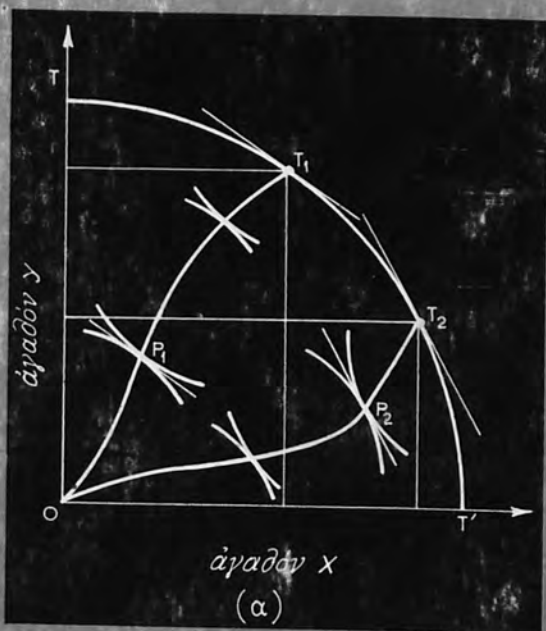


ΚΑΘΗΓΗΤΟΥ ΣΤΥΛ. Α. ΣΑΡΑΝΤΙΔΗ (Ph.D.)

ΘΕΩΡΙΑ ΑΡΙΣΤΗΣ ΚΑΤΑΝΟΜΗΣ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗΣ ΤΗΣ ΕΥΗΜΕΡΙΑΣ & ΓΕΝΙΚΗΣ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ



ΠΕΙΡΑΙΕΥΣ 1978

ΚΑΘΗΓΗΤΟΥ ΣΤΥΛ. Α. ΣΑΡΑΝΤΙΔΗ (Ph.D.)

**ΘΕΩΡΙΑ ΑΡΙΣΤΗΣ ΚΑΤΑΝΟΜΗΣ
ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗΣ ΤΗΣ ΕΥΗΜΕΡΙΑΣ
ΚΑΙ ΓΕΝΙΚΗΣ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ**

Σ. Σαραντιδής
Γ. Α. Β. Σ. Π.

ΠΕΙΡΑΙΕΥΣ 1978

Πᾶν γήσιον ἀντίτυπον φέρει τὴν ὑπογραφήν τοῦ συγγραφέως.

ΟΕΣΙΑ ΑΡΙΣΤΗ ΚΑΙΛΑΚΟΜΗ
ΟΙΚΟΝΟΜΟΝ ΤΗΣ ΕΥΡΩΠΗΣ
ΚΑΙ ΤΕΧΝΙΚΗΣ ΕΥΡΩΠΙΑΣ

ΠΕΡΙΛΕΞΕΙΣ 1978

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

	Σελ.
Πρόλογος.....	11

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Ι

Η ΘΕΩΡΙΑ ΤΗΣ ΑΝΤΑΛΛΑΓΗΣ ΚΑΙ ΤΗΣ ΑΡΙΣΤΗΣ ΚΑΤΑΝΟΜΗΣ ΤΩΝ ΠΑΡΑΓΩΓΙΚΩΝ ΠΟΡΩΝ

I. 0. ΘΕΩΡΙΑ ΤΗΣ ΑΝΤΑΛΛΑΓΗΣ — ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΙΚΗ ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΤΩΝ ΑΓΑΘΩΝ.....	15
I. 0.0. Εισαγωγή.....	15
I. 0.1. Τò υπόδειγμα τής διμερούς ανταλλαγής.....	17
I. 0.2. Ἡ ἰσορροπία εἰς τò υπόδειγμα τής διμερούς ανταλλαγής.....	24
I. 0.3. Τò υπόδειγμα τής πολυμερούς ανταλλαγής.....	26
I. 0.4. Ἐφαρμογαὶ τής θεωρίας τής ανταλλαγής.....	29
I. 1. ΑΡΙΣΤΗ ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΤΩΝ ΠΑΡΑΓΩΓΙΚΩΝ ΠΟΡΩΝ ΜΕΤΑΞΥ ΔΥΟ ΣΚΟΠΩΝ.....	30
I. 1.0. Τò υπόδειγμα δύο ἀγαθῶν - δύο συντελεστῶν τής παραγωγῆς....	30
I. 1.1. Ὁ λόγος κεφαλαίου - ἐργασίας εἰς τò υπόδειγμα δύο ἀγαθῶν - δύο συντελεστῶν.....	35
I. 1.2. Ἡ καμπύλη μετασχηματισμοῦ ἢ δυνατοτήτων παραγωγῆς.....	37
I. 2. ΑΡΙΣΤΗ ΠΑΡΑΓΩΓΗ ΚΑΙ ΔΙΑΝΟΜΗ ΤΩΝ ΑΓΑΘΩΝ.....	39
I. 2.0. Τò υπόδειγμα δύο ἀγαθῶν - δύο συντελεστῶν - δύο ἀτόμων.....	39
I. 2.1. Ἐν διαζευκτικόν υπόδειγμα παραγωγῆς καὶ ανταλλαγῆς δύο ἀγαθῶν μεταξύ δύο ἀτόμων.....	46
ΕΠΙΛΟΓΗ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑΣ.....	48

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΙΙ

Η ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗ ΤΗΣ ΕΥΗΜΕΡΙΑΣ

II. 0. Η ΚΑΤΑ PARETO ΑΡΙΣΤΟΠΟΙΗΣΙΣ ΚΑΙ Η ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗ ΤΗΣ ΕΥΗΜΕΡΙΑΣ.....	49
II. 0.0. Εισαγωγή.....	49
II. 0.1. Σύγκρισις τῶν ἐπιπέδων ἱκανοποιήσεως μεταξύ ἀτόμων καὶ κατανομῆ τοῦ εἰσοδήματος.....	50

Π. 0.2. Αι όρια και συνθήκαι τής κατά Pareto άριστοποίησης.....	53
Π. 0.3. 'Η καμπύλη δυνατότητων χρησιμότητας.....	55
Π. 1. Η ΣΥΝΑΡΤΗΣΙΣ ΚΟΙΝΩΝΙΚΗΣ ΕΥΗΜΕΡΙΑΣ ΚΑΙ Η ΜΕΓΙΣΤΟΠΟΙΗΣΙΣ ΤΑΥΤΗΣ.....	58
Π. 1.0. 'Ο ρόλος τών αξιολογικών ή ήθικών κρίσεων.....	58
Π. 1.1. 'Η συνάρτησις κοινωνικής ευημερίας.....	60
Π. 1.2. Μεγιστοποίησις τής κοινωνικής ευημερίας : Μεγιστοποίησις τής συναρτήσεως εις τόν χώνρον τής χρησιμότητας.....	64
Π. 1.3. Μεγιστοποίησις τής κοινωνικής ευημερίας : Μεγιστοποίησις τής συναρτήσεως εις τόν χώνρον τών αγαθών.....	68
Π. 1.4. Τό θεωρημα του Arrow.....	72
Π. 2. Η ΑΡΙΣΤΟΠΟΙΗΣΙΣ ΤΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΥΠΟ ΔΙΑΦΟΡΟΥΣ ΜΟΡΦΑΣ ΑΓΟΡΑΣ.....	75
Π. 2.0. 'Η κατά Pareto άριστοποίησις υπό καθεστώς πλήρους ανταγωνισμού	76
Π. 2.1. 'Η κατά Pareto άριστοποίησις υπό καθεστώς άτελους ανταγωνισμού	78
Π. 2.2. 'Η κατά Pareto άριστοποίησις υπό καθεστώς σοσιαλιστικής οικονομίας.....	81
Π. 3. ΑΤΕΛΕΙΑΙ ΤΗΣ ΑΝΤΑΓΩΝΙΣΤΙΚΗΣ ΑΓΟΡΑΣ.....	85
Π. 3.0. Εισαγωγή.....	85
Π. 3.1. Δημόσια αγαθά.....	85
Π. 3.2. 'Εξωτερικαί επιδράσεις εις την κατανάλωσιν και την παραγωγήν...	90
Π. 3.2.0. 'Εξωτερικαί επιδράσεις εις την κατανάλωσιν.....	91
Π. 3.2.1. 'Εξωτερικαί επιδράσεις εις την παραγωγήν.....	95
Π. 3.2.2. Μεικταί εξωτερικαί επιδράσεις.....	100
Π. 3.3. Αδξουσαι αποδόσεις και φθίνον κόστος παραγωγής.....	100
Π. 3.4. 'Ατελής γνώσις τής αγοράς και άβεβαιότης.....	105
Π. 3.5. 'Η επίδρασις τής φορολογίας επί τής κατά Pareto άριστοποίησης..	107
Π. 3.5.0. Εισαγωγή.....	107
Π. 3.5.1. 'Η επίδρασις τής έμμέσου φορολογίας.....	108
Π. 3.5.2. 'Η επίδρασις τής φορολογίας εισοδήματος.....	109
Π. 3.6. 'Η θεωρία τής δευτέρας άρίστης λύσεως.....	112
Π. 4. ΕΤΕΡΑ ΚΡΙΤΗΡΙΑ ΕΥΗΜΕΡΙΑΣ — Η ΑΡΧΗ ΤΗΣ ΑΠΟΖΗΜΙΩΣΕΩΣ.....	116
Π. 4.0. Εισαγωγή.....	116
Π. 4.1. Κριτήρια κοινωνικής ευημερίας.....	117
Π. 4.1.0. Τό κριτήριον του Pareto.....	117
Π. 4.1.1. Τό κριτήριον του Kaldor.....	118
Π. 4.1.2. Τό κριτήριον του Hicks.....	119
Π. 4.1.3. Τό κριτήριον του Scitovsky.....	119
Π. 4.1.4. Τό κριτήριον του Samuelson.....	120
Π. 4.1.5. Τό κριτήριον του Little.....	121
ΕΠΙΛΟΓΗ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑΣ.....	122

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΙΙΙ

Η ΘΕΩΡΙΑ ΤΗΣ ΓΕΝΙΚΗΣ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ

	Σελ.
ΙΙΙ. 0. ΕΙΣΑΓΩΓΗ	123
ΙΙΙ. 0.0. Ἡ ἔννοια τῆς ἰσορροπίας καὶ οἰκονομικῆ θεωρίας	123
ΙΙΙ. 0.1. Μερικὴ καὶ γενικὴ ἰσορροπία	125
ΙΙΙ. 0.2. Ἱστορικὴ ἀναδρομὴ	126
ΙΙΙ. 0.3. Προβλήματα ἀγοραίας ἰσορροπίας	128
ΙΙΙ. 0.3.0. Τὸ ὑπόδειγμα τῆς μιᾶς ἀγορᾶς	128
ΙΙΙ. 0.3.1. Τὸ ὑπόδειγμα περισσοτέρων ἀγορῶν	131
ΙΙΙ. 1. ΠΟΛΥΑΓΟΡΑΙΑ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ ἈΝΕΥ ΧΡΗΜΑΤΟΣ	133
ΙΙΙ. 1.0. Τὸ σύστημα τῶν ἐξισώσεων ζήτησεως καὶ προσφορᾶς	133
ΙΙΙ. 1.1. Ἡ λύσις τοῦ συστήματος γενικῆς ἰσορροπίας καὶ ὁ νόμος τοῦ Walras	134
ΙΙΙ. 1.2. Τὸ θεώρημα τῆς ὁμογενείας καὶ ὁ νόμος τοῦ Say	136
ΙΙΙ. 2. Η ΠΟΛΥΑΓΟΡΑΙΑ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ ΜΕΤΑ ΧΡΗΜΑΤΟΣ	140
ΙΙΙ. 2.0. Ἡ ἔννοια τοῦ χρήματος εἰς τὸ ὑπόδειγμα γενικῆς ἰσορροπίας	140
ΙΙΙ. 2.1. Ὁ καθορισμὸς τοῦ ἀπολύτου ἐπιπέδου τῶν τιμῶν καὶ τὸ χρῆμα	141
ΙΙΙ. 2.2. Κριτικὴ τοῦ κλασικοῦ (Βαλρασιανοῦ) συστήματος γενικῆς ἰσορροπίας	144
ΙΙΙ. 2.3. Ἡ ὁμογένεια τοῦ συστήματος γενικῆς ἰσορροπίας καὶ ἡ ζήτησις χρήματος	147
ΙΙΙ. 2.4. Ἡ συμπερίληψις τοῦ χρήματος εἰς τὰς συναρτήσεις χρησιμότητος	151
ΙΙΙ. 2.5. Τὸ σύστημα Patinkin	153
ΙΙΙ. 2.5.0. Τὸ σύστημα Patinkin ἀνευ πιστωτικῆς ἀγορᾶς	153
ΙΙΙ. 2.5.1. Χαρακτηριστικὰ τοῦ συστήματος Patinkin	155
ΙΙΙ. 2.5.2. Τὸ ἀποτέλεσμα τῶν «πραγματικῶν ρευστῶν διαθεσίμων»	156
ΙΙΙ. 2.5.3. Τὸ σύστημα Patinkin μὲ πιστωτικὴν ἀγορὰν	158
ΙΙΙ. 3. ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΑΝΤΑΓΩΝΙΣΤΙΚΗΣ ΠΟΛΥΑΓΟΡΑΙΑΣ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ	160
ΙΙΙ. 3.0. Τὸ πρόβλημα τῆς ὑπάρξεως ἰσορροπίας	160
ΙΙΙ. 3.0.0. Ἡ ἐπίλυσις συστημάτων ἐξισώσεων	161
ΙΙΙ. 3.0.1. Θεώρημα ὀρισμένου σημείου	163
ΙΙΙ. 3.1. Τὸ πρόβλημα τῆς εὐσταθείας τῆς ἰσορροπίας	165
ΙΙΙ. 3.1.0. Στατικὴ εὐστάθεια	166
ΙΙΙ. 3.1.1. Δυναμικὴ εὐστάθεια	171
ΙΙΙ. 3.2. Τὸ πρόβλημα τῆς μοναδικότητος	173
ΕΠΙΛΟΓΗ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑΣ	175

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Ἡ Οἰκονομικὴ Ἐπιστήμη εἶναι ἡ θεωρία καὶ ἡ πολιτικὴ τῆς οἰκονομικῆς ἐπιλογῆς μεταξὺ ἐναλλακτικῶν θέσεων, καταστάσεων ἢ προτάσεων. Ἡ τελικὴ ἐπιλογή ἐκ μέρους τῶν οἰκονομοῦντων ἀτόμων ἢ τῶν ομάδων ἀτόμων ἢ τῆς κοινωνίας μιᾶς θέσεως ἢ καταστάσεως ἀπαιτεῖ μιὰ διαδικασία ἀριστοποιήσεως. Τὶς διάφορες διαδικασίες ἀριστοποιήσεως μᾶς διδάσκει ἡ οἰκονομικὴ θεωρία ἢ οἰκονομικὴ ἀνάλυση.

Οἱ σπουδαστὲς τῶν ἐλληνικῶν οἰκονομικῶν σχολῶν, πρὸς τοὺς ὁποίους ἀπευθύνεται αὐτὸ τὸ βιβλίον, πρέπει, ἀνεξαρτήτως τῆς εἰδικεύσεως καὶ τῆς κατευθύνσεως ποῦ ἐπιθυμοῦν νὰ πάρουν, νὰ γίνουν κάτοχοι ὅσο τὸ δυνατό μεγαλύτερου φάσματος τῆς οἰκονομικῆς θεωρίας καὶ ἀναλύσεως. Ἐτσι, ἀπὸ τὸν κλάδο τῆς μικροοικονομικῆς θεωρίας θὰ πρέπει νὰ μάθουν: τὴ θεωρία τοῦ καταναλωτοῦ καὶ τῆς ζητήσεως, τὴ θεωρία τοῦ κόστους καὶ τῆς παραγωγῆς, τὴ θεωρία τοῦ σχηματισμοῦ τῶν τιμῶν τῶν ἀγαθῶν καὶ τῶν ὑπηρεσιῶν τῶν παραγωγικῶν συντελεστῶν, τὴ θεωρία τῶν μορφῶν ἀγορᾶς καὶ τῆς ἐπιχειρήσεως, τὴ θεωρία τῆς ἀνταλλαγῆς καὶ τῆς ἄριστης κατανομῆς τῶν ἀγαθῶν καὶ τῶν πόρων τῆς οἰκονομίας, τὴ θεωρία τῆς εὐημερίας καὶ τῆς θεωρία τῆς γενικῆς ἰσορροπίας. Ἀπὸ τὸν κλάδο τῆς μακροθεωρίας ἀναφέρουμε ἐνδεικτικῶς: τὴ θεωρία σχηματισμοῦ τοῦ ἐθνικοῦ εἰσοδήματος (καὶ τοὺς ἐθνικοὺς λογαριασμοὺς), τὴ θεωρία τοῦ οἰκονομικοῦ κύκλου (οἰκονομικῶν διακυμάνσεων), τὴ θεωρία τῆς οἰκονομικῆς μεγεθύνσεως (growth theory), τὴ θεωρία τοῦ τόκου καὶ τοῦ χρήματος καὶ τὴ θεωρία τῆς οἰκονομικῆς πολιτικῆς. Αὐτὰ κατ' ὅσον ἀφορᾶ τὴ μικρο- καὶ τὴ μακροοικονομικὴ. Ἄλλα θέματα τῆς οἰκονομικῆς ἀποτελοῦν ἀντικείμενο ἄλλων κλάδων τῆς Οἰκονομικῆς Ἐπιστήμης, ποῦ πρέπει νὰ μάθουν ἐπίσης οἱ σπουδαστὲς.

Στὸ βιβλίον αὐτὸ γίνεται προσπάθεια νὰ καλυφθεῖ ἡ ὅλη ποῦ ἀφορᾶ στὴ θεωρία τῆς ἀνταλλαγῆς καὶ τῆς ἄριστης κατανομῆς τῶν ἀγαθῶν καὶ τῶν πόρων, στὴν οἰκονομικὴ εὐημερία καὶ στὴ γενικὴ ἰσορροπία. Ἐργαλεῖο ἀναλύσεως εἶναι ἡ ὀριακὴ ἀνάλυση. Τὰ θέματα τῆς ἰσορροπίας στὴ μεμονωμένη ἀγορᾶ (μερικὴ ἰσορροπία), τῆς ἰσορροπίας τοῦ καταναλωτῆ καὶ τῆς ἰσορροπίας τῆς ἐπιχειρήσεως, ὡς καὶ ἡ θεωρία τῆς παραγωγῆς ἐξετάσθησαν σὲ ἄλλο βιβλίον μας. Ἡ γνώση τους θεωρεῖται ἀπαραίτητη γιὰ τὴν κατανόηση τῶν ὅσων ἀναπτύσσονται ἐδῶ.

Στὸ βιβλίον αὐτὸ ἀναλαμβάνεται ἡ μελέτη τῶν συνθηκῶν τῆς ἄριστης κατανομῆς τῶν πόρων καὶ τοῦ κοινωνικῶς ἐπιθυμητοῦ, ἢ ἐκτίμηση τοῦ κατὰ

πόσο οί διάφορες μορφές αγορῶν καὶ τὰ διάφορα οἰκονομικά συστήματα κρί-
νονται ἀποδοτικά, ἢ ἐκτίμησις τῶν ἀποτελεσμάτων μιᾶς μεταβολῆς στὴν ὑπάρ-
χουσα κατάστασις ἢ τὴν οἰκονομικὴ πολιτικὴ κ.ἄ. Πιὸ συγκεκριμένα, τὸ βιβλίον
αὐτὸ χωρίζεται σὲ τρία Κεφάλαια. Τὸ πρῶτο Κεφάλαιον ἀναφέρεται
στὴ θεωρίαν τῆς ἀνταλλαγῆς καὶ τῆς ἄριστης κατανομῆς τῶν πόρων. Περι-
λαμβάνει δὲ τὰ ὑποδείγματα τῆς διμεροῦς καὶ τῆς πολυμεροῦς ἀνταλλαγῆς,
τὴν ἄριστην κατανομὴν τῶν πόρων μεταξὺ δύο σκοπῶν καὶ τὴν ἄριστην παρα-
γωγὴν καὶ διανομὴν τῶν ἀγαθῶν. Τὸ δεύτερον Κεφάλαιον ἀναφέρεται
στὴν οἰκονομικὴν τῆς εὐημερίας καὶ περιλαμβάνει τὴν κατὰ Pareto ἄριστο-
ποίησιν, τὴν μεγιστοποίησιν τῆς συναρτήσεως κοινωνικῆς εὐημερίας, τὴν ἄρι-
στοποίησιν τοῦ οἰκονομικοῦ συστήματος κάτω ἀπὸ διάφορες μορφὰς αγορῶν
καὶ ὑπὸ καθεστῶς σοσιαλιστικῆς οἰκονομίας, τὴν ἀτέλειαν τῆς ἀνταγωνιστικῆς
ἀγορῆς, τὴν ἐπίδρασιν τῆς φορολογίας, τὴν θεωρίαν τῆς δεύτερης ἄριστης λύσεως
καὶ τὰ διάφορα κριτήρια εὐημερίας, ὡς καὶ τὴν ἀρχὴν τῆς ἀποζημιώσεως. Τὸ
τρίτον Κεφάλαιον ἀναφέρεται στὴ θεωρίαν τῆς γενικῆς ἰσορροπίας καὶ
περιλαμβάνει, ἐκτὸς τοῦ εἰσαγωγικοῦ μέρους, τὴν πολυαγοραίαν ἀνταγωνιστικὴν
ἰσορροπία ἄνευ χορήματός καὶ μετὰ χορήματος, τὸ σύστημα Palinkin, ὡς
καὶ τὰ προβλήματα τῆς ὑπάρξεως οἰκονομικῶς ἀποδεκτῆς λύσεως καὶ ἐν-
στάθειας τοῦ συστήματος.

Ὁ κύριος λόγος πὸν μᾶς ὀδήγησε στὴ συγγραφὴν τοῦ παρόντος εἶναι
τὸ γεγονός ὅτι οἱ σπουδαστές μας διδάσκονται συνήθως μεμονωμένα μέρη
ἐνὸς συνόλου καὶ ἐγκαταλείπονται μόνοι καθ' ὅσον ἀφορᾶ στὴ σύλληψιν τῆς
λειτουργίας τοῦ συνόλου. Βλέπουν τὰ δένδρα ἐνὸς δάσους χωρὶς νὰ ἔχουν θεὰ
ὀλόκληρον τὸ δάσος. Τὰ θεωρητικὰ προβλήματα τῆς κοινωνικῆς εὐημερίας καὶ
τῆς γενικῆς ἰσορροπίας εἶναι τὸ ἐπιστέγασμα μιᾶς οἰκοδομῆς πὸν κάθε λίθος
τῆς εἶναι ἓνα μερικὸν ἐξάρτημα τοῦ μηχανισμοῦ τῆς θεωρητικῆς οἰκονομικῆς
σκέψεως. Ἡ ὀλοκλήρωσις αὐτοῦ τοῦ μηχανισμοῦ τῆς νοητικῆς λειτουργίας
δὲν μπορεῖ νὰ γίνῃ χωρὶς τὴν γνώσιν τῆς συνολικῆς θεωρήσεως. Αὕτη τὴν
δυνατότητα δίνει τὸ ὄλιγον πὸν περιέχεται σ' αὐτὸ τὸ βιβλίον. Τὰ διάφορα
ὑποδείγματα πὸν ἀναπτύσσονται, ὡς καὶ οἱ ὑποθέσεις καὶ οἱ ἔννοιαι πάνω
στὶς ὁποῖες στηρίζονται, μπορεῖ νὰ μὴν ἀνταποκρίνονται στὸν πραγματικὸν
κόσμον. Ἄλλ' ὁ σκοπὸς τῆς ἐπιστημονικῆς διδασκαλίας εἶναι νὰ μᾶς μάθῃ
τὸ ἐπιστημονικῶς σκέπτεσθαι, πὸν γιὰ νὰ ἐπιτευχθῇ ἀπαιτοῦνται οἱ θεωρη-
τικὲς κατασκευαί. Ὁ σπουδαστὴς πρέπει νὰ μάθῃ τις λογικὰς διαδικασίας
τῆς ἐπιστημονικῆς ἔρευνας, τὰ ὄργανα καὶ ἐργαλεῖα τῆς λογικῆς ἀναλύσεως.
Τότε μόνο θὰ εἶναι ἱκανὸς νὰ ἀναλύσῃ καὶ νὰ ἐξημερῆσῃ γεγονότα καὶ φαινό-
μενα τοῦ πραγματικοῦ κόσμου.

Τὰ μαθηματικὰ πὸν χρησιμοποιοῦνται ἐδῶ εἶναι ἀπλά. Κύριον ὄργανον
εἶναι ἡ ὀριακὴ ἀνάλυσις καὶ ὀλόκληρον τὸ πρόβλημα τῆς ἐπιλογῆς καὶ τῆς
ἄριστοποιήσεως ἀντιμετωπίζεται μὲ τὴν ἀνάλυσιν αὐτήν. Ἀποφύγαμε τὴν χρῆσιν

προχωρημένων μαθηματικῶν, διότι σκοπός μας εἶναι ἡ ἀνάπτυξη τῆς οἰκονομικῆς σκέψεως μὲ ὅσο τὸ δυνατὸ κλασικὰ μαθηματικὰ πὸν κατέχουν τουλάχιστον οἱ περισσότεροὶ σπουδαστές.

Δίνοντας στὴ δημοσιότητα αὐτὸ τὸ βιβλίον, πὸν ἐγράφη τὸ μεγαλύτερον μέρος του πρὶν ἀπὸ δύο ἔτη, νομίζουμε ὅτι συμβάλλουμε, ἔστω στὸ ἐλάχιστον, ἐμπλουτισμὸ τῆς ἐπὶ τοῦ προκειμένου ἐλληνικῆς βιβλιογραφίας καὶ δίνουμε στοὺς σπουδαστὲς ἓνα χρήσιμο βοήθημα. Ἄν πετύχαμε ἢ ὄχι ἄλλοι θὰ τὸ κρίνουν. Ἐμεῖς εἴμαστε ἀπλοὶ θεράποντες τῆς ἐπιστήμης.

Πειραιεύς, 1977.

Σ. Α. Σ.

ώμιλησε διὰ παραδειγμάτων ὁ Adam Smith εἰς τὸ βιβλίον του «Ὁ πλοῦτος τῶν ἐθνῶν» (1776).

Ἡ μεταξύ τῶν οἰκονομούντων ἀτόμων συνεργασία δύναται νὰ ἀποβῆ ἐπωφελῆς διὰ τοὺς συναλλασσομένους ὅπωςδῆποτε, ἐφ' ἕσον θὰ ὑπάρχη ἄρμονία συμφερόντων καὶ ἰσότης μεταξύ τούτων. Εἰς τὸν πραγματικὸν κόσμον ἡ ὠφέλεια ἐκ τῆς ἀνταλλαγῆς δὲν μοιράζεται ἐξ ἴσου μεταξύ τῶν συναλλασσομένων καὶ συνεπῶς ὑφίσταται ἕδαφος συγκρούσεως (conflict) καὶ διαπραγματεύσεως ποῦ ὁδηγεῖ ὄχι εἰς ἰσορροπίαν, ἀλλὰ εἰς ἀπροσδιουριστίαν ταύτης. Ὁ Karl Menger ἦτο ἀπὸ τοὺς πρώτους ὁ ὁποῖος ἀντιμετώπισε τὸ πρόβλημα εἰς τὸ βιβλίον του «Ἀρχαὶ Οἰκονομικῆς» (1871) μὲ ἓν παράδειγμα διμεροῦς μονοπωλίου. Οὗτος ἔλαβε τὴν περίπτωσιν δύο ἀτόμων, τοῦ Α κατέχοντος ἵππους καὶ τοῦ Β κατέχοντος ἀγελάδας. Βασιζόμενος εἰς τὴν ἀρχὴν τῆς φθινοῦσης ὀριακῆς χρησιμότητος καὶ εἰς τὴν ἀρχὴν τῆς μετρησίμου καὶ προσθεσίμου χρησιμότητος (ἀπόλυτος χρησιμότης) ὑπέθεσε τὸ ἀκόλουθον παράδειγμα : Ἐὰν ἡ ὀριακὴ χρησιμότης τῶν ἵππων βαίνει ὡς ἐξῆς : 50, 40, 30, 20 κ.ο.κ. καὶ τὸ αὐτὸ συμβαίνει καὶ διὰ τὰς ἀγελάδας, τότε θὰ ἦδύνατο ὁ Α νὰ ἀνταλλάξῃ τὸν τέταρτον, ἂς ὑποθέσωμεν, ἵππον μὲ τὴν τετάρτην ἀγελάδα τοῦ Β καὶ οὕτω νὰ κερδίσῃ 50 μονάδας χρησιμότητος καὶ νὰ ἀπωλέσῃ μόνον 20 καὶ τὸ αὐτὸ νὰ συμβῆ μὲ τὸν Β. Ὅποτε ἐκ τῆς ἀνταλλαγῆς αὐξάνει ἡ συνολικὴ χρησιμότης ἀμφοτέρων. Διὰ τοῦ τρόπου τούτου θὰ ἦδύνατο νὰ συνεχίσουν τὴν ἀνταλλαγὴν, μέχρι τοῦ σημείου πέραν τοῦ ὁποῖου ἡ ἀνταλλαγή δὲν θὰ ἦτο ἐπωφελῆς δι' ἑκάτερον τούτων. Τὸ σημεῖον δὲ τοῦτο ἐπιτυγχάνεται ὅταν ἡ (ὀριακὴ) χρησιμότης τοῦ διδομένου εἶναι ἡ αὐτὴ μὲ τὴν (ὀριακὴν) χρησιμότητα τοῦ λαμβανομένου. Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν δὲν ὑπάρχει ἐνδιαφέρον δι' ἀνταλλαγὴν. Ἡ ἀδυναμία ὅμως τοῦ παραδείγματος ἐγκρίεται εἰς τὸ γεγονός ὅτι ἡ σχέσις ἀνταλλαγῆς τῶν ἀγαθῶν εἶναι δεδομένη ἐξ ὑπαρχῆς (εἷς ἵππος ἔναντι μιᾶς ἀγελάδος), ἐνῶ ἀκριβῶς ἡ σχέσις αὕτη εἶναι τὸ ζητούμενον.

Εἰς τὸ τμήμα τοῦτο θὰ ἐξετάσωμεν εἰς τὴν ἀρχὴν τὸ ἀπλοῦν ὑπόδειγμα ἀνταλλαγῆς δύο προσώπων - δύο ἀγαθῶν (διμερῆς ἀνταλλαγῆ) καὶ κατόπιν θὰ ἀναφερθῶμεν εἰς τὴν περίπτωσιν τῶν περισσοτέρων συναλλασσομένων. Ἐκ τῆς ἀναλύσεως ταύτης θὰ προκύψουν αἱ συνθήκαι τῆς ἀποτελεσματικῆς ἀνταλλαγῆς καὶ κατανομῆς τῶν ἀγαθῶν μεταξύ τῶν συναλλασσομένων ἢ μεταξύ δύο σκοπῶν. Κατόπιν θὰ ἐξετάσωμεν τὸ πρόβλημα τῆς πλέον ἀποδοτικῆς (ἀποτελεσματικῆς) κατανομῆς τῶν παραγωγικῶν συντελεστῶν μεταξύ τῆς παραγωγῆς δύο ἀγαθῶν, τὸν λόγον κεφαλαίου - ἐργασίας εἰς τὴν παραγωγὴν τῶν δύο ἀγαθῶν, ὡς καὶ τὴν καμπύλην μετασχηματισμοῦ τῶν ἀγαθῶν τούτων. Ἐπίσης θὰ ἐξετάσωμεν τὴν ταυτόχρονον κατὰ Pareto ἀριστοποίησιν εἰς τὴν παραγωγὴν καὶ τὴν διανομὴν (ἀνταλλαγὴν) τῶν ἀγαθῶν. Ἡ ταυτόχρονος αὕτη μελέτη ἀνήκει εἰς τὴν ἀνάλυσιν τῆς γενικῆς ἰσορροπίας, καθ' ὅτι ἐξετάζεται ταυτοχρόνως ἡ ἀλληλεπίδρασις τῶν μεταβλητῶν τῆς καταναλωτικῆς καὶ τῆς

παραγωγικής συμπεριφοράς, ἐν ἀντιθέσει πρὸς τὴν ἀνάλυσιν μεμονομένως τῆς ἰσορροπίας τοῦ καταναλωτοῦ καὶ τῆς τοιαύτης τῆς ἐπιχειρήσεως (ἢ τῆς παραγωγῆς), ἣτις ἀνήκει εἰς τὴν ἀνάλυσιν μερικῆς ἰσορροπίας, ἡ ὁποία γίνεται ὑπὸ τὴν ὑπόθεσιν *ceteris paribus*.

Δέον ἐπίσης νὰ λεχθῆ ὅτι ἡ θεωρία τῆς ἀρίστης κατανομῆς τῶν παραγωγικῶν πόρων καὶ τῶν ἀγαθῶν ἀνήκει ταξινομικῶς εἰς τὴν ἀνάλυσιν τῆς οἰκονομικῆς τῆς εὐημερίας, περὶ τῆς ὁποίας θὰ ὁμιλήσωμεν εἰδικώτερον εἰς τὸ ἐπόμενον Κεφάλαιον.

I. 0.1. Τὸ Ὑπόδειγμα τῆς Διμεροῦς Ἀνταλλαγῆς

Διὰ τὴν ἀνάλυσιν τοῦ προβλήματος τῆς ἀνταλλαγῆς δύο ἀγαθῶν μεταξύ δύο συναλλασσομένων θὰ ὑποθέσωμεν τὰ κάτωθι :

(α) Ἡ συνάρτησις χρησιμότητος ἐκάστου συναλλασσομένου εἶναι συνεχῆς καὶ διαφορίσιμος, χαρακτηριζομένη ἀπὸ φθίνοντα ὀριακὸν λόγον ὑποκαταστάσεως μεταξύ τῶν δύο ἀγαθῶν.

(β) Κατ' ἀκολουθίαν τῆς (α) αἱ καμπύλαι ἀδιαφορίας εἶναι κυρταὶ ὡς πρὸς τὴν ἀρχὴν τῶν ἀξόνων*. Τὸ ἀξίωμα τῆς κυρτότητος μᾶς λέγει ὅτι ὅταν τὰ σημεῖα x_1 καὶ x_2 εὐρίσκωνται ἐπὶ τῆς καμπύλης καὶ τὸ σημεῖον x_3 εὐρίσκεται ἐπὶ τῆς εὐθείας πού ἐνώνει τὰ σημεῖα x_1 καὶ x_2 , τότε τὸ σημεῖον x_3 εὐρίσκεται δεξιὰ ἔλων τῶν σημείων πού περιλαμβάνονται μεταξύ x_1 καὶ x_2 .

(γ) Ἐκ τῆς καταναλώσεως τῶν δύο ἀγαθῶν οὐδέποτε ἐπέρχεται κορεσμός (ἀξίωμα τοῦ ἀκορέστου), τὸ ὁποῖον σημαίνει ὅτι ἡ ὀριακὴ χρησιμότης εἶναι πάντοτε θετικὴ.

(δ) Ὑποτιθεμένου τοῦ ἀκορέστου τῶν ἀναγκῶν, μεγαλύτερα ποσότης ἐξ ἐνὸς ἀγαθοῦ εἶναι προτιμότερα (ἐπικρατεστέρα) μικροτέρας ποσότητος ἐκ τοῦ αὐτοῦ ἀγαθοῦ. Ἐὰν ὁ συνδυασμὸς ἀγαθῶν x_1 περιλαμβάνῃ μεγαλύτεραν ποσότητα ἐξ ἐνὸς τουλάχιστον ἀγαθοῦ καὶ οὐχὶ μικροτέραν ποσότητα ἐκ τῶν λοιπῶν ἀγαθῶν ἢ ὁ συνδυασμὸς x_2 , τότε ὁ συνδυασμὸς x_1 εἶναι ἐπικρατέστερος τοῦ x_2 . Τοῦτο εἶναι τὸ ἀξίωμα τῆς ἐπικρατήσεως (axiom of dominance) ἢ τῆς μονοτονικότητος.

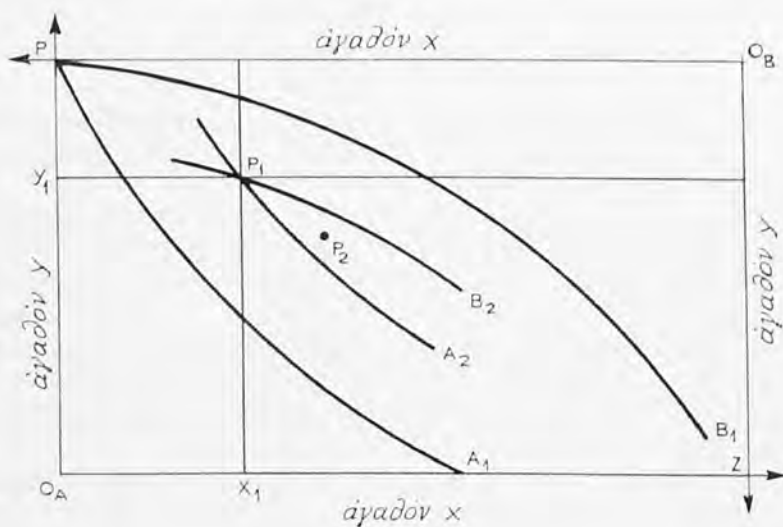
(ε) Ἀνυπαρξία ἐξωτερικῶν ἐπιδράσεων, ἥτοι ἡ ἰκνοποίησις τοῦ ἀτόμου ἐξαρτᾶται ἀποκλειστικῶς ἀπὸ τὰς ποσότητας τῶν καταναλισκομένων ὑπ' αὐτοῦ ἀγαθῶν.

Τὸ εὐφρέστερον μέσον παρουσιάσεως τοῦ ὑποδείγματος ἀνταλλαγῆς δύο ἀτόμων - δύο ἀγαθῶν εἶναι τὸ διάγραμμα τοῦ Edgeworth**. Τὸ διάγραμμα

* Εἰς τὴν προκειμένην περίπτωσιν λέγομεν ὅτι αἱ καμπύλαι ἔχουν τὸ ὀρθὸν σχῆμα ἢ συμπεριφέρονται καλῶς (well-behaved).

** Ὁ Francis Ysidore Edgeworth (1845-1926) ἦτο ὁ πρῶτος Ἀγγλος οἰκονομολόγος ὁ ὁποῖος ἀνέπτυξε τὴν θεωρίαν τῆς ἀνταλλαγῆς εἰς τὸ βιβλίον του Mathematical

τοῦτο εἶναι ὁ συνδυασμὸς τῶν διαγράμμάτων τῶν χαρτῶν καμπύλων ἀδιαφορίας τῶν δύο ἀτόμων, ὡς ἐμφαίνεται εἰς τὸ Σχ. I. 1. Διὰ τὴν κατασκευὴν τοῦ περιστρεφόμενου τοῦ διαγράμματος τοῦ B ἀτόμου κατὰ 180° καὶ τὸ ἐνώνομεν μετὰ τοῦ διαγράμματος τοῦ A ἀτόμου, ὥστε νὰ ἀποτελέσουν ἕν παραλληλόγραμμον. Ἡ ἀρχὴ τῶν ἀξόνων διὰ τὸν A εἶναι τὸ νοτιοδυτικὸν σημεῖον O_A καὶ ἡ ἀρχὴ τῶν ἀξόνων διὰ τὸν B εἶναι τὸ ἀκρότατον βορειοανατολικὸν σημεῖον O_B . Τὸ μῆκος τοῦ διαγράμματος ἀντιπροσωπεύει ἕλην τὴν ποσότητα τοῦ ἀγαθοῦ x καὶ τὸ ὕψος ἕλην τὴν ποσότητα τοῦ ἀγαθοῦ y.



Σχ. I. 1.

Δυνάμεθα νὰ ὑποθέσωμεν ὅτι : (α) ὀλόκληρον τὴν ποσότητα τοῦ ἀγαθοῦ y κατέχει ὁ A καὶ ὀλόκληρον τὴν ποσότητα τοῦ x ὁ B, ὅποτε εὐρισκόμεθα ἐπὶ τοῦ σημείου P, διὰ τοῦ ὁποίου διέρχονται αἱ καμπύλαι ἀδιαφορίας A_1 διὰ τὸν A καὶ B_1 διὰ τὸν B, καὶ (β) ὅτι ἕκαστον ἄτομον κατέχει ποσότητα καὶ ἐκ τῶν δύο ἀγαθῶν, ὅποτε ἡ ποσότης τοῦ ἀγαθοῦ y, ἡ κατεχομένη ἀπὸ ἀμφοτέρους, θὰ εἶναι ἴση πρὸς τὴν ὑπάρχουσαν ποσότητα τοῦ y ($= y_A + y_B$) καὶ ἡ ποσότης ἐπίσης τοῦ ἀγαθοῦ x, ἡ κατεχομένη ἀπὸ ἀμφοτέρους, θὰ εἶναι ἴση πρὸς τὴν ὑπάρχουσαν ποσότητα τοῦ x ($= x_A + x_B$). Ἡ περίπτωσις (β)

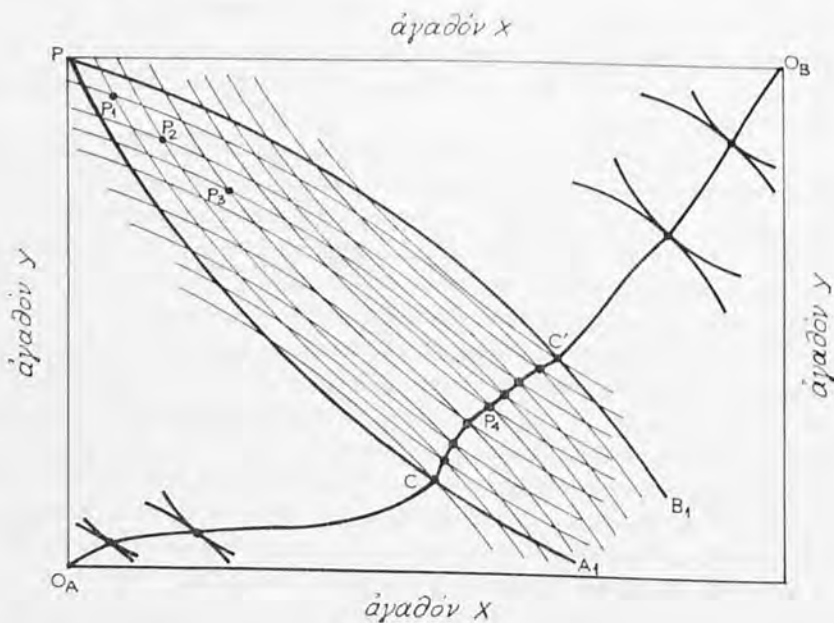
Psychics (1881). Ἡ ἀνάλυσις τοῦ Edgeworth ἠγνοήθη ἐπὶ δεκαετίας διὰ νὰ ἐμφανισθῇ καὶ πάλιν βελτιωμένη εἰς τὰς ἐργασίας τῶν Shubik (1959), Scarf (1962), Debreu καὶ Scarf (1963), Aumann (1964), Vind (1964) κ.ἄ. Ἐς σημειωθῇ ὅτι τὸ διάγραμμα τοῦ Edgeworth καλεῖται καὶ διάγραμμα Edgeworth - Bowley.

δύναται νὰ ἀντιπροσωπευθῆ ἀπὸ οἰονδήποτε σημεῖον ἐντὸς τοῦ παραλληλογράμμου ἢ τοῦ κυτίου, ὡς ἄλλως καλεῖται τὸ διάγραμμα τοῦ Edgeworth, ὡς τὸ σημεῖον P_1 . Τὸ σημεῖον τοῦτο ἀποτελεῖ τὸ διάνυσμα ἢ τὸν συνδυασμὸν ποσοτήτων ἐκ τῶν δύο ἀγαθῶν, τὰς ὁποίας κατέχουν οἱ Α καὶ Β. Οὕτως ὁ Α κατέχει ἀρχικῶς ποσότητα $O_A Y_1$ ἐκ τοῦ ἀγαθοῦ y καὶ $O_A X_1$ ἐκ τοῦ ἀγαθοῦ x καὶ ὁ Β κατέχει ποσότητα $P_Y Y_1$ ἐκ τοῦ ἀγαθοῦ y καὶ $X_1 Z$ ἐκ τοῦ ἀγαθοῦ x , ἦτοι $x_A = O_A X_1$, $x_B = X_1 Z$, $y_A = O_A Y_1$, $y_B = P_Y Y_1$ καὶ συνεπῶς $x = x_A + x_B$ καὶ $y = y_A + y_B$. Ἡ ὕφ' ἐκάστου ἀτόμου ἀρχικῶς κατεχομένη ποσότης ἐκ τῶν δύο ἀγαθῶν ἀποτελεῖ τὴν λεγομένην ἀρχικὴν κατανομήν τῶν ἀγαθῶν μεταξύ τῶν δύο ἀτόμων. Κάθε δὲ μεταβολὴ ἀπὸ ἐνὸς σημείου εἰς ἄλλο ἀποτελεῖ ἀνακατανομήν, ἢ ὁποία ὀδηγεῖ εἰς αὐξήσιν τῆς ποσότητος τοῦ ἐνὸς ἐκ τῶν δύο ἀγαθῶν διὰ τὸ ἓν ἄτομον καὶ ἀντίστοιχον ἰσόποσον μείωσιν διὰ τὸ ἕτερον ἄτομον.

Ἐκκίνησις εἴτε ἐκ τοῦ σημείου P εἴτε ἐκ τοῦ σημείου P_1 πρὸς πᾶν ἕτερον σημεῖον σημαίνει τὴν διενέργειαν ἀνταλλαγῆς μεταξύ τῶν δύο συναλλαγασμένων, ἢ ὁποία καταλήγει εἰς ἀνακατανομήν τῶν κατεχομένων ὑπὸ τούτων ποσοτήτων τῶν δύο ἀγαθῶν. Μὲ δεδομένα τὰ ἀξιώματα τῆς κυρτότητος καὶ τῆς ἐπικρατήσεως εἶναι προφανές ὅτι θὰ λάβῃ χώραν ἀνταλλαγὴ, ἐάν, καὶ μόνον ἐάν, ἕκαστος τῶν ἀντισυμβαλλομένων δὲν χειροτερεύῃ τὴν θέσιν του. Τὸ σύνολον τῶν σημείων τῆς περιοχῆς τῆς περικλειομένης ἀπὸ τὰς καμπύλας ἀδιαφορίας A_1 καὶ B_1 εἶναι καλῦτερον τοῦ σημείου P , ὡς καὶ κάθε σημείου πού εὑρίσκεται ἐκτὸς τῆς περιοχῆς αὐτῆς, ἦτοι κάθε σημείου πού εὑρίσκεται εἰς κατωτέραν καμπύλην ἀδιαφορίας. Ἐπίσης τὸ σημεῖον P_1 εἶναι χειρότερον ἀπὸ κάθε σημείου πού εὑρίσκεται ἐντὸς τῆς περιοχῆς τῆς δεσποζομένης ὑπὸ τῶν καμπύλων ἀδιαφορίας A_2 καὶ B_2 . Οὕτω τὸ σημεῖον P_1 εἶναι καλῦτερον καὶ συνεπῶς προτιμητέον δι' ἀμφοτέρους τοὺς συμβαλλομένους ἢ τὸ σημεῖον P , διότι εὑρίσκεται ἐπὶ ὑψηλοτέρων καμπύλων ἀδιαφορίας. Ἐπίσης τὸ σημεῖον P_2 εἶναι καλῦτερον τοῦ σημείου P_1 καὶ συνεπῶς τοῦ σημείου P , ὡς ἀντιπροσωπεῖον συνδυασμὸν ἀγαθῶν παρέχοντα μεγαλυτέραν ἱκανοποίησιν δι' ἀμφοτέρους τοὺς συμβαλλομένους, ἀφοῦ εὑρίσκεται εἰς ὑψηλοτέραν καμπύλην ἀδιαφορίας δι' ἕκαστον τούτων. Συγκεκριμένως ἡ θέσις P_1 δύναται νὰ προκύψῃ διὰ τῆς μεταξύ τῶν δύο ἀτόμων ἀνταλλαγῆς, ἦτοι ὁ Α νὰ προσφέρῃ εἰς τὸν Β ποσότητα $P_Y Y_1$ ἐκ τοῦ ἀποθέματος τοῦ ἀγαθοῦ y πού κατέχει καὶ νὰ λάβῃ ὡς ἀντάλλαγμα ποσότητα $O_A X_1$ ἐκ τοῦ ἀγαθοῦ x πού κατέχει ὁ Β.

Ἡ διαδικασία τῶν διαπραγματεύσεων καὶ τῆς ἀνταλλαγῆς καὶ ἡ καμπύλη ἀρίστων σημείων ἀνταλλαγῆς. Εἶναι προφανές ὅτι οὐδεὶς ἐκ τῶν συμβαλλομένων θὰ προχωρήσῃ εἰς τὴν διενέργειαν ἀνταλλαγῆς ἐάν δὲν προκύψῃ βελτίωσις τῆς θέσεώς του ἐκ τῆς τοιαύτης ἀνταλλαγῆς. Ἐφ' ὅσον ἡ διαπραγματεύσις εἶναι ἐλευθέρη οὐδὲν ἐκ τῶν δύο ἀτόμων δύναται νὰ ἐξωθήσῃ τὸ ἕτερον εἰς σημεῖον ἐπὶ κατωτέρας καμπύλης ἀδιαφορίας καὶ συνεπῶς τὰ ἄρια τῶν δια-

πραγματεύσεων θά εἶναι μεταξύ τῶν δύο καμπύλων ἀδιαφορίας A_1 καὶ B_1 . Σημεῖα ἐπὶ τῆς καμπύλης ἀδιαφορίας A_1 οὐδεμίαν βελτίωσιν τῆς ἱκανοποιήσεως τοῦ A θά ἐπέφερον καὶ συνεπῶς ἢ διὰ τῆς ἀνταλλαγῆς ἀνακατανομῆ θά ἦτο πρὸς ὄφελος μόνον τοῦ B , ὅστις θά ἀπεδεικνύετο ὁ μόνος ἱκανὸς διαπραγματευτής. Ἐπίσης μετακινήσις ἀπὸ τοῦ σημείου P πρὸς σημεῖα τῆς καμπύλης B_1 οὐδεμίαν βελτίωσιν τῆς ἱκανοποιήσεως τοῦ B θά ἐπέφερον καὶ συνεπῶς ἢ ἀνακατανομῆ θά ἦτο πρὸς ὄφελος μόνον τοῦ A , ὅστις θά ἀπεδεικνύετο ὁ μόνος ἱκανὸς διαπραγματευτής.



Σχ. I. 2.

Ἀντιθέτως κάθε σημεῖον ἐντὸς τῆς περιοχῆς τῆς περικλειομένης ὑπὸ τῶν καμπύλων A_1 καὶ B_1 εἶναι καλύτερον τοῦ ἀρχικοῦ (ἄνευ ἀνταλλαγῆς) σημείου P , διότι ἀντιπροσωπεύει ἀμοιβαίως ἐπωφελεῖ ἀνακατανομὴν διὰ τοὺς συμβαλλομένους. Ἡ μετακινήσις ἐκ τῆς θέσεως P πρὸς οἰανδήποτε ἄλλην θέσιν ἀποτελεῖ τὴν διαδικασίαν τῆς ἀνταλλαγῆς, ἢ ὅποια καταλήγει εἰς ἀνακατανομὴν τῶν διαθέσιμων ἀγαθῶν μεταξύ τῶν δύο ἀτόμων.

Ἄς ὑποθέσωμεν ὅτι ὁ A προτείνει εἰς τὸν B τὴν διενέργειαν ἀνταλλαγῆς καὶ τὸ σημεῖον ἀνακατανομῆς P_1 , τὸ ὅποῖον γίνεται δεκτὸν διότι ὠφελεῖ ἀμφοτέρους (βλ. Σχ. I.2). Ὁ B ἀντιπροτείνει ἀνακατανομὴν εἰς τὸ σημεῖον P_2 , τὸ ὅποῖον γίνεται δεκτὸν ἀπὸ τὸν A , διότι φέρει τοῦτον εἰς ὑψηλοτέραν καμπύλην

άδιαφορίας. 'Ο Α αντιπροτείνει τὸ σημεῖον P_3 , τὸ ὁποῖον δέχεται ὁ Β, διότι φέρει τοῦτον εἰς ὑψηλότεραν καμπύλην ἀδιαφορίας. 'Εφ' ὅσον τὰ διαδοχικά σημεῖα ἀνακατανομῆς εἶναι σημεῖα τομῆς τῶν καμπύλων ἀδιαφορίας τῶν Α καὶ Β καὶ φέρουν τούτους εἰς ὑψηλότερας καμπύλας προτιμῆσεως γίνονται ἀποδεκτὰ ἐκ μέρους ἀμφοτέρων καὶ ἡ ἀνακατανομή προχωρεῖ μέχρι τοῦ σημείου P_4 , τὸ ὁποῖον εἶναι σημεῖον ἐπαφῆς. Περαιτέρω ἀνταλλαγή θὰ φέρῃ τοὺς συμβαλλομένους εἰς χαμηλότερας καμπύλας καὶ συνεπῶς δὲν θὰ προταθοῦν σημεῖα πέραν τοῦ P_4 .

Τὸ σημεῖον P_4 καλεῖται σημεῖον ἀοίστης κατανομῆς (contract point). Μεταξὺ τῶν καμπύλων ἀδιαφορίας A_1 καὶ B_1 ποὺ ἀντιπροσωπεύουν τὴν ἀρχικὴν θέσιν τῶν δύο ἀτόμων (ἄνευ ἀνταλλαγῆς) ὑπάρχει ἄπειρος ἀριθμὸς σημείων ἐπαφῆς τῶν καμπύλων ἀδιαφορίας τῶν δύο ἀτόμων. 'Ο γεωμετρικὸς τόπος τῶν σημείων αὐτῶν δίδει τὴν καμπύλην CC' , ἡ ὁποία καλεῖται γραμμὴ ἀοίστων σημείων κατανομῆς (contract curve)*. 'Η καμπύλη ἀρίστων σημείων κατανομῆς CC' προκύπτει ἀπὸ ἐφικτὰ καὶ ἀποτελεσματικὰ σημεῖα, τὰ ὁποῖα ὅμως εὐρίσκονται μεταξὺ τῶν καμπύλων ἀδιαφορίας A_1 καὶ B_1 αἱ ὁποῖαι καθορίζουν τὴν ἀρχικὴν θέσιν P . 'Εὰν δεχθῶμεν τὴν δυνατότητα οἰασδῆποτε ἀρχικῆς θέσεως, ἀντιπροσωπευομένης ὑπὸ οἰουδῆποτε σημείου τοῦ διαγράμματος, τότε ἡ διαδικασία τῶν διαπραγματεύσεων καὶ τῆς ἀνταλλαγῆς δύναται νὰ φέρῃ τὰ δύο ἄτομα εἰς οἰουδῆποτε σημεῖον ἐπὶ τῆς καμπύλης $O_A O_B$. 'Η καμπύλη $O_A O_B$ εἶναι ὁ γεωμετρικὸς τόπος σημείων ἐπαφῆς μεταξὺ τῶν καμπύλων ἀδιαφορίας τοῦ Α καὶ τοῦ Β καὶ ἀποτελεῖ συνεπῶς τὴν καμπύλην ἀοίστων σημείων κατανομῆς ὁλοκλήρου τοῦ διαγράμματος. 'Η καμπύλη $O_A O_B$ θὰ μᾶς χρησιμεύσῃ διὰ τὴν ἐξαγωγήν τῆς καμπύλης δυνατοτήτων χρησιμότητος εἰς τὴν θεωρίαν τῆς οἰκονομικῆς τῆς εὐθυμερίας, ἐνῶ ἡ καμπύλη CC' ἀποτελεῖ τὸν πυλῆρα (core) τοῦ ἀνταλλακτικοῦ παιγνίου εἰς τὴν θεωρίαν τῆς ἀνταλλαγῆς καὶ δεικνύει τὰ μόνα δυνατὰ καὶ ἀποτελεσματικὰ σημεῖα εἰς τὰ ὁποῖα δύνανται νὰ καταλήξουν τὰ συμβαλλόμενα ἄτομα, ὅταν ἐκκινήσουν ἐξ ἐνὸς ὀρισμένου σημείου ἀρχικῆς κατανομῆς τῶν δύο ἀγαθῶν.

Κάθε σημεῖον ἐπὶ τῆς καμπύλης ἀοίστων σημείων κατανομῆς τοῦ διαγράμματος τοῦ Edgeworth εἶναι σημεῖον ἀποτελεσματικῆς κατανομῆς τῶν δύο ἀγαθῶν μεταξὺ τῶν δύο ἀτόμων. Τοῦτο σημαίνει ὅτι τὰ σημεῖα τῆς καμπύλης ταύτης δεσπόζουν ἢ ἐπικρατοῦν παντὸς ἄλλου σημείου ἐκτὸς τῆς καμπύλης. Διὰ τὸν λόγον αὐτὸν θὰ καλέσωμεν τὰ σημεῖα ταῦτα ἄριστα κατὰ Pareto σημεῖα. Γενικῶς θὰ ὀρίσωμεν μίαν κατανομήν ὡς ἀρίστην κατὰ Pareto, ὅταν κάθε ἄλλη κατανομή φέρῃ ἐν ἐκ τῶν δύο ἀτόμων εἰς χειροτέραν θέ-

* 'Η καμπύλη αὐτὴ καλεῖται καὶ καμπύλη συγκρούσεως (conflict curve).

σιν*. Είς τήν περίπτωσιν τοῦ ἀνταλλακτικοῦ παιγνίου με ἀρχικὴν κατανομήν τοῦ σημείου P τὸ σύνολον τῶν ἀρίστων κατὰ Pareto θέσεων ἀντιπροσωπεύεται ἀπὸ τὸν καλούμενον πυρῆνα.

Ἡ γραμμὴ ἀρίστων σημείων κατανομῆς προκύπτει, ὡς εἶδομεν, ἀπὸ τὰ σημεία ἐπαφῆς μεταξύ τῶν καμπύλων ἀδιαφορίας. Εἶναι γνωστὸν ὅμως ὅτι εἰς τὸ σημεῖον ἐπαφῆς αἱ καμπύλαι ἀδιαφορίας ἔχουν τὴν αὐτὴν κλίσην καὶ ὅτι ἡ κλίσις αὕτη εἶναι ἴση πρὸς τὸν ὀριακὸν λόγον ὑποκαταστάσεως μεταξύ τῶν δύο ἀγαθῶν. Ἄρα ἡ καμπύλη ἀρίστων σημείων κατανομῆς εἶναι τὸ σύνολον σημείων ποὺ δεικνύουν κατανομάς τῶν δύο ἀγαθῶν, τῶν ὑποίων ὁ ὀριακὸς λόγος ὑποκαταστάσεως εἶναι ὁ αὐτὸς δι' ἀμφοτέρους τοὺς καταναλωτάς. Ἡ ἰσότης αὕτη τοῦ ὀριακοῦ λόγου ὑποκαταστάσεως μεταξύ τῶν δύο ἀγαθῶν δι' ἀμφοτέρα τὰ ἄτομα ἀποτελεῖ ἀπαραίτητον συνθήκην ἀρίστης κατανομῆς τῶν ἀγαθῶν.

Μαθηματικὴ διατύπωσις τοῦ ὑποδείγματος. Ἀπάντησις εἰς τὸ ἐρώτημα: ποία θὰ εἶναι ἡ ἀρίστη κατανομή τῶν δύο ἀγαθῶν μεταξύ τῶν δύο ἀτόμων, ἥτις δύναται νὰ πραγματοποιηθῇ διὰ τῆς ἀνταλλαγῆς, ἐφ' ὅσον εἶναι γνωσταὶ αἱ συναρτήσεις χρησιμότητος καὶ αἱ συνολικαὶ ποσότητες τῶν δύο ἀγαθῶν, δύναται νὰ δοθῇ καὶ μαθηματικῶς. Ἐστω ὅτι αἱ συναρτήσεις χρησιμότητος τῶν δύο ἀτόμων A καὶ B εἶναι αἱ ἐξῆς:

$$U_A = f_A(x_A, y_A), f'_A > 0$$

$$U_B = f_B(x_B, y_B), f'_B > 0$$

Ἡ συνολικὴ ποσότης τοῦ ἀγαθοῦ x ποὺ θὰ κατανεμηθῇ μεταξύ A καὶ B εἶναι $x = x_A + x_B$ καὶ ἡ συνολικὴ ποσότης τοῦ ἀγαθοῦ y εἶναι $y = y_A + y_B$. Διὰ τὴν μεγιστοποίησιν τῆς χρησιμότητος τοῦ A θὰ πρέπει τὸ ἐπίπεδον χρησιμότητος τοῦ B νὰ εἶναι γνωστὸν (δεδομένον), ἔστω $U_B = f_B(x - x_A, y - y_A)$.

Σχηματίζομεν τὴν ἐξίσωσιν τοῦ Lagrange κατὰ τὰ γνωστά

$$V = f_A(x_A, y_A) + \lambda [U_B - f_B(x - x_A, y - y_A)]$$

Αἱ πρώτης τάξεως συνθήκαι εἶναι**

$$\frac{\partial V}{\partial x_A} = \frac{\partial f_A}{\partial x_A} - \lambda \frac{\partial f_B}{\partial x_B} = 0$$

$$\frac{\partial V}{\partial y_A} = \frac{\partial f_A}{\partial y_A} - \lambda \frac{\partial f_B}{\partial y_B} = 0$$

* Βλ. κριτικὴν τῆς θέσεως Pareto ἢ ἄλλως τῆς ἀρχῆς τῆς μεγίστης ἱκανοποιήσεως εἰς M. Dobb, *Welfare economics and the economics of socialism*, Cambridge University Press (Paperback, 1975), Chapt. 2, K. Wicksell, *Lectures on Political Economy*, London 1934, καὶ O. Lange, «The foundations of Welfare Economics», εἰς *Econometrica*, July-Oct. 1942.

** Ὑποτίθεται ὅτι πληροῦνται καὶ αἱ β' τάξεως συνθήκαι.

$$\frac{\partial V}{\partial \lambda} = \bar{U}_B - f_B (x - x_A, y - y_A) = 0$$

Ἐκ τῶν δύο πρώτων ἐξισώσεων λαμβάνομεν $\frac{\partial f_A / \partial x_A}{\partial f_A / \partial y_A} = \frac{\partial f_B / \partial x_B}{\partial f_B / \partial y_B}$

Ἡ ἀνωτέρω ἔκφρασις μᾶς λέγει ὅτι διὰ τὴν μεγιστοποίησιν τῆς συναρτήσεως χρησιμότητος τοῦ Α καὶ μὲ δεδομένον τὸ ἐπίπεδον ἱκανοποιήσεως τοῦ Β θὰ πρέπει ὁ λόγος τῶν ὀριακῶν χρησιμότητων τῶν δύο ἀγαθῶν νὰ εἶναι ὁ αὐτὸς καὶ διὰ τοῦς δύο καταναλωτάς. Εἶναι ὅμως γνωστὸν ὅτι ὁ λόγος τῶν ὀριακῶν χρησιμότητων ἰσοῦται πρὸς τὸν ὀριακὸν λόγον ὑποκαταστάσεως μεταξὺ τῶν δύο ἀγαθῶν. Συνεπῶς θὰ ἠδυνάμεθα νὰ εἴπωμεν ὅτι διὰ τὴν μεγιστοποίησιν τῆς ἱκανοποιήσεως τοῦ Α καὶ μὲ δεδομένον τὸ ἐπίπεδον ἱκανοποιήσεως τοῦ Β θὰ πρέπει ὁ ὀριακὸς λόγος ὑποκαταστάσεως μεταξὺ τῶν δύο ἀγαθῶν νὰ εἶναι ὁ αὐτὸς καὶ διὰ τὰ δύο ἄτομα.

Ἐὰν ἡ ἀνωτέρω συνθήκη δὲν ἱκανοποιηθῇ, τότε θὰ εἶναι δυνατὴ ἀνακατανομὴ διὰ περαιτέρω ἀνταλλαγῆς, κατὰ τρόπον ὥστε νὰ ἀυξηθῇ τὸ ἐπίπεδον ἱκανοποιήσεως τοῦ Α χωρὶς νὰ μειωθῇ ἐκεῖνο τοῦ Β. Τὸ ἐπιχείρημα ἐν προκειμένῳ εἶναι συμμετρικόν, ἥτοι ἰσχύει ἀντιστοίχως διὰ τὴν περίπτωσιν τοῦ Β, ὅταν εἶναι δεδομένον τὸ ἐπίπεδον ἱκανοποιήσεως τοῦ Α.

Ἐπίσης εἶναι γνωστὸν ὅτι ὁ ὀριακὸς λόγος ὑποκαταστάσεως εἰς ὀρισμένον σημεῖον τῆς καμπύλης ἀδιαφορίας ἰσοῦται πρὸς τὴν ἀρνητικὴν κλίσιν τῆς καμπύλης εἰς τὸ σημεῖον τοῦτο. Συνεπῶς ἀφοῦ ὁ ὀρ. λόγος ὑποκαταστάσεως πρέπει νὰ εἶναι ὁ αὐτὸς δι' ἀμφοτέρα τὰ ἄτομα, τοῦτο σημαίνει ὅτι αἱ καμπύλαι ἀδιαφορίας τῶν Α καὶ Β πρέπει νὰ ἔχουν τὴν αὐτὴν κλίσιν. Τὴν αὐτὴν ὅμως κλίσιν ἔχουν μόνον εἰς τὸ σημεῖον ἐπαφῆς τούτων. Ἄρα ἔχοντες ὑπ' ὄψιν τὰ συστήματα καμπύλων ἀδιαφορίας τῶν δύο ἀτόμων θὰ πρέπει νὰ καταλήξωμεν εἰς τὸ συμπέρασμα τῆς διὰ τοῦ διαγράμματος τοῦ Edgeworth παρουσιάσεως, ὅτι τὰ σημεῖα ἐπαφῆς τῶν καμπύλων ἀδιαφορίας Α καὶ Β εἶναι ἄριστα σημεῖα κατανομῆς τῶν δύο ἀγαθῶν. Κατ' ἀκολουθίαν τῶν ἀνωτέρω ἡ καμπύλη τῶν ἀρίστων σημείων κατανομῆς (contract curve) πληροῖ τὰς ἀνωτέρω συνθήκας. Ἡ λύσις τοῦ προβλήματος τῆς ἀποτελεσματικῆς κατανομῆς τῶν δύο ἀγαθῶν μεταξὺ τῶν δύο ἀτόμων, ἥτοι ἡ εὑρεσις τῶν ποσοτήτων x_A, x_B, y_A καὶ y_B ποὺ καθορίζουν τὴν τελικὴν θέσιν, θὰ εἶναι ἐν σημείον ἐπὶ τῆς καμπύλης ἀρίστων σημείων κατανομῆς ἢ ἐν σημείον ἐπὶ τοῦ πυρῆνος, ἐφ' ὅσον εἶναι γνωστὴ ἡ ἀρχικὴ θέσις (σημεῖον).

Εἰς τὴν θεωρίαν τῆς συμπεριφορᾶς τοῦ καταναλωτοῦ εἶδομεν ὅτι ἡ θέσις ἰσορροπίας προσδιορίζεται ἀπὸ τὴν ἰσότητα τοῦ λόγου τῶν ὀριακῶν χρησιμότητων τῶν δύο ἀγαθῶν ἢ τοῦ ὀριακοῦ λόγου ὑποκαταστάσεως μεταξὺ τούτων πρὸς τὸν λόγον τῶν τιμῶν τούτων. Εἰς τὸν πλήρη ἀνταγωνισμόν αἱ τιμαὶ τῶν ἀγαθῶν εἶναι δεδομένα καὶ κοινὰ δι' ἀμφοτέρους τοὺς καταναλωτάς.

Συνεπώς ο πλήρης ανταγωνισμός δύναται να εξασφαλίση την αποτελεσματική κατανομή των δύο αγαθών μεταξύ των δύο ατόμων, ήτις θα επισημωθή επί κάποιου σημείου της καμπύλης άριστων σημείων κατανομής. 'Επί του θέματος όμως τούτου θα επανέλθωμεν εις τὰ ἐπόμενα.

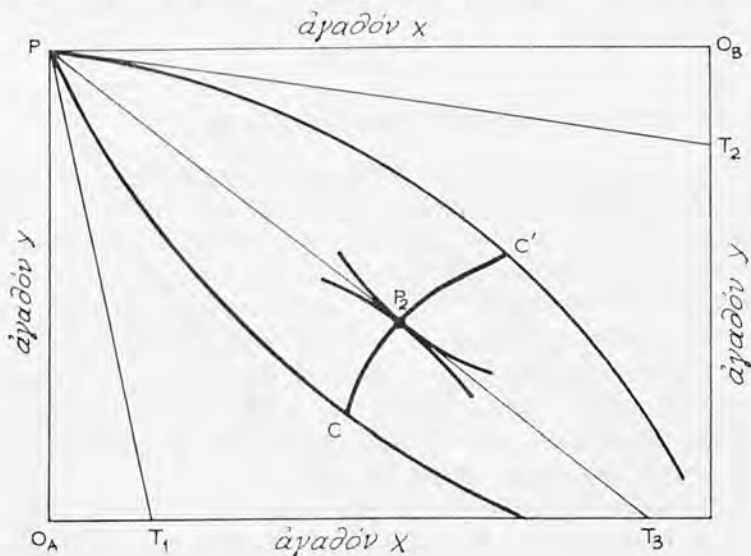
I. 0.2. 'Η 'Ισοροπία εις τὸ 'Υπόδειγμα τῆς Διμεροῦς 'Ανταλλαγῆς

'Ανωτέρω εἶδομεν ὅτι τὸ ανταλλακτικὸν παίγριον θὰ λήξῃ εις κάποιο σημεῖον τῆς καμπύλης τῶν ἀριστων σημείων ανταλλαγῆς, ὅπου ὁ ὀριακὸς λόγος ὑποκαταστάσεως τῶν δύο ἀγαθῶν εἶναι ὁ αὐτὸς δι' ἀμφοτέρα τὰ άτομα ἢ εἰδικώτερον εις κάποιο σημεῖον τοῦ πυρῆνος τῆς ανταλλαγῆς, ὅταν ἐκκινουμέν ἀπὸ δεδομένον σημεῖον μὲ γνωστὰς τὰς καμπύλας ἀδιαφορίας A_1 καὶ B_1 . 'Η μαθηματικὴ ἐπίσης λύσις μᾶς ὑποδεικνύει κάποιο σημεῖον ἐπὶ τῆς καμπύλης ἀριστων σημείων ἢ ἐπὶ τοῦ πυρῆνος, ἐφ' ὅσον εἶναι δεδομένον τὸ ἐπίπεδον τοῦ ἐνὸς ἐκ τῶν δύο ατόμων. Τοῦτο σημαίνει ὅτι κάθε σημεῖον τῆς καμπύλης ἀριστων σημείων κατανομῆς δύναται νὰ εἶναι σημεῖον ἰσοροπίας τῆς ανταλλαγῆς. Καὶ τοῦτο διότι πᾶσα περαιτέρω μετακίνησις θὰ ἔφερον ἐν τουλάχιστον ἐκ τῶν δύο ατόμων εις δυσμενεστέραν θέσιν. 'Εάν ἡ ἀνακατανομὴ εις τὴν ὁποίαν κατέληξαν οἱ A καὶ B εἶναι ἡ ὑποδεικνυομένη ὑπὸ τοῦ σημείου P_2 (Σχ. I.2), τότε ὑφίσταται ἰσοροπία εις τὴν ανταλλαγῆν. Σημεῖον ὅμως ἰσοροπίας εἶναι πᾶν σημεῖον ἐπὶ τοῦ πυρῆνος εις τὸ ὅποιον θὰ κατέληγαν τὰ άτομα διὰ τῆς διαδικασίας τῶν διαπραγματεύσεων. "Λογὰ τὸ σημεῖον P_4 δὲν εἶναι μοναδικὸν σημεῖον ἰσοροπίας. Θὰ ἠδύνατο ὁ B , διαθέτων μεγαλύτεραν ἱκανότητα καὶ πονηρίαν, νὰ ὠθήσῃ τὸν A ἐπὶ τοῦ πυρῆνος πρὸς τὸ σημεῖον C , ὅποτε βελτιοῦται περαιτέρω ἡ θέσις του εις βᾶρος τοῦ A .

'Εκ τῶν ἀνωτέρω προκύπτει ὅτι δὲν δυνάμεθα ἄνευ κάποιου ἐξωτερικοῦ κριτηρίου νὰ εἰπωμεν εις ποῖον συγκεκριμένον σημεῖον τοῦ πυρῆνος ἰσοροπίας θὰ τερματίσουν (θὰ ἰσοροπήσουν) οἱ ἀντισυμβαλλόμενοι καὶ συνεπῶς ἡ ἰσοροπία τῆς ανταλλαγῆς εἶναι ἀτελής. Τὸ ἐξωτερικὸν κριτήριον τὸ ὅποιον χρειαζόμεθα εἶναι ἡ ανταλλακτικὴ σχέσις τῶν δύο ἀγαθῶν ἢ ὁ λόγος τῶν τιμῶν αὐτῶν (σχετικὴ τιμὴ). 'Η σχέσις αὕτη μᾶς λέγει πόσας μονάδας πρέπει νὰ δώσωμεν ἐκ τοῦ ἀγαθοῦ x διὰ νὰ λάβωμεν μίαν μονάδα ἐκ τοῦ ἀγαθοῦ y . Αὐτὸ τὸ ὅποιον ἐνδιαφέρει τὴν ανταλλαγῆν δὲν εἶναι τὸ ἀπόλυτον ὕψος τῶν τιμῶν τῶν δύο ἀγαθῶν, ἀλλὰ ἡ ανταλλακτικὴ τῶν σχέσις. Γνωρίζοντες ὅμως τὰς τιμὰς τῶν δύο ἀγαθῶν γνωρίζομεν αὐτομάτως καὶ τὸν λόγον τούτων, ἦτοι τὴν ανταλλακτικὴν σχέσιν.

Εἰς τὸν πλήρη ανταγωνισμόν αἱ τιμαὶ τῶν ἀγαθῶν εἶναι δεδομένα καὶ κοινὰ δι' ἀμφοτέρα τὰ άτομα καὶ συνεπῶς εἶναι γνωστὴ ἡ ανταλλακτικὴ σχέσις τούτων. Πᾶσα εὐθεῖα γραμμὴ PT δεικνύει διὰ τῆς ἀρνητικῆς κλίσεως αὐτῆς τὸν λόγον τῶν τιμῶν τῶν δύο ἀγαθῶν ($\frac{P_x}{P_y}$). Πᾶσα ανταλλαγὴ ἐπὶ

τῆς εὐθείας γραμμῆς μᾶς λέγει ὅτι p_y μονάδες τοῦ ἀγαθοῦ y ἰσοδυναμοῦν πρὸς p_x μονάδας τοῦ ἀγαθοῦ x (βλ. Σχ. I.3). Κατόπιν τῶν ὀρισμῶν τούτων ἡ ἀνταλλακτικὴ σχέσις ἢ ὀριζομένη ὑπὸ τῆς κλίσεως τῆς εὐθείας PT_1 δὲν πρέπει νὰ γίνῃ δεκτὴ ὑπὸ τοῦ A , διότι φέρει τοῦτον εἰς χαμηλοτέραν καμπύλην ἀδιαφορίας ἀπὸ ἐκείνην ποὺ ἀρχικῶς οὗτος εὐρίσκεται καὶ συνεπῶς δὲν θὰ διενεργήσῃ ἀνταλλαγήν. Τότε μόνον θὰ προχωρήσῃ εἰς ἀνταλλαγήν, ὅταν ἡ ἀνταλλακτικὴ σχέσις εὐρίσκεται ἐντὸς τοῦ εὗρους τῶν ἀποτελεσματικῶν σημείων ἀνταλλαγῆς CC' , διότι τότε ἡ ἀνταλλακτικὴ σχέσις θὰ τὸν φέρῃ εἰς ὑψηλοτέραν καμπύλην ἀδιαφορίας. Ὁμοίως διὰ τὸν B . Ἀνταλλαγὴ ἐπὶ τῆς



Σχ. I. 3.

εὐθείας PT_2 δὲν εἶναι συμφέρουσα διὰ τὸν B , διότι φέρει τοῦτον εἰς χαμηλοτέραν καμπύλην ἀδιαφορίας. Συνεπῶς μόνον αἱ εὐθεῖαι γραμμαῖ ποὺ διέρχονται διὰ τῶν σημείων τοῦ πυρῆνος εἶναι ἀνταλλακτικαὶ σχέσεις ποὺ δύνανται νὰ δεχθῶν ἀμφότερα τὰ ἄτομα, διότι ὁδηγοῦν εἰς ἀμοιβαίαν ὠφέλειαν. Ἐὰν ὁ λόγος τῶν τιμῶν εἶναι δεδομένος καὶ ἴσος πρὸς τὴν κλίσην τῆς εὐθείας PT_3 , τότε ἡ κατανομὴ ἰσορροπίας ἀντιπροσωπεύεται ἀπὸ τὴν τομὴν τῆς εὐθείας μὲ τὴν γραμμὴν τοῦ πυρῆνος (P_2). Εἰς τὸ σημεῖον P_2 αἱ καμπύλαι ἀδιαφορίας τῶν A καὶ B εἶναι ἐφαπτόμεναι, ἥτοι ὁ ὀριακὸς λόγος ὑποκαταστάσεως μεταξὺ τῶν δύο ἀγαθῶν εἶναι ὁ αὐτὸς δι' ἀμφότερα τὰ ἄτομα καὶ ἴσος πρὸς τὸν λόγον τῶν τιμῶν τῶν δύο ἀγαθῶν*.

* Βλ. καὶ *H. T. Koplin, Microeconomic Analysis, Harper International Edition, 1971*, ἐνθα ἀναπτύσσονται πέντε περιπτώσεις ἰσορροπίας τῆς ἀνταλλαγῆς (σελ. 70-77).

Ἐὰν ὁ λόγος τῶν τιμῶν τῶν δύο ἀγαθῶν δὲν εἶναι δεδομένος, τότε πῶς εἶναι δυνατόν νὰ σχηματισθῇ μία ἀνταλλακτικὴ σχέσις ἰσορροπίας; Ὁπωσδήποτε ἡ ἰσορροπία τῆς ἀνταλλαγῆς θὰ ἐπισυμβῇ ἐπὶ κάποιου σημείου τοῦ πυρῆνος. Ποῖον τελικῶς θὰ εἶναι τὸ σημεῖον αὐτὸ θὰ ἐξαρτηθῇ ἀπὸ τὰς ἰκανότητες τῶν διαπραγματευομένων καὶ ἀπὸ θεσμολογικοὺς παράγοντας. Ἄπαξ ὅμως καὶ οἱ συμβαλλόμενοι καταλήξουν εἰς κάποιαν κατανομήν, ἣτις θὰ ἀντιπροσωπεύεται ἀπὸ κάποιο σημεῖον τοῦ πυρῆνος, τότε ἡ εὐθεῖα ἢ διερχομένη διὰ τοῦ σημείου τούτου θὰ ἀντιπροσωπεύῃ τὴν ἀνταλλακτικὴν σχέσιν ἰσορροπίας ἢ τὴν σχετικὴν τιμὴν ἰσορροπίας. Ἡ ἀνταλλακτικὴ αὐτὴ σχέσις ἢ σχετικὴ τιμὴ ἰσορροπίας ἢ εὐρισκόμενη οὕτω καλεῖται καὶ ὑπολογιστικὴ ἢ σκιώδης τιμὴ (shadow price).

I. 0.3. Τὸ Ὑπόδειγμα τῆς Πολυμεροῦς Ἀνταλλαγῆς

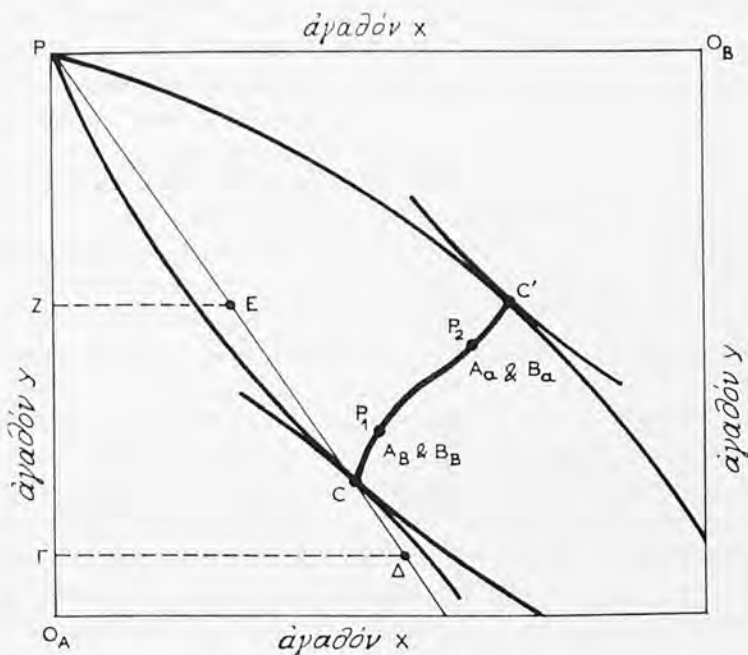
Ἡ ἀνάλυσις ἢ ἀφορῶσα εἰς δύο ἀγαθὰ καὶ δύο ἄτομα δύναται νὰ ἐπεκταθῇ εἰς περισσότερα ἀγαθὰ καὶ περισσότερα ἄτομα. Διὰ τρία ἀγαθὰ αἱ προτιμήσεις τῶν ἀτόμων δὲν θὰ ἀντιπροσωπεύονται ὑπὸ καμπύλων ἀδιαφορίας, ἀλλὰ ὑπὸ ἐπιφανειῶν εἰς τὸν τρισδιάστατον χῶρον. Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν τὸ «διάγραμμα» τοῦ Edgeworth θὰ εἶναι περὶ πλάγιον ἐπίπεδον, ἢ εὐθεῖα γραμμὴ τοῦ ἀντιπροσωπεύει τὸν λόγον τῶν τιμῶν θὰ εἶναι ἐπίπεδον καὶ ἡ γραμμὴ ἀρίστων σημείων ἀνταλλαγῆς θὰ παραμείνῃ ὡς τοιαύτη. Ἡ συστηματικὴ ἀνάλυσις τοῦ προβλήματος τῆς ἀνταλλαγῆς μὲ περισσότερα ἀγαθὰ καὶ περισσότερα πρόσωπα ἐγένετο ὑπὸ τοῦ Edgeworth (1881) καὶ κατόπιν ὑπὸ τῶν Shubik, Scarf, Debreu καὶ Scarf καὶ Aumann.

Ἄς λάβωμεν διὰ παράδειγμα τέσσαρα ἄτομα καὶ δύο ἀγαθὰ, ἢ ἀνάλυσις τῶν ὁποίων δύναται νὰ γίνῃ διὰ τοῦ γνωστοῦ διαγράμματος τοῦ Edgeworth. Ἐστῶσαν δύο ἄτομα, τὰ A_α καὶ A_β , κατέχοντα ἐξ ἡμισείας τὴν ποσότητα τοῦ ἀγαθοῦ x , καὶ δύο ἄτομα, B_α καὶ B_β , κατέχοντα τὴν ποσότητα τοῦ ἀγαθοῦ y . Ἐκαστὸν ζεῦγος ἀτόμων ἔχει παρομοίως καμπύλας ἀδιαφορίας. Τὸ σύστημα καμπύλων ἀδιαφορίας τῶν A_α καὶ A_β ἔχει ὡς ἀρχὴν τὸ σημεῖον O_A καὶ τὸ σύστημα καμπύλων ἀδιαφορίας τῶν B_α καὶ B_β ἔχει ὡς ἀρχὴν τὸ σημεῖον O_B (βλ. Σχ. I. 4). Διὰ τὴν ἀνάλυσιν τοῦ προβλήματος τῆς ἰσορροπίας τῆς ἀνταλλαγῆς εἰς τὴν περίπτωσιν τῶν περισσοτέρων ἀτόμων θὰ χρησιμοποιήσωμεν δύο θεωρήματα: τὸ θεώρημα τῆς ἰσοτιμίας (parity theorem) καὶ τὸ θεώρημα τοῦ ὁρίου (limit theorem).

Τὸ θεώρημα τῆς ἰσοτιμίας μᾶς λέγει ὅτι διὰ νὰ εἶναι ἡ κατανομή τῶν ἀγαθῶν x καὶ y μεταξὺ τῶν ἀτόμων τελικὴ, ἥτοι ἐπὶ τοῦ πυρῆνος, θὰ πρέπει τόσον οἱ A ὅσον καὶ οἱ B νὰ προβοῦν εἰς ἀνταλλαγὴν ἐπὶ ἴσοις ὄροις. Τοῦτο σημαίνει ὅτι τὰ ἄτομα τὰ κατέχοντα τὸ ἀγαθὸν x πρέπει νὰ καταλήξουν μὲ ἴσας ποσότητας x καὶ y καὶ τὰ ἄτομα τὰ κατέχοντα τὸ ἀγαθὸν y θὰ πρέπει

νά καταλήξουν με ἴσας ποσότητες x καὶ y . Ἡ ἀπόδειξις τούτου βασίζεται ἐπὶ τῆς ὑποθέσεως τῆς κνηρότητας τῶν προτιμήσεων.

Ἐὰς ὑποθέσωμεν ὅτι τὰ ἄτομα συναλλάσσονται κατὰ ζεύγη: ὁ A_α μετὸν B_α καὶ ὁ A_β μετὸν B_β καὶ ὅτι τὸ ζεῦγος A_β καὶ B_β κατέληξε δι' ἀνταλλαγῆς εἰς σημεῖον P_1 ἐπὶ τῆς καμπύλης CC' , διαφορετικοῦ τοῦ σημεῖου P_2 , εἰς ὃ κατέληξε τὸ ζεῦγος A_α καὶ B_α . (βλ. Σχ. I. 4). Ὁ A_β εὐρίσκεται εἰς χειρότεραν θέσιν ἐκείνης τοῦ A_α καὶ ὁ B_α εὐρίσκεται εἰς χειρότεραν θέσιν ἐκείνης τοῦ B_β . Τότε οἱ A_β καὶ B_α ἐγκαταλείπουν τὴν καταλλαγὴν καὶ προβαίνουν εἰς μεταξὺ τῶν ἀνακαταλλαγῆν (recontracting) διὰ νὰ βελτιώσουν τὴν θέσιν των. Διὰ τῆς ἀνακα-



Σχ. I. 4.

ταλλαγῆς οἱ A_β καὶ B_α θὰ εὐρεθῶν εἰς κάποιο σημεῖον μεταξὺ P_1 καὶ P_2 . Οἱ A_α καὶ B_β θὰ εὐρεθῶν ὁ καθεὶς ἄνευ ἀντισυμβαλλομένου καὶ μετὴν ἀρχικὴν ὑπ' αὐτῶν κατεχομένην ποσότητα, ὁπότε δύνανται νὰ προβοῦν μεταξὺ τῶν εἰς ἀνταλλαγῆν καὶ νὰ καταλήξουν εἰς κατανομήν οἷαν ἀκριβῶς καὶ οἱ A_β καὶ B_α . Οὕτως ἅπαντα τὰ ἄτομα θὰ ἔχουν ἴσας ποσότητας ἐξ ἑκάστου ἀγαθοῦ.

Ἐὰς ἔλθωμεν τώρα εἰς τὸ θεώρημα τοῦ ὀρίου. Τὸ θεώρημα τοῦτο χρησιμοποιοῦμεν διὰ νὰ ἀποδείξωμεν τὸν πρῶτον νόμον τῆς καταλλαγῆς (first law of contract) τοῦ Edgeworth, κατὰ τὸν ὅποιον, καθὼς ὁ ἀριθμὸς τῶν

ατόμων από τὰς δύο πλευρὰς αὐξάνει ἀπεριορίστως, ὁ πυρὴν καθίσταται δλονὲν καὶ μικρότερος, τείνων πρὸς ἓν μοναδικὸν σημεῖον (μοναδικὴ ἀνταλλαγὴ), τὸ ὁποῖον εἶναι καὶ τὸ σημεῖον ἰσορροπίας τῆς ἀνταλλαγῆς.

Ἄς ὑποθέσωμεν ὅτι οἱ A_x καὶ B_x εὐρίσκονται εἰς τὸ σημεῖον C τῆς καμπύλης CC', τὸ ὁποῖον εἶναι τὸ πλεόν δυσμενὲς διὰ τὸν A_x καὶ τὸ πλεόν ἐπωφελὲς διὰ τὸν B_x (Σχ. I. 4). Κατὰ τὸ θεώρημα τῆς ἰσοτιμίας θὰ πρέπει καὶ οἱ A_y καὶ B_y νὰ προβοῦν εἰς ἀνταλλαγὴν ὑπὸ τοὺς αὐτοὺς ὄρους (μὲ τὴν ἰδίαν ἀνταλλακτικὴν σχέσιν), ἐφ' ὅσον ἡ κατανομὴ αὕτη εἶναι τελικὴ. Ἐν τούτοις κατὰ τὸν Edgeworth τὸ ἀκραῖον τοῦτο σημεῖον δὲν δύναται νὰ ἀποτελέσῃ τὴν τελικὴν κατανομὴν διὰ τὰ δύο ζεύγη τῶν συμβαλλομένων, διότι, ὡς θὰ φανῆ, ὁ σχηματισμὸς ὁμάδος ἐκ τριῶν ατόμων θὰ εἶναι πλεόν ἐπωφελές. Οὕτως ἂς ὑποθέσωμεν ὅτι ὁ B_y συνασπίζεται μετὰ τῶν A_x καὶ A_y καὶ προσφέρει ποσότητα ΓΔ ἐκ τοῦ ἀγαθοῦ x (τὸ ἕμισυ τῆς συνολικῆς ποσότητος) διὰ νὰ λάβῃ ποσότητα ΠΓ ἐκ τοῦ ἀγαθοῦ y, τὴν ὁποῖαν θὰ προσφέρουν ἐξ ἡμισείας οἱ A_x καὶ A_y εἰς ἀνταλλαγὴν. Τὸ σημεῖον Δ, τὸ προτεινόμενον ὑπὸ τοῦ B_y εἰς τοὺς A_x καὶ A_y , εὐρίσκεται εἰς ἀνωτέραν καμπύλην ἀδιαφορίας ἀπὸ ἐκείνην τοῦ C. Ἐκαστος τῶν A θὰ προσφέρῃ ποσότητα PZ ἐκ τοῦ y καὶ θὰ λάβῃ ποσότητα ZE ἐκ τοῦ x (τὸ ἕμισυ τῆς ΓΔ). Τὸ σημεῖον E εὐρίσκεται ἐπὶ ὑψηλοτέρας καμπύλης ἀδιαφορίας ἀπὸ ἐκείνην τοῦ C καὶ συνεπῶς προτιμᾶται τούτου. Τὸ σημεῖον C δεσπόζεται τόσον ἀπὸ τὸ E ὅσον καὶ ἀπὸ τὸ Δ καὶ συνεπῶς δὲν δύναται νὰ εἶναι σημεῖον τῆς καμπύλης ἀρίστων σημείων κατανομῆς.

Τὸ άτομον B_x ἐν τούτοις δὲν θὰ μείνῃ ἐκτὸς τῆς συναλλαγῆς, ἀλλὰ θὰ προβῆ εἰς ἀντιπροσφοράς τοιαύτας, ὥστε νὰ εἶναι ἐπωφελεῖς τόσον διὰ τοὺς A_x καὶ A_y ὅσον καὶ δι' αὐτὸ τὸ ἴδιο. Τελικῶς τὸ σημεῖον κατανομῆς θὰ πρέπει νὰ εὐρίσκεται ἐπὶ τῆς καμπύλης ἀρίστων σημείων, ὥστε νὰ μὴ δεσπόζεται ἀπὸ ἄλλα σημεῖα. Τὸ αὐτὸ ὡς ἄνω ἐπιχείρημα δύναται νὰ λεχθῆ καὶ διὰ τὴν περίπτωσιν καθ' ἣν εὐρισκόμεθα ἀρχικῶς ἐπὶ τοῦ σημείου C'. Καὶ τὸ σημεῖον τοῦτο δὲν θὰ εἶναι δυνατόν νὰ διατηρηθῆ, ἐφ' ὅσον θὰ ὑποθέσωμεν καὶ δευτέρον ζεῦγος ατόμων μὲ δυνατότητα σχηματισμοῦ ὁμάδος ἐκ τριῶν. Οὕτως, ὡς διαπιστοῦται, τὰ ἄκρα τῆς καμπύλης ἀρίστων σημείων κατανομῆς CC' δὲν εἶναι βιώσιμα μετὰ τὴν εἴσοδον τοῦ δευτέρου ζεύγους συναλλασσομένων. Ἐὰν δὲ συνεχίσωμεν νὰ προσθέτωμεν καὶ ἕτερα ζεύγη ατόμων, τότε τὸ εἶδος τοῦ πυρῆνος θὰ συρρικνωθῆτι ἐτι περαιτέρω. Μὲ τὴν εἴσοδον δὲ ἀπείρου ἀριθμοῦ θὰ καταλήξῃ νὰ εἶναι ἓν σημεῖον.

