



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ
ΤΜΗΜΑ ΨΗΦΙΑΚΩΝ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ
Π.Μ.Σ « Ψηφιακές Επικοινωνίες και Δίκτυα»

ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΟΥ ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΟΥ
ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΔΙΑΥΛΟΥ ΓΙΑ ΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΕΣ
ΜΕΤΑΞΥ ΟΧΗΜΑΤΩΝ

ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΗ ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ
του
ΧΑΡΑΛΑΜΠΟΥ ΑΡΜΕΝΙΑΚΟΥ

Πειραιάς, Ιούνιος 2018

Στον καθηγητή μου...

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Η παρούσα Διπλωματική εργασία είναι ένα αποτέλεσμα μίας προσπάθειας που απαίτησε πολύ χρόνο και κόπο. Η ολοκλήρωσή της θα ήταν αδύνατη χωρίς την στήριξη και τη βοήθεια κάποιων ατόμων που αισθάνομαι την ανάγκη να ευχαριστήσω.

Αρχικά, θα ήθελα να ευχαριστήσω τους γονείς μου για όλη την οικονομική και ψυχολογική στήριξη που μου παρείχαν σε αυτό το διάστημα και όλα αυτά τα χρόνια , γεγονός που μου έδωσε την δυνατότητα να ολοκληρώσω τις Μεταπτυχιακές μου σπουδές και, κατά συνέπεια, αυτή τη Διπλωματική εργασία. Τους ευχαριστώ θερμά για αυτή την ευκαιρία που μου έδωσαν.

Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον Καθηγητή του Πανεπιστημίου Πειραιά και επιβλέποντα της Διπλωματικής μου, Δρ. Αθανάσιο Κανάτα για όλη την ουσιαστική ψυχολογική και πρακτική βοήθεια και για την άψογη συνεργασία μας. Οι γνώσεις που μου μετέδωσε στο διάστημα αυτό επεκτείνονται πολύ πέραν της παρούσας Διπλωματικής αυτής. Του εύχομαι κάθε προσωπική και οικογενειακή ευτυχία και ως μία ελάχιστη ένδειξη ευγνωμοσύνης, του αφιερώνω αυτή την Διπλωματική...

Χαράλαμπος Αρμενιάκος,

Πειραιάς, Ιούνιος 2018

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Οι επικοινωνίες οχήματος με όχημα (vehicle-to-vehicle – V2V) αποτελούν μία από τις πολλά υποσχόμενες ανερχόμενες τεχνολογίες για την κάλυψη ενός ευρέως φάσματος υπηρεσιών τόσο σε επίπεδο άνεσης όσο και σε επίπεδο ασφάλειας. Καθώς η μελέτη τέτοιου είδους επικοινωνιών αποτελεί μία πολύπλοκη διαδικασία, ολοένα και περισσότερες μέθοδοι αναπτύσσονται προκειμένου να κατανοηθούν σε βάθος. Ίσως μία από τις σημαντικότερες προσεγγίσεις είναι η μελέτη των V2V επικοινωνιών με γεωμετρικά στοχαστικά μοντέλα καναλιών. Ανάλογα με τις παραμέτρους διάδοσης και τις τεχνικές που χρησιμοποιούνται ολοένα και περισσότερα τέτοια μοντέλα αναπτύσσονται με γοργούς ρυθμούς.

Για το σκοπό αυτό και στο πλαίσιο της παρούσας Διπλωματικής, αναπτύχθηκε ένα γεωμετρικό μοντέλο που αποτελεί μία επέκταση ενός κλασσικού γεωμετρικού μοντέλου δύο δαχτυλιδιών. Αφού βρέθηκε στη διεθνή βιβλιογραφία ένα πλήθος τέτοιων γεωμετρικών μοντέλων, παρατηρήθηκε ότι γίνονταν αναφορά μόνο σε κινητές επικοινωνίες όπου η απόσταση μετάδοσης ήταν σταθερή και διατηρούταν μεγάλη. Με βάση αυτή την θεώρηση, έγινε μία επέκταση αυτού του είδους μοντέλου αναφοράς σε ένα μοντέλο που θα λάμβανε υπόψιν την αλλαγή στις αποστάσεις μεταξύ των δύο κινητών τερματικών. Στο πλαίσιο αυτό μελετώνται και οι διαφορετικές στατιστικές ιδιότητες που, κατά συνέπεια, προκύπτουν. Για την ανάπτυξη των μοντέλων προσομοίωσης χρησιμοποιείται η μέθοδος αθροίσματος ημιτόνων (sum-of-sinusoids - SOS), η οποία έχει γίνει αποδεκτή ευρέως στον ακαδημαϊκό χώρο και στη βιομηχανία.

Το προτεινόμενο αυτό μοντέλο, παρέχει και σε άλλους ερευνητές τις κατάλληλες κατευθυντήριες γραμμές στη μελέτη τέτοιου είδους γεωμετρικών στοχαστικών μοντέλων από μία άλλη σκοπιά καθώς και τη δυνατότητα μελέτης διαφορετικών σεναρίων μετάδοσης.

ABSTRACT

Vehicle-to-vehicle communications (V2V) are one of the most promising upcoming technologies for the coverage of a wide spectrum of services both at comfort level and at the level of road safety. While the study of such kind of communication is a complicated process, more and more methods are developed in order to understand them in depth. Maybe one the greatest approaches is the study of V2V communications through geometry based stochastic channel models. Depending on the propagation parameters and the techniques which are used , more and more such models are developed with a fast pace.

For this purpose and within the framework of this Master Thesis, a model that extends the classic two ring reference model was developed. After a survey into the international bibliography where a large number of such kind of models was found , it was noticed that these were applicable only to a kind of communication links where the transmission distance was fixed and maintained large. Based on this assumption, an extension of this kind of reference model into a model that would take into account the distances between the two mobile terminals , was held. In this context the different statistical properties which , consequently, arise, are studied. The development of the simulation models is used the sum-of-sinusoids method (SoS), which has been widely accepted by academia and industry.

The proposed model, provides to other researchers a convenient framework and guidelines for the study of such kind geometry based stochastic model from a different perspective as well as the potential of studying a variety of propagation scenarios.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....	1
1.1 ΙΣΤΟΡΙΚΗ ΑΝΑΔΡΟΜΗ	2
1.2 ΣΥΝΕΙΣΦΟΡΑ	4
1.3 ΔΟΜΗ ΚΑΙ ΠΕΡΙΛΗΨΗ.....	5
2. ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΑ ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΑ ΜΟΝΤΕΛΑ ΚΑΝΑΛΙΩΝ (GBSCM)	7
2.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....	7
2.2 ΚΑΤΗΓΟΡΙΕΣ GBSCM ΚΑΙ ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ	8
2.3 ΕΝΑ SISO ΜΟΝΤΕΛΟ ΑΝΑΦΟΡΑΣ V2V ΔΥΟ ΔΑΧΤΥΛΙΔΙΩΝ	11
2.4 ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΗΣ ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗΣ -ΚΑΘΟΡΙΣΜΟΣ ΠΑΡΑΜΕΤΡΩΝ 14	
2.4.1 ΚΑΘΟΡΙΣΜΟΣ ΠΛΑΤΟΥΣ ΣΚΕΔΑΣΕΩΣ	14
2.4.2 ΚΑΘΟΡΙΣΜΟΣ ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗΣ ΦΑΣΗΣ	15
2.4.3 ΚΑΘΟΡΙΣΜΟΣ ΚΑΤΑΝΟΜΗΣ ΣΚΕΔΑΣΤΩΝ	15
3. Η ΚΑΤΑΝΟΜΗ DOUBLE RAYLEIGH.....	19
3.1 Η ΚΑΤΑΝΟΜΗ RAYLEIGH	19
3.2 DOUBLE RAYLEIGH – ΜΙΑ ΘΕΩΡΗΤΙΚΗ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ.....	23
3.3 ΑΠΟ ΤΗΝ ΚΑΤΑΝΟΜΗ RAYLEIGH ΣΤΗΝ DOUBLE RAYLEIGH.....	27
3.3.1 ΚΑΘΟΡΙΣΜΟΣ ΠΑΡΑΜΕΤΡΩΝ ΤΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ	27
3.3.2 ΘΕΩΡΗΤΙΚΟΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΕΙΣΩΣΗΣ ΤΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ.....	32
3.4 ΘΕΩΡΗΤΙΚΕΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΕΙΣ ΤΩΝ ΚΑΤΑΝΟΜΩΝ RAYLEIGH ΚΑΙ DOUBLE RAYLEIGH.....	44
4. ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΕΙΣ.....	49
4.1 ΕΝΑ RAYLEIGH ΣΕΝΑΡΙΟ	49
4.2 ΕΝΑ DOUBLE RAYLEIGH ΣΕΝΑΡΙΟ.....	52
4.3 ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΤΟΥ ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ	56
5. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ - ΜΕΛΛΟΝΤΙΚΕΣ ΕΡΕΥΝΗΤΙΚΕΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΕΙΣ	66
5.1 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ	66
5.2 ΜΕΛΛΟΝΤΙΚΕΣ ΕΡΕΥΝΗΤΙΚΕΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΕΙΣ.....	67
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α	69

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β.....	72
ΑΝΑΦΟΡΕΣ.....	77

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η τεράστια άνοδος των ασύρματων επικοινωνιών τα τελευταία χρόνια, έχει επιφέρει μία σειρά από πολυποίκιλες εφαρμογές και έχει συμβάλει στην διεύρυνση και στη δημιουργία πολλά υποσχόμενων και ανερχόμενων τομέων. Μία από αυτές είναι οι επικοινωνίες οχήματος με όχημα η οποία αποσπά τη προσοχή της επιστημονικής κοινότητας τα τελευταία χρόνια ολοένα και περισσότερο [18]. Η επικοινωνία V2V είναι μία κινητή τεχνολογία που σχεδιάστηκε ώστε να επιτρέπει σε οχήματα να μπορούν να «μιλούν» μεταξύ τους, δηλαδή να επικοινωνούν το ένα με το άλλο. Παρακινήθηκε κυρίως από το Έξυπνο Σύστημα Μεταφοράς (Intelligent Transport System - ITS). Σύμφωνα με το Παγκόσμιο Οργανισμό Υγείας, τροχαία ατυχήματα προκαλούν ετησίως περίπου 1.2 εκατομμύρια θανάτους παγκοσμίως. Οι επικοινωνίες V2V υπόσχονται να μειώσουν σημαντικά αυτό το νούμερο [22], να διευκολύνουν την ροή της κυκλοφορίας στους δρόμους, να βελτιώσουν την ορατότητα του οδηγού και φυσικά να παρέχουν μεγαλύτερη άνεση αφού πλέον θα δίνεται η δυνατότητα αποφυγής κυκλοφοριακής συμφόρησης, εύρεση της πιο σύντομης διαδρομής κλπ. [24],[22]. Σημαντική αναμένεται και η συμβολή τους στην αποφυγή περιοχών όπου εκτελούνται έργα ή οι καιρικές συνθήκες που επικρατούν είναι άσχημες. Ο οδηγός σε κάθε περίπτωση θα ενημερώνεται ώστε να ελαττώσει ταχύτητα ή να αποφύγει συγκεκριμένους δρόμους. Η υπάρχουσα έρευνα στο συγκεκριμένο τομέα περιορίζεται για τα συστήματα V2V 1^{ης} γενιάς σε λίγες λειτουργίες, κυρίως σε επισημάνσεις ασφάλειας για τον οδηγό. Ωστόσο, η εξέλιξη που γίνεται είναι ραγδαία. Τα 2^{ης} γενιάς συστήματα V2V θα είναι ικανά να αναλαμβάνουν τον έλεγχο του οχήματος σε περίπτωση άμεσου κινδύνου και να παρέχουν την πιο σωστή ενέργεια τη κατάλληλη στιγμή. Τα συστήματα αυτά πρόκειται να συγχωνευθούν απόλυτα με την τεχνολογία αυτόματης οδήγησης σχηματίζοντας ένα ασύρματο δίκτυο στο δρόμο. Το δίκτυο αυτό συχνά αναφέρεται ως Vehicular ad hoc δίκτυο (Vehicular Ad Hoc Network - VANET). Το ολοκληρωμένο αυτό δίκτυο θα χρησιμοποιεί μία περιοχή της μπάντας συχνοτήτων των 5.9 GHz στην Αμερική και της μπάντας των 5.7 GHz στην Ευρώπη και υπόσχεται να παρέχει στους οδηγούς ένα ολοκληρωμένο σύνολο υπηρεσιών και εφαρμογών στους δρόμους. Η τεχνολογία που χρησιμοποιείται ανήκει στην κατηγορία των Επικοινωνιών Μικρής Εμβέλειας (Short Range Communications - SRC) και μάλιστα καλείται κάποιες φορές WiFi δίκτυο εξαιτίας της συχνότητας των 5.9 GHz που χρησιμοποιείται από το WIFI, ωστόσο είναι πιο ακριβής η φράση «σαν WiFi» δίκτυο. Σε κάθε περίπτωση η τεχνολογία αυτή θα αποτελέσει ένα πλέγμα δικτύου με μελλοντικό όραμα να μπορέσει να γενικευθεί σε μία επικοινωνία οχήματος με οτιδήποτε (Vehicle to anything – V2X).

Η παραμετροποίηση και η ανάπτυξη, ωστόσο, ενός μοντέλου που να περιγράφει την κίνηση, τη δομή του χώρου και την επικοινωνία μεταξύ οχημάτων, είναι κάτι παραπάνω από περίπλοκη. Τα διαφορετικά περιβάλλοντα που εμφανίζονται (αστικό, αγροτικό, προαστιακό αυτοκινητόδρομος) καθιστούν το σχεδιασμό ενός γενικευμένου μοντέλου μία τεράστια πρόκληση. Διαφορετικά περιβάλλοντα συνεπάγονται διαφορετικούς μηχανισμούς διάδοσης και κατά συνέπεια διαφορετικούς σχεδιασμούς μοντέλων. Επιπλέον, ο μεγάλος αριθμός οχημάτων με ικανότητα επικοινωνίας καθιστά δύσκολη τη διαχείριση και την αντιμετώπιση παρεμβολών, οι οποίες προστίθενται και δυσκολεύουν ακόμα περισσότερο την μοντελοποίηση μιας ολοκληρωμένης δομής για V2V επικοινωνία. Καθένα από τα μοντέλα που σχεδιάζονται, είναι σημαντικό να είναι σχεδιασμένα έτσι ώστε να είναι κατάλληλα για επικοινωνία πραγματικού χρόνου (Real-Time Communication). Ο διάυλος επικοινωνίας για οχήματα σε κίνηση από την άλλη, μπορεί να αλλάξει ραγδαία. Ο χαρακτηρισμός του διαύλου διάδοσης είναι από μόνος του μία ερευνητική περιοχή στο τομέα των Ασύρματων Επικοινωνιών, ειδικά όταν αφορά επικοινωνίες V2V, αποτελεί μία μεγάλη πρόκληση. Σε μία επικοινωνία πραγματικού χρόνου, η μοντελοποίηση ενός διαύλου διάδοσης που αντιστοιχεί σε ένα σενάριο μετάδοσης μπορεί να θεωρηθεί ξεπερασμένος (outdated) από τη μία στιγμή στην άλλη λόγω της ραγδαίας μεταβολής του καναλιού. Για το λόγο αυτό, πραγματοποιούνται μετρήσεις διαύλων V2V για την καλύτερη κατανόηση της συμπεριφοράς τους στα διάφορα περιβάλλοντα διάδοσης, διαδικασία που είναι χρονοβόρα και απαιτητική.

Η δυσκολία κατανόησης του φυσικού στρώματος στις V2V επικοινωνίες, αντανακλά και στα ανώτερα στρώματα του δικτύου. Το να επιτευχθεί επικοινωνία και συγχρονισμός σε συστήματα που περιλαμβάνουν κίνηση, συχνά με μεγάλες ταχύτητες, απαιτεί κατάλληλα πρωτόκολλα, πολύ μικρές καθυστερήσεις στην μεταξύ τους επικοινωνία και σωστούς αλγόριθμους δρομολόγησης. Για την υποστήριξη λοιπόν των υπηρεσιών που παρέχουν οι V2V επικοινωνίες τόσο για λόγους ασφάλειας στο δρόμο όσο και για άλλους λόγους με την επιθυμητή ποιότητα υπηρεσίας (QoS), τα οχήματα στο δίκτυο ad hoc είναι απαραίτητο όχι μόνο να ακολουθούν συγκεκριμένα πρωτόκολλα, αλλά επίσης να συνεργάζονται μεταξύ τους. Κατά συνέπεια, διαφορετικά επίπεδα πρωτοκόλλων είναι αναγκαίο να ανταλλάσσουν πληροφορία και να αλληλοεπιδρούν. Ταυτόχρονα, η παροχή ασφάλειας σε πρωτόκολλα πραγματικού χρόνου και η παροχή κλειδιών κρυπτογράφησης [23] για έναν αριθμό οχημάτων πλέον του ενός δισεκατομμυρίου, είναι κάτι παραπάνω από δύσκολη.

1.1 ΙΣΤΟΡΙΚΗ ΑΝΑΔΡΟΜΗ

Το ενδιαφέρον για το τομέα των επικοινωνιών V2V είναι μεγάλο. Ήδη τα ερευνητικά έργα πάνω στο συγκεκριμένο επιστημονικό τομέα είναι πολυάριθμα σε όλη την Ευρώπη. Οι πρώτες μελέτες φυσικά χρονολογούνται αρκετά χρόνια πριν, περίπου το 1980 στην Ιαπωνία. Από τότε αρκετά Κυβερνητικά Ιδρύματα ανά το κόσμο οδήγησαν σε διαφορετικά ερευνητικά έργα, συμπεριλαμβάνοντας μεγάλο αριθμό επιστημόνων. Οι Ιάπωνες έκαναν πρώτοι μεγάλες επενδύσεις στην ανάπτυξη συστημάτων πληροφοριών οδήγησης. Στο γιαπωνέζικο ερευνητικό

έργο Αυτοματοποιημένου Συστήματος Αυτοκινητόδρομου (Automated Highway System - AHS), ο στόχος ήταν να σχεδιαστεί ένα τέτοιο αυτοματοποιημένο σύστημα για αυτόνομη οδήγηση: ο έλεγχος του οχήματος να πραγματοποιείται από υπολογιστή πάνω στο όχημα. Αντίστοιχα με την Ιαπωνία, η Αμερικάνικη κυβέρνηση υλοποίησε επίσης την Διεθνή Αυτοματοποιημένη Κοινοπραξία Συστήματος Αυτοκινητόδρομου (National Automated Highway System Consortium - NAHSC) το 1995. Στην Ευρώπη από την άλλη, ξεκίνησε το 1986 το Ευρωπαϊκό Πρόγραμμα Κυκλοφορίας Ύψιστης Απόδοσης και Πρωτοφανούς Ασφάλειας (PROgram European Traffic with Highest Efficiency and Unprecedented Safety - PROMETHEUS) το οποίο συμπεριλάμβανε πάνω από 13 κατασκευαστές οχημάτων και πολλά πανεπιστήμια από 19 Ευρωπαϊκές χώρες. Τα αποτελέσματα αυτά φυσικά στην αρχή ήταν μία λεπτομερής ανάλυση του προβλήματος ασφάλειας στο δρόμο, των συνθηκών που επικρατούσαν και πιθανών επιπτώσεων εφαρμογής της συγκεκριμένης τεχνολογίας. Παρόλο που στα πλαίσια του AHS είχε αρχίσει η έρευνα στο τομέα αυτό, ουσιαστική μελέτη ξεκίνησε το 2003 υπό την Vehicle Infrastructure Integration (VII). Στο 10^ο παγκόσμιο συνέδριο ITS στη Μαδρίτη, το Νοέμβριο του 2003, το Υπουργείο Μεταφορών της Αμερικής (Department Of Transportation – DOT) ανακοίνωσε την έναρξη της πρωτοβουλίας της VII. Έτσι ανατέθηκε φάσμα 75 MHz της μπάντας των 5.9 GHz για ερευνητικούς λόγους για βελτίωση της ασφάλειας μεταφορών και την βελτίωση της άνεσης και της ποιότητας των μεταφορών. Στη πάροδο μόλις λίγων χρόνων πραγματοποιήθηκε ένας μεγάλος αριθμός από ερευνητικά έργα με στόχο την πρώτη επικοινωνία μεταξύ οχημάτων.

Ενδεικτικά αναφέρονται [24]

- Το Γερμανικό έργο FleeNet (Internet στο δρόμο) το 2000
- Το Ευρωπαϊκό IST έργο CarTalk2000 μεταξύ 2001 και 2004
- Το Γερμανικό έργο NOW μεταξύ 2004 και 2008 το οποίο λαμβάνει και υπόψιν την ασύρματη τεχνολογία IEEE 802.11
- Το ολοκληρωμένο Ευρωπαϊκό έργο PReVENT το 2004
- Η κοινοπραξία Car2Car το 2005 ανάμεσα σε 6 Ευρωπαϊκούς κατασκευαστές οχημάτων και πολλούς ερευνητές και παρόχους ανά την Ευρώπη.
- Το Γαλλικό έργο MobiVip το 2005
- Το έργο GST το 2005

Όλη η παραπάνω ερευνητική μελέτη στη συγκεκριμένη περιοχή καθώς και πολλές άλλες μελέτες και ερευνητικά έργα μέχρι σήμερα, συντέλεσαν στην κατανόηση των V2V επικοινωνιών σε ικανοποιητικό βαθμό καθώς και στην αναπαράσταση τους με μοντέλα τα οποία, όπως θα αναλυθεί και στη συνέχεια, προσεγγίζουν αρκετά καλά την γεωμετρία του χώρου. Σήμερα, ο αριθμός των έργων και κυρίως των ερευνητικών δημοσιεύσεων που γίνονται γύρω από την περιοχή των V2V, είναι τεράστιος και ολοένα και περισσότερα V2V μοντέλα είναι διαθέσιμα στη βιβλιογραφία.

1.2 ΣΥΝΕΙΣΦΟΡΑ

Από τις πρώτες κιόλας μελέτες στις V2V επικοινωνίες, υπήρξε μία τάση προσπάθειας για κατανόηση και μοντελοποίηση του διαύλου επικοινωνίας. Όπως είναι λογικό, η παραμετροποίηση και η περιγραφή ενός χώρου με ένα μοντέλο που να περιγράφει τόσο τη διαδικασία της μετάδοσης όσο και αυτή της γεωμετρίας του χώρου, δεν είναι εύκολη υπόθεση. Ανάλογα το σενάριο και το περιβάλλον διάδοσης που μελετά κάθε ερευνητής, γίνονται και οι απαραίτητες παραδοχές και απλοποιήσεις σε μία προσπάθεια απλούστευσης του μοντέλου. Συνήθως, περισσότερες παράμετροι στο μοντέλο συνεπάγονται και πιο ρεαλιστικό σενάριο χωρίς, ωστόσο, αυτό να αποτελεί κανόνα. Από την άλλη, περισσότερες παράμετροι σε ένα μοντέλο, σημαίνει αυτόματα και πιο σύνθετη απαιτούμενη μελέτη.

Σήμερα, ο πιο συνήθης ίσως τρόπος με τον οποίο περιγράφονται μοντέλα που προσομοιώνουν και αναπαριστούν ένα σενάριο διάδοσης μιας V2V επικοινωνίας με δεδομένη γεωμετρία χώρου, είναι τα λεγόμενα Γεωμετρικά Στοχαστικά Μοντέλα Καναλιών (Geometry Based Stochastic Channel Models - GBSCM) [19],[20],[21]. Τα τελευταία χρόνια, και κυρίως με την ραγδαία άνοδο των συστημάτων πολλαπλών εισόδων-πολλαπλών εξόδων (Multiple Input – Multiple output - MIMO), ολοένα και περισσότερα γεωμετρικά στοχαστικά μοντέλα εμφανίζονται σε δημοσιεύσεις, τραβώντας την προσοχή της επιστημονικής κοινότητας αφού η διεθνής έρευνα γύρω από το τομέα είναι αρκετά εκτενής. Έτσι, δίνεται πλέον η δυνατότητα μοντελοποίησης συγκεκριμένου περιβάλλοντος διάδοσης, με αυστηρή γεωμετρία και ειδικά χαρακτηριστικά. Πλέον, υπάρχουν στην διεθνή βιβλιογραφία εκτενείς αναφορές σε γεωμετρικά στοχαστικά μοντέλα που κάθε ένα λαμβάνει υπόψιν του και διαφορετικά χαρακτηριστικά ανάλογα με τον αριθμό κεραιών, το περιβάλλον διάδοσης και τη φυσική γεωμετρία του χώρου. Γενικά, η πλειοψηφία τέτοιων γεωμετρικών μοντέλων θεωρεί δύο κινητά τοποθετημένα σε μεγάλη απόσταση μεταξύ τους, όπου το ένα προσπαθεί να μεταδώσει στο άλλο. Η απόσταση αυτή, όπως θα δειχθεί, παίζει ουσιαστικό ρόλο στην κατανομή των πλατών του λαμβανόμενου κύματος όπως και σε άλλες παραμέτρους. Καθώς τα δύο κινητά πλησιάζουν μεταξύ τους σε σχετικά κοντινή απόσταση, προσεγγίσεις και παραδοχές που θεωρούνται δεδομένες σε μεγάλες αποστάσεις, παύουν πλέον να ισχύουν. Κατά συνέπεια, η λαμβανόμενη κατανομή από τα πλάτη του κύματος στο δέκτη, δεν παραμένει πάντα ίδια. Καθώς οι αποστάσεις μεταβάλλονται, μεταβάλλεται και η λαμβανόμενη κατανομή του πλάτους του κύματος. Τα πλάτη αυτά εξαρτώνται άμεσα από τη φυσική γεωμετρία του χώρου. Συνεπώς, η συνεισφορά της παρούσας διπλωματικής μπορεί να συνοψιστεί ως ακολούθως:

- Ορίζεται για πρώτη φορά το RCS στη περίπτωση διπλής αναπήδησης του σήματος μέσω δύο σκεδαστών.
- Ορίζονται τα πλάτη της συνεισφοράς των σκεδαστών του γεωμετρικού χώρου σε μία γενική περίπτωση. Τα πλάτη αυτά αποδεικνύεται ότι είναι μία συνάρτηση αποστάσεων καθώς και του Radar Cross Section (RCS) των σκεδαστών

- Παρουσιάζεται η κατανομή Double Rayleigh και δίνεται βήμα-βήμα μία κλειστή μορφή της Συνάρτησης Πυκνότητας Πιθανότητας (Probability Density Function - PDF) της κατανομής για την από κοινού κατανομή πλάτους και φάσης.
- Παρουσιάζονται και αποδεικνύονται οι προσεγγίσεις που γίνονται όταν τα δύο κινητά βρίσκονται σε μεγάλη απόσταση και το κύμα υπάγεται σε διπλή αναπήδηση (Double Bounce - DB) καθώς και το πότε αυτές παύουν να ισχύουν. Λαμβάνονται οι κατανομές των πλατών στο δέκτη για κάθε περίπτωση.
- Δίνεται για πρώτη φορά ένα γεωμετρικό στοχαστικό μοντέλο, με την εξίσωση που το περιγράφει, το οποίο λαμβάνει υπόψιν τα πλάτη της συνεισφοράς των σκεδαστών συναρτήσει αποστάσεων. Το μοντέλο προσομοιώνεται για ένα σενάριο μετάβασης από μακρινή απόσταση σε κοντινή απόσταση μεταξύ των δύο κινητών.

1.3 ΔΟΜΗ ΚΑΙ ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Μετά την εισαγωγή που δόθηκε σε αυτό το κεφάλαιο, παρουσιάζεται παρακάτω το κυρίως μέρος και τα υπόλοιπα κεφάλαια της παρούσας διπλωματικής. Στο δεύτερο κεφάλαιο, παρουσιάζονται τα γεωμετρικά στοχαστικά μοντέλα. Αρχικά γίνεται μία εισαγωγή και ανάλυση πάνω σε αυτά. Στη συνέχεια αναφέρονται κατηγορίες τέτοιων μοντέλων καθώς επίσης παρουσιάζεται και ένα μοντέλο αναφοράς. Το κεφάλαιο ολοκληρώνει αναλύοντας τις παραμέτρους εκείνες που θα χρησιμοποιηθούν για τις προσομοιώσεις σεναρίων γεωμετρικών στοχαστικών μοντέλων, το ρόλο που έχει κάθε μία στη περιγραφή της γενικής εξίσωσης του μοντέλου καθώς και τη φυσική σημασία στη γεωμετρία που περιγράφεται.

Στο τρίτο κεφάλαιο, παρουσιάζεται και αναλύεται η κατανομή Double Rayleigh. Ξεκινώντας από την αναλυτική θεωρητική μελέτη της κατανομής Rayleigh, και θέτοντας τις απαραίτητες βάσεις για τη μελέτη της κατανομής, θα δειχθεί πως προκύπτει πραγματικά και ποια η φυσική της σημασία. Με βάση αυτά, το κεφάλαιο παρουσιάζει την κατανομή Double Rayleigh. Πραγματοποιείται θεωρητική μελέτη της κατανομής αυτής, επεξηγείται πως προκύπτει και αποδεικνύεται η από κοινού συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας πλάτους και φάσης. Στη συνέχεια, παρουσιάζεται η θεωρητική εξίσωση του γεωμετρικού μοντέλου για μία V2V μετάδοση ενός σεναρίου πομπού - δέκτη και παρουσιάζεται ο τρόπος μετάβασης μεταξύ Rayleigh και Double Rayleigh για τη κατανομή των πλατών του λαμβανόμενου σήματος, λαμβάνοντας υπόψιν και τις κατάλληλες παραδοχές. Οι αντίστοιχες θεωρητικές κατανομές προσομοιώνονται και αναλύονται για διαφορετικές τιμές παραμέτρων.

Στο τέταρτο κεφάλαιο, παρουσιάζονται οι προσομοιώσεις που πραγματοποιούνται για τα διάφορα σενάρια. Ξεκινώντας από ένα απλό σενάριο μιας V2V μετάδοσης, προσομοιώνεται ένας

πομπός ο οποίος εκπέμπει σε ένα δέκτη που περιβάλλεται από έναν μεγάλο αριθμό σκεδαστών. Στη συνέχεια, το σενάριο αλλάζει και τόσο ο πομπός όσο και ο δέκτης περιβάλλονται από σκεδαστές οπότε προσομοιώνεται το αντίστοιχο σενάριο. Τέλος, προσομοιώνεται το προτεινόμενο μοντέλο το οποίο λαμβάνει υπόψιν τα πλάτη της συνεισφοράς των σκεδαστών στο λαμβανόμενο κύμα συναρτήσει των αποστάσεων από το δύο κινητά. Παρατηρείται μετάβαση και σταδιακή αλλαγή της κατανομής των πλατών καθώς τα δύο κινητά πλησιάζουν πλέον το ένα το άλλο. Σε κάθε περίπτωση τα αποτελέσματα σχολιάζονται αναλυτικά για έναν αριθμό σεναρίων.

Στο πέμπτο και τελευταίο κεφάλαιο, παρουσιάζονται τα πιο σημαντικά συμπεράσματα της διπλωματικής καθώς επίσης και κάποια επιστημονικά θέματα που ανοίγονται και προκύπτουν για περαιτέρω μελέτη. Παρέχεται επίσης το παράρτημα με τις θεωρητικές μαθηματικές αποδείξεις που χρησιμοποιήθηκαν στη παρούσα διπλωματική .

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΑ ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΑ ΜΟΝΤΕΛΑ ΚΑΝΑΛΙΩΝ (GBSCM)

Σε αυτό το κεφάλαιο, δίνεται το θεωρητικό υπόβαθρο πάνω στα γεωμετρικά στοχαστικά μοντέλα. Αναλύονται οι βασικές κατηγορίες τους και παρουσιάζεται ένα κλασσικό γεωμετρικό μοντέλο που χρησιμοποιείται ως μοντέλο αναφοράς. Οι παράμετροι αυτού του μοντέλου εξετάζονται και προκύπτουν οι αντίστοιχες παράμετροι που προτείνονται σε αυτή τη διπλωματική και χρησιμοποιούνται στο προτεινόμενο μοντέλο που χρησιμοποιείται και προσομοιώνεται στα επόμενα κεφάλαια.

2.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Κάθε μοντέλο καναλιού περιγράφει το τρόπο που πραγματοποιείται μία διαδικασία ραδιοδιάδοσης. Σε μία επικοινωνία V2V, τα μοντέλα καναλιών προσπαθούν να αναπαριστήσουν με όσο γίνεται πιο ρεαλιστικό τρόπο την επικοινωνία μεταξύ δύο κινητών λαμβάνοντας υπόψιν όσες περισσότερες παραμέτρους είναι δυνατό. Γενικά, κάθε μοντέλο καναλιού που βασίζεται στη αναλυτική φυσική γεωμετρία του χώρου και περιλαμβάνει ένα σύνολο από σκεδαστές τυχαία κατανομημένους, δηλαδή αντικείμενα όπως δέντρα, πινακίδες, στάσιμα οχήματα κλπ. στα οποία προσπίπτουν κύματα πάνω τους και τα σκεδάζουν στο χώρο, μπορεί να ονομάζεται γεωμετρικό στοχαστικό μοντέλο καναλιού. Ο ραδιοδιάυλος λαμβάνεται σε κάθε περίπτωση ως ένα άθροισμα της συνεισφοράς των σκεδαζόμενων κυμάτων, ενώ σε όλη την έκταση της παρούσας διπλωματικής, απευθείας σήμα οπτικής επαφής (line of sight - LOS), δεν υπάρχει. Κατά συνέπεια, το λαμβανόμενο ραδιοκύμα είναι ένα άθροισμα κυμάτων από διαφορετικές κατευθύνσεις, με διαφορετικά πλάτη και φάσεις.

