)$$

$$X_p' u = 1 \quad (4.2)$$

Όπου

❖  $X_p$  = ένα **(N×1)** διάνυσμα στήλης που αποτελείται από τα σταθμά που επενδύονται σε κάθε μετοχή του χαρτοφυλακίου **p**

- ❖  $R$  = ένα  $(N \times 1)$  διάνυσμα στήλης των αναμενόμενων αποδόσεων κάθε μετοχής
- ❖  $u$  = ένα  $(N \times 1)$  μοναδιαίο διάνυσμα
- ❖ ' = το ανάστροφο διάνυσμα

Προφανώς όλα τα σταθμά αθροίζουν στην μονάδα.

Ο Roll επίσης θεώρησε ότι ο Πίνακας συνδιακύμανσης  $V$  όλων των μετοχών δεν είναι μηδενικός άρα έχουμε:

$$X_p = V^{-1} * (Ru) * A^{-1} \begin{bmatrix} E(R_p) \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

Όπου

- ❖  $V^{-1}$  = ο αντίστροφος πίνακας διακυμάνσεων συνδιακυμάνσεων  $V$
- ❖  $(Ru)$  = ένας  $(N \times 2)$  πίνακας όπου η μία στήλη περιέχει τις αποδόσεις των μετοχών και η δεύτερη είναι μοναδιαία
- ❖  $A^{-1}$  = ο αντίστροφος πίνακας  $A$  του αποδοτικού συνόλου των μετοχών. Ο πίνακας αυτός έχει την παρακάτω μορφή:

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ b & c \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

Όπου

- $a = R' * V^{-1} * R$
- $b = R' * V^{-1} * u$
- $c = u' * V^{-1} * u$

- ❖  $E(R_p)$  = η μέση απόδοση του χαρτοφυλακίου ελάχιστου κινδύνου  $p$

Επίσης η διακύμανση του χαρτοφυλακίου ελάχιστου κινδύνου δίνεται από την παρακάτω εξίσωση:

$$\sigma^2(R_p) = \frac{a - 2bE(R_p) + c[E(R_p)]^2}{ac - b^2} \quad (4.5)$$

Δεδομένων λοιπόν αυτών, ακολουθήσαμε τα παρακάτω βήματα:

**Βήμα 1:** Υπολογίσαμε τις λογαριθμικές αποδόσεις για κάθε από τις 101 μετοχές που απαρτίζουν τον δείκτη για τις αντίστοιχες χρονικές περιόδους που αναφέραμε νωρίτερα.

**Βήμα 2:** Υπολογίσαμε τον **πίνακα συνδιακυμάνσεων  $V$**  των 101 μετοχών.

**Βήμα 3:** Υπολογίσαμε τον **αντίστροφο πίνακα συνδιακυμάνσεων  $V^{-1}$**  των 101 μετοχών.

**Βήμα 4:** Υπολογίσαμε τις μέσες αποδόσεις των 101 μετοχών και δημιουργήσαμε τον **πίνακα  $(Ru)$** .

**Βήμα 5:** Υπολογίσαμε τον **ανάστροφο πίνακα  $(Ru)'$**

**Βήμα 6:** Πολλαπλασιάσαμε τον **πίνακα  $(Ru)'$**  με τον  **$V^{-1}$**

**Βήμα 7:** Πολλαπλασιάσαμε το αποτέλεσμα του προηγούμενου βήματος με τον **πίνακα  $(Ru)$**  και δημιουργήσαμε τον  **$(2 \times 2)$  πίνακα  $A$** .

**Βήμα 8:** Υπολογίσαμε τον **αντίστροφο πίνακα  $A^{-1}$** .

**Βήμα 9:** Πολλαπλασιάζουμε τον **πίνακα  $V^{-1}$**  με τον  **$(Ru)$**  και στην συνέχεια το αποτέλεσμά τους με τον  **$A^{-1}$** .

**Βήμα 10:** Το μόνο που απομένει είναι να πολλαπλασιάσουμε το αποτέλεσμα του προηγούμενου βήματος με τον **πίνακα  $(2 \times 1)$**  όπου η μια στήλη δίνει την απόδοση και η δεύτερη την μονάδα.

**Βήμα 11:** Χρησιμοποιήσαμε την απόδοση του δείκτη και υπολογίσαμε τα σταθμά κάθε μετοχής για το αποδοτικό χαρτοφυλάκιο ελαχίστου κινδύνου  $q$ .

**Βήμα 12:** Πολλαπλασιάσαμε κάθε παρατήρηση μετοχής με την αντίστοιχη στάθμιση και υπολογίσαμε το χαρτοφυλάκιο ελαχίστου κινδύνου  $q$ .

**Βήμα 13:** Προσομοιώσαμε περίπου 5000 αποδόσεις για να μας δώσουν 5000 χαρτοφυλάκια

**Βήμα 14:** Χρησιμοποιώντας την εξίσωση 4.5 υπολογίσαμε την τυπική απόκλιση όλων αυτών των χαρτοφυλακίων

**Βήμα 15:** Τέλος δημιουργήσαμε ένα διάγραμμα όπου φαίνεται το αποδοτικό σύνολο καθώς και η θέση του γενικού δείκτη.

## 4.2 Σχηματική Προσέγγιση (Markowitz)

Για να προσεγγίσουμε σχηματικά με τη μεθοδολογία του Markowitz χρησιμοποιήσαμε το Solver από το Microsoft Excel και ακολουθήσαμε τα παρακάτω βήματα για να δημιουργήσουμε 40 χαρτοφυλάκια ελαχίστου κινδύνου:

**Βήμα 1:** Θέσαμε τους 3 περιορισμούς που θέτει ο Markowitz.

1.  $X_i > 0$
2. Τα σταθμά να αθροίζονται στην μονάδα
3. Θέσαμε για κάθε ένα από τα 40 χαρτοφυλάκια μια απόδοση στόχο

**Παράμετροι Επίλυσης**

Ορισμός στόχου:

Σε:  Μέγιστη  Ελάχιστη  Τιμή του:

Με αλλαγή μεταβλητών κελιών:

Σύμφωνα με τους περιορισμούς:

Καταστήστε τις μεταβλητές που δεν έχουν περιορισμούς μη αρνητικές

Επιλέξτε μια μέθοδο επίλυσης:

Μέθοδος επίλυσης

Επιλέξτε το μη γραμμικό GRG μηχανισμό για προβλήματα της Επίλυσης που είναι ομαλά μη γραμμικά. Επιλέξτε το μηχανισμό LP Simplex για γραμμικά προβλήματα της Επίλυσης και επιλέξτε το μηχανισμό Evolutionary για προβλήματα της Επίλυσης που δεν είναι ομαλά.

Προσθήκη  
 Αλλαγή  
 Διαγραφή  
 Εμφαφορά όλων  
 Φόρτωση/αποθήκ.  
 Επιλογές

Βοήθεια  Κλείσιμο

**Βήμα 2:** Έπειτα τρέξαμε 40 φορές το solver και υπολογίσαμε τις τυπικές αποκλίσεις των αντίστοιχων αποδόσεων.

**Βήμα 3:** Τέλος δημιουργήσαμε ένα διάγραμμα όπου φαίνεται το αποδοτικό σύνολο καθώς και η θέση του γενικού δείκτη.

### 4.3 ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΟ ΤΕΣΤ

Ας υποθέσουμε ως **χαρτοφυλάκιο p** τον δείκτη FTSE 100 και **χαρτοφυλάκιο q** το αποδοτικό χαρτοφυλάκιο ελάχιστου κινδύνου. Πιστεύουμε πως το p είναι μη αποδοτικό. Άρα η απόδοση του χαρτοφυλακίου p θα είναι η παρακάτω:

$$R_p = R_q + u_p \quad (4.6)$$

Όπου

- ❖  $R_p$  = η απόδοση του χαρτοφυλακίου p
- ❖  $R_q$  = η απόδοση του χαρτοφυλακίου q
- ❖  $u_p$  = το σφάλμα που δημιουργείται από το μη αποδοτικό χαρτοφυλάκιο p.

Επίσης ξέρουμε ότι:

$$V_{x_p} = V_{x_q} + u_p \quad (4.7)$$

Όπου

- ❖  $V$  = ένας (NxN) πίνακας συνδιακυμάνσεων
- ❖  $x_p$  = ένα (Nx1) διάνυσμα που ορίζει το χαρτοφυλάκιο p
- ❖  $x_q$  = ένα (Nx1) διάνυσμα που ορίζει το χαρτοφυλάκιο ελάχιστου κινδύνου q
- ❖  $u_p$  = ένα (Nx1) διάνυσμα με συνδιακυμάνσεις  $Cov(R_i, u_p)$ ,  $i = 1, 2, \dots, N$ .

Υπολογίσαμε αυτά τα σφάλματα για κάθε ημέρα/ εβδομάδα χρησιμοποιώντας την παρακάτω εξίσωση:

$$R_{it} = a_i + b_i R_{qt} + e_{it} \quad (4.8)$$

Όπου

- ❖  $a, b$  = η σταθερά  $a$  και το  $\beta$  κάθε μετοχής
- ❖  $R_{qt}$  = η απόδοση του χαρτοφυλακίου q



❖  $e_{it}$  = το σφάλμα (κατάλοιπο)

Κάνοντας το αυτό για κάθε μετοχή για κάθε παρατήρηση, δημιουργήσαμε έναν πίνακα συνδιακυμάνσεων ( $V_e$ ) αποτελούμενο από τις συνδιακυμάνσεις των σφαλμάτων. Έτσι μπορούμε να αποδείξουμε ότι:

$$V_e x_p = u_p \quad (4.9)$$

Άρα η εξίσωση 4.7 γίνεται:

$$V_{x_p} = V_{x_q} + V_e x_p \Rightarrow (V - V_e) x_p = V_{x_q} \quad (4.10)$$

Άρα σύμφωνα με την προηγούμενη εξίσωση, αν αποδείξουμε ότι ο πίνακας  $(V - V_e)$  είναι διαφορετικός από τον  $V$  τότε  $u_p \neq 0$ . Αυτό σημαίνει ότι το χαρτοφυλάκιο  $p$  είναι μη αποδοτικό.

Αφού είχαμε από τα προηγούμενα βήματα υπολογίσει το χαρτοφυλάκιο  $q$ , συνεχίσαμε με το να βρούμε τα σφάλματα:

**Βήμα 1:** Υπολογίσαμε τα  $\alpha$  και  $\beta$  κάθε μετοχής και στην συνέχεια λύνοντας την εξίσωσης 4.8 ως προς  $e$  υπολογίσαμε τα σφάλματα κάθε παρατήρησης για κάθε μετοχής.

**Βήμα 2:** Δημιουργήσαμε λοιπόν τον πίνακα  $V_e$  και στην συνέχεια τρέξαμε ένα στατιστικό τεστ για να δούμε κατά πόσο ο πίνακας  $V - V_e$  είναι διαφορετικός από τον  $V$ .

Το τεστ έχει τις εξής δυο υποθέσεις:

$$H_0: V = (V - V_e)$$

$$H_1: V \neq (V - V_e)$$

Επιπλέον το Box's M Test της υπόθεσης υπολογίζεται από την παρακάτω εξίσωση:

$$M = (T - 2) \ln \left( \frac{|V_{1g} + V_{2g}|}{2} \right) - \sum_{j=1}^2 (T_j - 1) \ln |V_{jg}| \quad (4.11)$$

όπου

❖  $T$  = ο αριθμός παρατηρήσεων  $\times 2$

- ❖  $T_1=T_2=0$  αριθμός παρατηρήσεων
- ❖  $\ln$  = ο φυσικός λογάριθμος,
- ❖  $\frac{V_{1g} + V_{2g}}{2}$  = ο πίνακας που υπολογίζεται από τους μέσους όρους των αντίστοιχων στοιχείων των δύο πινάκων διακύμανσης- συνδιακύμανσης  $V_{1g}$  και  $V_{2g}$ ,
- ❖  $\left| \frac{V_{1g} + V_{2g}}{2} \right|$  συμβολίζει την ορίζουσα αυτού του πίνακα
- ❖  $|V_{1g}|, |V_{2g}|$  = οι ορίζουσες των δύο πινάκων διακύμανσης-συνδιακύμανσης  $V_{1g}$  και  $V_{2g}$  αντίστοιχα.