Τὸ σύστημα τῶν τιμῶν καὶ ὁ πλήρης ἀνταγωνισμός. Εἶδομεν ἀνωτέρω εἰς τὸ ὑπόδειγμα τῆς διμεροῦς ἀνταλλαγῆς ὅτι ἀπαιτεῖται ἓν ἐξωτερικὸν κριτήριον διὰ νὰ καθορισθῆ τελικῶς ἡ μεταξὺ τῶν δύο ατόμων κατανομὴ τῶν ἀγαθῶν. Τὸ κριτήριον τοῦτο εἶναι ἡ ἀνταλλακτικὴ σχέσις ἢ ὁ λόγος τῶν τιμῶν τῶν δύο ἀγαθῶν. Συνεπῶς αἱ τιμαὶ εἶναι παράμετροι εἰς τὸ πρόβλημα

της διμερούς ανταλλαγής, δι' ἣ καὶ ὁ *Oskar Lange** ὁμίλησε περὶ τοῦ παραμετρικοῦ ρόλου τῶν τιμῶν. Εἰς τὴν περίπτωσιν ὅμως τοῦ μεγάλου ἀριθμοῦ τῶν συναλλασσομένων ὁ πυρὴν τῆς ανταλλαγῆς συρρικνοῦται εἰς ἓν σημεῖον, ὅπερ εἶναι καὶ τὸ σημεῖον ἰσορροπίας. Συνεπῶς δὲν ὑφίσταται ἀνάγκη τοῦ ἐξωτερικοῦ κριτηρίου τῶν (δεδομένων) τιμῶν καὶ οὕτω τὸ σύστημα τῶν τιμῶν φαίνεται νὰ εἶναι περιττὸν εἰς ἓν ὑπόδειγμα μὲ ἀπείρον ἀριθμὸν ἀτόμων. Κατὰ τὸ θεώρημα τοῦ ὀρίου τὴν ἰσορροπίαν προσδιορίζει ὁ μεγάλος ἀριθμὸς τῶν ἀτόμων καὶ ὄχι τὸ ἐξωτερικῶς (παραμετρικῶς) δεδομένον σύστημα τιμῶν. Ὁ μεγάλος ὅμως ἀριθμὸς ἀτόμων ἐννοιολογικῶς ὁρίζει τὸ ὑπόδειγμα τοῦ πλήρους ἀνταγωνισμοῦ καὶ ὁ πλήρης ἀνταγωνισμὸς συνεπάγεται τὴν ὑπαρξίν τιμῶν ἰσορροπίας. Οὕτω κατὰ τὸν *Edgeworth* ὁ πλήρης ἀνταγωνισμὸς ὁδηγεῖ εἰς ἰσορροπίαν (ἀνταγωνιστικὴν ἰσορροπίαν) ἀνεξαρτήτως τῶν τιμῶν, ἐνῶ κατὰ τὸν *Walras* ἡ ἰσορροπία προσδιορίζεται ἀπὸ τὰς ἀγοραίας σχέσεις (προσφορᾶς καὶ ζητήσεως).

1.0.4. Ἐφαρμογαὶ τῆς Θεωρίας τῆς Ἀνταλλαγῆς

Ἡ θεωρία τῆς ανταλλαγῆς δύναται νὰ χρησιμοποιηθῇ διὰ τὴν ἐπίλυσιν πρακτικῶν προβλημάτων. Ὡς εἶδομεν ὁ πυρὴν εἶναι τὸ σύνολον σημείων ἀποτελεσματικῆς κατανομῆς, ἀλλὰ τὸ σημεῖον εἰς ὃ θὰ καταλήξουν τελικῶς οἱ συμβαλλόμενοι ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴν διαπραγματευτικὴν ἱκανότητα τούτων καὶ ἀπὸ ἄλλους παράγοντας. Ὁ συμβαλλόμενος θὰ προσπαθῆσῃ νὰ ὠθήσῃ τὸν ἀντισυμβαλλόμενον πρὸς τὴν ἀντίθετον πλευράν, διὰ νὰ ἐπιτύχῃ δι' ἑαυτὸν ὑψηλότερον ἐπίπεδον ἱκανοποιήσεως. Οὕτως ὁ πυρὴν εἶναι γραμμὴ συγκρούσεως εἰς ἓν ἀνταλλακτικὸν παίγιον. Συνεπῶς ἡ ἀνωτέρω περιγραφεῖσα θεωρία δύναται νὰ ἐφαρμοσθῇ εἰς τοιοῦτου εἶδους παίγνια καὶ προβλήματα συγκρούσεως.

Ἡ θεωρία τῆς ανταλλαγῆς δύναται νὰ τύχῃ ἐφαρμογῆς εἰς κάθε πρόβλημα εἰς τὸ ὁποῖον ὑπάρχουν δεδομένα ποσότητες δύο ἀγαθῶν ἢ δεδομένοι πόροι τοὺς ὁποίους θέλομεν νὰ κατανεύωμεν μεταξὺ δύο συγκεκριμένων σκοπῶν. Ἄς λάβωμεν, παραδείγματος χάριν**, τὴν ὑπαρξίν δεδομένων ποσοτήτων ἀεροσκαφῶν καὶ πυρηνικῶν ὄπλων, τὰ ὁποῖα θέλομεν νὰ κατανεύωμεν κατὰ τὸν πλέον ἀποτελεσματικὸν τρόπον μεταξὺ τακτικῶν καὶ στρατηγικῶν σκοπῶν. Ἡ σχέση μεταξὺ τῶν δύο ὑλικῶν εἶναι ἀνταγωνιστικὴ, ἤτοι περισσότερα ἀεροσκάφη δι' ἓνα σκοπὸν συνεπάγονται ὀλιγώτερα πυρηνικὰ ὄπλα καὶ ἀντιστρόφως. Δι' ἕκαστον σκοπὸν ὑπάρχουν δεδομένα συστήματα καμπύλων ἀδιαφορίας, ἢ θέσις δὲ ἐκάστης καμπύλης ἀδιαφορίας δεικνύει τὸ ἐπίπεδον

* *O. Lange & F. M. Taylor*, On the economic theory of socialism, edited by B. E. Lippincott, University of Minnesota Press, McGraw-Hill, 1938, 1964.

** Βλ. *E. Mansfield*, Microeconomics, theory and applications, W. W. Norton, 1970, σελ. 44-48.

των έπιτευγμάτων (έπίτευξιν στόχων) έκάστου σκοπού και ή άρνητική κλίσις δεικνύει την άνταγωνιστικήν σχέσιν (ύποκαταστασιμότητα) μεταξύ των ύλικών. 'Η καλύτερα δυνατή κατανομή των ύλικών μεταξύ των άνταγωνιζομένων σκοπών (τακτικών έναντι στρατηγικών) θά πρέπει νά ύποδειχθῆ ύπό σημείου επί τῆς καμπύλης των άρίστων σημείων κατανομῆς τοῦ διαγράμματος τοῦ Edgeworth.

1. 1. ΑΡΙΣΤΗ ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΤΩΝ ΠΑΡΑΓΩΓΙΚΩΝ ΠΟΡΩΝ ΜΕΤΑΞΥ ΔΥΟ ΣΚΟΠΩΝ

1. 1.0. Τό 'Υπόδειγμα Δύο Άγαθών - Δύο Συντελεστών τῆς Παραγωγῆς

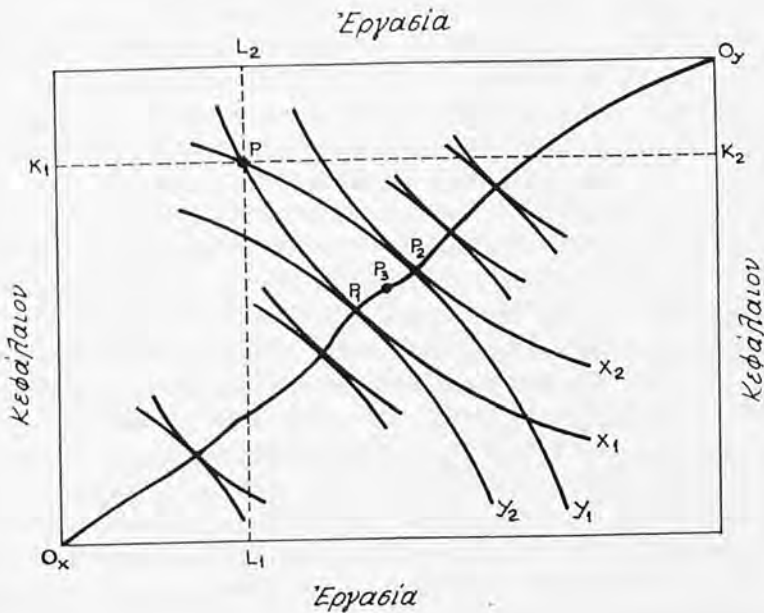
Έν έκ των σπουδαιότερων προβλημάτων εἰς τό ὅποιον πρέπει νά δώσῃ ἀπάντησιν ή οικονομική θεωρία εἶναι τό πρόβλημα τῆς κατά τόν ἀποτελεσματικώτερον τρόπον κατανομῆς των περιωρισμένων οικονομικῶν πόρων μεταξύ τῆς παραγωγῆς δύο ἀγαθῶν ή δύο κλάδων ή δύο τομέων παραγωγῆς τῆς οικονομίας. Τοῦτο ἀποτελεῖ κεντρικόν πρόβλημα τῆς οικονομικῆς ἐπιστήμης.

Κατ' ἀρχήν γεννᾶται τό ἐρώτημα: κατά ποῖον τρόπον θά κατανεμηθῆ μία δεδομένη ποσότης παραγωγικοῦ συντελεστοῦ μεταξύ των πολλῶν χρήσεων αὐτῆς ὥστε νά μεγιστοποιηθῆ τό συνολικόν προϊόν τοῦ συντελεστοῦ; Διά χρησιμοποίησεως των ὀριακῶν συνθηκῶν ἰσορροπίας και κατανομῆς, ή ἀπάντησις εἰς τό ἐρώτημα δίδεται ὑπό τῆς ἀκολουθοῦσιν συνθήκης: *Ἡ κατανομή θά πρέπει νά γίνῃ κατά τοιοῦτον τρόπον, ὥστε τό ὀριακόν φυσικόν προϊόν τοῦ συντελεστοῦ νά εἶναι τό αὐτό εἰς ὅλας τάς χρήσεις του.* Έάν ή ἀνωτέρω συνθήκη δέν πληροῦνται, τότε ή ἀπόδοσις τοῦ συντελεστοῦ δέν εἶναι ή μέγιστη δυνατή και συνεπῶς θά πρέπει νά χωρέσῃ ἀνακατανομή τούτου. Δηλαδή θά πρέπει νά μεταφερθῆ ποσότης συντελεστοῦ ἀπό χρήσεις με χαμηλὴν ἀπόδοσιν ή παραγωγικότητα πρὸς χρήσεις με ὑψηλὴν τοιαύτην. Μόνον ὅταν ἐξισωθοῦν τὰ ὀριακά φυσικά προϊόντα τοῦ συντελεστοῦ εἰς τάς διαφόρους χρήσεις αὐτοῦ πᾶσα μεταφορά ποσότητος αὐτοῦ ἀπό μίαν χρήσιν (προϊόν, κλάδον, τομέα) πρὸς ἄλλην παύει νά εἶναι συμφέρουσα, ἐπιφέρουσα μείωσιν τοῦ συνολικοῦ προϊόντος.

Εἰς τό τμήμα τοῦτο θά ἐξετάσωμεν τὴν ἀρίστην κατανομὴν δεδομένων ποσοτήτων δύο συντελεστῶν τῆς παραγωγῆς μεταξύ τῆς παραγωγῆς δύο προϊόντων. Πρὸς τοῦτοις θά ὑποθέσωμεν ὅτι: (α) 'Η ποσότης έκάστου συντελεστοῦ εἶναι δεδομένη, ὁμοιογενής και διαιρετή. (β) 'Η συνάρτησις παραγωγῆς έκάστου προϊόντος εἶναι συνεχῆς, διαφορίσιμος, σταθερᾶς κλίμακος ἀποδόσεως και ἀνεξάρτητος ἐξωτερικῶν ἐπιδράσεων. (γ) Τὰ ὀριακά φυσικά προϊόντα εἶναι θετικά και φθίνοντα. (δ) Αἱ καμπύλαι ἰσοπαραγωγῆς εἶναι κυρταὶ και ὁμαλαὶ καμπύλαι.

Διά τὴν ἀνάλυσιν τοῦ προβλήματος θά χρησιμοποιήσωμεν τό διάγραμμα τοῦ Edgeworth. 'Η διαφορὰ μεταξύ τούτου τοῦ ὑποδείγματος τῆς παραγωγῆς

και του υποδείγματος της ανταλλαγής (καταναλώσεως) έγκειται εις το γεγονός ότι εις το πρώτον μεγιστοποιείται μία αντικειμενική ποσότης, ενώ εις το δεύτερον μεγιστοποιείται μία υποκειμενική ποσότης (χρησιμότης), ή οποία δέν είναι ανεξάρτητος της κατανομής του εισοδήματος των δύο ατόμων*. Εις το Σχ. 1.5 εμφανίζονται αι καμπύλαι ισοπαραγωγής τόσον του αγαθοῦ x ὅσον και του αγαθοῦ y . Ἡ ἀρχή των ἄξόνων διὰ τὸ x εἶναι ἡ νοτιοδυτικὴ γωνία O_x και ἡ ἀρχή των ἄξόνων διὰ τὸ y εἶναι ἡ βορειοανατολικὴ γωνία O_y . Αἱ διαστάσεις του διαγράμματος-παραλληλογράμμου ἀντιπροσωπεύουν τὰς ποσότητας των παραγωγικῶν συντελεστῶν: ὁ κάθετος ἄξων δεικνύει τὴν δια-



Σχ. 1. 5.

θέσιμον ποσότητα του κεφαλαίου (K) και ὁ ὀριζόντιος ἄξων τὴν διαθέσιμον ποσότητα ἐργασίας (L).

Ἐὰν υποθέσωμεν ὅτι αἱ ποσότητες των παραγωγικῶν συντελεστῶν κατανέμονται ἀρχικῶς ὡς ὑποδεικνύει τὸ σημεῖον P , τότε ποσότης κεφαλαίου $O_x K_1$ και ποσότης ἐργασίας $O_x L_1$ κατανέμονται εις τὴν παραγωγὴν του αγαθοῦ x και ποσότητες $O_y K_2$ κεφαλαίου και $O_y L_2$ ἐργασίας κατανέμονται εις τὴν παραγωγὴν του αγαθοῦ y . Ἐκ τῆς τοιαύτης κατανομῆς παράγεται ποσότης x

* Βλ. *M. Dobb*, op. cit., σελ. 18.

υποδεικνυομένη υπό τῆς καμπύλης ἰσοπαραγωγῆς x_1 καὶ ποσότης y ὑποδεικνυομένη υπό τῆς καμπύλης ἰσοπαραγωγῆς y_1 . Ὡς εἰκός $O_x K_1 + O_y K_2 = K$ (συνολικὴ ποσότης κεφαλαίου) καὶ $O_x L_1 + O_y L_2 = L$ (συνολικὴ ποσότης ἐργασίας).

Ἡ ἀνωτέρω ἐν τούτοις κατανομὴ τῶν παραγωγικῶν συντελεστῶν δὲν εἶναι ἢ πλέον ἀποδοτικὴ, διότι μία ἀνακατανομὴ δύναται νὰ ὀδηγήσῃ εἰς αὐξήσιν τῆς παραγωγῆς εἴτε ἐνός ἐκ τῶν δύο προϊόντων, μὲ δεδομένην τὴν ποσότητα τοῦ ἐτέρου, εἴτε ἀμφοτέρων τῶν προϊόντων. Πράγματι μία ἀνακατανομὴ, ὡς ἐκεῖνη τοῦ σημείου P_1 , θὰ ὀδηγήσῃ εἰς αὐξήσιν τῆς παραγωγῆς τοῦ y , ὡς ὑποδεικνύεται ἀπὸ τὴν καμπύλην ἰσοπαραγωγῆς y_2 , μὲ ἀμετάβλητον τὴν παραγωγὴν τοῦ x , ἀφοῦ τὸ σημεῖον P_1 εὐρίσκεται ἐπὶ τῆς αὐτῆς καμπύλης ἰσοπαραγωγῆς, ὡς τὸ P . Ἀντιθέτως τὸ σημεῖον P_2 δεικνύει ἀνακατανομὴν πού ὀδηγεῖ εἰς αὐξήσιν τῆς ποσότητος τοῦ x μὲ ἀμετάβλητον τὴν ποσότητα τοῦ y . Παρατηρητέον ὅτι εἰς τὸ σημεῖον P , ὅπου τέμνονται αἱ καμπύλαι x_1 καὶ y_1 , ἡ κλίσις ἐκάστης καμπύλης εἶναι διάφορος τῆς ἄλλης. Ἡ κλίσις ἕμως μιᾶς καμπύλης ἰσοπαραγωγῆς εἰς ἓν σημεῖον εἶναι ἴση πρὸς τὸν ὀριακὸν λόγον ὑποκαταστάσεως μεταξὺ τῶν συντελεστῶν τῆς παραγωγῆς εἰς τὸ αὐτὸ σημεῖον καὶ *ergo* εἰς τὸ σημεῖον P ὁ ὀριακὸς λόγος ὑποκαταστάσεως εἶναι διάφορος διὰ τὰ δύο ἀγαθὰ. Τοῦτο σημαίνει ὅτι εἰς τὸ σημεῖον P ὁ λόγος τῶν ὀριακῶν προϊόντων τῶν δύο συντελεστῶν, ὅστις εἶναι ἴσος πρὸς τὸν ὀριακὸν λόγον ὑποκαταστάσεως, εἰς τὴν παραγωγὴν τοῦ x εἶναι διάφορος ἐκεῖνου εἰς τὴν παραγωγὴν τοῦ y . Συνεπῶς μία ἀνακατανομὴ τῶν παραγωγικῶν συντελεστῶν θὰ ὀδηγήσῃ εἰς αὐξήσιν τῆς παραγωγῆς τουλάχιστον ἐνός ἐκ τῶν δύο ἀγαθῶν. Ἄς ὑποθέσωμεν ὅτι ὁ ὀριακὸς λόγος ὑποκαταστάσεως κεφαλαίου ὑπὸ ἐργασίας εἶναι 2:1 εἰς τὴν παραγωγὴν τοῦ x καὶ 1:2 εἰς τὴν παραγωγὴν τοῦ y . Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν, ἐὰν μεταφέρωμεν μίαν μονάδα κεφαλαίου ἀπὸ τὴν παραγωγὴν τοῦ x πρὸς τὴν παραγωγὴν τοῦ y , θὰ ἐλευθερώσωμεν δύο μονάδας ἐργασίας, αἱ ὁποῖαι εἰς τὴν παραγωγὴν τοῦ x θὰ ἀντιστοιχοῦν πρὸς τέσσαρας μονάδας κεφαλαίου καὶ οὕτω θὰ αὐξηθῇ ἡ παραγωγὴ τοῦ x μὲ ἀμετάβλητον τὴν παραγωγὴν τοῦ y . Τότε μόνον δὲν θὰ ἦτο δυνατὴ αὐξήσις τῆς παραγωγῆς, ὅταν ὁ ὀριακὸς λόγος ὑποκαταστάσεως μεταξὺ τῶν δύο συντελεστῶν ἦτο ὁ αὐτὸς καὶ εἰς τὰς δύο παραγωγὰς.

Ἡ ἀνακατανομὴ τῶν συντελεστῶν δύναται νὰ γίνῃ καὶ εἰς οἰονδήποτε σημεῖον μεταξὺ τῶν P_1 καὶ P_2 , ὡς τὸ σημεῖον P_3 . Μία κίνησις ἐκ τοῦ P πρὸς τὸ P_3 σημαίνει ἀνακατανομὴν τῶν συντελεστῶν, ἢ ὅποια ὀδηγεῖ εἰς αὐξήσιν τῆς παραγωγῆς ἀμφοτέρων τῶν ἀγαθῶν, διότι τὸ σημεῖον P_3 εἶναι σημεῖον ἐπαφῆς καμπύλων ἰσοπαραγωγῆς πού εὐρίσκονται εἰς ἀνώτερον ἐπίπεδον ἢ αἱ καμπύλαι x_1 καὶ y_1 . Κάθε σημεῖον ἐπαφῆς καμπύλων ἰσοπαραγωγῆς σημαίνει τὸν αὐτὸν ὀριακὸν λόγον ὑποκαταστάσεως μεταξὺ τῶν παραγωγικῶν συντελεστῶν καὶ διὰ τὰ δύο ἀγαθὰ. Συνεπῶς σημεῖα ἀποτελεσματικῆς κατα-

νομής είναι μόνον τὰ σημεία έπαφής τών καμπύλων ίσοπαραγωγής. 'Ο γεωμετρικός δέ τόπος τών σημείων τούτων καλείται καμπύλη άρίστων σημείων κατανομής. Διά τὸ διάγραμμα τοῦ Edgeworth τοῦ Σχ. I. 5 ἡ καμπύλη άρίστων σημείων κατανομής είναι ἡ $O_x O_y$. Κάθε σημείον τῆς καμπύλης ταύτης ἀντιστοιχεύει άρίστην κατά Pareto κατανομήν τών παραγωγικῶν συντελεστῶν, ὑπὸ τὴν έννοιαν ὅτι κάθε ἀπομάκρυνσις ἐκ τῆς καμπύλης ὀδηγεῖ εἰς μείωσιν τῆς παραγωγῆς ἐνὸς τουλάχιστον άγαθοῦ. Τὰ σημεία άρίστης κατανομής είναι σημεία ίσορροπίας τῆς παραγωγῆς.

Ένταῦθα έπίσης δέον νά παρατηρηθῆ ὅτι δέν ὑφίσταται ἐν και μοναδικόν σημείον άρίστης κατανομής, διότι ἅπαντα τὰ σημεία τῆς καμπύλης άρίστων σημείων κατανομής είναι τοιαῦτα. Έρωτᾶται: ποῖον σημείον θά έπιλεγῆ; Έκκινουήτες ἐκ τοῦ σημείου P δυνάμεθα νά έπιλέξωμεν οἰονδήποτε σημείον τοῦ τμήματος τῆς καμπύλης $P_1 P_2$. Διά τὴν έπιλογήν ὅμως ἀπαιτεῖται ἐν έξωτερικόν κριτήριο τὸ ὁποῖον θά μᾶς ὑποδεικνῆ τὴν έπιλογήν τήσως ποσότητος ἐκ τοῦ άγαθοῦ x καὶ τήσως ποσότητος ἐκ τοῦ άγαθοῦ y. Έπειδή, ὡς είναι γνωστόν, εἰς ἀνταγωνιστικὴν οἰκονομίαν αἱ τιμαὶ τών παραγωγικῶν συντελεστῶν είναι δεδομένα καὶ κοιναὶ διά τὰς παραγωγικὰς μονάδας, θά έπιλεγῆ τὸ σημείον ἐκεῖνο ὁποῖον ἡ κλίσις είναι ἴση πρὸς τὸν λόγον τών τιμῶν τών δύο συντελεστῶν. Τὸ σημείον δέ τοῦτο θά είναι καὶ σημείον παραγωγῆς ελάχιστου κόστους. Ὡς ὅμως γνωρίζομεν, τὸ ελάχιστον κόστος πραγματοποιεῖται εἰς τὸ σημείον ὅπου ἡ κλίσις τῆς γραμμῆς ἴσου κόστους (λόγος τών τιμῶν τών δύο συντελεστῶν) είναι ἴση πρὸς τὸν ὀριακόν λόγον ὑποκαταστάσεως μεταξύ τών δύο συντελεστῶν, ἤτοι τὸ σημείον έπαφῆς τῆς γραμμῆς ταύτης μετὰ τὴν καμπύλην ίσοπαραγωγῆς.

Μαθηματικὴ διατύπωσις τοῦ ὑποδείγματος. Τὸ ὑπόδειγμα τών δύο συντελεστῶν - δύο άγαθῶν δύναται νά διατυπωθῆ μαθηματικῶς, ἐφ' ὅσον είναι γνωσταὶ αἱ συναρτήσεις παραγωγῆς τών δύο άγαθῶν, αἱ συνολικαὶ ποσότητες τών δύο συντελεστῶν καὶ δεδομένη ἡ ποσότης παραγωγῆς ἐνὸς ἐκ τών δύο άγαθῶν. Έστω ὅτι αἱ συναρτήσεις παραγωγῆς τών άγαθῶν x καὶ y είναι:

$$\begin{aligned} x &= f(K_x, L_x) & f'_K > 0, f'_L > 0 \\ y &= g(K_y, L_y) & g'_K > 0, g'_L > 0 \end{aligned}$$

Ἡ συνολικὴ ποσότης τοῦ συντελεστοῦ έργασίας είναι $L_x + L_y = \bar{L}$ καὶ ἡ συνολικὴ ποσότης τοῦ συντελεστοῦ κεφαλαίου είναι $K_x + K_y = \bar{K}$. Διά τὴν εὔρεσιν τοῦ μεγίστου κατά Pareto έπιπέδου παραγωγῆς τοῦ άγαθοῦ x καὶ μετὰ δεδομένον τὸ έπίπεδον τῆς παραγωγῆς τοῦ y [$\bar{y} = g(K_y, L_y)$] σχηματίζομεν τὴν Λαγκρανζιανήν εξίσωσιν

$$M = f(K_x, L_x) + \lambda [\bar{y} - g(\bar{K} - K_x, \bar{L} - L_x)]$$

Αί πρώτης τάξεως συνθήκαι πρὸς μεγιστοποίησιν τῆς συναρτήσεως εἶναι:

$$\frac{\partial M}{\partial K_x} = \frac{\partial f}{\partial K_x} - \lambda \frac{\partial g}{\partial K_y} = 0$$

$$\frac{\partial M}{\partial L_x} = \frac{\partial f}{\partial L_x} - \lambda \frac{\partial g}{\partial L_y} = 0$$

$$\frac{\partial M}{\partial \lambda} = \bar{y} - g(\bar{K} - K_x, \bar{L} - L_x) = 0$$

Ἐκ τῶν δύο πρώτων ἐξισώσεων λαμβάνομεν $\frac{\partial f / \partial K_x}{\partial f / \partial L_x} = \frac{\partial g / \partial K_y}{\partial g / \partial L_y}$,

(ἔπου $\frac{\partial g}{\partial K_x}$ = ὀριακὸν προϊόν κεφαλαίου εἰς τὴν παραγωγὴν τοῦ x,

$\frac{\partial f}{\partial K_y}$ = ὀριακὸν προϊόν κεφαλαίου εἰς τὴν παραγωγὴν τοῦ y,

$\frac{\partial f}{\partial L_x}$ = ὀριακὸν προϊόν ἐργασίας εἰς τὴν παραγωγὴν τοῦ x,

$\frac{\partial g}{\partial L_y}$ = ὀριακὸν προϊόν ἐργασίας εἰς τὴν παραγωγὴν τοῦ y).

Ἡ ἀνωτέρω ἔκφρασις μᾶς λέγει ὅτι διὰ τὴν μεγιστοποίησιν τῆς παραγωγῆς τοῦ ἀγαθοῦ x καὶ μὲ δεδομένον τὸ ἐπίπεδον παραγωγῆς τοῦ y θὰ πρέπει ὁ λόγος τῶν ὀριακῶν προϊόντων τῶν παραγωγικῶν συντελεστῶν νὰ εἶναι ὁ αὐτὸς εἰς τὴν παραγωγὴν ἀμφοτέρων τῶν ἀγαθῶν*. Ἡ κατανομὴ λοιπὸν τῶν παραγωγικῶν συντελεστῶν μεταξὺ τῶν παραγωγικῶν μονάδων θὰ πρέπει νὰ γίνῃ κατὰ τοιοῦτον τρόπον, ὥστε νὰ πληροῦται ἡ ἀνωτέρω συνθήκη. Ἐπίσης γνωρίζομεν ὅτι εἰς ἀνταγωνιστικὴν οἰκονομίαν διὰ νὰ ὑπάρξῃ ἰσορροπία τῆς παραγωγῆς θὰ πρέπει ὁ λόγος τῶν ὀριακῶν προϊόντων τῶν παραγωγικῶν συντελεστῶν νὰ εἶναι ἴσος πρὸς τὸν λόγον τῶν τιμῶν (ἀμοιβῶν) τῶν συντελεστῶν (r/w) (ἔπου r = ἀμοιβὴ κεφαλαίου καὶ w = ἀμοιβὴ ἐργασίας), ἥτοι

$$\left(\frac{\partial f}{\partial K_x} : \frac{\partial f}{\partial L_x} \right) = \left(\frac{\partial g}{\partial K_y} : \frac{\partial g}{\partial L_y} \right) = \frac{r}{w} **$$

Τοῦτο σημαίνει ὅτι ὑπὸ καθεστῶς πλήρους ἀνταγωνισμοῦ πληροῦται ἡ ἀπαιτουμένη συνθήκη τῆς ἀριστοποιήσεως κατὰ τὴν ἔνοιαν τοῦ Pareto.

* Ὑποτίθεται ὅτι πληροῦνται καὶ αἱ δευτέρας τάξεως συνθήκαι.

** Βλ. Σ. Α. Σαραντίδη, Οἰκονομικὴ Ἀνάλυσις (Ὀριακὴ Μικροοικονομικὴ Θεωρία), σελ. 318.

Ι. 1.1. 'Ο Λόγος Κεφαλαίου - Έργασίας εις τὸ Ὑπόδειγμα Δύο Ἀγαθῶν - Δύο Συντελεστῶν

Ἡ καμπύλη ἀρίστων σημείων κατανομῆς τῶν δύο συντελεστῶν τῆς παραγωγῆς μεταξὺ παραγωγῆς τοῦ ἀγαθοῦ x καὶ τοῦ ἀγαθοῦ y δεικνύει σημεία ὄχι μόνον τῆς τελικῆς ἀποτελεσματικῆς κατανομῆς τῶν παραγωγικῶν συντελεστῶν καὶ ὀρισμένης παραγωγῆς ἐκ τῶν δύο ἀγαθῶν, ἀλλὰ καὶ τὴν τεχνολογίαν τῆς παραγωγῆς ἐκάστου προϊόντος. Οὕτω τὸ σημεῖον P_1 ἐπὶ τῆς καμπύλης $O_x P_1 P_2 O_y$ (βλ. Σχ. Ι.6) δεικνύει τὴν συγκεκριμένην σχέσιν κεφαλαίου-ἐργασίας, ἡ ὁποία χρησιμοποιεῖται εἰς τὴν παραγωγὴν τοῦ x καὶ τοῦ y εἰς τὸ σημεῖον τοῦτο. Ἡ κλίσις τῆς εὐθείας ἡ ὁποία φέρεται ἀπὸ τοῦ σημείου O_x πρὸς τὸ σημεῖον P_1 ἐν σχέσει πρὸς τὴν εὐθεῖαν $O_x A$ δεικνύει τὸν λόγον κεφαλαίου-ἐργασίας (relative factor intensity) εἰς τὴν παραγωγὴν τοῦ x εἰς τὸ σημεῖον P_1 . Ἐπίσης ἡ κλίσις τῆς εὐθείας ἀπὸ τοῦ σημείου O_y πρὸς τὸ σημεῖον P_1 ἐν σχέσει πρὸς τὴν εὐθεῖαν $O_y \Gamma$ δεικνύει τὸν λόγον κεφαλαίου-ἐργασίας εἰς τὴν παραγωγὴν τοῦ y εἰς τὸ συγκεκριμένον σημεῖον P_1 .

Ὁ λόγος κεφαλαίου-ἐργασίας εἶναι σημαντικὴ τεχνολογικὴ σχέσηις καὶ δεικνύει τὸ κατὰ πόσον τὸ παραγόμενον προϊόν (ἡ ἢ βιομηχανία) εἶναι ἐντάσεως κεφαλαίου ἢ ἐντάσεως ἐργασίας. Ὁ λόγος οὗτος εἰς τὸ σημεῖον ἰσοροπίας P_1 εἶναι διὰ τὸ ἀγαθὸν x ἴσος πρὸς $P_1 A / O_x A$ καὶ διὰ τὸ ἀγαθὸν y ἴσος πρὸς $P_1 \Gamma / O_y \Gamma$. Διαπιστοῦται ὅτι ὁ πρῶτος λόγος εἶναι μικρότερος τοῦ δευτέρου. Πράγματι εἰς τὴν παραγωγὴν τοῦ ἀγαθοῦ x χρησιμοποιεῖται ποσότης κεφαλαίου $P_1 A$ καὶ ποσότης ἐργασίας $O_x A$, ἐνῶ εἰς τὴν παραγωγὴν τοῦ ἀγαθοῦ y χρησιμοποιεῖται ποσότης κεφαλαίου $P_1 \Gamma$ (μεγαλυτέρα τῆς $P_1 A$) καὶ ποσότης ἐργασίας $O_y \Gamma$. Οὕτως ἡ παραγωγὴ τοῦ x χρησιμοποιεῖ σχετικῶς πρὸς τὸ κεφάλαιον μεγαλυτέραν ποσότητα ἐργασίας εἰς τὸ σημεῖον P_1 καὶ ἡ παραγωγὴ τοῦ y χρησιμοποιεῖ μεγαλυτέραν ποσότητα κεφαλαίου σχετικῶς πρὸς τὴν ἐργασίαν. Ἡ παραγωγὴ τοῦ x κρίνεται ὡς ἐντάσεως ἐργασίας (labour intensive) καὶ ἡ παραγωγὴ τοῦ y ὡς ἐντάσεως κεφαλαίου (capital intensive). Συμπερασματικῶς δυνάμεθα νὰ εἴπωμεν ὅτι εἰς συγκεκριμένα ἐπίπεδα παραγωγῆς, ἀντιπροσωπευόμενα ὑπὸ τοῦ σημείου P_1 , ὁ λόγος κεφαλαίου-ἐργασίας εἶναι διάφορος διὰ τὰ δύο προϊόντα, ἐνῶ ὁ ὀριακὸς λόγος ὑποκαταστάσεως μεταξὺ τῶν συντελεστῶν εἶναι ὁ αὐτὸς δι' ἀμφοτέρα τὰ ἀγαθά.

Ἐὰν μετακινήσωμεν ἐκ τοῦ σημείου P_1 πρὸς τὸ σημεῖον P_2 διαπιστοῦμεν τὰ ἑξῆς: Ὁ ὀριακὸς λόγος ὑποκαταστάσεως μεταξὺ τῶν παραγωγικῶν συντελεστῶν εἶναι πάντοτε κοινὸς διὰ τὰ δύο ἀγαθά, ἀφοῦ εὐρισκόμεθα ἐπὶ τῆς καμπύλης ἀρίστων σημείων, ἅτινα εἶναι σημεία ἐπαφῆς μεταξὺ καμπύλων ἰσοπαραγωγῆς. Ἡ παραγωγὴ τοῦ ἀγαθοῦ x αὐξάνει εἰς βᾶρος τῆς παραγωγῆς τοῦ y . Ὁ λόγος κεφαλαίου-ἐργασίας μεταβάλλεται. Εἰς τὸ σημεῖον P_2 πράγματι ὁ λόγος K/L αὐξάνει τόσο εἰς τὴν παραγωγὴν τοῦ x ὅσον καὶ εἰς τὴν παραγωγὴν τοῦ y . Τοῦτο φαίνεται ἐκ τῶν μεγαλυτέρων κλίσεων τόσο τῆς εὐθείας

Διὰ τὴν συμβῆ ἡμῶς ἢ κατὰ τὰ ἀνωτέρω μεταβολὴ τῶν σχετικῶν τιμῶν τῶν παραγωγικῶν συντελεστῶν (λόγος τῶν ἀμοιβῶν r/w) προηγήθη, ὡς εἶδομεν, μεταβολὴ εἰς τὴν σχέσιν μεταξύ παραγωγῆς τοῦ ἀγαθοῦ x καὶ τοῦ ἀγαθοῦ y . Τοῦτο μᾶς ὀδηγεῖ εἰς τὸ συμπέρασμα ὅτι αἱ σχετικαὶ τιμαὶ τῶν συντελεστῶν ἐξαρθῶνται ἀπὸ τὴν ἀναλογίαν παραγωγῆς x καὶ y . Ἡ μεταβολὴ τῶν ἀμοιβῶν τῶν παραγωγικῶν συντελεστῶν ὀδηγεῖ, ὡς εἶκός, εἰς τὴν ἀνακατανομὴν τοῦ εἰσοδήματος καὶ αὕτη μὲ τὴν σειράν τῆς ἐπηρεάζει τὴν διάρθρωσιν τῆς ζήτησεως.

Κατ' ἀκολουθίαν τῶν ἀνωτέρω δυνάμεθα ἀνακεφαλαιοῦντες νὰ εἴπωμεν ὅτι ἡ αὔξησις τῆς παραγωγῆς τοῦ προϊόντος ἐντάσεως ἐργασίας μὲ ἀντίστοιχον μείωσιν τῆς παραγωγῆς τοῦ προϊόντος ἐντάσεως κεφαλαίου ὀδηγεῖ εἰς αὔξησιν τοῦ λόγου κεφαλαίου-ἐργασίας εἰς ὁλόκληρον τὴν οἰκονομίαν τοῦ ὑποδείγματος τῶν δύο προϊόντων, συνεπαγομένη τὴν αὔξησιν τῆς ἀμοιβῆς τῆς ἐργασίας ἐν σχέσει πρὸς τὴν ἀμοιβὴν τοῦ κεφαλαίου καὶ τὴν ἀνακατανομὴν τοῦ εἰσοδήματος πρὸς ὄφελος τῆς ἐργασίας*.

Τὰ ἀνωτέρω ἀποτελέσματα συνδέονται πρὸς τὸ συγκεκριμένον διάγραμμα τοῦ Σχ. 1.6, ὅπου ἡ καμπύλη ἀρίστων σημείων κατανομῆς εὐρίσκεται κάτω τῆς διαγωνίου $O_x O_y$ διὰ τὸ ἀγαθὸν x καὶ ἄνω διὰ τὸ ἀγαθὸν y . Οὕτως, ἀνεξαρτήτως σημείου ἐπὶ τῆς καμπύλης ἀρίστων σημείων κατανομῆς, ἡ παραγωγή x παραμένει ἐντάσεως ἐργασίας καὶ ἡ παραγωγή y ἐντάσεως κεφαλαίου. Ἐὰν ἡ καμπύλη ἀρίστων σημείων κατανομῆς εὐρίσκητο ἄνω τῆς διαγωνίου διὰ τὸ x καὶ κάτω τῆς διαγωνίου διὰ τὸ y , τότε ἡ παραγωγή τοῦ x θὰ ἦτο ἐντάσεως κεφαλαίου καὶ ἡ παραγωγή τοῦ y ἐντάσεως ἐργασίας.

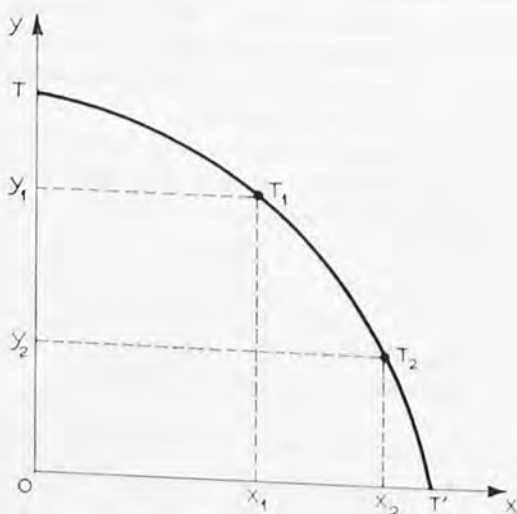
1. 1.2. Ἡ Καμπύλη Μετασχηματισμοῦ ἢ Δυνατοτήτων Παραγωγῆς

Κάθε σημεῖον τῆς καμπύλης ἀρίστων σημείων κατανομῆς τοῦ διαγράμματος παραγωγῆς τοῦ Edgeworth δεικνύει δύο τινά: Πρῶτον, κατὰ ποῖον τρόπον ἔχουν κατανεμηθῆ αἱ διαθέσιμοι ποσότητες τῶν παραγωγικῶν συντελεστῶν μεταξύ τῆς παραγωγῆς τοῦ x καὶ τῆς παραγωγῆς τοῦ y , ὥστε νὰ ἔχωμεν ἀρίστην τελικῶς κατανομὴν κατὰ Pareto. Δεύτερον, τὴν μεγίστην δυνατὴν παραγωγὴν ἐξ ἐνὸς ἀγαθοῦ, ὅταν ἐπιλέξωμεν ἐν οἰονδήποτε ἐπίπεδον παραγωγῆς τοῦ ἑτέρου. Οὕτω τὸ σημεῖον P_1 τοῦ Σχ. 1.6 μᾶς ὑποδεικνύει ὅτι ποσότης $O_x A$ ἐκ τῆς συνολικῆς διαθέσιμου ποσότητος ἐργασίας καὶ ποσότης $P_1 A$ ἐκ τῆς συνολικῆς διαθέσιμου ποσότητος κεφαλαίου κατενεμήθη εἰς τὴν παραγωγὴν τοῦ x καὶ αἱ ὑπόλοιποι ποσότητες τῶν διαθέσιμων συντελεστῶν διετέθησαν εἰς τὴν παραγωγὴν τοῦ y . Ἐπίσης τὸ σημεῖον P_1 μᾶς λέγει ὅτι ἡ μεγίστη ποσότης παραγωγῆς τοῦ x εἶναι x_1 , ὅταν τὸ ἐπίπεδον παραγωγῆς

* Βλ. *K. Lancaster, Introduction to modern microeconomics, Rand McNally International Edition, 1969, 251-256.*

τοῦ y εἶναι y_1 . Αὐξήσεις δὲ τῆς παραγωγῆς τοῦ x συνεπάγεται μείωσιν τῆς παραγωγῆς τοῦ y , ἀφοῦ αἱ ποσότητες τῶν παραγωγικῶν συντελεστῶν εἶναι δεδομένα.

Ἐχόντες ὑπ' ὄψιν τὴν καμπύλην ἀρίστων σημείων κατανομῆς δυνάμεθα νὰ κατασκευάσωμεν καμπύλην δεικνύουσαν τὴν σχέσιν παραγωγῆς μεταξὺ τῶν δύο ἀγαθῶν. Ἡ σχέση αὕτη δέον νὰ εἶναι ἀνταγωνιστικὴ καὶ συνεπῶς ἡ καμπύλη θὰ ἔχῃ ἀρνητικὴν κλίσιν. Ἡ καμπύλη αὕτη καλεῖται καμπύλη μετασχηματισμοῦ (transformation curve) ἢ καμπύλη παραγωγικῶν δυνατοτήτων (production possibility curve). Τὸ σημεῖον P_1 τῆς καμπύλης ἀρίστων σημείων κατανομῆς τῶν παραγωγικῶν συντελεστῶν ἀντιστοιχεῖ εἰς



Σχ. 1.7.

τὸ σημεῖον T_1 τῆς καμπύλης μετασχηματισμοῦ τοῦ Σχ. 1.7 καὶ τὸ σημεῖον P_2 ἀντιστοιχεῖ εἰς τὸ σημεῖον T_2 . Τὸ σημεῖον T_1 ἐπὶ τῆς καμπύλης μετασχηματισμοῦ TT' ἀντιπροσωπεύει παραγωγὴν y_1 ἐκ τοῦ y καὶ x_1 ἐκ τοῦ x . Ὁ συνδυασμὸς οὗτος εἶναι ὁ μέγιστος συνδυασμὸς παραγωγῆς τῶν δύο ἀγαθῶν, ὅταν χρησιμοποιηθῇ ὀλόκληρος ἡ ποσότης τῶν διαθέσιμων συντελεστῶν τῆς παραγωγῆς. Ὅταν ἡ ἐπιλεγείσα παραγωγή τοῦ y εἶναι y_2 , τότε ἡ μέγιστη ποσότης τοῦ x , ἡ ὁποία δύναται νὰ παραχθῇ μετὰ δεδομένους τοὺς παραγωγικοὺς συντελεστάς, εἶναι x_2 , ὡς ὑποδεικνύεται ὑπὸ τοῦ σημείου T_2 τῆς καμπύλης μετασχηματισμοῦ.

Ἡ κλίσις εἰς ὀρισμένον σημεῖον τῆς καμπύλης μετασχηματισμοῦ μᾶς δίδει τὸν ὀριακὸν λόγον μετασχηματισμοῦ μεταξὺ x καὶ y . Ὡς γνωρίζομεν

ὅμως* ὁ ὀριακὸς λόγος μετασχηματισμοῦ ἰσοῦται πρὸς τὸν (ἀρνητικὸν) λόγον τῶν ὀριακῶν προϊόντων ἐκάστου συντελεστοῦ εἰς τὴν παραγωγὴν ἐκάστου ἀγαθοῦ, ἥτοι

$$\frac{dy}{dx} = \frac{9g/9K_y}{9f/9K_x} = \frac{9g/9L_y}{9f/9L_x}$$

Ἐπίσης γνωρίζομεν ὅτι τὸ ὀριακὸν κόστος παραγωγῆς ἰσοῦται πρὸς τὸ ἀντίστροφον τοῦ ὀριακοῦ προϊόντος καὶ συνεπῶς ὁ ὄ.λ.μ. εἶναι**

$$\frac{dy}{dx} = \frac{MC_x}{MC_y}$$

ὅπου MC_x = ὄρ. κόστος τοῦ x, MC_y = ὄρ. κόστος τοῦ y.

Δεδομένου ὅτι εἰς τὸν πλήρη ἀνταγωνισμόν καὶ ἐν ἰσορροπία τῆς παραγωγῆς τὸ ὀριακὸν κόστος ἰσοῦται πρὸς τὴν τιμὴν τοῦ ἀγαθοῦ θὰ ἔχωμεν:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{MC_x}{MC_y} = \frac{p_x}{p_y}$$

Κατ' ἀκολουθίαν τοῦ ἀνωτέρω δυνάμεθα ἀνακεφαλαιοῦντες νὰ εἴπωμεν ὅτι ἡ καμπύλη μετασχηματισμοῦ εἰς τὸ ὑπόδειγμα «δύο συντελεσταὶ - δύο ἀγαθὰ» προκύπτει ἐκ τῆς καμπύλης ἀρίστων σημείων κατανομῆς καὶ εἶναι συνεπῶς ὁ γεωμετρικὸς τόπος σημείων ἀρίστης κατὰ Pareto παραγωγῆς τῶν δύο ἀγαθῶν· εἰς ὀρισμένον σημεῖον τῆς καμπύλης ταύτης ὁ ὄ.λ.μ. ἰσοῦται πρὸς τὸν λόγον τῶν ὀριακῶν κόστων παραγωγῆς τῶν ἀγαθῶν, πρὸς τὸν λόγον τῶν τιμῶν τῶν ἀγαθῶν καὶ πρὸς τὸν λόγον τῶν ὀριακῶν προϊόντων τῶν παραγωγικῶν συντελεστῶν.

I. 2. ΑΡΙΣΤΗ ΠΑΡΑΓΩΓΗ ΚΑΙ ΔΙΑΝΟΜΗ ΤΩΝ ΑΓΑΘΩΝ

I. 2.0. Τὸ Ὑπόδειγμα Δύο Ἀγαθῶν - Δύο Συντελεστῶν - Δύο Ἀτόμων

Εἰς τὰ προηγούμενα τμήματα τοῦ παρόντος Κεφαλαίου ἐξετάσθησαν μεμονωμένως τόσοσιν ἡ ἀρίστη κατανομή (ἀνταλλαγή) δύο ἀγαθῶν μεταξύ δύο ἀτόμων ἄνευ ἀναφορᾶς εἰς τὴν παραγωγὴν τῶν ἀγαθῶν ὅσον καὶ ἡ ἀρίστη κατανομή τῶν παραγωγικῶν συντελεστῶν διὰ τὴν ἐπίτευξιν τῆς πλέον ἀποτελεσματικῆς παραγωγῆς δύο ἀγαθῶν. Εἰς τὸ τμήμα τοῦτο θὰ ἐξετασθοῦν συνδυασμένως ἡ παραγωγή καὶ ἡ ἀρίστη κατανομή δύο ἀγαθῶν μεταξύ δύο ἀτόμων. Ἐὰν αἱ ποσότητες τῶν παραγωγικῶν συντελεστῶν εἶναι δεδομένα, αἱ συναρτήσεις προτιμήσεως τῶν ἀτόμων καὶ αἱ συναρτήσεις παραγωγῆς τῶν δύο ἀγαθῶν γνωσταί, γεννᾶται τὸ ἐρώτημα: πῶς θὰ κατανεμηθῶν αἱ

* Βλ. Σ. Α. Σαραντίδη, *op. cit.*, σελ. 250.

** *Ibid.*, σελ. 325.

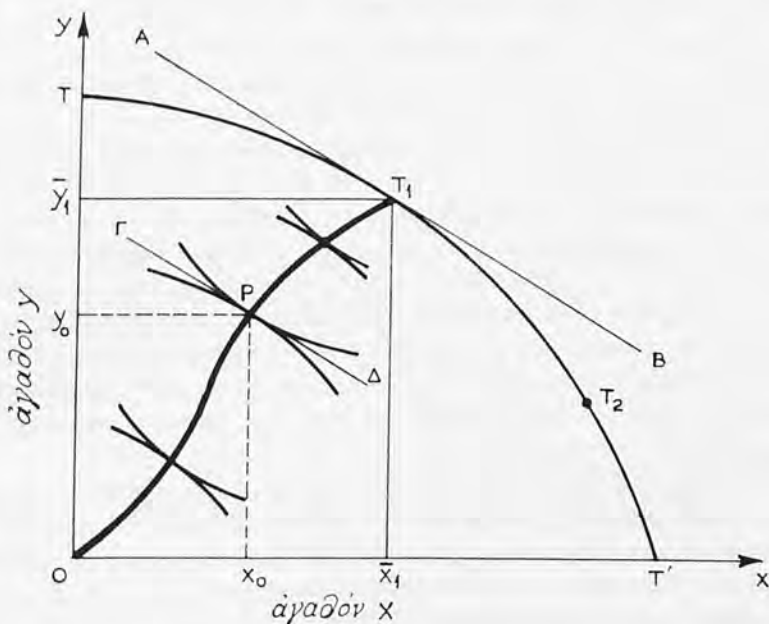
ποσότητες των παραγωγικών συντελεστών μεταξύ της παραγωγής των δύο αγαθών, ποία θά είναι ή μεγίστη ποσότης παραγωγής τούτων και πώς θά κατανεμηθῇ αὕτη μεταξύ των δύο καταναλωτῶν;

Πῶς θά γίνη ή κατανομή των παραγωγικῶν συντελεστών, ὥστε νά είναι ή ἀρίστη κατά Pareto, μᾶς τὸ ὑποδεικνύει ή καμπύλη ἀρίστων σημείων κατανομῆς $O_x O_y$ τοῦ Σχ. 1.5. Τὸ Σχ. 1.7 δεικνύει τὴν καμπύλην μετασχηματισμοῦ, ή ὁποία προκύπτει ἐκ τῆς καμπύλης ἀρίστων σημείων κατανομῆς εἰς τὴν παραγωγήν. Ἡ καμπύλη μετασχηματισμοῦ δεικνύει συνδυασμούς τῆς ἀνωτάτης δυνατῆς παραγωγῆς των δύο ἀγαθῶν διὰ τῆς πλήρους χρησιμοποίησης των παραγωγικῶν συντελεστών. Ἐστω ὅτι ή ἀρίστη κατανομή των παραγωγικῶν συντελεστών γίνεται εἰς σημείον τῆς καμπύλης ἀρίστων σημείων κατανομῆς $O_x O_y$, τὸ ὁποῖον ἀντιστοιχεῖ εἰς τὸ σημείον T_1 τῆς καμπύλης μετασχηματισμοῦ. Τὸ σημείον τοῦτο δεικνύει τὴν ἀνωτάτην δυνατὴν παραγωγήν ποσότητος Oy_1 ἐκ τοῦ ἀγαθοῦ y και ποσότητος Ox_1 ἐκ τοῦ ἀγαθοῦ x . Διὰ νά εὐρωμεν πῶς θά κατανεμηθοῦν αἱ ποσότητες των δύο ἀγαθῶν μεταξύ των δύο ἀτόμων κατασκευάζομεν ἐν διάγραμμα τοῦ Edgeworth, τοῦ ὁποῖου αἱ διαστάσεις εἶναι ἴσαι πρὸς τὰς ποσότητας των δύο ἀγαθῶν (βλ. Σχ. 1.8). Ἐντὸς τοῦ παραλληλογράμμου $Oy_1 T_1 x_1$ θέτομεν τὰς καμπύλας ἀδιαφορίας των δύο ἀτόμων. Αἱ καμπύλαι ἀδιαφορίας τοῦ ἀτόμου A ἔχουν ὡς ἀρχὴν τὸ σημείον O και αἱ καμπύλαι ἀδιαφορίας τοῦ B τὸ σημείον T_1 . Ἡ καμπύλη των ἀρίστων σημείων κατανομῆς των ἀγαθῶν μεταξύ των δύο ἀτόμων, ἥτις προκύπτει ἐκ των σημείων ἐπαφῆς μεταξύ των καμπύλων ἀδιαφορίας, εἶναι ή OT_1 . Ἡ κατανομή των δύο ἀγαθῶν θά γίνη εἰς κάποιο σημείον τῆς καμπύλης αὐτῆς, διὰ νά ἔχωμεν μεγιστοποίησιν τῆς ἰκανοποίησεως των δύο ἀτόμων. Εἰς ποῖον ἕμως σημείον θά λάβῃ χώραν ή κατανομή (ἀνταλλαγῆ); Ἡ ποσότης των δύο ἀγαθῶν ή ὑποδεικνυομένη ὑπὸ τοῦ σημείου T_1 θά κατανεμηθῇ μεταξύ των δύο ἀτόμων κατὰ τοιοῦτον τρόπον, ὥστε ὁ ὀριακὸς λόγος μετασχηματισμοῦ των δύο ἀγαθῶν (κλίσις τῆς καμπύλης εἰς τὸ σημείον T_1) νά εἶναι ἴσος πρὸς τὸν ὀριακὸν λόγον ὑποκαταστάσεως των δύο ἀγαθῶν δι' ἀμφοτέρω τὰ άτομα. Οὕτω διὰ νά εἶναι ή κατανομή των ἀγαθῶν μεταξύ των δύο ἀτόμων ἀρίστη κατά Pareto θά πρέπει νά ἐπιλεγῇ ἐκεῖνο τὸ σημείον ἐπὶ τῆς καμπύλης ἀρίστων σημείων κατανομῆς, ὅπου ή κλίσις των καμπύλων ἀδιαφορίας ἀμφοτέρων των ἀτόμων εἶναι ἴση πρὸς τὴν κλίσιν τῆς καμπύλης μετασχηματισμοῦ εἰς τὸ ἐπιλεγέν σημείον παραγωγῆς των δύο ἀγαθῶν. Ἡ κλίσις τῆς ἐφαπτομένης εἰς τὸ σημείον T_1 εὐθείας AB εἶναι ἴση πρὸς τὴν κλίσιν τῆς εὐθείας $\Gamma\Delta$ τῆς διερχομένης διὰ τοῦ σημείου P , καθ' ὅτι ἀμφοτέρω εἶναι παράλληλοι. Ἄρα τὸ ἐπιλεγόμενον σημείον εἶναι τὸ P . Τὸ σημείον τοῦτο ὑποδεικνύει ὅτι ἐκ τῆς παραχθείσης ποσότητος Ox_1 τοῦ ἀγαθοῦ x θά λάβῃ ὁ A ποσότητα Ox_0 και ὁ B ποσότητα $x_0 x_1$ και ἐκ τῆς παραχθείσης ποσότητος Oy_1 τοῦ ἀγαθοῦ y θά λάβῃ ὁ A ποσότητα Oy_0 και ὁ B ποσότητα

y_0Y_1 . Έτσι θα υπάρξει ισορροπία ταυτοχρόνως τόσο εις την παραγωγήν ὅσον καὶ εις την διανομὴν (ἀνταλλαγὴν).

Ποία θα εἶναι ἡ ἀνταλλακτικὴ σχέσις τῶν δύο ἀγαθῶν, ἤτοι ὁ λόγος τῶν τιμῶν αὐτῶν ἢ ἄλλως αἱ σχετικαὶ τιμαί; Τὴν ἀνταλλακτικὴν σχέσιν ὑποδεικνύει ἡ κλίσις τῆς εὐθείας ΓΔ, ἥτις εἶναι ἐφαπτομένη τόσον εις καμπύλην ἀδιαφορίας τοῦ Α ὅσον καὶ εις καμπύλην ἀδιαφορίας τοῦ Β.

Εἰς τὸν πλήρη ἀνταγωνισμόν ἡ ἀριστοποίησις τοῦ συστήματος (παραγωγῆς - ἀνταλλαγῆς) γίνεται διὰ τῆς ἐλευθέρως λειτουργίας τοῦ μηχανισμοῦ τῶν τιμῶν. Τὸ ἐπιλεγόμενον σημεῖον ἐπὶ τῆς καμπύλης μετασχηματισμοῦ



Σχ. 1.8.

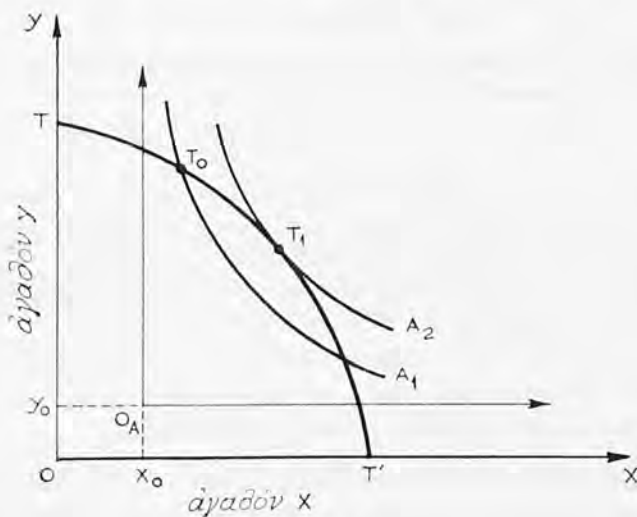
(ισορροπίας εις την παραγωγήν) θα εἶναι ἐκεῖνο εις ὃ ὁ λόγος τῶν τιμῶν τῶν δύο ἀγαθῶν εἶναι ἴσος πρὸς τὸν ὀριακὸν λόγον μετασχηματισμοῦ. Ὁ λόγος τῶν τιμῶν ὅμως εἶναι δεδομένος εις τὸν πλήρη ἀνταγωνισμόν. Ἐπίσης ἡ ἀνταλλακτικὴ σχέσις, ἤτοι ὁ λόγος τῶν τιμῶν τῶν δύο ἀγαθῶν, εἶναι δεδομένη καὶ συνεπῶς δύναται νὰ ἐπιλεγῆ τὸ σημεῖον ἀνταλλαγῆς εις τὸ ὅποιον μεγιστοποιεῖται ἡ ἱκανοποίησις τῶν ἀτόμων. Ὡς γνωρίζομεν, ἡ μεγιστοποιητικὴ συμπεριφορὰ τῶν καταναλωτῶν ὀδηγεῖ εις συνδυασμὸν ἀγαθῶν, ὅστις ὑποδεικνύεται ὑπὸ τοῦ σημείου εις τὸ ὅποιον ὁ λόγος τῶν τιμῶν εἶναι ἴσος πρὸς τὸν λόγον τῶν ὀριακῶν χρησιμοτήτων ἢ τὸν ὀριακὸν λόγον ὑποκαταστάσεως

μεταξύ των δύο αγαθών. Το σημείο P εις το Σχ. I.8 πληροῦ τὴν ἀνωτέρω συνθήκην δι' ἀμφοτέρα τὰ ἄτομα. Κατ' ἀκολουθίαν τῶν ἀνωτέρω θὰ πρέπει νὰ λεχθῆ ὅτι εις τὸν πλήρη ἀνταγωνισμόν ὁ λόγος τῶν τιμῶν τῶν ἀγαθῶν (κλίσις τῶν εὐθειῶν AB καὶ ΓΔ) εἶναι δεδομένος καὶ βάσει τούτου ἀναζητοῦνται τὰ σημεῖα T_1 καὶ P, ἅτινα δεικνύουν ταυτόχρονον ἰσορροπίαν παραγωγῆς καὶ καταναλώσεως, ἥτοι ἀρίστην κατανομήν παραγωγικῶν συντελεστῶν εις τὴν παραγωγὴν τῶν ἀγαθῶν καὶ ἀρίστην διανομήν τούτων μεταξύ τῶν ἀτόμων.

Ἐρωτᾶται: Εἶναι δυνατὴ ἡ ταυτόχρονος ἐπίτευξις τοῦ ἀρίστου τόσον εις τὴν παραγωγὴν ὅσον καὶ εις τὴν κατανάλωσιν, ἥτοι ἡ ἐπίτευξις ἰσορροπίας, εις ἕτερον σύστημα πλὴν τοῦ τῆς ἐλευθέρου ἀγορᾶς (πλήρης ἀνταγωνισμός); Ἡ ἀπάντησις εἶναι ὅτι δύναται πράγματι νὰ ἐπιτευχθῆ ἡ κατὰ τὰ ἀνωτέρω ἀριστοποιήσις καὶ εις σύστημα κεντρικῶς διευθυνομένης οἰκονομίας. Εἰς τὴν περίπτωσιν ὅμως αὐτὴν ὁ λόγος τῶν τιμῶν δὲν εἶναι δεδομένος ἐκ τοῦ μηχανισμοῦ τῶν τιμῶν, ἀλλὰ θὰ πρέπει νὰ καθορισθοῦν ὑπολογιστικαὶ τιμαὶ (shadow prices) τοιαῦται, ὥστε ὁ λόγος τούτων νὰ εἶναι ἴσος πρὸς τὴν κλίσις τῶν εὐθειῶν AB καὶ ΓΔ. Ἡ δὲ κατανομή τῶν παραγωγικῶν συντελεστῶν θὰ πρέπει νὰ ἀποφασισθῆ ὑπὸ τῆς κεντρικῆς ἀρχῆς εις κάποιο σημεῖον τῆς καμπύλης ἀρίστων σημείων κατανομῆς τῶν συντελεστῶν τοῦ Σχ. I.6, ὡς τὸ σημεῖον P_1 . Εἰς τὸ σημεῖον τοῦτο δύναται νὰ ὑπολογισθοῦν αἱ ὑπολογιστικαὶ τιμαὶ τῶν παραγωγικῶν συντελεστῶν, ὁ λόγος τῶν ὁποίων (w/r) θὰ εἶναι ἴσος πρὸς τὴν κλίσις τῆς εὐθείας τῆς διερχομένης διὰ τοῦ σημείου τούτου καὶ ἡ ὁποία ἐφάπτεται τόσον πρὸς καμπύλην ἰσοπαραγωγῆς τοῦ ἀγαθοῦ x ὅσον καὶ πρὸς καμπύλην ἰσοπαραγωγῆς τοῦ ἀγαθοῦ y.

Ἡ ἰσότης τοῦ ὀριακοῦ λόγου μετασχηματισμοῦ πρὸς τὸν κοινὸν ὀριακὸν λόγον ὑποκαταστάσεως μεταξύ τῶν δύο ἀγαθῶν. Εἴπομεν ἀνωτέρω ὅτι διὰ νὰ ἔχωμεν ἀριστοποιήσιν ταυτοχρόνως εις τὴν παραγωγὴν καὶ τὴν διανομήν τοῦ ἀγαθοῦ θὰ πρέπει ὁ ὀριακὸς λόγος μετασχηματισμοῦ νὰ εἶναι ἴσος πρὸς τὸν ὀριακὸν λόγον ὑποκαταστάσεως δι' ἀμφοτέρα τὰ ἄτομα. Ἄς ἴδωμεν τώρα διατὶ ἢ μὴ πλήρως τῆς ἀνωτέρω συνθήκης δὲν ὀδηγεῖ εις ἀρίστην κατανομήν τόσον εις τὴν παραγωγὴν ὅσον καὶ εις τὴν κατανάλωσιν χρησιμοποιοῦντες τὸ Σχ. I.9. Ἄς ὑποθέσωμεν ὅτι ἡ κατανάλωσις τοῦ B ἀτόμου εἶναι δεδομένη εις τὰ ἐπίπεδα y_0 καὶ x_0 καὶ ὅτι ἡ ὑπόλοιπος ποσότης ἐκ τῶν δύο ἀγαθῶν κατανέμεται εις τὸν A. Εἰς τὸ Σχ. I.9 ἐμφαίνεται τὸ σύστημα καμπύλων ἀδιαφορίας τοῦ A, τὸ ὅποιον ἐπιτίθεται ἐπὶ τοῦ διαγράμματος τῆς καμπύλης μετασχηματισμοῦ καὶ τὸ ὅποιον ἐκκινεῖ ἐκ τοῦ σημείου O_A . Τὸ σημεῖον T_0 ἐπὶ τῆς καμπύλης μετασχηματισμοῦ δὲν εἶναι σημεῖον ἀριστοποιήσεως κατὰ Pareto, διότι ἡ κλίσις τῆς καμπύλης μετασχηματισμοῦ εἶναι διάφορος τῆς κλίσεως τῆς καμπύλης ἀδιαφορίας εις τὸ σημεῖον τοῦτο. Αὐτὸ σημαίνει ὅτι μετακινήσις πρὸς τὸ σημεῖον T_1 , ὅπου ἡ κλίσις τῆς καμπύλης μετασχηματισμοῦ

είναι ίση προς την κλίση τῆς καμπύλης ἀδιαφορίας A_2 , φέρει τὸν A εἰς ὑψηλότερον ἐπίπεδον ἱκανοποιήσεως. Ἄρα δι' ἀνακατανομῆς τῶν παραγωγικῶν συντελεστῶν καὶ ἀναδιανομῆς τῆς παραγωγῆς δι' ἐγκαταλείψεως τῆς παραγωγῆς ποσότητος τοῦ y καὶ παραγωγῆς μεγαλύτερας ποσότητος τοῦ x ἢ ἱκανοποιήσις ἑνὸς τουλάχιστον ἐκ τῶν δύο ἀτόμων δύναται νὰ ἀυξηθῇ. Τὸ T_1 εἶναι τὸ σημεῖον ἀριστοποίησης, διότι ἀποτελεῖ καὶ σημεῖον τῆς ὑψηλότερας καμπύλης ἀδιαφορίας. Καὶ εἰς τὸ σημεῖον τοῦτο ὁ ὀριακὸς λόγος μετασχηματισμοῦ εἶναι ἴσος πρὸς τὸν ὀριακὸν λόγον ὑποκαταστάσεως μεταξύ τῶν δύο ἀγαθῶν εἰς τὴν κατανάλωσιν τοῦ A ἀτόμου. Κάθε ἄλλο σημεῖον, πλὴν τοῦ T_1 , δεικνύει ὅτι ἡ παραγωγή δὲν εἶναι ἀποτελεσματικῶς διηρθρωμένη



Σχ. I. 9.

καὶ συνεπῶς μία μεταφορὰ παραγωγικῶν πόρων ἀπὸ τὴν παραγωγὴν τοῦ ἑνὸς προϊόντος πρὸς τὴν παραγωγὴν τοῦ ἄλλου δύναται νὰ ὀδηγήσῃ εἰς καλύτερευσιν τῆς θέσεως τοῦ ἑνὸς ἀτόμου, χωρὶς νὰ χειροτερεύῃ τὴν θέσιν τοῦ ἑτέρου ἀτόμου καὶ χωρὶς ἐπίσης νὰ ἀυξάνῃ τὸ κόστος παραγωγῆς*.

Μαθηματικὴ διατύπωσις τοῦ ὑποδείγματος δύο ἀγαθῶν - δύο συντελεστῶν - δύο ἀτόμων. Ἡ ἀριστοποίησις τῆς κατανομῆς τῶν συντελεστῶν τῆς παραγωγῆς καὶ τῆς κατανομῆς τῶν ἀγαθῶν μεταξύ τῶν δύο ἀτόμων δύναται νὰ διατυπωθῇ μαθηματικῶς, ἐφ' ὅσον εἶναι γνωστὰ αἱ συναρτήσεις

* T. Scitovsky, Welfare and competition, Unwin University Books, 1964, σελ. 161-162, καὶ C. A. Tisdell, Microeconomics, 1972, σελ. 279-280.

προτιμήσεως τῶν δύο ἀτόμων καὶ ἡ συνάρτησις μετασχηματισμοῦ τῆς οἰκονομίας. Ἐστω ὅτι ἡ συνάρτησις χρησιμότητος τοῦ Α εἶναι

$$U_A = f_A(x_A, y_A, K_A, L_A)$$

ὅπου x_A = ποσότης ἀγαθοῦ x καταναλισκομένη ὑπὸ τοῦ Α,

y_A = ποσότης ἀγαθοῦ y καταναλισκομένη ὑπὸ τοῦ Α,

K_A = ποσότης συντελεστοῦ K προσφερομένη ὑπὸ τοῦ Α ἢ ἀρνητικὴ καθαρὰ κατανάλωσις συντελεστοῦ K ὑπὸ τοῦ Α,

L_A = ποσότης συντελεστοῦ L προσφερομένη ὑπὸ τοῦ Α ἢ ἀρνητικὴ καθαρὰ κατανάλωσις συντελεστοῦ L ὑπὸ τοῦ Α.

Ἐστω ὅτι ἡ συνάρτησις χρησιμότητος τοῦ Β εἶναι δεδομένη καὶ ἴση πρὸς

$$U_B = f_B(x_B, y_B, K_B, L_B) \quad (1)$$

καὶ ἡ συνάρτησις μετασχηματισμοῦ (πεπλεγμένη συνάρτησις), ἡ δίδουσα τὸ μέγιστον τῆς παραγωγῆς ἐκάστου ἀγαθοῦ, εἶναι

$$F(x_A + x_B, y_A + y_B, K_A + K_B, L_A + L_B) \quad (2)$$

Ἐπιθέτομεν ὅτι αἱ καμπύλαι ἀδιαφορίας καὶ ἰσοπαραγωγῆς εἶναι κανονικαὶ καὶ κυρταὶ ὡς πρὸς τὴν ἀρχὴν τῶν ἀξόνων, ἡ καμπύλη μετασχηματισμοῦ εἶναι κοίλη ὡς πρὸς τὴν ἀρχὴν τῶν ἀξόνων, ἡ παραγωγὴ καὶ ἡ κατανάλωσις εἶναι ἀπηλλαγμέναι ἐξωτερικῶν ἐπιδράσεων καὶ τὰ ὀριακὰ προϊόντα καὶ τὰ ὀριακὰ κόστη εἶναι θετικά.

Διὰ τὴν κατὰ Pareto ἀριστοποίησιν ἀπαιτεῖται ὅπως, μὲ δεδομένον τὸ ἐπίπεδον ἱκανοποιήσεως τοῦ Β, μεγιστοποιηθῇ ἡ ἱκανοποίησις τοῦ Α. Πρὸς τοῦτο σχηματίζομεν τὴν ἐξίσωσιν τοῦ Lagrange

$$Z = f_A(x_A, y_A, K_A, L_A) + \lambda[U_B - f_B(x_B, y_B, K_B, L_B)] + \mu F(x_A + x_B, y_A + y_B, K_A + K_B, L_A + L_B) *$$

Αἱ συνθῆκαι πρώτης τάξεως εἶναι:

$$\frac{\partial Z}{\partial x_A} = \partial f_A / \partial x_A - \mu \frac{\partial F}{\partial x} = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial Z}{\partial y_A} = \partial f_A / \partial y_A - \mu \frac{\partial F}{\partial y} = 0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial Z}{\partial K_A} = \partial f_A / \partial K_A - \mu \frac{\partial F}{\partial K} = 0 \quad (5)$$

$$\frac{\partial Z}{\partial L_A} = \partial f_A / \partial L_A - \mu \frac{\partial F}{\partial L} = 0 \quad (6)$$

* Ὡς γνωστὸν $x_A + x_B = \bar{x}$, $y_A + y_B = \bar{y}$, $K_A + K_B = \bar{K}$ καὶ $L_A + L_B = \bar{L}$.

$$\frac{\partial Z}{\partial x_B} = \lambda \frac{\partial f_B}{\partial x_B} - \mu \frac{\partial F}{\partial x} = 0 \quad (7)$$

$$\frac{\partial Z}{\partial y_B} = \lambda \frac{\partial f_B}{\partial y_B} - \mu \frac{\partial F}{\partial y} = 0 \quad (8)$$

$$\frac{\partial Z}{\partial K_B} = \lambda \frac{\partial f_B}{\partial K_B} - \mu \frac{\partial F}{\partial K} = 0 \quad (9)$$

$$\frac{\partial Z}{\partial L_B} = \lambda \frac{\partial f_B}{\partial L_B} - \mu \frac{\partial F}{\partial L} = 0 \quad (10)$$

Ἀνωτέρω ἔχομεν δέκα ἐξισώσεις (1—10) καὶ δέκα ἀγνώστους (x_A , x_B , y_A , y_B , K_A , K_B , L_A , L_B , λ καὶ μ) καὶ συνεπῶς τὸ σύστημα λύεται ὡς πρὸς τοὺς ἀγνώστους. Ἐκ τῶν ἀνωτέρω συνθηκῶν πρώτης τάξεως * δυνάμεθα διὰ διαιρέσεων καὶ ἀπαλοιφῆς τοῦ λ καὶ τοῦ μ νὰ λάβωμεν τὰς κατὰ Pareto συνθήκας ἀριστοποιήσεως τοῦ ἔλου συστήματος παραγωγῆς καὶ καταναλώσεως (ἀνταλλαγῆς) ποὺ εἶναι αἱ ἀκόλουθοι:

$$\frac{\partial f_A / \partial x_A}{\partial f_A / \partial y_A} = \frac{\partial y}{\partial x} = \frac{\partial f_B / \partial x_B}{\partial f_B / \partial y_B} \quad (11)$$

Ἡ (11) μᾶς λέγει ὅτι ὁ ὀριακὸς λόγος ὑποκαταστάσεως μεταξὺ τῶν δύο ἀγαθῶν x καὶ y εἶναι ὁ αὐτὸς δι' ἀμφότερα τὰ ἄτομα A καὶ B καὶ ἴσος πρὸς τὸν ὀριακὸν λόγον μετασχηματισμοῦ μεταξὺ τῶν ἀγαθῶν x καὶ y . Τοῦτο ἐμφαίνεται γραφικῶς εἰς τὸ Σχ. 1.8.

$$\frac{\partial f_A / \partial K_A}{\partial f_A / \partial L_A} = \frac{\partial L}{\partial K} = \frac{\partial f_B / \partial K_B}{\partial f_B / \partial L_B} \quad (12)$$

Ἡ (12) μᾶς λέγει ὅτι ὁ ὀριακὸς λόγος ὑποκαταστάσεως μεταξὺ (τῆς καθαρᾶς καταναλώσεως) τῶν δύο συντελεστῶν εἶναι ὁ αὐτὸς δι' ἀμφότερα τὰ ἄτομα καὶ ἴσος πρὸς τὸν ὀριακὸν λόγον ὑποκαταστάσεως μεταξὺ τῶν δύο συντελεστῶν εἰς τὴν παραγωγὴν ἐκάστου ἀγαθοῦ.

$$\frac{\partial f_A / \partial K_A}{\partial f_A / \partial x_A} = \frac{\partial x}{\partial K} = \frac{\partial f_B / \partial K_B}{\partial f_B / \partial x_B} \quad (13)$$

Ἡ (13) μᾶς λέγει ὅτι ὁ ὀριακὸς λόγος ὑποκαταστάσεως μεταξὺ τοῦ συντελεστοῦ K καὶ τοῦ ἀγαθοῦ x εἶναι ὁ αὐτὸς δι' ἀμφότερα τὰ ἄτομα A καὶ B καὶ ἴσος πρὸς τὸ ὀριακὸν προϊόν τοῦ συντελεστοῦ K εἰς τὴν παραγωγὴν τοῦ x .

Τὸ αὐτὸ ἀντιστοίχως ἰσχύει καὶ διὰ τὸν συντελεστὴν K καὶ τὸ ἀγαθὸν y , ἥτοι

$$\frac{\partial f_A / \partial K_A}{\partial f_A / \partial y_A} = \frac{\partial y}{\partial K} = \frac{\partial f_B / \partial K_B}{\partial f_B / \partial y_B} \quad (14)$$

* Ὑποτίθεται ὅτι πληροῦνται καὶ αἱ συνθήκαι δευτέρας τάξεως.

$$\frac{\partial f_A / \partial L_A}{\partial f_A / \partial x_A} = \frac{\partial F / \partial L}{\partial F / \partial x} = \frac{\partial f_B / \partial L_B}{\partial f_B / \partial x_B} \quad (15)$$

Ἡ (15) μᾶς λέγει ὅτι ὁ ὀριακὸς λόγος ὑποκαταστάσεως μεταξύ τοῦ συντελεστοῦ L καὶ τοῦ προϊόντος x εἶναι ὁ αὐτὸς δι' ἀμφοτέρα τὰ ἄτομα καὶ ἰσοῦται πρὸς τὸ ὀριακὸν προϊόν τοῦ συντελεστοῦ L εἰς τὴν παραγωγὴν τοῦ x . Τὸ αὐτὸ ἀντιστοίχως ἰσχύει καὶ διὰ τὸν συντελεστὴν L καὶ τὸ ἀγαθὸν y , ἥτοι

$$\frac{\partial f_A / \partial L_A}{\partial f_A / \partial y_A} = \frac{\partial F / \partial L}{\partial F / \partial y} = \frac{\partial f_B / \partial L_B}{\partial f_B / \partial y_B} \quad (16)$$

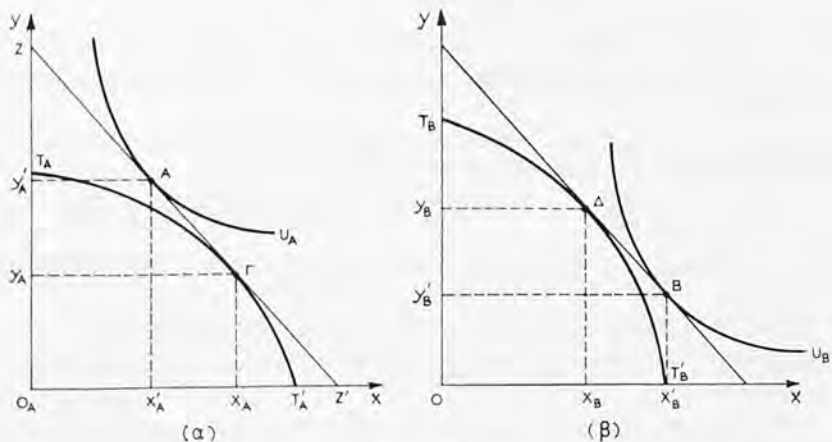
Αἱ ἀνωτέρω ὀριακὰ συνθήκαι (11) — (16) καὶ ἡ συνθήκη καθ' ἣν δὲν εἶναι δυνατὴ ἡ αὐξήσις τῆς ἱκανοποιήσεως τοῦ ἑνὸς ἀτόμου χωρὶς τὴν μείωσιν τοῦ ἑτέρου περιγράφουν μίαν κατάστασιν ἣ ὁποία εἶναι ἀρίστη κατὰ *Pareto* (*Pareto-optimal state*).

Γ. 2.1. Ἐν Διαζευκτικὸν Ὑπόδειγμα Παραγωγῆς καὶ Ἀνταλλαγῆς Δύο Ἀγαθῶν Μεταξὺ Δύο Ἀτόμων

Ἄς ὑποθέσωμεν ὅτι ὑφίστανται δύο ἄτομα, ἕκαστον τῶν ὁποίων παράγει καὶ καταναλίσκει δύο ἀγαθὰ x καὶ y . Τὸ διάγραμμα (α) τοῦ Σχ. 1.10 δεικνύει τὴν παραγωγὴν καὶ τὴν ἐπιθυμητὴν κατανάλωσιν τῶν δύο ἀγαθῶν ἐκ μέρους τοῦ ἀτόμου A καὶ τὸ διάγραμμα (β) τὴν παραγωγὴν καὶ τὴν κατανάλωσιν ἐκ μέρους τοῦ ἀτόμου B . Μὲ δεδομένην τὴν συνάρτησιν μετασχηματισμοῦ $T_A T'_A$ καὶ τὴν σχέσιν τῶν τιμῶν τῶν δύο ἀγαθῶν (δεικνυομένην ὑπὸ τῆς κλίσεως τῆς εὐθείας ZZ'), ὁ A θὰ ἐπιλέξῃ τὴν παραγωγὴν τὴν ὑποδεικνυομένην ὑπὸ τῆς συνθήκης ἐπαφῆς μεταξύ τῆς καμπύλης μετασχηματισμοῦ καὶ τῆς εὐθείας τῶν τιμῶν, ἥτοι τὸ σημεῖον Γ , τὸ ὁποῖον ἀντιπροσωπεύει $O_A x_A$ ποσότητα ἐκ τοῦ x καὶ $O_A y_A$ ποσότητα ἐκ τοῦ y . Τὸ σημεῖον Γ δεικνύει τὴν ἰσορροπίαν τοῦ A ὡς παραγωγοῦ. Μὲ δεδομένον τὸν χάρτην καμπύλων ἀδιαφορίας τοῦ A καὶ τὸν λόγον τῶν τιμῶν τῶν ἀγαθῶν οὗτος θὰ ἐπιλέξῃ, κατὰ τὰ γνωστά, τὸν συνδυασμὸν $O_A x'_A$ ἐκ τοῦ x καὶ $O_A y'_A$ ἐκ τοῦ y , τὸν ὑποδεικνυόμενον ὑπὸ τοῦ σημείου A (συνθήκη ἐπαφῆς τῆς καμπύλης ἀδιαφορίας U_A καὶ τῆς εὐθείας τῶν τιμῶν). Οὕτως ὁ A καταναλίσκει $O_A x'_A$ καὶ παράγει ποσότητα $O_A x_A$ ἐκ τοῦ ἀγαθοῦ x καὶ συνεπῶς ἡ διαφορὰ $(O_A x'_A - O_A x_A) < 0$ ἀποτελεῖ τὴν ὑπερβάλλουσαν προσφορὰν τοῦ ἀγαθοῦ x ἐκ μέρους τοῦ A . Ἐπίσης ὁ A καταναλίσκει $O_A y'_A$ καὶ παράγει ποσότητα $O_A y_A$ ἐκ τοῦ ἀγαθοῦ y καὶ συνεπῶς ἡ διαφορὰ $(O_A y'_A - O_A y_A) > 0$ ἀποτελεῖ τὴν ὑπερβάλλουσαν ζήτησιν τοῦ ἀγαθοῦ y ἐκ μέρους τοῦ A . Ἀκριβῶς τὴν ὑπερβάλλουσαν προσφορὰν τοῦ ἀγαθοῦ x θὰ προσπαθήσῃ νὰ ἀνταλλάξῃ ὁ A διὰ νὰ ἱκανοποιήσῃ τὴν ὑπερβάλλουσαν ζήτησιν τοῦ διὰ τὸ ἀγαθὸν y .

Καθ' ὅσον ἀφορᾷ τὸν B , ἐκ τῶν συνθηκῶν ἰσορροπίας ἢ μεγιστοποιήσεως

εις τήν παραγωγήν και τήν κατανάλωσιν, ὡς ἐμφαίνει τὸ διάγραμμα (β) τοῦ Σχ. I.10, οὗτος καταναλίσκει μεγαλύτεραν ποσότητα ἐκ τοῦ x ἀπὸ ὅ,τι παράγει καὶ παράγει μεγαλύτεραν ποσότητα ἐκ τοῦ y ἀπὸ ὅ,τι καταναλίσκει. Οὕτω διὰ τὸ ἀγαθὸν x ὑφίσταται ὑπερβάλλουσα ζήτησις ἴση πρὸς $(O_B X'_B - O_B X_B) > 0$ καὶ διὰ τὸ ἀγαθὸν y ὑφίσταται ὑπερβάλλουσα προσφορά ἴση πρὸς $(O_B Y'_B - O_B Y_B) < 0$. Τήν ὑπερβάλλουσαν προσφορὰν τοῦ ἀγαθοῦ y θὰ ἀνταλλάξῃ ὁ B διὰ νὰ ἱκανοποιήσῃ τήν ὑπερβάλλουσαν ζήτησίν του διὰ τὸ ἀγαθὸν x.



Σχ. I.10.

Κατ' ἀκολουθίαν τῶν ἀνωτέρω, εἰς μὲν τήν ἀγορὰν τοῦ x ὁ A θὰ ἐμφανισθῇ προσφέρων καὶ ὁ B ζητῶν, εἰς δὲ τήν ἀγορὰν τοῦ y ὁ A θὰ ἐμφανισθῇ ζητῶν καὶ ὁ B προσφέρων. Οὕτω μεταξὺ τῶν ἀγαθῶν θὰ πρέπει νὰ διαμορφωθοῦν τοιαῦται ἀνταλλακτικαὶ σχέσεις (τιμαί), ὥστε νὰ ἐξισωθοῦν προσφορὰ καὶ ζήτησις ἐκάστου ἀγαθοῦ διὰ νὰ ὑπάρξῃ ἰσορροπία εἰς τήν ἀγορὰν ἐκάστου ἀγαθοῦ. Θὰ πρέπει ἡ ὑπερβάλλουσα προσφορὰ διὰ τὸ x νὰ ἰσοῦται πρὸς τήν ὑπερβάλλουσαν ζήτησίν του, ἤτοι $(O_A X'_A - O_A X_A) = (O_B X'_B - O_B X_B)$, καὶ ἡ ὑπερβάλλουσα προσφορὰ διὰ τὸ y νὰ ἰσοῦται πρὸς τήν ὑπερβάλλουσαν ζήτησίν του, ἤτοι $(O_B Y'_B - O_B Y_B) = (O_A Y'_A - O_A Y_A)$.

ΕΠΙΛΟΓΗ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑΣ

- J. M. Henderson & R. E. Quandt*, Microeconomic Theory, 2nd ed., International Student Edition, σελ. 161-163 και 256-259.
- E. R. Weintraub*, General Equilibrium Theory, McMillan Studies in Economics, 1974, σελ. 29-39.
- H. T. Koplin*, Microeconomic Analysis, Harper International Edition, 1971, Κεφ. 5.
- C. E. Ferguson*, Μικροοικονομική Θεωρία. (Μετάφρασις : Έκδότης Παπαζήσης), σελ. 512-524.
- K. Lancaster*, Introduction to Modern Microeconomics, Rand McNally International Edition, 1969, σελ. 214-218.
- C. A. Tisdell*, Microeconomics : the theory of economic allocation, John Wiley & Sons, 1972, σελ. 269-281.
- J. Hadar*, Mathematical Theory of Economic Behavior, Addison-Wesley, 1971, σελ. 307-315.
- C. Lloyd*, Microeconomic Analysis, R. D. Irwin, Inc., 1967, Κεφ. 2.
- E. Mansfield*, Microeconomics : Theory and applications, W. W. Norton, 1970, σελ. 398-409.
- V. C. Walsh*, Introduction to Contemporary Microeconomics, McGraw-Hill, 1970, κεφ. 17.
- Karl Vind*, «Edgeworth allocation in an exchange economy with many traders», εις International Economic Review, 1964, No. 2, σελ. 165-177.
- H. Scarf*, An Analysis of Markets with a Large Number of Participants, The Princeton University Conference, 1962.
- E. J. Mishan*, «A reappraisal of the principles of resource allocation», εις *Welfare Economics, Five Introductory Essays*, Random House, New York, 1964.
- T. Scitovsky*, Welfare and Competition, The Economics of a fully employed economy, Unwin University Books, 1964, Chapt. IV & VIII.
- E. Roy Weintraub*, Conflict and Co-operation in Economics, MacMillan Studies in Economics, 1975, Chapt. 5.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΙΙ

Η ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗ ΤΗΣ ΕΥΗΜΕΡΙΑΣ

«We have... seen that in place of the conception of the Power - State we are led to that of the Welfare - State».

Archibishop William Temple, *Citizen and Churchman (1941)*, σελ. 35.

ΙΙ. 0. Η ΚΑΤΑ PARETO ΑΡΙΣΤΟΠΟΙΗΣΙΣ ΚΑΙ Η ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗ ΤΗΣ ΕΥΗΜΕΡΙΑΣ

ΙΙ. 0.0. Εισαγωγή

Ὡς γνωστὸν ἡ Οἰκονομικὴ εἶναι θεωρία ἐπιλογῆς μεταξὺ ἐναλλακτικῶν θέσεων ἢ καταστάσεων. Ἡ τελικὴ ἐπιλογὴ ὑπὸ τῶν οἰκονομούντων ἀτόμων μιᾶς θέσεως ἢ καταστάσεως ἀπαιτεῖ μιάν διαδικασίαν ἀριστοποιήσεως. Τὰ οἰκονομοῦντα ἄτομα, δρῶντα ὀρθολογικῶς, εἴτε ὡς καταναλωταί, εἴτε ὡς παραγωγοί, προσπαθοῦν νὰ μεγιστοποιήσουν τὴν ἰδίαν των ἱκανοποίησιν (ἀντικειμενικὴ συνάρτησις) μὲ τὰ μέσα τὰ ὅποια διαθέτουν (περιορισμός). Ἡ κοινωνία, ὡς σύνολον ἀτόμων, προσπαθεῖ νὰ μεγιστοποιήσῃ τὴν κοινωνικὴν εὐημερίαν ὑπὸ τὸν περιορισμὸν τῶν παραγωγικῶν δυνατοτήτων τῆς οἰκονομίας. Ἡ ἐπιλογὴ ὅμως τῆς κοινωνικῶς ἐπιθυμητῆς θέσεως ἢ καταστάσεως ἀπαιτεῖ ἀξιολογικὰς κρίσεις, καθ' ἕσπον ἀφορᾷ τὸ ὑπὸ ἐπιλογὴν ἀντικείμενον. Τοῦτο διότι τὸ ἰδιωτικὸν συμφέρον δὲν ταυτίζεται πάντοτε πρὸς τὸ κοινωνικὸν συμφέρον. Ὅ,τι τὸ ἄτομον θεωρεῖ ὡς στοιχεῖον μεγιστοποιητικὸν τῆς ἱκανοποιήσεώς του πιθανὸν ἢ κοινωνία νὰ τὸ ἀξιολογῇ ὡς κακόν, ὡς τὰ οἰκονομικὰ τῶν, τὰ ναρκωτικὰ κ.ἄ. Ἡ οἰκονομικὴ τῆς εὐημερίας ἔχει ὡς ἀντικείμενον τὴν ἐκτίμησιν τοῦ κοινωνικῶς ἐπιθυμητοῦ μεταξὺ ἐναλλακτικῶν οἰκονομικῶν θέσεων ἢ καταστάσεων. Ὡς ἐκ τούτου αὕτη δύναται νὰ καταταγῇ εἰς τὴν κανονιστικὴν οἰκονομικήν, ἐν ἀντιθέσει πρὸς τὴν θετικὴν οἰκονομικήν, ἢ ὅποια ἐρευνᾷ καὶ ἀναλύει τοὺς ὑφισταμένους μηχανισμοὺς λειτουργίας τοῦ οἰκονομικοῦ συστήματος. Βεβαίως ἡ μελέτη τῆς οἰκονομικῆς τῆς εὐημερίας προϋποθέτει τὴν γνῶσιν τῆς θετικῆς οἰκονομικῆς, ἢ ὅποια χρησιμεύει ὡς βᾶσις διὰ τὴν ἀξιολογικὴν κρίσιν περὶ τῶν διαφόρων ἐναλλακτικῶν καταστάσεων.