Η αναπαράσταση με την προσέγγιση ενός γεωμετρικού στοχαστικού μοντέλου είναι ίσως η πιο δημοφιλής και η πιο σημαντική, εξαιτίας της ευελιξίας της: είναι δυνατή η απλούστερη προσομοίωση μιας V2V ραδιοδιάδοσης, οπότε και ενδείκνυται για θεωρητική μελέτη ή δίνεται η δυνατότητα για προσομοίωση ενός σχεδόν πλήρους ρεαλιστικού σεναρίου με μεγάλο αριθμό παραμέτρων. Ανεξάρτητα φυσικά από το σκοπό, ένα γεωμετρικό στοχαστικό μοντέλο που αναπαριστά γεωμετρικά τα δύο κινητά και τους σκεδαστές στο περιβάλλον, ενδείκνυται πλήρως για μία προσομοίωση κάθε είδους τέτοιων σεναρίων. Γενικά, θεωρείται τυχαία διάταξη των σκεδαστών σε ένα χώρο, που καλείται χώρος σκεδάσεων (scattering region). Οι σκεδαστές τοποθετούνται έτσι ώστε η διάταξή τους να ακολουθεί κάποια κατανομή. Με βάση τη τοποθεσία του κάθε σκεδαστή καθορίζονται όπως θα δειχθεί και παρακάτω και παράμετροι όπως η γωνία αναχώρησης και η γωνία αφίξεως. Τέτοια χαρακτηριστικά είναι μεγάλης σημασίας καθώς είναι απαραίτητα για την εξαγωγή στατιστικών χαρακτηριστικών του μοντέλου, όπως η συνάρτηση

κατανομής των πλατών που μας επιτρέπει πλήρη χαρακτηρισμό της συμπεριφοράς του λαμβανόμενου κύματος.

Είναι σημαντικό λοιπόν, να κατανοηθεί η σημασία που έχουν τα γεωμετρικά στοχαστικά μοντέλα στην έκβαση αποτελεσμάτων και στη μελέτη των V2V επικοινωνιών γενικότερα, καθώς παρέχουν ένα λογικό αρχικό σημείο για την περιγραφή μιας τυχαίας κατανομής αντικειμένων – σκεδαστών σε πληθώρα περιβάλλοντα διάδοσης. Συνδυάζοντας τα γεωμετρικά μοντέλα με τις εξισώσεις επίπεδων κυμάτων διάδοσης, δίνεται η δυνατότητα εξαγωγής μοντέλων αναφοράς για ραδιοδιάυλο συγκεκριμένων χαρακτηριστικών σε κλειστή μορφή.

2.2 ΚΑΤΗΓΟΡΙΕΣ GBSCM ΚΑΙ ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ

Αν παρατηρηθούν τα αρχικά του GBSCM, θα παρατηρηθεί ότι γίνεται αναφορά σε «γεωμετρία» και «στοχαστικότητα». Πράγματι, τα γεωμετρικά στοχαστικά μοντέλα ταξινομούνται κατά βάση ανάλογα με τη γεωμετρία τους και ανάλογα με την τυχαία ή μη συμπεριφορά τους. Πρόσφατα, ένα SISO μη γεωμετρικό μοντέλο προτάθηκε από τους Sen και Matolak [29]. Αυτό λάμβανε υπόψιν τη μη στατικότητα του καναλιού μοντελοποιώντας τις πολυδιαδρομικές συνιστώσες με αλυσίδες Markov. Αυτό το μη γεωμετρικό στοχαστικό μοντέλο που αναπτύχθηκε μπορεί να αιχμαλωτίσει την επίδραση μιας ξαφνικής εξαφάνισης ισχυρών συνιστωσών, που τυπικά προκαλούνται από γρήγορες σκιάσεις ή παρεμποδίσεις από άλλα οχήματα ή άλλα αντικείμενα.

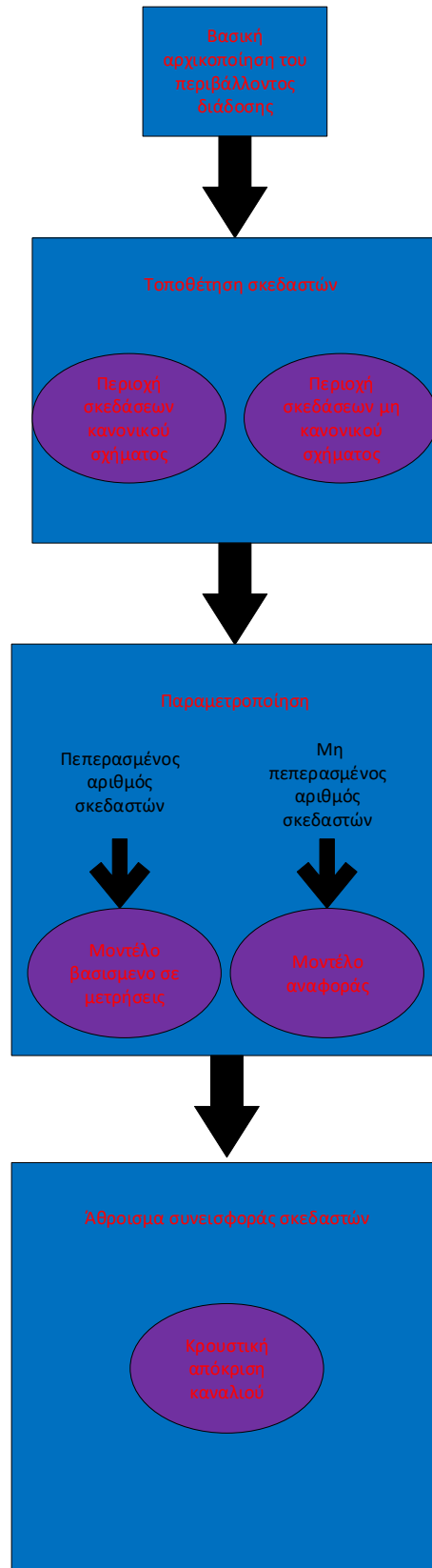
Η προσέγγιση με στοχαστική γεωμετρική μοντελοποίηση ανήκει στην λεγόμενη κατηγορία «μοντελοποίηση σκεδάσεων», η οποία επίσης περιλαμβάνει την ντετερμινιστική μοντελοποίηση γεωμετρίας. Συγκρινόμενη με την αντίστοιχη ντετερμινιστική, η οποία απαιτεί λεπτομερή περιγραφή του πραγματικού περιβάλλοντος διάδοσης, η στοχαστική μοντελοποίηση είναι πιο απλή και κατ' επέκταση πιο ευρέως διαδεδομένη. Φυσικά, όπως είναι λογικό, στη πλειοψηφία των περιπτώσεων, η πραγματική κατάσταση του περιβάλλοντος διάδοσης, θα είναι άγνωστη και τυχαία. Κατά συνέπεια, η στοχαστική μοντελοποίηση τυχάνει να είναι και πιο πρακτική και εφαρμόσιμη σε πραγματικά σενάρια και στο εξής θα γίνεται αναφορά μόνο σε αυτή. Η γενική διαδικασία που ακολουθείται συνήθως στη μοντελοποίηση γεωμετρικών στοχαστικών μοντέλων, συνοπολογίζοντας τις υποκατηγορίες τους, συνοψίζεται ως ακολούθως:

1. Βασική αρχικοποίηση του περιβάλλοντος διάδοσης: εδώ περιλαμβάνεται η τοποθέτηση και/η κατευθύνσεις κίνησης του TX/RX, καθώς επίσης και η ταξινόμηση των ενεργών σκεδαστών σε κινούμενους σκεδαστές και στατικούς σκεδαστές.
2. Τοποθέτηση σκεδαστών: η τοποθέτηση σκεδαστών γίνεται σε μία προκαθορισμένη περιοχή, την προαναφερόμενη περιοχή σκεδάσεων βασισμένη σε μία συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας. Η προσέγγιση μπορεί να κατηγοριοποιηθεί σε δύο βασικές και μεγάλες κατηγορίες, που αποτελούν και την βάση ταξινόμησης των γεωμετρικών μοντέλων δηλαδή σαν κανονικού– ή μη κανονικού– σχήματος γεωμετρικά μοντέλα (regular/irregular shaped geometry based stochastic channel model – RS-GBSCM/ IS-

GBSCM) ανάλογα με την κατανομή σκεδαστών στην περιοχή σκεδάσεων. Γενικά, κανονικού σχήματος σημαίνει μονό ή διπλό δαχτυλίδι, σχήματος έλλειψης, κύκλου κοκ ενώ μη κανονικού σχήματος συνεπάγεται τυχαία κατανομή σκεδαστών ακανόνιστου σχήματος.

3. Παραμετροποίηση: στο βήμα αυτό, υπάρχουν δύο τρόποι για να παραμετροποιηθούν σκεδαστές. Ο πρώτος υποθέτει ένα πεπερασμένο αριθμό σκεδαστών και εκχωρεί ιδιότητες εξασθένησης (fading) στον καθένα βασισμένος σε πραγματικές μετρήσεις δεδομένων. Ο δεύτερος υποθέτει έναν μη πεπερασμένο αριθμό σκεδαστών και κατά συνέπεια τα χαρακτηριστικά του καναλιού καθορίζονται μόνο από την συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας, χωρίς να εκχωρούνται ιδιότητες εξασθένησης στο καθένα. Στη περίπτωση αυτή, το μοντέλο καναλιού που εξάγεται δε μπορεί να υλοποιηθεί πρακτικά λόγω μη πεπερασμένου αριθμού σκεδαστών και αναφέρεται ως μοντέλο αναφοράς (reference model). Τέτοιου είδους μοντέλα είναι πολύ χρήσιμα για θεωρητική ανάλυση των χαρακτηριστικών του καναλιού.
4. Πρόσθεση της συνεισφοράς όλων των σκεδαστών: το βήμα αυτό περιλαμβάνει την άθροιση όλων των συνεισφερόμενων σκεδάσεων στη πλευρά του δέκτη ώστε να ληφθεί η κρουστική απόκριση του καναλιού. Σημειώνεται ότι αφού το μοντέλο αναφοράς έχει μη πεπερασμένο αριθμό σκεδαστών, το αντίστοιχο προσομοιωμένο μοντέλο με ένα πεπερασμένο αριθμό σκεδαστών και κατά συνέπεια πραγματοποιήσιμο στη πράξη, πρέπει να εξάγεται πρώτο σε αυτό το βήμα, υπό την έννοια ότι από αυτό μεταβαίνουμε στο αντίστοιχο μοντέλο αναφοράς.

Γενικά, τα κανονικού σχήματος γεωμετρικά στοχαστικά μοντέλα χρησιμοποιούνται για θεωρητική ανάλυση των στατιστικών ιδιοτήτων του καναλιού και για θεωρητικό σχεδιασμό και σύγκριση συστημάτων επικοινωνίας [10]. Κατά συνέπεια, για να διατηρηθεί μαθηματική ευπείθεια, θεωρούν ότι όλοι οι ενεργοί σκεδαστές είναι τοποθετημένοι σε κανονικό σχήμα. Αντίθετα, τα μη κανονικού σχήματος γεωμετρικά στοχαστικά μοντέλα στοχεύουν στο να αναπαραστήσουν τη φυσική πραγματικότητα και οπότε χρειάζεται να τροποποιούν τη τοποθεσία και τις ιδιότητες των ενεργών σκεδαστών ενός κανονικού σχήματος γεωμετρικού στοχαστικού μοντέλου. Τα μη κανονικού σχήματος γεωμετρικά στοχαστικά μοντέλα τοποθετούν τους ενεργούς σκεδαστές με συγκεκριμένες ιδιότητες σε τυχαίες τοποθεσίες με συγκεκριμένες στατιστικές κατανομές. Οι συνεισφορές των σημάτων των ενεργών σκεδαστών είναι καθορισμένες από ένα εξαιρετικά απλοποιημένο μοντέλο ανίχνευσης ακτινών (ray tracing) και το τελικό σήμα αθροίζεται προκειμένου να εξαχθεί η μιγαδική κρουστική απόκριση. Στο εξής θα μελετηθούν μόνο κανονικού σχήματος γεωμετρικά στοχαστικά μοντέλα. Όπως περιγράφεται και παραπάνω, τα γεωμετρικά στοχαστικά μοντέλα θεωρούν δύο κατηγορίες. Και οι δύο κατηγορίες μπορούν εύκολα να αναπαρασταθούν αλλά μόνο αυτά με περιορισμένο αριθμό είναι υλοποιήσιμα. Από ένα μοντέλο αναφοράς θα μπορούσε κάποιος να εξάγει ένα αντίστοιχο προσομοιωμένο μοντέλο πεπερασμένης πολυπλοκότητας. Αυτό είναι δυνατό να υλοποιηθεί στη πράξη και καθίσταται απαραίτητο για αξιολόγηση στην επίδοση των ασύρματων V2V συστημάτων επικοινωνίας.



Σχήμα 1. Μία γενική διαδικασία μοντελοποίησης ενός GBSCM [10]

Πριν γίνει εισαγωγή σε ένα μοντέλο αναφοράς που θα παρουσιαστεί στη συνέχεια, αξίζει να αναφερθεί ότι γενικά τα γεωμετρικά στοχαστικά ντετερμινιστικά μοντέλα, τα μη γεωμετρικά στοχαστικά μοντέλα και τα γεωμετρικά στοχαστικά μοντέλα μη κανονικού σχήματος μπορούν να κατηγοριοποιηθούν σαν τα άλλα είδη μοντέλων προσομοίωσης, εφόσον έχουν πεπερασμένη πολυπλοκότητα: ο αριθμός των σκεδαστών είναι πεπερασμένος και οπότε μπορούν να υλοποιηθούν απευθείας στην πράξη. Υπό αυτή την έννοια, το μοντέλο αναφοράς είναι απευθείας το πραγματικό μοντέλο που μετρήθηκε. Είναι σημαντικό να παρατηρηθεί ότι είτε από το μοντέλο που βασίζεται σε μετρήσεις είτε από ένα μοντέλο αναφοράς, εξάγεται σε κάθε περίπτωση η κρουστική απόκριση του καναλιού (Σχήμα 1) [10],[16].

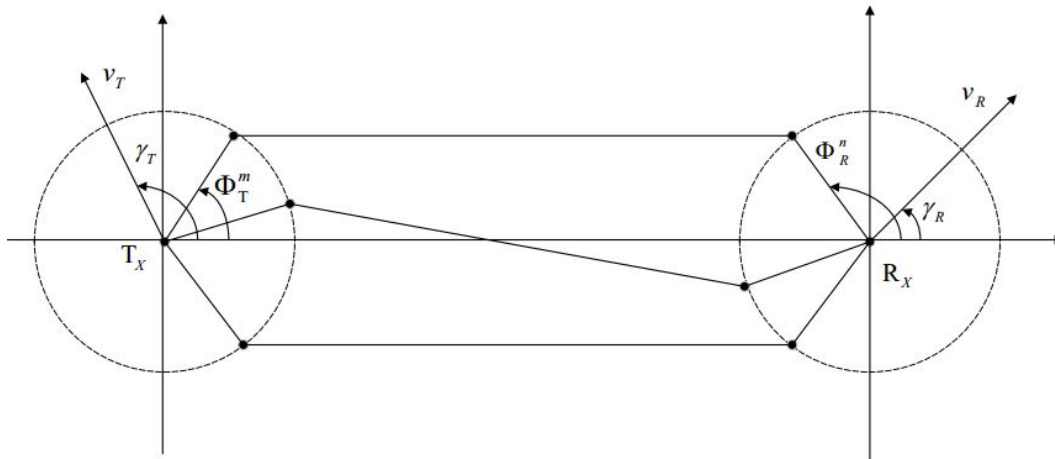
2.3 ΕΝΑ SISO ΜΟΝΤΕΛΟ ΑΝΑΦΟΡΑΣ V2V ΔΥΟ ΔΑΧΤΥΛΙΔΙΩΝ

Η παρακάτω εικόνα του Σχήματος 2.2 απεικονίζει τη γεωμετρία ενός γεωμετρικού στοχαστικού μοντέλου V2V κανονικού σχήματος. Υπάρχουν δύο δαχτυλίδια τοπικών ενεργών σκεδαστών: ένα γύρω από τον T_X και ένα γύρω από τον R_X , τα οποία ορίζουν μία περιοχή σκεδάσεων. Σε κάθε περίπτωση τα δαχτυλίδια σκεδαστών θεωρούνται σταθερά με σταθερούς σκεδαστές. Με βάση αυτό το μοντέλο και λαμβάνοντας υπόψιν τις κατευθύνσεις κίνησης του T_X και του R_X , μπορεί να εκφραστεί η μιγαδική περιβάλλουσα του μοντέλου αναφοράς υπό γενική θεώρηση στενής ζώνης μη-ισοτροπικής σκέδασης Rayleigh ως

$$h(t) = \lim_{NSC, MSC \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{NSCMSC}} \sum_{n=1}^{NSC} \sum_{m=1}^{MSC} e^{j\psi_{nm}} e^{j[2\pi f_{T_{\max}} t \cos(\Phi_T^m - \gamma_T) + 2\pi f_{R_{\max}} t \cos(\Phi_R^n - \gamma_R)]} \quad (2.1)$$

όπου $j = \sqrt{-1}$, NSC, MSC είναι ο αριθμός των ενεργών σκεδαστών του δέκτη R_X και του πομπού T_X , αντίστοιχα και $f_{T_{\max}} = v_T / \lambda_c$ και $f_{R_{\max}} = v_R / \lambda_c$ είναι οι μέγιστες συχνότητες Doppler που προκαλούνται εξαιτίας της κίνησης του πομπού και του δέκτη, και v_T , v_R , λ_c η ταχύτητα κίνησης του T_X , η ταχύτητα κίνησης του R_X και το μήκος κύματος της κεντρικής συχνότητας f_c , αντίστοιχα. Όπως φαίνεται και από το σχήμα, τόσο ο πομπός όσο και ο δέκτης διαγράφουν κίνηση προς κατευθύνσεις που καθορίζονται από τις παραμέτρους γωνιών κίνησης γ_T και γ_R , αντίστοιχα. Οι τυχαίες γωνίες με τις οποίες προσπίπτει το κύμα πάνω στον m σκεδαστή (Angle of Departure - AoD) αλλά και οι τυχαίες γωνίες όπου καταφθάνει το κύμα στον δέκτη από τον n σκεδαστή (Angle of Arrival - AoA) καθορίζονται από τις παραμέτρους Φ_T^m , Φ_R^n , αντίστοιχα. Γενικά, το μοντέλο υποθέτει ότι σε κάθε περίπτωση οι γωνίες Φ_T^m , Φ_R^n , ψ_{nm} είναι τυχαίες μεταβλητές, από κοινού ανεξάρτητες και δεν συσχετίζονται με κανένα τρόπο.

Εφόσον ο αριθμός NSC και MSC των ενεργών σκεδαστών στο μοντέλο αναφοράς $h(t)$ τείνει στο άπειρο, οι διακριτές εκφράσεις για τις γωνίες Φ_R^n , Φ_T^m μπορούν να αντικατασταθούν από συνεχείς εκφράσεις Φ_R , Φ_T , αντίστοιχα. Σημειώνεται ότι αφού το $h(t)$ περιγράφει ένα μη ιστροπικό V2V Rayleigh κανάλι σκεδάσεων, οι γωνίες AoA Φ_R και AoD Φ_T υπάγονται σε μη ομοιόμορφες κατανομές. Προκειμένου να χαρακτηριστούν οι γωνίες AoA και AoD, γίνεται χρήση της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας της von Mises, όπως θα αναλυθεί και στη συνέχεια. Όπως φαίνεται και από την εξίσωση (2.1), τα κύματα προσπίπτουν στους σκεδαστές και σκεδάζονται. Θεωρείται ότι όλα τα κύματα που καταφτάνουν στον δέκτη είναι περίπου ίσα σε ισχύ. Στο δέκτη λαμβάνεται ένα άθροισμα κυμάτων από τους NSC, καθένας από τους οποίους έχει συλλέξει ένα άθροισμα κυμάτων των MSC, όπως θα αναλυθεί και στο επόμενο κεφάλαιο. Κατά συνέπεια ο δέκτης συλλέγει ένα θεωρητικά άπειρο αριθμό ομογενών επίπεδων κυμάτων, καθένα από τα οποία μεταφέρει μία ισχύ σχεδόν αμελητέα συγκρινόμενη με την συνολική μέση ισχύ των επιμέρους συντελεστών.



Σχήμα 2.2 Ένα SISO V2V μοντέλο αναφοράς δύο δαχτυλιδιών

Ένα τέτοιο γεωμετρικό μοντέλο είναι κατάλληλο για περιγραφή σεναρίων διάδοσης κατά την οποία και τα δύο κινητά περιβάλλονται από ένα μεγάλο αριθμό σκεδαστών. Τέτοιες συνθήκες διάδοσης είναι συχνές σε αστικές και προαστιακές περιοχές. Κάθε σκεδαστής m και κάθε σκεδαστής n προκαλεί εκτός από μία μετατόπιση φάσης στο κύμα και ένα κέρδος g_m , g_n , αντίστοιχα. Το προσπίπτον στο σκεδαστή κύμα δηλαδή θα επωφεληθεί και ενός πλάτους με βάση το οποίο ανακλάται από αυτόν. Τόσο οι φάσεις όσο και τα πλάτη αυτά εξαρτώνται γενικά από τις ιδιότητες του σκεδαστή. Εκτενέστερη αναφορά γίνεται στην επόμενη ενότητα. Για λόγους

απλότητας και επειδή υποτίθεται ότι τα δύο κινητά βρίσκονται σε μία πολύ μεγάλη απόσταση d μεταξύ τους, τέτοια ώστε θεωρητικά $d \rightarrow \infty$, τόσο οι σκεδαστές m όσο και οι σκεδαστές n προκαλούν ένα σταθερό και απειροελάχιστο κέρδος [9] ίσο με

$$g_m = \frac{1}{\sqrt{MSC}} \quad (2.2)$$

και

$$g_n = \frac{1}{\sqrt{NSC}} \quad (2.3)$$

όπου g_m , g_n είναι τα πλάτη των m -οστών και n -οστών σκεδαζόμενων κυμάτων των σκεδαστών m , n , αντίστοιχα τέτοια ώστε να ισχύουν:

$$NSC^{-1} \sum_{n=1}^{NSC} E \left[|g_n|^2 \right] = 1$$

και

$$MSC^{-1} \sum_{m=1}^{MSC} E \left[|g_m|^2 \right] = 1$$

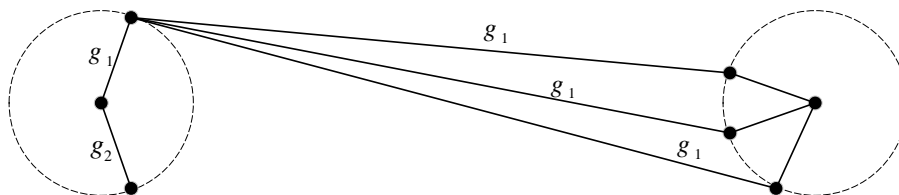
Οι σχέσεις (2.2), (2.3) για τα κέρδη δεν είναι απόλυτα ακριβείς. Όπως θα δειχθεί και στη συνέχεια, τα κέρδη ενδέχεται να αλλάζουν για μικρότερες αποστάσεις d ή καθώς οι περιοχές σκεδάσεων μεταβάλλονται. Εκτενέστερη αναφορά για τα κέρδη των σκεδαστών γίνεται στην επόμενη υποενότητα.

2.4 ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΗΣ ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗΣ - ΚΑΘΟΡΙΣΜΟΣ ΠΑΡΑΜΕΤΡΩΝ

Σε ένα αντίστοιχο, με το μοντέλο αναφοράς, προσομοιωμένο μοντέλο, επιτρέπεται τόσο οι φάσεις όσο και τα κέρδη της συνεισφοράς των σκεδαστών να είναι τυχαίες μεταβλητές. Σε αντίθεση με το ντετερμινιστικό μοντέλο, οι στατιστικές ιδιότητες του στοχαστικού μοντέλου διαφέρουν από δοκιμή σε δοκιμή αλλά συγκλίνουν στην επιθυμητή όταν αθροιστούν για έναν ικανοποιητικό αριθμό δοκιμών. Σημαντικές παράμετροι που θα παίξουν ουσιαστικό ρόλο εδώ είναι τα πλάτη σκεδαστών, οι φάσεις τους, οι γωνίες που περιγράφουν την κατεύθυνση κίνησης των δύο κινητών και η κατανομή των σκεδαστών στο γεωμετρικό δαχτυλίδι.

2.4.1 ΚΑΘΟΡΙΣΜΟΣ ΠΛΑΤΟΥΣ ΣΚΕΔΑΣΕΩΣ

Όπως έχει αναφερθεί και προηγουμένως, κάθε σκεδαστής θα συνεισφέρει ένα κέρδος στο προσπίπτον σε αυτόν κύμα, το οποίο θα ανακλαστεί προς μία τυχαία κατεύθυνση. Όταν οι αποστάσεις μεταξύ των δύο κινητών είναι πολύ μεγάλες, το οποίο είναι και το σύνηθες σε επικοινωνίες V2V, θεωρείται ότι ένας σκεδαστής m θα δώσει στο κύμα τέτοιο κέρδος με το οποίο το κύμα, θα προσπέσει σε δύο διαφορετικούς σκεδαστές, της περιοχής σκεδάσεως ενός κινητού δέκτη, n_1, n_2 με περίπου το ίδιο πλάτος. Γενικά, οι τιμές του πλάτους των σκεδαστών καθορίζονται τόσο από τις ιδιότητες του ίδιου του σκεδαστή όσο και από την κατεύθυνση πρόσπτωσης του επίπεδου κύματος. Για μεγάλη απόσταση d μεταξύ των δύο κινητών του Σχήματος 2.2, τα πλάτη των σκεδαστών m, n είναι σταθερά και δίνονται από τις σχέσεις (2.2), (2.3), αντίστοιχα. Καθώς ο αριθμός των σκεδαστών τείνει προς το άπειρο, όπως γίνεται εύκολα αντιληπτό, τα πλάτη γίνονται ολοένα και πιο μικρά και τείνουν στο μηδέν. Οι τιμές τους είναι κανονικοποιημένες και τέτοιες ώστε να ικανοποιούνται οι σχέσεις (2.2), (2.3) για τους σκεδαστές m, n , αντίστοιχα. Κάθε σκεδαστής m θα θεωρείται ότι «φωτίζει» έναν σκεδαστή n . Όταν όμως η απόσταση d γίνεται μεγάλη τέτοια ώστε $d \gg R_T, R_R$, τότε παύει να έχει νόημα η παραπάνω πρόταση. Το πλάτος των σκεδαστών τότε, είναι ίδιο ανεξάρτητα από το ποιο σκεδαστή «φωτίζουν» (Σχήμα 2.3). Αντίστοιχα, όλοι οι σκεδαστές $n = 1, \dots, NSC$ έχουν περίπου ίδιο και σταθερό πλάτος που δίνεται μέσω της σχέσης (2.3). Όπως φαίνεται και στο Σχήμα 2.3, για $d \gg R_T, R_R$, τα πλάτη των σκεδαστών m είναι ίδια ($g_1 \approx g_2$) και σταθερά και «φωτίζουν» με ίδια τιμή πλάτους όλους τους n σκεδαστές.



Σχήμα 2.3. Πλάτη ενός σκεδαστή m που φωτίζει μακρινούς σκεδαστές n

2.4.2 ΚΑΘΟΡΙΣΜΟΣ ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗΣ ΦΑΣΗΣ

Κάθε σκεδαστής, εκτός από το κέρδος, προκαλεί και μία αλλαγή στη φάση του προσπίπτοντος σε αυτόν κύματος. Είναι σημαντικό να κατανοηθεί ότι κάθε σκεδαστής συνεισφέρει στο κύμα και με μία φάση, η οποία δε θα πρέπει να παραβλέπεται. Ενώ το πλάτος ενός σκεδαστή m εκφράζει το συντελεστή ανάκλασης του κύματος όταν περάσει από δεδομένο σκεδαστή m , η φάση αναπαριστά αλλαγή της κατεύθυνσης στο κύμα λόγω της επίδρασης του κύματος με το σκεδαστή αυτό και εξαρτάται μόνο από τις ιδιότητες του ίδιου του σκεδαστή. Σε ένα πραγματικό σενάριο, οι φάσεις αυτές είναι τυχαίες και δε μπορούν να προβλεφθούν ξεχωριστά για κάθε σκεδαστή. Κατά συνέπεια, μοντελοποιούνται σαν μία τυχαία μεταβλητή. Γενικά, θεωρείται ότι η φάση αναπαρίσταται με μία τυχαία μεταβλητή ομοιόμορφα κατανομημένη στο διάστημα $[0, 2\pi)$. Έτσι λοιπόν από εδώ και στο εξής θα ορίζονται τυχαίες μεταβλητές ανεξάρτητες και πανομοιότυπα κατανομημένες (i.i.d) δηλαδή, $\psi_n \sim U(0, 2\pi]$ και $\psi_m \sim U(0, 2\pi]$. Οι φάσεις αυτές δε θα συσχετίζονται με κανένα τρόπο με άλλες φάσεις.

2.4.3 ΚΑΘΟΡΙΣΜΟΣ ΚΑΤΑΝΟΜΗΣ ΣΚΕΔΑΣΤΩΝ

Όπως έχει αναφερθεί ήδη, ίσως από τις πιο σημαντικές παραμέτρους για τον χαρακτηρισμό της γεωμετρίας σε μία περιοχή σκεδάσεων, είναι η κατανομή των σκεδαστών στο χώρο. Η κατανομή αυτή για είναι διαφορετική για το μοντέλο αναφοράς και διαφορετική για ένα μοντέλο προσομοίωσης καθώς στη πρώτη περίπτωση ο αριθμός σκεδαστών θεωρείται μη πεπερασμένος ενώ στη δεύτερη περίπτωση πεπερασμένος. Η συνάρτηση κατανομής επίσης διαφέρει ανάλογα με το αν πρόκειται για ισοτροπική ή μη ισοτροπική σκέδαση. Παρακάτω εξετάζονται οι κατανομές σκεδαστών που χρησιμοποιούνται συνήθως, τόσο για το μοντέλο αναφοράς όσο και για τα προσομοιωμένα μοντέλα.

2.4.3.1 ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΣΚΕΔΑΣΤΩΝ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΑΝΑΦΟΡΑΣ

Ξεκινώντας από το μοντέλο αναφοράς, προκειμένου να περιγραφθούν μη ισοτροπικά σενάρια σκεδάσεων, θεωρείται ότι τόσο οι γωνίες AOD Φ_T^m όσο και οι γωνίες AOA Φ_R^n ακολουθούν την κατανομή Von Mises [16], η οποία έχει αποδειχθεί επιτυχής στην περιγραφή δεδομένων μετρήσεων. Άλλο ένα σημαντικό πλεονέκτημα αυτής της κατανομής είναι ότι μπορούν να εξαχθούν συναρτήσεις ετεροσυσχέτισης για 3D χωρο-χρονικά μοντέλα. Η κατανομή Von Mises για τις γωνίες Φ_T^m και Φ_R^n δίνεται αντίστοιχα από τις σχέσεις

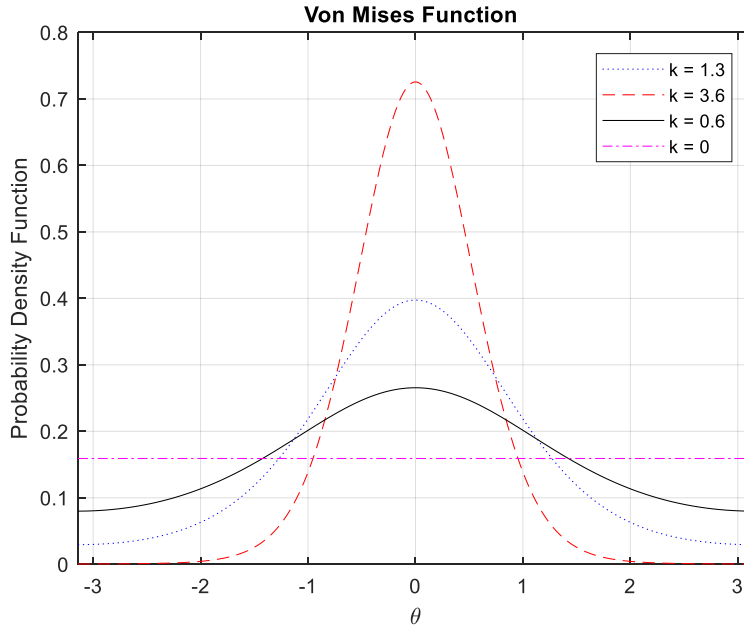
$$f(\Phi_T) \triangleq \exp\left[k_T \times \cos(\Phi_T - \mu_T)\right] / \left[2\pi K_0(k_T)\right], \Phi_T \in [0, 2\pi)$$

$$f(\Phi_R) \triangleq \exp\left[k_R \times \cos(\Phi_R - \mu_R)\right] / \left[2\pi K_0(k_R)\right], \Phi_R \in [0, 2\pi)$$

όπου $K_0(\cdot)$ η μηδενικής τάξης τροποποιημένη συνάρτηση Bessel πρώτου είδους. Να σημειωθεί ότι οι αντίστοιχες διακριτές γωνίες αναπαρίστανται πλέον ως συνεχείς μεταβλητές λόγω του μη πεπερασμένου πλήθους σκεδαστών του μοντέλου αναφοράς. Η σχέση (2.1) που περιγράφει την συνάρτηση $h(t)$, στην περίπτωση αυτή περιγράφει ένα μη ιστροπικό σενάριο σκεδάσεων ενός διαύλου V2V Rayleigh. Οι παράμετροι $\mu_T \in [0, 2\pi)$ και $\mu_R \in [0, 2\pi)$ συμβολίζουν την μέση γωνία AOD και AOA, αντίστοιχα ενώ οι παράμετροι $\kappa_T, \kappa_R \geq 0$ ελέγχουν το γωνιακό άνοιγμα (angular spread) γύρω από τους μέσους μ_T, μ_R , αντίστοιχα. Καθώς οι παράμετροι κ_T, κ_R αυξάνονται, οι σκεδαστές συγκεντρώνονται ολοένα περισσότερο σε σύμπλεγμα (cluster) γύρω από τους μέσους μ_T, μ_R , αντίστοιχα (Σχήμα 2.4) το οποίο φυσικά είναι σύνηθες για μη ιστροπικά περιβάλλοντα σκεδάσεων. Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται η PDF της συνάρτησης Von Mises για μέση γωνία $\mu = 0$. Διαπιστώνεται πράγματι ότι όσο οι τιμές του κ αυξάνονται, υπάρχει μία τάση για συσπείρωση των γωνιών γύρω από τη μέση τιμή, στη προκειμένη περίπτωση, $\mu = 0$. Οι τιμές των γωνιών θ ορίζονται στο διάστημα $(-\pi, \pi)$. Αν παρατηρηθεί το Σχήμα 2.4, διαπιστώνεται ότι για $\kappa = 0$, η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας ανάγεται σε ομοιόμορφη κατανομή. Πράγματι, ιστροπική σκέδαση γύρω από τον T_x και τον R_x χαρακτηρίζεται από ομοιόμορφη κατανομή των γωνιών AOD Φ_T και AOA Φ_R δηλαδή,

$$f(\Phi_T) \triangleq \frac{1}{2\pi}, \Phi_T \in [0, 2\pi)$$

$$f(\Phi_R) \triangleq \frac{1}{2\pi}, \Phi_R \in [0, 2\pi)$$



Σχήμα 2.4 Η PDF της Von Mises , $\mu = 0$

Στη περίπτωση αυτή οι σκεδαστές των T_x , R_x βρίσκονται σε ομοιόμορφα κατανομημένες γωνίες στο διάστημα $[0,2\pi)$ σε τυχαίες αποστάσεις μέσα στη περιοχή σκεδάσεων του T_x , R_x , αντίστοιχα. Στα προσομοιωμένα σενάρια στο εξής θα θεωρείται ότι όλοι οι σκεδαστές είναι ομοιόμορφα κατανομημένοι μέσα στο γεωμετρικό δαχτυλίδι και τοποθετημένοι σε τυχαίες αποστάσεις από το κινητό.