(όπου  $V_{1g} = V - V_e$  και  $V_{2g} = V$ )

Στη συνέχεια υπολογίσαμε την παρακάτω εξίσωση:

$$c = \frac{2p^2 + 3p - 1}{4(p+1)} \left[ \sum_{j=1}^2 \frac{1}{T_j - 1} - \frac{1}{T - 1} \right] \quad (4.12)$$

Όπου  $p$  ο αριθμός των μετοχών

Τέλος αν η ποσότητα  $M(1-c)$  που ακολουθεί προσεγγιστικά μια  $X^2$  κατανομή με  $p(p+1)/2$  βαθμούς ελευθερίας είναι μεγαλύτερη από την κρίσιμη τιμή της, απορρίπτουμε την  $H_0$

#### 4.4 Τρισδιάστατο μοντέλο

Αφού πλέον αποδείξαμε πως δεν υπάρχει αποδοτικό χαρτοφυλάκιο που να αποτελείται μόνο από θετικά σταθμά, μένει να αναλύσουμε ποια θα ήταν η σωστή απόδοση, καθώς οι μέχρι τώρα έρευνες βασίστηκαν πάνω στο CAPM το οποίο όμως θεωρεί ότι όλες οι μετοχές έχουν θετικά σταθμά. Έτσι λοιπόν χρησιμοποιήσαμε την εξίσωση των Diacogiannis και Feldman η οποία είναι:

$$ER_i = R_z + (R_p - R_z) \frac{\sigma^2_p}{\sigma^2_q} \beta_{ip} - (R_p - R_z) \frac{\sigma^2_{up}}{\sigma^2_q} \beta_{iup} \quad (4.13)$$

Όπου

- ❖  $ER_i$  = η απόδοση της  $i$  μετοχής
- ❖  $R_z$  = το ορθογώνιο χαρτοφυλάκιο μηδενικού βήτα που αντικαθιστά το  $R_f$  και δίνεται από την εξίσωση:

$$R_z = \frac{a - bR_p}{b - cR_p} \quad (4.14)$$

- ❖  $\sigma_p^2$  = η διακύμανση του χαρτοφυλακίου  $p$
- ❖  $\sigma_q^2$  = η διακύμανση του χαρτοφυλακίου  $q$
- ❖  $\sigma_{u_p}^2$  = η διακύμανση των σφαλμάτων  $U$
- ❖  $\beta_{ip}$  = το  $\beta$  της κάθε μετοχής ως προς το χαρτοφυλάκιο  $p$
- ❖  $\beta_{iu_p}$  = το  $\beta$  της κάθε μετοχής ως προς τα σφάλματα.

Έπειτα ακολουθήσαμε τα εξής βήματα:

**Βήμα 1:** Αφαιρέσαμε για κάθε μέρα / εβδομάδα την απόδοση του χαρτοφυλακίου  $q$  από το χαρτοφυλάκιο  $p$  και έτσι δημιουργήσαμε ένα σφάλμα  $U$

**Βήμα 2:** Υπολογίσαμε τις μέσες αποδόσεις και διακυμάνσεις των χαρτοφυλακίων και του σφάλματος

**Βήμα 3:** Υπολογίσαμε τα  $\beta_{ip}$  και  $\beta_{iu_p}$  για κάθε μετοχή

**Βήμα 4:** Υπολογίσαμε το  $R_z$

**Βήμα 5:** Υπολογίσαμε την απόδοση κάθε μετοχής σύμφωνα με το CAPM, δηλαδή:

$$ER_i = R_z + (R_p - R_z)\beta_{ip} \quad (4.15)$$

**Βήμα 6:** Υπολογίσαμε την απόδοση κάθε μετοχής σύμφωνα με την εξίσωση 3.8

**Βήμα 7:** Τέλος υπολογίσαμε την ποσοστιαία απόκλιση των δυο αυτών υπολογισμών για κάθε μετοχή.

## 4.5 Δεδομένα

Στην διπλωματική αυτή χρησιμοποιήσαμε ημερήσια και εβδομαδιαία δεδομένα από τον γενικό δείκτη FTSE100 καθώς και από τις μετοχές που τον αποτελούν για το διάστημα από 19/03/2015 έως 31/12/2018. Όλα τα δεδομένα πάρθηκαν από την βάση δεδομένων της Thomson Reuters Datastream από το Πανεπιστήμιο Πειραιά. Οι μετοχές οι οποίες χρησιμοποιήθηκαν είναι οι εξής:

Πίνακας 4.1 Ονόματα μετοχών

HSBC HOLDINGS
BP
3I GROUP
ROYAL DUTCH SHELL B
ASTRAZENECA
GLAXOSMITHKLINE
DIAGEO
BRITISH AMERICAN TOBACCO
UNILEVER (UK)
VODAFONE GROUP
SCOTTISH MORTGAGE
RIO TINTO
RECKITT BENCKISER GROUP
LLOYDS BANKING GROUP
GLENCORE
PRUDENTIAL
BHP GROUP
RELX
BARCLAYS
BT GROUP
COMPASS GROUP

ROYAL BANK OF SCTL.GP.
TESCO
NATIONAL GRID
IMPERIAL BRANDS
ANGLO AMERICAN
STANDARD CHARTERED
EXPERIAN
ASSOCIATED BRIT.FOODS
AVIVA
BAE SYSTEMS
CRH
ROLLS-ROYCE HOLDINGS
LEGAL & GENERAL
SMITH & NEPHEW
LONDON STOCK EX.GROUP
SSE
FERGUSON
INTL.CONS.AIRL.GP.
WPP
SAINSBURY J
ANTOFAGASTA
BUNZL
NEXT
ASHTED GROUP
CARNIVAL
CENTRICA
COCA-COLA HBC
HARGREAVES LANSDOWN
ICTL.HTLS.GP.
INTERTEK GROUP
MORRISON(WM)SPMKTS.

SEGRO
BRITISH LAND
BURBERRY GROUP
INFORMA
JOHNSON MATTHEY
MELROSE INDUSTRIES
MICRO FOCUS INTL.
PEARSON
SAGE GROUP
WHITBREAD
CRODA INTERNATIONAL
EVRAZ
LAND SECURITIES GROUP
NMC HEALTH
OCADO GROUP
RENTOKIL INITIAL
SCHRODERS
SMITHS GROUP
STANDARD LIFE ABERDEEN
ADMIRAL GROUP
DCC
FRESNILLO
HALMA
ITV
JD SPORTS FASHION
KINGFISHER
MARKS & SPENCER GROUP
MONDI
PERSIMMON
SMITH (DS)

SPIRAX-SARCO ENGR.
AVEVA GROUP
BARRATT DEVELOPMENTS
BERKELEY GROUP HDG.
DIRECT LINE IN.GROUP
FLUTTER ENTERTAINMENT
JUST EAT
RSA INSURANCE GROUP
TAYLOR WIMPEY
UNITED UTILITIES GROUP
HISCOX DI
SEVERN TRENT
PHOENIX GROUP HDG.
RIGHTMOVE
ST.JAMES'S PLACE ORD
AUTO TRADER GROUP
TUI (LON)
ROYAL DUTCH SHELL A(LON)
SMURFIT KAPPA GP. (LON)

## **5. ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΑΝΑΛΥΣΗ**

Σε αυτό το κεφάλαιο θα παρουσιάσουμε και θα αναλύσουμε τα αποτελέσματα της ερευνάς μας. Με την σειρά λοιπόν που αποτυπώσαμε την μεθοδολογία θα παρουσιάσουμε και τα αποτελέσματα και στο τέλος θα παρουσιάσουμε την δική μας πρόταση. Ξεκινάμε με το να αποδείξουμε ότι το χαρτοφυλάκιο  $p$  είναι μη αποδοτικό με σχηματικό αλλά και στατιστικό τρόπο

### **5.1 Σχηματική προσέγγιση (Roll)**

Σε αυτή την προσέγγιση, δημιουργήσαμε ένα αποδοτικό σύνολο και συγκρίναμε την σχέση κινδύνου – απόδοσης μεταξύ του χαρτοφυλακίου ελαχίστου κινδύνου  $q$  με το χαρτοφυλάκιο  $p$ . Για να κατασκευάσουμε το χαρτοφυλάκιο  $q$ , έπρεπε να κατασκευάσουμε ένα αποδοτικό χαρτοφυλάκιο με την ίδια απόδοση με το χαρτοφυλάκιο  $p$  αλλά να ανήκει στο αποδοτικό σύνολο. Αυτό το κάναμε βάζοντας σαν απόδοση την απόδοση του χαρτοφυλακίου  $p$  στο βήμα 10 της αντίστοιχης μεθοδολογίας για να βρούμε τα αντίστοιχα σταθμά. Σκοπός μας είναι να δείξουμε ότι το χαρτοφυλάκιο  $p$  δεν ανήκει στο αποδοτικό σύνολο. Τα αποτελέσματα ήταν τα εξής:

#### **5.1.1 Ημερήσια δεδομένα**

Τα σταθμά για τον υπολογισμό του χαρτοφυλακίου  $q$  είναι τα εξής:

Πίνακας 5.1 Κατανομή σταθμίσεων ημερήσιων παρατηρήσεων

<b>Equities</b>	<b><math>\chi_q</math></b>
HSBC HOLDINGS	6.99%
BP	4.47%
3I GROUP	-5.28%
ROYAL DUTCH SHELL B	-12.33%



ASTRAZENECA	2.59%
GLAXOSMITHKLINE	4.12%
DIAGEO	7.99%
BRITISH AMERICAN TOBACCO	0.38%
UNILEVER (UK)	1.40%
VODAFONE GROUP	0.74%
SCOTTISH MORTGAGE	-4.56%
RIO TINTO	13.27%
RECKITT BENCKISER GROUP	-0.11%
LLOYDS BANKING GROUP	8.56%
GLENCORE	-3.29%
PRUDENTIAL	-10.59%
BHP GROUP	-7.46%
RELX	1.66%
BARCLAYS	-1.65%
BT GROUP	0.55%
COMPASS GROUP	4.13%
ROYAL BANK OF SCTL.GP.	5.44%
TESCO	1.43%
NATIONAL GRID	3.97%
IMPERIAL BRANDS	3.72%
ANGLO AMERICAN	-4.45%
STANDARD CHARTERED	-0.65%
EXPERIAN	-4.98%
ASSOCIATED BRIT.FOODS	0.79%
AVIVA	-2.08%
BAE SYSTEMS	9.43%
CRH	-3.86%

ROLLS-ROYCE HOLDINGS	-0.82%
LEGAL & GENERAL	4.72%
SMITH & NEPHEW	-1.03%
LONDON STOCK EX.GROUP	-0.33%
SSE	0.18%
FERGUSON	1.07%
INTL.CONS.AIRL.GP.	-2.63%
WPP	-1.37%
SAINSBURY J	1.14%
ANTOFAGASTA	4.41%
BUNZL	2.60%
NEXT	1.75%
ASHTED GROUP	-2.34%
CARNIVAL	2.52%
CENTRICA	0.95%
COCA-COLA HBC	-1.54%
HARGREAVES LANSDOWN	-3.94%
ICTL.HTLS.GP.	-7.19%
INTERTEK GROUP	0.19%
MORRISON(WM)SPMKTS.	2.34%
SEGRO	3.13%
BRITISH LAND	-2.02%
BURBERRY GROUP	0.97%
INFORMA	2.98%
JOHNSON MATTHEY	1.07%
MELROSE INDUSTRIES	0.19%
MICRO FOCUS INTL.	0.80%
PEARSON	2.81%
SAGE GROUP	2.58%
WHITBREAD	3.98%