Εἰς τὸ πλαίσιον τοῦ ἀνωτέρω ὀρισμοῦ περιλαμβάνονται: ἡ μελέτη τῶν συνθηκῶν ὑπὸ τὰς ὁποίας ἐπιτυγχάνεται τὸ κοινωνικῶς ἄριστον καὶ ἡ ἀρίστη

κατανομή τῶν πόρων τῆς οἰκονομίας, ἡ ἐκτίμησις τοῦ κατὰ πόσον αἱ διάφοροι μορφαὶ ἀγορᾶς καὶ τὰ διάφορα οἰκονομικὰ συστήματα κρίνονται κατ' ὀρισμένον κριτήριον ὡς ἀποδοτικὰ (efficient), ἡ ἐκτίμησις τῶν ἀποτελεσμάτων μιᾶς μεταβολῆς εἰς τὴν ὑφισταμένην κατάστασιν ἢ τὴν οἰκονομικὴν πολιτικὴν κ.ἄ. Ἐκ τῶν θεμάτων ἅτινα ἀποτελοῦν ἀντικείμενον τῆς οἰκονομικῆς τῆς εὐημερίας προκύπτει ὅτι ἡ ἀνάλυσις ταύτης εἶναι ἀνάλυσις γενικῆς ἰσορροπίας, διότι δὲν ἐνδιαφερόμεθα διὰ τὴν θέσιν ἰσορροπίας μεμονωμένων ἀτόμων ἢ μεμονωμένης ἀγορᾶς ἀγαθοῦ τινος, ἀλλὰ διὰ τὴν θέσιν τοῦ συνόλου τῶν ἀτόμων ἢ διὰ τὴν κοινωνικῶς ἐπιθυμητὴν θέσιν.

Ἡ συστηματικὴ μελέτη τῆς οἰκονομικῆς τῆς εὐημερίας ἤρχισε κυρίως μὲ τὸ ἔργον τοῦ Α.С. Ρίγου κατὰ τὴν δεκαετίαν τοῦ 1920. Κατόπιν δι' ὀρισμένην περίοδον παρημελήθη ἡ μελέτη τῆς, διὰ νὰ ἀναζωπυρωθῇ καὶ πάλιν τὸ ἐνδιαφέρον κατὰ τὴν μετὰ τὸ 1950 περίοδον. Προβλήματα ὡς ἡ κατανομή τοῦ εἰσοδήματος, ἡ μύλυνσις τοῦ περιβάλλοντος, ἡ ἀνάλυσις κόστους καὶ ὠφελείας τῶν δημοσίων ἐπενδύσεων κ.ἄ. ἀποτελοῦν σήμερον ἀντικείμενα τῆς οἰκονομικῆς τῆς εὐημερίας.

Δεδομένου ὅτι ἡ θεωρία τῆς οἰκονομικῆς τῆς εὐημερίας ἀσχολεῖται μὲ τὴν ἐκτίμησιν ἐναλλακτικῶν κοινωνικῶν θέσεων, ἡ σύγκρισις τῶν ὁποίων εἶναι δυσχερὴς ἀπὸ κοινωνικῆς ἀπόψεως, — διότι δὲν εἶναι δυνατόν ἅπαντα τὰ στοιχεῖα τοῦ συνθέτου τὴν κοινωνικὴν εὐημερίαν νὰ ποσοτικοποιηθοῦν ἢ νὰ ἐκφραστοῦν εἰς καθαρούς χρηματικούς ὄρους, — αἱ προτάσεις αὐτῆς στηρίζονται ἐν πολλοῖς ἐπὶ ἀναποδείκτων ὑποθέσεων καὶ ὑποκειμενικῶν κριτηρίων.

Ἡ εἰς τὸ προηγούμενον Κεφάλαιον γενομένη ἀνάλυσις τῆς ἀρίστης κατανομῆς τῶν πόρων ἀνήκει εἰς τὸ πλαίσιον μελέτης τῆς οἰκονομικῆς τῆς εὐημερίας. Εἰς τὸ παρὸν Κεφάλαιον θὰ ἐξετάσωμεν τὰς συνθήκας τῆς κατὰ Pareto ἀριστοποιήσεως, τὴν συνάρτησιν κοινωνικῆς εὐημερίας, τοὺς τρόπους ἐπιλογῆς τοῦ optimum optimum σημείου, τὴν πλήρωσιν τῶν συνθηκῶν τῆς κατὰ Pareto ἀριστοποιήσεως ὑπὸ τῶν διαφόρων μορφῶν ἀγορᾶς καὶ οἰκονομικῶν συστημάτων, τὰς ἀτελείας καὶ τὴν ἀποτυχίαν τῆς ἀνταγωνιστικῆς ἀγορᾶς, ὡς καὶ τὰ μέτρα διορθώσεως καὶ τέλος διάφορα κριτήρια κοινωνικῆς εὐημερίας.

II. 0.1. Σύγκρισις τῶν Ἐπιπέδων Ἰκανοποιήσεως Μεταξὺ Ἀτόμων καὶ Κατανομῆ τοῦ Εἰσοδήματος

Ἡ καλουμένη «Νέα Οἰκονομικὴ τῆς Εὐημερίας» στηρίζεται ἐπὶ τοῦ κριτηρίου τοῦ Pareto, κατὰ τὸ ὅποιον μία μεταβολή, ἡ ὅποια ὀδηγεῖ εἰς καλύτερουσιν τῆς θέσεως ἔστω καὶ ἐνὸς ἀτόμου χωρὶς νὰ χειροτερεύῃ τὴν θέσιν τῶν ἄλλων, συνεπάγεται τὴν αὐξήσιν τῆς κοινωνικῆς εὐημερίας. Ἐπίσης μία μεταβολή, ἡ ὅποια ὀδηγεῖ εἰς χειροτέρουσιν τῆς θέσεως ἐνὸς ἀτόμου χωρὶς νὰ καλυτερεύῃ τὴν θέσιν ἄλλων ἀτόμων, συνεπάγεται τὴν μείωσιν τῆς κοι-

νωνικῆς εὐημερίας. Τὸ κριτήριον τοῦτο εἶναι προφανῶς ἀσθενές, διότι δὲν πα-
 ρέχει τὸ μέτρον κρίσεως εἰς τὴν περίπτωσιν καθ' ἣν αὐξάνει τὸ ἐπίπεδον ἱκα-
 νοποιήσεως ἐνὸς ἢ περισσοτέρων ἀτόμων καὶ ταυτοχρόνως μειοῦται τὸ ἐπί-
 πεδον ἱκανοποιήσεως ἐτέρου ἢ ἐτέρων ἀτόμων. Τοῦτο σημαίνει ὅτι δὲν δυνά-
 μεθα νὰ προβῶμεν εἰς σύγκρισιν τῶν ἐπιπέδων ἱκανοποιήσεως μεταξύ τῶν
 ἀτόμων (interpersonal comparison of utility). Οἱ ὑποστηρικταὶ τῆς θέ-
 σεως αὐτῆς στηρίζονται κυρίως εἰς τὸ γεγονός ὅτι δὲν ὑφίσταται ἀπόλυτον
 μέτρον μετρήσεως τῆς ἱκανοποιήσεως ἢ τῆς εὐδαιμονίας ἐνὸς ἀτόμου καὶ ὡς
 ἐκ τούτου δὲν δυνάμεθα νὰ εἴπωμεν ἐὰν ἠυξήθη, ἡλαττώθη ἢ παρέμεινεν ἀ-
 μεταβλήτος ἡ εὐημερία τοῦ συνόλου, ἐὰν ἐπισυμβοῦν μεταβολαὶ εἰς τὴν εὐη-
 μερίαν τῶν καθ' ἕκαστα ἀτόμων. Συνεπεί τῆς Παρατηρητικῆς ταύτης ἀξιολογι-
 κῆς κρίσεως δὲν δυνάμεθα νὰ εἴπωμεν ἐὰν μία ὠρισμένη κατανομή τοῦ
 εἰσοδήματος εἶναι καλυτέρα ἐτέρας κατανομῆς. Δὲν δυνάμεθα δηλαδὴ νὰ εἴ-
 πωμεν ὅτι ἡ κοινωνικὴ εὐημερία αὐξάνεται ἢ ἐλαττώνεται μὲ τὴν μεταφορὰν
 εἰσοδήματος ἀπὸ ἀτόμου εἰς ἄτομον. Ἡ μετακίνησις, παραδείγματος χάριν,
 ἐπὶ τῆς καμπύλης ἀρίστων σημείων κατανομῆς τῶν καταναλωτῶν συνεπάγεται
 τὴν καλυτέρευσιν τῆς θέσεως τοῦ ἐνὸς ἀτόμου καὶ τὴν χειροτέρευσιν τῆς
 θέσεως τοῦ ἐτέρου. Δὲν δυνάμεθα νὰ εἴπωμεν ἐὰν ἡ μετακίνησις αὕτη εἶναι
 καλὴ ἢ κακὴ, ὡς αὐξάνουσα ἢ μειώνουσα τὴν κοινωνικὴν εὐημερίαν. Συνεπεί
 τῆς ἀρνήσεως τῆς δυνατότητος διαπροσωπικῶν συγκρίσεων τῆς ἱκανοποιήσεως
 κατὰ τὴν κατὰ Pareto ἀριστοποίησιν θεωροῦμεν ὅτι ἡ κατανομή τοῦ εἰσο-
 δήματος εἶναι δεδομένη ἢ εἶναι ἡ ἀρίστη τοιαύτη καὶ οὕτω δὲν ὑπείσέρχεται εἰς
 τὰς θεωρήσεις τῆς ἀριστοποιήσεως.

Ἐν ἀντιθέσει πρὸς τὴν «Νέαν Οἰκονομικὴν τῆς Εὐημερίας», ἡ ὁποία δὲν
 δέχεται τὴν δυνατότητα τῶν διαπροσωπικῶν συγκρίσεων τῆς ἱκανοποιήσεως,
 ἡ «Παλαιὰ Οἰκονομικὴ τῆς Εὐημερίας», κύριος ἐκπρόσωπος τῆς ὁποίας ἦτο
 ὁ Ἄγγλος νεοκλασικὸς Ρίγου*, ἐκκινεῖ ἐκ τῆς τοιαύτης παραδοχῆς καὶ ἐκ
 τῆς θεωρήσεως τοῦ προβλήματος τῆς κατανομῆς τοῦ εἰσοδήματος κατὰ τὴν
 ἐξέτασιν τῶν διαφορῶν καταστάσεων κοινωνικῆς εὐημερίας. Ὁ Ρίγου, ὡς
 καὶ ἄλλοι ἠδονισταὶ οἰκονομολόγοι, ὁπαδοὶ τῆς ἴσης κατανομῆς τοῦ εἰσοδή-
 ματος, ὑπεστήριξαν ὅτι κάθε αὐξήσις τοῦ μεριδίου τῶν πτωχῶν εἰς τὸ ἐθνικὸν
 εἰσόδημα, μὲ τὴν προϋπόθεσιν ὅτι τοῦτο δὲν μειοῦται συνεπεί τῆς τοιαύτης
 αὐξήσεως, ὁδηγεῖ εἰς αὐξήσιν τῆς οἰκονομικῆς εὐημερίας. Ἡ πρότασις αὕτη
 ὑποδηλοῖ ἀφ' ἐνὸς μὲν ὅτι μία κατανομή τοῦ εἰσοδήματος δύναται νὰ εἶναι
 καλὴ ἢ κακὴ ἀπὸ πλευρᾶς κοινωνικῆς εὐημερίας, ἀφ' ἐτέρου δὲ ὅτι συγκρίσεις
 τῶν ἐπιπέδων ἱκανοποιήσεως μεταξύ ἀτόμων ἢ ομάδων ἀτόμων εἶναι δυναταί.
 Διὰ νὰ εἶναι δυνατὴ ἡ διαπροσωπικὴ σύγκρισις τῶν ἐπιπέδων ἱκανοποιήσεως

* A.C. Pigou, The Economics of Welfare, London 1924.

δέν είναι απαραίτητως αναγκαῖον νά υποθέσωμεν ὅτι ἡ χρησιμότης εἶναι ἀπόλυτος, ἤτοι ὅτι δύναται νά τύχη ἀπολύτου μετρήσεως. Ἐκεῖνο τὸ ὁποῖον ἀπαιτεῖται εἶναι ἡ γνώσις τῆς διαφορᾶς μεταξύ δύο καταστάσεων*. Παραδείγματος χάριν, ἐάν μεταφέρωμεν εἰσόδημα 10 μονάδων ἀπὸ τὸ ἄτομον Α, τὸ ὁποῖον ἔχει εἰσόδημα 1.000 μονάδων, εἰς τὸ ἄτομον Β, τὸ ὁποῖον ἔχει εἰσόδημα 100 μονάδων, τότε δυνάμεθα νά εἰπωμεν ὅτι ἡ ἀπώλεια ἱκανοποιήσεως ἢ χρησιμότητος τοῦ Α ἀτόμου εἶναι μικρότερα τῆς αὐξήσεως τῆς ἱκανοποιήσεως τοῦ Β ἀτόμου, μετὰ τὴν ὑπόθεσιν ὅτι ἀμφότερα τὰ ἄτομα ἔχουν τὴν αὐτὴν ἱκανότητα δι' ἱκανοποίησιν (equal capacity for satisfaction). Ἡ ἀνωτέρω πρότασις τοῦ Ρίγου στηρίζεται συνεπῶς εἰς τὴν ἀρχὴν τῆς φθινοῦσης χρησιμότητος τοῦ εἰσοδήματος. Ἡ ἀρχὴ δὲ αὕτη μᾶς ὀδηγεῖ εἰς τὸ συμπέρασμα ὅτι, ἐφ' ὅσον τὰ ἄτομα ἔχουν τὴν αὐτὴν ἱκανότητα δι' ἱκανοποίησιν, πρὸς μεγιστοποίησιν τῆς συνολικῆς χρησιμότητος τοῦ εἰσοδήματος (μεγιστοποίησιν τῆς κοινωνικῆς εὐημερίας) θὰ πρέπει ἡ ὀριακὴ χρησιμότης τούτου νά εἶναι ἡ αὐτὴ δι' ὅλα τὰ ἄτομα. Ἀλλὰ διὰ νά συμβῆ αὐτὸ θὰ πρέπει τὸ εἰσόδημα νά εἶναι ἰσομερῶς κατανεμημένον μεταξύ τῶν ἀτόμων. Ἀντιθέτως πρὸς ὅ,τι ὑπεστήριζεν ὁ Ρίγου καὶ ἄλλοι ἡδονιστὰὶ οἰκονομολόγοι (utilitarians), ὁ F. Y. Edgeworth, τῆς ἰδίας σχολῆς σκέψεως, ὑπεστήριζεν ὅτι τὰ ἄτομα διαφέρουν μεταξύ των καθ' ὅσον ἀφορᾷ τὴν ἱκανότητά των δι' ἱκανοποίησιν καὶ συνεπῶς τὸ εἰσόδημα θὰ πρέπει νά κατανεμηθῆ ἔτσι, ὥστε τὰ ἀνωτέρας ἱκανότητος ἄτομα νά λάβουν περισσότερον καὶ τὰ κατωτέρας ὀλιγώτερον. Τοιοῦτοτρόπως ἡ ἀνισοκατανομὴ κατὰ τὸν Edgeworth εἶναι ἀπαραίτητος διὰ τὴν μεγιστοποίησιν τῆς κοινωνικῆς εὐημερίας. Ἡ ἰσοκατανομὴ κατ' αὐτὸν σημαίνει ὅτι ἡ ὀριακὴ χρησιμότης τοῦ εἰσοδήματος δέν εἶναι ἡ αὐτὴ δι' ὅλα τὰ ἄτομα καὶ συνεπῶς ἡ συνολικὴ χρησιμότης δέν εἶναι ἡ μεγίστη**.

Τέλος δέον νά λεχθῆ ὅτι ἐνῶ ἡ οἰκονομικὴ τῆς εὐημερίας ἐκκίνησε μετὰ τὸν Ρίγου ὡς ἀξιολογικὴ κατὰ τὴν δεκαετίαν τοῦ 1920, αὕτη κατέληξε κατὰ τὴν εἰκοσαετίαν 1930 - 1950 νά εἶναι οὐδετέρα μετὰ τὴν ἐπίθεσιν τοῦ καθηγητοῦ L. Robbins, ὑποστηρίζαντος ὅτι δέν εἶναι δυνατὴ ἡ διαπροσωπικὴ σύγκρισις τῶν ἐπιπέδων ἱκανοποιήσεως καὶ συνεπῶς δέν εἶναι δυνατὴ ἡ ἐκ μέρους τοῦ οἰκονομολόγου κρίσις περὶ τῆς καλῆς ἢ τῆς κακῆς κατανομῆς τοῦ εἰσοδήματος. Κατ' αὐτὸν αἱ ἀξιολογικαὶ κρίσεις δέν ἀποτελοῦν ἐπιστήμην καὶ συνεπῶς δέον νά ἀποφεύγονται***.

* Βλ. M. Dobb, op. cit., σελ. 78.

** Βλ. C. A. Tisdell, op. cit., σελ. 266 - 267.

*** L. Robbins, An Essay on the Nature and Significance of Economic Science, London 1923, καὶ «Interpersonal comparisons of utility», εἰς *Economic Journal*, 1938, σελ. 635 - 41. Ἐπίσης βλ. J. Hicks, Foundations of welfare economics, εἰς *Economic Journal*, 1939, σελ. 696 - 712.

II. 0.2. Αί Όριακά Συνθήκαι τής κατά Pareto Άριστοποιήσεως

Ή κατά Pareto άριστευσις μᾶς παρέχει τὸ μέτρον τῆς οικονομικῶς ἀποτελεσματικῆς κατανομῆς τῶν ἀγαθῶν καὶ τῶν παραγωγικῶν πόρων καὶ χρησιμεύει ὡς βᾶσις τοῦ μεγαλύτερου τμήματος τῆς οικονομικῆς τῆς εὐημερίας, ἤτοι ὡς βᾶσις ἐκείνου τοῦ καλοῦμεν σήμερον «Νέα Οἰκονομικῆ τῆς Εὐημερίας». Θὰ θεωρήσωμεν ὅτι μία κατανομή (τόσον εἰς τὴν κατανάλωσιν ὅσον καὶ εἰς τὴν παραγωγὴν), μία θέσις ἢ μία κατάσταση (stale) εἶναι ἀρίστη κατὰ Pareto (Pareto-optimal) ἐὰν καμμία ἀλλαγὴ δὲν δύναται νὰ ἀξίησῃ τὸ ἐπίπεδον ἱκανοποιήσεως ἑνὸς ἢ περισσοτέρων ἀτόμων, χωρὶς νὰ μειώσῃ τὸ ἐπίπεδον ἱκανοποιήσεως τῶν λοιπῶν ἀτόμων. Ἀντιθέτως, μία κατανομή, θέσις ἢ κατάσταση θεωρεῖται ὡς μὴ ἀρίστη κατὰ Pareto, ἐὰν διὰ μιᾶς ἀλλαγῆς δύναται νὰ ἀξίηθῃ τὸ ἐπίπεδον ἱκανοποιήσεως ἑνὸς τουλάχιστον ἀτόμου, χωρὶς ὅμως νὰ μειωθῇ τὸ ἐπίπεδον ἱκανοποιήσεως ἑτέρου ἀτόμου.

Τὸ ἀνωτέρω κριτήριον τοῦ Pareto δὲν δύναται νὰ τύχῃ ἐφαρμογῆς εἰς τὴν περίπτωσιν καθ' ἣν μία ἀνακατανομή ἢ μία ἀλλαγὴ ἐπιφέρουν ἀξίησιν τῆς ἱκανοποιήσεως ὀρισμένων ἀτόμων καὶ μείωσιν τῆς ἱκανοποιήσεως ἑτέρων. Τοῦτο διότι, ὡς εἶπομεν, ἡ «Νέα Οἰκονομικῆ τῆς Εὐημερίας» δὲν ἐπιτρέπει σύγκρισιν τῶν μεταβολῶν τῶν ἐπιπέδων ἱκανοποιήσεως μεταξὺ τῶν ἀτόμων, τὴν ὁποίαν θεωρεῖ ἀδύνατον.

Αἱ ἀπαραίτητοι καὶ ἐπαρκεῖς συνθήκαι διὰ τὴν ἐπίτευξιν τοῦ κατὰ Pareto ἀρίστου (οὐχὶ ὅμως ἐπαρκεῖς καὶ διὰ τὴν ἐπίτευξιν ἑνὸς κοινωνικοῦ ἀρίστου σημείου) ἐξητάσθησαν εἰς τὸ προηγούμενον Κεφάλαιον. Ἐκεῖ ἐξητάσαμεν τὰς συνθήκας αἱ ὁποῖαι πρέπει νὰ πληροῦνται διὰ νὰ ἐπιτευχθῇ τόσον ἡ ἀρίστη κατανομή τῶν ἀγαθῶν μεταξὺ τῶν ἀτόμων καὶ ἡ ἀρίστη κατανομή τῶν παραγωγικῶν συντελεστῶν μεταξὺ τῆς παραγωγῆς διαφόρων ἀγαθῶν ὅσον καὶ ἡ ταυτόχρονος ἀρίστη παραγωγή καὶ διανομὴ τῶν ἀγαθῶν. Ἐνταῦθα θὰ ἐπαναλάβωμεν τὰς τρεῖς βασικὰς συνθήκας διὰ τὴν ἐπίτευξιν τοῦ κατὰ Pareto optimum εἰς τὴν ἀνταλλαγὴν (κατανάλωσιν), τὴν παραγωγὴν καὶ ταυτοχρόνως τὴν παραγωγὴν καὶ τὴν κατανάλωσιν.

1. Ἡ κατὰ Pareto ἀρίστευσις εἰς τὴν ἀνταλλαγὴν (διανομὴν ἢ κατανάλωσιν) ἀπαιτεῖ ἕπως ὁ λόγος τῶν ὀριακῶν χρησιμοτήτων τῶν δύο ἀγαθῶν ἢ ὁ ὀριακὸς λόγος (ὑποκειμενικῆς) ὑποκαταστάσεως μεταξὺ τῶν δύο ἀγαθῶν εἶναι κοινὸς καὶ διὰ τὰ δύο ἄτομα. Ἦτοι θὰ πρέπει νὰ ἰσχύῃ ἡ ἰσότης:

$$\left(\frac{\partial f_A}{\partial x_A} : \frac{\partial f_A}{\partial y_A} \right) = \left(\frac{\partial f_B}{\partial x_B} : \frac{\partial f_B}{\partial y_B} \right)$$

Ἡ ἀνωτέρω ἰσότης πληροῦται ὑφ' ὄλων τῶν σημείων τῆς καμπύλης ἀρίστων σημείων διανομῆς τῶν ἀγαθῶν (contract curve). Συνεπῶς ἄριστα κατὰ Pareto σημεῖα δὲν εἶναι ἓν ἀλλὰ πολλὰ.

2. *Ἡ κατὰ Pareto ἀρίστευσις εἰς τὴν παραγωγὴν ἀπαιτεῖ ὅπως τὸ ὀριακὸν φυσικὸν προῖον ἐκάστης εἰσοῆς (συντελεστοῦ) εἶναι τὸ αὐτὸ εἰς ἅλας τὰς χρήσεις ταύτης ἢ ὅπως ὁ λόγος τῶν ὀριακῶν προϊόντων τῶν παραγωγικῶν συντελεστῶν εἶναι ὁ αὐτὸς εἰς τὴν παραγωγὴν κάθε ἀγαθοῦ. Ἡ τελευταία αὕτη πρότασις σημαίνει ὅτι ὁ ὀριακὸς λόγος (τεχνικῆς) ὑποκαταστάσεως μεταξὺ δύο εἰσοδῶν πρέπει νὰ εἶναι ὁ αὐτὸς εἰς τὴν παραγωγὴν κάθε ἀγαθοῦ. Ἡτοι θὰ πρέπει νὰ ἰσχύῃ ἡ ἰσότης :*

$$\left(\frac{\partial f}{\partial K_x} : \frac{\partial f}{\partial L_x} \right) = \left(\frac{\partial g}{\partial K_y} : \frac{\partial g}{\partial L_y} \right) \text{ ἢ } \frac{dL_x}{dK_x} = \frac{dL_y}{dK_y}$$

Ἡ ἀνωτέρω ἰσότης πληροῦται ὑφ' ἑλῶν τῶν σημείων τῆς καμπύλης ἀρίστων σημείων κατανομῆς τῶν παραγωγικῶν συντελεστῶν εἰς τὸ διάγραμμα τοῦ Edgeworth. Τοιαῦτα ὅμως ἄριστα σημεῖα δὲν εἶναι ἐν ἀλλὰ ἄπειρα, ἦτοι ἕλα τὰ σημεῖα τῆς καμπύλης ταύτης.

Αἱ ἀνωτέρω συνθήκαι μᾶς φέρουν ἐπὶ τῆς καμπύλης μετασχηματισμοῦ ἢ παραγωγικῶν δυνατοτήτων (εἰς τὴν περίπτωσιν τοῦ ὑποδείγματος τῶν δύο ἀγαθῶν), ἕκαστον σημεῖον τῆς ὁποίας ἀντιπροσωπεύει ὀρισμένον ὀριακὸν λόγον μετασχηματισμοῦ μεταξὺ τῶν δύο ἀγαθῶν ($dy : dx$). Ὁ ὀριακὸς λόγος μετασχηματισμοῦ εἰς ὀρισμένον σημεῖον τῆς καμπύλης μετασχηματισμοῦ (βλ. Σχ. I. 7) ἰσοῦται πρὸς τὸν ἀρνητικὸν λόγον τῶν ὀριακῶν προϊόντων ἐκάστου συντελεστοῦ εἰς τὴν παραγωγὴν κάθε ἀγαθοῦ, ὡς ἐπίσης καὶ πρὸς τὸν ἀντίστροφον λόγον τῶν ὀριακῶν κόστων τῶν δύο ἀγαθῶν. Κάθε σημεῖον τῆς καμπύλης μετασχηματισμοῦ μᾶς δίδει τὴν ἀνωτάτην δυνατὴν παραγωγὴν ἐξ ἐκάστου ἀγαθοῦ, ὅταν εἶναι δεδομένον τὸ ἐπίπεδον παραγωγῆς τοῦ ἐτέρου ἀγαθοῦ. Ἀπαντα τὰ σημεῖα τῆς καμπύλης ταύτης εἶναι ἄριστα σημεῖα παραγωγῆς κατὰ Pareto. Συνεπῶς δὲν ὑφίσταται ἐν μοναδικῶν τοιοῦτον σημεῖον ἀλλὰ πολλά.

3. *Ἡ κατὰ Pareto ἀρίστευσις εἰς τὴν παραγωγὴν καὶ τὴν ἀνταλλαγὴν ἀπαιτεῖ ὅπως ὁ ὀριακὸς λόγος μετασχηματισμοῦ εἰς ὀρισμένον σημεῖον τῆς καμπύλης μετασχηματισμοῦ ἰσοῦται πρὸς τὸν κοινὸν ὀριακὸν λόγον (ὀποικειμενικῆς) ὑποκαταστάσεως μεταξὺ τῶν δύο ἀγαθῶν ἐπὶ τῆς καμπύλης ἀρίστων σημείων διανομῆς. Ἡ ἀνωτέρω πρότασις δύναται ἐπίσης νὰ διατυπωθῇ ὡς ἐξῆς: Ὁ κοινὸς ὀριακὸς λόγος ὑποκαταστάσεως μεταξὺ τῶν συντελεστῶν τῆς παραγωγῆς πρέπει νὰ ἰσοῦται πρὸς τὸν κοινὸν ὀριακὸν λόγον ὑποκαταστάσεως μεταξὺ τῶν δύο ἀγαθῶν (βλ. Σχ. I. 8).*

Αἱ ἀνωτέρω βασικαὶ ὀριακαὶ συνθήκαι (καταναλώσεως, παραγωγῆς καὶ ταυτοχρόνως παραγωγῆς καὶ καταναλώσεως), μαζὶ μὲ τὴν συνθήκην καθ' ἣν δὲν εἶναι δυνατὴ ἡ αὔξησις τῆς εὐημερίας ἑνὸς ἀτόμου χωρὶς τὴν μείωσιν ταύτης ἐτέρου ἀτόμου, περιγράφουσι μίαν κατάστασιν ἢ ὁποία εἶναι ἀρίστη κατὰ Pareto.



Αί άνωτέρω συνθήκαι οδηγούν εις μεγιστοποίησιν τής παραγωγής και του έπιπέδου ικανοποιήσεως των καταναλωτών, έφ' όσον ισχύουν ώρισμένοι προϋποθέσεις, τās όποιās ήδη έθέσαμεν εις τό προηγούμενον Κεφάλαιον και τās όποιās έν περιλήψει έπαναλαμβάνομεν ένταύθα:

(α) Δέον όπως ισχύουν και αί δευτέρας τάξεως συνθήκαι, αί όποιαι εξασφαλίζουν τήν κυρτότητα των καμπύλων άδιαφορίας των καταναλωτών και των καμπύλων ίσοπαραγωγής. Έάν αί καμπύλαι είναι κοίλαι ως προς τήν άρχήν των άξόνων, τότε οδηγούμεθα εις έπίτευξιν ουχι του μεγίστου, αλλά του έλαχίστου.

(β) Αί συναρτήσεις ώφελιμότητας είναι συνεχείς, διαφορίσιμοι και αί όριακαι χρησιμότητες θετικαί (ιδιότης του άκορέστου) και φθίνουσαι.

(γ) Αί ποσότητες των παραγωγικών συντελεστών είναι δεδομένα, όμογενείς και πλήρως διαιρεταί.

(δ) Αί συναρτήσεις παραγωγής είναι συνεχείς και διαφορίσιμοι και τά όριακα προϊόντα θετικά και φθίνοντα.

(ε) Αί καμπύλαι άδιαφορίας και ίσοπαραγωγής είναι όμαλαί, καλώς συμπεριφερόμεναι (well-behaved), άπορριπτομένων των άκραίων λύσεων.

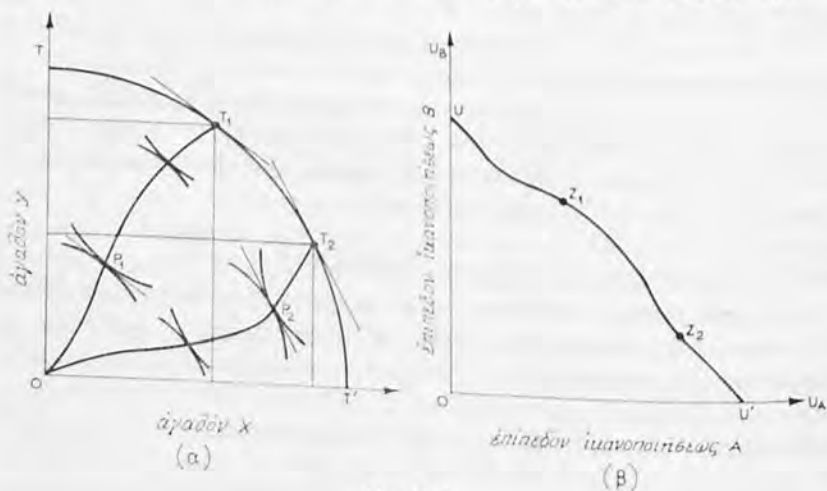
(ζ) Δέον όπως μή ύφίστανται έξωτερικαί επιδράσεις, τόσον εις τήν κατανάλωσιν όσον και εις τήν παραγωγήν.

II. 0.3. Η Καμπύλη Δυνατοτήτων Χρησιμότητας

Είπομεν εις τὰ προηγούμενα ότι τό κριτήριο του Pareto είναι άσθενές και συνεπώς άτελές κριτήριο, διότι δέν άντιμετωπίζει τό πρόβλημα τής διαπροσωπικής συγκρίσεως των έπιπέδων ικανοποιήσεως και κατ' άκολουθίαν τό πρόβλημα τής κατανομής του εισοδήματος. Κατά συνέπειαν και αί βασικαί όριακαι συνθήκαι τής κατά Pareto άριστοποιήσεως που ίκανοποιούν τό Παρετιανόν κριτήριο δέν δίδουν έν μοναδικόν σημείον ίσορροπίας και άριστοποιήσεως. Σημεία άρίστης κατανομής των άγαθών είναι όλα τὰ σημεία τής καμπύλης άρίστης κατανομής των άγαθών μεταξύ των δύο άτομων (βλ. καμπύλην $O_A O_B$ του Σχ. I.2). Επίσης σημεία άρίστης κατανομής των παραγωγικών συντελεστών είναι όλα τὰ σημεία τής καμπύλης άρίστων σημείων κατανομής των παραγωγικών συντελεστών (βλ. καμπύλην $O_x O_y$ του Σχ. I.5). Έκ τής τελευταίας ταύτης καμπύλης προκύπτει ή καμπύλη μετασχηματισμού, εις κάθε σημεϊον τής όποιας άντιστοιχεί ώρισμένον σημεϊον τής καμπύλης άρίστων σημείων διανομής των άγαθών μεταξύ των καταναλωτών, ίκανοποιουμένης τής τρίτης βασικής συνθήκης. Ούτως εις τό Σχ. I.8, εάν έπιλεγή τό σημεϊον T_1 που σημαίνει παραγωγήν Ox_1 εκ του x και Oy_1 εκ του y , τότε ή διανομή τής παραγωγής ταύτης θα γίνη όπως υποδηλοι τό σημεϊον P , ώστε να ίκανοποιηθή ή τρίτη συνθήκη. Πλην όμως ή διανομή αυτή δέν είναι ή μοναδική, διότι άριστον σημεϊον παραγωγής δέν είναι μόνον τό T_1 , αλλά όλα

τά σημεία τῆς καμπύλης μετασχηματισμοῦ TT' . Συνεπῶς καὶ ἡ ἱκανοποίησις τῆς τρίτης συνθήκης δὲν ὀδηγεῖ εἰς μοναδικὴν κατανομὴν, ἀφοῦ δύναται νὰ ἱκανοποιηθῇ ὄχι μόνον εἰς ἓν σημεῖον, ἀλλὰ εἰς ὅλα τὰ σημεία τῆς καμπύλης μετασχηματισμοῦ.

Εἰς κάθε σημεῖον τῆς καμπύλης μετασχηματισμοῦ ἀντιστοιχεῖ ἓν διάγραμμα-κυτίον τοῦ Edgeworth, τὸ ὁποῖον δεῖκνυε τὰς καμπύλας ἀδιαφορίας τῶν καταναλωτῶν (βλέπε Σχ. Π.1 (α)). Εἰς κάποιο σημεῖον τῆς καμπύλης ἀρίστων σημείων διανομῆς ἐκάστου κυτίου ὁ ὀριακὸς λόγος ὑποκαταστάσεως τῶν δύο ἀγαθῶν εἶναι ἴσος πρὸς τὴν κλίσιν ἢ τὸν ὀριακὸν λόγον μετασχηματισμοῦ τοῦ σημείου ἐπὶ τῆς καμπύλης TT' , τὸ ὁποῖον διαγράφει τὰς διαστάσεις τοῦ κυτίου. Οὕτως ἡ κλίσις τοῦ σημείου T_1 εἶναι ἴση πρὸς τὴν κλίσιν τοῦ σημείου P_1 , ἱκανοποιουμένης τῆς τρίτης συνθήκης τῆς κατὰ Pareto ἀριστο-



Σχ. Π. 1.

ποίησεως. Τὰ σημεία T_1 καὶ P_1 ἱκανοποιοῦν ταυτοχρόνως τὰς συνθήκας ἀριστοποιήσεως εἰς τὴν παραγωγὴν καὶ τὴν κατανάλωσιν. Τὸ σημεῖον T_1 δεῖκνυε ἀρίστην παραγωγὴν ὀρισμένων ἐπιπέδων τῶν δύο ἀγαθῶν με ὀρισμένην διανομὴν μεταξύ τῶν δύο ἀτόμων, παρέχουσαν ὀρισμένον ἐπίπεδον ἱκανοποιήσεως (χρησιμότητος) δι' ἕκαστον ἄτομον ποῦ δεῖκνύεται ἀπὸ τὰς ἐφαπτομένας καμπύλας ἀδιαφορίας εἰς τὸ σημεῖον P_1 .

Τὸ ἀνωτέρω σημεῖον P_1 δυνάμεθα νὰ τὸ σημειώσωμεν εἰς τὸν χῶρον τῶν χρησιμότητων (utility space), κατασκευάζοντες διάγραμμα τοῦ ὁποῖου ὁ κάθετος ἄξων δεῖκνυε τὰ ἐπίπεδα ἱκανοποιήσεως τοῦ γ καὶ ὁ ὀριζόντιος ἄξων τὰ ἐπίπεδα ἱκανοποιήσεως τοῦ χ , ὡς τὸ Σχ. Π.1 (β). Τὸ σημεῖον P_1 , ἀντιστοιχοῦν πρὸς τὸ σημεῖον T_1 τῆς καμπύλης μετασχηματισμοῦ [διάγραμμα

(α)], αντιπροσωπεύεται από το σημείο Z_1 εις τόν χώρον τῶν χρησιμότητων. Δυνάμεθα νά λάβωμεν ἕτερον σημεῖον τῆς καμπύλης μετασχηματισμοῦ, ὡς τὸ T_2 , τοῦ ὁποῖου ἡ κλίσις εἶναι ἡ αὐτὴ μὲ ἐκείνην τοῦ σημείου P_2 ἐπὶ τῆς καμπύλης ἀρίστων σημείων διανομῆς τοῦ κυτίου, τὸ ὁποῖον διαγράφεται ὑπὸ τοῦ σημείου T_2 . Τὰ σημεῖα T_2 καὶ P_2 ἱκανοποιοῦν ταυτοχρόνως τὴν τρίτην συνθήκην ἀριστοποιήσεως καὶ ὑποδεικνύουν ὠρισμένον ἐπίπεδον ἱκανοποιήσεως δι' ἕκαστον ἄτομον, ἀντιπροσωπευόμενον ὑπὸ τοῦ σημείου Z_1 εις τόν χώρον τῶν χρησιμότητων. Ἐὰν ἐπαναλάβωμεν τὴν διαδικασίαν ταύτην δυνάμεθα νά λάβωμεν σημεῖα εις τόν χώρον τῶν χρησιμότητων, ὁ γεωμετρικὸς τόπος τῶν ὁποίων μᾶς δίδει τὴν καμπύλην δυνατοτήτων χρησιμότητος UU' (utility possibility curve).

Ἡ ἀνωτέρω καμπύλη δυνατοτήτων χρησιμότητος εἶναι συνεπῶς ὁ γεωμετρικὸς τόπος σημείων τὰ ὁποῖα δεικνύουν ὠρισμένον ἐπίπεδον ἱκανοποιήσεως (χρησιμότητος) δι' ἕκαστον ἄτομον καὶ τὰ ὁποῖα ἀντιστοιχοῦν εις ὠρισμένα ἐπίπεδα παραγωγῆς τῶν δύο ἀγαθῶν ἐπὶ τῆς καμπύλης μετασχηματισμοῦ. Τὰ σημεῖα τῆς καμπύλης δυνατοτήτων χρησιμότητος εἶναι ἄριστα κατὰ *Pareto*, ἀφοῦ ἱκανοποιοῦν τὴν τρίτην βασικὴν συνθήκην.

Εἶναι χαρακτηριστικὸν ὅτι ἐξ ἑνὸς σημείου ἐπὶ τῆς καμπύλης δυνατοτήτων χρησιμότητος δυνάμεθα νά ὀπισθοδρομήσωμεν καὶ νά ἀνιχνεύσωμεν: τὸν ἄριστον συνδυασμὸν παραγωγῆς τῶν δύο ἀγαθῶν, τὸν ἄριστον συνδυασμὸν τῶν δύο συντελεστῶν τῆς παραγωγῆς εις τὴν παραγωγὴν ἐκάστου ἀγαθοῦ καὶ τὴν ἀρίστην διανομὴν τῶν δύο ἀγαθῶν μεταξύ τῶν δύο ἀτόμων. Πράγματι τὸ σημεῖον Z_1 , παραδείγματός χάριν, ἀντιπροσωπεύει ὠρισμένον ἐπίπεδον ἱκανοποιήσεως δι' ἕκαστον ἄτομον ἀντιστοιχοῦν εις τὸ σημεῖον P_1 (τὸ ὁποῖον δεικνύει ὠρισμένην διανομὴν τῶν ἀγαθῶν x καὶ y μεταξύ τῶν ἀτόμων), ὡς καὶ πρὸς τὸ σημεῖον T_1 τῆς καμπύλης μετασχηματισμοῦ. Τὸ σημεῖον T_1 ὑποδηλοῖ ὠρισμένην παραγωγὴν τῶν δύο ἀγαθῶν καὶ ἀντιστοιχεῖ εις ὠρισμένον σημεῖον τῆς καμπύλης ἀρίστων σημείων κατανομῆς τῶν παραγωγικῶν συντελεστῶν. Συνεπῶς τὸ σημεῖον τοῦτο δεικνύει ὠρισμένην κατανομὴν τῶν ποσοτήτων τῶν παραγωγικῶν συντελεστῶν μεταξύ τῶν παραγωγῶν τῶν δύο ἀγαθῶν. Οὕτως, ἐκ τοῦ σημείου Z_1 ἀνατρέχοντες, ἀνιχνεύσαμεν τὰς ποσότητας τῶν παραγωγικῶν συντελεστῶν (εἰσροῶν) ποῦ ἀπαιτοῦνται εις τὴν παραγωγὴν ἐκάστου ἀγαθοῦ, ὅταν αἱ συνολικαὶ ποσότητες τούτων εἶναι δεδομένα, διὰ τὴν τελικὴν ἐπίτευξιν ὠρισμένων ἐπιπέδων ἱκανοποιήσεως τῶν δύο καταναλωτῶν.

Ἡ ἐπιλογή σημείου ἄνω ἀριστερὰ ἐπὶ τῆς καμπύλης δυνατοτήτων χρησιμότητος συνεπάγεται τὴν μεγαλύτεραν ἱκανοποίησιν (εὐημερίαν) τοῦ B , ἐνῶ ἡ ἐπιλογή σημείου κάτω δεξιὰ ἐπὶ τῆς καμπύλης συνεπάγεται τὴν μεγαλύτεραν ἱκανοποίησιν (εὐημερίαν) τοῦ A . Ἡ ἐπιλογή γενικῶς οἰουδήποτε σημείου ἀντιπροσωπεύει ὠρισμένην ὀργάνωσιν τῆς παραγωγῆς καὶ τῆς δια-

νομής των αγαθών με πλήρως άπληστολημένους τους δεδομένους συντελεστές τής παραγωγής και με δεδομένας τās συναρτήσεις παραγωγής και προτιμήσεων. Είναι δε τὸ ἐπιλεγέν σημεῖον, σημεῖον τής μεγίστης δυνατῆς εὐημερίας τοῦ συνόλου τῶν ἀτόμων, ὑπὸ τās ἀνωτέρου συνθήκας. Διὰ τὸ νὰ γίνῃ ὅμως ἡ ἐπιλογή τοῦ σημείου τούτου πρὸς ἄρσιν τής Παρετιανῆς ἀπροσδιοριστίας ἀπαιτεῖται ἐν κριτήριον ἀναφερόμενον εἰς ἀξιολογικὰς ἢ ἠθικὰς κρίσεις, ἧτοι ἀπαιτεῖται νὰ ἱκανοποιηθοῦν πρόσθετοι, πλὴν τῶν τριῶν βασικῶν συνθηκῶν, συνθήκαι. Τὸ πρόβλημα τοῦτο θὰ τὸ ἐξετάσωμεν κατωτέρω εἰς τὰ περὶ συναρτήσεως κοινωνικῆς εὐημερίας.

II. 1. Η ΣΥΝΑΡΤΗΣΙΣ ΚΟΙΝΩΝΙΚΗΣ ΕΥΗΜΕΡΙΑΣ ΚΑΙ Η ΜΕΓΙΣΤΟΠΟΙΗΣΙΣ ΤΑΥΤΗΣ

II. 1.0. Ὁ Ρόλος τῶν Ἀξιολογικῶν ἢ Ἠθικῶν Κρίσεων

Εἶδομεν ἀνωτέρω ὅτι ἡ καμπύλη δυνατοτήτων χρησιμότητος μᾶς παρουσιάζει ἄπειρα σημεία καταστάσεων ἢ ὀργανώσεων τής παραγωγῆς καὶ τής καταναλώσεως, τὰ ὅποια εἶναι κατὰ *Pareto optima*. Ἡ ἐπιλογή ὅμως ἐνὸς σημείου τὸ ὅποιον εἶναι ἐπιθυμητὸν ἀπὸ τὴν κοινωνίαν, διότι μεγιστοποιεῖ τὴν κοινωνικὴν εὐημερίαν, ἀπαιτεῖ τὴν ὑπαρξίν μιᾶς κάποιας συναρτήσεως κοινωνικῆς εὐημερίας, στηριζομένης ἐπὶ ἀξιολογικῶν ἢ ἠθικῶν κρίσεων. Ἀπαιτεῖται δηλαδὴ ἐν κριτήριον, βάσει τοῦ ὁποίου θὰ γίνῃ ἡ ἐπιλογή. Ἡ ἐπιλογή ὅμως ἀπαιτεῖ κάποιαν ἀξιολογικὴν κρίσιν. Ἡ οικονομικὴ τής εὐημερίας εἶναι ὁ κανονιστικὸς κλάδος τής οικονομικῆς, ὅστις ἐξετάζει τὰ πιθανὰ ἀποτελέσματα ἐναλλακτικῶν οικονομικῶν πολιτικῶν ἐπὶ τής εὐημερίας τοῦ συνόλου*. Ἡ οικονομικὴ πολιτικὴ δύναται νὰ κατευθυνθῇ πρὸς πολλαπλοῦς σκοποὺς καὶ ἐπιδιώξεις, ἀναλόγως τοῦ ἀξιολογικοῦ ὑποβάθρου ἐπὶ τοῦ ὁποίου θελομεν νὰ τοποθετήσωμεν ταύτην. Εἰς τὴν περιοχὴν δὲ τής οικονομικῆς πολιτικῆς κατοικεῖ καὶ ἡ πολιτικολογοῦσα γνῶσις καὶ πολλάκις ὑπάρχει ἡ σύγκρουσις τοῦ λογικοῦ μετὸ ἐξωλογικόν**. Ὁ σκοπὸς ὅμως ἡ ἡ ἐπιδιώξις δὲν εἶναι ἀπαραίτητον νὰ τεθῇ ὑπὸ τοῦ οικονομολόγου. Ὁ οικονομολόγος, *qua* οικονομολόγος, θὰ μᾶς εἴπῃ τὰ ἐνδεχόμενα ἀποτελέσματα (ἐντὸς ὁρίων πιθανότητος) ἐπὶ τής κοινωνικῆς εὐημερίας τής α ἢ τής β πολιτικῆς ἢ θὰ μᾶς συστήσῃ τὴν κατάλληλον πολιτικὴν πρὸς ἐπίτευξιν τοῦ α ἢ β σκοποῦ. Ὁ σκοπὸς δύναται νὰ τεθῇ ὑπὸ οἰουδῆποτε καὶ ὑπ' αὐτοῦ βεβαίως τοῦ οικονομολόγου, ὅχι ὅμως ὡς οικονομολόγου, ἀλλ' ὡς πολίτου τής κοινωνίας. Ἡ φύσις τοῦ σκοποῦ ἐξαρτᾶται ἐξ ὀλοκλήρου ἀπὸ ἀξιολογικὰς κρίσεις καὶ αἱ ἀξιολογικαί

* S.K. Nath, A Perspective of Welfare Economics, McMillan 1973, σελ. 11.

** Βλ. Σ. Σαραντίδη, «Ἡ οικονομικὴ ἐπιστήμη ἔναντι τῶν ἀνθρωπίνων προβλημάτων», εἰς Σπουδᾶς, 1971, τ. 6ον.

κρίσεις διαφέρουν από τὰς ὑποθέσεις συμπεριφορᾶς, τὰς ὁποίας θέτει ὁ οἰκονομολόγος διὰ τὴν ἀνάλυσιν τῆς συμπεριφορᾶς τοῦ καταναλωτοῦ ἢ τοῦ παραγωγοῦ. "Ὅταν λέγωμεν ὅτι ὁ καταναλωτὴς συμπεριφέρεται ὀρθολογικῶς πρὸς μεγιστοποίησιν τῆς ἱκανοποιήσεώς του δὲν κρίνομεν ἐὰν ἡ τοιαύτη συμπεριφορὰ εἶναι καλὴ ἢ κακὴ. Ἐπίσης *quia* οἰκονομολόγοι ὑποθέτομεν ὅτι ἡ κοινωνία τείνει πρὸς μεγιστοποίησιν τῆς εὐημερίας της καὶ ἡ εὐημερία εἶναι τὸ πρὸς μεγιστοποίησιν ἀντικείμενον. Ἡ φύσις ὅμως τῆς ἀτομικῆς ἱκανοποιήσεως ἢ τῆς κοινωνικῆς εὐημερίας στηρίζεται ἐπὶ ἀξιολογικῶν κρίσεων τοῦ ἀτόμου ἢ τῆς κοινωνίας ἀντιστοίχως. Ἐὰν ἡ κατανάλωσις οἰνοπνεύματος, παραδείγματος χάριν, εἶναι θετικὸς ἢ ἀρνητικὸς παράγων τῆς συναρτήσεως χρησιμότητος θὰ κριθῆ ὑπὸ τοῦ ἀτόμου. Καὶ περαιτέρω, ἐὰν ἡ χρῆσις οἰνοπνεύματος εἶναι θετικὸς ἢ ἀρνητικὸς παράγων τῆς συναρτήσεως κοινωνικῆς εὐημερίας θὰ ἐξαρτηθῆ ἀπὸ τὰς εἰς τὴν κοινωνίαν ἰσχυροῦσας ἀξίας*.

Ἡ ἐπικρατοῦσα γνώμη εἰς τὴν ἀγγλοσαξονικὴν βιβλιογραφίαν εἶναι ὅτι αἱ ἠθικαὶ ἀξιολογήσεις δὲν ἔχουν θέσιν εἰς τὴν ἐπιστημονικὴν ἀνάλυσιν. Τοῦτο εἶναι ἴσως ὀρθόν, πλὴν ὅμως εἶναι ἔργον τῆς οἰκονομικῆς ἀναλύσεως ἡ ἐξέτασις τῶν συνεπειῶν τῶν διαφόρων ἀξιολογικῶν κρίσεων, ἀνεξαρτήτως ἂν ὁ ἀναλυτὴς τὰς συμμερίζεται ἢ ὄχι**. "Ἄλλωστε ἡ οἰκονομικὴ εἶναι ἡ ἐπισημὴ τῆς οἰκονομικῆς ἐπιλογῆς καὶ ἡ οἰκονομικὴ ἐπιλογή ἡ ἀριστοποίησις ἀπαιτεῖ τὴν ὑπαρξὴν κάποιου σκοποῦ ἢ ἀντικειμένου τὸ ὁποῖον στηρίζεται ἐπὶ ἀξιολογικῶν κρίσεων***. Ἰδιαιτέρως ἡ οἰκονομικὴ τῆς εὐημερίας στηρίζεται ἐπὶ ἀξιολογικῶν κρίσεων, τὰς ὁποίας δέχεται ἡ κοινωνία****.

Αἱ τρεῖς βασικαὶ ὀριακαὶ συνθήκαι τῆς κατὰ Pareto ἀριστοποιήσεως, αἱ ὁποῖαι ἀποτελοῦν προτάσεις τῆς θετικῆς οἰκονομικῆς, δὲν δύνανται νὰ καθορίσουν ἐν μοναδικόν *optimum* σημείον διὰ τὴν κοινωνίαν. Εἶναι ἀπαραίτητοι, ἀλλ' ὄχι ἐπαρκεῖς συνθήκαι. Διὰ τὴν ἐξεύρεσιν τοῦ κοινωνικοῦ ἀρίστου ἐπὶ τῆς καμπύλης δυνατοτήτων χρησιμότητος ἀπαιτεῖται καὶ τετάρτη συνθήκη, ἡ ὁποία ἀποτελεῖ τὸ κριτήριον Pareto, κατὰ τὸ ὁποῖον ἡ κοινωνικὴ εὐημερία ἀυξάνει ἐὰν ἀυξηθῆ ἡ εὐημερία ἐνὸς μόνου ἀτόμου καὶ παραμείνῃ ἀμετάβλητος ἡ εὐημερία τῶν λοιπῶν ἀτόμων. Τὸ κριτήριον ὅμως τοῦτο, καίτοι ἀτελές, ὡς θὰ ἴδωμεν, ἀποτελεῖ ἀξιολογικὴν κρίσιν περὶ τῆς κοινωνικῆς εὐημερίας καὶ ἡ συνάρτησις κοινωνικῆς εὐημερίας, ἡ ὁποία ἐνσωματώνει τὸ κριτήριον τοῦτο (Παρετιανὴ συνάρτησις) στηρίζεται ἀναγκαστικῶς ἐπὶ ἀξιολογικῆς κρίσεως.

* D.M. Winch, *Analytical Welfare Economics*, Penguin 1971, σελ. 25 - 27.

** Βλ. P.A. Samuelson, *Foundations of Economic Analysis*, Atheneum 1965, σελ. 219 - 220.

*** Winch, *op. cit.*, σελ. 25.

**** Βλ. καὶ I.M.D. Little, *A Critique of Welfare Economics*, 2nd ed. Oxford Paperbacks, Chapt. V.

II. 1.1. Ἡ Συνάρτησις Κοινωνικῆς Εὐημερίας *χων' κολη' και' καλά Ραυελα*

Ὡς εἶπομεν εἰς τὰ προηγούμενα, διὰ τὴν ἐπιλογὴν ἐνὸς μοναδικοῦ σημείου ἐπὶ τῆς καμπύλης δυνατοτήτων χρησιμότητος ἀπαιτεῖται, πλὴν τῶν βασικῶν συνθηκῶν ἀριστοποιήσεως, μία συνάρτησις κοινωνικῆς εὐημερίας, ἡ ὁποία θὰ εἶναι ἱκανὴ νὰ μᾶς εἴπῃ τί ἀκριβῶς ἡ κοινωνία ἐπιθυμεῖ. Ἡ συνάρτησις αὕτη εἶναι λίαν σημαντικὴ, διότι κατατάσσει τὰς διαφόρους καταστάσεις ἀναλόγως πρὸς τὸν βαθμὸν κοινωνικῆς ἐπιθυμητότητος ἐκάστης. Εἰς τὴν περιπτώσιν τῆς ἀτομικῆς εὐημερίας τὸ ἄτομον ἐπιλέγει βᾶσει τῆς ἀτομικῆς συναρτήσεως εὐημερίας, ἡ ὁποία εἶναι ταυτόσημος πρὸς τὴν ἀτομικὴν συνάρτησιν χρησιμότητος. Ἡ ἐκ μέρους τοῦ ἀτόμου ἐπιλογὴ τῆς Α καταστάσεως ἔναντι τῆς Β σημαίνει ὅτι ἡ πρώτη παρέχει μεγαλύτεραν ἱκανοποίησιν τῆς δευτέρας. Εἰς τὴν ἀνάλυσιν τῆς κοινωνικῆς εὐημερίας θὰ πρέπει νὰ εἰμεθα ἱκανοὶ νὰ εἴπωμεν ποίαν κατάστασιν προτιμᾷ ὄχι τὸ ἄτομον, ἀλλὰ τὸ σύνολον τῶν ἀτόμων, διότι ὁμιλοῦμεν περὶ τῆς εὐημερίας τοῦ συνόλου. Οὕτως ἡ εὐημερία διακρίνεται εἰς ἀτομικὴν καὶ εἰς κοινωνικὴν εὐημερίαν. Διὰ τὴν πρώτην ὑφίσταται ὁ χάρτης καμπύλων ἀδιαφορίας τοῦ ἀτόμου, βᾶσει τοῦ ὁποίου γίνεται ἡ ἐπιλογὴ. Διὰ τὴν δευτέραν ὅμως τὰ πράγματα εἶναι πλέον δυσχερῆ καὶ ἀμφίβολα.

Ἐπάρχει ὅμως καὶ ἕτερα διακρίσεις τῆς εὐημερίας: ἡ γενικὴ καὶ ἡ οἰκονομικὴ εὐημερία. Ἡ πρώτη εἶναι εὐρεῖα ἔννοια, ἡ δευτέρα εἶναι στενωτέρα ἔννοια. Εἶναι γενικῶς λίαν δυσχερὲς νὰ ὀρίσωμεν τὴν ἔννοιαν τῆς λέξεως «εὐημερία» καὶ νὰ προβῶμεν εἰς διακρίσεις. Οἱ οικονομολόγοι ἀναφέρονται συνήθως εἰς τὴν οἰκονομικὴν εὐημερίαν, χωρὶς ὅμως νὰ ὑπονοοῦν ἀπαραιτήτως τὸν ἀποκλεισμόν ἑτέρων εἰδῶν τῆς γενικῆς εὐημερίας. Ἐκεῖνο ποῦ ἐνδιαφέρει τοὺς οικονομολόγους καὶ τὴν ἀνάλυσιν τῆς κοινωνικῆς εὐημερίας εἶναι μᾶλλον αἱ οἰκονομικαὶ συνθήκαι ἢ παράγοντες οἱ ὁποῖοι ἐπηρεάζουν τὴν κοινωνικὴν εὐημερίαν, τῶν λοιπῶν παραγόντων ἑτέρας φύσεως (πολιτικῶν, θρησκευτικῶν κλπ.) παραμενόντων ἀμεταβλήτων*. Οὕτως εἰς τὴν συνάρτησιν κοινωνικῆς εὐημερίας $W = W(Z, H, \Theta, K, \Lambda)$ οἱ μὴ οἰκονομικοὶ παράγοντες K καὶ Λ θεωροῦνται σταθεροί, ἐνῶ οἱ οἰκονομικοὶ τοιοῦτοι (Z, H, Θ) θεωροῦνται μεταβλητοί.

Δυνάμεθα νὰ ἐρμηνεύσωμεν μίαν συνάρτησιν κοινωνικῆς εὐημερίας ὡς ἓνα κανόνα διατάξεων (ἱεραρχήσεως) ἐναλλακτικῶν προτιμήσεων τοῦ συνόλου τῶν ἀτόμων. Ὁρισμέναι καταστάσεις προτιμῶνται ἀπὸ τὸ κοινωνικὸν σύνολον ἔναντι ἄλλων ἢ τὸ κοινωνικὸν σύνολον παραμένει ἀδιάφορον μεταξὺ δύο ἢ περισσοτέρων καταστάσεων. Ἐνῶ ὅμως τὸ ἄτομον δύναται νὰ ἐπιλέξῃ τὴν κατάστασιν τὴν ὁποίαν θεωρεῖ κατὰ τὴν γνώμην του καλυτέραν ἄλλης, πῶς

* Βλ. *J. de V. Graaff, Theoretical Welfare Economics, 1967, σελ. 4 - 6, S.K. Nath, op. cit., σελ. 25 - 26.*

είναι δυνατόν διὰ τὸ σύνολον τῶν ἀτόμων νὰ γίνῃ ἐπιλογή μιᾶς καταστάσεως ὁμοφώνως; Συνήθως ὁμοφωνία δὲν ὑφίσταται, ἀλλὰ πλειοψηφία γνωμῶν. Ἡ πλειοψηφία ὅμως δὲν ἀντιπροσωπεύει τὸ σύνολον. Διὰ νὰ κρίνωμεν τὴν εὐημερίαν τοῦ συνόλου εἶναι δυσχερὲς ἔργον, διότι δὲν εἶναι δυνατὴ ἡ ἀπόλυτος μέτρησις τῆς εὐημερίας ἐκάστου ἀτόμου, οὔτε ἡ σύγκρισις τῆς εὐημερίας μεταξὺ τῶν ἀτόμων. Ἀπαιτεῖται συνεπῶς κάποιον κριτήριον διὰ νὰ κατατάξωμεν τὰς διαφόρους κοινωνικὰς καταστάσεις. Τὸ κριτήριον τοῦτο θὰ μᾶς καταστήσῃ ἱκανοὺς νὰ μεταβῶμεν ἀπὸ τὸ ἄτομον εἰς τὸ σύνολον. Οἱ τρόποι τῆς μεταβάσεως ἀπὸ τὰς ἀτομικὰς καταστάσεις εὐημερίας εἰς τὴν κοινωνικὴν εὐημερίαν δύνανται νὰ εἶναι οἱ ἀκόλουθοι*:

1. Ἡ συνάρτησις κοινωνικῆς εὐημερίας δυνατόν νὰ μὴ λαμβάνῃ ὑπ' ὄψιν τῆς τὰς προτιμήσεις τῶν καθ' ἕκαστα ἀτόμων, ἀλλὰ νὰ ἐκφράζῃ τὰς προτιμήσεις ἑνὸς προσώπου (δικτάτορος) ἢ μιᾶς μικρᾶς ομάδος ἀτόμων, ἑνὸς θρησκευτικοῦ ἀρχηγοῦ κλπ. Εἰς τὴν περίπτωσιν ταύτην ἡ συνάρτησις εἶναι πατερναλιστικῆς φύσεως.

2. Αἱ ἀποφάσεις διὰ τὴν κοινωνικὴν εὐημερίαν δυνατόν νὰ λαμβάνωνται διὰ τῆς μεθόδου τῆς ψηφοφορίας, ὅποτε ἡ συνάρτησις κοινωνικῆς εὐημερίας ἀντανανκᾶ τὰς προτιμήσεις τῆς πλειοψηφίας, χωρὶς ὅμως πάλιν νὰ ἐκφράζῃ τὰς προτιμήσεις τοῦ συνόλου. Ἡ μέθοδος αὕτη δύναται νὰ ὀδηγήσῃ εἰς τὸ παρὰδοξον τῆς ψηφοφορίας, περὶ οὗ κατωτέρω.

3. Ἡ συνάρτησις κοινωνικῆς εὐημερίας δυνατόν νὰ στηρίζεται εἰς τὸ κριτήριον τοῦ *Pareto*, κατὰ τὸ ὅποιον ἐὰν ἕν ἄτομον ἀυξάνῃ τὴν εὐημερίαν του, τότε ἡ κοινωνικὴ εὐημερία αὐξάνει. Ἡ Παρετιανὴ θεωρήσις τῆν κοινωνικῆς εὐημερίας δὲν ἐπιτρέπει, ὡς εἴπομεν, συγκρίσεις τῶν ἐπιπέδων ἢ τῶν μεταβολῶν τῶν ἐπιπέδων ἱκανοποιήσεως μεταξὺ τῶν ἀτόμων. Οὕτω δὲν δυνάμεθα νὰ εἴπωμεν ἐὰν ἠυξήθη, ἐμειώθη ἢ παρέμεινεν ἀμετάβλητος ἡ κοινωνικὴ εὐημερία εἰς τὴν περίπτωσιν κατὰ τὴν ὅποιαν ὠρισμένων ἀτόμων ἡ θέσις ἐχειροτέρευσε καὶ ἄλλων ἢ θέσις ἐκαλυτέρευσε.

Κατὰ τὴν Παρετιανὴν συνάρτησιν κοινωνικῆς εὐημερίας ἡ κοινωνικὴ εὐημερία ἐξαρτᾶται ἐκ μόνων τῶν ἐπιπέδων ἱκανοποιήσεως τῶν ἀτόμων καὶ εἶναι αὐξουσα συνάρτησις τούτων. Τὴν συνάρτησιν ταύτην δυνάμεθα νὰ γράψωμεν ὡς $W = W(U_1, U_2, \dots, U_n)$ καὶ $W'_i > 0, i = 1, 2, \dots, n$

ὅπου $W =$ ἐπίπεδον κοινωνικῆς εὐημερίας καὶ

$U_i =$ ἐπίπεδον χρησιμότητος τοῦ ἀτόμου i .

Ἐὰν ἡ συνάρτησις κοινωνικῆς εὐημερίας περιλαμβάνῃ πλὴν τῶν ἐπιπέδων ἱκανοποιήσεως τῶν ἀτόμων καὶ ἑτέραν μεταβλητὴν E , ἡ ὁποία ὅμως δὲν περιλαμβάνεται εἰς καμμίαν τῶν ἀτομικῶν συναρτήσεων, τότε ἡ μεταβολὴ τῆς

* Βλ. *H. T. Koplin*, op. cit., σελ. 303 - 304, καὶ *J. de V. Graaff*, op. cit., σελ. 8 - 9.

μεταβλητής ταύτης ούδεμίαν επίδρασιν ἔχει ἐπὶ τῆς W . Ἦτοι, ἐὰν $9U_1/9E=0$, τότε $9W/9E=0$. Ἐὰν ἡ μεταβλητὴ E εἶναι ταυτοχρόνως μεταβλητὴ τῆς συναρτήσεως κοινωνικῆς εὐημερίας καὶ μιᾶς τουλάχιστον συναρτήσεως ἀτομικῆς εὐημερίας (χρησιμότητος), τότε παραβιάζεται τὸ κριτήριον τοῦ Pareto. Πράγματι, ἐὰν $W=W(U_1, U_2, \dots, U_n, E)$ καὶ $U_1=U_1(x, E)$, τότε διὰ κάθε μεταβολὴν τῆς E θὰ μεταβληθῇ τὸ x , κατὰ τρόπον ὥστε ἡ προκύπτουσα μεταβολὴ τοῦ U_1 νὰ ἀντισταθμίση τὴν μεταβολὴν τοῦ E εἰς τὴν συνάρτησιν κοινωνικῆς εὐημερίας, ἦτοι διὰ τὴν μεταβολὴν dE δυνάμεθα νὰ ὑπολογίσωμεν τὴν μεταβολὴν dx , ὥστε

$$dW = \frac{9W}{9E} dE + \frac{9W}{9U_1} \left(\frac{9U_1}{9E} dE + \frac{9U_1}{9x} dx \right) = 0$$

Ἔπεται ὅτι ἐὰν $\frac{9W}{9E} \neq 0$, τότε $dU_1 = \frac{9U_1}{9E} dE + \frac{9U_1}{9x} dx \neq 0$.

Κατὰ τὰ ἀνωτέρω, ἐνὼ τὸ ἐπίπεδον ἱκανοποιήσεως τοῦ ἀτόμου μετεβλήθη (dU_1), ἡ κοινωνικὴ εὐημερία παρέμεινεν ἀμετάβλητος ($dW=0$). Τὸ ἀποτέλεσμα τοῦτο ἔρχεται εἰς ἀντίθεσιν πρὸς τὸ ἀξιολογικὸν κριτήριον τοῦ Pareto*. Συνεπῶς εἰς τὴν συνάρτησιν κοινωνικῆς εὐημερίας τοῦ Pareto οὐδεμίαν μεταβλητὴ δύναται νὰ εἰσέλθῃ πλήν τῶν ἀτομικῶν ἐπιπέδων χρησιμότητος. Τοῦτο ἕμως περιορίζει τὴν δυνατότητα χρησιμοποίησεως εὐρυτέρων κριτηρίων κοινωνικῆς εὐημερίας.

4) Ἡ συνάρτησις κοινωνικῆς εὐημερίας θὰ ἠδύνατο νὰ περιλάβῃ κριτήρια διανομῆς εἰσοδήματος. Οὕτως εἰς τὴν συνάρτησιν τοῦ Pareto τὰ ἀτομικὰ ἐπίπεδα χρησιμότητος (U_i) θὰ ἠδύνατο νὰ θεωρηθοῦν εἴτε τῆς αὐτῆς σημασίας εἴτε διαφόρου σημασίας. Εἰς τὴν πρώτην περίπτωσιν δικαιολογεῖται ἡ ἀξιολογικὴ κρίσις τῆς ἴσης κατανομῆς τοῦ εἰσοδήματος. Εἰς τὴν δευτέραν περίπτωσιν κάθε ἀτομικὴ συνάρτησις χρησιμότητος λαμβάνει ἓνα δείκτην σταθμίσεως (σημασίας). Ἡ διανομὴ τοῦ εἰσοδήματος ἐν προκειμένῳ δὲν θὰ εἶναι ἐξ ἴσου δι' ἕκαστον ἄτομον, ἀλλὰ θὰ γίνῃ κατὰ τοιοῦτον τρόπον, ὥστε νὰ μεγιστοποιηθῇ ἡ κοινωνικὴ εὐημερία, δεδομένης τῆς ἀρχῆς τῆς φθινούσης χρησιμότητος τοῦ εἰσοδήματος.

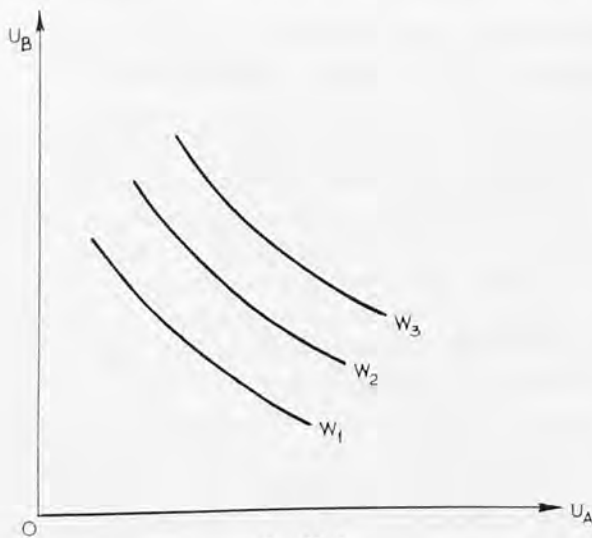
Τέλος, λέγοντες ὅτι εἰς τὴν «Νέαν Οἰκονομικὴν τῆς Εὐημερίας» δὲν δυνάμεθα νὰ προβῶμεν εἰς συγκρίσεις τῶν ἐπιπέδων ἱκανοποιήσεως τῶν ἀτόμων μεταξύ των ἐννοοῦμεν ὅτι δὲν δύνανται νὰ γίνουσι τοιαῦται συγκρίσεις ἄνευ ἀξιολογικῶν κρίσεων πέραν τῆς Παρετιανῆς ἀξιολογικῆς κρίσεως. Ἐὰν τοιαῦται κρίσεις θὰ γίνουσι, τότε λαμβάνομεν μίαν συνάρτησιν κοινωνικῆς εὐημερίας τοῦ τύπου τοῦ *A. Bergson*** , ὡς ἡ συνάρτησις $W=W(U_1, U_2, \dots, U_n)$,

* *D.M. Winch*, op. cit., σελ. 34 - 35.

** *A. Bergson*, «A reformulation of certain aspects of welfare economics», εἰς *Quarterly Journal of Economics*, 1938, σελ. 310 - 334. Βλ. καὶ *J. de V. Graaff*, op. cit., σελ. 9.

ή όποία θά πρέπει νά ύποδηλοΐ κρίσεις περι τοϋ τρόπου καθ' όν τά άτομικά έπίπεδα χρησιμότητας δύνανται νά προστεθοϋν. Το πρόβλημα βεβαίως τό όποϊον πάντοτε γεννᾶται είναι ποϊός θά προβῆ εϊς τās σχετικās αξιολογικās κρίσεις και θά άποφασίση περι τοϋ τύπου τῆς φύσεως τῆς συναρτήσεως κοινωνικῆς εϋημερίας.

Κατωτέρω θά δεχθῶμεν ὅτι ἡ συνάρτησις κοινωνικῆς εϋημερίας εϊναι δεδομένη και άποτελεϊ τακτικόν (ordinal) και οϋχι άπόλυτον δείκτην τῆς εϋημερίας τῆς κοινωνίας. Ἐάν ἡ κοινωνία άποτελῆται, καθ' ὑπόθεσιν, άπό δύο άτομα (Α και Β), ἡ κοινωνικῆ εϋημερία θά εϊναι συνάρτησις τῶν έπιπέδων χρησιμότητας τῶν δύο αϋτῶν ατόμων, ἤτοι $W = W(U_A, U_B)$. Ἡ συνάρτησις



Σχ. II. 2.

αϋτη δύναται νά μᾶς δώση ἔν σύνολον καμπύλων κοινωνικῆς άδιαφορίας εϊς τόν χῶρον τῆς χρησιμότητας (utility space), ὡς εϊς τό Σχ. II. 2. Ἐκάστη καμπύλη άντιπροσωπεύει και ἔν έπίπεδον κοινωνικῆς εϋημερίας κατ' άνερχομένην τάξιν, ἤτοι $W_1 < W_2 < W_3$. Κατά μήκος τῆς καμπύλης κοινωνικῆς άδιαφορίας τό έπίπεδον εϋημερίας παραμένει τό αϋτό, ἤτοι

$$dW = \frac{\partial W}{\partial U_A} dU_A + \frac{\partial W}{\partial U_B} dU_B = 0,$$

και ἔκ τοϋ άνωτέρω ὀλικοϋ διαφορικοϋ προκύπτει

$$\frac{\partial W / \partial U_B}{\partial W / \partial U_A} = - \frac{dU_A}{dU_B},$$

ἤτοι ὅτι ἡ κλίσις τῆς καμπύλης εϊναι άρνητικῆ.

Ἐὰν εἶναι δεδομένα τὰ ἐπίπεδα ἱκανοποιήσεως τῶν ἀτόμων, τότε δεδομένον εἶναι τὸ ἐπίπεδον κοινωνικῆς εὐημερίας. Ἐπίσης εἰς δεδομένον ἐπίπεδον κοινωνικῆς εὐημερίας καὶ δεδομένον ἐπίπεδον ἱκανοποιήσεως τοῦ ἑνὸς ἀτόμου ἀντιστοιχεῖ ἓν μοναδικὸν ἐπίπεδον ἱκανοποιήσεως τοῦ ἑτέρου ἀτόμου. Τοῦτο σημαίνει ὅτι ἡ καμπύλη εὐημερίας δὲν δύναται νὰ εἶναι κάθετος, ὀριζοντία ἢ ἀνερχομένη εἰς κανένα τμήμα αὐτῆς, οὔτε δύο καμπύλαι δύνανται νὰ τέμνονται. Τέλος αἱ καμπύλαι δὲν εἶναι ἀπαραιτήτως κυρταὶ ὡς πρὸς τὴν ἀρχὴν τῶν ἀξόνων, δεδομένου ὅτι δὲν ἔχουν σημασίαν αἱ δευτέρας τάξεως παράγωγοι, προκειμένου περὶ συναρτήσεως τῆς ὁποίας τὰ ἐπίπεδα διατάσσονται τακτικῶς καὶ οὐχὶ ἀπολύτως*.

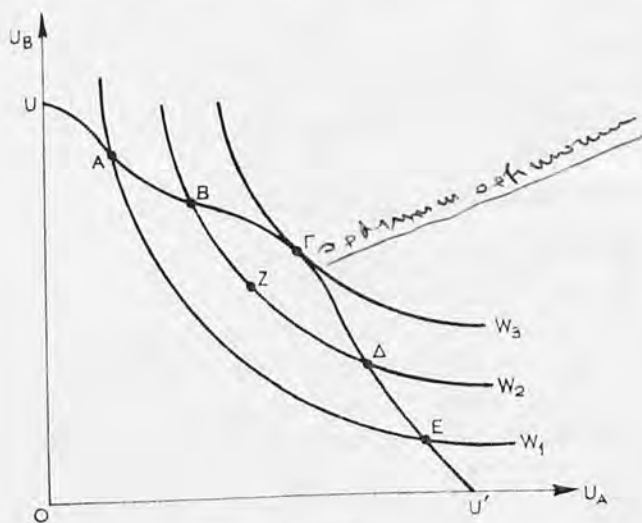
II. 1.2. Μεγιστοποίησης τῆς Κοινωνικῆς Εὐημερίας: Μεγιστοποίησης τῆς Συναρτήσεως εἰς τὸν Χῶρον τῆς Χρησιμότητος

Ἀνωτέρω ἐλέγχθη ὅτι αἱ βασικαὶ ὀριακαὶ συνθήκαι τῆς κατὰ Pareto ἀριστοποιήσεως εἶναι ἀπαραίτητοι, ἀλλ' οὐχὶ ἐπαρκεῖς διὰ τὴν μεγιστοποίησιν τῆς κοινωνικῆς εὐημερίας, διότι δὲν ἐξασφαλίζουν ὅπωςδήποτε ταύτην. Ἄλλωστε, ὡς εἶδομεν, ὑφίστανται ἄπειρα σημεῖα ταυτοχρόνου ἀποτελεσματικότητος (efficiency) εἰς τὴν παραγωγὴν καὶ τὴν ἀνταλλαγὴν, ἦτοι ἄπειροι καταστάσεις αἱ ὁποῖαι εἶναι κατὰ Pareto ἀριστοί. Διὰ τὴν ἐπιλογὴν τῆς καταστάσεως ἐκείνης, ἡ ὁποία θεωρεῖται ἡ ἀρίστη τῶν ἀρίστων (optimum optimum), ἀπαιτοῦνται πρόσθετοι συνθήκαι, τὰς ὁποίας ἐνσωματώνει μίᾳ συνάρτησιν κοινωνικῆς εὐημερίας, ἡ ὁποία δύναται νὰ κατασκευασθῇ καθ' οἷονδήποτε τρόπον, ἢ νὰ ἀποφασισθῇ ἀπὸ οἷονδήποτε, ὡς π.χ. διὰ τῆς ψηφοφορίας. Ἐὰν θεωρήσωμεν ὅτι ἡ συνάρτησις κοινωνικῆς εὐημερίας εἶναι δεδομένη καὶ συναρτᾷ τὴν κοινωνικὴν εὐημερίαν ἐκ τῶν ἐπιπέδων ἱκανοποιήσεως τῶν ἀτόμων, τότε ἡ συνάρτησις αὕτη εἶναι τὸ ἀντικείμενον πρὸς μεγιστοποίησιν. Ὁ περιορισμὸς ἐν προκειμένῳ θὰ εἶναι ἡ καμπύλη δυνατοτήτων χρησιμότητος.

Διὰ νὰ δεῖξωμεν γεωμετρικῶς τὴν διαδικασίαν μεγιστοποιήσεως τῆς κοινωνικῆς εὐημερίας θὰ χρησιμοποιήσωμεν τὴν καμπύλην δυνατοτήτων χρησιμότητος τοῦ Σχ. II.1(α) καὶ τὴν οἰκογένειαν τῶν καμπύλων κοινωνικῆς ἀδιαφορίας τοῦ Σχ. II.2. Τὸ Σχ. II.3 ἀπεικονίζει τὴν καμπύλην δυνατοτήτων χρησιμότητος UU' , ὡς καὶ τὰς καμπύλας κοινωνικῆς ἀδιαφορίας (συνάρτησις κοινωνικῆς εὐημερίας) εἰς τὸν χῶρον τῆς χρησιμότητος UOU' , ὑποτιθεμένου ὅτι ἡ κοινωνία ἀποτελεῖται ἀπὸ δύο ἄτομα (A καὶ B), διὰ νὰ εἶναι δυνατὴ ἡ ἀπλὴ γεωμετρικὴ ἀπεικόνισις.

*Winch, op. cit., σελ. 37. Βλ. καὶ Γ. Δράκου, Μαθήματα Δημοσίας Οἰκονομίας, τ. Α', σελ. 99 - 102.

Τὰ σημεῖα Α, Β, Γ, Δ καὶ Ε, εὐρισκόμενα ἐπὶ τῆς καμπύλης δυνατοτήτων χρησιμότητος, δεικνύουν ἀρίστας καταστάσεις κατὰ Pareto. Παραμένει ὅμως ἀπροσδιόριστον τὸ σημεῖον ἐκεῖνο τὸ ὁποῖον τελικῶς θὰ προσδιορίσῃ τὴν μεγίστην κοινωνικὴν εὐημερίαν, τὴν ἐπιθυμητὴν κατάστασιν ἀπὸ κοινωνικῆς πλευρᾶς καὶ τὴν τελικὴν ἰσορροπίαν τοῦ συστήματος. Ἡ ἀπροσδιοριστία αὕτη αἴρεται διὰ τῆς συναρτήσεως κοινωνικῆς εὐημερίας. Οὕτως εἶναι προφανές ὅτι τὸ σημεῖον Γ εἶναι ἐκεῖνο τὸ ὁποῖον ἐπιτυγχάνει τὴν μεγίστην δυνατὴν εὐημερίαν, διότι εὐρίσκεται (ἐφάπτεται) ἐπὶ τῆς ὑψηλοτέρας καμπύλης κοινωνικῆς ἀδιαφορίας. Τὰ σημεῖα Α, Β, Δ καὶ Ε παρέχουν, συμφῶνως πρὸς τὴν συγκεκριμένην συνάρτησιν εὐημερίας, χαμηλότερα ἐπίπεδα κοινωνικῆς



Σχ. Π. 3.

εὐημερίας ἐκεῖνου τοῦ Γ. Ἡ συνθήκη μεγιστοποιήσεως τῆς κοινωνικῆς εὐημερίας εἶναι συνθήκη ἐπαφῆς τῆς καμπύλης δυνατοτήτων χρησιμότητος μετὰ μίαν καμπύλην κοινωνικῆς ἀδιαφορίας. Τὸ σημεῖον Γ, εἰς ὃ ἐπιτυγχάνεται ἡ ἐπαφὴ αὕτη, καλεῖται ἀριστον τῶν ἀρίστων (optimum optimorum) ἢ μέγιστον τῶν μεγίστων (maximum maximorum), ὡς ἐπίσης καὶ σημεῖον τῆς ὑπὸ περιορισμοῦ εὐδαιμονίας (constained bliss point).

Ἄς ὑποθέσωμεν πρὸς στιγμὴν ὅτι εἰς τὴν κοινωνίαν ἐπικρατεῖ ἡ κατάσταση ἡ ἀπεικονιζομένη ἀπὸ τὸ σημεῖον Α. Ἡ κατάσταση αὕτη εἶναι κατὰ Pareto ἀρίστη, ἀλλὰ ἀνταποκρίνεται εἰς διανομὴν εἰσοδήματος διαφορετικὴν ἐκείνης τοῦ σημείου Γ ποὺ ἐπιθυμεῖ ἡ κοινωνία. Ἐν προκειμένῳ θὰ πρέπει νὰ καταβληθοῦν προσπάθειαι καὶ νὰ ληφθοῦν τὰ κατάλληλα μέτρα κοινωνικῆς



και οικονομικης πολιτικης, τα οποια θα οδηγησουν εις την αρσιν των εμποδιων εκεινων τα οποια εμποδιζουν την κοινωνιαν να επιτυχη το σημειον Γ. Πολλakis η κατα Pareto αριστοποιησις εγκαταλείπεται δια να επιτευχθῃ ἑτέρα καταστασις, η οποια δεν ειναι αριστη κατα Pareto, αλλα φερει την κοινωνιαν επι υψηλοτερου επιπεδου ευημεριας, ως το σημειον Ζ. Το σημειον τουτο δεν ευρισκεται επι της καμπυλης δυνατοτητων χρησιμότητος, αλλα ευρισκεται επι υψηλοτερας καμπυλης κοινωνικης αδιαφοριας η εκεινης του σημειου Α. Ουτως, εαν λογω δυσχερειων δεν ειναι δυνατη η μεταβασις απο του σημειου Α εις το σημειον Γ και ειναι δυνατη η μεταβασις εις το σημειον Ζ, τότε προτιμαται το Ζ και αργοειται η Παρετιανη αποτελεσματικότης.

Μαθηματικη διατύπωσις της μεγιστοποιήσεως της κοινωνικης ευημεριας εις τον χωρον χρησιμότητος. Έχοντες δεδωμενην καθ' οιονδηποτε τροπον την συνάρτησιν κοινωνικης ευημεριας δυο καθ' υπόθεσιν ατόμων [$W = W(U_A, U_B)$] επιζητούμεν την μεγιστοποίησιν ταύτης υπό των περιορισμών της καμπυλης δυνατοτήτων χρησιμότητος [$\Phi = \Phi(U_A, U_B)$]*. Ουτω σχηματιζομεν την Λαγκρανζιανήν εξίσωσιν

$$M = W(U_A, U_B) + \lambda [\Phi - \Phi(U_A, U_B)]$$

και λαμβάνομεν τας πρώτας συνθήκας μεγιστοποίησης (με την υπόθεσιν ότι εκπληροῦνται και αι δευτέρας τάξεως συνθήκαι):

$$\frac{\partial M}{\partial U_A} = \frac{\partial W}{\partial U_A} - \lambda \frac{\partial \Phi}{\partial U_A} = 0$$

$$\frac{\partial M}{\partial U_B} = \frac{\partial W}{\partial U_B} - \lambda \frac{\partial \Phi}{\partial U_B} = 0$$

$$\frac{\partial M}{\partial \lambda} = \Phi - \Phi(U_A, U_B) = 0$$

Έκ των ανωτέρω συνθηκῶν λαμβάνομεν δια διαιρέσεως την ακόλουθον συνθήκην:

$$\frac{\partial W / \partial U_A}{\partial W / \partial U_B} = \frac{\partial \Phi / \partial U_A}{\partial \Phi / \partial U_B}$$

Η ανωτέρω συνθήκη μᾶς λέγει ότι πρὸς μεγίστευσιν της κοινωνικης ευημεριας θα πρέπει ο λόγος της οριακης κοινωνικης σημασίας των επιπέδων χρησιμότητος των ατόμων να ισοῦται πρὸς τὸν λόγον της οριακης υποκαταστάσεως τούτων. Η ανωτέρω συνθήκη τοῦ κοινωνικοῦ optimum δύναται να διατυπωθῇ με πλέον οικειον τροπον ως ἐξῆς: Κάθε δραστηριότης σχετικη με την κοινωνικην ευημεριαν δύναται να διεξαχθῇ μέχρι τοῦ σημειου εις ο το οριακόν κοινωνικόν κόστος εἶναι ἴσον πρὸς την οριακην κοινωνικην ὠφέ-

* Βλ. και Γ. Δράκον, op. cit., σελ. 105.

λειαν*. Ἡ ἀρχή (συνθήκη) αὕτη εἶναι γενική καὶ δύναται νὰ ἐφαρμοσθῆ εἰς κάθε ἀριστοποιητικὸν πρόβλημα ποῦ ἔχει σχέσιν μὲ τὴν κοινωνικὴν εὐημερίαν.

Προσδιορισμὸς τῶν ποσοτήτων καὶ τῶν τιμῶν τοῦ συστήματος ἐκ τοῦ σημείου μεγίστης κοινωνικῆς εὐημερίας. Τὸ σημεῖον μεγίστης κοινωνικῆς εὐημερίας (Γ) τοῦ Σχ. Π. 3 προσδιορίζει ἐν μοναδικὸν σημεῖον τῆς καμπύλης δυνατοτήτων χρησιμότητος. Τὸ σημεῖον δὲ τοῦτο προσδιορίζει ὠρισμένα ἐπίπεδα χρησιμότητος διὰ τὰ δύο ἄτομα καὶ ὠρισμένην κατανομήν τῶν δύο ἀγαθῶν μεταξύ τούτων (ὠρισμένην διανομήν εἰσοδήματος). Ἀνταποκρίνεται ἐπίσης εἰς ὠρισμένον σημεῖον τῆς καμπύλης μετασχηματισμοῦ καὶ ἄρα καθορίζει ὠρισμένα ἐπίπεδα παραγωγῆς τῶν δύο ἀγαθῶν. Τὸ σημεῖον ἐπὶ τῆς καμπύλης μετασχηματισμοῦ ἀνταποκρίνεται πρὸς ὠρισμένον σημεῖον τῆς καμπύλης ἀρίστων σημείων κατανομῆς τῶν δύο συντελεστῶν τῆς παραγωγῆς καὶ ἄρα προσδιορίζει τὰς ποσότητας τῶν δύο συντελεστῶν τούτων εἰς τὴν παραγωγὴν τῶν δύο ἀγαθῶν. Συνεπῶς προσδιορίζοντες τὸ optimum optimorum προσδιορίζομεν αὐτομάτως τὰς ποσότητας τῶν συντελεστῶν τῆς παραγωγῆς, τὰς ποσότητας τῶν ἀγαθῶν καὶ τὰ ἐπίπεδα ἱκανοποιήσεως τῶν δύο ἀτόμων.

Ἐπίσης δύναται νὰ προσδιορισθοῦν αἱ σχετικαὶ τιμαὶ (λόγοι) τῶν ἀγαθῶν καὶ τῶν παραγωγικῶν συντελεστῶν. Ἡ κλίσις τοῦ σημείου ἐπὶ τῆς καμπύλης μετασχηματισμοῦ, ὅπερ ἀντιστοιχεῖ εἰς τὸ σημεῖον Γ τῆς καμπύλης δυνατοτήτων χρησιμότητος, προσδιορίζει τὸν λόγον τῶν τιμῶν τῶν δύο ἀγαθῶν καὶ τὸ σημεῖον ἐπὶ τῆς καμπύλης ἀρίστων σημείων κατανομῆς τῶν παραγωγικῶν συντελεστῶν, ὅπερ ἀντιστοιχεῖ εἰς τὸ σημεῖον τῆς καμπύλης μετασχηματισμοῦ, προσδιορίζει τὸν λόγον τῶν τιμῶν τῶν παραγωγικῶν συντελεστῶν. Μόνον αἱ σχετικαὶ τιμαὶ δύναται νὰ προσδιορισθοῦν, ἐνῶ αἱ ἀπόλυτοι τιμαὶ παραμένον ἀγνωστοί. Διὰ νὰ προσδιορίσωμεν τὰς ἀπολύτους τιμὰς θὰ πρέπει μίαν ἀπὸ τὰς τιμὰς τοῦ συστήματος νὰ χρησιμοποιηθῆ ὡς *numeraire* (κοινὸς παρονομαστής).

Τὸ γεγονός ἐστὶ δὲν προσδιορίζονται αἱ ἀπόλυτοι τιμαὶ ὀφείλεται εἰς τὸ ὅτι αἱ μεταβληταὶ τοῦ συστήματός μας εἶναι πραγματικαὶ καὶ οὐχὶ νομισματικαί. Ἐὰν τώρα εἰς τὰς ἐξισώσεις τοῦ συστήματος (συναρτήσεις μετασχηματισμοῦ, χρησιμότητος, παραγωγῆς καὶ κοινωνικῆς εὐημερίας) προσθέσωμεν καὶ μίαν χρηματικὴν ἐξίσωσιν, ὡς ἡ ἐξίσωσις τοῦ Fisher, παραδείγματός χάριν, ($MV = PT$), τότε θὰ ἠδύνατο νὰ προσδιορισθοῦν αἱ ἀπόλυτοι τιμαὶ **.

* Βλ. S. K. Nath., op. cit., σελ. 30 - 31.

** Βλ. C.E. Ferguson, op. cit., σελ. 544 - 545

II. 1.3. Μεγιστοποίησης τῆς Κοινωνικῆς Εὐημερίας: Μεγιστοποίησης τῆς Συνάρτησεως εἰς τὸν Χῶρον τῶν Ἄγαθῶν

Ἡ μεγιστοποίησης τῆς κοινωνικῆς εὐημερίας (εὐρεσις τοῦ optimum orltimum) εἰς τὸν χῶρον τῆς χρησιμότητος ἀπαιτεῖ, ὡς εἶδομεν ἀνωτέρω, τὴν καμπύλην δυνατοτήτων χρησιμότητος (περιορισμός) καὶ τὰς καμπύλας κοινωνικῆς ἀδιαφορίας ἢ ἄλλως τὴν συνάρτησιν W ἐξαρτωμένην ἐκ τῶν ἐπιπέδων ἱκανοποιήσεως τῶν ἀτόμων. Ἡ μεγιστοποίησης τῆς κοινωνικῆς εὐημερίας δύναται νὰ γίνῃ καὶ εἰς τὸν χῶρον τῶν ἀγαθῶν (commodity ἢ output space)*. Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν ἀπαιτεῖται ἡ καμπύλη παραγωγικῶν δυνατοτήτων τῆς οἰκονομίας (καμπύλη μετασχηματισμοῦ), ἡ ὁποία θὰ ἀποτελέσῃ, ὡς εἰκόσ, τὸν τεχνολογικὸν περιορισμὸν (technological constraint) εἰς τὸ πρόβλημα καὶ ἡ συνάρτησις κοινωνικῆς εὐημερίας (καμπύλαι κοινωνικῆς ἀδιαφορίας) μετασχηματισμένη εἰς ὄρους ἀγαθῶν καὶ ὄχι πλέον ἐκπεφρασμένη εἰς ὄρους ἀτομικῶν ἐπιπέδων χρησιμότητος. Συνεπῶς θὰ πρέπει νὰ προβῶμεν κατὰ πρῶτον εἰς τὸν μετασχηματισμὸν τοῦτον, ἥτοι εἰς τὴν γεωμετρικὴν κατασκευὴν τῶν καμπύλων κοινωνικῆς ἀδιαφορίας.

