



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ
ΣΧΟΛΗ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΩΝ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ ΚΑΙ ΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΨΗΦΙΑΚΩΝ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ
ΠΜΣ : «ΨΗΦΙΑΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΚΑΙ ΥΠΗΡΕΣΙΕΣ»
ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ: «ΨΗΦΙΑΚΕΣ ΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΕΣ ΚΑΙ ΔΙΚΤΥΑ»

ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΗ ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ
ΤΟΥ ΦΟΙΤΗΤΗ ΧΡΗΣΤΟΥ ΤΣΑΚΑΡΕΛΟΥ ΤΟΥ ΒΑΣΙΛΕΙΟΥ

ΑΡΙΘΜΟΣ ΜΗΤΡΩΟΥ: ΜΕ1565

ΘΕΜΑ

ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΚΩΔΙΚΟΠΟΙΗΣΗΣ ΚΑΙ ΑΠΟΚΩΔΙΚΟΠΟΙΗΣΗΣ ΓΙΑ
ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΠΟΛΛΑΠΛΩΝ ΕΙΣΟΔΩΝ – ΠΟΛΛΑΠΛΩΝ ΕΞΟΔΩΝ
(ΜΙΜΟ)

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ: ΑΝΑΠΛΗΡΩΤΗΣ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΓΕΩΡΓΙΟΣ Π. ΕΥΘΥΜΟΠΛΟΥ

ΠΕΙΡΑΙΑΣ 2017

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Τις τελευταίες δεκαετίες έχει παρουσιαστεί μια γιγάντωση στις τεχνολογίες και τα συστήματα ασύρματων επικοινωνιών. Στο πλαίσιο αυτό, έχει γίνει ανάπτυξη συστημάτων πολλαπλών εισόδων πολλαπλών εξόδων (multiple input multiple output, MIMO), κάτι που δημιουργεί την ανάγκη να αναλυθούν οι μέθοδοι κωδικοποίησης και αποκωδικοποίησης των σημάτων που μεταδίδονται μέσω αυτών των συστημάτων. Στην παρούσα διπλωματική εργασία, γίνεται μία αναλυτική παρουσίαση των τεχνικών διαμόρφωσης-αποδιαμόρφωσης των συστημάτων πολλαπλών κεραιών με χωρο-χρονική κωδικοποίηση. Στο Κεφάλαιο 1 παρουσιάζεται μία σύντομη εισαγωγή για τα συστήματα πολλαπλών κεραιών, με ιδιαίτερη έμφαση στο κανάλι επικοινωνίας για συστήματα MIMO. Στο Κεφάλαιο 2 αναλύονται εκτενώς οι τεχνικές χωρο-χρονικής κωδικοποίησης του σχήματος Alamouti για συστήματα 2×1 , 2×2 και 2×3 . Επίσης γίνεται μια συγκριτική μελέτη επίδοσης των συστημάτων αυτών σε κανάλι Rayleigh συναρτήσει του πλήθους των κεραιών στο δέκτη. Ειδικότερα, αναλύονται εκτενώς οι τεχνικές αποκωδικοποίησης για MIMO συστήματα 2×2 και 2×3 και γίνεται μια συγκριτική μελέτη της επίδοσης συναρτήσει του πλήθους των κεραιών στο δέκτη για M-QAM διαμορφώσεις. Στο Κεφάλαιο 3 παρουσιάζονται οι τεχνικές της γραμμικής και της σφαιρικής αποκωδικοποίησης για MIMO συστήματα. Στην πρώτη ανήκουν οι τεχνικές μηδενισμού (zero-forcing, ZF) και ελαχίστου μέσου τετραγωνικού σφάλματος (minimum mean square error, MMSE). Στο Κεφάλαιο 4 μελετάμε τις παραπάνω τεχνικές κωδικοποίησης των συστημάτων MIMO με διαμόρφωση ορθογωνίων φερόντων (orthogonal frequency division multiplexing, OFDM) και αναλύεται η χωρο-φεροντική κωδικοποίηση (space frequency block coding, SFBC). Δίνεται επίσης μία συγκριτική μελέτη της επίδοσης σε κανάλι Rayleigh ανάλογα με το πλήθος των κεραιών στο δέκτη. Τέλος, στο Κεφάλαιο 5, επεκτείνουμε την προηγούμενη τεχνική σε ένα πολυδιαδρομικό μοντέλο ασύρματου καναλιού μεταξύ οχημάτων (vehicle-to-vehicle, V2V), ώστε να κατανοήσουμε το πως μπορούν να εφαρμοστούν οι τεχνικές MIMO σε εφαρμογές V2V.

ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ

| | |
|---------------------------|------|
| Περίληψη..... | σελ1 |
| ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ..... | σελ2 |
| ΛΙΣΤΑ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΩΝ..... | σελ7 |
| ΛΙΣΤΑ ΣΥΝΤΟΜΟΓΡΑΦΙΩΝ..... | σελ9 |

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1^ο

ΕΙΣΑΓΩΓΗ-ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΥΠΟΒΑΘΡΟ

| | |
|---|-------|
| 1.1 <u>Τύποι Συστημάτων Ψηφιακών Επικοινωνιών</u> | σελ10 |
| 1.2 <u>Παρουσίαση ΜΙΜΟ συστημάτων</u> | σελ11 |
| 1.2.1 <u>Μοντέλο συστήματος</u> | σελ11 |
| 1.2.2 <u>Τεχνικές διαμόρφωσης σήματος των συστημάτων επικοινωνιών</u> | σελ15 |
| 1.2.2.1 <u>Τεχνική διαμόρφωσης OFDM</u> | σελ15 |
| 1.3 <u>ΜΙΜΟ συστήματα και Vehicle to Vehicle επικοινωνίες</u> | σελ17 |

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2^ο

Τεχνικές Χωροχρονικής Κωδικοποίησης

| | |
|---|-------|
| 2.1 <u>Εισαγωγή</u> | σελ18 |
| 2.2 <u>Ορθογωνικοί STBC</u> | σελ24 |
| 2.2.1 <u>Απλή μορφή του κώδικα Alamouti</u> | σελ24 |
| 2.2.2 <u>Γενίκευση του κώδικα Alamouti</u> | σελ27 |
| 2.2.2.1 <u>Εφαρμογή Alamouti για N×N ΜΙΜΟ συστήματα</u> | σελ27 |
| 2.2.2.2 <u>Εφαρμογή Alamouti για N×M ΜΙΜΟ συστήματα</u> | σελ31 |
| 2.2.3 <u>Παρουσίαση των αποτελεσμάτων της σύγκρισης των προσομοιώσεων του σχήματος Alamouti</u> | σελ33 |
| 2.3 <u>Γενίκευση των STBC</u> | σελ34 |

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3^ο

Τεχνικές Χωρικής Πολυπλεξίας

| | |
|---|-------|
| 3.1 <u>Εισαγωγή</u> | σελ37 |
| 3.2 <u>Δέκτες ΜΙΜΟ και χωρική πολυπλεξία</u> | σελ41 |
| 3.2.1 <u>Δέκτης μέγιστης πιθανοφάνειας</u> | σελ41 |
| 3.2.2 <u>Γραμμικοί δέκτες</u> | σελ41 |
| 3.2.2.1 <u>Δέκτης Zero Forcing</u> | σελ41 |
| 3.2.2.2 <u>Δέκτης MMSE</u> | σελ46 |
| 3.3 <u>Τεχνική σφαιρικής αποκωδικοποίησης</u> | σελ50 |

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4^ο

Τεχνικές αποκωδικοποίησης σε ΜΙΜΟ συστήματα με OFDM κανάλια

| | |
|--|-------|
| 4.1 <u>Εισαγωγή</u> | σελ59 |
| 4.2 <u>Τεχνικές κωδικοποίησης για ΜΙΜΟ-OFDM συστήματα</u> | σελ64 |
| 4.2.1 <u>Τεχνικές OSTBC και συστήματα ΜΙΜΟ-OFDM</u> | σελ64 |
| 4.2.1.1 <u>Παράδειγμα υλοποίησης ΜΙΜΟ-OFDM με δυο διαφορετικούς αποκωδικοποιητές</u> | σελ67 |
| 4.2.2 <u>Τεχνικές OSFBC και συστήματα ΜΙΜΟ-OFDM</u> | σελ70 |

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5^ο
Εφαρμογή ΜΙΜΟ σε VANET

| | |
|---|-------|
| 5.1 <u>Εισαγωγή</u> | σελ74 |
| 5.2 <u>Αποτελέσματα μελέτης V2V συστημάτων</u> | σελ76 |
| 5.2.1 <u>Χαρακτηριστική Συνάρτηση Διαύλου</u> | σελ76 |
| 5.2.2 <u>Εφαρμογές SISO και MIMO-OFDM σε κανάλια V2V</u> | σελ77 |
| 5.2.2.1 <u>Μελέτη επίδοσης V2V-SISO-OFDM συστήματος</u> | σελ77 |
| 5.2.2.2 <u>Μελέτη επίδοσης V2V-MIMO-OFDM συστήματος</u> | σελ78 |
| 5.2.2.2.1 <u>Μελέτη επίδοσης V2V-MIMO-OFDM συστήματα με STBC κωδικοποίηση</u> | σελ78 |
| 5.2.2.2.1.1 <u>Παράδειγμα υλοποίησης V2V-MIMO-OFDM με δυο διαφορετικούς αποκωδικοποιητές</u> | σελ80 |
| 5.2.2.2.1.2 <u>Παράδειγμα υλοποίησης V2V-MIMO-OFDM με δυο διαφορετικούς αποκωδικοποιητές για 2X2 και 2X3 MIMO</u> | σελ83 |
| 5.2.2.2.2 <u>Τεχνικές OSFBC και συστήματα MIMO-OFDM</u> | σελ85 |
| 5.2.2.2.2 .1 <u>Υλοποίηση MIMO-OFDM συστήματος με SFBC κωδικοποίηση</u> | σελ87 |
| 5.2.2.2.2 .1.1 <u>Απλή υλοποίηση 2X1 MIMO-OFDM συστήματος με SFBC κωδικοποίηση</u> | σελ87 |
| 5.2.2.2.2.2 <u>Υλοποίηση 2X2 MIMO-OFDM συστήματος με SFBC κωδικοποίηση</u> | σελ88 |

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

Παράρτημα Κεφαλαίου 2

- 1) QPSK modulator.....σελ90
- 2) Alamouti scheme 2 x1-QPSK.....σελ90
- 3) Alamouti scheme 2 x2-QPSK.....σελ92
- 4) Alamouti scheme 2 x3-QPSK.....σελ93

Παράρτημα Κεφαλαίου 3

- 1) ZF DECODER MQAM-2X2 MIMO.....σελ95
- 2) ZF DECODER MQAM-2X3 MIMO.....σελ97
- 3) MMSE DECODER MQAM-2X2 MIMO.....σελ98
- 4) MMSE DECODER MQAM-2X3 MIMO.....σελ100
- 5) SPHERE DECODER MQAM-2X2 MIMO.....σελ102
- 6) SPHERE DECODER MQAM-2X3 MIMO.....σελ103

Βοηθητικές συναρτήσεις για την υλοποίηση των διαμορφώσεων αλλά και υποσυναρτήσεις του sphere decoder:

- 4-QAM modulator.....σελ105
- 16-QAM modulator.....σελ105
- 64-QAM modulator.....σελ105
- radius_control.....σελ106
- Συνάρτηση οριοθέτησης.....σελ106
- stage_processing.....σελ106
- compare_vector_norm.....σελ107

| |
|------------------------------|
| list_length.....σελ108 |
| sphere_decoder.....σελ108 |
| vector_comparison.....σελ109 |

Παράρτημα Κεφαλαίου 5

| |
|--|
| 1) 2X1 MC-SFBC-OFDM with Rayleigh paths.....σελ110 |
|--|

| |
|---------------------------------|
| <u>ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ</u>σελ112 |
|---------------------------------|

ΛΙΣΤΑ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΩΝ

| | |
|---|--------|
| Διάγραμμα 2.1: Επίδοση του Alamouti (BER vs SNR) για ένα 2X1 MISO σύστημα.....σελ | 26 |
| Διάγραμμα 2.2: Επίδοση του Alamouti (BER vs SNR) για ένα 2X2 MIMO σύστημα.....σελ | 30 |
| Διάγραμμα 2.3: Επίδοση του Alamouti (BER vs SNR) για ένα 2X3 MIMO σύστημα.....σελ | 32 |
| Διάγραμμα 3.1: Επίδοση του ZFδέκτη (BER vs SNR) για ένα 2X2 MIMO σύστημα.... | σελ 45 |
| Διάγραμμα 3.2: Επίδοση του ZF δέκτη (BER vs SNR) για ένα 2X3 MIMO σύστημα..... | σελ 46 |
| Διάγραμμα 3.3: Επίδοση του MMSE δέκτη (BER vs SNR) για ένα 2X2 MIMO σύστημα.....σελ | 49 |
| Διάγραμμα 3.4: Επίδοση του MMSE δέκτη (BER vs SNR) για ένα 2X3 MIMOσύστημα.....σελ | 50 |
| Διάγραμμα 3.8: Επίδοση του sphere decoder δέκτη (BER vs SNR) για ένα 2X2 MIMO σύστημα.....σελ | 57 |
| Διάγραμμα 3.9: Επίδοση του sphere decoder δέκτη (BER vs SNR) για ένα 2X3 MIMO σύστημα.....σελ | 58 |
| Διάγραμμα 4.4 : BER for 2X1 MIMO-OFDM using ZF Equalizer for AWGN channel.....σελ | 68 |
| Διάγραμμα 4.5: BER for 2X1 MIMO-OFDM using MMSE Equalizer for AWGN channel.....σελ | 69 |
| Διάγραμμα 4.9: SER NS SNR επίδοση για MIMO 2X2 με STBC,SFBC και STFBC κωδικοποίηση | σελ 73 |

| | |
|--|--------|
| Διάγραμμα 5.2: V2V Time Domain Characteristic Based on Ray Fading Channel.....σελ 77 | σελ 77 |
| Διάγραμμα 5.3: SISO-OFDM σε AWGN και Rayleigh κανάλι με QPSK,16-QAM και 64-QAM.....σελ 78 | σελ 78 |
| Διάγραμμα 5.4: 2X2 MIMO-OFDM με STBC σε Rayleigh κανάλια με QPSK,16-QAM 64-QAM.....σελ 79 | σελ 79 |
| Διάγραμμα 5.6: BER για 2X1 MIMO-OFDM με ZF Equalizer για κανάλι Rayleigh.....σελ 81 | σελ 81 |
| Διάγραμμα 5.7: BER για 2X1 MIMO-OFDM με MMSE Equalizer για κανάλι Rayleigh.....σελ82 | σελ82 |
| Διάγραμμα 5.8: BER για 2X2 MIMO-OFDM για κανάλι Rayleigh με MMSE, ZF και MRC Equalizer.....σελ 83 | σελ 83 |
| Διάγραμμα 5.9: BER για 2X3 MIMO-OFDM για κανάλι Rayleigh με MMSE, ZF και MRC Equalizer.....σελ 84 | σελ 84 |
| Διάγραμμα 5.11: BERVS SNR για 2X1 MC-OFDM με διαμόρφωση BPSK, SFBCκωδικοποίηση και ZFαποκωδικοποίηση.....σελ87 | σελ87 |
| Διάγραμμα 5.13: Επίδοση SFBC-OFDM με ZF αποκωδικοποιητή για διαφορετικές QAM διαμορφώσεις.....σελ 89 | σελ 89 |

ΛΙΣΤΑ ΣΥΝΤΟΜΟΓΡΑΦΙΩΝ

Στην παρούσα εργασία χρησιμοποιούνται ορισμένες συντομογραφίες που θα αναφερθούν παρακάτω:

SISO σύστημα: Σύστημα μιας εισόδου-μιας εξόδου
SIMO σύστημα: Σύστημα μιας εισόδου- πολλαπλών εξόδων
MISO σύστημα: Σύστημα πολλαπλών εισόδων-μιας εξόδου
MIMO σύστημα: Σύστημα πολλαπλών εισόδων- πολλαπλών εξόδων
SU/MU-MIMO: MIMO για έναν/πολλούς χρήστες
BLAST: Bell Labs Space Time Architecture
STBC: Space Time Block Codes
OSTBC: Orthogonal Space Time Block Codes
STFBC: Space Time Frequency Block Codes
STC: Space Time Codes
SFBC: Space Frequency Block Codes
OSFBC: Orthogonal Space Frequency Block Codes
TAST: Threaded Algebraic Space-Time
ZF: Δέκτης υποχρεωτικού μηδενισμού
MMSE: Δέκτης ελαχίστου μέσου τετραγωνικού σφάλματος
SD: Σφαιρική αποκωδικοποίηση/ Σφαιρική Ανίχνευση
MRC: Maximal Ratio Combining αποκωδικοποίηση
ML μέθοδος/κριτήριο/δέκτης: Μέθοδος/Κριτήριο/Δέκτης μέγιστης πιθανοφάνειας
VANET: Αυτοργανούμενο δίκτυο μεταξύ οχημάτων
V2V: Vehicle to vehicle
V2R: Vehicle to Roadside
SCM: Ειδικό μοντέλο διαύλου
AWGN: Προσθετικός λευκός γκαουσιανός θόρυβος
OFDM: Orthogonal Frequency Division Multiplexing
IFFT: Αντίστροφος γρήγορος μετασχηματισμός Fourier
FFT: Γρήγορος μετασχηματισμός Fourier
DFT: Διακριτός μετασχηματισμός Fourier
SNR: Σηματοθορυβικός λόγος
M-PSK: M-αδική διαμόρφωση μεταγωγής φάσης
M-QAM: M-αδική διαμόρφωση τετραγωνικού πλάτους
BER: Ρυθμός σφαλμάτων bit
ZMCSCG: Zero Mean Circularly Symmetric Complex Gaussian
DTS/SSM: Σηματοδοσία διακριτού χρόνου / Μοντέλο Δειγματοληπτημένου Σήματος
BS: Σταθμός βάσης
SER: Ρυθμός σφαλμάτων συμβόλων
PDP: Power-Delay Profile

ΚΕΦΑΛΑΙΟ1^ο

Εισαγωγή-Θεωρητικό Υπόβαθρο

1.1 Τύποι Συστημάτων Ψηφιακών Επικοινωνιών

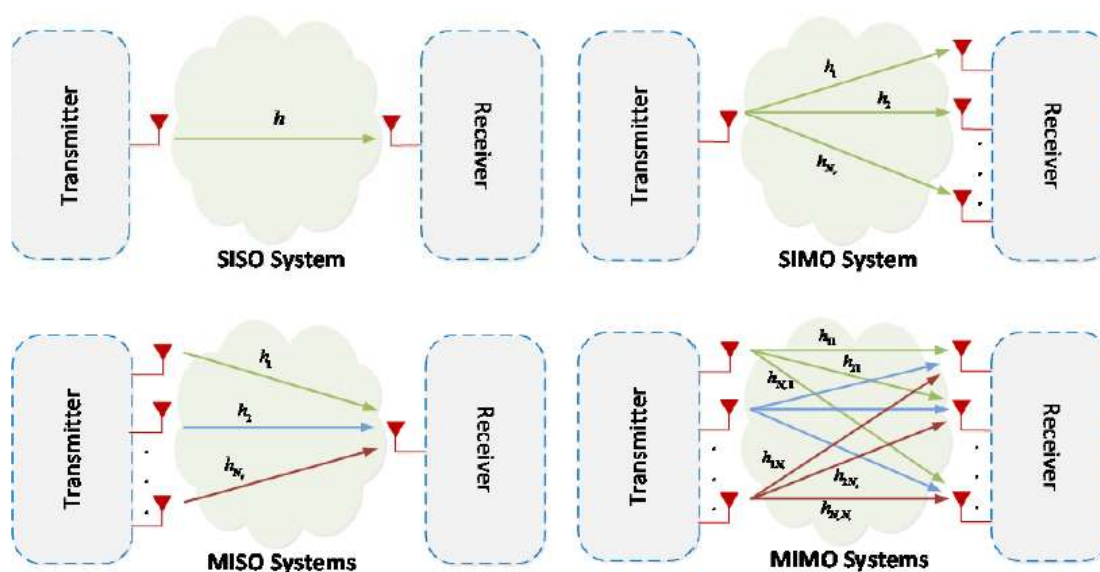
Τα συστήματα επικοινωνιών διαχωρίζονται βασικά με βάση το πλήθος των κεραιών που υποστηρίζουν σε επίπεδο πομπών και δεκτών. Αυτός ο διαχωρισμός δίνει τις ακόλουθες τέσσερις κατηγορίες:

Συστήματα SISO: Πρόκειται για συστήματα με μια κεραία πομπού που μεταδίδει δεδομένα σε μια κεραία δέκτη. Στη βιβλιογραφία είναι γνωστά και ως συστήματα 1×1 .

Συστήματα SIMO: Πρόκειται για συστήματα με μια κεραία πομπού που μεταδίδει δεδομένα σε δέκτη με πολλαπλές κεραιές. Στη βιβλιογραφία είναι γνωστά και ως συστήματα $1 \times N$.

Συστήματα MISO: Πρόκειται για συστήματα με πολλαπλές κεραιές πομπού που μεταδίδουν δεδομένα σε μια κεραία δέκτη. Στη βιβλιογραφία είναι γνωστά και ως συστήματα $N \times 1$.

Συστήματα MIMO: Πρόκειται για συστήματα με πολλαπλές κεραιές πομπού που μεταδίδουν δεδομένα σε δέκτη με πολλαπλές κεραιές. Στη βιβλιογραφία είναι γνωστά και ως συστήματα $N \times M$.



Εικόνα 1.1: ΚΑΤΗΓΟΡΙΕΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ[EB5]

Η τελευταία κατηγορία θα αποτελέσει το βασικό αντικείμενο αυτής της μελέτης, εφόσον έχει σαν στόχο τη μελέτη και ανάλυση επίδοσης ορισμένων τεχνικών αποκωδικοποίησης για MIMO συστήματα.

1.2 Παρουσίαση ΜΙΜΟ συστημάτων

Τα συστήματα ΜΙΜΟ χρησιμοποιούνται κυρίως είτε για αύξηση της χωρητικότητας, είτε για βελτίωση της αξιοπιστίας της μετάδοσης. Οι Paulraj και Kailath ήταν οι πρώτοι που μελέτησαν τη δυνατότητα δραματικής αύξησης της χωρητικότητας των συστημάτων ΜΙΜΟ, η οποία μελετήθηκε διεξοδικά στη συνέχεια από τους Telatar, Foschini και Gans. Την ίδια εποχή αναπτύσσονται και οι αρχιτεκτονικές BLAST και πρώτες μορφές STC. Ποια όμως είναι τα οφέλη από τη χρήση πολυκερειακών συστημάτων και τι δυνατότητες παρέχουν; Η απάντηση είναι πολύ απλή:

- ✓ Μέσω της χωρικής πολυπλεξίας (spatial multiplexing) και χωρίς απαιτήσεις για επιπλέον εύρος ζώνης και ισχύ αυξάνεται θεαματικά ο ρυθμός μετάδοσης.
- ✓ Λόγω της τεχνικής του διαφορισμού (diversity) είναι ανθεκτικότερα στο πρόβλημα των διαλείψεων.
- ✓ Επειδή ο πομπός μπορεί να ελέγξει την κατεύθυνση στην οποία εκπέμπει, μπορεί να αποφύγει τη δημιουργία παρεμβολών. Ο δέκτης από την άλλη μπορεί να στρέψει τους μηδενισμούς του διαγράμματος ακτινοβολίας προς τους παρεμβολείς. Έτσι επιτυγχάνεται καταπίεση των ομοδιαυλικών παρεμβολών.
- ✓ Αυξάνεται ο μέσος σηματοθορυβικός λόγος στο δέκτη και έτσι μειώνεται ο απαιτούμενος σηματοθορυβικός λόγος, άρα και η απαιτούμενη ισχύς εκπομπής.
- ✓ Υπάρχει η δυνατότητα αύξησης της χωρητικότητας των κυψελωτών δικτύων, διότι στα MU/MIMO συστήματα πολλοί χρήστες, ο καθένας με μια κεραία, εκπέμπουν προς το BS το οποίο επεξεργάζεται τα σήματα σαν να προέρχονταν από ένα SU/MIMO σύστημα (ένα τερματικό με πολλαπλές κεραίες)

1.2.1 Μοντέλο συστήματος

Στα συστήματα αυτά χρησιμοποιείται σηματοδοσία DTS/SSM. Δηλαδή θεωρείται ότι όλα τα σήματα είναι διακριτού χρόνου και εκφρασμένα στη βασική ζώνη (baseband signals). Επιπλέον, θεωρούμε ότι το εύρος ζώνης του διαύλου είναι 1Hz και η διάρκεια συμβόλου είναι 1sec. Επίσης εάν με E_x συμβολίζεται συνήθως σε ένα SISO σύστημα η μέση εκπεμπόμενη ενέργεια συμβόλου. Άρα, επειδή $T_s = 1\text{sec}$, E_x είναι επίσης και η εκπεμπόμενη ισχύς. Έστω ότι τα σήματα που εκπέμπονται από τις κεραίες εκπομπής παρίστανται με το διάνυσμα:

$$\mathbf{x} = \left[x_1[l], x_2[l], \dots, x_{N_t}[l] \right]^T$$

(1.1)

Υποθέτουμε ότι κάθε ένα από τα σήματα έχει μηδενική μέση τιμή και όλα κοινή διακύμανση σ_x^2 . Η συνολική ισχύς που εκπέμπει ο πομπός είναι ίση με:

$$P_t = N_t \cdot \sigma_x^2$$

(1.2)

Απαιτούμε η ισχύς αυτή να είναι σταθερή, άρα πρέπει η διακύμανση να είναι αντιστρόφως ανάλογη του N_t , δηλαδή:

$$P_t = N_t \frac{E_x}{N_t}$$

(1.3)

Βάσει των παραπάνω προκύπτει ένα σήμα εξόδου της μορφής:

$$y[l] = h[l] * (\sqrt{E_x} x[l]) + n[l] \Leftrightarrow y[l] = \sum_{k=0}^l \sqrt{E_x} h[k] x[l-k] + n[l]$$

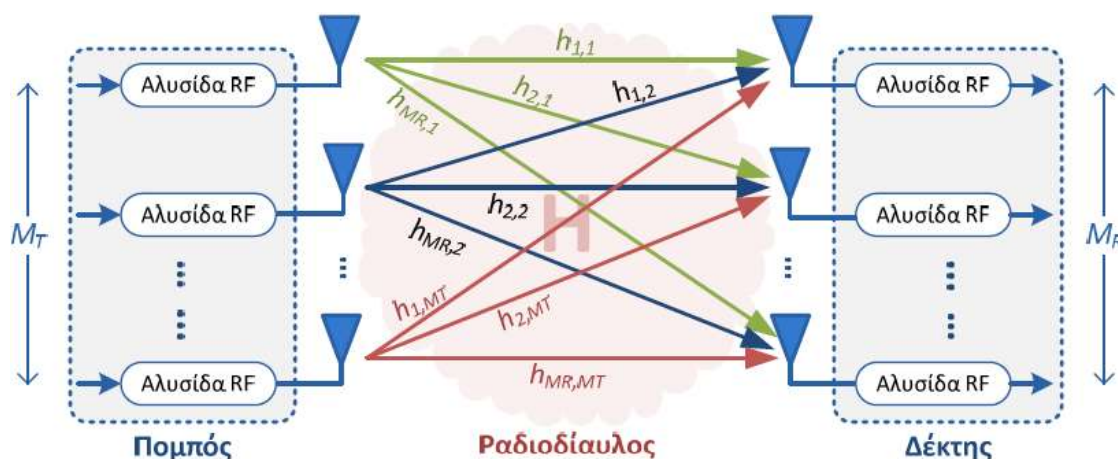
(1.4)

Εάν τώρα θεωρήσουμε ότι αναφερόμαστε σε ένα SISO flat fading κανάλι, τότε μπορούμε να παρατηρήσουμε τον εκφυλισμό της συνέλιξης σε πολλαπλασιασμό και την ισοδύναμη χρήση κρουστικής απόκρισης και συνάρτησης μεταφοράς.

$$y[l] = \sqrt{E_x} h[0] x[l] + n[l] = \sqrt{E_x} h x[l] + n[l]$$

(1.5)

Τα αντίστοιχα για τα ΜΙΜΟ συστήματα δίνονται ως εξής:



Εικόνα 1.2: Τοπολογία ΜΙΜΟ συστήματος [ΕΒ5]

Το σήμα εξόδου μοντελοποιείται με το παρακάτω άθροισμα:

$$y_j[l] = \sum_{i=1}^{N_t} \sqrt{\frac{E_x}{N_t}} h_{ji} x_i[l] + n_j[l] \quad i = 1, 2, \dots, N_r$$

(1.6)

ή με τη βοήθεια του μιγαδικού πίνακα διαύλου :

$$y = \sqrt{\frac{E_x}{N_t}} Hx + n$$

(1.7)

όπου $H = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & \dots & \dots & h_{1N_t} \\ h_{21} & h_{22} & \dots & \dots & h_{2N_t} \\ \vdots & \vdots & h_{ji} & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ h_{N_r1} & h_{N_r2} & \dots & \dots & h_{N_rN_t} \end{bmatrix}$

Συνήθως ο διάυλος θεωρείται χωρικά λευκός, με μηδενική μέση τιμή, δηλαδή τα στοιχεία του πίνακα θεωρούνται μιγαδικές τυχαίες μεταβλητές, κυκλικά συμμετρικές, ανεξάρτητες και ομοιόμορφα κατανομημένες (i.i.d.) με μηδενική μέση τιμή, διακύμανση σ^2 , που ακολουθούν κατανομή Gauss, δηλαδή έχουμε διάυλο Zero Mean Circularly Symmetric Complex Gaussian (ZMCSCG). Επιπλέον το διάνυσμα θορύβου στο δέκτη περιέχει στοιχεία που θεωρούνται στατιστικά ανεξάρτητες μιγαδικές τυχαίες μεταβλητές Gauss με μηδενική μέση τιμή και πραγματικά και φανταστικά μέρη ανεξάρτητα και με ίση διασπορά, δηλαδή ανεξάρτητες

κυκλικά συμμετρικές μιγαδικές τυχαίες μεταβλητές Gauss, ZMCSCG, με ίση διασπορά. Θεωρούμε χρονικά λευκό προσθετικό Gaussian θόρυβο με μηδενική μέση τιμή και διακύμανση σ^2 . Στα συστήματα που μας αφορούν έχουμε και χωρικά λευκό θόρυβο. Εξαιτίας αυτών των χαρακτηριστικών του και βάσει της αρχικής υπόθεσης για DTS σήμα λοιπόν ο θόρυβος έχει πίνακα συνδιακύμανσης

$$\mathbf{R}_n = E \left[\mathbf{n}[k] \mathbf{n}[l]^H \right] = N_0 \mathbf{I}_{N_r} \delta[k - l]$$

(1.8)

Η αρχιτεκτονική σηματοδοσίας δίνεται ως εξής:

Έστω ότι θέλουμε να μεταδώσουμε ένα μπλοκ από qK bits. Αυτό αρχικά θα εισαχτεί στη μονάδα που επωμίζεται τη χρονική κωδικοποίηση το mapping και τη διεμπλοκή. Στην ακολουθία εισόδου προστίθενται $q(N-K)$ πλεονασματικά bits που στην έξοδο δημιουργούν τα N σύμβολα του σηματοστερισμού μεγέθους 2^q

Τα σύμβολα εισάγονται σε έναν χωρο-χρονικό κωδικοποιητή, που εισάγει επιπλέον $(N_t T - N)$ πλεονάζοντα σύμβολα και ομαδοποιεί τα $N_t T$ προκύπτοντα σύμβολα σε ένα πλαίσιο διάστασης $(N_t \times T)$, μήκους T . Το πλαίσιο εκπέμπεται σε T διαδοχικές περιόδους συμβόλου και καλείται χωρο-χρονική κωδική λέξη (ST codeword). Ο ρυθμός σηματοδοσίας (δεδομένων) στο διάυλο είναι qK/T bits ανά μετάδοση ή χρήση διαύλου, ή bits/sec/Hz και δεν πρέπει να υπερβαίνει τη χωρητικότητα του διαύλου αν απαιτούμε μετάδοση ασυμπτωτικά χωρίς σφάλματα.

Αναλύοντας τον ως άνω προκύπτοντα ρυθμό σηματοδοσίας μπορούμε να ορίσουμε δυο σημαντικά μεγέθη:

$$\frac{qK}{T} = q \left(\frac{qK}{qN} \right) \left(\frac{N}{T} \right) = q r_{temp} r_{spat}$$

(1.9)

από όπου παίρνουμε $r_{temp} = \frac{qK}{qN} = \frac{K}{N}$ (1.10) που είναι ο χρονικός ρυθμός

κωδικοποίησης του εξωτερικού κωδικοποιητή και $r_{spat} = \frac{N}{T}$ (1.11) που είναι ο μέσος αριθμός των ανεξάρτητων μεταδιδόμενων από τις N_t κεραιές του πομπού σε T περιόδους συμβόλων.

Ένα κρίσιμο ζήτημα στις ασύρματες επικοινωνίες είναι η αποκωδικοποίηση και κατανόηση του μεταδιδόμενου μηνύματος από τους δέκτες. Για το σκοπό αυτό έχουν αναπτυχτεί πλείστες όσες

τεχνικές. Στην παρούσα εργασία θα επικεντρωθούμε στην μελέτη και ανάλυση της επίδοσης δυο εκ των κυριότερων κατηγοριών τέτοιων τεχνικών. Η πρώτη κατηγορία αφορά σε τεχνικές χωρο-χρονικής κωδικοποίησης, όπως το σχήμα Alamutti. Η δεύτερη περιλαμβάνει τεχνικές που αφορούν σε χωρικά πολυπλεγμένα σήματα που μεταδίδονται μέσω ΜΙΜΟ συστημάτων. Τέλος θα γίνει μια απόπειρα να εφαρμοστούν αυτές οι τεχνικές σε ΜΙΜΟ-OFDM συστήματα.

1.2.2 Τεχνικές διαμόρφωσης σήματος των συστημάτων επικοινωνιών

1.2.2.1 Τεχνική διαμόρφωσης OFDM

Βασικό χαρακτηριστικό της ορθογωνικής πολυπλεξίας διαίρεσης συχνότητας (OFDM) είναι η διαίρεση του προς μετάδοση ευρυζωνικού σήματος (wideband) σε μεγάλο αριθμό παράλληλων σημάτων στενής ζώνης. Στα συμβατικά συστήματα σειριακής μετάδοσης, γίνεται κατάληψη όλου του διαθέσιμου φάσματος με παλμούς πολύ μικρής διάρκειας. Αντίθετα, στην τεχνική OFDM, τα προς μετάδοση ψηφιακά δεδομένα διοχετεύονται σε παράλληλα υποκανάλια (OFDM subchannels/subcarriers) και μεταδίδονται με χαμηλότερο ρυθμό μετάδοσης. Με τον τρόπο αυτό δημιουργούνται πολλαπλά παράλληλα υποσυστήματα στενής ζώνης (narrowband), τα οποία μεταδίδουν ταυτόχρονα ένα μικρό μέρος της πληροφορίας με χαμηλό ρυθμό μετάδοσης, ενώ ο συνολικός ρυθμός μετάδοσης παραμένει σταθερός. Στο σειριακό σύστημα, η μετάδοση του κάθε συμβόλου έχει πολύ μικρή χρονική διάρκεια (Δt) και καταλαμβάνει εύρος συχνοτήτων B . Στο παράλληλο σύστημα, η χρονική διάρκεια της μετάδοσης ενός συμβόλου έχει διάρκεια $T=N*\Delta t$ και καταλαμβάνει $\Delta f=B/N$. Ενώ λοιπόν έχουμε ισάριθμα μεταδιδόμενα σύμβολα και στα δυο συστήματα στο παράλληλο σύστημα έχουμε ευκολότερη ισοστάθμιση στο δέκτη. Ένα από τα βασικά πλεονεκτήματα της τεχνικής OFDM, σε σύγκριση με την απλή πολυπλεξία διαίρεσης συχνότητας (FDM), είναι η οικονομία φάσματος, η οποία επιτυγχάνεται λόγω της αλληλοκάλυψης των υποκαναλιών. Η αλληλοκάλυψη των καναλιών γίνεται εφικτή, λόγω της μεταξύ τους ορθογωνιότητας. Η ορθογωνιότητα εξασφαλίζει πως στα σημεία όπου το φάσμα ενός υποκαναλιού παρουσιάζει κορυφή, το φάσμα των υπολοίπων καναλιών παρουσιάζει μηδενισμό. Για να ισχύσει αυτό, θα πρέπει οι φέρουσες συχνότητες των υποκαναλιών να αποτελούν ακέραια πολλαπλάσια μιας βασικής συχνότητας. Φυσικά, για να ισχύει η συνθήκη ορθογωνιότητας, θα πρέπει να υπάρχει πολύ καλός συγχρονισμός (δηλαδή ευθυγγράμμιση των subcarriers). Σε περίπτωση που υπάρχουν σφάλματα συγχρονισμού, τότε η ορθογωνιότητα παύει να ισχύει, με αποτέλεσμα την αλλοίωση του σήματος. Συνεπώς, η εξασφάλιση της ορθογωνιότητας των υποκαναλιών είναι ένα πολύ σημαντικό ζητούμενο στα συστήματα OFDM. Τα προβλήματα συγχρονισμού μπορούν να δημιουργηθούν κυρίως από τους εξής παράγοντες:

- 1) Ταλαντωτές που χρησιμοποιούνται στον πομπό και στον δέκτη (carrier frequency offset).
- 2) Αποκλίσεις μεταξύ των κυκλωμάτων που χρησιμοποιούνται στον πομπό και στον δέκτη (sampling clock offset)
- 3) Σφάλματα στην εκτίμηση έναρξης των συμβόλων OFDM στον δέκτη (timing offset).
- 4) Θόρυβο φάσης των ταλαντωτών (phase offset).

Η επίδραση των σφαλμάτων συγχρονισμού εξαρτάται από την σχετική απόκλιση

συχνότητας, δηλαδή από την πραγματική απόκλιση κανονικοποιημένη ως προς το εύρος του κάθε υποκαναλιού. Έτσι, μια συγκεκριμένη τιμή απόκλισης συχνότητας μπορεί, για παράδειγμα, να έχει αμελητέα επίδραση σε ένα σύστημα OFDM με μεγάλο εύρος υποκαναλιών, αλλά να είναι καταστροφική για ένα σύστημα με υποκανάλια μικρού εύρους.