2.4.3.2 ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΣΚΕΔΑΣΤΩΝ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ

Ίσως η πιο δημοφιλής προτεινόμενη μέθοδος υπολογισμού των γωνιών σκεδάσεων στη περίπτωση ενός μοντέλου προσομοίωσης, είναι η επεκταμένη μέθοδος ακριβούς διασποράς Doppler (Extended Method of Exact Doppler Spread - EMEDS) [16] . Σε ένα μοντέλο προσομοίωσης, ο χρήστης πρέπει να επιλέξει έναν ικανοποιητικό διακριτό αριθμό σκεδαστών MSC, NSC. Τυπικές τιμές τους κυμαίνονται από 40 έως 50, το οποίο προσδίδει μία καλή ανταλλαγή (trade-off) ανάμεσα σε πολυπλοκότητα και επίδοση. Η μέθοδος αυτή η οποία προέρχεται από μία επέκταση της μεθόδου MEDS [16],[1] χρησιμοποιώντας τις συμμετρικές ιδιότητες του συνημιτόνου καταλήγει σε μία κλειστή μορφή για τις γωνίες AOD Φ_T και AOA Φ_R ως εξής

$$\Phi_T^m = \frac{2\pi}{MSC} \left(m - \frac{1}{4} \right) + \gamma_T, \quad m = 1, 2, \dots, MSC$$

$$\Phi_R^n = \frac{2\pi}{NSC} \left(n - \frac{1}{4} \right) + \gamma_R, \quad n = 1, 2, \dots, NSC$$

όπου πρέπει να ληφθεί υπόψιν ότι η συνθήκη $\{f_{T_{\max}}\} \cap \{f_{R_{\max}}\} = \emptyset$ πρέπει να ικανοποιείται. Με άλλα λόγια κάθε στοιχείο του συνόλου $f_{T_{\max}}$ απαγορεύεται να έχει κοινά στοιχεία με το σύνολο $f_{R_{\max}}$. Αυτή είναι γενικά η περίπτωση όπου $f_{T_{\max}} \neq f_{R_{\max}}$ ή $\gamma_T \neq \gamma_R$ και μπορεί επίσης ευκολότερα να επιτευχθεί αν $f_{T_{\max}} = f_{R_{\max}}$ και $\gamma_T = \gamma_R$. Σημειώστε ότι σε ένα ρεαλιστικό σενάριο οι μετατοπίσεις Doppler είναι πιθανόν να είναι χρονικά μεταβαλλόμενες οδηγώντας σε μη στατικό διάυλο [17].

Σε περιπτώσεις όπου πρόκειται για μη ισοτροπική σκέδαση ή οι γωνίες AOD, AOA είναι μη ομοιόμορφα κατανομημένες τότε οι βέλτιστες λύσεις περιγραφής γωνιών τέτοιων σεναρίων δίνονται από τις μεθόδους Modified Method of Equal Areas (MMEA) [16] και L_p – Norm Method (LPNM) [16].

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

Η ΚΑΤΑΝΟΜΗ DOUBLE RAYLEIGH

Η ενότητα αυτή θα ασχοληθεί με την κατανομή Double Rayleigh, μία από τις πλέον χρήσιμες και ερευνώμενες κατανομές στη περίπτωση όπου το κύμα υπάγεται σε διπλή αναπήδηση (Double Bounce). Ξεκινώντας από τη φυσική διάσταση της κατανομής Rayleigh, και το πως προκύπτει πρακτικά, η ενότητα παρέχει το κατάλληλο θεωρητικό και μαθηματικό υπόβαθρο για την μελέτη της κατανομής Double Rayleigh, τη φυσική της σημασία και τη συμπεριφορά της πάνω στα γεωμετρικά μοντέλα καναλιών V2V διπλής αναπήδησης (V2V Double Bounce Geometric Channel Models).

3.1 Η ΚΑΤΑΝΟΜΗ RAYLEIGH

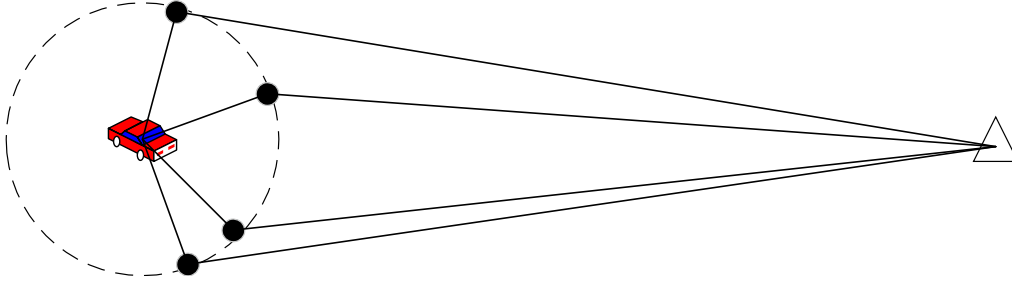
Ίσως η πλέον πιο διαδεδομένη κατανομή με εφαρμογή στη μοντελοποίηση σεναρίων προσομοίωσης γεωμετρικών μοντέλων V2V, είναι η κατανομή Rayleigh. Όπως αναφέρθηκε και στην ενότητα 2.3, στις περιπτώσεις όπου ένας οποιοσδήποτε δέκτης συλλέγει ένα άθροισμα κυμάτων, η κατανομή του λαμβανόμενου πλάτους αναπαρίσταται ως μία κατανομή Rayleigh. Πιο συγκεκριμένα, σε τέτοια σενάρια γενικά είναι επιθυμητή η μοντελοποίηση του αθροίσματος της μορφής

$$\text{Re}^{j\Theta} = \sum_{j=1}^N A_j e^{j\Phi_j}$$

N φασιθετών με τυχαία πλάτη A_j και φάσεις Φ_j . Το άθροισμα θα έχει ένα τυχαίο πλάτος R και μία τυχαία φάση Θ . Το σύνηθες πρόβλημα είναι να καθοριστεί η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας αυτών των ποσοτήτων, υπό διάφορες συνθήκες. Το ερώτημα που προκύπτει λοιπόν είναι η εύρεση του τελικού λαμβανόμενου πλάτους και φάσης του κύματος όταν ένας μεγάλος αριθμός από φασιθέτες προστεθεί.

Έστω λοιπόν ότι το σήμα που λαμβάνεται σε ένα δέκτη από ένα πλήθος σκεδαστών (αγνώστου πλήθους N) που περιβάλλουν ένα κινητό και στους οποίους προσπίπτει επίπεδο κύμα, μπορεί να γραφεί σαν ένα άθροισμα όρων των επιμέρους κυμάτων.

Ο δέκτης θα συλλέξει αυτό το άθροισμα συνεισφοράς των επιμέρους κυμάτων τόσο σε πλάτος όσο και σε φάση (Σχήμα 3.1)



Σχήμα 3.1 Ένα γεωμετρικό μοντέλο ενός δαχτυλιδιού

Το λαμβανόμενο άθροισμα στο δέκτη είναι της μορφής

$$S = \text{Re}e^{j\Theta} = \sum_{j=1}^N A_j e^{j\Phi_j} \quad (3.1)$$

όπου οι όροι του είναι ανεξάρτητοι ομοιόμορφα κατανεμημένοι φασιθέτες και όλα τα επιμέρους A_j είναι πανομοιότυπα κατανεμημένα. Αναλύοντας το παραπάνω άθροισμα σε όρους, προκύπτει

$$X = R \cos(\theta) = \sum_{j=1}^N A_j \cos(\Phi_j) = \sum_{j=1}^N X_j \quad (3.2)$$

$$Y = R \sin(\theta) = \sum_{j=1}^N A_j \sin(\Phi_j) = \sum_{j=1}^N Y_j \quad (3.3)$$

Αν το n είναι μεγάλο, τότε τόσο το X όσο και το Y θα είναι κανονικά κατανεμημένα με μέσες τιμές

$$\langle X \rangle = \left\langle \sum_{j=1}^N A_j \cos(\Phi_j) \right\rangle^{uncorrelated} = \sum_{j=1}^N \langle A_j \rangle \langle \cos(\Phi_j) \rangle = 0$$

$$\langle Y \rangle = \left\langle \sum_{j=1}^N A_j \sin(\Phi_j) \right\rangle^{uncorrelated} = \sum_{j=1}^N \langle A_j \rangle \langle \sin(\Phi_j) \rangle = 0$$

Οι διακυμάνσεις των X και Y δίνονται αντίστοιχα από τις σχέσεις:

$$D(X) = \langle X^2 \rangle = \sum_{j=1}^N \langle A_j^2 \rangle \langle \cos^2(\Phi_j) \rangle = \frac{1}{2} N \langle A_j^2 \rangle$$

$$D(Y) = \langle Y^2 \rangle = \sum_{j=1}^N \langle A_j^2 \rangle \langle \sin^2(\Phi_j) \rangle = \frac{1}{2} N \langle A_j^2 \rangle$$

Θέτοντας $\frac{1}{2} N \langle A_j^2 \rangle = \sigma^2$ οι κατανομές των X και Y βρίσκονται ως

$$p(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2\sigma^2}, \quad p(y) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-y^2/2\sigma^2} \quad (3.4)$$

Εύκολα αποδεικνύεται ότι τα X και Y είναι ασυσχέτιστα το οποίο στη περίπτωση της κανονικής κατανομής συνεπάγεται ανεξαρτησία. Η από κοινού κατανομή δίνεται από τη σχέση

$$p(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-(x^2+y^2)/2\sigma^2}$$

Χρησιμοποιώντας πολικές συντεταγμένες εύκολα προκύπτει ότι

$$p(r, \theta) = \frac{r}{2\pi\sigma^2} e^{-r^2/2\sigma^2}, \quad (0 \leq \theta \leq 2\pi, 0 \leq r < \infty)$$

Από την παραπάνω σχέση προκύπτουν οι κατανομές του πλάτους και της φάσης ολοκληρώνοντας αντίστοιχα στο κάθε διάστημα οπότε όπως αναμένεται λαμβάνονται

$$p(\theta) = \int_0^{\infty} \frac{r}{2\pi\sigma^2} e^{-r^2/2\sigma^2} dr = \frac{1}{2\pi}, \quad (0 \leq \theta \leq 2\pi)$$

$$p(r) = \int_0^{2\pi} \frac{r}{2\pi\sigma^2} e^{-r^2/2\sigma^2} d\theta = \frac{r}{\sigma^2} e^{-r^2/2\sigma^2}, \quad (r \geq 0)$$

όπου στη πρώτη περίπτωση αντιστοιχεί η ομοιόμορφη κατανομή και στη δεύτερη περίπτωση η κατανομή Rayleigh. Δηλαδή είναι προφανές ότι σε ένα τέτοιο σενάριο σαν αυτό του σχήματος 3.1, όταν τα πλάτη είναι πανομοιότυπα κατανομημένα και οι φάσεις είναι ομοιόμορφα κατανομημένες το λαμβανόμενο πλάτος στο δέκτη θα ακολουθεί κατανομή Rayleigh και η λαμβανόμενη φάση θα ακολουθεί ομοιόμορφη κατανομή. Από τη σχέση (3.4) εύκολα προκύπτει ότι μία κατανομή Rayleigh μπορεί να ανακτηθεί για κάθε πλάτος R μέσω της σχέσης

$$R^2 = X^2 + Y^2 \Leftrightarrow R = \sqrt{X^2 + Y^2} \quad (3.5)$$

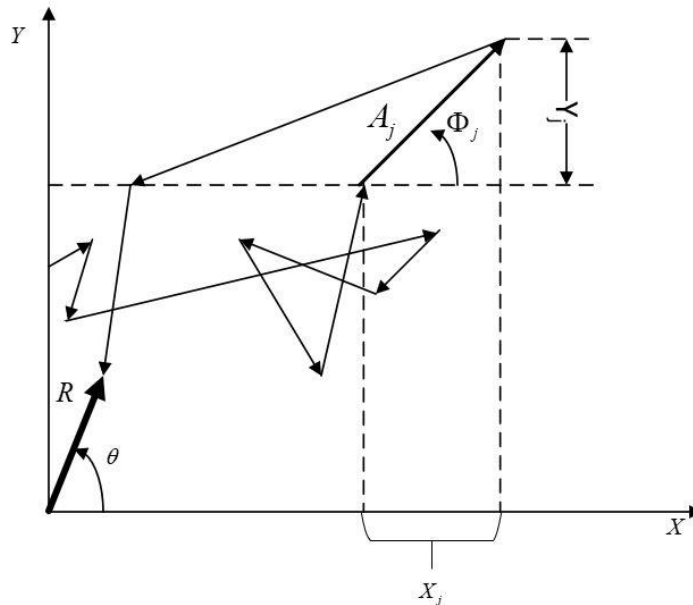
αν τα X και Y είναι ανεξάρτητα και τα δύο κανονικά με ίδια διακύμανση και μηδενική μέση τιμή. Ωστόσο, η σχέση (3.4) μπορεί να ικανοποιείται και με πιο γενικές συνθήκες χωρίς τα A_j να είναι

πανομοιότυπα κατανομημένα. Είναι αρκετό οι κατανομές τους να είναι τέτοιες ώστε το Κεντρικό Οριακό Θεώρημα να ικανοποιείται για τα X και Y . Πρακτικά αυτό συνεπάγεται

- Το N πρέπει να είναι μεγάλο

- $\langle A_j^2 \rangle \ll \sum_{j=1}^N \langle A_j^2 \rangle, \forall j$

το οποίο σημαίνει ότι δε πρέπει να υπάρχει κυρίαρχος όρος (no-dominant term condition) μέσα στο άθροισμα τέτοιος ώστε να αλλάζει τις στατιστικές ιδιότητες του συνόλου. Ισοδύναμα θα μπορούσε κάποιος να πει, η διακύμανση του κάθε όρου να είναι αμελητέα σε σχέση με την ολική. Συνοψίζοντας, θα λέμε μία τυχαία μεταβλητή Rayleigh κατανομημένη αν ικανοποιεί την (3.5) με X και Y ανεξάρτητα και κατανομημένα και τα δύο κανονικά με μηδενική μέση τιμή και ίδια διακύμανση. Άρα σε περίπτωση που στόχος είναι να συλλεχθεί ένα άθροισμα οποιουδήποτε αριθμού από τυχαίους φασιθέτες Rayleigh και να μοντελοποιηθεί σαν ένα γινόμενο πλάτους και φάσης (Σχήμα 3.2)



Σχήμα 3.2 Ένα τυχαίο άθροισμα φασιθετών στο μιγαδικό επίπεδο

το αποτέλεσμα που θα προκύπτει θα είναι πάντα ένας φασιθέτης Rayleigh [5]. Στο εξής κάθε άθροισμα που θα συλλέγεται στο δέκτη θα είναι της μορφής της σχέσης (3.1) και θα μπορεί να

διασπαστεί σε επιμέρους φασιθέτες μέσω των σχέσεων (3.2), (3.3) για τις ανάγκες της προσομοίωσης, εκτός αν αναφέρεται διαφορετικά.

3.2 DOUBLE RAYLEIGH – ΜΙΑ ΘΕΩΡΗΤΙΚΗ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ

Σε ένα επόμενο σενάριο, τα κινητά περιβάλλονται και τα δύο από ένα δαχτυλίδι σκεδαστών συνθέτοντας το μοντέλο που περιγράφεται από το Σχήμα 2.2 της ενότητας 2.3. Το μεταδιδόμενο κύμα υπάγεται πλέον σε διπλή αναπήδηση (Double Bounce), π.χ. ένα κύμα εκπέμπεται από ένα πομπό και φτάνει σε σκεδαστή που περιβάλλει το πομπό. Το κύμα αυτό σκεδάζεται και το νέο κύμα διαδίδεται τώρα προς του σκεδαστές που περιβάλλουν το δέκτη, οι οποίοι το σκεδάζουν ξανά. Τελικά, το διπλά σκεδαζόμενο αυτό κύμα λαμβάνεται από τη κεραία του δέκτη. Μία τέτοια περίπτωση είναι συνηθισμένη σε μία V2V επικοινωνίας καθώς για 2 κινητά τοποθετημένα σε μεγάλη απόσταση μεταξύ τους είναι πολύ πιθανό το μεταδιδόμενο κύμα να φτάνει στο δέκτη μέσω του σεναρίου διπλής αναπήδησης.

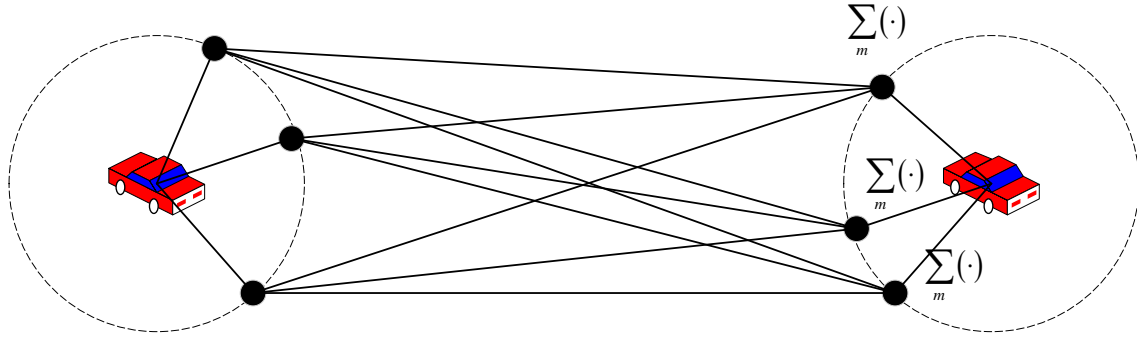
Καθώς στο σενάριο που περιγράφεται από μονή αναπήδηση (Single Bounce), όπως περιγράφηκε στην ενότητα 3.1, χαρακτηρίζεται από πλάτος που ακολουθεί κατανομή Rayleigh, με την διπλή αναπήδηση τα πράγματα είναι πιο περίπλοκα. Στη περίπτωση αυτή, ο δέκτης ομοίως θα συλλέξει ένα άθροισμα της μορφής της σχέσης (3.1) από τους σκεδαστές που περιβάλλουν το δέκτη αλλά αυτή τη φορά κάθε σκεδαστής έχει συλλέξει ένα άθροισμα κυμάτων από τους σκεδαστές που περιβάλλουν το πομπό. Αυτή είναι και η φυσική ερμηνεία του διπλού αθροίσματος της παρακάτω σχέσης (3.6) που χαρακτηρίζει την εξίσωση του μοντέλου στη περίπτωση της διπλής αναπήδησης. Έστω λοιπόν ότι ο δέκτης συλλέγει ένα άθροισμα N σκεδαστών της μορφής της σχέσης (3.1), δηλαδή

$$Ae^{j\Phi} = \sum_{n=1}^N A_n e^{j\varphi_n}$$

Κάθε συνιστώσα του αθροίσματος των N σκεδαστών του δέκτη έχει συλλέξει ένα άθροισμα από τους M σκεδαστές του πομπού (Σχήμα 3.3), δηλαδή

$$Ae^{j\Phi} = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N E_m e^{j\theta_m} E_n e^{j\theta_n} \quad (3.6)$$

όπου E_m , E_n τα κέρδη της συνεισφοράς των σκεδαστών M του πομπού και N του δέκτη, αντίστοιχα και θ_m, θ_n , οι συνεισφερόμενες φάσεις των σκεδαστών m και n λόγω αλληλεπίδρασης του κύματος με τους σκεδαστές του πομπού και του δέκτη, αντίστοιχα.



Σχήμα 3.3 Μοντέλο διπλής αναπήδησης

Σε αυτό το σημείο αξίζει να παρατηρηθεί ότι η σχέση (3.6) εκφράζει ένα γινόμενο ανεξάρτητων τυχαίων μεταβλητών για το λαμβανόμενο κύμα στη περίπτωση όπου τα δύο κινητά βρίσκονται σε μεγάλη απόσταση μεταξύ τους, δηλαδή

$$Ae^{j\Theta} = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N E_m e^{j\theta_m} E_n e^{j\theta_n} = \sum_{m=1}^M E_m e^{j\theta_m} \sum_{n=1}^N E_n e^{j\theta_n} = \sum_{m=1}^M x_m \sum_{n=1}^N y_n = X \cdot Y \quad (3.7)$$

Η σχέση (3.7) δηλώνει ξεκάθαρα ότι το μοντέλο διπλής αναπήδησης, όπως περιγράφηκε στην ενότητα 2.3 αποτελεί ένα γινόμενο δύο ανεξάρτητων τυχαίων μεταβλητών όπου κάθε μεταβλητή είναι ένα άθροισμα συλλογής τυχαίων φασιθετών. Οι τυχαίες μεταβλητές X , Y είναι ανεξάρτητες η μία από την άλλη και κάθε μία υπακούει όλα εκείνα τα στατιστικά χαρακτηριστικά που περιγράφηκαν στην ενότητα 3.1.

Ειδικότερα, έστω τυχαία μεταβλητή $Z = XY$. Στόχος τώρα είναι να εξαχθεί η από κοινού συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας των δύο ανεξάρτητων μιγαδικών Γκαουσιανών τυχαίων μεταβλητών. Η τυχαία μεταβλητή Z θα αναφέρεται ως *μιγαδική διπλή Γκαουσιανή (Complex Double Gaussian – CNN)* [8]. Από τη στιγμή που η Z είναι μιγαδική συνάρτηση δύο μεταβλητών, θα έχει διμεταβαλλόμενη κατανομή με πλάτος $A = |Z|$ και φάση $\Theta = \text{Arg}(Z) \in [0, 2\pi) : f_{A,\Theta}(\alpha, \theta)$.

Θεώρημα: Έστω $X \sim CN(v_x e^{j\Phi_x}, \sigma_x^2)$ και $Y \sim CN(v_y e^{j\Phi_y}, \sigma_y^2)$ τυχαίες μεταβλητές ανεξάρτητα κατανεμημένες, όπου $v_x e^{j\Phi_x}$, $v_y e^{j\Phi_y}$ οι μέσες τιμές των τυχαίων μεταβλητών X και Y και σ_x^2 , σ_y^2 οι διακυμάνσεις των X και Y , αντίστοιχα. Τότε το γινόμενο $Z = XY$ αποδεικνύεται [8] ότι χαρακτηρίζεται από κατανομή με συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας

$$f_{\Lambda, \Theta}(\alpha, \theta) = \frac{2\alpha}{\pi\sigma_x^2\sigma_y^2} e^{-(k_x^2 + k_y^2)} \sum_{n,p=0}^{\infty} \frac{1}{n!p!} \left(\frac{a}{2\cos(\theta - \Phi_x - \Phi_y)} \right)^{n+p} \times \left(\frac{k_x}{k_y} \right)^{n-p} K_{n-p} \left(\frac{2\alpha}{\sigma_x\sigma_y} \right) I_{n+p}(2a) \quad (3.8)$$

όπου $a = \sqrt{2\alpha k_x k_y \cos(\theta - \Phi_x - \Phi_y) / \sigma_x \sigma_y}$ και $k_x \triangleq \frac{v_x}{\sigma_x}$, $k_y \triangleq \frac{v_y}{\sigma_y}$ οι παράμετροι τυχαιότητας (randomness) της εκάστοτε κατανομής. Για $k_y = k_x = 0$, η κατανομή γίνεται Rayleigh. Αντίθετα όσο τα k_y, k_x αυξάνονται, οι κατανομές γίνονται ολοένα και πιο κυριαρχημένες από τις μέσες τιμές v . Με $K_u(\cdot), I_u(\cdot)$ ορίζονται οι τροποποιημένες συναρτήσεις Bessel πρώτου και δεύτερου είδους και τάξης u , αντίστοιχα. Στη περίπτωση όπου X και Y είναι οι τυχαίες μεταβλητές της σχέσης (3.7), δηλαδή μηδενικών μέσων τιμών τότε $v_y, v_x \rightarrow 0$ και η από κοινού συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας $f_{\Lambda, \Theta}(\alpha, \theta)$ της σχέσης (3.8) ανάγεται [βλ. ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β] σε μία τυχαία μεταβλητή Z με αντίστοιχη από κοινού συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας

$$Z \sim CNN(0, \sigma_x^2; 0, \sigma_y^2)$$

$$f_{\Lambda, \Theta}(\alpha, \theta) = \frac{2\alpha}{\pi\sigma_x^2\sigma_y^2} I_0 \left(\frac{2\alpha}{\sigma_x\sigma_y} \right) \quad (3.9)$$

με αντίστοιχη μέση τιμή και διακύμανση [8]

$$E[Z] = E[X]E[Y] = 0$$

$$Var[Z] = Var[X]Var[Y] = \sigma_x^2\sigma_y^2$$

Η παραπάνω συνάρτηση της σχέσης (3.9) εκφράζει την λαμβανόμενη από κοινού κατανομή πλάτους και φάσης της τυχαίας μεταβλητής Z με πλάτος A ίσο με το γινόμενο των πλατών της σχέσης (3.7), το οποίο είναι συνέπεια του γεγονότος ότι τα X, Y είναι ανεξάρτητα

$$A \triangleq \left| \sum_{m=1}^M x_m \sum_{n=1}^N y_n \right| = |X \cdot Y| = |X| |Y| \quad (3.10)$$

Εφόσον κάθε πλάτος των επιμέρους γινομένων χαρακτηρίζεται από κατανομή Rayleigh λόγω ανεξαρτησίας των τυχαίων μεταβλητών, το πλάτος A αποδεικνύεται [βλ. ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β] ότι περιγράφεται από μία κατανομή *Double Rayleigh* με περιθώρια συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας πλάτους A (marginal pdf) της τυχαίας μεταβλητής Z ίση με

$$p_A(z) = \frac{4\alpha}{\sigma_x^2 \sigma_y^2} I_0 \left(\frac{2\alpha}{\sigma_x \sigma_y} \right) \quad (3.11)$$

και περιθώρια συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας φάσης ίση με

$$p_\Theta(\theta) = \frac{1}{2\pi} \quad (3.12)$$

δηλαδή ομοιόμορφη κατανομή στο $[0, 2\pi)$ [27],[2]. Λόγω ανεξαρτησίας η από κοινού συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της σχέσης (3.9) ισούται με το γινόμενο των περιθωρίων συναρτήσεων πλάτους και φάσης.

Να σημειωθεί ότι, όπως είναι εύκολα αντιληπτό, διπλή αναπήδηση δεν συνεπάγεται και πλάτος που χαρακτηρίζεται από κατανομή Double Rayleigh. Αντίθετα, για να προκύψει πλάτος που χαρακτηρίζεται από Double Rayleigh κατανομή, είναι προαπαιτούμενη η πλήρης ανεξαρτησία δύο τυχαίων Γκαουσιανών μεταβλητών. Το μοντέλο προϋποθέτει δηλαδή *ανεξάρτητες* τυχαίες μεταβλητές και *όχι απλά γινόμενο* ανεξάρτητων ομοιόμορφα κατανεμημένων μεταβλητών. Η φυσική σημασία αυτού έγκειται πίσω από το γεγονός ότι τόσο οι φάσεις όσο και τα πλάτη της συνεισφοράς των σκεδαστών m του πομπού, δεν επηρεάζονται με κανένα τρόπο από τις αντίστοιχες φάσεις και πλάτη των σκεδαστών n του δέκτη. Σε μία τέτοια περίπτωση το λαμβανόμενο άθροισμα στο δέκτη δε θα μπορούσε να εκφραστεί σαν ένα γινόμενο ανεξάρτητων αθροισμάτων όπως αυτό της σχέσης (3.10).

Συμπερασματικά, κάθε τυχαία μεταβλητή Double Rayleigh μπορεί να εξαχθεί ως το γινόμενο δύο ανεξάρτητων Rayleigh μεταβλητών. Η συνάρτηση αυτή κατανομής της σχέσης (3.9) περιγράφεται με περιθώρια συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας πλάτους μέσω της σχέσης (3.11) και με φάση που ακολουθεί ομοιόμορφη κατανομή στο $[0, 2\pi)$. Μία τέτοια κατανομή περιγράφει ένα σενάριο όπου τόσο ο πομπός όσο και ο δέκτης κινούνται και βρίσκονται σε μεγάλη απόσταση όπως έχει αναφερθεί. Σε μία τέτοια περίπτωση είναι πολύ πιθανό το κύμα να φτάνει από το πομπό στο δέκτη μέσω διπλής αναπήδησης.

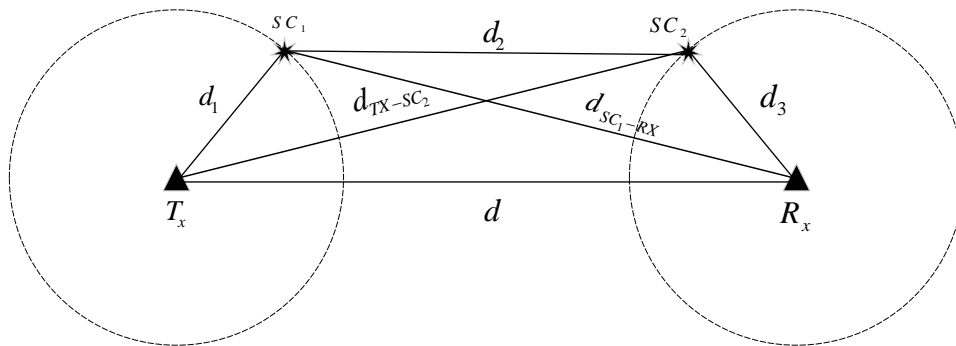
3.3 ΑΠΟ ΤΗΝ ΚΑΤΑΝΟΜΗ RAYLEIGH ΣΤΗΝ DOUBLE RAYLEIGH

Στην ενότητα αυτή παρουσιάζεται το νέο προτεινόμενο γεωμετρικό μοντέλο δύο δαχτυλιδίων που λαμβάνει υπόψιν τις αποστάσεις των κινητών από τους σκεδαστές. Θα δειχθεί ότι καθώς τα κινητά πλησιάζουν μεταξύ τους, παρόλο την διπλή αναπήδηση η κατανομή πλάτους *παύει* να είναι Double Rayleigh, όπως θα αναμένονταν, και αυτό γιατί όπως αναφέρθηκε και στην προηγούμενη ενότητα, απαιτούνται ανεξάρτητες τυχαίες μεταβλητές, κάτι το οποίο δεν ισχύει σε κοντινή απόσταση μεταξύ των δύο κινητών. Αντίθετα, για μακρινές αποστάσεις οι συνεισφορές των σκεδαστών *m* και *n* είναι μεταξύ τους ανεξάρτητες τόσο σε φάση όσο και σε πλάτος. Στο τέλος του κεφαλαίου παρουσιάζεται η εξίσωση που περιγράφει τη διάδοση του κύματος στη περίπτωση του νέου μοντέλου.

3.3.1 ΚΑΘΟΡΙΣΜΟΣ ΠΑΡΑΜΕΤΡΩΝ ΤΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ

Προκειμένου να προταθεί και να παρουσιαστεί αναλυτικά το νέο προτεινόμενο γεωμετρικό στοχαστικό μοντέλο, είναι απαραίτητο να παρουσιαστούν προηγουμένως αναλυτικά όλες εκείνες οι παράμετροι που το απαρτίζουν. Όπως θα δειχθεί αμέσως παρακάτω, χρησιμοποιώντας τον ορισμό της *ενεργού διατομής επιφάνειας ραντάρ* (Radar Cross Section - RCS) [15],[26] και με βάση αυτόν, ορίζονται τα πλάτη της συνεισφοράς των σκεδαστών συνυπολογίζοντας το RCS τόσο για τα πλάτη των σκεδαστών του πομπού όσο και του δέκτη.