Ἄς ἐπιλέξωμεν μίαν ὀρισμένην καμπύλην κοινωνικῆς ἀδιαφορίας, ἥτοι ὀρισμένον ἐπίπεδον κοινωνικῆς εὐημερίας, καὶ ἄς θεωρήσωμεν ὀρισμένον σημεῖον ἐπ' αὐτῆς. Τὸ σημεῖον τοῦτο ἀντιστοιχεῖ εἰς ὀρισμένα ἐπίπεδα ἱκανοποιήσεως τῶν ἀτόμων, ἔστω A_1 καὶ B_2 ἀντιστοίχως, ἀντιπροσωπευόμενα ἀπὸ ἀντιστοίχους καμπύλας ἀτομικῆς χρησιμότητος. Τώρα, ἄς ὑποθέσωμεν ὅτι ἡ ποσότης τοῦ ἑνὸς ἐκ τῶν δύο ἀγαθῶν, ἔστω τοῦ y , εἶναι δεδομένη. Ἐρωτᾶται: ποία ἡ ἐλάχιστη δυνατὴ ποσότης τοῦ ἑτέρου ἀγαθοῦ x , ποὺ ἀπαιτεῖται διὰ νὰ εὐρεθῇ ἕκαστον ἄτομον ἐπὶ τῶν ὡς ἄνω προκαθορισμένων καμπύλων χρησιμότητος; Συνεπῶς ἐπιζητοῦμεν ἓν σημεῖον (συντεταγμένην) εἰς τὸν χῶρον τῶν ἀγαθῶν x καὶ y . Ἐὰν μεταβάλωμεν τὴν ποσότητα τοῦ ἀγαθοῦ y θὰ ἀπαιτηθῇ διάφορος ποσότης (ἐλάχιστη) ἐκ τοῦ ἀγαθοῦ x διὰ νὰ διατηρηθῇ τὸ προκαθορισμένον ἐπίπεδον ἱκανοποιήσεως τῶν δύο ἀτόμων καὶ συνεπῶς θὰ λάβωμεν ἕτερον σημεῖον εἰς τὸν χῶρον τῶν δύο ἀγαθῶν. Ὁ γεωμετρικὸς τύπος τῶν σημείων ποὺ καθορίζουν τὰς ἐλαχίστας ποσότητας τῶν δύο ἀγαθῶν, αἵτινες ἐξασφαλίζουν τὰ προκαθορισμένα ἐπίπεδα ἱκανοποιήσεως τῶν δύο ἀτόμων καλεῖται καμπύλη *Scitovsky* **.

Ἐὰν ἐπιλέξωμεν ἕτερον σημεῖον ἐπὶ τῆς αὐτῆς καμπύλης κοινωνικῆς ἀδιαφορίας, ἀνταποκρινόμενον εἰς διαφορετικὰ τῶν ἀνωτέρω ἐπίπεδα ἱκανο-

* Βλ. *J. M. Henderson & R.E. Quandt*, op. cit., 280 - 284, *D. M. Winch*, op. cit., 50 - 66, *R. A. Bilas*, *Microeconomic Theory*, 2nd ed., σελ. 316 - 320, *J. de V. Graaff*, op. cit., 45 - 52, καὶ *Γ. Δράκου*, op. cit., σελ. 109 - 116.

** *T. Scitovsky*, «A reconsideration of the theory of tariffs», εἰς *Review of Economic Studies*, Vol. IX (1941 - 2).

ποιήσεως, ἔστω A_2 καὶ B_2 , τότε δυνάμεθα νὰ λάβωμεν σημεῖα εἰς τὸν χώρον τῶν ἀγαθῶν, τὰ ὅποια θὰ δεικνύουν τοὺς διαφόρους συνδυασμοὺς ἐλαχίστων ποσοτήτων τῶν δύο ἀγαθῶν, πρὸς ἐπίτευξιν τῶν προκαθορισμένων ἐπιπέδων ἱκανοποιήσεως τῶν ἀτόμων καὶ τῶν ὁποίων ὁ γεωμετρικὸς τύπος θὰ μᾶς δώσῃ μίαν ἄλλην καμπύλην Seitovsky. Κατὰ τὴν ἰδίαν διαδικασίαν δυνάμεθα νὰ λάβωμεν ἄπειρον ἀριθμὸν καμπύλων Seitovsky, αἱ ὅποια ἀντιστοιχοῦν εἰς ὄρισμένην καμπύλην κοινωνικῆς ἀδιαφορίας, ὡς αἱ καμπύλαι S τοῦ Σχ. II.4.

Αἱ ιδιότητες τῶν καμπύλων Seitovsky εἶναι αἱ ἑξῆς:

(α) Αἱ καμπύλαι S ἔχουν ἀρνητικὴν κλίσιν.

(β) Εἶναι κυρταὶ ὡς πρὸς τὴν ἀρχὴν τῶν ἀξόνων, ἐφ' ὅσον αἱ καμπύλαι ἀδιαφορίας, ποὺ ἀντιπροσωπεύουν τὰ προκαθορισμένα ἐπίπεδα ἱκανοποιήσεως τῶν ἀτόμων, εἶναι κυρταί.

(γ) Αἱ καμπύλαι S δύνανται νὰ τέμνονται μεταξύ των. Ἀφοῦ ἡ ἐπιλογὴ κάθε συνδυασμοῦ ἐπιπέδων ἱκανοποιήσεως τῶν δύο ἀτόμων μᾶς δίδει καὶ μίαν καμπύλην S εἰς τὸν χώρον τῶν δύο ἀγαθῶν οὐδὲν ἐμποδίζει τὰς καμπύλας ταύτας νὰ τέμνονται μεταξύ των.

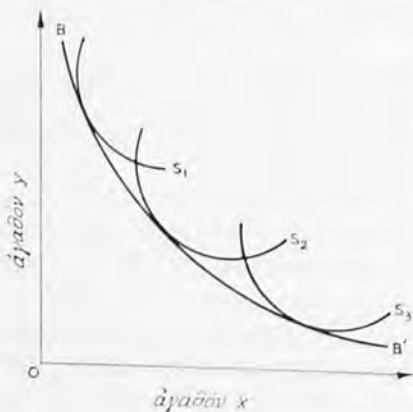
Ἡ καμπύλη BB' (Σχ. II.4), ἡ ὅποια περιβάλλει τὰς καμπύλας S τὰς ἀντιστοιχοῦσας εἰς ὄρισμένον ἐπίπεδον κοινωνικῆς εὐημερίας (ὄρισμένην καμπύλην κοινωνικῆς ἀδιαφορίας) καὶ ἀποτελεῖ τὸ ἐσωτερικὸν ὕριον τούτων, καλεῖται καμπύλη Bergson. Ἐκαστὸν σημεῖον τῆς καμπύλης ταύτης δεικνύει τὰς ἐλαχίστας ποσότητας τῶν ἀγαθῶν x καὶ y , αἱ ὅποια εἶναι ἀπαραίτητοι διὰ τὴν ἐπίτευξιν ὄρισμένου ἐπιπέδου κοινωνικῆς εὐημερίας. Οὕτως, εἰς κάθε ἐπίπεδον κοινωνικῆς εὐημερίας (W) καὶ συνεπῶς εἰς κάθε καμπύλην τοῦ χάρτου καμπύλων κοινωνικῆς ἀδιαφορίας ἀντιστοιχεῖ καὶ μία καμπύλη Bergson. Τοιοῦτοτρόπως ἀντὶ τοῦ χάρτου τῶν καμπύλων W εἰς τὸν χώρον τῆς χρησιμότητος δυνάμεθα νὰ ἔχωμεν τὸν ἀντιστοιχοῦντα χάρτην καμπύλων B εἰς τὸν χώρον τῶν ἀγαθῶν. Αἱ καμπύλαι B δὲν τέμνονται μεταξύ των, ὅπως δὲν τέμνονται καὶ αἱ καμπύλαι ἀτομικῆς καὶ κοινωνικῆς ἀδιαφορίας καὶ τὸ σχῆμα των δὲν εἶναι ἀπαραιτήτως κυρτὸν ὡς πρὸς τὴν ἀρχὴν τῶν ἀξόνων.

Τέλος, ὡς πρὸς τὰς καμπύλας S καὶ B, δεόν νὰ λεχθῆ ὅτι αὗται εἶναι ἄριστα κατὰ Pareto, καθ' ὅτι πληροῦν τὰς κατὰ Pareto συνθήκας*.

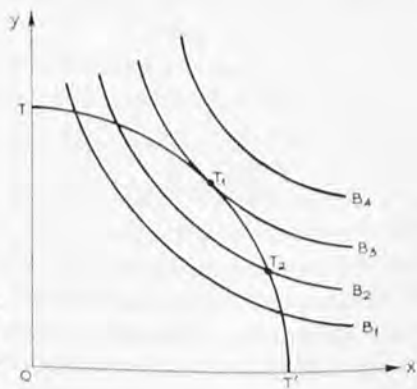
Ἐχόντες τὸν χάρτην καμπύλων τοῦ Bergson καὶ μὲ δεδομένας τὰς τεχνολογικὰς συνθήκας τῆς οἰκονομίας, ὡς αὗται ὑποδηλοῦνται εἰς τὴν καμπύλην

* Τοῦτο εἶναι δυνατὸν νὰ δειχθῆ μαθηματικῶς διὰ τῆς ἐλαχιστοποιήσεως τῆς ποσότητος ἔστω τοῦ ἀγαθοῦ x ($x = x_A + x_B$) ὑποκειμένης, εἰς τοὺς περιορισμοὺς τῶν δεδομένων ἐπιπέδων ἱκανοποιήσεως τῶν δύο ἀτόμων, ἥτοι $\bar{U}_A = f_A(x_A + y_A)$ καὶ $\bar{U}_B = f_B(x_B + y_B)$ καὶ τῆς δεδομένης ποσότητος ἐκ τοῦ ἄλλου ἀγαθοῦ, ἥτοι $y = y_A + y_B$. Ἡ ἐλαχιστοποίησις τῆς $x = x_A + x_B$ δύναται νὰ γίνῃ ἐφ' ὅσον αὕτη ἐκφρασθῆ ὑπὸ τὴν μορφήν συναρτήσεως ὡς $x = g(y_A) + h(y - y_A)$, ὅπου x_A εἶναι συνάρτησις τῆς ποσότητος y_A καὶ x_B εἶναι

παραγωγικῶν δυνατοτήτων, δυνάμεθα νὰ εὕρωμεν τὸ μέγιστον δυνατόν ση-
 μεῖον κοινωνικῆς εὐημερίας. Οὕτως εἰς τὸ Σχ. II. 5 ἐμφαίνονται αἱ καμπύλαι
 Bergson (B) καὶ ἡ καμπύλη μετασχηματισμοῦ TT'. Τὸ σημεῖον T₁ εἶναι τὸ
 optimum optimum. Εἰς τὸ σημεῖον τοῦτο πληροῦται ἡ συνθήκη ἐπαφῆς
 τῆς καμπύλης TT' μὲ μίαν καμπύλην τοῦ χάρτου καμπύλων B καὶ ἐπιτυγχά-
 νεται τὸ μέγιστον δυνατόν ἐπίπεδον κοινωνικῆς εὐημερίας. Τὸ σημεῖον T₂
 (ὡς καὶ πᾶν ἄλλο σημεῖον ἐπὶ τῆς TT') εἶναι δυνατόν νὰ ἐπιτευχθῇ ὡς εὕρισκόμε-
 νον ἐντὸς τῶν παραγωγικῶν δυνατοτήτων τῆς οἰκονομίας, ἀλλὰ δὲν ἐξασφα-
 λίζει τὸ μέγιστον δυνατόν ἐπίπεδον κοινωνικῆς εὐημερίας, ὡς εὕρισκόμενον
 ἐπὶ κατωτέρας καμπύλης B.



Σχ. II. 4.



Σχ. II. 5.

Μὲ τὸν προσδιορισμὸν τοῦ optimum optimum σημείου T₁ δυνάμεθα νὰ
 προσδιορίσωμεν ἐπίσης τὰ ἐπίπεδα ἱκανοποιήσεως τῶν δύο ἀτόμων, τὰς ποσό-
 τητας ἐκ τῶν ἀγαθῶν x καὶ y καὶ τὰς ποσότητες τῶν παραγωγικῶν συντε-
 λεστῶν. Ἐπίσης δύνανται νὰ προσδιορισθοῦν οἱ λόγοι τῶν τιμῶν τῶν ἀγαθῶν
 καὶ τῶν παραγωγικῶν συντελεστῶν. Ὁ λόγος τῶν τιμῶν τῶν ἀγαθῶν εἶναι

συνάρτησις τῆς ποσότητος y_B, ἡ ὁποία ἰσοῦται πρὸς (y - y_A). Διὰ παραγωγίσεως τῆς
 x λαμβάνομεν

$$\frac{dx}{dy_A} = \frac{dg}{dy_A} - \frac{dh}{dy_B} = 0$$

καὶ ἐξ αὐτῆς ἐπεταὶ ὅτι

$$\frac{dg}{dy_A} = \frac{dx_A}{dy_A} = \frac{dh}{dy_B} = \frac{dx_B}{dy_B}$$

ἥτοι ὁ ὀριακὸς λόγος ὑποκαταστάσεως μεταξὺ τῶν δύο ἀγαθῶν εἶναι ὁ αὐτὸς καὶ διὰ τὰ
 δύο ἄτομα. (βλ. R. A. Bilas, op. cit., σελ. 319).

έμφανής άμέσως έκ τής κλίσεως τοῦ σημείου T_1 . Δέον νά σημειωθῆ ὅτι τὸ σημεῖον T_1 ἀντιστοιχεῖ πρὸς τὸ σημεῖον Γ τοῦ Σχ. II.3.

Μαθηματικὴ διατύπωση τοῦ προβλήματος τῆς μεγιστοποιήσεως τῆς κοινωνικῆς εὐημερίας εἰς τὸν χῶρον τῶν ἀγαθῶν. Τὸ πρόβλημα συνίσταται εἰς τὴν μεγιστοποίησιν μιᾶς συναρτήσεως κοινωνικῆς εὐημερίας, ἣ ὅποια ἕμως νά ἐκφράζεται εἰς ὄρους ποσοτήτων ἀγαθῶν (ἢ καὶ ποσοτήτων παραγωγικῶν συντελεστῶν), ὑποκειμένης εἰς τὸν περιορισμὸν τῆς συναρτήσεως μετασχηματισμοῦ τῆς οἰκονομίας. Ἐνταῦθα συνεπῶς ἀπαιτεῖται ἡ συνάρτησις κοινωνικῆς εὐημερίας $W = W(U_A, U_B)$ διὰ τὸ ὑπόδειγμα τῶν δύο ἀτόμων νά μετασχηματισθῆ. Ἄς ὑποθέσωμεν ὅτι ὑφίστανται δύο ἀγαθὰ καὶ εἷς συντελεστὴς τῆς παραγωγῆς (L). Αἱ συναρτήσεις χρησιμότητος τῶν ἀτόμων A καὶ B εἶναι :

$$U_A = f_A(x_A, y_A, L_A) \text{ καὶ } U_B = f_B(x_B, y_B, L_B) *$$

Συνεπῶς ἡ συνάρτησις κοινωνικῆς εὐημερίας εἶναι :

$$W = W[f_A(x_A, y_A, L_A), f_B(x_B, y_B, L_B)]$$

Ὁ περιορισμὸς εἶναι ἡ συνάρτησις μετασχηματισμοῦ

$$F(x_A + x_B, y_A + y_B, L_A + L_B) = 0, \text{ ὅπου } L_A + L_B = L.$$

Σχηματίζομεν τὴν Λαγκρανζιανὴν ἐξίσωσιν

$Z = W[f_A(x_A, y_A, L_A), f_B(x_B, y_B, L_B)] + \lambda F(x_A + x_B, y_A + y_B, L_A + L_B)$.
Μηδενίζοντες τὰς πρώτας παραγώγους λαμβάνομεν τὰς πρώτας συνθήκας μεγιστοποιήσεως

$$\frac{\partial Z}{\partial x_A} = W_A \frac{\partial f_A}{\partial x_A} + \lambda \frac{\partial F}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial Z}{\partial y_A} = W_A \frac{\partial f_A}{\partial y_A} + \lambda \frac{\partial F}{\partial y} = 0$$

$$\frac{\partial Z}{\partial x_B} = W_B \frac{\partial f_B}{\partial x_B} + \lambda \frac{\partial F}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial Z}{\partial y_B} = W_B \frac{\partial f_B}{\partial y_B} + \lambda \frac{\partial F}{\partial y} = 0$$

$$\frac{\partial Z}{\partial L_A} = W_A \frac{\partial f_A}{\partial L_A} + \lambda \frac{\partial F}{\partial L} = 0$$

$$\frac{\partial Z}{\partial L_B} = W_B \frac{\partial f_B}{\partial L_B} + \lambda \frac{\partial F}{\partial L} = 0$$

$$\frac{\partial Z}{\partial \lambda} = F(x_A + x_B, y_A + y_B, L_A + L_B) = 0$$

* Αἱ ποσότητες ἐργασίας ὑπεισέρχονται εἰς τὰς συναρτήσεις χρησιμότητος ὡς ἀρνητικαὶ ποσότητες.

Τὸ ἀνωτέρω σύστημα τῶν ἐπτὰ ἐξισώσεων δύναται νὰ λυθῇ ὡς πρὸς τοὺς ἐπτὰ ἀγνώστους ($x_A, x_B, y_A, y_B, L_A, L_B, \lambda$). Αἱ τιμαὶ δὲ τῶν ἀγνώστων αὐτῶν καθορίζουν τὸ μέγιστον δυνατὸν ἐπίπεδον κοινωνικῆς εὐημερίας. Διὰ καταλλήλων διευθετήσεων δυνάμεθα νὰ λάβωμεν τὰς κάτωθι συνθήκας, αἱ ὁποῖαι εἶναι αἱ γνωσταὶ ὀριακαὶ συνθήκαι τῆς κατὰ Pareto ἀριστοποιήσεως:

$$\frac{\partial f_A / \partial x_A}{\partial f_A / \partial y_A} = \frac{\partial f_B / \partial x_B}{\partial f_B / \partial y_B} = \frac{\partial F / \partial x}{\partial F / \partial y} = \frac{dy}{dx},$$

ἤτοι ὁ ὀριακὸς λόγος ὑποκαταστάσεως μεταξὺ τῶν δύο ἀγαθῶν (x καὶ y) δέον νὰ εἶναι ὁ αὐτὸς δι' ἀμφοτέρω τὰ ἄτομα καὶ ἴσος πρὸς τὸν ὀριακὸν λόγον μετασχηματισμοῦ.

Ἐπίσης ἔχομεν:

$$\frac{\partial f_A / \partial x_A}{\partial f_A / \partial L_A} = \frac{\partial f_B / \partial x_B}{\partial f_B / \partial L_B} = \frac{\partial F / \partial x}{\partial F / \partial L},$$

ἤτοι ὁ ὀριακὸς λόγος ὑποκαταστάσεως ἀργίας (ἀρνητικῆς ἐργασίας) δι' ἀγαθοῦ δέον νὰ εἶναι ὁ αὐτὸς δι' ἀμφοτέρω τὰ ἄτομα καὶ ἴσος πρὸς τὸ ὀριακὸν προϊόν τῆς ἐργασίας.

II. 1.4. Τὸ Θεώρημα τοῦ Arrow

Ἀνωτέρω ἐθέσαμεν τὸ πρόβλημα τῆς δυνατότητος μεταβάσεως ἀπὸ τὰς ἀτομικὰς συναρτήσεις προτιμήσεως εἰς μίαν κοινωνικὴν συνάρτησιν. Καὶ ὡς εἶδομεν τοῦτο ἀπαιτεῖ ἀξιολογικὰς ἢ ἠθικὰς κρίσεις. Ὁ *Kenneth Arrow* * διετύπωσεν ἐν θεώρημα περὶ τῆς δυνατότητος κατασκευῆς μιᾶς κοινωνικῆς διατάξεως (ιεραρχήσεως) προτιμήσεων, ἡ ὁποία νὰ ἀντανακλᾷ ἕλας τὰς ἀτομικὰς διατάξεις τῶν μελῶν τῆς κοινωνίας **. Τὸ θεώρημα τοῦτο εἶναι γνωστὸν ὡς θεώρημα τῆς μὴ δυνατότητος κατασκευῆς μιᾶς κοινωνικῆς διατάξεως προτιμήσεων (impossibility theorem). Τὸ ἐρώτημα τὸ ὁποῖον τίθεται κατὰ τὸν Arrow εἶναι: Ἐὰν ἀποκλείσωμεν κοινωνικὰς διατάξεις προτιμήσεως ἐναλλακτικῶν καταστάσεων ποὺ ἀπαιτοῦν διαπροσωπικὰς συγκρίσεις ἐπιπέδων ἱκανοποιήσεως καὶ διατάξεις αἵτινες ἐγένοντο ἀπὸ ἓν ἄτομον δι' ἐπιταγῆς εἶναι δυνατὴ ἢ κατασκευῆ ἐνὸς γενικοῦ κοινωνικοῦ κανόνος ἐπιλογῆς μεταξὺ ἐναλλακτικῶν καταστάσεων, ὁ ὁποῖος ὅμως νὰ εἶναι συνεπὴς μὲ ὀρισμένα

* *K. J. Arrow*, *Social Choice and Individual Values*, 1st ed. (1951), 2nd ed. 1963.

** *V.C. Walsh*, op. cit., σελ. 116 - 121. Βλ. ἐπίσης *J.M. Henderson & R. E. Quandt*, op. cit., σελ. 284 - 286, *J. Quirk* and *R. Saposnik*, *Introduction to General Equilibrium Theory and Welfare Economics*, 1968, σελ. 108 - 116, *D. J. Mayston*, *The Idea of Social Choice*, *MacMillan Studies in Economics*, 1974, σελ. 39 - 42, καὶ *E. Roy Weintraub*, op. cit., Chapt. 7.

ἀξιώματα καὶ συνθήκας ἀξιολογικῆς φύσεως; Ἡ ἀπάντησις εἰς τὸ ἐρώτημα εἶναι ἀρνητικὴ. Εἶναι ἀδύνατον γενικῶς νὰ ὑπάρξῃ συνέπεια εἰς τὴν κοινωνικὴν ἐπιλογὴν διὰ τοῦ κανόνος τῆς πλειοψηφίας χωρὶς νὰ παραβιασθοῦν μία ἢ περισσότεραι συνθήκαι τὰς ὁποίας θέτει ὁ Arrow καὶ αἱ ὁποῖαι θεωροῦνται ὡς λογικαί.

Κατὰ τὸν Arrow αἱ συνθήκαι τὰς ὁποίας πρέπει νὰ ικανοποιῇ ὁ κοινωνικὸς κανὼν διατάξεως προτιμήσεως τῶν ἐναλλακτικῶν καταστάσεων εἶναι αἱ ἀκόλουθοι:

Πρώτη συνθήκη: Ἡ κοινωνικὴ διάταξις πρέπει νὰ δίδῃ πλήρη, μεταβατικὴν καὶ αὐτοπαθῆ (ἀνταντακλαστικὴν) διάταξιν τῶν καταστάσεων διὰ κάθε σύνολον ἀτομικῶν διατάξεων προτιμήσεως τῶν καταστάσεων τούτων. Τὸ ἀξίωμα τῆς πληρότητος ὑποδηλοῖ ὅτι διὰ κάθε ζευγὸς καταστάσεων A καὶ B ἔξ ἐνὸς συνόλου καταστάσεων, ὅπου $A = B$, εἴτε ἡ A προτιμᾶται τῆς B , εἴτε ἡ B προτιμᾶται τῆς A , ἢ ἀμφότερα. Τὸ ἀξίωμα τῆς μεταβατικότητος ὑποδηλοῖ ὅτι διὰ τὰς καταστάσεις A , B καὶ Γ ἔξ ἐνὸς συνόλου καταστάσεων ἐὰν ἡ A προτιμᾶται τῆς B καὶ ἡ B προτιμᾶται τῆς Γ , τότε ἡ A προτιμᾶται τῆς Γ . Τὸ ἀξίωμα τῆς αὐτοπαθείας ὑποδηλοῖ ὅτι δοθεῖσα κατάστασις A , ἣτις ἀνήκει εἰς ἓν σύνολον καταστάσεων, εἶναι ἰσοδύναμος πρὸς τὸν ἑαυτὸν τῆς.

Δευτέρα συνθήκη: Μεταξὺ ἀτομικῶν καὶ κοινωνικῶν προτιμήσεων δέον νὰ ὑπάρχῃ θετικὴ σχέσις ἢ τουλάχιστον μὴ ἀρνητικὴ. Οὕτως, ἐὰν ἓν ἀτόμον προτιμᾷ τὴν κατάστασιν A ἐναντι τῆς B καὶ οὐδὲν ἄτομον τὸ ἀντίθετον, τότε ἡ A εἶναι κοινωνικῶς προτιμητέα τῆς B . Ἡ συνθήκη αὕτη, γνωστὴ ὡς συνθήκη τῆς ἀνταποκρίσεως (responsiveness), ἀποτελεῖ, ὡς ἀντιλαμβανόμεθα, τὸ Παρετιανὸν κριτήριον.

Τρίτη συνθήκη: Ἡ κοινωνικὴ διάταξις προτιμήσεων δέον νὰ μὴ ἐπιβληθῇ, ἀνεξαρτήτως τῶν προτιμήσεων τῶν ἀτόμων. Ἡ συνθήκη αὕτη, γνωστὴ ὡς συνθήκη τῆς μὴ ἐπιβολῆς (nonimposition), μετὰ τῆς συνθήκης τῆς ἀνταποκρίσεως ἀποτελοῦν ἐκεῖνο ποῦ ὁ Arrow ὠνόμασε «κυριαρχία τοῦ πολίτου» (citizen's sovereignty).

Τετάρτη συνθήκη: Ἡ κοινωνικὴ διάταξις προτιμήσεων δέον νὰ μὴ ἀνταντακλᾷ τὰς προτιμήσεις ἐνὸς μόνου ἀτόμου ἢ μιᾶς ὀλοκληρωτικῆς ἀρχῆς (nondictatorship condition).

Πέμπτη συνθήκη: Ἐὰν ἡ κοινωνία ἐπέλεξε μίαν ὀρισμένην κατάστασιν, τότε μεταβολὴ τῆς καταστάσεως ταύτης δέον νὰ ἀφήνῃ ἀνεπηρέαστους τὰς λοιπὰς ἐναλλακτικὰς καταστάσεις. Ἡ συνθήκη αὕτη εἶναι γνωστὴ ὡς συνθήκη τῆς ἀνεξαρτησίας τῶν ἀσχετίων μεταξύ των ἐναλλακτικῶν καταστάσεων (independence of irrelevant alternatives).

Τὸ θεώρημα τῆς μὴ δυνατότητος κατασκευῆς ἐνὸς κοινωνικοῦ κανόνος ἐπιλογῆς μεταξύ ἐναλλακτικῶν κοινωνικῶν καταστάσεων μᾶς λέγει ὅτι δὲν ὑφίσταται τοιοῦτος κοινωνικὸς κανὼν (κοινωνικὴ ἱεράρχησις προτιμήσεων), ὁ

όποιος νά ικανοποιητέ άπάσας τάς άνωτέρω συνθήκας. Έπομένως εάν έπρόκειτο νά επιλεγεί μία ιεράρχησης τριών έναλλακτικών καταστάσεων, αύτη θά ήτο ή ιεράρχησης ένός άτομου και όχι τής πλειοψηφίας.

Η κοινωνική ιεράρχησης πρέπει νά στηρίζεται εις τάς ιεραρχήσεις προτιμήσεων των άτόμων. Άλλ' ένώ αί άτομική ιεραρχήσεις καθ' έαυτά είναι συνεπείς ιεραρχήσεις, ή κοινωνική ιεράρχησης των έναλλακτικών καταστάσεων δυνατόν νά μή είναι. Άς λάβωμεν τό ακόλουθον παράδειγμα δύο άτόμων και τριών έναλλακτικών καταστάσεων x , y και z :

	1	2	3
"Άτομον Α	x	y	z
"Άτομον Β	y	z	x

Κατά τό άνωτέρω παράδειγμα ό Α προτιμά τό x έναντι του y και τό y έναντι του z και άρα τό x έναντι του z . Ό Β προτιμά τό y έναντι του z και τό z έναντι του x και άρα τό y έναντι του x . Άς λάβωμεν τάς καταστάσεις x και y . Διά τό Α άτομον xP_Ay και διά τό Β άτομον yP_Bx (όπου Ρ σημαίνει «προτιμητέον»). Έρωτάται: τί θά πρέπει νά ισχύη διά τήν κοινωνίαν όταν τά δύο άτομα έχουν αντίθετους προτιμήσεις; Κατά τόν Arrow, εις τήν περίπτωσιν αύτήν ή κοινωνία είναι αδιάφορος ένώπιον των δύο έναλλακτικών καταστάσεων, ήτοι εάν xP_Ay και yP_Bx , τότε xIy (όπου I σημαίνει «αδιάφορον»). Περαιτέρω, συμφώνως πρός τάς άνωτέρω ιεραρχήσεις των άτόμων, μεταξύ των καταστάσεων y και z θά έχωμεν: διά τό Α άτομον yP_Az και διά τό Β άτομον yP_Bz . Συνεπώς και διά τήν κοινωνίαν yPz . Άφού έχωμεν xIy , τότε βάσει του αξιώματος τής μεταβατικότητας θά πρέπει xPz , ήτοι τό x θά πρέπει νά προτιμάται υπό τής κοινωνίας έναντι του z . Άλλά ό Α προτιμά τό x έναντι του z και ό Β προτιμά τό z έναντι του x (άντίθετοι προτιμήσεις) και συνεπώς διά τήν κοινωνίαν θά ισχύη xIz . Αυτό όμως έρχεται εις αντίθεσιν πρός ό,τι είπομεν προηγουμένως, ότι δηλαδή xPz . Ούτω διαπιστοῦται ότι άκόμη και εις έν τόσον άπλοῦν παράδειγμα ή κατασκευή μιᾶς κοινωνικής ιεραρχήσεως έναλλακτικών καταστάσεων, βασιζομένης επί άτομικών ιεραρχήσεων, άποβαίνει αδύνατος, έφ' όσον θά τηρήσωμεν τάς υπό του Arrow τεθείσας συνθήκας*.

Η άνωτέρω αδυναμία κοινωνικής ιεραρχήσεως των καταστάσεων και συνεπώς ή αδυναμία κατασκευής μιᾶς κοινωνικής συναρτήσεως εϋημερίας δύναται νά μειωθῆ ή νά άπαλειφῆ έφ' όσον τροποποιηθοῦν ώρισμένα συνθήκαι

* Η άνωτέρω διαδικασία εφαρμοζόμενη εις τήν περίπτωσιν τής δια ψηφοφορίας ιεραρχήσεως των κοινωνικών καταστάσεων καταλήγει εις τό «παράδοξον τής ψηφοφορίας». Βλ. και *H.T. Koplin*, op. cit., σελ. 312 - 314, ως και *D. M. Winch*, op. cit., Chapt. 10.

του Arrow. 'Ο Arrow, π.χ., υποστηρίζει ότι όταν οι Α και Β έχουν αντίθετον ιεράρχησιν των καταστάσεων x και y τούτο σημαίνει ότι ή κοινωνία μένει αδιάφορος ως πρὸς τὰς δύο αὐτὰς καταστάσεις. 'Εν τούτοις εἶναι λογικὸν νὰ εἴπωμεν εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν ὅτι ή σύγκρισις τῶν καταστάσεων x καὶ y κοινωνικῶς δὲν εἶναι δυνατὴ, ὁπότε τὸ ἀποτέλεσμα θὰ εἶναι διαφορετικόν. 'Επίσης, ἐὰν διὰ μιᾶς μεθόδου ἐμετρούσαμεν τὴν ἔντασιν τῶν προτιμήσεων τῶν ἀτόμων διὰ τῆς εἰσαγωγῆς τῆς ἐννοίας τῆς ἀπολύτου χρησιμότητος (cardinality) θὰ ἐξελείφαμεν τὸ ἀδιέξοδον, ἤτοι τὴν παραβίασιν τοῦ ἀξιώματος τῆς μεταβατικότητος. 'Εὰν ὁ Α προτιμᾷ διακαῶς τὸ x ἔναντι τοῦ y καὶ ὁ Β μόλις προτιμᾷ τὸ y ἔναντι τοῦ x , τότε θὰ ἠδυνάμεθα νὰ εἴπωμεν ὅτι ή κοινωνία (ἀποτελουμένη ἐκ τῶν δύο ἀτόμων) προτιμᾷ τὸ x ἔναντι τοῦ y καὶ δὲν εἶναι αδιάφορος, ὡς θέλει ὁ Arrow *. Αὐτὸ ὅμως θὰ συνεπείγεται, ὡς εἰκόσ, τὴν εἰσαγωγὴν τῆς ἐννοίας τῆς διαπροσωπικῆς συγκρίσεως τῶν ἀτομικῶν ἐπιπέδων ἱκανοποιήσεως, τὴν ὁποίαν ἀπεκλείσαμεν.

Θὰ ἠδυνάμεθα νὰ ἔχωμεν μίαν συνεπῆ κοινωνικὴν ιεράρχησιν τῶν ἐναλλακτικῶν καταστάσεων ἐὰν αἱ διατάξεις τῶν προτιμήσεων τῶν ἀτόμων ἦσαν μονοκόρυφοι (single-peaked). Τούτο σημαίνει ὅτι αἱ ἐπιλογαὶ πρέπει νὰ διατάσσωνται κατὰ τρόπον ὥστε αἱ προτιμήσεις ἐκάστου ἀτόμου νὰ φθίνουσι μονοτόνως ἀπὸ καθὲ πλευρὰν τῆς πλέον ἐπιθυμητῆς ἐπιλογῆς, ἣτις ἀποτελεῖ καὶ τὴν κορυφὴν τῆς διατάξεως. 'Εὰν τούτο δὲν συμβαίνει, ὡς εἰς τὸ ἀνωτέρω παράδειγμα, τότε δὲν δύναται ή πλειονοψηφία τῶν ἀτόμων νὰ μᾶς δώσῃ συνεπῆ κοινωνικὴν ιεράρχησιν. Μονοκόρυφοι διατάξεις προτιμήσεων λαμβάνονται ὅταν αἱ ἐναλλακτικαὶ καταστάσεις ἢ αἱ πολιτικαὶ διαφέρουσι κατὰ ἓν χαρακτηριστικὸν καὶ οὐχὶ κατὰ περισσότερα **.

II. 2. Η ΑΡΙΣΤΟΠΟΙΗΣΙΣ ΤΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΥΠΟ ΔΙΑΦΟΡΟΥΣ ΜΟΡΦΑΣ ΑΓΟΡΑΣ

Εἰς τὸ τμήμα τούτο θὰ ἐξετάσωμεν τὰς ἀριστοποιητικὰς ιδιότητας ὀρισμένων μορφῶν ἀγορᾶς καὶ οικονομικῶν συστημάτων. Πρῶτον θὰ ἐξετάσωμεν κατὰ πόσον τὸ σύστημα τῆς ἐλευθέρου οικονομίας ὑπὸ δύο μορφᾶς ἀγορᾶς, τοῦ πλήρους ἀνταγωνισμοῦ καὶ τοῦ ἀτελοῦς ἀνταγωνισμοῦ, ὁδηγεῖται διὰ τοῦ αὐτομάτου μηχανισμοῦ του εἰς ἀρίστην κατὰ Pareto κατάστασιν καὶ κατόπιν θὰ εἰσέλθωμεν εἰς τὴν ἐξέτασιν τοῦ αὐτοῦ προβλήματος εἰς τὸ σύστημα τῆς σοσιαλιστικῆς οικονομίας.

* C. Hildreth, «Alternative conclusions for social orderings», εἰς *Econometrica*, Vol. 21 (1953), σελ. 81 - 94.

** H. T. Koplin, op. cit., σελ. 313 - 14.

Π.2.0. Ἡ κατὰ Pareto Ἀριστοποίησης ὑπὸ Καθεστῶς Πλήρους Ἀνταγωνισμοῦ

Διὰ νὰ ἀριστοποιηθῇ ὁλόκληρον τὸ οἰκονομικὸν σύστημα, ἤτοι διὰ νὰ λειτουργήσῃ τοῦτο κατὰ τὸν πλέον ἀποτελεσματικὸν τρόπον ἢ διὰ νὰ περιέλθῃ εἰς ἀρίστην κατὰ Pareto κατάστασιν, θὰ πρέπει ταυτοχρόνως ὅλοι οἱ καταναλωταὶ νὰ μεγιστοποιοῦν τὴν ἱκανοποίησίν των (μετὰ δεδομένην τὴν κατανομήν τοῦ εἰσοδήματος) καὶ ὅλοι οἱ ἐπιχειρηματῆαι νὰ μεγιστοποιοῦν τὰ κέρδη των ἢ ὅλοι αἱ παραγωγικαὶ μονάδες νὰ μεγιστοποιοῦν τὴν παραγωγὴν των. Ἐρωτᾶται: Εἶναι δυνατὸν νὰ ἐπιτευχθῇ τοιαύτη ἀρίστη κατάσταση τῆς οἰκονομίας ὑπὸ τὸ καθεστῶς τοῦ πλήρους ἀνταγωνισμοῦ; Ἡ ἀπάντησις εἰς τὸ ἐρώτημα εἶναι καταφατική.

Ὁ πλήρης ἀνταγωνισμὸς, ὑπὸ τὸ καθεστῶς τοῦ ὁποίου αἱ τιμαὶ τῶν ἀγαθῶν εἶναι δεδομένα διὰ τοὺς καταναλωτὰς καὶ αἱ τιμαὶ τῶν παραγωγικῶν συντελεστῶν δεδομένα διὰ τὰς ἐπιχειρήσεις, ὁδηγεῖ, ὡς τοῦτο διεπιστώσαμεν εἰς τὸ προηγούμενον Κεφάλαιον, τὸ σύστημα εἰς ἀρίστην κατὰ Pareto κατάστασιν. Ἡ ἀρίστη ὅμως κατὰ Pareto κατάστασις δὲν προϋποθέτει ὅπωςδὴποτε τὸν πλήρη ἀνταγωνισμόν, ὡς θὰ ἴδωμεν κατωτέρω. Τὸ ἀνταγωνιστικὸν σύστημα τῶν τιμῶν τῆς ἐλευθέρας οἰκονομίας εἶναι ἐλαστικῆς συνθήκη διὰ τὴν ἐπίτευξιν τοῦ κατὰ Pareto optimum, ἀλλὰ δὲν εἶναι καὶ ἀναγκαῖα συνθήκη, διότι δύναται τοῦτο νὰ ἐπιτευχθῇ καὶ ὑπὸ ἐτέρων καθεστῶτων. Ὡς ἐπίσης τὸ ἀνταγωνιστικὸν σύστημα τιμῶν δὲν δύναται νὰ ὁδηγήσῃ εἰς τὴν ἐπίτευξιν τοῦ κατὰ Pareto optimum τῆς κοινωνίας, ὅταν δὲν ἰσχύουν ὠρισμένοι συνθήκαι, ὡς ἡ κυρτότης τῶν καμπύλων προτιμήσεως, ἢ ἀνεξαρτησία ἐκ τῶν ἐξωτερικῶν ἐπιδράσεων καὶ τὸ ἀκήρεστον τῶν ἀναγκῶν.

Ἄς ἴδωμεν τώρα διατί ὑπὸ τὸ καθεστῶς τοῦ πλήρους ἀνταγωνισμοῦ ἱκανοποιοῦνται αἱ ἀπαιτούμεναι συνθήκαι διὰ τὴν κατὰ Pareto ἀριστοποίησιν.

1. Ἡ πρώτη βασικὴ συνθήκη ἀπαιτεῖ ὅπως ὁ ὀριακὸς λόγος (ὑποκειμενικῆς) ὑποκαταστάσεως μετὰξὺ δύο ἀγαθῶν εἶναι κοινὸς δι' ὅλους τοὺς καταναλωτὰς. Ὑπὸ πλήρη ἀνταγωνισμόν οἱ καταναλωταὶ μεγιστοποιοῦν τὴν ἱκανοποίησίν των διὰ τῆς ἐξισώσεως τοῦ ὀριακοῦ λόγου ὑποκαταστάσεως (ΟΛΥ) ἢ τοῦ λόγου τῶν ὀριακῶν χρησιμότητων τῶν δύο ἀγαθῶν πρὸς τὸν λόγον τῶν τιμῶν τῶν δύο ἀγαθῶν. Ἀφοῦ αἱ τιμαὶ (καὶ συνεπῶς ὁ λόγος τῶν τιμῶν) εἶναι αἱ αὐταὶ δι' ὅλους τοὺς καταναλωτὰς ὑπὸ τὸν πλήρη ἀνταγωνισμόν ἔπεται ὅτι ὁ ΟΛΥ πρέπει νὰ εἶναι κοινὸς δι' ὅλους τοὺς καταναλωτὰς. Ἡτοι δι' ἕκαστον καταναλωτὴν θὰ ἰσχύῃ

$$\frac{\partial f_A / \partial x_A}{\partial f_A / \partial y_A} = \frac{dy_A}{dx_A} = - \frac{p_x}{p_y}$$

$$\frac{\partial f_B / \partial x_B}{\partial f_B / \partial y_B} = \frac{dy_B}{dx_B} = - \frac{p_x}{p_y}$$

Άρα ο πλήρης ανταγωνισμός ικανοποιεί την συνθήκη αυτήν.

2. Η δεύτερα βασική συνθήκη απαιτεί ο όριακός λόγος (τεχνικής) υποκαταστάσεως μεταξύ των συντελεστών της παραγωγής (ή ο λόγος των όριακων φυσικών προϊόντων των δύο συντελεστών) να είναι ο αυτός δι' όλους τους παραγωγούς. Υπό πλήρη ανταγωνισμό κάθε παραγωγός μεγιστοποιεί την παραγωγή του δια της εξισώσεως του όριακού λόγου (τεχνικής) υποκαταστάσεως (ΟΛΤΥ) μεταξύ των συντελεστών ή του λόγου των όριακων φυσικών προϊόντων των συντελεστών προς τον λόγον των τιμών (άμοιβών) τούτων. Αφού αι τιμαί (άμοιβαι) των συντελεστών είναι αι αυτά δι' όλους τους παραγωγούς υπό τὸ καθεστὼς τοῦ πλήρους ανταγωνισμού ἔπεται ὅτι ὁ ΟΛΤΥ ἢ ὁ λόγος των όριακων προϊόντων είναι κοινός δι' όλους τους παραγωγούς. Ἡτοι δι' ἕκαστον παραγωγόν, ὁ ὁποῖος παράγει ἔστω τὸ ἀγαθὸν x, θὰ πρέπει νὰ ἰσχύη

$$\frac{9f/9K_x}{9f/9L_x} = -\frac{dL_x}{dK_x} = \frac{r}{w}$$

Άρα ο πλήρης ανταγωνισμός ικανοποιεί την συνθήκη αυτήν.

3. Η τρίτη βασική συνθήκη απαιτεί ο όριακός λόγος μετασχηματισμοῦ εἰς τὴν παραγωγήν των δύο ἀγαθῶν νὰ εἶναι ἴσος πρὸς τὸν κοινὸν όριακὸν λόγον υποκαταστάσεως μεταξύ των ἀγαθῶν τούτων εἰς τὴν κατανάλωσιν. Ὁ όριακός λόγος μετασχηματισμοῦ (ΟΛΜ) πρέπει νὰ εἶναι ὁ αυτός δι' ἕκαστον παραγωγόν πὺ παράγει τὰ δύο ἀγαθά. Ὁ ΟΛΜ, ὅπως ἤδη γνωρίζομεν, εἶναι ἴσος πρὸς τὸν λόγον των όριακων κόστων των ἀγαθῶν εἰς ὄρους τοῦ αὐτοῦ συντελεστοῦ παραγωγῆς, ἦτοι:

$$OAM = -\frac{dy}{dx} = \frac{MC_x}{MC_y}$$

Δεδομένου ὅτι εἰς τὸν πλήρη ανταγωνισμόν καὶ ἐν ἰσορροπία τὸ όριακὸν κόστος ἰσοῦται πρὸς τὴν τιμὴν θὰ ἔχωμεν:

$$OAM = \frac{MC_x}{MC_y} = \frac{P_x}{P_y}$$

ἦτοι ὁ ΟΛΜ ἰσοῦται πρὸς τὸν λόγον των τιμῶν των δύο ἀγαθῶν. Ἄλλ' ὅπως διεπιστώσαμεν ἐκ τῆς πρώτης συνθήκης, ὁ ΟΛΤ ἰσοῦται, ὑπὸ καθεστὼς πλήρους ανταγωνισμού, πρὸς τὸν λόγον των τιμῶν καὶ συνεπῶς ὁ ΟΛΜ ἰσοῦται πρὸς τὸν ΟΛΤ διὰ κάθε ζεύγος ἀγαθῶν, ἦτοι συμβολικῶς

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy_A}{dx_A} = \frac{dy_B}{dx_B} = \frac{P_x}{P_y}$$

"Αρα ο πλήρης ανταγωνισμός ικανοποιεί την τρίτην συνθήκην τῆς κατὰ Pareto ἀριστοποίησης.

Ἡ κατὰ Pareto ἀριστοποίησης καὶ ἡ ανταγωνιστικὴ ἰσορροπία. Εἶδομεν ὅτι κάθε σημεῖον τῆς καμπύλης ἀρίστων σημείων κατανομῆς τῶν ἀγαθῶν εἶναι ἄριστον κατὰ Pareto. Συγχρόνως ὅμως εἶναι καὶ σημεῖον δυνατῆς ἰσορροπίας εἰς τὴν κατανάλωσιν, ἐφ' ὅσον δοθῇ ὁ λόγος τῶν τιμῶν τῶν δύο ἀγαθῶν, ἕπερ συμβαίνει εἰς τὸν πλήρη ανταγωνισμόν. Κάθε σημεῖον τῆς καμπύλης ἀρίστων σημείων κατανομῆς τῶν παραγωγικῶν συντελεστῶν εἶναι ἄριστον κατὰ Pareto. Συγχρόνως ὅμως εἶναι καὶ σημεῖον δυνατῆς ἰσορροπίας εἰς τὴν παραγωγὴν, ἐφ' ὅσον δοθῇ ὁ λόγος τῶν τιμῶν τῶν παραγωγικῶν συντελεστῶν, ἕπερ συμβαίνει εἰς τὸν πλήρη ανταγωνισμόν. Ἐπίσης κάθε σημεῖον τῆς καμπύλης μετασχηματισμοῦ εἶναι ἄριστον κατὰ Pareto καὶ συγχρόνως εἶναι σημεῖον δυνατῆς ἰσορροπίας, ὅταν δοθῇ ὁ λόγος τῶν τιμῶν τῶν δύο ἀγαθῶν, ἕπερ συμβαίνει εἰς τὸν πλήρη ανταγωνισμόν. Αἱ ἄριστα κατὰ Pareto θέσεις (σημεῖα) εἶναι ἄπειροι, ἀλλ' ὁ πλήρης ανταγωνισμός διὰ τῆς διαμορφώσεως ἐνιαίου λόγου τιμῶν ἐπιλέγει μίαν θέσιν, ἣτις εἶναι καὶ ἡ θέσις ανταγωνιστικῆς ἰσορροπίας τοῦ συστήματος. Ἐκεῖνο τὸ ὅποιον ἐνδιαφέρει εἶναι ὁ λόγος τῶν τιμῶν (ἢ κλίσις τῆς εὐθείας τῆς ἐφαπτομένης εἰς τὴν καμπύλην ἀδιαφορίας τοῦ καταναλωτοῦ ἢ τὴν καμπύλην ἰσοπαραγωγῆς ἢ τὴν καμπύλην μετασχηματισμοῦ) καὶ ὄχι τὸ ἀπόλυτον ὕψος τῶν τιμῶν. Ὁ αὐτὸς λόγος τιμῶν πρὸς ἐπίτευξιν τῆς ανταγωνιστικῆς ἰσορροπίας δύναται νὰ ὑπάρξῃ μὲ διάφορα (ἀπόλυτα) ἐπίπεδα τιμῶν. Ἡ μοναδικότης ἐνὸς σημείου ἰσορροπίας δὲν βλάπτεται ἐὰν ὅλαι αἱ τιμαὶ πολλαπλασιασθοῦν ταυτοχρόνως ἐπὶ τὸν αὐτὸν ἀριθμόν.

II. 2.1. Ἡ κατὰ Pareto Ἀριστοποίησης ὑπὸ Καθεστῶς Ἀτελοῦς Ἀνταγωνισμοῦ

Ὑπὸ καθεστῶς ἀτελοῦς ἀνταγωνισμοῦ, μονοπωλίου, ὀλιγοπωλίου, διμεροῦς μονοπωλίου καὶ ἄλλων μορφῶν ἀτελειῶν τῆς ἀνταγωνιστικῆς ἀγορᾶς αἱ ὀριακαὶ συνθήκαι τῆς κατὰ Pareto ἀριστοποίησης παραβιάζονται, μὲ συνέπειαν τὴν μὴ ἐπίτευξιν ἀρίστης κατανομῆς τῶν πόρων. Ταῦτα διότι αἱ γνωσταὶ ὀριακαὶ συνθήκαι ἰσορροπίας (μεγιστοποίησης) τῶν μορφῶν τοῦ ἀτελοῦς ἀνταγωνισμοῦ, ὅπως π.χ. $MR = MC \neq p$, δὲν ικανοποιοῦν τὰς ἀπαιτήσεις τῆς ἀρίστης κατανομῆς τῶν πόρων.

Ἄς ἴδωμεν κατὰ πρῶτον τὴν περίπτωσιν τῆς μὴ ὑπάρξεως πλήρους ἀνταγωνισμοῦ διὰ τοὺς καταναλωτάς. Ἐνῶ εἰς τὸν πλήρη ἀνταγωνισμόν, ὡς γνωρίζομεν, αἱ τιμαὶ εἶναι δεδομένα δι' ἑλοῦς τοὺς καταναλωτάς (price-takers), μὴ δυνάμενοι οὗτοι νὰ τὰς ἐπηρεάσουν, εἰς τὴν περίπτωσιν τοῦ ἀτελοῦς ἀνταγωνισμοῦ εἰς τὴν κατανάλωσιν ἕνας ἢ περισσότεροι καταναλωταὶ δύναται διὰ τῆς ἀγοραζομένης ποσότητος τοῦ ἀγαθοῦ ἢ τῆς προσφερομένης ποσότητος

εργασίας των να επηρεάσουν την τιμήν. Είς την περίπτωσιν λοιπόν αὐτὴν ἔχομεν τὴν κατὰ Pareto ἀριστοποίησιν εἰς τὴν κατανάλωσιν; Ἡ ἀπάντησις εἶναι ἀρνητικὴ καὶ ἰδοὺ διατί:

Ἄς ὑποθέσωμεν ὅτι ὑφίστανται δύο καταναλωταὶ (οἱ A καὶ B), δύο ἀγαθὰ (x, y) καὶ ἓνας συντελεστὴς τῆς παραγωγῆς (L), τοῦ ὁποίου ἡ ποσότης εἶναι δεδομένη (ἀνελαστικὴ προσφορά). Εἰς τὴν ἀγορὰν τοῦ συντελεστοῦ ὑφίσταται πλήρης ἀνταγωνισμὸς καὶ ἡ τιμὴ τούτου εἶναι συνεπῶς δεδομένη (w). Αἱ συναρτήσεις χρησιμότητος ἐκάστου καταναλωτοῦ εἶναι:

$$U_A = f_A(x_A, y_A, L_A) \quad \text{καὶ} \quad U_B = f_B(x_B, y_B, L_B)$$

Ἄς ὑποθέσωμεν ὅτι ἡ τιμὴ τοῦ ἀγαθοῦ x (p_x) δὲν εἶναι δεδομένη, ἀλλὰ ἐξαρτᾶται ἐκ τῆς συνολικῶς ζητουμένης ποσότητος τούτου, ἥτοι $p_x = h(x)$, ὅπου $x = x_A + x_B$. Αἱ εἰσοδηματικαὶ ἐξισώσεις (περιορισμοὶ) ἐκάστου καταναλωτοῦ θὰ εἶναι:

$$wL_A = h(x) x_A + p_y y_A \quad \text{καὶ} \quad wL_B = h(x) x_B + p_y y_B,$$

ὅπου wL_A καὶ wL_B εἶναι τὸ εἰσόδημα τῶν A καὶ B ἀντιστοίχως. Ἐκαστος καταναλωτὴς μεγιστοποιεῖ τὴν συνάρτησιν ὠφελιμότητος ὑποκείμενος εἰς τὸν εἰσοδηματικὸν περιορισμὸν. Πρὸς τούτοις σχηματίζομεν τὰς Λαγκρανζιανὰς ἐξισώσεις:

$$V_A = f_A(x_A, y_A, L_A) + \lambda [wL_A - h(x) x_A - p_y y_A]$$

$$V_B = f_B(x_B, y_B, L_B) + \lambda [wL_B - h(x) x_B - p_y y_B]$$

καὶ θέτομεν τὰς μερικὰς παραγώγους ἴσας πρὸς τὸ μηδέν:

$$\frac{\partial V_A}{\partial x_A} = \frac{\partial f_A}{\partial x_A} - \lambda [p_x + x_A h'(x)] = 0$$

$$\frac{\partial V_A}{\partial y_A} = \frac{\partial f_A}{\partial y_A} - \lambda p_y = 0$$

$$\frac{\partial V_A}{\partial L_A} = \frac{\partial f_A}{\partial L_A} - \lambda w = 0$$

$$\frac{\partial V_A}{\partial \lambda} = wL_A - h(x) x_A - p_y y_A = 0$$

(Τὸ αὐτὸ πράττομεν καὶ διὰ τὸν B).

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω πρώτων συνθηκῶν λαμβάνομεν διὰ διαιρέσεως

$$\frac{\partial f_A / \partial x_A}{\partial f_A / \partial y_A} = \frac{p_x + x_A h'(x)}{p_y} \quad \text{καὶ} \quad \frac{\partial f_A / \partial x_A}{\partial f_A / \partial L_A} = \frac{p_x + x_A h'(x)}{w}$$

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω συνθηκῶν προκύπτει ὅτι ὁ λόγος τῶν ὀριακῶν χρησιμότητων τῶν δύο ἀγαθῶν (ἢ ἄλλως ὁ ὀριακὸς λόγος ὑποκαταστάσεως μεταξὺ τῶν ἀγαθῶν) δὲν ἰσοῦται πρὸς τὸν λόγον τῶν τιμῶν καὶ συνεπῶς ἡ κατανομή τῶν ἀγαθῶν δὲν εἶναι ἀρίστη κατὰ Pareto.

Ἄς ἐλθῶμεν εἰς τὴν περίπτωσιν τοῦ μονοπωλίου εἰς τὴν παραγωγὴν δύο ἀγαθῶν, μὲ ἀνελαστικὴν τὴν προσφορὰν τοῦ συντελεστοῦ τῆς παραγωγῆς (ἔστω ἐργασίας) μὲ τὸν ὅποιον παράγονται τὰ ἀγαθὰ καὶ εἰς τὴν ἀγορὰν τοῦ ὁποίου ὑφίσταται πλήρης ἀνταγωνισμός. Ὁ μονοπωλητὴς διὰ νὰ μεγιστοποιήσῃ τὸ κέρδος του πρέπει νὰ ἐξισώσῃ τὴν ὀριακὴν πρόσδοον (MR), ἡ ὁποία εἶναι χαμηλότερα τῆς μέσης προσόδου (= τιμῆς), πρὸς τὸ ὀριακὸν κόστος (MC).

Εἰς τὴν περίπτωσιν τῶν δύο ἀγαθῶν θὰ ἔχωμεν

$$\frac{MR_x}{MR_y} = \frac{MC_x}{MC_y} = OAM.$$

Ἄλλ' ἐὰν $MR_x \neq p_x$ καὶ $MR_y = p_y$, τότε

$$\frac{MR_x}{MR_y} = \frac{p_x}{p_y} \quad \text{καὶ συνε-}$$

πῶς $OAM \neq \frac{p_x}{p_y}$, ἀφοῦ $OAM = \frac{MC_x}{MC_y}$, ἦτοι δὲν πληροῦται ἡ συνθήκη τῆς κατὰ Pareto ἀριστοποιήσεως. Ἐὰν ὅμως $MR_x = kp_x$ καὶ $MR_y = kp_y$, ἦτοι ἐὰν ἡ τιμὴ εἶναι κατὰ τὸ αὐτὸ ποσοστὸν μεγαλύτερα τοῦ ὀριακοῦ κόστους διὰ κάθε ἀγαθόν, τότε

$$\frac{MC_x}{MC_y} = \frac{MR_x}{MR_y} = \frac{p_x}{p_y} \quad \text{καὶ συνεπῶς}$$

$$OAM = \frac{MC_x}{MC_y} = \frac{p_x}{p_y}. \quad \text{Τοῦτο σημαίνει ὅτι πληροῦται ἡ συνθήκη τῆς κατὰ}$$

Pareto ἀριστοποιήσεως. Ἐν προκειμένῳ ὅμως συμβαίνει τὸ ἐξῆς: Ἡ πραγματικὴ ἀμοιβὴ τῆς ἐργασίας, διὰ τῆς ὁποίας παράγονται τὰ δύο ἀγαθὰ, μειοῦται (λόγω ὑψηλῶν τιμῶν τῶν ἀγαθῶν), ἐνῶ τὰ κέρδη τοῦ μονοπωλίου εἶναι ὑψηλότερα ἐκείνων τοῦ πλήρους ἀνταγωνισμοῦ. Ὑπὸ αὐτὰς λοιπὸν τὰς συνθήκας τὸ μονοπώλιον δὲν ἔθιξε τὴν κατὰ Pareto ἀριστοποίησιν, ἀλλ' ἐπέφερε μεταβολὴν εἰς τὴν διανομὴν τοῦ εισοδήματος, ἡ ὁποία, ὑπὸ ὠρισμέναις ἀξιολογήσεις, δὲν εἶναι ἐπιθυμητὴ.

Ἐπίσης καὶ αἱ περιπτώσεις τοῦ δυοπωλίου, τοῦ ὀλιγοπωλίου καὶ τοῦ μονοπωλιακοῦ ἀνταγωνισμοῦ ὁδηγοῦν συνήθως (πλὴν ἐξαιρέσεων) εἰς μὴ ἀρίστας κατὰ Pareto καταστάσεις.

Π. 2.2. 'Η κατά Pareto 'Αριστοποίησης υπό Καθεστώς Σοσιαλιστικής Οικονομίας

Είπομεν ότι ὁ πλήρης ἀνταγωνισμὸς εἶναι ἐπαρκής, ἀλλ' ὄχι ἀναγκαῖα συνθήκη διὰ τὴν κατὰ Pareto ἀριστοποίησιν τοῦ οἰκονομικοῦ συστήματος, διότι καὶ ὑπὸ καθεστὸς κοινωνιστικῆς ὀργανώσεως τῆς οἰκονομίας δύναται διὰ καταλλήλων χειρισμῶν νὰ ἐπιτευχθῇ ἡ ἀριστοποίησις αὐτή. Κατὰ πόσον ὅμως εἰς τὴν πρᾶξιν εἶναι ἐφικτὸν νὰ ὑπάρξουν ὑπολογισμοὶ ἢ χειρισμοὶ τοιοῦτοι, ὥστε νὰ ὀδηγήσουν εἰς τὴν ἱκανοποίησιν τῶν ἀπαιτουμένων συνθηκῶν τῆς ἀριστοποιήσεως εἶναι ἓνα ἄλλο θέμα.

Διὰ νὰ ἴδωμεν κατὰ πόσον ἡ κοινωνιστικὴ ὀργάνωσις τῆς οἰκονομίας ὀδηγεῖ εἰς τὴν κατὰ Pareto ἀριστοποίησιν θὰ πρέπει νὰ εἴπωμεν τί ἐννοοῦμεν μὲ τὸν ὄρον κοινωνιστικὴ ὀργάνωσις*. Τὸ κοινωνιστικὸν σύστημα ὀργάνωσεως τῆς οἰκονομίας χαρακτηρίζεται ἀπὸ τὸ γεγονός ὅτι τὰ μέσα παραγωγῆς ἀνήκουν εἰς τὴν κοινωνίαν ἢ τὸ κράτος. Αὕτη εἶναι ἡ βασικὴ προϋπόθεσις. Πέραν δὲ ταύτης, ἀναλόγως τοῦ βαθμοῦ ἐλευθερίας κατὰ τὴν ἐπιλογὴν εἰς τὴν κατανάλωσιν, τὴν διάθεσιν τοῦ συντελεστοῦ ἐργασίας καὶ τὴν παραγωγὴν, ὡς καὶ τοῦ τρόπου ὀργανώσεως τῶν διαφόρων λειτουργιῶν (παραγωγῆς, κατανάλωσεως, ἀνταλλαγῆς), ἔχομεν διαφόρους μορφὰς καὶ ἀποχρώσεις τῆς σοσιαλιστικῆς οἰκονομίας**. Εἰς τὸ σύστημα τῆς ἐλευθέρως οἰκονομίας ἡ λειτουργία τῶν ἀγορῶν διὰ τοῦ αὐτομάτου μηχανισμοῦ τῶν τιμῶν ἐξασφαλίζει τὴν κατανομὴν τῶν πόρων εἰς τὴν οἰκονομίαν. Κατὰ πόσον ἡ κατανομὴ αὕτη εἶναι ἀρίστη ἐξαρτᾶται εἰς τὴν πρᾶξιν ἀπὸ τὸ κατὰ πόσον πληροῦνται ὅλαι αἱ προϋποθέσεις ἀπροσκόπτου λειτουργίας τοῦ πλήρους ἀνταγωνισμοῦ. Εἰς τὴν σοσιαλιστικὴν οἰκονομίαν δὲν εἶναι ἀπαραίτητος ἡ λειτουργία ἀγορῶν, δύναται ὅμως ἡ ὀργάνωσις ταύτης νὰ στηρίζεται καὶ εἰς τὴν λειτουργίαν ὠρισμένων ἀγορῶν. Οὕτω δυνάμεθα νὰ ἔχωμεν δύο τρόπους ὀργάνωσεως τῆς σοσιαλιστικῆς οἰκονομίας***: (α) τὴν κεντρικῶς διευθυνομένην ἢ τὴν κατ' ἐπιταγὴν ὀργάνωσιν (centrally directed or command socialism) καὶ (β) τὸν ἀνταγωνιστικὸν σοσιαλισμὸν (market or competitive socialism). Κατωτέρω θὰ ἐξετάσωμεν συντόμως τὴν δυνατότητα τῆς ἀρίστης κατανομῆς ὑπὸ τὰς ἀνωτέρω δύο μορφὰς σοσιαλισμοῦ.

* Ὁ Enrico Barone ἀπέδειξε τὸ 1908 εἰς ἄρθρον του**** ὅτι ὑπὸ ἰδανι-

* Περὶ οἰκονομικῶν συστημάτων βλ. R. Carson, *Comperative economic systems*, London, G. Grossman, *Economic systems*, Prentice—Hall 1967, A. Χουμανίδη, *Συγκριτικὴ τῶν οἰκονομικῶν συστημάτων*, Ἀθήναι 1975.

** Περὶ τοῦ ὀρισμοῦ βλ. M. Dobb, *op. cit.*, Chap. 7.

*** C.A. Tisdell, *op. cit.*, Chapt. 22.

**** Τὸ ἄρθρον τοῦτο μετεφράσθη εἰς τὴν ἀγγλικὴν ὑπὸ τὸν τίτλον «The ministry of production in the collectivist state» τὸ 1935 εἰς F.A. von Hayek (ed.), *Collectivist Economic Planning*, London 1935.

κας συνθήκας μιᾶς σοσιαλιστικῆς οἰκονομίας δυνάμεθα διὰ κεντρικῆς διευθύνσεως ἢ δι' ἀνταγωνιστικῶν μεθόδων νὰ ἐπιτύχωμεν τὴν κατὰ Pareto ἀριστοποίησιν, δεδομένου ὅτι αὕτη εἶναι ἀνεξάρτητος τοῦ γεγονότος ποῦος κατέχει τὰ μέσα παραγωγῆς. Κατόπιν ἕτεροι οἰκονομολόγοι, ὡς οἱ *F.M. Taylor*, *H.D. Dickinson*, *O. Lange*, *A.P. Lerner* κ.ἄ., ἀπέδειξαν τὴν δυνατότητα τῆς ἀρίστης κατανομῆς τῶν πόρων ὑπὸ διαφόρους μορφὰς σοσιαλιστικῆς ὁργανώσεως*. Ἀντιθέτως, τὴν ἀδυναμίαν τῆς σοσιαλιστικῆς ὁργανώσεως νὰ ἐπιτύχη ἀρίστην κατανομήν τῶν πόρων προσεπάθησαν νὰ ἀποδείξουν κυρίως οἱ *L. von Mises*, *F. von Hayek* καὶ *L. Robbins*.

Α. Εἰς τὸ κεντρικῶς διευθυνόμενον σύστημα (συγκεντρωτικὴ ὁργάνωσις) δύνανται νὰ ὑπάρξουν διάφοροι παραλλαγαί. Μία παραλλαγή (ἢ πλέον αὐστηρά) εἶναι ὁ καθορισμὸς ὅλων τῶν στόχων καὶ τῶν κατανομῶν τῶν φυσικῶν ποσοτήτων μεταξύ περιοχῶν, κλάδων καὶ παραγωγικῶν μονάδων ἀπὸ μίαν Κεντρικὴν Ἀρχὴν Προγραμματισμοῦ καὶ ἡ ἐκδοσις ἐντολῶν ἐνεργείας πρὸς ἐπίτευξιν τῶν σχεδιασθέντων κεντρικῶς. Ὁ τρόπος αὐτὸς δὲν λαμβάνει ὑπ' ὄψιν του τὰς εἰς τὴν οἰκονομίαν ὑφισταμένας ἀλληλεξαρτήσεις, ὡς καὶ τὴν γνώμην τῶν οἰκονομικῶν μονάδων περὶ τοῦ ἐφικτοῦ, πρᾶγμα τὸ ὅποιον καθιστᾷ λίαν ἀμφίβολον τὴν ἀποτελεσματικότητά του. Διὰ τὸν λόγον αὐτὸν συνήθως ἡ Κεντρικὴ Ἀρχὴ ὑποβάλλει τὰ ἐπὶ μέρους σχέδια εἰς τὰς οἰκονομικὰς μονάδας, λαμβάνει τὴν γνώμην αὐτῶν περὶ τοῦ ἐφικτοῦ καὶ προβαίνει ἀναλόγως εἰς ἀναθεωρήσεις**. Εἶναι ἐν τούτοις λίαν ἀπίθανον ὁ τρόπος αὐτὸς νὰ ὀδηγήσῃ εἰς ἀριστοποίησιν τοῦ συστήματος. Πλέον συστηματικὸς εἶναι ὁ τρόπος διὰ τῆς χρησιμοπορήσεως τεχνικῶν, ἕπως τοῦ γραμμικοῦ προγραμματισμοῦ καὶ τῶν εἰσοῶν-ἐκροῶν. Ἐνταῦθα λαμβάνεται ὑπ' ὄψιν ἀπὸ τὴν Κεντρικὴν Ἀρχὴν ἡ ἀλληλεξάρτησις τοῦ ὅλου συστήματος. Κατὰ τὴν μέθοδον εἰσοῶν-ἐκροῶν καθορίζεται τὸ διάνυσμα τῆς τελικῆς ζητήσεως (ἤτοι αἱ καθαρὰι ποσότητες ἐτοιμῶν ἀγαθῶν) καὶ βάσει αὐτοῦ, τῇ βοήθειᾳ τῆς γραμμικῆς ἀλγέβρας, καθορίζονται τὰ ἀπαιτούμενα ἐπίπεδα παραγωγῆς ἐνδιαμέσων ἀγαθῶν***. Ἡ Κεντρικὴ Ἀρχὴ ἐκδίδει ἐντολὰς πρὸς τὰς οἰκονομικὰς μονάδας διὰ τὴν παραγωγὴν τῶν ὑπὸ τῆς λύσεως τοῦ συστήματος εἰσοῶν-ἐκροῶν ὑποδεικνυομένων ποσοτήτων καὶ πρὸς ἀνταλλαγὴν τῶν ποσοτήτων τούτων μεταξύ τῶν κλάδων τῆς οἰκονομίας (βάσει τῶν διακλαδικῶν σχέσεων).

Ὁ ἀνωτέρω συγκεντρωτικὸς τρόπος ὁργανώσεως τῆς οἰκονομικῆς δραστηριότητος δύναται εἰς κάποιαν ἔκτασιν νὰ ἀποσυγκεντρωποιηθῇ, χωρὶς ὅμως

* Βλ. *M. Dobb*, op. cit., Chapt. 9, καὶ *O. Lange* & *F.M. Taylor*, op. cit.

** Βλ. *C.A. Tisdell*, op. cit., σελ. 402 - 409.

*** Βλέπε *Σ.Α. Σαταντίδη*, Μαθήματα Οἰκονομικῆς Ἀναλύσεως, Γραμμικὴ Οἰκονομικὴ Ἀνάλυσις, 1972, ὡς καὶ *Α.Α. Λάζαρη*, Οἰκονομικὸς Προγραμματισμὸς.

ἡ Κεντρικὴ Ἀρχὴ νὰ ἀπωλέσῃ τὸν κυρίαρχον ρόλον τῆς, διὰ τοῦ καθορισμοῦ ὑπολογιστικῶν τιμῶν (shadow prices), τὰς ὁποίας αὕτη θὰ διοχετεύσῃ πρὸς τὰς οικονομικὰς μονάδας. Βάσει δὲ τῶν τιμῶν τούτων αἱ ἐπὶ μέρους οικονομικαὶ μονάδες θὰ προβοῦν εἰς παραγωγικὴν δραστηριότητα, ἐφαρμόζουσαι τὴν ἀρχὴν τῆς μεγιστοποιήσεως τῶν κερδῶν των. Διὰ νὰ ἐπιτευχθῇ ἡ κατὰ Pareto ἀριστοποίησις δὲν εἶναι ἀπαραίτητον αἱ σχετικαὶ τιμαὶ νὰ καθορισθοῦν αὐτομάτως διὰ τῶν ἐλευθέρων δυνάμεων τῆς ἀγορᾶς. Δύναται τὸ σύστημα νὰ ἀριστοποιηθῇ καὶ διὰ τῶν ὑπολογιστικῶν τιμῶν, ὁ λόγος τῶν ὑποίων θὰ πρέπει νὰ εἶναι τοιοῦτος, ὥστε νὰ ἰσοῦται, διὰ κάθε ζευγὸς ἀγαθῶν, πρὸς τὸν ὀριακὸν λόγον ὑποκαταστάσεως εἰς τὴν κατανάλωσιν καὶ τὸν ἐπιλεγέντα ὀριακὸν λόγον μετασχηματισμοῦ εἰς τὴν παραγωγὴν *. Ἡ κατανομὴ τῶν ποσοτήτων τῶν παραγωγικῶν συντελεστῶν καὶ ἡ ἐπιλογή τοῦ σημείου ἐπὶ τῆς καμπύλης μετασχηματισμοῦ θὰ γίνῃ ἀπὸ τὴν Κεντρικὴν Ἀρχήν.

Ὅπως γίνεται ἕμως ἀντιληπτόν, ἡ ἐξεύρεσις ἀκριβῶν τιμῶν ὑπὸ τῆς Κεντρικῆς Ἀρχῆς, βάσει τῶν ὑποίων θὰ δράσουν παραγωγικῶς αἱ μονάδες, ἀπαιτεῖ ἄπειρον ἀριθμὸν ὑπολογισμῶν, οἱ ὅποιοι εἰς τὴν πρᾶξιν δημιουργοῦν δυσχερεῖας παρὰ τὴν ὑπαρξίν ἠλεκτρονικῶν ὑπολογιστῆρων. Οἱ τελευταῖοι οὔτοι θὰ πρέπει νὰ ἐργάζωνται διὰ νὰ ἐπιλύσουν τεράστιον ἀριθμὸν ἐξισώσεων, αἱ ὁποῖαι ἀντιπροσωπεύουν πᾶσαν σχέσιν εἰς τὴν οἰκονομίαν. Εἰς τὴν ἐλευθέραν οἰκονομίαν τὸν ρόλον αὐτὸν παίξει ὁ αὐτόματος μηχανισμὸς τῶν ἀγορῶν.

Ὁ μέγας Αὐστριακὸς οἰκονομολόγος *L. von Mises* ἐσφαλλεν ὑποστηρίξων ὅτι ἡ ἀνυπαρξία ἀγορῶν διὰ τοὺς συντελεστὰς τῆς παραγωγῆς δὲν δύναται νὰ δώσῃ ὀρθολογικὰς τιμὰς δι' αὐτοὺς καὶ συνεπῶς ἡ ἀπομάκρυνσις ἐκ τῆς ἀτομικῆς ἰδιοκτησίας ἀπομακρύνει καὶ τὸ σύστημα ἐκ τῆς ἀριστοποίησης. Τοῦτο διότι, διὰ τὸν ὀρθολογικὸν συνδυασμὸν τῶν συντελεστῶν τῆς παραγωγῆς, δὲν ἀπαιτεῖται ἡ εἰσαγωγή ὁπωσδήποτε τῶν τιμῶν τῶν παραγωγικῶν συντελεστῶν. Διὰ νὰ ἐπιτευχθῇ ἡ κατὰ Pareto ἀριστοποίησις ἀρκεῖ διὰ κάθε ζευγὸς παραγωγικῶν συντελεστῶν ὁ ὀριακὸς λόγος ὑποκαταστάσεως νὰ εἶναι ἴσος εἰς τὴν παραγωγὴν κάθε ἀγαθοῦ **. Ἄλλωστε δύναται νὰ ὑπολογισθοῦν σκιώδεις τιμαὶ, αἱ ὁποῖαι, ἐφ' ὅσον εἶναι ὀρθαί, θὰ ὀδηγήσουν εἰς τὴν κατὰ Pareto ἀριστοποίησιν.

Θὰ πρέπει νὰ τονισθῇ ὅτι ἡ διὰ τῶν ὑπολογιστικῶν τιμῶν διεύθυνσις τῆς παραγωγῆς κάθε παραγωγικῆς μονάδος ἐκ μέρους τῆς Κεντρικῆς Ἀρχῆς ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὸ κατὰ πόσον αἱ καμπύλαι παραγωγῆς ἢ μετασχηματισμοῦ ἔχουν τὸ κανονικὸν σχῆμα. Ἐὰν τοῦτο δὲν συμβαίνει, τότε αἱ ὑπολογιστικαὶ τιμαὶ (λόγος τιμῶν) δὲν δύναται νὰ ἐπιλέξουν ἓν καθωρισμένον ἐπίπεδον παραγωγῆς, τὸ ὁποῖον θὰ εἶναι τὸ optimum. Ἐπίσης ἡ ὑπαρξὶς φθίνουσῶν

* Βλ. σελ. 41.

** Βλ. *Dobb*, op. cit., σελ. 183 - 184, καὶ *Disdell* op. cit., σελ. 401.

καμπύλων κόστους δὲν ὀδηγεῖ εἰς τὴν κατὰ Pareto ἀριστοποίησιν οὔτε διὰ τῶν ὑπολογιστικῶν τιμῶν, ἀλλ' οὔτε καὶ διὰ τοῦ πλήρους ἀνταγωνισμοῦ, ὡς θὰ ἴδωμεν κατωτέρω.

Β. Ἄς ἔλθωμεν τώρα εἰς τὴν περίπτωσιν τοῦ ἀνταγωνιστικοῦ σοσιαλισμοῦ κατὰ τὸ ὑπόδειγμα τοῦ *O. Lange* *. Κατὰ τὸ ὑπόδειγμα τοῦτο ὑφίσταται ἐλευθερία ἐπιλογῆς εἰς τὴν κατανάλωσιν καὶ τὴν διάθεσιν τῆς προσωπικῆς ἐργασίας καὶ συνεπῶς ὑφίστανται ἀγοραὶ καταναλωτικῶν ἀγαθῶν καὶ ἐργασίας. Δὲν ὑφίσταται ὅμως ἀγορὰ κεφαλαιουχικῶν ἀγαθῶν, διότι ὑπάρχει κοινωνικὴ ἰδιοκτησία τούτων. Ἐπίσης ὑφίσταται Κεντρικὸν Γραφεῖον Προγραμματισμοῦ (*Central Planning Board*), τοῦ ὁποῦ αἱ λειτουργίαι εἶναι **: (α) ὁ καθορισμὸς τοῦ συνολικοῦ ἐπιπέδου τῶν ἐπενδύσεων καὶ ἡ κατανόμη τῶν κεφαλαιῶν βάσει κάποιου ἐπιτοκίου, (β) ὁ προσδιορισμὸς τῆς προσφορᾶς τῶν δημοσίων καὶ τῶν κοινωνικῶν ἀγαθῶν, καὶ (γ) ὁ προσδιορισμὸς τῶν τιμῶν ὅλων ἐκείνων τῶν εἰσροῶν καὶ τῶν ἐκροῶν διὰ τὰς ὁποίας ὑφίσταται ἀγορὰ.

Τὸ Κεντρικὸν Γραφεῖον Προγραμματισμοῦ καθορίζει τιμὰς, βάσει τῶν ὁποίων καθορίζεται διὰ τοῦ μηχανισμοῦ τῆς ἀγορᾶς ἡ ζητουμένη καὶ ἡ προσφερομένη ποσότης ἐκάστου ἀγαθοῦ ἢ παραγωγικοῦ συντελεστοῦ. Ἐὰν τὸ καθορισθὲν σύνολον τῶν τιμῶν δημιουργῇ πλεονάζουσαν ζήτησιν ἢ πλεονάζουσαν προσφορὰν δι' ὠρισμένα ἀγαθὰ, τότε τὸ Κ.Γ.Π. προβαίνει εἰς ἀναθεώρησιν τῶν τιμῶν, ὥστε τελικῶς τὸ ὄψος τούτων νὰ εἶναι τοιοῦτον διὰ νὰ ἐπιφέρῃ τὴν ἐξίσωσιν ζητουμένης καὶ προσφερομένης ποσότητος. Οὕτω διὰ συνεχῶν προσεγγίσεων ἢ δοκιμῶν καὶ λαθῶν ἐξευρίσκονται τελικῶς τιμαὶ ἰσορροπίας. Εἰς τὸ ὑπόδειγμα τοῦτο, ὅπως γίνεται ἀντιληπτόν, αἱ τιμαὶ εἶναι δεδομένα (παράμετροι) καὶ αἱ ποσότητες μεταβλητὰ μεγέθη, δι' ὃ καὶ ὁμιλοῦμεν περὶ τοῦ παραμετρικοῦ ρόλου τῶν τιμῶν. Ἡ τελικὴ ἰσορροπία ἐπιτυγχάνεται διὰ τοῦ μηχανισμοῦ τῆς ἀγορᾶς. Ἡ ἀγορὰ εἰς τὸ ὑπόδειγμα τοῦ *Lange* εἶναι ὀδηγὸς διὰ τὴν τελικὴν ἐξεύρεσιν τιμῶν ἰσορροπίας, ἐνῶ εἰς τὸ ὑπόδειγμα τῆς κεντρικῶς διευθυναμένης ὁργανώσεως αἱ τιμαὶ ἐξευρίσκονται διὰ τῆς λύσεως ἑνὸς συνόλου ἐξισώσεων ταυτοχρόνου προσδιορισμοῦ. Ἐπίσης εἰς τὸ ἀποκεντρωτικὸν σύστημα τοῦ *Lange* ὁ καταναλωτὴς ἔχει κυρίαρχον θέσιν, ἐνῶ εἰς τὸ συγκεντρωτικὸν σύστημα καταλύεται ἡ κυριαρχία τοῦ καταναλωτοῦ. Μετὰ τὸ ὑπόδειγμα ἀνταγωνιστικοῦ σοσιαλισμοῦ δύναται τὸ σύστημα νὰ ἐπιτύχῃ τὴν κατὰ Pareto ἀριστοποίησιν, ὡς εἰς τὸ σύστημα τῆς ἐλευθέρου οἰκονομίας.

* *O. Lange & F.M. Taylor, op. cit.*

** Βλ. *Disdell, op. cit., σελ. 409 - 410.*

II. 3. ΑΤΕΛΕΙΑΙ ΤΗΣ ΑΝΤΑΓΩΝΙΣΤΙΚΗΣ ΑΓΟΡΑΣ

II. 3.0. Εισαγωγή

Ανωτέρω είδομεν ότι ο ελεύθερος μηχανισμός των τιμών εξασφαλίζει τὰς προϋποθέσεις εκείνας αἱ ὁποῖαι ὀδηγοῦν εἰς τὴν κατὰ Pareto ἀριστοποίησιν τοῦ οἰκονομικοῦ συστήματος. Ἡ δυνατότης ὅμως τῆς εξασφαλίσεως τῆς ἀρίστης κατανομῆς τῶν παραγωγικῶν συντελεστῶν καὶ τῶν ἀγαθῶν ἐκ μέρους τοῦ πλήρους ἀνταγωνισμοῦ ἢ τῆς ἀνταγωνιστικῆς ἀγορᾶς τελεῖ ὑπὸ ὠρισμένας προϋποθέσεις, αἱ ὁποῖαι ἐὰν δὲν πληροῦνται τότε ἡ ἀνταγωνιστικὴ ἀγορὰ δὲν δύναται νὰ εξασφαλίσῃ τὸ ἀνωτέρω ἀποτέλεσμα καὶ ὀμιλοῦμεν περὶ τῆς ἀποτυχίας τῆς ἀγορᾶς (market failure). Αἱ προϋποθέσεις αὗται εἶναι : (α) τὰ ἀγαθὰ εἶναι ἰδιωτικά καὶ διαιρητά, (β) αἱ συναρτήσεις χρησιμότητος, παραγωγῆς καὶ κόστους εἶναι ἀνεξάρτητοι μεταξὺ τῶν οἰκονομούντων ἀτόμων, ἤτοι δὲν ὑφίστανται ἐξωτερικαὶ ἐπιδράσεις, (γ) αἱ ἀποδόσεις κλίμακος εἶναι φθίνουσαι καὶ συνεπῶς τὸ κόστος αὔξων καὶ (δ) ὑφίσταται πλήρης πληροφόρησις καὶ γνῶσις τῶν συνθηκῶν τῆς ἀγορᾶς, ὡς καὶ συνθῆκαι βεβαιότητος.

Αἱ ἀτέλειαι τῆς ἀγορᾶς ἢ τὰ ἐμπόδια τὰ ὁποῖα δὲν θὰ ἐπιτρέψουν ταύτην εἰς τὸ νὰ εξασφαλίσῃ τὴν ἀρίστην κατανομὴν συντελεστῶν καὶ ἀγαθῶν εἶναι ἀκριβῶς ἡ ὑπαρξίς ἀδιαιρετοτήτων καὶ δημοσίων ἀγαθῶν, ἐξωτερικῶν ἐπιδράσεων, αὔξουσῶν ἀποδόσεων κλίμακος καὶ ἐλλείψεως γνῶσεως καὶ πληροφοριῶν, ὡς καὶ ἀβεβαιότητος εἰς τὴν ἀγοράν. Εἶναι γεγονός ὅτι τὰ ἀνωτέρω ἀποτελοῦν χαρακτηριστικὰ τῶν πραγματικῶν ἀγορῶν καὶ σκοπὸς μας ἐνταῦθα εἶναι νὰ ἐξετάσωμεν ταῦτα καὶ νὰ ἴδωμεν διὰ ποίου τρόπου αἱ συνεπεῖα τῶν ἀνωτέρω ἀτελειῶν τῆς ἀνταγωνιστικῆς ἀγορᾶς ἀποκλίσεις ἐκ τῆς ἀρίστης κατανομῆς τῶν πόρων δύναται νὰ ἐξαλειφθοῦν. Εἰς τὸ πλαίσιον τοῦτο θὰ ἐξετάσωμεν ἐπίσης τὴν δυνατότητα ἐπιτεύξεως μιᾶς δευτέρας ἀρίστης λύσεως, ὅταν δὲν εἶναι δυνατόν νὰ ἱκανοποιηθοῦν ὅλαι αἱ ἀπαραίτητοι συνθῆκαι τῆς πρώτης κατὰ Pareto ἀρίστης λύσεως.

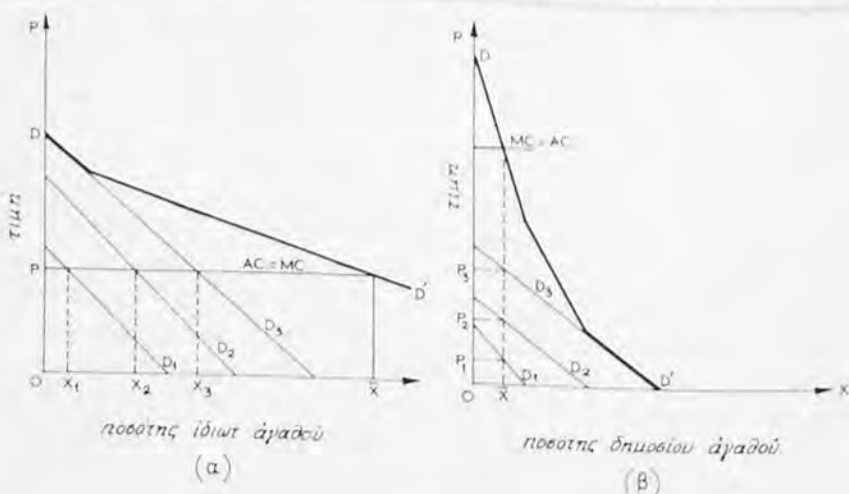
II. 3.1. Δημόσια Ἀγαθὰ

ΠΥΧΝΩΣΗ ΜΜΩΣ / 80

Ἡ θεωρία τῆς ἀνταγωνιστικῆς ἀγορᾶς ἐξετάζει τὰ ἰδιωτικά ἀγαθὰ, δηλαδὴ ἐκεῖνα τῶν ὁποίων ἡ κατανάλωσις ποσοτήτων ἐκ μέρους ἑνὸς ἀτόμου ἀποκλείει τὴν ταυτόχρονον κατανάλωσιν τῶν αὐτῶν ποσοτήτων ἐκ μέρους ἄλλων ἀτόμων. Ἰδιότης τῶν ἀγαθῶν τούτων εἶναι ἡ διαιρετότης, δηλαδὴ ἡ δυνατότης καταναλώσεως μέρους τῆς παραχθείσης ποσότητος ἐκ μέρους ἑνὸς ἀτόμου καὶ ἀποκλεισμὸν παντὸς ἄλλου ἀτόμου καταναλώσεως τοῦ αὐτοῦ μέρους τῆς ποσότητος τοῦ ἀγαθοῦ. Εἰς ἀριθμὸς ὅμως τῶν παραγομένων καὶ καταναλισκομένων ἀγαθῶν εἰς τὴν οἰκονομίαν ἀνήκει εἰς τὰ καλούμενα δημόσια ἢ συλλογικά ἀγαθὰ (public ἢ collective goods). Τὸ χαρακτηριστικὸν

των αγαθών τούτων είναι ότι ή κατανάλωσις των ή ή απόλαυσις των εκ μέρους ενός ή πλειόνων ατόμων δεν αποκλείει την ταυτόχρονον κατανάλωσιν ή απόλαυσιν εκ μέρους άλλων ατόμων. Η προσθήκη καταναλωτών δεν μειώνει την κατανάλωσιν των δημοσίων αγαθών εκ μέρους άλλων καταναλωτών. Τοιαύτα δημόσια αγαθά είναι πολλά, μεταξύ των οποίων αι υπηρεσίαι εθνικής άμυνας, αι έκπομπαι ραδιοφώνου και τηλεφίας, αι γέφυραι, οί φάροι, μέτρα υγιεινής κ.ά.

Ενώ ή συνολική ζήτησις των ιδιωτικῶν αγαθῶν είναι τὸ ἄθροισμα τῶν ἐπὶ μέρους ζητήσεων τῶν καθ' ἕκαστα ατόμων, ἤτοι $x_1 + x_2 + x_3 + \dots = X$, ή συνολική ζήτησις τοῦ δημοσίου αγαθοῦ ἔχει τὸ χαρακτηριστικὸν ὅτι ή ατομική ζήτησις είναι ἴση πρὸς τὴν ὑπάρχουσαν ποσότητα τοῦ αγαθοῦ, χωρὶς νὰ μειοῦται ή ζήτησις τῶν λοιπῶν ατόμων, ἤτοι $x_1 = x_2 = x_3 = \dots = X$.



Σχ. II. 6.

Συνεπῶς ή συνολική καμπύλη ζήτησεως τῶν ιδιωτικῶν αγαθῶν είναι τὸ ὀριζόντιον ἄθροισμα τῶν ἐπὶ μέρους καμπύλων ζήτησεως τῶν καταναλωτῶν, ὅπως δεικνύει τὸ Σχ. II.6 (α), ἐνῶ ή συνολική ζήτησις τῶν δημοσίων αγαθῶν είναι τὸ κάθετον ἄθροισμα τῶν ἐπὶ μέρους καμπύλων ζήτησεως, ὅπως διεκνύει τὸ Σχ. II.6 (β). Ἐὰς ὑποθέσωμεν ὅτι ὑφίστανται τρία ἄτομα με ἀντιστοίχους καμπύλας ζήτησεως D_1 , D_2 καὶ D_3 καὶ ὅτι τὸ μέσον κόστος είναι σταθερὸν καὶ ἴσον πρὸς τὸ ὀριακὸν κόστος*. Εἰς τὴν περίπτωσιν τοῦ ἰδιωτικοῦ αγαθοῦ ή συνολική καμπύλη ζήτησεως είναι ή DD' τοῦ Σχ. II.6 (α). Ἡ ἀρίστη ποσότης είναι ή Ox εἰς τιμὴν p , ή ὅποια είναι ἴση πρὸς τὸ μέσον (AC) καὶ τὸ

* Βλ. H.T. Koplin, op. cit., 253 - 57.