Έστω ότι το RF σήμα που εκπέμπεται είναι $s(t)$. Αν $r(t)$ είναι το λαμβανόμενο σήμα, τότε ισχύει:

$$\boxed{r(t) = m(t)s(t)} \quad (1.12)$$

Στην περίπτωση της απόκλισης μεταξύ των συχνοτήτων των τοπικών ταλαντωτών πομπού και δέκτη, αν η σχετική απόκλιση είναι $\varepsilon = \delta f / \Delta f$, όπου δf η απόκλιση συχνότητας και Δf το κέρδος του κάθε υποκαναλιού, τότε ισχύει $m(t) = e^{\theta}$, με $\theta = \frac{j\pi\varepsilon t}{T_s}$

Έστω ότι ο θόρυβος δεν επιδρά στο σύστημα μας, η m -οστή έξοδος του FFT στο δέκτη είναι:

$$\boxed{y_m = a s_m - \sum_{k \neq m} \frac{\sin(\pi\varepsilon)}{\pi(m - k - \varepsilon)} e^{j\pi\varepsilon} s_k} \quad (1.13)$$

όπου ο συντελεστής a εκφράζει την εξασθένηση του σήματος που προκαλείται από τον διάυλο, ενώ το άθροισμα αντιστοιχεί στην ενδοσυμβολική παρεμβολή που προκαλείται στο m -οστό υποκανάλι από τα σήματα των υπολοίπων υποκαναλιών, λόγω έλλειψης ορθογωνιότητας.

Αν η περίοδος δειγματοληψίας στον δέκτη είναι $(1+\beta)T_{samp}$, όπου T_{samp} είναι η περίοδος δειγματοληψίας στον πομπό, τότε η μέση ισχύς της ενδοσυμβολικής παρεμβολής στο m -οστό υποκανάλι είναι:

$$\boxed{p(m) = \frac{\pi}{3} \beta^2 m^2} \quad (1.14)$$

Στην περίπτωση που υπάρχει σφάλμα χρονισμού Δt στην εκτίμηση των ορίων ενός λαμβανόμενου συμβόλου OFDM και το σφάλμα αυτό είναι μικρότερο από τη διάρκεια φύλαξης ($\Delta t \leq T_G$), τότε στο λαμβανόμενο σήμα προκαλείται στροφή φάσης, η οποία για το m -οστό υποκανάλι είναι ίση με $e^{\frac{j2\pi m \Delta t}{T_s}}$.

1.3 ΜΙΜΟ συστήματα και Vehicle to Vehicle επικοινωνίες

Μια κατηγορία επικοινωνιών όπου υπεράνω πάσης αμφισβήτησης θα βρουν εφαρμογή οι τεχνικές που αναφέρονται παραπάνω είναι και οι V2V επικοινωνίες. Σε αυτό το πόνημα θα επιχειρήσουμε λοιπόν να τις εφαρμόσουμε σε περιβάλλον V2V ώστε να μελετήσουμε την απόδοση και επίδοση τους στα ταχέως μεταβαλλόμενα από την άποψη τόσο της κίνησης πηγών και δεκτών όσο και της τυχαιοτητας σκεδαστών και παρεμβολων περιβάλλοντα αυτού του είδους.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2^ο

Τεχνικές Χωροχρονικής Κωδικοποίησης

2.1 Εισαγωγή

Η χωροχρονική κωδικοποίηση προτάθηκε από τον V. Tarokh το 1998 ως τεχνική βελτίωσης της αξιοπιστίας μιας ζεύξης υπό συνθήκες διαλείψεων. Είναι μια κωδικοποίηση που επιτυγχάνει τη συσχέτιση των μεταδιδόμενων σημάτων τόσο στο πεδίο του χρόνου (διαφορές κεραίες) όσο και σε αυτό του χρόνου (διαφορετικές χρονικές στιγμές). Για να γίνει αυτό απαιτείται εισαγωγή πλεονασμού.

Από τη βιβλιογραφία έχει διαφανεί ότι υφίστανται δυο βασικές κατηγορίες κωδίκων :

- ✓ Οι Space-Time Block Codes (STBC)
- ✓ Οι Space-Time Trellis Codes (STTC)

Οι πρώτοι διαχωρίζονται σε :

- ✓ Ορθογωνικούς STBC και
- ✓ Μη Ορθογωνικούς / Quasi- Ορθογωνικούς STBC

Αυτοί δύνανται να επιτύχουν κωδικοποίηση πλήρους ρυθμού για ρυθμίσεις διαφορετικές από $N_t=2$, αλλά βέβαια με κόστος το κέρδος διαφορισμού ($G_d < N_t N_r$)

Και οι STBC και οι STTC επιτυγχάνουν πλήρη διαφορισμο ($G_d = N_t N_r$). Από την άλλη οι STTC προσφέρουν επίσης κέρδος κωδικοποίησης (μικρότερη πιθανότητα σφάλματος για δεδομένο SNR) αλλά με κόστος την αυξημένη πολυπλοκότητα αποκωδικοποίησης.

Θεωρούμε ΜΙΜΟ σύστημα με N_t κεραίες στον πομπό και N_r κεραίες στο δέκτη. Θεωρούμε symbol stream από N σύμβολα $\{\tilde{x}_i\}_{i=1}^N$. Αυτά κωδικοποιούνται χωροχρονικά σε $\{x_i [t]\}$ με $t=1,2,\dots,T$, όπου βέβαια i είναι ο δείκτης για τις κεραίες πομπού και t ο δείκτης για το χρόνο συμβόλου. Έτσι οι κωδικές λέξεις έχουν μορφή πίνακα με διάσταση $N = (N_t \times T)$. Επειδή μεταδίδουμε N σύμβολα με μια κωδική λέξη σε T περιόδους (symbol periods) ο ρυθμός συμβόλων είναι:

$$R = \frac{N}{T}$$

(2.1)

Στο δέκτη τα σύμβολα που απεσταλήσαν ανακτώνται με χρήση των λαμβανομένων

$$\{y_j [t]\}_{j=1}^{N_r} \quad t=1,2,\dots,T$$

(2.2)

Οι διάυλοι συμβολίζουν τα κατανεμημένα κατά Rayleigh κέρδη από την i -οστή κεραία πομπό στην j -οστή κεραία δέκτη την t -οστή περίοδο συμβόλου. Θεωρώντας δε σταθερό τον διάυλο καθόλη τη διάρκεια T παραλείποντας το χρονικό δέκτη. Άλλη μια υπόθεση που πρέπει να κάνουμε είναι ότι οι κεραίες πομπού και δέκτη είναι τοποθετημένες σε μεγάλες αποστάσεις έτσι

ώστε να θεωρούνται στατιστικά ανεξάρτητοι. Ακόμη η κάθε κωδική λέξη μπορεί να κανονικοποιηθεί ώστε η μέση ενέργεια ανά περίοδο συμβόλου να είναι μοναδιαία, οπότε $\boxed{\text{SNR} = 1/ N_0}$ (2.3). Εναλλακτικά δίνουμε ενέργεια E_x σε κάθε σύμβολο και διαιρούμε με N_t , το πλήθος των συμβόλων που εκπέμπονται σε μια περίοδο συμβόλων:

$$\boxed{\text{SNR} = \frac{E_x}{(N_t * N_0)}} \quad (2.4)$$

Σε μια περίοδο συμβόλου το λαμβανόμενο σήμα σε μια κεραία δέκτη:

$$\boxed{y_j [t] = \sqrt{\frac{E_x}{N_t}} [h_{j1} [t] \ h_{j2} [t] \ \dots \ h_{jN_t} [t]] \begin{bmatrix} x_1 [t] \\ x_2 [t] \\ \vdots \\ x_{N_t} [t] \end{bmatrix} + n_j [t]} \quad (2.5)$$

όπου $n_j [t]$ είναι ZMCSCG θόρυβος με μοναδιαία διακύμανση E_x και είναι η ενέργεια κάθε συμβόλου. Με τη βοήθεια του πίνακα καναλιού H γράφεται η παραπάνω σχέση έτσι:

$$\boxed{y[t] = \sqrt{\frac{E_x}{N_t}} \mathbf{H}x[t] + \mathbf{n}[t]} \quad (2.6)$$

όπου τα μεγέθη ορίζονται ως ακολούθως:

$$\begin{aligned}
 \underline{y}[t] &= [y_1[t] \quad y_2[t] \quad \dots \quad y_{N_t}[t]]^T \\
 \underline{x}[t] &= [x_1[t] \quad x_2[t] \quad \dots \quad x_{N_t}[t]]^T \\
 \underline{n}[t] &= [n_1[t] \quad n_2[t] \quad \dots \quad n_{N_t}[t]]^T \\
 \mathbf{H} &= \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & \dots & h_{1N_t} \\ h_{21} & h_{22} & \dots & h_{2N_t} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{N_r1} & h_{N_r2} & \dots & h_{N_rN_t} \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

Δηλαδή εντός T περιόδων συμβόλου το από την j-οστη κεραία λαμβανόμενο σήμα δίνεται από την σχέση:

$$[y_1[t] \quad y_2[t] \quad \dots \quad y_{N_t}[t]] = \sqrt{\frac{E_x}{N_t}} [h_{j1}[t] \quad h_{j2}[t] \quad \dots \quad h_{jN_t}[t]] [x_1[t] \quad x_2[t] \quad \dots \quad x_{N_t}[t]] + [n_1[t] \quad n_2[t] \quad \dots \quad n_{N_t}[t]]$$

(2.7)

από την οποία προκύπτει:

$$\mathbf{Y} = \sqrt{\frac{E_x}{N_t}} \mathbf{H} \mathbf{X} + \mathbf{N}$$

(2.8)

όπου τα μεγέθη ορίζονται ως ακολούθως:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & \cdots & h_{1N_t} \\ h_{21} & h_{22} & \cdots & h_{2N_t} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{N_r,1} & h_{N_r,2} & \cdots & h_{N_r,N_t} \end{bmatrix} \quad \mathbf{Y} = \begin{bmatrix} y_1[1] & y_1[2] & \cdots & y_1[T] \\ y_2[1] & y_2[2] & \cdots & y_2[T] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y_{N_r}[1] & y_{N_r}[2] & \cdots & y_{N_r}[T] \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} x_1[1] & x_1[2] & \cdots & x_1[T] \\ x_2[1] & x_2[2] & \cdots & x_2[T] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{N_r}[1] & x_{N_r}[2] & \cdots & x_{N_r}[T] \end{bmatrix} \quad \mathbf{N} = \begin{bmatrix} n_1[1] & n_1[2] & \cdots & n_1[T] \\ n_2[1] & n_2[2] & \cdots & n_2[T] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ n_{N_r}[1] & n_{N_r}[2] & \cdots & n_{N_r}[T] \end{bmatrix}$$

Η αποκωδικοποίηση στηρίζεται στην υπόθεση ότι ο διάυλος είναι πλήρως γνωστός στο δέκτη, όπου και χρησιμοποιείται το κριτήριο ανάκτησης μέγιστης πιθανοφάνειας (ML), δηλαδή η εκτίμηση της κωδικής λέξης προκύπτει ως εξής:

$$\hat{\mathbf{X}} = \arg \min_{\mathbf{X}} \|\mathbf{Y} - \mathbf{H}\mathbf{X}\|_F^2 = \arg \min_{\mathbf{X}} \sum_{k=1}^T \left\| \mathbf{y}[k] - \sqrt{\frac{E_x}{N_t}} \mathbf{H}\mathbf{x}[k] \right\|_F^2$$

(2.9)

Η δε ελαχιστοποίηση της απόστασης ελέγχεται για κάθε πιθανή κωδική λέξη. Για έναν πίνακα \mathbf{A} , διάστασης ($N \times M$) έχουμε:

$$\|\mathbf{A}\|_F^2 = \text{tr}(\mathbf{A}\mathbf{A}^H) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M |a_{ij}|^2$$

(2.10)

Η πιθανότητα σφάλματος κατά ζεύγη (Pairwise Error Probability - PEP) είναι η πιθανότητα να έχει ανιχνευτεί η κωδική λέξη X_B , ενώ έχει σταλεί στην πραγματικότητα η X_A .

Αποδεικνύεται ότι:

$$\begin{aligned}
 P[\mathbf{X}_A \rightarrow \mathbf{X}_B] &= E \left\{ Q \left(\sqrt{\frac{E_x}{N_o N_t} \frac{\mathbf{H}(\mathbf{X}_A - \mathbf{X}_B)(\mathbf{X}_A - \mathbf{X}_B)^H \mathbf{H}^H}{2}} \right) \right\} \\
 &= E \left\{ Q \left(\sqrt{SNR \frac{\mathbf{H}(\mathbf{X}_A - \mathbf{X}_B)(\mathbf{X}_A - \mathbf{X}_B)^H \mathbf{H}^H}{2N_t}} \right) \right\} \\
 &= E \left\{ Q \left(\sqrt{\frac{SNR}{2N_t}} \|\mathbf{H}(\mathbf{X}_A - \mathbf{X}_B)\|_F \right) \right\}
 \end{aligned}$$

(2.11)

Τώρα σε ότι αφορά τη σχεδίαση χωροχρόνικων κωδίκων έχουν αναπτυχθεί διάφορα κριτήρια που έγκεινται στο κέρδος που επιθυμούμε να μεγιστοποιήσουμε. Απο τη βιβλιογραφία είναι γνωστό ότι για υψηλό SNR και μη κωδικοποιημένο σύστημα η πιθανότητα σφάλματος δίνεται από την παρακάτω σχέση:

$$p_e \approx (G_c \cdot \overline{SNR})^{-G_d}$$

(2.12)

όπου με G_c συμβολίζεται το κέρδος κωδικοποίησης, παράγοντας που καθορίζει την μετατόπιση της καμπύλης ως προς το SNR σχετικά με μια τιμή χαρακτηριστική της καμπύλης της πιθανότητας σφάλματος του \overline{SNR}^{-G_d} , ενώ με G_d το κερδος διαφορισμου παράγοντας που καθορίζει την κλίση της καμπύλης της p_e ως προς το μέσο SNR, για υψηλό SNR σε λογαριθμική κλίμακα

Στη βιβλιογραφία έχουν αναπτυχθεί δυο κριτήρια:

✓ Το κριτήριο της τάξης του πίνακα:

Για μεγάλα SNR ισχύει ο κατωθι τύπος:

$$P[\mathbf{X}_A \rightarrow \mathbf{X}_B] \leq \left(\prod_{i=1}^R \frac{1}{\text{SNR} \frac{\lambda_i}{4N_t}} \right)^{N_r} = \left(\prod_{i=1}^R \lambda_i \right)^{-N_r} \left(\frac{\text{SNR}}{4N_t} \right)^{-RN_r} \quad (2.13)$$

Στον παραπάνω τύπο η μεταβλητή R δηλώνει την τάξη

$$\left(\mathbf{X}_A - \mathbf{X}_B \right) \left(\mathbf{X}_A - \mathbf{X}_B \right)^H \quad (2.14)$$

Σημειωτέον ότι για τη μείωση της PEP για κάθε πιθανό ζεύγος \mathbf{X}_B και \mathbf{X}_A , θα πρέπει να μεγιστοποιηθούν τόσο η τάξη όσο και το γινόμενο των ιδιοτιμών $\prod_{i=1}^R \lambda_i$. Ουσιαστικά θέλουμε μεγιστοποίηση της ελάχιστης τάξης για όλα τα πιθανά ζεύγη κωδικών λέξεων. Όταν ισχύει $T \geq N$ τότε η μέγιστη πιθανή τιμή της τάξης είναι N_t . Όταν η ελάχιστη τάξη γίνει N_t τότε επιτυγχάνεται το μέγιστο κέρδος διαφορισμού ίσο με $N_t N_r$. Αυτό είναι το λεγόμενο κριτήριο της τάξης και καθορίζει το κέρδος διαφορισμού.

Εάν υποθέσουμε ότι έχουμε πετύχει το μέγιστο κέρδος διαφορισμού και θέλουμε να μεγιστοποιήσουμε το γινόμενο $\prod_{i=1}^R \lambda_i$, επιθυμώντας στην ουσία την μεγιστοποίηση του ελάχιστου γινομένου για όλα τα πιθανά ζεύγη κωδικών λέξεων, έχουμε:

$$\left(\prod_{i=1}^{N_t} \lambda_i \right) = \det \left[\left(\mathbf{X}_p - \mathbf{X}_q \right) \left(\mathbf{X}_p - \mathbf{X}_q \right)^H \right] \quad (2.15)$$

Δηλαδή η μεγιστοποίηση του γινομένου ισοδυναμεί με την ελαχιστοποίηση του παράγοντα που δίνει το κέρδος κωδικοποίησης και ελαχιστοποιεί την PEP και αποτελεί το κριτήριο της διακρίνουσας.

2.2 Ορθογωνικοί STBC

Ο παλαιότερος και γνωστότερος εκπρόσωπος των STBC είναι ο κώδικας Alamouti που είναι ένας κώδικας ειδικός για συστήματα με 2 κεραίες πομπού. Στο παρόν λοιπόν τμήμα της εργασίας θα ασχοληθούμε επισταμένως με τον κώδικα Alamouti, αρχικά στην απλή του μορφή και έπειτα θα γίνει μια προσπάθεια γενίκευσης με περισσότερες κεραίες δέκτη.

2.2.1 Απλή μορφή του κώδικα Alamouti

Η μορφή αυτή αφορά ένα σύστημα MISO με δυο κεραίες πομπού και μια κεραία δέκτη. Για την ολοκλήρωση της κωδικοποίησης αυτής απαιτούνται δύο χρονικές περιόδοι. Έστω ότι στην πρώτη περίοδο η πρώτη κεραία εκπέμπει το σύμβολο x_1 και η δεύτερη το x_2 . Στην επόμενη χρονική περίοδο η πρώτη κεραία εκπέμπει το σύμβολο $-x_2^*$, ενώ η δεύτερη κεραία εκπέμπει το σύμβολο x_1 (όπου x^* ο συζυγής μιγαδικός του x). Στην δεύτερη χρονική περίοδο δεν εκπέμπονται νέα σύμβολα, συνεπώς ο ρυθμός μετάδοσης παραμένει αμετάβλητος. Έτσι λοιπόν το λαμβανόμενο κατά την πρώτη των χρονικών περιόδων σήμα δίνεται από τη σχέση:

$$y[t] = \sqrt{\frac{E_x}{N_t}} \mathbf{H}x[t] + \mathbf{n}[t]$$

(2.16)

όπου h_i το κέρδος του διαύλου μεταξύ της i -οστής κεραίας εκπομπής και της κεραίας λήψης, ενώ n_i είναι ο προστιθέμενος θόρυβος. Αν θεωρήσουμε ότι ο διάυλος παραμένει αμετάβλητος κατά τις δύο χρονικές περιόδους, τότε το λαμβανόμενο σήμα κατά την επόμενη χρονική περίοδο είναι:

$$y_1 = h_1 x_1 + h_2 x_2 + n_1$$

(2.17)

$$y_2 = -h_1 x_2^* + h_2 x_1^* + n_2$$

(2.18)

όπου με y_i συμβολίζεται το από την i -οστη κεραία πομπού ληφθέν σήμα, με h_i αναπαρίσταται η κρουστική απόκριση του Rayleigh καναλιού για την i -οστη κεραία δέκτη, με x_i συμβολίζουμε το μεταδοθέντα δεδομένα. Τέλος με n_i δηλώνεται ο AWGN θόρυβος.

Έπειτα επειδή θέλουμε να απαλλαγούμε από τα μιγαδικά συζυγή των μεταδοθεντων τροποποιούμε το μοντέλο μας ως εξής:

$$\boxed{y_1 = h_1 x_1 + h_2 x_2 + n_1}$$
(2.19)

$$\boxed{y_2^* = -h_1^* x_2 + h_2^* x_1 + n_2^*}$$
(2.20)

Ο δέκτης αφού λάβει τα σήματα καλείται να τα συνδυάσει ώστε να είναι σε θέση να υπολογίσει τα παρακάτω μεγέθη:

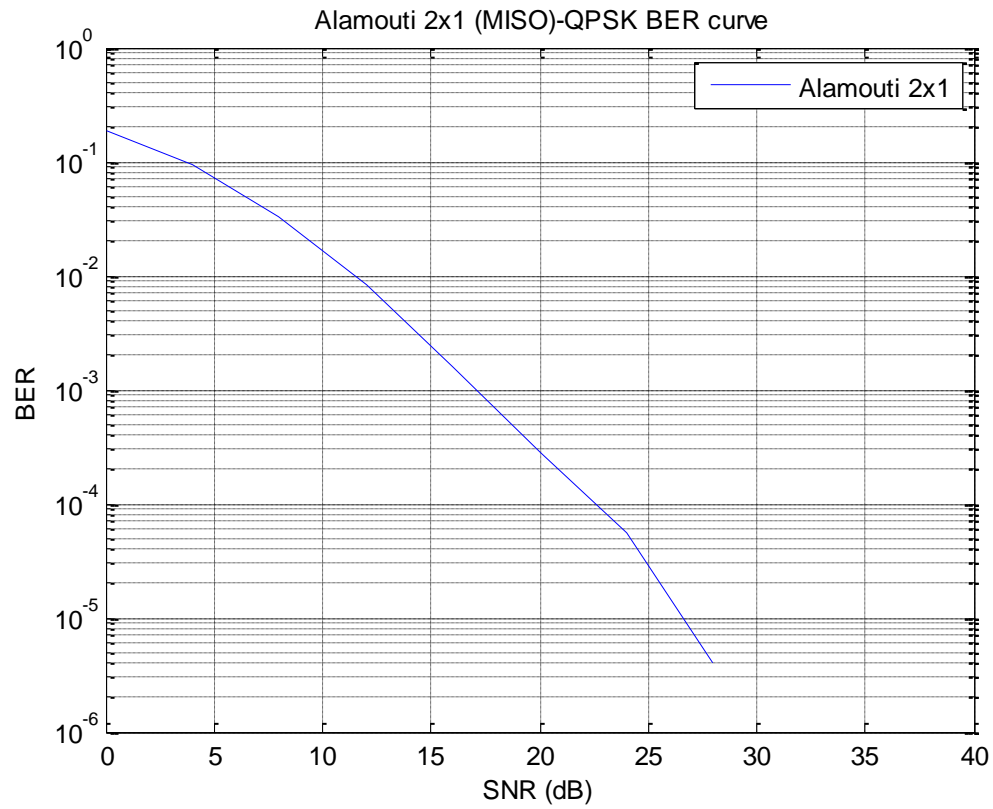
$$\boxed{\tilde{x} = \frac{y}{|h|^2} = \frac{y}{\sum_{i=1}^2 |h_i|^2} = \frac{y}{(|h_1|^2 + |h_2|^2)}}$$
(2.21)

Προβαίνοντας σε αντικατάσταση εύκολα θα εντοπίζαμε ότι:

$$\boxed{\begin{aligned} \tilde{X}_1 &= X_1 + \frac{h_1^* n_1 + h_2^* n_2}{(|h_1|^2 + |h_2|^2)} \\ \tilde{X}_2 &= X_2 + \frac{h_2^* n_1 - h_1 n_2^*}{(|h_1|^2 + |h_2|^2)} \end{aligned}}$$
(2.22)

Για την ανίχνευση των μεταδομένων συμβόλων από πλευράς δέκτη χρησιμοποιείται το ακόλουθο κριτήριο απόφασης:

$$\boxed{\begin{aligned} \hat{x}_1 &= \arg_{x \in S} \min \{ |\hat{Y}_1 - (|h_1|^2 + |h_2|^2)x| \} \\ \hat{x}_2 &= \arg_{x \in S} \min \{ |\hat{Y}_2 - (|h_1|^2 + |h_2|^2)x| \} \end{aligned}}$$
(2.23)

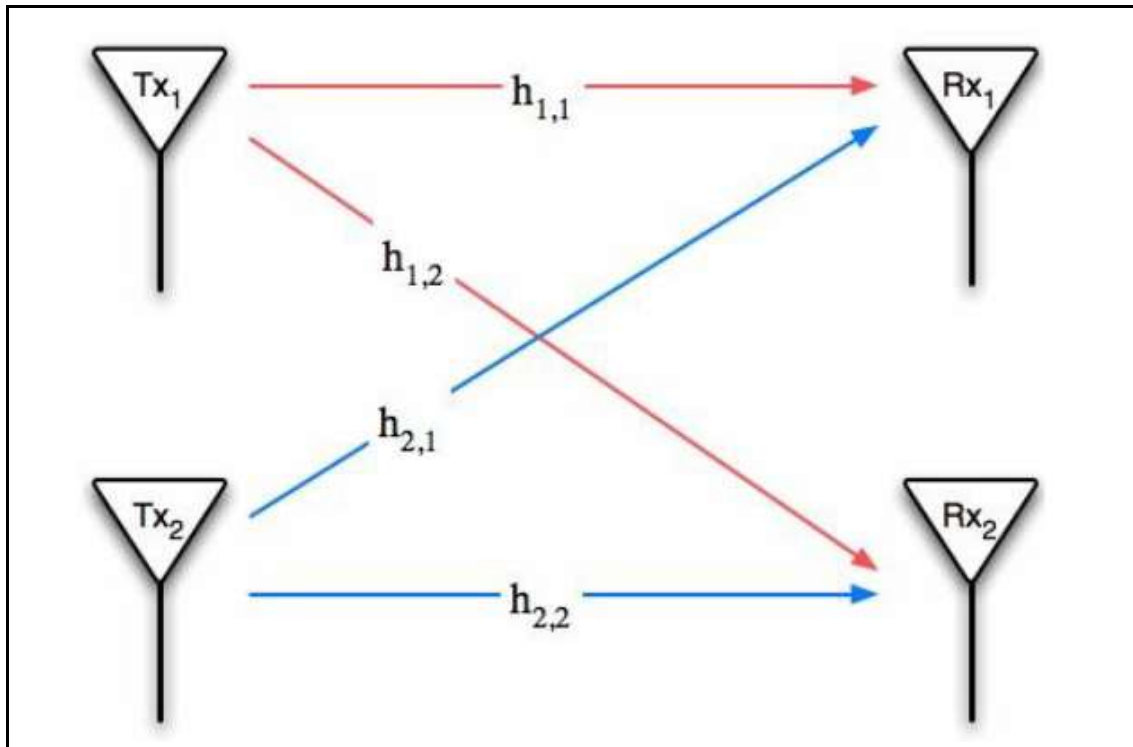


Διάγραμμα 2.1: Επίδοση του Alamouti (BER vs SNR) για ένα 2x1 MISO σύστημα.

2.2.2 Γενίκευση του κώδικα Alamouti

2.2.2.1 Εφαρμογή Alamouti για $N \times N$ ΜΙΜΟ συστήματα

Το πιο απλό παράδειγμα είναι ένα 2×2 ΜΙΜΟ σύστημα όπως αυτό που φαίνεται στο παρακάτω σχήμα:



Το σύστημα περιγράφεται με το ακόλουθο τρόπο:

$$y_{11} = h_{11}x_1 + h_{12}x_2 + n_{11}$$

(2.24)

$$y_{12} = -h_{11}x_2^* + h_{12}x_1^* + n_{12}$$

(2.25)

$$y_{21} = h_{21}x_1 + h_{22}x_2 + n_{21}$$

(2.26)

$$y_{22} = -h_{21}x_2^* + h_{22}x_1^* + n_{22}$$

(2.27)

όπου με y_{ij} συμβολίζεται το από την i -οστη κεραία πομπού και j -οστη κεραία δέκτη ληφθέν σήμα, με h_{ij} αναπαρίσταται η κρουστική απόκριση του Rayleigh καναλιού για την i -οστη κεραία δέκτη και j -οστη χρονοθυρίδα, με x_i συμβολίζουμε το μεταδοθέντα δεδομένα. Τέλος με n_{ij} δηλώνεται ο AWGN θόρυβος.

Έπειτα επειδή θέλουμε να απαλλαγούμε από τα μιγαδικά συζυγή των μεταδοθέντων τροποποιούμε το μοντέλο μας ως εξής:

$$\boxed{y_{11} = h_{11}x_1 + h_{12}x_2 + n_{11}}$$
(2.28)

$$\boxed{y_{12}^* = h_{11}^*x_2 - h_{12}^*x_1 + n_{12}^*}$$
(2.29)

$$\boxed{y_{21} = h_{21}x_1 + h_{22}x_2 + n_{21}}$$
(2.30)

$$\boxed{y_{22}^* = h_{21}^*x_2 - h_{22}^*x_1 + n_{22}^*}$$
(2.31)

Σε μορφή πινάκων το παραπάνω σύστημα σχέσεων εκφέρεται :

$$\boxed{\begin{bmatrix} y_{11} \\ y_{12}^* \\ y_{21} \\ y_{22}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ -h_{12}^* & h_{11}^* \\ h_{21} & h_{22} \\ -h_{22}^* & h_{21}^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_{11} \\ n_{12}^* \\ n_{21} \\ n_{22}^* \end{bmatrix}}$$
(2.32)

και εάν τώρα θέσουμε $Y = \begin{bmatrix} y_{11} \\ y_{12}^* \\ y_{21} \\ y_{22}^* \end{bmatrix}$, $H = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ -h_{12}^* & h_{11}^* \\ h_{21} & h_{22} \\ -h_{22}^* & h_{21}^* \end{bmatrix}$, $X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$ και $N = \begin{bmatrix} n_{11} \\ n_{12}^* \\ n_{21} \\ n_{22}^* \end{bmatrix}$

θα πάρουμε πολύ εύκολα τη μορφή:

$$\boxed{Y = HX + N}$$
(2.33)

Στον 2×2 Alamouti υπάρχει ζήτημα με τον πίνακα H εξαιτίας του γεγονότος ότι δεν είναι τετραγωνικός και δεν υπάρχει αντίστροφος του. Προς επίλυση του ζητήματος αυτού χρησιμοποιείται ο πίνακας H^H δηλαδή ο ερμητιανός με αντιμετατιθέμενα στοιχεία :

$$\begin{aligned}
 H^H &= \begin{bmatrix} -h_{11}^* & -h_{12}^* \\ h_{12} & -h_{11} \\ -h_{21}^* & -h_{22}^* \\ h_{22} & -h_{21} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} -h_{11}^* & h_{12} & -h_{21}^* & h_{22} \\ -h_{12}^* & -h_{11} & -h_{22}^* & -h_{21} \end{bmatrix} = \\
 &= \begin{bmatrix} |h_{11}|^2 + |h_{12}|^2 + |h_{21}|^2 + |h_{22}|^2 & 0 \\ 0 & |h_{11}|^2 + |h_{12}|^2 + |h_{21}|^2 + |h_{22}|^2 \end{bmatrix} \\
 \xrightarrow{d=|h_{11}|^2+|h_{12}|^2+|h_{21}|^2+|h_{22}|^2} & H^H H = \begin{bmatrix} d & 0 \\ 0 & d \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

(2.34)

Για να αποσπάσουμε τον ταυτοτικό πίνακα χρησιμοποιούμε τη σχέση:

$$\frac{1}{d} = \begin{bmatrix} d & 0 \\ 0 & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I$$

(2.35)

Και αν πολλαπλασιάσουμε την (2.32) αμφίπλευρα με τον παράγοντα $\frac{1}{d} H^H$ προκύπτει:

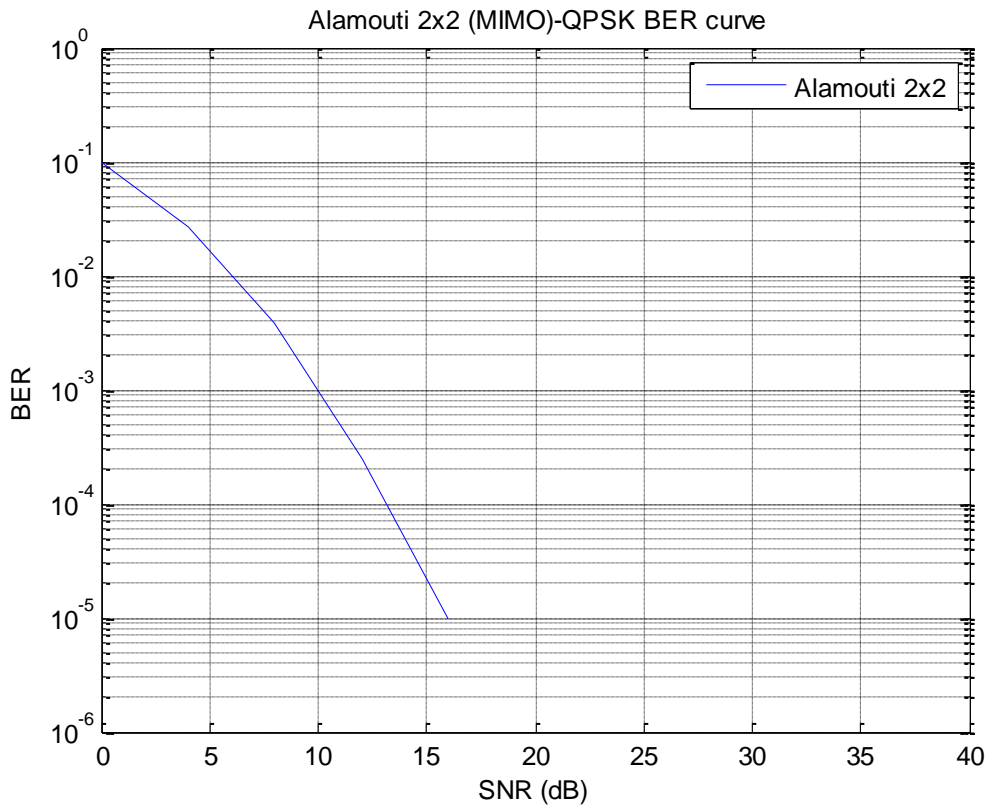
$$\begin{aligned}
 \frac{1}{d} H^H Y &= \frac{1}{d} H^H H Y + \frac{1}{d} H^H N \\
 &= X + \frac{1}{d} H^H N = \tilde{X} \Rightarrow \\
 \tilde{X} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_{1,1}^* & h_{1,2} & h_{2,1}^* & h_{2,2} \\ h_{1,2}^* & -h_{1,1} & h_{2,2}^* & -h_{2,1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{1,1} \\ y_{1,2}^* \\ y_{2,1} \\ y_{2,2}^* \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

(2.36)

Η ανάκτηση των συμβόλων από πλευράς δέκτη γίνεται μέσω της εκτιμητικής συνάρτησης:

$$\begin{aligned}\tilde{X}_1 &= \frac{1}{d} (h_{1,1}^* y_{1,1} + h_{1,2} y_{1,2} + h_{2,1}^* y_{2,1} + h_{2,2} y_{2,2}^*) \\ \tilde{X}_2 &= \frac{1}{d} (h_{1,2}^* y_{1,1} - h_{1,1} y_{1,2} + h_{2,2}^* y_{2,1} - h_{2,1} y_{2,2}^*)\end{aligned}$$

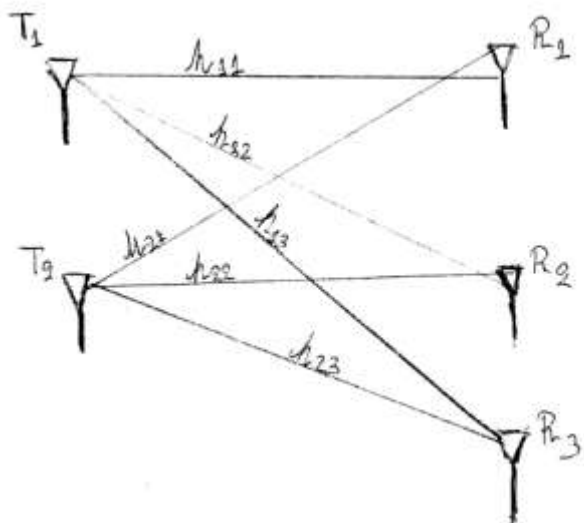
(2.37)



Διάγραμμα 2.2: Επίδοση του Alamouti (BER vs SNR) για ένα 2x2 MIMO σύστημα.

2.2.2.2 Εφαρμογή Alamouti για $N \times M$ MIMO συστήματα

Σε αυτή την ενότητα θα αναπτυχτεί ένα παράδειγμα για σύστημα 2×3 MIMO.



Στο παραπάνω σχήμα φαίνεται η τοπολογία ενός 2×3 MIMO συστήματος. Με T_i συμβολίζονται οι κεραιές πομποί και με R_j οι δέκτες. Οι μεταβλητές h_{ij} δηλώνουν την κρουστική απόκριση από την i -οστή κεραιά πομπού και j -οστή δέκτη. Και έτσι έχουμε το εξής σύστημα εξισώσεων που μοντελοποιούν την τοπολογία:

$$y_{11} = h_{11} x_1 + h_{12} x_2 + n_{11} \quad (2.38)$$

$$y_{12} = -h_{11} x_2^* + h_{12} x_1^* + n_{12} \quad (2.39)$$

$$y_{13} = h_{13} x_1 + h_{23} x_2 + n_{13} \quad (2.40)$$

$$y_{21} = h_{21} x_1 + h_{22} x_2 + n_{21} \quad (2.41)$$

$$y_{22} = -h_{21} x_2^* + h_{22} x_1^* + n_{22} \quad (2.42)$$

$$y_{23} = h_{23} x_1^* - h_{13} x_2^* + n_{23} \quad (2.43)$$

όπου με y_{ij} συμβολίζεται το από την i -οστη κεραία πομπού και j -οστη κεραία δέκτη ληφθέν σήμα ,με h_{ij} αναπαρίσταται η κρουστική απόκριση του Rayleigh καναλιού για την i -οστη κεραία δέκτη και j -οστη χρονοθυρίδα, με x_i συμβολίζουμε το μεταδοθέντα δεδομένα. Τέλος με n_{ij} δηλώνεται ο AWGN θόρυβος.