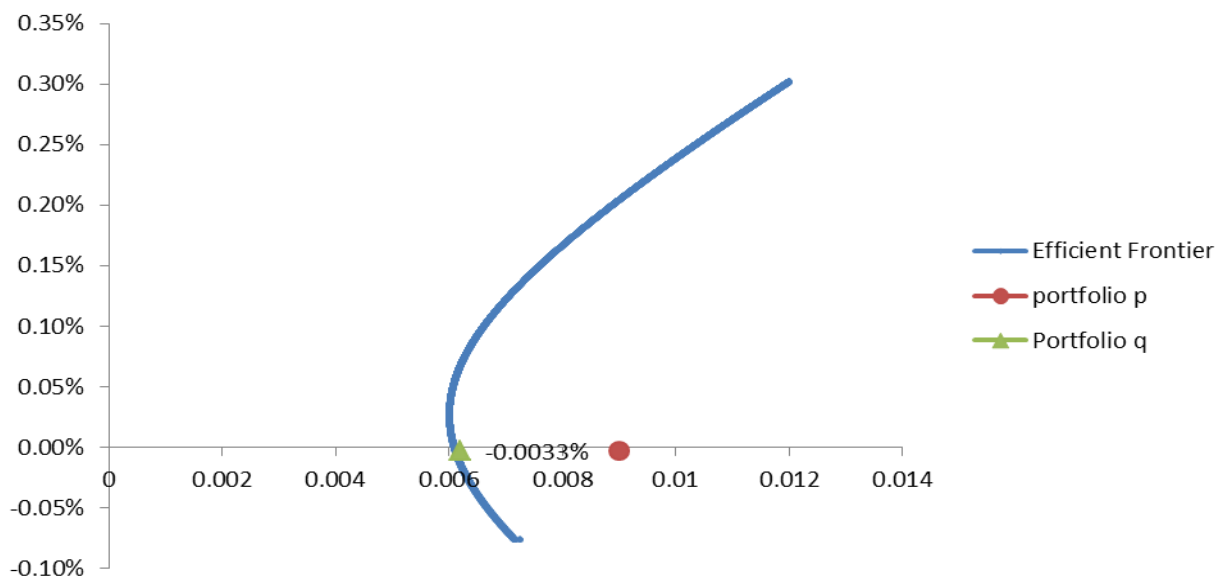
CRODA INTERNATIONAL	4.23%
EVRAZ	-0.17%
LAND SECURITIES GROUP	6.79%
NMC HEALTH	-1.91%
OCADO GROUP	-1.27%
RENTOKIL INITIAL	3.98%
SCHRODERS	-7.28%
SMITHS GROUP	1.72%
STANDARD LIFE ABERDEEN	0.79%
ADMIRAL GROUP	1.28%
DCC	0.12%
FRESNILLO	3.21%
HALMA	1.30%
ITV	-0.16%
JD SPORTS FASHION	1.57%
KINGFISHER	2.80%
MARKS & SPENCER GROUP	3.40%
MONDI	-5.26%
PERSIMMON	-4.67%
SMITH (DS)	0.61%
SPIRAX-SARCO ENGR.	7.73%
AVEVA GROUP	1.55%
BARRATT DEVELOPMENTS	-0.77%
BERKELEY GROUP HDG.	2.64%
DIRECT LINE IN.GROUP	9.45%
FLUTTER ENTERTAINMENT	4.76%
JUST EAT	1.44%

RSA INSURANCE GROUP	1.63%
TAYLOR WIMPEY	-2.11%
UNITED UTILITIES GROUP	-3.58%
HISCOX DI	5.00%
SEVERN TRENT	4.70%
PHOENIX GROUP HDG.	12.02%
RIGHTMOVE	-1.87%
ST.JAMES'S PLACE ORD	-12.00%
AUTO TRADER GROUP	3.12%
TUI (LON)	0.78%
ROYAL DUTCH SHELL A(LON)	14.35%
SMURFIT KAPPA GP. (LON)	2.55%

Εδώ να τονίσουμε ότι όπου φαίνεται αρνητική θέση σημαίνει ότι έχουμε μπει σε short θέση στην αντίστοιχη μετοχή.

Αφού βρήκαμε τα σταθμά, πολλαπλασιάσαμε με τις αντίστοιχες ημερήσιες αποδόσεις κάθε μετοχής και υπολογίσαμε το χαρτοφυλάκιο q. Επίσης κάναμε 5022 προσομοιώσεις και υπολογίσαμε 5022 χαρτοφυλάκια που αποτελούν το αποδοτικό σύνολο. Παρακάτω φαίνεται η σχηματική απεικόνιση των αποτελεσμάτων:

Διάγραμμα 5.1 Σύγκριση χαρτοφυλακίου  $p$  με το αποδοτικό σύνολο ημερήσιων παρατηρήσεων (Roll)



Όπως φαίνεται και από το σχήμα, το κόκκινο χαρτοφυλάκιο  $p$  βρίσκεται δεξιά του πράσινου αποδοτικού χαρτοφυλακίου  $q$ , άρα επιβεβαιώνεται ότι δεν είναι αποδοτικό. Τα νούμερα είναι τα εξής:

Χαρτοφυλάκιο	Αποδόσεις	Τυπ. Απόκλιση
Χαρτοφυλάκιο $p$	-0.0033%	0.009006931
Χαρτοφυλάκιο ελαχίστου κινδύνου $q$	-0.0033%	0.006206

Όπως φαίνεται και από τα νούμερα, το χαρτοφυλάκιο  $p$  έχει με την ίδια μέση απόδοση μεγαλύτερο κίνδυνο, πράγμα που επιβεβαιώνει ότι είναι μη αποδοτικό.

Επίσης κατά την δημιουργία αυτών των 5022 χαρτοφυλακίων, διαπιστώσαμε ότι κανένα από αυτά τα χαρτοφυλάκια δεν είχε μόνο θετικά σταθμά. Για την ακρίβεια είχαν σχεδόν πάντα περίπου τις μισές μετοχές σε short θέση.

Επιπλέον τρέξαμε μια παλινδρόμηση ανάμεσα στον αριθμό των θετικών και αρνητικών σταθμίσεων και βλέπουμε πως οι δύο μεταβλητές εξαρτώνται απόλυτα η μία από την άλλη :

Στατιστικά παλινδρόμησης	
Πολλαπλό R	1
R Τετράγωνο	100%
Προσαρμοσμένο R Τετράγωνο	1
Τυπικό σφάλμα	2.15456E-14
Μέγεθος δείγματος	5023

### 5.1.2 Εβδομαδιαία δεδομένα

Τα σταθμά για τον υπολογισμό του χαρτοφυλακίου  $q$  είναι τα εξής:

Πίνακας 5.2 Κατανομή σταθμίσεων εβδομαδιαίων παρατηρήσεων

Equities	Χρ
HSBC HOLDINGS	7.36%
BP	1.17%
3I GROUP	-7.64%
ROYAL DUTCH SHELL B	6.78%
ASTRAZENECA	-3.00%
GLAXOSMITHKLINE	9.79%
DIAGEO	16.25%
BRITISH AMERICAN TOBACCO	2.09%
UNILEVER (UK)	-2.49%
VODAFONE GROUP	-0.88%
	-
SCOTTISH MORTGAGE	10.97%
RIO TINTO	11.03%
RECKITT BENCKISER GROUP	5.45%
LLOYDS BANKING GROUP	9.41%
GLENCORE	-1.63%
	-
PRUDENTIAL	19.16%
BHP GROUP	1.49%
RELX	4.46%
BARCLAYS	-8.86%
BT GROUP	10.07%
COMPASS GROUP	-5.30%
ROYAL BANK OF SCTL.GP.	13.09%
TESCO	4.98%
NATIONAL GRID	1.45%
IMPERIAL BRANDS	7.06%
ANGLO AMERICAN	-5.41%

STANDARD CHARTERED	1.75%
EXPERIAN	-5.51%
ASSOCIATED BRIT.FOODS	4.71%
AVIVA	5.02%
BAE SYSTEMS	1.01%
CRH	0.52%
ROLLS-ROYCE HOLDINGS	-4.99%
LEGAL & GENERAL	6.70%
SMITH & NEPHEW	-6.38%
LONDON STOCK EX.GROUP	3.29%
SSE	-6.47%
FERGUSON	8.64%
INTL.CONS.AIRL.GP.	-2.00%
WPP	0.66%
SAINSBURY J	-5.39%
ANTOFAGASTA	0.56%
BUNZL	-6.91%
NEXT	3.39%
ASHTREAD GROUP	-2.76%
CARNIVAL	0.95%
CENTRICA	2.49%
COCA-COLA HBC	7.94%
	-
HARGREAVES LANSDOWN	17.05%
ICTL.HTLS.GP.	4.01%
INTERTEK GROUP	-4.83%
	-
MORRISON(WM)SPMKTS.	11.59%
SEGRO	8.69%
BRITISH LAND	-3.17%
BURBERRY GROUP	0.19%
INFORMA	9.98%
JOHNSON MATTHEY	10.35%
MELROSE INDUSTRIES	-4.18%
MICRO FOCUS INTL.	0.87%

PEARSON	2.22%
SAGE GROUP	-9.28%
WHITBREAD	0.89%
CRODA INTERNATIONAL	8.63%
EVRAZ	0.09%
LAND SECURITIES GROUP	0.53%
NMC HEALTH	2.67%
OCADO GROUP	-0.64%
RENTOKIL INITIAL	4.03%
SCHRODERS	-4.91%
SMITHS GROUP	16.71%
STANDARD LIFE ABERDEEN	2.31%
ADMIRAL GROUP	10.65%
DCC	-2.41%
FRESNILLO	-0.56%
HALMA	-5.20%
ITV	-6.85%
JD SPORTS FASHION	4.71%
KINGFISHER	-1.47%
MARKS & SPENCER GROUP	2.89%
MONDI	-9.54%
PERSIMMON	-5.59%
SMITH (DS)	-2.73%
SPIRAX-SARCO ENGR.	12.20%
AVEVA GROUP	-2.16%
BARRATT DEVELOPMENTS	1.70%
BERKELEY GROUP HDG.	-1.14%
DIRECT LINE IN.GROUP	8.61%
FLUTTER ENTERTAINMENT	3.31%
JUST EAT	2.55%
RSA INSURANCE GROUP	-6.04%
TAYLOR WIMPEY	7.85%
UNITED UTILITIES GROUP	16.05%
HISCOX DI	13.43%
SEVERN TRENT	-8.71%

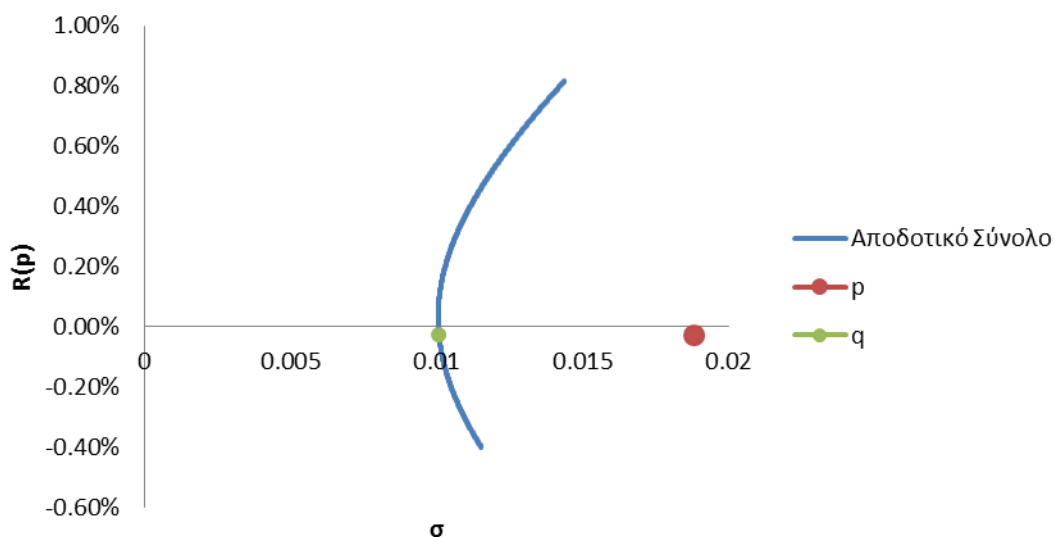


PHOENIX GROUP HDG.	-0.62%
RIGHTMOVE	2.58%
ST.JAMES'S PLACE ORD	10.86%
AUTO TRADER GROUP	0.74%
TUI (LON)	3.59%
ROYAL DUTCH SHELL A(LON)	-4.10%
SMURFIT KAPPA GP. (LON)	6.82%

Εδώ να τονίσουμε ότι όπου φαίνεται αρνητική θέση σημαίνει ότι έχουμε μπει σε short θέση στην αντίστοιχη μετοχή.

Αφού βρήκαμε τα σταθμά, πολλαπλασιάσαμε με τις αντίστοιχες εβδομαδιαίες αποδόσεις κάθε μετοχής και υπολογίσαμε το χαρτοφυλάκιο  $q$ . Επίσης κάναμε 5022 προσομοιώσεις και υπολογίσαμε 5289 χαρτοφυλάκια που αποτελούν το αποδοτικό σύνολο. Παρακάτω φαίνεται η σχηματική απεικόνιση των αποτελεσμάτων:

Διάγραμμα 5.2 Σύγκριση χαρτοφυλακίου  $p$  με το αποδοτικό σύνολο εβδομαδιαίων παρατηρήσεων (Roll)



Όπως φαίνεται και από το σχήμα, το πορτοκαλί χαρτοφυλάκιο  $p$  βρίσκεται δεξιά του γκρι αποδοτικού χαρτοφυλακίου  $q$ , άρα επιβεβαιώνεται ότι δεν είναι αποδοτικό. Τα νούμερα είναι τα εξής:

Χαρτοφυλάκια	Αποδόσεις	Τυπ. Απόκλιση
Χαρτοδουλάκιο ρ	-0.0283%	0.018811582
Χαρτοφυλάκιο ελαχίστου κινδύνου q	-0.0283%	0.010084

Όπως φαίνεται και από τα νούμερα, το χαρτοφυλάκιο ρ έχει με την ίδια μέση απόδοση μεγαλύτερο κίνδυνο, πράγμα που επιβεβαιώνει ότι είναι μη αποδοτικό.