Θεωρείστε λοιπόν την ακόλουθη γεωμετρική διάταξη του παρακάτω σχήματος. Για μία κεραία τοποθετημένη στον δέκτη R_x σε απόσταση d ($d \rightarrow \infty$) από τον πομπό T_x λαμβάνεται ισχύς απευθείας, δηλαδή χωρίς καμία μεσολάβηση των σκεδαστών SC_1, SC_2 , από τον T_x ίση με το γινόμενο της πυκνότητας ροής ισχύος του πομπού επί την ενεργό επιφάνεια της κεραίας του δέκτη δηλαδή,



Σχήμα 3.4 Μοντέλο Radar Cross Section για 2 σκεδαστές

$$W_r = \Phi \cdot A_{er} = \frac{P_t G_t}{4\pi d^2} \frac{G_r \lambda^2}{4\pi} = P_t G_t G_r \left(\frac{\lambda}{4\pi d} \right)^2 \quad (3.13)$$

όπου P_t η ισχύς εκπομπής του πομπού T_x , G_t το κέρδος της κεραίας του πομπού T_x , G_r το κέρδος της κεραίας του δέκτη R_x και λ το μήκος κύματος της κεντρικής συχνότητας εκπομπής. Υποθέστε τώρα σκεδαστές τοποθετημένους σύμφωνα με τη γεωμετρική διάταξη του Σχήματος 3.4. Στο σκεδαστή SC_1 τοποθετημένο σε απόσταση d_1 από τον πομπό T_x ορίζεται πυκνότητα ισχύος

$$F_i = \frac{P_t G_t}{4\pi d_1^2} \frac{\text{Watt}}{m^2} \quad (3.14)$$

για ένα κύμα που προσπίπτει πάνω στον σκεδαστή SC_1 . Ο σκεδαστής αυτός επανεκπέμπει μία ισχύ συναρτήσσει της ενεργού επιφάνειας διατομής του σ_1 ίση με $P_r = \sigma_1 F_i$ Watt και θα ακτινοβολήσει ισοτροπικά σκεδαζόμενη πυκνότητα ισχύος ίση με

$$F_s = \frac{P_r}{4\pi d_2^2} = \frac{\sigma_1 F_i}{4\pi d_2^2} \frac{\text{Watt}}{m^2} \quad (3.15)$$

Ο σκεδαστής SC_2 επανεκπέμπει από αυτή τη πυκνότητα ροής ισχύος ομοίως μία ισχύ συναρτήσσει της ενεργού επιφάνειας διατομής του σ_2 ίση με $P_2 = \sigma_2 F_s$ watt. Στη συνέχεια, ο σκεδαστής SC_2 θα ακτινοβολήσει και αυτός με τη σειρά του μία ισοτροπικά σκεδαζόμενη πυκνότητα ροής ισχύος προς τον δέκτη R_x ίση με

$$F_r' = \frac{\sigma_2 F_s}{4\pi d_3^2} \frac{\text{Watt}}{m^2} \quad (3.16)$$

Αντικαθιστώντας τις σχέσεις των εκφράσεων (3.14), (3.15) για τη πυκνότητα ροής ισχύος F_s στην σχέση (3.16) λαμβάνεται τελικά από το κύμα στον δέκτη R_x ροή ισχύος ίση με

$$F_r' = \frac{\sigma_2 F_s}{4\pi d_3^2} = \frac{\sigma_1 \sigma_2 P_t G_t}{(4\pi)^3 d_1^2 d_2^2 d_3^2} \frac{\text{Watt}}{m^2} \quad (3.17)$$

Αν στη σχέση (3.17) ληφθεί υπόψιν και η ενεργός επιφάνεια A_{er} της κεραίας του δέκτη R_x , τότε

$$P_r' = \frac{\sigma_2 F_s}{4\pi d_3^2} A_{er} = \frac{\sigma_1 \sigma_2 P_t G_t}{(4\pi)^3 d_1^2 d_2^2 d_3^2} \frac{G_r \lambda^2}{4\pi} \text{Watt} \quad (3.18)$$

Ο λόγος της ισχύος που λαμβάνει ο δέκτης R_x από τον πομπό T_x από την μεσολάβηση των σκεδαστών SC_1, SC_2 του Σχήματος 3.4 προς την ισχύ του κύματος που θα λάβει ο δέκτης R_x αν το κύμα που μεταδίδει ο πομπός φτάσει απευθείας στον δέκτη R_x χωρίς καμία μεσολάβηση δίνεται από τη παρακάτω σχέση

$$\alpha = \frac{P_r'}{W_r} = \frac{\frac{\sigma_1 \sigma_2 P_t G_t G_r \lambda^2}{(4\pi)^4 d_1^2 d_2^2 d_3^2}}{\frac{P_t G_t G_r \lambda^2}{(4\pi)^2 d^2}} = \frac{\sigma_1 \sigma_2}{(4\pi)^2} \frac{d^2}{d_1^2 d_2^2 d_3^2} \Leftrightarrow G_{1,2} = \sqrt{\alpha} = \frac{\sqrt{\sigma_1} \sqrt{\sigma_2}}{4\pi} \frac{d}{d_1 d_2 d_3} \quad (3.19)$$

Η τελευταία σχέση (3.19) αξίζει προσοχής καθώς αποδεικνύει ότι ο λόγος $\frac{P_r'}{W_r}$ δεν είναι άλλος

από το πλάτος της από κοινού συνεισφοράς των σκεδαστών SC_1, SC_2 . Με άλλα λόγια, το κέρδος πλάτους G_{12} ορίζεται ως η τετραγωνική ρίζα του κέρδους ισχύος α δηλ. της ισχύος του κύματος αν μεταδιδόταν απευθείας από τον πομπό T_x στον δέκτη R_x προς την ισχύ του κύματος αν αυτό φτάσει από τον πομπό T_x στον δέκτη R_x μέσω των σκεδαστών SC_1, SC_2 . Η συνεισφορά που έχουν στη περίπτωση αυτή οι σκεδαστές, αποτελεί και το πλάτος τους στην εξίσωση του κύματος του μοντέλου που θα παρουσιαστεί στη συνέχεια της ενότητας. Αξίζει να σημειωθεί ότι, όπως γίνεται εύκολα αντιληπτό από τη σχέση (3.19), τα κέρδη συνεισφοράς των σκεδαστών είναι αποκλειστικά συνάρτηση αποστάσεων και των RCS σ_1, σ_2 των σκεδαστών SC_1, SC_2 , αντίστοιχα. Καθώς η πυκνότητα ροής ισχύος του κύματος σκεδάζεται ισοτροπικά και σφαιρικά από τους σκεδαστές SC_1, SC_2 προς όλη την στερεά γωνία του χώρου (4π steradians), είναι λογικό να οριστεί μία διαφορική ενεργός διατομή σκεδάσεως (Differential Cross Section) [14],[15],[26] ίση με $\sigma_d = \frac{RCS}{4\pi}$. Κατά συνέπεια, η σχέση (3.19) μπορεί να τροποποιηθεί περεταίρω και θα ορίζεται στο εξής ως

$$G_{1,2} = \sqrt{\sigma_{d1}} \sqrt{\sigma_{d2}} \frac{d}{d_1 d_2 d_3} \quad (3.20)$$

Σε κάθε περίπτωση είναι σημαντικό να παρατηρηθεί ότι γενικά τα κέρδη συνεισφοράς των σκεδαστών είναι ένας λόγος της απευθείας (direct) απόστασης μεταξύ $T_x - R_x$ προς την απόσταση των υπομονοπατιών (subpaths) που διανύει το κύμα για να φτάσει στον R_x , αν αυτό διέρχεται από τους σκεδαστές SC_1, SC_2 .

Η ίδια διαδικασία ακολουθείται και στη περίπτωση που είναι επιθυμητή η εύρεση του πλάτους των σκεδαστών SC_1, SC_2 , μεμονωμένα. Ακολουθώντας την λογική που περιγράφηκε παραπάνω το πλάτος του σκεδαστή SC_1 , θα είναι ο λόγος της απευθείας απόστασης του κύματος από τον

πομπό T_x στο σκεδαστή SC_2 προς την απόσταση των υπομονοπατιών που θα διανύσει το κύμα αν διέρχεται από το σκεδαστή SC_1 επί το RCS του SC_1 . Με άλλα λόγια, το πλάτος του SC_1 αναφέρεται στη ζεύξη $T_x - SC_2$ μέσω του σκεδαστή SC_1 . Αντίστοιχα, το πλάτος του σκεδαστή SC_2 θα είναι ο λόγος της απευθείας απόστασης του κύματος από τον σκεδαστή SC_1 προς τον δέκτη R_x προς την απόσταση των υπομονοπατιών που θα διανύσει το κύμα αν διέρχεται από το σκεδαστή SC_2 επί το RCS του σκεδαστή SC_2 και αναφέρεται στη ζεύξη $SC_1 - R_x$ μέσω του σκεδαστή SC_2 . Πιο συγκεκριμένα, αν g_1 το πλάτος της συνεισφοράς του σκεδαστή SC_1 , τότε ακολουθώντας παρόμοια διαδικασία όπως παραπάνω εύκολα αποδεικνύεται ότι ομοίως με το [6]

$$g_1 = \sqrt{\sigma_{d1}} \frac{d_{TX-SC_2}}{d_1 d_2} \quad (3.21)$$

Στη περίπτωση αυτή ως πομπός θεωρείται ο πομπός T_x και ως δέκτης του κύματος θεωρείται ο SC_2 . Το κέρδος του σκεδαστή SC_1 είναι εκείνη η συνεισφορά που θα δώσει στο προσπίπτον κύμα αν ανακλαστεί από αυτόν. Αντίστοιχα, για το πλάτος συνεισφοράς g_2 του σκεδαστή SC_2 , αποδεικνύεται ομοίως [6] ότι είναι ίσο με

$$g_2 = \sqrt{\sigma_{d2}} \frac{d_{SC_1-RX}}{d_2 d_3} \quad (3.22)$$

Στη περίπτωση αυτή αντίστοιχα, ως πομπός θεωρείται ο σκεδαστής SC_1 ενώ ως δέκτης θεωρείται ο δέκτης R_x . Το κέρδος αυτού του σκεδαστή δεν είναι άλλο από τη συνεισφορά που θα δώσει στο ανακλώμενο κύμα όταν προσπίπτει κύμα σε αυτόν από το σκεδαστή SC_1 . Να σημειωθεί ότι το κύμα του μοντέλου που περιγράφεται υπάγεται σε διπλή αναπήδηση, όπως φαίνεται και από το Σχήμα 3.4 και διέρχεται από τους σκεδαστές SC_1 , SC_2 , σε κάθε περίπτωση.

Όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως, τα κέρδη g_1, g_2 δεν είναι παρά μία συνάρτηση αποστάσεων συμπεριλαμβανομένου και του RCS του σκεδαστή. Γενικά θεωρείται ότι το RCS του σκεδαστή είναι τυχαίο σε ένα πραγματικό σενάριο και δεν υπάρχει άμεσος τρόπος που να μπορεί να υπολογιστεί. Αυτό που ουσιαστικά περιγράφει είναι την επιφάνεια που καταλαμβάνει στο χώρο. Σε ένα πραγματικό σενάριο όπως είναι λογικό, σκεδαστές μπορεί να είναι αντικείμενα συμπεριλαμβανομένου μίας πινακίδας ή ενός βουνού και, κατά συνέπεια, σε μία προσομοίωση ενός πραγματικού σεναρίου, δυστυχώς δεν μπορεί να είναι εκ των προτέρων γνωστό. Αυτό που μπορεί πρακτικά να γίνει για να παρακαμφθεί το πρόβλημα, είναι να θεωρηθεί ότι όλοι οι σκεδαστές έχουν προσεγγιστικά περίπου ίδιο RCS και ότι καθένας συνεισφέρει με τρόπο ώστε καμία συνιστώσα του κύματος που φτάνει στο δέκτη μέσω των σκεδαστών να μην κυριαρχεί (no dominant component condition). Κατά συνέπεια, είναι λογικό να θεωρηθεί ότι τα πλάτη των

σκεδαστών g_i είναι δοσμένα ως προς μία κανονικοποιημένη σχετική ολική ισχύ \bar{P} (dBm) (total normalized relative power) τέτοια ώστε η ακόλουθη συνθήκη του [6] να ικανοποιείται

$$\sum_i g_i^2 = 10^{\bar{P}/10} = 2\sigma^2$$

Πλέον είναι δυνατός ο υπολογισμός ενός κοινού RCS, σ_{RCS} καθώς θα αναπαριστά τη διαφορά του \bar{P} (dBm) από το λαμβανόμενο άθροισμα των τετραγώνων των πλατών των σκεδαστών. Ειδικότερα η ακόλουθη συνθήκη πρέπει να ικανοποιείται έτσι ώστε

$$\sum_i g_i^2 = 10^{\bar{P}/10} = 2\sigma^2 \Leftrightarrow \Delta P = \bar{P} - 10 \log \left(\sum_i g_i^2 \right) \Leftrightarrow \sqrt{\sigma_{RCS}} = 10^{\Delta P/20} \quad (3.23)$$

και επομένως ΔP να είναι ίσο με το μηδέν [6]. Πράγματι, όπως παρατηρείται και από τη σχέση (3.23), τα κέρδη των σκεδαστών g_i έχουν οριστεί έτσι ώστε να έχουν όλα το ίδιο RCS τέτοιο ώστε με βάση την σχέση (3.23) να ισχύει η σχέση

$$\Delta P = 10 \log(\sigma_{RCS})$$

Η σχέση (3.23) για τον υπολογισμό του RCS των σκεδαστών ισχύει φυσικά όπως περιγράφηκε μόνο για τις ανάγκες προσομοίωσης ενός σεναρίου σαν αυτό του Σχήματος 3.4 όπου τόσο ο πομπός T_x όσο και ο δέκτης R_x περιβάλλονται από έναν αριθμό σκεδαστών και βρίσκονται φυσικά σε κίνηση. Δε πρέπει να αμελείται ο κλασικός ορισμός του RCS ο οποίος στη συγκεκριμένη περίπτωση θα προκύψει για τα RCS σ_1, σ_2 από τις σχέσεις (3.15), (3.16), αντίστοιχα. Πράγματι, επιλύοντας ως προς σ_1, σ_2 προκύπτει

$$\sigma_1 = \lim_{d_2 \rightarrow \infty} 4\pi d_2^2 \frac{F_s}{F_i} \quad \text{και} \quad \sigma_2 = \lim_{d_3 \rightarrow \infty} 4\pi d_3^2 \frac{F_r}{F_s} \quad (3.24)$$

Σημαντικό στη σχέση (3.24) είναι να ικανοποιείται για τα σ_1, σ_2 η συνθήκη $d_2, d_3 \rightarrow \infty$ προκειμένου να αποφευχθούν επιδράσεις του κοντινού πεδίου (near field effect). Σε ένα σενάριο προσομοίωσης θα χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό του RCS η σχέση (3.23). Για την υπόλοιπη θεωρητική μελέτη η τιμή του RCS, $\sqrt{\sigma_{RCS}}$ των σκεδαστών δε θα λαμβάνεται υπόψιν στον υπολογισμό του πλάτους g_i των σκεδαστών καθώς είναι προφανές ότι επηρεάζει την τιμή του πλάτους των σκεδαστών και όχι τις στατιστικές ιδιότητες του γεωμετρικού μοντέλου. Στην επόμενη ενότητα θα χρησιμοποιηθούν αυτές οι εξαγόμενες παράμετροι για τον υπολογισμό της εξίσωσης του μοντέλου. Στο εξής θα γίνεται αναφορά σε γεωμετρικό στοχαστικό μοντέλο δύο δαχτυλιδιών και το κύμα από το πομπό στο δέκτη θα υπάγεται μόνο σε διπλή αναπήδηση.

3.3.2 ΘΕΩΡΗΤΙΚΟΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΕΙΣΩΣΗΣ ΤΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ

Μέχρι τώρα, όλες οι παραπάνω εξαγόμενες εκφράσεις των ενότητων 3.2, 3.3 υποθέτουν μεγάλη απόσταση μεταξύ πομπού και δέκτη προκειμένου να γίνεται αναφορά σε ανεξάρτητα κέρδη και ανεξάρτητες φάσεις μεταξύ των σκεδαστών του πομπού και του δέκτη. Μάλιστα, στη βιβλιογραφία καθώς και σε πλήθος δημοσιεύσεων τα κέρδη των σκεδαστών θεωρούνται σταθερά και σχεδόν αμελητέα για μεγάλο αριθμό σκεδαστών. Αυτό είναι λογικό να ισχύει αν υποθεθεί ότι ο αριθμός των σκεδαστών είναι τόσο μεγάλος, οπότε τα κέρδη των σκεδαστών, όπως αυτά δίνονται στην ενότητα 2.3, τείνουν να γίνονται αμελητέα. Στη πραγματικότητα όμως η θεώρηση σταθερών και αμελητέων πλατών των σκεδαστών, δεν είναι πάντα ακριβής.

Συγκεκριμένα, στις περισσότερες δημοσιεύσεις που αφορούν γεωμετρικά στοχαστικά μοντέλα γίνεται η θεώρηση ότι η απόσταση μεταξύ πομπού και δέκτη είναι τέτοια ώστε $d \gg \max \{R_T, R_R\}$, δηλαδή πολύ μεγαλύτερη από την μέγιστη ακτίνα σκεδάσεως του πομπού και του δέκτη. Κάθε σκεδαστής m της περιοχής σκεδάσεως του πομπού προκαλεί ένα κέρδος $g_1 = g_2 = \dots = g_m = 1/\sqrt{MSC}$ και μία μετατόπιση φάσης θ_m . Το κέρδος αυτό για το μοντέλο αναφοράς, όπου ο αριθμός σκεδαστών, του πομπού, $MSC \rightarrow \infty$, είναι αμελητέο, σταθερό και ίδιο για κάθε σκεδαστή. Αντίστοιχα, για τους σκεδαστές n της περιοχής σκεδάσεως του δέκτη προκαλείται από αυτούς ένα αμελητέο κέρδος $g_n = 1/\sqrt{NSC}$ και μία μετατόπιση φάσης θ_n . Σαν συνέπεια της συνθήκης $d \gg \max \{R_T, R_R\}$, είναι λογικό να θεωρηθεί ότι οι φάσεις θ_m και θ_n είναι από κοινού ανεξάρτητες τυχαίες μεταβλητές όπως έχει ήδη αναφερθεί και στη ενότητα 2.4.2, ενώ η από κοινού επίδραση των πλατών g_{mn} των σκεδαστών είναι μία ανεξάρτητη τυχαία μεταβλητή ίση με το γινόμενο των επιμέρους g_m, g_n , [9], [4] δηλαδή

$$g_{mn} = g_m g_n = 1/\sqrt{MN}$$

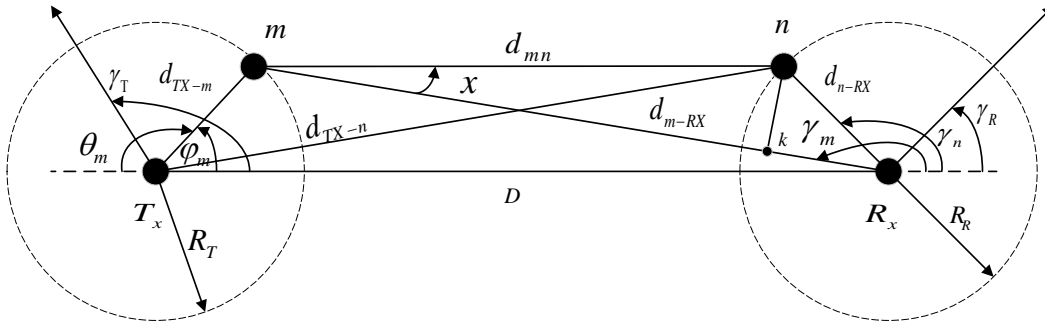
Στο νέο αυτό θεωρητικό μοντέλο που θα παρουσιαστεί, η συνθήκη $d \gg \max \{R_T, R_R\}$ γενικά, δε θα ισχύει. Στη περίπτωση αυτή, οι συνεισφορές των σκεδαστών σε πλάτος, δε μπορούν σε καμία περίπτωση να θεωρηθούν αμελητέες και σταθερές, όπως θα δειχθεί και στη συνέχεια. Επιπλέον, καθώς η απόσταση μεταξύ πομπού και δέκτη d μικραίνει και τα κινητά πλησιάζουν μεταξύ τους δηλαδή $d \rightarrow \max \{R_T, R_R\}$, τα αντίστοιχα πλάτη παρουσιάζουν σημαντικές διαφορές μεταξύ τους και κατά συνέπεια

$$g_1 \neq g_2 \neq \dots \neq g_m \neq 1/\sqrt{MSC}$$

$$g_1 \neq g_2 \neq \dots \neq g_n \neq 1/\sqrt{NSC}$$

δηλαδή όχι μόνο δεν είναι ίσα μεταξύ τους, αλλά παύουν να είναι και προσεγγιστικά σταθερά, ανεξάρτητα από τον αριθμό σκεδαστών.

Πράγματι, θεωρείστε την ακόλουθη γεωμετρική διάταξη του παρακάτω Σχήματος 3.5.



Σχήμα 3.5 Ένα προτεινόμενο γεωμετρικό μοντέλο αναφοράς δύο δαχτυλιδιών

Δύο κινητά βρίσκονται τοποθετημένα σε απόσταση d μεταξύ τους. Τόσο ο πομπός όσο και ο δέκτης περιβάλλονται από μεγάλο αριθμό σκεδαστών $m = 1, \dots, MSC$ και $n = 1, \dots, NSC$, αντίστοιχα τοποθετημένοι σε τυχαίες αποστάσεις μέσα στους δακτυλίους με ακτίνες R_T, R_R , αντίστοιχα. Θεωρείστε ότι τα δύο κινητά κινούνται κατά μήκος του άξονα που ορίζεται από την ευθεία $T_x - R_x$, κατά συνέπεια, οι γωνίες γ_T, γ_R , που δηλώνουν κατεύθυνση κίνησης είναι μηδενικές και ότι σε κάθε περίπτωση ο πομπός T_x μεταδίδει στο δέκτη R_x . Οι γωνίες αναχώρησης AOD φ_m και οι γωνίες άφιξης AOA γ_n , είναι ομοιόμορφα κατανομημένες μέσα στο δακτύλιο, καθορίζονται από τη κατανομή των τοπικών σκεδαστών σε αυτό και ορίζονται σύμφωνα με την περιγραφή της ενότητας 2.4.3.2. Σε μία γενικότερη περίπτωση η εξίσωση που περιγράφει το μοντέλο μετάδοσης μεταξύ $T_x - R_x$ δίνεται από τη σχέση

$$h(t) = \lim_{m,n \rightarrow \infty} \sum_{m=1}^{MSC} \sum_{n=1}^{NSC} g_{mn} e^{j(k_c V_T \cos(\varphi_m) t + k_c V_R \cos(\gamma_n) t + \xi_{mn})} \quad (3.25)$$

όπου V_T, V_R η ταχύτητα κίνησης του πομπού και του δέκτη, αντίστοιχα, k_c ο κυματαριθμός που συνδέεται με το μήκος κύματος λ μέσω της σχέσης $k_c = 2\pi/\lambda$ και ως g_{mn} , ξ_{mn} συμβολίζεται η από κοινού συνεισφορά πλάτους και φάση που προκαλείται από την επίδραση των σκεδαστών m και n , αντίστοιχα. Όπως θα δειχθεί και στη συνέχεια, η συνεισφορά αυτή μπορεί να είναι και μεταξύ τους ανεξάρτητη.

Όπως γίνεται αντιληπτό, γίνεται χρήση της έννοιας από κοινού φάσης και συνεισφοράς πλάτους των σκεδαστών m και n . Πράγματι, αυτό που προκαλεί αλληλεξάρτηση μεταξύ τους στη

γενική περίπτωση είναι η αναφορά σε συγκεκριμένους σκεδαστές. Ειδικότερα, θεωρώντας ως βάση τα κέρδη των σκεδαστών που εξήχθησαν στις σχέσεις (3.21) και (3.22) και ακολουθώντας παρόμοια διαδικασία, ορίζονται τα κέρδη της συνεισφοράς των σκεδαστών m και n , αντίστοιχα σε μία γενική περίπτωση για τυχαία απόσταση d μεταξύ $T_x - R_x$, ως εξής

$$g_{m|n} \sim \frac{d_{T_x-n}}{d_{T_x-m}d_{mn}} \quad (3.26)$$

$$g_{n|m} \sim \frac{d_{m-R_x}}{d_{mn}d_{n-R_x}} \quad (3.27)$$

όπου με $g_{m|n}$ θα συμβολίζεται στο εξής το κέρδος του σκεδαστή m που περιβάλλει το πομπό T_x δεδομένου ότι θα «φωτίσει» το σκεδαστή n που περιβάλλει το δέκτη R_x ενώ με $g_{n|m}$ θα συμβολίζεται το κέρδος του σκεδαστή n που περιβάλλει το δέκτη R_x πάνω σε αυτόν δεδομένου ότι «φωτίστηκε» από τον σκεδαστή m που περιβάλλει το πομπό T_x . Πλέον, τα κέρδη είναι δεσμευμένες τυχαίες μεταβλητές δύο παραμέτρων και αναφέρονται σε κέρδος σκεδαστή σε έναν άλλον. Η διάκριση αυτή είναι πολύ σημαντική καθώς, όπως θα δειχθεί, οι διαφορές στα πλάτη των κερδών είναι σημαντικές από σκεδαστή σε σκεδαστή καθώς η απόσταση d μικραίνει.

Η δέσμευση των τυχαίων μεταβλητών που αναπαριστούν τα κέρδη του πομπού T_x και του δέκτη R_x , είναι και αυτή που δε τους επιτρέπει να εκφραστούν ως ανεξάρτητες τυχαίες μεταβλητές, δηλαδή τα κέρδη $g_{m|n}$ να εκφραστούν ως συνάρτηση κερδών g_m μόνο της παραμέτρου m των σκεδαστών που περιβάλλουν το πομπό T_x και τα κέρδη $g_{n|m}$ να εκφραστούν ως συνάρτηση κερδών g_n μόνο της παραμέτρου n των σκεδαστών που περιβάλλουν το δέκτη R_x . Πράγματι, στη γενικότερη περίπτωση μιας τυχαίας απόστασης d , όπως φαίνεται και από τις σχέσεις των κερδών των σκεδαστών, διαφορετικές αποστάσεις δημιουργούν διαφορετικά κέρδη. Έτσι, το κέρδος του σκεδαστή m διαφέρει ανάλογα με το πιο σκεδαστή n θα «φωτίσει». Ομοίως, το κέρδος του σκεδαστή n που θα συνεισφέρει στο κύμα που θα προσπέσει στο δέκτη R_x θα είναι διαφορετικό για διαφορετικό σκεδαστή m από τον οποίο καταφτάνει το κύμα δηλαδή

$$g_{m|n_1} \neq g_{m|n_2} \neq \dots \neq g_{m|n} \quad (3.28)$$

$$g_{n|m_1} \neq g_{n|m_2} \neq \dots \neq g_{n|m} \quad (3.29)$$

Σημειώστε ότι τα κέρδη $g_{m|n}$ είναι ο λόγος της απευθείας απόστασης d_{T_x-n} πομπού T_x και σκεδαστή n για τη πρώτη αναπήδηση του κύματος και των *διαφορετικών* υπομονοπατιών που θα διανύσει το κύμα μέσω των αποστάσεων d_{T_x-m} ($d_{T_x-m} \leq R_T$) μεταξύ πομπού T_x και σκεδαστή m και d_{mn} μεταξύ σκεδαστή m και n , για τη δεύτερη αναπήδηση του κύματος. Ομοίως τα κέρδη $g_{n|m}$ είναι ένας λόγος της απευθείας απόστασης d_{m-R_x} του σκεδαστή m από το δέκτη R_x προς τις αποστάσεις d_{mn} και την απόσταση d_{n-R_x} ($d_{n-R_x} \leq R_R$) μεταξύ σκεδαστή n και δέκτη R_x .

Στη περίπτωση αυτή ορίζεται ένα κέρδος g_{mn} προκειμένου να συμβολίσει την από κοινού συνεισφορά των σκεδαστών m και n ίσο με

$$g_{mn} = g_{m|n} g_{n|m} \quad (3.30)$$

Αντίστοιχα ορίζεται και μία από κοινού φάση ίση με

$$\xi_{mn} = \psi_{m|n} + \psi_{n|m} \quad (3.31)$$

η οποία περιγράφει την από κοινού μετατόπιση φάσης λόγω αλληλεπίδρασης των φάσεων $\psi_{m|n}$ της συνεισφοράς των σκεδαστών m με τις φάσεις $\psi_{n|m}$ της συνεισφοράς των σκεδαστών n . Σε κάθε περίπτωση, οι φάσεις $\psi_{m|n}$, $\psi_{n|m}$ είναι τυχαίες μεταβλητές δύο παραμέτρων ομοιόμορφα κατανεμημένες στο $[0, 2\pi)$.

Παρατηρώντας καλύτερα τη διάταξη του Σχήματος 3.5, εύκολα διαπιστώνεται πως το $T_x - m - n - R_x$ επιτρέπει το σχηματισμό *δομής τραπεζίου*, με κύριες διαγώνιους του τραπεζίου τις αποστάσεις d_{T_x-n} και d_{m-R_x} . Κατά συνέπεια, οι αποστάσεις αυτές μπορούν να εκφραστούν, αντίστοιχα, ως

$$d_{T_x-n} = \sqrt{d^2 + d_{n-R_x}^2 - 2d_{n-R_x} d \cos(\gamma_n)} \quad (3.32)$$

$$d_{m-R_x} = \sqrt{d_{mn}^2 + d_{T_x-m}^2 - 2d_{mn} d_{T_x-m} \cos(\theta_m)} \quad (3.33)$$

Ομοίως, αποδεικνύεται γεωμετρικά [βλ. ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α] ότι η απόσταση d_{mn} μεταξύ των σκεδαστών m και n δίνεται από τη σχέση

$$d_{mn} = d_{n-R_x} \frac{\sin(\gamma_m - \gamma_n)}{\sin(x)} = d_{m-R_x} \frac{\sin(\gamma_m - \gamma_n)}{\sin(\gamma_m - \gamma_n + x)} \quad (3.34)$$

Κατά συνέπεια οι σχέσεις (3.26), (3.27) τροποποιούνται ως εξής:

$$g_{m|n} \sim \frac{d_{T_x-n}}{d_{T_x-m}d_{mn}} = \frac{\sqrt{d^2 + d_{n-R_x}^2 - 2d_{n-R_x}d \cos(\gamma_n)}}{d_{T_x-m}^2 \frac{\sin(\gamma_m - \gamma_n)}{\sin(\gamma_m - \gamma_n + x)}} \quad (3.35)$$

$$g_{n|m} \sim \frac{d_{m-R_x}}{d_{mn}d_{n-R_x}} = \frac{\sqrt{d_{mn}^2 + d_{T_x-m}^2 - 2d_{mn}d_{T_x-m} \cos(\theta_m)}}{d_{n-R_x}^2 \frac{\sin(\gamma_m - \gamma_n)}{\sin(x)}} \quad (3.36)$$

Είναι πλέον φανερό πως σε μία γενική περίπτωση τα κέρδη των σκεδαστών m και n που δίνονται από τις σχέσεις (3.35), (3.36), αντίστοιχα εμφανίζουν μία εξάρτηση από τους σκεδαστές n και m , αντίστοιχα. Στη περίπτωση αυτή, η τυχαία μεταβλητή g_{mn} που αναπαριστά την από κοινού συνεισφορά των κερδών των σκεδαστών m και n είναι μία διμεταβαλλόμενη συνάρτηση και οι στατιστικές ιδιότητες της εξίσωσης που περιγράφει το μοντέλο, είναι αρκετά περίπλοκες. Η σχέση (3.25) ανάγεται επομένως στην ακόλουθη

$$\begin{aligned} h(t) &= \lim_{m,n \rightarrow \infty} \sum_m^{MSC} \sum_n^{NSC} g_{mn} e^{j(k_c V_T \cos(\varphi_m)t + k_c V_R \cos(\gamma_n)t + \xi_{mn})} \\ &= \lim_{m,n \rightarrow \infty} \sum_m^{MSC} \sum_n^{NSC} g_{m|n} g_{n|m} e^{j(k_c V_T \cos(\varphi_m)t + k_c V_R \cos(\gamma_n)t + \xi_{mn})} \end{aligned} \quad (3.37)$$

Οι πολύπλοκες σχέσεις που προκύπτουν, δεν επιτρέπουν αντίστοιχα στην εξίσωση (3.37) να εκφραστεί σε ανεξάρτητους επιμέρους όρους. Μεγάλες διαφορές στις αποστάσεις των λόγων που περιγράφουν τα κέρδη των σκεδαστών m και n δημιουργούν και σημαντικές διαφορές στις τιμές των πλατών τους. Σε κάθε περίπτωση, τα πλάτη αυτά είναι τυχαίες μεταβλητές που σχετίζονται με τη τυχαία τοποθέτηση σκεδαστών και, κατά συνέπεια, από τυχαίες αποστάσεις. Τα πλάτη των σκεδαστών μιας περιοχής σκεδάσεως διαφέρουν τόσο μεταξύ τους όσο και αναφορικά με το ποιο σκεδαστή «φωτίζουν» ή από ποιόν σκεδαστή «φωτίστηκαν», σύμφωνα με τις σχέσεις (3.28) και (3.29). Αξίζει να σημειωθεί ότι, όπως διαπιστώνεται εύκολα από τις σχέσεις (3.26) και (3.27), η απόσταση d_{mn} μεταξύ των σκεδαστών m και n δημιουργεί συσχέτιση μεταξύ των τυχαίων μεταβλητών $g_{m|n}$ και $g_{n|m}$ καθώς αποτελεί κοινή παράμετρο τόσο για τα πλάτη $g_{m|n}$ όσο και για τα πλάτη $g_{n|m}$.

Σε ένα επόμενο σενάριο γίνεται η θεώρηση ότι τα κινητά αρχίζουν και απομακρύνονται μεταξύ τους . Η απόσταση d πλέον μεταξύ πομπού T_x και δέκτη R_x είναι τέτοια έτσι ώστε να ισχύει η κλασσική θεώρηση $d \gg \max \{R_T, R_R\}$ αλλά και θεωρητικά μεγάλο ώστε $d \rightarrow \infty$. Στην ειδική αυτή περίπτωση, λόγω της μεγάλης απόστασης d είναι δυνατή η προσεγγιστική μελέτη των σχέσεων που αναπτύχθηκαν για τη γενικότερη θεώρηση του μοντέλου της σχέσης (3.37). Κατά συνέπεια, θεωρείστε τώρα τις ακόλουθες προσεγγίσεις

$$\frac{\max \{R_T, R_R\}}{d} \ll 1 \quad (\pi 1) , \quad \left(\frac{\max \{R_T, R_R\}}{d} \right)^2 \approx 0 \quad (\pi 2) , \quad d_{n-R_x} \approx R_R \quad (\pi 3) , \quad d_{T_x-m} \approx R_T \quad (\pi 4)$$

Οι προσεγγίσεις (π3) , (π4) , δηλώνουν ότι για μεγάλη απόσταση d μεταξύ των κινητών τερματικών , είναι δυνατή η καταχρηστική προσέγγιση των αποστάσεων των κινητών από τους τοπικούς τους σκεδαστές με την ακτίνα σκεδάσεως της τοπικής περιοχής, καθώς πράγματι αν τα κινητά είναι αρκετά μακριά το ένα από το άλλο, οι διαφορές των αποστάσεων $R_T - d_{T_x-m}$ και $R_R - d_{n-R_x}$, μπορούν να θεωρηθούν αμελητέες. Σε μία γενικότερη θεώρηση , προφανώς τόσο οι προσεγγίσεις (π3) , (π4), όσο και οι υπόλοιπες , παύουν να ισχύουν.