Έπειτα επειδή θέλουμε να απαλλαγούμε από τα μιγαδικά συζυγή των μεταδοθέντων τροποποιούμε το μοντέλο μας ως εξής:

$$y_{11} = h_{11} x_1 + h_{12} x_2 + n_{11}$$

(2.44)

$$y_{12}^* = h_{11}^* x_2 - h_{12}^* x_1 + n_{12}^*$$

(2.45)

$$y_{13} = h_{13} x_1 + h_{23} x_2 + n_{13}$$

(2.46)

$$y_{21} = h_{21} x_1 + h_{22} x_2 + n_{21}$$

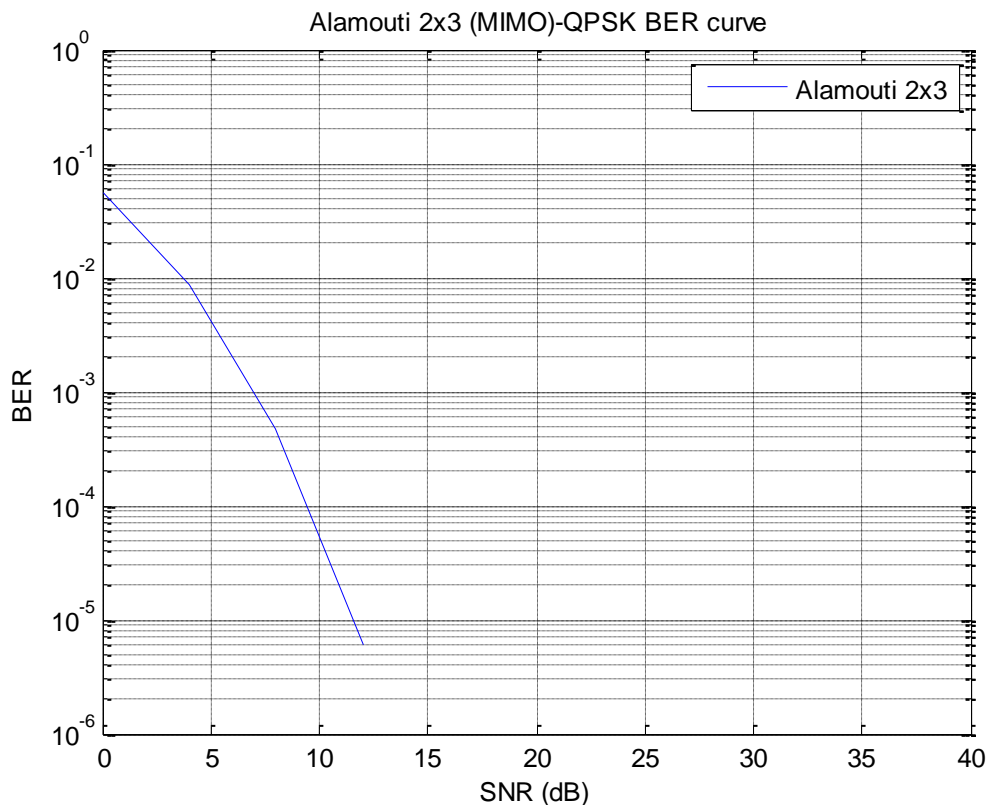
(2.47)

$$y_{22}^* = h_{21}^* x_2 - h_{22}^* x_1 + n_{22}^*$$

(2.48)

$$y_{23}^* = -h_{23}^* x_1 + h_{13}^* x_2 + n_{23}^*$$

(2.49)



Διάγραμμα 2.3: Επίδοση του Alamouti (BER vs SNR) για ένα 2x3 MIMO σύστημα

2.2.3 Παρουσίαση των αποτελεσμάτων της σύγκρισης των προσομοιώσεων του σχήματος Alamouti

Από τα παραπάνω διαγράμματα στα όποια παρουσιάζονται οι υλοποιήσεις του κώδικα Alamouti για ένα 2X1MISO και ένα 2X3 MIMO διαφαίνεται σαφώς ότι με το τριπλασιασμό των κεραιών δέκτη επιτυγχάνουμε αλματώδη μείωση του BER ήτοι για συγκεκριμένο SNR (πχ 10 dB) έχουμε 3 τάξεις μικρότερο BER . Ενώ από τα διαγράμματα στα όποια παρουσιάζονται οι υλοποιήσεις του κώδικα Alamouti για ένα 2X2 MIMO και ένα 2X3 MIMO διαφαίνεται σαφώς ότι με την αύξηση κατά μια των κεραιών δέκτη επιτυγχάνουμε μείωση του BER ήτοι για συγκεκριμένο SNR (πχ 10 dB) έχουμε 1 τάξη μικρότερο BER . Τέλος για τα διαγράμματα στα όποια παρουσιάζονται οι υλοποιήσεις του κώδικα Alamouti για ένα 2X1MISO και ένα 2X2 MIMO διαφαίνεται σαφώς ότι με το διπλασιασμό των κεραιών δέκτη επιτυγχάνουμε αλματώδη μείωση του BER ήτοι για συγκεκριμένο SNR (πχ 10 dB) έχουμε 2 τάξεις μικρότερο BER

2.3 Γενίκευση των STBC

Οι Tarokh et al. ανακάλυψαν ένα σύνολο STBCs οι οποίοι είναι ιδιαίτερα απλοί και με τους οποίους έγιναν ευρέως γνωστοί. Απέδειξαν επίσης ότι καμία κωδικοποίηση με περισσότερες από 2 κεραίες μετάδοσης δεν μπορεί να φτάσει τον πλήρη ρυθμό για μιγαδικά (complex) διαγράμματα χώρου σημάτων. Έδειξαν επίσης ότι για μιγαδικά διαγράμματα χώρου σημάτων ένας ρυθμός κωδικοποίησης $\frac{3}{4}$ μπορεί να επιτευχθεί για 3 ή 4 κεραίες μετάδοσης και είναι πάντα εφικτός ο ρυθμός κωδικοποίησης του $\frac{1}{2}$ με οποιοδήποτε αριθμό κεραιών μετάδοσης. Από την άλλη πλευρά, με τα πραγματικά διαγράμματα χώρου σημάτων και χρησιμοποιώντας οποιονδήποτε αριθμό κεραιών μετάδοσης είναι εφικτός ο πλήρης ρυθμός κωδικοποίησης.

Αυτές οι κωδικοποιήσεις λειτουργούν ως ξεκάθαρα παραδείγματα για το γιατί δεν μπορεί να επιτευχθεί ο ρυθμός 1 και ποιά άλλα προβλήματα πρέπει να λυθούν ώστε να παράγονται «καλοί κώδικες» STBC. Κατέδειξαν την απλότητα της γραμμικής διάταξης αποκωδικοποίησης που συνοδεύει την κωδικοποίησή τους στην περίπτωση τέλειων καναλιών πληροφορίας. Ο σχεδιασμός των STBC που βασίζεται στο κριτήριο διαφορικότητας φαίνεται να φτάνει τη μέγιστη διαφορικότητα που είναι επιτρεπτή από τις αρχές του κριτηρίου. Αναφέρουμε επίσης ότι οι κώδικες STBC οι οποίοι αρχικά παρουσιάστηκαν και συνήθως εξετάζονται είναι ορθογώνιοι. Οι κωδικοποιήσεις αυτές είναι δυνατόν να χωριστούν σε STBC για πραγματικά διαγράμματα χώρου σημάτων και STBC για μιγαδικά διαγράμματα χώρου σημάτων.

Για πραγματικούς σηματοστερισμούς, όπως BPSK, είναι εφικτό να πετύχουμε πλήρη ρυθμό κωδικοποίησης, αφού οι μήτρες είναι τετραγωνικές και έχουν την πλήρη διαφορικότητα του N_t . Από την άλλη, χρησιμοποιώντας αυτόν τον κανόνα κατασκευάζονται μήτρες μόνο αν ο αριθμός των κεραιών μετάδοσης είναι 2, 4, ή 8. Οι μήτρες μετάδοσης δίνονται στη συνέχεια:

$$\mathbf{X}_{2,\text{real}} = \begin{bmatrix} x_1 & -x_2 \\ x_2 & x_1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{X}_{4,\text{real}} = \begin{bmatrix} x_1 & -x_2 & -x_3 & -x_4 \\ x_2 & x_1 & x_4 & -x_3 \\ x_3 & -x_4 & x_1 & x_2 \\ x_4 & x_3 & -x_2 & x_1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{X}_{8,\text{real}} = \begin{bmatrix} x_1 & -x_2 & -x_3 & -x_4 & -x_5 & -x_6 & -x_7 & -x_8 \\ x_2 & x_1 & -x_4 & x_3 & -x_6 & x_5 & x_8 & -x_7 \\ x_3 & x_4 & x_1 & -x_2 & -x_7 & -x_8 & x_5 & x_6 \\ x_4 & -x_3 & x_2 & x_1 & -x_8 & x_7 & -x_6 & x_5 \\ x_5 & x_6 & x_7 & x_8 & x_1 & -x_2 & -x_3 & -x_4 \\ x_6 & -x_5 & x_8 & -x_7 & x_2 & x_1 & x_4 & -x_3 \\ x_7 & -x_8 & -x_5 & x_6 & x_3 & -x_4 & x_1 & x_2 \\ x_8 & x_7 & -x_6 & -x_5 & x_4 & x_3 & -x_2 & x_1 \end{bmatrix}$$

Είναι δυνατή η κατασκευή και άλλων μη τετραγωνικών πινάκων που φτάνουν πλήρη ρυθμό κωδικοποίησης $r=1$ βασιζόμενη σε άλλον κανόνα, ο οποίος επιτρέπει την κατασκευή πινάκων μεγέθους 3, 5, 6, με την προϋπόθεση χρήσης πραγματικού διαγράμματος χώρου σημάτων. Τέτοιοι πίνακες είναι οι ακόλουθοι:

$$\mathbf{X}_{3,\text{real}} = \begin{bmatrix} x_1 & -x_2 & -x_3 & -x_4 \\ x_2 & x_1 & x_4 & -x_3 \\ x_3 & -x_4 & x_1 & x_2 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{X}_{5,\text{real}} = \begin{bmatrix} x_1 & -x_2 & -x_3 & -x_4 & -x_5 & -x_6 & -x_7 & -x_8 \\ x_2 & x_1 & -x_4 & x_3 & -x_6 & x_5 & x_8 & -x_7 \\ x_3 & x_4 & x_1 & -x_2 & -x_7 & -x_8 & x_5 & x_6 \\ x_4 & -x_3 & x_2 & x_1 & -x_8 & x_7 & -x_6 & x_5 \\ x_5 & x_6 & x_7 & x_8 & x_1 & -x_2 & -x_3 & -x_4 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{X}_{6,\text{real}} = \begin{bmatrix} x_1 & -x_2 & -x_3 & -x_4 & -x_5 & -x_6 & -x_7 & -x_8 \\ x_2 & x_1 & -x_4 & x_3 & -x_6 & x_5 & x_8 & -x_7 \\ x_3 & x_4 & x_1 & -x_2 & -x_7 & -x_8 & x_5 & x_6 \\ x_4 & -x_3 & x_2 & x_1 & -x_8 & x_7 & -x_6 & x_5 \\ x_5 & x_6 & x_7 & x_8 & x_1 & -x_2 & -x_3 & -x_4 \\ x_6 & -x_5 & x_8 & -x_7 & x_2 & x_1 & x_4 & -x_3 \end{bmatrix}$$

Αντίστοιχα, αν θέλουμε να δημιουργήσουμε μιγαδικά διαγράμματα χώρου σημάτων (όπως QPSK, 8PSK, 16QAM, κτλ.) δεν είναι δυνατό να φτάσουμε τον πλήρη ρυθμό κωδικοποίησης, παρά μόνο στην περίπτωση χρήσης δύο κεραιών μετάδοσης και κωδικοποίησης Alamouti. Παρακάτω, παρουσιάζουμε τις μιγαδικές μήτρες μετάδοσης για μεγέθη $N_t=3$ και $N_t=4$ συμπεριλαμβάνοντας ένα ρυθμό κωδικοποίησης $r=1/2$. Έλεγχος του ρυθμού αυτού γίνεται για παράδειγμα στη μήτρα $\mathbf{x}_{3,\text{complex}}$, όπου υπάρχουν τέσσερα σύμβολα, x_1, x_2, x_3 και x_4 , καθώς και οι μιγαδικοί τους συζυγείς, απόδοσης $k=4$, αλλά και οκτώ περίοδοι μετάδοσης, απόδοσης $T=8$. Το αποτέλεσμα είναι ένας ρυθμός κωδικοποίησης της τάξης του $r=k/T=4/8=1/2$. Ομοίως, με το $\mathbf{x}_{4,\text{complex}}$, έχουμε ρυθμό κωδικοποίησης $r=1/2$ με διαφορετικότητα $N_t=4$.

$$\mathbf{X}_{3,\text{complex}} = \begin{bmatrix} x_1 & -x_2 & -x_3 & -x_4 & x_1^* & -x_2^* & -x_3^* & -x_4^* \\ x_2 & x_1 & x_4 & -x_3 & x_2^* & x_1^* & x_4^* & -x_3^* \\ x_3 & -x_4 & x_1 & x_2 & x_3^* & -x_4^* & x_1^* & x_2^* \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{X}_{4,\text{complex}} = \begin{bmatrix} x_1 & -x_2 & -x_3 & -x_4 & x_1^* & -x_2^* & -x_3^* & -x_4^* \\ x_2 & x_1 & x_4 & -x_3 & x_2^* & x_1^* & x_4^* & -x_3^* \\ x_3 & -x_4 & x_1 & x_2 & x_3^* & -x_4^* & x_1^* & x_2^* \\ x_4 & x_3 & -x_2 & x_1 & x_4^* & x_3^* & -x_2^* & x_1^* \end{bmatrix}$$

Είναι εφικτές κι άλλες μιγαδικές κωδικοποιήσεις που πετυχαίνουν υψηλούς ρυθμούς, $r=3/4$, αλλά απαιτούν σημαντική μιγαδική γραμμική επεξεργασία. Οι μήτρες που ακολουθούν είναι μεγέθους 3 και 4:

$$\mathbf{X}_{3,\text{complex}}^{\text{high rate}} = \begin{bmatrix} x_1 & -x_2^* & \frac{x_3^*}{\sqrt{2}} & \frac{x_3^*}{\sqrt{2}} \\ x_2 & x_1^* & \frac{x_3^*}{\sqrt{2}} & \frac{-x_3^*}{\sqrt{2}} \\ \frac{x_3}{\sqrt{2}} & \frac{x_3}{\sqrt{2}} & \frac{(-x_1 - x_1^* + x_2 - x_2^*)}{2} & \frac{(x_2 + x_2^* + x_1 - x_1^*)}{2} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{X}_{4,\text{complex}}^{\text{high rate}} = \begin{bmatrix} x_1 & -x_2 & \frac{x_3^*}{\sqrt{2}} & \frac{x_3^*}{\sqrt{2}} \\ x_2 & x_1 & \frac{x_3^*}{\sqrt{2}} & \frac{-x_3^*}{\sqrt{2}} \\ \frac{x_3}{\sqrt{2}} & \frac{x_3}{\sqrt{2}} & \frac{(-x_1 - x_1^* + x_2 - x_2^*)}{2} & \frac{(x_2 + x_2^* + x_1 - x_1^*)}{2} \\ \frac{x_3}{\sqrt{2}} & \frac{-x_3}{\sqrt{2}} & \frac{(-x_2 - x_2^* + x_1 - x_1^*)}{2} & \frac{-(x_1 + x_1^* + x_2 - x_2^*)}{2} \end{bmatrix}$$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3^ο

Τεχνικές Χωρικής Πολυπλεξίας

3.1 Εισαγωγή

Έχει αποδειχτεί ότι ένας ΜΙΜΟ διάυλος μπορεί να αναλυθεί σε R παράλληλους και ανεξάρτητους διαύλους. Με την πολυπλεξία των δεδομένων στους διαύλους επιτυγχάνουμε την κατά R αύξηση της χωρητικότητας (κέρδος πολυπλεξίας).

Ο πίνακας διαύλου \mathbf{H} μπορεί να θεωρηθεί ένας γραμμικός μετασχηματισμός:

$$\mathbf{H}\mathbf{x} = [\mathbf{h}_1 \ \mathbf{h}_2 \ \dots \ \mathbf{h}_{N_t}] \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{x}_{N_t} \end{bmatrix} = \mathbf{h}_1\mathbf{x}_1 + \mathbf{h}_2\mathbf{x}_2 + \dots + \mathbf{h}_{N_t}\mathbf{x}_{N_t} = \sum_{i=1}^{N_t} \mathbf{h}_i\mathbf{x}_i$$

(3.1)

Το αποτέλεσμα είναι ένας γραμμικός συνδυασμός των στηλών του \mathbf{H} . Ο postcoder πρέπει να ανακτήσει κάθε ροή (data stream) από το σύνθετο σήμα. Ένα από τα σημαντικότερα προβλήματα του μοντέλου αυτού είναι ότι κατά την ανάκτηση εμφανίζονται παρεμβολές μεταξύ των ροών δεδομένων:

$$\mathbf{y} = \sqrt{\frac{E_x}{N_t}} \sum_{i=1}^{N_t} \mathbf{h}_i x_i + \mathbf{n} = \sqrt{\frac{E_x}{N_t}} \mathbf{h}_k x_k + \underbrace{\sqrt{\frac{E_x}{N_t}} \sum_{i \neq k} \mathbf{h}_i x_i}_{\text{Interstream-Interference}} + \mathbf{n}$$

(3.2)

Το μοντέλο συστήματος που παρουσιάσαμε περιέχει έναν διανυσματικό διάυλο Gauss. Παρακάτω θα μελετήσουμε πως όμως είναι δυνατή η μετάδοση και η λήψη από πολλαπλές κεραίες ώστε να έχουμε ισοδύναμα παράλληλους ανεξάρτητους υποδιαύλους.

Αν οι στήλες του πίνακα \mathbf{H} ήταν ορθογώνιες, τότε αν πολλαπλασιάζαμε το λαμβανόμενο με το μιγαδικό συζυγές μιας στήλης του \mathbf{H} όλες οι άλλες ροές θα μηδενίζονταν (το εσωτερικό γινόμενο θα ήταν μηδενικό). Συνεπώς οι διάυλοι θα ήταν ανεξάρτητοι και δεν θα υπήρχε παρεμβολή σε μια ροή από τις άλλες ροές.

Έστω δηλαδή ότι επιθυμούσαμε να ανακτήσουμε την πληροφορία της k -οστης ροής, τότε θα είχαμε:

$$\begin{aligned} \frac{\mathbf{h}_k^H}{\|\mathbf{h}_k\|^2} \mathbf{y} &= \sqrt{\frac{E_x}{N_t}} \frac{\mathbf{h}_k^H}{\|\mathbf{h}_k\|^2} \mathbf{h}_k x_k \\ &+ \sqrt{\frac{E_x}{N_t}} \frac{\mathbf{h}_k^H}{\|\mathbf{h}_k\|^2} \mathbf{h}_1 x_1 + \sqrt{\frac{E_x}{N_t}} \frac{\mathbf{h}_k^H}{\|\mathbf{h}_k\|^2} \mathbf{h}_{k-1} x_{k-1} + \sqrt{\frac{E_x}{N_t}} \frac{\mathbf{h}_k^H}{\|\mathbf{h}_k\|^2} \mathbf{h}_{k+1} x_{k+1} \\ &+ \dots + \sqrt{\frac{E_x}{N_t}} \frac{\mathbf{h}_k^H}{\|\mathbf{h}_k\|^2} \mathbf{h}_{N_t} x_{N_t} + \frac{\mathbf{h}_k^H}{\|\mathbf{h}_k\|^2} \mathbf{n} \\ &= \sqrt{\frac{E_x}{N_t}} x_k + \frac{\mathbf{h}_k^H}{\|\mathbf{h}_k\|^2} \mathbf{n} \end{aligned}$$

(3.3)

Επειδή όμως γενικά ο διάυλος είναι τυχαίος και οι στήλες δεν είναι γενικά ορθογώνιες, χρειαζόμαστε μια ισοδύναμη τεχνική για την αποσύνθεση του διανυσματικού διαύλου σε ανεξάρτητους παράλληλους βαθμωτούς υποδιαύλους. Αυτό επιτυγχάνεται με την ανάλυση ιδιόμορφων τιμών (Singular Value Decomposition-SVD) του πίνακα διαύλου. Η βασική υπόθεση είναι ότι ο διάυλος είναι γνωστός και στον πομπό και στο δέκτη. Σε αυτό βοηθά η αναπαράσταση σε ένα ισοδύναμο πεδίο που επιτρέπει τη διάσπαση δηλαδή την ανάλυση του διανυσματικού διαύλου σε παράλληλους, ανεξάρτητους, βαθμωτούς Gauss υποδιαύλους. Έτσι υπολογίζουμε και τη χωρητικότητα. Κάθε γραμμικός μετασχηματισμός μπορεί να αναπαρασταθεί ως η σύνθεση τριών λειτουργιών: μιας περιστροφής, μιας αλλαγής πλάτους και μιας ακόμη περιστροφής.

Έστω ότι για ένα σύστημα MIMO ($N_t \times N_r$) ο πίνακας του διαύλου, \mathbf{H} , είναι γνωστός τόσο στον πομπό όσο και στο δέκτη. Άρα μπορεί να αναλυθεί με χρήση ιδιόμορφων τιμών (Singular Value Decomposition -SVD) ως εξής:

$$\mathbf{H} = \mathbf{U} \cdot \mathbf{\Sigma} \cdot \mathbf{V}^H$$

(3.4)

όπου ο ($N_t \times N_r$) πίνακας \mathbf{U} και ο ($N_t \times N_r$) πίνακας \mathbf{V} είναι ορθομοναδιαίοι ενώ ο πίνακας $\mathbf{\Sigma}$ είναι διαγώνιος πίνακας που περιέχει διατεταγμένες σε φθίνουσα σειρά τις ιδιόμορφες τιμές του \mathbf{H} . Ο γραμμικός μετασχηματισμός \mathbf{H} μας μεταφέρει από το \mathbb{C}^{N_t} σε ένα άλλο χώρο \mathbb{C}^{N_r} . Επειδή οι πίνακες \mathbf{U} και \mathbf{V} είναι unitary (ορθομοναδιαίοι) οι στήλες και οι γραμμές τους αποτελούν ορθοκανονική βάση για τους χώρους \mathbb{C}^{N_t} και \mathbb{C}^{N_r} αντίστοιχα. Επειδή οι πίνακες \mathbf{U} και \mathbf{V} είναι ορθομοναδιαίοι (unitary), όταν πολλαπλασιάζουν ένα διάνυσμα, δεν μεταβάλλουν το μήκος του, δηλαδή $\|\tilde{x}\| = \|\mathbf{V}^H x\| = \|x\|$. Το ίδιο ισχύει και για τους \mathbf{U}^H και \mathbf{V}^H . Αποτελούν συνεπώς μετασχηματισμούς περιστροφής.

$$\mathbf{H} = \mathbf{U} \cdot \mathbf{\Sigma} \cdot \mathbf{V}^H = \mathbf{U} \begin{bmatrix} \mathbf{\Sigma}_0 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbf{V}^H$$

(3.5)

Ο πίνακας \mathbf{U} περιέχει τα left singular vectors του \mathbf{H} , δηλαδή τα ιδιοδιανύσματα (eigenvectors) του $\mathbf{H}\mathbf{H}^H$, ενώ ο πίνακας \mathbf{V} περιέχει τα right singular vectors του \mathbf{H} , δηλαδή τα ιδιοδιανύσματα του $\mathbf{H}^H\mathbf{H}$. Αξίζει να σημειωθεί ότι:

$$\begin{aligned} \mathbf{H}\mathbf{H}^H &= \mathbf{U}\mathbf{\Sigma}\mathbf{V}^H\mathbf{V}\mathbf{\Sigma}^T\mathbf{U}^H = \mathbf{U}\mathbf{\Sigma}\mathbf{\Sigma}^T\mathbf{U}^H \\ \mathbf{H}^H\mathbf{H} &= \mathbf{V}\mathbf{\Sigma}^T\mathbf{U}^H\mathbf{U}\mathbf{\Sigma}\mathbf{V}^H = \mathbf{V}\mathbf{\Sigma}^T\mathbf{\Sigma}\mathbf{V}^H \end{aligned}$$

(3.6) και

$$\begin{aligned} \mathbf{H}\mathbf{H}^H &= \mathbf{U}\mathbf{\Sigma}\mathbf{\Sigma}^T\mathbf{U}^H = \mathbf{U} \begin{bmatrix} \mathbf{\Sigma}_0^2 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbf{U}^H \\ \mathbf{H}^H\mathbf{H} &= \mathbf{V}\mathbf{\Sigma}^T\mathbf{\Sigma}\mathbf{V}^H = \mathbf{V} \begin{bmatrix} \mathbf{\Sigma}_0^2 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbf{V}^H \end{aligned}$$

(3.7)

από όπου συνάγεται ότι η ιδιοτιμή σ_i προκύπτει από τη σχέση: $\sigma_i = \sqrt{\lambda_i}$ (3.8).

Οι μη μηδενικές ιδιόμορφες τιμές είναι R_H στο πλήθος, όπου R_H η τάξη (rank) του πίνακα \mathbf{H} . Η τάξη είναι αδύνατον να υπερβαίνει το πλήθος των γραμμών η των στηλών, δηλαδή ισχύει η

σχέση: $R_H \leq \min(N_t, N_r)$ (3.9), όπου η ισότητα να ισχύει όταν είναι πλήρους τάξης (full rank), πράγμα που ισχύει σε διαύλους με πολλούς σκεδαστές (rich scattering channel). Και έτσι ο πίνακας \mathbf{H} γράφεται και με μορφή αθροίσματος R_H πινάκων μοναδιαίας τάξης.

$$\mathbf{H} = \sum_{i=1}^{R_H} \sigma_i \mathbf{u}_i \mathbf{v}_i^H$$

(3.10)

Δηλαδή για να εκπέμψουμε στις κατευθύνσεις των ιδιοδιανυσμάτων του HH^H , δηλαδή να πολυπλέξουμε ανεξάρτητες ροές στο σύστημα συντεταγμένων που ορίζεται από τον πίνακα \mathbf{V} , πρέπει να γνωρίζουμε το δίαυλο στον πομπό. Στην πράξη δηλαδή η αρχιτεκτονική που δείξαμε αφορά δίαυλο ντετερμινιστικό και χρονικά αμετάβλητο.

3.2 Δέκτες MIMO και χωρική πολυπλεξία

3.2.1 Δέκτης μέγιστης πιθανοφάνειας

Πρόκειται για το βέλτιστο δέκτη εάν μελετηθεί η επικοινωνία υπό το πρίσμα της επιτυγχανομένης πιθανότητας σφάλματος. Πραγματοποιεί διανυσματική αποκωδικοποίηση μέσω της αναζήτησης του διανύσματος που επιλύει την παρακάτω σχέση (3.14) δοθέντων ισοπιθανων χρονικά και μη κωδικοποιημένων διανυσματικών δεδομένων.

$$\hat{x} = \underset{x}{\operatorname{argmin}} \left\| y - \sqrt{\frac{E_x}{N_t}} Hx \right\|_F^2$$

(3.14)

και έχουμε ελαχιστοποίηση για κάθε πιθανό x . Έστω ότι είχαμε ανά πομπό επιτρεπόμενο αλφάβητο σηματοσθερισμού A , αυτό θα απαιτούσε μια εξαντλητική αναζήτηση σε ένα πλήθος συμβόλων A^{N_t} . Αυτή η κατάσταση είναι και το πρόβλημα της μεθόδου: η εκθετική πολυπλοκότητα της ως προς τους πομπούς.

3.2.2 Γραμμικοί δέκτες

Αναπτύχθηκαν ως ένα αντίμετρο στην πολυπλοκότητα των προαναφερθέντων δεκτών. Αυτό επιτυγχάνεται εισάγοντας ένα γραμμικό φίλτρο στη είσοδο του δέκτη με διπλό στόχο πρώτα να διαχωριστούν οι εισερχόμενες ροές και έπειτα να γίνει ατομική αποκωδικοποίηση τους.

3.2.2.1 Δέκτης Zero Forcing

Ο αποκαλούμενος αποσυσχετίστης η και δέκτης INR επιτυγχάνει την ανάκτηση της πληροφορίας και την ακύρωση των παρεμβολών. Αυτό γίνεται εφικτό σε δυο βήματα. Αρχικά για να ανακτηθεί η ροή k θα προβάλλει το λαμβανόμενο σήμα στην πιο κοντινή κατεύθυνση στην κατεύθυνση h_k και κατόπιν εφαρμόζει ένα γραμμικό φίλτρο ώστε να μεγιστοποιήσει το SNR. Τα δεδομένα ανακτώνται με αντιστροφή του διαύλου και υλοποιείται για όλες τις ροές μέσω του ψευδοαντιστροφου του πίνακα H .

$$W_{ZF} = \sqrt{\frac{N_t}{E_x}} H^+ = \sqrt{\frac{N_t}{E_x}} (H^H H)^{-1} H^H$$

(3.15)

$$y = \sqrt{\frac{N_t}{E_x}} Hx + n \Rightarrow W_{ZF} y = \sqrt{\frac{N_t}{E_x}} (H^H H)^{-1} H^H y$$

$$\Rightarrow \hat{x} = x + (H^H H)^{-1} H^H n$$

(3.16)

Έτσι γίνεται εφικτό να αποσυζευκτεί ο διανυσματικός δίαυλος σε N_t παράλληλους διαύλους όπου εμφανίζεται μη χωρικά λευκός θόρυβος. Έπειτα αποκωδικοποιούνται ανεξάρτητα αγνοώντας τη συσχέτιση του θορύβου μεταξύ των ροών. Αν οι στήλες του H είναι γραμμικά ανεξάρτητες ($N_r \geq N_t$) και υπάρχει αντίστροφος $H^H H$ και

$$H^+ = (H^H H)^{-1} H^H$$

(3.17)

και έτσι υπάρχει και ο αντίστροφος από αριστερά τέτοιος ώστε $H^+ H = I_{N_t}$. Αν τώρα οι γραμμές είναι γραμμικά ανεξάρτητες ($N_r \leq N_t$) τότε υπάρχει ο αντίστροφος του $H^H H$ και:

$$H^+ = H^H (H H^H)^{-1}$$

(3.18)

Υποθέτουμε επίσης ότι ο δέκτης υπερτερεί σε κεραίες του πομπού και πλήρους τάξης ως προς τις στήλες. Αν $N_r = N_t$ και έχουμε H πλήρους τάξης τότε ισχύει $H^+ = H^{-1}$. Αν $N_r > N_t$ τότε αναζητούμε η λύση είναι η ποσότητα $\|y - Hx\|$ και συνεπώς αποτελεί λύση ελαχίστων τετραγώνων. Έτσι ο δέκτης προς ακύρωση των παρεμβολών μεγιστοποιεί την ισχύ του θορύβου.

Θέτουμε :

$$\tilde{n}_{ZF} = \sqrt{\frac{N_t}{E_x}} H^H n = \sqrt{\frac{N_t}{E_x}} (H^H H)^{-1} H^H n$$

(3.19)

και αν εφαρμόσουμε SVD, θα προκύψει:

$$\|\tilde{n}_{ZF}\|^2 = \left\| \sqrt{\frac{N_t}{E_x}} V \Sigma^{-1} U^H n \right\|^2$$

(3.20)

Αποδεικνύεται ότι η ισχύει για την ισχύ του θορύβου:

$$\begin{aligned} E[\|\tilde{n}_{ZF}\|^2] &= E \left[\left\| \sqrt{\frac{N_t}{E_x}} V \Sigma^{-1} U^H n \right\|^2 \right] = \\ &= \frac{N_t}{E_x} \sigma_n^2 \text{tr}(\Sigma^{-1})^2 = \frac{N_t}{E_x} \sigma_n^2 \sum_{i=1}^{N_t} \frac{1}{\lambda_i} = \frac{N_t}{SNR} \sum_{i=1}^{N_t} \frac{1}{\lambda_i} \end{aligned}$$

(3.21)

όπου με $\text{tr}(A)$ δηλώνεται το ίχνος και λ_i οι ιδιοτιμές του $H^H H$. Όταν ο πίνακας αυτός έχει πολύ μικρή ελάχιστη ιδιοτιμή, τότε ο ZF αυξάνει σημαντικά το θόρυβο.

$$E[\|\tilde{\mathbf{n}}_{\text{ZF}}\|^2] = \frac{N_t}{\text{SNR}} \sum_{i=1}^{N_t} \frac{1}{\lambda_i} = \frac{N_t}{\text{SNR}} \frac{1}{\lambda_{\min}}$$

(3.22)

Για τον υπολογισμό του SNR της k-οστης ροής, οφείλουμε να υπολογίσουμε την ισχύ του θορύβου της ροής μας:

$$\begin{aligned} E[\|\tilde{\mathbf{n}}_{\text{ZF}}\|^2] &= E[\tilde{\mathbf{n}}_{\text{ZF}} \tilde{\mathbf{n}}_{\text{ZF}}^H] = E\left[\frac{N_t}{E_x} \mathbf{H}^+ \mathbf{n} \mathbf{n}^H (\mathbf{H}^+)^H\right] = \frac{N_t}{E_x} \mathbf{H}^+ E[\mathbf{n} \mathbf{n}^H] (\mathbf{H}^+)^H \\ &= \frac{N_t}{E_x} N_0 \mathbf{H}^+ (\mathbf{H}^+)^H = \frac{N_t}{\text{SNR}} \mathbf{H}^+ (\mathbf{H}^+)^H = \frac{N_t}{\text{SNR}} (\mathbf{H}^H \mathbf{H})^{-1} \end{aligned}$$

(3.23)

Επίσης με την εφαρμογή της ιδιότητας $(\mathbf{H}^+ \mathbf{H})^H = \mathbf{H}^+ \mathbf{H}$ και παίρνουμε :

$$\begin{aligned} \mathbf{H}^+ (\mathbf{H}^+)^H &= (\mathbf{H}^H \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^H (\mathbf{H}^+)^H = (\mathbf{H}^H \mathbf{H})^{-1} (\mathbf{H}^+ \mathbf{H})^H \\ &= (\mathbf{H}^H \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^+ \mathbf{H} = (\mathbf{H}^H \mathbf{H})^{-1} (\mathbf{H}^+ \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^+ \mathbf{H} = (\mathbf{H}^H \mathbf{H})^{-1} \end{aligned}$$

(3.24)

και προκύπτει ότι για την k-οστη ροή πληροφορίας:

$$\text{SNR}_k = \frac{\text{SNR}}{N_t} \frac{1}{[(\mathbf{H}^H \mathbf{H})^{-1}]_{kk}}$$

(3.25)

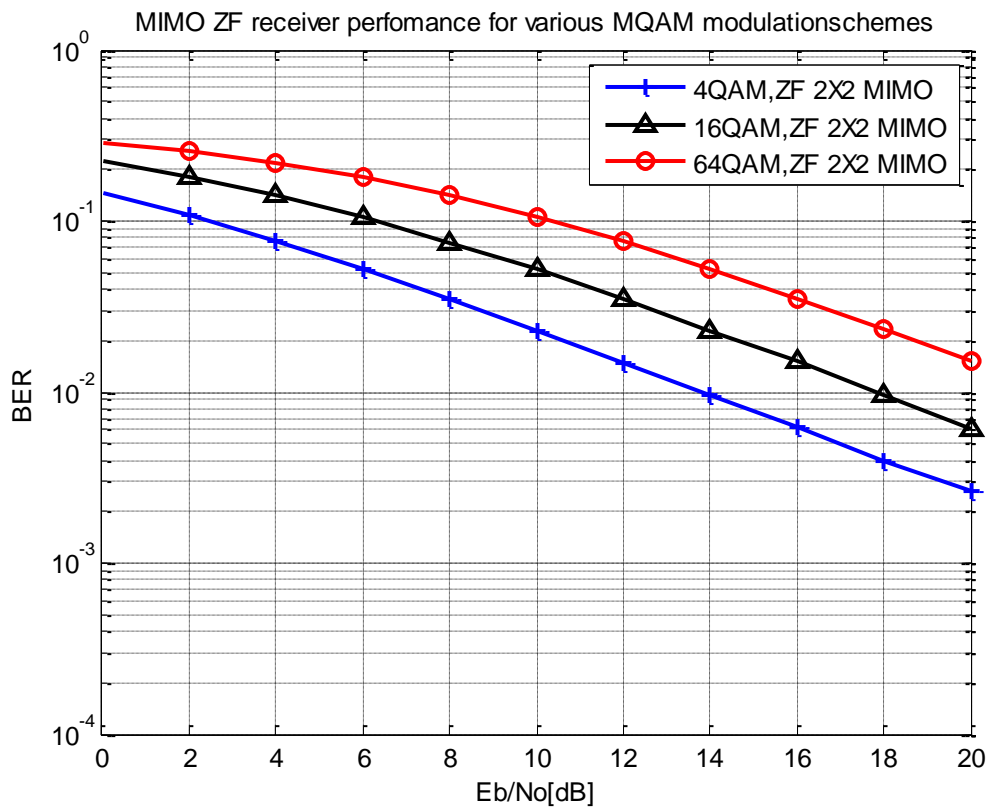
όπου $[(\mathbf{H}^H \mathbf{H})^{-1}]_{kk}$ δεν είναι άλλο από το (k, k) στοιχείο της διαγωνίου του $(\mathbf{H}^H \mathbf{H})^{-1}$. Σημειωτέον δε ότι ο παρόν δέκτης για MIMO 2x2 ταυτίζεται στην επίδοση με ένα SISO σύστημα με διαλείψεις Rayleigh.

Τέλος το κέρδος διαφορισμού που μπορούμε να έχουμε είναι:

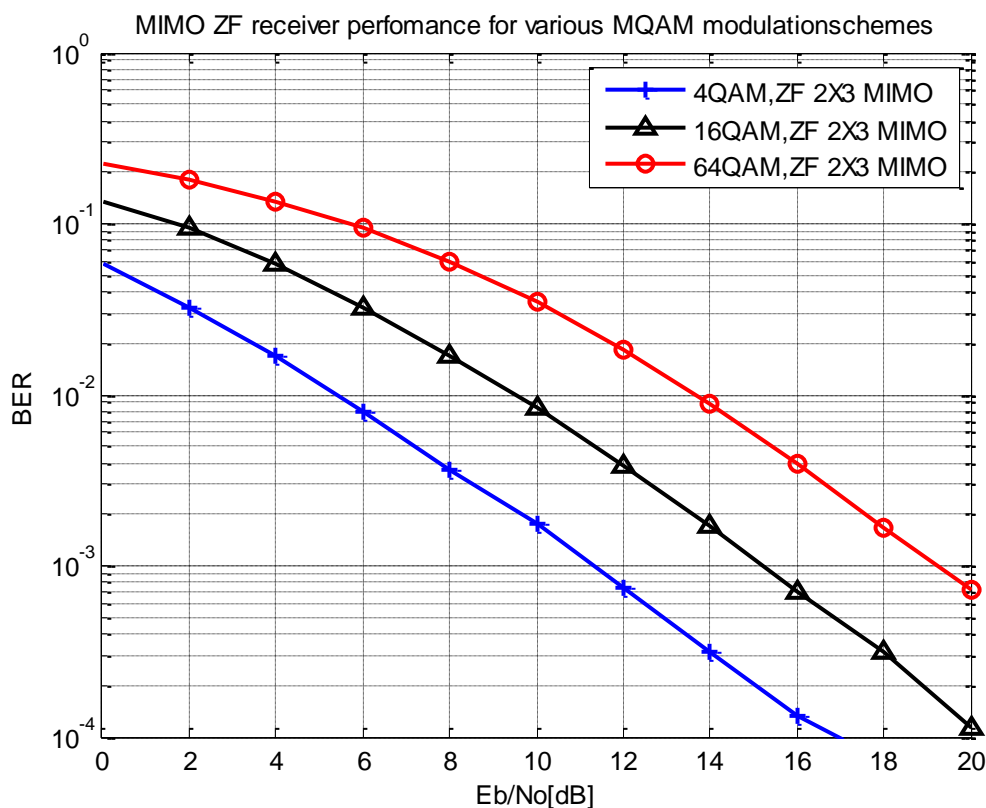
$$N_r - N_t + 1$$

(3.26)

Παρακάτω διαφαίνονται δυο υλοποιήσεις ενός δέκτη ZF για 3 διαφορετικές QAM διαμορφώσεις (4QAM, 16QAM, 64QAM) με 100000 χρονοθυρίδες. Παρατηρούμε ότι όταν αυξάνουμε τον αριθμό των κεραιών δέκτη από 2 σε 3 (Διάγραμμα 3.2) προκύπτει διάγραμμα όπου η μεταβολή είναι αρκετά πιο απότομη από τη μεταβολή που παρουσιάζεται στο Διάγραμμα 3.1.