Επίσης κατά την δημιουργία αυτών των 5289 χαρτοφυλακίων, διαπιστώσαμε ότι κανένα από αυτά τα χαρτοφυλάκια δεν είχε μόνο θετικά σταθμά. Για την ακρίβεια είχαν σχεδόν πάντα περίπου τις μισές μετοχές σε short θέση.

Επιπλέον τρέξαμε μια παλινδρόμηση ανάμεσα στον αριθμό των θετικών και αρνητικών σταθμίσεων και βλέπουμε πως οι δύο μεταβλητές εξαρτώνται απόλυτα η μία από την άλλη :

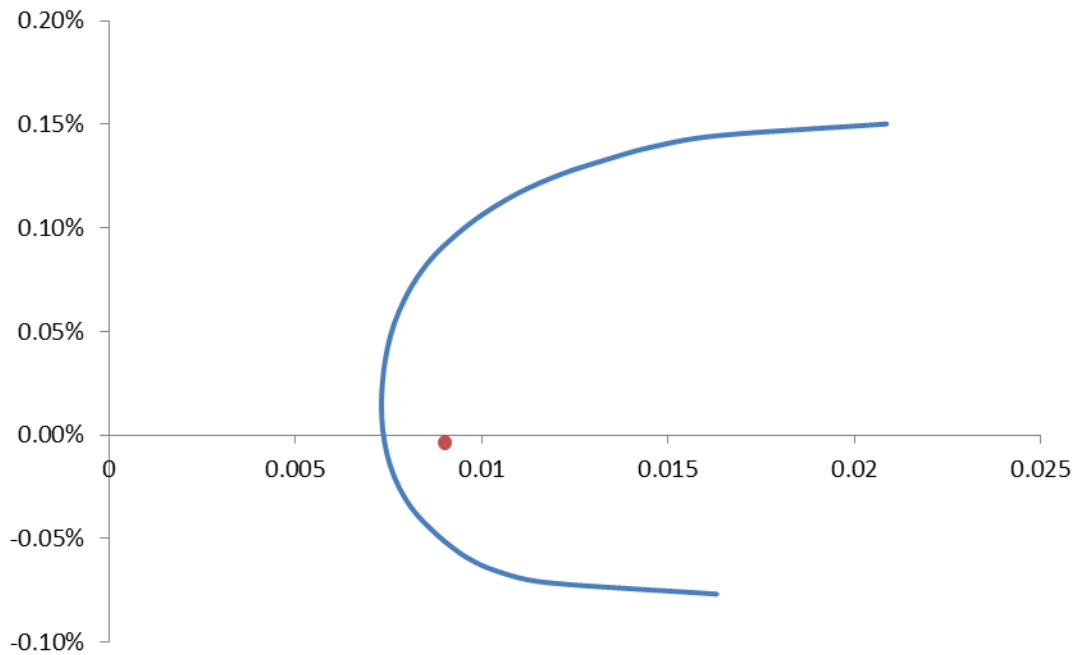
<i>Στατιστικά παλινδρόμησης</i>	
Πολλαπλό R	1
<b>R Τετράγωνο</b>	<b>100%</b>
Προσαρμοσμένο R Τετράγωνο	1
Τυπικό σφάλμα	0
Μέγεθος δείγματος	5290

## 5.2 Σχηματική προσέγγιση (Markowitz)

Σε αυτή την προσέγγιση, δημιουργήσαμε ένα αποδοτικό σύνολο και συγκρίναμε την σχέση κινδύνου – απόδοσης μεταξύ του χαρτοφυλακίου ρ και του αποδοτικού συνόλου. Για να κατασκευάσουμε το αποδοτικό σύνολο, τρέξαμε το solver για 40 διαφορετικά αποδοτικά χαρτοφυλάκια.

### 5.2.1 Ημερήσια δεδομένα

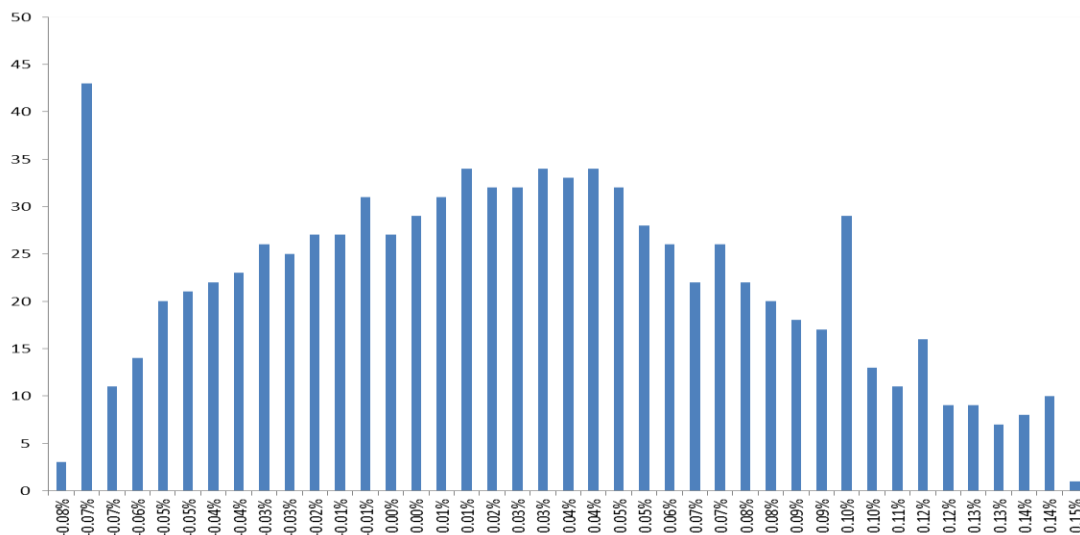
Διάγραμμα 5.3 Σύγκριση χαρτοφυλακίου  $\rho$  με το αποδοτικό σύνολο ημερήσιων παρατηρήσεων (Markowitz)



Όπως φαίνεται καθαρά, το χαρτοφυλάκιο  $\rho$  βρίσκεται δεξιά του αποδοτικού συνόλου, πράγμα που αποδεικνύει ότι είναι μη αποδοτικό.

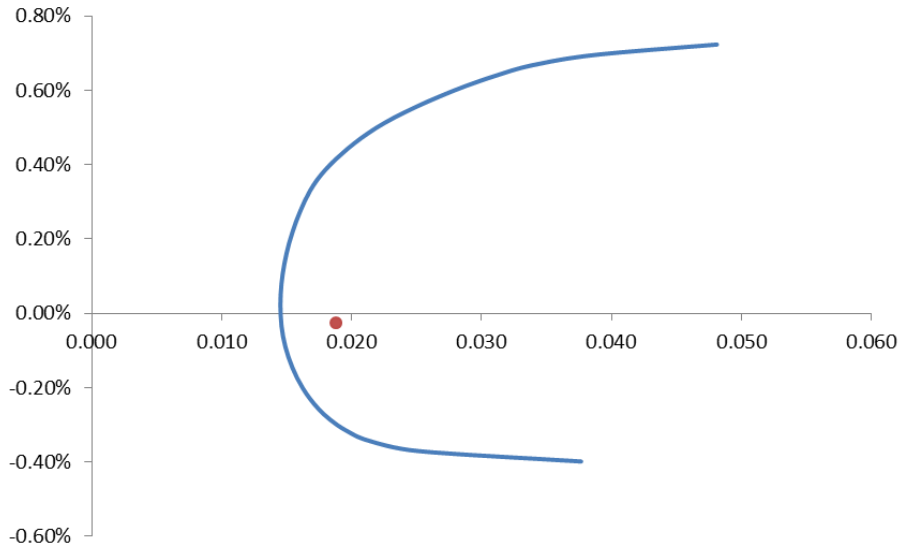
Στο διάγραμμα φαίνεται η κατανομή ανάλογα με τις αποδόσεις των αποδοτικών χαρτοφυλακίων σε σχέση με το πόσες από τις 101 μετοχές έχουν θετικά σταθμά.

Διάγραμμα 5.4 Αριθμός μετοχών με θετικά σταθμά ημερήσιων παρατηρήσεων



## 5.2.2 Εβδομαδιαία δεδομένα

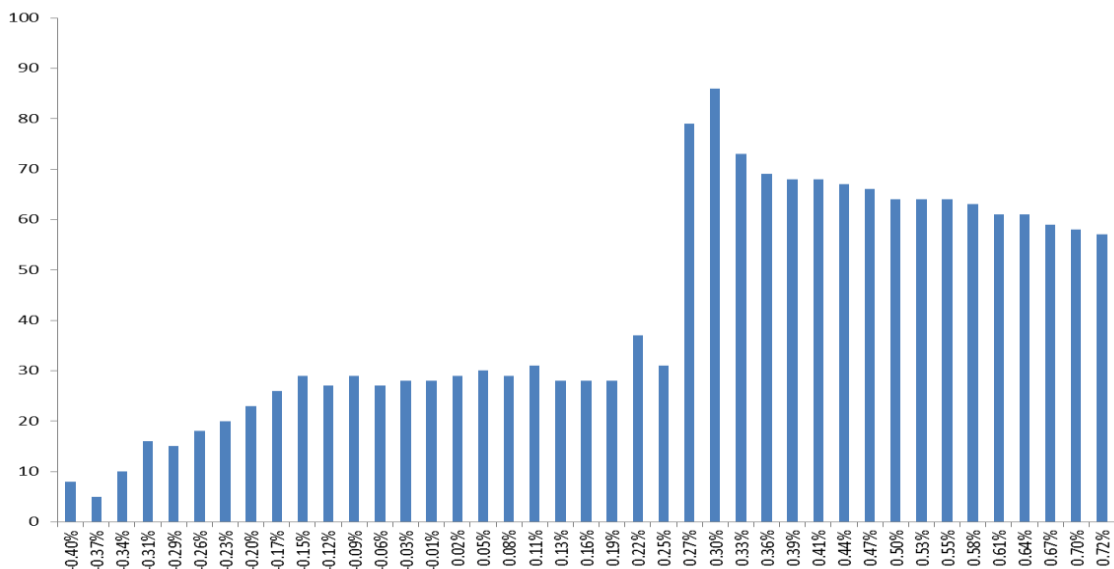
Διάγραμμα 5.5 Σύγκριση χαρτοφυλακίου  $\rho$  με το αποδοτικό σύνολο εβδομαδιαίων παρατηρήσεων (Markowitz)



Όπως φαίνεται καθαρά, το χαρτοφυλάκιο  $\rho$  βρίσκεται δεξιά του αποδοτικού συνόλου, πράγμα που αποδεικνύει ότι είναι μη αποδοτικό.

Στο διάγραμμα φαίνεται η κατανομή ανάλογα με τις αποδόσεις των αποδοτικών χαρτοφυλακίων σε σχέση με το πόσες από τις 101 μετοχές έχουν θετικά σταθμά.

Διάγραμμα 5.6 Αριθμός μετοχών με θετικά σταθμά εβδομαδιαίων παρατηρήσεων



## 5.3 Στατιστική προσέγγιση

Αφού δείξαμε σχηματικά ότι το χαρτοφυλάκιο  $p$  είναι μη αποδοτικό, σειρά έχει να το αποδείξουμε και στατιστικά. Υπενθυμίζουμε ότι αν το αποτέλεσμα  $M(1-c)$  είναι μεγαλύτερο της κριτικής τιμής τότε **απορρίπτουμε** την υπόθεση  $H_0$  ότι δηλαδή το  $V = (V - V_e)$  και ως εκ τούτου ότι το  $V_e = 0$ .

### 5.3.1 Ημερήσια δεδομένα

Υπολογίσαμε λοιπόν το αποτέλεσμα  $M(1-c)$  καθώς και την κριτική τιμή της  $X^2$  κατανομής για διάστημα εμπιστοσύνης 95%. Το αποτέλεσμα είναι το παρακάτω:

$$2.841.746,39 > 5.319,08 \text{ (κριτική τιμή } X^2 \text{ κατανομής)}$$

Εφόσον λοιπόν το αποτέλεσμά μας είναι μεγαλύτερο της κριτικής τιμής, τότε απορρίπτουμε την υπόθεση  $H_0$ , πράγμα που σημαίνει ότι το χαρτοφυλάκιο  $p$  είναι μη αποδοτικό.