Με βάση τις παραπάνω προσεγγίσεις , είναι δυνατή η απλοποίηση των πολύπλοκων εκφράσεων για τις αποστάσεις που εξήχθησαν. Πράγματι, αποδεικνύεται [βλ. ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α] ότι οι αποστάσεις d_{T_x-n} και d_{m-R_x} ανάγονται στις εξής

$$d_{T_x-n} = \sqrt{d^2 + d_{n-R_x}^2 - 2d_{n-R_x} d \cos(\gamma_n)} \approx d - d_{n-R_x} \cos(\gamma_n) \approx d - R_R \cos(\gamma_n) \quad (3.38)$$

$$d_{m-R_x} = \sqrt{d_{mn}^2 + d_{T_x-m}^2 - 2d_{mn}d_{T_x-m} \cos(\theta_m)} \approx d_{mn} - d_{T_x-m} \cos(\theta_m) \approx d_{mn} - R_T \cos(\theta_m) \quad (3.39)$$

Με βάση τις εκφράσεις των σχέσεων (3.38) , (3.39) είναι δυνατή η προσέγγιση [βλ. ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α] και της απόστασης d_{mn} μεταξύ σκεδαστών m και n ως εξής

$$d_{mn} \approx d - R_T \cos(\theta_m) + R_R \cos(\gamma_n) \quad (3.40)$$

Ωστόσο, η σχέση (3.34) που περιγράφει την απόσταση d_{mn} στη γενική περίπτωση για οποιαδήποτε απόσταση d , μπορεί να απλοποιηθεί περεταίρω. Αποδεικνύεται [βλ.ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α] ότι για πολύ μικρές γωνίες x , η σχέση d_{mn} μέσω της προσέγγισης $\sin x \approx x$ ανάγεται στην ακόλουθη απόσταση

$$d_{mn} = d_{m-R_x} \frac{\sin(\gamma_m - \gamma_n)}{\sin(\gamma_m - \gamma_n + x)} \approx d \quad (3.41)$$

Αντικαθιστώντας τη σχέση (3.41) στην (3.39) , εύκολα διαπιστώνεται ότι η (3.39) αναγράφεται και καταλήγει

$$(3.39) \xrightarrow{(3.41)} d_{m-R_x} = \sqrt{d_{mn}^2 + d_{T_x-m}^2 - 2d_{mn}d_{T_x-m} \cos(\theta_m)} \approx d_{mn} - d_{T_x-m} \cos(\theta_m) \approx d - R_T \cos(\theta_m)$$

ενώ αντίστοιχα προκύπτει και το συμπέρασμα από τις σχέσεις (3.40), (3.41) ότι $R_T \cos(\theta_m) \approx R_R \cos(\gamma_n)$.

Πλέον, είναι εφικτή τώρα η προσέγγιση για τα κέρδη των σκεδαστών με πιο απλούστερες μορφές. Πράγματι, επιστρέφοντας στις σχέσεις (3.35), (3.36) που περιγράφουν τις δεσμευμένες συνεισφορές των πλατών σε μία γενικότερη περίπτωση τυχαίας απόστασης d , χρησιμοποιούνται οι απλοποιημένες σχέσεις των αποστάσεων για την ειδική περίπτωση όπου τα δύο κινητά απομακρύνονται αρκετά το ένα από το άλλο. Έτσι, τα αντίστοιχα κέρδη των σχέσεων (3.35) , (3.36) στη περίπτωση αυτή, με χρήση των προσεγγίσεων (π1) , (3.38) , (3.39) , (3.41), ανάγονται στα ακόλουθα

$$g_{m|n} \sim \frac{d_{T_x-n}}{d_{T_x-m}d_{mn}} \approx \frac{d - d_{n-R_x} \cos(\gamma_n)}{d_{T_x-m}d} = \frac{1}{d_{T_x-m}} - \frac{d_{n-R_x} \cos(\gamma_n)}{d_{T_x-m}d} \approx \frac{1}{d_{T_x-m}} \approx \frac{1}{R_T} \quad (3.42)$$

$$g_{n|m} \sim \frac{d_{m-R_x}}{d_{mn}d_{n-R_x}} \approx \frac{d - d_{T_x-m} \cos(\theta_m)}{dd_{n-R_x}} = \frac{1}{d_{n-R_x}} - \frac{d_{T_x-m} \cos(\theta_m)}{dd_{n-R_x}} \approx \frac{1}{d_{n-R_x}} \approx \frac{1}{R_R} \quad (3.43)$$

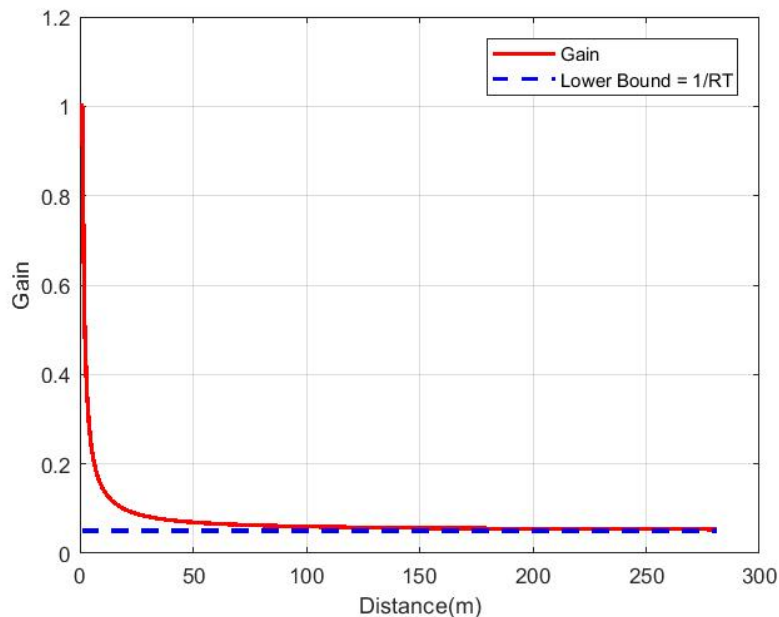
Οι τελευταίες εκφράσεις των σχέσεων (3.42) , (3.43) είναι μεγάλης φυσικής σημασίας καθώς αποδεικνύουν ότι καθώς η απόσταση d μεταξύ πομπού και δέκτη αυξάνεται , τα κέρδη των σκεδαστών είναι συνάρτηση μίας και μόνο παραμέτρου. Με άλλα λόγια , δεν υφίσταται πλέον η έννοια «ποιος σκεδαστής φωτίζει ποιον» και «από ποιον σκεδαστή φωτίστηκε ποιος». Τα πλάτη των συνεισφορών των σκεδαστών m του πομπού T_x είναι πλέον αποκλειστικά συνάρτηση της παραμέτρου m και έχουν ένα και μόνο πλάτος ανεξάρτητα από το ποιο σκεδαστή n του δέκτη R_x φωτίζουν, ενώ τα πλάτη των συνεισφορών των σκεδαστών n του δέκτη R_x είναι αποκλειστικά συνάρτηση της παραμέτρου n και κάθε σκεδαστής n έχει ένα πλάτος με το οποίο θα συνεισφέρει ανεξάρτητα από το ποιο σκεδαστή m κατέφθασε το κύμα. Μάλιστα , όπως φαίνεται και από τις σχέσεις (3.42), (3.43), τόσο τα πλάτη των σκεδαστών του πομπού T_x όσο και αυτά των σκεδαστών του δέκτη R_x προσεγγίζουν σταθερές τιμές που εξαρτώνται αποκλειστικά από την ακτίνα

σκεδάσεως R_T , R_R , αντίστοιχα. Κατά συνέπεια, είναι πλέον δυνατή η έκφραση των $g_{m|n}$ και $g_{n|m}$, αντίστοιχα σε

$$g_{m|n} \approx g_m \sim \frac{1}{d_{T_x-m}} \approx \frac{1}{R_T} \quad (3.44)$$

$$g_{n|m} \approx g_n \sim \frac{1}{d_{n-R_x}} \approx \frac{1}{R_R} \quad (3.45)$$

Οι προσεγγισμένες εκφράσεις των εκφράσεων $g_{m|n}$, $g_{n|m}$ των σχέσεων (3.44) , (3.45) φανερώνουν μία εξάρτηση των κερδών μόνο από τις ακτίνες R_T , R_R , αντίστοιχα, που δείχνει ότι τελικά τα κέρδη g_m , g_n είναι αντιστρόφως ανάλογα των ακτινών τους καθώς η απόσταση $d \rightarrow \infty$. Πράγματι, για ένα παράδειγμα ενός σεναρίου εκτίμησης των πλατών $g_{m|n}$, για σταθερή ακτίνα σκεδάσεως $R_T = 20\text{m}$, παρουσιάζεται παρακάτω το σενάριο ενός σκεδαστή $m = 1$ της μεριάς του πομπού T_x που φωτίζει έναν αντίστοιχο σκεδαστή $n = 1$ της μεριάς του δέκτη R_x . Οι αποστάσεις μεταβάλλονται γραμμικά και αυξάνονται.



Σχήμα 3.6 Διάγραμμα Gain vs Distance , $R_T = 20\text{m}$

Όπως γίνεται εύκολα αντιληπτό και από το Σχήμα 3.6, καθώς οι αποστάσεις αυξάνονται παρατηρείται μία γρήγορη σύγκλιση του πλάτους $g_{||}$ στη τιμή $g_1 = \frac{1}{d_{T_x-1}} \approx \frac{1}{R_T} = \frac{1}{20} = 0.05$.

Ο σκεδαστής $m = 1$, όχι μόνο καθίσταται αδιάφορο ποιο σκεδαστή n «φωτίζει», αλλά συγκλίνει και σε μία σταθερή τιμή g_1 . Τυχόν διαφορές στις τιμές των πλατών των σκεδαστών m και n δύναται πλέον να εντοπιστούν μόνο λόγω διαφορετικών αποστάσεων d_{T_x-m} και d_{n-R_x} , αντίστοιχα. Φυσικά, στη περίπτωση που ληφθούν υπόψιν και οι προσεγγίσεις (π3), (π4) τα κέρδη των σκεδαστών m είναι ίσα μεταξύ τους και αντιστρόφως ανάλογα της ακτίνας σκεδάσεως R_T . Ομοίως ισχύει και για τα κέρδη των σκεδαστών n .

Επομένως, αν κάποιος ήθελε να εκφράσει το από κοινού κέρδος g_{mn} των σκεδαστών m και n , αντίστοιχα με αυτό που εξήχθη στη σχέση (3.20) για το μοντέλο του RCS, για μία περίπτωση όπου ο πομπός T_x και ο δέκτης R_x βρίσκονται σε αρκετά μεγάλη απόσταση d μεταξύ τους τέτοια ώστε να ισχύουν οι προσεγγίσεις που έγιναν, εύκολα θα διαπίστωνε ότι θα προέκυπτε ένα γινόμενο ανεξάρτητων όρων. Πράγματι, για μεγάλη απόσταση d , το από κοινού κέρδος g_{mn} μπορεί να γραφεί ως ο λόγος της απευθείας απόστασης d που διανέυει το κύμα προς την απόσταση των υπομονοπατιών που θα διανύσει αν περάσει από τους σκεδαστές m και n , δηλαδή

$$g_{mn} \sim \frac{d}{d_{T_x-m} d_{mn} d_{n-R_x}} \quad (3.46)$$

Χρησιμοποιώντας τις προσεγγίσεις (π3), (π4) αλλά και τη προσέγγιση της σχέσης (3.41), η σχέση (3.46) τροποποιείται ως εξής

$$g_{mn} \sim \frac{d}{d_{T_x-m} d_{mn} d_{n-R_x}} \approx \frac{d}{d_{T_x-m} d d_{n-R_x}} = \frac{1}{d_{T_x-m}} \frac{1}{d_{n-R_x}} \approx \frac{1}{R_T} \frac{1}{R_R} = g_m g_n \quad (3.47)$$

γεγονός που φανερώνει ότι το από κοινού κέρδος της σχέσης (3.30) υπόκειται σε πλήρη ανεξαρτησία, εφόσον μπορεί να γραφεί σαν γινόμενο ανεξάρτητων τυχαίων μεταβλητών των σχέσεων (3.44) και (3.45) που εξήχθησαν προηγουμένως. Με άλλα λόγια, δεν υφίσταται η έννοια του «από κοινού κέρδους» g_{mn} . Στη γενικότερη θεώρηση τυχαίας απόστασης d , ισχύει φυσικά η σχέση (3.30) για το από κοινού κέρδος των σκεδαστών m και n . Από την άλλη, για μεγάλη απόσταση d , η ανεξαρτησία των συνεισφορών των σκεδαστών σημειώνεται τόσο σε πλάτος όσο και σε φάση. Σε μία τέτοια περίπτωση, η από κοινού φάση όπως περιγράφεται από τη σχέση (3.31) ανάγεται σε ένα άθροισμα επιμέρους φάσεων δηλαδή,

$$\xi_{mn} = \psi_m + \psi_n \quad (3.48)$$

Όπως περιγράφηκε και προηγουμένως, για μεγάλες αποστάσεις d μεταξύ πομπού – δέκτη, οι προσεγγίσεις που πραγματοποιήθηκαν επιτρέπουν την έκφραση των συνεισφορών των πλατών των σκεδαστών σαν ανεξάρτητες τυχαίες μεταβλητές μίας μόνο παραμέτρου. Έτσι, τα κέρδη $g_{m/n}$ είναι πλέον συνάρτηση μόνο των σκεδαστών m που περιβάλλουν το πομπό T_x ενώ αντίστοιχα τα κέρδη $g_{n/m}$ είναι συνάρτηση μόνο των σκεδαστών n που περιβάλλουν το δέκτη R_x . Αυτή η δυνατότητα αποδέσμευσης από τη μία παράμετρο εξαιτίας των προσεγγίσεων επιτρέπει και την μετάβαση σε ένα πιο ξεκάθαρο γεωμετρικό μοντέλο και κατά συνέπεια σε μία απλούστερη μαθηματική έκφραση. Σε κάθε περίπτωση πρέπει να ληφθεί υπόψιν ότι οι προσεγγίσεις που χρησιμοποιήθηκαν έχουν αντίκτυπο στο γεωμετρικό μοντέλο που περιγράφει τη διάδοση του κύματος από το πομπό T_x στον δέκτη R_x , το οποίο αλλάζει τόσο σε φυσική υπόσταση όσο, και κατά συνέπεια, σε μαθηματική.

Πράγματι, για μία τυχαία απόσταση d , η εξίσωση του μοντέλου $h(t)$ περιγράφεται από τη σχέση (3.37). Ο δέκτης συλλέγει ένα άθροισμα MSC και NSC συνεισφορών της μορφής της σχέσης (3.25) όπου g_{mn} , ξ_{mn} οι από κοινού συνεισφορές πλάτους και φάσης των σχέσεων (3.30), (3.31), αντίστοιχα. Σημειώστε ότι στη περίπτωση αυτή τα κέρδη περιγράφονται από μία τυχαία μεταβλητή των δύο συσχετισμένων κερδών της σχέσης (3.30), δηλαδή

$$g_{mn} \sim \frac{d_{T_x-n}}{d_{T_x-m}} \frac{d_{m-R_x}}{d_{mn}d_{n-R_x}} = \frac{d_{T_x-n}d_{m-R_x}}{d_{T_x-m}d_{mn}^2d_{n-R_x}} \quad (3.49)$$

Δυστυχώς όπως φαίνεται από τη σχέση (3.49), η από κοινού συνεισφορά των πλατών g_{mn} , δεν μπορεί να γραφεί σε μορφή ανεξάρτητων όρων παρόμοια με αυτή της σχέσης (3.47) και αποτελεί μία πολύπλοκη συνάρτηση των σχέσεων (3.32), (3.33), (3.34). Τα πλάτη $g_{m/n}$ και $g_{n/m}$ είναι συσχετισμένα μεταξύ τους και στη περίπτωση που γίνει υπόθεση ότι χαρακτηρίζονται από Rayleigh κατανομή, περιγράφονται από μία διμεταβαλλόμενη από κοινού συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας [7]

$$P_{g_{m/n}, g_{n/m}}(g_{m/n}, g_{n/m}) = \frac{4g_{m/n}g_{n/m}}{\sigma_{g_{m/n}}\sigma_{g_{n/m}}(1-\rho)} e^{-\frac{1}{1-\rho}\left(\frac{g_{m/n}^2}{\sigma_{g_{m/n}}^2} + \frac{g_{n/m}^2}{\sigma_{g_{n/m}}^2}\right)} K_0\left(\frac{2g_{m/n}g_{n/m}\sqrt{\rho}}{(1-\rho)\sqrt{\sigma_{g_{m/n}}\sigma_{g_{n/m}}}}\right)$$

όπου $\sigma_{g_{m/n}}$, $\sigma_{g_{n/m}}$ η ισχύς των πλατών $g_{m/n}$ και $g_{n/m}$, αντίστοιχα και ρ ο συντελεστής συσχέτισης μεταξύ των δύο πλατών. Παρατηρείστε ότι για $\rho = 0$, η συνάρτηση $p_{g_{m/n}, g_{n/m}}$ υπόκειται σε γινόμενο Rayleigh περιβάλλουσων συναρτήσεων πυκνότητας πιθανότητας, γεγονός που θα υποδήλωνε ανεξάρτητα πλάτη. Σε διαφορετική περίπτωση η συνάρτηση $p_{g_{m/n}, g_{n/m}}$ δε μπορεί να εκφραστεί σαν γινόμενο των περιθωρίων συναρτήσεων πυκνότητας πιθανότητας $p_{g_{m/n}}(g_{m/n})$ και

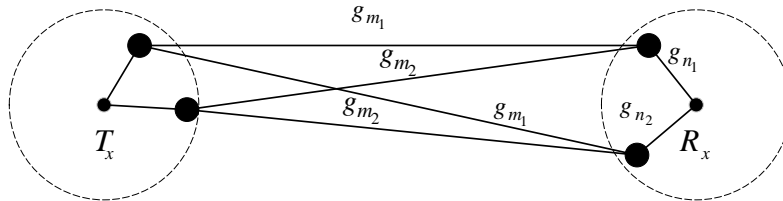
$p_{g_{n/m}}(g_{n/m})$, δηλαδή $p_{g_{m/n}, g_{n/m}}(g_{m/n}, g_{n/m}) \neq p_{g_{m/n}}(g_{m/n}) \cdot p_{g_{n/m}}(g_{n/m})$ το οποίο είναι συνέπεια του γεγονότος ότι τα $g_{m|n}$ και $g_{n|m}$ δεν είναι ανεξάρτητα. Με βάση τη συνάρτηση $p_{g_{m/n}, g_{n/m}}$, αποδεικνύεται [βλ. ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β] ότι το πλάτος της τυχαίας μεταβλητής g_{mn} , δηλαδή του γινομένου υποτιθέμενων συσχετισμένων Rayleigh περιβαλλουσών, δίνεται από τη συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας

$$p_G(g_{mn}) = \frac{4g_{mn}}{\sigma_{g_{m/n}}^2 \sigma_{g_{n/m}}^2 (1-\rho^2)} K_0 \left(\frac{2g_{mn} \sqrt{\rho}}{(1-\rho) \sqrt{\sigma_{g_{m/n}} \sigma_{g_{n/m}}}} \right) I_0 \left(\frac{2g_{mn}}{(1-\rho) \sigma_{g_{m/n}} \sigma_{g_{n/m}}} \right) \quad (3.50)$$

όπου $\rho = \text{cov}(g_{m/n}^2, g_{n/m}^2) / \sqrt{\text{var}(g_{m/n}^2) \text{var}(g_{n/m}^2)}$. Αξίζει να σημειωθεί ότι για $\rho = 0$, η συνάρτηση $p_G(g_{mn})$ ανάγεται στη κλασσική συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας πλάτους της σχέσης (3.11), δηλαδή μία Double Rayleigh κατανομή. Το γεγονός αυτό θα υποδήλωνε πλήρη ανεξαρτησία των πλατών $g_{m|n}$ και $g_{n|m}$ και, κατά συνέπεια, τα πλάτη θα εκφράζονταν από τα αντίστοιχα των σχέσεων (3.44) και (3.45).

Σε μία τέτοια περίπτωση, εύκολα διαπιστώνεται ότι η εξίσωση της σχέσης (3.25) δε μπορεί να αναχθεί σε μία μορφή παρόμοια με τη σχέση (3.10), δηλαδή ως ένα γινόμενο ανεξάρτητων μονών αθροισμάτων ή ισοδύναμα ως γινόμενο δύο ανεξάρτητων τυχαίων μεταβλητών. Τότε είναι λογικό να θεωρηθεί ότι οι από κοινού φάσεις ξ_{mn} είναι ανεξάρτητες πανομοιότυπα κατανεμημένες (i.i.d.) τυχαίες μεταβλητές με συνέπεια το $|h(t)|$ όπως ορίζεται στη σχέση (3.25) να ακολουθεί τη κλασσική κατανομή Rayleigh και επομένως η έννοια του διπλού αθροίσματος να μην υφίσταται.

Από την άλλη, καθώς τα δύο κινητά T_x και R_x απομακρύνονται αρκετά μεταξύ τους σε απόσταση d αρκετά μεγάλη ώστε να ισχύουν οι προσεγγίσεις, το μοντέλο αλλάζει. Πλέον κάθε σκεδαστής m της μεριάς του πομπού T_x εμφανίζει ένα κέρδος που εξαρτάται αποκλειστικά από την απόστασή του από τον T_x . Ομοίως οι σκεδαστές n της μεριάς του δέκτη R_x εμφανίζουν ένα κέρδος που εξαρτάται μόνο από την απόστασή τους από το δέκτη R_x (Σχήμα 3.7).



Σχήμα 3.7 Κέρδη 4 σκεδαστών τοποθετημένα σε μεγάλη απόσταση d

Σε μία τέτοια περίπτωση που επιτρέπονται οι προσεγγίσεις, η μαθηματική έκφραση της σχέσης (3.25) του μοντέλου είναι διαφορετική. Πράγματι, το από κοινού κέρδος g_{mn} των σκεδαστών m και n της σχέσης (3.46) προσεγγίζεται από τη σχέση (3.47). Τότε οι φάσεις ξ_{mn} , δίνονται μέσω της σχέσης (3.48). Δηλαδή, η από κοινού φάση ξ_{mn} γράφεται σαν άθροισμα δύο ομοιόμορφα ανεξάρτητων πανομοιότυπα κατανεμημένων (i.i.d.) τυχαίων μεταβλητών. Στη περίπτωση αυτή η μαθηματική έκφραση της σχέσης (3.25), τροποποιείται και ορίζεται ένα $h_{DBI}(t)$ [12] σύμφωνα με τη παρακάτω σχέση

$$\begin{aligned} h_{DBI}(t) &= \lim_{m,n \rightarrow \infty} \sum_{m=1}^{MSC} \sum_{n=1}^{NSC} g_m g_n e^{j(k_c V_T \cos(\varphi_m)t + k_c V_R \cos(\gamma_n)t + \psi_m + \psi_n)} \\ &= \lim_{m \rightarrow \infty} \sum_{m=1}^{MSC} g_m e^{j(k_c V_T \cos(\varphi_m)t + \psi_m)} \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{n=1}^{NSC} g_n e^{j(k_c V_R \cos(\gamma_n)t + \psi_n)} \end{aligned} \quad (3.51)$$

Εύκολα διαπιστώνεται ότι η τελευταία σχέση, επιτρέπει στο διπλό άθροισμα της σχέσης (3.25), να γραφεί σαν το γινόμενο δυο ανεξάρτητων μονών αθροισμάτων, όμοια με το [4],[12], αντίστοιχο με αυτό της σχέσης (3.10). Εφόσον το Κεντρικό Οριακό Θεώρημα (ΚΟΘ) δηλώνει ότι κάθε μονό άθροισμα είναι μία μιγαδική Γκαουσιανή στοχαστική διαδικασία μηδενικής μέσης τιμής (Zero Mean Complex Gaussian - ZMCG), συνεπάγεται ότι το πλάτος $|h_{DBI}(t)|$ ίσο με

$$|h_{DBI}(t)| = \left| \lim_{m \rightarrow \infty} \sum_{m=1}^{MSC} g_m e^{j(k_c V_T \cos(\varphi_m)t + \psi_m)} \right| \left| \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{n=1}^{NSC} g_n e^{j(k_c V_R \cos(\gamma_n)t + \psi_n)} \right|$$

χαρακτηρίζεται από μία Double Rayleigh κατανομή με αντίστοιχη συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας που δίνεται από τη σχέση (3.11).

Σε διαφορετική περίπτωση καθώς τα δύο κινητά πλησιάζουν μεταξύ τους, η εξάρτηση των πλατών των σκεδαστών m και των πλατών των σκεδαστών n γίνεται ολοένα και πιο ισχυρή και οι διαφορές στις τιμές των πλατών από σκεδαστή σε σκεδαστή δε μπορούν να αγνοηθούν. Ήδη όπως φαίνεται και από το Σχήμα 3.6 για αποστάσεις d μικρότερες από 50m, η τιμή πλάτους ενός σκεδαστή m_1 πάνω σε σκεδαστή n_1 , αλλάζει ραγδαία. Στη περίπτωση αυτή η από κοινού συνεισφορά g_{mn} των πλατών περιγράφεται από τη συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της σχέσης (3.50) με ρ συντελεστή συσχέτισης μεταξύ των πλατών. Αντίθετα, για αποστάσεις d μεγαλύτερες από 50m, οι μεταβολές στη τιμή πλάτους είναι μικρότερες μέχρι για τιμές αποστάσεων d μεγαλύτερες από 100m όπου σταδιακά τείνουν να ομαλοποιούνται και να συγκλίνουν σε μία σταθερή τιμή.

3.4 ΘΕΩΡΗΤΙΚΕΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΕΙΣ ΤΩΝ ΚΑΤΑΝΟΜΩΝ RAYLEIGH ΚΑΙ DOUBLE RAYLEIGH

Τόσο η κατανομή Rayleigh που χρησιμοποιείται ευρέως για να αναπαραστήσει το λαμβανόμενο πλάτος στο δέκτη από ένα άθροισμα φασιθετών όσο και η κατανομή Double Rayleigh που αναπαριστά το ίδιο λαμβανόμενο πλάτος όταν κάθε άθροισμα είναι ένα άθροισμα άλλων φασιθετών, έχουν σημαντική φυσική σημασία που περιγράφηκε στο Κεφάλαιο 3.

Στη περίπτωση της κατανομής Double Rayleigh, δείχτηκε στο Κεφάλαιο 3 ότι προκειμένου να προκύψει, απαιτείται ανεξαρτησία τυχαίων μεταβλητών. Κατά συνέπεια, το άθροισμα ενός αθροίσματος φασιθετών πρέπει να σχηματίζει δύο ανεξάρτητες τυχαίες μεταβλητές (ZMCG). Στη περίπτωση αυτή, προκύπτει το φαινόμενο διπλής αναπήδησης (double bounce). Παρατηρείστε ότι λαμβανόμενη κατανομή πλάτους Double Rayleigh, συνεπάγεται διπλή αναπήδηση του κύματος σε δύο σκεδαστές με κάθε άθροισμα που συλλέγεται να αποτελεί ανεξάρτητη τυχαία μεταβλητή ενώ διπλή αναπήδηση του κύματος δε συνεπάγεται υποχρεωτικά και κατανομή πλάτους Double Rayleigh όπως αποδείχθηκε και στην ενότητα 3.3.2, δηλαδή

$$\text{Double - Rayleigh} \Rightarrow \text{Double Bounce}$$

$$\text{Double Bounce} \not\Rightarrow \text{Double - Rayleigh}$$

Αντίστοιχα, μονή αναπήδηση (single bounce) συνεπάγεται και πλάτος που χαρακτηρίζεται από κατανομή Rayleigh ενώ λαμβανόμενη κατανομή πλάτους κατανομής Rayleigh δε συνεπάγεται και υποχρεωτικά μονή αναπήδηση όπως αποδείχθηκε στην ενότητα 3.2, δηλαδή

$$\text{Single Bounce} \Rightarrow \text{Rayleigh}$$

$$\text{Rayleigh} \not\Rightarrow \text{Single Bounce}$$

Γενικά, η μονή αναπήδηση υπάγεται στη λεγόμενη μονή σκέδαση (single scattering) ενώ η διπλή αναπήδηση υπάγεται στο φαινόμενο διπλής σκέδασης (double scattering) [11]. Όπως μπορεί κανείς να διαπιστώσει από την ανάλυση που έγινε στην ενότητα 3.3.2, το φαινόμενο της διπλής σκέδασης είναι αρκετά πιθανό να συμβεί όταν δύο κινητά τερματικά κινούνται, τοποθετημένα σε αρκετά μεγάλη απόσταση μεταξύ τους. Αντίθετα το φαινόμενο της μονής σκέδασης είναι πιο πιθανό να συμβεί για κοντινές αποστάσεις μεταξύ των δύο κινητών. Παρακάτω σχεδιάζονται οι κατανομές Rayleigh και Double Rayleigh. Όπως θα διαπιστωθεί από τα διαγράμματα, η ποσότητα εξασθένησης (fading) της τυχαίας μεταβλητής Double Rayleigh είναι σημαντικά μεγαλύτερη από αυτή της τυχαίας μεταβλητής Rayleigh. [13]. Στο επόμενο κεφάλαιο, καθώς το μοντέλο θα αλλάξει, η λαμβανόμενη κατανομή πλάτους στο δέκτη, θα αλλάξει σταδιακά από Double Rayleigh σε κατανομή που προσεγγίζει Rayleigh. Για το λόγο αυτό και για τη καλύτερη κατανόηση του φαινομένου, κρίνεται σκόπιμο να παρουσιαστούν και να σχεδιαστούν οι θεωρητικές κατανομές με τις οποίες θα αντιστοιχίζονται οι προσομοιωμένες λαμβανόμενες κατανομές.

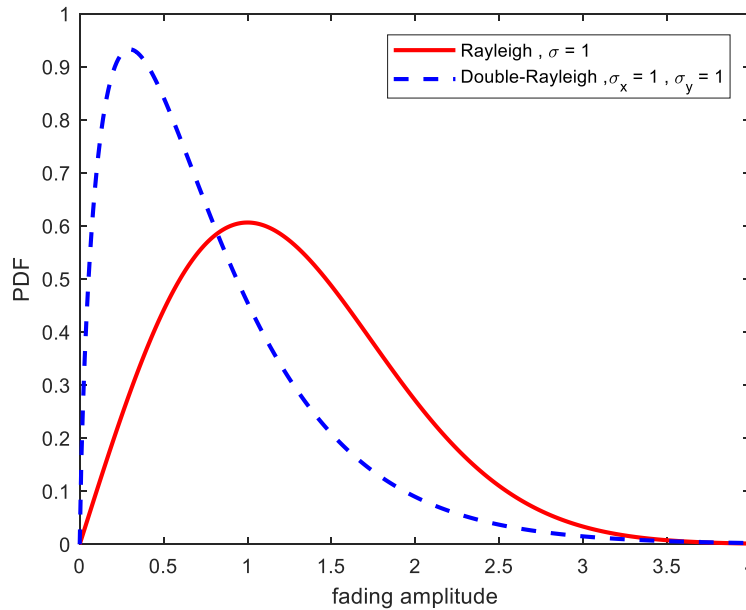
Όπως διαπιστώθηκε και από την ενότητα 3.2, η κατανομή Double Rayleigh χαρακτηρίζεται από συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας

$$p_A(z) = \frac{4z}{\sigma_x^2 \sigma_y^2} I_0\left(\frac{2z}{\sigma_x \sigma_y}\right) \quad (3.52)$$

με παραμέτρους σ_x, σ_y , ενώ η κατανομή Rayleigh της ενότητας 3.1, υπάγεται σε συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας

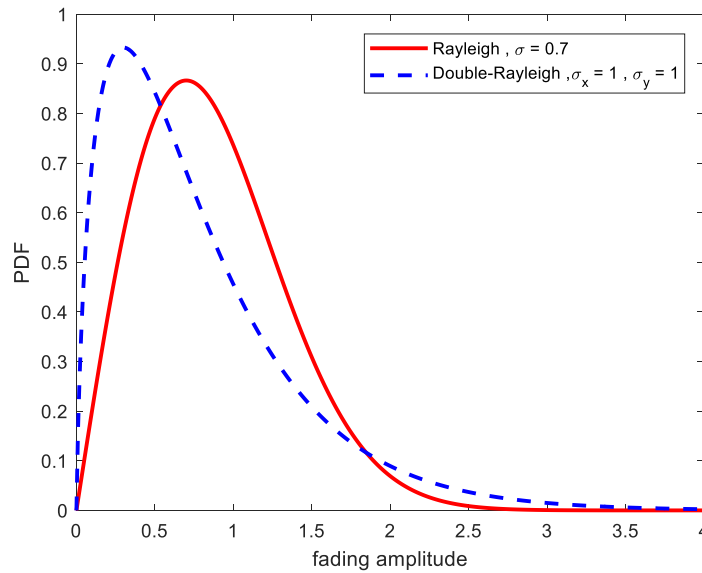
$$p_A(r) = \frac{r}{\sigma^2} e^{-r^2/2\sigma^2} \quad (3.53)$$

με μοναδική παράμετρο το σ .



Σχήμα 3.8 PDF των κατανομών Rayleigh και Double Rayleigh

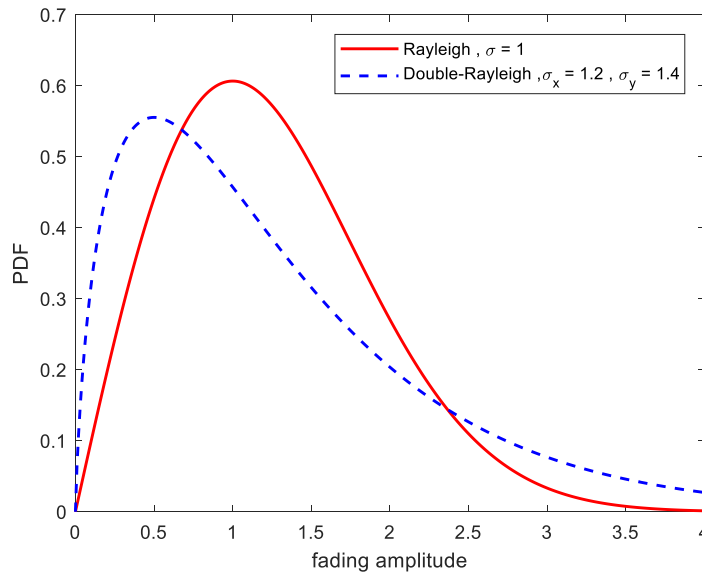
Παρατηρήστε από το Σχήμα 3.8 ότι η κατανομή Double Rayleigh παρουσιάζει πιο απότομη κλίση από τη κατανομή Rayleigh γεγονός που δικαιώνει ότι αποτελεί ένα γινόμενο δύο ανεξάρτητων πλατών σε αντίθεση με τη κατανομή Rayleigh. Για μικρότερες τιμές σ της διακύμανσης της κατανομής Rayleigh, τείνει να γίνεται πιο απότομη και να έρχεται πιο κοντά στη κατανομή Double Rayleigh (Σχήμα 3.9). Αντίστοιχα, καθώς οι τιμές των παραμέτρων σ_x, σ_y αυξάνονται, η κατανομή Double Rayleigh τείνει να συγκλίνει πιο κοντά στη κατανομή Rayleigh (Σχήμα 3.10).