Διάγραμμα 3.1: Επίδοση του ZF δέκτη (BER vs SNR) για ένα 2x2 MIMO σύστημα.



Διάγραμμα 3.2: Επίδοση του ZF δέκτη (BER vs SNR) για ένα 2X3 MIMO σύστημα

3.2.2.2 Δέκτης MMSE

Ο δέκτης αυτός αξιοποιεί τη γνώση της διασποράς του θορύβου προς μεγιστοποιήσει το λόγο σήματος προς θορυβοπαρεμβολές (SINR). Ως παρεμβολές λογίζονται οι συνεισφορές των άλλων ροών πλην της επιθυμητής. Η ανάκτηση γίνεται μέσω του πίνακα:

$$W_{MMSE} = \sqrt{\frac{N_t}{E_x}} \left(H^H H + \frac{N_t}{E_x} \sigma_n^2 I_{N_t} \right)^{-1} H^H = \sqrt{\frac{N_t}{E_x}} \left(H^H H + \frac{N_t}{SNR} I_{N_t} \right)^{-1} H^H$$

(3.27)

Ακόμη η ι-οστή ροη προκύπτει μέσω μιας εξίσωσης βελτιστοποίησης:

$$W_{i,MMSE} = \underset{w}{\operatorname{argmax}} \left[\frac{|wh_i|^2 \frac{E_x}{N_t}}{\frac{E_x}{N_t} \sum_{j=1, j \neq i}^{N_t} |wh_j|^2 + \|w\|^2 \sigma_n^2} \right]$$

(3.28)

Έτσι έχουμε:

$$\begin{aligned} y &= \sqrt{\frac{E_x}{N_t}} Hx + n \Rightarrow W_{MMSE} y = \sqrt{\frac{N_t}{E_x}} \left(H^H H + \frac{N_t}{SNR} I_{N_t} \right)^{-1} H^H y \\ \Rightarrow \hat{x} &= x + \sqrt{\frac{N_t}{E_x}} \left(H^H H + \frac{N_t}{SNR} I_{N_t} \right)^{-1} H^H n \end{aligned}$$

(3.29)

και θέτοντας $\tilde{n}_{MMSE} = \left(H^H H + \frac{N_t}{SNR} I_{N_t} \right)^{-1} H^H n$ και με SVD παίρνουμε:

$$\|\tilde{n}_{MMSE}\|^2 = \left\| V \left(\Sigma + \frac{N_t}{SNR} \Sigma^{-1} \right)^{-1} U^H n \right\|^2$$

(3.30)

Για τη δε ισχύ του θορύβου αποδεικνύεται ότι:

$$E[\|\tilde{n}_{MMSE}\|^2] = \sigma_n^2 \sum_{i=1}^{N_t} \frac{\lambda_i}{\left(\frac{N_t}{SNR} + \lambda_i \right)^2}$$

(3.31)

Ενώ εάν η ελάχιστη ιδιοτιμή του H είναι πολύ μικρή ο MMSE αυξάνει σημαντικά το θόρυβο. Η δε παραπάνω σχέση εκφυλίζεται σε:

$$E[\|\tilde{n}_{MMSE}\|^2] = \sigma_n^2 \sum_{i=1}^{N_t} \frac{\lambda_i}{\left(\frac{N_t}{SNR} + \lambda_i\right)^2} = \frac{\lambda_{\min} \sigma_n^2}{\left(\frac{N_t}{SNR} + \lambda_{\min}\right)^2}$$

(3.32)

Για τον υπολογισμό του SNR της k -οστής ροής αν κινηθούμε παρόμοια με τον Zero Forcing δέκτη έχουμε τη σχέση:

$$SNR_k = \frac{1}{\left[\left(\frac{SNR}{N_t} H^H H + I_{N_t}\right)^{-1}\right]_{kk}} - 1$$

(3.33)

Εξ αυτού του τύπου συνάγεται το συμπέρασμα ότι η ενίσχυση του θορύβου από τον δέκτη MMSE υπολείπεται της αντίστοιχης του Zero Forcing. Αξιοσημείωτο δε είναι για πολύ χαμηλά SNR ($SNR \ll 1$) παρουσιάζεται μια ομοιοτητα του δεκτη μας με εκείνον του προσαρμοσμένου φίλτρου, δηλαδή

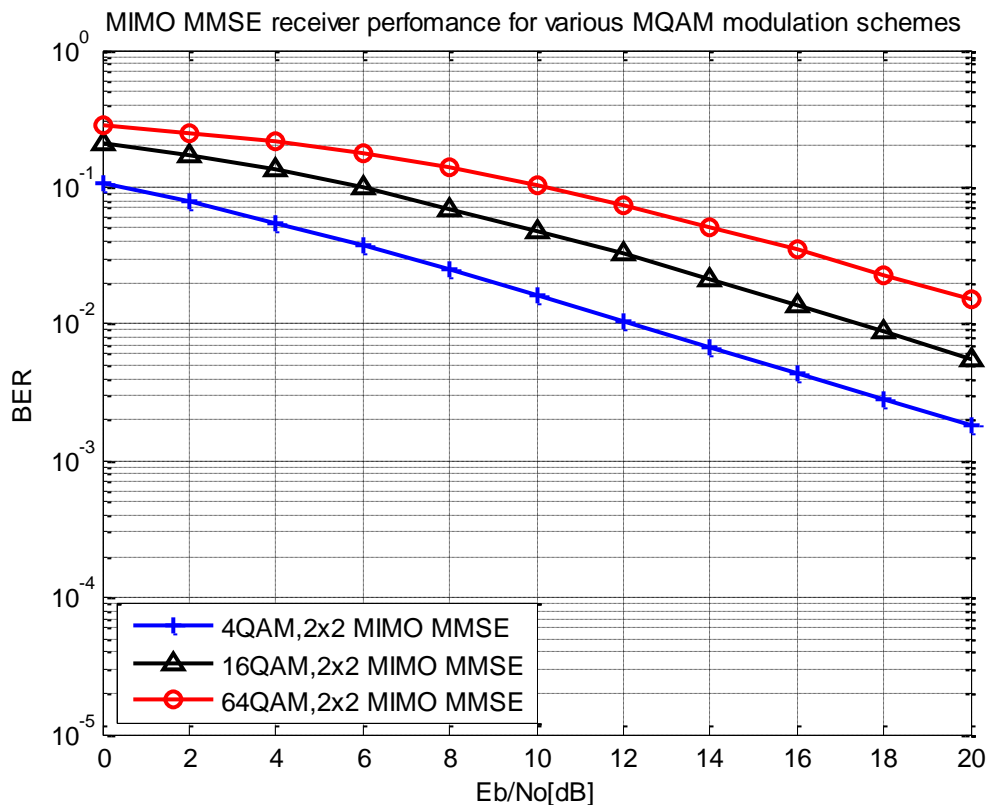
$$W_{MMSE} = \frac{1}{N_0} \sqrt{\frac{E_x}{N_t}} H^H$$

(3.34)

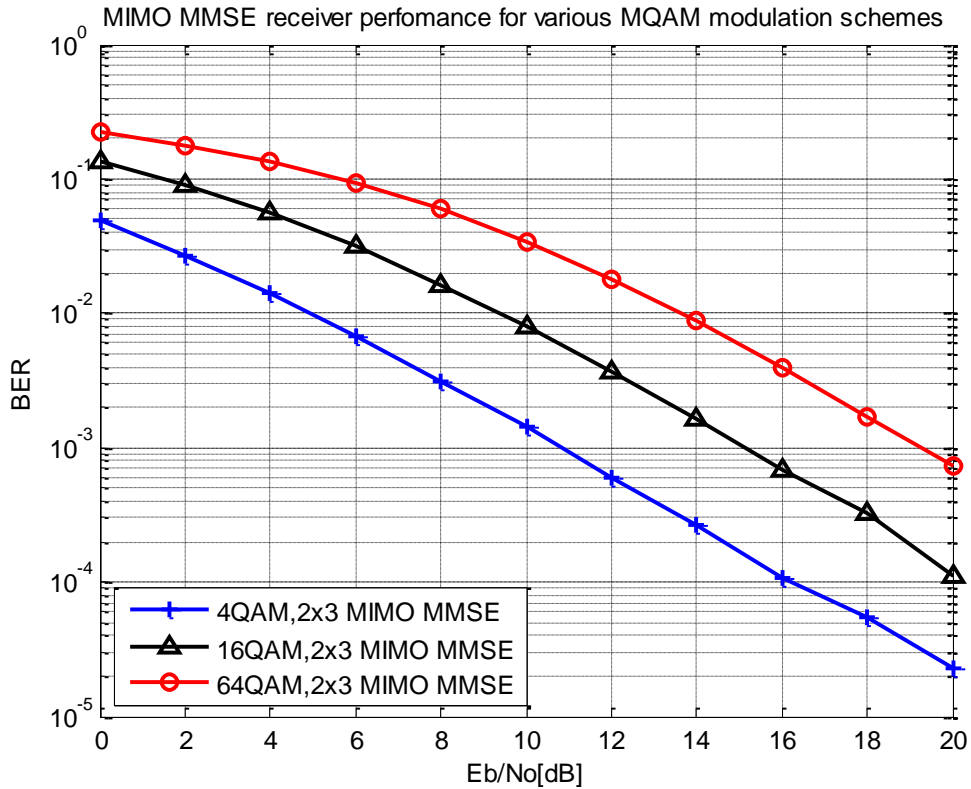
Αντιθέτως για πολύ μεγάλα SNR ($SNR \gg 1$) έχουμε ίση ενίσχυση και από τον δέκτη MMSE και με τον Zero Forcing

$$W_{MMSE} = W_{ZF}$$

Παρακάτω δίνονται δύο υλοποιήσεις ενός δέκτη MMSE για 3 διαφορετικές QAM διαμορφώσεις (4QAM, 16QAM, 64QAM) με 100000 χρονοθυρίδες. Παρατηρούμε ότι όταν αυξάνουμε τον αριθμό των κεραιών δέκτη από 2 σε 3 (Διάγραμμα 3.4) προκύπτει διάγραμμα όπου η μεταβολή είναι αρκετά πιο απότομη από τη μεταβολή που παρουσιάζεται στο Διάγραμμα 3.3.



Διάγραμμα 3.3: Επίδοση του MMSE δέκτη (BER vs SNR) για ένα 2x2 MIMO σύστημα



Διάγραμμα 3.4: Επίδοση του MMSE δέκτη (BER vs SNR) για ένα 2x3 MIMO σύστημα

3.3 Τεχνική σφαιρικής αποκωδικοποίησης

Η τεχνική αυτή αποσκοπεί στην ανεύρεση του εκπεμπόμενου σήματος χρησιμοποιώντας τη μετρική μέγιστης πιθανοφάνειας, δηλαδή το διάνυσμα λύση του ML κριτηρίου. Παρόλα αυτά λαμβάνεται υπόψη μια μικρή ομάδα διανυσμάτων εντός μιας δεδομένης ακτίνας και όχι όλα τα πιθανά εκπεμπόμενα διανύσματα. Ο SD ρυθμίζει την ακτίνα της σφαίρας μέχρι να υπάρξει εντός της σφαίρας το ζητούμενο διάνυσμα αυξάνοντας την όσο δεν το βρίσκει και μειώνοντας την όταν υπάρχουν πολλά διανύσματα εντός της.

Για να κατανοηθεί η τεχνική θα αναπτυχθεί ένα παράδειγμα. Ας θεωρήσουμε μια τετραγωνική QAM και ένα 2X2 MIMO μιγαδικό κανάλι. Το κανάλι αυτό μετατρέπεται σε ένα αντίστοιχο πραγματικό. Έστω ότι y_{jR} είναι το πραγματικό και y_{jI} είναι το φανταστικό μέρος του λαμβανόμενου από τη j-οστη κεραία δέκτη σήματος δηλαδή $y_{jR} = \text{Re}\{y_j\}$ και $y_{jI} = \text{Im}\{y_j\}$ και παρομοίως το σήμα εισόδου μοντελοποιείται $x_{iR} = \text{Re}\{x_i\}$ και $x_{iI} = \text{Im}\{x_i\}$. Για το δε MIMO διαυλο τα λαμβανόμενα μπορούν να εκφραστούν ως εξής:

$$\begin{bmatrix} y_{1R} + jy_{1I} \\ y_{2R} + jy_{2I} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11R} + jh_{11I} & h_{12R} + jh_{12I} \\ h_{21R} + jh_{21I} & h_{22R} + jh_{22I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{1R} + jx_{1I} \\ x_{2R} + jx_{2I} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} z_{1R} + jz_{1I} \\ z_{2R} + jz_{2I} \end{bmatrix}$$

(3.36)

Με $h_{ijR} = \text{Re}\{h_{ij}\}$, $h_{ijI} = \text{Im}\{h_{ij}\}$ αναφερόμαστε στην απόκριση του καναλιού από τη i-οστη κεραία πομπού στη j-οστη κεραία δέκτη και με $z_{iR} = \text{Re}\{z_i\}$ και $z_{iI} = \text{Im}\{z_i\}$ τον AWGN θόρυβο.

Και εν τέλει έχουμε:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} y_{1R} \\ y_{2R} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} h_{11R} & h_{12R} \\ h_{21R} & h_{22R} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{1R} \\ x_{2R} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} h_{11I} & h_{12I} \\ h_{21I} & h_{22I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{1I} \\ x_{2I} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} z_{1R} \\ z_{2R} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} h_{11R} & h_{12R} & -h_{11I} & -h_{12I} \\ h_{21R} & h_{22R} & -h_{21I} & -h_{22I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{1R} \\ x_{2R} \\ x_{1I} \\ x_{2I} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} z_{1R} \\ z_{2R} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

(3.37)

Και επίσης

$$\begin{bmatrix} y_{1I} \\ y_{2I} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11I} & h_{12I} & h_{11R} & h_{12R} \\ h_{21I} & h_{22I} & h_{21R} & h_{22R} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{1R} \\ x_{2R} \\ x_{1I} \\ x_{2I} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} z_{1I} \\ z_{2I} \end{bmatrix}$$

(3.38)

Και εάν συνδυαστούν οι δυο παραπάνω εξισώσεις θα προκύψει:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} y_{1R} \\ y_{2R} \\ y_{1I} \\ y_{2I} \end{bmatrix}}_{\bar{\mathbf{y}}} = \underbrace{\begin{bmatrix} h_{11R} & h_{12R} & -h_{11I} & -h_{12I} \\ h_{21R} & h_{22R} & -h_{21I} & -h_{22I} \\ h_{11I} & h_{12I} & h_{11R} & h_{12R} \\ h_{21I} & h_{22I} & h_{21R} & h_{22R} \end{bmatrix}}_{\bar{\mathbf{H}}} \underbrace{\begin{bmatrix} x_{1R} \\ x_{2R} \\ x_{1I} \\ x_{2I} \end{bmatrix}}_{\bar{\mathbf{x}}} + \underbrace{\begin{bmatrix} z_{1R} \\ z_{2R} \\ z_{1I} \\ z_{2I} \end{bmatrix}}_{\bar{\mathbf{z}}}$$

(3.39)

Για τα οριζόμενα από την παραπάνω μεγέθη η μέθοδος SD αξιοποιεί την σχέση:

$$\arg \min_{\bar{\mathbf{x}}} \|\bar{\mathbf{y}} - \bar{\mathbf{H}}\bar{\mathbf{x}}\|^2 = \arg \min_{\bar{\mathbf{x}}} (\bar{\mathbf{x}} - \hat{\bar{\mathbf{x}}})^T \bar{\mathbf{H}}^T \bar{\mathbf{H}} (\bar{\mathbf{x}} - \hat{\bar{\mathbf{x}}})$$

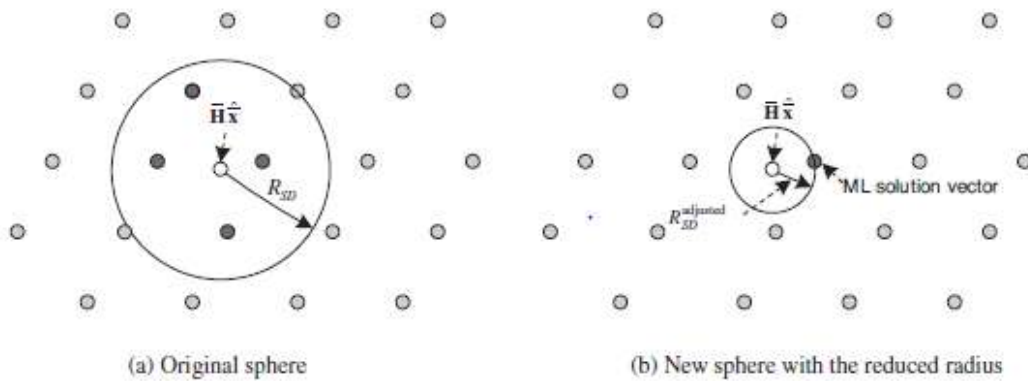
(3.40)

όπου : $\hat{\mathbf{x}} = (\bar{\mathbf{H}}^H \bar{\mathbf{H}})^{-1} \bar{\mathbf{H}}^H \bar{\mathbf{y}}$ (3.41) που είναι και ανεξάρτητη λύση του συστήματος της εξίσωσης. Έτσι φτάνουμε στη δημιουργία μιας σφαίρας ακτίνας R_{SD} δηλαδή:

$$(\bar{\mathbf{x}} - \hat{\mathbf{x}})^T \bar{\mathbf{H}}^T \bar{\mathbf{H}} (\bar{\mathbf{x}} - \hat{\mathbf{x}}) \leq R_{SD}^2$$

(3.42)

Η μέθοδος μας περιορίζεται στη μελέτη των ανηκόντων στη σφαίρα που προσδιορίζεται από την τελευταία εξίσωση (3.42) διανυσμάτων.



Εικόνα 3.5: Η σφαίρα της σφαιρικής αποκωδικοποίησης [ΞΒ2]

Όπως διαφαίνεται από την παραπάνω εικόνα έχουμε μια σφαίρα κέντρου

$$\hat{\mathbf{x}} = (\bar{\mathbf{H}}^H \bar{\mathbf{H}})^{-1} \bar{\mathbf{H}}^H \bar{\mathbf{y}}$$
 (3.43) και ακτίνας R_{SD} . Στο παράδειγμα μας η σφαίρα αυτή περιέχει

τέσσερα υποψήφια διανύσματα, ένα εκ των οποίων είναι το ML διάνυσμα λύση. Όπως διαφαίνεται δεν υπάρχει διάνυσμα που βρίσκεται εκτός της σφαίρας δεν μπορεί να είναι το διάνυσμα λύση του ML εφόσον τέτοια διανύσματα έχουν μεγαλύτερες τιμές του ML μεγαλύτερες από αυτά που ανήκουν σε αυτή. Αν είμαστε τυχεροί και επιλέξουμε το κοντινότερο, ανάμεσα στα υποψήφια, μπορούμε να μειώσουμε την ακτίνα, στην εξίσωση (3.42), και έτσι κατασκευάζουμε μια σφαίρα στην οποία παραμένει ένα και μόνο διάνυσμα. Έτσι η λύση του κριτηρίου ML περιέχεται πλέον στη σφαίρα με τη μικρότερη ακτίνα (Εικόνα 3.1 b) και τοιουτοτρόπως η εξίσωση (3.42) εκφυλίζεται στην ακόλουθη μορφή:

$$(\bar{\mathbf{x}} - \hat{\mathbf{x}})^T \bar{\mathbf{H}}^T \bar{\mathbf{H}} (\bar{\mathbf{x}} - \hat{\mathbf{x}}) = (\bar{\mathbf{x}} - \hat{\mathbf{x}})^T \mathbf{R}^T \mathbf{R} (\bar{\mathbf{x}} - \hat{\mathbf{x}}) = \|\mathbf{R}(\bar{\mathbf{x}} - \hat{\mathbf{x}})\|^2$$

(3.44)

όπου το \mathbf{R} ανακτάται μέσω της ανάλυσης QR του πραγματικού πίνακα καναλιού $\bar{\mathbf{H}} = \mathbf{QR}$ (3.45). Στην περίπτωση όπου $N_t = N_r = 2$, η μετρική δίνεται από τη σχέση:

$$\begin{aligned} \|\mathbf{R}(\bar{\mathbf{x}} - \hat{\mathbf{x}})\|^2 &= \left\| \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & r_{14} \\ 0 & r_{22} & r_{23} & r_{24} \\ 0 & 0 & r_{33} & r_{34} \\ 0 & 0 & 0 & r_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{x}_1 - \hat{x}_1 \\ \bar{x}_2 - \hat{x}_2 \\ \bar{x}_3 - \hat{x}_3 \\ \bar{x}_4 - \hat{x}_4 \end{bmatrix} \right\|^2 \\ &= |r_{44}(\bar{x}_4 - \hat{x}_4)|^2 + |r_{33}(\bar{x}_3 - \hat{x}_3) + r_{34}(\bar{x}_4 - \hat{x}_4)|^2 \\ &\quad + |r_{22}(\bar{x}_2 - \hat{x}_2) + r_{23}(\bar{x}_3 - \hat{x}_3) + r_{24}(\bar{x}_4 - \hat{x}_4)|^2 \\ &\quad + |r_{11}(\bar{x}_1 - \hat{x}_1) + r_{12}(\bar{x}_2 - \hat{x}_2) + r_{13}(\bar{x}_3 - \hat{x}_3) + r_{14}(\bar{x}_4 - \hat{x}_4)|^2 \end{aligned}$$

(3.46)

Έτσι από τις εξισώσεις (3.43) και (3.44) η σφαίρα μπορεί να εκφραστεί και ως:

$$\begin{aligned} |r_{44}(\bar{x}_4 - \hat{x}_4)|^2 + |r_{33}(\bar{x}_3 - \hat{x}_3) + r_{34}(\bar{x}_4 - \hat{x}_4)|^2 + |r_{22}(\bar{x}_2 - \hat{x}_2) + r_{23}(\bar{x}_3 - \hat{x}_3) + r_{24}(\bar{x}_4 - \hat{x}_4)|^2 \\ + |r_{11}(\bar{x}_1 - \hat{x}_1) + r_{12}(\bar{x}_2 - \hat{x}_2) + r_{13}(\bar{x}_3 - \hat{x}_3) + r_{14}(\bar{x}_4 - \hat{x}_4)|^2 \leq R_{SD}^2 \end{aligned}$$

(3.47)

Και δια της τελευταίας εξίσωσης (3.45) οι λεπτομέρειες της μεθόδου SD αναλύονται στα ακόλουθα τέσσερα βήματα:

Βήμα 1 : Πρώτα θεωρούμε μια υποψήφια τιμή για το \bar{x}_4 στη διάσταση του , τυχαία επιλεγόμενο

από τα σημεία της σφαίρας $|r_{44}(\bar{x}_4 - \hat{x}_4)|^2 \leq R_{SD}^2$ (3.48)

Με άλλα λόγια το σημείο πρέπει να επιλέγεται από την περιοχή:

$$\hat{x}_4 - \frac{R_{SD}}{r_{44}} \leq \bar{x}_4 \leq \hat{x}_4 + \frac{R_{SD}}{r_{44}}$$

(3.49)

Ας θεωρήσουμε λοιπόν ότι το \bar{x}_4 δηλώνει το επιλεγμένο στο Βήμα 1 σημείο. Εάν δεν υπάρχουν υποψήφια σημεία που να ικανοποιούν τις ανισώσεις, η ακτίνα χρειάζεται να αυξηθεί.

Συμπεραίνουμε ότι το υποψήφιο σημείο έχει επιλεγεί ορθώς και προσχωρούμε στο Βήμα 2.

Βήμα 2 : Αναφερόμενοι στην (3.45) μια υποψήφια τιμή για το \bar{x}_3 επιλέγεται από τα σημεία της ακόλουθης σφαίρας:

$$\boxed{|r_{44}(\bar{x}_4 - \hat{x}_4)|^2 + |r_{33}(\bar{x}_3 - \hat{x}_3) + r_{34}(\bar{x}_4 - \hat{x}_4)|^2 \leq R_{SD}^2}$$

(3.50)

που αντιστοιχεί σε:

$$\boxed{\hat{x}_3 - \frac{\sqrt{R_{SD}^2 - |r_{44}(\bar{x}_4 - \hat{x}_4)|^2} - r_{34}(\bar{x}_4 - \hat{x}_4)}{r_{33}} \leq \bar{x}_3 \leq \hat{x}_3 + \frac{\sqrt{R_{SD}^2 - |r_{44}(\bar{x}_4 - \hat{x}_4)|^2} - r_{34}(\bar{x}_4 - \hat{x}_4)}{r_{33}}}$$

(3.51)

Σημειωτέον ότι το \bar{x}_4 στην (3.51) είναι το σημείο που έχει ήδη επιλέγει στο προηγούμενο βήμα. Εάν η υποψήφια τιμή για το \bar{x}_3 δεν υπάρχει επιστρέφουμε στο πρώτο βήμα και επιλέγουμε μια άλλη υποψήφια τιμή \bar{x}_4 . Επειτα αναζητούμε ένα \bar{x}_3 που να επιλύει τις ανισώσεις της (3.51) για το δεδομένο \bar{x}_4 . Στην περίπτωση που καμία υποψήφια τιμή \bar{x}_3 δεν υπάρχει με όλες τις πιθανές τιμές του \bar{x}_4 , αυξάνουμε την ακτίνα της σφαίρας R_{SD} και επαναλαμβάνουμε το προηγούμενο βήμα. Ας θεωρήσουμε ότι \bar{x}_4 και \bar{x}_3 είναι τα τελικά σημεία που επιλέγονται στα προηγούμενα δυο βήματα αντίστοιχα.

Βήμα 3: Δοθέντων των \bar{x}_3 και \bar{x}_4 επιλέγεται μια υποψήφια τιμή για το \bar{x}_2 από τα σημεία στην ακόλουθη σφαίρα:

$$\boxed{|r_{44}(\bar{x}_4 - \hat{x}_4)|^2 + |r_{33}(\bar{x}_3 - \hat{x}_3) + r_{34}(\bar{x}_4 - \hat{x}_4)|^2 + |r_{22}(\bar{x}_2 - \hat{x}_2) + r_{23}(\bar{x}_3 - \hat{x}_3) + r_{24}(\bar{x}_4 - \hat{x}_4)|^2 \leq R_{SD}^2}$$

(3.52)

Μια τυχαία τιμή του \bar{x}_2 επιλέγεται εντός της σφαίρας (3.52). Στην επιλογή ενός σημείου χρησιμοποιείται η (3.52) όπως και στα προηγούμενα βήματα. Εάν δεν υφίσταται καμία υποψήφια τιμή για το \bar{x}_2 , επιστρέφουμε στο Βήμα 2 και επιλέγουμε μια άλλη υποψήφια τιμή για το \bar{x}_3 . Εάν μετά τη δοκιμή όλων των πιθανών υποψηφίων τιμών για το \bar{x}_3 δεν εντοπίσουμε υποψήφια τιμή για το \bar{x}_2 , επιστρέφουμε στο Βήμα 1 και επιλέγουμε μια άλλη υποψήφια τιμή για το \bar{x}_4 . Τα τελικά σημεία που επιλέγονται από το Βήμα 1 μέχρι και το Βήμα 3 ονομάζονται \bar{x}_4 , \bar{x}_3 και \bar{x}_2 αντίστοιχα.

Βήμα 4: Σε αυτό το σημείο επιλέγεται για το \bar{x}_1 από τα σημεία μέσα στην ακόλουθη σφαίρα:

$$\boxed{|r_{44}(\bar{x}_4 - \hat{x}_4)|^2 + |r_{33}(\bar{x}_3 - \hat{x}_3) + r_{34}(\bar{x}_4 - \hat{x}_4)|^2 + |r_{22}(\bar{x}_2 - \hat{x}_2) + r_{23}(\bar{x}_3 - \hat{x}_3) + r_{24}(\bar{x}_4 - \hat{x}_4)|^2 + |r_{11}(\bar{x}_1 - \hat{x}_1) + r_{12}(\bar{x}_2 - \hat{x}_2) + r_{13}(\bar{x}_3 - \hat{x}_3) + r_{14}(\bar{x}_4 - \hat{x}_4)|^2 \leq R_{SD}^2.}$$

(3.53)

Μια τυχαία τιμή που ικανοποιεί την (3.53) επιλέγεται για το \bar{x}_1 . Αν δεν εξευρεθεί τέτοια τιμή, επιστρέφουμε στο προηγούμενο βήμα για επιλογή μιας άλλης τιμής για το \bar{x}_2 . Αν δε δεν βρεθεί καμιά τιμή για το \bar{x}_1 αφού δοκιμάσουμε όλες τις πιθανές υποψήφιας τιμές για το \bar{x}_2 , επιστρέφουμε στο Βήμα 2 προς επιλογή άλλης τιμής για το \bar{x}_3 . Ας θεωρήσουμε ότι \bar{x}_1 είναι μια υποψήφια τιμή για το \bar{x}_1 . Μόλις βρούμε όλες τις υποψήφιας τιμές $\bar{x}_4, \bar{x}_3, \bar{x}_2$ και \bar{x}_1 υπολογίζεται η αντίστοιχη ακτίνα βάσει της (3.52). Αξιοποιώντας τη μειωμένη ακτίνα επαναλαμβάνεται το Βήμα1. Αν το $[\bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4]$ διαφαίνεται να είναι ένα μόνο σημείο εντός μιας σφαίρας με αυτή την ακτίνα, αναφέρεται ως το διάνυσμα λύση του ML και σταματάμε την έρευνα μας. Να σημειωθεί ότι η επίδοση του SD είναι ίδια με αυτή του ML αλλά η πολυπλοκότητα του είναι σημαντικά μειωμένη. Ας αποσαφηνίσουμε ότι η πολυπλοκότητα του SD στο 2X2 MIMO σύστημα βασίζεται στο πόσο καλά έχει γίνει η επιλογή της αρχικής ακτίνας. Παρόλο δε που μια αρχική ακτίνα καθορίζεται με πολλούς τρόπους, υποθέτουμε ότι την καθορίζουμε βάσει της σχέσης:

$$\boxed{R_{SD}^2 = \sum_{i=1}^4 \left| \sum_{k=i}^4 r_{ik} (\bar{x}_k - \hat{x}_k) \right|^2}$$

(3.54)

όπου $\hat{x} = [\hat{x}_1 \hat{x}_2 \hat{x}_3 \hat{x}_4]^T$ είναι μια ανεξάρτητη λύση ελαχίστων τετραγώνων και $\bar{x}_i = Q(\hat{x}_i)$ με $i=1,2,3,4$. Ο υπολογισμός της ακτίνας βάσει της (3.54) απαιτεί 14 πραγματικούς πολλαπλασιασμούς. Χρησιμοποιώντας την αρχική ακτίνα η ανισότητα για την επιλογή υποψηφίου \bar{x}_i με $i=4-s+1$ στο s-οστό Βήμα γενικεύεται στην:

$$\boxed{\hat{x}_{i,LS} + \frac{-\alpha_i - \beta_i}{r_{ii}} \leq x_i \leq \hat{x}_{i,LS} + \frac{\alpha_i - \beta_i}{r_{ii}}}$$

(3.55)

με $\alpha_i = \sqrt{R_{SD}^2 - \sum_{k=i+1}^4 \left| \sum_{p=k}^4 r_{kp} (\bar{x}_p - \hat{x}_{p,LS}) \right|^2}$ (3.56) και

$$\beta_i = \sum_{k=i+1}^4 r_{ik} (\bar{x}_k - \hat{x}_k) \quad (3.57)$$

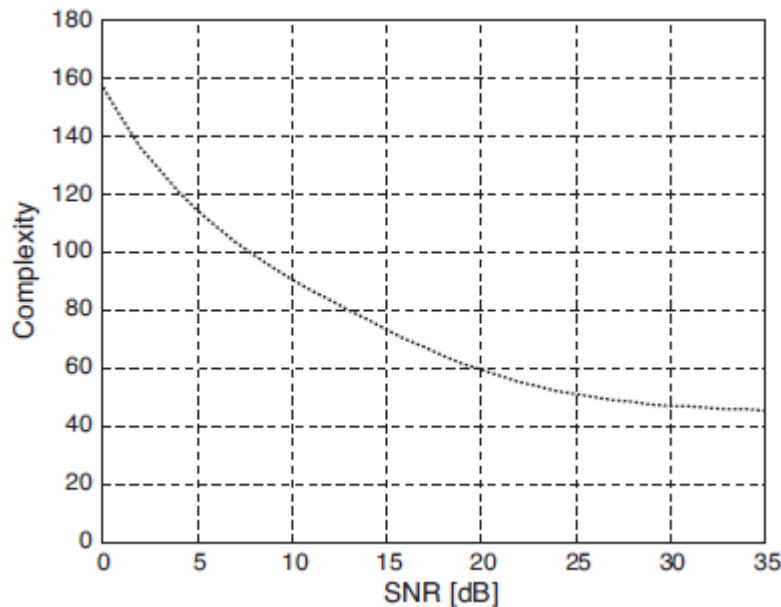
Στην (3.55) με $\{\tilde{x}_k\}_{k=i+1}^4$ δηλώνονται τα επιλεγμένα σύμβολα από τα προηγούμενα βήματα. Εκμεταλλευόμενοι το ότι κάθε σύμβολο είναι ακέραιος και επαναχρησιμοποιώντας τα αποτελέσματα των προηγούμενων βημάτων απαιτούνται ένας πολλαπλασιασμός, δυο διαιρέσεις και μια ρίζα ώστε να υπολογιστεί η (3.55). Για το πρώτο βήμα ισχύει $s=1$ και $\beta_4=0$ οπότε απαιτείται υπολογισμός μιας διαίρεσης και μιας τετραγωνικής ρίζας.

Προς εύρεση της νέας ακτίνας χρησιμοποιούμε ένα νέο διάνυσμα μήκους $2 \times N_r$ δηλαδή 4, απαιτείται ένας πολλαπλασιασμός αφού τα αποτελέσματα των προηγούμενων βημάτων ξαναχρησιμοποιούνται. Ως διαφαίνεται και από τον **πίνακα 3.1**, ο υπολογισμός του $\hat{x} = (\bar{H})^{-1}\bar{y}$ αναφερόμενο στον υπολογισμό του \bar{H}^{-1} και \bar{y} , χωρίς τον υπολογισμό του \bar{H}^{-1} .

| | Multiplications | Divisions | Square roots |
|-----------------------------------|-----------------|-----------|--------------|
| $\hat{x} = (\bar{H})^{-1}\bar{y}$ | 16 | 0 | 0 |
| R_{SD}^2 in Equation (11.33) | 14 | 0 | 0 |
| Step 1 | 0 | 1 | 1 |
| Step 2-4 each | 1 | 2 | 1 |
| R_{SD}^2 update | 1 | 0 | 0 |

Πίνακας 3.6: Πίνακας πολυπλοκότητας βημάτων της SD μεθόδου [EB2]

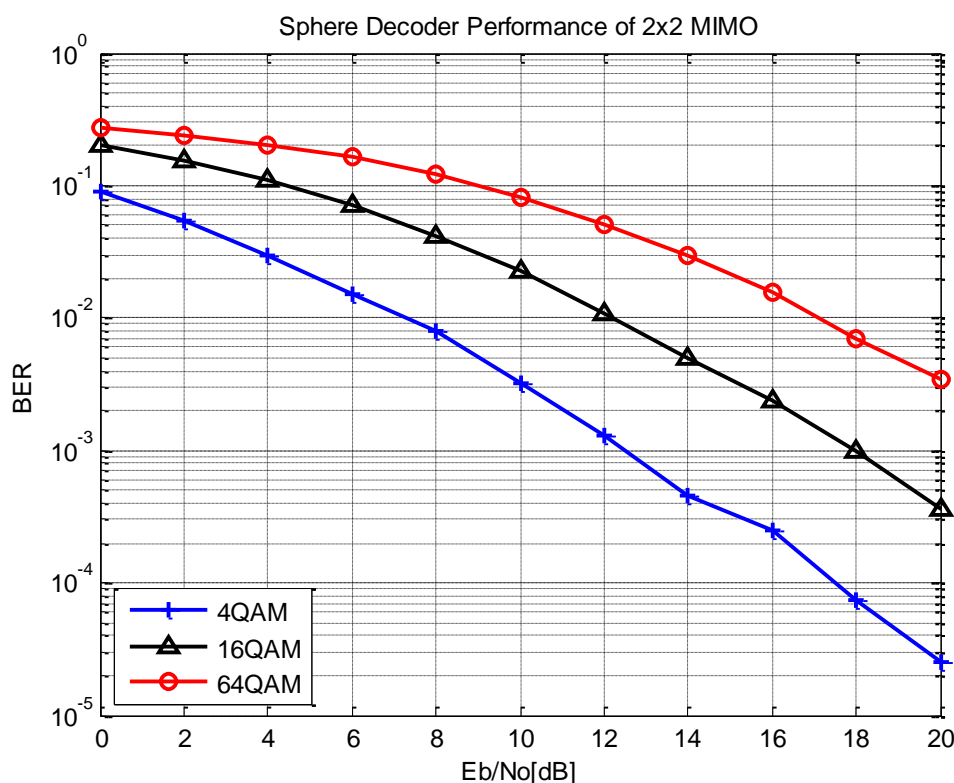
Προς επίρρωση δε αυτών μπορεί μέσω της Εικόνας 3.7 να δειχτεί η πολυπλοκότητα της SD με όρους μαθηματικών πράξεων ενόσω μεταβάλλεται ο SNR. Κατά την αύξηση του SNR το διάνυσμα λύση του ZF συμπίπτει με αυτό του ML κριτηρίου. Καθον λοιπόν τρόπον η αρχική ακτίνα επιλέγεται κατάλληλα εξαλείφοντας έτσι την ανάγκη ρύθμισης της ακτίνας.