### 5.3.2 Εβδομαδιαία δεδομένα

Υπολογίσαμε λοιπόν το αποτέλεσμα  $M(1-c)$  καθώς και την κριτική τιμή της  $X^2$  κατανομής για διάστημα εμπιστοσύνης 95%. Το αποτέλεσμα είναι το παρακάτω:

$$628.122,41 > 5.319,08 \text{ (κριτική τιμή } X^2 \text{ κατανομής)}$$

Εφόσον λοιπόν το αποτέλεσμά μας είναι μεγαλύτερο της κριτικής τιμής, τότε απορρίπτουμε την υπόθεση  $H_0$ , πράγμα που σημαίνει ότι το χαρτοφυλάκιο  $p$  είναι μη αποδοτικό.

## 5.4 Τρισδιάστατο μοντέλο

Αφού αποδείξαμε ότι το χαρτοφυλάκιο  $\rho$  είναι μη αποδοτικό, τότε αποδείξαμε ότι κακώς χρησιμοποιείται το CAPM για τον υπολογισμό των αποδόσεων. Γι' αυτό οι Diacogiannis και Feldman δημιούργησαν έναν μοντέλο το οποίο δημιουργεί έναν ακόμη όρο και σταθμίζει τα  $\beta$ . Χρησιμοποιώντας αυτό το μοντέλο είχαμε τα παρακάτω αποτελέσματα για κάθε μετοχή ξεχωριστά.

### 5.4.1 Ημερήσια δεδομένα

Πίνακας 5.3 Διαφορά αποδόσεων ημερήσιων παρατηρήσεων

Μετοχές	CAPM	Diacogiannis
HSBC HOLDINGS	-0.09%	0.01%
BP	-0.20%	0.01%
3I GROUP	-0.16%	0.05%
ROYAL DUTCH SHELL B	-0.22%	0.01%
ASTRAZENECA	0.12%	0.02%
GLAXOSMITHKLINE	0.13%	-0.01%
DIAGEO	0.23%	0.04%
BRITISH AMERICAN TOBACCO	0.16%	-0.04%
UNILEVER (UK)	0.17%	0.04%
VODAFONE GROUP	0.04%	-0.04%
SCOTTISH MORTGAGE	-0.02%	0.06%
RIO TINTO	-0.37%	0.03%
RECKITT BENCKISER GROUP	0.21%	0.00%
LLOYDS BANKING GROUP	-0.02%	-0.04%
GLENCORE	-1.05%	0.00%
PRUDENTIAL	-0.36%	-0.02%
BHP GROUP	-0.63%	0.02%
RELX	0.24%	0.03%
BARCLAYS	-0.32%	-0.05%
BT GROUP	0.10%	-0.07%
COMPASS GROUP	0.29%	0.03%
ROYAL BANK OF SCTL.GP.	-0.14%	-0.05%
TESCO	0.07%	-0.03%
NATIONAL GRID	0.33%	-0.02%
IMPERIAL BRANDS	0.29%	-0.03%
ANGLO AMERICAN	-0.93%	0.05%
STANDARD CHARTERED	-0.44%	-0.05%

EXPERIAN	0.04%	0.05%
ASSOCIATED BRIT.FOODS	0.18%	-0.04%
AVIVA	-0.18%	-0.04%
BAE SYSTEMS	0.19%	-0.02%
CRH	-0.17%	0.02%
ROLLS-ROYCE HOLDINGS	-0.02%	-0.01%
LEGAL & GENERAL	-0.18%	-0.02%
SMITH & NEPHEW	0.16%	0.03%
LONDON STOCK EX.GROUP	-0.01%	0.05%
SSE	0.19%	-0.04%
FERGUSON	0.00%	0.01%
INTL.CON.S.AIRL.GP.	-0.09%	0.01%
WPP	0.02%	-0.07%
SAINSBURY J	0.13%	0.00%
ANTOFAGASTA	-0.41%	0.01%
BUNZL	0.21%	0.03%
NEXT	0.25%	-0.07%
ASHTHEAD GROUP	-0.22%	0.04%
CARNIVAL	0.09%	0.02%
CENTRICA	0.09%	-0.07%
COCA-COLA HBC	0.11%	0.08%
HARGREAVES LANSDOWN	-0.20%	0.04%
ICTL.HTLS.GP.	0.00%	0.05%
INTERTEK GROUP	0.13%	0.07%
MORRISON(WM)SPMKTS.	0.14%	0.01%
SEGRO	0.19%	0.04%
BRITISH LAND	0.09%	-0.05%
BURBERRY GROUP	-0.06%	-0.01%
INFORMA	0.23%	0.02%
JOHNSON MATTHEY	-0.11%	-0.02%
MELROSE INDUSTRIES	0.20%	0.11%
MICRO FOCUS INTL.	0.06%	0.02%
PEARSON	0.09%	-0.05%
SAGE GROUP	0.13%	0.02%
WHITBREAD	0.21%	-0.02%
CRODA INTERNATIONAL	0.16%	0.05%
EVRAZ	-0.62%	0.10%
LAND SECURITIES GROUP	0.13%	-0.05%
NMC HEALTH	0.18%	0.15%
OCADO GROUP	-0.14%	0.08%
RENTOKIL INITIAL	0.27%	0.09%
SCHRODERS	-0.25%	-0.03%
SMITHS GROUP	-0.03%	0.01%
STANDARD LIFE ABERDEEN	-0.22%	-0.06%
ADMIRAL GROUP	0.22%	0.03%

DCC	0.17%	0.04%
FRESNILLO	0.29%	0.03%
HALMA	0.19%	0.07%
ITV	0.01%	-0.08%
JD SPORTS FASHION	0.27%	0.13%
KINGFISHER	0.23%	-0.06%
MARKS & SPENCER GROUP	0.18%	-0.08%
MONDI	-0.15%	0.02%
PERSIMMON	0.00%	0.02%
SMITH (DS)	-0.02%	-0.02%
SPIRAX-SARCO ENGR.	0.17%	0.06%
AVEVA GROUP	0.27%	0.09%
BARRATT DEVELOPMENTS	-0.04%	-0.01%
BERKELEY GROUP HDG.	0.10%	0.03%
DIRECT LINE IN.GROUP	0.30%	0.00%
FLUTTER ENTERTAINMENT	0.44%	0.01%
JUST EAT	0.19%	0.06%
RSA INSURANCE GROUP	0.16%	0.02%
TAYLOR WIMPEY	-0.05%	-0.01%
UNITED UTILITIES GROUP	0.30%	-0.02%
HISCOX DI	0.31%	0.06%
SEVERN TRENT	0.33%	-0.01%
PHOENIX GROUP HDG.	0.18%	-0.02%
RIGHTMOVE	0.15%	0.04%
ST.JAMES'S PLACE ORD	-0.26%	0.00%
AUTO TRADER GROUP	0.21%	0.07%
TUI (LON)	0.07%	-0.01%
ROYAL DUTCH SHELL A(LON)	-0.18%	0.01%
SMURFIT KAPPA GP. (LON)	0.12%	0.01%
	0.03%	0.01%

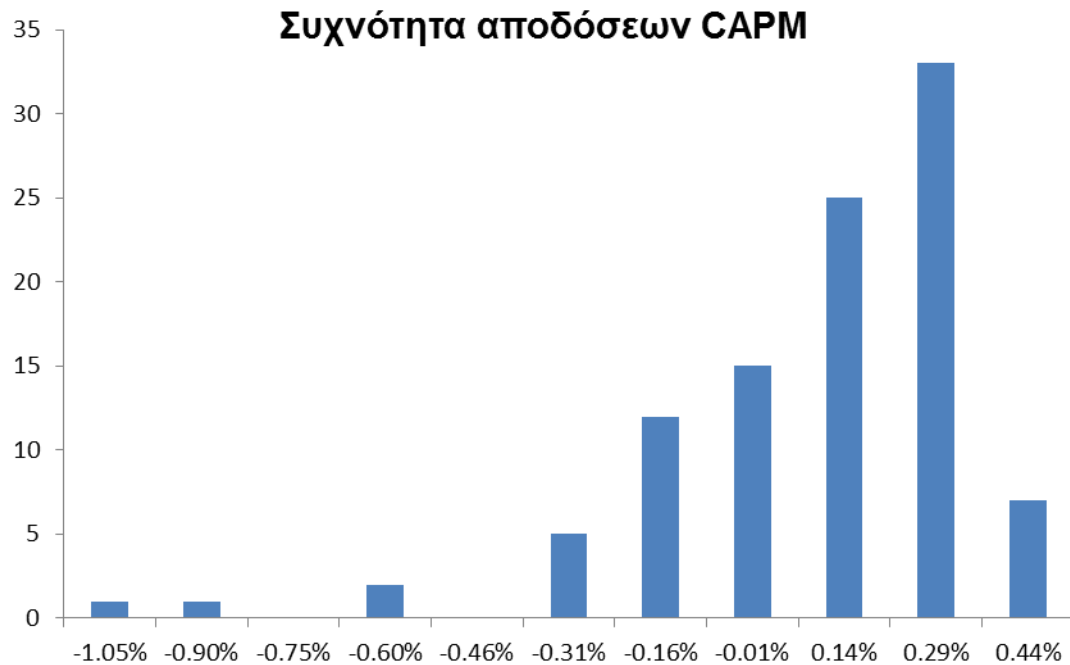
Όπως φαίνεται, υπάρχουν σε αρκετές μετοχές πολλές και μεγάλες αποκλίσεις. Αυτό επιβεβαιώνει το κατά πόσο λάθος γίνεται στην μέτρηση της απόδοσης μιας μετοχής όταν χρησιμοποιούμε το CAPM. Επίσης ο μέσος όρος των 101 μετοχών στην περίπτωση των αποδόσεων στην περίπτωση του CAPM είναι μεγαλύτερος και σχεδόν τριπλάσιος.

**Είναι αξιοσημείωτο να αναφέρουμε ότι ο μέσος όρος των αποδόσεων των μετοχών που έχουν υπολογιστεί με το μοντέλο των Diacogiannis & Feldman, είναι ίδιος με τον απλό μέσο όρο των ημερήσιων παρατηρήσεων για κάθε μετοχή.**



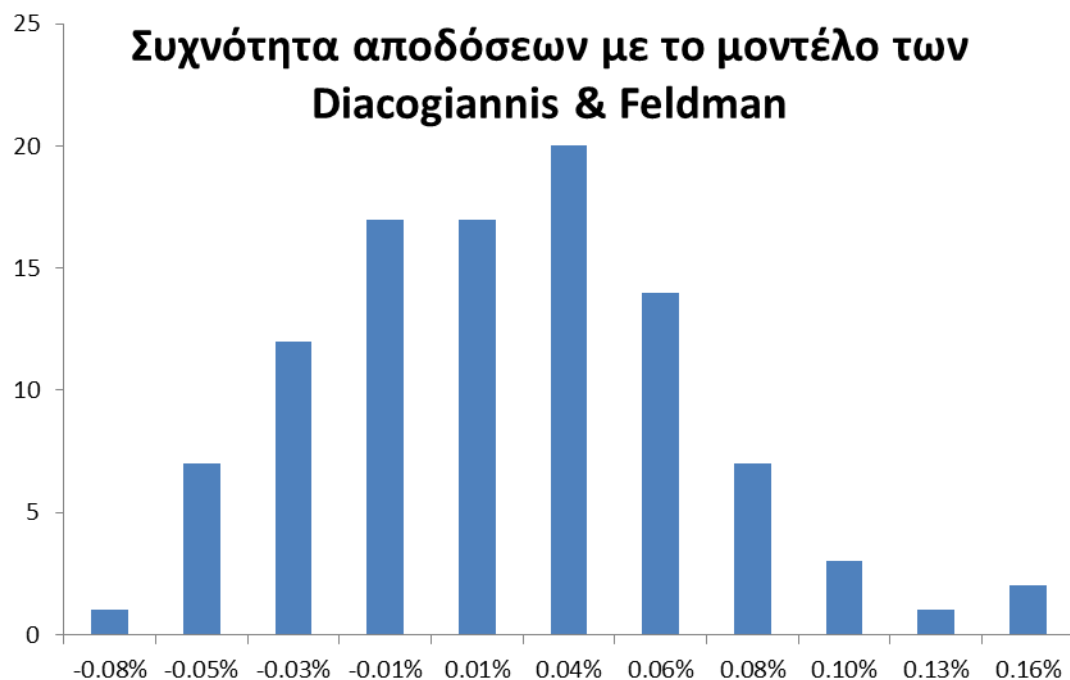
Επιπλέον έχουμε δημιουργήσει δυο γραφήματα:

Διάγραμμα 5.7 Συχνότητα αποδόσεων ημερήσιων παρατηρήσεων βάσει CAPM



Όπως φαίνεται στο παραπάνω διάγραμμα, παρατηρείται μια αρνητική συμμετρία στις αποδόσεις.