Σχήμα 3.9 PDF των κατανομών Rayleigh ($\sigma = 0.7$) και Double Rayleigh

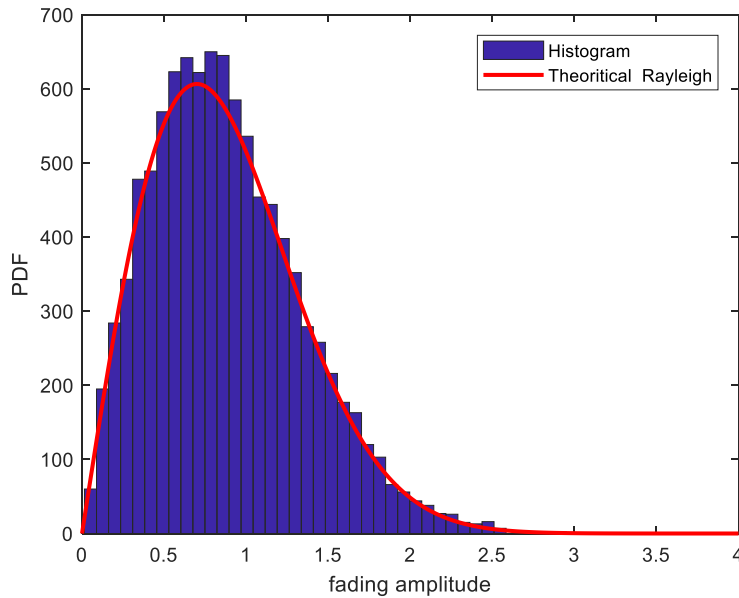
Σε ένα σενάριο προσομοίωσης, τα πλάτη A_i είναι θετικές τυχαίες μεταβλητές. Δεν είναι απαραίτητα πανομοιότυπα κατανομημένες (identically distributed), αλλά δίνονται με τέτοιο τρόπο ώστε το άθροισμα των μέσων ισχύων να είναι μία σταθερή ποσότητα σ_h ίση με την μέση ισχύ του λαμβανόμενου κύματος στο δέκτη δηλαδή ,

$$\sum_{i=1}^N E\{|A_i|^2\} = \sigma_h^2$$



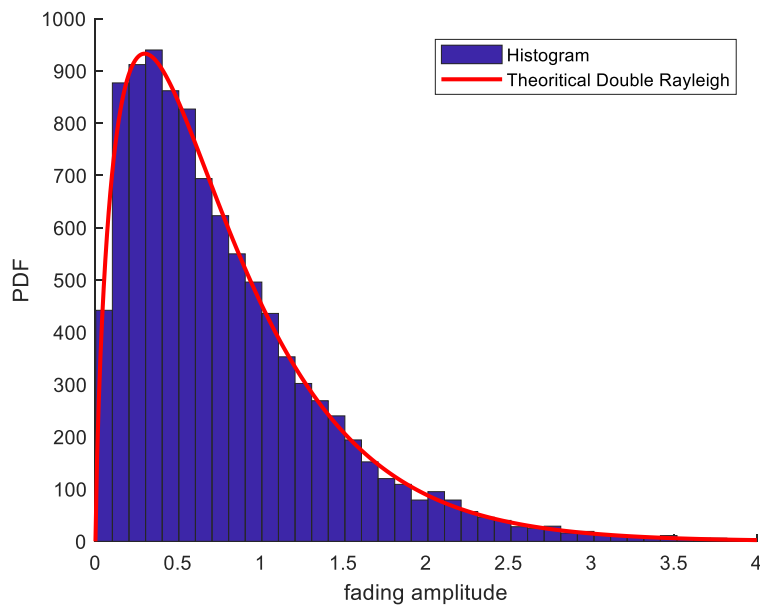
Σχήμα 3.10 PDF των κατανομών Rayleigh και Double Rayleigh ($\sigma_x = 1.2$, $\sigma_y = 1.4$)

Έστω τώρα ότι είναι επιθυμητή η εξαγωγή μίας τυχαίας μεταβλητής Double Rayleigh. Σε μία τέτοια περίπτωση είναι σημαντικό να δημιουργηθούν δύο τυχαίες μεταβλητές ανεξάρτητες μεταξύ τους. Αρχικά, θεωρείστε ZMCG τυχαία μεταβλητή $h_1 = x_1 + jy_1$, όπου x_2, y_2 είναι τυχαίες μεταβλητές πανομοιότυπα κατανομημένες μηδενικής μέσης τιμής και συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας $N(0, \sigma_1^2/2)$. Τότε το πλάτος $|h_1|$ της τυχαίας μεταβλητής ισούται με $|h_1| = \sqrt{x_1^2 + y_1^2}$. Στη περίπτωση αυτή λαμβάνεται κατανομή πλάτους με συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας που χαρακτηρίζεται από τη κατανομή Rayleigh της σχέσης 3.53 ($\sigma_1 = 1$) (Σχήμα 3.11).



Σχήμα 3.11 Rayleigh PDF ($\sigma_1 = 1$)

Στη συνέχεια, θεωρείστε τυχαία μεταβλητή $h_2 = x_2 + jy_2$, όπου x_2, y_2 είναι τυχαίες μεταβλητές που εμφανίζουν ίδιες στατιστικές ιδιότητες με τις αντίστοιχες x_1, y_1 . Στη περίπτωση αυτή λαμβάνεται πάλι μία όμοια κατανομή πλάτους με συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας που χαρακτηρίζεται από την ίδια κατανομή Rayleigh της σχέσης (3.53) ($\sigma_2 = 1$). Τότε η τυχαία μεταβλητή h που σχηματίζεται από το γινόμενο των δύο ZMCG τυχαίων μεταβλητών h_1, h_2 και ορίζεται ως $h = h_1 h_2 = x + jy$, με $x = x_1 x_2 - y_1 y_2 = \text{Re}(h)$ και $y = x_1 y_2 + y_1 x_2 = \text{Im}(h)$ ορίζει μία διπλή μιγαδική Γκαουσιανή τυχαία μεταβλητή, με από κοινού συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας πλάτους και φάσης που δίνεται από τη σχέση (3.9) της ενότητας 3.2. Η τυχαία μεταβλητή h εμφανίζει πλάτος ίσο με το γινόμενο των πλατών των h_1, h_2 δηλαδή, $|h| = |h_1| |h_2|$ και μία συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας πλάτους ίδια με αυτή της σχέσης (3.52), δηλαδή μία Double Rayleigh κατανομή. Στο παρακάτω σχήμα παρουσιάζεται η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας μίας Double Rayleigh τυχαίας μεταβλητής.

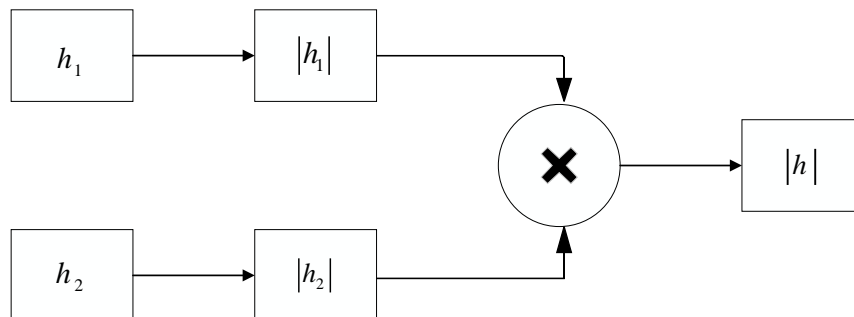


Σχήμα 3.12 Double Rayleigh PDF ($\sigma_1 = 1$, $\sigma_2 = 1$)

Τόσο στη λαμβανόμενη κατανομή πλάτους του Σχήματος 3.12 όσο και στις υπόλοιπες κατανομές των σχημάτων τα πλάτη A έχουν τη συνήθη κανονικοποίηση μοναδιαίας διακύμανσης έτσι ώστε

$$E\{|A|^2\} = 1$$

Συμπερασματικά, μία τυχαία μεταβλητή Double Rayleigh μπορεί να ληφθεί σύμφωνα με το μπλοκ διάγραμμα του παρακάτω Σχήματος 3.13



Σχήμα 3.13 Block Diagram μιας Double Rayleigh τυχαίας μεταβλητής

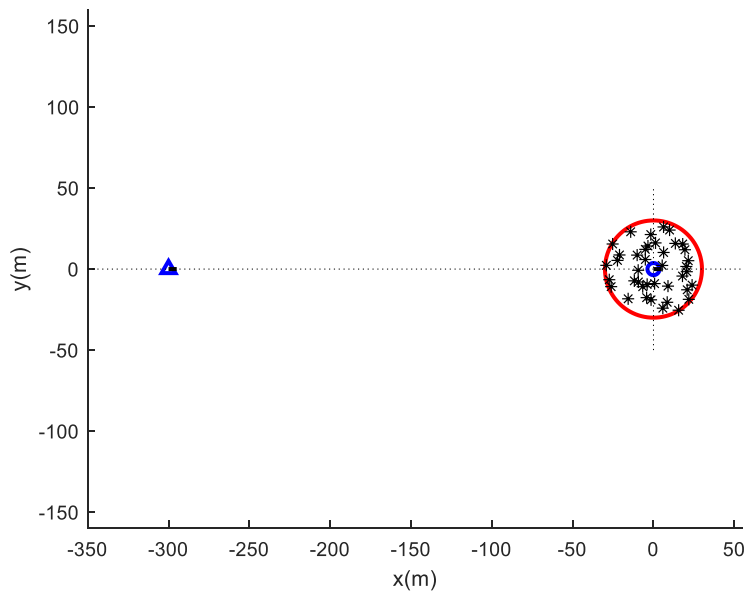
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΕΙΣ

Στο κεφάλαιο αυτό, στόχος είναι η προσομοίωση και η ανάλυση των μοντέλων που περιγράφηκαν. Καθώς η θεωρητική μελέτη ολοκληρώνει, είναι σημαντικό να κατανοηθούν όλα εκείνα τα σενάρια που περιγράφηκαν σε πραγματικά μοντέλα προσομοίωσης (simulation models), καθώς στα θεωρητικά μοντέλα αναφοράς δεν παρέχεται η δυνατότητα προσομοίωσης λόγω μη πεπερασμένου αριθμού συνιστωσών. Το παρόν κεφάλαιο έρχεται να εστιάσει σε ένα πλήθος προσομοιωμένων σεναρίων και να επαληθεύσει όλες εκείνες τις παραδοχές και ιδιότητες που περιγράφηκαν στα προηγούμενα κεφάλαια. Ξεκινώντας από ένα απλό σενάριο ενός μόνο γεωμετρικού δαχτυλιδιού, λαμβάνεται η κατανομή πλάτους στο δέκτη και επιβεβαιώνονται οι στατιστικές ιδιότητες του προσομοιωμένου μοντέλου με το αντίστοιχο θεωρητικό. Στη συνέχεια, προσομοιώνεται και αναλύεται ένα κλασσικό σενάριο δύο γεωμετρικών δαχτυλιδιών για δύο κινητά, εφαρμόζοντας τη κλασσική θεώρηση της μακρινής απόστασης μεταξύ των δύο κινητών. Τα αποτελέσματα της λαμβανόμενης κατανομής πλάτους στο δέκτη αναλύονται και σχολιάζονται. Τέλος, προσομοιώνεται το νέο γεωμετρικό στοχαστικό μοντέλο δύο δαχτυλιδιών που παρουσιάστηκε στο Κεφάλαιο 3. Ξεκινώντας από μία αρχικά μεγάλη απόσταση μεταξύ των δύο κινητών, θα δειχθεί ότι καθώς τα δύο κινητά πλησιάζουν μεταξύ τους η λαμβανόμενη κατανομή πλάτους στο δέκτη αλλάζει.

4.1 ΕΝΑ RAYLEIGH ΣΕΝΑΡΙΟ

Αρχικά, παρουσιάζεται ένα σενάριο δύο κινητών τερματικών όπου μόνον ο δέκτης περιβάλλεται από ένα γεωμετρικό δαχτυλίδι. Τόσο ο πομπός όσο και ο δέκτης κινούνται πάνω στην ίδια ευθεία του $x'x$ αλλά μόνον ο δέκτης περιβάλλεται από έναν μεγάλο αριθμό σκεδαστών ομοιόμορφα κατανεμημένους μέσα στο δαχτύλιο, αλλά σε τυχαίες αποστάσεις από το δέκτη. Παρακάτω περιγράφεται το σενάριο όπου ο δέκτης βρίσκεται σε μεγάλη απόσταση d από το πομπό (Σχήμα 4.1). Η μετάδοση πραγματοποιείται από το πομπό στο δέκτη, ο οποίος θα συλλέξει ένα άθροισμα NSC συνιστωσών. Στη περίπτωση αυτή ο αριθμός σκεδαστών είναι αρκετά μεγάλος τέτοιος ώστε να ικανοποιείται το Κεντρικό Οριακό Θεώρημα. Χρησιμοποιώντας ομοιόμορφη ιστροπική σκέδαση, οι στατιστικές ιδιότητες συμπίπτουν με αυτές του μοντέλου αναφοράς μόνο για ένα μεγάλο αριθμό NSC σκεδαστών, περίπου ίσος με 40 αλλά απαιτείται μία μόνο δοκιμή (1 simulation trial) [16], [1]. Σημειώστε ότι για το συγκεκριμένο σενάριο, η μόνη τυχαία μεταβλητή που εμφανίζεται είναι οι φάσεις συνεισφοράς των σκεδαστών που περιβάλλουν το δέκτη. Οι φάσεις αυτές ακολουθούν ομοιόμορφη κατανομή στο $[0, 2\pi)$.



Σχήμα 4.1 The one ring scenario Model

Οι παράμετροι της προσομοίωσης που χρησιμοποιούνται φαίνονται στον παρακάτω Πίνακα 1. Σημειώστε ότι γίνεται η συνήθης κανονικοποίηση ώστε η μέση ισχύς των πλατών να υπάγεται σε

μία σταθερή ποσότητα ομοίως με αυτή του [3] , έτσι ώστε
$$\sum_{i=1}^{NSC} E\{|A_i|^2\} = \sigma_h^2 .$$

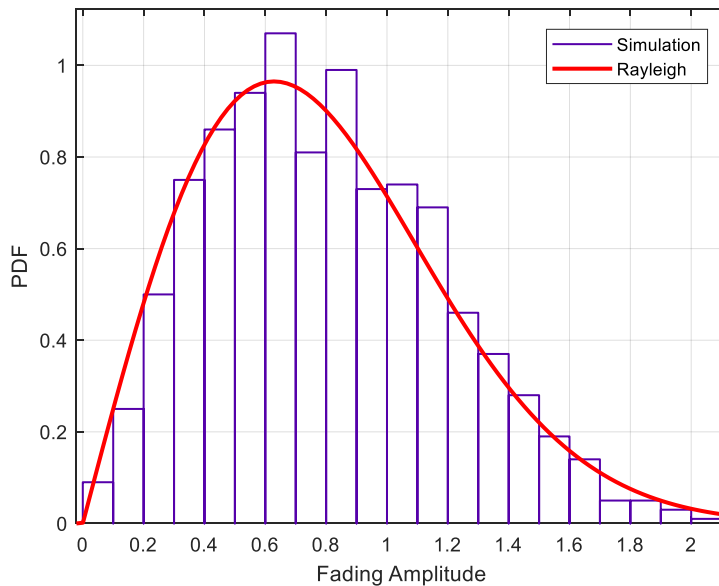
Πίνακας 1. RAYLEIGH – ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ

ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ	ΤΙΜΗ
Μέση ισχύς Καναλιού (σ_h^2)	$\sigma_h^2 = 1$
Κεντρική Συχνότητα (f_c)	$f_c = 5.9$ GHz
Μέγιστη συχνότητα Doppler λόγω κίνησης του πομπού (f_{\max}^T)	$f_{\max}^T = 200$ Hz
Μέγιστη συχνότητα Doppler λόγω κίνησης του πομπού (f_{\max}^R)	$f_{\max}^R = 200$ Hz
Αζιμούθια κατεύθυνση κίνησης πομπού (γ_T)	$\gamma_T = 0$
Αζιμούθια κατεύθυνση κίνησης πομπού (γ_R)	$\gamma_R = 0$
Αρχική απόσταση μεταξύ πομπού-δέκτη (d)	d = 300 m
Ακτίνα σκεδάσεως του δέκτη (R_R)	$R_R = 30$ m

Όπως αναφέρθηκε ήδη, ο δέκτης θα συλλέξει ένα άθροισμα της συνεισφοράς των κυμάτων που καταφθάνουν από τους σκεδαστές NSC. Κάθε συνεισφορά είναι μορφής

$$A_i e^{j\theta_i}, \quad i = 1, \dots, \text{NSC}$$

όπου χαρακτηρίζεται από ένα πλάτος A_i και μία φάση θ_i . Η τυχαία μεταβλητή που σχηματίζεται είναι της μορφής της σχέσης (3.1), της ενότητας 3.1. Όπως αποδείχθηκε λοιπόν, η τυχαία μεταβλητή αυτή που αποτελείται από ένα άθροισμα επαρκούς αριθμού ανεξάρτητων πανομοιότυπα κατανομημένων φασιθετών, χαρακτηρίζεται από ένα πλάτος που ακολουθεί κατανομή Rayleigh και φάση που ακολουθεί Ομοιόμορφη κατανομή στο $[0, 2\pi)$.

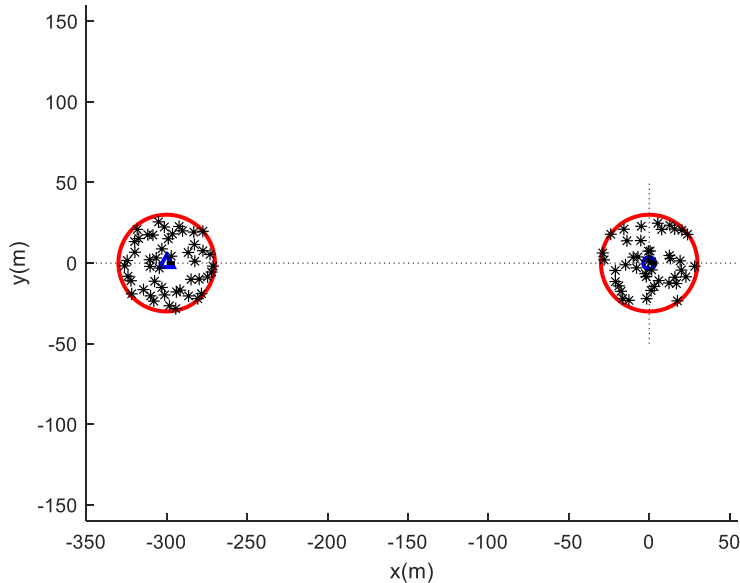


Σχήμα 4.2 Προσομοιωμένη και θεωρητική PDF

Τα αποτελέσματα της προσομοίωσης αποδεικνύουν ότι πράγματι η λαμβανόμενη κατανομή πλάτους στο δέκτη ταιριάζει απόλυτα με μία κατανομή Rayleigh (Σχήμα 4.2). Η θεωρητική κατανομή Rayleigh μάλιστα, υπακούει στη στατιστική ιδιότητα της μέσης ισχύς του καναλιού ($\sigma_h^2 = 1$) του προσομοιωμένου σεναρίου. Φυσικά, κάτω από τις συνθήκες που αναφέρθηκαν προηγουμένως, εύκολα μπορεί κάποιος να διαπιστώσει πως η μέση τιμή και η διακύμανση της εξίσωσης του προσομοιωμένου μοντέλου, είναι σταθερές ποσότητες και ίσες με μηδέν και σ_h^2 , αντίστοιχα. Από την άλλη, η θεωρητική συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας του λαμβανόμενου πλάτους ταυτίζεται με μία Rayleigh, με παράμετρο $\sigma_h^2/2$.

4.2 ΕΝΑ DOUBLE RAYLEIGH ΣΕΝΑΡΙΟ

Σε ένα επόμενο σενάριο, ο ίδιος πομπός που περιγράφηκε προηγουμένως περιβάλλεται και αυτός τώρα από ένα αντίστοιχο γεωμετρικό δαχτυλίδι σκεδαστών σχηματίζοντας έτσι μία γεωμετρική διάταξη όμοια με αυτή του Σχήματος 2.2. Το σενάριο που προσομοιώνεται φαίνεται στο Σχήμα 4.3.

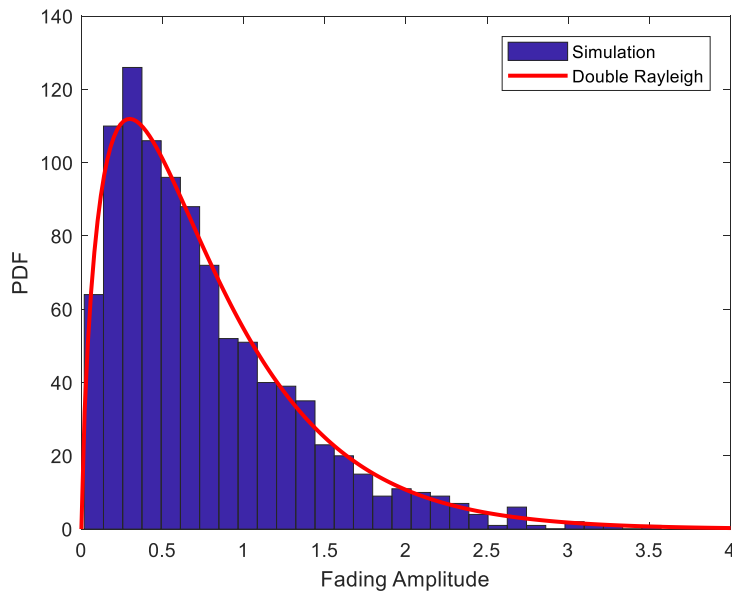


Σχήμα 4.3 Ένα ντετερμινιστικό σενάριο μοντέλου 2 δαχτυλιδιών

Όπως φαίνεται και από το Σχήμα 4.3, τόσο ο πομπός όσο και ο δέκτης περιβάλλονται από ένα μεγάλο αριθμό σκεδαστών, τέτοιο ώστε να ικανοποιείται το Κεντρικό Οριακό Θεώρημα σε κάθε περίπτωση. Οι σκεδαστές και στα δύο γεωμετρικά δαχτυλίδια είναι ομοιόμορφα κατανομημένοι μέσα στο δαχτυλίδι αλλά τοποθετημένοι σε τυχαίες αποστάσεις από το πομπό και το δέκτη, αντίστοιχα.

Το μοντέλο EMEDS που παρουσιάστηκε στην υποενότητα 2.4.3.2 περιγράφει ένα τέτοιο σενάριο θεωρώντας φυσικά ότι όλες οι ακτίνες υπάγονται σε διπλή αναπήδηση. Εφόσον οι προϋποθέσεις του μοντέλου ισχύουν (υποενότητα 2.4.3.2) και επιλέγοντας μόνο τις φάσεις της συνεισφοράς των σκεδαστών να είναι τυχαίες μεταβλητές, οι στατιστικές ιδιότητες του μοντέλου συγκλίνουν με αυτές του μοντέλου αναφοράς με μία μόνο δοκιμή. Υποθέτοντας ιστροπική σκέδαση 2-D, η λαμβανόμενη μιγαδική περιβάλλουσα υπό θεώρηση στενής ζώνης (narrowband 2-D isotropic scattering assumption) ορίζεται σύμφωνα με αυτή της σχέσης (2.3), της ενότητας 2.3. Παρατηρείστε ότι συλλέγεται τελικά μόνο ένα άθροισμα φάσεων συνεισφοράς των σκεδαστών του πομπού και του δέκτη και ένα άθροισμα φάσεων Doppler λόγω κίνησης των δύο

κινητών. Παρόλο που το μοντέλο EMEDS , είναι το καταλληλότερο για την περίπτωση ιστροπικής σκέδασης, εμφανίζει το μειονέκτημα ότι οι στατιστικές ιδιότητες ταιριάζουν με αυτές του μοντέλου αναφοράς μόνο για ένα μικρό εύρος κανονικοποιημένων χρονικών καθυστερήσεων ($0 \leq f_{\max}^T t_s \leq 5$). Επιπλέον, το μοντέλο απαιτεί ένα μεγάλο αριθμό σκεδαστών (περίπου $MSC, NSC = 40$) για να ταιριάζει με τις στατιστικές ιδιότητες του μοντέλου αναφοράς γεγονός που οδηγεί φυσικά σε αυξημένη πολυπλοκότητα. Τέλος, το EMEDS θεωρεί ότι όλα τα κύματα υπάγονται σε διπλή αναπήδηση, γεγονός που στη πραγματικότητα δε συμβαίνει πάντα [1], [16]. Οι υπόλοιπες παράμετροι της προσομοίωσης είναι ίδιες με αυτές του Πίνακα 1. Τόσο ο πομπός όσο και ο δέκτης έχουν ίδια ακτίνα σκέδασης και ίση με $R_T = R_R = 30m$.

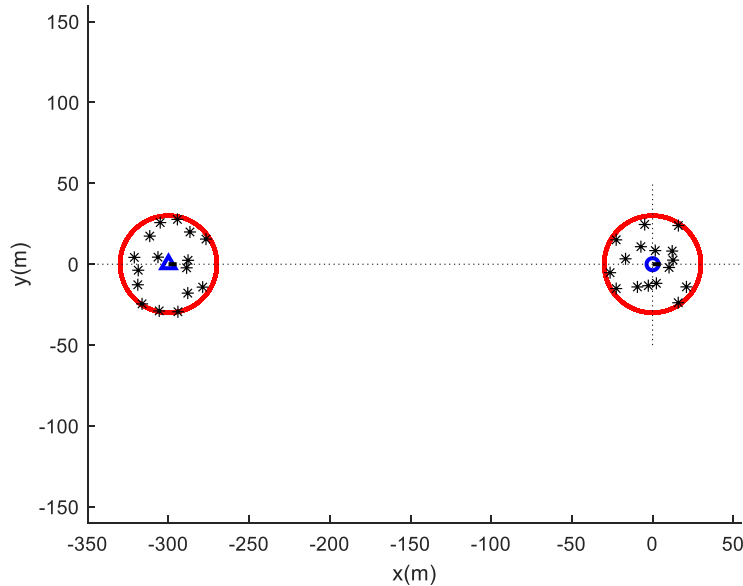


Σχήμα 4.4 Ντετερμινιστικό μοντέλο – προσομοιωμένη PDF

Τα αποτελέσματα της λαμβανόμενης κατανομής , φαίνονται στο Σχήμα 4.4. Παρά την αυξημένη πολυπλοκότητα του μοντέλου EMEDS λόγω μεγάλου αριθμού σκεδαστών, οι στατιστικές ιδιότητες του προσομοιωμένου ντετερμινιστικού μοντέλου συγκλίνουν στις αναμενόμενες για το μοντέλο αναφοράς για μία μόνο προσπάθεια. Εφόσον η εξίσωση του μοντέλου της σχέσης (2.3) αποτελεί ένα γινόμενο δύο ανεξάρτητων τυχαίων μεταβλητών με πλάτος Rayleigh η κάθε μία, σύμφωνα με τη σχέση (3.10), η κατανομή πλάτους που λαμβάνεται αντιστοιχεί σε μία Double Rayleigh με $\sigma_x = 1$, $\sigma_y = 1$.

Αντίθετα, οι στατιστικές ιδιότητες του στατιστικού μοντέλου θα συγκλίνουν πολύ πιο γρήγορα σε αυτές του μοντέλου αναφοράς αν αυξηθεί ο αριθμός δοκιμών αλλά μειωθεί ο αριθμός των σκεδαστών γύρω από το πομπό και το δέκτη. Οι στατιστικές ιδιότητες στη περίπτωση αυτή θα

διαφέρουν από δοκιμή σε δοκιμή αλλά θα συγκλίνουν στις επιθυμητές μέσες ιδιότητες όταν ληφθεί ο μέσος όρος από έναν επαρκή αριθμό δοκιμών. Πράγματι, για ένα στατιστικό μοντέλο ο αριθμός σκεδαστών που απαιτείται γύρω από το πομπό και το δέκτη μπορεί να μειωθεί σημαντικά (Σχήμα 4.5).



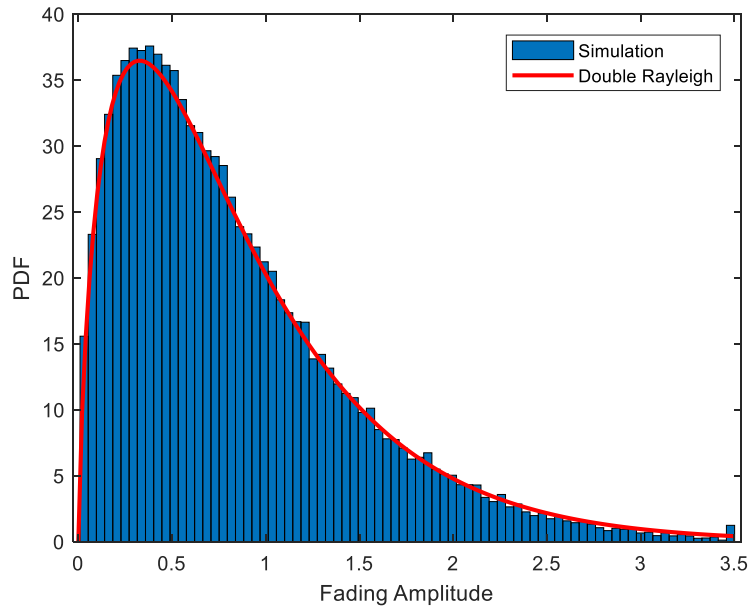
Σχήμα 4.5 Ένα στατιστικό σενάριο μοντέλου 2 δαχτυλιδιών

Στη περίπτωση αυτή, προσομοιώνεται το ίδιο μοντέλο για ένα σενάριο $MSC = NSC = 16$ και $NN_{stat} = 50$ δοκιμές. Τα αποτελέσματα του Σχήματος 4.6 επιβεβαιώνουν με πολύ μεγαλύτερη ακρίβεια την λαμβανόμενη κατανομή ενώ την ίδια στιγμή απαιτείται ένας πολύ μικρότερος αριθμός σκεδαστών γύρω από το πομπό και από το δέκτη. Στη περίπτωση αυτή, η λαμβανόμενη κατανομή πλάτους αντιστοιχεί πάλι σε μία Double Rayleigh κατανομή με $\sigma_x = 1, \sigma_y = 1$. Επιπλέον, όταν αθροιστούν τα μεμονωμένα $\sigma_{h_i}^2$ για τον αριθμό δοκιμών της προσομοίωσης, επαληθεύεται ότι

$$NN_{stat}^{-1} \sum_{i=1}^{NN_{stat}} \sigma_{h_i}^2 = \sigma_h^2$$

Τέλος, κάθε μία μεταβλητή στο σενάριο αυτό είναι μία μιγαδική Γκαουσιανή τυχαία μεταβλητή και επιβεβαιώνεται ότι το πραγματικό και το φανταστικό μέρος της είναι ανεξάρτητες πανομοιότυπα κατανομημένες τυχαίες μεταβλητές με συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας

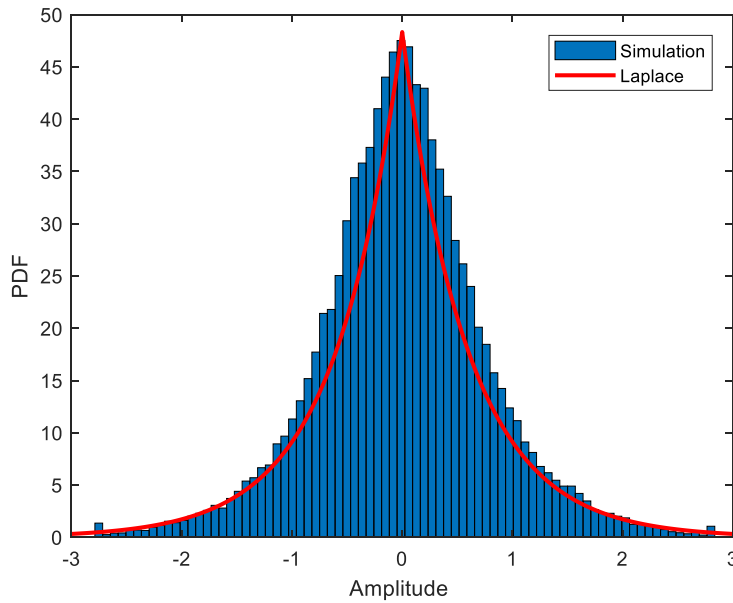
$N\left(0, \frac{\sigma_{h_i}^2}{2}\right)$ συνθέτοντας έτσι μία ZMCG τυχαία μεταβλητή.



Σχήμα 4.6 Στατιστικό μοντέλο 2 δαχτυλιδιών – θεωρητική και προσομοιωμένη PDF

Η διπλή Γκαουσιανή τυχαία μεταβλητή που σχηματίζεται από το γινόμενο των ZMCG τυχαίων μεταβλητών και αναφέρεται λεπτομερώς στην ενότητα 3.2, χαρακτηρίζεται από πραγματικό και φανταστικό μέρος, που παρουσιάζεται στην ενότητα 3.3 και είναι κατανομημένα κατά Laplace [11],[25] (Σχήμα 4.7).