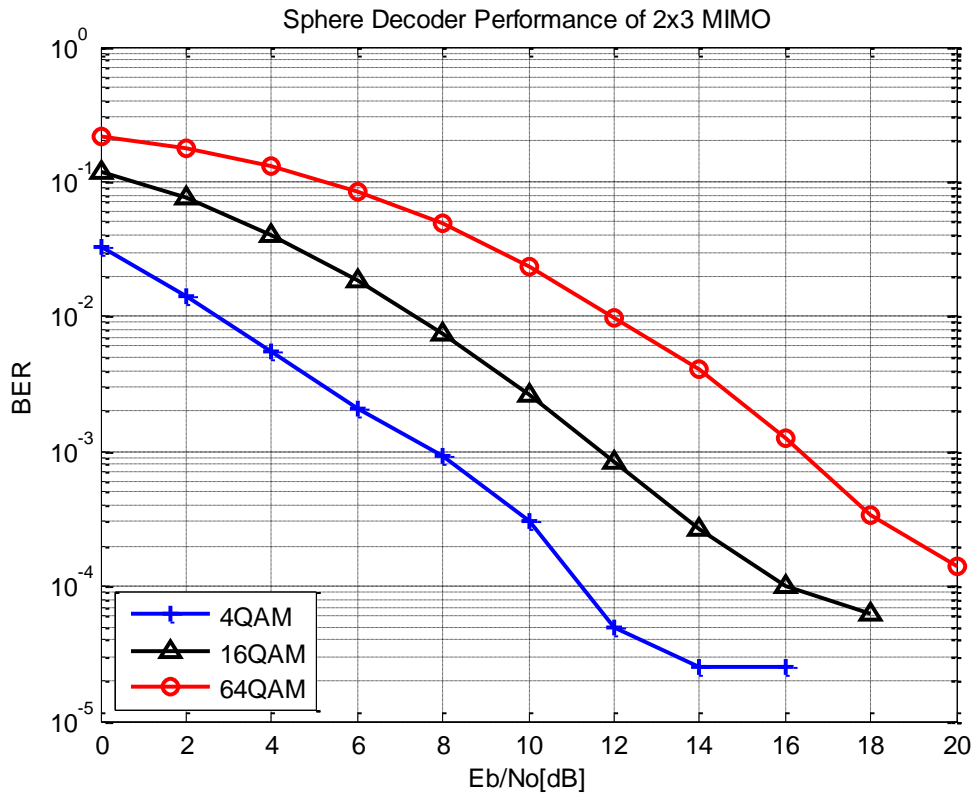
Εικόνα 3.7: Αναπαράσταση της σχέσης πολυπλοκότητας της SD και μεταβολής του SNR για ένα 2X2 MIMO με 16-QAM [EB2]

Το βασικό μειονέκτημα της SD μεθόδου είναι ότι βασίζεται στο SNR. Επιπλέον στη χειρότερη περίπτωση η πολυπλοκότητα γίνεται ίδια με την ML μέθοδο, παρόλο που πέφτει η μέση πολυπλοκότητα, όπως στην **Εικόνα 3.7**.

Από τα δυο παρακάτω διαγράμματα στα οποία παρουσιάζονται οι υλοποιήσεις του δέκτη **sphere decoder** για ένα 2X2 MIMO (Διάγραμμα 3.8) και ένα 2X3 MIMO (Διάγραμμα 3.9) και για τρεις M-QAM διαμορφώσεις(4-QAM,16-QAM,64-QAM)με 100000 χρονοθυρίδες, διαφαίνεται σαφώς ότι με την αύξηση κατά μια των κεραιών δέκτη επιτυγχάνουμε αλματώδη μείωση του BER ήτοι για SNR άνω των 12 dB έχουμε 2 τάξεις μικρότερο BER ενώ για $SNR \leq 10$ dB παρουσιάζεται 1ταξη μικρότερο. Άρα λοιπόν όσο αυξάνονται οι δέκτες τόσο μεγαλύτερη αξιοπιστία επιτυγχάνεται.



Διάγραμμα 3.8: Επίδοση του sphere decoder δέκτη (BER vs SNR) για ένα 2x2 MIMO σύστημα



Διάγραμμα 3.9: Επίδοση του sphere decoder δέκτη (BER vs SNR) για ένα 2x3 MIMO σύστημα

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4^ο

Τεχνικές αποκωδικοποίησης σε ΜΙΜΟ συστήματα με OFDM κανάλια

4.1 Εισαγωγή

Η τεχνική OFDM έχει αποκτήσει δημοφιλία σε ότι αφορά τη μετάδοση σημάτων στις ασύρματες επικοινωνίες . Αυτό συμβαίνει διότι προσφέρει ανοσία σε ένα πολύ σημαντικό πρόβλημα των ασυρμάτων επικοινωνιών, και αυτό δεν είναι άλλο από τη συχνοεπιλεκτικότητα των διαύλων και κατά συνεκδοχή οι διασυμβολικές παρεμβολές. Η αντιμετώπιση γίνεται με τη διάσπαση του συχνοεπιλεκτικού σε παράλληλους διαύλους που όμως έχουν επίπεδη συνάρτηση μεταφοράς. Τα χρησιμοποιούμενα υποφέροντα επιλέγονται τοιουτοτρόπως ώστε να έχουν τη μικρότερη συχνοτική απόσταση διασφαλίζοντας έτσι την ορθογωνιοτητα των αντίστοιχων χρονικών κυματομορφών. Η μικρή απόσταση των υποκαναλιών οδηγεί σε επικάλυψη της φασματικής πυκνότητας ισχύος των σημάτων γειτονικών υποφερόντων μεγιστοποιώντας έτσι και τη φασματική απόδοση. Σύμφωνα με τη βιβλιογραφία έχουν αναπτυχτεί πολλοί τύποι ΜΙΜΟ-OFDM συστημάτων. Βεβαίως οφείλουμε να τονίσουμε ότι εξαιτίας του μεγάλου εύρους ζώνης που χρησιμοποιούμε, οι δίαυλοι λογίζονται συχνοεπιλεκτικοί και απαιτείται αναπαράσταση ευρείας ζώνης. Αρχικά επιλέγουμε ένα SISO σύστημα και στην πορεία θα επεκταθούμε σε ΜΙΜΟ. Εάν υποθέσουμε δίαυλο με μιγαδική κρουστική απόκριση βασικής ζώνης $h(\tau)$ περιλαμβάνοντας το φίλτρο διαμόρφωσης των παλμών στον πομπό ,το δίαυλο μας και το προσαρμοσμένο φίλτρο του δέκτη. Έχει δε διάρκεια τ_{total} οφειλόμενη στην πολυδιαδρομική διάδοση. Επίσης θεωρούμε ακολουθία συμβόλων προς μετάδοση την ακόλουθη : $x(l), l = 0,1,2, \dots$ τότε το λαμβανόμενο σήμα δίνεται από τη σχέση:

$$\begin{aligned}
 y(t) &= h(\tau) * \left(\sum_l \sqrt{E_x} x[l] \delta(t - lT_s) \right) + n(t) = \\
 &\sum_l \sqrt{E_x} x[l] (h(\tau) * \delta(t - lT_s)) + n(t) = \\
 &= \sum_l \sqrt{E_x} x[l] h(t - lT_s) + n(t)
 \end{aligned}$$

(4.1)

με T_s τη διάρκεια του συμβόλου και $n(t)$ ο AWGN. Το άθροισμα εκτείνεται μέχρι να μηδενιστεί η κρουστική απόκριση.

Αν δειγματοληψήσουμε το σήμα μας για $t=kT_s$ ($k=0,1,2,\dots$) έχουμε :

$$y(kT_s) = \sum_l \sqrt{E_x} x[l] h((k-l)T_s) + n(kT_s)$$

(4.2)

η οποία εκφέρεται και ως ακολούθως:

$$\begin{aligned} y(k) &= \sum_{l=0}^{L-1} \sqrt{E_x} x[l] h(k-l) + n(k) = \sum_{l=0}^{L-1} \sqrt{E_x} h[l] x(k-l) + n(k) \\ &= \sqrt{E_x} [h[L-1] \cdots h[1] h[0]] \begin{bmatrix} x[k-L+1] \\ \vdots \\ x[k-1] \\ x[k] \end{bmatrix} + n(k) \end{aligned}$$

(4.3)

με $h[l]$, $l=0,1,2,\dots,L-1$ τον διάυλο μετά τη δειγματοληψία περιόδου T_s και L το μήκος του διαύλου μετρούμενο σε περιόδους δειγματοληψίας. Έστω τα συνεχόμενα δείγματα τότε το μοντέλο σήματος εκφυλίζεται στο:

$$[y[k] \cdots y[k+T-1]] = \sqrt{E_x} [h[L-1] \cdots h[1] h[0]] \mathcal{X} + [n[k] \cdots n[k+T-1]]$$

(4.4)

όπου \mathcal{X} είναι πίνακας Hankel διάστασης $(L \times T)$ που δίνεται από:

$$\mathcal{X} = \begin{bmatrix} x[k-L+1] & x[k-L+2] & \cdots & x[k-L+T] \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ x[k-1] & x[k] & \cdots & x[k+T-2] \\ x[k] & x[k+1] & \cdots & x[k+T-1] \end{bmatrix}$$

(4.5)

Αντίστοιχα το λαμβανόμενο σήμα εκφέρεται :

$$\begin{bmatrix} y[k] \\ \vdots \\ y[k+T-1] \end{bmatrix} = \sqrt{E_x} \mathcal{H} \begin{bmatrix} x[k-L+1] \\ \vdots \\ x[k-1] \\ x[k] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n[k] \\ \vdots \\ n[k+T-1] \end{bmatrix}$$

(4.6)

και \mathcal{H} είναι ένας πίνακας Toeplitz διάστασης $T \times (T + L - 1)$:

$$\mathcal{H} = \begin{bmatrix} h[L-1] & \cdots & h[0] & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & h[L-1] & \cdots & h[0] & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & h[L-1] & \cdots & h[0] \end{bmatrix}$$

(4.7)

Είμαστε πλέον ώριμοι ώστε να προχωρήσουμε σε επέκταση της θεωρίας για ΜΙΜΟ συστήματα. Αρχικά πρέπει να οριστεί ένας $\mathbf{H}[l]$, $l=0,1,2,\dots,L-1$ πίνακας διαύλου, όπου θεωρούμε όλους τους $N_r N_t$ υποδιαύλους μήκους L . Και έτσι το λαμβανόμενο διάνυσμα έχει διάσταση $(N_r \times 1)$:

$$y[k] = \sqrt{\frac{N_t}{E_x}} \begin{bmatrix} h_{11} & \cdots & h_{1N_t} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ h_{N_r 1} & \cdots & h_{N_r N_t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1[k] \\ \vdots \\ x_{N_t}[k] \end{bmatrix} + n(k)$$

(4.8)

$h_{i,j} = [h_{i,j}[L-1] \cdots h_{i,j}[0]]$ και $x_j[k] = \begin{bmatrix} x_j[k-L+1] \\ \vdots \\ x_j[k] \end{bmatrix}$. Υποθέτοντας δε συνεχόμενα δείγματα τότε το μοντέλο μας τροποποιείται στο:

$$\boxed{[y[k] \cdots y[k+T-1]] = \sqrt{\frac{N_t}{E_x}} \begin{bmatrix} h_{11} & \cdots & h_{1N_t} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ h_{N_r 1} & \cdots & h_{N_r N_t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ \vdots \\ X_{N_t} \end{bmatrix} + \mathcal{N}}$$

(4.9)

όπου X_j είναι ο πίνακας Hankel για το j -οστό πομπό :

$$\boxed{X_j = \begin{bmatrix} x_j[k-L+1] & x_j[k-L+2] & \cdots & x_j[k-L+T] \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ x_j[k-1] & x_j[k] & \cdots & x_j[k+T-2] \\ x_j[k] & x_j[k+1] & \cdots & x_j[k+T-1] \end{bmatrix}}$$

(4.10)

και N ο πίνακας θορύβου του δέκτη :

$$\boxed{N = \begin{bmatrix} n_1[k] & n_1[k+1] & \cdots & n_1[k+T-1] \\ n_2[k] & n_2[k+1] & \cdots & n_2[k+T-1] \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ n_{N_r}[k] & n_{N_r}[k+1] & \cdots & n_{N_r}[k+T-1] \end{bmatrix}}$$

(4.11)

Έστω σύμβολα ενός βαθμωτού σηματοστερισμού μοναδιαίας μέσης ενέργειας και ότι μεταδίδουμε ένα μπλοκ ($N_r \times N$) από τις N_t κεραιές ενός MIMO συστήματος. Η εκπεμπόμενη από το j -οστό πομπό συμβολοσειρά είναι $x_j[k]$, $k=0,1,2,\dots,N-1$. Αυτή έχει προηγουμένως περάσει από τη βαθμίδα του IFFT μεγέθους N και στη συνέχεια προστίθεται το κυκλικό πρόθεμα.

Στο δέκτη εφαρμόζεται η αντιστροφη διαδικασία, πρώτα αφαιρεί το κυκλικό πρόθεμα και έπειτα περνά από τη βαθμίδα του FFT μεγέθους N .

Το δε λαμβανόμενο σήμα στην i -οστή κεραία στον k -οστό υποδιαυλο δίνεται από τη σχέση:

$$y_i(k) = \sqrt{\frac{E_x}{N_t}} \sum_{j=1}^{N_t} \omega_{ij}[k] x_j[k] + n_j(k)$$

(4.12)

με $i = 0, 1, 2, \dots, N_r$ και E_x η μέση ενέργεια του k -οστού υποδιαυλου που διαμοιράζεται ομοιόμορφα στις κεραίες πομπού και με $n_j(k)$ είναι ο ZMCSCG με διασπορά N_0 και $\omega_{ij}[k]$ το κέρδος διαύλου μεταξύ της i -οστής κεραίας δέκτη και της j -οστής κεραίας πομπού για το k -οστό υποκαναλι, δηλαδή η τιμή της συνάρτησης μεταφοράς του υποκαναλιου υπολογισμένο στην οικεία συχνότητα του υποδιαυλου. Το κέρδος συνδέεται μέσω του IFFT και του FFT με την κρουστική απόκριση του υποκαναλιου $h_{ij}[k]$ με σχέση DFT ως εξής:

$$\omega_{ij}[k] = \sum_{l=0}^{L-1} h_{ij}[l] e^{-\frac{j2\pi l k}{N}}$$

(4.13)

με $k = 0, 1, 2, \dots, N-1$. Ομαδοποιώντας τα λαμβανόμενα σήματα από όλους τους δέκτες για τον k -οστό υποδιαυλο μπορούμε να γράψουμε:

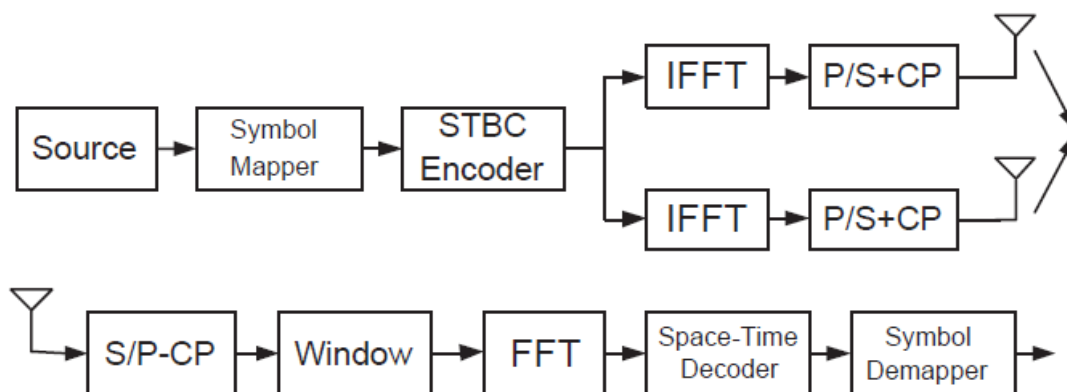
$$y(k) = \sqrt{\frac{E_x}{N_t}} \Omega[k] x[k] + n[k]$$

(4.14)

όπου $[\Omega[k]]_{ij} = \omega_{ij}[k]$ (4.15). Αξιοσημείωτο δε ότι με αυτή την τεχνική ο διάυλος εύρους ζωνης B αποσυντίθεται σε N παράλληλους ορθογωνίους διαύλους με επίπεδες διαλείψεις εύρους ζωνης B/N έκαστος.

4.2 Τεχνικές κωδικοποίησης για ΜΙΜΟ-OFDM συστήματα

4.2.1 Τεχνικές OSTBC και συστήματα ΜΙΜΟ-OFDM

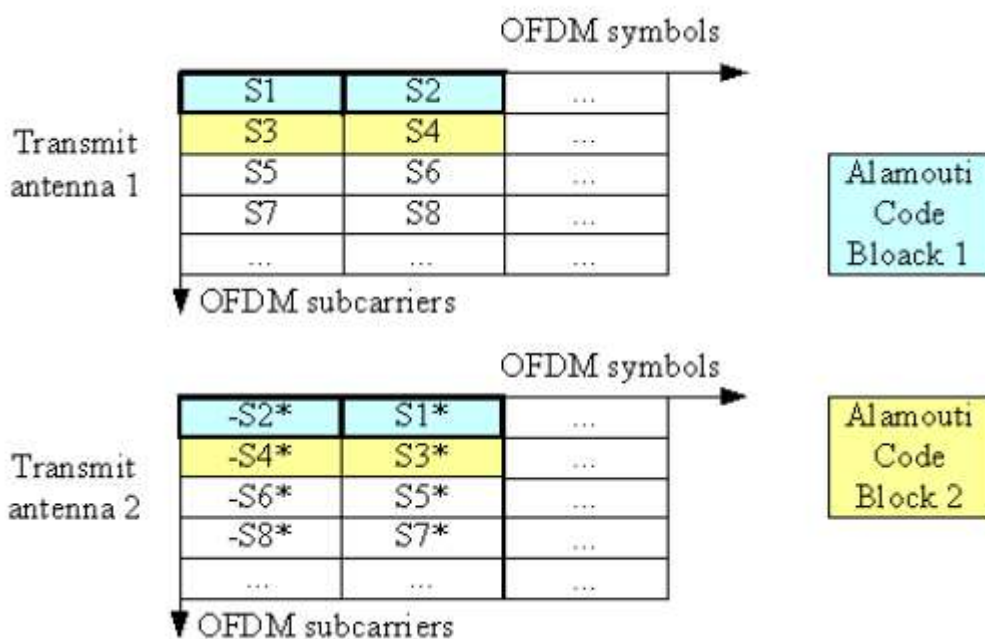


Εικόνα 4.1 Μπλοκ διάγραμμα 2x1Alamouti για OFDM συστήματα

Γενικά οι OSTBC ορίζονται μέσω $p \times N_t$ πινάκων μετάδοσης. Οι εγγραφές σε αυτές τις μήτρες μετάδοσης είναι γραμμικοί συνδυασμοί των μεταδιδόμενων συμβόλων με τα μιγαδικά συζυγή τους δηλαδή στην περίπτωση μας ισχύει:

$$X = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 \\ -x_2^* & x_1^* \end{pmatrix}$$

(4.16)



Εικόνα 4.2: Κατανομή συμβόλων στα OFDM υποφέροντα κατά τη μέθοδο STBC [ΞB17]

Υποθέτοντας ότι κατά τη μετάδοση βασικής ζωνής χρησιμοποιείται σηματοστερισμός 2^q στοιχείων. Σε κάθε χρονοσκιση αποτελούμενη από p OFDM σύμβολα καταφθάνουν pb bits στον κωδικοποιητή του k -οστού υποφέροντος και επιλέγονται τα σύμβολα $s_{1,k}, \dots, s_{n,k}$. Θέτουμε $x_i = s_{i,k}$ για $i=1,2,\dots,n$ στον X , και ανακτάμε τον πίνακα $C_{t,k}$ για κάθε k υποφερον, όπου οι εγγραφές είναι γραμμικοί συνδυασμοί των $s_{1,k}, \dots, s_{n,k}$ και των συζυγων τους. Αποτελούν συγκεκριμένα σύμβολα που εκπέμπονται από τις N_t κεραιές πομπού. Εάν για το k -οστό υποκαναλι η μεταβλητή $c_{t,k}^{(i)}$ δηλώνει τις εγγραφές του πίνακα $C_{t,k}$ που μεταδίδονται ταυτόχρονα από τις 2 κεραιές στη διάρκεια του OFDM συμβόλου $t=1,2,\dots,p^*$. Έτσι για κάθε ένα υποκαναλι, η i -οστη στήλη του $C_{t,k}$ αντιπροσωπεύει τα μεταδιδόμενα από i -οστη κεραιά και η t -οστη γραμμή του $C_{t,k}$ τα μεταδιδόμενα σύμβολα σηματοστερισμού στο OFDM συμβόλου t . Σημειωτέον ότι ο $C_{t,k}$ ορίζεται χρησιμοποιώντας τον X και η ορθογωνιοτητα των στηλών του X επιτρέπουν ένα απλό σχήμα αποκωδικοποίησης. Εφόσον τα p OFDM σύμβολα χρησιμοποιούνται για να μεταδοθούν n σύμβολα σηματοστερισμού, ορίζουμε το ρυθμό ως

$$R = \frac{n}{p} \quad (4.17)$$

Ας έρθουμε όμως και πάλι στο Alamouti και το λαμβανόμενο σήμα $y_{t,k}$ στο υποκαναλι k κατά τη διάρκεια του συμβόλου t εκφράζεται :

$$y_{tk} = \sum_{i=1}^2 H_{ik} c_{tk}^{(i)} + n_{tk}$$

(4.18)

όπου H_{ik} είναι το κέρδος της συνάρτησης μεταφοράς του υποκαναλιου k και της i -οστης κεραιάς πομπού και n_{tk} είναι τα δείγματα του ZMGC παρατηρούμενα στο k -οστό υποφερον με διακύμανση $\frac{N_t}{SNR^\dagger}$ (4.19).

Η δε μέση ενέργεια των μεταδιδόμενων συμβόλων κάθε κεραιάς κανονικοποιείται στη μονάδα έτσι ώστε η μέση ισχύς του σήματος σε κάθε κεραιά δέκτη να είναι M και ο τελικός σηματοθορυβικός λόγος SNR^\dagger . Το μοντέλο διάδοσης της εκφράζεται και μέσω ενός διανυσματικού σημαντικού μοντέλου.

Χωρίς βλάβη της γενικότητας, θέτουμε $t=1$ και με την παρακάτω σχέση:

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 \\ -x_2^* & x_1^* \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} s_{1,k} & s_{2,,k} \\ -s_{2,k}^* & x_{1,k}^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{t,k}^{(1)} & c_{t,k}^{(2)} \\ c_{t+1,k}^{(1)} & c_{t+1,k}^{(2)} \end{pmatrix} \quad (4.20)$$

το ληφθέν διάνυσμα είναι $Y_k = [y_{1,k} \ y_{2,k}^*]^T$ (4.21) μπορεί να εκφέρεται ως εξής:

$$\boxed{Y_k = H_k X_k + N_k}, \quad (4.22)$$

με $X_k = [x_{1,k} \ x_{2,k}^*]^T$ (4.23), $N_k = [n_{1,k} \ n_{2,k}^*]^T$ (4.24) να είναι τα μεταδιδόμενο και ο θόρυβος αντίστοιχα και ο πίνακας διαύλου που υπαγορεύεται από το σχήμα Alamouti δίνεται από την:

$$\boxed{H_k = \begin{pmatrix} H_{1,k} & H_{2,,k} \\ H_{2,k}^* & H_{1,k}^* \end{pmatrix}} \quad (4.25)$$

Σημειωτέον ότι το μοντέλο εκπομπής υποθέτει ότι ο διάυλος δεν μεταβάλλεται στη διάρκεια δυο συναπτών OFDM συμβόλων

$$H_{1,k}[t] = H_{1,k}[t + 1] \quad (4.26)$$

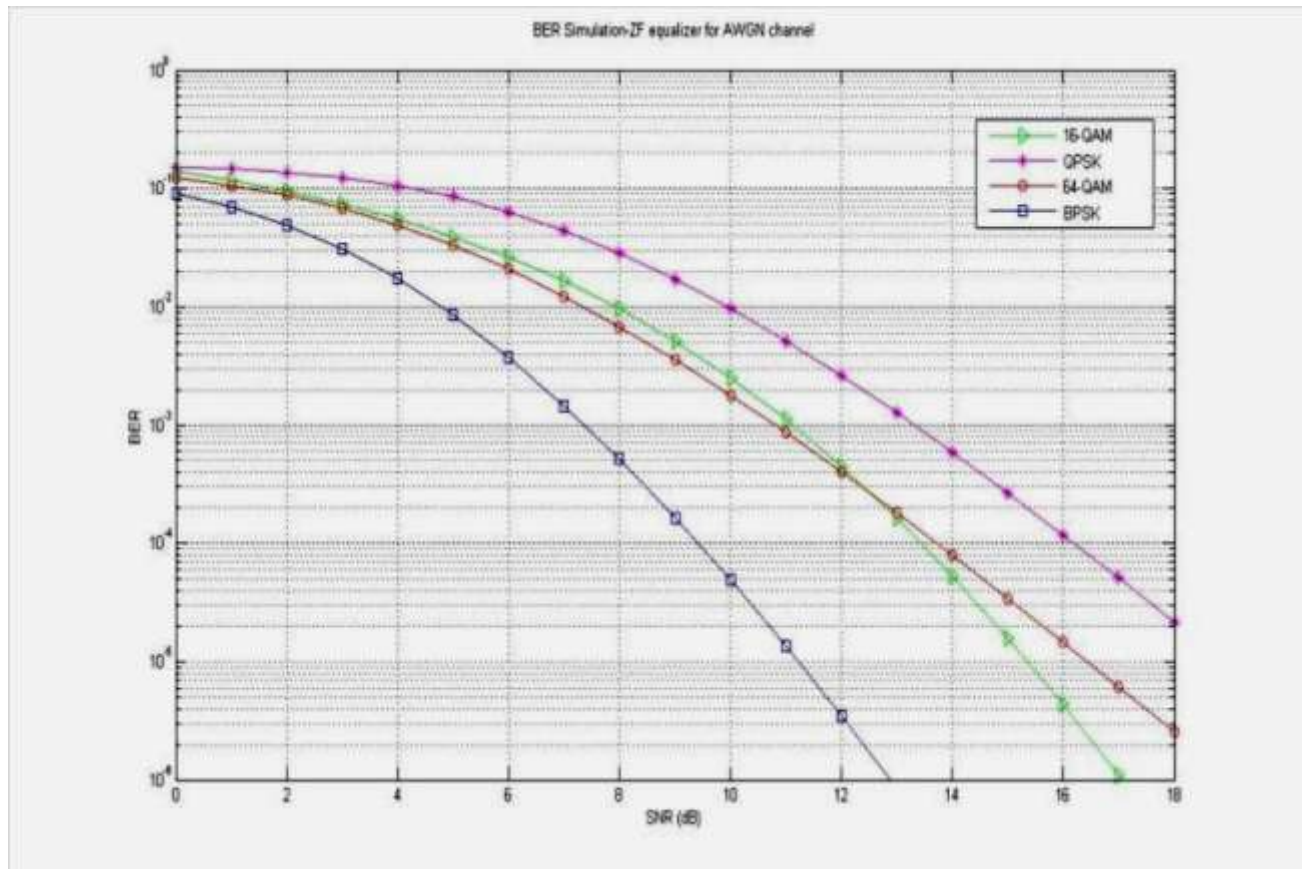
που οδηγεί σε έναν ορθογώνιο πίνακα διαύλου. Όμως εκτός από αυτό τον κώδικα για τα συστήματα που μελετάμε στο κεφάλαιο αυτό έχει αναπτυχτεί και εφαρμοστεί κωδικοποίηση για το συχνοτικό επίπεδο, οι SFBC κωδικοποιήσεις.

4.2.1.1 Παράδειγμα υλοποίησης MIMO-OFDM με δυο διαφορετικούς αποκωδικοποιητές

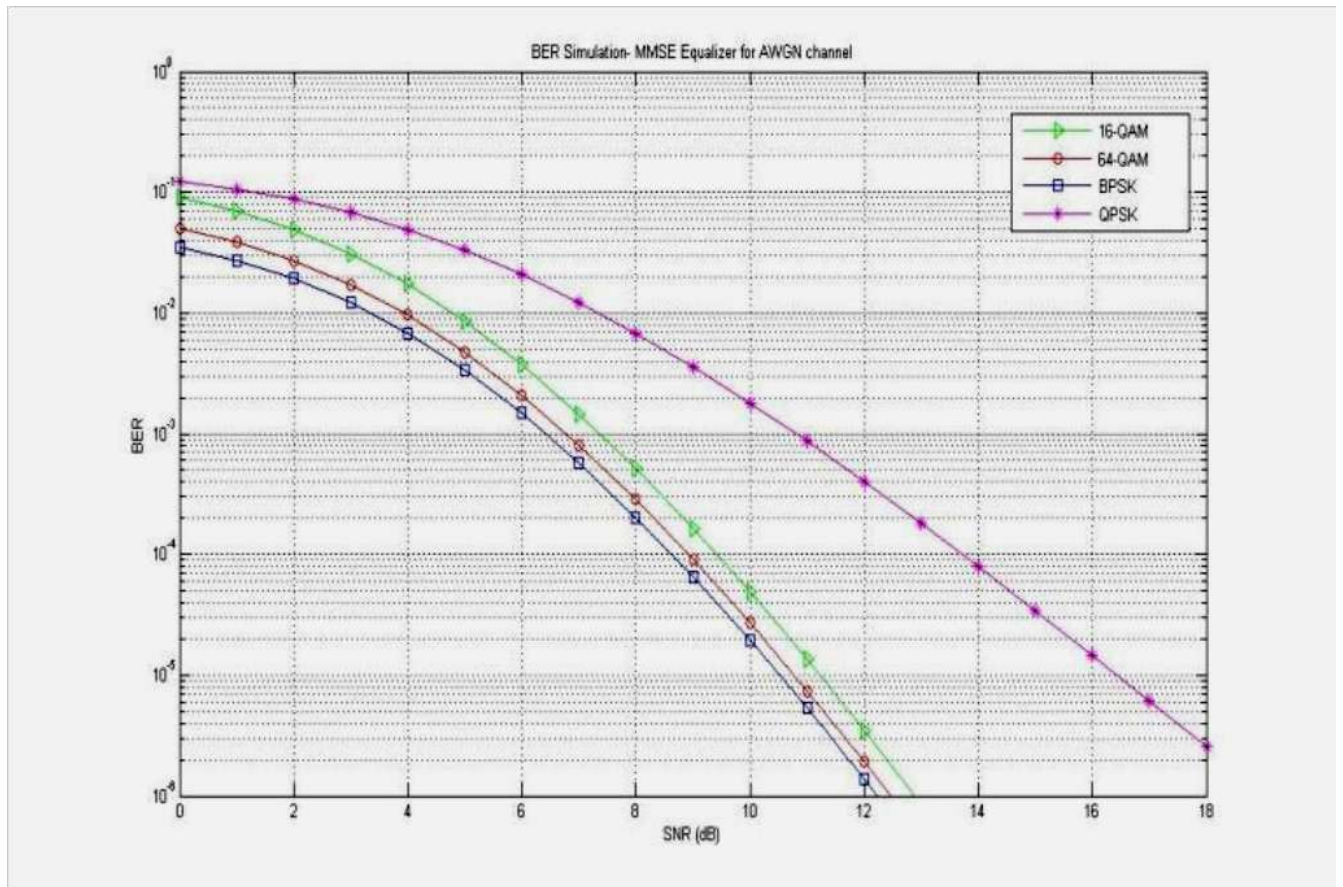
Έχουμε κανάλι AWGN και μάλιστα για να επιτύχουμε υποβάθμιση των σφαλμάτων χρησιμοποιούμε 2 τεχνικές κωδικοποίησης την τεχνική STBC και την SFBC και δυο αποκωδικοποιητές ZF και MMSE .

| ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΣ | ΤΙΜΗ |
|----------------------------|------------------------|
| FFT size | 64 |
| Number of used subcarriers | 52 |
| FFT Sampling frequency | 20 MHz |
| Subcarrier spacing | 312.5 kHz |
| Used subcarrier index | {-26 to -1, +1 to +26} |
| Cyclic prefix duration | 0.8 μsec (16 symbols) |
| Data symbol duration | 3.2 μsec |
| Total Symbol duration | 4 μsec |
| Modulation | BPSK,QPSK,16QAM, 64QAM |
| Channel model | AWGN |
| MIMO | 2X1 |
| Noise model | i.i.d AWGN |

ΠΙΝΑΚΑΣ 4.3: ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ OFDM-MIMO



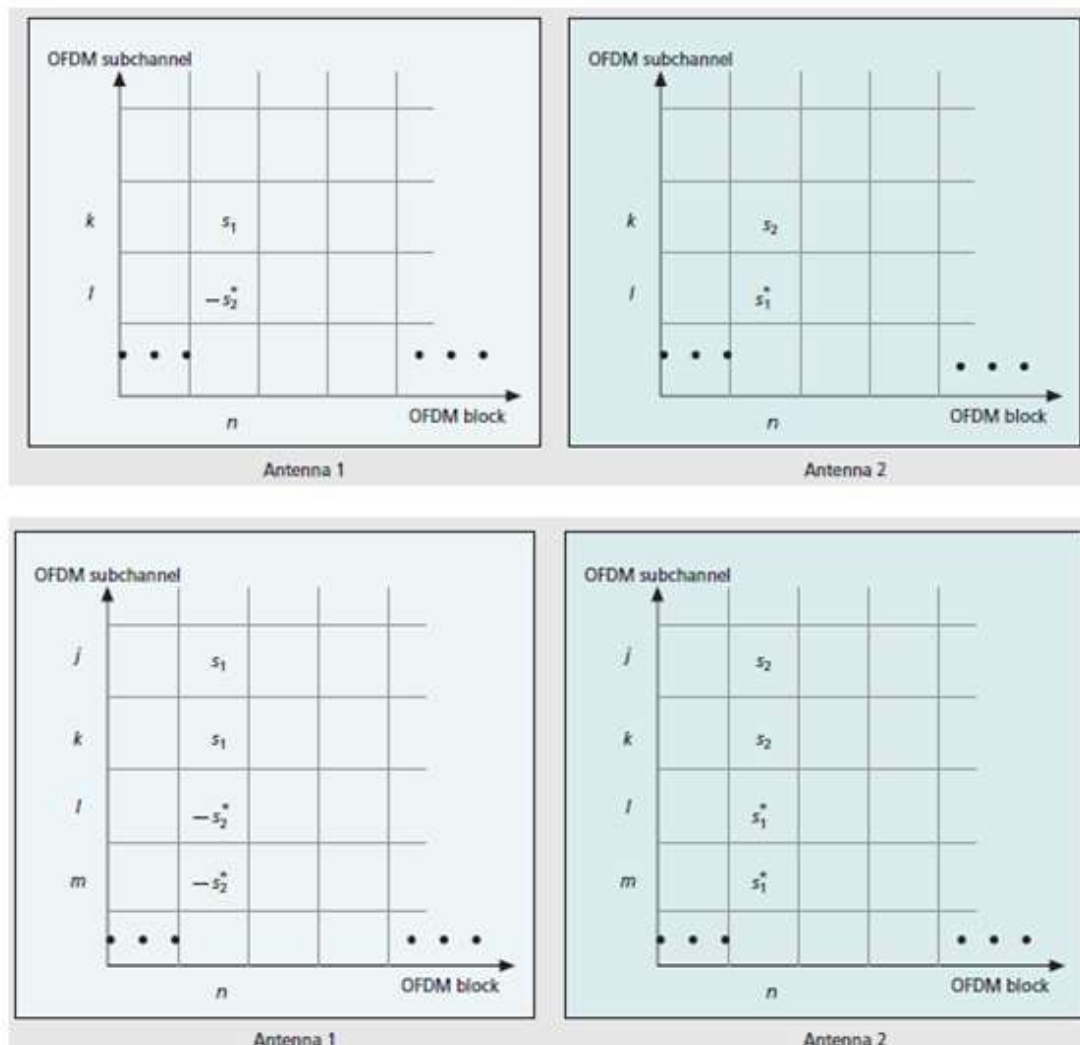
Διάγραμμα 4.4 : BER for 2X1 MIMO-OFDM using ZF Equalizer for AWGN channel [ΞΒ 10]



Διάγραμμα 4.5: BER for 2X1 MIMO-OFDM using MMSE Equalizer for AWGN channel [EB10]

Από τα παραπάνω διαγράμματα προκύπτει ότι : Πρώτον είναι προφανές ότι η BPSK έχει το μικρότερο BER και έτσι είναι η καλύτερη διαμόρφωση για μετάδοση σε όλους τους δίαυλους και για του δυο αποκωδικοποιητές . Συγκρινόμενη με την BPSK ,αρχικά η 64QAM, έπειτα η 16-QAM και τέλος η QPSK είναι η πιο ευαίσθητη στις διαλείψεις σε ότι αφορά τον MMSE. Από την άλλη , συγκρινόμενη με την BPSK ,αρχικά η 16-QAM, έπειτα η 64QAM και τέλος η QPSK είναι η πιο ευαίσθητη στις διαλείψεις σε ότι αφορά τον ZF. Επίσης ο MMSE υπερτερεί του ZF.