Διάγραμμα 5.8 Συχνότητα αποδόσεων ημερήσιων παρατηρήσεων βάσει του μοντέλου των Diacogiannis & Feldman



Μελετώντας το διάγραμμα αυτό, παρατηρούμε ότι βρίσκεται αρκετά κοντά στην κανονική κατανομή.

### 5.3.2 Εβδομαδιαία δεδομένα

Πίνακας 5.4 Διαφορά αποδόσεων εβδομαδιαίων παρατηρήσεων

Μετοχές	CAPM	Diacogiannis & Feldman
HSBC HOLDINGS	-0.40%	0.05%
BP	-4.07%	0.05%
3I GROUP	-2.54%	0.23%
ROYAL DUTCH SHELL B	-3.76%	0.03%
ASTRAZENECA	1.51%	0.09%
GLAXOSMITHKLINE	1.59%	-0.05%
DIAGEO	2.37%	0.18%
BRITISH AMERICAN TOBACCO	1.97%	-0.20%
UNILEVER (UK)	2.78%	0.17%
VODAFONE GROUP	1.57%	-0.20%
SCOTTISH MORTGAGE	-0.95%	0.26%
RIO TINTO	-5.32%	0.13%
RECKITT BENCKISER GROUP	2.81%	0.00%
LLOYDS BANKING GROUP	1.07%	-0.23%
GLENCORE	-14.58%	0.00%
PRUDENTIAL	-4.58%	-0.13%
BHP GROUP	-8.60%	0.08%
RELX	2.71%	0.15%
BARCLAYS	-2.15%	-0.28%
BT GROUP	4.23%	-0.35%
COMPASS GROUP	3.28%	0.15%
ROYAL BANK OF SCTL.GP.	0.88%	-0.27%
TESCO	1.18%	-0.13%
NATIONAL GRID	4.44%	-0.09%
IMPERIAL BRANDS	3.90%	-0.16%
ANGLO AMERICAN	-14.78%	0.25%
STANDARD CHARTERED	-6.31%	-0.27%
EXPERIAN	0.07%	0.25%
ASSOCIATED BRIT.FOODS	3.50%	-0.21%
AVIVA	-1.29%	-0.22%
BAE SYSTEMS	1.32%	-0.09%
CRH	-0.91%	0.07%
ROLLS-ROYCE HOLDINGS	-3.54%	-0.06%

LEGAL & GENERAL	-0.85%	-0.14%
SMITH & NEPHEW	2.59%	0.11%
LONDON STOCK EX.GROUP	0.40%	0.22%
SSE	1.67%	-0.20%
FERGUSON	0.76%	0.05%
INTL.CONS.AIRL.GP.	2.79%	0.02%
WPP	0.84%	-0.33%
SAINSBURY J	-0.35%	-0.02%
ANTOFAGASTA	-7.97%	0.04%
BUNZL	1.58%	0.11%
NEXT	4.71%	-0.30%
ASHTEAD GROUP	-4.08%	0.17%
CARNIVAL	4.28%	0.07%
CENTRICA	0.22%	-0.35%
COCA-COLA HBC	1.90%	0.36%
HARGREAVES LANSDOWN	-3.50%	0.21%
ICTL.HTLS.GP.	-0.94%	0.20%
INTERTEK GROUP	0.64%	0.31%
MORRISON(WM)SPMKTS.	0.38%	0.02%
SEGRO	2.29%	0.17%
BRITISH LAND	2.73%	-0.25%
BURBERRY GROUP	-2.68%	-0.06%
INFORMA	3.44%	0.07%
JOHNSON MATTHEY	-0.98%	-0.10%
MELROSE INDUSTRIES	-1.88%	0.51%
MICRO FOCUS INTL.	0.39%	0.05%
PEARSON	-0.33%	-0.25%
SAGE GROUP	0.57%	0.10%
WHITBREAD	3.65%	-0.10%
CRODA INTERNATIONAL	1.74%	0.24%
EVRAZ	-9.64%	0.44%
LAND SECURITIES GROUP	2.69%	-0.24%
NMC HEALTH	0.75%	0.72%
OCADO GROUP	-3.12%	0.35%
RENTOKIL INITIAL	2.31%	0.41%
SCHRODERS	-1.73%	-0.16%
SMITHS GROUP	-1.05%	0.06%
STANDARD LIFE ABERDEEN	-1.55%	-0.33%
ADMIRAL GROUP	4.32%	0.14%
DCC	1.31%	0.16%
FRESNILLO	0.78%	0.12%
HALMA	0.82%	0.30%
ITV	1.70%	-0.38%
JD SPORTS FASHION	3.58%	0.62%
KINGFISHER	2.74%	-0.30%

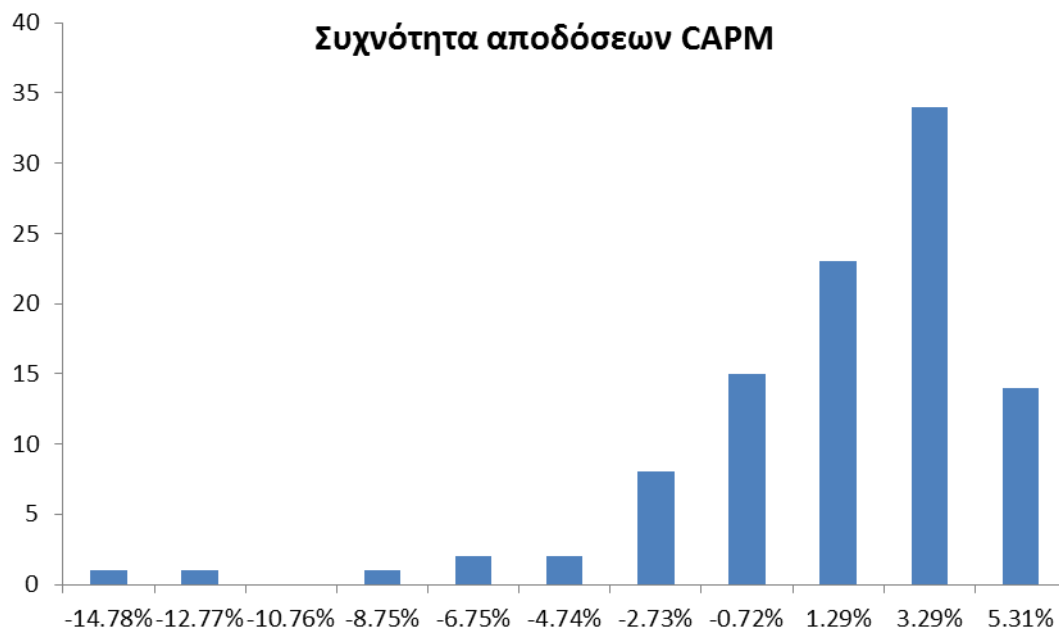
MARKS & SPENCER GROUP	3.00%	-0.40%
MONDI	-2.12%	0.09%
PERSIMMON	3.00%	0.06%
SMITH (DS)	0.32%	-0.08%
SPIRAX-SARCO ENGR.	-0.26%	0.29%
AVEVA GROUP	1.10%	0.44%
BARRATT DEVELOPMENTS	1.05%	-0.09%
BERKELEY GROUP HDG.	1.52%	0.13%
DIRECT LINE IN.GROUP	4.41%	-0.03%
FLUTTER ENTERTAINMENT	4.21%	0.05%
JUST EAT	3.00%	0.27%
RSA INSURANCE GROUP	0.78%	0.07%
TAYLOR WIMPEY	1.71%	-0.08%
UNITED UTILITIES GROUP	3.35%	-0.14%
HISCOX DI	5.30%	0.30%
SEVERN TRENT	3.01%	-0.08%
PHOENIX GROUP HDG.	2.05%	-0.09%
RIGHTMOVE	3.14%	0.18%
ST.JAMES'S PLACE ORD	-2.43%	-0.03%
AUTO TRADER GROUP	2.21%	0.27%
TUI (LON)	2.80%	-0.04%
ROYAL DUTCH SHELL A(LON)	-3.61%	0.05%
SMURFIT KAPPA GP. (LON)	2.73%	0.04%
	0.25%	0.03%

Όπως φαίνεται, υπάρχουν σε αρκετές μετοχές πολλές και μεγάλες αποκλίσεις. Αυτό επιβεβαιώνει το κατά πόσο λάθος γίνεται στην μέτρηση της απόδοσης μιας μετοχής όταν χρησιμοποιούμε το CAPM. Επίσης ο μέσος όρος των 101 μετοχών στην περίπτωση των αποδόσεων στην περίπτωση του CAPM είναι μεγαλύτερος και σχεδόν οκταπλάσιος.

**Είναι αξιοσημείωτο να αναφέρουμε ότι ο μέσος όρος των αποδόσεων των μετοχών που έχουν υπολογιστεί με το μοντέλο των Diacogiannis & Feldman, είναι ίδιος με τον απλό μέσο όρο των εβδομαδιαίων παρατηρήσεων για κάθε μετοχή.**

Επιπλέον έχουμε δημιουργήσει δυο γραφήματα:

Διάγραμμα 5.9 Συχνότητα αποδόσεων εβδομαδιαίων παρατηρήσεων βάσει CAPM



Όπως φαίνεται στο παραπάνω διάγραμμα, παρατηρείται μια αρνητική συμμετρία στις αποδόσεις.

Διάγραμμα 5.10 Συχνότητα αποδόσεων εβδομαδιαίων παρατηρήσεων βάσει του μοντέλου των Diacogiannis & Feldman



Μελετώντας το διάγραμμα αυτό, παρατηρούμε ότι βρίσκεται αρκετά κοντά στην κανονική κατανομή.

## Συμπεράσματα

Ο σκοπός της έρευνας μας ήταν σε πρώτη φάση να εξετάσουμε το κατά πόσον ο δείκτης FTSE 100 είναι ένα αποδοτικό χαρτοφυλάκιο. Οι περισσότεροι οικονομολόγοι «πατάνε» πάνω στο CAPM για να υπολογίσουν τα  $\beta$  καθώς και τις αποδόσεις των μετοχών / εταιριών.

Αποδείξαμε ότι ο το αποδοτικό χαρτοφυλάκιο δεν μπορεί να αποτελείται μόνο από θετικά σταθμά με την προσέγγιση του Roll και ότι έχει πολλά μηδενικά σταθμά με την προσέγγιση του Markowitz. Και στις δυο περιπτώσεις ο δείκτης βρισκόταν δεξιά και μέσα του αποδοτικού συνόλου. Επομένως ο δείκτης ΔΕΝ είναι αποδοτικό χαρτοφυλάκιο και ως εκ τούτου, λανθασμένα χρησιμοποιείται το CAPM για τον υπολογισμό των ανωτέρω, με αποτέλεσμα να γίνεται εσφαλμένη ερμηνεία του κόστους κεφαλαίου κ.α οικονομικών στοιχείων.

Το μοντέλο των Diacogiannis και Feldman (2009), υπολογίζει αυτά τα στοιχεία γνωρίζοντας ότι ο δείκτης είναι μη αποδοτικός, προσθέτοντας όχι μόνο έναν επιπλέον όρο αλλά χρησιμοποιώντας και σταθμισμένα  $\beta$  κάτι που το CAPM δεν κάνει.

Τα αποτελέσματα έδειξαν εμφανείς διαφορές ανάμεσα στις αποδόσεις που εκτιμούνται με το μοντέλο που μοιάζει με CAPM και με το μοντέλο που χρησιμοποιήσαμε, δηλαδή των Diacogiannis και Feldman. Σε πολλές περιπτώσεις οι μετοχές υπερεκτιμούνται και σε πολλές υποεκτιμούνται. Αν συγκρίνουμε τους δυο μέσους όρους αυτών των δειγμάτων, θα δούμε ότι και εκεί ο μέσος όρος των 101 μετοχών με το CAPM είναι μεγαλύτερος από τον αντίστοιχο με το μοντέλο των Diacogiannis και Feldman. Αυτό στην συγκεκριμένη περίπτωση θα λειτουργήσει αρνητικά για τους επενδυτές καθώς θα αυξήσει το κόστος κεφαλαίου της εταιρίας που σημαίνει εκτός των άλλων ότι η εταιρία μπορεί να απορρίψει επενδυτικά έργα που στην ουσία θα μπορούσε να είχε δεχτεί.