όριακόν κόστος (MC). Είς τήν τιμήν αὐτήν κάθε άτομον θά καταναλώσῃ
 τόσῃν ποσότητι ὕψη ὑποδεικνύεται ὑπό τῆς άτομικῆς καμπύλης ζητήσεώς
 του, δηλαδή μέχρι τοῦ σημείου εἰς τὸ ὅποιον ἡ τιμὴ εἶναι ἴση πρὸς τὴν ὀρια-
 κήν ἀξίαν τὴν ὅποιαν τὸ άτομον ἀποδίδει εἰς τὸ ἰδιωτικόν ἀγαθόν. Οὕτω
 τὸ άτομον 1 θά καταναλώσῃ ποσότητα Ox_1 , τὸ άτομον 2 ποσότητα Ox_2
 καὶ τὸ άτομον 3 ποσότητα Ox_3 . Εἰς τὴν περίπτωσιν τοῦ δημοσίου ἀγαθοῦ
 κάθε μονὰς τούτου καταναλίσκεται ὑφ' ὅλων τῶν ἀτόμων συγχρόνως (π.χ.
 μία ἐκπομπὴ ραδιοφώνου). Ἡ καμπύλη συνολικῆς ζητήσεως, ἡ ὅποια δει-
 κνύει τὴν ἀξίαν τὴν ὅποιαν ἀποδίδουν εἰς τὸ ἀγαθόν καὶ τὰ τρία άτομα συγχρό-
 νως, εἶναι ἡ DD' [Σχ. II.6 (β)]. Μὲ δεδομένον τὸ κόστος τοῦ δημοσίου ἀγαθοῦ
 (AC = MC) ἡ ἀποτελεσματικὴ ποσότης τούτου εἶναι Ox . Ἡ ποσότης αὕτη,
 κατὰ τὸν ὄρισμόν τοῦ δημοσίου ἀγαθοῦ, καταναλίσκεται ὑφ' ἐκάστου ἀτόμου.
 Ἡ τιμὴ ὅμως τῆς ποσότητος ταύτης διαφέρει διὰ κάθε άτομον, ἀναλόγως
 τὴν ὀριακῆς ἀξίας τὴν ὅποιαν ἀποδίδει κάθε άτομον εἰς τὴν ποσότητα αὐτήν,
 συμφώνως πρὸς τὴν καμπύλην ζητήσεώς του, ὡς ἐμφαίνεται εἰς τὸ διά-
 γραμμα. Τὸ ὀριακόν κόστος τοῦ δημοσίου ἀγαθοῦ ὑπερβαίνει τὰς ἐπὶ μέ-
 ρους τιμὰς καὶ εἶναι τὸ ἄθροισμα τούτων, ἤτοι τὸ ὀριακόν κόστος ἰσοῦται
 πρὸς τὸ ἄθροισμα τῶν ὀριακῶν ἀξιῶν τὰς ὅποιας ἀποδίδουν τὰ άτομα εἰς
 τὸ ἀγαθόν*. Ἡ προσθήκη ἐνὸς ἐπὶ πλέον καταναλωτοῦ οὐδὲν κόστος συνε-
 πάγεται (π.χ. ἐάν προστεθῇ εἰς ἐπὶ πλέον ἀκροατῆς οὐδὲν κόστος συνεπάγεται
 διὰ τὸ ραδιοφωνικόν πρόγραμμα). Ἡ παραγωγή ὅμως μιᾶς ἐπὶ πλέον μονάδος
 τοῦ δημοσίου ἀγαθοῦ συνεπάγεται κάποιον κόστος. Συνεπῶς οἱ ἐπὶ πλέον κα-
 ταναλωταὶ δὲν θά πρέπει νὰ καταβάλουν τιμὴν διὰ τὸ ἀγαθόν, ἀφοῦ τὸ
 ὀριακόν κόστος δι' αὐτοὺς εἶναι μηδενικόν. Ἡ παραγωγή ὅμως μιᾶς ἐπὶ
 πλέον μονάδος συνεπάγεται κάποιον κόστος καὶ ἐνταῦθα δημιουργεῖται ἡ
 δυσχέρεια μὲ τὰ δημόσια ἀγαθὰ. Διὰ τὸν λόγον αὐτὸν ἡ παραγωγή τούτων
 δέον νὰ ἀναλαμβάνεται ὑπὸ τοῦ κράτους καὶ τὸ κόστος νὰ χρηματοδοτῆται
 ὑπὸ τῶν κρατικῶν ἐσόδων.

Εἰς τὴν περίπτωσιν τῶν δημοσίων ἀγαθῶν αἱ ὀριακαὶ συνθήκαι τῆς
 κατὰ Pareto ἀρίστης κατανομῆς δὲν ἰκανοποιοῦνται. Δηλονότι δὲν ἰσχύει
 ἡ συνθήκη καθ' ἣν ὁ ὀριακὸς λόγος ὑποκαταστάσεως μεταξύ δύο ἀγαθῶν
 (ἢ ὁ λόγος τῶν ὀριακῶν χρησιμοτήτων τῶν δύο ἀγαθῶν) δι' ἕκαστον κατανα-
 λωτὴν εἶναι ὁ αὐτὸς πρὸς τὸν ὀριακόν λόγον μετασχηματισμοῦ τῶν δύο ἀγα-
 θῶν (ἢ τὸν λόγον τῶν ὀριακῶν κόστων μεταξύ τῶν δύο ἀγαθῶν). Ἀπαιτεῖται
 ἡ ἀνωτέρω συνθήκη νὰ τροποποιηθῇ. Ἡ μαθηματικὴ ἀπόδειξις τούτου ἔ-
 χει ὡς ἀκολούθως **:

* Βλ. D.M. Winch, σελ. 122, καὶ Peter Bohm, Social Efficiency, σελ. 33. Βλ. ἐπίσης
 M.B. Krauss & H.G. Johnson, General Equilibrium Analysis, Chapt. 5.

** Βλ. K.C. Kogiku, Microeconomic Models, σελ. 115 - 17, Henderson & Quandt,
 σελ. 270 - 71, καὶ Γ. Λράκου, op. cit., Κεφ. V.

$AC = \text{ἄθροισμα μέρους}$
 $MC = \text{ὀριακὸν κόστος}$

Ἐὰν ὑποθέσωμεν ὅτι ὑπάρχουν δύο καταναλωταὶ (Α καὶ Β), ἐν ἰδιωτικῶν ἀγαθῶν (x) καὶ ἐν δημόσιον ἀγαθῶν (y). Διὰ τὴν κατὰ Pareto ἀριστοποίησιν ἢ συνάρτησις χρησιμότητος τοῦ Α $[U_A = f_A(x_A, y)]$ θὰ πρέπει νὰ μεγιστοποιηθῆ, ὑποκειμένη εἰς τὸν περιορισμὸν δεδομένου ἐπιπέδου ἱκανοποιήσεως διὰ τὸν Β $[\bar{U}_B = f_B(x_B, y)]$ καὶ εἰς τὸν περιορισμὸν τῆς συναρτήσεως μετασχηματισμοῦ τῶν δύο ἀγαθῶν $F(x_A + x_B, y) = 0$. Ὅπως εἴπομεν ἀνωτέρω, τὸ ἄθροισμα τῶν καταναλισκομένων ποσοτήτων τοῦ ἰδιωτικοῦ ἀγαθοῦ θὰ εἶναι ἴσον πρὸς τὴν διαθέσιμον ποσότητα τούτου, ἥτοι $x_A + x_B = x$, ἢ δὲ κατανάλωσις τοῦ δημοσίου ἀγαθοῦ ἐκ μέρους τοῦ ἐνὸς ἀτόμου δὲν ἀποκλείει τὴν κατανάλωσιν τῆς αὐτῆς διαθέσιμου ποσότητος ὑπὸ τοῦ ἐτέρου ἀτόμου, ἥτοι $Y_A = Y_B = y$.

Σχηματίζομεν τὴν Λαγκρανζιανὴν ἐξίσωσιν

$$L = f_A(x_A, y) - \lambda_1 [\bar{U}_B - f_B(x_B, y)] - \lambda_2 F$$

Αἱ πρῶται συνθηκαὶ μεγιστοποιήσεως εἶναι:

$$\frac{\partial L}{\partial x_A} = \frac{\partial f_A}{\partial x_A} - \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial x} = 0, \quad (\text{ὅπου } x = x_A + x_B) \quad (1)$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_B} = \lambda_1 \frac{\partial f_B}{\partial x_B} - \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial x} = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial L}{\partial y} = \frac{\partial f_A}{\partial y} + \lambda_1 \frac{\partial f_B}{\partial y} - \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial y} = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_1} = \bar{U}_B - f_B(x_B, y) = 0, \quad \frac{\partial L}{\partial \lambda_2} = F = 0$$

$$\text{Ἡ ἐξίσωσις (2) γίνεται } \lambda_1 \frac{\partial f_B}{\partial x_B} = \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial x} \quad (4)$$

$$\text{Ἡ ἐξίσωσις (3) γίνεται } \frac{\partial f_A}{\partial y} + \lambda_1 \frac{\partial f_B}{\partial y} = \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial y} \quad (5)$$

Διὰ διαίρεσεως τῆς (5) διὰ τῆς (4) λαμβάνομεν

$$\frac{\partial f_A / \partial y}{\lambda_1 (\partial f_B / \partial x_B)} + \frac{\partial f_B / \partial y}{\partial f_B / \partial x_B} = \frac{\partial F / \partial y}{\partial F / \partial x} \quad (6)$$

Ἐκ τῶν ἐξισώσεων (1) καὶ (2) λαμβάνομεν

$$\lambda_1 \frac{\partial f_B}{\partial x_B} = \frac{\partial f_A}{\partial x_A} \quad (7)$$

μικροτέρα τῆς ἀρίστης τοιαύτης. Ἡ ἔκφρασις (9) δηλοῖ ὅτι ὁ ἐλεύθερος μηχανισμός τῶν τιμῶν δὲν δύναται νὰ ἐξασφαλίσῃ τὴν συνθήκην (8). Οὕτω διὰ νὰ παραχθῇ τὸ δημόσιον ἀγαθὸν εἰς τὴν πρέπουσαν ποσότητα θὰ πρέπει νὰ ἀναληφθῇ ὑπὸ τοῦ κράτους (ἢ ὑπὸ ἐπιχειρήσεως κοινῆς ὠφελείας). Καὶ εἰς τὴν περίπτωσιν ὅμως αὐτὴν ὑφίστανται δυσχέρεια ἀναφερόμενα εἰς τὴν ἐκτίμησιν τῶν ὀριακῶν χρησιμότητων ἢ τῶν ὀριακῶν ἀξιῶν ἃς ἀποδίδουν οἱ καταναλωταὶ εἰς τὸ δημόσιον ἀγαθόν. Ἀρίστην παραγωγὴν θὰ ἔχωμεν ἐφ' ὅσον τὸ ἄθροισμα τῶν ἀξιῶν τούτων εἶναι ἴσον πρὸς τὸ κόστος τοῦ ἀγαθοῦ. Διὰ τὴν ἐκτίμησιν τῶν ὀριακῶν ἀξιῶν θὰ ἠδύνατο νὰ ἐρωτηθοῦν οἱ καταναλωταὶ, οἱ ὅποιοι ὅμως θὰ προσπαθῆσουν νὰ ὑποεκτιμήσουν τὰς ἀξίας ταύτας, ἵνα πληρώσουν μικροτέραν τιμὴν, ὅποτε τοῦτο θὰ κατέληγεν εἰς ὑποπαραγωγὴν. Μόνον ἐφ' ὅσον οἱ καταναλωταὶ δὲν καταβάλλουν τιμὴν διὰ τὸ δημόσιον ἀγαθὸν δηλοῦν τὴν πραγματικὴν ἐκτίμησιν των δι' αὐτό. Διὰ τὸν λόγον αὐτὸν τὸ δημόσιον ἀγαθὸν θὰ ἠδύνατο νὰ παραχθῇ ὑπὸ τοῦ κράτους, χρηματοδοτούμενου τοῦ κόστους του ὑπὸ τῶν δημοσίων ἐσόδων. Εἰς τὴν πρᾶξιν βεβαίως ὀρίζεται κάποια τιμὴ διὰ τὸ δημόσιον ἀγαθὸν καὶ βάσει αὐτῆς ἐκδηλοῦται ἀνάλογος ζήτησις, χωρὶς ὅμως ἐν προκειμένῳ νὰ ἐξασφαλίξεται ἢ κατὰ Pareto ἀριστοποίησις.

Π. 3.2. Ἐξωτερικαὶ Ἐπιδράσεις εἰς τὴν Κατανάλωσιν καὶ τὴν Παραγωγὴν

Ἐτέρα αἰτία ἢ ὁποία ὀδηγεῖ εἰς ἀποτυχίαν τῆς ἀνταγωνιστικῆς ἀγορᾶς, ἢτοι εἰς ἀδυναμίαν τοῦ συστήματος τῆς ἐλευθέρως ἀγορᾶς νὰ ἐξασφαλίσῃ τὴν κοινωνικῶς ἀρίστην ποσότητα τῶν ἀγαθῶν, εἶναι ἡ ὑπαρξίς ἐξωτερικῶν ἐπιδράσεων (externalities). *Λέγομεν ὅτι ὑφίστανται ἐξωτερικαὶ ἐπιδράσεις ὅταν αἱ συναρτήσεις χρησιμότητος τῶν καταναλωτῶν ἢ αἱ συναρτήσεις παραγωγῆς καὶ κόστους τῶν παραγωγῶν εὐρίσκονται εἰς ἀμοιβαίαν ἢ μονομεροῦ ἑξάρτησιν, ἢ ὁποία ὅμως εἶναι ἐκτὸς τοῦ συστήματος τῶν τιμῶν (ἀγορᾶς).* Αἱ ἐξωτερικαὶ ἐπιδράσεις τῆς οικονομικῆς δραστηριότητος τοῦ ἀτόμου δυνατὸν νὰ ἐπιδρῶν εἴτε εὐνοϊκῶς ἐπὶ τῆς δραστηριότητος ἐτέρων ἀτόμων, ὅποτε καλοῦνται *ἐξωτερικαὶ οικονομίαι* (external economies), εἴτε δυσμενῶς ἐπὶ τῶν ἄλλων ἀτόμων, ὅποτε καλοῦνται *ἐξωτερικαὶ ἐπιβαρύνσεις ἢ ἀντιοικονομίαι* (external diseconomies). Ἀναλόγως τῆς φύσεως τῆς οικονομικῆς δραστηριότητος αἱ ἐξωτερικαὶ ἐπιδράσεις δύνανται νὰ διακριθοῦν εἰς :

- (α) ἐξωτερικὰς ἐπιδράσεις εἰς τὴν κατανάλωσιν,
- (β) ἐξωτερικὰς ἐπιδράσεις εἰς τὴν παραγωγὴν, καὶ
- (γ) μεικτὰς ἐξωτερικὰς ἐπιδράσεις.

Ἐνταῦθα ἐνδιαφέρουν αἱ ἐξωτερικαὶ ἐπιδράσεις, αἱ ὁποῖαι ὑφίστανται ἐκτὸς τοῦ συστήματος τῶν τιμῶν. Δηλονότι εἰς τὴν περίπτωσιν τῶν ἐξωτερικῶν οικονομῶν ὁ δημιουργὸς τούτων δὲν ἀποζημιοῦται, ὁ δὲ ὠφελούμενος ἐκ τούτων οὐδεμίαν ἀποζημίωσιν καταβάλλει. Εἰς τὴν περίπτωσιν τῶν ἐξω-

παρέχει ικανοποίησιν πέραν εκείνης πού ἀπολαμβάνει ὁ κάτοχός του, ὅστις φέρει καί τὸ κόστος διατηρήσεώς του. Ἡ κατανάλωσις ὅμως ἀγαθοῦ ἐκ μέρους ἑνὸς ἀτόμου δυνατὸν νὰ δημιουργῇ δυσμενεῖς ἐπιδράσεις ἐπὶ τοῦ ἐπιπέδου ικανοποιήσεως ἑτέρου ἀτόμου. Παραδείγματος χάριν ὁ κῆπος τοῦ ἀνωτέρω παραδείγματος δυνατὸν νὰ προκαλῇ τὸν φθόνον τοῦ γείτονος, ἡ καπνοδόχος μιᾶς οἰκίας δυνατὸν νὰ ἔχη δυσμενεῖς ἐπιπτώσεις ἐπὶ τῶν παρακειμένων οἰκιῶν, λόγῳ τῆς ἐκπεμπομένης αἰθάλης κ.ο.κ., ὅποτε μειοῦται ἡ εὐημερία τῶν ἄλλων ἀτόμων. Ἐνταῦθα ἡ ἰδιωτικὴ ὠφέλεια τῆς καταναλώσεως εἶναι μεγαλυτέρα τῆς κοινωνικῆς ὠφελείας*.

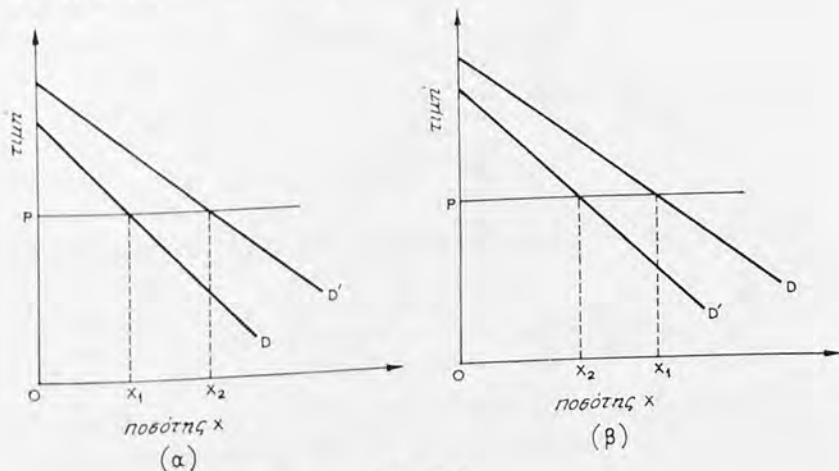
Ἡ ὑπαρξίς ἐξωτερικῶν ἐπιδράσεων εἰς τὴν κατανάλωσιν εἶναι ἡ αἰτία τῆς μὴ ἐπιτεύξεως τῆς κατὰ Pareto ἀριστοποιήσεως εἰς τὴν κατανομήν καὶ τὴν κατανάλωσιν τῶν ἀγαθῶν. Τοῦτο διότι εἰς μὲν τὴν περίπτωσιν ἐννοικῶν ἐξωτερικῶν ἐπιδράσεων (ἐξωτερικῶν οἰκονομιῶν) ἡ ποσότης τοῦ ἀγαθοῦ εἶναι μικροτέρα τῆς κοινωνικῆς ἀρίστης, εἰς δὲ τὴν περίπτωσιν τῶν δυσμενῶν ἐπιδράσεων (ἀντιοικονομιῶν) εἶναι μεγαλυτέρα τῆς κοινωνικῆς ἀρίστης. Τὴν ἀνωτέρω πρότασιν θὰ ἀποδείξωμεν κατωτέρω διαγραμματικῶς καὶ μαθηματικῶς.

Εἰς τὸ Σχ. II.7(α) ὁ ὀριζόντιος ἄξων μετρεῖ τὴν ποσότητα τοῦ ἀγαθοῦ x , τοῦ καταναλισκομένου ὑπὸ τοῦ A , καὶ ὁ κάθετος ἄξων ἐμφαίνει τὴν τιμὴν. Ἡ καμπύλη D εἶναι ἡ καμπύλη ζητήσεως τοῦ A , τῆς ὁποίας κάθε σημεῖον ἐμφαίνει τὴν ὀριακὴν ἀξίαν ἣν ἀποδίδει ὁ A εἰς τὸ ἀγαθόν. Ἡ κατανάλωσις τοῦ ἀγαθοῦ x θὰ χωρέσῃ μέχρι τοῦ σημείου εἰς τὸ ὁποῖον ἡ ὀριακὴ ἀξία τοῦτου (χρησιμότης) εἶναι ἴση πρὸς τὴν ἐπικρατοῦσαν τιμὴν (p). Οὕτως εἰς τὴν τιμὴν p θὰ καταναλωθῇ ποσότης Ox_1 . Ἐπειδὴ ὅμως ἡ κατανάλωσις τοῦ ἀγαθοῦ ἐκ μέρους τοῦ A δημιουργεῖ ἐξωτερικὰς οἰκονομίας διὰ τὸν B , τὰς ὁποίας δὲν λαμβάνει ὑπ' ὄψιν τῆς ἡ καμπύλη D , τότε ἐὰν προστεθοῦν αὐταὶ εἰς τὴν καμπύλην ζητήσεως τοῦ A θὰ μᾶς δώσουν τὴν καμπύλην D' , ἡ ὁποία περιέχει καὶ τὴν ικανοποίησιν τοῦ B . Ἡ κοινωνικῶς ἀρίστη ποσότης τοῦ ἀγαθοῦ εἶναι ἡ ποσότης Ox_2 καὶ ὄχι ἡ Ox_1 , ἡ ὁποία ὅμως παράγεται, διότι ἡ ἀγορὰ δὲν λαμβάνει ὑπ' ὄψιν τὴν ἔμμεσον ικανοποίησιν (καὶ συνεπῶς τὴν ζήτησιν) τὴν ὁποίαν ἀπολαμβάνει ὁ B , ἀφοῦ οὗτος οὐδεμίαν τιμὴν καταβάλλει.

Τὸ ἀντίθετον συμβαίνει εἰς τὸ Σχ. II.7(β) προκειμένου περὶ δυσμενοῦς ἐξωτερικῆς ἐπιδράσεως ἐκ τῆς καταναλώσεως τοῦ ἀγαθοῦ x . Ἐνταῦθα ἡ κοινωνικῶς ἀρίστη ποσότης εἶναι ἡ Ox_2 καὶ ὄχι ἡ ὑφισταμένη ποσότης Ox_1 .

* Βλ. σχετ. *J.E. Meade*, «External economies and diseconomies in competitive situations», εἰς *Economic Journal*, 1952, σελ. 54 - 67, *F. Bator*, «The anatomy of market failure», εἰς *Quarterly Journal of Economics*, 1958, σελ. 351 - 92, *J.M. Henderson and R.E. Quandt*, op. cit., σελ. 268 - 69, καὶ *J.M. Buchanan and W.C. Stubblebine*, «Externality», εἰς *Economica*, 1962, σελ. 371 - 84.

Μαθηματική διατύπωση*: Ἄς ὑποθέσωμεν μίαν οἰκονομίαν δύο ἀτόμων καὶ δύο ἀγαθῶν. Ἐστω ὅτι ἡ συνάρτησις χρησιμότητος τοῦ Β ἀτόμου ἐπηρεάζεται ὄχι μόνον ἐκ τῶν ὑπ' αὐτοῦ καταναλισκομένων ποσοτήτων τῶν ἀγαθῶν x καὶ y , ἀλλὰ καὶ ἐκ τῆς ποσότητος τοῦ x τῆς καταναλισκομένης ὑπὸ τοῦ Α, ἧτοι $U_B = f_B(x_B, y_B, x_A)$. Ἡ συνάρτησις χρησιμότητος τοῦ Α εἶναι ὑπὸ τοῦ Α, ἧτοι $U_A = f_A(x_A, y_A)$ καὶ ἡ συνάρτησις μετασχηματισμοῦ $F(x_A + x_B, y_A + y_B) = 0$.



Σχ. II. 7.

Διὰ τὴν κατὰ Pareto ἀριστοποίησιν θὰ μεγιστοποιήσωμεν τὴν συνάρτησιν χρησιμότητος τοῦ Β, μὲ δεδομένον τὸ ἐπίπεδον ἱκανοποιήσεως τοῦ Α. Πρὸς τοῦτο σχηματίζομεν τὴν Λαγκρανζιανὴν ἐξίσωσιν

$$L = f_B(x_B, y_B, x_A) - \lambda_1 [U_A - f_A(x_A, y_A)] - \lambda_2 F(x_A + x_B, y_A + y_B)$$

Αἱ πρῶτης τάξεως συνθήκαι διὰ τὴν μεγιστοποίησιν εἶναι :

$$\frac{\partial L}{\partial x_B} = \frac{\partial f_B}{\partial x_B} - \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial L}{\partial y_B} = \frac{\partial f_B}{\partial y_B} - \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial y} = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_A} = \frac{\partial f_B}{\partial x_A} + \lambda_1 \frac{\partial f_A}{\partial x_A} - \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial x} = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial L}{\partial y_A} = \lambda_1 \frac{\partial f_A}{\partial y_A} - \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial y} = 0 \quad (4)$$

* Βλ. K.C. Kogiku, op. cit., σελ. 110.

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_1} = U_A - f_A(x_A, y_A) = 0 \quad (5)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_2} = F(x_A + x_B, y_A + y_B) = 0 \quad (6)$$

Έκ τῆς (3) λαμβάνομεν

$$\lambda_1 \frac{\partial f_A}{\partial x_A} = -\frac{\partial f_B}{\partial x_A} + \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial x} \quad (7)$$

Έκ τῆς (4) λαμβάνομεν

$$\lambda_1 \frac{\partial f_A}{\partial y_A} = \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial y} \quad (8)$$

Διαιροῦντες τὴν (7) διὰ τῆς (8) καὶ χρησιμοποιοῦντες τὴν (1) καὶ (2) λαμβάνομεν :

$$\frac{\partial f_A / \partial x_A}{\partial f_A / \partial y_A} = \frac{\partial f_B / \partial x_B - \partial f_B / \partial x_A}{\partial f_B / \partial y_B} \quad (9)$$

Ὅτω διὰ τὴν κατὰ Pareto ἀριστοποίησιν δὲν ἰσχύει πλέον ἡ ἰσότης τῶν ὀριακῶν λόγων ὑποκαταστάσεως μεταξὺ τῶν δύο ἀγαθῶν διὰ τὰ δύο ἄτομα,

$$\eta\tau\omicron\iota \quad \frac{\partial f_A / \partial x_A}{\partial f_A / \partial y_A} = \frac{\partial f_B / \partial x_B}{\partial f_B / \partial y_B}$$

ἀλλὰ ἡ ἀνωτέρω συνθήκη (9), ὅπου $(\partial f_B / \partial x_A) < 0$, λόγω τῆς ἐξωτερικῆς ἐπιδράσεως. Συνεπῶς ὁ πλήρης ἀνταγωνισμὸς δὲν ὀδηγεῖ εἰς τὴν κατὰ Pareto ἀριστοποίησιν.

Πολιτικὴ πρὸς ἐπίτευξιν τῆς κοινωνικῶς ἀρίστης καταναλώσεως. Εἶδομεν ἀνωτέρω ὅτι ἡ ὑπαρξίς ἐξωτερικῶν ἐπιδράσεων εἰς τὴν κατανάλωσιν, ἡ ὁποία ἐκδηλοῦται διὰ τῆς διαστάσεως μεταξὺ ἰδιωτικῆς καὶ κοινωνικῆς ὠφελείας, ὀδηγεῖ εἰς ἀπόκλισιν ἐκ τῆς κοινωνικῶς ἀρίστης ποσότητος καταναλώσεως τῶν ἀγαθῶν. Ἐφ' ὅσον εἶναι δυνατὴ ἡ ἐκτίμησις τῶν ἐξωτερικῶν ἐπιδράσεων, πρᾶγμα ἐν τούτοις δυσχερές, δύναται ἡ ἀνωτέρω ἀτέλεια τῆς ἀνταγωνιστικῆς ἀγορᾶς νὰ ἐξαλειφθῇ, ὥστε νὰ εὐθυγραμμισθῇ ἡ κοινωνικὴ πρὸς τὴν ἰδιωτικὴν ὀριακὴν ὠφέλειαν ἐκ τῆς καταναλώσεως. Τοῦτο δύναται νὰ γίνῃ εἴτε διὰ τῆς ἐσωτερικοποιήσεως (internalization) τῶν ἐξωτερικῶν ἐπιδράσεων, εἴτε διὰ τῆς κρατικῆς πολιτικῆς. Εἰς τὴν πρώτην περίπτωσιν τιμολογοῦνται αἱ ἐξωτερικαὶ ἐπιδράσεις. Ὁ δημιουργῶν ἐξωτερικᾶς οἰκονομίας λαμβάνει μίαν τιμὴν (ἀποζημίωσιν), τὴν ὁποίαν πληρώνει ὁ ὠφελούμενος ἐκ τούτων. Εἰς τὴν δευτέραν περίπτωσιν ὁ δημιουργῶν ἐξωτερικᾶς οἰκονομίας λαμβάνει ἐκ τοῦ κράτους μίαν ἐπιδότησιν, ὁ δὲ δημιουργῶν δυσμενεῖς ἐπιδράσεις καταβάλλει φόρον.

II. 3.2.1. 'Εξωτερικαί επιδράσεις εις τήν παραγωγήν

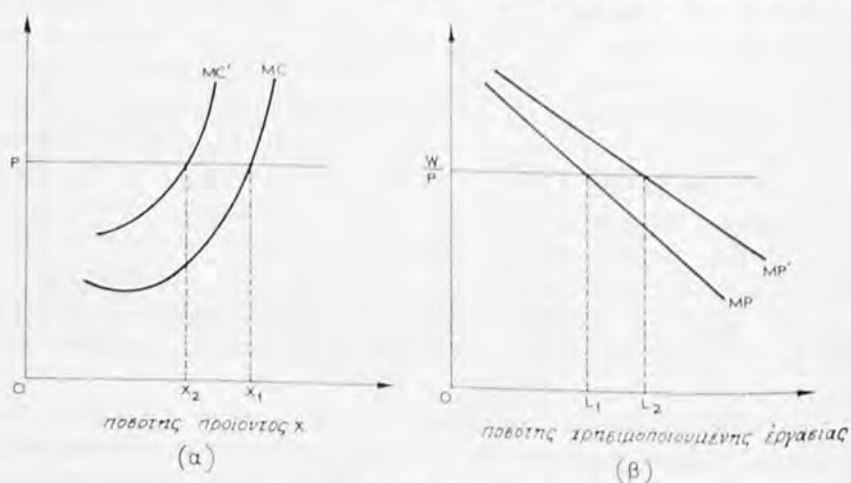
"Όταν ύφίσταται ἀλληλεξάρτησις μεταξύ τῶν παραγωγικῶν δραστηριοτήτων τῶν ἀτόμων, ἤτοι ὅταν ἡ συνάρτησις παραγωγῆς ἢ κόστους ἐνὸς ἀτόμου ἐξαρτᾶται ἐκ τῆς παραγωγῆς ἢ τοῦ κόστους ἐτέρου ἀτόμου, τότε λέγομεν ὅτι ύφίστανται ἐξωτερικαί επιδράσεις εις τήν παραγωγήν. Αἱ ἐξωτερικαί επιδράσεις δύνανται νά εἶναι εὐνοϊκαί (θετικά), ὅποτε καλοῦνται ἐξωτερικαί οἰκονομίαι, ἢ δυσμενεῖς (ἀρνητικά), ὅποτε καλοῦνται ἐξωτερικαί ἐπιβαρύνσεις ἢ ἀντιοικονομίαι. Εἰς τήν περίπτωσιν τῶν ἐξωτερικῶν οἰκονομιῶν ἡ κοινωνική ὠφέλεια εἶναι μεγαλύτερα τῆς ἰδιωτικῆς ὠφελείας καί ἐπειδῆ ὁ ὠφελούμενος παραγωγός ἐκ τῆς παραγωγικῆς δραστηριότητος ἐτέρου παραγωγῶ οὐδεμίαν τιμὴν καταβάλλει ἢ παραγομένη ποσότης τοῦ ἀγαθοῦ εἶναι μικροτέρα τῆς κοινωνικῶς ἀρίστης. Εἰς τήν περίπτωσιν τῶν ἐξωτερικῶν ἐπιβαρύνσεων τὸ κοινωνικὸν κόστος εἶναι μεγαλύτερον τοῦ ἰδιωτικοῦ καί ἐπειδῆ ὁ μὲν προκαλῶν τὴν ἐπιβάρυνσιν οὐδὲν κόστος καταβάλλει, ὁ δὲ ζημιούμενος ἐκ τῆς δραστηριότητος τοῦ πρώτου οὐδεμίαν ἀποζημίωσιν λαμβάνει ἢ παραγομένη ποσότης τοῦ ἀγαθοῦ εἶναι μεγαλύτερα τῆς κοινωνικῶς ἀρίστης. Οὕτω διὰ νά ύφίστανται ἐξωτερικαί επιδράσεις, ὀδηγοῦσαι εἰς τὴν ἀποτυχίαν τῆς ἀνταγωνιστικῆς ἀγορᾶς νά ἐπιτύχη τὸ κοινωνικῶς ὀρθίον, πρέπει νά ύφίσταται διάστασις μεταξύ ἀφ' ἐνὸς μὲν ἰδιωτικῆς καί κοινωνικῆς ὠφελείας, ἀφ' ἐτέρου δὲ μεταξύ ἰδιωτικοῦ καί κοινωνικοῦ κόστους. Προσέτι αἱ επιδράσεις αὗται νά εὐρίσκωνται ἐκτὸς τοῦ μηχανισμοῦ τῶν τιμῶν, ἤτοι νά μὴ τιμολογοῦνται.

Κλασικὸν παράδειγμα ἐξωτερικῶν οἰκονομιῶν εἶναι ἡ ὕπαρξις ὀπωρῶν, τοῦ ὁποῖου ἡ παραγωγή ἔχει εὐνοϊκὸν ἀποτέλεσμα ἐπὶ τῆς παραγωγῆς μέλιτος παραπλευρώς εὐρισκομένου μελισσοτρόφου. "Όσον μεγαλύτερος εἶναι ὁ ἀριθμὸς τῶν ἀνοθοφορούντων ὀπωροδένδρων τόσο μεγαλύτερα εἶναι ἡ ὠφέλεια (ἢ παραγωγή μέλιτος) ἢ ἀπολαμβάνει ὁ μελισσοτρόφος. Ἡ ὠφέλεια τοῦ καλλιεργούντος τὸν ὀπωρῶνα εἶναι μικροτέρα τῆς κοινωνικῆς ὠφελείας, διότι δὲν περιλαμβάνει τὸ εὐνοϊκὸν ἐπὶ τοῦ μελισσοτρόφου ἀποτέλεσμα. Ὁ μὲν ὀπωροκαλλιεργητῆς οὐδεμίαν τιμὴν λαμβάνει διὰ τὴν παρεχομένην ὠφέλειαν, ὁ δὲ μελισσοτρόφος οὐδεμίαν τιμὴν καταβάλλει εἰς τὸν ὀπωροκαλλιεργητὴν διὰ τὴν λαμβανομένην ὠφέλειαν. "Ετερον παράδειγμα ἐξωτερικῶν οἰκονομιῶν εἰς τὴν παραγωγήν ἔχομεν εἰς τὴν περίπτωσιν καθ' ἣν μία ἐπιχείρησις χρησιμοποιεῖ τὰ καθαρὰ ὕδατα, ἅτινα προέρχονται ἐκ τῆς καθάρσεως τῆς ὁποίας διενεργεῖ ἕτερα ἐπιχείρησις ἐπὶ ἀκαθάρτου ποταμοῦ. Τὸ κόστος τῆς καθάρσεως πληρώνει ἢ δευτέρα ἐπιχείρησις, ἢ δὲ πρώτη οὐδεμίαν τιμὴν καταβάλλει. Τὸ αὐτὸ παράδειγμα δύναται νά χρησιμοποιηθῆ διὰ νά δείξωμεν τὴν περίπτωσιν ἐξωτερικῶν ἐπιβαρύνσεων, ὅταν ἡ μία ἐπιχείρησις μολύνῃ τὰ ὕδατα ποταμοῦ τὰ ὁποῖα χρησιμοποιεῖ ἕτερα ἐπιχείρησις. Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν τὸ ἰδιωτικὸν κόστος παραγωγῆς τῆς μολυνούσης τὰ ὕδατα ἐπιχειρή-

σεως είναι μικρότερο του κοινωνικού κόστους, διότι η επιχείρησης αυτή ουδέν κόστος καταβάλλει διά την τοιαύτην μόλυνσιν και συνεπώς δέν τὸ ὑπολογίζει εἰς τὸ ἐσωτερικόν της κόστος παραγωγῆς.

Ἡ ὑπαρξίς ἐξωτερικῶν ἐπιδράσεων εἰς τὴν παραγωγὴν ὀδηγεῖ, ὡς εἴπομεν ἀνωτέρω, εἰς τὴν μὴ ἐπίτευξιν τῆς κατὰ Pareto ἀριστοποιήσεως, ἥτοι εἰς μὴ κοινωνικῶς ἀρίστην παραγωγὴν καὶ κατανομήν τῶν συντελεστῶν τῆς παραγωγῆς. Τὴν πρότασιν ταύτην θὰ ἀποδείξωμεν κατωτέρω διαγραμματικῶς καὶ μαθηματικῶς.

Ἄς λάβωμεν τὴν περίπτωσιν ὑπάρξεως ἐξωτερικῶν ἐπιβαρύνσεων. Ἡ ἐπιχείρησης Α διὰ τῆς παραγωγικῆς δραστηριότητός της μολύνει τὰ ὕδατα



Σχ. II. 8.

ποταμοῦ χωρὶς νὰ καταβάλλῃ κόστος καὶ τοῦτο συνεπάγεται τὴν ἐκ μέρους τῆς Β ἐπιχειρήσεως καταβολὴν κόστους διὰ τὴν κάθαρσιν τῶν ὑδάτων, ἅτινα χρησιμοποιεῖ διὰ τὴν παραγωγικὴν δραστηριότητά της. Ἡ ἐπιχείρησης Α θὰ προβῆ εἰς παραγωγὴν ποσότητος Ox_1 [βλέπε Σχ. II.8 (α)], ὅπου τὸ ὀριακὸν ἰδιωτικὸν κόστος (MC) εἶναι ἴσον πρὸς τὴν τιμὴν τοῦ προϊόντος (p). Τὸ ὀριακὸν κοινωνικὸν κόστος ὅμως εἶναι μεγαλύτερον καὶ συνεπῶς ἐὰν προστεθῇ καὶ ἡ ἐπιβάρυνσις ἐπὶ τῆς ἐπιχειρήσεως Β, τότε ἡ καμπύλη ὀριακοῦ κοινωνικοῦ κόστους θὰ εἶναι ἡ MC' . Ἡ κοινωνικῶς ἀρίστη ποσότης παραγωγῆς εἶναι ἐκεῖνη εἰς τὴν ὁποίαν ἡ τιμὴ εἶναι ἴση πρὸς τὸ ὀριακὸν κοινωνικὸν κόστος, ἥτοι ἡ Ox_2 . Οὕτω διαπιστοῦται ὅτι, εἰς τὸν πλήρη ἀνταγωνισμόν, ἡ ὑπαρξίς ἐξωτερικῶν ἐπιβαρύνσεων ὀδηγεῖ εἰς παραγωγὴν μεγαλύτεραν τῆς κοινωνικῶς ἀρίστης.

Ἄς ἔλθωμεν τώρα εἰς τὴν περίπτωσιν τῶν ἐξωτερικῶν οἰκονομιῶν,

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω ἔχομεν

$$\left. \begin{aligned} p_x &= \frac{\partial C_A}{\partial x} + \frac{\partial C_B}{\partial x} \\ p_y &= \frac{\partial C_B}{\partial y} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Οὕτως, ἐνῶ εἰς τὸν πλήρη ἀνταγωνισμόν ἄνευ ἐξωτερικῶν ἐπιδράσεων διὰ τὴν κατὰ Pareto ἀριστοποίησιν ἰσχύει ἡ (1), ὅταν ὑφίστανται ἐξωτερικαὶ ἐπιδράσεις (εἰς τὴν προκειμένην περίπτωσιν μονομερῆς ἐπιβάρυνσις) ἰσχύει ἡ (3). Δηλαδή ἡ τιμὴ τοῦ προϊόντος τῆς ἐπιχειρήσεως Α θὰ πρέπει νὰ εἶναι ἴση πρὸς τὸ ἄθροισμα τοῦ ἰδιωτικοῦ ὀριακοῦ κόστους καὶ τοῦ ὀριακοῦ κόστους τοῦ προκαλουμένου εἰς τὴν ἐπιχείρησιν Β, ἥτοι νὰ εἶναι ἴση ὅχι πλὴν πρὸς τὸ ὀριακὸν ἰδιωτικὸν κόστος, ἀλλὰ πρὸς τὸ κοινωνικὸν ὀριακὸν κόστος. Ἐπειδὴ ὅμως ἡ ἐπιχείρησις Α δὲν λαμβάνει ὑπ' ὄψιν τῆς τὰς ἐξωτερικὰς ἐπιβαρύνσεις ἐκ τῆς παραγωγῆς τῆς, διότι οὐδεμίαν ἀποζημίωσιν καταβάλλει, ἡ παραγωγή τῆς πρὸς μεγιστοποίησιν τῶν ἰδιωτικῶν κερδῶν τῆς εἶναι μεγαλύτερα τῆς κοινοικῶς ἐπιθυμητῆς.

Ἄς λάβωμεν τώρα τὴν περίπτωσιν τῆς ὑπάρξεως ἐξωτερικῶν οἰκονομιῶν διὰ τῆς ἐξαρτήσεως τῆς συναρτήσεως παραγωγῆς τῆς ἐπιχειρήσεως Β ἐκ τῆς συναρτήσεως παραγωγῆς τῆς ἐπιχειρήσεως Α. Ἐστω ὅτι ὑφίσταται εἰς συντελεστῆς τῆς παραγωγῆς, ἡ ἐργασία L καὶ δύο προϊόντα, x καὶ y , καὶ ὅτι αἱ συναρτήσεις παραγωγῆς τῆς ἐπιχειρήσεως Α εἶναι $x = f(L_x)$ καὶ τῆς ἐπιχειρήσεως Β εἶναι $y = g(x, L_y)$, ὅπου $L_x + L_y = \bar{L}$ (δεδομένη ποσότης ἐργασίας). Λαμβάνοντες τὰ διαφορικὰ τῶν ἀνωτέρω συναρτήσεων ἔχομεν:

$$dx = (dx/dL_x) dL_x \quad (1)$$

$$dy = (\partial y/\partial L_y) dL_y + (\partial y/\partial x) dx \quad (2)$$

$$d\bar{L} = dL_x + dL_y = 0 \quad (3)$$

Θέτοντες τὰς (1) καὶ (3) εἰς τὴν (2) λαμβάνομεν

$$dy = \frac{\partial y}{\partial L_y} dL_x + \frac{\partial y}{\partial x} \frac{dx}{dL_x} dL_x \quad (4)$$

καὶ διαιροῦντες διὰ τῆς (1) ἔχομεν

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\partial y/\partial L_y}{dx/dL_x} + \frac{\partial y}{\partial x} \quad (5)$$

Ἐὰν δὲν ὑπῆρχαν ἐξωτερικαὶ οἰκονομίαι, ἥτοι ἐὰν $\partial y/\partial x = 0$, τότε, κατὰ τὰ γνωστά, ὁ ὀριακὸς λόγος μετασχηματισμοῦ (dy/dx) θὰ ἰσοῦτο πρὸς τὸν

λόγον τῶν ὀριακῶν προϊόντων τῆς ἐργασίας εἰς τὴν παραγωγὴν τοῦ x καὶ τοῦ y καὶ ἐπίσης πρὸς τὸν λόγον τῶν τιμῶν τῶν δύο προϊόντων, ἦτοι

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\partial y / \partial L_y}{dx / dL_x} = \frac{p_x}{p_y}$$

Λόγω ὅμως τῆς ὑπάρξεως ἐξωτερικῶν οἰκονομιῶν, ἦτοι $\partial y / \partial x > 0$, ὁ λόγος τῶν τιμῶν θὰ πρέπει νὰ ἰσοῦται πρὸς τὸ δεξιὸν σκέλος τῆς ἐξίσωσης (5) διὰ νὰ ἐπιτευχθῆ ἡ κατὰ Pareto ἀριστοποίησις. Τοῦτο δύναται νὰ διατυπωθῆ καὶ διαφορετικῶς: Εἰς τὸν πλήρη ἀνταγωνισμόν ἄνευ ἐξωτερικῶν ἐπιδράσεων ἀπαιτεῖται ἐξίσωσις τοῦ ὀριακοῦ ἰδιωτικοῦ προϊόντος τῆς ἐργασίας εἰς τὴν παραγωγὴν τοῦ x πρὸς ἐκεῖνο εἰς τὴν παραγωγὴν τοῦ y. "Ὅταν ὑφίστανται ἐξωτερικαὶ ἐπιδράσεις, διὰ τὴν μεγιστοποίησιν τοῦ προϊόντος θὰ πρέπει νὰ ὑπολογίσωμεν τὰ ὀριακὸν κοινωνικὸν προϊόν τῆς ἐργασίας εἰς τὴν ἐπιχειρήσιν A, τὸ ὁποῖον ἰσοῦται πρὸς τὸ ὀριακὸν ἰδιωτικὸν προϊόν σὺν τὴν ἐπίδρασιν ποῦ προκαλεῖται εἰς τὴν παραγωγὴν τῆς ἐπιχειρήσεως B.

Πολιτικὴ πρὸς ἐπίτευξιν τῆς κοινωνικῶς ἀρίστης παραγωγῆς. Εἶδομεν ὅτι ἡ ὑπαρξις ἐξωτερικῶν ἐπιδράσεων εἰς τὴν παραγωγὴν, αἱ ἐπισυμβαίνουσαι ἐκτὸς τῆς ἀγορᾶς, ὀδηγοῦν εἰς διάστασιν μεταξὺ ὀριακῆς ἰδιωτικῆς ὠφελείας καὶ ὀριακῆς κοινωνικῆς ὠφελείας ἢ εἰς διάστασιν μεταξὺ ὀριακοῦ ἰδιωτικοῦ κόστους καὶ ὀριακοῦ κοινωνικοῦ κόστους, μὲ συνέπειαν, ὑπὸ πλήρη ἀνταγωνισμόν, αἱ παραγόμεναι ποσότητες νὰ μὴ εἶναι αἱ κοινωνικῶς ἀρισταί. Ὅα ἦτο ἐν τούτοις δυνατὸν διὰ διαφόρων μέτρων νὰ ἐξαλειφθοῦν αἱ ἀνωτέρω διαστάσεις καὶ νὰ ὀδηγηθῆ τὸ σύστημα εἰς τὴν κατὰ Pareto ἀριστοποίησιν. Τοιαῦτα διορθωτικὰ τῆς ἀτελείας τῆς ἀνταγωνιστικῆς ἀγορᾶς μέτρα θὰ ἦσαν ἢ συμπερίληψις τῶν ἐξωτερικῶν ἐπιδράσεων εἰς τὸ σύστημα τῶν τιμῶν ἢ ἡ ἐσωτερικεύσις των καὶ ἢ ἐκ μέρους τοῦ κράτους παρέμβασις.

Ἡ ἐσωτερικεύσις τῶν ἐξωτερικῶν ἐπιδράσεων ἢ ἡ συμπερίληψις των εἰς τὸ σύστημα τῆς ἀγορᾶς δύναται νὰ γίνῃ διὰ τῶν ἐξῆς τρόπων: (α) Διὰ τῆς καταβολῆς ἀποζημιώσεως ἐκ μέρους τοῦ προκαλοῦντος τὴν ἐξωτερικὴν ἐπιβάρυνσιν πρὸς τὸν ὑφιστάμενον ταύτην ἢ διὰ τῆς καταβολῆς μιᾶς τιμῆς ἐκ μέρους τοῦ ὠφελουμένου ἐκ τῶν ἐξωτερικῶν οἰκονομιῶν ἐτέρου παραγωγοῦ. (β) Διὰ τῆς καταβολῆς ἀντιστρόφων ἀποζημιώσεων, ἦτοι νὰ ἀποζημιωθῆται ὁ προκαλὼν ἐξωτερικὰς ἐπιβαρύνσεις διὰ νὰ μὴ προκαλῆ ἢ ἐλαττώσῃ ταύτας. (γ) Διὰ τῆς συγχωανέσεως τῆς ἐπιχειρήσεως τῆς δημιουργούσης ἐξωτερικὸν κόστος ἢ ὠφέλειαν μετὰ τὴν ἐπιχειρήσιν, ἢ ὁποῖα ὑφίσταται τὸ κόστος ἢ δέχεται τὴν ὠφέλειαν. (δ) Δι' ἀμέσων διαπραγματεύσεων μεταξὺ τῶν ἐνδιαφερομένων ἐπιχειρήσεων, ἐφ' ὅσον ὁ ἀριθμὸς τούτων εἶναι μικρὸς.

Ἡ ἐκ μέρους τοῦ κράτους παρέμβασις συνίσταται εἴτε εἰς τὴν ἐπιβολὴν φόρου καὶ καταβολῆν ἐπιδοτήσεων εἴτε εἰς τὴν ἐκ μέρους τούτου ἀνάληψιν

τῆς οικονομικῆς δραστηριότητος. Εἰς τὴν περίπτωσιν τῶν ἐξωτερικῶν οικονομιῶν χορηγεῖται ἐπιδόσεις εἰς τὴν ἐπιχειρήσιν, ἢ ὑποία δημιουργεῖ εὐνοικῶς ἐξωτερικῶς ἐπιδράσεις καὶ εἰς τὴν περίπτωσιν τῶν ἐξωτερικῶν ἐπιβαρύνσεων ἐπιβάλλεται φόρος εἰς τὴν προκαλοῦσαν τὰς δυσμενεῖς ἐπιδράσεις ἐπιχειρήσιν. Ἐὰν αἱ ἐξωτερικαὶ ἐπιδράσεις εἶναι μεγάλης ἐκτάσεως, τότε εἶναι δυνατόν τὸ κράτος νὰ ἀναλάβῃ τὴν ἀντίστοιχον παραγωγικὴν δραστηριότητα, ὅποτε ἔχομεν δημόσια ἀγαθὰ καὶ ἀξιόλογα ἀγαθὰ (merit goods, ἐκπαίδευσις, υἰεία κ.ἄ.). Συνεπῶς τὸ κράτος ἐπιβάλλει περιορισμοὺς ἢ ἀπαγορεύει τὰς ζημιογόνους δραστηριότητας διὰ τὸ γενικὸν καλόν, ὡς εἰς τὴν περίπτωσιν τῆς μόλυνσεως τοῦ περιβάλλοντος, λόγῳ τῆς παραγωγικῆς δραστηριότητος ὀρισμένων βιομηχανιῶν*.

II. 3.2.2. Μεικταὶ ἐξωτερικαὶ ἐπιδράσεις

Ἀνωτέρω ἐξητάσαμεν τὰς ἐξωτερικῶς ἐπιδράσεις εἰς τὴν κατανάλωσιν καὶ τὴν παραγωγὴν κεχωρισμένως. Ὑφίστανται ὅμως ἐξωτερικαὶ ἐπιδράσεις τῆς παραγωγῆς ἐπὶ τῆς καταναλώσεως καὶ ἀντιστρόφως, αἱ ὁποῖαι λαμβάνουν χώραν ἐκτὸς τῆς ἀγορᾶς, ἧτοι δὲν τιμολογοῦνται. Ἡ πλέον συνήθης περίπτωσις μεικτῶν ἐξωτερικῶν ἐπιδράσεων εἶναι αἱ ἐπιδράσεις τῆς παραγωγῆς ἐπὶ τῆς καταναλώσεως. Ὑφίστανται πολλὰ παραδείγματα τοιούτων ἐπιδράσεων, ὡς ἡ ρύπανσις ὑπὸ βιομηχανίας τῆς θαλάσσης εἰς τὴν ὁποίαν κολυμβοῦν ἄτομα, ἡ μόλυνσις τῆς ἀτμοσφαιράς ἐκ τῆς ἐκπομπῆς αἰθάλης ἢ καπνοῦ τῶν καπνοδόχων ἐργοστασιῶν κλπ. Ὡς εἰκόσ, ἡ αὔξησις τῆς παραγωγῆς τῆς βιομηχανίας, ἢ ὁποία ρυπαίνει τὴν θάλασσαν, ὀδηγεῖ εἰς μείωσιν τῆς ἀξίας τῆς εὐχαριστήσεως τὴν ὁποίαν ἀπολαμβάνουν τὰ ἄτομα κολυμβοῦντα εἰς τὴν θάλασσαν. Δέον νὰ σημειωθῇ ὅτι ἡ μόλυνσις τοῦ περιβάλλοντος ἐκ τῆς οικονομικῆς δραστηριότητος εἶναι ἓν ἐκ τῶν πλέον σημαντικῶν προβλημάτων τῆς ἀνθρωπότητος σήμερον, ἢ ἀνάλυσις τοῦ ὁποῖου ὅμως ἐκφεύγει τοῦ σκοποῦ τοῦ παρόντος**.

II. 3.3. Αὔξουσαι Ἀποδόσεις καὶ Φθίνον Κόστος Παραγωγῆς

Ἐτερον ἐμπόδιον διὰ τὴν ἐπίτευξιν τῆς κατὰ Pareto ἀριστοποιήσεως εἶναι ἡ ὑπαρξίς αὔξουσῶν ἀποδόσεων κλίμακος, ποὺ σημαίνει ὅτι τὸ μέσον κόστος παραγωγῆς εἶναι φθίνον. Ὡς γνωστόν, ὅταν τὸ μέσον κόστος εἶναι φθίνον, τότε τὸ ὀριακὸν κόστος εἶναι μικρότερον τοῦ μέσου τοιούτου. Ἡ περίπτωσις αὕτη ἐμφανίζεται ὅταν τὰ πάγια ἐξόδα παραγωγῆς εἶναι μεγάλα, ὅποτε ἡ αὔξησις τῆς παραγωγῆς ὀδηγεῖ εἰς οικονομίας κλίμακος καὶ συνεπῶς εἰς φθίνον κατὰ μονάδα παραγωγῆς κόστος. Αἱ ἐπιχειρήσεις παροχῆς ὑπη-

* Βλ. P. Bohm, op. cit., σελ. 26 - 31, καὶ H.T. Koplin, op. cit., σελ. 251 - 53.

** Βλ. Γ. Δράζου, op. cit., σελ. 191 - 205, καὶ τὴν αὐτόθι βιβλιογραφίαν.

ρεσιών προς το κοινόν υπάγονται κατά το μᾶλλον καὶ ἥττον εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτήν, ὡς π.χ. οἱ σιδηρόδρομοι κ.ἄ.

Ἡ κατὰ Pareto ἀριστοποίησης ἀπατεῖ, ὡς εἶδομεν, τὴν ἐξίσωσιν τοῦ ὀριακοῦ λόγου (ὑποκειμενικῆς) ὑποκαταστάσεως καὶ τοῦ ὀριακοῦ λόγου μετασχηματισμοῦ διὰ κάθε ζευγὸς ἀγαθῶν. Ὁ ὀριακὸς λόγος ὑποκαταστάσεως διὰ κάθε καταναλωτὴν ἰσοῦται, ὑπὸ συνθήκας πλήρους ἀνταγωνισμοῦ, πρὸς τὸν λόγον τῶν τιμῶν τῶν ἀγαθῶν καὶ ὁ ὀριακὸς λόγος μετασχηματισμοῦ ἰσοῦται πρὸς τὸν λόγον τῶν ὀριακῶν κόστων τῶν δύο ἀγαθῶν. Ἐὰν συνεπῶς ὁ λόγος τῶν τιμῶν ἐξισωθῇ πρὸς τὸν λόγον τῶν ὀριακῶν κόστων, τότε ἡ ἀνωτέρω συνθήκη πληροῦται, ἦτοι

$$\frac{P_x}{P_y} = \frac{MC_x}{MC_y} = OAM = OAY$$

Ἡ συνθήκη αὕτη πληροῦται αὐτομάτως ἐὰν ἡ τιμὴ εἰς κάθε παραγωγὴν ἐξισωθῇ πρὸς τὸ ὀριακὸν κόστος. Ἡ ἐξίσωσις λοιπὸν τῆς τιμῆς πρὸς τὸ ὀριακὸν κόστος εἰς ὅλην τὴν οἰκονομίαν ὁδηγεῖ εἰς ἀρίστην κατανομήν.

Ἡ ἐξίσωσις, ἐν τούτοις, τῆς τιμῆς πρὸς τὸ ὀριακὸν κόστος εἰς τὴν περίπτωσιν τοῦ φθίνοντος κόστους συνεπάγεται ζημίαν διὰ τὴν ἐπιχείρησιν, ἀφοῦ τὸ ὀριακὸν κόστος εἶναι μικρότερον τοῦ μέσου καὶ συνεπῶς ἡ τιμὴ θὰ εἶναι μικρότερα τοῦ κατὰ μονάδα κόστους. Οὕτως ἡ ἀρχὴ τῆς ἐξισώσεως τιμῆς καὶ ὀριακοῦ κόστους δὲν δύναται νὰ ὁδηγήσῃ εἰς τὴν κατὰ Pareto ἀριστοποίησην: "Ἄλλωστε, ὅταν τὸ μέσον κόστος μειοῦται, ὅσον ἡ παραγωγὴ αὐξάνει, θὰ δημιουργηθῇ μονοπώλιον εἰς τὴν παραγωγὴν τοῦ ἀγαθοῦ, λόγῳ τῆς τάσεως γιγαντώσεως τῆς ἐπιχειρήσεως. Ὁ μονοπωλητὴς ὅμως δὲν παράγει τὴν κοινωνικῶς ἀρίστην ποσότητα, ἀλλὰ μικρότεραν ταύτης, ἀφοῦ πρὸς μεγιστοποίησην τῶν κερδῶν του ἐξισώνει τὴν ὀριακὴν πρόσδοτον (καὶ ὄχι τὴν τιμὴν) πρὸς τὸ ὀριακὸν κόστος.

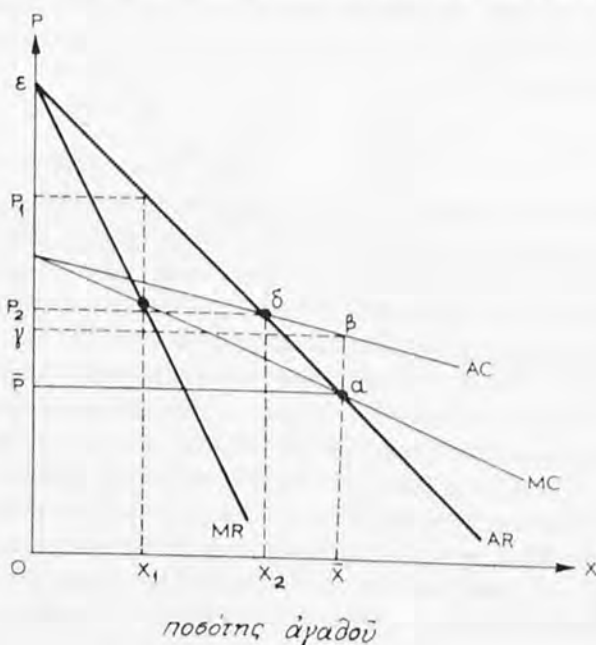
* Ἀς δεῖξωμεν τὴν περίπτωσιν τοῦ φθίνοντος κόστους διαγραμματικῶς*. Εἰς τὸ Σχ. II.9 δεικνύονται αἱ καμπύλαι μέσου (AC) καὶ ὀριακοῦ κόστους (MC), ὡς καὶ αἱ καμπύλαι μέσης προσόδου (AR) ἢ τιμῆς καὶ ὀριακῆς προσόδου (MR), αἱ κλίσεις τῶν ὁποίων εἶναι ἀρνητικαί, διότι ἡ ἐπιχείρησις ἀντιπροσωπεύει τὴν παραγωγὴν τοῦ κλάδου, λόγῳ οἰκονομιῶν κλίμακος. Ἐνεργούσα ὡς μονοπωλιακὴ ἐπιχείρησις αὕτη θὰ καθορίσῃ ποσότητα καὶ τιμὴν ἰσορροπίας εἰς τὸ σημεῖον ὅπου $MR = MC$, ἦτοι θὰ καθορίσῃ ποσότητα Ox_1 καὶ τιμὴν p_1 μεγιστοποιούσα τὰ κέρδη της. Ὡς γνωρίζομεν ὅμως, ἡ ποσότης Ox_1 εἶναι μικρότερα τῆς ἀρίστης κοινωνικῶς. Ἡ κοινωνικῶς ἀρίστη ποσότης εἶναι ἡ Ox , ὅπου τὸ ὀριακὸν κόστος εἶναι ἴσον πρὸς τὴν τιμὴν, ἦτοι $MC = p$

* Βλ. C.A. Tisdell, op. cit., σελ. 293, P. Bohm, op. cit., σελ. 37, καὶ K.C. Kogiku, op. cit., σελ. 111 - 115.

(ή $MC = AR$). Είς τήν περίπτωσιν ὅμως αὐτήν ἡ ἐπιχείρησις ὑφίσταται ζημίαν, διότι τὸ μέσον κόστος παραγωγῆς εἶναι μεγαλύτερον τῆς τιμῆς (p) κατὰ $\alpha\beta$. Ἡ συνολικὴ ζημία εἶναι $\alpha\beta\gamma\rho$.

Εἰς τήν ἀνωτέρω περίπτωσιν ὑφίστανται αἱ κατωτέρω διαζευκτικαὶ λύσεις:

(α) Ἡ τιμὴ καθορίζεται ἴση πρὸς τὸ μέσον κόστος, ἥτοι $AC = AR$ (σημεῖον δ), καὶ συνεπῶς ὁ ποσότης εἶναι ἴση πρὸς Ox_2 καὶ ἡ τιμὴ p_2 . Ἡ ἐπι-



Σχ. II. 9.

χείρησις δὲν πραγματοποιεῖ κέρδη καὶ δὲν ὑφίσταται ζημίαν. Ἡ ποσότης παραγωγῆς ὅμως εἶναι κάτω τοῦ ἀρίστου ἐπιπέδου.

(β) Ἡ τιμὴ ὀρίζεται ἴση πρὸς τὸ ὀριακὸν κόστος, ὁπότε ἡ παραγωγὴ εἶναι ἀρίστη κατὰ Pareto, καὶ ἡ διαφορὰ (ζημία) ἐπιδοτεῖται ἐκ μέρους τοῦ κράτους.

(γ) Ἡ ἐπιχείρησις ἀναλαμβάνεται ὑπὸ τοῦ κράτους.

Ἐν σχέσει πρὸς τήν ὑπὸ τοῦ κράτους ἀνάληψιν τῆς παραγωγῆς τοῦ προϊόντος ποῦ ὑπόκειται εἰς φθῖνον κόστος γεννᾶται τὸ ἐρώτημα κατὰ πόσον ἀξίζει κοινωνικῶς ἢ συνέχισις τῆς παραγωγῆς ἢ ἡ ἐγκατάλειψις ταύτης. Διὰ νὰ ἀποφανθῶμεν περὶ τῆς συνεχίσεως ἢ μὴ τῆς συγκεκριμένης παραγωγικῆς δραστηριότητος ἀπαιτεῖται ἓν κριτήριον. Θὰ πρέπει, ἐν πρώτοις, νὰ

εκτιμήσωμεν τὴν συνολικὴν ἀξίαν τὴν ὁποίαν ἀποδίδουν οἱ καταναλωταὶ εἰς τὸ προϊόν, βάσει τῆς ὑποτιθεμένης γνωστῆς καμπύλης ζήτησεως. Ἡ ἀξία τὴν ὁποίαν ἀποδίδουν οἱ καταναλωταὶ εἰς τὴν ποσότητα Ox (κοινωνικῶς ἀρίστη) εἶναι ἴση πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν κάτω τῆς καμπύλης ζήτησεως, ἥτοι ἴση πρὸς $εα\chi_0$. Τὸ κόστος, ἀντιθέτως, τῆς ποσότητας ταύτης εἶναι ἴσον πρὸς $\gamma\beta\chi_0$. Συγκρίνοντας τὰς δύο ἐπιφανείας ἀποφαινόμεθα περὶ τῆς συνεχίσεως ἢ μὴ τῆς παραγωγῆς, ἥτοι ἐὰν $εα\chi_0 > \gamma\beta\chi_0$, τότε κοινωνικῶς ἀξίζει νὰ συνεχισθῇ ἡ παραγωγή τοῦ ἐν λόγω ἀγαθοῦ εἰς ποσότητα τοιαύτην, ἢ ἣ ὅποια ἐξασφαλίζει τὴν κατὰ Pareto ἀριστοποίησιν*.

Ἐν σχέσει πρὸς τὴν περίπτωσιν τῆς ἐπιδοτήσεως, δεόν νὰ λεχθῇ ὅτι ἡ δημιουργία τῶν ἐσόδων διὰ τὴν ἐπιδότησιν, ἥτις ἐγένετο διὰ τῆς φορολογίας, δυνατὸν νὰ προκαλέσῃ διαστροφὰς τοῦ συστήματος εἰς ἄλλους τομεῖς καὶ οὕτω νὰ ἔχωμεν παραβίασιν τῶν ὀριακῶν συνθηκῶν τῆς κατὰ Pareto ἀριστοποίησεως εἰς τοὺς τομεῖς τούτους. Ἄλλ' ἀνεξαρτήτως αὐτοῦ αἱ ἐπιδοτήσεις θὰ ἔχουν ὡς βέβαιον ἀποτέλεσμα τὴν ἀνακατανομὴν τοῦ εἰσοδήματος, ἀφοῦ ἐνισχύονται οἱ καταναλισκόντες τὸ ἐπιδοτούμενον ἀγαθὸν εἰς βάρος τῶν μὴ καταναλισκόντων τοῦτο**.

Ἡ βάσει τοῦ ὀριακοῦ κόστους τιμολόγησις. Ἡ ἀρχὴ τῆς τιμολογήσεως τῶν ἀγαθῶν βάσει τοῦ ὀριακοῦ κόστους (marginal-cost pricing principle)*** στηρίζεται εἰς μίαν ἐκτεταμένην, διαφοροποιημένην καὶ συγκεχυμένην ἐν πολλοῖς συζήτησιν ἀπὸ τῆς ἐποχῆς τοῦ Ricardo (διαφορικὴ ἔγγειος πρόσδοδος), τοῦ Marshall καὶ τοῦ Pigou μέχρι τοῦ A. Lerner, τοῦ Diskinson, τοῦ H. Hotelling καὶ τοῦ Arthur Lewis. Ἀπὸ τῆς σκοπιᾶς τοῦ παρόντος Κεφαλαίου ἡ ἀρχὴ αὕτη στηρίζεται εἰς τὰς Παρετιανὰς συνθήκας τῆς ἀρίστης κατανομῆς τῶν πόρων, ὡς εἶδομεν ἀνωτέρω.

Ὁ καθορισμὸς τοῦ ὀριακοῦ κόστους παρουσιάζει δυσχερείας εἰς τὴν πρᾶξιν καὶ οὕτω τὸ μέσον κόστος ἀποτελεῖ συνήθως τὴν βάσιν τῆς τιμολογήσεως. Βεβαίως τὸ πρόβλημα γεννᾶται κυρίως ὅταν ὑπάρχῃ διαφορὰ μεταξὺ ὀριακοῦ καὶ μέσου κόστους καὶ τοῦτο συμβαίνει κυρίως εἰς τὴν βραχυχρόνιον περίοδον πού τὸ ὀριακὸν κόστος πέραν ὠρισμένου ἐπιπέδου παραγωγῆς εἶναι σαφῶς ἀνώτερον τοῦ μέσου κόστους. Εἰς τὴν μακροχρόνιον περίοδον τὸ ὀριακὸν κόστος δὲν διαφέρει συνήθως τοῦ μέσου κόστους, διότι εἶναι εὐκολώτερον διὰ προσαρμογῶν νὰ ἐπιτευχθῇ ὁ ἄριστος συνδυασμὸς τῶν παραγωγικῶν συντελεστῶν

* Βλ. P. Bohm, op. cit., σελ. 38 - 40, καὶ Kogiku, op. cit., σελ. 115.

** Βλ. M. Dobb., op. cit., σελ. 247.

*** Βλ. π.χ. H. Hotelling, «The general welfare in relation to problem of taxation and of railway and utility rates», εἰς *Econometrica*, 1938, J. Nelson, Marginal Cost Pricing in Practice, Prentice-Hall, 1964, N. Ruggles, «Recent developments in marginal cost pricing», εἰς *Review of Economic Studies*, 1949 - 50, καὶ M. Webb, Pricing Policies of the Public Enterprises, MacMillan, 1976.

εις την παραγωγικὴν διαδικασίαν καὶ νὰ ἐκλείψουν ἢ νὰ μειωθοῦν αἱ ἀδικο-
ρετότητες αἱ ὁποῖαι ὑφίστανται βραχυχρονίως.

Ἐχει ὑποστηριχθῆ ὅτι αἱ ἐπιχειρήσεις κοινῆς ὠφελείας θὰ πρέπει νὰ
τιμολογοῦν βάσει τοῦ ὀριακοῦ κόστους διὰ νὰ παράγεται ἡ κοινωνικῶς ἀρίστη
ποσότης ἀγαθῶν ἢ ὑπηρεσιῶν *. Ὑπάρχουν βεβαίως πολλὰ ἀγαθὰ, τὰ ὁποῖα
παρέχουν ὑπηρεσίας εἰς τὸ κοινόν, τῶν ὁποίων τὸ ὀριακὸν κόστος εἶναι μηδε-
νικόν. Παραδείγματός χάριν τὸ ὀριακὸν κόστος μιᾶς γεφύρας, ἤτοι τὸ πρόσ-
θετον κόστος διελεύσεως ἐνὸς ἐπὶ πλέον ὄχηματος, εἶναι μηδέν, ἐνῶ τὸ κόστος
τῆς κατασκευῆς ταύτης εἶναι τεράστιον. Τὸ κόστος ὅμως κατασκευῆς εἶναι
post facto καὶ θὰ ἐθεωρεῖτο ἀντικοινωνικὴ ἢ μὴ ἀρίστη χρησιμοποίησις τῆς
γεφύρας ὑπὸ τοῦ κοινωνικοῦ συνόλου, λόγῳ τοῦ γεγονότος τῆς ἐπιβαρύνσεως
τῶν ὀχημάτων μὲ κάποιαν τιμὴν διὰ νὰ ἀνασυσταθῇ τὸ ποσὸν τὸ ὁποῖον ἐδα-
πανήθη διὰ τὴν κατασκευὴν τῆς γεφύρας. Ἀντιθέτως, ἡ ἐλευθέρη διέλευσις,
ἀφοῦ τὸ ὀριακὸν κόστος εἶναι μηδενικόν, θὰ ὀδηγήσῃ εἰς ἀρίστην χρησιμο-
ποίησιν τῆς γεφύρας. Ἡ ἐπιβολὴ τέλους διελεύσεως διὰ μιᾶς γεφύρας, ἢ χρη-
σιμοποιήσεως ἐνὸς δρόμου ἢ ἐνὸς πάρκου, ὡς καὶ ἄλλων περιπτώσεων, δικαι-
ολογεῖται μόνον εἰς τὴν περίπτωσιν κυκλοφορικῆς συμφορήσεως **.

Τὸ κόστος κατασκευῆς τῶν ἀγαθῶν, διὰ τὰ ὁποῖα δὲν πληρώνεται τιμὴ,
λόγῳ μηδενικοῦ ὀριακοῦ κόστους, θὰ πρέπει νὰ καλύπτεται ἀπὸ τὰ δημόσια
ἔσοδα ποῦ δημιουργοῦνται ἀπὸ γενικὴν φορολογίαν. Ἡ φορολογία αὕτη δὲν
πρέπει νὰ δημιουργῇ διαστροφὰς εἰς τὰς λοιπὰς παραγωγικὰς δραστηριότητας.

Ἐτέρη ἀρχὴ τιμολογήσεως τῶν ἀγαθῶν καὶ ὑπηρεσιῶν τῶν ἐπιχειρήσεων
κοινῆς ὠφελείας εἶναι ἡ ἀρχὴ τῶν διακριτικῶν τιμῶν (*discriminating prices*).
Ἡ ἐπιχείρησις ὀρίζει διαφορετικὰς τιμὰς διὰ τὸ ἀγαθόν, ἀναλόγως τῆς ιδιότητος
τῶν καταναλωτῶν, τῆς ἐποχῆς, τῶν αἰχμῶν ζήτησεως κλπ. Παραδείγματός
χάριν ἡ Δημοσία Ἐπιχείρησις Ἠλεκτρισμοῦ ἔχει χαμηλότερον τιμολόγιον
τὰς νυκτερινὰς ὥρας καὶ ὑψηλότερον κατὰ τὴν ἡμέραν, καθ' ἣν παρουσιάζεται
αἰχμὴ ζήτησεως ἠλεκτρικοῦ ρεύματος. Ἡ δικαιολόγησις τῆς τοιαύτης τιμο-
λογικῆς συμπεριφορᾶς τῆς ἐπιχειρήσεως ἠλεκτρισμοῦ στηρίζεται ἐπὶ τῆς
ἐννοίας τῆς χρησιμοποίησεως τῆς παραγωγικῆς δυναμικότητος. Μὲ τὸ δεδο-
μένον μέγεθος ἐγκαταστάσεων ὑφίσταται, ὡς γνωστόν, ὑπερχρησιμοποίησις
τούτων κατὰ τὴν ἡμέραν, λόγῳ ὑψηλῆς ζήτησεως, καὶ ὑποχρησιμοποίησις
τούτων κατὰ τὰ νυκτερινὰς ὥρας. Ἡ διαφοροποίησις τῆς τιμῆς ὀδηγεῖ ἀκριβῶς
εἰς σύμμετρον χρησιμοποίησιν τῆς παραγωγικῆς δυναμικότητος σχεδὸν καθ'
ὄλον τὸ εἰκοσιτετράωρον. Οὕτως ἀποφεύγεται τὸ ὑπερβολικὸν κόστος ποῦ

* *I.M.D. Little*, op. cit., Chapt. XI (παραγωγικὴ καὶ τιμολογιακὴ πολιτικὴ εἰς τὰς
δημοσίας ἐπιχειρήσεις).

** *D.M. Winch*, op. cit., σελ. 104 - 110, *E. Mansfield*, op. cit., σελ. 424 - 427,
M. Dobb, op. cit., Chapt. 11, *J. de V. Graaff*, op. cit., Chapt. X, καὶ *P. Samuelson*,
Foundations of Economic Analysis, σελ. 241 - 242.

συνεπάγεται ή υπερβολική χρησιμοποίησις τών ἐγκαταστάσεων κατά τὰς ώρας αιχμῆς τῆς ζήτησεως.

II. 3.4. Ἀτελής Γνώσις τῆς Ἀγορᾶς καὶ Ἀβεβαιότης

Ἡ ἔλλειψις πληροφοριῶν περὶ τῶν ἐπικρατουσῶν συνθηκῶν εἰς τὴν ἀγορᾶν, ὡς καὶ ἡ ἀβεβαιότης τῶν προβλέψεων τῶν μελλοντικῶν ἐξελίξεων κατὰ τὸν προγραμματισμὸν τῆς οικονομικῆς δράσεως εἶναι αἷτια τὰ ὁποῖα ὀδηγοῦν εἰς παραβίασιν τῶν συνθηκῶν τῆς κατὰ Pareto ἀριστοποιήσεως. Ἡ ἔλλειψις γνώσεως ἢ ἡ ἀτελής γνώσις περὶ τὴν ἀγορᾶν τῶν ἀγαθῶν ποῦ ἐνδιαφέρουν τὸν καταναλωτὴν θὰ ὀδηγήσῃ εἰς τοιαύτην ἐπιλογὴν, ἢ ὁποῖα δὲν θὰ εἶναι ἡ ἀρίστη. Τὸ ἄτομον γνωρίζει, κατὰ τοὺς φιλελευθέρους οικονομολόγους, καλύτερον παντὸς ἄλλου τὸ ἴδιον αὐτοῦ συμφέρον, τὸ ὁποῖον καὶ ἐπιδιώκει μεγιστοποιῶν τὴν ἱκανοποίησίν του. Εἰς τὸ πλαίσιον τῆς ἐπιδιώξεως τοῦ ἴδιου συμφέροντος οἱ καταναλωταὶ εἰς μίαν πλήρως ἀνταγωνιστικὴν οἰκονομίαν ἐκδηλώνουν ἐλευθέρως τὰς προτιμήσεις των καὶ βᾶσει τούτων καθοδηγεῖται ἡ παραγωγή.

Εἰς τὸν πραγματικὸν κόσμον δὲν υφίσταται ἀπόλυτος κυριαρχία τοῦ καταναλωτοῦ (consumer's sovereignty), διότι οὗτος περιορίζεται τόσον ἀπὸ τὴν ἔλλειψιν γνώσεως καὶ τὴν ἀνεπαρκῆ πληροφόρησιν ὅσον καὶ ἀπὸ κανόνας κοινωνικῆς σκοπιμότητος, ὡς ἡ ἀπαγόρευσις καταναλώσεως ζημιόγων ἢ ἐπιβλαβῶν ἀγαθῶν διὰ τὴν υγίειαν καὶ τὴν ὑπόληψιν τοῦ ἀτόμου. Ἡ ἀτελής πληροφόρησις ἢ ἔλλειψις γνώσεως δυνατόν νὰ ἀφορᾷ: (α) τὴν γνώσιν περὶ τῶν ἐπικρατουσῶν τιμῶν, (β) τὴν γνώσιν περὶ τῆς ὑπάρξεως ἀγαθῶν ἱκανοποιούντων συγκεκριμένην ἀνάγκην, (γ) τὰς ιδιότητες τῶν ἀγαθῶν καὶ (δ) τὴν διαστροφὴν τῶν προτιμήσεων ποῦ ὑφείλεται εἰς τὴν διαφήμισιν*.

Εἰς τὴν περίπτωσιν καθ' ἣν ὁ καταναλωτὴς στερεῖται πληροφοριῶν περὶ τῆς ὑπάρξεως πωλητοῦ, ὅστις διαθέτει τὸ συγκεκριμένον ἀγαθὸν εἰς χαμηλοτέραν τιμὴν καὶ συνεπῶς ἀγοράζει εἰς ὑψηλοτέραν, τότε οὗτος δὲν μεγιστοποιεῖ τὴν ἱκανοποίησίν του, ἰσορροπῶν εἰς χαμηλοτέραν καμπύλην ἀδιαφορίας.

Εἰς τὴν περίπτωσιν καθ' ἣν ὁ καταναλωτὴς ἀγνοεῖ τὴν ὑπαρξίν ἐτέρου ἀγαθοῦ y καὶ καταναλίσκει μόνον τὸ ἀγαθὸν x , ἱκανοποιῶν τὴν ἀνάγκην του, τότε τὸ σημεῖον ἐπιλογῆς θὰ εὑρίσκηται ἐπὶ τοῦ ἄξονος τοῦ x καὶ συνεπῶς ἐπὶ χαμηλοτέρας καμπύλης ἀδιαφορίας. Αὕτη εἶναι ἡ περίπτωσις τῆς ἀκραίας ἢ γωνιακῆς λύσεως εἰς τὴν ἰσορροπίαν τοῦ καταναλωτοῦ.

Εἰς τὴν περίπτωσιν καθ' ἣν ὁ καταναλωτὴς ἀγνοεῖ τὰς ιδιότητας (ἢ τὴν ποιότητα) τοῦ ἀγαθοῦ y διαμορφώνει οὕτω πῶς τὰς προτιμήσεις του (χάρτης καμπύλων ἀδιαφορίας μεταξύ τῶν ἀγαθῶν x καὶ y) καὶ προβαίνει, κατὰ τὰ

* Βλ. σχετ. P. Bohm, op. cit., σελ. 52 - 56, καὶ C.A. Tisdell, op. cit., σελ. 287 - 289.

γνωστά, εἰς τὴν ἐπιλογὴν ὀρισμένου συνδυασμοῦ ἀγαθῶν, ὅστις τοῦ ἀποφέρει ὀρισμένην ἱκανοποίησιν. Ἐὰν ὁ καταναλωτὴς ἐγνώριζε τὰς ιδιότητας τοῦ y θὰ προέβαινεν εἰς ἄλλην διαμόρφωσιν τῶν προτιμήσεων καὶ θὰ ἐπέλεγε διαφορετικὸν συνδυασμὸν ἀγαθῶν βάσει τοῦ εἰσδηματικῶν περιορισμοῦ του.

Εἰς τὴν περίπτωσιν τῆς διαφημίσεως ὑπερβάλλεται ἡ ἀξία ἐνὸς ἀγαθοῦ ἢ προκαλεῖται σύγχυσις εἰς τὸν καταναλωτὴν, ὅστις βάσει ταύτης προβαίνει εἰς ἐπιλογὴν ὀρισμένου συνδυασμοῦ κατωτέρας ἱκανοποιήσεως ἀπὸ τὸν συνδυασμὸν ὅστις θὰ ἐπέλεγετο ἄνευ τῆς διὰ τῆς διαφημίσεως διαχετεύσεως πληροφοριῶν πειθοῦς.

Ὅτω, κατὰ τὰ ἀνωτέρω, ἡ διαφορὰ μεταξύ ἐπαρκoῦς πληροφορήσεως καὶ μὴ ἐπαρκoῦς πληροφορήσεως ἀνάγεται εἰς διαφορὰν μεταξύ δύο θέσεων ἰσορροπίας τοῦ καταναλωτοῦ ἐπὶ διαφορετικῶν καμπύλων ἀδιαφορίας, ἧτοι τελικῶς εἰς διαφορὰν ἐπιπέδων ἱκανοποιήσεως. Ἡ διαφορὰ αὕτη τῶν ἐπιπέδων ἱκανοποιήσεως τοῦ καταναλωτοῦ θὰ ἠδύνατο νὰ ἐκλείψῃ, ἐὰν ὁ καταναλωτὴς εἶχεν εἰς τὴν διάθεσίν του τὰς ἀναγκαίαις πληροφορίας περὶ τῆς ἀγορᾶς. Ἡ ἀπόκτησις ὅμως τῆς γνώσεως ταύτης δυνατὸν νὰ συνεπάγεται κόστος. Τὸ κόστος δὲ τῶν πληροφοριῶν θὰ ὑποστῇ ὁ καταναλωτὴς, ἐφ' ὅσον ἡ ἀξία τῆς διαφορᾶς τῆς ἱκανοποιήσεως εἶναι μεγαλυτέρα τούτου. Τοιοῦτοι ὅμως ὑπολογισμοὶ εἰς τὴν πράξιν εἶναι δυσχερεῖς καὶ πολλάκις ἀνέφικτοι.

Ἡ παραγωγή πληροφοριῶν διὰ τοὺς καταναλωτὰς εἰς μίαν ἐλευθέραν οἰκονομίαν δὲν δύναται νὰ γίνῃ ἀποτελεσματικῶς. Αἱ οἰκονομίαι κλίμακος εἰς τὴν παραγωγὴν πληροφοριῶν συνηγοροῦν ὑπὲρ τῆς ἀναλήψεως τῆς παραγωγῆς πληροφοριῶν ἐκ μέρους τοῦ κράτους, διὰ νὰ ἀποφευχθῇ τὸ μονοπώλιον. Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν αἱ πληροφορίες εἶναι δημόσιον ἀγαθόν.

Ἡ ἀβεβαιότης ἐπίσης περὶ τὰς μελλοντικὰς τιμὰς ἐκτρέπουν τὸ σύστημα ἀπὸ τὴν κατὰ Pareto ἀριστοποίησιν. Τοῦτο συμβαίνει ὅταν ἡ παραγωγή προγραμματίζεται καὶ ὑπάρχει χρονικὴ ὑστέρησις μεταξύ προγραμματισμοῦ καὶ πραγματοποιήσεως τῆς παραγωγῆς. Ἄς λάβωμεν ἐν παράδειγμα δύο ἐπιχειρήσεων παραγοῦσῶν ἐν προϊόν με ἓνα συντελεστὴν τῆς παραγωγῆς. Διὰ νὰ μεγιστοποιηθῇ ἡ κοινωνικὴ παραγωγή θὰ πρέπει ἡ ποσότης τοῦ συντελεστοῦ τῆς παραγωγῆς νὰ κατανεμηθῇ μεταξύ τῶν δύο ἐπιχειρήσεων κατὰ τοιοῦτον τρόπον, ὥστε τὸ ὀριακὸν προϊόν νὰ εἶναι τὸ αὐτὸ καὶ εἰς τὰς δύο ἐπιχειρήσεις. Ὑπὸ συνθήκας πλήρους ἀνταγωνισμοῦ θὰ πρέπει ἡ ἀμοιβή τοῦ συντελεστοῦ νὰ ἰσοῦται πρὸς τὸ ὀριακὸν προϊόν ἐπὶ τὴν τιμὴν τοῦ προϊόντος. Ἐὰν ἐν τούτοις ἐκάστη ἐπιχείρησις προβλέπῃ διαφορετικὴν τιμὴν διὰ τὸ μέλλον, λόγῳ ἐλλείψεως πληροφοριῶν καὶ ἀβεβαιότητος, τότε παραβιάζεται ἡ συνθήκη ἀριστοποιήσεως.

II. 3.5. Ἡ Ἐπίδρασις τῆς Φορολογίας ἐπὶ τῆς κατὰ Pareto Ἀριστοποιήσεως

II. 3.5.0. Εἰσαγωγή

Εἶδομεν ἀνωτέρω ὅτι ὑφίστανται στοιχεῖα εἰς τὴν ἀγοράν, τὰ ὅποια ἐκτρέπουν τὸ σύστημα ἀπὸ τὴν κατὰ Pareto ἀριστοποίησιν, ὡς αἱ ἐξωτερικαὶ ἐπιδράσεις εἰς τὴν παραγωγὴν καὶ τὴν κατανάλωσιν, τὸ φθῖνον κόστος παραγωγῆς, τὰ δημόσια ἀγαθὰ κ.ἄ. Εἰς τὰς περιπτώσεις ταύτας ἡ παρέμβασις τοῦ κράτους θεωρεῖται ἀναγκαία διὰ τὴν βοήθησιν εἰς τὴν ἐπαναφορὰν τοῦ συστήματος εἰς τὴν ἀρίστην θέσιν. Οὕτως εἶδομεν ὅτι ἡ ἐπιβολὴ φόρων περιορίζει τὸν δημιουργοῦντα ἐξωτερικὰς ἐπιβαρύνσεις καὶ ἡ χορήγησις ἐπιδοτήσεων βοηθεῖ τὸν δημιουργοῦντα ἐξωτερικὰς οἰκονομίας ἢ τὸν παραγωγόν, ὅστις ἔχει φθῖνον κόστος παραγωγῆς. Ἐπίσης διὰ πλείστας δραστηριότητας ἐπιβάλλεται ἡ ἀνάληψις τούτων ἐκ μέρους τοῦ κράτους. Ἡ ἀνωτέρω κρατικὴ δραστηριότης συμβάλλει εἰς τὸ νὰ παραχθῇ καὶ νὰ καταναλωθῇ ἡ κοινωνικῶς ἐπιθυμητὴ ποσότης τῶν ἀγαθῶν, ἀποφευγομένης τῆς σπατάλης παραγωγικῶν πόρων, ἀλλὰ καὶ τῆς ἀνεπαρκοῦς χρησιμοποίησεως τούτων πρὸς ἱκανοποίησιν τῶν ἀναγκῶν.

Ἡ δημοσιονομικὴ πολιτικὴ τοῦ κράτους, σημαντικὸν στοιχεῖον τῆς ὁποίας εἶναι ἡ φορολογικὴ πολιτικὴ, ἀποσκοπεῖ: (α) Εἰς τὴν ἐπίτευξιν ἀρίστης κατανομῆς τῶν πόρων καὶ τῆς ἀποτελεσματικότητος τοῦ οἰκονομικοῦ συστήματος (efficiency aspects). (β) Εἰς τὴν σταθεροποίησιν τῆς οἰκονομίας, ἢ ὅποια συνίσταται εἰς τὴν ἐπίτευξιν σταθεροῦ ἐπιπέδου τιμῶν, τὴν μείωσιν ἢ ἐξάλειψιν τῆς ἀνεργίας καὶ τὴν ἐπίτευξιν ἰσορροπίας εἰς τὸ ἰσοζύγιον πληρωμῶν. (γ) Εἰς τὴν ἐπίτευξιν ἐπιθυμητῆς κατανομῆς τοῦ εἰσοδήματος.

Γενικῶς δύναται νὰ λεχθῇ ὅτι ἡ ἐπιβολὴ φόρων ὁδηγεῖ εἰς ἐκτροπὴν τοῦ συστήματος ἐκ τοῦ κατὰ Pareto optimum, διότι παραβιάζει τὰς βασικὰς ὀριακὰς συνθήκας ἐπιτεύξεως τούτου. Ὡς εἶδομεν καὶ ἀλλαχοῦ τοῦ παρόντος *, ἡ ἐπιβολὴ κατ' εἶδος ἢ ad valorem φόρου ἐπὶ ἐνὸς ἀγαθοῦ ὁδηγεῖ εἰς μείωσιν τῆς παραγωγῆς, ἐφ' ὅσον ἡ καμπύλη προσφορᾶς εἶναι ἀύξουσα. Ἐπίσης ἡ ἐπιβολὴ φόρου κατὰ μονάδα προϊόντος εἰς τὴν μονοπωλιακὴν ἐπιχείρησιν ** ἐπηρεάζει τὴν ποσότητα ἰσορροπίας, ἐνῶ ἀντιθέτως ὁ ἐφ' ἅπαξ φόρος οὐδεμίαν ἐπίδρασιν ἐπὶ τῆς ἰσορροπίας τῆς ἐπιχειρήσεως ἔχει. Ἡ ἐπιβολὴ φόρου προσέτι εἰς τὴν ἀνταγωνιστικὴν ἀγοράν δὲν ἐπηρεάζει τὴν ποσότητα παραγωγῆς, ὅταν ἡ καμπύλη προσφορᾶς ἢ ἡ καμπύλη ζήτησεως εἶναι πλήρως ἀνελαστικά. Γενικῶς μόνον ὁ ἐφ' ἅπαξ φόρος (lump-sum tax) δὲν παραβιάζει τὰς συνθήκας τῆς κατὰ Pareto ἀριστοποιήσεως, ἐνῶ τὸ πλείστον τῶν ὑφισταμένων φόρων, ἐμμέσων καὶ ἀμέσων, ὁδηγεῖ εἰς παραβίασιν τούτων.

* Σ. Α. Σαγαντίδη, *op. cit.*, σελ. 80 - 85.

** *Ibid.*, σελ. 342 - 343.

Ἐπίσης ὁ φόρος ὅστις ἐπιβάλλεται κατὰ τὴν αὐτὴν ἀναλογίαν ἐπὶ ὄλων τῶν τιμῶν δὲν ἐπηρεάζει τὴν ἀρίστην κατανομὴν τῶν πόρων. Κατωτέρω θὰ δείξωμεν τὴν οὐδετερότητα ἢ μὴ τῶν φόρων ἐπὶ τῆς ἀρίστης κατανομῆς τῶν πόρων.

II. 3.5.1. Ἡ ἐπίδρασις τῆς ἐμμέσου φορολογίας

Ἄς ὑποθέσωμεν ὅτι ὑφίστανται δύο ἀγαθὰ, x καὶ y . Αἱ συνθήκαι τῆς κατὰ Pareto ἀριστοποιήσεως ἐπιβάλλουν ὅπως εἰς τὴν κατανάλωσιν ὁ ὀριακὸς λόγος ὑποκαταστάσεως μεταξὺ τῶν δύο ἀγαθῶν, ὑπὸ πλήρη ἀνταγωνισμόν, εἶναι ἴσος πρὸς τὸν λόγον τῶν τιμῶν τούτων, ἦτοι

$$OAY = \frac{P_x}{P_y}$$

Εἰς τὴν παραγωγὴν ἐπίσης ὁ ὀριακὸς λόγος μετασχηματισμοῦ εἶναι ἴσος πρὸς τὸν λόγον τῶν τιμῶν τῶν δύο ἀγαθῶν, ἦτοι

$$OAM = \frac{P_x}{P_y}$$

Καὶ ὁ ὀριακὸς λόγος ὑποκαταστάσεως εἰς τὴν κατανάλωσιν δέον νὰ ἰσοῦται πρὸς τὸν ὀριακὸν λόγον μετασχηματισμοῦ εἰς τὴν παραγωγὴν, ἦτοι

$$OAY = OAM$$

Ἐὰν τώρα ἐπιβληθῇ εἰς κατ' εἶδος φόρος (t) ἐπὶ τοῦ ἀγαθοῦ x , τότε ἡ τιμὴ διὰ τὸν καταναλωτὴν θὰ εἶναι ἐκεῖνη τὴν ὁποίαν οὗτος θὰ καταβάλλῃ διὰ τὴν ἀπόκτησιν τοῦ ἀγαθοῦ, ἦτοι μία τιμὴ ἰσορροπίας (p_x). Ὁ παραγωγὸς ὅμως δὲν θὰ καρπωθῇ ὀλόκληρον τὴν τιμὴν ταύτην, ἀλλὰ ($p_x - t$), ἀφοῦ θὰ ἀποδώσῃ εἰς τὸ Δημόσιον τὸν ἐπιβληθέντα φόρον t . Οὕτω τιμὴ εἰς τὸν καταναλωτὴν καὶ τιμὴ εἰς τὸν παραγωγὸν θὰ διαφέρουν*. Ἡ ὀριακὴ συνθήκη εἰς τὴν κατανάλωσιν θὰ εἶναι

$$OAY = \frac{P_x}{P_y}$$

ἀλλὰ εἰς τὴν παραγωγὴν θὰ εἶναι

$$OAM = \frac{P_x - t}{P_y}$$

Ὅποτε $OAY \neq OAM$ καὶ συνεπῶς παραβιάζονται αἱ συνθήκαι τῆς κατὰ Pareto ἀριστοποιήσεως.