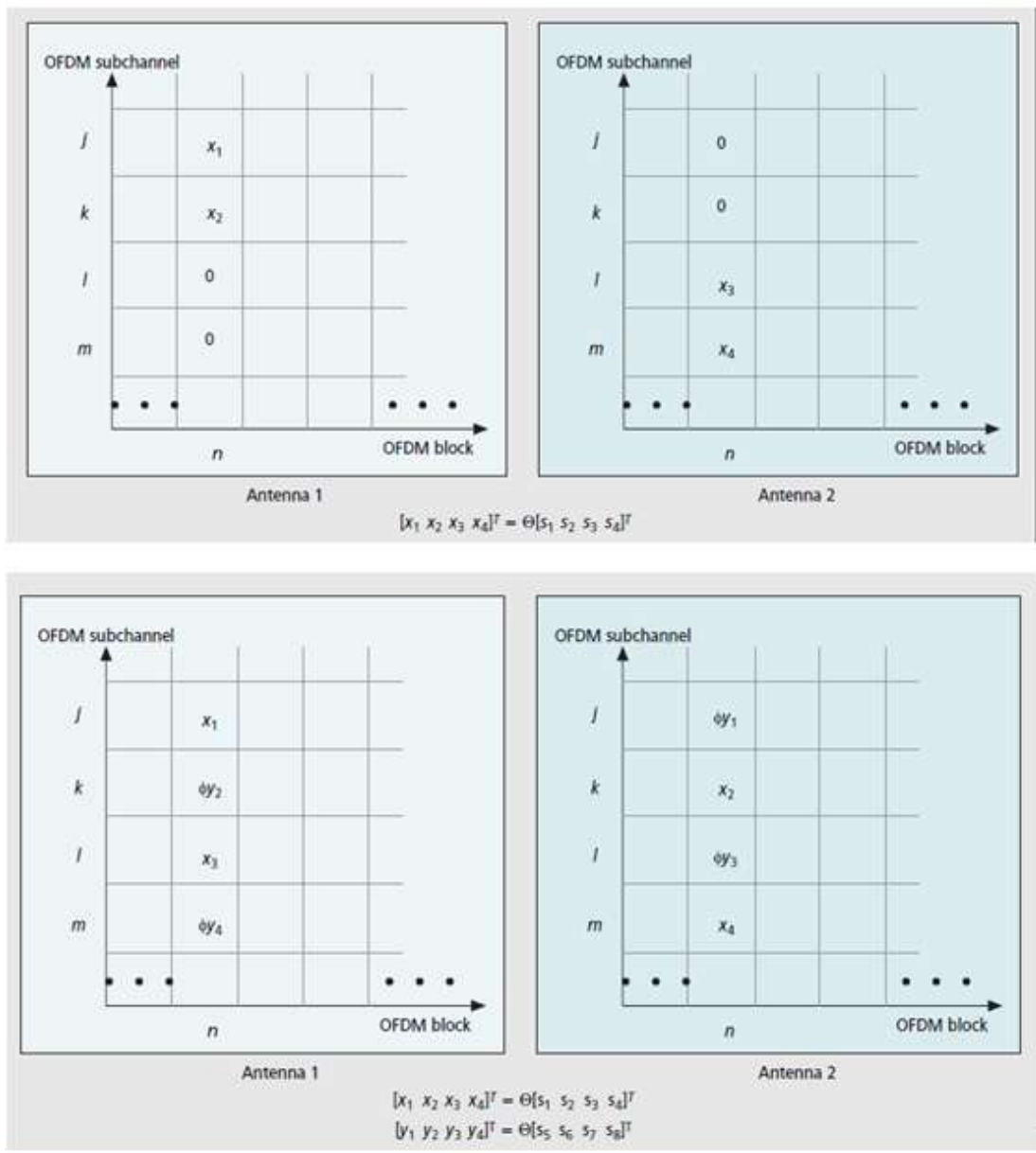
4.2.2 Τεχνικές OSFBC και συστήματα MIMO-OFDM



Εικόνα 4.6 : OSFBC για MIMO-OFDM με 2 κεραίες πομπού: α) OSFBC χωρίς αντιστοίχιση (πάνω) και β) OSFBC με αντιστοίχιση συμβόλων (κάτω) [ΕΒ14]

Η ως άνω σχηματικά περιγραφείσα τεχνική που συνίσταται σε κωδικοποίηση στις κεραίες και OFDM υποκαναλιών και ονομάζεται OSFBC. Ένας ευθύς τρόπος πραγματοποίησης αυτής της κωδικοποίησης για 2 κεραίες πομπού είναι η απευθείας επέκταση της κωδικοποίησης Alamouti πάνω από δυο επάλληλα υποφέροντα σε ένα OFDM block. Έχουμε 2 σύμβολα τα s_1 και s_2 . Αποστέλλονται δυο σύμβολα τα s_1 και $-s_2^*$ στα υποφέροντα k και l στο ίδιο OFDM block n . Παρόμοια τα s_2 και s_1^* αποστέλλονται από τη δεύτερη κεραία. Βέβαια η απλή αυτή μορφή SFBC επιτυγχάνει κέρδος μόνο χωρικού διαφορισμού ενώ το μέγιστο κέρδος διαφορισμού δίνεται από τη σχέση: $G_d = N_t N_r N_p$, όπου N_t οι κεραίες πομπού, N_r οι κεραίες δέκτη και N_p οι διαδρομές ενός MIMO πολυδιαδρομικού συχνοεπιλεκτικού καναλιού. Για να αξιοποιηθεί ο πλήρης διαφορισμός σε συχνοεπιλεκτικά κανάλια MIMO έχει προταθεί μια νέα σχεδιαστική προσέγγιση με τον πολλαπλασιασμό του σήματος με ένα τμήμα του πίνακα DFT. Και οι δια αυτού του τρόπου παραγόμενοι SFBC έχουν πλήρη διαφορισμό με κόστος μεγάλη απώλεια

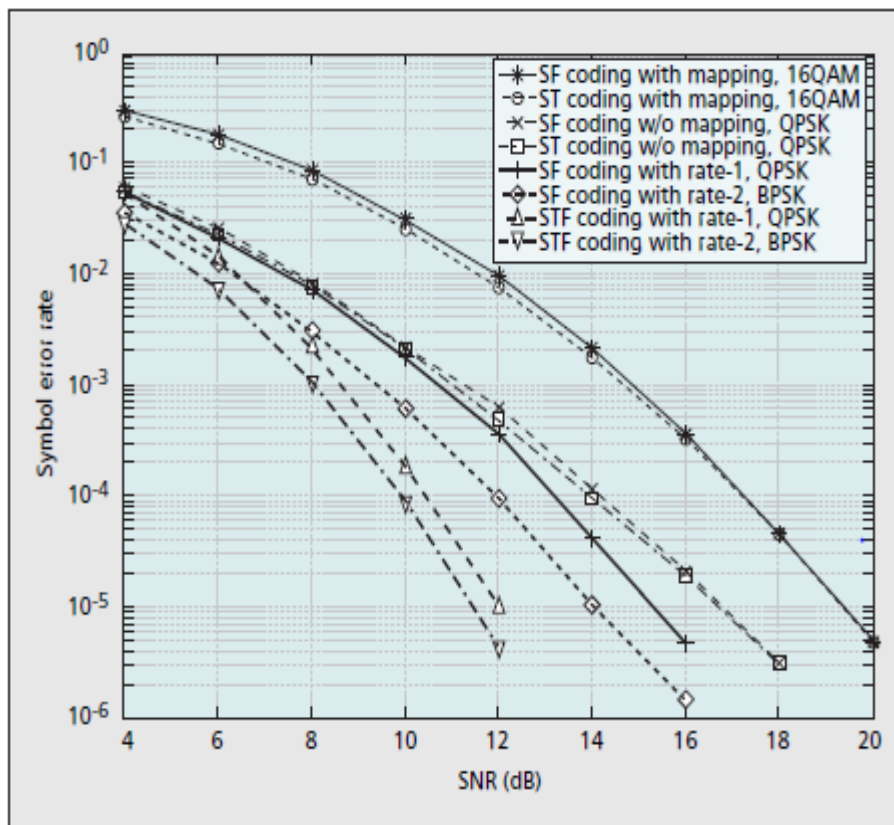
αποδοτικότητας εύρους ζώνης . Ο ρυθμός συμβόλων δεν ξεπερνά το $\frac{1}{N_t N_p}$. Επίσης με την επανάληψη κάθε γραμμής ενός STBC πίνακα σε N_p διαφορετικά υποφέροντα του ίδιου οι SFBC προσφέρουν υψηλότερου ρυθμούς δεδομένων. Από την άλλη δεν επιτυγχάνουν ρυθμούς υπερβαίνοντες το $\frac{1}{N_p}$. Έχει προσφάτως προταθεί ένα σχέδιο για SFBC μοναδιαίου ρυθμού για έναν οποιονδήποτε αριθμό κεραιών πομπού και τυχαία PDP. Για να αποκτήσουμε μοναδιαίο ρυθμό με ένα διάνυσμα πληροφορίας S κωδικοποιείται πρώτα μέσω ενός αλγεβρικού πίνακα περιστροφής Θ . Το προκύπτον κωδικοποιημένο διάνυσμα $\mathbf{X} = \Theta \mathbf{S}$ διαχωρίζεται και εξαπλώνεται σε διαφορετικές κεραιές και OFDM υποφέροντα. Έστω ότι έχουμε ένα κώδικα STBC μοναδιαίου κώδικα για 2 κεραιές πομπού . Τα κωδικοποιημένα σύμβολα x_1, \dots, x_4 ανακτώνται από τα σύμβολα s_1, \dots, s_4 μέσω ενός 4×4 πίνακα περιστροφής και τοποθετούνται με ένα διαγώνιο τρόπο έτσι ώστε να είναι ορθογώνια για δυο κεραιές πομπού και προφανώς να επιτυγχάνεται μοναδιαίος ρυθμός. Ο δε πίνακας Θ κατασκευάζεται κατά τέτοιο τρόπο να παρέχεται χωρικός διαφορισμός του σήματος με την περιστροφή του σηματοστερισμού. Τελικά μπορεί να επιτευχθεί κέρδος πολυδιαδρομικού διαφορισμού τάξης 2. Προσφάτως ακόμα έχει αναπτυχθεί ένα συστηματικό σχέδιο SFBC υψηλού ρυθμού να επιτύχουμε ρυθμό N_t και πλήρη διαφορισμο στα MIMO-OFDM για οσεσδήποτε κεραιές πομπού. Από την άλλη, επειδή χρησιμοποιείται ένας πίνακας μηδενικού πλεονασμού όταν ο αριθμός των διαύλων δεν είναι ακέραιο πολλαπλάσιο του $N_t N_p$ δεν μπορούμε να εγγυηθούμε ρυθμό ίσο με N_t . Για να λυθεί το ζήτημα προτάθηκε στην [ΞΒ13] ένα σχέδιο SFBC που εγγυάται τόσο ρυθμό ίσο με N_t όσο και τον πλήρη διαφορισμο για οσεσδήποτε κεραιές και οιοδήποτε PDP . Δημιουργείται με την εφαρμογή του μοντέλου επιπέδων, που χρησιμοποιούνται στην τεχνική TAST με αλγεβρικούς υποκωδικες , στους οποίους αποδίδεται σε ένα νήμα και διαπλέκεται τόσο στο χρόνο όσο και στη συχνότητα. Το πρώτο επίπεδο τα κωδικοποιημένα διεμπλέκονται πάνω από δυο κεραιές και τέσσερεις υποδιαυλους. Το δεύτερο επίπεδο συμβόλων y_1, \dots, y_4 τοποθετούνται έπειτα καθιον τρόπο ώστε να καταλαμβάνονται όλοι οι υποδιαυλοι. Προφανώς βέβαια μιλάμε για κώδικα ρυθμού 2. Εφαρμόζοντας μια φάση περιστροφής φ σε κάθε σύμβολο του δευτέρου επιπέδου τα δυο επίπεδα των κωδικοσυμβολων μπορούν να αποσταλούν σαν να ήταν «διάφανα» μεταξύ τους (Εικόνα 4.7). Ο προαναφερθείς υψηλυρμος SFBC βασίζεται κυρίως σε κοινή ανίχνευση αυξάνοντας την πολυπλοκότητα της αποκωδικοποίησης. Αυτή την επιβάρυνση μπορεί να ελαττωθεί μέσω ενός προσεγγιστικού ML γνωστού ως sphere decoding.



Εικόνα 4.7: Υψηλός SFBC για ένα 2X2 MIMO-OFDM σύστημα με κώδικα ρυθμού 1(επάνω) και ρυθμού 2 (κάτω) για επίτευξη χωρικής και πολυδιαδρομικής πολυπλεξίας [ΞΒ14]

| ΚΩΔΙΚΟΠΟΙΗΣΗ | ΡΥΘΜΟΣ ΚΩΔΙΚΟΠΟΙΗΣΗΣ | ΚΕΡΔΟΣ ΔΙΑΦΟΡΙΣΜΟΥ | ΑΠΟΚΩΔΙΚΟΠΟΙΗΤΗΣ |
|--------------|----------------------|--------------------|------------------|
| STBC-OFDM | 1 | $N_t N_r$ | Single-symbol ML |
| STBC-OFDM | $1/N_p$ | $N_t N_r N_p$ | Single-symbol ML |
| SFBC-OFDM | $1/N_p$ | $N_t N_r N_p$ | Sphere decoder |
| SFBC-OFDM | 1 | $N_t N_r N_p$ | Sphere decoder |
| SFBC-OFDM | N_t | $N_t N_r N_p$ | Sphere decoder |
| STFBC-OFDM | N_t | $N_t N_r N_p$ | Sphere decoder |

ΠΙΝΑΚΑΣ 4.8: ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΚΩΔΙΚΟΠΟΙΗΣΗΣ ΚΑΙ ΑΠΟΚΩΔΙΚΟΠΟΙΗΣΗΣ ΚΑΙ ΔΙΑΦΟΡΙΣΜΟΣ



Διάγραμμα 4.9: SER VS SNR επίδοση για MIMO 2x2 με STBC, SFBC και STFBC [ΞΒ14]

Τόσο στον παραπάνω πίνακα (ΠΙΝΑΚΑΣ 4.8) όσο και στο γράφημα (Διάγραμμα 4.9) παρουσιάζονται τα χαρακτηριστικά καθώς και οι επιδόσεις ως προς τη μετρική SER για OFDM κανάλια στα οποία εφαρμόζονται STBC, SFBC και STFBC που αποκωδικοποιούνται με ML και sphere decoder. Παρατηρούμε δε ότι με τη αύξηση της τάξης διαμόρφωσης απαιτείται αντιστοίχιση σύμβολων και αυξάνεται ο ρυθμός λαθών συμβόλου.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5^ο
Εφαρμογή ΜΙΜΟ σε VANET

5.1 Εισαγωγή

Τα δίκτυα VANET έχουν αρχίσει να κεντρίζουν το ενδιαφέρον των ειδικών στον κλάδο των τηλεπικοινωνιών τα τελευταία 5 χρόνια. Δυο κατηγορίες τεχνολογιών έχουν προταθεί για να περιγράψουν τα VANET: τα vehicle to vehicle (V2V) και τα vehicle to roadside (V2R) δίκτυα. Σε αυτό το μέρος της παρούσας εργασίας ,θα ασχοληθούμε με τα vehicle to vehicle δίκτυα με έμφαση σε στην εφαρμογή ΜΙΜΟ-OFDM και την ανάλυση επίδοσης τεχνικών κωδικοποίησης (Alamouti) και αποκωδικοποίησης (ZF,MMSE, sphere decoder) για τέτοια συστήματα.

Σύμφωνα με τούς Al-Khalil κ.α.[ΕΒ9] στα VANET που λειτουργούν με το 801.11 AT έχει αναπτυχτεί σύστημα OFDM στο οποίο είναι εκχωρημένα για να χρησιμοποιηθούν με τα ακόλουθα εύρη ζωνής 5,10 και 20MHz . Ο διάυλος των 10MHz χρησιμοποιείται ευρέως για επικοινωνίες VANET ενώ αυτό των 20MHz χρησιμοποιείται συνήθως για το 802.11. Σαν παράδειγμα , αναφέρουμε ότι οι βασικές παράμετροι για το 802.11-OFDM στα 10 MHz είναι οι παρακάτω:

| ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ ΣΤΣΤΗΜΑΤΟΣ | ΤΙΜΕΣ |
|-------------------------|------------|
| Υποφέροντα δεδομένων | 48 |
| Υποδιαυλοι ελεγχου | 4 |
| Υποδιαυλοι | 52 |
| Διάστημα διαχωρισμού | 156,25 kHz |
| Διάστημα φύλαξης | 1,6 μsec |
| Ολική διάρκεια συμβόλου | 8μsec |

Το σήμα μπορεί να ληφθεί με τις ακόλουθες διαμορφώσεις και παρουσία FEC να πάρει την ακόλουθα χαρακτηριστικά :

DATA RATE OPTIONS IN A DSRC 10 MHZ OFDM CHANNEL

| Modulation | Coded bit rate (Mbps) | Coding rate | Data rate (Mbps) | Data bits per OFDM symbol |
|------------|-----------------------|-------------|------------------|---------------------------|
| BPSK | 6 | 1/2 | 3 | 24 |
| BPSK | 6 | 3/4 | 4.6 | 36 |
| QPSK | 12 | 1/2 | 6 | 48 |
| QPSK | 12 | 3/4 | 9 | 72 |
| 16 QAM | 24 | 1/2 | 12 | 96 |
| 16 QAM | 24 | 3/4 | 18 | 144 |
| 64 QAM | 36 | 2/3 | 24 | 192 |
| 64 QAM | 36 | 3/4 | 27 | 216 |

Η τεχνολογία MIMO παρέχει σχετικά πλεονεκτήματα περιλαμβανόμενης ευρύτερης περιοχής κάλυψης ,της ενίσχυσης των περιβαλλόντων με πολλές διαλείψεις και βελτίωσης υψηλών data throughput . Παρέχοντας υψηλά data rates σε υψηλά QOS στα VANET. Εξαιτίας των παραγόντων που ενδέχεται να επιδράσουν στην ισχύ του σήματος όπως σκεδάσεις , ανακλάσεις και διαλείψεις η αξιοπιστία της ζεύξης χρειάζεται να βελτιωθεί το QOS. Από την άλλη, αυτή η τεχνολογία φαίνεται να αντιμετωπίζει αυτά τα θέματα αυξάνοντας την εισερχόμενη και εξερχόμενη κυκλοφορία δεδομένων. Τα MIMO κατηγοριοποιούνται στις έξυπνες κεραιές και τους χωρικούς πολυπλεκτες. Η λειτουργία των έξυπνων κεραιών έγκειται στην αξιοποίηση του κέρδους διαφορισμού, κέρδος πλέγματος και την υποβάθμιση της παρεμβολής ώστε να προσφέρουν υψηλότερο SNIR. Κάθε κεραία πομπού στέλνει το ίδιο σήμα έχοντας όμως μια ενίσχυση και διαφορά καθυστέρησης όπως και η κάθε κεραία πομπού. Τόσο η ενίσχυση όσο και η διαφορά καθυστέρησης καθορίζονται καταλλήλως ώστε να επιτευχθεί βελτιωμένος SNIR. Έτσι επιτυγχάνουμε μεγαλύτερη φασματική αποδοτικότητα , εμβέλεια και μειωμένη καθυστέρηση . Οι χωρικοί πολυπλεκτες επιτυγχάνουν κατευθείαν αύξηση της χωρητικότητας του διαύλου. Κάθε κεραία αποστέλλει μια ανεξάρτητη υποροή σήματος με N πομπούς και N δέκτες . Από τις πάμπολλες μορφές διαφορισμού έξυπνων κεραιών , εμείς θα επικεντρωθούμε στο σχήμα Alamouti και ιδιαίτερα στην εφαρμογή του για 2X2 MIMO-OFDM συστήματα.

Ας επικεντρώνουμε όμως τώρα στα πλεονεκτήματα της εισαγωγής MIMO στα VANET. Τα MIMO παρέχουν στις V2V επικοινωνίες :

α) Προσαρμοστικότητα: Είναι προφανής λόγω της δυνατότητας ρύθμισης των κεραιών ποικιλοτρόπως βάσει της ευαισθησίας στις παρεμβολές του περιβάλλοντος διάδοσης και της V2V εφαρμογής και να συμφωνούν με τις απαιτήσεις ασφαλείας και να παρέχουν ικανοποιητική εμπειρία χρηστών. Για να επιτευχθεί ο μεγαλύτερος πιθανός ρυθμός δεδομένων μπορεί να αξιοποιηθεί χωρική πολυπλεξία ενώ για εφαρμογές ασφάλειας απαιτείται διαφορισμός . Επιπλέον οι τεχνικές διαμόρφωσης λοβού επικεντρώνονται στο εκπεμπόμενο σήμα επεκτείνοντας την εμβέλεια των επικοινωνιών. Σε περιοχές με πυκνότητα σχετικά χαμηλή αυτή η μακρινή οπτική των

επικοινωνιών μπορεί να είναι απίστευτα χρήσιμα.

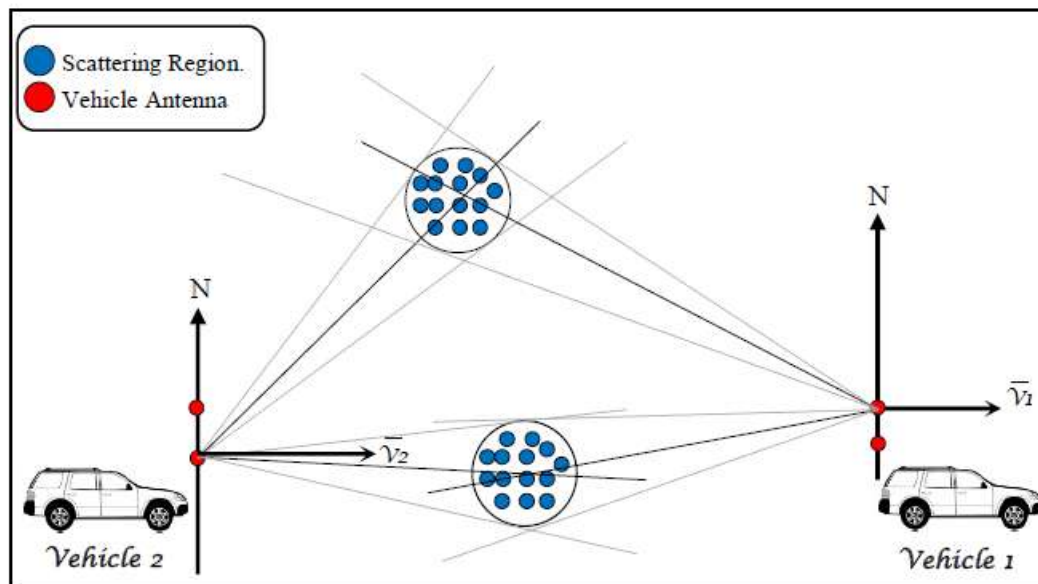
β) Δίκτυο Υψηλής Δυναμικότητας : Υπάρχει ένα κανάλι V2V με υψηλή δυναμικότητα λόγω τους περιβάλλοντος με πολυδιαδρομικές διαλείψεις. Τα ΜΙΜΟ εκμεταλλεύονται με τον καλύτερο τρόπο αυτό το κανάλι. Σε ότι αφορά τους πίνακες διαύλου αυτοί χρησιμοποιούνται για να μεταφραστεί η ισχυρή πολυδιαδρομική διάλειψη. Ο πίνακας πρέπει να έχει τάξη μεγαλύτερη από 1. Σαν ανταπόδοση τα ΜΙΜΟ συγκεντρώνουν είτε τείνουν προς τις θεωρητικές τιμές του κέρδους διαφορισμού και πολυπλεξίας που χαρακτηρίζουν τα χωροχρονικά σχήματα επεξεργασίας σήματος.

5.2 Αποτελέσματα μελέτης V2V συστημάτων

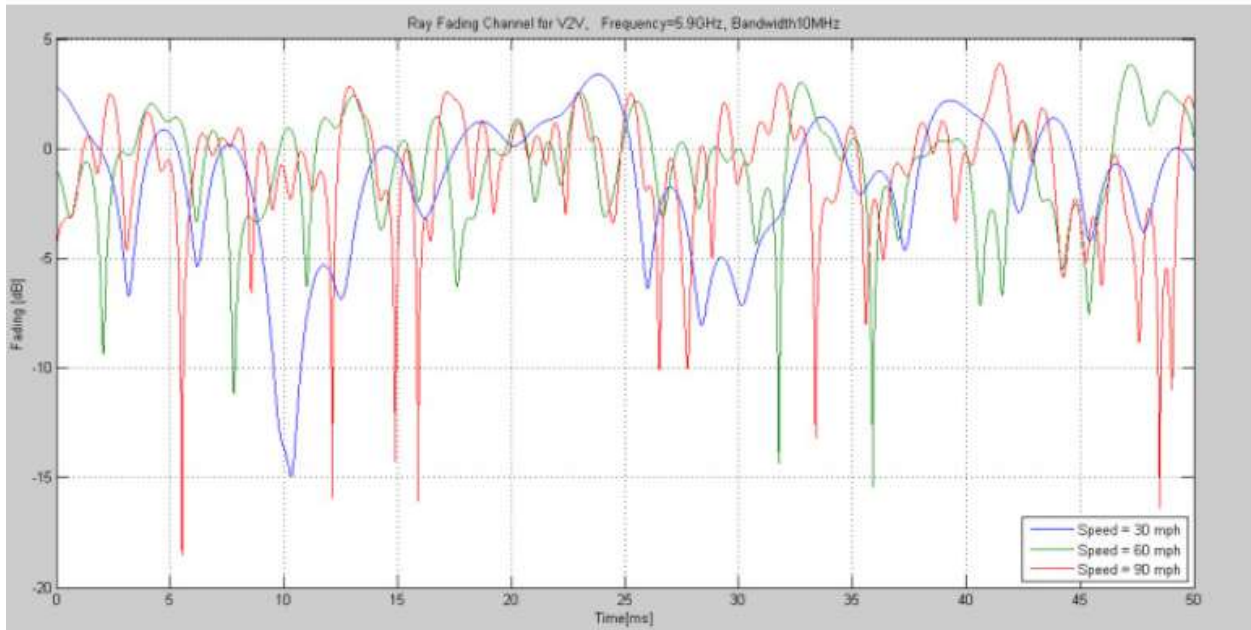
5.2.1 Χαρακτηριστική Συνάρτηση Διαύλου

Αν υποθεθεί ότι χρησιμοποιείται ο διάυλος όπως αυτός αναλύεται και μοντελοποιείται στην [ΞΒ9] , για V2V συστήματα παίρνουμε τα παρακάτω αποτελέσματα:

Καταρχήν χρησιμοποιείται μοντέλο βασισμένο σε ακτίνες το SCM εφόσον λαμβάνει υπόψη του τις παραμέτρους χρονικής συσχέτισης των δυναμικών ΜΙΜΟ διαύλων. Ακόμη στα συστήματα ενδιαφέροντος μας τόσο το φάσμα αζιμουθιακής ισχύος όσο και αυτό του Doppler δεν είναι ομοιόμορφα λόγω του περιβάλλοντος σκέδασης. Έτσι λοιπόν το συγκεκριμένο μοντέλο αναπαριστά το άθροισμα των τυχαία αφιχθέντων εισερχόμενων απλών κυμάτων γύρω από το όχημα που μπορεί να συναντήσουν διαφορετικές ταχύτητες και φάσματα ισχύος η Doppler.



Εικόνα 5.1: V2V Channel Model for MIMO (2x2)

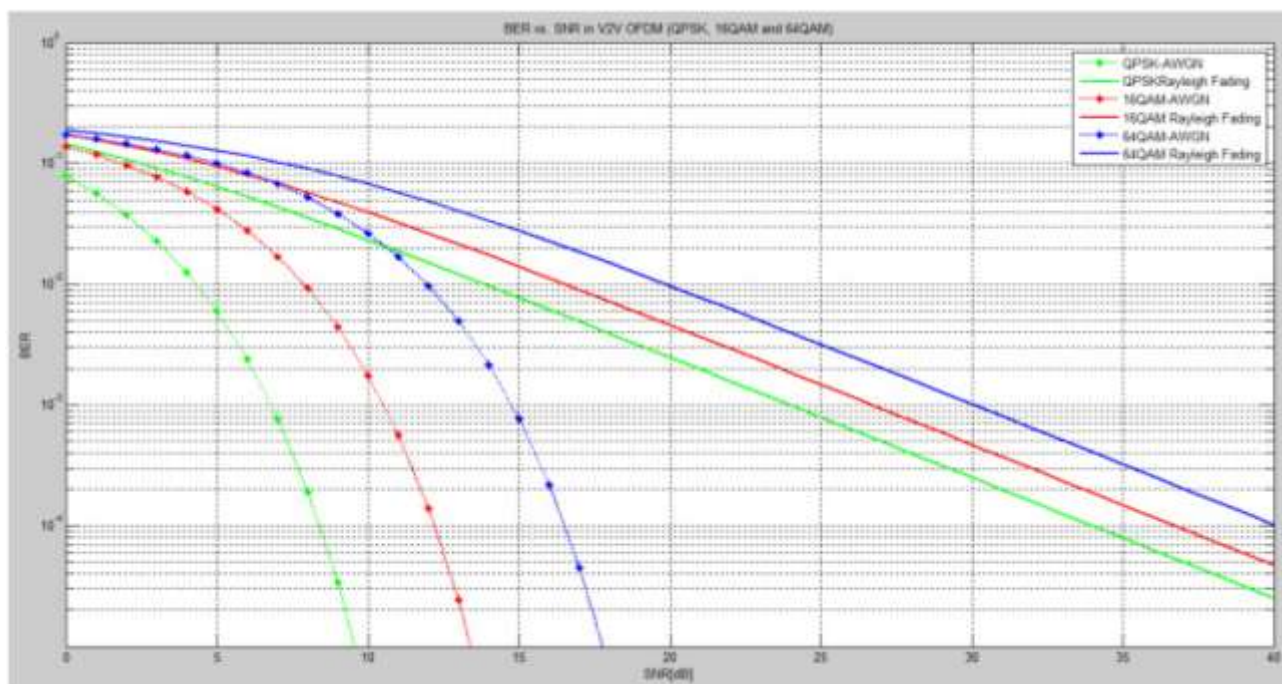


Διάγραμμα 5.2: V2V Time Domain Characteristic Based on Ray Fading Channel[ΞΒ9]

5.2.2 Εφαρμογές SISO και MIMO-OFDM σε κανάλια V2V

5.2.2.1 Μελέτη επίδοσης V2V-SISO-OFDM συστήματος

Όπως είναι γνωστό τα κύρια πλεονεκτήματα του OFDM είναι ο υψηλός ρυθμός δεδομένων, η αντοχή στις πολυδιαδρομικές διαλείψεις και η αποφυγή της ISI. Στα συστήματα που μελετάμε αντιμετωπίζουμε κανάλια της μορφής αυτού στην εικόνα. Γι αυτό κρίθηκε σκόπιμο να μελετηθεί τόσο σε AWGN όσο και σε Rayleigh κανάλι και για M-QAM ($M=4,16,64$).



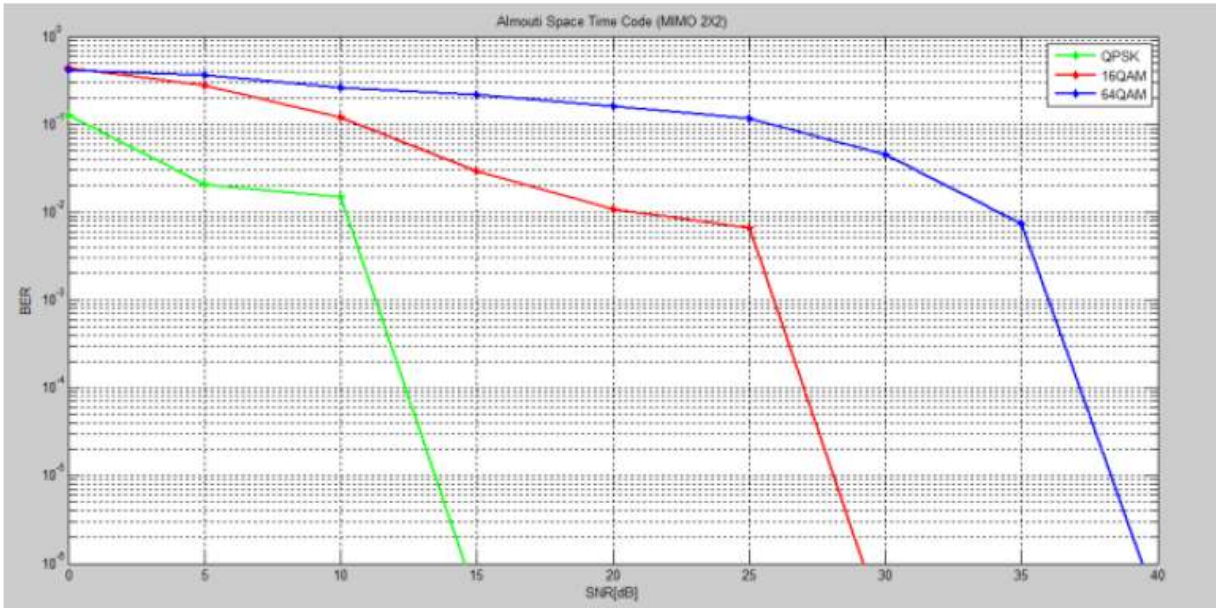
Διάγραμμα 5.3: SISO-OFDM σε AWGN και Rayleigh κανάλι με QPSK,16QAM και 64QAM [ΞΒ9]

5.2.2.2 Μελέτη επίδοσης V2V-MIMO -OFDM συστήματος

Όπως είπαμε μοντελοποιούμε το V2V ως ένα πολυδιαδρομικό κανάλι Rayleigh και μάλιστα για να επιτύχουμε υποβάθμιση των σφαλμάτων χρησιμοποιούμε 2 τεχνικές κωδικοποίησης την τεχνική STBC και την SFBC.

5.2.2.2.1 Μελέτη επίδοσης V2V-MIMO-OFDM συστήματος με STBC κωδικοποίηση

Όπως φαίνεται στο παρακάτω διάγραμμα παριστούμε την καμπύλη επίδοσης BER ως προς SNR ενός 2X2 V2V-MIMO-OFDM για 3 διαφορετικές διαμορφώσεις και με κωδικοποίηση Alamouti.



Διάγραμμα 5.4: 2X2 MIMO-OFDM με STBC σε Rayleigh κανάλια με QPSK,16QAM και 64QAM [ΞΒ9]

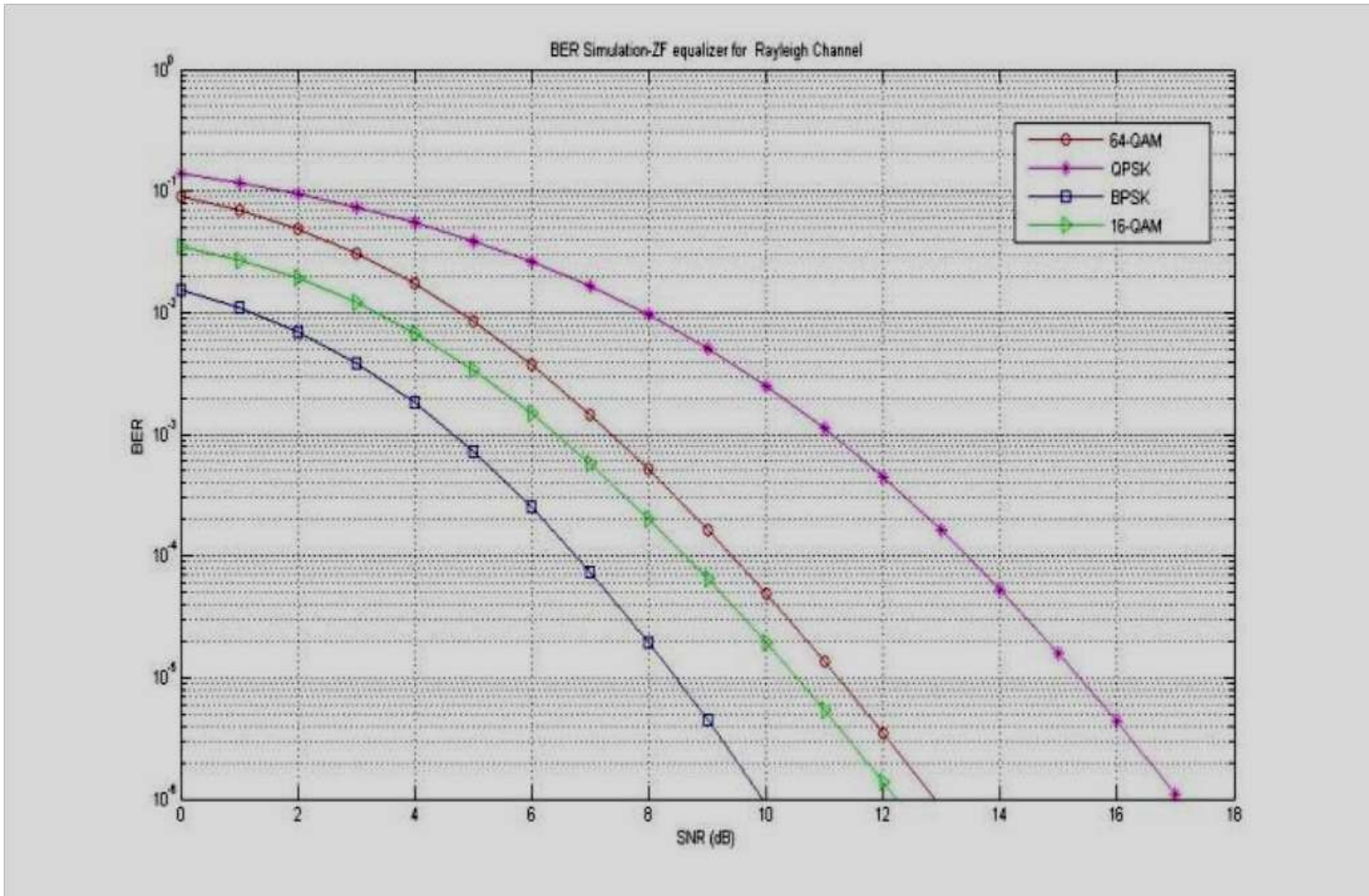
Από αυτό δε βγαίνουν τα ακόλουθα συμπεράσματα: Πρώτον όσο αυξάνεται η τάξη διαμόρφωσης ,τόσο αυξάνεται και το BER. Από την άλλη με την αύξηση του SNR παρατηρείται μείωση του BER για κάθε τάξη διαμόρφωσης. Τέλος ,με την αύξηση της τάξης διαμόρφωσης έχουμε πιο ήπια μεταβολή του BER.