Επιπλέον αν ένας επενδυτής κεφαλαίων προσπαθούσε να αξιολογήσει τα χαρτοφυλάκια του χρησιμοποιώντας το CAPM και λογίζοντας σαν μέτρο αξιολόγησης το μέτρο του Treynor (1962), θα έκανε λάθος καθώς εκτός του

ότι το συγκεκριμένο μέτρο είναι για αποδοτικά χαρτοφυλάκια, χρησιμοποιεί μόνο ένα βήτα. Άρα χρησιμοποιώντας το μοντέλο των Diacogiannis και Feldman ο επενδυτής μπορεί να αξιολογήσει την απόδοση του χαρτοφυλακίου του σωστά και να την συγκρίνει με άλλους δείκτες.

Τέλος να αναφέρουμε ότι το προηγούμενο ίσχυσε τόσο για τις ημερήσιες αποδόσεις όσο και για εβδομαδιαίες.

## **Βιβλιογραφία**

### **Ελληνική Βιβλιογραφία**

Κοτζαμάνης Στέφανος Ν, Διαχείριση Χαρτοφυλακίου: στη θεωρία και στην πράξη, 1999

Λελεδάκης Γιώργος, Ανάλυση και Διαχείριση Χαρτοφυλακίου, Εκδόσεις Οικονομικού Πανεπιστημίου Αθηνών, 2007

Π. Ε. Πετράκης, Αξιολόγηση και Χρηματοοικονομική Διοίκηση, Εκδοτικές Επιχειρήσεις «Το Οικονομικό» Κ. & Π. Σμπίλιας Α.Ε.Β.Ε., 1999

Ψαρράς Ιωάννης, Ζοπουνίδης Κ., Ξυδώνας Π., Σύγχρονη Θεωρία Χαρτοφυλακίου, Εκδόσεις Κλειδάριθμος, 2010

### **Ξένα Βιβλιογραφία**

Black, Fischer, Jensen, C., Michael, & Scholes Myron, 1972, "The Capital Asset Pricing Model: Some Empirical Tests", Praeger Publishers Inc., Studies in the Theory of Capital Markets, pp. 79-121.

G.P Diacogiannis, 1999 "A three – dimensional risk – return relationship based up on the Inefficiency of a portofolio". The European Journal Of Finance 5, 225- 235

Diacogiannis, G., & Feldman, D., 2009, "The CAPM Relation for Inefficient Portfolios", Quarterly Journal of Finance.

Gibbons, R., Michael, 1982, "Multivariate Tests of Financial Models: A New Approach", Journal of Financial Economics, vol. 10, pp. 3-27.

Gibbons, R., Michael, Ross, A., Stephen, & Shanken, J., 1989, "A Test of the Efficiency of a Given Portfolio", Econometrica, vol. 57, pp. 1121-1152.

Haim Levy(1983) "The Capital Asset Pricing Model: Theory and Empiricism". The Economic Journal, 145-165



Fama, F., Eugene, & Macbeth, D., James, 1973, "Risk, Return and Equilibrium: Empirical Tests", The Journal of Political Economy, vol. 81, no. 3, pp. 607-636

Roll, R., 1977, "A Critique of the Asset Pricing Theory's Tests: Part 1: On Past and Potential Testability of the Theory", Journal of Financial Economics, vol. 4, pp. 129-176

Shanken, Jay, 1985, "Multivariate Tests of the Zero-Beta CAPM", Journal of Financial Economics, vol. 14, pp. 327-348.

#### **Πηγές από το Ίντερνετ:**

[www.investopedia.com](http://www.investopedia.com)

[www.wikipedia.com](http://www.wikipedia.com)

[www.bloomberg.com](http://www.bloomberg.com)

[www.bankingnews.gr](http://www.bankingnews.gr)

[www.ssrn.com](http://www.ssrn.com)

## APPENDIX

### ΠΙΝΑΚΑΣ Α (Ημ)

0.070135	<b>7.104711</b>
<b>7.104711</b>	26867.78

### ΠΙΝΑΚΑΣ Α( Εβδ)

0.58	<b>3.13</b>
<b>3.13</b>	9,894.90

α και β βάσει αποδοτικού χαρτοφυλακίου q (ημ)		
Μετοχές	α	β
HSBC HOLDINGS	0.00004	0.98
BP	0.00004	0.98
3I GROUP	0.00001	0.94
ROYAL DUTCH SHELL B	0.00002	0.98
ASTRAZENECA	0.00004	0.97
GLAXOSMITHKLINE	0.00003	1.01
DIAGEO	0.00006	0.95
BRITISH AMERICAN TOBACCO	0.00003	1.05
UNILEVER (UK)	0.00004	0.96
VODAFONE GROUP	0.00003	1.04
SCOTTISH MORTGAGE	0.00000	0.93
RIO TINTO	0.00007	0.96
RECKITT BENCKISER GROUP	0.00003	0.99
LLOYDS BANKING GROUP	0.00000	1.05
GLENCORE	0.00003	0.99
PRUDENTIAL	0.00006	1.02
BHP GROUP	0.00002	0.97
RELX	0.00004	0.96
BARCLAYS	0.00004	1.06
BT GROUP	0.00003	1.07
COMPASS GROUP	0.00005	0.96
ROYAL BANK OF SCTL.GP.	0.00001	1.05
TESCO	0.00003	1.02
NATIONAL GRID	0.00003	1.01
IMPERIAL BRANDS	0.00002	1.03
ANGLO AMERICAN	0.00001	0.94
STANDARD CHARTERED	0.00004	1.05
EXPERIAN	0.00000	0.94
ASSOCIATED BRIT.FOODS	0.00003	1.04

AVIVA	0.00004	1.04
BAE SYSTEMS	0.00002	1.02
CRH	0.00003	0.98
ROLLS-ROYCE HOLDINGS	0.00003	1.01
LEGAL & GENERAL	0.00002	1.02
SMITH & NEPHEW	0.00003	0.97
LONDON STOCK EX.GROUP	0.00003	0.94
SSE	0.00003	1.04
FERGUSON	0.00003	0.98
INTL.CONS.AIRL.GP.	0.00003	0.99
WPP	0.00004	1.07
SAINSBURY J	0.00003	1.00
ANTOFAGASTA	0.00004	0.98
BUNZL	0.00004	0.97
NEXT	0.00002	1.07
ASHTED GROUP	0.00002	0.95
CARNIVAL	0.00004	0.98
CENTRICA	0.00003	1.07
COCA-COLA HBC	0.00002	0.91
HARGREAVES LANSDOWN	0.00001	0.95
ICTL.HTLS.GP.	0.00000	0.94
INTERTEK GROUP	0.00003	0.92
MORRISON(WM)SPMKTS.	0.00003	0.99
SEGRO	0.00004	0.95
BRITISH LAND	0.00004	1.05
BURBERRY GROUP	0.00003	1.00
INFORMA	0.00004	0.98
JOHNSON MATTHEY	0.00003	1.02
MELROSE INDUSTRIES	0.00003	0.87
MICRO FOCUS INTL.	0.00003	0.98
PEARSON	0.00002	1.05
SAGE GROUP	0.00004	0.97
WHITBREAD	0.00003	1.02
CRODA INTERNATIONAL	0.00005	0.94
EVRAZ	0.00003	0.89
LAND SECURITIES GROUP	0.00000	1.05
NMC HEALTH	0.00000	0.83
OCADO GROUP	0.00002	0.91
RENTOKIL INITIAL	0.00007	0.89
SCHRODERS	0.00006	1.03
SMITHS GROUP	0.00003	0.98
STANDARD LIFE ABERDEEN	0.00003	1.07
ADMIRAL GROUP	0.00004	0.96
DCC	0.00003	0.95
FRESNILLO	0.00004	0.96

HALMA	0.00004	0.92
ITV	0.00004	1.08
JD SPORTS FASHION	0.00005	0.84
KINGFISHER	0.00002	1.06
MARKS & SPENCER GROUP	0.00001	1.08
MONDI	0.00002	0.97
PERSIMMON	0.00003	0.98
SMITH (DS)	0.00003	1.01
SPIRAX-SARCO ENGR.	0.00008	0.93
AVEVA GROUP	0.00004	0.89
BARRATT DEVELOPMENTS	0.00003	1.01
BERKELEY GROUP HDG.	0.00004	0.96
DIRECT LINE IN.GROUP	0.00003	1.00
FLUTTER ENTERTAINMENT	0.00004	0.98
JUST EAT	0.00004	0.93
RSA INSURANCE GROUP	0.00004	0.98
TAYLOR WIMPEY	0.00004	1.01
UNITED UTILITIES GROUP	0.00004	1.02
HISCOX DI	0.00006	0.93
SEVERN TRENT	0.00003	1.01
PHOENIX GROUP HDG.	0.00001	1.01
RIGHTMOVE	0.00002	0.95
ST.JAMES'S PLACE ORD	0.00004	1.00
AUTO TRADER GROUP	0.00005	0.92
TUI (LON)	0.00003	1.00
ROYAL DUTCH SHELL A(LON)	0.00005	0.98
SMURFIT KAPPA GP. (LON)	0.00003	0.99

<b>α και β βάσει αποδοτικού χαρτοφυλακίου α (Εβδ)</b>		
<b>Μετοχές</b>	<b>α</b>	<b>β</b>
HSBC HOLDINGS	0.00032	0.99
BP	0.00029	0.99
3I GROUP	0.00010	0.97
ROYAL DUTCH SHELL B	0.00030	0.99
ASTRAZENECA	0.00025	0.99
GLAXOSMITHKLINE	0.00023	1.00
DIAGEO	0.00057	0.98
BRITISH AMERICAN TOBACCO	0.00025	1.02
UNILEVER (UK)	0.00023	0.98
VODAFONE GROUP	0.00031	1.02
	-	
SCOTTISH MORTGAGE	0.00002	0.97
RIO TINTO	0.00043	0.98
RECKITT BENCKISER GROUP	0.00028	1.00

LLOYDS BANKING GROUP	0.00007	1.02
GLENCORE	0.00028	1.00
PRUDENTIAL	0.00054	1.01
BHP GROUP	0.00029	0.99
RELX	0.00035	0.98
BARCLAYS	0.00054	1.03
	-	
BT GROUP	0.00006	1.03
COMPASS GROUP	0.00020	0.98
	-	
ROYAL BANK OF SCTL.GP.	0.00006	1.02
TESCO	0.00022	1.01
NATIONAL GRID	0.00027	1.01
IMPERIAL BRANDS	0.00018	1.01
ANGLO AMERICAN	0.00014	0.97
STANDARD CHARTERED	0.00024	1.02
EXPERIAN	0.00014	0.97
ASSOCIATED BRIT.FOODS	0.00019	1.02
AVIVA	0.00018	1.02
BAE SYSTEMS	0.00028	1.01
CRH	0.00028	0.99
ROLLS-ROYCE HOLDINGS	0.00032	1.00
LEGAL & GENERAL	0.00019	1.01
SMITH & NEPHEW	0.00021	0.99
LONDON STOCK EX.GROUP	0.00035	0.97
SSE	0.00042	1.02
FERGUSON	0.00032	0.99
INTL.CON.S.AIRL.GP.	0.00028	0.99
WPP	0.00027	1.03
SAINSBURY J	0.00029	1.00
ANTOFAGASTA	0.00028	0.99
BUNZL	0.00020	0.99
NEXT	0.00019	1.03
ASHTREAD GROUP	0.00023	0.98
CARNIVAL	0.00029	0.99
CENTRICA	0.00021	1.03
COCA-COLA HBC	0.00056	0.96
	-	
HARGREAVES LANSDOWN	0.00008	0.98
ICTL.HTLS.GP.	0.00036	0.98
INTERTEK GROUP	0.00012	0.97
MORRISON(WM)SPMKTS.	0.00026	0.99
SEGRO	0.00043	0.98
BRITISH LAND	0.00037	1.02
BURBERRY GROUP	0.00028	1.00