Τὸ ἀποτέλεσμα θὰ εἶναι τὸ αὐτό, ἐὰν ἐπὶ τοῦ ἀγαθοῦ x ἐπιβληθῇ ad

* Βλ. P. Bohm, op. cit., σελ. 65 - 67.

valorem φόρος ἴσος πρὸς $t p_x$. Εἰς τὴν κατανάλωσιν θὰ ἰσχύη ἡ συνθήκη

$$OAY = \frac{P_x}{P_y}$$

καὶ εἰς τὴν παραγωγὴν ἡ συνθήκη

$$OAM = \frac{P_x(1-t)}{P_y}, \text{ ὁπότε } OAY \neq OAM.$$

Ἐὰν ὁ φόρος ἐπιβληθῇ ἐφ' ὄλων τῶν ἀγαθῶν καὶ εἶναι ἀναλογικὸς πρὸς τὰς τιμὰς αὐτῶν, τότε δὲν παραβιάζονται αἱ κατὰ Pareto συνθήκαι *. Πράγματι εἰς τὴν κατανάλωσιν θὰ ἔχωμεν

$$OAY = \frac{P_x}{P_y}$$

καὶ εἰς τὴν παραγωγὴν

$$OAM = \frac{P_x - t_x}{P_y - t_y}, \text{ ὁπότε } \frac{P_x}{P_y} = \frac{P_x - t_x}{P_y - t_y}$$

ἐφ' ὅσον ὁ φόρος εἶναι τὸ αὐτὸ ποσοστὸν ἐπὶ τῶν τιμῶν τῶν δύο ἀγαθῶν. Παραδείγματος χάριν ἐπιβάλλεται φόρος πρὸς 20% ἐπὶ τῶν ἀγαθῶν x καὶ y. Ἐὰν αἱ διαμορφωθεῖσαι τιμαὶ ἰσορροπίας εἶναι $p_x = 10$ καὶ $p_y = 20$, τότε θὰ ἰσχύη ἡ ἰσότης

$$\frac{10}{20} = \frac{10 - 2}{20 - 4}$$

Ἐὰν ἤθελε ἐπιβληθῇ τὸ αὐτὸ ποσὸν φόρου ἐπὶ ὄλων τῶν ἀγαθῶν, ἔστω $t = 2$, τότε θὰ παρεβιάζετο ἡ ἀνωτέρω ἰσότης, ἦτοι

$$\frac{10}{20} \neq \frac{10 - 2}{20 - 2}$$

Τὸ συμπέρασμα τὸ ὁποῖον προκύπτει ἐκ τῆς διαστάσεως μεταξύ OAY καὶ OAM, λόγῳ τῆς ἐπιβολῆς ἐμμέσων φόρων, εἶναι ὅτι παράγεται μικροτέρα ποσότης ἐκ τοῦ ἀγαθοῦ τὸ ὁποῖον φορολογεῖται καὶ μεγαλύτερα ποσότης τοῦ ἀγαθοῦ τὸ ὁποῖον δὲν φορολογεῖται, ἀπὸ ὅ,τι θὰ παρήγετο, ἐὰν ἐτηροῦντο αἱ συνθήκαι τῆς κατὰ Pareto ἀριστοποιήσεως. Ἡ δὲ κατανάλωσις θὰ εὕρισκεται ἐπὶ χαμηλοτέρας καμπύλης ἀδιαφορίας.

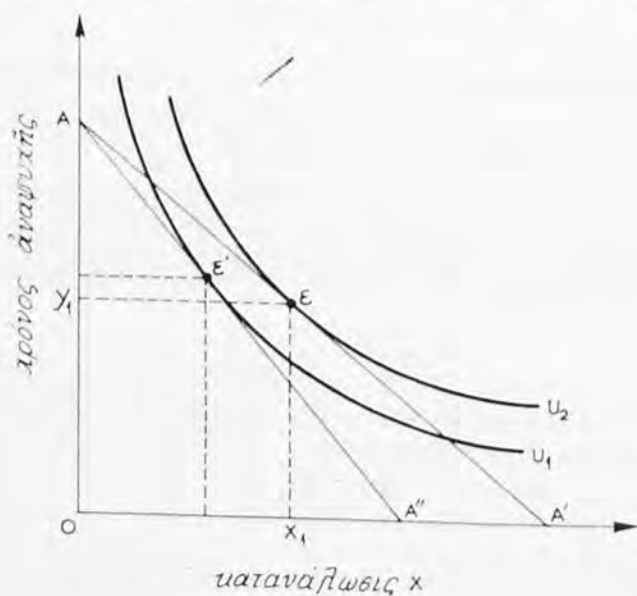
Π. 3.5.2. Ἡ ἐπίδρασις τῆς φορολογίας εἰσοδήματος **

* Ἀς ὑποθέσωμεν ὅτι φορολογεῖται τὸ εἰσόδημα ἐξ ἐργασίας δι' ἑνὸς ἀναλογικοῦ φόρου ἐπὶ τοῦ ἐργατικοῦ μισθοῦ ἴσου πρὸς t καὶ ὅτι τὸ ἐξ ἐργασίας

* Βλ. K.C. Kogiku, op. cit., σελ. 119 - 122.

** Βλ. P. Bohm, op. cit., σελ. 67 - 71, καὶ H.T. Koplin, op. cit., σελ. 276 - 278.

εισόδημα δαπανᾶται διὰ τὴν ἀγορὰν τοῦ ἀγαθοῦ x . Ὁ καταναλωτὴς θὰ προσαρτήσει νὰ ἐπιλέξῃ, συμφώνως πρὸς τὴν κλίμακα προτιμήσεών του, τὸν συνδυασμὸν ἐκεῖνον μεταξύ ἀναψυχῆς (ἀρνητικῆς ἐργασίας) καὶ εισοδήματος (= καταναλώσεως), ὅστις μεγιστοποιεῖ τὴν ικανοποίησίν του. Εἰς τὸ Σχ. II.10 ὁ κάθετος ἄξων ἐμφαίνει τὴν ἀναψυχὴν (ἀρνητικὴν ἐργασίαν ἢ σκόλην) καὶ ὁ ὀριζόντιος ἄξων τὴν δαπάνην διὰ τὸ ἀγαθὸν x , ἢ ὅποια εἶναι ἴση πρὸς τὸ κερδαινόμενον εἰσόδημα. Αἱ καμπύλαι ἀδιαφορίας δεικνύουσιν τὸ σύστημα προτιμήσεων τοῦ καταναλωτοῦ μεταξύ ἀναψυχῆς καὶ εισοδήματος ἢ καταναλώσεως. Ἡ γραμμὴ AA' δεικνύει τὸν εἰσοδηματικὸν περιορισμὸν. Ὁ καταναλωτὴς δύναται νὰ ἐπιλέξῃ τὸ σημεῖον A , ὅπου ἔχει τὸ μέγιστον τῆς ἀναψυχῆς



Σχ. II. 10.

καὶ μηδενικὸν εἰσόδημα ἢ μηδενικὴν δαπάνην διὰ τὸ ἀγαθὸν x . Δύναται ἐπίσης νὰ ἐπιλέξῃ τὸ σημεῖον A' , ὅπου ἔχει τὴν δυνατότητα νὰ ἀγοράσῃ τὴν ποσότητα OA' τοῦ ἀγαθοῦ x , ἀλλὰ μηδενικὸν χρόνον ἀναψυχῆς. Ὁ καταναλωτὴς θὰ προβῇ εἰς τὸν συνδυασμὸν ἐκεῖνον, ὅστις θὰ μεγιστοποιήσῃ τὴν ικανοποίησίν του, ἤτοι θὰ τὸν φέρῃ εἰς τὴν ὑψηλοτέραν δυνατὴν καμπύλην ἀδιαφορίας. Ὁ συνδυασμὸς οὗτος εἶναι ὁ ὑποδεικνυόμενος ἀπὸ τὸ σημεῖον ϵ . Ὁ καταναλωτὴς ἐπιλέγει OY_1 χρόνον ἀναψυχῆς καὶ τὸν ὑπόλοιπον διαθέσιμον χρόνον τὸν διαθέτει εἰς τὴν ἐργασίαν ἐκ τῆς ὁποίας λαμβάνει εἰσόδημα τὸ ὅποιον δαπανᾶ διὰ τὴν ἀγορὰν ποσότητος Ox_1 ἐκ τοῦ ἀγαθοῦ x .

“Ας υποθέσωμεν τώρα ότι επιβάλλεται φόρος εισοδήματος επί του έργα-
 τικού μισθοῦ (w) ἴσος πρὸς t . Τὸ ἀποτέλεσμα τούτου θὰ εἶναι ἡ μεταβολὴ
 τῆς κλίσεως τῆς γραμμῆς AA' . Ἡ κλίσις τῆς γραμμῆς ταύτης εἶναι ἴση πρὸς
 τὸν ἐργατικὸν μισθὸν (w) καὶ συνεπῶς ἡ μείωσις τούτου, λόγῳ τοῦ φόρου,
 θὰ μεταβάλῃ τὴν κλίσιν τῆς γραμμῆς. Ἡ νέα γραμμὴ AA'' δεικνύει τὸν εισο-
 δηματικὸν περιορισμὸν μετὰ τὴν φορολογίαν καὶ συνεπῶς τὴν δυνατότητα
 τοῦ καταναλωτοῦ νὰ ἀγοράσῃ μικροτέρας ποσότητας μὲ τὸν αὐτὸν χρόνον
 ἐργασίας. Τὸ νέον σημεῖον ἰσορροπίας μετὰ τὴν φορολογίαν εἶναι τὸ ϵ' . Ὡς
 δεικνύει τὸ διάγραμμα, μὲ τὰς δεδομένας καμπύλας προτιμήσεως, ἡ ἐπιβολὴ
 τοῦ φόρου ὠδήγησεν εἰς μείωσιν τῆς καταναλώσεως τοῦ ἀγαθοῦ x καὶ αὔξησιν
 τοῦ χρόνου ἀναψυχῆς (ἢ μείωσιν τοῦ χρόνου ἐργασίας). Θὰ ἦτο ἔμως δυνατόν
 νὰ συμβῆ καὶ τὸ ἀντίθετον, ἐὰν αἱ καμπύλαι ἀδιαφορίας εἶχαν διαφορετικὸν
 σχῆμα. Θὰ ἦτο δηλαδὴ δυνατόν μετὰ τὴν φορολογίαν νὰ μειωθῇ ὁ χρόνος
 ἀναψυχῆς (ἢ ἄλλως νὰ αὔξηθῇ ὁ χρόνος ἐργασίας) καὶ νὰ αὔξηθῃ τὸ εἰσοδήμα
 καὶ ἡ κατανάλωσις.

Τὸ ἀνωτέρω ἀποτέλεσμα, ἥτοι ἡ μεταβολὴ τῆς θέσεως ἰσορροπίας τοῦ
 καταναλωτοῦ ἀπὸ τοῦ σημείου ϵ εἰς τὸ σημεῖον ϵ' , ὀφείλεται εἰς δύο ἐπὶ μέρους
 ἐπιδράσεις: εἰς τὴν ἐπίδρασιν τῆς ὑποκαταστάσεως καὶ τὴν εἰσοδηματικὴν
 ἐπίδρασιν. Ὁ φόρος εισοδήματος καθιστᾷ τὴν ἐργασίαν ὀλιγώτερον ἀποδο-
 τικὴν καὶ ἐντεῦθεν ἡ στροφὴ πρὸς τὴν ἀναψυχὴν (ἀποτέλεσμα ὑποκαταστάσεως).
 Συγχρόνως ἔμως ὁ φόρος μειώνει τὴν ἀγοραστικὴν ἱκανότητα τοῦ εισοδή-
 ματος καὶ ἐντεῦθεν ἡ κατανάλωσις μικροτέρας ποσότητος τοῦ x (εἰσοδημα-
 τικὸν ἀποτέλεσμα).

Ἐκ τῆς ἀνωτέρω διαγραμματικῆς παρουσιάσεως προκύπτει πράγματι
 ὅτι ὁ φόρος εισοδήματος ἐπηρεάζει τὴν μεγιστοποιητικὴν συμπεριφορὰν
 τῶν ἀτόμων καὶ ἐκτρέπει ταύτην ἐκ τῆς ἀρίστης θέσεως. Ἡ διαπίστωσις αὕτη
 δύναται νὰ διατυπωθῇ καὶ διὰ τῶν γνωστῶν συνθηκῶν τῆς κατὰ Pareto ἀριστο-
 ποιήσεως. Ὁ ὀριακὸς λόγος ὑποκαταστάσεως μεταξύ ἀναψυχῆς καὶ κατανα-
 λώσεως τοῦ x θὰ πρέπει νὰ εἶναι ἴσος πρὸς τὸν λόγον τῶν τιμῶν τῆς ἐργασίας

πρὸς τὴν τιμὴν τοῦ x , ἥτοι $OLA' = \frac{w}{p_x}$. Μετὰ ἔμως τὴν ἐπιβολὴν τοῦ φόρου

ὁ ἐργατικὸς μισθὸς εἶναι ἴσος πρὸς $w - tw$ καὶ συνεπῶς $OLA'' = \frac{w(1-t)}{p_x}$. Εἰς

τὴν παραγωγὴν θὰ πρέπει ὁ ὀριακὸς λόγος μετασχηματισμοῦ νὰ εἶναι ἴσος
 πρὸς τὸν λόγον τοῦ ἐργατικοῦ μισθοῦ, πού καταβάλλει ἡ ἐπιχείρησις, πρὸς τὴν

τιμὴν τοῦ ἀγαθοῦ x , ἥτοι $OLA = \frac{w}{p_x}$. Ἐκ τῶν ἀνωτέρω προκύπτει ὅτι

$OLA' \neq OLA$, διότι $\frac{w(1-t)}{p_x} \neq \frac{w}{p_x}$. Οὕτως ἡ συνθήκη τῆς κατὰ Pareto

ἀριστοποιήσεως δὲν πληροῦται, ὅταν ἐπιβάλλεται φόρος ἐπὶ τοῦ εἰσοδήματος*.

II. 3.6. Ἡ Θεωρία τῆς Δευτέρας Ἀρίστης Λύσεως

Εἶδομεν ὅτι διὰ τὴν ἐπιτευχθῆ τὸ κοινωνικὸν optimum, ἤτοι διὰ τὴν ἀριστοποιηθῆ ἑλκκλήρον τὸ οἰκονομικὸν σύστημα, πρέπει νὰ ἱκανοποιηθοῦν αἱ διατυπωθεῖσαι εἰς τὰ προηγούμενα ὀριακὰ συνθήκαι. Παραδείγματος χάριν ἡ τήρησις τῆς συνθήκης «ὀριακὸν κόστος = τιμὴ» εἰς τὴν παραγωγὴν ἄλων τῶν ἀγαθῶν ὀδηγεῖ εἰς τὴν κατὰ Pareto ἀριστοποίησιν. Ἐν τούτοις, ὡς διεπιστώσαμεν**, ἡ ἀριστοποίησις δὲν βλάπτεται, ἐὰν ἔλαι αἱ τιμαὶ διαφέρουν τοῦ ὀριακοῦ κόστους κατὰ τὴν αὐτὴν ποσοστιαίαν ἀναλογίαν. Ἦτοι ἐὰν

$$\frac{MC_x}{MC_y} = \frac{kp_x}{kp_y}$$

τότε καὶ $\frac{MC_x}{MC_y} = \frac{p_x}{p_y} = OAM = OAY$

Ἄταν ἱκανοποιῦνται αἱ ὀριακὰ συνθήκαι εἰς ὅλους τοὺς κλάδους τῆς οἰκονομίας, τότε ἡ ἐπιτυγχανομένη ἀριστοποίησις καλεῖται πρῶτον κοινωνικὸν optimum ἢ πρώτη ἀρίστη λύσις (first-best solution).

Ἄταν ὅμως, δι' οἰονδήποτε λόγον, δὲν ἱκανοποιῦνται μία ἢ περισσότεροι συνθήκαι, ἐνῶ ἱκανοποιῦνται αἱ ὑπόλοιποι, εἶναι δυνατὴ ἡ εὑρεσις μιᾶς δευτέρας ἀρίστης λύσεως (second best solution); Ἡ ἔρευνα πρὸς ἀπάντησιν τοῦ ἐρωτήματος τούτου ὀδήγησεν εἰς τὴν διατύπωσιν τῆς θεωρίας τῆς δευτέρας ἀρίστης λύσεως. Ὁ P. Samuelson (1947) διετύπωσε τὴν γνώμην ὅτι ἐὰν ὀρισμένοι συνθήκαι δὲν πληροῦνται εἰς τὴν οἰκονομίαν, τότε δὲν εἶναι ἐπιθυμητὴ ἡ πλήρωσις τῶν ὑπολοίπων, ἀλλ' ἀπαιτεῖται τροποποίησις καὶ τούτων***. Ἡ ἀνωτέρω θεωρία, τὴν ὅποιαν ἐπεξεργάσθησαν καὶ ἐγενίκευσαν οἱ Lipsey καὶ Lancaster****, ὑποστηρίζει ὅτι ἐὰν μία ἢ περισσώτεροι συνθήκαι διὰ τὴν κατὰ Pareto ἀριστοποίησιν δὲν ἱκανοποιῦνται εἰς τὴν οἰκονομίαν δι' οἰονδήποτε λόγον, τότε γενικῶς δὲν εἶναι ἀπαραίτητος καὶ ἐπιθυμητὴ ἡ προσπάθεια ἱκανοποιήσεως τῶν ὑπολοίπων. Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν διὰ τὴν ἐπιτευχθῆ μία

* Περὶ τῆς φορολογίας βλ. R.A. Musgrave, *The Theory of Public Finance*, McGraw-Hill (1959), R.A. Musgrave and P.A. Musgrave, *Public Finance, Theory and Practice*, 1973, Δ.Π. Καρύγωργα, *Παραδόσεις Δημοσίας Οἰκονομικῆς*, 1964, Ἰ. Κοῦλη, *Δημοσία Οἰκονομική*, Δ.Ν. Κόλια, *Μαθήματα Δημοσίας Οἰκονομικῆς*, 1964, καὶ Θ. Γεωργακοπούλου, *Παραδόσεις Δημοσίας Οἰκονομικῆς*, 1974 (Τόμ. Α').

** Βλ. σελ. 95.

*** P. Samuelson, op. cit., σελ. 352 - 353.

**** «The general theory of the second best», εἰς *Review of Economic Studies*, 1956 - 57, σελ. 11 - 32.

δευτέρα άρίστη λύσις θά πρέπει νά μεταβληθοῦν καί αἱ ὑπόλοιποι συνθήκαι. Δηλονότι κατὰ τήν θεωρίαν τῆς δευτέρας άρίστης λύσεως δέν δυνάμεθα νά εἰπώμεν ὅτι ἐφ' ὅσον εἶναι ἀδύνατος ἡ πλήρωσις τῶν συνθηκῶν εἰς ἕνα κλάδον τότε ἄς προσπαθήσωμεν νά πληρωθοῦν αἱ συνθήκαι εἰς τοὺς ὑπολοίπους κλάδους.

Ἐπόρροια τῆς άνωτέρω θεωρίας τῆς δευτέρας άρίστης λύσεως εἶναι ἡ ἀπόρριψις κάθε πολιτικῆς, ἡ ὁποία ἔχει μερικόν χαρακτήρα, ἥτοι πολιτικῆς ἡ ὁποία ἀποσκοπεῖ εἰς τήν διόρθωσιν τῶν ἀτελειῶν τοῦ συστήματος διὰ τῆς ἀποκαταστάσεως τῶν ἀπαραιτήτων συνθηκῶν ἀριστοποιήσεως εἰς τοὺς κλάδους, ὅπου δύναται νά ἐπιτευχθῆ τοῦτο (piecemeal policy). Ἡ τοιαύτη μερικὴ πολιτικὴ δέν δύναται νά ὀδηγήσῃ εἰς τήν δευτέραν άρίστην λύσιν. Ἐν ὀλίγοις, ἡ τήρησις τῶν ὀριακῶν συνθηκῶν τῆς κατὰ Pareto ἀριστοποιήσεως, ὅπου τοῦτο δύναται νά γίνῃ, μὲ παράλληλον ὑπαρξίν ἀποκλίσεων ἀπὸ τὰς συνθήκας αὐτὰς ἀλλαγῶν, δέν δύναται νά ὀδηγήσῃ εἰς αὐξήσιν τῆς κοινωνικῆς εὐημερίας. Ἡ ἐπίτευξις μιᾶς δευτέρας άρίστης λύσεως ἢ ἐνὸς δευτέρου κοινωνικοῦ optimum ἀπαιτεῖ τήν παραβίασιν τῶν ὀριακῶν συνθηκῶν καί ἐκεῖ ὅπου αὐταὶ δύνανται νά ικανοποιηθοῦν. Κατὰ τήν θεωρίαν αὐτήν, ἐάν εἰς ἕνα κλάδον εἶναι ἀδύνατον νά ἰσχύσῃ τέλειος ἀνταγωνισμὸς ἢ νά ἰσχύσῃ ἡ ἀρχὴ τῆς ἰσότητος ὀριακοῦ κόστους καί τιμῆς, τότε δέν εἶναι ἐπιθυμητὴ ἡ ἰσχύς τελείου ἀνταγωνισμοῦ ἢ ἡ ἰσχύς τῆς ἀρχῆς («ὀριακὸν κόστος = τιμὴ») εἰς τοὺς λοιποὺς κλάδους τῆς οἰκονομίας. Ἐπίσης δέν αὐξάνει τήν κοινωνικὴν εὐημερίαν ἡ κατάργησις ἐνὸς ὀριακοῦ φόρου ἐπὶ ἐνὸς ἀγαθοῦ, ὁ ὁποῖος παραβιάζει τὰς κατὰ Pareto ἀριστοποιητικὰς συνθήκας, ὅταν ὑφίστανται τοιοῦτοι φόροι ἐπὶ ἄλλων ἀγαθῶν, οἱ ὁποῖοι, δι' οἰονδήποτε λόγον, δέν δύνανται νά καταργηθοῦν. Ἀνάλογα παραδείγματα δύνανται ἐπίσης νά ἀναφερθοῦν ἀπὸ τήν θεωρίαν τοῦ διεθνoῦς ἐμπορίου. Παραδείγματος χάριν ἡ κατάργησις τῶν δασμῶν, οἱ ὁποῖοι δημιουργοῦν διαστροφὴν εἰς τήν οἰκονομικὴν ἀριστοποίησιν, μεταξὺ ὀρισμένων χωρῶν διὰ τῆς δημιουργίας τελωνειακῆς ἐνώσεως, ἐνῶ διατηροῦνται δασμοὶ μεταξὺ ἄλλων χωρῶν, δέν δύναται νά ὀδηγήσῃ εἰς τήν ἀριστοποίησιν τοῦ συστήματος τῆς παγκοσμίου οἰκονομίας, ἐφ' ὅσον ὑφίσταται ἀλληλεξάρτησις μεταξὺ τῶν διαφόρων ἐπὶ μέρους οἰκονομιῶν. Ἐπίσης εἶναι γνωστὸν ὅτι διὰ νά μεγιστοποιηθῆ ἡ παραγωγὴ, ὅταν ὑφίσταται εἰς συντελεστής τῆς παραγωγῆς, ἡ ἐργασία, θά πρέπει τὸ ὀριακὸν προϊόν ταύτης νά εἶναι τὸ αὐτὸ εἰς ὅλους τοὺς κλάδους. Ἐάν ὑποτεθῆ ὅτι ὑφίστανται δύο περιοχαὶ καί τὸ ὀριακὸν προϊόν τῆς ἐργασίας διαφέρει μεταξύ τούτων, ἐνῶ εἰς μίαν ἐκάστην ἰσχύει ἡ ἰσότης τοῦ ὀριακοῦ προϊόντος μεταξύ τῶν διαφόρων κλάδων, τότε δέν δυνάμεθα νά εἰπώμεν ὅτι μεγιστοποιεῖται ἡ παραγωγὴ διὰ τὸν ἐνιαῖον χῶρον καί τῶν δύο περιοχῶν. Δηλονότι δέν μεγιστοποιεῖται ἡ παγκόσμιος παραγωγὴ, μολονότι εἰς ἐκάστην περιοχὴν κεχωρισμένως τηρεῖται ἡ άνωτέρω συνθήκη τῆς κατὰ Pareto ἀριστοποιήσεως.

Μαθηματική διατύπωση. Ἡ τυπικὴ παρουσίασις τῆς οὐσίας τῆς θεωρίας τῆς δευτέρας ἀρίστης λύσεως ἔχει ὡς ἐξῆς*: Ἐστω ὅτι $f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$ εἶναι μία συνάρτησις χρησιμότητος ν μεταβλητῶν καὶ $F(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$ εἶναι ἡ συνάρτησις παραγωγῆς τῶν ν μεταβλητῶν. Ἡ πρώτη ἀρίστη λύσις συνίσταται εἰς τὴν μεγιστοποίησιν τῆς συναρτήσεως f , ὑποκειμένης εἰς τὸν περιορισμὸν τῆς συναρτήσεως F . Σχηματίζομεν τὴν Λαγκρανζιανὴν ἐξίσωσιν

$$M = f(x_1, x_2, \dots, x_n) - \lambda F(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

καὶ ἐξισώνομεν τὰς πρώτας παραγώγους πρὸς τὸ μηδέν

$$\begin{aligned} \frac{\partial M}{\partial x_1} &= \frac{\partial f}{\partial x_1} - \lambda \frac{\partial F}{\partial x_1} = 0 \\ \frac{\partial M}{\partial x_2} &= \frac{\partial f}{\partial x_2} - \lambda \frac{\partial F}{\partial x_2} = 0 \\ &\dots\dots\dots \\ \frac{\partial M}{\partial x_n} &= \frac{\partial f}{\partial x_n} - \lambda \frac{\partial F}{\partial x_n} = 0 \\ \frac{\partial M}{\partial \lambda} &= F(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0 \end{aligned} \tag{1}$$

Διαιροῦντες τὰς πρώτας $(\nu - 1)$ ἐξισώσεις τῆς (1) διὰ τῆς ν -οστῆς ἐξισώσεως, λαμβάνομεν τὰς ἀκολουθοῦσας συνθήκας πρώτης τάξεως

$$\frac{\partial f / \partial x_i}{\partial f / \partial x_n} = \frac{\partial F / \partial x_i}{\partial F / \partial x_n}, \quad \text{ὅπου } i = 1, 2, 3, \dots, (\nu - 1)$$

ἢ διὰ συντομίαν :

$$\frac{f_i}{f_n} = \frac{F_i}{F_n} \tag{2}$$

*Ἡτοι ὁ ΟΛΥ διὰ κάθε ζευγὸς ἀγαθοῦ ἰσοῦται πρὸς τὸν ΟΛΜ.

Ἄς ὑποθέσωμεν τώρα ὅτι ἡ πρώτη τῶν ἀνωτέρω συνθηκῶν (2) δὲν ικανοποιεῖται λόγῳ ὑπάρξεως θεσμολογικῶν ἐμποδίων. Τὴν τοιαύτην μὴ ικανοποίησιν τῆς συνθήκης δυνάμεθα νὰ δειξωμεν ὡς ἐξῆς:

$$\frac{f_i}{f_n} = k \frac{F_i}{F_n}, \quad \text{ὅπου } k \neq 1 \tag{3}$$

Τὸ πρόβλημα τώρα πλέον εἶναι ἡ μεγιστοποίησις τῆς συναρτήσεως χρησιμότητος, ὑποκειμένης εἰς τὸν περιορισμὸν τῆς συναρτήσεως παραγωγῆς καὶ τὸν περιορισμὸν τῆς (3). Πρὸς τοῦτο σχηματίζομεν τὴν Λαγκρανζιανὴν ἐξίσωσιν

$$M = f(x_1, x_2, \dots, x_n) - \lambda F(x_1, x_2, \dots, x_n) - \mu \left(\frac{f_i}{f_n} - k \frac{F_i}{F_n} \right)$$

* Βλ. *Henderson and Quandt*, op. cit., σελ. 287, καὶ *Γ. Δράκου*, op. cit., 135 - 137.

και θέτομεν τὰς πρώτας παραγώγους ἴσας πρὸς μηδέν

$$\frac{\partial M}{\partial x_1} = f_i - \lambda F_i - \mu \left(\frac{f_v f_{1i} - f_1 f_{vi}}{f_v^2} - k \frac{F_v F_{1i} - F_1 F_{vi}}{F_v^2} \right) = 0$$

$$\frac{\partial M}{\partial \lambda} = F(x_1, x_2, \dots, x_v) = 0$$

$$\frac{\partial M}{\partial \mu} = \frac{f_1}{f_v} - k \frac{F_1}{F_v} = 0$$

(ἔπου $i = 1, 2, \dots, v$).

Πρὸς διευκόλυνσιν τῆς παρουσιάσεως ἄς θέσωμεν εἰς τὴν παρένθεσιν τῆς πρώτης ἐκ τῶν ἀνωτέρω ἐξισώσεων τὰ γράμματα Φ καὶ Θ , ὥστε

$$\frac{\partial M}{\partial x_1} = f_i - \lambda F_i - \mu (\Phi_i - k\Theta_i) = 0 \quad (5)$$

Διαιροῦντες τὰς πρώτας $(v-1)$ ἐξισώσεις τῆς (5) διὰ τῆς v -οστῆς λαμβάνομεν

$$\frac{f_i}{f_v} = \frac{\lambda F_i + \mu(\Phi_i - k\Theta_i)}{\lambda F_v + \mu(\Phi_v - k\Theta_v)}, \quad \text{ἔπου } i = 1, 2, \dots, (v-1) \quad (6)$$

Ὡς προκύπτει, ἡ ἀνωτέρω (6) εἶναι διάφορος τῆς ἀνωτέρω (2). Τοῦτο σημαίνει ὅτι ἡ μὴ ἱκανοποίησις μιᾶς τῶν συνθηκῶν, τῆς (2), συνεπάγεται τὸ μὴ ἐπιθυμητὸν ἱκανοποίησις καὶ τῶν λοιπῶν συνθηκῶν, ἀφοῦ τελικῶς τὸ ἀποτέλεσμα τῆς (6) εἶναι διάφορον τῶν συνθηκῶν τῆς κατὰ Pareto ἀριστοποίησεως. Οὕτω δὲν δύναται νὰ ἐπιτευχθῆ δευτέρα ἀρίστη λύσις διὰ τῆς ἱκανοποίησεως τῶν $(v-1)$ συνθηκῶν καὶ μὴ ἱκανοποίησεως τῆς μιᾶς συνθήκης.

Ὡς εἶπομεν ἀνωτέρω, ἀπόρροια τῆς ἀνωτέρω ἀποδείξεως τῆς θεωρίας τῆς δευτέρας ἀρίστης λύσεως εἶναι τὸ μὴ ἐπιθυμητὸν τῆς μερικῆς πολιτικῆς (piecemeal policy). Παραδείγματος χάριν ἐὰν ὑφίστανται τρεῖς κλάδοι παραγωγῆς καὶ εἰς ἓνα ἐξ αὐτῶν ὑφίσταται μονοπώλιον, μὴ δυνάμενον νὰ ἐξαλειφθῆ, τότε οὐδεμία βελτίωσις τῆς κοινωνικῆς εὐημερίας ἐπέρχεται δι' ἐφαρμογῆς πολιτικῆς πλήρους ἀνταγωνισμοῦ εἰς τοὺς ὑπολοίπους δύο κλάδους, δι' ἐξισώσεως τοῦ ὀριακοῦ κόστους πρὸς τὴν τιμὴν. Τοῦτο εἶναι τὸ διδάγμα τῆς θεωρίας τῆς δευτέρας ἀρίστης λύσεως.

Δέον ἐν τούτοις νὰ παρατηρηθῆ ὅτι ἡ ἀπάντησις εἰς τοιοῦτου εἶδους προβλήματα δὲν εἶναι τόσον ἀπλῆ, ὡς ἐμφανίζεται ὑπὸ τῆς θεωρίας τῆς δευτέρας ἀρίστης λύσεως. Τὰ προβλήματα εἶναι πεπλεγμένα καὶ συνεπῶς αἱ ἀ-παντήσεις καὶ αἱ προτεινόμεναι πολιτικαὶ θὰ ἐξαρτηθοῦν ἀπὸ τὴν σαφῆ γνῶσιν τῶν σχέσεων μεταξὺ τῶν ἀγαθῶν καὶ τῶν κλάδων τῆς οἰκονομίας, ὡς καὶ

τῶν παραμέτρων τῶν σχέσεων τούτων (ἐλαστικότητες, ροπαί κλπ.). Οὕτως, ἐὰν ὁ κλάδος εἰς τὸν ὁποῖον παραβιάζονται αἱ συνθήκαι τῆς κατὰ Pareto ἀριστοποιήσεως εἶναι ἀσήμαντος, τότε δὲν δυνάμεθα νὰ ὑποστηρίξωμεν ὅτι ἡ μερικὴ πολιτικὴ, ἢ τοῖς ἢ προσπάθεια ἱκανοποιήσεως τῶν συνθηκῶν εἰς τοὺς λοιποὺς κλάδους, εἶναι ἀνεπιθύμητος. Ἐπίσης, ὅταν ὑφίσταται ἀνεξαρτησία τῶν κλάδων μεταξύ των, ἡ θεωρία τῆς δευτέρας ἀρίστης λύσεως δὲν φαίνεται νὰ ἰσχύη καὶ συνεπῶς τὰ διάφορα μέτρα δημιουργίας συνθηκῶν ἱκανοποιουσῶν τὴν κατὰ Pareto ἀριστοποίησιν εἶναι ἐπιθυμητά.

II. 4. ἙΤΕΡΑ ΚΡΙΤΗΡΙΑ ΕΥΗΜΕΡΙΑΣ — Η ΑΡΧΗ ΤΗΣ ΑΠΟΖΗΜΙΩΣΕΩΣ

II. 4.0. Εἰσαγωγή

Ἡ «Νέα Οἰκονομικὴ τῆς Εὐημερίας» στηρίζεται, ὡς ἐλέχθη εἰς τὰ προηγούμενα, ἐπὶ τοῦ κριτηρίου τοῦ Pareto, κατὰ τὸ ὅποιον μία μεταβολὴ τῆς εὐημερίας τῆς κοινωνίας ἀπὸ τοῦ σημείου Α εἰς τὸ σημεῖον Β συνεπάγεται αὐξήσιν αὐτῆς, ἐφ' ὅσον ἓν ἄτομον ἢ μία ὁμάδα ἀτόμων ὠφελεῖται καὶ οὐδὲν ἄτομον ἢ οὐδεμία ἄλλη ὁμάδα ζημιούται. Εἰς τὸν πραγματικὸν ὅμως κόσμον μία μεταβολὴ τῆς οἰκονομικῆς πολιτικῆς δύναται νὰ ὠφελήσῃ ὀρισμένα ἄτομα καὶ νὰ ζημιώσῃ ἄλλα, ὅποτε γεννᾶται τὸ ἐρώτημα κατὰ πόσον ἡ τοιαύτη μεταβολὴ ὀδηγεῖ γενικῶς εἰς αὐξήσιν ἢ μείωσιν τῆς κοινωνικῆς εὐημερίας. Κατὰ τὸ κριτήριον Pareto οὐδὲν δύναται νὰ λεχθῇ ἐπὶ τοῦ προκειμένου. Τοῦτο διότι δὲν δύναται νὰ γίνῃ σύγκρισις τῶν ἐπιπέδων εὐημερίας τῶν διαφόρων ἀτόμων ἢ ὁμάδων, ὡς προέκυψεν ἀπὸ τὴν μεθοδολογικὴν ἐπίθεσιν τοῦ Robbins κατέναντι τῆς Πιγκουβιανῆς οἰκονομικῆς τῆς εὐημερίας*. Ἡ τοιαύτη σύγκρισις θὰ ἀπαιτοῦσεν ἀξιολογικὰς κρίσεις, αἱ ὁποῖαι, κατὰ τὴν γνώμην πολλῶν οἰκονομολόγων, ὡς ὁ Robbins, κεῖται ἐκτὸς τῆς περιοχῆς τῆς ἐπιστήμης. Τὴν γνώμην ὅμως αὐτὴν δὲν δέχονται ἀσυζητητῆ ἄλλοι οἰκονομολόγοι, κατὰ τοὺς ὁποίους ἡ ἐπιλογή μεταξύ ἐναλλακτικῶν καταστάσεων, ποὺ εἶναι ἔργον τῆς οἰκονομικῆς, συνεπάγεται ἀναγκαίως ἀξιολογικὴν κρίσιν ἢ ἐκτίμησιν τοῦ κόστους καὶ τῆς ὠφελείας ἐκάστης λύσεως ἢ πολιτικῆς**. Ἡ χρησιμότης ἢ ἡ ἱκανοποίησις δὲν δύναται νὰ μετρηθῇ, πλὴν ὅμως τὰ χρηματικὰ ὠφέλη ἢ αἱ χρηματικαὶ ἀπώλειαι ἐκ μιᾶς μεταβολῆς τῆς οἰκονομικῆς πολιτικῆς εἶναι δυνατὸν νὰ προσδιορισθοῦν. Περαιτέρω γεννᾶται τὸ ἐρώτημα κατὰ πόσον τὰ χρηματικὰ μεγέθη (ὠφέλειαι καὶ ζημίαι) δύναται τὰ ἀντιπροσωπεύσουσιν αὐξήσιν ἢ μείωσιν τῆς εὐημερίας ἢ τῆς ἱκανοποιήσεως τῶν ἀτόμων ἢ τῶν

* Βλ. σελ. 51-52 καὶ H.T. Koplin, op. cit., Κεφ. 21.

** K. Arrow and T. Scitovsky, εἰς *American Economic Association, Readings in Welfare Economics*, 1969, σελ. 3.

ομάδων. Ἡ μεταβολὴ μιᾶς καταστάσεως συνεπάγεται πολλὰς φορὰς μεταβολὴν τῆς κατανομῆς τοῦ εἰσοδήματος. Ἐπὶ τοῦ προκειμένου γεννᾶται πάλιν τὸ ἐρώτημα κατὰ πόσον ἡ νέα κατανομή τοῦ εἰσοδήματος εἶναι κοινωνικῶς ἐπιθυμητὴ, πρᾶγμα τὸ ὁποῖον συνεπάγεται ἀξιολογικὴν κρίσιν.

Ἡ ἀρχὴ τῆς ἀποζημιώσεως * (compensation principle) ἀποτελεῖ ὄργανον ἀναλύσεως τῆς μεταβολῆς τῆς οικονομικῆς πολιτικῆς, ἡ ὁποία συνεπάγεται τὴν αὐξήσιν τῆς εὐημερίας ὀρισμένων ἀτόμων ἀφ' ἑνὸς καὶ τὴν μείωσιν τῆς εὐημερίας ἄλλων ἀτόμων ἀφ' ἑτέρου, χωρὶς νὰ ὑφίσταται ἀνάγκη συγκρίσεως τῶν ἐπιπέδων εὐημερίας μεταξὺ τῶν δύο ομάδων ἀτόμων. Ἡ ἀρχὴ αὐτὴ μᾶς λέγει ὅτι ἡ κοινωνικὴ εὐημερία αὐξάνει συνεπεῖα μιᾶς μεταβολῆς, ἐὰν οἱ ὠφελούμενοι ἐκ τῆς μεταβολῆς ταύτης θὰ ἠδύνατο νὰ ἀποζημιώσουν τοὺς ζημιουμένους καὶ νὰ ἔχουν καθαρὰν ὠφέλειαν. Ἡ ἀρχὴ τῆς ἀποζημιώσεως δὲν ἀπαιτεῖ ἢ ἀποζημιώσεις πράγματι νὰ καταβάλλεται, ἀλλ' ἀπλῶς νὰ εἶναι δυνατικὴ (potential). Συνεπῶς καὶ ἡ προκαλουμένη αὐξήσις τῆς εὐημερίας εἶναι δυνατικὴ.

Διὰ νὰ κριθῆ κατὰ πόσον μία μεταβολὴ τῆς ὑφισταμένης καταστάσεως ὀδηγεῖ εἰς αὐξήσιν ἢ μείωσιν τῆς κοινωνικῆς εὐημερίας ἐπροτάθησαν διάφορα κριτήρια ἀποζημιώσεως, ἅτινα δὲν εἶναι τίποτε ἄλλο παρά κριτήρια εὐημερίας διὰ τὴν περίπτωσιν ἐκείνην καθ' ἣν ὀρισμένα ἄτομα ὠφελοῦνται, ἄλλα δὲ ζημιοῦνται, ἥτοι διὰ τὴν περίπτωσιν καθ' ἣν δὲν ἐφαρμόζεται τὸ κριτήριον τοῦ Pareto. Τὰ κριτήρια ταῦτα περιγράφονται κατωτέρω.

II. 4.1. Κριτήρια Κοινωνικῆς Εὐημερίας

II. 4.1.0. Τὸ κριτήριον τοῦ Pareto

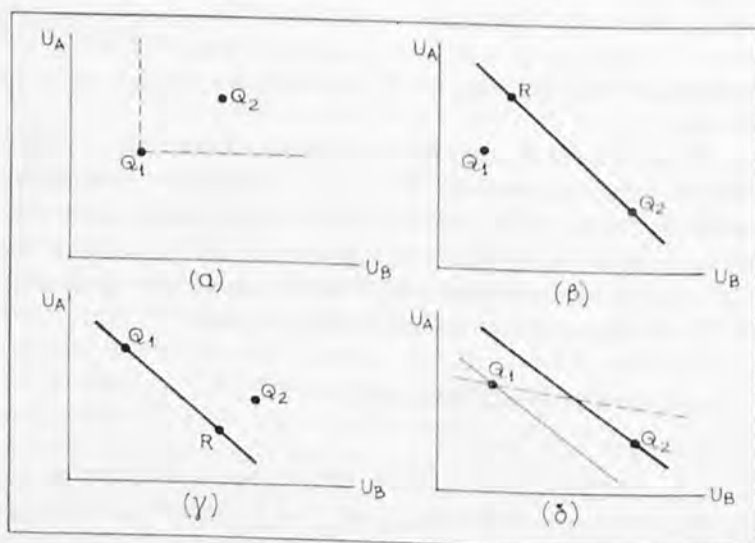
Κατὰ τὸ κριτήριον τοῦτο αὐξήσις τῆς κοινωνικῆς εὐημερίας ὑπάρχει ὅταν ἐκ μιᾶς μεταβολῆς ὠφεληθῆται τουλάχιστον ἓν ἄτομον καὶ οὐδὲν ἄτομον ζημιωθῆται. Ὁ ὀρισμὸς τοῦ κριτηρίου τοῦ Pareto οὐδεμίαν ἀποζημίωσιν ἀπαιτεῖ. Διχαρμματατικῶς δύναται νὰ δειχθῆ διὰ τῆς κινήσεως ἐκ τοῦ σημείου Q_1 πρὸς πᾶν σημεῖον βορειοανατολικῶς τούτου. Οὕτω τὸ σημεῖον Q_2 , εὐρίσκόμενον ἐκτὸς τοῦ ὀρθογωνίου τριγώνου τοῦ ἔχοντος γωνίαν τὸ σημεῖον Q_1 , συνεπάγεται αὐξήσιν τῆς κοινωνικῆς εὐημερίας κατὰ τὸ κριτήριον Pareto [βλ. Σχ. II.11 (α)].

* J.M. Henderson and R.E. Quandt, σελ. 279 - 280, D.M. Winch, op. cit., 143 - 50, J. de V. Graaff, op. cit., 84 - 90, S.K. Nath, op. cit., σελ. 57 - 63, I.M.D. Little, op. cit., Κεφ. VI, M. Dobb, op. cit., Κεφ. 6, καὶ Γ. Δράκου, op. cit., σελ. 145 - 151.

II. 4.1.1. Τὸ κριτήριο τοῦ Kaldor*

Τὸ κριτήριο τοῦτο εἶναι μία προέκτασις τοῦ κριτηρίου τοῦ Pareto καὶ ἐφαρμόζεται εἰς τὴν περίπτωσιν καθ' ἣν ἐκ μιᾶς μεταβολῆς τῆς καταστάσεως ὀρισμένα ἄτομα ὠφελοῦνται, ἐνῶ ἄλλα ζημιοῦνται, καὶ συνεπῶς δὲν δύνανται νὰ ἐφαρμοσθῇ τὸ Παρετιανὸν κριτήριο. Οὕτως ἡ μετάβασις ἐκ τῆς θέσεως Q_1 εἰς τὴν θέσιν Q_2 θεωρεῖται κοινωνικῶς ἐπιθυμητὴ (ἢ ἄλλως ὡς αὐξάνουσα τὴν κοινωνικὴν εὐημερίαν ἢ τὸ πραγματικὸν ἐθνικὸν εἰσόδημα), ἐὰν τὰ ἄτομα ποῦ ὠφελοῦνται δύνανται νὰ ἀποζημιώσουν τὰ ἄτομα ποῦ ζημιοῦνται καὶ νὰ παραμείνουν ὠφελοῦμενα.

Διαγραμματικῶς τὸ κριτήριο τοῦτο δύνανται νὰ παρασταθῇ ὑπὸ τοῦ



Σχ. II. 11.

Σχ. II.11 (β). Οἱ ὀρθογώνιοι ἄξονες τοῦ διαγράμματος δεικνύουν τὰ ἐπίπεδα χρησιμότητος ἢ εὐημερίας τῶν ομάδων A καὶ B. Τὸ σημεῖον Q_1 δεικνύει τὴν ὑφισταμένην κατάστασιν καὶ τὸ σημεῖον Q_2 τὴν νέαν, μετὰ τὴν μεταβολήν, κατάστασιν. Τὸ σημεῖον Q_2 θεωρεῖται ὡς κοινωνικῶς προτιμότερον, ἦτοι ὡς αὐξάνουσα τὴν κοινωνικὴν εὐημερίαν, διότι ἡ ὠφελομένη ομάδα B δύνανται νὰ ἀποζημιώσῃ τὴν ομάδα A καὶ νὰ εἶναι εἰς καλύτεραν θέσιν ἐκείνης τῆς ἀρχικῆς (Q_1). Ἡ ἀποζημιώσις δεικνύεται διαγραμματικῶς διὰ τῆς μετακινήσεως ἐκ

* N. Kaldor, «Welfare propositions and interpersonal comparisons of utility», εἰς *Economic Journal*, 1939, σελ. 549 - 552.

του σημείου Q_2 εις το σημειον R επι της καμπύλης δυνατοτήτων χρησιμότητος και εύρισκεται βορειοανατολικώς του σημείου Q_1 . 'Η έννοια της αποζημιώσεως είναι βεβαίως δυνητική και όχι πραγματική.

II. 4.1.2. Το κριτήριο του Hicks *

Το κριτήριο τουτο είναι αντίστροφον του προηγούμενου. Ούτως ή μετάβασις εκ μιās καταστάσεως Q_1 εις την κατάστασιν Q_2 θεωρείται ως κοινωνικώς επιθυμητή, ήτοι ως αξιόλουσα την κοινωνικήν ευημερίαν ή το πραγματικόν εθνικόν εισόδημα, εάν ή ζημιουμένη ομάδα A δεν δύναται να «δωροδοκήση» επικερδώς την ομάδα B , ώστε να μη πραγματοποιηθή ή μεταβολή.

Το κριτήριο Hicks δεικνύεται εις το Σχ. II.11(γ). Το σημειον Q_2 πού δεικνύει την νέαν κατάστασιν είναι καλύτερον κοινωνικώς, διότι ή ομάδα A δεν δύναται να δωροδοκήση την ομάδα B , ώστε να αποφευχθή ή μεταβολή. 'Η «δωροδοκία» ή αποζημιώσις, ή όποία είναι δυνητική και όχι πραγματική, συνεπάγεται την ανακατανομήν του εισοδήματος εις την παλαιάν κατάστασιν, ώστε να μη πραγματοποιηθή ή νέα κατάστασις, δεικνύεται δέ διαγραμματικώς δια της μετακινήσεως από του σημείου Q_1 εις το σημειον R επι της αὐτῆς καμπύλης δυνατοτήτων χρησιμότητος. Πράγματι το σημειον R πού προκύπτει από την δυνητικήν δωροδοκίαν (ανακατανομήν) δεν είναι καλύτερον του σημείου Q_2 , διότι εύρισκεται νοτιοδυτικώς τουτου. 'Επι του προκειμένου δεν δυνάμεθα να εἴπωμεν ότι το σημειον Q_2 είναι καλύτερον και κατά το κριτήριον Kaldor, διότι δεν γνωρίζομεν εάν ή καμπύλη ή διερχομένη δια του Q_2 διέρχεται βορειοανατολικώς του Q_1 ή όχι.

II. 4.1.3. Το κριτήριο του Scitovsky **

'Ο *T. Scitovsky* παρετήρησε μιάν αδυναμίαν εις την αρχήν της αποζημιώσεως, ή όποία οδηγεί εις την μη μεταβατικότητα μεταξύ έναλλακτικῶν λύσεων ή καταστάσεων. Ούτως είναι δυνατόν να θεωρηθή ή μετάβασις εκ της θέσεως Q_1 εις την θέσιν Q_2 ως κοινωνικώς επιθυμητή, αλλά και ή μετάβασις εκ του Q_2 εις το Q_1 επίσης ως κοινωνικώς επιθυμητή, πράγμα το όποιον δημιουργεί μιάν αντίφασιν. Εις το τμήμα (β) του Σχ. II.11 ή μετάβασις εκ του Q_1 εις το Q_2 πληροῦ το κριτήριον Kaldor. 'Αλλά και το Q_1 δύναται να θεωρηθή καλύτερον του Q_2 , εάν ή καμπύλη, ή διερχομένη δια του Q_1 , διέρχεται βορειοανατολικώς του Q_2 . 'Οπότε αἱ δύο καμπύλαι τέμνονται, ως δεικνύει το τμήμα (δ) του Σχ. II.11. Κατά συνέπειαν, και πρὸς αποφυγήν της αντιφάσεως, ο Scitovsky προτείνει διπλοῦν κριτήριον, ικανοποιῶν τόσον το κριτή-

* *J. R. Hicks*, «The valuation of social income», εις *Economica*, 1940, σελ. 105-124.

** *T. Scitovsky*, «A note on welfare repositions in economics», εις *Review of Economic Studies*, Vol. IX, 1941-42, σελ. 77-88.

ριον Kaldor όσον και το κριτήριο Hicks. Ούτως ή θέσις Q_2 θεωρείται κοινωνικώς επιθυμητή, ως αυξανούσα την ευημερίαν, έναντι της Q_1 , εάν ή μετάβασις εκ της θέσεως Q_1 εις την θέσιν Q_2 ικανοποιή το κριτήριο του Kaldor και συγχρόνως ή μετάβασις εκ της θέσεως Q_2 εις την θέσιν Q_1 δεν ικανοποιή το κριτήριο τουτο.

Με άλλας λέξεις, διά να ειπωμεν ότι ή μετάβασις εκ της θέσεως Q_1 εις την θέσιν Q_2 συνεπάγεται αύξησιν της κοινωνικής ευημερίας, πρέπει να γνωρίζωμεν ότι ή καμπύλη ή διερχομένη διά του Q_2 διέρχεται βορειοανατολικώς του Q_1 και ή καμπύλη ή διερχομένη διά του Q_1 διέρχεται νοτιοδυτικώς του Q_2 , ως δεικνούν αι συμπαγείς καμπύλαι του διαγράμματος (δ). Εάν τουτο δεν συμβαίνει, αλλά ή καμπύλη (διακεκομμένη) ή διερχομένη διά του Q_1 τέμνει την καμπύλην την διερχομένην διά του Q_2 και περνά βορειοανατολικώς τουτου, τότε δεν δυνάμεθα να ειπωμεν ποία κατάστασις (θέσις) είναι καλυτέρα βάσει της άρχής της αποζημιώσεως.

Κατ' ακολουθίαν το διπλούν κριτήριο του Scitovsky υποδεικνύει ότι ή ωφελουμένη εκ της μεταβολής ομάς δύναται να αποζημιώσει έπωφελώς την ζημιουμένη ομάδα και συγχρόνως ή ζημιουμένη ομάδα δεν δύναται να δωροδοκήση έπωφελώς την ωφελουμένην, ώστε να μη λάβη χώραν ή μεταβολή.

Αλλά και το κριτήριο του Scitovsky δεν θεωρείται ικανοποιητικόν, διότι αποκλείει μόν την περίπτωσιν τομής των καμπύλων δυνατοτήτων χρησιμότητος μεταξύ των σημείων Q_1 και Q_2 , δεν αποκλείει δέ την τομήν άλλαχού. Επίσης εάν το σημείον Q_2 είναι άριστον κατά Pareto, τότε ούδόπως γεννᾶται το έρώτημα της ικανοποίησεως του αντίστροφου κριτηρίου του Hicks, ήτοι δεν συζητείται ή άποδοχή και του Q_1 ως καλυτέρου του Q_2 .

II. 4.1.4. Το κριτήριο του Samuelson*

Ο Samuelson υπέδειξεν ότι το κριτήριο του Scitovsky δεν είναι ικανοποιητικόν, διότι αποκλείει μόν αντίφασιν της άρχής της αποζημιώσεως, ή όποία προέρχεται εκ της τομής των καμπύλων δυνατοτήτων χρησιμότητος μεταξύ των σημείων Q_1 και Q_2 , αλλά δεν αποκλείει την τομήν άλλαχού. Συνεπώς είναι άνεπαρκές να όρίσωμεν την αύξησιν του πραγματικού έθνικου εισοδήματος ως αύξησιν της δυνητικής ευημερίας, στηριζόμενοι εις όρισμένας μόνον κατανομάς εισοδήματος, τας περιλαμβανομένας μεταξύ Q_1 και Q_2 , ήτοι αποδίδοντες βαρύτητα μόνον εις το *status quo ante* και το *status quo post*. Διά να υπάρξη αύξησις του έθνικου εισοδήματος και της δυνητικής κοινωνικής ευημερίας θα πρέπει ή μεταβολή της οικονομικής πολιτικής να προκαλέση μετατόπισιν της καμπύλης δυνατοτήτων χρησιμότητος προς τά έξω δεξιά.

* P. Samuelson, «Evaluation of real national income», εις *Oxford Economic Papers*, 1950, σελ. 19 - 20.

καθ' ὄλην τὴν ἔκτασιν ταύτης καὶ ὄχι κατὰ τμήμα αὐτῆς, ὡς εἰς τὴν περίπτω-
σιν τῆς τομῆς πέραν τοῦ σημείου Q_2 . Τοῦτο σημαίνει ὅτι ἡ μεταβολὴ τῆς οἰκο-
νομικῆς πολιτικῆς ὀδηγεῖ εἰς αὐξήσιν τοῦ πραγματικοῦ εἰσοδήματος τῆς κοι-
νωνίας, ὅταν διὰ κάθε δυνατὴν κατανομήν τοῦ εἰσοδήματος (καὶ τοῦ πλούτου)
πρὸ (ante) καὶ μετὰ (post) τὴν μεταβολὴν ἱκανοποιῦνται τὰ κριτήρια Kaldor
καὶ Hicks. Οὕτω τὸ κριτήριον τοῦ Samuelson ἀπαιτεῖ ἡ καμπύλη ἢ διερ-
χομένη διὰ τοῦ Q_2 νὰ εἶναι δεξιότερον εἰς ὅλα τὰ σημεῖα τῆς τῆς καμπύλης
τῆς διερχομένης διὰ τοῦ σημείου Q_1 .

II. 4.1.5. Τὸ κριτήριον τοῦ Little*

Ὁ *I.M.D. Little* προσεπάθησε νὰ ἐξαλείψῃ τὴν δυνατότητα ἀποδοχῆς
μιᾶς μεταβολῆς τῆς καταστάσεως, ἢ ὅποια κρίνεται μὲν ὡς αὐξάνουσα τὴν
εὐημερίαν, ἀλλὰ δίδει τοιαύτην κατανομήν τοῦ εἰσοδήματος, ἢ ὅποια δὲν εἶναι
κοινωνικῶς ἐπιθυμητή. Ἡ περίπτωσις αὐτὴ προκύπτει ὅταν οἱ ὠφελοῦμενοι
εἶναι πλούσιοι καὶ οἱ ζημιούμενοι πτωχοί. Οὕτως ὁ Little προσέθεσε τρίτον
στοιχεῖον εἰς τὸ διπλοῦν κριτήριον Kaldor-Hicks. Κατὰ τὸ κριτήριον τοῦ
Little ἡ κατόπιν μεταβολῆς τῆς οἰκονομικῆς πολιτικῆς μετάβασις ἐκ τοῦ
σημείου Q_1 εἰς τὸ σημεῖον Q_2 θεωρεῖται κοινωνικῶς ἐπιθυμητή, ἐὰν τὸ σημεῖον
 Q_2 προτιμᾶται τοῦ Q_1 κατὰ τὰ κριτήρια Kaldor καὶ Hicks, καὶ ἡ διανομὴ
τοῦ εἰσοδήματος εἰς τὸ σημεῖον Q_2 προτιμᾶται ἐκείνης τοῦ σημείου Q_1 .

Ἐκ τοῦ ἀνωτέρω κριτηρίου προκύπτει ὅτι ὁ Little ἐπανεισήγαγε τὸ
εἰς ἀξιολογικὰς κρίσεις βασιζόμενον στοιχεῖον τῆς κατανομῆς τοῦ εἰσοδή-
ματος, ἔναντι τοῦ ὁποίου τὰ κριτήρια ἀποζημιώσεως τηροῦν οὐδετερότητα.
Οὗτος προσεπάθησε νὰ διασυνδέσῃ τὴν οὐδετέραν ἀρχὴν τῆς ἀποζημιώσεως
μὲ τὴν ἀξιολογικὴν κρίσιν ἐπὶ τῆς διανεμητικῆς δικαιοσύνης. Ἀκόμη καὶ μία
μετάβασις πρὸς ἓν ἄριστον κατὰ Pareto σημεῖον δύναται νὰ θεωρηθῇ ἀνεπι-
θύμητος, ἐὰν συνεπάγεται χειροτέρευσιν εἰς τὴν διανομήν τοῦ εἰσοδήματος
μεταξὺ τῶν ἀτόμων.

* *I.M.D. Little*, op. cit.

Εἰς τὴν ἰσορροπίαν τοῦ καταναλωτοῦ εἶναι δεδομένα ἢ συνάρτησις χρησιμότητος αὐτοῦ, τὸ εἰσόδημα αὐτοῦ καὶ αἱ τιμαὶ τῶν ἀγαθῶν, ζητοῦνται δὲ αἱ ποσότητες αἱ ὁποῖαι μεγιστοποιοῦν τὴν ἱκανοποίησίν του. Ἡ μεγιστοποίησης, ἥτοι ἡ ἰσορροπία τοῦ καταναλωτοῦ, ἐπιτυγχάνεται ὅταν ὁ λόγος τῶν ὀριακῶν χρησιμότητων τῶν ἀγαθῶν εἶναι ἴσος πρὸς τὸν λόγον τῶν τιμῶν αὐτῶν ἢ ὅταν ὁ ὀριακὸς λόγος (ὑποκειμενικῆς) ὑποκαταστάσεως μεταξὺ τῶν ἀγαθῶν εἶναι ἴσος πρὸς τὸν λόγον τῶν τιμῶν αὐτῶν. Αὗται εἶναι αἱ συνθήκαι ἰσορροπίας ἢ συνθήκαι μεγιστοποιήσεως τῆς ἱκανοποιήσεως, ἐκ τῶν ὁποίων προκύπτει ἡ συνάρτησις ζητήσεως τοῦ καταναλωτοῦ διὰ κάθε ἀγαθόν.

Εἰς τὴν θεωρίαν τῆς παραγωγῆς τὰ δεδομένα εἶναι ἡ συνάρτησις παραγωγῆς (ἢ μετασχηματισμοῦ) καὶ αἱ τιμαὶ τῶν ἀγαθῶν καὶ τῶν ἐισροῶν εἰς τὴν παραγωγὴν, ζητοῦνται δὲ αἱ ποσότητες τῶν ἐισροῶν καὶ τῶν παραγομένων ἀγαθῶν, αἱ ὁποῖαι μεγιστοποιοῦν τὸ κέρδος τῆς παραγωγικῆς μονάδος. Ἐκ τῶν συνθηκῶν ἰσορροπίας προκύπτουν αἱ συναρτήσεις προσφορᾶς τῶν παραγομένων ἀγαθῶν τῆς παραγωγικῆς μονάδος καὶ αἱ καμπύλαι ζητήσεως τῶν ἐισροῶν ἐκ μέρους τῆς παραγωγικῆς μονάδος.

Ἡ τρίτη περίπτωσις μικροοικονομικῆς ἰσορροπίας, ἥτοι ἡ ἰσορροπία εἰς τὴν ἀγορὰν συγκεκριμένου προϊόντος, εἶναι γενικωτέρα. Τὰ δεδομένα εἶναι: αἱ συναρτήσεις ζητήσεως ὅλων τῶν καταναλωτῶν διὰ τὸ ἀγαθόν, αἱ ὁποῖαι, ὡς ἐλέχθη, προέκυψαν ἐκ τῆς μεγιστοποιητικῆς συμπεριφορᾶς τούτων καὶ αἱ ὁποῖαι ἀθροιζόμεναι ἀποτελοῦν τὴν συνάρτησιν ἀγοραίας ζητήσεως, καὶ αἱ συναρτήσεις προσφορᾶς ὅλων τῶν παραγωγικῶν μονάδων, αἱ ὁποῖαι προέκυψαν ἐκ τῆς μεγιστοποιητικῆς συμπεριφορᾶς ὅλων τῶν ἐπιχειρήσεων καὶ αἱ ὁποῖαι ἀθροιζόμεναι ἀποτελοῦν τὴν συνάρτησιν συνολικῆς προσφορᾶς τοῦ ἀγαθοῦ. Οὕτω, μὲ δεδομένας τὰς συναρτήσεις ζητήσεως καὶ προσφορᾶς, ζητεῖται ἡ τιμὴ ἰσορροπίας τοῦ ἀγαθοῦ. Ἡ συνθήκη ἰσορροπίας εἶναι ἡ ἐξίσωσις συνολικῆς ζητουμένης καὶ συνολικῆς προσφερομένης ποσότητος. Ἡ ἀγορὰ τοῦ ἀγαθοῦ εὐρίσκεται εἰς ἰσορροπίαν ὅταν ἡ ζητουμένη ποσότης εἶναι ἴση πρὸς τὴν προσφερομένην ποσότητα. Αὕτη εἶναι, ὡς εἶδομεν, ἡ κατὰ *Walras* ἐρμηνεία τῆς ἀγοραίας ἰσορροπίας καὶ στηρίζεται εἰς τὴν *Balraasian* ὑπόθεσιν τῆς ὑπερβαλλούσης ζητήσεως (*excess demand hypothesis*). Ὅταν ἡ ὑπερβάλλουσα ζήτησις εἶναι μηδενικὴ, τότε ὑπάρχει ἰσορροπία. Δευτέρα ἐρμηνεία τῆς ἰσορροπίας εἰς τὴν ἀγορὰν εἶναι ἡ στηριζομένη εἰς τὴν ὑπόθεσιν τῆς ὑπερβαλλούσης τιμῆς τοῦ *Marshall*, κατὰ τὴν ὁποίαν ὑπάρχει ἰσορροπία ὅταν ἡ τιμὴ ζητήσεως εἶναι ἴση πρὸς τὴν τιμὴν προσφορᾶς, ἥτοι ὅταν ἡ ὑπερβάλλουσα τιμὴ εἶναι μηδενικὴ.

Ἡ ἀνωτέρω περιγραφεῖσα ἰσορροπία ἐμπίπτει εἰς τὴν ἔννοιαν τῆς στατικῆς ἰσορροπίας, ὡς μὴ λαμβάνουσα ὑπ' ὄψιν τὴν εἰς τὸν χρόνον ἐπερχομένην μεταβολὴν τῶν οἰκονομικῶν μεταβλητῶν καὶ παραμέτρων. Ὁ πραγματικὸς ὁμως κόσμος εἶναι ὁ κόσμος τῆς μεταβολῆς καὶ ἡ φύσις τῆς ἰσορροπίας εἶναι

εις τὴν πρᾶξιν δυναμική. Τὴν δυναμικὴν ταύτην φύσιν τῆς ἰσορροπίας ἐτόνισαν κυρίως οἱ *R. Frisch* *, *J.R. Hicks* ** καὶ *P.A. Samuelson* ***. Λαμβάνοντες ὑπ' ὄψιν τὸ στοιχεῖον τοῦ χρόνου καὶ τὴν διαδικασίαν τῆς ἐξελίξεως καὶ τῆς μεταβολῆς ὁμιλοῦμεν περὶ τῆς *δυναμικῆς ἰσορροπίας*.

III. 0.1. Μερικὴ καὶ Γενικὴ Ἴσορροπία

Μέχρι τοῦδε ἐξητάσαμεν προβλήματα μερικῆς ἰσορροπίας. Ἡ ἰσορροπία μεμονωμένης ἀγορᾶς, ἡ ἰσορροπία τοῦ καταναλωτοῦ καὶ ἡ ἰσορροπία τῆς ἐπιχειρήσεως καὶ τῆς παραγωγῆς ὑπάγονται εἰς τὸ εἶδος ἐκεῖνο τῆς ἰσορροπίας ποῦ ὀνομάζομεν *μερικὴν ἰσορροπίαν* καὶ ἡ ὁποία στηρίζεται ἐπὶ τῆς ὑποθέσεως *ceteris paribus*. Κατὰ τὴν ἀνάλυσιν τῆς μερικῆς ἰσορροπίας, ἐκ τοῦ ὅλου πλέγματος τῶν σχέσεων τῶν οικονομικῶν μεταβλητῶν ἀπομονώνομεν δεδομένην σχέσιν τὴν ὁποίαν καὶ ἀναλύομεν. Ἀντιθέτως, ὅταν ἐξετάζωμεν ταυτοχρόνως τὸ ὅλον πλέγμα τῶν σχέσεων τῶν οικονομικῶν μεταβλητῶν, αἱ ὁποῖαι εὐρίσκονται εἰς ἀλληλεξάρτησιν καὶ ἀμοιβαίαν προσδιοριστικὴν σχέσιν ἐντὸς τοῦ συστήματος, τότε ἀναφερόμεθα εἰς *γενικὴν ἀνάλυσιν*. Ἡ θεωρία τῆς γενικῆς ἰσορροπίας ἐξετάζει ταυτοχρόνως ὅλας τὰς ἀγορὰς τοῦ οικονομικοῦ συστήματος καὶ συνεπῶς αἱ τιμαὶ ὅλων τῶν ἀγαθῶν εἶναι μεταβληταὶ τοῦ συστήματος. Ἀντιθέτως, ἡ θεωρία τῆς μερικῆς ἰσορροπίας θεωρεῖ τὰς τιμὰς ὅλων τῶν ἄλλων ἀγαθῶν, πλὴν τοῦ ὑπὸ ἐξέτασιν, ὡς παραμέτρους (δεδομένας). Κατὰ τὴν γενικὴν ἰσορροπίαν ἡ ζήτησις τοῦ ἀγαθοῦ x ἐξαρτᾶται τόσον ἀπὸ τὴν τιμὴν αὐτοῦ ὅσον καὶ ἀπὸ τὰς τιμὰς τῶν λοιπῶν ἀγαθῶν. Ἡ ἰσορροπία εἰς τὴν ἀγορὰν τοῦ ἀγαθοῦ x ἐπηρεάζεται ἀπὸ τὰς συνθήκας ποῦ ἐπικρατοῦν εἰς τὰς ἀγορὰς τῶν λοιπῶν ἀγαθῶν. *Γενικὴν ἰσορροπίαν* ἢ *πολυαγοραίαν ἰσορροπίαν* ἔχομεν ὅταν ταυτοχρόνως προσδιορίζονται αἱ τιμαὶ ὅλων τῶν ἀγαθῶν. Ἐπίσης γενικὴν ἰσορροπίαν εἰς τὴν κατανάλωσιν καὶ τὴν παραγωγὴν ἔχομεν ὅταν ταυτοχρόνως προσδιορίζονται καὶ αἱ ποσότητες τῶν ἀγαθῶν ποῦ μεγιστοποιοῦν τὰς ἱκανοποιήσεις ὅλων τῶν καταναλωτῶν καὶ τὰ κέρδη ὅλων τῶν ἐπιχειρήσεων. Αἱ ζητούμεναι ποσότητες ἐκ τῆς μεγιστοποιητικῆς συμπεριφορᾶς τῶν καταναλωτῶν εἶναι ἴσαι πρὸς τὰς προσφερομένας ποσότητας ὅλων τῶν ἀγαθῶν ποῦ προκύπτουν ἐκ τῆς μεγιστοποιητικῆς συμπεριφορᾶς τῶν παραγωγικῶν μονάδων.

Ἡ θεωρία τῆς γενικῆς ἰσορροπίας ἀνήκει εἰς τὴν μικροοικονομικὴν ἀνάλυσιν, παρὰ τὸ γεγονὸς ὅτι δὲν ἐξετάζει μεμονωμένας οικονομικὰς μονάδας ἢ μεμονωμένας ἀγορὰς, ἀλλὰ ταυτοχρόνως τὴν συμπεριφορὰν ὅλων τῶν μονάδων

* «On the notion of equilibrium and disequilibrium», εἰς *Review of Economic Studies*, Vol. 3, 1935 - 36.

** *Value and Capital*, Oxford.

*** *Foundations of Economic Analysis*, Atheneum 1965, Chapt. XI.

καί ὄλων τῶν ἀγορῶν. Ἐπειδὴ ὅμως αἱ ἐξετάζομενα μεταβλητὰ δὲν εἶναι συνολικὰ μεγέθη προσερχόμενα ἐκ τῆς ἀθροίσεως ἐπὶ μέρους μεγεθῶν, ἀλλὰ ἐπὶ μέρους μεγέθη, ἡ θεωρία αὕτη δὲν ὑπάγεται εἰς τὴν μακροοικονομικὴν, ἀλλὰ τὴν μικροοικονομικὴν ἀνάλυσιν*.

Ἡ γενικὴ ἰσορροπία ἐπομένως ἐξετάζει τὸν ταυτόχρονον προσδιορισμὸν ἐπὶ μέρους μεταβλητῶν ἢ ἀναλυτικῶν (dissagregated) ὑποδειγμάτων. Οὕτως ἐξετάζονται ὅλα αἱ ἀγοραὶ καταναλωτικῶν ἀγαθῶν, οἰσοδῆποτε καὶ ἂν εἶναι ὁ ἀριθμὸς αὐτῶν, ἐνῶ εἰς τὴν μακροοικονομικὴν ἀνάλυσιν ἐξετάζεται μία μεταβλητὴ ποῦ ὀνομάζεται «κατανάλωσις» καὶ προέρχεται ἐκ τῆς ἀθροίσεως (ἁμαδοποιήσεως) ὄλων τῶν καταναλωτικῶν ἀγαθῶν.

Ἡ θεωρία τῆς ἀρίστης κατανομῆς τῶν ἀγαθῶν καὶ τῶν παραγωγικῶν πόρων, ὡς καὶ ἡ θεωρία τῆς οἰκονομικῆς εὐημερίας, θεωροῦν αἱ ὁποῖαι ἐξετάσθησαν εἰς τὰ δύο προηγούμενα Κεφάλαια, ἀνήκουν εἰς τὴν ἀνάλυσιν τῆς γενικῆς ἰσορροπίας. Ἡ ἰσορροπία (ἀριστοποίησης) τόσον εἰς τὴν παραγωγὴν ὅσον καὶ τὴν κατανομὴν τῶν ἀγαθῶν εἰς τὸ ὑπόδειγμα δύο ἀγαθῶν - δύο ἀτόμων ἐπιτυγχάνεται, ὡς εἶδομεν, ἐφ' ὅσον ὁ ὀριακὸς λόγος ὑποκαταστάσεως μεταξὺ τῶν δύο ἀγαθῶν εἶναι ὁ αὐτὸς δι' ἀμφοτέρω τὰ ἄτομα καὶ ἴσος πρὸς τὸν ὀριακὸν λόγον μετασχηματισμοῦ μεταξὺ τῶν δύο ἀγαθῶν. Ἡ ταυτόχρονος αὕτη ἰσορροπία παραγωγῆς καὶ κατανομῆς εἶναι ἓν εἶδος γενικῆς ἰσορροπίας. Ἐπίσης ἡ εὐρεσις τοῦ κοινωνικοῦ optimum εἰς τὴν θεωρίαν τῆν κοινωνικῆς εὐημερίας εἶναι πρόβλημα γενικῆς ἰσορροπίας.

Ἐνῶ μὲ τὴν ἀνάλυσιν μερικῆς ἰσορροπίας μελετῶνται εἰδικὰ προβλήματα καὶ ἐξετάζονται μεμονωμένως φαινόμενα τοῦ μικροκόσμου, μὲ τὴν ἀνάλυσιν γενικῆς ἰσορροπίας ἐξετάζονται τὰ προβλήματα καὶ τὰ φαινόμενα εἰς τὴν γενικότητά των καὶ λαμβάνονται ὑπ' ὄψιν αἱ μεταξὺ τῶν ἀλληλεξαρτήσεις. Εἰς τὴν θεωρίαν τῆς γενικῆς ἰσορροπίας τὸ σύνολον τῶν μεταβλητῶν καὶ τῶν φαινομένων ἐξετάζεται ὡς σύστημα ἐξισώσεων ταυτοχρόνου ἐπιλύσεως καὶ *ergo* ἡ γενικὴ ἰσορροπία εἶναι ἓν εἶδος δομικῆς ἢ διαρθρωτικῆς ἀναλύσεως. Ἐν κατακλιεῖδι δυνάμεθα νὰ εἰπώμεν ὅτι ἡ μερικὴ ἀνάλυσις θεωρεῖ τὰ μεμονωμένα δένδρα, ἐνῶ ἡ γενικὴ ἀνάλυσις ἐπισκοπεῖ ὁλόκληρον τὸ δάσος.

III. 0.2. Ἱστορικὴ Ἀναδρομὴ

Τὸ πρῶτον ἴσως σύστημα γενικῆς ἰσορροπίας εἶναι ὁ «Οἰκονομικὸς Πίναξ» (Tableau Economique) τῶν Γάλλων Φυσιοκρατῶν ὑπὸ τὴν ἡγεσίαν τοῦ François Quesnay (1694—1774)**.

Ὁ «Οἰκονομικὸς Πίναξ» σκοπεῖ

* Ἡ θεωρία τῆς γενικῆς ἰσορροπίας εἶναι ὁ συνδυαστικὸς κρίσις μεταξὺ μικροοικονομικῆς καὶ μακροοικονομικῆς θεωρίας.

** Πλείονα βλ. εἰς Σ. Α. Σαραντίδη, Τὸ μακροοικονομικὸν σύστημα τῶν Φυσιοκρατῶν, εἰς «Μελέτας πρὸς τιμὴν Σ.Γ. Ἀνδρεάδη», Τόμος I τῆς Α.Σ.Ο.Ε.Ε., Ἀθῆναι 1972.

εις τήν ἀνάλυσιν τῶν οἰκονομικῶν στοιχείων τῆς «φυσικῆς τάξεως» καί ἀποτελεῖ τήν πρώτην συστηματικὴν προσπάθειαν κατασκευῆς μακροοικονομικοῦ ὑποδείγματος διὰ τῆς διατυπώσεως τῆς κυκλικῆς ροῆς τῶν ἀγαθῶν καί τῆς ἰσορροπίας τῆς ροῆς ταύτης. Ὁ Πίναξ δεικνύει τὰς ἀνταλλαγὰς μεταξὺ τῶν τριῶν, κατὰ τοὺς Φυσιοκράτας, τάξεων τῆς κοινωνίας, τῶν γεωργῶν, τῶν γαιοκτημόνων καί τῶν μεταπρατῶν-κατασκευαστῶν, ὡς καί τὴν ἰσότητά εἰσπράξεων καί πληρωμῶν. Οὗτος ἀποτελεῖ τὸν πρόδρομον τῆς συγχρόνου ἀναλύσεως εἰσροῶν-ἐκροῶν.

Τὸ κυριώτερον ὅμως θεμέλιον εἰς τὴν θεωρίαν τῆς γενικῆς ἰσορροπίας ἐτέθη ἀναντιρρήτως ὑπὸ τοῦ ἀρχηγοῦ τῆς «Σχολῆς τῆς Λωζάννης» *Leon Walras* * τὸ 1874. Εἰς τὸ ὑπόδειμά του ὁ Walras ἔδειξε πῶς ὑπὸ συνθήκας πλήρους ἀνταγωνισμοῦ καί στατικῆς ἰσορροπίας δύνανται νὰ εὐρεθοῦν αἱ τιμαὶ καί αἱ ποσότητες τῶν ἀγαθῶν καί ὑπηρεσιῶν τῶν παραγωγικῶν συντελεστῶν, ὅταν εἶναι δεδομένοι αἱ ἀτομικαὶ συναρτήσεις χρησιμότητος, οἱ τεχνολογικοὶ συντελεσταὶ παραγωγῆς καί αἱ ἀτομικαὶ καί συνολικαὶ συναρτήσεις προσφορᾶς καί ζητήσεως. Τὸ πρῶτον πρόβλημα τὸ ὁποῖον ἔπρεπε νὰ ἐπιλυθῇ ὑπὸ τοῦ Walras ἦτο τὸ πρόβλημα τῆς ὑπάρξεως ἀνταγωνιστικῆς ἰσορροπίας, ἥτοι ἐνὸς συνόλου τιμῶν καί ποσοτήτων πού θὰ ἦσαν συνεπεῖς μεταξὺ τῶν. Τὸ δεύτερον πρόβλημα πού προσεπάθησε νὰ ἐπιλύσῃ ἦτο τὸ πρόβλημα τῆς εὐσταθείας τῆς ἰσορροπίας. Τέλος τὸ τρίτον πρόβλημα ἀφεῶρα τὴν συγκριτικὴν στατικὴν τῆς ἰσορροπίας.

Ἔτερα συστήματα γενικῆς ἰσορροπίας ἦσαν τῶν *Vilfredo Pareto* καί *Barone* εἰς τὴν αὐτὴν παράδοσιν τῆς Μαθηματικῆς Σχολῆς ἢ Σχολῆς τῆς Λωζάννης, ὡς καί τὸ σύστημα τοῦ *Cassel*.

Ἡ ἀδυναμία πρακτικῆς ἐφαρμογῆς, τὸ πολὺπλοκον τῶν σχέσεων καί αἱ κατὰ τὴν ἐποχὴν ἐκείνην ἀδυναμίαι τῶν συστημάτων γενικῆς ἰσορροπίας ἀπὸ μαθηματικῆς πλευρᾶς ὠδήγησαν εἰς τὴν ἐγκατάλειψιν τούτων καί τὴν ἐπαναφορὰν καί ἐπίδοσιν τῆς ἀκαδημαϊκῆς οἰκονομικῆς εἰς θέματα τῆς μερικῆς ἰσορροπίας μὲ τὴν κυριαρχίαν τῆς Μαρσαλλιανῆς οἰκονομικῆς. Παρὰ τὸ γεγονός ὅτι ὁ μέγας Ἀγγλος οἰκονομολόγος *Marshall* ἦτο μαθηματικός, καθ' ὅτι φυσικὸς ἐν ἀρχῇ, οὗτος ἔδειξεν ἐχθρικὴν στάσιν πρὸς τὰ συστήματα γενικῆς ἰσορροπίας. Τοῦτο ἴσως νὰ ὀφείλεται εἰς δύο τινά:

(α) Οὗτος ἐνδιεφέρετο νὰ ἐρευνήσῃ καί νὰ δώσῃ ἀπαντήσεις εἰς πρακτικὰ προβλήματα καί συνεπῶς αἱ θεωρητικαὶ κατασκευαὶ θὰ ἔπρεπε νὰ δίδουν λαβὴν εἰς πρακτικὰς λύσεις. Τὰ συστήματα γενικῆς ἰσορροπίας δὲν ἐπλήρουν τὰ ἀνωτέρω.

(β) Οὗτος, ὡς μαθηματικός, εὗρισκεν ὅτι τὰ συστήματα ἐκεῖνα ἐστεροῦντο μαθηματικῆς ἀκριβείας καί κομψότητος.

* *Elements d'Economie Politique Pure*, 1874.

Δι' ώρισμένες δεκαετίες και υπό την επίδρασιν τών άπλών συστημάτων μερικῆς ἀναλύσεως, και κυρίως τῆς ἐπιδράσεως τοῦ Marshall, τὰ συστήματα γενικῆς ἰσορροπίας ἐγκατελείφθησαν διὰ νά ἐπανέλθουν μετά τὸ 1930, κατόπιν τῆς τάσεως διὰ μαθηματικοποίησιν τῆς οἰκονομικῆς θεωρίας και τών μαθηματικῶν βελτιώσεων, αἵτινες ἐγένοντο κατὰ καιροῦς κυρίως ἀπὸ τοὺς Debreu, McKenzie, Arrow, Morishima κ.ἄ., ὡς και ἀπὸ τοὺς Hicks, Samuelson και Frisch*.

Τέλος, ἕτερον σύστημα γενικῆς ἰσορροπίας, μὲ πρακτικόν περιεχόμενον, εἶναι τὸ σύστημα εἰσροῶν-ἐκροῶν τοῦ W. Leontief, τὸ ὁποῖον εἰς τὴν ἐποχὴν τών ἠλεκτρονικῶν ὑπολογιστῆρων κατέδειξε τὴν δυνατότητα χρησιμοποίησεως τών θεωρητικῶν ὑποδειγμάτων γενικῆς ἰσορροπίας διὰ πρακτικοὺς σκοποὺς, ἥτοι διὰ τὴν ἄσκησιν πολιτικῆς**.

III. 0.3. Προβλήματα Ἀγοραίας Ἰσορροπίας

III. 0.3.0. Τὸ ὑπόδειγμα τῆς μιᾶς ἀγορᾶς

Εἰς τὸ Κεφάλαιον I ἐξετάσαμεν τὴν ἰσορροπίαν εἰς τὴν ἀγορὰν ἑνὸς ἀγαθοῦ. Ἡ ἀνάλυσις ἀφεώρα μερικὴν ἰσορροπίαν, στηριζομένην εἰς τὴν ὑπόθεσιν *ceteris paribus*. Ἡ ζητούμενη ποσότης τοῦ ἀγαθοῦ εἶναι συνάρτησις ἀποκλειστικῶς τῆς τιμῆς τοῦ ἀγαθοῦ. Αἱ τιμαὶ τών λοιπῶν ἀγαθῶν, ὡς και τὰ εἰσοδήματα τών καταναλωτῶν εἶναι παραμετρικαὶ σταθεραὶ. Ἐπίσης ἡ προσφερομένη ποσότης εἶναι συνάρτησις μόνον τῆς τιμῆς τοῦ ἀγαθοῦ. Τὸ ἄπλουν ὑπόδειγμα ἰσορροπίας εἰς τὴν μεμονωμένην ἀγορὰν τοῦ ἀγαθοῦ εἶναι:

$$q^D = f(p) \quad (1)$$

$$q^S = F(p) \quad (2)$$

$$q^D = q^S \quad (3)$$

Ἡ ἐξίσωσις (1) εἶναι ἡ συνάρτησις ἀγοραίας ζήτησεως τοῦ ἀγαθοῦ, ἡ (2) εἶναι ἡ συνάρτησις προσφορᾶς τοῦ ἀγαθοῦ και ἡ (3) εἶναι ἡ συνθήκη ἰσορροπίας. Ἡ (1) προκύπτει ἀπὸ τὴν μεγιστοποιητικὴν συμπεριφορὰν τών καταναλωτῶν και ἡ (2) ἀπὸ τὴν μεγιστοποιητικὴν συμπεριφορὰν τών παραγωγικῶν μονάδων.

Ἡ ἀγορὰ εὐρίσκειται εἰς ἰσορροπίαν, ὅταν εὑρεθῇ τιμὴ τοιαύτη, ὥστε ζητούμενη και προσφερομένη ποσότης νά εἶναι ἴσαι, ἢ ἄλλως ἡ ὑπερβάλλουσα ζήτησις νά εἶναι μηδενικὴ (Walras) ἢ ἡ ὑπερβάλλουσα τιμὴ ἐπίσης μηδενικὴ (Marshall). Ἡ συνθήκη ἰσορροπίας διχραματικῶς ἐπιτυγχάνεται διὰ τῆς τομῆς τών καμπύλων ζήτησεως και προσφορᾶς.

* Βλ. E.R. Weintraub, The microfoundations of macroeconomics: A critical survey. Εἰς Economic Literature; March 1977, σελ. 1-23, και αὐτόθι βιβλιογραφίαν.

** Διὰ πλείονα βλ. Σ.Α. Σαραντιδῆ, Μαθήματα Οἰκονομικῆς Ἀναλύσεως (Α. Γραμμικὴ Ἀνάλυσις), Πειραιεὺς 1972.

Κατὰ τὴν ἀνάλυσιν τῆς ἰσορροπίας ἐξετάζονται τέσσαρα κυρίως προβλήματα:

(1) Τὸ πρόβλημα τῆς ὑπάρξεως ἰσορροπίας (the existence problem). Ἐἶναι δυνατὸν εἰς δεδομένον σύστημα ἀγορᾶς ἀγαθοῦ νὰ ὑφίσταται ἢ νὰ μὴ ὑφίσταται ἰσορροπία. Ἰσορροπία ὑφίσταται κατὰ Walras ὅταν $E = q^D - q^S = 0$, ὅπου $E =$ ὑπερβάλλουσα ζήτησις. Ἡ E εἶναι συνάρτησις τῆς τιμῆς, δεδομένου ὅτι τὰ q^D καὶ q^S εἶναι συναρτήσεις τῆς τιμῆς. Οὕτω διὰ νὰ ὑπάρχη ἰσορροπία θὰ πρέπει νὰ ὑφίσταται μία τιμὴ p , κατὰ τὴν ὁποίαν $E(p) = 0$. Ἐὰν ἡ ζήτησις ὑπερβάλλῃ τὴν προσφορὰν, $E = q^D - q^S > 0$, τότε ἡ τιμὴ θὰ τείνη νὰ ἀυξήθῃ καὶ ἀντιστρόφως. Ἡ εἰς τὸν χρόνον μεταβολὴ τῆς τιμῆς δύναται μαθηματικῶς νὰ διατυπωθῇ ὡς ἑξῆς:

$$\frac{dp}{dt} = \varphi(q^D - q^S) = \varphi(E) \quad (4)$$

Ἡ ταχύτης τῆς εἰς τὸν χρόνον κινήσεως τῆς τιμῆς θὰ ἐξαρτηθῇ ἀπὸ τὸ μέγεθος τῆς ὑπερβαλλούσης ζήτησεως. Ἐὰν $\varphi(E) = 0$, τότε $dp/dt = 0$.

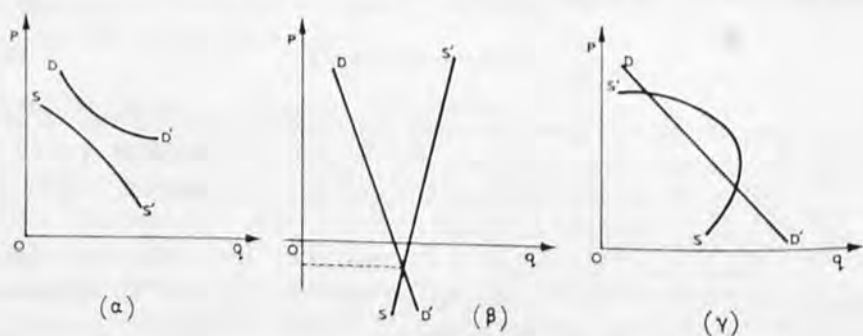
Ἡ μὴ ὑπαρξίς ἰσορροπίας διαγραμματικῶς ἐμφαίνεται εἰς τὸ Σχ. III.1(α), ὅπου αἱ καμπύλαι οὐδαμοῦ τέμνονται.

(2) Συναφῆς πρὸς τὴν ὑπαρξίν ἢ μὴ ἰσορροπίας εἶναι τὸ θέμα τῆς οἰκονομικῆς σημασίας τῆς τιμῆς ἰσορροπίας εἰς τὴν περίπτωσιν καθ' ἣν ὑφίσταται ἰσορροπία. Δὲν ἀρκεῖ δηλαδὴ νὰ ὑφίσταται λύσις τοῦ ὑποδείγματος τῆς ἀγορᾶς, ἀλλὰ πρέπει ἢ λύσις αὕτη νὰ εἶναι πρακτικῶς ἀποδεκτὴ, ἤτοι νὰ ἔχῃ οἰκονομικὸν νόημα. Οὕτως εὐρεσίς ἀρνητικῆς τιμῆς ἰσορροπίας δὲν γίνεται ἀποδεκτὴ, διότι δὲν ἔχει νόημα ἢ πληρωμὴ ἀρνητικῆς τιμῆς διὰ τὴν ἀγορὰν ἀγαθοῦ. Τὴν περίπτωσιν ταύτην ἀπεικονίζει τὸ Σχ. III. 1 (β).

(3) Τὸ πρόβλημα τῆς μοναδικότητος (the uniqueness problem). Τὸ πρόβλημα τοῦτο ἀναφέρεται εἰς τὸ κατὰ πόσον ἡ εὑρεθεῖσα τιμὴ ἰσορροπίας εἶναι μοναδικὴ ἢ ὑφίστανται καὶ ἄλλαι τιμαὶ ἰσορροπίας, ὡς εἰς τὴν περίπτωσιν τῆς πολλαπλῆς ἰσορροπίας. Εἰς τὸ ἄπλοῦν ὑπόδειγμα μεμονωμένης ἀγορᾶς ἢ πολλαπλῆ ἰσορροπία ὑποδεικνύεται διὰ περισσοτέρων τῆς μιᾶς τομῶν μεταξὺ τῶν καμπύλων ζήτησεως καὶ προσφορᾶς. Ἡ περίπτωσις αὕτη ἐμφαίνεται εἰς τὸ Σχ. III. 1 (γ).

(4) Τὸ πρόβλημα τῆς εὐσταθείας τῆς ἰσορροπίας (the stability problem). Τὸ πρόβλημα τοῦτο ἀφορᾷ εἰς τὴν δυνατότητα ἐπαναφορᾶς τῆς ἰσορροπίας μετὰ τὴν ἐπενέργειαν διαταρακτικῶν δυνάμεων. Ὡς εὐσταθῆς μὲν κρίνεται ἢ ἰσορροπία τῆς ὁποίας ἡ διατάραξις θέτει εἰς κίνησιν δυνάμεις αἱ ὁποῖαι ἐπαναφέρουσι εἰς αὐτήν. Ὡς ἀσταθῆς δὲ κρίνεται ἢ ἰσορροπία τῆς ὁποίας ἡ διατάραξις θέτει εἰς κίνησιν δυνάμεις αἱ ὁποῖαι ὀδηγοῦν εἰς ἀπομάκρυνσιν ἐξ αὐτῆς. Αἱ συνθήκαι εὐσταθείας δύνανται νὰ προκύψουσι ἀπὸ τὰς συγκεκριμένους ὑποθέσεις, αἱ ὁποῖαι γίνονται σχετικῶς μὲ τὴν συμπεριφορὰν τῶν ἀγο-

ραστῶν καὶ τῶν πωλητῶν. Τὰ ἀποτελέσματα μιᾶς διαταραχῆς ἐπὶ τῆς ἀγοραίας ἰσορροπίας δύνανται νὰ μελετηθοῦν διὰ μιᾶς διαδικασίας προσαρμογῆς, στηριζομένης ἐπὶ τῆς Βαλοασιανῆς ὑποθέσεως τῆς ὑπερβαλλούσης ζήτησεως. Ὄταν ἡ ὑπερβάλλουσα ζήτησις εἶναι θετική, τότε ὁ ἀνταγωνισμὸς τῶν ἀγοραστῶν τείνει εἰς τὴν αὐξήσιν τῆς τιμῆς ἄνω τῆς τιμῆς ἰσορροπίας. Ὄταν ἡ ὑπερβάλλουσα ζήτησις εἶναι ἀρνητική (= ὑπερβάλλουσα προσφορά), τότε ὁ ἀνταγωνισμὸς τῶν πωλητῶν τείνει εἰς πτώσιν τῆς τιμῆς. Ἐφ' ὅσον ἡ ἀνωτέρω συμπεριφορὰ εἶναι ὀρθή, τότε ἡ ἰσορροπία εἶναι εὐσταθής, ἐὰν ἡ αὐξήσις τῆς τιμῆς τείνη εἰς τὴν μείωσιν ἢ καὶ τὴν ἐξάλειψιν τῆς ὑπερβαλλούσης ζήτησεως. Τοῦτο σημαίνει ὅτι ἡ καμπύλη τῆς ὑπερβαλλούσης ζήτησεως πρέπει νὰ ἔχη



Σχ. III. 1.

ἀρνητικὴν κλίσιν εἰς τὴν περιοχὴν τῆς τιμῆς ἰσορροπίας (\bar{p}) διὰ νὰ εἶναι ἡ ἰσορροπία εὐσταθής.