5.2.2.2.1.1 Παράδειγμα υλοποίησης V2V-MIMO-OFDM με δυο διαφορετικούς αποκωδικοποιητές

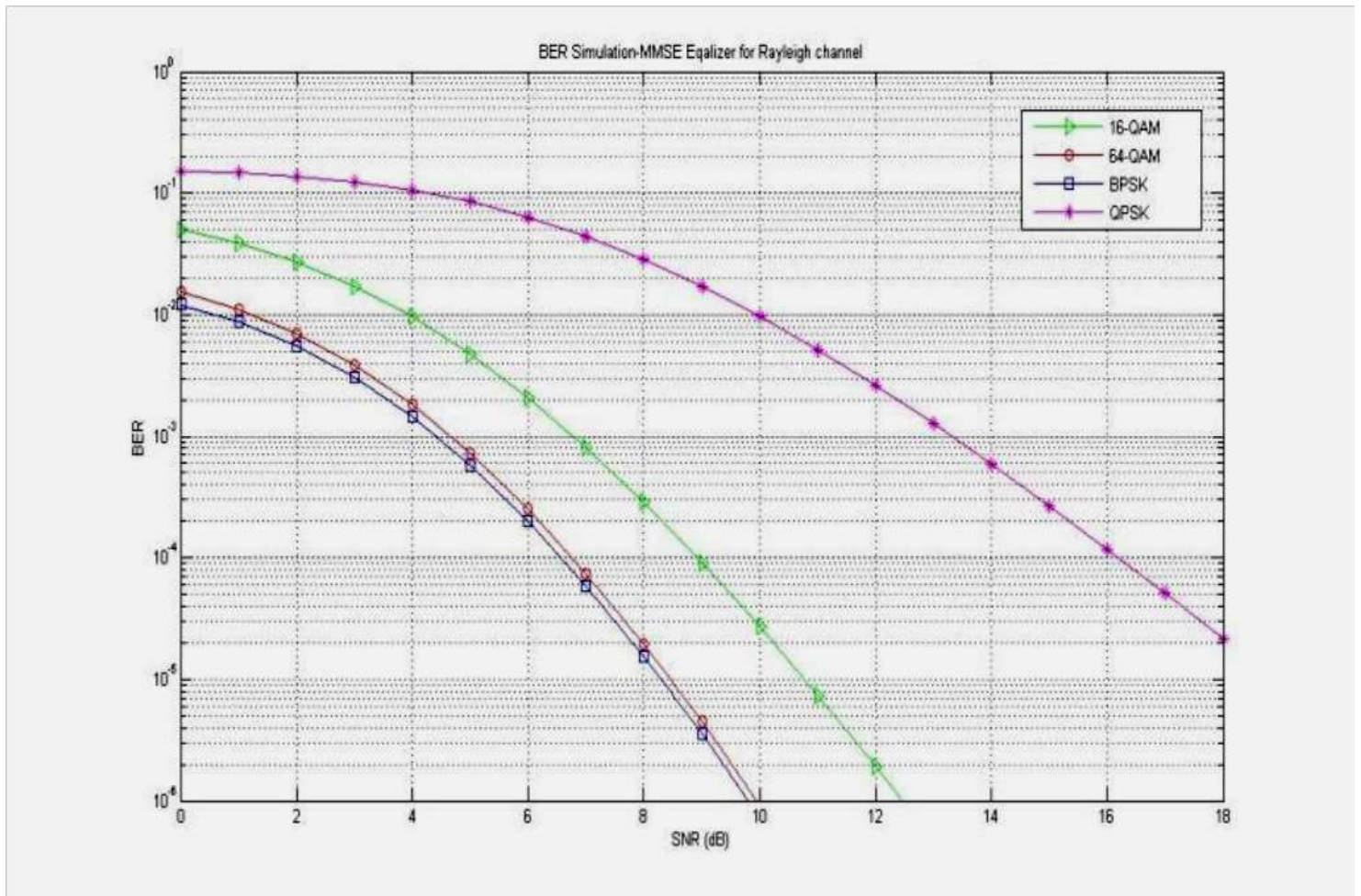
Όπως είπαμε μοντελοποιούμε το V2V ως ένα πολυδιαδρομικό κανάλι Rayleigh και μάλιστα για να επιτύχουμε υποβάθμιση των σφαλμάτων χρησιμοποιούμε 2 τεχνικές κωδικοποίησης την τεχνική STBC και την SFBC και δυο αποκωδικοποιητές ZF και MMSE .

| ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΣ | ΤΙΜΗ |
|----------------------------|--------------------------|
| FFT size | 64 |
| Number of used subcarriers | 52 |
| FFT Sampling frequency | 20 MHz |
| Subcarrier spacing | 312.5 kHz |
| Used subcarrier index | {-26 to -1, +1 to +26} |
| Cyclic prefix duration | 0.8 μsec (16 symbols) |
| Data symbol duration | 3.2 μsec |
| Total Symbol duration | 4 μsec |
| Modulation | BPSK, QPSK, 16QAM, 64QAM |
| Channel model | Rayleigh |
| MIMO | 2X1 |
| Noise model | i.i.d AWGN |

ΠΙΝΑΚΑΣ 5.5 : ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ OFDM-MIMO-V2V



Διάγραμμα 5.6: BER για 2X1 MIMO-OFDM με ZF Equalizer για κανάλι Rayleigh [ΞΒ10]

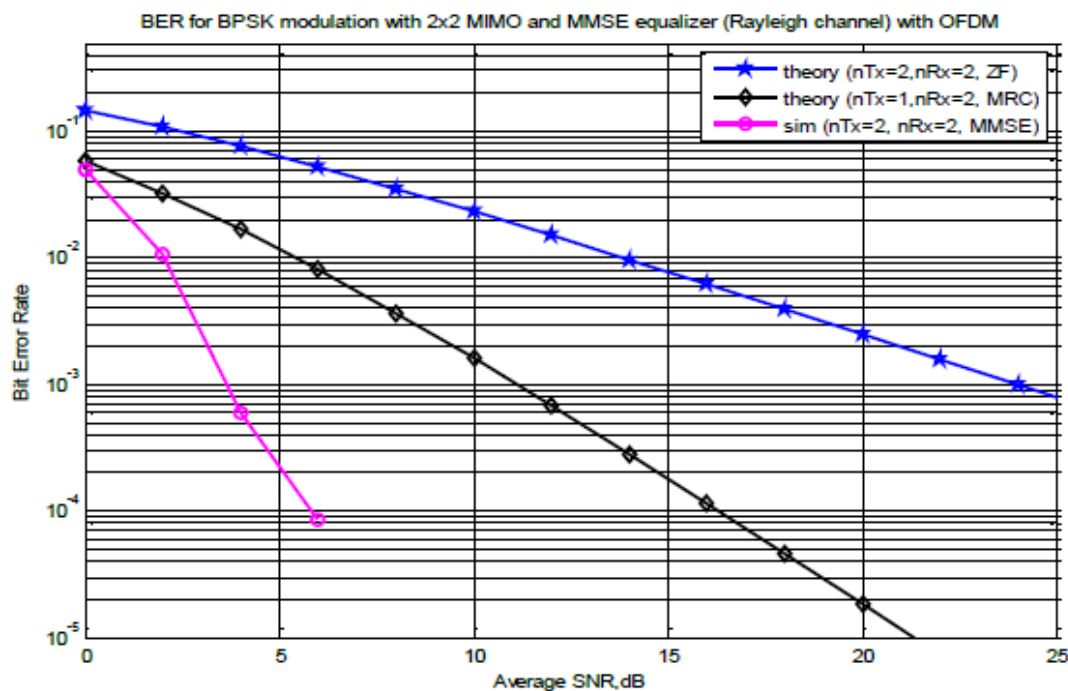


Διάγραμμα 5.7: BER για 2x1 MIMO-OFDM με MMSE Equalizer για κανάλι Rayleigh [ΞΒ10]

Από τα παραπάνω διαγράμματα (Διάγραμμα 5.6 και Διάγραμμα 5.7) προκύπτει ότι : Πρώτον είναι προφανές ότι η BPSK έχει το μικρότερο BER και έτσι είναι η καλύτερη διαμόρφωση για μετάδοση σε όλους τους δίαυλους και για τους δυο αποκωδικοποιητές . Συγκρινόμενη με την BPSK ,αρχικά η 64-QAM, έπειτα η 16-QAM και τέλος η QPSK είναι η πιο ευαίσθητη στις διαλείψεις σε ότι αφορά τον MMSE. Από την άλλη,συγκρινόμενη με την BPSK, αρχικά η 16-QAM, έπειτα η 64-QAM και τέλος η QPSK είναι η πιο ευαίσθητη στις διαλείψεις σε ότι αφορά τον ZF. Επίσης ο MMSE υπερτερεί του ZF.

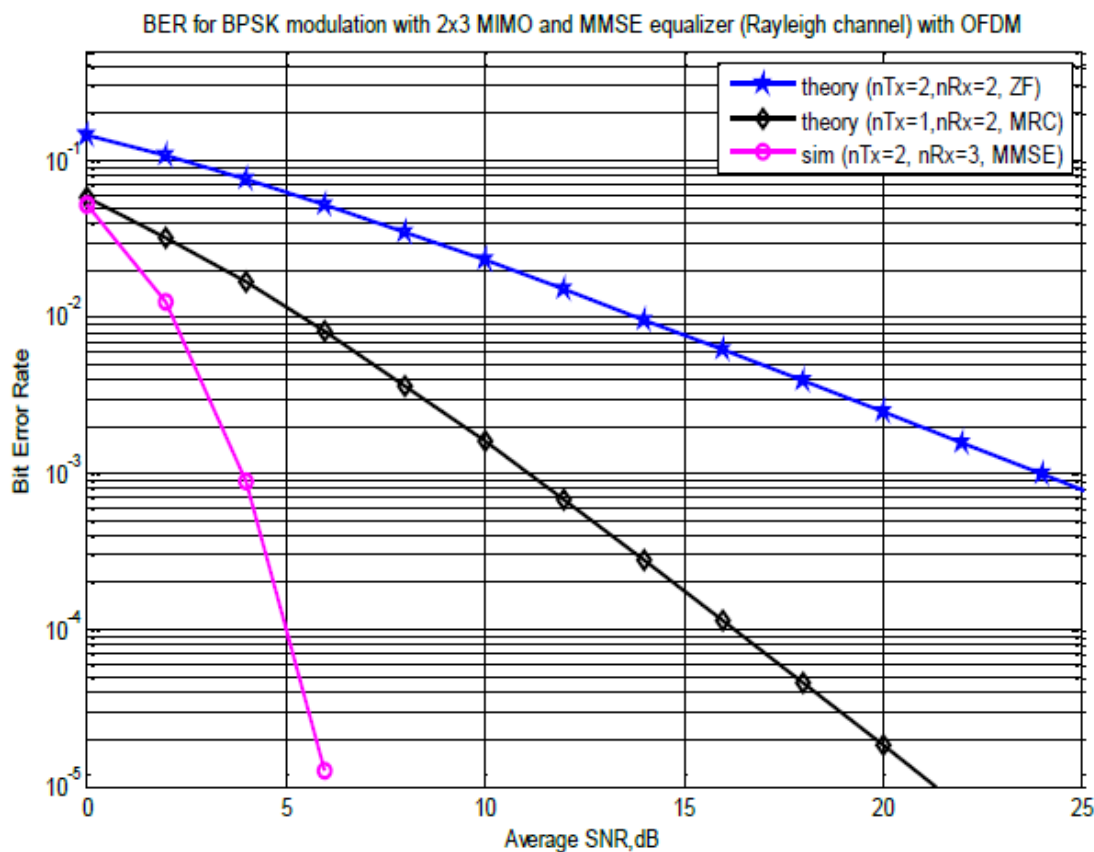
5.2.2.2.1.2 Παράδειγμα υλοποίησης V2V-MIMO-OFDM με δυο διαφορετικούς αποκωδικοποιητές για 2X2 και 2X3 MIMO

Βάσει της [ΞΒ16] εάν χρησιμοποιηθεί BPSK αρχικά για 2X2 MIMO-OFDM προκύπτει το παρακάτω διάγραμμα επίδοσης ως προς το BER. Από όπου προκύπτει ότι ο MMSE υπερτερεί εν συγκρίσει με τον ZF και τον MRC εφόσον το BER που επιτυγχάνει είναι της τάξης 10^{-4} δηλαδή δυο τάξεις μικρότερο από το αντίστοιχο του ZF.



Διάγραμμα 5.8: BER για 2X2 MIMO-OFDM για κανάλι Rayleigh με MMSE, ZF και MRC Equalizer [ΞΒ16]

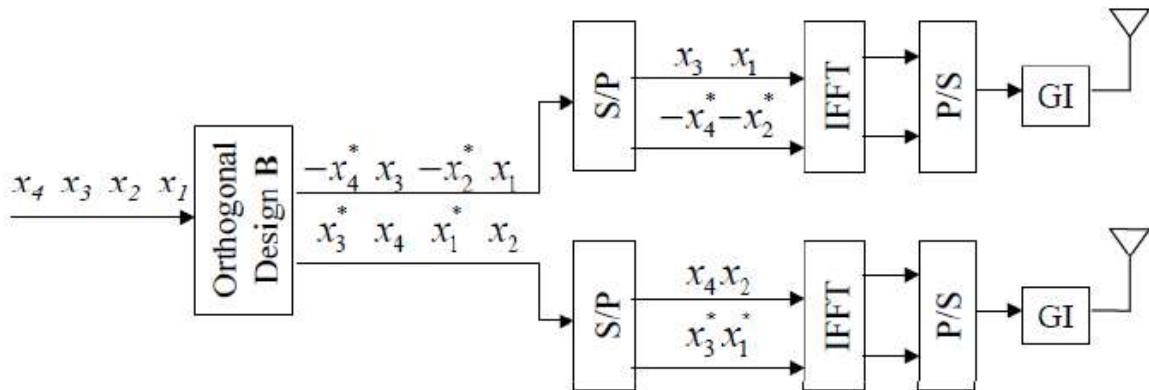
Βάσει της [ΞΒ16] εάν χρησιμοποιηθεί BPSK για 2X3 MIMO-OFDM προκύπτει το παρακάτω διάγραμμα επίδοσης ως προς το BER. Από όπου προκύπτει ότι ο MMSE υπερτερεί εν συγκρίσει με τον ZF και τον MRC εφόσον το BER που επιτυγχάνει είναι της τάξης 10^{-5} δηλαδή τρεις τάξεις μικρότερο από το αντίστοιχο του ZF.



Διάγραμμα 5.9: BER για 2X3 MIMO-OFDM για κανάλι Rayleigh με MMSE, ZF και MRC Equalizer [ΞΒ16]

5.2.2.2.2 Τεχνικές OSFBC και συστήματα MIMO-OFDM

Στο παρακάτω σχήμα διαφαίνεται η λειτουργία της μεθόδου για μια ακολουθία τεσσάρων συμβόλων



Εικόνα 5.10: Λειτουργία SFBC σε σύστημα OFDM [EB4]

Ας αναλύσουμε όμως σε βάθος τη μέθοδο , που μας απασχολεί σε αυτή την ενότητα . Έστω ότι έχουμε μια ακολουθία n σημάτων που μεταδίδεται από την πρώτη κεραία:

$$x_1(n) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{N-1} x_1(k) W_N^{-nk}$$

(5.1)

όπου N ο αριθμός υποφερόντων και W_N^{-nk} ο παράγοντας στροβιλισμού, το είναι ένα QPSK σήμα και $n=0,1,..N-1$

$$x_1(n) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{\frac{N}{2}-1} [x_1(2m) + W_N^{-n} x_1(2m+1)] W_{\frac{N}{2}}^{-nk} =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} [x^e(n) + W_N^{-n} x^o(n)]$$

(5.2)

Όμοια προκύπτει και η αντίστοιχη εξίσωση για τα μεταδιδόμενα από τη δεύτερη κεραία. Και αν εφαρμοστεί στα γειτονικά υποφέροντα κωδικοποίηση Alamouti παίρνουμε :

$$X_1(n) = [X_1(0), X_1(1), X_1(2), \dots, X_1(N-1)] \text{ και}$$

$$X_2(n) = [-X_1^*(1), X_1^*(0), X_1(3), \dots, -X_1^*(N-1)]$$

Το δε κυκλικό πρόθεμα προστίθεται στο πρόσθιο τμήμα του συμβόλου ώστε να κάνει κυκλικούς τους πίνακες διαύλου (H_i). Και μετά την αφαίρεση του προθέματος προκύπτει το ληφθέν σήμα στο δέκτη που είναι της μορφής :

$$\boxed{y = \frac{1}{\sqrt{2}} [H_1 x_1 + H_2 x_2 + n_i]}$$
(5.3)

Ομοίως εάν έχουμε ένα 2X2 ΜΙΜΟ σύστημα η (5.3) μετατρέπεται στην ακόλουθη μορφή:

$$\boxed{\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2^* \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} h_{11} & -h_{12} \\ h_{22}^* & h_{21}^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2^* \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2^* \end{bmatrix}}$$
(5.4)

όπου h_{ij} , $i, j \in \{1,2\}$ είναι η μιγαδική συνάρτηση απόκρισης του καναλιού στο i -οστο OFDM υποφέρων από την j -οστη κεραία πομπού, n_1 και n_2 που είναι iid ZMCGCS με διακύμανση σ_n^2 αναπαριστούσα τον όρο προσθετικού θορύβου. Θεωρείται ότι κάθε υποφέρων υφίσταται επίπεδες συχνοτικές διαλείψεις Rayleigh.

Η δε υπολογιζόμενη απόκριση καναλιού μοντελοποιείται ως:

$$\boxed{\hat{H} = H + \begin{bmatrix} e_{11} & -e_{12} \\ e_{22}^* & e_{21}^* \end{bmatrix}}$$
(5.5)

όπου E είναι τυχαίος πίνακας όπου τα στοιχεία e_{ij} είναι iid ZMCGCS με διακύμανση σ_e^2 . Στην πλευρά του δεκτή η γραμμική αποκωδικοποίηση του σήματος SFBC γίνεται ως εξής :

$$\boxed{\begin{aligned} z &= \frac{1}{\sqrt{2}} \hat{H}^H y = \frac{1}{\sqrt{2}} (H^H + E^H) \left(\frac{1}{\sqrt{2}} Hx + n \right) = \\ & \frac{1}{2} \begin{bmatrix} |h_{11}|^2 + |h_{22}|^2 & h_{21}^* h_{22}^* - h_{11}^* h_{12}^* \\ h_{21}^* h_{22}^* - h_{11}^* h_{12}^* & |h_{21}|^2 + |h_{12}|^2 \end{bmatrix} x + \frac{1}{2} Hx E^H + \frac{1}{\sqrt{2}} (H^H + E^H) n = \\ & \frac{1}{2} \begin{bmatrix} (|h_{11}|^2 + |h_{22}|^2) x_1 \\ (|h_{21}|^2 + |h_{12}|^2) x_2^* \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (h_{21}^* h_{22}^* - h_{11}^* h_{12}^*) x_2^* \\ (h_{21}^* h_{22}^* - h_{11}^* h_{12}^*) x_1 \end{bmatrix} + \frac{1}{2} Hx E^H + \frac{1}{\sqrt{2}} (H^H + E^H) n \end{aligned}}$$
(5.6)

όπου \hat{H}^H , H^H και E^H είναι οι ερμητιανοί αντίστροφοι των H , \hat{H} και E . Στο τελικό άθροισμα ο πρώτος όρος δηλώνει το επιθυμητό σήμα ο δεύτερος τις παρεμβολές και ο τρίτος τον προσθετικό θόρυβο .

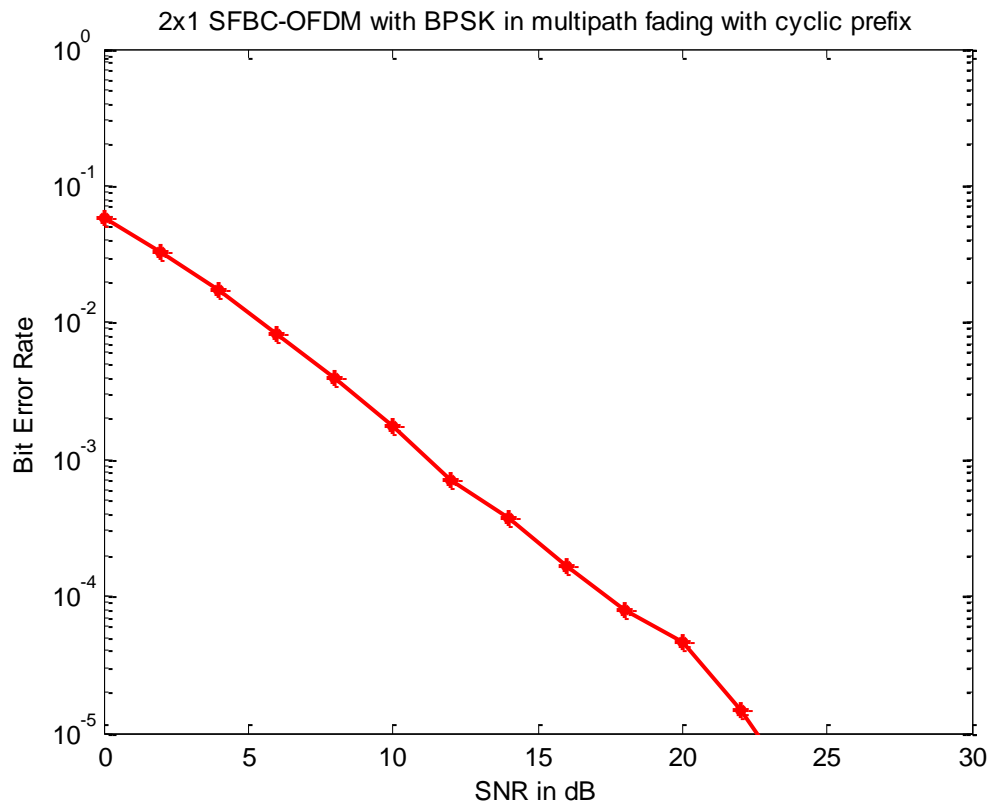
5.2.2.2.2 .1 Υλοποίηση MIMO-OFDM συστήματος με SFBC κωδικοποίηση

5.2.2.2.2 .1.1 Απλή υλοποίηση 2X1 MIMO-OFDM συστήματος με SFBC κωδικοποίηση

Εάν υλοποιήσουμε ένα σύστημα με τα παρακάτω χαρακτηριστικά:

- α) Αριθμό υποφερόντων για δεδομένα: 128 (όσα και τα bits δεδομένων στο σύμβολο)
- β) Μέγεθος σύμβολου (με πρόθεμα): 140 bits
- γ) Μέγεθος προθέματος: 12 bits
- δ) SNR = 0:2:30 dB

Και εάν εφαρμοστεί BPSK διαμόρφωση σε πολυδιαδρομικο κανάλι με PDP της μορφής $p=[0.35,0.25,0.25,0.15]$, τότε προκύπτει το ακόλουθο διάγραμμα :



Διάγραμμα 5.11: BER VS SNR για 2X1 MC-OFDM με διαμόρφωση BPSK ,SFBC κωδικοποίηση και ZF αποκωδικοποίηση

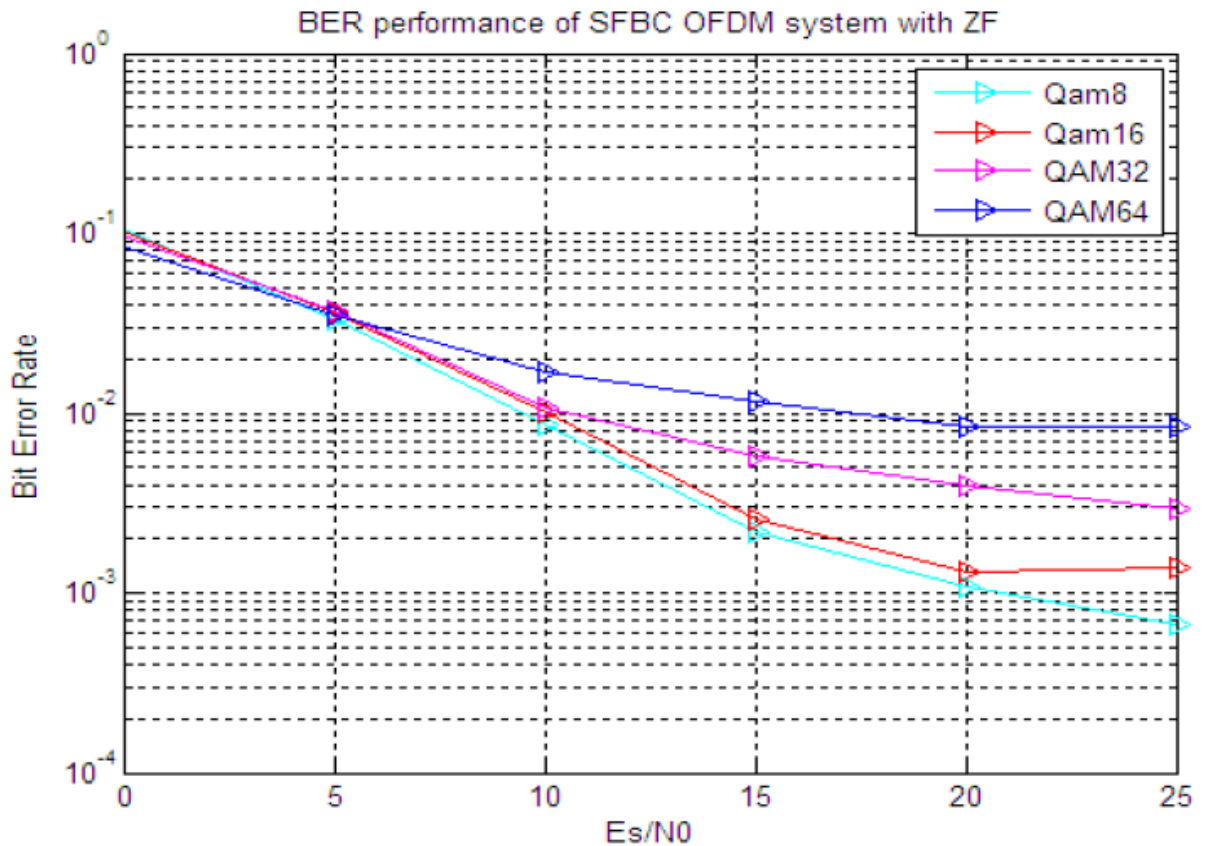
5.2.2.2.2 Υλοποίηση 2X2 MIMO-OFDM συστήματος με SFBC κωδικοποίηση

Εάν τώρα υλοποιήσουμε ένα 2X2 MIMO σύστημα όπως αυτό παρουσιάζεται και υλοποιείται από τους P.N. Kota κ.α.[EB4] :

| ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ | ΤΙΜΕΣ |
|-----------------------------|--------------------------------------|
| ΔΙΑΜΟΡΦΩΣΗ | 8QAM, 16QAM , 32QAM, 64QAM |
| ΡΥΘΜΙΣΗ ΜΙΜΟ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ | 2X2 |
| ΣΗΜΑΤΟΘΟΡΥΒΙΚΟΣ ΛΟΓΟΣ (SNR) | 0:5:25 dB |
| ΜΕΣΗ ΙΣΧΥΣ ΠΟΜΠΟΥ | 1 dB |
| ΤΥΠΟΣ ΔΙΑΛΕΙΨΕΩΝ | ΣΥΧΝΟΕΠΙΛΕΚΤΙΚΕΣ ΔΙΑΛΕΙΨΕΙΣ RAYLEIGH |
| ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ ΦΕΡΟΝΤΟΣ | 900 MHz |
| ΕΥΡΟΣ ΖΩΝΗΣ ΣΗΜΑΤΟΣ B_s | 200 MHz |
| ΠΕΡΙΟΔΟΣ ΣΥΜΒΟΛΟΥ | $1/B_s$ |
| ΑΡΙΘΜΟΣ ΔΙΑΔΡΟΜΩΝ | 12 |

Πίνακας 5.12 : Παράμετροι συστήματος

προκύπτει το ακόλουθο διάγραμμα:



Διάγραμμα 5.13: Επίδοση SFBC-OFDM με ZF αποκωδικοποιητή για διαφορετικές QAM διαμορφώσεις [ΞΒ4]

Από αυτό δε βγαίνουν τα ακόλουθα συμπεράσματα: Πρώτον όσο αυξάνεται η τάξη διαμόρφωσης, τόσο αυξάνεται και το BER. Από την άλλη με την αύξηση του SNR παρατηρείται μείωση του BER για κάθε τάξη διαμόρφωσης.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

Παράρτημα Κεφαλαίου 2

1) Ο παρακάτω κώδικας αποτελεί προσομοίωση της QPSK:

```
% QPSK modulator
function [mod_symbols, sym_table, M] = modulator_qpsk(bitseq,b)
N_bits=length(bitseq);
sym_table=exp(j*pi/4*[-3 3 1 -1]);
sym_table=sym_table([0 1 3 2]+1);
inp=reshape(bitseq,b,N_bits/b);
mod_symbols=sym_table([2 1]*inp+1);
M=4;
```

2) Ο παρακάτω κώδικας μοντελοποιεί το σχήμα Alamouti για 2X1 MISO-QPSK και παράγει το **Διάγραμμα 2.1**

```
% Alamouti scheme 2 x 1-QPSK
clear;
N_frame=100;
N_packet=5000;
NT=2;
NR=1;
b=2; %QPSK
SNRdBs=[0:4:40];
for i_SNR = 1:length(SNRdBs)
    SNRdB = SNRdBs(i_SNR);
    sigma=sqrt(0.5/(10^(SNRdB/10)));
    for i_packet = 1:N_packet
        msg_symbol=randint(N_frame*b,1);
        tx_bits=msg_symbol.';
        [tmpp, sym_tab, P] = modulator_qpsk(tx_bits(1,:), b);
        X = reshape(tmpp, N_frame/NT, NT);
    X1=X;
    X2 = [-conj(X(:,2)) conj(X(:,1))];
    H =(randn(N_frame/NT, NT) + j* randn(N_frame/NT, NT) )/sqrt(2);
    Habs=sum(abs(H).^2, 2);
    % received signal per receive antenna
    for m=1: NR
        r1(:,m) = sum(H.*X1, 2)/sqrt(NT) + sigma*(randn(N_frame/NT,1)+j*randn(N_frame/NT,1));
        r2(:,m) = sum(H.*X2, 2)/sqrt(NT) + sigma*(randn(N_frame/NT,1)+j*randn(N_frame/NT,1));
    end
end
```

```

% demodulate the received signals
z1(:,m)=r1(:,m).*conj(H(:,1))+conj(r2(:,m)).*H(:,2);
z2(:,m)=r1(:,m).*conj(H(:,2))-conj(r2(:,m)).*H(:,1);
end
% form estimates
for q=1:P    % P = # symbols
tmp=(-1+sum(Habs,2))*abs(sym_tab(q))^2;
d1(:,q)=abs(sum(z1,2)-sym_tab(q)).^2 + tmp;
d2(:,q)=abs(sum(z2,2)-sym_tab(q)).^2 + tmp;
end
% determine the minimum of estimates
% decision for detecting s1
[y1,i1]=min(d1, [], 2);
s1d=sym_tab(i1).';
clear d1
% decision for detecting s2
[y2,i2]=min(d2, [], 2);
s2d=sym_tab(i2).';
clear d2
% form received symbol stream
Xd=[s1d s2d];
tmp1=real(X)>0;
tmp2=real(Xd)>0;
tmp3=imag(X)>0;
tmp4=imag(Xd)>0;
noes_p(i_packet) = sum(sum(tmp1~=tmp2))+sum(sum(tmp3~=tmp4));
end    % end of FOR loop for "packet_count"
% calculate BER
BER(i_SNR)=sum(noes_p)/(N_packet*N_frame*b);
end
% end of FOR loop for i_SNR
semilogy(SNRdBs, BER)
axis([SNRdBs([1 end]) 1e-6 1e0])
grid on
xlabel('SNR (dB)')
ylabel('BER')
legend('Alamutti 2x1')
title('Alamutti 2x1 (MISO)-QPSK BER curve')

```

3) Ο παρακάτω κώδικας μοντελοποιεί το σχήμα Alamouti για 2X1 MISO-QPSK και παράγει το **Διάγραμμα 2.2**

```

% Alamouti scheme 2x2-QPSK
clear;
N_frame=100;
N_packet=5000;
NT=2;
NR=2;
b=2; %QPSK
SNRdBs=[0:4:40];
for i_SNR = 1:length(SNRdBs)
SNRdB = SNRdBs(i_SNR);
sigma=sqrt(0.5/(10^(SNRdB/10)));
for i_packet = 1:N_packet
msg_symbol=randint(N_frame*b,1);
tx_bits=msg_symbol.';
[tmppp, sym_tab, P] = modulator_qpsk(tx_bits(1,:), b);
X = reshape(tmppp, N_frame/NT, NT);
X1=X;
X2 = [-conj(X(:,2)) conj(X(:,1))];
H=(randn(N_frame/NT, NT, NR) + j* randn(N_frame/NT, NT, NR) )/sqrt(2);
Habs=sum(abs(H).^2, 2);
% received signal per receive antenna
for m=1:NR
r1(:,m) = sum(H(:, :,m).*X1, 2)/sqrt(NT) + sigma*(randn(N_frame/NT,1)+j*randn(N_frame/NT,1));
r2(:,m) = sum(H(:, :,m).*X2, 2)/sqrt(NT) + sigma*(randn(N_frame/NT,1)+j*randn(N_frame/NT,1));
% combiner for the received signals in m receive antenna
z1(:,m)=r1(:,m).*conj(H(:,1,m))+conj(r2(:,m)).*H(:,2,m);
z2(:,m)=r1(:,m).*conj(H(:,2,m))-conj(r2(:,m)).*H(:,1,m);
end
% form estimates
for q=1:P % P = # symbols
tmp=(-1+sum(Habs,3))*abs(sym_tab(q))^2;
d1(:,q)=abs(sum(z1,2)-sym_tab(q)).^2 + tmp;
d2(:,q)=abs(sum(z2,2)-sym_tab(q)).^2 + tmp;
end
% determine the minimum of estimates
% decision for detecting s1
[y1,i1]=min(d1, [ ], 2);
s1d=sym_tab(i1).';
clear d1

```

```

% decision for detecting s2
[y2,i2]=min(d2, [ ], 2);
s2d=sym_tab(i2).';
clear d2
% form received symbol stream
Xd=[s1d s2d];
tmp1=real(X)>0;
tmp2=real(Xd)>0;
tmp3=imag(X)>0;
tmp4=imag(Xd)>0;
noes_p(i_packet) = sum(sum(tmp1~=tmp2))+sum(sum(tmp3~=tmp4));
end % end of FOR loop for "packet_count"
% calculate BER
BER(i_SNR)=sum(noes_p)/(N_packet*N_frame*b);
end % end of FOR loop for i_SNR
semilogy(SNRdBs, BER)
axis([SNRdBs([1 end]) 1e-6 1e0])
grid on
xlabel('SNR (dB)')
ylabel ('BER')
legend ('Alamouti 2x2')
title ( ' Alamouti 2x2 (MIMO)-QPSK BER curve')

```

4) Ο παρακάτω κώδικας μοντελοποιεί το σχήμα Alamouti για 2X1 MISO-QPSK και παράγει το **Διάγραμμα 2.3**

```

% Alamouti scheme 2x3-QPSK
clear;
N_frame=100;
N_packet=5000;
NT=2;
NR=3;
b=2; %QPSK
SNRdBs=[0:4:40];
for i_SNR = 1:length(SNRdBs)
    SNRdB = SNRdBs(i_SNR);
    sigma=sqrt(0.5/(10^(SNRdB/10)));
    for i_packet = 1:N_packet
        msg_symbol=randint(N_frame*b,1);
        tx_bits=msg_symbol.' ;
        [tmpp, sym_tab, P] = modulator_qpsk(tx_bits(1,:), b);
        X = reshape(tmpp, N_frame/NT, NT);
    X1=X;

```

```

X2 = [-conj(X(:,2)) conj(X(:,1))];
H =(randn(N_frame/NT, NT, NR) + j* randn(N_frame/NT, NT, NR) )/sqrt(2);
Habs=sum(abs(H).^2, 2);
% received signal per receive antenna
for m=1:NR
    r1(:,m) = sum(H(:, :,m).*X1, 2)/sqrt(NT) +
    sigma*(randn(N_frame/NT,1)+j*randn(N_frame/NT,1));
    r2(:,m) = sum(H(:, :,m).*X2, 2)/sqrt(NT) +
    sigma*(randn(N_frame/NT,1)+j*randn(N_frame/NT,1));
% combiner for the received signals in m receive antenna
    z1(:,m)=r1(:,m).*conj(H(:,1,m))+conj(r2(:,m)).*H(:,2,m);
    z2(:,m)=r1(:,m).*conj(H(:,2,m))-conj(r2(:,m)).*H(:,1,m);
end
% form estimates
for q=1:P % P = # symbols
    tmp=(-1+sum(Habs,3))*abs(sym_tab(q))^2;
    d1(:,q)=abs(sum(z1,2)-sym_tab(q)).^2 + tmp;
    d2(:,q)=abs(sum(z2,2)-sym_tab(q)).^2 + tmp;
end
% determine the minimum of estimates
% decision for detecting s1
    [y1,i1]=min(d1, [], 2);
    s1d=sym_tab(i1).';
    clear d1
% decision for detecting s2
    [y2,i2]=min(d2, [], 2);
    s2d=sym_tab(i2).';
    clear d2
% form received symbol stream
    Xd=[s1d s2d];
    tmp1=real(X)>0;
    tmp2=real(Xd)>0;
    tmp3=imag(X)>0;
    tmp4=imag(Xd)>0;
noes_p(i_packet) = sum(sum(tmp1~=tmp2))+sum(sum(tmp3~=tmp4));
end % end of FOR loop for "packet_count"
% calculate BER
BER(i_SNR)=sum(noes_p)/(N_packet*N_frame*b);
end % end of FOR loop for i_SNR
semilogy(SNRdBs, BER)
axis([SNRdBs([1 end]) 1e-6 1e0])
grid on
xlabel('SNR (dB)')

```

```
ylabel ('BER')  
legend ('Alamouti 2x3')  
title ( ' Alamouti 2x3 (MIMO)-QPSK BER curve')
```

Παράρτημα Κεφαλαίου 3

1) Ο παρακάτω κώδικας μοντελοποιεί το σχήμα και παράγει το **Διάγραμμα 3.1**

```
% ZF DECODER MQAM-2X2 MIMO  
Timeslots=100000;  
NT=2;  
NR=2;  
for Icase=1:3  
if Icase==1, M=4;  
elseif Icase==2, M=16;  
else M=64;  
end  
b = log2(M); % Number of bits per symbol  
QAM_nums=[0:M-1];  
QAM_syms=modulate(modem.qammod(M),QAM_nums);  
scale = modnorm(QAM_syms,'avpow',1); %Power Normalization Factor  
EbNo_dB=[0:2:20];  
SNR_dB=EbNo_dB+10*log10(b);  
%Δημιουργία διανύσματος των προς μετάδοση bits  
%Διαμόρφωση των προς μετάδοση bits χρησιμοποιώντας M-QAM  
bitstream=randint(Timeslots*b*NT,1);  
S=reshape(bitstream,b,length(bitstream)/b);  
S=S.';  
xsym = bi2de(S,'left-msb');  
xsym = modulate(modem.qammod(M),xsym);  
xsym=scale*xsym;  
x=reshape(xsym,NT,Timeslots); % Διαμόρφωση πίνακα των προς μετάδοση στοιχείων  
Y=zeros(NR,Timeslots);  
Ynoisy=zeros(NR,Timeslots);  
No=(randn(NR,Timeslots) + 1i*randn(NR,Timeslots));  
H=(randn(NR,NT,Timeslots)+1i*randn(NR,NT,Timeslots))/sqrt(2);  
%Δημιουργία MIMO καναλιού για κάθε χρονοσχισμή  
for i=1:length(EbNo_dB)  
SNR = 10^(SNR_dB(i)/10);  
sigma = sqrt(1/(2*SNR));  
noise = sigma * No;  
for T=1:Timeslots  
Y(:,T)=H(:, :, T)*x(:, T);
```



```

Ynoisy(:,T)=Y(:,T)+noise(:,T); % Προσθήκη Θορύβου
end
W_ZF=zeros(NT,NR,Timeslots);
Yest_zf=zeros(NT,Timeslots);
for T=1:Timeslots
% Δημιουργία του πίνακα αναστροφής της επίδρασης του καναλιού.
W_ZF(:, :, T)=(H(:, :, T)'*H(:, :, T))\H(:, :, T); % Pseudo inverse Matrix for ZF decoder
for nt=1:NT
Yest_zf(nt,T)=W_ZF(nt, :, T)*Ynoisy(:, T); % Ανακατασκευή των μεταδοθέντων συμβόλων
end
end
% Μετατροπή συμβόλων σε bits
RecSymbols_zf=reshape(Yest_zf,prod(size(Yest_zf)),1);
RecSymbols_zf=(1/scale)*RecSymbols_zf;
Recy_zf = demodulate(modem.qamdemod(M),RecSymbols_zf);
Recy_zf= de2bi(Recy_zf,'left-msb'); % Convert integers to bits.
Recy_zf=Recy_zf.';
Rbitstream_zf=reshape(Recy_zf,prod(size(Recy_zf)),1);
% Έλεγχος Σφαλμάτων
[NUM_ERRORS_zf(Icase,i) BER_zf(Icase,i)]=biterr(bitstream,Rbitstream_zf);
end
end
figure
semilogy(EbNo_dB,BER_zf(1,:),'-+', 'LineWidth', 1.5)
hold on
semilogy(EbNo_dB,BER_zf(2,:),'k-^', 'LineWidth', 1.5)
hold on
semilogy(EbNo_dB,BER_zf(3,:),'ro-', 'LineWidth', 1.5)
axis([0 20 10^-4,10^0])
grid on
legend('4QAM,ZF 2X2 MIMO','16QAM,ZF 2X2 MIMO','64QAM,ZF2X2MIMO',
'Location',' SouthWest ')
xlabel('Eb/No[dB]')
ylabel('BER')
title('MIMO ZF receiver performance for various MQAM modulation schemes')