Γενικά, ένα τέτοιο σενάριο σαν αυτό των Σχημάτων 4.3, 4.5 αναπαριστά ένα σενάριο με ανεξάρτητες τυχαίες μεταβλητές. Τα δύο κινητά είναι τοποθετημένα σε τέτοιες αποστάσεις ώστε τα πλάτη των σκεδαστών να θεωρούνται ίσες, σταθερές ποσότητες και σχεδόν αμελητέες. Δεν λαμβάνονται υπόψιν αποστάσεις μεταξύ σκεδαστών και όλοι οι σκεδαστές της μεριάς του πομπού ακτινοβολούν σε όλους τους σκεδαστές της μεριάς του δέκτη. Στη πραγματικότητα, αυτό δεν ισχύει. Κάθε σκεδαστής έχει πεπερασμένη γωνία με την οποία ακτινοβολεί σε άλλους σκεδαστές. Σε ένα πραγματικό σενάριο όλοι οι σκεδαστές που περιβάλλουν το πομπό δεν ακτινοβολούν σε όλους τους σκεδαστές που περιβάλλουν το δέκτη, αλλά κάθε σκεδαστής του δέκτη φωτίζεται από αρκετούς σκεδαστές του πομπού, τόσους ώστε να ικανοποιείται το Κεντρικό Οριακό Θεώρημα για κάθε σκεδαστή επιτρέποντας το σχηματισμό Γκαουσιανών τυχαίων μεταβλητών.



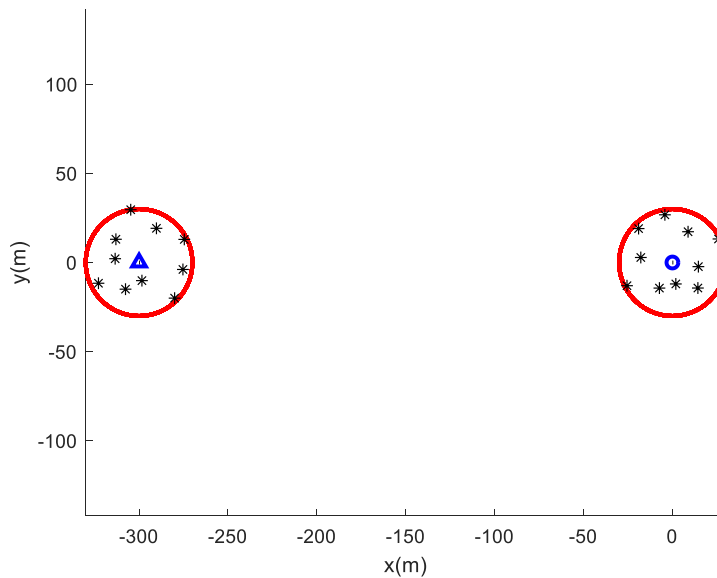
Σχήμα 4.7 Προσομοιωμένη και θεωρητική PDF πραγματικού και φανταστικού μέρους της CNN

4.3 ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΤΟΥ ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ

Στην ενότητα αυτή, προσομοιώνεται και αναλύεται το νέο προτεινόμενο μοντέλο που αναπτύχθηκε στο Κεφάλαιο 3. Στο νέο αυτό μοντέλο, όπου λαμβάνονται υπόψιν αποστάσεις οι οποίες και καθορίζουν τις τιμές των κερδών της συνεισφοράς των σκεδαστών, το σενάριο θα αλλάζει σταδιακά. Τα δύο κινητά τερματικά αρχικά θα βρίσκονται σε μεγάλη απόσταση d μεταξύ τους τέτοια ώστε να ισχύουν οι θεωρήσεις και οι προσεγγίσεις του μακρινού πεδίου. Όπως έχει ήδη αποδειχθεί σε μία τέτοια περίπτωση, σχηματίζονται ανεξάρτητες τυχαίες μεταβλητές και το μοντέλο θα αναπαρίσταται από μία συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας πλάτους μίας Double Rayleigh κατανομής, όπως αναμένεται άλλωστε. Καθώς τα σενάρια θα αλλάζουν και τα κινητά θα προσομοιώνονται σε ολοένα και πιο κοντινές αποστάσεις, όπως είναι λογικό, οι λαμβανόμενες κατανομές πλάτους θα αλλάζουν αναλόγως. Θα δειχθεί ότι ενώ για μεγάλες αποστάσεις d , η κατανομή πλάτους που λαμβάνεται παραμένει Double Rayleigh, ασχέτως αν υπάρχουν μικρές μεταβολές κάποιων μέτρων στην απόσταση d . Αντίθετα, δε συμβαίνει το ίδιο για μικρές αποστάσεις d . Μικρές μεταβολές κάποιων μέτρων στην απόσταση d μεταξύ των δύο κινητών συνεπάγεται και πολύ διαφορετική λαμβανόμενη κατανομή πλάτους στο δέκτη. Αυτό είναι κάτι αναμενόμενο καθώς οι εξαρτήσεις των τυχαίων μεταβλητών που περιγράφουν τα κέρδη των σκεδαστών γίνονται πολύ ισχυρές και μικρές μεταβολές αποστάσεων οδηγούν σε πολύ διαφορετικά αποτελέσματα πλάτους ανάμεσα στους σκεδαστές. Με άλλα λόγια, το μοντέλο μεταβαίνει από μία αρχική λαμβανόμενη κατανομή πλάτους σε μία άλλη κατανομή καθώς οι

αποστάσεις d μεταξύ των δύο κινητών μικραίνουν στα προσομοιωμένα σενάρια. Είναι ενδιαφέρον επίσης να παρατηρηθεί ότι οι τιμές πλατών από σκεδαστή m της μεριάς του πομπού σε σκεδαστή n της μεριάς του δέκτη είναι πολύ διαφορετικές, δηλαδή $g_{m|n_1} \neq g_{m|n_2} \neq \dots \neq g_{m|n}$. Οι πίνακες των τιμών αυτών θα παρουσιαστούν αναλυτικά.

Αρχικά, τα δύο ίδια κινητά της ενότητας 4.2 βρίσκονται τοποθετημένα σε απόσταση d μεταξύ τους. Τόσο ο πομπός όσο και ο δέκτης περιβάλλονται από ένα γεωμετρικό δαχτυλίδι σκεδαστών. Στη περίπτωση αυτή όμως, χρησιμοποιείται το νέο προτεινόμενο μοντέλο που αναπτύχθηκε. Η συνάρτηση που περιγράφει τη διάδοση του κύματος σε μία γενικότερη περίπτωση σύμφωνα με το προτεινόμενο μοντέλο δίνεται από τη σχέση (3.37) της υποενότητας 3.3.2. Σε ένα πρώτο σενάριο τα δύο κινητά βρίσκονται σε μεγάλη απόσταση d ($d = 300\text{m}$). Για μία τέτοια περίπτωση, η εξίσωση του μοντέλου της σχέσης (3.37), προσεγγίζεται με αυτή της σχέσης (3.51), καθώς οι προσεγγίσεις που γίνονται είναι επιτρεπτές. Ο αριθμός σκεδαστών και στα δύο δαχτυλίδια είναι αρκετός ώστε να ικανοποιείται το Κεντρικό Οριακό Θεώρημα (πρακτικά, μεγαλύτερος από 7 σκεδαστές) [16]. Ένα τέτοιο σενάριο περιγράφεται στο Σχήμα 4.8.



Σχήμα 4.8 Στατιστικό σενάριο μοντέλου 2 δαχτυλιδιών, $d = 300\text{m}$

Για ένα τέτοιο σενάριο μπορούμε να επαληθεύσουμε ότι τα πολύπλοκα κέρδη της συνεισφοράς των σκεδαστών της εξίσωσης του μοντέλου στη γενική περίπτωση ανάγονται στα απλούστερα των σχέσεων (3.44), (3.45). Πράγματι, έστω \mathbf{G}^{T_x} ο πίνακας που αναπαριστά τα πλάτη των σκεδαστών της μεριάς του πομπού T_x των στοιχείων $g_{m|n}$. Ο πίνακας αυτός ορίζεται ως εξής

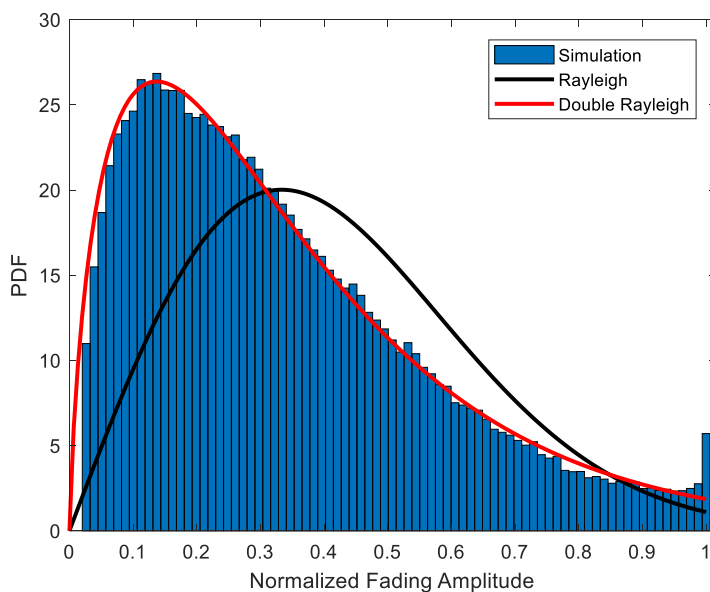
$$\mathbf{G}^{T_x} = \left[g^{T_x}_{m|n} \right] = \begin{pmatrix} g^{T_x}_{1|1} & \cdots & g^{T_x}_{1|n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ g^{T_x}_{m|1} & \cdots & g^{T_x}_{m|n} \end{pmatrix}_{MSC \times NSC}$$

ενώ αντίστοιχα ορίζεται και ο πίνακας \mathbf{G}^{R_x} . Τα κέρδη των σκεδαστών της μεριάς του πομπού για το προσομοιωμένο σενάριο του Σχήματος 4.8, προκύπτουν ότι τελικά είναι

$$\mathbf{G}^{T_x} = \left[g^{T_x}_{m|n} \right] = \begin{bmatrix} 0.0522 & 0.0524 & 0.0526 & 0.0526 & 0.0527 & 0.0525 & 0.0524 & 0.0523 & 0.0521 & 0.0522 \\ 0.1067 & 0.1069 & 0.1070 & 0.1069 & 0.1069 & 0.1067 & 0.1066 & 0.1066 & 0.1065 & 0.1066 \\ 0.0631 & 0.0632 & 0.0632 & 0.0630 & 0.0629 & 0.0628 & 0.0627 & 0.0628 & 0.0628 & 0.0629 \\ 0.0372 & 0.0373 & 0.0372 & 0.0370 & 0.0368 & 0.0368 & 0.0369 & 0.0369 & 0.0370 & 0.0371 \\ 0.0525 & 0.0525 & 0.0524 & 0.0522 & 0.0521 & 0.0522 & 0.0522 & 0.0523 & 0.0525 & 0.0525 \\ 0.0510 & 0.0509 & 0.0507 & 0.0507 & 0.0506 & 0.0507 & 0.0509 & 0.0509 & 0.0511 & 0.0510 \\ 0.1079 & 0.1078 & 0.1076 & 0.1077 & 0.1077 & 0.1079 & 0.1080 & 0.1081 & 0.1082 & 0.1080 \\ 0.0342 & 0.0341 & 0.0340 & 0.0342 & 0.0343 & 0.0345 & 0.0345 & 0.0345 & 0.0345 & 0.0344 \\ 0.0440 & 0.0439 & 0.0440 & 0.0442 & 0.0444 & 0.0444 & 0.0444 & 0.0443 & 0.0442 & 0.0441 \\ 0.0406 & 0.0407 & 0.0409 & 0.0410 & 0.0413 & 0.0411 & 0.0410 & 0.0409 & 0.0407 & 0.0407 \end{bmatrix}_{MSC \times NSC}$$

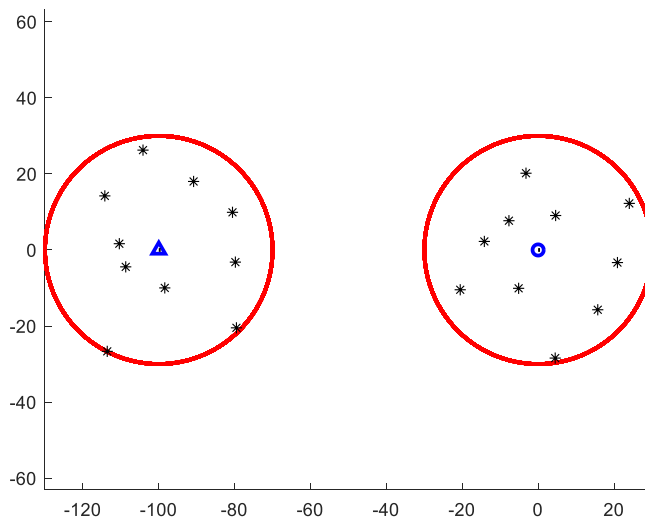
Δεδομένου ότι το RCS είναι κοινό για όλους τους σκεδαστές και δεν επηρεάζει τις στατιστικές ιδιότητες του μοντέλου, παρά μόνο τις τιμές των πλατών του, για λόγους απλότητας στις προσομοιώσεις θα απλοποιείται. Παρατηρείστε ότι τα αποτελέσματα του πίνακα αποδεικνύουν ότι πράγματι κάθε σκεδαστής m της μεριάς του πομπού είναι αδιάφορο, ποιο σκεδαστή n της μεριάς του δέκτη «φωτίζει», καθώς οι τιμές των πλατών κατά μήκος κάθε γραμμής είναι σχεδόν πανομοιότυπες και άρα $g_{m|n_1} \approx g_{m|n_2} \approx \dots \approx g_{m|n} \approx g_m$ και το Σχήμα 4.8 θα αντιστοιχούσε σε ένα παρόμοιο σχήμα με το αντίστοιχο του Σχήματος 3.7. Αντίστοιχα προκύπτει και για τα κέρδη του πίνακα \mathbf{G}^{R_x} . Σε μία τέτοια περίπτωση ανεξαρτησίας, για ένα σενάριο του Σχήματος 4.8, η λαμβανόμενη κατανομή που προκύπτει στο δέκτη, ύστερα από έναν αριθμό $NN_{stat} = 50$ δοκιμές, αυτή του Σχήματος 4.9. Όπως είναι αναμενόμενο, η κατανομή πλάτους αντιστοιχεί σε μία Double Rayleigh κατανομή. Τα πλάτη για τις ανάγκες της προσομοίωσης κανονικοποιούνται στη μονάδα. Οι παράμετροι της προσομοίωσης καθορίζονται και πάλι από τον Πίνακα 1. Οι ανεξάρτητες τυχαίες μεταβλητές που σχηματίζονται επιτρέπουν σε κάθε μία να χαρακτηρίζεται από πλάτος Rayleigh. Κάθε τυχαία μεταβλητή g_m, g_n χαρακτηρίζεται τώρα από μία Rayleigh κατανομή. Ο δέκτης συλλέγει, λόγω ανεξαρτησίας των τυχαίων μεταβλητών που δημιουργήσε η μεγάλη απόσταση d , δύο ανεξάρτητες συνεισφορές κυμάτων.

Σε ένα επόμενο σενάριο, τα δύο κινητά πλησιάζουν περισσότερο μεταξύ τους τόσο ώστε η μεταξύ τους απόσταση d να είναι $d = 100m$ (Σχήμα 4.10).



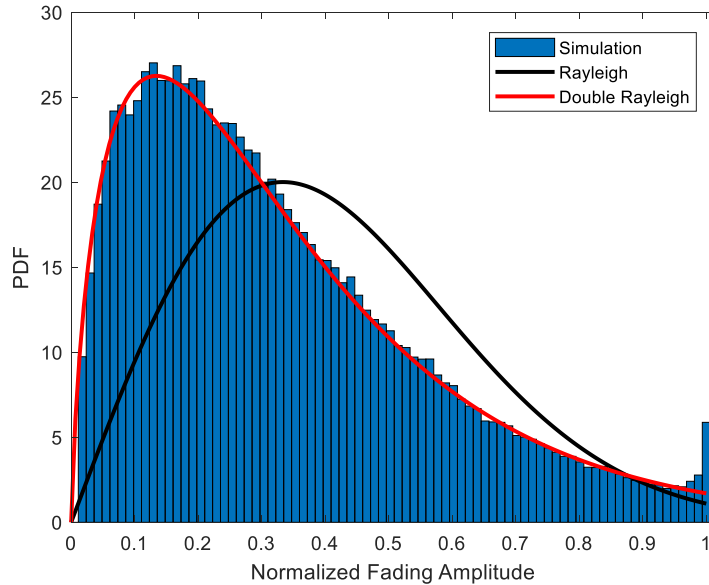
Σχήμα 4.9 Προτεινόμενο στατιστικό μοντέλο 2 δαχτυλιδιών – θεωρητική και προσομοιωμένη PDF , $d = 300\text{m}$

Σε μία τέτοια περίπτωση, διαπιστώνεται ότι οι πίνακες G^{T_x} , G^{R_x} δε σημειώνουν σημαντικές μεταβολές καθώς η απόσταση d είναι αρκετή ώστε $d \gg \max \{R_T, R_R\}$.



Σχήμα 4.10 Στατιστικό σενάριο μοντέλου 2 δαχτυλιδιών, $d = 100\text{m}$

Κατά συνέπεια, η λαμβανόμενη κατανομή στο δέκτη αναμένεται να έχει ίδιες στατιστικές ιδιότητες λόγω ανεξάρτητων τυχαίων μεταβλητών. Πράγματι, η κατανομή που λαμβάνεται στο δέκτη είναι και πάλι μία Double Rayleigh κατανομή (Σχήμα 4.11). Οι πίνακες των πλατών \mathbf{G}^{T_x} , \mathbf{G}^{R_x} των στοιχείων $g_{m|n}, g_{n|m}$, αντίστοιχα επιτρέπουν την απλοποίηση σε πιο απλούς πίνακες στοιχείων g_m, g_n .

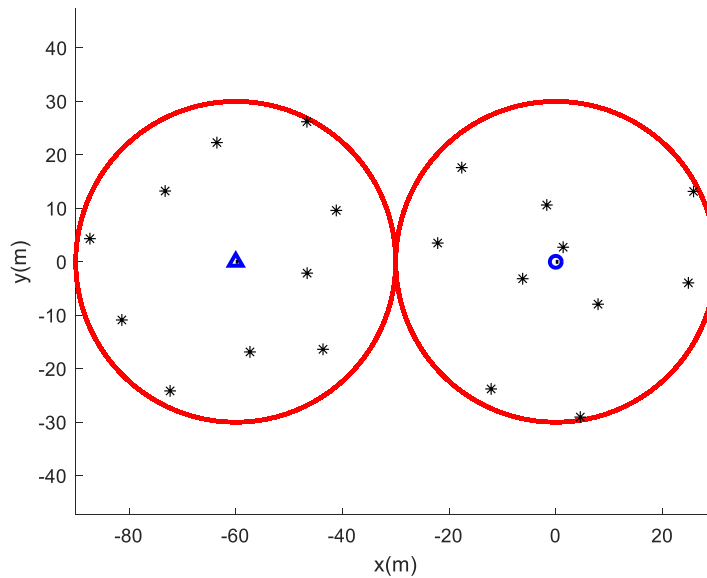


Σχήμα 4.11 Προτεινόμενο στατιστικό μοντέλο 2 δαχτυλιδιών – θεωρητική και προσομοιωμένη PDF, $d = 100m$

Όπως φαίνεται και από το Σχήμα 3.6 άλλωστε, για αποστάσεις d μεταξύ των δύο κινητών, για περίπου $d \geq 100m$ οι τιμές των πλατών των σκεδαστών m της μεριάς του πομπού τείνουν να μην μεταβάλλονται για διαφορετικούς σκεδαστές n της μεριάς του δέκτη.

Στη συνέχεια, η απόσταση d μεταξύ των δύο κινητών μικραίνει ακόμα περισσότερο σε σημείο τέτοιο ώστε $d = 60m$. Τόσο οι ακτίνες σκεδάσεων R_T, R_R των δαχτυλιδιών όσο και ο αριθμός σκεδαστών μέσα στα δαχτυλίδια παραμένει ίδιος (Σχήμα 4.12). Για ένα τέτοιο σενάριο, παρατηρείστε ότι ενώ τα δύο κινητά είναι σε αρκετά μεγάλη απόσταση d μεταξύ τους, οι γεωμετρικοί δακτύλιοι σκεδαστών εφάπτονται μεταξύ τους δημιουργώντας μία αρκετά μεγάλη επιφάνεια σκεδάσεων μέσα στους οποίους βρίσκονται τυχαία τοποθετημένοι σκεδαστές. Σε αυτή τη περίπτωση οι αποστάσεις d_{mn} μεταξύ σκεδαστών m, n εμφανίζουν μεγαλύτερες διαφορές στις τιμές τους καθώς μία μικρή μεταβολή μερικών μέτρων στην τοποθέτηση των σκεδαστών, δημιουργεί εμφανή μεταβολή στις αποστάσεις d_{mn} . Αυτό με τη σειρά του δίνει ώθηση σε μεγαλύτερες μεταβολές τιμών των πλατών των πινάκων $\mathbf{G}^{T_x}, \mathbf{G}^{R_x}$. Πράγματι, αν κάποιος εξάγει

τους προσομοιωμένους πίνακες των στοιχείων G^{T_x} ή G^{R_x} , θα διαπιστώσει μεγαλύτερες διαφορές στις τιμές τους. Σε μία τέτοια περίπτωση η συνθήκη $d \gg \max\{R_T, R_R\}$ αρχίζει να γίνεται ασταθής και φυσικά όπως μπορεί κάποιος εύκολα να παρατηρήσει οι ακτίνες R_T, R_R δεν μπορούν σε καμία περίπτωση να θεωρηθούν αμελητέες μπροστά στην απόσταση d μεταξύ των δύο κινητών.

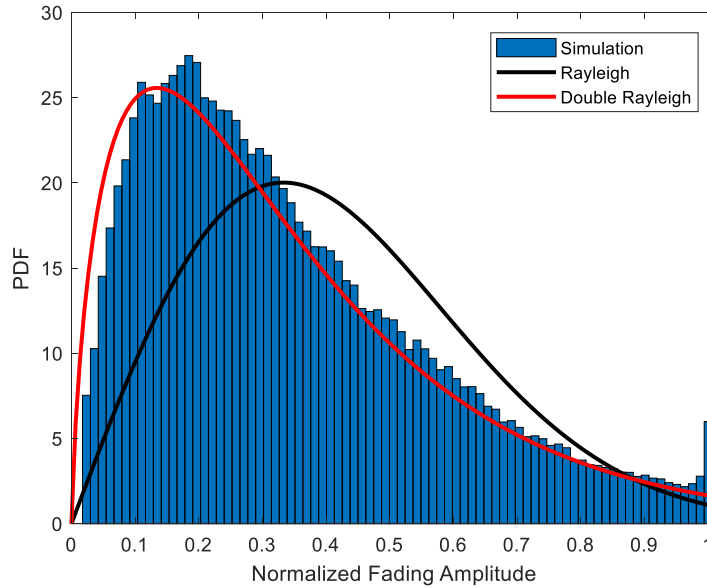


Σχήμα 4.12 Στατιστικό σενάριο μοντέλου 2 δαχτυλιδιών, $d = 60m$

Αυτό φαίνεται άλλωστε και στην λαμβανόμενη συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας του Σχήματος 4.13. Όπως είναι εύκολα αντιληπτό, η αρχική κατανομή η οποία αντιστοιχούσε σε μία Double Rayleigh κατανομή που δημιουργούταν από ανεξάρτητες τυχαίες μεταβλητές, έχει αρχίσει να αποκλίνει από την αντίστοιχη θεωρητική κατανομή γεγονός που φανερώνει μία εξάρτηση ανάμεσα στις τυχαίες μεταβλητές $g_{m|n}, g_{n|m}$. Στη περίπτωση αυτή όπως φαίνεται και από το παρακάτω Σχήμα 4.13, δεν είναι απόλυτα σωστό να προσεγγιστεί η λαμβανόμενη συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας από μία Double Rayleigh κατανομή. Η εξάρτηση μεταξύ των $g_{m|n}, g_{n|m}$ έχει οδηγήσει αυτή τη φορά με τη σειρά της σε μία νέα συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας ίδια με αυτή της σχέσης (3.50). Η κατανομή αυτή περιγράφει ακριβώς ένα τέτοιο σενάριο για μία τέτοια περίπτωση. Είναι περιττό να σημειωθεί πως μια Double Rayleigh κατανομή σαν αυτή που εξάχθηκε στα Σχήματα 4.9, 4.11 είναι μία ειδική περίπτωση της γενικότερης συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας πλάτους της σχέσης (3.50), που λαμβάνει υπόψιν την συσχέτιση ρ μεταξύ των δύο τυχαίων μεταβλητών των πλατών, για $\rho = 0$ γεγονός που έρχεται σε πλήρη αρμονία με την θεώρηση των ανεξάρτητων τυχαίων μεταβλητών των προηγούμενων σεναρίων.

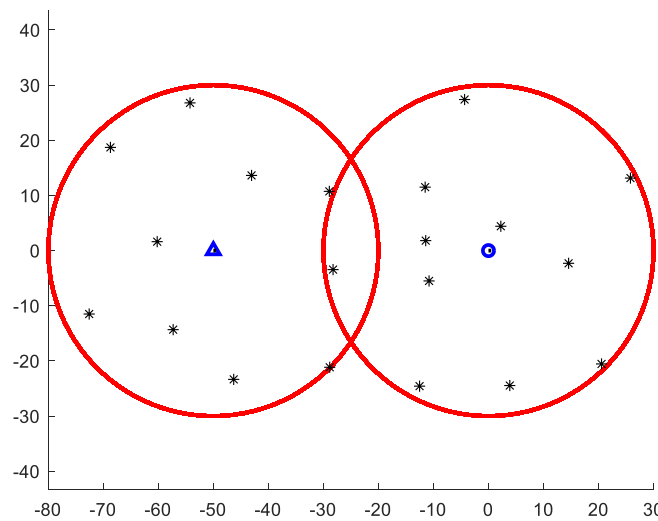
Καθώς τα δύο κινητά πλησιάζουν περισσότερο μεταξύ τους, τόσο το μοντέλο όσο και κατ' επέκταση οι στατιστικές του ιδιότητες αλλάζουν σημαντικά. Οι τυχαίες μεταβλητές $g_{m|n}, g_{n|m}$

είναι ισχυρά εξαρτημένες και οι αντίστοιχοι πίνακες των στοιχείων των πλατών \mathbf{G}^{T_x} , \mathbf{G}^{R_x} δεν επιτρέπουν τις προσεγγίσεις του απλοποιημένου μοντέλου της σχέσης (3.51). Ήδη όπως φαίνεται και από τη γεωμετρική διάταξη του Σχήματος 4.14, μικρές μεταβολές στη τοποθέτηση των



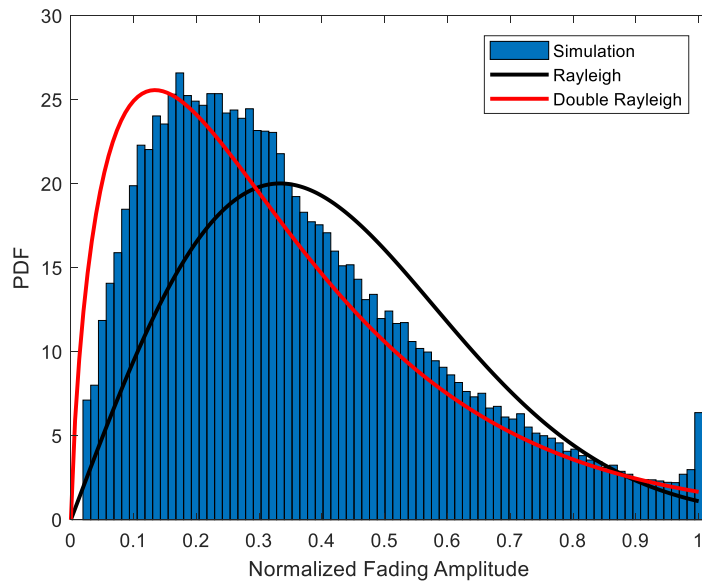
Σχήμα 4.13 Προτεινόμενο στατιστικό μοντέλο 2 δαχτυλιδιών – θεωρητική και προσομοιωμένη PDF, $d = 60\text{m}$

σκεδαστών συντελούν σε φανερά μεγάλες μεταβολές στις αποστάσεις που απαιτούνται για τον υπολογισμό των πλατών και φυσικά $d \rightarrow \max\{R_T, R_R\}$.



Σχήμα 4.14 Στατιστικό σενάριο μοντέλου 2 δαχτυλιδιών, $d = 50\text{m}$

Το γεγονός ότι οι δύο γεωμετρικοί δακτύλιοι τώρα τέμνονται, είναι δυνατό να σχηματιστούν πολύ μικρές αποστάσεις μεταξύ σκεδαστών αλλά και πολύ μεγάλες. Αυτές οι απότομες διαφορές δίνουν ώθηση σε πολύ διαφορετικές τιμές πλατών $g_{m|n}, g_{n|m}$. Σε μία τέτοια περίπτωση η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας πλατών που λαμβάνεται, χαρακτηρίζεται από ισχυρή συσχέτιση ρ γεγονός που, όπως δείχνει και το Σχήμα 4.15, προκαλεί σημαντική απόκλιση της προσομοιωμένης συνάρτησης από μία Double Rayleigh κατανομή, μεγαλύτερη και από αυτή του Σχήματος 4.13. Η συνάρτηση αυτή τείνει να έρχεται ολοένα και πιο κοντά σε μία Rayleigh κατανομή.



Σχήμα 4.15 Προτεινόμενο στατιστικό μοντέλο 2 δακτυλιδιών – θεωρητική και προσομοιωμένη PDF , $d = 50m$

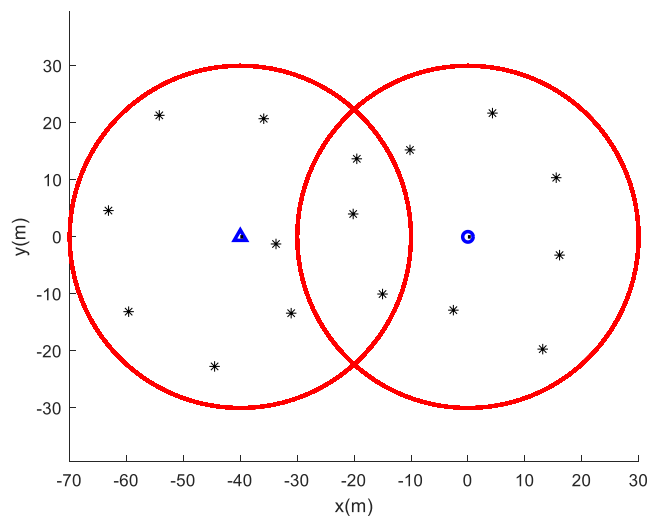
Τέλος, τα δύο κινητά τερματικά έρχονται σε πολύ κοντινή απόσταση , $d = 40m$. Σε ένα τέτοιο σενάριο, ένα μεγάλο μέρος της επιφάνειας των δύο γεωμετρικών δακτυλίων τέμνεται (Σχήμα 4.16). Μικρές μεταβολές στη τοποθέτηση των σκεδαστών οδηγούν με τη σειρά τους σε μεγάλες διαφορές στις τιμές των πλατών από σκεδαστή m σε σκεδαστή n . Παρατηρείστε ότι οι τυχαίες μεταβλητές $g_{m|n}, g_{n|m}$ στη περίπτωση αυτή είναι ισχυρά εξαρτημένες τυχαίες μεταβλητές δύο παραμέτρων και σχηματίζουν μία από κοινού τυχαία μεταβλητή πλάτους g_{mn} που δίνεται από τη σχέση (3.49). Σε μία τέτοια περίπτωση, η λαμβανόμενη κατανομή πλάτους έχει μετατοπιστεί πλήρως και έχει μεταβεί από μία Double Rayleigh σε κατανομή που αντιστοιχεί και προσεγγίζει καλά μία Rayleigh συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας (Σχήμα 4.17). Με άλλα λόγια, η από κοινού τυχαία μεταβλητή g_{mn} θεωρείται μία ανεξάρτητα πανομοιότυπη κατανομημένη τυχαία μεταβλητή εφόσον δε μπορεί να γραφεί ως γινόμενο ανεξάρτητων τυχαίων μεταβλητών [9],[4].

Οι πίνακες G^{T_x} , G^{R_x} έρχονται τώρα σε πλήρη αντιδιαστολή με τους αντίστοιχους που υπολογίστηκαν στο παραπάνω σενάριο, για $d = 300m$.