Ἡ συνάρτησις ὑπερβαλλούσης ζήτησεως εἶναι $E = f(p) - F(p)$. Ἡ παράγωγος τῆς συναρτήσεως ταύτης ὡς πρὸς τὴν τιμὴν εἶναι :

$$\frac{dE}{dp} = \frac{df(p)}{dp} - \frac{dF(p)}{dp}$$

$$\text{καὶ } \left. \frac{dE}{dp} \right|_p < 0, \quad (5)$$

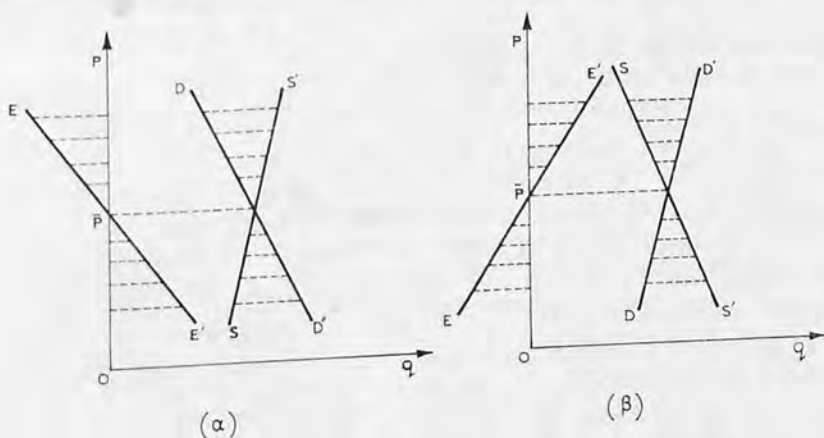
ὥστε ἡ τιμὴ ἰσορροπίας νὰ εἶναι εὐσταθής. Ἡ περίπτωση αὕτη ἀπεικονίζεται εἰς τὸ Σχ. III.2 (α), ὅπου ἡ συνάρτησις ὑπερβαλλούσης ζήτησεως EE' ἔχει ἀρνητικὴν κλίσιν καὶ προκύπτει ἀπὸ τὴν διαφορὰν μεταξὺ τῶν καμπύλων ζήτησεως (DD') καὶ προσφορᾶς (SS').

Εἰς τὴν περίπτωσιν τοῦ Σχ. III. 2 (β) ἡ ἰσορροπία εἶναι ἀσταθής. Ὄταν ἡ ὑπερβάλλουσα ζήτησις εἶναι θετικὴ ὁ ἀνταγωνισμὸς τῶν ἀγοραστῶν τείνει εἰς αὐξήσιν τῆς τιμῆς καὶ συνεπῶς εἰς ἀπομάκρυνσιν ἀπὸ τὴν τιμὴν ἰσορροπίας (\bar{p}) πρὸς τὰ ἄνω. Ὄταν ἡ ὑπερβάλλουσα ζήτησις εἶναι ἀρνητικὴ ὁ ἀντα-

γωνισμός τῶν πωλητῶν τείνει εἰς τὴν πτώσιν τῆς τιμῆς καὶ συνεπῶς εἰς τὴν πρὸς τὰ κάτω τῆς τιμῆς ἰσορροπίας ἀπομάκρυνσιν. Ἡ κλίσις τῆς καμπύλης ὑπερβαλλούσης ζητήσεως εἰς τὴν περιοχὴν τῆς (\bar{p}) πρέπει νὰ ἔχη θετικὴν κλίσιν διὰ νὰ εἶναι ἡ ἰσορροπία ἀσταθής.

III. 0.3.1. Τὸ ὑπόδειγμα περισσοτέρων ἀγορῶν

Εἰς τὸ ἀνωτέρω ὑπόδειγμα μιᾶς ἀγορᾶς ἡ ζητούμενη καὶ ἡ προσφερομένη ποσότης εἶναι συνάρτησις τῆς τιμῆς αὐτοῦ τοῦ ἰδίου τοῦ ἀγαθοῦ μόνον. Ἡ ζητούμενη καὶ ἡ προσφερομένη ποσότης ὅμως ἐνὸς ἀγαθοῦ ἐξαρτῶνται καὶ ἀπὸ τὰς τιμὰς ἄλλων ἀγαθῶν καὶ συνεπῶς αἱ ἀγοραὶ τῶν ἀγαθῶν εὐρίσκονται μεταξύ τῶν εἰς ἀλληλεξάρτησιν.



Σχ. III. 2.

Ἄς ὑποθέσωμεν ὅτι ὑφίστανται δύο ἀγοραὶ, μιὰ διὰ τὸ ἀγαθὸν 1 καὶ μιὰ διὰ τὸ ἀγαθὸν 2. Ἡ ζητούμενη καὶ ἡ προσφερομένη ποσότης κάθε ἀγαθοῦ ἐξαρτῶνται ἀπὸ τὰς τιμὰς καὶ τῶν δύο ἀγαθῶν κατὰ τὰς ἀκολουθοῦσας συναρτήσεις ζητήσεως καὶ προσφορᾶς:

$$q_1^D = f_1(p_1, p_2) \quad (6)$$

$$q_2^D = f_2(p_1, p_2) \quad (7)$$

$$q_1^S = F_1(p_1, p_2) \quad (8)$$

$$q_2^S = F_2(p_1, p_2) \quad (9)$$

Αἱ δύο ἀγοραὶ εὐρίσκονται εἰς ἰσορροπίαν, ὅταν πληρωθοῦν ταυτοχρόνως αἱ συνθήκαι:

$$q_1^D = q_1^S \quad (10)$$

$$q_2^D = q_2^S \quad (11)$$

Ἡ λύσις δηλαδή τοῦ ὑποδείγματος τῶν δύο ἀγορῶν ἀπαιτεῖ νὰ εὐρεθῇ ἐν σύνολον τιμῶν (p_1, p_2) τοιοῦτον, ὥστε αἱ συναρτήσεις ὑπερβαλλούσης ζήτησεως $E_1(p_1, p_2) = 0$ καὶ $E_2(p_1, p_2) = 0$. Ἐδῶ πάλιν τίθεται τὸ ἐρώτημα κατὰ πόσον αἱ εὐρεθεῖσαι τιμαὶ εἶναι οἰκονομικῶς ἀποδεκταί, κατὰ πόσον εἶναι μοναδικαὶ καὶ ἐπίσης κατὰ πόσον ἐμφανίζουσι εὐστάθειαν. Τὸ ἀνωτέρω ὑπόδειγμα πολυαγοραίας ἰσορροπίας δύναται νὰ ἐπεκταθῇ καὶ νὰ περιλάβῃ ν ἀγοράς, ὡς θὰ ἴδωμεν κατωτέρω.

Ἐν ὑπόδειγμα γενικῆς ἰσορροπίας δι' ὀλόκληρον τὴν οἰκονομίαν θὰ πρέπει νὰ περιλάβῃ τὰς μεγιστοποιητικὰς συμπεριφορὰς κάθε καταναλωτοῦ καὶ παραγωγοῦ, ἕλας τὰς συναρτήσεις ζήτησεως καὶ προσφορᾶς διὰ κάθε ἀγαθόν, ὡς καὶ τὰς συνθήκας ἰσορροπίας διὰ κάθε ἀγοράν.

Τὸ βασικὸν ὑπόδειγμα γενικῆς ἰσορροπίας τοῦ Walras περιλαμβάνει τὰς ποσότητες ἀγαθῶν καὶ παραγωγικῶν συντελεστῶν μὲ τὰς τιμὰς τῶν, τοὺς τεχνολογικοὺς συντελεστάς παραγωγῆς καὶ ὅλους τοὺς καταναλωτὰς καὶ παραγωγούς. Οἱ παραγωγοὶ ἀγοράζουσι ποσότητες συντελεστῶν τῆς παραγωγῆς καὶ μετατρέπουσι αὐτὰς εἰς ἀγαθὰ, τὰ ὅποια πωλοῦσι εἰς ὀρισμένας τιμὰς μεγιστοποιοῦντες τὰ κέρδη τῶν, ὑποκείμενοι εἰς τὰς παραγωγικὰς δυνατότητάς τῶν. Οἱ καταναλωταὶ ἀνταλλάσσουσι ἀγαθὰ καὶ ὑπηρεσίας παραγωγικῶν συντελεστῶν μεταξύ τῶν καὶ μετὰ τῶν παραγωγῶν, ὥστε τελικῶς νὰ ἀποκτήσουσι ἕνα συνδυασμὸν ἀγαθῶν, ὁ ὅποιος μεγιστοποιεῖ τὴν ἱκανοποίησίν τῶν. Εἰς ὀλόκληρον τὴν οἰκονομίαν θὰ πρέπει νὰ ὑπάρχῃ ἐν σύνολον τιμῶν ποὺ νὰ ἱκανοποιῇ ταυτοχρόνως τὰς συνθήκας ἰσορροπίας ὅλων τῶν καταναλωτῶν, ὅλων τῶν παραγωγῶν καὶ ὅλων τῶν ἀγορῶν. Τὸ ὅλον οἰκονομικὸν σύστημα δὲν εἶναι παρὰ ἐν σύστημα ἀπειραριθμῶν ἐξισώσεων ταυτοχρόνου ἐπιλύσεως.

Τὸ πρῶτον πρόβλημα διὰ τὴν ἀνάλυσιν τοῦ ἀνωτέρω συστήματος εἶναι ἡ ἕπαρξις ἰσορροπίας. Διὰ νὰ ὑπάρξῃ λύσις τοῦ συστήματος θὰ πρέπει ὁ ἀριθμὸς τῶν ἀγνώστων μεταβλητῶν νὰ εἶναι ἴσος πρὸς τὸν ἀριθμὸν τῶν ἐξισώσεων. Ἡ προϋπόθεσις ὁμοῦς αὐτὴ δὲν εἶναι ἱκανὴ διὰ νὰ ἐξασφαλίσῃ λύσιν εἰς τὸ σύστημα. Τὸ πρόβλημα τοῦτο δὲν ἐλύθη ἀπὸ τῆς ἐποχῆς τοῦ Walras, παρὰ μόνον μετὰ τὸ 1950 (Arrow, Debreu, McKenzie). Ἀπὸ τοῦ 1930 ὁμοῦς ἐγένοντο ἐργασίαι διὰ τὴν ἀντιμετώπισιν τοῦ προβλήματος ὑπάρξεως ἀνταγωνιστικῆς ἰσορροπίας καὶ ἐλύθη τὸ πρόβλημα τῆς μοναδικότητος (uniqueness). Ἐπίσης ὁ Edgeworth ἠσχαλήθη κατὰ τὴν δεκαετίαν τοῦ 1880 μὲ τὸ πρόβλημα τῆς ἀνταλλαγῆς καὶ τὸ πρόβλημα τῆς συνεργατικῆς ἰσορροπίας (co-operative equilibrium), τὸ ὅποιον δὲν ἐλύθη παρὰ μετὰ τὸ 1950 καὶ ἰδιαίτερος μετὰ τὸ 1960 ἀπὸ τὸν Aumann. Τὸ πρόβλημα τῆς

ευσταθείας τῆς ἰσορροπίας δὲν ἐλύθη πλήρως ὑπὸ τῆς ἀναλύσεως τοῦ Walras, ὅστις καθώρισε μίαν διαδικασίαν (tatonnement), βάσει τῆς ὁποίας ἐκ δεδομένης ἀρχικῆς θέσεως δυνάμεθα νὰ κινηθῶμεν πρὸς τὴν θέσιν τῆς τελικῆς ἰσορροπίας. Τὸ θέμα τῆς εὐσταθείας ἀνελύθη μετὰ τὸ 1940 ὑπὸ τῶν Hicks καὶ Samuelson διὰ «μικρὰς» διαταραχὰς ἐκ τῆς ἰσορροπίας καὶ τελικῶς ἐλύθη διὰ «μεγάλας» διαταραχὰς ὑπὸ τοῦ Morishima καὶ ἄλλων μετὰ τὸ 1950.

Αἱ κανονιστικαὶ (normative) ἀπόψεις τοῦ προβλήματος τῆς ἀνταγωνιστικῆς ἰσορροπίας ἐξετάσθησαν ὑπὸ τοῦ Pareto (1896) καὶ μετὰ τὸ 1960 ὑπὸ τῶν Arrow, Sen κ.ἄ. *.

III. 1. ΠΟΛΥΑΓΟΡΑΙΑ Ἰσορροπία ἀνευ χρημάτων

III. 1.0. Τὸ Σύστημα τῶν Ἐξισώσεων Ζητήσεως καὶ Προσφορᾶς

Ἐνταῦθα θὰ ἐξετάσωμεν τὴν ταυτόχρονον ἰσορροπίαν εἰς ὅλας τὰς ἀγορὰς τοῦ οἰκονομικοῦ συστήματος. Αἱ ἀγοραὶ αὐταὶ εἶναι ἀγοραὶ ὑπηρεσιῶν παραγωγικῶν συντελεστῶν (1, 2, ..., k) καὶ ἀγαθῶν (k + 1, ..., v). Διὰ κάθε ἀγορᾶν i (ἔπου i = 1, 2, ..., k + 1, ..., v) ὑπάρχει μία συνολικὴ (ἀγοραία) συνάρτησις ζήτησεως καὶ μία συνολικὴ συνάρτησις προσφορᾶς. Ἡ ἀγοραία συνάρτησις ζήτησεως τοῦ ἀγαθοῦ i προέρχεται ἐκ τῆς ἀθροίσεως τῶν ἐπὶ μέρους συναρτήσεων ζήτησεως ὄλων τῶν καταναλωτῶν διὰ τὸ ἀγαθὸν i. Ἡ συνάρτησις ζήτησεως τοῦ ἀγαθοῦ διὰ κάθε καταναλωτὴν προκύπτει ἀπὸ τὰς γνωστὰς μεγιστοποιητικὰς συνθήκας τῆς καταναλωτικῆς συμπεριφορᾶς, γνωστῆς οὔσης τῆς συναρτήσεως ὠφελιμότητος τοῦ καταναλωτοῦ καὶ τοῦ εἰσοδηματικοῦ περιορισμοῦ αὐτοῦ. Ἡ συνάρτησις ὠφελιμότητος (χρησιμότητος) περιλαμβάνει μόνον ποσότητας τῶν ἀγαθῶν καὶ τῶν ὑπηρεσιῶν, δὲν ὑφίσταται δὲ ποσότης διακρατουμένου χρήματος τόσον εἰς τὴν συνάρτησιν χρησιμότητος ὅσον καὶ εἰς τὸν εἰσοδηματικὸν περιορισμόν. Δὲν ὑφίσταται τὸ χρῆμα ὑπὸ τὴν μορφήν διατηρήσεως ἀξιῶν, ἀλλ' ἀπλῶς ὡς ἀφηρημένη λογιστικὴ μονάδα.

Αἱ συναρτήσεις προσφορᾶς ἐπίσης διὰ κάθε ἀγαθὸν προκύπτουν ἀπὸ τὴν ἀθροισμὸν τῶν συναρτήσεων προσφορᾶς κάθε παραγωγοῦ διὰ τὸ ἀγαθόν. Ἡ δὲ ἀτομικὴ συνάρτησις προσφορᾶς διὰ κάθε ἀγαθὸν προκύπτει ἀπὸ τὴν μεγιστοποιητικὴν συμπεριφορὰν τοῦ κάθε παραγωγοῦ. Συνεπῶς ὅπισθεν τῶν ἀγοραίων συναρτήσεων ζήτησεως καὶ προσφορᾶς διὰ κάθε ἀγαθὸν κρύπτονται αἱ μεγιστοποιητικαὶ ἀποφάσεις τῶν ἀτόμων.

Αἱ τιμαὶ τῶν v ἀγαθῶν καὶ ὑπηρεσιῶν εἶναι p_1, p_2, \dots, p_v . Αἱ ζητούμεναι καὶ αἱ προσφερόμεναι ποσότητες τῶν ἀγαθῶν καὶ ὑπηρεσιῶν εἶναι συναρτήσεις ὄλων τῶν τιμῶν. Αἱ τιμαὶ εἰς ἓν σύστημα γενικῆς ἰσορροπίας εἶναι μεταβληταὶ καὶ ὄχι σταθεραὶ.

* Βλ. καὶ M. Allingham, General Equilibrium, Macmillan, 1975.

Υπάρχουν v συναρτήσεις ζήτησεως, μία δια κάθε αγαθόν και υπηρεσίαν:

$$q_i^D = f_i(p_1, p_2, \dots, p_v), \quad (i = 1, 2, \dots, v) \quad (1)$$

Υπάρχουν επίσης v συναρτήσεις προσφορας, μία δια κάθε αγαθόν και υπηρεσίαν:

$$q_i^S = F_i(p_1, p_2, \dots, p_v), \quad (i = 1, 2, \dots, v) \quad (2)$$

Η οικονομία εύρισκεται εις ισορροπίαν, ἐφ' ὅσον ὑφίσταται ισορροπία εις ὅλας τὰς ἀγοράς ταυτοχρόνως. Διὰ τὴν ὑπάρχῃ ὁμοῦς ισορροπία θὰ πρέπει ἡ ζητουμένη ποσότης νὰ ἰσοῦται πρὸς τὴν προσφερομένην ποσότητα κάθε ἀγαθοῦ, ἢ ἄλλως ἡ ὑπερβάλλουσα ζήτησις δια κάθε ἀγαθόν νὰ ἰσοῦται πρὸς τὸ μηδέν. Αἱ συνθήκαι πολυαγοραίας ισορροπίας (multimarket equilibrium) εἶναι:

$$f_i(p_1, p_2, \dots, p_v) = F_i(p_1, p_2, \dots, p_v) \quad (3)$$

Αἱ ἀνωτέρω συνθήκαι γενικῆς ισορροπίας δύνανται νὰ διατυπωθοῦν καὶ εἰς ὄρους ὑπερβαλλούσης ζήτησεως:

$$E_i(p_1, p_2, \dots, p_v) = 0, \quad (3')$$

$$\text{ὅπου } E_i = q_i^D - q_i^S, \quad (i = 1, 2, \dots, v)$$

Θὰ πρέπει συνεπῶς νὰ εὑρεθῇ ἐν ὅλῳ τῶν τιμῶν p_i ($i = 1, 2, \dots, v$), τὸ ὁποῖον νὰ ικανοποιῇ τὴν συνθήκην (3) ἢ (3'). Ἐὰν τὸ ὅλον τούτων τιμῶν, ἦτοι ἡ λύσις τοῦ ἀνωτέρου συστήματος τῶν ἐξισώσεων, ὑπάρχῃ, τότε δύνανται νὰ εὑρεθοῦν αἱ ποσότητες τῶν ἀγαθῶν καὶ τῶν υπηρεσιῶν, αἱ ὁποῖαι θὰ ἀνταλλάγοῦν εἰς τὴν οικονομίαν, ἦτοι αἱ ποσότητες αἱ ὁποῖαι θὰ ἀγοραστοῦν καὶ θὰ πωληθοῦν.

III. 1.1. Ἡ Λύσις τοῦ Συστήματος Γενικῆς Ἴσορροπίας καὶ ὁ Νόμος τοῦ Walras

Τὸ ἀνωτέρω σύστημα ἐξισώσεων (3) εἶναι ἀπλοῦν καὶ συνεπῶς δυνάμεθα νὰ προβῶμεν εἰς τὴν λύσιν του ὡς πρὸς τὸ ὅλον τῶν τιμῶν. Ἐν τούτοις ὑφίσταται μία δυσκολία. Συνήθως διὰ τὴν ἔχῃ λύσιν ἐν τῷ συστήματι ἐξισώσεων θὰ πρέπει ὁ ἀριθμὸς τῶν ἐξισώσεων νὰ ἰσοῦται πρὸς τὸν ἀριθμὸν τῶν ἀγνωστων. Ὁ κανὼν οὗτος, καίτοι ἰσχύει μᾶλλον διὰ τὴν λύσιν συστημάτων γραμμικῶν ἐξισώσεων*, δὲν ἀποτελεῖ ὁμοῦς οὔτε ἀναγκαίαν οὔτε ἱκανὴν συνθήκην διὰ τὴν λύσιν γενικῶς συστημάτων πολλῶν ἐξισώσεων ταυτοχρόνου ἐπιλύσεως. Ἐν τούτοις θὰ χρησιμοποιήσωμεν ἐδῶ τὸν κανὼνα αὐτόν. Ὡς ἐλέχθη ὁμοῦς

* Βλ. K. Lancaster, *Mathematical Economics*, Macmillan, 1968, Chapt. 9.

ύφίσταται μία δυσκολία. Ὁ ἀριθμὸς τῶν ἐξισώσεων εἶναι v . Ἐπίσης ὁ ἀριθμὸς τῶν ἀγνώστων εἶναι v , ἤτοι ἴσος πρὸς τὸν ἀριθμὸν τῶν ἐξισώσεων. Ἄρα θὰ πρέπει νὰ ὑπάρχη λύσις. Ἡ λύσις βεβαίως θὰ πρέπει, ὡς εἵπομεν, νὰ ἔχη οἰκονομικὸν νόημα (μὴ ἀρνητικαὶ τιμαὶ) καὶ νὰ παρουσιάζη εὐστάθειαν.

Ἐν τούτοις δύναται νὰ ἀποδειχθῇ ὅτι μία ἐκ τῶν ἐξισώσεων (3) εἶναι γραμμικῶς ἐξηρητημένη καὶ συνεπῶς δύναται, ὡς πλεονάζουσα (redundant), νὰ ἀπορριφθῇ. Ὅποτε ἔχομεν $(v - 1)$ ἐξισώσεις. Πρὸς τὸν σκοπὸν αὐτὸν χρησιμοποιοῦμεν τὸν νόμον τοῦ Walras (Walras' law)*, κατὰ τὸν ὅποιον ἡ συνολικὴ ἀξία τῶν προσφερομένων ἀγαθῶν εἶναι ἴση πρὸς τὴν ἀξίαν τῶν ζητούμενων ἀγαθῶν. Τοῦτο ἀλγεβρικῶς ἐκφράζεται ὡς ἐξῆς:

$$\sum_{i=1}^v p_i q_i^D \equiv \sum_{i=1}^v p_i q_i^S \quad (1)$$

Ἡ ἀνωτέρω ἐκφρασις (1) δύναται νὰ γραφῆ:

$$\sum_{i=1}^{v-1} p_i q_i^D + p_v q_v^D \equiv \sum_{i=1}^{v-1} p_i q_i^S + p_v q_v^S \quad (2)$$

Ἐξ αὐτῆς ἔπεται ὅτι:

$$\sum_{i=1}^{v-1} p_i q_i^D \equiv \sum_{i=1}^{v-1} p_i q_i^S \quad (3)$$

$$\text{καὶ } p_v q_v^D \equiv p_v q_v^S \quad (4)$$

$$\text{ἢ } q_v^D \equiv q_v^S \quad (5)$$

Εἰς ὅρους ὑπερβαλλούσης ζητήσεως αἱ ἀνωτέρω ἐκφράσεις δύναται νὰ διατυπωθῶν ὡς ἐξῆς:

$$\sum_{i=1}^v p_i E_i \equiv 0 \quad (1')$$

$$\sum_{i=1}^{v-1} p_i E_i + p_v E_v \equiv 0 \quad (2')$$

$$\text{καὶ } \sum_{i=1}^{v-1} p_i E_i \equiv 0 \quad (3')$$

* Ὁ νόμος τοῦ Walras ἰσχύει τόσο εἰς τὴν περίπτωσιν ἐγρημάτου ὅσον καὶ εἰς τὴν περίπτωσιν ἀγρημάτου οἰκονομίας, ὡς ἡ προκειμένη. Τὴν ὀνομασίαν ταύτην ἔδωκεν ὁ O. Lange («Say's law: A restatement and criticism», εἰς Studies in Mathematical Economics and Econometrics, Chicago, 1942, σελ. 50).

$$p_v E_v \equiv 0 \quad (4')$$

$$\tilde{q} E_v \equiv 0 \quad (5')$$

Αί άνωτέρω εξισώσεις (1 — 5) ή (1' — 5') μάς λέγουν ότι εάν όλαί αί άγοράι πλην μιās (οίασδήποτε) εύρίσκωνται εις ισορροπίαν, τότε και ή άγορά αύτη εύρίσκεται αυτομάτως εις ισορροπίαν. Ούτω, κατά τό άνωτέρω υπόδειγμα, εάν αί (v — 1) άγοράι εύρίσκωνται εις ισορροπίαν, τότε ή άγορά v εύρίσκεται αναγκάκιως εις ισορροπίαν, έφ' όσον ισχύει ό νόμος του Walras. Άρα έφ' όσον μία έκ τών v εξισώσεων τής (3) τής παραγράφου III. 1.0 εξαρτάται έκ τών λοιπών (v — 1) εξισώσεων είναι περιττή, ούδεμίαν πληροφορίαν προσκομίζουσα, και συνεπώς δύναται νά άπορριφθῆ. Ούτως άπομένουν (v — 1) εξισώσεις με v άγνώστους τιμάς. Το σύστημα εξισώσεων γενικῆς ισορροπίας δέν δύναται νά λυθῆ (underdetermined), ήτοι δέν δυνάμεθα νά προσδιορίσωμεν τά επίπεδα τών τιμών.

Παρ' όλα αυτά τό σύστημα πολυαγοράϊας ισορροπίας δύναται νά έχη λύσιν. Καίτοι δέν δύναται νά προσδιορισθοῦν τά επίπεδα (άπόλυτον ύψος) τών τιμών, δύναται νά προσδιορισθοῦν οί λόγοι τών τιμών (σχετικάί τιμαί). Τοῦτο δύναται νά επίτευχθῆ εάν διαιρέσωμεν τά άπόλυτα ύψη τών τιμών τών άγαθών και ύπηρεσιών διά τῆς τιμῆς ενός οίουδήποτε άγαθοῦ, τό όποϊον θά επιλέξωμεν. Εις τήν περίπτωσιν αύτήν θά λάβωμεν τό σύνολον τών σχετικῶν τιμών

$$\left(\frac{p_1}{p_v}, \frac{p_2}{p_v}, \dots, \frac{p_v}{p_v} \right)$$

έφ' όσον επιλέξωμεν ως άγαθόν αναφορᾶς (κοινόν διαιρέτην) τό άγαθόν v. Το έπιλεγέν άγαθόν καλεῖται *numéraire*. Ο αριθμός τών άγνώστων σχετικῶν τιμών, ή λόγων τιμών, είναι (v — 1), διότι ή σχετική τιμή του άγαθοῦ v είναι τώρα ή μονάς ($p_v/p_v = 1$). Συνεπώς έχομεν (v — 1) εξισώσεις και (v — 1) σχετικάς τιμάς και τό σύστημα λύεται ως πρὸς τάς σχετικάς τιμάς, ήτοι

$$f_i \left(\frac{p_1}{p_v}, \frac{p_2}{p_v}, \dots, \frac{p_{v-1}}{p_v} \right) = F_i \left(\frac{p_1}{p_v}, \frac{p_2}{p_v}, \dots, \frac{p_{v-1}}{p_v} \right), i = (1, 2, \dots, v-1) \quad (6)$$

ή εις όρους ύπερβαλλούσης ζητήσεως

$$E_i \left(\frac{p_1}{p_v}, \frac{p_2}{p_v}, \dots, \frac{p_{v-1}}{p_v} \right) = 0, (i = 1, 2, \dots, v-1) \quad (6')$$

III. 1.2. Το Θεώρημα τῆς Όμογενείας και ό Νόμος του Say

Εις τό άνωτέρω υπόδειγμα γενικῆς ισορροπίας τό χρήμα ούδένα ουσιαστικόν ρόλον παίζει, άλλ' έχει τήν έννοιαν τῆς άπρηρημένης λογιστικῆς μονάδος εις τήν όποϊαν εκφράζονται αί τιμαί τών άγαθών. Συνεπώς εις τό

υπόδειγμά μας τὰ ἀγαθὰ καὶ αἱ ὑπηρεσίαι ἀνταλλάσσονται ὑπὸ τῶν οἰκονομούντων ἀτόμων. Ὡς ἤδη ἐλέχθη, τὸ χρῆμα δὲν ὑπεισέρχεται οὔτε εἰς τὰς συναρτήσεις χρησιμότητος οὔτε εἰς τοὺς εἰσοδηματικούς περιορισμούς τῶν καταναλωτῶν. Συνεπῶς δὲν πρέπει νὰ μᾶς ξενίζη τὸ γεγονός ὅτι εἰς τὸ ἀνωτέρω σύστημα δὲν δύνανται νὰ καθορισθοῦν αἱ ἀπόλυτοι τιμαί, ἀλλὰ μόνον οἱ λόγοι τῶν τιμῶν (σχετικαὶ τιμαί), ἀφοῦ τὰ ἄτομα ἐνδιαφέρονται μόνον διὰ τὰς ἀνταλλακτικὰς σχέσεις τῶν ἀγαθῶν. Ἄλλωστε αἱ μεγιστοποιητικαὶ συνθήκαι τοῦ καταναλωτοῦ στηρίζονται εἰς τοὺς λόγους τῶν τιμῶν τῶν ἀγαθῶν, καθ' ἕτι, ὡς γνωρίζομεν, πρὸς μεγιστοποίησιν τῆς ἱκανοποιήσεως τοῦ καταναλωτοῦ πρέπει ὁ λόγος τῶν ὀριακῶν χρησιμοτήτων τῶν ἀγαθῶν νὰ ἰσοῦται πρὸς τὸν λόγον τῶν τιμῶν αὐτῶν.

Εἰς μίαν οἰκονομίαν, ὡς ἡ ἀνωτέρω, ἰσχύει ὁ καλούμενος *Νόμος τοῦ Say* *. Κατὰ τὸν «νόμον» αὐτὸν πᾶσα προσφορά ἀγαθοῦ ἢ ὑπηρεσίας δημιουργεῖ ἀντίστοιχον ζήτησιν ἴσης ἀξίας. Ὁ προσφέρων ἀγαθὸν ἢ ὑπηρεσίαν ἀντιστοίχως ζητεῖ ἄλλο ἀγαθὸν ἢ ὑπηρεσίαν, ἴσης ἀξίας. Εἰς μίαν ἀνταλλαγὴν ἀνταλλάσσονται (προσφέρονται καὶ ζητοῦνται) ἀγαθὰ ἴσης ἀξίας. Περιπτώσεις συνεπῶς ὑπερβαλλούσης ζητήσεως ἢ προσφορᾶς εἰς τὸ σύνολόν της ἀποκλείεται κατὰ τὸν «νόμον» αὐτόν. Εἶναι δυνατὴ π.χ. ὑπερβάλλουσα ζήτησις δι' ἓν ἀγαθόν, ἀλλ' αὕτη θὰ ἀντικρυσθῇ ἀπὸ ὑπερβάλλουσαν προσφορὰν ἄλλου ἀγαθοῦ ἴσης ἀξίας, ὥστε εἰς τὸ σύνολον προσφορὰ καὶ ζήτησις νὰ συμπίπτουν. Ὑπὸ αὐτὴν τὴν ἔννοιαν ὁ *Νόμος τοῦ Say* δύναται νὰ διατυπωθῇ ὡς ἐξῆς:

$$\sum_{i=1}^n p_i q_i^D \equiv \sum_{i=1}^n p_i q_i^S \quad (1)$$

Τὸ ἀριστερὸν σκέλος τῆς ἀνωτέρω ἐξισώσεως δεικνύει τὴν ἀξίαν τῆς συνολικῆς ζητήσεως ἀγαθῶν καὶ ὑπηρεσιῶν καὶ τὸ δεξιὸν σκέλος τὴν ἀντίστοιχον ἀξίαν τῆς συνολικῆς προσφορᾶς. Ἡ ἀνωτέρω ταυτότης συμπίπτει, ὡς διαπιστοῦται, μὲ τὸν *Νόμον τοῦ Walras*. Πράγματι εἰς μίαν οἰκονομίαν ἀνταλλακτικοῦ τύπου, ὅπου δὲν ζητεῖται καὶ συνεπῶς δὲν διακρατεῖται χρῆμα, ἰσχύει ὁ *Νόμος τοῦ Say* καὶ συμπίπτει μὲ τὸν *Νόμον τοῦ Walras*. Δὲν συμβαίνει ὅμως τὸ ἴδιο εἰς τὴν περίπτωσιν καθ' ἣν ζητεῖται καὶ διακρατεῖται χρῆμα καὶ συνεπῶς ὑφίστανται ἀντιστοίχως συναρτήσεις ζητήσεως καὶ προσφορᾶς χρήματος. Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν ἰσχύει πάντα ὁ *Νόμος τοῦ Walras*, διότι ἀπλούστατα εἰς τὸ σύστημα τῶν ἐξισώσεων θὰ προστεθοῦν καὶ αἱ ἐξισώσεις ζητήσεως καὶ προσφορᾶς χρήματος, ὅποτε τὸ ἄθροισμα τῶν

* Περὶ τῆς σημασίας τοῦ νόμου τούτου εἰς τὴν θεωρίαν προσδιορισμοῦ τοῦ εἰσοδήματος καὶ τῆς ἀπασχολήσεως βλ. *Σ.Α. Σαραντιδῆ*, Ἐνάλυσις Ἐθνικοῦ Εἰσοδήματος, Πειραιεὺς 1973, σελ. 124 - 125.

ἀξιών ζητήσεως ὄλων τῶν ἀγαθῶν καὶ τοῦ χρήματος θὰ ἰσοῦται πρὸς τὸ ἄθροισμα τῶν ἀξιών προσφορᾶς ὄλων τῶν ἀγαθῶν καὶ τοῦ χρήματος. Ἀντιθέτως δὲν ἰσχύει ὁ Νόμος τοῦ Say, διότι ἀφ' ἐνὸς μὲν ἡ ἐπιθυμία διακρατήσεως χρήματος πέραν τῆς ὑπαρχούσης ποσότητος δύναται νὰ δημιουργήσῃ ὑπερβάλλουσαν προσφοράν, ἀφ' ἑτέρου δὲ ἡ ἐπιθυμία ἐκταμειύσεως δύναται νὰ δημιουργήσῃ ὑπερβάλλουσαν ζήτησιν.

Ἄφου τὸ σύστημά μας ἔχει λύσιν ὡς πρὸς τοὺς λόγους τῶν τιμῶν, τοῦτο σημαίνει ὅτι διπλασιασμός, τριπλασιασμός κλπ. τῶν ἀπολύτων τιμῶν οὐδεμίαν ἐπίδρασιν ἔχει ἐπὶ τῶν ζητούμενων καὶ τῶν προσφερομένων ποσοτήτων. Ἰσοποσοστιαία μεταβολὴ ὄλων τῶν τιμῶν δὲν μεταβάλλει τοὺς λόγους τῶν τιμῶν, ἦτοι τὰς σχετικὰς τιμὰς, καὶ συνεπῶς δὲν μεταβάλλονται αἱ πραγματικαὶ σχέσεις. Τοῦτο σημαίνει ὅτι αἱ συναρτήσεις ζητήσεως καὶ προσφορᾶς ἀγαθῶν καὶ ὑπηρεσιῶν εἰς τὸ σύστημα ὅπου τὸ χρῆμα δὲν ζητεῖται καὶ δὲν διακρατεῖται εἶναι ὁμογενεῖς μηδενικοῦ βαθμοῦ ὡς πρὸς τὰς τιμὰς. Ἐφ' ὅσον δὲν ζητεῖται καὶ δὲν διακρατεῖται χρῆμα, τὸ σύστημά μας ἀναφέρεται μόνον εἰς πραγματικὰς σχέσεις, μὴ ὑφισταμένης χρηματικῆς σχέσεως εἰς τοῦτο, ἦτοι μὴ ὑφισταμένου νομισματικοῦ τομέως. Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν, ὡς εἶπομεν, ἰσχύει ὁ Νόμος τοῦ Say. Ἄρα ἡ μηδενικοῦ βαθμοῦ ὁμογένεια τοῦ συστήματος ὡς πρὸς τὰς τιμὰς συνδυάζεται μετὰ τὴν ὑπαρξίν τοῦ ἀνόμου τούτου. Ἐὰν δεχθῶμεν τὴν ὑπαρξίν ζητήσεως χρήματος, τότε ὁ Νόμος τοῦ Say καὶ ἡ ὁμογένεια τοῦ συστήματος θὰ ἀποβοῦν ἀντιφατικά καὶ θὰ δημιουργήσουν προβλήματα εἰς τὸ σύστημα γενικῆς ἰσορροπίας, ὡς θὰ ἴδωμεν κατωτέρω.

Ὁ εἰσοδηματικὸς περιορισμὸς καὶ ἡ ὁμογένεια. Εἶπομεν ἀνωτέρω ὅτι ἡ μηδενικὴ ὁμογένεια ὡς πρὸς τὰς τιμὰς δύναται νὰ προκύψῃ ἀπὸ τὴν διαδικασίαν μεγιστοποιήσεως τῆς ἱκανοποιήσεως τῶν καταναλωτῶν καὶ τοῦ κέρδους τῶν ἐπιχειρήσεων. Ἐνταῦθα θὰ περιορισθῶμεν εἰς τὴν μεγιστοποίησιν τῆς ἱκανοποιήσεως τῶν καταναλωτῶν.

Οἱ καταναλωταὶ ἔχουν μίαν συνάρτησιν χρησιμότητος, ἡ ὁποία ἐκφράζει τὴν ἀναμενομένην ἱκανοποίησιν ὡς συνάρτησιν τῶν ποσοτήτων τῶν ἀγαθῶν καὶ τῶν ὑπηρεσιῶν τῶν παραγωγικῶν συντελεστῶν, αἱ ὁποῖα εἰσέρχονται ὡς ἀρνητικοὶ παράγοντες εἰς τὴν συνάρτησιν:

$$U(q_1, q_2, \dots, q_n) \quad (2)$$

$$\text{ὅπου } \frac{\partial U}{\partial q_i} > 0 \quad (\text{διὰ } i = k+1, \dots, n)$$

$$\frac{\partial U}{\partial q_i} < 0 \quad (\text{διὰ } i = 1, 2, \dots, k)$$

Ὁ εἰσοδηματικὸς περιορισμὸς, ἐκφραζόμενος εἰς τὴν κατωτέρω ἐξίσωσιν,

μας λέγει ότι το εισόδημα εκ των υπηρεσιών ($I = \sum_{i=1}^k p_i q_i^S$) δαπανᾶται ἐξ ολοκλήρου διὰ τὴν ἀγορὰν ἀγαθῶν ($\sum_{i=k+1}^v p_i q_i^D$), μὴ ὑφισταμένης ἀποταμιεύσεως ἢ ἐκταμιεύσεως, ἰσχύοντος συνεπῶς τοῦ Νόμου τοῦ Say,

$$\sum_{i=1}^k p_i q_i^S \equiv \sum_{i=k+1}^v p_i q_i^D \quad (i = 1, 2, \dots, k) \quad (3)$$

$$(i = k + 1, \dots, v)$$

Ὁ ἀνωτέρω περιορισμὸς δύναται νὰ ἐκφρασθῇ ὡς πρὸς τὸ ἀγαθὸν ν:

$$q_v^D = \frac{I}{p_v} - \sum_{i=k+1}^{v-1} \frac{p_i}{p_v} q_i^D \quad (4)$$

Ἐὰν ὅλκι αἱ τιμαὶ μεταβληθοῦν κατὰ τὸ αὐτὸ ποσοστόν, οὔτε ἡ κλίσις (p_i/p_v), οὔτε ἡ σταθερὰ (I/p_v) τῆς ἀνωτέρω ἐξισώσεως μεταβάλλονται καὶ ἡ γραμμὴ ἐισοδήματος παραμένει ἀμετακίνητος, ἐφ' ὅσον ὑποτεθῇ ὅτι τὰ ἀγαθὰ εἶναι δύο (ν καὶ i).

Ἄς ἔλθωμεν τώρα εἰς τὴν μεγιστοποιητικὴν διαδικασίαν. Μεγιστοποιοῦμεν τὴν (2), ὑποκειμένην εἰς τὴν (3), σχηματίζοντες τὴν Λαγκρανζιανὴν ἐξίσωσιν

$$U(q_1, q_2, \dots, q_v) - \mu \left(\sum_{i=k+1}^v p_i q_i^D - \sum_{i=1}^k p_i q_i^S \right)$$

Αἱ πρῶται συνθήκαι μεγιστοποιήσεως εἶναι:

$$\frac{\partial U}{\partial q_i} + \mu p_i = 0, \quad \text{διὰ } i = 1, 2, \dots, k$$

$$\frac{\partial U}{\partial q_i} - \mu p_i = 0, \quad \text{διὰ } i = k + 1, \dots, v$$

$$\text{καὶ } \frac{[\partial U / \partial q_i]}{\partial U / \partial q_i} = - \frac{p_i}{p_i} \quad (5)$$

Ἐὰν ἐκ τῶν υπηρεσιῶν λάβωμεν τὴν k καὶ ἐκ τῶν ἀγαθῶν τὸ ν, ἡ συνθήκη

$$(5) \quad \text{δύναται νὰ γραφῇ ὡς } \frac{\partial U / \partial q_k}{U \partial / \partial q_v} = - \frac{p_k}{p_v} \quad (5')$$

Εἰς τὰς ἐξισώσεις (5) καὶ (4) αἱ τιμαὶ ἐμφανίζονται ὡς λόγοι (σχετικαὶ

τιμαί) καί συνεπῶς ἡ λύσις τοῦ συστήματος μᾶς δίδει συναρτήσεις ζητήσεως ἀγαθῶν καί προσφορᾶς ὑπηρεσιῶν τῆς μορφῆς :

$$q_i^D = f_i \left(\frac{P_1}{P_v}, \frac{P_2}{P_v}, \dots, \frac{P_{v-1}}{P_v} \right) \quad (\text{διὰ } i = k+1, \dots, v)$$

$$q_i^S = F_i \left(\frac{P_1}{P_v}, \frac{P_2}{P_v}, \dots, \frac{P_{v-1}}{P_v} \right) \quad (\text{διὰ } i = 1, 2, \dots, k)$$

Οὕτως αἱ συναρτήσεις ζητήσεως ἀγαθοῦ καί προσφορᾶς ὑπηρεσιῶν τῶν καταναλωτῶν εἶναι ὁμογενεῖς μηδενικοῦ βαθμοῦ ὡς πρὸς τὰς τιμὰς τῶν ἀγαθῶν καί τῶν ὑπηρεσιῶν. Διπλασιασμός ἢ τριπλασιασμός τῶν τιμῶν δὲν ἐπηρεάζει τὴν ζητούμενην ἢ τὴν προσφερομένην ποσότητα, διότι αἱ ποσότητες συναρτῶνται πρὸς τοὺς λόγους τῶν τιμῶν.

III. 2. Η ΠΟΛΥΑΓΟΡΑΙΑ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ ΜΕΤΑ ΧΡΗΜΑΤΟΣ

III. 2.0. Ἡ Ἔννοια τοῦ Χρήματος εἰς τὸ Ὑπόδειγμα Γενικῆς Ἴσορροπίας

Μέχρι τοῦδε ὑπεθέσαμεν ὅτι δὲν ζητεῖται χρῆμα καί συνεπῶς δὲν κυκλοφορεῖ χρῆμα. Ὁ πωλῶν (ἢ ζητῶν) ἀγαθὸν ἢ ὑπηρεσίαν δὲν ζητεῖ (ἢ δὲν προσφέρει) χρῆμα, ἀλλὰ ἄλλο ἀγαθὸν ἢ ἄλλην ὑπηρεσίαν. Ἐδέχθημεν τὸ χρῆμα ὑπὸ τὴν ἔννοιαν τῆς ἀφηρημένης λογιστικῆς μονάδος ἢ μονάδος λογαριασμοῦ (accounting money)*. Ὅλων τῶν ἀγαθῶν καί ὑπηρεσιῶν αἱ τιμαὶ ἐκφράζονται εἰς λογιστικὰς μονάδας, βάσει τῶν ὑποίων συντελεῖται ἡ ἀνταλλαγή. Θὰ ἠδυνάμεθα ἐπίσης νὰ ἐκφράσωμεν τὰς τιμὰς εἰς ἔθρους ἐνὸς τῶν ἀγαθῶν, αὐθαίρετως λαμβανομένου καί καλουμένου *numéraire*. Ἡ τιμὴ τοῦ *numéraire* εἶναι ἴση πρὸς τὴν μονάδα, αἱ δὲ τιμαὶ τῶν λοιπῶν ἀγαθῶν θὰ εἶναι λόγοι. Τὸ ἐπιλεγέν ἀγαθὸν εἶναι μέτρον ἀπλῶς τῶν ἀξιῶν καί ὑπ' αὐτὴν τὴν ἔννοιαν ἔχομεν τὸ ἀγαθὸν - χρῆμα (commodity money). Ἐπίσης δυνάμεθα νὰ δεχθῶμεν τὴν ἔννοιαν τοῦ κυκλοφοροῦντος χρήματος (circulating money). Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν ὅταν πωλῆται ἀγαθὸν λαμβάνεται χρῆμα καί ὅταν ζητῆται ἀγαθὸν δίδεται χρῆμα. Τὸ χρῆμα ὑπὸ αὐτὴν τὴν ἔννοιαν εἶναι μέσον τῶν συναλλαγῶν (medium of exchange). Δηλονότι τὸ χρῆμα δὲν διακρατεῖται, διότι δὲν ζητεῖται αὐτὸ καθ' ἑαυτὸ καί δὲν συμπεριλαμβάνεται εἰς τὴν συνάρτησιν χρησιμότητος τῶν καταναλωτῶν. Τὴν ἔννοιαν αὐτὴν τοῦ χρήματος υἰοθέτησαν οἱ κλασικοὶ εἰς τὴν θεωρίαν τῆς γενικῆς ἰσορροπίας. Ἄλλ' ὡς εἶναι γνωστὸν, τὸ χρῆμα παίζει καί τὸν ρόλον τοῦ μέσου διατήρησης ἀξιῶν (store of value) καί συνεπῶς ζητεῖται αὐτὸ καθ' ἑαυτὸ.

* Βλ. *Henderson and Quandt*, op. cit., σελ. 171 - 177.

III. 2.1. Ὁ Καθορισμὸς τοῦ Ἀπολύτου Ἐπιπέδου τῶν Τιμῶν καὶ τὸ Χρῆμα

Εἰς τὸ σύστημα γενικῆς ἰσορροπίας, τὸ ὁποῖον ἐξητάσαμεν εἰς τὸ τμήμα III.1. καὶ εἰς τὸ ὁποῖον αἱ τιμαὶ ἐκφράζονται εἰς λογιστικὰς χρηματικὰς μονάδας, διεπιστώθη ἡ ἀδυναμία προσδιορισμοῦ τοῦ ἐπιπέδου τῶν τιμῶν αὐτῶν. Μόνον λόγοι τιμῶν ἢ σχετικαὶ τιμαὶ ἠδύναντο νὰ προσδιορισθοῦν. Αἱ $(n - 1)$ ἐξισώσεις τοῦ συστήματος ἠδύναντο νὰ προσδιορίσουν $(n - 1)$ τιμὰς, ἥτοι

τὸ σύνολον τῶν $(n - 1)$ σχετικῶν τιμῶν: $\frac{P_1}{P_n}, \frac{P_2}{P_n}, \dots, \frac{P_{n-1}}{P_n}$. Αἱ ἐξισώσεις

ζητήσεως καὶ προσφορᾶς εἶναι, ὡς ἐλέχθη, ὁμογενεῖς μηδενικοῦ βαθμοῦ καὶ συνεπῶς πᾶσα ἰσοποσοστιαία μεταβολὴ τῶν τιμῶν P_1, P_2, \dots, P_n ἀφήνει ἀνεπηρεάστους τοὺς λόγους τῶν τιμῶν καὶ συνεπῶς τὰς ζητούμενας καὶ τὰς προσφερομένας ποσότητες.

Διὰ νὰ εὐρωμεν τὰ ἐπίπεδα τῶν τιμῶν θὰ πρέπει νὰ γνωρίζωμεν τὴν τιμὴν τοῦ ἀγαθοῦ v , ἡ ὁποία ἐχρησιμοποιήθη ὡς κοινὸς διαιρέτης τῶν λοιπῶν τιμῶν (numéraire) καὶ νὰ πολλαπλασιάσωμεν ταύτην ἐπὶ τὰς γνωστὰς σχετικὰς τιμὰς, ἥτοι:

$$P_n \frac{P_1}{P_n}, P_n \frac{P_2}{P_n}, \dots, P_n \frac{P_{n-1}}{P_n}, P_n$$

Γνωρίζοντες τὸν ἀνωτέρω κοινὸν πολλαπλασιαστὴν p_n , δυνάμεθα νὰ προσδιορίσωμεν τὰς n ἀπολύτους τιμὰς τῶν ἀγαθῶν καὶ ὑπηρεσιῶν, αἱ ὁποῖαι εἶναι ἀδύνατον νὰ προσδιορισθοῦν ἀπὸ τὸ ἐξετασθέν σύστημα γενικῆς ἰσορροπίας, εἰς τὸ ὁποῖον μόνον ποσότητες καὶ σχετικαὶ τιμαὶ προσδιορίζονται.

Ἄφοῦ αἱ ἀπόλυτοι τιμαὶ δὲν δύνανται νὰ προσδιορισθοῦν εἰς τὸ σύστημα τῶν ἐξισώσεων προσφορᾶς καὶ ζητήσεως ἀγαθῶν καὶ ὑπηρεσιῶν, οἱ κλασικοὶ οἰκονομολόγοι, καὶ κυρίως ὁ *L. Walras*, ἀνεζήτησαν λύσιν ἐκτὸς τοῦ ἀνωτέρω συστήματος διὰ τῆς προσθήκης μιᾶς ἐξισώσεως, ἐκ τῆς ὁποίας θὰ καθίστατο δυνατὸς ὁ προσδιορισμὸς τοῦ ἐπιπέδου τῶν τιμῶν. Πρὸς τοῦτο ἐχρησιμοποίησαν εἴτε τὴν ἐξίσωσιν τῶν συναλλαγῶν τοῦ *I. Fisher*, εἴτε τὴν ἐξίσωσιν τοῦ *Cambridge*. Ἀμφότεραι αἱ ἐξισώσεις περιγράφουν τὴν ποσοτικὴν περὶ χρήματος θεωρίαν τῶν κλασικῶν.

Ἡ ἐξίσωσις τοῦ Fisher εἶναι:

$$MV = PT \tag{1}$$

ἔπου M = προσφορὰ χρήματος,
 V = κυκλοφορικὴ ταχύτης χρήματος,
 P = ἐπίπεδον τιμῶν,
 T = ὄγκος συναλλαγῶν,
 ὁπότε PT = ἀξία συναλλαγῶν.

Ἡ ἐξίσωσις (1) δύναται νὰ γραφῆ εἰς ὄρους τοῦ ἀνωτέρω ὑποδείγματος, ὡς

$$MV = \sum_{i=1}^v p_i q_i = p_v \sum_{i=1}^v \frac{p_i}{p_v} q_i \quad (2)$$

Αἱ σχετικαὶ τιμαὶ (p_i/p_v) καὶ αἱ ποσότητες (q_i) ἔχουν ἤδη προσδιορισθῆ ἀπὸ τὸ ἀνωτέρω σύστημα γενικῆς ἰσορροπίας. Τὰ M καὶ V εἶναι δεδομένα καὶ συνεπῶς δύναται νὰ προσδιορισθῆ τὸ p_v , ἥτοι:

$$p_v = \frac{MV}{\sum_{i=1}^{v-1} \frac{p_i}{p_v} q_i + q_v} \quad (3)$$

Μετὰ τὸν προσδιορισμὸν τῆς χρηματικῆς τιμῆς τοῦ ἀγαθοῦ $v(p_v)$ δυνάμεθα νὰ προσδιορίσωμεν τὰς χρηματικὰς τιμὰς τῶν λοιπῶν ἀγαθῶν καὶ ὑπηρεσιῶν διὰ πολλαπλασιασμῶν τῶν σχετικῶν τιμῶν ἐπὶ τὴν τιμὴν p_v . Κατὰ τὴν ἀνωτέρω ἐξίσωσιν, διπλασιασμὸς τῆς ποσότητος χρήματος ὁδηγεῖ εἰς διπλασιασμὸν τῶν ἀπολύτων τιμῶν καὶ συνεπῶς δὲν ἐπηρεάζει τὰς σχετικὰς τιμὰς καὶ τὰς ποσότητας τῆς γενικῆς ἰσορροπίας. Τὸ χρήμα κατὰ τοὺς κλασικοὺς εἶναι οὐδέτερον, μὴ δυνάμενον νὰ ἐπηρεάσῃ τὰς πραγματικὰς σχέσεις τοῦ συστήματος.

Ἐὰς ἴδωμεν τώρα τὸν προσδιορισμὸν τοῦ ἐπιπέδου τῶν τιμῶν, χρησιμοποιῶντες τὴν ἐξίσωσιν τοῦ Cambridge. Ἡ ἐξίσωσις αὕτη εἶναι: $M = \beta I$, ὅπου β εἶναι σταθερὸν ποσοστὸν καὶ I εἶναι τὸ συνολικὸν εἰσόδημα τῶν ἀτόμων. Κατὰ τὴν μορφήν ταύτην τῆς ποσοτικῆς περὶ χρήματος θεωρίας ἡ ἐπιθυμητὴ ποσότης χρήματος εἶναι σταθερὸν ποσοστὸν τοῦ εἰσοδήματος. Κατὰ τοὺς κλασικοὺς τὸ χρήμα ζητεῖται διὰ συναλλακτικοὺς (καὶ εἰσοδηματικοὺς) σκοποὺς, διὰ νὰ ἐξυπηρετήσῃ δηλαδὴ τὰς συναλλακτικὰς ἀνάγκας, ὡς μέσον συναλλαγῶν καὶ οὐχὶ ὡς μέσον διατηρήσεως ἀξίας καὶ κερδοσκοπίας. Τὴν ζήτησιν χρήματος διὰ κερδοσκοπίαν τὴν εἰσήγαγεν εἰς τὴν ἀνάλυσιν ὁ *J.M. Keynes**. Ἡ διαφορὰ μεταξὺ τῆς ἐξισώσεως τοῦ Fisher καὶ τῆς τοιαύτης τοῦ Cambridge ἔγκειται, μεταξὺ τῶν ἄλλων, εἰς τὸ ὅτι εἰς τὴν πρῶτην λαμβάνεται ἡ ἀξία ὅλων τῶν συναλλαγῶν, ἐνδιαμέσων καὶ τελικῶν, ἐνῶ εἰς τὴν δευτέραν λαμβάνεται τὸ εἰσόδημα τῶν ἀτόμων. Ἡ ἐξίσωσις τοῦ Cambridge δύναται νὰ γραφῆ εἰς ὄρους τῶν συμβόλων τοῦ συστήματός μας ὡς

$$M = \beta p_v \sum_{i=1}^k \frac{p_i}{p_v} q_i, \quad (4)$$

$$\text{διότι } I = \sum_{i=1}^k p_i q_i$$

* Κατὰ τὸν Keynes τὸ χρήμα εἶναι ὁ συνδετικὸς κρίκος μεταξὺ παρόντος καὶ μέλλοντος, ἐνῶ κατὰ τὸν νεοκλασικὸν Pigou εἶναι ὁ πέπλος ποῦ καλύπτει τὰς συναλλαγὰς.

Τὰ M καὶ β εἶναι δεδομένα καὶ αἱ σχετικαὶ τιμαὶ $\left(\frac{P_i}{P_v}\right)$ καὶ τὰ q_i γνωστὰ

ἀπὸ τὴν λύσιν τοῦ συστήματος γενικῆς ἰσορροπίας. Συνεπῶς δύναται νὰ προσδιορισθῇ τὸ p_v καὶ κατ' ἀκολουθίαν καὶ τὰ p_i διὰ πολλαπλασιασμοῦ τῶν σχετικῶν τιμῶν μὲ τὸ p_v .

Μία αὐξήσις τῆς ποσότητος χρήματος θὰ ὀδηγήσῃ εἰς ἴσην ποσοστιαίως αὐξήσιν τῶν τιμῶν καὶ συνεπῶς αἱ σχετικαὶ τιμαὶ (λόγοι) θὰ παραμείνουν ἀμετάβλητοι.

Ἀνωτέρω διαπιστοῦμεν ὅτι οἱ κλασικοὶ προσδιορίζουν τὰς πραγματικὰς σχέσεις, σχετικὰς τιμὰς καὶ ποσότητας, διὰ τοῦ συστήματος τῶν ἐξισώσεων προσφορᾶς καὶ ζήτησεως ἀγαθῶν καὶ ὑπηρεσιῶν, δηλαδὴ εἰς τὸν πραγματικὸν τομέα (real part) τῆς οἰκονομίας, καὶ τὰς ἀπολύτους (χρηματικὰς) τιμὰς διὰ τῆς ἐξισώσεως τοῦ Fisher ἢ τοῦ Cambridge, δηλαδὴ εἰς τὸν χρηματικὸν τομέα (monetary part). Λαμβάνοντες τὸ σύστημα εἰς τὸ σύνολόν του, δηλαδὴ προσθέτοντες καὶ τὴν χρηματικὴν ἐξίσωσιν, αἱ ποσότητες ἰσορροπίας τοῦ πραγματικοῦ τομέως εἶναι ὁμογενεῖς μηδενικοῦ βαθμοῦ ὡς πρὸς τὰς ἀπολύτους τιμὰς καὶ τὴν ποσότητα χρήματος. Δηλαδὴ αἱ ἐξισώσεις προσφορᾶς καὶ ζήτησεως ἀγαθῶν καὶ ὑπηρεσιῶν δὲν εἶναι πλέον ὁμογενεῖς μηδενικοῦ βαθμοῦ ὡς πρὸς τὰς ἀπολύτους τιμὰς μόνον, ἐφ' ὅσον προστεθῇ ἡ χρηματικὴ ἐξίσωσις.

Ἡ χρηματικὴ ἐξίσωσις (2) ἢ (4) εἶναι ὁμογενῆς πρώτου βαθμοῦ ὡς πρὸς τὰς τιμὰς καὶ τὴν ποσότητα χρήματος, διότι μία ποσοστιαία αὐξήσις τῆς ποσότητος τοῦ χρήματος ὀδηγεῖ εἰς ἰσοποσοστιαίαν αὐξήσιν τῶν τιμῶν, ἐνῶ αἱ ἐξισώσεις τοῦ πραγματικοῦ τμήματος παραμένουν ἀμετάβλητοι. Ἐὰν ὅμως αὐξηθῶν αἱ τιμαὶ κατὰ τὸ αὐτὸ ποσοστὸν, χωρὶς νὰ αὐξηθῇ ἡ ποσότης τοῦ χρήματος, παρατηροῦμεν τὰ ἑξῆς: Αἱ ἐξισώσεις τοῦ πραγματικοῦ τμήματος παραμένουν ἀμετάβλητοι, καθ' ὃ ἐξαρτῶνται ἀπὸ τὰς σχετικὰς τιμὰς καὶ συνεπῶς δὲν βλάπτεται ἡ ἰσορροπία των, ἐνῶ ἀντιθέτως ὁ χρηματικὸς τομεὺς εὐρίσκεται εἰς ἀνισορροπίαν. Ἄλλὰ κατὰ τὸν Νόμον τοῦ Walras, ὅταν αἱ $(n-1)$ ἐξισώσεις εὐρίσκωνται εἰς ἰσορροπίαν, τότε καὶ ἡ n ἐξίσωσις εὐρίσκεται εἰς ἰσορροπίαν. Ὅταν ὁ πραγματικὸς τομεὺς εὐρίσκεται εἰς ἰσορροπίαν, τότε πρέπει καὶ ὁ χρηματικὸς τομεὺς νὰ εὐρίσκεται εἰς ἰσορροπίαν. Συνεπῶς αὐξήσις τῶν τιμῶν θὰ πρέπει νὰ συνοδευθῇ ἀπὸ ἀνάλογον αὐξήσιν τῆς ποσότητος χρήματος (μὲ τὸ V σταθερόν). Τοῦτο σημαίνει ὅτι τὸ σύστημα εἶναι μηδενικοῦ βαθμοῦ ὡς πρὸς τὰς τιμὰς καὶ τὴν ποσότητα χρήματος καὶ ὄχι μόνον ὡς πρὸς τὰς τιμὰς. Ἐὰν ὅμως ἡ ποσότης χρήματος εἶναι μικροτέρα τῆς ἀναγκαιούσης διὰ τὰς συναλλαγὰς, ὡς εἰς τὴν περίπτωσιν αὐξήσεως τῶν τιμῶν χωρὶς τὴν αὐξήσιν τοῦ χρήματος, οἱ πωληταὶ θὰ αὐξήσουν τὴν προσφορὰν των καὶ οἱ ἀγορασταὶ θὰ μειώσουν τὴν ζήτησίν των, δημιουργουμένης

οὕτως ὑπερβαλλούσης προσφορᾶς, ἡ ὁποία θὰ ὀδηγήσῃ εἰς μείωσιν τῶν τιμῶν (ἀπολύτων). Ἡ μείωσις τῶν τιμῶν θὰ προχωρήσῃ μέχρι τοῦ σημείου κατὰ τὸ ὅποιον τὸ ἀπόλυτον ὕψος τῶν τιμῶν εἶναι τοιοῦτον ὥστε νὰ ἱκανοποιῇ τὴν ἐξίσωσιν (2), ἀποκαθισταμένης οὕτω τῆς ἰσορροπίας. Βεβαίως ἡ διαδικασία προσαρμογῆς ἰσορροπίας δὲν εἶναι βέβαιον ὅτι θὰ ὀδηγήσῃ πρακτικῶς εἰς τὴν ἀποκατάστασιν τῆς ἰσορροπίας. Τοῦτο διότι ἡ δυναμικὴ τῆς προσαρμογῆς θὰ δημιουργήσῃ διαφορισμούς εἰς τὰς τιμὰς καὶ συνεπῶς τὰ εἰσοδήματα πού θὰ ἔχουν τὸν ἀντίκτυπὸν των εἰς τὰς συναρτήσεις ζήτησεως καὶ προσφορᾶς.

III. 2.2. Κριτικὴ τοῦ Κλασικοῦ Συστήματος Γενικῆς Ἴσορροπίας

Μὲ τὴν προσθήκην τῆς ἐξισώσεως τῶν συναλλαγῶν ἢ τῆς ἐξισώσεως τοῦ Cambridge οἱ κλασικοὶ προσδιώρισαν τὸ ἀπόλυτον ὕψος τῶν τιμῶν, ἐνῶ τὰς σχετικὰς τιμὰς προσδιορίζει τὸ πραγματικὸν τμήμα τοῦ συστήματός των. Οὕτω τὸ σύστημα γενικῆς ἰσορροπίας τῶν κλασικῶν οικονομολόγων καὶ κυρίως τοῦ Walras ἐμφανίζεται ἄψυγον. Ἐν τούτοις τὸ σύστημα τοῦτο περικλείει ἀσυνεπείας καὶ προβλήματα, λόγῳ τῶν ὑποθέσεων εἰς τὰς ὁποίας στηρίζεται*. Ἡ ἐξίσωσις τῶν συναλλαγῶν προσδιορίζει ἐν ὠρισμένον ἐπίπεδον τιμῶν σύμφωνα μὲ τὴν ποσότητα χρήματος. Κάθε ἄλλο ἐπίπεδον τιμῶν θὰ πρέπει νὰ εἶναι ἐπίπεδον ἀνισορροπίας. Αὐθαίρετος ἀύξησις τῶν τιμῶν θὰ δημιουργήσῃ, σύμφωνα μὲ τὴν ποσοτικὴν περὶ χρήματος θεωρίαν, ἀύξησιν ζήτησεως χρήματος, διότι θὰ ἀυξηθῇ ἡ χρηματικὴ ἀξία τῶν συναλλαγῶν καὶ συνεπῶς θὰ ἀπαιτηθῇ μεγαλύτερα ποσότης χρήματος διὰ τὴν διεξαγωγὴν τῶν συναλλαγῶν. Ἀλλά, ὡς ἐλέχθη ἀνωτέρω, ἡ ὑπερβάλλουσα ζήτησις χρήματος ἰσοδυναμεῖ μὲ ὑπερβάλλουσαν προσφορὰν ἀγαθῶν, ἡ ὁποία θὰ τείνῃ νὰ μειώσῃ τὰς ἀυθαίρετως ἀυξηθείσας τιμὰς καὶ νὰ τὰς ἐπαναφέρῃ ἴσως εἰς τὸ ἀρχικὸν ἐπίπεδον ἰσορροπίας. Οὕτω περιγράφεται ὁ μηχανισμὸς προσδιορισμοῦ τοῦ ἐπιπέδου ἰσορροπίας τῶν τιμῶν τῶν κλασικῶν. Ἡ ἀνάλυσις ὅμως τοῦ πραγματικοῦ τμήματος τοῦ συστήματος μᾶς ἀπέδειξεν ὅτι διπλασιασμὸς, τριπλασιασμὸς κλπ. τῶν ἀπολύτων τιμῶν εἶναι δυνατὸς καὶ δὲν βλάπτει τὰς ποσότητας ἰσορροπίας (μηδενικὴ ὁμογένεια). Ἡ ιδιότης αὕτη τοῦ πραγματικοῦ τομέως, ὡς καὶ ἄλλαι ὑποθέσεις περὶ αὐτοῦ, δημιουργοῦν προβλήματα μὲ συνεπείας διὰ τὸν χρηματικὸν τομέα τοῦ συστήματος. Κατωτέρω προβαίνομεν εἰς τὴν παρουσίαν τῶν ἰδιορρυθμιῶν καὶ τῶν προβλημάτων τοῦ κλασικοῦ (Βαλρασιανοῦ) συστήματος γενικῆς ἰσορροπίας**:

→ Ἡ διχοτόμησις τοῦ συστήματος καὶ ἡ οὐδετερότης τοῦ χρήματος.
Ἀνωτέρω διεπιστώσαμεν ὅτι οἱ κλασικοὶ ἐδιχοτόμησαν τὸ ὅλον σύστημα

* Ὁ πρῶτος ὁ ὅποιος ἤσκησε κριτικὴν ἐπὶ τοῦ συστήματος ἦτο ὁ J. R. Hicks (1935).

** Βλ. W. J. Baumol, *Economic Theory and Operations Analysis*, 3rd ed., σελ. 366-370, καὶ B. Hansen, *A Survey of General Equilibrium Systems*, 1970, σελ. 40-47.

γενικῆς ἰσορροπίας εἰς δύο τμήματα: τὸ πραγματικὸν τμήμα καὶ τὸ χρηματικὸν τμήμα. Εἰς τὸ πρῶτον προσδιορίζονται αἱ σχετικαὶ τιμαὶ καὶ εἰς τὸ δευτέρον αἱ ἀπόλυται τιμαὶ κεχωρισμένως. Οὕτως ὁ προσδιορισμὸς τῶν τιμῶν λαμβάνει χώραν κεχωρισμένως εἰς δύο ἀνεξάρτητα μεταξὺ των τμήματα, μὲ συνέπειαν τὸ ἀπόλυτον ὕψος τῶν τιμῶν νὰ μὴ ἔχη ἐπίδρασιν ἐπὶ τῶν πραγματικῶν σχέσεων τῆς οἰκονομίας. Τὸ χρῆμα συνεπῶς ποὺ καθορίζει τὸ ἀπόλυτον ὕψος τῶν τιμῶν εἶναι οὐδέτερον. Ἡ οὐδετερότης ὅμως αὐτῆ τοῦ χρήματος κατεκρίθη, διότι εἰς ἓν σύστημα γενικῆς ἰσορροπίας ὅ,τι συμβαίνει εἰς τὸν ἓνα τομέα ἐπηρεάζει καὶ τὸν ἕτερον τομέα τῆς οἰκονομίας. Ὅλα τὰ τμήματα τοῦ συστήματος εὐρίσκονται εἰς σχέσιν ἀλληλεξαρτήσεως. Ἀφοῦ αἱ μεταβολαὶ τοῦ ἐπιπέδου τῶν τιμῶν δὲν ἐπηρεάζουν τὴν ἰσορροπίαν εἰς τὸν πραγματικὸν τομέα, τότε βάσει τοῦ Νόμου τοῦ Walras θὰ πρέπει νὰ μὴ ἐπηρεάζεται ἡ ἰσορροπία καὶ εἰς τὸν χρηματικὸν τομέα. Ἄλλ' ἡ μεταβολὴ τῶν χρηματικῶν τιμῶν χωρὶς τὴν αὐξήσιν τοῦ χρήματος θὰ δημιουργήσῃ ἀνισορροπίαν εἰς τὸν χρηματικὸν τομέα. Οὕτως ἐνταῦθα διαπιστοῦται μία ἀντινομία τοῦ συστήματος.

Τὸ θεώρημα τῆς ὁμογενείας καὶ ὁ προσδιορισμὸς τοῦ ἐπιπέδου τῶν τιμῶν. Ἐὰν δεχθῶμεν τὸ θεώρημα τῆς ὁμογενείας, κατὰ τὸ ὅποιον αἱ ἐξισώσεις τοῦ πραγματικοῦ τομέως εἶναι ὁμογενεῖς μηδενικοῦ βαθμοῦ ὡς πρὸς τὰς τιμάς, τότε, ὡς ἐλέχθη, αἱ μεταβολαὶ τῶν χρηματικῶν τιμῶν δὲν ἐπηρεάζουν τὴν ἰσορροπίαν τοῦ τομέως τούτου. Ἀλλὰ ὅταν αἱ ἀγοραὶ τῶν ἀγαθῶν καὶ τῶν ὑπηρεσιῶν εὐρίσκονται εἰς ἰσορροπίαν, τότε βάσει τοῦ Νόμου τοῦ Walras καὶ ἡ ἀγορὰ χρήματος εὐρίσκεται εἰς ἰσορροπίαν καὶ συνεπῶς αἱ μεταβολαὶ τῶν τιμῶν δὲν δύνανται νὰ προκαλέσουν ἀνισορροπίαν εἰς τὸν χρηματικὸν τομέα. Οὕτως ὅμως ἐχόντων τῶν πραγμάτων εἶναι ἀδύνατος ὁ προσδιορισμὸς ἐνὸς ἐπιπέδου τιμῶν.

Ὁ Νόμος τοῦ Say καὶ ὁ προσδιορισμὸς τοῦ ἐπιπέδου τῶν τιμῶν. Μία ἄλλη ὑπόθεσις τῶν κλασικῶν εἶναι ἡ ἰσχὺς τοῦ Νόμου τοῦ Say. Κατὰ τὸν «νόμον» αὐτὸν τὸ ἄθροισμα τῆς ἀξίας τῶν ζητουμένων ἀγαθῶν εἶναι ἴσον πρὸς τὸ ἄθροισμα τῆς ἀξίας τῶν προσφερομένων ἀγαθῶν. Τοῦτο σημαίνει ὅτι αἱ ἀγοραὶ τῶν ἀγαθῶν καὶ τῶν ὑπηρεσιῶν εἰς τὸ σύνολόν των εὐρίσκονται εἰς ἰσορροπίαν. Ἀλλὰ βάσει τοῦ Νόμου τοῦ Walras, ὅταν αἱ ἀγοραὶ τῶν ἀγαθῶν καὶ τῶν ὑπηρεσιῶν εὐρίσκονται εἰς ἰσορροπίαν, τότε καὶ ἡ ἀγορὰ χρήματος θὰ πρέπει νὰ εὐρίσκεται εἰς ἰσορροπίαν. Καὶ ἐνταῦθα μεταβολαὶ τοῦ ἐπιπέδου τῶν τιμῶν δὲν δύνανται νὰ προκαλέσουν ἀνισορροπίαν εἰς τὴν ἀγορὰν χρήματος. Τοῦτο σημαίνει ὅτι εἶναι ἀδύνατος ὁ προσδιορισμὸς τῶν χρηματικῶν τιμῶν διὰ μιᾶς νομισματικῆς θεωρίας, ἐφ' ὅσον θὰ ἰσχύῃ ὁ Νόμος τοῦ Say.

Ἡ ζήτησις καὶ ἡ προσφορὰ χρήματος. Ἡ εἰσχωγῆ τῆς ἐξισώσεως τῶν συναλλαγῶν εἰς τὸ κλασικὸν σύστημα γενικῆς ἰσορροπίας δὲν δημιουργεῖ νομισματικὴν θεωρίαν ἱκανὴν νὰ προσδιορίσῃ τὸ ἀπόλυτον ὕψος τῶν τιμῶν. Ἡ

ισχύς του Νόμου του Say (υπόθεσις του συστήματος τῶν κλασικῶν) θὰ πρέπει νὰ ἀποκλείη τὴν ὑπερβάλλουσαν ζήτησιν ἢ προσφορὰν ρευστοῦ χρήματος, διότι τοῦτο θὰ ἐσήμαινε τὴν ἐπιθυμίαν τῶν ἀτόμων νὰ διακρατοῦν χρῆμα.

Ἄλλὰ ἄς ἴδωμεν τί θὰ συμβῆ εἰς τὴν περίπτωσιν καθ' ἣν ἡ ἐξίσωσις τῶν συναλλαγῶν, ἡ ὁποία εἶναι μία ταυτότης, θὰ μετατραπῆ εἰς ἐξίσωσιν ζητήσεως καὶ προσφορᾶς χρήματος. Αὕτη δύναται νὰ γραφῆ ὡς :

$$M = \frac{1}{V} \sum_1^v p_i q_i \quad (1)$$

ὅπου τὸ δεξιὸν σκέλος δύναται νὰ ἐρμηνευθῆ ὡς ἡ ζήτησις χρήματος καὶ τὸ ἀριστερὸν ὡς ἡ προσφορὰ χρήματος. Ἐς δεχθῶμεν, ἀγνοοῦντες τὸν Νόμον τοῦ Say, μίαν ἐξίσωσιν ὑπερβαλλούσης ζητήσεως χρήματος (E_M), ἡ ὁποία θὰ εἶναι ἡ διαφορὰ μεταξὺ ζητήσεως καὶ δεδομένης προσφορᾶς χρήματος, ὡς ἡ ἐξῆς:

$$E_M = \frac{1}{V} \sum_1^v p_i q_i - M \quad (2)$$

Ἡ ἀνωτέρω ἐξίσωσις εἶναι ὁμογενῆς πρώτου βαθμοῦ ὡς πρὸς τὰς τιμὰς καὶ τὴν ποσότητα χρήματος. Ἡ ὑπερβάλλουσα ζήτησις χρήματος ἐξαρτᾶται ἀπὸ ὅλας τὰς τιμὰς καὶ τὴν ποσότητα χρήματος καὶ αἱ ποσότητες τῶν ἀγαθῶν καὶ τῶν ὑπηρεσιῶν ἐξαρτῶνται ἀπὸ τὰς σχετικὰς τιμὰς. Ἐὰν τὸ E_M εἶναι θετικόν, πρᾶγμα ποῦ σημαίνει ὅτι ὑπάρχει ὑπερβάλλουσα ζήτησις χρήματος, τοῦτο μὲ τὴν σειράν του σημαίνει ὅτι τὰ ἄτομα ζητοῦν νὰ διακρατήσουν ποσότητα χρήματος πλεόν τῆς ὑφισταμένης, δηλαδὴ ἐπιθυμοῦν αἱ εἰσπράξεις τῶν νὰ εἶναι μεγαλύτεραι τῶν δαπανῶν. Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν δὲν ἰσχύει ὁ Νόμος τοῦ Say.

Ἄλλὰ ἐὰν τὰ ἄτομα ζητοῦν χρῆμα αὐτὸ καθ' ἑαυτό, τότε τοῦτο θὰ ἔχη συνέπειαν διὰ τὸν εἰσοδηματικὸν περιορισμὸν τῶν ἀτόμων, εἰς τὸν ὁποῖον θὰ πρέπει νὰ περιληφθῆ καὶ ἡ ἐπιθυμητὴ ποσότης χρήματος. Ὁ Νόμος τοῦ Walras θὰ πρέπει νὰ ἐκφρασθῆ ὡς ἐξῆς:

$$M^D + \sum_1^v p_i q_i^D \equiv M + \sum_1^v p_i q_i^S \quad (3)$$

Ἡ (3) μᾶς λέγει ὅτι ἡ ἐπιθυμητὴ ποσότης χρήματος σὺν τὸ σύνολον τῶν δαπανῶν πρέπει νὰ εἶναι ἴσα πρὸς τὴν ὑπάρχουσαν ποσότητα χρήματος σὺν τὰς ἀναμενομένας εἰσπράξεσι.

Ἡ ἐξίσωσις (3) δύναται νὰ γραφῆ ὡς ἀκολούθως :

$$M^D - M \equiv \sum_1^v p_i q_i^S - \sum_1^v p_i q_i^D$$

$$\eta E_M \equiv - \sum_1^v p_i E_i, \quad (4)$$

όπου $E_M =$ υπερβάλλουσα ζήτησις χρήματος.

Ἡ (4) μᾶς λέγει ὅτι ἡ υπερβάλλουσα ζήτησις χρήματος εἶναι ἴση πρὸς τὴν συνολικὴν ἀξίαν ὄλων τῶν υπερβαλλουσῶν ζητήσεων ἀγαθῶν καὶ ὑπηρεσιῶν. Ἐὰν ἰσχύῃ ὁ Νόμος τοῦ Say θὰ πρέπει $E_M \equiv 0$, ὁπότε καὶ $E_i \equiv 0$.

Ἀνωτέρω διαπιστοῦμεν ὅτι δυνάμεθα νὰ λάβωμεν δύο ἐξισώσεις υπερβαλλούσης ζήτησεως χρήματος, τὴν (2) καὶ (4), αἱ ὁποῖαι διαφέρουν μεταξύ των. Ἡ (2) εἶναι ὁμογενὴς πρώτου βαθμοῦ ὡς πρὸς τὰς τιμὰς καὶ τὴν ποσότητα χρήματος (διότι ἔχει σταθερὸν ὄρον, M) καὶ ἡ (4) εἶναι ὁμογενὴς πρώτου βαθμοῦ ὡς πρὸς τὰς τιμὰς μόνον.

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω προκύπτει ὅτι δὲν ἀρκεῖ νὰ ἀγνοήσωμεν τὸν Νόμον τοῦ Say καὶ νὰ ἐκφράσωμεν τὴν ταυτότητα τῶν συναλλαγῶν εἰς ὄρους προσφορᾶς καὶ ζήτησεως χρήματος, ἀλλὰ ἀπαιτεῖται ἄλλος τρόπος ἐνσωματώσεως τοῦ χρήματος εἰς τὸ ὅλον σύστημα γενικῆς ἰσορροπίας, ἀναγνωρίζοντες καὶ τὸν ρόλον αὐτοῦ ὡς μέσου διατηρήσεως ἀξιών. Τὴν προσπάθειαν αὐτὴν ἀνέλαβεν ὁ *Don Patinkin*.

III. 2.3. Ἡ Ὁμογένεια τοῦ Συστήματος Γενικῆς Ἰσορροπίας καὶ ἡ Ζήτησις Χρήματος

Εἶδομεν ἀνωτέρω ὅτι ὁ προσδιορισμὸς τῶν ἀπολύτων τιμῶν εἰς τὸ κλασικὸν σύστημα γενικῆς ἰσορροπίας γίνεται διὰ τῆς προσθήκης μᾶς ἐξισώσεως, ἡ ὁποία συσχετίζει τὸ ἀπόλυτον ἐπίπεδον τῶν τιμῶν πρὸς τὴν ποσότητα χρήματος. Αἱ ἐξισώσεις προσφορᾶς καὶ ζήτησεως ἀγαθῶν δὲν ἐπηρεάζονται ἀπὸ μεταβολὰς τῶν ἀπολύτων τιμῶν, ἀλλὰ μόνον ἀπὸ τὰς μεταβολὰς τῶν σχετικῶν τιμῶν, διότι αἱ τελευταῖαι αὐταὶ ἐπηρεάζουν τὰς ἀποφάσεις τῶν οἰκονομούντων ἀτόμων. Τὸ χρῆμα δὲν ὑπηρετῆται εἰς τὰς ἀποφάσεις αὐτὰς καὶ συνεπῶς δὲν δύνανται αὐταὶ νὰ προσδιορίζουν τὸ ἐπίπεδον τῶν τιμῶν. Μετὰ τὴν προσθήκην τοῦ χρήματος, ὡς εἶδομεν ἀνωτέρω, τὸ σύστημα γενικῆς ἰσορροπίας εἰς τὸ σύνολόν του εἶναι ὁμογενὲς μηδενικοῦ βαθμοῦ ἔχι μόνον ὡς πρὸς τὰς τιμὰς, ἀλλὰ καὶ ὡς πρὸς τὴν ποσότητα χρήματος. Δηλαδή ἡ προσφορὰ καὶ ἡ ζήτησις ἀγαθῶν παραμένει ἡ αὐτὴ μετὰ ἀπὸ μίαν μεταβολὴν τῶν τιμῶν, ἐφ' ὅσον αὐτὴ συνοδεύεται ἀπὸ ἀνάλογον μεταβολὴν τῆς ποσότητος χρήματος.

Δυνάμεθα νὰ δεῖξωμεν τὴν μηδενικὴν ὁμογένειαν ὡς πρὸς τὰς τιμὰς καὶ τὴν ποσότητα χρήματος ἐὰν εἰς τὸν εἰσοδηματικὸν περιορισμὸν προσθέσωμεν τὴν ἐπιθυμητὴν καὶ τὴν ὕφισταμένην ποσότητα χρήματος. Τὸ εἰσόδημα τῶν

ατόμων ἄς ὑποθεθῆ ὅτι προέρχεται ἀπὸ τὴν πώλησιν τῶν ὑπηρεσιῶν των καὶ ἀπὸ τὰ ρευστὰ διαθέσιμα τὰ ὁποῖα κατέχουν. Τὸ εἰσοδήμα τοῦτο πρέπει νὰ εἶναι ἴσον πρὸς τὴν δαπάνην δι' ἀγορὰν ἀγαθῶν σὺν τὴν ἐπιθυμητῆν ποσότητα ρευστῶν διαθεσίμων. Ὁ εἰσοδηματικὸς περιορισμὸς μὲ τὴν συμπερίληψιν τοῦ χρήματος γίνεται:

$$M + \sum_1^k p_i q_i^S \equiv \sum_{k+1}^v p_i q_i^D + M^D \quad (1)$$

$$\tilde{\eta} \quad \sum_1^k p_i q_i^S \equiv \sum_{k+1}^v p_i q_i^D + (M^D - M) \quad (1')$$

Πρὸς στιγμὴν θὰ θεωρήσωμεν ὅτι τὸ χρῆμα δὲν περιλαμβάνεται εἰς τὰς συναρτήσεις χρησιμότητος καὶ συνεπῶς ἡ ζήτησις τούτου δὲν καθορίζεται, ὡς θὰ ἔδει, ἀπὸ τὰς ἀριστοποιητικὰς ἀποφάσεις τῶν ατόμων, ἀλλὰ καθορίζεται ὡς ποσοστὸν τοῦ εἰσοδήματος (ἐξίσωσις τοῦ Cambridge). Δηλαδή τὰ άτομα ἐπιθυμοῦν νὰ διακρατοῦν χρῆμα ἀναλόγως πρὸς τὸ ὕψος τοῦ εἰσοδήματός των καὶ ἄρα ἀναλόγως πρὸς τὸ ὕψος τῶν τιμῶν, δεχόμενοι οὕτω μοναδιαίαν εἰσοδηματικὴν ἐλαστικότητα ζήτησεως χρήματος. Ἐφ' ὅσον ἡ ἐπιθυμητὴ ποσότης χρήματος εἶναι ποσοστὸν τοῦ εἰσοδήματος τὸ ἀπόλυτον ὕψος τῶν τιμῶν θὰ ἐπηρεάσῃ τὸν εἰσοδηματικὸν περιορισμὸν.

Ἡ ζήτησις χρήματος ὡς ποσοστὸν τοῦ εἰσοδήματος εἶναι ὡς ἡ (4) τῆς παραγράφου III 2.1.

$$M^D = \beta I = \beta \sum_1^k p_i q_i^S \quad (2)$$

Ἀντικαθιστῶντες τὴν (2) εἰς τὴν (1) καὶ δεδομένου ὅτι $I = \sum_1^k p_i q_i^S$ θὰ ἔχωμεν

$$\sum_{k+1}^v p_i q_i^D = (1 - \beta) I + M \quad (3)$$

Ὁ ἀνωτέρω εἰσοδηματικὸς περιορισμὸς δύναται νὰ ἐκφρασθῆ ὡς πρὸς τὴν ποσότητα τοῦ ἀγαθοῦ ν :

$$q_v^D = \frac{(1 - \beta) I + M}{p_v} - \sum_{k+1}^{v-1} \frac{p_i}{p_v} q_i^D \quad (4)$$

Κατὰ τὴν ἀνωτέρω ἐξίσωσιν (4), ἐάν ὅλαι αἱ τιμαὶ μεταβληθοῦν ἢ ἐξίσωσις θὰ μεταβληθῆ, διότι ὁ σταθερὸς ὅρος αὐτῆς περιέχει τὴν σταθεράν M. Τοῦτο σημαίνει ὅτι ἡ γραμμὴ εἰσοδήματος θὰ μετακινηθῆ μὲ τὴν μεταβολὴν τῶν τιμῶν, ἐάν ὑποθεθῆ ὅτι τὰ ἀγαθὰ εἶναι δύο, καὶ συνεπῶς θὰ μεταβληθῆ ἢ

ισορροπία τῶν καταναλωτῶν καὶ ἡ ζήτησις τῶν ἀγαθῶν. Ἀντιθέτως, εἵχομεν διαπιστώσει εἰς τὴν περίπτωσιν μὴ ὑπάρξεως χρήματος [ἐξίσωσις (4) τῆς παραγράφου III 1.2] ὅτι ἡ μεταβολὴ τῶν τιμῶν δὲν μετακινεῖ τὴν γραμμὴν εἰσοδήματος καὶ δὲν ἐπηρεάζει συνεπῶς τὴν ἰσορροπίαν τῶν καταναλωτῶν καὶ τὴν ζήτησιν τῶν ἀγαθῶν. Ὁ εἰσοδηματικὸς περιορισμὸς καὶ συνεπῶς ἡ ζήτησις τοῦ ἀγαθοῦ v δὲν θὰ ἐπηρεασθῇ, ἐὰν ἡ μεταβολὴ τῶν τιμῶν συνοδευθῇ ἀπὸ ἀνάλογον μεταβολὴν τῆς ποσότητος χρήματος (M). Διὰ τὸν λόγον ἀκριβῶς αὐτὸν λέγομεν ὅτι αἱ ἐξισώσεις ζήτησεως ἀγαθῶν εἶναι ὁμογενεῖς μηδενικοῦ βαθμοῦ ὡς πρὸς τὰς τιμὰς καὶ τὴν ποσότητα χρήματος καὶ οὐχὶ μόνον ὡς πρὸς τὰς τιμὰς. Οὕτω κατεδείχθη διατί αἱ ἐξισώσεις προσφορᾶς καὶ ζήτησεως εἶναι ὁμογενεῖς μηδενικοῦ βαθμοῦ ὡς πρὸς τὰς τιμὰς καὶ τὸ χρῆμα, μετὰ τὴν συμπερίληψιν τούτου εἰς τὸ σύστημα γενικῆς ἰσορροπίας.

Τὴν ὁμογένειαν τοῦ συστήματος ὡς πρὸς τὰς τιμὰς καὶ τὴν ποσότητα χρήματος, ὅταν τὸ τελευταῖον τοῦτο ὑπεισέρχεται εἰς τὸ σύστημα, δυνάμεθα νὰ δεῖξωμεν ἀκολουθοῦντες τὴν γνωστὴν διαδικασίαν μεγιστοποιήσεως τῆς χρησιμότητος τῶν καταναλωτῶν. Θὰ ὑποθέσωμεν ὅτι αἱ συναρτήσεις χρησιμότητος δὲν περιλαμβάνουν τὸ χρῆμα, ἀλλ' ὅτι ἡ ποσότης χρήματος εἶναι ποσοστὸν τοῦ εἰσοδήματος καὶ συνεπῶς περιλαμβάνεται εἰς τὸν εἰσοδηματικὸν περιορισμὸν.

Ἡ συνάρτησις χρησιμότητος εἶναι :

$$U(q_1^S, q_2^S, \dots, q_{k+1}^D, q_v^D) \quad (5)$$

$$\partial U / \partial q_i > 0 \quad (\text{διὰ } i = k+1, \dots, v)$$

$$\partial U / \partial q_i < 0 \quad (\text{διὰ } i = 1, 2, \dots, k)$$

Ὁ εἰσοδηματικὸς περιορισμὸς εἶναι ὡς ἡ (1) :

$$M + \sum_1^k p_i q_i^S \equiv \sum_{k+1}^v p_i q_i^D + M^D$$

$$\tilde{\eta} \sum_{k+1}^v p_i q_i^D - (1 - \beta) \sum_1^k p_i q_i^S - M \equiv 0, \quad (6)$$

$$\delta\theta\acute{\epsilon}\nu\tau\omicron\varsigma \delta\tau\iota \quad M^D = \beta \sum_1^k p_i q_i^S.$$

Μεγιστοποιοῦντες τὴν (5), ὑποκειμένην εἰς τὴν (6), σχηματίζομεν τὴν Λαγκρανζιανὴν ἐξίσωσιν:

$$U(q_1^S, q_2^S, \dots, q_{k+1}^D, \dots, q_v^D) - \mu \left[\sum_{k+1}^v p_i q_i^D - (1 - \beta) \sum_1^k p_i q_i^S - M \right]$$

Αί πρώται συνθήκαι μεγιστοποιήσεως εἶναι :

$$\frac{\partial U}{\partial q_i^D} - \mu p_i = 0 \quad (\text{διὰ } i = k + 1, \dots, v) \quad (7)$$

$$\frac{\partial U}{\partial q_i^S} + \mu (1 - \beta) p_i = 0 \quad (\text{διὰ } i = 1, 2, \dots, k) \quad (8)$$

$$\sum_{k+1}^v p_i q_i^D - (1 - \beta) \sum_1^k p_i q_i^S - M = 0$$

Ἡ τελευταία ἐξίσωσις δύναται νὰ γραφῆ ὡς :

$$\sum_{k+1}^v \frac{p_i}{p_v} q_i^D - (1 - \beta) \sum_1^k \frac{p_i}{p_v} q_i^S = \frac{M}{p_v} \quad (9)$$

Τὰς συνθήκας (7) καὶ (8) δυνάμεθα νὰ γράψωμεν :

$$\frac{\partial U / \partial q_i^D}{\partial U / \partial q_i^S} = - \frac{p_i}{(1 - \beta) p_i} \quad (10)$$

Εἰς τὰς ἐξισώσεις (9) καὶ (10) ἐμφανίζονται αἱ σχετικαὶ τιμαὶ καὶ ἡ ποσότης M/p_v καὶ συνεπῶς ἡ λύσις τοῦ συστήματος μᾶς δίδει συναρτήσεις ζήτησεως ἀγαθῶν καὶ προσφορᾶς ὑπηρεσιῶν εἰς τὰς ὁποίας ἐμφανίζονται ὡς μεταβληταὶ αἱ σχετικαὶ τιμαὶ καὶ ἡ πραγματικὴ ποσότης χρήματος, ὡς κατωτέρω :

$$q_i^D = f_i \left(\frac{p_1}{p_v}, \dots, \frac{p_{v-1}}{p_v}, \frac{M}{p_v} \right) \quad (11)$$

$$q_i^S = F_i \left(\frac{p_1}{p_v}, \dots, \frac{p_{v-1}}{p_v}, \frac{M}{p_v} \right)$$

Αἱ ἀνωτέρω ἐξισώσεις ζήτησεως καὶ προσφορᾶς ἀγαθῶν καὶ ὑπηρεσιῶν εἶναι ὁμογενεῖς μηδενικοῦ βαθμοῦ ὡς πρὸς τὰς τιμὰς καὶ τὴν ποσότητα χρήματος.