```

2) Ο παρακάτω κώδικας μοντελοποιεί το σχήμα και παράγει το **Διάγραμμα 3.2**

```
% ZF DECODER MQAM-2X3 MIMO
Timeslots=100000;
NT=2;
NR=3;
for Icase=1:3
if Icase==1, M=4;
elseif Icase==2, M=16;
else M=64;
end
b = log2(M); % Number of bits per symbol
QAM_nums=[0:M-1];
QAM_syms=modulate(modem.qammod(M),QAM_nums);
scale = modnorm(QAM_syms,'avpow',1); %Power Normalization Factor
EbNo_dB=[0:2:20];
SNR_dB=EbNo_dB+10*log10(b);
%Δημιουργία διανύσματος των προς μετάδοση bits
%Διαμόρφωση των προς μετάδοση bits χρησιμοποιώντας M-QAM
bitstream=randint(Timeslots*b*NT,1);
S=reshape(bitstream,b,length(bitstream)/b);
S=S.';
xsym = bi2de(S,'left-msb');
xsym = modulate(modem.qammod(M),xsym);
xsym=scale*xsym;
x=reshape(xsym,NT,Timeslots); % Διαμόρφωση πίνακα των προς μετάδοση στοιχείων
Y=zeros(NR,Timeslots);
Ynoisy=zeros(NR,Timeslots);
No=(randn(NR,Timeslots) + 1i*randn(NR,Timeslots));
H=(randn(NR,NT,Timeslots)+1i*randn(NR,NT,Timeslots))/sqrt(2);
%Δημιουργία MIMO καναλιού για κάθε χρονοσχιμή
for i=1:length(EbNo_dB)
SNR = 10^(SNR_dB(i)/10);
sigma = sqrt(1/(2*SNR));
noise = sigma * No;
for T=1:Timeslots
Y(:,T)=H(:, :, T)*x(:, T);
Ynoisy(:,T)=Y(:,T)+noise(:,T); % Προσθήκη Θορύβου
end
W_ZF=zeros(NT,NR,Timeslots);
Yest_zf=zeros(NT,Timeslots);
for T=1:Timeslots
```

```

% Δημιουργία του πίνακα αναστροφής της επίδρασης του καναλιού.
W_ZF(:,:,T)=(H(:,:,T)*H(:,:,T))\H(:,:,T); % Pseudo inverse Matrix for ZF decoder
for nt=1:NT
Yest_zf(nt,T)=W_ZF(nt,:,T)*Ynoisy(:,T); % Ανακατασκευή των μεταδοθέντων συμβόλων
end
end
% Μετατροπή συμβόλων σε bits
RecSymbols_zf=reshape(Yest_zf,prod(size(Yest_zf)),1);
RecSymbols_zf=(1/scale)*RecSymbols_zf;
Recy_zf = demodulate(modem.qamdemod(M),RecSymbols_zf);
Recy_zf= de2bi(Recy_zf,'left-msb'); % Convert integers to bits.
Recy_zf=Recy_zf.';
Rbitstream_zf=reshape(Recy_zf,prod(size(Recy_zf)),1);
% Έλεγχος Σφαλμάτων
[NUM_ERRORS_zf(Icase,i) BER_zf(Icase,i)]=biterr(bitstream,Rbitstream_zf);
end
end
figure
semilogy(EbNo_dB,BER_zf(1,:),'-+','LineWidth', 1.5)
hold on
semilogy(EbNo_dB,BER_zf(2,:),'k-^','LineWidth', 1.5)
hold on
semilogy(EbNo_dB,BER_zf(3,:),'ro-','LineWidth', 1.5)
axis([0 20 10^-4,10^0])
grid on
legend('4QAM,ZF 2X3 MIMO','16QAM,ZF 2X3 MIMO','64QAM,ZF
2X3MIMO','Location','SouthWest')
xlabel('Eb/No[dB]')
ylabel('BER')
title('MIMO ZF receiver performance for various MQAM modulation schemes')

```

3) Ο παρακάτω κώδικας μοντελοποιεί το σχήμα και παράγει το **Διάγραμμα 3.3**

```

% MMSE DECODER MQAM-2X2 MIMO
Timeslots=100000;
NT=2;
NR=2;
for Icase=1:3
if Icase==1, M=4;
elseif Icase==2, M=16;
else M=64;
end
b = log2(M); % Number of bits per symbol

```

```

QAM_nums=[0:M-1];
QAM_syms=modulate(modem.qammod(M),QAM_nums);
scale = modnorm(QAM_syms,'avpow',1); %Power Normalization Factor
EbNo_dB=[0:2:20];
SNR_dB=EbNo_dB+10*log10(b);
%Δημιουργία διανύσματος των προς μετάδοση bits
%Διαμόρφωση των προς μετάδοση bits χρησιμοποιώντας M-QAM
bitstream=randint(Timeslots*b*NT,1);
S=reshape(bitstream,b,length(bitstream)/b);
S=S.';
xsym = bi2de(S,'left-msb');
xsym = modulate(modem.qammod(M),xsym);
xsym=scale*xsym;
x=reshape(xsym,NT,Timeslots); % Διαμόρφωση πίνακα των προς μετάδοση στοιχείων
Y=zeros(NR,Timeslots);
Ynoisy=zeros(NR,Timeslots);
No=(randn(NR,Timeslots) + 1i*randn(NR,Timeslots));
H=(randn(NR,NT,Timeslots)+1i*randn(NR,NT,Timeslots))/sqrt(2);
% Δημιουργία MIMO καναλιού για κάθε χρονοσχισμή
for i=1:length(EbNo_dB)
SNR = 10^(SNR_dB(i)/10);
sigma = sqrt(1/(2*SNR));
noise = sigma * No;
for T=1:Timeslots
Y(:,T)=H(:, :, T)*x(:, T);
Ynoisy(:, T)=Y(:, T)+noise(:, T);% Προσθήκη Θορύβου
end
W_MMSE=zeros(NT,NR,Timeslots);
Yest_mmse=zeros(NT,Timeslots);
for T=1:Timeslots
%% Δημιουργία του πίνακα αναστροφής της επίδρασης του καναλιού.
W_MMSE(:, :, T)=(H(:, :, T)*H(:, :, T)+(sigma^2)*eye(NT))\H(:, :, T);
%MMSE Filter Construction
for nt=1:NT
Yest_mmse(nt,T)=W_MMSE(nt, :, T)*Ynoisy(:, T);
%Ανακατασκευή των μεταδοθέντων συμβόλων
end
end
% Μετατροπή συμβόλων σε bits
RecSymbols_mmse=reshape(Yest_mmse,prod(size(Yest_mmse)),1);
RecSymbols_mmse=(1/scale)*RecSymbols_mmse;
Recy_mmse = demodulate(modem.qamdmod(M),RecSymbols_mmse);
Recy_mmse= de2bi(Recy_mmse,'left-msb'); % Convert integers to bits.

```

```

Recy_mmse=Recy_mmse.';
Rbitstream_mmse=reshape(Recy_mmse,prod(size(Recy_mmse)),1);
% Έλεγχος Σφαλμάτων
[NUM_ERRORS_mmse(Icase,i) BER_mmse(Icase,i)]=biterr(bitstream,Rbitstream_mmse);
end
end
figure
semilogy(EbNo_dB,BER_mmse(1,:),'-+', 'LineWidth', 1.5)
hold on
semilogy(EbNo_dB,BER_mmse(2,:), 'k-^', 'LineWidth', 1.5)
hold on
semilogy(EbNo_dB,BER_mmse(3,:), 'ro-', 'LineWidth', 1.5)
axis([0 20 10^-5,10^0])
grid on
legend('4QAM ,2x2 MIMO MMSE','16QAM,,2x2 MIMO MMSE','64QAM,2x2 MIMO MMSE','Location','SouthWest')
xlabel('Eb/No[dB]')
ylabel('BER')
title('MIMO MMSE receiver performance for various MQAM modulation schemes')

```

4) Ο παρακάτω κώδικας μοντελοποιεί το σχήμα και παράγει το **Διάγραμμα 3.4**

```

% MMSE DECODER MQAM-2X3 MIMO
Timeslots=100000;
NT=2;
NR=3;
for Icase=1:3
if Icase==1, M=4;
elseif Icase==2, M=16;
else M=64;
end
b = log2(M); % Number of bits per symbol
QAM_nums=[0:M-1];
QAM_syms=modulate(modem.qammod(M),QAM_nums);
scale = modnorm(QAM_syms,'avpow',1); %Power Normalization Factor
EbNo_dB=[0:2:20];
SNR_dB=EbNo_dB+10*log10(b);
%Δημιουργία διανύσματος των προς μετάδοση bits
%Διαμόρφωση των προς μετάδοση bits χρησιμοποιώντας M-QAM
bitstream=randint(Timeslots*b*NT,1);
S=reshape(bitstream,b,length(bitstream)/b);
S=S.';
xsym = bi2de(S,'left-msb');

```

```

xsym = modulate(modem.qammod(M),xsym);
xsym=scale*xsym;
x=reshape(xsym,NT,Timeslots); %Διαμόρφωση πίνακα των προς μετάδοση στοιχείων
Y=zeros(NR,Timeslots);
Ynoisy=zeros(NR,Timeslots);
No=(randn(NR,Timeslots) + 1i*randn(NR,Timeslots));
H=(randn(NR,NT,Timeslots)+1i*randn(NR,NT,Timeslots))/sqrt(2);
%Δημιουργία MIMO καναλιού για κάθε χρονοσχιμή
for i=1:length(EbNo_dB)
SNR = 10^(SNR_dB(i)/10);
sigma = sqrt(1/(2*SNR));
noise = sigma * No;
for T=1:Timeslots
Y(:,T)=H(:, :, T)*x(:, T);
Ynoisy(:,T)=Y(:,T)+noise(:,T);% Προσθήκη Θορύβου
end
W_MMSE=zeros(NT,NR,Timeslots);
Yest_mmse=zeros(NT,Timeslots);
for T=1:Timeslots
% Δημιουργία του πίνακα αναστροφής της επίδρασης του καναλιού
W_MMSE(:, :, T)=(H(:, :, T)'*H(:, :, T)+(sigma^2)*eye(NT))\H(:, :, T);
%MMSE Filter Construction
for nt=1:NT
Yest_mmse(nt,T)=W_MMSE(nt, :, T)*Ynoisy(:, T);
%Ανακατασκευή των μεταδοθέντων συμβόλων
end
end
% Μετατροπή συμβόλων σε bits
RecSymbols_mmse=reshape(Yest_mmse,prod(size(Yest_mmse)),1);
RecSymbols_mmse=(1/scale)*RecSymbols_mmse;
Recy_mmse = demodulate(modem.qamdmod(M),RecSymbols_mmse);
Recy_mmse= de2bi(Recy_mmse,'left-msb'); % Convert integers to bits.
Recy_mmse=Recy_mmse.';
Rbitstream_mmse=reshape(Recy_mmse,prod(size(Recy_mmse)),1);
% Έλεγχος Σφαλμάτων
[NUM_ERRORS_mmse(Icase,i) BER_mmse(Icase,i)]=biterr(bitstream,Rbitstream_mmse);
end
end
figure
semilogy(EbNo_dB,BER_mmse(1,:),'-+', 'LineWidth', 1.5)
hold on
semilogy(EbNo_dB,BER_mmse(2,:),'k-^', 'LineWidth', 1.5)
hold on

```

```
semilogy(EbNo_dB,BER_mmse(3,:),'ro-','LineWidth', 1.5)
axis([0 20 10^-5,10^0])
grid on
legend('4QAM ,2x3 MIMO MMSE','16QAM,,2x3 MIMO MMSE','64QAM,2x3 MIMO
MMSE','Location','SouthWest')
xlabel('Eb/No[dB]')
ylabel('BER')
title('MIMO MMSE receiver performance for various MQAM modulation schemes')
```

5) Ο παρακάτω κώδικας μοντελοποιεί το σχήμα και παράγει το **Διάγραμμα 3.5**

```
% SPHERE DECODER MQAM-2X2 MIMO
Timeslots=10000;
NT=2; % # transmitters
NR=2; %# receivers
% Επιλογή διαμόρφωσης QAM
for Icase=1:3
if Icase==1, M=4;
elseif Icase==2, M=16;
else M=64;
end
b = log2(M); % Number of bits per symbol
QAM_nums=[0:M-1];
QAM_syms=modulate(modem.qammod(M),QAM_nums);
scale = modnorm(QAM_syms,'avpow',1);
EbNo_dB=[0:2:20];
SNR_dB=EbNo_dB+10*log10(b);
%Δημιουργία διανύσματος των προς μετάδοση bits
%Διαμόρφωση των προς μετάδοση bits χρησιμοποιώντας M-QAM
bitstream=randint(Timeslots*b*NT,1);
S=reshape(bitstream,b,length(bitstream)/b);
S=S.';
xsym = bi2de(S,'left-msb');
xsym = modulate(modem.qammod(M),xsym);
xsym=scale*xsym;
x=reshape(xsym,NT,Timeslots); % Διαμόρφωση πίνακα των προς μετάδοση στοιχείων
Y=zeros(NR,Timeslots);
Ynoisy=zeros(NR,Timeslots);
No=(randn(NR,Timeslots) + 1i*randn(NR,Timeslots));
H=(randn(NR,NT,Timeslots)+1i*randn(NR,NT,Timeslots))/sqrt(2);
%Δημιουργία MIMO καναλιού για κάθε χρονοσχιμή
for l=1:length(EbNo_dB)
SNR = 10^(SNR_dB(l)/10);
```



```

sigma = sqrt(1/(2*SNR));
noise = sigma * No;
for T=1:Timeslots
Y(:,T)=H(:, :, T)*x(:,T);
Ynoisy(:,T)=Y(:,T)+noise(:,T);% Προσθήκη Θορύβου
end
Yest_sphere=zeros(NT,T);
for T=1:Timeslots
[X_hat]=sphere_decoder(Ynoisy(:,T),H(:, :, T),NT,M);
Yest_sphere(:,T)=X_hat;
end
% Μετατροπή συμβόλων σε bits
RecSymbols_sphere=reshape(Yest_sphere,prod(size(Yest_sphere)),1);
Recy_sphere = demodulate(modem.qamdemod(M),RecSymbols_sphere);
Recy_sphere= de2bi(Recy_sphere,'left-msb'); % Convert integers to bits.
Recy_sphere=Recy_sphere.';
Rbitstream_sphere=reshape(Recy_sphere,prod(size(Recy_sphere)),1);
% Έλεγχος Σφαλμάτων
[NUM_ERRORS_sphere(Icase,1)BER_sphere(Icase,1)]=biterr(bitstream,Rbitstream_sphere);
end
end
figure
semilogy(EbNo_dB,BER_sphere(1,:),'-+', 'LineWidth', 1.5)
hold on
semilogy(EbNo_dB,BER_sphere(2,:),'k-^', 'LineWidth', 1.5)
hold on,
semilogy(EbNo_dB,BER_sphere(3,:),'ro-', 'LineWidth', 1.5)
legend('4QAM','16QAM','64QAM','Location','SouthWest')
axis([0 20 10^-5,10^0])
grid on
xlabel('Eb/No[dB]')
ylabel('BER')
title('Sphere Decoder Performance of 2x2 MIMO')

```

6) Ο παρακάτω κώδικας μοντελοποιεί το σχήμα και παράγει το **Διάγραμμα 3.6**

```

% SPHERE DECODER MQAM-2X3 MIMO
Timeslots=10000;
NT=2; % # transmitters
NR=3; % # receivers
% Επιλογή διαμόρφωσης QAM
for Icase=1:3
if Icase==1, M=4;

```



```

elseif Icase==2, M=16;
else M=64;
end
b = log2(M); % Number of bits per symbol
QAM_nums=[0:M-1];
QAM_syms=modulate(modem.qammod(M),QAM_nums);
scale = modnorm(QAM_syms,'avpow',1);
EbNo_dB=[0:2:20];
SNR_dB=EbNo_dB+10*log10(b);
%Δημιουργία διανύσματος των προς μετάδοση bits
%Διαμόρφωση των προς μετάδοση bits χρησιμοποιώντας M-QAM
bitstream=randint(Timeslots*b*NT,1);
S=reshape(bitstream,b,length(bitstream)/b);
S=S.';
xsym = bi2de(S,'left-msb');
xsym = modulate(modem.qammod(M),xsym);
xsym=scale*xsym;
x=reshape(xsym,NT,Timeslots); % Διαμόρφωση πίνακα των προς μετάδοση στοιχείων
Y=zeros(NR,Timeslots);
Ynoisy=zeros(NR,Timeslots);
No=(randn(NR,Timeslots) + 1i*randn(NR,Timeslots));
H=(randn(NR,NT,Timeslots)+1i*randn(NR,NT,Timeslots))/sqrt(2);
%Δημιουργία MIMO καναλιού για κάθε χρονοσχισμή
for l=1:length(EbNo_dB)
SNR = 10^(SNR_dB(l)/10);
sigma = sqrt(1/(2*SNR));
noise = sigma * No;
for T=1:Timeslots
Y(:,T)=H(:,:,T)*x(:,T);
Ynoisy(:,T)=Y(:,T)+noise(:,T);% Προσθήκη Θορύβου
end
Yest_sphere=zeros(NT,T);
for T=1:Timeslots
[X_hat]=sphere_decoder(Ynoisy(:,T),H(:,:,T),NT,M);
Yest_sphere(:,T)=X_hat;
end
% Μετατροπή συμβόλων σε bits
RecSymbols_sphere=reshape(Yest_sphere,prod(size(Yest_sphere)),1);
Recy_sphere = demodulate(modem.qamdmod(M),RecSymbols_sphere);
Recy_sphere= de2bi(Recy_sphere,'left-msb'); % Convert integers to bits.
Recy_sphere=Recy_sphere.';
Rbitstream_sphere=reshape(Recy_sphere,prod(size(Recy_sphere)),1);
% Έλεγχος Σφαλμάτων

```

```
[NUM_ERRORS_sphere(Icase,1)BER_sphere(Icase,1)]=biterr(bitstream,Rbitstream_sphere);
end
end
figure
semilogy(EbNo_dB,BER_sphere(1,:),'+','LineWidth', 1.5)
hold on
semilogy(EbNo_dB,BER_sphere(2,:),'k-^','LineWidth', 1.5)
hold on,
semilogy(EbNo_dB,BER_sphere(3,:),'ro-','LineWidth', 1.5)
legend('4QAM','16QAM','64QAM','Location','SouthWest')
axis([0 20 10^-5,10^0])
grid on
xlabel('Eb/No[dB]')
ylabel('BER')
title('Sphere Decoder Performance of 2x3 MIMO')
```

7 Βοηθητικές συναρτήσεις για την υλοποίηση των διαμορφώσεων αλλά και υποσυναρτήσεις του sphere decoder

```
% 4-QAM modulator
function [x_sliced]=QAM_4_slicer(x_hat)
find(x_hat<0)=-1;
find(x_hat>0)=1;
x_sliced=find';

% 16-QAM modulator
function [x_sliced]=QAM_16_slicer(x_hat)
find(x_hat<-2)=-3;
find((x_hat>-2)&(x_hat<0))=-1;
find(x_hat>2)=3;
find((x_hat>0)&(x_hat<2))=1;
x_sliced=find';

% 64-QAM modulator
function [x_sliced]=QAM_64_slicer(x_hat)
find(x_hat<-6)=-7;
find((x_hat>-6)&(x_hat<-4))=-5;
find((x_hat>-4)&(x_hat<-2))=-3;
find((x_hat>-2)&(x_hat<0))=-1;
find((x_hat>0)&(x_hat<2))=1;
find((x_hat>2)&(x_hat<4))=3;
find((x_hat>4)&(x_hat<6))=5;
find(x_hat>6)=7;
x_sliced=find';
```

```
% συνάρτηση έλεγχου ακτίνας
function [flag,transition,radius_squared]=radius_control(radius_squared,transition)
radius_squared = radius_squared*2;
transition = transition+1;
flag = 1;
```

```
% Συνάρτηση οριοθέτησης
function [bound_lower,bound_upper]=bound2(transition)
global R radius_squared x_now x_hat T S
len = length(x_hat);
QQ=zeros(len,len);
for i=1:len
QQ(i,i)=R(i,i)^2;
for k=i+1:len
QQ(i,k)=R(i,k)/R(i,i);
end
end
index = len-(transition-1);
T(len)=radius_squared;
b=0;
for l=index+1:len
b=b-QQ(index,l)*(x_now(l)-x_hat(l));
end
S(index)=x_hat(index)+b;
a=0;
for k=index+1:len
a=a+R(index+1,k)*(x_now(k)-x_hat(k));
end
if transition>1
T(index)=T(index+1)-(a)^2;
end
bound_lower = fix(-(sqrt(T(index)/QQ(index,index)))+S(index));
bound_upper = ceil((sqrt(T(index)/QQ(index,index)))+S(index));
```

```
function [flag,transition] = stage_processing(flag,transition)
global x_list x_metric x_now len
global real_constellation radius_squared
stage_index = len -(transition-1);
if flag==2
radius_squared = x_metric;
end
if flag~=0
[bound_lower bound_upper] = bound2(transition);
for i =1:length(real_constellation)
```

```

if bound_lower <= real_constellation(i)&&real_constellation(i) <= bound_upper
list_len = list_length(x_list(stage_index,:));
x_list(stage_index,list_len+1) = real_constellation(i);
end
end
end
list_len = list_length(x_list(stage_index,:));
if list_len==0
if x_metric == 0 || transition ~= 1
flag = 0;
transition = transition-1;
elseif x_metric ~= 0 && transition == 1
transition = len +2;
end
else
x_now(stage_index) = x_list(stage_index,1);
x_list(stage_index,:) = [x_list(stage_index,[2:end]) 0];
flag = 1;
transition = transition+1;
end
function [flag,transition] = compare_vector_norm(transition)
global x_list x_pre x_metric x_now x_hat R len radius_squared real_constellation
vector_identity = vector_comparison(x_pre,x_now);
if vector_identity==1
len_total = 0;
for i=1:len
len_total = len_total + list_length(x_list(i,:));
end
if len_total==0
transition = len+2;
flag = 1;
else
transition = transition-1;
flag =0;
end
else
metric_temp = norm(R*(x_now-x_hat))^2;
if metric_temp<=radius_squared
x_pre = x_now;
x_metric = metric_temp;
transition = 1;
flag = 2;
l=length(real_constellation);

```

```
x_list=zeros(len,1);  
x_now=zeros(len,1);  
else  
transition = transition-1;  
flag =0;  
end  
end
```

```
function [len]=list_length(list)  
global real_constellation  
l=length(real_constellation);  
len = 0;  
for i=1:l  
if list(i)==0, break;  
else  
len = len+1;  
end  
end
```

% Πρόγραμμα που χρησιμοποιείται για την αξιολόγηση της πολυπλοκότητας της SD μεθόδου

```
function[X_hat]=sphere_decoder(Y,H,NT,M)  
global x_list; % candidate symbols in real constellations  
global x_now; % temporary x_vector elements  
global x_hat; % inv(H)*y  
global x_sliced; % sliced x_hat  
global x_pre; % x vectors obtained in the previous stage  
global real_constellation;  
global R; % R in the QR decomposition  
global radius_squared; % radius^2  
global x_metric; % ML metrics of previous stage candidates  
global len; % NT*2  
global S;  
global T;  
% Forming QAM modulation  
QAM_table=[0:M-1]';  
QAM_table = modulate(modem.qammod(M),QAM_table).';  
scale = modnorm(QAM_table,'avpow',1);  
QAM_table2=[real(QAM_table) imag(QAM_table)];  
real_constellation=unique(QAM_table2);  
l=length(real_constellation);  
T=zeros(len,1);  
S=zeros(len,1);  
len=NT*2;
```

```

x_list = zeros(len,1);
x_now = zeros(len,1);
x_pre = zeros(len,1);
x_metric = 0;
Y=[real(Y); imag(Y)]; % y : complex vector transformed to real vector
H=[real(H) -(imag(H)) ; imag(H) real(H)]; % H : complex vector transformed to real vector
x_hat=(((H'*H)^-1)*H')*Y; % zero forcing equalization
x_hat=(1/scale)*x_hat;
x_sliced=QAM_16_slicer(x_hat);
[Q,R]=qr(H); % NR x NT QR decomposition
radius_squared = norm(R*(x_sliced-x_hat))^2;
transition = 1; % meaning of transition
flag = 1; % transition tracing
while(transition<len+2)
if transition == 0
[flag,transition,radius_squared]=radius_control(radius_squared,transition);
elseif transition <= len
[flag,transition] = stage_processing(flag,transition);
elseif transition == len+1
[flag,transition] = compare_vector_norm(transition);
end
end
ML = x_pre;
for i=1:NT
X_hat(i) = ML(i)+1i*ML(i+NT);
end
X_hat=X_hat.';

```

```

function [check]=vector_comparison(vector_1,vector_2)
check = 0;
len1 = length(vector_1); len2 = length(vector_2);
if len1 ~=len2,
error('Vector size is different');
end
for column_num = 1:len1
if vector_1(column_num,1)==vector_2(column_num,1)
check = check + 1;
end
end
if check == len1, check = 1;
else check = 0;
end

```

Παράρτημα Κεφαλαίου 5

1) Ο παρακάτω κώδικας μοντελοποιεί το σχήμα και παράγει το **Διάγραμμα 5.11**

```
% 2Tx+1Rx SFBC+OFDM system in multipath fading channel with Rayleigh paths
clear
SNRindB = [0:2:30];
iterations = 10^4;
% OFDM parameters
Nsc = 128; % number of subcarriers
Los = 140; % length of OFDM symbol plus cyclic prefix
Lcp = Los - Nsc; % length of cyclic prefix
% Channel source
for ii=1:length(SNRindB)
for jj=1:iterations
% generate information bits
X_info = randint(1,Nsc); % binary bits
X_send = 2*X_info - 1; % BPSK modulation
% separate the sent bits to 2 antennas
% apply Alamouti code in 2 consecutive subcarriers!!!
X_send1(1:2:Nsc) = X_send(1:2:Nsc); % transmitter 1
X_send1(2:2:Nsc) = -conj(X_send(2:2:Nsc)); % [X1, -conj(X2)]
X_send2(1:2:Nsc) = X_send(2:2:Nsc); % transmitter 2
X_send2(2:2:Nsc) = conj(X_send(1:2:Nsc)); % [X2, conj(X1)]
% IFFT
% ifft with length Nsc
z_ifft1 = sqrt(Nsc)*ifft(X_send1,Nsc);
% sqrt(Nsc) should be multiplied to maintain the Power
z_ifft2 = sqrt(Nsc)*ifft(X_send2,Nsc);
% sqrt(Nsc) should be multiplied to maintain the Power
% adding cyclic prefix
Z_ofdm1 = [z_ifft1(Nsc-Lcp+1:Nsc) z_ifft1]; % final OFDM sampled signals with CP
Z_ofdm2 = [z_ifft2(Nsc-Lcp+1:Nsc) z_ifft2]; % final OFDM sampled signals with CP
% channel
% generate multipath channel with Rayleigh faded paths
p=[0.35,0.25,0.25,0.15]; %power delay profile
h1(1)=sqrt(p(1))*(randn(1,1)+i*randn(1,1))/sqrt(2);
h1(2)=sqrt(p(2))*(randn(1,1)+i*randn(1,1))/sqrt(2);
h1(3)=sqrt(p(3))*(randn(1,1)+i*randn(1,1))/sqrt(2);
h1(4)=sqrt(p(4))*(randn(1,1)+i*randn(1,1))/sqrt(2);
h2(1)=sqrt(p(1))*(randn(1,1)+i*randn(1,1))/sqrt(2);
h2(2)=sqrt(p(2))*(randn(1,1)+i*randn(1,1))/sqrt(2);
```

```

h2(3)=sqrt(p(3))*(randn(1,1)+i*randn(1,1))/sqrt(2);
h2(4)=sqrt(p(4))*(randn(1,1)+i*randn(1,1))/sqrt(2);
h11=[h1(1),0, h1(2),h1(3),0, h1(4)];
h21=[h2(1),0, h2(2),h2(3),0, h2(4)];
rx_11=conv(h11, Z_ofdm1);
rx_21=conv(h21, Z_ofdm2);
n = (randn(1,length(rx_11))+i*randn(1,length(rx_11)))/sqrt(2);
Rx = rx_11 + rx_21 + n./sqrt(10^(SNRindB(ii)/10));
% FFT
% removing cyclic prefix
Rx_new = Rx(Lcp+1:end);
% fft with length Nsc
z_fft = fft(Rx_new, Nsc)/sqrt(Nsc); % 1/sqrt(Nsc) should be multiplied
% separate the signals on odd and even subcarriers
X_odd = z_fft(1:2:Nsc);
X_even = z_fft(2:2:Nsc);
% Calculate the frequency domain response
H11 = fft(h11, Nsc);
H21 = fft(h21, Nsc);
% Zero-Forcing Detection
denom = H11(1:2:Nsc).*conj(H11(2:2:Nsc)) + H21(1:2:Nsc).*conj(H21(2:2:Nsc));
X_rx = zeros(1, Nsc);
X_rx(1:2:Nsc) = (1./denom).*(conj(H11(2:2:Nsc)).*X_odd +
H21(1:2:Nsc).*conj(X_even));
X_rx(2:2:Nsc) = (1./denom).*(conj(H21(2:2:Nsc)).*X_odd - H11(1:2:Nsc).*conj(X_even));
% Demodulate
% demodulate the receive BPSK symbols
X_demod = real(X_rx) > 0;
% Error count
errors(jj)=sum((X_info ~= X_demod));
end
% bit error ratio
BER_SFBC_BPSK(ii) = sum(errors)/(Nsc*iterations);
end
semilogy(SNRindB, BER_SFBC_BPSK, 'r-','LineWidth',2)
axis([0 30 10^(-5) 10^0])
title('2x1 SFBC-OFDM with BPSK in multipath fading with cyclic prefix')
xlabel('SNR in dB')
ylabel('Bit Error Rate')

```


ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

ΕΛΛΗΝΟΓΛΩΣΣΗ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

[EB1] “ Προσδιορισμός επίδοσης ορθογωνικών χωροχρονικών μπλοκ κωδικοποιήσεων σε γενικευμένα κανάλια διάδοσης ” , Μεταπτυχιακή διπλωματική εργασία, Βάγια Παναγιωτιδη , Πειραιάς, Ιανουάριος 2009,

<http://dione.lib.unipi.gr/xmlui/bitstream/handle/unipi/3068/Panagiotidi.pdf?sequence=3>

[EB2] “ Υλοποίηση ΜΙΜΟ Πομποδέκτη με Χωρο-Χρονική Κωδικοποίηση σε Επαναπρογραμματιζόμενους Πομποδέκτες ”, Μεταπτυχιακή διπλωματική εργασία, Καρανατσιος Δημήτριος, Πειραιάς , Σεπτέμβριος 2015,

http://dione.lib.unipi.gr/xmlui/bitstream/handle/unipi/8857/Karanatsios_Dimitrios.pdf?sequence=1&isAllowed=y

[EB3] "Συστήματα Κινητών Επικοινωνιών" Κανάτας Αθανάσιος , Κωνσταντίνου Φίλιππος Πάντος Γεώργιος, 2008, Παπασωτηρίου, ISBN: 978-960-7182-06-7

[EB4] “Αξιολόγηση επίδοσης δεκτών για ασύρματα συστήματα πολλαπλών εισόδων πολλαπλών εξόδων (MIMO)” , Κόλλιας Στυλιανός, Μεταπτυχιακή διπλωματική εργασία, Ιούνιος 2012,

<http://dione.lib.unipi.gr/xmlui/bitstream/handle/unipi/5681/Kollias.pdf?sequence=2>

[EB5] Σημειώσεις μαθήματος “ Σχεδιασμός Ασύρματων Δικτύων ”

ΞΕΝΟΓΛΩΣΣΗ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

[EB1] “Implementation of Alamouti 2X3 Code on FPGA Board” , P.Sindhu, D.B.Sasanka, K.Hari Kishore, International Journal of Computer Applications ,Volume 63– No.8, February2013,

<http://research.ijcaonline.org/volume63/number8/pxc3885241.pdf>

[EB2] “MIMO-OFDM Wireless Communications with Matlab”, Yong Soo Cho, Jaekwon Kim , Won Young Yang, Chung G. Kang ,<http://www.ee.iitm.ac.in/~giri/pdfs/EE6002/book-cho.pdf>

[EB3] “Study and Analysis of 2x2 MIMO Systems for Different Modulation Techniques using MATLAB”, Ramanagoud Biradar and Dr.G.Sadashivappa , International Journal of Advanced Research in Computer and Communication Engineering ,Vol. 4, Issue 7, July 2015,

<http://www.ijarcce.com/upload/2015/july-15/IJARCCE%2027.pdf>

- [EB4] “Adaptive Modulation for SFBC-OFDM Systems with Zero-Forcing Equalization”, P.N. Kota, A.N. Gaikwad , Pranav M. Patil , Communications on Applied Electronics (CAE) – Foundation of Computer Science FCS, New York, USA Volume 3– No.2, October 2015
<http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.735.7079&rep=rep1&type=pdf>
- [EB5] “Performance analysis of SFBC (MIMO) OFDM system in fast fading channel”, P. N. Kota, Prateek R. Pandey, Kalyani Bondarde, International Journal of Electrical, Electronics and Data Communication, Volume-2, Issue-3, March-2014,
<https://pdfs.semanticscholar.org/f505/eb74fe65a8705e88e5663422ce01fef60a8e.pdf>
- [EB6] “Implementation aspects of list sphere decoder algorithms for MIMO-OFDM systems”, Markus Myllylä, Markku Juntti, Joseph R. Cavallaro, Signal Processing 90 (2010) 2863–2876
https://scholarship.rice.edu/bitstream/handle/1911/64207/2010_JSP_MYLLYLA.pdf;sequence=1
- [EB7] “An Improved Parameter Computation Method for a MIMO V2V Rayleigh Fading Channel Simulator Under Non-Isotropic Scattering Environments” , Xiang Cheng, Qi Yao, Cheng-Xiang Wang, Bo Ai, Gordon L. Stuber, Dongfeng Yuan, and Bing-Li Jiao, IEEE COMMUNICATIONS LETTERS, VOL. 17, NO. 2, FEBRUARY 2013 ,
http://home.eps.hw.ac.uk/~cw46/2013_ChengX_CL_13_02_265.pdf
- [EB8] “A Fast Sphere Decoding Algorithm for Space-Frequency Block Codes”, Zoltan Safar, Weifeng Su and K. J. Ray Liu, Hindawi Publishing Corporation EURASIP Journal on Applied Signal Processing Volume 2006, Article ID 97676, Pages 1–14
http://sig.umd.edu/publications/safar_decoding_200600.pdf
- [EB9] "Enhancing the physical layer in V2V communication using OFDM-MIMO techniques" Al-Khalil Ahmad Baheej, Ali Al-Sherbaz, and Scott J. Turner, (2013),
<http://nectar.northampton.ac.uk/5522/1/AlKhalil20135522.pdf>
- [EB10] “Performance analysis of MIMO OFDM system for different modulation schemes under various fading channels” , Achra Nisha ,Mathur Garima , Yadav R. P , International Journal of Advanced Research in Computer and Communication Engineering,, 2013, 2.5: 2098-2103,
<https://pdfs.semanticscholar.org/7897/0e10c6257d582694743f7f078f2a0ea2db3f.pdf>
- [EB11] "Obtaining full-diversity space-frequency codes from space-time codes via mapping", Weifeng Su, Z. Safar, M. Olfat and K. J. R. Liu in IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 51, no. 11, pp. 2905-2916, Nov 2003,
http://sig.umd.edu/publications/su_SFcode_mapping_200311.pdf

- [EB12] "A space-frequency transmitter diversity technique for OFDM systems." , Lee, King F. and Douglas B. Williams, Global Telecommunications Conference, 2000. GLOBECOM'00. IEEE. Vol. 3. IEEE, 2000,
<http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.67.9058&rep=rep1&type=pdf>
- [EB13] "A universal lattice code decoder for fading channels", E.Viterbo and J. Boutros, in IEEE Transactions on Information Theory, vol. 45, no. 5, pp. 1639-1642, Jul 1999,
<https://pdfs.semanticscholar.org/8764/22522e62cb8be6546726c296e6faf9dd7a94.pdf>
- [EB14] "Space-Time/Frequency Coding for MIMO-OFDM in Next Generation Broadband Wireless Systems", W. Zhang ,X. G. Xia and K. B. Letaief, in IEEE Wireless Communications, vol. 14, no. 3, pp. 32-43, June 2007 , <https://www.eecis.udel.edu/~xxia/WeiZhang1.pdf>
- [EB15] "Comparison of two novel list sphere detector algorithms for MIMO-OFDM systems", Myllylä Markus et al. , Personal, Indoor and Mobile Radio Communications, 2006 IEEE 17th International Symposium on. IEEE, 2006
<http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?tp=&arnumber=4022515&isnumber=4022244>
- [EB16] "IMPROVEMENT IN BER PERFORMANCE BY MMSE EQUALIZER WITH MIMO OFDM", SIKARWAR N. , International Journal for Research in Science & Advanced Technologies Issue-1, Volume-1 , 001-011
<http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.669.5138&rep=rep1&type=pdf>
- [EB17] iee802.org/16/tgm/contrib/C80216m-08_461.doc
- [EB18] Hutter, Andreas A., et al. "Alamouti-based space-frequency coding for OFDM." Wireless Personal Communications 35.1-2 (2005): 173-185,
<http://www.eurecom.fr/fr/publication/1879/download/cm-mekrse-051001.pdf>
- [EB19] Youssefi My Abdelkader, et al. "Adaptive Switching between Space-Time and Space-Frequency Block Coded OFDM Systems in Rayleigh Fading Channel" (2013),
http://file.scirp.org/pdf/IJCNS_2013061814270587.pdf
- [EB20] "A Study on Space Time/Frequency Block Codes for MIMO OFDM System", Parul Gupta et.al., International Journal of Engineering Research & Technology (IJERT) Vol. 1 Issue 7, September – 2012, <http://www.ijert.org/view-pdf/1079/a-study-on-space-timefrequency-block-codes-for-mimo-ofdm-system>