Πράγματι, ο αντίστοιχος πίνακας G^{T_x} για τη περίπτωση του σεναρίου του Σχήματος 4.16 δίνεται

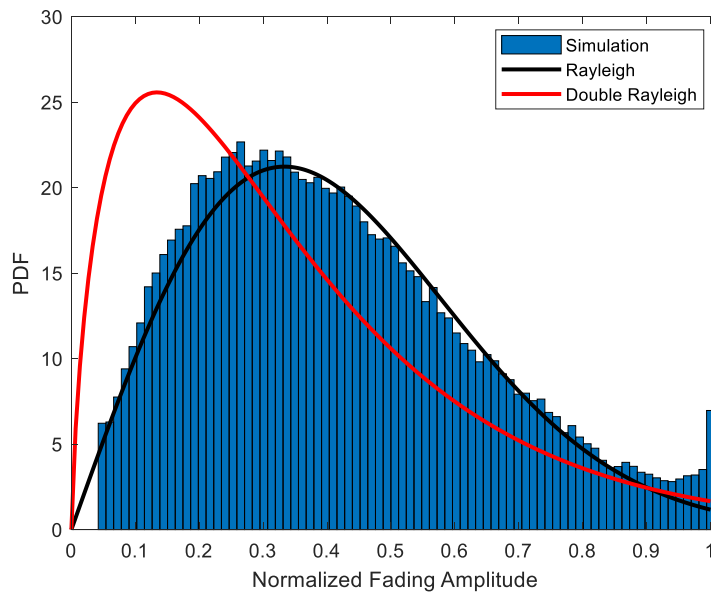
$$G^{T_x} = [g^{T_x}_{mn}] = \begin{bmatrix} 0.0664 & 0.0819 & 0.0976 & 0.1787 & 0.1041 & 0.0646 & 0.0488 & 0.0676 & 0.0620 & 0.0622 \\ 0.0507 & 0.0545 & 0.0583 & 0.0774 & 0.0459 & 0.0341 & 0.0322 & 0.0417 & 0.0423 & 0.0457 \\ 0.0549 & 0.0543 & 0.0546 & 0.0584 & 0.0463 & 0.0393 & 0.0402 & 0.0465 & 0.0483 & 0.0517 \\ 0.0669 & 0.0643 & 0.0632 & 0.0627 & 0.0561 & 0.0512 & 0.0552 & 0.0591 & 0.0618 & 0.0649 \\ 0.0258 & 0.0232 & 0.0220 & 0.0197 & 0.0188 & 0.0176 & 0.0213 & 0.0219 & 0.0239 & 0.0255 \\ 0.0309 & 0.0279 & 0.0262 & 0.0230 & 0.0236 & 0.0235 & 0.0299 & 0.0281 & 0.0305 & 0.0316 \\ 0.0291 & 0.0261 & 0.0243 & 0.0205 & 0.0227 & 0.0242 & 0.0339 & 0.0284 & 0.0307 & 0.0308 \\ 0.0357 & 0.0328 & 0.0306 & 0.0249 & 0.0307 & 0.0368 & 0.0580 & 0.0398 & 0.0415 & 0.0391 \\ 0.0519 & 0.0519 & 0.0499 & 0.0407 & 0.0592 & 0.0950 & 0.1136 & 0.0707 & 0.0654 & 0.0572 \\ 0.0606 & 0.0723 & 0.0765 & 0.0622 & 0.1619 & 0.2779 & 0.0746 & 0.0984 & 0.0747 & 0.0640 \end{bmatrix}_{MSC \times NSC}$$

Ο πίνακας G^{T_x} είναι περιττό να αναφερθεί ότι επαληθεύει τη σχέση (3.28) και φυσικά αντίστοιχα τη σχέση (3.29) ο πίνακας G^{R_x} . Όπως μπορεί κάποιος εύκολα να παρατηρήσει οι συνεισφορές των σκεδαστών m διαφέρουν πολύ ανάλογα με το ποιο σκεδαστή n «φωτίζουν» σε κάθε περίπτωση και αυτό συμβάλει σε πολύ διαφορετικές λαμβανόμενες κατανομές πλάτους.



Σχήμα 4.16 Στατιστικό σενάριο μοντέλου 2 δαχτυλιδιών, $d = 40m$

Έτσι, οι στατιστικές ιδιότητες της λαμβανόμενης κατανομής πλάτους λόγω των πλήρως εξαρτημένων διμεταβαλλόμενων τυχαίων μεταβλητών, προσεγγίζουν αρκετά καλά μία Rayleigh του Σχήματος 4.17. Με άλλα λόγια, θα μπορούσε κάποιος να πει ότι δύο σχεδόν πλήρως συσχετισμένες τυχαίες μεταβλητές, συνθέτουν μία τυχαία μεταβλητή πανομοιότυπα κατανομημένη και το διπλό άθροισμα, επομένως, δεν υφίσταται.



Σχήμα 4.17 Προτεινόμενο στατιστικό μοντέλο 2 δαχτυλιδιών – θεωρητική και προσομοιωμένη PDF, $d = 40m$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ - ΜΕΛΛΟΝΤΙΚΕΣ ΕΡΕΥΝΗΤΙΚΕΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΕΙΣ

5.1 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Σκοπός της παρούσας Διπλωματικής ήταν η μελέτη των επικοινωνιών V2V. Καθώς τέτοιου είδους επικοινωνίες βασίζονται σε γεωμετρικά στοχαστικά μοντέλα, έγινε μία εκτενής ανάλυση σε αυτά. Στην αρχή της ερευνητικής μελέτης έγινε μία αναφορά στην ιστορική αναδρομή των γεωμετρικών στοχαστικών μοντέλων και των μελετών που έχουν γίνει στο παρελθόν σε επικοινωνίες V2V. Στο κεφάλαιο 2, γίνεται μία πιο αναλυτική παρουσίαση των γεωμετρικών στοχαστικών μοντέλων. Αναλύονται οι κατηγορίες τους και παρέχεται ένα γεωμετρικό μοντέλο αναφοράς δύο δαχτυλιδιών. Στο ίδιο κεφάλαιο γίνεται ο καθορισμός και η επεξήγηση των παραμέτρων του μοντέλου αυτού. Προχωρώντας στο κεφάλαιο 3, εφόσον γίνεται αναφορά σε μοντέλο δύο δαχτυλιδιών, δε θα μπορούσε να λείπει η θεωρητική μελέτη της κατανομής Double Rayleigh, μία κατανομή που βρίσκεται σε ερευνητικό επίπεδο αλλά χρησιμοποιείται σε τέτοιες περιπτώσεις αρκετά συχνά. Ξεκινώντας από την απλή κατανομή Rayleigh, πραγματοποιείται μία μαθηματική στατιστική ανάλυση και εξάγονται οι κατανομές των από κοινού πλάτους και φάσεων για μία για ένα γινόμενο μιγαδικών Γκαουσιανών τυχαίων μεταβλητών. Παρατηρώντας ότι στα υπάρχοντα μοντέλα, γίνεται λόγος για μεγάλες αποστάσεις μεταξύ των δύο τερματικών οπότε και δημιουργούνται πάντα ανεξάρτητες τυχαίες μεταβλητές, παρουσιάστηκε η ανάγκη εύρεσης ενός νέου γεωμετρικού στοχαστικού μοντέλου το οποίο λαμβάνει υπόψιν τις αποστάσεις των κινητών τόσο μεταξύ τους όσο και από τους σκεδαστές του χώρου. Στο νέο αυτό μοντέλο οι στατιστικές ιδιότητες της εξίσωσης του μοντέλου είναι διαφορετικές για διαφορετικές αποστάσεις μεταξύ των δύο κινητών. Οι παράμετροι που λαμβάνει υπόψιν το μοντέλο παρουσιάζονται στο ίδιο κεφάλαιο. Το νέο αυτό μοντέλο μελετάται στατιστικά. Τέλος, στο κεφάλαιο 4 γίνεται μία μελέτη σε επίπεδο προσομοίωσης και αξιολόγησης των σεναρίων αρχικά ενός γεωμετρικού δαχτυλιδιού σκεδαστών, στη συνέχεια δύο γεωμετρικών δαχτυλιδιών και τέλος φυσικά του προτεινόμενου μοντέλου. Τα αποτελέσματα σχολιάζονται και δείχνεται πως για διαφορετικές αποστάσεις μεταξύ πομπού και δέκτη αλλά και σκεδαστών, οι λαμβανόμενες κατανομές πλάτους και οι προσεγγίσεις που γίνονται συχνά αλλάζουν και μάλιστα ραγδαία.

5.2 ΜΕΛΛΟΝΤΙΚΕΣ ΕΡΕΥΝΗΤΙΚΕΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΕΙΣ

Εφόσον είναι προφανές ότι τα γεωμετρικά στοχαστικά μοντέλα καναλιών είναι η κύρια μέθοδος μελέτης και αναπαράστασης των ανερχόμενων επικοινωνιών V2V, είναι επόμενο ότι θα τραβήξουν ολοένα και περισσότερη προσοχή στο μέλλον και νέα μοντέλα θα αναπτύσσονται και θα βελτιώνονται συνεχώς ανάλογα με τις συνθήκες διάδοσης, το περιβάλλον διάδοσης, τον αριθμό κεραιών στα κινητά κλπ. Όπως και σε κάθε γεωμετρικό μοντέλο, έτσι και σε αυτό υπάρχουν αρκετά στοιχεία τα οποία χρίζουν βελτίωσης και παραπάνω διερεύνησης. Αρχικά, απαιτείται περισσότερη μελέτη στον υπολογισμό της κατανομής των διμεταβαλλόμενων φάσεων της συνεισφοράς των σκεδαστών του πομπού και του δέκτη. Είναι σημαντική η κατανόησή τους καθώς όσο επηρεάζουν τα πλάτη των σκεδαστών το μοντέλο άλλο τόσο τα επηρεάζουν και οι φάσεις. Στη παρούσα Διπλωματική αυτό δεν μελετήθηκε. Επιπλέον, περισσότερη έρευνα απαιτείται γύρω από το ποιοι άλλοι παράγοντες εκτός της απόστασης επηρεάζουν το μοντέλο. Είναι πιθανό σε κοντινές αποστάσεις μεταξύ πομπού και δέκτη, οι φάσεις των κυμάτων, των συνεισφορών από τους σκεδαστές, να μην είναι ομοφασικές. Άλλος παράγοντας που πιθανόν να επηρεάζει τις στατιστικές ιδιότητες του μοντέλου, είναι οι ακτίνες σκεδάσεων οι οποίες δεν μελετήθηκαν επαρκώς. Μεγαλύτερες ακτίνες σκεδάσεως δημιουργούν μεγαλύτερες επιφάνειες χώρου τοποθέτησης σκεδαστών άρα και πολύ διαφορετικές συνεισφορές των πλατών. Σημαντικό σημείο είναι η εξαγωγή του ακριβές σημείου όπου παύουν να ισχύουν οι προσεγγίσεις που εξήχθησαν. Τέλος, σε μελλοντική έρευνα, απαιτείται περισσότερη διερεύνηση στις λαμβανόμενες κατανομές πλάτους που εξάγονται σε επίπεδο προσομοίωσης αλλά κυρίως σε θεωρητικό επίπεδο. Μεταξύ μεγάλων και μικρών αποστάσεων μεταξύ πομπού και δέκτη αντιστοιχούν διαφορετικά σενάρια και μεσολαβούν αντίστοιχα αρκετά πολύπλοκες λαμβανόμενες κατανομές που χρίζουν περισσότερης στατιστικής διερεύνησης.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α

ΕΞΑΓΩΓΗ ΤΩΝ ΣΧΕΣΕΩΝ (3.34), (3.38)-(3.41)

1. ΕΞΑΓΩΓΗ ΤΗΣ ΣΧΕΣΗΣ (3.34)

Από το Σχήμα 3.5, εφαρμόζοντας το νόμο των ημιτόνων στο τρίγωνο $\triangle mnR_x$, με κ σημείο του τριγώνου $\triangle mnR_x$ τέτοιο ώστε $nk \perp mR_x$ ύψος του τριγώνου, λαμβάνουμε την ακόλουθη ταυτότητα

$$\sin x = \frac{nk}{d_{mn}}, \quad \sin(\gamma_m - \gamma_n) = \frac{nk}{d_{n-R_x}}$$

Με βάση τα παραπάνω έχουμε

$$\frac{d_{n-R_x}}{\sin x} = \frac{d_{mn}}{\sin(\gamma_m - \gamma_n)} = \frac{d_{m-R_x}}{\sin(\pi - x - (\gamma_m - \gamma_n))}$$

Αν $d \rightarrow \infty$, τότε είναι λογικό να θεωρήσουμε ότι $d_{n-R_x} \approx R_R$ άρα

$$\frac{R_R}{\sin x} = \frac{d_{mn}}{\sin(\gamma_m - \gamma_n)} = \frac{d_{m-R_x}}{\sin(\pi - x - (\gamma_m - \gamma_n))} \quad (1)$$

Από τη σχέση (1), χρησιμοποιώντας την προσέγγιση $\sin x \approx x$ για μικρές τιμές του x , η απόσταση d_{mn} γράφεται ως

$$d_{mn} = d_{m-R_x} \frac{\sin(\gamma_m - \gamma_n)}{\sin(\gamma_m - \gamma_n + x)} \quad (3.34)$$

2. ΕΞΑΓΩΓΗ ΤΩΝ ΣΧΕΣΕΩΝ (3.38) – (3.41)

Από τη γεωμετρική διάταξη του Σχήματος 3.5, οι διαγώνιοι του τραπέζιου δίνονται από τις σχέσεις

$$d_{T_x-n} = \sqrt{d^2 + d_{n-R_x}^2 - 2d_{n-R_x} d \cos(\gamma_n)}$$

$$d_{m-R_x} = \sqrt{d_{mn}^2 + d_{T_x-m}^2 - 2d_{mn}d_{T_x-m} \cos(\theta_m)}$$

Όμως οι αποστάσεις αυτές γράφονται ως

$$d_{T_x-n} = \sqrt{d^2 + d_{n-R_x}^2 - 2d_{n-R_x} d \cos(\gamma_n)} = d \sqrt{1 + \left(\frac{d_{n-R_x}}{d}\right)^2 - \frac{2d_{n-R_x}}{d} \cos(\gamma_n)} \quad (\text{H1})$$

και αντίστοιχα

$$d_{m-R_x} = \sqrt{d_{mn}^2 + d_{T_x-m}^2 - 2d_{mn}d_{T_x-m} \cos(\theta_m)} = d_{mn} \sqrt{1 + \left(\frac{d_{T_x-m}}{d_{mn}}\right)^2 - \frac{2d_{T_x-m}}{d_{mn}} \cos(\theta_m)} \quad (\text{H2})$$

Στην ειδική περίπτωση όπου τα δύο κινητά τερματικά είναι αρκετά μακριά το ένα από το άλλο με τέτοιο τρόπο ώστε $d_{T_x-m} \ll d_{mn}$, $d_{n-R_x} \ll d$, τότε αντίστοιχα

$$\frac{d_{T_x-m}}{d_{mn}} \ll 1, \quad \left(\frac{d_{T_x-m}}{d_{mn}}\right)^2 \approx 0$$

και

$$\frac{d_{n-R_x}}{d} \ll 1, \quad \left(\frac{d_{n-R_x}}{d}\right)^2 \approx 0$$

Κατά συνέπεια χρησιμοποιώντας την προσεγγιστική σχέση $\sqrt{1+x} \approx 1 + \frac{x}{2}$ για $|x| \ll 1$ μπορούμε να ξαναγράψουμε τις σχέσεις (H1), (H2), αντίστοιχα σαν

$$d_{T_x-n} = \sqrt{d^2 + d_{n-R_x}^2 - 2d_{n-R_x} d \cos(\gamma_n)} \approx d - d_{n-R_x} \cos(\gamma_n) \quad (3.38)$$

$$d_{m-R_x} = \sqrt{d_{mn}^2 + d_{T_x-m}^2 - 2d_{mn}d_{T_x-m} \cos(\theta_m)} \approx d_{mn} - d_{T_x-m} \cos(\theta_m) \quad (3.39)$$

Η διαγώνιος d_{m-R_x} μπορεί επίσης κατά τον ίδιο τρόπο να προσεγγιστεί και από τη σχέση

$$d_{m-R_x} \approx d_{mn} - d_{n-R_x} \cos(\gamma_n)$$

Προσθέτοντας και στα δύο μέλη της σχέσης τον όρο $d_{T_x-m} \cos(\theta_m)$ έχουμε

$$\underbrace{d_{m-R_x} + d_{T_x-m} \cos(\theta_m)}_d \approx d_{mn} - d_{n-R_x} \cos(\gamma_n) + d_{T_x-m} \cos(\theta_m) \Leftrightarrow$$

$$d_{mn} \approx d - d_{T_x-m} \cos(\theta_m) + d_{n-R_x} \cos(\gamma_n) \approx R_T \cos(\theta_m) + R_R \cos(\gamma_n) \quad (3.40)$$

Καθώς ισχύει η συνθήκη $d \rightarrow \infty$, το d_{mn} της σχέσης (3.34), μέσω της προσέγγισης $\sin x \approx x$ για μικρές τιμές του x καταλήγει ότι τελικά

$$d_{mn} = d_{m-R_x} \frac{\sin(\gamma_m - \gamma_n)}{\sin(\gamma_m - \gamma_n + x)} \approx d \quad (3.41)$$

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β

ΕΞΑΓΩΓΗ ΤΩΝ ΣΧΕΣΕΩΝ (3.9), (3.11)-(3.12), (3.50)

1. ΕΞΑΓΩΓΗ ΤΗΣ ΣΧΕΣΗΣ (3.9)

Αρχικά, ξεκινάμε από την πολική αναπαράσταση $X = R_x e^{j\theta_x}$ και $Y = R_y e^{j\theta_y}$. Το γινόμενο $Z = XY$ γράφεται ως

$$R_z = R_x R_y e^{j(\theta_x + \theta_y)}$$

όπου $R_z = R_x R_y$, $\Theta_z = \langle \langle \theta_x + \theta_y \rangle \rangle_{2\pi}$ ορισμένο στο $[0, 2\pi)$. Θυμηθείτε ότι η επιθυμητή κατανομή είναι η $f_{R_z, \Theta_z}(r_z, \theta_z)$. Σαν ενδιάμεσο βήμα υπολογίζουμε την από κοινού κατανομή $f_{\Theta_z, R_x, R_y}(\theta_z, r_x, r_y)$, χρησιμοποιώντας το Θεώρημα του Bayes':

$$f_{\Theta_z, R_x, R_y}(\theta_z, r_x, r_y) = f_{\Theta_z | R_x, R_y}(\theta_z | r_x, r_y) f_{R_x, R_y}(r_x, r_y) \quad (\Sigma)$$

και τότε εκτελούμε τον μετασχηματισμό των τυχαίων μεταβλητών $R_z = R_x R_y$. Εφόσον τα X και Y είναι στατιστικά ανεξάρτητα, η από κοινού κατανομή $f_{R_x, R_y}(r_x, r_y)$ θα είναι απλά το γινόμενο των δύο συναρτήσεων πυκνότητας πιθανότητας:

$$f_{R_x, R_y}(r_x, r_y) = \frac{4r_x r_y}{\sigma_x^2 \sigma_y^2} e^{-\left[\frac{r_x^2}{\sigma_x^2} + \frac{r_y^2}{\sigma_y^2} \right]} \quad (\Sigma 1)$$

Προκειμένου να υπολογίσουμε την κατανομή τώρα του Θ_z δεδομένου των πλατών R_x, R_y , θα συμπεριλάβουμε δύο Tikhonov κατανομές [8] κυκλικές στο διάστημα $[0, 2\pi)$ άρα:

$$f_{\Theta_z | R_x, R_y}(\theta_z | r_x, r_y) = \frac{1}{2\pi} \quad (\Sigma 2)$$

Αντικαθιστώντας τώρα τις επιμέρους συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας $(\Sigma 1)$, $(\Sigma 2)$ στην (Σ) , λαμβάνουμε

$$f_{\Theta_z, R_x, R_y}(\theta_z, r_x, r_y) = \frac{2r_x r_y}{\pi \sigma_x^2 \sigma_y^2} e^{-\left[\frac{r_x^2}{\sigma_x^2} + \frac{r_y^2}{\sigma_y^2} \right]}$$

Στη συνέχεια, πραγματοποιούμε τον ακόλουθο μη γραμμικό μετασχηματισμό

$$\begin{bmatrix} r_z \\ t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_x r_y \\ r_y \end{bmatrix}$$

ο οποίος οδηγεί στην κατανομή

$$f_{R_z, \Theta_z, T}(r_z, \theta_z, t) = \frac{2r_z}{t\pi\sigma_x^2\sigma_y^2} e^{-\left[\frac{r_z^2}{t^2\sigma_x^2} + \frac{t^2}{\sigma_y^2}\right]}$$

Ολοκληρώνοντας ως προς την μεταβλητή T , έχουμε

$$f_{R_z, \Theta_z}(r_z, \theta_z) = \frac{2r_z}{\pi\sigma_x^2\sigma_y^2} \times \int_0^\infty \frac{1}{t} e^{-\left[\frac{r_z^2}{t^2\sigma_x^2} + \frac{t^2}{\sigma_y^2}\right]} dt$$

Το παραπάνω ολοκλήρωμα επιλύεται εύκολα αν θέσουμε $u = \ln(t^2\sigma_x/r_z\sigma_y)$, οπότε λαμβάνουμε

$$\int_0^\infty \frac{1}{t} e^{-\left[\frac{r_z^2}{t^2\sigma_x^2} + \frac{t^2}{\sigma_y^2}\right]} dt = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^\infty e^{-e^{-u} \frac{r_z}{\sigma_x\sigma_y} - e^u \frac{r_z}{\sigma_x\sigma_y}} du$$

Από την ταυτότητα υπερβολικού συνημιτόνου [28, (1.311.3)] και τη λύση του ολοκληρώματος [28, (3.337.1)], το παραπάνω ολοκλήρωμα ανάγεται σε $I_0\left(\frac{2r_z}{\sigma_x\sigma_y}\right)$. Άρα αντικαθιστώντας τη λύση του ολοκληρώματος στη σχέση της $f_{R_z, \Theta_z}(r_z, \theta_z)$, έχουμε:

$$f_{R_z, \Theta_z}(r_z, \theta_z) = \frac{2r_z}{\pi\sigma_x^2\sigma_y^2} I_0\left(\frac{2r_z}{\sigma_x\sigma_y}\right) \quad (3.9)$$

2. ΕΞΑΓΩΓΗ ΤΩΝ ΣΧΕΣΕΩΝ (3.11), (3.12)

Ολοκληρώνοντας τη σχέση (3.9) ως προς r_z λαμβάνουμε την περιθώρια κατανομή φάσης

$$f_{\Theta_z}(\theta_z) = \frac{2}{\pi\sigma_x^2\sigma_y^2} \int_0^\infty r_z I_0\left(\frac{2r_z}{\sigma_x\sigma_y}\right) dr_z = \frac{1}{2\pi} \quad (3.11)$$

ενώ ολοκληρώνοντας τη σχέση (3.9) ως προς θ_z λαμβάνουμε την περιθώρια κατανομή πλάτους

$$f_{R_z}(r_z) = \frac{2r_z}{\pi\sigma_x^2\sigma_y^2} I_0\left(\frac{2r_z}{\sigma_x\sigma_y}\right) \int_0^{2\pi} d\theta_z = \frac{4r_z}{\sigma_x^2\sigma_y^2} I_0\left(\frac{2r_z}{\sigma_x\sigma_y}\right) \quad (3.12)$$

3. ΕΞΑΓΩΓΗ ΤΗΣ ΣΧΕΣΗΣ (3.50)

Έστω $X \sim CN(0, \sigma_x^2)$ και $Y \sim CN(0, \sigma_y^2)$ δύο μιγαδικές Γκαουσιανές τυχαίες μεταβλητές, συσχετισμένες μεταξύ τους. Ορίζουμε $Z = XY$ διπλή Γκαουσιανή τυχαία μεταβλητή με $R_z = |Z|$ και $\Theta_z = \text{Arg}(Z)$. Θεωρείστε την πολική αναπαράσταση $X = R_x e^{j\theta_x}$ και $Y = R_y e^{j\theta_y}$ οπότε $R_z = R_x R_y e^{j(\theta_x + \theta_y)}$ ομοίως με το **1**. Σαν ενδιάμεσο βήμα υπολογίζουμε την από κοινού κατανομή $f_{\Theta_z, R_x, R_y}(\theta_z, r_x, r_y)$, χρησιμοποιώντας πάλι το Θεώρημα του Bayes':

$$f_{\Theta_z, R_x, R_y}(\theta_z, r_x, r_y) = f_{\Theta_z | R_x, R_y}(\theta_z | r_x, r_y) f_{R_x, R_y}(r_x, r_y)$$

Στη περίπτωση αυτή όμως η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας $f_{R_x, R_y}(r_x, r_y)$ δίνεται από τη σχέση

$$f_{R_x, R_y}(r_x, r_y) = \frac{4r_x r_y}{\pi(1-\rho^2)\sigma_x^2\sigma_y^2} e^{-\frac{1}{1-\rho} \left[\frac{r_x^2}{\sigma_x^2} + \frac{r_y^2}{\sigma_y^2} \right]} I_0\left(\frac{2\sqrt{\rho} r_x r_y}{(1-\rho)\sqrt{\sigma_x\sigma_y}}\right)$$

Ενώ αντίστοιχα η $f_{\Theta_z | R_x, R_y}(\theta_z | r_x, r_y)$ δίνεται και πάλι από την σχέση (Σ2).

Στη συνέχεια, πραγματοποιούμε και πάλι τον ίδιο μη γραμμικό μετασχηματισμό

$$\begin{bmatrix} r_z \\ t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_x r_y \\ r_y \end{bmatrix}$$

οπότε η $f_{R_x, R_y}(r_x, r_y)$ που αναπαριστά την από κοινού συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας των πλατών R_x, R_y , ανάγεται στην συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας που εκφράζει το γινόμενο πλατών $R_z = R_x R_y$ και δίνεται πλέον από τη σχέση

$$f_{R_z, \Theta_z, T}(r_z, \theta_z, t) = \int_0^{\infty} f_{R_x, R_y}\left(\frac{r_z}{t}, t\right) \frac{1}{t} dt$$

όπου αντικαθιστώντας προκύπτει

$$f_{R_z, \Theta_z, T}(r_z, \theta_z, t) = \frac{2r_z}{t\pi(1-\rho^2)\sigma_x^2\sigma_y^2} e^{-\frac{1}{1-\rho}\left[\frac{r_z^2}{t^2\sigma_x^2} + \frac{t^2}{\sigma_y^2}\right]} I_0\left(\frac{2\sqrt{\rho}r_z}{(1-\rho)\sqrt{\sigma_x\sigma_y}}\right)$$

Ολοκληρώνοντας και πάλι ως προς την μεταβλητή T , λαμβάνουμε

$$f_{R_z, \Theta_z}(r_z, \theta_z) = \frac{2r_z}{\pi(1-\rho^2)\sigma_x^2\sigma_y^2} I_0\left(\frac{2\sqrt{\rho}r_z}{(1-\rho)\sqrt{\sigma_x\sigma_y}}\right) \int_0^{\infty} \frac{1}{t} e^{-\frac{1}{1-\rho}\left[\frac{r_z^2}{t^2\sigma_x^2} + \frac{t^2}{\sigma_y^2}\right]} dt$$

Το παραπάνω ολοκλήρωμα της $f_{R_z, \Theta_z}(r_z, \theta_z)$ επιλύεται πάλι θέτοντας $u = \ln(t^2\sigma_x / r_z\sigma_y)$ οπότε

$$\int_0^{\infty} \frac{1}{t} e^{-\frac{1}{1-\rho}\left[\frac{r_z^2}{t^2\sigma_x^2} + \frac{t^2}{\sigma_y^2}\right]} dt = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} e^{-\frac{1}{1-\rho}\left[e^{-u}\frac{r_z}{\sigma_x\sigma_y} + e^u\frac{r_z}{\sigma_x\sigma_y}\right]} du = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} e^{-\frac{1}{1-\rho}\frac{2r_z}{\sigma_x\sigma_y} \cosh(u)} du = K_0\left(\frac{2r_z}{(1-\rho)\sigma_x\sigma_y}\right)$$

όπου έγιναν και πάλι χρήσεις των [28, (1.311.3)] και [28, (3.337.1)]. Τελικά αντικαθιστώντας το ολοκλήρωμα στην $f_{R_z, \Theta_z}(r_z, \theta_z)$ λαμβάνουμε

$$f_{R_z, \Theta_z}(r_z, \theta_z) = \frac{2r_z}{\pi(1-\rho^2)\sigma_x^2\sigma_y^2} I_0\left(\frac{2\sqrt{\rho}r_x r_y}{(1-\rho)\sqrt{\sigma_x\sigma_y}}\right) K_0\left(\frac{2r_z}{(1-\rho)\sigma_x\sigma_y}\right) \quad (3.50)$$

από την οποία εύκολα αναγόμεστε στην $f_{R_z}(r_z)$ εφόσον τα r_z, θ_z είναι ανεξάρτητα.

ΑΝΑΦΟΡΕΣ

- [1] Alenka G. Zajic, Gordon L. Stüber , “*Space-Time Correlated Mobile-to-Mobile Channels: Modelling and Simulation*” , IEEE TRANSACTIONS ON VEHICULAR TECHNOLOGY, VOL. 57, NO. 2, MARCH 2008
- [2] Chirag S. Patel, Gordon L. Stuber, Thomas G. Pratt , “*Statistical Properties of Amplify and Forward Relay Fading Channels*” , IEEE TRANSACTIONS ON VEHICULAR TECHNOLOGY, VOL. 55, NO. 1, JANUARY 2006
- [3] Carlos A. Gutierrez, Jose T. Gutierrez-Mena, Jose M. Luna-Rivera, Daniel U. Campos-Delgado, Ramiro Velazquez, Matthias Pätzold, “*Geometry-Based Statistical Modeling of Non-WSSUS Mobile-to-Mobile Rayleigh Fading Channels*”, IEEE Transactions on Vehicular Technology (Volume: 67, Issue: 1, Jan. 2018)
- [4] Evgenii Vinogradov, Wout Joseph, Claude Oestges , “*MIMO Indoor Propagation: A Geometry-Based Model Including Time-Variant Fading Statistics*”, (EuCAP), 2016 10th European Conference on Antennas and Propagation
- [5] Petr Beckmann, “*Probability in communication engineering*” , Harcourt, Brace & World; 1st edition (1967)
- [6] F. Perez Mortan , P. Marina Espineira , “*Modeling the Wireless Propagation Channel*”, John Wiley & Sons , Inc., 2008
- [7] Petros S. Bithas, Konstantinos Maliatsos, Athanasios G. Kanatas , “*The Bivariate Double Rayleigh Distribution for Multichannel Time-Varying Systems*” , IEEE Wireless Communications Letters (Volume: 5, Issue: 5, Oct. 2016)
- [8] Nicholas O’Donoughue, José M. F. Moura , “*On the Product of Independent Complex Gaussians*” , IEEE Transactions on Signal Processing (Volume: 60, Issue: 3, March 2012)
- [9] Matthias Pätzold, Bjørn Olav Hogstad , Neji Youssef , “*Modeling, Analysis, and Simulation of MIMO Mobile-to-Mobile Fading Channels*” , IEEE TRANSACTIONS ON WIRELESS COMMUNICATIONS, VOL. 7, NO. 2, FEBRUARY 2008
- [10] Xuefeng Yin, Xiang Cheng , “*Propagation Channel Characterization , Parameter Estimation and Modeling for Wireless Communications*” , Oct 2016, Wiley-IEEE Press
- [11] Jari Salo, Hassan M. El-Sallabi, and Pertti Vainikainen, Member, IEEE , “*Statistical Analysis of the Multiple Scattering Radio Channel*”, IEEE TRANSACTIONS ON ANTENNAS AND PROPAGATION, VOL. 54, NO. 11, NOVEMBER 2006
- [12] Evgenii Vinogradov, Wout Joseph, Claude Oestges , “*Measurement-Based Modeling of Time-Variant Fading Statistics in Indoor Peer-to-Peer Scenarios*” , IEEE TRANSACTIONS ON ANTENNAS AND PROPAGATION, VOL. 63, NO. 5, MAY 2015
- [13] Jari Salo, Hassan M. El-Sallabi , Pertti Vainikainen , “*Impact of Double-Rayleigh Fading on System Performance*” , 2006 1st International Symposium on Wireless Pervasive Computing
- [14] Stefan Blugel , “*Scattering Theory: Born Series*”

- [15] Leung Tsang, Jin Au Kong, Kung-Hau Din, “*SCATTERING OF ELECTROMAGNETIC WAVES*” , 2000 , John Wiley & Sons, Inc
- [16] Matthias Pätzold , “*Mobile Radio Channels*” , 2012 John Wiley & Sons, Ltd
- [17] Wiem Dahech, Matthias Pätzold, Carlos A. Gutiérrez, Néji Youssef , “*A Non-Stationary Mobile-to-Mobile Channel Model Allowing for Velocity and Trajectory Variations of the Mobile Stations*” , IEEE TRANSACTIONS ON WIRELESS COMMUNICATIONS, VOL. 16, NO. 3, MARCH 2017
- [18] Cheng-Xiang Wang , Xiang Cheng, “*Vehicle-to-Vehicle Channel Modeling and Measurements: Recent Advances and Future Challenges*” , IEEE Communications Magazine (Volume: 47, Issue: 11, November 2009)
- [19] P. Almers, E. Bonek, A. Burr, N. Czink, M. Debbah, V. Degli-Esposti, H. Hofstetter, P. Kyosti, D. Laurenson, G. Matz, A. F. Molisch, C. Oestges, H. Ozelik , “*Survey of Channel and Radio Propagation Models for Wireless MIMO Systems*” , EURASIP Journal on Wireless Communications and Networking , Volume 2007
- [20] Marvin Arias , “*On Geometry-Based Statistical Channel Models for MIMO Wireless Communications*” , Thesis, January 2008
- [21] Antti Roivainen , “*THREE-DIMENSIONAL GEOMETRY-BASED RADIO CHANNEL MODEL:PARAMETRIZATION AND VALIDATION AT 10 GHZ*” , Acta Univ. Oul. C 614, 2017
- [22] Harding, J., Powell, G., R., Yoon, R., Fikentscher, J., Doyle, C., Sade, D., Lukuc, M., Simons, J., Wang, J. , “*Vehicle-to-vehicle communications: Readiness of V2V technology for application*” , Report No. DOT HS 812 014 , (2014, August)
- [23] Rabah MERAIHI, Sidi-Mohammed SENOUCI, Djamal-Eddine MEDDOUR, Moez JERBI , “*Vehicle-to-Vehicle Communications: Applications and Perspectives*” , http://www.senouci.net/download/Publications/Book- Chapters/Senouci_IC2-2008_2.pdf
- [24] Yi Yuan , “*Realistic Geometry-Based Stochastic Channel Models for Advanced Wireless MIMO Systems*” , Submitted for the degree of Doctor of Philosophy at Heriot-Watt University and The University of Edinburgh School of Engineering and Physical Sciences , May 2014
- [25] https://en.wikipedia.org/wiki/Laplace_distribution
- [26] Eugene F. Knott, John F. Schaeffer, Michael T. Tulley , “*Radar Cross Section second edition*” , SciTech Publishing, 2004
- [27] B. A. Dolan, “*The Mellin transform for moment-generation and for the probability density of products and quotients of random variables,*” Proc. IEEE, vol. 52, pp. 1745–1746, 1964
- [28] I. S. Gradshteyn and I. M. Ryzhik, “*Table of Integrals, Series, and Products*”, 7th ed. New York: Academic Press, 2007
- [29] David W. Matolak, Indranil Sen, Wenhui Xiong , “*Channel Modeling for V2V Communications*” , 2006 Third Annual International Conference on Mobile and Ubiquitous Systems: Networking & Services