Ἐκ τῶν ἐξισώσεων (11) καὶ (2) προκύπτει ἡ ἐξίσωσις ζήτησεως χρήματος :

$$M^D = \beta \sum_1^k p_i q_i \left(\frac{p_1}{p_v}, \frac{p_2}{p_v}, \dots, \frac{p_{v-1}}{p_v}, \frac{M}{p_v} \right), \quad (12)$$

ἡ ὁποία εἶναι ὁμογενὴς πρώτου βαθμοῦ ὡς πρὸς τὰς τιμὰς καὶ τὴν ποσότητα χρήματος. Εἰς τὴν ἀνωτέρω ἐξίσωσιν ἡ ζητούμενη ποσότης χρήματος ἀντιπροσωπεύει ὀνομαστικὸν ποσόν. Δύναται αὕτη νὰ ἐκφρασθῆ ἐπίσης εἰς πρα-

γματικούς ὄρους διαιρουμένη διὰ δείκτου τιμῶν ἢ τῆς τιμῆς ἑνὸς ἀγαθοῦ

$$\frac{M^D}{P_v} = \beta \sum_1^k \frac{P_1}{P_v} q_1 \left(\frac{P_1}{P_v}, \frac{P_2}{P_v}, \dots, \frac{P_{v-1}}{P_v}, \frac{M}{P_v} \right) \quad (12')$$

Ἡ ἀνωτέρω συνάρτησις ζητήσεως πραγματικῶν ρευστῶν διαθεσίμων (real balances) εἶναι ὁμογενὴς μηδενικοῦ βαθμοῦ ὡς πρὸς τὰς τιμὰς καὶ τὴν ποσότητα χρήματος. Διπλασιασμός τῶν τιμῶν καὶ τοῦ ὀνομαστικοῦ ποσοῦ τοῦ χρήματος ἀφήνουν ἀνεπηρέαστον τὴν ποσότητα τοῦ πραγματικοῦ χρήματος, δηλαδὴ ἀφήνουν ἀνεπηρέαστον τὴν πραγματικὴν ἀξίαν (ἀγοραστικὴν δύναμιν) τοῦ χρήματος καὶ βεβαίως ἀφήνουν ἀνεπηρέαστους τὰς ζητούμενας ποσότητες τῶν ἀγαθῶν.

III. 2.4. Ἡ Συμπερίληψις τοῦ Χρήματος εἰς τὰς Συναρτήσεις Χρησιμότητος

Εἰς τὰ προηγούμενα ἡ συμπερίληψις τοῦ χρήματος ἐγένετο βάσει τῆς υποθέσεως ὅτι ἡ ἐπιθυμητὴ ποσότης τοῦ χρήματος εἶναι ποσοστὸν τοῦ εἰσοδήματος καὶ ἡ ὑπόθεσις αὕτη διεμόρφωσεν ἀναλόγως τὸν εἰσοδηματικὸν περιορισμόν. Αἱ συναρτήσεις χρησιμότητος τῶν ἀτόμων κατὰ τὴν νεοκλασικὴν ἀντίληψιν δὲν περιλαμβάνουν τὸ χρῆμα, ἀλλὰ μόνον ποσότητας ἀγαθῶν καὶ ὑπηρεσιῶν. Κατὰ τὴν ἀντίληψιν αὕτην τὸ χρῆμα δὲν ἔχει ἰδίαν χρησιμότητα, ὅπως τὰ ἀγαθὰ καὶ αἱ ὑπηρεσίαι, ἀλλὰ χρησιμοποιεῖται διὰ τὴν διευκόλυνσιν τῶν συναλλαγῶν. Ἡ χρησιμότης του συνεπῶς δὲν εἶναι ἄμεσος, ἀλλ' ἔμμεσος. Μὲ τὸ χρῆμα ἀγοράζονται τὰ ἀναγκαῖα ἀγαθὰ καὶ αἱ ὑπηρεσίαι καὶ ἀφοῦ εἰς τὰς συναρτήσεις χρησιμότητος περιλαμβάνονται ταῦτα εἶναι περιττὴ ἡ συμπερίληψις τοῦ χρήματος.

Ἐν τούτοις ἡ διακράτησις χρήματος ὑπὸ τὴν μορφήν πραγματικῶν ρευστῶν διαθεσίμων παρέχει εἰς τὰ ἄτομα ἰδίαν χρησιμότητα, διότι καθιστᾷ δυνατὴν τὴν ἀπροσδόκητον ἀγορὰν ἀγαθῶν καὶ γεφυρώνει τὸ παρὸν μὲ τὸ μέλλον. Συνεπῶς τὸ χρῆμα, εἰς πραγματικούς ὄρους, θὰ πρέπει νὰ περιληφθῇ εἰς τὰς συναρτήσεις χρησιμότητος. Εἰς τὴν περίπτωσιν αὕτην ἡ μεγιστοποίηση τῶν συναρτήσεων χρησιμότητος δὲν θὰ μᾶς δώσουν μόνον συναρτήσεις ζητήσεως ἀγαθῶν καὶ ὑπηρεσιῶν, ἀλλὰ καὶ συνάρτησιν ζητήσεως χρήματος. Τὴν προσπάθειαν αὕτην πρῶτος ἐπεχείρησεν, ὡς ἀνωτέρω ἐλέχθη, ὁ Don Patinkin (1951, 1956).

Ἄς υποθέσωμεν ὅτι ἡ συνάρτησις χρησιμότητος εἶναι ἡ ἐξῆς :

$$U \left(q_1^S, q_2^S, \dots, q_{k+1}^D, \dots, q_v^D, \frac{M^D}{P_v} \right), \quad (1)$$

ὅπου M/P_v εἶναι ἡ ἐπιθυμητὴ ποσότης τῶν πραγματικῶν ρευστῶν διαθεσίμων (real cash balances), ἧτοι ἡ ὀνομαστικὴ ποσότης χρήματος ἀποπληθω-

ρισμένη δια τῆς τιμῆς τοῦ ἐπιλεγέντος ἀγαθοῦ ν. Αἱ ὀριακὰ χρησιμότητες τῶν ἀγαθῶν εἶναι θετικαὶ ($\partial U / \partial q_1^D > 0$), αἱ ὀριακὰ χρησιμότητες τῆς προσφερομένης ἐργασίας εἶναι ἀρνητικαὶ ($\partial U / \partial q_1^S < 0$, διὰ $i = 1, 2, \dots, k$) καὶ ἡ ὀριακὴ χρησιμότης τῶν ἐπιθυμητῶν πραγματικῶν διαθεσίμων ἐπίσης θετικὴ ($\partial U / \partial (M^D/p_v) > 0$).

Ὁ εἰσοδηματικὸς περιορισμὸς εἶναι :

$$M + \sum_1^k p_i q_i^S \equiv \sum_{k+1}^v p_i q_i^D + M^D \quad (2)$$

$$\tilde{\eta} \quad \frac{M}{p_v} + \sum_1^k \frac{p_i}{p_v} q_i^S - \sum_{k+1}^v \frac{p_i}{p_v} q_i^D - \frac{M^D}{p_v} \equiv 0$$

Σχηματίζομεν τὴν Λαγκρανζιανὴν ἐξίσωσιν:

$$U - \mu \left(\frac{M}{p_v} + \sum_1^k \frac{p_i}{p_v} q_i^S - \sum_{k+1}^v \frac{p_i}{p_v} q_i^D - \frac{M^D}{p_v} \right),$$

τῆς ὁποίας αἱ πρῶται συνθήκαι μεγιστοποιήσεως εἶναι :

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial q_1^D} + \mu \frac{p_i}{p_v} &= 0 \\ \frac{\partial U}{\partial q_1^S} - \mu \frac{p_i}{p_v} &= 0 \\ \frac{\partial U}{\partial (M^D/p_v)} + \mu &= 0 \end{aligned} \quad (3)$$

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω συνθηκῶν λαμβάνομεν :

$$\begin{aligned} \frac{\partial U / \partial q_1^S}{\partial U / \partial q_1^D} &= - \frac{p_i}{p_i} \quad \text{διὰ } i = 1, 2, \dots, k \\ & \quad \text{διὰ } i = k+1, \dots, v \\ \frac{\partial U / \partial q_1^D}{\partial U / \partial (M^D/p_v)} &= \frac{p_i}{p_v} \end{aligned} \quad (4)$$

Αἱ ἐξισώσεις (4) καὶ (2) δύνανται νὰ λυθοῦν ὡς πρὸς q_1^D , q_1^S καὶ $\frac{M^D}{p_v}$ καὶ νὰ δώσουν συναρτήσεις τῆς μορφῆς :

$$q_1^D = f_1 \left(\frac{p_i}{p_v}, \frac{M}{p_v} \right)$$

$$q_1^s = F_1 \left(\frac{p_1}{p_v}, \frac{M}{p_v} \right) \quad (5)$$

$$\frac{M^D}{p_v} = \varphi \left(\frac{p_1}{p_v}, \frac{M}{p_v} \right)$$

Αί άνωτέρω συναρτήσεις ζήτησεως και προσφορής άγαθών και υπηρεσιών είναι όμογενείς μηδενικού βαθμού ως προς τās τιμές και τήν ποσότητα χρήματος. Αί ζητούμεναι ποσότητες άγαθών και αί προσφερόμεναι ποσότητες έργασίας έξαρτώνται από τās σχετικές τιμές και τὰ πραγματικά ρευστά διαθέσιμα. 'Η συνάρτησις ζήτησεως πραγματικών διαθεσίμων είναι όμογενής μηδενικού βαθμού ως προς τās ίδιās μεταβλητάς επίσης. 'Ενώ ή ζήτησις όνομαστικών ρευστών διαθεσίμων είναι όμογενής πρώτου βαθμού ως προς τās αυτάς μεταβλητάς. Ούτω τόσον ή παρούσα μέθοδος συμπεριλήψεως του χρήματος όσον και τής προηγουμένης παραγράφου οδηγούν εις τó αυτό άποτέλεσμα.

III. 2.5. Το Σύστημα Patinkin

III. 2.5.0. Το σύστημα Patinkin άνευ πιστωτικής άγορής

Είδομεν ότι τó κλασικόν (Βαλρασιανόν) σύστημα γενικής ίσορροπίας διχοτομείται εις τὰ τμήματα : τó πραγματικόν τμήμα (real sector), εις τó όποϊον καθορίζονται αί πραγματικά σχέσεις και προσδιορίζονται αί ζητούμεναι και προσφερόμεναι ποσότητες άγαθών και υπηρεσιών και τó νομισματικόν τμήμα (monetary sector), με τήν εξίσωσιν τών συναλλαγών, εις τó όποϊον προσδιορίζονται αί χρηματικά τιμαί. Τó χρήμα δέν εμφανίζεται εις τās επιλογάς τών οικονομούντων ατόμων και δέν περιλαμβάνεται μεταξύ τών μεταβλητών εις τās συναρτήσεις ζήτησεως και προσφορής άγαθών και υπηρεσιών. 'Εν συνεχεία είδομεν τās άσυνεπείας εις τās όποιās οδηγεί τó σύστημα, τήν αδυναμίαν άποδόσεως μιās νομισματικής θεωρίας και τās δυνατάς βελτιώσεις εις τó κλασικόν σύστημα κατόπιν τής άσκηθείσης κριτικής. Είδομεν επίσης ότι ή εξίσωσις υπερβαλλούσης ζήτησεως χρήματος (2) τής παραγράφου III. 2. 2, ή όποία προκύπτει από τήν εξίσωσιν τών συναλλαγών, είναι όμογενής πρώτου βαθμού ως προς τās τιμές και τήν ποσότητα χρήματος, ενώ ή εξίσωσις υπερβαλλούσης ζήτησεως χρήματος (4) τής παραγράφου III. 2. 2, ή όποία προκύπτει εκ του Νόμου του Walras, περιλαμβανομένου του χρήματος, είναι όμογενής πρώτου βαθμού ως προς τās τιμές μόνον. Αύτη είναι μία άντινομία του συστήματος. 'Εκ τών άσκησάντων κριτικήν επί του κλασικού συστήματος (Hicks, Lange κ.ά.), έκείνος ό όποιος επέτυχε μίαν άναμόρφωσιν του συστήματος, διά τής άποκλήθεισης νεοκλασικής συνθέσεως, ήτο ό Don Patinkin, του όποίου ή κυρία συνεισφορά συνίσταται εις τήν

ένσωμάτωσιν, κατά συνεπή τρόπον, τοῦ χρήματος εἰς τὰς συναρτήσεις ζήτησεως ἀγαθῶν τῶν ἀτόμων. Ἡ προσπάθεια τοῦ Patinkin ὠδήγησεν εἰς τὴν ἐνοποίησιν τῆς νομισματικῆς θεωρίας μετὰ τὴν κλασικὴν θεωρίαν τῆς γενικῆς ἰσορροπίας, ἢ ἄλλως εἰς τὴν ἐνοποίησιν τῆς περὶ χρήματος μετὰ τῆς περὶ ἀξίας θεωρίας.

Ἦδη εἰς τὰς παραγράφους III. 2.3 καὶ III. 2.4 ἐγένετο προσπάθεια εἰσαγωγῆς τοῦ χρήματος εἰς τὸ σύστημα γενικῆς ἰσορροπίας καὶ συνεπῶς ἡ ἀνάλυσις τοῦ συστήματος τοῦ Patinkin κατωτέρω δὲν θὰ ἀπαιτήσῃ προλεγόμενα καὶ θὰ εἶναι σύντομος.

Κατ' ἀρχὰς θὰ ὀρίσωμεν ἓν γενικὸν ἐπίπεδον τιμῶν P, ὡς σταθμικὸν μέσον ὄρον τῶν ἐπὶ μέρους τιμῶν

$$P = \sum_1^v w_i p_i, \quad \text{ὅπου} \sum_1^v w_i = 1 \quad (1)$$

Τὸ P εἶναι ὁμογενὲς πρώτου βαθμοῦ ὡς πρὸς τὰς τιμὰς.

Ἐὰν ἡ ποσότης χρήματος εἶναι δεδομένη (M), αἱ συναρτήσεις ζήτησεως εἰς πραγματικοὺς ὄρους εἶναι ὁμογενεῖς μηδενικοῦ βαθμοῦ ὡς πρὸς τὰς τιμὰς καὶ τὴν ποσότητα χρήματος :

$$\begin{aligned} q_i^D &= f_i \left(\frac{p_1}{P}, \dots, \frac{p_v}{P}, \frac{M}{P} \right) \\ \frac{M^D}{P} &= \varphi \left(\frac{p_1}{P}, \dots, \frac{p_v}{P}, \frac{M}{P} \right) \end{aligned} \quad (2)$$

Αἱ συναρτήσεις προσφορᾶς εἶναι :

$$\begin{aligned} q_i^S &= F_i \left(\frac{p_1}{P}, \dots, \frac{p_v}{P}, \frac{M}{P} \right) \\ \frac{M^S}{P} &= \frac{M}{P} \end{aligned} \quad (3)$$

Ἐνωτέρω ἡ ζήτησις καὶ ἡ προσφορὰ χρήματος δίδονται εἰς πραγματικοὺς ὄρους, δηλ. αἱ ὀνομαστικαὶ ποσότητες ἀποπληθωρισμένα διὰ τοῦ γενικοῦ ἐπίπεδου τῶν τιμῶν.

Αἱ συνθήκαι ἰσορροπίας εἶναι :

$$\begin{aligned} q_i^D &= q_i^S \\ \frac{M^D}{P} &= \frac{M^S}{P} \end{aligned} \quad (4)$$

Τὸ ἀνωτέρω σύστημα ἐξισώσεων (2) - (4) δύναται νὰ γραφῆ ὑπὸ τὴν μορφήν ἐξισώσεων ὑπερβαλλούσης ζητήσεως ὡς ἐξῆς (ἐν ἰσορροπίᾳ) :

$$E_i = E_i \left(\frac{P_i}{P}, \dots, \frac{P_v}{P}, \frac{M}{P} \right) = 0 \quad (5)$$

$$E_M = \varphi \left(\frac{P_1}{P}, \dots, \frac{P_v}{P}, \frac{M}{P} \right) - \frac{M}{P} = 0$$

Τὸ σύστημα (5) μαζί με τὴν ἐξίσωσιν τοῦ γενικοῦ ἐπιπέδου τῶν τιμῶν (1) μᾶς παρέχει $(v + 2)$ ἐξισώσεις καὶ $(v + 1)$ ἀγνώστους $(P_1/P, \dots, P_v/P, M/P)$ καὶ συνεπῶς πλεονάζει μία ἐξίσωσις διὰ τὴν λύσιν τοῦ συστήματος. Συμφώνως πρὸς τὸν Νόμον τοῦ Walras, μία τῶν ἐξισώσεων τοῦ συστήματος ἐξαρθᾶται ἐκ τῶν λοιπῶν ἐξισώσεων καὶ δύναται νὰ ἀπαλειφθῆ. Ὡς τοιαύτην ἂς λάβωμεν τὴν τελευταίαν ἐξίσωσιν τοῦ συστήματος ποῦ ἀναφέρεται εἰς τὴν ζήτησιν χρήματος (E_M) , ὁπότε τὸ σύστημα δύναται νὰ λυθῆ.

III. 2.5.1.* Χαρακτηριστικά τοῦ συστήματος Patinkin

Ἐκ τῆς ἀνωτέρω περιγραφῆς τοῦ συστήματος τοῦ Patinkin προκύπτει ὅτι εἶναι δυνατὸς ὁ προσδιορισμὸς τῶν χρηματικῶν τιμῶν ἄνευ τῆς χρηματικῆς ἐξισώσεως, διότι αὕτη ἀπερρίφθη ὡς πλεονάζουσα. Ἀντιθέτως εἰς τὸ κλασικὸν (Βαλρασιανόν) σύστημα ὁ προσδιορισμὸς τῶν τιμῶν εἶναι δυνατὸς μόνον διὰ τῆς χρηματικῆς ἐξισώσεως (ἐξίσωσις τῶν συναλλαγῶν ἢ ἐξίσωσις τοῦ Cambridge). Εἰς τὸ σύστημα τοῦ Patinkin τὸ χρῆμα εἶναι ἐνσωματωμένον εἰς τὰς συναρτήσεις ζητήσεως καὶ προσφορᾶς, ἤτοι εἰς τὰς πραγματικὰς σχέσεις τοῦ συστήματος.

Ἐν τούτοις τὸ σύστημα Patinkin συμβιβάζεται μετὰ τὸ κλασικὸν διὰ τοὺς ἐξῆς λόγους. Πρῶτον, μία αὔξησις τῆς ποσότητος χρήματος (M) θὰ ὀδηγήσῃ εἰς ἀναλογικὴν αὔξησιν ὅλων τῶν χρηματικῶν τιμῶν καὶ τοῦ γενικοῦ ἐπιπέδου τῶν τιμῶν καὶ θὰ ἀφήσῃ ἀνεπηρέαστους τὰς σχετικὰς τιμὰς καὶ τὰς πραγματικὰς ποσότητες. (Τὸ σύστημα εἶναι ὁμογενὲς μηδενικοῦ βαθμοῦ ὡς πρὸς τὰς τιμὰς καὶ τὴν ποσότητα χρήματος).

Δεύτερον, τὸ σύστημα Patinkin συμβιβάζεται ἐπίσης μετὰ τὴν ποσοτικὴν θεωρίαν τῶν κλασικῶν, χωρὶς νὰ ἐμφανίζεται ἡ ἀντίφασις τῶν ἐξισώσεων (2) καὶ (4) τῆς παραγράφου III. 2. 2. * Ἡ ἐξίσωσις ὑπερβαλλούσης ζητήσεως χρήματος, ἢ στηριζομένη εἰς τὴν ἐξίσωσιν τῶν συναλλαγῶν $[1/V (\sum p_i q_i) - M]$, εἶναι ὁμογενῆς πρώτου βαθμοῦ ὡς πρὸς τὰς τιμὰς καὶ τὴν ποσότητα χρήματος, εἴτε αὕτη συσχετίζεται μετὰ τὸ σύστημα Walras, εἴτε μετὰ τὸ σύστημα Patinkin. Ἡ ἐξίσωσις ὑπερβαλλούσης ζητήσεως χρήματος, ἢ ὁποία περιέχεται εἰς τὸ σύστημα Patinkin, εἶναι ἐπίσης ὁμογενῆς πρώτου βαθμοῦ ὡς πρὸς τὰς τιμὰς καὶ τὴν ποσότητα χρήματος. Πράγματι, παραβάλλατε τὴν

άνωτέρω ἐξίσωσιν ὑπερβαλλούσης ζητήσεως χρήματος, τὴν προερχομένην ἀπὸ τὴν ἐξίσωσιν τῶν συναλλαγῶν, πρὸς τὴν ἐξίσωσιν ὑπερβαλλούσης ζητήσεως χρήματος τοῦ Patinkin εἰς χρηματικούς ὄρους :

$$PE_M = P_{\varphi} \left(\frac{p_1}{p}, \dots, \frac{p_n}{p}, \frac{M}{p} \right) - M$$

Ἡ ἐξίσωσις ὑπερβαλλούσης ποσότητος χρήματος δύναται νὰ γραφῆ εἰς χρηματικούς ὄρους μὲ τὴν βοήθειαν τοῦ Νόμου τοῦ Walras ὡς ἐξῆς :

$$PE_M = \sum_1^{\nu} p_i q_i^s - \sum_1^{\nu} p_i q_i^D \quad (1)$$

Ἡ (1) εἶναι, ὡς δεικνύει τὸ δεξιὸν σκέλος, ὁμογενὴς πρώτου βαθμοῦ ὡς πρὸς τὰς τιμὰς καὶ τὴν ποσότητα χρήματος. Τέλος, θὰ πρέπει νὰ σημειωθῆ ὅτι καὶ εἰς τὸ σύστημα Patinkin τὸ χρῆμα δὲν ἐπηρεάζει τὰς πραγματικὰς σχέσεις, ἤτοι εἶναι οὐδέτερον.

III. 2.5.2. Τὸ ἀποτέλεσμα τῶν «πραγματικῶν ρευστῶν διαθεσίμων»

Ἡ μεταβολὴ τῶν τιμῶν ἔχει σοβαρὰς συνεπεῖας ἐπὶ τῆς ζητήσεως καὶ τῆς προσφορᾶς ἀγαθῶν καὶ ὑπηρεσιῶν. Κατ' ἀρχὰς μίᾳ αὐξήσεως τῶν τιμῶν δύναται νὰ ὀδηγήσῃ εἰς αὐξήσιν τῆς ζητήσεως ἀγαθῶν, ἔταν ἡ ἐλαστικότης προβλέψων εἶναι μεγαλύτερα τῆς μονάδος, ἤτοι ἔταν τὰ ἄτομα προβλέπουν περαιτέρω αὐξήσιν εἰς τὸ ἐγγὺς μέλλον. Ἐνταῦθα ὅμως μᾶς ἐνδιαφέρει ἡ ἐπίδρασις τῆς μεταβολῆς τῶν τιμῶν ἐπὶ τῆς ἀγοραστικῆς δυνάμεως τῶν ρευστῶν διαθεσίμων πού κατέχουν τὰ ἄτομα. Πλέον συγκεκριμένως, εἶναι γνωστὸν ὅτι μίᾳ αὐξήσεως (μειώσεως) τοῦ γενικοῦ ἐπιπέδου τῶν τιμῶν τῶν ἀγαθῶν καὶ ὑπηρεσιῶν θὰ ὀδηγήσῃ εἰς μειώσιν (αὐξήσιν) τῆς πραγματικῆς ἀξίας τῶν ρευστῶν διαθεσίμων πού κατέχουν τὰ ἄτομα, ἂν καὶ τὸ πραγματικὸν εἰσόδημα δύναται νὰ παραμείνῃ ἀνεπηρέαστον, διότι ἡ αὐξήσις (ἢ μειώσις) τῶν τιμῶν περιλαμβάνει ἀναλογικὴν αὐξήσιν (ἢ μειώσιν) τῶν ἀμοιβῶν.

Ἡ κατ' ἀκολουθίαν τῆς αὐξήσεως (μειώσεως) τοῦ γενικοῦ ἐπιπέδου τῶν τιμῶν μειώσις (αὐξήσις) τῆς ἀγοραστικῆς δυνάμεως τῶν ρευστῶν διαθεσίμων τῶν ἀτόμων θὰ ὀδηγήσῃ εἰς κάποιαν μειώσιν (αὐξήσιν) τῆς δαπάνης δι' ἀγορὰν ἀγαθῶν. Ὁ τοιοῦτος μηχανισμὸς τῆς ἐπιδράσεως τῶν μεταβολῶν τοῦ γενικοῦ ἐπιπέδου τῶν τιμῶν ἐπὶ τῆς ζητήσεως καὶ τῆς προσφορᾶς ἀγαθῶν καὶ ὑπηρεσιῶν μέσω τῆς μεταβολῆς τῆς ἀγοραστικῆς δυνάμεως τῶν ρευστῶν διαθεσίμων ἀπεκλήθη ἀποτέλεσμα ρευστῶν διαθεσίμων (real balance effect) ἢ ἀποτέλεσμα τοῦ Pigou (Pigou effect) *.

* Ὁ Patinkin («Price flexibility and full employment», εἰς *American Economic Review*, 1948) ἀπεκάλεσε τὸ ἀποτέλεσμα τοῦτο ὡς ἀποτέλεσμα Pigou, διότι ὁ Pigou ἦτο ἐκεῖνος πού ἀνέπτυξε πρῶτος τὴν ἰδέαν.

Ἀκριβῶς τὸν ἀνωτέρω μηχανισμόν ἐχρησιμοποίησεν ὁ Patinkin διὰ νὰ ἐρμηνεύσῃ τὴν σχέσιν ποσότητος χρήματος καὶ τιμῶν, τὴν ὁποίαν δὲν δύναται νὰ ἐρμηνεύσῃ ἡ ἀπλὴ διατύπωσις τῆς ἐξισώσεως τῶν συναλλαγῶν εἰς τὸ Βαλρασιανὸν σύστημα. Οὕτω μία αὐξήσις τῆς ποσότητος τοῦ χρήματος μὲ πρὸς στιγμὴν σταθερὰς τὰς τιμὰς θὰ ὀδηγήσῃ εἰς αὐξήσιν τῆς ἀγοραστικῆς δυνάμεως καὶ συνεπῶς εἰς αὐξήσιν τῆς ζήτησεως ἀγαθῶν. Τοῦτο ὅμως μὲ τὴν σειρὰν τοῦ καὶ βάσει τῆς ὑποθέσεως τῆς ὑπερβαλλούσης ζήτησεως θὰ ὀδηγήσῃ εἰς αὐξήσιν τῶν τιμῶν. Ἡ αὐξήσις ὅμως τῶν τιμῶν θὰ ὀδηγήσῃ εἰς μείωσιν τῆς πραγματικῆς ἀξίας τῶν ρευστῶν διαθεσίμων. Ἀλλὰ ἐφ' ὅσον ἡ αὐξήσις τῶν τιμῶν εἶναι μικροτέρα τῆς ἀρχικῆς αὐξήσεως τῆς ποσότητος τοῦ χρήματος, ἡ πραγματικὴ ἀξία τῶν ρευστῶν διαθεσίμων θὰ εἶναι μεγαλύτερα ἐκείνης τῆς ἀρχικῆς καὶ συνεπῶς θὰ ὑφίσταται κάποια πίεσις ἐκ μέρους τῆς ζήτησεως καὶ ἐπομένως αἱ τιμαὶ δυνατόν νὰ αὐξάνουν, ἀλλὰ μὲ βραδύτερον ρυθμὸν, μέχρι τοῦ σημείου εἰς τὸ ὁποῖον θὰ εὐρεθοῦν εἰς ἀναλογίαν μὲ τὴν ἀρχικὴν αὐξήσιν τῆς ποσότητος τοῦ χρήματος. Ἐφ' ὅσον τιμαὶ καὶ ποσότης χρήματος τελικῶς εἶναι ἠδξημένοι κατὰ τὴν αὐτὴν ἀναλογίαν, τὰ πραγματικὰ διαθέσιμα θὰ ἀποκατασταθοῦν εἰς τὸ ἀρχικὸν ἐπίπεδόν των καὶ τὸ σύστημα θὰ εὐρεθῇ εἰς ἰσορροπίαν.

Ἐπίσης, ἐὰν ὑποθέσωμεν μίαν αὐξήσιν τῶν τιμῶν κατὰ τὸ αὐτὸ ποσοστὸν μὲ σταθερὰν τὴν ποσότητα χρήματος, αἱ μὲν σχετικαὶ τιμαὶ θὰ παραμείνουν σταθεραὶ, ἡ δὲ πραγματικὴ ἀξία τῶν διαθεσίμων θὰ μειωθῇ. Ἡ μείωσις αὕτη θὰ ὀδηγήσῃ εἰς μείωσιν τῆς ζήτησεως καὶ μείωσιν τῶν τιμῶν. Ἡ διαδικασία αὕτη θὰ συνεχισθῇ μέχρις ὅτου αἱ τιμαὶ ἐπανέλθουν εἰς τὸ ἀρχικὸν ἐπίπεδον ἰσορροπίας (εὐσταθῆς ἰσορροπία).

Εἶναι γνωστὸν ὅτι ἡ μεταβολὴ τῶν τιμῶν ὀδηγεῖ εἰς ἀντίστροφον μεταβολὴν τῆς ζητουμένης ποσότητος τῶν ἀγαθῶν μέσῳ τοῦ ἀποτελέσματος ὑποκαταστάσεως (substitution effect) καὶ τοῦ εἰσοδηματικοῦ ἀποτελέσματος (income effect). Ἀνωτέρω διαπιστοῦμεν ὅτι ἐπενεργεῖ καὶ τρίτος παράγων, τὸ ἀποτέλεσμα τῶν πραγματικῶν διαθεσίμων (real balance effect). Διὰ τοῦ τελευταίου τούτου παράγοντος κατώρθωσε ὁ Patinkin νὰ ἐξασφαλίσῃ μηχανισμόν ἐπανόδου τῶν τιμῶν εἰς τὸ ἐπίπεδον ἀρχικῆς ἰσορροπίας, πρᾶγμα τὸ ὁποῖον ἀπουσίαζεν ἀπὸ τὸ Βαλρασιανὸν σύστημα.

Πρέπει νὰ σημειωθῇ ὅτι τὸ *real balance effect* ἔρχεται εἰς ἀντίθεσιν μὲ τὰς ὑποθέσεις τῆς ὁμογενείας καὶ τῆς διχοτομήσεως τοῦ κλασικοῦ συστήματος, διότι ἡ ἀναλογικὴ μεταβολὴ ὅλων τῶν τιμῶν προκαλεῖ μεταβολὴν εἰς τὴν ζήτησιν καὶ τὴν προσφορὰν, ἐνῶ αἱ ὑποθέσεις αὗται θέλουν τὸν πραγματικὸν τομέα (σχέσεις ζήτησεως καὶ προσφορᾶς) ἄθικτον. Ἐπίσης τὸ *real balance effect* ἔρχεται εἰς ἀντίθεσιν μὲ τὸν Νόμον τοῦ Say, διότι μία σημαντικὴ αὐξήσις, παραδείγματος χάριν, τῶν τιμῶν θὰ ὀδηγήσῃ εἰς μείωσιν τῆς ἀγο-

ραστικής δυνάμεως και θά προκαλέση υπερπροσφοράν, πράγμα αποκλειόμενον από τὸν Νόμον τοῦ Say.

Τέλος, πρέπει νὰ σημειωθῇ ὅτι μία αὐξησις τιμῶν ὀρισμένων ἀγαθῶν ἢ μία πολὺ μικρὰ αὐξησις τιμῶν ἔστω ἄλλων τῶν ἀγαθῶν ἴσως νὰ μὴ εἶναι ἐπαρκῆς διὰ νὰ θέσῃ εἰς λειτουργίαν τὸν μηχανισμόν τῆς ἐπιδράσεως τῶν πραγματικῶν διαθεσίμων, ὡς ἀνωτέρω οὗτος ἐξετέθη. Ἰδιαιτέρως ὁ Keynes ἠμφισβήτησε τὴν ἀξίαν τοῦ ἀποτελέσματος τούτου. Κατὰ τὸν Keynes, ὅταν μία οἰκονομία εὐρίσκειται ἐν ὑφέσει (ὑφισταμένης ἀνεργίας λόγω ἐλλειμματικῆς ζητήσεως) δὲν δύναται τὸ real balance effect νὰ ἐπικραφῆρῃ ταύτην εἰς τὴν κατάστασιν τῆς πλήρους ἀπασχολήσεως. Τοῦτο ὅμως εἶναι θέμα τῆς μακροοικονομικῆς θεωρίας.

III. 2.5.3. Τὸ σύστημα Patinkin μὲ πιστωτικὴν ἀγοράν

Τὸ σύστημα γενικῆς ἰσορροπίας τοῦ Patinkin, ὡς ἐξετέθη ἀνωτέρω, ἀποτελεῖ σαφῆ βελτίωσιν καὶ ἀνασύνθεσιν τοῦ κλασικοῦ (Βαλρασιανοῦ) συστήματος, ἀλλὰ ὅπωςδῆποτε δὲν ἀπεικονίζει τὴν πραγματικότητα. Ὁ πραγματικὸς κόσμος περιλαμβάνει πλὴν τοῦ χρήματος καὶ τὸν μηχανισμόν δημιουργίας καὶ ἐπεκτάσεως τῆς ποσότητος τοῦ χρήματος, περιλαμβάνει ἀγορὰς χρεογράφων, πιστωτικὰ ἰδρύματα, δημόσιον τομέα κ.ἄ. Ἐνταῦθα θά προβῶμεν εἰς τὴν ἐπέκτασιν τοῦ συστήματος διὰ τῆς συμπεριλήψεως μιᾶς πιστωτικῆς ἀγορᾶς*. Ἄς ὑποθέσωμεν ὅτι ὑφίσταται μόνον μία ἀγορὰ κρατικῶν ὁμολογιῶν παγίου χρέους (perpetuaries), τῶν ὁποίων ὁ ἀριθμὸς εἶναι δεδομένος καὶ ἴσος πρὸς Β. Ὁ ἀγοραῖος τόκος εἶναι r καὶ κάθε ὁμολογία ἀποφέρει τόκον 1 νομισματικῆς μονάδος. Ἡ ἀξία τῶν ὁμολογιῶν θά εἶναι ἴση πρὸς B/r . Ἡ πραγματικὴ ἀξία τῶν ὁμολογιῶν θά εἶναι ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία τούτων διὰ τοῦ γενικοῦ δείκτου τῶν τιμῶν $(B/r)/P$. Τὴν ζήτησιν (B^D) καὶ τὴν προσφοράν (B^S) ὁμολογιῶν θά ἐνσωματώσωμεν εἰς τὸ σύστημα εἰς πραγματικούς ἔρους.

*Ὡς καὶ προηγουμένως, τὸ γενικὸν ἐπίπεδον τῶν τιμῶν εἶναι :

$$P = \sum_1^v w_1 p_1, \quad \sum_1^v w_1 = 1 \quad (1)$$

Εἰς τὸν ἀνωτέρω ὀρισμὸν δὲν περιλαμβάνεται ἡ τιμὴ τῶν ὁμολογιῶν ($1/r$) καὶ ὁ τόκος, διὰ νὰ μὴ ἐπηρεασθῇ ἡ ὁμογένεια τῶν συναρτήσεων τοῦ συστήματος.

Αἱ ἐξισώσεις ζητήσεως εἰς πραγματικούς ἔρους εἶναι αἰ ἀκόλουθοι :

* Βλ. B. Hansen, op. cit., σελ. 87 - 90.

$$\begin{aligned}
 q_1^D &= f_1 \left(\frac{p_1}{P}, \dots, \frac{p_v}{P}, 1+r, \frac{B/r}{P}, \frac{M}{P} \right) \\
 \frac{B^D}{P} &= \sigma \left(\frac{p_1}{P}, \dots, \frac{p_v}{P}, 1+r, \frac{B/r}{P}, \frac{M}{P} \right) \\
 \frac{M^D}{P} &= \varphi \left(\frac{p_1}{P}, \dots, \frac{p_v}{P}, 1+r, \frac{B/r}{P}, \frac{M}{P} \right)
 \end{aligned} \tag{2}$$

Αί άνωτέρω έξισώσεις είναι όμογενείς μηδενικού βαθμού ως προς τας τιμάς, τόν άριθμόν τών όμολογιών και την ποσότητα χρήματος. "Απασαι αί ζητούμεναι ποσότητες είναι συναρτήσεις του τόκου*.

Αί έξισώσεις έπίσης προσφοράς είναι :

$$\begin{aligned}
 q_1^S &= F_1 \left(\frac{p_1}{P}, \dots, \frac{p_v}{P}, 1+r, \frac{B/r}{P}, \frac{M}{P} \right) \\
 \frac{B^S}{P} &= \frac{B/r}{P} \\
 \frac{M^S}{P} &= \frac{M}{P}
 \end{aligned} \tag{3}$$

Αί συνθήκαι ίσορροπίας είναι :

$$\begin{aligned}
 q^D &= q^S \\
 \frac{B^D}{P} &= \frac{B^S}{P} \\
 \frac{M^D}{P} &= \frac{M^S}{P}
 \end{aligned} \tag{4}$$

Τό άνωτέρω σύστημα έξισώσεων (2) - (4) δύναται νά γραφή υπό μορφήν έξισώσεων ύπερβαλλούσης ζητήσεως ως έξής (έν ίσορροπία) :

$$\begin{aligned}
 E_1 &= E_1 \left(\frac{p_1}{P}, \dots, \frac{p_v}{P}, 1+r, \frac{B/r}{P}, \frac{M}{P} \right) = 0 \\
 E_B &= \sigma \left(\frac{p_1}{P}, \dots, \frac{p_v}{P}, 1+r, \frac{B/r}{P}, \frac{M}{P} \right) - \frac{B/r}{P} = 0 \\
 E_M &= \varphi \left(\frac{p_1}{P}, \dots, \frac{p_v}{P}, 1+r, \frac{B/r}{P}, \frac{M}{P} \right) - \frac{M}{P} = 0
 \end{aligned} \tag{5}$$

* Τό έπιτόκιον θεωρείται σχετική τιμή. (Βλ. D. Patinkin, Money, Interest and Prices, 2nd Ed. 1965, σελ. 66) .

Τὸ σύστημα (5) μαζί με τὴν ἐξίσωσιν τοῦ γενικοῦ ἐπιπέδου τῶν τιμῶν μᾶς δίδει $(n + 3)$ ἐξισώσεις καὶ $(n + 2)$ ἀγνώστους $(p_1/P, \dots, p_n/P, B/r, \frac{M}{P})$. Συμφώνως πρὸς τὸν Νόμον τοῦ Walras μία τῶν ἐξισώσεων εἶναι ἐξηρητημένη ἀπὸ τὰς λοιπὰς καὶ δύναται νὰ ἀπολειφθῇ, ὅποτε ἔχομε $(n + 2)$ ἀγνώστους καὶ $(n + 2)$ ἐξισώσεις καὶ ὑποθέτομεν ὅτι ὑφίσταται λύσις οἰκονομικῶς ἀποδεκτῆ.

Ἐλέχθη ὅτι τὸ σύστημα εἶναι ὁμογενὲς μηδενικοῦ βαθμοῦ ὡς πρὸς τὰς τιμὰς (p_i) , τὸν ἀριθμὸν τῶν ὁμολογιῶν (B) καὶ τὴν ποσότητα χρήματος (M) , καὶ συνεπῶς μία μεταβολὴ τοῦ B καὶ τοῦ M θὰ ἐπιφέρῃ μεταβολὴν τῶν τιμῶν ἰσορροπίας κατὰ τὴν αὐτὴν ἀναλογίαν μετὰ τὸ ἐπιτόκιον (r) ἀμετάβλητον καὶ ἀμεταβλήτους τὰς ποσότητας ζήτησεως. Μία μεταβολὴ ἐν τούτοις τῆς ποσότητος τοῦ χρήματος μετὰ δεδομένον τὸν ἀριθμὸν τῶν ὁμολογιῶν θὰ μεταβάλλῃ τὰς τιμὰς ἀναλογικῶς, θὰ ἀφήσῃ ἀνεπηρεάστους τὰς σχετικὰς τιμὰς, τὴν πραγματικὴν ποσότητα χρήματος (M/P) καὶ τὸ ἐπιτόκιον, ἀλλὰ θὰ ἐπηρεάσῃ τὴν πραγματικὴν ἀξίαν τῶν ὁμολογιῶν $\frac{B/r}{P}$. Εἰς τὴν περίπτωσιν αὕτην

λέγομεν ὅτι τὸ χρῆμα δὲν εἶναι πλέον οὐδέτερον, διότι ἡ μεταβολὴ τῆς ποσότητός του μετέβαλε κάποιαν ποσότητα, ὡς ἡ πραγματικὴ ἀξία τῶν ὁμολογιῶν. Δεδομένου ὅτι εἰς τὸ ἀνωτέρω σύστημα ἡ ζήτησις χρήματος εἶναι μεταξὺ ἄλλων καὶ συνάρτησις τοῦ ἐπιτοκίου, δυνάμεθα νὰ εἴπωμεν ὅτι τὸ σύστημα Patinkin μετὰ πιστωτικὴν ἀγορὰν συμβιβάζεται μετὰ τὴν Κεϋνσιανὴν θεωρίαν τοῦ χρήματος. Κατὰ τὴν θεωρίαν τοῦ Keynes ἡ ζήτησις χρήματος δὲν εἶναι μόνον συνάρτησις τοῦ εἰσοδήματος (ἢ τῶν συναλλαγῶν), ἀλλὰ καὶ τοῦ ἐπιτοκίου. Κατὰ τὴν Κεϋνσιανὴν θεωρίαν τῆς προτιμήσεως ρευστότητος (liquidity preference) τὸ χρῆμα δὲν ζητεῖται μόνον δι' εἰσοδηματικούς καὶ συναλλακτικούς σκοπούς, ἀλλὰ καὶ διὰ λόγους κερδοσκοπικούς. Ὄστω τὸ χρῆμα δὲν εἶναι ἀπλῶς μέσον συναλλαγῶν (κατὰ τοὺς κλασικούς), ἀλλὰ καὶ μέσον διατήρησεως ἀξιῶν (πλοῦτου).

III. 3. ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΑΝΤΑΓΩΝΙΣΤΙΚΗΣ ΠΟΛΥΑΓΟΡΑΙΑΣ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ

III. 3.0. Τὸ πρόβλημα τῆς Ὑπάρξεως Ἴσορροπίας

Εἰς τὴν παράγραφον III.1.0 διετυπώσαμεν τὸ σύστημα τῆς γενικῆς ἰσορροπίας, ἣτοι τὸ σύστημα ἐξισώσεων ὑπερβαλλούσης ζήτησεως πού ἀπεικονίζει τὸ σύνολον τῶν ἀγορῶν τῆς οἰκονομίας. Τὸ πρῶτον πρόβλημα τὸ ὁποῖον θὰ ἀντιμετωπίσωμεν εἶναι τὸ πρόβλημα τῆς ὑπάρξεως οἰκονομικῶς ἀποδεκτῆς λύσεως. Μετὰ ἄλλας λέξεις, ὑπὸ ποίας συνθήκας θὰ ὑπάρξῃ ἓνα θετικὸν σύνολον

τιμών $p = (p_1, p_2, p_3, \dots, p_n)$ τοιοῦτον, ὥστε $E_i(\bar{p}_1, \bar{p}_2, \bar{p}_3, \dots, \bar{p}_n) = 0$; Δηλαδή θὰ πρέπει νὰ ὑπάρχη ἓν διάνυσμα τιμῶν (ισορροπίας), τὸ ὁποῖον νὰ ἐξισώνει προσφερομένης καὶ ζητούμενης ποσότητας ταυτοχρόνως εἰς ὅλας τὰς ἀγοράς.

Ἡ εὕρεσις τῆς τιμῆς ἰσορροπίας εἰς μίαν μεμονωμένην ἀγορὰν δὲν παρουσιάζει τὰς δυσκολίας ἐκείνας ποὺ παρουσιάζει ἡ εὕρεσις τιμῶν ἰσορροπίας δι' ὅλας τὰς ἀγοράς ταυτοχρόνως. Κατὰ τὴν ἀνάλυσιν τῆς μερικῆς ἰσορροπίας εὐρίσκομεν τὴν τιμὴν ποὺ ἐξισώνει προσφερομένην καὶ ζητούμενην ποσότητα εἰς μεμονωμένην ἀγορὰν. Θεωροῦντες τὰς τιμὰς εἰς τὰς λοιπὰς ἀγοράς δεδομένας. Κατὰ τὴν γενικὴν ὅμως ἀνάλυσιν, λόγω τῆς ἀλληλεξαρτήσεως τῶν ἀγορῶν, ὁ καθορισμὸς τῆς τιμῆς εἰς μίαν ἀγορὰν θὰ ἐπηρεάσῃ τὸ ὕψος τῆς τιμῆς εἰς μίαν ἄλλην ἀγορὰν καὶ αὕτη μετὰ τὴν σειράν της θὰ ἐπηρεάσῃ τὴν πρώτην καὶ ἄλλας τιμὰς κ.ο.κ. Ἐπίσης ἡ διαγραμματικὴ παρουσίασις τῆς ὑπάρξεως ἀγοραίας ἀνταγωνιστικῆς ἰσορροπίας, ἐνῶ ἀρκεῖ διὰ μίαν μεμονωμένην ἀγορὰν (βλ. Σχ. III. 1), δὲν ἐπαρκεῖ διὰ νὰ δεῖξωμεν τὴν ὑπαρξίν ἰσορροπίας εἰς πολλὰς ἀγοράς. Εἰς τὴν τελευταίαν περίπτωσιν ἀπαιτοῦνται μαθηματικὰ εἰς πολλὰς ἀγοράς. Εἰς τὴν τελευταίαν περίπτωσιν ἀπαιτοῦνται μαθηματικὰ τεχνικὰ, αἱ ὁποῖα δι' ὠρισμένα μὲν συστήματα ἐξισώσεων γενικῆς ἰσορροπίας εἶναι ἀπλάτ, δι' ἄλλα δὲ ἀπαιτοῦνται προκειχωρημένα τεχνικὰ ἀποδείξεως ὑπάρξεως ἰσορροπίας, ὡς τὰ θεωρήματα ὠρισμένου σημείου.

Ἐνταῦθα πρέπει νὰ σημειωθῇ ὅτι ἡ εὕρεσις τιμῶν ἰσορροπίας εἰς ἓν σύστημα δὲν προϋποθέτει ἀπαραιτήτως τὴν ὑπαρξίν ἀνταγωνιστικῶν ἀγορῶν καὶ τὴν ἀνταπόκρισιν τῶν τιμῶν τούτων καθ' οἷονδήποτε τρόπον πρὸς τὰς ἀγοραίας συνθήκας. Πράγματι, ὡς συμβαίνει εἰς μίαν κεντρικῶς διευθυνομένην (σοσιαλιστικὴν) οἰκονομίαν, δυνάμεθα δι' ἑνὸς ἠλεκτρονικοῦ κέντρου νὰ ἀνακοινώσωμεν τιμὰς πρὸς τοὺς καταναλωτὰς καὶ τὰς παραγωγικὰς μονάδας διὰ κάθε προϊόν καὶ νὰ λαμβάνωμεν στοιχεῖα ζητούμενων καὶ προσφερομένων ποσοτήτων. Ἡ ἐπίπνοσις αὕτη διαδικασίᾳ δύναται νὰ συνεχισθῇ ἕως ὅτου τὸ κέντρον ἀνακοινώσῃ τέτοιο σύνολον τιμῶν, ποὺ νὰ ἐξισώνει προσφερομένην καὶ ζητούμενην ποσότητα διὰ κάθε προϊόν. Ἐὰν εὐρεθῇ ἓνα τέτοιο σύνολον τιμῶν, τότε κάθε πολλαπλάσιόν του ἐπίσης θὰ εἶναι σύνολον τιμῶν ἰσορροπίας, λόγω τῆς ιδιότητος τῆς ὁμογενείας τοῦ συστήματος τῶν ἐξισώσεων ὑπερβαλλούσης ζητήσεως.

III. 3.0.0. Ἡ ἐπίλυσις συστημάτων ἐξισώσεων

Ἐνταῦθα θὰ δώσωμεν μερικὰ στοιχεῖα ἐκ τῆς ἀλγέβρας ποὺ ἀφοροῦν εἰς τὴν ἐπίλυσιν συστημάτων γραμμικῶν ἐξισώσεων. Κατ' ἀρχὰς ἓν σύστημα γραμμικῶν ἐξισώσεων εἶναι ὁμογενὲς ἢ μὴ ὁμογενὲς, ἀναλόγως ἐὰν οἱ ἀριθμοὶ τῆς στήλης τῶν σταθερῶν εἶναι μηδενικοὶ ἢ ὄχι. Οὕτω τὸ σύστημα $Ax = b$, τῆς στήλης τῶν σταθερῶν εἶναι μηδενικοὶ ἢ ὄχι. Οὕτω τὸ σύστημα $Ax = b$, ὅπου $A = ἡ$ μήτρα τῶν συντελεστῶν, $x = ἡ$ στήλη τῶν ἀγνώστων καὶ $b = ἡ$

στήλη των σταθερών, είναι μη όμογενές*. Το σύστημα $Ax = 0$ είναι όμογενές. Το τελευταίον τουτο έχει πάντοτε μίαν προφανή λύσιν (trivial solution), ήτοι $x = 0$ ($x_1 = 0, x_2 = 0, \dots, x_n = 0$).

Διά να έχη λύσιν έν σύστημα εξισώσεων θα πρέπει να είναι συνεπές (consistent) και αί εξισώσεις του μεταξύ των γραμμικώς άνεξάρτητοι. Το σύστημα των n γραμμικών εξισώσεων με n άγνώστους είναι συνεπές, εάν και μόνον εάν ό βαθμός (rank) τής μήτρας των συντελεστών είναι ίσος προς τόν βαθμόν τής έπηυξημένης μήτρας (augmented matrix)**.

Έν σύστημα μ όμογενών γραμμικών εξισώσεων με n άγνώστους έχει μη μηδενικήν λύσιν (non-trivial solution), εάν και μόνον εάν ό βαθμός (r) τής μήτρας των συντελεστών είναι μικρότερος του άριθμού των άγνώστων, ήτοι $r < n$. Έκ του θεωρήματος αυτού προκύπτουν χρήσιμα πορίσματα : (α) Έάν ό άριθμός των εξισώσεων είναι ίσος προς τόν άριθμόν των άγνώστων ($\mu = n$), τότε το σύστημα $Ax = 0$ έχει μίαν μη μηδενικήν λύσιν, έφ' όσον ή μήτρα A είναι ιδιάζουσα (singular). (β) Έάν ό άριθμός των εξισώσεων είναι μικρότερος του άριθμού των άγνώστων ($\mu < n$), τότε το σύστημα $Ax = 0$ έχει πάντοτε λύσιν, καιτοι αυτή δέν θα είναι πάντοτε μοναδική. (γ) Έάν ό άριθμός των εξισώσεων είναι μεγαλύτερος του άριθμού των άγνώστων ($\mu > n$), τότε το σύστημα $Ax = 0$ έχει λύσιν, υπό τήν προϋπόθεσιν ότι $r < n$.

Ίδιαιτέρας σημασίας είναι ή περίπτωσης κατά τήν όποίαν ύπάρχουν n όμογενείς εξισώσεις με n άγνώστους και ό βαθμός τής μήτρας των συντελεστών A είναι $(n - 1)$. Είς τήν περίπτωσησιν αυτήν λύομεν το σύστημα ώς προς τούς $(n - 1)$ άγνώστους είς όρους του n -στού άγνώστου. Ούτω προσδιορίζονται οί λόγοι των άγνώστων από τάς $(n - 1)$ εξισώσεις. Αί εξισώσεις ύπερβαλλούσης ζητήσεως του συστήματος γενικής ίσορροπίας

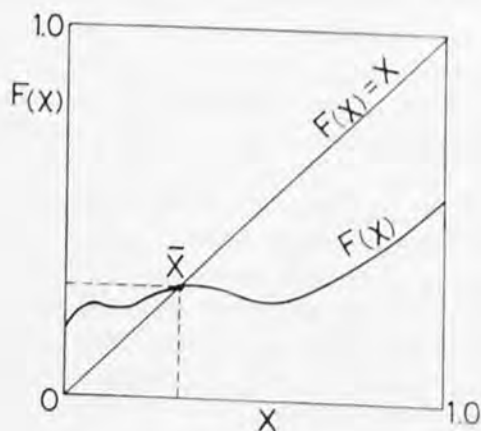
$$E_1(p_1, p_2, \dots, p_n) = 0$$

δύνανται να αποτελουñ έν σύστημα n όμογενών γραμμικών εξισώσεων με n

* Έπροτιμήσαμεν τόν συμβολισμόν υπό μορφήν μητρών ώς πλέον σύντομον. Θα ήδυνάμεθα όμως να γράψωμεν και $\sum_{i=1}^n a_{ij}x_j = b_i$.

** Βαθμός μήτρας είναι ό μέγιστος άριθμός των γραμμικώς άνεξάρτητων σειρών (ή στηλών). Έπηυξημένη μήτρα καλεΐται ή μήτρα των συντελεστών B , ή όποία προκύπτει εάν είς τήν A προσθέσωμεν μίαν στήλην περιέχουσαν τάς τιμάς b . Το σύστημα όμογενών γραμμικών εξισώσεων είναι πάντοτε συνεπές, δεδομένου ότι ή μήτρα A και ή μήτρα B διαφέρουν μόνον κατά μίαν μηδενικήν στήλην, ή όποία δέν μεταβάλλει τόν βαθμόν τής μήτρας. Πλείονα περί γραμμικών συστημάτων βλ. *J. Parry Lewis*, Εισαγωγή είς τά Μαθηματικά τής Οικονομικής Αναλύσεως, τόμ. ΙΙΙ (Μετάφρ. Κ. Δρακάτου), *A. Παπαγιωτοπούλου*, Στοιχεία Μαθηματικών, τεύχος ΙΙ, 1974, *R. G. D. Allen*, *Mathematical Economics*, 2nd ed., σελ. 453-456.

ἐπίρριψις (into itself) ἔχει τουλάχιστον ἓν ὁρισμένον σημεῖον*. Δηλαδή ἐάν $F(x)$ εἶναι ἡ συνεχῆς ἀπεικόνισις ὑπάρχει σημεῖον x τοιοῦτον, ὥστε $\bar{x} = F(\bar{x})$. Ἡ τιμὴ \bar{x} τῆς συνεχοῦς ἀπεικόνισεως (συναρτήσεως) καλεῖται ὁρισμένον σημεῖον (fixed point). Ἐὰν λάβωμεν ὡς παράδειγμα τὴν συνεχῆ ἀπεικόνισιν (συναρτήσιν) $f: [0,1] \rightarrow [0,1]$, ποῦ ὁρίζεται εἰς τὸ κλειστὸν διάστημα τῆς μονάδος $0 \leq x \leq 1$ καὶ ποῦ εἶναι κλειστὸν, φραγμένον καὶ κυρτὸν σύνολον σημείων ἐπὶ τῆς γραμμῆς τῶν πραγματικῶν ἀριθμῶν. Τὸ θεώρημα τοῦ Brouwer μᾶς λέγει ὅτι ἡ συνάρτησις αὕτη ἀφήνει τουλάχιστον ἓν σημεῖον ἀμετάβλητον**.



Σχ. III. 3

Ἡ γεωμετρικὴ ἀπεικόνισις τοῦ ἀνωτέρω εἶναι μία συνεχῆς καμπύλη ποῦ ἀρχίζει ἀπὸ $x = 0$ καὶ τελειώνει εἰς $x = 1$ ἐπὶ τῆς γραμμῆς τῶν πραγματικῶν ἀριθμῶν καὶ ἡ ὁποία καμπύλη περιορίζεται εἰς τὸ τετράγωνον 1×1 , ὡς δεικνύει τὸ Σχ. III. 3. Ἡ μεταβλητὴ x λαμβάνει ὅλας τὰς τιμὰς μεταξὺ

* Ἡ ἀπεικόνισις εἶναι συνεχῆς, ἐάν κάθε μία ἀπὸ τὰς συναρτήσεως $f_i(x)$ ($i = 1, \dots, n$) ποῦ τὴν ἀποτελοῦν εἶναι συνεχῆς. Ἡ ἀπεικόνισις εἶναι ἐπίρριψις (into itself), ἐάν τὰ σημεῖα πρὸς τὰ ὁποῖα συνδέεται εὐρίσκονται ἐπίσης εἰς τὸ σύνολον τῶν σημείων διὰ τὸ ὁποῖον ἡ ἀπεικόνισις ὁρίζεται. Ἐν σύνολον σημείων εἶναι κυρτὸν, ἐάν κάθε σημεῖον ἐπὶ τοῦ τμήματος εὐθείας ποῦ ἐνώνει δύο σημεῖα τοῦ συνόλου κεῖται ἐπίσης ἐντὸς τοῦ συνόλου. Ἐν σύνολον εἶναι κλειστὸν, ὅταν τὸ ὄριον μιᾶς συγκλινοῦσης σειρᾶς ποῦ εὐρίσκεται εἰς τὸ σύνολον κεῖται ἐπίσης ἐντὸς αὐτοῦ. Τὸ σύνολον ποῦ ὁρίζεται ἀπὸ $0 \leq x \leq 1$ εἶναι κλειστὸν. Ἐν σύνολον εἶναι φραγμένον, ὅταν φράσσεται καὶ ἐκ τῶν ἄνω καὶ ἐκ τῶν κάτω.

** Βλ. σχετ. *Henderson and Quandt*, op. cit., σελ. 179-182, *Quirk and Saposnik*, *Introduction to General Equilibrium Theory and Welfare Economics*, σελ. 70-71, ἔνθα καὶ παραδείγματα ἀποδείξεως ὑπάρξεως λύσεως διὰ τὴν περίπτωσιν μιᾶς ἀγορᾶς.

0 και 1 συμπεριλαμβανομένων. Υπάρχει τουλάχιστον εν σημείον (μία τιμή της μεταβλητής), όπου η καμπύλη $F(x)$ τέμνει την διαγώνιον που διέρχεται διά της άρχης των αξόνων. Η διαγώνιος αντιπροσωπεύεται υπό της εξισώσεως $F(x) = x$. Το σημείον \bar{x} είναι σημείον τομής, έχον την ιδιότητα $\bar{x} = F(\bar{x})$ *. Το θεώρημα του Brouwer έχρησιμοποιήθη υπό του Kakutani διά την διατύπωσιν πλέον πολυπλόκου θεωρήματος αποδείξεως υπάρξεως λύσεως**.

III. 3.1. Το Πρόβλημα της Ευσταθείας της Ισοροπίας

Μετά την εύρεσιν του συνόλου των τιμών, εκάστη των οποίων εξισώνει προσφερομένην και ζητούμενην ποσότητα (έκκαθαρίζει) εις την αγοράν της, γεννᾶται τὸ ερώτημα : κατὰ πόσον αἱ εὐρεθεῖσαι τιμαὶ παρουσιάζουν εὐστάθειαν, ἤτοι κατὰ πόσον μία τιμὴ ἐκτρεπομένη ἐκ τοῦ ἐπιπέδου ἰσοροπίας της ἐπικνέρεται διὰ μιᾶς διαδικασίας προσαρμογῆς εἰς αὐτό. Κατὰ τὴν ἀνάλυσιν τῆς γενικῆς ἰσοροπίας, ὅπου ἐξετάζεται ἡ μεταξὺ τῶν ἀγορῶν ἀλληλεπίδρασις, ἐρευνᾶται ἐπίσης τὸ ἀποτέλεσμα τῆς ἰσοροπίας τυχούσης ἀγορᾶς ἐπὶ ὅλων τῶν λοιπῶν ἀγορῶν. Ἡ ὑπερβάλλουσα ζήτησις διὰ κάθε ἀγαθὸν εἶναι συνάρτησις τῶν τιμῶν ὅλων τῶν ἀγαθῶν.

Ἡ μελέτη τῶν ἀποτελεσμάτων τῆς μεταβολῆς τῆς τιμῆς ἑνὸς ἀγαθοῦ ἐπὶ τῶν τιμῶν τῶν λοιπῶν ἀγαθῶν δύναται νὰ γίνῃ διὰ τῆς χρησιμοποίησεως τῆς ὑποθέσεως τοῦ Walras, ὡς εἰς τὴν περίπτωσιν μελέτης τῆς εὐσταθείας μεμονωμένης ἀγορᾶς. Κατὰ τὴν Βαλρασιανὴν ὑπόθεσιν ἡ θετικὴ ὑπερβάλλουσα ζήτησις τείνει εἰς αὐξήσιν τῆς τιμῆς τοῦ ἀγαθοῦ καὶ ἡ ἀρνητικὴ ὑπερβάλλουσα ζήτησις (ὑπερβάλλουσα προσφορά) τείνει εἰς μείωσιν τῆς τιμῆς. Ἡ ἐπιλογὴ ἑνὸς ὀρισμένου συνόλου τιμῶν δημιουργεῖ ὀρισμένην διάρθρωσιν ὑπερβαλλουσῶν ζητήσεων εἰς τὸ σύστημα τῶν πολλῶν ἀγορῶν. Ὅπου ὑπάρχουν ὑπερβάλλουσαι ζητήσεις αἱ τιμαὶ εἶναι ὑψηλότεραι. Ὅπου ὑπάρχουν ὑπερβάλλουσαι προσφοραὶ αἱ τιμαὶ εἶναι χαμηλότεραι καὶ ὅπου ὑπάρχουν μηδενικαὶ ὑπερβάλλουσαι ζητήσεις αἱ τιμαὶ εἶναι ἀμετάβλητοι.

Διὰ τὴν εὐστάθειαν τοῦ συστήματος, ἐκτὸς τῆς ἀνωτέρω Βαλρασιανῆς ὑποθέσεως, ὁ Hicks, ὅστις ἐμελέτησε τὰς συνθήκας τῆς στατικῆς εὐσταθείας τῆς ἰσοροπίας, ἔθεσε καὶ τὴν πλήρωσιν μιᾶς εἰδικῆς συνθήκης. Ἡ συνθήκη αὕτη ἀναφέρεται εἰς τὴν ὀλικὴν ὑποκαταστασιμότητα (gross substitutability) αὕτη ἀναφέρεται εἰς τὴν ὀλικὴν ὑποκατάστατα, ὅταν ἡ σταυροειδῆς ἐλαστικότης εἶναι θετικὴ. Μὲ ἄλλας λέξεις, δυνάμεθα νὰ εἴπωμεν ὅτι ὅλα τὰ ἀγαθὰ εἶναι ὑποκατάστατα, ἐάν, διὰ τὸν κάθε καταναλωτὴν, τὸ κα-

* Διὰ τὴν ἀπόδειξιν υπάρξεως τῶν συναρτήσεων ὑπερβαλλούσης ζητήσεως καὶ υπάρξεως τιμῶν ἰσοροπίας βλ. Henderson and Quandt, op. cit., σελ 182-189.

** Τὸ θεώρημα ὀρισμένου σημείου τοῦ Kakutani ἐχρησιμοποίησαν ὡς μαθηματικὸν ἐργαλεῖον οἱ L. McKenzie (1954) καὶ G. Debreu (1959).

θαρόν αποτέλεσμα υποκαταστάσεως είναι ισχυρότερον του εισοδηματικού αποτελέσματος. Συνεπώς, εάν η τιμή ενός αγαθού αύξηθῆ καὶ αἱ τιμαὶ τῶν λοιπῶν αγαθῶν εἶναι σταθεραὶ, τότε θὰ ἀύξηθῆ ἡ ζήτησις τῶν λοιπῶν αγαθῶν.

Ἡ εὐστάθεια τῆς πολυαγοραίας ἰσορροπίας δύναται νὰ ἀναλυθῆ στατικῶς καὶ δυναμικῶς. Ἡ ἀνάλυσις τῆς στατικῆς εὐσταθείας δὲν λαμβάνει ἐμφανῶς ὑπ' ὄψιν τῆς πῶς μεταβάλλονται χρονικῶς αἱ τιμαὶ, ὅταν διαταράσσεται ἡ ἰσορροπία. Ἀντιθέτως, ἡ ἀνάλυσις τῆς δυναμικῆς εὐσταθείας λαμβάνει ὑπ' ὄψιν τὴν διαδικασίαν προσαρμογῆς εἰς τὸν χρόνον. Καίτοι ἡ εὐστάθεια εἶναι δυναμικὴ ἔννοια, ἡ μελέτη τῆς στατικῆς εὐσταθείας εἶναι χρήσιμος, λόγῳ τῆς στενῆς σχέσεως πού ὑπάρχει μεταξύ τῶν ἀποτελεσμάτων τῆς στατικῆς ἀφ' ἑνὸς καὶ τῆς δυναμικῆς ἀναλύσεως ἀφ' ἑτέρου.

III. 3.1.0. Στατικὴ εὐστάθεια

Ἡ Βαλρασιανὴ στατικὴ ἀνάλυσις τῆς εὐσταθείας διὰ τὴν μεμονωμένην ἀγορὰν δύναται νὰ ἐπεκταθῆ διὰ πολλὰς ἀγοράς. Κατὰ τὴν ἀνάλυσιν τῆς μερικῆς ἰσορροπίας ἡ συνθήκη εὐσταθείας μιᾶς μεμονωμένης ἀγορᾶς ἀπαιτεῖ ὅπως ἡ μερικὴ παράγωγος τῆς συναρτήσεως ὑπερβαλλούσης ζήτησεως εἶναι ἀρνητικὴ, δηλαδὴ ἡ καμπύλη ὑπερβαλλούσης ζήτησεως τοῦ συγκεκριμένου ἀγαθοῦ θὰ πρέπει νὰ ἔχη ἀρνητικὴν κλίσιν, ἥτοι

$$\partial E_i / \partial p_i < 0,$$

ἐνῶ αἱ τιμαὶ τῶν λοιπῶν αγαθῶν, πλὴν τοῦ i , παραμένουν ἀμετάβλητοι. Ἐπειδὴ ὅμως ἡ ἐκτροπὴ τῆς τιμῆς τοῦ αγαθοῦ i θὰ ἐπιφέρῃ μεταβολὰς εἰς τὰς τιμὰς τῶν λοιπῶν αγαθῶν, θὰ πρέπει ὡς ἐργαλεῖον νὰ χρησιμοποιήσωμεν τὴν ἔννοιαν ὄχι τῆς μερικῆς, ἀλλὰ τῆς ὀλικῆς παραγωγῆς ἢ τὴν ἔννοιαν τοῦ ὀλικοῦ διαφορικοῦ, προκειμένου νὰ ἐξετασθοῦν οἱ ἀντίκτυποι τῆς ἐκτροπῆς τῆς ἰσορροπίας εἰς μίαν ἀγορὰν ἐπὶ τῶν λοιπῶν ἀγορῶν.

Ἀφετηρία τῆς ἀναλύσεως τῆς στατικῆς εὐσταθείας ἀποτελεῖ τὸ σύστημα τῶν ἐξισώσεων ὑπερβαλλούσης ζήτησεως

$$E_i = E_i (p_1, p_2, p_3, \dots, p_n) = 0, \quad (1)$$

ἀποτελούμενον ἀπὸ $(n - 1)$ ἀνεξαρτήτους ἐξισώσεις με n ἀγνώστους καὶ εὐρισκόμενον ἀρχικῶς εἰς ἰσορροπίαν. Ἀναλόγως πρὸς τὰς συνθήκας τὰς ὁποίας ἱκανοποιεῖ τὸ ἀνωτέρω σύστημα δύναται νὰ παρουσιάσῃ τελείαν (perfect) ἢ ἀτελεῖ (imperfect) εὐστάθειαν.

Τελεία εὐστάθεια. Ἡ εὐστάθεια αὕτη καλεῖται καὶ εὐστάθεια Hicks καὶ δίδει τὴν θεωρητικὴν δικαιολογητικὴν βάσιν διὰ τὴν ἀνάλυσιν τῆς μερικῆς ἰσορροπίας. Ἄς ὑποθέσωμεν ὅτι ἡ τιμὴ εἰς τὴν πρώτην ἀγορὰν ὑψοῦται ἄνω τοῦ ἐπιπέδου ἰσορροπίας. Τοῦτο δημιουργεῖ ὑπερβάλλουσαν προσφορὰν

εις την πρώτην αγοράν και υπερβάλλουσιν ζητήσιν εις τας λοιπὰς ($n-1$) αγοράς, τὰ ἀγαθὰ τῶν ὁποίων εἶναι ὑποκατάστατα. Σύμφωνα μὲ τὸν νόμον τοῦ Walras, ἡ συνολικὴ ἀξία τῶν υπερβαλλουσῶν ζητήσεων εις τὰς ($n-1$) αγοράς θὰ εἶναι ἴση πρὸς τὴν ἀξίαν τῆς υπερβαλλούσης προσφοράς εις τὴν πρώτην αγοράν. Ἐξ ἄλλου τὸ ποσὸν τῆς υπερβαλλούσης ζητήσεως εις μίαν ἐκ τῶν ($n-1$) αγορῶν εἶναι μικρότερον τοῦ συνολικοῦ ποσοῦ τῶν υπερβαλλουσῶν ζητήσεων καὶ συνεπῶς μικρότερας σημασίας, ἐκτὸς ἐὰν ὀρισμένα ἐκ τῶν ἀγαθῶν εἶναι συμπληρωματικά. Εἰς τὴν περίπτωσιν τῶν τελευταίων θὰ ἔχωμεν υπερβάλλουσαν προσφοράν. Ὅταν ἐπικρατῇ ὀλικὴ ὑποκαταστασιμότης, ἡ αὐξήσις τῆς τιμῆς εις μίαν αγοράν ἐπιφέρει υπερβάλλουσαν ζήτησιν εις τὰς λοιπὰς αγοράς. Εἰς ἐκάστην ἀπὸ τὰς λοιπὰς αὐτὰς αγορᾶς θὰ ὑπάρξῃ τάσις προσαρμογῆς καὶ αὐξήσις τῆς τιμῆς. Ἡ αὐξήσις τῆς τιμῆς εις κάθε μίαν αγοράν θὰ προκαλέσῃ αὐξήσιν τῆς υπερβαλλούσης ζητήσεως διὰ κάθε μίαν ἀπὸ τὰς λοιπὰς αγορᾶς.

Κατὰ τὴν ἀνάλυσιν τῆς ἀντιδράσεως, κατόπιν τῆς αὐξήσεως τῆς τιμῆς εις μίαν αγοράν, δυνάμεθα κατὰ πρῶτον νὰ θεωρήσωμεν ὅτι μία τῶν λοιπῶν αγορῶν, ἔστω ἡ 2, προσαρμόζεται, ὥστε $E_2 = 0$, ἐνῶ αἱ τιμαὶ τῶν λοιπῶν αγορῶν παραμένουν σταθεραὶ, κατόπιν ὅτι δύο αγοραὶ, ἔστω αἱ 2 καὶ 3, προσαρμόζονται, ὥστε $E_2 = E_3 = 0$, ἐνῶ αἱ λοιπαὶ τιμαὶ παραμένουν σταθεραὶ, κατόπιν τρεῖς αγοραὶ καὶ οὕτω καθ' ἑξῆς, μέχρις ἐξαντλήσεως τοῦ ἀριθμοῦ τῶν ($n-1$) αγορῶν. Αἱ αὐξήσεις τῶν τιμῶν εις οἰονδήποτε ἀριθμὸν αγορῶν αὐξάνουν τὴν ζήτησιν καὶ συνεπῶς μειώνουν τὴν υπερβάλλουσαν προσφοράν εις τὴν πρώτην αγοράν, ὅπου τὸ πρῶτον παρατηρήθῃ ἡ αὐξήσις τῆς τιμῆς. Κατὰ πόσον ὅμως αἱ παράγωγοι αὐξήσεις τῶν τιμῶν δύνανται νὰ ὀδηγήσουν εἰς ἐξαφάνισιν τῆς υπερβαλλούσης προσφοράς εις τὴν πρώτην αγοράν καὶ νὰ τὴν μετατρέψουν μάλιστα εἰς υπερβάλλουσαν ζήτησιν, προκαλοῦσαν μίαν ἐκτροπὴν τῆς τιμῆς ἀπὸ τὸ ἐπίπεδον ἰσορροπίας; Κατὰ τὸ θεώρημα τῆς ὁμογενείας, μία κατὰ 5% αὐξήσις τῶν τιμῶν τῶν ($n-1$) αγορῶν θὰ προκαλέσῃ αὐξήσιν τῆς τιμῆς τοῦ πρώτου ἀγαθοῦ κατὰ 5%, ὁπότε, ἐὰν ἡ τιμὴ τοῦ πρώτου ἀγαθοῦ εἶχεν ἀρχικῶς αὐξηθῆ κατὰ 5%, ἡ υπερβάλλουσα προσφορὰ θὰ ἐξηφανίζετο.

Ἐὰν δεχθῶμεν ὅτι ὀρισμένα ἐκ τῶν ἀγαθῶν εἶναι συμπληρωματικά, τότε τὸ μέγεθος τῶν μεταβολῶν τῶν τιμῶν καὶ τῶν υπερβαλλουσῶν ζητήσεων θὰ εἶναι πολὺ μεγαλύτερον καὶ αἱ ἐπιπτώσεις ἐπὶ τῆς πρώτης αγορᾶς, ὅπου ἀρχικῶς μετεβλήθη ἡ τιμὴ, θὰ εἶναι πλέον σοβαρὰ καὶ ἴσως ἀποσταθεροποιητικά.

Κατ' ἀκολουθίαν τῶν ἀνωτέρω, κατὰ τὸν Hicks ἡ ἰσορροπία τῆς αγορᾶς 1 εἶναι τελείως εὐσταθῆς ἐὰν ἱκανοποιῆται ἡ συνθήκη $\frac{dE_1}{dp_1} < 0$ (δηλαδὴ αὐξήσις τῆς τιμῆς p_1 δημιουργεῖ ἀρνητικὴν υπερβάλλουσαν προσφοράν), ἀκόμη καὶ ὅταν

Ἡ (3) εἶναι ἡ πρώτη συνθήκη τοῦ ἀπαιτεῖται διὰ τὴν τελείαν εὐστάθειαν. Ἡ ἴδια συνθήκη πρέπει νὰ ἰσχύη δι' ἕλας τὰς ὑπολοίπους ἀγορᾶς τοῦ συστήματος ἐκάστης μεμονωμένως λαμβανομένης.

Περαιτέρω ἄς ὑποθεθῇ ὅτι διαταράσσεται, ὡς ἀνωτέρω, ἡ ἰσορροπία εἰς τὴν πρώτην ἀγορᾶν, ἡ τιμὴ εἰς τὴν δευτέραν ἀγορᾶν προσαρμόζεται, ἥτοι $dE_2 = 0$, καὶ αἱ λοιπαὶ τιμαὶ εἶναι σταθεραὶ, ἥτοι $dp_3 = dp_4 = \dots = dp_n = 0$. Ἀντικαθιστῶμεν εἰς τὸ σύστημα (2) τὰ δεδομένα ταῦτα καὶ λαμβάνομεν :

$$\begin{aligned} dE_1 &= \alpha_{11}dp_1 + \alpha_{12}dp_2 \\ 0 &= \alpha_{21}dp_1 + \alpha_{22}dp_2 \end{aligned} \quad (4)$$

Χρησιμοποιοῦντες τὸν κανόνα τοῦ *Cramer* λύομεν τὸ (4) ὡς πρὸς dp_1 καὶ ἔχομεν :

$$dp_1 = \frac{\begin{vmatrix} dE_1 & \alpha_{12} \\ 0 & \alpha_{22} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} \end{vmatrix}} = dE_1 \frac{\alpha_{22}}{\begin{vmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} \end{vmatrix}}$$

Ἐκ τῆς ἀνωτέρω λαμβάνομεν :

$$\frac{dE_1}{dp_1} = \frac{\begin{vmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} \end{vmatrix}}{\alpha_{22}} < 0 \quad (5)$$

Ἡ (5) ἀποτελεῖ τὴν δευτέραν συνθήκην τελείας εὐσταθείας διὰ τὴν πρώτην ἀγορᾶν. Δεδομένου ὅτι ἡ τελεία εὐστάθεια τῆς δευτέρας ἀγορᾶς ἀπαιτεῖ ὅπως $\alpha_{22} = 0$, θὰ πρέπει διὰ τὴν τελείαν εὐστάθειαν τοῦ συστήματος, ὡς συνόλου, ὁ ἀριθμητὴς τῆς (5) νὰ εἶναι θετικός, ἥτοι $(\alpha_{11}\alpha_{22} - \alpha_{12}\alpha_{21}) > 0$.

Περαιτέρω ἄς υποθέσωμεν ὅτι διαταράσσεται ἡ ἰσορροπία εἰς τὴν πρώτην ἀγορᾶν, αἱ τιμαὶ εἰς τὴν δευτέραν καὶ τὴν τρίτην ἀγορᾶν προσαρμόζονται, ὥστε $dE_2 = dE_3 = 0$, καὶ αἱ λοιπαὶ τιμαὶ εἶναι ἀμετάβλητοι, ἥτοι $dp_4 = dp_5 = \dots = dp_n = 0$. Ἀντικαθιστῶμεν τὰ δεδομένα αὐτὰ εἰς τὸ σύστημα (2) καὶ λαμβάνομεν :

$$\begin{aligned} dE_1 &= \alpha_{11}dp_1 + \alpha_{12}dp_2 + \alpha_{13}dp_3 \\ 0 &= \alpha_{21}dp_1 + \alpha_{22}dp_2 + \alpha_{23}dp_3 \\ 0 &= \alpha_{31}dp_1 + \alpha_{32}dp_2 + \alpha_{33}dp_3 \end{aligned} \quad (6)$$

Χρησιμοποιοῦντες τὸν κανόνα τοῦ *Cramer*, λύομεν ὡς πρὸς dp_1 καὶ ἔχομεν :

Ἐὰν ἀκολουθηθῇ ἡ κατὰ τὰ ἀνωτέρω διαδικασία ὑπολογισμοῦ, ἡ συνθήκη διὰ τὴν ἀτελῆ εὐστάθειαν εἰς τὴν πρώτην ἀγορὰν θὰ εἶναι :

$$\frac{dE_1}{dp_1} = \frac{A}{A_{11}} < 0, \quad (11)$$

ὅπου A εἶναι ἡ ἰακωβιανὴ ὀρίζουσα τοῦ συστήματος (10) καὶ A_{11} εἶναι ὁ συμπαράγων (cofactor) τοῦ a_{11} . Κατὰ τὸν Hicks, τὸ σύστημα εἰς τὸ σύνολόν του εἶναι ἀτελῶς εὐσταθές, ἐὰν ἰσχύη ἡ συνθήκη :

$$\frac{dE_1}{dp_1} = \frac{A}{A_{11}} < 0 \text{ δι' ὅλα τὰ ἀγαθὰ.}$$

Δέον νὰ σημειωθῇ ὅτι ἡ ἔννοια τῆς ἀτελοῦς εὐσταθείας δὲν σημαίνει ἀπαραιτήτως καὶ τὴν μεμονωμένην εὐστάθειαν εἰς ἐκάστην ἀγορὰν, ὡς εἰς τὴν περίπτωσιν τῆς τελείας εὐσταθείας, ἡ ὁποία δύναται νὰ ἀποτελέσῃ τὴν θεωρητικὴν βᾶσιν τῆς μερικῆς ἀναλύσεως τῆς ἰσορροπίας.

III. 3. 1. 1. Δυναμικὴ εὐστάθεια

Τὸ πρόβλημα τῆς εὐσταθείας τῆς ἰσορροπίας εἶναι κυρίως πρόβλημα δυναμικῆς ἀναλύσεως. Ἡ ἰσορροπία, ὡς γνωρίζομεν, εἶναι εὐσταθὴς ἐὰν αἱ τιμαί, ἀπαξ διαταραχθεῖσαι, ἐπανέρχωνται εἰς τὰ ἐπίπεδα ἰσορροπίας των μετὰ ὀρισμένην χρονικὴν διαδρομὴν. Τὴν χρονικὴν συμπεριφορὰν τῶν τιμῶν ἐξετάζει ἡ δυναμικὴ ἀνάλυσις τῆς εὐσταθείας. Τὴν ἐπέκτασιν τῆς ἐφαρμογῆς τῆς δυναμικῆς ἀναλύσεως τῆς μεμονωμένης ἀγορᾶς εἰς τὸ σύστημα τῶν ἀλληλοσχετιζομένων ἀγορῶν ἐπεχείρησε κυρίως ὁ *P. A. Samuelson* (1947).

Αἱ συναρτήσεις τῆς δυναμικῆς προσαρμογῆς τῶν τιμῶν δύναται νὰ γραφοῦν ὡς ἀκολούθως* :

$$\frac{dp_i}{dt} = \mu_i E_i(p_1, p_2, \dots, p_n), \quad (1)$$

ὅπου μ_i εἶναι οἱ συντελεσταὶ ταχύτητος προσαρμογῆς, μεγαλύτεροι τοῦ μηδενός. Ἄς υποθέσωμεν ὅτι ὅλοι οἱ συντελεσταὶ προσαρμογῆς εἶναι ἴσοι πρὸς τὴν μονάδα. Τὸ ὅλικόν διαφορικὸν τῆς ἐξισώσεως ὑπερβαλλούσης ζητήσεως τοῦ ἀγαθοῦ i εἶναι :

$$dE_i = \alpha_{i1} dp_1 + \alpha_{i2} dp_2 + \dots + \alpha_{in} dp_n$$

$$\text{ἢ } dE_i = \sum \alpha_{ij} dp_j$$

* Βλ. *Henderson and Quandt*, op. cit., σελ. 198-200, ἐφ' οὗ ἐστρηχθη ἡ παροῦσα ἀνάλυσις.

Ἐάν δεχθῶμεν ἀποκλίσεις ἀπὸ τὰ ἐπίπεδα ἰσορροπίας κατὰ $(E_i - \bar{E}_i)$ καὶ $(p_j - \bar{p}_j)$ καὶ ἀντικαταστήσωμεν τὰ διαφορικά dE_i καὶ dp_j διὰ τῶν ἀποκλίσεων τούτων προσεγγιστικῶς, θὰ λάβωμεν :

$$E_i \approx \sum \alpha_{ij} (p_j - \bar{p}_j), \quad (2)$$

$$\text{διότι } E_i = 0$$

Ἀντικαθιστῶντες τὴν (2) εἰς τὴν (1) λαμβάνομεν :

$$\frac{dp_i}{dt} = \sum \alpha_{ij} p_j + c_i \quad (3)$$

ὅπου c_i εἶναι σταθεραὶ, αἱ ὁποῖαι ἐξαρτῶνται ἀπὸ τὰς τιμὰς ἰσορροπίας (\bar{p}_j) . Ἡ (3) εἶναι σύστημα γραμμικῶν διαφορικῶν ἐξισώσεων, ἡ λύσις τοῦ ὁποίου δύναται νὰ ἐξασφαλίσῃ τὰς ιδιότητας τοπικῆς (local) ἢ μερικῆς εὐσταθείας τοῦ συστήματος (1), καὶ ἔχει ὡς ἐξῆς :

$$p_i = \sum B_{ij} e^{\lambda_j t}, \quad (4)$$

ὅπου B_{ij} εἶναι ἡ μήτρα συντελεστῶν β_{ij} ἐξαρτωμένων ἐκ τῶν ἀρχικῶν συνθηκῶν διαταράξεως τῆς ἰσορροπίας καὶ λ_j εἶναι αἱ ρίζαι αἱ ὁποῖαι προκύπτουν ἀπὸ τὴν χαρακτηριστικὴν ἐξίσωσιν τῆς μήτρας τῶν συντελεστῶν α_{ij} ($= A$) :

$$\begin{vmatrix} \alpha_{11} - \lambda & \alpha_{12} & \dots & \alpha_{1n} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} - \lambda & \dots & \alpha_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \alpha_{n1} & \alpha_{n2} & \dots & \alpha_{nn} - \lambda \end{vmatrix} = 0 \quad (5)$$

Ἡ ἰσορροπία τοῦ συστήματος τῶν ἀλληλοσυσχετιζομένων ἀγορῶν εἶναι εὐσταθὴς ἐὰν ἡ χρονικὴ ὁδὸς (time path) ἐκάστης τιμῆς ποῦ δίδεται ἀπὸ τὴν (4) εἶναι τοιαύτη ὥστε ἡ τιμὴ νὰ τείνῃ πρὸς τὸ μηδέν, ὅταν ὁ χρόνος (t) τείνῃ πρὸς τὸ ἄπειρον. Τοῦτο συμβαίνει ὅταν αἱ ρίζαι τῆς (5) εἶναι ἀρνητικαὶ ἢ ἔχουν ἀρνητικὸν πραγματικὸν μέρος. Θετικαὶ πραγματικαὶ τιμαὶ τῶν λ_j δημιουργοῦν σταθερὰν ἐκρηκτικὴν ἐξέλιξιν καὶ μιγαδικαὶ τιμαὶ μὲ θετικὸν πραγματικὸν μέρος δημιουργοῦν ἐκρηκτικὴν διακυμάνσιν (explosive oscillation).

Δέον νὰ σημειωθῇ ὅτι ἐὰν ἡ μήτρα τῶν συντελεστῶν α_{ij} εἶναι συμμετρικὴ, δηλαδὴ $\alpha_{ij} = \alpha_{ji}$, τότε αἱ συνθήκαι στατικῆς εὐσταθείας τοῦ Hicks εἶναι ἀπαραίτητοι καὶ ἰκαναὶ διὰ τὴν εὐστάθειαν τοῦ δυναμικοῦ ὑποδείγματος. Γενικῶς ὅμως δὲν ὑφίσταται συμμετρία, δηλαδὴ ἢλα τὰ ἀγαθὰ δὲν εἶναι ὀλιγά ὑποκατάστατα καὶ αἱ συνθήκαι τοῦ Hicks δὲν εἶναι ἀπαραίτητοι καὶ ἰκαναὶ διὰ τὴν δυναμικὴν εὐστάθειαν εἰς τὴν περίπτωσιν τῆς συνεχοῦς προσαρμογῆς. Ἐν

θεώρημα μᾶς λέγει ὅτι ἐν δυναμικὸν σύστημα εἶναι τοπικῶς (ἢ μερικῶς) εὐσταθὲς καὶ ἔχει συγχρόνως τὴν κατὰ Hicks εὐστάθειαν ἐὰν ὅλα τὰ ἀγαθὰ εἶναι αὐστηρά ὀλικὰ ὑποκατάστατα. Δηλαδή θὰ πρέπει α_{ij} < 0 δι' ὅλα τὰ ἀγαθὰ καὶ α_{ij} > 0 δι' ὅλα τὰ ἀγαθὰ i ≠ j.

Ἐρχόμεθα τώρα εἰς τὴν ὀλικὴν (global) εὐστάθειαν. Τὸ σύστημα εἶναι ὀλικῶς εὐσταθὲς ἐὰν ἐπανεέλθῃ εἰς τὴν ἰσορροπίαν κατόπιν διαταραξέως οἰοῦ-
δήποτε μεγέθους. Ὅρίζομεν μίαν συνάρτησιν τοῦ Liapunov, V(t), ὡς ἄθροισμα τῶν τετραγώνων τῶν διαφορῶν τῶν τιμῶν ἀπὸ τὰ ἐπίπεδα ἰσορροπίας τῶν ὡς ἐξῆς :

$$V(t) = \sum (p_i - \bar{p}_i)^2 \quad (6)$$

Τὸ σύστημα εἶναι ὀλικῶς εὐσταθὲς ἐὰν $\frac{dV(t)}{dt} < 0$ καὶ $p_i \neq \bar{p}_i$ δι' ὅρι-

σμένας τιμὰς.

Διὰ τὴν περίπτωσιν τῆς ὀλικῆς εὐσταθείας ἐν θεώρημα μᾶς λέγει ὅτι ἐν σύστημα τὸ ὁποῖον ἔχει μοναδικὴν ἰσορροπίαν καὶ ἱκανοποιεῖ τὸ Ἄσθενές (Weak) ἀξίωμα τῆς ἐκδηλωθείσης προτιμήσεως συνολικῶς εἶναι ὀλικῶς ἢ γενικῶς εὐσταθὲς. Διὰ παραγωγίσεως τῆς (6), ἀντικαταστάσεως $dp_i/dt = E_i$ ἐκ τῆς (1) καὶ χρησιμοποιήσεως τοῦ νόμου τοῦ Walras θὰ λάβωμεν :

$$\frac{dV(t)}{dt} = 2 \sum (p_i - \bar{p}_i) \frac{dp_i}{dt} = 2 \sum (p_i - \bar{p}_i) E_i = -2 \sum \bar{p}_i E_i \quad (7)$$

Κατὰ τὸ Ἄσθενές ἀξίωμα ἢ παράστασις

$$\sum p_i \bar{E}_i \leq \sum p_i E_i \text{ ὑποδηλοῖ τὴν ἀνισότητα} \quad (8)$$

$$\sum \bar{p}_i \bar{E}_i < \sum \bar{p}_i E_i \quad (9)$$

Τὸ ἀριστερὸν μέρος τῆς (8) εἶναι ἴσον μὲ τὸ μηδέν, διότι $\bar{E}_i = 0$, καὶ τὸ δεξιὸν μέρος εἶναι ἐπίσης ἴσον μὲ τὸ μηδέν κατὰ τὸν νόμον τοῦ Walras. Τὸ ἀριστερὸν μέρος τῆς (9) εἶναι ἐπίσης μηδέν. Ἄρα ἔχομεν $\sum \bar{p}_i E_i > 0$,

$\frac{dV(t)}{dt} < 0$ καὶ συνεπῶς τὸ σύστημα εἶναι γενικῶς ἢ ὀλικῶς εὐσταθὲς.

III. 3.2. Τὸ Πρόβλημα τῆς Μοναδικότητος

Διὰ τὴν ἐξέτασιν τοῦ προβλήματος τῆς μοναδικῆς ἰσορροπίας ἢ τῆς μοναδικῆς λύσεως τοῦ συστήματος πρέπει νὰ προηγηθοῦν τόσον ἡ ἐξέτασις τῆς ὑπάρξεως ἰσορροπίας ὅσον καὶ ἡ εὐστάθεια αὐτῆς. Διὰ νὰ εἶναι ἡ ἰσορροπία μοναδικὴ ἢ διὰ νὰ ἔχωμεν ἐν μόνον σημεῖον ἰσορροπίας θὰ πρέπει ἡ παράγωγος

dE_i/dp_i να μη είναι μηδενική και να μη αλλάσσει σημείον δι' οιαδήποτε τιμήν τοῦ ἀγαθοῦ i . Οὕτως ἐὰν $dE_i/dp_i < 0$ δι' ὅλας τὰς τιμὰς τῆς p_i , τότε ἡ ἰσορροπία εἶναι μοναδική και εὐσταθῆς [ὡς εἰς τὸ Σχ. III. (α)]. Ἐὰν $dE_i/dp_i > 0$ δι' ὅλας τὰς τιμὰς τῆς p_i , τότε ἡ ἰσορροπία εἶναι μοναδική, ἀλλὰ ἀσταθῆς [ὡς εἰς τὸ Σχ. III. 2 (β)]. Κάθε σύστημα ποῦ ἱκανοποιεῖ τὰς ἀνωτέρω διατυπωθείσας συνθήκας εὐσταθείας τοῦ Hicks εἰς τὴν περιοχὴν τῆς ἰσορροπίας ἔχει μοναδικὴν ἰσορροπίαν (ἀποκλειομένης τῆς πολλαπλῆς).

Εἰσοδικὸς Ἀνάλυσις

~~S. Morfias~~

~~Morfias~~

ΕΠΙΛΟΓΗ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑΣ

- R. G. D. Allen*, *Mathematical Economics*, Macmillan, 2nd Ed., Κεφ. 10.
M. Allingham, *General Equilibrium*, Macmillan 1975.
K. Arrow and F. Hahn, *General Competitive Analysis*, Oliver and Boyd, 1971.
W. J. Baumol, *Economic Theory and Operations Analysis*, 3rd Ed., Κεφ. 15 & 21.
G. Debreu, *Theory of Value*, Wiley 1959.
E. Fossati, *The Theory of General Static Equilibrium* (Ed. by G. L. Shackle), 1957.
B. Hansen, *A Survey of General Equilibrium Systems*, McGraw-Hill 1970.
J. M. Henderson and R. E. Quandt, *Microeconomic Theory*, 2nd Ed., Κεφ. 5.
J. R. Hicks, *Value and Capital*, Oxford University Press, Κεφ. IV-VIII.
R. E. Kuenne, *The Theory of General Equilibrium*, Princeton, 1963.
O. Lange, *Price, Flexibility and Employment*, Bloomington, 1945.
 Θ. Μπένου, Εισαγωγή εις τήν Γενικήν Οικονομικήν Ίσορροπίαν, 'Αθήναι 1974.
D. Patinkin, *Money, Interest, and Prices*, 2nd Ed., 1965.
J. Quirk and R. Saposnik, *Introduction to General Equilibrium Theory and Welfare Economics*, 1968.
P. A. Samuelson, *Foundations of Economic Analysis*, Atheneum, New York, 1965, Κεφ. II, IX και X.
L. Walras, *Elements of Pure Economics*, Μεταφρ. W. Jaffé, Irwin, 1954.
E. Roy Weintraub, *General Equilibrium Theory*, Macmillan, 1974.