INFORMA	0.00035	0.99
JOHNSON MATTHEY	0.00018	1.01
MELROSE INDUSTRIES	0.00005	0.95
MICRO FOCUS INTL.	0.00029	0.99
PEARSON	0.00023	1.02
SAGE GROUP	0.00019	0.99
WHITBREAD	0.00028	1.01
CRODA INTERNATIONAL	0.00048	0.97
EVRAZ	0.00027	0.95
LAND SECURITIES GROUP	0.00028	1.02
NMC HEALTH	0.00045	0.92
OCADO GROUP	0.00025	0.96
RENTOKIL INITIAL	0.00044	0.96
SCHRODERS	0.00036	1.01
SMITHS GROUP	0.00038	0.99
STANDARD LIFE ABERDEEN	0.00022	1.03
ADMIRAL GROUP	0.00042	0.98
DCC	0.00024	0.98
FRESNILLO	0.00027	0.98
HALMA	0.00012	0.97
ITV	0.00055	1.04
JD SPORTS FASHION	0.00056	0.93
KINGFISHER	0.00034	1.03
MARKS & SPENCER GROUP	0.00018	1.04
MONDI	0.00020	0.99
PERSIMMON	0.00025	0.99
SMITH (DS)	0.00031	1.01
SPIRAX-SARCO ENGR.	0.00063	0.97
AVEVA GROUP	0.00018	0.95
BARRATT DEVELOPMENTS	0.00027	1.01
BERKELEY GROUP HDG.	0.00026	0.98
DIRECT LINE IN.GROUP	0.00026	1.00
FLUTTER ENTERTAINMENT	0.00030	0.99
JUST EAT	0.00034	0.97
RSA INSURANCE GROUP	0.00024	0.99
TAYLOR WIMPEY	0.00022	1.00
UNITED UTILITIES GROUP	0.00006	1.01
HISCOX DI	0.00068	0.97
SEVERN TRENT	0.00035	1.00
PHOENIX GROUP HDG.	0.00029	1.01
RIGHTMOVE	0.00032	0.98
ST.JAMES'S PLACE ORD	0.00031	1.00
AUTO TRADER GROUP	0.00029	0.97
TUI (LON)	0.00027	1.00
ROYAL DUTCH SHELL A(LON)	0.00026	0.99

SMURFIT KAPPA GP. (LON)	0.00031	0.99
-------------------------	---------	------

Στατιστικός Έλεγχος (Ημ)	
In(Det V)	-904.66
In(Det V-Ve)	-4,204.30
In(Det Average)	-973.97
M	<b>2,841,746.39</b>
c	0.06

Στατιστικός έλεγχος (Εβδ)	
In(Det V)	-782.44
In(Det V-Ve)	-4,125.78
In(Det Average)	-851.75
M	<b>628,122.41</b>
c	<b>0.26</b>

Rz (ημ)	0.9%
---------	------

βρ και βυ με το μοντέλο των Diacogiannis & Feldman (ημ)		
Μετοχές	βρ	βυ
HSBC HOLDINGS	1.09	1.15
BP	1.23	1.39
3I GROUP	1.18	1.34
ROYAL DUTCH SHELL B	1.24	1.43
ASTRAZENECA	0.86	0.73
GLAXOSMITHKLINE	0.85	0.68
DIAGEO	0.74	0.52
BRITISH AMERICAN TOBACCO	0.82	0.59
UNILEVER (UK)	0.80	0.63
VODAFONE GROUP	0.96	0.84
SCOTTISH MORTGAGE	1.02	1.07
RIO TINTO	1.41	1.75
RECKITT BENCKISER GROUP	0.75	0.52
LLOYDS BANKING GROUP	1.02	0.97
GLENCORE	2.19	3.14
PRUDENTIAL	1.41	1.69
BHP GROUP	1.71	2.28
RELX	0.73	0.50
BARCLAYS	1.36	1.57
BT GROUP	0.88	0.68
COMPASS GROUP	0.67	0.40

ROYAL BANK OF SCTL.GP.	1.16	1.20
TESCO	0.92	0.79
NATIONAL GRID	0.62	0.26
IMPERIAL BRANDS	0.67	0.33
ANGLO AMERICAN	2.05	2.94
STANDARD CHARTERED	1.50	1.83
EXPERIAN	0.95	0.93
ASSOCIATED BRIT.FOODS	0.80	0.55
AVIVA	1.20	1.28
BAE SYSTEMS	0.78	0.55
CRH	1.19	1.33
ROLLS-ROYCE HOLDINGS	1.02	0.99
LEGAL & GENERAL	1.20	1.31
SMITH & NEPHEW	0.81	0.64
LONDON STOCK EX.GROUP	1.01	1.03
SSE	0.78	0.53
FERGUSON	0.99	0.97
INTL.CON.S.AIRL.GP.	1.10	1.15
WPP	0.97	0.84
SAINSBURY J	0.85	0.68
ANTOFAGASTA	1.47	1.83
BUNZL	0.76	0.55
NEXT	0.71	0.37
ASHTREAD GROUP	1.25	1.46
CARNIVAL	0.90	0.79
CENTRICA	0.89	0.70
COCA-COLA HBC	0.87	0.81
HARGREAVES LANSDOWN	1.22	1.41
ICTL.HTLS.GP.	1.00	1.01
INTERTEK GROUP	0.85	0.76
MORRISON(WM)SPMKTS.	0.84	0.68
SEGRO	0.78	0.60
BRITISH LAND	0.89	0.72
BURBERRY GROUP	1.07	1.09
INFORMA	0.74	0.51
JOHNSON MATTHEY	1.12	1.17
MELROSE INDUSTRIES	0.77	0.66
MICRO FOCUS INTL.	0.93	0.85
PEARSON	0.89	0.71
SAGE GROUP	0.85	0.71
WHITBREAD	0.76	0.51
CRODA INTERNATIONAL	0.81	0.67
EVRAZ	1.70	2.34
LAND SECURITIES GROUP	0.85	0.64
NMC HEALTH	0.79	0.73



OCADO GROUP	1.15	1.32
RENTOKIL INITIAL	0.69	0.50
SCHRODERS	1.28	1.45
SMITHS GROUP	1.03	1.04
STANDARD LIFE ABERDEEN	1.25	1.35
ADMIRAL GROUP	0.74	0.52
DCC	0.81	0.65
FRESNILLO	0.66	0.38
HALMA	0.78	0.63
ITV	0.99	0.87
JD SPORTS FASHION	0.69	0.53
KINGFISHER	0.74	0.43
MARKS & SPENCER GROUP	0.79	0.51
MONDI	1.17	1.29
PERSIMMON	0.99	0.96
SMITH (DS)	1.01	0.98
SPIRAX-SARCO ENGR.	0.80	0.66
AVEVA GROUP	0.69	0.50
BARRATT DEVELOPMENTS	1.04	1.03
BERKELEY GROUP HDG.	0.88	0.77
DIRECT LINE IN.GROUP	0.66	0.33
FLUTTER ENTERTAINMENT	0.50	0.06
JUST EAT	0.78	0.61
RSA INSURANCE GROUP	0.81	0.64
TAYLOR WIMPEY	1.05	1.05
UNITED UTILITIES GROUP	0.65	0.30
HISCOX DI	0.64	0.37
SEVERN TRENT	0.62	0.26
PHOENIX GROUP HDG.	0.80	0.58
RIGHTMOVE	0.83	0.69
ST.JAMES'S PLACE ORD	1.28	1.48
AUTO TRADER GROUP	0.76	0.60
TUI (LON)	0.92	0.81
ROYAL DUTCH SHELL A(LON)	1.20	1.35
SMURFIT KAPPA GP. (LON)	0.86	0.72

<b>Var q</b>
--------------

0.004%

<b>Var p</b>
--------------

0.008%

<b>Var U</b>
--------------

0.004%

(Var p = Var q + Var U)

Rz (Εβδ)

0.10

<b>βρ και βυ με το μοντέλο των Diacogiannis &amp; Feldman (Εβδ)</b>		
<b>Μετοχές</b>	<b>βρ</b>	<b>βυ</b>
HSBC HOLDINGS	1.04	1.03
BP	1.41	1.54
3I GROUP	1.25	1.34
ROYAL DUTCH SHELL B	1.38	1.50
ASTRAZENECA	0.84	0.77
GLAXOSMITHKLINE	0.84	0.75
DIAGEO	0.76	0.65
BRITISH AMERICAN TOBACCO	0.80	0.69
UNILEVER (UK)	0.72	0.60
VODAFONE GROUP	0.84	0.75
SCOTTISH MORTGAGE	1.09	1.12
RIO TINTO	1.53	1.72
RECKITT BENCKISER GROUP	0.71	0.59
LLOYDS BANKING GROUP	0.89	0.82
GLENCORE	2.47	2.99
PRUDENTIAL	1.46	1.60
BHP GROUP	1.87	2.17
RELX	0.72	0.61
BARCLAYS	1.21	1.26
BT GROUP	0.57	0.37
COMPASS GROUP	0.67	0.53
ROYAL BANK OF SCTL.GP.	0.91	0.84
TESCO	0.88	0.81
NATIONAL GRID	0.55	0.36
IMPERIAL BRANDS	0.60	0.43
ANGLO AMERICAN	2.49	3.03
STANDARD CHARTERED	1.63	1.84
EXPERIAN	0.99	0.97
ASSOCIATED BRIT.FOODS	0.64	0.48
AVIVA	1.13	1.14
BAE SYSTEMS	0.86	0.79
CRH	1.09	1.10
ROLLS-ROYCE HOLDINGS	1.35	1.46
LEGAL & GENERAL	1.08	1.09
SMITH & NEPHEW	0.74	0.62
LONDON STOCK EX.GROUP	0.96	0.93
SSE	0.83	0.74

FERGUSON	0.92	0.87
INTL.CONS.AIRL.GP.	0.72	0.59
WPP	0.91	0.85
SAINSBURY J	1.03	1.02
ANTOFAGASTA	1.80	2.08
BUNZL	0.84	0.76
NEXT	0.52	0.31
ASHTEAD GROUP	1.41	1.55
CARNIVAL	0.57	0.38
CENTRICA	0.97	0.93
COCA-COLA HBC	0.80	0.73
HARGREAVES LANSDOWN	1.35	1.47
ICTL.HTLS.GP.	1.09	1.11
INTERTEK GROUP	0.93	0.90
MORRISON(WM)SPMKTS.	0.96	0.92
SEGRO	0.77	0.66
BRITISH LAND	0.72	0.59
BURBERRY GROUP	1.27	1.34
INFORMA	0.65	0.50
JOHNSON MATTHEY	1.10	1.11
MELROSE INDUSTRIES	1.19	1.26
MICRO FOCUS INTL.	0.96	0.92
PEARSON	1.03	1.01
SAGE GROUP	0.94	0.90
WHITBREAD	0.63	0.46
CRODA INTERNATIONAL	0.82	0.74
EVRAZ	1.97	2.33
LAND SECURITIES GROUP	0.73	0.59
NMC HEALTH	0.92	0.90
OCADO GROUP	1.31	1.42
RENTOKIL INITIAL	0.76	0.67
SCHRODERS	1.17	1.21
SMITHS GROUP	1.10	1.12
STANDARD LIFE ABERDEEN	1.15	1.18
ADMIRAL GROUP	0.56	0.38
DCC	0.87	0.80
FRESNILLO	0.92	0.87
HALMA	0.91	0.87
ITV	0.83	0.72
JD SPORTS FASHION	0.64	0.50
KINGFISHER	0.72	0.58
MARKS & SPENCER GROUP	0.69	0.54
MONDI	1.21	1.27
PERSIMMON	0.69	0.56
SMITH (DS)	0.96	0.93

SPIRAX-SARCO ENGR.	1.02	1.02
AVEVA GROUP	0.89	0.84
BARRATT DEVELOPMENTS	0.89	0.83
BERKELEY GROUP HDG.	0.84	0.77
DIRECT LINE IN.GROUP	0.55	0.36
FLUTTER ENTERTAINMENT	0.57	0.39
JUST EAT	0.69	0.57
RSA INSURANCE GROUP	0.92	0.87
TAYLOR WIMPEY	0.82	0.73
UNITED UTILITIES GROUP	0.66	0.50
HISCOX DI	0.46	0.25
SEVERN TRENT	0.69	0.55
PHOENIX GROUP HDG.	0.79	0.69
RIGHTMOVE	0.68	0.55
ST.JAMES'S PLACE ORD	1.24	1.31
AUTO TRADER GROUP	0.77	0.68
TUI (LON)	0.71	0.59
ROYAL DUTCH SHELL A(LON)	1.36	1.48
SMURFIT KAPPA GP. (LON)	0.72	0.60

**Var q**

0.01%

**Var p**

0.04%

**Var U**

0.03%

**(Var p =Var q + Var U)**